

雜 題

次ノ方程式ヲ解ケ. 1—(7)

1 $(6x-5)(5x-4)-(4x-3)(3x-2)=22$

(1) $(5x-1)(3x+5)-(7x-9)(4x+3)=(x-6)(3x+7)$

$(1+x)(2+x)(3+x)+(7-x)(8-x)(9-x)=360$

(2) $(x-3)(x-4)(x-5)-(x-6)(x-7)(x-8)=6$

3 $\frac{(a-x)^3+(x-b)^3}{(a-x)^2+(x-b)^2}=a-b$

(3) $\frac{x+1}{x-1}+\frac{a-b}{a+b}=\frac{x-1}{x+1}+\frac{a+b}{a-b}$

4 $\frac{x-5}{x-6}+\frac{x+2}{x-4}-\frac{x-1}{x-3}=\frac{x}{x-5}$

(4) $\frac{5x+7}{x-1}+\frac{3x-5}{4-x}+\frac{2(x-4)}{6-x}=0$

5 $\sqrt{x-2}+\sqrt{2x-2}=\sqrt{3x+20}$

(5) $2\sqrt{2x-6}-3\sqrt{x-10}=\sqrt{x+6}$

6 $6x^3-7x^2-7x+6=0$

(6) $3x^4-16x^3+26x^2-16x+3=0$

7 $\sqrt{x+5}-\frac{24}{\sqrt{x+5}}+\sqrt{5x-63}=0$

(7) $\sqrt{x+a}-\sqrt{x-a}=\frac{x+a-b}{\sqrt{x+a}}$

次ノ方程式ヲ満足スル x, y ノ正ノ整數値ヲ求メヨ.

8—(9)

8 $2x+5y=35$

(8) $5x+2y=27$

9 $4x+9y=207$

(9) $7x+3y=119$

次ノ聯立方程式ヲ解ケ. 10—(14)

10
$$\begin{cases} 2x-5xy+y^2+10x+12y=100 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$$

(10)
$$\begin{cases} \sqrt{x-5}+\sqrt{y+2}=5 \\ x+y=16 \end{cases}$$

11
$$\begin{cases} 3x^2+4xy-4y^2=0 \\ x^2+2xy-y^2=28 \end{cases}$$

(11)
$$\begin{cases} x^2+xy+x=14 \\ y^2+xy+y=28 \end{cases}$$

12
$$\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=3 \\ x^2+2xy-3y=5 \end{cases}$$

(12)
$$\begin{cases} (x+y)^2-4xy=9(x-2y) \\ 2(x-y)^2+xy=19(x-2y) \end{cases}$$

13
$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ xy+yz+xz=26 \\ x^2+y^2+z^2=29 \end{cases}$$

(13)
$$\begin{aligned} \frac{y+z}{a} &= \frac{z+x}{b} \\ &= \frac{x+y}{c} = 2xyz \end{aligned}$$

14
$$\begin{cases} x+xy+y=31 \\ y+yz+z=11 \\ z+zx+x=23 \end{cases}$$

(14)
$$\begin{cases} (y+z)(x+y+z)=10 \\ (z+x)(x+y+z)=20 \\ (x+y)(x+y+z)=20 \end{cases}$$

第四章 根數・根式

47. 根數及根式ノ四則

問1 $\sqrt[6]{8}$, $\sqrt{\frac{8}{25}}$, $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9}$ ノ値ヲ求メヨ.
但シ開キ切レナイモノハ小數第3位マデ取レ.

問2 $5\sqrt{3}$ ト $2\sqrt{3}$ トノ和及ビ差ヲ求メヨ.

最モ簡單ナ形ニ改メタトキ同一ノ根數ヲ因數トスル根數ヲ同類根數トイヒ, 同一ノ根數以外ノ因數ヲ其ノ根數ノ係數トイフ.

上ノ問2デハ $5\sqrt{3}$ ト $2\sqrt{3}$ トハ同類根數デ, 5 ト 2 トハ各, 其ノ根數ノ係數デアル.

例一 $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} + c\sqrt{x} = (a-b+c)\sqrt{x}$ 答

例二 $\sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \frac{2\sqrt[3]{6}}{3} - 2\sqrt[3]{48}$ ヲ簡單ニセヨ.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \frac{2\sqrt[3]{6}}{3} - 2\sqrt[3]{48} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2 \times 3}{9 \times 3}} + \frac{2\sqrt[3]{6}}{3} - 2\sqrt[3]{2^3 \times 6} \\ &= \frac{1}{3}\sqrt[3]{6} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{6} - 4\sqrt[3]{6} \\ &= -3\sqrt[3]{6} \end{aligned} \quad \text{答} \quad \underline{-3\sqrt[3]{6}}$$

同類根數(根式)ノ代數和ヲ求メルニハ, 其ノ共通根數(根式)ニ係數ノ代數和ヲ掛ケレバヨイ.

例三 $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a^2}$ ヲ簡單ニセヨ.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a \times a^2} \\ &= \sqrt[3]{a^3} = a \quad \text{答} \quad \underline{a} \end{aligned}$$

例四 $2\sqrt{a} \times 7\sqrt{a^2}$ ヲ簡單ニセヨ.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 2\sqrt{a} \times 7\sqrt{a^2} = 14\sqrt[6]{a^3} \times \sqrt[6]{(a^2)^2} \\ &= 14\sqrt[6]{a^7} = 14a\sqrt[6]{a} \quad \text{答} \quad \underline{14a\sqrt[6]{a}} \end{aligned}$$

例五 $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}}$ ヲ簡單ニセヨ.

$$\text{解} \quad \frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{答} \quad \underline{2}$$

例六 $5\sqrt{2}$ ヲ $\sqrt[3]{2}$ デ割レ.

$$\text{解} \quad \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5\sqrt[6]{8}}{\sqrt[6]{4}} = 5\sqrt[6]{2} \quad \text{答} \quad \underline{5\sqrt[6]{2}}$$

次數ノ異ナル根數又ハ根式ノ積又ハ商ハ先ヅ之ヲ同次ノ根數又ハ根式ニ直シタ後コレヲ求メレバヨイ.

問3 上ノ例三カラ例六マデヲ分數指數及ビ負ノ指數ヲ用ヒテ計算シテ見ヨ.

問題

次ノ式ヲ計算セヨ. 1-8)

1 $\sqrt{8}-\sqrt{32}-\sqrt{72}$

2 $\sqrt{\frac{2}{5}}+\sqrt{\frac{1}{10}}+\sqrt{\frac{18}{5}}$

3 $\sqrt{7}\times\sqrt{14}$

4 $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\times\sqrt{3}$

5 $\sqrt{a}\div\sqrt[3]{a}$

6 $\sqrt{\frac{2}{3}}\div\sqrt{\frac{3}{5}}$

7 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

8 $\sqrt{7+\sqrt{18}}\times\sqrt{7-\sqrt{18}}$

9 $x=2+\sqrt{5}$ デアル

トキ x^2-2x-3 ノ値ヲ

小數第3位マデ求メヨ.

10 $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ト $\sqrt{5+2}$

トハ等シイカ.

注意 兩方ヲ二乗シ

テ比較セヨ.

(1) $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\sqrt{32}$

(2) $2\sqrt{\frac{5}{9}}-\frac{3}{2}\sqrt{45}+2\sqrt{20}$

(3) $\sqrt{20}\times\sqrt{30}$

(4) $\sqrt{\frac{a}{b}}\times\sqrt[4]{\frac{b^3}{a}}$

(5) $\sqrt{a^3}\div\sqrt[3]{a^2}$

(6) $\sqrt{15}\div\sqrt{\frac{3}{5}}$

(7) $(\sqrt{6}-4\sqrt{5})^2$

(8) $\sqrt{3\sqrt{2}-3}\times\sqrt{3\sqrt{2}+3}$

(9) $x=-2+\sqrt{3}$ デア

ルトキ x^2+4x+1 ノ値

ヲ求メヨ.

(10) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ ト $\sqrt{x-y}$

トハ等シイカ.

但シ $x>y$ トスル.

48. 分母ノ有理化

問1 $\frac{2}{\sqrt{2}}$ ヲ簡單ニセヨ.例一 $\frac{6}{\sqrt{3}}$ ヲ小數第3位マデ求メヨ.但シ $\sqrt{3}=1.732$ トセヨ.

