

算法提要

算術五百問題分類精解

孫雪亭編

算術

1933

世道人心之公理也



魯圖

116  
989-6  
3

## 凡 例

- 一 是書為供給中小學教師之參考學生之自修及準備升學者不可缺少之材料
- 二 本書搜羅約五百問題全按算法分類並對於各種算法由歸納而得其法則此種法則及其注意點本書詳加說明
- 三 本書於每種算法法則說明之後舉數例題則讀者對於問題可迎刃而解收舉一返三之效如演習遇有困難再參閱問題解法學者自可分外明瞭
- 四 本書題解有一部分附有繪圖使學者易於明瞭
- 五 本書排列順序適於隨小學教科書隨時補充
- 六 本書除參考英日及我國算術名著外尚取材於最近各中等學校之試題
- 七 本書蒙諸位知己之助編校閱及交涉出版等特此鳴謝
- 八 本書匆匆付印遺漏錯誤在所難免倘蒙海內高明不吝指教無任感盼

定縣孫雪亭謹識

二十二年五月



3 1774 0051 6

# 目 錄

## 整 數 四 則

四則簡便法	1—4
平均算法	4—6
差額平均算法	6—7
歸一算法	7—9
還原算法	9—11
和差題算法	11—17
換算算法	17—18
植樹題算法	18—21
排列題算法	21—23
行程題算法	23—31
年齡題算法	31—34
盈虧題算法	34—43
時間題算法	43—46
連續整數題算法	46—47
置換題算法	47—52
流水題算法	52—57
數字倒轉題算法	57—61
工程題算法	61—92
整數性質 [ 求最大公約及最小公倍法 ]	62—68

## 分 數 雜 題

分數捷算.....	69—70
部分題算法.....	70—78
和差題及連續數題算法.....	78—81
還原及置換術算法.....	81—84
盈肉算法及數字題算法.....	84—86
換算問題算法.....	86—89
分數之最大公約及最小公倍算法.....	89—92
分子母加減某數之問題算法.....	92—94
行程題算法.....	94—98
工程題算法.....	98—103
年齡題算法.....	103—107
歸一算法.....	107—109
流水題算法.....	109—112
溫度算法.....	112—118
時計題算法.....	119—122

## 比 例 雜 題

單比例問題算法.....	123—134
複比例問題算法.....	135—142
連鎖比例問題算法.....	143—148
配分比例問題算法.....	149—143
混合比例算法.....	155—160

## 百 分 及 利 息

百分算法.....	161—166
利息算法.....	167—170

# 整數四則雜題

## §1. 四則簡便法

## 1. 加法之簡便法·

[例題一] 計算  $38785 + 9997$  ·

$$[\text{算式}] 38785 + 10000 - 3 = 48782 \cdot$$

又同理如 98 可按  $100 - 2$  計算·

[例題二] 計算  $98 + 45 + 2 + 15$  ·

$$[\text{算式}] 98 + 45 + 2 + 15 = 98 + 2 + 45 + 15 \\ = 100 + 45 + 15 = 145 + 15 \\ = 160 \cdot$$

[例題三]  $3 + 4 + 5 + 3 + 8 + 5 + 2$ ，計算之·

$$[\text{算式}] 3 + 4 + 5 + 3 + 8 + 5 + 2 = 3 + 4 + 3 + 5 + 5 \\ + 8 + 2 = (3 + 4 + 3) + (5 + 5) + (8 + 2) \\ = 10 + 10 + 10 = 30 \cdot$$

[例題四] 計算  $24 + 26 + 28$  ·

$$[\text{算式}] 24 + 26 + 28 = 26 \times 3 = 78 \cdot$$

因其差為定差，其個數為奇數者，取中央之數以個數倍之·

[例題五] 計算  $35 + 40 + 45 + 50$  ·

$$[\text{算式}] 35 + 40 + 45 + 50 = 40 \times 3 + 50 = 170 \cdot$$

因其差為定差，其個數為偶數者，任去一端之數，依（例題四）之法倍之，仍以所去之數加之·

## 2. 乘法之簡便法·

[例題一] 計算之

$$[\text{算式}] 160 - 15 - 2 - 98 = 160 - 2 - 98 - 15 \\ = 158 - 98 - 15 = 60 - 15$$



$$=45.$$

[例題二] 計算  $30-4-3-8-3-2$  .

$$\begin{aligned} \text{[算式]} \quad 30-4-3-8-3-2 &= 30-3-4-3-8 \\ &-2 = 30-(3+4+3)-(8+2) \\ &= 30-10-10 = 10. \end{aligned}$$

[例題三] 計算  $38785-9997$  .

$$\begin{aligned} \text{[算式]} \quad 38785-9997 &= 38785-1000+3 \\ &= 28788. \end{aligned}$$

[例題四] 計算  $500-397$  .

$$\text{[算式]} \quad 500-397 = 503-400 = 103.$$

此乃被減數及減數，先同加3，而後行減算。

[例題五] 計算  $10000-8725$  .

$$\text{[算式]} \quad 9999-8724 = 1275.$$

此減數及被減數，先同減1，而後行減算。

### 3. 乘法之簡便法。

[例題一]  $125 \times 25 \times 13 \times 4 \times 8$ ，計算之。

$$\begin{aligned} \text{[算式]} \quad 125 \times 25 \times 13 \times 4 \times 8 &= 125 \times 8 \times 25 \times 4 \times 13 \\ &= 1000 \times 25 \times 4 \times 13 = 25000 \times 4 \times 13 \\ &= 100000 \times 13 = 1300000 \end{aligned}$$

[此乃交換理]

[例題二]  $125 \times 25 \times 13 \times 4 \times 8$ ，計算之。

$$\begin{aligned} \text{[算式]} \quad 125 \times 25 \times 13 \times 4 \times 8 &= 125 \times 8 \times 25 \times 4 \times 13 \\ &= (125 \times 8) \times (25 \times 4) \times 13 \\ &= 10000 \times 100 \times 13 = 1300000 \end{aligned}$$

[組合理]



[例題三]  $375 \times 35$ ，計算之。

$$\begin{aligned} \text{[算式]} \quad 375 \times 35 &= 375 \times 7 \times 5 \\ &= 1875 \times 7 = 13125. \end{aligned}$$

[例題四] 計算  $786 \times 997$ 。

$$\begin{aligned} \text{[算式]} \quad & 786 \overset{(1000-3)}{\times} 997 \\ & \underline{\hspace{1.5cm} 000 \dots\dots 786 \text{之} 1000 \text{倍}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 786 \times 3 \dots\dots 2358 \dots\dots 786 \text{之} 3 \text{倍} \\ & \underline{\hspace{1.5cm} 783642 \dots\dots 786 \text{之} 997 \text{倍}} \quad (-) \end{aligned}$$

陳文  
去後  
去後

[例題五] (a.) 計算  $4678 \times 5$ 。(b.)  $7896 \times 25$ 。

$$\text{[算式]} \quad (\text{a.}) 4678 \times 10 \div 2 = 46780 \div 2 = 23390。$$

$$(\text{b.}) 7896 \times 25 = 7896 \times 100 \div 4 = 197400。$$

4. 除法之簡便法。

[例題一]  $1300000 \div 25 \div 13 \div 4 \div 8$ ，計算之。

$$\text{[算式]} \quad 1300000 \div 25 \div 13 \div 4 \div 8。$$

$$= 1300000 \div 13 \div 25 \div 4 \div 8。$$

$$= 100000 \div 25 \div 4 \div 8。$$

$$= 4000 \div 4 \div 8 = 1000 \div 8$$

$$= 125$$

[交換理]

[例題二]  $1300000 \div 25 \div 13 \div 4 \div 8$ ，計算之。

$$\text{[算式]} \quad 1300000 \div 25 \div 13 \div 4 \div 8$$

$$= 1300000 \div 13 \div (25 \times 4) \div 8$$

$$= 1300000 \div 13 \div 100 \div 8 = 125。$$

[組合理]

[例題三] 計算  $375 \div 15$ 。

$$[\text{算式}] 375 \div 5 \div 3 = 75 \div 3 = 25 .$$

[例題四] 計算  $6325 \div 25 .$

$$[\text{算式}] (6315 \times 4) \div 25 \times 4 = 25300 \div 100 = 253 .$$

[例題五]  $3565 \div 5$ ，計算之。

$$[\text{算式}] (3565 \times 2) \div (5 \times 2) = 713 .$$

§ 2 平均算法 若干數之和，以其個數除之，所得之商即其平均數，測定統計，求混合量之均價等，多用之。

[例題] 某班有學生40名考算術時，中有2名缺席，全班成績平均78.5分，後缺席2名又補考，其成績一為90分，一為75分，問該全班平均分數多少？

[解] 全班平均分數78.5，則全班分數之和為  $78.5 \times 40 = 3140$ ，但中有2名缺席，若再加其補考分數共為  $3140 + 90 + 75 = 3305$ 。以40除之得  $3305 \div 40 = 82.625$  即該班平均分數。

## 問 題

1. 求36，78，89，96四數之平均數？
2. 甲乙之平均數為6825，丙為474，問甲乙丙之平均數？
3. 上等酒2斤，每斤3角5分；中等酒3斤，每斤3角；下等酒5斤，每斤2角；今三種混合之，每斤合價若干？
4. 某學校招考新生時，某生算術分數，比國語，地理，歷史，自然，四科之平均分數，多10分，若將算術分數，亦加入四科之內，再平均之，問五科平均分數比

算術分數少多少？

5. 張王李趙劉五個學生，每人之身長和體重如下表所列，但知他們的平均身長1.49公尺，平均體重43.052公斤。求空白之數目。

	張	王	李	趙	劉
身長公尺數	1.44		1.51	1.56	1.52
體重之公斤數		38	46	47.5	43.5

### 問題解法

- [解] 四數之和為  $36 + 78 + 89 + 96 = 299$ 。以4除之得  $299 \div 4 = 74.75$  為即平均數。
- [解] 甲乙之平均數為6825。甲乙之和為  $6825 \times 2 = 13650$ 。再加丙數得  $13650 + 474 = 14124$ 。以3除之得  $14124 \div 3 = 4708$  即平均數。
- [解] 上等酒之共價  $2 \times 3.5 = 7$  角，中等酒之共價  $3 \times 3 = 9$  角，下等酒共價  $5 \times 2 = 10$  角，三種共價  $7 + 9 + 10 = 26$  角，共  $2 + 3 + 5 = 10$  斤。平均每斤價  $26 \div 10 = 2.6$  角。
- [解] 某生的算術分數比其他四科之平均分數多10分。若將算術分，亦加入平均，則平均分多  $10 \div (4 + 1) = 2$  分，即五科之平均分比四科者多2分，故五科平均分比算術分少  $10 - 2 = 8$  分。
- [解] 五人之平均身長為1.49公尺，則五人身長共數  $+1.51 + 1.56 + 1.52 = 6.03$  公尺，可知王之身長為

解  
張  
王  
李  
趙  
劉  
共

$$7.45 - 6.04 = 1.42 \text{公尺}$$

五人之平均體重43.052。則五人體重共斤數爲43.052×5=21.26公斤，王李趙劉體重之共斤數爲38+4爲1.49×5=7.45公尺，張李趙劉之身長尺數爲1.446+47.5+43.5=175公斤，故知張之體重215.26-175=40.26斤

\* \* \* \* \*

§3 差額平均算法 即有不相等之2數，平均其差額，使成彼此相等之數。

[例題]：陶哥兒有銀80元，阿榮有銀100元，阿榮給陶哥兒多少就相等？

[解]因阿榮比陶哥兒100-80=20元。平均之各取一份。則二人所有相等，故每份爲20÷2=10元。即阿榮給陶哥兒之元數。

[例題]。某人將田分給二子，長子得54畝，幼子得42畝，不均之數令長子補給幼子360元，地價每畝多少？

[解]長子比幼子多54-42=12畝，長子給幼子12÷2=6畝即平均，亦即相當360元，故每畝地價爲360÷6=60元。

## 問 題

1. 兄有8元，弟有5.6元，問兄給弟多少就相等？
2. 甲乙二人各出相等之金買布，甲取12疋，乙取9疋，於是甲付乙金3元8角7分，問布每疋之價？

- 盛水於字U形玻璃管中，一端有塞，閉有氣體，故左端水面較低3寸，若將塞啓開，則左端面升高多少？
- 甲池容水9石5斗，乙池容水1石5斗，若甲池之水每小時，流入乙池6斗，幾小時後兩池之水量相等？
- 甲乙二人出等額之金買鉛筆30枝，甲得19枝是故與乙洋2角，鉛筆一枝之價多少？



### 問題解法

- [解] 因兄比弟多  $8 - 5.6 = 2.4$  元，即差額，平均之各取一份，則二人所有相等。  
故每份為  $2.4 \div 2 = 1.2$  元，即兄應給弟之數。
- [解] 甲比乙多取  $12 - 9 = 3$  疋，若與乙  $3 \div 2 = 1.5$  疋則二人相等，今甲付乙金3元8角7分即1.5疋之布價，而每疋之價為  $3.87 \div 1.5 = 2.58$  元。
- [解] 左端比右端水面差3寸，左端若開啓則兩端平衡，即左端升高  $3 \div 2 = 1.5$  寸。
- [解] 甲池比乙池多  $9石5斗 - 1石5斗 = 8$  石，若使兩池之水量相等即甲池須流入乙池  $8石 \div 2 = 4$  石，甲池每時流入乙池5斗，則流至相等時須時  $40 \div 5 = 8$  時。
- [解] 甲應得  $30 \div 2 = 15$  枝，而得19枝則與乙洋2角，故  $19 - 15 = 4$  枝價2角，1枝價  $2 \div 4 = 0.5$  角。

\* \* \* \*

§.4 歸一算法 係將各種事物，先計其對於一個之值

，而後引歸於所求個數之值。

〔例題〕12人30日之工資爲252元，問18人25日之工資若干？

〔解〕12人30日之工資爲252元，

1人30日之工資爲 $252 \div 12 = 21$ 元，

1人1日之工資爲 $21 \div 30 = 0.7$ 元，

18人1日之工資爲 $0.7 \times 18 = 12.6$ 元，

18人25日之工資爲 $12.6 \times 25 = 315$ 元。

## 問 題

1. 筆30枝價1.5元，350枝值價多少？
2. 以飼馬5匹32日之草料，欲飼馬8匹，可支持幾日？
3. 梨15個價525枚，梨9個之價與蘋果7個之價相等，今買蘋果12個，問須若干枚？
4. 有一事件，工人8名，16日可成，若8人既作2日之後，又添工人8名，還要幾日作成？
5. 甲工8人乙工5人，作工25日，合計工資94.5元，已知甲工2倍於乙，求甲乙工人每日每人之工資。
6. 有米可供45人15日之食，3日後25人他往，餘米可供幾日之食。

## 問 題 解 法

1. 〔解〕筆30枝價1.5元，1枝之價爲 $1.5 \div 30 = .05$ 元；  
350枝之價爲 $350 \times .05 = 17.5$ 元。
2. 〔解〕飼馬5匹32日草料，飼馬1匹可食 $32 \times 5 = 160$ 日

；8匹食之可食 $160 \div 8 = 20$ 日。

3. [解] 梨15個價525枚，1個價 $525 \div 15 = 35$ 枚；9個之價為 $35 \times 9 = 315$ 枚，即7個蘋果之價，1個蘋果之價為 $315 \div 7 = 45$ 枚，故12個之價為 $12 \times 45 = 540$ 枚。
4. [解] 工人8名16日可成，若既作2日之後，8人作之14日人可成；1人作之 $8 \times 14 = 112$ 日，若再添8人即 $8 + 8 = 16$ 人作之，則要作工 $112 \div 16 = 7$ 日。
5. [解] 共工資之數為94.5，已知甲工2倍於乙，則乙工之工資共數為 $94.5 \div (2 + 1) = 31.5$ 元，則乙工1人1日之工資為 $31.5 \div (25 \times 5) = 2.52$ 元，甲工之工資共數為 $31.5 \times 2 = 63$ 元，則甲工1人1日之工資為 $63 \div (25 \times 8) = 315$ 元。
6. [解] 45人15日之食，3日後，45人可食 $15 - 3 = 12$ 日，1人可食 $45 \times 12 = 540$ 日，因25人他往，尚有 $45 - 25 = 20$ 人食之，則可食 $540 \div 20 = 27$ 日。

§.5 還原算法 還原算者即將原有運算之順序反求之，即自最後之數加者減之，減者加之，乘者除之，除者乘之，次第逆推之，以復其初。

[例題] 某數以25加之，以5除之，減去15，再以7乘之，則為70，求某數。

[解] 以7乘之得70，故未乘7以前為 $70 \div 7 = 10$ ；  
減15得10，故未減15以前為 $10 + 15 = 25$ ；  
以5除之得25，故未除以前為 $25 \times 5 = 125$ ；  
以25加之得125，故未加25以前為 $125 - 25 = 100$ 。

## 問 題

1. 某數加1減2乘3除4則得6，求某數？
2. 自450減某數其差以5除之，加12於此商，再以7除其和，得4，求某數？
3. 某數本應將其平方加8以4除之，乃將平方，誤以2倍代之，於是得11，問若不誤則當得何數？
4. 有賣雞卵者在甲家賣去全數之半，在乙家賣去餘者之半，在丙家又賣其餘之半又半卵，而恰盡，且各家並未切開一卵。問此原有雞卵若干？
5. 某數減4之差，以3乘之；且自其積減10，餘數再以11除之，得商為4，求某數為若干？

## 問 題 解 法

1. [解] 最後以4除之得6，若不被4除，則為  $4 \times 6 = 24$ ；若不以3乘得， $24 \div 3 = 8$ ；若不減2得  $8 + 2 = 10$ ；若不加1則原數為  $10 - 1 = 9$ 。
2. [解] 若不以7除其和，則為  $4 \times 7 = 28$ ；若不加12於商；則商為  $28 - 12 = 16$ ，若再不以5除之，則450減某數其差為  $16 \times 5 = 90$ ，故某數為  $450 - 90 = 360$ 。
3. [解] 因最後以4除之得11，則未除以前；當為  $11 \times 4 = 44$ ，未加8以前，當為  $44 - 8 = 36$ ，因此數為某數之2倍故某數  $36 \div 2 = 18$ ，故不誤之得數為  $(18^2 + 8) \div 4 = 83$ 。
4. [解] 至丙家賣去所持之半又半卵，則恰盡，是在



丙家所賣爲1卵·故持至乙家之卵爲  $(1+0.5) \times 2=3$  個，而持至甲家之卵即原有之卵爲  $(3+0.5) \times 2=7$  個  
 5. [解] 除以11得4，則未除之前爲  $11 \times 4=44$ ；減10得44，則未減之前爲  $44+10=54$ ；乘以3得54，則未乘以前必爲  $54 \div 3=18$ ；減4以前必爲  $18+4=22$ 。  
 \* \* \* \*

§.6 和差題算法，知二數之和及差，而求各數恒用

下之二公式：  
 大數 = (和 + 差)  $\div$  2.....(1)

小數 = (和 - 差)  $\div$  2.....(2)

其理以大數比小數所多者即差，加差於小數則與大數相等，而和之中爲一大數一小數，加差於和，即爲大數之2倍，由是得公式(1)，同理減差爲2小數，得(2)

[例題一] 有大小之和爲58，差爲16，問二數各爲何？

[解] I. 大數比小數多16，加差於小數即與大數相等，而和之中爲一大數一小數，故加差於和即得大數之2倍，故大數 =  $(58+16) \div 2=37$ ，小數 =  $37-16=21$

II. 大數比小數多16，故大小二數之和爲小數之2倍多16，故  $58-16=42$ ，爲小數之2倍，故小數爲  $42 \div 2=21$ ，大數爲  $21+16=37$ 。

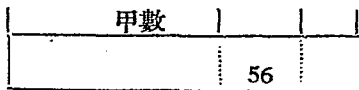
## 問 題

1. 甲乙二數之和1576，若將甲數移56於乙數，則兩數適相等，問此二數各若干？

- 分150為二數，命其和為差之25倍，求二數。
- 甲乙二股東，分紅利1000元，乙所得比甲之2倍多10元，問各得若干？
- 農民週刊與兒童畫報共60頁，若農民週刊增10頁，兒童畫報減8頁，則頁數相等，問不增減時各若干頁。
- 今有甲乙二錶，共價20元，若以銀索配於甲錶價為14元，配於乙錶價為12元。問甲乙錶各若干元？
- 今將300分為二數，若以二數之差除和數其商50。求二數？

## 問題解法

- [解] 二數之和為1576，其差為  $56 \times 2 = 112$  (參看下面圖)  
則甲數為  $(1576 + 112) \div 2 = 844$ ，乙數為  $(1576 - 112) \div 2 = 732$ 。

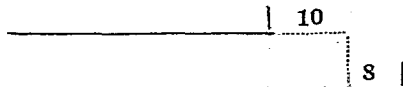


- [解] 和為差之25倍，已為和為150，則差為  $150 \div 25 = 6$ ，故所分之二數，大數為  $(150 + 6) \div 2 = 78$ ，小數為  $78 - 6 = 72$ 。
- [解] 紅利之共數1000元，乙為甲之2倍多10元，則甲乙之共數為甲之3倍多10元，即1000元，故甲之3

倍爲  $1000 - 10 = 990$  元，則甲應得  $990 \div 3 = 330$  元

乙得  $1000 - 330 = 670$  元，

4. [解] 二種書共60頁，一種增10頁與一種減8頁時相等，則可知兩者之差爲  $10 + 8 = 18$  頁故農民週報爲  $(60 - 18) \div 2 = 21$  頁，兒童週報爲  $21 + 18 = 39$  頁(看圖)



5. [解] 銀索之價不變，配於甲錶則值14元，配於乙錶則值12元故甲錶實比乙錶貴  $14 - 12 = 2$  元，既知二錶之和與差，故得甲錶之價爲  $(20 + 2) \div 2 = 11$  元，乙錶之價爲  $(20 - 2) \div 2 = 9$  元。

6. [解] 以差除和其商50，已知和爲300，則差爲  $300 \div 50 = 6$ 。故大數爲  $(300 + 6) \div 2 = 153$ 。

小數爲  $(300 - 6) \div 2 = 147$ 。

\* \* \* \*

- [例題二] 某兒持銅圓265枚，買筆5枝及墨3錠，而誤買墨5錠筆3枝，餘銅元10枚而歸，問墨一錠筆一枝之價若干？

[解] 解銅圓265枚，爲筆5枝及墨3錠之價；銅元  $265 - 10 = 255$  枚，爲筆3枝，及墨5錠之價，故爲  $265 + 255 = 520$  爲筆8枝及墨8錠之價之和； $265 - 255 = 10$  枚，爲筆2枝及墨2錠之價之差，故  $520 \div 8 = 56$  枚爲筆1枝及墨1枚之價之和；而  $10 \div 2 = 5$  枚爲筆1枝及墨1錠之價之差。

依和差題算法，筆1枝價 $(56+5)\div 2=35$ 枚墨1錠之價  
 $(56-5)\div 2=30$ 枚

## 問 題

1. 有三數，甲乙之和為45，其差之3倍比丙少8，丙為41，問甲乙各若何？
2. 甲數3倍與乙數2倍之和為105，甲之2倍和乙數3倍之和為95，問甲乙二數各若干？
3. 一人買橘子及柿子，其總價之和為1.6元，其個數之和為150枚，而橘子之總價，比柿子之總價多0.8元，橘子之數為柿子之數之2倍，問橘子及柿子各一枚之價多少？
4. 有上下兩種菜，共215斤，上菜每斤價1角2分，下菜每斤價一角，今上菜之共價比下菜之共價，多8角2分，問各種斤數若干。
5. 甲乙丙三人分銀1000元，丙之所得比甲乙之和多22元，乙之所得比甲之2倍多6元，問各若干？

## 問題解法

1. [解] 因3倍其差比丙少8，故 $41-8=33$ ，為其之3倍，而其差即為 $33\div 3=11$ ，既甲乙之和既差，則按和差題解法：甲為 $(45+11)\div 2=28$ ，乙為 $(45-11)\div 2=17$ 。
2. [解]  $(甲3倍+乙2倍)+(乙3倍+甲2倍)=105+95=200$ ，則甲乙之和為40，又 $(甲3倍+乙2倍)-(乙3$

倍+甲2倍) $=105-95=10$ ，即甲乙之差，故甲爲 $(40+10)\div 2=25$ ，乙爲 $25-10=15$ 。

3. [解] 因橘子與柿子之總數爲150，而橘子爲柿子之2倍，故子之數爲 $150\div(1+2)=50$ 枚，而橘子之數爲 $150-50=100$ 枚，又因橘子總價比柿子總價之和爲1圓6角，而橘子總價比柿子總價多8角，故橘子總價爲 $(16+8)\div 2=1$ 圓2角，而柿子總價爲 $(16-8)\div 2=4$ 角，故橘子一枚之價爲 $1$ 圓2角 $\div 100=1$ 分2釐，柿子一枚之價爲 $4$ 角 $\div 50=8$ 釐。

4. [解] 上菜1斤比下菜1斤多2分，共多8角2分，應共多 $82\div 2=41$ 斤，故上菜爲 $(215+41)\div 2=128$ 斤，下菜爲 $(215-41)\div 2=87$ 斤。

5. [解] 丙比甲乙之和多22元，而甲乙丙之和爲1000元，依和差理知丙爲 $(1000+22)\div 2=511$ ，乙和爲 $511-22=489$ ；又乙之所得比甲之2倍多6，即乙數減6即爲甲之2倍，故 $489-6=483$ 爲甲之3倍甲數等於 $483\div 3=161$ 。乙數爲 $161\times 2+6=328$ 。

\* \* \* \*

[例題三] 甲乙丙三人之所有金，甲乙之和爲35元，

乙丙之和45元，甲丙之和爲40元，問各若干，

[解] I.  $45-35=10$ 。即乙丙之和與甲丙之和之差也，亦即丙與甲之差，既知甲丙差爲10，和爲40。故甲爲 $(40-10)\div 2=15$ ，丙爲 $40-15=25$ ，乙爲 $45-25=20$ 。

II.  $35+45+40=120$ 元，即 $(甲+乙+丙)\times 2$ 。

故甲乙丙之和爲  $120 \div 2 = 60$ 。故甲爲  $60 - 45 = 15$ 。乙爲  $60 - 40 = 20$  丙爲  $60 - 35 = 25$ ，

III.  $35 + 45 = 80$  元，即 (甲 + 丙 + 2乙) 之數，若與甲丙和相減即得  $80 - 40 = 40$  即乙之 2 倍，故乙爲  $40 \div 2 = 20$ ，甲爲  $35 - 20 = 15$ ，丙爲  $45 - 20 = 25$ 。

若干？

## 問 題

1. 甲乙丙三數，甲乙共 65，乙丙共 61，甲丙共 56 問各若干？
2. 有四數，各三數之和，爲 18，19，20，21，求各數？
3. 甲課丙各有銅元之數，甲乙之和 42 枚，乙丙之和 50 枚，甲丙之和等於甲乙之和與乙丙之和共數之半，問各
4. 某人雇三工人，甲乙每日共支 9 角，乙丙共支之數比甲乙和之 5 倍少 3 元 8 角。而甲丙之和，比甲乙和與乙丙和甲共數少 8 角，問每日各支工資幾何？

## 問題解法

1. [解]  $65 - 61 = 4$ ，即甲乙和與乙丙和之差也，亦即甲丙之差，又知甲丙和 56。故甲爲  $(56 + 4) \div 2 = 30$ ，乙爲  $65 - 30 = 35$ ，丙爲  $61 - 35 = 26$ 。
2. [解]  $18 + 19 + 20 + 21 = 78$ ，即四數之和之 3 倍。故四數和爲  $78 \div 3 = 26$ 。又知各三數之和，故所求四數爲  $26 - 18 = 8$ ， $26 - 19 = 7$ ， $26 - 20 = 6$ ， $26 - 21 = 5$ 。
3. [解] 甲丙之和等於甲乙和與乙丙和共數之半，即  $(42 + 50) \div 2 = 46$ ，故  $(42 + 46 + 50) \div 2 = 69$ ，即甲乙丙

之和數，故丙爲 $69 - 42 = 27$ 枚，乙爲 $69 - 46 = 23$ 枚，  
丙爲 $69 - 50 = 19$ 枚。

4. [解] 甲乙每日共支9角，則乙丙共支 $9 \times 5 - 38 = 7$ 角，  
又甲丙共支爲 $9 + 7 - 8 = 8$ 角，則甲乙丙每日共支  
 $(9 + 7 + 8) \div 2 = 12$ 角，則丙十日之工資爲 $12 - 9 = 3$ 角，  
甲爲 $8 - 3 = 5$ 角，乙爲 $9 - 5 = 4$ 角。

§.7 換算算法 同類之量，已知其對於異數量之比數，  
可化爲對於同一數量之比數。

[例題] 有甲乙丙三人，分金100元，乙比甲多18元，  
丙比乙少20元，問各分若干元。

[解] 依題意甲比乙少18元，而比丙多2元，則甲之  
數即 $(100 - 18 + 2) \div 3 = 84 \div 3 = 28$ 元，而乙之數爲 $28$   
 $+ 18 = 46$ 元，丙之數爲 $28 - 2 = 26$ 元。

## 問 題

1. 甲教室有桌40個，比乙教室之3倍少20，問乙所有比甲之三倍少若干？
2. 甲乙丙三數之和，爲18，甲爲乙之2倍，比丙多2，問各若干？
3. 甲乙丙三數共140，乙比甲多10，丙比乙多27，問各若干？
4. 大小兩數之和，爲28，而大數爲小數之3倍，求二數？
5. 雞數爲兔數之3倍，已知其足共200隻，問各若干？
6. 甲乙丙三人分金1000元，乙之所得比甲之2倍多6元，

丙之所得比甲多22元。問各得若干？

### 問題解法

- [解] 因40比乙之3倍少20，故乙之3倍為 $40+20=60$ ，是乙教室桌數為 $60\div 3=20$ ，甲之3倍 $40\times 3=120$ ，故乙比甲之3倍少 $120-20=100$ 個。
- [解] 甲為乙之2倍，則甲乙之和等於乙之 $2+1=3$ 倍，甲比丙多2，故丙加2即等於甲，亦即乙之2倍，故甲乙丙之和加2等於乙之 $3+2=5$ 倍，乙等於 $(18+2)\div 5=4$ ，甲等於 $4\times 2=8$ ，丙等於 $8-2=6$ 。
- [解] 乙比甲多10，丙比乙多27，丙比甲多 $10+27=37$ ，而甲乙丙之和為140，則 $140-(10+37)=93$ 即甲之3倍，故甲等於 $93\div 3=31$ ，乙等於 $31+10=41$ ，丙等於 $41+27=68$ 。
- [解] 大數為小數之3倍，則大數與小數之和為小數之 $3+1=4$ 倍，故小數為 $28\div 4=7$ ，大數為 $7\times 3=21$ 。
- [解] 雞數為兔數之3倍，故雞3隻兔1隻之足共 $2\times 3+4=10$ 隻，即10隻足之中，有雞3隻兔1隻，今共足200，故兔數為 $200\div 10=20$ 隻，雞數為 $2\times 30=60$ 隻。
- [解] 甲之所得為 $\{1000-(6+22)\}\div (2+1+1)=243$ 元。  
乙之所得為 $243\times 2+6=492$ 元。  
丙之所得為 $243+22=265$ 元，

§.8 植樹題算法 沿路植樹成行，通常行之兩端，各



植一株，其餘各株，則分路為若干段，每段之距離相等，故路長，段數，每段之距離三者之關係為

路長 = 每段數距離 × 段數；

而株數恒較段數多1，其關係為

株數 = 段數 + 1。

[例題] 於長30丈數路旁，每距2丈，植柳一株，植至此道之兩端，問共植柳若干？

[解] 段數 =  $30 \div 2 = 15$ 。

則 株數 =  $15 + 1 = 16$ 。

## 問 題

1. 有路共長75丈，樹楊於兩旁，自一端起至又一端止，兩株間之距離皆相等，共植62株，求每二株間之距離。
2. 學生40人列成一排，每人相隔3尺，排頭排尾二人離牆至少3尺，問操場至少須寬若干，方能容下？
3. 甲乙兩村間立電柱若干，已知相隣二柱相隔2丈5尺比相隔3丈時須多立45柱；問甲乙二村距離若干？
4. 某路每隔1丈6尺，有一電柱，連兩端共64柱；今擬換立73新柱，問相隣兩柱應隔若干？
5. 有兵一隊，四人橫列進行，各列間相隔2步，今過百步之橋，其第一列至橋之中央時，最後一列，尚在橋外60步之處，問共多少兵士？

