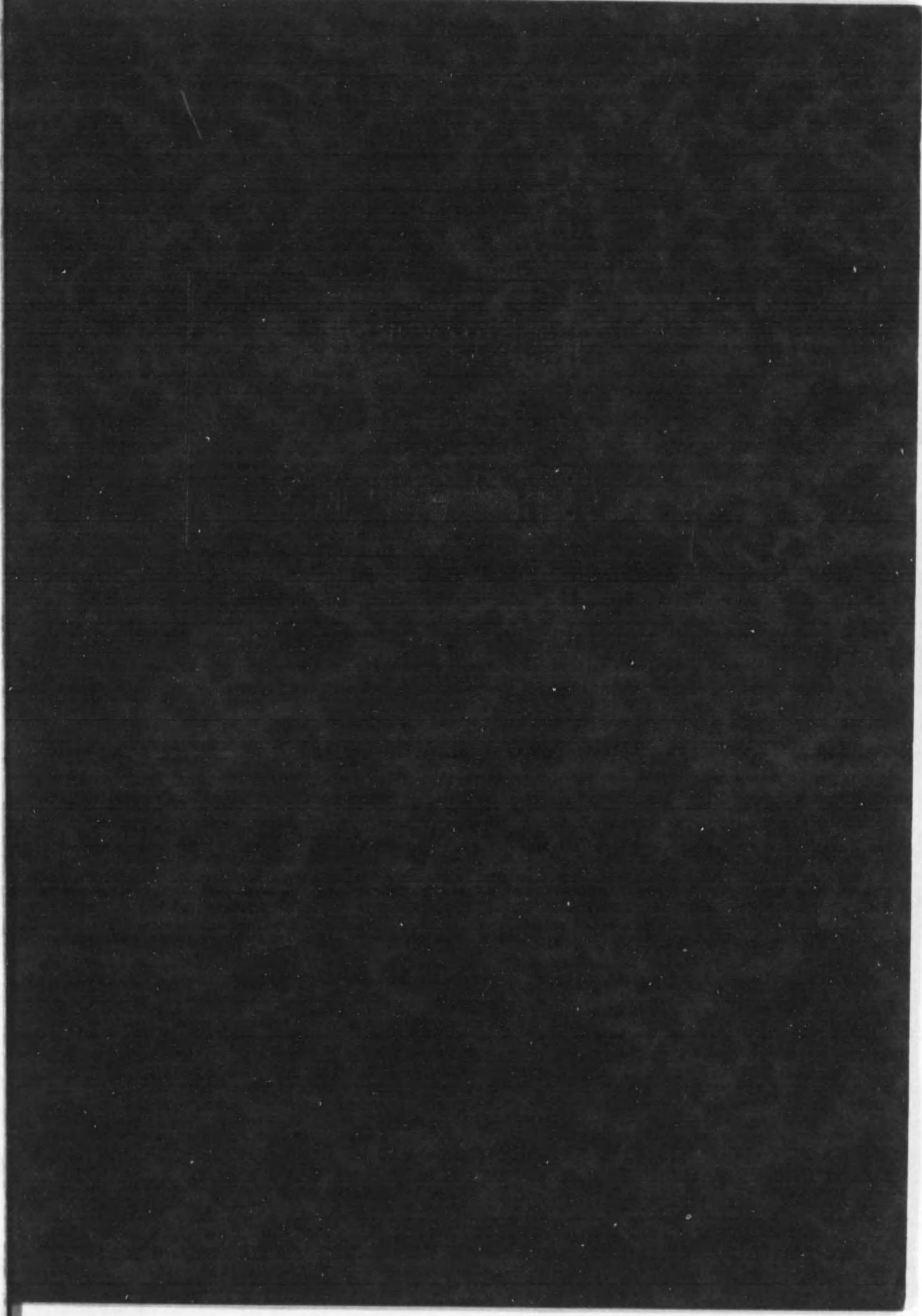




始



最新初等電氣學

3

交流理論及計算

特223
253

交流理論及計算



下卷

通信電氣學校
教務部
著

本書に講述したる説明圖
並説明の轉用は絶対に許
容せず

大阪電氣書院發行



本講座の使命

大正期から昭和の初期にかけて、幾多の優秀なる電気工学講義録の類が発行され、夫々、電気技術者の養成に寄與する處が少くなかつた。然し、夫等は次の理由で既に其の生色を失したるものと斷ぜざるを得ない。即ち、日進月歩の電気工学に對し、其の内容が舊態依然である爲め、實用と遠ざかつた。又小學校も國民學校となり教育方針も變つたので、之れとの聯關が密接でなくなつた。

此の二点に着目し、國民學校八ヶ年の義務教育を基礎とし、舊小學校六年修了者にも理解し得るやうにし、最近の電気工学の進歩を取入れ、明日への飛躍にも備へて講義をしたのが本講座である。

尙、説明は圖解を主とし、其の根本的思想を衝きとめ、所謂、圖味噌の改造を計ることを以て主眼とした。然して、ともすれば無味乾燥となる講義を引立たす爲めに、漫談的な説明を加へ、或は練習問題を以て氣分の轉換を計る等、苦心に苦心を重ねた。

更に實際工学との關聯性を十二分に考慮したから、明日から仕事に役立ち、選試第三種、實業學校卒業程度檢定試験、通檢第三級の受験に對する獨學書としても完全に其の任務を遂行しやう。

之れを要するに、本講座の使命とする處は、家庭の事情で、國民學校の課程しか修め得ず、然も一日も早く技術を習得し、生活の安定を計り、職域奉公を技術報國を志す諸君の師父となることである。従つて、専門學の講義を進める一方に於て、技術者としての心構へ、修養の道に就ても適宜に言及した。

講者等の眞情を打ち開けると、區々たる學識技術よりも、技術者として立派なる人格を完成せらるゝことで、此の點に十分なる覺悟を有され、講者等の所期する成果を示めさらるゝやう、切に希求申上ぐる。

昭和十六年九月

通信電気學校教務部識

第三卷 學修法

第二卷に續いて本書に依り、電氣工學學習に於ける天下の嶮たる交流峠を越へる譯である。旺盛なる意力を以て、必ず此の峠を踏破せられねばならない。説明は例に依り獨特の平易さを以て、其の根本を深く、鋭く、衝いて居るから、再思三考、理解される迄、十分に考へられたい。……分らぬからと、他書を見たとして、之れ程、徹底的に説明されたものは絶対にないから、世の書籍を遠ざけ、本書に専念せられるのが、交流峠の唯一無二の突破法である……。

尙、本書の學習に際しては、次の豫習及平行學習法を取らるれば最も効果的であらう。

豫 習

- ① 「遞試用初等數學」の三角學を學習せらるゝこと。
- ② 「初等ベクトル明解」(上、中、篇)に依つて、交流のベクトル取扱ひに慣熟せらるゝこと。

平行學習法

- ① 靜電氣學を「電氣技術用基礎學」第四部に就て學習されること。
- ② 交流理論は「回路計算の入門」上下及「電氣工學計算の基礎」等に就き學習せらるゝこと。

完成學修法

第三種一次用「遞試受験讀本」及遞試受験「テキスト」計算篇及「新撰模擬試験問題解答集」(第三種用)並「電氣工學計算問題解説講義」等に依つて、多くの學習問題を解かれよ。斯くて初めて交流理論が自家藥籠中におさめられるのである。

第四卷は「電氣磁氣測定」で懇切にして、興味溢ふるゝ面白い講義を以て、測定工學の根本を衝き、豊富なる寫眞版を以て、測定計器の取扱ひが解説せらるゝ。幸に御期待を賜れば幸甚である。

交流理論及計算

下 卷

本書に講述したる説明圖並説明の轉用は絶対に許容せず

1. 靜電氣學

- 1.1 帯電現象と
クーロンの法則…… 1
- 1.2 靜電誘導…… 5
- 1.3 電界及電氣力線…… 6
- 1.4 電位及等電位面…… 11
- 1.5 ガウスの定理の
其の應用…… 15
- 1.6 靜電容量 …… 19
- 1.7 蓄電器…… 20
- 1.8 蓄電器の組合せ接続…… 22
- 1.9 電界に貯へられる
エネルギー…… 27
- 1.10 二媒質の平行板蓄電器…… 30
靜電氣學の要点 …… 33
學習問題並解答 …… 38
- 2. 交流理論 (續)
- 2.1 交流回路に
於ける蓄電器…… 44
- 2.2 靜電容量のみを
有する交流回路…… 47
- 2.3 二角の和及差並
積の三角函數…… 52
- 2.4 抵抗と靜電
容量を有する回路…… 55
- 2.5 インダクタンスと
靜電容量の回路…… 62
- 2.6 抵抗インダクタンス
及靜電容量の回路…… 67
- 2.7 交流回路に於ける
キルヒホッフの法則…… 82
- 2.8 單相交流回路
の基礎智識(續) …… 93
- 2.9 單相交流回路
の學習問題(續)…… 99
- 2.10 多相交流の發生…… 105
- 2.11 多相交流の分類…… 107
- 2.12 二相式の電壓
電流、電力…… 110
- 2.13 三相式の電壓
電流、電力…… 114
- 2.14 n相式の電壓
電流、電力…… 127
- 2.15 三相線路の
大地に對する電位 130

2.16 三相送配電回路の計算 135	2.20 歪波の計算…………… 154
2.17 簡單なる不平衡 三相負荷回路の計算… 141	2.21 多相交流回路 の基礎智識…………… 157
2.18 相互誘導を有する回路 145	2.22 多相交流回路 の學習問題…………… 160
2.19 交流回路に於ける重疊 の理並テブナンの定理 150	

交流理論及計算(下卷)

1 靜電氣學

1.1 帶電現象とクーロンの法則

大和地方には御陵が數多くあつて、之等の御陵にはきまつたやうに千古の水をたゞえた池がある。秋晴れの一日、此の池のほとりに佇んで靜かなる水面を眺むるとき、悠久なる氣持ちが自から湧いて來る。又、木曾川水系や黒部峡谷に行くと激流相はむ水勢に驚異の眼を見張る。講者が揚子江上を征つた時、濁流とうとうとして空のはてに迄つゞく其の雄大さに思はず之れが河かと感嘆の聲を洩したものであつた。

同じ水であつても、池に貯へられると、鏡の如くに靜かであるが、一度び河川に流れると、筏を流し、水車を廻し、働いて止まないものである。即ち同じ水でも靜と動では其の性情が異れば作用も異つて來る。

電氣の場合にも之れと同様の現象がある。自由電子が移動すれば電流を生じ、此の電流は磁力線を作つて、モーターを動かし、又は抵抗に通つて熱を生じ、電熱器として應用され 電燈として使用される。之れは既に述べた處である。然るに此の自由電子が或る箇所に止ると、勿論電流とはならない。之れを靜電氣と稱する。……之れに對して上記した自由電子の移動を動電氣とも云ふ。

又同じ水でも、沛然と降る雨からも得られるし、又地下を掘つて井水として汲み出すことも出来る。然し、其の得る方法が異なるので、得らるゝ状態にも、得らるゝ量にも相違がある。即ち、前者は流れて止まないし、後者は靜かに井戸を満して居る。

靜電氣と動電氣も之れと同様で、其の状態が異なるので其の性狀も相違する。然し、何れも、元は同じ自由電子であることに相違はない。之れは雨水も井水も共に水であることに變りがないのと同様である。前置きは之れ位にして、愈々靜電氣學の講義に入らう。

【補講】 其の前に靜電氣學の二三の豫備智識を説明する。上述したやうに、靜電氣學は靜

止して居る自由電子の特別の作用、性質を究めるのが目的である。此の静電気學でよく用ふる言葉に電荷 (electric charge) なる語がある。初めての人には斯様な語に悩まされることが多い。例へば、電荷 (又は電荷量とも云ふ) と電氣量 (quantity of charge) とはどう違ふのか等と疑問を起す。一口に水量と云ふと、流れて止まない河川に於ける水の量も水量であれば、静寂其のもの、池水の量も水量である。然し貯水量と云へば河川の水は想像されない。貯水池とか調整池とか或は水槽で静止して居る水の量だと考へられる。電氣量も電荷も全く之れと同様で、一口に電氣量と云ふと、流れつゝある電氣の量も、静止して居る電氣の量も云ひ表はされる。然し電荷と云ふと、貯水量と同じやうに静止して居る電氣の量を指す。こゝろは厳密に云つたものゝ實際何れにしても電氣の量だと氣輕く承知して頂けば結構である。又、充電 (charge) と帯電 (electrification) も同様で、充電は流通、静止にかゝらず電氣の與へられて居る状態を指し、帯電は電氣が與へられて静止の状態にあるを意味する。

又、静電気學では、正の電荷と負の電荷を想像し、正電位にあると云ふことは正の電荷を有して居ることであり、負電位にあるのは負の電荷を有して居るのだと解釋する。充電されない導体では陽電荷と陰電荷が共存して、其の作用が互に打ち消し合つて居ると考へる。斯様な事柄は詮索すればする程、厄介だから、よい加減の處で一先づこんな意味だと輕く常識的に承知して置かれたい。本書でも是等の言葉を適當に併用するが、難しく考へ込まずに適宜に解釋されたい。

さて一座の皆様方よ……ボンボンと鼓が入る……此處に御覽に入れまするは……(生徒曰く、賑かな講義だ、静電気學の講義らしくないぞ)……

1 に獸皮、2 にフランネル、3 にシエラツク、4 に封蠟、5 にガラス、6 に紙、7 に絹、8 に摺ガラス、9 に手、10 に金屬、11 にゴム、12 に硫黄、13 にエボナイト

……と云つても、之れは廢品交換の出品目録ではありませぬ。……

上の表中の2つの物質を取つて摩擦すると上位のものに陽電荷 (正の電氣量) 下位のものに陰電荷 (負の電氣量) が發生して、其の番號の差の大きいものを取る程、帯電する量 (與へられる電氣の量) が大きい。例へば、諸君が手にして居る萬年筆 (13 のエボナイト) を6の紙でこすつて、微小な紙屑等に近づけると紙屑は萬年筆に吸ひつけられる。次に萬年筆を頭髮 (1の獸皮に相當) でこすると前よりも強い勢で紙屑を吸引する。之れは萬年筆に電氣が發生したのであつて此の状態を帯電 (electrification) したとも云ふ。

斯様にして起つた電氣の性質を調べる爲めに、第 1.1 圖のやうに輕い木髓球



第 1.1 圖

(植物の莖幹の中心にある柔い部分) を細い絹糸で吊つた電氣振子を用ふる。扱、エボナイトを頭髮でこすつて球に近づけると球は引きつけられる。そして一度びエボナイトに觸れるとはね返される。此の時硝子棒を絹布でこすつて、此の硝子棒を球に近づけると始めは引きつけられるが、一度觸れると後ははね返される。

以上の實驗の意味は追々と判らうが、特記しなければならない3つの事柄は

- ① エボナイトに帯電した電氣と硝子棒に帯電した電氣とは異つた性質を持つてゐる。
- ② 帯電したものに觸れたものには電氣が分けて與へられる。
- ③ 同じ性質の電氣は互に反撥し、異なる性質の電氣は互に吸引し合ふ。

此の最後の項は磁氣の場合とよく似て居つて (第二卷 P 3 以下参照) 後述するやうにクーロンの法則が此處でも同様に成立する。

【補講】 エボナイトを頭髮でこすると、先きに示した帯電列 (electrical order) から頭髮が正に、エボナイトが負に帯電せらるゝことが判る。此のエボナイトを木髓球に近づけると後で説明するやうに球のエボナイト側は静電誘導作用で正に帯電して、正負で吸引し合ふ。球がエボナイトに接觸すると、球にはエボナイトの負の電氣が與へられ、両者は同じ負の電氣で反撥する。次に硝子棒を絹布でこすると、硝子棒は正に帯電する。故にエボナイトに依つて負の電氣が與へられた球に之れを近づけると正と負で吸引し合ふ。

斯様な方法で得られる電氣は極く微弱なものである。

上記の實驗で、金屬棒を直接握つて、絹布でいくらこすつても帯電の現象が現はれない。之れは電氣は起ることは起るのであるが、金屬は電氣を導くので此の電氣は手を傳つて大地に逃げ去つてしまふ爲めである。……電氣が起つたことを認め得る爲めには電氣が其の場所に止つて居つて呉れねばならぬ……。然るに金屬棒の手で握る處を絶縁紙で巻いて絹布でこすると、紙は電氣を導かないから金屬棒に起つた電氣は其處に止つて帯電の現象を表はす。此の紙のやうに電氣を導かないものを不導体 (non-conductor) 又は絶縁体 (insulator) と云ひ、金屬のやうに電氣を導くものを導体 (conductor) と云ふ。之れは既に第一卷 P 7 以下で説明された處である。今主なる導体、不導体を掲げると次の如くである。

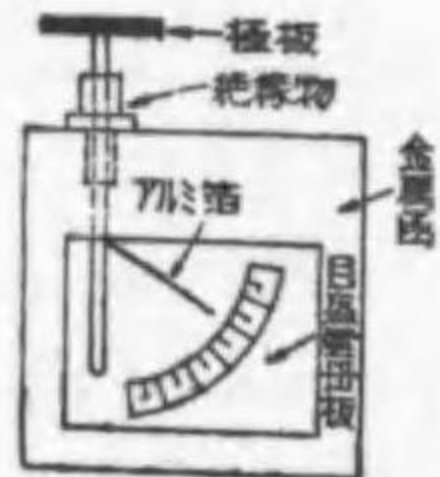
〔導体〕 金属 炭素 石墨 大地 酸及鹽類の水溶液 不純な水 人体
 稀薄な空気 焰

〔不導体〕 硝子 磁器 パラフィン 琥珀 絹 油類 封蠟 硫黄 エボ
 ナイト ゴム 雲母 ベークライト シェラック 乾燥せる空
 気 純粹の水 (木材、木綿、紙、アルコール)

是等の區別は比較的問題で、状態に依つて異なる。例へば常温の空気は絶縁体であるが、稀薄な空気は金属よりもよく電氣を導く。又不導体の最後の括弧内に記したものは、其の状態、例へば濕氣を含むとか炭化すると、よく電氣を導くので半導体と稱せらるゝこともある。

【補講】 絶縁物が帯電体の間にあつて、兩者の間の電氣作用の媒介(なかだち)をすれば即ち媒体(又は媒質)となる時、之れを誘電体(dielectrics)と稱する。

先きに説明した電氣振子は電氣の正負や其の量を調べる場合に不便であるから、けんてんき エレクトロスコープ 顯電器(electroscope)を用ふる。最も廣く用ひられるのは第 1.2 圖に示したやうな金箔顯電器(gold-leaf electroscope)である。之れは絶縁した金属棒の側面に



第 1.2 圖

にアルミ箔の上端をはりつけたもの(2枚のアルミ箔でもよい)を金属箱の内部に入れ、箱の両面の硝子窓から箔が見えるやうにして置く。

今金属棒につらなる外部の極板に帯電した棒を近づけると、棒と箔には同種の電氣が與へられるので兩者は反撥して開く。然して其の開きの大きさは、多くの電氣を與へる程大となる。

(註) 今、顯電器の箔が極く僅かに開いて居る程の電荷を與へ、或る帯電体を之れに觸れると、其の開きが直ちに増す場合と、一度、開きを閉じた後開く場合がある。前の場合は帯電体の電荷が前と同種の時であり、後の場合は反對の時である。

以上の帯電の現象を電子論から説明すると、總ての物質には負の電荷を持つた自由電子が存在し、常時は其の電氣が他と中和の状態にあつて帯電現象を現はさない。然るに、例へばエボナイトを獸皮でこすると、獸皮の自由電子がエボナイトに移動し、獸皮は負の自由電子が減少するので正に帯電し、エボナイトは負の自由電子を得て負に帯電する。硝子棒を絹布で摩擦する場合は之れと反對に、硝子棒の自由電子が絹布に移つて、前者は正に、後者は負に帯電する。此のことよ

り帯電すると云ふことは、自由電子を失ひ、或は得ることで、正、及負の電氣量クオンティティ オブ チャージ (quantity of charge) ……又は電荷エレクトリック チャージ (electric charge) …… が附着したと考へると便利である。即ち硝子棒を絹布でこすると、硝子棒に正電荷が附着し、絹布に負電荷が附着すると假定する。斯様に考へたとき、一方の正の電氣量は他方の負の電氣量に等しい。之れは今更ら説明する迄もなく理解せられやう。

上記で説明したやうに、二つの電荷の間には吸引(異性のとき)及反撥(同性のとき)の力が働く。斯く働く力は、兩球の中心を結ぶ線の方角にあつて、力の大きさは兩方にある電氣の量の相乗積に比例し、中心間の距離の自乗に反比例する之れをクーロンの法則(coulomb's law)と稱する。

今 q_1, q_2, \dots 夫々の電氣量 r …各電荷間の中心距離 とすると

$$f = \frac{1}{K} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

但し q_1 及 q_2 は第二卷 P 3 で説明した磁氣學の場合と同様に、代數量として正電荷の時は + とし、負電荷のときは - とする。

又、上式の K は、兩電荷間にある物質に依つて異なる定數で、之れを誘電率ゆうでんりつ (dielectric constant) と稱し、空気中では大体 $K=1$ と見做し得る。……誘電率ゆうでんりつ を ϵ なる文字で表はすことも多い……。

今、 $r = 1 \text{ cm}$ なるとき 2 つの相等しい電荷の間に働く力 f が 1 ダイン(1 瓦の物体に毎秒 1 糎/秒の加速度を與へる力) なるとき、此の電荷の電氣量を單位とし C.G.S 靜電單位に於ける 1 なる電荷であると云ふ。電氣量の實用單位をクーロンと云ひ、1 靜電單位の電荷は 3×10^9 クーロンに相當する。

【補講】 ① C.G.S とは、長さを糎 (centimeter) 重さを瓦 (gram) 時間を秒 (second) で表はした單位系である。

② 靜電單位に於ける電氣量を靜電クーロン (stat coulomb) といふこともある。

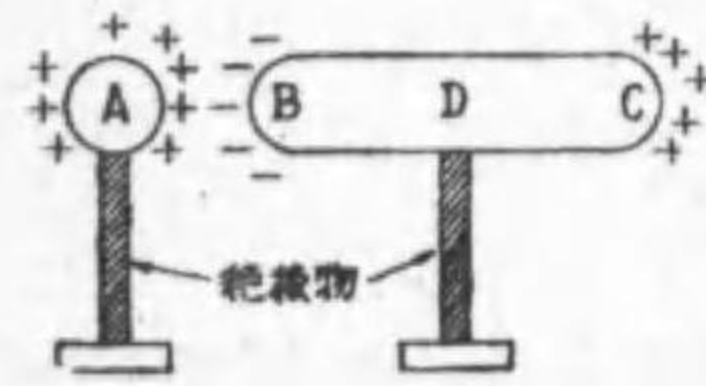
③ 主なるもの、誘電率 K を記すると次の如くである。

紙	1.2~2.6	パラフィン	1.9~2.5	エボナイト	2.0~3.5	シェラック	2.3~3.8
磁器	4.0~6.8	硝子	5.0~10.0	パラフィン油	4.6~4.8	生ゴム	2.3~2.56

1.2 靜電誘導 (electrostatic induction)

第 1.2 圖で示した顯電器の極板に帯電体を近づけると箔が開き、近づければ

近づける程開きを増す。其處で極板に觸れない中に帯電体を遠ざけると箔は開きを縮小して遂には元に戻る。此のことから、帯電体を近づけると顯電器には電荷を生ずるが、全体として帯電せられたのでないことは、帯電体を遠ざけると箔が元に戻ることも明かに分る。



第 1.3 圖

今第 1.3 圖の如くに D なる導体に帯電体 A を近づけ、B, D, C 各部の電荷を顯電器で調べると、B には A と反対の電荷が、C には同種の電荷があつて、中央 D には電荷のないことが實驗せられる

即ち帯電体に近い端には之れと異種の電荷が現れ遠い端には帯電体と同種の電荷の誘導せられることが分る。斯様な現象を静電誘導と云ひ、前圖の B 及 C の兩端に現はれる電荷の量は相等しい。

此のことは前に述べたやうに、物質には正負の電荷が等量に入り交つて居つて普通の状態では其等は互に打ち消し合つて帯電の現象を現はさないが、正の電荷を有する帯電体を近づけると、負の電荷は之れに吸引せられて夫れに近い方に移り、負の電荷は反撥せられて遠い方に立退く。……負の帯電体を近づけると此の反対となる……。従つて帯電体 A を取り去ると、B C に分れた正負の兩電荷は互に吸引して元に歸り、打ち消し合つて……之れを中和 (neutralization) すると云ふ。……元の状態となり外部に電氣現象を現はさない。

若し、帯電体を近づけたまゝ、指先で導体に觸れると、同種の電荷は反撥されて、出来るだけ遠い處に逃げやうとするから、人体を通じて大地に逃げる。然るに帯電体に面する一方の電荷は吸引されて居るので動き得ない。前者のやうに自由に動き得る電荷を遊離電荷 (free charge) と云ひ、拘束されて動き得ない電荷を拘束電荷 (bound charge) と稱する。

1.3 電界及電氣力線

二つの電荷の間に働く力は丁度磁氣學に於て二つの磁極の間に働く力と同様でクーロンの法則に依り、全く同様な形で表はし得ることを學んだ。以下に於ても同様で、靜電氣學と磁氣學は關聯して學ぶと理解が徹底する。

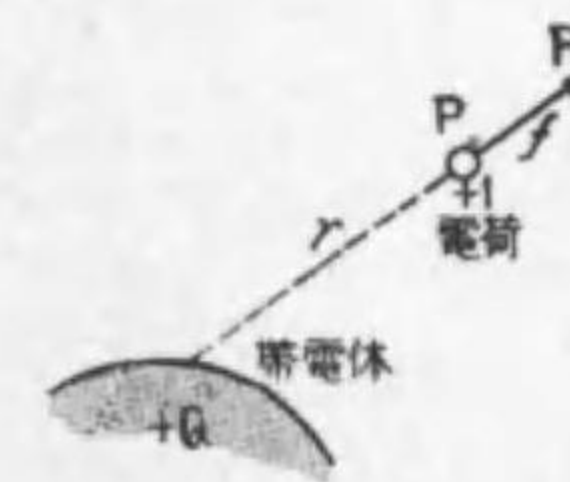
扱、本節で説明しやうと云ふ電界は磁界と全く同様に考へられる。

先きにも述べたやうに、一つの帯電体に他の帯電体を近づけると力を受ける。

此の帯電体が力を受ける空間 (場所) を靜電界又は單に電界 (electric field) と云ふ。此の帯電体の受くる力はクーロンの法則からも明らかなやうに、其處に持つて來た帯電体の電荷の大きさ即ち電氣量に比例する。

其處で種々の場合の電界の強さを比較するには、其處へ單位の正電荷 (陽電荷とも云ふ……相等しい正電荷を 1 種の距離に對立して置いたとき、其の間に働く力が 1 ダインであるとき、此の電荷を單位電荷と云ふ) を持つて來るとき、之れが受ける力で表はせば便利である。

例へば、第 1.4 圖の如く 1 つの帯電体があるとき、其の周圍の空間に電荷を



第 1.4 圖

持つて來ると力を受ける。即ち帯電体の周圍は電界となるのであつて、今其の一点 P に +1 の電荷を置いた時之れが帯電体に依り $f = Q/r^2$ ……但し空氣中とし $K=1$ とした……なる力を受ける。此の f を以て P 点の電界の強さとする。尙 P に於ける電界の方向は此の f なる力の働く方向を以てし、例へば f が PR の方向にある

とすれば P 点に於ける電界の方向は PR の方向であるとする。

磁界の強さ及方向は其の点に單位の N 極を置いたとき、之れが受くる力の大きさ及其の方向で表はされ、此の強さ及方向を連続的に示したのが磁力線であつた之れと同様に、電界内に電氣力線 (line of electric force) を想像し、之れに依つて電界の方向及強さを次の如くに表はす。

- ① 電氣力線は正電荷より出發して負電荷に終る。
- ② 電氣力線上の如何なる点に於ても、其の点に於ける曲線の切線は其の点に於ける電界の方向を表はす (此の点に置かれた正電荷は切線方向に力を受ける)
- ③ 電界中の或る点に於ける電氣力線の密度 (電氣力線に對し直角なる單位面積當りの電氣力線の數) は其の点に於ける電界の強さを表はす。
- ④ 單位電荷より出する電氣力線の數を 4π 本と定める。

其の他の点も第二卷 P 2 以下で説明した磁力線の場合と全く同様であるから比較學習せられたい。

【補講】 ① 今 + - 二箇の帯電体間の電氣力線が第 1.5 圖の如くにある場合、單位の正電荷 (+1 の電荷) を此の力線上の一点に置くと、之れは電氣力線に沿つて + 帯電体よ



第 1.5 圖

リ一帯電体にと運ばれる。此のことは電氣力線上の一点の電界の強さ (+1 の電荷の受くる力) の方向は其の点に於て力線に引いた切線方向であると云ふ定義に一致しないやうに見受けられる。然し力線上の 2 点、M と N を取ると此の間に於ける単位正電荷の移動軌跡は MN となり N を限りなく M に接近させると、MN 線は M 点に於ける力線の切線 (力線と 2 点以上で交らない直線) となることは容易に推定される。此のことは単位正電荷が其の点其の点で切線方向の力を受けると、力線に沿つて進むことを意味して居る。

② 単位電荷よりは 4π 本の電氣力線が出るから Q なる電荷よりは $4\pi Q$ 本の電氣力線が出て居る。此のことは如何なる意味を有して居るのか一考して見やう。

今、電荷 Q を包む半径 r 程の球を考へる。此の球面上の一点に單位の正電荷を置くと受くる力、即ち

$$\text{其の点の電界の強さ} = \frac{Q}{r^2} \dots\dots\dots ①$$

此の 1 平方程を通る電氣力線の数は $4\pi Q$ 本で、之れが半径 r 程の球面上にばら撒かれるのであるから……球の表面積は、心配 (4π) ある事情 (r^2) と知られけり、窮する面を見らにつけても、即ち $4\pi r^2$ と暗記する……。

$$1 \text{ 平方程の電氣力線の数} = \frac{4\pi Q}{4\pi r^2} = \frac{Q}{r^2} \dots\dots\dots ②$$

即ち ① と ② は同じ數値となる。と云ふことは、單位の電荷から 4π 本の電氣力線が出ると假定すると電氣力線の密度を以て電界の強さを示し得る。

或は之れを逆に考へる。即ち電界の強さが 1 である電界では「電氣力線の密度が 1 平方程に 1 本である」と假定すると、電氣力線の數で電界の強さが表はされる。即ち Q なる電荷より r 程の点の

$$\text{電界の強さ} \frac{Q}{r^2} \quad \text{力線數} \frac{Q}{r^2} \text{ 本/平方程}$$

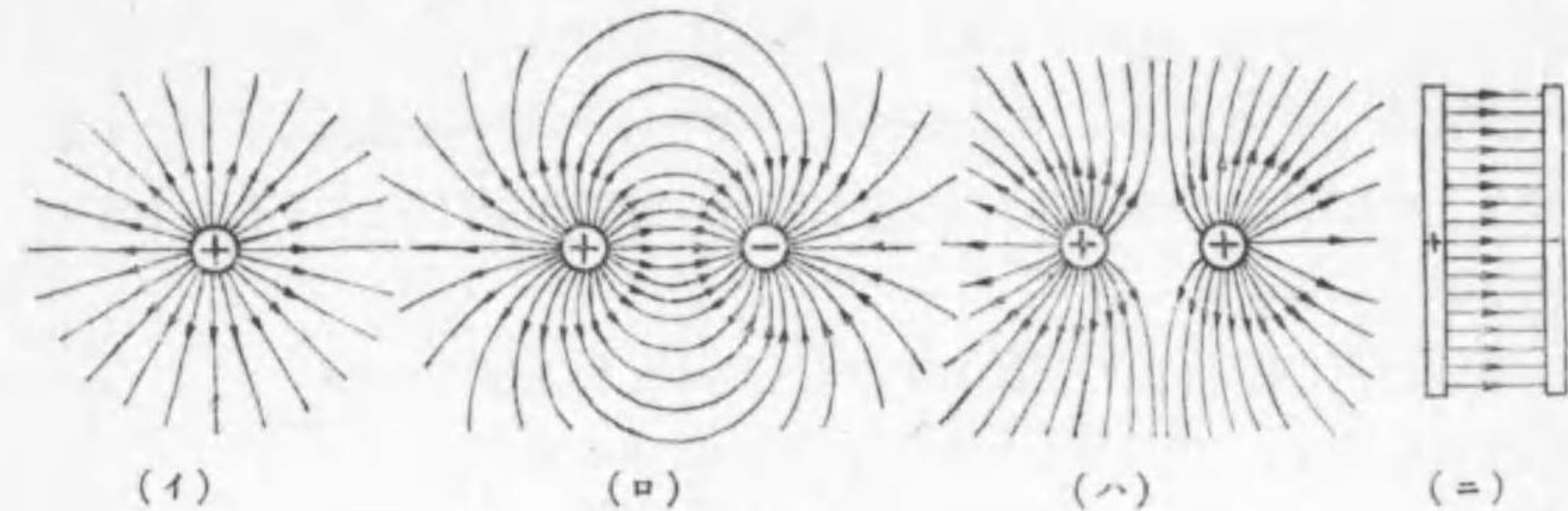
之れを全球面に亘つて集めると Q なる電荷より出る全力線數が求められる。

$$\text{全力線數} = \frac{Q}{r^2} \times \text{球の全表面積} = \frac{Q}{r^2} \times 4\pi r^2 = 4\pi Q \text{ 本}$$

従つて、斯く定めると Q=1 なる電荷よりは 4π 本の電氣力線が出なければならない。

③ 第 1.6 圖は簡単な帯電体に於ける電氣力線の分布狀況を示したもので、(イ) は帯電球、(ロ) は相等しい正負の兩帶電球、(ハ) は相等しい正の兩帶電球、(ニ) は正負に帶電せられた兩帶電板、夫々の間の電氣力線の分布である。之れを第二卷 P 3 以下の磁力線

の場合と比較すると、一つの N 極、二つの N S 極、二つの N 極、平板磁極の接近して對立した時の磁力線の分布狀況とよく一致する。又其の性質……ゴム糸を引張つたやうに長

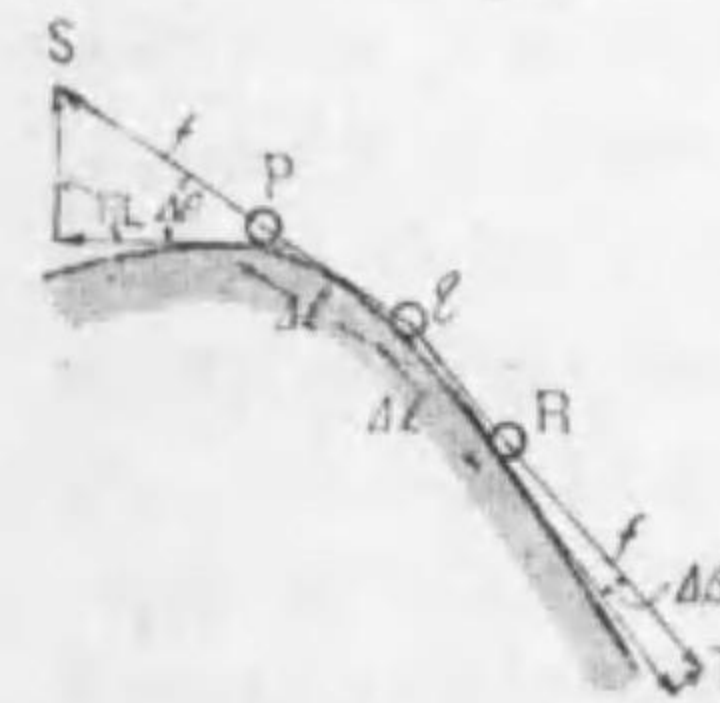


第 1.6 圖

さを出来るだけ縮小しやうとちまこまり、又電氣力線相互間では反撥し合ふ……も全く同様であることが想像される。

④ 電氣力線から静電誘導が説明せられる。(『電氣技術講座』第一卷 P 273 以下を参照) 次に、導体に電氣が與へられたとき、如何に分布するかを研究しやう。

第一番に考へねばならないことは、電氣は導体の内部になく表面にのみ分布されると云ふことである。之れは同性の電氣は互に反撥し合ふことより、互になるべく遠く離れやうとする。然も導体内では電氣が自由に動き得るから内部で排斥し合つて表面に出て仕舞ふ。……表面より内側には止り得ない……。従つて導体に於ける電氣の配布を表はすのに、表面密度 (surface density) なる語を用ふる此の電荷の表面密度は導体の表面が突出したり鋭角をなす處で大きくなる。其の理由は第 1.7 圖のやうに、導体表面に於ける電荷の間に働く力を取つて考へると明かである。即ち導体表面の曲つた處にある電荷 P が之より Δl の距離だけ



第 1.7 圖

隔つた q なる電荷に依つて受くる反撥力は $q p$ の方向で $\vec{PS} = f$ で表はされる。之れと P 点に於ける導体表面 (P 点の切線) と爲す角を $\Delta \theta$ とすると $f \cos \Delta \theta$ は電荷を表面に沿つて動かそうとする力であり、 $f \sin \Delta \theta$ は電荷を導体表面から空氣中に放出せんとする力に相當する。……此の Δl は短い距離 $\Delta \theta$ は小さい角を示す符號で、 $\Delta \theta / \Delta l$ を曲線上の此の点の曲率と云ひ、表面が鋭く曲る程、

曲率は大きくなる……。次に曲率の大きくない R 点の電荷を取ると、P と R の電荷の間に働く反撥力は q R の方向で $\vec{RT} = f$ で表はされる。之れと導体の R 点の切線が爲す角を $\Delta\beta$ とすると……曲率は $\Delta\beta/\Delta l$ となり $\Delta\beta$ は $\Delta\theta$ より小、即ち R 点の曲率は P 点の曲率より小さい……。電荷を表面に沿つて移動させやうとする力は $f \cos \Delta\beta$ 、電荷を表面から空氣中に放しやうとする力は、 $f \sin \Delta\beta$ となる。即ち

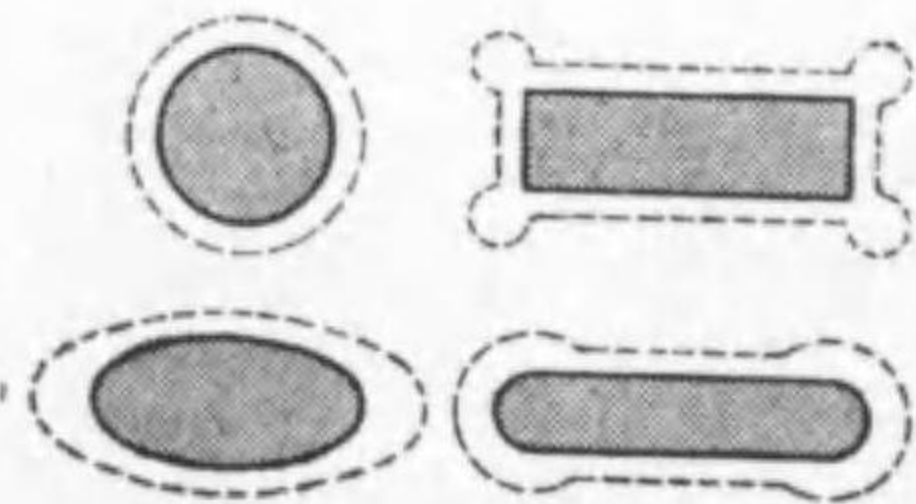
電荷を導体表面に沿つて動かす力は $f \cos \Delta\theta$ 及 $f \cos \Delta\beta$

電荷を空氣中に放出せんとする力 $f \sin \Delta\theta$ 及 $f \sin \Delta\beta$

となつて、 $\Delta\theta > \Delta\beta$ であるから、P 点では表面に沿ふ力が少く、q 点では大きい。従つて q 点の電荷は P 点にと、より多く集らうとする傾向がある。即ち曲率の大なる所程導体に沿ふ反撥力の分力が小さいから多くの電荷が集つて来る（表面密度は曲率に比例する）然し、一方に於て、曲率の大きい所程電荷を空氣中に放出する力が大きい。其の結果、尖つた点のある導体では電荷を空氣中に放出せんとする力が大となつて、遂には空氣中にはね出され、此處に一つの氣流を作ることがある。

【補講】① 二つの電極を對立させて電壓を加へたとき、針狀の電極の方が、球狀の電極の時よりも低い電壓で放電するのは全く此の理に依る。

② 第 1.8 圖は種々の形の導体に電荷を與へたときの表面電荷の分布狀況を示したもので、圖の点線で示した厚さが電荷の量を表はして居る。即ち球では表面上の至る處の曲率が等しく（直径の逆數となる）電荷の分布も一様である。板の形の導体では縁の所の表面密度が大きい。細長い導体では端の所の表面密度が一番大きく、尖つた点のある導体では其の尖端の表面密度が著しく大きい。



第 1.8 圖

③ 或る一束の電氣力線をたばねて、電氣力線管 (tube of electric force) として考へることがある。之れは單位の電荷のある面積を兩底面とした假想管であつて、フラデー管 (Faraday tube) と云ふこともある。即ち q なる電荷のある表面からは q 本の電氣力線管が出て居る……電氣力線で行ふと、 $4\pi q$ 本の電氣力線が出て居るのだから、電氣力線管 1 本は 4π 本の電氣力線をたばねたものだとも云へる。逆に電氣力線管の密度を 4π 倍すると電氣力線數となる……

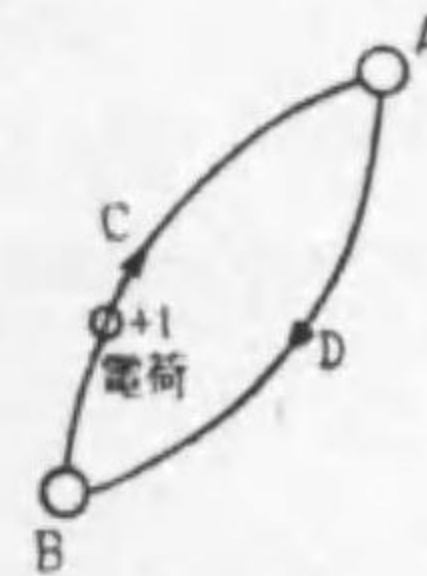
電氣力線管も本体は電氣力線であるから、長さを限りなく縮めやうとし、横の方には限り

なく擴がらうとする性質を有する。元來、電氣力線管は、電界に於ける誘電体の作用を明かとする爲めに假想されたもので、上述の如く電氣力線と同様に

- ① 電氣力線管は單位正電荷より發して單位負電荷に終る。
- ② 或る帶電体より射出する管數と、之れに入來する管數の差は此の帶電体の電荷を表はす。
- ③ 後述のやうに、電氣力線管は高電位の点より低電位の点にと向ふ。
- ④ 誘電率 K なる誘導体中の一点の電氣力は、其の点に於ける電氣力線管密度を $4\pi/K$ 倍して得られる。

1.4 電位 (electric potential) 及等電位面

電界に單位の正電荷を置くと力を受ける。従つて此の正電荷を動かすには仕事をしなければならぬ。一般に電界内の一点 B より他の点 A に正電荷を移動させたとき、或る仕事を要したとすると、A 点は B 点よりも電位が高いと稱し、兩点間には電位差 (potential difference) があると云ふ。



第 1.9 圖

此の仕事の量は移動する電荷の大きさに依つて相違する今單位の正電荷を B から A に動かすのに 1 エルグの仕事 1 erg の仕事とは或る物体に 1 ダインの力が働いて、此の物体を 1 輻動かすに要する仕事である。(但し 1 ダインの力とは 1 瓦の物体に毎秒 1 輻/秒の加速度を與へる力を云ふ)……を要するとき、此の 2 点間の電位差を靜電單位の 1 と定める。

【補講】① 電界中の 2 点の間に單位正電荷を動かすのに F エルグの仕事をしたとすると、2 点間の電位差は靜電單位で F である。

② 電位の低い處から高い處に單位の正電荷を動かすには仕事を要するが、逆に電位の高い方から低い方には電氣力が働いて單位正電荷が押しやられるから仕事がされる。

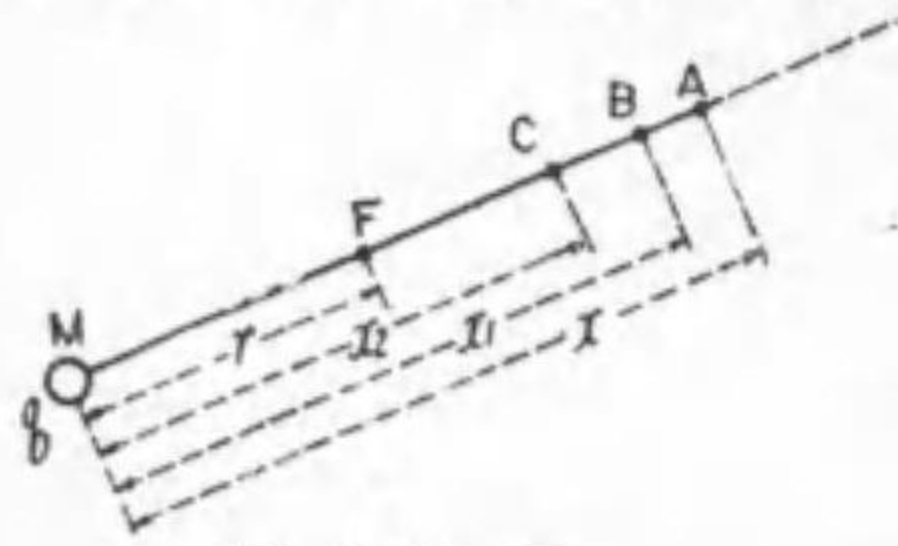
③ 第二卷 P 12 以下及第一卷 P 53 以下で説明したやうに、磁界内で單位の N 極を任意の經路で 1 周させて元に戻る仕事は零であつた……丁度、現在地を出發して山に登り谷を渡り元の場所に歸つて來ると如何なる經路を辿つたとしても登つた高さの和は降つた高さの和に等しい、等しくないと元に歸つたとき宙に浮いたり地にもぐらねばならぬ。即ち登るに要する仕事は降る時に爲される仕事に等しく、仕事の和は經路の如何に不拘ず零である……。

従つて今、第 1.9 圖に於て B→C→A と移動するに要する仕事を W_1 、A→D→B と移動

される仕事を $W_2 \dots W_2$ は爲される仕事で W_1 を正とすると負となる……とすれば、Bより出發して B C A D B と元に歸る仕事は零で

$$W_1 + (-W_2) = 0 \quad W_1 = W_2$$

此の $W_1 = W_2$ なる結果は、單位正電荷を如何なる経路を経て動かしても之れに要する仕事は相等しいことを示して居る。従つて、單位の正電荷を如何様な経路に移動させても電位差が變らねば仕事の量にも變りがない。



第 1.10 圖

第 1.10 圖の M 点に電荷 q があるとき、之より x 程の点を A, x_1 程の点を B とする。單位の正電荷を A 点より B 点に動かすに要する仕事を w とする。此の間を移動するとき

$$A \text{ 点で受くる力 } f_A = \frac{q}{x^2} \quad B \text{ 点で受くる力 } f_B = \frac{q}{x_1^2}$$

f_B に此の間の距離 $(x-x_1)$ を乗じたものは實際の w よりも大きく、 f_A に $(x-x_1)$ を乗じたものは實際の w よりも小である。今平均を取ると…… A B 間の中央で働く力 f_{AB} を取つて

$$w = f_{AB} \times (x-x_1) = \frac{q}{\left(\frac{x+x_1}{2}\right)^2} \times (x-x_1)$$

然るに $\left(\frac{x+x_1}{2}\right)^2 - xx_1 = \left(\frac{x-x_1}{2}\right)^2$ となり

$$\because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(a^2 + b^2) - 4ab = a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$$

B を限りなく A に近迫して取ると $(x-x_1)$ は無限小となり、其の自乗は更らに小なる無限小となるから…… 0.001^2 は 0.00001 で 0.001 より更らに小……上式の右邊は B が A に限りなく接近した極限では零となる。故に

$$\left(\frac{x+x_1}{2}\right)^2 - xx_1 = 0 \quad \left(\frac{x+x_1}{2}\right)^2 = xx_1$$

之れを前式に代入すると

$$w = \frac{q}{xx_1} (x-x_1) = \frac{q}{x_1} - \frac{q}{x}$$

従つて、電荷 q より x なる A 点から r なる F 点に單位正電荷を移動する

仕事、即ち A F 間の電位差を求めるには AF 間を AB, BC……と云ふやうに微小の部分に分つて

$$V_{AB} = W_{AB} = \frac{q}{x_1} - \frac{q}{x} + \frac{q}{x_2} - \frac{q}{x_1} + \dots + \frac{q}{r} - \frac{q}{x}$$

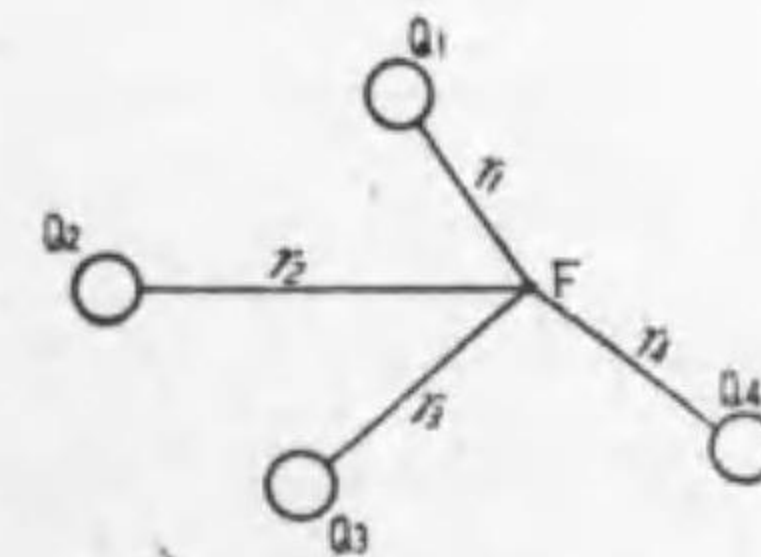
とならう。

次に A 点單獨の電位を考えると、之れは $\frac{q}{x} = 0$ なる点より何程の電位があるかと云ふことになり $\frac{q}{x} = 0$ とするには q の或る値に對し $x = \infty$ とせねばならない。其處で

$$A \text{ 点の電位} = \frac{q}{x} - \frac{q}{\infty} = \frac{q}{x} - 0 = \frac{q}{x}$$

であつて、或る電荷 q から x 程の点の電位は q を x で除したものとなる…… 靜電單位に於ける電位である……此のことは又、次のやうに云ふことも出来る。

“或る点の電位とは、單位の正電荷を無限大の彼方から此の点に持つて來るに要する仕事に等しい”



第 1.11 圖

又、第 1.11 圖の如くに、一つの帶電体の代りに $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, \dots$ の電荷を有する帶電体があつて、其等の電荷より夫々の距離が $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots$ なる一点 F の電位は

$$V_F = \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3} + \frac{Q_4}{r_4} + \dots = \sum \frac{Q}{r}$$

即ち、各電荷に依る電位の和を取ればよいことが分る。

上記で求めた電位及電位差は靜電單位に於ける値で、之れを C. G. S. e. s. u. (electrostatic unit) と稱し、或は靜電 V (stat volt) と略稱することもある。

然し、實用上此の單位は大に過ぎて不便であるから、先刻御承知のボルトを用ふる。申す迄もあるまいが、1 ボルトは 1 クーロンの正電荷を運ぶ仕事に 1 ジュールなる場合を云ひ

$$1 \text{ ボルト} = \frac{1}{300} \times \text{靜電 V}$$

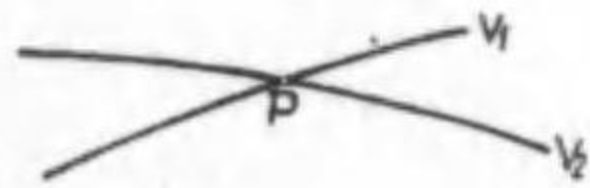
逆に 1 靜電 V は 300 ボルトに相當する。

(註) 1 クーロンは 3×10^9 静電クーロンに相当し、1 ジールは 10^7 エルグに相当するから

$$1 \text{ ボルト} = \frac{\text{仕事量}}{\text{電気量}} = \frac{10^7}{3 \times 10^9} = \frac{1}{300} \text{ e.s.u.}$$

電界内で電位の相等しい点を結んだ面を等電位面 (equipotential surface) と云ふ。一般に電界内には無数の等電位面が存在する。例へば点状電荷 q があるとき、之れより半径 r の球面上の電位は相等しく q/r であつて、点状電荷を取りまく同一半径の球面即ち等電位面は無数に存在する。此の等電位面には次のやうな性質がある。

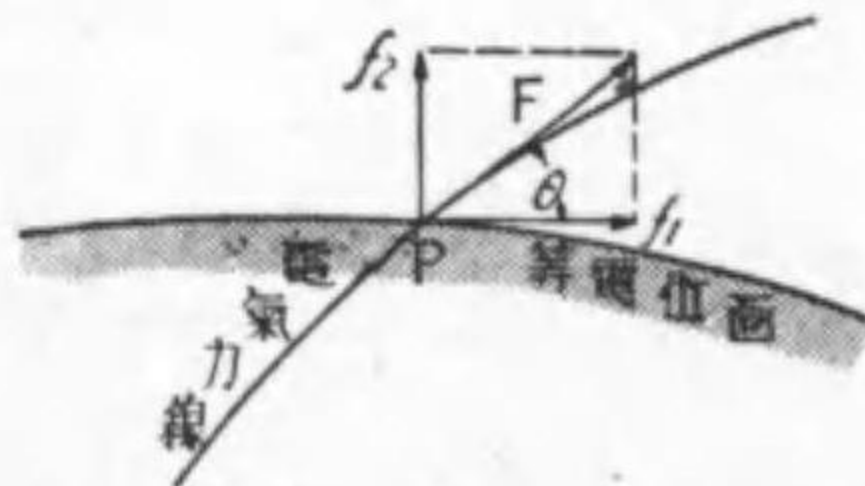
① 等電位面は交らない 之れが例へば第 1.12 圖の如くに交つたとすれば其の交点 P の電位は V_1 でもあれば V_2 でもあると云ふ不合理を生ずる。……1 点の電位は 1 種で 2 様はない……従つて等電位面は飽く迄平行であつて交るやうなことはない。



第 1.12 圖

② 等電位面上に電荷を移動しても仕事をしない 若しするとすれば、電位差の定義に依つて等電位面上の 2 点の電位が相違することになる。これでは等電位面でない。

③ 電気力線は等電位面と直角に交る 第 1.13 圖に於て等電位面と電気力線が一点 P に於て交り P 点に於ける電気力線の切線 F と等電位面の切線 f_1 が爲す角を θ とすれば、此の点に於て電荷を電気力線に沿つて動かすとき、電荷の受くる力は F に相当するものとなる。此の F を等電位面に沿ふ f_1 と等電位面に直角な f_2 に分解すると、電荷を P 点にて等電位面に沿ひ動かすとき此の f_1 に依つて仕事が爲される。然るに上記の如くに等電位面に沿つて電荷を動かしても仕事をしないと云ふのだから $f_1=0$ でなければならぬ。



第 1.13 圖

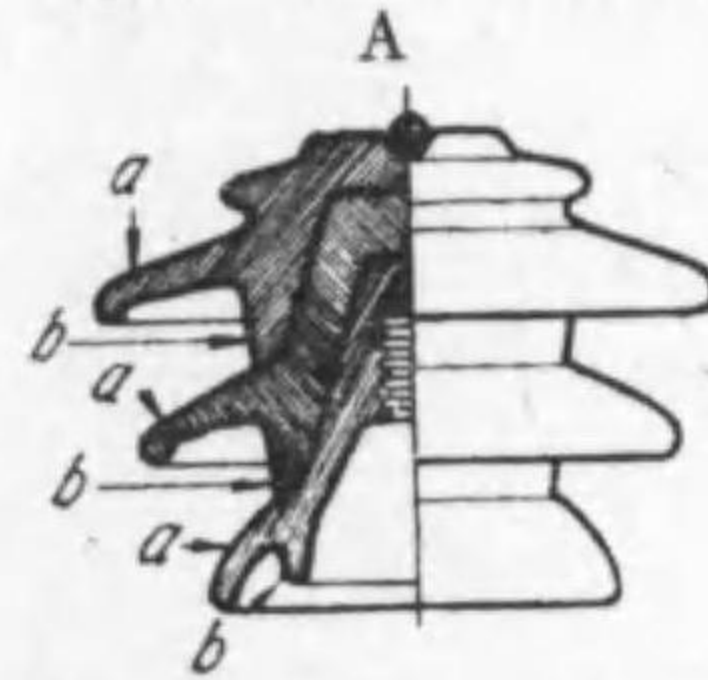
$f_1 = F \cos \theta = 0$ $\cos \theta = 0$ で $\theta = 90^\circ$ 即ち電気力線と等電位面は直角に交らねばならない。

④ 幾つかの等電位面を夫々の電位が等差級数を爲すやうに畫くと、等電位面の密度を以て其の場所の電界の強さが表はされる。何となれば、單位の正電荷を

幾つかの等電位面を夫々の電位が等差級数を爲すやうに畫くと、等電位面の密度を以て其の場所の電界の強さが表はされる。何となれば、單位の正電荷を

二つの等電位面間に移動さす仕事は電界の強さを F 、等電位面間の距離を Δl とすると $F \times \Delta l$ で、之れは電位差 ΔV に等しく $\Delta V = F \times \Delta l$ $F = \frac{\Delta V}{\Delta l}$ 此の ΔV を等差級数的にとると一定数であるから、電界の強さは Δl 即ち等電位面間の距離に反比例し、等電位面が餘計にある程、即ちその密度が大なる程大なることを示す。

【補講】 此の電気力線の分布状況、等電位面は機材の絶縁設計に大切な事柄である。例へば第 1.14 圖はピン型碍子の一種で、其の頂上の溝に A の如く導体を置き、下に足を附して支へる。今導体 A より足に至る電気力線を假想すると、碍子材料である磁器のなる部分は等電位面と一致させ、 b なる分節は電気力線と同一方向とする。斯様に設計すると電氣的に絶縁耐力の強い (高い電壓に耐へる) 碍子となる。



第 1.14 圖

又、電界の或方向の單位長毎の電位差を電位傾度 (potential gradient) と稱する。

1.5 ガウスの定理とその應用

此の定理は電界の計算に極めて大切な事項で

“電荷を含む閉表面を直角に通過する全電気力線の數は、其の閉表面に含まれた全電荷の 4π 倍となる”

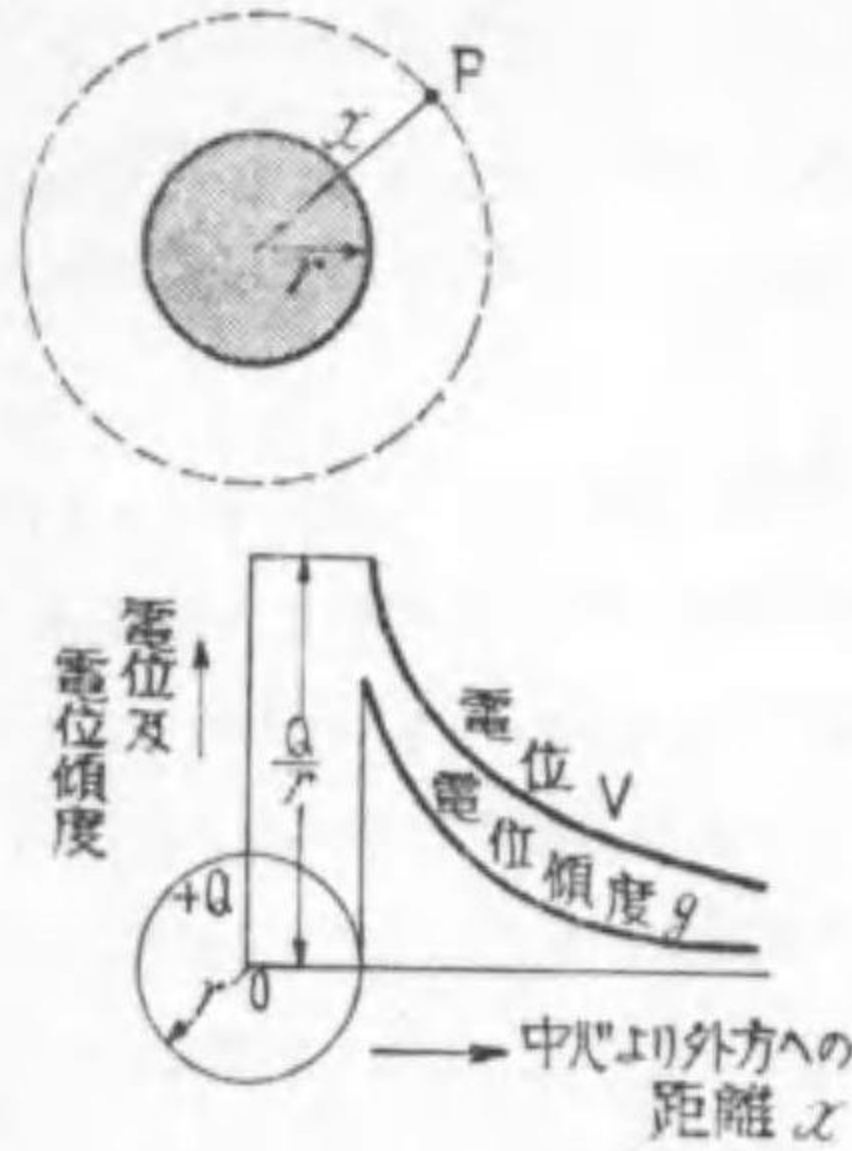
$$\phi = 4\pi \Sigma \pm Q$$

即ち閉表面内に含まれて居る電荷の代數和……正電荷を $+$ とし負電荷を $-$ とする……を 4π 倍すると閉表面を通過する全力線數となると云ふのである。

(註) 此の定理の詳細なる説明並證明は“電気技術講座”第一卷 P 278 以下を参照、又誘電率 K なる誘電体中では $4\pi/K$ 倍となる。

次に此の定理を應用して二三の帯電体に依る電界の強さ及電位を求めて見やう

① 帯電球に依る電界の強さ及電位 第 1.15 圖のやうに、空間に孤立した球狀の帯電体があつて、電荷が其の球面に平等に分布されて居るとき、其の電気力線は第 1.6 圖の (イ) の如く球面より一樣なる放射線状に出る。今球心よりの距離が x 輻の点の電界の強さを F とすれば、此の半径 x 輻の球面上の電界の強さ F は等しい。先きに説明した P 8 の補講 ② よりも明かなやうに、球面



第 1.15 圖

の表面積 1 平方糎を直角に通過する電気力線の数は電界の強さ F の数値と一致し
全電気力線数 $\phi = F \times$ 球の全表面積
 $= 4\pi r^2 F$ ①

但し、r は帯電球の半径 (糎) である。

又ガウスの定理に依ると、此の球状導体に與へられる電荷が Q であると

全電気力線数 $\phi = 4\pi Q$ ②

① ② は相等しくなければならぬから

$4\pi r^2 F = 4\pi Q \quad \therefore F = \frac{Q}{r^2}$

これは既に説明したやうに、球の中心に点状

【補講】 ① 誘電率 K なる誘電体中では $F = \frac{Q}{Kx^2}$ となる。

② 球内部では電荷の全部が球の表面に出るから、其の内部には電荷を含まない。即ち、 $Q=0$ であるから $F=0$ となり、帯電球の内部電界の強さは至る處零である。

従つて、電位は点状電荷の場合と同様であつて

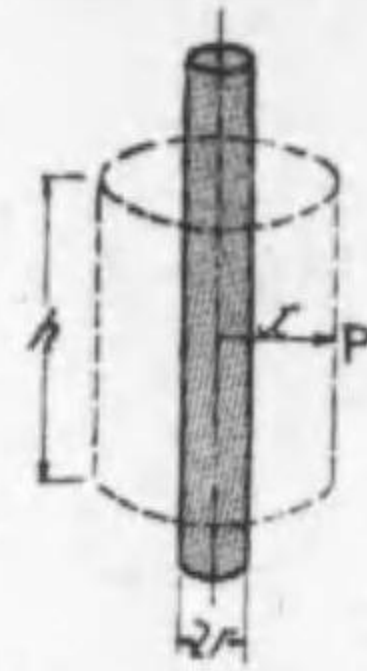
球心より x なる距離の P 点の電位 $V = \frac{Q}{x}$

此處で初學者が誤り易いのは、球の内部では $Q=0 \quad V=0$ と考へることである
導体が充電されると何れの電位も相等しくなければならぬ。従つて導体内部の
電位はその表面の電位 Q/r と相等しい。……電位が等しいから、内部では電荷
をどう云ふやうに動かしても仕事をしない。即ち電界の強さは零である。此の電
位及電位傾度の分布は第 1.24 圖の下圖の如くであつて、電位は $V=Q/x$ で距
離 x に反比例し、電位傾度 g は

$g = \frac{\text{電位差}}{\text{距離}} = \frac{\text{仕事}}{\text{距離}} = \text{電界の強さ } F = \frac{Q}{x^2}$

となる。此の關係を十分に理解されよ。

② 帯電圓筒に依る電界の強さ及電位 長い圓筒状導体の 1 糎毎に電荷 Q



第 1.16 圖

を與へたとすると、電気力線は軸心を中心とした一様な放射線
となる。今軸心より x 糎の点 P の電界の強さを F とすると
前項と同様で、此の帯電圓筒を包む半径 x 糎、高さ h 糎の圓
筒を考へると、電気力線は放射線状となつて上下の兩底面から
は出ない。従つて此の側面から出る

全電気力線数 $\phi = F \times$ 側面積 $= 2\pi x h \cdot F$ ①

(註) くり返す迄もなからうが、F は電界の強さで 1 平方糎を直角
に出る電気力線数と等しい。

又ガウスの定理に依ると、此の假想圓筒内の全電荷は

單位長の電荷 \times 長さ $= hQ$ であつて

全電気力線数 $\phi = 4\pi hQ$ ②

① ② 兩式は相等しくなければならぬから

$2\pi x h \cdot F = 4\pi hQ \quad \therefore F = \frac{2Q}{x}$

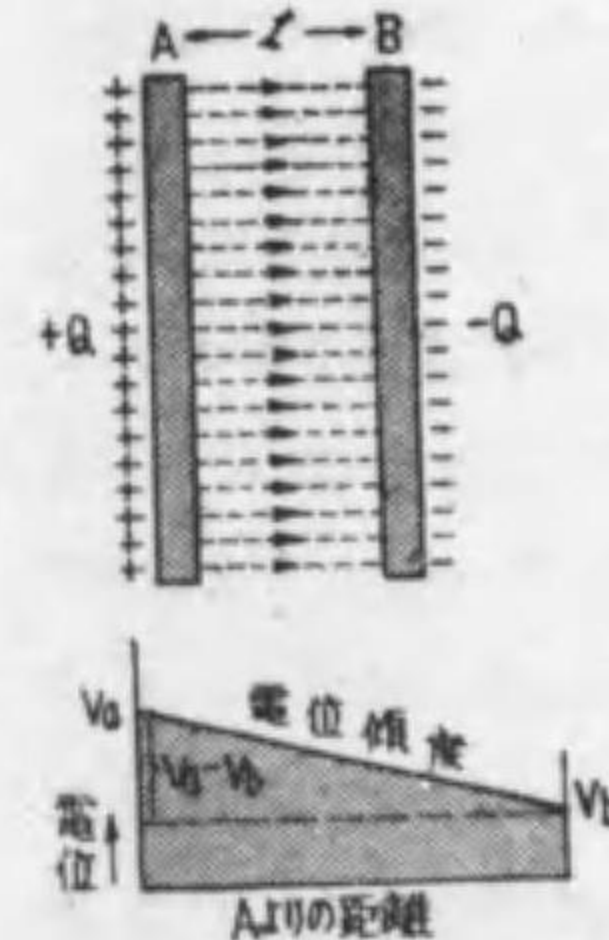
即ち電界の強さ F を求めるには、圓筒の中心に直線状の電荷があると考へて
よいことを示す。

【補講】 ① 誘電率 K なる誘電体中では $F = \frac{2Q}{Kx}$ となる。

② 此の場合の P 点の電位は $V = 2Q \log_e x + C$ となる。

これは高等數學の力を要するので此處では求めない。『電氣技術講座』第一卷 P 286 を參
照されよ。

● 同軸に二つの圓筒がある……小さい圓筒の外側に大きな圓筒があるとき……此の兩圓
筒間の電界の強さも同様にして求められる。



第 1.17 圖

③ 平行板帶電体間の電界の強さ及電位 第 1.17

圖のやうに平行板 A, B があつて、其の板面積 S 平方
糎が板間の距離 t 糎に比して十分に大なるものとする
と、板に +Q 及 -Q なる電荷を與へると、+Q を與
へた A 板から出る全電気力線はガウスの定理より $4\pi Q$
であつて、これが悉く -Q の電荷を有する B 板に達
する。然して、電気力線は平行直線であつて、板間の何
れの点を取つても電気力線と直角な 1 平方糎當りの電氣

力線の数(電気力線密度)は相等しく、之れが即ち電界の強さ F であるから

$$\text{電界の強さ } F = \frac{4\pi Q}{S} \quad \text{となる。}$$

此の時の A 板の電位を V_a , B 板の電位を V_b とすると、単位正電荷を B より A に迄動かす仕事は電位差 $V_a - V_b$ に等しく

$$V = V_a - V_b = F \times t \quad F \text{ なる力に反して } t \text{ 程移動する。}$$

此の V は $A B$ 間の電位差、即ち $A B$ 間に與へた電圧であつて

$$\text{電界の強さ } F = \frac{V_a - V_b}{t} = \frac{V}{t}$$

と云ふことは、電界の強さが、1 厘毎の電圧降下に等しいことを意味して居る。之れは前にもちよつと述べた電位傾度であつて

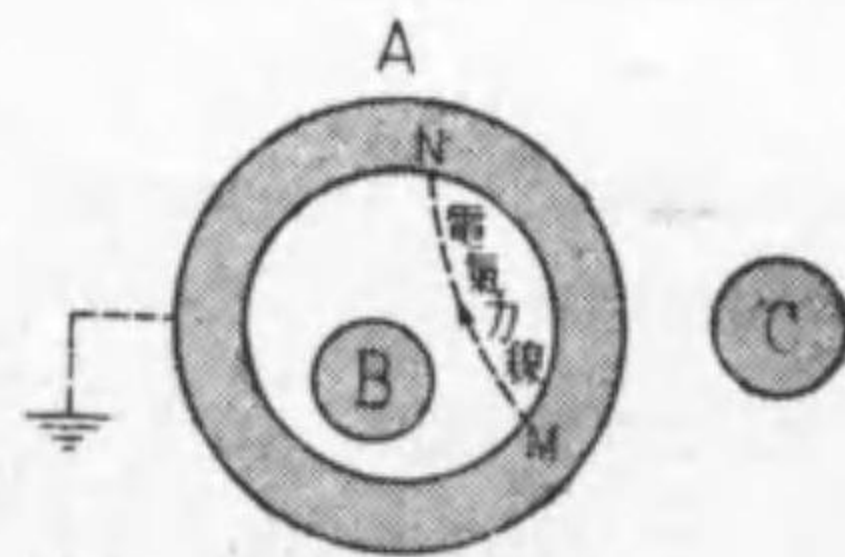
$$\text{電位傾度 } g = F = \frac{V}{t} \quad \text{となる。}$$

但し、平行板間には一般に誘電体が挿入せられる。此の誘電率を K とすると

$$\text{電気力線数 } \phi = \frac{4\pi}{K} Q \quad \text{となるから}$$

$$\text{電界の強さ } F = \frac{4\pi Q}{KS} \quad \text{となる。 (記憶のこと)}$$

【補講】 第 1.18 圖の如き中空導体 A に電荷を與へたとしても、其の内部には電気力線



第 1.18 圖

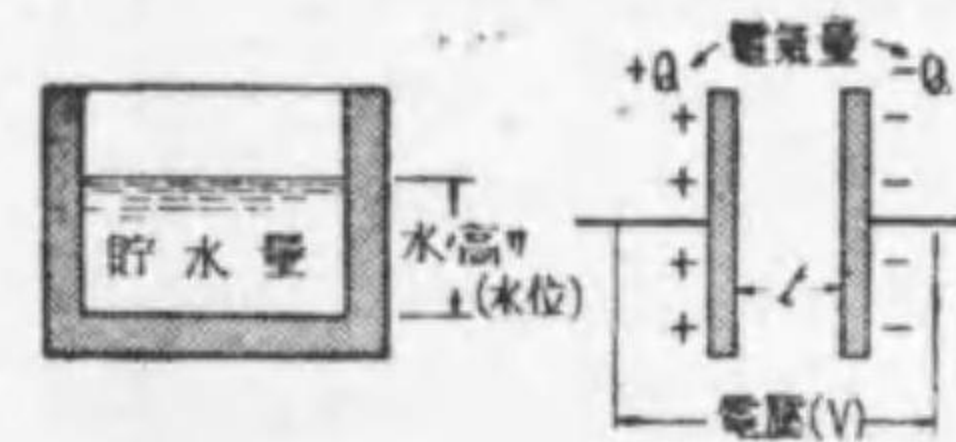
が生じない。何となれば、今 $M N$ のやうに電気力線を生じたとすると M は N より電位が高いと云ふことになる。然るに前にも述べたやうに、導体内部の電位は總て同一であるから、斯様な電気力線は存在しない。……電荷は總て其の表面に集る……
次に、此の中空導体内に B なる導体を置き、之れに $+Q$ の電荷を與へると静電誘導に依つて A の内面には $-Q$ の電荷を生じ、 A の表面には $+Q$ の電荷を生じて、其の外部にある C なる導体には静電誘導に依つて $-Q$ の電荷が誘導される。或は逆に C は $-Q$ なる電荷を與へたと B には $+Q$ の電荷が誘導される。處が此の中空導体 A を大地に接続すると、 B に $+Q$ を與へたとき A の表面の $+Q$ は大地へと逃れ去るので、 C に静電誘導に依る電荷を生ぜしめない。……或は静電誘導は兩導体が電気力線で結ばれて生ずるのだから A 導体が接地されると零電位となり、電気力線を生じないことよりも静電誘導のないことが分る

……此のことは逆に C に或る電荷を與へても A が接地されてゐると B に静電誘導を及ぼさない。斯様に接地された導体で一つの導体をつむと、外部に影響を與へないと同時に外部からの影響を受けない。斯様な装置を遮電 (electric shielding) 又は静電遮蔽と云ふ。

1.6 静電容量 (electrostatic capacity)

容器に水を貯へる場合、貯へられる水の量は容器の面積が大きい程大である。又入れる水の高さを大とすればする程多量の水が貯へられる。今貯へられる水の高さを例へば 1 厘とするなら、此の時貯へられる水量を以て容器の面積、即ち貯水し得る能力を表はすことが出来る。

此のことは電気の場合にも同様に云へるのであつて、例へば或る導体に電圧を與へたとき、之れに依つて或る電氣量が貯へられる。此の貯へられる電氣量は電圧が大きい程大であり、導体の電氣量を貯へる能力が大となる程大きい。此の能力は貯水の場合と同様に、単位電圧に依つて貯へられる電氣量を以て表はすことが出来る。之れを導体の静電容量と云ふのである。例へば今、第 1.19 圖右のやうな平行板状の導体間に電圧 V を加へたとき、貯へられる電氣量が Q であつたとすると、単位電圧で貯へられる電氣量即ち静電容量 C は



第 1.19 圖

$$\text{静電容量 } C = \frac{Q}{V} \quad \text{(基本式) となる}$$

此の Q が静電クーロンで V が stat V であると C は静電單位に於ける静電容量となり、之れを静電ファラド (stat farad) と稱する。實用的には 1 ボルトの電圧を與へたとき貯へられる電氣量が 1 クーロンとなるやうな導体の静電容量を 1 ファラド (farad) と云ひ、 F で表はす。

(註) 1 クーロンは 3×10^9 静電クーロンに、1 ボルトは $\frac{1}{300}$ stat V に相當するから

$$1 \text{ ファラド} = \frac{3 \times 10^9}{\frac{1}{300}} = 9 \times 10^{11} \text{ stat farad} \quad \text{に相當する。}$$

然るに、地球のやうな大きな物の静電容量でも $708 \times 10^{-6} F$ に過ぎないのだから、一般に静電容量をファラドで表すと著しく小なる數値となつて取扱ひに不便である。其處で 1 ファラドの 10^{-6} (百万分の 1) を實用上廣く用ひ、之れを

マイクロファラド (micro farad) と稱し、 μF で表はす。之れに依ると地球の静電容量は $708 \mu\text{F}$ となる。

(註) 孤立球の静電容量は静電單位に於て其の半径 (輻) に等しい。然るに地球の半径は 6378 軒であるから其の周囲の誘電率を 1 とし……空氣であるから……

$$\text{静電容量} = \frac{6378 \times 10^7}{9 \times 10^{11}} = 708 \times 10^{-6} \text{ (F)} \quad \text{となる。}$$

種々の形態に於ける導体の静電容量は“電氣技術講座”第一卷 P225 以下を参照して頂くこととして、此處では其の一例として、最も一般的な平行板電極間の静電容量を求めて見る。

第 1.19 圖のやうな平行板状導体間に電壓 V を加へたとき A に $+Q$, B $-Q$ の電氣量が貯へられたとすると、前節の 3 より、 A より B に行く電氣力線数はガウスの定理に依り $\frac{4\pi}{K}Q$ であつて、……但し K は板間誘電体の誘電率とした……板の面積を S 平方輻とすると

$$\text{(電氣力線の密度) 即ち電界の強さ} \quad F = \frac{4\pi Q}{KS}$$

板間の距離を t 輻とすれば、單位の正電荷を此の板間に動かすには常に此の F に打ち勝つて進まねばならないから

$$\text{兩板間の電位差} \quad V = Ft = \frac{4\pi Q}{KS} \times t$$

然して板間の静電容量は其の定義より

$$\text{静電容量} \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{KS}{4\pi t} \text{ stat farad (基本式)}$$

1 F 9×10^{11} state farad, $1 \mu\text{F}$ $9 \times 10^{11} \times 10^{-6} = 9 \times 10^5$ state farad に相當するから上記を實用單位に換算すると

$$C = \frac{KS}{4\pi t} \times \frac{1}{9 \times 10^5} \mu\text{F} \quad \text{(暗記のこと)}$$

(註) 本式を用ひて計算する場合、 K は誘電率、 S は板面積(平方輻) t は板間距離(輻)であることに注意されたい。

1.7 蓄電器 (electrostatic condenser)

如何なる形状の導体でも、静電容量を有して居るが、静電容量を大きくしやうとすれば尠大な形となる。例へば地球程の球状導体を作つても、其の静電容量は

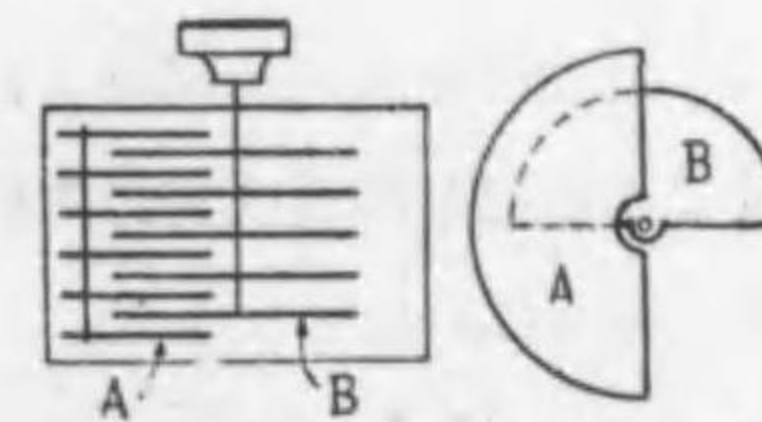
$708 \mu\text{F}$ に過ぎない。其處で電極の形を適當とし、形が小さくとも静電容量が大となるやうに製作せられたものが蓄電器であつて、其の静電容量を種々の目的に用ふる蓄電器として實用に供せられてゐるのは平行板を多数組合せた平行板蓄電器 (parallel-plate condenser) 又は半径の異なる 2 箇の圓筒導体を同軸上に重ねた圓筒蓄電器 (cylindrical condenser) 等であつて、前者が最も廣く實用せられて居る。

此の平行板蓄電器の静電容量は上式の如くであつて、静電容量を大にしやうとすれば、板面積 S を大とし、誘電率 K の値の大なる中間材料を用ひ板間距離 t を小とせねばならぬ。板間の絶縁材料としては、空氣、油、パラフィン紙、硝子マイカ (雲母) 等を用ひ、此の材質に依つて空氣蓄電器とか雲母蓄電器とか稱するのである。……空氣だの油を絶縁物とするときは、電極として真鍮又はアルミニウム板が用ひられ、紙、硝子、マイカ等の場合には錫箔が用ひられるのが普通である。……

蓄電器の大きさは其の静電容量で云ひ表はされるが、同時に兩板に加へ得る電壓を明示しなければ實用上不便である。……又、容量を kVA で稱することもある

【補講】 各種の蓄電器に就て少しく説明を加へて置こう。

① 空氣蓄電器 (air condenser) は誘電率が 1 の静電容量が小さい缺點はあるが、空氣は絶縁物として最も優れた特性を有するので、高周波用 (ラジオ用等) として、或は低壓用の標準蓄電器 ($K=1$ であつて、寸法から静電容量が算定される) として用ひられる。



第 1.20 圖

第 1.20 圖は静電容量を自由に調整し得るやうにされた可變空氣蓄電器 (variable air condenser) の構造の概略を示したものであつて、主として無線電話用に用ひられる。半圓板の固定した成層部 A の中間に他の半圓板の成層部 B が同轉に依つて入り込むやうに出来て居る各板間毎に夫々 1 箇の蓄電器を形成し、是等が並列となつて居る。此の兩者の重り合ふ面積が大きい程静電容量が大となる。一般に數 μF , 最大 $1000 \mu\text{F}$ (10^{-12}F) の程度迄作られる。

② 油入蓄電器 (oil condenser) 前圖に示したやうに、空氣蓄電器の全体を容器に入れて油を満したものであつて、静電容量が大となり (K が大となる) 板間の漏洩電流も少くなり使用電壓を増加することが出来る。

③ 雲母蓄電器 (mica condenser) 之れはマイカの薄板に錫箔を挟んだ成層で、交互の

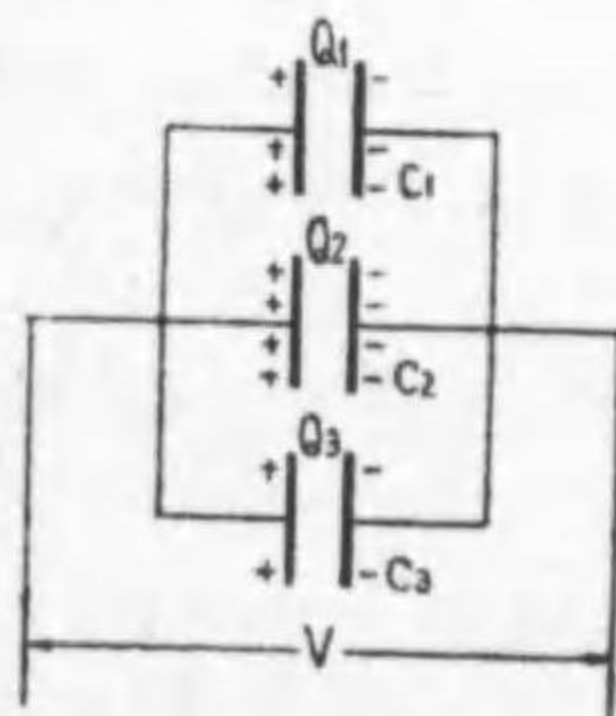
錫箔を一群として兩群間の静電容量を利用するものである。雲母は高電圧に耐へ、性質も良好であるから、高圧用、又は標準蓄電器用として用ひられる。板面積は天然マイカでは餘り大きいものがないので、數多くの枚数を積み重ねてゐる。又は分割して作つて並列に用ひたりされる。一般にマイカと錫箔の重ねたものを金具でしめつけ、空氣を排除してパラフィン溶液につけて絶縁を良くし、形が崩れないやうにされる。静電容量は $0.001 \sim 10 \mu F$ で使用電壓は數千ボルトのもの迄ある。

④ 紙蓄電器 (paper condenser) 二枚の紙と錫箔とを交互に重ね、全体を巻いて筒形に作り之れを壓して扁平とし、パラフィン油に浸したものである。紙は高電圧に耐へる力も弱く、性質も不良であるが低廉であるから電信電話の弱電回路用として數 μF のものが作られてゐる。蓄電器極板としての錫箔の有効面積は巻き初めと巻き終りの小部分を除くと兩側共に有効であつて、絶縁紙は或る厚さのものを1枚用ふるよりも $\frac{1}{2}$ 厚さのもの2枚を使用する方が紙の均質性に對し絶縁耐力に對する信頼度が大きい。此の紙の絶縁の内部に包藏されて居るガス体を放逐して絶縁油を浸潤させる油入紙絶縁蓄電器は數万 V 以上の電壓にも耐へ、交流電力回路の力率改善用等として廣く用ひられつゝある。

