萬有文庫

第二集七百種

王雲五主編

能之不滅

赫爾姆霍斯著

鍾間譯

商務印書館發行

萬有文庫

第二集七百種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

能之不滅

赫爾姆霍斯著

鍾間譯

目　錄

緒論 ……………………………………………1
I. 動能不滅原則 ……………………………………7
II. 能不滅原則……………………………………13
III. 能不滅原則在力學上的應用……………………21
IV. 熱的能當量……………………………………26
V. 電現象中的能當量……………………………37
VI. 磁和電磁的能當量……………………………58
補遺 (1881) ……………………………………69

譯者誌言

赫爾姆霍斯(Hermann von Helmholtz, 1821—1894)生於普魯士的波次但城，先習醫藥於柏林大學，在1842年，獲得學位. 在1847年，搜集當時的材料，寫成"能之不滅"一書，在1881年，增加這書的補遺. 一生發見甚多，卒於母校物理學教授的任上.

我們對於早日的科學著述，應當與文藝作品一同看待，一則藉以鑒賞前人的傑構，一則藉以追索進步的途徑. 況且赫爾姆霍斯能用九十年前的科學知識，來闡明"能之不滅"，使吾人讀牠還可以明瞭"能之不滅"是確切不移的議論. 且在最近所探討的現象，無一不根據於"能之不滅"，他所博引的結論，也與近來所見者相差甚微，我們不可小看了這書.

為使容易閱看計，譯者對於原文中所用的舊物理學名詞，一概採用最近的譯名，因此，行文或欠妥當，希望讀者，不吝指教.

鍾　間誌

一九三七年二月四日

能之不滅

緒　論

討論"能之不滅",決不可與物理學相違背,所以,我寫這本書時,不以哲學的理論作根據,完全把牠寫成一種物理假說的形式,詳述"能之不滅"在各分枝物理中的推論,再拿這些推論,同各現象中所求出來的實驗定律,互相比較. 我們可以從兩個起點,來闡明能之不滅,其一,以為從自然物體中任一種化合的效應,是不能獲得無限制的工作能,其二,假定自然中一切效應,都可說是吸力及斥力所引起的,這二種力的大小,僅與工作點所隔的距離有關. 這兩個假定是相同的,從本書的前文,就可以看出來. 牠們對於普通物理學的最後眞正目的,還有一層重要意義,我在緒論這一章,將加以研究.

自然科學的問題,是在探尋一次定律,以後可用這些定律,作普通規則,來解釋自然中的簡單事件,並可推定其他簡單事件. 例如,光之屈折和反射定律,馬略特

(Mariotte) 和給呂薩克 (Gay Lussac) 的氣體容積定律，僅是些普通原則，一切與牠們有關係的現象，都可用牠們來理解. 一切這些定律的探尋，是自然科學中實驗研究的事情，理論研究卻從事件的可測效應，求事件的未知原因，並設法從原因律，來了解事件. 實驗研究的獲有結果，我們必須感謝和承認自然中的每個事變，必有牠所以發生的原因. 我們以爲從自然現象初次求出之原因，本身可以變化的，或可以不變化的，如果牠本身是變化的，我們必須繼續求出其他原因，一直等到尋出最後的原因，服從確切不移的定律者，因此，這最後的原因，在同樣的狀況之下，每次都會產生同樣的效應. 理論科學的惟一目標，是在從自然中求出一切事件的最後不變化的原因.

一切的事件是否都是起原於最後不變化的原因，自然是否必須因此纔可以完全理解，自然中發生的變化，是否可引起缺少一個重要理由的定律，因而在牠的範圍內發生特例及不受定律拘束的事件，本書爲篇幅所限，不能述及.

這都是很顯然的，以了解自然爲目標的科學，爲明瞭事件起見，常先做假定，卽刻從假定可推出結論，研究原由，最後也許尋出無疑的事實，承認這次假定的弱點啊.

科學從兩種象徵,考慮外界的目標,蓋這些目標一旦存在以後,牠們在他種目標或感官上所生的效應,正如這種目標表現爲物質時的情形一樣,是可以觀察的. 物質本身的存在,對於我們是靜的,不做工作的,我們區別物質,是從牠們的容態和質量,我們彷彿以爲這兩種性質,是永不變更的. 物質的定性區别,此地不談,所以,我們說及不同的物質時,我們常以爲物質的不同,是在物質所生的效應不同,即物質的能不同. 根據此點,物質的本身,除開作空間中的運動以外,不能作他種變化. 但自然中的目標,不都是不做工作的,我們普通是從牠們所生的效應,認識牠們,蓋牠們的效應,旣影響我們的覺官,故我們從效應可以推知一種工作. 因此,我們要物質的觀念現實時,也須物質能够在感官上產生效應,前文把效應當作目標的第二象徵,即具有能力的東西,能產生效應,我們也可給與這種東西以能. 顯然.物質和能的這兩種觀念,在自然中應用時,是永遠不能分離的. 純粹的物質,其餘的本性,都不重要,因爲牠們永不能在他物質上或感官上產生變化,純粹的能,是一種應存在而不能單獨存在的東西,因爲我們把存在的東西,叫做物質. 正如

這句話有缺點一樣,物質有變分是現實;"能"用一種初淺的觀念纔可以解釋,現實不相當於"能";物質與"能",好像是現實的象徵,為同樣的方法所構成;我們祇能從物質的"能",知道物質,不能從物質的本身,知道物質.

我們在上文說通,現象可歸之於最後不變化的原因,進一步看起來,應可求出一種不變的能,為最後不變化的原因. 具不變能(難改的性質)的物質,在科學上叫做化學元素. 我們以為世界裂成許多性質不變的元素,因此;在這種系統中的惟一可能的變化,是空間中的運動為能的效應所限制的表面情形,也祇能是空間性的. 因此,這種能是運動能,牠們的效應,祇與空間情形有關.

因此,即刻決定,現象應歸之於具不變運動能的物質之運動,這種運動能祇與空間情形有關.

運動是指空間情形的變化,空間情形是對有限定的空間而言,不是對無限定的虛空而言. 因此,在實驗上,至少有兩個物體,相對地變更空間情形,纔有運動的概念,運動能既為運動之原因,至少須在兩個物體的相對情形中纔可以發生,所以,運動能界說為兩個質體變更相對位置的效驗. 兩個整個的質體所互施之力,必可分成這兩

個質體中各部分所互施之力，因此，力學最後討論質點之力，所謂質點者，是質體所佔空間內之點．然點不如點間的距離一樣，是沒有因次的，點間的聯線，至少須空間還有兩點，纔可以決定這聯線的方向．因此，質體所互施之運動力，也祇能是變更距離的原因，或許是吸力，或許是斥力．從此有充足的理由，推出下面的結論，在兩個質體的位置完全知道以後，我們對於兩質體間所互施之力，祇須決定力之大小及方向．但因爲兩點間，祇有聯線所表示的一個方向，所以，兩點間所互施之力，必沿這聯線，力之大小祇能與距離有關．

物理學的問題，確是將現象歸之於不變的吸力和斥力，這二種力祇與距離有關．這個問題的解決，又是自然完全明瞭時期的狀況．計算力學，直到今天，尚未公認運動力的這個狹義解釋，有一次是因爲解釋原則所根據的理由尚未明瞭，以後因爲有了這個解釋以後，不能用運動單力解決之問題，也可用運動合力計算出來．然而幾個質體合併運動時，所有的普通原則，大多數是描寫不變的吸力或斥力所生的效應，這些普通原則是虛運動原則，自由轉動系中重點的運動主要轉動平面及轉動矩不變原

則，動能不變原則． 在地上的情形中，這些原則中，祇有頭末二個，是適用的，因爲其他原則，祇在自由系中，是十分適用的． 我們會指明，頭個是末個的特例，牠似乎是能不滅原則中最普通最重要的推論．

理論科學研究原則，不會中道停止的，所以，牠必使單力的性質之上述理論觀念，與其推論一致． 一旦現象可以完全歸之於簡單的力，及獲得證明以後，理論科學的事情，祇在證實這力是惟一的原因，非這力不能產生這個現象，從此，我們獲得自然的一個重要理解，用這個理解，又可描寫實在的境況．

I

動能不滅原則

我們首先假定,自然物體的每一化合,不能永久從無,創造運動能。 噶爾諾(Carnot)和克拉培隆(Clapeyron)[1]業已從這個假定,推出一條享大名的規則,即他們從理論上,推出那些尚未經實驗證明的比熱和潛熱定律。 本書之目的,全在用同樣方法,細述動能不滅原則,在各分枝的物理中,都是適用的,一方面證明一切可用來研究現象定律之情形,都可應用這條原則,一方面利用這條原則在各已知情形中的多方比論,使至今尚未澈底研究的問題,再得一次結論,並將因此而做之實驗,寫在手册中。

動能不滅原則可述如下: 設有一系統內的許多物體,在一定的空間情形中,相對而立,在牠們所互施的力下,發生相對的運動,以後牠們移至他種位置,於是我們可把牠們所獲得的速度,當做機械工作,而把速度化成機

(1) Poggendorfs Annalen LIX 446, 566.

械工作．如果我們欲使同樣的力，發生二次的效用，以求再獲得同樣的工作一次，那麼，我們必須先用任何種方法，使物體從所移至的位置恢復至原有的位置，以後再把同樣力的工作量再獲得一次．在這種情形下，我們需要一個原則，以為這系統內的物體，從原來的位置動至第二位置而獲得的工作量，與從第二位置恢復至原來的位置而失去的工作量，無論是經過任何種手續、路程和速度都是不變的．任一路程所做的工作與他路程所做的工作相等，所以，我們在第一次有獲得的工作可以利用，在第二次，恢復原狀，在恢復原狀中，我們還可以祇應用所獲得的工作之一部分，因此，會獲得不定大小的機械能，構成一種永久動源，不但是這種動源，可以維持運動，並且牠在產生部分動能之後，還可以保存起來．

我們欲求出數式，表示這個原則，因此發明那著名的動能不滅定律．設 m 爲所昇高物體的重，h 爲所昇的高度，所獲得及可用的工作，顯然可寫作 mgh，此地，g 是重力的強度．物體 m 以速度 $v=\sqrt{2gh}$ 自由地鉛直地昇上 h，落下時，也會獲得同樣的速度．因此，$\frac{1}{2}mv^2=mgh$，這 mv^2 的積數，在力學上，人人都知道，是叫做“物體的動

能值”,在質體所在的各地位,可用$\frac{1}{2}mv^2$代表工作量.我欲使現在所用的量能制度,較為一致起見,提議把$\frac{1}{2}mv^2$當作“動能的值”,從此,動能的值與工作的值相等. 因為我們至今應用動能的概念,衹受動能不滅原則所限制,不要這個提議,未始不可,但在以後,我們覺得這個提議有實在的好處. 現在,動能不變原則明白的說,當任何數目的質點,在牠們所互施力的影響下運動,或向一定中心運動時,如果每次同樣的相對位置,移至他組同樣的位置,那麼,在每次中動能的和數,都會相等,不管質點在運動中的軌道和速度若何. 我們假設動能施在一系統的各部分上,或使相當的質量昇至一定的高度,如上文所說的,在同一狀況下所做成的工作值,必定相等. 這個原則對於任何種可以討論之能,都可適用;在力學上,牠普通與虛速度規則,有密切的關係,在質點的情形下,牠衹能用吸力和斥力證明. 我們從此指明,用聯線方向發生效應及其強度與距離有關之質點力,可以解釋的一切效應力,纔可以應用動能不滅原則;在力學上,這種質點力,通叫做中心力. 返回來說,在自然物體的一切相互效應下,動能不滅原則,在物體中的各小部分,既是一概適用,中心

力必是最簡單的基本力.

