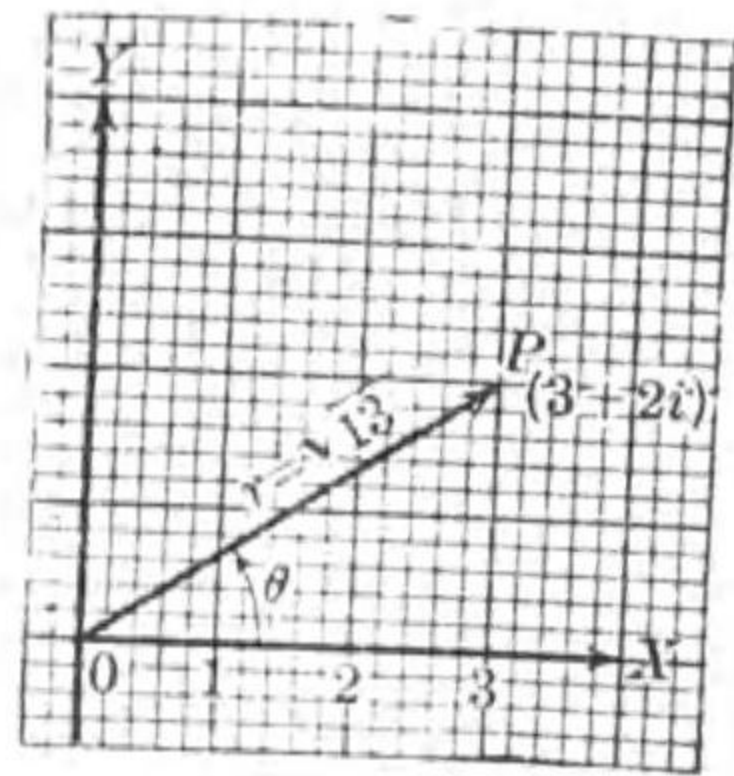


$$\tan \theta = \frac{b}{a}$$

ニ依リ決定シ、OP ノ長サ  $r$  ヲ

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ニヨリ作ルナラバ極坐標ニ依ツテ複素數ヲ表ハス點 P ヲ定メル事ハ  
出來ル\*1 例ヘバ  $3+2i$  ナラバ



$$r = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\tan \theta = \frac{2}{3} \doteq 0.6667$$

$$\theta = 33^\circ 42'$$

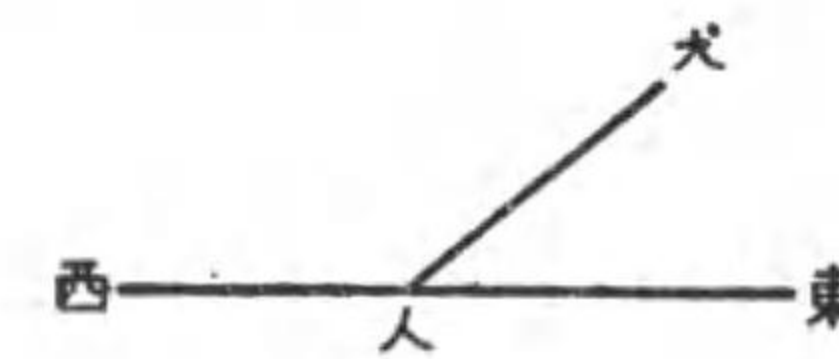
【註】\*1 極坐標ニ就キテハ次章ニ詳説スル。  
特ニ此ノ事ニ就テハ § 126 參照。

## 第十二章 極 坐 標

### § 125. 極 坐 標 (正篇 § 43 及續篇 § 11 參照)

「デカルト」ノ坐標ノ外尙ヨク使用サレル坐標ニ極坐標 polar co-ordinate ノ存スル事ハシバシバ記シタ所デアルガ本章ニ於テハ主トシテ此ノ極坐標ニツイテノミ論ジヨウ。

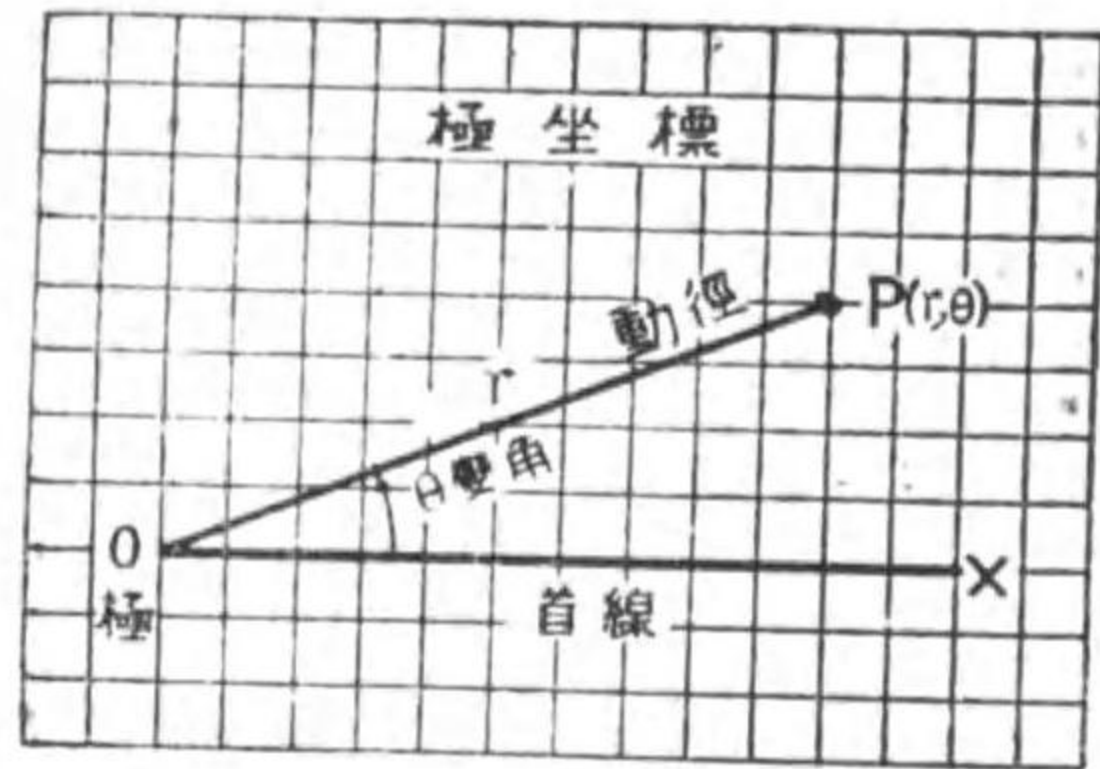
犬ニ綱ヲツケテ之ヲ放チ自由ニ運動セシメテオクトキ犬ノ地上ニ於ケル位置ヲ表ハスニハ綱ヲ持チタル人ノ居ル點ヨリミテ (i) 何レノ方向ナルカ、(ii) 何程ノ距離ナルカヲ云フ必要ガアル。若シ始終綱ガ引キ張ラレテアルナラバソノ綱ノ方向ト長サヲイヘバヨイ。若



シ其ノ一ツヲ缺クトキハ始メニツノ自由度ヲ有セル犬ノ地點ハソノ一ヲ失ツテ一ツノ自由度ヲ持ツコト、ナル故拘束運動ヲナス。

例ヘバ綱ノ長サハ自由ニシテ方向ヲ東北東ト決定スレバ東西ノ線ヨリ  $22.5^\circ$  北ニ向ケル方向ノ直線上ヲノミ動キ得ルコト、ナリ、方向ハ自由ニシテ綱ノ長サヲ 10 米トスレバ人ノ地點ヲ中心トシ半径 10 米ナル圓周上ヲノミ動キ得ルコト、ナル。故ニ此ノ際更ニ他ノ一ツノ條件ヲモ決定スレバ犬ハ運動シ得ズ、即チ點ノ位置ハ決定スル。此ノ如ク一定點ヨリノ距離ト一定直線トナス角ニヨリ點ノ位置ヲ定メル坐標ヲ極坐標トイフ。其ノ定點ヲ極 pole, 極ヲスグル一定直線ヲ首線 initial line トイヒ、其ノ點ト極トヲ結ブ直線ヲ動徑 radius vector, 動徑ト首線トノナス角ヲ變角 variable angle トイフ。

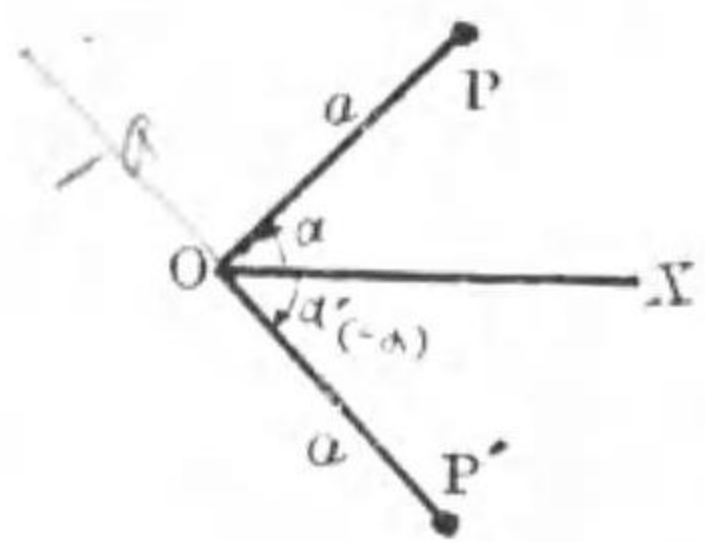
極ハO, 首線ハOXニテ表ハシ, 動徑ハr又ハρ, 變角ハθニテ表ハス



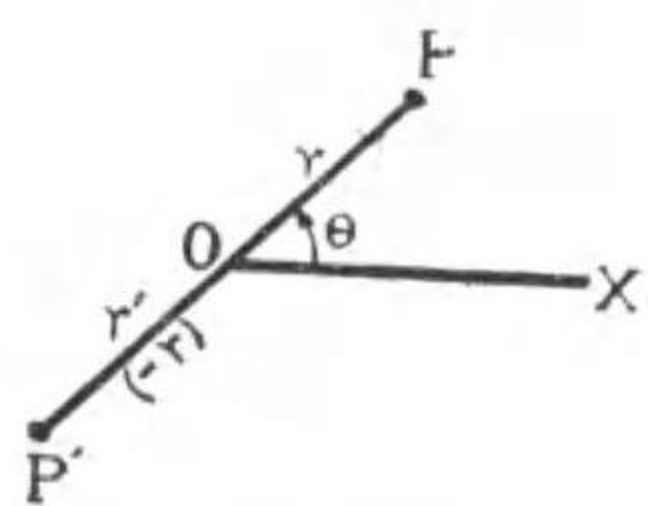
ガ普通デアル。從ツテ任意ノ點Pハ  $(r, \theta)$  又ハ  $(\rho, \theta)$  ノ如クニ示シ, 動徑ヲ始メニ, 次ニ變角ヲイフ慣例ニナツテ居ル。

極坐標ニモ亦正負ノ別ガアル。

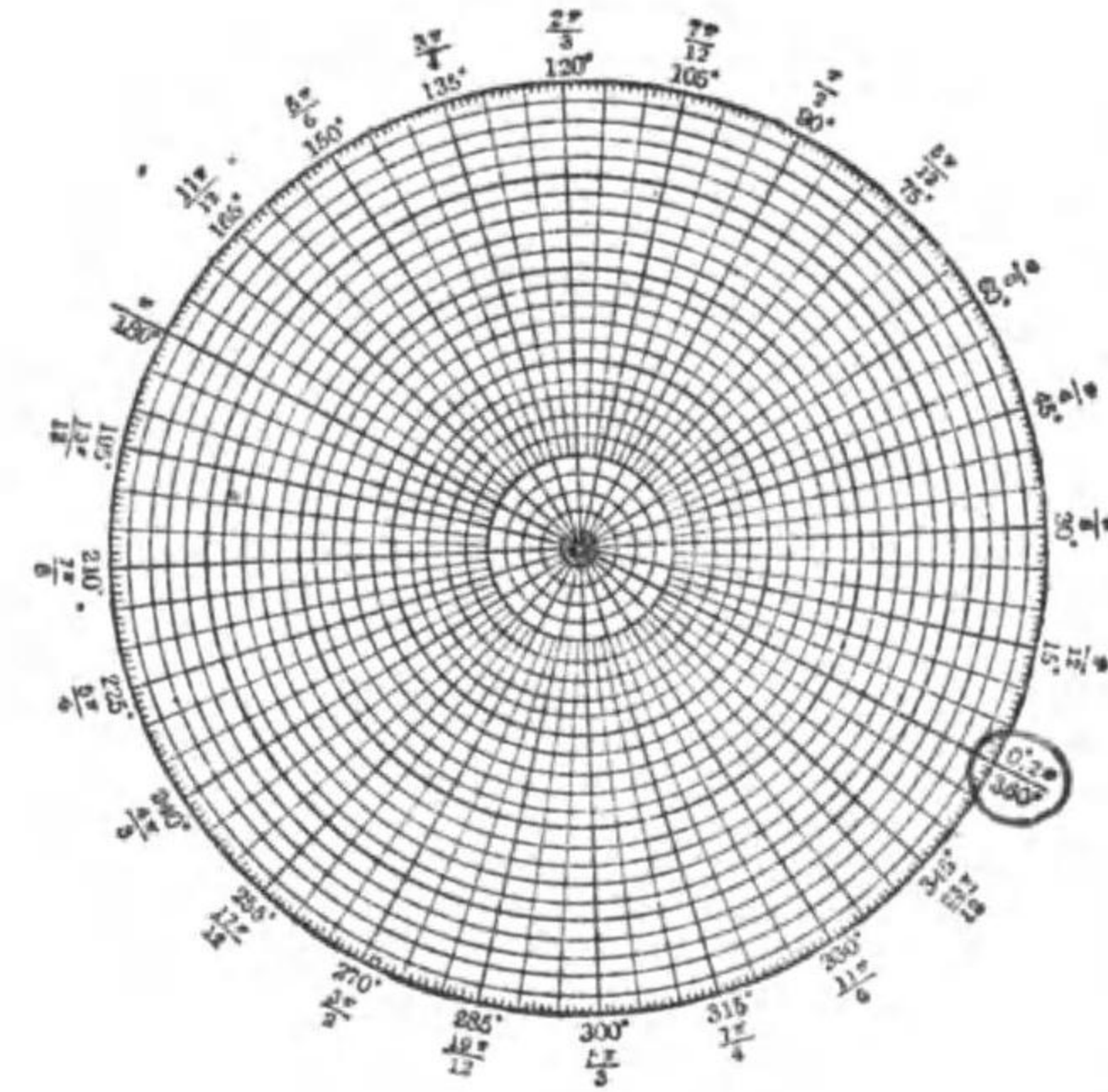
即チ §6ニ述ベタル所ニヨツテ角ニ正負ヲ考ヘル。普通首線ヨリ時計ノ針ト反對ノ方向ニトリタル角ヲ正トシ, 同方向ニトリタル角ヲ負トス。故ニ左ノ圖ニ於テ  $OP = OP'$  ニシテ, 又  $\angle XOP$  ト  $\angle XOP'$  トハ大サ等シクモ, PトP'ノ坐標ハ異リPハ  $(a, \alpha)$  P'ハ  $(a, -\alpha)$  デアル。但シ  $OP = a, \angle XOP = \alpha$ 。



次ニ動徑ノ正負ニ關シテハ次ノ規定ニ從フ。例ヘバ左ノ圖ニ於テ θニ關シテハOPノ方向ヲ正トシOP'ノ方向ヲ負トス。故ニP點ノ坐標ハ  $(r, \theta)$  ニシテ, P'點ノ坐標ハ  $(r', \theta)$  即チ  $(-r, \theta)$  デアル。



直坐標ニ依ツテ點ヲ表ハスニハ方眼紙ヲ用フル。極坐標ニ依ツテ點ヲ表ハスニモ亦然ルベキ用紙ガナクテハ一ツヤニツノ點ナラバ兎ニ角多クノ點ヲ定メル事ハ出來ナイ。極坐標用紙 polar co-ordinate paper ハrヲ定メル爲ニ數多ノ同心同(圓周ノ間隔ノ等シキ)アリ, θヲ定メル爲ニ同心圓ノ中心ヨリ發シタ數多ノ直線(隣レル二直線ノ角ノ等シキ)ヨリ成ルモノデアル。此ノ極坐標用紙ヲ用フレバ點ハ容易ニ定メラレル。(§127 參照)



尙變角θハ時々「ラディアン」radianヲ以テ測ラレル。「ラディアン」ハ即チ圓ノ半徑ノ長サrダケノ長サヲモツ弧ガ中心ニ張ル角ヲ單位トスルモノニシテ平角  $180^\circ$  ハπ「ラディアン」, 周角  $360^\circ$  ハ  $2\pi$ 「ラディアン」, 直

角  $90^\circ$  ハ  $\frac{1}{2}\pi$ 「ラディアン」デアル。

$$1 \text{「ラディアン」} = 57^\circ 17' 44'' 8 \dots$$

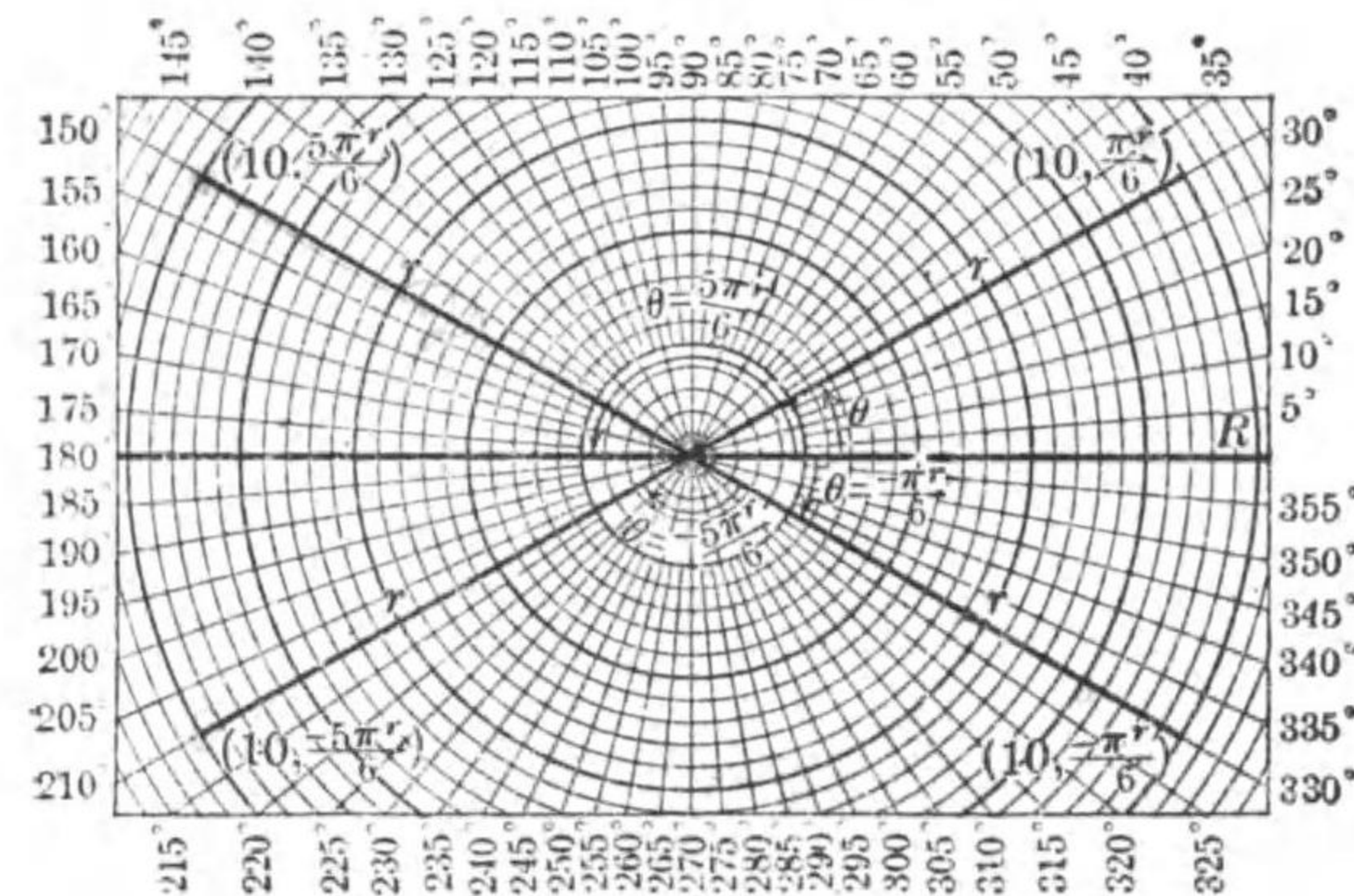
例 題

次ノ點ヲ定メヨ。

$$(10, 30^\circ), (10, 150^\circ), (10, -150^\circ), (10, -30^\circ)$$

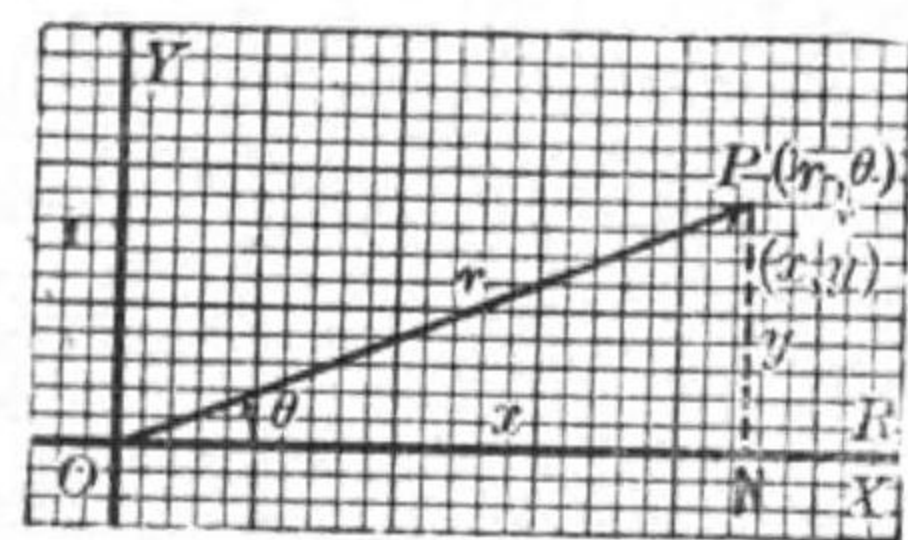
又ハ「ラディアン」ニテ示スナラバ

$$\left(10, \frac{\pi}{6}\right), \left(10, \frac{5\pi}{6}\right), \left(10, -\frac{5\pi}{6}\right), \left(10, -\frac{\pi}{6}\right)$$



(圖中πノ肩ニアン文字rハ「ラディアン」ノ畧號)

§ 126. 極坐標ト直坐標トノ關係



極坐標ト直坐標トノ關係ヲシラベテ見ヨウ。極坐標ノ極ト直坐標ノ原点ヲ同一点Oトシ、前者ノ首線ト後者ノ横軸トヲ重ネテトリOXトス。

今任意ノ點Pノ坐標ヲ極坐標デハ  $(r, \theta)$ 、直坐標デハ  $(x, y)$  デアルトスル。PヨリOXニ垂線PNヲ下セバ「ピタゴラス」ノ定理ニヨリ

$$\overline{ON}^2 + \overline{PN}^2 = \overline{OP}^2$$

ON = x, PN = y, 且ツ OP = r ナルガ故ニ

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2} \dots\dots\dots(1)$$

又  $\angle PON = \theta$  ナレバ

$$\tan \theta = \frac{PN}{ON}$$

$$= \frac{y}{x}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \dots\dots\dots(2)$$

故ニ今直坐標ニヨリ  $(x, y)$  ヲ以テ表ハサレタル點ガアルナラバ (1) 及ビ (2) ノ式ヨリ之ヲ極坐標デ表ハス事ガ出来ルシ、又  $r, \theta$  ヲ函ム式ノ「グラフ」ハ (1) 及ビ (2) ノ式ニヨリ  $x, y$  ヲ函ム式ニ變更スル事ガ出来ル。

問題

直坐標ニヨリテ表ハサレタル次ノ諸點ヲ極坐標ヲ以テ表ハセ。

- (1) (1, 1)
- (2)  $(-1, \sqrt{3})$
- (3)  $(0, -1.5)$

解答

- (1) (1, 1)

極坐標ヲ  $(r, \theta)$  トスレバ  $r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{1} = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$$

依ツテ此ノ點ノ極坐標ハ  $(\sqrt{2}, 45^\circ)$  デアル。

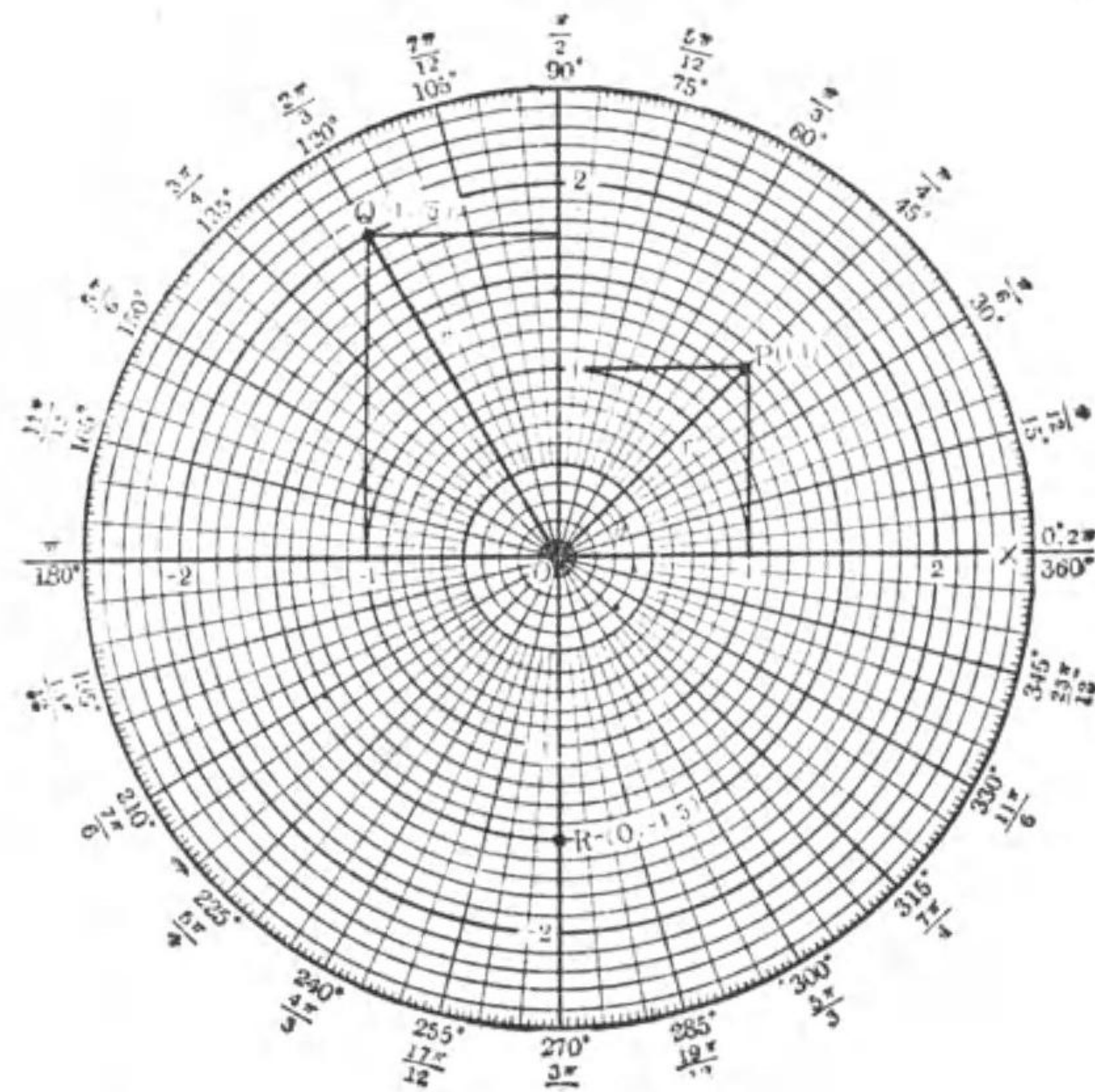
- (2)  $(-1, \sqrt{3})$

極坐標ヲ  $(r, \theta)$  トスレバ

$$r = \sqrt{1 + 3} = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = 120^\circ$$

依ツテ此ノ點ノ極坐標ハ  $(2, 120^\circ)$  デアル。



代數的ニ解ク時ニハ

(3)

$(0, -1.5)$

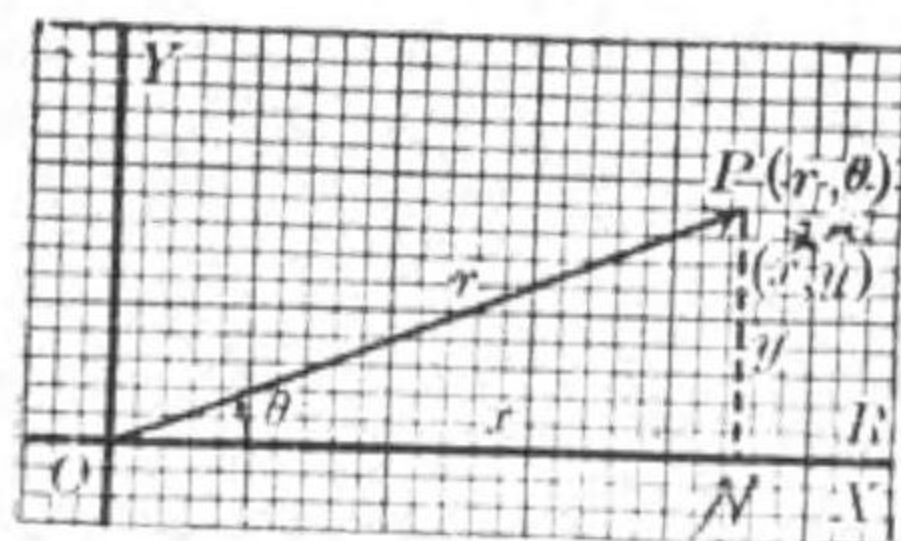
$r = \sqrt{2.25} = 1.5$

$\theta = \tan^{-1} \frac{-1.5}{0} = \tan(-\infty) = 270^\circ$

故ニ此ノ點ハ

$(1.5, 270^\circ)$

次ニ上述セル場合ヲ逆ニ考ヘテ見ヨウ。圖ニ於テ



$\cos \theta = \frac{ON}{OP}$   
 $= \frac{x}{r}$

$\sin \theta = \frac{PN}{OP}$   
 $= \frac{y}{r}$

$\therefore x = r \cos \theta$  .....(3)

$y = r \sin \theta$  .....(4)

(3) 及ビ (4) ノ式ニヨリ  $(r, \theta)$  ニヨリ與ヘラレタル點ノ坐標ハ  $(x, y)$  ニ變更スル事ヲ得、又  $x, y$  ヲ函ム式ヲ  $r, \theta$  ヲ函ム式ニ變更スル事ヲ得ル。

問 題

次ノ極坐標ニテ表ハサレタル諸點ヲ直坐標ニテ表ハセ。

(1)  $(2, 30^\circ)$

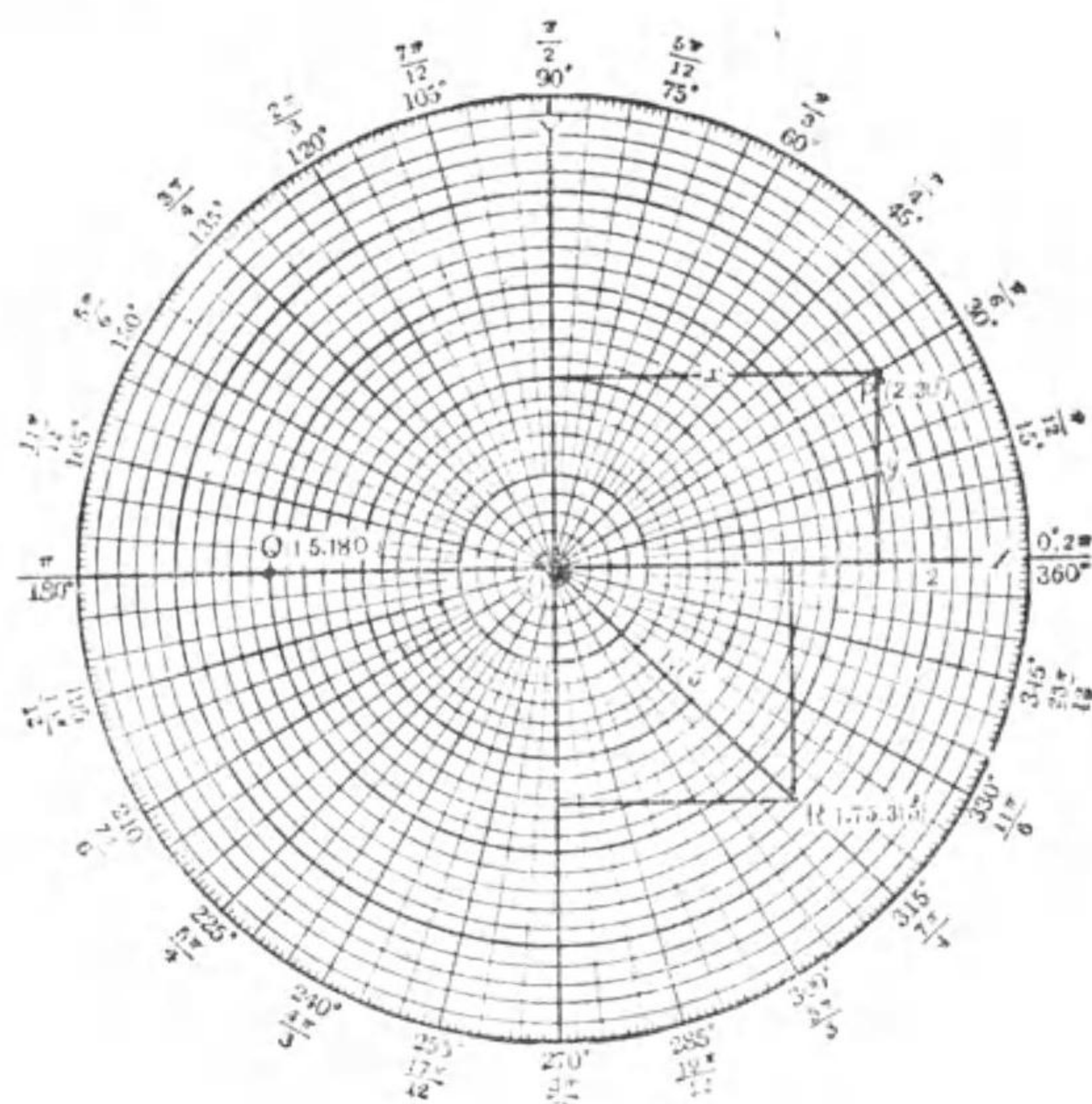
(2)  $(1.5, 180^\circ)$

(3)  $(1.75, 315^\circ)$

解 答

(1)  $(2, 30^\circ)$

此ノ點ノ直坐標ヲ  $(x, y)$  トスレバ



$x = r \cos \theta = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$y = r \sin \theta = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

依ツテ此ノ點ノ直坐標ハ  $(\sqrt{3}, 1)$  テアル。

(2)  $(1.5, 180^\circ)$

此ノ點Qノ直坐標ヲ  $(x, y)$  トスレバ

$x = 1.5 \times \cos 180^\circ = 1.5 \times (-1) = -1.5$

$y = 1.5 \times \sin 180^\circ = 1.5 \times 0 = 0$

故ニ此ノ點ハ  $(-1.5, 0)$  テアル。

(3)  $(1.75, 315^\circ)$

$x = r \cos \theta = 1.75 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1.75 \times \sqrt{2}}{2} = 0.875 \times \sqrt{2}$

$y = r \sin \theta = 1.75 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1.75 \times \sqrt{2}}{2} = 0.875 \times \sqrt{2}$

故ニ此ノ點 Rヲ直坐標ニテ表ハセバ

$$(0.875 \times \sqrt{2}, 0.875 \times \sqrt{2})$$

デアアル。

### § 127. 極坐標ニ依ルグラフ

極坐標ニヨリ  $r, \theta$  ノ函ム式

$$f(r, \theta) = 0 \quad \dots\dots(1)$$

或ハ

$$r = f(\theta) \quad \dots\dots(2)$$

ノ「グラフ」ハ直坐標ノ場合ト同様ニ  $\theta$  ニ種々ノ値  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$  (角ノ大サ)ヲ與ヘ、之ニ對應スル  $r$  ノ値  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ ヲ求メ、 $(r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2), (r_3, \theta_3), \dots, (r_n, \theta_n)$ ノ如キ點ヲ描イテ結ベバ求メラレル。

例題

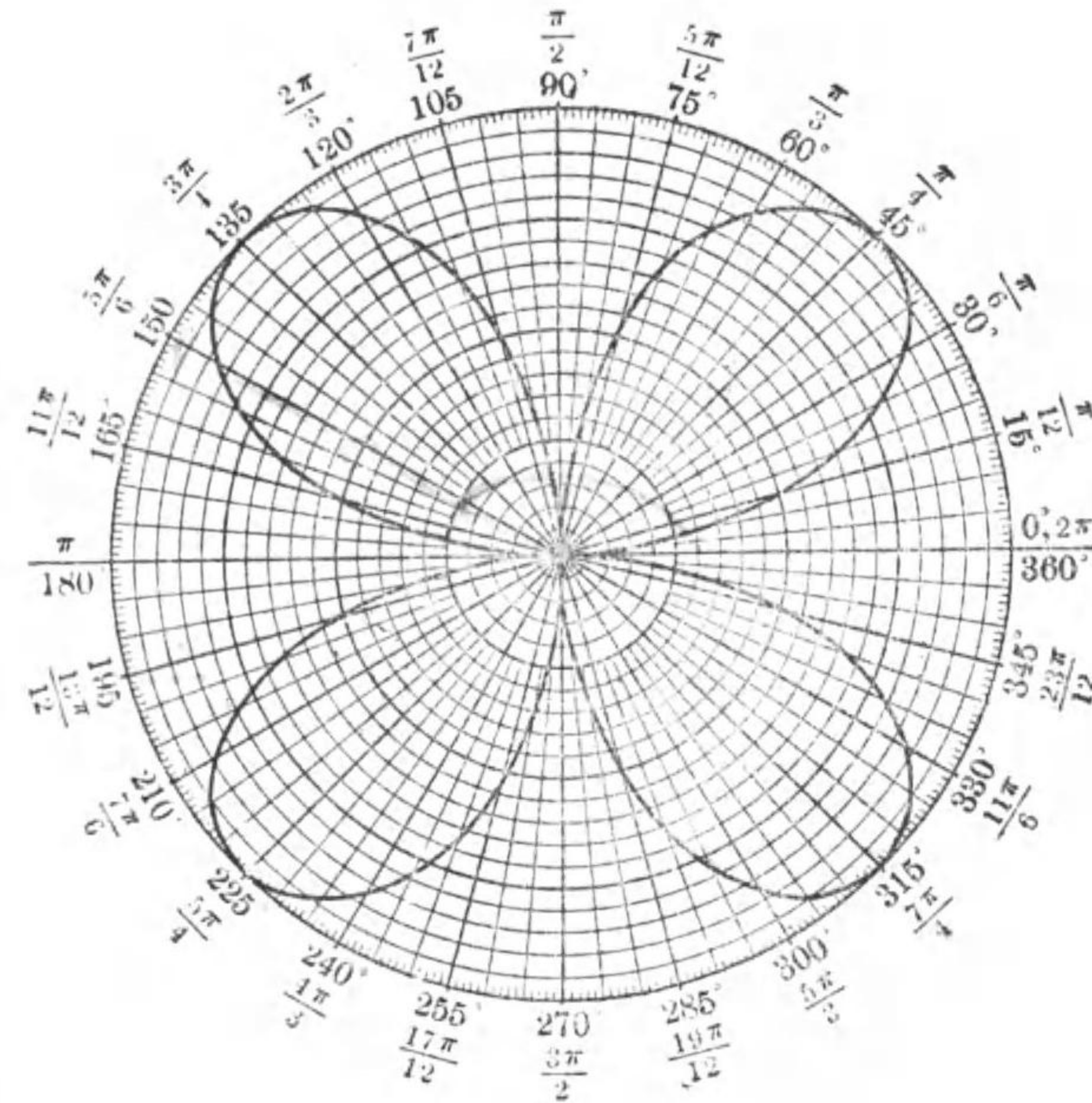
次ノ式ノ「グラフ」ヲ描ケ。

$$r = 10 \sin 2\theta$$

$\theta$	0°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°
$2\theta$	0°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°
$\sin 2\theta$	0	0.432	0.500	0.643	0.766	0.866	0.940	0.985	1.000	0.985	0.940
$r (= 10 \sin 2\theta)$	0	4.32	5.00	6.43	7.66	8.66	9.40	9.85	10.00	9.85	9.40

此ノ方程式ニ於テ  $\theta = 0$  ノトキハ  $r = 0$ 、ソレヨリ  $\theta$  ヲ漸次増大スルニ從ツテ  $r$  モ増大シ  $\theta = 45^\circ$  ナルトキ  $r = 10$  トナル。  $\theta$  ガ  $45^\circ$  ヨリ増大シテ  $90^\circ$  ニ至ル間ハ  $r$  ハ漸次 10 ヨリ減少シテ遂ニ復 0 トナル。此ノ間ニ第一象限ノ部分ヲ得。  $\theta$  ガ  $90^\circ$  ヨリ増大スルトキハ  $r$  ハ負ニシテ其ノ絶對値ハ漸次増大シ  $\theta = 135^\circ$  ナルトキ  $r = -10$ 、  $\theta$  ガ  $135^\circ$  ヨリ更ニ増大スルトキハ  $r$  ハ尙負ナルモソノ絶對値ハ漸次減少シテ  $\theta$

$= 180^\circ$  ノトキ  $r = 0$  トナル。故ニ第四象限ノ部分ヲ得。  $\theta$  ガ尙増大スルトキハ  $\theta$  ガ  $180^\circ$  ヨリ  $235^\circ$  ヲ經テ  $270^\circ$  ニイタル間ニ第三象限ノ部分ヲ得。  $\theta$  ガ  $270^\circ$  ヨリ  $360^\circ$  ニ至ル間ニ第二象限ノ部分ヲ得。  $\theta$  ガ  $360^\circ$  ヨリ増大スルトキハ前ト同一ノ事ヲ繰リ返スノミ。故ニ次ノ如キ四ツノ環ヨリナル曲線ヲ得。

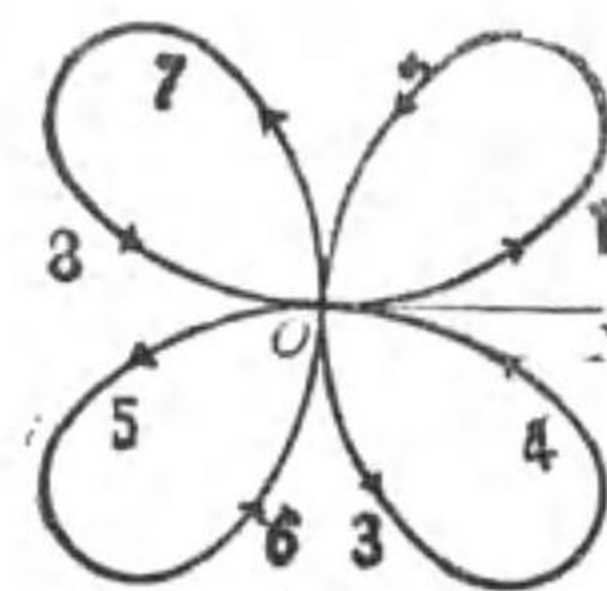


【注意】 一般ニ  $a$  ヲ常數トスルトキ

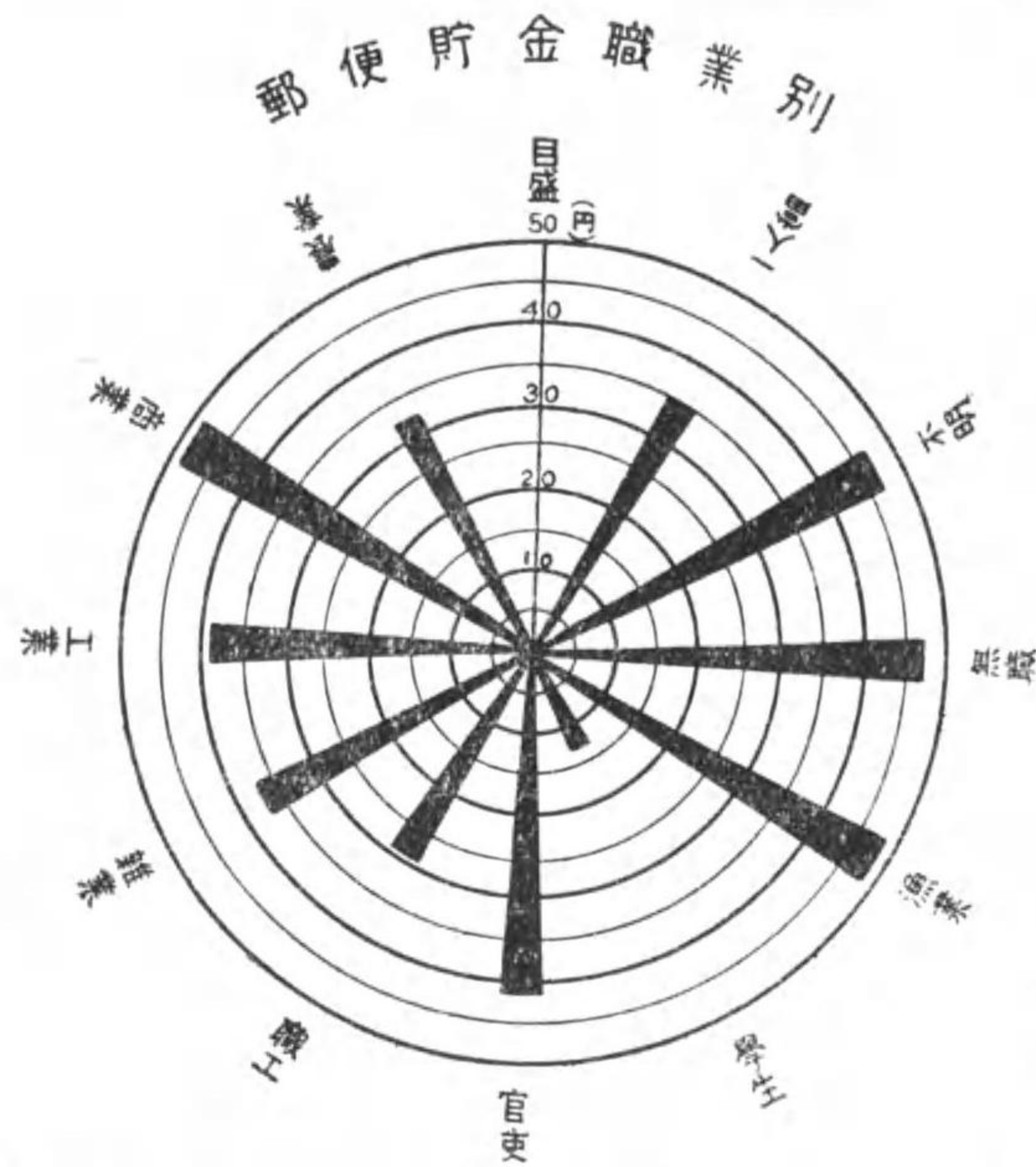
$$r = a \sin 2\theta$$

ノ「グラフ」ハ  $\theta$  ガ  $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  ノ時  $r = \pm a$  ニシテ  $\theta$  ガ  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi$

ノ時  $r = 0$  ナル四ツノ環ヨリナル左ノ如キ曲線デアアル。



故ニ直坐標ニヨル「グラフ」ヲ描クニ方眼紙ガ必要ナルガ如ク極坐標ニヨル「グラフ」ニ於テハ一點ヨリ等角度ヲ以テ引ケル放射狀ノ



線ト、其ノ點ヲ中心トスル等距離ニアル同心圓トヨリナル一種ノ方眼紙ガ必要デア。之ヲ極坐標用紙 polar co-ordinate paper トイフ。此ノ如キ方眼紙ハ正篇 § 13 ニ述ベタル放射狀棒グラフ radiant bar-graph 及ビ弧形棒

グラフ棒 arc bargraph ヲ描クニ好都合ナル事恰モ普通ノ方眼紙ニヨツテ普通ノ棒「グラフ」ヲ描クニ好都合ナルニ似テ居ル。換言スレバ此ノ如キ一種ノ方眼紙

ヲ用ヒテ棒「グラフ」ヲ描ケバ之ガ放射狀棒「グラフ」或ハ弧形棒「グラフ」トナル。即チ是等ノ「グラフ」ハ極坐標ニヨル棒「グラフ」デア。故ニ此ノ如キ「グラフ」ガ進化シテ極坐標ニ依ル「グラ



フ」ガ出来テ来ルト考ヘル事ガ出来ル。

### § 128. 極坐標ニ依ルグラフノ對稱

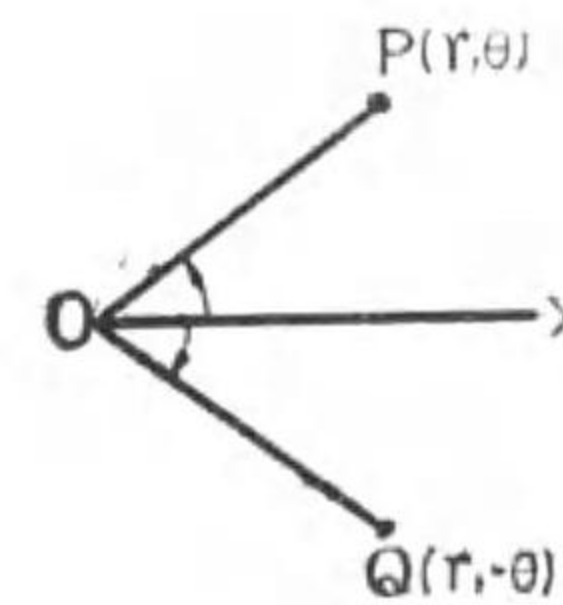
#### (1) 首線ニ關シテ對稱ナルグラフ

$$r = f(\theta) \dots\dots(1)$$

ニ於テ  $\theta$  ノ符號ヲ變ズルモ  $r$  ノ値ガ變化シナイトキハ (1) ノ表ハス「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱デア。何トナレバ  $\theta$  ノ符號ヲ變ズレバ動徑ノ位置ハ首線ニ關シテ始メト對稱デア事ハ明カデア。然ルニ今此ノ二ツノ動徑ノ長サガ相等シキ故幾何學的ニ考ヘテ

$$OP = OQ$$

$$\angle XOP = \angle XOQ$$



故ニ PQ ヲ引バケ  $\triangle POQ$  ハ二等邊三角形トナリ頂角 O ノ二等分線 OX ハ底邊 PQ ニ垂直ニシテ且之ヲ二等分スル故、P ト Q ハ OX ニ關シテ對稱

デア。從ツテ他ノ點モ OX ニ關シテ對稱デアカラ結局 OX ノ上ノ部分ト下ノ部分トノ「グラフ」ガ對稱トナルデア。例ヘバ  $\theta$  ニ關シテ  $\cos \theta$  ノ項ノミヲ含ムカ、又ハ  $\sin \theta$  ノ偶數幂ノ項ノミヲ含ムモノ、如キハ即チコレデア。故ニ

$$r = a \cos \theta$$

ノ如キ、首線ニ關シテ對稱デア。(次ノ例題 2 及ビ § 131 参照)

#### (2) 極ニ關シテ對稱ナルグラフ

次ニ

$$f(r, \theta) = 0 \dots\dots(2)$$

ノ式ニ於テ  $r^2$  ノ偶數幂ノ項ノミ存スルトキハ其ノ「グラフ」ハ極ニ

關シ對稱ニシテ、此ノ時極ハ其ノ「グラフ」ノ中心 centre トナル。何トナレバ (2) ノ式ニ於テ然リトスルナラバ之ヲ  $r$  ノ陽函數トスレバ

$$r = \pm \psi(\theta)$$

トナリ  $\theta$  ノ一値ニ對シ  $r$  ハ絶對值等シク符號ノ反對ナル二値存シ、  
 P ヲ  $(r, \theta)$  トスレバ OP ニ等シク之ト反對ノ方向ニ OQ ヲトルトキ Q ハ  $(-r, \theta)$  トナリ、P ト Q トハ極 O ニ關シテ對稱デアアル。此ノ如ク  $\theta$  ノ一値ニ對シ極ニ關シ對稱ナル二點ヲ得ル故

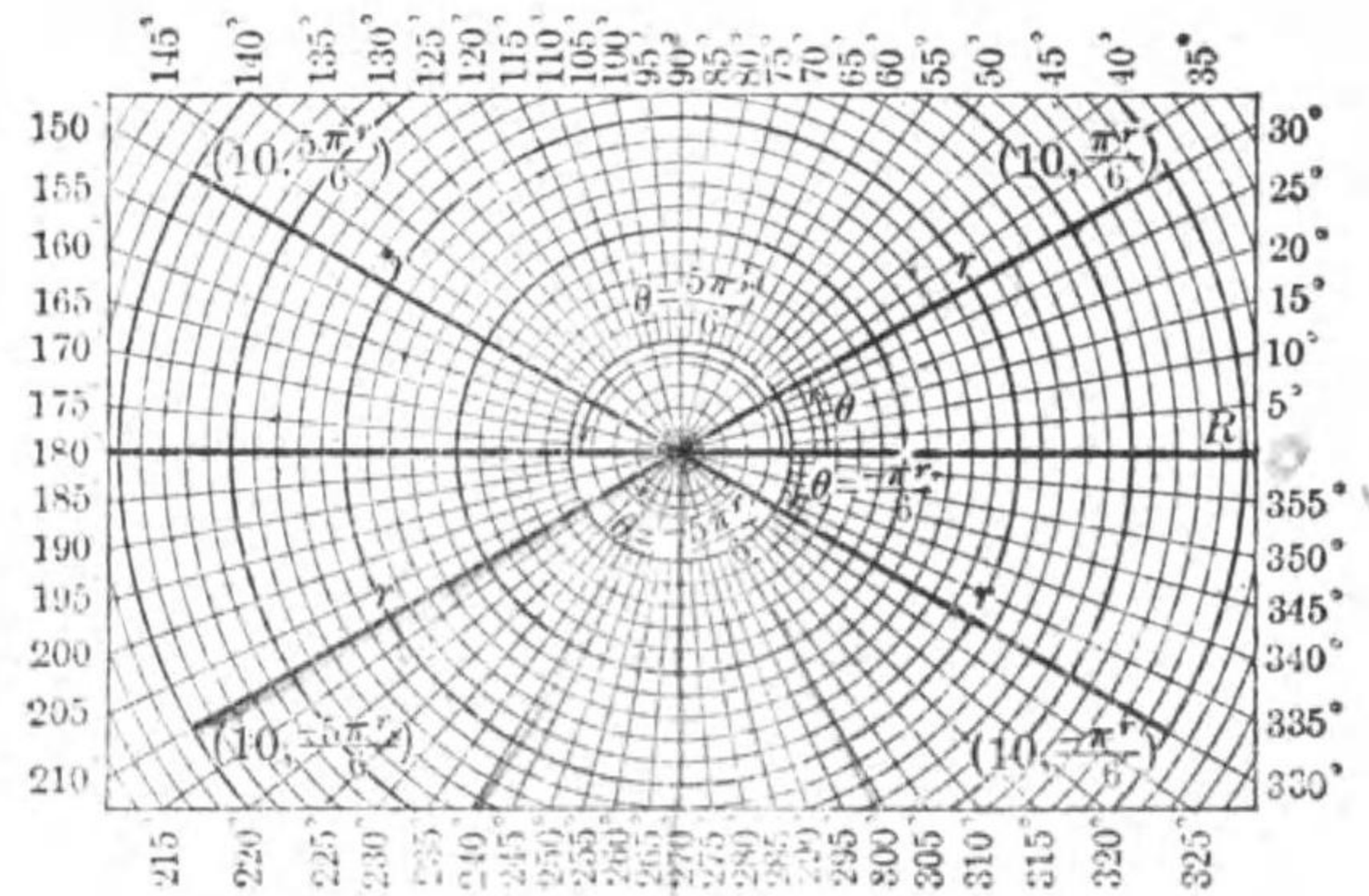
「グラフ」ハ極ニ關シテ對稱デアアル。

例題 1.

