

## 11.8 Esercizi

### 11.8.1 Esercizi dei singoli paragrafi

#### 11.1 - Definizioni fondamentali

**11.1.** Riduci in forma normale il seguente polinomio:

$$5a^3 - 4ab - 1 + 2a^3 + 2ab - a - 3a^3.$$

*Svolgimento:* Evidenziamo i termini simili e sommiamoli tra di loro:

$$\underline{5a^3} - \underline{4ab} + 1 + \underline{2a^3} + \underline{2ab} - a - \underline{3a^3}.$$

**11.2.** Il grado di:

- a)  $x^2y^2 - 3y^3 + 5yx - 6y^2x^3$  rispetto alla lettera  $y$  è ..., il grado complessivo è ..  
 b)  $5a^2 - b + 4ab$  rispetto alla  $b$  è ....., il grado complessivo è .....

**11.3.** Quali polinomi sono omogenei:

- a)  $x^3y + 2y^2x^2 - 4x^4$ ;  
 b)  $2x + 3 - xy$ ;  
 c)  $2x^3y^3 - y^4x^2 + 5x^6$ .

**11.4.** Quali dei seguenti polinomi sono ordinati rispetto alla lettera  $x$  con potenze crescenti:

- a)  $2 - \frac{1}{2}x^2 + x$ ;  
 b)  $\frac{2}{3} - x + 3x^2 + 5x^3$ ;  
 c)  $3x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x + \frac{7}{8}$ .

**11.5.** Relativamente al polinomio  $b^2 + a^4 + a^3 + a^2$  il grado massimo è ... il grado rispetto alla lettera  $a$  è ...

Rispetto alla lettera  $b$  è ... Il polinomio è ordinato rispetto alla  $a$ ? È completo? È omogeneo?

**11.6.** Scrivi un polinomio di terzo grado nelle variabili  $a$  e  $b$  che sia omogeneo.

**11.7.** Scrivi un polinomio di quarto grado nelle variabili  $x$  e  $y$  che sia omogeneo e ordinato secondo le potenze decrescenti della seconda indeterminata.

**11.8.** Scrivi un polinomio di quinto grado nelle variabili  $r$  e  $s$  che sia omogeneo e ordinato secondo le potenze crescenti della prima indeterminata.

**11.9.** Scrivi un polinomio di quarto grado nelle variabili  $z$  e  $w$  che sia omogeneo e ordinato secondo le potenze crescenti della prima indeterminata e decrescenti della seconda.

**11.10.** Scrivi un polinomio di sesto grado nelle variabili  $x$ ,  $y$  e  $z$  che sia completo e ordinato secondo le potenze decrescenti della seconda variabile.

**11.11.** Calcola il valore numerico dei polinomi per i valori a fianco indicati.

- a)  $x^2 + x$  per  $x = -1$ ;  
 b)  $2x^2 - 3x + 1$  per  $x = 0$ ;  
 c)  $3x^2 - 2x - 1$  per  $x = 2$ ;  
 d)  $3x^3 - 2x + x$  per  $x = -2$ ;  
 e)  $\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{6}ab$  per  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 3$ ;  
 f)  $4x - 6y + \frac{1}{5}x^2$  per  $x = -5$ ,  $y = \frac{1}{2}$ .

#### 11.2 - Somma algebrica di polinomi

**11.12.** Calcolare la somma dei due polinomi:  $2x^2 + 5 - 3y^2x$ ,  $x^2 - xy + 2 - y^2x + y^3$ .

*Svolgimento:* Indichiamo la somma  $(2x^2 + 5 - 3y^2x) + (x^2 - xy + 2 - y^2x + y^3)$ , eliminando le parentesi otteniamo il polinomio  $2x^2 + 5 - 3y^2x + x^2 - xy + 2 - y^2x + y^3$ , sommando i monomi simili otteniamo  $3x^2 - 4x^2y^2 - \dots xy + y^3 + \dots$

**11.13.** Esegui le seguenti somme di polinomi.

- a)  $a + b - b$ ;                      d)  $a - (b - 2b)$ ;                      g)  $2a + b - (-3a - b)$ ;  
 b)  $a + b - 2b$ ;                      e)  $2a + b + (3a + b)$ ;                      h)  $2a - 3b - (-3b - 2a)$ ;  
 c)  $a + b - (-2b)$ ;                      f)  $2a + 2b + (2a + b) + 2a$ ;                      i)  $(a + 1) - (a - 3)$ .

**11.14 (\*)**. Esegui le seguenti somme di polinomi.

- a)  $(2a^2 - 3b) + (4b + 3a^2) + (a^2 - 2b)$ ;  
 b)  $(3a^3 - 3b^2) + (6a^3 + b^2) + (a^3 - b^2)$ ;  
 c)  $\left(\frac{1}{5}x^3 - 5x^2 + \frac{1}{5}x - 1\right) - \left(3x^3 - \frac{7}{3}x^2 + \frac{1}{4}x - 1\right)$ ;  
 d)  $\left(\frac{1}{2} + 2a^2 + x\right) - \left(\frac{2}{5}a^2 + \frac{1}{2}ax\right) + \left[-\left(-\frac{3}{2} - 2ax + x^2\right) + \frac{1}{3}a^2\right] - \left(\frac{3}{2}ax + 2\right)$ ;  
 e)  $\left(\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{6}ab\right) - \left(\frac{9}{8}ab + \frac{1}{2}a^2 - 2b\right) + ab - \frac{3}{4}a$ .