我們次考慮,質量爲 m 的質點,受 A 系中許多相聯物體的力之影響而運動,力學上有方法決定質點在每瞬的位置和速度. 在做這種決定時,我們把 t 當做變數,認爲 m 在 A 系中的坐標 $x\,y\,z$ 與 t 有關係,正切速度是 f,與各軸平行的分速度,是 $u=\frac{dx}{dt}$, $v\ \frac{dy}{dt}$, $w=\frac{dz}{dt}$,因此,效應力是

$$X=m\frac{du}{dt},\ Y=m\frac{dv}{dt},\ Z=m\frac{dw}{dt}.$$

按照我們的原則,如果 m 在系中佔着相同的位置,$\frac{1}{2}mq^2$ 以及 q^2 都是相同的,因此,牠們不但是可寫作變數 t 的函數,而且可寫作坐標 $x\,y\,z$ 的函數,卽

$$d(q^2)=\frac{d(q^2)}{dx}dx+\frac{d(q^2)}{dy}dy+\frac{d(q^2)}{dz}dz. \tag{1}$$

因 $q^2=u^2+v^2+w^2$, 故 $d(q^2)=2\,u\,du+2\,v\,dv+2\,w\,dw.$

以 $\frac{dx}{dt}$ 代 u, 以 $\frac{Xdt}{m}$ 代 du, 用同法處置 v, w, 我們推得

$$d(q^2)=\frac{2\,X}{m}dx+\frac{2\,Y}{m}dy+\frac{2\,Z}{m}dz. \tag{2}$$

方程式(1)對於任何 $dx, d\,\cdot, dz$, 都是適用的,顯然,

$$\frac{d\,q^2)}{dx}=\frac{2\,X}{m},\quad \frac{d(q^2)}{dy}=\frac{2\,Y}{m},\quad \frac{d(q^2)}{dz}=\frac{2\,Z}{m}. \tag{3}$$

q^2 祇是 $x\,y\,z$ 的函數，從此推知效應力 XYZ 的方向和大小，祇是 m 在 A 系中位置的函數．

我們設以簡單的質點 a，代替 A 系，施力於 m 之上，如上所述，力的方向及大小，從 m 和 a 的相對位置，也可以決定．然 m 的位置與 a 的關係，僅就 ma 的距離，可以決定，故在這種情形之下，上述之定律須加以限制，即力的方向與大小，必是距離 r 的函數．我們假設表示 m 之位置的坐標系，以 a 爲原點，各軸可沿任何方向，因此，

$$m\,d(q^2)=2\,X\,dx+2\,Y\,dy+2\,Z\,dz=0 \tag{4}$$

和
$$d(r^2)=2\,x\,dx+2\,y\,dy+2\,z\,dz=0$$

即
$$dz=-\frac{x\,dx+y\,dy}{z}.$$

以上列之値，代入 (4)，獲得

$$\left(X-\frac{x}{z}Z\right)dx+\left(Y-\frac{y}{z}Z\right)dy=0.$$

上式可適用於任何 dx 和 dy 之値，故

$$X=\frac{x}{z}Z \text{ 和 } Y=\frac{y}{z}Z.$$

即合力必向坐標系的原點，即 a 點.

故服從動能不滅定律的系統，其簡單的力，必是中心力.

II

能不滅原則

中心力作用之情形,既有上述之定律,我們更須爲牠,獲得一普通的數式。

設 ϕ 是在 r 方向的中心力,中心力是吸力時,把 ϕ 當作正,是斥力時,把 ϕ 當作負,因此,

$$X=-\frac{x}{r}\phi,\quad Y=-\frac{y}{r}\phi,\quad Z=-\frac{z}{r}\phi. \qquad (1)$$

上節之公式 (2), 卽可書作

$$m\,d(q^2)=-2\frac{\phi}{r}(x\,dx+y\,dy+z\,dz);$$

又 $$\frac{1}{2}m\,d(q^2)=-\phi\,dr.$$

當 Q 和 q 是正切速度, R 和 r 是距離的時候,

$$\frac{1}{2}mQ^2-\frac{1}{2}mq^2=-\int_r^R\phi\,dr. \qquad (2)$$

在方程式的右邊,我們知道 m 在兩個不同距離的動能不同. 我們再要知道 $\int_r^R\phi\,dr$ 一量之意義, 我們設想

ϕ 的強度既與 m 至 a 的距離有關，可用直坐標表示 ϕ 的強度，橫坐標表示距離，畫一曲線，因此，$\int_r^R \phi\, dr$ 一量，可用曲線下之面積表示，即可用曲線，R 與 r 的直坐標，和橫軸間的面積表示．因為在這個面積中，R 至 r 間所存在的力，都是用曲線的直坐標表示，故 $\int_r^R \phi\, dr$ 一量，可說是能之積分．使 m 運動之能，在尚未使 m 運動之前，叫做位能，與力學上動能一名相對，因此，$\int_r^R \phi\, d\cdot$ 是 R 和 r 間的位能，故上述定律以為，在中心力影響下，質點運動時動能之增加，與因此變更距離所引起之位能減少，是相等的．

我們設有兩個質點，相距 R，以力相吸，當牠們的距離縮至 時，牠們的速度和動能會增加，當牠們增至 r 時，牠們約速度和動能會減少，故在吸力情形下，$r=0$ 至 $r=R$ 間位能的和數，會是 $\int_0^R \phi\, dr$，這可當作存在之位能，但 $r=R$ 至 $r=\infty$ 間位能的和數可當作已用之位能．上一情形，可直接變成動能，下一情形，須經過當量的工作以後，纔可變成動能．斥力的事實，恰好相反．如果質點相距

R，是因變更距離，而獲得動能，那麼，$r=R$ 至 $r=\infty$ 間的位能，須當作可用的，但 $r=0$ 至 $r=R$ 間的位能，須當作已用的。

為使我們的定律普通起見，我們設有任何數目的質點，其質量為 $m_1\ m_2\ m_3$ 等，通用 m_a 表示，其坐標為 $x_a y_a z_a$，與各軸平行之分力為 $X_a Y_a Z_a$，其正切速度為 q_a，與各軸平行的分速度為 $u_a\ v_a\ w_a$，在 m_a 和 m_b 間的距離，為 r_{ab}，中心力為 ϕ_{ab}. 設單求出一個質點 m_n 上所有之力，由方程式 (1) 類推，獲得

$$X_n=\Sigma\left[(x_a-x_n)\frac{\phi_{an}}{r_{an}}\right]=m_n\frac{du_n}{dt},$$

$$Y_n=\Sigma\left[(y_a-y_n)\frac{\phi_{an}}{r_{an}}\right]=m_n\frac{dv_n}{dt},$$

$$Z_n=\Sigma\left[(z_a-z_n)\frac{\phi_{an}}{r_{an}}\right]=m_n\frac{dw_n}{dt}.$$

此地，當指數 a 依次為 1, 2, 3 等等，祇除去 n 時，符號 Σ 表示 $\left[(x_1-x_n)\frac{\phi_{1n}}{r_{1n}}\right]$ 等等相加，以求和數。

以 $dx_n=u_n dt$ 乘第一式，以 $dy_n=v_n dt$ 乘第二式，$dz_n=w_n dt$ 乘第三式，我們並擬這三式為一切的單獨質點 m_b 而設，如 m_n 的情形一樣，我們推得，

$$\Sigma\left[(x_a-x_b)dx_b\frac{\phi_{ab}}{r_{ab}}\right]=\Sigma[m_a d(u_a^2)],$$

$$\Sigma\left[(y_a-y_b)dy_b\frac{\phi_{ab}}{r_{ab}}\right]=\Sigma[m_a d(v_a^2)],$$

$$\Sigma\left[(z_a-z_b)dz_b\frac{\phi_{ab}}{r_{ab}}\right]=\Sigma[m_a d(w_a^2)].$$

左邊之能是不滅的，當指數 a 爲 1, 2, 3 等等，b 有時可比 a 大，有時可比 a 小。 故和數可分兩組，在一組中 a 常小於 b，在他組中 a 常大於 b，顯然，在一組中的小股，是

$$(x_p-x_q)dx_q\frac{\varphi_{pq}}{r_{pq}}.$$

在他組中的小股，是

$$(x_q-x_p)dx_p\frac{\phi_{pq}}{r_{pq}}.$$

二者相加，卽得

$$-(x_p-x_q)(dx_p-dx_q)\frac{\phi_{pq}}{r_{pq}}.$$

將三種數值，總攏來，並假定

$$\frac{1}{2}d[(x_a-x_b)^2+(y_a-y_b)^2+(z_a-z_b)^2]=r_{ab}dr_{ab}.$$

我們推得

$$-\Sigma[\phi_{ab}dr_{ab}]=\Sigma\left[\frac{1}{2}m_a d(q_a^2)\right] \tag{3}$$

或

$$-\Sigma\left[\int_{r_{ab}}^{R_{ab}}\phi_{ab}dr_{ab}\right]=\Sigma\left[\frac{1}{2}m_aQ_a^2\right]-\Sigma\left[\frac{1}{2}m_aq_a^2\right], \quad (4)$$

此地，R 和 r 表示距離，Q 和 q 表示正切速度。

左邊是全系中已用位能的總數，右邊是全系中動能的總數，我們可推出定律如下：在一切情形下，自由質點受吸力和斥力的影響，而運動時，位能的損失，等於動能的獲得，反之，位能的獲得，等於動能的損失。因此，位能和動能的和數，常是不變的。普通，這個定律，可叫做能的不滅原則。

設我們用小字母 d，表明這系統中不動的質點，因此，常數 $q_b=0$，我們可以用同法求出這個定律爲

$$\Sigma[\phi_{ab}dr_{ab}]+\Sigma[\phi_{ad}dr_{ad}]=-\Sigma\left[\frac{1}{2}m_bdq_b^2\right]. \quad (5)$$

這個公式還有一種意義，値得注意，牠把能的不滅原則，演成靜力學的普通定律，卽所謂虛速度原則。後一原則直接從方程式 (3) 和 (5) 推出。如果質點 m_a 在一定的位置是平衡的，卽如果質點 m_a 在這種狀況下是靜止的，那麼，$q_a=0$，如果質點是繼續靜止的，那麼，$dq_a=0$，故從方程式 (3)，推出

$$\Sigma[\phi_{ab}dr_{ab}]=0,\qquad (6)$$

或者當質點 m_b 的力，是在系統之外，發生影響，從方程式(5)，推出

$$\Sigma[\phi_{ab}dr_{ab}]+\Sigma[\phi_{ad}dr_{ad}]=0.\qquad (7)$$

在這個方程式中，假設這系統在他種狀況之下，允許其中的質點 m_a 有小的運動，並把 dr 當作虛擬的距離之變動. 我們在以前的推論中，知道必須運用位能，而後可以使動能增加，使質點從靜止狀態中運動，故後一方程式以爲，當一系統在任一運動的方向，看不出用了位能的情形時，如果這系統是靜止的，牠必常是靜止的.