次ノ四點ニツキ對稱ノ關係如何。

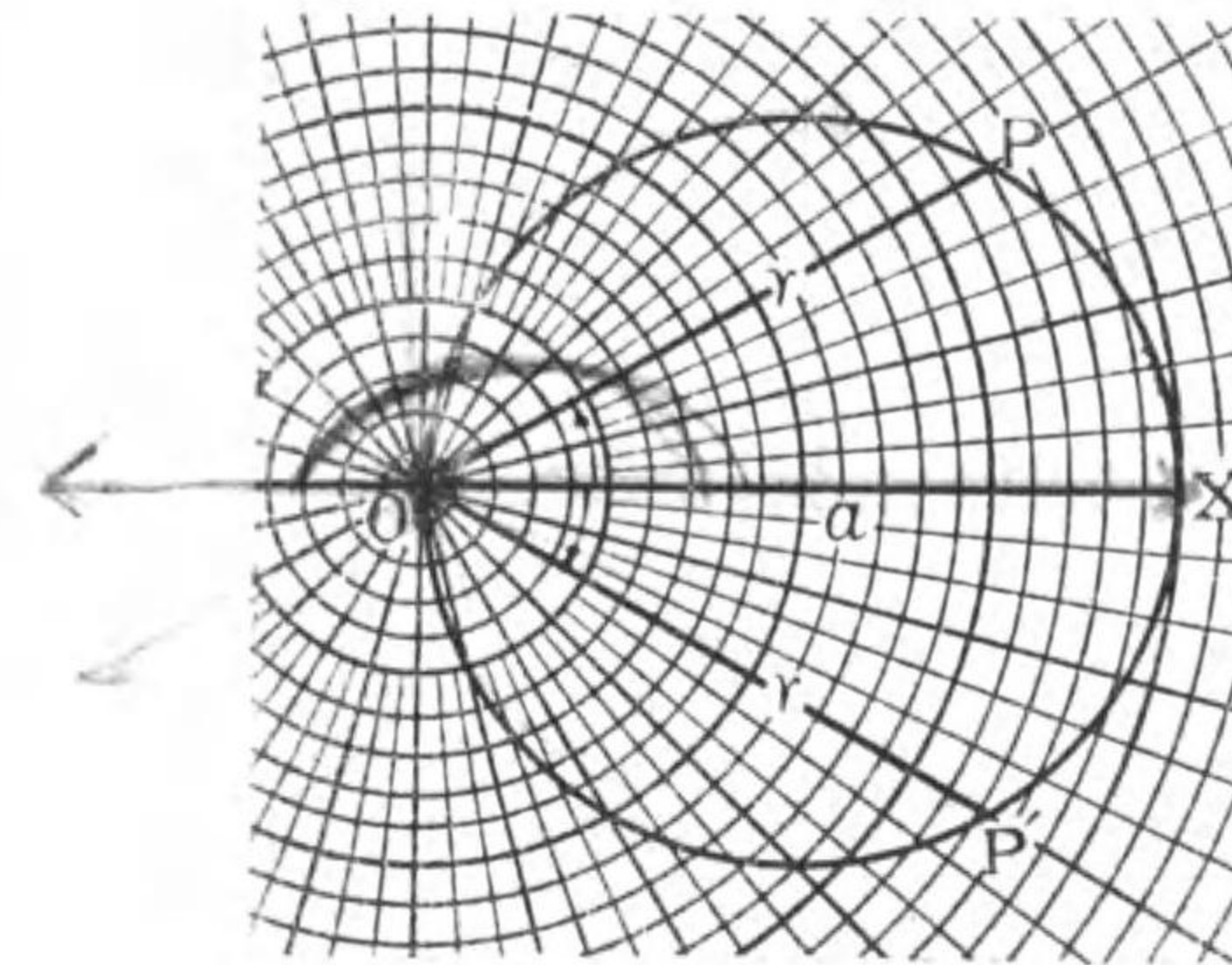
$$A\left(10, \frac{\pi}{6}\right), B\left(10, \frac{5\pi}{6}\right), C\left(10, -\frac{5\pi}{6}\right), D\left(10, -\frac{\pi}{6}\right)$$

次ノ圖ニ於テ明カナルガ如ク、A ト DB ト C トハ首線ニ關シテ對稱デアアル。又 A ト C, B ト D トハ中心ニ關シテ對稱デアアル。尙 A ト B, C ト D トハ首線ト垂直ニシテ原點ヲ過ル直線(直坐標ノ  $y$  軸ニ相當スル線)ニ關シテ對稱デアアル。

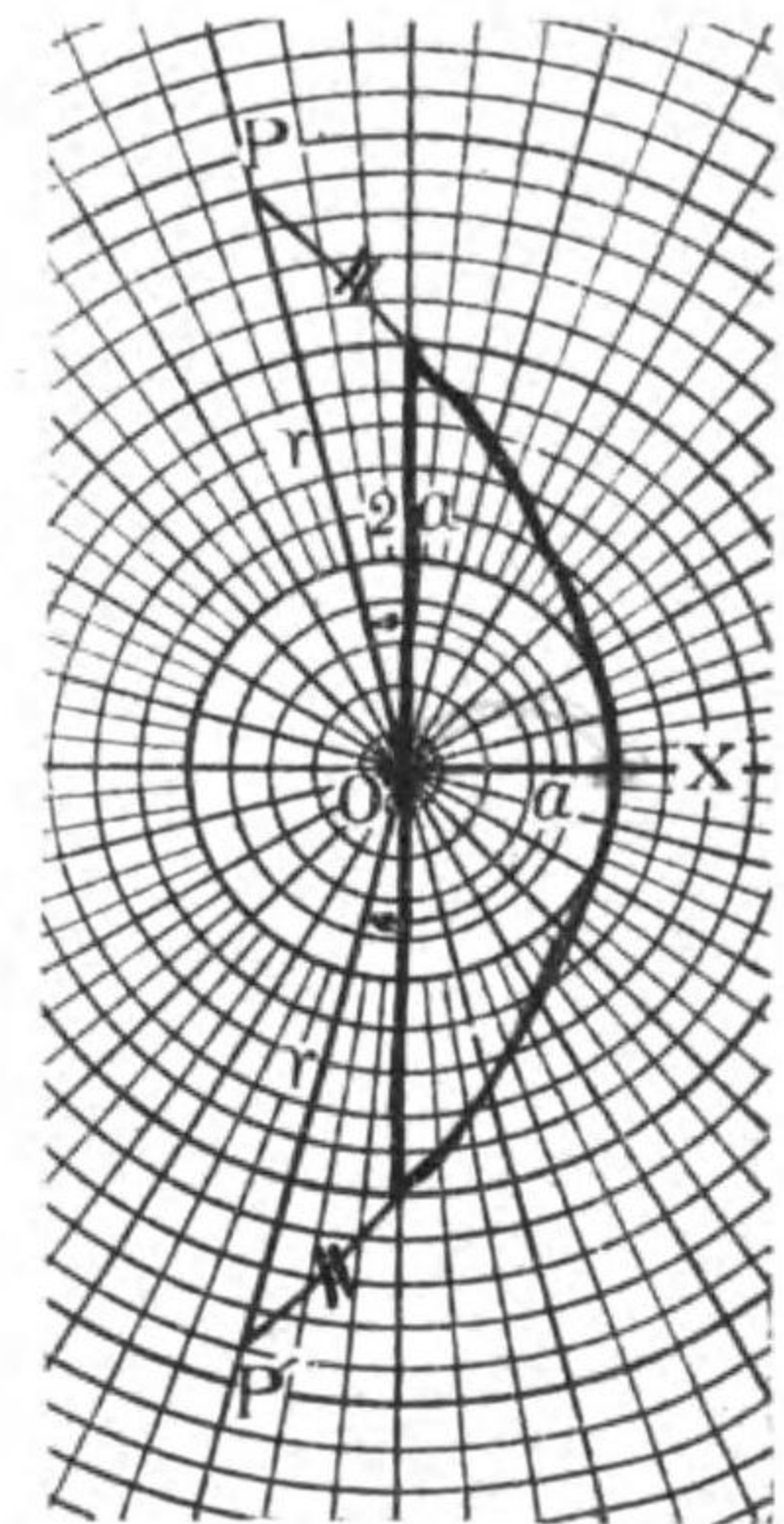


例題 2.

$$r = a \cos \theta$$



此ノ式ハ左ノ如キ圖ヲ表ハス。此ノ式ハ  $\theta$  ノ符號ヲ變ジタルトキ  $r$  ノ符號ハ變化シナイカラコノ「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱デアアル。



例題 3.  $r = a \sec^2 \frac{\theta}{2}$

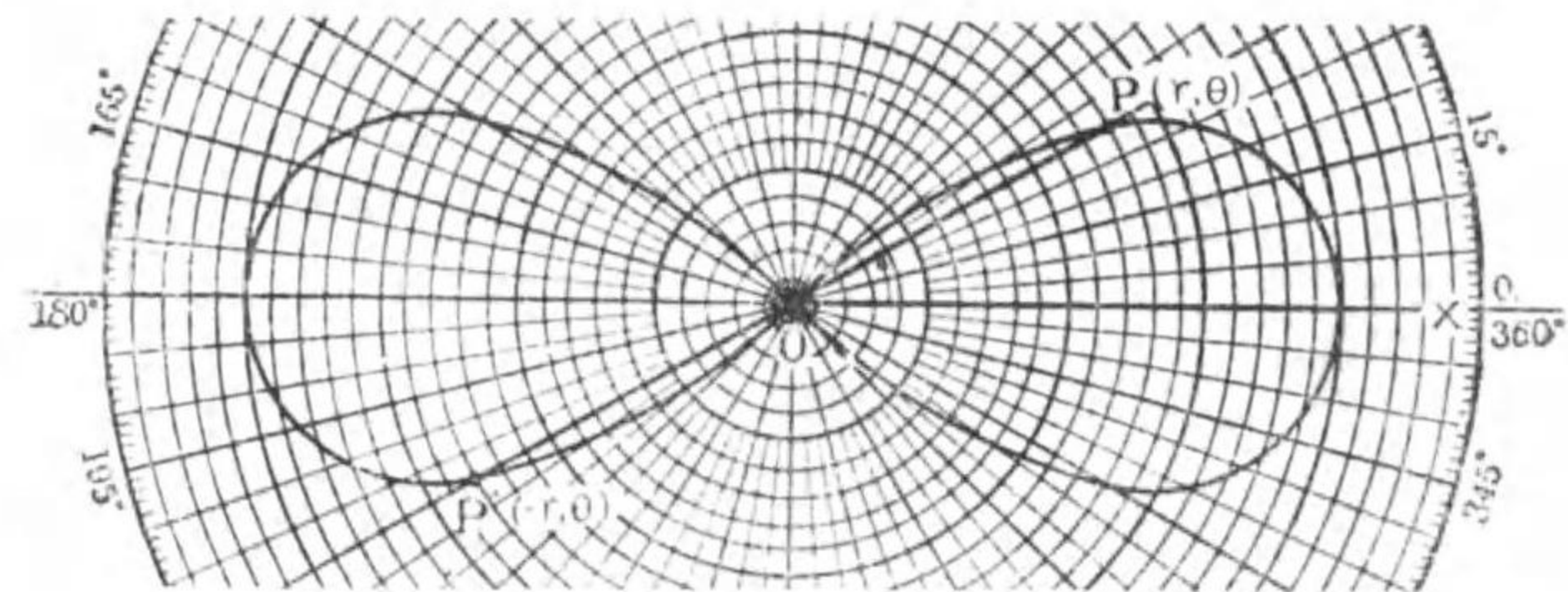
ナル拋物線ノ方程式ニ於テハ  $\theta$  ノ符號ヲ變ジタルトキ  $r$  ノ符號ハ變化シナイガ故ニ右ノ圖ニ示ス如クコノ「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱デアアル。

例題 4.

$$r^2 = 4^2 \cos 2\theta$$

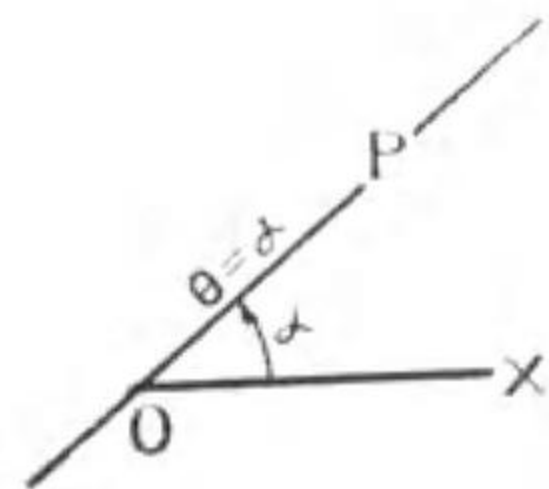
$$r = \pm 4 \sqrt{\cos 2\theta}$$

コノ方程式ハ  $r$  ノ二乗ノ項ノミヲ含ムガ故ニ  $r$  ノ値ニハ同シ  $\theta$  ニ關シテ絶對值ヲ等シク正負二値ガアル。次ノ圖ニ於ケル OP, OP' ノ如キ是デアアル。故ニ此ノ「グラフ」ハ原點ニ關シテ對稱デアアル。



§ 129. 直 線

$$\theta = \alpha \quad \dots\dots(1)$$



上式ハ變角  $\theta$  ガ一定デアル事ヲ示シテ居ル。  
故ニ此ノ「グラフ」ハ首線ト  $\angle \alpha$  ヲナシ極ヲ過  
グル直線デアル。何トナレバ此ノ直線上ノ任意

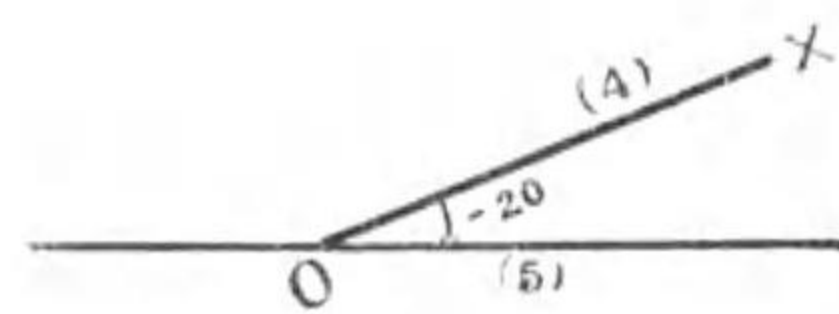
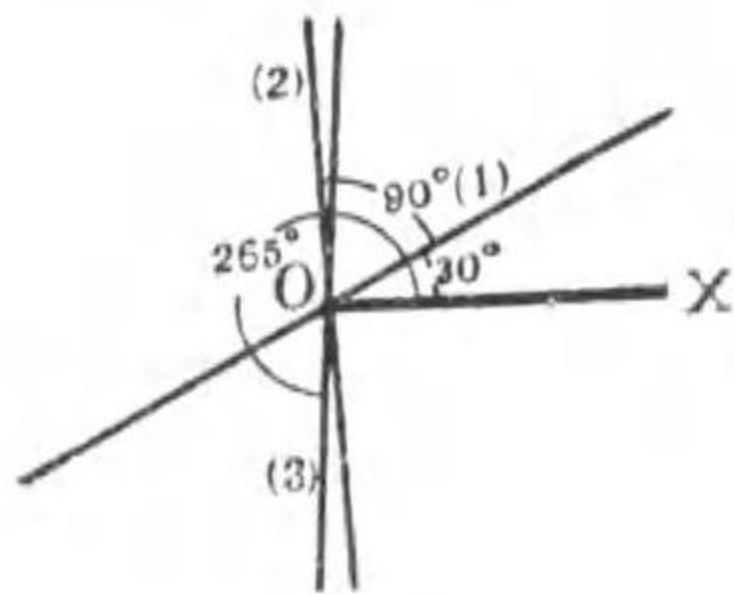
ノ點 P ヲトル時  $\angle POX$  ハ常ニ  $\alpha$  デ (1) ノ式ヲ満足スルカラデアル。

問 題

次ノ「グラフ」ヲ描ケ。

- (1)  $\theta = 30^\circ$
- (2)  $\theta = 90^\circ$
- (3)  $\theta = 265^\circ$
- (4)  $\theta = 0^\circ$
- (5)  $\theta = -20^\circ$

解 答 次ノ如キ直線ヲ得。(4) ハ即チ首線デアル。

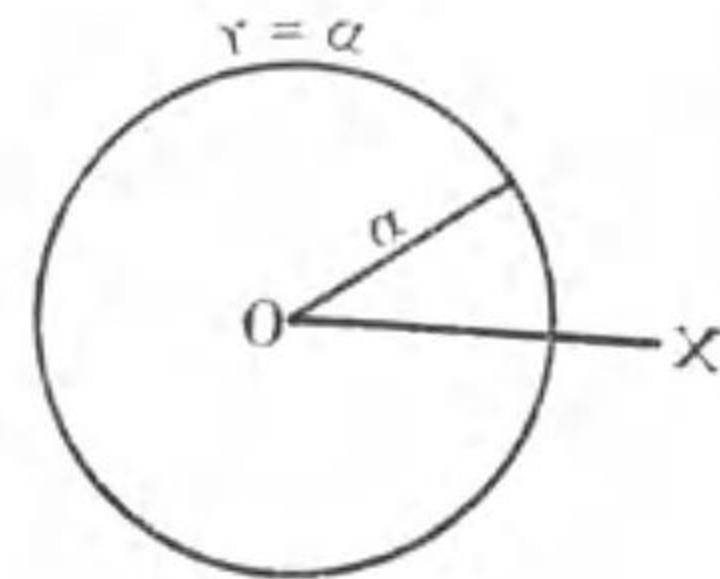


§ 130. 圓 (其一)

$$r = a \quad \dots\dots(2)$$

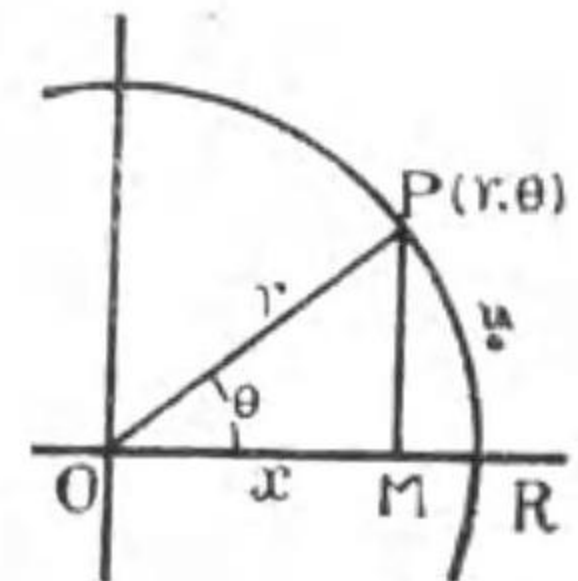
茲ニ  $a$  ハ常數デアル。此ノ「グラフ」ハ動徑ノ長サ一定シ變角  $\theta$  ニハ制限ガナイ。即チ極ヲ中心トシ  $a$  ヲ半徑トスル圓デアル。

コレハ又次ノ如ク考ヘルモヨイ。上式ヲ直  
坐標ニ書キ改ムレバ § 126 ノ (1) ノ式ニ依リ



今  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$   
 $r = a$   
 $\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = a$   
即チ  $x^2 + y^2 = a^2$

是レ即チ § 33 ニ論ジタル圓ノ基本的ノ形ノ式  
ニシテ上述セル所ト一致スル。



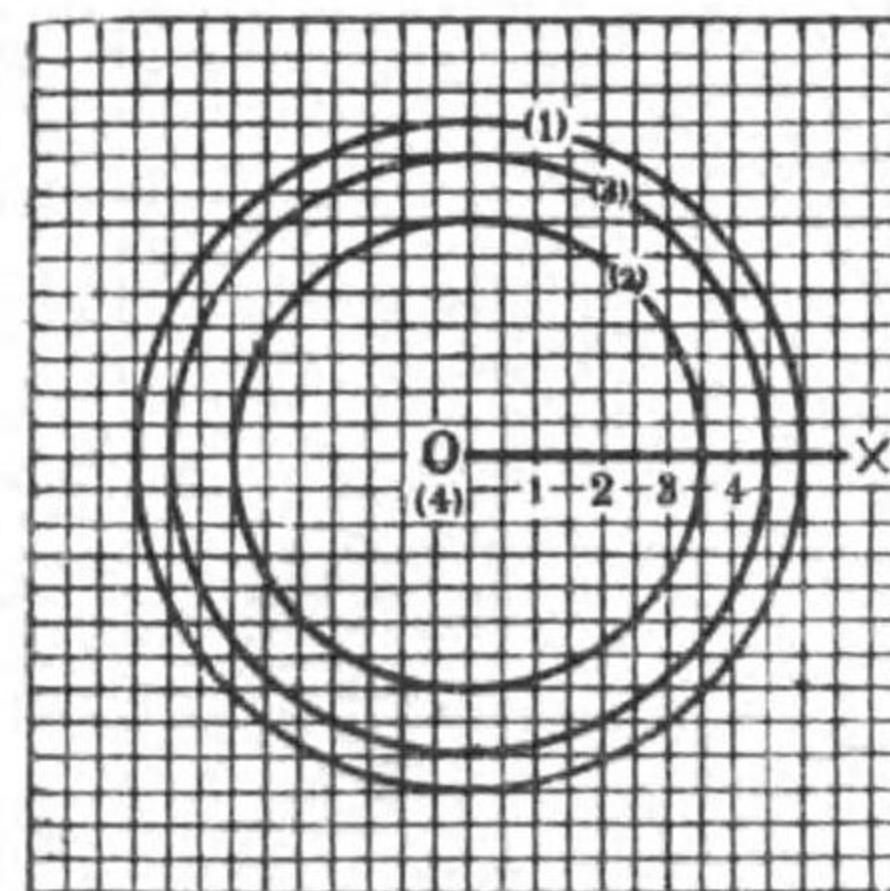
問 題

次ノ「グラフ」ヲ描ケ。

- (1)  $r = 5$
- (2)  $r = 3.5$
- (3)  $2r = 9$
- (4)  $r = 0$

解 答

- (3) ハ兩邊ヲ 2 ニテ除シ  
 $r = \frac{9}{2} = 4.5$   
トシテ極ヲ中心トシ半徑 4.5 ノ圓ヲ描ケバヨイ。  
(4) ハ點圓ニシテ即チ極ヲ表ハス。



§ 131. 圓 (其二)

$$r = a \cos \theta \quad \dots\dots(3)$$

- (1)  $\theta = 0^\circ$  ナラバ  $r = a$

故ニ此ノ「グラフ」ハ首線ヲ  $a$  ニテ截ル。



(2)  $\theta = 90^\circ$  ナラバ  $r = 0$

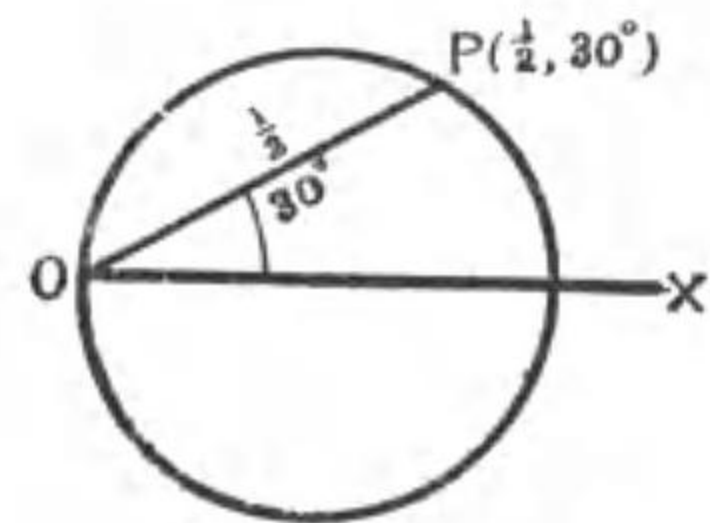
故ニ極ヲ過ル。

(3)  $\theta > 90^\circ$  ナラバ  $r < 0$

故ニ極ヨリ右方ニノミアツテ首線ノ上下ニアル。

(4)  $\cos(-\theta) = \cos \theta$

即チ  $\theta$  ノ符號ヲ變ズルモ  $r$  ノ符號ハ變ラナイ。故ニ首線ニ關シテ對稱デアアル。

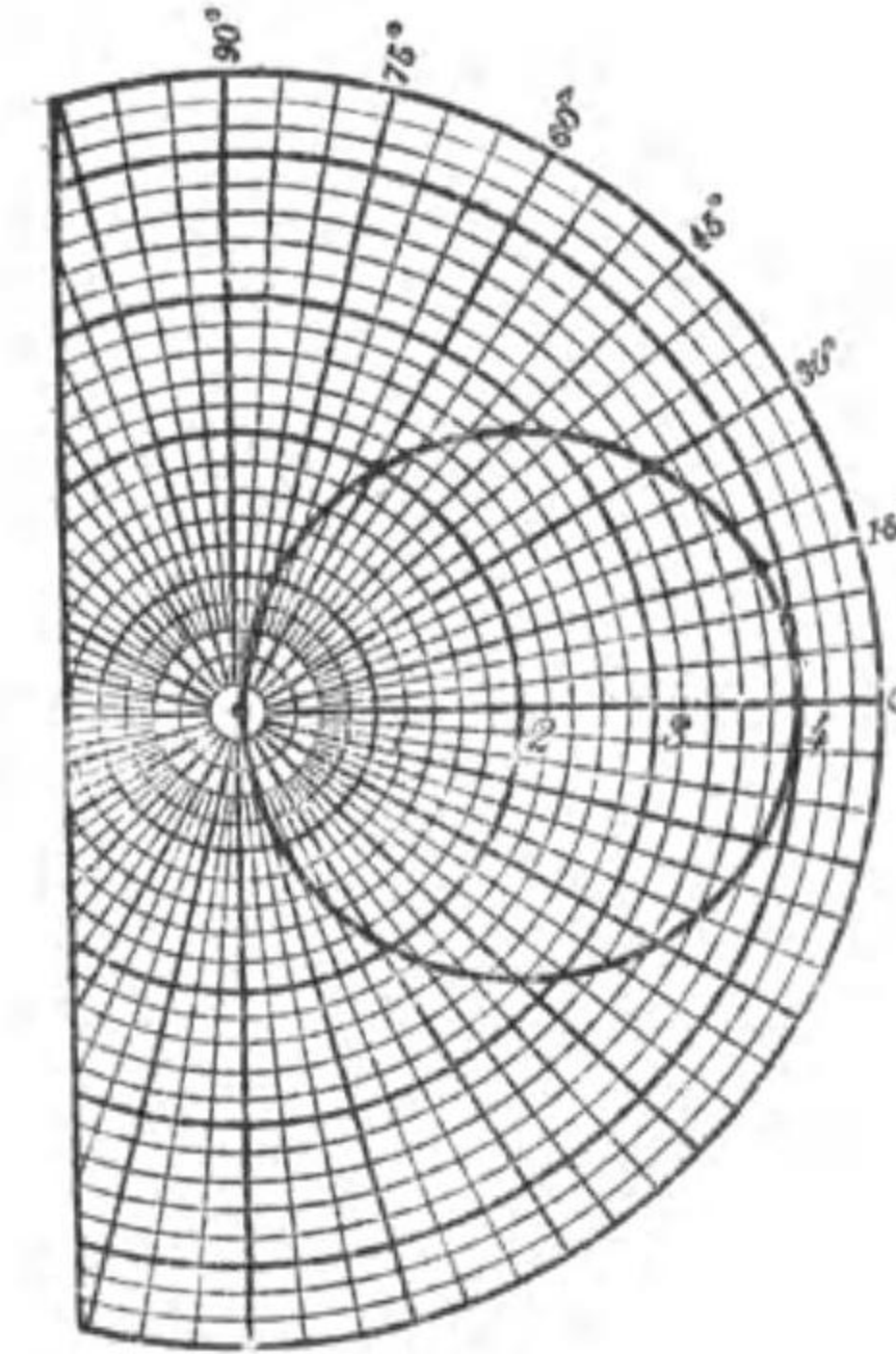


即チ  $\cos \theta$  ノ値ヲ三角函數表ニ依リ求メ、之ヲ  $a$  倍シタルモノヲ夫々ノ角ニ對スル動徑ノ長サトスル點ヲ求メテ「グラフ」ヲ描ケバヨイ。コレハ首線ヲ直徑  $a$  トシ極ヲ過グル圓デアアル。

例題 1.

$r = 4 \cos \theta$

$\theta$	$\cos \theta$	$r (= 4 \cos \theta)$
$0^\circ$	1.000	4.000
$10^\circ$	0.9848	3.939
$20^\circ$	0.9397	3.759
$30^\circ$	0.8660	3.464
$40^\circ$	0.7660	3.064
$45^\circ$	0.7071	2.828
$50^\circ$	0.6428	2.571
$60^\circ$	0.5000	2.000
$70^\circ$	0.3420	1.368
$80^\circ$	0.1736	0.694
$90^\circ$	0.0000	0.000

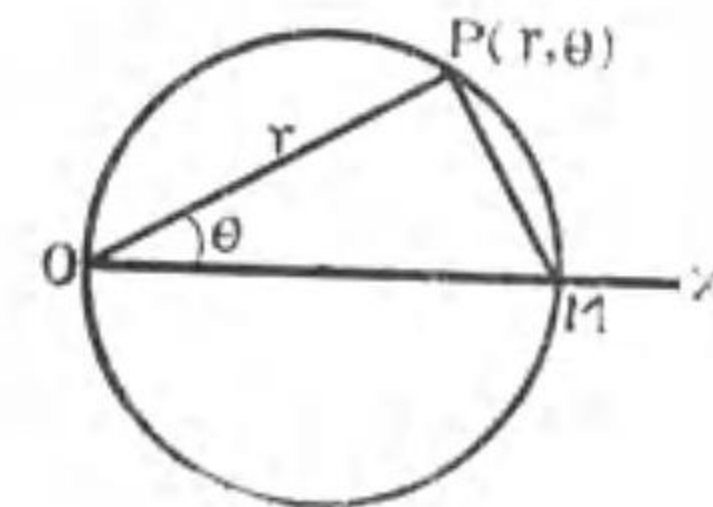


$90^\circ$  以上  $180^\circ$  マデハ首線ニ關シテ上ノ點ト對稱ナ點ヲ求ムレバヨイ。其ノ上ハ始メノ點ト一致スル。之ニヨリ左ノ如キ「グラフ」ヲ得ル。

然シ既ニ之ガ直徑  $4$  ニシテ極ヲスギ首線ヲ直徑トスル圓デアアル事ヲ知ルナラバ始メヨリ此ノ如キ圓ヲ描イテ可ナル筈デアアル。

上ニ述ベタル所ハ又次ノ如クニシテ幾何學的ニモ之ヲ知ル事ヲ得ル。

(3)ノ式ノ表ハス「グラフ」上ノ任意ノ



點ヲ  $P$  トシ、 $P$  ヨリ  $OP$  ニ 垂線  $PM$  ヲ立テ首線トノ交點ヲ  $M$  トスル。然ル時ハ

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{OM}{OP} \\ &= \frac{r}{OM} \end{aligned}$$

(3) ノ式ヨリ  $r = a \cos \theta$

故ニ 
$$= \frac{a \cos \theta}{OM}$$

$\therefore OM = a$

即チ點  $M$  ハ定點ニシテ  $P$  點ハ  $OM$  ヲ斜邊トセル直角三角形ノ頂點デアアル。換言スレバ此ノ「グラフ」ハ  $OM$  上ニ直角ヲハル角ノ頂點  $P$  ノ軌跡ニシテ之レ即チ  $OM$  ヲ直徑トスル圓デアアル。

又 § 125 = 述ベタル所ニ依リ (3) ノ式ヲ直坐標ニ依ル式ニ書キ換ヘンニ

r = sqrt(x^2 + y^2) ..... (a)

theta = tan^-1(y/x) ..... (b)

(b) ノ式ハ

tan theta = y/x

cos theta = x / sqrt(x^2 + y^2) ..... (c)

(a), (c) ノ式ヲ與式 (3) ニ入レテ

sqrt(x^2 + y^2) = a \* (x / sqrt(x^2 + y^2))

x^2 + y^2 = ax

x^2 - ax + y^2 = 0

コレハ x 軸上ニ中心ヲ有シ, 原點ヲ通ル圓ニシテ a/2 ヲ半徑トスル

事 § 31 ニ述ベタル所デアアル。

問 題

次ノ「グラフ」ヲ描ケ。

(1) r = 5 cos theta

(2) r + 3 cos theta = 0

解 答

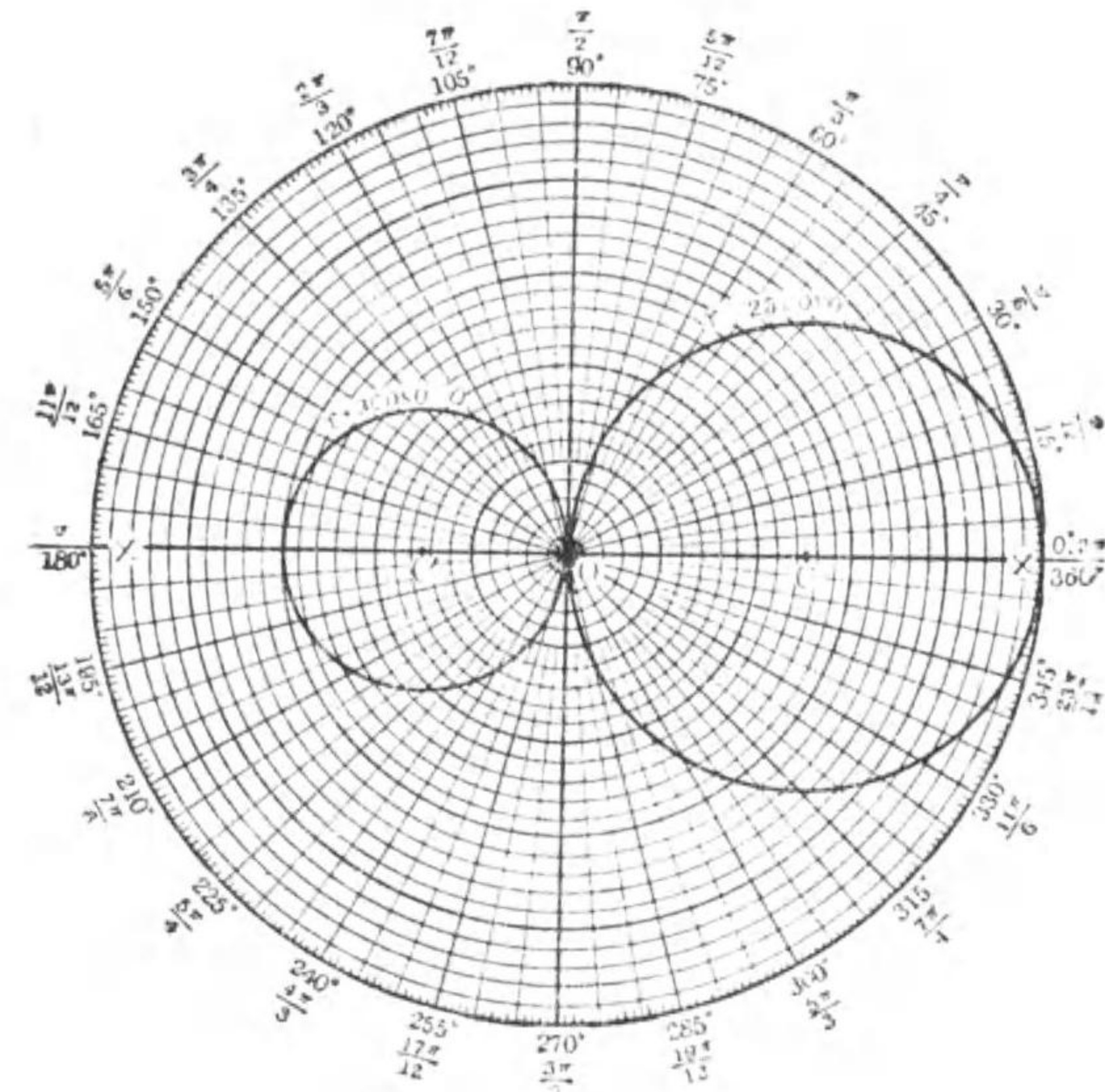
(1) r = 5 cos theta

直徑 5, 極ヨリ 2.5 ヲ首線上ニトリ之ヲ C トシ, C ヲ中心トシ, 2.5 ヲ半徑トスル圓ヲ描ケバヨイ。(次頁ノ圖ノ右ノ部分)

(2) r + 3 cos theta = 0

r = -3 cos theta

トシテ明カナルガ如ク: 首線上 -3/2 ヲトツテ C' トシ, C' ヲ中心トシ 1.5 ヲ半徑トスル圓デアアル。



§ 132. 圓 (其三)

r = a sin theta ..... (4)

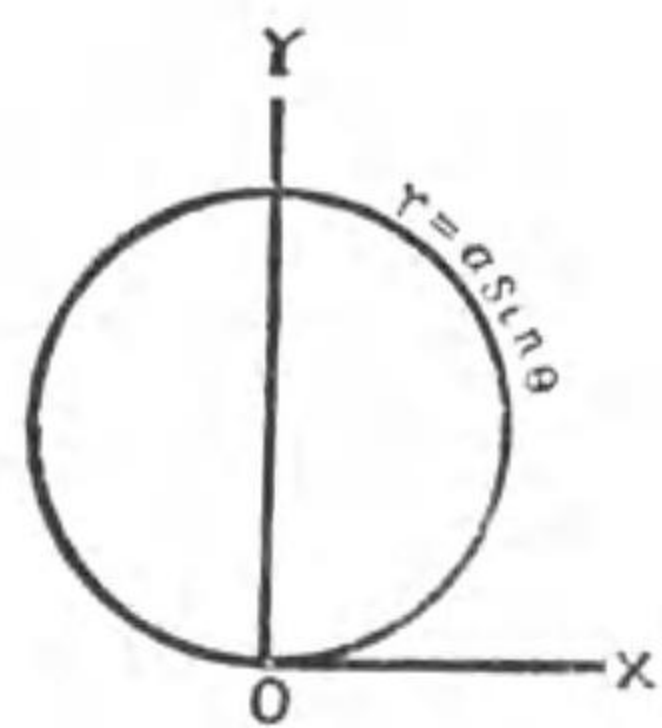
(1) theta = 0 ナラバ r = 0

故ニ極ヲ過グ。

(2) theta = 90 degrees ナラバ r = a

故ニ極ヲ過ギ首線ニ垂線ヲ立テ之ヲ OY トスルバ OY ヲ a ニテ截ル。

(3)  $\theta$  が  $90^\circ$  を過ぐるモ  $r$  は正ニシテ  $\theta = 180^\circ$  ニシテ  $r = 0, 180^\circ$  を過ぐれば  $r$  は負ナルモ絶対値ハ  $0^\circ$  より  $180^\circ$  マデノ時ノ  $r$  ノ値ニ等シク結局點ハ重ナル。



此ノ上ハ三角函數表ニヨリ正弦ノ値ヲ求メテ點ヲトレバヨイ。而シテ此ノ「グラフ」ハ OY ヲ直徑トシ極ヲ過ぐる圓ニシテ半徑ハ  $\frac{a}{2}$  デアル。

此ノ場合モ亦前節ト同様ニ幾何學的ニ知ル事ヲ得ル。又直坐標ニ直シテ見ル事モ出來ル。

其ノ他一般ニ中心ガ  $(r', \theta')$ , 半徑  $a$  ナル圓ノ式ハ

$$r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta') = a^2$$

デアアル事ハ容易ニ示ス事ガ出來ル。又此ノ式ヨリ既ニ述ベタル特別ノ場合ノ式ヲ導出ス事モ出來ル。例ヘバ首線 OX 上ニ C ガ存在スル時ハ

$$r^2 - 2rr' \cos \theta + r'^2 = a^2$$

極 O ガ圓上ニ在ル時ハ

$$r = 2a \cos(\theta - \theta')$$

是レヨリ前節 § 131 ノ場合ノ

$$r = 2a \cos \theta$$

ヲ得。又更ニ前々節 § 130 ノ

$$r = a$$

ヲ得ル。

### § 133. 橢圓 (其一)

$$r^2 = \frac{b^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta}$$

コノ  $a, b$  ハ常數ニシテ  $a > b$  トス。又  $e$  ハ  $\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$  ヲ表ハスモノトス。

$$(1) \quad \theta = 0 \quad \text{ナラバ} \quad r = \pm a$$

故ニ此ノ「グラフ」ハ首線及ビ其ノ延長ヲ極ヨリ  $a$  ナル距離ニテ切ル。 $\theta$  ガ  $0$  より増大スルニツレテ  $r$  ハ漸次減少シ

$$(2) \quad \theta = 90^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = \pm b$$

故ニ極ニ於テ首線ニ垂直ナル直線ヲ  $b$  ナル距離ニテ切ル。 $\theta$  ガ  $90^\circ$  より増大スルニツレテ  $r$  ハ漸次増大シ

$$(3) \quad \theta = 180^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = \pm a$$

コレ (1) ノ場合ト一致シ  $\theta$  ガ  $180^\circ$  より増大スルニツレテ  $r$  ハ漸次減少シ

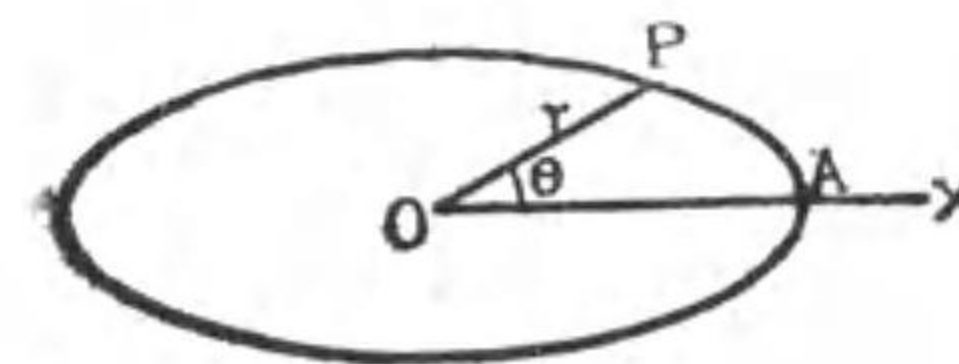
$$(4) \quad \theta = 270^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = \pm b$$