**11.15 (\*)**. Esegui le seguenti somme di polinomi.

- a)  $(a + b^2 + c^3) + (-4a - 5c^3) + (8a - 7b^2 + 10c^3) + (6b^2 - 7c^3)$ ;  
 b)  $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{3}xy + 2y^2\right) + \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{5}xy - \frac{4}{3}y^2\right)$ ;  
 c)  $\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3\right) + \left(\frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{7}{5}x^2 - 2 + \frac{3}{4}x\right)$ ;  
 d)  $\left(2a^3 - \frac{1}{4}\right) + \left(-3a^3 - \frac{2}{5}a^2 + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{2}{5}a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a^3\right)$ ;  
 e)  $\left(x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 2x^3 - \frac{1}{3}x\right) + \left(-\frac{2}{5}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{3}x^2 + x - 1\right) + \left(2x^2 - 1 - \frac{4}{3}x^3 - \frac{2}{3}x\right) - \frac{1}{6}x^2$ .

**11.16 (\*)**. Esegui le seguenti somme di polinomi.

- a)  $(2ab - 3) + (a^2b - 2ab) - (4 + a^2b)$ ;  
 b)  $\frac{2ab + 3}{2} - \frac{4a + b - 5}{3} + 3ab - \frac{19 + 8a - 2b}{6}$ ;  
 c)  $(3a - 2 + b) - \left(\frac{4}{3} + \frac{a}{2} - \frac{b}{3}\right) - \frac{9a + 2b - 20}{6}$ ;  
 d)  $\frac{4 - 3ab}{2} - \frac{3 + 4ab}{4} - \frac{10ab - 5}{4}$ ;  
 e)  $(2a^2b - 7ab + 3) - (a^2b - 6ab - 3) + (3ab + 3a^2b)$ ;  
 f)  $\frac{7ab - 3a^2 + b^2}{3} - (2b^2 - a^2 + 2ab) + \frac{b^2}{3}$ .

**11.17 (\*)**. Esegui le seguenti somme di polinomi.

- a)  $5y + 3x - [7x - 3y - (5x - 7y)] + (x - y) - (x - y)$ ;  
 b)  $\left(3 - \frac{1}{2}x - 2x^2\right) - \left(4x^2 + \frac{1}{2}x + 3x^4 - 2\right) + (1 + 3x^2 - 3x) - (-5x - 5x^2 + 6 + x^4)$ ;  
 c)  $(a^3 - 4a^2b + 6ab^3 - b^3) - (a^3 - b^3 - 4a^2b + 3ab^3)$ ;  
 d)  $[7a - (a^2 - 2)] + \{3a^2 - 4a + [6a^2 - (2a - 10)] - 2\}$ ;  
 e)  $\left(b - \frac{a}{18}\right) - \left(\frac{7b}{8} - \frac{a}{6}\right) - \left(\frac{3}{4}b - \frac{5}{9}a\right)$ .

**11.3 - Prodotto di un polinomio per un monomio****11.18.** Esegui i seguenti prodotti di un monomio per un polinomio.

- |                          |                            |                                 |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| a) $(a + b)b$ ;          | f) $(a^2 - a)a$ ;          | k) $(a^2b - ab - 1)(a^2b^2)$ ;  |
| b) $(a - b)b$ ;          | g) $(a^2 - a)(-a)$ ;       | l) $(a^2b - ab - 1)(ab)^2$ ;    |
| c) $(a + b)(-b)$ ;       | h) $(a^2 - a - 1)a^2$ ;    | m) $ab(a^2b - ab - 1)ab$ ;      |
| d) $(a - b + 51)b$ ;     | i) $(a^2b - ab - 1)(ab)$ ; | n) $-2a(a^2 - a - 1)(-a^2)$ ;   |
| e) $(-a - b - 51)(-b)$ ; | j) $(ab - ab - 1)(ab)$ ;   | o) $(x^2a - ax + 2)(2x^2a^3)$ . |

**11.19.** Esegui i seguenti prodotti di un monomio per un polinomio.

- |   |  |
|---|--|
| a) $\frac{3}{4}x^2y \cdot \left(2xy + \frac{1}{3}x^3y^2\right)$ ;       | e) $\left(\frac{2}{3}xy^2 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}xy\right)(6xy)$ ;      |
| b) $\left(\frac{a^4}{4} + \frac{a^3}{8} + \frac{a^2}{2}\right)(2a^2)$ ; | f) $-\frac{1}{3}y(6x^2y - 3xy)$ ;  |
| c) $\left(\frac{1}{2}a - 3 + a^2\right)\left(-\frac{1}{2}a\right)$ ;    | g) $-3xy^2\left(\frac{1}{3}x + 1\right)$ ;                                     |
| d) $\left(5x + 3xy + \frac{1}{2}y^2\right)(3x^2y)$ ;                    | h) $\left(\frac{7}{3}b - b\right)\left(a - \frac{1}{2}b + 1\right)(3a - 2a)$ . |