從上述的方程式，人人知道，可以推出靜力學上一切的定律. 從作用能的性質，所推出重要的結論，是這樣：當一系統有堅固的聯絡時，質點 m 雖可有虛擬的小運動，實在不能作任何的移動，所以在方程式(7)中，一切的 dr_a 都等於零，因此，

$$\Sigma[\phi_{ad}dr_{ad}]=0$$

和

$$\Sigma[\phi_{ab}dr_{ab}]=0.$$

這系統中外面的力，必如內部的力一樣，都足以使物體保持平衡的情形. 所以，任一系統的物體，用外力使其變

得平衡位置後,平衡位置不會昇高,(一) 當我們以爲這系統中的簡單點,在現在的位置,是堅固的聯絡時,(二) 當移去的力,是相等但相反的對力的. 現在又從此推出,當兩個質點所互施的力,因這些點上加了兩個外力而致平衡時,那麼,這兩個質點組成堅固的聯絡物,沒有互施的力,也是平衡的了. 設一堅固的直線上有兩點,執住這兩點的力,必相等但相反並沿線作用,而後可以保持平衡. 從此又推出,兩點所互施的力,旣在外表上看起來,是相等但相反,這互施的力,必沿聯線的方向,因此,必是吸力或斥力.

我們可把以上的學理,總集如下:

(一) 自然物體,常是由於同時間和速度無關係的吸力或斥力,而互相影響,牠們的動能和位能之和,必是一個常數,因此所獲得的功,也必是一定的和有限的.

(二) 在他方面,物體所遇到的力,也有與時間和速度發生關係的,或不在質點所在的聯絡線上的相同方向的,因此,發生轉動一類的運動,因此,這類物體的合併,也許可以失去無限制的能,或獲得無限制的能.

(三) 一旦我們想到一個系統中的物體,在中心力

的作用下，是不動地互相聯絡起來，並且整個的系統，祇能向外面的物體運動，這個系統內的物體的平衡，必由於內力和外力可以互相維持． 那麼，這些物體的一個固定系統，不可在內部的效應下，引起運動，祇能在外力的效應下，引起運動． 在他方面，設這系統中的物體，除開中心力以外，是在他種力的作用下，成爲堅固的聯絡，這整個的系統，沒有外面物體的關係，可以自己運動．

III

能不滅原則在力學上的應用

現在討論能不滅定律之特用．於此，我們簡述動能不滅原則的已知應用．

(一) 在萬有引力之影響下，天體及地上重物體之運動．從能不滅原則推知，當物體的軌道近中心體，轉軸不變更，公轉和自轉的週期不變更，但速度會增加；降下的終速度，祇與降落的高度有關，與方向和拋程的形狀無關；如果速度不受摩擦及不彈性撞擊的影響，落下時，牠會回躍至同樣的高度．一定重量落下相當的高度，可利用來做機械工作，這已經說過了．

(二) 沒有不彈性體的摩擦及撞擊時，運動經過固體或流體之傳導．在這種情形，能不滅原則同所說及的規則，是同樣普通的，即用機械本領進行和變更的運動，常在同一情形下，減少物重，則增加速度．我們設用一個機器，每次都產生相等的工作能，那麼，牠先以速度 c，

使重量 m 昇高，再使重量 nm 昇高，祇能用速度 c/n，而後每次在單位時間內，都是產生了 mgc 的位能，而 g 是重力的強度.

（三）完全彈性固體和流體的運動. 關於完全彈性的情形，普通是變更形狀或容積的物體，在作用力移去後，可以完全復原，並且牠內部的成分，是無摩擦的. 就尋常情形而言，能不滅原則可應用於固體的彈性撞擊，和固體的多方彈性振動等，前一定律，容易從能不滅原則和重心不變原則推出，後一振動無新的撞擊，也可以持久，直到振動因內部的摩擦或運動能傳播於外部的介質中而停止. 在流體方面，液體（尋常也是彈性的，但彈性係數很高，內面質點，有一個平衡位置）和氣體（彈性係數很低，質點無平衡位置），在傳播波浪時，做波浪中的各種運動. 屬於這種波浪，有液體的面部波浪，聲的運動，也許還有光的傳播，及輻射熱的運動.

在波動經過介質中，簡單質點 Δm 之動能，隨時可從質點在平衡位置的速度知道. 當 a^2 是強度，λ 是波長，α 是前進速度，x 是橫坐標，t 是時間，速度 u 可從波動方程式

$$u = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - \alpha t)\right]$$

推知．因為在平衡位置，$u=a$，故在波動中，質點 Δm 的動能 $\frac{1}{2}\Delta m a^2$，與強度成比例．波是從中心成球形展開，所以，運動的質點是繼續的增加，強度是愈行變小，當動能不變時．故波動中出現之質點，隨距離的平方而增加，強度卻隨反平方而降低．

在兩種介質中，光波的速度是不同的，在這兩種介質的分界，光之反射，折射及偏極化各定律，已經夫累內爾(Fresnel)推出來了，他假定，兩種介質中分界處的質點運動相同，及動能不滅．當兩列波互相干涉，動能並不消滅，但分配變更．強度為 a^2 和 b^2 的兩列波，不相干涉時，在相交點，產生 a^2+b^2 的強度，相干涉時，最大的強度為 $(a+b)^2$，比 a^2+b^2 增大了 $2ab$，最小的強度為 $(a-b)^2$，比 a^2+b^2，減小了 $2ab$.

介質可以吸收能量．彈性波的動能，因吸收可以消滅．例如，薄屏一類的非彈性體，抵抗力很弱，我們從屏上的反衡力，大半可以求出音波的吸收，此時，屏向前動，大概可將運動體與所遇的物體，以後因摩擦而消失；運動是否

可因空氣分子中的摩擦而消失，現在尚不能決定. 熱的吸收，發生相當的熱，這熱等於一定的能當量，在下節述及. 假定有許多熱，在輻射體上消失，在收熱體上再現，能之不滅，也是此時的情形，蓋沒有熱的散失時，也不能有熱逃至別處. 這個學說，在熱的研究上，已經是很好的假定，然我不知道，有人研究過這學說的成立. 在半透明體及不透明體中，光的吸收有三種事實. 第一，燐光體用某種方法，吸收光以後，再放出光來. 第二，大部分的光線，也許全部的光線，產生熱. 光譜上熱線、光線、化學線的強度之假定，在最近愈益清楚(1)，化學線和光線的熱當量，同牠們在眼睛上的強效應比，是異常的小. 但各效應線的純度，是不確定的，我們對於光波的終路，必須探尋. 第三，在許多情形下，被吸收光產生化學的效應. 就能的情形而言，化學效應可分兩種，(一)作用如催化體一般，予化學關係的能，以一衝動，例如，氯氫混合時的效應，(二)對於化學關係的作用，例如，分解銀鹽，影響綠植物點. 光影響的這類結果，現在尚不大明瞭，

(1) S. Melloni in Poggd. Ann. Bd. LVII. S. 300. Brücke in Ann. Bd. LXV. 593.

我們除開知道光的數量及大小，對於綠植物的生活，發生同樣重要的影響以外，尚不能決定出現能的大小。

IV

熱的能當量

至今認為機械的事件，可以絕對地損失能者，是:

(一) 非彈性體上的碰撞. 其中大多數是使被擊物變形和緊密起來，增加位能，因此，我們尋出，例如，鎚打鐵片一類的重擊，每次都產生相當的熱，還有一部分運動，在被擊固體和氣體的中間，變更聲音.

(二) 兩個物體相對運動，在接觸面上，發生摩擦，其內部的小質點，因而移動位置，以致變更物體的形狀，同時發生內部的摩擦. 在這種摩擦中，物體的分子成分，特別是在互相摩擦開始時，大多數產生小變化，其結果，兩平面間的摩擦逐漸減小，以致再有運動所引起的變化，小至尋不出來. 在許多情形之下，例如，液體與固體或液體的互相摩擦，完全不發生小變化. 此外，常發生熱的和電的變化.

在力學上，常是將摩擦當作一種力，阻礙上述的運動；

而這力的強度，爲速度的函數．顯然，這個假定是爲計算而設的，是這種複雜現象的一個極不完善的解釋，是用交換的效應，去說明分子力．從這個觀念，動能在摩擦中，是絕對地失去，人們還以爲在彈性的撞擊中，也有這種消失．摩擦體或撞擊體的擠擁，都增加位能，一方面這種位能所產生的熱，既代表能，我們可以利用牠做機械效應，一方面這種位能，大半數又可以產生電，直接或間接利用電的吸力或斥力，也可以產生熱，姑置不論．此外，還有一個問題，這種能的總數，就相當於失去的機械能嗎？在不發生分子變化或電的那些情形下，這個問題是確定的，即失去相當的機械能，產生一定的熱，反之，一定量的熱，可產生相當的機械能．第一問題的解決，首先用了少數的研究．朱爾(1)(Joule)在一器的內管中，裝一輪機，輪轉動時與水摩擦產生熱，研究了工作與熱之關係；他在工作變熱的情形下，尋出使452仟克昇高一米的功，可使一仟克水昇高攝氏一度，在熱變工作的情形下，

(1) J. P. Joule. On the existence of an equivalent relation between heat and ordinary forms of mechanical power Phil. Mag. XXVII 205.

尋出 521 仟克米的功，可使一仟克水昇高攝氏一度. 同時，他的度量方法，至少因研究困難而受影響，所得結果，需要修正，眞的，452 太大，因爲在實驗中，所欲觀測的熱，少數散失，故上述機器中的一部分機械能，因熱散失而未求出.

我們進一步探問，熱的能當量到底是多少。熱的物質說，必須把物體的熱量當作常數，物質須在膨脹時，纔產生機械能. 因此，當熱從高溫度，傳至低溫度，熱的能當量，纔可以用來做工作. 嘉爾諾和克拉培隆根據這個見解，研究問題，從熱當量的假定，所獲的推論，至少已在氣體中或蒸氣中，是證實了.

爲明瞭摩擦熱計，物質說必須按照亨利[1](W. Herny)，假定這熱是從外導入，或按照柏托雷[2] (Berthollet)，假定這熱發生於表面與摩擦物的壓緊. 第一個假定至今還是缺乏證據，證明摩擦物的周圍，因大量熱的集中，產生相當的冷，第二個假定必須以爲在水力輪作用之下，產生那不能理解的大的緊縮效應，這事姑置不論，牠以爲液體

(1) Mem. of the Society of Menskester T. V. p 2. London 1102.

(2) Statique Chimque T. I. p. 247.

性在摩擦中全會破壞，並且在鐵劈因鎚擊而發光和變軟時[1]，牠以為鐵片是因摩擦而熔解，但此時變軟的鐵片及被溶解的鐵水，都不能保持複雜的狀態. 此外，我們可以證明，電的運動也產生熱，在這種作用中所產生的熱，可以絕對地增加. 因為人們可以假定在摩擦電和伏特電池的情形下，用任何電的組合，可以同樣在來源地繼續產生熱，在傳導線上增加熱，故現在不必討論這些現象.

此外，我們還有兩法，即電的分配和磁鐵運動，完全機械式的去繼續製造電，變成熱，在各處無過熱的時候. 設我們有一種良好的絕緣體，帶正電，而不走電，當他絕緣體移近牠，會顯出自由的 $+E$. 設我們使這帶電體，在蓄電池的內面放電，從此，牠會獲得 $-E$，在蓄電池的外面或他電池上，牠又可放棄這負電. 我們可重複用這種手續，在任何大電池上，使導體充電，電使牠用上法放電，以產生熱，使熱在各處散失. 在他方面，我們分開正電體及負電體時，必克服牠們的吸力，因此，須用一定的機械能. 事實上，用起電盤使來頓瓶充電時，常須運用機械

(1) Humphrey Davy, Essay on heat, light and the combinations of light.