## 問題解法

1. [解] 依題可知兩樹間之空隔當為  $62 \div 2 - 1 = 30$ ，故知各二株間之距離當為  $75 \text{丈} \div 30 = 2.5 \text{丈}$  即二十五

尺。

2. [解] 依題可知學生四十人，及兩邊之牆，共為42個間隔物，因之可知其間隔為  $42-1=41$ ，由題而知每間隔之長3尺，故知操場至少須寬， $3 \times 41=123$  尺始能容下。
3. [解] 相隔3丈比相隔2丈5尺多5尺，若多出2.5丈即多立1柱，故多立45柱；須多出  $45 \times 25=112.5$  丈，則間隔數為  $112.5 \div 5=225$  個，故兩村相距為  $225 \times 3=675$  丈。
4. [解] 共64電柱則間隔共  $64-1=63$ ，則路長共  $63 \times 16=1008$  尺，今欲換置新柱73，間隔共  $73-1=72$ ，則兩柱間數距離為  $1008 \div 72=14$  尺。
5. [解] 由題言知列之長為  $100 \div 2 \div 60=110$  步，各列間相隔2尺，則列數為  $110 \div 2 + 1=56$  列，每列4人，則共人數為  $56 \times 4=224$  人。

[例題二] 兩樹間相隔 345 尺，欲於其間再立22株，其距離相等，問其距離為若干尺？第15株與第1株之距離為幾尺？第20株與第1株之距離為幾尺？

[解] 連原兩株共計  $22+2=24$  株，每二株間之距離為  $345 \div (24-1)=15$  尺，第15株與第1株之距離為  $15 \times (15-1)=210$  尺，第20株與第1株之距離為  $15 \times (20-1)=285$  尺。

## 問 題

1. 某運動會，障礙物賽跑，兩端和中間各以相等之距離，共置地網15個，地網之間，各配長桌3個，每個長桌合價為5.6元，問長桌共價若干？
2. 有街道長36丈，兩旁每隔1丈2尺樹柳一株，於道之兩端，又各樹一株，問共樹柳若干？
3. 每距48丈立一電信柱，共立64柱，除其兩端一柱之外，餘俱取去之，再於兩柱之間，以相等之距離立電信柱83，問柱於柱間相距幾何？

## 問題解法

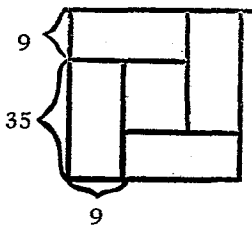
1. [解] 地網15個，其間隔當為 $15-1=14$ 個，每間隔配長桌3個，長桌共為 $3 \times 14=42$ 個，每長桌價5.6元，故長桌之共價為 $5.6 \times 42=235.2$ 元。
2. [解]  $36 \div 1.2=30$ 為間隔之數，因兩端各樹一株，故 $30+1=31$ 為每旁株樹，由是兩旁株數，為 $31 \times 2=62$ 株。
3. [解] 因電信柱合兩端者共64柱，而區分48丈數為63，故知64柱兩端之距離，為 $48 \times 63=3024$ 丈，又因距離兩端，尚各存留一柱，欲於其間立83柱是等分此距離之數，比柱數少1，即 $(83+2)-1=84$ ，故其區分之處為 $3024 \div 84$ ，即36丈。

\* \* \* \*

§9 排列題算法 此類題有當加1或減1者，宜注意。

[例題] 有兵1260名，列為9層空心方陣，問每邊幾人？

[解]分此陣爲4矩形，各矩形應有  $1260 \div 4 = 315$  人，但各矩形之寬爲9人，故長爲  $315 \div 9 = 35$  人。由是則得每邊人數爲  $9 + 35 = 44$  人。



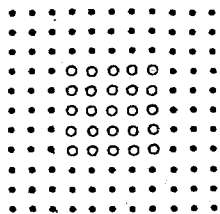
## 問題

1. 有正方形之紙，其周圍貼  $\frac{3}{4}$  之郵票，其總價值爲72分，問其紙一邊之郵票爲幾張？但郵票爲正方形，
2. 有縱橫各6尺1寸之窗，欲格子縱橫皆21枝，其格子1枝之寬爲1寸，問格子之距離若干？但四周必各有1枝
3. 有中空方陣，其外側一列爲11人，其厚爲3人，問共若干人？
4. 有兵士若干人，列方爲陣，後因改爲長方陣，遂減去12列，每列加30人，問人數若干？

## 問題解法

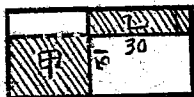
1. [解] 正方形周圍所貼之郵票之張數，爲  $72 \div 3$  即24張，故所求之張數爲  $24 \div 4 + 1 = 7$  張。
2. [解] 因四圍必有一枝，故格子之數，縱橫皆比間隔之數多1，故自窗之縱橫61寸，減去隔子1枝之寬1寸，餘6尺，即格子20與間隔20之長，由是  $60 \div 20 = 3$  寸，即一格子與一間隔之長，故間隔之縱橫爲  $3 - 1 = 2$  寸。

3. [解] 右圖表每邊11人之實心方陣，從圖可見每進一層每邊之人數即少2，三層之空心方陣，只將第三層以內之部分抽去即得，抽去部分每邊之人數為 $11-3 \times 2=5$ ，



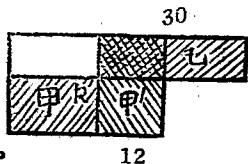
抽去之人數為 $5 \times 5=25$ ，故共有兵士 $11 \times 11 - 25 = 96$ 人。

4. [解] I. 圖中甲邊人數，為方陣人數一列之12倍，而乙之人數為方陣一列人數之30倍，內減去甲 $30 \times 12=360$ 者，而甲乙之人數相等，



因而方陣一列人數之 $30-12=18$ 倍 $360$ ，故方陣一列之人數為 $360 \div 18=20$ ，總人數為 $20 \times 20=400$ 。

- II. 圖中甲'之人數等於甲之人數，甲之人數等於乙之人數由是 $122 \div (30-12)$ 即8人，為原方陣之一邊人數，減12人者，故原方陣一邊之人數為 $12+8=20$ ，總人數為 $20 \times 20=400$ 。



\* \* \* \*

§10 行程題算法 日數愈多所行之里亦愈多，故距離 = 速度  $\times$  時間，但方向尤為行程之一要素，今分述其關係於下：

- (1) 二人同時由同地同向而行，則二人之距離 = 二人速度  $\times$  差時間；
- (2) 二人同時由同地相背而行，則二人之距離 = 二人速度之和  $\times$  時間；
- (3) 二人同時由兩地相背而行，則二人之距離 = 二人速度之和  $\times$  時間 + 兩地之距離。
- (4) 二人同時由兩地相向而行，則二人之距離 = 兩地之距離 - 二人速度之和  $\times$  時間。

[例題] 兩村相距45里，甲乙二人各自一村相向而行，甲每小時行8里，乙7里，問二人幾小時相遇？

[解] 行一小時後，二人較近  $8+7=15$  里，故相遇時須經  $45 \div 15 = 3$  小時，

## 問 題

1. 甲乙二人同時同地沿河順走，甲每時走10里乙每時走8里，1時後，二人相隔多少里？3時後呢？他們有相會的時候嗎？
2. 上題，他們若繞周長16里的湖邊走去，能相會否？相會的時候在動身後幾時？
3. 甲乙二人同時由同地相背而行，甲日行85里，5日後二人相距600里，問乙日行幾里？
4. 東西兩鎮相隔144里，甲從東到西每時行14里，乙從西到東每時走10里，兩人同時出發，問幾時後相遇？
5. 上問若甲乙二人，都從東鎮到西鎮，乙比甲早2時出發問甲在何地追及乙？

## 問題解法

1. [解] 由此題可知與算法所舉方向之關係第1相同1時後二人相隔之距離當為二人速度之差乘時間，故為  $(10-8)$  乘1即2里。同理，三時後當為  $(10-8) \times 3 = \underline{6}$  里，由此他們沒有相會的時候。
2. [解] 由上題可知繞圓周之湖，當能相會，因二人之行速有差即與二人相向而行之勢同故也。相遇之時當在二人之差能補出湖之周長也，即  $16 \div (10-8) = 8$  時。
3. [解] 依題意可知此題與算法所舉關係第2相同，故知甲乙二人每日行程之里數當為  $600 \div 5 = 120$ ，故乙日行  $120 - 85 = 35$  里。
4. [解] 依題意可知此解題與算法中所舉行程方向之關係，第44相同，行一時後二人近14里+10里，一人間之距離為144里，故二人相遇之時，當在出發後  $144 \div (14+10) = \underline{6}$  里。
5. [解] 依題意可知乙先行  $10 \times 2 = 20$  里後，甲再追之，由題可知甲每時追乙  $14 - 10 = 4$  里，故甲  $20 \div 4 = 5$  時即可追及乙，故甲追及乙之時當行  $14 \times 5 = 70$  里，即距東鎮70里之處，亦即距西鎮  $144 - 70 = 74$  里之處也。

\*             \*             \*             \*

[例題二] 甲每分鐘行36步，乙每分鐘行28步，此二人同時行同距離，甲比乙先到4分鐘，問此距離長幾何？

[解] 甲比乙先到4分，故甲到時，乙在  $28 \times 4 = 112$

步之後，而每分鐘乙後於甲  $36 - 28 = 8$  步，而乙後於甲 112 步，須費  $112 \div 8 = 14$  分鐘，因而知甲自出發至達到之時間為 14 分鐘，故所求之距離為  $36 \times 14 = 504$  步。

## 問 題

1. 某車往返於兩地之間，往時日行 90 里，返時日行 60 里，返時比往時多 2 日，問兩地距離幾何？
2. 每日甲行 75 里，乙行 55 里，二人同時自同處向某地而行，甲行 60 里後，以有物未帶而返原地，其後適與乙同時至某地，問兩地距離若干，旅行日數若干？
3. 甲乙丙三人繞池而行，同時由同處出發，甲反乙丙二人而行，而甲乙丙各一分鐘之速，甲 36 丈，乙 33 丈，丙 27 丈，今甲遇乙後，2 分鐘遇丙，問池之周圍長若干？
4. 有樹高 35 尺，一蝸牛自下而上升，每日晝上 5 尺夜下 3 尺，問此蝸牛須幾日可達樹梢？

## 問題解法

1. [解] 返時比往時多走 2 日，則此 2 日行  $2 \times 60 = 120$  里，一日行程之差為  $90 - 60 = 30$  里，甲於  $120 \div 30$  里  $= 4$  日間能差 120 里，故此行距須用 4 日，故兩地距離為  $4 \times 90 = 360$  里。
2. [解] 甲行 60 里後而返原地，後又追乙與乙同時至某地則甲比乙多行  $60 \times 2 = 120$  里之路，甲每日比乙多行



75-55=20里，則多行120里須  $120 \div 20 = 6$  日，故旅行日為數6。兩地距離為  $55 \times 6 = 330$  里。

3. [解] 甲自遇乙後遇丙之時間為2分鐘，故甲遇乙時距丙為  $(36+27) \times 2 = 126$  丈，即乙遇甲時，丙後於乙之距離，故自出發至此之時間為  $126 \div (33-27) = 21$  分，池之周圍為  $(33+36) \times 21 = 1449$  丈即8里9丈。
4. [解] 蝸牛1晝夜中能上升  $5-2=2$  尺，而最後之1日，但上5尺不下，故上升  $35-5=30$  尺，即得  $30 \div 2 = 15$  晝夜，第16日自朝至暮上升5尺，故  $15+1=16$  日之夕即達樹梢。

\* \* \* \*

[例題三] 某軍艦於距離海岸48裡之處，被砲擊破船腹，每分鐘浸入海水635斗，但此艦若入海水600石則沈，今有唧筒噴水2分時能取出水7石，故到海岸後20分鐘始沈沒，問自破後每分鐘能行幾里？

[解] 每分浸入6石5斗，每分唧筒噴出  $7石 \div 2 = 3石5斗$ ，則每分只留水  $6石5斗 - 3石5斗 = 3石$ ，則自破至沈須  $600 \div 3 = 200$  分鐘，則48裡之距須  $200 - 20 = 180$  分即3小時，故每時行  $48 \div 3 = 16$  裡。

## 問 題

1. 有蝸牛上樹，晝上5尺，夜降3尺，第5日即達樹頂，問樹高若干？
2. 甲乙二人，同時同地同向而行，每日甲行72里，中途返行乙4日之歸路，再向前追乙，至追及乙，計行16

日，問乙每日行幾里？

3. 二人力車行943丈之路，甲1時行108丈，乙1時行85丈，甲比乙早行3時，問甲於歸途中遇乙時，乙行若干丈？
4. 甲船每時行6里，乙船每時行2里，同時兩船自同地相背而行，7時後甲船因事而返追乙船，問幾時始能追及。
5. 有甲乙二舟，環繞一島，同時自同處同向而航，10時間再會；若反向而航，則2時間再會，速度每時差2里，問每時各行幾里？

## 問題解法

1. [解] 減去最後一日，餘4日，每日上下之差為2尺，4日共 $2 \times 4 = 8$ 尺，為第5日晨之高，故第4日之夕之高；當為 $8 + 3 = 11$ 尺，又第5日再上5尺，則為 $8 + 5 = 13$ 尺。

故樹高11尺以上而不得高於13尺

2. [解] 甲每日行72里，16日行 $72 \times 16 = 1152$ 里，但甲返行乙4日歸程而得追乙，往返各一次，則多行乙 $8 \times 4 = 8$ 日之程，故乙行甲行之程當用 $16 + 8 = 24$ 日，故乙每日行 $1152 \div 24 = 48$ 里
3. [解] 甲乙二人所行之全距離為 $934 \times 2 = 1868$ 丈，除甲先行3時外，則尚餘 $1868 - 108 \times 3 = 1544$ 丈，為甲乙同時起行之距離，故其共行之時間為 $1544 \div (108 + 85) = 8$ 時，故乙之行程為 $85 \times 8 = 680$ 丈。
4. [解] 甲乙兩船由同地相背而行，7時後兩船相離為

$(6+2)=56$ 里，甲每時比乙快  $6-2=4$  里，故甲追及乙須時為  $56 \div 4 = 14$  時。

5. [解] 反向而航，二人行程之和，恰等於島之周圍時，則相會，同向而航二人行程之差，恰等於島之周圍時，則相會，乙知每時速度之差為 2 里，同向而航 10 時間再會，故島之周圍為  $2 \times 10 = 20$  里，而每時間行程為  $20 \div 2 = 10$  里，按相差題算法， $(10+2) \div 2 = 6$  里， $(10-2) \div 2 = 4$  里，即二人每時各行之里數。

\*                      \*                      \*                      \*

- [例題四] 甲乙兩船，一長 92 尺，一長 84 尺，若相向而行，自相會至離開，歷時 2 秒；若甲船追乙船，則自追及至越過，歷時 8 秒，問二車每秒各行幾尺？

[解] 自相會至離開，兩船所行之和恰等於兩船之長之和，甲船追乙船，自追及至越過，兩船所行之差亦等於兩船之長之和，由是每秒兩船所行之和為  $(92+84) \div 2 = 88$  尺；每秒所行之差為  $(92+84) \div 8 = 22$  尺，依相差題解法：甲船每秒行  $(88+22) \div 2 = 55$  尺，乙船每行  $(88-22) \div 2 = 33$  尺。

## 問 題

1. 有長 1560 之橋，長 429 尺之火車，每秒行 114 尺，問此車幾秒時越過此橋？
2. 有人立於長 246 碼之站上，見火車經過其旁費 8 分鐘，並於 20 秒鐘完全經過此車站，試求火車之長及其速度？
3. 有火車長 270 尺，甲乙二人與車同方向進行，甲每秒

行5尺，火車十秒鐘追過之；若火車追過乙，祇須9秒鐘，乙每秒行幾尺？

4. 甲乙二列車走於平行二路線上，從甲之前端追及乙之後端起，以至相離，需時12秒，若乙增速一倍，則需24秒，已知甲長60尺，乙長72尺，則甲乙兩車每時之速度幾何？

### 問題解法

1. [解] 自火車前線上橋至後端離橋，所行之路為橋長及車長之和，故所求之時間為  $(1560 + 492) \div 114 = \underline{18}$  秒。
2. [解] 車之全身經過車站需20秒鐘，車之任一點經過車站需  $20 - 8 = 12$  秒鐘，故車之速度為每秒  $246 \div 12 = 20.5$  碼，車長  $\cdot 20.5 \times 8 = \underline{164}$  碼
3. [解] 火車追過甲所行之尺數  $\cdot 5 \times 10 + 270 = 320$  尺，則火車每秒速率為  $320 \div 10 = 32$  尺，火車9秒行  $32 \times 9 = 288$  尺，減去車長餘  $288 - 270 = 18$  尺，為乙9秒鐘所行之尺數，故乙每秒行  $18 \div 9 = \underline{2}$  尺。
4. [解] 從甲之前端追及乙之後端以至相離，甲車追過乙車之尺數為二車之長即  $60 + 72 = 132$  尺，共需時12秒，1秒甲車超過乙車  $132 \div 12 = 11$  尺，又乙增速一倍，則須24秒，1秒甲車超過乙車  $132 \div 24 = 5.5$  尺，即甲車速度比乙車速之2倍快5.5尺，可知乙車之速度為  $11 - 5.5 = \underline{5.5}$  尺。

甲車之速度， $11 + 5.5 = \underline{16.5}$  尺。

\*

\*

\*

§, 11 年齡題算法計算要點，則二人年齡之差為一定不變之數，此類問題，即以此埋為根據，如題中二數量之增減相同者皆可如例一解之，

又題中三數量或多於三數之關係，解法可按例二，例三。

[例題一] 父年44，子年8，問幾年後父年為子年之4倍。

[解] 父年與子年之差恒相等，故父年為子之4倍時，其差仍為 $44-8=36$ ；而36為子年之 $4-1=3$ 倍，故其時子年為 $36 \div 3=12$ ；今子年8歲，故所求之年數為 $12-8=4$ 。

## 問 題

1. 父年30，子年6歲，幾年後父年為子年之3倍？
2. 伯父年48，姪年15，問幾年前伯年為姪年之4倍？
3. 甲桶有酒2斗，乙桶有酒1斗2升，今於兩桶吸出等量，所餘者甲為乙之5倍，問兩桶各餘酒若干？
4. 甲有銀33元，乙有銀7元，問各增若干則甲為乙之2倍？
5. 有兄弟二人，其年齡兄為弟之5倍，5年後為弟之3倍，問現在年各若何？
6. 兄年為弟年之5倍，自今22年後，兄年比弟年之2倍少16歲，問現年各幾何？

## 問 題 解 法

1. [解] 父子年齡之差為 $30-6=24$ 歲，父年與子年之

差恒相等，父年爲子年之3倍時，其差仍爲24歲，故24爲子年之 $3-1=2$ 倍，則其時子爲 $24 \div 2=12$ 歲，子現年爲6歲，爲在 $12-6=6$ 年後。

2. [解] 伯父當姪年4倍時，則姪年爲 $(48-15) \div (4-1)=11$ 歲，姪現年爲15歲，故知在 $15-11=4$ 年前。

3. [解] 甲桶有酒比乙桶多 $20-12=8$ 升，吸出同量之酒時，其差仍爲8升，則此8升，即當乙之 $5-1=4$ 倍，故乙所餘之酒爲 $8 \div 4=2$ 升，甲爲 $2 \times 5=10$ 升。

4. [解] 各增若干元後甲爲乙之2倍，此時乙有銀當爲 $(33-7) \div (2-1)=26$ 元，乙現銀爲7元，故知增 $26-7=19$ 元。

5. [解] 5年間弟增5歲，若兄之年仍爲弟之5倍則當增加 $5 \times 5=25$ 歲，但5年間兄僅增5歲，故爲弟之3倍則 $25-5=20$ 歲，適相當于弟年之 $5-3=2$ 倍，由是得該時弟之年爲 $20 \div 2=10$ 歲，則現年爲 $10-5=5$ 歲，兄現年爲 $5 \times 5=25$ 歲。

6. [解] 二人年齡之差爲弟現年之 $5-1=4$ 倍；而22年後，兄年比弟年之2倍少16歲，其差當比弟年少16歲；故現今弟年齡之4倍比22年後弟之年齡少16歲，即比弟現今年齡大 $22-16=6$ 歲，可知弟之現年爲 $6 \div (4-1)=2$ 歲，兄之現年爲 $2 \times 5=10$ 歲。

[例題二] 父年35歲，長子7歲，次子3歲，末子5歲。幾年後3子之年歲之和與父相等？

[解] 今年其父35歲，三子共 $7+5+3=15$ 歲，其差爲

$35 - 15 = 20$ 歲。此後每年各長1歲。三子共增3歲。其差為 $3 - 1 = 2$ 歲，故 $20 \div 2 = 10$ 年後三子之和與其父相等。

[例題三] 父28歲，母27歲，此時生一子，問經若干年父母年齡之和為子之3倍

[解] 父母現年齡和為 $28 + 27 = 55$ 。子年為1，其3倍之年齡為3歲，父母年歲之和較子之3倍多 $55 - 3 = 52$ 歲。父母每年共增2歲，子增1歲。其3倍為3。故父母年歲和為子3倍時在 $52 \div (3 - 2) = 52$ 年後。

## 問 題

1. 父子年歲之和為74，11年前父年為子年之3倍，問幾年各若干？
2. 父年41，長子12，次子9，三子6，問幾年後父年與其三子歲數之和相等？
3. 祖父年90，長孫21，次孫19，問祖父年齡為兩孫年齡之3倍時，在今幾年前？
4. 父年45，母年40，其5子年歲為18, 15, 13, 10, 5。自今幾年後，父母年歲之和與5子年歲之和相等？
5. 父49歲，長子25歲，次子20歲，末子16歲，問幾年前父年等於三子年齡之和。

## 問題解法

1. [解] 11年前父年為子年之3倍。設現今仍為子之3倍，則父當增 $11 \times 3 - 11 = 22$ 歲。父子現年之和應為74

+22=96歲·父之1倍恰當子之3倍 故知子現年爲96  
 $\div 4 = 24$ 歲·父爲74-24=50歲·

2. [解] 父比三子年歲之和少41-(12+9+6)=14歲父  
 每年長一歲，三子共長3歲·可知14 $\div$ (3-1)=7年後  
 父年與三子年歲相等·
3. [解] 兩孫年齡之和爲21+19=40歲，其3倍爲120歲  
 大於其祖父之年數爲120-90=30歲·然去年兩孫年  
 齡之和比今年少2歲·故3倍比今年少6歲，而祖父去  
 年僅少1歲，故去年兩孫年齡之和之3倍超過祖父年  
 齡之數比今年所超過少5歲，同理前年再少5歲·故今年  
 所大之30歲·當于30 $\div$ 5=6年前恰爲零·故所求之時  
 爲6年前·
4. [解] 父母年齡之和爲85歲·五子年齡之和爲61歲·  
 其差爲85-61=24歲·至明年父母年歲和增2歲·五  
 子年歲和增5歲·明年五子比父母多增2歲·欲補足現  
 今不足之24歲·當爲24 $\div$ 3=8年後即所求數·
5. [解] 現在三子之年齡和爲(25+20+16)父與三子之  
 差爲{(25+20+16)-49} 然每過一年父比三子少2  
 歲·由是所求之年數爲{(25+20+16)-49} $\div$ (3-  
 1)=6，即6年前·

\* \* \* \*

§12 盈虧題算法 先求其前後之差，有一盈一虧者則  
 以兩數相加爲其差，若兩盈或兩虧者，則以相減爲差  
 數，若一盈一適足者則或盈或虧之數即其差·再求一  
 個(或一倍)之差，則個數(或一倍之實數)可以求出·



【例題一】以菓子分給兒童其中二人各與4枚，其他各與5枚，則餘10枚。若每人與6枚則適足，問菓子與兒童之數？

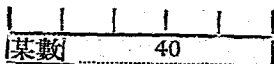
[解] 若每人均給5枚則餘10枚，而對於1人所給之數差 $(6-5)$ 枚，故人數為 $10 \div (6-5) = 10$ 人，菓子為 $6 \times 10 = 60$ 枚。

## 問 題

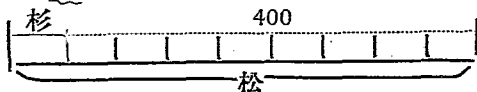
1. 某數之5倍減去40，其餘數等於某數。問某數為何？
2. 有松杉二樹，松為杉之9倍，其差為400株。問各若干？
3. 某數之5倍等於2倍與24之和。求某數？
4. 尙義所有之銅元，足以買桃15個，柿子5個。若添20枚，則足以買桃12個柿子6個。而柿子之價為桃價之5倍。問尙義有銅元若干枚？
5. 有鎗擊274.5步之的，發鎗後經4秒，聞彈丸中的之聲，又有立於鎗與的等距之人，聞鎗擊後，經2.5秒，而聞中的之聲，求聲之速度？

## 問題解法

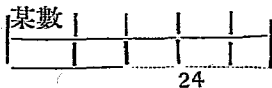
1. [解] 某之倍5減去40，其餘數等於某數。則某數之 $5-1=4$ 倍等於40(參看下圖)故某數為 $40 \div 4 = 10$



2. [解] 因松爲杉之9倍，而其差爲400株，故400株即爲杉之 $9-1=8$ 倍，故杉爲 $400 \div 8 = 50$ 株，松爲 $400 + 50 = 450$ 株。



3. [解] 因5倍爲2倍與3倍之和，而又爲2倍與24之和，可見某數之3倍與24相當，故以3除24，即得某數爲 $24 \div (5-2) = 8$ 。



4. [解] 柿子之價5倍於桃，故可以買1柿子者實足以買桃5。其銅元足買15桃5柿子者，即足買 $15 + 5 \times 5 = 40$ 桃。又加20枚，則足買12桃6柿子者，即足買 $12 + 5 \times 6 = 42$ 桃。故加20枚，則可多買2桃，故桃之價爲 $20 \div (42-40) = 10$ 枚，某人所有之銅元爲 $10 \times 40 = 400$ 枚。
5. [解] 彈丸行274.5步之時間，與聲傳同距離之時間之和爲4秒；又立於鎗與的等距離之人，聞鎗聲後，經2.5秒，而聞中的之聲，故彈丸行274.5步之時間爲2.5秒。故聲傳274.5步之時間爲 $4 - 2.5 = 1.5$ 秒，故聲之速度每秒 $274.5 \div 1.5 = 183$ 步。

[例題二] 有大樹以繩繞3周，則餘6尺；繞5周，則不足10尺問樹周及繩長各若干？

[解] 繞3周，則餘6尺；繞5周則不足10尺，則前後之差，爲 $5-3=2$ 周，即 $(6+10)=16$ 尺，故樹周爲16

$\div 2 = 8$ 尺，繩長為 $8 \times 3 + 6 = 30$ 尺。

[例題三] 某數之3倍加2，與由其5倍內減20相等，求某數。

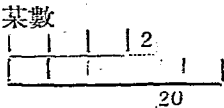
[解] 作任意長之線段代表某數。

由圖知 $20 + 2$ 為某數之2倍，

故某數 $= 22 \div 2 = 11$ ；且由

此可得立算之法：

某數為 $(20 + 2) \div (5 - 3) = 11$



## 問題

1. 先生買桃分給兒童，每人四枚則多2枚，每人六枚，則不足14枚，求桃及兒童之數。
2. 某老人有桃李，但知桃為李之3倍，若分與兒童每人以5桃2李，則桃餘5個李欠10個，求桃李及兒童之數？
3. 某數之5倍加66，與從8倍內減153相等，求某數。
4. 一囊中蘋果之數，當橘子之數之2倍，同時取出蘋果4枚及橘子3枚取出若干次之後，橘子恰盡蘋果尚餘16枚，問橘子及蘋果之數？
5. 將橘子分與兒童，其內3人，每人4枚，其餘每人3枚則餘9枚，若其內1人得3枚，其餘每人5枚則恰盡，問橘子及人數各若干？

## 問題解法

1. [解] 題云：每人4枚則多2枚，若原桃數去2則每人4枚無餘，但每人6枚則不足 $2 + 14 = 16$ 枚，又前後分給

之差爲 $6-4=2$ ，故兒童之數爲 $16 \div 2 = 8$ ，桃數 $= 4 \times 8 + 2 = 34$ ，

2. [解] 按題意，桃爲李之3倍，給2李時應給桃之數爲 $2 \times 3 = 6$ ，李欠10個桃應不足之數爲 $10 \times 3 = 30$ ，但此題即變爲每人分5桃多5桃，分6桃則不足30矣。 $\therefore (30 + 5) \div (6 - 5) = 35$ 即童數， $35 \times 2 - 10 = 60$ 即李數， $60 \times 3 = 180$ 即桃數

3. [解] 某數之 $8-5=3$ 倍等於  $\begin{array}{r} | | | | | \dots \vdots \\ \hline 66 \end{array}$   
 $66 + 153 = 219$ ，則某數等於  $\begin{array}{r} | | | | | \vdots \\ \hline 219 \end{array}$   
 $219 \div 3 = 73$  66  
: 153

4. [解] 因蘋果之數爲橘子之2倍，故同時取出橘子3枚蘋果6枚，必同時拾盡，但每次取出橘子3枚蘋果4枚，是每次當餘蘋果 $6-4=2$ 枚，今餘蘋果16枚，可知共取 $16 \div 2 = 8$ 次，故總數爲 $(3+4) \times 8 + 16 = 72$ 枚，或 $(3+6) \times 8 = 72$ 枚

5. [解] 其內3人4枚餘皆3枚尙餘9枚，若每童子皆按3枚則餘 $3+9=12$ 枚，每人皆5枚則不足2枚。  
 故人數爲 $(12+2) \div (5-2) = 7$ ，橘子數爲 $(3 \times 4) + (4 \times 3) + 9 = 33$ 枚

[例題四] 有一橋不知其寬，祇云30尺之木，經橋下流過，須時14秒；46尺之木，須時18秒。問水流速度及橋寬幾何？

[解] 46尺之木與30尺之木，經過之時間，相差(18-14)秒，故水流速度爲 $(46-30) \div (18-14) = 4$ ，即

每秒為4尺，而橋寬為 $14 \times 4 - 30 = 26$ 尺，或 $18 \times 4 - 46 = 26$ 尺。

例題五] 某數加57，等於其加9之4倍，求某數。

[解] 由圖可見57與某數之3倍加9之4倍相當，  
故某數 $= (57 - 9 \times 4) \div (4 - 1) = 7$

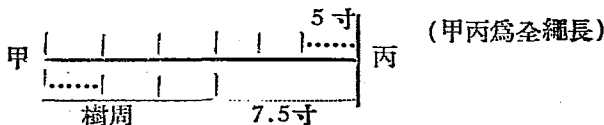
某數		9		某		9		某		9		某		9	
某數	57													∴	

## 問 題

1. 以繩繞樹，繞5周尚餘5寸；又將繩三折繞之，繞1周尚餘2寸5分問繩長及樹之周圍各若干？
2. 甲之銅元為乙之3倍多1，2倍多9，問甲之銅元若干？
3. 東倉有米459石，西倉有米237石。往東倉每日取9石，西倉每日取15石。問幾日後，東倉存米為西倉之3倍？
4. 甲有銀20元，乙有銀12元，二人取出相等之數營商，所餘者甲為乙之5倍，問各餘洋若干元？

## 問 題 解 法

1. [解] 繩比樹周之5倍長5寸，因三折之則繞一周餘2.5寸，故繩又比樹周之3倍長 $2.5 \times 3 = 7.5$ 寸，可知樹周之2倍為 $7.5 - 5 = 2.5$ 寸，故樹周為 $2.5 \div 2 = 1.25$ 寸。而繩長為 $1.25 \times 5 + 5 = 11.25$ 寸(參看下圖)