**11.4 - Quoziente tra un polinomio e un monomio****11.20.** Svolgi le seguenti divisioni tra polinomi e monomi.

- |  |  |
|--|--|
| a) $(2x^2y + 8xy^2) : (2xy)$ ;                               | e) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}\right) : 2$ ;             |
| b) $(a^2 + a) : a$ ;   | f) $(2a - 2) : \frac{1}{2}$ ;                                  |
| c) $(a^2 - a) : (-a)$ ;                                      | g) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{a^2}{4}\right) : \frac{a}{2}$ . |
| d) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{2}$ ; |  |

**11.21.** Svolgi le seguenti divisioni tra polinomi e monomi.

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| a) $(a^2 - a) : a$ ;            | e) $(a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4) : (-ab^2)$ ; |
| b) $(a^3 + a^2 - a) : a$ ;      | f) $(a^3b^2 + a^2b - ab) : ab$ ;          |
| c) $(8a^3 + 4a^2 - 2a) : 2a$ ;  | g) $(16x^4 - 12x^3 + 24x^2) : (4x^2)$ .   |
| d) $(a^3b^2 + a^2b - ab) : b$ ; | h) $(-x^3 + 3x^2 - 10x + 5) : (-5)$ ;     |

**11.22.** Svolgi le seguenti divisioni tra polinomi e monomi.

- |   |
|---|
| a) $\left[(-3a^2b^3 - 2a^2b^2 + 6a^3b^2) : (-3ab)\right] \cdot \left(\frac{1}{2}b^2\right)$ ; |
| b) $\left(\frac{4}{3}a^2b^3 - \frac{3}{4}a^3b^2\right) : \left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right)$ ;   |
| c) $\left(2a + \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{4}\right) : \left(\frac{a}{2}\right)$ ;             |
| d) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{a^2}{4} - \frac{a^3}{8}\right) : \left(\frac{1}{2}a\right)$ ;  |



**11.28.** Esegui le divisioni tra polinomi.

- a)  $(2x^5 - 11x^3 + 2x + 2) : (x^3 - 2x^2 + 1)$ ;  
 b)  $(15x^4 - 2x + 5) : (2x^2 + 3)$ ;  
 c)  $\left(-\frac{9}{2}x^2 - 2x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{69}{8}x - \frac{9}{4} - \frac{4}{3}x^5\right) : \left(-2x^2 - 3x - \frac{3}{4}\right)$ .

**11.29.** Dividi il polinomio  $A(x, y) = x^3 + 3x^2y + 2xy^2$  per il polinomio  $B(x, y) = x + y$  rispetto alla variabile  $x$ . Il quoziente è  $Q(x, y) = \dots\dots\dots$ , il resto è  $R(x, y) = 0$ .

Ordina il polinomio  $A(x, y)$  in modo decrescente rispetto alla variabile  $y$  ed esegui nuovamente la divisione. Il quoziente è sempre lo stesso? Il resto è sempre zero?

**11.30.** Esegui le divisioni tra polinomi rispetto alla variabile  $x$ .

- a)  $(3x^4 + 5ax^3 - a^2x^2 - 6a^3x + 2a^4) : (3x^2 - ax - 2a^2)$ ;  
 b)  $(-4x^5 + 13x^3y^2 - 12y^3x^2 + 17x^4y - 12y^5) : (2x^3 - 3yx^2 + 2y^2x - 3y^3)$ ;  
 c)  $(x^5 - x^4 - 2ax^3 + 3ax^2 - 2a) : (x^2 - 2a)$ .

### 11.7 - Regola di Ruffini

**11.31.** Completa la seguente divisione utilizzando la regola di Ruffini:  $(x^2 - 3x + 1) : (x - 3)$ .

- Calcolo del resto:  $(+3)^2 - 3(+3) + 1 = \dots$ ;
- calcolo del quoziente:  $Q(x) = 1x + 0 = x \quad R = \dots$ ;
- verifica:  $(x - 3) \cdot x + \dots = x^2 - 3x + 1$ .

**11.32 (\*)**. Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $(3x^3 - 4x^2 + 5x - 1) : (x - 2)$ ;  
 b)  $(x^5 - x^3 + x^2 - 1) : (x - 1)$ ;  
 c)  $(x^4 - 10x^2 + 9) : (x - 3)$ ;  
 d)  $(2x^4 + 6x^3 - x - 9) : (x + 3)$ .

**11.33 (\*)**. Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $(x^4 + 5x^2 + 5x^3 - 5x - 6) : (x + 2)$ ;  
 b)  $(4x^3 - 2x^2 + 2x - 4) : (x + 1)$ ;  
 c)  $\left(\frac{4}{3}y^4 - 2y^2 + \frac{3}{2}y - 2\right) : \left(y + \frac{1}{2}\right)$ .