コレ (2) ノ場合ト一致シ  $\theta$  ガ  $270^\circ$  より増大スルニツレテ  $r$  ハ漸次増大シ

$$\theta = 360^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = \pm a$$

故ニ  $\theta = 0^\circ$  ナルトキト同ジ。之ヨリ尙  $\theta$  ガ増大スルトキハ以上ノ變化ヲ繰リ返ス。

故ニ三角函數表ニヨリ  $0^\circ$  より  $180^\circ$  ニ至ル餘弦ノ値ヲ求メテ點ヲトレバヨイ。



コノ「グラフ」ハ其ノ極ヲ中心トシ首線ヲ長軸トスル橢圓ニシテ  $a$  ハ長徑デアリ,  $b$  ハ短徑デアル。

e ハ常ニ正ニシテ之ヲ楕圓ノ離心率 eccentricity\*1 ト云フ。

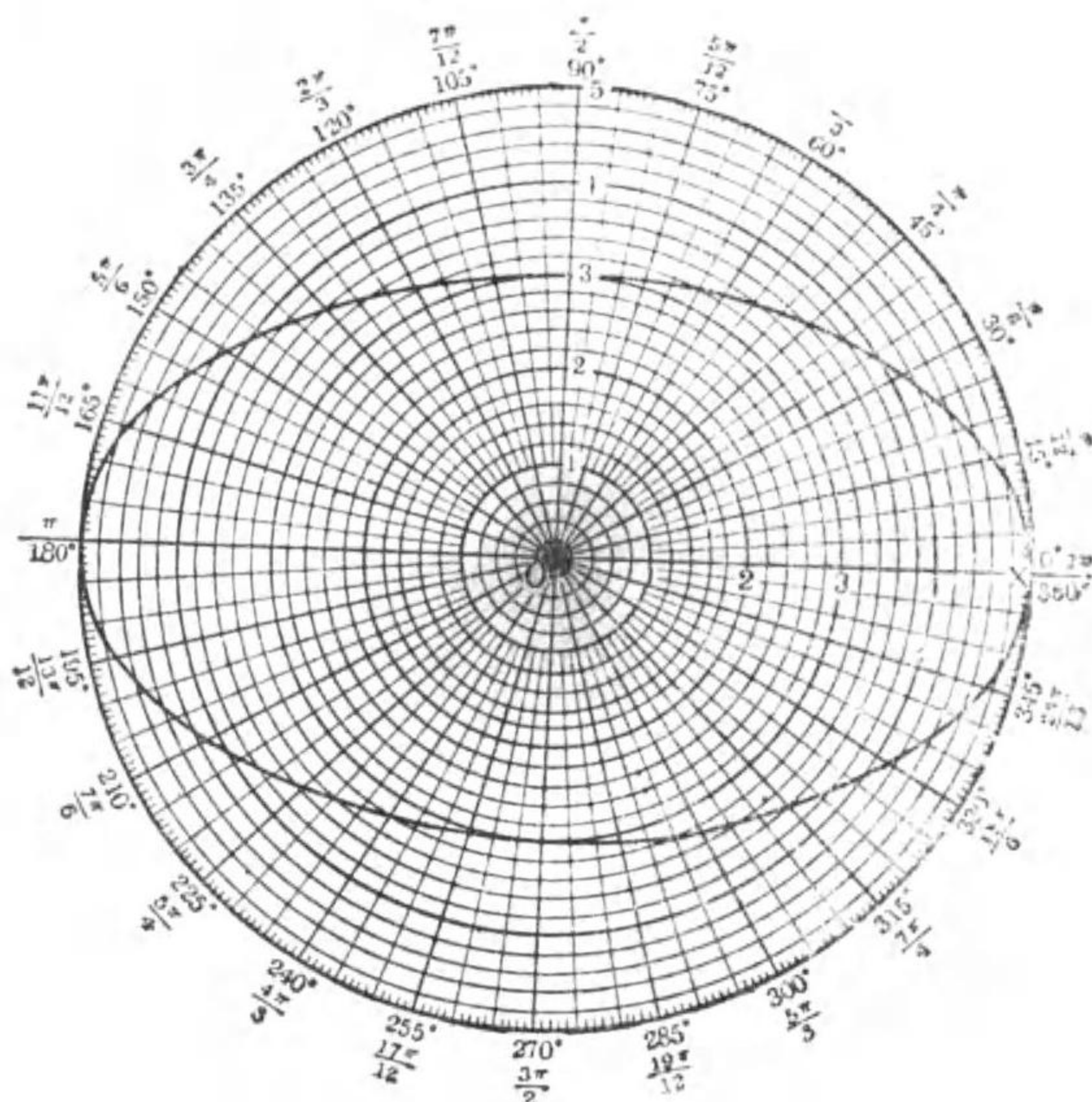
尙コノ「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱デアル。

例 題  $r^2 = \frac{225}{25-16 \cos^2 \theta}$  ノ「グラフ」ヲ描ケ。

典式ハ  $r^2 = \frac{9}{1-\frac{16}{25} \cos^2 \theta}$  トカクコトガテキル。

故ニコレハ長軸 10, 短軸 6 ナル楕圓デアル。

(5, 0°) (3, 90°) (5, 180°) ヲ通ルコト明カデアル。180° 以上ノ點ハ求メズトモ首線ニ關シテ對稱ナ點ヲトレバヨイ。

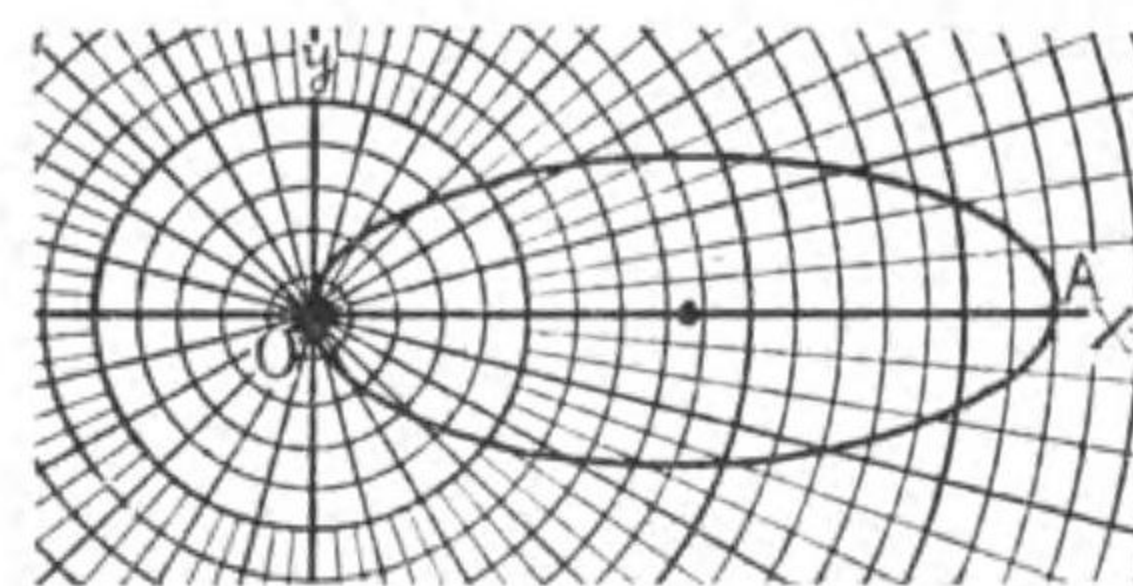


§ 134. 楕 圓 (其 二)

$$r = \frac{2ab^2 \cos \theta}{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta}$$

【註】\*1 § 38 参照

長軸ノ一端 O ヲ原點トシ長軸ヲ x 軸, O ニ於ケル x 軸ノ垂線ヲ y



軸トスル楕圓ハ

$$\frac{(x+a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \dots (1)$$

ニテ表ハサレル。

コノ a ハソノ長軸ノ半ニシテ

b ハソノ短軸ノ半デアル。

$$(1) = \left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ノ關係ヲ入レルトキハ

$$r = \frac{2ab^2 \cos \theta}{b^2 \cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta} \quad \text{ヲ得ル。}$$

即チ此ノ「グラフ」ハ長軸ヲ首線トシ, 長軸ノ一端 O ヲ極トスル楕圓デアル。

$$\theta = 0^\circ \quad \text{ナルトキ} \quad r = 2a$$

$$\theta = 90^\circ \quad \text{ナルトキ} \quad r = 0$$

$\theta$  ガ 0° ヨリ 90° ニ至ル間ハ r ハ正デアル。

$\theta$  ガ 90° ヨリ 180° ニ至ル間ハ r ハ負ニシテソノ絶対値ハ  $\theta$  ノ補角ノ時ト等シイ。故ニ「グラフ」ハ結局首線ニ關シテ對稱トナル。

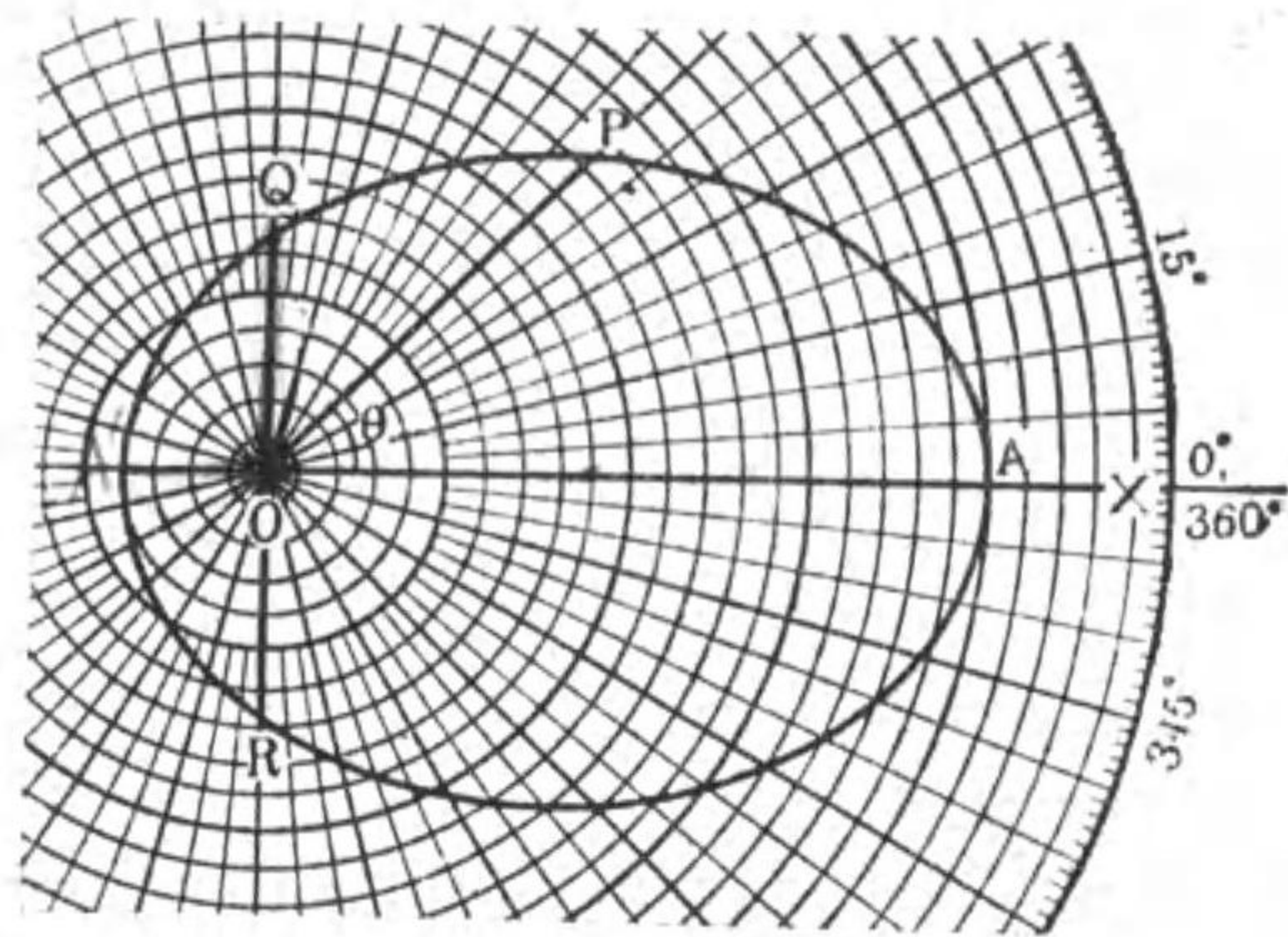
$\theta$  ガ 180° ヲ過グレバ r ノ値ハ 0° ヨリ 180° マデノ時ノ値ニ等シク「グラフ」ハ前ト一致スル。

此ノ上ハ三角函數表ニヨリ正弦及ビ餘弦ノ値ヲ求メテ點ヲトレバ「グラフ」ヲ得ル。

§ 135. 楕 圓 (其 三)

楕圓ノ焦點ヲ過ギ長軸ニ垂直ニ立テタル弦 QR ヲ楕圓ノ直弦 latus rectum トイフ。直弦ノ  $\frac{1}{2}$  ヲ  $l$  トスレバ

$$l = \frac{b^2}{a}$$



極トシ、長軸ヲ首線トスル楕圓デアル。

デアル。サテ

$$r = \frac{l}{1 + e \cos \theta}$$

ノ式モ亦楕圓ヲ表ハス。  $l$  ハ即チ其ノ半直弦 OQ ニシテ、此ノ「グラフ」ハ焦點ノ一ヲ

### § 136. 双曲線

$$r^2 = \frac{b^2}{e^2 \cos^2 \theta - 1}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}}$$

コゝニ  $a, b$  ハ常數ニシテ

$$\theta = 0 \quad \text{ナルトキ} \quad r = \pm a$$

$\theta$  ガ増大スルニツレテ  $r$  ハ漸次増大シ

$$\cos \theta = \frac{1}{e} \quad \text{ナルトキ}$$

即チ  $\tan \theta = \frac{b}{a} \quad \text{ナルトキ} \quad r$  ハ無限大トナル。

之ヨリ  $\theta$  ガ増大スレバ  $r$  ノ値ハ虚トナル、即チコノ方面ニハ曲線ガ存在シナイ。カヤウニシテ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} \quad \text{ヨリ}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( -\frac{b}{a} \right) \quad \text{ノ間ニ於テハ}$$

曲線ハ存在シナイ事ヲ知ル。

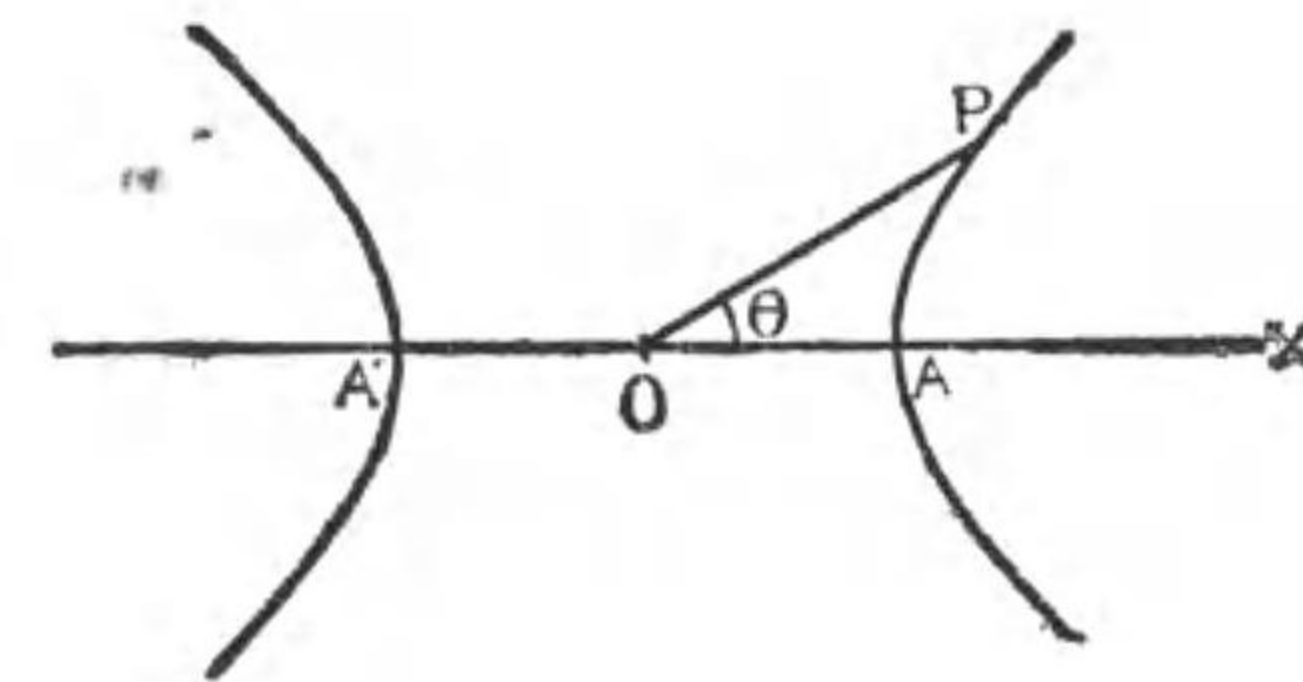
$$\theta = \tan^{-1} \left( -\frac{b}{a} \right) \quad \text{トナルト即チ} \cos \theta = \frac{1}{e} \quad \text{ナル}$$

トキ  $r$  ハ無限大トナリ、之ヨリ  $\theta$  ガ増スニツレテ  $r$  ノ値ハ漸次減少シ

$$\theta = 180^\circ \quad \text{ナルトキ復} \quad r = \pm a$$

尙  $r$  ハ絶對値ノ等シイ正及ビ負ノ  $\theta$  ノ値ニ對シテ同ジ値ヲ有スルカラコノ「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱デアル。

コノ「グラフ」ハソノ中心ヲ極トシ横軸ヲ首線トスル双曲線ニシテ中心ト頂點トノ間ノ距離ハ  $a$  デアル。



$e$  ハ双曲線ノ離心率ニシテ常ニ 1 ヨリ大ナル實數デアル。(§ 43 参照)

尙 § 123 ノ方法ニヨリテ之ヲ直坐標ニ改メルニトモ

出來ル。

又コノ双曲線ノ漸近線ハ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{b}{a}\right)$$

ニテ表ハサレル。

例題 1.  $r^2 = \frac{3}{4 \cos^2 \theta - 3}$  ノ「グラフ」ヲ描ケ。

$\theta = 0^\circ$	ナラバ	$r = 1.732$
$\theta = 10^\circ$	ナラバ	$r = 1.847$
$\theta = 20^\circ$	ナラバ	$r = 2.469$
$\theta = 30^\circ$	ナラバ	$r = \infty$

$\theta$  ガ  $30^\circ$  ヨリ  $150^\circ$  マデノ間ハ  $r$  ノ値ハ虚トナル。即チコノ間ニハ曲線ハ存在セズ。

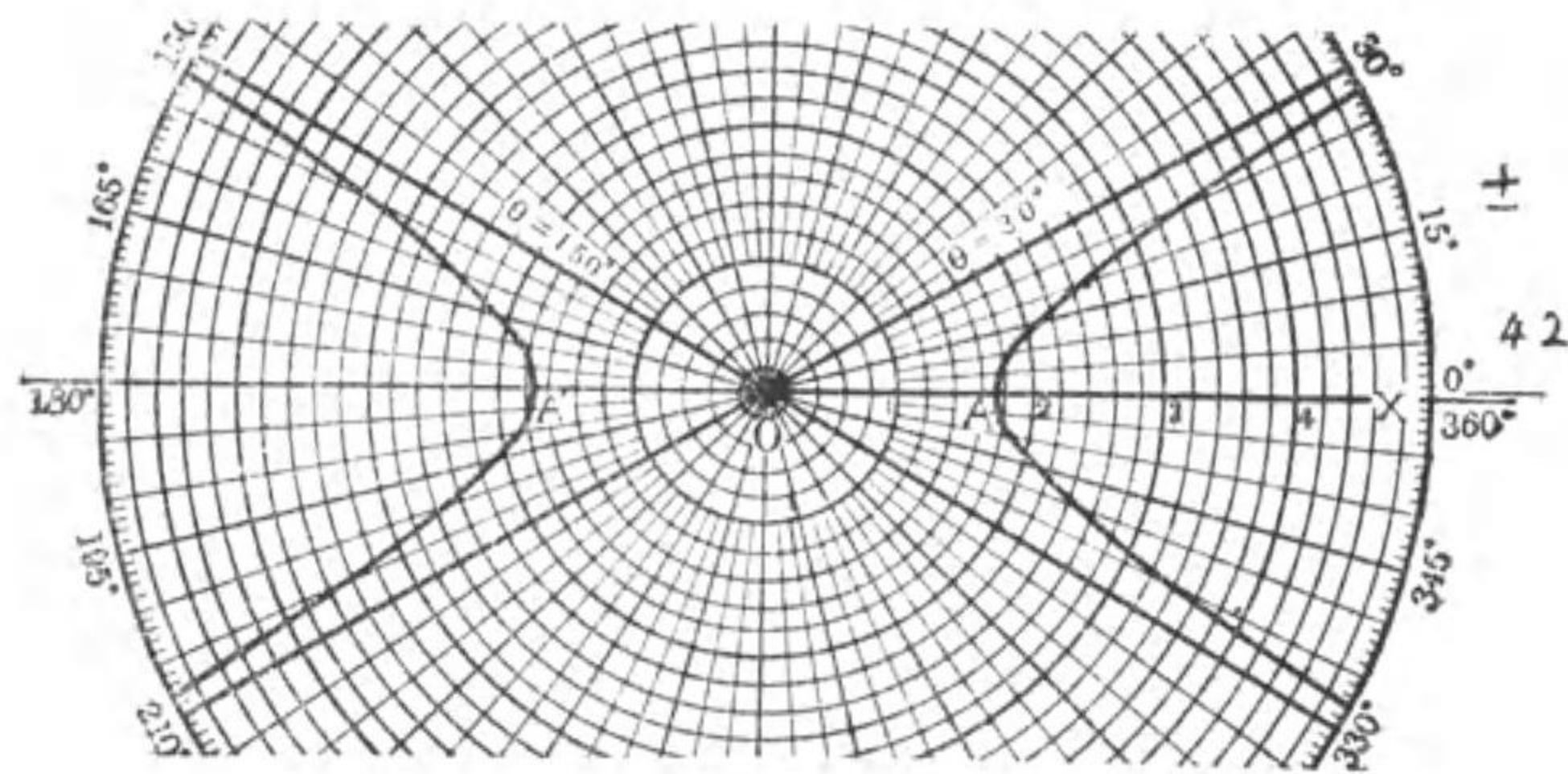
$\theta = 150^\circ$	ナラバ	$r = \infty$
$\theta = 140^\circ$	ナラバ	$r = 2.469$
$\theta = 130^\circ$	ナラバ	$r = 1.847$
$\theta = 180^\circ$	ナラバ	$r = 1.732$

又コノ「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱ニシテ、中心ヨリ頂點マデノ距離ガ 1.732 ニシテ

$$\theta = 30^\circ$$

$$\theta = 150^\circ$$

ノ二直線ヲ漸近線トスル双曲線デアル。

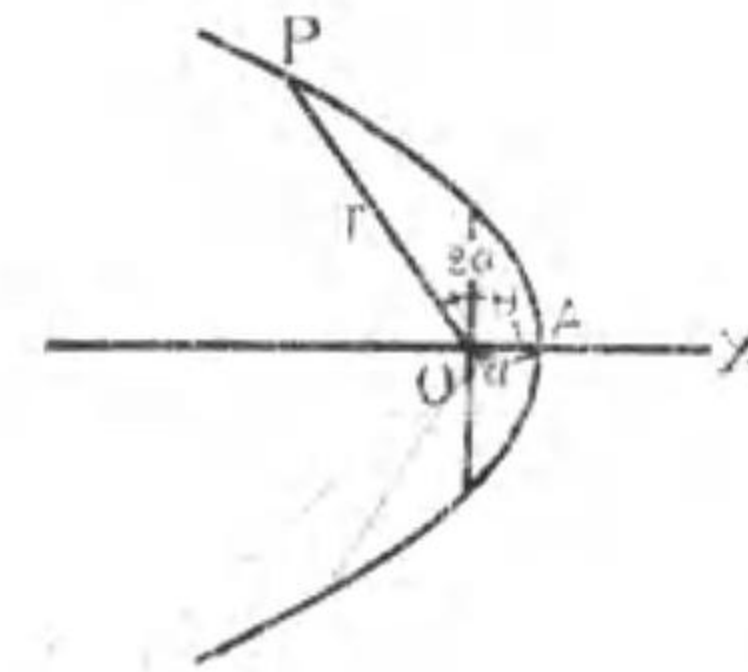


§ 137. 拋 物 線

$$r = \frac{2a}{1 + \cos \theta}$$

コノ  $a$  ハ常數デアル。 $\theta$  ハ變角ニシテ任意ノ値ヲトルモノデア  
ル。

$\theta$  ガ  $0^\circ$  ヨリ  $180^\circ$  ニ至ルニ從ツテ  $\cos \theta$  ノ値ハ 1 ヨリ  $-1$  ニ至ル。  
故ニ  $\theta$  ガ  $0^\circ$  ヨリ  $180^\circ$  ニ至ルニツレテ  $r$  ノ値ハ次第ニ増大スル。



$$\theta = 0^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = a$$

$$\theta = 90^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = 2a$$

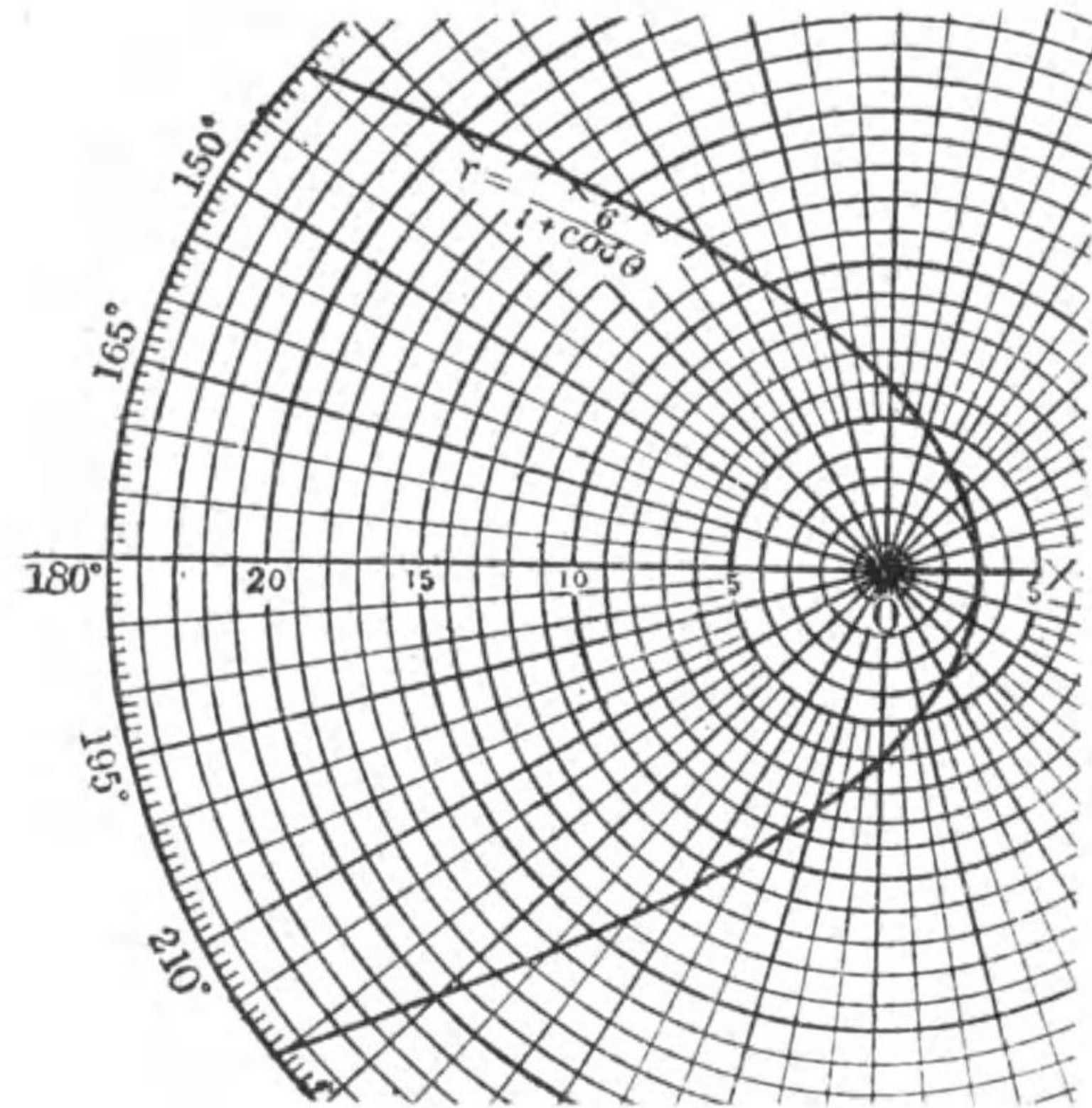
$$\theta = 180^\circ \quad \text{ナラバ} \quad r = \infty$$

尙コノ「グラフ」ハ首線ニ關シテ對稱デア  
ル。

コノ「グラフ」ハ焦點ヲ極トシ軸ヲ首線トスル拋物線デア  
ル。

例題  $r = \frac{6}{1 + \cos \theta}$  ノ「グラフ」ヲ描ケ。

$\theta$	$\cos \theta$	$1 + \cos \theta$	$r \left( = \frac{6}{1 + \cos \theta} \right)$
$0^\circ$	1.0000	2.0000	3.0000
$10^\circ$	0.9848	1.9848	3.0229
$20^\circ$	0.9397	1.9397	3.0932
$30^\circ$	0.8660	1.8660	3.2154
$40^\circ$	0.7660	1.7660	3.3975
$50^\circ$	0.6428	1.6428	3.6523
$60^\circ$	0.5000	1.5000	4.0000
$70^\circ$	0.3420	1.3420	4.4709
$80^\circ$	0.1736	1.1736	5.1150
$90^\circ$	0.0000	1.0000	6.0000
$100^\circ$	-0.1736	0.8264	7.2604
$110^\circ$	-0.3420	0.6580	9.1185
$120^\circ$	-0.5000	0.5000	12.0000
$130^\circ$	-0.6428	0.3572	16.7973
$140^\circ$	-0.7660	0.2340	25.6410
$150^\circ$	-0.8660	0.1340	44.7761



此ノ計算ニ依リ左ノ如キ  
 拋物線ヲ得。其ノ焦點ハ  
 頂點ヨリ3ノ距離ニ在ル。  
 尙 §128ノ例題3  
 (383頁参照)ニ述べ

タル

$$r = a \sec^2 \frac{\theta}{2}$$

$$= a \left( 1 + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$= a \left( 1 + \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \right)$$

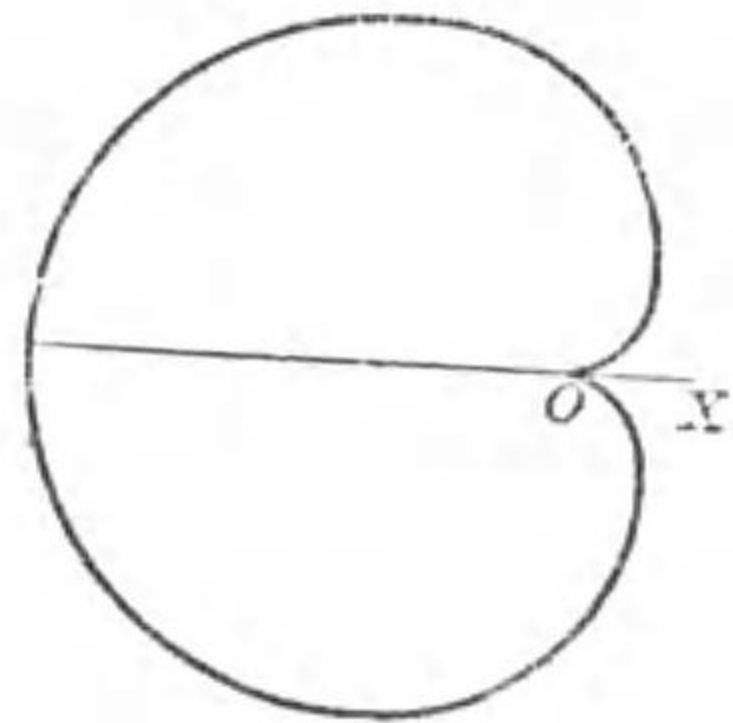
$$= \frac{2a}{1 + \cos \theta}$$

トナルガ故ニ本節ト一致シ拋物線ヲ表ハス。

§ 138. カーデオイド

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

- (1)  $\theta = 0^\circ$  ナラバ  $r = 0$  極ヲ過グ。
- (2)  $\theta = 90^\circ$  ナラバ  $r = a$  ( $a, 90^\circ$ )ヲ過グ。
- (3)  $\theta = 180^\circ$  ナラバ  $r = 2a$  首線ヲ  $2a$ ニ截ル。



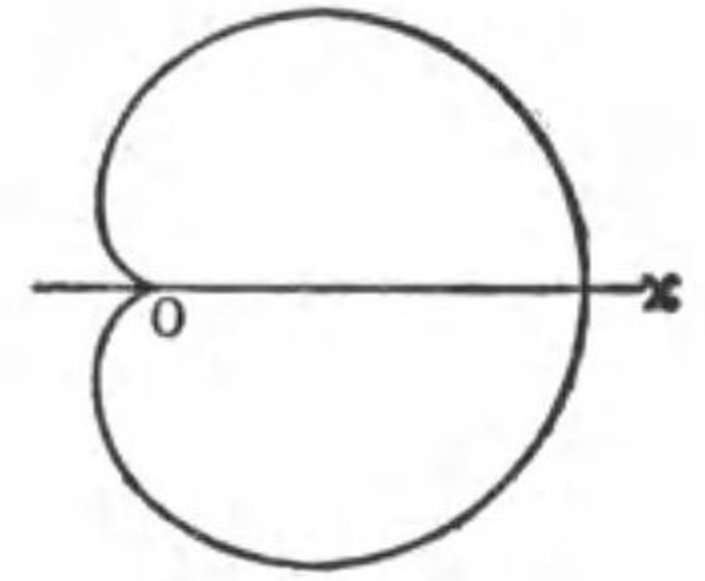
- (4) 首線ニ關シテ對稱デアル。
- (5) 點ヲ求メテ「グラフ」ヲ描クニ左ノ如キ曲線ヲ得。コレヲカーデオイド cardioid トイフ。若シ

$$r = a(1 + \cos \theta)$$

デアラナラバ右ノ如クナル。

例題  $r = 10 - 10 \cos \theta$

(0, 0°), (10, 90°), (20, 180°)ノ點ヲ過グル事ハ明カデア  
 アル。又 180° 以上ハ點ヲ求メズトモ首線ニ關シテ對  
 稱ナ點ヲトレバヨイ。尙點ヲ求メルニ



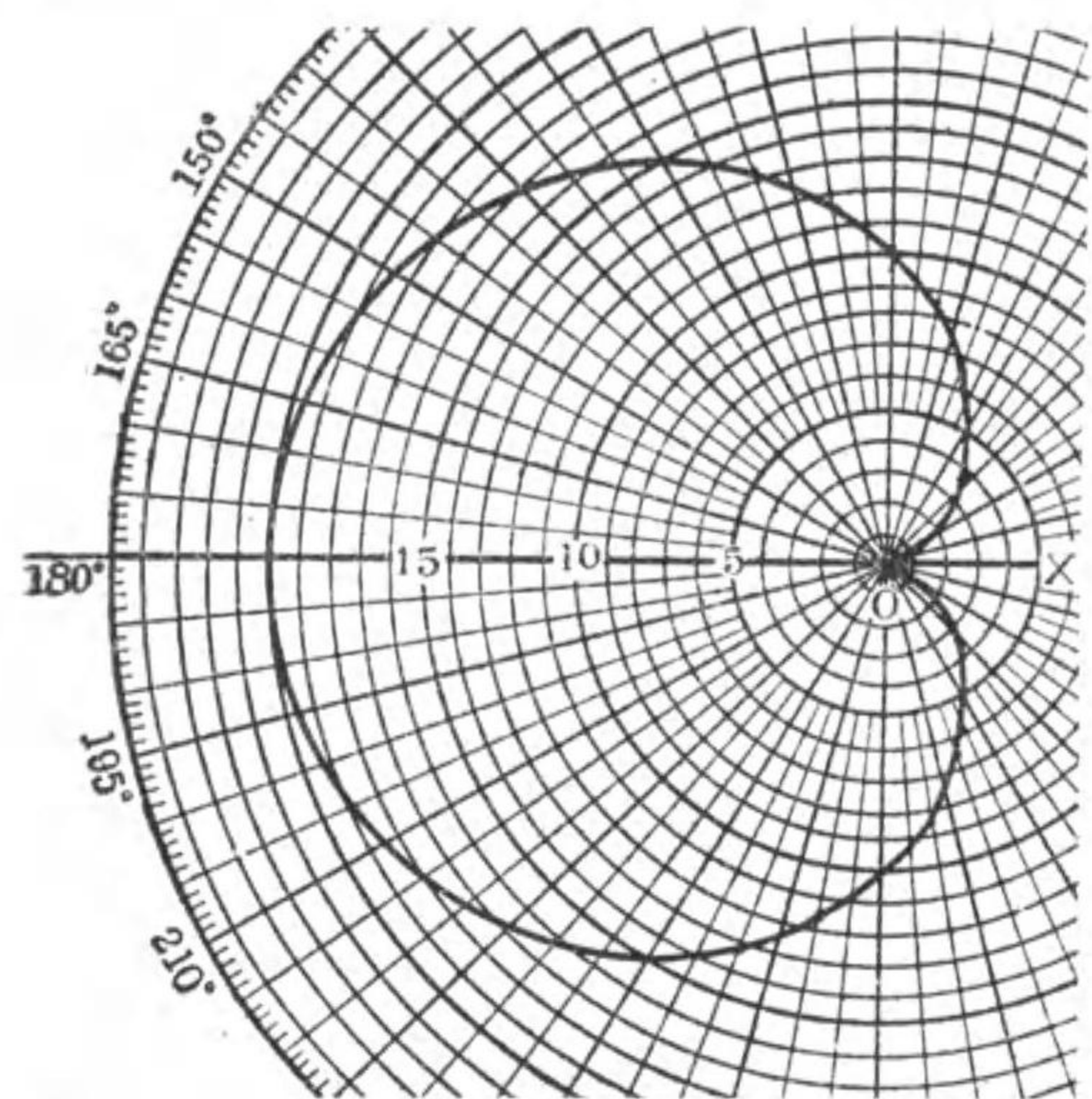
$$r = 10(1 - \cos \theta)$$

トスルガ便デアラウ。

$\theta$	$\cos \theta$	$1 - \cos \theta$	$r (= 10(1 - \cos \theta))$
0°	1.0000	0.0000	0.000
10°	0.9848	0.0152	0.152
20°	0.9397	0.0603	0.603
30°	0.8660	0.1340	1.340
40°	0.7660	0.2340	2.340
50°	0.6428	0.3572	3.572
60°	0.5000	0.5000	5.000
70°	0.3420	0.6580	6.580
80°	0.1736	0.8264	8.264
90°	0.0000	1.0000	10.000
100°	-0.1736	1.1736	11.736
110°	-0.3420	1.3420	13.420
120°	-0.5000	1.5000	15.000
130°	-0.6428	1.6428	16.428
140°	-0.7660	1.7660	17.660
150°	-0.8660	1.8660	18.660
160°	-0.9397	1.9397	19.397
170°	-0.9848	1.9848	19.848
180°	-1.0000	2.0000	20.000

之ニ依ツテ次頁上ノ「グラフ」ヲ得ル。

圓周ノ内側ヲ磨イテ鏡トシ光線ガ反射シ得ルヤウニシ、圓周上ノ  
 任意ノ一點Aヲ通シテ光線ヲ圓内ニ入ラシメル時ハ其ノ光線ハ反射  
 シテ「カーデオイド」\*2ヲ作ル。之レ燈火ノ下ニ茶碗ヲオキテヨク經  
 験スル所デアル。



此ノ時ニ於テ圓ノ半徑ガ比較的大ニシテソレニ比シ弧ガ小ナル時ニハ反射光線ハ一點Oニ集ルトミテ大差ナシ。之レ即チ凹面鏡ノ焦點トイハルモノデアアル。

(§ 38 参照)

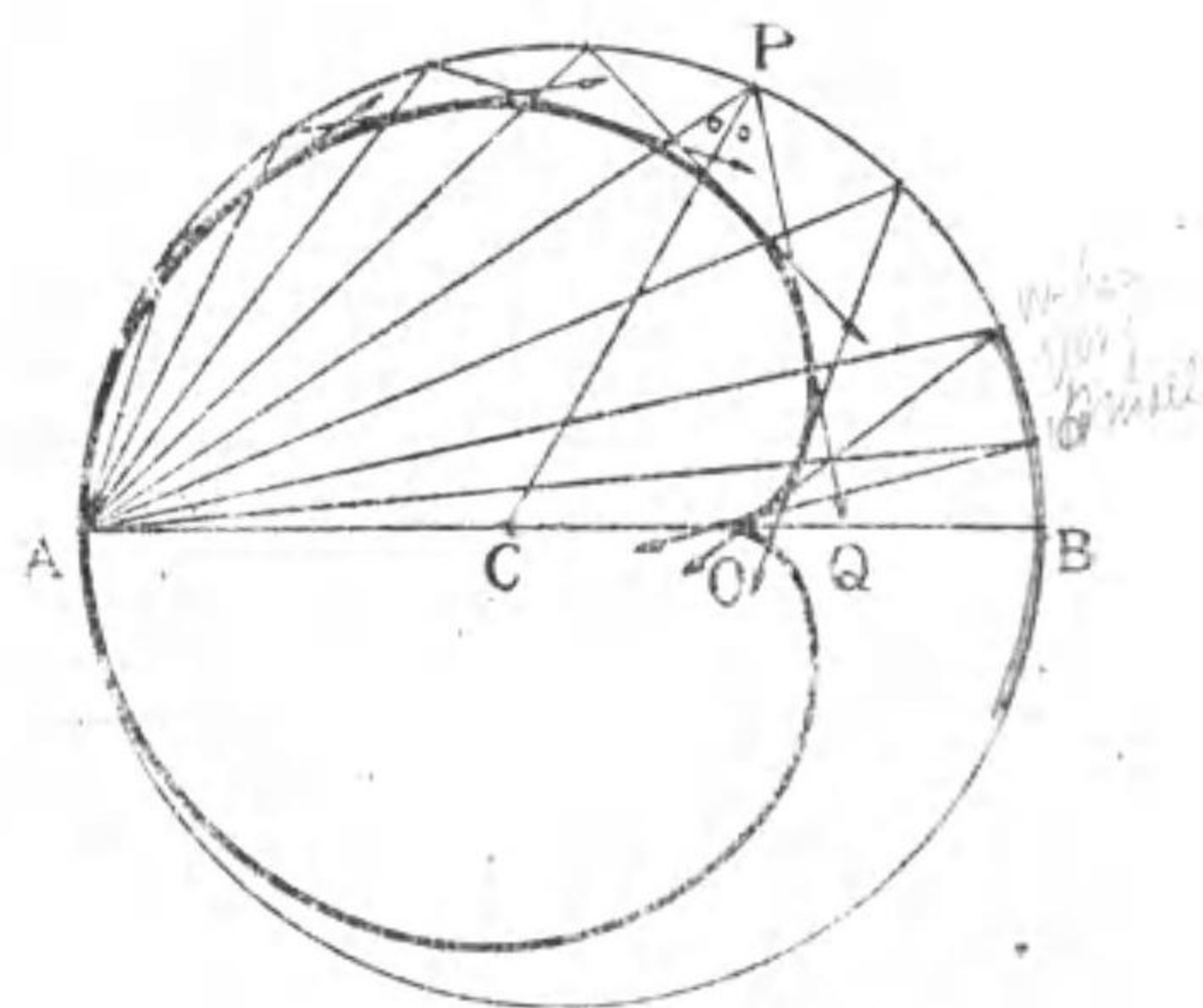
尙「カーデオイド」

ニ就イテハ § 142 ノ 3 (410頁)ヲ参照セヨ。

【註】<sup>12</sup> 即チ此ノ時ハ圓ノ中心ヲCトスレバ

$$\angle APC = \angle CPQ$$

ニシテ此ノ如キPQノ線ノスペテニ切スル線ガ「カーデオイド」デアアル。此ノ如キ線ヲ包絡線 envelope トイフ。



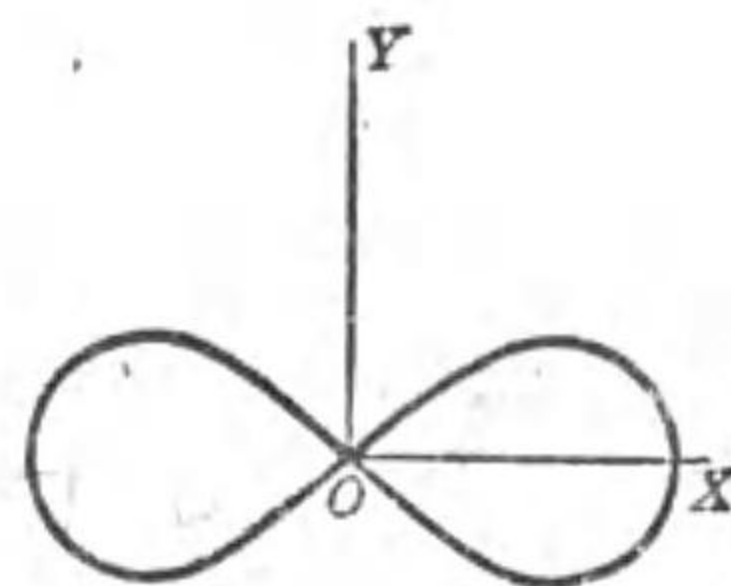
§ 139. レムニスケート

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta$$

- (1)  $r$  ハ自乗ノ項ノミナルヲ以テ極ニ關シテ對稱デアアル。
- (2)  $\theta$  ノ符號ヲ變ズルモ  $r$  ノ値ハ變ラナイカラ首線ニ關シテ對稱デアアル。
- (3)  $\theta = 0$  ナラバ  $r = \pm a$  即チ首線ヲ  $a$ , 及ビ  $-a$  ニテ截ル。

(4)  $\theta = 45^\circ$  ナラバ  $r = 0$

$\theta$  ガ  $45^\circ$  ヨリ大ニシテ  $135^\circ$  ニイタル間ハ  $\cos 2\theta$  ノ値ガ負ナル故  $r$  ハ虚數トナル  
即チ



$$45^\circ < \theta < 135^\circ$$

ノ間ニハ點ハナイ。

(5)  $\theta = 135^\circ$  ナラバ  $r = 0$   
 $\theta = 180^\circ$  ナラバ  $r = \pm a$

以下同様ノ事ヲ繰返ス。其ノ結果ハ上ノ如キ「グラフ」トナル。之ヲレムニスケート lemniscate トイフ。

§ 125 ニ述ベタル所ニ依リ

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

ヲ上式ニ代入シテ直坐標ニ依ル式トナサンニ

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{y^2}{x^2 + y^2} - \frac{x^2}{x^2 + y^2}$$

$$x^2 + y^2 = a^2 \left( \frac{y^2 - x^2}{x^2 + y^2} \right)$$

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 (y^2 - x^2)$$

即チ此ノ方程式ハレムニスケート lemniscate ヲ表ハス。コレ § 113 ノ問題 (6) ニ於テ既ニ述ベタル所デアアル。

§ 140. アルキメデスノ螺線



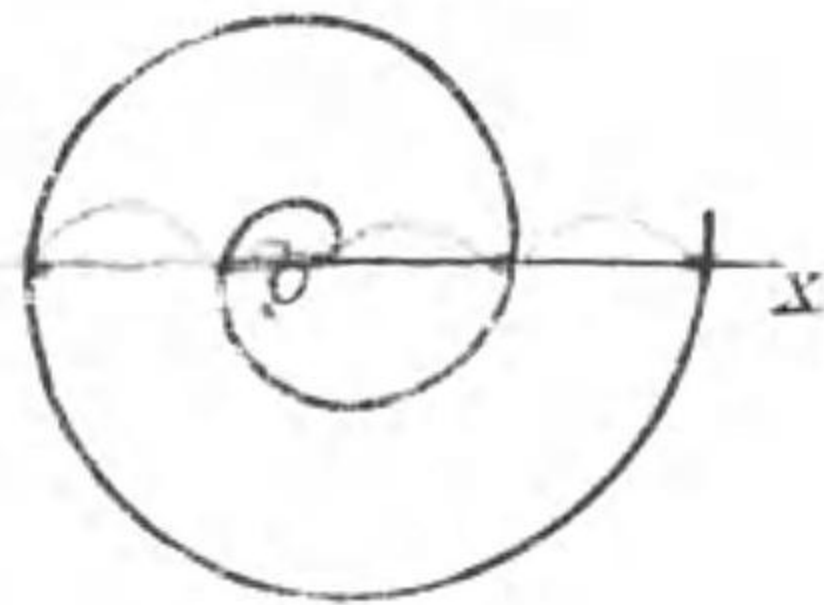
螺線 spiral ニハ種々ノ種類アルモ總テ之ヲ極坐標ニ依ツテ表ハスガ簡便デアル。本節ニハ其ノ中最モ簡單ナル

$$r = a\theta$$

ノ「グラフ」ニ就テ述ベヨウ。

此ノ「グラフ」ノ特徴トイフベキモノハ

- (1) 首線 OX ガ極ニ於ケル切線デアル。
- (2) 首線ヲ常ニ等長  $2\pi a$  ニテ截ル。
- (3)  $\theta = 1$  即チ 1「ラディアン」 =  $57^\circ 17'45''$  ノ時  $r = a$  デアル。



之ヲ描クニハ角ノ單位トシテ「ラディ

アン」ヲ用フ。(§125 参照) 今  $a = 1$  トスレバ

$\theta$	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$	$105^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$
$r$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$
$r'$ 近似値	0	0.262	0.524	0.785	1.047	1.309	1.571	1.833	2.094	2.356

$\theta$	$150^\circ$	$165^\circ$	$180^\circ$	$195^\circ$	$210^\circ$	$225^\circ$	$240^\circ$	$255^\circ$	$270^\circ$
$r$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\pi$	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{17\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{2}$
$r'$ 近似値	2.618	2.880	3.142	3.403	3.662	3.927	4.189	4.451	4.713

$\theta$	$285^\circ$	$300^\circ$	$315^\circ$	$330^\circ$	$345^\circ$	$360^\circ$ ( $0^\circ$ )	$375^\circ$ ( $15^\circ$ )	$390^\circ$ ( $30^\circ$ )
$r$	$\frac{19\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{23\pi}{12}$	$2\pi$	$\frac{25\pi}{12}$	$\frac{13\pi}{6}$
$r'$ 近似値	4.975	5.236	5.498	5.760	6.022	6.283	6.545	6.807

$\theta$	$405^\circ$ ( $45^\circ$ )	$420^\circ$ ( $60^\circ$ )	$435^\circ$ ( $75^\circ$ )	$450^\circ$ ( $90^\circ$ )	$465^\circ$ ( $105^\circ$ )	$480^\circ$ ( $120^\circ$ )	$495^\circ$ ( $135^\circ$ )	$510^\circ$ ( $150^\circ$ )
$r'$ 近似値	7.07	7.33	7.59	7.85	8.12	8.38	8.64	8.90

$\theta$	$525^\circ$ ( $165^\circ$ )	$540^\circ$ ( $180^\circ$ )	$555^\circ$ ( $195^\circ$ )	$570^\circ$ ( $210^\circ$ )	$585^\circ$ ( $225^\circ$ )	.....
$r'$ 近似値	9.16	9.43	9.69	9.95	10.21	.....