2. [解] 由圖知  $9-1=$  乙之銅元數

故乙之數爲 8 枚 甲

則甲爲  $3 \times 8 + 1 = 25$  枚或  $2 \times 8 + 9 = 23$  枚

3. [解] 假定有 3 所西倉，照此取法，至？日東西兩倉之米即相等。但 3 所西倉之米，則比東倉多  $237 \times 3 - 459 = 252$  石，每西倉取出之米比東倉多  $15 \times 3 - 9 = 36$  石，故取完此 252 石米須  $252 \div 36 = 7$  日即所求之日數。
4. [解] 甲比乙多  $20 - 12 = 8$  元，各取出相等銀元後，必仍多 8 元，已知所餘者甲適爲乙之 5 倍，故知此 8 元即爲乙之  $5 - 1 = 4$  倍故乙所餘洋爲  $8 \div 4 = 2$  元，而甲所餘者爲  $2 \times 5 = 10$  元。

\* \* \* \*

[例題六] 甲乙各有銀若干，甲比乙多 46 元，甲比乙之 5 倍少 2 元，問各有銀幾元？

[解] 依題可知加 2 元於甲，則甲恰爲乙之 5 倍，又知甲比乙之 1 倍多 46 元，故可知乙之  $(5-1) = 4$  倍，當爲  $46 \text{元} + 2 \text{元} = 48 \text{元}$ ，故乙有銀  $48 \div 4 = 12 \text{元}$  甲當爲  $12 \text{元} + 46 \text{元} = 58 \text{元}$ 。

## 問 題

1. 大小二數，大數加20，則為小數之5倍，若大數減28，則為小數之3倍，問兩數各若干？
2. 有小麥若干石，以之換每石4，9元之大麥，則大麥比小麥多5石，以之換每石7元之米，則米比小麥少7石，問小麥之石數及一石之價？
3. 筆5枝與墨3錠之價相等，但知筆1枝墨1錠之價之差為12枚，問各1個之價？
4. 父子二人，父年比子年之2倍多14歲，13年後父年比子年之3倍少29歲，問現年各幾何？

## 問題解法

1. [解] 依題可知大數加20與減28其差當為20加28，亦即為小數之5倍-3倍=2倍，故小數為  $(20+28) \div (5-3) = 24$  大數當為  $24 \times 5 - 20 = 100$
2. [解] 依題意可知以小麥換4，9元之大麥，則餘  $49 \times 5 = 24 \cdot 5$  元，以之換7元之米，則不足  $7 \times 7 = 49$  元，由盈臆之理知石數為：  
 $(24 \cdot 5 + 49) \div (7 - 4 \cdot 9) = 73 \cdot 5 \div 2 \cdot 1 = 35$  石。因  $35 - 5 = 30$  石之大麥，其價等於35石小麥之價，故小麥每石  $(30 \times 4 \cdot 9) \div 35 = 4 \cdot 2$  元
3. [解] 依題可知筆5枝墨5錠之價之差為  $12 \times 5 = 60$  枚，即墨5錠比筆5枝之價多60枚，但墨3錠與筆5枝之價相等，故知墨  $5 - 3 = 2$  錠之價為60枚，故墨1錠之價當為  $60 \div 2 = 30$  枚。而筆1枝之價為  $30 - 12 = 18$  枚。
4. [解] 父子年齡之差，今年比子之1倍多，14歲，13

年後，比子之2倍少29歲，即比今年子之年齡之2倍少  
 $29 - 13 \times 2 = 3$ 歲，故現今子年之1倍加14歲，等於2倍  
 減3歲，可知子之現年為  $14 + 3 = 17$ 歲，由是得父之現  
 年  $17 \times 2 + 14 = \underline{48}$ 歲

\*         \*         \*         \*

[例題七] 有二位數，十位數字為個位數字之4倍，此數若減5，則兩位數字相同，求原數？

[解] 從一數減5即係從十位數字減1，個位數字加5；如此則兩數字相同，可知十位數字比個數多  $1 + 5 = 6$ 。故6即個位數字之  $4 - 1 = 3$ 倍；則個位數字為  $6 \div 3 = 2$ ，十位數數字為  $2 \times 4 = 8$ ，此數即為82

$$\begin{array}{r} \boxed{\quad} \boxed{\quad} \text{ : } 1 \\ \hline \text{十位數字 } 5 \text{ : } \\ \text{個位數字} \quad \text{ : } \end{array}$$

### 問 題

1. 有二位之數，十位數字為個位數字之3倍，若從此數減7，兩位數字即相同，求此數？
2. 有二位數，個位數字為十位數字之4倍，若此數加5，兩位數字即相同，求此數？
3. 有二位數，加9則得其易位數，又此數與其易位數之和為33，此數若何？

### 問題解法

1 [解] 從一數減7即係十位數字減1，個位數字加3；如此，則兩數字相同，可知此數之十位數字比個位數字



多4。故4即個位數字之 $3-1=2$ 倍；即個位數字為 $4 \div 2=2$ ，十位數字為 $2 \times 3=6$ ，此數則為62，

2. [解] 從一數加5。即係從十位數字加1，個位數字減5；如此，即兩位數字相同。可知此數之十位數字比個位數字少 $5+1=6$ 。6即為十位數字之 $(4-1)=3$ 倍。故十位數字為 $6 \div 3=2$ ，個位數字為 $2 \times 4=8$ ，此數即為28

3. [解] 二位數與其易位數之和33，其差為9。由是可得位數為 $(33-9) \div 2=\underline{12}$

\*            \*            \*            \*

§13 時間問題算法 時間有地方時與標準時等類，十二時不必為晝之正中，及夜之正中但此等問題恒假定十二時為晝及夜之中。做日出之時間等於12減日沒之時間，日沒等於12減日出之時間。

又，1日=24時，1時=60分，1分=60秒，一年分十二月而1,3,5,7,8,10,12之七個月為每月31日。4,6,9,11之四個月每月30日，2月為28日。閏年為29日

[例題一] 日沒5時，問日出何時？

[解] 自十二時至日沒之時間，等於自日出至十二時之時間，本題自十二時至日沒之時間為5時，故日出之時間，為自十二時逆計5時之數，為12-5，即7時

## 問 題

1. 自日出至午前8時之時數，等於自日沒至午後10時之

時數，問晝長幾何？

2. 日沒6時半，問晝長幾何？
3. 有人自日出至午前10時，行19里105丈；自日沒至午後9時，行7里150丈，問晝長幾何？
4. 某人問時刻，其人答曰：今恰午前9時28分，問自今至日入時刻5時57分須若干時？

## 問題解法

1. [解] 題云：自日出至午8時之時間，等於自日沒至午後10時之時間，故自日出至日沒之時等於自午前8時至午後10時之時間，即等於  $12 - 8 + 10 = 14$  時間，即晝長14時間。
2. [解] 自正午12時，至日沒時間之數為晝之半，本題日沒時間為6.5時，故晝長為  $6.5 \text{ 時} \times 2 = 13 \text{ 時間}$ 。
3. [解] 自日出至午前10時之時間，為自日沒至午後9時之時間之19里105丈 $\div$ 7里150丈 $=2.5$ 倍，因晝之正中為12時故自日出至午前10時之時間等於午後2時至日沒之時間，為自日沒至午後9時之時間之2.5倍，是自日沒至午後9時之時間之  $1 + 2.5 = 3.5$  倍，等於自午後2時至9時之時間，即等於  $9 - 2 = 7$  時間，故自日沒至9時之時間為  $7 \div 3.5 = 2$  時間，是日沒之時為  $9 - 2 = 7$  時，因而晝長為  $7 \times 2 = 14$  時間。
4. [解] 自午前9時28分，至正午12時為12時 $-$ 9時28分 $=2$ 時32分， $\therefore$ 自午前9時28分至午後5時72分，為2時32分 $+5$ 時57分 $=8$ 時29分。

[例題二] 民國前35年1月所生之人，至民國20年10月，爲若干歲？

[解] 自民國前35年，至民國前1年終有35年，又自民國元年初至民國20年10月，有19年10月，故此人之年齡爲， $35年 + 19年10月 = 54年10月$ ，

## 問 題

1. 有1月某日所之孩，至2月23日，此孩生於世之日數，恰與生日同數，問此孩生於何日？
2. 5月某日生一兒，至8月4日，其經過之日數，等於表其生日之數之5倍，問其生於何日？
3. 6月22日午前7時，比他鐘慢4分之錶，至6月29日午後2時比他鐘反快3分，問此錶與他鐘完全相同之時間爲何日何時？

北上火車時間表

4. 右表係自正定車站北上車時間表，設自正定到北平，須走7點40分方到，今有人欲在午後5時到北平問坐幾點幾分的火車？

午 前	午 後
5 點40分	1 點30分
7 點26分	3 點20分
9 點20分	5 點27分
11點50分	7 點30分

## 問 題 解 法

1. [解] 依題意，自1月1日至生日之日數，與自生日至2月23日之日數相等，故生日在1月1日與2月23日之中央；自1月1日至2月23日之日數爲  $31 + 23 = 54$  日，自1月1日至生日之日數爲  $54 \div 2 = 27$  日，即此孩生於1月

27日也，

2. [解] 設自5月1日至生日之日數爲1，則自生日至8月4日之日數爲5，故 $(31+30+31+4) \div (1+5) = 16$ ，即生於5月16日，
3. [解] 自6月22日午前7時至6月29日午後2時，共經7日7時，此錶比他鐘多走 $4+3=7$ 分，則7日7時 $\div 7=1$ 日1時多走1分，故欲多走4分須4日4時，故則此錶與他鐘完全相同在6月26日11時，
4. [解] 某人當坐 $12時+5時-7時40分=9$ 點20分之火車，

\* \* \* \*

§14 連續整數題算法 諸數之差有一定之規定，即等差級數，定其一爲準，知和及差即可求出，

[例題] 有五個連續整數，其和爲80，問各若干？

[解] I 連續整數乃爲次第增一，故其和80，乃最小數之5數與 $1+2+3+4=10$ 之和，故小數爲 $(80-10) \div 5 = 14$ ，則他四數爲15, 16, 17, 18，

II 若以大數爲準，則 $80+10$ ，即最大數之5倍，故最大數爲 $90 \div 5 = 18$ 則他數可求

III 第一數比第三數少2，第五數比第三數多2，則一第五數和爲第三數之2倍，又第二第四數和爲第三數之2倍，故和數80，爲第三數之5倍，故第三數爲 $80 \div 5 = 16$ ，由此可求其餘4數，

## 問 題

1. 連續三整數之和為42，問三數各若干？
2. 4個連續整數之和為18，求其最小之數？
3. 連續三數之和為60，問中數為何？
4. 連續四奇數之和為112，問四數各若干？
5. 連續三整數之和為最小數之四倍求最小數？
6. 連續五偶數之和為最小數之3倍，求最大數？

## 問題解法

1. [解] 連續數之和為42，第一數之2倍比第二第三之和少 $1+2=3$ ，故第一數為 $(42-3) \div 3 = 13$ ，第二數為 $13+1=14$ ，第三數為 $13+2=15$ ，
2. [解] 第一比第二連續數少1，比第三少2比第四少3，故第一數為 $18 - (1+2+3) \div 4 = 3$ ，則四數為3.4.5.6.
3. [解] 第二數比第一數多1，比第三數少1，故第一與第三之和等於第二數之2倍，故中數為 $60 \div 3 = 20$ ，
4. [解] 連續奇數之第一數比第二數少2，比第三數少4比第四數少6，故第一數為 $\{112 - (2+4+6)\} \div 4 = 25$ ，則其他三數為27, 29, 31，
5. [解] 連續三整數之和為小數之3倍多 $1+2=3$ ，而實二小數之4倍，故小數為 $3 \div (4-3) = 3$ ，
6. [解] 連續五偶數比大數之5倍少 $2+3+6+8=20$ ，而實為大數之3倍，故大數為 $20 \div (5-3) = 10$ ，

\* \* \* \*

§15 置換題算法 二種量之求法，悉先假定為一種，而由其所得之差以得二種數量，三種數量者，先求二

種，求得後再行置換。

[例題一] 雞兔共100頭，共足260。問雞兔各若干？

[解] 雞2足，兔4足，設100頭皆為雞，則足數當為 $2 \times 100 = 200$ 。但題言足數為260，所差者為 $260 - 200 = 60$ 。若以一兔易一雞，則足數差 $4 - 2 = 2$ 。故當易入兔 $60 \div 2 = 30$ 隻，則足數恰為260。故兔數為30隻，雞數 $100 - 30 = 70$ 隻，

II 先設100頭皆為兔亦可，理亦同上。

## 問 題

1. 桃每個值5枚，李每個值3枚，今有桃李共30個，價共124枚，問桃李各若干？
2. 大小兩數之和為17，大數3倍小數5倍之和為63，問各若干？
3. 某人旅行，晴天每日行9里18丈，陰天每日行6里22丈，共走18日，共行137里，問陰天及晴天之日數各若干？
4. 有雞蛋18匣，大匣容18枚，小匣容12枚，共值銅元3024枚，若每枚雞蛋低價2枚，則共值2520枚，問各若干匣？
5. 設有上下二等酒，上等每斤價5分，下等每斤價3分，今二等酒混在一處共百斤，每當合價銀3分6厘，問二等酒各若干？

## 問題解法

1. [解] 設30個皆為桃，則當值 $30 \times 5 = 150$ 枚。但題言

共價124枚，所差爲  $150 - 124 = 26$  枚，若以挑易李則當爲  $26 \div 2 = 13$ ，則錢數恰適，故李爲13，桃爲17。

2. [解] 大小二數各3倍之和爲  $17 \times 3 = 51$ ，大數3倍小數5倍之和爲63，所差者爲小數之  $5 - 3 = 2$  倍，實爲  $63 - 51 = 12$ 。故小數爲  $12 \div 2 = 6$ ，大數爲11。

3. [解] 晴天走9里18丈，若18日皆爲晴天，則當走163里144丈，然僅走137里者因內有陰天每日只走6里22丈之故，故陰天日數爲  $(163 \text{里} 144 \text{丈} - 137 \text{里}) \div (9 \text{里} 19 \text{丈} - 6 \text{里} 22 \text{丈}) = 9$  日，則晴天日數爲  $18 - 9 = 9$  日。

4 [解] 雞蛋之總數爲  $(3024 - 2520) \div 2 = 252$  個，如此則於前題同理，故12枚者之匣數爲  $(18 \times 18 - 252) \div (18 - 12) = 12$  匣，18枚者之匣數爲  $18 - 12 = 6$  匣。

5 [解] 題意上下二酒合爲100斤，其價爲3分6厘，若令其全爲下酒，則價爲300分，而實得銀  $36 \times 100 = 360$  分，故上等酒爲  $(360 - 300) \div (5 - 3) = 30$  斤，下等酒爲  $100 - 30 = 70$  斤。

\* \* \* \*

[例題二] 某校智力測驗，對一題得10分，錯一題失15分，某生共答10題，失50分，問共對幾題？

[解] 若10題全對，則當得100分，今失50分是比皆對差  $100 + 50 = 150$  分，但錯一題，則比對一題差  $10 + 15 = 25$  分，故錯  $150 \div 25 = 6$  題，則共對  $10 - 6 = 4$  題。

## 問 題

1. 某人作工1日得工資6角，休息1日貼飯費2角，25日間

- ，得工資11元，問休息幾日？
2. 某寫字生，寫字一頁，得洋2分，損一頁賠洋3分，計共20頁，得銀25分，問損壞幾頁？
  3. 有賣果者，賣杏一個賠洋3分，賣梨一個得利5分，梨杏共80個，共賠洋24分，問各若干？
  4. 陶器百個，雇工運之，運到一個給6枚，破壞一個罰12枚，最後工人得銅元60枚，破壞陶器若干？

## 問題解法

1. [解] 設25日皆作工，則當得工資  $25 \times 0.6 = 15$  元，今只得11元，少得  $15 - 11 = 4$  元，乃因不作工之日不得工資且貼飯費2角之故，故知休息日數為  $4 \div (0.6 + 0.2) = 5$  日，
2. [解] 此寫字生寫20頁，應得  $20 \times 2 = 40$  分，今只得25分，實因損一頁不得工資且賠3分，故損壞之頁數為  $(40 - 25) \div (2 + 3) = 3$  頁。
3. [解] 與前題同理，故梨數為  $(80 \times 3 - 24) \div (3 + 5) = 27$  個，杏為  $80 - 27 = 53$  個，
4. [解] 若無破壞者，當出運費銅元， $6 \times 100 = 600$  枚，而實際只出60枚，相差  $600 - 60 = 540$  枚，即因破壞所少得之錢，破壞1個少得  $12 + 6 = 18$  枚，故破壞之數為  $540 \div 18 = 30$  個。

\* \* \* \*

[例題三] 某兒買筆100枝，用銅元100枚，但筆分三種，上等5枚一枝，中等3枚一枝，下等0.5枚一枝，問各



若干？

[解]先假定，中等及下等兩種，按例一解之得：  
 $(100 \times 3 - 100) \div (3 - 0.5) = 80$  枝爲下等筆數，中等得20枝，如是則上等者爲0。則其一解答爲0, 20, 80。但若以中等1枝爲下等，則盈 $3 - 0.5 = 2.5$ 枚。若以中等1枝，易爲上等則不足2枚，故同時以中等4枝，易爲下等，5枝易爲上等，盈及不足恰相削，故又一解答爲5, 11, 84。同理又可得10, 2, 88。

## 問題

1. 鴨蛙蟹同池，共頭100，共足350，問各若干？
2. 某人買地2000畝，每畝價18元，共得銀票6324張，其中有值1元，5元，10元之票不等，5元之張數爲1元者之3倍，問各若干？

## 問題解法

1. [解]鴨2足，蛙4足，蟹8足，先假定鴨蟹兩種解之得鴨爲 $(100 \times 8 - 350) \div (8 - 2) = 75$ ，蟹25，故其一解答鴨，蛙，蟹，爲75, 0, 25。又若以鴨一隻易蛙則不足2足，以蟹一隻易蛙則餘4足，故同時以 $4 \div 2 = 2$ 鴨易蛙，以1蟹易蛙則餘及不足恰相削，故其又一解答爲73, 3, 24。以下學者自解之，
2. [解]地價共 $2000 \times 18 = 36000$ 元，共銀票6324張，又題云：5元者爲1元者之3倍，則此二者平均一張值 $(3 \times 5 + 1) \div 4 = 4$ 元，即將此二者之張數不變每張值4

元，則值銀共數相同，故得10元銀票爲 $(36000 - 6324 \times 4) \div (10 - 4) = 1784$ 張則5元者及1元者之共數爲 $6324 - 1784 = 4540$ 張，則1元者爲 $4540 \div (1 + 3) = 1135$ 張，5元者爲3405張。

### §16 流水題算法 置舟靜水中，不加划力則舟不動，若

加以划力，則每時所行之速度即划行速度，置舟流水中則不然，水東流划行向西，則必划力大於水力，方能前進。故逆水行舟之速度 = 划行速度 + 水流速度；順水行舟之速度 = 划行速度 - 水流速度。

[例題一] 水程100里，舟人順流而行，4時可到，逆流則須5時，問水流速度及划行速度各若干？

[解] 順流4時行100里，順流1時行 $100 \div 4 = 25$ 里，即划行速度加水流速度 = 25里；又逆流5時行100里，逆流1時行 $100 \div 5 = 20$ 里，即划行速度 - 水流速度 = 20里。由和差題算法，得划行速度爲 $(25 + 20) \div 2 = 22.5$ 里，水流速度 =  $(25 - 20) \div 2 = 2.5$ 里。

## 問 題

1. 某舟在靜水中划行，每小時能行10里，今在水流速度每小時3里之河中，順流下駛，每小時能行幾里？逆流上駛，每小時能行幾里？
2. 舟人划行速度每時10里，水流每時5里，今順流而6小時可到之路，回時須行幾小時？
3. 順水行舟，13小時行234里，若水流速度每小時14里

，問回時須行幾小時？

4. 有一船行於52里之河中，下流費13小時，上流費26小時，問水流及划行速度各幾里？
5. 舟人當水流速度每時3里時逆流而上，4時行24里，反時水速為前之2倍，問須幾時行75里？

### 問題解法

1. [解] 順流下駛之速度為划行速度與水流速度之和，故為 $7+3=10$ 里，逆流上駛之速度，為划行速度與水流速度之差故為 $7-3=4$ 里。
2. [解] 順流下駛每小時之速度為 $10+5=15$ 里，6時應行 $15 \times 6=90$ 里，若逆行此90里，每時之速度為 $10-5=5$ 里，故共需時間為 $90 \div 5=18$ 小時。
3. [解] 順水每時行 $234 \div 13=18$ 里，此乃划速與水速之和，已知水速每4里，故返回時每時之速度為 $18-4 \times 2=10$ 里，故所須之時間為 $234 \div 10=23.4$ 時，亦即23時24分也。
4. [解] 上行每時為 $52 \div 26=2$ 里，此乃划速與水速之差，下行每時為 $52 \div 13=4$ 里，此乃划速度與水速之和，依和差題算法：則划速為 $(4+2) \div 2=3$ 里，水速為 $(4-2) \div 2=1$ 里。
5. [解] 逆流而上4時能行24里，1時能行 $24 \div 4=6$ 里，已知水流每時3里，故划行速度每時為 $6+3=9$ 里，今水流速度又為前者之2倍，即 $2 \times 3=6$ 里；則順流下駛每時之速度為 $9+6=15$ 里，則行15里之路須時為 $75 \div$

$$15 = 5 \text{ 時。}$$

\* \* \* \*

[例題二] 某舟之划速每時5里，順行於中流6時可達之處，若順行於沿岸，則須8小時，但知中流速度為沿岸水速之3倍，問中流水速若干？

[解] 中流水速為沿岸水速之3倍，故順行於中流6時所行之距離，等於6時划行之行程與沿岸水流 $3 \times 6 = 18$ 時之行程之和。而此距離等於沿岸8時下行之距離，即等於8時划行之行程與沿岸8時水流之行程之和，可知 $8 - 6 = 2$ 時划行之行程，必等於沿岸 $18 - 8 = 10$ 時水流之行程，而2時划行之行程為 $5 \times 2 = 10$ 里，故沿岸水流速度為每時 $10 \div 10 = 1$ 里，則中流水流速度為每時 $1 \times 3 = 3$ 里。

## 問 題

1. 某河水流之速度，中流每時75里，沿岸45里。今有船沿岸上行12時達480里。若由中流還原地，問須幾時？
2. 甲自下游划舟上行，乙同時自上游下行經9小時相遇，是時甲已行前路之半少243里。而甲每時之划力為45里，乙51里，問水流速度如何？
3. 兩舟在靜水中，一每時行8里，一每時行6里，今行於流水中，由同地逆流上駛，5小時後相距幾里？
4. 上題，若兩舟由同地一上一下，相背而行9小時後相距幾里？

5. 上題，若兩舟由同地順流下駛7小時後，相距幾里？

## 問·題解法

- [解] 上行每時  $480 \div 12 = 40$  里，划行速度當為每時  $40 + 45 = 85$  里，則中流下行每時可行  $85 + 75 = 160$  里。故所求時間為  $480 \div 160 = 3$  小時。
- [解] 二舟划行速度之差每時  $51 - 45 = 6$  里。乙所行比全距離多 243 里，故甲所行比全距離之半少 243 里是二舟所行之之差為  $243 \times 2 = 486$  里而每時所行之差為  $486 \div 9 = 54$  里。甲逆流，其速度為划速與水速之差；乙順行，其速度為划速與水速之和。故每時所行之差 54 里。即划速之差每時 6 里與水流速之 2 倍之和，故知  $54 - 6 = 48$  里。為水流速之 2 倍，是水速每時  $48 \div 2 = 24$  里。
- [解] 若同地上駛，每時行程之差仍為  $8 - 6 = 2$  里。因各減相同之數其相差不變，故 5 時後相離  $2 \times 5 = 10$  里。
- [解] 一舟之划速為 8 里，一為 6 里，若置於流水中相背而行，因水流速度相對消，一時相離當為  $8 + 6 = 14$  里，9 時後相離為  $14 \times 9 = 126$  里。
- [解] 若同地下駛，各加水速，其差亦不變故 7 時間相離為  $7 \times (8 - 6) = 14$  里。

[例題三] 某舟自下埠至上埠所需之時間為自上埠至下埠之 2 倍，其划行速度為每時 27 里，求水流速度。

[解]因上行時間爲下行時間之2倍，故上行速度與下行速度之和爲上行速度之3倍，則其半爲上行速度之1.5倍，但上行速度與下行速度之和之半等於划行速度，是每時上行速度之1.5倍，爲27里，故知上行速度爲 $27 \div 1.5 = 18$ 里，而水流速度爲每時 $27 - 18 = 9$ 里

## 問 題

1. 某舟順流而行，20分鐘行4里；逆流而歸，須40分鐘，問每分鐘水流速度若干；划行速度若干？
2. 甲乙二舟往返於420里之河中，甲下行7時，上行21時；乙上行14時，問下行幾時？
3. 舟人順流行舟，每時10里，逆流則行6里，今大雨後水勢急激，逆流每時祇行4里，問此時順流可行幾里？
4. 甲船與一漂流物同時由河源向河口而行，乙船亦同時自河口向河源而行，甲船行3時，與漂流物相距90里；乙船行6時與漂流物相遇，又二船划速相同，問河源至河口之距離若干？
5. 溯行某河流5時行3里12丈5尺其划速爲水速之3倍，問划速及水流各若干？

## 問 題 解 法

1. [解]順流而行每分鐘行 $4 \div 20 = 0.2$ 里，歸時每分鐘行 $4 \div 40 = 0.1$ 里，順行與逆行之差爲水流速度之2倍，即 $0.2 - 0.1 = 0.1$ 里，每分鐘水流速度爲 $0.1 \div 2 = 0.05$

里·划速爲  $0.1 + 0.05 = 0.15$  里

2. [解] 甲每時上行  $420 \div 21 = 20$  里，乙每時上行  $420 \div 14 = 30$  里，甲每時下行  $420 \div 7 = 60$  里，故水速每時  $(60 - 20) \div 2 = 20$  里，以乙上行之速度加水速之 2 倍，即得下行速度爲每時  $30 + 20 \times 2 = 70$  里，故乙下行之時間爲  $420 \div 7 = 6$  時。
3. [解] 順流每時 10 里，逆流每 6 里，二者之差爲水速之 2 倍，即  $10 - 6 = 4$  里，水流速度每時  $4 \div 2 = 2$  里，划速每時爲  $10 - 2 = 8$  里，水勢急激後逆流每時 4 里，則水流速度爲  $8 - 4 = 4$  里，故順流每時可行  $8 + 4 = 12$  里。
4. [解] 下行舟與漂流物相距之路程，爲划力之結果，因甲舟 3 時離物 90 里，是划速每時爲  $90 \div 3 = 30$  里，又上行舟與漂流物行程之和，亦恰爲划力之結果，而上行舟 6 時間遇漂流物，故河長爲  $30 \times 6 = 180$  里
5. [解] 舟每時行 3 里 12 丈 5 尺  $\div 5 = 110$  丈 5 尺，因划速爲水速之 3 倍，故舟行速度爲水流速度  $3 - 1 = 2$  倍，是水速爲每時  $110$  丈 5 尺  $\div 2 = 55$  丈 2 尺 5 寸，而划速爲每時  $55$  丈 2 尺 5 寸  $\times 3 = 165$  丈 7 尺 5 寸，

§17 數字倒轉題算法，其算法根據下之數定則，二位之數與其數字顛倒者之和，等於兩數字和之 11 倍。  
三位之數與其數字顛倒者之差，等於兩數字差之 9 倍

$$\text{例： } 23 + 32 = 11 \times (3 + 2)$$

$$32 - 23 = 9 \times (3 - 2)$$

三位之數與其數字顛倒者之差，等於百位數字與個位

數字之差之 99 倍，如  $523 - 325 = 99 \times (5 - 3)$

【例題一】二位之數，適等於二數字和之 5 倍，若此數加 9 則等於二位數字之倒置。問此數為何？

[解] 因此數為兩數字和之 5 倍，故其顛倒數字者，為數字和之  $11 - 5 = 6$  倍。可知二數之差，恰等於兩字之和。由題已知二數之差為 9 故兩數字之和為 9。

∴原數  $= 9 \times 5 = \underline{45}$ 。

## 問 題

1. 有二位之數，其數字之和為 10；若本數加 36，則其數字之次序顛倒。問此數為何？
2. 有二位數，個位比十位數字多 6，本數與其易位數之和，為 110；求此數。
3. 有二位數，數字之和為 6；若從此數減 18，則數字易位求此數。
4. 有二位數，數字之和為 6；若自本數之 2 倍減 6，則數字易位，求此數。
5. 有二位之數為數字和之 4 倍，問二位之數為何？

## 問題解法

1. [解] I 依題意，倒轉數比本數多 36，故本數之十位數字比個位數字少  $36 \div 9 = 4$ ，因而十位數字與個位數字，其和為 10 其差為 4，故十位數為  $(10 - 4) \div 2 = 3$ ，個位數字為  $(10 + 4) \div 2 = 7$ ，即本數為 37

II. 本數加 36，等於十位數字加 4，個位數字減



- 4, 結果數字倒置, 可知十位數字比個位數字少4; 已知和為10, 故十位數字為  $(10-4) \div 2 = 3$ , 個位數字為7此數即37.
2. [解] 二位之數與其數字易位時之和, 等於兩數字和之11倍. 由是可知兩數字之和為,  $110 \div 11 = 10$ , 其差為6. 依和差題算法個位數字為  $(10+6) \div 2 = 8$ . 十位數字為  $(10-6) \div 2 = 2$ . 即本數為28.
3. [解] 依題意, 倒置數比原數少18, 故此數之十位數字比個位數字多  $18 \div 9 = 2$ . 因而十位數字與個位數字其和為6, 其差為2. 故十位數字為  $(6+2) \div 4$ . 個位數字為  $4-2 = 2$ , 即此數為42.
4. [解] 自本數之2倍減6, 則得倒轉數. 故自本數之3倍減6. 則為本數與倒轉數之和. 而本數與倒轉數之和等於數字和6之11倍, 即66. 故自本數之3倍減6即為66. 因本數之3倍為  $66+6 = 72$ , 故數為  $72 \div 3 = 24$ .
5. [解] 與第四題同理, 可知一位數字為數十位字之 $\frac{1}{2}$ 倍. 故本數為12, 24, 36, 48. 因數字必小於10故惟四答數.

\* \* \* \*

【例題二】有三位數其數字之和為11; 若加297於本數, 則其數字之次序倒轉, 問本數為何?