**11.34 (\*)**. Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $\left(\frac{1}{3}x^5 - \frac{3}{2}x - 2\right) : (x + 2)$ ;  
 b)  $\left(2a - \frac{4}{3}a^4 - 2a^2 - \frac{1}{3}\right) : \left(a - \frac{1}{2}\right)$ ;  
 c)  $\left(\frac{4}{3}y^4 - \frac{3}{2}y^3 + \frac{3}{2}y - 2\right) : (y + 3)$ .

**11.35.** Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $(27x^3 - 3x^2 + 2x + 1) : (x + 3)$ ;  
 b)  $(2x^4 - 5x^3 - 3x + 2) : (x - 1)$ ;  
 c)  $\left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{x^3}{3} + 2x^4\right) : \left(2x - \frac{3}{2}\right)$ .

**11.36.** Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $(6a^3 - 9a^2 + 9a - 6) : (3a - 2)$ ;  
 b)  $(2x^4 - 3x^2 - 5x + 1) : (2x - 3)$ ;  
 c)  $\left(x^5 + \frac{1}{3}x^4 - 2x^2 - \frac{2}{3}x\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$ .

**11.37 (\*)**. Risolvi le seguenti divisioni utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $(x^3 - 2x^2 + 2x - 4) : (2x - 2)$ ;  
 b)  $(3x^4 - 2x^3 + x - 1) : (2x - 3)$ ;  
 c)  $\left(\frac{3}{2}a^4 - 2a^2 + a - \frac{1}{2}\right) : (3a - 1)$ .

**11.38 (\*)**. Risolvi le seguenti divisioni nella variabile  $a$ .

- a)  $(3a^4b^4 + a^2b^2 + 2ab + 2) : (ab - 1)$ ;  
 b)  $(3a^4b^2 - 2a^2b) : (a^2b - 3)$ .

**11.39 (\*)**. Risolvi le seguenti divisioni nella variabile  $x$  utilizzando la regola di Ruffini.

- a)  $(x^4 - ax^3 - 4a^2x^2 + 7a^3x - 6a^4) : (x - 2a)$ ;  
 b)  $(x^4 - 2ax^3 + 2a^3x - a^4) : (x + a)$ .

**11.40 (\*)**. Risolvi utilizzando, quando puoi, il teorema di Ruffini.

- a) Per quale valore di  $k$  il polinomio  $x^3 - 2x^2 + kx + 2$  è divisibile per  $x^2 - 1$ ?  
 b) Per quale valore di  $k$  il polinomio  $x^3 - 2x^2 + kx$  è divisibile per  $x^2 - 1$ ?  
 c) Per quale valore di  $k$  il polinomio  $x^3 - 3x^2 + x - k$  è divisibile per  $x + 2$ ?  
 d) Scrivi, se possibile, un polinomio nella variabile  $a$  che, diviso per  $a^2 - 1$  dà come quoziente  $a^2 + 1$  e come resto  $-1$ .

**11.41 (\*)**. Risolvi utilizzando il teorema di Ruffini.

- a) Trovare un polinomio di secondo grado nella variabile  $x$  che risulti divisibile per  $(x - 1)$  e per  $(x - 2)$  e tale che il resto della divisione per  $(x - 3)$  sia uguale a  $-4$ ;  
 b) Per quale valore di  $a$  la divisione  $(2x^2 - ax + 3) : (x + 1)$  dà resto 5?  
 c) Per quale valore di  $k$  il polinomio  $2x^3 - x^2 + kx - 3k$  è divisibile per  $x + 2$ ?  
 d) I polinomi  $A(x) = x^3 + 2x^2 - x + 3k - 2$  e  $B(x) = kx^2 - (3k - 1)x - 4k + 7$  divisi entrambi per  $x + 1$  per quale valore di  $k$  hanno lo stesso resto?

### 11.8.2 Esercizi riepilogativi

**11.42 (\*)**. Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $(-a - 1 - 2) - (-3 - a + a)$ ;  
 b)  $(2a^2 - 3b) - [(4b + 3a^2) - (a^2 - 2b)]$ ;  
 c)  $(2a^2 - 5b) - [(2b + 4a^2) - (2a^2 - 2b)] - 9b$ ;  
 d)  $3a \left[ 2(a - 2ab) + 3a \left( \frac{1}{2} - 3b \right) - \frac{1}{2}a(3 - 5b) \right]$ ;  
 e)  $2(x - 1)(3x + 1) - (6x^2 + 3x + 1) + 2x(x - 1)$ .