能．用電磁機造電時，有一樣的情形，當磁鐵和線圈相對運動，產生電流，這電流在閉路中發生熱，故須費用一定數量的機械能．從機器所構成的物體，常可產生多量的熱，不致向各處走失熱．電磁流，在螺圈中直接受磁影響的部分，產生熱不產生冷，經朱爾[1]所作的實驗直接證明了．從這些事實證明，用機械能，可以繼續地產生熱量，但物質維持同樣的靜狀況不變時，不能產生熱現象，牠須如一正常物體，如那些質量可測或不可測的物體，例如電質或以太，有變化或運動，纔可以產生熱．至今所說的熱量，可分自由熱和潛熱兩種，第一種可用熱運動中的動能表示，第二種可用原子中位能表示，因原子中的位置變更時，可創造這類運動．因為這類運動的原則，是允許研究的，是應當明白的，普通看起來，安培的觀念，在近代科學中，是最佳的臆說．設我們以為物質由原子構成，原子又含有各種不同的質點(化學元素，電質等等)，那麼，這種原子中可有三種不同的運動，(一)重心的移動，(二)繞重心的轉動，(三)原子內各質點的相對移動[2]．

(1) Philos. Magazine. 1844.

(2) 譯者按：這與近代的觀念，大不相同．

頭二種會爲鄰近原子的能所均衡，因此，牠們以波形傳播，恰好相當於熱之輻射，但不相當於熱之傳導． 原子內簡單質點的相對運動，爲原子內部所存在的力所均衡，祇可以慢慢地引起鄰近原子的相伴運動，如一擺絃引起他擺絃的運動一般，因此，失去等量的運動，這種傳播似與傳導熱的情形相像． 普通這也是很明白的，原子內的這種運動，可使分子能變化，因而引起集團狀態的膨脹和變化；這種運動屬於何種，我們無一切的證據去決定，但我們所求出來的可能事實，都是熱現象可用運動解釋． 從一物體上至他物體上熱的傳導及輻射現象，從集團狀態變化時熱之結合與分配，我們知道，物體的熱量，是不滅的，可知能的不滅，常是事實．

上文已經討論過，輻射及機械能，都可產生熱，以後還討論電產生熱． 除此以外，化學手續也產生熱． 我們從化學手續，知道化合體含有一定量的潛熱，並且物體的熱量，可以變化． 依此，人們可以爲每個簡單物體，每個化合物，或甚至於高級化合物，必爲一定量的潛熱所聯置，這潛熱必附屬在化學成分上，從此推出一個定律，大概已在實驗上證明了，以爲在化合作用中，許多物質化成同樣

的和同量的產品時,產生同樣的熱,在化合的各級,在化合的中間狀態,化合現象每次都依照同一定律進行,發出一定量的熱(1). 依照我們的說法,化學手續所產生的熱,就是動能,一定量的化學吸能,可產生一定量的動能,在這種情形下,上述定律,就是能不滅原則的象徵.

人們很少研究熱的產生情形和定律,雖有一次的研究,毫無疑義;對於熱的消失,也是一樣. 至今人們祇知道,化合物破裂或物體熔化的情形,其中的熱會潛藏起來.

在產生機械能,熱是否消滅,這是能之不滅的一個重要問題,尚無人探問. 在此,我祇能引朱爾(2)的一個研究,這似乎是適當地可靠. 他在 136.5 立方英寸的桶中,盛22大氣壓的空氣,當氣體向外逃時,因須制服抵抗,可以使周圍的水,冷卻 4.085° F. 設這種空氣逃向一同樣大的而無空氣的器內,此器也同樣裝在水箱中,那麼,不須克服抵抗,也不發生機械能,所以,溫度也不變更.

(1) Hess in Poggd. Ann. L392. LVI 598.

(2) Philos. Magaz. XXVI 369.

克拉培隆[1]和荷爾芝曼[2] (Holtzmann) 求出熱之能當量的實驗,我們現在還須研究,以求適合於能之不滅規則. 克拉培隆所從開始的論據,以為從較熱體將熱傳至較冷體,纔可以產生可利用的機械能,當在同溫度的各物體中傳熱,而溫度的變化,祇為被熱體的壓縮或伸張所影響時,必會獲得最大的機械能. 當一切的物體由昇熱或冷卻而做工作時,所得的最大能都相等,否則人們在含一定量熱可以產生較大工作的物體中,可以對於獲得工作,稍佔便利,以後這種工作能的一部分,同他物體,使熱屢次從較冷處返至較熱源,可以獲得無限的工作能,而同時還是假定熱量經過這種手續是不變的. 分析法將這個定律,寫成下列的普通形式,

$$\frac{dq}{dv}\cdot\frac{dt}{dp}-\frac{dq}{dp}\cdot\frac{dt}{dv}=c$$

式中,q 是一物體所含的熱量,t 是該物體的溫度,二者都可示作容積 v 和壓力 p 的函數. 當在 $4°C$ 的低溫度

(1) Poggd. Ann. Bd. LIX 446, 566.

(2) Uber die Warme und Flastieitat der Gase und Dampfe. Mannheim, 1845. Ein Auszug davon in Pogad. Ann. Ergänzungsbd. II.

時，$1/c$ 是一個單位熱(使一仟克水，熱 $1°C$)所做的工作.

這在各種物體都相等，但因溫度而不同. 在氣體，這公式變成

$$c=v\frac{dq}{dv}\quad p\frac{dq}{dp}$$

克拉培隆以爲這個公式是普通有效的，他從牠所求出的推論，至少，已在氣體中，有了許多實驗的證據. 當熱的絕對值認爲不變時，他對於這個定律的求法，纔是對的，他的氣體之特別公式，已在經驗上證實，以後有荷爾芝曼的公式，下文卽會述及. 他祇求證實從普通公式，所推出的定律，至少與經驗不相違背. 這個定律以爲，當不同物體的壓力，在同一溫度，增大一點，會發出熱來，與牠們吸熱時的擴大成比例. 這個定律祇有一個不倫的定律，我應注意. 水在密度變更點壓縮，卽不發生熱，從此點至水點間，祇發生冷.

荷爾芝曼所從開始的證據，以爲一定量熱入一種氣體以後，有時昇高溫度，或有時不昇高溫度而增大容積. 他以爲因膨脹所做的工作，是熱的機械能，度隆 (Dulong) 曾從聲之研究，求出氣體的兩種比熱之比率，算知使一仟克水昇高 $1°C$ 的熱，可使 374 仟克昇高一米. 當進來的

能全變成工作，因此，動能和位能的總數，即在膨脹較快的氣體中的自由熱或潛熱的值，是完全相同的，如在同溫度下較密的氣體中一般，我們的論據中，纔可以用這種計算法．必有一種氣體，在膨脹時不做工作，因此不變溫度，如上述朱爾實驗的結果一般；在普通狀況之下，壓縮時和膨脹時的溫度昇高或降低，是因機械能而產生熱，並且可以還原．關於荷爾芝曼定律的正確，許多與經驗一致的結論，特別是在不同溫度下所推去的水汽彈性公式，已經表示出來了．

以前朱爾從正常的研究，決定了能當量，而荷爾芝曼另外算出能當量爲 374，但他從摩擦求出熱之能當量爲 452 和 521．

荷爾芝曼與克拉培隆二人的氣體公式一致，從荷爾芝曼公式可以求出溫度的未定函數 c，因此可以完全估定這積分．荷爾芝曼公式讀作

$$\frac{pv}{a}=v\frac{dq}{dv}-p\frac{dq}{dp},$$

式中，a 是熱單位的能當量，但克拉培隆的公式是

$$c=v\frac{dq}{dv}-p\frac{dq}{dp}.$$

當 $c=\dfrac{pv}{a}$ 或

$$\frac{1}{c}=\frac{a}{k(1+\alpha t)},$$

α 是膨脹係數，k 是常數，而 $p=\dfrac{k}{v}(1+\alpha t)$，兩式會相同.

克拉培隆公式所計算的 $1/c$ 值，實在適當地與上式一致，如從下表所推出的.

溫度	克拉培隆所計算的值			按照上式
	a	b	c	
0'	1.410		1.583	1.544
35.5		1.365	1.292	1.366
78.8		1.208	1.142	1.198
100		1.115	1.102	1.129
156.8		1.076	1.072	0.904

a 列的值，是從空氣中音速度所計算的，b 列的值，是從以太，酒精，水，松節油的潛能求出，c 列的值，是在各不同溫度下從水汽的膨脹能求出. 依此，克拉培隆對於氣體的公式，與荷爾芝曼的相同，牠在固體和液體的應用，以前有幾分懷疑.

V

電現象中的能當量

靜電. 機器電可由兩法產生能，一，因為牠有吸力和斥力，同導體運動時必須做工作，二，在導體上運動時產生熱. 人們已經知道，頭一種機械現象，是由於兩種電液有吸力和斥力，這力同距離的平方成反比，至今這說可從事實證明，與計算，時所求出的值，是相合的. 根據我們最先的推論，這種力必合於能之不滅. 我們須詳細討論電的機械效應之特別定律，因為求電產生熱的定律時，這是很重要的.

設有一個電荷與他個同樣的電荷，相距一個單位，以一個單位的力相斥，這個電荷，定義為電荷的單位. 設 e_1 和 e_2 是兩個電荷，相異的電荷以異符號表示，r 是 e_1 至 e_2 間的距離，結果，中心力是

$$\varphi = -\frac{e_1 e_2}{r^2}.$$

當距離 R 變至 r 時，動能之獲得，是

$$-\int_{R}^{r}\varphi\,dr=\frac{e_1e_2}{R}-\frac{e_1e_2}{r}.$$

當距離由 R 變至 r 時,動能之獲得,是 $-\frac{e_1e_2}{r}$. 後一值,一方面表示運動由 ∞ 至 r 所費之位能,一方面表示運動由 ∞ 至 r 所得之位能,我們仿照高斯 (Gauss) 在磁學上所用的稱呼,把 $-\frac{e_1e_2}{r}$, 叫作兩電荷相距 r 的電位,在任一種電運動中,動能的增加,等於終點超過起點的電位.

我們把一個電荷對一個電體上各電荷的總電位,示作一個電荷對一個電體的電位,一個電體上各電荷對一個電體的總電位,示作兩電體的電位. 因為動能的獲得,可由電位的不同決定,我們可以假定,物體上電荷的分佈是不變更的,因此,牠們上面的電位是相同的. 把電的分佈變更,物體的電位能也會變更,因此,所獲得的動能,也必會變更.