[解] 百位之數字比一位之數字少  $297 \div 99 = 3$ , 故本題之要件為百位數字比一位數字少3, 而三位數字之和為11, 今假設十位之數字為0. 則本數為407; 十位之數字為2, 則本數為326; 十位之數字為4, 則本數

爲245；十位之數字爲6，則本數爲164；十位數字爲此外之數，則百位及一位之數爲小數或0即不適於題言之數，故所求之數爲  $\underline{407, 326, 245, 164}$  之四數，

## 問 題

1. 有二位之數比其倒位數少18，而等其數字和之4倍，問原數若干？
2. 有二位之數，十位數字小於個位，其數字稱與差爲16；而原數與倒位數之和爲88，問原數爲何？
3. 有三位數，等於兩數字之和之4倍，若加27於本數，則數字易位，問本數爲何？
4. 有三位之數，其數字之和爲12，若從本數減495，則此數之數字倒轉，試求其本數？

## 問題解法

1. [解] 原數既爲數字和之4倍，則倒位數必爲數字和之 $(11-4)=7$ 倍，但原數比倒位數少18，即數字和之4倍比其7倍少18，故數字和 $7-4=3$ 倍爲18，故數字和爲 $18 \div 3 = 6$ ，原數爲 $6 \times 4 = 24$ 。
2. [解] 原數與倒位數之和爲88，爲兩數字和之11倍，故數字和爲 $88 \div 11 = 8$ ，又數字和與差之積爲16，故差爲 $16 \div 8 = 2$ ，故個位數字爲 $(8+2) \div 2 = 5$ ，十位數字爲 $5-2=3$ ，本數爲35。
3. [解] I. 倒轉者爲數字和之 $11-4=7$ 倍，倒轉者與原數差爲數字和之 $7-4=3$ 倍，即27，故兩數之和爲

$27 \div 3 = 9$ ，故本數為  $4 \times 9 = 36$ 。

II. 二位數即十位數字之 10 倍與個位數之和，等於兩數字和之 4 倍，即十位數字與個位數字各 4 倍之和，故十位數字  $(10 - 4)$  倍 = 個位數字  $(4 - 1)$  倍，即十位數字之 6 倍等於個位數字之 3 倍，故個位數字為十位數字之 2 倍，加 27 於本數則得倒轉數，故個位數字與十位數字之差為  $27 \div 9 = 3$ ，故十位數字為 3，個位數字 6，即本數為 36。

4. [解] 百位數字比個位數字多  $495 \div 99 = 5$ ，而三位數字之和為 12，今假十位數字為 1，則本數為 813；十位數字為 3，則本數為 732；十位數字為 5，則本數為 651；十位數字若為此外之數則與本題不合，故所求之數為 813，732，651 三數。

\*                      \*                      \*                      \*

§18 工程題算法 按整數解時，在將其中一人工作時間改歸他人，當合若干時日，如將關係尋出則題之解法可知，

- [例題] 甲乙二人合作一事，8日可成若甲乙合作2日後，令甲獨作尚須9日完成問各獨作須幾日？

[解] 合作2日後甲乙應各作  $8 - 2 = 6$  日，但甲獨作餘事較合作多費  $9 - 6 = 3$  日，即相當乙獨作6日之工，可知獨作日數為甲之  $6 \div 3 = 2$  倍，合作2日之工，將乙作者改歸於甲須作  $2 \div 2 = 1$  日，故甲獨作之須  $9 + 2 + 1 = 12$  日，乙獨作之須  $12 \times 2 = 24$  日。

## 問 題

1. 職工4人合作一事，預定10日可完，今合作4日之後，增加職工2名，則所作日數如何？
2. 甲乙二人共作一工，15日告成，若甲一人作之，須25日，問乙一人作之須幾日。

## 問 題 解 法

1. [解] 合作四日後，尚餘四人  $10 - 4 = 6$  日之工作，即一人  $6 \times 4 = 24$  日之工作，若增工人二名則共  $4 + 2 = 6$  人作之，所須之日數為  $24 \div 6 = 4$  日
2. [解] 甲一人作25日可成，則甲  $25 - 15 = 10$  日之工作，乙作15日，故乙作全工須  $(25 \div 10) \times 15 = 37.5$  日，

### §19 整數之性質

- A. 二數之公約數，為其和或差之約數，
- B. 某數之約數為其倍數之約數。
- C. 二數之公約數，為其一任意若干倍，與其任意若干倍之和或差之約數。
- D. 二數之中，一數為某數之若干倍，一數非某數之倍數，其和或差必非某數之倍數。

### 求最大公約法：

- I. 有易於分析約數之諸數，欲求其最大公約數，可自諸數析得其質約數，取其公有者而連乘之。

- II. 求二數之最大公約數，可先以小數除大數，如無餘數，則此小數即為所求之數。如有餘數，則再以餘數除除數，累次如此，至除盡而止，其末一次之除數，為其所求之最大公約數。

求最小公倍法：

- I. 有易於析約數之諸數，欲求其最小公倍數，可先以其任數公有之質約數除之，除得之商復如是再除，至所得諸商中任二數無一公約數為止，後取此諸質約數及商連乘即得，如二數無公共質約數，則此諸數之積為最小公倍。
- II. 求二數最之小公倍時可先求二之數最大公約，後以所得之最大公約數除原二數中之一數，而以一數乘其商即得。

其算法看下之例題：——

- [例題一] 求84, 126, 21之最大公約數？

$$\begin{array}{r|l}
 3 & 84, 126, 21 \\
 7 & 28 \quad 42 \quad 7 \\
 \hline
 & 4 \quad 6 \quad 1
 \end{array}$$

最大公約為， $3 \times 7 = 21$ 。

- [例題二] 求185, 333之最小公倍數。

[解] 先求兩數之最大公約為37，次由 $333 \div 37 = 9$   
 $185 \times 9 = 1665$ ，得1665為所求之數。

- [例題三] 問以2, 3, 4, 5, 6. 除之，恒餘1. 之最小數？

[解] 以2, 3, 4, 5, 6得整除之最小數，為此五數之最小

公倍數60。故所求數爲 $60+1=61$ 。

## 問 題

1. 奇數+奇數=? 偶數+奇數=?  
偶數-偶數=? 偶數×偶數=?
2. 一最大之整數以之除3458, 可得剩餘14; 以之除4327, 可得剩餘15; 以之除4524可得剩餘16。此數若何?
3. 求一最小之數以32, 36, 48, 除之皆餘12者。
4. 郵票縱8分5釐, 橫7分。欲貼成最小然方形。問須若干枚?
5. 4里13丈2尺。及1里50丈3尺中。所含整數倍數尺數之最大者。

## 問題解法

[解] 奇數+奇數=偶數。偶數+奇數=奇數。偶數-偶數=偶數。偶數×偶數=偶數。

2. [解] 所求之數能整除 $3458-14=3444$ ,  $4327-15=4312$ ,  $4524-16=4508$ 之最大除數。故以3444, 4312, 4508求最大公約數, 得28。即爲所求之數。
3. [解] 從題意知其所求之數爲在32, 36, 48之最小公倍加12所得之和。故以32, 36, 45求最小公倍得288。則所求之數爲 $288+12=300$ 。
4. [解] 先求正方形一邊之長, 其最長爲8分5釐與7分之倍數。且須最小故最最小公倍數1190乃表正方形一邊

- 之長之釐數。故橫之枚數爲  $1190 \div 70 = 17$ 。縱之枚數爲  $1190 \div 85 = 14$ 。因而所求之枚數爲  $17 \times 14 = 238$  枚
5. [解] 4里13丈2尺 = 7332尺，1里50丈3尺 = 2303尺，而7332，2303之最大公約數爲47，故所求之數爲47尺

\* \* \* \*

[例題四] 有小兒數棋子，三三數之餘2，四四數之餘3，五五數之不足1，問棋子總數若干？

[解] 先求  $n+2=3$  之倍數， $n+3=4$  之倍數，及  $n-1+5=5$  之倍數，之  $n$  之最小數，則得1，故棋之數增1，則三三，四四，五五，數之皆餘。故所求之數爲3，4，5之最小公倍數減1者。而其最小數爲3，4，5之最小公倍數60減1者。即59

## 問 題

1. 以某數除2323餘23，若除4247則餘22。以除5346。又餘21。問最大之除數如何？
2. 某數以7除之餘3，以13除之餘2。問其數如何？
3. 兩數相加爲420。而兩數之公約爲35。問此兩數爲幾何？並本題答案有幾何？
4. 以5除之餘3，以6除之餘4，以7除之餘5。問其數最小爲何？
5. 問以如何之最小數乘222，則其積爲1295之倍數？

## 問題解法

1. [解]  $2323 - 23 = 2300$  ·  $4247 - 22 = 4225$  ·  $5346 - 21 = 5325$  · 求此三數之公約數 · 即此三數之最大除數為 25 ·

2. [解] 先求  $n+3=7$  之倍數， $n+2=13$  之倍數，之最小數，則得 11，故某數加 11，則為 7 及 13 之公倍數 · 故所求數之最小者為 7 及 13 之最小公倍 91 減 11 之數，即 80 ·

3. [解]  $420 = 35 \times 12$  · 若將 12 任分為兩份 · 皆可為 35 之倍數，故得如下之分配：

$$\begin{aligned} 35 \times 12 &= 35 \times (11+1) = \underline{385} + 35 \\ &= 35 \times (10+2) = \underline{350} + 70 \\ &= 35 \times (9+3) = \underline{315} + 105 \\ &= 35 \times (8+4) = \underline{280} + 140 \\ &= 35 \times (7+5) = \underline{245} + 175 \\ &= 35 \times (6+6) = \underline{210} + 210 \end{aligned}$$

故此 6 答均可合問 ·

4. [解] 以 5 除之餘 3 · 以 6 除之餘 4，以 7 除之餘 5，即該數以 5, 6, 7, 除之皆不足 2 · 故所求數為 5, 6, 7, 之最小公倍數減 2，即  $210 - 2 = 208$  ·

5. [解] 222, 1295 之最小公倍數，為 7770，故以某數乘 222 為 7770，則為 1295 之倍數，且其數為最小，故其數為  $7770 \div 222 = 35$  ·

\* \* \* \*

[例題五] 某學校，男生 221 人 · 女生 143 人 · 各分為若干組，每組人數相等，欲使組數為最少 · 問組數為若干？



[解]組數最少，則一組之人數必最多，故143，221之最大公約數13，乃表一組之人數，因而其組數·男爲 $201 \div 13 = 17$ ，女爲 $143 \div 13 = 11$ ·故合計 $17 + 11 = 28$ 組。

[例題六]有二齒輪，其齒數爲80及128·問小齒輪幾回轉後，同齒再於同齒相合？

[解]80，128之最小公倍數爲640，故所求之數，爲 $640 \div 80 = 8$ 迴轉。

## 問 題

1. 甲乙二人持金買物，甲金270元·乙金150元·物價分四等·爲35元，52元，15元，10元，今欲令買同等之物，而又最少使金適盡·問所買之物爲何等？
2. 某公園之荷花池，周圍1里·有甲乙丙三人乘腳踏車賽跑·各一時間之速度·甲6里，乙10里，丙12里，問於一時間內繞周圍之次數·甲被乙丙所追過若干次？
3. 有三角形市街，三邊之長爲104丈，240丈，152丈·今欲置電燈須求最遠之等距離·及最少之燈數·但各偶配一燈·問各燈之距離如何？燈數如何？
4. 一長方紙長96寸，寬64寸，今欲分成最大正方形·每塊之邊長若何？塊數若干？

## 問題解法

1. [解]所買物之價，必約二人所持金，又適爲最大數

- 今270與150之公約數，爲2, 3, 5, 6, 10, 15, 30，以四等物衡之，惟15可相當，故所買之物爲15元者。
2. [解] 甲乙丙每一時間，繞周圍之次數，甲爲 $6 \div 1 = 6$ 次，乙爲 $10 \div 1 = 10$ 次，丙爲 $12 \div 1 = 12$ 次，故甲被乙追過 $10 - 6 = 4$ 次，被丙追過 $12 - 6 = 6$ 次。
3. [解] 求置最少之燈必先求最遠之距離，故各燈之距離爲104, 152, 240之最大公約數爲8丈，則燈爲數 $(104 + 152 + 240) \div 8 = 62$ 個。
4. [解] 裁長方形爲最大正方形，則此正方形每邊之長須爲長及闊之最大公約數，96, 64之最大公約爲32，即每邊之長。又 $96 \div 32 = 3$ ， $64 \div 32 = 2$ ，即長方形之長及闊爲正方形紙每邊長之3倍及2倍；故所裁正方形紙爲 $3 \times 2 = 6$ 塊。

\*

\*

\*

\*

# 分 數 雜 題



[列題三] 以  $\frac{5}{9}$  乘  $211\frac{3}{7}$ ，

$$\begin{array}{r}
 \text{[算式]} \quad 211 \times 5 = 1055 \\
 \quad \quad \quad \frac{3}{7} \times 5 = 2\frac{1}{7} \quad \left. \vphantom{\frac{3}{7} \times 5} \right\} (+ \\
 \hline
 \quad \quad \quad 9)1057\frac{1}{7} \\
 \quad \quad \quad \underline{117 \dots} \quad \dots \text{餘} 4\frac{1}{7} = \frac{29}{7}, \\
 \frac{29}{7} \div 9 = \frac{29}{63} \quad \left. \vphantom{\frac{29}{7} \div 9} \right\} (+ \\
 \hline
 \quad \quad \quad 117\frac{29}{63}
 \end{array}$$

[例題四] 以  $82\frac{5}{9}$  乘  $211\frac{3}{7}$ ，

$$\begin{array}{r}
 \text{[算式]} \quad 211\frac{3}{7} \times 82 = 17337\frac{1}{7} \\
 \quad \quad \quad 211\frac{3}{7} \times \frac{5}{9} = 117\frac{29}{63} \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1745438 \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad 63}
 \end{array}$$

\*         \*         \*         \*

§21 部分題算法 「甲數爲乙數之幾分之幾。」乃用乙數爲標準以表甲數之大小，故常稱乙數爲主數，甲數爲賓數，其比率幾分之幾爲分率，分數之應用題之基本問題不外於主數賓數分率三者之中知其二而求其餘，換言之即不外下列諸問題：「甲數爲乙數之幾分之幾？何數爲乙數之幾分之幾？某數之幾分之幾爲甲數問某數若干？」第一問題在求分率，第二問題在求

賓數，第三問題在求主數，其法如下：

$$\text{賓數} \div \text{主數} = \text{分率} \cdot$$

$$\text{賓數} = \text{分率} \times \text{主數} \cdot$$

$$\text{主數} = \text{賓數} \div \text{分率} \cdot$$

[例題一] 車行全路  $\frac{3}{4}$ ，舟行其餘  $\frac{1}{2}$ ，尚餘 20 里，問全路長幾里？

[解] 車行全路  $\frac{3}{4}$ ，則餘全路之  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ，則舟行全路之  $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ，則餘全路之  $1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ ，即 20 里，故全路為  $20 \div \frac{1}{8} = \underline{160}$  里，

## 問 題

1. 弟年 12 歲，適為兄年  $\frac{6}{7}$ ，問兄年若干？
2. 某數之  $\frac{1}{3}$  與  $\frac{1}{4}$  之和為 70，求某數？
3. 某人車行全路之  $\frac{3}{4}$ ，舟行  $\frac{1}{5}$ ，共行 380 里，問全路若干里？
4. 某人行路，已行全路之  $\frac{2}{5}$ ，還剩 9 里，問全路之長若干？
5. 有長 3 丈之竿，插於池中，露出水面以上之部分為 9 尺。

，在水之部分爲全長之 $\frac{1}{2}$ 間插入泥中之部分當全長幾分之幾？

6. 一人行路，已行全路之 $\frac{3}{7}$ ，尙餘16里，問全路長若干里？

7. 線一段，其 $\frac{1}{3}$ 比 $\frac{1}{5}$ 長2尺4寸，求線長？

### 問題解法

1. [解] 弟年12歲適爲兄之 $\frac{6}{7}$ ，則兄年爲 $12 \div \frac{6}{7} = \underline{14}$ 歲

2. [解] 某數之 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{1}{4}$ 之和爲某數之 $\frac{7}{12}$ ，即70，故某數爲 $70 \div \frac{7}{12} = \underline{120}$ .

3. [解] 共行全路 $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$ 即380里，故全路之長爲 $380 \div \frac{19}{20} = \underline{400}$ 里，

4. [解] 所餘者爲全路之 $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ ，又知爲9里，故全路之長爲 $9 \div \frac{3}{5} = \underline{15}$ 里，

5. [解] 露出水面以上之部分，爲全長之 $\frac{9}{30}$ ，在水中者

爲  $\frac{1}{2}$ ，故在泥中者相當全長之  $1 - \frac{1}{2} - \frac{9}{30} = \frac{1}{5}$ 。

6. [解] 所餘16里爲全路之  $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ ，故全路之長爲  
 $16 \div \frac{4}{7} = \underline{28}$ 里，

7. [解] 線之  $\frac{1}{3}$  與  $\frac{1}{5}$  之差爲  $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ ，實爲2尺4寸。  
 故全長爲2尺4寸  $\div \frac{2}{15} = \underline{1丈8尺}$

\* \* \* \*

[例題二] 分44爲二部分，令1部分之  $\frac{2}{5}$  等於他部分之  $\frac{1}{3}$ ，問二部分若何？

[解] 令一部分爲1，此分之  $\frac{2}{5}$  等於他部分之  $\frac{1}{3}$ ，他部分  
 爲此部分之  $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3}$  即  $\frac{6}{5}$ ，故全部分爲44，爲此分部之  
 $1 + \frac{6}{5}$  即  $\frac{11}{5}$ ，故此部分爲  $44 \div \frac{11}{5}$  即  $\underline{20}$ ，他部分爲  $44 -$   
 $20 = \underline{24}$ ，

[例題三] 某數之  $\frac{2}{3}$  爲18，求某數？

[解] 某數乘以  $\frac{2}{3}$  後，既得18，則未乘  $\frac{2}{3}$  之前應爲18  
 $\div \frac{2}{3} = 18 \times \frac{3}{2} = \underline{27}$ 。



## 問 題

1. 水與酒混合，水爲全量之 $\frac{1}{3}$ ，酒比全量之半多2斗5升，問水酒各若干？
2. 有繩截去9尺所餘之部分，比全長之 $\frac{3}{4}$ 尙短3尺，問此繩長若干？
3. 某人用去所有銀 $\frac{2}{5}$ 後得洋240元，此時總額爲原有之 $\frac{2}{3}$ 問原有銀爲若干？
4. 某數之2倍比其 $\frac{1}{2}$ 多27，求某數？
5. 某數之 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{4}{5}$ 之和減18，等於其 $\frac{5}{6}$ ，求某數？
5. 某數加24，以4除之，比原數之 $\frac{1}{6}$ 多22，某數爲何？

## 問 題 解 法

1. [解] 水爲全量之 $\frac{1}{3}$ ，由此可知酒爲全量之 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ，又云比全量之半多2斗5升，可知全量之 $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ，爲2斗5升，故知全量爲 $25 \div \frac{1}{6} = 25 \times \frac{6}{1} = 150$ 升

，則水爲  $150 \times \frac{1}{3} = \underline{50}$  升，酒爲  $150 \times \frac{2}{3} = \underline{100}$  升。

2. [解] 截去 9 尺則所餘比全長之  $\frac{3}{4}$  少 3 尺，可知截去之部分爲全長  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$  多 3 尺，故  $9 - 3 = 6$  尺相當全長  $\frac{1}{4}$  故全長爲  $6 \div \frac{1}{4} = \underline{24}$  尺。

3. [解] 用去  $\frac{2}{5}$ ，則餘  $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$  後得洋 240 元，則爲原有之  $\frac{2}{3}$ ，由此知 240 元相當原有之  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15}$ ，故原有銀爲  $240 \div \frac{1}{15} = \underline{3600}$  元。

4. [解] 某數之 2 倍較某數之  $\frac{1}{2}$  多  $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$  倍，故 27 相當其  $\frac{3}{2}$  倍，某數爲  $27 \div \frac{3}{2} = \underline{18}$ 。

5. [解] 某數之  $\frac{1}{3} + \frac{4}{5}$  比其  $\frac{5}{6}$  多 18，即 18 等於  $\frac{1}{3} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6} = \frac{3}{10}$ ，故某數爲  $18 \div \frac{3}{10} = \underline{60}$ 。

6. [解] 某數加 24 以 4 除之，則得某數爲其  $\frac{1}{4}$  加  $24 \div 4 = 6$ ，實比其  $\frac{1}{6}$  多 22，可知其  $\frac{1}{4}$  比  $\frac{1}{6}$  多  $22 - 6 = 16$ 。故某數爲  $16 \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) = 16 \div \frac{1}{12} = \underline{192}$ 。

\* \* \* \*

[例題四] 或問老人年齡，答曰我年齡 $\frac{3}{16}$ ，等於長男之年齡內減我年齡之 $\frac{5}{12}$ ；今長男年58歲。問此老人年齡若干？

[解] 題云老人年之 $\frac{3}{16}$  = 長男年齡減老人年齡之 $\frac{5}{12}$

$$\text{即老年之}\frac{3}{16} = 58 - \text{老人年齡之}\frac{5}{12}$$

$$\text{故} 58 \text{ 即相當於老人年齡之 } \frac{5}{12} + \frac{3}{16}$$

$$\text{故知父年爲 } 58 \div \left( \frac{5}{12} + \frac{3}{16} \right) = \underline{\underline{96 \text{ 歲}}}$$

## 問 題

1. 某數之 $\frac{7}{9}$ 加6與其 $\frac{4}{7}$ 加15相等，求某數？
2. 牛羊合計240頭，若賣出牛四分之一，買進羊82頭則牛羊之數相等，問牛羊原數各幾何？
3. 有甲乙二馬，甲馬價之 $\frac{3}{4}$ ，等於乙馬價之 $\frac{4}{5}$ ；而乙馬價比甲馬價之 $\frac{5}{6}$ 多 $3\frac{1}{3}$ 元，問二馬之價各若干？
4. 雞兔同籠，其足數雞爲兔之 $\frac{10}{17}$ ，而其頭數雞比兔多3頭，求各之頭數？

5. 槐高15尺，桐高9尺，槐每年之生長爲桐之 $\frac{1}{3}$ 經七年後，槐之高爲桐之高 $\frac{37}{39}$ ，問每年各生長幾尺？
6. 有甲乙二群羊，甲群比乙群少19隻，甲買2隻乙賣3隻則甲爲乙之 $\frac{3}{5}$ ，問甲乙二群羊之數？

### 問題解法

1. [解] 某數之 $\frac{7}{9}$ 與 $\frac{4}{7}$ 之差爲 $\frac{13}{63}$ ，實即 $15-6=9$ 也，故某數爲 $9 \div \frac{13}{63} = 9 \times \frac{63}{13} = 43\frac{8}{13}$ 。
2. [解] 以原牛數爲1，賣後之餘爲 $1 - \frac{1}{4}$ 即 $\frac{3}{4}$ ，與原羊數加82頭相等，故原牛羊數之和240頭，比原牛數 $1 + \frac{3}{4}$ 即 $\frac{7}{4}$ 少82頭，因之原牛數爲 $(240 \text{ 頭} + 82 \text{ 頭}) \div \frac{7}{4}$ 即184頭，原羊數爲56頭，
3. [解] 乙馬價等於甲馬價之 $\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{15}{16}$ ，故若自乙減去甲之 $\frac{5}{6}$ ，其差爲甲之 $\frac{15}{16} - \frac{5}{6} = \frac{5}{48}$ ，即相當於 $3\frac{1}{3}$ 圓，故甲馬價爲 $3\frac{1}{3} \div \frac{5}{48} = 32$ 圓，乙馬價爲 $32 \times \frac{15}{16} = 30$ 圓？

4. [解] 雞足爲兔足之 $\frac{10}{17}$ ，則雞頭爲兔足之 $\frac{5}{17}$ ，而兔頭爲兔足之 $\frac{1}{4}$ ，其頭數之差爲兔足之 $\frac{5}{17} - \frac{1}{4} = \frac{3}{68}$ ，實爲3頭，故兔之足數爲 $3 \div \frac{3}{68} = 68$ ，則兔爲17，雞爲20。

5. [解] 設桐每年長成之高爲1. 則檜每年長成之高爲 $\frac{1}{3}$ ，依題意，檜15尺與7年長成之尺數之和，等於桐9尺與其7年長成之尺數之和之 $\frac{37}{39}$ ，故桐7年長成者之 $\frac{37}{39}$ ，與檜7年長成者之差，爲 $15 - \frac{37}{39} \times 9 = \frac{84}{13}$ 尺，故桐每年所長，爲 $\frac{84}{13} \div \left(1 \times \frac{37}{39} \times 7 - \frac{1}{3} \times 7\right) = \underline{1尺5寸}$ ，而檜每年所長爲， $1尺5寸 \times \frac{1}{3} = \underline{5寸}$ 。

6. [解] 甲買2隻與乙賣3隻後，此時乙比甲多 $19 - (2 + 3) = 14$ 隻，於是甲爲乙之 $\frac{3}{5}$ ，則乙比甲多 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ ，故知乙爲 $14 \div \frac{2}{5} = 35$ ，則乙原有爲 $35 + 3 = \underline{38}$ 隻，甲原有爲 $38 \div 2 = \underline{19}$ 隻，

\* \* \* \*

§22和差題及連續數題算法 [參看P.11及P.46]

[例題一] 甲工5日乙工3日，工資之和為 $2\frac{59}{100}$ 元，若甲乙交換其日數，則應給工資 $2\frac{9}{20}$ 元，問二人工資各若干？

[解] 二人8日應共得工資為 $2\frac{59}{100} + 2\frac{9}{20} = 5\frac{1}{25}$ 元，則二人1日共得 $5\frac{1}{25} \div 8 = \frac{63}{100}$ 元，又1日工資之差為 $(2\frac{59}{100} - 2\frac{9}{20}) \div 2 = \frac{7}{100}$ 元，故得甲之工資為 $(\frac{63}{100} + \frac{7}{100}) \div 2 = \frac{7}{20}$ 元，乙為 $\frac{14}{25}$ 元。

[例題二] 連續三數之和比為小數之 $3\frac{1}{3}$ 倍，求此三數？

[解] 連續三數為小數之3倍多 $1+2=3$ ，實為小數之 $3\frac{1}{3}$ 倍，故小數為 $3 \div (3\frac{1}{3} - 3) = 9$ ，則他三數為10，11，12。

## 問 題

1. 二人有銀之和為 $35\frac{2}{13}$ 元，其差為 $3\frac{1}{5}$ 元，問各若干？
2. 東西兩市相隔78里，甲乙兩人相向而行，會時甲比乙多行 $8\frac{4}{15}$ 里，問此二人各行若干里？

3. 茶12斤，咖啡3斤，其價合計 $4\frac{1}{5}$ 圓，咖啡12斤茶3斤，合計為 $3\frac{3}{10}$ 圓，問各1斤之價幾何？
4. 連續五整數，其和之 $\frac{1}{3}$ 比第三數多12，問各若干？
5. 有連續五數，其第三數比第一數與第五數之和之 $\frac{7}{10}$ 少6，求此五數？

### 問題解法

1. [解] 知其和及差，則其各為  $(35\frac{2}{13} + 3\frac{1}{5}) \div 2 = 19\frac{23}{130}$ 元，及  $(35\frac{2}{13} - 3\frac{1}{5}) \div 2 = 15\frac{127}{130}$ 元，
2. [解] 行路里數之和78里，差為 $8\frac{4}{15}$ ，則甲所行路之里數為  $(78 + 8\frac{4}{15}) \div 2 = 43\frac{2}{15}$ 里，乙為  $76 - 43\frac{2}{15} = 34\frac{13}{15}$ 里。
3. [解]  $4\frac{1}{5} + 3\frac{3}{10} = 7\frac{1}{2}$ 元即茶15斤及咖啡15斤，之和價。則茶1斤咖啡1斤之共價為  $7\frac{1}{2} \div 15 = \frac{1}{2}$ 元，又  $4\frac{1}{5} - 3\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ 即茶9斤咖啡9斤之價之差，而一斤之差為  $\frac{9}{10} \div 9 = \frac{1}{10}$ 元。有和及差故得茶1斤之價為

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right) \div 2 = \frac{3}{10} \text{元} \circ \text{咖啡一斤之價爲} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right) \div 2 \\ = \frac{2}{10} \text{元} \circ$$

4. [解] 連續五整數之和爲第三數之5倍，而比其 $\frac{1}{3}$ 多

12，故其和爲 $12 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 90$ ，則最小者爲 $\{90 - (1+2+3+4)\} \div 5 = 16$ ，由是得5數爲16, 17, 18, 19, 20。

5. [解] 第三數比第一數多2，比第五數少2，則第三數爲

第一第二數和之 $\frac{1}{2}$ ，今第三數比第一第五二數和之 $\frac{7}{10}$

少6，而第一第二數和之 $\frac{7}{10} - \frac{1}{2}$ 爲6，則第一第五二數

和爲 $6 \div \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{2}\right) = 30$ ，而差爲4，故第一數爲13，其

餘4數爲14, 15, 16, 17。

### §23 還原及置換算題法 [參看P.9及P.47]

[例題一] 某校招生之時，算術試題爲，「某數之自乘

，乘 $\frac{22}{7}$ 等於若干？」有招考學生誤認爲；「某數之2

倍，乘 $\frac{22}{7}$ ，爲若干？」他的答數爲44，若是不誤當得何數？



[解] 某數之2倍乘 $\frac{22}{7}$ 等於44，故某數為 $44 \div \frac{22}{7} \div 2$   
 $= 7$ ，若是不誤應得 $72 \times \frac{22}{7} = \underline{\underline{154}}$ ，

[例題二] 某人行135里之路，晴天每日行 $9\frac{1}{2}$ 里，雨天每日行 $6\frac{1}{2}$ 里，共行18日，問晴天日數如何？

[解] 全按晴天計算則應行 $9\frac{1}{2} \times 18 = 171$ 里，多行  
 $171 - 135 = 36$ 里，故知雨天日數為 $36 \div \left(9\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2}\right)$   
 $= 12$ 日，晴天日數為 $\underline{\underline{6}}$ 日。

## 問 題

1. 某數以 $\frac{5}{7}$ 乘之再以 $1\frac{1}{3}$ 減之，又以 $2\frac{3}{5}$ 除之得 $\frac{1}{7}$ ，求某數？
2. 某人東行若干里，逆行 $7\frac{3}{5}$ 里，又以每日5里之速向東行，5日後其所到之距離在出發點東 $30\frac{1}{2}$ 里，問最初東行之距離？
3. 東西村之距離 $11\frac{1}{2}$ 里，其間有一山，由東村往9小時後 $8\frac{9}{10}$ 小時，每時之速平地15里，上山 $1\frac{1}{4}$ 里，問山路若干？

4. 有畜牧家以牛，羊馬共百頭，出市賣之，其價牛1頭元，馬1頭50元，羊1頭6元，平均1頭為9元4角；若將馬少賣 $\frac{3}{4}$ ，而易以羊25頭，則收金無增無減，問馬牛羊各若干？

### 問題解法

1. [解] 題云以 $2\frac{3}{5}$ 除之得 $\frac{1}{7}$ ，不除應為 $\frac{1}{7} \times 2\frac{3}{5} = \frac{13}{35}$ ，不減 $1\frac{1}{3}$ 時為 $\frac{13}{35} + 1\frac{1}{3} = \frac{179}{105}$ ，若不以 $\frac{5}{7}$ 乘之，則為 $\frac{175}{105} \div \frac{5}{7} = \frac{179}{75} = 2\frac{29}{75}$ 。

1. [解] 逆行 $7\frac{2}{5}$ 里後，每日5里之速東行，5日應行 $5 \times 5 = 25$ 里，則在出發點東 $30\frac{1}{2}$ ，則逆行 $7\frac{3}{5}$ 里時離出發點 $30\frac{1}{2} - 25 = 5\frac{1}{2}$ 里，若不逆行則最初東行之距離為 $5\frac{1}{2} + 7\frac{2}{5} = 12\frac{9}{10}$ 里。

3. [解] 兩村往復所需之時間，為9小時 $+ 8\frac{9}{10}$ 小時，即 $\frac{179}{10}$ 小時，若兩村間皆為平地，則所需為 $11\frac{1}{2} \times 2 \div 1\frac{1}{2} = \frac{46}{3}$ 小時，故 $\frac{179}{10}$ 小時 $- \frac{46}{3}$ 小時即 $\frac{77}{30}$ 小時為山路所多需之時間，而1里往復間平地與山路所時間

之差，爲  $(1 \div 1 + 1 \div 1 \frac{1}{4}) - 1 \div 1 \frac{1}{2} \times 2 = \frac{7}{15}$  小時，

故山路爲  $\frac{77}{30} \div 1 \frac{7}{15} = 5 \frac{1}{2}$  里。

4. [解] 馬價全體  $\frac{3}{4}$ ，等於羊25頭之價，故全體之馬價爲  $6 \times 25 \div \frac{3}{4} = 200$  元，由是馬之頭數爲  $200 \div 50 = 4$  頭，而牛羊之總數爲  $100 - 4 = 96$  頭，其共價爲  $9.4 \times 100 - 200 = 740$  元，按置換術牛  $(740 - 6 \times 90) \div (88 - 6) = 2$  頭，羊  $96 - 4 = 94$  頭，

\*             \*             \*             \*

### §24 盈腦算法及數字題算法 [參看P.34及P.57]

[例題一] 今有衆人買物，每3人出銀5元，則少6元。每3人出銀7元，則適足。問人數物價各若干？

[解] 每3人出銀5元，則欠物價6元。即每1人出銀  $\frac{5}{3}$  元，則欠物價6元。每3人出銀7元。則適當物價。即每1人出銀  $\frac{7}{3}$  元，則適當物價故每1人少出銀  $(\frac{7}{3} - \frac{5}{3})$  元，則欠物價6元。故人數等於  $6 \div (\frac{7}{3} - \frac{5}{3}) = 9$  人。物價等於  $\frac{7}{3} \times 9 = 21$  元。