**11.43.** Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $\left(\frac{1}{3}x - 1\right)(3x + 1) - 2x\left(\frac{5}{4}x - \frac{1}{2}\right)(x + 1) - \frac{1}{2}x\left(x - \frac{2}{3}\right);$   
 b)  $(b^3 - b)(x - b) + (x + b)(ab^2 - a) + (b + a)(ab - ab^3) + 2ab(b - b^3);$   
 c)  $ab(a^2 - b^2) + 2b(x^2 - a^2)(a - b) - 2bx^2(a - b);$   
 d)  $\left(\frac{3}{2}x^2y - \frac{1}{2}xy\right)\left(2x - \frac{1}{3}y\right)4x;$   
 e)  $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a^2\right)(1 - a)[a^2 + 2a - (a^2 + a + 1)].$

**11.44.** Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $(1 - 3x)(1 - 3x) - (-3x)^2 + 5(x + 1) - 3(x + 1) - 7;$   
 b)  $3\left(x - \frac{1}{3}y\right)\left[2x + \frac{1}{3}y - (x - 2y)\right] - 2\left(x - \frac{1}{3}y + 2\right)(2x + 3y);$   
 c)  $\frac{1}{24}(29x + 7) - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}(x - 3)(x - 3) - 2 - \left[\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\left(\frac{3}{4}x + \frac{2}{3}\right)\right];$   
 d)  $-\frac{1}{4}(2abx + 2a^2b^2 + 3ax) + a^2(b^2 + x^2) - \left[\left(\frac{1}{3}ax\right)^2 - \left(\frac{2}{3}bx\right)^2\right];$   
 e)  $\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - \frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{5}\right) - \left[\left(\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{2}y\right)^2\right].$

**11.45 (\*)** Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $(x + x^2 - 1)(x - 1) - (x + 1)(1 + x^2 - x) + 4 - 2x^2;$   
 b)  $(a - 3b)(5b - a) + 15b^2 - (b - 3a)(2b - 5a) + 37a^2 + (b + 7a)(2b - 3a);$   
 c)  $\left(1 - \frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)\left(\frac{y}{3} + 1 + \frac{x}{2}\right);$   
 d)  $(36x^5y^7 - 24x^6y^6 + 4x^7y^5) : 4xy;$   
 e)  $\left(-5ab^3 + \frac{2}{3}ab - \frac{3}{4}a^2b\right) : \left(-\frac{3}{5}ab\right).$

**11.46.** Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 1\right) + \left(-\frac{1}{2}x\right)^3 + 2\left(\frac{1}{2}x + 1\right);$   
 b)  $(3a - 2)(3a + 2) - (a - 1)(2a - 2) + a(a - 1)(a^2 + a + 1);$   
 c)  $-4x(5 - 2x) + (1 - 4x + x^2)(1 - 4x - x^2);$   
 d)  $-(2x - 1)(2x - 1) + [x^2 - (1 + x^2)]^2 - (x^2 - 1)(x^2 + 1).$

**11.47 (\*)** Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $\left(5y + \frac{4}{3}x\right) + \left(\frac{1}{6}x - 4\right) - \{[(-3x)^3 : (-2x)^2] - (9 + 5y)\};$   
 b)  $3x^2y^2 - (-2x^2y^2)^3 - \left[\frac{1}{2}xy(-2xy)^5 + 3x^2y^2\right] - [ -(-xy)^2 ]^3;$   
 c)  $\left(7a^2b + 10a^3 - \frac{5}{4}ab^2\right)\left(-\frac{3}{5}ab^3\right);$   
 d)  $2a^3 - \left\{-\frac{a}{2}[-2(a^2 - b^2) + 2a^2] + 2a^3\right\}.$

**11.48.** Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $4(x+1) - 3x(1-x) - (x+1)(x-1) - (4+2x^2)$ ;  
 b)  $\frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{4}(x+1)(x-1) - (x^2-1)$ ;  
 c)  $(3x+1)\left(\frac{5}{2}+x\right) - (2x-1)(2x+1)(x-2) + 2x^3$ .

**11.49 (\*)**. Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $\left(a - \frac{1}{2}b\right) a^3 - \left(\frac{1}{3}ab - 1\right) [2a^2(a-b) - a(a^2 - 2ab)]$ ;  
 b)  $(3x^2 + 6xy - 4y^2) \left(\frac{1}{2}xy - \frac{2}{3}y^2\right)$ ;  
 c)  $(2a - 3b) \left(\frac{5}{4}a^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{6}b^2\right) - \frac{1}{6}a \left(12a^2 - \frac{18}{5}b^2\right) + \frac{37}{30}ab^2 - \frac{1}{2}a \left(a^2 - \frac{11}{2}ab\right)$ ;  
 d)  $\frac{1}{3}xy \left[ (x-y^2) \left(x^2 - \frac{1}{2}y\right) - 3x \left(-\frac{1}{9}xy\right) (3y) \right] - \frac{1}{3}x \left(x^3y + \frac{1}{4}xy^2\right)$ .