一切的起電方法,都產生相等的正電與負電,設 A 所含的正電與 B 所含的負電一樣多,使 A 上一半正電跑至 B 上,B 上一半負電跑至 A 上. 叫 A 的本身初電位為 W_a, B 的本身初電位為 W_b, A 與 B 對立的電位為 V, 在運動之後,因正負電相吸,變成相等的電位. 這值得注意,兩

個物體上的電荷符號變更，牠們電位的符號也會變更。因此，

(1) 離 A 運動的 $+\frac{1}{2}E$

本身所作的工作	$\frac{1}{4}(W_b-W_a)$
對運動的 $-\frac{1}{2}E$，所作的工作	$\frac{1}{4}(V-V)$
對靜止的 $+\frac{1}{2}E$，所做的工作	$\frac{1}{4}(-V-W_a)$
對靜止的 $-\frac{1}{2}E$，所做的工作	$\frac{1}{4}(-W_b-V)$

(2) 離 B 運動的 $-\frac{1}{2}E$

本身所做的工作	$\frac{1}{4}(W_a-W_b)$
對運動的 $+\frac{1}{2}E$，所做的工作	$\frac{1}{4}(V-V)$
對靜止的 $-\frac{1}{2}E$，所做的工作	$\frac{1}{4}(-V-W_b)$
對靜止的 $+\frac{1}{2}E$，所做的工作	$\frac{1}{4}(-W_a-V)$
總數	$-\left(V+\frac{W_a+W_b}{2}\right)$

依此，我們把上值叫做動能的最大值，初從起電方法，所產生的這種值，叫做位能。

除開上述的電位以外，我們在以下，說明幾種簡易原則． 我們設想在一個電體或多個電體的周圍，建造許多曲面，使同一曲面上的單位電荷，對這些電體所有的電位，都是相同，因此，這些曲面可叫做等位曲面，一個電荷從某個曲面的任一點，至他個曲面的任一點的運動，所增加的動能，常是相等，在他方面，曲面本身的移動，不會影響電荷的速度． 對於空間的任一單點，電的合吸力，必與等位曲面相垂直，與合力垂直的表面，必是一個等位曲面．

設導體上有電，這電的合吸力，及他電體上的力，與導體的表面垂直，電必會在這導體上平衡，否則電荷會沿表面移動了． 依此，帶電體的表面，本身是一個等位曲面，一桂小電荷從一個導體的表面至他個導體的表面，所獲的動能，必是一個常數． 設 C_a 代表單位正電從導體 A 的表面至無限距離的動能，因此，正電體上的 C_a 是正的，設這單位電荷是在 A 的表面上某點，而在 A 上引起 A_a 的電位，在 B 上引起 B_a 的電位． 設 A 上的電量是 Q_A，B 上的電量是 Q_b，A 本身的電位是 W_a，B 本身的電位是 W_b，A 對 B 的電位是 V，那麼，電荷 e 從無限遠至 A 表面的動能是

$$-eC_a = e(A_a + A_b).$$

設以 Q_A 代替 e, V 和 W_a 代替 A_b 和 A_a, 推得

$$-Q_aC_a = V + W_a.$$

同樣,從 B 獲得

$$-Q_bC_b = V + W_b.$$

常數 C 在同一導體的全表面上,都是相同的,設使許多導體接觸,如果牠們上面的電分配,因此不大變更,並不互相交換電,那麼,在這些導體分開以後,常數 C 都是相等的,卽在自由電位相等的一切導體上,C 都是相等的. 我們可不必在半徑等於 1 的球面上堆電,可在任何導體上堆電,祇要電在那導體上平衡,就可用這上面的電量,來量自由電位. 設電在圓球上對稱地散佈,我們知道這電向外的效應,如這電一槪集中在球心一樣,設 E 是電量,半徑是 $R=1$,那麼,常數是

$$C = \frac{E}{R} = E.$$

常數 C 直接等於電量.

設兩個導體上的電量相等,從上文推出牠們的位能,是

$$-\left(V + \frac{W_a + W_b}{2}\right) = Q\left(\frac{C_a - C_b}{2}\right)$$

因爲 C_b 是負的，故 C_a-C_b 的代數差，等於牠們的絕對值之和． 如果 B 的電容很大，卽 $C_b=0$，位能的値，是 $\frac{QC_a}{2}=-\frac{V+W_a}{2}$，如果兩導電體相去極遠，位能會等於 $-\frac{1}{2}W_a$．

兩個電質因運動所生的動能，經我們尋出來了，是等於 $(Q_aC_a+Q_bC_b)$ 和數的增加． 當導體中電運動的速度，比電運動的傳播速度小得多，我們用機械方法獲得這種動能，並且把牠當作熱，雖說事實上並不是這樣． 同量的相反電，互相消滅的時候，所產生的熱，是按照下式

$$\theta=\frac{1}{2a}Q(C_a-C_b).$$

式中，a 是熱單位的能當量． 或者如在電池的外面未絕緣一般，$C_b=0$，電容爲 S，故 $CS=Q$，

$$\theta=\frac{1}{2a}QC=\frac{1}{2a}\frac{Q^2}{S}.$$

利斯[1] (Riess) 用實驗證明，當許多形狀相似的瓶，充不同的電時，在閉路中每部分所產生的熱，與 Q^2/S 成比例． 他用 S 表示瓶表面的面積． 在形狀相同的瓶上，S

(1) Poggd. Ann. XLIII 47.

必與電容成比例，從他的實驗，得赫[1] (Vorsselmann de Herr) 再推出一個結論，如克諾舍哈[2] (Knochenhauer)，從適當的實驗所推出的一般，以爲同樣的電池，充同樣的電時，不管外面的路線如何，總產生相等的熱. 克諾舍哈使閉路中有分枝的電流，並且使閉路穿過旁流時，也尋出同樣的情形. 現在尙不知道，有人測驗過，常數 $1/2\,a$ 的值.

爲容易說明上述定律起見，我們假定一個電池的放電，不是在一個方向的運動，是電在兩個表面上來往的擺動，擺動的強度愈變愈小，一直等到全體運動在總電阻中失去爲止. 因此，放電時的電流，爲方向常變的交流電所構成，可以說明(一)同時所發生的磁現象，是方向常變的，(二)武拉斯乔 (Wollaston) 研究電分解水所觀察的現象，卽水在兩極上分成兩種氣體解放出來. 這個假定也可以說明，在這種研究中，電極何以必有相當小的面積.

流動電(Galvanismuz). 我們討論流動電現象，可分

(1) Poggd. Ann. XLVIII 292. Dazu die Bemerkung von Riess ebendas S. 320.

(2) Ann. LXII 364. LXIV 64.

出兩種導體,其一,如金屬體一樣的傳導,服從流動電的電位定律,其後一服從這個定律. 後一種概爲化合溶液所構成,傳導電時,發生相當的分解.

我們從實驗上可分出兩種事實,(一)僅在第一種導體的情形下,不同電荷所接觸的金屬,會帶着不同的電,(二)在兩種導體的情形下,開路中發生電位差,閉路中發生電流. 第一種導體無論如何連接,永不能產生電流,祇能產生電位. 但至今以爲這種電位,不是破壞電平衡時所產生的能量;牠大約是恢復電平衡時的結果,在這種現象中,除開在導體移動時束縛電的分配變更,再無他的電運動. 如果我們使地上的金屬,都互相接觸,牠們上面的電,發生相當的分配,那麼,在沒有接入第二種導體以前,我們不能使任一種金屬上的電,變更束縛,以致上面的自由電位變更. 在兩種不同金屬的接觸點發生效應的能,產生和維持電位,這個接觸能觀念,至今人們幾乎沒有決定,牠確是如上所述,因爲人們雖說用牠來研究一二兩種導體的接觸現象,但尙未能完全明白兩種現象的眞正區別和化學手續,達到了這種地步. 假如第二種導體不在傳導時分解,那麼,接觸能的概念,決不能確定,

接觸能彷彿會能產生無限制的電，變成機械能，熱以及光等. 接觸電學說，解釋現象，雖很簡單和很精確，牠所說及的境況，須反對一定的電阻，這種境況也很明顯[1]. 如果這學說中不承認化學手續的重要，那麼，牠直接違背能不滅原則. 因此，發生這種事情，我們不得不假定，當電祇傳過電解質時，第二種導體甚至於不服從流動電的電解定律，於是接觸電的概念，眞會簡單化，可用吸力和斥力說明. 按照接觸能概念，第一種導體的現象，容易從下列假定推知，即各種化學物質，對兩種電施不同的吸力，這種吸力祇在不可量的極小距離發生效應，但電在較大的距離，也發生互施的效應. 因此，接觸能爲吸力所構成，在接觸地金屬質點施吸力於鄰近的電，當一個電點，從一地至他地，不再增加或失去動能時，即獲得平衡情形. 設 c_1 和 c_2 是兩種金屬的自由電位，當電點 e 從一個移至他個未帶電金屬，a_1e 和 a_2e 是動能，那麼，e 從一個至他個帶電金屬的運動能，是

(1) S. Faraday Experimentaluntersuchungen über Electricität 17 te Reihe. Philos. Transact. 1840 p. I. No. 2011 und Poggd. Ann. LIII 568.

$$e(a_1-a_2)-e(c_1-c_2).$$

在平衡中,這必等於零,故

$$a_1-a_2=c_1-c_2.$$

卽在同金屬的不同片中,電位差必是常數,在不同的導體中,這服從流動電的電位定律.

在流動電的電流中,我們根據能之不滅,所討論的主要效應,是發熱,化學手續和極化. 並且在磁學一章,會述及電磁效應. 一切電流所發生的熱是普遍一律的,其他兩種效應,根據我們的宗旨,可分成(一)純粹的化學分解,(二)純粹的極化,(三)化學分解和極化.

我們先在沒有極化的電路中,研究能不滅的情形,因爲這種電路很簡單, 我們從度量可決定與牠們有關係的定律. 從歐姆(Ohm)定律,設電路爲 n 電池所順結而成,其電流的強度 J, 是

$$J=\frac{nA}{W}.$$

A 是每個電池的電動勢, W 是電路的電阻,而 A 和 W 與電流的強度無關. 當這種電路發生效應的時距,如化學情形和熱量一樣,是不變更的,那麼,會成立能之不滅定律,以爲經過這種化學手續所產生的熱,是實在所獲得的

熱. 在一單片金屬導體,其電阻爲 w, 時距 t 內所發生的熱,按照楞茲 (Lenz)(1),是

$$\vartheta = J^2 wt.$$

當一個單位電流在一個電線的長度上,產生一個單位的熱;我們把這個電線的長度,當作電阻的單位. 設在各分枝的電路中,各單路的電阻是 w_a, 總電阻是

$$\frac{1}{w} = \Sigma\left[\frac{1}{w_a}\right].$$

在 w_a 的枝路中,電流的強度 J_a, 是

$$J_a = \frac{Jw}{w_a}.$$

同一枝路所產生的熱,是

$$\vartheta_a = J^2 w^2 \frac{1}{w_a} t.$$

全體電路所產生的熱,是

$$\vartheta = \Sigma[\vartheta_a] = J^2 w^2 \Sigma\left[\frac{1}{w_a}\right] t = J^2 wt.$$

朱爾 (Joule) 尋出,楞茲定律也適用於導電液體,故任何數目的導體,所構成的電路,產生總熱

(1) S. Poggd. Ann. LIX S. 203 u. 407 aus den Bull. de l'acad. d. Scienc. de St. Petersbourg. 1843.

$$\theta = J^2Wt = nAJt.$$

常電路有兩種，其一，按照達尼爾(Daniel)的計畫，其二，按照格羅夫(Grove)的計畫．第一種的化學手續，是正金屬在一種酸中溶解，而負金屬從這種酸中澱積出來．我們假定一個單位的電流，在單位時距內，會分解一個電化當量的水，所以，在 t 時距內，牠會溶解 nJ_t 當量的正金屬，澱積同樣當量的負金屬．設一個正金屬的化學當量，氧化後再溶解於酸，所發生的熱，是 a_z，同樣負金屬的，是 a_c，那麼，經過化學手續所產生的熱，是

$$nJ_t(a_z - a_c).$$

當化學熱等於電的熱，

$$A = a_z - a_c.$$

兩種合併金屬之電動勢，是與金屬在酸中燃燒和化合所發生熱之差數，成比例．

在格羅夫的電池中，圍繞負金屬的液體之氧成分，直接利用解放的氫氣來還原，因此，免除極化．格羅夫和本生(Bunsen)電池所用的物質，是錸齊鋅(Amalgamirtes zink)，淡化硫酸，帶霧硝酸，鉑或碳，他們再有一類用鉻酸構成的常電池，可以經過準確的度量，所用的物質，是

鋅齊鋅,淡化硫酸,酸性鉻化鉀同硫酸的溶液,銅或鉑.兩種硝酸電池的化學過程是相同的,甚至於兩種鉻酸電池的化學過程,也是相同的,因此從理論上推知,牠們的電動勢是相等的,從波根多夫[1](Poggendorf)的實驗結果,這恰好是事實. 用碳所構成的鉻酸電池是常變更的,至少在開始的時候,有相當大的電動勢,我們在此地不指出牠,在極化電池中指出牠. 在這些常電池中,電動勢與負金屬無關,我們可把鉑金附近的硝酸中或氧化鉻中分子,看作與溶體直接相觸的第一種導體,如在達尼爾電池一樣,可把格羅夫和本生電池,當作鋅和硝酸的電池來說明,用鉻酸構成的電池,當作鋅和氧化鉻的電池來說明.