解 $\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\times 1.732=3.464$ 答

注意 $\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6}{1.732}$ トシテ割算ヲスルヨリモハル
カニ簡單デアル.

上ノ問1デハ $\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ トシテモ

ヨイガ,一般ニハ例一ノヤウニスル. 即チ

與式ノ値ヲカヘナイデ其ノ分母ヲ根數

(根式)ヲ含マナイ式ニ直シテ計算スルノ

デアル. カヤウニスルコトヲ分母ヲ有

理化スルトイフ.

問2 $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{10}{\sqrt{5}}, \frac{6}{\sqrt[3]{3}}$ ノ分母ヲ有理化セヨ.問3 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ 及ビ $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$ ヲ計算セヨ.

例二 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ノ分母ヲ有理化セヨ.

解 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$
 $= \frac{(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}$
 $= 4+\sqrt{15}$ 答 $4+\sqrt{15}$

問題

卷末ノ表ヲ用ヒテ、次ノ式ヲ小數第3位マデ計算セ

ヨ. 11-(13)

11 $\frac{3}{\sqrt{3}}$ 12 $\sqrt{\frac{2}{5}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$ (11) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (12) $\frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{50}}$
 13 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ (13) $\frac{7\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

次ノ式ノ分母ヲ有理化セヨ.

14 $\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}$ (14) $\frac{x+(x^2-1)^{\frac{1}{2}}}{x-(x^2-1)^{\frac{1}{2}}}$
 15 $x=7^{\frac{1}{2}}$ デアルトキ (15) $x=3+2\sqrt{2}$ デアル
 $\frac{1}{x^2+2x+3}$ ノ値ヲ小數 トキ $\frac{1}{x^3-6x^2+8}$ ノ値ヲ
 第3位マデ求メヨ. 小數第3位マデ求メヨ.

49. $a \pm 2\sqrt{b}$ ナル形ノ式ノ平方根

a, b ハ共ニ正ノ有理數デ、 \sqrt{b} ハ不盡根數
 デアルトスル.

$\sqrt{3}$	$\sqrt{15}$	3
$\sqrt{5}$	5	$\sqrt{15}$
	$\sqrt{5}$	$\sqrt{3}$

$(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$
 $= 5+2\sqrt{15}+3$
 $= 8+2\sqrt{15}$
 逆ニ考ヘテ $8+2\sqrt{15}$
 ノ平方根ヲ求メルニ
 ハ、和ガ8、積ガ15ト

ナル數ハ5ト3トデアルカラ、

$\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$

$a+2\sqrt{b}$ ニ於テ、 a ガ二數 x, y ノ和、 b ガ
 其ノ積デアルトキハ $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ ハ $\sqrt{x}+\sqrt{y}$
 デ表ハスコトガ出來ル.

例 $\sqrt{3}=1.732$ トシテ $\sqrt{52-14\sqrt{3}}$ ヲ小數
 第3位マデ計算セヨ.

$\sqrt{52-14\sqrt{3}} = \sqrt{52-2\sqrt{7^2 \times 3}}$
 $= \sqrt{49-2\sqrt{49 \times 3}+3} = \sqrt{(7-\sqrt{3})^2}$
 $= 7-1.732 = \underline{5.268}$ 答

注意 $\sqrt{52-14\sqrt{3}} = \sqrt{52-14 \times 1.732}$ トシテ開平
ヲ行フヨリモ簡単デアル。又 $\sqrt{52-14\sqrt{3}}$ ヲ
 $\sqrt{7^2-2 \times 7\sqrt{3}+3} = \sqrt{(7-\sqrt{3})^2}$ トシテ求メテモヨイ。
尙 $\sqrt{52-14\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-7)^2}$ デアルカラ $\sqrt{3}-7$ ト
シテハイケナイ。 $\sqrt{(\sqrt{3}-7)^2}$ モ $7-\sqrt{3}$ デアル。

問題

$$\sqrt{2}=1.4142, \sqrt{3}=1.7321, \sqrt{5}=2.2361, \sqrt{6}=2.4495$$

トシテ次ノ式ノ値ヲ求メヨ。 16-(19)

<p>16 $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$</p> <p>17 $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$</p> <p>18 $\sqrt{30+12\sqrt{6}}$</p> <p>19 $\frac{1}{\sqrt{15+2\sqrt{54}}}$</p>		<p>(16) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$</p> <p>(17) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$</p> <p>(18) $\sqrt{46-3\sqrt{20}}$</p> <p>(19) $\frac{1}{\sqrt{8-4\sqrt{3}}}$</p>
--	--	--

次ノ式ヲ簡単ニセヨ。 20-(22)

20 $\sqrt{2m+2\sqrt{m^2-9n^2}}$
 (20) $\sqrt{9m+8n+12\sqrt{2mn}}$

21 $\sqrt{11+2\sqrt{10}} - \sqrt{11-2\sqrt{10}}$
 (21) $\sqrt{2+\sqrt{3}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$

22 $\sqrt{1+\frac{2\sqrt{6}}{5}}$ | (22) $\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

50. 無理方程式

問1 $\sqrt{x}=2$ ノ意味如何。又此ノ x ノ値ハ何デアレバヨイカ。

根號ノ中ニ未知數ヲ含ム方程式ヲ無理方程式トイフ。

無理方程式ニ對シテ整方程式及ビ分數方程式ヲ有理方程式トイフ。

例一 $\sqrt{x+2}=5$ ヲ解ケ。

解 $\sqrt{x+2}=5$

兩邊ヲ二乗シテ整方程式トスレバ

$$x+2=25$$

$$x=23$$

$x=23$ ナラバ左邊ハ $\sqrt{23+2}$ 即チ 5 トナリ, 右邊ト等シクナルカラ 23 ハ原方程式ヲ満足スル。 答 23

問題

次ノ無理方程式ニ適スル x ノ値ヲ見出セ。 23-(25)

<p>23 $\sqrt{x+5}=4$</p> <p>24 $5+\sqrt{x}=7$</p> <p>25 $\sqrt[3]{x-1}=1$</p>		<p>(23) $\sqrt{10-x}=3$</p> <p>(24) $\sqrt{x+5}=2\sqrt{x-7}$</p> <p>(25) $\sqrt[3]{3x-1}=2$</p>
--	--	--

例二 $\sqrt{7+3x}=x+1$ ヲ解ケ.

解 $\sqrt{7+3x}=x+1$ 兩邊ヲ二乗スレバ

$$7+3x=x^2+2x+1 \dots\dots\dots (A)$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

$$x-3=0 \quad | \quad x+2=0$$

$$x=3 \quad | \quad x=-2$$

$x=3$ トスルト

$$\left. \begin{array}{l} \text{左邊 } \sqrt{7+3x}=\sqrt{7+9}=4 \\ \text{右邊 } x+1=3+1=4 \end{array} \right\} x=3 \quad \begin{array}{l} \text{ハ原方程式ヲ} \\ \text{満足スル.} \end{array}$$

$x=-2$ トスルト

$$\left. \begin{array}{l} \text{左邊 } \sqrt{7+3x}=\sqrt{7-6}=1 \\ \text{右邊 } x+1=-2+1=-1 \end{array} \right\} x=-2 \quad \begin{array}{l} \text{ハ原方程式ヲ} \\ \text{満足シナイ.} \end{array}$$

故ニ -2 ハ根デハナイ. 答 3

此ノ例ノヤウニ無理方程式ヲ解クト、其ノ得タ未知數ノ値ガ原方程式ヲ満足シナイコトガアル。即チ無縁根デアアル場合ガアル。故ニ無理方程式ヲ解クトキハ、必ズソノ出タ未知數ノ値ニツイテ検査ヲシテ根トシテ探ルベキ値ト無縁根トヲ判定セネバナラス。

例三 $\sqrt{7+3x}=-(x+1)$ ヲ解ケ.