1.8 蓄電器の組合せ接続

次に幾つかの蓄電器を組合して接続し、大なる静電容量又は大なる使用電壓を得る方法を研究しやう。組合せ接続と云つても、直列接続、並列接続、直並列接続であつて、電氣抵抗の接続と似た考へで取扱ひ得る。即ち斯様な接続に於ける合成静電容量を求めるのが其の主目標で、静電容量が種々な形にあるとき、その合成静電容量を計算に依つて定める。

① 並列接続 大きな静電容量を得るには幾つかの蓄電器を並列に接続すればよい。然し、此の接続では使用耐電壓は其の内の最も小なるものを取らねばならない。



第 1.21 圖

今、第 1.21 圖の如く、静電容量 C_1, C_2 及 C_3 なる蓄電器 3 箇を接続して之れに電壓 V を加へたとき、各蓄電器に貯へられる電氣量を Q_1, Q_2, Q_3 とすると全体として貯へられる電氣量 Q は

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

(圖では Q_1 を +3 箇、 Q_2 を +4 箇、 Q_3 を +2 箇と示したから Q は +9 箇となる)

然るに静電容量の基本式 $C = \frac{Q}{V}$ $V = \frac{Q}{C}$ $Q = CV$ より

各蓄電器に此の式を適用すると、電壓は共通で V であるから

$$Q = C_1V + C_2V + C_3V = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

此の 3 つの蓄電器を 1 箇の蓄電器で代表するものとすれば、電壓 V を加へたとき、電荷 $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$ が貯へられねばならない。故に代表蓄電器の静電容量 C は

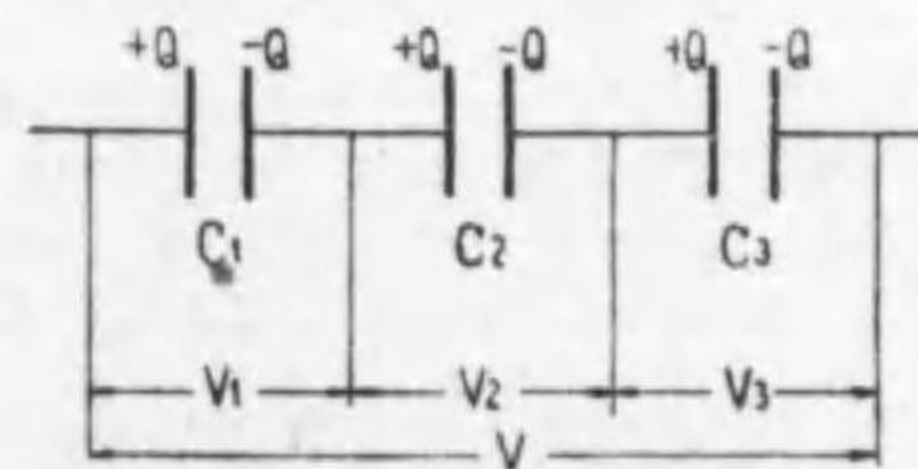
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{V} = \frac{V(C_1 + C_2 + C_3)}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

再言すると C_1, C_2, C_3 が並列にあるとき、之れを $C = C_1 + C_2 + C_3$ なる 1 箇の静電容量で表はしても、同一電壓に於て同一電荷が貯へられる。斯様な 1 箇の静電容量を合成静電容量 (combined static capacity) と云ふ。

上記よりも明かなやうに、幾つの静電容量が並列にあつても其の合成静電容量は各静電容量の和となる。

従つて、1 箇の静電容量が C_0 である蓄電器を m 箇並列とすると合成静電容量 C は $C = mC_0$ とならう。

② 直列接続 蓄電器を直列 (series) に接続すると、全体としての使用電壓

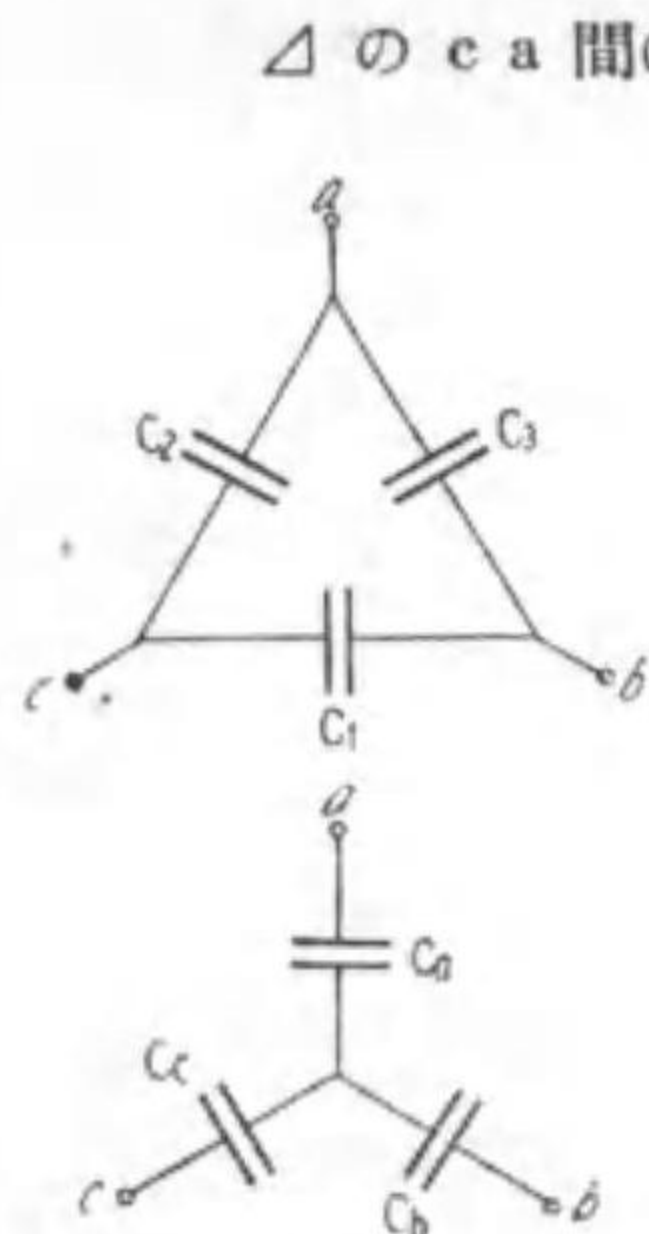


第 1.22 圖

は 1 箇の時よりも高め得られるが、其の合成静電容量は減少する。今第 1.22 圖の如くに静電容量 C_1, C_2 及 C_3 なる 3 つの蓄電器を直列に接続して、電壓 V を加へたとすれば C_1 の一方の板に $+Q$ なる電荷が現はれると他方の板には静電誘導に依つて $-Q$

なる電荷が現れる。之れと C_2 の一方の板とは一つの導体であるから C_2 の其の側の板には $+Q$ が現はれ、他方の板には静電誘導で $-Q$ が表はれ、前と同様に C_3 の一方の板は $+Q$ 、他方には $-Q$ が誘導される。之れよりも明かなやうに、幾つ蓄電器が直列とされても、夫々の電荷は相等しく Q となる。……此のことは、直列であるから同一電流の流れることよりも明かである。……其處で此の時の各蓄電器に加はる電壓を V_1, V_2, V_3 とすると、申す迄もなく

全電壓 $V = V_1 + V_2 + V_3$ となる。



第 1.24 圖

△のca間の " = Yのca間の " の3つの条件が成立しなければならない。これを式に書くと

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{1}{\frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}}$$

$$\frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_1 + C_2} = \frac{1}{\frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}}$$

此の逆数を取ると

$$\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} \dots \textcircled{1}$$

同様に bc 及 ca 間に於て

$$\frac{C_2 + C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} = \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_c} \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{C_3 + C_1}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} = \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_a} \dots \textcircled{3}$$

以上の3式の夫々各邊を加へ合すと

$$\frac{2(C_1 + C_2 + C_3)}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} = 2\left(\frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_c}\right)$$

兩邊を2で除して

$$\frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_c} \dots \textcircled{4}$$

④式の兩邊から②式の兩邊を引くと

$$\frac{1}{C_a} = \frac{C_1}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1} \therefore C_a = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_1} \dots \textcircled{5}$$

同様に④より③を引き $C_b = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_2} \dots \textcircled{6}$

④より①を引き $C_c = \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_3} \dots \textcircled{7}$

此の⑤⑥⑦式の如くに C_a, C_b, C_c を定めると、△にある静電容量 C_1, C_2, C_3 が Y に換算される。…此の式の暗記法に就ては第一巻 P100 以下を参照されたい。

次に Y にある静電容量を △ に換算するには⑤⑥⑦式に於て

$$\Delta = C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1 \quad \text{と置くと}$$

$$C_a = \frac{\Delta}{C_1} \quad C_b = \frac{\Delta}{C_2} \quad C_c = \frac{\Delta}{C_3} \dots \textcircled{i}$$

是等の式の兩邊を加へ合すと

$$\begin{aligned} C_a + C_b + C_c &= \Delta \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \\ &= \Delta \frac{C_2 C_3 + C_3 C_1 + C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3} = \frac{\Delta^2}{C_1 C_2 C_3} \dots \textcircled{ii} \end{aligned}$$

又 $C_b \times C_c = \frac{\Delta}{C_2} \times \frac{\Delta}{C_3} = \frac{\Delta^2}{C_2 C_3} \dots \textcircled{iii}$

(ii) と (iii) 式より C_1 を求めると

$$C_1 = \frac{C_1 C_2 C_3}{\Delta^2} \times \frac{\Delta^2}{C_2 C_3} = \frac{C_b C_c}{C_a + C_b + C_c} \dots \textcircled{8}$$

同様に $C_2 = \frac{C_c C_a}{C_a + C_b + C_c} \dots \textcircled{9}$ $C_3 = \frac{C_a C_b}{C_a + C_b + C_c} \dots \textcircled{10}$

即ち⑧⑨⑩式に依つて Y が △ に換算せられる。此の Y-△ の換算式も抵抗の場合と逆の形となつて居る。此處の關係は考へれば考へる程やゝこしいからよく理解して置かれよ。

【補講】 抵抗の場合と反對であることは各静電容量が相等しい場合を取つて考へると一目瞭然である。

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_\Delta \quad C_a = C_b = C_c = C_Y \quad \text{とすると}$$

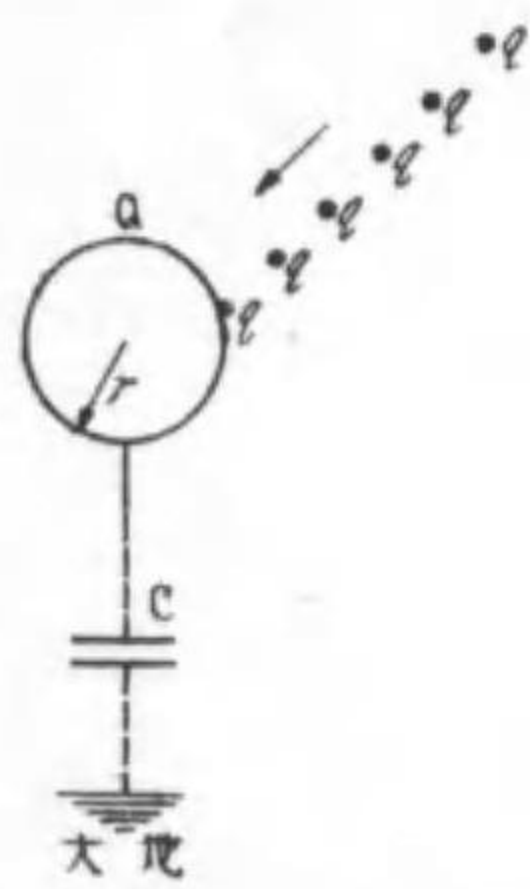
$$C_Y = \frac{3C_\Delta^2}{C_\Delta} = 3C_\Delta \quad C_\Delta = \frac{C_Y}{3}$$

抵抗の場合は相等しい△接続の抵抗を Y に換算すると 1/3 となつたが、静電容量の場合は3倍となる。此のことは必ず記憶して置かれよ。

1.9 電界に貯へられるエネルギー

と云ふと、こと甚だ難しきものであるが、こんなことを先づ考へて見られたい。ビューンと石が飛んで来て窓硝子に當るとガチャンと硝子は割れる。處が若し軽い綿玉が飛んで来たとなれば、石と同じ早さでも窓硝子は割れないだらう。元々硝子を割ると云ふことは仕事であつて、石は仕事を爲す勢力(エネルギー)を持つ

て居るが、綿玉は此のエネルギーを持つてゐない譯である。又重い石程、大きな破壊をする。即ち大きなエネルギーを持つて飛んで来ると考へられる。



第 1.25 圖

扱、第 1.25 圖のやうに、空氣中に半径 r 厘の球狀導体があるとす。之れと大地との間に或る電壓 V を加へると電荷 Q が貯へられる。其の量は $Q=CV$ で表はされ電壓及球の靜電容量 (其の半径で示される) に比例する。今電壓を加へた後、電壓を除き、大地に接続された導体を球に近づけると、球と導体との間には火花を發生する。此の火花の強さ (空氣の絶縁を破壊する力は球に貯へられた電荷に比例する。従つて半径の小さな (靜電容量の小なる) 球であるか、電壓が小さいと火花は弱

く、靜電容量が大きいか、電壓が大であると火花が強い。……之れを前の石の場合に比較すると、石の速度が電壓に、石の重さが靜電容量に匹敵する。

即ち、靜電容量を有する導体に電荷が貯へられると云ふことは、之れにエネルギーが蓄積せらるゝことを意味する。此のエネルギーは例へば先きの圖では球と大地間の靜電容量に貯へられるのであつて、球自体内に貯へられるのではない。即ち球と大地間の電氣力線が此のエネルギーの姿を現はして居るのである。

扱 V なる電壓が與へられて $Q=CV$ なる電荷が貯へられる過程を考へて見やう。今、 Q を細分して $Q/n=q$ とすると、球が Q なる電荷を得たと云ふことは圖に示したやうに、此の q の一つ一つが無限大の彼方から逐次に運ばれて球に達するものと考へられる。従つて之れを運ぶに要した仕事は此の靜電容量に貯へられるエネルギーである。

先づ第一番目の q が運ばれる場合を考へると、球には全然、電位がないから之れを反撥する力もなく少しも仕事を要しない。(即ち $w_1=0$) 然して之れが球に達すると球の電位 v は其の靜電容量を C として $v=q/C$ となる。第二番目の q を運ぶには此の電位に對して仕事 $w_2=vq$ が爲される。……球の電位が v であると云ふことは電位の定義より、電位が零 ($q/x=0$) 即ち無限大 ($x=\infty$) の彼方より球に迄、單位の正電荷を運ぶに要する仕事を表はすから、 q なる電荷を運ぶには $v \times q$ なる仕事をする。斯くて $2q$ が運ばれると球の電位は $v'=2q/C=2v$ となり、第三番目の q を運ぶには $2vq$ なる仕事を要する。斯くて n 番

目の q を運ぶ仕事 $w_n=(n-1)vq$ を要し、電荷は電位 V に相當する Q に達する。従つて Q を全部運ぶに要した仕事 W は

$$W = w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n = 0 \times q + v \times q + 2v \times q + \dots + (n-1)v \times q \\ = vq \{1 + 2 + \dots + (n-1)\}$$

此の括弧内は第一卷 P 164 以下で學んだ等差級數であるから、其の總和の式より

$$W = vq \frac{n(n-1)}{2}$$

然るに $q = \frac{Q}{n}$ $v = \frac{q}{C} = \frac{Q}{nC} = \frac{1}{n} \cdot \frac{Q}{C} = \frac{V}{n}$

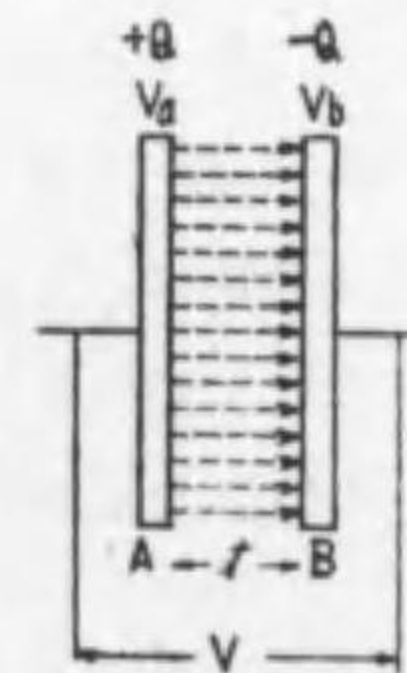
之れを上式に代入すると

$$W = \frac{V}{n} \cdot \frac{Q}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{VQ}{2} \cdot \frac{n^2-n}{n^2} = \frac{VQ}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

q を能ふ限り小さくする。即ち n を無限大とした極限では $\frac{1}{n} = 0$ となり

$$W = \frac{VQ}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} \text{ エルグ}$$

即ち C なる靜電容量に貯へられるエネルギーは上式で求められる。



第 1.26 圖

第 1.26 圖の如き平行板蓄電器に於て、A 板及 B 板の電荷を $+Q$ 及 $-Q$ とし其の電位を夫々 V_a 及 V_b とすると

$$\text{A 板の有するエネルギー } w_a = \frac{+QV_a}{2}$$

$$\text{B 板の有するエネルギー } w_b = \frac{-QV_b}{2}$$

此の蓄電器内に貯へられるエネルギー W は此の和となり

$$W = w_a + w_b = \frac{Q}{2}(V_a - V_b) = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} \text{ エルグ}$$

但し、此の V は V_a と V_b の電位差即ち兩板間に加へられた電壓 V である。

上記の平行板蓄電器に貯へられるエネルギーは兩板間の空隙部分に蓄積せらるゝのであつて、此の電界の 1 立方厘毎に貯へられるエネルギーを求めて見やう。今板面積を S 平方厘、板間の距離を t 厘とすると

電界の 1 立方厘毎に貯へられるエネルギー w は

$$w = \frac{W}{St} = \frac{1}{St} \cdot \frac{Q^2}{2C}$$

然るに 1.6 で既に學んだやうに

$$\text{平行板の静電容量 } C = \frac{KS}{4\pi t}$$

$$w = \frac{1}{St} \cdot \frac{Q^2}{2 \times \frac{KS}{4\pi t}} = \frac{2\pi Q^2}{KS^2} = \frac{16\pi^2 Q^2}{K^2 S^2} \cdot \frac{K}{8\pi}$$

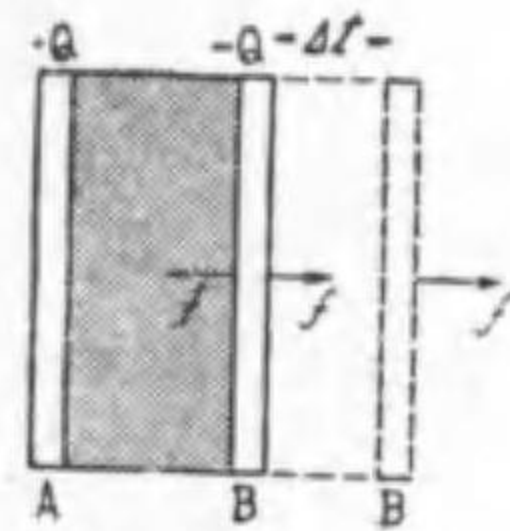
然るに 1.5 の ③ で説明したやうに

$$\frac{16\pi^2 Q^2}{K^2 S^2} = \left(\frac{4\pi Q}{KS}\right)^2 = F^2 = (\text{電界の強さ})^2$$

$$\text{従つて } w = \frac{KF^2}{8\pi} \text{ エルグ}$$

平行板蓄電器に限らず、強さ F なる電界があれば、其の 1 立方糎毎に貯へられる電界のエネルギー w は上式で示される。

【補講】 平行板間に働く吸引力 電氣力線は其の長さを縮めやうとする性質があるから



第 1.27 圖

平行板蓄電器の兩板間には吸引力が働く。此の力を求めて見る
今第 1.27 圖に於て B 板を極く僅か Δt だけ外方に移動する。
之れが爲めには B 板が f なる力で引かれて居るものとする
f なる力を加へねばならない。此の f に依つて Δt だけ極板を
外方に移動させたとする…… Δt は極小距離で Δt を動かす
間 f は一定であるとする……此の間に爲される仕事は f × Δt
である。一方此の移動前後に於ける板の電氣量 Q に變化がない

とすると、電界の強さにも變りがない。f × Δt なる仕事は新に増加した S × Δt なる空間に電界エネルギーとして貯へられる。但し S は板面積である。従つて

$$f \times \Delta t = \frac{KF^2}{8\pi} \times S \cdot \Delta t \quad \therefore f = \frac{KF^2}{8\pi} \times S$$

となり、板の 1 平方糎毎に働く力は此の 1/S であつて、電界の單位体積毎に蓄積せらるゝエネルギーに等しい。

1.10 二媒質の平行板蓄電器

媒質 (medium) だとか媒体だとか誘電体 (dielectric) 等と云ふが、^{ダイエレクトリック} 靜電氣學では是等は何れも絶縁体のことを指すのである。

(註) 例へば平行板蓄電器の板間に導体を入れると、兩板間の電荷は中和して零となり、板間には電界が存在しなくなる。此のことから兩板間の電界は此處に絶縁物があつて初めて生ずるのであるから、此の絶縁物を誘電体と稱する。又媒質とか媒体と云ふのは極く一般的に云つたもので、兩板間のなかだちをするものと云ふ意味である。

このつひでに今一應、誘電率の意義を考へて見やう。

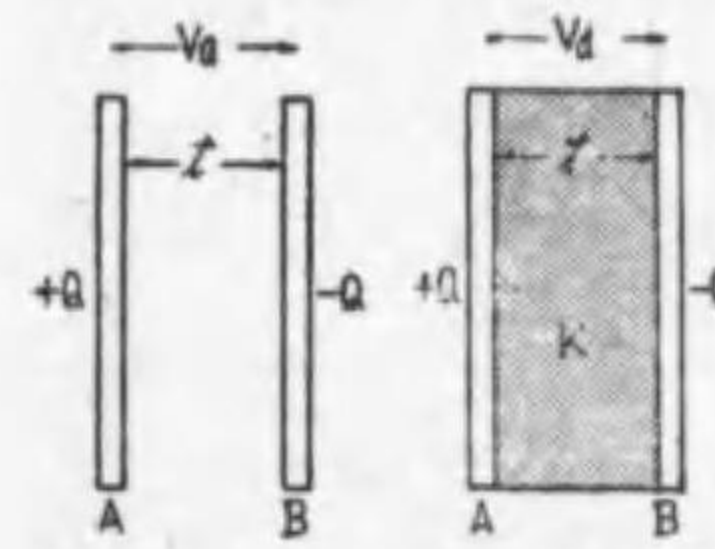
同形同大の平行板蓄電器に於て、其の静電容量は、媒体が

$$\text{空氣の場合 } C_a = \frac{S}{4\pi t}$$

$$\text{誘電率 } K \text{ なる物質の場合 } C_d = \frac{KS}{4\pi t}$$

此の兩者の比は $\frac{C_d}{C_a} = K$ ……^{ダイエレクトリック} 誘電率 (dielectric constant) コンスタント

従つて或る物質の誘電率を測るには、平行板蓄電器の板間に其の物質を挿入して其の静電容量を測定し、之れが空氣の場合の K 倍であれば其の物質の誘電率は K だと云ふことになる。斯く定めた場合を今少しく詳しく考察して見やう。



第 1.28 圖

第 1.27 圖は平行板蓄電器の板間が空氣の場合と誘電率 K なる誘電体の場合を示したものである。今何れに對しても A 板に +Q, B 板に -Q を與へたとき兩板間の電位差を V_a 及 V_d とすると

$$V_a = \frac{Q}{C_a} \quad V_d = \frac{Q}{C_d} \quad \text{又 } C_d = KC_a \text{ であるから}$$

$$V_d = \frac{Q}{C_d} = \frac{Q}{KC_a} = \frac{V_a}{K}$$

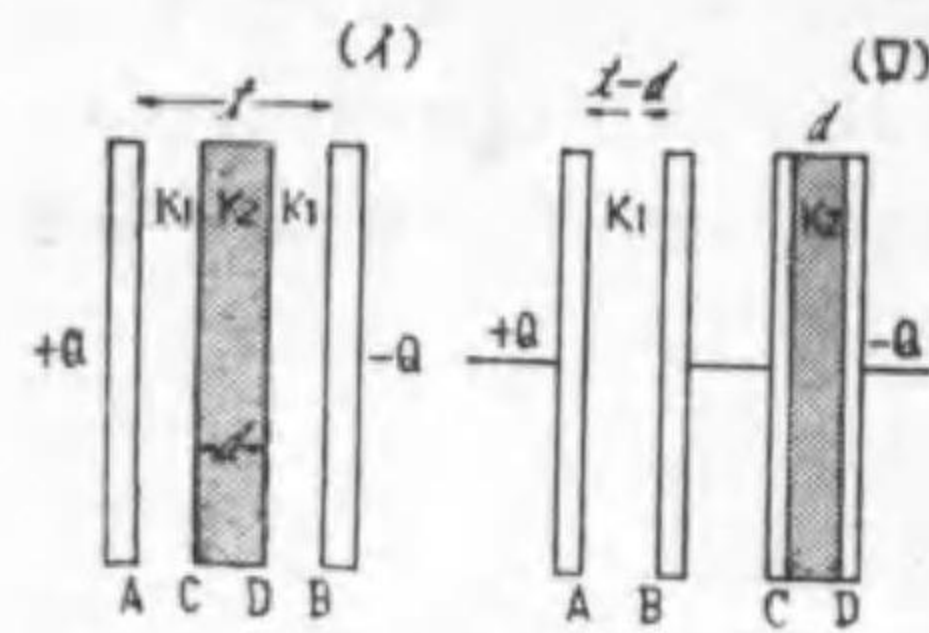
即ち同じ電荷を與へるのに、誘電率が K である誘電体を用ふると、加ふべき電壓は 1/K でよい。

此の場合の電界の強さは 1.5 の ③ より

$$F_a = \frac{V_a}{t} \quad F_d = \frac{V_d}{t} = \frac{V_a}{Kt} = \frac{F_a}{K}$$

従つて誘電率が K である誘電体内では同一の電荷に對し、電氣力線密度即ち電界の強さは空氣の場合の 1/K である。

(註) 前にも述べたやうに、電界の強さは、電氣力線密度で表はされるから、空氣の場合に 4πQ 本出るなら、誘電体の場合には 4πQ/K 本出る。……但し板面積を同一としてである



第 1.29 圖

雲母、硝子、紙等を絶縁物とする蓄電器では錫箔と絶縁物との間に空気又はパラフィンが満されて居るから厳密に云ふと、二つの媒質を有する平行板蓄電器である。第 1.29 圖 (イ) は其の一例を示したもので、板間隔 t 種、誘電率 K_1 の平行板蓄電器の板間に誘電率 K_2 、厚さ d 種なる媒質を挿入して居る。

之れをよく見ると AC 間、CD 間、DB 間で夫々蓄電器を形成して、是等が直列にあると考へられる。今誘電率の等しい AC 及 DB 間を合すると…板間距離は $(t-d)$ となる。(イ)は(ロ)圖の如くに誘電率 K_1 、間隔 $(t-d)$ 、誘電率 K_2 、間隔 t なる二つの蓄電器が直列にあるものと考へられる。今夫々の静電容量を求めると

$$AB \text{ の部分 } C_{AB} = \frac{K_1 S}{4\pi(t-d)} \quad S \text{ は板面積} \quad CD \text{ の部分 } C_{CD} = \frac{K_2 S}{4\pi t}$$

此の二つが直列にあると考へられるから

$$\begin{aligned} \text{合成静電容量 } C &= \frac{1}{\frac{1}{C_{AB}} + \frac{1}{C_{CD}}} = \frac{1}{\frac{4\pi(t-d)}{K_1 S} + \frac{4\pi t}{K_2 S}} \\ &= \frac{S}{4\pi \left\{ \frac{t-d}{K_1} + \frac{t}{K_2} \right\}} \text{ stat.F} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \mu\text{F} \end{aligned}$$

次に各部分の電圧を調べて見る。兩板間に加へられた電圧を V とすると、各部分の電圧は既に述べたやうに静電容量の逆数比に分布され

$$V_{AB} : V_{CD} = \frac{1}{C_{AB}} : \frac{1}{C_{CD}} = \frac{4\pi}{S} \left(\frac{t-d}{K_1} : \frac{d}{K_2} \right) = \frac{t-d}{K_1} : \frac{d}{K_2}$$

$V_{AB} + V_{CD} = V$ であるから

$$V_{AB} = V \times \frac{V_{AB}}{V_{AB} + V_{CD}} = V \times \frac{\frac{t-d}{K_1}}{\frac{t-d}{K_1} + \frac{d}{K_2}}$$

$$\text{其の電位傾度 } E_{AB} = \frac{V_{AB}}{t-d} = V \times \frac{K_2}{K_2(t-d) + K_1 d}$$

$$V_{CD} = V \times \frac{\frac{d}{K_2}}{\frac{t-d}{K_1} + \frac{d}{K_2}} \quad \text{電位傾度 } E_{CD} = \frac{V}{d} = V \times \frac{K_1}{K_2(t-d) + K_1 d}$$

今 K_1 の部分を空気として $K_1 = 1, K_2 = K$ とすると

$$E_{AB} = V \times \frac{K}{K(t-d) + d} = \frac{V}{t-d \left(1 - \frac{1}{K} \right)}$$

K_2 を挿入しないときは $E_{AB}' = \frac{V}{t}$ である。

即ち $K > 1$ であると $E_{AB} > E_{AB}'$ であつて、空気蓄電器の板間に絶縁物を入れると以前よりも更らに大きい電圧が空気部分に加はり、此の部分の絶縁破壊を促進する。

静電気學の要点

○ 基礎術語の二三

電荷: 電荷を電氣又は電氣量と同義に解する場合があつて、區々として居る。強ひて云ふと、或る電氣量が静止の状態にあるのを電荷と稱するのだとするのが最も分り易い。

然し電荷と云へば電氣を意味し、時として電氣量を指すと軽く考へても一向に差支へない。此の電荷は陽電荷 (positive charge) と陰電荷 (negative charge) から成り、同性の電荷は反撥し、異性の電荷は吸引し合ふと考へる。

帯電: 物体が電荷 (電氣) を帯ぶることを帯電と云ひ、帯電したものを帯電体と云ふ。

充電: 物体に電氣が與へられた状態を云ひ、充電体とも稱する…帯電体と云ふも充電体と云ふも根本は同じで、電氣を有する状態を指す。……

誘電体: 静電氣學で媒質或は媒体と云ふのは、要するに絶縁物のことで、特に誘電体と稱することが多い。これは、例へば2枚の極板を對立させて之れに電圧を加へ、此の間に導体を入れると電流として流れて仕舞ふが、絶縁物を入れると一方の極は他方の極に静電誘導作用を及ぼして電氣量を貯へる。此のことから特に誘電体と稱せられるのであらう。

② クーロンの法則

2 箇の点電荷 q_1 及 q_2 が距離 r を隔てて存在するとき、兩者の間には $q_1 q_2$ の相乗積に比例し r の自乗に逆比例する力が作用する。尙此の力は兩電荷を取り巻く誘電体に依つて異り

$$f = \frac{1}{K} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

但し K は誘電率と云ひ、真空の場合は 1 で、空気の場合も大体 1 としてよい。之れをクーロンの法則と云ふ。

$K=1$ $r=1$ 種 $q_1=q_2=q$ であると f が 1 ダインとなるやうな電荷 q を単位電荷と云ふ。……陽電荷の単位電荷量を正の単位電荷と稱する……

③ C.G.S 単位と實用單位

元來 C.G.S 単位と云ふのは、長さを厘、質量を瓦、時間を秒に依つて測つたもの、廣く學術上の研究に用ひられる。電氣及磁氣の諸單位も以上の三つの基本單位より導かれたもので、之れに靜電單位と電磁單位がある。

(イ) C.G.S 靜電單位

相等しい電荷を真空中で 1 種を隔てて置いたとき、其の間に働く力が 1 ダインであるやうな電荷を單位とし、之れを基本として導かれた諸單位を C.G.S 靜電單位と云つて、靜電氣學上に用ふる。

(ロ) C.G.S 電磁單位

相等しい磁極を真空中で 1 種を隔てて置くとき、其の間に働く力が 1 ダインであるやうな磁極を單位磁極とし、之れを基本として導かれた諸單位を C.G.S 電磁單位と云ひ、電氣磁氣學上に用ふる。

(ハ) 實用單位

上記の靜電單位、電磁單位は學問的な研究をするには都合がよいが、實用上には大き過ぎたり小さ過ぎたりして不便であるから、適當な大きさを單位として用ふる。之れを實用單位と云ふ。

以上、三單位系の大ききの關係を比較すると次表の如くである。

	實 用 單 位	C.G.S 電磁單位	C.G.S 靜電單位
電 氣 量	1 クーロン	10^{-1}	3×10^9

電 流	1 アンペア	10^{-1}	3×10^9
電 壓	1 ボルト	10^8	$\frac{1}{3} \times 10^{-2}$
電 力	1 ワット	10^7	10^7
仕 事	1 ジュール	10^7	10^7
電 氣 抵 抗	1 オーム	10^9	$\frac{1}{3} \times 10^{-11}$
靜 電 容 量	1 ファラド	10^{-9}	9×10^{11}
自 己 誘 導	1 ヘンリ	10^9	$\frac{1}{3} \times 10^{-11}$
相 互 誘 導	1 ヘンリ	10^9	$\frac{1}{3} \times 10^{-11}$

(註) 例へば 1 アンペアを $\frac{1}{3}$ したものが電磁單位の單位電流となる。従つて電磁單位の電流を 10 倍するとアンペアで表はされる。靜電單位と電磁單位の間には $v=3 \times 10^{10}$ と云ふ光の速さが關係する。一々當つて見られよ。

④ 靜電誘導作用

靜電的に電荷の誘導せらるる現象を云ふ。例へば絶縁せられた金屬棒の一端を他の帶電物体に近づけると、金屬棒の帶電体に近い端には之れと異種の電氣が現れ、又遠い端には帶電体と同様の電氣を誘導する。之れを靜電誘導作用と云ふ。一般に靜電誘導作用に依つて導体の兩端に現はれる正負の電荷は其の量が相等しい。

⑤ 電界及電氣力線の性質

電荷が力を受ける空間を電界と云ひ、電界の強さ及方向は其の点に單位の正電荷を置いたとき、之れが受くる力の大きき及其の方向で表はされる。

電界の狀況を一目瞭然と表はす爲めに電氣力線なるものを考へる。其の性質は

- (i) 電氣力線は正電荷より負電荷に向ふ。
- (ii) 電氣力線上の一点に於ける切線は其の点の電界の方向を示す。
- (iii) 電氣力線の密度は電界の強さを表はす。
- (iv) Q なる電荷より生ずる電氣力線の數は $4\pi Q$ 本である。…單位電荷からは 4π 本が出る…
- (v) 電氣力線は其の長さを能ふ限り縮めやうとし、相互間には反撥力が働く

(註) 導体上に於ける電荷の分布は鋭く曲つた處、突出した處に多い。又電荷が空氣中に放出せらるる力も斯様な場所程大きい。

電位及等電位面

1 点の電位とは單位の正電荷を無限大の彼方より此の点に迄運ぶに要する仕事であり、2 点間の電位差は單位の正電荷を此の2 点間に動かすときの仕事である

$$Q \text{ なる電荷より } x \text{ 極の点の電位 } V = \frac{Q}{x}$$

Q_1, Q_2, Q_3, \dots より距離 r_1, r_2, r_3, \dots なる一点の電位

$$V = \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3} + \dots = \sum \frac{Q}{r}$$

電位の相等しい点を連結した面を等電位面と云ひ、等電位面は電氣力線と直角に交る。

(註) 電界の或方向の單位長毎の電位差を電位傾度と云ふ。

⑦ ガウスの定理と其の應用

電荷を含む閉表面を直角に通過する全電氣力線の数は、其の閉表面に含まれた全電荷の 4π 倍、即ち $\phi = 4\pi \Sigma \pm Q$ となる。此の定理を應用すると、例へば

(i) 帶電球に依る電界の強さ $F = \frac{Q}{x^2}$

(ii) 帶電圓筒に依る電界の強さ $F = \frac{2Q}{x}$

(iii) 平行板帶電体に依る電界の強さ $F = \frac{4\pi Q}{S}$

等が容易に求められる。

⑧ 平行板蓄電器の靜電容量

靜電容量 C フアラドに電壓 V ボルトで貯へられた電氣量を Q クーロンとすると是等の間には次の關係がある。

$$Q = VC \quad V = \frac{Q}{C} \quad C = \frac{Q}{V}$$

板面積 S 平方極、板間の距離 t 極なる平行板蓄電器の靜電容量は

$$C = \frac{KS}{4\pi t} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \mu F$$

但し K は兩板間絶縁物の誘電率である。

⑨ 靜電容量の計算

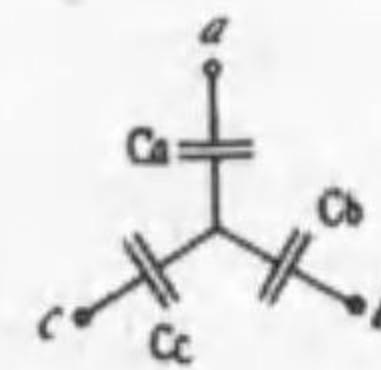
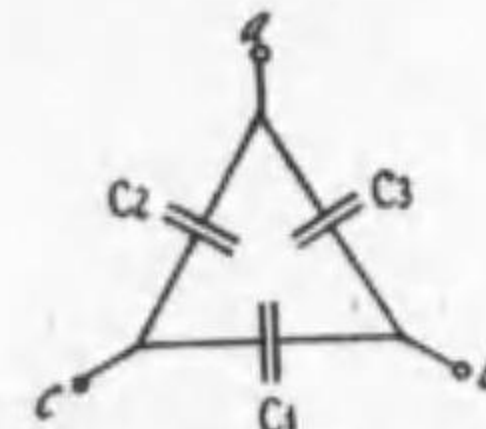
靜電容量 C_1, C_2, C_3, \dots を直列に接続したときの合成靜電容量

$$\text{合成靜電容量 } C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

靜電容量 C_1, C_2, C_3, \dots を並列に接続したときの合成靜電容量

$$\text{合成靜電容量 } C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

第 1.30 圖の如き靜電容量の Y- Δ 接続間の換算公式は次の如くである。



第 1.30 圖

$$\left. \begin{aligned} C_a &= \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_1} \\ C_b &= \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_2} \\ C_c &= \frac{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}{C_3} \end{aligned} \right\} \Delta \rightarrow Y$$

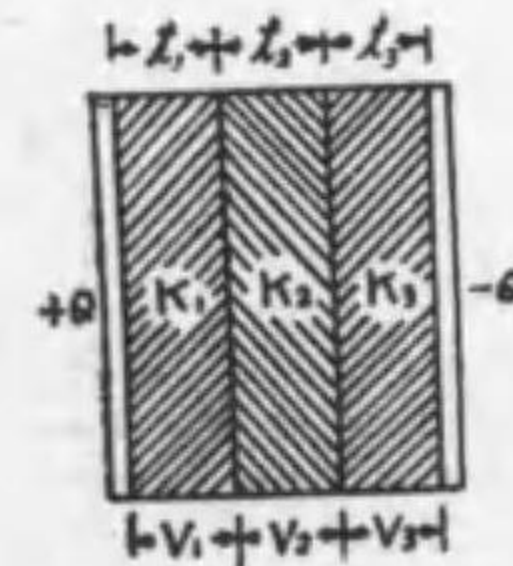
$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{C_b C_c}{C_a + C_b + C_c} \\ C_2 &= \frac{C_c C_a}{C_a + C_b + C_c} \\ C_3 &= \frac{C_a C_b}{C_a + C_b + C_c} \end{aligned} \right\} Y \rightarrow \Delta$$

$$C_Y = 3C_\Delta$$

$$C_\Delta = \frac{1}{3} C_Y$$

(註) 靜電容量 C なる蓄電器に電壓 V を以て電氣量 Q が與へられたとき、蓄電器に貯へられるエネルギー W は

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{となる。}$$



第 1.31 圖

二種以上の誘電体より成る平行板蓄電器は、異なる靜電容量の直列回路として考へる。例へば第 1.31 圖の如く兩板間に厚さ t_1, t_2 及 t_3 極、誘電率 K_1, K_2 及 K_3 なる3種の誘電体を挿入したものでは各部の靜電容量は下記の如くなる。但し板面積を S 平方極とす。

$$C_1 = \frac{Q}{V_1} = \frac{K_1 S}{4\pi t_1} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \mu F$$

$$C_2 = \frac{Q}{V_2} = \frac{K_2 S}{4\pi t_2} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \mu F \quad C_3 = \frac{Q}{V_3} = \frac{K_3 S}{4\pi t_3} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \mu F$$

る今兩板間に加へられる電壓を V とすると、各部の電壓分布は

$$V_1 = V \times \frac{t_1/K_1}{\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3}} \quad \text{電位傾度は夫々 } \frac{V_1}{t_1} \quad \frac{V_2}{t_2} \quad \frac{V_3}{t_3} \quad \text{となる}$$

$$V_2 = V \times \frac{t_2/K_2}{\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3}} \quad V_3 = V \times \frac{t_3/K_3}{\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3}}$$

學習問題並解答

〔1〕 下記の術語を説明せよ。

- (イ) 電荷と電氣量 (ロ) 帯電と充電 (ハ) 陽電荷と陰電荷 (ニ) 帯電列
 (ホ) 顕電器 (ヘ) 中和 (ト) クーロンの法則 (チ) 媒質誘電体及誘電率
 (リ) C.G.S単位 (ヌ) 電磁単位と静電単位並實用単位 (ル) ^{スケフト} 静電クーロン
 静電ボルト、静電ファラド (ヲ) 遊離電荷と拘束電荷 (ワ) 電界と電氣力線
 (カ) 表面密度 (ヨ) 曲率 (タ) 電氣力線管 (レ) 電位、電位差、等電位面
 及び電位傾度 (ソ) 遮電(静電遮蔽) (ツ) 静電容量 (ネ) 空氣蓄電器、油
 入蓄電器、雲母蓄電器及紙蓄電器 (ナ) 合成静電容量

【略解】 何れも本文に説明されて居る。(本文を参照して必ず説明し得るやうに努力されたい。そうしないと何時迄たつてもほんとうに自分のものとならない)

〔2〕 眞空中で 10 ㎝の間に 30 静電クーロンなる陽電荷と 20 静電クーロンなる陰電荷が置かれたとき兩者の間に働く力を求めよ。

【略解】 空氣中に於ても同様に取扱つて大過ない。

$$f = \frac{(+30) \times (-20)}{10^2} = -6 \text{ ダイン (- は吸引力を示す)}$$

〔3〕 空氣中で 5 ㎝の距離に 30 マイクロ・クーロンと 20 マイクロ・クーロンなる陽電荷が對立するとき兩者間に働く力を求めよ。

【略解】 マイクロ・クーロンは 10^{-6} クーロンで、之れを静電クーロンに換算して、働く力をダインで求める。

$$20 \text{ マイクロ・クーロン} = 3 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6} = 6 \times 10^4 \text{ e.s.u.}$$

$$30 \text{ マイクロ・クーロン} = 3 \times 10^9 \times 30 \times 10^{-6} = 9 \times 10^4 \text{ e.s.u.}$$

$$f = \frac{(+6 \times 10^4) \times (+9 \times 10^4)}{5^2} = +2.16 \times 10^8 \text{ ダイン}$$

此の + は反撥力を示す。但し 1 クーロン = 3×10^9 静電クーロンに相當する。

〔4〕 相等しい二つの点電荷が空氣中で 15 ㎝の距離に於て作用する力が 3600 ダインなるとき、其の電氣量を求めよ。

【略解】 $f = \frac{Q_1 Q_2}{K r^2}$ に於て $Q_1 = Q_2 = Q$ $K = 1$ とすると

$$f = \frac{Q^2}{r^2} \quad Q^2 = f r^2 \quad \therefore Q = \sqrt{f r^2} = r \sqrt{f} \text{ となる。}$$

$$Q = 15 \sqrt{3600} = 15 \times 60 = 900 \text{ e.s.u.}$$

〔5〕 電界内の一点に 5 マイクロ・クーロンの電荷を置くに、之れに作用する力が 5000 ダインなりと云ふ。電界の強さを求めよ。

【略解】 5 マイクロ・クーロン = $3 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} = 15 \times 10^3 \text{ e.s.u.}$

$$\text{電界の強さ } F = \frac{5000}{15 \times 10^3} = 0.33 \text{ e.s.u.}$$

斯様な計算では計算の意義は勿論であるが、特に單位關係を十二分に理解されよ。

〔6〕 2 マイクロ・クーロンの点電荷より 20 ㎝の点の電界の強さを計算せよ。

【略解】 2 マイクロ・クーロン = $3 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} = 6 \times 10^3 \text{ e.s.u.}$

$$\text{電界の強さ } F = \frac{6 \times 10^3}{20^2} = 15 \text{ e.s.u.}$$

〔7〕 0.05 マイクロ・クーロンの電荷を有する半径 10 ㎝の球の表面上の電界の強さを求めよ。

【略解】 0.05 マイクロ・クーロン = $3 \times 10^9 \times 0.05 \times 10^{-6} = 150 \text{ e.s.u.}$

$$\text{電界の強さ } F = \frac{150}{10^2} = 1.5 \text{ e.s.u.}$$

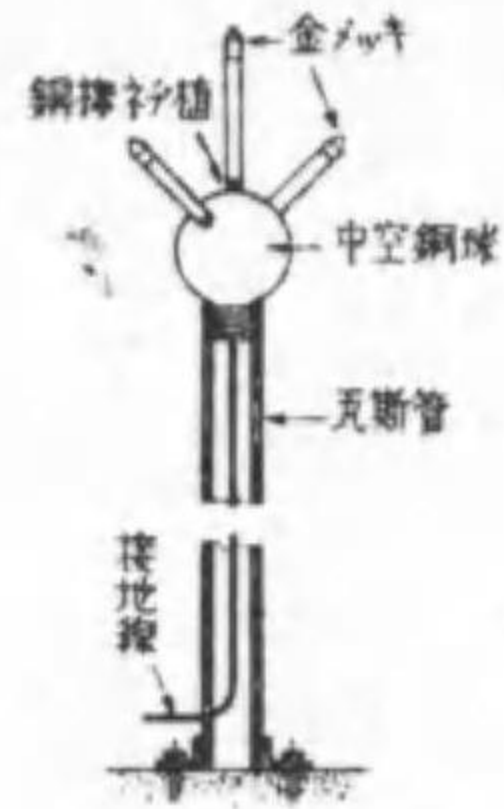
〔8〕 2 枚の金屬平板を 1 ㎝の間に平行に置き、3000 V の電壓を加へたときの電界の強さを求めよ。

【略解】 電界の強さ $F = \frac{3000}{0.1} = 30,000 \text{ V/cm} = 3.33 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^4 = 100 \text{ e.s.u.}$

但し 1 ボルト = $3.33 \times 10^{-3} \text{ e.s.u.}$

〔9〕 避雷針 (lightning conductor) の原理を述べよ。

【略解】 避雷針の形は既に御承知であらうが、第 1.32 圖に其の構造を示した。之れを建物の頂上に立て、接地線を大地に埋設した地板に接する。今正電荷を帯びた雲が避雷針の立つて居る地表に近づくと、静電誘導に依つて地表及避雷針には負電荷が現はれる。電荷の



第 1.32 圖

表面密度は本文で説明したやうに、表面の曲率の大なる所程大きいから、曲率の極めて大きい避雷針の尖端には電荷が密集する。従つて避雷針の尖端附近の電界の強さは著しく強くなり、雲の電荷は茲に吸引される。又本文で説明したやうに、曲率の大きい處の電荷が空氣中に放出される力が大きい。其の結果、避雷針の先端からは負電荷が盛に放電せられ、雲の正電荷と中和する。斯くて雲の正電荷は大地に安全に導かれ、建物等に落雷して生ずる災害が防止される。

〔10〕 或る導体に 5 マイクロ・クロンの電荷を與へたるに電壓 1000 V 上昇せりと云ふ。此の導体の静電容量を求めよ。

【略解】 と云ふことは 1000V の電壓を與へると、電氣量 5 マイクロ・クロンが蓄積せられると云ふことである。故に

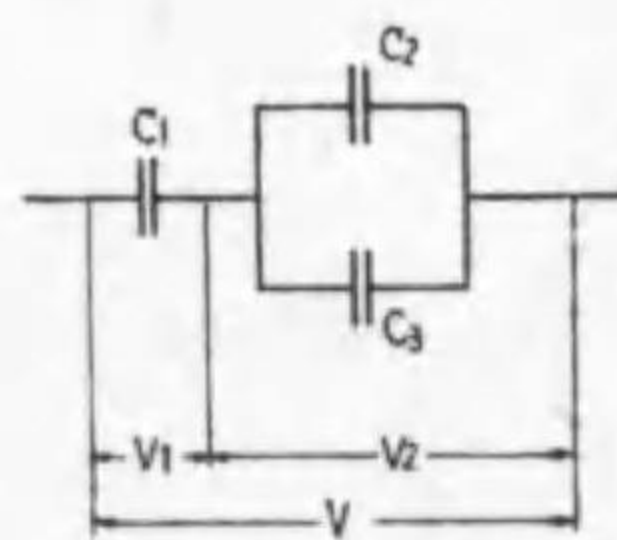
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{5 \times 10^{-6}}{1000} \times 10^6 = 5 \times 10^{-3} \mu F$$

V と C が與へられると $Q = VC$ C と Q が與へられると $V = \frac{Q}{C}$ と計算される。

〔11〕 間隔 1 ㎝、板面積 500 平方㎝なる平行板空氣蓄電器の静電容量を算出せよ

【略解】 $C = \frac{KS}{4\pi t} \times \frac{1}{9 \times 10^9} \mu F$
 $= \frac{500}{4 \times 3.14 \times 0.1} \times \frac{1}{9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-4} \mu F$

〔12〕 $C_1 = 4 \mu F$ $C_2 = 5 \mu F$ $C_3 = 1 \mu F$ を第 1.33 圖の如くに接続し $V = 1000$



第 1.33 圖

V を加へたる時、各蓄電器の端子電壓の分布を求めよ

【略解】 合成静電容量は

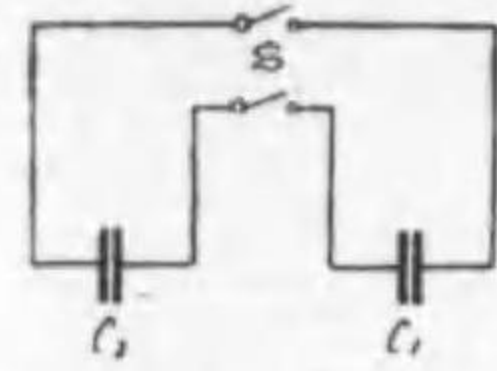
C_2 と C_3 の並列部分 $C = C_2 + C_3 = 5 + 1 = 6 \mu F$

全合成静電容量 $C_0 = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C}} = \frac{CC_1}{C + C_1}$

$= \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \mu F$

各電壓 V_1 と V_2 の比は C_1 と C の逆数比となり

$V_1 = V \times \frac{C}{C_1 + C} = 1000 \times \frac{6}{4 + 6} = 600V$ $V_2 = V \times \frac{C_1}{C_1 + C} = 1000 \times \frac{4}{4 + 6} = 400V$



第 1.34 圖

〔13〕 第 1.34 圖に於て C_1 を V_1 , C_2 を V_2 なる電壓にて充電した後、開閉器 S を投入すれば端子電壓は何程となるや。但し前後に於て電荷に漏洩なきものとす

【略解】 充電に依り各蓄電器に貯へられる電氣量 Q_1 及 Q_2 は $Q_1 = V_1 C_1$ $Q_2 = V_2 C_2$ となる。充電を止め、S を入れた時の各電荷を Q_1' Q_2' とすると

漏洩がないから $Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2$①

又、電壓 $V = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$②

(並列回路であるから V は相等的い)

$Q_1' + Q_2' = C_1 V + C_2 V = V(C_1 + C_2) = Q_1 + Q_2$

$V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$

〔14〕 或る導体に 3000 V を加ふるに電荷 50 マイクロ・クロンが貯へられたりと云ふ。其のエネルギーを求めよ。

【略解】 $W = \frac{1}{2} QV = 50 \times 50 \times 10^{-6} \times 3000 = 7.5$ ジュール

〔15〕 板面積 100 平方㎝なるエポナイト板 (誘電率 2.5) を金属板にて挟み、金属板に 5 マイクロ・クロンの電荷を與へたときの電界の強さを求めよ。

【略解】 板の厚さを t ㎝とすると

電壓 $V = \frac{Q}{C} = \frac{5 \times 10^{-6}}{\frac{2.5 \times 100}{4\pi t} \times \frac{1}{9 \times 10^{11}}} = \frac{180 \times 10^5 \times \pi t}{2500} = 7200\pi t$ ボルト

電界の強さ $F = \frac{V}{t} = 22600$ V/cm

〔16〕 平行板蓄電器あり、電極は半径 30 ㎝の圓板より成り、電極距離 0.1 ㎝にして誘電体の誘電率 4 なりと云ふ。其の静電容量を求めよ。(昭 10 第三種一次)

【略解】 $C = \frac{KS}{4\pi t} \times \frac{1}{9 \times 10^9} = \frac{4 \times 3.14 \times 30 \times 30}{4 \times 3.14 \times 0.1} \times \frac{1}{9 \times 10^9} = 0.01 \mu F$

〔17〕 平行板空氣蓄電器あり、平行板の間隔 d ㎝なる時は其の毎平方㎝の静電容量幾 μF なりや。若し平行板間に板と平行に厚さ t ㎝、誘電率 K なるエ

ポナイト板を挿入せば蓄電器の静電容量は毎平方糎に付幾何なりや。尙後の場合に於て平行板間に E ボルトの電位差を加へた時、空氣及エポナイト中に於ける電位傾度は各幾何なりや。(昭 4 第二種)

【略解】 板 1 平方糎の静電容量 $C = \frac{1}{4\pi d} \times \frac{1}{9 \times 10^5} \mu.F$

t 糎のエポナイト板を挿入するとき

$$C = \frac{1}{4\pi \left\{ (d-t) + \frac{t}{K} \right\}} \times \frac{1}{9 \times 10^5} \mu.F$$

$$g_1 = E \times \frac{C_2}{C_1 + C_2} \times \frac{1}{d-t} = \frac{E}{(d-t) + \frac{t}{K}} \text{ V/cm}$$

$$g_2 = E \times \frac{C_1}{C_1 + C_2} \times \frac{1}{t} = \frac{E}{K \left(t_1 + \frac{t_2}{K} \right)} \text{ V/cm}$$

但し空氣の部分の静電容量 C_1 エポナイトの部分の静電容量を C_2 とした。

【18】 平行板空氣蓄電器の空隙 L 糎なり。之に E ボルトの電壓を加へた時、破壊放電を起すと云ふ。今若し平行板間に板に平行に L/4 糎の厚さを有する硝子板を挿入する時は幾何の電壓に於て空氣層に破壊放電を起すか。但し、硝子の誘電率を 10 とし、又、空氣中に於ける破壊放電を生ずる電位傾度は不變とす。

(大 15 第三種)

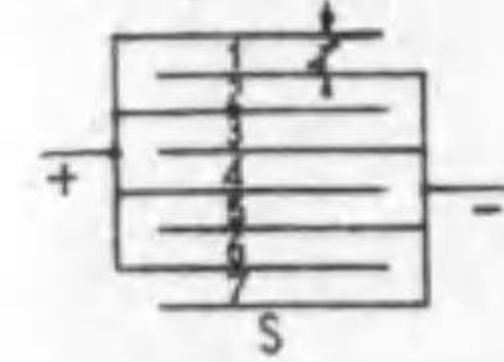
【略解】 空氣の破壊電壓 $e = \frac{E}{L}$ ボルト/糎

(即ち 1 糎に對し e を加ふると放電する)

硝子板を挿入した時、空氣部分の電位傾度が e となるが如き加電壓 E' を求むることになる。

$$\begin{aligned} \frac{E}{L} &= E' \times \frac{C_2}{C_1 + C_2} \times \frac{1}{L - \frac{L}{4}} = E' \times \frac{\frac{10}{4}L}{\left(\frac{1}{3}L + \frac{10}{4}L \right)} \times \frac{4}{3L} \\ &= E' \times \frac{120}{124} \times \frac{4}{3L} = E' \times \frac{40}{31L} \\ \therefore E' &= \frac{E}{L} \times \frac{31L}{40} = \frac{31}{40}E = 0.775E \text{ ボルト} \end{aligned}$$

【19】 總數 n 枚の電極より成る平行板蓄電器あり、板面積 S 平方糎、電極距離 t 糎、誘電率 K なるときの静電容量を求めよ。

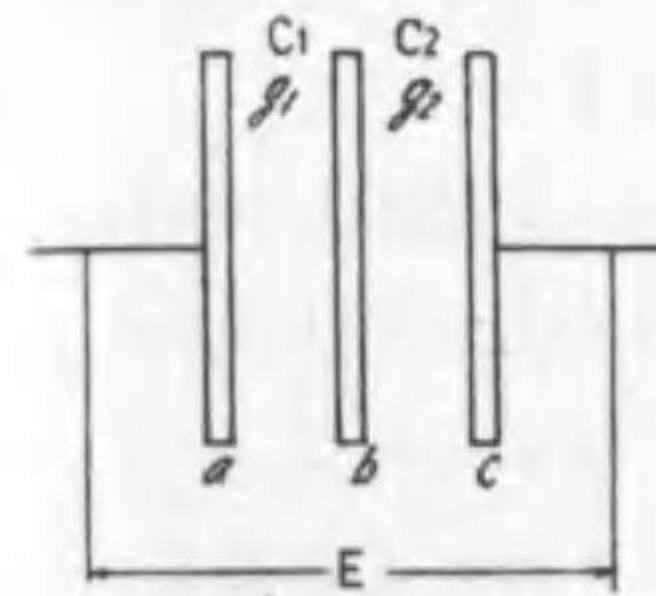


第 1.35 圖

【略解】 第 1.35 圖に示す如く、板の總數が n 枚であると、(n-1) 箇の平行板蓄電器を形成し、之れが並列にあるから全静電容量は

$$C = (n-1) \times \frac{KS}{4\pi t} \times \frac{1}{9 \times 10^5} \mu.F$$

【20】 第 1.36 圖の如く 3 箇の金屬板 a, b, c を有する蓄電器あり、a, b 間



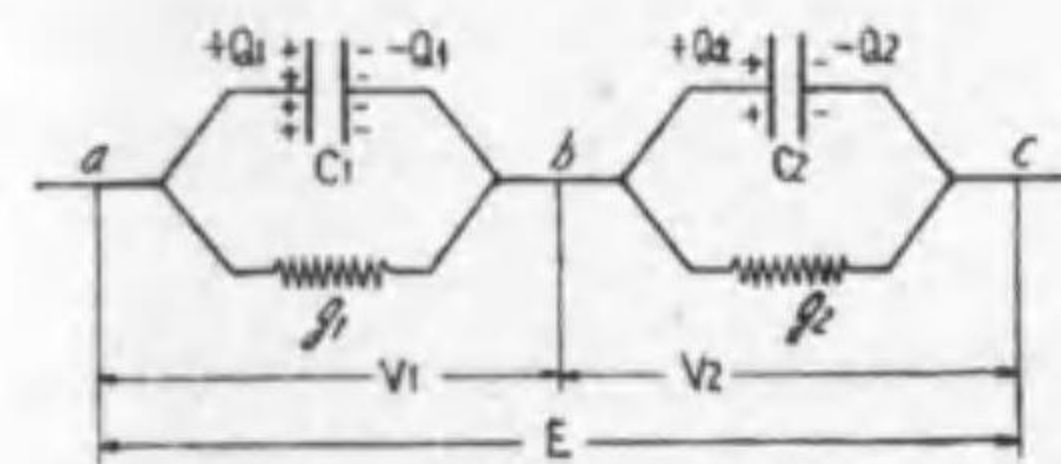
第 1.36 圖

及 b, c 間に於て測定したる静電容量及漏洩コンダクタンスは夫々 C_1, C_2, g_1, g_2 なりとす。a, c 間に直流電壓 E を加へたときの b の電荷を求めよ。

(昭 7 第二種)

【略解】 今迄、蓄電器の絶縁は完全で少しも漏洩がないものとしたが、實際は漏洩するから、蓄電器回路を正しく

畫くと、静電容量 C と此の漏洩電流を流す漏洩抵抗の並列回路となる。従つて問題の回路



第 1.37 圖

を電氣的に畫くと第 1.37 圖の如くになり C_1 及 C_2 の電壓は漏洩抵抗の比に分布せられる。

$$V_1 = E \times \frac{g_2}{g_1 + g_2}$$

$$V_2 = E \times \frac{g_1}{g_1 + g_2}$$

$$Q_1 = C_1 V_1 = \frac{E g_2 C_1}{g_1 + g_2} \quad Q_2 = C_2 V_2 = \frac{E g_1 C_2}{g_1 + g_2}$$

b の電荷は $(Q_1 - Q_2)$ となるから

$$Q_1 - Q_2 = \frac{E(g_2 C_1 - g_1 C_2)}{g_1 + g_2} \text{ となる。}$$

【附言】 上掲の問題中には理解に困難なものも相當含んで居る。然しわざと解説を加へなかつた。自分で得心の行く迄徹底的に考へられ、誰にでも判るやうに説明を工夫されよ。斯くすれば静電氣學は全く諸君の手中に握られる。

2 交流理論 (續)

2.1 交流回路に於ける蓄電器

第一巻では、與太話に説明しやうとする思想を盛つて、講義に幾分の柔味を與へ得たが、第二巻以後、豫定頁で説明しなければならない制限と、あれも之れもと説明しなければならない事項が多く、^{かけあしちよう}「常足調」となつたので、諸君はさぞかし肩をこらせたことであらう。

處が、尙、説明し残したことが多く、^{ゆう}裕々として居られないのだが、連続^{なみあし}「常足進メ」としやう。

今は昔、大學にはまだ電氣工學科と云ふ獨立した科がなく、機械工學科の一講座として電氣工學があつた當時の話、とある夜學で電氣工學を専門に教ふことゝなつた。先生の智識も今から思ふとすこぶるあやしげなものであつたが、夫れにも増して珍妙なのは生徒の顔ぶれであつた。十七か八の紅顔可憐^{かれん}の美少年も居れば、三十七八を越しそうなオツサンもあり、最尖端の尖端工學を修めやうと熱心に然も愉快に先生と生徒が一体となつて修業したものであつた。

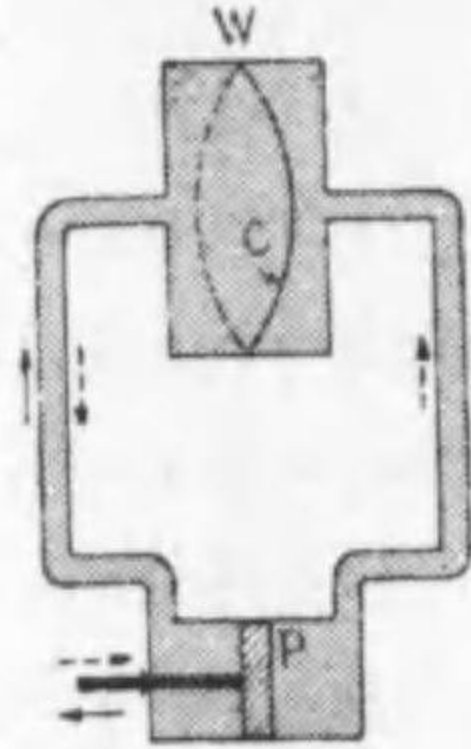
今思ひ出しても獨り吹き出しそうな質問もあつたし、きてれつ無双の答辯も平氣で通用した。以下でも此の時の話をチョビチョビと御紹介に及ぶが、此處では其の一端を^{ひろう}御披露に及ぼう。

若い生徒「蓄電器(コンデンサー)は絶縁物を金屬板で挟んだものですから、一方の板から一方の板には電流は流れない譯ですね。處が先生の御説明に依ると直流では流れないが、交流回路だと電流を流すとありました、判りません」

老年組の生徒「そら君……何時も此の調子で若い先生そつちのけなり……僕も経験があるんだよ交流と云ふ奴は出たり這入つたり、這入つたり出たりするだらう。だからつひ、ごまかされて流れて仕舞ふんだ。セツ屋(質屋のことなり)だつて同じだよ、出したり入れたり^{ひんぱん}頻繁にすると、つひ利子をほり込むことを忘れて流してしまふことがあるよ。ね、先生、そうでしやう」

落し話でもなければ冗談でもない。本人は眞剣にこう思ひ込んで居るのだから恐いやうな話である。こんな豪傑を相手にして微分積分で解くのは、エスキモ一人にエチオピア語で話しかけるより尙通じ難い。其處で先生もこう答へられる

先生「つひごまかされると云ふのは穩當でないが、まあ、そんな風に考へられないこともありません。例を取つて云ふと、第 2.1 圖

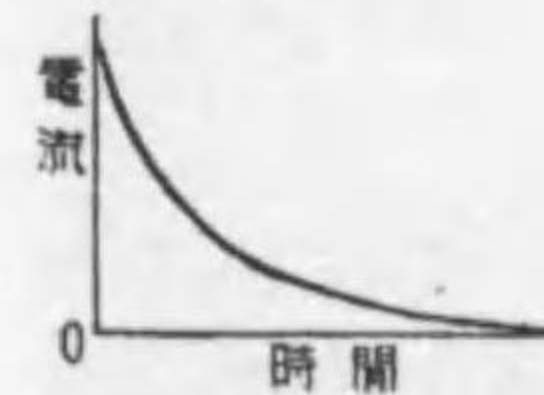
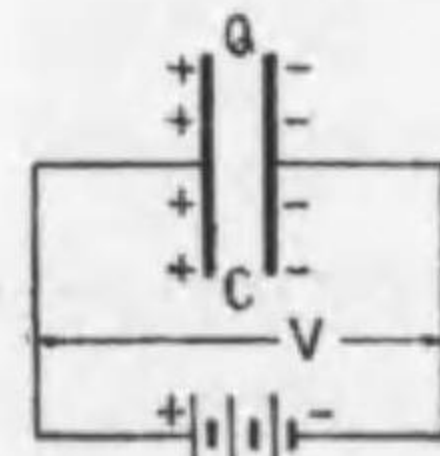


第 2.1 圖

のやうな往復動ピストンポンプ P に W のやうな水槽を連結し、其の中央を C で示すやうなゴム板で仕切つたとすると、P を左の方に引くと C は右の方に押し擴げられ、水は水管内を時計式方向に流れる。P を右の方に押すと C は点線のやうに左の方に押し伸ばされて水流は反時計式方向に流れる。P を往復運動させると水管内には絶えず水が流れる。此のことは C なる仕切ゴム板を取り去つても同様である。云ひ換へると、ゴムの

仕切板があつてもなくても此の水管路に水が流れることに變りがない。此の P を往復運動させることが交流に相當する。……即ち水壓は時には時計式方向に、時には反時計式方向に働く……。P を左の方向にのみ動かすと、水壓は右の方向にのみ働き、C が或る程度右に押されて水流は止る。之れはコンデンサーに直流電壓を加へた場合に相當する。従つてコンデンサーに直流電壓を加へると、加へた瞬間は電流が流れるが、直ちに止る。更らに電壓を増加すると之れに相當する電流を瞬間的に流す。處が交流回路に結ばれたコンデンサーは此のゴム仕切板のある水槽のやうなもので、電流は右から左へ行け行けではないが、變化する電壓に對して、回路に電流が流れる譯である」

以下、講者は此の説明を敷衍しやうと思ふ。



第 2.2 圖

第 2.2 圖の如くに直流回路に蓄電器を接続したとき、蓄電器の兩板間に加へられる電壓を V とすると、既に説明したやうに、此の蓄電器には電氣量 $Q=VC$ (C は蓄電器の静電容量) が貯へられる。従つて此の電氣量に相當する電流が流れる譯であるが、其の値を時間に對して表はすと下圖のやうになり、或る時間後には零となる其の狀況は今更に説明する迄もあるまいと思ふが、念の爲めに申し添へる。即ち蓄電器に直流電壓が加へられると + 極に接続された蓄電器極板には + 電荷が - 極

に接続された極板には - 電荷が蓄積せらるゝ。是等の電荷は電壓が加へられた

からとて一時に集積せらるゝものでなく、逐次に兩板に運び込まれる。第一部の電位の處でも説明したやうに、最初運び込むときは板には電荷がなく……従つて電位がない……電荷を運ぶのに對して反對する力は存在しないから多くの電荷が運ばれる。故に回路に流れる電流も大きい譯である。然るに電荷が蓄積せられると、此の電荷は次に來る電荷を反撥する。其の力は電荷が多く集積せられる程大きい。従つて、運び込まれる電荷の数……従つて回路の電流……は次第に減少する。此のことを觀點を變へて云ふと、最初兩板間の電位差は零であつたのが、集積せらるゝ電荷 Q が増加すればする程、電位差 V' が大となる。此の電位差は蓄電器に加へられた電壓の $+$ に對して $+$ 、 $-$ に對して $-$ であるから、加電壓に反對する方向にある。此の逆電壓の値は $V' = Q/C$ であつて、 $V' = V$ となると V なる電壓ではもうこれ以上に電荷を運び込めない。従つて回路の電流は止る。……此のことは丁度、風船玉に空氣を吹き込む場合と同様で、^は頬をふくらませてぶつと空氣を吹き込むと最初は勢よく空氣が流入するが、風船玉に貯へられる空氣が増す程、逆に空氣を押し戻そうとする勢が強くなつて、吹き込む力（氣壓である）を一定とすると、或る程度以上になると、もう空氣が流れ込まなくなる。即ち空氣流が止る。此の吹き込む氣壓を電壓に、空氣流を電流になぞらへて考へると、蓄電器の場合がよく分る。處で更らに頬をふくらませて馬力をかけて吹き込むと、と云ふことは吹き込む氣壓を大とすると、此の氣壓に相當する空氣流が更らに流れ込み、逆氣壓を大にして新しい平衡点で空氣流の流れが止る……。之れと同様で蓄電器でも加へる電壓を更らに大きくすると、此の電壓に相當する電氣量だけ電流が更らに流れ込む。即ち

V_1 で $Q_1 = CV_1$ であつたとすると V_2 で $Q_2 = CV_2$ となり

$q = Q_2 - Q_1$ に相當する電流が流れ込む。逆に $Q_2 = CV_2$ から電壓が下つて、 $Q_1 = CV_1$ となると、 Q_2 より Q_1 に減るので電流は前と逆の方向に流れる。…風船玉に吹き込んで居る勢を少し抜くと、風船玉の空氣は逆にしゆうと吹き歸して來る…。其處で、吾々は次の事柄が明確に理解せられた。

“蓄電器に一定の直流電壓を加へると、加へた瞬間には電流が流れるが、其後は電流が流れない。然るに、常に變化する電壓を加へると、電流は絶へず流れる。

處が、既に學ばれた通り、交流電壓は常に其の値が變化するから、蓄電器を交

流回路に接続すると絶えず回路に電流の流るゝことが想像せられる。然して

“流るゝ電流の値は蓄電器の電氣量の變化に比例する。”

従つて、蓄電器を直流回路に結ぶと電流が流れないと云ふのは嚴密には嘘であつて、一定値の直流電壓を加へて、或る時間後（極めて短い時間であるが）に於て始めて云へる事柄である。脈流も直流の内に數へると、方向は一定であるが、電壓の値が變化するから、蓄電器に電流が流れて止まない。……普通、直流と云へば一定電壓一定方向の電壓電流を意味する……

又、電壓が一定であつても、絶へず蓄電器に接続する $+$ $-$ 極を轉換すると電流が流れる。（これは蓄電器に矩形波交流電壓を加へたことに相當する）

2.2 靜電容量のみを有する交流回路

前にも述べたやうに、風船玉に空氣を入れるとき、吹き込む氣壓を逐次に大きくすると、空氣は流入する。逆に氣壓を次第に減少すると空氣は逆流する。風船玉に貯へられる空氣量の變化の割合が流出入する空氣流となることは容易に想像せらるゝ。又、此の貯へられる空氣量は吹き込む氣壓に比例するから、氣壓が大となり空氣量の増加する場合の空氣流の方向は流入する方向にある。之れに反して、氣壓が小となり、空氣量の減少する場合の空氣流の方向は流出する方向となる。

之れは蓄電器を交流電壓で充電する場合にもあてはまる事柄である。即ち貯へられる電氣量 $Q = CV$ であつて、電壓に比例し、電壓 V が増大し Q が増加する過程にあつては、電流は電壓と同方向で流入する方向にあり、 V が減少し Q が減少する過程にあつては電流は逆流して電壓と異方向になる。

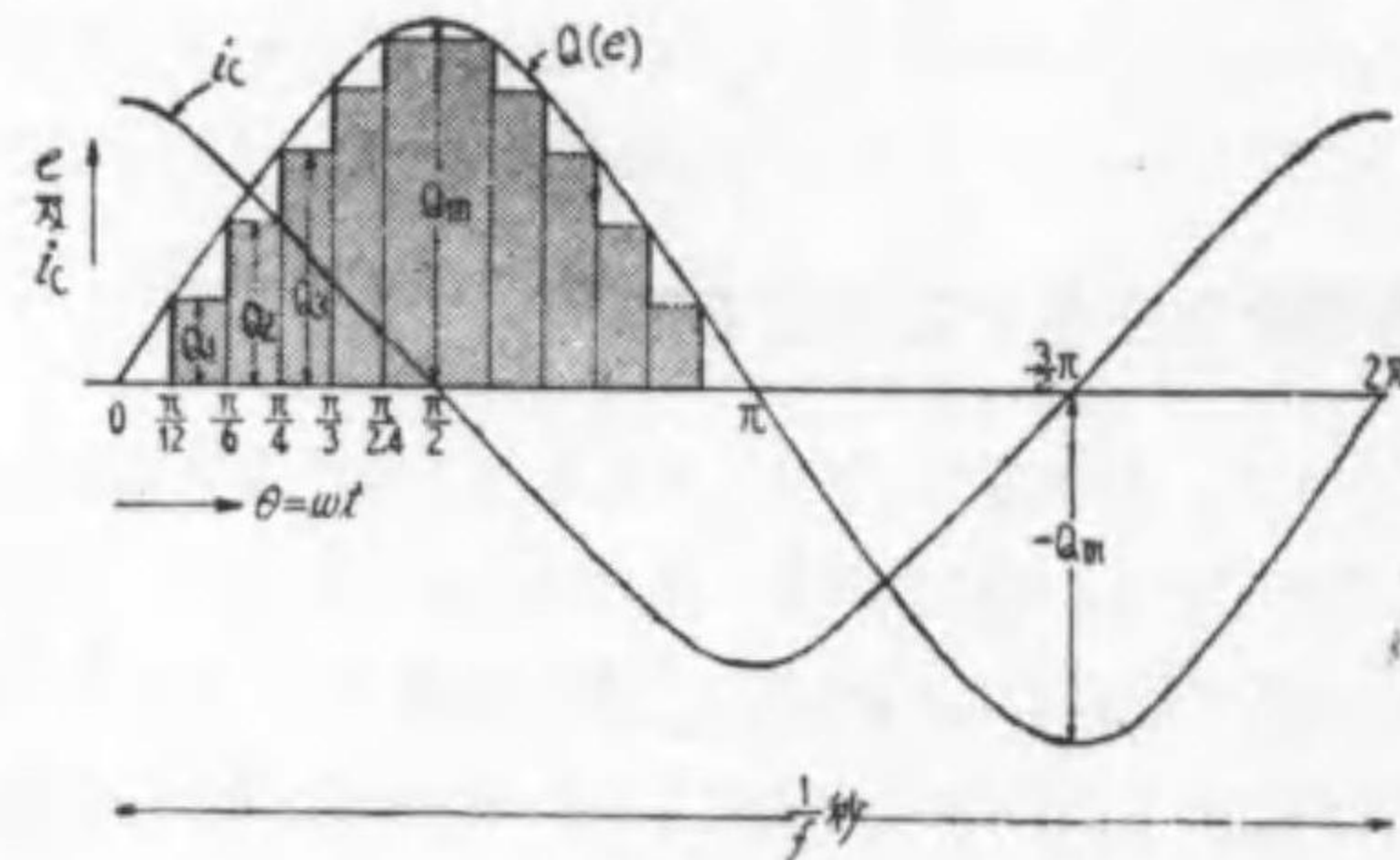
扱、何度も述べたやうに、電氣量の變化の割合が電流となる。

(註) $+$ 電荷が 20 箇あつたものが 1 秒後に 25 箇となつたとすれば、此の 5 箇は流入したものであつて、之れが電流に相當する。20 箇のものが 15 箇になつたとすると 5 箇は流出で、之れが電流に相當する。

扱、此の靜電容量のみを有する回路に、電壓 $e = E_m \sin \omega t$ を加へたとすると之れに依つて $Q = Ce = CE_m \sin \omega t$ なる電氣量が貯へられる。即ち第 2.3 圖で示したやうに、 $e = 0$ であると $Q = 0$ であり、 e が最大 E_m となると Q も最大 $Q_m = CE_m$ となる。第 2.2 圖では此の e と Q を同一曲線で表はしてゐる。

此の曲線をよく見ると明かなやうに、1 サイクル即ち $1/f$ 秒間…… f は 1 秒間のサイクル数即ち周波数……に於て、電氣量 Q は

期 間	変化量
0 から $+Q_m$ となり	Q_m
$+Q_m$ から 0 となり	Q_m
0 から $-Q_m$ となり	Q_m
$-Q_m$ から 0 となる	Q_m



第 2.3 圖

以後、同様の變化をくり返す。即ち、 $1/f$ 秒間に於ける電氣量の變化總量は $4Q_m$ となる。従つて

$$1 \text{ 秒間の電氣量の變化總量} = \frac{4Q_m}{1/f} = 4fQ_m$$

であつて、 C をファラド、 e をボルトとすると、 $Q_m = CE_m$ はクーロンとなつて毎秒 1 クーロンの電氣量の變化が 1 アンペアとなるから $4fQ_m$ クーロンでは流れる電流 $4fQ_m = 4fCE_m$ アンペア

然るに、此の電流は、電氣量變化の平均……電氣量の變化總量から、1 秒間に電氣量が何程の割合で變化するかの平均を求めたもの……を示すから、明かに電流の平均値である。従つて其の實効値は、第二卷の 2.7 の講義より

$$\text{波形率} = \frac{\text{實効値}}{\text{平均値}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{實効値 } I_c = \text{平均値} \times \text{波形率} = 4fCE_m \times \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 2\pi fC \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 2\pi fCE$$

但し $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ で電壓の實効値である。

即ち C ファラドの靜電容量に、實効値が E ボルトの交流電壓を加へると、 $I_c = 2\pi fCE$ に相當する電流が流れる。

$$\text{扱て、此の形は } I_c = \frac{E}{\frac{1}{2\pi fC}} = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} \text{ 但し } \omega = 2\pi f \text{ とした。}$$

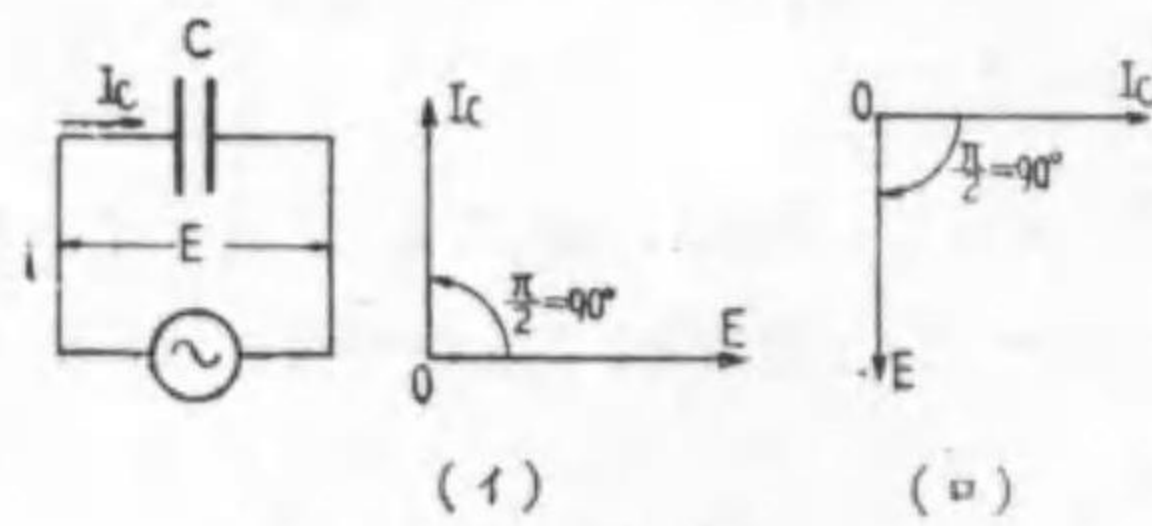
と書き直すと $1/\omega C$ はオームの法則から考へて、抵抗に相當する。或はインダクタンスの $2\pi fL$ (誘導リアクタンスと云つた) に相應する。従つて f がサイクル/秒、 C がファラドで表はされると

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \quad \begin{array}{l} C \text{ がマイクロファラドだと } C \times 10^{-6} \\ \text{としてファラドに換算する。} \end{array}$$

はオームの單位で表はされ、之れを容量リアクタンス (capacitive reactance) と稱する。

扱て、斯様にして流れる電流は電壓に對して如何なる位相を取るかを考へて見やう。第 2.3 圖に於て、 $\theta = \omega t$ の横軸を $0, \pi/12, \pi/6, \pi/4 \dots$ と云ふやうに等しい角度に區切つて垂直線を立て、 Q 曲線との交点を求めると、 $\omega t = 0$ から $\omega t = \frac{\pi}{12}$ となつた時、貯へられる電氣量は Q_1 で、0 から Q_1 となつたのだから、此の時の電氣量の變化量は Q_1 である。次に $\omega t = \frac{\pi}{12}$ より $\omega t = \frac{\pi}{6}$ となつたとすると、電氣量は Q_2 となり、此の時は Q_1 から Q_2 となつたのだから、電氣量の變化量は $(Q_2 - Q_1)$ となる。同様に、 $\omega t = \frac{\pi}{6}$ より $\omega t = \frac{\pi}{4}$ の變化量は $(Q_3 - Q_2)$ になる。以下各區間で求めると、電氣量の變化は陰影を施したやうな階段状となり、 $\omega t = 0$ 及 $\omega t = \pi$ の處で最も變化が大きく $\omega t = \frac{\pi}{2}$ 及 $\omega t = \frac{3\pi}{2}$ では零である。……此の區間を短く取れば取る程、此のことが一層に分明となる。幾ら短く取つても $\omega t = 0$ から次の瞬間は電氣量が零から或る値となるのだから、必ず電氣量の變化がある。然るに $\omega t = \frac{\pi}{2}$ の處では區間を限りなく小さく取ると遂には變化量が零となる。圖に就て試みられよ……。然るに、電流は此の電氣量 Q の變化量に比例するから $\omega t = 0$ で最大で、 $\omega t = \frac{\pi}{2}$ で零となることが分る。然して、前にも再々述べたやうに Q が増加する過程では電流は電氣量 Q (電壓 e) と同方向であるが、 Q が減少する過程では電流は電氣量 Q (電壓 e)

と反対方向にある。従つて、第 2.3 圖の i_c 曲線の如くに、電流は $\omega t=0$ より $\omega t = \frac{\pi}{2}$ に至る間は e と同一方向の正波であり、 $\pi/2$ より π に至る間は e と反対方向の負波となる。此のことよりも明かなやうに静電容量に流れる電流 I_c は圖示のやうな正弦波となり、電流 i_c は電圧 e よりも 90° 進んで居る。



第 2.4 圖

即ち、静電容量 C のみの回路に交流電圧 E (實効値—ボルト) を加へると、此の回路には電流 $I_c = 2\pi f C E$ が流れ I_c は E よりも 90° 其の位相が進む。之れをベクトル圖で表はしたのが第 2.4 圖の (イ) 及 (ロ) 圖であつて、(イ) は電圧を基準ベクトルに取つて I_c が E よりも 90° 進むことを示し、(ロ) は I_c を基準ベクトルに取つて、電圧 E が I_c よりも 90° 遅れることを表はして居る。又前式を書き直すと

$$I_c = \frac{E}{1/2\pi f C} = \frac{E}{1/\omega C} \quad E = \frac{I_c}{\omega C} \quad \frac{1}{\omega C} = \frac{E}{I_c}$$

$$\frac{1}{\omega C} = x_c \text{ (オーム) とすると } I_c = \frac{E}{x_c} \quad E = I_c x_c \quad x_c = \frac{E}{I_c}$$

尚、電圧、電流の瞬時値を式で表はすと

$$i_c = 2\pi f C E_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2} \omega C E \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{或は } e = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2} I}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