在極化的電路中,可分成純粹的極化和無化學分解的電池,及兩者都有的電池. 第一種發出一種大半快消滅的變電流,簡單的例,是法拉第[2](Faraday)用苛性鉀,硫化鉀和硝酸的溶液所建設的組合物,又強性負金屬插在普通酸中,而正金屬不能在酸中再溶解,例如,銅及銀

(1) Poggd. Ann. LIV 429 und LVII 104.

(2) Experimentaluntersuchungen über Electricität. 16te Reihe. Philos transact. 1840 p. I. u. Poggd. Ann LII S. 163 u. 547.

金鉑碳等浸在硫酸中，也是如此；混合的例，有在電路中接入電解的電池而牠的極化超過他電池的電動勢. 因爲這種電流變更得大厲害，這種電路的強度，至今無準確的度量. 普通，這種電流的強度，同浸入液體中的金屬種類有關，持久時間因金屬面積變大及電流變弱而增長，當電流幾乎完全消滅後，使金屬板在液體中擺動，使板與空氣接觸，以致氫氣板的極化停止，這種電流也可以再恢復.

在這種影響之下，沒有完全停止的所餘剩的小電流，也可以完全出現，良好的電流計，常不能顯出這種小電流.

極化的全部事實，是液體質點與金屬獲得電平衡的表現，此時，液體質點似乎變更次序一回，至少在許多情形下(1)，面上的金屬也發生一回化學變化. 在混合組中，設同一電極的極化，是他電池的電流所引起，我們在該電池移去以後，將極化的金屬聯成閉路以後，可再獲得第二種電流，由於原電流的失去能. 我們尙缺乏一切重要的事實，使能不滅原則，在此地可以詳細的應用.

極化或化學分解相伴發生的電路，複雜極了，解放氣體的電路，屬於這一種. 電流如純粹極化中的一般，起始

(1) S. Ohm in Poggd. Ann, LXIII 389.

很大，以後極快或逐漸變成適當的常電流． 單用這種不純粹極化的電路，極化電流必停止得極慢，在他方面，用常電路同不常電路聯絡起來，容易獲得極快的常電流． 至今人們在這種電路所求出的度量，規則極少，我尋出來，從楞玆(1)和波根多夫(2)的這些規則，可以推出，在電路的電阻不同時，這種電路的強度，不與簡單的歐姆定律相合，並且在小強度所計算的這些值，應用在較大強度時，是太大一點． 因此，人們必須將這種計算式的分母或分子或二者，當作強度的函數，我們不能從現在已知的事實，決定誰應當是強度的函數．

我們研究能不滅原則，應用於上段所述的電流，必須把這種電流，分成兩種，其一，是變電流或極化電流，我們在純粹電流說過，牠們對於這個規則，很有價值，其二，是常電流或電解電流． 最後一種，如不解放氣體的常電流一樣，可以應用同樣的討論． 電流所產生的熱，必等於化學手續所產生的熱． 例如當鋅和負金屬插在稀溶液中，一個鋅原子溶解於水而驅去氫原子的結合熱，是

(1) Poggd. Ann. LIX 229.

(2) Ann. LXVII 531.

$a_z - a_h$,所以,在時間 dt 中,產生的熱,是

$$J(a_z - a_h)dt.$$

如果在這種電路各部分所產生的熱,與電流的平方成比例,而等於 J^2wdt 因此,如以前一樣,我們獲得

$$J = \frac{a_z - a_h}{w},$$

因此,服從簡單的歐姆規則. 事實上,並不如此,這種電路的截面中,所產生的熱,是服從另一種規則,因此截面的電阻,也不是常數. 例如,每一截面中的解放能,直接與強度成比例,如在集團情形中所變更的結合熱,必服從其他定律,因此,$\vartheta = \mu J dt$,故

$$J(a_z - a_h) = J^2 w + J\mu,$$

$$\therefore \quad J = \frac{a_z - a_h - \mu}{w}.$$

從上式,歐姆定律的子數中,含有 μ 因數. 這個截面的電阻,是 $w = \theta/J^2 = \mu/J$,但這樣發生的熱,不恰好與強度成比例,因此,μ 不是完全的常數,但隨電流增大,所以,我們有楞茲和波根多夫的觀察.

當極化電流除去以後,這種電路的電動勢,與常電路的相似,可用鋅和氫間的電動勢表示. 從接觸電說的見

解,牠是鋅與負金屬間的電動勢,減去負金屬與氫間的極化. 於是我們祇可以爲極化的最大值,與電流的強度無關,並且在不同的金屬,極化相差很大,似乎牠們是這些金屬的電動勢. 用不同電阻,度量電流,所計算的歐姆公式的子數,除電動勢以外,還含有一個 μ, μ 是因爲電阻的變更而產生,因金屬的種類而不同. 蓋電路中的電流,既不按照歐姆定律,而化學手續還是相同,故按照能之不滅原則,電阻必不是常數. 我尙未發見可靠的觀察,以爲電路中極化電流免除以後,歐姆公式的子數,與負金屬有關. 因爲極化電流須趕快穩定,極化板上的電流密度,一半可因加入常電動勢的電池,一半可因縮小電極的面積而增大. 在楞玆和騷爾朱[1] (Saweljew) 的實驗中,按照他們的指導,電流沒有達到穩定的狀態,因此,所計算的電動勢,還含有極化的電動勢. 他們用鋅銅浸在硝酸中,尋出電動勢是 0.51, 鋅鐵是 0.76, 鋅銤是 0.90.

我們最後仍須留意,朱爾[2]做過實驗,證明化學方法

(1) Bull. de la classe phys. Math. de l'acad. d. Scienc. de St. Petersbourg. T. V. p. 1. und Poggd. Ann. LVII 497.

(2) Philos. Magaz. 1841. vol. XIX S. 275 u. 1843 XX S. 204.

與電方法,所產生的熱,是相等的,然他的度量方法,有許多人反對. 例如,他以爲正切電流計,在很大的角度都是對的,他因爲沒有常電流,假定解放氫的電池之電動勢和電阻,是常數,於是從初偏轉及終偏轉的平均,計算電流的強度. 朱爾對於熱的定性測定,與他方法所尋出的子數相差,經黑斯 (Hess) 注意過. 後來培克累爾 (Becquerel),用實驗證實這同樣定律,用一短簡發表在法國科學報告 (Comptes rendues, 1843. No. 16).

我們從上文已經知道,接觸能須起原於簡單的吸力和斥力,纔可以與能不滅定律符合. 現在我們還要研究,金屬與液體間的電運動,也是同樣的起原. 我們設想液體中化合原子的成分以不同的吸力,施於電上,因此,電化的程度不同. 如果這些原子的成分,是從金屬電極分離,那麼,每個原子按照電解定律,產生常量的 $\pm E$ 在液體中,因此,我們可以說明,在化合物中,原子以 $\pm E$ 互相結合,這 E 是相等的,如各種化合物中,一種元素的化學當量一樣. 設使兩種不同金屬浸入液體中,不致發生化學演變,那麼,液體中的正成分,爲負金屬所吸,負成分爲正金屬所吸. 其結果,電質點會改變方向及分配,我

們把這種事實當作極化電流．這種電流的運動能，會是金屬的電位差，也必與初強度成比例，牠的持久性，在同樣的強度，必與板上所收集的原子數，和表面的大小成比例．在他方面，在發生化學分解的電流中，因為正金屬的帶正電面，繼續離開金屬，變成液體的成分，因此，在牠的背後，常發生新的電流，故液體中質點與金屬永不平衡．設正金屬上的原子，帶着當量的正電，跑入液體中，負成分的原子，會使牠中和，一旦正金屬對於 $+E$ 的吸力大於負成分對於 $+E$ 的吸力，或 a_z 大於 a_e，這種電運種會獲得加速度．因發熱而失去的能不增大時，這種運動的速度，也會繼續的增加，一直等到失去的能量 $J^2W\,dt$ 等於所用的位能為止，或

$$J=\frac{a_z-a_e}{W}$$

為止．我相信，流動電之產生極化與分解，為能不滅原則所限制，我們利用能不滅原則，纔可同時免去化學說和接觸電說的困難．

熱電流．培爾提 (Peltier) 用相反的電流，經過兩種不同金屬的接點，發見了熱電流效應，我們須研究這種能的來源．

設有一種常電流,其電路接有一條他種金屬線,兩接點的溫度為 t_1 和 t_2, 所以,電流在 dt 時距內,除開在一接點產生 q_1dt 的熱, 在他接點吸收 q_2dt 的熱以外, 還在全電路產生 $J^2W\,dt$ 的熱. 設 A 是這種電路的電動勢, 因此, $AJ\,dt$ 是化學手續所產生的熱,故從能不滅原則,

$$AJ = J^2w + q_1 - q_2. \tag{1}$$

當一個接點的溫度為 t, 他個接點的溫度為 0, 可假定 Bt 是熱電的電動勢,所以,在這全電路中,

$$J = \frac{A - Bt_1 + Bt_2}{W}. \tag{2}$$

如果 $t_1 = t_2$, 那麼,

$$J = \frac{A}{W}.$$

從方程式 (1) 中,推知

$$q_1 = q_2.$$

即同一金屬的接點上溫度相等時和電流的強度相同時,所產生的熱和吸收的熱相等,並且與截面無關. 我們可以假定,熱電效應在同截面的每點,是相同的,所以,在各不同截面的等面積上,這種電流所發生的熱,與電流的密度成比例,再者,在全截面上,熱電流所發生的熱,直接與

電流的強度成比例。

如果接點的溫度不同，從方程 (1) 和 (2)，獲得

$$(Bt_1 - Bt_2)J = q_1 - q_2.$$

當電流的強度相等時，在同樣電路，因熱電效應所發生的熱和吸收的熱，與熱電效應的電動勢相同，似乎因溫度而增加。

對於後二個推論，現在尚無著名的研究。

VI

磁和電磁的能當量

磁鐵. 磁鐵因施吸力和斥力於他磁鐵或尋常磁鐵之上,而産生一定的動能. 爲使磁鐵的吸斥現象可以完全理解起見,可假定有兩種磁液,互施與距離平方成反比的吸斥力. 因此,從這小册子的前面討論,卽刻推出,能之不滅,必適合於磁體的相對運動. 我們在下文分述磁鐵的運動定律.

(一) 磁極分兩種,以正負符號表示. 一個單位磁極與他個同樣的單位磁極,相隔單位的距離,以一單位力相拒. 設 m_1 和 m_2 是兩個磁極的強度,設 r 是 m_1 至 m_2 的距離,因此,中心力的強度,是

$$\phi=-\frac{m_1m_2}{r^2}.$$

兩個磁極從無限大的距離,移至 r 的距離,所獲得的動能,是 $-\frac{m_1m_2}{r}$.