**11.50 (\*)**. Risolvi le seguenti espressioni con i polinomi.

- a)  $(a-1) \left(a^2 - a + \frac{1}{2}\right) - (a+1) \left(2a^2 + a - \frac{1}{2}\right)$ ;  
 b)  $\left[\frac{2}{3} + x \left(\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}\right)\right] \left[\frac{2}{3}x(x-2) + \frac{4}{3}x\right] - (1-2x) \left(\frac{4}{9}x^2\right)$ ;  
 c)  $\left(a^2 - \frac{3}{2}ab + 3b^2\right) \left(a^2 + \frac{2}{3}ab\right) - ab \left(\frac{1}{2}a^2 - 6b^2\right)$ ;  
 d)  $\frac{10}{3}ab^3 \left[\frac{2}{3}a^2b - \frac{1}{5}ab^2 \left(\frac{3}{4}a^3 + \frac{1}{6}a^2b - b^3\right) + \frac{1}{2}a^3b^3 + ab^5\right] - \frac{2}{9}a^3b^2 (7ab^4 + 10b^2)$ ;  
 e)  $\frac{5}{3}xy^2 \left\{ 6x^3 + \frac{2}{3}x \left[ 3y \left(3x - \frac{3}{4}y\right) - 4x \left(\frac{3}{4}y - \frac{9}{4}x\right) \right] \right\} + 5x^2y^2 \left(\frac{1}{2}y^2 - 4x^2\right)$ .

**11.51 (\*)**. Risolvi la seguente espressione con i polinomi.

a)

$$\frac{1}{2}x \left[ (x-y^2) \left(x^2 + \frac{1}{2}y\right) - 5x \left(-\frac{1}{10}xy\right) (4y) \right] - \frac{1}{2}x \left(x^3y + \frac{1}{2}xy^2\right) + \\ - \frac{1}{2}x^2 \left(x^2 + \frac{1}{2}y + xy^2\right) + \frac{1}{4}xy \left(y^2 + 2x^3 + xy\right);$$

b)

$$\left(\frac{2}{3}a - 2b\right) \left(\frac{3}{2}a + 2b\right) \left(\frac{9}{4}a^2 + 4b^2\right) - \frac{3}{4} \left(\frac{9}{4}a^2\right) - a^2 \left(\frac{9}{4}a^2 - 5b^2\right) + \\ + 5ab \left(\frac{3}{4}a^2 + \frac{4}{3}b^2\right);$$

c)

$$\left(\frac{1}{2}x + 2y\right) \left(\frac{1}{2}x - 2y\right) \left(\frac{1}{4}x^2 - 4y^2\right) - \frac{1}{4}x \left(\frac{27}{4}x^3 - \frac{61}{3}xy^2\right) + \\ - 16(y^4 + x^4) - \frac{37}{12}x^2y^2 + \frac{141}{8}x^4;$$

d)

$$x \left(\frac{2}{3}y^2 - \frac{27}{8}x^2\right) - \left[-\left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y\right) \left(\frac{9}{4}x^2 + xy + \frac{4}{3}y^2\right) + \frac{2}{3}x^2 \left(\frac{9}{4}y^2 + \frac{1}{3}y\right)\right] + \\ + \frac{2}{9}y(x^2 + 4y^2 - 9xy);$$

e)

$$\left(\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}xy\right) \left(\frac{1}{2}ab - \frac{2}{3}xy\right) - \left[\left(\frac{1}{2}ab\right)^2 - \left(\frac{2}{3}xy\right)^2\right] \left(\frac{1}{2}ax\right) + \frac{3}{2}ax \left(\frac{2}{3}a - \frac{2}{3}y\right) + \\ - x \left(\frac{1}{2}ax + \frac{3}{4}xy\right) - \frac{2}{9}x^2y^2(ax - 2) + \frac{1}{4}a^2b^2 \left(\frac{1}{2}ax - 1\right) + \frac{3}{4}x^2 \left(y + \frac{2}{3}a\right).$$

**11.52 (\*)**. Risolvi la seguente espressione con i polinomi.

a)

$$\frac{1}{6}ab - \frac{1}{3}a^2 - \left\{ \frac{3}{4}ab + \frac{1}{2}a \left[ \frac{3}{2}b - \left( \frac{1}{6}a - \frac{4}{5}a \cdot \frac{25}{3}a \right) \left( -\frac{2}{3}ab \right) - (3ab^2) \right] \right\} + \\ + \frac{1}{3}a \left( a - 5b - 9a^3b + \frac{1}{6}a^2b \right);$$

b)

$$\frac{1}{5}x^2 + \left\{ \left[ 2x - \left( \frac{3}{2}x^2y - \frac{7}{4}xy + \frac{1}{8}y^3 \right) : \left( -\frac{1}{2}y \right) \right] 2x - \frac{7}{10}xy \right\} \left( -\frac{1}{6}x^2 \right) + \\ + x^2y - \frac{1}{3}x \left( \frac{3}{5}x \right) - x^2 \left( y - x^3 - \frac{1}{12}xy^2 \right);$$

$$c) \frac{1}{2}ax \left( \frac{4}{3}a + \frac{5}{2}x \right) - \left[ \frac{1}{9}a^2b^2 - \left( \frac{2}{5}xy \right)^2 \right] + \left( \frac{1}{3}ab + \frac{2}{5}xy \right) \left( \frac{1}{3}ab - \frac{2}{5}xy \right);$$

$$d) \frac{2}{3}b^2 \left( \frac{4}{3}a - \frac{5}{2}b \right) + \left( \frac{3}{2}a^2 + \frac{5}{2}b \right) \left( \frac{2}{3}b^2 - \frac{4}{3}a \right) - \left( \frac{3}{2}a^2 + \frac{4}{3}a \right) \left( \frac{2}{3}b^2 - \frac{5}{2}b \right);$$

$$e) \left( \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x \right) \left( \frac{9}{4}x^4 + \frac{1}{9}x^2 \right) - \left( \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{3}x \right) \left( \frac{9}{4}x^4 - \frac{1}{9}x^2 \right) - x^4 \left( \frac{1}{3} - \frac{3}{2}x \right).$$