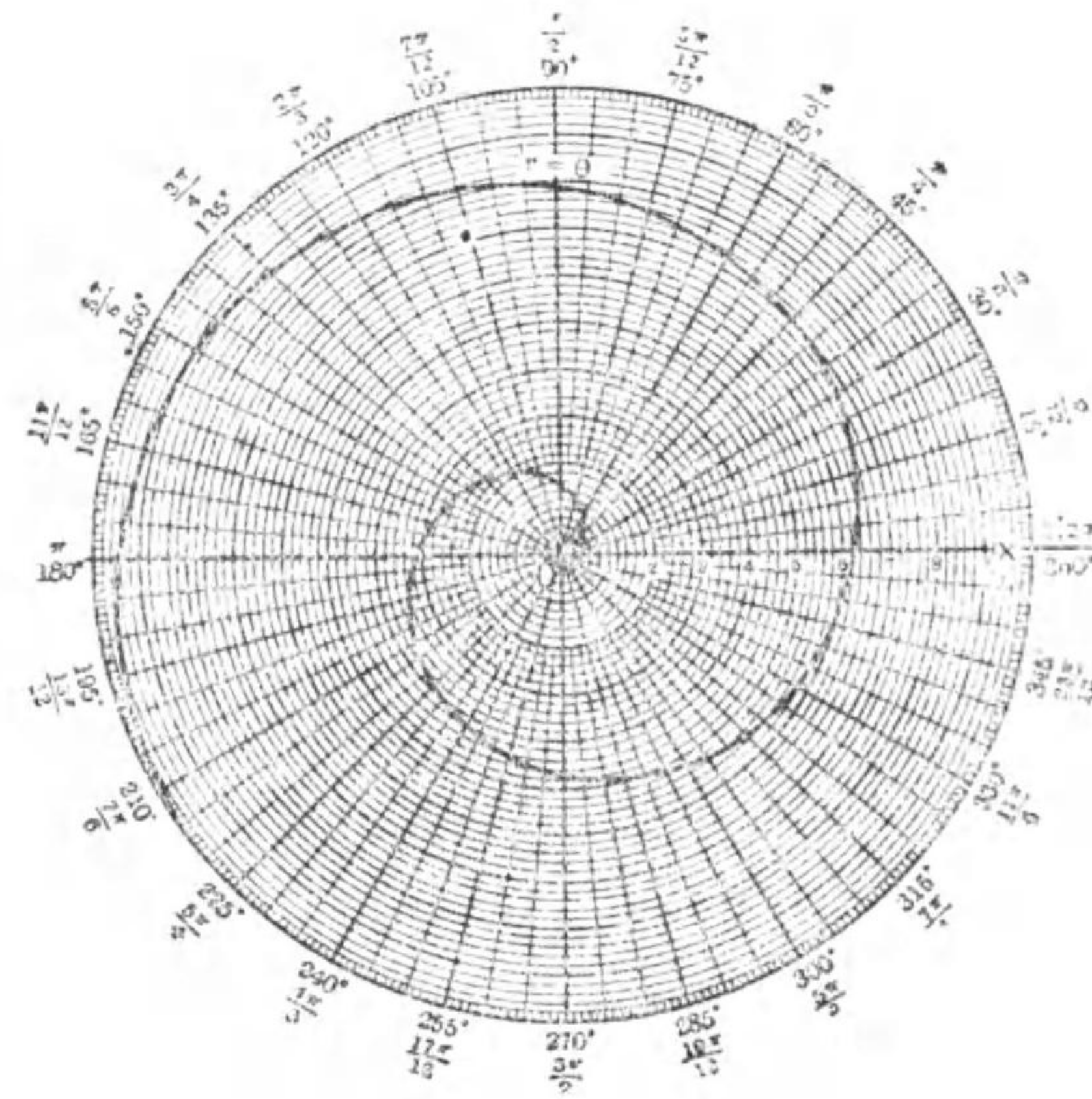
此ノ表ニ依ツテ點ヲ求メ「グラフ」ヲ描ケバ下ノ如キ螺線ヲ得。之ヲアルキメデスノ螺線 spiral of Archimedes トイフ。

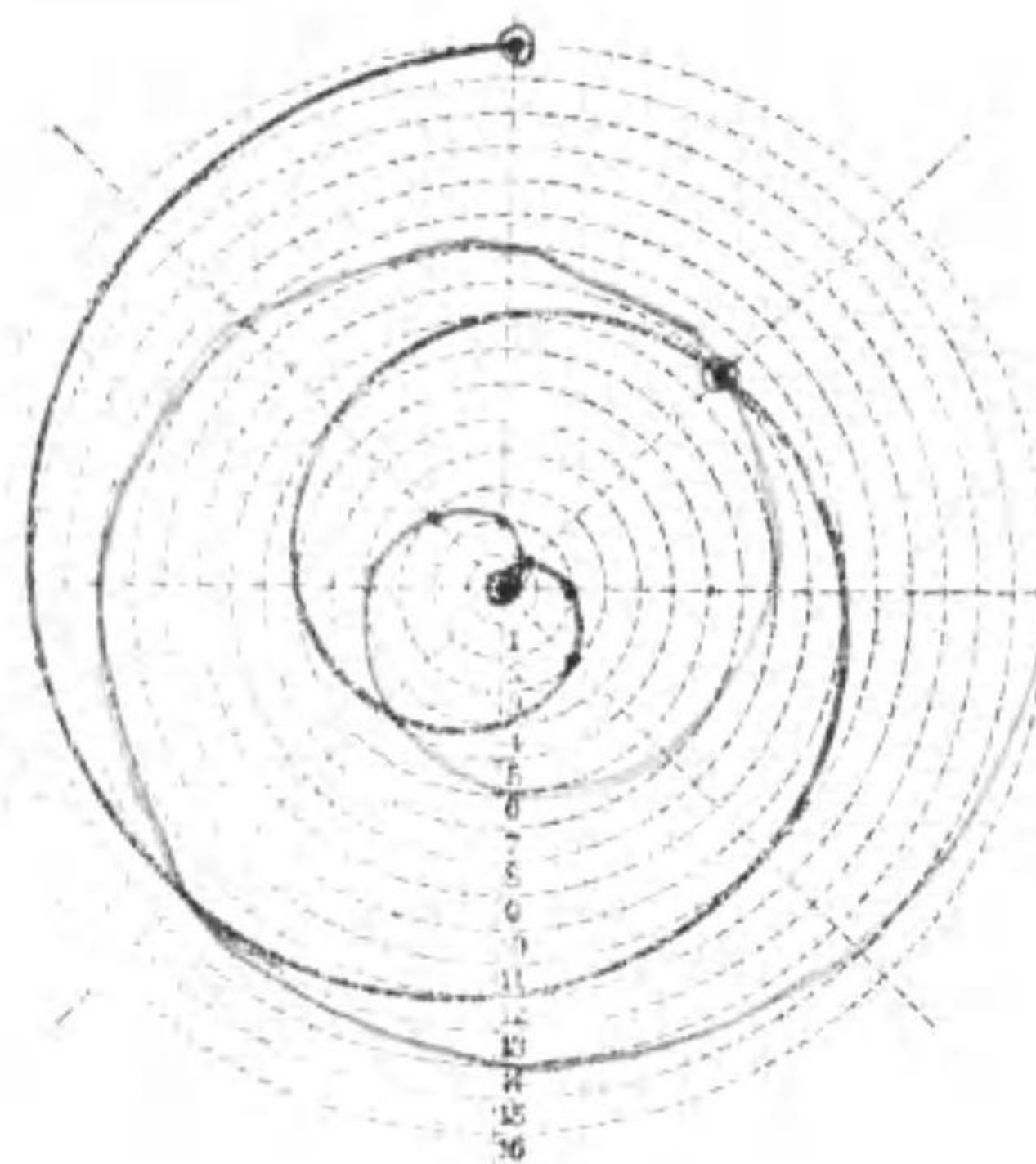
此ノ螺線ノ方程式

$$r = a\theta$$

ハ直坐標ニ於ケル直線ノ方程式

$$y = mx$$

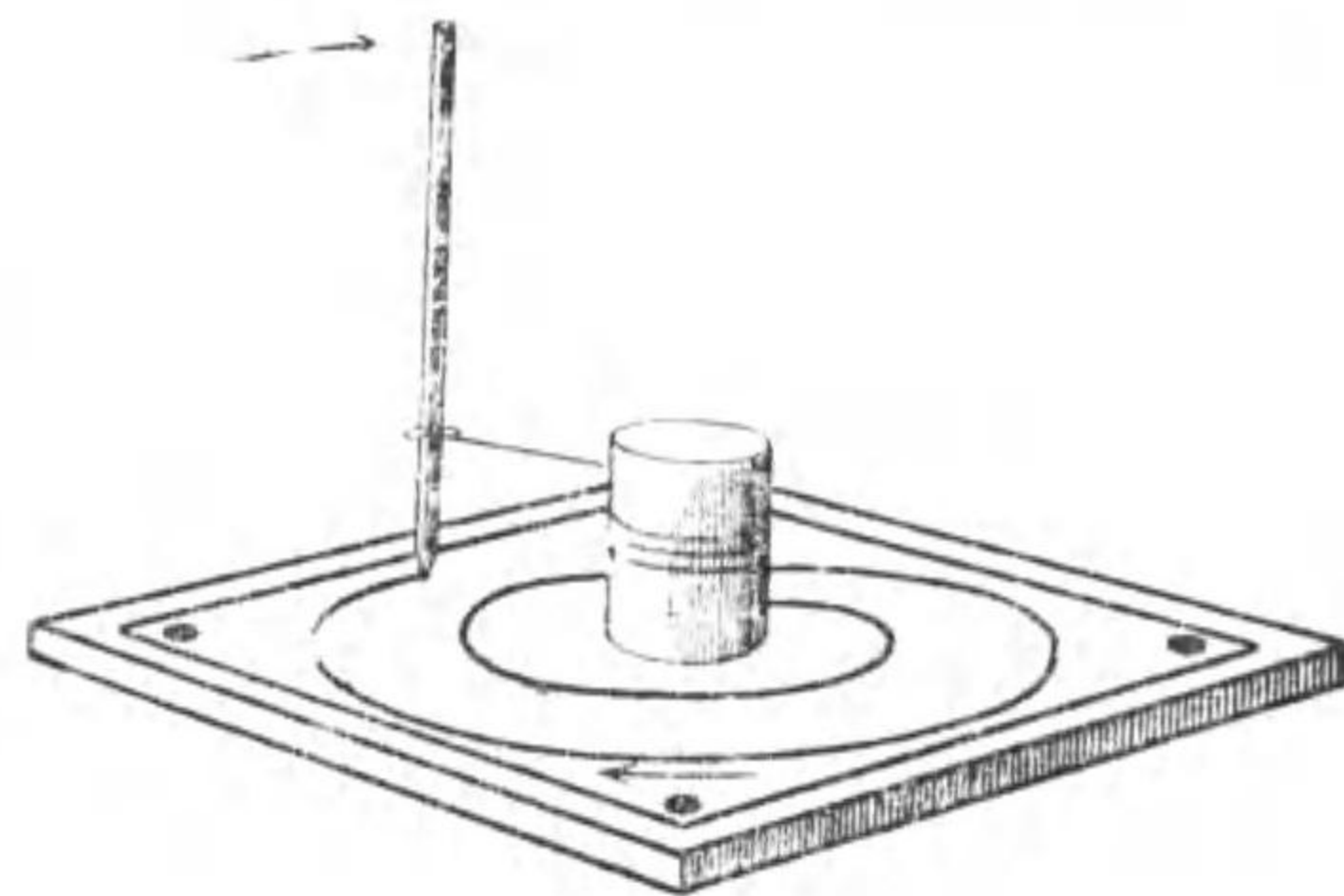




ニ類似スルモノニシテ、其ノ「グラフ」ハ螺線中デ最モ簡單ナモノデアル。

「アルキメデス」ノ螺線ヲ描クニハ又左ノ如クスルモヨイ。例ヘバ周角ヲ8等分シタル線ガ等距離ニアル同心圓ヲ截ル點

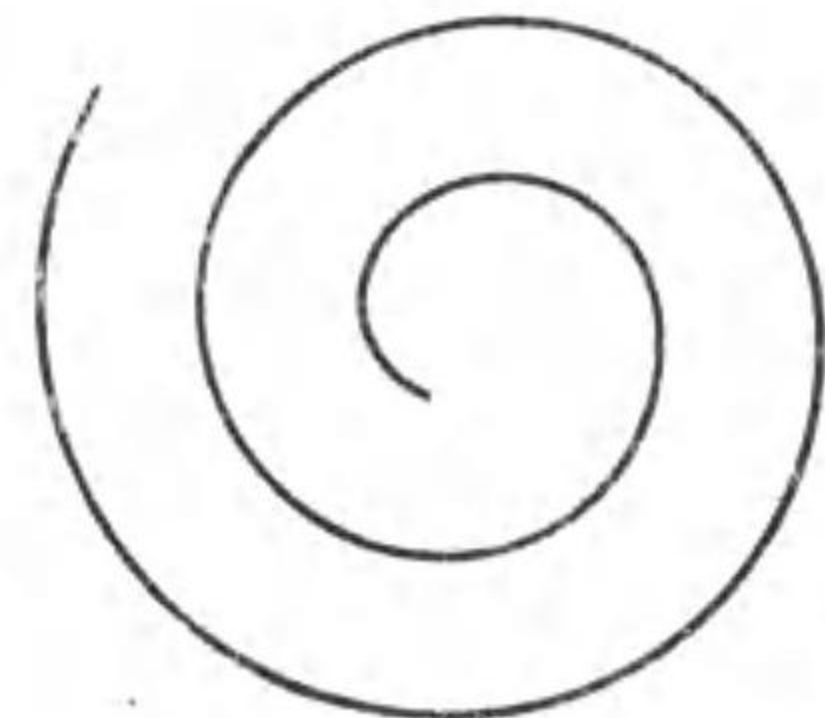
ヲ順次外ノ方ヘ向ケテ結ンデ行ク事上ノ如クスレバ8番目ノ同心圓ニ於テ一周シ、16番目ノ同心圓ニテ二周スル「アルキメデス」ノ螺線ヲ得ル。



又半径  $a$  ナル圓筒ニ糸ヲ卷キツケ、糸ノ尖端ニ鉛筆ヲツケテ糸ヲ解キナガラ鉛筆ヲ動カス時ハ「アルキメデス」ノ螺線

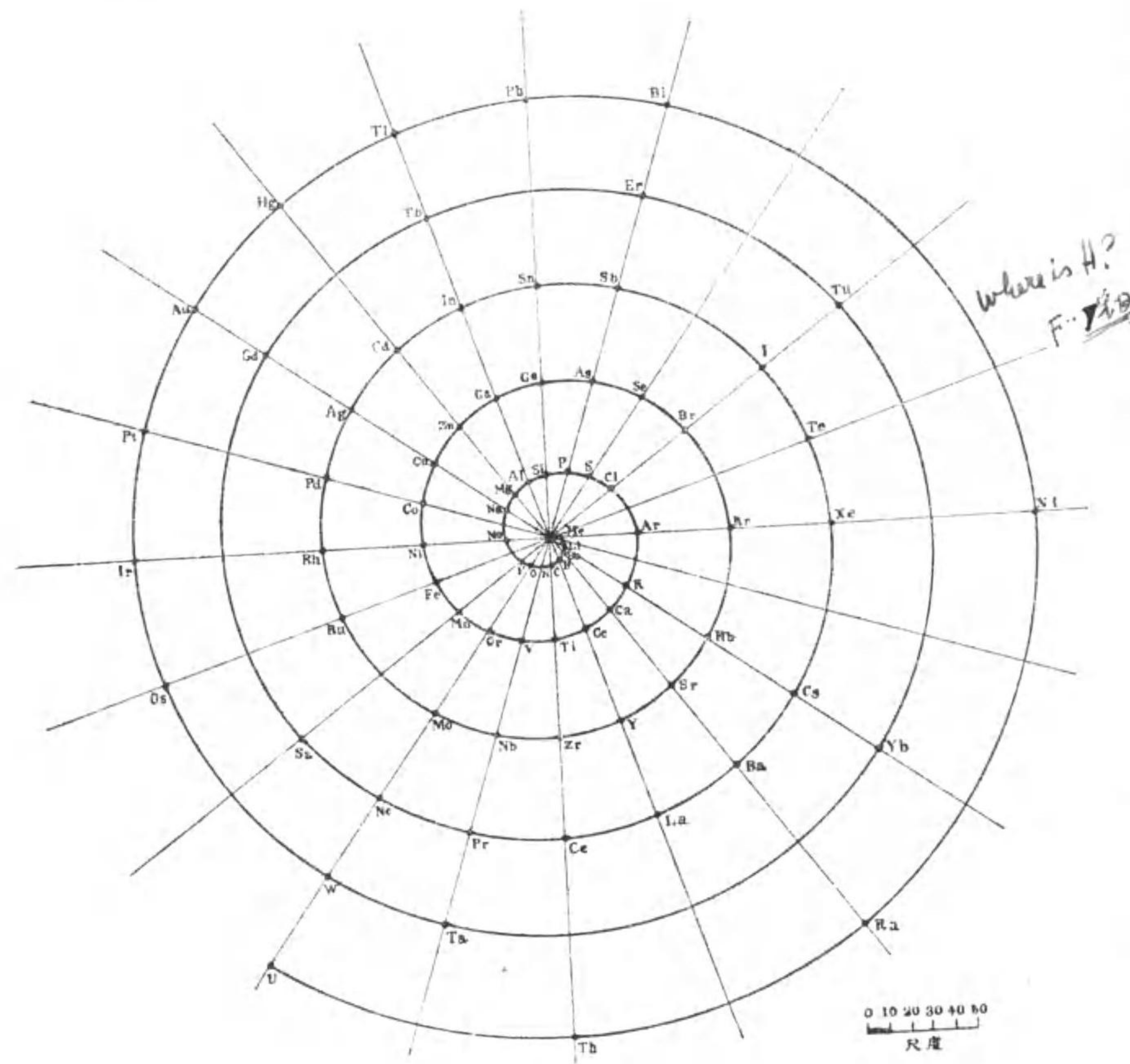
$$r = a\theta$$

ヲ得ル。但シ糸ハ常ニ同一平面上ニ引キ張ラレナ



ガラ動く事ヲ要ス。

總テ元素ノ性質ハ原子量ニ準ジテ變遷スルモノニシテ其ノ間ニハ極メテ規則正シキ法則即チ周期律ノ存在スル事ハ化學ノ示ス所デアル。此ノ週期ノ變遷ト原子量トノ關係ヲ表ハスニ「ローター・マイエル」Lothar Meyer ハーツノ「グラフ」ヲ考案シタ。更ニ「エルドマン」Erdmann 及ビ「コエトネル」Koethner ノ考案ニナル「グラフ」ハ次ノ如ク「アルキメデス」ノ螺線ヲナシテ居ル。

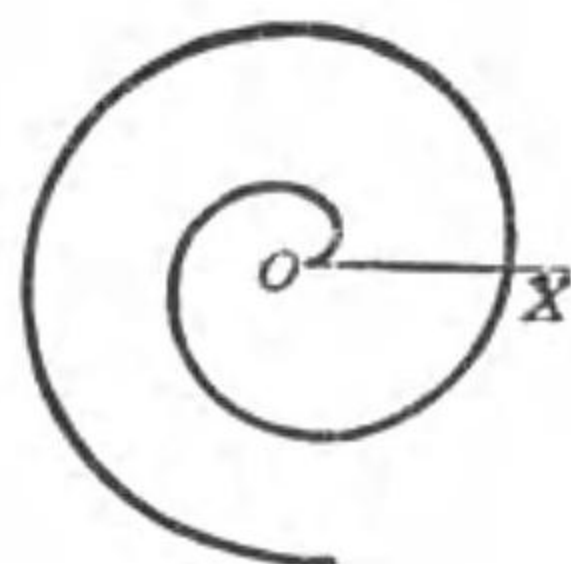


説明 此ノ「グラフ」ハ一定點(極)ヲ過グル 10 本ノ直線ヲ引キ周角ヲ都合 20 = 區劃シ、二直線間ノ角ヲ 18 度トスル。任意ノ長サヲ定メテ單位トシ、之ニ依ツテ各元素ノ原子量ニ相應スル長サヲ極ヨリ此ノ線上ニトル。カクシテ求メテ點ヲ順次ツラネタモノデアアル。此ノ時酷似ノ性質ヲ有スル元素ハ同一直線上ニナラフ。圖中文字ヲ記入セザル點ハ其ノ點ニ相應スル元素ノ理論上存在ス。キ筈デアアルガ未ダ發見サレナイモノデ、現ニ「エルトマン」等ノ挿ケルモノニハ Ra (ラジウム), Nt (ラザウム, エマネチオン) 等ハナカツタガ今日ノ既ニ發見セラレテ居ル。

【註】\*3 「ローター・マイエル」ノ考案シタ「グラフ」ハーツノ「カーヴ」デアアルガ規則正シク元素ノ諸性質ヲ表ハシテ居ル。

### § 141. 其他ノ螺線

#### 1. 拋物線的螺線 parabolic spiral



$$r^2 = a^2 \theta$$

此ノ式ヲ書キ換ヘテ

$$r = \pm a\sqrt{\theta}$$

即チ  $\theta$  ノ一値ニ對シテ  $r$  ハ正負二値アル。故ニ原點ニ關シテ對稱ニシテ極ヲ過グル任意ノ

直線ハ極ヨリ等距離ノ點ニテ此ノ「グラフ」ヲ截ル。

點ハ前節ノ「アルキメデス」ノ螺線ト同様ニ  $\theta$  ヲ「ラディアン」ニテ測ツテ  $r$  ノ値ヲ定メル事ニヨリ求メラレル。

此ノ螺線ノ形ハ「アルキメデス」ノ螺線ト稍似テ居ルガ外ニ向ツテ擴ガル程度ガ少イ。此ノ「グラフ」ハ拋物線

$$y^2 = ax$$

ニ相當スルモノデ之ヲ拋物線的螺線 parabolic spiral トイフ。

#### 2. 双曲線的螺線 hyperbolic spiral

$$r\theta = a$$

$$\theta = 0 \quad \text{ナラバ} \quad r = \infty$$

ニシテソレヨリ  $\theta$  ガ大ナルニ從ツテ  $r$

ハ小トナル。コレハ直角双曲線

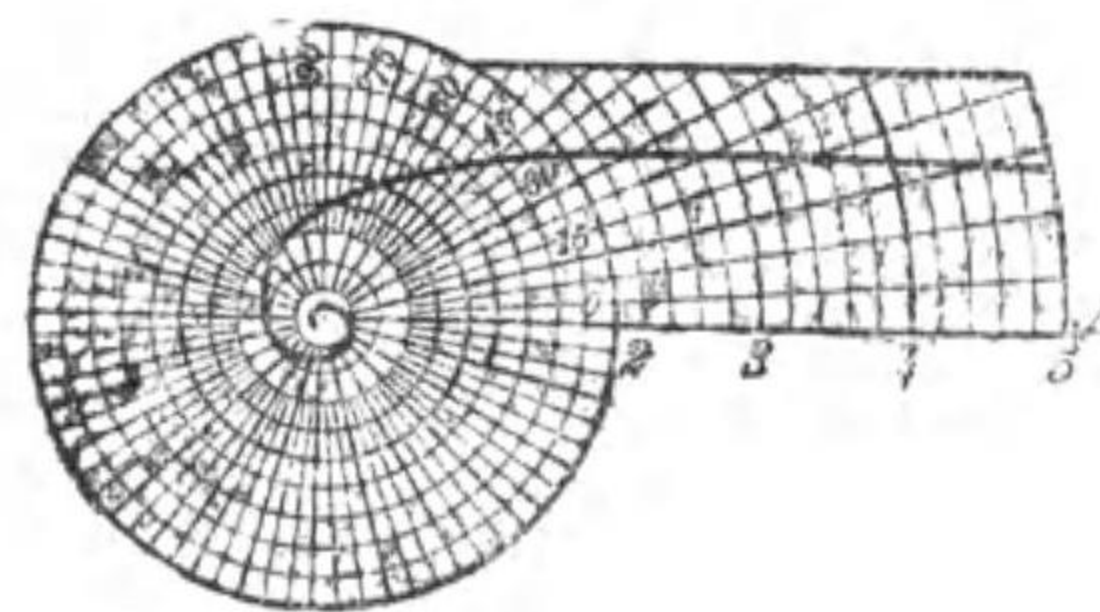
$$xy = k$$

ニ相當スルモノニシテ漸近線ヲ有シテ居ル。之ヲ双曲線的螺線 hyperbolic spiral トイフ。又此ノ式ハ

$$r = \frac{a}{\theta}$$

ト書キ直ス時  $r$  ハ  $\theta$  ノ分數函數ニシテ  $a = 1$  ノ時ハ  $\theta$  ノ逆數デアアル。之ニ依ツテ又此ノ曲線ヲ逆數螺線 reciprocal spiral トモイフ。

例題 1. 次ノ「グラフ」ヲ描ケ。



$$r = \frac{70}{\theta}$$

但シ  $\theta$  ハ度ヲ表ハス數トス。

$\theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots$  ト種々ノ値ヲ入レテ之ニ對應スル  $r$  ノ値ヲ求メ、點ヲウツテ進ムトキ左ノ如キ曲線ヲ得。

#### 3. 對數螺線 logarithmic spiral

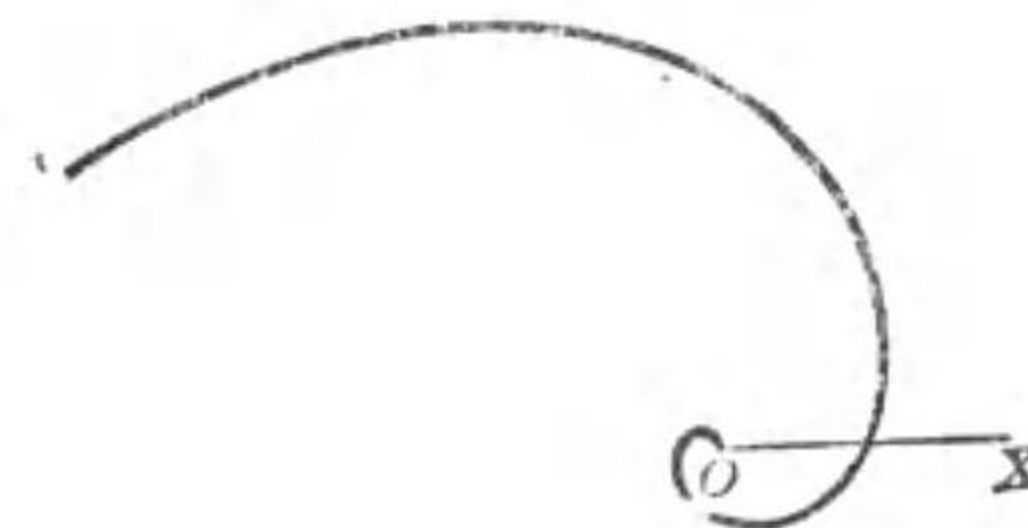
$$r = e^{a\theta} \quad \dots (1)$$

$$\text{又ハ} \quad \log r = a\theta \quad \dots (2)$$

(1)ノ式ハ指數函數

$$y = e^x$$

ニ相當シ、(2)ノ式ハ對數函數



$$\log y = x$$

ニ相當スル。即チ此ノ「グラフ」ハ指數曲線及ビ對數曲線ニ相當スルモノデ之ヲ對數螺線 logarithmic spiral トイフ。

上ニ述べタルモノハ底ヲ  $e$  トセルモノデアツタガ、之ハ敢テ  $e$  デナクトモヨイ。即チ一般ニイフナラバ

$$r = b^{a\theta} \dots\dots (3)$$

$$\log_b r = a\theta \dots\dots (4)$$

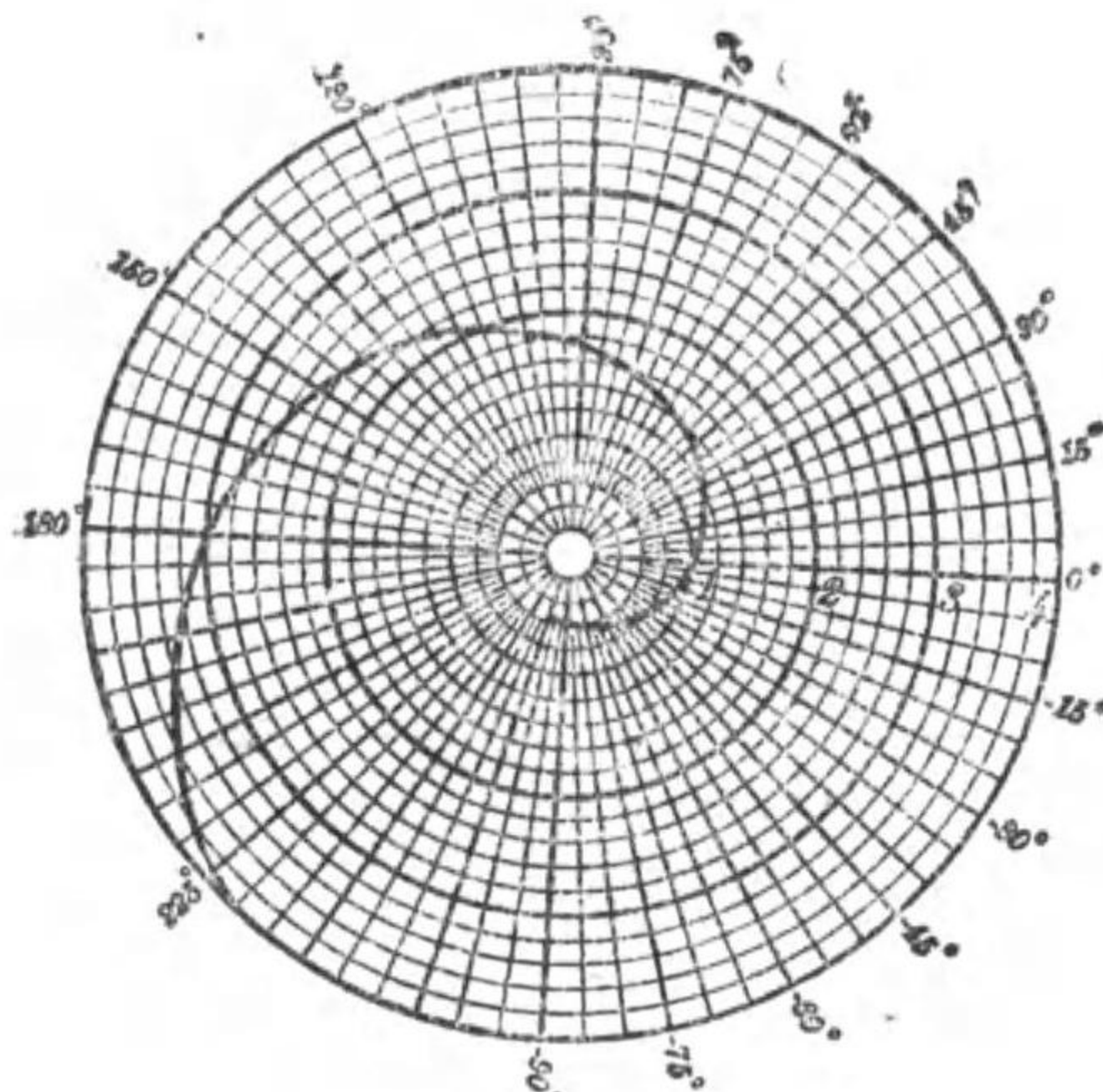
ノ「グラフ」ガ對數螺線デア  
ル。

例題 2. 次ノ「グラフ」ヲ描ケ。

$$r = 3^{\frac{1}{180}\theta}$$

但シ  $\theta$  ハ度ヲ表ハス數トス。

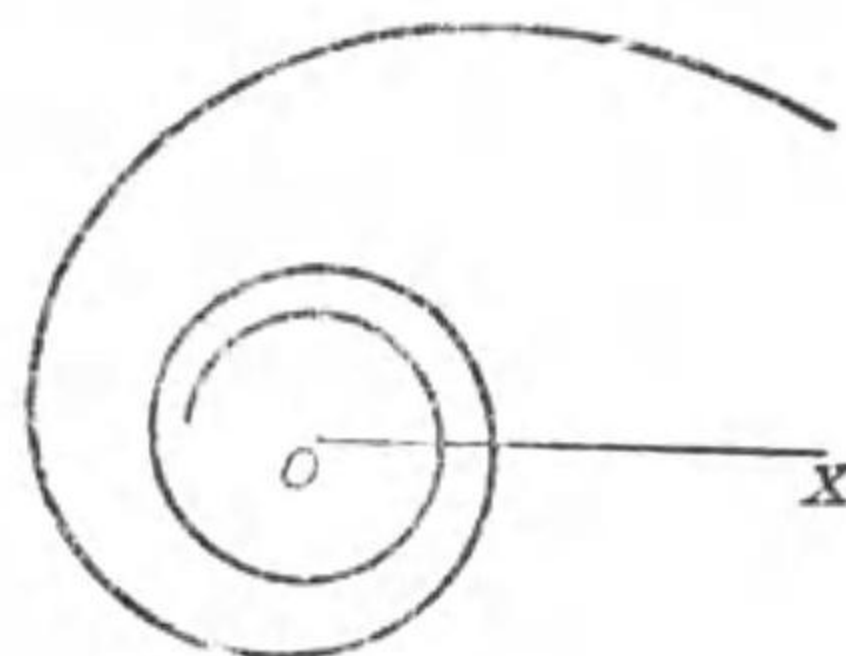
$\theta = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots\dots$  ト順次値ヲ入  
レテ之ニ對應スル  $r$  ノ値ヲ求メ、  
カクシテ點ヲ定メテ行ケバ左ノ如  
キ對數螺線ヲ得ル。



4. トラムベツト trumpet

$$r^2\theta = a^2$$

ノ「グラフ」ニシテ右ノ如キ螺線デア  
ル。



§ 142. 其他ノ極坐標ニ依ルグラフ

前節マデニ述べナカッタ「グラフ」ニ就キ簡單ニ述べヨウ。

(1)  $r = \sin^2 \theta$

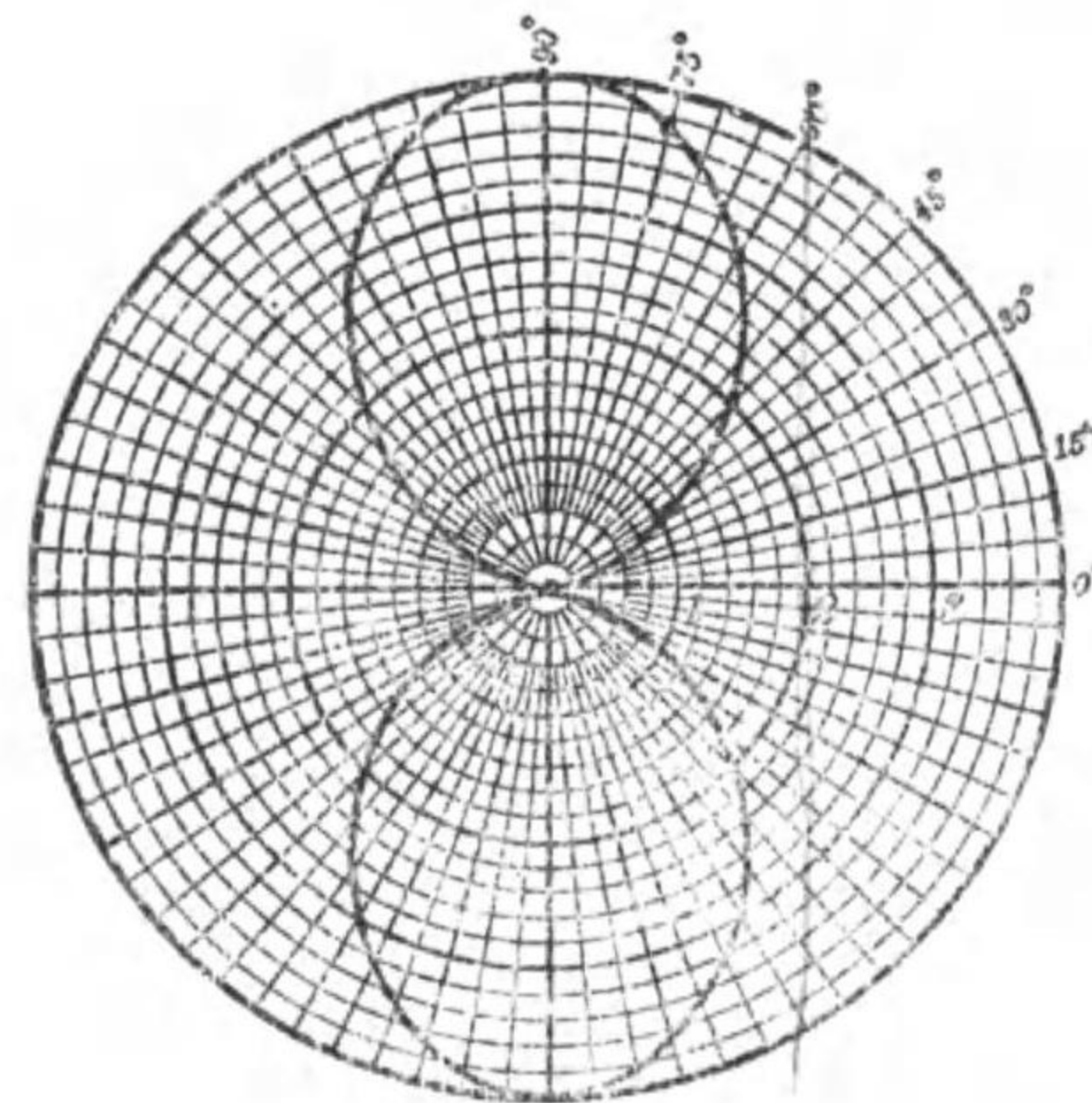
§ 128 ニ述べタル

$$r^2 = 4^2 \cos 2\theta$$

ニ似テ居ルシ、更ニ § 127 ニ  
述べタル

$$r = a \sin 2\theta$$

ニモ似テ居ル。即チ首線ニ關  
シテ對稱デアリ、又極ニ關シ  
テモ對稱ニシテ次ノ如キ表ニ  
依リ上ノ如ク二ツノ環ヨリ成  
ル「グラフ」ヲ得。



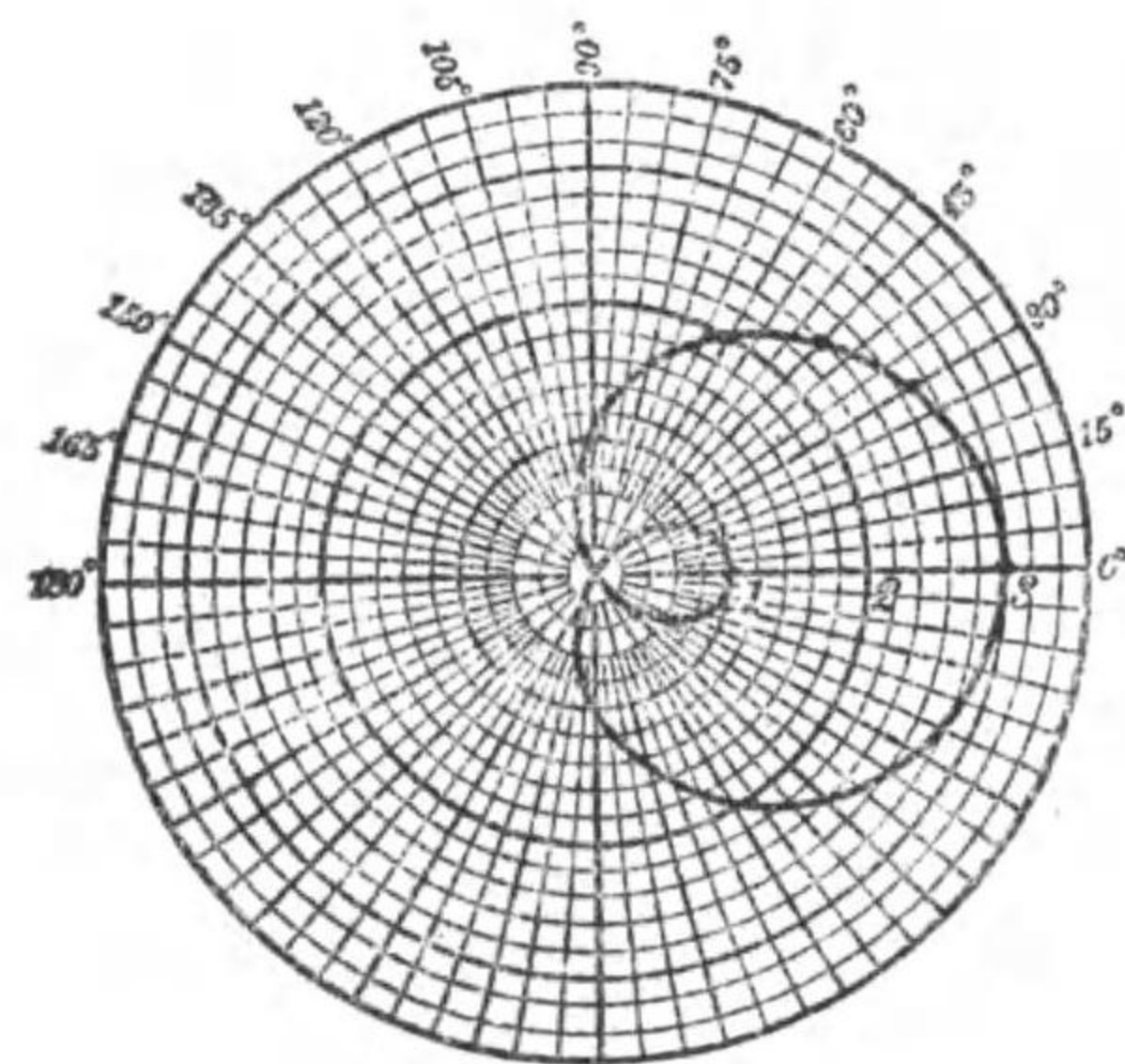
$\theta$	$0^\circ$	$10^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$r$	0	1	2	3	4

(2)  $r = 1 + 2 \cos \theta$

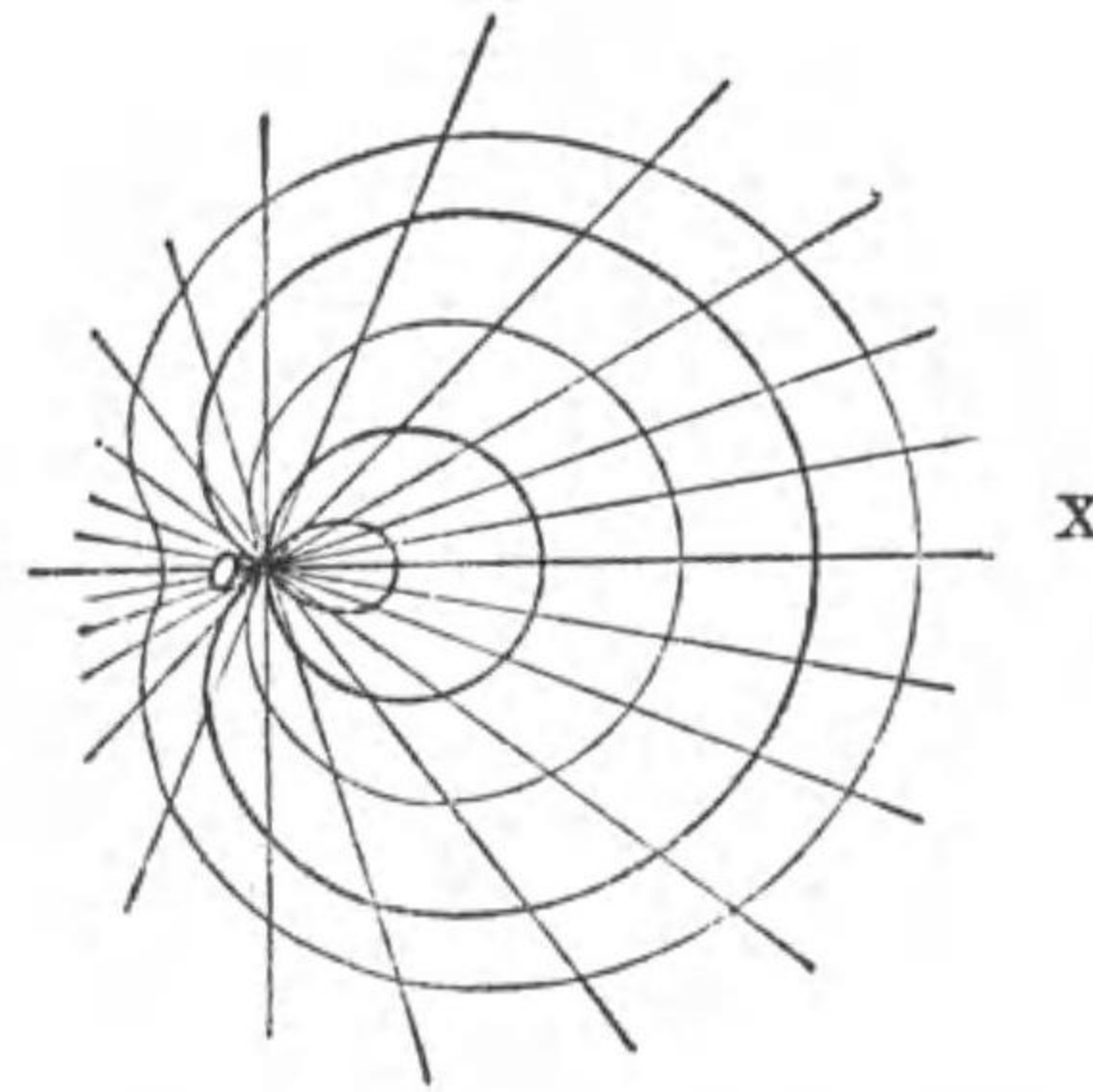
§ 138 ニ述べタル「カーデ  
オイド」

$$r = a(1 - \cos^2 \theta)$$

ニ似タ形デア  
ル。首線ニ關シ  
テ對稱ニシテ、次ノ如キ表ヨ  
リ左ノ如キ「グラフ」ヲ得。



$\theta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$r$	3	$1 + \sqrt{3}$	$1 + \sqrt{2}$	2	1	0	$1 - \sqrt{2}$	$1 - \sqrt{3}$	-1



## (3) 「パスカル」ノ「リマソーン」

前頁ノ(2)ニ述ベタルモノ、更ニ一般ノ形ハ

$$r = 2a \cos \theta + k$$

デアル。kニ種々ノ値ヲ入レル時ハ左ノ如ク形ノヤ、類似セル種々ノ曲線ヲ得。

コレ等ノ曲線ヲ總稱シテ「パス

カル」ノ「リマソーン」Limaçon of Pascal トイフ。a = 1, k = 1 ナラバ即チ前頁ニ示シタ曲線ヲ得。

又上圖ニテモ知ラル、ガ如ク此ノ「リマソーン」ノ或ル特別ナ場合ガ即チ § 138ニ述ベタル「カーデオイド」デアル。特ニ 399 頁ニ示シタル「カーデオイド」

$$r = a(1 + \cos \theta)$$

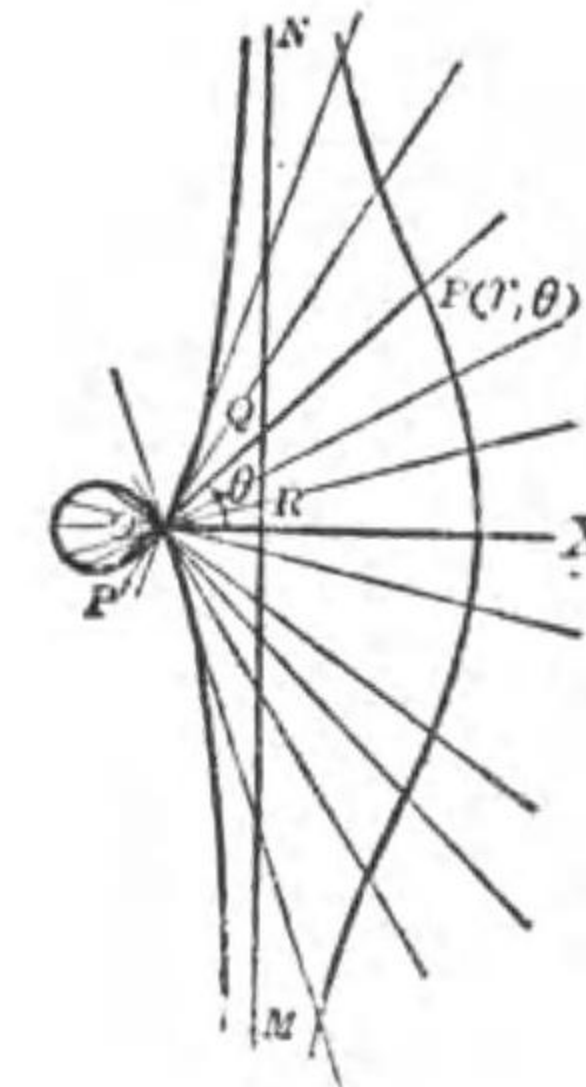
ト上式トヲ比較シテ見レバ一層明カニシテ、特ニ「リマソーン」ノ

$$k = 2a$$

ノ場合ガ「カーデオイド」デアル。

## (4) 「ニコメデス」ノ「コンコイド」

既ニ § 64ノ(2)(216頁)ニ示シタル「ニコメデス」ノ「コンコイド」Conchoid of Nichomedes ヲ再ビ極坐標ニヨツテ表ハシテ見ヨウ。一直線 OQ ガ定點 Oノマハリニ動キ、OQ 上ノ定點 Q ガ他ノ定直線 MN 上ニアルトキ、OQ 上 Qヨリ一定ノ距離 QP ニアル點 P (Qノ兩方向ニトル)ノ描ク軌跡ガ「コンコイド」デアル。(§ 64参照) 故ニ



定點 Oヲ極トシ、定直線 MNニ垂直ナル直線ヲ首線トスル時ハ

$$r = OP (=OP')$$

$$= OQ \pm QP$$

$$= OR \sec \theta \pm QP$$

OR, QPハ一定ナレバ之ヲ a, bトスルトキ

$$r = a \sec \theta \pm b$$

コレハ極坐標ニ依ル「コンコイド」ノ式ニ

シテ其ノ「グラフ」ハ即チ上ノ如クナル。

## 第十三章 ノモグラフィ

### § 143. ノモグラフィ總説

「グラフ」ハ最近ニ於テ著シク發達シ來リ、一方ニハ發表ノ方便トシテ通俗的方面ニ盛ニ用ヒラレ、他方又計算ノ手段トシテ各種ノ方面ニ利用サレルヤウニナツタ。其ノ後者ハ佛國「バリー」ノドカニュー教授 M. d'Ocagne<sup>\*1</sup> ノ手ニ依リ應用數學ノ一分科ト迄發達シ、之ヲノモグラフィ— nomography<sup>\*2</sup> ト呼ビ、之ニ用ヒラレル「グラフ」ヲノモグラフィ nomograph ト云フニ至ツタ。米國ノ「ペッドル」Peddle 教授、英國ノ「エワート」Ewart 氏、獨國ノ「ルンゲ」Runge 教授等モ亦斯學ノ發達ニ努メル所アリ、今ヤ漸ク世人ノ注目ヲ得ルヤウニナツテ來タ。

然ラバ「ノモグラフィ」トハ何か。定義ヲ下ス前ニ先ヅ其ノ内容ヲ考ヘテ見ヨウ。同一種ノ計算ヲ再三スル事ノ煩些ト往々之ニ伴フ誤

【註】\*1 ドカニュー教授ノ「ノモグラフィ」ニ關スル著書ニハ

“Traité de Nomographie. (1899, Paris.)”