(二) 在磁學中如在電學中一樣,我們叫$-\frac{m_1m_2}{r}$值,做兩磁極的磁位. 設磁鋼的磁性是不變的,當兩個磁體相對運動時,我們從運動前之磁位,減去運動後之磁位,可推出所獲得的動能. 所以,與電現象相同,磁體運動時所獲得的動能,當磁性的分配不變更時,是等於

$$V+\frac{1}{2}(W_a+W_b)$$

和數的變更. 此地,V是兩磁體相對的磁位,W_a和W_b是磁體本身的磁位. 設B是不變的磁鋼,當一個變磁性的物體行近牠時,動能的獲得,等於$\left(V+\frac{1}{2}W_a\right)$的增加.

(三) 人人知道,假定磁液是磁體的表面上分佈,可以說明磁鐵向外所生的效應. 因此,我們可用磁鐵表面的磁位,代替磁鐵的磁位. 當一個軟鐵A爲磁鐵B的磁性所磁化時,我們可如導電體的情形一樣,以C代表單位正磁極從無限遠處至軟鐵表面所獲得的動能,當磁極的強度爲Q,這可示作

$$-QC=V+W_a.$$

因爲每個磁鐵所含的北極和南極一樣多,故$Q=0$,所以,在這種軟鐵,

$$V=-W_a.$$

設磁鋼有同樣的形狀，同樣的位置，和同樣磁性的分配，因此可說牠的磁性完全爲磁鐵 B 所束縛時，也可應用上式.

（四） V 是磁鋼的磁性因移近 B 而受完全的束縛所作的工作，當磁鋼祗移至牠的磁性完全受束縛時爲止，無論牠可移近何種磁鐵，按照上式，V 是不變的. 使同樣的軟鐵，移至磁性如此分配時，牠的動能，如上所證明，是

$$V+\frac{1}{2}W=-\frac{1}{2}W.$$

這動能祗有已磁化的磁鋼的一半大，這值得留意，因爲 W 是負的，故 $-\frac{1}{2}W$ 常是正的.

設一個鋼片移近一個分配的磁鐵，解除磁化，離遠以後，保持此時所有之磁性，那麼，在移近時，$-\frac{1}{2}W$ 因做機械工作而失去，因此，磁鐵比以前的鋼片所能做的工作，多做了 $-\frac{1}{2}W$.

電磁. 動電現象，先由安培 (Ampere) 用吸力和斥力來說明，吸斥二種力的強度，與電流的大小及方向有關. 然這種說明，不足以包括感應現象. 同時韋柏 (Weber).

用電液的吸力和斥力，來說明感應及動電現象，這二種力的強度，與離向速度及加速度有關. 現在尙未發見現象，可以用常中心力，來說明這些現象. 應電學說，經那曼[1] (Neumann) 發明，他在這學說中，使楞茲用全電流所發見的實驗定律，可以應用於極短電流的應電效應，這個學說在閉路中與韋柏的發見一致. 同樣，安培和韋柏對於閉路的電動效應定律，與格拉斯曼[2] (Grassmann)，從轉動力所推出的同樣定律一致. 因爲我們至今所作的實驗，都用閉路或差不多的閉路，故在事實上，尙未獲得那曼學說的報告. 因此，我們祇想把能之不滅原則，應用於閉路，並且指明從牠可以推出這些定律.

安培已經指明，閉路中的動電效應，可假定是，電流所範圍的面積中發生的磁效. 那曼使閉路中的電位原則，變成這種面積中的電位原則.

（五）　使一塊磁鐵，在電流的影響下運動，所獲得的動能，必爲電流下的位能所變成. 在 dt 內，位能用熱單位的 $AJ\,dt$ 表示，或用機械單位的 $a\,AJ\,dt$ 表示，a 是熱

(1) Poggd. Ann. LXVII 31.

(2) Ann. LXIV 1.

的能當量. 在電流路所產生的動能是 $a J^2 W dt$, 從磁鐵所獲得的動能是 $AJ\frac{dV}{dt}dt$, 當電路的電流是單位時, V 是磁鐵對電路的電位, 故

$$a AJ\, dt = a J^2 W\, dt + J\frac{dV}{dt}dt,$$

因此,

$$J = \frac{A - \frac{1}{a}\frac{dV}{dt}}{W}.$$

我們可把 $\frac{1}{a}\frac{dV}{dt}$ 值, 示作一種新電動勢, 示作應電流的電動勢. 這種電動勢的效應, 常是反對磁鐵的運動, 或減少磁鐵的運動速度. 設在磁鐵運動以前, 沒有其他的電流存在, 這種電動勢與電流的強度無關, 常是相同的.

設電流的強度是變更的, 在一定的時間內, 總應電流, 是

$$\int J\, dt = -\frac{1}{aw}\int \frac{dV}{dt}dt = \frac{1}{a}\,\frac{(V_1 - V_2)}{W}.$$

此地, V_1 是運動中的初電位, V_2 是運動中的終電位.

設磁鐵來自極大的距離, 故

$$\int J\, dt = -\frac{\frac{1}{a}V_2}{W}$$

與磁鐵的路程及速度無關.

我們可把上一定律這樣子讀，假如我們以爲磁鐵在一閉電路所引起的電位，祇有 $-\frac{1}{a}$ 的值，發生效應，一個磁鐵因變更位置在閉路中所產生的應電流之總電動勢，等於這種效應電位的變更. 單位電動勢，經過單位電阻，會產生單位電流. 單位電流在單位時間內，經過單位電阻，會產生單位熱. 那曼寫這定律時，不過以 ε 代替 $\frac{1}{a}$ 罷了.

（六） 設一個導體中，有軟鐵片，一塊磁鐵在導體下運動，對於導體中單位電流的位能爲 φ，對於單位電流在軟鐵中所引起的磁性的位能爲 x，如以前一樣，

$$a\,AJ = a\,J^2W + J\frac{d\varphi}{dt} \quad J\frac{dx}{dt},$$

因此，

$$J = \frac{A - \frac{1}{a}\left(\frac{d\varphi}{dt} + \frac{dx}{dt}\right)}{W}.$$

因軟鐵存在而產生的應電流之電動勢，是

$$-\frac{1}{a}\,\frac{dx}{dt}.$$

就電磁說而言，設用電流 n 可在軟鐵上引起同樣的

磁性，如用移近的磁鐵一般，那麼，從第四條所說，這軟鐵的磁性對於磁鐵的電位 nx，必等於牠對於導線的電位 nV，假如 V 在電流的單位中，有同樣的意義．所以，$x=V$.

因此，應電流發生時，軟鐵會為磁鐵所磁化，故電動勢 $-\frac{1}{a}\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{a}\frac{dV}{dt}$，如第五條一樣，這種總應電流，是

$$\int J\,dt=\frac{\frac{1}{a}(V_1-V_2)}{W},$$

此地，V_1 和 V_2 是磁化過的軟鐵前後對於電線所有的電位．那曼從前一情形的比喻，求出這定律．

（七） 設一個電磁鐵，是在電流的影響下磁化，因此，會發生應電流而失去熱，但在電路斷時解除磁化，會發生同方向的應電流而獲得熱．但鋼片卻保持所獲得的磁性，以致失去的熱不再恢復，如第四條所述，牠所獲得的磁能，與磁鐵受完全束縛時的一半磁位相等．這情形與前面的情形互相比較，也許如那曼的同樣結論，以為全電動勢相當於全電位，並且磁液的一部分運動，因為有速率的原故，失去，變成熱，而磁鐵因此獲得這種熱．

（八） 設兩種閉路相對運動，因此，電路中的電流，

必會變更. 如果 V 是一個電路中單位電流對他個電路中單位電流的電位,因此,必如以前,從同樣理由,獲得

$$A_1J_1+A_2J_2=J_1^2W_1+J_2^2W_2+\frac{1}{a}J_1J_2\frac{dV}{dt}.$$

設一個電路的電流 W_2, 比他個的 W_1, 小得多, 那麼, W_2 在 W_1 所引起的應電動勢,同 A_1 比,非常的小, 並且我們可以假定 $J=\frac{A_1}{W_1}$, 從上式推得

$$J_2=\frac{A_2-\frac{1}{a}J_1\frac{dV}{dt}}{W_2}.$$

磁鐵如感電流一樣,產生同樣的應電動勢. 這定律已經韋柏[1] 證明.

設 W_1 的強度,比 W_2 的,小至測不出,那麼,

$$J_1=\frac{A_1-\frac{1}{a}J_2\frac{dV}{dt}}{W_1}.$$

因此,無論導體有何種形狀, 當電流的強度相等時, 導體的應電動勢,都會相等.

電線相對運動所產生的總應電動勢,當感應不變時,

(1) Electrodynamishe Maassbestimmungen. S. 7175.

等於 $-\frac{1}{a}$ 應電位的變更. 那曼比較磁能與電動能，求出這個定律，並將牠推演，以包括靜電中因電流增減所發生的感應，韋柏指明他的假定，與這些學說符合. 這些情形與能不滅定律的關係，尚無測定可談，但以為應電流的反應，必減小感電流的強度，因此，感電流失去一大部分能，而在應電流上再獲得. 在電流的開始弱與溢額電流之間，電流對於本身的效應上，必發生同樣的情形. 同時，從這種現象，不能再推出結論，因為電流增加的形狀是不知道的，並且在電流沒有在導線上完全開展之前，也不能直接應用阿姆定律.

已知自然現象中，尚未談過有機的生物. 植物的生命，大半是化學的，此外，在繼續的生活中，發出一點熱. 植物特別儲藏鉅量的化學能，在燃燒時變成熱，解放出來. 據我們現在所知，植物因生長所吸收的惟一動能，是太陽的化學線. 同時，這樣失去的和獲得的能當量，還缺乏文字，與以大略的比較. 但在動物，我們已有頗佳的證據. 動物吸收植物所有的複雜且能氧化的化合物，氧氣，

大部分變成二氧化碳和水分一類的廢物，排除出來，小部分再變成簡單的化合物，因此，費一定的化合能，產生熱及機械能．就熱量而言，機械能可以代表相當的小工作，故能之不滅問題，是求知用作養料的食物的燃燒或變化，是否恰好產生該動物所放出的熱量．

我應當指出馬泰烏契 (Matteucci) 對於這些討論的觀察，作爲結論．馬泰烏契的論文印在 der Biblioth. Univ. de Genive Suppl. No. 16. 1847. 15. Mai. S. 375. 這論文開始引一假定，以爲同樣情形下的一個化學效應，當牠還同時產生電，磁或光時，不能如在他種過程一樣，產生那樣多的熱，以下他陳述，他作過一組試驗，證明鋅直接溶解於硫酸中，與鋅同鉑成鍊後再溶解於硫酸中，所發生的熱相同，一個電流使磁鐵偏轉和不使磁鐵偏轉，產生同樣多的化學效應和熱效應．馬泰烏契完全由於見解的錯誤，把這些事實當作否證，反駁我們比較這些實驗的陳述，何以能卽刻證明我們的結論．以下他陳述熱的

(1) Näher eingegangen bin ich auf diese Frage in dem Encycl Wörterbuch der Medicinishen Wissenschaften. Art. "Warme", und in den Fortschritten der Physik in Jahre 1845, dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. S. 346.