解 $\sqrt{7+3x}=-(x+1)$ 兩邊ヲ二乗スレバ

$$7+3x=x^2+2x+1 \quad \text{トナリ例二ノ(A)ト同ジ}$$

デアアル。故ニ之ヲ解ケバ $x=3$ ト $x=-2$ トヲ得ル。

検査 $x=3$ トスルト

$$\left. \begin{array}{l} \text{左邊 } \sqrt{7+3x}=\sqrt{7+9}=4 \\ \text{右邊 } -(x+1)=-(3+1)=-4 \end{array} \right\} x=3 \quad \begin{array}{l} \text{ハ無縁根} \\ \text{デアアル.} \end{array}$$

$x=-2$ トスルト

$$\left. \begin{array}{l} \text{左邊 } \sqrt{7+3x}=\sqrt{7-6}=1 \\ \text{右邊 } -(x+1)=-(-2+1)=1 \end{array} \right\} x=-2 \quad \begin{array}{l} \text{ハ原方程} \\ \text{式ニ適スル.} \end{array}$$

今例二、例三ヲ比較シテ無縁根ノ出來ル理由ヲ考ヘテ見ルニ、兩邊ヲ二乗スルコトニ依ツテ

$$\left. \begin{array}{l} \text{例二 } \sqrt{7+3x}=x+1 \\ \text{例三 } \sqrt{7+3x}=-(x+1) \end{array} \right\} \text{カラ } 7+3x=x^2+2x+1$$

ヲ得タノデアアルガ、茲ニ $7+3x=x^2+2x+1$ 即チ

$$(7+3x)-(x+1)^2=0 \dots\dots\dots (A) \quad \text{カラ}$$

$$\{\sqrt{7+3x}-(x+1)\} \{\sqrt{7+3x}+(x+1)\}=0$$

從ツテ $\left. \begin{array}{l} \sqrt{7+3x}-(x+1)=0 \\ \sqrt{7+3x}+(x+1)=0 \end{array} \right\}$ ニ分ケルコトガ出來ル。

故ニ方程式(4)ノ根ハ例二ノ根デアルカ,例三ノ根デアルカハ**検査**シナケレバワカラナイ.

又實際ニ方程式(4)ヲ解イテ得タ根3及ビ-2ニツイテハ

3ハ例二ノ根デ例三ノ無縁根,

-2ハ例三ノ根デ例二ノ無縁根デアル.

無理方程式ヲ解クニハ兩邊ヲ或ル冪ニ高メ,之ヲ有理方程式ニ化シテ根ヲ求メルヨリ他ニ方法ガナイカラ,**無縁根**ノ入り來ルコトハ免レ難イ. 從ツテ無理方程式ヲ解イテ得タ値ニツイテハ**必ず検査**ヲシナケレバナラナイ.

問題

次ノ無理方程式ヲ解ケ. 26—(28)

$$26 \quad \sqrt{3x-2}=2-x$$

$$(26) \quad \sqrt{4x}=3-x$$

$$27 \quad 13-2x=\sqrt{4x^2+7x-8}$$

$$(27) \quad \sqrt{(x-5)(4x+4)}=2x-6$$

$$28 \quad \sqrt{\{\sqrt{7+\sqrt{x}}+1\}}=2$$

$$(28) \quad \sqrt{6+\sqrt{\sqrt{3x+2}}}=3$$

例四 $\sqrt{x+8}=2\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ ヲ解ケ.

$$\text{解} \quad \sqrt{x+8}=2\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$$

兩邊ヲ二乗シテ

$$x+8=4(x+1)+4\sqrt{x+1}\sqrt{x}+x$$

$$-4x+4=4\sqrt{x^2+x}$$

$$-x+1=\sqrt{x^2+x}$$

更ニ兩邊ヲ二乗シテ

$$x^2-2x+1=x^2+x$$

$$-3x=-1$$

$$x=\frac{1}{3}$$

検査

$$x=\frac{1}{3} \quad \text{ナラバ}$$

$$\text{左邊} \quad \sqrt{x+8}=\sqrt{\frac{1}{3}+8}=\frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{右邊} \quad 2\sqrt{x+1}+\sqrt{x} &= 2\sqrt{\frac{1}{3}+1}+\sqrt{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

兩邊共ニ相等シイ.

答 $\frac{1}{3}$

問題

次ノ無理方程式ヲ解ケ. 29-(34)

29 $\sqrt{x+8}=2\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

(29) $\sqrt{x+7}+\sqrt{x+6}=1$

30 $\sqrt{9x-2}=\sqrt{25x-11}-\sqrt{4x-3}$

(30) $\sqrt{x+9}-\sqrt{x+2}=\sqrt{4x-27}$

31 $\sqrt{9x+10}=\frac{6x+10}{\sqrt{4x+9}}$ | (31) $\sqrt{x+4}=\frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$

32 $\sqrt{a-x}+\sqrt{b-x}=\sqrt{a+b-2x}$

(32) $\sqrt{x+a}+\sqrt{x+b}=\sqrt{a+b}$

33 $\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{x-7}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{x-7}}=2$ | (33) $\frac{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a}-\sqrt{x-a}}=1$

34 $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}}=\frac{3\sqrt{x-5}}{3\sqrt{x-13}}$ | (34) $\frac{6\sqrt{x-11}}{3\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+6}}$

35 $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{10}{3} \\ x+y=10 \end{cases}$ | (35) $\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=4 \\ x^2+y^2=41 \end{cases}$

ヲ解ケ.

ヲ解ケ. 但シ x, y ハ實

數トスル.

例五 $x^2-7x+\sqrt{x^2-7x+18}=24$ ヲ解ケ.

解 $x^2-7x+\sqrt{x^2-7x+18}=24$

$$\underline{x^2-7x+18}+\sqrt{x^2-7x+18}-\underline{42}=0 \text{ トナル故,}$$

$$\sqrt{x^2-7x+18}=y \text{ トオケバ}$$

$$y^2+y-42=0$$

$$(y-6)(y+7)=0$$

$$y-6=0$$

$$\therefore y=6$$

即チ $\sqrt{x^2-7x+18}=6$

コレカラ

$$x^2-7x+18=36$$

$$x^2-7x-18=0$$

$$(x-9)(x+2)=0$$

故ニ $x=9, x=-2$

検査 $x=9$ ノトキ

左邊 $81-63+\sqrt{81-63+18}=18+\sqrt{36}=24$

$x=-2$ ノトキ

左邊 $4+14+\sqrt{4+14+18}=18+\sqrt{36}=24$

故ニ $9, -2$ ハ共ニ所要ノ根デアル. 答 9, -2注意 $\sqrt{a^2}$ ハ負ヲ表ハサナイコトヲ忘レルナ.

$$y+7=0$$

$$\therefore y=-7$$

即チ $\sqrt{x^2-7x+18}=-7$

然ルニ左邊ハ正ノ値

ヲ表ハスカラ

$$\sqrt{x^2-7x+18}=-7 \text{ トナ}$$

ルコトハナイ.

故ニ之ハ採用シナイ.

*又實際ニ解イテ如何ニナルカラ見ヨ.

問 題

次ノ方程式ヲ解ケ. 36—(39)

$$35 \quad 2\sqrt{x^2-2x+6}+x^2=2x+29$$

$$(36) \quad 2\sqrt{x^2-2x+5}+3x^2=6x+1$$

$$37 \quad 9x-3x^2+4\sqrt{x^2-3x+5}=11$$

$$(37) \quad \sqrt{x^2-5x+1}-4-\frac{5}{\sqrt{x^2-5x+1}}=0$$

$$38 \quad x^2-3x+1=\sqrt{(x-2)^2}$$

注意 $x \geq 2$ ナラバ $x^2-3x+1=x-2$

$x < 2$ ナラバ如何.

$$(38) \quad \sqrt{\frac{3x-2}{x-3}}+\sqrt{\frac{x-3}{3x-2}}=\frac{10}{3}$$

注意 此ノママ兩邊ヲ二乗セヨ.

又ハ $\sqrt{\frac{3x-2}{x-3}}=t$ トオイテミヨ.

$$39 \quad \begin{cases} x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}-2=0 \\ x^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{1}{3}}-1=0 \end{cases}$$

注意 $x^{\frac{1}{3}}, y^{\frac{1}{3}}$ ヲ夫

夫未知數ト考ヘヨ.

$$(39) \quad \begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=3 \\ \log x+\log y=2 \end{cases}$$

注意 第二ノ方程式
カラ xy ノ値ハ如何ニ
ナルカラ考ヘヨ.