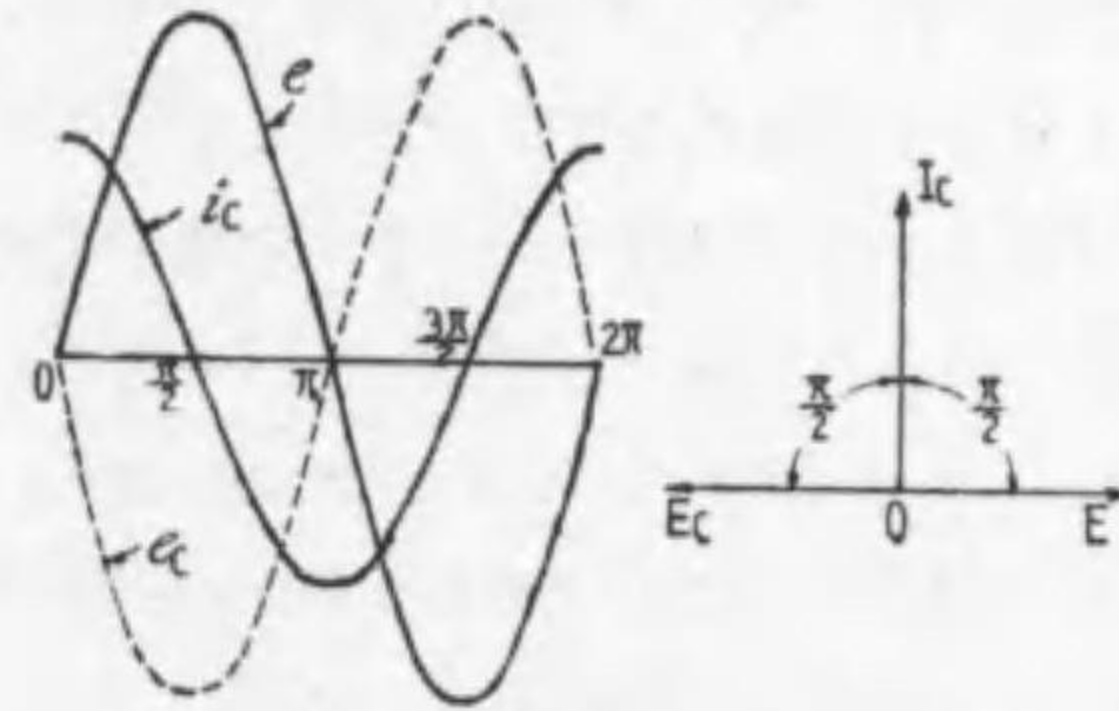
此の i_c の式を示したのが、第 2.4 圖の (イ) であり e の式を示したのが同 (ロ) 圖であつて、此の静止ベクトルを ω なる角速度で廻して回轉ベクトルとすると、此の回轉ベクトルに依つて上式の値が求められる。

【補講】 ① 第 2.3 圖では $0 \sim \pi$ 間を説明したが、 π から 2π の間も同様で Q が負の方向に増加するのに対して i_c は之れと同一の負の方向に流れ、次に Q が減少すると i_c は Q の方向と反対の方向に流れる。此の間の状況は 0 から π 迄の變化と全く同様である。

② 誘導リアクタンス $x_L = 2\pi f L$ は周波数 f に比例し、 f が大となる程大きくなつたので、普通の 50 サイクルとか 60 サイクルと云ふやうな商用周波数に対しては小さいリアク

タンスであつても、雷電流のやうな高周波電流に対しては大きなリアクタンスとなると述べた。容量リアクタンス $1/2\pi f C$ は全く之れと反対で、周波数が大となる程小さくなる。即ち同一電圧に対して多くの電流を流す。反対に f が小となるとリアクタンスは大となつて電流は少く、 $f=0$ の直流では無限大となつて電流を通じない。

③ 容量リアクタンス ($1/\omega C$) が誘導リアクタンス (ωL) と反対の性質のあるのは周波数関係のみでなく、位相關係に就ても同様である。即ち L の回路では、電流は電圧よりも 90° 遅れたが C の回路では電流は電圧よりも 90° 進む。



第 2.5 圖

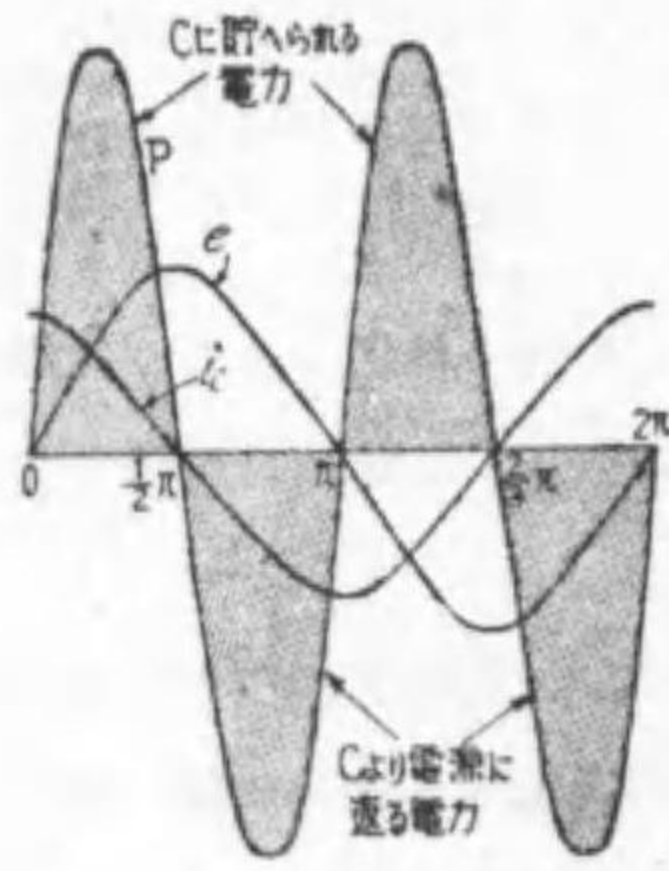
上記では、説明を簡単とする爲めに單に供給電圧と電流に就て述べたが、勿論逆起電力が存在する。例へば風船玉に空気を吹き入れると、其の空氣量が増すに従つて逆流しやうとする力が大きくなる。と同様に、蓄電器の電氣量が増すと、逆起電力 $e_c = Q/C$ が増加して、 e_c が供給電圧と等しくなると、電氣量は最早之

れ以上に増さない。即ち同じ電氣量 Q に対して、此の電氣量を貯える爲めに外部より加ふる電圧が $e = Q/C$ であると同時に、此の Q に依る逆起電力 $e_c = Q/C$ で、 $e = e_c$ で平衡し e と e_c は反対位相にある。此の間の状況を示したのが第 2.5 圖であつて、 e は供給電圧、 e_c は逆起電力、 i_c は電流で、ベクトル圖に示すと右圖の如くで、供給電圧は E 、逆起電力は E_c 、電流は I_c ……何れも實効値……である。

次に電力を求めるに、第 2.5 圖で示した電圧 e と電流 i_c の各瞬時値の積を取つて電力の波形を畫くと第 2.6 圖の如くなる。第二卷 P122 以下で説明したやうに、 0 から $\pi/2$ の間は供給電圧 e と電流 i_c は同一方向で

電力 $P = (+e) \times (+i_c) = e i_c$ となり、電源から静電容量 C に電力が供給される。……之れは電界に反対して電荷を運ぶのに相當する仕事である……。處が、 $\pi/2$ から π の間は e と i_c は方向が反対で、電力 $P = e \times (-i_c) = -e i_c$ となつて負であるから、静電容量 C から電源に電力が逆送されて居ると考へられる。……之れは電荷が電界の方向に動かされて仕事が爲されるのに相當する……此のことは C の逆起電力 e_c の立場に立つて考へても同一の結論となる。

次に π から $\frac{3}{2}\pi$ の間は e と i_c は共に負で同一方向であり、



第 2.6 圖

電力 $P = (-ec) \times (-ic) = eic$ で正であり、C に供給せらるゝ電力を示す。 $\frac{3}{2}\pi$ より 2π の間では e と ic は反対方向で $P = (-e) \times ic = -eic$ で電力は負となり C より電源に逆送される電力を示す。以下此の變化をくり返す。

即ち、1 サイクルに就て電力を考えると、或る時は電源より C に、或る時は C より電源へと交互に電力が授受され、然も其の量は相等しいから、C には少しも電力が消費されない。此のことはインダクタンスの場合と全く同様であつて、電圧と電流間に 90° の相差があると電力を消費しない一例である

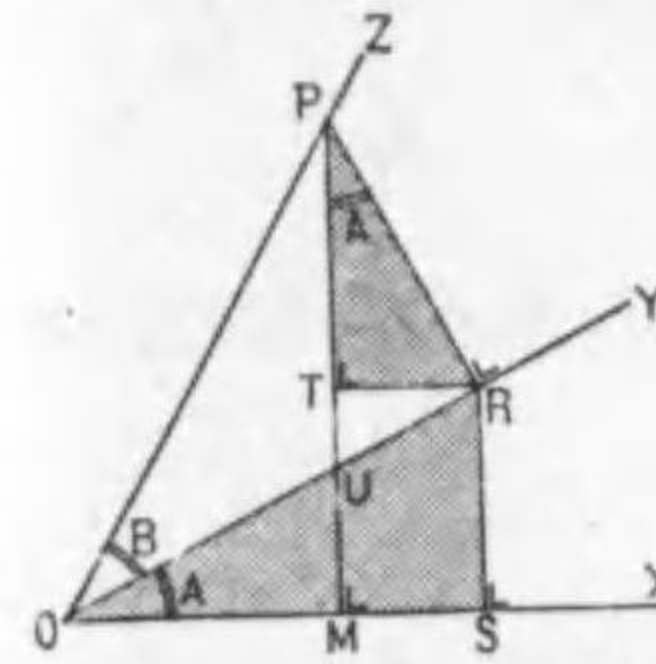
【補講】 第二巻 P122 以下で説明したやうに、インダクタンスに i なる電流を流すと、磁界エネルギーとして $\frac{1}{2}Li^2$ が貯へられる。之れに相應する電力が外部から供給される。然るに之れは抵抗に於ける電力が熱として消費せられるやうには消費されず、一時貯へられるのであつて、次の瞬間には此の磁界エネルギーが電力となつて電源に返還され、斯く磁界エネルギーと電力と交互になるのが此の場合の電力の波形であると云つた。同様に、蓄電器の場合も 0 から $\pi/2$ 及 π から $\frac{3}{2}\pi$ の間は電界エネルギー $\frac{1}{2}Ce^2$ として静電容量に貯へられ、之れが $\pi/2$ から π 及 $\frac{3}{2}\pi$ から 2π の間に電源に返還せらる。即ちエネルギーは電界エネルギーと電力と交互に變換して少しも消費されない。

2.3 二角の和及差並積の三角函數

三角學の手ほどきは第二巻ですました通りで、あの講義に此處に述べる二角の和及差の三角函數を加ふれば、三角學として、大体不自由なく實用に供し得る。夫れ程、此の二角の和及差の三角函數の公式は有用なのであつて、以下、述べる種々の三角學公式の殆んどは此の公式から導かれる。従つて、諸君は其の證明はともかくとして、確實に其の形を暗記して誤りなく應用し得るやうにせられたい

今、 A 及 B が任意の角を表はし、 $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ 等の値が判つて居るとき、 $\sin(A+B), \cos(A+B)$ 等は求められないものであらうか、之れを求めたのが二角の和の三角公式である。

第 2.7 圖に於て $A = \angle XOY, B = \angle YOZ, A+B = \angle XOZ$ とする。



第 2.7 圖

今、 OZ 上の任意の P 点を取り、 OX に垂線 PM を、 OY に垂線 PR を引き、 R より OX に平行線 RT を、 R より OX へ垂線 RS を引く(斯くすると RS と PM は平行 $RS \parallel PM$ となる)又 RT は PM に対して直角である。

處で $\triangle PRT$ と $\triangle ORS$ に於て $\angle RPT = A$ となる。

(註) 何となれば $\triangle OUM$ と $\triangle UPR$ に於て

$\angle OUM = \angle PUR, \angle UMO = \angle PRU = R_L$ と三内角の内二つが等しいから……三角形の三つの内角の和は常に $2R_L = 180^\circ$ である……残りの $\angle RPT = \angle RPU = \angle UOM = A$ となる。

$$\begin{aligned} \sin(A+B) &= \sin \angle XOZ = \frac{PM}{OP} = \frac{TM+PT}{OP} = \frac{RS}{OP} + \frac{PT}{OP} \\ &= \frac{RS}{OP} \times \frac{OR}{OR} + \frac{PT}{OP} \times \frac{PR}{PR} = \frac{RS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} + \frac{PT}{PR} \cdot \frac{PR}{OP} \end{aligned}$$

然るに $\frac{RS}{OR} = \sin A, \frac{OR}{OP} = \cos B, \frac{PT}{PR} = \cos A, \frac{PR}{OP} = \sin B$

故に上式は

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

同様にして

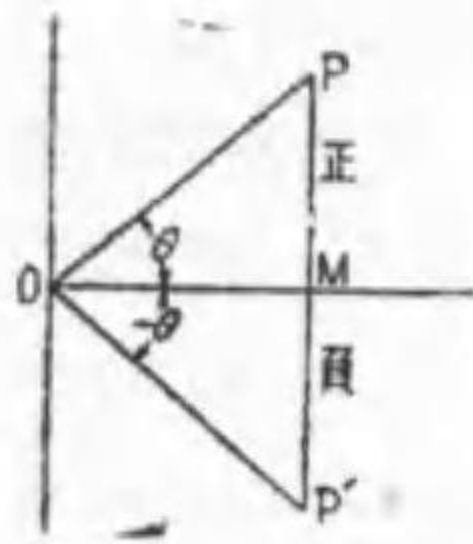
$$\begin{aligned} \cos(A+B) &= \cos \angle XOZ = \frac{OM}{OP} = \frac{OS-MS}{OP} = \frac{OS}{OP} - \frac{RT}{OP} \\ &= \frac{OS}{OP} \cdot \frac{OR}{OR} - \frac{RT}{OP} \cdot \frac{PR}{PR} = \frac{OS}{OR} \cdot \frac{OR}{OP} - \frac{RT}{PR} \cdot \frac{PR}{OP} \\ &= \cos A \cos B - \sin A \sin B \end{aligned}$$

即ち $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

次に二角の差の三角函數を求める前に、負角の三角函數の關係を調べて見やう

今、第 2.8 圖に於て $\angle POM = \theta, \angle P'OM = -\theta$ とすると $OP = OP'$ の動徑は常に正であるから

$$\sin(-\theta) = \frac{P'M}{OP'} = \frac{-PM}{OP} = -\sin \theta$$



第 2.8 圖

$$\cos(-\theta) = \frac{OM}{OP'} = \frac{OM}{OP} = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = \frac{P'M}{OM} = \frac{-PM}{OM} = -\tan\theta$$

其處で $\sin(A-B)$ は $\sin\{A+(-B)\}$ と考へられるから

$$\begin{aligned} \sin(A-B) &= \sin\{A+(-B)\} \\ &= \sin A \cos(-B) + \cos A \sin(-B) \\ &= \sin A \cos B - \cos A \sin B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(A-B) &= \cos\{A+(-B)\} = \cos A \cos(-B) - \sin A \sin(-B) \\ &= \cos A \cos B + \sin A \sin B \end{aligned}$$

以上の二つの式を組合せて示すと

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

此の二つの式から $\tan(A \pm B)$ を求めると

$$\begin{aligned} \tan(A \pm B) &= \frac{\sin(A \pm B)}{\cos(A \pm B)} = \frac{\sin A \cos B \pm \cos A \sin B}{\cos A \cos B \mp \sin A \sin B} \\ &= \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B} \quad \text{前項の分母分子を } \cos A \cos B \text{ で除した} \end{aligned}$$

次に二角の積の三角函数を求めて見やう。

例へば $\sin A \sin B$ が如何なる形に展開せられるかを求めるに

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

であるから、上式の兩邊より下式の兩邊を引くと

$$\cos(A-B) - \cos(A+B) = 2 \sin A \sin B$$

$$\text{故に} \quad \sin A \sin B = \frac{1}{2} \{\cos(A-B) - \cos(A+B)\}$$

$$\text{同様にして} \quad \sin A \cos B = \frac{1}{2} \{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$$

$$\cos A \sin B = \frac{1}{2} \{\sin(A+B) - \sin(A-B)\}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \{\cos(A+B) + \cos(A-B)\}$$

上式で $A+B=C$ $A-B=D$ と置くと $A = \frac{C+D}{2}$ $B = \frac{C-D}{2}$ となり

逆に和の形を積の形とすることが出来る。

$$\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

$$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$$

$$\cos D - \cos C = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$$

上記の公式應用の一例として、C のみの回路の電力の式を求めて見やう。

$$e = E_m \sin \omega t \quad \text{とすると} \quad i_C = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = I_m \cos \omega t$$

$$\text{電力 } P = e i_C = E_m I_m \sin \omega t \cos \omega t$$

此の積の形の三角函数を和の形とすると

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} \{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$$

の公式で $A=B=\omega t$ と置くと

$$\sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \{\sin 2\omega t + \sin 0\} = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$$

$$P = e i_C = E_m I_m \times \frac{1}{2} \sin 2\omega t = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin 2\omega t = E I \sin 2\omega t$$

此の E 及 I は電壓及電流の實効値で、電力の式は第 2.6 圖で示したやうに、2 倍の周波数を有する正弦波となることが了解せられる。

(註) 是等の公式の應用に就ては「選試用初等數學」及「電氣用應用數學講義」を参照せられたい。

2.4 抵抗と静電容量を有する回路

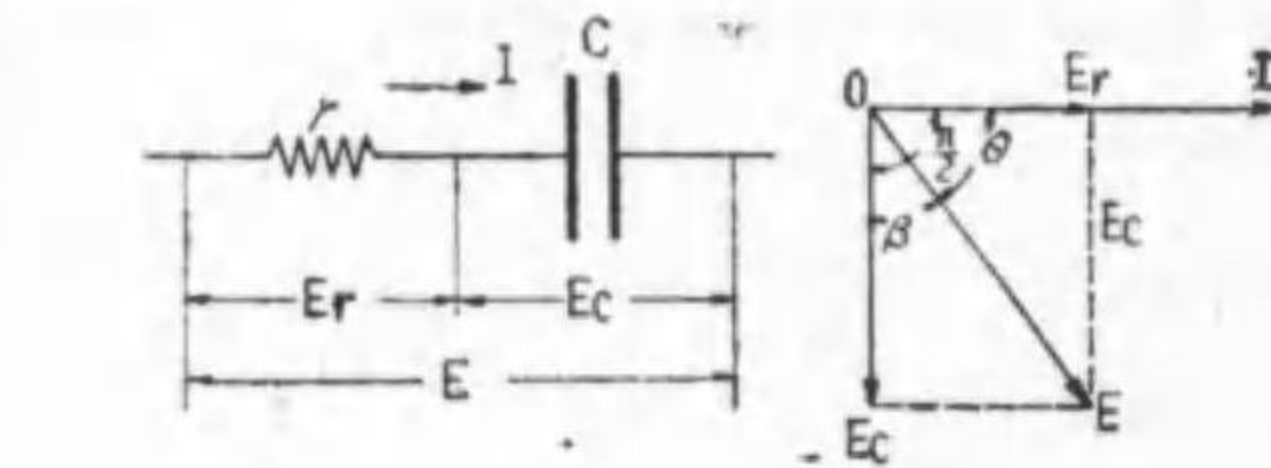
今迄に述べた蓄電器は理想的の蓄電器であつて、夫れ自体では少しも電力損失がないとした。と云ふことは 5 クーロンの電氣量を貯へると、之れからは 5 クーロンの電氣量がすぐ取り出せる……風船玉から少しも空氣が漏れないと云つた

やうな譯である……

處が、實際の蓄電器を充電して放電をすると、直ちに流出する電氣量のある一方、何週間もしないと出て来ないと云ふやうな堅忍持久型と申せばよいが實に厄介な電氣量が存在する。之れは兩板間の絶縁物（即ち誘電体）にとちこめられるのであつて、誘電体の吸収作用とも稱する。従つて、充放電を盛んにくり返すときは、此の吸収せられる電氣量は全く損失となる。之れを誘電体損（dielectric loss）と云ふ。

（註）丁度、磁氣の場合の磁氣ヒステリシス損に相當する。

ともあれ、斯く蓄電器に電力損失が生ずると之れを電氣的に表はした場合、單に C のみの回路とすることが出来ない。第 2.9 圖の如くに C と抵抗 r の直列回路と見做さねばならない。申す迄もなく、此の r は誘電体損を表はすものであつて、 Ir が誘電体損に該當する。斯様に考へて蓄電器回路を抵抗 r と静電容量 C が別々に存在するとし、之れに f サイクルの交流 I アンペアを流したとする。此の I を r に流すには r の兩端に $E_r = Ir$ なる電壓を加へねばならない。とくに第二巻で説明した通り、 E_r は I と同相にある。次に C に I アンペアを流すには $E_c = \frac{I}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C} I = x_c I$ を加へねばならぬ。此の E_c は I より 90° 遅れた位相にある。



第 2.9 圖

結局、此の回路に I なる電流を流す爲めには E_r と E_c のベクトル和に相應する E なる電壓を加へねばならないことになる。

之れをベクトル的に示したのが右圖であつて、直角三角形に於けるピタゴラスの定理（斜邊²=底邊²+垂線²）より

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_c^2} = \sqrt{(Ir)^2 + \left(\frac{I}{\omega C}\right)^2} = I \sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

結局 $I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$ となる。

之れを直流の場合の式 電流 = $\frac{\text{ボルト}}{\text{オーム}}$ と比較すると

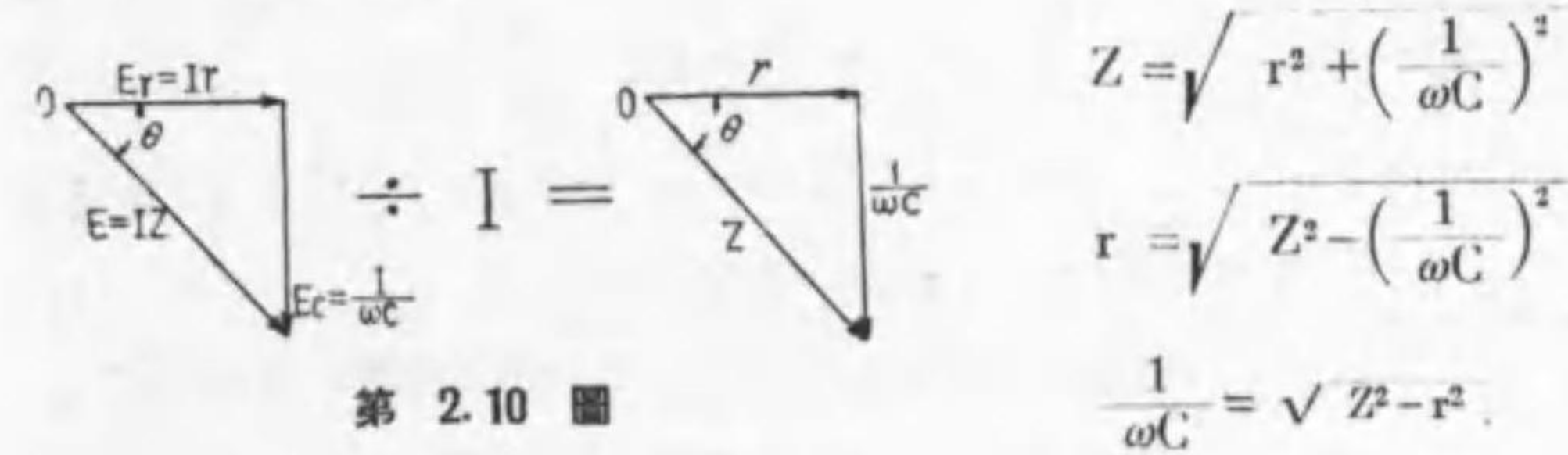
$$Z = \sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \text{ が抵抗 (オーム) に相當する。}$$

之れをインピーダンス (impedance) と云ふことは、抵抗とインダクタンスの回路の場合と同様であつて、其の單位はオームである。但し r も $1/\omega C$ もオームで表はされねばならない。

斯くて全端子電壓 E が I より遅れる角（逆に云ふと I が E より進む角）を θ とすると

$$\tan \theta = \frac{E_c}{E_r} = \frac{I/\omega C}{Ir} = \frac{1}{\omega Cr} \quad \therefore \theta = \arctan \frac{1}{\omega Cr}$$

又此の場合のインピーダンス三角形は第 2.9 圖の各邊を I で除して第 2.10 圖の如くに得られる。



第 2.10 圖

$$\sin \theta = \frac{1/\omega C}{Z} \quad \cos \theta = \frac{r}{Z} \quad \tan \theta = \frac{1/\omega C}{r} = \frac{1}{\omega Cr}$$

云ふ迄もなく、此の場合のインピーダンスのベクトルは、抵抗 r のベクトルと之れより 90° 遅れた容量リアクタンス $x_c = \frac{1}{\omega C}$ を表はすベクトルとの和である。

斯様にして、合成インピーダンス Z を求めると、事後は直流の場合と同様に

$$I = \frac{E}{Z} \quad E = IZ \quad Z = \frac{E}{I}$$

なる關係が得られる。

【補講】① 既に R と L の組合せ回路に於ても述べたやうに、交流回路を解くには、直列回路であれば電流を、並列回路であれば電壓を基準ベクトルに取つて、各部の電圧なり電流のベクトル關係を書き、此のベクトルを元として數式關係を求めるのが常道である。

② R と L の直並列回路では電流は電壓よりも遅れた、即ち遅電流 (lagging current)

であり、 θ は遅角 (lagging angle) であつたが、R と C の直並列回路では電流は電圧よりも進む。即ち進電流 (leading current) であり、 θ は進角 (leading angle) である。

⑤ 第 2.9 圖に於て抵抗 r が大となる程 E_r が大となり、 θ は小となり $\beta = 90^\circ - \theta = \angle E_c O E$ は大となる。此の r が蓄電器の損失を代表するものとする、抵抗が大となる程 β が大きくなる。換言すると角 β が蓄電器の損失の大小を表はすこととなるので、之れを損失角と稱する。

$$\tan \beta = \frac{E_r}{E_c} = \frac{I_r}{I/\omega C} = \omega C r \quad \beta = \arctan \omega C r$$

次に此の回路に消費せらるゝ電力に就て考へて見やう。既に第 2.6 圖に於て説明したやうに、静電容量では電力を消費しないから、電力を消費するのは抵抗のみとなり

$$\text{回路の消費電力 } W = I^2 r = \left(\frac{E}{Z}\right)^2 r = EI \frac{r}{Z} = EI \cos \theta$$

$$\text{此處に } E \cos \theta = E \times \frac{E_r}{E} = E_r \quad W = E_r I \quad \text{となる。}$$

又 $I \cos \theta = i_1$ $I \sin \theta = i_2$ とすると、此の i_1 を有効分電流、 i_2 を無効分電流と云ふ。

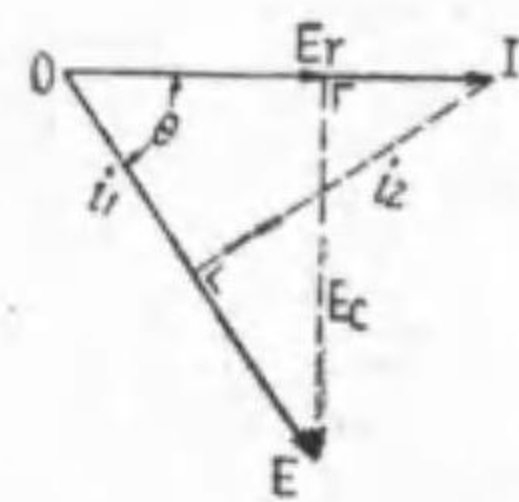
既に第二巻で述べたやうに、交流回路の電力の式は

$$W = \text{電圧} \times \text{電流} \times \text{力率} = EI \cos \theta$$

であつて、(電圧×電流)を皮相電力と云ひ、ボルトアンペア (V.A) 又は夫れを 1000 で除してキロボルトアンペア (k.V.A) で表はす。此の皮相電力に力率を乗じて初めて、電力ワット (W) 又はキロワット (k.W) が求められる。此のことも R と L の回路と同様であるから、之れ以上くくだしく述べない。

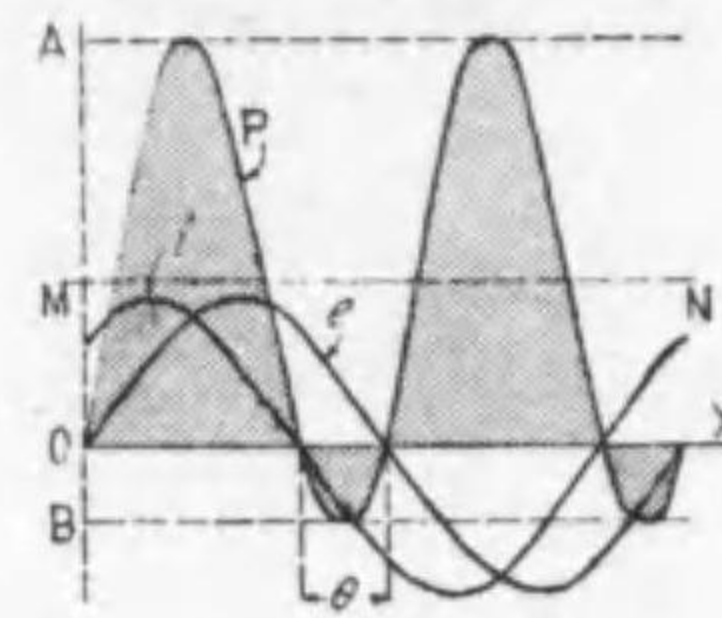
回路の電流を電圧と同相の有効電流と、電流と 90° の位相差にある無効電流に分つと、電圧と有効電流間の電力曲線は抵抗のみの回路の場合と同様になり (第二巻 P116 第 2.47 圖参照) 電圧と無効電流間の電力曲線は第 2.6 圖の如くなり、結局、電力として消費されるのは有効電流と電圧間に形成せられる電力のみであることが分る。

今、電流 i_c が e より θ 角進んで居る場合、各瞬時に於て $P = e i_c$ の値を求



第 2.11 圖

めて之れを曲線に圖示すると第 2.12 圖の P 曲線の如くなる。



第 2.12 圖

此處に $e = E_m \sin \omega t$ とすると

$$i = I_m \sin (\omega t + \theta) \quad \text{となり電力の式は}$$

$$P = e i = E_m I_m \sin \omega t \sin (\omega t + \theta)$$

然るに前節の三角公式の處で説明したやうに

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} \{ -\cos (A+B) + \cos (A-B) \}$$

であるから

$$A = \omega t \quad B = \omega t + \theta \quad \text{と置くと}$$

$$P = \frac{E_m I_m}{2} \{ -\cos (2\omega t + \theta) + \cos (-\theta) \}$$

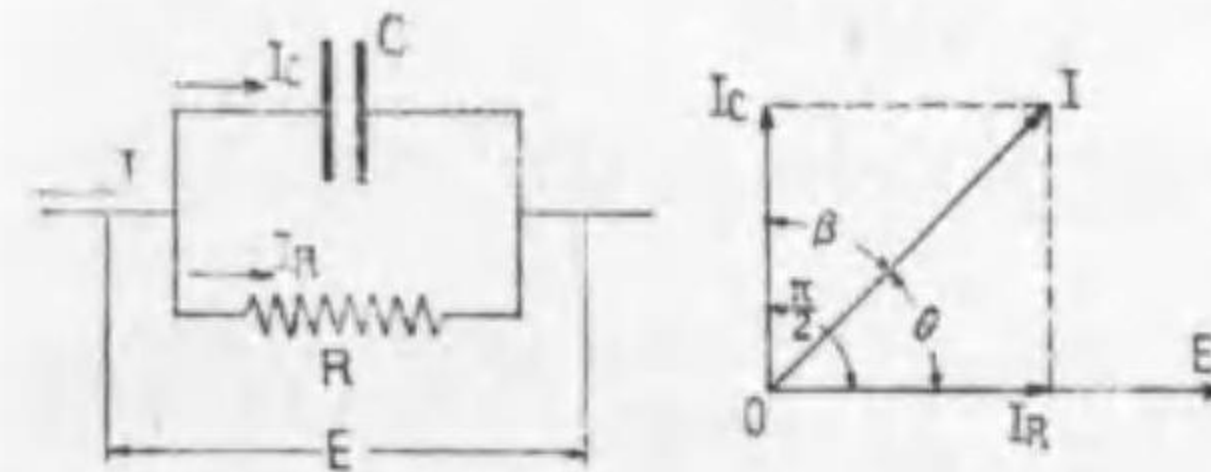
$$= E I \{ \sin (2\omega t + \theta + 90^\circ) + \cos \theta \} = E I \sin (2\omega t + \theta - 90^\circ) + E I \cos \theta$$

$$\text{但し } -\cos A = \sin (A - 90^\circ) \quad \cos (-A) = \cos A$$

従つて、P の式は横軸 O X を $E I \cos \theta$ だけ上げて M N 軸とすると、此の軸に對して $P = E I \sin (2\omega t + \theta - 90^\circ)$ となり、2 倍周波數で、振幅が EI である正弦波となることが分る。

但し E 及 I は e 及 i_c の實効値である。

上述した r と C の直列回路は之れを蓄電器回路と考へると、r は誘電体損失



第 2.13 圖

を表はすと云つた。此の誘電体損失は必ずしも C と直列だとしなければならないことはない。C と並列にあると考へてもよい第 2.13 圖は此の場合を示したのであつて、並列回路であるから、各回路に共通な電圧 E を基準水平ベクトルとして各分岐路の電流を表はす。即ち抵抗に流れる電流 I_R は E と同相にあり、C に流れる電流 I_C は E よりも 90° 進み、此の I_R と I_C のベクトル和が全電流 I となる。然して其の大きさは

$$R \text{ の電流 } I_R = \frac{E}{R} \quad C \text{ の電流 } I_C = \frac{E}{x_c} = \omega C E = 2\pi f C E$$

となつて I_R, I_C, I の三つは直角三角形を形成するから、ピタゴラスの定理より

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + (2\pi fCE)^2} = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

従つて此の回路の合成インピーダンス Z は

$$Z = \frac{\text{電圧}}{\text{全電流}} = \frac{E}{I} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (2\pi fC)^2}}$$

斯様にして Z が求められると

$$\text{全電流 } I = \frac{E}{Z} \text{ と計算される。}$$

が斯様な計算であれば I_R, I_C を別々に求めて $I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$ と計算する方がよい。但し I が與へられて I_R, I_C と分流する電流を求めるには

$$E = IZ \text{ と } E \text{ を求めてから } I_R = \frac{E}{R} \quad I_C = \omega CE$$

と計算するのが宜しからう。

又、回路の電流 I と電圧 E の相差角 θ は

$$\tan \theta = \frac{I_C}{I_R} = \omega CE \times \frac{R}{E} = \omega CR \quad \therefore \theta = \arctan \omega CR$$

此の回路で電力を消費するのは抵抗回路のみであつて、回路の電力 (ワット) W は

$$W = I_R^2 R = (I_R) I_R = E I_R = E I \times \frac{I_R}{I} = E I \cos \theta$$

で交流回路に於ける電力の一般式 (皮相電力×力率) となる。

$$\cos \theta = \frac{I_R}{I} = \frac{E}{R} \cdot \frac{Z}{E} = \frac{Z}{R} = \frac{1}{R \sqrt{\frac{1}{R^2} + (2\pi fC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi fCR)^2}}$$

$$\text{或は } W = I_R^2 R = \left(\frac{E}{R}\right)^2 R = \frac{E^2}{R} \text{ となる。}$$

【補講】 ① 蓄電器回路を斯様に C と R の並列回路で表はしたときの損失角 β は

$$\tan \beta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{E}{R} \div \omega CE = \frac{1}{\omega CR} \quad \therefore \beta = \arctan \frac{1}{\omega CR}$$

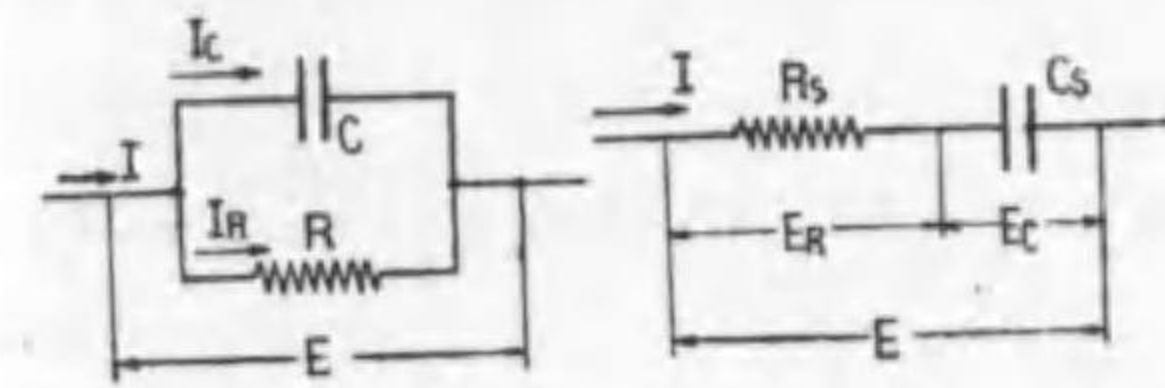
此の場合は損失の大きい蓄電器程 R を小さく表はさねばならない。

② 蓄電器回路を静電容量と抵抗の直列回路で表はしても並列回路で表はしてもよいと云つた。一つの蓄電器を直列回路で表はしても並列回路で表はしても等價 (equivalent) とな

る爲めには兩回路の定数間に如何なる關係を要するかを求めて見やう。……初學者にはやゝ

困難かと思ふが理解出来ない筈はない……

元來、交流回路に於て、二つの回路が等價だと云ふことは、同一電圧を加へたとき、流るゝ電流の値が相等しく、電圧との位相差が相等しきを要する。或は逆に同一電流が流れたとき、兩端の電圧及消費電力が相等しきこととも、同一電圧を加へたとき、皮相電力 EI 及電力 $E I \cos \theta$ が相等しきを要するとも云へる。第 2.14 圖の (イ)



(イ) (ロ)

第 2.14 圖

の R と C の並列回路が (ロ) の R_s と C_s の直列回路と等價であつたとすると、同一電流 I が流れたとき消費電力が相等しきを要し

$$I^2 R_s = I_R^2 R = \left(\frac{I Z}{R}\right)^2 R = \frac{I^2 Z^2}{R} \quad \therefore R_s = \frac{Z^2}{R} \dots \dots \dots \text{①}$$

申す迄もなく、同一電流が流れる爲めには兩回路の合成インピーダンスが相等しきを要するから

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} = Z_s = \sqrt{R_s^2 + \left(\frac{1}{\omega C_s}\right)^2}$$

$$\text{従つて } Z^2 = R_s^2 + \left(\frac{1}{\omega C_s}\right)^2 = \frac{R^2}{1 + (\omega CR)^2} \dots \dots \dots \text{②}$$

$$\text{① 式より } R_s = \frac{Z^2}{R} = \frac{R}{1 + (\omega CR)^2}$$

此の關係を ② 式に代入して

$$\left(\frac{1}{\omega C_s}\right)^2 = \frac{R^2}{1 + (\omega CR)^2} - R_s^2 = \frac{R^2 \{1 + (\omega CR)^2\} - R^2}{\{1 + (\omega CR)^2\}^2} = \frac{R^2 (\omega CR)^2}{\{1 + (\omega CR)^2\}^2}$$

$$\frac{1}{\omega C_s} = \frac{\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2} \quad \therefore C_s = \frac{1 + (\omega CR)^2}{\omega^2 CR^2}$$

上式の如くに R_s 及 C_s の値を定めると (イ) は (ロ) を以て表はし得る。即ち兩回路は等價となる。

諸君は上述の手法で $R_s C_s$ を以て R 及 C を表はして見られたい。之れが完全に求められたなら、此處迄に講述したことに対して免許皆傳説をさし上げる。さあ、一奮發して見られよ。……但し答は次の通りになる。

$$R = \frac{1 + (\omega C_s R_s)^2}{\omega^2 C_s^2 R_s} \quad C = \frac{C_s}{1 + (\omega C_s R_s)^2}$$

④ R と C の並列回路のアドミッタンス Y は各回路のコンダクタンス g 及サウセブタンス b が次の如くなるから

$$g_1 = \frac{R}{R^2} = \frac{1}{R} \quad b_1 = \frac{0}{R^2} = 0 \quad g_2 = \frac{0}{(1/\omega C)^2} = 0 \quad b_2 = \frac{1/\omega C}{(1/\omega C)^2} = \omega C$$

$$Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}}$$

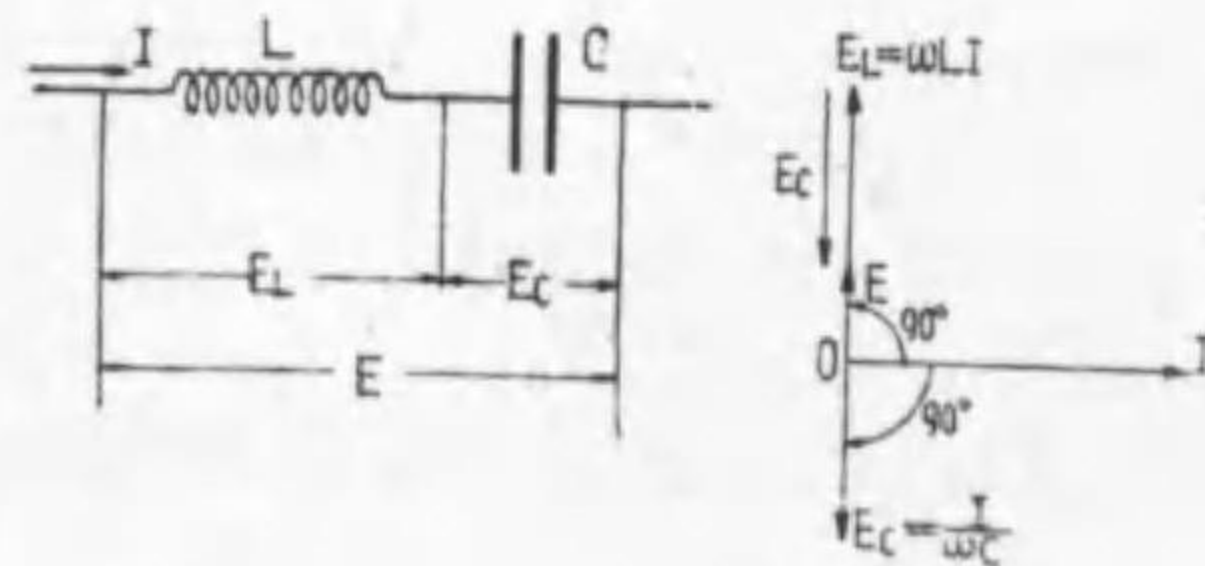
即ち並列回路は Y, g, b で解く方が便利である。

2.5 インダクタンスと静電容量の回路

交流回路は厄介だとは、かねがね御承知のことであらうが、斯くも厄介なものとした張本人は、今迄に述べた處よりも明かなやうに、交流回路になると突如として其の姿を現はすインダクタンス L 助と静電容量の C 子である。

いでや、L 助と C 子の面の皮を今、一皮ひきめいて呉れやうと云ふのが本節の目標である。

L 助と C 子は似たもの夫婦らしいが、元々男性と女性であるから、其の性質が全然反対である。今迄に説明した處よりも明かなやうに、L 助は流るゝ電流を 90° 遅らすのに対し、C 子は 90° 進める。又エネルギーに就ても同様なことが云へる。



第 2.15 圖

とすると、L のみの部分を取つて考へると、其の端子電圧 E_L は之れに流れる電流 I よりも 90° 進む。…… I は E_L より 90° 遅れる。然して $E_L = 2\pi f L I =$

ともあれ、第 2.15 圖の如くに、L と C が直列にある回路から研究を始めることゝしやう。今、インダクタンス L がヘンリ、静電容量 C がファラドで表はされ、此の回路に f サイクルの交流電圧 E を加へた

$\omega L I$ の関係にある。次に C のみの部分を取つて考へると、其の端子電圧 E_C は之れに流れる電流 I よりも 90° 遅れ…… I は E_C より 90° 進む…… 然して、 $E_C = \frac{I}{2\pi f C} = \frac{I}{\omega C}$ の関係にある。此の二つの電圧 E と E_C のベクトル和が回路の電圧 E となるのであつて、直列回路であるから電流 I を基準水平ベクトルに取つて E_L 及 E_C の関係を表はすと右圖の如くなる。……くどいと叱られるかも知れないが、直列回路は各回路に共通な電流を基準水平ベクトルとし、並列回路では各回路に共通な電圧を基準水平ベクトルとする……。ベクトル圖よりも明かなやうに、 E_L は I より 90° 進み、 E_C は I より 90° 遅れるから E_L と E_C は 180° の相差、丁度正反対にあつて、 E_L と E_C のベクトル和は兩者の算術差となる。今 E_L の方が大きいとすると

$$\text{回路の全電圧 } E = E_L - E_C = \omega L I - \frac{I}{\omega C} = I \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = I \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C} \right)$$

$$\text{回路のインピーダンス } Z = \frac{E}{I} = 2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}$$

此の場合 I は E より 90° 遅れる。之れに反して $\frac{1}{2\pi f C} > 2\pi f L$ $E_C > E_L$ であると此の反対となつて、 I は E より 90° 進む。

【補講】 あらうことか、L 助 C 子、夫婦でありながら共に協力して電流を阻止しやうとしない。否、反対に働き、お互ひの作用を打ち消し合ふ。けしからんと憤慨し給ふこと勿れ元々、共に電圧と電流に 90° の相差を與へるから夫婦だらうとこちらが勝手に解釋したので本當は赤の他人か、不倶戴天の仇敵同志かも知れぬ。

處で、上記のベクトルを見て居ると甚だ奇妙なことが起る。即ち

$$E_L = E_C \quad 2\pi f L I = \frac{I}{2\pi f C} \quad 2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C}$$

であると、L と C の夫々の端子間には電圧があるのに、全体としての電圧 $E = E_L - E_C = 0$ となる。ありやうや、加へる電圧が零であるのに電流が流れると云ふことになる。

$$Z = 2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C} = 0$$

でインピーダンスが零だからと云へば、なる程と背かれやう。

ともあれ、此の $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ の状態に近くなると、回路に加へられる電圧は

数ボルトであるのに、L や C の電圧は数百、数千ボルトとなることが珍しくない。斯様な状態になることを共振 (resonance) と云ひ、此の場合は L と C が直列にあるから直列共振 (series resonance) と稱する。

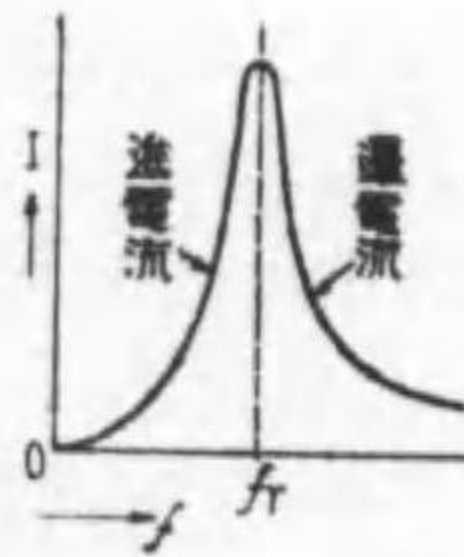
(註) 各々の電圧が共振するから電圧共振 (voltage resonance) とも云ふことがある。此の共振の条件を研究して見ると

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \omega^2 LC = 1 \quad \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$(2\pi f)^2 = \frac{1}{LC} \quad 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \therefore f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

であつて、此の共振条件を満足させるやうな周波数を共振周波数 (resonance frequency) 又は固有周波数 (natural frequency) と云ふ。

今、L と C の直列回路に加へる電圧を一定として、回路の周波数を 0 から次第に大きくしたとき、之れに應ずる I の変化を圖示すると第 2.16 圖の如くなる。即ち f の少い間は $1/2\pi fC$ は大きく E_C が大で、 $2\pi fL$ は小さく従つて E_L が小さいから進電流である。f を次第に大とすると E_L と E_C の値は接近し、共振周波数 f_r となつて $E_L = E_C$ となり回路の電流は最大となる。従つて、 E_L 及 E_C の値も最大となる。f が之れ以上に増加すると E_L の方が大となり、電流は遅電流となつて其の値も次第に減少する。此



第 2.16 圖

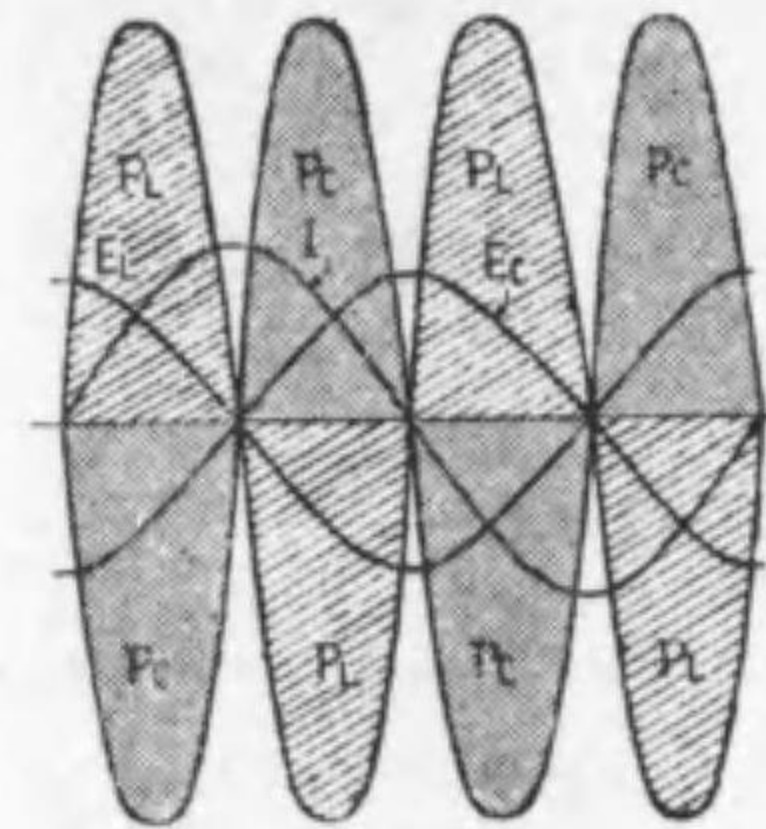
の曲線を共振曲線 (resonance curve) と云ふ。

【補講】 ① 無線電信、電話に使用する回路は斯様な共振条件を満足させて、僅かな電圧で大きな電流を得る。

② 周波数の一定の時は、C や L の値を加減して、共振状態を持つて行く。之れを同調 (tuning) さすと稱する。

③ 機器の結ばれて居る回路に於て、使用周波数では共振しないが、雷等に依る電圧では時として共振作用を起して、回路の局部電圧を高め、其の部分の絶縁を破壊するやうなことがある。

④ L と C の直列回路では電力を消費しない。其の状況を示すと第 2.17 圖の如くであつて、L の部分の電力 P_L と C の部分の電力 P_C は常に打ち消し合ふ。従つて全体としての電力は P_L と P_C の差であるが、之れも 2 倍周波の正弦波となつて、電力は消費されな



第 2.17 圖

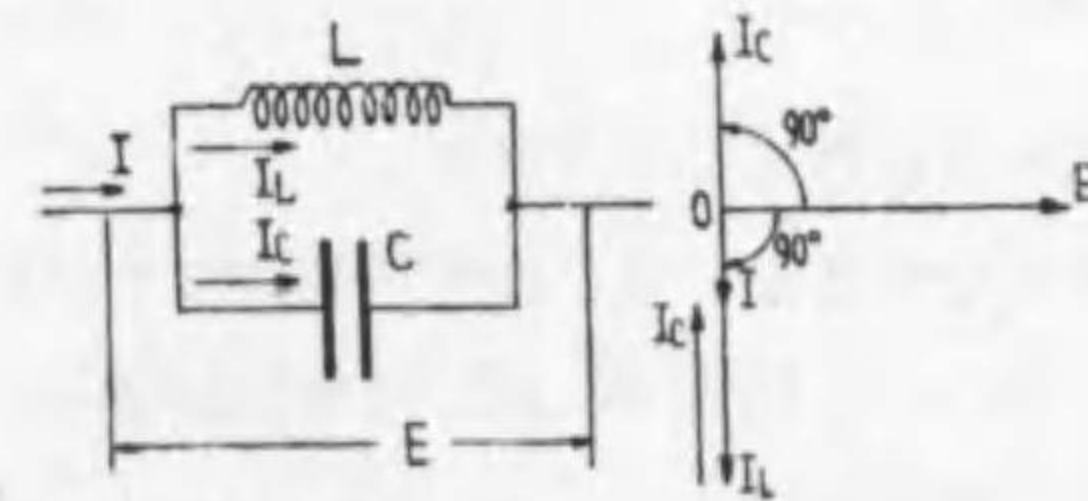
い。換言すると、磁界エネルギー $\frac{1}{2} Li^2$ が電界エネルギー $\frac{1}{2} Ce^2$ より大であると、全体として

$(\frac{1}{2} Li^2 - \frac{1}{2} Ce^2)$ なる磁界エネルギーのあることになり、C が無いと考へてよい。此の兩エネルギーの等しいときは

$$\frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} Ce^2 \quad Li^2 = C \left(\frac{i}{\omega C} \right)^2 \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

であつて、共振の場合であることが明かに分る。

次に第 2.18 圖の如くに L と C が並列にある場合を考へて見やう。L がヘンリ C がフアラドにて表はされ、此の回路に



第 2.13 圖

f サイクルの交流電圧 E が加へられたとすると L のみの回路を取つて考へると、之れに流る電流 I_L は電圧 E よりも 90° 遅れ、

$$I_L = \frac{E}{2\pi f L} = \frac{E}{\omega L}$$

の関係にある。次に C のみの

部分を取つて考へると、之れに流れる電流 I_C は電圧 E より 90° 進み

$$I_C = 2\pi f C E = \omega C E \quad \text{の関係にある。}$$

此の二つの電流 I_L と I_C のベクトル和が回路の全電流 I となるのであつて、並列回路であるから、電圧 E を基準水平ベクトルに取つて、 I_L 及 I_C の関係を表はすと右圖の如くなる。

ベクトル圖より明かなやうに、 I_L は E より 90° 遅れ、 I_C は E より 90° 進むから I_L と I_C は 180° の相差、丁度正反對となる。従つて I_L と I_C のベクトル和は兩者の算術差となる。今 I_L の方が大きいとすると

回路の全電流

$$I = I_L - I_C = \frac{E}{\omega L} - \omega C E = E \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) = E \left(\frac{1}{2\pi f L} - 2\pi f C \right)$$

回路のインピーダンス $Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\frac{1}{2\pi f L} - 2\pi f C} = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$

此の場合 I は E より 90° 遅れる。之れに反して $I_C > I_L$ $\omega C > \frac{1}{\omega L}$ であると此の反対となつて I は E より 90° 進む。

扱、此のベクトルを見て居ると、直列回路の場合とよく似た奇妙なことが起る即ち

$$I_L = I_C \quad \frac{E}{\omega L} = \omega C E \quad \frac{1}{\omega L} = \omega C \quad \frac{1}{2\pi f L} = 2\pi f C$$

$$\text{或は} \quad 2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

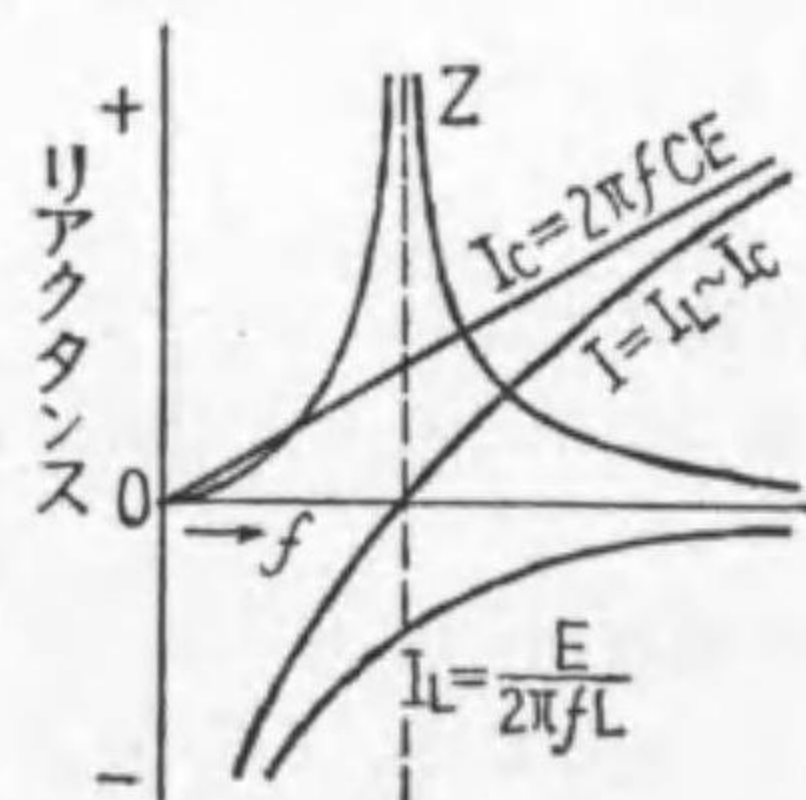
と直列共振と同一の条件が成立すると $I = I_L - I_C = 0$

ありやりの助で、回路が切れてゐないのに、電圧を加へても電流は流れない

$$\text{之れは} \quad Z = \frac{1}{\frac{1}{2\pi f L} - 2\pi f C} = \frac{1}{0} = \infty$$

インピーダンスが無限大となるのだと云へば、なる程と肯ける。

即ち、各分岐路には電流が流れて居るのであるが、互に打ち消し合つて回路の全電流を零として居るのだとも云へる。L と C の直列回路では電圧が共振したが、同並列回路では電流が共振する。……電流共振 (current resonance)……之れを並列共振 (parallel resonance) と稱する。



第 2.19 圖

此の状況を圖示すると第 2.19 圖の如くであつて、 f の變化に對する I_L , I_C 及全電流 $I = I_L - I_C$ (\sim は大なる方から小なる方を引くと云ふ符號) 並合成インピーダンス Z の變化を圖示した。即ち $f=0$ に於ては $I_C=0$ で $I_L=\infty$ となり、 f の増加と共に I_C は直線的に増加し、 I_L は f に反比例して減少する。此の I_L と I_C の差が全電流 I となる。

然して

$$I_L = I_C \quad \frac{E}{2\pi f L} = 2\pi f C E \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

に於ては $I=0$ $Z=\infty$ となる。

【補講】 ① 此の場合も直列回路と全く同様で、回路に電力は消費されない。

② 此の並列回路のアドミッタンスを求めると、各回路のコンダクタンス g 及サツセブ

タンス b は

$$g_1 = \frac{0}{(\omega L)^2} = 0 \quad b_1 = \frac{\omega L}{(\omega L)^2} = \frac{1}{\omega L} \quad g_2 = \frac{0}{(1/\omega C)^2} = 0 \quad b_2 = \frac{1/\omega C}{(1/\omega C)^2} = \omega C$$

$$\therefore Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \frac{1}{\omega L} - \omega C$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

③ R と L の直列にせよ並列にせよ、電圧 E と電流 I の間には 90° の相差があるから、其の力率 $\cos\theta = 0$ である。

2.6 抵抗、インダクタンス及静電容量の回路

三千世界に貴方ほど……と呑氣な歌聲が聞えて来る。多分、増築工事の工場からであらうが、随分と古い歌を知つて居るものだと感心する。三千世界とか、天、地、人の三体とか、空間が x, y, z の 3 軸で表はされるとか、3 と云ふ数字は奇妙にももの要素を示し、人生とは因縁淺からぬものがある。

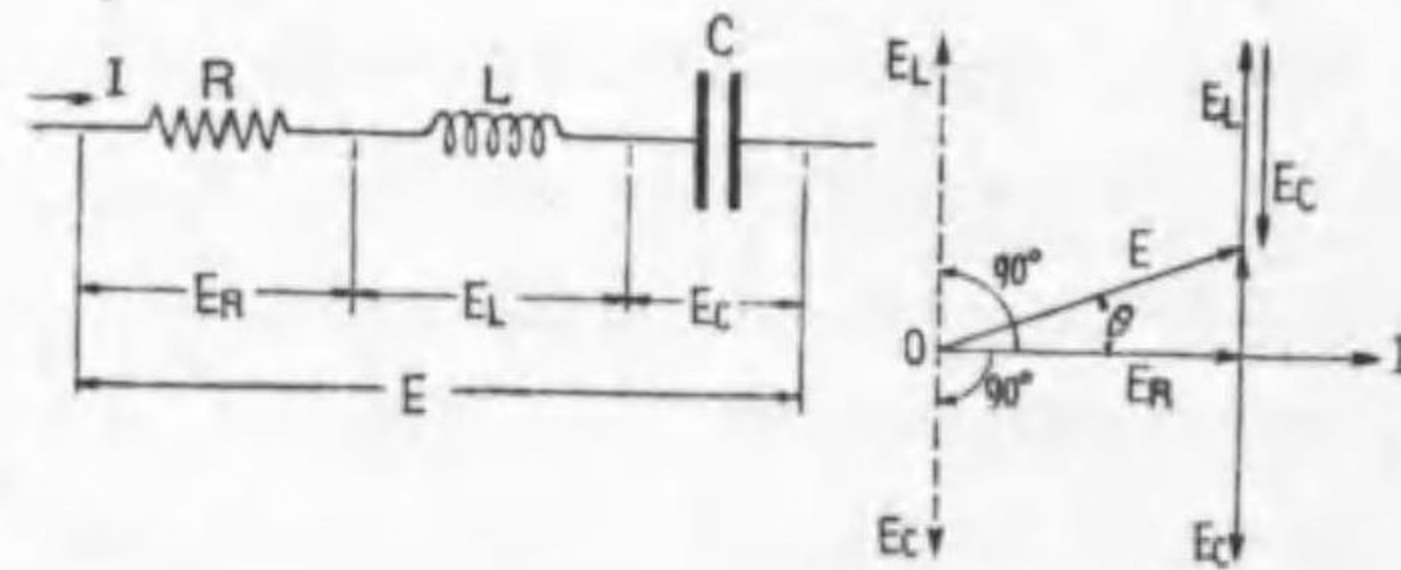
交流回路も亦、如何に複雑なりと云つても、所詮 R, L, C の三要素の組合せに過ぎず、(後で述べる M も L の一種) 矢張り 3 と云ふ数字が其の基礎となつて居る。全く、何氣なく通れば夫れ迄の話であるが、交流回路の要素が 2 つでもなく 4 つでもなく 3 つであると云ふことに、深い意義がありそうで、何となく勿体なく思はれる。

が然し、元々三つの組合せだから、そう難しいと云ふ程のことはない。安心して以下の學修を進められたい。

處で、前節では L と C の直列とか並列回路に就て説明したが、實際の回路としては L のみの回路とか、C のみの回路と云ふものはない。如何に完全な蓄電器でも多少の損失があるから、C と r の直列か C と R の並列回路で示さないと電氣回路として完全に現はされたとは云へない。然し蓄電器は一般に損失が極小であるから、先づ實用上 C のみの回路として取扱つても大過はない。然しインダクタンス L を有するやうな線輪は必ず抵抗を有する筈で、巻数が多くなつてインダクタンス L が大きい程、抵抗も亦大きくなるのが普通である。従つてインダクタンスがあると云ふことは同時に抵抗の存在することを示して居る。

又、交流回路に於ける R, L, C の存在の仕方であるが、之れは R は R のみ

L は L のみと云ふやうに別々に存在するものでない。一般の送配電線回路であると、電線各部には R も L も C も共々に分布されて存在して居るのである。然し、之れを其のまゝ取扱ふと計算が厄介となるし、實用上、別々に集中して居るものとして取扱つてよい場合が多いので、今迄に行つたやうに R は R, L は L と、集中して別々に存在して居るものとして計算を進める。又 L や C が R に比して甚だ小さく R のみの回路として計算しても殆んど誤りのない場合もある要するに、交流回路には R, L, C の三つが必ず存在するが、其の組合せ方、大きさの關係に依つて計算方法が種々と異なる。以下、二三の例に就てその要領を説明することゝしやう。



第 2.20 圖

第 2.20 圖は R (オーム), L (ヘンリ), C (ファラド) が直列に接続せられて居るときで、此の回路の両端に、 f サイクルの電圧 E を加へたとき流るゝ電流が I であるとする、直列回路であるから電流 I を基準水平ベクトルに取つて各部の電圧關係のベクトルを右圖のやうに畫く。R の兩端の電圧 E_R は I と同相にあつて $E_R = IR$ であり、L の端子電圧 E_L は I より 90° 進み (I が E_L より 90° 遅れる) $E_L = \omega LI$, 又 C の端子電圧 E_C は I より 90° 遅れ (I が E_C より 90° 進む) $E_C = \frac{I}{\omega C}$ であつて、此の E_R, E_L, E_C の三つの電圧のベクトル和が回路の全電圧 E となる。圖よりも明かなやうに

$$E = \sqrt{E_R^2 + (E_L - E_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (\omega LI - \frac{I}{\omega C})^2}$$

$$= I \sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}$$

(註) 正しくは E 及 I のベクトルを \dot{E} 及 \dot{I} で、其の絶対値を $|E|$ 及 $|I|$ と記すべ

きであるが、簡略して、以下ではベクトルを \dot{E} 及 \dot{I} で、絶対値をただの E 及 I で示す。

従つて回路の合成インピーダンス Z は

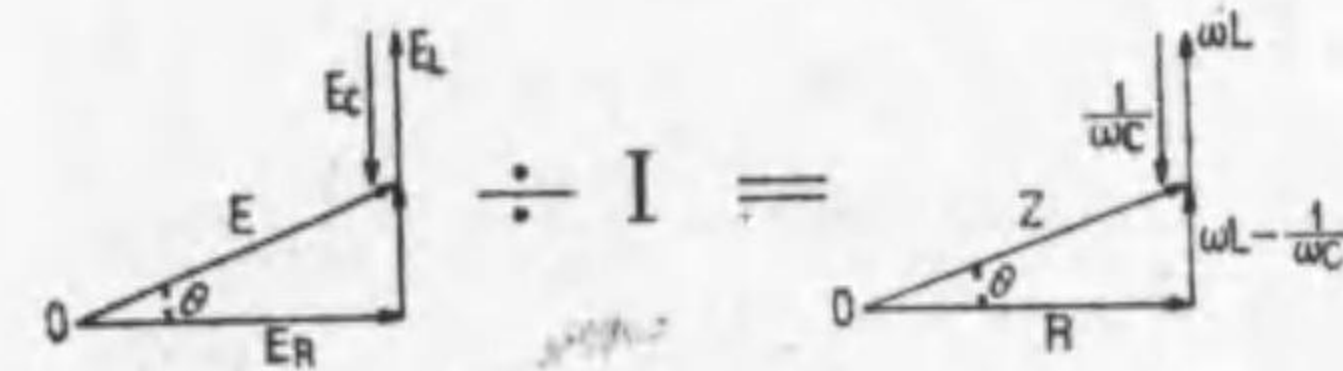
$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}}$$

又電圧と電流の間の相差角 θ は

$$\tan \theta = \frac{E_L - E_C}{E_R} = \frac{\omega LI - \frac{I}{\omega C}}{IR} = \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R}$$

$$\therefore \theta = \arctan \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R}$$



第 2.21 圖

各部の電圧のベクトルを I で除すると第 2.21 圖のやうなインピーダンスの三角形が得られる。

以上は $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ の場合であつたが、 $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ の場合には、 E は I よりも θ だけ遅れる。即ち $-\theta$ となる。然しインピーダンスの絶対値を表はす式は $(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 = (\frac{1}{\omega C} - \omega L)^2$ で何れとしても同じことであるから、先きに示した式でよい。

上式で $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ とすれば、此の回路は直列共振の状態にある。

扱、 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ となると $Z = R$ となり、斯様な回路、即ち電圧と電流が同相にあるやうな回路を無誘導性回路 (non inductive circuit) と云ひ $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ であつて、電流が電圧より遅れるやうな回路を誘導性回路 (inductive circuit) と云ひ $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ であつて、電流が電圧より進む回路を反誘導性又は容量性回路 (condensive circuit) と稱する。

【補講】 種々の回路を以上では總て實効値を表はすベクトルを元として解いた。實際、吾

々の知りたいのは実効値関係であつて、瞬時値を問題とすることは少い。従つて以下も此の方式で解くつもりであるが、念の爲めに R, L, C の回路に就て電圧と電流の瞬時値の関係式を求めて見やう。

回路に流れる電流を $i = I_m \sin \omega t$ とすると

$$R \text{ の電圧 } e_R = Ri = RI_m \sin \omega t$$

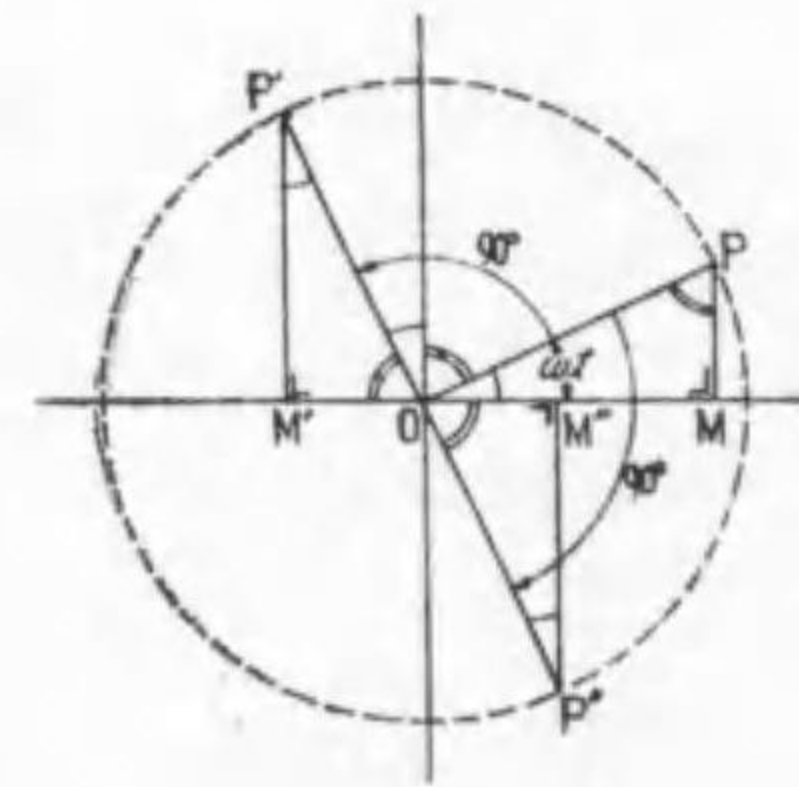
$$L \text{ の電圧 } e_L = \omega Li = \omega LI_m \sin (\omega t + 90^\circ)$$

$$C \text{ の電圧 } e_C = \frac{1}{\omega C} i = \frac{1}{\omega C} I_m \sin (\omega t - 90^\circ)$$

故に回路の全電圧は

$$e = e_R + e_L + e_C = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \sin (\omega t + 90^\circ) + \frac{1}{\omega C} I_m \sin (\omega t - 90^\circ)$$

然るに $\sin(\omega t + 90^\circ)$ は第 2.22 圖からも明かなやうに $OP = OP'$ (動徑で E)



第 2.22 圖

$$\sin(\omega t + 90^\circ) = \sin \angle P'OM' = \frac{P'M'}{OP'}$$

$$\triangle OPM \equiv \triangle OP'M' \text{ であつて}$$

$$OM' = PM \quad P'M' = OM$$

$$\sin(\omega t + 90^\circ) = \frac{P'M'}{OP'} = \frac{OM}{OP} = \cos \omega t$$

$$\text{又 } \sin(\omega t - 90^\circ) = \sin \angle P''OM'' = \frac{P''M''}{OP''}$$

$$\text{然るに } \triangle OPM \equiv \triangle OP''M'' \text{ であつて}$$

$$OM'' = PM \quad P''M'' = -OM$$

$$\sin(\omega t - 90^\circ) = \frac{P''M''}{OP''} = \frac{-OM}{OP}$$

$$= -\frac{OM}{OP} = -\cos \omega t$$

従つて前の e の式は

$$e = RI_m \sin \omega t + (\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_m \cos \omega t$$

今 $A \sin \theta + B \cos \theta = C \sin(\theta + \alpha)$ と置くと

$$C \sin(\theta + \alpha) = C \sin \theta \cos \alpha + C \cos \theta \sin \alpha = A \sin \theta + B \cos \theta$$

此の式の両邊が等しい爲めには $C \cos \alpha = A$, $C \sin \alpha = B$ なるを要する。

此の 2 式各邊の比を取ると

$$\frac{C \sin \alpha}{C \cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{B}{A} \quad \therefore \alpha = \arctan \frac{B}{A}$$

各式の兩邊を自乗して加へ合すと

$$C^2 \cos^2 \alpha + C^2 \sin^2 \alpha = A^2 + B^2 \quad C^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = C^2 = A^2 + B^2 \quad \therefore C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\therefore A \sin \theta + B \cos \theta = \sqrt{A^2 + B^2} \sin \left(\theta + \arctan \frac{B}{A} \right)$$

此の関係式を前に用ふる爲めに

$$\theta = \omega t \quad A = RI_m \quad B = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \quad \text{と置くと}$$

$$e = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \sin \left(\omega t + \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

$$= \sqrt{2} IZ \sin(\omega t + \theta) = \sqrt{2} E \sin(\omega t + \theta)$$

申す迄もなく

$$I_m = \sqrt{2} I \quad E_m = I_m Z = \sqrt{2} IZ \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = IZ$$

で、ベクトル的に求めたのと同じ結論に達した。即ち、 $i = I_m \sin \omega t$ に対し、電圧 $e = I_m Z \sin(\omega t + \theta)$ となつて、第 2.23 圖のやうな變化をする。

扱、此の R, L 及 C が直列にある回路の消費電力は、勿論、交流回路に於ける電力の一般式

$$W = EI \cos \theta = EI \frac{R}{Z} = EI \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

となる筈である。今之れを證明しやう。

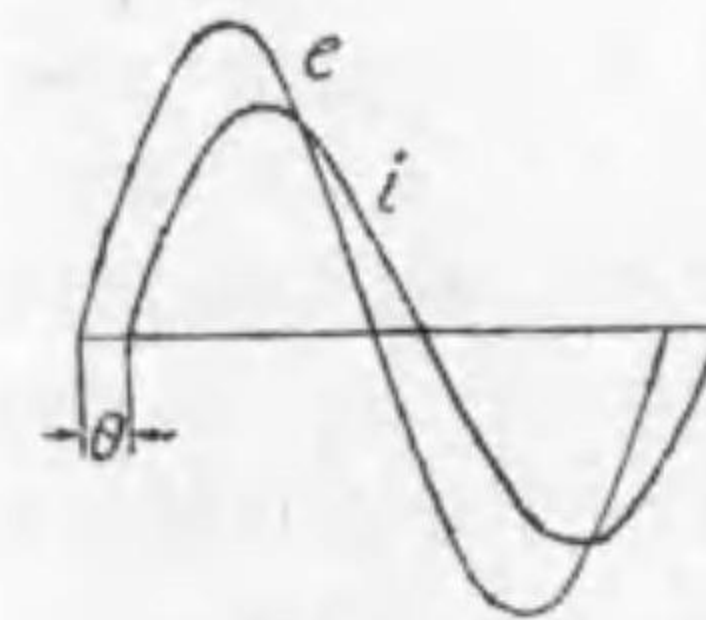
再々述べたやうに、L 及 C では電力を消費しないから、R の部分に於てのみ電力が消費せらるゝ。

$$W = I^2 R = \left(\frac{E}{Z} \right) IR = EI \frac{R}{Z} = EI \cos \theta$$

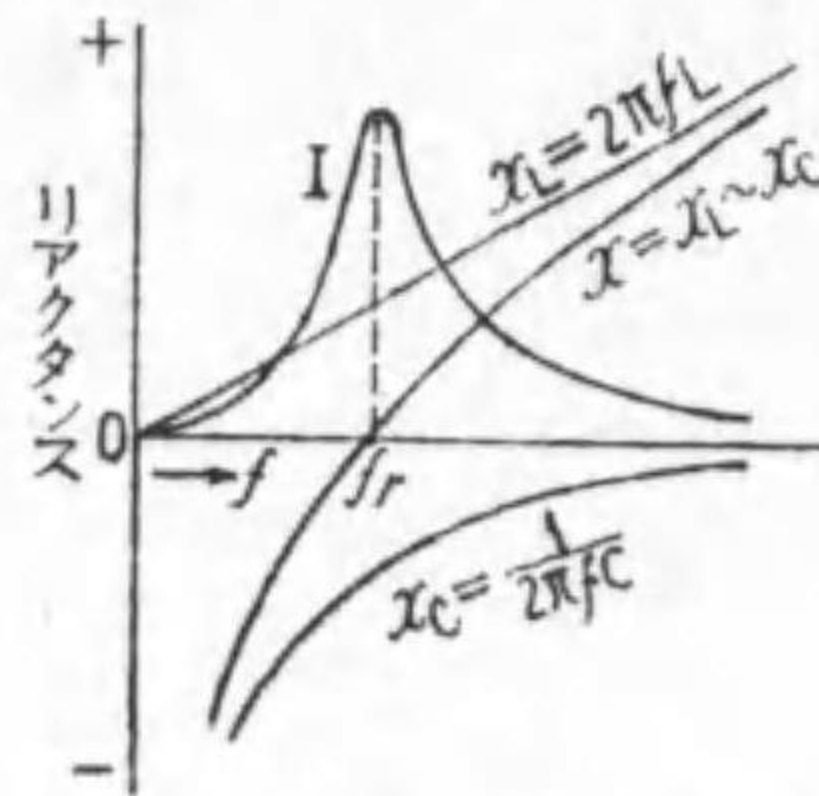
$$\text{或は } W = \left(\frac{E}{Z} \right)^2 R = E^2 \frac{R}{Z^2} = E^2 g$$

但し、此の g は申す迄もなく此の回路のコンダクタンスである。

R, L 及 C の直列回路に於ける共振に就ては前にもちよつと觸れたが、今 f を零より次第に大きくしたとき、之れに應ずる合成リアクタンス ($v_L \sim v_C$) 及供



第 2.23 圖



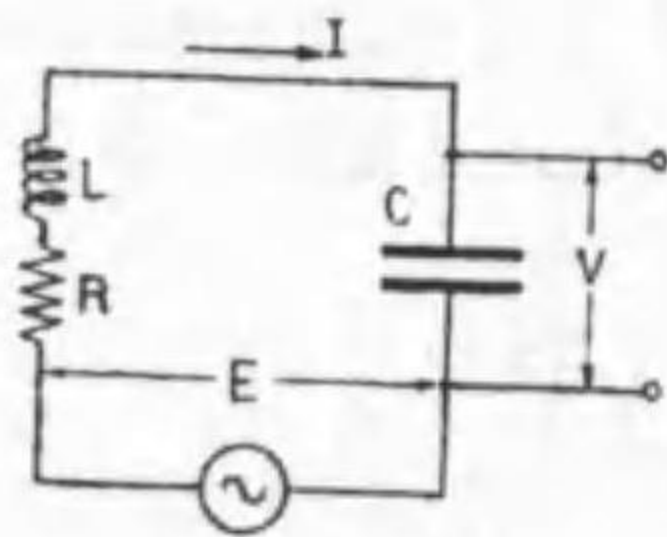
第 2.24 圖

給電圧 E を一定として回路の電流 I の變化を畫くと第 2.24 圖の如くなる。即ち誘導リアクタンス $x_L = 2\pi f L$ は f の増加に對して之れに比例して直線的に増加し $x_C = \frac{1}{2\pi f C}$ は f に反比例して減少する此の差が合成リアクタンス x であつて、インピーダンス

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + x^2} \quad \text{より}$$

R を一定とすると x が最小の時 Z も亦最小となる。然るに x の項は自乗であるから x が負となつても正數で、其の最小は $x=0$, $2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C}$ の時、即ち直列共振の場合である。又 $f=0$ でも $f=\infty$ でも $x=\infty$ となり、 $Z=\infty$ で $I=0$ である。 $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ に於て共振となつて回路の電流 I が最大となる。此の直列共振を利用して低い電壓の電源から高い電壓が得られる。第 2.25



第 2.25 圖

圖は之れを示したもので、電源の電壓を E とし、 L と C を直列共振とした時の C の端子電壓 V の E に對する割合を求めると

$$x = x_L - x_C = 0 \quad \text{に於ては} \quad Z = R$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{R} \quad V = \frac{I}{\omega C} = \frac{E}{\omega C R}$$

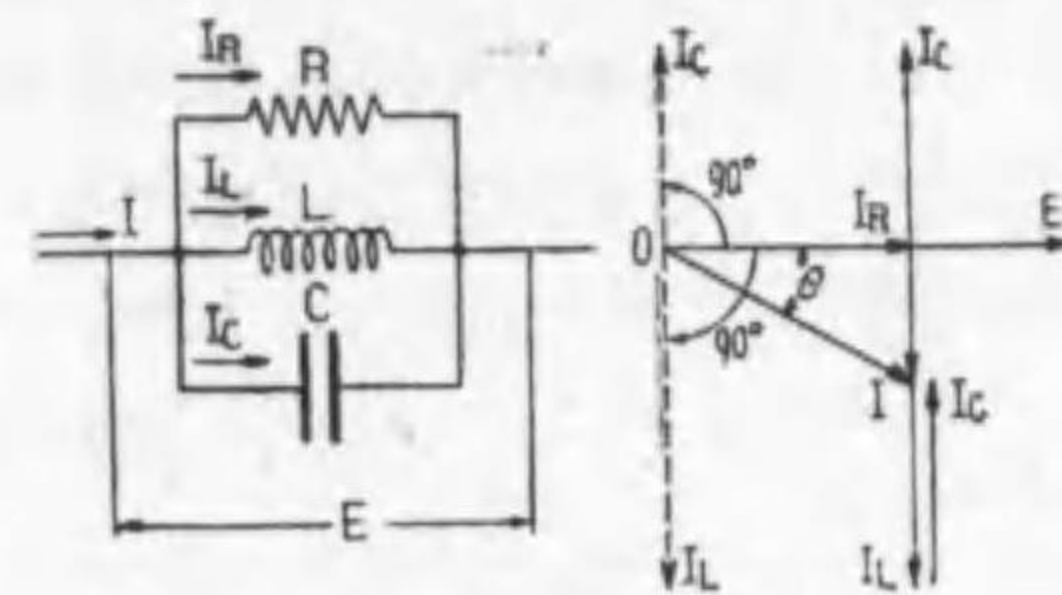
$$\frac{V}{E} = \frac{1}{\omega C R}$$

然るに $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ であるから $\frac{V}{E} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

或は又 $\frac{1}{C} = \omega^2 L$ より $\frac{V}{E} = \frac{1}{R} \sqrt{L \times \omega^2 L} = \frac{\omega L}{R}$

となる。此の $\frac{V}{E}$ を電壓利得とも云ひ、 R を小とし、 L を大、 C を小にすれば $\frac{V}{E}$ を大きくすることが出来、 E が數ボルトであるのに V を數千ボルトとすることも可能である。

次に第 2.26 圖の如くに、 R (オーム) L (ヘンリ) 及 C (ファラド) の三つ



第 2.26 圖

が夫々並列とせられた回路の兩端に周波數 f サイクルの電壓 E を加へたとき、各々の分岐路に流れる電流を I_R , I_L 及 I_C とすると、是等のベクトル關係は並列回路であるから、電壓 E を基準水平ベクトルに取つて畫くと右圖の如くなる。即ち R

の電流 I_R は E と同相にあり、 C の電流 I_C は E より 90° 進み、 L の電流 I_L は E より 90° 遅れ、此の三つの電流のベクトル和が回路の全電流 I となる。ベクトル圖よりも明かなやうに

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + \left(\frac{E}{2\pi f L} - 2\pi f C E\right)^2}$$

$$= E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\pi f L} - 2\pi f C\right)^2} = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

従つて、此の回路の合成インピーダンス Z は

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}} \quad I = \frac{E}{Z}$$

或は Y. g. b の方法で解くと

$$g_1 = \frac{1}{R} \quad b_1 = 0 \quad g_2 = 0 \quad b_2 = \frac{1}{\omega L} \quad g_3 = 0 \quad b_3 = -\omega C \quad \text{となるから}$$

合成アドミッタンス Y は

$$Y = \sqrt{g_1^2 + (b_2 + b_3)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