[例題二] 有二位之數其個位數字爲十位數字之  $\frac{3}{4}$ 。而原數與倒位數字之和爲154。問原數爲何？

[解] 原數與倒位數之和爲兩數字和之11倍。故兩數

字和爲  $154 \div 11 = 14$ ，十位數字  $= 14 \div \left(1 + \frac{3}{4}\right) = 8$

個位數字等於  $8 \times 8 \frac{3}{4} = 6$ 。則原數爲 86。

## 問 題

1. 有桃若干分給童子若干人，每人 7 個不足 12 個；若增加原數之  $\frac{1}{4}$ ，則餘 20 個，求童子之數？
2. 以銀若干元修馬路，若每里用 23 元則餘  $21\frac{1}{5}$  元，若每里用 24 元，則不足  $42\frac{1}{5}$  元，問銀元數及馬路之里數？
3. 有二位數，十位數字爲個位數字之  $\frac{2}{3}$ ；若加 18 於本數則其數字之次序倒轉，問本數爲何？
4. 二位之數，數字之和爲 8，其轉倒數爲原數之  $2\frac{5}{13}$  倍，求原數？
5. 有二位數，數字之和爲 15；又其轉位數爲本數之  $1\frac{3}{26}$  倍，問本數爲何？

## 問 題 解 法

1. [解] 按題意，則原數之  $\frac{1}{4}$  爲  $20 + 12 = 32$  個，所以桃之總數爲  $32 \div \frac{1}{4} = 128$ ，童子之數爲  $(128 + 12) \div 7 = 20$  人。

2. [解] 1里用費差  $24 - 23 = 1$  元，則前後共差  $(21 \frac{1}{5} + 42 \frac{1}{5})$ 。則里數為  $(21 \frac{1}{5}) + 42 \frac{1}{5} \div 1 = 63 \frac{2}{5}$  里。共用銀  $63 \frac{2}{5} \times 23 + 21 \frac{1}{5} = 1479 \frac{2}{5}$  元。

3. [解] 二位之數，若加某數，其次倒轉，則所加之數，恒為十位數字與一位數字之差之  $10 - 1 = 9$  倍。因而十位數字與一位數字之差，為  $18 \div 9 = 2$ 。即為一位數字之  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 。故一位數數字為  $2 \div \frac{1}{3} = 6$ 。十位數字為 4。本數為 46。

4. [解] 本數與倒轉數之和為本數之  $3 \frac{5}{13}$  倍。但本數與轉位數之和，等於數字和 8 之 11 倍，即 88，故 88 為本數之  $3 \frac{5}{13}$  倍，因而本數為  $88 \div 3 \frac{5}{13} = 88 \times \frac{13}{44} = 26$ 。

5. [解] 本數與倒轉數之和為本數之  $2 \frac{3}{26}$  倍，但本數與轉位數之和，等於數字和 15 之 11 倍即 165。故為本數之  $2 \frac{3}{26}$ 。因而本數為  $165 \div 2 \frac{3}{26} = 78$ 。

### §25 換算算法 [參看 P. 17]

[例題] 甲乙二人，共有金 250 元，甲減其所有金之  $\frac{1}{9}$ ，比乙所有金多 5 元，問各若干？

[解] 甲減所有金之  $\frac{1}{9}$ ，尚餘  $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ 。又乙比甲

之 $\frac{8}{9}$ 少5元，故 $250+5$ 即相當於甲之 $1+\frac{8}{9}$ ，可知甲之  
 所有金爲  $255 \div \frac{17}{9} = 135$ 元，乙爲 $250-135=115$ 元。

## 問 題

1. 有二數，其差爲 $5\frac{5}{15}$ ，又小數爲大數之 $\frac{2}{3}$ 倍，問各若干？
2. 甲乙丙丁四人，共有銀290元，乙爲甲之 $\frac{2}{3}$ ，丙爲甲之 $\frac{7}{3}$ ，丁爲甲乙丙三人和之 $\frac{1}{5}$ 多10元，問各若干？
3. 甲乙二人共有金52元，各用去2元，則甲所有金爲乙之 $1\frac{1}{7}$ 倍，問各原有若干？
4. 晝長爲夜長之 $\frac{5}{7}$ ，問晝夜各幾小時？
5. 鶴之頭爲龜之 $\frac{2}{7}$ ，足數共320，問龜鶴各若干？
6. 甲乙二人相離 $64\frac{2}{3}$ ，相向而行，至相會時，甲行里數，爲乙之 $\frac{5}{3}$ ，問各行幾里？

## 問 題 解 法

1. [解] 小數爲大數之 $\frac{2}{3}$ ，則大數比小數多 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

，而其差爲  $5\frac{5}{13}$ ，故知大數爲  $5\frac{5}{13} \div \frac{1}{3} = \frac{210}{13} = \underline{16\frac{2}{13}}$

小數爲  $16\frac{2}{13} \times \frac{2}{3} = \underline{10\frac{10}{13}}$ 。

2. [解] 丁爲甲乙丙之和之  $\frac{1}{5}$  多10元，故甲乙丙之和爲

1. 則甲乙丙丁之和爲  $1 + \frac{1}{5}$  多10元，則  $(290 - 10) \div (1$

$+\frac{1}{5}) = 233\frac{1}{3}$  即甲乙丙之和，故丁爲  $290 - 233\frac{1}{3} = \underline{56}$

$\frac{2}{3}$  元，甲爲  $233\frac{1}{3} \div (1 + \frac{2}{3} + \frac{7}{3}) = \underline{58\frac{1}{3}}$  元，乙爲  $58$

$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \underline{38\frac{8}{9}}$  元，丙爲  $58\frac{1}{3} \times \frac{7}{3} = \underline{136\frac{1}{9}}$  元。

3. [解] 甲乙共用去  $2 \times 2 = 4$  元，共剩  $52 - 4 = 48$  元，則

乙所有爲  $48 \div (1 + 1\frac{2}{7}) = 21$ ，故原有  $\underline{23}$  元，甲原有  $52 - 23 = \underline{29}$  元，

4. [解] 晝夜共24小時，晝爲夜之  $\frac{5}{7}$ ，則夜之長爲  $24 \div (1 + \frac{5}{7}) = \underline{14}$  小時，晝長  $24 - 14 = \underline{10}$  小時。

5. [解] 鶴之頭數爲龜之  $\frac{2}{7}$ ，設龜數爲1，則共足爲  $2 \times$

$\frac{2}{7} + 4$ ，實爲320足，故龜數爲  $320 \div (2 \times \frac{2}{7} + 4) = \underline{70}$

• 鶴數  $\underline{20}$  •

$$6. \text{ [解] 乙之行程爲 } 64 \frac{2}{3} \div (1 + \frac{5}{3}) \underline{24 \frac{1}{4}} \text{ 里, 甲爲 } 64 \frac{2}{3} - 24 \frac{1}{4} = 40 \frac{5}{12} \text{ 里.}$$

### §26 分數之最大公約及最小公倍算法

分數之最大公約，求諸分母之最小公倍爲分母，再求諸分子之最大公約爲分子即所求之最大公約數。分數之最小公倍。求諸分母之最大公約爲分母，諸分子之最小公倍爲分子即爲所求之最小公倍，

[例題一] 求  $\frac{10}{21}$  及  $\frac{15}{28}$  之最大公約，

[解] 分母21及28之小公倍爲84，分子10及15之最大公約爲5 故所求之數爲  $\frac{5}{84}$ 。

[例題二] 試求  $\frac{4}{21}$  及  $\frac{6}{35}$  之最小公倍數。

試求  $\frac{4}{21}$  及  $\frac{6}{35}$  之最小公倍數？

[解] 所求數之分母爲二分母21與31之最大公約7。又所求數之分子爲二分子4與6之小公倍數12，因而所求之數爲  $\frac{12}{7}$ ，即  $1 \frac{5}{7}$ 。

## 問 題

1. 求  $\frac{5}{6}$ ， $\frac{15}{14}$ ， $\frac{25}{28}$  同以一數除之，今其商爲整數，問此數



爲 $\frac{15}{7}$ 。

之最大者若何？

- 以 $\frac{3}{7}$ 及 $\frac{5}{7}$ 除一數，各得整數商，問此一數之最小者若何？
- 甲乙丙三人由同向循行一島之周圍，甲每日行周圍之 $\frac{4}{9}$ 乙， $\frac{2}{5}$ ，丙 $\frac{4}{5}$ ，問經幾日三人再會於原處？
- 設有酒三種，甲爲 $2\frac{1}{2}$ 升，乙爲 $5\frac{1}{4}$ 升，丙爲 $9\frac{1}{3}$ 升，今以容量相等之罈盛之，其罈數須最少，問罈數若干？
- 機關車輪之周 $15\frac{5}{16}$ 呎，客車輪之周 $9\frac{3}{8}$ 呎，兩車同時着地之地，至再同時着地，問相距若干呎？又加一車其周 $7\frac{1}{4}$ 呎，相距若干？
- 時計之秒針與時針分針同軸裝置，三針除12時重疊一處外，無他處重疊，試證之？

## 問題解法

- [解] 分子之最大公約爲5，即所求之新分子，分母之小倍爲84，即新分母，故所求之數爲 $\frac{5}{84}$ 。
- [解] 所求之數即二分數之小公倍，分母7，7之最大

公約爲 $\frac{15}{7}$ 。又分子3, 5, 之最小公倍爲15, 故所求數

3. [解] 甲每日走周圍之 $\frac{4}{9}$ , 故走1周需 $\frac{9}{4}$ 日, 乙, 丙

走1周需 $\frac{5}{2}$ 日,  $\frac{5}{4}$ 日, 故三人再會於原處所經之日數

即 $\frac{9}{4}$ ,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{5}{4}$ 之最小公倍即 $\frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$ 日。

4. [解] 以罈之容量分割各種酒之量, 求其升數之最大

故依 $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{21}{4}$ ,  $\frac{28}{3}$ 求最大公約數, 得 $\frac{1}{12}$ 即罈之容量爲 $\frac{1}{12}$

升而罈數甲 $2\frac{1}{2}$ 升 $\div \frac{1}{12}$ 升 = 30個乙 $5\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \underline{63}$ 個,

丙爲 $9\frac{1}{3} \div \frac{1}{12} = \underline{112}$ 個,

5. [解] 即求 $15\frac{5}{16}$ 呎及 $9\frac{3}{8}$ 呎之小公倍爲 $459\frac{3}{8}$ 呎, 又

同理求 $15\frac{5}{16}$ 呎,  $9\frac{3}{8}$ 呎, 及 $7\frac{1}{4}$ 呎之小公倍. 爲 $26643$

$\frac{3}{4}$ 呎。

6. [解] 分針每60分比時針多行55分劃, 故分針比針多行

60分劃而與時針重疊者 $60 \times \frac{60}{55}$ 即 $\frac{720}{11}$ 分時, 依同理分

針與抄針爲 $\frac{60}{59}$ 分時, 故三針重疊爲 $\frac{720}{11}$ ,  $\frac{60}{59}$ 之最小公

倍, 即720分時, 然720分爲12小時, 故三針重疊只12小時爲然。

\* \* \* \*

### §27 分子母加減某數之問題算法

自分數之分子分母加減同數，其差不變，其所以不同者乃約分之結果。

又如分母(或分子)加不同數而分子(或分母)之形變異乃約分之結果。

又分母及分子加(或減)不同之數，當求分子母加(或減後)分子母之差。而實非此數乃約分之結果。

[例題] 今有 $\frac{3}{7}$ 試加一同數於分子分母，使成 $\frac{3}{5}$ 。所問加之數如何？

[解] 分子母若加同數，其差不變。然而分數子母之差可約之爲  $7-3=4$ 。  $5-3=2$ 。而  $4 \div 2=2$ 。故  $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$ 。與  $\frac{3}{7}$  比較即可得所加之數爲  $10-7=3$ 。或  $(6-3=3)$ 。

## 問 題

1. 有分數其分子加 3 則成 1。若與母加 2 則成  $\frac{1}{2}$ 。問原分數爲何？
2. 有一分數若分子加某數，則爲  $\frac{2}{3}$ 。若分子減某數，則爲  $\frac{2}{5}$ 。問原分數爲何？
3. 設有分數  $\frac{7}{11}$  其分母加某數分子減某數則變其值爲  $\frac{1}{2}$ 。

問某數若干？

4. 設有分數等於  $\frac{5}{9}$ ，其分母子同以一數加之，則等於  $\frac{7}{11}$ ，而原分子與分母之差為 32，問所加之數為何？
5. 有一分數其分母加 1 則為  $\frac{3}{4}$ ，若加 2 則為  $\frac{5}{7}$  問原分數為何？

### 問題解法

1. [解] 分子加 3 為 1，即分子加 3，則分母分子相等。而原分數之分母，必比分子多 3。當分母加 2 之時，其分母則比分子多 5。故  $\frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$  而原分數則為  $\frac{5}{10-2} = \frac{5}{8}$ 。或  $1 \times \frac{5}{5} = \frac{5}{5}$  而原分數則為  $\frac{5}{5+3} = \frac{5}{8}$ 。
2. [解] 同一分數，其加某數與減某數之和，恰為原分數之 2 倍。故所求之分數為  $(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}) \div 2 = \frac{8}{15}$ 。
3. [解] 分子母和前後不變，而 11 + 7 即 18，然變值後分母子之和為 1 + 2 即 3。故  $18 \div 3 = 6$ ，即變值之分數乃為 6 約原分數之故。故不約時為  $\frac{1}{2} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$ 。則某數當為  $7 - 6 = 1$ 。或  $12 - 11 = 1$ 。
4. [解] 原分子為  $5 \times \frac{32}{9-5} = 40$  加後之分子為  $7 \times \frac{32}{11-7} = 56$ ，故所加之數為  $56 - 40 = 16$ 。

5. [解]  $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{5}{7}$  爲約分之結果，其未約分以前其分子爲原數之分子，故必須相等。因而若將 3 與 5 之最小公倍爲公分子，則二分數爲  $\frac{15}{20}$  及  $\frac{15}{21}$ 。而此分母爲加 1 及 2 於原分數之分母者，故其差爲 1，今上之兩分數恰合此要件，故所求之分數爲  $\frac{15}{19}$ 。

\* \* \* \*

### §28 行程題算法 [參看 P. 23]

[例題一] 甲乙二人，由東西兩市相向而行，甲 3 時走 4 里，乙 5 時走 6 里，30 時相會，兩市間之距離如何？

[解] 題云甲 3 時走 4 里，每時可走  $\frac{4}{3}$  里；乙 5 時走 6 里，每時可走  $\frac{6}{5}$  里，可知甲乙二人每時共走  $\frac{4}{3} + \frac{6}{5} = \frac{4 \times 5 + 6 \times 3}{15} = \frac{38}{15}$  里。而 30 時相會，故兩市之距離爲  $\frac{38}{15} \times 30 = 76$  里。

## 問 題

1. 甲乙二人以相等之速度，自東村向西村走。甲先行 12 里後乙纔出發；等到甲從西村折回又行全路之  $\frac{2}{15}$  時與乙相會，問兩村相離幾里？

2. 一嶺之上下有甲乙2村，由甲村至乙村需6時20分，由乙村至甲村需3時38分；每分時之速，向上為50步，向下為80步；求兩村之距離？
3. 行某距離，車行需 $5\frac{3}{4}$ 日，步行需 $8\frac{1}{4}$ 日；今欲6時達到，問車行步行各若干日？
4. 有甲乙二童子，自相距120丈之兩處相向而行，6分鐘相會，若每分鐘速各減二丈則相會處離前者之相會為處 $3\frac{1}{8}$ 丈，問每分鐘各行若干丈日？

### 問題法解

1. [解] 甲乙二人速力相等，故甲始終比乙多行12里，甲由西村折回而遇乙之時，必距西村12里， $\div 2 = 6$ 里即全路之 $\frac{2}{15}$ 為6里，故全路為 $6 \div \frac{2}{15} = 6 \times \frac{15}{2} = 45$ 里
2. [解] 往返甲乙兩村共需6時20分 + 3時38分 = 9時58分。又等598分，但上行一步需 $\frac{1}{50}$ 分，下行一步需 $\frac{1}{80}$ 分；因而往返一步則需 $\frac{1}{50} + \frac{1}{80} = \frac{15}{400}$ 分，故甲乙兩村之距離為 $598 \div \frac{15}{400} = 184000$ 步 = 51里40步。
3. [解] 車行一日行全路之 $1 \div 5\frac{3}{4} = \frac{4}{23}$ ；步行一日行全路之 $1 \div 8\frac{1}{4} = \frac{4}{33}$ ；一日行程之差為 $\frac{4}{23} - \frac{4}{33} = \frac{40}{759}$ 。若

僅以步行，則 6 日行全路之  $\frac{4}{36} \times 6 = \frac{8}{11}$ ；未達之路程，爲全路之  $1 - \frac{8}{11} = \frac{3}{11}$ ；今以車行補之，由是車行日數爲  $\frac{3}{11} \div \frac{40}{759} = 5\frac{7}{40}$  日，而步行日數，爲  $6 - 5\frac{7}{40} = \frac{33}{40}$  日。

4. [解] 兩童初於 a 相會，次於 b 相會，依題文 ab 之距離爲  $3\frac{1}{8}$  丈，因甲乙各至 a 需 6 分鐘，故其速度之和每分鐘  $120 \div 6 = 20$  丈，又兩童各減 2 丈，相會於 b，當需  $120 \div (20 - 2 \times 2) = 7\frac{1}{2}$  分鐘此  $7\frac{1}{2}$  分鐘，若乃以原速以行，則甲當至 b 前  $2 \times 6\frac{1}{2} = 15$  丈之處 C，故 ac 之距離， $15 - 3\frac{1}{8} = 11\frac{7}{8}$  丈，爲甲 6 分鐘與  $7\frac{1}{2}$  分鐘所行距離之差，即  $1\frac{1}{2}$  分鐘之行程，故甲 1 分鐘行  $11\frac{7}{8} \div 1\frac{1}{2} = 7\frac{11}{12}$  丈，而乙 1 分鐘行  $20 - 7\frac{11}{12} = 12\frac{1}{12}$  丈。

(註) 若假定 d 處在 a 與乙出發處之間，則得數爲上之甲乙互換者。

\* \* \* \*

例題二] 有犬逐兔，兔已先 0 步，而犬步行間 2，行 8，兔行 3 步，犬 4 步之長，等於兔 7 步之長，問犬幾步

能獲兔？

[解] 犬行 2 步間，兔行 3 步；犬 4 步之長等於兔 7 步之長，故兔 1 步之長等於犬  $\frac{4}{7}$  步之長，故犬進 1 步間所進者為犬之  $\frac{4}{7}$  步  $\times \frac{3}{2}$  即  $\frac{6}{7}$  步。因之犬行 1 步追近於兔者，為犬 1 步  $- \frac{6}{7}$  步即  $\frac{1}{7}$  步，然其初距離為兔之 80 步，即犬之  $\frac{4}{7}$  步  $\times 80 = \frac{320}{7}$  步，故犬逐獲所需之步數，為犬之  $\frac{320}{7} \div \frac{1}{7} = 320$  步。

## 問 題

1. 甲乙二汽船，每一小時甲 36 里，乙 27 里，今甲乙同時同處同方面開行，經一時 24 分後，甲因事折回原處，即直前追乙，問由甲歸途遇乙以後至追及乙需時幾何？
2. 由甲村越山至乙村需 10 小時，由乙村歸甲村需 8 小時，今每小時之速度，上行  $\frac{5}{9}$  里下行  $\frac{25}{26}$  里問山路若干？
3. 往復甲乙兩地間，每小時之速往 2 里，復多  $\frac{2}{9}$  里；因此復比往早到 36 分。問兩地距離若何？
4. 某人由甲地至乙地其前半每小時之速為 3 里，以後每小時 4 里若全程以每小時 3.5 里之速前進可早到 5 分，問兩地距離若何？

## 問 題 解 法



1. [解] 每一小時，甲 36 里乙 27 里，同時同處依同方向開行是每小時兩船之距為  $36 - 27 = 9$  里，甲因事折回係在開行後 1 小時 24 分，此時兩船之距為  $9 \text{ 里} \times 1 \frac{24}{60}$  即  $\frac{63}{5}$  里，由此時甲折回與乙相遇之時間為  $\frac{63}{5} \div (36 + 27) = \frac{1}{5}$  小時即 12 分，由遇乙至回原處之時間為  $1 \text{ 小時} 24 \text{ 分} - 12 \text{ 分} = 1 \text{ 小時} 12 \text{ 分}$ ，甲由出發至折回往復之時刻為  $1 \frac{24}{60} \times 2$  即  $\frac{14}{5}$  小時，此間乙進行之距離為  $27 \times \frac{14}{5} = \frac{378}{5}$  里，故甲再出發而追及之之時間為  $\frac{378}{5} \div 9 = \frac{42}{5}$  即 8 小時 24 分，因之甲由歸途遇乙至追及乙之時間為  $8 \text{ 小時} 24 \text{ 分} + 1 \text{ 小時} 12 \text{ 分} = \underline{9 \text{ 小時} 36 \text{ 分}}$ 。
2. [解] 往返甲乙兩村共須  $10 + 8 = 18$  小時，但上行 1 里須  $1 \div \frac{5}{9} = \frac{9}{5}$  時，下行 1 里須  $1 \div \frac{25}{36} = \frac{36}{25}$  時，因而往返 1 里須  $\frac{9}{5} + \frac{36}{25} = \frac{81}{25}$  時故甲乙二村之距離為  $18 \div \frac{81}{25} = \underline{5 \frac{5}{9}}$  里。
3. [解] 若復與往時間相同，則比兩地之距離多行  $2 \frac{2}{9}$  里  $\times \frac{36}{60}$  即  $1 \frac{1}{3}$  里，故往時所需之時間，為  $1 \frac{1}{3} \div \frac{2}{9}$  即 6 小時，故兩地之距離為 12 里。

$$4. \text{ [解] 以全距離爲 } 1 \text{ 哩, 則可早 } \frac{1}{3.5} - \left( \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} \right) = \frac{1}{168} \text{ 小時, 故全距離爲 } \frac{5}{60} \div \frac{1}{198} \text{ 即 } \underline{\underline{14 \text{ 哩}}}.$$

### §29. 工程題算法. (或定一法)

不論某數量爲何，而以 1 代表之，則可求知所求數 1 日作幾分之幾，除全量 1，而得所須日數。

[例題一] 有工程，甲乙合作 6 日可完；甲丙合作須 8 日；乙丙合作須 10 日。問甲獨作須幾日？

[解] 甲乙合作一日作  $\frac{1}{6}$  甲丙一日作  $\frac{1}{8}$  乙丙作  $\frac{1}{10}$  則甲乙

丙三人作合作一日作  $\left( \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right) \div 2 = \frac{47}{240}$  甲獨作

一日成  $\frac{47}{240} - \frac{1}{10} = \frac{23}{240}$  故需  $1 \div \frac{23}{240} = \frac{240}{23} = 10 \frac{10}{23}$  日。

## 問 題

1. 甲作一事，12 日可成；乙作之祇須 6 日，問二人合作須幾日？
2. 水一池，由甲管流出 5 時可完；由乙管流出，7 時可完，今兩管齊開幾時可以流完？
3. 甲乙二人共作一工，15 日告成，若甲一人作之，須 25 日，問乙一人作之須幾日？
4. 有書一冊甲抄之 10 時可完，乙抄之 12 時可完，丙抄之 15 日可完；今令三人合抄，問須幾時可完？
5. 開甲管注水於盆，10 分鐘可滿，開乙管須 15 分鐘，放

出時開盆底丙管，20分鐘即可流盡。今3管齊開，幾分鐘可將水注滿？

### 問題解法

- [解] 甲1日可成全事之 $\frac{1}{12}$ ，乙1日可成全事之 $\frac{1}{6}$ 。  
 甲乙工作一日可成全事之 $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$ 故知甲乙合作須  
 $1 \div \frac{1}{4} = 4$ 日。
- [解] 由甲管流出每時可出全池之 $\frac{1}{5}$ 。乙管每時可出全池之 $\frac{1}{7}$ 。若兩管齊開每時可流出全池之 $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$ ，故若流完須 $1 \div \frac{12}{35} = 2\frac{11}{12}$ 時，即時2時55分。
- [解] 甲乙共作每日成全工之 $\frac{1}{15}$ ，因獨作每日成全事之 $\frac{1}{25}$ ，故知乙獨作每日可成全工之 $\frac{1}{15} - \frac{1}{25} = \frac{2}{75}$ 。故成此全工須 $1 \div \frac{2}{75} = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$ 日。
- [解] 甲每時可抄此書之 $\frac{1}{10}$ ，乙每時可抄此書之 $\frac{1}{12}$ ，丙每時可抄此書之 $\frac{1}{15}$ ，三人合抄每時可抄此書可 $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ ，故三人合抄 $1 \div \frac{1}{4} = 4$ 時可完。
- 甲管每分鐘可注入此盆之 $\frac{1}{10}$ ，乙管每分可注入此盆之 $\frac{1}{15}$ 。丙管每分可放水 $\frac{1}{20}$ 。今三管齊開每分可注 $\frac{1}{10} + \frac{1}{15}$

$=\frac{1}{6}$ ，出 $\frac{1}{20}$ 。每分注水爲此盆之 $\frac{1}{6}-\frac{1}{20}=\frac{7}{60}$ 。故欲注滿須 $1 \div \frac{7}{60} = 8\frac{4}{7}$ 分。

[例題二] 某工程甲乙二人合作，須30日而成，今二人作12日，其餘業令甲一人爲之24日而畢，問各一人爲之須幾日？

[解] 甲乙二人工作一日得成全業之 $\frac{1}{30}$ ，故工作12日其餘業爲全業之 $1 - \frac{1}{30} \times 12$ 即 $\frac{3}{5}$ 以此令甲一人爲之歷24日是甲一日爲全業 $\frac{3}{5} \div 24$ 即 $\frac{1}{40}$ ，乙一人工作一日爲全業 $\frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{1}{120}$ 。故一人爲之所需之日數，甲 $1 \div \frac{1}{40}$ 即40日，乙 $1 \div \frac{1}{120}$ 即120日。

## 問 題

1. 米一石八斗之價等於麥二石七斗之價，今以此價，買此兩種須等分，問其量各幾何？
2. 某事甲一人爲之18日而成，乙一人爲之24日而成，今添僱童子一名，始終三人合作，歷9日而成，若童子獨作之，則應共得18元，問每日工資多少？
3. 有甲乙丙三等工人，甲4小時成全事 $\frac{2}{3}$ ，乙一時間成其餘之 $\frac{3}{4}$ ，丙以20分間完成之若始終同作幾時間可成？

4. 有四人作某事，甲 25 日可成，乙 20 日可成，丙 24 日可成，今三人共作 2 日後，以丙一人獨作  $8\frac{3}{5}$  日，又甲丁來與丙同作 3 日，而成其全事，問若以丁一人獨作幾日可成？

## 問題解法

1. [解] 以米 1 石 8 斗之價為 1，則米 1 斗之價為  $\frac{1}{18}$ ，麥 1 斗之價為  $\frac{1}{27}$ ，故所求之量為  $1 \div \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{27}\right) = 10.8$  斗。

2. [解] 甲 1 日作  $\frac{1}{18}$ ，乙 1 日應作  $\frac{1}{24}$ ，童子作  $\frac{1}{9}$ ， $\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{72}$ ，則童子童作此事需  $1 \div \frac{1}{72} = 72$  日，始能完成。則可知 1 日得工資  $18 \div 72 = \frac{18}{72} = \frac{1}{4} = 0.25$  元。

3. [解] 甲成全事之  $\frac{2}{3}$ ，乙成全事之  $\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ，丙成全事之  $1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12}$ 。故每時間，甲成全事之  $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{1}{6}$ ，乙成全事之  $\frac{1}{4}$ ，丙成全事之  $\frac{1}{24} \times \frac{60}{20} = \frac{1}{4}$ 。由是三人同作，則每時成全事之  $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$ 。故作成全事需  $1 \div \frac{2}{3} = 1\frac{1}{2}$  時。

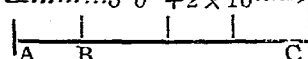
4. [解] 甲乙丙三人同作 2 日之事為全事之  $\left(\frac{1}{25} + \frac{1}{20} + \right.$

$\frac{1}{24}) \times 2 = \frac{79}{300}$ ，次丙一人獨作  $8\frac{3}{5}$  日之事，為全事之  
 $\frac{1}{24} \times 8\frac{3}{5} = \frac{43}{120}$ ，後甲丁與丙共作之，而甲丙作 3 日  
 為全事之  $(\frac{1}{25} + \frac{1}{24}) \times 3 = \frac{49}{200}$ 。由是丁 3 日所 作之  
 事，為全事之  $1 - (\frac{79}{300} + \frac{43}{120} + \frac{49}{200}) = \frac{2}{15}$ 。故丁一  
 人獨作需  $3 \div \frac{2}{15} = \underline{23.5}$  日。

\* \* \* \*

### §.30 年齡題算法 [參看P31]

[例題一] 父子二人，年歲之和為 60，10 年後子年為父年之  $\frac{1}{3}$ ，問父子二人各幾何？

[解]  $\overbrace{\dots\dots\dots 60}^{\leftarrow} + 2 \times 10 \overbrace{\dots\dots\dots}^{\rightarrow}$   


10 年後父子二人年歲之和，為  $60 + 2 \times 10 = 80$ 。設 AB 為 10 年後子之年齡，其 3 倍 BC 為 10 年後父之年歲，共計 80 歲為 AB 之 4 倍，故  $AB = 80 \div 4 = 20$ 。子之年歲 =  $20 - 10 = \underline{10}$ 。而  $BC = 20 \times 3 = 60$ 。父之年歲 =  $60 - 10 = \underline{50}$ 。

## 問 題

1. 有兄弟，兄之年歲為 36 歲，弟之年歲 18，問幾年後弟年為兄年之  $\frac{11}{20}$ 。
2. 兄之年齡 20 歲，弟之年齡為兄之  $\frac{4}{5}$ ，問由今幾年前，

兄前爲弟年之  $1\frac{1}{2}$  倍？

3. 有兄弟二人，兄之財產爲弟  $\frac{3}{2}$  倍，後兄得2000圓，弟得1000元，如是則兄爲弟之  $\frac{5}{3}$  倍，問最初所有金各若干？
4. 弟之年歲爲30，由今12年前，兄之年爲弟年之  $1\frac{1}{3}$  倍，問兄現年如何？
5. 六年前，子之年爲父年之  $\frac{1}{6}$ ，今子之年爲父之年之  $\frac{1}{3}$ ，問父子現年各若干？

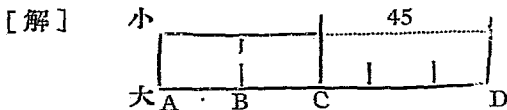
### 問題解法

1. [解] 兄弟年齡之差恒爲一定，數年後，其差爲兄年之  $1 - \frac{11}{20} = \frac{9}{20}$ ，即  $36 - 18 = 18$  歲，故其時兄年齡爲  $18 \div \frac{9}{20} = 40$  歲。故知爲自今  $40 - 36 = 4$  年後。
2. [解] 弟年爲  $20 \times \frac{4}{5} = 16$ ，因之兄年爲弟年之  $1\frac{1}{2}$  倍者，其弟之年必爲  $(20 - 16) \div (1\frac{1}{2} - 1) = 8$  歲，故係在  $16 - 8 = 8$  年前。
3. [解] 弟增1000元，兄應增  $1000 \times \frac{3}{2} = 1500$  元，則兄仍爲弟之  $\frac{3}{2}$  倍，而實增2000元，多增500元，即弟之  $\frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{1}{6}$ ，現弟應爲  $500 \div \frac{1}{6} = 3000$  元，故最初弟爲2000元。兄弟  $2000 \times \frac{3}{2} = 3000$  元。
4. [解] 12年前弟之年歲爲  $30 - 12 = 18$  歲，兄爲  $18 \times$

$1\frac{1}{3}=24$ 歲，故現今兄之歲數為 $24+12=36$ 。

5. [解] 6年間父增6歲，子若增1歲，則現今子年仍為父之 $\frac{1}{3}$ ，然子亦增6歲，則 $6-1$ 即多增5歲遂為父之 $\frac{1}{3}$ ，故此5歲為現今父年之 $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ 因之現今之父年為 $5 \div \frac{1}{6}=30$ 歲，子為 $30 \times \frac{1}{3}=10$ 歲
- \*                      \*                      \*                      \*

[例題二] 有大小兩數其差為45，各減12，則小數為大數之 $\frac{2}{5}$ ，求各數如何？



設AB之2倍 AC為減12後之小數，則AB之5倍 AD為減12之大數，其差仍為45，等於AB之3倍CD，故 $AD=45 \div 3=15$ ， $AC=15 \times 2=30$ ，故小數為 $30+12=42$ ， $AD=15 \times 5=75$ ，故大數為 $75+12=87$ 。