摘 要

◎ 整式ノ乘法及除法

乘法 → 一ツノ文字ノ昇幕順, 降幕順ノ何レ
カラ取レ.

除法 → 一ツノ文字ノ降幕順ニ排列セヨ.

◎ 乘法及因数分解ニ用ヒラレル公式

$$1 \quad \text{共通因数} \quad ax+bx-cx=(a+b-c)x$$

$$2 \quad \text{二項式} \quad a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

$$a^3 \pm b^3=(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$3 \quad \text{三項式} \quad a^2 \pm 2ab + b^2=(a \pm b)^2$$

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

$$acx^2+(bc+ad)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

◎ 互除法ニヨル G.C.M. 及 L.C.M. ノ求メ方

G.C.M. 最初ニ括リ出サレタ二式ノ共通
因数ノ G.C.M. ト, 共通因数ヲ除イタ兩式カラ
互除法ニヨツテ得タ G.C.M. トノ積.

L.C.M. 二式ノ G.C.M. デ一式ヲ割ツテ得
タ商ト他ノ一式トノ積.

◎ 剰餘定理及 因數定理

1 x = 關スル或ル有理整式ヲ $ax+b$ デ割ツタトキノ剰餘ハ、其ノ式ノ $x = ax+b=0$ ノ根ヲ代入シタトキノ數値ニ等シイ。

2 x = 關スル或ル有理整式ニ於テ $x=m$ トシタトキ、其ノ式ノ數値ガ 0 トナルトキハ其ノ式ニハ $(x-m)$ ナル因數ガアル。

◎ 根數及 根式ノ四則

加法及 減法 同類根數(根式)ノ代數和ハ共通ノ根數(根式)ニ其ノ係數ノ代數和ヲ掛ケヨ。

乘法及 除法 同次ノ根數(根式)ニ直シテ後ニ行ヘ。

◎ 分母ヲ有理化スルコト

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a-b}$$

◎ 無理方程式ノ解キ方

無理方程式 → 整方程式 → 根ノ檢査

$$\sqrt[n]{x} = A \rightarrow x = A^n \rightarrow \text{根ノ檢査}$$

雜 題

1 $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)=4$ ヲ解ケ。

(1) $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)=44$ ヲ解ケ。

2 $(x+a)(x+b)(x+c)$

ノ積ヲ求メ、且ツノ結果ヲ用ヒテ

$$(1-a)(1+2a)(1-2a)$$

ヲ展開セヨ。

(2) $ax^2+2bxy+cy^2$

ノ x, y ノ代リニ夫々

$$3X+2Y, 4X+3Y$$

ヲ入レテ得ベキ式ヲ

$$AX^2+2BXY+CY^2$$

トスルトキ、 $AC-B^2$ ヲ

a, b, c デ表ハセ。

3 x^2+px+q ヲ $x-1$

デ割レバ剰餘ガ 6 トナ

リ、 $x+1$ デ割レバ剰餘ガ

2 トナルトキ、 p 及ビ q

ノ値ヲ求メヨ。

(3) $x-3$ ガ

$$2x^3+ax^2+bx+7$$

及ビ

$$x^3-bx^2+ax+5$$

ナル二式ヲ夫々割切ルタメニ

ハ a 及ビ b ノ値如何。

4 $\frac{1}{1-x} = 1+x+x^2+\dots+x^{n-1}+R$

デアルトキ、 R ノ値如何。但シ x ノ絶對値ハ 1 ヨリ小サイモノトスル。

(4) x^4+1 ヲ x^2+ax+b デ割ツタトキノ商及

ビ剰餘ヲ求メヨ。

5 或ル三角形ノ周ト
ソノニツノ邊トノ比ガ
夫々

$$10: \sqrt{12+6\sqrt{3}}$$

$$10: \sqrt{12-6\sqrt{3}}$$

デアル。コノ三角形ノ
周ト第三邊トノ比ヲ求
メヨ。

(5) 獵師ノ發火シタ光
が見エテカラ 3.5 秒ノ
後、其ノ銃聲ガ聞エタ。
其ノトキ空氣ノ溫度ハ
1.2 度デアツタトイフ。
獵師ト觀測者トノ距離
ヲ求メヨ。但シ
 $V_t = V_0 \sqrt{1+at}$ トスル。
茲ニ

V_t ハ溫度 t° = 於ケル空中ニ傳ハル音波ノ速サ

V_0 = 溫度 0° = 於テ空中ヲ傳ハル音波ノ速サ
= 331.36 秒米

a = 氣體ノ膨脹係數 = 溫度 1° = ツキ $\frac{1}{273}$

t = 觀測時ノ溫度

(答ハ m_0 ノ小數第 1 位迄求メヨ。)

6 $\sqrt{x+5} + \sqrt{3x-4} - \sqrt{8x+1} = 0$ ヲ解ケ。

(6) $\sqrt{3x^2-4x+34} + \sqrt{3x^2-4x-11} = 9$ ヲ解ケ。

7 $x = \sqrt{\frac{3-\sqrt{3}}{6}}$ ノト

キ $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

ノ値ヲ小數第 3 位マデ
求メヨ。

(7) $x = \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ノ

トキ $\frac{x\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$ ノ

値ヲ小數第 3 位マデ算
出セヨ。

8 x^2+lx+1 ト
 x^3+lx^2+mx+1 ガ一次
ノ公約數ヲ有スルトキ、
 $l(m-1) = (m-1)^2 + 1$ デ
アルコトヲ證セヨ。

注意 $x^2+lx+1 \cdot (1)$

$x^3+lx^2+mx+1 \cdot (2)$

(1) ト (2) トノ公約數ハ

(2)-(1) ノ約數デ

モアリ、(2)-(1) $\times x$ ノ約
數デモアルコトカラ考
ヘヨ。

9 五位ノ整數ガアル。
コレヲ 9 デ割ツテ得ベ
キ剩餘ハ、其ノ數字ノ和
ヲ 9 デ割ツテ得ベキ剩
餘ニ等シイコトヲ證明
セヨ。

10 和ガ 128400, G.C.M. ガ
8025 ナルニツノ正ノ
整數ハ幾通リアルカ。

(8) x^3+px^2+qx+1 ト
 x^3+qx^2+px+1 トハ、 $p \neq q$
ナラバ $p+q = -2$ デナ
ケレバ公約數ヲ有シナ
イコトヲ證セヨ。

注意 問題 8 ト同様
ニ考ヘヨ。

(9) 或ル整數ノ右端ノ
二桁ガ 4 デ割リ切レル
トキハ、其ノ數ハ 4 デ整
除サレルコトヲ證明シ、
次ノ數ガ 4 デ割リ切レ
ルヤウニ \square 内ノ數ヲ補
ヘ。

57 \square 6, 322 \square ,

160 \square , 78 \square 2,

(10) 和ガ 168, L.C.M. ガ
1001 ナルニツノ正ノ整
數ハ幾通リアルカ。

$$11 \quad 4x^2+12x+d=0$$

ノ二根ノ差ガ2ナラバ
 d ノ値如何.

$$12 \quad (x-a)(x-b)-k=0$$

ノ二根ガ c, d ナラバ,
 $(x-c)(x-d)+k=0$

ノ二根ハ a, b デアルコ
トヲ證明セヨ.

13 次ノ方程式ガ等根
ヲ有スルトキハ, a, b, c
ハ等差級數ヲナスコト
ヲ證セヨ.

$$(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$$

$$14 \quad x^2+px+q=0$$

ノ根ハ3及ビ-6,

$$x^2+p'x+q=0$$

ノ根ハ7及ビ-3デア
ルトキ,

$$x^2+px+q=0$$

ノ根ヲ求メヨ.

$$(11) \quad x^2-2x+\log n=0$$

ハ n ノ如何ナル値ニ對
シテ相異ナル二ツノ正
根ヲ有スルカ.

$$(12) \quad x^2+mx+2=0 \text{ ノ二}$$

根ガ整數デアルトキ,
 $mx^2+3x+1=0$

ガ實根ヲ有スルヤウニ
 m ノ値ヲ定メヨ.

$$(13) \quad x = \text{關スル二次三}$$

項式ガアル。 x ヲ

$$3+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2} \text{ トス}$$

ルト其ノ式ハ零トナリ,

$$x \text{ヲ零トスルト } \sqrt{2} \text{ト}$$

ナルトイフ。其ノ式ヲ

求メヨ.

$$(14) \quad \begin{cases} y=3x+b \\ 3x^2+2xy+y^2=4 \end{cases}$$

$$3x^2+2xy+y^2=4$$

ノ二組ノ根ガ一致スル

ヤウニ b ノ値ヲ定メヨ.