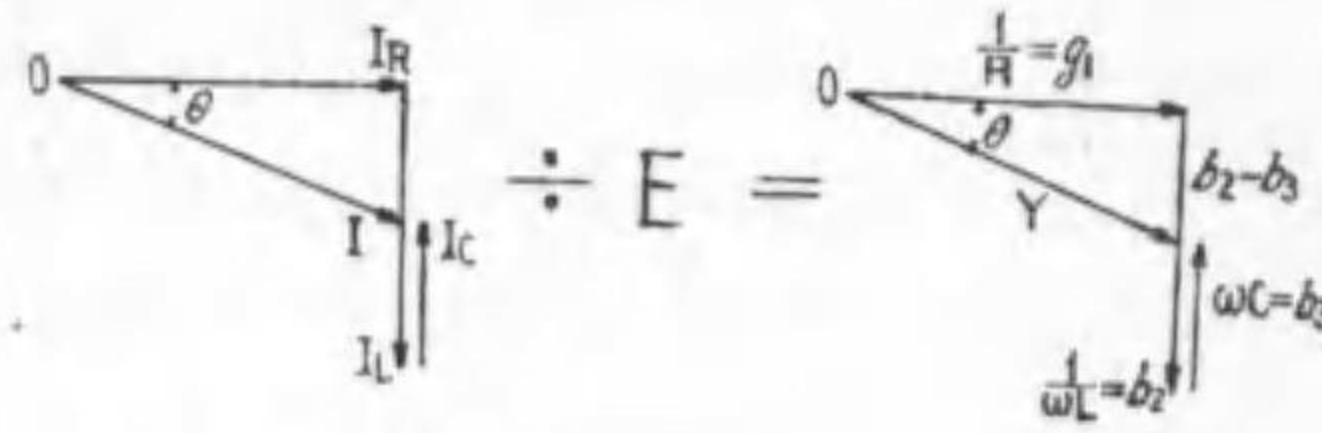
インピーダンス Z は此の逆數で、 $Z = \frac{1}{Y}$ で前式と一致する。申す迄もなく、

$I = \frac{E}{Z} = EY$ である。又電壓と電流の間の相差角 θ は

$$\tan \theta = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{\frac{E}{\omega L} - \omega C E}{E/R} = R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

$$\therefore \theta = \arctan R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

此の場合、各分岐路の電流ベクトルを電圧で除するとアドミッタンスの三角形



第 2.27 圖

が得られる。これを示したのが第 2.27 圖である。

以上では $L > I_C / \omega L > \omega C$ の場合を示したが、 $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ となると $I_C > I_L$ となり I は進み電流と

ならう。然しインピーダンスの式等には變りがない。直列回路の場合と同様に、 $\frac{1}{\omega L} > \omega C$ であると本回路は誘導回路であり、 $\omega C > \frac{1}{\omega L}$ であると容量性回路となる。又

$$\frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \quad \omega^2 LC = 1 \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

に於ては $Z = R$ となつて無誘導性回路となり、此の時、回路は並列共振状態にある。

又、回路で電力を消費するのは抵抗分路のみで

$$W = I_R^2 R = \left(\frac{E}{R}\right)^2 R = \frac{E^2}{R} = \frac{E \times E}{R} = E \times E \times \frac{1}{R} = E \times IZ \times \frac{1}{R} = EI \frac{Z}{R}$$

此の $\frac{Z}{R}$ は何を示すか調べて見やう。

$$\frac{Z}{R} = Z \div R = \frac{E}{I} \div \left(\frac{E}{I_R}\right) = \frac{E}{I} \times \frac{I_R}{E} = \frac{I_R}{I}$$

これはベクトル圖よりも明かなやうに $\frac{I_R}{I} = \cos\theta$ となる。即ち $\frac{Z}{R} = \cos\theta$

(回路の力率) ……或は又、 $\frac{Z}{R} = \frac{1}{Y} \div \frac{1}{g_1} = \frac{g_1}{Y} = \cos\theta$ ……となるから、此の場合に於て、交流回路に於ける電力の一般式 (電圧×電流×回路の力率) が成立する。

【補講】 回路の定数 (回路を形成する R, L 及 C を指す) に依つて回路の力率を表はすには

$$\begin{aligned} \text{直列回路} \quad \cos\theta &= \frac{\text{合成抵抗}}{\text{合成インピーダンス}} = \frac{R}{Z} \\ \text{並列回路} \quad \cos\theta &= \frac{\text{合成コンダクタンス}}{\text{合成アドミッタンス}} = \frac{g}{Y} \end{aligned}$$

と記憶するのが便利である。但し茲に云ふ合成抵抗とは直列に結ばれた各部分の抵抗の和 $R = R_1 + R_2 + R_3 \dots$ であり、合成コンダクタンスは各分岐路のコンダクタンスの和 $g = g_1 + g_2 + g_3 \dots$ を取る。

扱、此の回路に I なる電流が流入したとき、各分岐路に分流する電流を求めらるには

$$I_R = \frac{E}{R} = \frac{IZ}{R} = I \times \frac{Z}{R} \quad I_L = \frac{IZ}{\omega L} = I \times \frac{Z}{\omega L}$$

$$I_C = \omega CE = \omega C(IZ) = I \times Z\omega C$$

$$\text{但し } Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}} \text{ である。}$$

【補講】 電圧、電流、瞬時値の關係式を求めるには、直列回路の場合と同様な要領で行ふ。回路の電壓を $e = E_m \sin \omega t$ とすると

$$R \text{ の電流 } i_R = \frac{E_m}{R} \sin \omega t \quad L \text{ の電流 } i_L = \frac{E_m}{\omega L} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$C \text{ の電流 } i_C = \omega CE_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

故に回路の全電流 i は

$$i = i_R + i_L + i_C = \frac{E_m}{R} \sin \omega t + \frac{E_m}{\omega L} \sin(\omega t - 90^\circ) + \omega CE_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$= \frac{E_m}{R} \sin \omega t + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) E_m \cos \omega t$$

$$= E_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \sin\left\{\omega t - \arctan R\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right\}$$

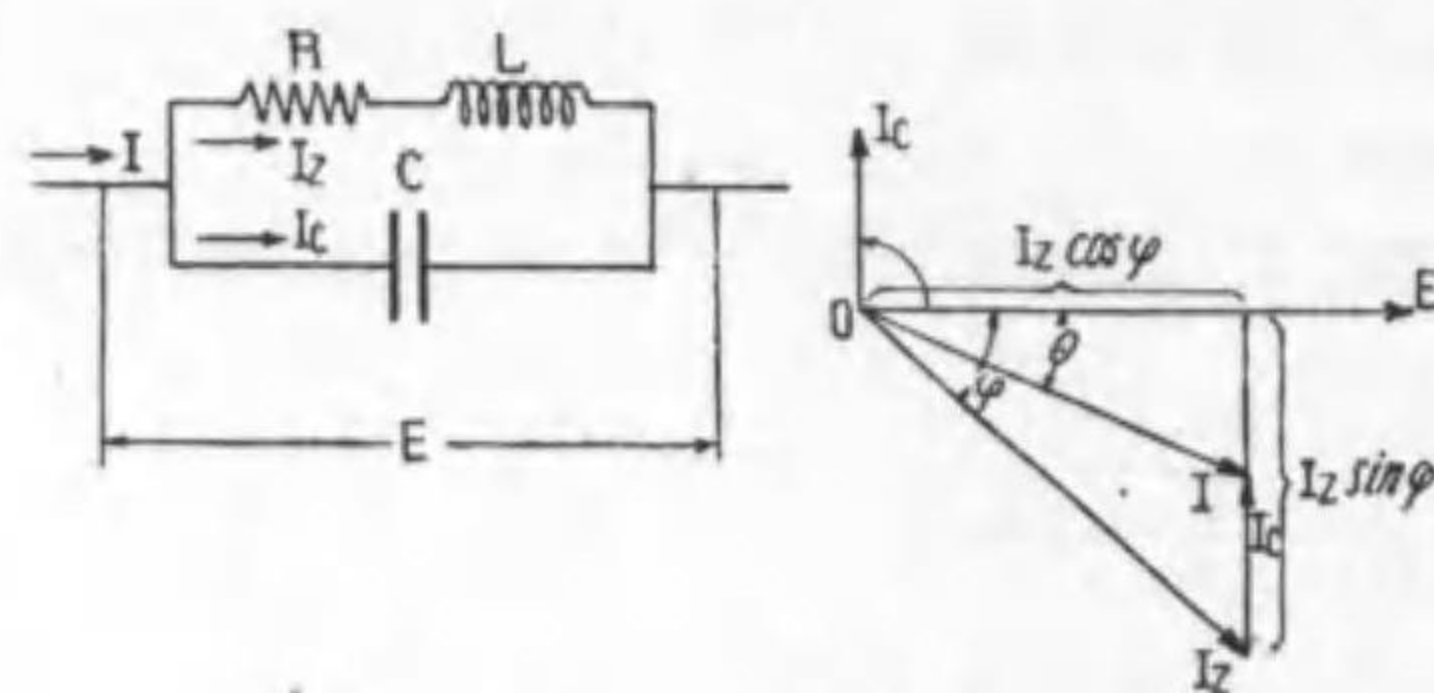
$$= \frac{E_m}{Z} \sin(\omega t - \theta) = I_m \sin(\omega t - \theta) = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \theta)$$

となつて、前に求めた $I = \frac{E}{Z} \quad \theta = \arctan R\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$ の式と一致する。

前にも述べたやうに、L と C の直列又は並列回路と云ふものは實在しない。C の損失を表はす抵抗は無視し得るとしても L の抵抗は無視されない。故に實在回路に近くする爲めに R, L, C の直列回路を取扱つて、前に説明した L と C の直列回路を補足した。次に順序として L と C の並列回路を補足しなければならない。假に C の損失即ち抵抗分が甚だ小なるものとして無視すると L と C の並列回路は L と R の直列回路に C が並列にあると考へられる。

(註) 無線回路のやうに周波数が大で L が R に比し甚だ大きいときは實用上 C と L

の直列又は並列回路として C 及 L の抵抗が無視されることもある。



第 2.28 圖

此の第 2.28 圖は誘導負荷回路と並列に静電蓄電器等が結ばれ、回路力率を改善して居る場合とも受取れる……。一般に負荷が電燈及電熱の回路は大抵抵抗 R のみの回路（實際は力率 95~98% 位）と考へてよいが、誘導電動機等の動力負荷回路は其の力率も 80% 前後であつて、抵抗 R とインダクタンス L の直列回路で表はされる。静電蓄電器には損失が必ずあるから C と r の直列回路と考へねばならないが、再々述べたやうに、蓄電器の損失は極く僅少であつて、C のみの回路として實用上差支へない。餘分なことだが、交流回路の計算問題を解くに當つても、斯様に一々之れを實在回路に聯想して其の應用を計ると共に、電気技術者としての根本的考察力を深めるやうに心得へられたい……。

扱、此の回路に於て R がオーム、L がヘンリ、C がファラドで表はされ、両端に加へられる電圧が f サイクルにて E ボルトであつたとき、各分岐路の電流がアンペアで I_z 及 I_c であるとする。

並列回路であるから、電圧 E を基準水平ベクトルとして、各分岐路の電流關係を示すと右圖の如くなる。即ち I_c は E より 90° 進む。又 I_z は R と L の直列回路として、第二卷 P 123 以下で研究したやうに

$$E \text{ よりも } \varphi = \arctan \frac{\omega L}{R} \text{ だけ遅れることになる。}$$

此の I_z と I_c のベクトル和が回路の全電流 I となるのであつて

$$I = \sqrt{(I_z \cos \varphi)^2 + (I_z \sin \varphi - I_c)^2}$$

$$\text{然るに } I_z = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{E}{Z_1} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z_1}$$

$$\sin \varphi = \frac{\omega L}{Z_1} \quad I_c = \omega C E \quad \text{となるから}$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{E}{Z_1} \times \frac{R}{Z_1}\right)^2 + \left(\frac{E}{Z_1} \times \frac{\omega L}{Z_1} - \omega C E\right)^2}$$

$$= E \sqrt{\left(\frac{R}{Z_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{Z_1^2} - \omega C\right)^2}$$

故に此の回路の合成インピーダンス Z は

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{Z_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{Z_1^2} - \omega C\right)^2}} \quad I = \frac{E}{Z}$$

E と I の相差角 θ は

$$\tan \theta = \frac{I_z \sin \varphi - I_c}{I_z \cos \varphi} = \frac{\frac{E \omega L}{Z_1^2} - \omega C E}{\frac{E R}{Z_1^2}} = \frac{Z_1^2}{R} \left(\frac{\omega L}{Z_1^2} - \omega C\right)$$

$$\therefore \theta = \arctan \frac{Z_1^2}{R} \left(\frac{\omega L}{Z_1^2} - \omega C\right)$$

斯様な並列回路は Y. g. b に依つて解くのが便利である。即ち

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} \quad b_1 = \frac{\omega L}{Z_1^2} \quad g_2 = 0 \quad b_2 = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{\left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} = -\omega C$$

$$\text{合成アドミッタンス } Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{R_1}{Z_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{Z_1^2} - \omega C\right)^2}$$

即ち、前に求めた $Z = \frac{1}{Y}$ の式と一致して正しいことが判る。各電流ベクトルを E で除するとアドミッタンスの三角形が得られる。

次に、此の回路の電力の式を求むるに、電力を消費するのは申す迄もなく R のみであるから

$$\text{電力 } W = I_z^2 R = \left(\frac{E}{Z_1}\right)^2 R = E^2 \frac{R}{Z_1^2} = E^2 g_1$$

$$\text{又は } = \left(E \cdot \frac{I}{Y}\right) g_1 = E I \frac{g_1}{Y} = E I \cos \theta$$

$$\text{或は又 } W = I_z^2 R = \frac{E}{Z_1} \cdot \frac{I Z}{Z_1} R = E I \frac{Z R}{Z_1^2}$$

$$\text{然るに } \frac{Z R}{Z_1^2} = Z \times \frac{R}{Z_1^2} = \frac{E}{I} \times \frac{1}{Z_1} \times \frac{R}{Z_1} = \frac{E}{I} \times \frac{I_z}{E} \times \cos \varphi$$

$$= \frac{I_z \cos \varphi}{I} = \cos \theta$$

$$\therefore W = EI \cos \theta$$

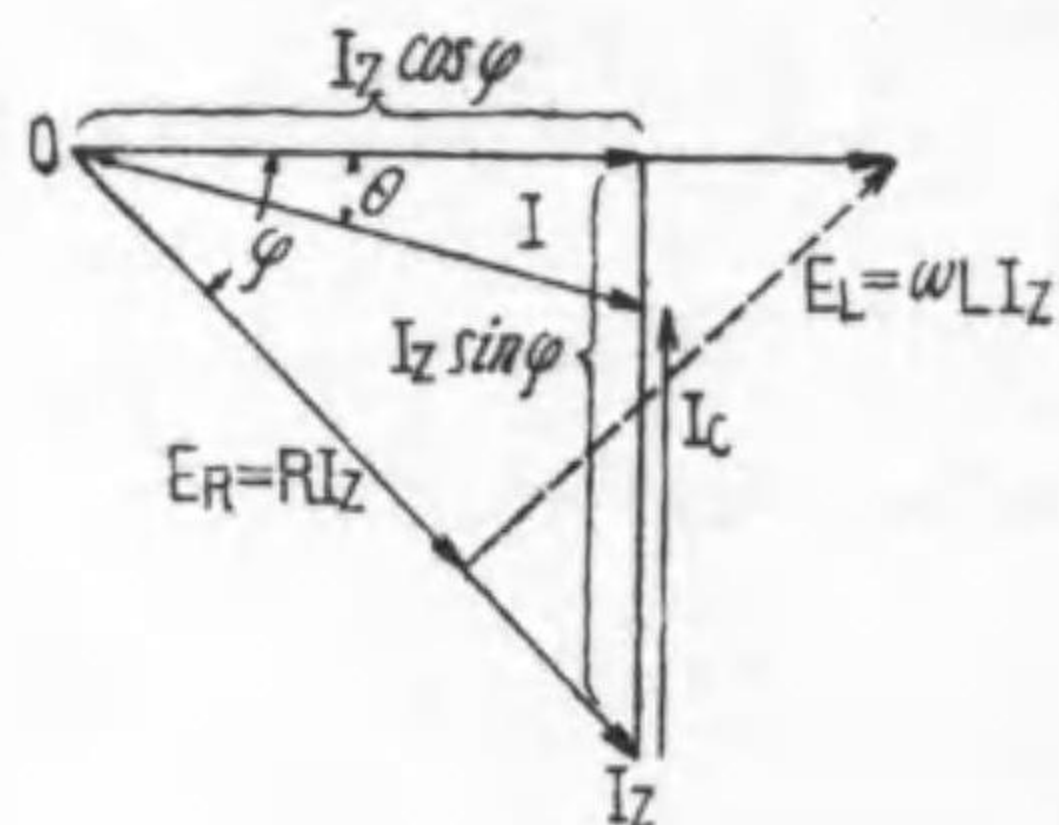
となつて交流回路に於ける電力の一形式に従ふことが分る。

扱、此の回路に I なる電流が流入したとすると、各分岐路に分流する電流は

$$I_z = \frac{E}{Z_1} = \frac{IZ}{Z_1} = I \times \frac{Z}{Z_1} \quad I_C = \omega CE = \omega CIZ = I \times \omega CZ$$

$$\text{但し } Z = \frac{I}{\sqrt{\left(\frac{R}{Z_1}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{Z_1} - \omega C\right)^2}} \quad Z_1 = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

此の場合のベクトル関係を今少しく詳しく書くと第 2.29 圖の如くなる。圖



第 2.29 圖

に於て、誘導回路の電流 I_z を電圧と同相分の $I_z \cos \varphi$ と電圧より 90° 遅れた $I_z \sin \varphi$ に分解する。此の $I_z \cos \varphi$ を有効分電流、 $I_z \sin \varphi$ を無効分電流と云ひ遅れ無効分電流が大となる程、力率 $\cos \varphi$ が低下する。従つて力率を改善する爲めには此の遅れ無効分電流を打ち消す進み無効分電流を流してやらねばなら

ない。これが蓄電器 C の役目であつて、 C は進み電流を供給する発電機の一つだとも考へられる。

或は又逆に E を I_z と同相の分力と 90° の相差分に分つと、申す迄もなく

$$E \cos \varphi = E_R = RI_z \quad E \sin \varphi = E_L = \omega LI_z$$

で夫々誘導回路に於ける抵抗 R 及インダクタンス L の端子電圧となる。或は其の又逆に $E_R = RI_z$ と $E_L = \omega LI_z$ のベクトル和は端子電圧 E とならねばならないとも云へる。

【補講】① 交流回路に接続された電動機に於て機械力に轉換せらるるのは電力(ワット) W であつて

$$W = EI \cos \theta \quad \text{と表はされる。}$$

之れに對して $EI \sin \theta$ を無効電力と云つて、磁界エネルギー又は電界エネルギーとなるもので或る瞬時には電源より負荷に、又他の瞬時には負荷より電源にと往復するのみで何の働きも

しない。

$$\text{但し } \sqrt{(\text{有効電力})^2 + (\text{無効電力})^2} = \sqrt{(EI \cos \theta)^2 + (EI \sin \theta)^2} \\ = EI \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = EI = \text{皮相電力}$$

の關係にある。

然るに、變壓器の容量とか電線の太さは皮相電力に應ずるものとしなければならない(容量何 kVA の變壓器と稱し、何 kW の變壓器とは云はない) 従つて電力應用に何の役にも立たない無効電力を送ることは不經濟である。其處で力率を向上する必要が生ずるのであつて、最近靜電蓄電器が廣く實用せらるる理由は此處にある。例へば先きのベクトル圖に於て I_C なる進相電流を供給すると $I < I_z$ となり、 C のない場合の變壓器容量を I_z とすると C の設置に依つて變壓器容量は I でよいことになる。

② 此の回路の共振周波数は $b = b_1 + b_2 = 0$ のときで

$$\frac{\omega L}{Z_1^2} = \omega C \quad L = C(R^2 + \omega^2 L^2) \quad R^2 + \omega^2 L^2 = \frac{L}{C}$$

$$\omega^2 = \left(\frac{L}{C} - R^2\right) \times \frac{1}{L^2} = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{CR^2}{L}\right)$$

$$\therefore f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}} \quad \text{となる。}$$

$$\text{此の時の回路のインピーダンス } Z = \frac{Z_1^2}{R} \quad \text{である。}$$

然るに共振時の條件 $\frac{\omega L}{Z_1^2} = \omega C$ より

$$Z_1^2 = \frac{L}{C} \quad \therefore Z = \frac{L/C}{R} = \frac{L}{CR} \quad \text{となる。}$$

斯様な共振時のインピーダンスを共振インピーダンスと稱することがある。論勿此の時の電流 $I = I_z \cos \varphi$ となることがベクトル圖よりも明かである。

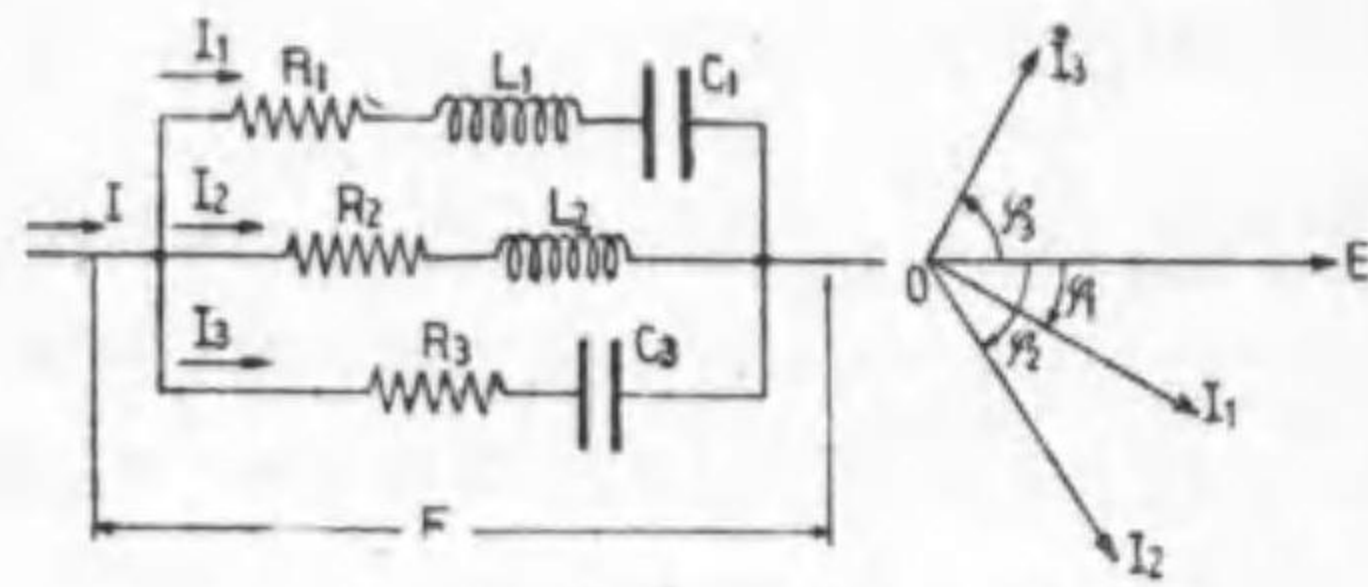
扱、如何に複雑な交流回路があつても、各分岐路のコンダクタンス (R/Z^2) を求めて其の和を以て一つのコンダクタンス G とし、又各分岐路のサツセブタンス (ω/Z^2) を求め、其の和を以て一つのサツセブタンス B とすれば

$$\text{合成アドミッタンス } Y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad \text{となり}$$

$$\text{回路の電流 } I = EY \quad \text{力率 } \cos \theta = \frac{G}{Y} \quad \text{電力} = EI \cos \theta \quad \text{となる。}$$

但し、 B を求める際 $\frac{1/\omega C}{Z^2}$ の項は負とせねばならない。例へば R_1 と L_1 及 C_1 の直列回路、 R_2 と L_2 の直列回路、 R_3 と C_3 の直列回路の三つが並列に

あるとき、其の合成アドミッタンス Y を求めて見やう。



第 2.30 圖

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + \left(\frac{1}{\omega C_3}\right)^2}$$

であるから

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} \quad b_1 = -\frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{Z_1^2}$$

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} \quad b_2 = \frac{\omega L_2}{Z_2^2} \quad g_3 = \frac{R_3}{Z_3^2} \quad b_3 = -\frac{1/\omega C_3}{Z_3^2}$$

$$Y = \sqrt{\left(\frac{R_1}{Z_1^2} + \frac{R_2}{Z_2^2} + \frac{R_3}{Z_3^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{Z_1^2} + \frac{\omega L_2}{Z_2^2} - \frac{1}{\omega C_3 Z_3^2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{G^2 + B^2}$$

故に $I = EY \quad \cos\theta = \frac{G}{Y}$ 電力 $W = EI \cos\theta = E \cdot EY \times \frac{G}{Y} = E^2 G$

或は又、各分岐路の電流を I_1, I_2, I_3 とし、其の相差角を ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 とすると、 I は是等の電流のベクトル和で

$$I = \sqrt{(I_1 \cos\phi_1 + I_2 \cos\phi_2 + I_3 \cos\phi_3)^2 + (I_1 \sin\phi_1 + I_2 \sin\phi_2 - I_3 \sin\phi_3)^2}$$

此の式に

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} \quad \cos\phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \quad \sin\phi_1 = \frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{Z_1}$$

等を代入すると、上記の Y の式が求められる。

又此の回路に I なる電流が流入したときの各分岐路の電流は

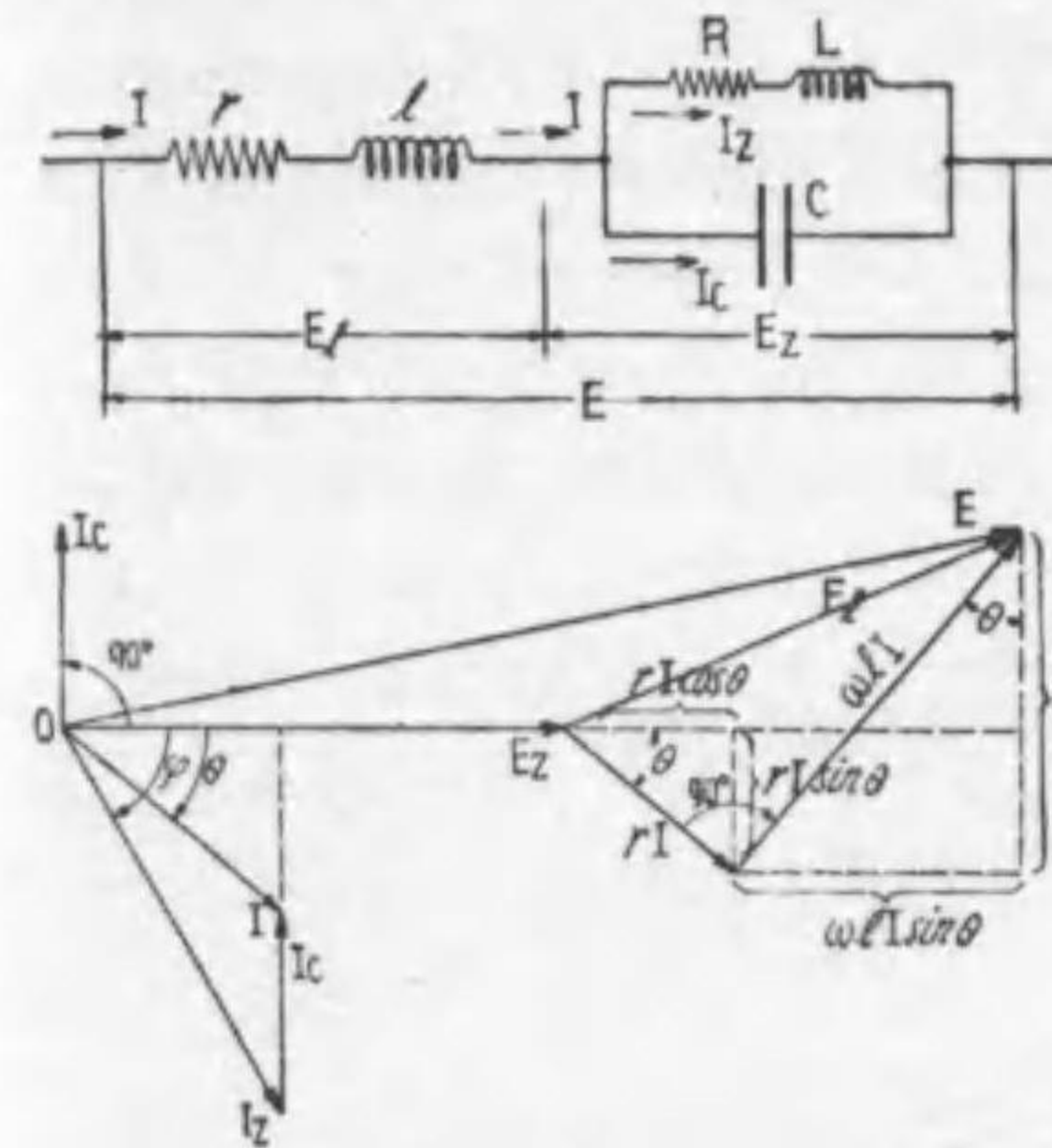
$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{IZ}{Z_1} = I \times \frac{1}{YZ_1} \quad I_2 = I \times \frac{1}{YZ_2} \quad I_3 = I \times \frac{1}{YZ_3}$$

として求めることが出来る。或は

電力 $W = \left(\frac{E}{Z_1}\right)^2 R_1 + \left(\frac{E}{Z_2}\right)^2 R_2 + \left(\frac{E}{Z_3}\right)^2 R_3$ としても求められる。

上記の手法で行ふと、如何なる並列回路も解き得る。其の解法の基礎となつてゐるのは電圧を水平基準ベクトルとして表はした、各分岐路電流のベクトル関係

である。



第 2.31 圖

次に直並列回路の一例として第 2.31 圖のやうな回路を解いて見やう。

斯様な回路のベクトルを畫くには回路の並列部分の電圧 E_z を水平基準ベクトルとして回路の全電流 I のベクトルを表はし他の部分の電圧降下を E_z に加へて全電圧 E とする。

圖で並列部分の電圧 E_z を基準とすると、 R 及 L に流れる電流 I_z は、 E_z よりも ϕ 角遅れ、 C に流れる電流 I_c は E_z

より 90° 進み、 I_z と I_c のベクトル和が回路の全電流 I となる。此の I が E より遅れる角を θ としやう。

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \cos\phi = \frac{R}{Z} \quad \sin\phi = \frac{\omega L}{Z} \quad \phi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

此の並列部分の合成アドミッタンス Y_0 は

$$Y_0 = \sqrt{\left(\frac{R}{Z^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L}{Z^2} - \omega C\right)^2} = \sqrt{g^2 + b^2}$$

但し $g = \frac{R}{Z^2} \quad b = \frac{\omega L}{Z^2} - \omega C$

$$\cos\theta = \frac{g}{Y_0} = \frac{g}{\sqrt{g^2 + b^2}} \quad \sin\theta = \frac{b}{Y_0} = \frac{b}{\sqrt{g^2 + b^2}}$$

$$I = E_z Y_0 \quad E_z = \frac{I}{Y_0} \quad \text{となり合成インピーダンス } Z_0 = \frac{1}{Y_0}$$

次に此の I が r 及 l に流れ、 r の両端に I と同相の電圧降下 rI を生じ l の両端に I より 90° 進んだ $\omega l I$ を生じ、 rI と $\omega l I$ のベクトル和が E_1 となり E_z と E_1 のベクトル和が回路の全電圧 E となる。

此のベクトル關係圖を穴があく程見凝めると、 E の値は次の如くになることが分る。

$$E = \sqrt{(E_z + rI \cos \theta + \omega l I \sin \theta)^2 + (\omega l I \cos \theta - rI \sin \theta)^2}$$

【補講】此の交流回路は R と L の直列が一般の誘導負荷を示し C が之れと並列にされた力率改善用蓄電器及線路の静電容量を示すものとする。r 及 l は配電線路の抵抗及リアクタンスである。一般の應用回路の計算では $E_z I \cos \theta$ を與へ、送電端の電壓を求めることが多く、上式を屢々用ふる。但し ωl は甚だ小さく、力率もさして不良でないときは

$$\text{實用的に } E \approx E_z + rI \cos \theta + \omega l I \sin \theta$$

として計算する。大抵の場合は此の略算式で十分である。尙念の爲めに回路の合成インピーダンスを求めて見や。

$$E = \sqrt{\left(\frac{I}{Y_0} + rI \cos \theta + \omega l I \sin \theta\right)^2 + (\omega l I \cos \theta - rI \sin \theta)^2}$$

$$= I \sqrt{\left(\frac{1}{Y_0} + \frac{rg}{Y_0} + \frac{\omega lb}{Y_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega lg}{Y_0} - \frac{rb}{Y_0}\right)^2}$$

$$= I \frac{1}{Y_0} \sqrt{(1 + rg + \omega lb)^2 + (\omega lg - rb)^2}$$

$$\text{合成インピーダンス } Z_0 = \frac{E}{I} = \frac{1}{Y_0} \sqrt{(1 + rg + \omega lb)^2 + (\omega lg - rb)^2}$$

2.7 交流回路に於けるキルヒホッフの法則

此處は教室……單相交流回路計算の仕上げとして、之れから交流回路に於けるキルヒホッフの法則を講義しましやう……と先生は手塩をかけた木々が幹を太らせ枝を張つて行くやうに、電氣工學を一步一步と理解し、成長して行く生徒諸君を見廻して、いと満足氣である。……處で A 君、第一卷に述べた直流回路に於けるキルヒホッフの法則は "はい" と A 君、元氣よく立上り

第一法則 一点に流入する電流の和は流出する電流の和に等しい。云ひ換へると、一点に集る電流の代數的總和は零である。

第二法則 任意の一閉回路に於て、同一方向に取つた起電力の代數的總和は同じ方向に取つた電壓降下の代數的總和に等しい。

とよどみなく答へる。

其の通りです。キルヒホッフの法則はオームの法則から出發したものであること、其の應用等は第一卷 P 49 以下で根本的に詳説されてゐますから、此の際、今一應、讀み返して下さい。

處で B 君、此のキ氏法則を直ちに交流回路に適用出来るでしやうか。何に、

出來ないで、其の理由は、ムニヤムニヤムニヤ、何んだね、先生には聞えないがはつきり云つて御覽、桑原桑原つて、避雷器の合言葉見たいなことを云つて居るね、要するに分らないのだね、直感的に出來ないと思つた譯か。

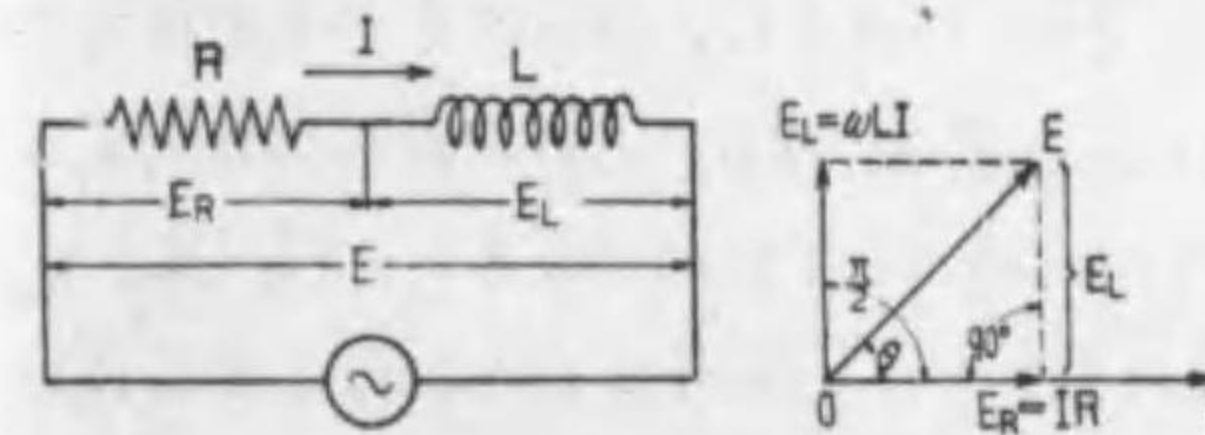
薄刃の庖丁^{ほうちよう}で大根を切ると氣持ちよく切れるね、C 君。切りそこなつて指先を切つたことがあるて、なる程、其の手際だから、先日は直流回路網の計算にキ氏の法則を應用しそこなつた譯だね、争えんものだ、何に、餘計なことを云つて籤蛇だつたて……、處が庖丁で木が切れるかね、そんなことを聞く氣が知れんて、變んな洒落を云つちやいかん。ただの庖丁では木は切れないが、薄刃の庖丁の刃先きに鋸状の齒をつけると切ることが出来る。夫れと同様に、キ氏法則にちよつと工夫をしてやると結構交流回路に適用することが出来る。

或はこうも云へる。池の魚を取るには網を眞上から打てばよいが、川の魚を取るには網を上流から打たないと流されて魚は網に入らない。同じ網ではあるが池と川では使ひ方が違ふ。直流回路に於けるキ氏法則も交流回路に於けるキ氏法則も根本思想は同一であるが、用ひ方が違つて來る。

どう云ふ風に違ふかと云ふことを、以下追々と説明して行こう。

此處でちよつと一言して置きたいことは、キ氏の法則を以下述べるやうに取扱ふと、單相交流回路は勿論、三相六相等の多相回路にも立派に適用されることである。

扱、交流回路に於ては、例へば第 2.32 圖のやうに、抵抗 R と誘導リアクタンス $x = \omega L = 2\pi fL$ ……f は周波數……から成る回路に電壓 E を與へると既に説明したやうに (第二卷 P124 以下参照) Z を回路のインピーダンスとすると



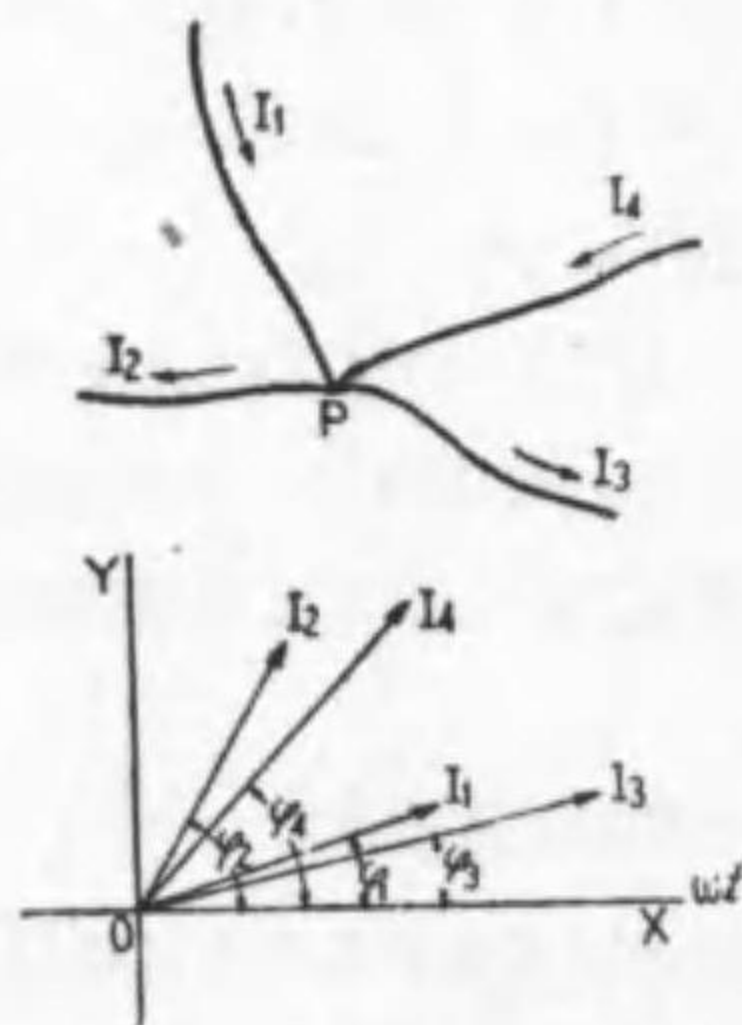
第 2.32 圖

$$Z = \sqrt{r^2 + x^2} \quad I = \frac{E}{Z} \quad E = IZ \quad Z = \frac{E}{I}$$

となり、Z を直流回路の抵抗に匹敵するものと考へると立派にオームの法則が成立する。然し、此處に注意しなければならないことは、電壓 E と電流 I の間に位相角 θ の存することである。従つて交流回路にキ氏の法則を用ふるに當つて第一に着目しなければならないのが此の位相角と云ふことになる。

即ち、直流回路に於ては電圧なり電流は其の大きと向き……何ボルト（アンペア）でどちらからどちらに向くか……を考へねばならなかつたが、交流回路では更らに位相角を考へねばならぬ。と云ふことは、電圧、電流をベクトル的に取扱はねばならないことを意味する。と云つて仕舞ふと、普通の書のやうに甚だ不徹底のものとなり、何んだか割切れないものが諸君の頭に残らうから、此のことを今少しく掘り下げて考へて見やう。

其の第一着手として、キ氏の第一法則を交流回路に適用する場合を考へて見る



第 2.33 圖

第 2.33 圖のやうに一点 P に電流 I_1, I_4 が流入し I_2, I_3 が流出するものとし、夫々の電流が

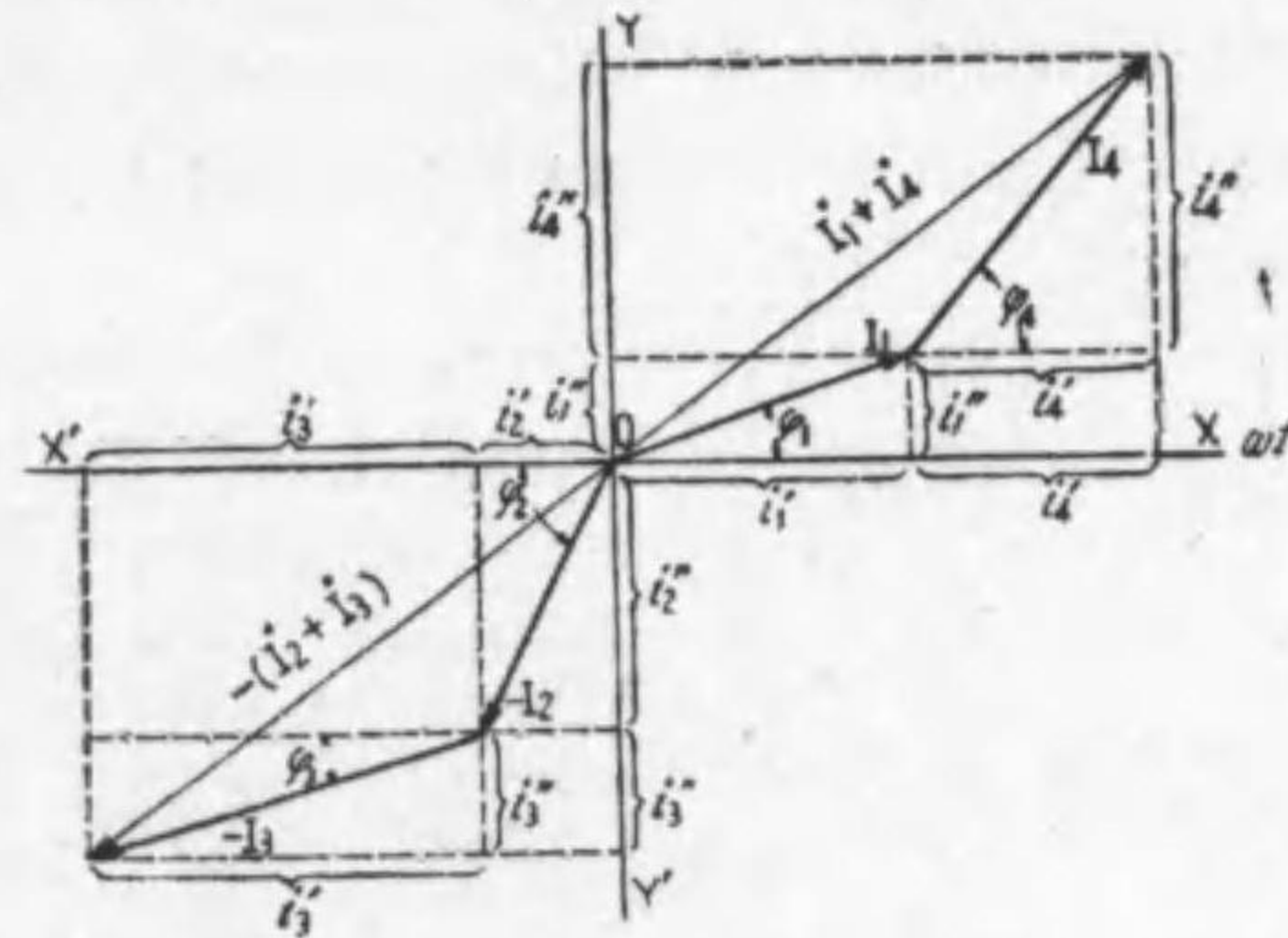
$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ i_2 &= \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \\ i_3 &= \sqrt{2} I_3 \sin(\omega t + \varphi_3) \\ i_4 &= \sqrt{2} I_4 \sin(\omega t + \varphi_4) \end{aligned}$$

であるとし I_1, I_2, I_3, I_4 を夫々の実効値とする。

キ氏の第一法則を考へると、此の P 点には如何なる瞬時にも電流が残つてはならない。と云ふことは、如何なる瞬時に於ても電流の和は零とならねば

ならない（或る瞬時に就て云ふと、交流も直流の場合と變りがない）今各電流のベクトルが $\omega t=0$ なる横軸に對して下圖の如くに表はされるとき、第 2.34 圖に示すやうに、流入する 2 つの電流 I_1 と I_4 の代りに、此の 2 つの電流のベクトル和である $(\dot{I}_1 + \dot{I}_4)$ が 1 つ流入すると考へられる。之れに對して流出する電流 $-I_2$ と $-I_3$ の 2 つの電流の代りに此のベクトル和である $-(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)$ が 1 つ流出するとも考へられる。此の $(\dot{I}_1 + \dot{I}_4)$ と $-(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)$ が如何なる瞬時に於ても相等しいと、各電流の和は如何なる瞬時に於ても零となる。之れが爲めには $(\dot{I}_1 + \dot{I}_4)$ と $-(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)$ は方向が反對で、其の大きさが相等しきを要する。申す迄もなく、此の 2 つのベクトルを反時計式に廻し、 YOY' 軸上の投影を求めると時々刻々の電流の値を示す。之れが丁度正反對で大きさが相等しいと、如何なる瞬時に於ても其の投影の大きさは等しく反對方向となり、瞬時値の和が零となる……と云ふことは $(\dot{I}_1 + \dot{I}_4)$ 及 $-(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)$ を $\omega t=0$ の OX (及 OX') 軸上と OY (及 OY') 軸上に分解すると

$$\begin{aligned} i_1' + i_4' &= i_2' + i_3' & i_1'' + i_4'' &= i_2'' + i_3'' \\ I_1 \cos \varphi_1 + I_4 \cos \varphi_4 &= I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos \varphi_3 & I_1 \sin \varphi_1 + I_4 \sin \varphi_4 &= I_2 \sin \varphi_2 + I_3 \sin \varphi_3 \end{aligned}$$



第 2.34 圖

なる條件が成立しなければならない。

或は $(\dot{I}_1 + \dot{I}_4) + \{-(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)\} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = 0$ 又は $\dot{I}_1 + \dot{I}_4 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ と書くことが出来る。

従つて交流回路にキ氏の第一法則を適用するには

第一法則 “流入する電流のベクトル和と流出する電流のベクトル和は同一位相で大きさが相等しきを要する。或は流入を + とし流出を - としたとき、一点に集る電流のベクトルの總和は零である。”
即ち前例では $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = 0$ となる。

(註) 流入する電流のベクトルを其のままとし、流出する電流を負（即ちベクトルを逆方向）として加へ合はす。其のベクトル總和は零となる。……閉塞多角形となる……

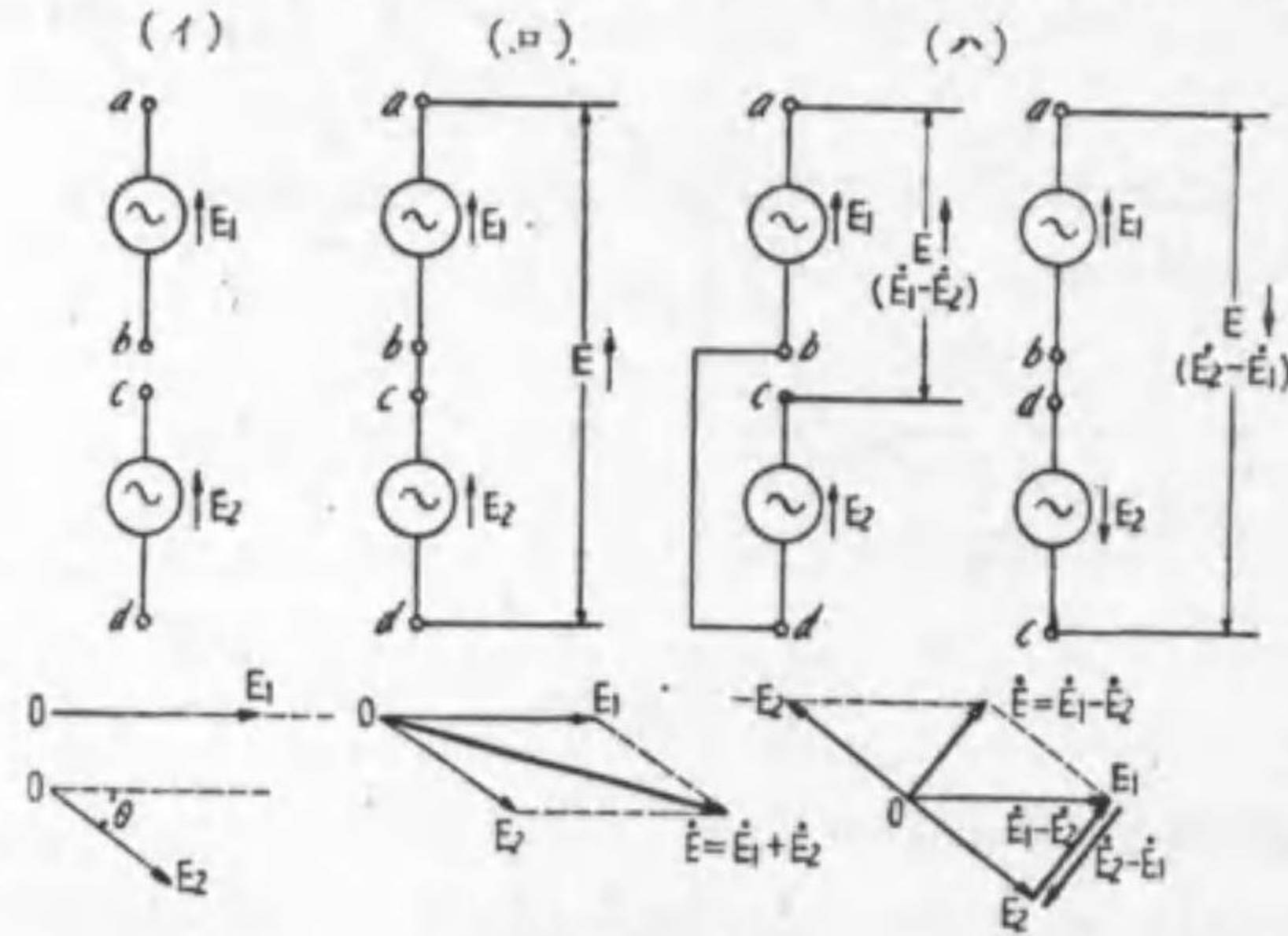
次にキ氏の第二法則であるが、之れを説明する豫備手段として、起電力の向き（矢の方向で示される）に就て研究しやう。

第 2.35 圖 (イ) のやうに 2 つの起電力

$$e_1 = E_{1m} \sin \omega t \quad E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} \quad e_2 = E_{2m} \sin(\omega t - \theta) \quad E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}}$$

があるとき、夫々に就て考へると、例へば e_1 に於て各瞬時の起電力は b より a に向ふこともあれば a より b に向ふこともあつて、之れを矢印で b より a

へ示すことも誤りなら a より b へ示すことも誤りである。事實、起電力の一つを取り上げて考へるときには、方向はどうでもよいのである。然し二つ以上の起電力を取つて考へるときには、方向を考へねばならない。(イ) 圖では E_1 と E_2 が共に下より上の方向に示されるので、下圖のやうなベクトル關係にある。従つて此の 2 つの起電力 E_1 と E_2 を (ロ) 圖の如くに接続すると a d 間の起電力



第 2.35 圖

は此の 2 つの起電力のベクトル和 $\dot{E} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2$ となる。

處が (ハ) 圖の如くに接続すると、a c 間の起電力は c から a に向ふものとする

$$c \text{ から } a \quad \dot{E} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \dot{E}_1 + (-\dot{E}_2) \quad \text{となり}$$

$$\text{逆に } a \text{ から } c \text{ と考へると} \quad \dot{E} = \dot{E}_2 - \dot{E}_1 = \dot{E}_2 + (-\dot{E}_1) \quad \text{となる。}$$

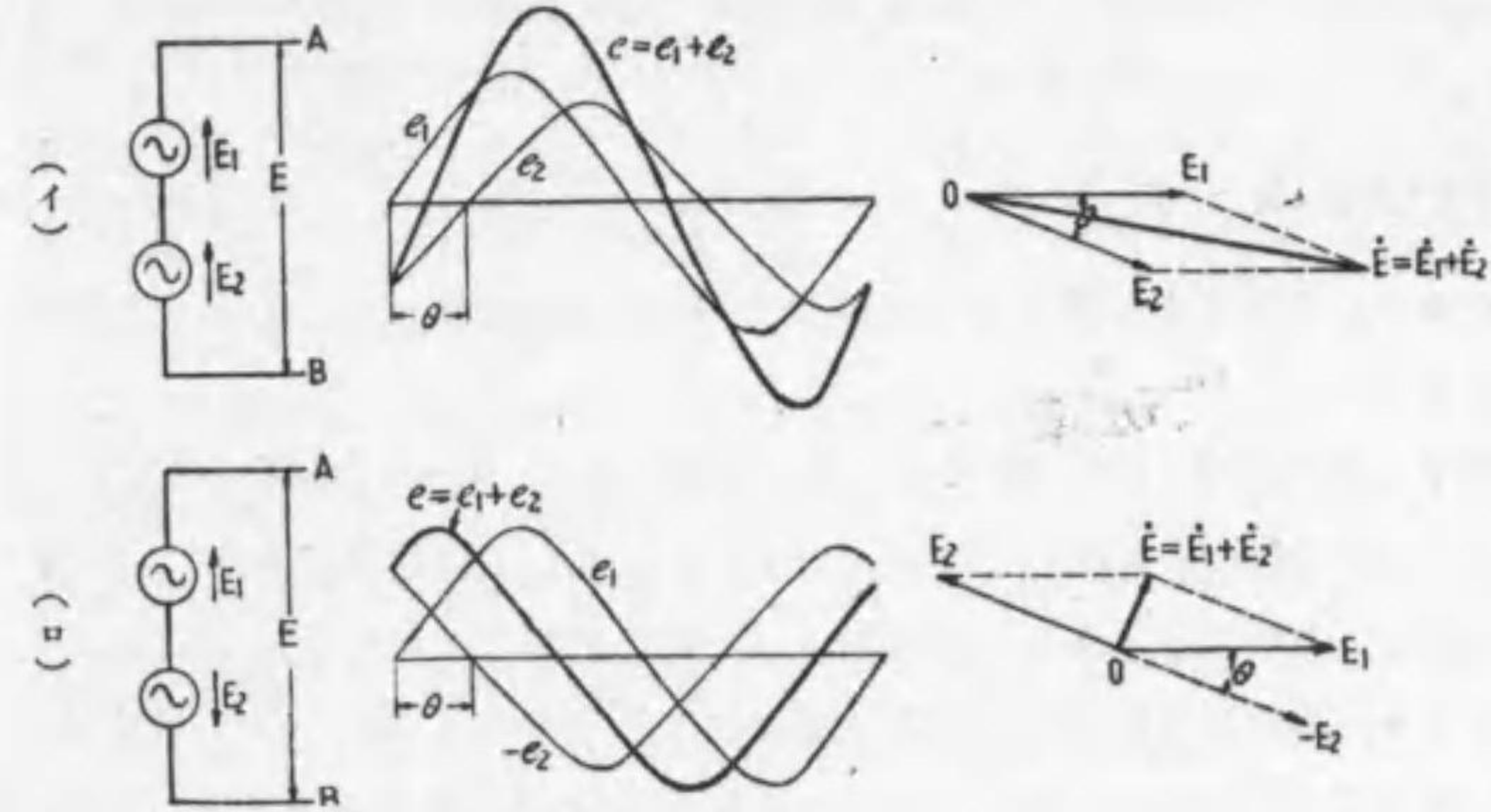
(註) \dot{E}_1 より \dot{E}_2 を引くには \dot{E}_2 の矢頭より \dot{E}_1 の矢頭の方にベクトルを引く。逆に \dot{E}_2 より \dot{E}_1 を引くには \dot{E}_1 の矢頭より \dot{E}_2 の矢頭の方にベクトルを引く。

【補脚】 上記で起電力の方向の意義は分つたことと思ふが、尙若干説明をつけ加へて置こう。2 つの起電力

$$e_1 = \sqrt{2} E_1 \sin \omega t \quad e_2 = \sqrt{2} E_2 \sin (\omega t - \theta)$$

が第 2.36 圖の (イ) のやうに同一方向に示されて居るとき、A B 間の起電力 E は e_1 と e_2 の各瞬時の和を取つて中央の圖の e の如くなり、之れを静止ベクトルで表はすと右圖の如くに A B 間の起電力が表はされる。處が (ロ) のやうに E_2 が逆の方向に示されると e_2 は (イ) の e_2 と丁度正反對 (180° の位相差) であつて、A B 間の起電力は各瞬時に於

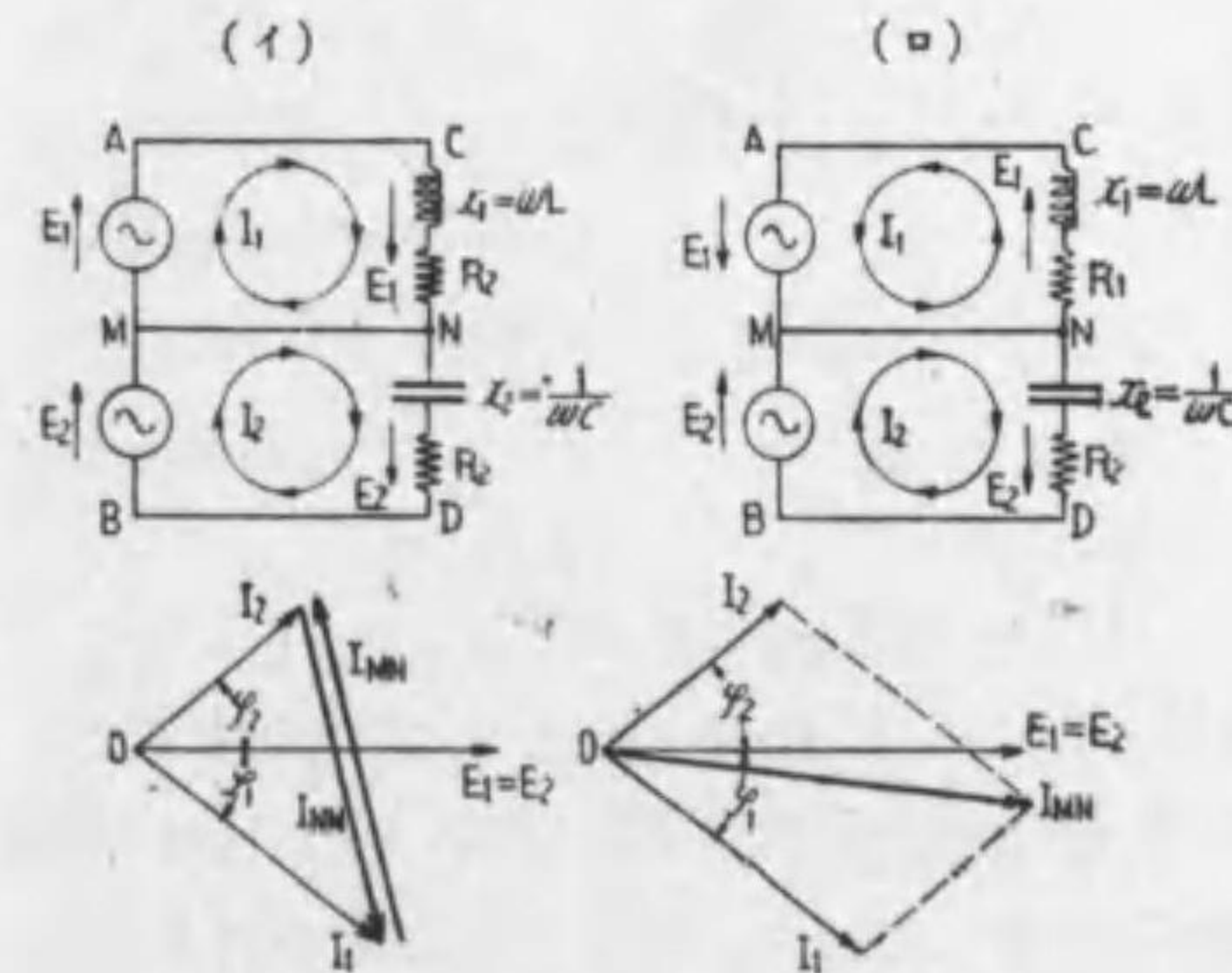
て $e_1 - e_2 = e_1 + (-e_2)$ であつて、之れをベクトル的に取扱ふと右圖の如くなる。



第 2.36 圖

以上より明かなやうに、1 つの起電力のみに就て取扱ふ場合とか、或は瞬時値を云々する場合には起電力 (電壓……電流も同様) の方向を考へる必要はないが、2 つ以上の起電力を静止ベクトルとして取扱ふ場合には方向を考へねばならないこととなる。例へば、2 つの起電力の合成を取る場合にも、其の方向に依つてベクトル和ともなればベクトル差ともなる。此のことは幾つの起電力がある場合にも成立する事柄である。

次に電壓と電流とのベクトル關係に就て考へて見る。第 2.37 圖の (イ) のやうな回路に於て C N 間



第 2.37 圖

には電壓 E_1 に對し電流 I_1 が流れ

其の値は

$$I_1 = \frac{E_1}{\sqrt{R_1^2 + x_1^2}} = \frac{E_1}{Z_1}$$

$$\varphi_1 = \arctan \frac{x_1}{R_1}$$

I_1 は E_1 に對して φ_1 だけ遅れる。此の場合、 I_1 は E_1 に依つて流され

E_1 との間に電力を形成するから (φ_1 は鋭角) E_1 と同一方向 (C より N の方向) に示され、下圖のやうなベクトル関係にある。同様に ND 間では E_2 も I_2 も N より D の方向に向き

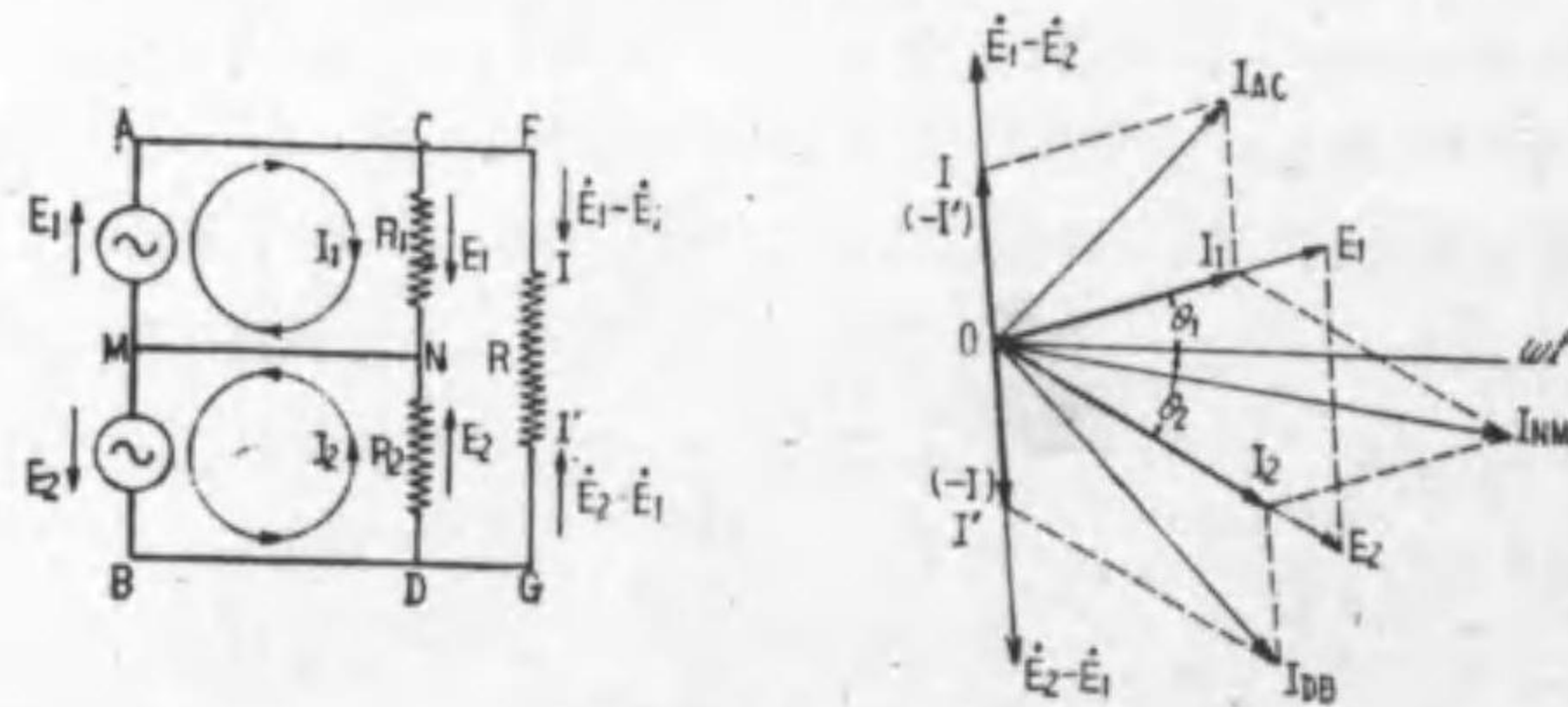
$$\text{其の値は } I_2 = \frac{E}{\sqrt{R_2^2 + x_2^2}} \quad \varphi_2 = \arctan \frac{x_2}{R_2} \quad (\text{進み}) \quad \text{となり}$$

下圖の如くにベクトルが畫かれる。従つて MN 線の電流は I_1 と I_2 のベクトル差となる。

其處で、之れが N より M に向くものと考へると $\dot{I}_{NM} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2$ となり M より N に向くものとする $\dot{I}_{MN} = \dot{I}_2 - \dot{I}_1$ となる。勿論何れの方向に考へてもよい。但し、上記のベクトルでは E_1 と E_2 は同相同大とした。

次に (ロ) 圖の如くに E_1 が反対方向になつたとすると NC 間の電流 I_1 は E_1 が N から C の方向に向くから N から C の方向に流れる。又 ND 間の電流 I_2 は E_2 が前と同様に N から D の方向に向くから同方向に流れる。 I_1 I_2 の値及位相は前の場合と同様であつて、MN 間の電流は、M から N の方向に $\dot{I}_{MN} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ と兩電流のベクトル和となる。

更に今一例に就て電壓の方向と電流の方向の關係を考へて見やう。



第 2.38 圖

第 2.38 圖に於て

$$e_1 = \sqrt{2} E_1 \sin(\omega t + \theta_1) \quad e_2 = \sqrt{2} E_2 \sin(\omega t - \theta_2)$$

とし、夫々の方向を圖示の如くに取ると CN 間の抵抗 R_1 に流れる電流 I_1 は E_1 と同相にあつて M A C N M と流れ、DN 間の抵抗 R_2 に流れる電流 I_2 は E_2 と同相にあつて M B D N B と流れる。次に FG 間に流れる電流は次の 2 つの場合が考へられる。

E_1 と E_2 は反対方向であるから

FG 間電壓を $\dot{E}_1 - \dot{E}_2$ と考へたとき、之れと同相に I

FG 間電壓を $\dot{E}_2 - \dot{E}_1$ と考へたとき、之れと同相に I'

勿論、ベクトル圖よりも明かなやうに $I = I'$ であつて、其の方向は相反する。扱、此の何れに考へたとしても AC 線、DB 線、MN 線の電流には變りがあつてはならない。……各線に電流計を入れたとすると、其の指示は 1 つであつて FG 間電壓の方向を上から下と考へたときと下から上と考へたときで此の電流計の指示に變化があらうとは想像もされぬ……。

此のことはベクトル圖からも明かで、FG 間の電壓を $\dot{E}_1 - \dot{E}_2$ と考へると、FG 間の電流 I は之れと同相にあつて F → G の方向にあり、各線の電流は

$$\dot{I}_{AC} = \dot{I}_1 + \dot{I} \quad \dot{I}_{DB} = \dot{I}_2 + \dot{I} \quad \dot{I}_{NM} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

と考へられる。(ベクトル圖を参照)

次に FG 間の電壓を $\dot{E}_2 - \dot{E}_1$ と考へると FG 間の電流 I' は之れと同相にあつて G → F の方向にあり、各線の電流は

$$\dot{I}_{AC} = \dot{I}_1 - \dot{I}' = \dot{I}_1 - (-\dot{I}) = \dot{I}_1 + \dot{I} \quad \dot{I}_{DB} = \dot{I}_2 - \dot{I}' = \dot{I}_2 - (-\dot{I}) = \dot{I}_2 + \dot{I}$$

$$\dot{I}_{NM} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad \text{但し } I' = -I_2 \text{ である。}$$

此のことはベクトル圖からも明かである。即ち FG 間に於て電壓を $\dot{E}_1 - \dot{E}_2$ と考へたなら、電流は I の如くに、電壓を $\dot{E}_2 - \dot{E}_1$ と考へたなら、電流は I' の如くに考へる。斯くして正しいことは各線電流が同一なことよりも明かである。

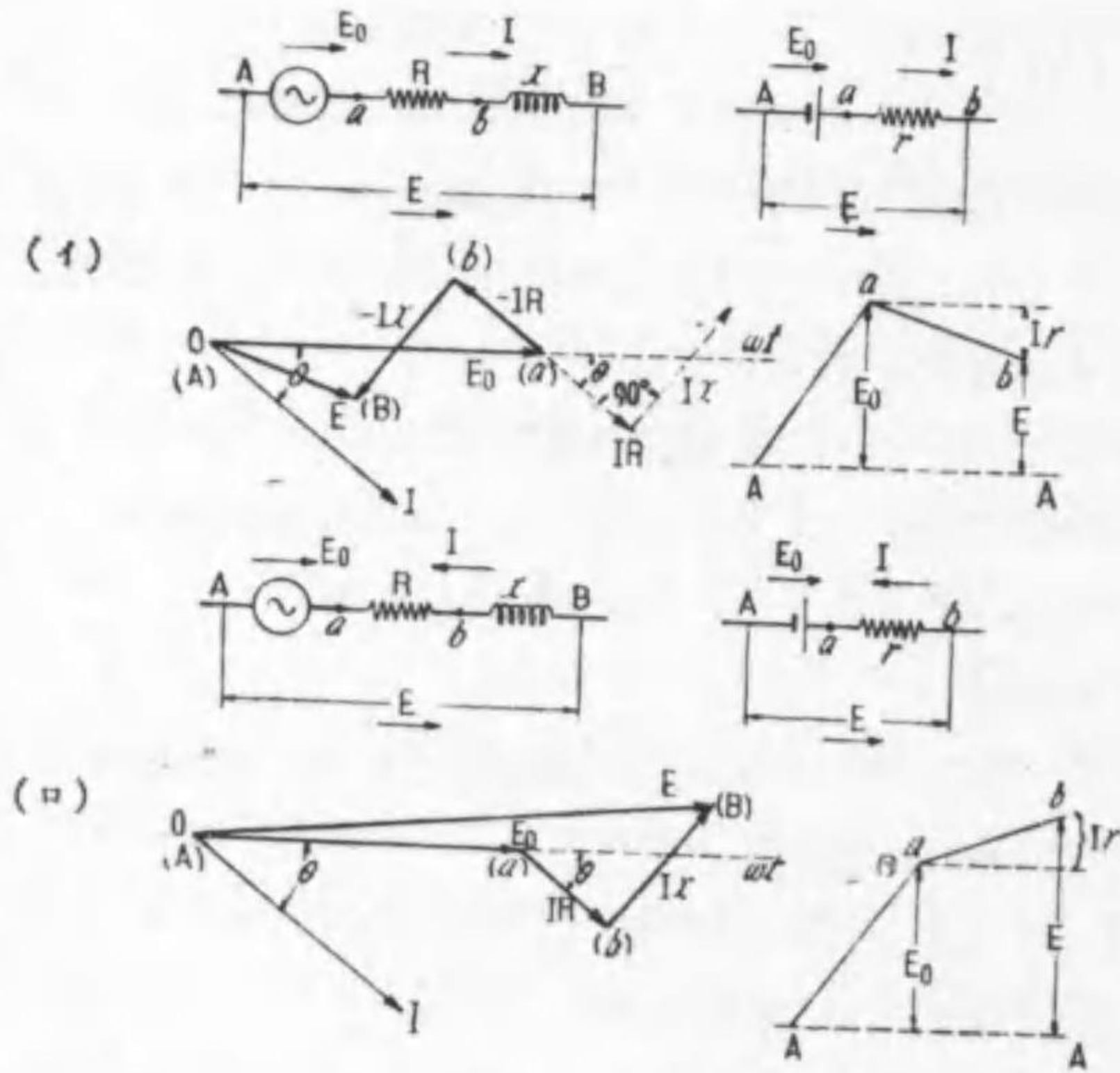
今迄に述べたのは、電壓と此の電壓に依つて流される電流とのベクトル關係であつた。次に電壓と電流が別々に考へられて、其の方向が與へられたときのベクトル關係を研究しやう。

第 2.39 圖 (イ) に於て、起電力 E_0 と電流 I が同一方向にあるとき、AB 間の電壓 E を求めやう。

$$e_0 = \sqrt{2} E_0 \sin \omega t \quad i = \sqrt{2} I \sin (\omega t - \theta)$$

と與へられたとすると E_0 を基準ベクトルとして I は之より θ 角遅れたベクトルで畫ける。……各点の電位を求める前に、此の場合に匹敵する右圖の直流通路を一通り復習する。今 A 点の電位 V_A を基準とすると、a 点の電位は電池の起電力 E_0 だけ高く $V_a = V_A + E_0$ で I が E_0 と同一方向とすると電流は a より b に流れ、a 点は b 点より電位が高い。逆に云ふと、b 点は a 点より $I r$ だけ

電位が低く $V_b = V_a - Ir$ となる。故に A b 間の電圧 E は
 $E = V_b - V_a = V_a - Ir - V_a = V_a + E_0 - Ir - V_a = E_0 - Ir$



第 2.39 圖

い。逆に云ふと b 点は a 点より IR だけ電位が低く

$$\hat{V}_b = \hat{V}_a - \hat{I}R = \hat{V}_a + (-\hat{I}R) = \hat{V}_a + \hat{E}_0 + (-\hat{I}R)$$

此の $\hat{I}R$ は I と同相にあつて I と平行に $\hat{I}R$ を引けばよい。同様に B 点の電位は b 点より $\hat{I}x$ だけ低く

$$\hat{V}_B = \hat{V}_b - \hat{I}x = V_b + (-\hat{I}x)$$

であつて $\hat{I}x$ は I より 90° 進んで居る。従つて A B 間の電圧は

$$\begin{aligned} \hat{V}_B - \hat{V}_A &= V_b + (-\hat{I}x) - \hat{V}_a = \hat{V}_a + \hat{E}_0 + (-\hat{I}R) + (-\hat{I}x) - \hat{V}_a \\ &= \hat{E}_0 + (-\hat{I}R) + (-\hat{I}x) \end{aligned}$$

之れをベクトルに書くと (イ) の下圖の如くなる。

次に電流 I が起電力 E_0 と反対に流れた (ロ) 圖の場合の A B 間の電圧 E を求めやう。e₀ 及 i の式を前と同様として E_0 を基準ベクトルにとり、各点の

此の状況は下に示した電位の圖からも明かである……
 扱、交流の場合に歸ると A 点の電位 \hat{V}_a を基準とすると a 点の電位は A より E_0 ベクトルで示されるだけ電位が高い。即ち $\hat{V}_a = \hat{V}_A + \hat{E}_0$ で、電流 I が E_0 と同一方向とすると電流は a より b に流れ、a 点は b 点より電位が高

電位を求めて見やう。……此の場合に匹敵するのが右圖の直流回路で、電池の起電力 E_0 と電流 I が反対方向にある。A 点の電位 \hat{V}_A を基準とすると、a 点の電位は電池の起電力 E_0 だけ高く $V_a = V_A + E_0$ で、I は b より a に流れるから b 点の電位は a 点の電位よりも Ir だけ高く

$$V_b = V_a + Ir = V_A + E_0 + Ir \quad V - V_A = E_0 + Ir$$

此の状況は下に示した電位の圖からも明かである……。

交流の場合にあつて、A 点の電位 \hat{V}_A を基準とする。a 点の電位 \hat{V}_a は \hat{V}_A より \hat{E}_0 だけ高く $\hat{V}_a = \hat{V}_A + \hat{E}_0$ で、電流 I は E_0 と反対方向であるから $B \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow A$ と流れ、b 点の電位 \hat{V}_b は \hat{V}_a よりも $\hat{I}R$ だけ高い。

$$\hat{V}_b = \hat{V}_a + \hat{I}R = \hat{V}_A + \hat{E}_0 + \hat{I}R$$

であつて、 $\hat{I}R$ は申す迄もなく I と同相 (I のベクトルと平行) にある。

同様に B 点の電位 V_B は b 点の電位よりも $\hat{I}x$ だけ高く

$$\hat{V}_B = \hat{V}_b + \hat{I}x = \hat{V}_A + \hat{E}_0 + \hat{I}R + \hat{I}x$$

であつて、 $\hat{I}x$ は申す迄もなく I より 90° 進む (I のベクトルより 90° 反時計式方向に進む) 従つて A B 間の電圧 E は

$$\hat{E} = \hat{V}_B - \hat{V}_A = \hat{V}_A + \hat{E}_0 + \hat{I}R + \hat{I}x - \hat{V}_A = \hat{E}_0 + \hat{I}R + \hat{I}x$$

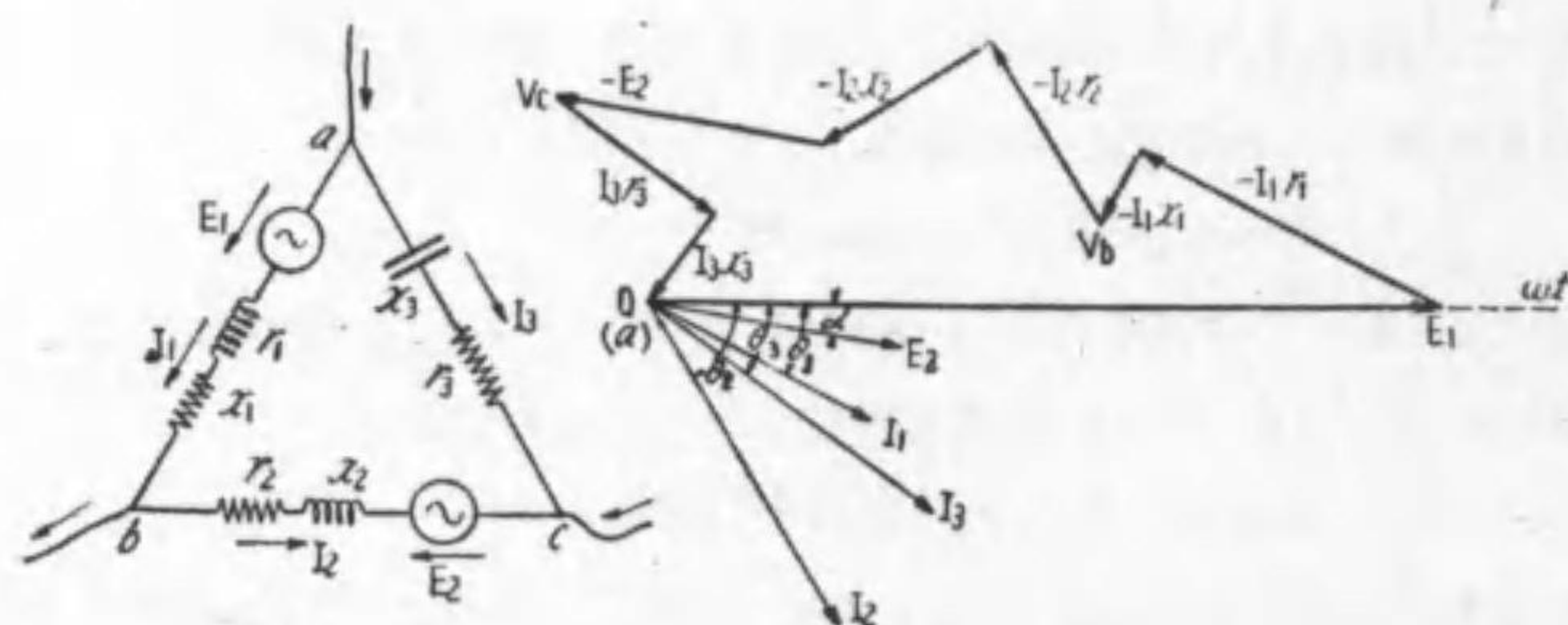
之れを表はしたのが (ロ) の下圖である。

實際の交流回路に於ける電圧、電流のベクトル関係は甚だ複雑であつて、殊に三相回路となると、根本的に理解せられず、其の場合其の場合の得手勝手なベクトルとなり易い。然し以上で講述したやうに、根本的に一步一步と確實に考ふれば、其の関係は自から動かし難い確固不動のものとなり、其の計算に確信が得られる再考三思、上記を徹底的に習得せられたい。

【補講】 第 2.39 圖 (イ) の直流回路は電池が放電して居る場合であるのと同様に (イ) の交流回路は交流発電機が外部に負荷電流を供給して居る場合であり、R 及 x は線路抵抗及リアクタンスとも或は発電機巻線の抵抗及リアクタンスとも考へられる。夫々に依つて、E は負荷の端子電圧とも、発電機の端子電圧とも推定される。(ロ) の直流回路は電池が充電される場合であつて、r は電池の内部抵抗、E は供給電圧であり、 E_0 は電池の逆起電力である。之れと同様に (ロ) の交流回路は交流電動機に外部から電圧 E が加へられた場合に匹敵し、R 及 x は電機子巻線の抵抗及リアクタンス、 E_0 は電機子に誘導せられる逆起電力である。

これから愈々本舞台である。キ氏の第二法則に移らう。

此處に第 2.40 圖のやうな一つの閉回路 a b c があるとき、a 点を基点として此の閉回路を反時計式にぐるっと一廻りし、各部の起電力、電壓降下をベクトル的に考へて、各点の電位を求めつゝ元の a 点に歸ると a 点の電位は出發の際に假定した處に歸着しなければならない。之れが一致せぬ様では、a 点の電位に 2 様があることになつて不都合である。扱、今、圖の各部に於ける、電壓及電流



第 2.40 圖

が圖示の如き方向にあるものとし、夫々の値を

$$e_1 = \sqrt{2} E_1 \sin \omega t \quad e_2 = \sqrt{2} E_2 \sin (\omega t - \theta_2) \\ i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin (\omega t - \theta_1) \quad i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin (\omega t - \theta_2) \quad i_3 = \sqrt{2} I_3 \sin (\omega t - \theta_3)$$

とした。此の E_1 を基準ベクトルとして E_2, I_1, I_2, I_3 のベクトルを示すと右圖の如くである。今、a 点を基点として、其の電位を V_a とし b 点の電位 V_b を求めると、先きに述べた處より

$$\dot{V}_b = \dot{V}_a + \dot{E}_1 - \dot{I}_1 r_1 - \dot{I}_1 x_1$$

となり $\dot{I}_1 r_1$ は I_1 と同相 (ベクトル I_1 と平行) にあり $\dot{I}_1 x_1$ は \dot{I}_1 よりも 90° 進む (ベクトル I_1 より 90° 進む) 次に b より c の間を考へると c 点の電位 V_c は

$$\dot{V}_c = \dot{V}_b - \dot{I}_2 r_2 - \dot{I}_2 x_2 - \dot{E}_2 = \dot{V}_a + \dot{E}_1 - \dot{I}_1 r_1 - \dot{I}_1 x_1 - \dot{I}_2 r_2 - \dot{I}_2 x_2 - \dot{E}_2$$

となる。此處に $\dot{I}_2 r_2$ は I_2 と同相で (I_2 のベクトルと平行) $\dot{I}_2 x_2$ は I_2 より 90° 進む (ベクトル I_2 より 90° 進む) 又 E_2 は $-E_2$ となる。(第 2.39 圖 (ロ) を参照) 尙ベクトルに示した處を見られよ。