“Calcul Graphique et Nomographie. (1914, Paris.)”

ガアリ共ニ「ノモグラフィ—」ノ權威デアアル。

\*2 nomography ヲ谷村工學士ハ計算圖表學ト譯シ、且ツ nomograph ヲ計算圖表ト呼ンデ居ラレル。同氏ノ著「理論應用圖表計算學」ハ斯學ノ邦文ノ著書ニシテ主トシテ工學方面ヘノ應用ガ詳説シテアル。

小倉理學博士ノ「圖計算及ビ圖表」モ亦此ノ方面ノ有力ナル參考書デアアル。

算トヲ防グ爲ニ表 table ハ屢用ヒラレル所デアアル。例ヘバ平方根ヲ度々必要トスルモノハ平方根表ヲ用ヒ、複利ノ計算ヲスル爲ニ複利表ガアル。殊ニ科學者、工學者ハ時間ト勞力トノ節約ノ爲ニ多クノ表ヲ用ヒテ居ル。是レ等ノ表ハ唯其ノ時、其ノ場所ニ於テ一ニ回ノ用ニ供セラレルノミデハナク、幾度デモ反覆使用ガ出來ル。故ニ若シ是レ等ノ表ソノモノヲ「グラフ」ニ描ケバ其ノ「グラフ」ハ反覆使用ニ堪ヘル永久的性質ヲ帶ビルモノデアアル。コレ即チ「ノモグラフィ」デアアル。既ニ述ベタルモノ、中ニテモ換算用「グラフ」、複利ノ「グラフ」、常用對數曲線等ハ皆「ノモグラフィ」デアアル。一般ニ表ヲ「グラフ」ニ描イタモノハ「ノモグラフィ」デアアル。即チ「ノモグラフィ」トハ「グラフ」ニシテ同一種ノ計算ヲ幾度モナス代リニナリ、反覆使用ニタヘル永久的性質ヲ有スルモノデアアル。

茲ニ尙注意スベキハ「ノモグラフィ」ハ反覆使用ニ堪ヘル永久的性質ヲ有スルガ故ニ一種ノ計算ニ對シテ「ノモグラフィ」ヲ作ルナラバソレヲ讀ムニ當ツテモ其ノ度ニ線ヲ引ク必要ナドナク、且ツ讀メバ則チ事足りソレ以上他ノ計算ヲ要スルモノデナイ事デアアル。此ノ點ハ他ノ「グラフ」ト異ル點ニシテ又「ノモグラフィ」ノ長所デアアル。

### § 144. 加法ノノモグラフィ

加法及ビ減法ハ最モ簡單ナル計算ニシテ、多クハ暗算ニヨルガ故ニ其ノ「ノモグラフィ」ハ餘リ効ナキガ如ク見エルガ、數ノ範圍ヲ相當大ニシテ大ナルモノヲ作ルトキハ可成リ面白イモノデアアル。茲ニハ紙面ノ都合上唯見本ノ如キ小サイモノヲ示シテオク。

加法ハ被加數  $x$ , 加數  $y$ , 及ビ和  $z$  ナル時

$$x + y = z$$

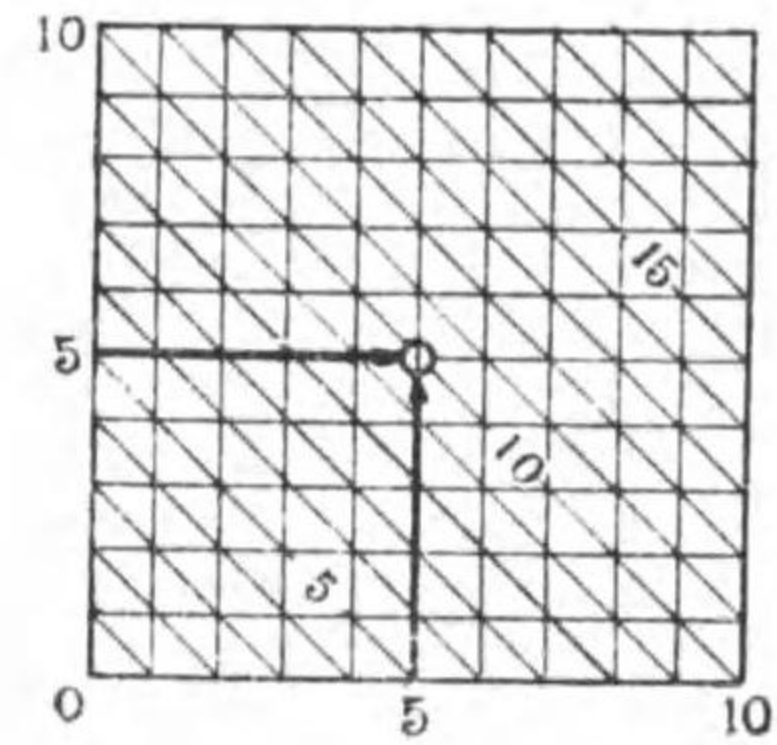
ノ式ニ表ハサレルモノニシテ  $x, y, z$  共ニ變數デア。然ルニ三ツノ變數ヲ函ム式ヲ平面「グラフ」ニ表ハス事ノ出來ナイ事ハ既ニ § 12 ニ述ベタル所デア。故ニ唯一ツノ線ヲ以テスル事ハ出來ナイ。今和  $z$  ガ常數ナル時, 即チ和ガ常ニ一定ナル場合ヲ考フルニ

$$x + y = a$$

ノ「グラフ」ハ直線デア。且ツ此ノ直線ハ兩軸ヲ共ニ  $a$  ダケノ所ニテ截リ, 兩軸ト等角  $45^\circ$  (正負ヲ考ヘズ) ヲナス。例ヘバ

$$x + y = 10$$

ハ兩軸ヲ 10 ニ於テ截リ之ト  $45^\circ$  ヲナス直線デア。今此ノ直線ヲ引ク時ハ二數ノ和ノ 10 トナル加法ハ全部ナス事ヲ得。然ルニ加法ニハ勿論和ガ 10 トナル外種々ノ場合ガアル。故ニ此ノ如キ直線ヲ多ク引ク時ハ加法ノ「ノモグラフ」トナル。即チ  $x$  軸ト  $y$  軸トノ等



シキ目盛ノ點ヲ結ベバヨイ。又ハ方眼ノ對角線ヲ引ケバヨイ。左ニ

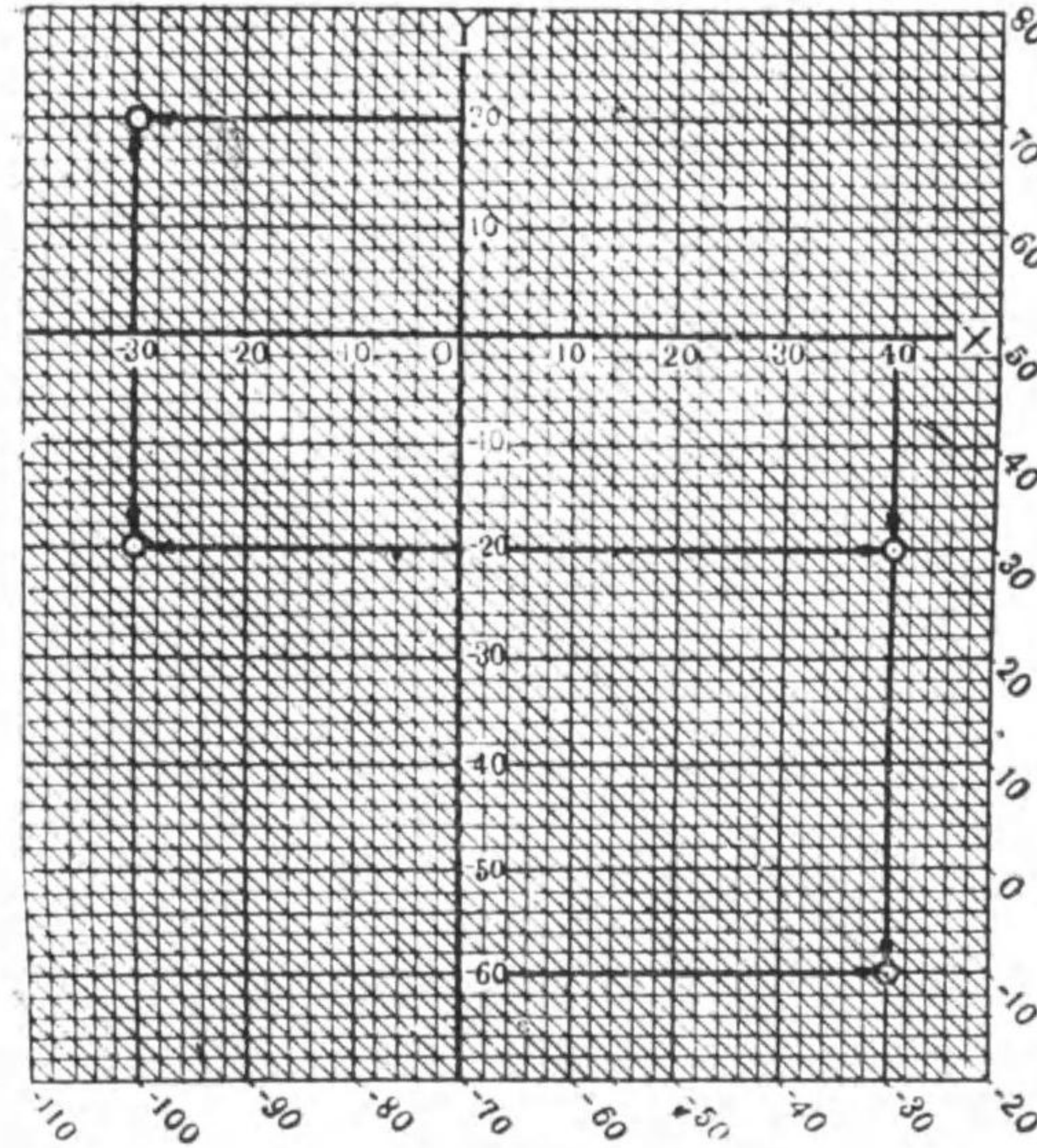
$$5 + 5 = 10$$

ノ場合ヲ矢ヲ以テ示ス。

此ノ時ニ對角線ノ數ガ多ケレバ多イダケ

中間値ヲ讀ムニ都合ハヨイ。然シ之ト同時ニ「グラフ」ガ複雑トナリ讀ムニ混亂シヤスイ缺點ヲ伴フ。普通ハ方眼一ツニ對角線一本ヲ引キ, 兩軸ノ目盛ト對角線ニ施シタ目盛トヲ一致サセル。

上述ノ「グラフ」ハ唯第一象限ノミデア。尙第二, 第三, 第四象



限ヲモ作ル時ハ正數, 負數ヲ含ム加法ヲナス事ガ出來ル。次ニ二三ノ例ヲ示シテオク。

$$40 + (-20) = 20$$

$$40 + (-60) = -20$$

$$-30 + 20 = -10$$

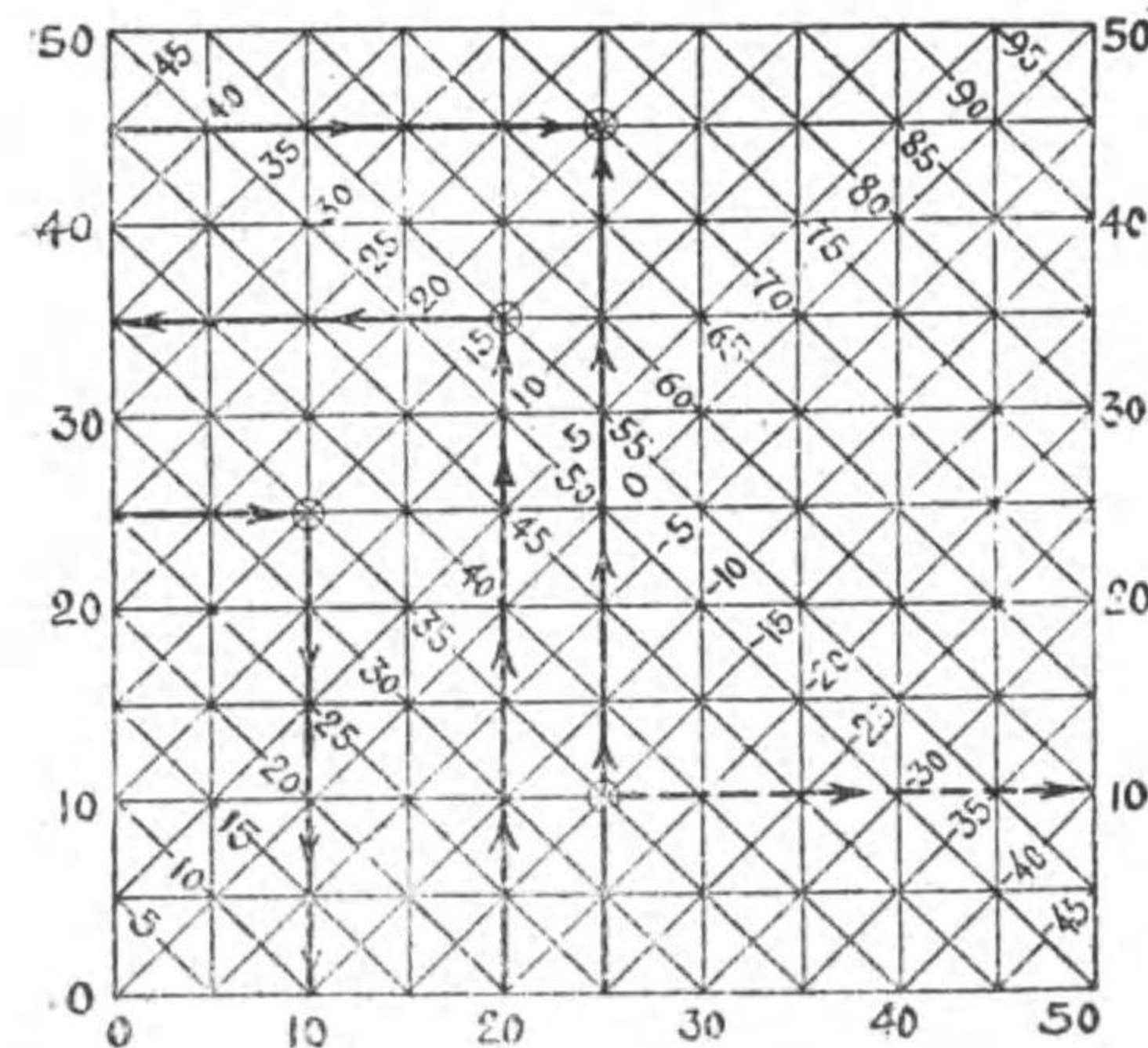
$$-30 + (-20) = -50$$

### § 145. 減法ノノモグラフ

被減數  $y$ , 減數  $x$ , 差  $b$  ナル時減法ハ

$$y - x = b$$

.....(1)



デ表ハサレル。其ノ「グラフ」ハ  $x$  軸ト  $45^\circ$ ,  $y$  軸ト  $-45^\circ$  ノ角ヲナシ,  $y$  軸ヲ  $b$  ニテ截ル直線デア。故ニ加法ノ時ト同様ニ  $b$  ニ種々ノ値ヲ入レテ左ノ如キ直線ヲ引ケバ減法ノ「ノモグラフ」ヲ得。

即チ前節ニ求メタル加法ノ「ノモグラフ」ト直交スル對角線デアアル。  
此「グラフ」ニ依リ減法ヲ行フニハ被減數ヲ  $y$  軸ニトリ、減數ヲ  
 $x$  軸ニトリ、其ノ相交ル點ヲ通ル對角線ノ値  $b$  ヲ讀メバ  $b$  ハ即チ求  
ムル差デアアル。例ヘバ

$$45 - 25 = 20$$

ハ  $y$  軸 45,  $x$  軸 20 ノ兩方ヨリ矢ノ方向ニ進メル線ノ交點ノ對角線  
ノ目盛ニヨリ 20 ヲ得ル。

(1)ノ式ハ又

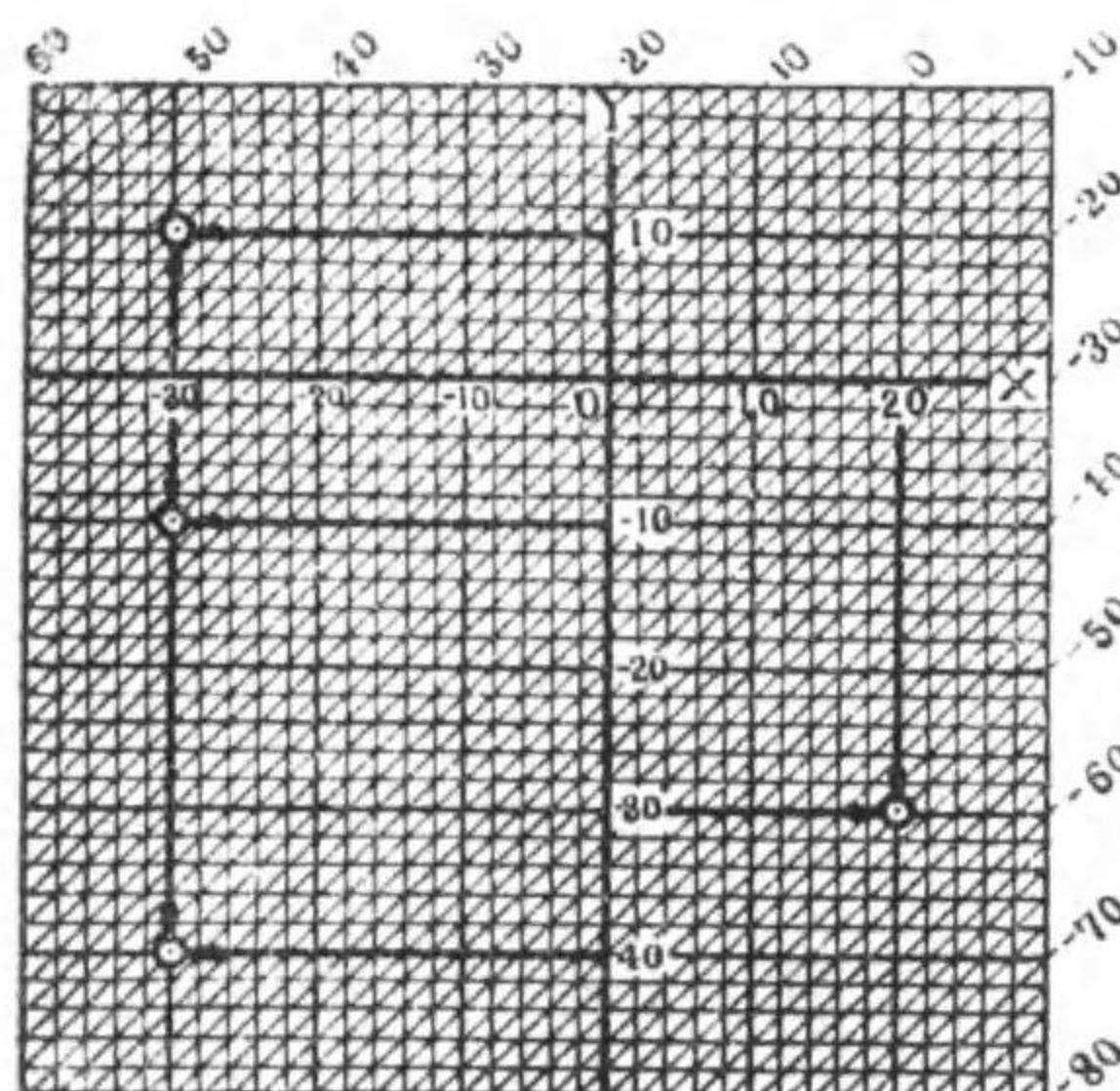
$$y - b = x$$

トモカケルカラ  $y$  軸ニ被減數ヲトリ對角線ノ目盛ニ減數ヲトツテ  $x$   
軸ニ差ヲ讀ムモヨイ。例ヘバ

$$25 - 15 = 10$$

ハ圖ニ於ケルガ如ク  $y$  軸ニ 25, ソレヨリ矢ノ方向ニ進ミテ對角線ノ  
目盛ニ 15 ヲ得。下向シテ  $x$  軸ニ差 10 ヲ得ルデアアル。

此ノ時圖ニ於ケルガ如ク、前節ノ加法ノ「ノモグラフ」ヲ併セテ  
書イテオケバ使用ニ便デアアル。



$b$  ノ値ハ正負共ニトリ得ルガ故  
ニ此ノ「グラフ」ニヨリ  $y < x$   
ノ場合ノ減法モナス事ガ出來ル。  
又四象限全部ヲトル時ハ差ノミ  
ナラズ被減數或ハ減數又ハ兩方  
共ノ負ナル場合モナス事ガ出來  
ル。例ヘバ

$$10 - (-30) = 40$$

$$-10 - (-30) = 20$$

$$-40 - (-30) = -10$$

$$-30 - 20 = -50$$

ヲ示セバ圖ノ如クデアアル。(前頁ノ圖參照)

然ルニ對角線ヲ數多ク引ク時ハ常數  $b$  ヲ變數ト考ヘテヨイカラ結  
局

$$y - x = z$$

ノ「グラフ」トナル。此ノ式ニ於テ  $x$  ヲ移項スレバ

$$x + z = y$$

トナリ加法ヲ示ス。故ニ  $x$  軸ノ目盛ヲ被加數ニ對角線ノ目盛ヲ加數  
ニスレバ  $y$  軸ノ目盛ハ和ヲ與ヘル。之ハ實際ニ用フルニ便利デアアル。

例ヘバ

$$12 + 4 = 16$$

ナラバ左ノ如クスレバヨイ。

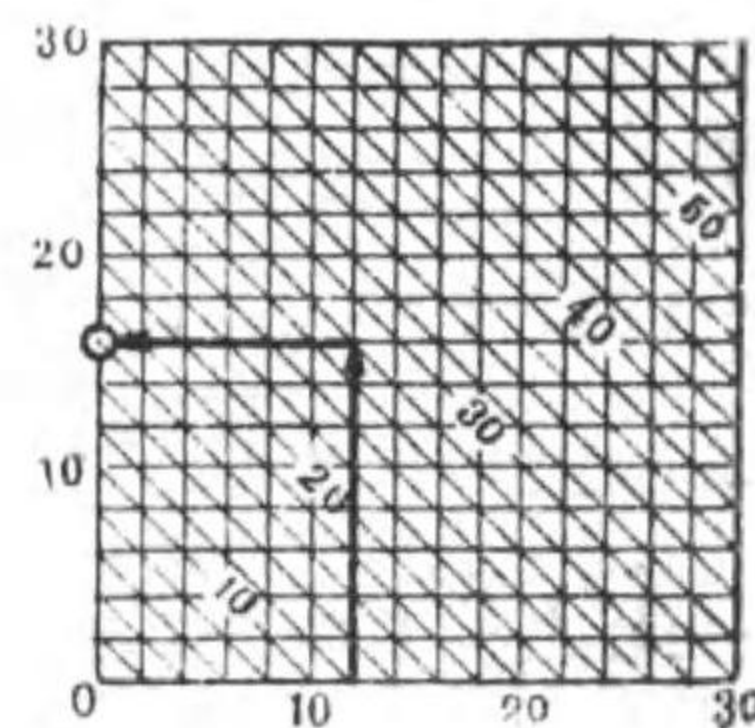
同様ニ前節ニ述ベタル加法ノ「ノモグ  
ラフ」ニ於テモ

$$x + y = z$$

ノ式ニテ  $x$  (或ハ  $y$ ) ヲ移項スレバ

$$z - x = y$$

トナリ、對角線上ニ被減數ヲトリ、 $x$  軸上ニ  
減數ヲトレバ  $y$  軸ハ差ヲ與ヘル。而シテ之  
ガ本節ニ述ベタルモノヨリ實用的デアアル。  
例ヘバ



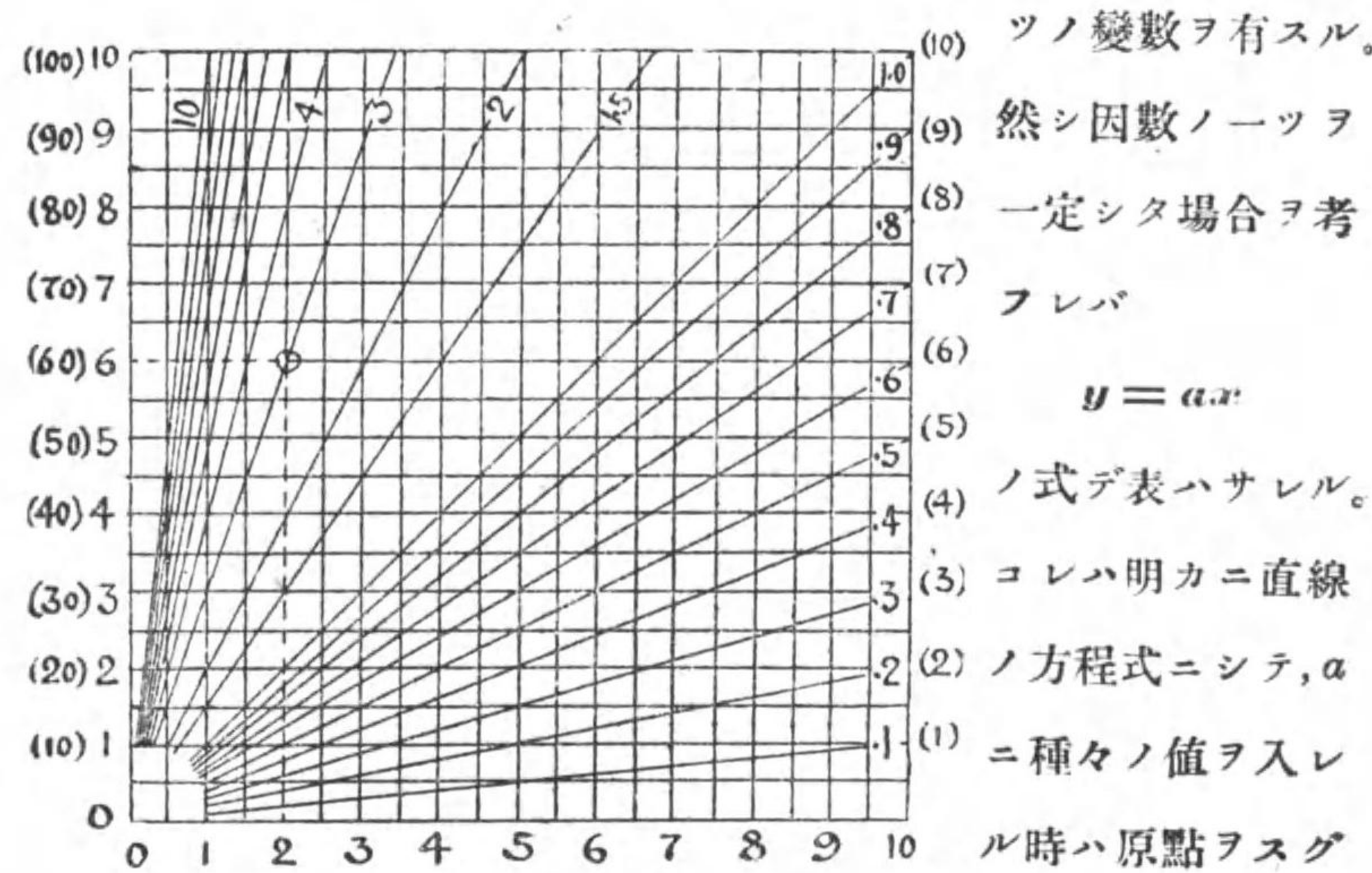


28-12 = 16

ナラバ前頁ノ下圖ノ如クスルノデアル。

§ 146. 乗法及除法ノノモグラフ I

乗法モ加減法ト同様一般ノ場合ヲ考ヘルト被乗數、乗數、積ノ三



ル一群ノ直線ヲ得。 $a$ ノ値ニヨリ夫々其ノ直線ヲ 1, 2, 3, …… , 或ハ 0.1, 0.2, 0.3, …… 等ト命名スレバ因數ノ一ツヲ  $x$  軸ノ目盛ニトリ、他ノ因數ヲ此ノ直線ニトル事ニヨリ積ヲ  $y$  軸ニ見出ス事ガ出來ル。

例ヘバ

2 x 3 = 6

ヲ計算スルニハ  $x$  軸上ニ 2 ヲトリ之レヨリ縦ニ 3 ノ直線ニ進ミ、之ニ相當スル  $y$  軸上ノ目盛ヲ讀ンデ 6 ヲ得ル。

此ノ「ノモグラフ」ヲ除法ニ使用スルニハ乗法ノ逆ノ路順ヲトレバヨイ。即チ

6 ÷ 3 = 2

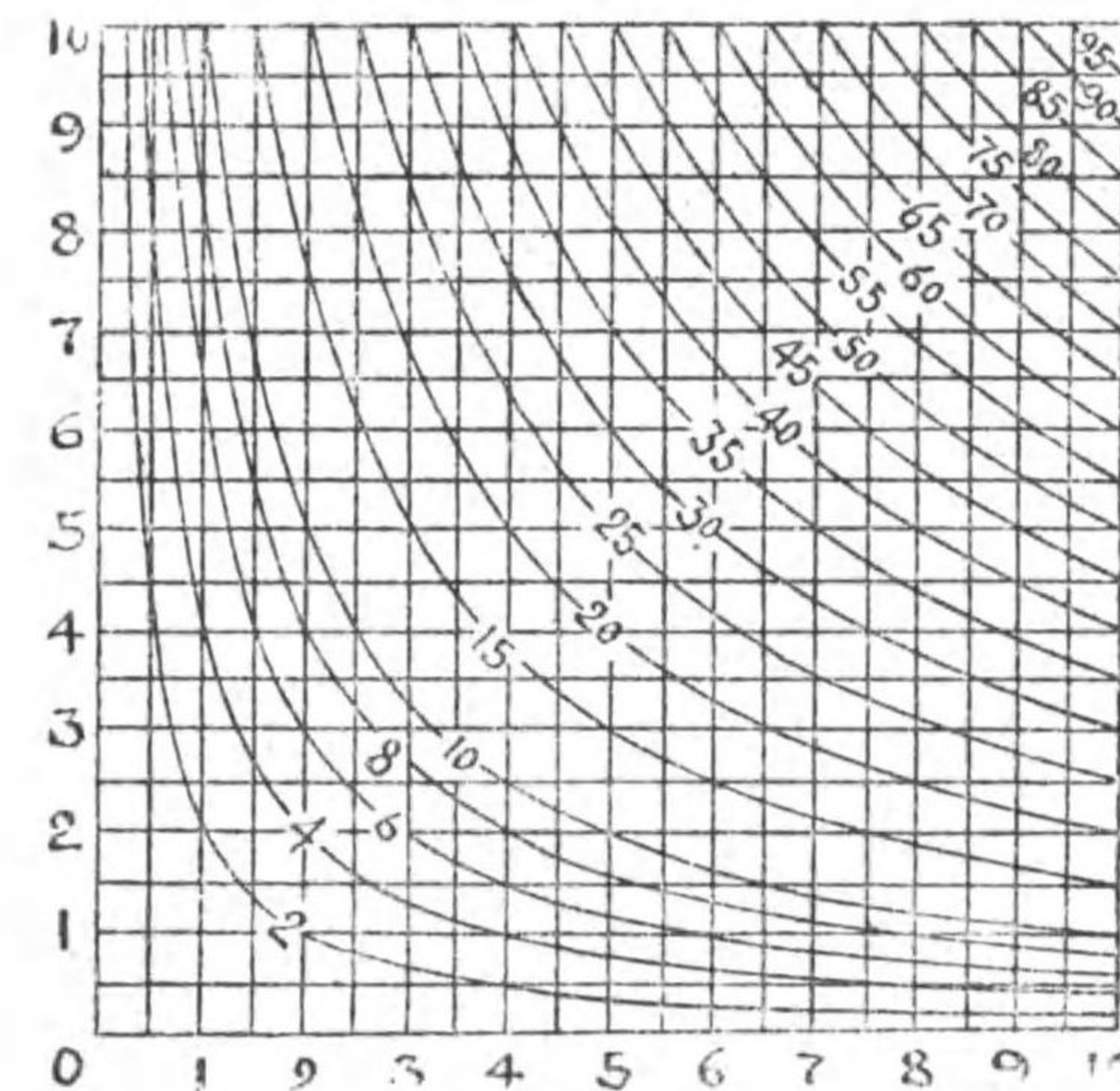
ナラバ  $y$  軸上ニ被除數 6 ヲトリ之レヨリ横ニ 3 ノ線マデ進ミ、之ニ相當スル  $x$  軸上ノ目盛ヲ讀ンデ 2 ヲ得ル。

此ノ「ノモグラフ」ニ於テ最モ使用ニ可ナル部分ハ角係數ガ 1 ニ近キ直線即チ軸ト 45° 近クノ角ヲナス場合ニシテ被乗數ト積トノ差ノ甚シキ時ニハ讀ムニ不都合ヲ感ズル。例ヘバ

1 x 10 = 10

ノ計算ヲナサントスレバ 10 ノ線ノ  $x = 1$  ノ線トノ交角極メテ鋭クシテ其ノ交點ガ判明シナイ。此ノ如キ缺陷ヲ補フ爲ニ圖ニ示スガ如ク目盛ヲ二重(或ハ三重ニモ)ニ施スト 1 x 10 ノ計算モ角係數 1 ニ近キ直線ヲ用フル事ヲ得。

§ 147. 乗法及除法ノノモグラフ II



因數ヲ  $x, y$  トシ積ヲ  $a$  トスレバ乗法ハ

$xy = a$

ナル式ニテ表ハサル。是ガ正双曲線ヲ表ハス事ハ §41 ニ述ベタル所デアル。 $a$  ニ種々ノ値ヲ入レル時ハ此ノ如キ正双曲線ノ一群ヲ得ル。是等ノ

曲線ヲ  $a$  ノ値ニ依リ夫々 2, 4, 6, ……ト命名スル。

此ノ圖ヲ用ヒテ乗法ヲ行フニハ  $x, y$  兩軸上ニ因數ヲトリ、其ノ坐標ヲ有スル點ヲ過ル曲線ヲ讀メバヨイ。例ヘバ

$$3 \times 5 = 15$$

ナラバ  $x$  軸上ニ 3 ヲトリ、 $y$  軸上ニ 5 ヲトリ

$$x = 3, \quad y = 5$$

ノ直線ノ交點即チ (3, 5) ヲ求メ、コノ點ヲスグル曲線ハ 15 ナルニヨリ、積 15 ヲ得ル。若シ其ノ點ヲスグル曲線ノ描イテナイ時ハソノ點ヲ插ムニツノ曲線ノ値ヨリ判讀セネバナラヌ。例ヘバ 3.5 × 2 ナラバ (3.5, 2) ノ點ヲハサム曲線 6 ト 8 ヲリシテ判讀シテ 7 ヲ得ル。

此ノ圖ニ依リ除法ヲ行フニハ被除數ヲ曲線上ニトリ、除數ヲ何レカーツノ軸ニトツテ之ニ對應スル他ノ軸上ノ目盛ヲ讀メバヨイ。例ヘバ

$$35 \div 7 = 5$$

ハ 35 ノ曲線ト  $x = 7$  トノ交ル點ノ  $y$  ノ値ヲ讀ミ 5 ヲ得ル。

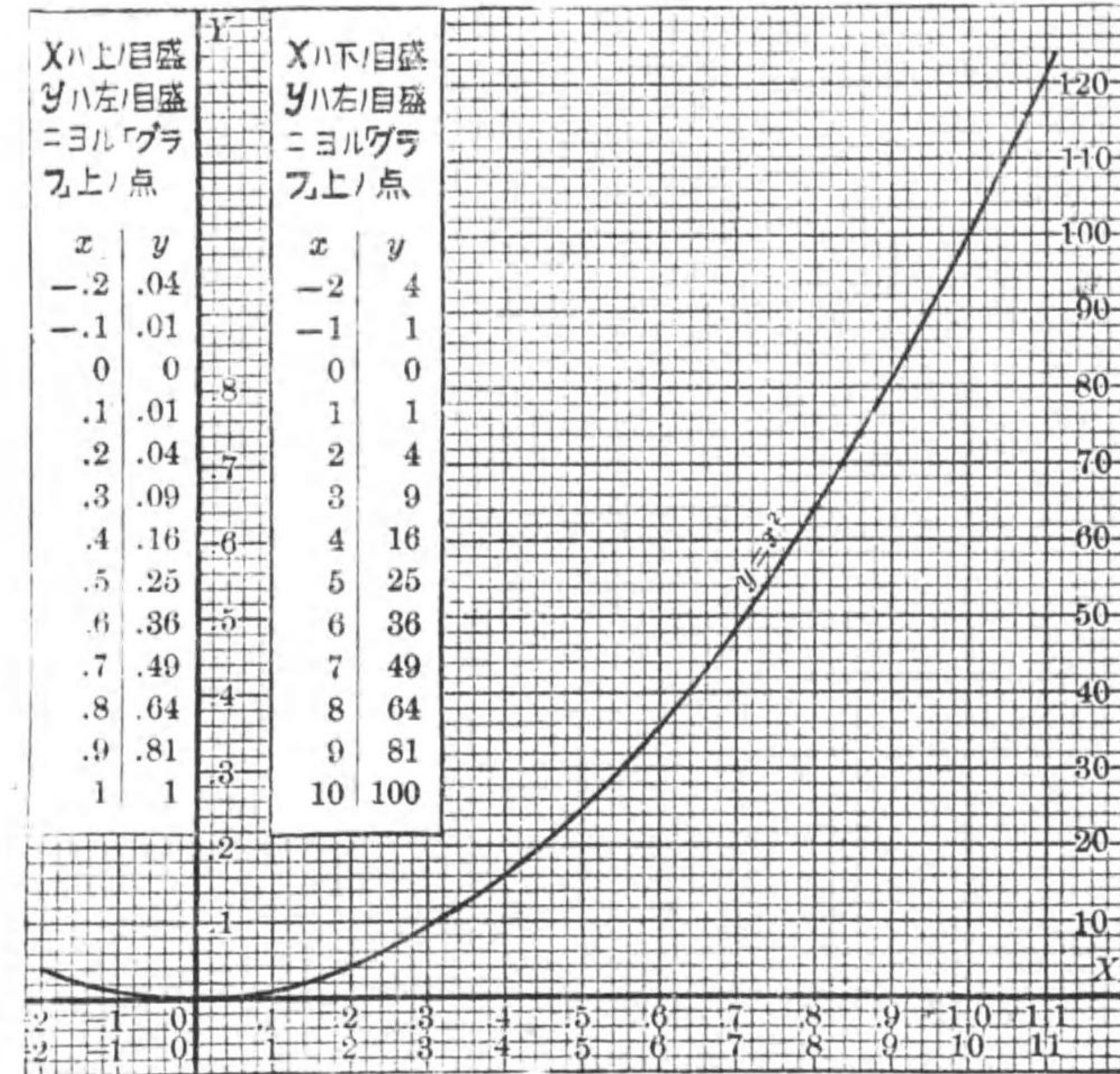
此ノ「ノモグラフ」ハ實際ニ使用シテハ便利ナルモ描クニ多大ノ勞力ヲ要スル缺陷ガアル。又積ガ極メテ大トナル時モ亦不適當トナル。是等ノ缺陷ハ同様ノ「グラフ」ヲ對數方眼紙上ニ描ク事ニヨリ除去スル事ヲ得ル。(§ 151 參照)

### § 148. 自乗及開平・三乗及開立等ノノモグラフ

(正篇 § 50, 59 參照)

$$y = x^2$$

ノ表ハス「グラフ」ハ原點ヲ頂點トシ  $y$  軸ヲ軸トスル拋物線デアアル。



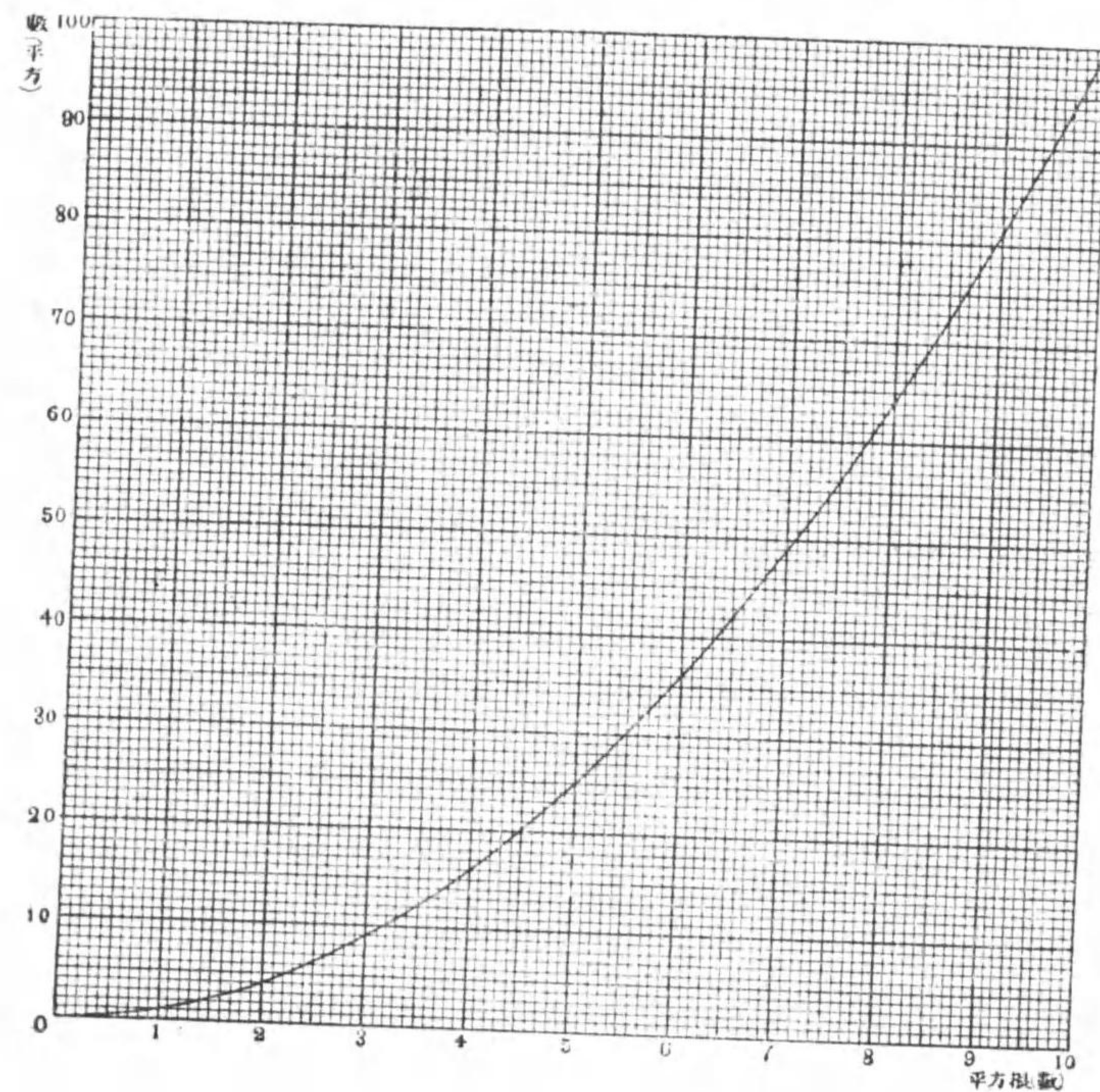
(§ 46 參照) 此ノ「グラフ」ヲ作ル時ハ自乗及ビ平方根ハ求メラレル事ハ明カデアアル。例ヘバ  $8^2$  ヲ求ムルニハ  $x$  軸上ニ 8 ヲトリ  $x = 8$  ノ線ト曲線トノ交點ヲ求メ、此ノ點ニ相當スル  $y$  ノ値ヲ讀メバ 64 ヲ得ル。又 64 ノ平方根ヲ得ルニハ逆ニ  $y$  軸上ニ 64 ヲトリ、 $y = 64$  ノ線ト曲線トノ交點ヲ求メ、之ニ相當スル  $x$  ノ値ヲ讀ンデ 8 ヲ得ル。尙目盛モ上圖ノ如ク工夫スレバ小數ニ就イテ用フルニモ便利デアアル。然シ「ノモグラフ」専用ノ拋物線トシテハ第一象限ノ部分ノミデ十分デアリ、又平方根ハ與ヘラレタル數二位毎ニ小數點ノミヲ異ニシ數ハ同一ナルモノデアアルカラ次ノ如キ「グラフ」ヲ作ルガ適切デ

アル。是ニヨレバ 840 ノ平方根ハ  $y$  軸上 8.4 ヲトリ  $x$  軸上ニ得タル  
 數ヨリ 29 ヲ得ルシ、8400 ナラバ  $y$  軸上 84 ヲトリ之ニ對應スル  
 値ヲ  $x$  軸ニ讀ンデ 9.16 ヲ得ル。

次ニ

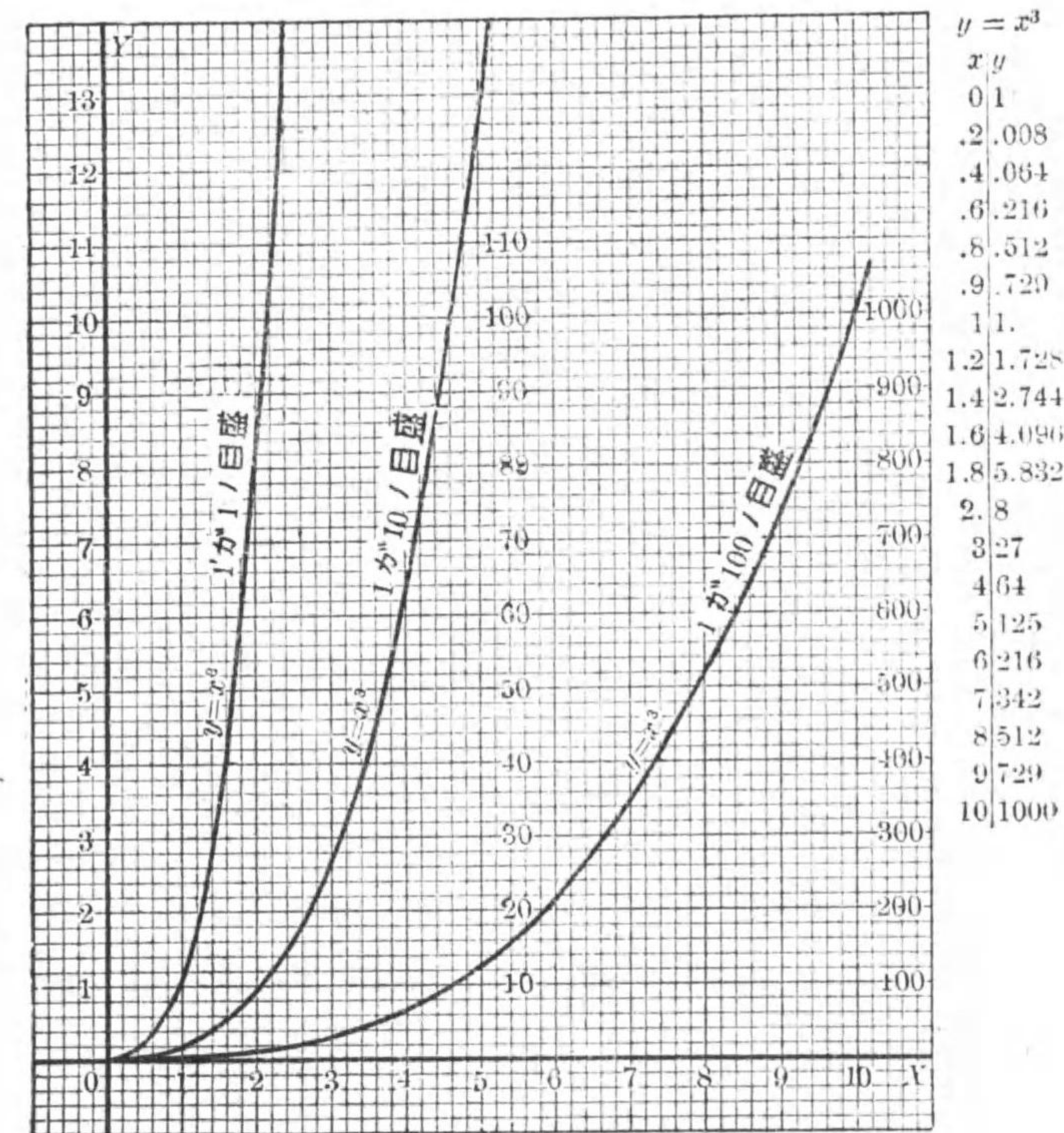
$$y = x^3$$

ノ表ハス「グラフ」ハ立方拋物線デアル。(§ 53 參照) 此ノ「グラ  
 フ」ハ即チ三乗及ビ開立ノ「ノモグラフ」トナル事ハ上述ノ拋物線  
 ガ自乗及ビ開平ノ「ノモグラフ」トナルト同様デアル。即チ  $x$  軸上  
 ニ任意ノ數ヲトレバ之ニ對應スル  $y$  軸上ノ値ハ其ノ數ノ三乗ヲ示シ、