次ノ聯立方程式ヲ解ケ. 15—(18)

$$15 \quad \begin{cases} \frac{x}{y}+xy=1 \\ \frac{y}{x}+\frac{1}{xy}=1 \end{cases}$$

$$(15) \quad \begin{cases} x+\frac{4}{y}=1 \\ y+\frac{4}{x}=18 \end{cases}$$

$$16 \quad \begin{cases} x^3+y^3=9 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$(16) \quad \begin{cases} x^3-y^3=26 \\ x-y=2 \end{cases}$$

注意 $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ トシテ見ヨ.

$$17 \quad \begin{cases} x+\sqrt{x^2-y^2}=8 \\ x-y=1 \end{cases}$$

$$(17) \quad \begin{cases} x+y=10 \\ \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$18 \quad \begin{cases} x^2-xy=2x+5 \\ xy-y^2=2y+2 \end{cases}$$

$$(18) \quad \begin{cases} x^2+y^2-13=0 \\ xy+y^2-x+1=0 \end{cases}$$

注意 問題18ハ加減法ニヨツテ解ケ.

$$19 \quad (x^2+y^2-3xy-3)^2+(2x^2+y^2-6)^2=0 \text{ニ適スル}$$

x, y ノ實數値ヲ求メヨ.

注意 與ヘラレタ方程式ノ x, y ガ實數デアルコト

$$\text{カラ } \begin{cases} x^2+y^2-3xy-3=0 \\ 2x^2+y^2-6=0 \end{cases}$$

$$2x^2+y^2-6=0$$

ノ聯立方程式ヲ得ヨ.

$$(19) \quad \left(x^2+\frac{1}{y^2}-10\right)^2+\left(x+\frac{1}{y}-4\right)^2=0 \text{ヲ満足ス}$$

ル x, y ノ實數値ヲ求メヨ.

20 自轉車デ甲地カラ乙地ニ行ク人ガアル。途中デ自轉車ニ故障ガ生ジタノデ、修繕ニ30分間費シタ。ソノ後ハ速度ヲ半分ニシテ最初カラ6時間デ乙地ニ着イタ。若シ此ノ故障ガ尙24 km 進ンデ生ジタトスレバ、4.5時間デ乙地ニ着クトイフ。甲乙兩地ノ距離ヲ60 km トシテ、自轉車ノ初メノ速度ヲ求メヨ。

21 周ノ長サ68 cm, 對角線ノ長サハ26 cm ノ矩形ガアル。二隣邊ノ長サヲ求メヨ。

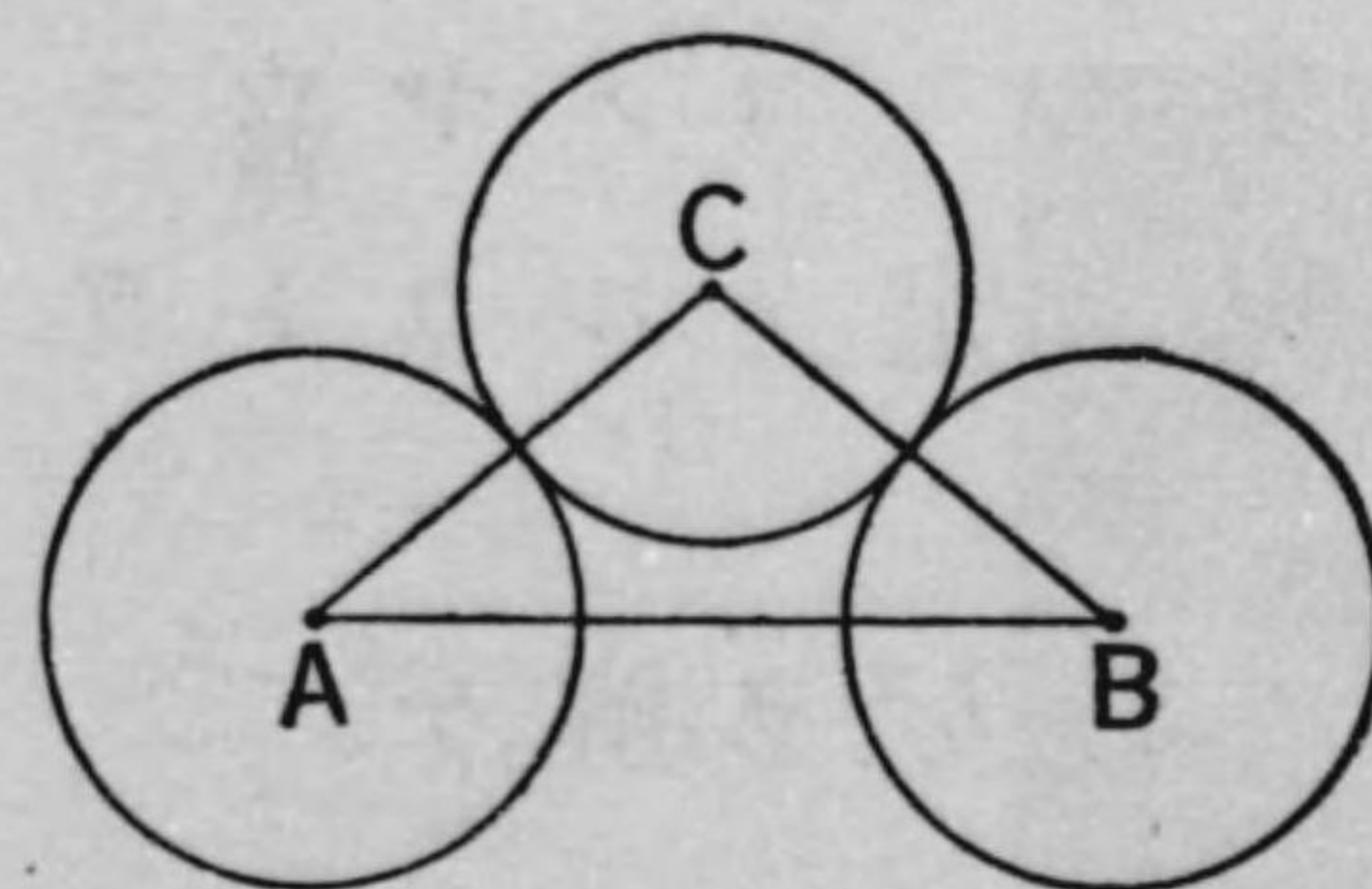
(20) 或ル人ガ7500圓ヲ甲乙二部ニ分ケ、コレヲ異ナル利率デ1年間貸シ付ケタ。トコロガ双方カラ得タ利息ハ相等シイトイフ。今若シ甲ヲ乙ノ利率デ貸スト利息245圓ヲ得、乙ヲ甲ノ利率デ貸スト利息320圓ヲ得ルトイフ。各ノ年利率ヲ求メヨ。

(21) ニツノ同心圓ノ半徑ノ差ハ3 cm デ其ノ内圓ノ面積ハ外圓ト内圓トノ間ノ部分ノ面積ニ等シイトイフ。然ラバ外圓ノ半徑ハ何 cm デアルカ。

第五章 不等式

51. 條件附不等式

例一 三ツノ等圓ヲ描キ、ソノニツガ夫々10 cm ノ線分ノ兩端ヲ中心トシ、第三圓ガ此ノ二圓ニ外切スルヤウニシヨウト思フ。半徑ノ大サノ制限如何。



解 線分ABノ長サヲ10 cm トシ、ソノ兩端ヲ中心トスルニツノ等圓ヲ圓A, 圓B トシ、此ノ兩圓ニ外切スル

第三ノ等圓ヲ圓C トスル。

等圓ノ半徑ヲx cm トスレバ

$$AC=2x \text{ cm}, \quad BC=2x \text{ cm}$$

$$AC+BC > AB \quad \text{カ} \quad AC+BC=AB \quad \text{デナケレ}$$

バナラナイ。

$$\begin{array}{l|l} \text{故ニ} & 2x+2x > 10 & 2x+2x=10 \\ & 4x > 10 & 4x=10 \\ & x > 2.5 & x=2.5 \end{array}$$