## 問 題

- 有大小兩數，小數為大數之 $\frac{4}{7}$ ，若大小兩數各加12，則小數為大數之 $\frac{10}{13}$ ，問未加12時兩數各若干？
- 一父二子，三人年齡之和為33歲，由今6年後，二子年齡之和為父之 $\frac{1}{2}$ ，而長子次子年齡之差為3歲，問



三人年齡各幾何？

3. 設母年之 $\frac{1}{4}$ ，比子少6歲，又由今4年後母之年齡爲子之年齡之 $2\frac{1}{5}$ 倍，問母子現年各若干？
1. 有兄弟，7年前，弟爲兄之 $\frac{1}{2}$ ，又7年後弟爲兄之 $\frac{3}{4}$ ，問各現年幾何？
5. 甲所有金爲乙所有金之3倍，若甲加10元，乙加50元，則甲爲乙之 $\frac{2}{3}$ ，問兩人原有金各若干？

## 問題解法

1. [解] 題云，小數爲大數之 $\frac{4}{7}$ ，若大數加12，則小數當加 $12 \times \frac{4}{7} = \frac{48}{7}$ ，乃能仍爲大數之 $\frac{4}{7}$ ，實小數亦加12，而爲大數之 $\frac{10}{13}$ ，則 $12 - \frac{48}{7}$ 即相當於 $\frac{10}{13} - \frac{4}{7}$ ，故大數爲 $(12 - \frac{48}{7}) \div (\frac{10}{13} - \frac{4}{7}) = 26$ ，未加12時爲 $26 - 12 = 14$ ，小數 $= 14 \times \frac{4}{7} = 8$ 。
2. [解] 6年後3人年歲之和爲51，而此3人年歲之和爲父年之 $1 + \frac{1}{2}$ 即 $\frac{3}{2}$ ，故6年後父之年齡爲 $51 \div \frac{3}{2}$ 即34歲，故現今父年爲28歲，子之年齡之和爲5歲，而子之年齡之差爲3歲，故兩子爲4歲及1歲。
3. [解] 現今子之年齡比母之 $\frac{1}{4}$ 多6歲，4年後子之年

齡比現今母之 $\frac{1}{4}$ 多 $6+4=10$ 歲而母之年齡4年後爲子之 $2\frac{1}{5}$ 倍，即比現今母之年齡多4歲，即現今母年之 $1-\frac{11}{20}$ 爲 $\frac{110}{5}-4$ 歲，故現今母年爲 $\left(\frac{110}{5}-4\right) \div \left(1-\frac{11}{20}\right)=40$ 歲，子爲 $40 \times \frac{1}{4}+6=16$ 歲。

4. [解] 7年前弟爲兄之 $\frac{1}{2}$ ，7年後爲兄之 $\frac{3}{4}$ ，而此14年兄弟年齡各增14歲，如兄增14歲，弟增 $14 \times \frac{1}{2}=7$ 歲，則弟仍爲兄之 $\frac{1}{2}$ ，故 $14-7=7$ 歲即兄年歲之 $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ ，故兄7年後之年歲爲 $7 \div \frac{1}{4}=28$ 歲，現年爲 $28-7=21$ 歲，弟爲 $(21-7) \times \frac{1}{2}=7$ 歲。

5. [解] 甲金爲乙之3倍，若加50元，甲加 $50 \times 3=150$ 元，則甲仍爲乙之3倍，今甲加10元計少140元，今甲加10元，乙加20元後甲爲乙之 $\frac{2}{3}$ ，故 $3-\frac{2}{3}=\frac{7}{3}$ 倍等於140元，故乙之原金 $140 \div \frac{7}{3}-50=10$ 元，甲爲 $10 \times 3=30$ 元。

\* \* \* \*

### §31. 歸一算法 [參看P, 7]

[例題] 有青草一塊，其生長量每日相等，27馬食之，

42日可盡，23馬食之，63日可盡，問21馬食之幾日可盡？

[解] 設每日之食量為1，27馬42日之食量為 $27 \times 42 = 1134$ ，23馬，63日之食量為 $23 \times 63 = 1449$ 。

$\therefore 63 - 42 = 21$ 日之生長量為 $1449 - 1134 = 315$ 。

$\therefore 1$ 日之生長量為 $\frac{315}{21} = 15$ 。

$\therefore 42$ 日之生長量為 $15 \times 42 = 630$ 。故原有青草之量為 $1134 - 630 = 504$ 。既每馬每日之食量為1，21馬每日之食量為21。21馬每日食原有青草 $21 - 15 = 6$ ，故21馬須 $\frac{504}{6} =$

84日可食盡。



## 問 題

1. 掘溝長100尺，廣4尺，深5尺，4人掘之，6日而成，今又掘一溝，廣5尺，深8尺，10人掘之16日而成，則此溝之長幾何？
2. 一事，6人共作之4日可成，今令8人作之，則幾日而事成？
3. 有20畝之大牧場放牛133頭13日食盡其中生長之草，又有5畝之小牧場，放牛28頭，16日食盡其中生長之草，問8畝之牧場將其生長之草14日食盡，可放牛多少？但草之生長每日相等。

4. 前題 8 畝之牧場，若已知放牛 50 頭，求食盡之日數？

## 問題解法

1. [解] 4 人 6 日可掘溝廣 4 尺，深 9 尺，長 100 尺，則 4 人 9 日可掘溝廣 1 尺，深 9 尺，長  $100 \times 4$  尺，4 人 6 日可掘溝廣 1 尺，深 1 尺，長  $100 \times 4 \times 9$  尺，4 人 1 日可掘溝廣 1 尺，

深 1 尺，長  $\frac{100 \times 4 \times 9}{6}$  尺，10 人 1 日可掘溝廣 1 尺，

深 1 尺，長  $\frac{100 \times 4 \times 9}{6 \times 4}$  尺，1 人 1 日可掘溝 1 尺，深 1

尺， $\frac{100 \times 4 \times 9 \times 10 \times 16}{6 \times 4}$  尺，故 10 人 16 日可掘溝廣

5 尺，深 8 尺，長  $\frac{100 \times 4 \times 9 \times 10 \times 16}{6 \times 4 \times 5 \times 8}$  尺，故溝長 600 尺。

2. [解] 6 人作此事 4 日事成，則一人作此事， $4 \times 6$  日事成，而 8 人作此事， $\frac{4 \times 6}{8}$  日 = 3 日 事成，

3. [解] 設牛 1 頭 1 日之食量為 1，則大牧場 1 畝，可供牛  $\frac{1 \times 133 \times 13}{20}$  頭 1 日之食，小牧場 1 畝，可供牛  $\frac{1 \times 28 \times 16}{5}$

頭 1 日之食，前後 2 畝草量之差為  $\frac{1 \times 28 \times 16}{5}$ 。

$\frac{1 \times 133 \times 13}{1} = \frac{63}{20}$  即為  $16 - 13 = 3$  日間所生長之草量

，故 1 日 1 畝所生長之草量  $\frac{63}{20} \div 3 = \frac{21}{20}$ ，而 1 畝原

有之草量，為  $\frac{28 \times 16}{5} - \frac{21}{20} \times 16 = \frac{364}{5}$  故 8 畝原有

之草量與14日所生長之和爲  $\frac{364}{5} \times 8 + \frac{21}{20} \times 14 \times 8 = 700$ 。又牛1頭14日間所食草量爲  $1 \times 14 = 14$ ，故可牧牛  $700 \div 14 = 50$  頭。

4. [解] 依上解，8畝原有之草量爲  $\frac{364}{5} \times 8$ ，而50頭1日之食量爲  $1 \times 50 = 50$ 。每日所生長之草量共  $\frac{21}{20} \times 8$ ，與每日之食量相減，爲  $50 - \frac{21}{20} \times 8 = \frac{208}{5}$ ，即每日少去之草量，故食盡之數日爲  $\frac{364}{5} \times 8 \div \frac{208}{5} = 14$  日。

### §32. 流水算題法 [參看P.52]

[例題] 有舟子沿每時流  $1\frac{1}{2}$  哩之河逆流而達某地，順流歸來至未及初出發點2哩而止，其運舟之時間爲2時20分舟子之划力每時  $4\frac{1}{2}$  哩，問所達之遠若干？

[解] 每時逆流之速爲  $4\frac{1}{2}$  哩  $- 1\frac{1}{2}$  哩 = 3 哩

順流之速爲  $4\frac{1}{2}$  哩  $+ 1\frac{1}{2}$  哩 = 6哩

今行餘路2哩歸出發點更需  $2 \div 6 = \frac{1}{3}$  時

即全路往返共須2時20分  $+ \frac{1}{3}$  時 =  $2\frac{2}{3}$  時

然此舟往返一哩需  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$  時

故往返  $2\frac{2}{3}$  時所走之距離爲。

$$2\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = 5\frac{1}{3} \text{ 哩是即所達之遠。}$$

## 問 題

1. 某急流之速度每時  $3\frac{1}{2}$  里，今有舟子在靜水中每時能行  $5\frac{1}{2}$  里，沿此流往返於甲乙兩地，共費 6 時 25 分，求此兩地距離之里數？
2. 有甲乙二舟夫，甲逆行，沿某川至某距離費 6 時，順行則費 4 時，而乙逆流行同處費 12 時，問其順流行之須費若干時？
3. 甲乙二舟，往返於某河，甲上行需 14 時，下行需 6 時，乙上行需 21 時，問下行需幾時？
4. 往復某河，下行速度爲上行之 4 倍，若水流每時增速一里，則下行所需時間爲上行之  $\frac{1}{9}$ ，問每時之流速？
5. 划力每時 9 里之水夫上下某河，上行爲下行速度之  $\frac{1}{2}$ ，問水速如何？

## 問 題 解 法

1. [解] 6 時 25 分 =  $6\frac{5}{12}$ ，每時間順流之速爲  $5\frac{1}{2}$  里 +  $3\frac{1}{2}$  里 = 9 里 逆水之速爲  $5\frac{1}{2}$  里 -  $3\frac{1}{2}$  里 = 2 里，即往返一里需  $\frac{1}{9} + \frac{1}{2} = \frac{11}{18}$  時，故往返需  $6\frac{1}{12}$  時之距離爲

$$6 \frac{5}{12} \div \frac{11}{18} = 10.5 \text{里},$$

2. [解] 令某距離為1而每時間甲逆流之速 $\frac{1}{6}$ 順流之速為 $\frac{1}{4}$ ，故流速為 $(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}) \div 2 = \frac{1}{24}$ ，又乙逆流之速為 $\frac{1}{12}$ 順流之速為 $\frac{1}{12} + \frac{1}{24} \times 2 = \frac{1}{6}$ ，由是乙順流行此距離需 $1 \div \frac{1}{6} = 6$ 時。

3. [解] 甲每時上行河之 $\frac{1}{14}$ ，下行河之 $\frac{1}{6}$ ，故每時水流之距離為河之 $(\frac{1}{6} - \frac{1}{14}) \div 2 = \frac{1}{21}$ ，而乙每時上此河之 $\frac{1}{21}$ ，故每時下此河之 $\frac{1}{21} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = \frac{1}{7}$ ，故所求之時間為 $1 \div \frac{1}{7} = 7$ 時。

4. [解] I 上行為下行之 $\frac{1}{4}$ ，水流增速1里，上流(少1里)為下流(增1里)之 $\frac{1}{9}$ ，則上流(少1里)為原先下行 $\frac{1}{9}$ 多 $\frac{1}{9}$ 里，則上行為下行之 $\frac{1}{9}$ 多 $1\frac{1}{9}$ 里，故下行為 $1\frac{1}{9} \div (\frac{1}{4} - \frac{1}{9}) = 8$ 里上行 $8 \times \frac{1}{4} = 2$ 里，故划速為 $8 + 2 \div 2 = 5$ 里。

II. 下速為上速之4倍，水流每時增速1里即下行每時增1里，(∵下行=划力+水流)，上行減1里，(∵上行=划力-水流)是時上行為下行之 $\frac{1}{9}$ ，即下行為上行之9倍，若下行加速1里而上行不減則為上行之9

倍少9，下行不加速一里則爲上行之9倍少10，故上行之4倍等於上行之9倍少10，故上行爲 $10 \div (9-4) = 2$ 里，下行爲 $2 \times 4 = 8$ 里，則划速爲上速+下速被2除即得， $(2+8) \div 2 = \underline{5}$ 里。

5. [解] 上行爲下行之 $\frac{1}{2}$ ，即 $9 \times \frac{1}{2} = 4.5$ 里加水流速之 $\frac{1}{2}$ 等於划速減水流，即9里減水流，故 $9 - 4.5 = 4.5$ 里等於 $1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 水流之速故水流速每時 $4.5 \div 1\frac{1}{2} = \underline{3}$ 里。

\* \* \* \*

§33. 溫度算法。各種溫度計之度劃可參看下圖，故知華氏溫度計1度之長，與攝氏溫度計 $\frac{5}{9}$ 度之長相當

，攝氏1度之長與華氏 $\frac{9}{5}$ 度之長相當，華氏以冰點爲32度，沸點爲212度；攝氏以冰點爲0度，沸點爲100度，列氏以冰點爲0度，沸點爲80度，故得 $F = C \times \frac{9}{5}$

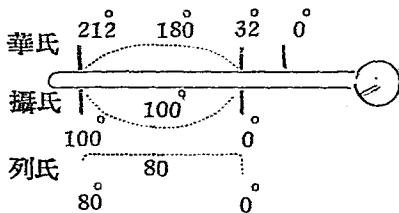
$$+ 32^\circ = R \times \frac{9}{4} + 32^\circ$$

[例題] 某溫度自華氏攝氏列氏三表所示度數各至其沸點之度數之和，等於華氏所示之度數，問其時爲華氏幾度？

[解] 設自華氏所示之度數至其沸點之度數爲1，則此時三表各至其沸點之度數之和爲 $1 + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 2$ ，且等於華氏之度數，故再加1得3，則等於華氏之沸點，即



212 度，故華氏之沸點爲  $212 \times \frac{2}{3} = 141 \frac{1}{3}$  度



## 問 題

1. 攝氏37度當華氏幾度？
2. 華氏104度當攝氏幾度？
3. 攝氏零下40度當華氏幾度？
4. 華氏零下40度當攝氏幾度？
5. 三月二十四日南京溫度爲攝氏16.3度北平溫度爲華氏40.5度，問相差溫度爲華氏幾度？
6. 在同溫度華攝氏所示溫度之差爲48度，問各度數若何？
7. 在同溫度華氏之度數，爲列氏度數之  $3 \frac{1}{2}$  度，問各度數若何？

## 問 題 解 法

1. [解] 攝氏100度，等於華氏180度，由是攝氏1度等於華氏  $\frac{180}{100} = \frac{9}{5}$  度，又華氏0度在攝氏0度下32度由是所求之度數爲  $\frac{1}{5} \times 37 + 32 = 98.6^\circ$

2. [解] 華氏 1 度 = 攝氏  $\frac{100}{180}$  度 =  $\frac{5}{9}$  度, 由是華氏 104 度 = 攝氏  $\frac{5}{9} \times (104 - 32)$  度 =  $40^\circ$ .
3. [解] 當攝氏零下  $40^\circ$ , 因攝氏 1 度 = 華  $\frac{5}{9}$  度, 故當合華氏  $\frac{5}{9} \times 40 - 32 = 40$ , 即在 0 下  $40$  度.
4. [解] 華氏零下  $40^\circ$  當攝氏  $(40^\circ + 32^\circ) \times \frac{5}{9} = \underline{40^\circ}$ . 即 0 下  $40^\circ$ .
5. [解] 南京溫度為攝氏  $16 \cdot 3^\circ$ , 當合華氏  $16 \cdot 3 \times \frac{9}{5} + 32 = 61 \frac{17}{50}$  度, 北平為華氏  $40.5$  度, 故相差為  $20 \frac{21}{25}$  度.
6. [解] 華氏攝氏兩表度數之差為  $48^\circ$ , 必為華氏多於攝氏之度數, 則在冰點以上度之差為  $48 - 23 = 16$  度, 故華氏之度數為  $16 \div \left(1 - \frac{5}{9}\right) = 16 \div \frac{4}{9} = 32^\circ$  再加  $32^\circ$ , 之數 =  $68^\circ$ . 攝氏為  $36 \times \frac{5}{9} = \underline{20^\circ}$ .
7. [解] 僅計華氏冰點以上之度數, 則為列氏之  $\frac{180}{80} = 2 \frac{1}{4}$ , 但華氏之度數為冰點以上之度數加  $32$  度者, 故列氏度數之  $3 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{2}$  相當於  $23$  度, 由是列氏之度數為  $32 \div \left(3 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{2}\right) = \underline{25 \frac{3}{5}}$  度而華氏之度數為  $25 \frac{3}{5} \times 3 \frac{1}{2}$

$$= 89 \frac{3}{5} \text{度} \cdot$$

\*                     \*                     \*                     \*

§34. 時計題算法 解時計之題，時時須念兩事：時計當某點時，分針在正十二點處。

當某點 $X$ 分時，分針在 $X$ 分處，時針由某點進 $\frac{X}{12}$ 分，今歸納三式如下：

兩針相合之分數為  $5 \times \text{時} \div (1 - \frac{1}{12})$ ，

兩針成直線之分數為  $(5 \times \text{時} \pm 30) \div (1 - \frac{1}{12})$ ，

兩針成直角之分數為  $(5 \times \text{時} \pm 15) \div (1 - \frac{1}{12})$ 。

[例題一] 求一點鐘後，鐘面兩針相重之時刻？

[解] 長針自XII處起行之相重之處，短自I處起行至相重之處，兩針行路之差為鐘面上5分之地位。因長針行一分時短針 $\frac{1}{12}$ 分故兩針每分時行路之差為鐘面上

$1 - \frac{1}{12}$ 分之地位兩針差 $1 - \frac{1}{12}$ 分之地位須行一分始能

相重，則兩針一分之地位行 $\frac{1}{1 - \frac{1}{12}}$ 分即能相重而兩針

差5分地位行 $\frac{5}{1 - \frac{1}{12}} = \frac{60}{11}$ 分 $5 \frac{5}{11}$ 分即相重，故

鐘面兩針相重之時刻為 $1 \text{點} 5 \frac{5}{11} \text{分}$ 。

## 問 題

1. 求三點鐘後鐘面兩針相重之時刻？
2. 求五點鐘後鐘面兩針成一直線之時刻？
3. 求六點鐘後鐘面兩針成一直角之時刻？
4. 求三點鐘後鐘面兩針相距11分地位之時刻？
5. 問十一時後時表兩針成 $60^\circ$ 角度之時？

## 問 題 解 法

1. [解] 時針走5分劃, 分針走60分劃, 故分針走一分之速度時針走 $\frac{1}{60} = \frac{1}{12}$ , 分針每分比時針多走 $1 - \frac{1}{12}$ 分之地位; 3點鐘時, 時針在分針之前相距15分之地位, 故兩針在3點鐘後 $\frac{15}{1 - \frac{1}{12}} = 16\frac{4}{11}$ 分時相重,
2. [解] 5點鐘時, 時針在分針前25分之地位, 而5點鐘後二針成一直線, 分針須在時針之前, 且當距30分之地位, 則自5時起分針比時針多行 $25 + 30 = 55$ 分之地位, 兩針即可成一直線, 故兩針在5點後 $55 \div (1 - \frac{1}{12}) = 60$ 分即6點均成一直線,
3. [解] 7點時, 二針之距離為35之地位, 在7點鐘後, 兩針成一直角, 即分針在時針前或後15分之距離, 則自7點起分針比時針多行 $(35 - 15)$ 或 $(35 + 15)$ 分之地位, 二針即可成一直角, 故二針在7點鐘後 $(35 - 15)$

$$\div \left(1 - \frac{4}{12}\right) = 21 \frac{9}{11} \text{分或 } (35 + 15) \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 54 \frac{6}{11}$$

分時成一直角，

[解] 3點時兩針相距15分之地位，故在3點後二針相距11分時在3點後  $(15 - 11) \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 4 \frac{4}{11}$  分時，或  $(15 + 11) \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 28 \frac{4}{11}$  分時。

5. [解] 時表兩針相差10分劃即成 $60^\circ$ 角度之時，11點之時，分針在時針前5分劃，若再多走5分劃，則成 $60^\circ$ 之角度，而多走5分劃，分針須走  $\frac{12}{11} \times 5 = 5 \frac{5}{11}$  分，即11時  $5 \frac{5}{11}$  分。

\* \* \* \*

[例題二] 某日掛鐘為正午12小時，手錶為午前11時59分49秒，翌日掛鐘午前9時手錶為8小時59分58秒，問掛鐘若一日快1分，手錶一日快幾何？

[解] 由正午至翌日之午前9時，其時間為2700分，又由午前11時59分49秒至翌日午前8時59分58秒，其時間為  $2700 \frac{9}{60}$  分，故掛鐘行2700分，手錶多行  $\frac{9}{60}$  分劃，而正時計行  $60 \times 24$  分劃，掛鐘行  $60 \text{分} \times 24 + 1$  即1441分劃，故手錶多行者為  $\frac{6}{60} \times \frac{1441}{2700}$  即  $\frac{1441}{18000}$  分即  $4 \frac{241}{300}$  秒，即比正時計快  $1 \text{分} 4 \frac{241}{300}$  秒。

## 問 題

1. 12點與1點間，兩針何時成 $45^\circ$ 之角？
2. 4時與5時之間見時表之V在兩針之中央，問其時刻？
3. 時表之分針經若干時則相重一次？
4. 時表兩針每66分相重一次，則此時表每日快幾分或慢幾分？
5. 某時計之兩針，每歷正時計之 $65\frac{1}{2}$ 分時，則相重疊，問此時計比正時計一日間遲若干？

## 問 題 解 法

1. [解] 若兩針成 $45^\circ$ 之角則分針必超過時針15分之地位  
 1分點分針比時針多走 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 分，故在12點後 $15 \div \frac{11}{12} = 16\frac{4}{11}$ 分兩針成 $45^\circ$ 之角。
2. [解] 4時與5時之間，短針在IV與V之間，長針在V與VI之間，而V始能在兩針之中央，自4時至此，兩針迴轉分數之和為 $25 + 5 = 30$ 分，設分針迴轉之分數為1，則時迴轉之分數為 $\frac{1}{12}$ ，故所求之時間為 $30 \div (1 + \frac{1}{12}) = 27\frac{9}{13}$ 分，即4時 $27\frac{9}{13}$ 分。
3. [解] 分針每12分比時針多走11分，即每 $\frac{12}{11}$ 分比時

針多走 1 分劃，由是每走  $\frac{12}{11} \times 60 = 65\frac{5}{11}$  分，比時針多走 60 分劃，而分針比時針多走 60 分劃，則兩針相重，故每  $65\frac{5}{11}$  分，即 1 時  $5\frac{5}{11}$  分 相重一次。

4. [解] 依題前，時表每  $65\frac{5}{11}$  分相重一次，而今每 66 分相重一次，故每次相重，慢  $66 - 65\frac{5}{11} = \frac{6}{11}$  分，即每 66 分慢  $\frac{6}{11}$  分，故每日慢  $\frac{6}{11} \times \frac{60 \times 24}{66} = 11\frac{109}{121}$  分。

5. [解] 正時計之兩針每歷  $60 \text{ 分} \div (1 - \frac{1}{12}) = 65\frac{5}{11}$  分則重疊，今此時計每歷正時計之  $65\frac{1}{2}$  分則相重疊，故每正時計之  $65\frac{1}{2}$  分則遲  $65\frac{1}{2} \text{ 分} - 65\frac{5}{11} \text{ 分} = \frac{1}{22}$  分，故比正時計一日遲  $\frac{1}{22} \times \frac{24 \times 60}{65\frac{1}{2}} = \frac{1440}{1441}$  分。

# 比 例 雜 題



## §35 單比例問題算法

正比例，取成正比例之二種量，令其一種量中前後二數之比等於餘一種量中前後兩數之正比，作比例式而解之，

反比例，取成反比之二種量，令其一種量中前後二數之比等於餘一種量中前後二數之逆比，作比例式而解之，

[例題二] 如用12工人每日做工，則25日間可以成之工作如欲於20日間完成時，問每日須用工人若干？

[解] 日數減半則人數非增至2倍不可，故知日數與人數為反比例，今命所求之數為 $x$ 人時，則其初人數與以後日數之比為12比 $x$ ，其初人數與以後人數之反比為20比25，故得比例式如下。

$$20 : 25 = 12 : x \quad \therefore \frac{12 \times 25}{28} = 15.$$

## 問 題

1. 一事3人做之8日而成，6人做之幾日可成？
2. 一工匠做一事，做 $3\frac{1}{2}$ 日，成全事之 $\frac{7}{9}$ ，所餘事尚做幾日而成？
3. 有一工程，56人作之，150日完成，今欲80日完成問須增工人若干？
4. 牧童刈草，6人刈之，一日可刈半畝，今若一日刈三畝當用童子若干？

5. 有甲乙二人，甲5時間所完成之工作，乙須6時完成，乙開始工作2時後，甲始開始工作，問須若干時後二人所成工作的分量，始相同。

### 問題解法

1. [解] 設6人作之， $x$ 日而成，則前後二人數之比為3 : 6前後日數之比為8 :  $x$ ，人數增則日數減故題為反比例，

$$6 : 3 = 8x \text{ 或 } \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 8 : x, \text{ 解之 } x = 4.$$

2. [解] 作成全事之 $\frac{7}{9}$ ，則所餘者為全事之 $1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$

$$\text{，需 } x \text{ 日，則 } 3 \frac{1}{2} : x = \frac{7}{9} : \frac{2}{9}, \text{ 故 } x =$$

$$\frac{3 \frac{1}{2} \times \frac{2}{9}}{\frac{7}{9}} = 1 \text{ 日.}$$

3. [解] 150日成一工程需56人，如欲80日成之當須工人人數設為 $x$ 則得比例式如下：80 : 150 = 56 :  $x$

$$\therefore x = \frac{150 \times 56}{80} = 105 \text{ 人}$$

$$\text{故應增 } 105 - 56 = 49 \text{ 人.}$$

4. [解] 設用牧童 $x$ 名，1日可刈3畝，則 $\frac{1}{2} : 3$

$$= 6 : x, \text{ 而 } x = \frac{6 \times 3}{2} = 36, \text{ 即 } 36 \text{ 名.}$$

5. [解] 甲5時完成之工作乙須6時，即甲作5時之工作乙比甲多費6-5=1時，則甲作x時乙比甲多費2時，

$$1 : 2 = 5 : x \quad \therefore x = \underline{10} \text{時} \circ$$

\*             \*             \*             \*

- [例題二] 建築一工廠，每日用匠64名則130日可成，今欲80日成之須增工匠幾人？又若增16人則幾日可成？

[解] 設用工匠x人，可於8日築成，則 $80 : 130 = 64 : x$ ，故 $x = \frac{64 \times 130}{80} = \underline{104}$ 人。

故欲80日成之須增工人  $104 - 64 = \underline{40}$ 人。

又設工匠(64+16)人可於8日成之，則 $(64+16) : 64 = 130 : x$ ， $x = \frac{130 \times 64}{64+16} = 104$ ，故增工匠16人則 $\underline{1104}$ 日可築成。

- [例題三] 有父子共作一事其力之比子爲父之 $\frac{2}{3}$ ，今以父一人4日作成之事，二人共作之，問幾日可成？

[解] 父子共力作事，則所作父一人之 $1 + \frac{2}{3}$ 倍故得次之比例式，即 $1 \frac{2}{3} : 1 = 4 : x$ ， $x = \underline{2 \frac{2}{5}}$ 日所求之日數。

## 問 題

1. 牛7頭或馬11匹以運貨物83回可以運盡，如用牛5頭及馬4匹，問須幾回始能運盡？

2. 8人或20童子18日間可成之工作，如用10人及15童子爲之，問需若干日？
3. 男工2人能成之工作女工須3人方能完成，今有男工5人女工9人15日間可成之工作，如用男工7人女工12人時，問須若干日可成？
4. 女7人之工價等於男4人之工價，今男48人女14人得98元之工價，問以男幾人與女20人於同時期可得工資49元7角5分。

## 問題解法

1. [解] 先求馬4匹合牛若干匹，  
 $7:11 = x:4$ ，故  $x = 2\frac{6}{11}$  即等於牛之  $2\frac{6}{11}$  匹，故  $7:(5 + 2\frac{6}{11}) = x:83$ ， $\therefore x = \underline{77}$  即所求之回數，
2. [解]  $8:20 = x:15$ ， $x = 6$ ；  
 $8:(10+6) = x \text{日}:18$ ， $x = \underline{9}$  日。
3. [解] 先求男工5人合女子幾人， $2:3 = 5:x$ ， $x = 7\frac{1}{2}$  人，即男5人當女子  $7\frac{1}{2}$  人，即男工5人女工9人15日所成之工作，只用女工  $7\frac{1}{2} + 9 = 16\frac{1}{2}$  人15日成之，男工7人女工12人共當女子  $12 + 10\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$  人，故所需日數爲  $22\frac{1}{2} : 16\frac{1}{2} = 15:x$ ， $\therefore x = \underline{11}$  日。
4. [解] 男一人之工價爲7.則女一人之工價爲4.故以此

比而48人與女14人之工價，爲 $7 \times 48 + 4 \times 14 = 392$ 。但對於此之金額爲98元，故相當於49元，75之比，可自 $9800 : 4975 = 392 : x$ ，而得 $x = 199$ 。此數爲對於女20人與男若干人之比，故其中對於男之比，爲 $199 - 4 \times 20 = 199$ ，由是男之數爲 $199 \div 7 = 17$ 人。

\*            \*            \*            \*

[例題四] 行某距離，每時之速，甲爲3里乙爲5里；而甲比乙多費6時間，問此距離？

[解] 行距離時間之比，等於每時速度之反比，故甲與乙行所求距離時間之比爲5:3由是 $5 - 3 : 5 = 6 : x$ ，故得甲行此距離之時間爲15。由是所求之距離爲 $3 \times 15 = 45$ 里。

## 問 題

1. 甲乙二人競走，每時甲行30丈，乙比甲少行3丈，問乙走81丈時，甲在乙前若干丈？
2. 鉛鐵道置電柱，柱與柱間隔20丈，有人乘汽車經過此道，每3分時即見18柱，問汽車之速度？
3. 自甲地步行至乙地，45分間走8里，若乘每時多走6里之車，則早1分20秒而到，問甲乙兩地之距離？
4. 甲乙二人各乘腳踏車，甲每日間行24里乙每日間行16里。今甲較乙早二時間出發，至186里之處，即向歸路。行若干里與乙相遇，問乙之路程如何？
5. 甲乘腳踏車出發後，乙亦乘腳踏車追之，經5時間，

聞途中人曰，前車過此地已3小時，而前車出發已10時間，問尚須幾時追及？

## 問題解法

1. [解] 乙走30丈-3丈=27丈時甲在前3丈，乙走81丈時甲在前之丈數可依下之比例式求之：

$$27 : 81 = 3 : x, \text{ 故 } x = \underline{9\text{丈}}.$$

2. [解] 此汽車3分時經過18電柱，則3分時走20丈 $\times$ 18=360丈，由是得比例3:60=360:x，故x=360 $\times$ 20=7200丈=40里。

3. [解]

(步速)與(步速與車速之差)之比為 $\frac{8}{45} : \frac{6}{60}$ 即16:9，而走同距離所需之時間與速度成反比例，由是步行車行時間之差與步行時間之比為9:9+16即9:25，故步行所需之時間由9:25= $1\frac{20}{60}$ :x，得x= $1\frac{1}{3}\times 25$

$$\div 9 = \frac{100}{27} = 3\frac{19}{27}\text{時，而所求之距離由}\frac{45}{60} : \frac{100}{27}$$

$$= 8 : x, \text{ 得 } x = \frac{100}{27} \times 8 \div \frac{3}{4} = \frac{3200}{81} = 39\frac{41}{81}\text{里}.$$

4. [解] 自乙出發至遇甲則止，兩人所走里數之和，為186里 $\times$ 2-24里 $\times$ 2=324里，故如命乙所走走之里數為x時，得式如下：

$$(24\text{里}+16\text{里}) : 16\text{里} = 324\text{里} : x\text{里}.$$

$$\therefore x = \underline{129\text{里}216\text{步}}.$$

5. [解] 後車行5時等於前車行7時之路程，故乙追及之時，爲 $7-5:5=3:x$ ，故 $x=7\frac{1}{2}$ 時。

[例題五] 有水夫駕舟，上水五時行三里，下水三時行五里，問上下速度之比如何？又行同一距離上下行時間之比如何？又水夫之划力河流之速度如何？

[解] 一時間上下速度之比爲 $\frac{3}{5}:\frac{5}{3}$ ，或 $9:25$  又上下同距離時間之比爲 $\frac{5}{3}:\frac{3}{5}$ ，或 $25:9$  又同時間中上下速度之比，由前所求爲 $9:25$ ，上水時爲水夫之划力與河流速度之差，下水時爲二者之和，故水夫之划力與河流速度之比爲 $\frac{25+9}{2}:\frac{25-9}{2}$  即 $17:8$

## 問 題

1. 舟子上下某河，每時之速度爲三里，而下行時間爲上行時間之 $\frac{4}{7}$ ，問船每時之速度若干？
2. 有水夫逆流上駛之速度與順流下駛之速度比爲 $2:7$ ，一時間划流之速度比河流速度快二里，問河流及一時間之划速如何？
3. 逆流上駛所需之時間與順流下駛所需之時間，其比爲 $7:3$ ，今每時水流增速二里，則其時間之比，爲 $9:1$ ，問每時之划力如何？

## 問 題 解 法

1. [解] 下時與上時之比為4:7, 故上時與下時之比為7:4, 由流速與船速之比為7-4:7+4即3:11 故所求之速度, 由3:11=3:x, 得  $x = \frac{3 \times 3}{11} = \underline{11}$ 里

2. [解] 划力與水速之和及差之比為7:2, (參看例題)  
 · 划力與水流之比  $\frac{7+2}{2} : \frac{7-2}{2} = 9:5$ , 故9-5:9=2  
 : x,  $x = \frac{2 \times 9}{4} = \underline{4.5}$ 里, 即划速·4.5里-2里=2.5里即水速。

3. [解] 逆水上駛之速度與順下駛之速度之比, 各為時間之反比·3:7, 1:9。

故划速與水速之比, 初為  $\frac{7+3}{2} : \frac{7-3}{2} = 5:2=1 : \frac{2}{5}$

後為  $\frac{9+1}{2} : \frac{9-1}{2} = 5:4=1 : \frac{4}{5}$ 。故如命每時之划

力為x里時, 則  $(\frac{4}{5} - \frac{2}{5}) : 1 = 2 : x \therefore x = \underline{5}$ 里。

\* \* \* \*

[例題六] 有時計一晝夜慢一分三十秒, 今自星期日正午較正問至下星期日正午此時計示何時? 又此時計示該日之正午真時刻為何時?