**11.64 (\*)**. Esegui la divisione prima rispetto ad  $a$  e poi rispetto a  $y$ . In entrambi in casi si deve ottenere lo stesso risultato.

$$(9a^3 - 5a^2y - 8ay^2 + 4y^3) : (3a^2 + ay - 2y^2)$$

**11.65 (\*)**. Esegui la divisione prima rispetto a  $x$  e poi rispetto a  $y$ . In entrambi in casi si deve ottenere lo stesso risultato.

$$(x^3 + y^3 - 2xy^2 - 2x^2y) : (x + y)$$

### 11.8.3 Risposte

**11.14.** d)  $-x^2 + x + \frac{29}{15}a^2$ , e)  $-\frac{a^2}{2} - \frac{7}{24}ab + \frac{5}{2}b$ .

**11.15.** a)  $5a - c^3$ , b)  $\frac{9}{4}x^2 - \frac{22}{15}xy + \frac{2}{3}y^2$ , c)  $\frac{61}{15}x^2 - \frac{11}{4}x + 2$ , d)  $-\frac{3}{4}a^3 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ , e)  $\frac{3}{5}x^4 + 3x^2 - 2$ .

**11.16.** a)  $-7$ , b)  $4ab$ , c)  $a + b$ , d)  $0$ , e)  $4a^2b + 2ab$ , f)  $\frac{ab+b}{3}$ .

**11.17.** a)  $x + y$ , b)  $-4x^4 + 2x^2 - 2x$ , c)  $3ab^2$ , d)  $8a^2 + a + 10$ , e)  $\frac{a}{3} + \frac{9b}{8}$ .

**11.25.** a)  $Q(x) = \frac{3}{2}x - 1; R(x) = 2$ , b)  $Q(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{16}{27}; R(x) = -\frac{92}{27}$ , c)  $Q(a) = 5a^2 + 9a + 18; R(a) = 32$ , d)  $Q(y) = 3y^3 - \frac{5}{2}y^2 + \frac{9}{2}y - \frac{13}{4}; R(y) = \frac{27}{2}y - \frac{43}{4}$ .

**11.26.** a)  $Q(a) = -7a; R(a) = 3a^2 - 13a - 4$ , b)  $Q(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 3x + 17; R(x) = 32x^2 - 30x + 115$ , c)  $Q(x) = x - \frac{7}{2}; R(x) = \frac{13}{2}x + \frac{3}{2}$ , d)  $Q(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x - 3; R(x) = 2$ .

**11.27.** a)  $Q(a) = 2 - \frac{1}{2}a^2; R(a) = \frac{7}{2}a^2 - 7a + 4$ , b)  $Q(a) = a^3 - 2a^2 + 2a - 1; R(a) = 0$ , c)  $Q(a) = a^2 - \frac{3}{4}a + 1; R(a) = 0$ , d)  $Q(x) = x^2 - 2x + 1; R(x) = 0$ .

**11.32.** a)  $Q(x) = 3x^2 + 2x + 9; R(x) = 17$ , b)  $Q(x) = x^4 + x^3 + x + 1; R(x) = 0$ , c)  $Q(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3; R(x) = 0$ .

**11.33.** a)  $Q(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3; R(x) = 0$ , b)  $Q(x) = 4x^2 - 6x + 8; R(x) = -12$ , c)  $Q(y) = \frac{4}{3}y^3 - \frac{2}{3}y^2 - \frac{5}{3}y + \frac{7}{3}; R(y) = -\frac{19}{6}$ .

**11.34.** a)  $Q(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{23}{6}; R(x) = -\frac{29}{3}$ , b)  $Q(a) = -\frac{4}{3}a^3 - \frac{2}{3}a^2 - \frac{7}{3}a + \frac{5}{6}; R(a) = \frac{1}{12}$ , c)  $Q(y) = \frac{4}{3}y^3 - \frac{11}{2}y^2 + \frac{33}{2}y - 48; R(y) = 142$ .

**11.37.** a)  $Q(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; R(x) = -3$ , b)  $Q(x) = \frac{3}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{8}x + \frac{53}{16}; R(x) = \frac{143}{16}$ , c)  $Q(a) = \frac{1}{2}a^3 + \frac{1}{6}a^2 - \frac{11}{18}a + \frac{7}{54}; R(a) = -\frac{10}{27}$ .