次に c a 間に就て考へると、a 点の電位 V_a は

$$\dot{V}_a = \dot{V}_c + \dot{I}_3 r_3 + \dot{I}_3 x_3 = \dot{V}_a + \dot{E}_1 - \dot{I}_1 r_1 - \dot{I}_1 x_1 - \dot{I}_2 r_2 - \dot{I}_2 x_2 - \dot{E}_2 + \dot{I}_3 r_3 + \dot{I}_3 x_3$$

但し $\dot{I}_3 r_3$ は I_3 と同相にあつて、ベクトル \dot{I}_3 と平行に畫く。 $\dot{I}_3 x_3$ は I_3 より 90° 遅れ (静電リアクタンスなることに注意) ベクトル \dot{I}_3 より 90° 遅らせて畫く。

斯くて右圖のやうに畫いたとき、其の最後の $\dot{I}_3 x_3$ の矢頭は \dot{V}_a を示し、前の出發点 O (a... V_a) と一致しなくてはならない。即ち、各部の起電力及電壓降下 (電流) の方向を考へて其のベクトル和を取ると、閉塞多角形となる。

其處で上記に求めた式を書き直すと

$$\dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_1 x_1 + \dot{I}_2 r_2 + \dot{I}_2 x_2 - \dot{I}_3 r_3 - \dot{I}_3 x_3$$

$$\dot{E}_1 + (-\dot{E}_2) = \dot{I}_1 r_1 + \dot{I}_1 x_1 + \dot{I}_2 r_2 + \dot{I}_2 x_2 + (-\dot{I}_3 r_3) + (-\dot{I}_3 x_3)$$

の如くなる。此の式は直流に於けるキルヒホッフの第二法則を示す式と全く同形であつて

第二法則: 起電力 (電壓) と電流を同一方向 (反時計式方向) に取り、其の方向にある起電力及電流に依る電壓降下を正とし、反対方向の起電力及電流に依る電壓降下を負とすれば、起電力のベクトル總和は電壓降下のベクトル總和に等しい。

$$\text{之れを式に書くと} \quad \sum \pm \dot{E} = \sum \pm \dot{I} Z$$

(註) インピーダンス三角形よりも明かなやうに、リアクタンスは抵抗と 90° 位相が違ひインピーダンスは位相の違ふ抵抗とリアクタンスから成るから、ベクトル量として取扱つてよい。其の意味を表はしたのが \dot{Z} である。

前述した處よりも明かなやうに、キルヒホッフの法則を交流回路に適用するには

“方向其の他は全く直流の場合と同様で唯ベクトル的に其の和を取ればよい。” 此のことが腹の底から理解されるれば、如何なる交流回路を解いても其の結末を誤るやうなことはない。

2.8 単相交流回路の基礎智識 (續)

① 蓄電器の充電電流

蓄電器の静電容量を C フアラド、蓄電器に加へた電壓を E ボルト、其の周

波数を f サイクルとすると

充電電流 $I_0 = 2\pi f CE = \omega CE$ アンペア

…… I_0 は E より 90° 進む (重要) ……

此の $x_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C}$ オーム を容量リアクタンス又は静電リアクタンスと稱する。

② 二角の和の三角公式其の他

$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$

(註) 之れを暗記するには $\sin(A \pm B)$ は \sin, \cos (\sin が先き) と \cos, \sin と (口調よく覚えらる) 置き、角を A, B A, B と入れ、結合を \pm とする。 $\cos(A \pm B)$ は \cos だから \cos, \cos を最初に置き、次に \sin, \sin と書き、角を A, B A, B と入れ、結合を \sin の場合と反対に \mp と置く。

$\sin A \sin B = \frac{1}{2} \{ \cos(A - B) - \cos(A + B) \}$

$\sin A \cos B = \frac{1}{2} \{ \sin(A + B) + \sin(A - B) \}$

$\cos A \sin B = \frac{1}{2} \{ \sin(A + B) - \sin(A - B) \}$

$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \{ \cos(A + B) + \cos(A - B) \}$

$\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$

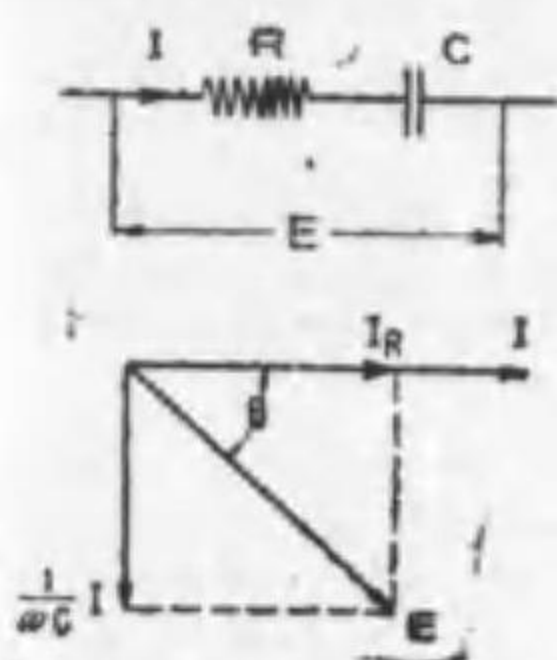
$\sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$

$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$

$\cos D - \cos C = 2 \sin \frac{C+D}{2} \sin \frac{C-D}{2}$

(註) 是等の公式はよく用ふるもの (特に \sim を附した) を暗記する一方、何時でも二角の和の公式より導出し得るやうに練習されよ。

③ R と C の回路



第 2.41 圖

(i) R と C の直列回路

$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \quad Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \quad \omega = 2\pi f$

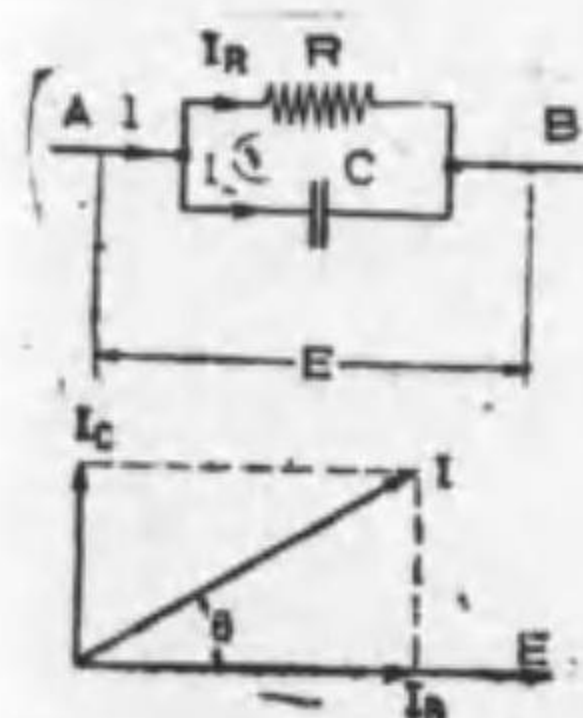
$\tan \theta = \frac{1}{\omega CR}$ (進み) $\theta = \arctan \frac{1}{\omega CR}$

(註) 之れを蓄電器回路とすると $I^2 R$ は誘電体損を示し、 $\tan(90^\circ - \theta) = \omega CR$ の $(90^\circ - \theta) = \arctan \omega CR$ を蓄電器の損失角と稱する。

消費電力 $W = EI \cos \theta = I^2 R$

瞬時電力の式 $P = EI \sin(2\omega t + \theta - 90^\circ) + EI \cos \theta$

(ii) R と C の並列回路



第 2.42 圖

$I = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \quad Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}}$

$Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$

$\tan \theta = \omega CR \quad \theta = \arctan \omega CR$

$W = EI \cos \theta = I_R^2 R = \frac{E^2}{R}$

(註) 之れを蓄電器回路と考へると、 $I_R^2 R$ が誘電体損を表はし

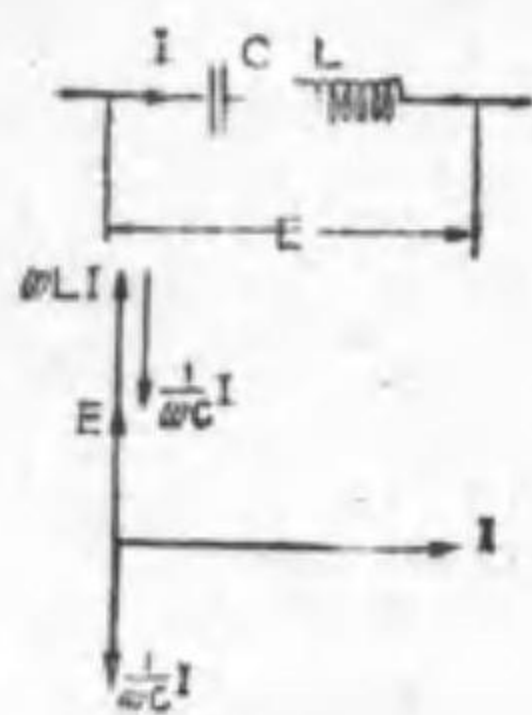
$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\omega CR} \quad (90^\circ - \theta) = \arctan \frac{1}{\omega CR}$ を損失角と云ふ。

……諸君は (i) と (ii) が等價なる條件を求めて見られよ……。元來、二つの交流回路が等價なる爲めには同一電壓を加へたとき流るゝ電流の値及位相が相等しきを要する。(本文参照)

④ L と C の回路

(i) L と C の直列

$I = \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \quad Z = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad \theta = 90^\circ \quad W = 0$



第 2.43 圖

$$Z = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \text{ を直列共振と云ふ。}$$

$$\text{共振周波数 } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

(ii) L と C の並列

$$I = E \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \quad Z = \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

$$\theta = 90^\circ \quad W = 0$$

$$Y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \frac{1}{\omega L} - \omega C$$

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} = \frac{1}{0} = \infty \text{ を並列共振と云ふ。}$$

$$\text{共振周波数 } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

⑤ R, L 及 C の回路

(i) R, L 及 C の直列

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

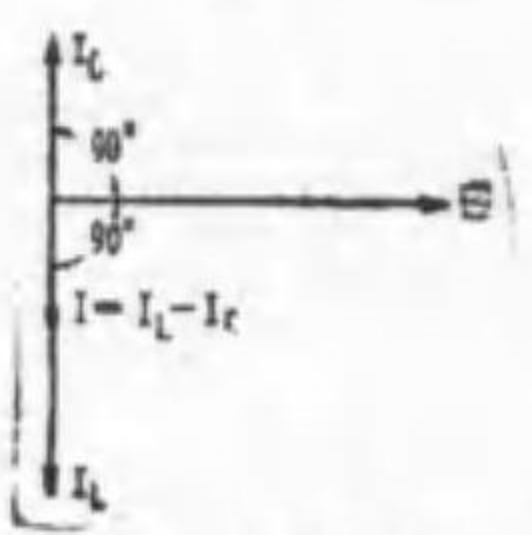
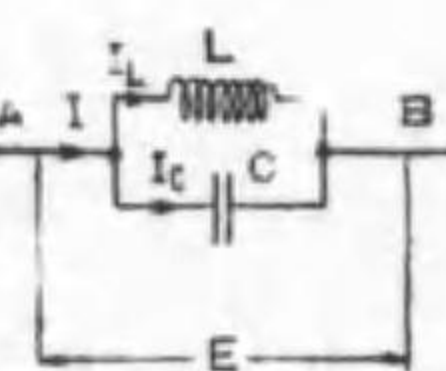
$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$W = EI \cos \theta = I^2 R$$

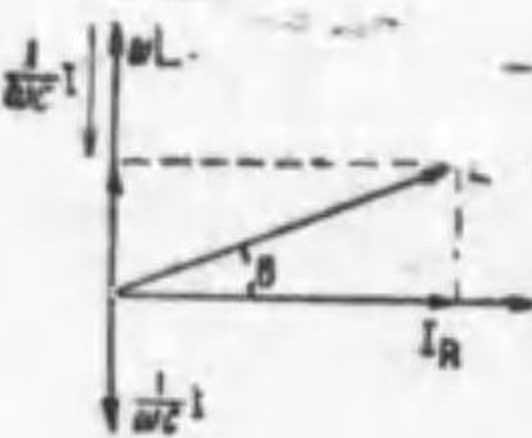
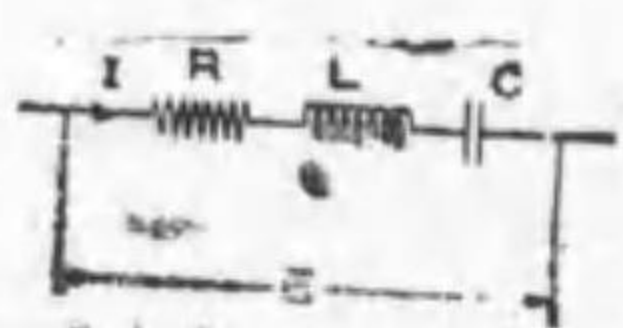
電圧 E の瞬時値 e を示す式は

$$e = \sqrt{2} I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\sin \left(\omega t + \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

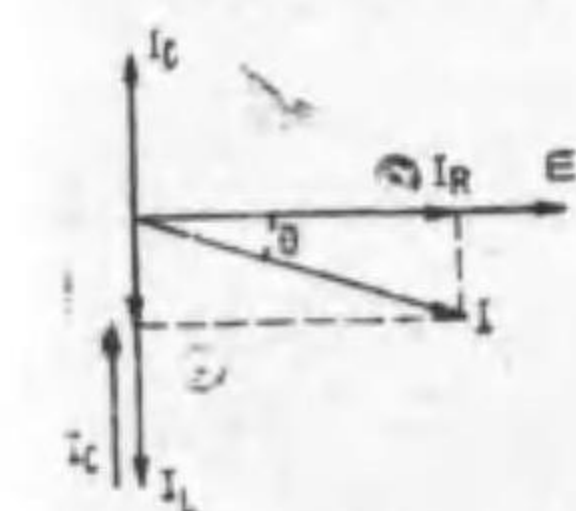
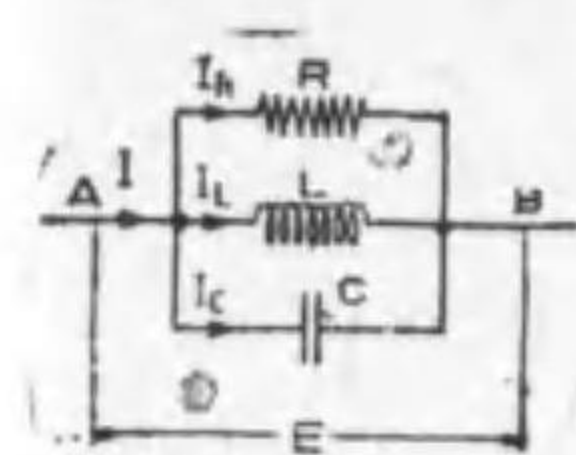


第 2.44 圖



第 2.45 圖

(ii) R, L 及 C の並列回路



第 2.46 圖 電流 I の瞬時値を示す式は

$$I = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$$

$$Y = \sqrt{g_1^2 + (b_2 + b_3)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

$$\tan \theta = R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \quad \theta = \arctan R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)$$

$$W = EI \cos \theta = I_R^2 R = \frac{E^2}{R}$$

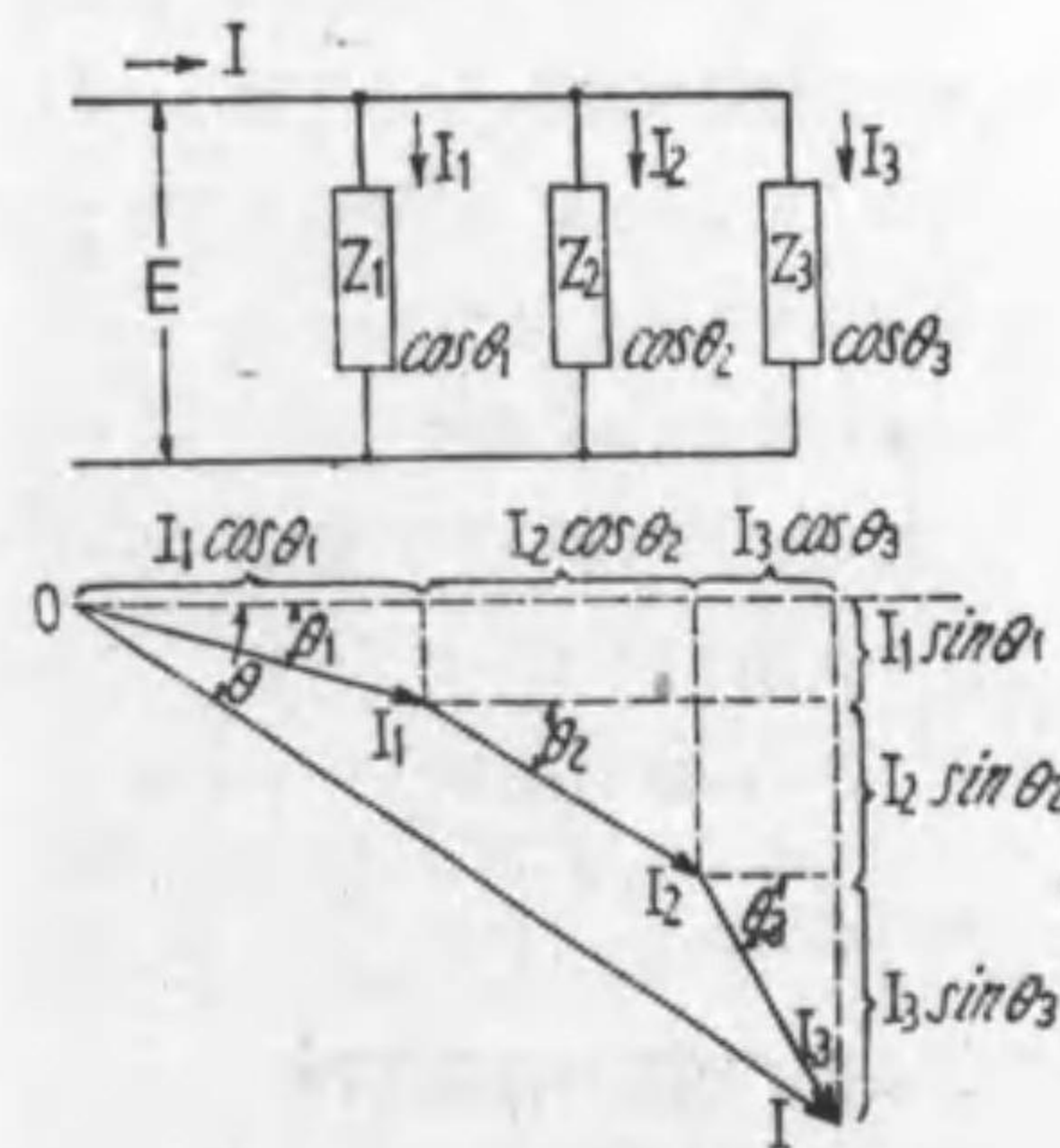
$$i = \sqrt{2} E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \sin \left\{ \omega t - \arctan R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \right\}$$

(註) 回路の合成力率の式は

$$\text{直列回路} \dots \cos \theta = \frac{\text{合成抵抗}}{\text{合成インピーダンス}} = \frac{R}{Z}$$

$$\text{並列回路} \dots \cos \theta = \frac{\text{合成コンダクタンス}}{\text{合成アドミタンス}} = \frac{G}{Y}$$

⑥ 一般の並列回路



第 2.47 圖

第 2.47 圖の如く、 I_1 (力率 $\cos \theta_1$), I_2 ($\cos \theta_2$), I_3 ($\cos \theta_3$) なる負荷が並列とせらるゝとき 其の合成電流 I は

$$I = \sqrt{(I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3)^2 + (I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2 + I_3 \sin \theta_3)^2}$$

合成力率

$$\cos \theta = \frac{I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3}{I}$$

全電力

$$W = E(I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3) = EI \cos \theta$$

$$\text{又 } Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \quad Z_3 = \sqrt{R_3^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

と置くと I の式は

$$I = E \sqrt{\left(\frac{R_1}{Z_1^2} + \frac{R_2}{Z_2^2} + \frac{R_3}{Z_3^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L_1}{Z_1^2} + \frac{\omega L_2}{Z_2^2} - \frac{1/\omega C}{Z_3^2}\right)^2}$$

$$= E \sqrt{(g_1 + g_2 + g_3)^2 + (b_1 + b_2 - b_3)^2} = E \sqrt{g^2 + b^2}$$

$$Y = \sqrt{g^2 + b^2} \quad Z = 1/Y \quad \cos\theta = g/Y \quad \text{となる。}$$

即ち並列回路に於ては

合成アドミッタンス $Y = \sqrt{\left(\frac{\text{各分岐路のコンダクタンスの和}}{\text{ダクタンスの和}}\right)^2 + \left(\frac{\text{各分岐路のサツセプトタンスの和}}{\text{セプトタンスの和}}\right)^2}$

合成電流 $I = \sqrt{(\text{各分路電流の有効分の和})^2 + (\text{各分路電流の無効分の和})^2}$

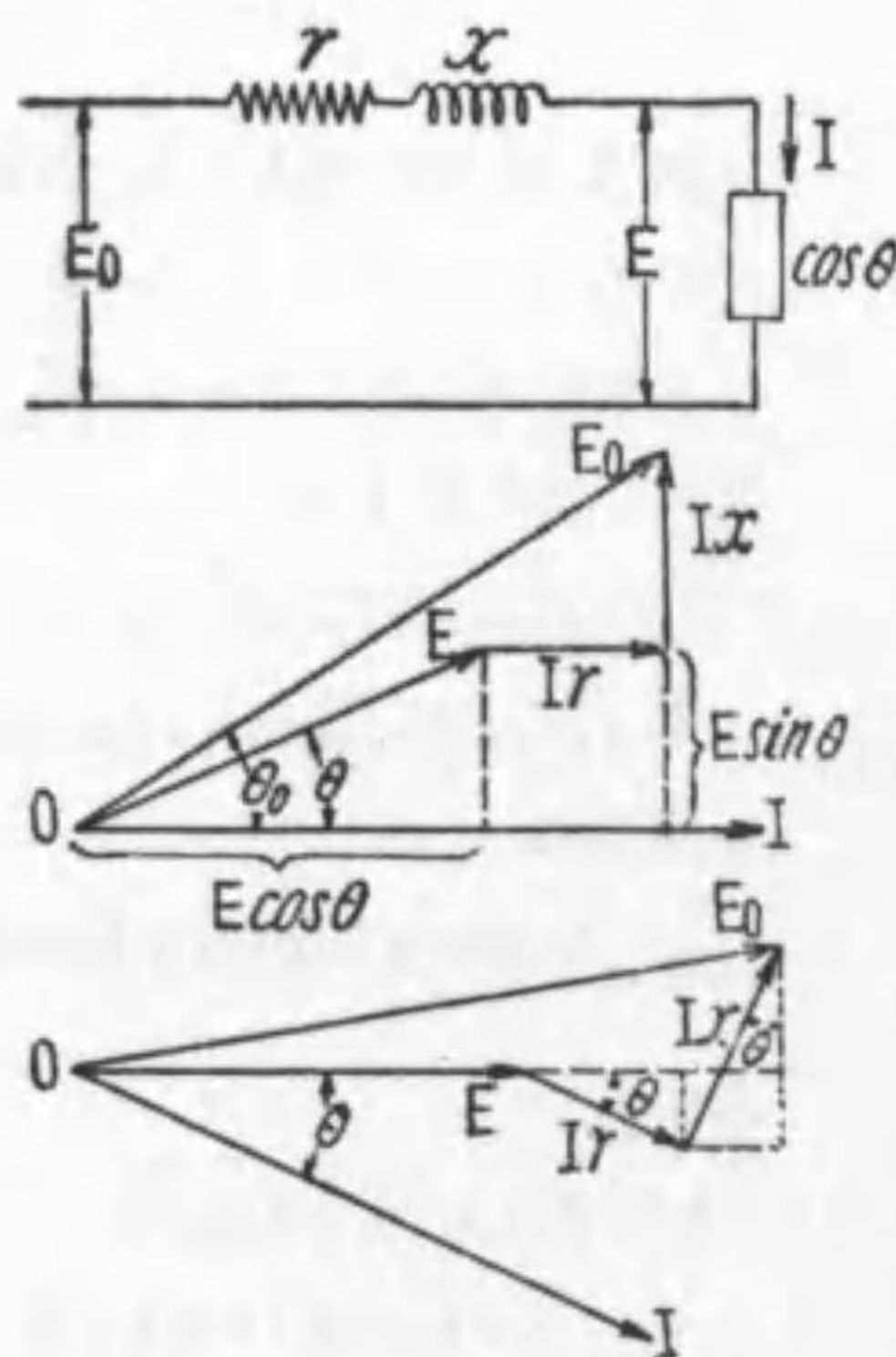
全皮相電力 $P = \sqrt{(\text{各分路有効電力の和})^2 + (\text{各分路無効電力の和})^2}$

合成力率 $= \frac{g \text{ の和}}{Y} = \frac{I \cos\theta \text{ の和}}{I} = \frac{E I \cos\theta \text{ の和}}{P}$

(註) 全皮相電力の式は如何なる交流回路にも用ひ得る。

⑨ 一般の交流回路

第 2.48 圖の如く、電流 I, 其の力率 $\cos\theta$ なる負荷端子の電圧を E とするとき、送電端の電圧 E_0 は下圖のベクトルの如くなる。但し線路の抵抗を r, リアクタンスを x とする。



第 2.48 圖

上のベクトルに依ると

$$E_0 = \sqrt{(E \cos\theta + Ir)^2 + (E \sin\theta + Ix)^2}$$

今負荷のインピーダンスを

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{とすると}$$

$$E_0 = \sqrt{\left(IZ \cdot \frac{R}{Z} + Ir\right)^2 + \left(IZ \cdot \frac{\omega L}{Z} + Ix\right)^2}$$

$$= I \sqrt{(R+r)^2 + (\omega L+x)^2}$$

$$= I \sqrt{R_0^2 + X_0^2} = IZ_0$$

$$\therefore I = \frac{E_0}{Z_0} \quad \cos\theta_0 = \frac{R_0}{Z_0} \quad W = E_0 I \cos\theta_0 = I^2 (R+r)$$

下のベクトルに依ると

$$E_0 = \sqrt{(E + Ir \cos\theta + Ix \sin\theta)^2 + (Ix \cos\theta - Ir \sin\theta)^2}$$

$\cos\theta$ が著しく小でなく、r 及 x も小さい時は

$$E_0 \approx E + Ir \cos\theta + Ix \sin\theta$$

實際の交流配電線は此の式で計算して十分である。(尚 2.16 を参照)

⑩ 交流回路に於けるキルヒホッフの法則

第一法則; 流入する電流を + とし、流出する電流を - としたとき、一点に集る電流のベクトル總和は零である。 $\sum \pm \dot{I} = 0$

第二法則; 起電力と電流を同一方向 (反時計式方向又は時計式方向) に取り、其の方向にある起電力及電流に依る電壓降下を正とし、反対方向の起電力及電流に依る電壓降下を負とすれば、起電力のベクトル總和は電壓降下のベクトル總和に等しい。即ち $\sum \pm \dot{E} = \sum \pm \dot{I} Z$

(註) ただベクトル的に取扱ふと云ふことが直流回路と相違する。

2.9 単相交流回路の學習問題(續)

[1] 静電容量 $50 \mu\text{F}$ の蓄電器に 50 サイクルの正弦波交流電圧 3,000V を加へたるとき、流入する充電電流を求めよ。

【略解】 充電電流 $I_C = 2\pi f C E$ に於ける C はファラド、問題に與へられたのはマイクロファラドであるから之れを百万分の一してファラドに直して上式で計算する。

$$I_C = 2 \times 3.14 \times 50 \times 50 \times 10^{-6} \times 3,000 = 47.1 \text{ A}$$

(註) I_C とは $I \times C$ ではない。C は足字で、C に流れる電流だと云ふ意味を表はす。同様に R の電流を I_R とか、R の電圧を E_R とか示したのは此の意味である。

[2] 50 サイクル 3000V の交流回路に 20A の進相電流を流すに要する静電蓄電器の容量及其の静電容量を求めよ。

【略解】 所要容量 $P_C = E I_C \times 10^{-3} = 3000 \times 20 \times 10^{-3} = 60 \text{ kVA}$

$$C = \frac{I_C}{2\pi f E} \times 10^6 = \frac{20}{2 \times 3.14 \times 50 \times 3000} \times 10^6 = 21.2 \mu\text{F}$$

[3] 第 2.41 圖の如き、抵抗 $R=100 \Omega$ と $C=20 \mu\text{F}$ が直列にある回路に

50 サイクルの交流 100 V を加へたとき、流るゝ電流、電力及力率を計算せよ

【略解】 静電リアクタンス $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 20 \times 10^{-6}} \approx 159 \Omega$

電 $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + x_C^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + 159^2}} \approx \frac{100}{188} = 0.53 \text{ A (アンペア)}$

電力 $W = I^2 R = (0.53)^2 \times 100 = 28 \text{ W (ワット)}$

力率 $\cos\theta = \frac{W}{EI} = \frac{28}{100 \times 0.53} = 0.53 \text{ (進み 53\%)}$

は $\frac{I^2 R}{EI} = IR \times \frac{1}{IZ} = \frac{R}{Z} = \frac{100}{188} \approx 0.53$

(註) 以下總て、電圧電流は正弦波とし、特に断らない。

〔4〕 第 2.42 圖の如く、抵抗 $R=50 \Omega$, $C=60 \mu\text{F}$ が並列とせられたる回路に 50 サイクルの交流 200 V を加へたとき流るゝ電流電力及力率を計算せよ。

【略解】 $g_1 = \frac{1}{R} = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ } \sigma$ $b_2 = \omega C = 2\pi f C = 2 \times 3.14 \times 50 \times 60 \times 10^{-6} = 0.018 \text{ } \sigma$

但し $b_1 = 0$ $g_2 = 0$

合成アドミッタンス $Y = \sqrt{g_1^2 + b_2^2} = \sqrt{(0.02)^2 + (0.018)^2} \approx 0.0275 \text{ } \sigma$

電流 $I = EY = 200 \times 0.0275 = 5.5 \text{ A}$ 電力 $W = \frac{E^2}{R} = E^2 g_1 = 200^2 \times 0.02 = 800 \text{ W}$

力率 $\cos\theta = \frac{W}{EI} = \frac{800}{200 \times 5.5} \approx 0.73 \text{ (進み 73\%)}$

或は 静電リアクタンス $x_C = \frac{1}{\omega C} \approx 53 \Omega$ となり

$I = \sqrt{\left(\frac{200}{50}\right)^2 + \left(\frac{200}{53}\right)^2} = \sqrt{4^2 + 3.77^2} \approx 5.5 \text{ A}$

〔5〕 第 2.45 圖の如く、抵抗 $R=10 \Omega$, インダクタンス $L=200\text{m.h}$ (ミリヘンリ) 及静電容量 $C=50 \mu\text{F}$ を直列とした回路に 50 サイクルの交流 100 V を加へたとき、流るゝ電流及電力、力率並各部の電圧を求めよ。

【略解】 誘導リアクタンス $x_L = \omega L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 200 \times 10^{-3} = 62.8 \Omega$

静電容量リアクタンス $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 50 \times 10^{-6}} \approx 64 \Omega$

合成インピーダンス $Z = \sqrt{R^2 + (x_C - x_L)^2} = \sqrt{10^2 + 1.2^2} \approx 10 \Omega$

電流 $I = \frac{E}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$ 電力 $W = I^2 R = 10^2 \times 10 \times 10^{-3} = 1 \text{ kW}$

力率 $\cos\theta$ は殆んど 1 である。

各部の電圧 $E_R = IR \approx 10 \times 10 = 100 \text{ V}$ $E_L \approx Ix_L = 10 \times 62.8 = 628 \text{ V}$

$E_C \approx Ix_C = 10 \times 64 = 640 \text{ V}$

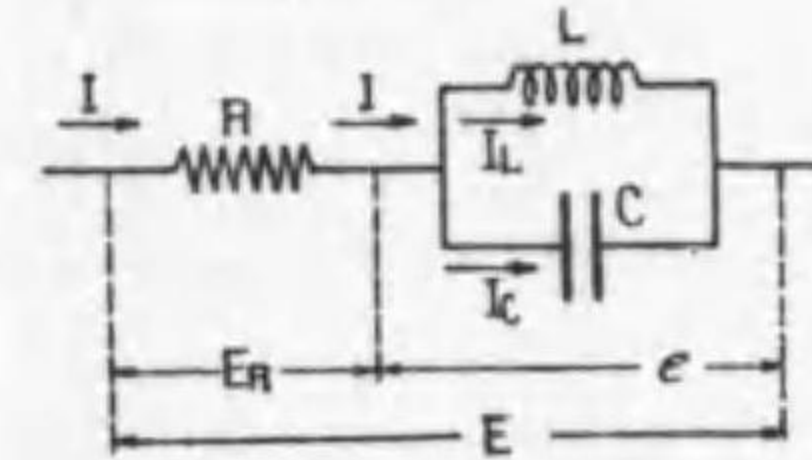
即ち直列共振に近い状態で 100 V の加電圧に對し L 及 C の端子電圧は約 6 倍になる。

此の回路の共振周波数 f_r を求めると

$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \sqrt{200 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-6}}}$
 $= \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{10 \times 10^{-6}}} \approx \frac{1}{2 \times 3.14 \times 3.16 \times 10^{-3}} = \frac{1000}{2 \times 3.14 \times 3.16} \approx 50.3 \text{ } \sim$

〔6〕 第 2.49 圖の如く、インダクタンス

L ヘンリと静電容量 C フアラドを並列としたるものに抵抗 R オームを直列とし、此の両端に E ボルトの電圧を加ふるとき、電圧及電流分布並電力及力率を求めよ。



第 2.49 圖

【略解】 並列部分の電圧 e を水平基準ベクトル

とすれば、ベクトル關係は第 2.50 圖の如くなる。

$I = I_L - I_C = \frac{e}{\omega L} - \omega C e = e \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \therefore e = \frac{I}{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)}$

$E = \sqrt{e^2 + (IR)^2} = I \sqrt{\left\{ \frac{1}{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)} \right\}^2 + R^2} = I \sqrt{\left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \right)^2 + R^2}$

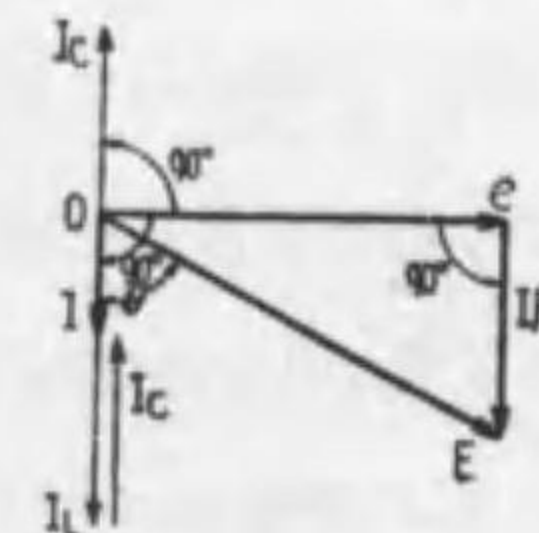
$\therefore I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \right)^2}} = \frac{E}{Z} \quad E = IZ$

此の時も $1 - \omega^2 LC = 0$ で $I = 0$ となり並列共振とな

る。其の周波数 f_r は

$1 - \omega^2 LC = 0$ より $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ となる

$E_R = IR = \frac{E}{Z} R$



第 2.50 圖

$e = I \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \right) = \frac{E}{Z} \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$

$I_L = \frac{e}{\omega L} = I \left(\frac{1}{1 - \omega^2 LC} \right) \quad I_C = \omega C e = I \left(\frac{\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC} \right)$

但し $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}\right)^2}$

電力 $W = I^2 R = \left(\frac{E}{Z}\right) IR = EI \frac{R}{Z} = EI \cos \theta$

力率 $\cos \theta = \frac{W}{EI} = \frac{I^2 R}{EI} = IR \times \frac{1}{IZ} = \frac{R}{Z}$

(註) 諸君は本問題の E 及 f, 並に R, L, C に適当な數値を與へて計算して見られよ。

[7] 第 2.47 圖に於て、 Z_1 は抵抗 $R_1 = 20 \Omega$, リアクタンス零, Z_2 は抵抗 $R_2 = 12 \Omega$, 誘導リアクタンス $x_2 = 9 \Omega$, Z_3 は抵抗 $R_3 = 15 \Omega$, 容量リアクタンス $x_3 = 20 \Omega$ なりとし、之れに 100 V を加へたとき流るゝ電流及電力並力率を求めよ

【略解】 各分路のコンダクタンス g 及サツセブタンス b を求めると

$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + x_1^2} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ } \bar{\sigma}$ $b_1 = 0$

$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + x_2^2} = \frac{12}{12^2 + 9^2} = \frac{12}{225} = 0.053 \text{ } \bar{\sigma}$

$b_2 = \frac{x_2}{R_2^2 + x_2^2} = \frac{9}{225} = 0.04 \text{ } \bar{\sigma}$

$g_3 = \frac{R_3}{R_3^2 + x_3^2} = \frac{15}{15^2 + 20^2} = \frac{15}{625} = 0.024 \text{ } \bar{\sigma}$

$-b_3 = \frac{x_3}{R_3^2 + x_3^2} = \frac{20}{15^2 + 20^2} = \frac{20}{625} = 0.032 \text{ } \bar{\sigma}$

合成コンダクタンス $G = g_1 + g_2 + g_3 = 0.05 + 0.053 + 0.024 = 0.127 \text{ } \bar{\sigma}$

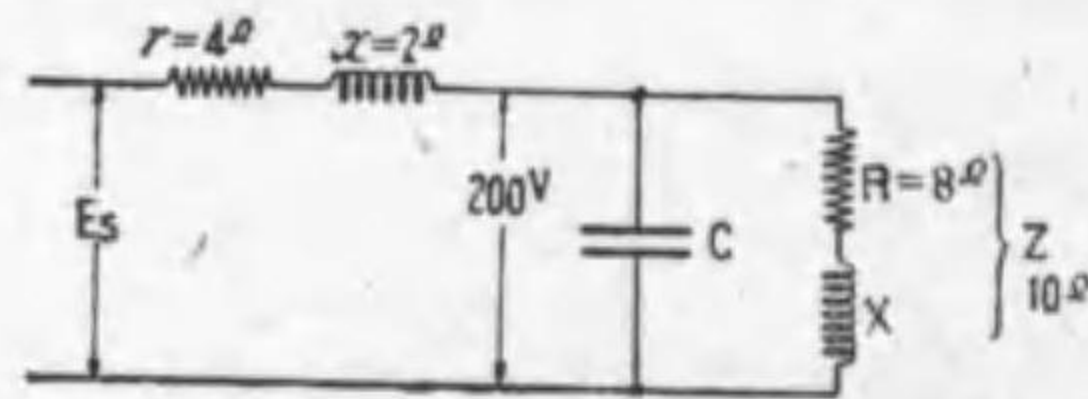
合成サツセブタンス $B = b_1 + b_2 + b_3 = 0 + 0.04 - 0.032 = 0.008 \text{ } \bar{\sigma}$

合成アドミッタンス $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{0.127^2 + 0.008^2} \approx 0.127 \text{ } \bar{\sigma}$

流るゝ電流 $I = EY = 100 \times 0.127 = 12.7 \text{ A}$

力率 $\cos \theta = \frac{G}{Y} \approx \frac{0.127}{0.127} \approx 1$ 電力 $W = EI \cos \theta = 100 \times 12.7 = 1270 \text{ W} = 1.27 \text{ kW}$

[8] 第 2.51 圖の如く、インピーダンス 10Ω (其の抵抗 $R = 8 \Omega$) と並列に



第 2.51 圖

$x_C = 30 \Omega$ なる静電蓄電器を接続し

たる負荷あり、其の端子電壓を 200

V としたるとき、送電端の電壓 E_s

を求めよ。但し線路の抵抗 $r = 4 \Omega$,

同リアクタンス $x = 2 \Omega$ とす。

【略解】 インピーダンスの力率角を φ とすると

$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{10} = 0.8$ $\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0.8^2} = 0.6$

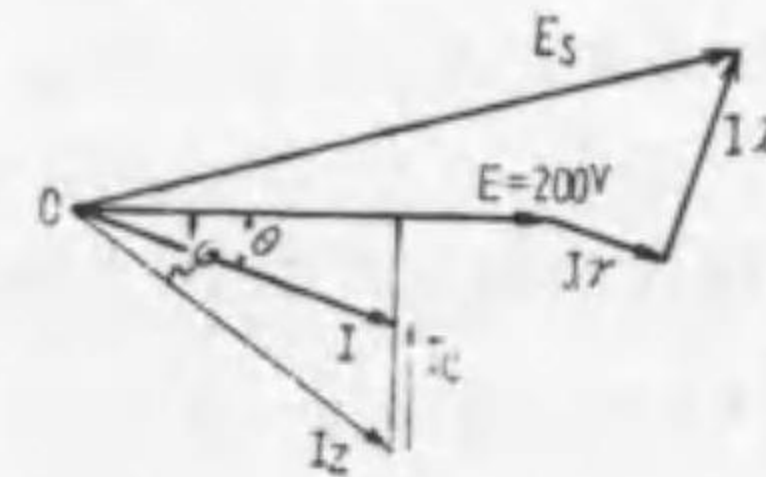
……此のリアクタンス $X = Z \sin \varphi = 10 \times 0.6 = 6 \Omega$ 又は $X = \sqrt{Z^2 - R^2}$ よりも求められる……。

Z の電流 $I_Z = \frac{E}{Z} = \frac{200}{10} = 20 \text{ A}$

其の有効分 $I_Z \cos \varphi = 20 \times 0.8 = 16 \text{ A}$ 其の無効分 $I_Z \sin \varphi = 20 \times 0.6 = 12 \text{ A}$

xc の電流 $I_C = \frac{E}{x_C} = \frac{200}{30} = \frac{20}{3} \approx 6.7 \text{ A}$

I_Z と I_C のベクトル和が線路の電流 I となり、E と E_s のベクトル関係は 第 2.52 圖の如くである。



第 2.52 圖

$I = \sqrt{(I_Z \cos \varphi)^2 + (I_Z \sin \varphi - I_C)^2}$
 $= \sqrt{16^2 + (12 - 6.7)^2} \approx 16.9 \text{ A}$

$\cos \theta = \frac{16}{16.9} \approx 0.95$ $\sin \theta = \frac{12 - 6.7}{16.9} \approx 0.314$

$E_s = \sqrt{(E + I \cos \theta + I_C \sin \theta)^2 + (I \sin \theta - I_C \cos \theta)^2}$
 $\approx 200 + 16.9 \times 4 \times 0.95 + 16.9 \times 2 \times 0.314 = 274.3 \text{ V}$

又は $E_s = \sqrt{(E \cos \theta + I r)^2 + (E \sin \theta + I x)^2}$
 としても計算せられる。

[9] 第 2.53 圖の如く二つの交流発電機を並列とし、負荷に電流を供給する

とき、各機に分擔電流を求めよ。但し

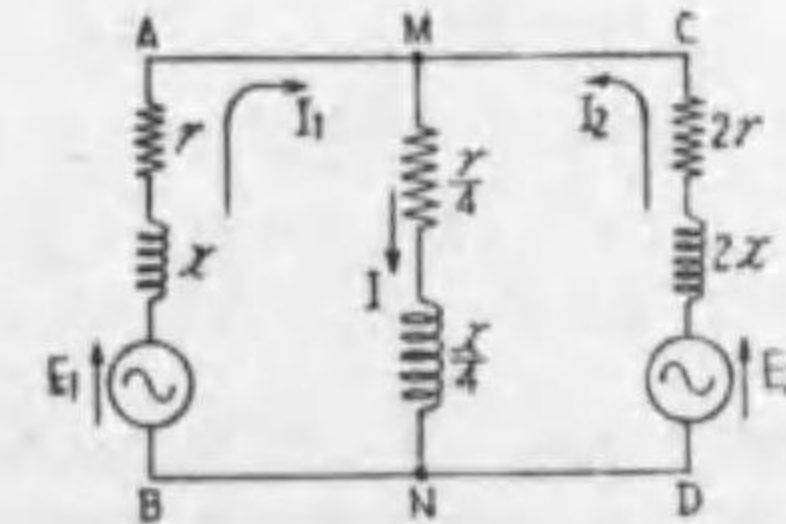
各機の起電力 $e_1 = e_2 = E_m \sin \omega t$

E_1 の内部インピーダンス $Z_1 = \sqrt{r^2 + x^2}$

E_2 の内部インピーダンス

$Z_2 = \sqrt{(2r)^2 + (2x)^2} = 2\sqrt{r^2 + x^2} = 2Z_1$

及負荷のインピーダンスを



第 2.53 圖

$Z = \sqrt{\left(\frac{r}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2} = \frac{1}{4} \sqrt{r^2 + x^2} = \frac{Z_1}{4}$ とす。

【略解】 E_1 及 I_1 並 I_1 及 I_2 を圖示の方向に定める (E_1 と E_2 を反対方向としたのは並列運轉とならない) M 点にキルヒホッフの第一法則を適用すると

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \dots \dots \dots (1)$$

B A C D B の回路にキルヒホッフの第二法則を適用すると

$$\dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \dot{I}_1 \dot{Z}_1 - \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{I}_1 \dot{Z}_1 - 2\dot{I}_2 \dot{Z}_1 = 0$$

$$\dot{I}_1 - 2\dot{I}_2 = 0 \quad \dot{I}_1 = 2\dot{I}_2 \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_1}{2} \dots \dots \dots (2)$$

B A M N B の閉回路に於ては

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I} \dot{Z} = \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \frac{\dot{Z}_1}{4} \\ &= \dot{Z}_1 \left(\dot{I}_1 + \frac{\dot{I}_1}{4} + \frac{\dot{I}_2}{4} \right) = \dot{Z}_1 \left(\dot{I}_1 + \frac{\dot{I}_1}{4} + \frac{\dot{I}_1}{8} \right) = \frac{11}{8} \dot{I}_1 \dot{Z}_1 \end{aligned}$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\frac{11}{8} \dot{Z}_1} \quad I_1 = \frac{8 \frac{E_m}{\sqrt{2}}}{11 \sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{4\sqrt{2} E_m}{11 \sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$I_1 = \frac{I}{2} = \frac{2\sqrt{2} E_m}{11 \sqrt{r^2 + x^2}}$$

[10] 60 kW 力率 0.6, 100 kVA 力率 0.8 及 50 kVA 力率 1 なる三つの負荷に電力を供給するには容量何 kVA の変圧器を用ふべきや。

$$\begin{aligned} \text{【略解】 全 kVA} &= \sqrt{(60 + 100 \times 0.8 + 50)^2 + (60 \times \frac{0.8}{0.6} + 100 \times 0.6 + 50 \times 0)^2} \\ &= \sqrt{190^2 + 105^2} \approx 217 \end{aligned}$$

故に 200kVA 又は 250kVA を採用する。

但し $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$ $kW \times \tan\theta = kW \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \text{無効電力}$ となる。 $\cos\theta = 0.8$ であれば $\sin\theta = 0.6$ ($\sin\theta = 0.8$ であると $\cos\theta = 0.6$) の関係は必ず暗記せられよ。又機器の容量は市場にある標準容量のものを取る。三相回路であると 3 で除したものが矢張り標準容量となることが望しい。

[11] 受電端の電圧 3000 V にして 600 kVA, 力率 0.8 なる負荷に供給する電線路の抵抗 0.5Ω , 同リアクタンス 0.3Ω なるとき送電端の電圧を求めよ。

$$\text{【解略】 負荷電流 } I = \frac{600 \times 1000}{3000} = 200A \quad \cos\theta = 0.8 \quad \sin\theta = 0.6$$

$$E_s \approx 3000 + 200 \times 0.5 \times 0.8 + 200 \times 0.3 \times 0.6 = 3116 \text{ V}$$

$$\text{但し、負荷電流 } I = \frac{\text{kVA電力} \times 1000}{\text{電 壓}} \quad \text{又は} \quad = \frac{\text{kW電力} \times 1000}{\text{電圧} \times \text{力率}}$$

此の負荷電流の算出を誤り易いから注意されよ。

2.10 多相交流の發生

えと、これから愈々多相交流の講義に進む。處で、多相交流とはどんなものだね、多少は聞き囁つて居るだらう。A 君、B 君、C 君……。

おい、おい、先生はやけに指名しよつたぞ、協議をして答へやうぜ (ぼそ、ぼそ、ぼそ、ベチャクチャベチャクチャ)……、何に、2 箇以上の単相交流が集合したものだつて、大休よろしい。

ねエ、世の中つて不思議なものだらう。その單調なドングリ頭でも、3 つ寄ると靈妙な智慧が出る。3 人寄れば文珠の智慧だね、が然し、分解すれば、申す迄もなく、云ふ迄もなく、論ずるにや及ばぬ。いやに念を押すて、まあ次を聞き給へ……。夫々の單調なドングリ頭である。豈に恐るゝに當らんやだ。な一るほど念を押した筈だて……。

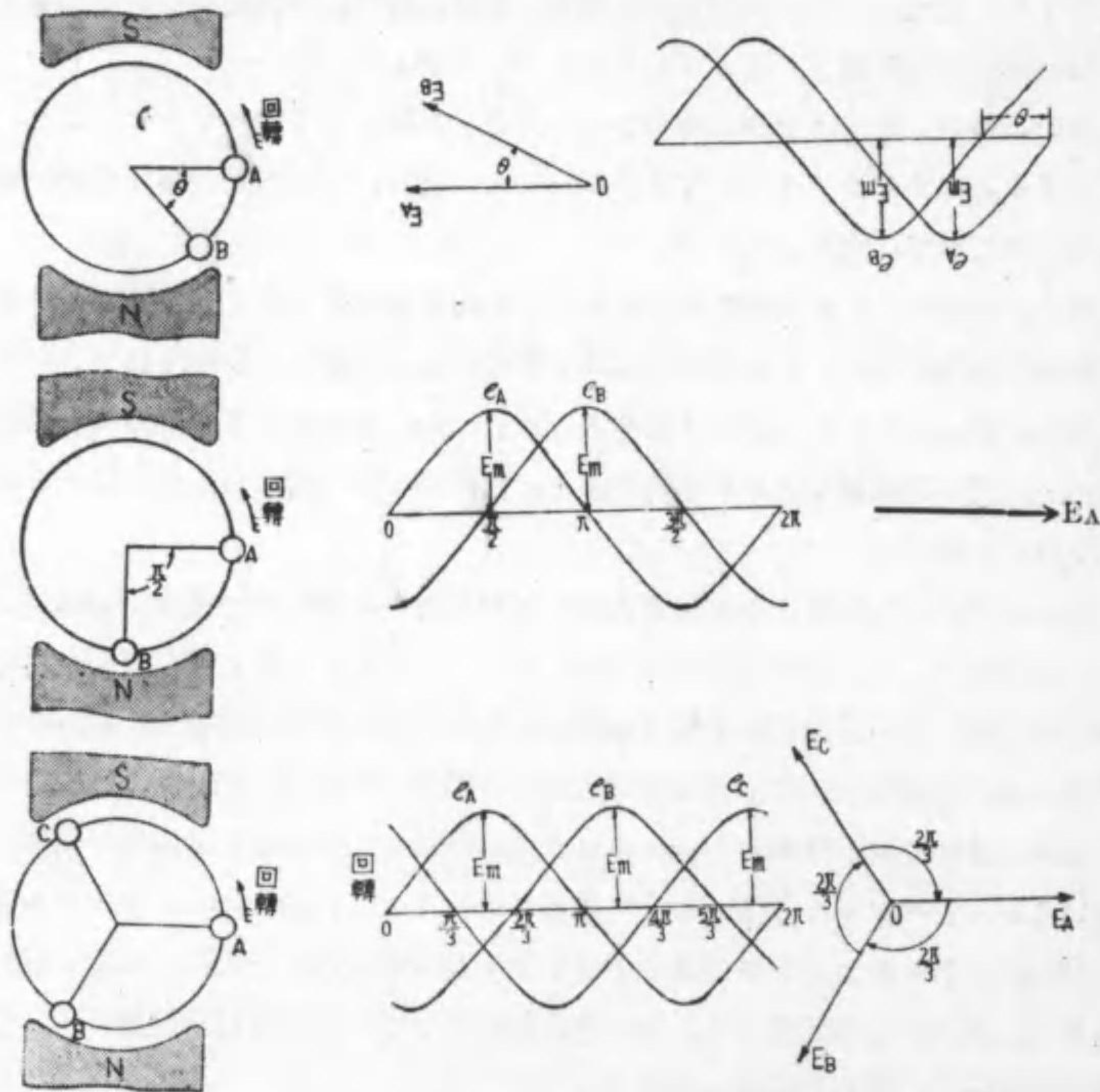
吾々がこれから取扱ふ 3 相交流は實に靈妙な種々の働き……例へば、瞬時電力が一定であるとか、回轉盤界を生ずるとか……を有し、一見、甚だ近寄り難いやうであるが、元々、單相交流 3 つが集合したもので、夫々に分解して考へると、今迄に述べた單相回路だ。其の根本に於ては簡單なものだ。恐れなくともよい。

元來、多相交流が難解だと云ふのは、此の分解して考へると云ふ頭が出来てゐないことゝ、ベクトル關係が十分に理解せられてゐない處にある。ベクトル關係は前に述べたキルヒホッフの法則の處をよく讀んで置けば、樂に、正當に理解せられる。之れからの講義では、世の電磁書と異つて、此の諸君が理解に苦しむ處を鋭く衝いて、理解の徹底を期そう。

扱、第 2.54 圖 (イ) のやうな NS 磁極間を反時計方向に回轉する導体 A があるとき、此の導体に誘導せられる起電力は正弦波となり、 E_m を其の最大値、1 秒間に f 回轉するものとする、時間 $t=0$ で A の位置にある時、任意の時間 t 秒後の導体に誘起される起電力 e は、第二卷 P 72 以下で説明した如く、 $e_A = E_m \sin \omega t$ ……但し $\omega = 2\pi f$ ……で表はされる。

扱、此の A 導体より電氣角で θ (第二卷 P71 以下参照) 遅れた位置に B 導体を置いて之れを同じく反時計式方向に A 導体と同一速度で回轉すると、之れに誘起せらるゝ起電力は A 導体の起電力と最大値 (E_m)、周波數 (f) が相等しく、位相が θ だけ遅れて $e_B = E_m \sin(\omega t - \theta)$ となる。時間の経過に對して此の

2つの起電力が変化する有様を畫くと、右の圖のぐらふの如くなり、之れをベクトルに示すと右端の圖の如くにならう。



第 2.54 圖

斯様に、2箇以上の電機子巻線を有し、夫々の巻線に發生する起電力の大きさが相等しく、周波數も同一で、起電力間に一定の相差があるとき、是等の起電力を總稱して多相 (polyphase) 交流と云ふ。多相交流として最も普通に用ひられてゐるのは2相 (two phase) と3相 (three phase) である。

(ロ) は此の2相を示し、巻線 A より $\pi/2=90^\circ$ 遅れた位置に巻線 B が捲かれてゐる。従つて夫々に誘導せらるゝ起電力 e_A 及 e_B は

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin (\omega t - 90^\circ)$$

であつて、時間 t の経過に應ずる起電力の變化の狀況をぐらふに示すと右圖の

如くになり、之れをベクトルにて表示すると右端の圖の如くなる。

(ハ) は3相を示したものであつて、機電子上には3つの巻線 A, B, C が配置せられ、B は A より $2\pi/3=120^\circ$ 遅れた位置に、C は B より同じく $2\pi/3=120^\circ$ 遅れた位置に夫々配置せられる。従つて夫々の巻線に誘導せられる起電力 e_A, e_B 及 e_C は

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin (\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad e_C = E_m \sin (\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

となり、時間 t の経過に應ずる起電力の變化の狀況をぐらふに示すと右圖の如くになり、之れをベクトルにて表示すると右端の圖の如くなる。

前に2相と3相は最も普通に用ひられると云つたが、其の99.9% 迄は3相である。即ち、發電、送電、配電系統の悉くは3相であると云つて過言でない。……伊太利其の他では電氣鐵道に單相を用ひて居る處もあるが、之れは極く特殊な例に過ぎない……斯く配給せられた一部分に於て、例へば電氣爐の電源として用ふる場合には3相を2相に變成して使用するか、水銀整流器、回轉變流機等に對しては3相を6相に變成して用ふるが、是等は發送配電系統全般から見ると、其の極く一部分に過ぎない。

何故斯様に3相式が廣く採用せらるゝかと云ふに、3相發電機又は電動機は同一出力の單相機よりも廉價で、特性もよく、取扱が簡便であり、又送配電線に於ても之れを單相式と比較すると同一條件の元に電線量は75% に節約せられるからである。その他、3相式は容易に回轉磁界を生ずるとか、瞬時電力が一定である等の特長を有する。是等に就ては、以下、夫々詳述せられやう。

2.11 多相交流の分類

前節でも述べたやうに、多相交流とは、同一周波數で位相を異にする2箇以上の單相が集つたものである。……周波數の同一でないものを多周波方式 (poly cycle system) と云ふ。之れは一般電力方面に用ひない……。是等の多相方式を分類すると次の如くなる。

- ① 對稱式と非對稱式 (symmetrical and unsymmetrical system)
- ② 結合式と獨立式 (interlinked and independent system)
- ③ 平衡式と不平衡式 (balanced and unbalanced system)

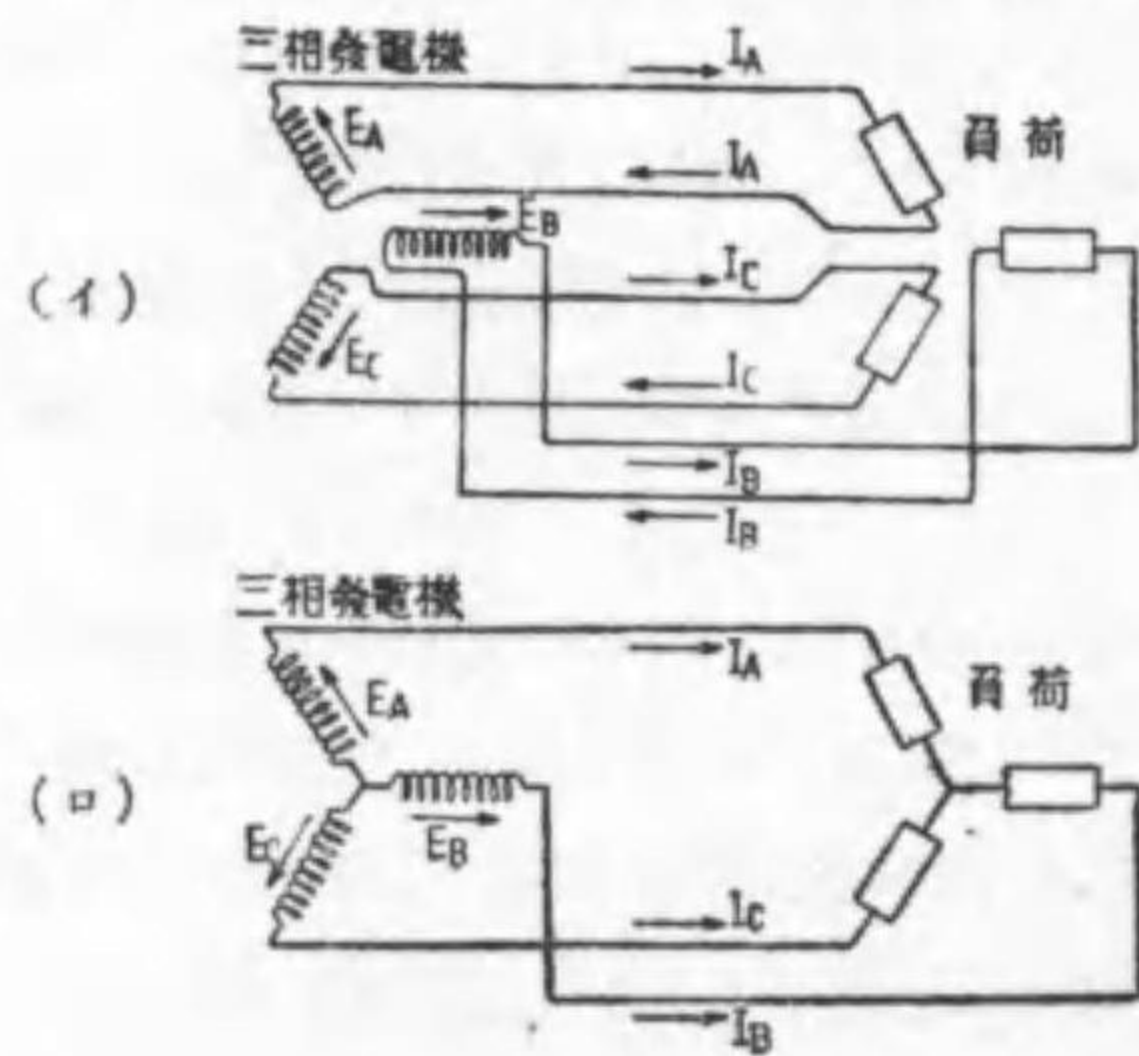
扱、対称式とは先きに示した三相交流のやうに、各相の起電力の大きさが相等しく、順次に其の位相間隔が相等しいもので、……三相では $2\pi/3=120^\circ$ 宛、n 式では $2\pi/n$ 宛あつて、今、最も一般的な対称式の n 相交流を示すと

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{n} \right) \quad e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{n} \right)$$

$$e_D = E_m \sin \left(\omega t - \frac{6\pi}{n} \right) \dots \dots e_n = E_m \sin \left\{ \omega t - \frac{(n-1)2\pi}{n} \right\}$$

の如くであつて、各相の起電力は $E_m/\sqrt{2}$ であり、夫々の相差は $2\pi/n$ で相等しい。従つて第 2.54 圖の (ロ) に示した二相式では、各相の起電力の値が相等しいが、相差が $\pi/2=90^\circ$ と $3\pi/2=270^\circ$ になつて異なるから非対称式である。一般に使用せらるゝ多相交流は申す迄もなく対称式である。

次に獨立式と云ふのは、多相交流として發生せられた電力を各相、別々に使用



第 2.55 圖

するものであつて、第 2.55 圖 (イ) に示したのが其の一例で、三相發電機の 3 相の夫々を獨立的に負荷に接続して使用して居る。之れに對して結合式は (ロ) 圖に示すやうに結合したもので、(イ) は 6 本の電線を要するが、(ロ) は 3 本の電線で事が足りる。従つて極く特殊の場合の外は結合式が用ひられる。

【補講】 三相發電機の發生する交流が對

稱式であつて、負荷が夫々相等しいと、各相の電流 $I_A I_B I_C$ は其の値相等しく、位相差が夫々 $2\pi/3$ である三相交流となる。従つて此の 3 つの歸線を共に結ぶと、之れに流るゝ電流の和は零となり、歸線は省略してよいことになる。此のことに就ては何れ又後述する。

次に平衡式と云ふのは、多相交流全体としての瞬時電力の和が一定であるやうなものを云ふのであつて、二相式も三相式も各相瞬時電力の總和は一定であるから、平衡式である。従つて二相式は對稱式ではないが平衡式であり、三相式は對稱式でもあれば平衡式でもある。

實際上、正しくは對稱三相式と云ふべき處を平衡三相式と云ふことがある。兩者の意義は前述の如くにはつきりと相違して居るのであるからなるべく混同され

ぬがよい。

【補講】 此處の處は多少難しいから、全部を修了せられてから學習されてもよい。

① 二相式の瞬時電力

各相の起電力を $e_A = E_m \sin \omega t$ $e_B = E_m \sin (\omega t - 90^\circ)$ とし、各相の電流が之れより φ 角遅れるとすると

$$i_A = I_m \sin (\omega t - \varphi) \quad i_B = I_m \sin (\omega t - 90^\circ - \varphi)$$

各相の瞬電力の和 P は

$$PP = e_A i_A + e_B i_B = E_m I_m \{ \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) + \sin (\omega t - 90^\circ) \sin (\omega t - 90^\circ - \varphi) \}$$

然るに 2.3 より $\sin A \sin B = \frac{1}{2} \{ \cos (A - B) - \cos (A + B) \}$

$$= \frac{E_m I_m}{2} \{ \cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi) + \cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi - 180^\circ) \}$$

又 $\cos (A - 180^\circ) = -\cos A$ となり

$$= \frac{E_m I_m}{2} \{ 2\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi) + \cos (2\omega t - \varphi) \} = E_m I_m \cos \varphi = 2EI \cos \varphi$$

但し $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ にて夫々實効値である。

前式よりも明かなやうに、二相電力の瞬時値の和は、負荷の力率を $\cos \varphi$ とすると $2EI \cos \varphi$ (E 及 I は各相電圧及電流の實効値) 一定となつて、時間に依つて變化するやうなことはない。

② 對稱三相式の瞬時電力

各相の起電力を次の如くに定める。

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin (\omega t - 120^\circ) \quad e_C = E_m \sin (\omega t - 240^\circ)$$

之れに對して各相の電流が電圧より φ 角遅れるものとして下記の如しとする。

$$i_A = I_m \sin (\omega t - \varphi) \quad i_B = I_m \sin (\omega t - 120^\circ - \varphi) \quad i_C = I_m \sin (\omega t - 240^\circ - \varphi)$$

従つて各相瞬時電力の和 P は

$$P = e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C = E_m I_m \{ \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) + \sin (\omega t - 120^\circ) \sin (\omega t - 120^\circ - \varphi) + \sin (\omega t - 240^\circ) \sin (\omega t - 240^\circ - \varphi) \}$$

$$= \frac{E_m I_m}{2} \{ \cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi) + \cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi - 240^\circ) + \cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi - 480^\circ) \}$$

然るに $\cos (2\omega t - \varphi)$ $\cos (2\omega t - \varphi - 240^\circ)$ $\cos (2\omega t - \varphi - 480^\circ)$ の三つをベクトルに畫くと、 120° 宛の相差のある 3 つの相等しいベクトルとなり其のベクトル和は零となる (此のことは更に後述する)

或は此の三角式を変化しても證明せられる。2.3 で求めた公式より

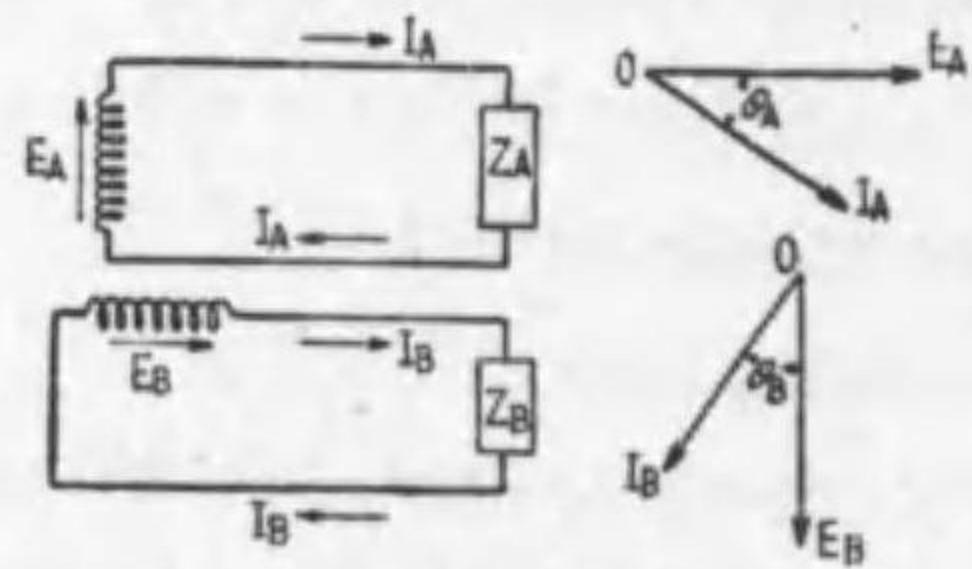
$$\begin{aligned} \cos A + \cos B &= 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \cos(2\omega t - \varphi - 240^\circ) + \cos(2\omega t - \varphi - 480^\circ) &= 2 \cos \frac{4\omega t - 2\varphi - 720^\circ}{2} \cos \frac{240^\circ}{2} \\ &= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \cos(2\omega t - \varphi - 360^\circ) = -\cos(2\omega t - \varphi) \end{aligned}$$

$$\therefore P = \frac{E_m I_m}{2} \{3 \cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - \varphi)\} = 3 \frac{E_m I_m}{2} \cos \varphi = 3EI \cos \varphi$$

即ち、對稱式三相に於ては、各相瞬時電力の和は、時間に対して一定数 $3EI \cos \varphi$ となる。斯様に多相全体としての瞬時電力が脈動しないと云ふことは、發電機として考へても、電動機として考へても、機械的に一定の回轉力を受け、或は出して居ると云ふことである。此の点から平衡 (balance) と云ふ名がつけられたのである。之れに對して、例へば、單相の如き不平衡式では第二卷 P127 の第 2.58 圖に示したやうに、各瞬時に於て、電力が脈動するので回轉力も脈動する。之れは回轉体の機械的慣性で平均され、回轉体の慣性能力が大きいと瞬時速度には殆んど變化はないが、回轉軸にかゝる歪力 (ストレス) の点から面白い。此の点にも、三相が廣く使用せらるゝ理由がある。

2.12 二相式の電壓、電流、電力

電氣爐に電力を供給するやうな際には、三相を二相に變成して用ふことがある。然し、其等の例は極く極く特殊な場合であつて、吾々が職場で二相交流にお目にかゝることは先づないと云つてよい。従つて、二相式の説明はしなくともよい譯であるが、次の三相式の場合を理解する豫備工作として、一應、説明して見る。従つて諸君は、目標は次の三相交流にあるが、其の電壓、電流のベクトル關係を知る準備として本節を學習するのだと云ふ態度で臨みたい。



第 2.56 圖

① 獨立式二相回路

獨立式二相回路では電線 4 本を要し、第 2.56 圖の如くなる。従つて之れを二相四線式と云ふこともある。

今各相に接続せらるゝ

インピーダンスを

$$\left. \begin{aligned} Z_A &= \sqrt{r_A^2 + x_A^2} & \theta_A &= \arctan \frac{x_A}{r_A} \\ Z_B &= \sqrt{r_B^2 + x_B^2} & \theta_B &= \arctan \frac{x_B}{r_B} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} r \text{ は抵抗、} x \text{ はリアクタンス} \end{array}$$

各相の電流は $I_A = \frac{E_A}{Z_A}$ $I_B = \frac{E_B}{Z_B}$

各相の電力は $W_A = E_A I_A \cos \theta_A$ $W_B = E_B I_B \cos \theta_B$

全体としての電力 $W = E_A I_A \cos \theta_A + E_B I_B \cos \theta_B$

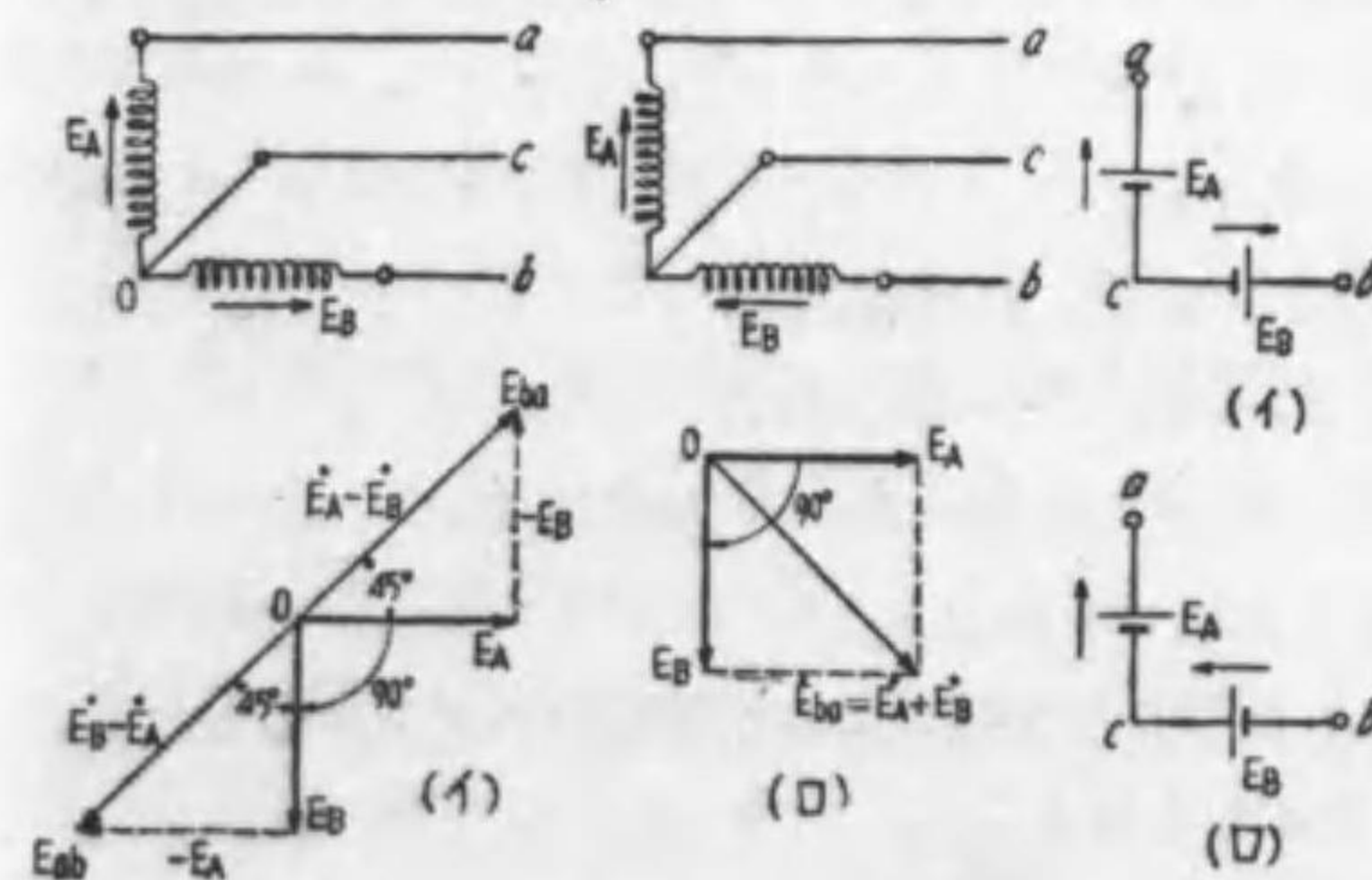
今 $E_A = E_B = E$ $Z_A = Z_B = Z$ $\theta_A = \theta_B = \theta$ とすると

(註) $Z_A = Z_B$ $\theta_A = \theta_B$ と云ふことは $r_A = r_B$ $x_A = x_B$ を意味する。

$$I = I_A = I_B = \frac{E}{Z} \quad W = 2EI \cos \theta \quad \text{となる。}$$

② 結合式二相回路 獨立式二相回路の歸線を共通として三線式としたのが結合二相回路である。

此の場合にも電源となる起電力の接続方法には第 2.57 圖(イ)(ロ)に示すやうに 2 種がある。(イ)は各相の起電力が結合点 O より外方に向ふやうに接続したものであり、(ロ)では E_A は外方に向くが E_B は前と反対方向 (内方) に向



第 2.57 圖

(イ) 圖に於て c a 間の電壓は申す迄もなく起電力 E_A に相當するものであり

くやうに接続せられて居る。……之れを時として (イ)は巻線の捲き終りを共に結び、(ロ)は一方の捲き終りと他方の捲き始めを結合するとも云ふ。此の際、起電力は捲き終りから捲き始めに向くものと考へる……。扱、此の場合に引出された 3 線 a, b, c 夫々の間の電壓を考へて見やう。

c b 間は起電力 E_B に相当するもので E_A, E_B 間には 90° の位相差がある。次に a b 間に於ては E_A と E_B のベクトル差となり $\dot{E}_A - \dot{E}_B$ と考へても $\dot{E}_B - \dot{E}_A$ と考へてもよい。此のことは第 2.35 圖で既に説明した通りで、假に b 点の電位 \dot{V}_b を元として考へると $\vec{O}b$ の方向に起電力 \dot{E}_B があるから O 点の電位は b 点より \dot{E}_B だけ低く

$$O \text{ 点の電位 } \dot{V}_O = \dot{V}_b - \dot{E}_B$$

次に a 点の電位は $\vec{O}a$ の方向に起電力 \dot{E}_A があるから O 点よりは \dot{E}_A だけ高く

$$a \text{ 点の電位 } \dot{V}_a = \dot{V}_O + \dot{E}_A = \dot{V}_b - \dot{E}_B + \dot{E}_A$$

故に a b 間の電圧が b より a に向ふものと考へると

$$b a \text{ 間の電位差 } \dot{V}_a - \dot{V}_b = \dot{V}_b - \dot{E}_B + \dot{E}_A - \dot{V}_b = \dot{E}_A - \dot{E}_B$$

同様に a 点を基点として a b 間の電圧が a より b に向ふものと考へると

$$a b \text{ 間の電位差 } \dot{V}_b - \dot{V}_a = \dot{E}_B - \dot{E}_A$$

となる。此のことは、右端の (イ) 圖の電池回路と比較すると更らによく理解せられやう。

(ロ) 圖に於て、第二相の電圧 \dot{E}_B は前と反対方向になつて居る。c a 間の電圧は申す迄もなく \dot{E}_A であり b c 間の電圧は \dot{E}_B である。次に、b a 間の電圧は b 点を基点として、其の電位を \dot{V}_b とすると O 点の電位は b 点の電位より \dot{E}_B だけ高く

$$O \text{ 点の電位 } \dot{V}_O = \dot{V}_b + \dot{E}_B$$

同様に a 点の電位は O 点よりも \dot{E}_A だけ高く

$$a \text{ 点の電位 } \dot{V}_a = \dot{V}_O + \dot{E}_A = \dot{V}_b + \dot{E}_B + \dot{E}_A$$

$$b a \text{ 間の電位差 } \dot{V}_a - \dot{V}_b = \dot{V}_b + \dot{E}_B + \dot{E}_A - \dot{V}_b = \dot{E}_A + \dot{E}_B$$

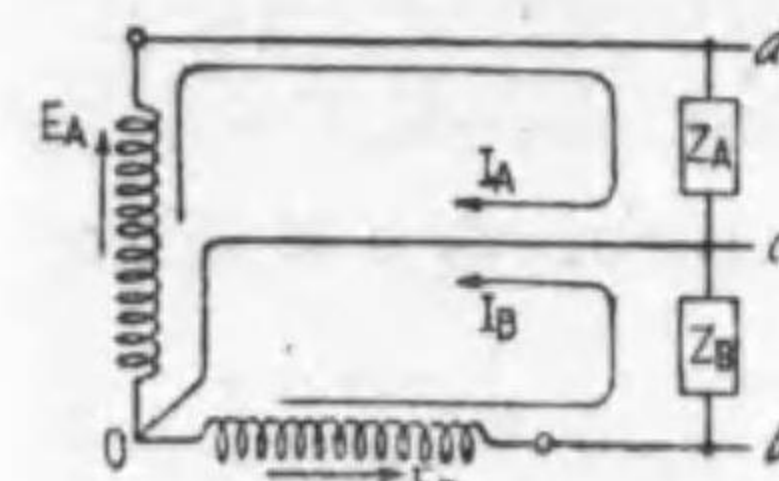
尙、右端 (ロ) の電池回路と比較せられよ。

即ち、b a 間の電圧は (イ) のやうな接続では各相電圧のベクトル差となり、(ロ) のやうな接続ではベクトル和となる。

先きの獨立式では、各線間の電圧は各相の電圧であり、各線に流れる電流は各相に流れた。然し此の結合式では c a 及 b c 間の電圧は各相電圧であるが b a 間の電圧は各相の電圧と異なる。斯様な場合各相の電圧を相電圧 (phase voltage) 各線間の電圧を線電圧 (line voltage) と云ふ。電流に就ても同様で、各相の

電流を相電流 (phase current) 各線に流れる電流を線電流 (line current) と稱する。

一般に二相配電方式として取扱はれるのは第 2.57 圖の (イ) の場合であつて



今之れに對して第 2.58 圖の如く各相に Z_A, Z_B なる負荷を接続した場合を考へて見やう。

……(ロ) の場合でも同様に取扱はれる。諸君自から試みられよ。

$$\text{扱 } Z_A = \sqrt{r_A^2 + x_A^2} \quad Z_B = \sqrt{r_B^2 + x_B^2}$$

$$\theta_A = \text{arc tan } \frac{x_A}{r_A} \quad \theta_B = \text{arc tan } \frac{x_B}{r_B}$$

とする。

夫々の負荷インピーダンスの電流は

$$I_A = \frac{E_A}{Z_A} \quad I_B = \frac{E_B}{Z_B}$$

となり、 I_A は E_A より θ_A だけ、 I_B は E_B より θ_B だけ遅れる。

申す迄もなく、a 線の線電流は第一相の相電流 I_A であり、b 線の線電流は同じく第二相の相電流 I_B であつて、夫々 E_A 及 E_B の方向に流れるから圖示の如くに C 線には I_A と I_B のベクトル和が流れる。

$$I_C = I_A + I_B \quad \text{となり、其の大きさは}$$

$$I_C = \sqrt{(I_A \cos \theta_A - I_B \sin \theta_B)^2 + (I_A \sin \theta_A + I_B \cos \theta_B)^2}$$

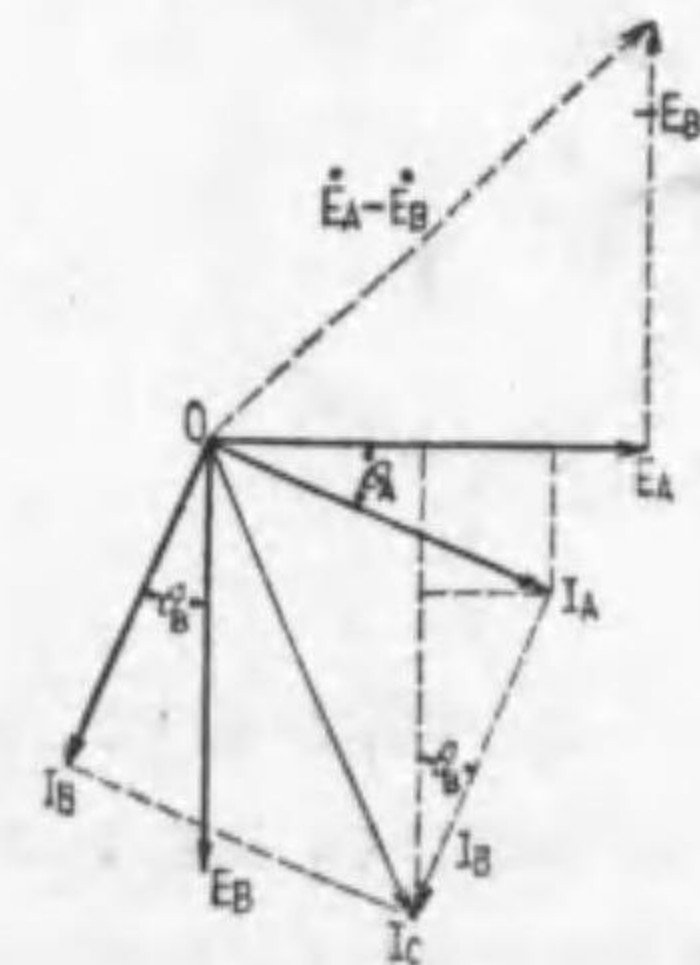
今 $E_A = E_B = E \quad Z_A = Z_B = Z \quad \theta_A = \theta_B = \theta$ とすると $I_A = I_B = I$ となつて

$$\begin{aligned} I_C &= I \sqrt{(\cos \theta - \sin \theta)^2 + (\sin \theta + \cos \theta)^2} \\ &= I \sqrt{\cos^2 \theta - 2 \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta} \\ &= I \sqrt{2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} = \sqrt{2} I \end{aligned}$$

(註) 第 2.57 圖 (ロ) の如くにとすると I_C は I_A と I_B のベクトル差となるが、 I_A, I_B, I_C の大きさには變りはない。諸君自から試みられよ。