[解] 日慢1分30秒則7日所慢, 由1:7=1分30秒:x秒, 得  $x = 630$ 秒=10分30秒, 故所求之時刻為午  
 前 12 時-10分30秒=11時49分30秒。

又此時計示該日之正午其正確時刻, 由比例式:  
 24時-1分30秒:24時=10分30秒:x秒



故  $x = 10$  分  $30 \frac{630}{959}$  秒，即午後  $10$  時  $30 \frac{630}{959}$  秒。

## 問 題

1. 有時計一晝夜快30分，某日之正，午較正翌朝此時計示7時36分問正確之正刻果爲何時？
2. 有時鐘每日快1分40秒，今此時鐘於正午時對準，問明日九時此鐘之時刻如何？
3. 某日正午對準之時鐘，至翌日正午爲11時54分，此時鐘如依正比例前進，至此日指示午前6時問正確之時刻如何？
4. 有甲乙二時計，甲每日快  $7\frac{1}{6}$  秒，乙每日慢  $3\frac{1}{2}$  秒；各於某日正午對準，問須經若干時刻，兩鐘面之時刻差10分，

## 問 題 解 法

1. [解] 此時計與正確時計速度之比爲245:24由是得比例式  $24.5:24=12時+7時36分:x時$ ， $\therefore x=19時12分$ 。
2. [解] 自正午至翌朝九時共21時間，此時鐘每24時，快1分40，即100秒，共21時間所快之秒數，可由下列比例求之，即  $24時:21時=100秒:x秒$ ， $x=87.5$  秒=1分27.5秒，故爲午前9時1分27.5秒。
3. [解] 此錶於正錶24時間內僅遲6分，故可視爲此錶

23時54分間，正錶較快6分，今自某日正午用此錶至後日午後6時失走42時間，在此時間內正錶所快之分數如命為 $x$ ，則得比例式如下：

$$23\text{時}54\text{分} : 42\text{時} = 6\text{分} : x\text{分}, x = 10\frac{130}{239}\text{分或}\underline{10\text{分}}$$

$$\underline{32\frac{159}{239}\text{秒}}$$

4. [解]

一日間甲乙時計之差為  $7\frac{1}{6} + 3\frac{1}{2} = 10\frac{1}{3}$  秒，今命其差為10分時之日數為 $x$ ，則得比例式如下：——  
 $10\frac{2}{3}\text{秒} : 60 \times 10\text{秒} = 1\text{日} : x\text{時} \therefore x = \underline{56\frac{1}{4}\text{日}}$

[例題七] 同時同溫度是，華氏寒暑表，與攝氏寒暑表，所指示之度數相差 $72^\circ$ ，問各若干度？

[解] 兩氏度數之比為  $180 : 100 = 9 : 5$ . 同溫度於冰點上之度數華氏恒比攝氏多，因華氏冰點下差32度故冰點上只差  $72 - 32 = 40$  度，故攝氏之度數為

$$9 - 5 : 72 - 32 : x, \therefore x = \underline{50\text{度}}.$$

又華氏  $9 - 5 : 9 = 72 - 32 : x, x = 90$  度；

加冰點下之度數即  $90 + 32 = \underline{122\text{度}}$ ，

## 問 題

1. 同溫度華氏與攝氏之指度比，如13比4，問華氏所指何度？
2. 問華氏之5度當攝氏何度？
3. 華氏與攝氏同一之溫度時，其度數相同於何度？

4. 同溫度時，攝氏比列氏多6度，問各度數如何？
5. 在同溫度華氏攝氏所示度之和為144度，問各度數為何？

## 問題解法

1. [解] 攝氏之4度即當華氏之  $4 \times \frac{180}{100}$  度而華氏冰點以下32度。均算入其度數內，故得例式如下  $13 - 4 \times \frac{180}{100} = 32 : x$ ， $\therefore x = 71\frac{21}{29}$  度。
2. [解] 華氏之5度在冰點下為  $32 - 5 = 27$  度，故表明攝氏之度數亦在冰點之下，  
 $212 - 32 : 100 = 27 : x$ ，  
 故  $x = 15$  度即在冰點下度。
3. [解] 冰點以上華氏之指度恒比攝氏之指度多，因華氏冰點下有32度，故冰點上兩氏度數之差，比攝氏之度數，如冰點下32度，則所求相同之度數，設為  $x$ 。  
 $180 - 100 : 100 = 32 : x$ ，故在冰點下40度。
4. [解] 列氏寒暑表，以冰點為0度，沸點為80度，故攝氏之度數， $100 - 80 : 100 = 6 : x$ ， $\therefore x = 30$  度，而列氏之度數，為  $100 - 80$ ， $80 = 6 : x$ ， $\therefore x = 24$  度。
5. [解] 僅計冰點以上，則兩表度數之和為  $144 - 32 =$

112度，冰點以上攝氏之100度爲華氏之180度，合計爲280度，故冰點上華氏之度數，可自次之比例式得之， $280:112=180:x$ ， $x=72$ 度，因而華氏之度數爲 $72+32=104$ 度，而攝氏之度數爲 $144-104=40$ 度。

§36複比例問題算法，先以所求之數與共同種類之

已知數作比例之第四第三項，其餘每種皆有二數，視其與前二數成正比例抑反比例，分作比例之第一第二項，以各第一項相乘，爲第一項，以各第二項相乘爲第二項，則以下解同單比例。

[例題一] 耕田4畝，每日工作10時間須用3人，準此比例，耕田6畝每日工作9小時須幾人？

[解] 工作之時間相等時，耕田人數與面積爲比例，面積相等時，人數與工作之時間成反比例，故人數與面積之比及時間之反比之複比相等。

$$\left. \begin{array}{l} 4畝:6畝 \\ 9時:10時 \end{array} \right\} = 3人:x人, \therefore x = \frac{6 \times 10 \times 3}{4 \times 9} = \underline{5人}$$

## 問 題

1. 以男子4人女子2人每日耕作8小時，於15日耕完21畝之田，今增男女各1人，於16日耕完44畝之田，問每日當耕作幾小時？但男1人與女1人力之比爲8:5。

2. 有甲乙兩等工人，甲比乙多2人，而作力之比如5:4。今甲工人每日作8時間，經12日掘得一溝，長2里闊4尺5寸深6尺，乙工每日作10時間，經32日掘溝長1里120丈闊4尺8寸深12尺，問甲乙各工人幾名？
3. 欲將貨品運至他處，壯夫2人童子5人，5日間運其半，又童子3人10日間運其 $\frac{1}{3}$ ，問最初用壯夫9人，則須幾日運完？

## 問題解法

1. [解] 設男1人之力為8，則女1人之力為5，男4人女2人之力為 $8 \times 4 + 5 \times 2$ ，男(4+1)人女(2+1)人之力為 $8 \times (4+1) + 5 \times (2+1) = 55$ ，則每日耕作之時間依下式求之。

$$\left. \begin{array}{l} 55 : 42 \\ 16 : 15 \\ 21 : 44 \end{array} \right\} = 8 : x, \quad x = \underline{\underline{12 \text{ 時間}}}。$$

2. [解] 假定甲工人數為1倍，則得乙工人數之比例式

$$\left. \begin{array}{l} 4 \\ 10 \text{ 時} \\ 32 \text{ 日} \\ 2 \text{ 里} \\ 45 \text{ 寸} \\ 6 \text{ 尺} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 5 \\ 8 \text{ 時} \\ 12 \text{ 日} \\ 1 \frac{120}{180} \text{ 里} \\ 48 \text{ 寸} \\ 12 \text{ 尺} \end{array} \right\} = 1 : x \text{ 即 } x = \frac{2}{3}$$

而甲比乙多2人，故  $2 \div (1 - \frac{2}{3}) = 6$  人爲甲工人數。

$6 - 2 = 4$  人即乙工人數。

3. [解] 童子3人10日運其  $\frac{1}{3}$ ；故當先求得童子幾人，  
於5日間運其  $\frac{1}{2}$ ，如下式求得童子。

$$\left. \begin{array}{l} 5 \text{ 日} \\ \frac{1}{3} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 10 \text{ 日} \\ \frac{1}{2} \end{array} \right\} = 3 \text{ 人} : x \text{ 人即 } x = \underline{9 \text{ 人}} .$$

故童子  $9 - 5 = 4$  人之工作，與壯夫2人之工作等，即壯夫作工，等於童子作工之2倍，故得所求日數。

\*             \*             \*             \*

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times 9 \\ \frac{1}{3} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 1 \times 3 \\ 1 \end{array} \right\} = 10 \text{ 日} : x \text{ 日即 } x = \underline{5 \text{ 日}} .$$

\*             \*             \*             \*

- [例題二] 有一工事，用男工24人，26日間可以成就，  
如用女工人32，須幾日始能成就？但女工10人與男工  
8人相當，

[解] 人數與日數爲反比例男女力之比爲 10 : 8，而  
力則與日數爲反比例，故得下之比例式：

$$\left. \begin{array}{l} 32 : 24 \\ 8 : 10 \end{array} \right\} = 26 : x$$

$$\therefore x = \frac{24 \times 10 \times 26}{32 \times 8} = 24 \frac{3}{8} \text{ 日} ,$$

## 問 題

1. 男5人或女7人，每日工作8小時，於10日所作之事，若以男8人女3人，每日工作10小時，幾日可成？
2. 以甲乙丙水管注水入池，甲管直徑3寸乙管直徑2寸5分，設同時開放甲乙二管，經1時12分間流滿水池 $\frac{2}{5}$ ，因乙管破損，只用甲管獨流，問尚須幾時可以流滿，但管截口之面積之平方為正比例。
2. 男5人每日工作7時，經6日耕田9畝，又女12人每日作工6時，經14日間耕田27畝，今男3人女5人，共作8日耕田21畝，問每日作工幾時？
4. 自來水工場，設15架吸筒，每日吸8時間，7日吸取海水1260噸，若每日吸12時間，14日間吸上海水7560噸，問該場設吸筒若干架？

## 問 題 解 法

1. [解] 男1人等於女 $\frac{7}{5}$ 人，男8人等於女 $\frac{7}{5} \times 8 = \frac{56}{5}$ 人，男8人女3人等於女 $\frac{56}{5} + 3 = \frac{71}{5}$ 人。由是
 
$$\left. \begin{array}{l} \frac{71}{5} : 7 \\ 10 : 8 \end{array} \right\} = 10 : x, \quad x = 3 \frac{67}{71} \text{日}.$$
2. [解] 前注入之量與後注入之量相比，如 $\frac{2}{5} : \frac{3}{5}$ 即2 : 3，而注入之時間與管之容積為逆比，故所求之時間為；

$$\left. \begin{array}{l} 2 \\ 30^2 \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 3 \\ 30^2 + 25^2 \end{array} \right\} = 1 \frac{12}{60} \text{時} : x \text{時}$$

$$\therefore x = 3 \text{時} 3 \text{分},$$

3. [解] 男1人1時間耕田  $\frac{9}{5 \times 7 \times 6} = \frac{3}{70}$  畝，

女1人1時間耕  $\frac{27}{12 \times 6 \times 14} = \frac{3}{112}$  畝，

則男3人女5人一時間共耕  $\frac{3}{70} \times 3 + \frac{3}{112} \times 5 = \frac{21}{80}$  畝，

故得每日工作之時間為  $x$ ，

$$\left. \begin{array}{l} \frac{21}{80} \\ 8 \text{日} \\ 9 \text{畝} \end{array} \right\} ; \left. \begin{array}{l} \frac{3}{70} \\ 6 \text{日} \\ 21 \text{畝} \end{array} \right\} = 7 \text{時} : x \text{時}$$

$$\text{即 } x = \frac{3 \times 5 \times 6 \times 21 \times 7 \times 80}{70 \times 9 \times 8 \times 21} = 10 \text{時間},$$

4. [解]  $\left. \begin{array}{l} 12 \text{時} \\ 14 \text{日} \\ 1260 \text{噸} \end{array} \right\} : \left. \begin{array}{l} 8 \text{時} \\ 7 \text{日} \\ 7560 \text{噸} \end{array} \right\} = 15 \text{架} : x \text{架}$

$$\text{故 } x = \frac{8 \times 7 \times 7560 \times 15}{12 \times 14 \times 1260} = 30 \text{架吸筒}。$$

\* \* \* \*

[例題三] 有犬追兔，犬行5步之間兔行3步，犬之3步，與兔之2步，距離相等，問兔行36丈犬行幾丈？

[解] 一定時間步數為正比，步之大小在一定距離與



其多少成反比，故得下之比例式：

$$\left. \begin{array}{l} 3 : 5 \\ 3 : 2 \end{array} \right\} = 360 : x$$

$$\therefore x = \frac{360 \times 2 \times 5}{3 \times 3} = \underline{\underline{400 \text{ 丈}}}。$$

## 問 題

1. 某人以某速度行某距離需 8 時間；若距離減  $\frac{1}{5}$  速度增  $\frac{1}{6}$  需幾時間？
2. 甲乙競渡，由每分時走 39 次，乙走 41 次，然甲走 19 次之距離等於乙走 20 次之距離，今甲乙競渡 1800 碼，問甲勝乙若干碼？
3. 有舟子，於靜水中，3 時間能划 50 里，今以 3 人上划流水，則 4 時行 150 里，求水流速度。
4. 甲乙二舟子，其划速甲與乙為 4 : 3，乙之划速為水速之二倍半，而甲於 3 日上划水 140 里，則乙下划流水 210 里須費幾日？

## 問 題 解 法

1. [解]

$$\left. \begin{array}{l} 1 : \frac{4}{5} \\ \frac{7}{6} : 1 \end{array} \right\} = 8 : x, x = 5 \frac{17}{35} \text{ 時。}$$

$$2. \text{ [解] } \left. \begin{array}{l} 39 : 41 \\ 20 : 19 \end{array} \right\} = 1800 : x, \therefore x = 1797 \frac{9}{13}$$

$$\text{故 } 1800 - 1797 \frac{9}{13} = 2 \frac{4}{13} \text{ 碼,}$$

3. [解] 設3人4時間划靜水之里數爲x，則

$$\left. \begin{array}{l} 3 : 4 \\ 1 : 3 \end{array} \right\} = 50 : x, x = 200 \text{ 里,}$$

故水流速度爲每時  $(200 - 150) \div 4 = 12 \frac{1}{2}$  里。

4. [解] 甲之划速爲4，則乙之划速爲3，乙之划速爲水速之2.5倍，故水速爲  $3 \div 2.5 = \frac{6}{5}$ ，甲爲上划流水，故以  $4 - \frac{6}{5}$  之速度而上；乙爲下划流水，故以  $3 + \frac{6}{5}$  之速度而下，因得次之比例式：

$$\left. \begin{array}{l} 3 + \frac{6}{5} : 4 - \frac{6}{5} \\ 140 : 210 \end{array} \right\} = 3x, x = 3 \text{ 日,}$$

\* \* \* \*

[例題四] 有齒數30之齒輪，5秒半鐘共回轉11次，今有於此恰相銜接之齒輪，1分間回轉百回時，問其齒數如何？

[解] 時間與齒數成正比例，而回轉次數與齒數成反比例，故得次之比例式：

$$\left. \begin{array}{l} 5.5 : 60 \\ 100 : 11 \end{array} \right\} : 30 : x$$

$$\therefore x = \frac{60 \times 11 \times 30}{100 \times 5.5} = 36 \text{ 即齒數,}$$

## 問 題

1. 甲乙二齒輪互相銜接，甲輪有齒24，乙輪有齒27，甲輪在2分30秒鐘旋轉60周問乙輪在7分30秒鐘，旋轉幾周？
2. 有互相符合之齒輪二個，大者齒數32，小者24，今大齒輪25分間回轉34時，問小齒輪回轉幾次？
3. 米1石之價為4圓，供給30人，每日之費用為4圓5角，若1圓可買米2斗3升，而每日人支給之量減少 $\frac{1}{8}$ ，問以140圓供給40人，能供給幾日？
4. 用馬15匹搬運彈藥若干箱，8日間運完，今用牛18頭運同量之彈藥，其所至之距離前與後之比為6：9問須幾日運完？

## 問 題 解 法

1. [解]

$$\left. \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2} \\ 27 : 24 \end{array} \right\} = 60 : x$$

$$x = \frac{7\frac{1}{2} \times 24 \times 60}{2\frac{1}{2} \times 27} = \underline{\underline{160 \text{ 周}}}$$

$$2. \text{ [解]} \quad \left. \begin{array}{l} 24 : 32 \\ 25 : 45 \end{array} \right\} = 30 : x$$

$$\therefore x = \frac{32 \times 45 \times 30}{24 \times 25} = \underline{\underline{72 \text{ 回}}},$$

$$3. \text{ [解]} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ 石} : 023 \text{ 石} \\ 40 \text{ 人} : 30 \text{ 人} \\ 45 \text{ 圓} : 140 \text{ 圓} \\ 1 - \frac{1}{8} : 1 \end{array} \right\} = 1 \text{ 日} : x \text{ 日},$$

$$\text{故 } x = 24 \frac{8}{15} \text{ 日},$$

4. [解] 日數與匹數，速力，均成反比例，與距離成正比例，故得比例式如次：

$$\left. \begin{array}{l} 18 : 15 \\ 3 : 4 \\ 5 : 3 \\ 6 : 9 \end{array} \right\} = 8 \text{ 日} : x \text{ 日}, \therefore x = \frac{15 \times 4 \times 3 \times 9 \times 8}{18 \times 3 \times 5 \times 6} = \underline{\underline{8 \text{ 日}}}$$

\*             \*             \*             \*

§37 連鎖比例問題算法 先列未知項，以其等價之量並列於右，同種之量斜列於左，次列其餘諸已知量，凡等量者皆並列之，同種類者皆不同行，後以左行諸量之數相乘之積，除右行諸量相乘之積，得未知項

[例題一] 3匹馬可換45隻羊，12隻羊可換4頭牛，有馬64匹可換牛多少頭？

$$\begin{array}{l}
 \text{牛 } x \text{ 頭} \text{ --- 馬 } 64 \text{ 匹} \\
 \text{馬 } 3 \text{ 匹} \text{ --- 羊 } 45 \text{ 隻} \\
 \text{羊 } 12 \text{ 隻} \text{ --- 牛 } 4 \text{ 頭}
 \end{array}
 \therefore x = \frac{64 \times 45 \times 4}{3 \times 12} = \underline{\underline{320}} \text{ 頭}$$

### 問題

1. 米3石之價等於麥10石之價，麥7石之價等於蠶豆3石之價，則米3石5斗之價等於蠶豆幾石之價？
2. 五雞換2鵝，7鵝換12鴨，10鴨換3羊今有36羊可換多少雞？
3. 鉛筆5枝之價，等於水筆3枚之價，水筆7隻之價，等於墨2錠之價，墨3錠之價等於硯1個之價，今硯1個之價為8角4分，則鉛筆1枝之價幾何？
4. 柿24個之價等於梨8個之價，林禽6各之價等於蜜柑27之各價，而梨每之價與林禽等，今柿1個之價為1分，則蜜柑1個之價幾何？

### 問題解法

$$\begin{array}{l}
 \text{1. [解] 蠶豆 } x \text{ 石 --- 米 } 3.5 \text{ 石} \\
 \text{米 } 3 \text{ 石 --- 麥 } 10 \text{ 石} \\
 \text{麥 } 7 \text{ 石 --- 蠶豆 } 3 \text{ 石}
 \end{array}
 \therefore x = \frac{35 \times 10 \times 3}{3 \times 7} = 5 \text{ 石}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{2. [解] } x \text{ 雞} \quad 36 \text{ 羊} \\
 3 \text{ 羊 --- } 10 \text{ 鴨} \\
 12 \text{ 鴨 --- } 7 \text{ 鵝} \\
 2 \text{ 鵝 --- } 5 \text{ 雞}
 \end{array}
 \therefore x = \frac{36 \times 10 \times 7 \times 5}{3 \times 12 \times 2} = 175 \text{ 雞}$$

3. [解] 硯  $x$  個

鉛筆 1 枝	}
鉛筆 5 枝	
水筆 7 枝	
墨 3 錠	
水筆 3 枝	}
墨 2 錠	
硯 1 個	

$$\therefore x = \frac{1 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 7 \times 3}$$

$$= \frac{2}{35}$$

故鉛筆 1 枝之價等於硯  $\frac{2}{35}$  個之價，今硯 1 個之價為 8 角 4

分，故鉛筆 1 枝之價為 8 角 4 分  $\times \frac{2}{25} = 4$  分 8 厘

4. [解] 因梨價與林禽之價相等，故林禽 6 個之價亦即梨 6 個之價，

故是： 柿  $x$  個

蜜柑 1 個	}
蜜柑 27 個	
梨 6 個	
梨 8 個	}
柿 24 個	

$$\therefore x = \frac{1 \times 6 \times 24}{27 \times 8} = \frac{2}{3}$$

故蜜柑 1 個之價等於柿  $\frac{2}{3}$  個之價今柿 1 個之價為 1 分，

故蜜柑 1 個之價 1 分  $\times \frac{2}{3} = 6$  厘 7 毫弱，

\* \* \* \*

[例題二] 有穀商，以 119 圓買得小麥 85 包，但以小麥 8 包換大麥 9 包，則有 1 成之利；又以大麥 100 包換高糧 112 包，則有 3 分之損，問高糧 180 包之價多少？

[解] 以大麥 100 包，換高糧 112 包，則有 3 分之損，故若以大麥 97 包換高糧 112 包，則無損益；又以小麥 8 包換大麥 9 包，有 1 成之利，故若以小麥 8.8 包換大麥 9 包，則無損益，故可如次解之：

x	元	——	高糧 180 包	
高糧 112 包		——	大麥 97 包	得x爲 <u>213元4角</u>
大麥 9 包		——	小麥 8.8 包	
小麥 85 包		——	119 元	

## 問 題

1. 有甲乙丙三旅人，甲乙速度之比如3：4，乙丙速度之比如5：6則丙行20日之路，甲行之當若干日？
2. 比較甲乙丙丁四人之田產，則甲比乙如9：4，乙之12倍與丙之15倍相當，丙之 $\frac{1}{2}$ 與丁之 $\frac{1}{3}$ 相當，已知丁所有之田爲76畝，則甲所有之田爲幾畝？
3. 甲行5步時乙行6步，乙行7步時丙行8步，丙行9步時丁行10步；其各1步之長之比爲15：14：12：10，問甲行63丈時丁行幾何？

## 問 題 解 法

1. [解] 行一定長之路，則所費之時間與速度成反比例
 

今速度之比	故日數之比
(甲)3：(乙)4	(甲)4：(乙)3
(乙)5：(丙)6	(乙)6：(丙)5

由是 甲  $x$  日 ———— 丙 20 日 而  $x = \frac{20 \times 6 \times 4}{5 \times 3}$   
           丙 5 日 ———— 乙 6 日  $= 32$   
           乙 3 日 ———— 甲 4 日  
 2. [解] 甲田  $x$  倍 ———— 丁田 1 倍  
           丁田  $\frac{1}{3}$  倍 ———— 丙田  $\frac{1}{2}$  倍  
           丙田 15 倍 ———— 乙田 12 倍  
           乙田 9 倍 ———— 田田 4 倍

$$x = \frac{1 \times \frac{1}{2} \times 12 \times 4}{\frac{1}{3} \times 15 \times 9} = \frac{8}{15}.$$

故丁之田產爲甲之  $\frac{8}{15}$  今丁有田 76 畝，故甲有田 76 畝  $\div \frac{8}{15} = 142$  畝 30 方丈，

3. [解] I. 先求甲行 1 步時，丁行之步數，

丁 $x$ 步	甲 1 步
甲 5 步	乙 6 步
乙 7 步	丙 8 步
丙 9 步	丁 10 步

得  $x$  爲  $\frac{32}{21}$  步，甲行 1 步時間等於丁行  $\frac{32}{21}$  步之時間，則甲行 21 步之時間等於丁行 32 步之時間，又甲與丁各 1 步之長之比爲 15；10，即 3：2，故甲行 36 丈時，丁所行之距離，可由次式求之：



$$\begin{array}{l}
 21 : 32 \\
 3 : 2 \\
 \text{II.}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 21 : 32 \\ 3 : 2 \\ \text{II.} \end{array}} \right\} = 63 : x \quad \text{得 } x = 64 \text{ 丈}$$
  

$$\begin{array}{l}
 \text{丁 } x \text{ 丈} \longrightarrow \text{甲 } 63 \text{ 丈} \\
 \text{甲 } 15 \times 5 \longrightarrow \text{乙 } 14 \times 6 \\
 \text{乙 } 14 \times 7 \longrightarrow \text{丙 } 12 \times 8 \quad \text{得 } x = 64 \text{ 丈} \\
 \text{丙 } 12 \times 9 \longrightarrow \text{丁 } 10 \times 10
 \end{array}$$

\*                     \*                     \*

[例題三] 米 2 石之價等於大豆 3 石之價，大豆 4 石之價等於麥 5 石之價，今以大豆 27 石換米麥共 20 石，問米麥各幾石？

[解] 先求大豆 27 石等於米之石數，米  $x$  石  $\nearrow$  大豆 27 石  
 大豆 3 石  $\swarrow$  米 2 石  
 得  $x = 18$  石， $20 - 18 = 2$  石，再以麥易米，以補此 2 石之差，而同價之麥與米之比，可以次求之：

$$\begin{array}{l}
 \text{米 } x \text{ 石} \longrightarrow \text{麥 } 1 \text{ 石} \\
 \text{麥 } 5 \text{ 石} \longrightarrow \text{大豆 } 4 \text{ 石} \\
 \text{大豆 } 3 \text{ 石} \longrightarrow \text{米 } 2 \text{ 石}
 \end{array}$$

得  $x$  為  $\frac{8}{15}$  石，故將麥 1 石易米，則其量增  $1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$  石，欲增 2 石，則需麥  $2 \div \frac{7}{15} = 4\frac{2}{7}$  石，即所求麥之石數，而米之石數為  $20 - 4\frac{2}{7} = 15\frac{5}{7}$  石。

## 問 題

1. 有四工匠，比較其力則甲與丙如 3 : 4，丙與丁如 25 :

6. 乙與丁如 1:1.2, 今甲於 20 日間所作之事, 令乙作之, 幾日可成?
2. 有甲乙丙三種物: 甲 5 個與乙 8 個之價之比, 如 32:35; 乙 8 個之價比丙 9 個多 6 分 2 釐 5 毫, 今將甲 10 個賣得 4 圓, 每個有 2 角 5 分之利, 若欲賣丙 30 個, 每圓得 2 角之利, 則其賣價當為幾何?
3. 有五工人, 甲 9 日所作事等於乙 10 所作事, 丙 5 日所作事等於丁 6 日所作之事; 又丙 11 日丁 3 日, 所作事之和, 亦等於甲 10 日與丙 1 日所作事之和, 問乙成 1 事時, 丁能成其幾分之幾?