**11.38.** a)  $Q(a) = 3a^3b^3 + 3a^2b^2 + 4ab + 6; R(a) = 8$ , b)  $Q(a) = 3a^2b + 7; R(a) = 21$ .

**11.39.** a)  $Q(x) = x^3 + ax^2 - 2a^2x + 3a^3; R(x) = 0$ , b)  $Q(x) = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3; R(x) = 0$ .

- 11.40. a)  $k = -1$ , b) nessuno, c)  $k = -22$ , d)  $a^4 - 2$ .
- 11.41. a)  $-2x^2 + 6x - 4$ , b)  $a = 0$ , c)  $k = -4$ , d)  $k = 2$ .
- 11.42. a)  $-a$ , b)  $-9b$ , c)  $-18b$ , d)  $6a^2 - \frac{63}{2}a^2b$ , e)  $2x^2 - 9x - 3$ .
- 11.45. a)  $-2x^2 - 2x + 4$ , b)  $30ab$ , c)  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} + \frac{2y}{3} + 1$ , d)  $9x^4y^6 - 6x^5y^5 + x^6y^4$ ,  
e)  $\frac{25}{3}b^2 - \frac{10}{9} + \frac{5}{4}a$ .
- 11.47. a)  $\frac{33}{4}x + 10y + 5$ , b)  $25x^6y^6$ , c)  $-\frac{14}{5}a^3b^3 - 4a^4b^3 + \frac{1}{2}a^2b^5$ , d)  $ab^2$ .
- 11.49. a)  $a^4 - \frac{1}{2}a^3b - \frac{1}{3}a^4b + a^3$ , b)  $\frac{3}{2}x^3y + x^2y^2 - 6xy^3 + \frac{8}{3}y^4$ , c)  $\frac{1}{2}b^3$ , d)  $\frac{1}{6}xy^4 - \frac{1}{4}x^2y^2$ .
- 11.50. a)  $a^3 - 5a^2 + a$ , b)  $\frac{8}{9}x^4$ , c)  $a^4 - \frac{4}{3}a^3b + 2a^2b^2 - 8ab^3$ , d)  $4a^2b^8 - \frac{1}{2}a^5b^5$ , e)  $\frac{20}{3}x^3y^3$ .
- 11.51. a) 0, b)  $-16b^4 - \frac{27}{16}a^2$ , c) 0, d)  $-\frac{3}{2}x^2y^2$ , e)  $a^2x - axy$ .
- 11.52. a)  $-\frac{7}{9}a^4b + \frac{3}{2}a^2b^2 - 3ab$ , b)  $\frac{1}{2}x^4 + \frac{7}{60}x^3y$ , c)  $\frac{2}{3}a^2x - \frac{5}{4}ax^2$ , d)  $\frac{3}{2}a^2 + \frac{5}{2}b$ , e) 0.
- 11.54. a)  $1 - a + a^2$ , b)  $1 - a^{n-1} + a^{n+1} - a^{2n}$ , c)  $8ab^2 - a^n b^3 + \frac{5}{2}a^2b$ ,  
d)  $a^{2n+4} - 2a^{2n+3} + 2a^{2n+2} - a^{2n+1}$ , e)  $a^{2n+3} - a^{2n+2} - a^{2n-1} + a^{2n}$ ,  
f)  $-a^{2n} + a^{2n+3}$ , g)  $a^{2n+4} + 2a^{2n+3} + a^{2n+2}$ , h)  $a^{2n+2} - a^{n+1} - 2$ ,  
i)  $a^{4n+4} - a^{4n}$ , j)  $\frac{7}{12}x^{2n} + \frac{3}{4}x^n - \frac{1}{2}x^{3n} - \frac{1}{3}x^{n+1} + x$ .
- 11.61. a)  $Q(x) = 2x - 1$ ;  $R(x) = 0$ , b)  $Q(x) = x - 3$ ;  $R(x) = 0$ , c)  $Q(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$ ;  
 $R(x) = 0$ .
- 11.62. a)  $Q(x) = 3x^3 + 5x - 2$ ;  $R(x) = 2$ , b)  $Q(x) = 3x^2 - 2x - 1$ ;  $R(x) = -4$ ,  
c)  $Q(a) = 2a + 4$ ;  $R(a) = -a^2 + 1$ , d)  $Q(x) = x^2 - 2$ ;  $R(x) = -9x + 3$ .
- 11.63. a)  $Q(a) = a^3 - a + 5$ ;  $R(x) = 0$ , b)  $Q(a) = 3a^4 - 6a^3 + 14a^2 - 28a$ ;  $R(a) = 0$ ,  
c)  $Q(a) = 2a^3 - 4a^2 + 6a - 2$ ;  $R(a) = 0$ , d)  $Q(a) = 2a^2 - 3a + 3$ ;  $R(a) = 0$ .
- 11.64.  $Q(a) = 3a - 2y$ ;  $R(a) = 0$ .
- 11.65.  $Q(x) = x^2 - 3xy + y^2$ ;  $R(x) = 0$ .