即チ等圓ノ半徑ハ 2.5cm ニ等シイカ、之ヨリ大
デナケレバナラナイ。

上ノ解ニ於ケル

$$2x+2x > 10$$

ノヤウナ式ハ不等號 ($>$, $<$)ヲ以テニツ
ノ式又ハ數ヲ結ビ付ケタモノデ、之ヲ不
等式トイフ。

例一ニ於ケル解ハ不等式ノ未知數ノ
限界ヲ定メルモノデアル。コノヤウニ
不等式ノ未知數ノ限界ヲ定メルコトヲ
不等式ヲ解クトイフ。

例二 $(x-a)^2 - (x-b)^2 > (a-b)^2$ ヲ解ケ。

但シ a, b ハ正ノ實數デ且 $a > b$ トスル。

解 $(x-a)^2 - (x-b)^2 > (a-b)^2$

$$x^2 - 2ax + a^2 - x^2 + 2bx - b^2 > a^2 - 2ab + b^2$$

$$-2ax + 2bx > -2ab + 2b^2$$

$$-2(a-b)x > -2b(a-b)$$

$a > b$ ナル故 $-2(a-b)$ ハ負ノ數デアル

$$\text{故} = \quad x < b$$

不等式ノ兩邊ヘ同ジ負數ヲ掛ケ、又ハ
兩邊ヲ同ジ負數デ割ルトキハ不等號ノ
向ハ反對トナル。

問題

1 次ノ不等式ヲ解ケ。

$$\frac{3x+8}{4} - x < \frac{37-2x}{3} + 9$$

$$(1) (5x-2)(3x-4) > (3x+5)(5x-6)$$

a, b ガ正ノ數デアルトキ次ノ不等式ヲ解ケ。

$$2 \quad \frac{x+a}{b} - \frac{b}{a} > \frac{x-b}{a} + \frac{a}{b} \quad | \quad (2) \quad \frac{x-b}{a-b} + \frac{x+b}{a+b} > \frac{ax-b^2}{a^2-b^2}$$

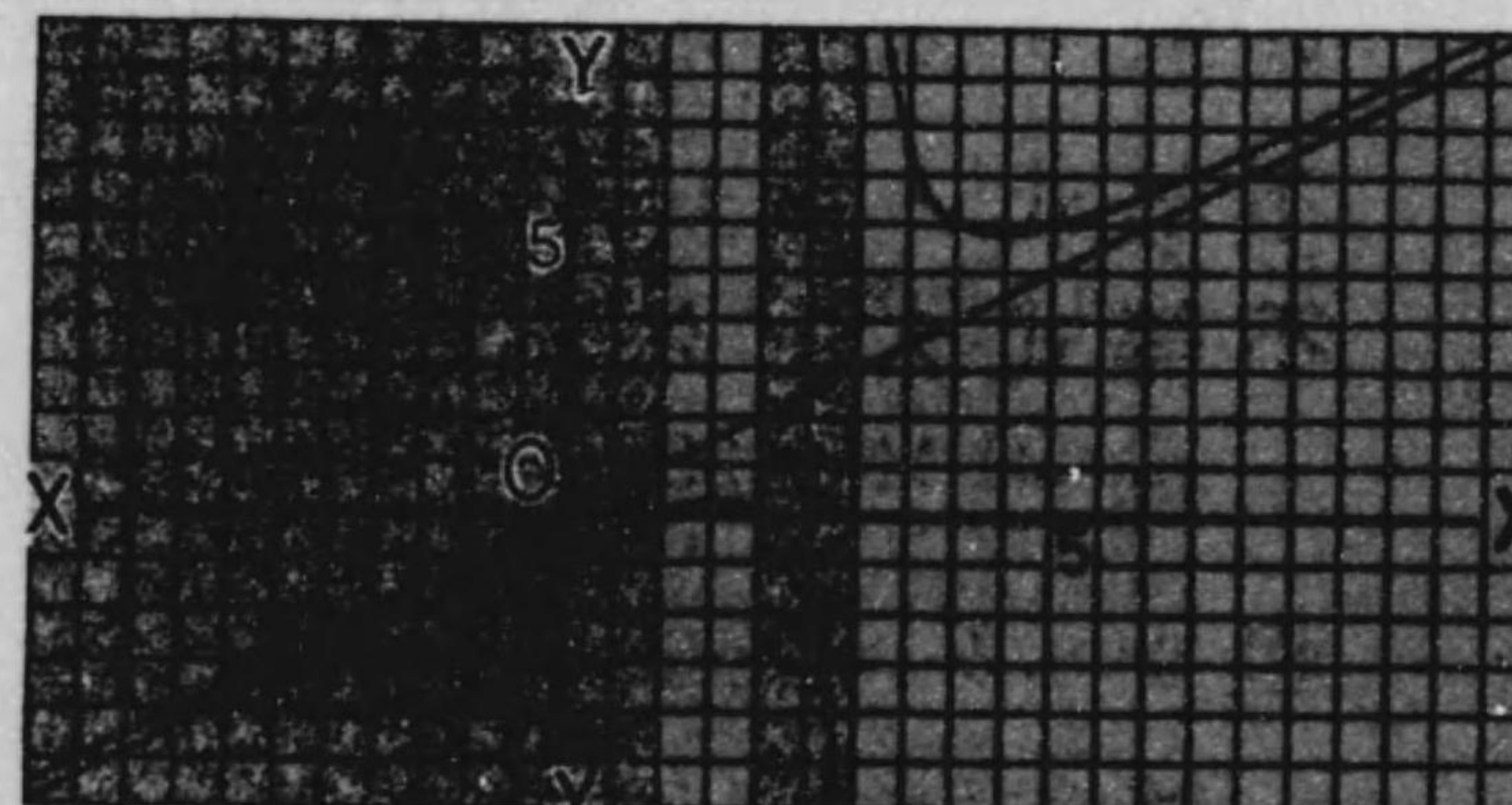
例三 $x + \frac{2}{x-3} > 0$ ヲ解ケ。

解

$$x + \frac{2}{x-3} > 0$$

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x-3} > 0$$

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0$$



$x-1,$	$x-2,$	$x-3,$	$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3}$
--------	--------	--------	--------------------------

$x < 1$	-	-	-	-
$1 < x < 2$	+	-	-	+
$2 < x < 3$	+	+	-	-
$3 < x$	+	+	+	+

$1 < x < 2$ 又ハ $x > 3$ ノトキハ與式ヲ満足スル。

答 $1 < x < 2,$ 又ハ $x > 3$

圖ハ $y = x + \frac{2}{x-3}$ ノグラフデアツテ、之ニ依
ツテモ此ノ答ノ正シイコトガ知ラレル。

即チ等圓ノ半徑ハ 2.5cm ニ等シイカ、之ヨリ大
デナケレバナラナイ。

上ノ解ニ於ケル

$$2x+2x > 10$$

ノヤウナ式ハ不等號 ($>$, $<$) ヲ以テニツ
ノ式又ハ數ヲ結ビ付ケタモノデ、之ヲ不
等式トイフ。

例一ニ於ケル解ハ不等式ノ未知數ノ
限界ヲ定メルモノデアル。コノヤウニ
不等式ノ未知數ノ限界ヲ定メルコトヲ
不等式ヲ解クトイフ。

例二 $(x-a)^2 - (x-b)^2 > (a-b)^2$ ヲ解ケ。

但シ a, b ハ正ノ實數デ且 $a > b$ トスル。

解 $(x-a)^2 - (x-b)^2 > (a-b)^2$

$$x^2 - 2ax + a^2 - x^2 + 2bx - b^2 > a^2 - 2ab + b^2$$

$$-2ax + 2bx > -2ab + 2b^2$$

$$-2(a-b)x > -2b(a-b)$$

$a > b$ ナル故 $-2(a-b)$ ハ負ノ數デアル

$$\text{故ニ} \quad x < b$$

不等式ノ兩邊ヘ同ジ負數ヲ掛ケ、又ハ
兩邊ヲ同ジ負數デ割ルトキハ不等號ノ
向ハ反對トナル。

問 題

1 次ノ不等式ヲ解ケ。

$$\frac{3x+8}{4} - x < \frac{37-2x}{3} + 9$$

$$(1) (5x-2)(3x-4) > (3x+5)(5x-6)$$

a, b ガ正ノ數デアルトキ次ノ不等式ヲ解ケ。

$$2 \quad \frac{x+a}{b} - \frac{b}{a} > \frac{x-b}{a} + \frac{a}{b} \quad | \quad (2) \quad \frac{x-b}{a-b} + \frac{x+b}{a+b} > \frac{ax-b^2}{a^2-b^2}$$