## 問題解法

1. [解] 甲丙工力之比 = 3:4, 丙丁工力之比 = 2.5:6, 乙丁工力之比 = 1:1.2, 則甲丙各作相等之事, 其日之比 = 4:3, 丙丁各作相等之事, 其日數之比 = 6:2.5 = 12:5, 丁乙各作相等之事, 其日數之比 = 1:1.2 = 10:12 由是

乙 x 日	——	甲 20 日	$\therefore x = \frac{20 \times 3 \times 5 \times 12}{4 \times 12 \times 10} = 7 \frac{1}{2}$ 故甲 20 日所作之事乙作之 <u><math>7 \frac{1}{2}</math></u> <u>日可成。</u>
甲 4 日	/	丙 3 日	
丙 12 日	/	丁 5 日	
丁 10 日	/	己 12 日	

2. [解] 甲 1 個與乙 1 個之比, 等於  $\frac{32}{5} : \frac{35}{8}$ , 即  $32 \times 8 : 35 \times 5$ . 又甲 10 個之原價為  $4 \times \frac{1}{1+0.25} = 3.2$  圓,

先由次式來乙 8 個之價，

$$\begin{array}{l}
 x \text{ 圓} \text{ --- } \text{乙 8 個} \\
 \text{乙 } 32 \times 8 \text{ 個} \text{ --- } \text{甲 } 35 \times 5 \text{ 個} \\
 \text{甲 } 10 \text{ 個} \text{ --- } 3.2 \text{ 圓}
 \end{array}
 \quad \text{得 } x = 1.75 \text{ 圓}$$

由是丙 9 個之原價為  $1.75 - 0.0625 = 1.6875$  元，欲賣丙 30 個得 2 角之利，則 30 個可賣  $30 \times 1.2 = 36$  之價，

$$\begin{array}{l}
 x \text{ 圓} \text{ --- } \text{丙 } 36 \text{ 個} \\
 \text{丙 } 9 \text{ 個} \text{ --- } 1.6875 \text{ 圓}
 \end{array}
 \quad \text{得 } x = \underline{\underline{6.75 \text{ 圓}}},$$

3. [解] 丙 11 日 丁 3 日 作事之和等於甲 10 日 丙 1 日 所作之事，故丙 10 日 丁 日 所作事之和等於甲 10 日 之作事，由

$$\begin{array}{l}
 \text{乙 } x \text{ 日} \text{ --- } \text{甲 } 10 \text{ 日} \\
 \text{甲 } 9 \text{ 日} \text{ --- } \text{乙 } 10 \text{ 日}
 \end{array}$$

知甲 10 日 之作事等於乙  $\frac{100}{9}$  日 所作事，由

$$\begin{array}{l}
 \text{丁 } x \text{ 日} \text{ --- } \text{丙 } 10 \text{ 日} \\
 \text{丙 } 5 \text{ 日} \text{ --- } \text{丁 } 6 \text{ 日}
 \end{array}$$

知丙 10 日 之作事等於丁 12 日 所作事因丁 12 日 之作事，等於丁  $12 + 3 = 15$  日 所作事，即乙  $\frac{100}{9}$  日 所作事等於丁 15 日 所作事，故乙作一事時，丁能作其  $\frac{100}{9} \times \frac{1}{15} = \underline{\underline{\frac{20}{27}}}$ 。

\* \* \* \*

§38 配分比例問題算法 將一量劃分為若干分，若各部分之分量已知，則各部分及總量之連比可得而知；例如將煤百斤分作 20 斤，30 斤，50 斤三部，則三部與總量之連比為 2 : 3 : 5 : 10。反之，已定各部之連比

，而求各部之實量，須用配分法。

配分法以連比各項之和為第一項，以連比中某項為第二項，以總量為第三項，列單比例其第四項即相當於某項之部分，

[例題一] 以4:5:6之比，分60為三部分，

[解] 因 $4+5+6=15$ 。

$$\text{則 } 15:4=60:x, \quad x=16$$

$$15:5=60:x, \quad x=20$$

$$15:6=60:x, \quad x=24$$

## 問 題

1. 以比7:3混合上下二等酒，合成中等酒3斗，上等酒與下等酒各用幾何？
2. 工人三名合作一事，共得共資29.75元，三人依作工日數比例配分，已知甲作15日，乙作12日，丙作8日，求此三人各得之數？
3. 甲乙丙合股營商，甲所出資本之3倍，為乙之2倍，乙所出資本之5倍，為丙之4倍，今護利700元，應各得多少？
4. 甲乙二人遠行，一日途中甲出所攜之麵包3枚，乙出5枚，偶一旅人來乞分食，甲乙諾之，3人等分食盡，於是旅人謝銀8分而去，問甲乙二人如何分取？

## 問 題 解 法

1. [解] 設上酒用  $x$  斗，

$$\text{則 } 7+3:7=3\text{斗}:x\text{斗}, x=\frac{7 \times 3}{10}=2.1;$$

$$\text{設下等酒用 } x \text{ 斗，則 } 7+3:3=3\text{斗}:x, x=\frac{3 \times 3}{10}=0.9. \text{故知上等酒用 } \underline{2.1} \text{ 斗，下等酒用 } \underline{0.9} \text{ 斗。}$$

2. [解] 三人所得工資之比 = 15 : 12 : 8

$$\left. \begin{array}{l} \text{則由 } 15+12+8:15=29.75\text{元}:x\text{元} \\ 15+12+8:12=29.75\text{元}:x\text{元} \\ 15+12+8:8=29.75\text{元}:x\text{元} \end{array} \right\} \text{得 } \begin{cases} x=12.75, \\ x=10.2, \\ x=6.8; \end{cases}$$

故甲得 12.75 元，乙得 10.2 元，丙得 6.8 元。

3. 甲 : 乙 = 2 : 3 = 2 × 4 : 3 × 4 = 8 : 12，

$$\text{乙 : 丙} = 4 : 5 = 4 \times 3 : 5 \times 3 = 12 : 15，$$

∴ 甲 : 乙 : 丙 = 8 : 12 : 15，因 8 + 12 + 15 = 35，

$$\text{則 } 35:8=700\text{元}:x\text{元} \quad x=160\text{元}$$

$$35:12=700\text{元}:x\text{元} \quad \text{得 } x=240\text{元}$$

$$35:15=700\text{元}:x\text{元} \quad x=300\text{元}$$

即丙出 160 元，乙出 240 元，甲出 300 元，

4. [解] 每 1 人之食量為  $\frac{5+3}{3}=\frac{8}{3}$  個，甲分與旅人 3 -

$$\frac{8}{3}=\frac{1}{3}，\text{乙分與旅人 } 5-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}，\text{其比如 } \frac{1}{3}:\frac{7}{3} \text{ 即 } 1$$

: 7. 故分取 8 分亦依此比之，則甲之所得為  $8 \times \frac{1}{1+7}$

$$= \underline{1} \text{ 分，乙之所得為 } 8 \times \frac{7}{1+7} = \underline{7} \text{ 分。}$$

\* \* \* \*

[例題二]大卵3個之價，等於中卵4個之價，中卵5個之價等於小卵6個之價，今買此雞卵，計大中小各180個，共價855分，求其中各種雞卵每個之價值？

[解]大中二種雞卵每個價值之比 $=4:3=8:6$ ，中小二種卵每個價之比 $=6:5$ 。故三種每個價之連比 $=8:6:5$ 。三種各180之總價855分，則三種各一個之和價為4.75分。

$$\left. \begin{array}{l} \text{由 } 8+6+5:8=4.75:x \\ \quad 8+6+5:6=4.75:x \\ \quad 8+6+5:5=4.75:x \end{array} \right\} \text{得} \begin{cases} x=2 \\ x=1.5 \\ x=1.25 \end{cases}$$

即大卵2分，中卵1.5分，小卵1.25分，

## 問 題

1. 以金3000元，分給甲乙丙丁四人，甲乙之比為3:4；而乙之7倍，丙之3倍，丁之 $\frac{2}{3}$ 倍各互相等，問甲得多少？
2. 有甲乙丙丁土木工人四幫，合作一事；甲作其 $\frac{1}{3}$ ，乙作其 $\frac{1}{4}$ ；丙作其 $\frac{2}{9}$ ；丁作其餘，今此事之工費共22320元。此工費當如何分配？
3. 兄12歲弟9歲，妹8歲，以菓子92個分給此三人，各人所得之數與其年歲成逆比例，求各人所各之數，
4. 甲乙丙三人營商，甲出本360元，6個月，乙700元，9個月；丙900元，8個月，共獲利145元應如何分配？

## 問題解法

$$\begin{array}{cccc}
 1. \text{ [解]} & \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} & \text{丁} \\
 & 3 & : & 4 & \\
 & & & 4 & : & \frac{7}{3} & : & 3 \\
 \hline
 & 3 \times 3 \times \frac{2}{3} & : & 4 \times 3 \times \frac{2}{3} & : & 4 \times 7 \times \frac{2}{3} & : & 4 \times 7 \times 3
 \end{array}$$

$$\text{即 } 9 : 12 : 28 : 126 \quad \therefore \text{甲得 } 3000 \times \frac{9}{1-75} = \underline{164.285 \text{ 元}}$$

$$\begin{aligned}
 2. \text{ [解]} \text{ 四幫應得工費之連比} &= \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{2}{9} : 1 - \frac{1}{3} - \\
 &\frac{1}{4} - \frac{2}{9} \\
 &= \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{2}{9} : \frac{7}{36} \\
 &= 12 : 9 : 8 : 7,
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{由則 } 12+9+8+7 : 12 = 22320 \text{ 元} : x \text{ 元} \\
 \quad 12+9+8+7 : 9 = 22320 \text{ 元} : x \text{ 元} \\
 \quad 12+9+8+7 : 8 = 22320 \text{ 元} : x \text{ 元} \\
 \quad 12+9+8+7 : 7 = 22320 \text{ 元} : x \text{ 元}
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \text{得} \begin{cases} x=7404, \\ x=5580, \\ x=4960, \\ x=4340, \end{cases}$$

甲幫得7440元，乙幫得5580元，丙幫得4960元，丁幫4340元

$$3. \text{ [解]} \text{ 兄弟二人所得菓子個數之爲 } 9 : 22 = 6 : 8, \text{ 弟妹二人所得菓子個數之比} = 8 : 4, \text{ 則比三人所得個數}$$

之比=6:8:9.

$$\left. \begin{array}{l} \text{由 } 6+8+9:6=92\text{個}:x\text{個} \\ 6+8+9:8=92\text{個}:x\text{個} \\ 6+8+9:9=92\text{個}:x\text{個} \end{array} \right\} \text{得} \begin{cases} x=24, \\ x=32, \\ x=36, \end{cases}$$

故甲得24個，弟得32個，妹得36個。

4. [解] 甲乙應得利銀之比=500×6:300×(6-4)=5:1,

$$\left. \begin{array}{l} \text{則由 } 5+1:5=180\text{元}:x\text{元} \\ 5+1:1=180\text{元}:x\text{元} \end{array} \right\} \text{得} \begin{cases} x=150, \\ x=30. \end{cases}$$

故甲應得150元，乙應得30元，

\* \* \* \*

[例題三] 某人有一樽酒，甲先來則與以 $\frac{1}{3}$ ，乙先來則與 $\frac{1}{4}$ ，丙先來則與 $\frac{1}{5}$ 。若三人同時來，當各得幾何？

[解] 與甲 $\frac{1}{3}$ ，餘 $\frac{2}{3}$ ，故所餘與甲之比為2=1；與乙 $\frac{1}{4}$ ，餘 $\frac{3}{4}$ ，故所餘與乙之比為3=1；與丙 $\frac{1}{5}$ ，則餘 $\frac{4}{5}$ ，故所餘與丙之比為4=1，由是求所餘與甲乙丙之連

比如次：

所餘	甲	乙	丙
2	1	2	2
3	3	1	3
4	4	4	1
24	12	8	6

簡約之，即12:6:4:3，

故甲所得為全量之 $\frac{6}{12+6+4+3}=\frac{6}{25}$ ，乙所得為全量

之 $\frac{4}{25}$ ，丙所得為全量之 $\frac{3}{25}$ 。



## 問 題

1. 甲乙丙 3 人，分銀 1125 圓，甲之  $\frac{1}{2}$  與乙之  $\frac{1}{3}$  與丙之  $\frac{1}{4}$  均等，問各得如何？
2. 水車之廻轉，晝 18000 回，夜 14000 回，問日出之時？
3. 有松梅桃柳四種，各若干株，其次第之比 7 : 3，而松柳二種之合 740 株，問樹之總數如何？
4. 某次戰役，某村有排長 5 名，兵士 10 名，其中排長 18 名兵士 2 名戰死，該村開軍事會議，等款 600 元分恤軍人，議定排長於兵卒每人所得為 4 : 3，而戰死者之遺族，則得生存者之 2 倍，問生存者每人及戰死者每 1 遺族，各得金若干？

## 問 題 解 法

1. [解] 各所得  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$  之反比即  $\frac{1}{\frac{1}{2}} : \frac{1}{\frac{1}{3}} : \frac{1}{\frac{1}{4}}$  即係 2

: 3 : 4 之比，故求得下之諸數：

$$\text{甲之所得金 } 2+3+4 : 2 = 1125 : x, x = \underline{250 \text{ 圓}}。$$

$$\text{乙之所得金 } 2+3+4 : 3 = 1125 : x, x = \underline{375 \text{ 圓}}。$$

$$\text{丙之所得金 } 2+3+4 : 4 = 1125 : x, x = \underline{500 \text{ 圓}}。$$

2. [解] 晝夜時間之比，如 18000 : 14000 即 9 : 7，故夜之為  $24 \times \frac{7}{9+7} = \frac{21}{2}$  時，而日出之時間，恰當夜長之半分，為  $\frac{21}{2} \div 2 = \frac{21}{4}$  時，即 5 時 15 分。

3. [解] 松爲7則梅之比爲  $7 \times \frac{3}{7}$  即3. 又桃與梅之比爲  $\frac{3}{7}$  故桃之比爲  $3 \times \frac{3}{7}$ , 柳爲  $3 \times \frac{3}{7}$  即得松, 梅, 桃, 柳之比  $\cdot 7 : 3 : \frac{9}{7} : \frac{27}{49}$  即得  $343 : 147 : 63 : 27$ , 求總樹之比例式,  $343 + 27 : 343 + 147 + 63 + 27 = 740 : (\text{總樹})$  故得總樹之數  $= \frac{580 \times 740}{370} = 1160$  株。

4. [解] (排長) : (兵士) : (戰死排長) : (戰死兵卒) =  $4 : 3 : 8 : 6$

$$4 \times (5-1) + 3 \times (10-2) + 8 \times 1 + 6 \times 2 = 60.$$

$\cdot 460 : 4 : 3 : 8 : 6 = 600$  元 ; (排長) : (兵士) :

(死排長) : (死兵士)。

故得排長40元, 兵士30元, 排長遺族80元, 兵士遺卒60元,

\* \* \* \*

§39 混合比例算法. 乃計算品種不同二種以上物質之混合問題, 其計算法在求諸原料每單位價與混合物單位價之差而作其逆比。

[例題一] 每升價8角之酒與每6角之酒混合造成每升價7角2分之酒, 求此兩種混合量之比,

[解] 

平均價	原價	比較	混合量之比
72分	80分	過8分	1 · 2 3
	60分	不足12分	8 2

## 問 題

1. 上米每斤1角1分，次米每斤9分，混合造成每斤價9分半之米求其混合比
2. 有旅客，晴一日行48里，陰一日行36里，雨一日行30里；今行往某處，遇晴天7日，陰天3日，平均一日行39里。問兩日有幾天？
3. 上等酒，下等酒，此兩者依3:2之比混合而成之酒，及此兩者依4:1之比混合而成之酒，共4種，依連比3:1:4:2混合之，則其所造成之混合酒中所含上等，下等二種酒量之比若何？
4. 上，中，下三種人參，上參4斤，每斤56元，中參8斤，每斤50元，問混合每斤4元之下參多少斤，則每斤之價為36元？

## 問 題 解 法

1. [解]	平均價	原 價	比 較	混合比
9.5分		上米110.分	過 1.5	.5 1
		次米 9 分	不足 .5	1.5 3

2. [解]	平均	一日之行程	比 較	比
39		晴 48	過 9	7
		陰 36	不足 3	3
		雨 30	不足 9	x

晴天7日，陰天3日，尚有 $9 \times 7 - 3 \times 3 = 54$ 里之過剩，故兩日為 $54 \div 9 = 6$ 日，

3. [解] 第三種酒所含上下二種酒量之比 = 3 : 2，則第三種酒含上等酒 $\frac{3}{3+2}$ ，下等酒 $\frac{2}{3+2}$ ；第四種酒所含上下二種酒量之比，則第四種酒含上等酒 $\frac{4}{4+1}$ ，下等酒 $\frac{1}{4+1}$ ，今此四種酒依3 : 1 : 4 : 2之比混合，則混合後所含上下二種酒量之比 =  $3 + 4 \times \frac{3}{3+2} + 2 \times \frac{4}{4+1} : 1 + 4 \times \frac{2}{3+2} + 2 \times \frac{1}{4+1} = 7 : 3$ 。

4. [解] 

平均價	原 價	比 較	混 合 量
36元	上參56元	過 20元	4斤
	中 50元	過 14元	8斤
	下 4元	不足32元	x斤

上參中參共過剩  $20 \times 4 + 14 \times 8 = 192$  元，故下參之斤數可由下式求之  $32 : 192 = 1 : x$

$$\therefore x = \frac{192}{32} = 6 \text{斤}$$

[例題二] 酒每斤價50枚，今造成1斤值價35枚之酒，共54斤，問酒水各若干？

- [解] 

平均價	原價	比 較	混和比
35枚	50枚	過 15枚	35 7
	0枚	不足35枚	15 3

故酒量為 $54 \times \frac{7}{7+3} = 54 \times \frac{7}{10} = 37.8$ 斤，水 $54 - 37.8 = 16.2$ 斤。

[例題三] 上等酒每斤 3 角 5 分，中等酒每斤 3 角，下等酒每斤 2 角，今三種酒混合之平均價每斤合 2 角 6 分，求混合量。

[解]	原價	比較	配合	混合量
平均 26	上 35	過 9	2	2
	中 30	過 4	3	3
	下 20	不足 6	3	2

## 問 題

1. 有水菓商賣去每斤價 38 分之菓子與每斤價 24 分之菓子各若干斤，計其平均價每斤 32 分，求此兩種菓子斤數之比，設每斤價 38 分之菓子賣去 20 斤，則每斤價 24 分之菓子當賣去幾斤？
2. 欲以每升價 1 角 8 分 7 厘之米與每斤價 1 角 7 分 2 釐之米混合造成每升價 1 角 7 分 8 厘之米，則其混合量之比當若何？  
又欲得混合米一斗，則兩種米當各用幾何？
3. 混合每斤 68 枚、62 枚、54 枚之酒，而造一斤 60 枚之酒，求混合量之比？
4. 有甲乙丙丁四種米，每石之價甲 9 圓 2 角，乙 9 圓 2 角，丙 8 圓 8 角，丁 8 圓，今欲混合為每斤價值 9 元 1 角之米宜如何攪配？

## 問 題 解 法

	原價	比較	混合比
平均32分	38分	過 6分	8 4
	24分	不足 8分	6 3

故此兩種菓斤數之比爲4:3

又每斤價38分之菓子賣去20斤，則過剩 $6 \times 20 = 120$ 分，而賣每斤價24分之菓，不足120分始可相抵，由 $120 = 1 : x$ 得 $x = 15$ ；即第二種當賣去15斤。

2. [解] 平均價 | 厚價 | 比較 | 混合量之比

178 厘	187 厘	過 9 厘	6 3
	172 厘	不足 6 厘	9 2

故混合後兩種米量之比爲2:3。又欲得混合米1斗，

$$\left. \begin{array}{l} 2+3:2=1\text{斗}:x\text{斗} \\ 2+3:3=1\text{斗}:x\text{斗} \end{array} \right\} \text{得} \begin{cases} x = \frac{2}{5}\text{斗} \\ x = \frac{3}{5}\text{斗} \end{cases}$$

故知第一種米當用 $\frac{2}{5}$ 斗即4升，第二種6升，

	原價	比較	配合	混合比
平均60枚	68 枚	過 8	3	3
	62 枚	過 2	3	3
	54 枚	不足 6	1 4	5

	原價	比較	混合量(一)	混合量(二)
平均91	95	過4	11	3 3
	92	過1	3	3 11
	88	不足 3	1	4 4
	80	不足 11	4 4	1 1

\* \* \* \*

[例題四] 上酒1斗之價6.5元，中酒5.5元，下酒4元，今將三種酒混合，使1石之價值50元，造成混合酒8石8斗，而使中酒之量比上酒多1倍，問混合之量各幾何？

[解] 上酒1石與中酒2石平均之價為  $(65 + 55 \times 2) \div (1 + 2) = \frac{175}{3}$  元，上中混合量與下酒之比，可依次式

求之：

			比
50	$\frac{175}{3}$	過 $\frac{25}{3}$	6
	40	不足10	5

故上中混合之全量為  $88 \times \frac{6}{6+5} = 48$  斗，由是所求上酒

為  $48 \times \frac{1}{1+2} = 16$  斗，中酒為  $48 \times \frac{2}{1+2} = 32$  斗，而下酒

為  $88 \times \frac{5}{6+5} = 40$  斗。

## 問 題

1. 龜鶴共籠，頭數共十八，足數共四十二，求龜數及鶴數？

2. 某買綢若干疋，第一次賣去一部分得利  $\frac{25}{100}$ ，第二次

賣去其餘之一部分，虧本 $\frac{1}{10}$ ，兩次平均計得利 $\frac{1}{10}$ ，而第一次所賣比得第二次多30疋，問兩次所賣各幾疋？

3. 甲種酒每升價72分，乙種酒每升價60分，今以此兩種酒與水混合，造成每升價64分之酒，則當依若何之連比混合之？

## 問題解法

1. [解]	平均足	原足	比較	頭數之比
	$\frac{42}{18} = 2\frac{1}{3}$	$\frac{4}{2}$	過 $1\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$ 1
			不足 $\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$ 5

$$\left. \begin{array}{l} \text{則由 } 1+5 : 1 = 18 = x \text{ 頭} \\ 1+5 : 5 = 18 \text{ 頭} : x \text{ 頭} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x=3 \text{ (龜)} \cdot \\ \text{得} \\ x=15 \text{ (鶴)} \cdot \end{array}$$

2. 設每疋個原價為1，則第一次每疋之賣價為 $1 + \frac{25}{100} =$

1.25，第二次每疋之賣價為 $1 - \frac{1}{10} = 0.9$ ，平均每疋

之賣價為 $1 + \frac{1}{10} = 1.1$ 。由是求各疋數之比如次：

			比
1.1	1.25	過0.15	4
	0.9	不足0.2	3



故第一次賣去之疋數爲  $30 \times \frac{4}{4-3} = \underline{120}$  疋，第二次賣

去之疋數爲  $30 \times \frac{3}{4-3} = \underline{90}$  疋。

3: [解]

	原價	比較	配合	混合比
平均64分	72分	過8分	4 64	1+8=9
	60分	不足4分	8	2
	0分	不足64分	8	1

故此二種酒與水依  $9:2:1$  或  $1+64:2:8=65:2:8$

之連比。



# 百分及利息雜題

## §4 百分算法

分率 = 子數 ÷ 母數. 子數 = 母數 × 分率.

母數 = 子數 ÷ 分率. 母子和 = 母數 × (1 + 分率).

母數 = 母子和 ÷ (1 + 分率). 母子差 = 母數 × (1 - 分率).

母數 = 母子差 ÷ (1 - 分率).

[例題一] 買入雞卵若干個，其中20個腐敗，剩有 300個完全，問腐敗之卵之百分率如何？

[解]  $20 + 300 = 320$ ，即總數。故分百率為  $20 \div 320 = 0.0625$  即 6分2釐5毫。

[例題二] 米1石之價16元5角，若貴1成2分時間1石之價若干？

[解]  $16.5 \text{元} \times (1 + 0.12) = 18.48 \text{元}$ 。

## 問 題

1. 有人出資本 3425 元，經營商業，得411元之利益，問利益之百分率如何？
2. 以金若干元為資本經營商業，損失24元，此損失金噸適合資本6分問資本金若干？
3. 煤每噸現值16.5元，由此賤1成2分，則其每噸之價若何？
4. 某人以4000元分為二部分一份得0.25之利他部分受0.52之損失而兩者抵尚有5分之利，問二部之金額各若干？
5. 買糙米一石值13.5元以之舂成白米稍耗1成2分，而白米一元賣5升5合。問題可得利益若干成？

## 問題解法

1. [解]  $411 \div 3245 = 0.12$  即 1成2分。

2. [解]  $24 \div 0.06 = 400$  元。

3. [解]  $16. \times (1 - 0.12) = 14.52$  元。

4. [解] 得0.25之利爲本之  $(1 + 0.25) = 1.25$ 。受0.25之損失爲本之  $(1 - 0.25) = 0.75$ 。得0.05之利益爲本之  $(1 + 0.05) = 1.05$ 。由是將1.25與0.75混合使其平均爲1.05其所得之比即此二部分本金之比。

平均	損益	過不足	混合比
1.05	1.25	過 0.2	3
	0.75	不足 0.3	2

故得一部之本金爲  $4000 \times \frac{3}{3+2} = 2400$  元。

受損一部之本金爲  $4000 - 2400 = 1600$  元。

5. [解] 白米爲1石  $\times (1 - 0.12) = 88$  升， $88 \text{ 升} \div 5.5 = 16$  元，又  $(16 - 13.5) \div 13.5 = 0.185$  即獲利 1成8分5釐。  
\* \* \* \*

[例題三] 共瓦100片除原價5.6元運費2.4元外，欲得原價3成之利，今每瓦1000片假定破損20片，共有全瓦155000片，問評定售價共若干元，

[解] 以原價利益合算則1000片之價爲  $5.6 \text{ 元} \times 1.3 + 2.$

$4 = 9.68$  元，原有瓦之總數爲  $155000 \times \frac{1000}{1000 - 20} =$

$$\frac{7750000}{49}, \text{故售價} = 9.68 \text{元} \times \frac{7750}{49} = \underline{\underline{1531.02 \text{元}}}$$

[例題四] 一商店賣貨，定價9折，尚欲得原本 $\frac{2}{10}$ 之利，問照原本豫定價若何？

[解] 原價爲1，則賣爲1.2。因9折而賣之乃以0.9求之，故以0.9除之，即得所求之定價， $1.2 \div 0.9 = 1.3$

33.....

## 問 題

1. 某商人欲得原價2成之利以定其價，而賣時得定價8折之價，問此商人折原價之幾分？
2. 有販賣冰者，以3元1角5分，買得63斤，每斤以1角賣之，得純利2成，問融解冰之斤兩幾何？
3. 定價7.5元之物照定價減2折發售尚得原價2成之利問原價如何？
4. 有人照定價9折買書籍若干部，其中將所買部數之 $\frac{3}{4}$ 又6部，照定價賣，收回本金，問所買之部數若干？
5. 甲乙二人之資本金合爲500元，甲得利2成，乙損失4.4成，後甲適爲乙之3倍，問各最初之資本金若干？

## 問題解法

1. [解] 定價爲原價之1.2，賣價爲其8折，故爲原價之 $1.2 \times 0.8 = 0.96$ ，由是此人損原價之 $1 - 0.96 = \underline{\underline{0.04}}$ ，即損4分

2. [解] 賣價爲 3 圓 1 角 5 分  $\times 1.2 = 3$  元 7 角 8 分，而每斤價 1 角，而得 3 圓 7 角 8 分之價，故總斤數爲  $3.78 \div 0.1 = 37.8$  斤，故融解者爲  $63$  斤  $- 37.8$  斤  $= 25.2$  斤即 52 斤 3 兩 2 錢。

3. [解] 定價  $(1 - 0.2)$  當爲價之  $(1 + 0.2)$ ，由是定價爲原價之  $1.2 \div 0.8 = 1.5$  即加 5 成，故原價爲  $7.5$  元  $\div (1 + 0.5) = 5$  元。

4. [解] 今假定一部定價爲 1 元時則一部之買價爲 1 元  $\times 0.9 = 9$  角，即買價與定價之  $\frac{9}{10}$  相當，故所買之書籍，如照定價賣去  $\frac{9}{10}$  便收回本金，然今賣去  $\frac{3}{4}$  又 6 部，恰好收回本金，故 6 部與所買書籍之  $\frac{9}{10} - \frac{3}{4} = \frac{6}{40}$  相當，故所買之部數爲  $6 \div \frac{6}{40} = 40$ 。

5. [解] 如以甲之資本金爲 1，則得利 2 成而爲 1.2 爲乙之 3 倍：故乙爲 0.4，因損 4 成，故乙爲  $0.4 \div 0.6$  即  $0.66 = \frac{2}{3}$ ，故以 500 元分爲  $1 : \frac{2}{3}$  之比，即得甲 300 元，乙 200 元。

[例題五] 某校調查學生之數，今年比去年通學生增加  $4\frac{1}{2}\%$ ，而寄宿生反減 15%，然總數增加  $3\frac{3}{4}\%$  如去年

學生之總數為1040時，問今年通學生之數如何？

[解] 通學生之增加百分率為  $4\frac{1}{2}\%$  比總數增加之百分率  $3\frac{3}{4}\%$  較多， $4\frac{1}{2}\% - 3\frac{3}{4}\% = \frac{3}{4}\%$  又寄宿生比總數增加之百分率較少， $3\frac{3}{4}\% + 15\% = \frac{75}{4}\%$ ，然寄宿生減少之  $\frac{75}{4}\%$  以通學生增加之  $\frac{3}{4}\%$  補時恰全體增加  $3\frac{3}{4}\%$ ，故去年寄宿生之數之  $\frac{75}{4}$  與通學生之數之  $\frac{3}{4}$  相當。故去年寄宿生與通學生人數之比較如下： $\frac{3}{4} : \frac{75}{4} = 3:75 = 1:25$ 。故知去年學生總數之  $\frac{25}{26}$  為通學生，因而今年通學之數如下： $1040 \times \frac{25}{26} = \left(1 + 4\frac{1}{2}\%\right) = \underline{\underline{1045人}}$ 。

## 問題

1. 一人以金2800元，借與甲乙二商，其年利甲9分，乙8分5釐，而每年甲乙所付之利金相等，問甲乙各借金若干元？
2. 一米商買入每圓8升之米若干，以每圓6升4合之價售去，問每元漲利幾何？
3. 有米若干石，原升450元，今如每1元賤賣2升則損失100元，問石數若干？
4. 甲以若干元，乙以比甲較多之資本經營商業，甲獲利2成，乙損失2成，後兩人之金額相等，問甲乙之資本金各若干？
5. 酒之賣價比買價高  $\frac{2}{10}$ ，且賣時又加  $\frac{4}{100}$  之水，賺率幾



何？

## 問題解法

1. [解] 甲與乙利率之比，如  $0.09 : 0.085$  即  $18 : 17$ ，故原金分爲二部分，其分之比則如其利率之反比  $17 : 18$ 。之分配故甲爲  $2800 \times \frac{17}{18+17} = 1360$  元。  
乙爲  $2800 \times \frac{18}{18+17} = 1440$  元。
2. [解] 賣 1 合之價爲  $\frac{1}{64}$ ，買 1 合之價爲  $\frac{1}{80}$ ，而 1 合之利  $\frac{1}{64} - \frac{1}{80} = \frac{5}{320} - \frac{4}{320} = \frac{1}{320}$  圓，故利之增入  $\frac{1}{320} \div \frac{1}{80} = \frac{1}{4} = 0.25$ 。
3. [解] 依題意賣價爲  $450 - 100 = 350$  元，此 350 元中含有每 1 元賤賣 2 升之值，故賤賣之值爲  $2 \text{ 升} \times 350 = 700 \text{ 升}$ ，此價爲 100 元，故所買之市價每 1 元爲  $7 \text{ 石} \div 100 = 7 \text{ 升}$ ，故以 450 元可買  $7 \text{ 升} \times 450 = 3150 \text{ 升}$ ，即 31 石 5 斗。
4. [解] 損失 50 元之 2 成則爲 40 元，則此 40 元與甲金之 4 成相當，故知甲爲 100 元，乙爲 150 元。
5. [解] 賣去之酒一升內，有純酒爲  $1 - 0.04 = .96$  升。又設原酒之賣價爲 1，則賣去之酒 1 升爲 1.2。即純酒 0.96 升之賣價爲 1.2。由是原酒 1 升之賣價爲  $1.2 \div 0.96 = 1.25$ 。故賺率爲  $(1.25 - 1) \div 1 = 0.25$  即 2 成 5 分。

## §41. 利息算法

單利：利息 = 本金 × 利率 × 期限。

本利和 = 本金 × (1 + 利率 × 時期)

本 金 = 利息 ÷ (利率 × 時期)

= 本利和 ÷ (1 + 利率 × 時期)

利 率 = 利息 ÷ (本金 × 時期)

時 期 = 利息 ÷ (本金 × 利率)

複利：本利和 = 本金 × (1 + 利率)<sup>期數</sup>

利 息 = 本利和 - 本金

= 本金 × { (1 + 利率)<sup>期數</sup> - 1 }

[例題一] 本銀1800元，貸3年6個月，得利282元，求年利率？

[解] 由公式得利率 =  $282 \div (1800 \times 3\frac{1}{2}) = 0.14$ .

## 問 題

1. 年利率0.065，1年又8個月間，從本銀453元，所生之利息幾何？
2. 年利率0.07，2年間得利息38元8分，則其本銀幾何？
3. 單利五年之本利和為本金之2倍，問利率若干？
4. 以年利率0.04 貸銀至利息與本銀相等時，其期限若何？
5. 有酒商，買酒35斗，10個月後賣去，得123.2元，計其利息，合年0.12，求酒每石之原價？

## 問 題 解 法

1. [解] 本銀爲453元，年利率0.065，期數  $1\frac{2}{3}$ ，故利息 =  $453 \times 0.065 \times 1\frac{2}{3} = \underline{49.075}$ 元
2. [解] 本銀 =  $38.08 \div (0.07 \times 2) = \underline{272}$ 元。
3. [解] 由公式得  $1 + \text{利率} \times 5 = 2$ ，利率  $\times 5 = 1$ 。利率 =  $\frac{1}{5} = \underline{0.2}$ 。
4. [解] 設本銀爲1元，則利銀亦爲1元，而所求之期限爲  $(1 \div 1 \times 0.04) = \underline{25}$ 年
5. [解] 10月 =  $\frac{5}{6}$ 年，  
則此酒原價共計銀  $123.2 \div (1 + 0.12 \times \frac{5}{6}) = 123.2 \div (1 + 0.1) = \underline{112}$ 元。  
今此酒共計35斗，則每石原價爲  $112 \div 3.5 = \underline{32}$ 元。

[例題二] 年利率0.04每期半年，本銀100元，借期2年3個月，應得複利息若何？

[解] 因2年3月 = 4期3月，而  $0.04 \div 4 = 0.01$ 爲3月之利率，故由公式得二年之本利和 =  $100 \text{元} \times (1 + 0.04 \div 2)^4 = 108.2432$ 元。故所求之複利爲  $\underline{9.326}$ 元。

## 問 題

1. 年利率0.04，每期半年，則本金100元，2年之複利息幾何？
2. 月利率0.01每期3月，一年之複利息爲2.762元，則其銀幾何？
3. 年利1成2分本金2500元以半年爲一期，試求1年10個