此の場合の全電力 W は

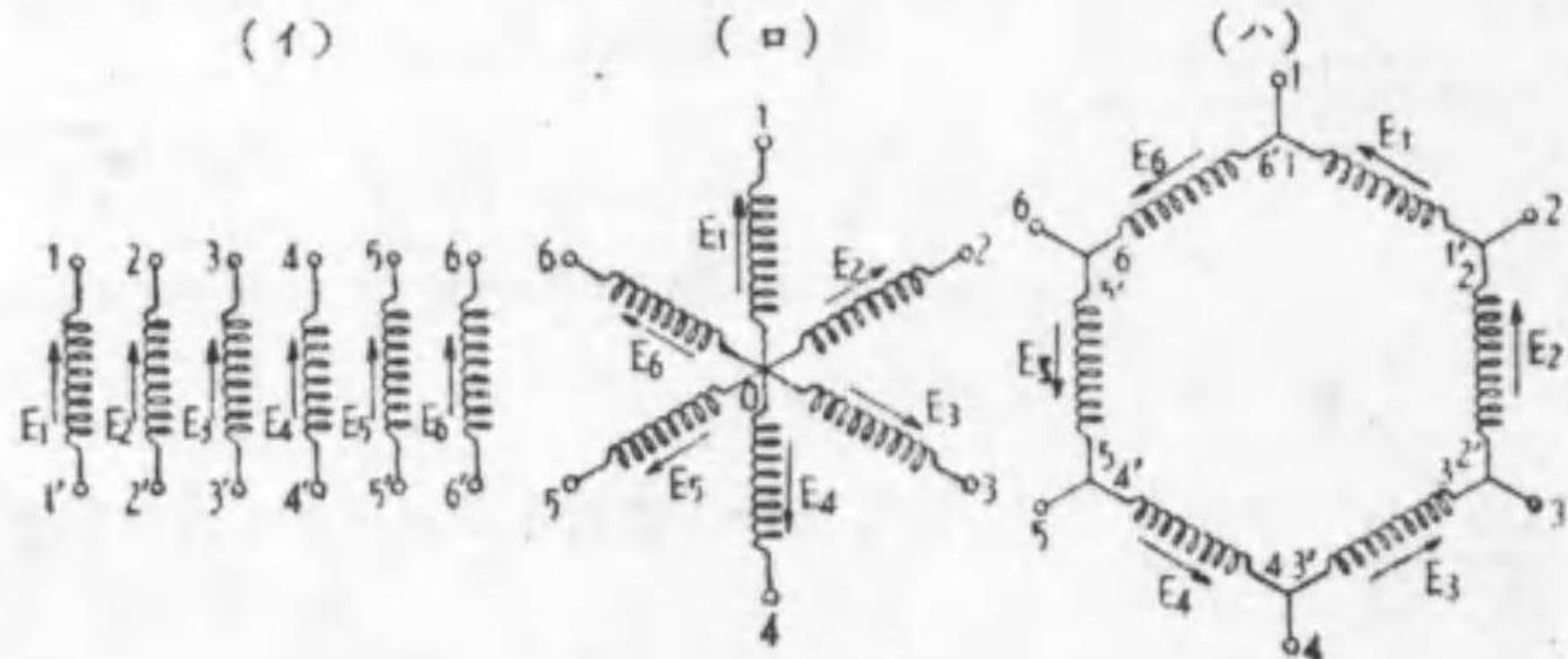
$$W = E_A I_A \cos \theta_A + E_B I_B \cos \theta_B = 2 E I \cos \theta$$



第 2.58 圖

2.13 三相式の電圧、電流、電力

吾々が以下、主として取扱ふ多相交流は対称式……之れを混同して平衡多相交流と云はれることもあるが、正しくは前述のやうに對稱式多相交流と云ふべきであつて、各相の電圧、電流の大きさが相等しく、一定の相差角にあるもの……であつて、此の多相交流を接続する方法に星状結線 (star connection) と環状結線 (ring connection) がある。其の要領の一例を圖示したのが第 2.59 圖であつて

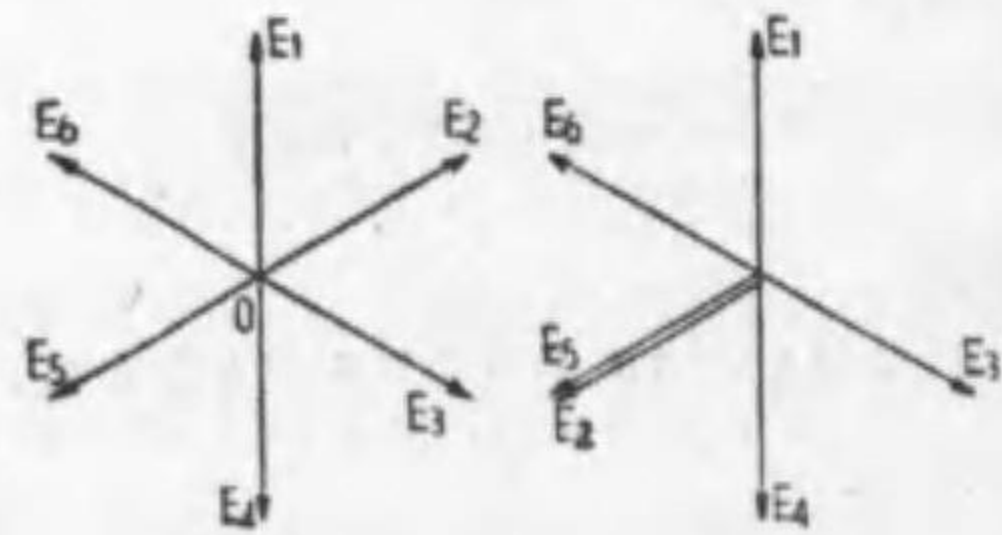


第 2.59 圖

圖は六相の場合を示して居る。即ち (イ) のやうに、6 箇の線輪があつて、夫々に誘導せられる電圧 $E_1 E_2 E_3 E_4 E_5 E_6$ は其の大き相等しく、相差は $2\pi/6 = \pi/3 = 60^\circ$ 宛であるとする。此の 6 箇の線輪の捲き終りを一括して接続すると各相巻線の起電力は (ロ) 圖に示すやうに外方に向く。之れが星状結線である。其の形が星形を爲して居る……外部回路には夫々の端子を接続する。

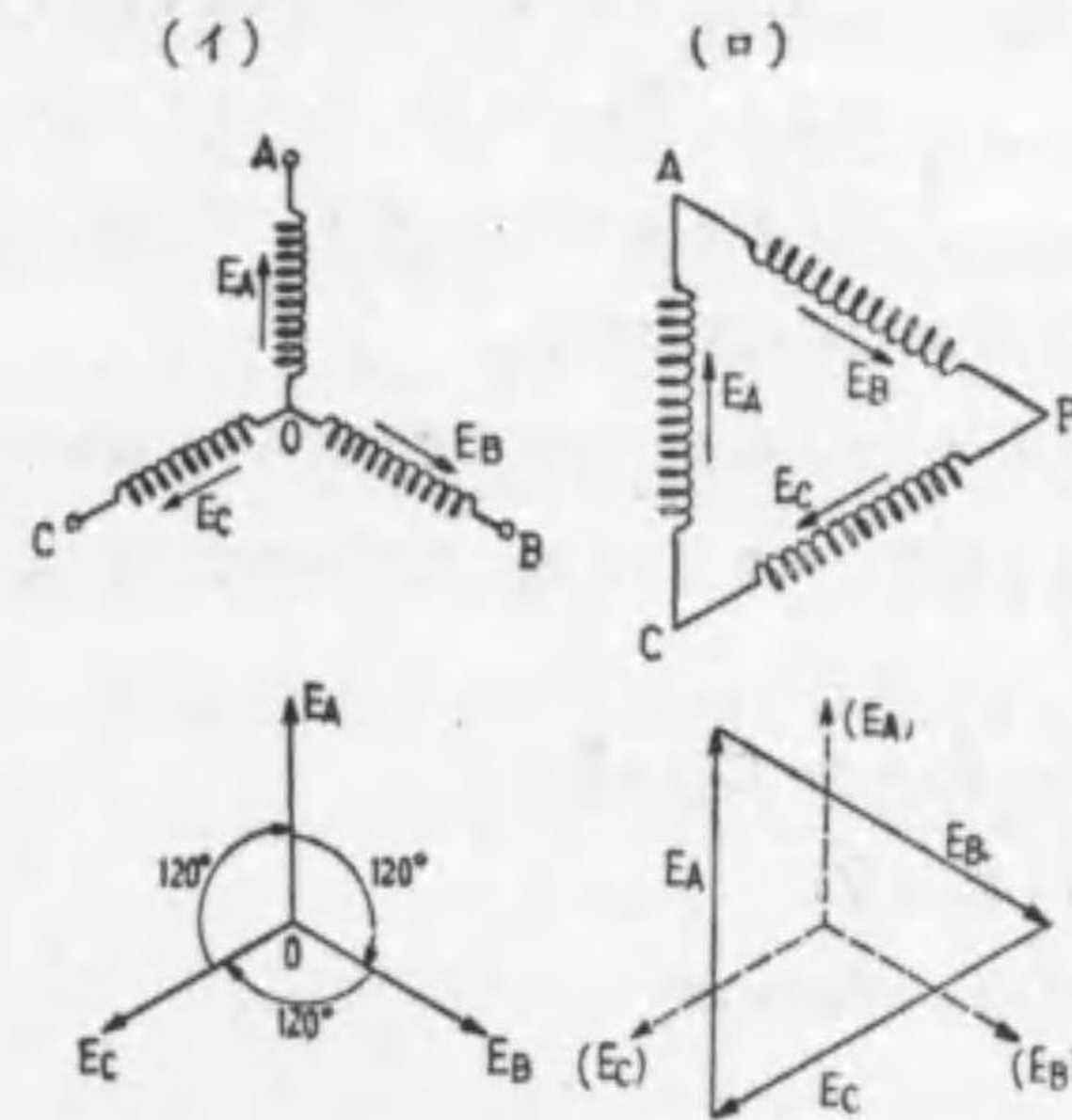
更に (ハ) 圖のやうに各相の捲き始めを次の相の捲き終りに結び、順次に斯様にして環状としたものを環状結線と云ふ。然して外部回路へは其の各接続点から 1, 2, 3, 4, 5, 6 のやうに引出して接続する。

此の接続に於て注意せらるべきは、星状結線に於て起電力が總て外方に向ふやうにすることであり、環状結線では各相の起電力が總て時計式方向 (又は反時計式方向) にあることで、若し之れに違反すると第 2.60 圖に示したやうに對稱式でなくな



第 2.60 圖

る。例へば、圖では 2, 2' (起電力 E_2) の巻線を前の圖とは反対方向に接続したとすると、各相電圧のベクトルは右圖の如くになつて、對稱式ではなくなる。之れが環状結線の場合であると環状に接続せられた各相巻線内に起電力が残存することになつて、巻線内をぐるつと 1 周りする大きな横流を流す不都合がある。之れは何れ、三相回路の Δ 結線の處で再述しやう。



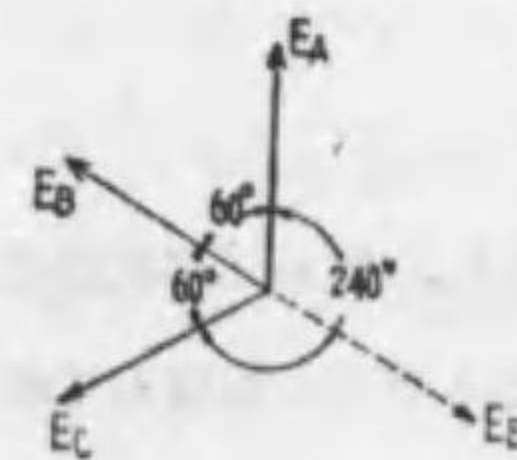
第 2.61 圖

以上は多相回路一般として述べたのであるが、三相回路にあつては、第 2.61 圖 (イ) のやうに接続すると星状結線 (星形結線) ……又は Y の字に似て居る處より三相の場合に限つて Y 状結線 (Y 形結線又は略して Y 結線) (Y-connection) と云ふ……となり、各相電圧のベクトル関係は下圖の如くなる。又 (ロ) のやうに接続すると環状結線となるのであるが、

ギリシヤ文字の Δ (delta) に似て居る處より三角結線 (delta connection) と云つて居る。其の各相電圧のベクトル関係は下圖の如くである。

【補講】 ① 星形結線の際の各相電圧を特に星形電圧 (star voltage) と云ふことがある。

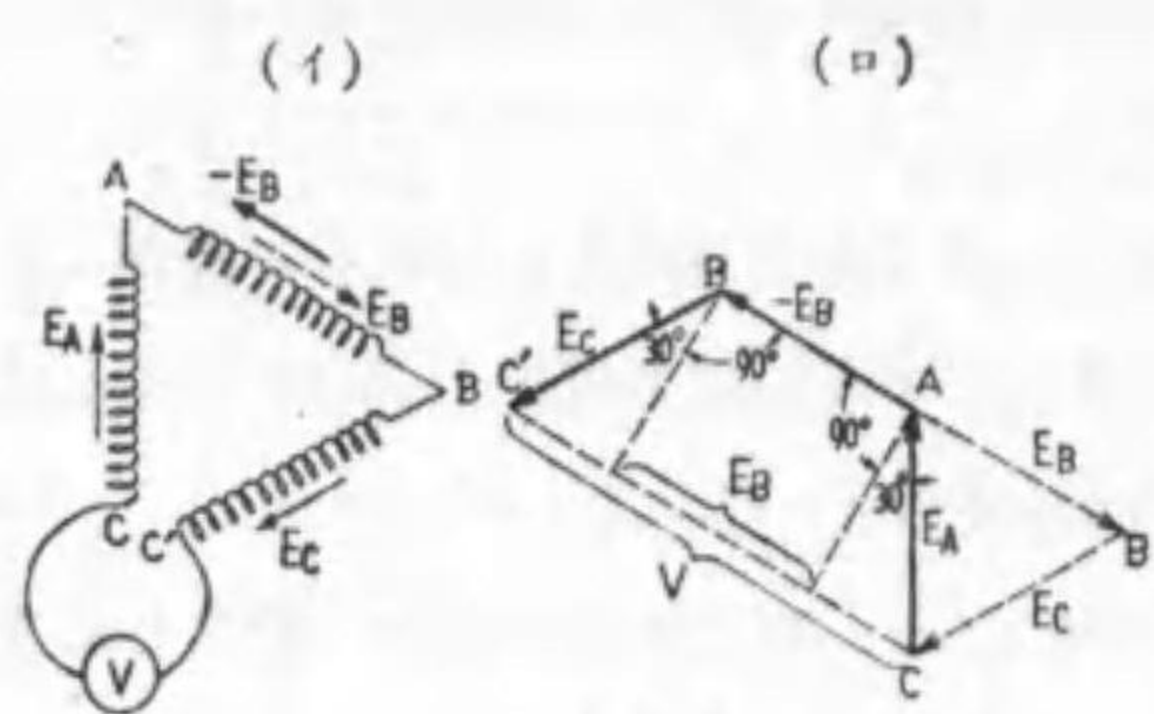
② 星形結線で其の一相の線輪を反対に接続すると……(即ち 2 つの線輪の捲き りと 1 つの線輪の捲き始めを共に接続する)……例へば今 B 線輪を逆に接続したとすると、第 2.62 圖 E_B は反対の方向となつて、 $E_A E_B E_C$ は最早、對稱三相式でなくなる。従つて、正しく 3 つの起電力の方向が同一方向 (等しく外方又は内方に向く) になるやうに線輪を接続しなければならない。



第 2.62 圖

③ 三角結線で、其の一相の線輪を反対に接続した場合を考へて見やう。

第 2.63 圖の (イ) で $E_A E_B E_C$ が正しく接続されたとき、C 点を基点として三角形の各線輪を 1 廻りする場合を考へやう。



第 2.63 圖

C 点電位を V_C とすると A 点電位は之れより \dot{E}_A だけ高い $\dot{V}_A = \dot{V}_C + \dot{E}_A$ であり、B 点の電位は A 点の電位よりも \dot{E}_B だけ高く $\dot{V}_B = \dot{E}_A + \dot{E}_B$ 又 C' 点の電位は B より \dot{E}_C だけ高いから
 $\dot{V}_{C'} = \dot{V}_B + \dot{E}_C = \dot{V}_C + \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C$
 然るに、 $\dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C$ のベクトル和は閉塞三角形となつて元に歸り、零であるから、

$\dot{V}_{C'} = \dot{V}_C$ で C C' 間に接続された電圧計 V の指示は零である。

次に一相の起電力例へば \dot{E}_B が反対方向……此の場合は反時計式方向……に接続されたとすると (イ) に於て $-\dot{E}_B$ (實線の矢) の如くになり (ロ) 圖に於ても同様になる。従つて

$$\dot{V}_{C'} = \dot{V}_C + \dot{E}_A - \dot{E}_B + \dot{E}_C = \dot{V}_C + \dot{E}_A + (-\dot{E}_B) + \dot{E}_C$$

$$\therefore \dot{V}_{C'} - \dot{V}_C = \dot{E}_A + (-\dot{E}_B) + \dot{E}_C = \dot{V} \quad \text{となる。}$$

圖よりも明かなやうに $V = E_A \sin 30^\circ + E_B + E_C \sin 30^\circ$

今 $E_A = E_B = E_C = E$ とすると

$$V = E + 2E \sin 30^\circ = E + 2E \times \frac{1}{2} = 2E$$

即ち C' C 間の電圧計は 2E 即ち相電圧の 2 倍を指示することになる。と云ふことは斯様な線輪 3 箇を直列に接続して電圧 2E を加へたことに相當するから、此の電圧に依つて各線輪内に循環電流 (circulating current) が流れる。これは外部の負荷に供給される電流でなく、全く無駄に線輪に流れるのであつて、其の値は、各線輪のインピーダンスが相等しく Z であるとする、3 つ直列にあるから

$$\text{循環電流 } I_s = \frac{2E}{3Z}$$

となり Z が小さいと其の値が甚だ大となつて、線輪を焼損するに至る。従つて環状接続にあつては其の中をぐるつと 1 廻りした起電力ベクトル總和が零となるやうに接続して循環電流を避けねばならない。

以上は多相電源の接続に就て示したが、負荷側に於ても同様であつて、多相交流の相數に應ずる負荷を適當に接続して電源に接続する。此の夫々の負荷のインピーダンスが相等しきとき……其の大きさもインピーダンス角 $\theta = \arctan x/r$ も

相等しきものとする……之れを平衡負荷 (balanced load) と云ひ、インピーダンスの異るときを不平衡負荷 (unbalanced load) と稱する。

各相の負荷がバランス及アンバランスして居ると云ふ意味であつて、前に述べた電源の平衡式、不平衡式とは全然意味が違ふ。吾々が廣く取扱ふのは平衡負荷の場合であるから、以下主として、此の場合に就て研究しやう。

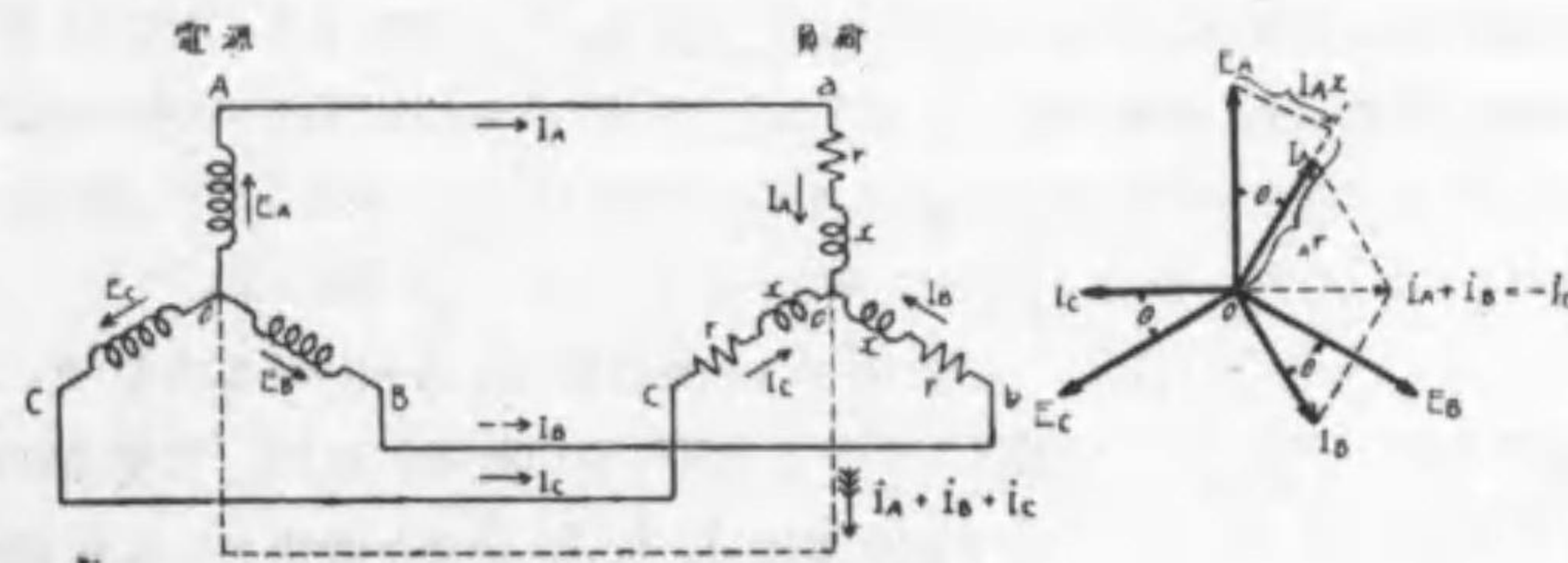
扱、平衡負荷にも前述した電源の接続と同様に星状結線と環状結線がある。

以下、三相回路に就て電源と負荷の種々なる組合せの基本型に就て説明しやう

● 星形-星形結線 電源も負荷も星形に接続せられた場合を示すと第 2.64 圖の如くであつて、各相の起電力を $E_A E_B E_C$ とし、之れが星形接続にあるとする。一方、之れに接続する負荷は

抵抗 r リアクタンス x インピーダンス $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$

とし、星形結線とする。今電源と負荷各相の結合点……之れを中性点 (neutral point) と云ふ。…… O O' を結んで考へると、此の結合三相回路は



第 2.64 圖

O A a O' O O B b O' O O C c O' O

なる三つの單相回路が集合したものと考へてよい。従つて夫々の單相回路に就て考へると

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{Z} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z} \quad \theta = \arctan \frac{x}{r}$$

となつて、夫々電圧より θ 角遅れる。此の狀況を示したのが右端のベクトル圖である。

扱、ベクトル圖よりも明かなやうに、 $O' O$ 間には各相電流の和 $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ が流れる。處が對稱三相電源であると $E_A = E_B = E_C = E$ であるから $I_A = I_B = I_C = I$ となり、夫々 120° 宛の相差があつて、其のベクトル和は零となる。

$$\text{即ち } \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

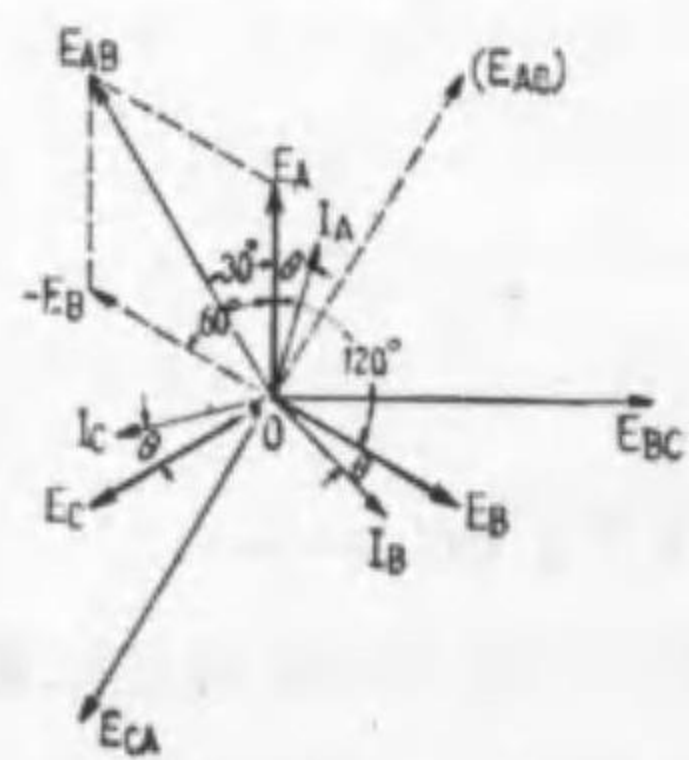
であるから $O' O$ には電流が流れない。従つて O' と O を結んでも開いても何の影響もない。其處で此の $O' O$ (中性線とも云ふ) を廢して、三相三線式として負荷に電力を供給して居る。繰返して云ふが、此の場合、中性線を假想して、上記のやうに 3 つの單相回路の集合として考へ、各單相回路に就て計算する。

次に此の場合の電力は、單相 3 つの集りであるから

$$\text{三相全電力 } W = E_A I_A \cos \theta + E_B I_B \cos \theta + E_C I_C \cos \theta = 3 E I \cos \theta$$

次に線間電壓と相電壓 (星形電壓) の關係を求めやう。其の前に中性点 O の電位を考へると 120° 宛相差のある相等しい電壓が此の点に働くのであるから、明かに其の電位は零である。

【補講】 1 箇の石に 3 方から綱をつけて、等しい力で引張ると互ひの力が打ち消し合つて石は動かない。と云ふことは石に何の力も動いてゐないのと同様である。中性点の電位が零であるのは之れと全く同理であつて、此の点を零電位である大地と結んでも何の影響も與へない。之れを中性点の接地と稱する。又負荷の中性点 O' を O と結んでも電流が流れないと云ふことは O' 点は O 点と同電位、即ち零電位であることを意味する。



第 2.65 圖

扱、第 2.65 圖に於て、各相の起電力を $\dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C$ とすると 120° 宛の相差がある。又前述の如くに各相の電流 $\dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C$ は夫々電壓より θ 角遅れて居る。今線間電壓を考へるに中性点 O の電位は零で

A 点の電位 $\dot{V}_A = +\dot{E}_A$ (O より A に向ふから)

B 点の電位 $\dot{V}_B = +\dot{E}_B$ (O より B に向ふ)

従つて A B 線間の電位差即ち電壓は

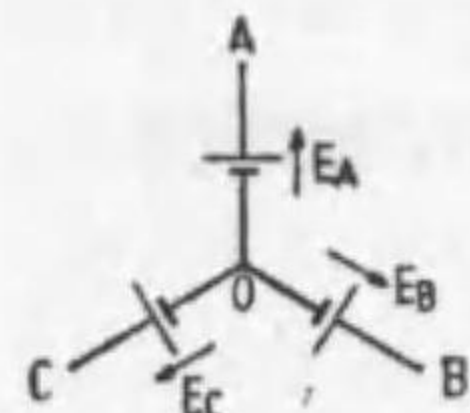
$$\dot{E}_{AB} = \dot{V}_A - \dot{V}_B = \dot{E}_A - \dot{E}_B = \dot{E}_A + (-\dot{E}_B)$$

となつて E_{AB} ベクトルに示したやうになる。他の 2 線間も同様に

B C 間の電壓 $\dot{E}_{BC} = \dot{E}_B - \dot{E}_C$ C A 間の電壓 $\dot{E}_{CA} = \dot{E}_C - \dot{E}_A$

此のことは第 2.66 圖の電池回路と併せて考へると尙一層明瞭である。

斯様に各線間電壓のベクトルを考へると、電流 I_A は線間電壓 E_{AB} より $(30^\circ + \theta)$ だけ遅れることになる。



第 2.66 圖

【補講】 元來、相電流に對する線間電壓と云ふものは、全く意味がない。例へば I_A は A B 間線間電壓 E_{AB} より $(30^\circ + \theta)$ 遅れるが A C 間線間電壓 E_{AC} ($\dot{E}_A - \dot{E}_C$) よりは圖では $(30^\circ - \theta)$ だけ進む。何れの線間電壓を取るのも隨意であるから、線間電壓と相電流の間には何等、固定的の關係はない。従つて相電流と線間電壓の相差と云ふものには全く意義がないのであつて、電力計を接続するやうな場合にのみ取り上げて考へねばならなくなるに過ぎない。即ち、電力を形成するのは、相電壓と相電流である。然し電壓計で電壓を測定する場合には發電機の中性点等は引出せないから線間で測定する。従つて相電壓と線間電壓の大きさの關係を知る必要がある。

三相線間電壓各線間電壓を第 2.65 圖では順次に $E_{AB} E_{BC} E_{CA}$ と取つたことに就ては、次項で説明する。

次に $E_A = E_B = E_C = E$ の對稱三相電源に於て、相電壓 (星形電壓) と線間電壓の關係を調べて見やう。

各線間共に同様であるから A B 線間に就て求めると第 2.67 圖の如くであつて、O より E_{AB} に垂線を下し之れを二つに分つて考へると

$$E_{AB} = E_A \cos 30^\circ + E_B \cos 30^\circ = 2 E \cos 30^\circ$$

$$= 2 E \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} E$$

第 2.67 圖

即ち、線間電壓は相電壓の $\sqrt{3}$ 倍である。

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{CA} = E_l \quad \text{とすると一般的に} \quad E_l = \sqrt{3} E$$

逆に相電壓は線間電壓の $1/\sqrt{3}$ となる。

$$(註) \sqrt{3} = 1.732 \text{ (人なみに)} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.577$$

従つて三相回路の電力 W の式は

$$W = 3 E I \cos \theta = 3 \frac{E_l}{\sqrt{3}} I_l \cos \theta = \sqrt{3} E_l I_l \cos \theta$$

之れが三相回路に於ける電力の一般式であつて I_l は線電流で、此の場合は相電流に等しく、 $\cos \theta$ は申す迄もなく各相の力率 (θ は相電壓と相電流の相差角)

である。

三相回路の全電力 = $\sqrt{3} \times$ 線間電圧 \times 線電流 \times 相の力率

相電圧、相電流を用ひずに、斯様な形で電力の式を示すのは、線間電圧だの線電流は外部より容易に測定し得るからである。

尚、電力の式を各相のインピーダンスで示すと

$$W = 3EI \cos \theta = 3E \frac{E}{Z} \cdot \frac{r}{Z} = 3E^2 g$$

但し g は各相のコンダクタンス $\frac{r}{Z^2}$ である。

④ 星形—三角形結線 電源が星形に、負荷が三角形に接続せられた場合を示すと第 2.68 圖の如くであつて、此の場合、負荷インピーダンス Z の三角形結線を第一巻 P99 の要領で星形に換算すると $Z/3$ となり（抵抗 r もリアクタンス x も $1/3$ となる）前項の場合と同様に計算せられる。即ち

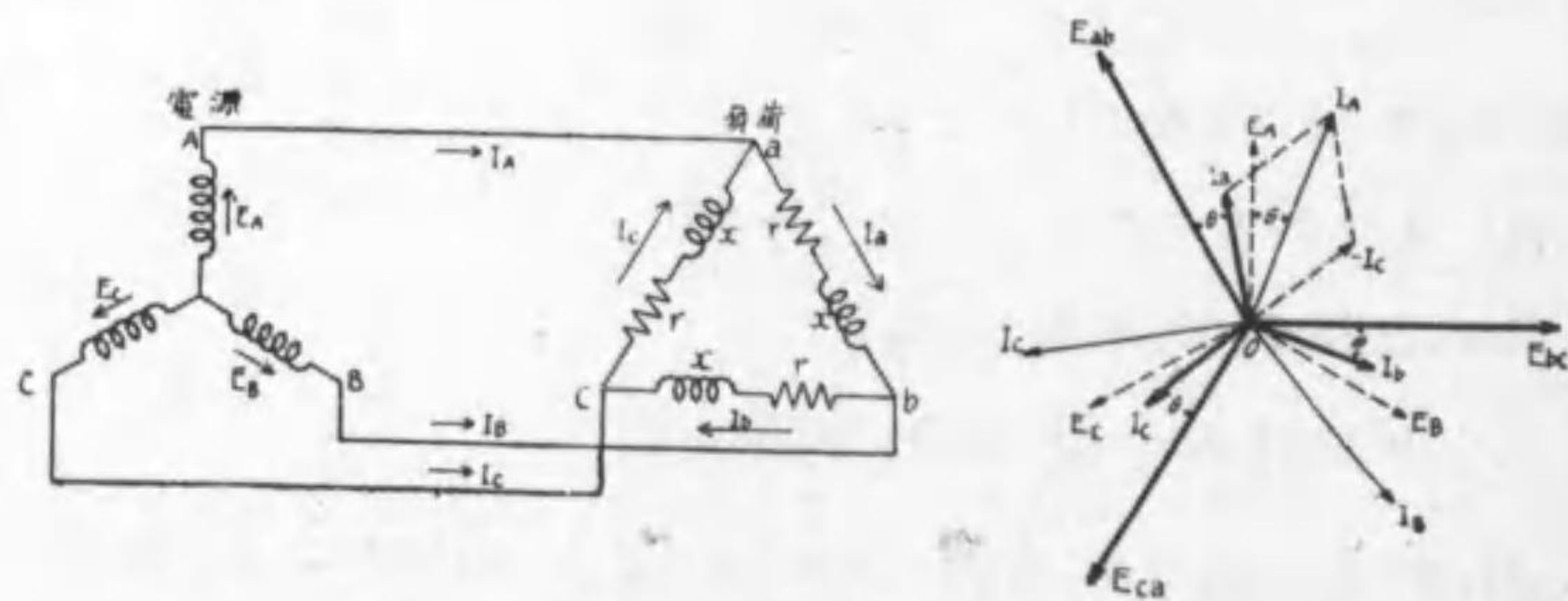
$$I_A = I_B = I_C = \frac{E}{Z/3} = 3 \frac{E}{Z} \quad E_l = \sqrt{3} E$$

$$W = 3EI \cos \theta = 3E \frac{E}{Z/3} \cdot \frac{r}{Z} = 3(3E^2 g)$$

但し $\cos \theta = \frac{r/3}{Z/3} = \frac{r}{Z}$ で變りはない。

即ち、同一のインピーダンスを三角形接続とすると、星形の場合の 3 倍の電流となり、電力も亦 3 倍消費せられる。

（註）三相電熱器の各相の電熱線の接続を star より delta に接続換へると、3 倍の熱量が得られる。



第 2.68 圖

次に斯様な換算をせずに、其の儘の形で、電圧、電流及電力を求めて見やう。

第 2.68 圖に於て、電源各相の電圧を $\dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C$ とし

$$a \text{ 点は } b \text{ 点よりも高電位とすると } \dot{E}_{ab} = \dot{E}_A - \dot{E}_B$$

$$b \text{ 点は } c \text{ 点よりも高電位とすると } \dot{E}_{bc} = \dot{E}_B - \dot{E}_C$$

$$c \text{ 点は } a \text{ 点よりも高電位とすると } \dot{E}_{ca} = \dot{E}_C - \dot{E}_A$$

となり、夫々右端のベクトル圖の如くなる。

従つて、 ab, bc, ca 各相の電流 I_a, I_b, I_c は夫々 E_{ab}, E_{bc}, E_{ca} より θ 角 ($\theta = \arctan x/r$) 遅れる。併而、各相のインピーダンス $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$ とすると

$$I_a = I_b = I_c = \frac{E_{ab}}{Z}$$

然るに $E_A = E_B = E_C = E$ とすると $E_{ab} = E_{bc} = E_{ca} = E_l = \sqrt{3} E$ となるから

$$\text{相電流 } I = I_a = I_b = I_c = \frac{E_l}{Z} = \frac{\sqrt{3} E}{Z} = \sqrt{3} \frac{E}{Z}$$

然而、各相の電流は a 点が b 点よりも高電位として \dot{E}_{ab} を求めたから、 I_a は a 点から b 点の方向に向く。同様に I_b は b より c に、 I_c は c より a の方向に向くことになる。

一方、電源の各線 A, B, C より負荷に向ふ電流を $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ とし、 a, b, c の各点にキ氏法則を適用すると

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a - \dot{I}_c \quad \dot{I}_B = \dot{I}_b - \dot{I}_a \quad \dot{I}_C = \dot{I}_c - \dot{I}_b$$

となる。之れを右端の圖ではベクトルの如く求めた。元々 I_a, I_b, I_c は其の大きき等しく ($I = \frac{E_l}{Z} = \frac{\sqrt{3} E}{Z}$) 120° 宛の相差があるから、前に相電圧から線間電圧を求めたのと同じの要領で

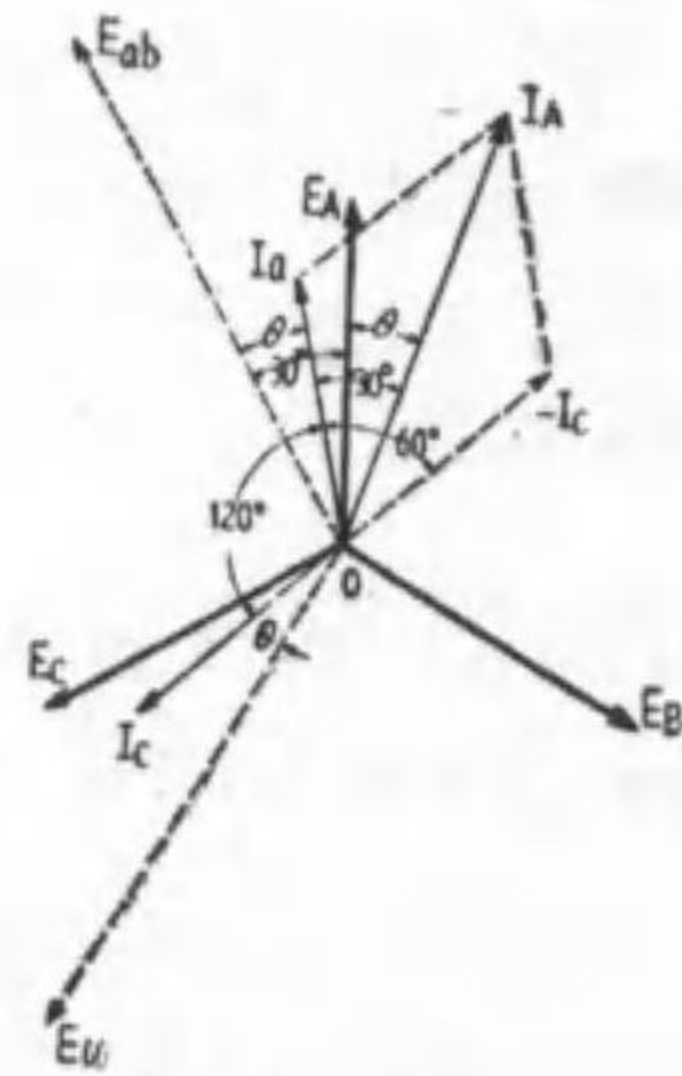
$$I_A = I_B = I_C = I_l = \sqrt{3} I = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \frac{E}{Z} = 3 \frac{E}{Z}$$

となり、線電流 I_l は同一インピーダンス Z を星形とした場合の 3 倍となることが分る。又三相電力は各相電力の和となり

$$\begin{aligned} W &= E_{ab} I_a \cos \theta + E_{bc} I_b \cos \theta + E_{ca} I_c \cos \theta \\ &= 3E_l I \cos \theta = 3E_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos \theta = \sqrt{3} E_l I_l \cos \theta \end{aligned}$$

となつて、三相回路に於ける電力の一般式と一致する。

【補講】 ① 電源側に目を轉じて、相電圧 E_A, E_B, E_C と相電流 I_A, I_B, I_C が如何なる相



第 2.69 圖

関係にあるかを調べて見やう。何れに就て考へても同様であるから、第 2.69 圖の如くに、 E_A と I_A の相差角に就て示す。

申す迄もなく I_a と I_c には 120° の相差角があつて E_{ab} は E_A より 30° 進み、 I_A は I_a より 30° 遅れる従つて

$$\angle E_{ab}OE_A = \angle I_aOI_A = 30^\circ$$

此の相等的な両邊から $\angle I_aOE_A$ を引いた残りも相等しく

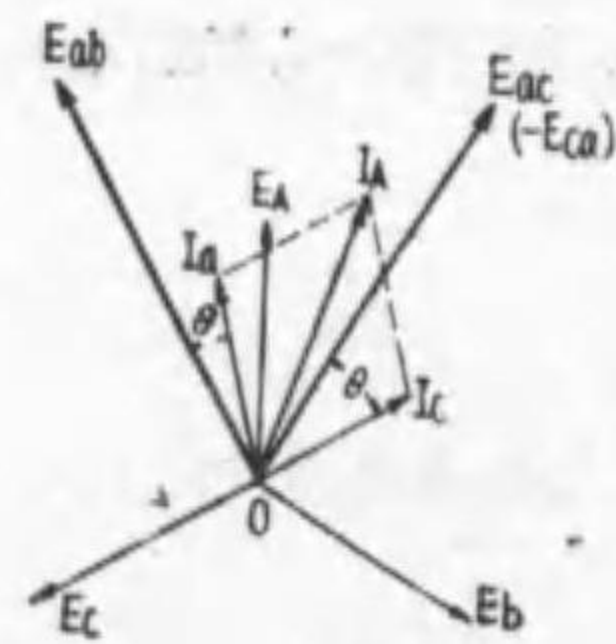
$$\angle E_AOI_A = \angle E_{ab}OI_A = \theta$$

即ち I_A は E_A より θ だけ遅れることになる。同様に I_B は E_B より I_C は E_C より夫々 θ だけ遅れ、電源から供給する三相電力 W は

$$W = E_A I_A \cos \theta + E_B I_B \cos \theta + E_C I_C \cos \theta = 3 E I \cos \theta = 3 \frac{E I}{\sqrt{3}} \cos \theta = \sqrt{3} E I \cos \theta$$

となり、負荷で消費せらるゝ電力に相等しい。

② 上記の解説では a 点は b 点より、b 点は c 点より、c 点は a 点より夫々電位が高いとした。然し前にも説明したやうに、線間電圧はどのようにでも取れるのであるから、例へば c a 間の電圧に就ては a 点が c 点よりも電位が高いとしてもよく、斯くすると a c 間の電流の方向は a より c に向ふこととなり (前の I_C に対し $-I_C$ となる) $I_A = I_a + I_c$ となるから線電流 I_A の大き及 E_A に対する位相角には變りがない (第 2.70 圖参照) 即ち各線間の電圧を如何様にとつても線電流其他に影響はない。然し電源の電圧が三相ベクトルで示されるなら、負荷各相の電圧 E_{ab} E_{bc} E_{ca} 及電流 I_a I_b I_c も三相ベクトルとして示さるべきであるから、どう取つてもよい線間電圧なら、そのやうに取る方が取扱ひに便利である。此の理由で上述の如くに電位の順を a→b→c→a と取つたのである。



第 2.70 圖

斯くすると、第 2.68 圖のベクトルと第 2.65 圖のベクトルはよく一致して…例へば線間電圧 E_{ab} は線電流 I_A よりも ($30^\circ + \theta$) 進む……好都合である。

③ 各相起電力 E_A E_B E_C の時間に対する變化の狀況を畫くと、勿論、正弦波となるが其の順序が E_A E_B E_C であれば、相回轉方向 (phase rotation) は A B C であると云ひ、

E_A E_C E_B の順序にあると相回轉方向は A C B であると稱する。

即、相回轉が A B C では

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \quad e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$

相回轉が A C B では

$$e_A = E_m \sin \omega t \quad e_C = E_m \sin(\omega t - 120^\circ) \quad e_B = E_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$

となる。

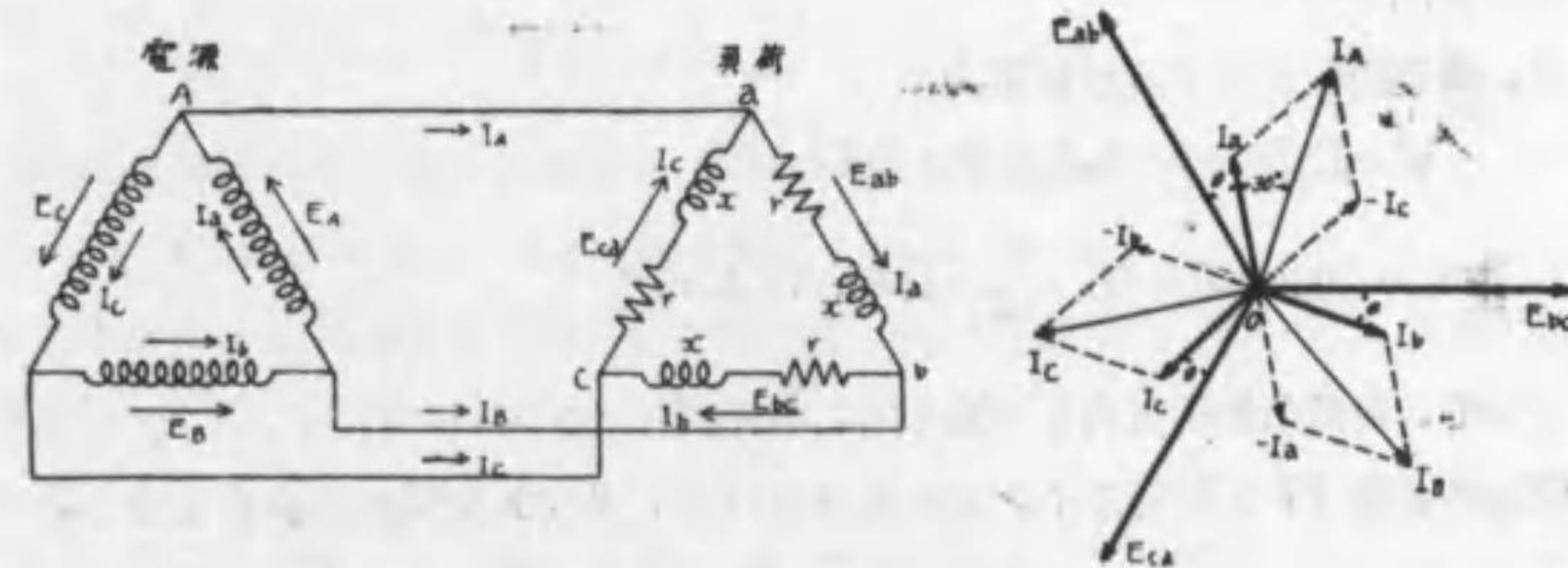
④ 三角形—三角形結線 電源も負荷も三角形結線とせられた場合を示すと第 2.71 圖の如くであつて、電源各相の起電力を \dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C とし、相回轉は A B C の順とする。従つて A 点は B 点よりも \dot{E}_A だけ、B 点は C 点よりも \dot{E}_B だけ、C 点は A 点よりも \dot{E}_C だけ夫々電位が高い。其處で負荷側では b 点よりも a 点の電位が高く、加へられる電圧は a より b の方向に \dot{E}_{ab} であつて、申す迄もなく $\dot{E}_{ab} = \dot{E}_A$ である。他の相に於ても同様で $\dot{E}_{bc} = \dot{E}_B$ $\dot{E}_{ca} = \dot{E}_C$ となる。

負荷各相のインピーダンス $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$ $\theta = \arctan \frac{x}{r}$ とすると

負荷各相の電流は電圧と同一方向に

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{ab}}{Z} = \frac{\dot{E}_A}{Z} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{bc}}{Z} = \frac{\dot{E}_B}{Z} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{ca}}{Z} = \frac{\dot{E}_C}{Z}$$

此の \dot{I}_A は a より b の方向で、 \dot{E}_{ab} より θ 角遅れる。同様に \dot{I}_B は b より c の方向に流れ \dot{E}_{bc} より θ 角遅れ、 \dot{I}_C は c より a の方向に流れ \dot{E}_{ca} より θ 角遅れることになる。此の關係を示したのが右端のベクトル圖である。之れに對して電源より負荷に流入する電流を \dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C とするとキルヒホッフの法則より



第 2.71 圖

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a - \dot{I}_c = \dot{I}_a + (-\dot{I}_c) \quad \dot{I}_B = \dot{I}_b - \dot{I}_a = \dot{I}_b + (-\dot{I}_a) \quad \dot{I}_C = \dot{I}_c - \dot{I}_b = \dot{I}_c + (-\dot{I}_b)$$

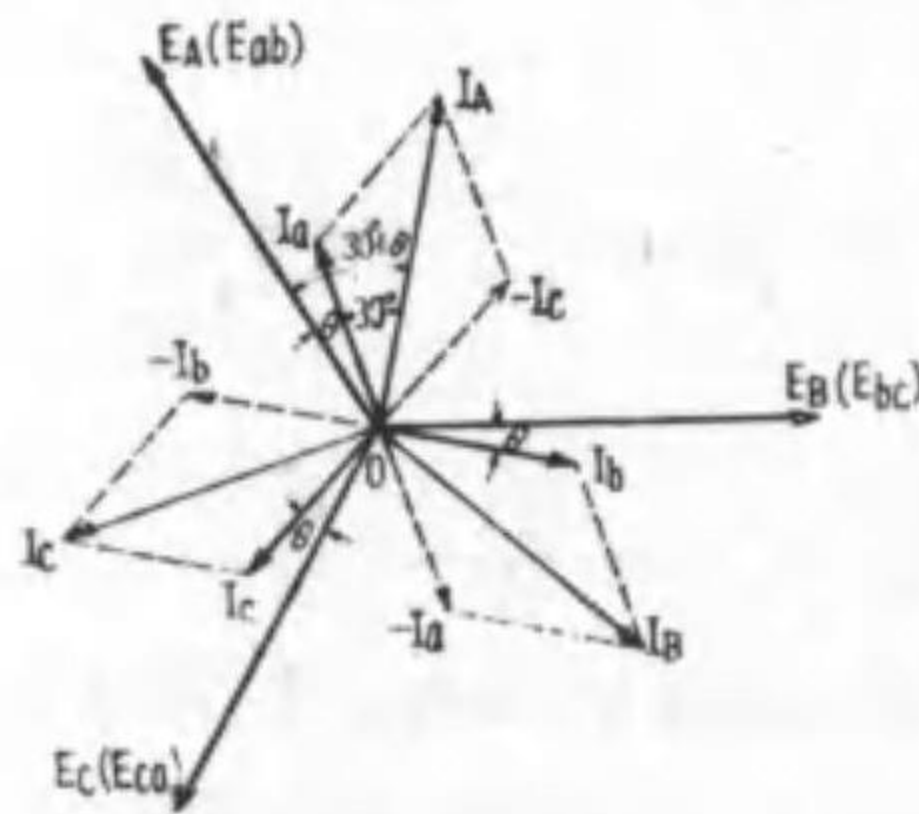
此の関係を表はしたのが右端のベクトル圖であつて、 $\dot{I}_a \dot{I}_b \dot{I}_c$ は負荷各相の電流、 $\dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C$ は各線の電流である。

$$\text{負荷各相の電流 } I = \frac{E}{Z} \quad \text{各線の電流 } I_l = \sqrt{3}I = \sqrt{3} \frac{E}{Z}$$

$$\begin{aligned} \text{負荷の三相電力} &= E_{ab}I_a \cos\theta + E_{bc}I_b \cos\theta + E_{ca}I_c \cos\theta \\ &= 3EI \cos\theta = 3E_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos\theta = \sqrt{3}E_l I_l \cos\theta \end{aligned}$$

此の場合、線間電壓(E_l)=相電壓(E) であることは申す迄もあるまい。

次に目を電源側に轉すると、各相の起電力 $\dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C$ に依つて負荷電流 $\dot{I}_a \dot{I}_b \dot{I}_c$ が供給せられ、之れと各線電流のベクトル關係は第 2.72 圖の如くである



第 2.72 圖

圖では、 $\dot{I}_a \dot{I}_b \dot{I}_c$ で電源各相の電流を表はし、 $\dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C$ で各線電流を示した。又 E_A は E_{ab} , E_B は E_{bc} , E_C は E_{ca} と一致するから、前のベクトル關係より I_A は E_A より $(30^\circ + \theta)$ だけ遅れる。然るに \dot{I}_A は I_a より 30° 遅れるので I_a は E_A より θ だけ遅れる。同様に、 I_b は E_B より I_c は E_C より夫々 θ だけ遅れることになる。此のことは A B 相で a

b 相に、B C 相で b c 相に、C A 相で c a 相に直接的に電力が供給されると全く同様である。

又、發電機の供給する三相電力は

$$\begin{aligned} W &= E_A I_a \cos\theta + E_B I_b \cos\theta + E_C I_c \cos\theta \\ &= 3EI \cos\theta = 3E_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos\theta = \sqrt{3}E_l I_l \cos\theta \end{aligned}$$

となつて、負荷の消費電力と一致する。

電源の電壓 E_l と負荷のインピーダンス Z (r 及 x) が與へられたとき

$$\text{負荷の相電流 } I = \frac{E_l}{Z} \quad Z = \sqrt{r^2 + x^2} \quad \theta = \arctan \frac{x}{r}$$

$$\text{線電流 } I_l = \sqrt{3}I = \sqrt{3} \frac{E_l}{Z} \quad \text{三相電力} = \sqrt{3}E_l I_l \cos\theta \quad \text{但し } \cos\theta = \frac{r}{Z}$$

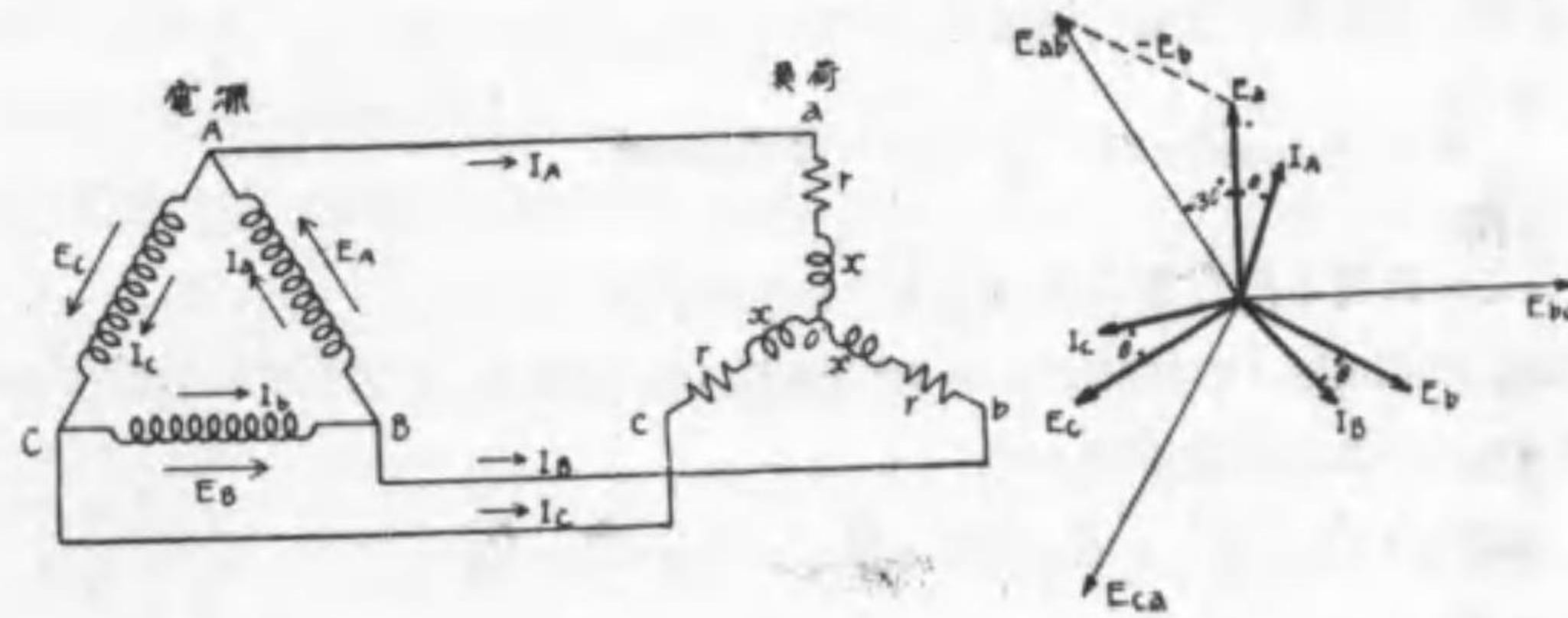
として求められる。

(註) 此の場合も b c 間の電壓は \vec{E}_{cb} と向き、 I_b は c より b に向くと考へても、線電流、電力には變りはないが、負荷も亦、三相電壓、電流となるのだから b c 間の電壓は b より c の方向に向くもの、ea 間では c より a の方向に向くものと考へる方が正當である

① 三角形—星形結線 電源は三角結線であるが、負荷が第 2.73 圖のやうに星形結線の場合を考へて見やう。電源各相の起電力を $\dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C$ とし、相回轉は A B C の順であつたとする。即ち

$$e = \sqrt{2}E_A \sin\omega t \quad e_B = \sqrt{2}E_B \sin(\omega t - 120^\circ) \quad e_C = \sqrt{2}E_C \sin(\omega t - 240^\circ)$$

此の E_A が a b 間の電壓 E_{ab} であり、 E_B は E_{bc} , E_C は E_{ca} に相當する。



第 2.73 圖

此の時、星形結線負荷各相のインピーダンス Z を

$$Z = \sqrt{r^2 + x^2} \quad \theta = \arctan \frac{x}{r} \quad \text{としやう。}$$

此の負荷の各相に加はる電壓を $\dot{E}_a \dot{E}_b \dot{E}_c$ とすると

$$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_a - \dot{E}_b \quad \dot{E}_{bc} = \dot{E}_b - \dot{E}_c \quad \dot{E}_{ca} = \dot{E}_c - \dot{E}_a$$

であるから、前の諸結線で研究した處より (更に後で補説に述べる) 負荷各相の電壓は $\dot{E}_a \dot{E}_b \dot{E}_c$ の如くなること分る。

従つて、各相電流 (此の場合、之れが線電流となる) $I_A I_B I_C$ の値

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E_l/\sqrt{3}}{Z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E_l}{Z}$$

但し $E_A = E_B = E_C = E_l$ $E_A = E_b = E_c = E = \frac{E_l}{\sqrt{3}}$

三相負荷電力 $W = E_A I_a \cos\theta + E_B I_b \cos\theta + E_C I_c \cos\theta$
 $= 3E_l I \cos\theta = 3 \frac{E_l}{\sqrt{3}} I \cos\theta = \sqrt{3} E_l I \cos\theta$

或は $W = 3 \left(\frac{E_l}{\sqrt{3}} \cdot \frac{E_l/\sqrt{3}}{Z} \cdot \frac{r}{Z} \right) = E_l^2 \frac{r}{Z^2} = E_l^2 g$

但し $g = \frac{r}{Z^2}$ でコンダクタンスである。

電源側の各相の電流 $I_a I_b I_c$ は前の第 2.72 圖の場合と同様に考へられ

$I_a = I_b = I_c = \frac{I_l}{\sqrt{3}}$ 但し $I_A = I_B = I_C = I_l$

となつて、発電機の發生三相電力 W は

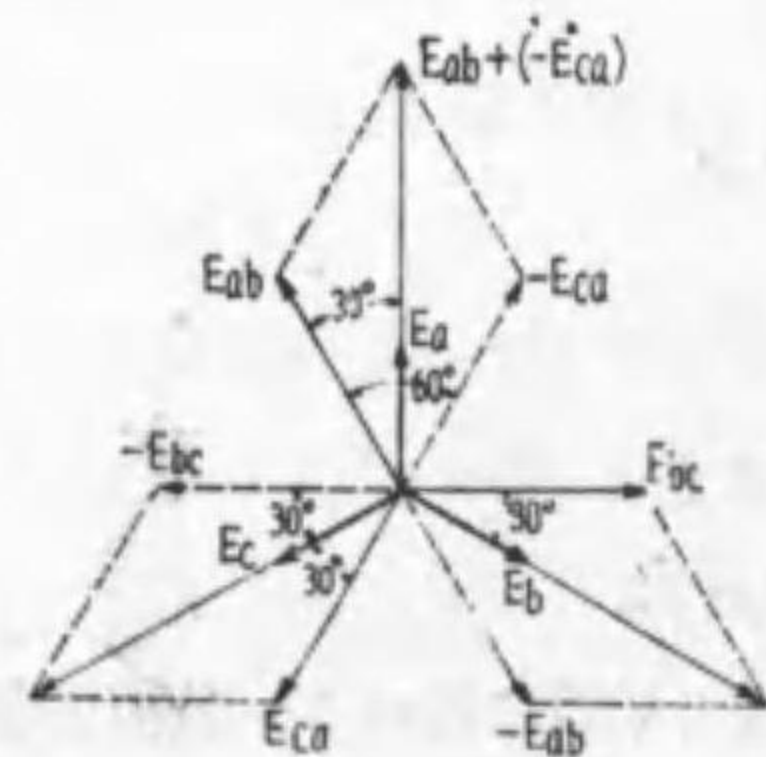
$W = 3E_l I \cos\theta = 3E_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos\theta = \sqrt{3} E_l I_l \cos\theta$

となつて、負荷の消費電力と一致する。

【補講】 線間電圧（又は線電流）より各相電圧（又は相電流）は次の如くに求められる。
 即ち各相電圧と線間電圧の関係は

$\dot{E}_{ab} = \dot{E}_a - \dot{E}_b$ $\dot{E}_{bc} = \dot{E}_b - \dot{E}_c$ $\dot{E}_{ca} = \dot{E}_c - \dot{E}_a$

とならねばならないから



第 2.74 圖

同様にして $\dot{E}_b = \frac{\dot{E}_{bc} + (-\dot{E}_{ab})}{3}$ $\dot{E}_c = \frac{\dot{E}_{ca} + (-\dot{E}_{bc})}{3}$

第 2.74 圖は其の作圖を示したものであつて、夫々線間電圧より 30° 宛遅れた位相にあつ

$\dot{E}_{ab} - \dot{E}_{ca} = \dot{E}_a - \dot{E}_b - (\dot{E}_c - \dot{E}_a)$
 $= 2\dot{E}_a - (\dot{E}_b + \dot{E}_c)$

然るに、平衡負荷に對稱三相電圧が加へられると、各相の電圧は對稱三相となることが明かであるから

$\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = 0$ $\dot{E}_b + \dot{E}_c = -\dot{E}_a$

故に

$\dot{E}_{ab} + (-\dot{E}_{ca}) = 2\dot{E}_a - (-\dot{E}_a) = 3\dot{E}_a$

$\therefore E_a = \frac{\dot{E}_{ab} + (-\dot{E}_{ca})}{3}$

て其の大きさは E_{ab} と E_{ca} は 120° の相差にあつて、其の値は等しく E_l であるから、兩者のベクトリ差は

$|\dot{E}_{ab} - \dot{E}_{ca}| = \sqrt{3} E_l$ 即ち線間電圧の $\sqrt{3}$ 倍である。

各相電圧 E は此の $\frac{1}{3}$ であるから

$E = \frac{|\dot{E}_{ab} - \dot{E}_{ca}|}{3} = \frac{\sqrt{3} E_l}{3} = \frac{E_l}{\sqrt{3}}$

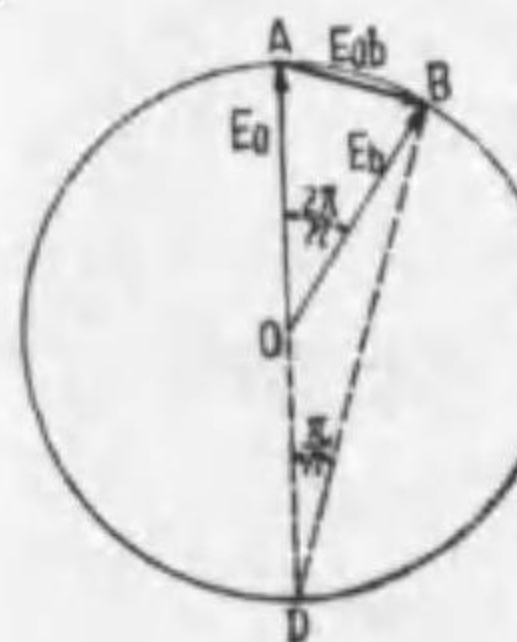
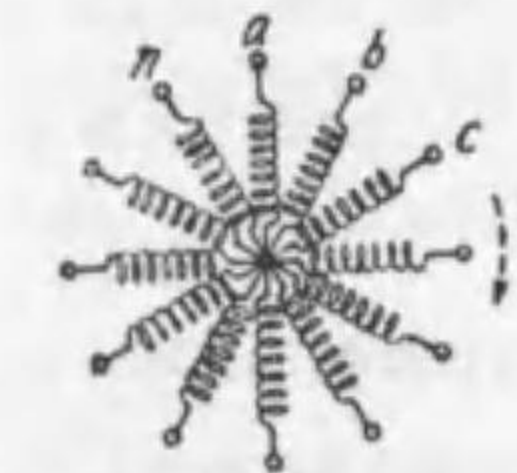
即ち線間電圧の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ となる。

斯様に線間電圧が對稱式であると、各相電圧は 120° 宛の相差角を有する大きさの等しい對稱電圧となるので、其の中性点 O' の電位は零となる。

2.14 n相式の電圧、電流、電力

次に一般的な n 相交流の場合に就て、相電圧（星形電圧）と線間電圧、相電流と線電流の関係を調べて見やう。

① 星狀結線の場合 第 2.75 圖の如くに、n 相交流が星形結線とせられた



とき、其の線電流 I_l は相電流 I と相等しく $I_l = I$ である。此の場合の線間電圧は、例へば、a 及 b の 2 相を取ると、各相電圧 $E_a = E_b = E$ であつて E_a と E_b の相差角は $2\pi/n$ となる。此の時の線間電圧（A B 間の電圧） E_l は下圖のベクトルより E_{ab} の如くに求められる。此處に半圓角 $\angle ABD = 90^\circ$ （直角）であつて $\angle ADB = \frac{\pi}{n}$ （補講参照）又 $AD = 2OA = 2E_a = 2E$ であるから、直角三角形 $\triangle DAB$ に於て

$E_l = E_{ab} = \overline{AB} = AD \times \frac{AB}{AD} = 2E \sin \frac{\pi}{n}$

となる。又各相の電流を I とし、相電圧より遅れる角を θ とすると

第 2.75 圖

全電力 $W = nEI \cos\theta = n \frac{E_l}{2 \sin \frac{\pi}{n}} I \cos\theta = \frac{n}{2 \sin \frac{\pi}{n}} E_l I \cos\theta$

但し、此の場合 $I_l = I$ （線電流 = 相電流）である。

例へば、此の式より三相 (n=3) の場合を求めると

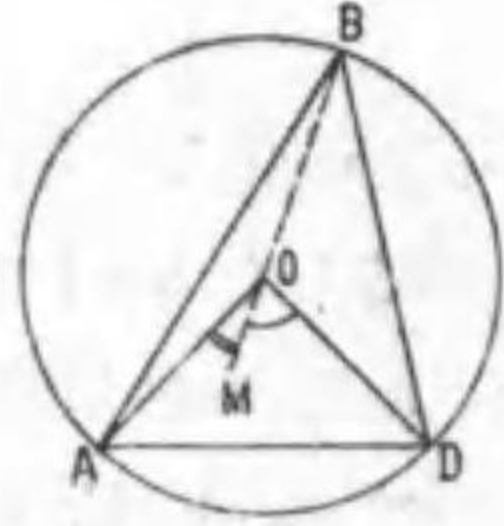
$$W = \frac{3}{2 \sin \frac{180}{3}} E_L I_L \cos \theta = \frac{3}{2 \sin 60^\circ} E_L I_L \cos \theta$$

$$= \frac{3}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} E_L I_L \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{3}} E_L I_L \cos \theta = \sqrt{3} E_L I_L \cos \theta$$

六相 (n=6) の場合では

$$W = \frac{6}{2 \sin \frac{180^\circ}{6}} E_L I_L \cos \theta = \frac{6}{2 \sin 30^\circ} E_L I_L \cos \theta = 6 E_L I_L \cos \theta$$

【補講】 ① 半圓角と云ふのは直径を弦とした圓周角……弦を底邊とし、頂点を圓周上に置く角……のことであつて、直角となる。其の理由は第 2.76 圖に於て、 $\angle ABD$ を任意の



圓周角とすると、其の中心角……同一の弦の上に立ち、圓の中心 O を頂点とする角…… $\angle AOD$ は圓周角 $\angle ABD$ の 2 倍となる。逆に圓周角は其の中心角の $\frac{1}{2}$ に等しい。此のことは、B と O を結ぶ線を BOM とすると、第一卷 P 34 第 2.14 圖の證明から明かなやうに、三角形の一外角は其の内對角の和に等しく

第 2.76 圖 $\triangle OBA$ に於て外角 $\angle AOM$ は其の内對角の和 $\angle OBA + \angle QAB$ に等しい。然るに $OA=OB$ で二等邊三角形であるから、其の兩底角は相等しく、 $\angle OAB = \angle OBA$ となる。

従つて $\angle AOM = \angle OBA + \angle OAB = 2\angle OBA$

同様に $\angle DOM = \angle OBD + \angle ODB = 2\angle OBD$

此の兩邊を加へ合はすと

$$\angle AOM + \angle DOM = 2(\angle OBA + \angle OBD)$$

故に $\angle AOD = 2\angle ABD$ 又は $\angle ABD = \frac{\angle AOD}{2}$

此の AD が中心 O を通る弦、即ち直径となつたとき $\angle ABD$ を半圓角と云ふ。此の時の AO と BO は一直線となり

$$\angle AOD = 2R_L (180^\circ) \text{ となるから 半圓角 } \angle ABD = \frac{2R_L}{2} = R_L (90^\circ) \text{ となる}$$

② 同様に第 2.75 圖に於て

$$\angle AOB = \angle ODB + \angle OBD \text{ (三角形の外角は其の内對角の和に等しい)}$$

然るに $\triangle OBD$ は二等邊三角形であるから

$$\angle OBD = \angle ODB \text{ となり } 2\angle ODB = \angle AOB = \frac{2\pi}{n}$$

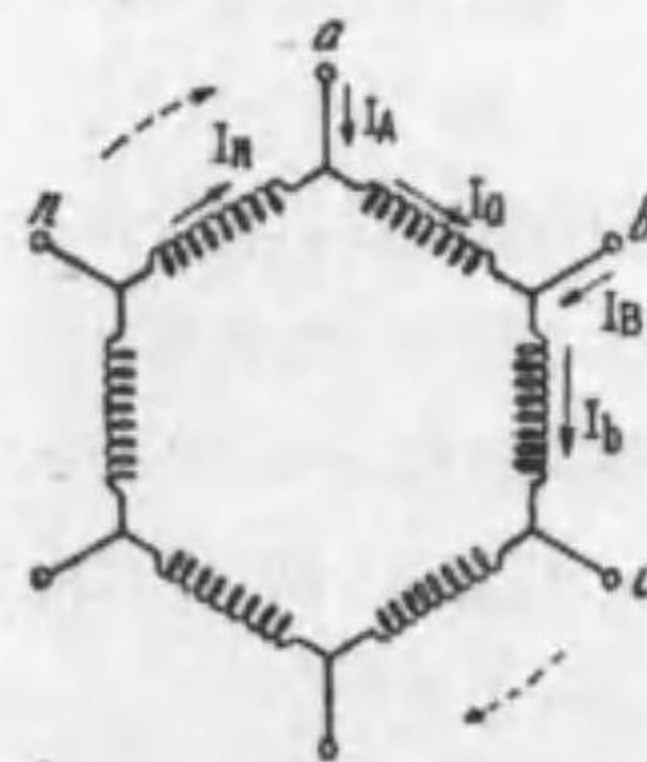
$$\therefore \angle ODB = \frac{2\pi}{n} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{n}$$

③ $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 及 90° の \sin, \cos の値は次のやうに記憶するの一法である。

	0°	30°	45°	60°	90°	
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	} cos
	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	
	90°	60°	45°	30°	0°	

即ち sin の値を求めるには先づ角度を $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と書き、其の下に 0, 1, 2, 3, 4 と整数を順次に並べ、各々を 2 で除し、各分子を平方に開く。cos の値は此の角度の並べ方を逆にすればよい。斯様な暗記法よりも、第二卷 P 112 以下で述べた直角三角形の形が直ちに腦裡に畫かれるやうにした方がよい。

④ 環状結の線場合 第 2.77 圖のやうな環状結線の場合に於て、各相の電流 I_A, I_B, \dots, I_n が對稱三相交流であるとすれば、各線電流 I_A, I_B, \dots, I_n は下圖のベクトルの如く、例へば



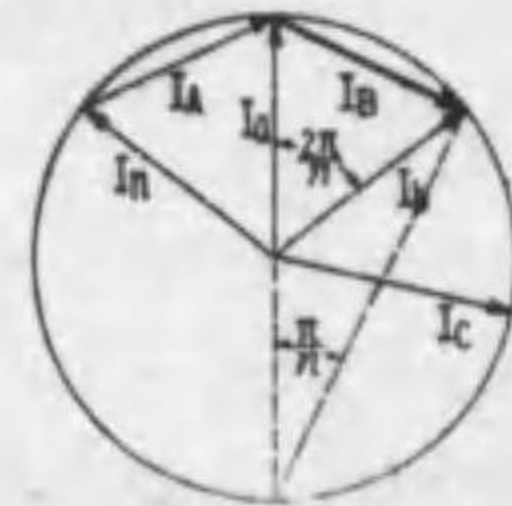
へば

$$I_A = I_a - I_n \quad I_B = I_b - I_n \text{ となる。}$$

従つて、星形結線に於ける相電壓と線間電壓の關係の如くにして、線電流が求められる。即ち

$$\text{線電流 } I_B = I_l = 2I_a \sin \frac{\pi}{n} = 2I \sin \frac{\pi}{n}$$

$$\text{又は } I = \frac{I_l}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \text{ となる。}$$



尚、此の場合の線間電壓は相電壓と等しく $E_l = E$ であつて

第 2.77 圖

$$\text{全電力 } W = nEI\cos\theta = \frac{n}{2\sin\frac{\pi}{n}} E_l I_l \cos\theta$$

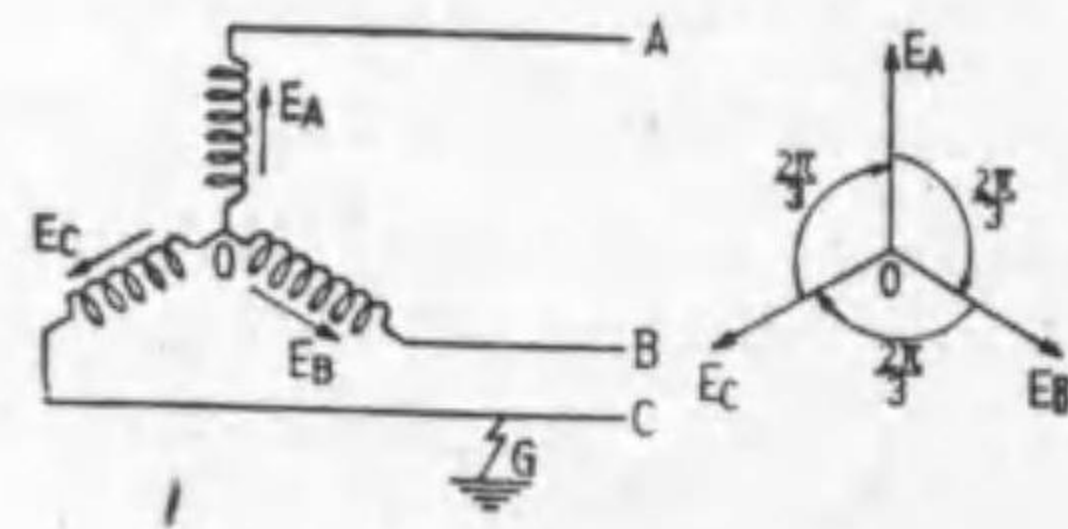
電力の式の $\cos\theta$ は申す迄もなく相電圧と相電流の相差角 θ の餘弦であつて星形の時と全く同一となる。

$$\begin{aligned} n=3 \text{ とすると} & \quad I_l = \sqrt{3}I & \quad W = \sqrt{3}E_l I_l \cos\theta \\ n=3 \text{ とすると} & \quad I_l = I & \quad W = 6E_l I_l \cos\theta \end{aligned}$$

となることは明かである。

2.15 三相線路の大地に対する電位

電位とは、と開き直る迄もなく、其の点の大地に対する電圧を云ふ。例へば、架空電線の電位は、電線の大地に対する電圧であつて、此の電圧に対して安全なやうに、電線支持碍子の絶縁強度が設計せられる。従つて各線の電位を知ること、絶縁設計上、重要な問題である。今、第 2.78 圖のやうな星形結線の三相線路に於ける電源の起電力 E_A, E_B, E_C が對稱三相電圧であるとすれば、前にも説明したやうに、其の中性点 O の電位は零であつて、大地と同電位にある。従つて



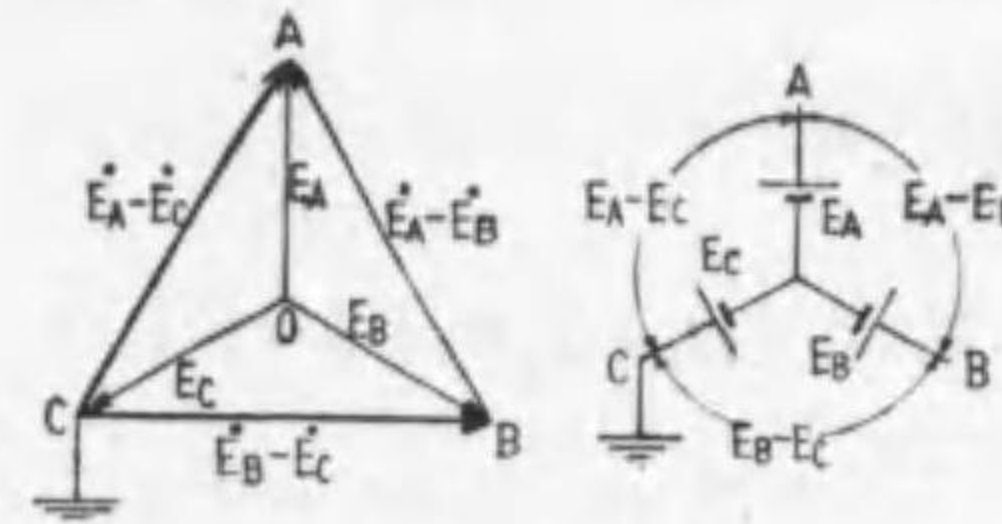
第 2.78 圖

て平常状態では、各線 A B C の大地に対する電位は各相電圧 E_A, E_B, E_C となる。即ち星形回路では、各線の大地に対する電位は相電圧に等しく、線間電圧の $1/\sqrt{3}$ である次に、任意の 一線 C に地氣

アース (earth...又は地絡) を生じたとすると、C 線が大地に結ばれることを云ふ……云ふ迄もなく、C 線の電位は零となる。此の時中性点の電位は第 2.79 圖の右の電池回路と比較しても明かなやうに

$$V_0 = 0 - \dot{E}_C = -\dot{E}_C \text{ となる。}$$

何となれば、常時 C 点は O 点より $+\dot{E}_C$ だけ高電位にあつたのが零となつたので、逆に C 点から O 点を見ることになり、O 点は C 点より $+\dot{E}_C$ だけ電位が低い、即ち $-\dot{E}_C$ なる電位にある。従つて此の時の他の 2 線 A 及 B の



第 2.79 圖

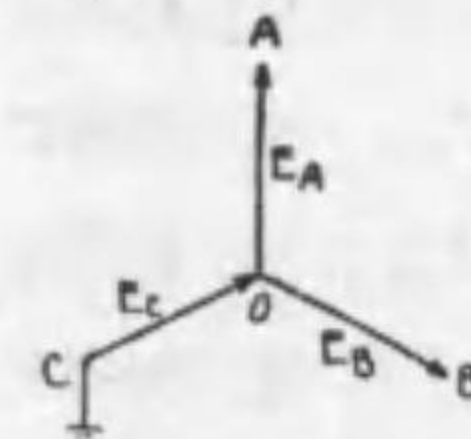
電位……と云ふことは C A 及 C B 間の電圧……は

$$\begin{aligned} \dot{V}_A &= \dot{V}_O + \dot{E}_A = -\dot{E}_C + \dot{E}_A \\ &= \dot{E}_A - \dot{E}_C \\ \dot{V}_B &= \dot{V}_O + \dot{E}_B = -\dot{E}_C + \dot{E}_B \\ &= \dot{E}_B - \dot{E}_C \end{aligned}$$

となり、これはベクトル圖よりも明かなやうに、線間電圧であ

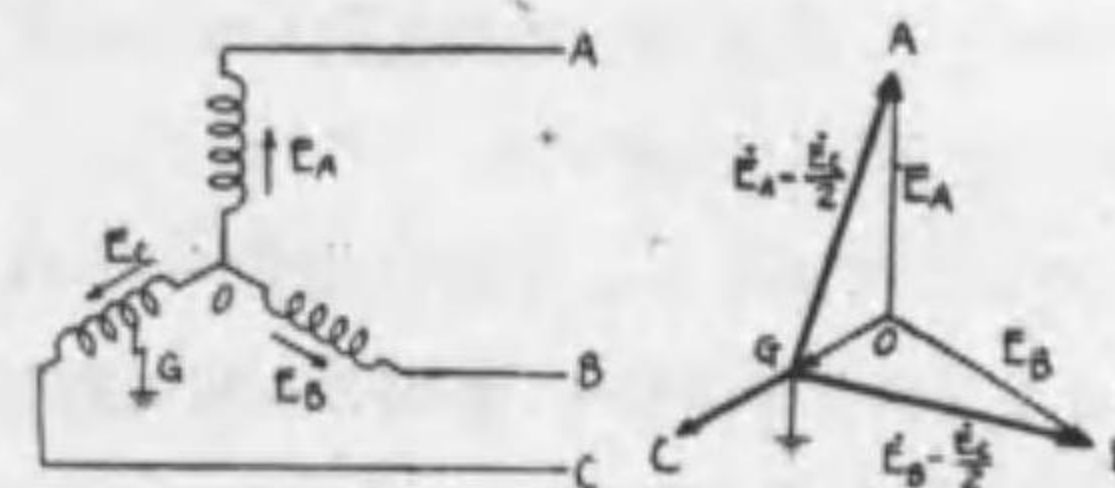
つて、C 線の地氣に依つて A 及 B 線の電位は $\sqrt{3}$ 倍となる。従つて斯様な中性点が接地せられてゐない非接地式 (non-grounded neutral system) にあつては、各線の對地絶縁強度を線間電圧 ($\sqrt{3}$ × 相電圧) に對し十分安全なやうに設計して置かないと一線に地氣を生じたとき危険となる。

【補講】 ① 他の線間 A B 間の電圧にけ變りがない。



第 2.80 圖

② C 線地氣の際のベクトルを第 2.80 圖の如くに、 E_C を反對方向に書く人があるが之れは誤りである。電源に發生せられる起電力は地氣の有無にかゝらず O から C に向ふのであつて、C 線の地氣に依つて O 点の電位が零より低く $-\dot{E}_C$ となるのであつて、 \dot{E}_C の方向は矢張り O よりに向ふことに變りがない。 \dot{E}_C を圖のやうに逆にすると、電源は最早、對稱三相を發生してゐないことになる。一線の地氣が其處迄影響すると考へられないから、此の点からも不都合なベクトルである。



第 2.81 圖

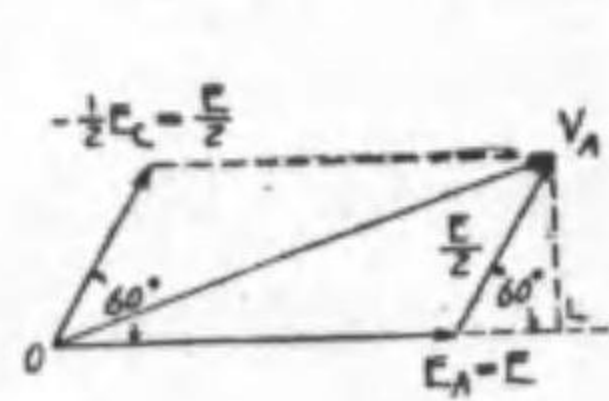
次に第 2.81 圖のやうに、C 相巻線の中央点で地氣 G を生じた場合を考へると、各線の電位は前の説明より、直ちに次の如くに求められる。

$$\begin{aligned} \dot{V}_C &= 0 + \frac{\dot{E}_C}{2} = +\frac{\dot{E}_C}{2} \\ V_C &= \frac{E}{2} \end{aligned}$$

$$\dot{V}_A = \dot{V}_O + \dot{E}_A = 0 - \frac{\dot{E}_C}{2} + \dot{E}_A = \dot{E}_A - \frac{\dot{E}_C}{2}$$

$$\dot{V}_B = \dot{V}_O + \dot{E}_B = 0 - \frac{\dot{E}_C}{2} + \dot{E}_B = \dot{E}_B - \frac{\dot{E}_C}{2}$$

A B 間の電圧には變りはない。V_A 及 V_B の大きさは第 2.82 圖より

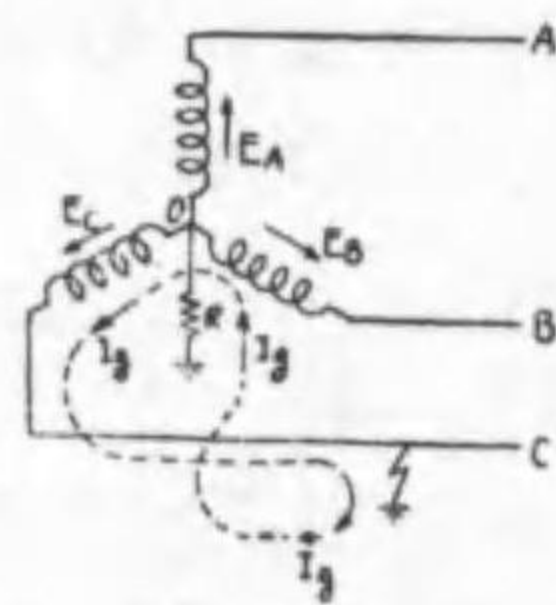


第 2.82 圖

$$\begin{aligned} V_A &= \sqrt{\left(E + \frac{E}{2} \cos 60^\circ\right)^2 + \left(\frac{E}{2} \sin 60^\circ\right)^2} \\ &= E \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{E}{4} \sqrt{5^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{E}{4} \sqrt{28} = \frac{E}{4} \times 2\sqrt{7} = \frac{\sqrt{7}}{2} E = 1.32E \end{aligned}$$