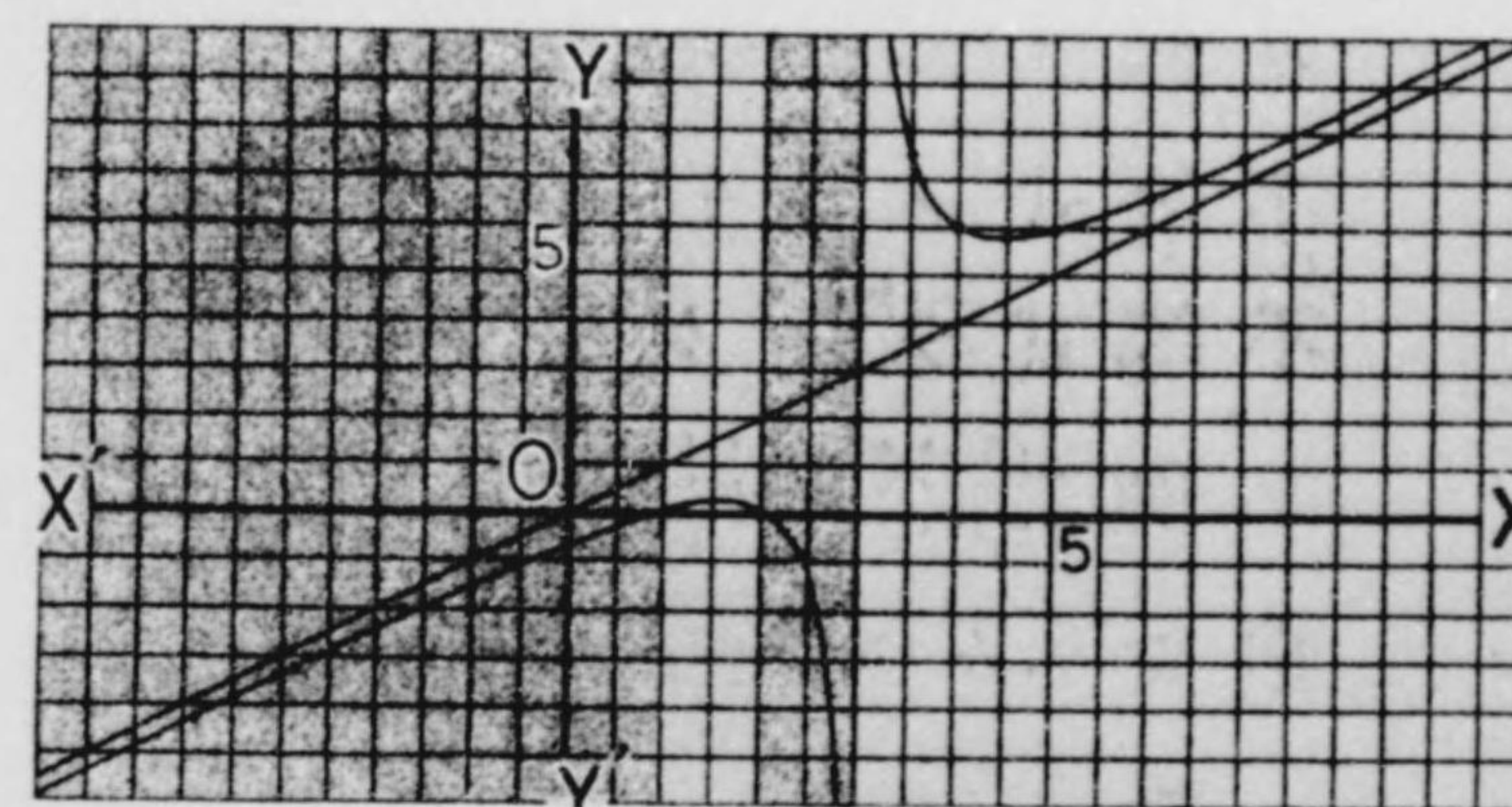
例三 $x + \frac{2}{x-3} > 0$ ヲ解ケ。

解

$$x + \frac{2}{x-3} > 0$$

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x-3} > 0$$

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0$$



$$x-1, \quad x-2, \quad x-3, \quad \frac{(x-1)(x-2)}{x-3}$$

$x < 1$	-	-	-	-
$1 < x < 2$	+	-	-	+
$2 < x < 3$	+	+	-	-
$3 < x$	+	+	+	+

$1 < x < 2$ 又ハ $x > 3$ ノトキハ與式ヲ満足スル。

答 $1 < x < 2, \text{ 又ハ } x > 3$

圖ハ $y = x + \frac{2}{x-3}$ ノグラフデアツテ、之ニ依
ツテモ此ノ答ノ正シイコトガ知ラレル。

次ノ不等式ヲ解ケ. 3-(5)

3	$x^2 - 5x + 6 > 0$	(3)	$2x^2 - 9x - 5 < 0$
4	$\frac{x-1}{(x-2)(x-3)} > 0$	(4)	$\frac{10x}{(x-2)(x-5)} > 3$
5	$\begin{cases} 5x-7 > 3-2x \\ 3x^2-14x+8 < 0 \end{cases}$	(5)	$\begin{cases} 4x^2+17x-15 > 0 \\ 3x^2-11x-4 > 0 \end{cases}$

例四 $\begin{cases} 5x+3y > 9 \\ 5y+2x < -4 \end{cases}$ ヲ解ケ.

解 $\begin{cases} 5x+3y > 9 \dots\dots(1) \\ 5y+2x < -4 \dots\dots(2) \end{cases}$

先ヅ y ヲ消去スルニ

$$\begin{array}{r} (1) \times 5 \quad 25x + 15y > 45 \\ (2) \times 3 \quad 6x + 15y < -12 \\ \hline 19x > 57 \\ x > 3 \end{array}$$

次ニ x ヲ消去スルニ

$$\begin{array}{r} (1) \times 2 \quad 10x + 6y > 18 \\ (2) \times 5 \quad 10x + 25y < -20 \\ \hline -19y > 38 \\ y < -2 \end{array}$$