逆ニ  $y$  軸上ニ任意ノ數ヲトレバ之ニ對應スル  $x$  軸上ノ値ハ其ノ數ノ  
 立方根ヲ與ヘル。目盛モ次ノ圖ニ示スガ如ク工夫スレバ可成リ小ナ  
 ル數ヨリ相當大ナル數ニ至ル「ノモグラフ」ヲ得ル。

是レ等ノ「ノモグラフ」ハ唯一ツノ線ヲ引ケバ足ル點ニ於テ既述  
 ノモノヨリ優ツテ居ル。然シ之ヲ正確ニ描ク事ハ困難デ、此ノ點ハ  
 劣ルトイハネバナラス。



卷末添付ノ標準曲線ハ方程式ノ解法ノミナラズ、此ノ如キ「ノモグ  
 ラフ」トシテモ有用ナルモノニシテ其ノ中四次拋物線

$$y = x^4$$

ヲ用フル時ハ四乗及ビ四乗根ヲ求メル事ヲ得ル。

### § 149. 各種ノノモグラフ

換算ノノモグラフ 是ハ既ニ § 30 ニ詳説シタ所デアルカラ今更述ベルニ及バナイ。例ヘバ

$$4y = 15x$$

ノ「グラフ」ヲ一枚作ツテオケバ軒ト貫トノ換算ニ用ニナリ、又

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

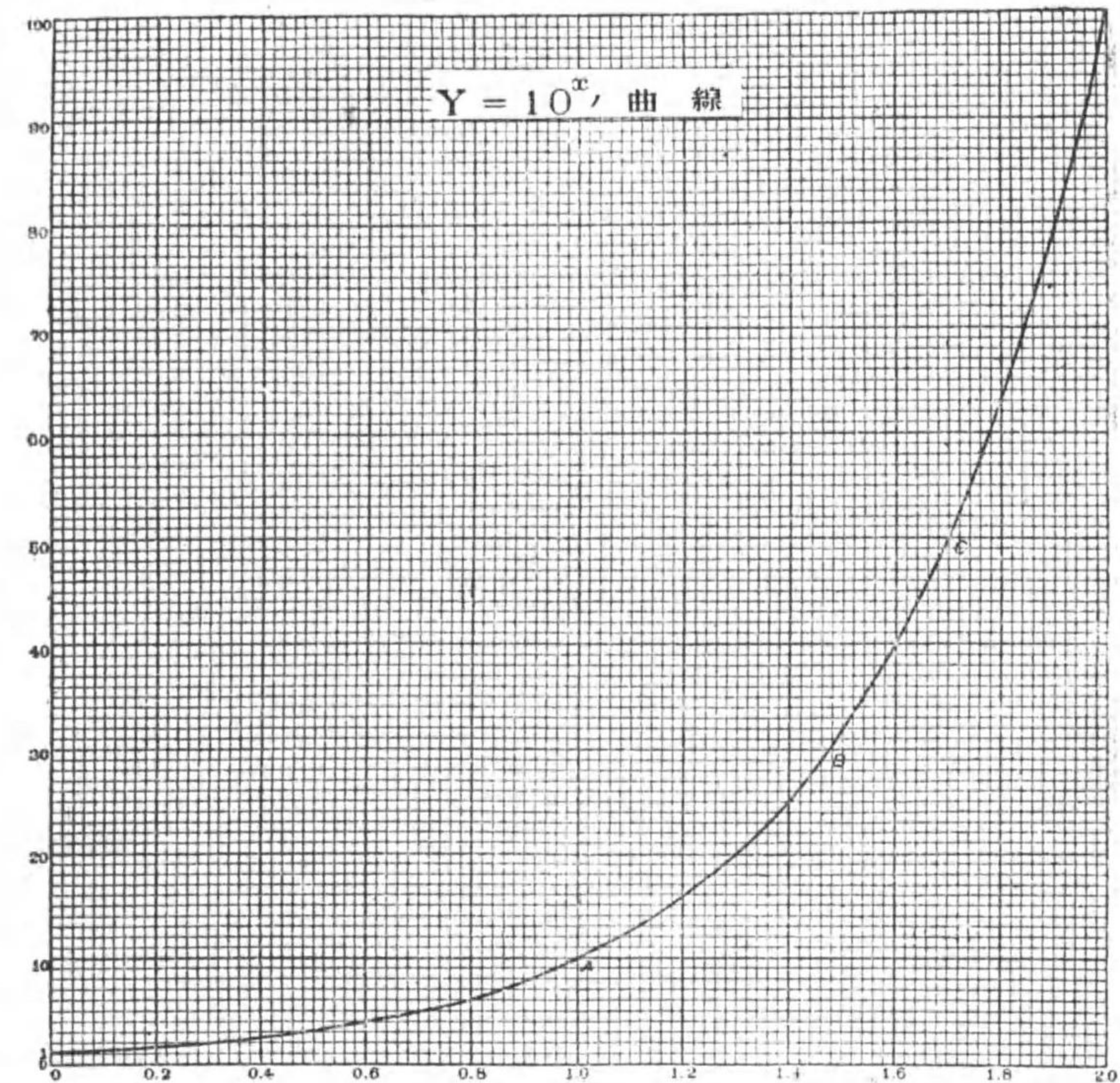
ノ「グラフ」ヲ描ケバ華氏ト攝氏ノ寒暖計ノ度数ノ換算ノ用ヲ辨ズル。即チ § 30 ニ述ベタ所ノモノハ皆「ノモグラフ」デアル。

卷末ニ附シタル標準曲線ノ中正双曲線

$$y = \frac{1}{x}$$

ハ之ヲ逆數ノノモグラフニ用フル事ガ出ル。例ヘバ5ノ逆數ハ $x$ 軸ニ5ヲ讀ンデ之ニ對應スル $y$ ノ値ヲ求ムレバ0.2ヲ得ル。

複利表、對數表或ハ三角函數表等ニヨリ其ノ「グラフ」ヲ描イテオケバ他日ノ用ニ供シ得ル事ハ勿論ニシテ、ソレガ「ノモグラフ」トナルハ明カデアル。即チ § 99, 100, 101, 106, 107, 108 等ノ圖ハ皆「ノモグラフ」デアル。次ニ對數ノ「ノモグラフ」ヲ一例トシテ示シテオク。 $(y = 10^x)$ ノ「グラフ」コレニヨリ數ヲ $y$ 軸上ニ讀ンデ之ニ對應スル $x$ ノ値ヲ求ムレバ對數ヲ得ルシ、對數ヲ $x$ 軸上ニ讀ンデ之ニ對應スル $y$ ノ値ヲ求ムレバ之ニ對應スル數ヲ得ル。

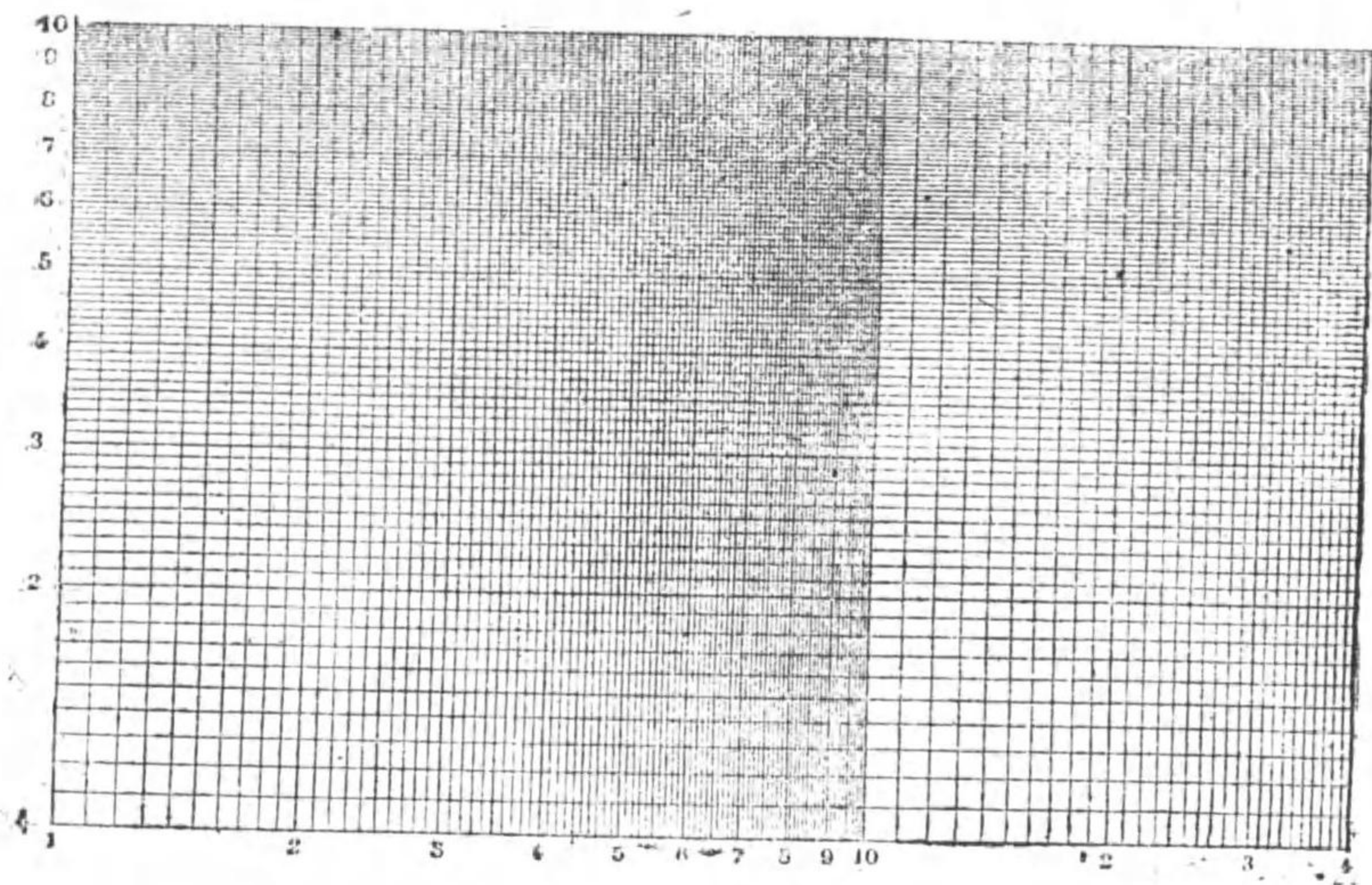


然シ此ノ如キ曲線ノ「ノモグラフ」ハ之ヲ誰カ精確ニ描イテ與ヘテクレルナラバ兎ニ角、自ラ描イテ實用ニ役立ツヤウニスルハ容易デナイ。況ンヤ § 147 ニ述ベタルガ如キ乗除ノ「ノモグラフ」ノ如ク、此ノ如キ曲線ヲ數多ク描ク事ハ到底其ノ煩ニ堪ヘナイ。茲ニ於テ巧ナル方法ガ工夫サレル。ソレハ即チ對數方眼紙ノ利用デアル。

### § 150. 對數方眼紙ト其利用

對數方眼紙 logarithmic paper ハ縦横ノ平行線ヲ普通ノ方眼紙ノ如ク等距離ニ引カナイデ、夫々對數ノ大サニ比例シテ平行線間ノ距

離ヲトツター種ノ方眼紙 (嚴密ニハ方眼紙トハイヘヌガ) デアル。  
 即チ1ト目盛セル點ハ  $\log 1 = 0$  ナルヲ以テ0ノ點, 2ト目盛セル  
 點ハ  $\log 2 = 0.30103$  ノ點, 3ト目盛セル點ハ  $\log 3 = 0.47712$  ノ



點デアル。故ニ1ヨリ2マデノ距離ト2ヨリ3マデノ距離トハ等シクナクテ前者が大デアル。

今此ノ對數方眼紙ヲ用ヒテ

$$y = x^n$$

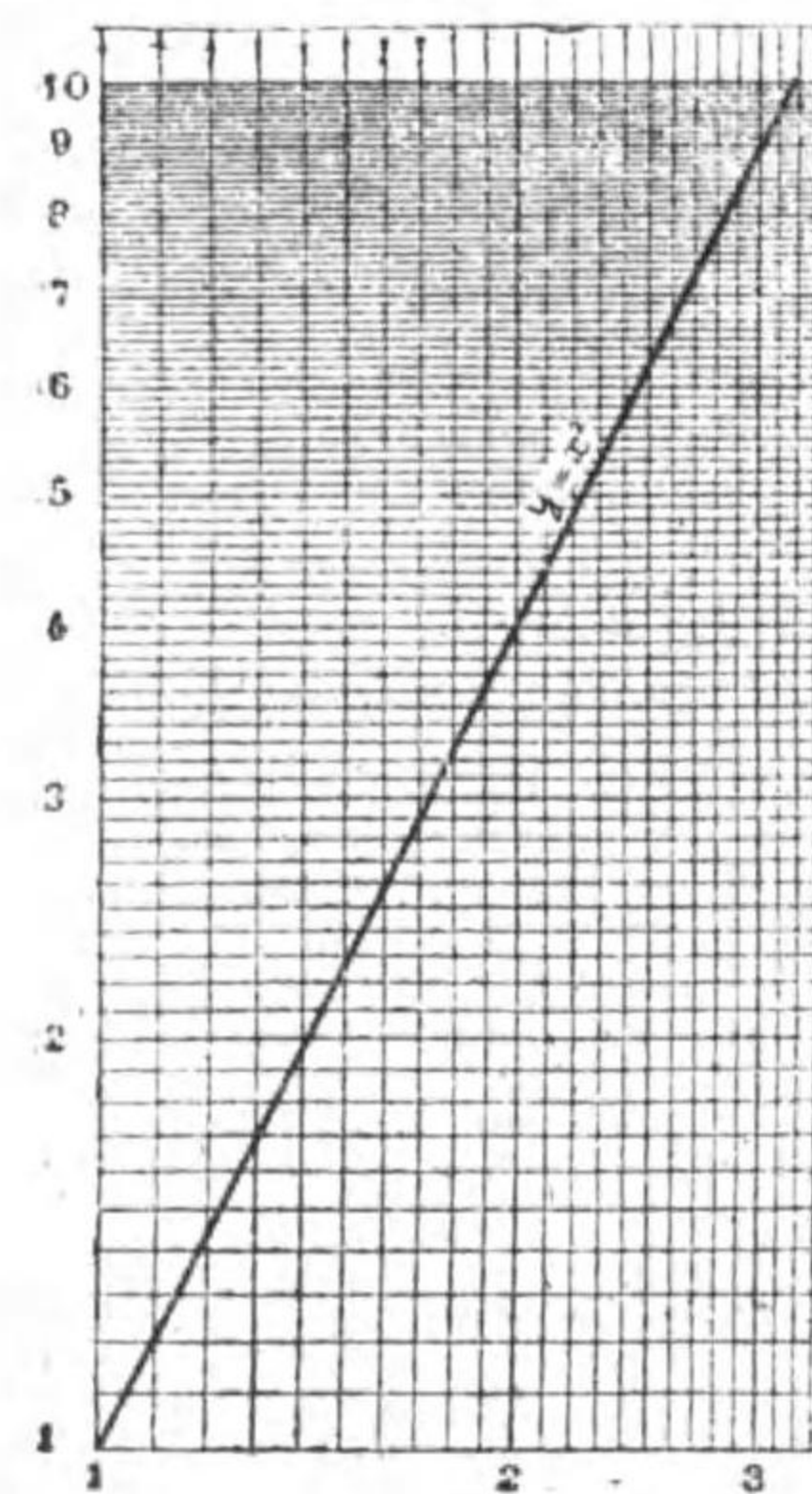
ノ「グラフ」ヲ描カンニハ兩邊ノ對數ヲトリ

$$\log y = n \log x$$

故ニ  $y$  ノ値ノ對數ハ  $x$  ノ値ノ對數ノ  $n$  倍トナリ, 對數方眼紙ヲ用フレバ常ニ縦線  $y$  ハ横線  $x$  ノ  $n$  倍デアルカラ縦横共對數方眼紙ノ目盛ヲ用フレバ恰モ普通ノ方眼紙ニ於ケル

$$y = mx$$

ノ「グラフ」ノ如ク (1, 1) ノ點ヲ通ル直線トナル。



例題 1.  $y = x^2$

ノ「グラフ」ナラバ

$$\log y = 2 \log x$$

故ニ (1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), ... ノ點ヲ通ル直線トナル。

又

$$y = ax^n$$

ナラバ

$$\log y = \log a + n \log x$$

ニシテ  $\log a$  ハ常數ナレバ上ノ式ハ普通ノ方眼紙ニ依ル直線

$$y = mx + b$$

ノ形デアル。故ニ (1, a) ノ點ヲ過グル直線トナル。

指數函數

$$y = a^x$$

ナラバヤハリ兩邊ノ對數ヲトリ

$$\log y = x \log a$$

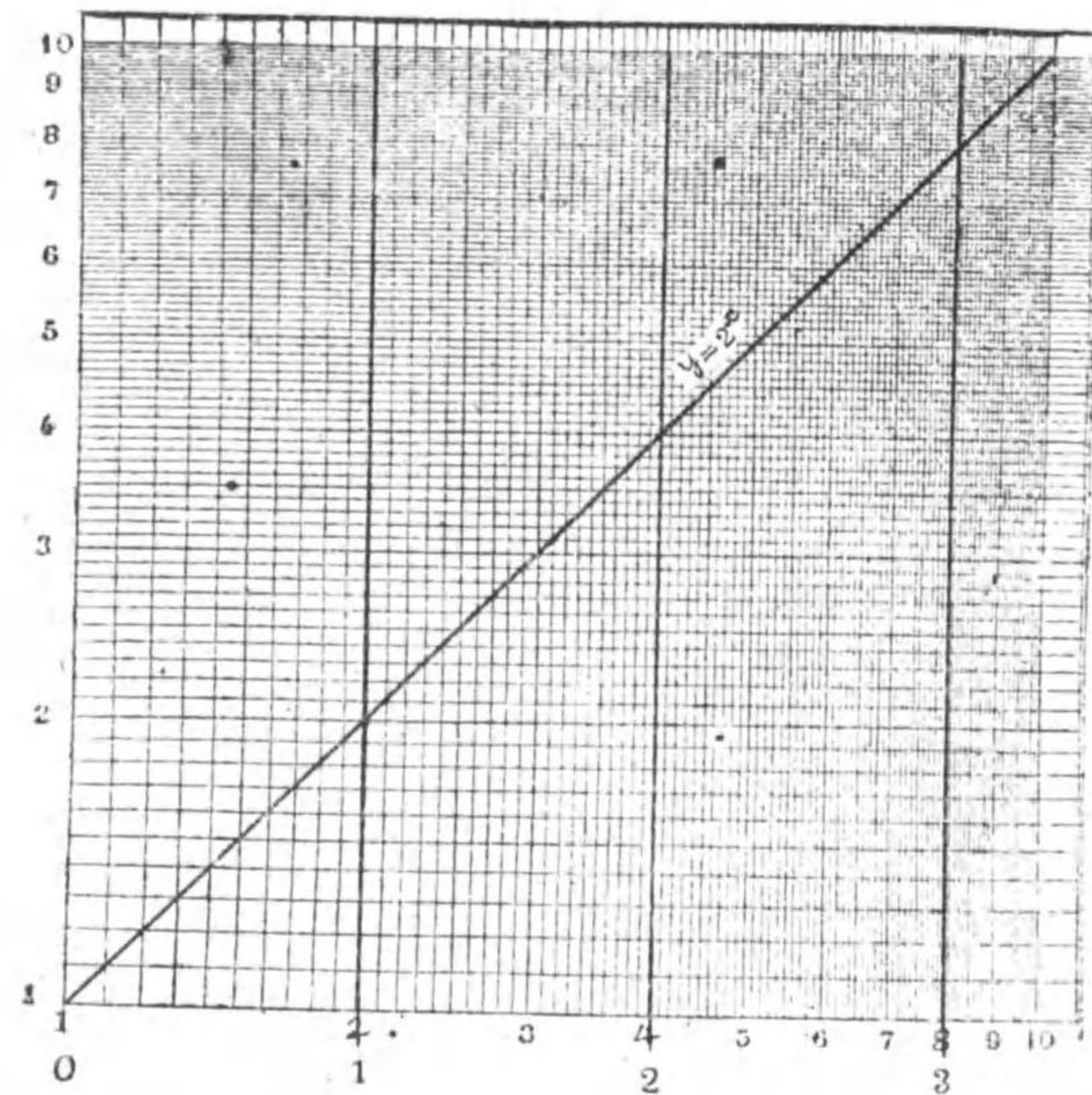
$\log a$  ハ常數ナレバ右邊ニハ對數方眼紙ノ目盛ハ不必要デアル。故ニ縦線  $y$  ノ方ハ對數方眼紙ノ目盛ヲ採用シ, 横線ニハ  $\log a$  ヲ一單位トシ其ノ 1, 2, 3, 4, 5, ... 倍ト等距離ノ線ヲ引イテ用フ。即チ普通ノ方眼紙ト對數方眼紙トヲ半分宛併セ用フルノデアル。

例題 2.

$$y = 2^x$$

ノ「グラフ」ナラバ  $y$  軸ノ方ハ對數方眼紙ノ目盛ヲ採用シ,  $x$  軸ノ方ハ  $\log 2$  ノ 1, 2,

3, 4, ……倍ヲトルベク等距離ニ平行線ヲ引ク。(敢テ  $\log 2$  ナ單位ニトル必要ハナイガ此ノ方ガ便利ナ事ガ多イ.)



然ル時

$$x = 1 \quad \text{ナラバ} \quad \log y = \log 2$$

$$\therefore y = 2$$

即チ (1,2) ノ點ヲ過グル。又

$$x = 2 \quad \text{ナラバ} \quad \log y = 2 \log 2$$

$$y = 2^2 = 4$$

即チ (2,4) ノ點。以下同様ニシテ (1,2), (2,4), (3,8), (4,16), …… 等ノ點ガ一直線上ニ來ル。コレ即チ求ムル「グラフ」デアル。(上圖)

$$y = k a^x$$

ナラバ

$$\log y = \log k + x \log a$$

トナリ,  $x$  軸ニハ普通ノ等分サレタ目盛ヲ,  $y$  軸ニハ對數ノ目盛ヲ

トレバ前ニ述ベタル

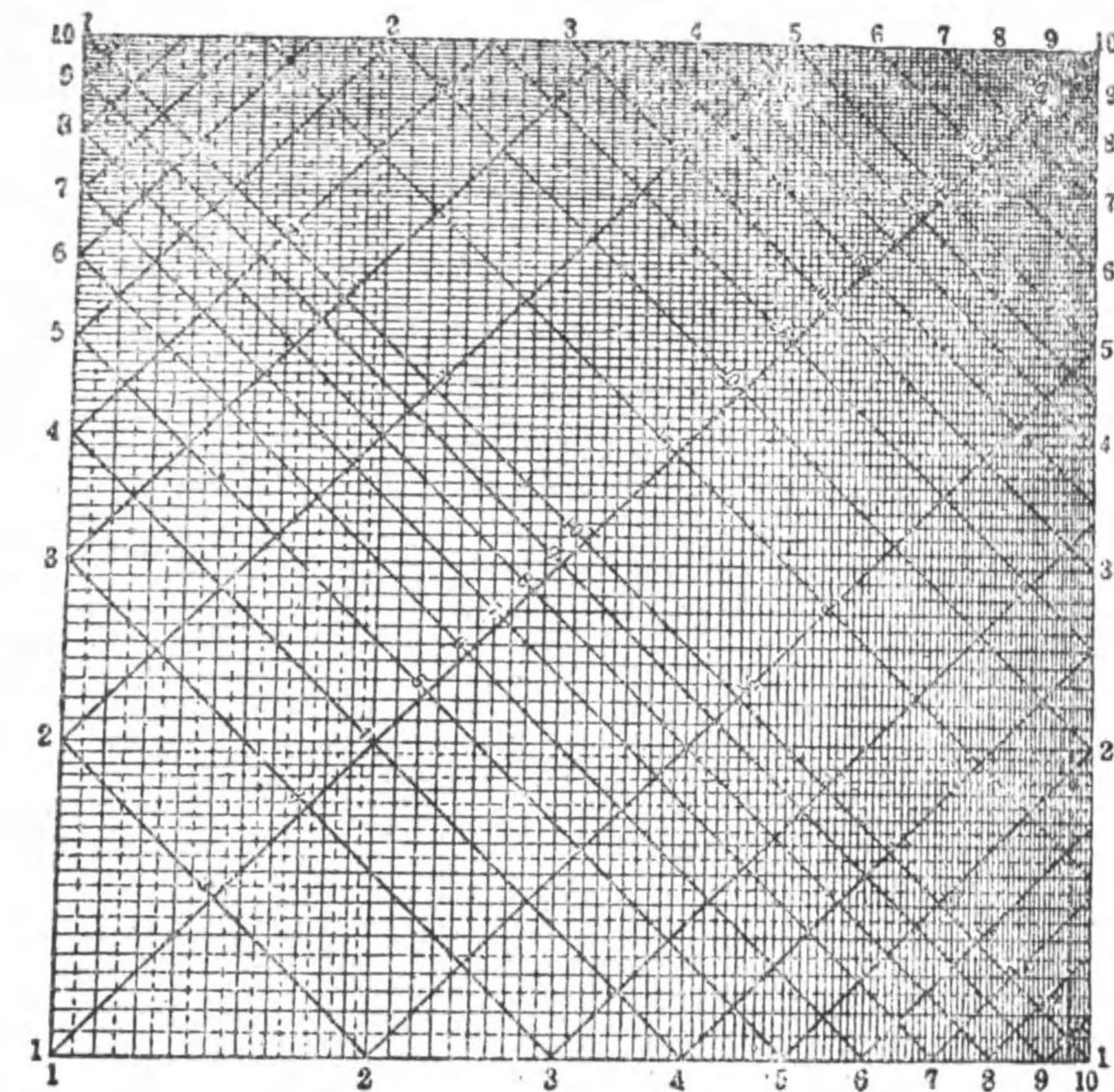
$$y = a x^n$$

ノ場合ト同様ニ直線トナル。

### § 151. 對數方眼紙ニ依ルノモグラフ

對數方眼紙ヲ用フル事ニヨリ §146 ヨリ §149 マデニ述ベタル「ノモグラフ」ハ甫メテ其ノ眞價ヲ發揮スル事トナル。即チ曲線ハ對數方眼紙ヲ利用スル事ニヨリ直線トナリ, 之ヲ描ク事ガ容易トナリ, 且ツ正確トナルカラデアル。

乗法及ビ除法ノ對數計算圖表



(1) 乗除ノノモグラフ

§ 147ニ述ベタル直角双曲線群モ、對數方眼紙ヲ用フレバ前頁ノ圖ノ如キ直線群トナル。何トナレバ

$$xy = k$$

$$\log x + \log y = \log k$$

log kハ常數ナルガ故ニ上ノ式ハ

$$x + y = k$$

ノ形ヲナシ兩坐標軸ト等角ヲナス直線トナル。

此ノ圖ヲ用ヒテ乘法ヲ行フニハ被乘數ト乘數ヲx軸、y軸ノ上ニ見出し、ソノ點ヨリ各軸ニ垂線ヲ立テ兩垂線ノ交點ガ對角線上ニ來ルナラバソノ目盛ヲヨメバヨイ。又對角線上ニ來ナイナラバ適宜ニ判讀スレバヨイ。例ヘバ2×3ナラバx軸(又ハy軸)ニ2ヲ、y軸(又ハx軸)ニ3ヲトリ、兩方ヨリ兩軸ニ垂線ヲ立テ、其ノ交點ヲ過グル對角線ノ目盛ニ依リ6ヲ得ルシ、4×3ナラバ同様ニシテ對角線ノ10ト15ノ間ニ來ルカラ判讀シテ12ヲ得ル。以下之ニ準ズル。

從ツテ除法ハ上ノ順序ノ逆ヲナセバヨイ。

(2) 自乘、三乘、開平、開立等ノノモグラフ

前節ニ述ベタル所ニヨリ

$$y = x^2$$

ノ「グラフ」ヲ對數方眼紙上ニ引ケバ平方、開平ノ計算ヲナス事ヲ得ルシ、又

$$y = x^3$$

ノ「グラフ」ナラバ

$$\log y = 3 \log x$$

ナルヲ以テ是モ容易ニ描カレル。之ニ依ツテ立方、開立ノ計算ハ得ラレル。同様ニシテ

$$y = x^4$$

$$y = x^5$$

等ノ「ノモグラフ」モ容易ニ描カレル。是レ等ニヨリ、四乗根、五乗根等ヲ求メ得ルノデアアル。

(3) 複利ノノモグラフ

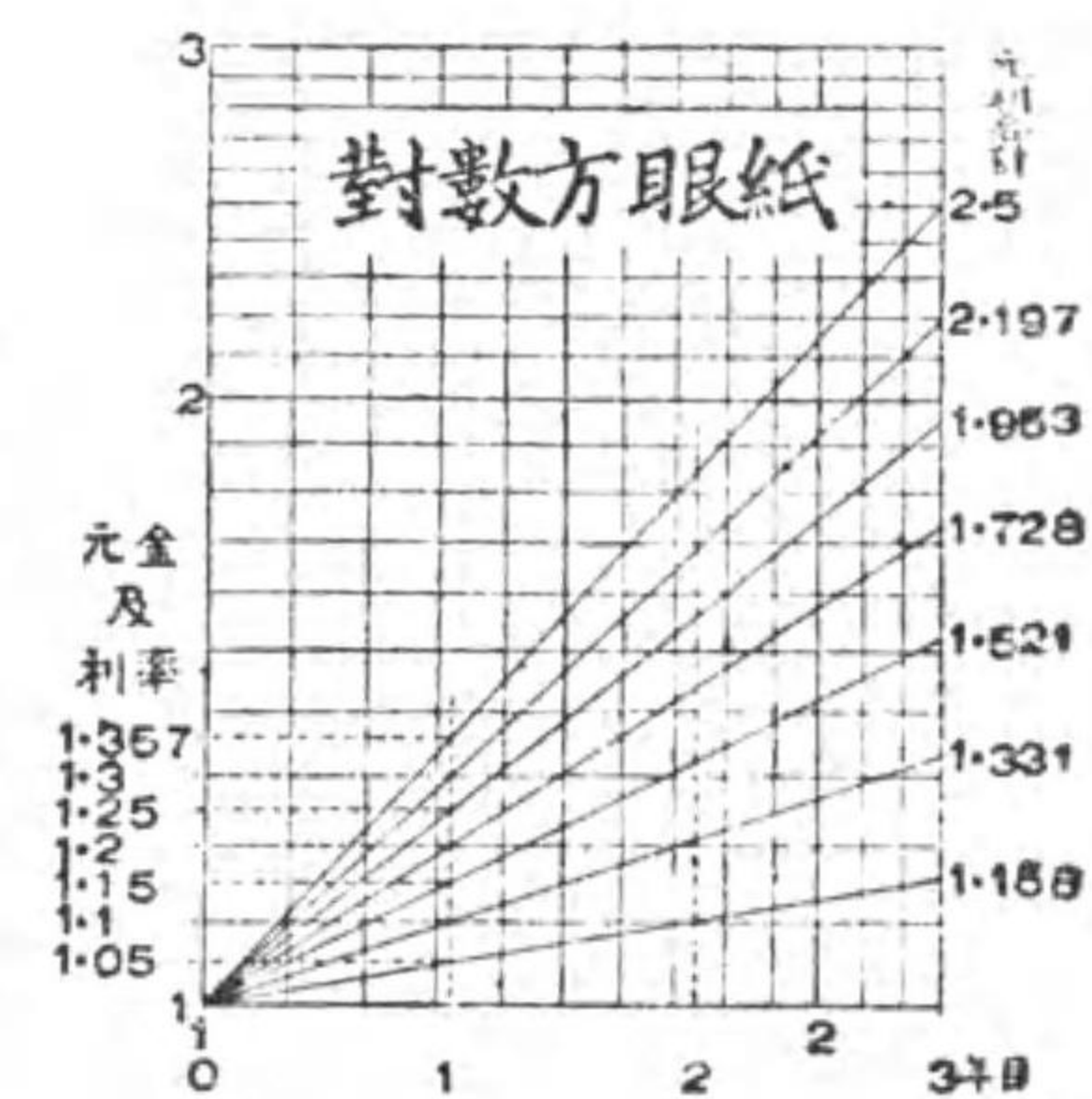
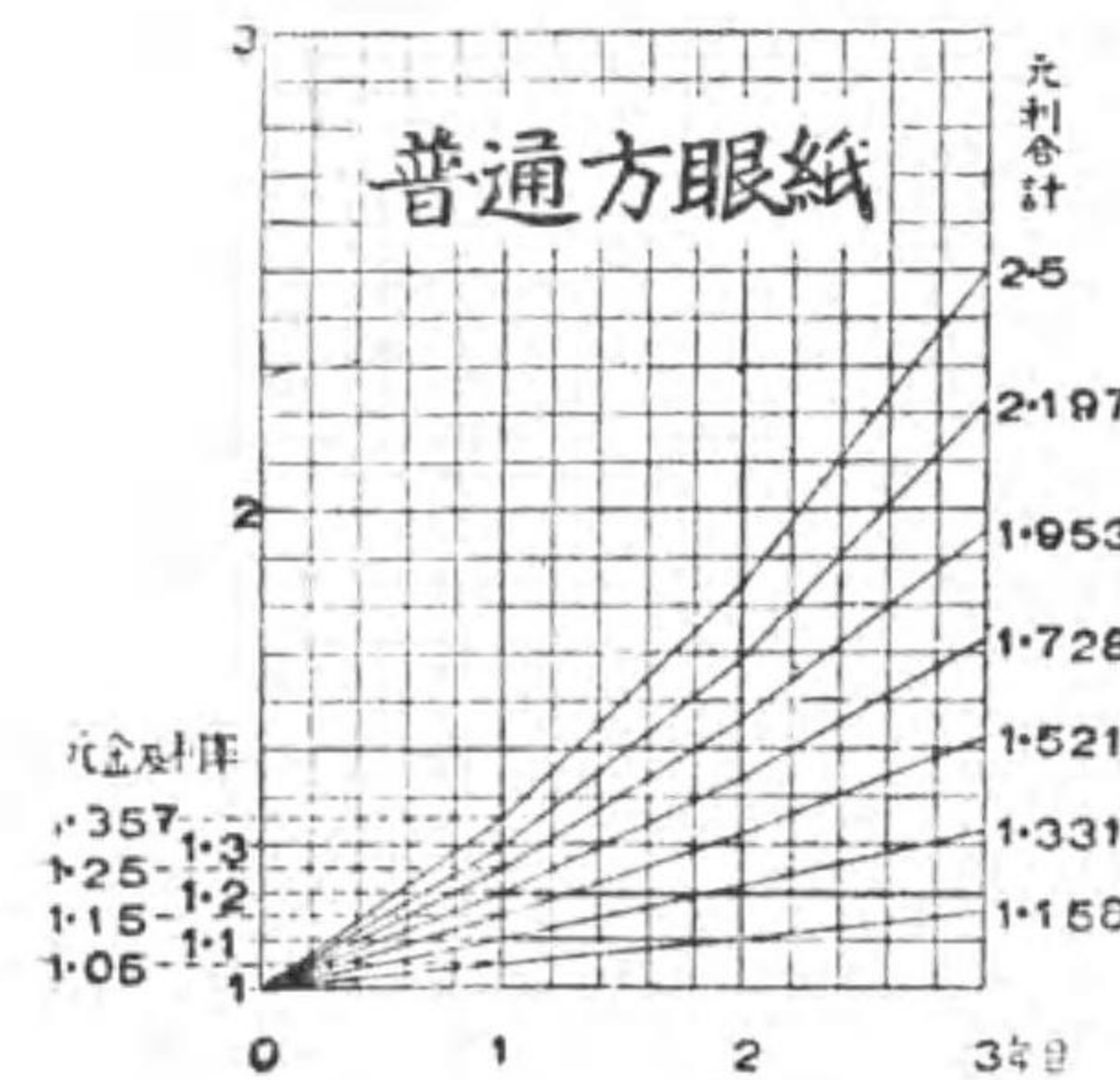
複利法ニ依ル元利ノ計算ハ

$$y = A(1+r)^x$$

- A.....元 金
- r.....利 率
- x.....期 間
- y.....元利合計

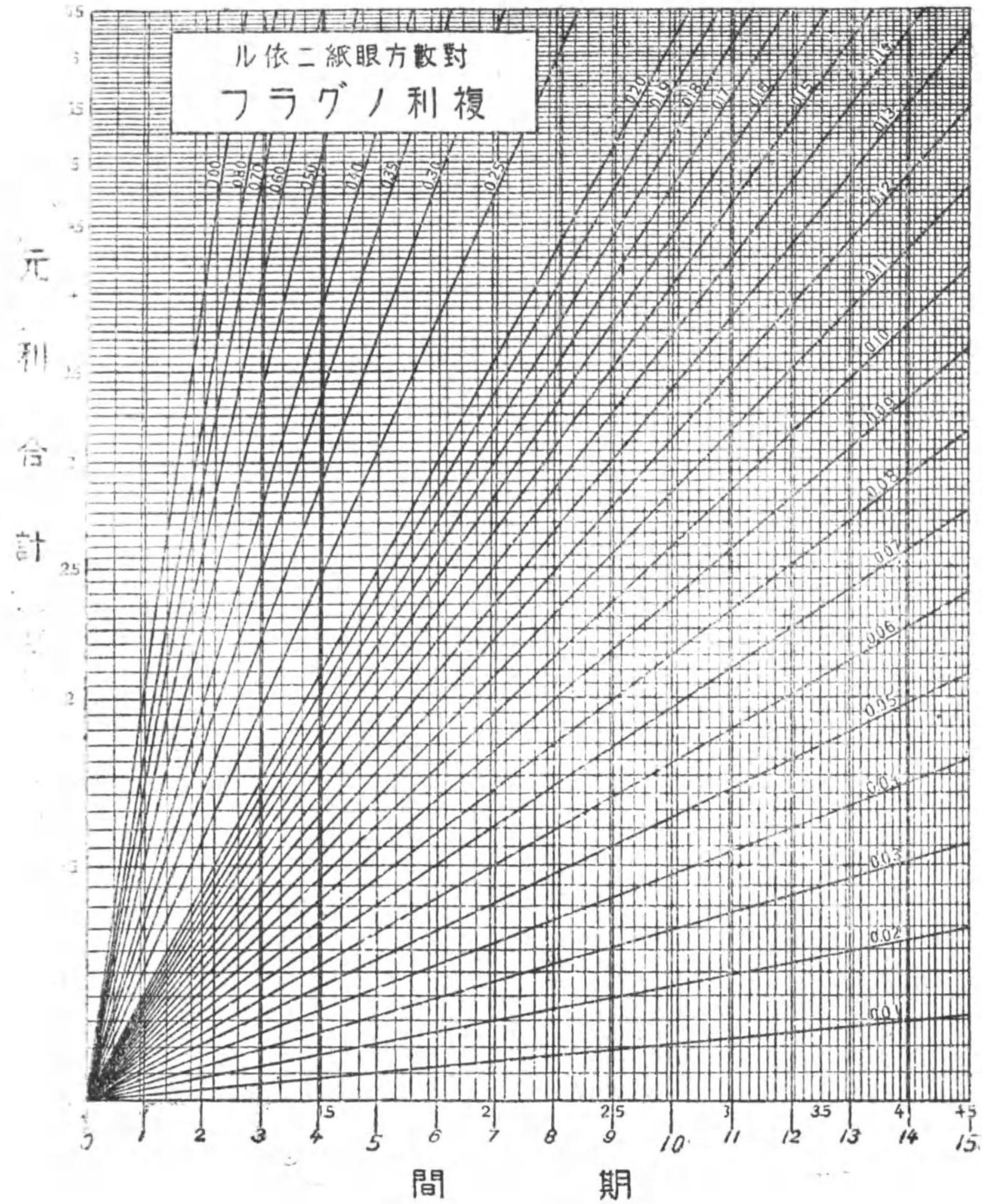
對數ヲトツテ

$$\log y = \log A + x \log (1+r)$$



log A, log(1+r)ヲ共ニ常數トスレバ前ニ述ベタル

$$y = ka^x$$



ノ場合ト同様デアル。故ニx軸ニハ等分ノ目盛ヲ, y軸ニハ對數ノ目盛ヲトツテ元利ト期間ノ「グラフ」ヲ描ケバ直線トナル。今元金ヲ1トスレバ圖ノ如クナル。參考ノ爲ニ普通ノ方眼紙ニ描ケルモノトナラベテオク。(431頁ノ圖)

故ニ複利表ニ代ルベキ複利ノ「ノモグラフ」ハ容易ニ左ノ如ク作ル事ヲ得。

(4) 其ノ他ノ「ノモグラフ」ヲ描クニハ對數方眼紙ヲ利用スレバ最も便利デアル。否「ノモグラフ」ハ對數方眼紙ノ利用ニ依ツテ始メテ實用上役立つヤウニナツテ來タノデアル。

第十三章 參考書

以上唯「ノモグラフ」ノ概念ヲ得ル程度ニ述ベタルニ止リ, 實用ニ供スル爲ニハ尙是レ以上ノ研究ヲ必要トスル事が多い。故ニ次ノ參考書ヲ掲ゲテオク。

谷村豊太郎著	理論 應用	計算圖表學	東京丸善株式會社
小倉金之助著	圖計算及び圖表		東京山海堂



## 第三篇

## 結論

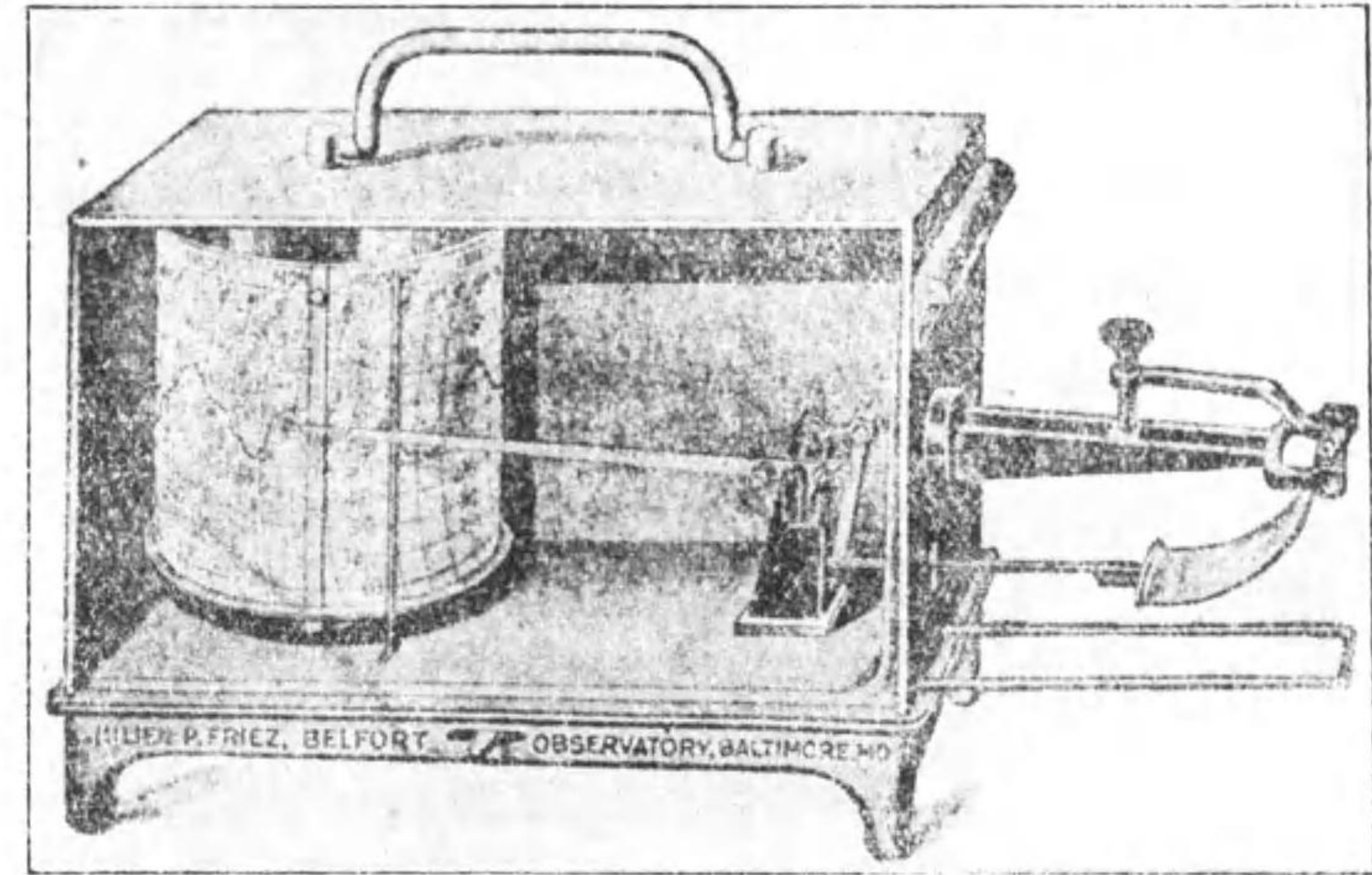
第十四章 グラフ教授§ 152. グラフノ價值ト其利用 (正篇 §5 参照)

「グラフ」ノ價值ニ就イテハ正篇ニ於テ可成リ詳説シタ。本節ニ於テハ如何ニ之ガ數學以外ニ利用サレルカ、其ノ一二ノ實例ヲ示サウ。

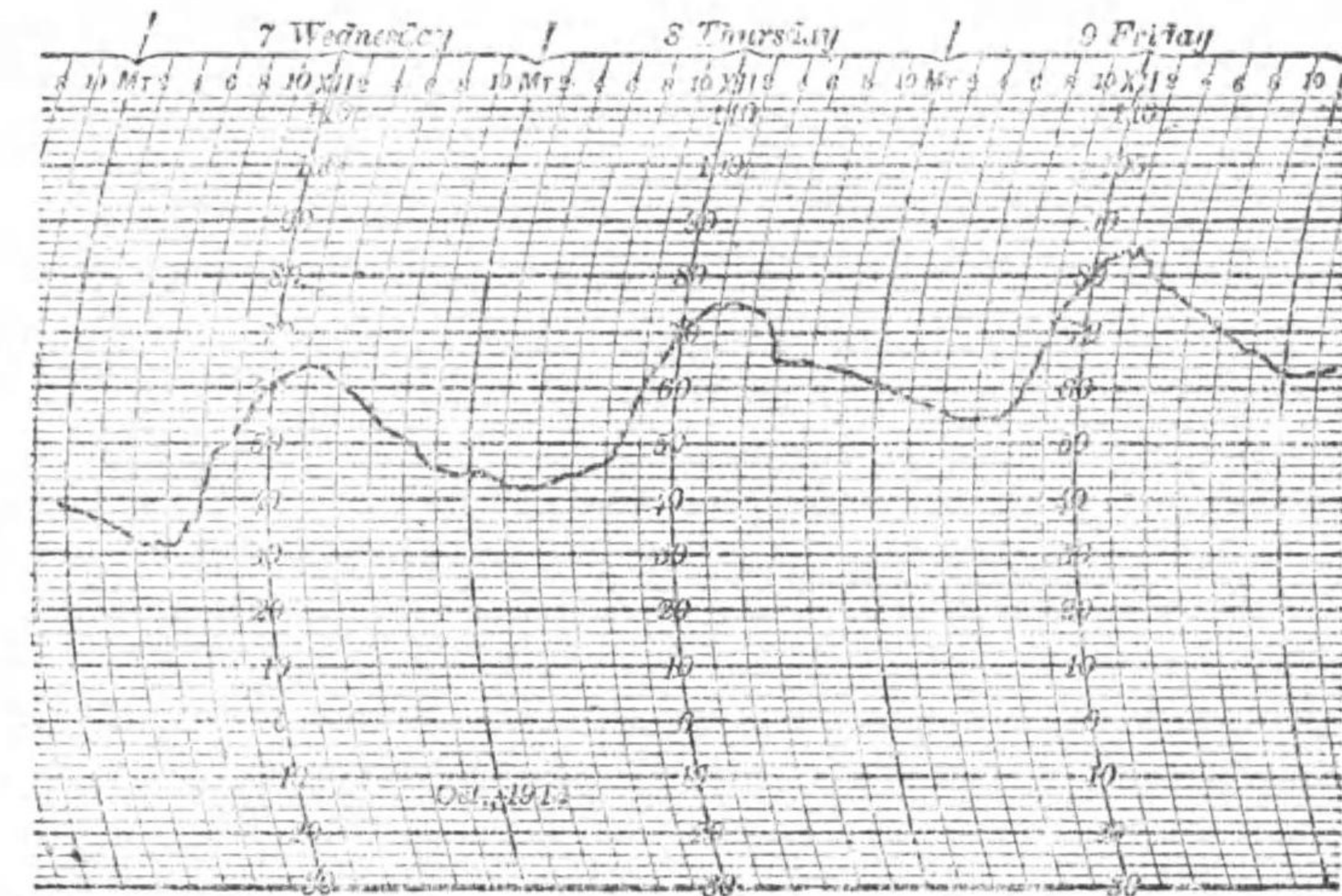
既ニ本書ニ於テモ「グラフ」ノ實社會ヘノ利用ノ實例ハ示シタ。特ニ § 22, § 29, § 30, § 35, § 39, § 45, § 51 等ノ各節及ビ第十三章ノ「ノモグラフ」等ハ何レモ實社會ト深イ交渉ヲ有スルモノデアアル。