兩個卡計研究，一種熱是使苛性重土同濃硫酸或淡硫酸化合而產生，一種熱是使同樣電流過冷卻度不同的空氣中的電線而產生，這些物質和電線因這些熱，有時發光，有時不發光．他尋出第一種的熱與第二種的熱相等．當人們想到卡計的預備是不良好時，這不必驚奇，這些實驗中未注意輻射所引起的冷卻度是不同的，並且可以為輻射按照亮度或不亮度，較易或較難透過周圍的傳熱媒質．在馬泰烏契的第一個研究中，重土與硫酸的結合，還是在不失熱的鉛器中發生，在鉛器中亮光一點不能透出來．馬泰烏契做這種測量的方法不完美，我們因此用不到說了．

我相信以上所引的，證明能之不滅原則，不為科學中的已知事實所反對，而從許多事實，獲得確切的證明．我企圖從能之不滅定律及自然現象中已知定律，成立一切可能的推論，並且希望有實驗可以證實．我們的所以用能之不滅假說，說明研究，其宗旨是使人們完全知道，這個定律在理論上、實用上和時代上的重要；完全證實這個題目，確是後代物理學的主要題目．

補遺 (1881)

(一) 第三頁. 緒論一章的學理,大受康德(Kant)認識論的影響,但我還可以爲這些學理是對的. 我後來說明事實的原因律,是如現象的正當假說,一般是不變的.具有客觀本領的法勢,叫做能. "能"字的原義,是原因,是使不變的"靜止"或"存在"發生變化現象的原因,故能可叫做效應的要素和法勢. 第十六頁所說及的學理,把運動和虛運動分開來想,因此簡單地指明,效應的法勢,假定了境況,在境況之下,卽發生效率. 一個離開物質的能,是一個法勢的客觀能,缺乏發生效率的境況.

(二) 第五頁. 當我們不能求出每質點的運動時,對於物體運動的知識完全缺乏,我們必須把物體上作用的力,化成點上作用的力,而從自然可以完全理解的原則,能够推出這種結果. 但我看這種手續對於力所從起原的物體,並沒有這樣重要. 當我們想如前一樣,仍承認可化成質點力的見解,這本小册子上的一二兩章,祇有一

部分可以維持. 牛頓(Newton)界說運動力爲平行四邊形求出單力之合力,單力起原於物體中每點,並且我可把這說當作實驗定律. 因爲有事實表明,在許多原因的聯合作用之下,質點所經歷之加速度,是各單原因所引起的每個單加速度之幾何的和數(即合加速度). 這種情形自然可以經過實驗,兩個物體,例如,兩個磁鐵,同時作用於第三個物體上,施用一種力,這力不但是合力,並且所由構成的各單力,都假定發生單獨的效應. 我可認爲可理解規則,對於下列結論,理由充足,下列結論以爲兩種以上的運動力所生的總效應,必爲每個單效應的幾何和數.

從牛頓的第二定律和能不滅原則,都可推出這說,以爲兩個物體的位置知道以後,牠們所互施的力必可決定,但在動電說上,因爲電質間的力,可以與速度及加速度有關,必須放棄這說. 我們能做的實驗,都證明作用和反應方程式以及能不變方程式,這些機械原則,但在動電學方面所做的研究,至今仍是常常違反這些原則,在電動學的討論中,說得更多. 當電在導體上,祗是隨遇平衡時,電問題的解決,會失去意義及一致性. 當一個能與絕對運動(所謂絕對運動,是一個物體在無限虛空中的運動,永不

能觀測的事實)有關，我在其他一切理論的可能都試過以後，心中以為這種現象的問題，其見解和解決，應當放棄.

(三) 第十一頁. 利培喜斯 (Lipschitz) 使我注意過，當力與速度或加速度無關，這許多方程式還不適用. 故人們假定

$$X=\frac{dU}{dx}+Q\frac{dz}{dt}-R\frac{dy}{dt},$$

$$Y=\frac{dU}{dy}+R\frac{dx}{dt}-P\frac{dz}{dt},$$

$$Z=\frac{dU}{dz}+P\frac{dy}{dt}-Q\frac{dx}{dt}.$$

式中，U 是坐標的函數，PQR 是坐標和其坐標微分係數的函數，故

$$X\frac{dx}{dt}+Y\frac{dy}{dt}+Z\frac{dz}{dt}=\frac{dU}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}mq^2\right].$$

因此，動能是坐標的函數. 分力值上所附加的 PQR 各因數，代表與運動點上合速度垂直的合力. 這種力顯然改變軌道的曲率，但不改變動能.

如果我們認為作用和反應定律有效，和化成質點力的可能，那麼，教本上所成立的普通定律都是對的. 所謂定律允許的對力，是沿聯線的方向，強度相等，但方向

相反. 如果速度與力的聯線垂直,與速度垂直的力,祇能增加動量.

本章末的結論,在補遺中仍應當保存.

(四) 第十九頁. 這些普通結論,說得太遠,我們限制牠們祇在作用和反應定律發生效應的地方應用. 如果我們取消後面的結論,那麼,最近克勞修斯(Clausius)成立電動定律,指出一個情形,其中力與速度和加速度有關,但不能產生無限的原動力.

(五) 第三十五頁. 現在須再述及能不滅定律的發明史. 1842年邁爾發表一篇"無機性質之能"(Ueber die Kräfte der unbelebten Natur)(1)的論文,1845年發表"有機運動與物質變化的關係"(Die organishe Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel)的討論. 海爾布隆(Heilbroun). 第一篇論文說及工作和熱當量的證明,並且荷爾斯曼所著的教本中,用同法計算熱的能當量爲 365 米仟克. 他在第二篇論文的普通

(1) Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler und Liebig. Bd. XLII S. 233.—Beide Aufsätze Wieder abgedruckt in "Die Mechanik der Wärme" in gesammelten Schriften von X. R. Mayer Stuttgart. Cotta 1867.

宗旨，實在與我的相合. 我後來讀到了這兩篇論文，自從讀了牠們以後，我說及能不滅定律，都把邁爾及他的要求提在前面(1)，以致我能防禦友人朱爾的議論，他十分想否認這定律. 我寫與泰特 (Tait) 信中的這段意見，載在他著的"熱力學概論" (Edinburgh, 1868) 的序言中. 我將牠寫在下面:

"我不得不說，克希荷夫 (Kirchoff) 在這些研究範圍 (輻射和吸收) 中的發見 在科學史上，是愈增完善的成功，因為許多其他研究者，以前已行近同樣的發見. 克希荷夫的工作，幾乎把這個範圍內弄明白了，如邁爾，科爾丁 (Colding)，塞魁恩 (Seguin) 至朱爾 (Joule)，和湯姆孫對於能不滅的原則一般.

"我自然可以懂得邁爾發見中的要點，用不到說這是我的意見，機會決不會允許君反對這些要點. 科學的發見也是在從已知的事實，推出新事實的說明，再從這些說明的推論，求知其他新的事實，而用實驗證明. 顯然，實

(1) S. meine "Popularen—Wissenschaftlichen Vorträge" Heft II. S. 112. aus dem Jahre 1854. Ebbeda S. 141 (1862). Ebbenda S. 194 (1869).

驗的證明，是很重要，値得費許多工作和精力，倘如實驗的結果良好，卽產生偉大的價値． 但發見的榮譽，與發現新觀念的人相連，以後實驗的檢查，不過是機械的行爲．人們自然可以要求，發明新意見者，須用實驗證明他的心得． 因此，我們會拒絕數學物理家的大部分工作． 湯姆孫在鳴爾諾定律也有一段理論的工作，並推出結果，在他未作那惟一的實驗以前，因此，我們沒有一人，以爲這個工作的價値很小”．

“邁爾在當時的境況之下，幾乎不能做研究，旣受著名物理家的反對（在多年以後也是一樣），又經過困難，纔發表他的受抑制的第一篇陳述． 從牠可以知道，反對的結果，使牠發狂． 因爲這種觀念是絕對新的，他不容易使牠合於那時的思想，使牠明白． 我曉得，朱爾經過長久的奮鬭，纔使他的發見，通行於世”．

“雖說沒有人否認，朱爾所做的，不比邁爾少，並且邁爾的頭一篇論文，有些小點不淸楚，我仍是相信，人們必須認爲邁爾是獨自發現這個思想的人，使科學有新的大進步的人，他的偉業自然不小，而在同時，一個外邦之人，從他的研究範圍，求出同樣的發見，以後他可以比邁爾證

明得好".

最近玄學思想的追求者,把能不滅原則,當作以前通行之定律,因尊邁爾爲純粹思想派的英雄. 因爲這個定律以前旣很重要,他們可把這種玄學式的像似證明,當作邁爾工作的最高點,但科學方法正派的學者,簡直把牠當作解釋現象的弱點,從此可以明白,爲什麽邁爾的工作,在科學界許久沒有人留意. 但朱爾的傑作最先使像似證明的正確,失去信仰,人們專注意朱爾的著作.

上述是科學界用歸納法從一切事實的知識所獲得的定律. 人們可以建造永久的動源卽從相當的消費,可以獲得無終止的原動力,而建造無終止的原動力,是一種經過許多有效的研究而逐漸獲得的理論.

許久以前,法蘭西學院把永久動源編入圓形精確求積法的同一目錄,決定不從表面上來假定這個問題的解決. 永久動源仍必當作專家所廣播的信仰之一. 在學校時期中,我自己常說出永久動源,但所用的證明不良,常被人議論. 動物熱來源的問題,需要與牠有關的一切事實,獲得一個謹愼的和完美的討論. 當我開始做這個工作,我祇把當作臨界發明,決不把牠當作原來發明,因

爲發明權誰屬,可以發生爭執. 以後我與專家相見時,我很驚奇地遇到許多反對,我拒絕把我的工作採入波根多夫的年鑑,在柏林學院的同事之中,祇有數學家雅科俾(Jacobi)對我的工作發生興趣. 除開反對聲以外,在那個時候,榮譽與進步,還是尋不到新的信仰. 我自己寫這文時,無法獲得優先權,一則我的反對者想以爲我走在玄學家的路上,二則這是很顯然的,我引了許多認識的研究者在這方向的工作. 在我所引的工作以外,特別是朱爾的工作,大概牠可說是這個普通原則的發明者,可以使我不要求發明權.

我須請求原諒,我在1847年以前的書本知識,還不完美,那時我在波次但城著能之不滅時,著述參考書爲當地拉丁學校圖書館所限制,缺少柏林物理學社的物理進步等書,用那些書,就容易把能之不滅,寫成物理文字了.

(六) 第三十八頁. 此地所有導體因上面之電荷而引起的本身電位之概念,與以後在科學著述上所見者,稍有不同. 我在那時很難見到的著述中,看不到有人用過這個觀念,我從兩個帶電體的相對電位(書內的V),把牠類推出來. 設各帶電體是對稱的相似平面,帶着同樣

強的電荷，V 是兩帶電體的電位． 設兩導體遷至對稱的位置，V 可以變成書中 W 所表示的地位． 在此，兩個電點 e 和 ε 的每一組合，須在計算中出現兩次． 這樣所定妥的 W，不是工作的值，如本書上所說的，但工作的值是 $\frac{1}{2}W$（看第三十八頁）． 在我的以後著述中，我採取他著作家的適當辦法，而以 $\frac{1}{2}W$ 表示物體本身上的電位．

王雲五主編
萬有文庫
第二集七百種
能之不滅
Über die Erhaltung der Kraft

中華民國二十六年三月初版

原著者　H. Helmholtz
譯述者　鍾間
發行人　王雲五　上海河南路
印刷所　商務印書館　上海河南路
發行所　商務印書館　上海及各埠

（本書校對者曾仲徒）

＊E六八六