V_B の値も之れと同一である。

中性点 O の電位は零であるから、此の点を抵抗又はリアクタンスを以て接地 (earthing 又は grounding) すると、各線の大地に対する電圧、即ち電位が安定



第 2.83 圖

し種々都合のよい点を生ずる。(補講参照) 第 2.83 圖は中性点を抵抗接地した場合を示す。斯様な線路を接地式 (grounded neutral system) と云ふ。此の線路の平常時に於ける各線の電位は各相電圧に等しく、線間電圧の $1/\sqrt{3}$ である。然して一線、例へば C 線に地氣を生ずると、C 相の電圧は接地抵抗 R を通じて短絡せられ、斯くて R 及接地点を通じて流れる

$$\text{地絡電流 (grounding current) は } I_g = \frac{C}{R} = \frac{E}{R} = \frac{E_l}{\sqrt{3}R}$$

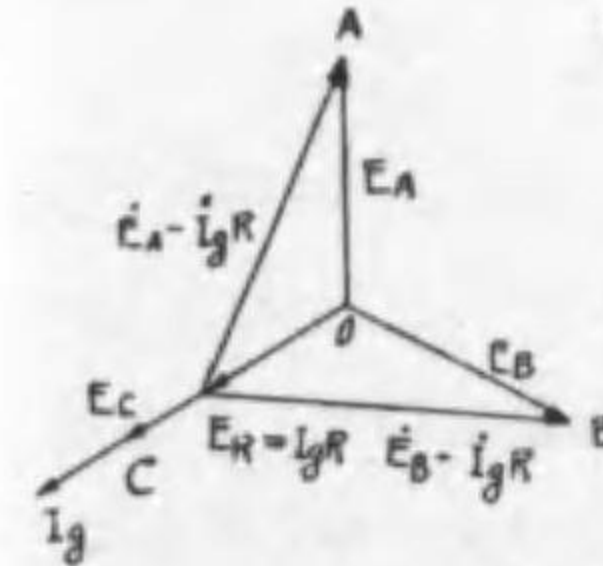
但し E は相電圧、E_l は線間電圧であつて、發電機の巻線抵抗及リアクタンス線路抵抗、リアクタンス及地氣点の抵抗は之れを無視した。

此の地絡電流の値は R を適當な大きさとして置くと、相當の電流が得られる。此の電流に依つて繼電器 (relay) と云ふものを働かせて、線路の一線に地氣が生じたとき、之れを警報したり、又は回路を電源側で遮断させる。

夫れはともかくとして、此の場合の各線の電位は R の大きさが零に近いと I_g が之れに流れても、中性点と大地間には電位差を生じないから、A 及 B 線の電位は依然として E_A 及 E_B 即ち相電圧 E であり、A B 間の電位差にも變りな

く C 線の電位は零となる。

【補講】 ① R が相當に大きい値であると、中性点の電位は大地より $\dot{I}_g R$ だけ低いことになり、此の場合の各線の電位は第 2.84 圖に示す如くなる。即ち O 点の電位 V_O は大地より $\dot{I}_g R$ だけ低いから



$$\dot{V}_O = -\dot{I}_g R \dots \dots E_C \text{ と同相}$$

$$\dot{V}_A = \dot{V}_O + \dot{E}_A = \dot{E}_A - \dot{I}_g R \text{ (A 線)}$$

$$\dot{V}_B = \dot{V}_O + \dot{E}_B = \dot{E}_B - \dot{I}_g R \text{ (B 線)}$$

となる。尚 C 線は

$$\dot{V}_C = \dot{V}_O + \dot{E}_C = \dot{E}_C - \dot{I}_g R$$

② 中性点を接地する理由は次の如くである。

第 2.84 圖

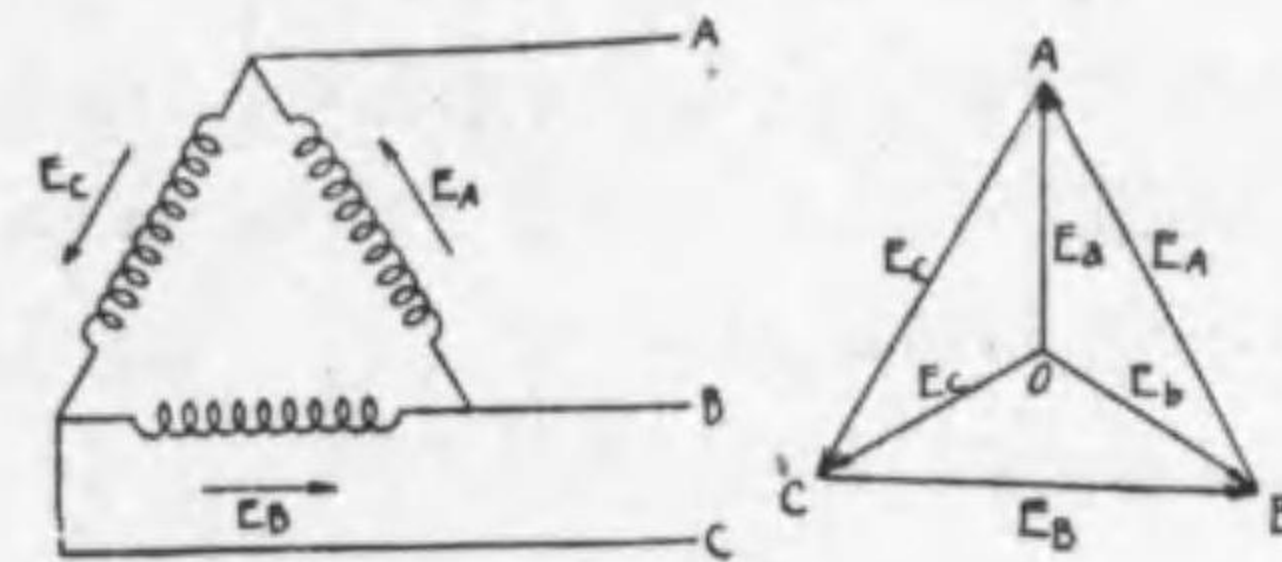
① 對地電位を低下し得る (R を小とする程其の効果大なり)

② 雷に依る異常高電壓を軽減し得る。

③ 線路に地絡事故を生じた場合、故障線を急速に撰出遮断し得る。

④ リアクタンスを以て接地すると、地氣の際に生ずる弧光電流を消滅し得る。

次に第 2.85 圖のやうな三角形結線の場合を考ふるに、各相の起電力 E_A E_B E_C が對稱三相電壓であると、



第 2.85 圖

各線の對地電位は相等しきものと推定せられる。従つて中性点を示すべき点は E_A E_B E_C の作る正三角形の重心 (A より B C 邊の midpoint に引いた線と C より A B 邊の midpoint

に引いた線の交点 O ……正三角形では此の点を中心として、A を通る圓を畫くと、他の B 及 C 点も通る。即ち、OA=OB=OC である) となる。従つて、E_A=E_B=E_C=E が A B C 各点の對地電位を示すことになり、之れは明かに線間電圧の $1/\sqrt{3}$ である。

斯く中性点 O を定めると、各線間電圧は

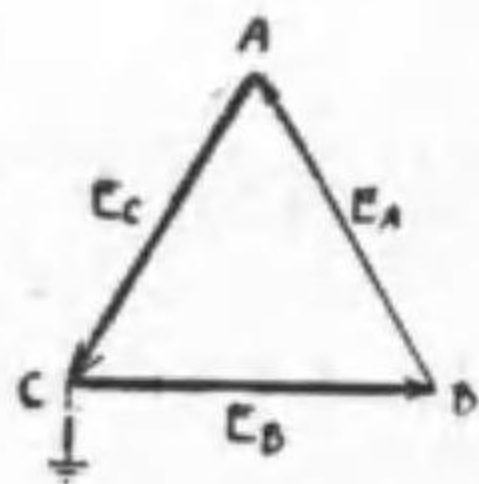
$$\dot{E}_A = \dot{E}_a - \dot{E}_b \quad \dot{E}_B = \dot{E}_b - \dot{E}_c \quad \dot{E}_C = \dot{E}_c - \dot{E}_a$$

となつて、與へられた $\dot{E}_A \dot{E}_B \dot{E}_C$ と一致するから、大地の零電位に相當する中性点は線間電圧が示すベクトル三角形の重心にあることが分る。従つて、三角形

結線に於ける各線の對地電位は、其の大きさが、線間電壓の $1/\sqrt{3}$ である對稱三相 E_A, E_B, E_C を以て表はされる。

【補講】 ① 以上で中性点がよく分らねば E_A, E_B, E_C なる對稱三相電壓を發生する星形結線の電源があると假想すると、其の中性点は O である。斯く假想しても線間電壓 E, E, E には變りがないから、三角形結線の代りに斯様な星形結線を考へるものとして、其の中性点 O を定むればよい。

② $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ が對稱三相でなくとも、此の三つのベクトルが閉塞三角形を形成するものとする、中性点は此の三角形の重心にある。



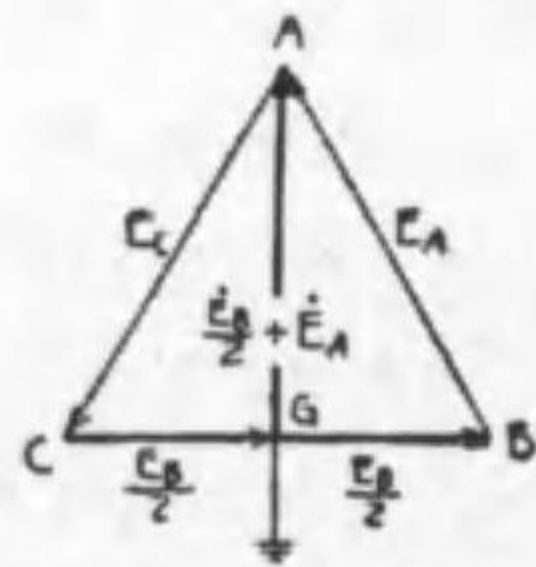
第 2.86 圖

此の三角形結線の一線 C に地氣を生じたとすると、他の各線の對地電位は第 2.86 圖のベクトルよりも明かなやうに、常時に於ては C 点は A 点より \dot{E}_C だけ電位が高く、 B 点より \dot{E}_B だけ電位が低いから

$$\dot{V}_A = 0 - \dot{E}_C = -\dot{E}_C \quad \dot{V}_B = 0 + \dot{E}_B = \dot{E}_B$$

A, B 間の電位差 E_A には變りがない。従つて三角形結線に於ても、一線に地氣を生ずると、他の 2 線の對地電位は線間電壓となり、常時（常時は相電壓）の $\sqrt{3}$ 倍となる。

更に三角形結線の巻線中で地氣を生じた場合を考へるに、假に B, C 間の中点で地氣 G を生じたとすると、各部電壓のベクトル關係は第 2.87 圖の如くになつて、次のやうに各線の對地電位が求められる。



第 2.87 圖

G 点の電位は零

$$B \text{ 点の電位 } \dot{V}_B = 0 + \frac{\dot{E}_B}{2} = \frac{\dot{E}_B}{2} \quad V_B = \frac{E_l}{2}$$

$$A \text{ 点の電位 } \dot{V}_A = \dot{V}_B + \dot{E}_A = \frac{\dot{E}_B}{2} + \dot{E}_A$$

其の大きさは

$$V_A = \sqrt{E_l^2 - \left(\frac{E_l}{2}\right)^2} = E_l \sqrt{\frac{3}{4}} \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} E_l = 0.866 E_l = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{3} E = \frac{3}{2} E = 1.5 E$$

但し $E_l = E_A = E_B = E_C$ 線間電壓、 E は相電壓とした。

$$C \text{ 点の電位 } \dot{V}_C = 0 - \frac{\dot{E}_B}{2} = -\frac{\dot{E}_B}{2} \quad V_C = \frac{E_l}{2}$$

と云ふやうに此の時の各線の對地電位が求められる。

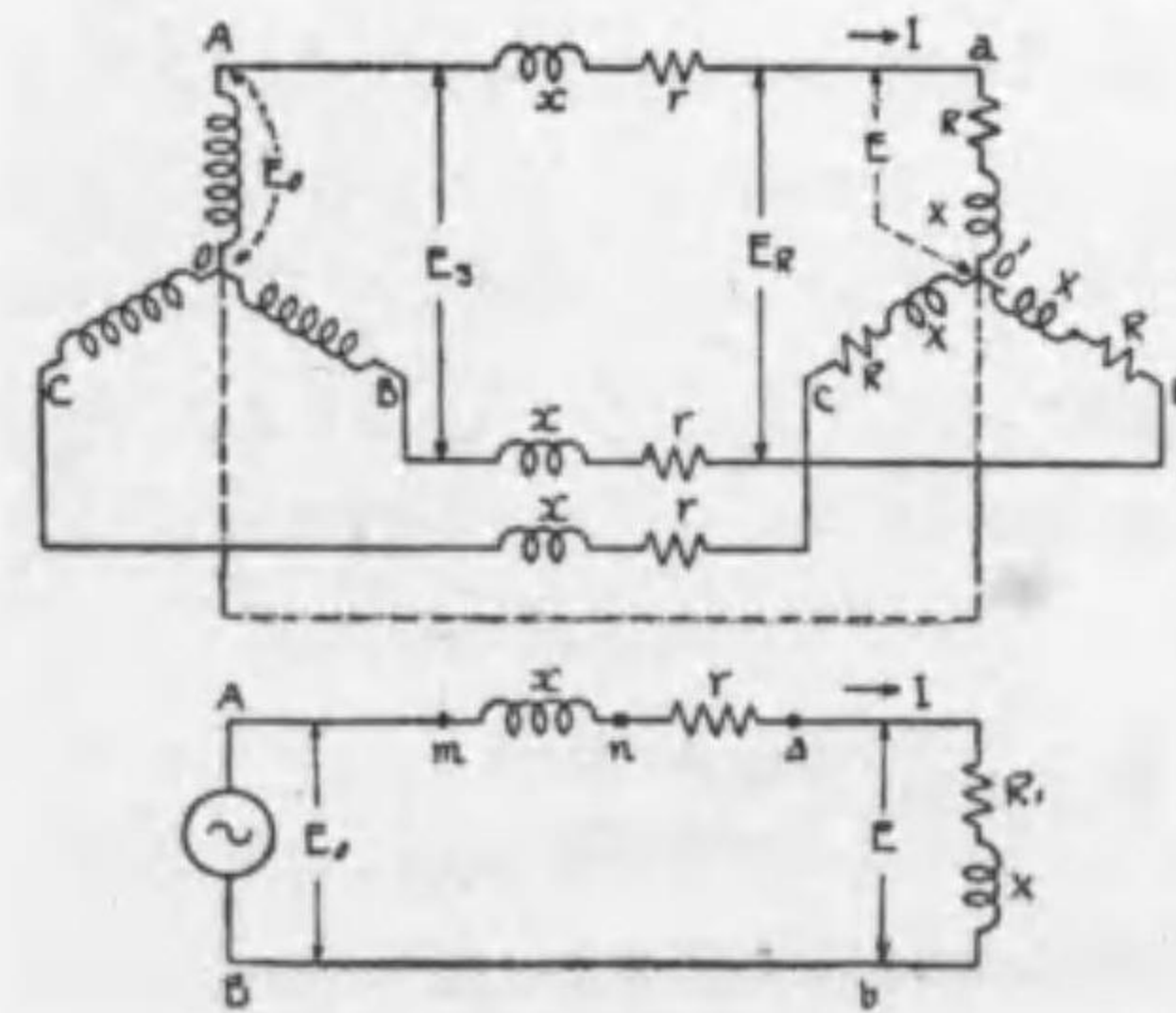
2.16 三相送配電回路の計算

2.11 で研究したのは、電源と負荷を結線路には抵抗もリアクタンスもない場合であつた。此處では、線路に抵抗及リアクタンスがある場合を考へて見やう。勿論、電壓、電流は對稱三相であり、負荷は各相共に平衡して居るものとする。斯様な三相回路を普通、平衡三相回路 (balanced three phase circuit) と稱して居る。

平衡三相回路を取扱ふには、單相回路 3 箇の集合として、各單相回路に就て計算する。其の最も見易い例は $Y-Y$ 結線の場合で、第 2.88 圖に之れを示した。圖からも明かなやうに、負荷一相の抵抗は R オーム、同リアクタンスは X オームとせば

$$\text{其のインピーダンス } Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \theta = \arctan \frac{X}{R}$$

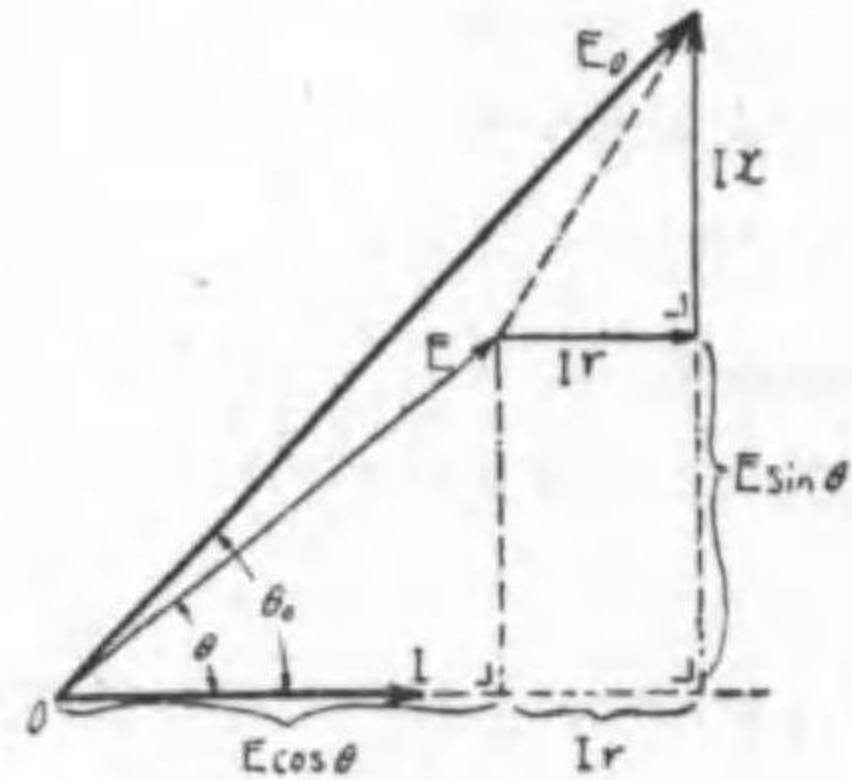
であつて、負荷各相の電壓（即ち星形電壓）を E 、線間電壓を E_l 、負荷電流を I とし、 Δ 線路一線の抵抗を r オーム、同リアクタンスを x オームとする。



第 2.88 圖

扱、此の圖をよく熟視すると、電源と負荷の中性点 O 及 O' は零電位であるから之れを結んでも一向差支へない。斯くすると既に説明したやうに本三相回路は $O A a O', O B b O', O C c O'$ の 3 つの單相回路の集つたものと考へられる。其處で其の一つの $O A a O'$ の單相回路を取出して示すと下圖のやうになる。

此の単相回路は既に第二巻 P158 でも説明した通りであつて、負荷の相電圧 E と電源の相電圧 E_0 の関係は第 2.89 圖及第 2.91 圖の如くなる。第 2.89 圖は I を基準ベクトルとして E_0 を示したものであり、第 2.91 圖は E を基準ベクトルとして E_0 を示したものである。



(I を基準ベクトルとする)
第 2.89 圖

先づ、 I を基準ベクトルとした第 2.89 圖の場合を考へると、負荷電流 I は

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{E}{Z} \quad \theta = \arctan \frac{X}{R}$$

であるから I は E より θ 角だけ遅れる。逆に云ふと、 E は I より θ だけ進む。次に線路に於ける電圧降下は抵抗 r の両端に於て $I r$ であつて、これは申す返もなく、 I と同相にあるから、 $I r$ は I と平行である。又リアクタンス x の両端に於ける電圧は $I x$ であつて、 I 従つて $I r$ より 90° 進む。此の $I r$ と $I x$ を E に加へたものが電源の電圧 E_0 となることは明かである。

(註) A から a の方向に電流が流れるから、 a 点の電位を V_a とすると、 n 点は之れより $I r$ だけ電位が高く、 m 点は更らに $I x$ だけ高電位である。従つて

$$\begin{aligned} \dot{V}_A &= \dot{V}_a + I r + I x & \dot{V}_B &= V_b \\ \dot{E}_0 &= \dot{V}_A - \dot{V}_B = (\dot{V}_a - \dot{V}_b) + I r + I x \end{aligned}$$

然るに $\dot{V}_a - \dot{V}_b = \dot{E}$ であるから、結局

$$\dot{E}_0 = \dot{E} + I r + I x \quad \text{となる。}$$

E_0 の大きさはベクトル圖よりも明かなやうに

$$E_0 = \sqrt{(E \cos \theta + I r)^2 + (E \sin \theta + I x)^2}$$

従つて電源の力率 $\cos \theta_0$ は

$$\cos \theta_0 = \frac{E \cos \theta + I r}{E_0} \quad \theta_0 = \arctan \frac{E \sin \theta + I x}{E \cos \theta + I r}$$

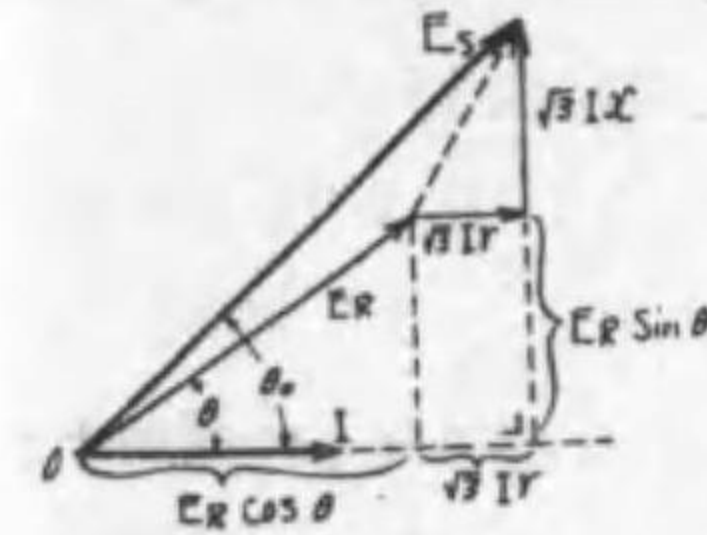
處が之れは相電圧であつて、線間電壓の $1/\sqrt{3}$ に相當する。

即ち $E = \frac{E_R}{\sqrt{3}} \quad E_0 = \frac{E_S}{\sqrt{3}}$ 此の關係を前式に代入すると

$$\frac{\dot{E}_S}{\sqrt{3}} = \frac{\dot{E}_R}{\sqrt{3}} + I r + I x \quad \text{兩邊を } \sqrt{3} \text{ 倍すると } \dot{E}_S = \dot{E}_R + \sqrt{3} I r + \sqrt{3} I x$$

大きさの關係に就て示すと

$$E_S = \sqrt{(E_R \cos \theta + \sqrt{3} I r)^2 + (E_R \sin \theta + \sqrt{3} I x)^2}$$



線間電壓に就てベクトル關係を示すと第 2.90 圖の如くなる。即ち線路電壓降下を $\sqrt{3}$ 倍して加ふればよいことが分る。

申す返もなく、此の時の

$$\text{負荷電力 } W_R = \sqrt{3} E_R I \cos \theta$$

$$\text{發電電力 } W_S = \sqrt{3} E_S I \cos \theta_0$$

第 2.90 圖 W_S と W_R は如何に違ふかと云ふに

$$E_S \cos \theta_0 = E_R \cos \theta + \sqrt{3} I r \quad \text{であるから}$$

$$W_S = \sqrt{3} I (E_R \cos \theta + \sqrt{3} I r) = \sqrt{3} E_R I \cos \theta + 3 I^2 r = W_R + 3 I^2 r$$

$I^2 r$ は申す返もなく、各一線路の電力損失で、之れを 3 本分加へ合すと線路の全電力損失となる。従つて、發電電力は負荷電力に線路の全電力損失を加へたものとなる。

又単相回路の計算で述べたのと同様に $\sqrt{3} E_R I$ 及 $\sqrt{3} E_S I$ は三相回路の皮相電力 (apparent power) であつて VA (ボルトアンペア) で示され、之れを千分の 1 したのが kVA (キロボルトアンペア) 電力である。之れに對して $\sqrt{3} E_R I \cos \theta$ 及 $\sqrt{3} E_S I \cos \theta_0$ を三相回路の有効電力 (active power) と稱し、ワット (W) 又は之れを千分の 1 した、キロワット (kW) で示される。更らに $\sqrt{3} E_R I \sin \theta$ 及 $\sqrt{3} E_S I \sin \theta_0$ を無効電力 (reactive power) と云ひ、VA 又は Bar (バール) kVA 又は kilovar..... で表はされる。(第二巻 P135 を参照)

今 $Q_S = \sqrt{3} E_S I \sin \theta_0 \quad Q_R = \sqrt{3} E_R I \sin \theta$ とすると、ベクトル圖より

$$E_S \sin \theta_0 = E_R \sin \theta + \sqrt{3} I x \quad \text{であるから}$$

$$Q_S = \sqrt{3} E_R I \sin \theta + 3 I^2 x = Q_R + 3 I^2 x$$

此の $3 I^2 x$ は線路に於ける全無効電力であるから、發電側の無効電力は負荷の無効電力に、線路の全無効電力を加へたものだと知ることが出来る。又前に示した E_S と E_R の關係式

$$E_S = \sqrt{(E_R \cos \theta + \sqrt{3} I r)^2 + (E_R \sin \theta + \sqrt{3} I x)^2}$$

に於て、此の兩邊に $\sqrt{3}I$ を乗すると

$$\sqrt{3}E_s I = \sqrt{(\sqrt{3}E_R I \cos\theta + 3I^2 r)^2 + (\sqrt{3}E_R I \sin\theta + 3I^2 x)^2}$$

$$P_s = \sqrt{(W_R + 3I^2 r)^2 + (Q_R + 3I^2 x)^2} = \sqrt{W_s^2 + Q_s^2}$$

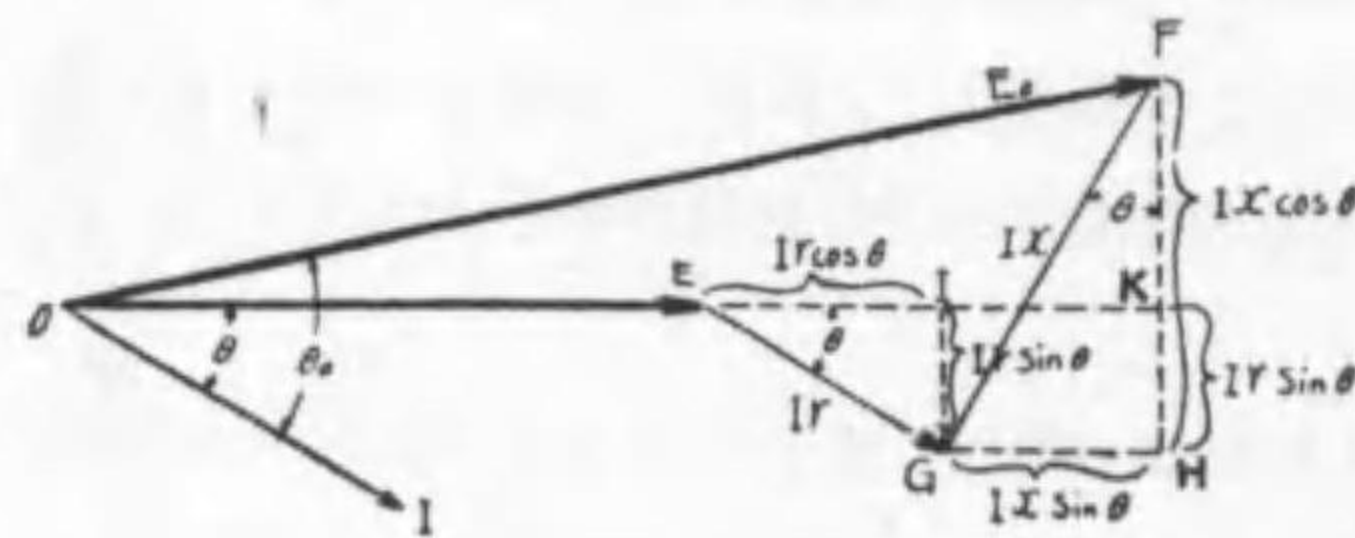
即ち 皮相電力 = $\sqrt{(\text{各有効電力の和})^2 + (\text{各無効電力の和})^2}$

此のことも第二巻 P135 で示した處で、三相の場合は電力の式が $\sqrt{3}$ 倍 (線間電壓、線電流にて) されて居ることが相違するのみで、他は全く同様である。

次に負荷の相電壓 E を基準ベクトルとした場合を畫くと、第 2.91 圖の如くなる。 E に I と同相 (I と平行) の $\dot{I}r$ を加へ、更に I より 90° 進んだ (I と直角) の $\dot{I}x$ を加ふれば電源の相電壓 \dot{E}_0 となる。之れを圖の如くに作圖すると E_0 の値が次の如くに求められる。

$$E_0 = \sqrt{(E + Ir \cos\theta + Ix \sin\theta)^2 + (Ix \cos\theta - Ir \sin\theta)^2}$$

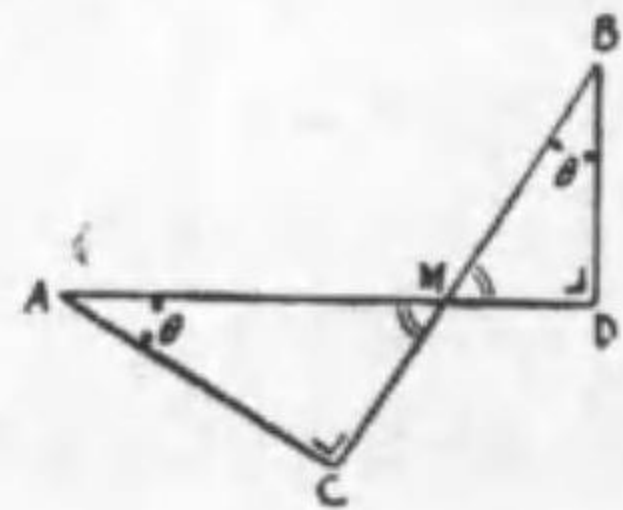
【補講】 説明する迄もあるまいが $E_0 = OF$



(E を基準ベクトルとする)

第 2.91 圖

直角であるから、此の二邊の夾む角 $\angle GFH = \theta$ なる。故に $EJ = Ir \cos\theta$ $JK = GH = Ix \sin\theta$ とならう。又 $FK = FH - HK = FH - GJ = Ix \cos\theta - Ir \sin\theta$ となつて上式に代入して前掲の式が得られる。



第 2.92 圖

此の角の關係は屢々用ふるから記憶せられたい。

上記に於て $\angle GFH = \theta$ となる證明は第 2.92 圖に於て $BC \perp AC$ $BD \perp AD$ とすると (\perp , \parallel , 及 R_L は直角の符號) $\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ に於て $\angle ACM = \angle BDM = R_L$ $\angle AMC = \angle BMD$ (對頂角) 然るに三角形の三つの内角の和は如何なる三角形でも 2 直角と一定であるから残りの角は等しい。

即ち $\angle MBD = \angle MAC = \theta$

直角三角形 OFK を考へると

$$(OF)^2 = (OK)^2 + (FK)^2$$

然るに $OK = OE + EJ + JK$ であつて EG は I と平行であるから $\angle JEG = \theta$ (第一巻 P34 より同位角は相等しい) 又 FG は EG (即ち I) と直角であり、 FH は OK (即ち E) と

上記の式の相電壓 E 及 E_0 の代りに、線間電壓 E_s 及 E_R を用ふると、既に述べたやうに $E = \frac{E_R}{\sqrt{3}}$ $E_0 = \frac{E_s}{\sqrt{3}}$ の關係にあるから、之れを上式に代入すると

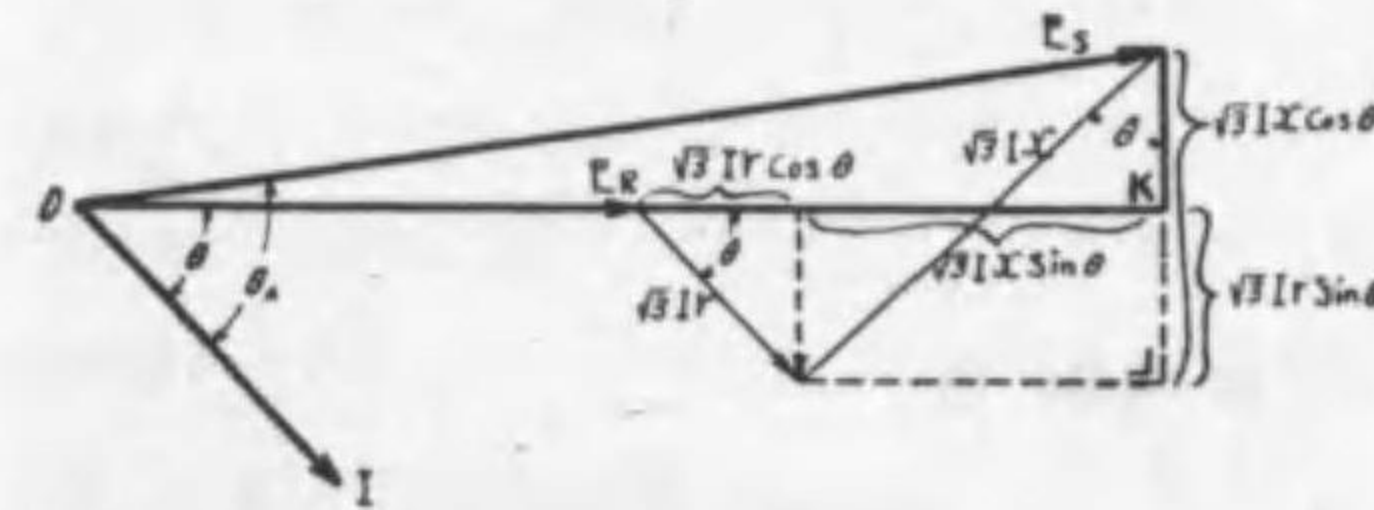
$$\frac{E_s}{\sqrt{3}} = \sqrt{\left(\frac{E_R}{\sqrt{3}} + Ir \cos\theta + Ix \sin\theta\right)^2 + (Ix \cos\theta - Ir \sin\theta)^2}$$

此の兩邊を $\sqrt{3}$ 倍すると

$$\therefore E_s = \sqrt{(E_R + \sqrt{3} Ir \cos\theta + \sqrt{3} Ix \sin\theta)^2 + (\sqrt{3} Ix \cos\theta - \sqrt{3} Ir \sin\theta)^2}$$

(註) 此の式を展開して $\dots(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 第一巻 P48 参照 $\dots E_R^2 = E_R^2 \times 1 = E_R^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) \dots \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 第二巻 P85 参照 \dots を代入すると前の式が得られる。必ず試みられよ。

此の負荷端と電源側の線間電壓の關係をベクトルに示すと第 2.93 圖の如くなる。此處で線路抵抗及リアクタンスが大でなく、負荷の力率も劣悪でない一般



第 2.93 圖

の送配電線では、上記の式の根號内の第二項を省略して E_0 の値としてよい。と云ふことは、圖に於て $E_s \approx OK$ と見ることであつて \dots 又 $\theta_0 = \theta$ と見做すことでもある

略算式 $E_s \approx E_R + \sqrt{3} Ir \cos\theta + \sqrt{3} Ix \sin\theta$

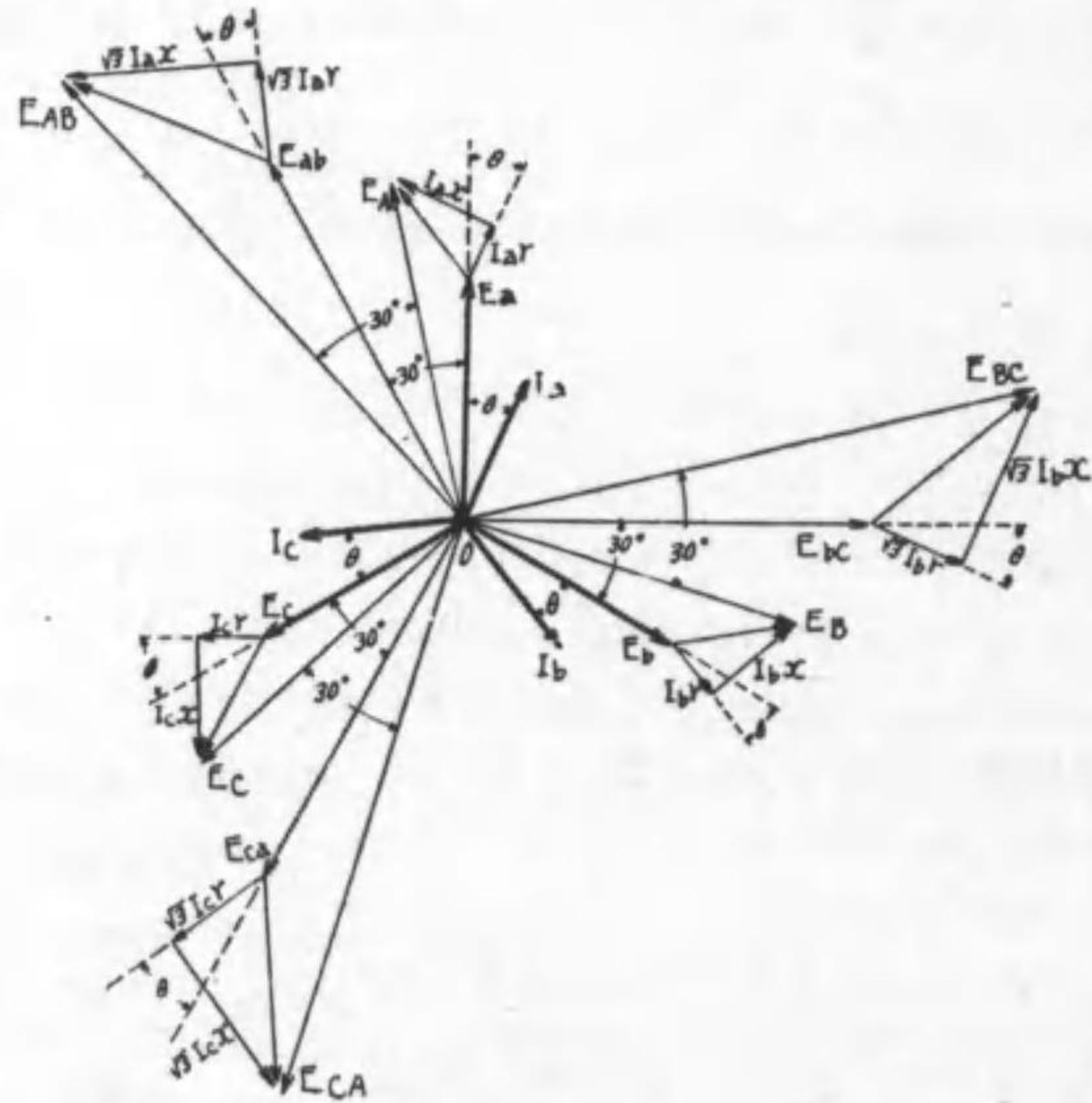
と取扱ふことが出来る。實用上、此の式で十分である。斯くすると、自乗計算もなく、極めて計算が簡單であつて、誤算の率も少い。此の式から、電源の線間電壓を知つて容易に負荷の線間電壓が求められる。

即ち $E_R \approx E_s - (\sqrt{3} Ir \cos\theta + \sqrt{3} Ix \sin\theta)$

電力は負荷側で $W_R = \sqrt{3} E_R I \cos\theta$ 、電源側で $W_s = \sqrt{3} E_s I \cos\theta_0$ となつて、前のベクトル圖の方が電力を求めるには都合のよいことが分る。尙、第 2.93 圖を三相回路全体としてのベクトルで示すと第 2.94 圖の如くなる。

此處で注意を要するのは、 E_{ab} に $\sqrt{3} I_{aT}$ を加へる場合、之れは I_a とは平行でなく \dot{E}_{ab} より \dot{I}_a が θ 角遅れるものとして、 $\sqrt{3} I_{aT}$ を之れと平行に畫くことで

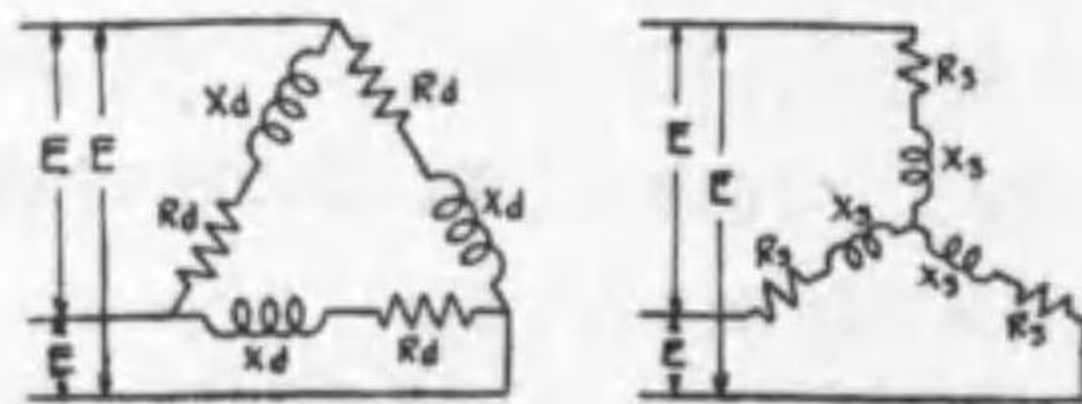
ある。即ち \dot{E}_{ab} と θ 角を爲すやうに $\sqrt{3}\dot{I}_{ar}$ を引き、之れに直角に $\sqrt{3}\dot{I}_{av}$ を加



第 2.94 圖

へ、斯くて \dot{E}_{ab} のベクトルを得る。但し、相電圧の關係に於ては \dot{E}_a に \dot{I}_{ar} と平行な \dot{I}_{av} を、更に之れより 90° 進んだ \dot{I}_{av} を加へると \dot{E}_A が得らる。他の相も之れと同様である。斯くて \dot{E}_a と \dot{E}_b のベクトル差が \dot{E}_{ab} を、 \dot{E}_A と \dot{E}_B のベクトル差が \dot{E}_{AB} を表はすことになる。

以上は Y-Y 結線の場合であつたが、Y- Δ 結線の時は相電流を $\sqrt{3}$ 倍して線電流とし、之れを星形結線と考へて計算すればよく、又 Δ 結線のインピーダンスを Y 結線に次のやうに換算してもよい。



第 2.95 圖

第 2.95 圖のやうな、各相の抵抗 R_d 、リアクタンス X_d なる三角形結線のインピーダンスに E ボルトの對稱三相電壓を加へると

$$\text{流れる相電流} = \frac{E}{\sqrt{R_d^2 + X_d^2}} = \frac{E}{Z_d}$$

$$\text{線電流 } I_d = \sqrt{3} \frac{E}{Z_d}$$

次に、各相の抵抗 R_s 、リアクタンス X_s なる星形結線のインピーダンスに E ボルトの對稱三相電壓を加へると

$$\text{流れる相電流(線電流)} I_s = \frac{E/\sqrt{3}}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E}{Z_s}$$

此の兩場合の電流が等しいやうに Z_d と Z_s の關係を定めると、此の Δ と Y は等價である。

$$I_d = I_s \quad \sqrt{3} \frac{E}{Z_d} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{E}{Z_s} \quad 3Z_s = Z_d \quad \therefore Z_s = \frac{Z_d}{3}$$

$$\sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \frac{\sqrt{R_d^2 + X_d^2}}{3} = \sqrt{\left(\frac{R_d}{3}\right)^2 + \left(\frac{X_d}{3}\right)^2}$$

即ち、抵抗及リアクタンスを夫々 $1/3$ すれば Δ は Y に換算される。

【補講】 各相のインピーダンスの値が違ふ場合も第一巻 P 98 以下の要領に依つて換算されるが、此の場合は複素數計算を行ねばならない。「高級電氣工學計算の基礎」P 23 以下を参照

斯様に三角形結線のインピーダンスを星形に換算すると、前と同様に一相に就て計算せられ、之れを $\sqrt{3}$ 倍して線間電壓に直すことが出来る。

又、電源が三角形結線の場合には、線間電壓の $\sqrt{3}$ 分の 1 なる電壓を發生する星形結線であるとして一相に就て取扱ひ得る。

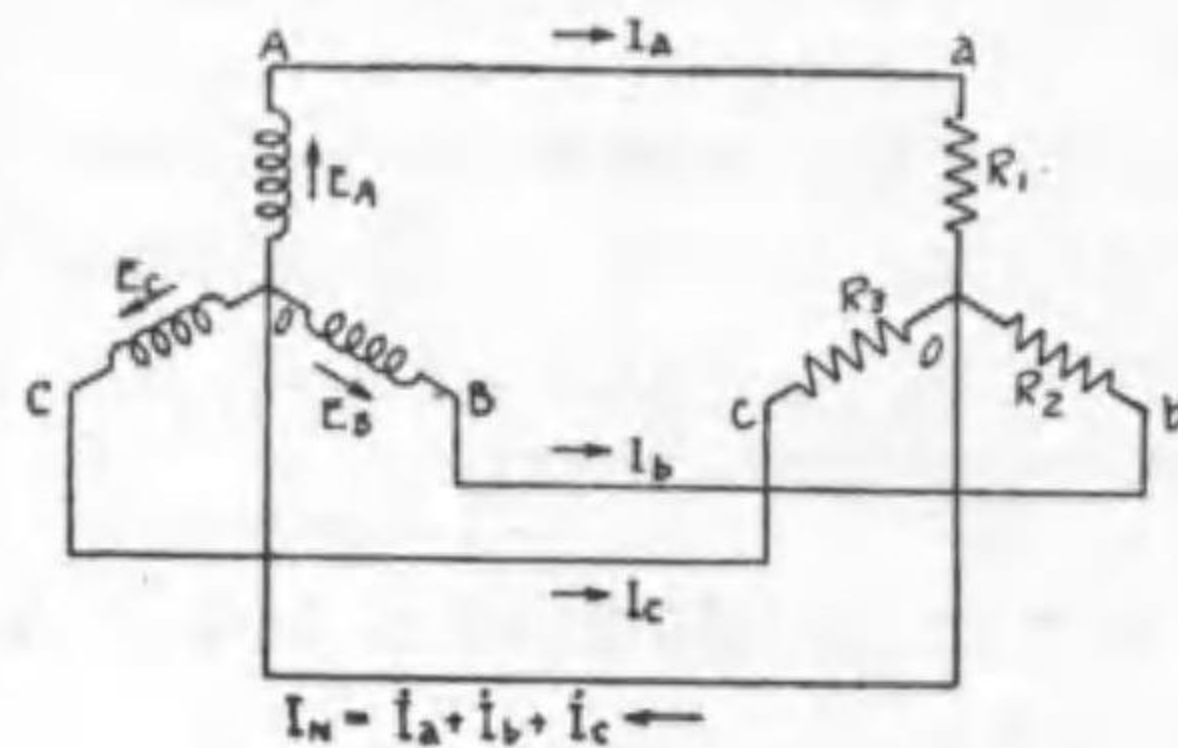
此の考へに依ると、 Δ -Y の場合、 Δ - Δ の場合も前に準じて計算せられやう。

2.17 簡單なる不平衡三相負荷回路の計算

今迄に取扱つたのは、三相負荷各相のインピーダンスの抵抗もリアクタンスも共に等しい場合であつた。之れは三相負荷として最も實際上多くあるもので、例へば三相電動機、三相電熱器の如きものが之れである。

次に電燈のやうな抵抗のみの負荷で、各線間に結ばれる燈數の異なる場合、換言すると各相の抵抗が相違する回路を計算して見やう。

(1) 不平衡三相四線式回路 電源も Y、負荷も Y である Y-Y 結線で、其の中性点 O と O' とを結ぶ……之れを中性線 (neutral wire) と云ふ……時、



第 2.96 圖

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_A}{R_1} \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_B}{R_2} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_C}{R_3}$$

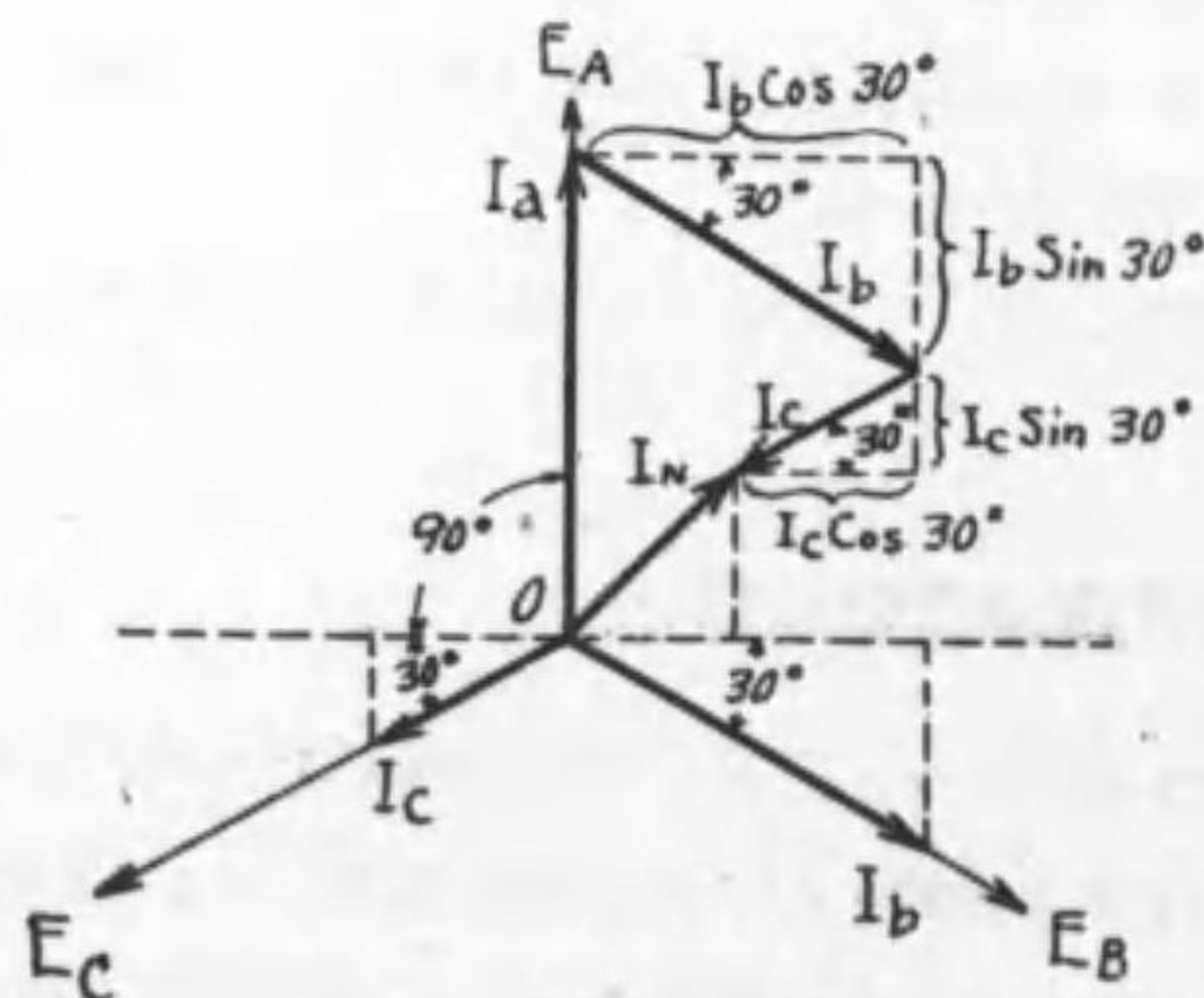
此の三つの電流のベクトル和が中性線の電流 I_N となり

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$$

此の関係をベクトルに示すと第 2.97 圖の如くなる。

圖よりも明かなやうに、中性線に流れる電流 I_N の大きさは

$$I_N = \sqrt{(I_b \cos 30^\circ - I_c \cos 30^\circ)^2 + (I_a - I_b \sin 30^\circ - I_c \sin 30^\circ)^2}$$



第 2.97 圖

(註) 何れ例題にて示すが、此の場合各相電流の中で最も小さい電流の大きさを各相のベクトルを切ると、此の三つのベクトルは対稱三相交流で零であるから、残りの二つのベクトルの和が I_N の大きさを表はすことになる。

之れを三相四線式回路と稱する
電源は對稱三相電壓 $E_A E_B E_C$
(其の大き E) を發生するもの
とし、線路の抵抗及リアクタン
スが無視せられる程小であると
する。

此の時の負荷各相の抵抗を、
 $R_1 R_2 R_3$ とすると、各相毎に
考へられ

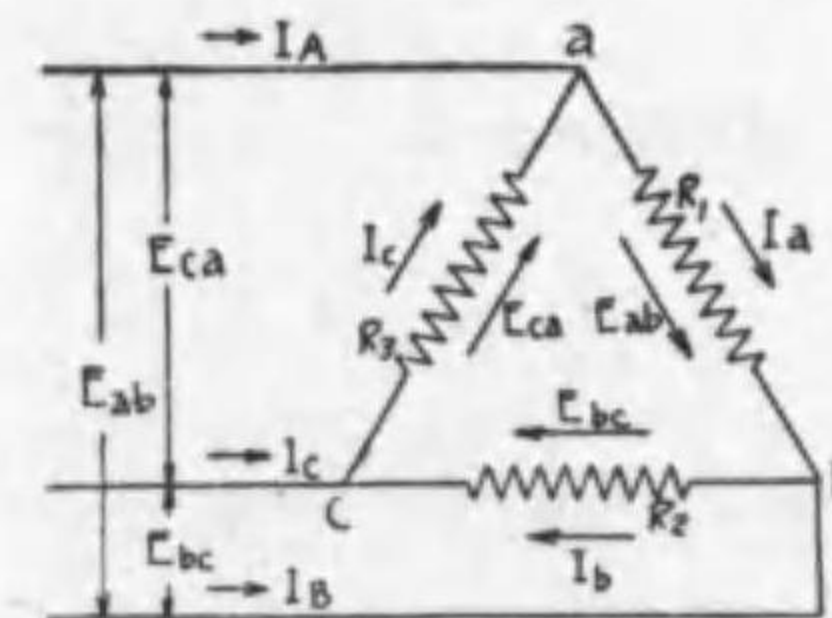
勿論、負荷三相電力は各相電力の和であつて

$$W_R = I_a^2 R_1 + I_b^2 R_2 + I_c^2 R_3 = E^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

中性線の抵抗を無視すると、 O と O' は同電位であつて、何れも零電位となるが、中性線に抵抗があると其のやうにはならない。今中性線の抵抗を r_N とすると、 O を零電位として O' の電位は $+\dot{I}_N r_N$ となり、 O' を零電位として O の電位は $-\dot{I}_N r_N$ となる。従つて各相の電壓は $E_A E_B E_C$ とはならない。此の場合に就ては後述第 2.110 圖の解説に就き研究せられたい。

㊦ 三角形結線の不平衡回路

第 2.98 圖の如く $R_1 R_2 R_3$ なる 3 つの抵抗を三角形結線とし、之れに、對稱三相電壓 $E_{ab} E_{bc} E_{ca}$ (其の値を E ボルトとす…前の三相四線式回路では各相の電壓が E であつたが、此の場合は線間電壓が E である) を加へたとする。此の時、各相に流れる電流は



$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_{ab}}{R_1} \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_{bc}}{R_2} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_{ca}}{R_3}$$

第 2.98 圖

其の大きさは

$$I_a = \frac{E}{R_1} \quad I_b = \frac{E}{R_2} \quad I_c = \frac{E}{R_3} \quad \text{但し } E \text{ は線間電壓とする。}$$

従つて其の全電力 W_R は

$$W_R = I_a^2 R_1 + I_b^2 R_2 + I_c^2 R_3 = E^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

又各線の電流 $\dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C$ は次の如くに表はされる。

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a - \dot{I}_c \quad \dot{I}_B = \dot{I}_b - \dot{I}_a \quad \dot{I}_C = \dot{I}_c - \dot{I}_b$$

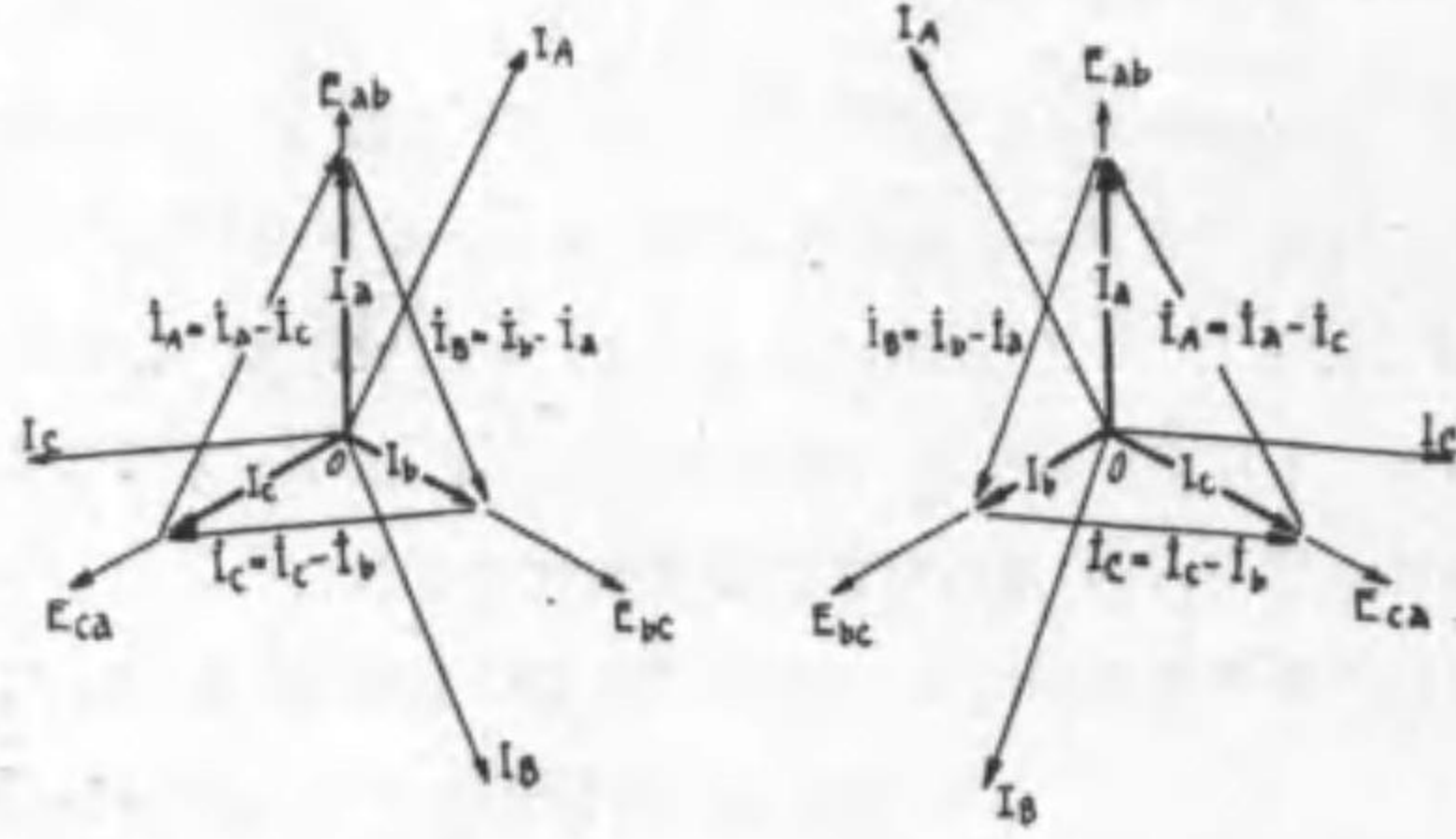
之れをベクトルに示したのが第 2.99 圖であつて、(イ) は相回轉が $a-b-c$ の場合であり、(ロ) は $a-c-b$ の場合である。圖よりも明かなやうに、相回轉がどうあらうとも、各線電流 $\dot{I}_A \dot{I}_B \dot{I}_C$ の大きさには變りがなく、其の位相が違つて来る。

此の各線電流の大きさは第 2.100 圖の如くにして、容易に求められる。

$$I_A = \sqrt{(I_a + I_c \cos 60^\circ)^2 + (I_c \sin 60^\circ)^2} \quad I_B = \sqrt{(I_a + I_b \cos 60^\circ)^2 + (I_b \sin 60^\circ)^2}$$

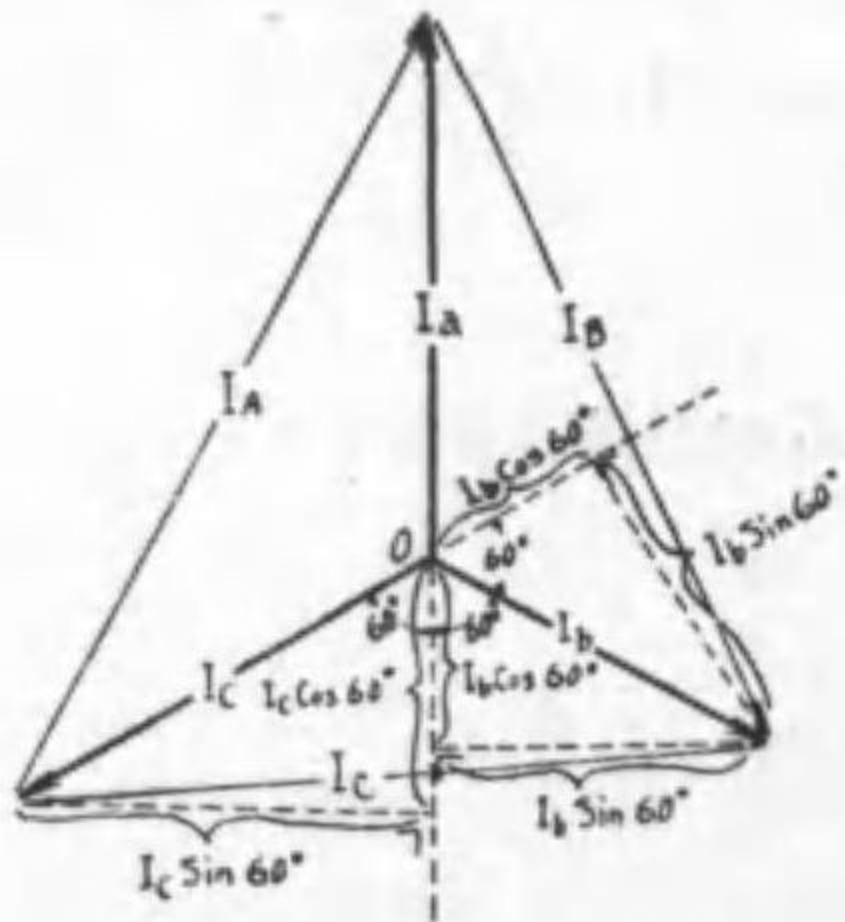
$$I_C = \sqrt{(I_c + I_b \cos 60^\circ)^2 + (I_b \sin 60^\circ)^2}$$

之れに前に求めた I_a, I_b, I_c の値を代入すると次の如くなる。



(イ) 相回転 a-b-c (ロ) 相回転 a-c-b

第 2.99 圖



第 2.100 圖

$$I_A = E \sqrt{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2R_3}\right)^2}$$

$$I_B = E \sqrt{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2R_2}\right)^2}$$

$$I_C = E \sqrt{\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{2R_2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2R_2}\right)^2}$$

此の式で $R_1=R_2=R_3=R$ と置くと

$$I_A = I_B = I_C = E \sqrt{\left(\frac{2+1}{2R}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2R}\right)^2}$$

$$= \frac{E}{2R} \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{E}{2R} \sqrt{12} = \frac{E}{2R} \times \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{3} \frac{E}{R}$$

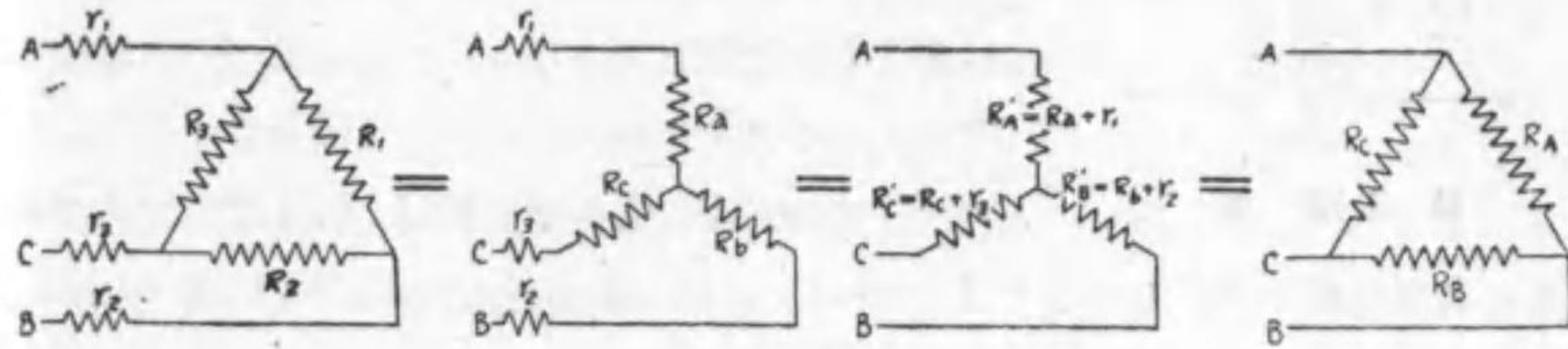
此の E/R は各相電流で線電流は此の $\sqrt{3}$ 倍となつて正しい。

(註) 斯様に一般式が求められたなら、之れに最も簡単な場合の数値を代入して、正しく成立するか否かを見ることは、一般式の正否を検する賢明な方法の一つである。

次に、負荷抵抗が星形結線となり、其の値の夫々相違する場合は、第一巻 P98 以下及 P111 以下で述べた Y- Δ の換算法を用ひて、之れを Δ に換算して上

述の要領で行へばよい。

従つて、第 2.101 圖の如くに、異つた抵抗 R_1, R_2, R_3 が三角形結線にあるも



第 2.101 圖

のに各線の抵抗が r_1, r_2, r_3 と相違する電線を通じて電力を供給するとき、各線の電流を求めるには R_1, R_2, R_3 を Y に換算し

$$R_A = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

次に、此の R_A, R_B, R_C に各線の抵抗を加へ、 $R_A' = R_A + r_1, R_B' = R_B + r_2, R_C' = R_C + r_3$ とし、之れを更らに Δ 結線に換算する。

$$R_A = \frac{R_A' R_B' + R_B' R_C' + R_C' R_A'}{R_C'} \quad R_B = \frac{\text{同前}}{R_A'} \quad R_C = \frac{\text{同前}}{R_B'}$$

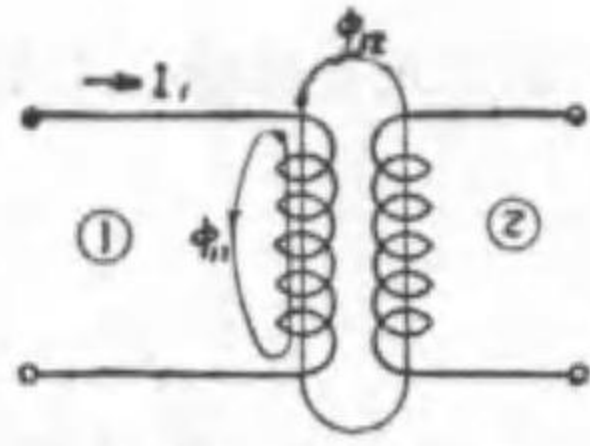
斯くすると各線の電流は既に示した處より容易に計算せられる。

2.18 相互誘導を有する回路

本節以下に述べやうとする事柄は、普通、初級交流理論では取扱はれないものであつて、要領よく簡単に述べやうとすれば複素数算法並高等數學の智識を要し之れを用ひないとすると紙数が尠大なものとなる。本書では其の素養を期待することが出来ないし、紙数にも餘裕がないから、根本概念の解説に止める。依而、諸君は進んで「選試用高等數學」で數學を修めてから、第二種一次「選試受験讀本」上下及「高級電氣工學計算の基礎」で是等の事項を深く習得せられたい。

相互誘導並相互インダクタンスの意義に就ては既に第二巻 P 45 以下に述べたから重ねて申さない。諸君は今一應、其等を復習して以下を學習されたい。

扱、第 2.102 圖のやうな間接結合回路の一次側に電流 I_1 を流したとき、此の電流に依つて一次線輪に作られる磁力線は二次線輪と鎖交する ϕ_{12} と、一次線輪



第 2.102 圖

のみを鎖交する ϕ_{11} から成る。此の $\phi_1 = (\phi_{11} + \phi_{12})$ が一次線輪に生ずる磁力線で、之れが夫れ自身を切つて生ずる誘導起電力が一次の自己インダクタンスに相當する逆起電力となる。一方、此の一次線輪の自己インダクタンスが L_1 ヘンリであるすると、1 アンペアの電流に依る鎖交数が $L_1 \times 10^8$ であるから、其の巻数を N_1 とすると 1 アンペアに依る磁力線数は $L_1/N_1 \times 10^8$ であり、 I_1 アンペアでは生ずる磁力線 $\phi_1 = I_1 \frac{L_1}{N_1} \times 10^8$ であらねばならない。勿論其の最大値は電流の最大値 $\sqrt{2}I_1$ に相當するもので $\phi_{1m} = \sqrt{2}I_1 \frac{L_1}{N_1} \times 10^8$ 本となる。

(註) ϕ_{11} のやうに一次線輪のみと鎖交するものに依るインダクタンスを漏洩インダクタンスとも云ふ。

次に二次線輪とも鎖交する磁力線 ϕ_{12} に相當するものが相互インダクタンスである。此の値を M とすると M の定義 (第二巻 P 46 以下を参照) より一次側に 1 A が流れたとき二次線輪 (巻数を N_2 とする) との鎖交数が $M \times 10^8$ と云ふのだから、磁力線数は $\frac{M}{N_2} \times 10^8$ 本で、一次に I_1 が流れたときは $I_1 \frac{M}{N_2} \times 10^8$ であつて、此の ϕ_{12} の最大値は $\sqrt{2}I_1 \frac{M}{N_2} \times 10^8$ 本となる。之れに依つて二次線輪に誘導せらるゝ起電力は第二巻 P 118 で説明したのと全く同様に考へて

$$\frac{1}{f} \text{ 秒間に } 4 \times \sqrt{2} I_1 \frac{M}{N_2} \times 10^8 \text{ 本 (但し } I_1 \text{ の 1 秒間の周波数を } f \text{ とした)}$$

だけの磁力線を生じ、之れが二次線輪 N_2 と鎖交する数は

$$4 \times \sqrt{2} I_1 \frac{M}{N_2} \times 10^8 \times N_2 = 4\sqrt{2} I_1 M \times 10^8$$

毎秒の鎖交数が 10^8 本であると 1 ボルトを生ずるのだから、第二巻 P118 上より 14 行目以下の説明の如くに

$$\text{二次線輪に生ずる誘導起電力の平均値} = \frac{(4\sqrt{2} I_1 M \times 10^8)}{1/f} \times 10^{-8} = 4\sqrt{2} f M I_1$$

従つて

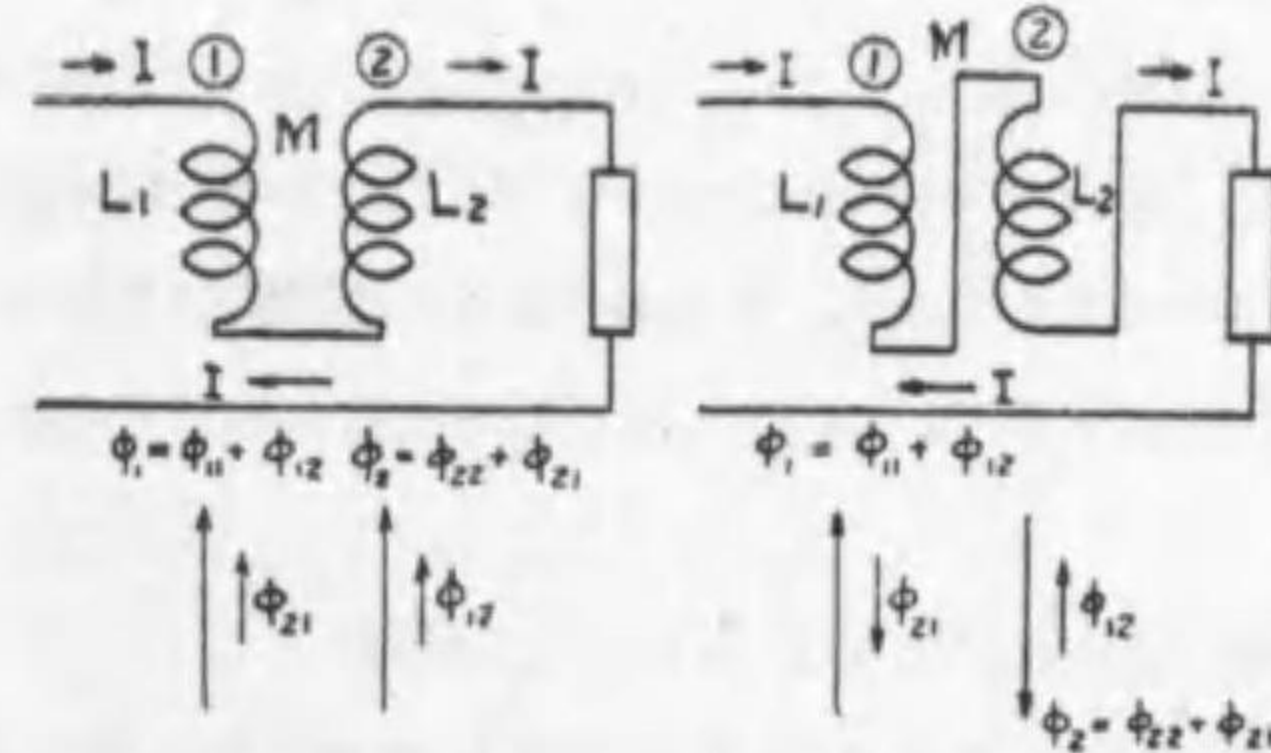
$$\text{實効値 } E_{12} = 4\sqrt{2} f M I_1 \times \text{波形率} = 4\sqrt{2} f M I_1 \times \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 2\pi f M I_1 = \omega M I_1$$

此の $2\pi f M = \omega M$ を相互誘導に依るリアクタンスと云ひ、自己インダクタンス L_1 を生ずる磁力線 ($\phi_{11} + \phi_{12}$) の一部 (ϕ_{12}) に依つて生ずるのだから、其の起電力の位相は第二巻第 2.49 圖の e_{12} と全く同相である。従つて L_1 と M は同相に取扱ひ、 R より 90° 進んだ複素数で表はされる。

或は逆に二次線輪に I_2 なる電流が流れると相互インダクタンス M に依り一次線輪に誘導せられる電圧は前述より $E_{21} = 2\pi f M I_2 = \omega M I_2$ ボルトとなることは明かである。

(註) 申す迄もなく、上記の M の値はヘンリで表はされる。

相互誘導 M の取扱ひで初學者の迷ふのは其の符號であつて、相互誘導に依る電圧がインダクタンスに依る電圧に加はる場合と差し引かれる場合とがある。此の各場合に應じて $+\omega M$ 又は $-\omega M$ として取扱ふのである。此の点を根本的に説明して置こう。



(I) 相加はる場合 (ϕ_1 と ϕ_2 が同方向)
(II) 打ち消し合ふ場合 (ϕ_1 と ϕ_2 が反対方向)

第 2.103 圖

に説明して置こう。

今、第 2.103 圖のやうな間接結合回路の一種で二つの線輪が直列にあつて、其の間の相互インダクタンスが M である場合を考へると、兩線輪の作る磁力線が相加はるやうに接続された場合の磁力線の關係は、(I) の下圖の如くなる。

但し

ϕ_{11} ……①のみと鎖交する磁力線 ϕ_{12} ……①線輪の磁力線で②と鎖交するもの
 ϕ_{22} ……②のみと鎖交する磁力線 ϕ_{21} ……②線輪の磁力線で①と鎖交するもの
従つて ϕ_1 は ① 線輪の自己インダクタンス L_1 となり、 ϕ_2 は ② 線輪の自己インダクタンス L_2 となる。又、 ϕ_{11} も ϕ_{12} も ϕ_1 及 ϕ_2 を増加するから此の場合の相互インダクタンスは各々の自己インダクタンス L_1 及 L_2 を増加するやうに働く。其處で此の回路に流れる電流を I とすると

ϕ_1 に相當する $2\pi f L_1 I$ に對し ϕ_{21} に相當する $2\pi f M I$ は $+$ である。

ϕ_2 に相當する $2\pi f L_2 I$ に對し ϕ_{12} に相當する $2\pi f M I$ も $+$ である。

前述したやうに、自己インダクタンスに依る電圧も相互インダクタンスに依る電圧も同相であるから、二つの線輪の作る磁力線が相加はるやうな接続にあると是等に依る全電圧は

$$2\pi f L_1 I_1 + 2\pi f M I_1 + 2\pi f L_2 I_1 + 2\pi f M I_1 = I(\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M) = I\omega(L_1 + L_2 + 2M)$$

となることが明かに理解せられる。

處が②線輪の接続を反対として(ロ)圖の如くになると、①②の磁力線は打ち消し合つて ϕ_2 の方向は前と反対となり、従つて ϕ_{21} も前と反対方向になる(ロ)の下圖からも明かなやうに、 ϕ_{12} も ϕ_{21} も前とは反対に ϕ_1 及 ϕ_2 を減少するから此の場合の相互インダクタンスは各々の自己インダクタンス L_1 及 L_2 を減少するやうに働く。其處で此の回路に流れる電流を I とすると、前とは反対に全電圧は

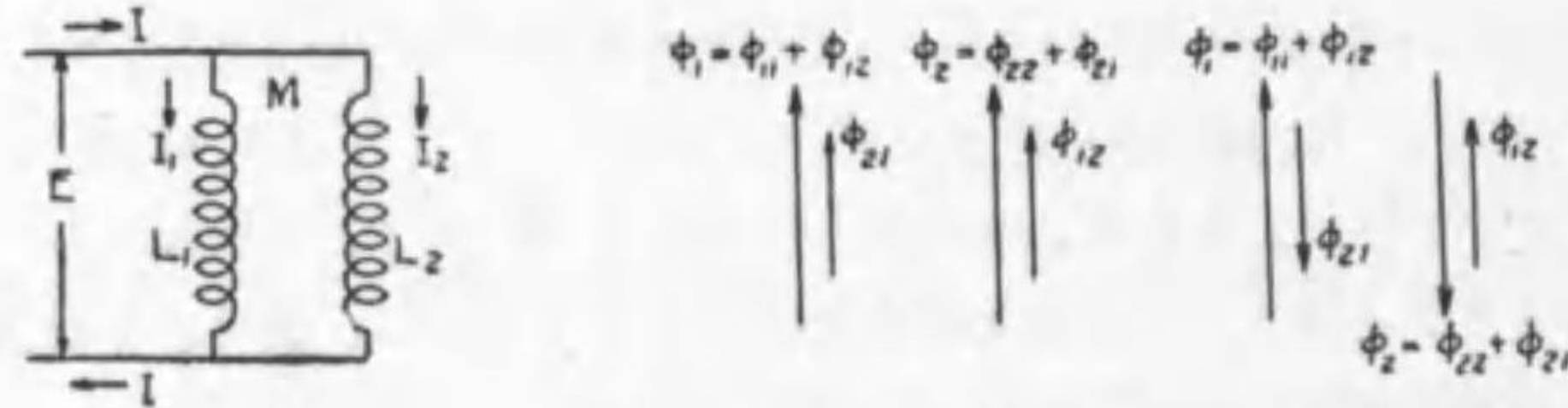
$$\frac{2\pi f L_1 I - 2\pi f M I + 2\pi f L_2 I - 2\pi f M I}{\phi_1 \text{に依る } \phi_{21} \text{に依る } \phi_2 \text{に依る } \phi_{12} \text{に依る}} = I(\omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M) = I\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

(註) (ロ)で ϕ_1 と ϕ_2 は打ち消合ふから ωL_1 に対し $-\omega L_2$ とならないかと云ふ疑問が出やうが、如何なる接続にあつても、インダクタンスに依り生ずる誘起電力は同一の電流 I の作る磁力線より 90° 遅れて同相にあるから ωL_1 と ωL_2 は二つの線輪の接続の如何にかゝらず加はり合ふ。唯 ϕ_{12} が ϕ_2 を減じ、 ϕ_{21} が ϕ_1 を減ずることに注視すればよい。

従つて、2つの線輪の作る磁力線の關係が明示されてゐない場合には(イ)の場合と(ロ)の場合をひつくるために相互インダクタンス M の前に複符號 \pm を附して

$$I\omega(L_1 + L_2 \pm 2M)$$

と云ふやうに表はさねばならない。



(イ) ϕ_1 と ϕ_2 が同方向で加はり合ふ場合 (ロ) ϕ_1 と ϕ_2 が反対方向で打ち消し合ふ場合

第 2.104 圖

第 2.104 圖のやうな二つの並列回路の間の相互インダクタンス M の場合に於ても同様に考へられる。即ち I_1 に依る磁力線を ϕ_1 とし、此の内で他の線輪を切るものを ϕ_{12} とし、 I_2 に依る磁力線を ϕ_2 とし、此の内で他の線輪を切るものを ϕ_{21} とすると、前と同様に ϕ_1 と ϕ_2 が相加はり合ふ(イ)の場合と、 ϕ_1 と ϕ_2 が打ち消し合ふ(ロ)の場合が生じ、抵抗を無視し、各自己インダクタンスを L_1 及 L_2 とすると

(イ) の場合では

$$\text{第一の線輪に於て } E = \frac{2\pi f L_1 I_1}{\phi_1 \text{に依る}} + \frac{2\pi f M I_2}{\phi_{21} \text{に依る}}$$

$$\text{第二の線輪に於て } E = \frac{2\pi f L_2 I_2}{\phi_2 \text{に依る}} + \frac{2\pi f M I_1}{\phi_{12} \text{に依る}}$$

(ロ) の場合では

$$\text{第一の線輪に於て } E = \frac{2\pi f L_1 I_1}{\phi_1 \text{に依る}} - \frac{2\pi f M I_2}{\phi_{21} \text{に依る}}$$

$$\text{第二の線輪に於て } E = \frac{2\pi f L_2 I_2}{\phi_2 \text{に依る}} - \frac{2\pi f M I_1}{\phi_{12} \text{に依る}}$$

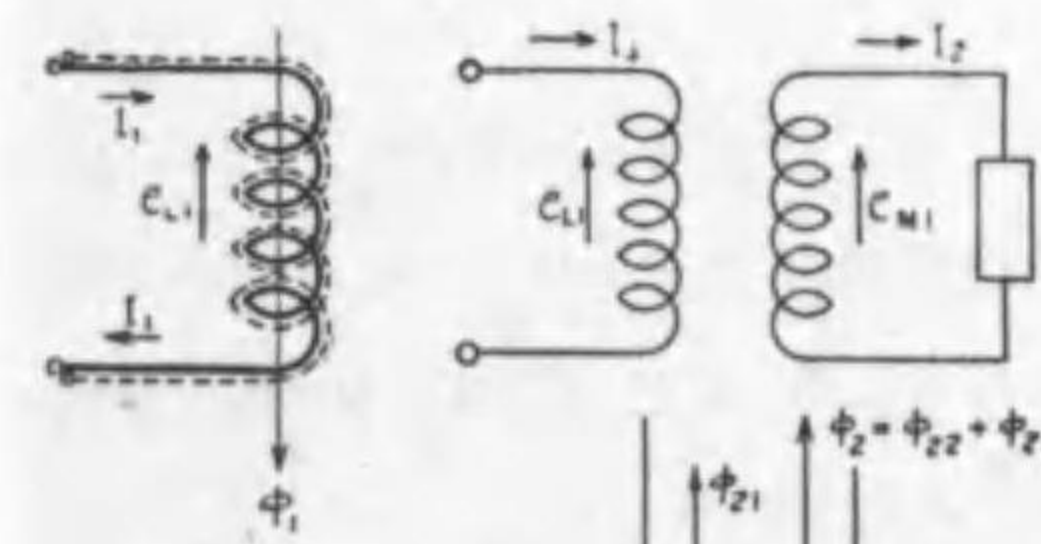
従つて、接続が明示されない一般の場合を表はすには

$$E = 2\pi f L_1 I_1 \pm 2\pi f M I_2 \quad E = 2\pi f L_2 I_2 \pm 2\pi f M I_1$$