軍隊ニ於テ射撃シタル「レコード」ハ是ヲ耗目ノ方眼ノアル板上ニトル。之ヲ標板トイフ。コレハ全ク坐標ヲ利用スルモノデアアル。

自然界及ビ社會ノ諸種ノ現象ハ或ル特定ノ時日或ハ場所ニ於ケル値ヲ觀察スル事ヨリ其ノ數量ガ如何ニ變化シツ、アルカトイフ事ヲ究ムルガ必要ナ事ガ多イ。之レ即チ函數概念 idea of function ノ大切ナル所以デアアル。例ヘバ氣象ヲ研究ノ對稱トスル人々ハ或ル瞬間ニ於ケル大氣ノ溫度トイフガ如キ事ヨリ、溫度ガ時間ノ函數トシテ如何ニ變化シテ來タカトイフ事ヲ重要視シ、從ツテ測定ヲ間斷ナク行ヒ、間斷ナク「レコード」スル必要ガ起ル。此ノ爲ニハ次ノ如キ裝置ヲ用フ。



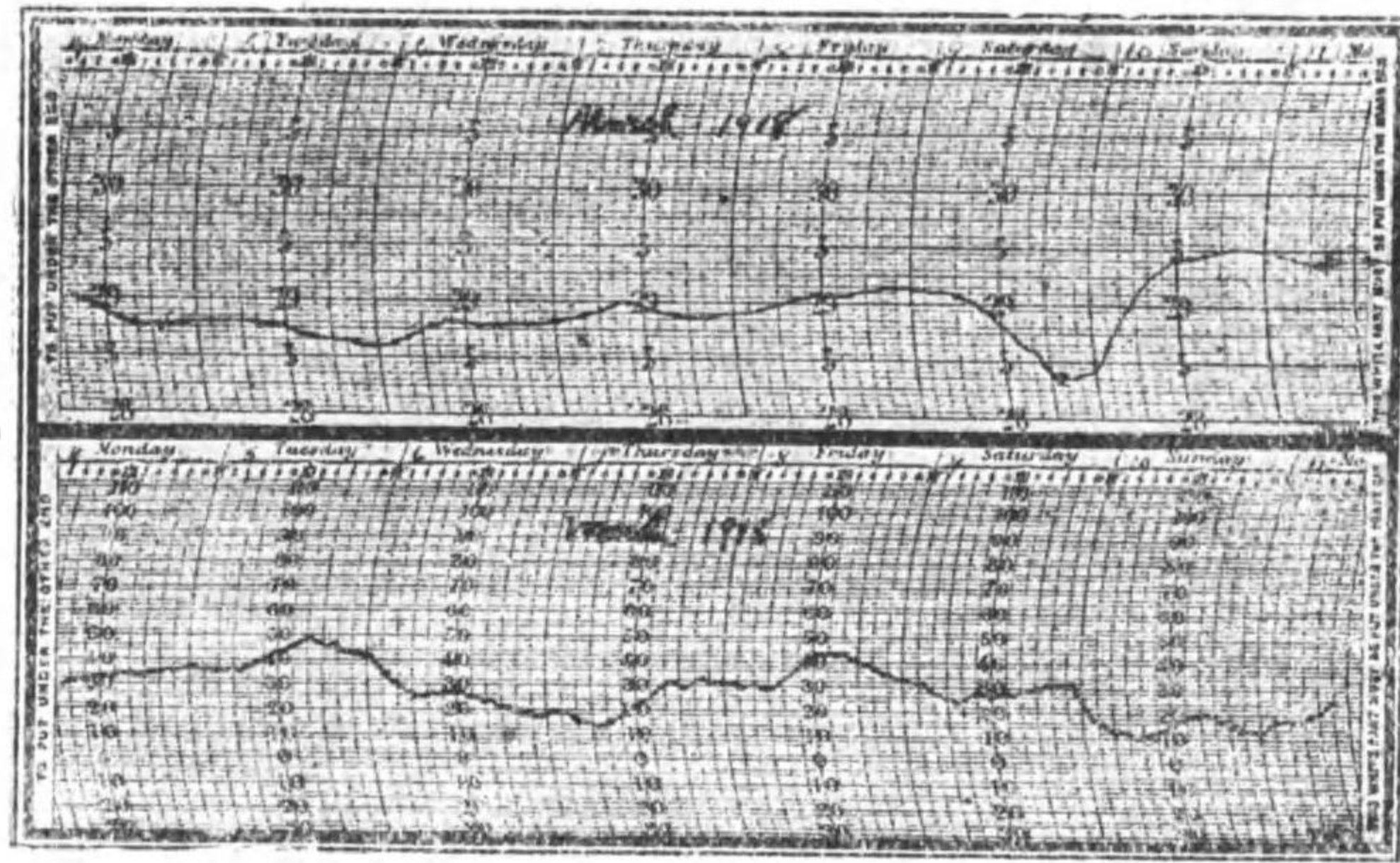
上圖ノ如キ自動記寒暖計 self-recording thermometer ニ依リ次ノ如キ「グラフ」ガ描カレル。



【圖ノ説明】 上圖ノ中樞ノ桿杆ハツノ尖端ニ「ペン」ヲ有シ、「ペン」ハ溫度ノ高低ニ從ツテ上下スルヤウ作ラル、方眼紙ノ巻キツケラレタル圓筒ハ時計仕掛ニテ一定ノ速度ニテ廻轉シテ居ル、方眼紙ノ横ノ目盛ハ最小ノ一刻ミガ 2°, 縦ノ最小ノ一刻ハ 2 時

間ニナツテ居ル。但シ「ペン」ノ尖端ハ圓弧ヲ描クガ故ニ方眼紙ノ縦ノ目盛ハ圖ノ如ク弧形ヲナシテ居ル。

尙氣象ヲ研究スル人々ハ氣温ノ外氣壓、風力等ノ如キヲモ自動的ニ記録シ、機械ヲシテ「グラフ」ヲ描カシメテ居ル。次ニ示スハ氣温ト氣壓トヲ機械ニテ「レコード」セシメタルモノ、實寫デアル。

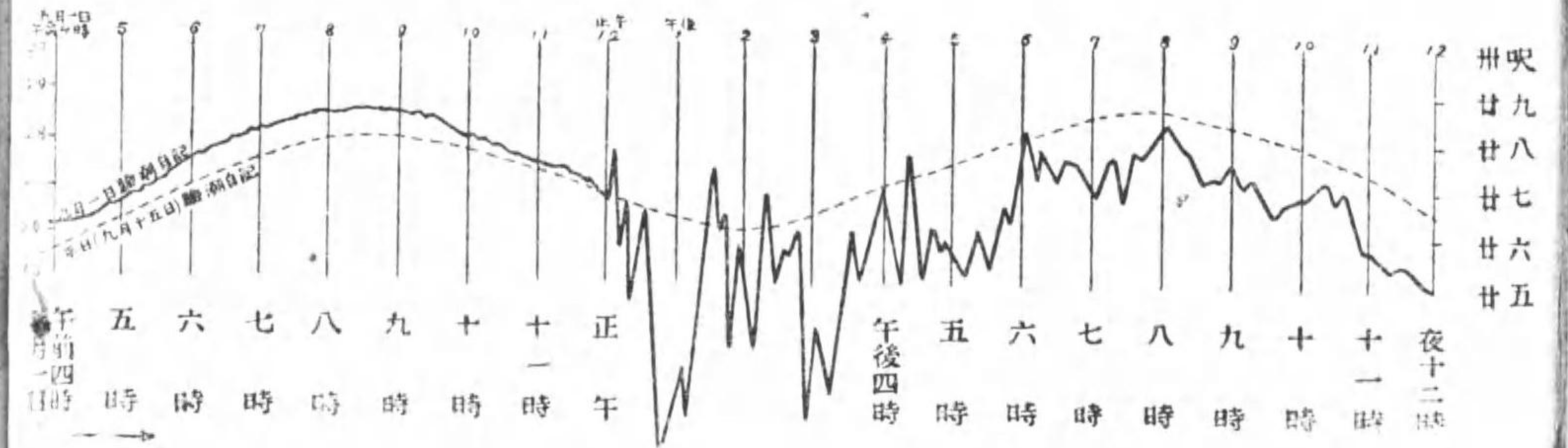


此ノ如キ「グラフ」ニ依リ吾人ハ一方ニハ「グラフ」ガ實用上價値ヲ有スル事ヲ示スト共ニ、他方又氣温ト時間、或ハ氣壓ト時間トガ函数ノ關係ニアル事ヲ示シテ函数ノ意義ヲ教授シ、更ニ直坐標ノ概念ヲ得サセ、「グラフ」ノ意義ヲ明カニスル事ヲ得。即チ上ノ如キ教材ハ「グラフ」教授ノ出發點ニ用ヒテ最モ有効ナルモノノ一ツデアル。

尙此ノ如キ例ヲ次ニ示シ、特ニ實生活ト關係深キ所ヲ明カニシヨウ。

地震計等モ自動的ニ前述ノ如キ「グラフ」ヲ描ク。之ニ依リ地震ノ模様ヲ知り得ルノミナラズ、或ハ地震ヲ豫測シテ震災ヲ豫防スル事

ガ出來ル。我が國ノ如ク環海國ニ於テハ地震ト潮ノ干満トノ間ニモ密接ナ關係ガアリ、潮ノ干満ヲ驗スル驗潮自記器ノ描ク「グラフ」ニヨツテ地震ノ豫知ヲナス事ヲ得ルトイフ。例ハバ古今未曾有ノ大正十二年九月ノ關東地方ノ大地震ニ於テモ横須賀海軍工廠内ノ驗潮器ハ次ノ如キ「グラフ」ヲ描イテ既ニ當日ノ午前四時半頃ヨリ之ヲ豫報シタ。唯遺憾ナ事ニハ當事者ガ無關心デアッタ爲事前ニ何ノ役ヲモナサナカッタ事デアル。

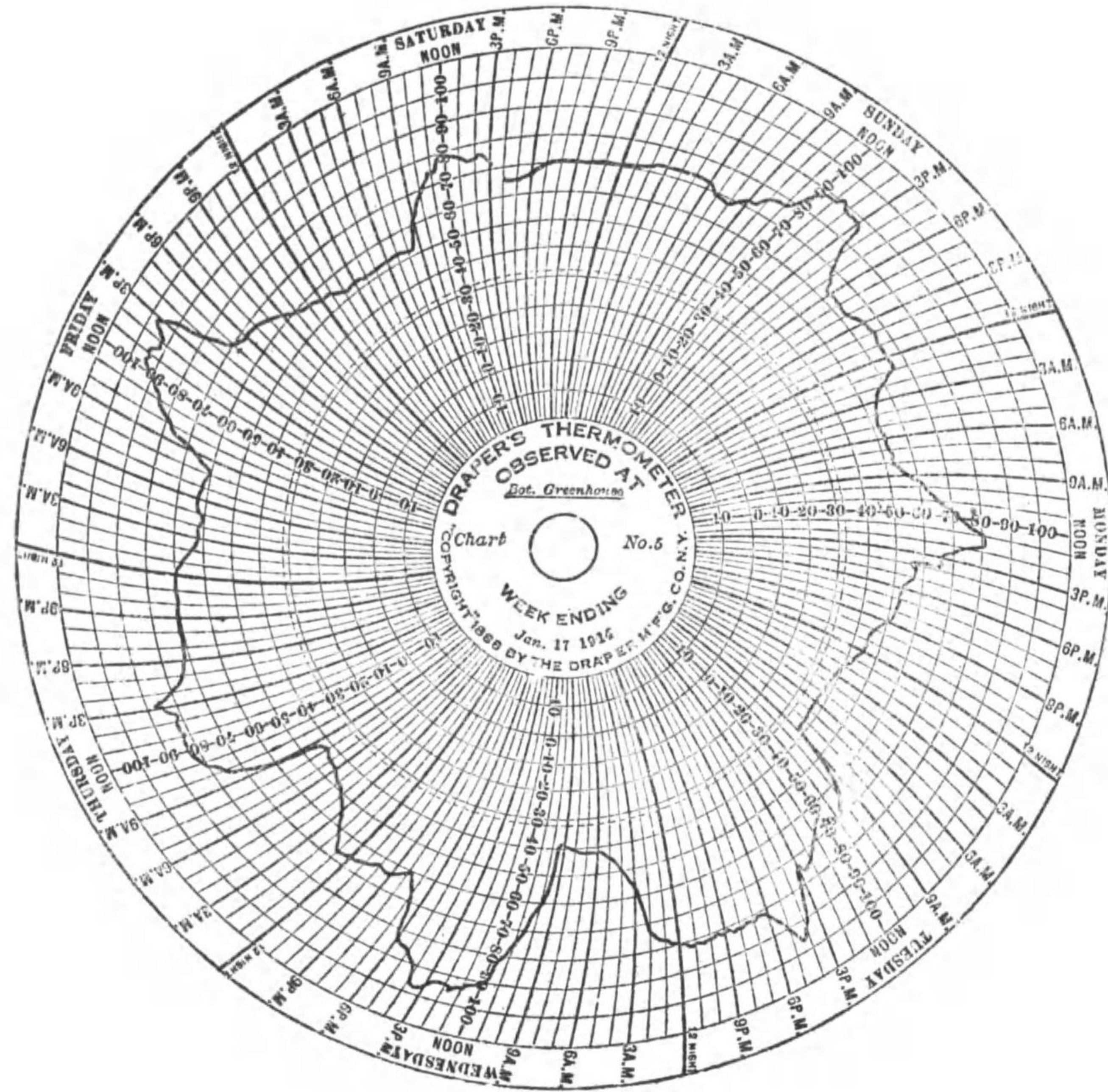


【圖ノ説明】 實線ハ九月一日ノ鋸齒狀線  
點線ハ九月十三日ノ平潮線

九月一日ニハ午前四時半頃ヨリ漸次満潮ニ向フ線ガ著シク鋸齒狀ヲ描キ、發震ト同時ニ俄然大變態ノ大落潮ヲ示シテ居ル。即チ此ノ「グラフ」ヲ同日ノ午前五時頃ニ精細ニ觀察シ、之ヲ發表シテ居タナラバ或ハ彼ノ大震災モノノ慘害ヲ輕クスル事ヲ得タデアラウ。

次ニ示スハ「ドレーパー」氏寒暖計 Draper's thermometer ニ依ツテ記録サレタ「グラフ」デアル。是ハ同心圓ノ目盛ニテ温度ヲ表ハシ、放射狀ノ目盛ニテ時間ヲ表ハスモノニシテ之レ全ク極坐標ノ概念ニ基礎ヲオクモノデアル。唯前述セル氣温ノ「グラフ」ト同様ニ機械構造上ヨリθノ目盛ニ當ル放射狀線ハ直線ニ非ズシテ弧デアル。

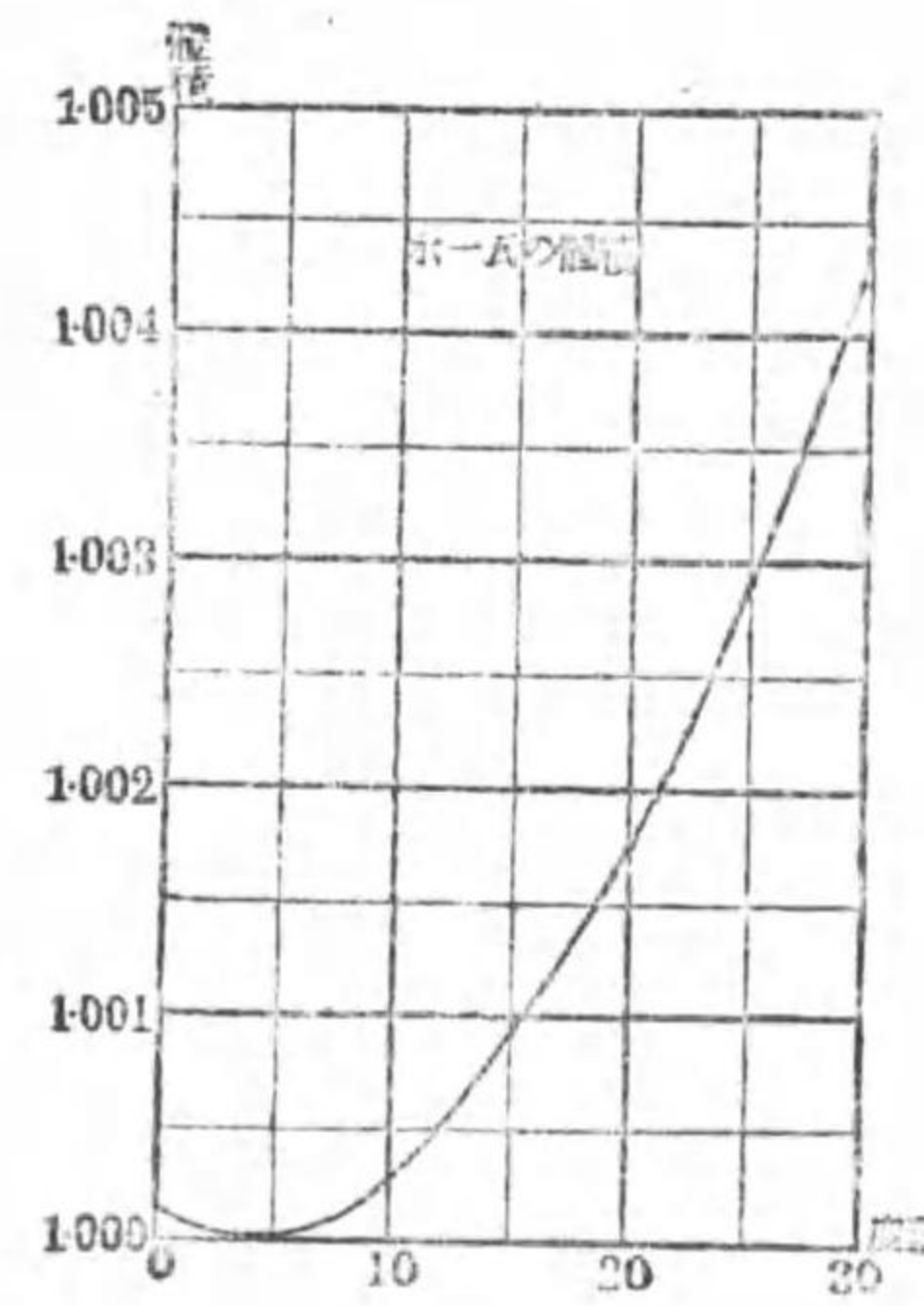
湿度計ノ或ル種類ノモノニモ亦此ノ如キ「レコード」ヲナスモノガアル。



上記ノ如キ材料ニ依リ吾人ハ又極坐標ノ概念ヲ得サセ、極坐標ニ依ル「グラフ」ノ意義ヲ鮮明ニ教授シタイモノデアアル。生キタル材料ヲ教授ノ實際ニ用フル事ハ最モ意義アリ興味ノ存スル事デアリ、而シテ最モ有効デアアルカラデアアル。

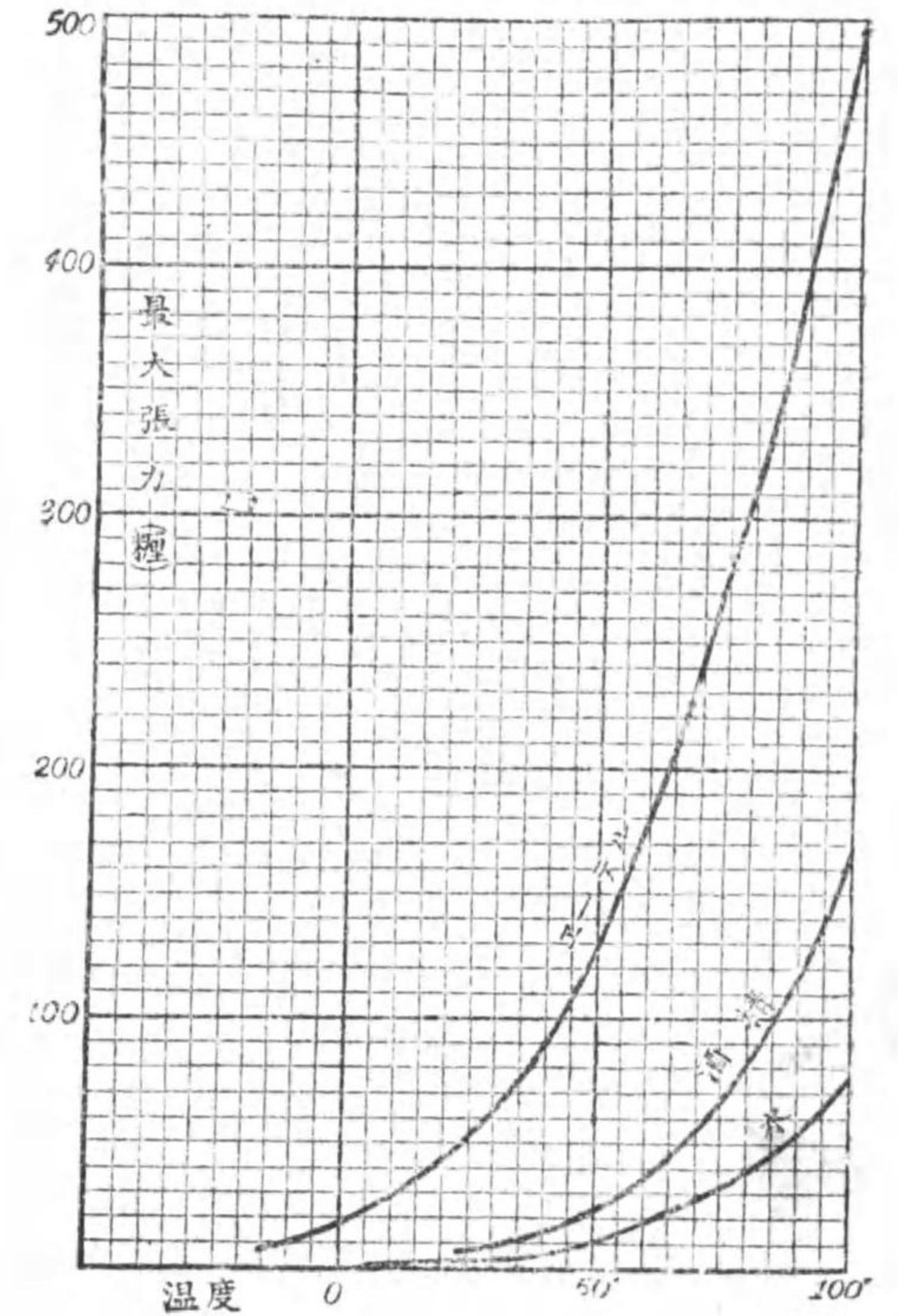
物理学、化学其ノ他一般ニ科学ニ於テ「グラフ」ノ多ク用ヒラレルハ人ノヨク知ル所デアアル。即チ斯クスル事ニヨリ或ハ補間法 method of interpolation ヲ用ヒテ實驗又ハ計算ヲナサル部分ノ値ヲ求メ、或ハ法則ヲ發見シ、或ハ餘リ遠カラザル部分ナラバ將來ノ豫測ヲモ出來ル。次ニ物理学、化学等ニ現ハレタル「グラフ」ノ一ニヲ示サウ。

左ノ「グラフ」ニ依ツテ水ノ體積ガ温度ノ變化ニ依リ如何ニ變化スルカチ一目シテ知り得。特ニ攝氏4度ニ於テ其ノ體積ガ極小ナル事ナド面白イ。次ニ示スハ各液體ノ最大張力ガ温度ト共ニ如何\*

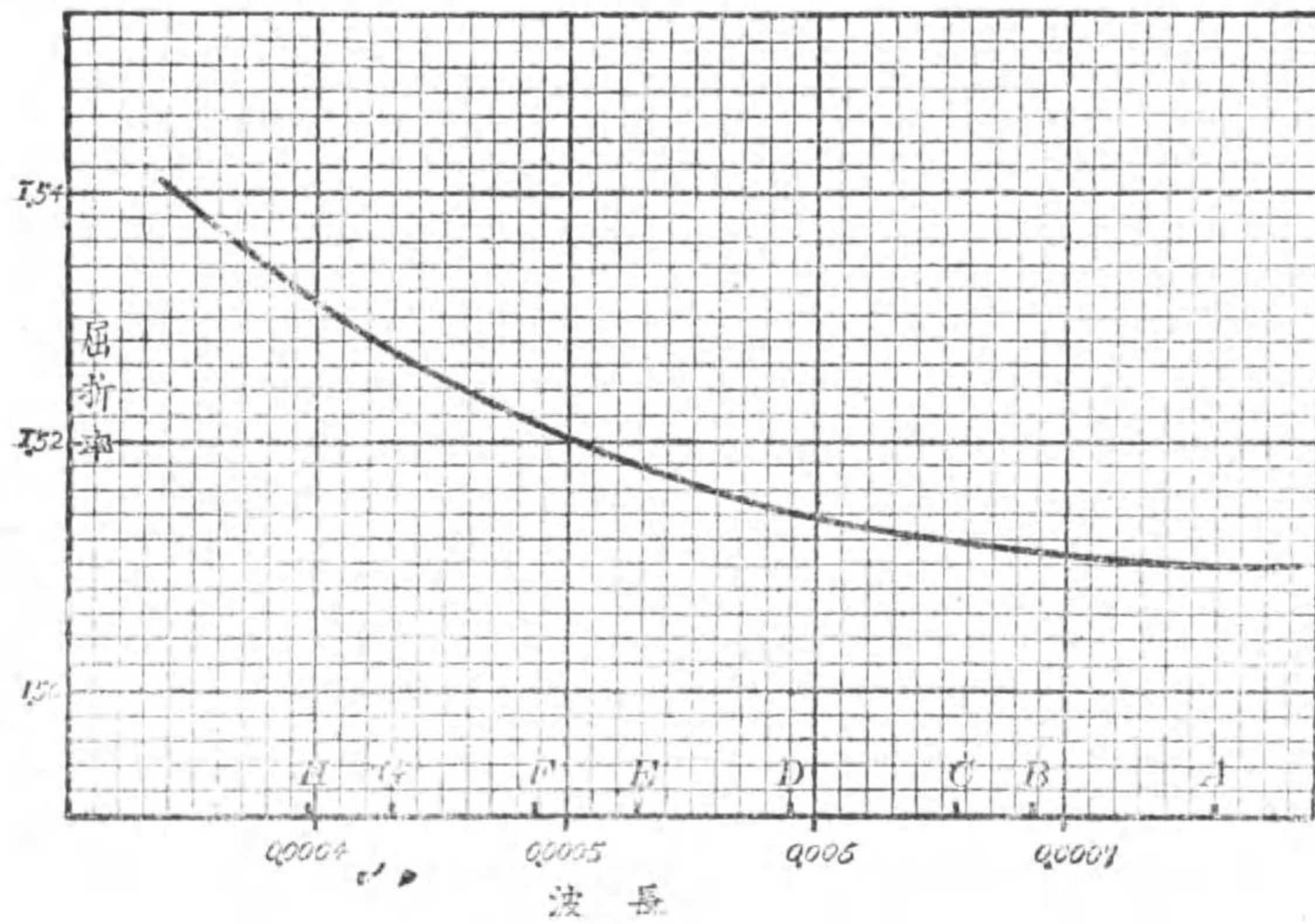


\*ニ變化スルカチ示ス「グラフ」ニシテ理化学上重要ナル諸性質ヲ見ル事ヲ得。

次ノ「グラフ」ハ光波ノ屈折率ガ其ノ波長ニ依リ異ル模様ヲ示スモノニシテ「レンズ」ノ色ノ收差、天然色寫真版ノ原理等ヲ物語ルモノデアアル。尙コレ等ノ「グラフ」ヲ見テ如何ニ自然界ニ存在スル函数關係ガ規則正

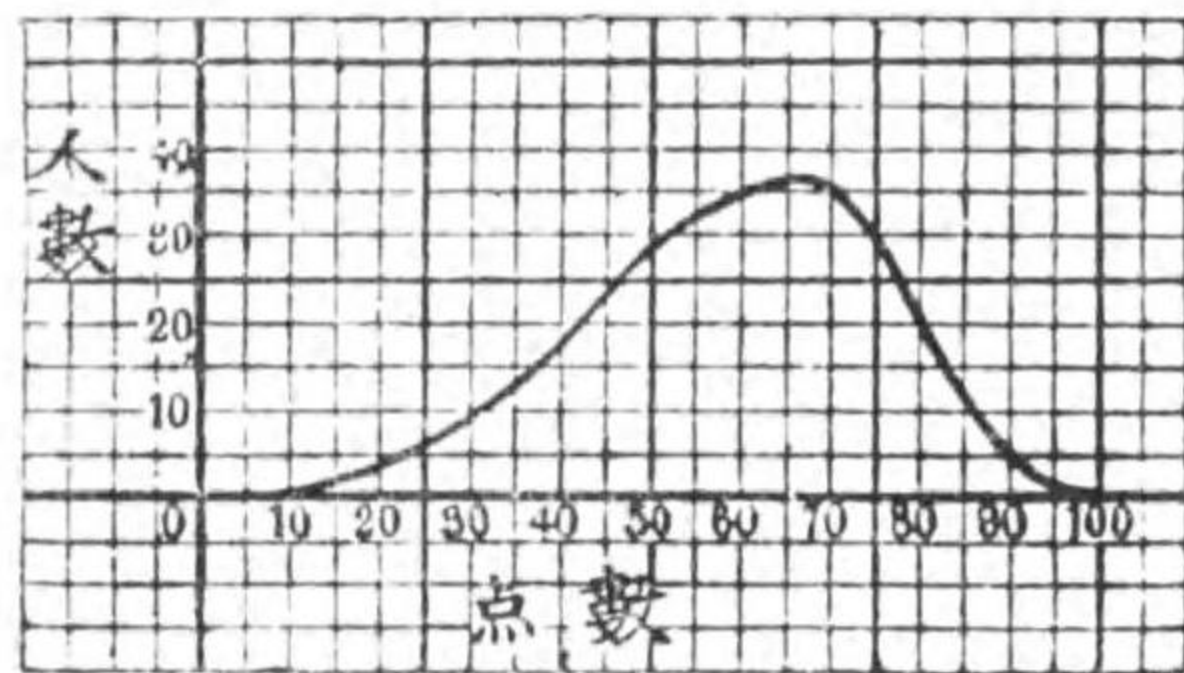


シイカテ知ル事が出来ル



§ 153. 度 數 曲 線 (正篇 § 15 参照)

一量ノ種々ノ値ニ對シ其ノ起ル度數ヲ表ハス「グラフ」ヲ度數曲線



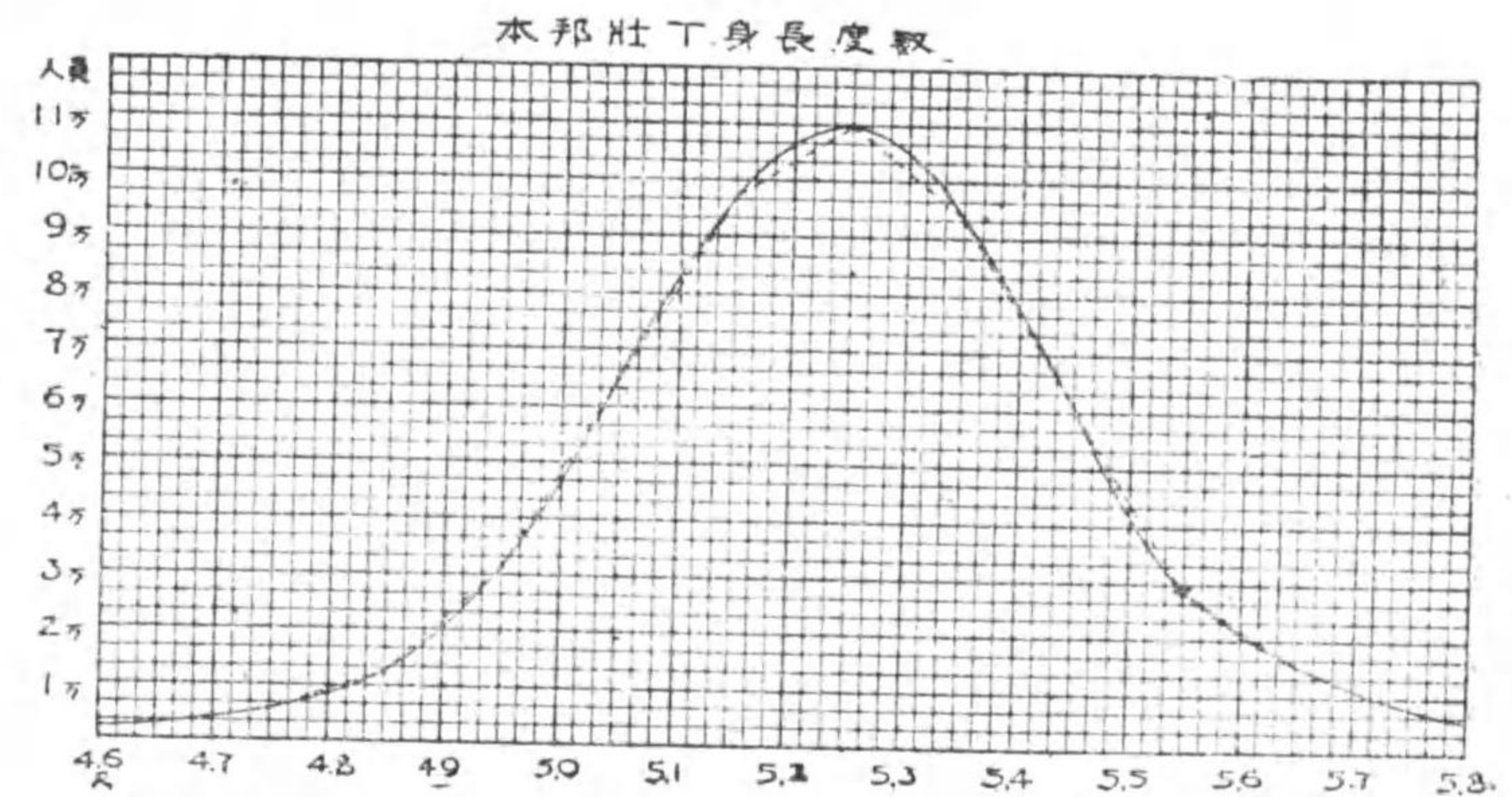
frequency curve トイフ。

例ヘバ入學試験ニ於テ夫々ノ點數ヲ得タル人数ヲy軸ニトツテ左ノ如キ「グラフ」ヲ得ルナラバ之レ度數曲線デアル。今本邦

壯丁身長ノ模様ヲ見ルニ大正九年ニハ

身長	48寸未満	48寸以上 49寸未満	49寸以上 50寸未満	50寸以上 51寸未満	51寸以上 52寸未満
人数	6,378人	12,837人	31,906人	65,047人	97,827人
身長	52寸以上 53寸未満	53寸以上 54寸未満	54寸以上 55寸未満	55寸以上 56寸未満	56寸以上
人数	110,347人	93,666人	60,352人	29,417人	15,376人

是ニ依ツテ次ノ如キ度數曲線ヲ得ル。



上ニ於テ述ベタル度數曲線ガ極大ノ兩側ガ極大値ノ線ニ關シテ對稱ナル時之ヲノーマルカーヴ normal curve トイヒ、極大ガ一方ニカタヨリ其ノ一方ハ緩ニ他方ハ急ナル時之ヲスキウカーヴ skew curve トイフ。實驗測定ノ結果、或ハ統計ノ結果ガ「ノーマルカーヴ」トナツタ時ハ其ノ材料ハ最モ模式的ニ normally ニ配在シテ居ルトイハレ、之ニ反シ「スキウカーヴ」トナツタ時ハ其ノ材料ガカタヨツタモノデアル。自然ノ配在ハ模式的ナルモノニシテ、若シ入學試験ノ採點ノ結果其ノ「グラフ」ガ「スキウカーヴ」トナルナラバ其ノ受験生ニ對シ問題ガ餘リニ容易デアツタカ (右ニカタヨツタ場合)、或ハ餘リニ困難デアツタカ (左ニカタヨツタ場合) ヲ示スモノデアル。

此ノ如キ事ヲ更ニ定量的ニ示ス「グラフ」ニ相關ノグラフ correlation graph トイフノガアル。即チニツノ事實ノ間ニ於ケル相關ノ模様ヲ表ハスモノニシテ統計學ノ進歩ニ從ツテ廣ク用ヒラレルヤウニナツテ來タ。

## § 154. 中等教育ニ於ケルグラフ教授

本書ヲトヅルニ當リ、大正10年(1922)10月下旬當校ニ於テ全國中等學校數學教育研究大會ヲ開催シタ際、研究問題ノ一ツデアッタ「グラフ教授ヲ如何ニスベキカ」トイフ問題ニ就イテ當校數學研究會ノ意見ノ要點及ビ當校ニ於テ實施セル一斑ヲ掲ゲテオク。

### 1. 「グラフ」教授ノ目的ト教材ノ選擇

初等數學ニテ取扱フ「グラフ」ハ決シテ解析幾何學ノ程度ヲ低クシタモノデモナク、又其ノ初步デモナイ。從ツテ當校デハ「グラフ」ヲ導入スル事ヲ以テ高等數學ノ初步ヲ授ケルトハ全然考ヘテ居ラナイ。

「グラフ」ノ價值ニハ種々アルガ要スルニ「グラフ」自身獨立シテ有セル價值ト他ノ方便トシテノ價值ニ分ツ事ガ出來ル。近來統計報告ニ盛ニ使用サレル「グラフ」ニ對スル理解ヲモタズ、又實際ニ使用シテ非常ニ便宜ノ多イ「グラフ」ノ利用方法ヲ知ラナクテハ今後ノ社會生活ニ處シテ十分ノ活動モ出來ナイトイフ理由デ之ヲ教フルナラバコレ即チ前者ノ類デアアル。之ニ反シ「グラフ」ガ數關係ヲ具體化スル特質ニヨリ之ヲ用ヒテ他ノ數學事項ノ教授ヲ徹底セシメ有効ナラシメル爲ニ「グラフ」ヲ教ヘ、或ハ延イテ函數概念ノ養成ヲナス事ナドハ後者ノ價值ヲ採ツタモノデアアル。當校ニ於テ「グラフ」ヲ課スルニモ此ノ兩方面ヨリ考ヘテ居ル。從ツテ教材ノ選擇ニモ常ニ此ノ兩方面ノ價值アルモノニ留意シテ居ル。

### 2. 教材ノ排列

「グラフ」ノ發達進化ノ過程ハ即チ心理發展ノ階梯ヲ辿ルモノデア

ルカラ當校ニ於テハ教材ノ配當排列ニモ努メテ心理發展ノ過程ニ沿フベク「グラフ」ノ發達ノ順序ヲ追ウテ排列シテ居ル。

a. pictogram (繪畫ニヨリ數量ヲ表ハスモノ)ノ讀方

- |                                |         |
|--------------------------------|---------|
| (イ) line pictogram (長サニヨルモノ)   | } 長所ト短所 |
| (ロ) area pictogram (面積ニヨルモノ)   |         |
| (ハ) volume pictogram (體積ニヨルモノ) |         |

b. bar graph (線分ニヨリ數量ヲ表ハスモノ)ノ讀方, 描方

c. graphic curve (bar graphトcurveトノ中間ノモノ)ノ讀方, 描方

d. curve ニツイテ

(イ) 直線トナルモノ

(ロ) 曲線トナルモノ

e. 外ニ circular graph ノ讀方

而シテ是レ等ハ大抵算術科ニ於テ課シ、(d)ノ curveニ就イテハ代數科ニ於テ二次方程式ノ解法ヤ不等式ノ「グラフ」ノ程度マデ教ヘル。又特殊ノ曲線例ヘバ指數曲線ヤ三角函數曲線等ハコレガ教材ノ教授ニ際シテ取扱フ。從ツテ當校ニ於テハ唯 d)ノ曲線ノミヲ教ヘルガ如キコトハナサナイデアアル。

尙當校ニ於テハ「グラフ」ヲ獨立ノ一分科トシテ課セズ、又代數科ノ或ル時期ニ於テ纏メテケ所ニ課セズ、隨時隨所ニ授ケル。其ノ主ナル理由ハ

i 多方面ニ取扱フ爲

ii 興味ヲ起サシメル爲

iii 「グラフ」ノ材料ナルモノハ數學一般ノ教材ト同一ナルヲ以テ、

其ノ教材ヲ取扱フトキ同時ニ「グラフ」ノ方面ヨリモ併セ取扱フヲ適當ト認メル。

iv「グラフ」ソレ自身ノ目的ヨリスレバ獨立シテ課スルモ適當デア  
ルガ、「グラフ」ニ依ツテ數學理解ノ助ケトシ、或ハ「グラフ」ヲ利  
用スル爲ニハ獨立シテ教ヘナイガヨイ。

3. 各科配當時間表及ビ教材配當表

學年	一	二	三	四	五	計
算術	各種ノ「グラフ」ノ讀方、描方及ビ其ノ理解 13					13
代數		坐標一次ノ「グラフ」 二元一次聯立方程式ノ解法 一次不等式ノ「グラフ」	二次ノ「グラフ」 一元二次方程式ノ解法 二元二次聯立方程式ノ解法 簡單ナル三次ノ「グラフ」 簡單ナル三次方程式ノ解法 二次ノ不等式ノ「グラフ」		指數曲線 對數曲線	23
幾何		6	15	二次曲線ノ幾何學的性質 軌跡ト「グラフ」		5
三角法					三角函數曲線	3
計	13	6	17	3	5	44

4. 算術科ニ於ケル「グラフ」教授 (當數學研究會著算術教科書參照)

a. 算術科ニ於テハ坐標ニ關スル名稱ハ一切教ヘズ、實社會ト關係ノ深イモノ、或ハ實驗的教材ト關係アルモノヲトル。

b. 「小數及分數」ノ篇ノ始メニ於テ各種ノ pictogram ノ讀ミ方ヲ練習シ併セテ其ノ意義、長所、短所等ヲ知ラシメル。

c. 「小數及分數」ノ篇ニ於テ bar graph, graphic curve 及ビ circular

graph 等ニツキ讀圖ノ練習ヲシ、又描カシメ、併セテ種々ノ考察ヲ行ハセル。(教科書 P.36, P.45, P.47, P.69 等參照)

d. 「諸等數及日常計算」ノ篇ニ於テ直線トナル「グラフ」ヲ教ヘ、讀圖ト描圖ヲ行ハシメ、主トシテ「グラフ」ノ利用ノ途ヲ知ラシメル。(教科書 P.95, P.97, P.112, P.116, P.117, P.120 等參照)

e. 「四則應用問題」ノ篇ニ於テ特殊ノ「グラフ」ニツキ其ノ利用ノ途ヲ知ラシメル。

[教科書 P.164 (曲線トナル「グラフ」ノ始メ), P.166, P.168 diagram) 等參照]

f. 「比例」ノ篇ニ於テ曲線トナル「グラフ」ヲ教ヘ、之ヲ讀マシメ、主トシテ函數概念ノ養成ニ努メル。

(教科書 P.180, P.181, P.185, P.186, P.206 等參照)

尙當會著作ニカ、ル女子教育算術教科書ヲ參照スル時ハ一層此ノ主旨ヲ明カニ見ル事ガ出來ル。

5. 代數科ニ於ケル「グラフ」教授 (當數學研究會著代數學教科書參照)

數學ノ中デ函數概念ノ養成ニ最モ都合ノヨイノハ代數科デア  
ル。本科ノ中デモ主トシテ「グラフ」教授ノ際之ヲナス。「グラフ」ハ聯立二元一次方程式ノ教授ノ前ト聯立二元二次方程式ノ教授ノ前及ビ不等式、比例等デ授ケル。即チ

a. 「デカルト」ノ直坐標ヲ教ヘル。

b. 聯立二元一次方程式ニ入ル前ニ坐標ニ關スル事ヲ教ヘ、點ノトリ方ヲ練習セシメ  $y=f(x)$  ノアラハス「グラフ」ノ描キ方ヲ知ラシメル。

c. 同時ニ「グラフ」ニヨリ二元一次方程式ノ意義及ビ聯立方程式ノ根ノ意義ヲ徹底セシメル。

- d. 不等式ノ意義、其ノ解法ノ意義ヲ「グラフ」ニ依ツテ授ク。
- e. 一元二次方程式ノ解法ヲ終ヘタル後、一般ニ代數式ノ圖示法ヲ教ヘ、一元二次方程式ノ「グラフ」ニ依ル解法ヲ授ク。
- f. 此ノ時函數、常數、變數等ノ意義モ教ヘル。
- g. 極大、極小ノ意義ヲ「グラフ」ニヨリ理解サセル。
- h. 二次曲線ニツキ教授シ、併セテ其ノ幾何學的性質ヲモ取扱フ。
- i. 聯立二元二次方程式ニ入ル前ニ二元二次聯立方程式ノ「グラフ」ニ依ル解法ヲ教ヘ、「グラフ」ニ依リ根ノ意義ヲ徹底セシメ、尙方程式ノ次數ト根ノ數トノ關係ヲ明カニスル。
- j. 標準曲線ニ依ル方程式ノ解法ヲ授ケ、高次方程式ノ解法ニ及ブ。
- k. 對數ノ教授ニ際シ指數曲線及ビ對數曲線ヲ教ヘ、計算尺ノ目盛ト對數トノ關係ヲ「グラフ」ニヨリ明確ニ知ラセルヤウニ努力スル。
- コノ爲ニ本會獨創ノ「グラフ」ヲ用フ。(下卷13頁及ビ附録參照)

## 6. 幾何科及ビ三角法科ニ於ケル「グラフ」教授

- a. 幾何科ニ於テハ軌跡ノ意義ヲ教フルニ際シ方程式ト其ノ「グラフ」ノ關係ヲ用ヒ、又二次曲線ノ幾何學的性質ヲ教授ス。
- b. 三角法科ニ於テハ三角函數ノ教授ニ際シ三角函數曲線ヲ教授シ、函數ノ變化ノ模様ヲ理解セシメ、又波狀曲線ノ一般的性質ヲモ知ラシメル。

## 7. 「グラフ」教授上ノ設備

- a. 方眼塗板。各教室備付ノ塗板ノ一部ヲ方眼塗板トス。大サ 120 糎ニ90糎、方眼ノ大サ3糎平方。コレハ重イ方眼塗板ヲ持チ運ブ事、之ヲ忘レル事、他ノ教室ト衝突スル事ナドナク極メテ好都合デアアル。又算術ノ圖ヤ幾何ノ圖ヲ描クニモ利用シテ便利デアアル。

- b. 生徒ノ數學自由研究室ニ方眼塗板ヲ備付ケ、生徒ヲシテ自由ニ使用セシメル。大サ各教室ノ通り。
- c. 掛圖。精密ニ或ハ美シク描カレタル「グラフ」ヲ示ス爲及ビ教科書中ニアル「グラフ」ノ擴大シタル圖ヲ示スタメニ當會考案ノ大版方眼紙(3糎目, 75糎ニ60糎)ヲ用ヒテ掛圖ヲ作ツテ居ル。出來テ居ルモノ現在約70枚。
- d. 讀圖ヲ目的トスル爲ト圖ニ親シマシメル爲ニ算術的「グラフ」ノ材料ヲ蒐集シ掛圖ニ作ツテオキ必要ノトキ教室及ビ自由研究室ニ掲ゲル。掛圖ニ出來上ツテ居ルモノハ50枚バカリアル。

e. 製圖用器具。製圖機械、比例「コンパス」、線定規等「ビームコンパス」、丁定規、各種曲

- f. 塗板用曲線定規及ビ直線定規。「ベニヤ」板ニテ作り、橢圓、双曲線、拋物線及ビ標準拋物線定規ハ皆塗板ノ方眼ニ合フヤウニ作ル。直線定規ハ長サ150糎ノモノデアアル。

## 8. 生徒ノ實習ニツキ

「グラフ」教授ニ於テ缺ク事ノ出來ナイノハ方眼紙デアアル。方眼「ノート」ヲ使用スル事ハ「グラフ」ヲ獨立ノ一分科トシテ課スル時ハヨイガ、時々課スルニハ不都合デアアル。又巷間賣ルモノハ大版デ且ツ高價ナル故、生徒ノ實習用ニ適セヌ。茲ニ於テ當校デハ生徒ノ日常使用シテ居ル數學「カード」ト同型(四六版)ノ方眼紙七種ヲ考案印刷ニ附シ、必要ニ應ジテ綴ヂ込マシメテ練習セシメル。七種トハ

No. 1	5 糎目方眼紙
No. 2	3 糎目 同
No. 3	2 糎目 同

- No. 4 1.5耗目 方眼紙  
 No. 5 1 耗目 同…………… 高等ナル曲線用  
 No. 6 プロバイルペーパー…………… 棒「グラフ」用  
 No. 7 極坐標用方眼紙…………… 極坐標ニ依ル「グラフ」用  
 用及ビ扇形「グラフ」用

No. 7 ノ極坐標用方眼紙ニ依リ簡單ナル極坐標ニ依ル「グラフ」ヲ  
 中等學校ニモ導入シタイモノデアル。

此ノ如クニシテ函數概念ノ養成ヲ中心トセル眞實ノ數學教育ガ愈  
 普及セン事ヲ念ジツツココニ擱筆スル次第デアル。

第十四章 参 考 書

Fisher	Frequency Curve	Macmillan
拙 著	「グラフ」教授	東京修文館

「グラフ」研究終リ

グラフ研究  
 附 録

目 次

I. 數學諸表

	頁
第一表 平方,立方,平方根,立方根ノ表……………	1
第二表 對數表(其一)……………	2
" (其二)……………	3
第三表 指數函數表……………	4
第四表 自然對數表……………	4
第五表 三角函數ノ眞數表……………	5
(鐵道運行圖表ニ就キ)……………	6

II. 術 語 及 索 引……………7

III. 標準曲線

第一圖 拋物線	$y = x^2$
立方拋物線	$y = x^3$
第二圖 四次拋物線	$y = x^4$
双曲線	$y = \frac{1}{x}$



第二表

對數表 (其二)

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9665	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

欠

第 二 表

對 數 表 (其二)

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

欠

第三表 指數函數表

$x$	$e^x$	$e^{-x}$
0.0	1.000	1.000
0.2	1.221	0.819
0.4	1.492	0.670
0.6	1.822	0.549
0.8	2.226	0.450
1.0	2.718	0.368
1.2	3.320	0.301
1.4	4.055	0.247
1.6	4.953	0.202
1.8	6.050	0.165
2.0	7.39	0.135
2.2	9.03	0.111
2.4	11.02	0.0907
2.6	13.46	0.0742
2.8	16.45	0.0608
3.0	20.09	0.0498
3.2	24.53	0.0408
3.4	29.96	0.0334
3.6	36.60	0.0273
3.8	44.70	0.0224
4.0	54.60	0.0183
4.2	66.69	0.0150
4.4	81.45	0.0122
4.6	99.48	0.0101
4.8	121.50	0.0082
5.0	148.4	0.0067
5.2	181.3	0.0055
5.4	221.4	0.0045
5.6	270.4	0.0037
5.8	330.3	0.0030
6.0	403.0	0.0025

第四表 自然對數表

$x$	$\log_e x$	$x$	$\log_e x$
0.1	7.697-10	3.5	1.253
0.2	8.391-10	4.0	1.386
0.3	8.796-10	4.5	1.504
0.4	9.084-10	5.0	1.609
0.5	9.307-10	5.5	1.705
0.6	9.489-10	6.0	1.792
0.7	9.643-10	6.5	1.872
0.8	9.777-10	7.0	1.946
0.9	9.895-10	7.5	2.015
1.0	0.000	8.0	2.030
1.1	0.095	8.5	2.140
1.2	0.182	9.0	2.197
1.3	0.262	9.5	2.251
1.4	0.336	10.0	2.303
1.5	0.405	15.0	2.708
1.6	0.470	20	2.996
1.7	0.531	30	3.401
1.8	0.588	40	3.689
1.9	0.642	50	3.912
2.0	0.693	60	4.094
2.1	0.742	70	4.249
2.2	0.788	80	4.382
2.3	0.833	90	4.500
2.4	0.875	100	4.605
2.5	0.916	110	4.701
2.6	0.956	120	4.788
2.7	0.993	130	4.868
2.8	1.030	140	4.941
2.9	1.065	150	5.011
3.0	1.099	200	5.298

$\log_e x = \log_{10} x \cdot \log_e 10 = 2.3026 \log_{10} x$   
 $\log_{10} x = \log_e x \cdot \log_{10} e = 0.4343 \log_e x$

第五表  
三角函數之真數表

角	Sine	Cosine	Tangent	Cotangent	角
1°	0.0175	0.9998	0.0175	57.2900	89°
2	0.0349	0.9994	0.0349	28.6363	83
3	0.0523	0.9986	0.0524	19.0811	87
4	0.0698	0.9976	0.0699	14.3007	86
5	0.0872	0.9962	0.0875	11.4301	85
6	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	84
7	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	83
8	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	82
9	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	81
10	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	80
11	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	79
12	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	78
13	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	77
14	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	76
15	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	75
16	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	74
17	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	73
18	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	72
19	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	71
20	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	70
21	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	69
22	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	68
23	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	67
24	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	66
25	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	65
26	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	64
27	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	63
28	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	62
29	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	61
30	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	60
31	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59
32	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58
33	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57
34	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56
35	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	55
36	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54
37	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53
38	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52
39	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51
40	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	50
41	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	49
42	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48
43	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47
44	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46
45	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	45
角	Cosine	Sine	Cotangent	Tangent	角

【鐵道運行圖表】

卷末ニ鐵道運行圖表ヲ添附ノ計畫ナリシモ、製本ノ都合上止ムナク之ヲ中止ス。

正篇ニハ添附セル故熱心ナル讀者ガ正篇ヲ參照シツ、續篇 29, 特ニ 101 頁ノ問題 1 ヲ研究サレシ事ヲ望ム。

術 語 及 索 引  
人 名 地 名

例 言

1. ABC 順.
2. 上ノ句ニ依リ並ブチ本則トス。例ヘバ「拋物線ノ螺線」ハ「拋物線」ノ部ニ在リ、「立方拋物線」ハ「立方」ノ部ニ在ルガ如シ。
3. 數字ハ頁數ヲ表ハス。但シ其ノ事項全節ニ涉ル場合ニハ節ノ番號ヲ記シ、記號 2 ヲ冠シ、特ニ數字ヲ「ゴシツク」型ニシテ區別ス。又全章ニ涉ル場合ニハ章ノ番號ヲ記シタ所モアル。
4. 數字ノ記入ナキハ出處特ニ多キカ、或ハ定ラザルモノデアアル。
5. 數字ノ代リニ「ローマ」字ヲ記入セルハ重出セル語ニシテ該部ヲ參照セヨトノ謂デアアル。
6. 術語中從來屢用ヒ來レルモノニハ掲ゲナイモノモアル。
7. 原語ハ英語ヲ以テ示スチ本則トス。但シ固有名詞等ハ其ノ國語ニ依ル。

A

- アグネッシ ..... Agnesi 234, 235  
 ——ノウィツチ ..... witch of Agnesi [U]  
 アインシュタイン ..... A. Einstein 27  
 アレクサンダー三世橋(パリ) ... Alexander III Bridge (in Paris) 188  
 アルキメデス ..... Archimedes 403  
 ——ノ螺線 ..... spiral of Archimedes § 140  
 アストロイド ..... astroid § 78, 343

B

- 拋物線 ..... parabola 53, 55, 65, 91, 94, 109, 110, 113, § 46, § 47, § 48, § 49, § 50, § 51, 189, 197, 198, 199, 207, 214, § 66, § 77, 251, 252, 253, 255, 259, 261, 262, 263, 264, § 87, § 88, § 91, § 92, 294, 295, 342, 348, 349, 350, 351, 353, 383, § 137, 421, 422, 423 等

- 族.....parabolic family 193, 206, 235
- 鏡.....parabolic mirror 184
- 的螺線.....parabolic spiral 406, 407

拋物線ノ部分ノ名稱ハ之ヲ開テ参照セヨ 例ヘバ「拋物線ノ頂點」ハ頂點ノ部ニ在リ、「拋物線ノ中心」ハ「中心」ノ部ニ在ル。

- 棒グラフ.....bar graph 66, 443, 444, 448
- ボイルノ法則.....Boyle's law 157, 159
- 分數.....fraction 20, 21, § 120
- 函数.....fractional function 11, 13, 219, 407
- 函数ノグラフ.....graph of fractional function § 65, § 71, § 72, § 73, § 74, § 75, § 76

C

- 超越函数.....transcendental function 10, 13, 40, 298
- ノグラフ.....graph of transcendental function 40, 第九章
- 長軸.....major axis 127, 129, 136, 391, 393, 394
- 直角双曲線.....rectangular hyperbola 特=144, [S] (正双曲線)
- 直角坐標ヌハ直坐標.....rectangular co-ordinates 27, 374, 376, 436
- 直交軸.....rectangular axes 27
- 直弦.....latus rectum 394
- 長徑.....semi-major axis 127, 129
- 直線.....straight line 17, § 7, 26, 49, 73, 74, 76, 85, 110, § 129, 443 等
- 頂點.....vertex
- 楕圓ノ.....vertex of ellipse 127
- 双曲線ノ.....vertex of hyperbola 142
- 拋物線ノ.....vertex of parabola 160, 168, 171 等
- 中心.....centre
- 圓ノ.....centre of circle [E]
- 楕圓ノ.....centre of ellipse 127, 133 等
- 双曲線ノ.....centre of hyperbola 142, 149, 150, 152, 153
- グラフノ.....centre of graph [G]
- 對稱ノ.....centre of symmetry [T]

D

- 楕圓.....ellipse 53, 54, 55, 57, 109, 110, § 36, § 37, § 38, § 39, 217, § 68, 256, § 133, § 134, § 135 等
- 楕圓ノ部分ノ名稱ハ之ヲ開テ参照セヨ。
- ダイアグラム(略稱ダイア).....diagram § 29, 443, 附6 [U] (運行圖表)
- ノ符號.....symbol of diagram 98, 99, 100
- 代數函数.....algebraic function 9, 11, 13, 40, 298
- ノグラフ.....graph of algebraic function 40
- デデキンド.....Dedekind 22
- ノ理論.....theory of Dedekind 22
- デカルト.....R. Descartes 口繪, 同裏面, 31, 216, 445
- ノフオリウム.....folium of Descartes [F]
- ノ坐標.....Cartesian co-ordinates 31, 37, 445
- デオクレス.....Deocles 233, 234
- ノシツソイド.....cissoid of Deocles [S]
- デトロイトノ観測所(ミシガン大學).....Detroit Observatory (University of Michigan) 184
- デイヴェー.....J. Devey 序ノ2
- ドカニユ.....M. d'Ocagne 412
- 動徑.....radius vector 31, 32, 371
- 獨立變數.....independent variable (特=2)
- ドレーバー氏寒暖計.....Draper's thermometer 437
- 同心圓.....concentric circle 123, 355, 372, 385, 404
- 度數曲線.....frequency curve § 153, 448

E

- 圓.....circle 32, 49, 53, 54, 55, 57, 59, 60, 109, 110, 118, § 33, § 34, 125, 257, § 86, § 93 293, 294, 300, 304, 312, 340, 363, 364, 365, 383, § 130, § 131, § 132
- ノ中心.....centre of circle 119, 122, 268, 269, 235, 286, 298, 384, 388, 3.0 等

—ノ直径.....diameter of circle 90, 165, 386, 387 等  
 —ノ半径.....radius of circle 91, 119, 122, 268, 269, 285, 286, 293, 384, 388, 390 等  
 —周.....circumference (of circle) 90  
 —ノ面積.....area of circle 91, 164, 165  
 圓錐.....circular cone or cone 109  
 —曲線.....conic section or conic 109  
 ■ 値函数.....n-valued function 8  
 ■ 次函数.....function of n-th degree 12  
 エルドマン.....Erdmann 405  
 エワート.....Ewart 412

**F**

フィッシャー.....Fisher 418  
 不盡根數.....incommensurable root or surd § 121  
 複値函数.....double valued function 7, 8, 63, 337  
 複利法.....compound interest § 108, 424, 431  
 —ノグラフ.....graph of compound interest § 108, 413  
 —ノノモグラフ.....nomograph of compound interest 424, 431, 432, 433  
 複素數.....complex number § 123, § 124  
 不能.....impossible 244, 245, 254, 256  
 —方程式.....impossible equation 243  
 フォリウム(デカルト).....folium (of Descartes) 43, 215, 216  
 不定.....indeterminate 245, 254, 256  
 —方程式.....indeterminate equation 241, 243  
 不等式.....inequality 第十章  
 —ノグラフ.....graph of inequality 第十章  
 —ノ解法.....solution of inequality § 114, § 115, § 116  
 —ノ不能.....impossible of inequality § 117  
 —ノ不定.....indeterminate of inequality § 117

**G**

學校數學.....school mathematics 序ノ2, # 5  
 元.....variable 6, 9 等  
 原点(坐標ノ).....origin (of co-ordinates) 20, 26, 27, 31, § 16 等  
 減法ノノモグラフ.....nomograph of subtraction § 145  
 五乗根.....fifth root 431  
 偶函数.....even function 15, 52, 54, 55, 206, 300 等  
 グラフ.....graph (特 = 36, 40)  
 —ノ中心.....centre of graph 57, 58, 382 等  
 —的カーブ.....graphic curve 67, 443, 444  
 —教授.....teaching of graph 序, 第十四章 (特 = § 154)  
 逆函数.....inverse function 15, § 21, 161, 308  
 逆三角函数.....inverse trigonometric function 10, 13, 62, 63, 298, § 102  
 —曲線.....inverse trigonometric curve 308  
 逆正弦.....inverse sine 63, 308  
 —函数.....inverse sine function 298, 308  
 —曲線.....inverse sine curve 308, 309  
 逆餘弦函数.....inverse cosine function 298, 308  
 —曲線.....inverse cosine curve 308, 309  
 逆正切函数.....inverse tangent function 298, 308  
 —曲線.....inverse tangent curve 303, 310  
 逆餘切函数.....inverse cotangent function 298  
 逆正割函数.....inverse secant function 298  
 —曲線.....inverse secant curve 311  
 逆餘割函数.....inverse cosecant function 298  
 逆數.....reciprocal 323, 407  
 —ノノモグラフ.....reciprocal nomograph 424  
 —螺線.....reciprocal spiral 407

**H**

ハイド公園ノ橋(ハドソン).....Hyde Park Bridge (Hudson) 140, 141  
 波状曲線.....sinusoid 304, 314, § 104, § 105, 333  
 反曲點.....point of inflection 191

反比例.....inverse proportion 154, 155, 156, 159  
 ——ノグラフ.....graph of inverse proportion §44  
 半立方拋物線.....semi-cubical parabola 54, §54, 214  
 反射鏡.....reflecting mirror 136, 159, 184, 399, 340  
 平方根.....square root §121, 421, 430, 附1  
 ——ノノモグラフ.....nomograph of square root 421, 430  
 平行線.....parallel line 65, 75, 78, 79, 89, 243, 244, 245  
 閉曲線.....closed curve 338  
 平面.....plane 26  
 變角.....variable angle 31, 32, 371, 372  
 變數.....variable (特ニ §1)  
 獨立——.....independent variable [D]  
 從屬——.....dependent variable [J]  
 ヘルゲート橋(ニウヨーク・イースト河).....Hell Gate Bridge (over the East River, New-York city) 186  
 左廻リ(時計ノ針ト反對ノ方向).....counterclockwise 18, 372  
 補助圓(楕圓ノ).....auxiliary circle (of ellipse) 129, 130, 131, 132  
 方眼紙.....section paper or cross-section paper 序ノ6, 277, 368, 372, 447, 448等  
 補間法.....method of interpolation 439  
 包絡線.....envelope 400  
 放射狀棒グラフ.....radiant bargraph 380  
 方程式.....equation 第八章  
 ——ノ解法.....solution of equation 第八章  
 表.....table 413, 附録I  
 標板.....sine board 434  
 標準  
 ——曲線.....standard curve 197, 207, 273, 291, 295, 423, 424, 附録III  
 ——曲線定規.....ruler of standard curve 197, 447  
 ——拋物線.....standard parabola 75, 198, 199, §87, §88, 293, 附録III

——立方拋物線.....standard cubical parabola 192, 199, 204, 205, §90, §96, 附録III  
 ——双曲線.....standard hyperbola §89, 424, 附録III  
 ——四次拋物線.....standard biquadratic parabola 207, 423, 附録III

I

一元.....one variable  
 ——方程式.....equation of one variable §84  
 ——一次方程式.....linear equation of one variable 75, 76  
 ——二次方程式.....quadratic equation of one variable §85, §86, §87, §88, §89, §90, §91, §92, §93  
 ——三次方程式.....cubic equation of one variable §94, §95, §96  
 ——四次方程式.....biquadratic equation of one variable §95  
 ——高次方程式.....equation of higher degree of one variable §94, §95, §96  
 ——函數.....function of one variable 9  
 ——一次函數.....linear function of one variable 14, 75, 76  
 ——二次函數.....quadratic function of one variable 14, 171  
 ——高次函數.....function of higher degree of one variable 12, 13  
 ——不等式.....inequality of one variable §116  
 一次.....first degree  
 ——方程式.....linear equation or equation of first degree 12  
 ——函數.....linear function or function of first degree 12, 13  
 ——函數ノグラフ.....graph of linear function 40, 第四章  
 ——不等式.....inequality of first degree 339, 340, 342, 346, 347等  
 一次元.....one dimension 26, 27  
 ——ノ世界.....world of one dimension 26, 27  
 陰函數.....implicit function (特ニ §5)  
 陰伏的.....implicit 15  
 自記寒暖計.....self-recording thermometer 435, 436

J



次元.....dimension 26  
 自乗.....square 421, 430, 附1  
 ——ノノモグラフ.....nomograph of square 421, 430  
 軸.....axis (pl. axes)  
 楕圓ノ.....axis of ellipse 127, 136 等  
 双曲線ノ.....axis of hyperbola (特ニ 142)  
 拋物線ノ.....axis of parabola (特ニ 160, 161)  
 對稱ノ.....axis of symmetry 93  
 坐標.....axes of co-ordinates [Z]  
 地震計.....seismometer 437  
 實  
 ——根.....real root 251, 252, 263, 267, 268  
 ——數.....real number 22, 50, 51, 52, 247, 255  
 ——點.....real point 247  
 自由度.....freedom 22, 25, 26, 31, 32, 33  
 除法ノノモグラフ.....nomograph of division §146, §147, 429, 430  
 乘法ノノモグラフ.....nomograph of multiplication §146, §147, 429, 430  
 常數.....constant (特ニ §1)  
 任意.....arbitrary constant [N]  
 絶對.....absolute constant [Z]  
 常用對數.....common logarithm 320, 325, 附2, 附3  
 ——曲線.....common logarithmic curve 325, 326, 413  
 從屬變數.....dependent variable (特ニ 2)  
 準線.....directrix  
 楕圓ノ.....directrix of ellipse 136, 138  
 双曲線ノ.....directrix of hyperbola 153, 154  
 拋物線ノ.....directrix of parabola 178, 179  
 縱坐標又ハ縱線.....ordinate (特ニ 27)  
 縱軸.....perpendicular axis 27

**K**

カーディオイド.....cardioid §138, 410

加法ノノモグラフ.....nomograph of addition §14, 417  
 解析幾何學.....analytical geometry 口繪裏, 31, 90, 109, 134  
 角.....angle 18, 19, 31, 32, 77, 371, 372, 373, 387 等  
 ——係數.....angular coefficient 78, 86, 89, 243  
 寒暖計.....thermometer 92, 105, 424, 435, 436, 437  
 ドレーパー氏.....Draper's thermometer [D]  
 自記.....self-recording thermometer [J]  
 ——ノグラフ.....graph of thermometer 92, 105  
 函數.....function (特ニ第一章, §2)  
 ——概念.....idea of function 序ノ2, # 3, 434, 442, 445, 448  
 ——ノ範圍.....range of function §19  
 ——記號.....symbol of function 3, 4  
 換算ノグラフ.....graph of conversion §30, 413  
 換算ノノモグラフ.....nomograph of conversion 424  
 カスプ.....cusp 194, 213, 214, 215, 343 等  
 カテナリー.....catenary 335  
 カーヴ.....curve 70  
 川本ノ吊橋、島根、江ノ川.....Kawamoto suspension bridge (over the Gonokawa, Shimane)  
 187  
 徑.....diameter  
 楕圓ノ.....diameter of ellipse 224  
 双曲線ノ.....diameter of hyperbola 223  
 拋物線ノ.....diameter of parabola 177, 221  
 傾角.....rectrical angle 31  
 計算尺.....slide rule 164, 363  
 計算圖表.....nomograph 412  
 ——學.....nomography 412, 433  
 驗潮自記器.....tidal gauge 437  
 氣壓ノグラフ.....graph of atmospheric pressure 436  
 軌道.....orbit  
 彗星ノ.....orbit of comet 183  
 惑星(或ハ遊星)ノ.....orbit of planet 138

- 奇函数.....odd function 15, 56, 57, 300 等  
 気温ノグラフ.....graph of temperature 435, 436, 438  
 軌跡.....locus 36, 125, 138, 154, 179, 410, 444  
 勾配.....slope 78  
 コエトネル.....Koethner 405  
 光波.....light wave 318  
 高次.....higher degree  
     —方程式.....equation of higher degree § 94, § 95, § 96  
     —函数.....function of higher degree 12, 13 等  
     —函数ノグラフ.....graph of higher degree 40, 第六章  
 弧形棒グラフ.....arc bargraph 380  
 交軌點.....node 208  
 根軸.....radical axis 257  
 コンコイド(ニコメデス).....conchoid (of Nicomedes) 216, 217, 410, 411  
 コロシイアム(ローマ).....Colosseum (in Rome) 139  
 交流ノ振動.....vibration of alternating current 319  
 空間.....space 26, 27, 32, 34  
     —曲線.....curve in space 34, 37  
 クライン.....F. Klein 序ノ2  
 クレーン.....crane (over head travelling crane) 22, 23, 24  
 虚  
     —根.....imaginary root 251, 252, 263, 267, 268, § 91, § 92, § 93  
     —數.....imaginary number 14, 22, 247, 255 等  
     —點.....imaginary point 46, 49, 50, 247, 256  
 極.....pole 31, 371, 381  
     —坐標.....polar co-ordinates § 11, § 124, 第十二章 (特 = § 125, § 127), 437, 438, 448  
     —坐標用紙.....polar co-ordinates paper 372, 380, 448  
 極大.....maximum § 52, 203, 215, 281, 307, 411 等  
     —值.....maximum value 189, 190 等  
 極限.....limit 48

- 極小.....minimum § 52, 203, 281, 307, 439 等  
     —值.....minimum value 189, 190, 281 等  
 共軛双曲線.....conjugate hyperbola 144, 145, 146  
 球.....sphere 192, 194  
     —ノ表面積.....area of spherical surface 166, 193, 194  
     —ノ體積.....volume of sphere 192, 193

M

- マイエル.....L. Meyer 405, 406  
 右廻リ(時計ノ針ノ方向).....clockwise 18, 372  
 ミンコフスキー.....H. Minkowski 27  
     —ノ四次元空間.....Minkowski's four dimensional space 27  
 模式的.....normally 441  
 本野博士.....Dr. Motono 318  
 無限大.....infinite 46, § 18, 243, 394, 395 等  
 無窮遠點.....infinite point § 18, 143, 154, 243, 253, 254 等  
 無窮遠枝.....infinite branch 196, 211, 216, 217, 252 等  
 無理  
     —函数.....irrational function 11, 13, 219  
     —函数ノグラフ.....graph of irrational function 219, § 66, § 67, § 68, § 69, § 70, § 77, § 78  
     —數.....irrational number 21, 22, § 11, § 122

N

- ナイアガラノ瀑布.....Niagara fall 182—183  
 ナピア.....Napier 3, 322  
     —ノ常數.....Napierian constant, 3, 322  
     —ノ對數.....Napierian logarithm 322 [S] (自然對數)  
 二元.....two variables  
     —方程式.....equation of two variables [R] (聯立)  
     —一次方程式.....linear equation of two variables § 80  
     —二次方程式.....quadratic equation of two variables § 81, § 82

- 聯立方程式.....simultaneous equations of two variables [R] (聯立)
- 函數.....function of two variables 9, 36, § 14, 237
- 函數ノグラフ.....graph of two variables 36, § 14
- 一次函數.....linear function of two variables 14
- 二次函數.....quadratic function of two variables 14
- 不等式.....inequality of two variables 第十章
- 二次.....second degree
  - 不等式.....inequality of second degree 第十章
  - 方程式.....quadratic equation or equation of second degree
    - [I] (一元二次方程式), [N] (二元二次方程式)
  - 函數.....quadratic function or function of second degree 12, 13, 171
  - 函數ノグラフ.....graph of quadratic function 40, 171 等
  - 曲線.....curve of second degree or conic section or conic 109
- 二次元.....two dimensions
  - ノ世界.....world of two dimensions 26
- ニコメデス.....Nichomedes 216, 410
  - ノコンコイド.....conchoid of Nichomedes [K]
- 任意常數.....arbitrary constant (特 = 2)
- 二點間ノ距離.....distance between two points 29
- ノード.....node 208
- ノーマル・カーヴ.....normal curve 441
- ノモグラフ.....nomograph 第十三章 (特 = § 143)
  - イ.....nomography 412

**O**

- 小倉博士.....Dr. K. Ogura 412, 433
- 主ナルパラメートル.....principal parameter 178
- 横軸.....transverse axis (特 = 27)
- 横坐標又ハ横線.....abscissa (特 = 27)
- 音波.....sound wave 317

**P**

- パスカル.....Pascal 410
  - ノリマゾン.....limaçon of Pascal [R]
- ペツドル.....Peddle 412
- ピクトグラム.....pictogram 443
  - 長サニ依ル.....line pictogram 443
  - 面積ニ依ル.....area pictogram 443
  - 體積ニ依ル.....volume pictogram 443
- プロパイル・ペーパー.....propile paper 418

**R**

- ラディアン.....radian 373
- 落體ノグラフ.....graph of falling body 166, 167, 179, 182
- 螺線.....spiral § 140 § 141
- レムニスケート.....lemniscate 344 § 139
- 聯立.....simultaneous
  - 方程式.....simultaneous equation § 79, § 80, § 81, § 82, § 83
  - 不等式.....simultaneous inequality § 114, § 115, § 117
- 連鎖法ノ問題.....problem of chain rule 108
- レルト橋(ヴェニス).....Rialto Bridge (in Venice) 125, 126
- リマゾン(パスカル).....limaçon (of Pascal) 409, 410
- 立方.....cube 192, 422, 430, 附1
  - 倍積問題.....problem of duplication of cube 364
  - 拋物線.....cubical parabola 53, 59, § 53 附録 III
  - 根.....cube root 192, 364, 422, 423, 430, 附1
  - 根ノノモグラフ.....nomograph of cube root 421, 423, 430
  - 體.....cube 191, 192
- 離心率.....eccentricity
  - 楕圓ノ.....eccentricity of ellipse 125, 179, 392
  - 双曲線ノ.....eccentricity of hyperbola 152, 179, 394, 395
  - 拋物線ノ.....eccentricity of parabola 179

- ロンドン橋..... London Bridge 141
- ローター・マイエル..... Lothar Meyer [M] (マイエル)
- ルンゲ..... Runge 412
- ループ..... loop [W] (環)
- S**
- サザア..... Savart 183
- サイクロイド..... cycloid 334
- 三元函数..... function of three variables 9, 37
- 三次..... third degree
- 方程式..... cubic equation or equation of third degree § 94, 294, § 96
- 函数..... cubic function or function of third degree 12, 13, 199, 200
- 函数ノグラフ..... graph of cubic function 40, § 57
- 三次元..... three dimensions 26, 27
- ノ世界..... world of three dimensions 26, 27
- 三乗..... third power 422, 430 [R] (立方)
- 根..... cuberoot 422, 430 [R] (立方根)
- 三重點..... triple point 210, 214, 215 等
- 三角函数..... trigonometric function 10, 13, 298, 364, 367, 附5
- 曲線..... trigonometric curve 40, § 98, 414
- 正弦..... sine 17, 299, 300, 364, 390, 附5
- 函数..... sine function 298, 301
- 曲線..... sine curve 299, § 99, 306, 309
- 正切..... tangent 299, 300, 365, 附5
- 函数..... tangent function 298, 304
- 曲線..... tangent curve 299, § 101, 306, 310
- 正割..... secant 299, 300, 366
- 函数..... secant function 298
- 曲線..... secant curve 299, 307
- 正比例..... direct proportion § 28

- ノグラフ... .. graph of direct proportion § 28
- 整函数..... Integral function 11, 13, 43 [Y] (有理整函数)
- 整数..... integer 20
- 正ノ——..... positive integer 20
- 負ノ——..... negative integer 20
- 正双曲線..... equilateral hyperbola 116, 117, 144, § 44, 219, 259, 292, 407, 419 等
- 扇形グラフ..... circular graph 443, 414
- 切線..... tangent 191, 216, 365
- 截片..... intercept (特 = § 17, § 26, 84)
- 兩軸ノ——..... intercepts of axes (特 = § 17, § 26, 84)
- y 軸ノ——..... intercept of y-axis ( " )
- 斜角坐標 又ハ 斜坐標..... oblique coordinates § 10
- 斜交軸..... oblique axes 29
- 振幅..... amplitude 312
- シツソイド(テオクレ...)..... cissoid (of Deocles) § 75
- 指数函数..... exponential function 10, 62, 319, 327, 323, 407, 427, 附4
- 曲線..... exponential curve 40, § 105, 325, 323, 408, 444
- 自然對數..... natural logarithm 322, 附4
- 曲線..... natural logarithmic curve 326, 327, 323
- 焦點..... focus (pl. foci) (特 = 135)
- 楕圓ノ——..... focus of ellipse 135, 136, 394
- 双曲線ノ——..... focus of hyperbola 152, 153
- 拋物線ノ——..... focus of parabola 178, 397, 398
- 反射鏡ノ——..... focus of reflecting mirror 136
- 主係數..... leading coefficient 13
- 週期..... period 300, 312
- 律..... periodic law 405
- 的..... periodic 300
- シユルツエ..... A. Schultze 297
- 首線..... initial line 31, 371, 381 等
- 相似三角形..... similar triangle 73

相關ノグラフ	graph of correlation	441
双曲線	hyperbola	53, 54, 55, 59, 61, 109, § 40, § 41, § 42, § 43, § 44, § 45, § 67, § 69 § 136
—族	hyperbolic family	228
—鏡	hyperbolic mirror	159, 185
—的螺線	hyperbolic spiral	407
ソーンドイク	Thomdike	序ノ2
相對性原理	principle of relativity	27
水波	waterwave	318
スキウ、カーヴ	skew curve	441
スピウリヤス、グラフ	spurious graph	69
數量	number and quantity	3, 第十一章

## T

多値函数	many valued function	8, 337
多元函数	function of many variables	9
對稱	symmetry (特ニ 28, § 20, § 128)	
—式	symmetrical expression	60
—ノ中心	centre of symmetry	53
—ノ軸	axis of symmetry	53, § 128
グラフノ	symmetry of graph	29, § 20, 64 等
點	point symmetry or symmetry with respect a point	(特ニ 53, 381)
線	line symmetry or symmetry with respect a line	(特ニ 53, 381)
對應	correspondence (特ニ 6, § 7)	
—々ノ	one to one correspondence	22
對數	logarithm	§ 106, § 107, 附2, 附3, 附4
—方眼紙	logarithmic paper	§ 150, § 151
—函数	logarithmic function	62, 407, 427, 附2, 附3, 附4
—曲線	logarithmic curve	40, § 107, 408, 444
—螺線	logarithmic spiral	407, 408

常用	common logarithm	[J]
ナピアノ	Napierian logarithm	[N] (ナピア)
自然	natural logarithm	[S]
高木博士	Dr. S. Takaki	22
單値函数	single valued function	6, 7, 63
單位	unit	20 等
單一弦運動	simple harmonic motion	298, 312
—ノグラフ	graph of simple harmonic motion	§ 103
谷村工學士	Mr. T. Tanimura	412, 433
點	point (特ニ § 7, § 8, § 12)	
楕圓	point ellipse	110
—圓	point circle	110
—ノ位置	position of point	26 § 12
鐵道ノカーヴ	curve of railway	185
トランペツト	trumpet	408
投射體ノグラフ	graph of projecting body	179, 180, 181, 183

## U

ウィツチ(アグネツシ)	witch of Agnesi	§ 76
ウィリアムスブルグ橋(ニウヨーク・イースト河)	Williamsburg Bridge (over the East River, New York city)	186
運行圖表	diagram	[D], 附6

但シ diagram ト一般ニイヘハ機械ノナシタル仕事ノ結果或ハ其ノ能率等ヲ表ス「グラフ」ノ名稱ニシテ數ヲ機關車ノ diagram 即チ鐵道運行表ノミデハナイ。然シ我ガ意ニ於テハ diagram トイヘバ始テ鐵道運行表ノ限ラズル程之ガ其ノ代メトナツテ居ル。

## W

環	loop	196, 211, 215, 217, 379, 409 等
徑間(橋ノ)	span(of bridge)	139, 140, 186

## Y

山内氏	Mr. T. Yamanouchi	297
-----	-------------------	-----

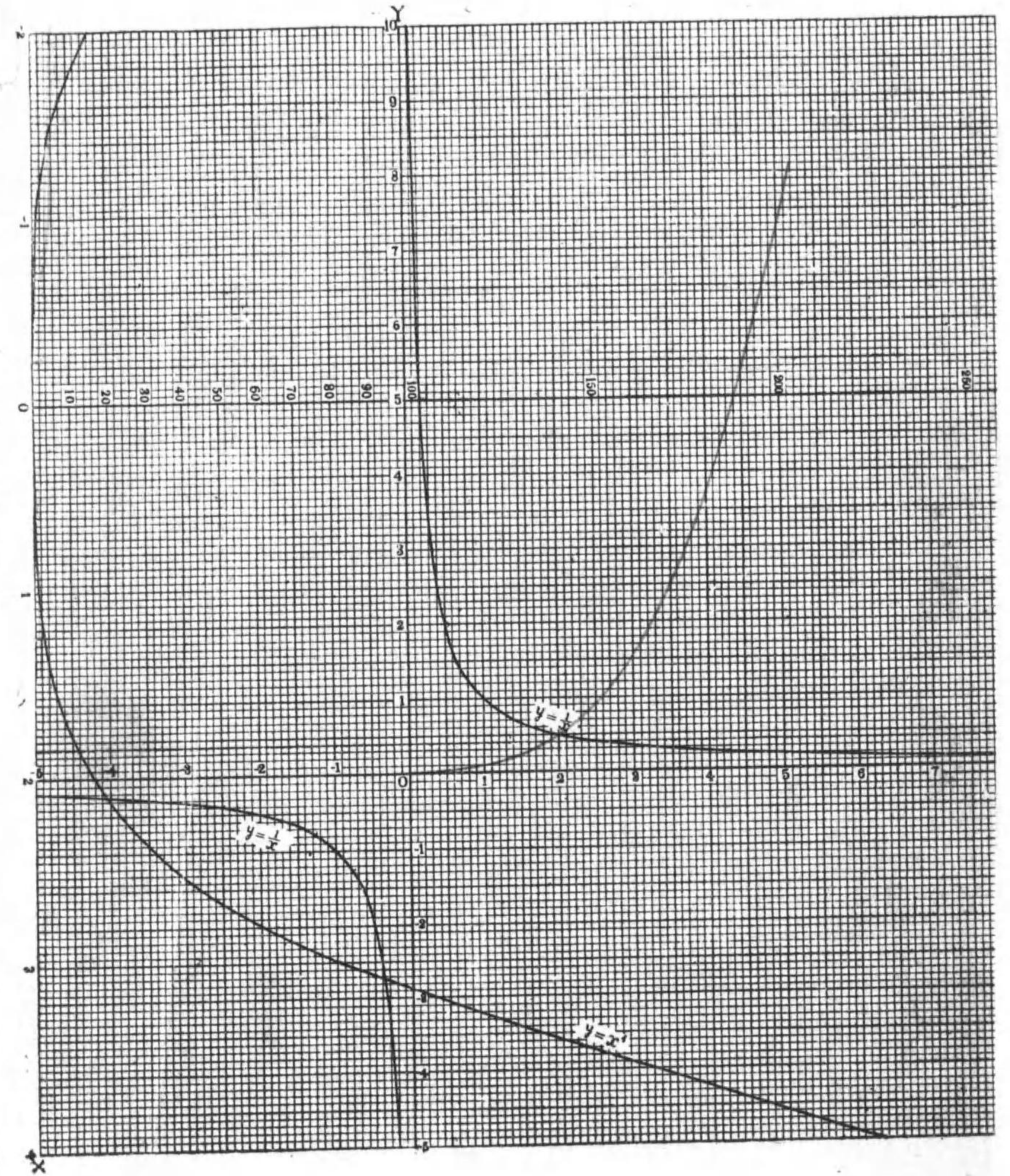
- 陽函數.....explicit function (特 = §5)  
   陽表的.....explicit 14  
 餘弦.....cosine 18, 299, 300, 364, 386, 附5  
   — 函數.....cosine function 298, 303  
   — 曲線.....cosine curve 299, §100, 306, 309  
 餘切.....cotangent 299, 300, 366, 附5  
   — 函數.....cotangent function 298, 307  
   — 曲線.....cotangent curve 299, 307, 311  
 餘割.....cosecant 299, 300, 367  
   — 函數.....cosecant function 298, 307  
   — 曲線.....cosecant curve 299, 307  
 四次.....fourth degree  
   — 拋物線.....biquadratic parabola §58, 附錄 III  
   — 方程式.....biquadratic (or quartic) equation or equation of fourth degree §95  
   — 函數.....biquadratic (or quartic) function or function of fourth degree 12  
 四乘.....fourth power or biquadratic 424  
   — 根.....fourth root 364, 424, 431  
 有理  
   — 函數.....rational function 11, 13  
   — 整函數.....rational integral function 11, 12, 44  
   — 數.....rational number 21

## Z

- 坐標.....co-ordinates 口繪裏, 第二章, §125, §126 等  
   — ノ 變更.....transformation of co-ordinates §32  
   — 軸.....axes of co-ordinates 27, 43, §32 等  
 直角 — 又ハ 直 — .....rectangular co-ordinates [C]  
 斜角 — 又ハ 斜 — .....oblique co-ordinates [S]  
 デカルトノ — .....Cartesian co-ordinates [D] (デカルト)  
 極 — .....polar co-ordinates [K]

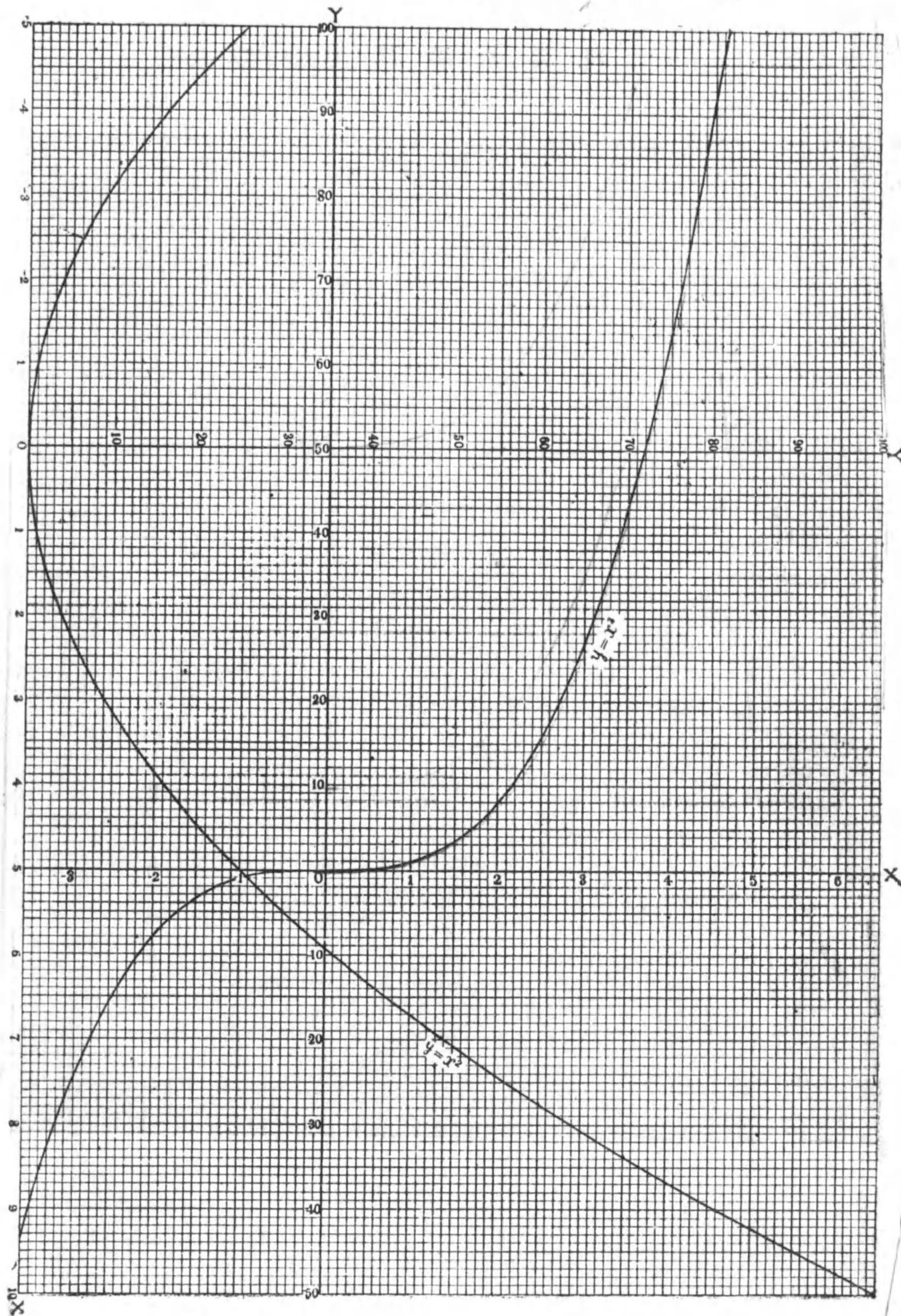
- 漸近線.....asymptote 116, 143, 154, 216, 259, 307, 395, 407 等  
 彈條(センマイ).....spiral (in space) 34, 37  
 漸衰振動.....damped vibration or damped oscilation 334  
   — ノ グラフ.....graph of damped vibration §109  
 絕對常數.....absolute constant (特 = 2)  
 絕對項.....absolute term 44, 80, 123  
 圖表又ハ圖表示.....graph 36  
 圖示.....graphical representation 第十一章 (特 = 356)

標準曲線 II (四次拋物線及雙曲線)



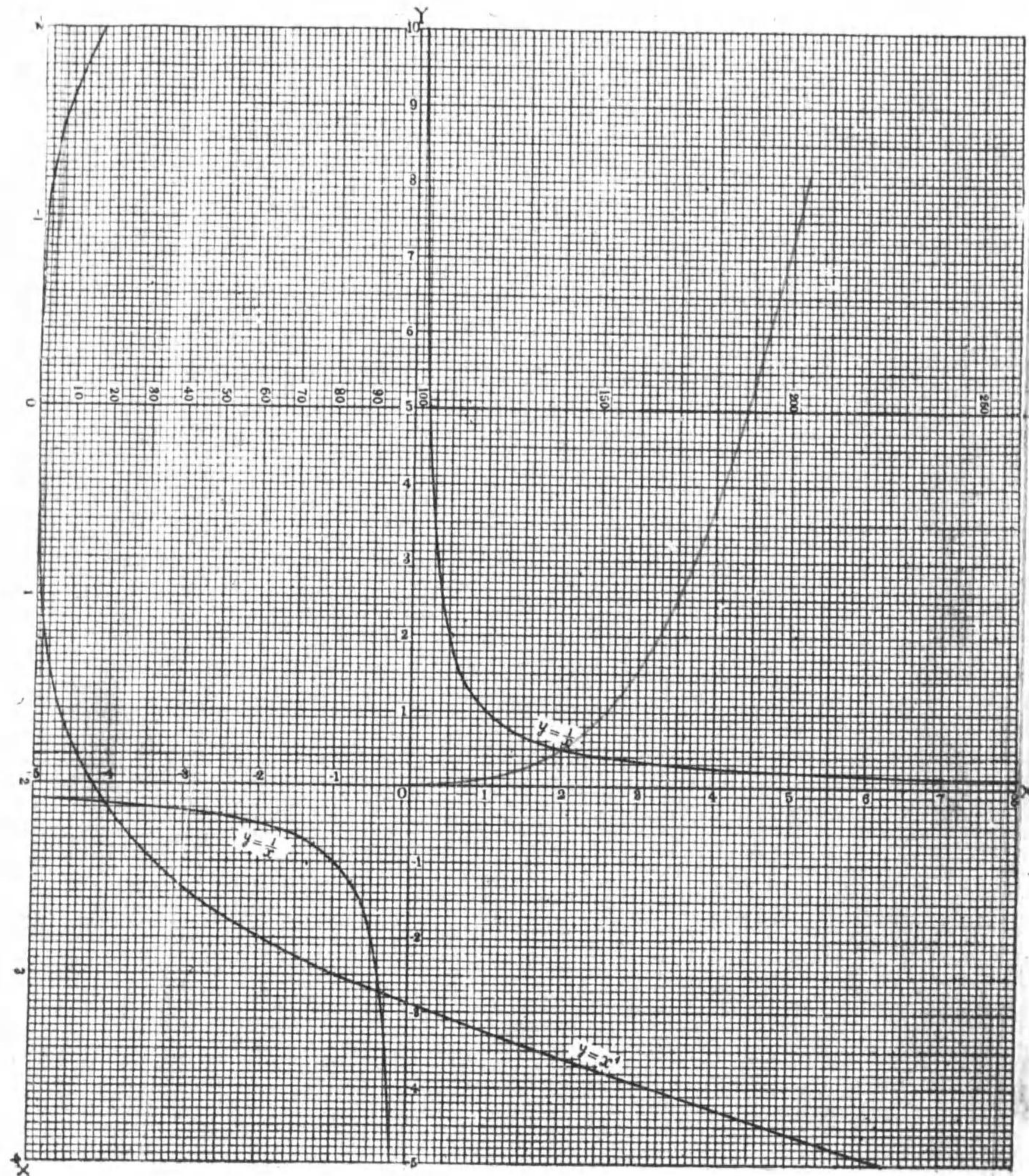
14  
 36  
 72  
 104  
 116  
 491 - 491  
 154

標準曲線 I (拋物線及立方拋物線)





標準曲線 II (四次拋物線及雙曲線)



大正十四年四月一日印刷  
大正十四年四月五日發行  
發行部數 1—2,000

グラフ研究奥附  
定價金參圓八拾錢

著者檢印		
不		複
許		製

著者 新宮恒次郎

發行兼印 鈴木常次郎

發行者 鈴木常松

東京市神田區表神保町二番地

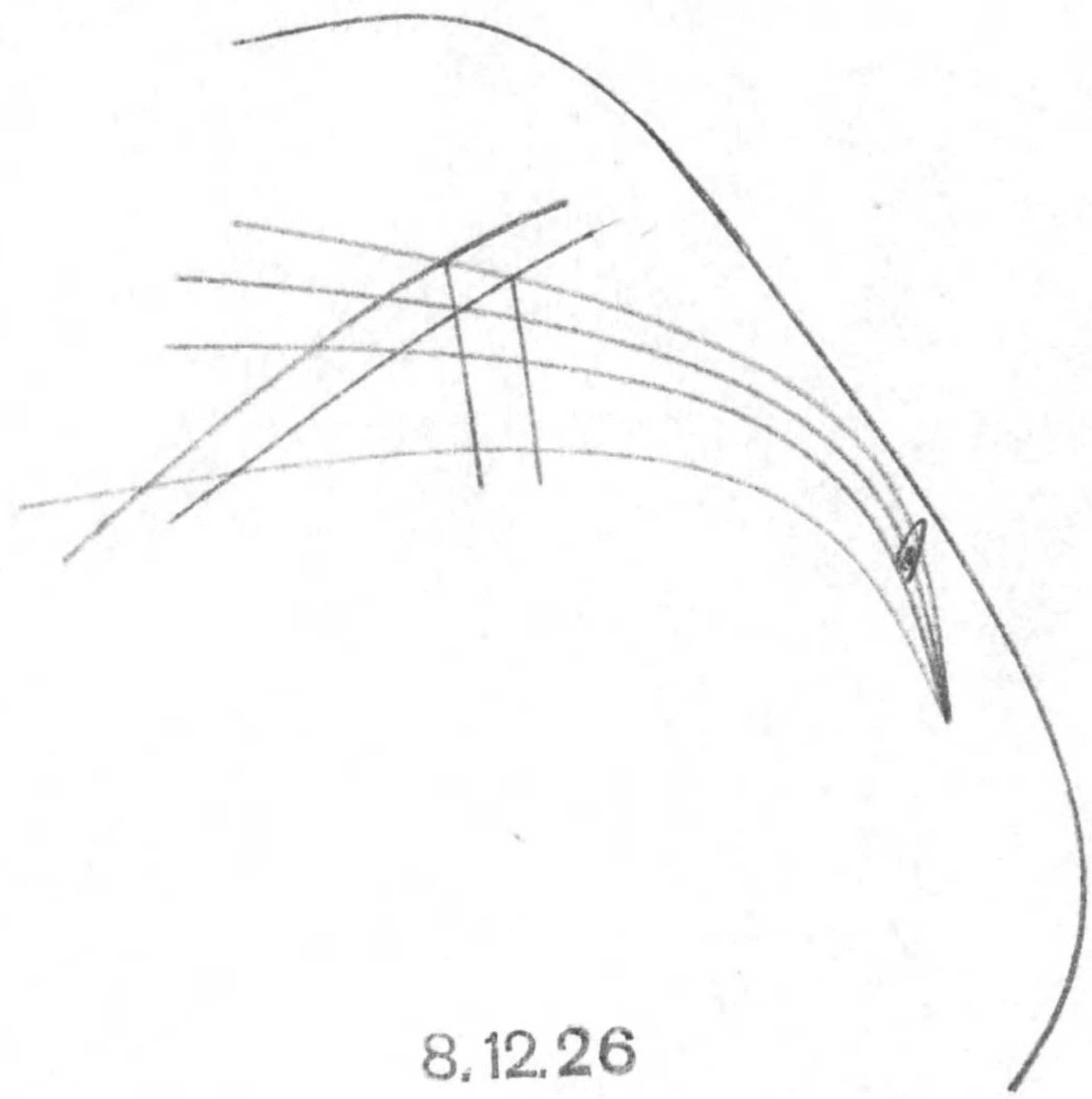
發行所 東京修文館

電話神田特長3658番：振替口座東京2614番

大阪市東區博愛町五丁目五十六番地

發行所 大阪修文館

電話船場特長440番、船場4596番：振替口座大阪471番



8.12.26

537  
125

終