と複符號を用ひねばならない。

次に最初に述べた、第 2.105 圖のやうな間接結合回路に就て考へやう。

今(イ)圖のやうに一次線輪に I_1 なる電流が流れると ϕ_1 なる磁力線を生じ、其の變化に應じて之れに自己誘導起電力が誘導せらるゝ。此の自己誘導起電力 e_{L1} の方向は第二卷 P40 第 1.42 圖で説明したやうに、常に磁力線 ϕ_1 の變化を妨げる方向、云ひ換へると常に之れを打ち消さんとする方向にある。今、一次線輪の太さを半分づつに分け点線のやうに二つに分けられた線輪が並列に捲かれてゐると考へると、此の点線の二次回路に生ずる ϕ_1 に依る誘導起電力 (e_{M1}) は同じ ϕ_1 の變化に依つ



(イ) (ロ) 第 2.105 圖

て生ずるのであるから e_{L1} と同方向に生ずる。之れを (ロ) 圖の如くに負荷に接続すると e_{L1} と同方向同相の電流を生じ、従つて其の方向は常に一次線輪の磁束を打ち消さんとする方向にあるから、相互誘導 M の前の符號は負 (-) となる。たとへ巻線の捲き方が反對の場合でも、此のことに變りがないし (起電力 e_{M1} の方向は逆となつて電流 I_2 も逆の方向となるが、捲き方が逆であるから、磁力線の方向は同一で、一次線輪の作る磁力線を打ち消す方向にある) 結局、間接結合回路では巻き方の如何にかゝらず、常に M の前の符號は負となる。此のことは二次線輪の作る磁力線 ϕ_2 に依る一次線輪の誘導起電力に就ても云へるから、一次線輪のインダクタンスを L_1 、二次線輪のインダクタンスを L_2 とすると

$$\text{一次線輪 } \omega L_1 I_1 - \omega M I_2 \quad \text{二次線輪 } \omega L_2 I_2 - \omega M I_1$$

とならねばならない。

2.19 交流回路に於ける重疊の理並テブナンの定理

交流回路をインピーダンスで取扱ふと、直流回路と同様にオームの法則が成立する。又ベクトル的に計算をすればキルヒホッフの法則も適用出来る。従つてキルヒホッフの法則で導かれた聯立方程式を圖式で解く重疊の理も亦、ベクトル的に計算をすれば交流回路に適用し得ることは容易に想像せられる。今其の最も簡単な一例に就て説明するが、其の前に一應、第一卷 P 181 以下の直流回路に於ける重疊の理を復習せられたい。

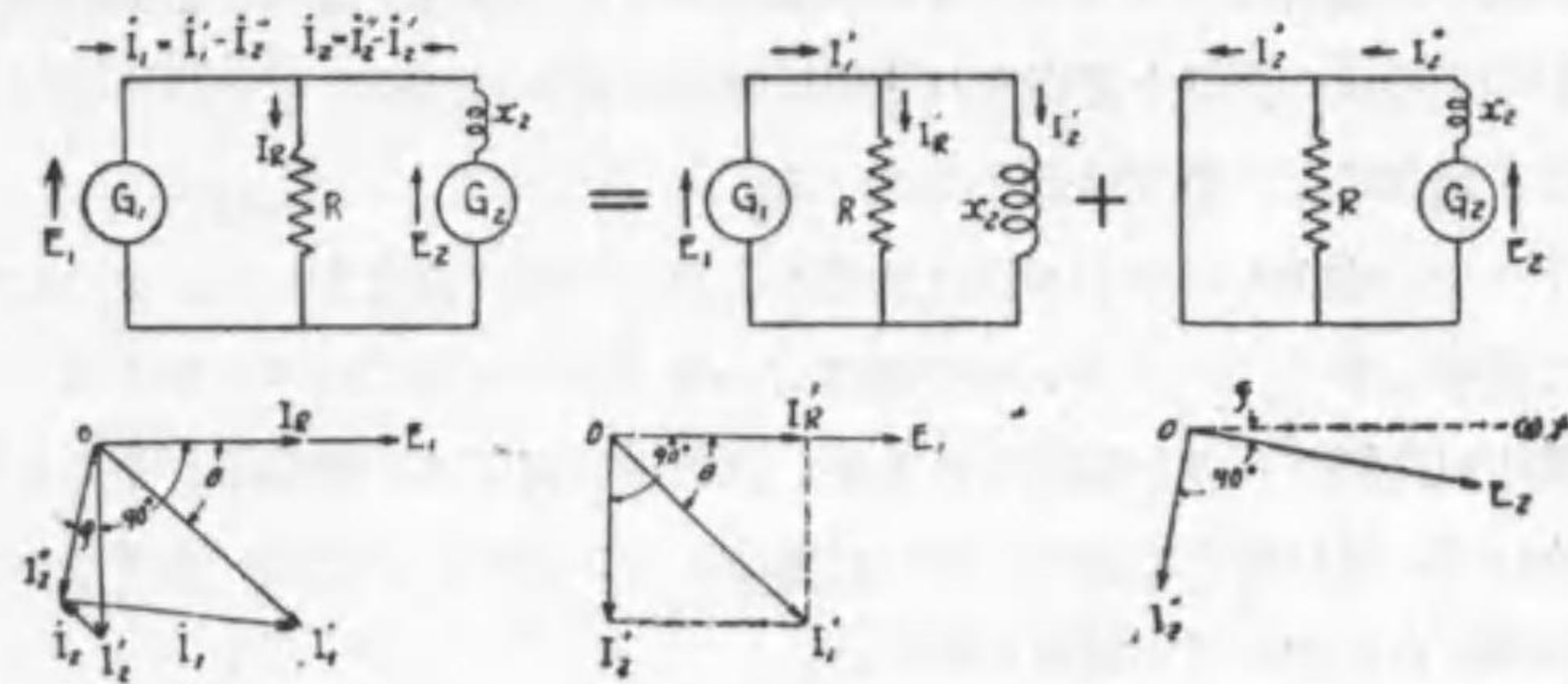
扱、第 2.106 圖のやうな二つの發電機 G_1, G_2 が並列とせられ、之れに無誘導抵抗 R が負荷せらるゝとき、 G_1 及 G_2 の内部インピーダンスは G_1 に於て零、 G_2 は抵抗は零でリアクタンスを x_2 とした。又、 G_1 及 G_2 の發生起電力を

$$e_1 = \sqrt{2} E_1 \sin \omega t \quad e_2 = \sqrt{2} E_2 \sin (\omega t - \varphi)$$

とする。先づ E_1 のみのある ① の場合、(E_2 は内部リアクタンスを残して取り去る) R の電流を I_R' 、 x_2 の電流を I_2' とすると

$$I_R' \text{ は } E_1 \text{ と同相で } I_R' = \frac{E_1}{R}$$

$$I_2' \text{ は } E_1 \text{ より } 90^\circ \text{ 遅れて } I_2' = \frac{E_1}{x_2}$$



第 2.106 圖

$$I_1' = \sqrt{I_R'^2 + I_2'^2} = E_1 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_2}\right)^2} \quad \theta = \arctan \frac{x_2}{R}$$

之れを E_1 を基準としてベクトルに書くと ① の下圖の如くなる。

次に E_2 のみがある ② の場合 (E_1 の内部インピーダンスは零であるから E_1 を除いて短絡する) では R の両端は短絡せられてゐるから R には電流は流れないで

$$I_2'' \text{ は } E_2 \text{ より } 90^\circ \text{ 遅れ } I_2'' = \frac{E_2}{x_2}$$

従つて原回路の電流は、是等の電流のベクトル和となり

$$I_1 = I_1' - I_2'' \quad I_2 = I_2'' - I_2' \quad I_R = I_R'$$

である。是等の値を求めるには第 2.107 圖より

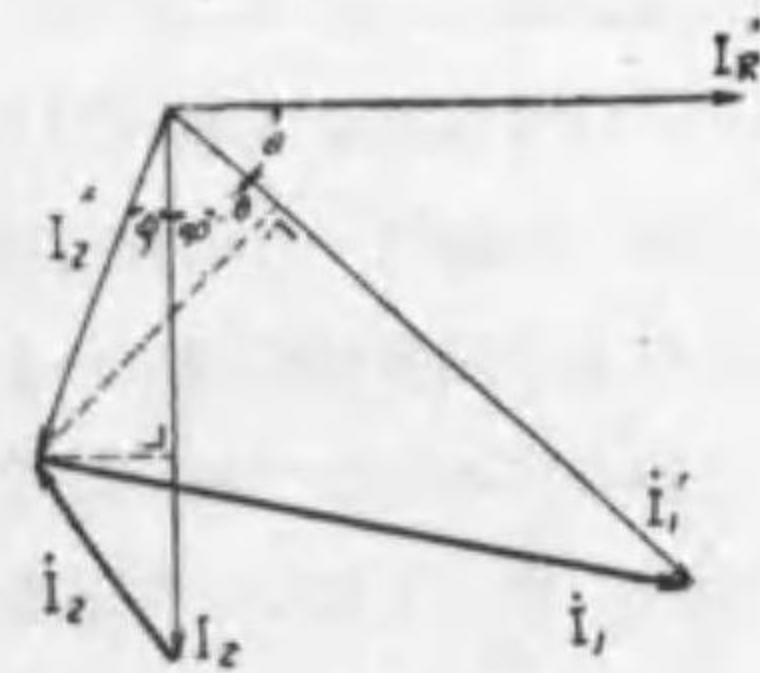
$$I_1 = \sqrt{\{I_1' - I_2'' \cos(90^\circ - \theta + \varphi)\}^2 + \{I_2'' \sin(90^\circ - \theta + \varphi)\}^2}$$

$$I_2 = \sqrt{\{I_2'' - I_2' \cos \varphi\}^2 + \{I_2' \sin \varphi\}^2}$$

$$I_R = I_R' = \frac{E_1}{R}$$

是等に前に求めた値を代入すると I_1, I_2 の値が容易に計算せられる。

重疊の理は各發電機の周波数が相違する場合にも適用される。實を云ふと、周



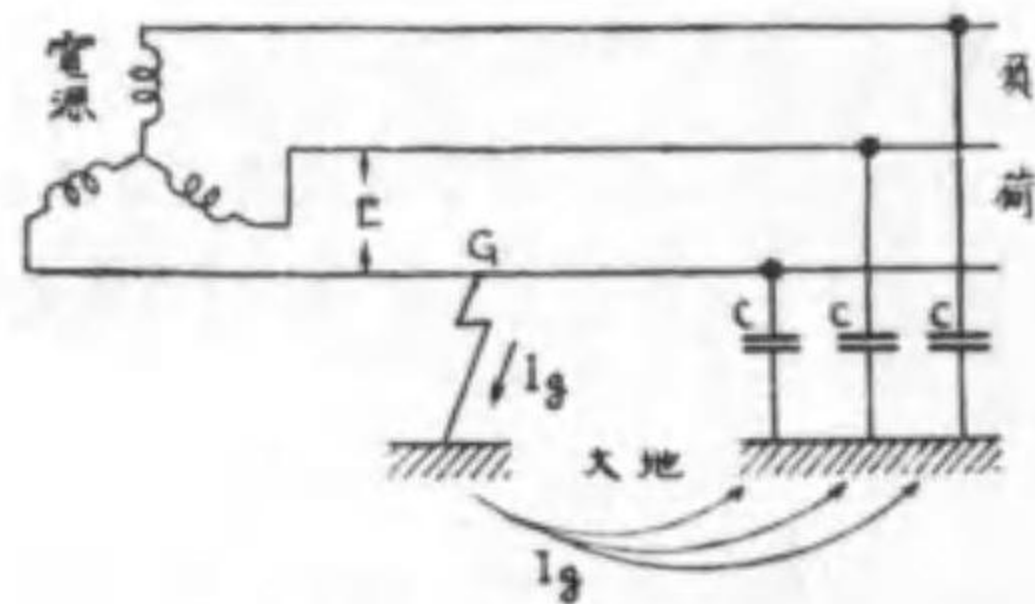
第 2.107 圖

波数の同一の場合はキルヒホッフの法則で解く方が便利であつて、周波数の異なる幾つかの正弦波の重疊と見做される歪波回路の計算には缺くことの出来ないものである。此のことに就ては改めて述べる。

テブナンの定理もベクトル的に取扱ふと交流回路に適用される。次に其の一例に就て説明しやう。テブナンの定理は第一巻 P181 に於て述べたやうに

任意の回路網で一点を開放したとき、其の点に現はれる電圧は、電源の起電力を除いて、前に其處に流れて居つた電流と大さの等しい電流を通ぜしめるため其の開放点に加ふべき電圧に等しい。

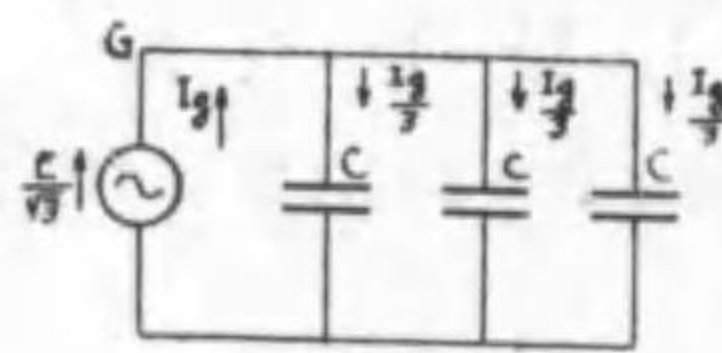
若し、一点を開放したときに其の点に現はれる電圧が容易に求められる時は、其の点を短絡したとき、之れに流れる電流は此の点から原回路を見たインピーダンスで開放時の電圧を除したものとなる。



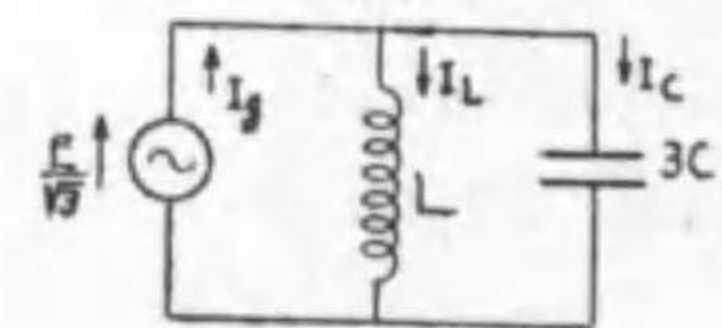
第 2.108 圖

例へば、第 2.108 圖のやうな三相三線式回路に於て、一線 G に地氣を生じたとき、之れに流れる地絡電流 I_g を求めて見やう。此の場合、負荷は大地との間に回路を作らないから考へる必要がない。又、電源線路

のインピーダンスを無視して、地氣点間から見た原回路を畫くと第 2.109 圖(イ)



(イ)



(ロ)

第 2.109 圖

の如くなる。圖の C は各電線の大地に対する静電容量である……電線と大地は一つの蓄電器を形成する……此の際、地氣点開放時に現はれる電圧は申す迄もなく、各線の對地電位で線間電圧を E とすると $E/\sqrt{3}$ である。従つて電源の周波数を f とすると 3 つの C の並列合成は $3C$ となるから、テブナンの定理より地絡電流は

$$I_g = 2\pi f \times 3C \times \frac{E}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{3}} \pi f CE = 2\sqrt{3} \pi f CE = \sqrt{3} \omega CE$$

次に電源の中性点をインダクタンス L で接地すると、地氣点から見た等價回路は (ロ) 圖の如くなり。地絡電流 I_g は

$$L \text{ の電流 } I_L = \frac{E/\sqrt{3}}{2\pi f L} = \frac{E}{\sqrt{3} \omega L} \quad C \text{ の電流 } I_C = \sqrt{3} \omega CE$$

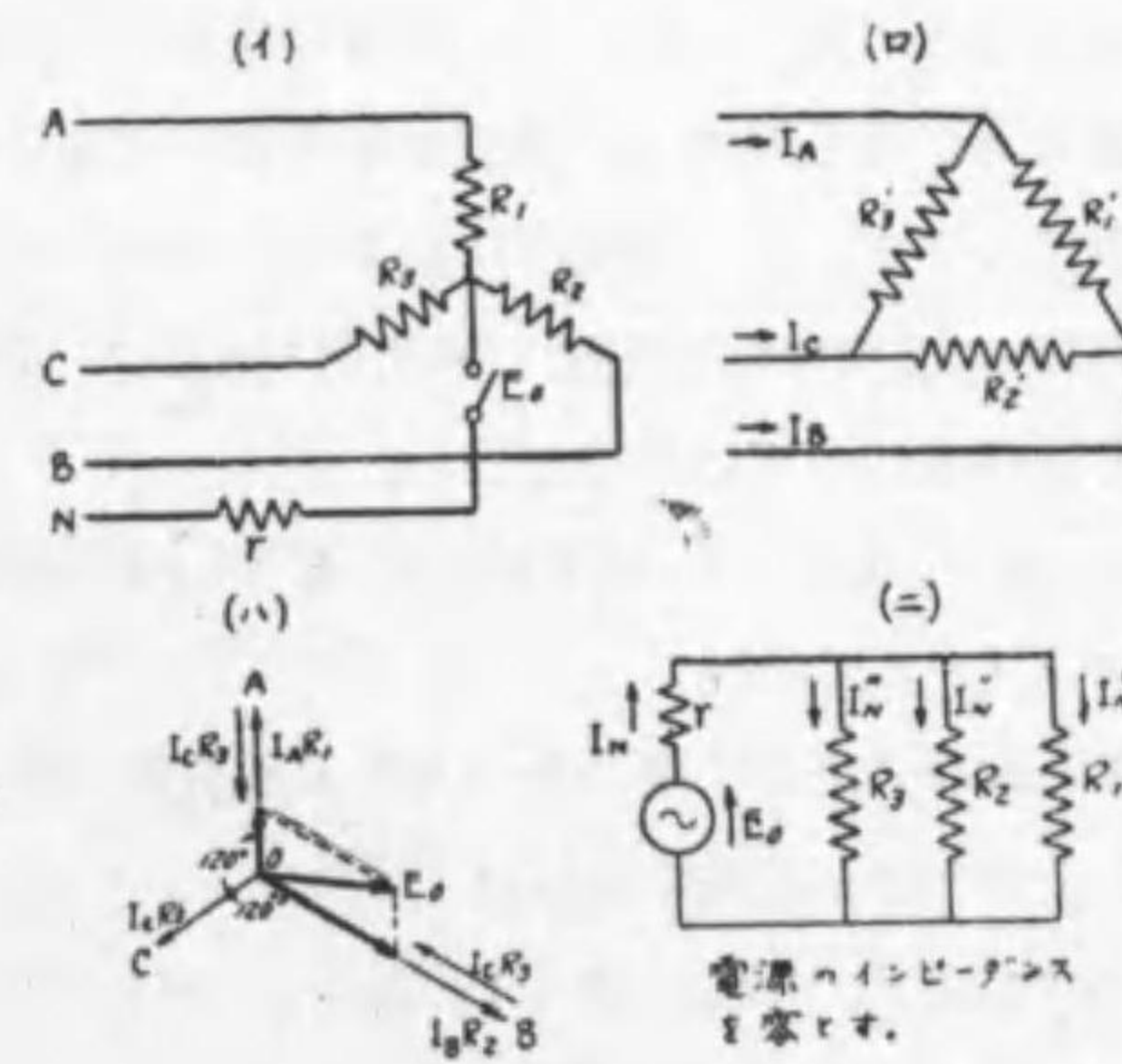
I_L は $E/\sqrt{3}$ より 90° 遅れ、 I_C は 90° 進むから

$$\text{全地絡電流 } I_g = I_L - I_C = \frac{E}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\omega L} - 3\omega C \right)$$

従つて今 $\frac{1}{\omega L} - 3\omega C = 0$ $\omega L = \frac{1}{3\omega C}$ となるやうなインダクタンスで電

源の中性点を接地すると、此の 3 相 3 相線の如何なる点に地氣を生じても地絡電流は流れないと云ふ、有難くも奇妙な働きをする。斯様なインダクタンス接地方式を線輪接地式 (reactor-compensated system) と云ひ、此のインダクタンスを消弧リアクトル (arc-suppressing reactor) と稱する。

【補講】 尙一例として、前にもちよつと觸れた中性線の抵抗を考へた場合の不平衡三相四



第 2.110 圖

線式回路の各線電流を求めて見やう。其の第一着手として、中性線 N (其の抵抗 r) の電流 I_N を計算する。第 2.110 圖 (イ) の R_1, R_2, R_3 は各相の負荷抵抗 (各線路抵抗を含む) で、電源の内部インピーダンスを無視する。今中性線を開放したとき、電源と負荷の中性点間に現はれる電圧 E_0 は (ロ) 圖の如く、 R_1, R_2, R_3 を三角形結線に換算して、前に述べた要領で各線の電流 I_A, I_B, I_C を求める。其の結果を (イ) に移して各相の

電圧を求めると $I_A R_1, I_B R_2, I_C R_3$ が得られる。之れを (ハ) 圖の OA, OB, OC ベクトルに示す。此の 3 つのベクトルの和 E_0 が中性線開放時に兩中性点間に現はれる電圧となる。……圖では最も小さい $I_C R_3$ で OA 及 OB を切り、其の残りの和を取つた……。今電源の内部インピーダンスを無視すると、中性線の開放端から見た原回路は (ニ) 圖の如くなり、テブナンの定理より

$$I_N = \frac{E_0}{r + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad E_0 \text{ と同相}$$

と求められる。従つて各線の電流は重疊の理に依つて、A 線は I_A と I_N' のベクトル和 B 線は I_B と I_N'' のベクトル和、C 線は I_C と I_N''' のベクトル和となる。

此の例がよく腹に入れば、テブナンの定理も重疊の理も卒業である。

2.20 歪波 (distorted wave) の計算

今迄に取扱つた、交流電圧及電流は純正弦波としたが、交流発電機が純正弦波を発生する爲めには、第二巻 P81 第 2.15 圖に説明したやうに、磁極に沿ふ磁束分布が正弦波とならねばならない。たとへ、無負荷で純正弦波分布となるやうにしても、電機子に負荷電流が流れると、第五巻で説明するやうに、此の電機子の作る磁束が、磁極の磁束分布を亂す。殊に低力率の負荷電流では、此の傾向が著しく、発電起電力は純正弦波から遠ざかる。又負荷に於ても、例へば弧光燈のやうなものは、弧光の抵抗は電流の大なる程減少するから、電流は電圧に正比例しない。従つて、電圧波形が正弦波であつても電流は正弦波とならない。逆に電流が正弦波であると電圧は正弦波でなくなる。更に變壓器に於ては、ヒステリシス現象 (第二巻 P28 以下参照) の爲めに磁束は勵磁電流に正比例しない。従つて電圧 (磁束) が正弦波であつても勵磁電流は正弦波でない。

(註) 試験等の目的で純正弦波の電源を要する場合には、特殊な構造を有する正弦波発電機 (sine-wave generator) …小容量を一般とす…を用ふる。

斯様な正弦波と違つたものを歪波と云ひ、之れは幾つかの大きさ及周波数の違つた交流の重疊したものと考へられる。例へば、歪波の電圧は

$$e = E_{1m} \sin(\omega t + \theta_1) + E_{2m} \sin(2\omega t + \theta_2) + E_{3m} \sin(3\omega t + \theta_3) + E_{4m} \sin(4\omega t + \theta_4) + E_{5m} \sin(5\omega t + \theta_5)$$

のやうな式で表はされる。但し $\omega = 2\pi f$ であつて、第一項の $E_{1m} \sin(\omega t + \theta_1)$ を基本波 (fundamental wave) と云ひ、第二項を第二調波 (second harmonic) と云ひ、基本波に對して 2 倍の周波数 ($2f$) を有する。第三項を第三調波 (third wave) と云ひ、3 倍の周波数 ($3f$) を有し、第四項を第四調波 (fourth harmonic) と云ひ、基本波の 4 倍の周波数 ($4f$) を有し、第五項は第五調波 (fifth

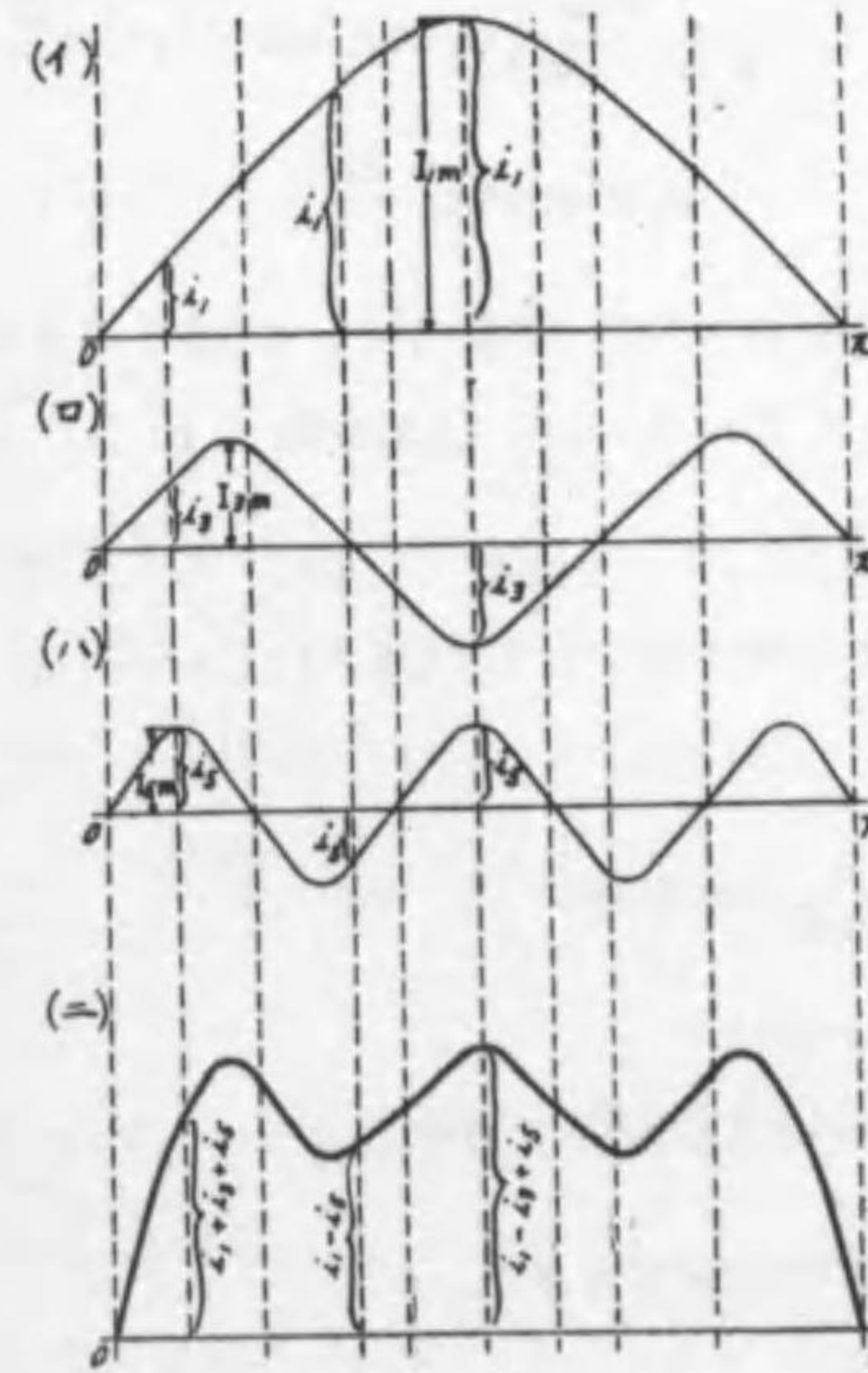
harmonic) と云ひ、5 倍の周波数 ($5f$) を有する。以下第六、第七……とある譯であるが、交流発電機の性質上、正波と負波は必ず同一の形状を有して居るので、第二、第四、第六…等の偶數調波 (even harmonic) は有しないことになる……後述の要領で偶數波を入れて蓄くと、正波と負波は同一形状でなくなる……従つて奇數調波 (odd harmonic) のみとなり

$$e = E_{1m} \sin(\omega t + \theta_1) + E_{3m} \sin(3\omega t + \theta_3) + E_{5m} \sin(5\omega t + \theta_5) \dots$$

$$i = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_3) + I_{5m} \sin(5\omega t + \varphi_5) + \dots$$

の如くなる。此の第三調波以上のものを總稱して高調波 (higher harmonic) 稱する。

今、第 2.111 圖の (イ) は $I_{1m} \sin \omega t$ なる基本波、(ロ) は $I_{3m} \sin 3\omega t$ なる第三調波、(ハ) は $I_{5m} \sin 5\omega t$ なる第五調波とすると、是等が重疊して作る歪波は各瞬時に於ける、3 つの波形の代數和……申す迄もないことであるが、負波の値は負として差し引く……を取つて (=) 圖のやうに求められる。或は逆に、一つ



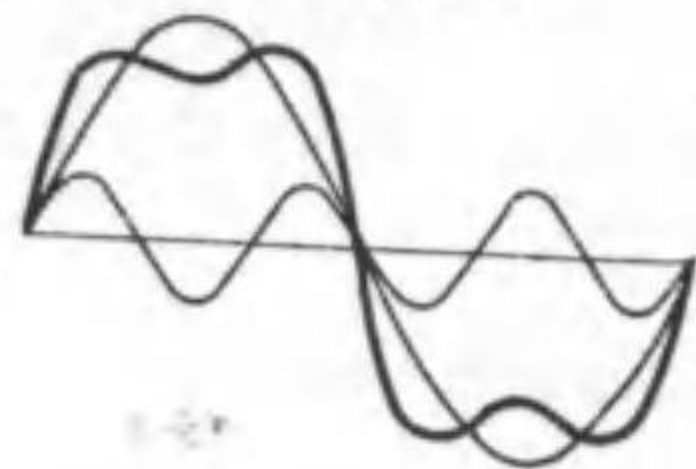
の歪波が與へられたとき之れが如何なる波形が重疊して出來て居るか分析することも出来る。之れを波形分析 (harmonic analysis) と云ひ、之れを機械的に行ふ波形分析器 (harmonic analyser) がある尚、波形の歪み方は同一の高調波を有して居つても其の大きさ、加はる位相に依つて違つて來る。其の一例を示すと第 2.112 圖 (イ) (ロ) (ハ) の如くである。圖は同じ割合の第三調波が加はる場合でも、其の位相に依つて、合成歪波の波形が著しく歪むことを示して居るのであつて、(イ) のやうなものを偏平波 (flat wave) (ロ) のやうなものを尖頭波 (peak wave) と云ひ (ハ) は變壓器の勵磁電流の形を表はす。(電圧を正弦波として)

第 2.111 圖

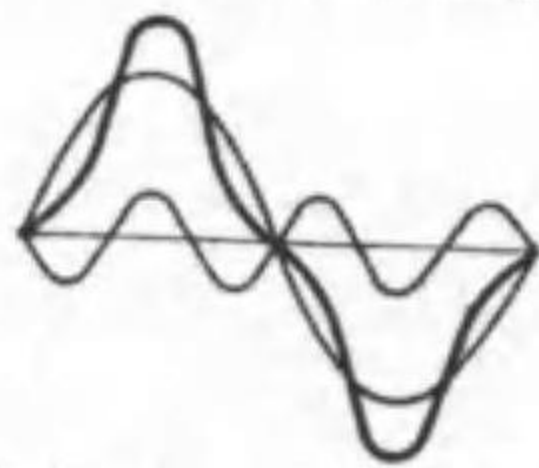
扱、斯様な高調波を含む (一般には變壓器のヒステリシス等に依り第三調波及

第五調波を含むことが多い) 歪波電圧をインピーダンスを有する回路に加へたと

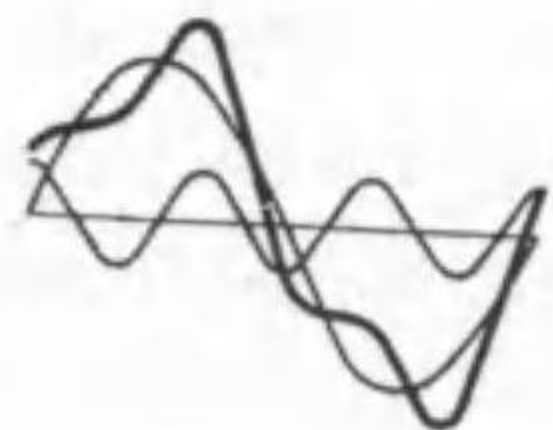
(1) $10 \sin \omega t + 3 \sin 3\omega t$



(2) $10 \sin \omega t + 3 \sin(3\omega t - 180^\circ)$



(3) $10 \sin \omega t + 3 \sin(3\omega t + 90^\circ)$



第 2.112 圖

なると 3 倍となる。……同様に静電リアクタンス $\frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{\omega C}$ も f が $3f$ となると $1/3\omega C$ と $1/3$ になる。此のことは誤り易いから注意されたい……。

全電流は i_1 と i_3 と重疊したもので

$$i = \frac{E_{1m}}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi_1) + \frac{E_{3m}}{\sqrt{r^2 + 9\omega^2 L^2}} \sin(3\omega t - \theta_3 - \varphi_3)$$

$$= I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1) + I_{3m} \sin(3\omega t - \theta_3 - \varphi_3)$$

斯様な高周波の實効値は各調波の實効値の自乗の和の平方根となり

$$I = \sqrt{\left(\frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2} \dots \dots \text{電流計の指示でもある。}$$

又、電力計は各周波間の電力の和

$$W = E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_3 I_3 \cos \varphi_3 \quad \text{を指示する。}$$

き流れる電流は各調波の電圧が別々に存在するものとして電流分布を定め之れを重疊すればよい(重疊の理を用ふる)例へば今

$$e = E_{1m} \sin \omega t + E_{3m} \sin(3\omega t - \theta_3)$$

なる電圧を、抵抗 r オーム、インダクタンス L ヘンリの回路に加へると

$$\text{基本波電流 } i_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi_1)$$

$$\text{但し } \varphi_1 = \arctan \frac{\omega L}{r}$$

第三調波電流

$$i_3 = \frac{E_{3m}}{\sqrt{r^2 + (3\omega L)^2}} \sin(3\omega t - \theta_3 - \varphi_3)$$

$$\varphi_3 = \arctan \frac{3\omega L}{r}$$

但し $\omega = 2\pi f$ であつて、誘導リアクタンス $2\pi f L = \omega L$ は周波数 f が $3f$ と

$$\text{但し } E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} \quad I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} \quad E_3 = \frac{E_{3m}}{\sqrt{2}} \quad I_3 = \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} \quad \cos \varphi_3 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 9\omega^2 L^2}}$$

諸君は是等に就て「選試用高等數學」で高等數學を修め、第二種一次「選試受験讀本」並「高級電氣工學計算の基礎」に依つて研究を進められたい。

以上を以て、初級交流理論の講義も一先づ幕を閉ずることとする。初級とは云ひ條、工業學校(第三種)の程度をはるかに越し、高等工業學校(第二種)の分野に歩を進め得たことは講者として快心の笑と运行がなくとも、責任を果し得た満足で一杯である。熱心なる諸君が、再讀、三讀、徹底的に本講義を自家藥籠中に納められるやう切に希望申上ぐる。

2.21 多相交流回路の基礎智識

① 二相、三相、n 相交流の式

二相 $e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

三相 $e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad e_C = E_m \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$

n 相 $e_A = E_m \sin \omega t \quad e_B = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{n}) \quad e_C = E_m \sin(\omega t - 2 \frac{2\pi}{n}) \dots$

$$e_n = E_m \sin\{\omega t - (n-1) \frac{2\pi}{n}\}$$

但し $E_m = \text{最大値} = \sqrt{2} \times \text{實効値} \quad \omega = 2\pi f \quad f \dots \dots \text{周波数}$

② 多相交流の分類

- (i) 對稱式と非對稱式……各相電壓(電流)の値が相等しく、一定の相差角(n 相式では $2\pi/n$)にあるものを對稱式と云ひ、然らざるものを非對稱式と云ふ
- (ii) 結合式と獨立式……各相の電力が別々の線路で負荷に結合せられるものを獨立式と云ひ、是等が結合されて共同歸線を有するものを結合式と云ふ。
- (iii) 平衡式と不平衡式……各相瞬時電力の和が一定なるものを平衡式と云ひ、然らざるものを不平衡式と云ふ。

(註) 廣く用ひられるのは對稱結合平衡式とも云ふべき三相三線式である。

④ 多相交流の接続法

(i) 星状結線……各相の起電力が等しく外方(又は内方)に向くやうに、各相巻線の一端を共に結合し、他端を外部回路に接続する方式で、三相回路では星形(スター又はY)結線と云ふ。

(ii) 環状結線……各相の起電力が等しく反時計式方向(又は時計式方向)に向くやうに、一相の巻線の一端を他相の巻線の一端にと順次に接続して環状形とする方式で、三相回路では三角(又はデルタ)結線と稱する。

(註) ① 各相の電圧及電流を相電圧(Y結線では星形電圧と云ふことが多い)又は相電流と云ひ、外部回路に接続する2線間の電圧及其の等の電流を線間電圧又は線電流と云ふ。

② 多相接続で起電力の方向を誤ると対稱式とならず、環状結線では大なる循環電流が流れる危険がある。

③ 多相負荷の接続にも同様に星状結線と環状結線があつて、各相のインピーダンスの値及インピーダンス角の相等しきものを平衡負荷、然らざるものを不平衡負荷と稱する。

(iii) 星形結線の負荷……各線電流 I_l は相電流 I に等しく $\dots I_l = I \dots$ 線間電圧 E_l は相電圧 E の $\sqrt{3}$ 倍 $\dots E_l = \sqrt{3}E \dots$ であつて、各相のインピーダンスを Z とすると $I = \frac{E}{Z} = \frac{E_l}{\sqrt{3}Z}$ $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$ とすると、力率 $\cos\theta = \frac{r}{Z}$ となる。

(iv) 三角形結線の負荷……各線電流 I_l は相電流 I の $\sqrt{3}$ 倍 $\dots I_l = \sqrt{3}I \dots$ であつて、線間電圧 E_l は相電圧 E に等しく $\dots E_l = E \dots$ であつて、各相のインピーダンスを Z とすると $I = E/Z = E_l/Z$ $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$ とすると、力率 $\cos\theta = r/Z$ となる。

何れの場合も電力 W は

$$W = 3EI\cos\theta = \sqrt{3}E_l I_l \cos\theta \quad (\text{ワット}) \quad \text{となる。}$$

⑤ n 相交流の相電圧と線間電圧及相電流と線電流の関係式

相電圧を E 、線間電圧を E_l 、相電流を I 、線電流を I_l とすれば

(i) 星状結線の場合 $I_l = I$ $E_l = 2E \sin \frac{\pi}{n}$

(ii) 環状結線の場合 $E_l = E$ $I_l = 2I \sin \frac{\pi}{n}$

何れの場合でも $W = \frac{n}{2 \sin \frac{\pi}{n}} E_l I_l \cos\theta$

但し $\cos\theta$ は相電圧と相電流間の力率である。

⑥ 三相系統の對地電位

常時は星形電壓(線間電圧 $\sqrt{3}$)であるが、一線に地氣を生ずると他の2線の電位は線間電圧となり、常時の $\sqrt{3}$ 倍となる。但し中性点接地方式では殆んど變りがない。

⑦ 三相送電線の送受電端の電圧關係

受電端の線間電圧を E_R 、負荷電流を I 、其の力率を $\cos\theta$ 、一線路の抵抗を r 、同リアクタンスを x とすると、送電端の線間電圧 E_S は

$$E_S = \sqrt{(E_R \cos\theta + \sqrt{3}Ir)^2 + (E_R \sin\theta + \sqrt{3}Ix)^2}$$

$$\text{負荷電力 } W_R = \sqrt{3}E_R I \cos\theta \quad \text{送電電力 } W_S = \sqrt{3}E_S I \cos\theta_0$$

$$\cos\theta_0 = \frac{E_R \cos\theta + \sqrt{3}Ir}{E_S} \quad \theta_0 = \arctan \frac{E_R \sin\theta + Ix}{E_R \cos\theta + Ir}$$

$$\text{又 } W_S = W_R + 3I^2 r \quad \text{となる。}$$

$$\text{或は又 } E_S = \sqrt{(E_R + \sqrt{3}Ircos\theta + \sqrt{3}Ixsine\theta)^2 + (\sqrt{3}Ivcos\theta - \sqrt{3}Irsine\theta)^2}$$

$$\text{略算式として } E_S = E_R + \sqrt{3}Ircos\theta + \sqrt{3}Ixsine\theta$$

(註) 平衡三相インピーダンスの Y- Δ 換算は直流の場合と同様に行つてよい。

⑧ 各相抵抗の相違する場合の線電流(但し對稱三相電圧が加へらるゝものとする)

(i) 三相四線式の場合……各相毎に求め、中性線電流は三相各線電流のベクトル和を取る。

(ii) 三相三角形結線の場合……各相毎に電流を求め、各線電流は其のベクトル差として計算する。

(iii) 三相星形結線の場合……三角形結線に換算して行ふ。

⑨ 相互誘導を有する回路

二つの線輪の間の相互インダクタンスが M ヘンリの時、一方の線輪に f サイクルの電流 I_1 アンペアが流れたとき、他方の線輪に誘導せらるゝ電圧 E_2 は

$$E_2 = 2\pi f M I_1 = \omega M I_1 \quad \text{ボルト} \quad (\text{或は } E_1 = 2\pi f M I_2 \quad \text{ボルト})$$

(i) 間接結合回路では ωM の前の符號は常に $-$ である。

(ii) 直接結合回路では 兩線輪の作る磁力線が相加はるやうに接続されると ωM の前の符號は $+$ であり、打ち消し合ふやうに接続せられると $-$ であ

つて、一般には複符號 ± を附して表はす。

④ 交流回路に於ける重畳の理及テブナンの定理

起電力、電流及電壓降下をベクトル的に取扱ふと直流回路の場合と同様に適用される。

⑤ 歪波の計算

正弦波でない交流波形を歪波と云ひ、之れは基本波と幾つかの奇數高調波の重畳されたもので、假に

$$e = E_{1m} \sin \omega t + E_{3m} \sin(3\omega t - \theta_3) \quad \text{とすると}$$

$$\text{其の實効値 } E \text{ は } E = \sqrt{\left(\frac{E_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

之れを抵抗 r 、インダクタンス L なる回路に加へると流れる電流

$$i = \frac{E_{1m}}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \arctan \frac{\omega L}{r}) + \frac{E_{3m}}{\sqrt{r^2 + 9\omega^2 L^2}} \sin(3\omega t - \theta_3 - \arctan \frac{3\omega L}{r})$$

$$i \text{ の實効値 } I = \sqrt{\left(\frac{E_{1m}}{\sqrt{2} \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}\right)^2 + \left(\frac{E_{3m}}{\sqrt{2} \sqrt{r^2 + 9\omega^2 L^2}}\right)^2}$$

$$\text{此の場合の電力 } W \text{ は } W = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} \cos \varphi_1 + \frac{E_{3m}}{\sqrt{2}} \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}} \cos \varphi_3$$

$$\text{但し } \cos \varphi_1 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}} \quad \cos \varphi_3 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + 9\omega^2 L^2}}$$

2.22 多相交流回路の學習問題

〔1〕 各相の抵抗が 20 オーム、誘導リアクタンスが 15 オームなるインピーダンスを線間電壓 200 V の對稱三相回路に接続するに、之れを星形結線とした場合と三角形結線とした場合の線電流、消費電力を比較せよ。

【略解】 (イ) 星形結線とした場合

$$\text{線電流 } I_l = \frac{200/\sqrt{3}}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = \frac{200}{\sqrt{3} \times 25} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \approx 4.6 \text{ A}$$

$$\text{電力 } W = 3I^2 \times 20 = 3 \times \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times 20 = 1280 \text{ ワット}$$

$$\text{力率 } \cos \theta = \frac{20}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = \frac{20}{25} = 0.8$$

$$W = \sqrt{3} E_l I_l \cos \theta = \sqrt{3} \times 200 \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 0.8 = 1280 \text{ ワット}$$

(ロ) 三角形結線とした場合

$$\text{線電流 } I_l = \sqrt{3} \times \frac{200}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = \frac{\sqrt{3} \times 200}{25} = \sqrt{3} \times 8 = 13.8 \text{ A}$$

$$\text{電力 } W = \sqrt{3} \times 200 \times (\sqrt{3} \times 8) \times 0.8 = 3840 \text{ ワット}$$

$$= 3I^2 \times 20 = 3 \times \left(\frac{200}{25}\right)^2 \times 20 = 3840 \text{ ワット}$$

〔2〕 第 2.113 圖の如く、抵抗 8Ω 、誘導リアクタンス 6Ω よりなる星形結



第 2.113 圖

線と、抵抗 12Ω 、リアクタンス 9Ω よりなる三角形結線を並列としたるものに對稱三相電壓 100 V を加へたるとき、各線電流及電力を求めよ。

【略解】 勿論、加へられる電壓は線間電壓と解すべきであつて Δ のインピーダンスを星形に換算すると $Z_s = Z_d/3$ (第 2.95 圖を参照) となる。即ち

$$Z_s = \frac{1}{3} \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\text{インピーダンス角 } \theta_s = \arctan \frac{3S}{4R} = \arctan \frac{3}{4}$$

$$\text{他の星形結線の場合は } Z = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Omega$$

$$\text{インピーダンス角 } \theta = \arctan \frac{6}{8} = \arctan \frac{3}{4}$$

即ち $\theta_s = \theta$ であるから、 Z と Z_s は直流の場合の並列抵抗と同様に取扱つてよく

$$\text{星形としての一相の合成インピーダンス } Z_0 = \frac{ZZ_s}{Z+Z_s} = \frac{10 \times 5}{10+5} = \frac{10}{3} \Omega$$

$$I_l = I = \frac{E_l/\sqrt{3}}{Z_0} = \frac{100/\sqrt{3}}{10/3} = \frac{100}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{10} = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} = 17.32 \text{ A}$$

$$\text{回路の力率 } \cos \theta = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 0.8$$

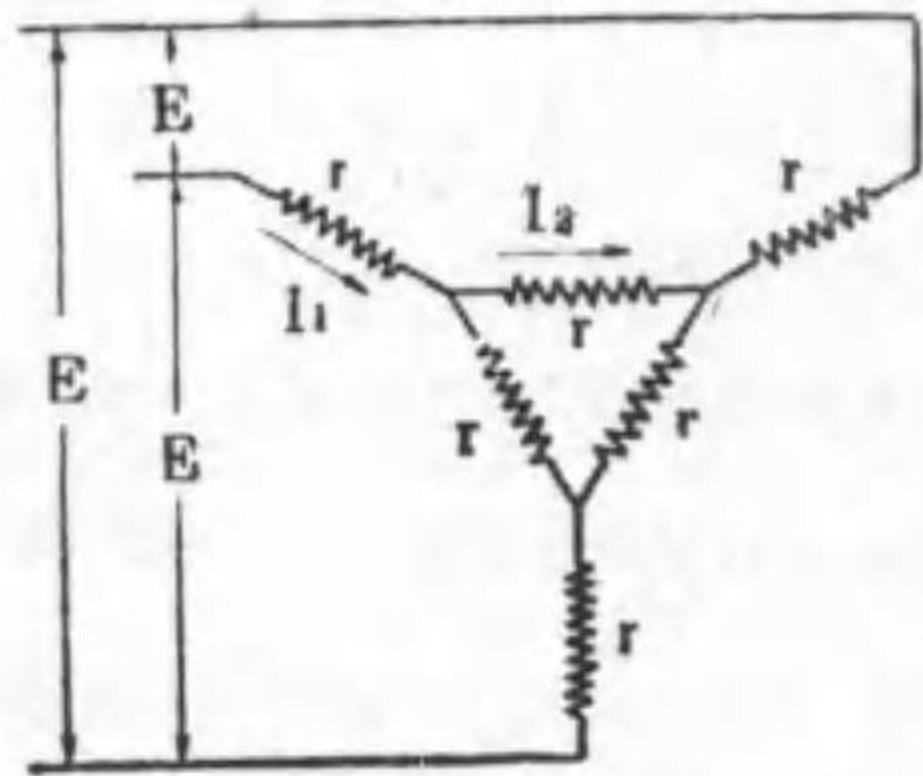
$$\text{電力 } W = \sqrt{3} E_l I_l \cos \theta = \sqrt{3} \times 100 \times 10\sqrt{3} \times 0.8 = 2400 \text{ (ワット)}$$

$$\text{或は又 } W = 3I^2 r = 3 \times (10\sqrt{3})^2 \times \frac{8 \times 4}{8+4} \times 10^{-3} = 2.4 \text{ kW}$$

(註) ① 各分路のインピーダンス角が等しいと、是等に流れる電流は同相となり、全電

流は其の算術和となるから、インピーダンスの合成は直流の場合の抵抗合成と同様に取扱われる。直列とした場合も両インピーダンスの端子電圧は同相になるから、全電圧は各電圧の算術和となり、合成インピーダンスは各インピーダンスの和で、例へば問題の Z_s と Z を直列とすると合成インピーダンスは $5+10=15\Omega$ となる。

② 諸君は本問を Y, Δ のまゝで各相電流のベクトルを求め、其のベクトル合成より線路電流を計算せられよ。必ず実行のこと。



第 2.114 圖

〔3〕 相等しき 6 箇の抵抗 r を第 2.114

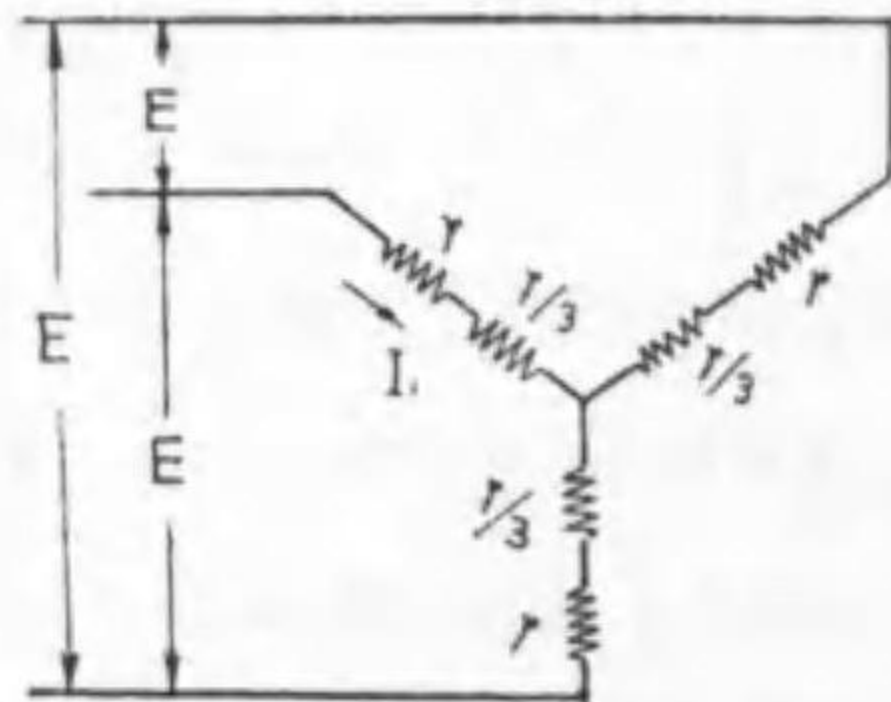
圖の如く接続したるものに平衡三相電圧 E を加ふるときの電流 I_1 及 I_2 を求めよ。

(昭 14 一考)

【略解】 内側の Δ 結線の抵抗を Y に換算すると第 2.115 圖の如くなり

$$I_1 = \frac{E/\sqrt{3}}{r + \frac{r}{3}} = \frac{E}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{4r} = \frac{\sqrt{3}E}{4r}$$

$$= 0.433 \frac{E}{r}$$



第 2.115 圖

I_2 は I_1 を線電流とすると其の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ となるから

$$I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}E}{4r} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{E}{4r} = 0.25 \frac{E}{r}$$

〔4〕 対称三相電圧 200 V に依り供給せ

られる三相平衡負荷あり、其の電力を測定するに 3 kW, 各線電流 10 A なりと云ふ。各

相のインピーダンス、抵抗及誘導リアクタンスを求めよ。

【略解】 各相の力率 $\cos\theta = \frac{3 \times 1000}{\sqrt{3} \times 200 \times 10} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$ (86.6%)

($\because W = \sqrt{3} E_L I_L \cos\theta$)

(1) 星形接続とすれば

各相のインピーダンス $Z_s = \frac{200/\sqrt{3}}{10} = \frac{20}{\sqrt{3}} = 11.55 \Omega$

抵抗 $r_s = Z_s \cos\theta = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 \Omega$

誘導リアクタンス $x_s = \sqrt{Z_s^2 - r_s^2} = Z_s \sin\theta = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5.77 \Omega$

但し $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$

(2) 三角形接続とすれば

各相のインピーダンス $Z_d = \frac{200}{10/\sqrt{3}} = 20\sqrt{3} = 34.65 \Omega$

$r_d = 20\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30 \Omega$ $x_d = 20\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 17.32 \Omega$

〔5〕 線間電圧 600 V, 線電流 150 A なる六相交流を以て供給せらるゝ負荷電力 432 kW あり、此の負荷に同一線間電圧の十二相を以て供給すれば線電流は何程となるや。

【略解】 $W = \frac{n}{2 \sin \frac{\pi}{n}} E_L I_L \cos\theta$ 式より $\cos\theta$ を求める。即ち $n=6$ に於て

$$432 = \frac{6}{2 \sin \frac{180}{6}} 600 \times 150 \times \cos\theta \times 10^{-3}$$

$$\cos\theta = \frac{432000}{6 \times 600 \times 150} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$n=12 \text{ にて } 432 = \frac{12}{2 \sin \frac{180}{12}} \times 600 I_L \times 0.8 \times 10^{-3}$$

$$I_L = 43200 \times \frac{(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2} \times 12 \times 48} = 38.7 \text{ A}$$

(註) $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

〔6〕 導線 1 本に付抵抗 $0.1616 \Omega/\text{km}$, インダクタンス $1.13 \text{ mH}/\text{km}$ なる三相三線式送電線あり、受電 \star 壓に対する抵抗電壓降下及リアクタンス電壓降下の百分率を求めよ。但し受電点に於ける消費電力 3000 kW, 力率 80%, 受電 \star 壓 10500 V, 60 サイクル, 送電距離 4 km とす。

【略解】 1 相に於ける消費電力 = $\frac{3000}{3} = 1000 \text{ kW}$

1 線を流るゝ電流 = $\frac{1000 \times 1000}{\sqrt{3} \times 10500 \times 0.8} = 206 \text{ A}$

1 線の総抵抗 = $0.1616 \times 4 = 0.6464 \Omega$

1 線の総リアクタンス = $2 \times 3.1416 \times 60 \times 1.13 \times 10^{-3} \times 4 = 0.199 \Omega$

抵抗電圧降下の百分率 = $\frac{0.6464 \times 206 \times 100}{10500} = 1.26\%$

リアクタンス電圧降下の百分率 = $\frac{0.199 \times 206 \times 100}{105000} = 0.39\%$

〔7〕 三相三線式配電線あり、一線の抵抗 0.8Ω 、同リアクタンス 0.6Ω にし、
て負荷電力 1000 kVA 、力率 0.8 に對し負荷端子電壓を 3000 V とする爲めには
送電端の電壓を何程とすべきや。

【略解】 負荷電流 = $\frac{1000 \times 1000}{\sqrt{3} \times 3000} = 186 \text{ A}$

$E_s = E_R + \sqrt{3} I r \cos \theta + \sqrt{3} I \sin \theta = 3000 + \sqrt{3} \times 186 \times 0.8 \times 0.8 + \sqrt{3} \times 186 \times 0.6 \times 0.6$
 $= 3323 \text{ V}$

〔8〕 饋電点の電壓が一定に保持せらるゝ三相三線式配電線あり、三相平衡負荷の力率が 0.8 にして 50 アンペア なるとき、負荷点の線間電壓は 3000 ボルト なり。今之れに力率 0.6 なる三相平衡負荷 30 アンペア を増置するに負荷点線間電壓は 2923 ボルト になりたりと云ふ。線路の抵抗を求めよ。但し線路リアクタンスは無視するものとす。

【略解】 饋電点の電壓を E_s とすれば、最初の場合は (略算式に依る)

$E_s = 3000 + \sqrt{3} \times 50 \times 0.8 \times r = 3000 + 40\sqrt{3}r \dots\dots\dots ①$

但し r は線路一條の抵抗である。

即ち饋電点電壓 E_s は (負荷点電壓 + $\sqrt{3} \times$ 負荷電流の有効分 \times 線路の抵抗) である。

負荷増置後は 負荷電流の有効分 = $50 \times 0.8 + 30 \times 0.6 = 58 \text{ A}$

$E_s = 2923 + \sqrt{3} \times 58 \times r = 2923 + 58\sqrt{3}r \dots\dots\dots ②$

① ② を相等しいと置くと

$3000 + 40\sqrt{3}r = 2923 + 58\sqrt{3}r \quad \sqrt{3}r(58 - 40) = 3000 - 2923 = 77$

$r = \frac{77}{\sqrt{3} \times 18} = 2.47 \Omega$

〔9〕 變電所の 3300 V 母線より引出せる互長及電線の太さ相等しき三相三線式配電線路及び单相二線式配電線路あり、今兩線路共之れに無誘導負荷を接続したるに其の電壓降下は共に 10% なりと云ふ。負荷のキロワット數各幾何なるか但し電線の抵抗は一條に付 10 オーム とし、リアクタンスは之れを無視するものとす。

【略解】 電壓降下 = $\frac{E_s - E_R}{E_R} \times 100\%$

故に受電点電壓は $3300 \div 1.1 = 3000 \text{ V}$ 線路電壓降下 $3300 - 3000 = 300 \text{ V}$

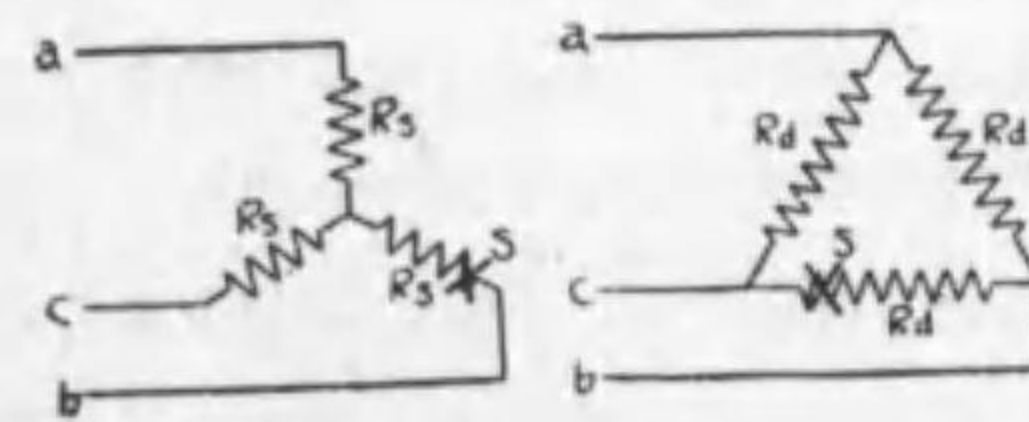
单相二線式の負荷電流を I_1 とせば $2I_1r = 300 \quad I_1 = \frac{300}{2r} = \frac{300}{2 \times 10} = 15 \text{ A}$

故に負荷電力 $W_1 = 3000 \times 15 \div 1000 = 45 \text{ kW}$

三相三線式の負荷電流を I_3 とせば

$\sqrt{3}I_3r = 300 \quad I_3 = \frac{300}{\sqrt{3}r} = \frac{\sqrt{3} \times 300}{3 \times 10} = 17.3 \text{ A}$

故に負荷電力 $W_3 = \sqrt{3} \times 3000 \times \frac{30}{\sqrt{3}} \div 1000 = 60 \text{ kW}$



第 2.116 圖

〔10〕 第 2.116 圖の如く、星形、及三角形に結線せられたる 200 V 、 3 kW の三相電熱器あり其の線電流を求めよ。又其の一相の熱線が切斷 (圖の S 箇所)

せるときの各線の電流及消費電力を求めよ。但し電熱線の抵抗は一定値とす。

【略解】 (イ) 星形結線の場合

$I_s = \frac{3 \times 1000}{\sqrt{3} \times 200} = 5\sqrt{3} = 8.65 \text{ A} \quad R_s = \frac{200}{\sqrt{3}} \div 5\sqrt{3} = \frac{40}{3} \Omega$

(ロ) 三角結線の場合 $I_d = \frac{3 \times 1000}{\sqrt{3} \times 200} = 5\sqrt{3} = 8.65 \text{ A} \quad R_d = 200 \div \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 40 \Omega$

($\because W = \sqrt{3} E_L I_L \cos \theta \quad \cos \theta = 1$)

(註) 一相に就て行ふと

$$I_s = \frac{3 \times 1000}{\frac{3}{200}} = 1000 \times \frac{\sqrt{3}}{200} = 5\sqrt{3} \quad I_d = \frac{3 \times 1000}{\frac{3}{200}} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

断線後に於ては (イ) 星形の場合には線間に接続せられ、単相負荷となるから電流は a c 間に流れ、其の値は

$$I_{ac} = \frac{E_f}{2R_s} = \frac{200}{2 \times \frac{40}{3}} = \frac{3 \times 200}{80} = 7.5 \text{ A}$$

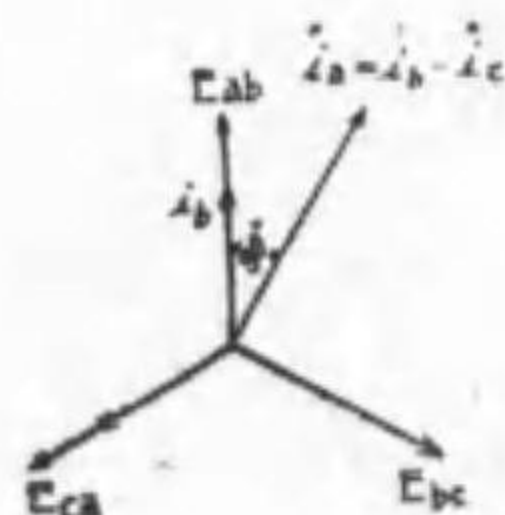
$$\text{電力 } W_s = I_{ac}^2 R_s \times 2 = \frac{15 \times 15}{4} \times \frac{40}{3} \times 2 \times 10^{-3} = 1.5 \text{ kW}$$

(ロ) の三角形結線の場合には

$$i_b = \frac{E_{ab}}{r_d} = \frac{200}{40} = 5 \text{ A} \quad i_c = \frac{E_{ca}}{r_d} = \frac{200}{40} = 5 \text{ A}$$

i_a は第 2.117 圖より

$$i_a = i_b - i_c \quad i_a = \sqrt{3} i_b = \sqrt{3} \times 5 = 8.65 \text{ A}$$



第 2.117 圖

(註) 相回轉が反對でも大きさには變りがない。但し位相は異つて来る。試みられよ。

以上を以て直流、交流回路の計算を終るが、元來、回路計算法は電氣工學の基礎を爲すもので、之れに習熟せずして、電氣工學に進み得ない。此の回路計算には二つの面がある。其の一つの面は根本理論をよく理解することであり、他の一つの面は是等の計算手法に長ずる實技を得ることである本講座第一、二、三卷に於て理論は十二分に述べたが、紙數の関係上多くの問題を解いて實技を與へると云ふ点では不満足であつた。受験に、實地の活用に、重点はむしろ此の實技にあるから、此の点を下記の諸書に依つて補はれ、確固不動の實力を体得せられたい。

初等ベクトル明解(上中)(各70錢 ㊦6錢) 回路計算の入門(上下)(各80錢 ㊦6錢) 第三種一次選試受験讀本(2冊50錢 ㊦10錢) 選試受験「テキスト」計算篇(2冊20錢 ㊦10錢) 新撰模擬試験問題解答集(1冊80錢 ㊦6錢)

複製

嚴禁

最新初等電氣講座
第三卷
交流理論及計算(下)

定價 1圓70錢
送料 9錢

昭和16年9月25日 印刷
昭和16年9月30日 發行

著 作 者 通信電氣學校教務部
發 行 兼 田 中 增 吉
印 刷 人 大阪市西成區南神合町四
印 刷 人 電氣書院印刷所

發 行 所

大阪市西成區南神合町四

電 氣 書 院

電話天下茶屋 5559 番・振替大阪 46157 番

最新初等電氣講座

- 第一卷 直流回路及計算
 - 第二卷 交流理論及計算(上)
 - 第三卷 交流理論及計算(下)
 - 第四卷 電氣磁氣測定
 - 第五卷 電氣機械器具(上)
 - 第六卷 電氣機械器具(下)
 - 第七卷 配電並蓄電池
 - 第八卷 電燈照明並電熱
 - 第九卷 火力發電所
 - 第十卷 水力發電所
 - 第十一卷 有線無線通信
- 各卷 1圓70錢(送料9錢)

配給元 東京市神田區淡路町二丁目九番地
日本出版配給株式會社

電氣技術講座

各巻 二圓五十錢
送料十四錢
全巻 十圓
送料四十六錢

受験と實地を完全に連繋した全八巻

之ぞ遞試合格への理想的な指導講座だ!!

獨學者を短期間に高級技術者とする

郵券三圓三枚同封お申込になれば、
「受験メモ」付電氣技術講座案内送呈申上ぐ

- | 全 | 八 | 巻 |
|-----|------------|---|
| (1) | 電氣技術用基礎學 | 電氣用數學、物理化學、英語、電氣基礎理論すべての基礎學を築く。 |
| (2) | 電氣理論と電氣測定法 | 實用電氣理論、電氣測定器並測定法、電氣磁氣學と測定工學の一切を盡す。 |
| (3) | 電氣機器一般と取扱法 | あらゆる機器を十四章一三九項目に詳論し、之に新体系を興へた。 |
| (4) | 發變電所の建設と運轉 | 火力發電所、水力發電所、變電所、閉閉所の設計と運轉の實際技術を授く。 |
| (5) | 送電線の建設と保守 | 最新送電工學を詳解した。本書は設計に、運轉に、保守に、試験に電力輸送の万全を期す。 |
| (6) | 電燈電熱と電力應用 | 電燈照明と電熱と電力應用のすべてを多數の寫眞と圖を以て解説した。 |
| (7) | 電鐵と電氣通信ラヂオ | 電氣鐵道、電池及通信工學を圖解本位に説き無線工學を判りよく詳論した。 |
| (8) | 配電工學と電動機應用 | 配電工學の精華を説き、最新問題を取り上げて解説した。之に工場動力を附加した。 |

遂に出た！初等電氣工學の王座！！

之ぞ眞の初歩講座だ!! 定價 一圓七十錢 (送料九錢)

見よ此の堂々たる偉容を：

★明確なる目標的指導

第一巻 直流回路及計算

小學校を出て初めて電氣を學ぶ人に

第二巻 交流理論及計算(上)

遞試第三種を受ける人に

第三巻 交流理論及計算(下)

通檢第三種を目指す人に

第四巻 電氣磁氣測定

★懇切明快な初歩講義

第五巻 電氣機械器具(上)

素養がなくとも十分理解されるやう、讀まずとも見れば判る圖解本位の懇切な初歩講義がされる。

第六巻 電氣機械器具(下)

★最新實際技術の教授

第七巻 配電及蓄電池

日進月歩の電氣工學の最新智識を興へ、實際技術を授けるから明日から仕事の役に立つ。

第八巻 電燈照明並電熱

標準電氣付 内容見本贈呈

第九巻 火力發電所

シムボル付

第十巻 水力發電所

三錢切手を封入してお申込み下さい。

第十二巻 有線無線通信

完全な通信教授 中等部 通信電氣學校

五年制の工業學校電氣科の課程が、毎巻五十日に讀破すれば、一年三ヶ月で修了できる。

★講座の學校化

本社直接お申込の會員に限り「通信電氣學校」中等部に入會せられたのと同じ特典が興へられる。

- ・學習課程、受講心得が興へられ、學修を推進する、尙重點講義も授けられる
- ・質疑指導用紙が配布され、質問の個人教授が行はれる。
- ・個人教授問題に依る懇切な指導添削が行はれる。
- ・各巻修了毎に科目修了試験を施行し、答案の採点添削が行はれる。
- ・全巻修了時には全科修了試験を行ひ合格者には本校中等部の修了證書が授與される。

★獨特の共學制度

お互に勵まし合つて勉強すると著しく勉學能率が向上する。この点に着目して二人連名で入會せられた場合各人、毎巻一圓五十錢(送料九錢)に特別割引申上ぐ。

お申込は 近くの郵便局より振替用紙で振替口座大阪四六一五七番 電氣書院宛に「最新初等電氣講座」第何巻分會費と、住所氏名を明記してお拂込下さい。

最新初等電氣講座

通信電氣學校

指導法！熱誠溢るゝ個人教授！！

基礎科 選試

電氣工學の學習を懇切に
第一歩より手引する...

◇教材は……

- 第三種科 選試用初等數學(全一冊)
回路計算の入門(上巻・下巻 二冊)
- 第二種科 選試用高等數學(全一冊)
第二種一次選試讀本(上巻・下巻 二冊)

◇會期及會費は……何れも三ヶ月修了(入會隨時)

- 第三種 全 拂六圓 第二種 全 拂八圓
毎月 拂二圓十錢 毎月 拂二圓八十錢

◇教授方法は……

教材に対する「學習指針」及「課程」を與へて其の學習を指導し「各科目の綱要」(小冊子)を與へて其の智識を要約せしめ活用の便を計り「個人教授問題」各科目數葉に依り獨特の個人指導を行ひ「個人質疑指導用紙」に依り質問を懇切に誘導す。科目修了試験を行つて其の答案を添削する。總て「個人指導調査書」により受講者一人一人を指導員が個人教授する。

受驗科 選試

一次二次試験に應ずる、基礎智識、應用能力、答案作製術の三者を深刻に教育する整備せる教材と細心なる留意を以て長所を伸長せしめ短所を補ふの個人的指導を行ひ、模擬試験に依り答案作製術を練習せしめる、本科を修了すれば、實戰受驗場裡に於て他に先んじて優秀答案を提出し得る。

三ヶ月で合格の實力を與へる

課程表と指示で樂々と準備を進める懇切な個人指導は、一人の講習生に三人の指導員が三重添削する。適中率豊富な模擬試験を施行して、答案作製のコツを教へ、實戰能力を極度に伸張せしめる。

- ◇一次科 第三種 第二種 何れも 毎年一月開講
- ◇教材 選試受驗テキスト計算篇 第三種 五圓 第二種 六圓
- ◇會費 第三種 七圓 第二種 八圓
- ◇二次科 第三種 第二種 何れも 毎年四月中旬開講
- ◇教材 選試受驗テキスト計算篇 第三種 七圓 第二種 八圓
- ◇會費 第三種 七圓 第二種 八圓

お申込みは……何科、何種、住所氏名を明記され
會費を添へて、郵便局より振替で口座番號大阪
四六一五七番 電氣書院宛お拂込下さい。

工人受驗「指導テキスト」

全五篇 四圓五十錢
送料 二十二錢

第一篇 初等電氣の理論と計算

九十錢(稅六錢)
小學を出ただけの素人にも判かる様に電氣理論の根本を平易に教へ、計算の上達を計る。

第三篇 電氣機器一般と諸材料

九十錢(稅九錢)
驚異的な多數の實物寫眞と圖を以て、電氣機器諸材料を圖解説明し實地に學術に役立しめる。

第五篇 配線法と配線圖の書き方

九十錢(稅六錢)
配線圖は斯うして書くものだとな家庭住宅から、工場商店ビルディング等まで配線圖を圖解詳述した。

免許試験問題解答の研究

九十五錢(稅六錢)
全く初歩から説明した、懇切無比の解答は理解容易で記憶に便、更に詳しく註釋で類題を研究し、尙、受驗手續の詳しい實例も附す。

第二篇 配電一般と工作物規程の解説

九十錢(稅六錢)
發電から配電迄を説明し、屋内配電の常識を養ひ、面白きもの哉工作物規程とその精神を説く臨時特例とX線裝置を増補す。

第四篇 工事施行方法と工作物試驗法

九十錢(稅六錢)
基礎理論より説き起し、施工に不可欠な工具類と基礎作業を圖解し施行法、試驗法まで詳述して居る。

屋内電氣工事の設計

五十錢(稅六錢)
先づ設計用器材より見積までを一章とし、次いで正しい配線圖の書き方、吟味訂正法を詳細圖解した。ビルディングの電氣設備まで四章に工事設計の要点を詳述す。

検査と試験・故障と対策

五十錢(稅六錢)
検査試験に用ふる器具類を解説し、故障とその處置を一々例を擧げて詳細に検討した。更に災害防止に關して述べ事故の絶滅を期した。

通信 工人受驗の指導

講習 工人受驗の指導
全くの獨學初心者に對し、電氣の第一歩より懇切に指導し、免許試験に合格せらるゝ迄通信教授を行ふ。

◇主教材 工人受驗「指導テキスト」全五篇
◇教授の方法

工人受驗「指導テキスト」を中心に指導を進める。先づ課程表指示を與へて講習生一同が大體一様に學習し得る様にし、個人教授質問に依つて講習生一人一人を指導する。此の個人教授は全く獨特の方法で之があるがため通信教授で先生に就いて學ぶより以上の成績が得られる、其の他豊富に教材を提供する。

◇會期 三ヶ月終了入會隨時(入會金不要)

工人受驗「指導テキスト」全五篇を毎月二冊宛修了し得る様に課程を與へ、個人指導問題を課して之に解答せしめ之を添削指導申上げ、不明の点は質問用紙に依つて懇切に指導し、最後には模擬試験(全五回)を施行して試験に應ずる實力を與へる。(六ヶ月修了科あり)

◇入會規程 會費 毎月三圓 三ヶ月修了 九圓 六ヶ月修了 一八圓
一ヶ月分の會費(又は全會費八圓)を振替用紙を使用して郵便局より振替大阪四六一五七番電氣書院宛「工人受驗講習會費」として御送りになれば、早速講義材料その他急送申上ります。住所氏名は楷書で明瞭にお書き下さい。

通信電氣學校「工人受驗部」

第二種受驗用系統的指導書

◇ 電 學 ◇	◇ 理 論 ◇	◇ 計 算 問 題 ◇
電氣用數學の初歩 五〇 先づ本書で算術から学び、負数の意義を知り代數式、代數の四則、一次方程式までを修める	電氣技術用基礎學 二・五〇 更に本書で初等數學の一切を學ぶべきで、高等數學の基礎は完成される	電氣工學 計算の基礎 一・二〇 第三種一次試験の試験に出題されるあらゆる計算問題に對して、詳細な解説法と問題とを與へた
電氣理論の第一歩 六〇 電氣理論の第一歩を踏み出した	交流理論の入門 六〇 初學者の苦手である交流理論を、判り易く、なあんだこんな事かと理解させる	電氣工學 計算の基礎 一・二〇 第三種一次試験の試験に出題されるあらゆる計算問題に對して、詳細な解説法と問題とを與へた
初等ベクトル明解 七〇 ベクトルを、交流回路の應用を計つた	回路計算の入門 各上下二冊 上巻では回路計算の手ほどきを、下巻では回路計算の應用を計つた	電氣工學 計算の基礎 一・二〇 第三種一次試験の試験に出題されるあらゆる計算問題に對して、詳細な解説法と問題とを與へた
電氣理論の第一歩 六〇 電氣理論の第一歩を踏み出した	交流理論の入門 六〇 初學者の苦手である交流理論を、判り易く、なあんだこんな事かと理解させる	電氣工學 計算の基礎 一・二〇 第三種一次試験の試験に出題されるあらゆる計算問題に對して、詳細な解説法と問題とを與へた
初等ベクトル明解 七〇 ベクトルを、交流回路の應用を計つた	回路計算の入門 各上下二冊 上巻では回路計算の手ほどきを、下巻では回路計算の應用を計つた	電氣工學 計算の基礎 一・二〇 第三種一次試験の試験に出題されるあらゆる計算問題に對して、詳細な解説法と問題とを與へた

大坂市西成區南神合町四
振替口座大阪四六一五七番

電 氣 書 院

◇ 論 說 問 題 ◇	◇ 實 力 養 成 ◇
一次論說篇 一・五〇 電氣工學一般の理論を確立し、電氣工學の一分に修練せしめる	二次全科目 解答の研究 一・五〇 過去に適中問題を多數出した本誌に、新問題を豊富に納めて秀抜な解答を附した
機 械 篇 一・〇〇 回轉機、静止器のあらゆる方面に互にその構造を補記して解説	一次試験問題 縦横解答集 五〇 昭和九、十、十一年度、九〇(送料六錢)應用を與へた模範解答集
配電蓄電池篇 一・〇〇 送電系統の一般から、配電系統の理論、線路、變電所、屋内工事、電線接續、蓄電池を解説	二次全科目 解答の研究 一・五〇 過去に適中問題を多數出した本誌に、新問題を豊富に納めて秀抜な解答を附した
電燈 電熱篇 一・〇〇 電氣工學の第一歩を踏み出した	一次試験問題 縦横解答集 五〇 昭和九、十、十一年度、九〇(送料六錢)應用を與へた模範解答集
發 電 篇 一・〇〇 電氣工學の第一歩を踏み出した	一次試験問題 縦横解答集 五〇 昭和九、十、十一年度、九〇(送料六錢)應用を與へた模範解答集
測定篇 一・〇〇 測定工學の一般に互に、そのエッセンスをもちきり集め、一讀要点を得るやうにした	一次試験問題 縦横解答集 五〇 昭和九、十、十一年度、九〇(送料六錢)應用を與へた模範解答集

◇ 數 學 ◇	◇ 理 論 ◇	◇ 計 算 問 題 ◇	◇ 論 說 ◇
電氣用 應用數學講義 二・五〇 第一、二部で高等數學の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	電氣理論と 電氣測定法 二・五〇 第一、二部で電氣理論の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	高級電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる	電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる
電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる	電氣理論と 電氣測定法 二・五〇 第一、二部で電氣理論の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	高級電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる	電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる
電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる	電氣理論と 電氣測定法 二・五〇 第一、二部で電氣理論の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	高級電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる	電氣工學 計算の基礎 一・七〇 高級計算の基礎知識を與へ、第二種試験の計算問題に對する考へ方を確立せしめる

◇ 論 說 ◇	◇ 實 力 養 成 ◇	◇ 受 驗 參 考 ◇
電氣技術講義 二・五〇 第一、二部で高等數學の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	電氣技術講座 最新資料集 九〇 過去に適中問題を多數出した本誌に、新問題を豊富に納めて秀抜な解答を附した	電氣工學 計算問題の解き方 五〇 電氣工學の第一歩を踏み出した
電氣理論と 電氣測定法 二・五〇 第一、二部で電氣理論の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	電氣工學 計算問題の解き方 五〇 電氣工學の第一歩を踏み出した	電氣工學 計算問題の解き方 五〇 電氣工學の第一歩を踏み出した
電氣理論と 電氣測定法 二・五〇 第一、二部で電氣理論の基礎知識を確立し、第三部で十二分伸張した	電氣工學 計算問題の解き方 五〇 電氣工學の第一歩を踏み出した	電氣工學 計算問題の解き方 五〇 電氣工學の第一歩を踏み出した

第一種受驗備標準用指導体系

大坂市西成區南神合町四
振替口座大阪四六一五七番

電 氣 書 院

電氣計算

定價 35 錢 送料 2 錢

3 ヶ月 105 錢 6 ヶ月 200 錢

1 月特大號 60 錢 6 月特大號 50 錢

3 ヶ月分及 6 ヶ月分御拂込の際
1 月特大號を含むときは 25 錢を
6 月特大號を含むときは 15 錢を
加算願ひます

1 ケ年(二特大號を含み) 4 圓 30 錢

郵券 3 錢 13 枚同封お申込賜れば
最近號を急送申上ます。

懇切なる指導・新鮮なる記事・明朗なる編輯

★初學者獨學々習者の理解を主眼とした

★受験に實地に絶好の學修雜誌である。

★選試受験者の眞の師であり友である

★全頁が總て血となり肉となる

仰け「電計」我等の師表!!

進しる指導の熱意電氣計算

接せよ向上へと導く電計魂にノ

電氣工學と初等 一部 十五錢
電氣の雜誌
選試と免許試験の指導雜誌
工事人の指導機關 一部 十錢

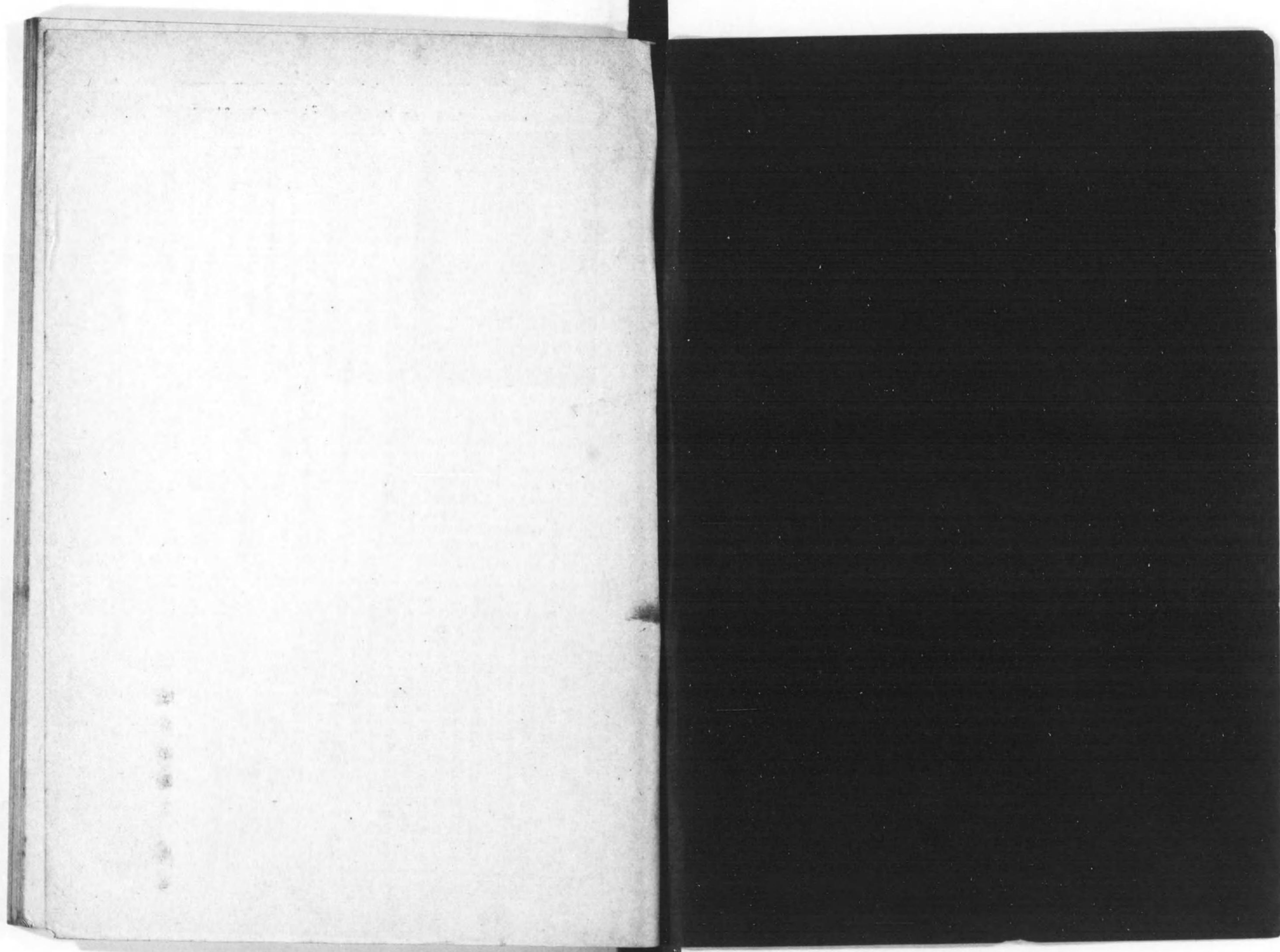
御注文の乘

- 御注文は總て前金に願ひます。
- 代金引換便は郵便規則の改正に依つて取扱はれなくなりましたから成るべく振替を御利用下さい。
- 御送金は最も安全確實な振替用紙を御利用下さい。裏面の通信欄に御注文書名其の他の通信事項をお忘れなく御記入願ひます
- 弊社専用振替用紙(拂込料金弊社負擔)は御請求次第御送り申上げます。
- 郵便切手で御送金は必ず一割増に願ひます
- 収入印紙は御断りします。
- 送料は必ず御加算願ひます。
- 御住所姓名は勿論書名數量等はすべて楷書で明瞭に御認め下さい。

電氣書院

電話 天下茶屋五五九番
郵便 大阪四六一五七番

小包送料	五百瓦迄	10 錢
内地普通	一町迄	14 錢
内地書留	二町迄	22 錢
内地普通	三町迄	30 錢
内地普通	四町迄	38 錢
内地普通	五町迄	46 錢
臺灣普通		27
南洋普通		34
南洋普通		47
南洋普通		60
南洋普通		73
南洋普通		79



特223

253

終