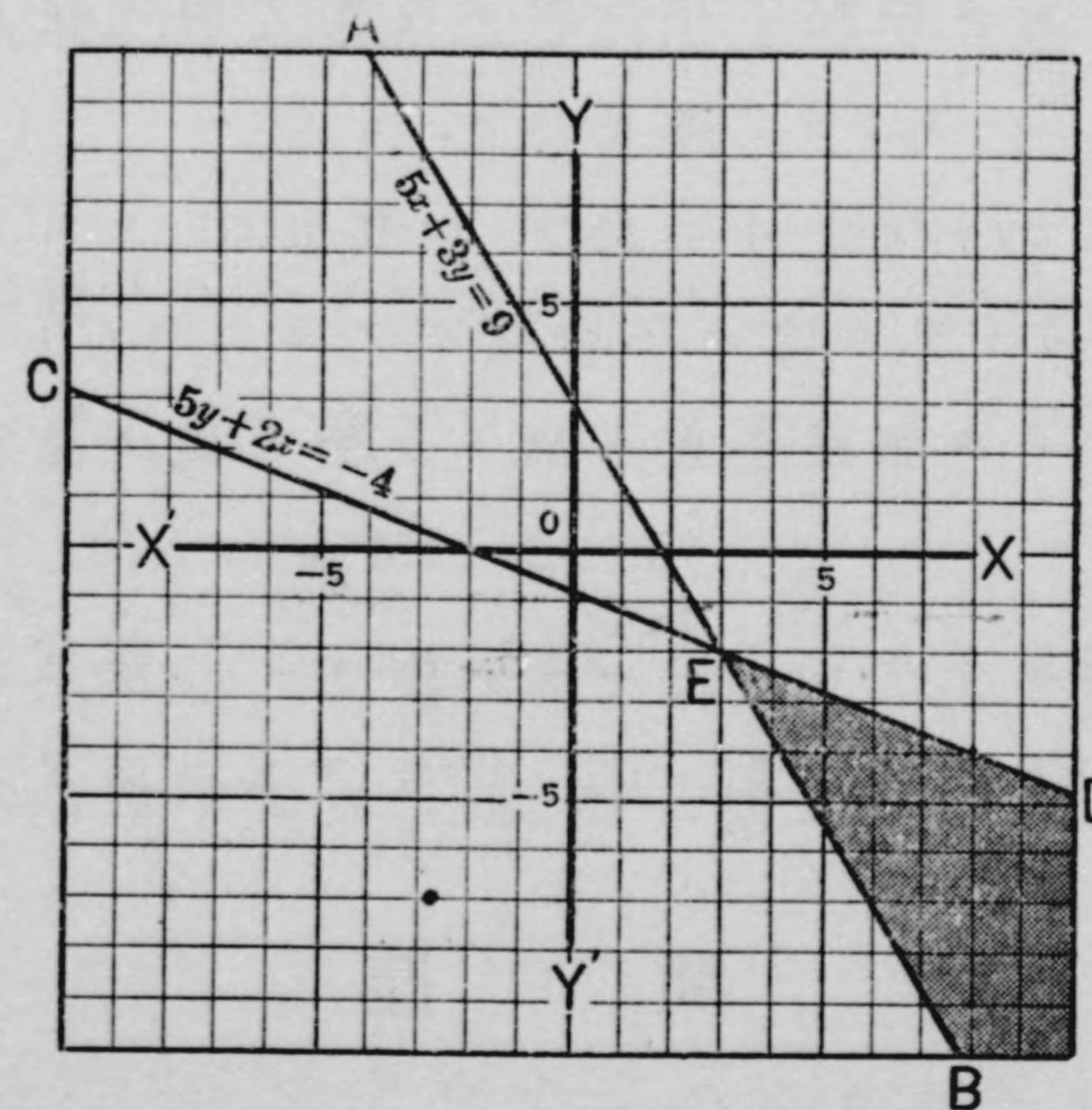
上ニ求メタ $x > 3, y < -2$ ハ x ガ 3 ヨリ大デ, y ガ -2 ヨリ小サイスベテノ値ガ上ノ聯立不等式ヲ満足スルトイフコトヲ示スモノデナイ.

唯 x, y ノ制限ヲ示スニ過ギナイ. 故ニ $x > 3, y < -2$ ノ区域内ノ或ル組ガ上ノ二ツノ不等式ヲ満足スルノデアル.

答 $\begin{cases} x > 3 \\ y < -2 \end{cases}$ ノ中ノ或ル組

尙之ヲグラフニヨツテ示スト, 次ノ通デア

ル.



先ヅ次ノ方程式ニツイテ考ヘルニ

$$\begin{cases} 5x+3y=9 \dots\dots(3) \\ 5y+2x=-4 \dots\dots(4) \end{cases}$$

(3),(4) ノグラフヲ描ケバ直線 AB, CD トナリ,

交点 E の座標 $x=3, y=-2$ は二方程式ヲ満足スル.

$5x+3y>9$ ノ式ニ於テ $x=0, y=0$ トスレバ $0>9$ トナルガ、之ハ不合理デアル故、原点ノ座標ハ $5x+3y>9$ ヲ満足シナイ。即チ AB ニ境セラレタ原点ノ在ル側ト反対ノ側ニ在ル諸点ハ $5x+3y>9$ ヲ満足スル.

又 $5y+2x<-4$ ニ於テ $x=0, y=0$ トスレバ $0<-4$ トナル、之ハ不合理デアルカラ CD ニ境セラレタ原点ノ在ル側ト反対ノ側ノ諸点ハ

$$5y+2x<-4$$

ヲ満足スル。即チ $x>3, y<-2$ ノ区域内デ $\angle DEB$ 内ノ諸点ハ (1) ト (2) トヲ共ニ満足スル.

問題

次ノ不等式ヲ解ケ。 6—(7)

$$6 \quad \begin{cases} 4x+y>7 \\ 3x+y<5 \end{cases}$$

$$7 \quad \begin{cases} 2x-y=9 \\ 3x+2y>10 \end{cases}$$

$$(6) \quad \begin{cases} 5x-3y<3 \\ 3y<4x+3 \end{cases}$$

$$(7) \quad \begin{cases} 4x-3y=12 \\ x<-2y \end{cases}$$

52. 絶対不等式

定理 等シクナイ二ツノ實數ノ二乗ノ和ハソノ積ノ二倍ヨリモ大キイ.

證明 等シクナイ二ツノ實數ヲ a, b デ表ハスト a^2+b^2 ガ $2ab$ ヨリ大キイコトヲ證スレバヨイ.

二數ノ大小ヲ決定スルニハソノ二數ノ差ガ正デアルカ負デアルカヲ調べレバヨイ.

$$a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$$

$a-b$ ハ a, b ノ大サニヨツテ正或ハ負トナルガ $a \neq b$ デアルカラ、 $(a-b)^2$ ハ常ニ正デアル.

$$\text{故ニ} \quad a^2+b^2>2ab$$

$a^2+b^2>2ab$ ノヤウナ式ハ a, b ガ等シクナイ實數ノ範圍内ニ於テハ a, b ノ如何ニ拘ハラズ成立スル式デアル。コノヤウナ式ヲ絶対不等式トイフ.

絶対不等式ニ對シテ前節ニ掲ゲタヤ
ウナ求メル條件ノ範圍内デノミ成立ツ
不等式ヲ條件附不等式トイフ。

例一 a, b, x ガ正ノ實數デ $a < b$ デア
ルトキハ

$$\frac{a+x}{b+x} > \frac{a}{b} \quad \text{ヲ證セヨ。}$$

證明

$$\begin{aligned} & \frac{a+x}{b+x} - \frac{a}{b} \\ &= \frac{ab+bx-ab-ax}{b(b+x)} \\ &= \frac{x(b-a)}{b(b+x)} \end{aligned}$$

$b, (b+x), x, (b-a)$ ハ皆正ノ數デア
ルカラ上ノ値ハ正デア
ル。

$$\text{故ニ} \quad \frac{a+x}{b+x} > \frac{a}{b}$$

即チ眞分數ハ分母分子ニ等シイ正ノ
數ヲ加ヘルトソノ値ハ原ノ分數ヨリモ
大トナル。分母分子ニ加ヘル數ヲ漸次
増大スルトキハソノ値ハ次第ニ大キク
ナルガ常ニ眞分數デア
ルカラ1ヲ超ス
コトハナイ。

問 題

8 和ガ一定ナ二數ノ
積ハ、ソノ二數ガ相等シ
イトキノ積ヨリモ常ニ
小サイコトヲ證セヨ。

(8) a, b, x ガ正ノ實
數デ、 $b < a$ デア
ルトキハ $\frac{a+x}{b+x}$ ト $\frac{a}{b}$ トノ大小
如何。

a, b, c, d ガ等シクナイ正ノ數デア
ルトキ次ノ式ヲ
證セヨ。 9—(11)

$$9 \quad a^2 + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$$

$$(9) \quad a^3 + b^3 > a^2b + ab^2$$

$$10 \quad (a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$$

$$(10) \quad (a+b)^2 + (c+d)^2$$

$$11 \quad a^4 + b^4 + c^4$$

$$> 8\sqrt{abcd}$$

$$b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2$$

$$(11) \quad a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2)$$

ヨリ大デ、ソノ2倍ヨリ
小デア
ル。

$$+ c(a^2 + b^2) > 6abc$$

a, b, c ガ實數デ $a > b > c$ ノトキ次ノ式ヲ證セヨ。

$$12 \quad \frac{a-c}{b-c} > \frac{a}{b}$$

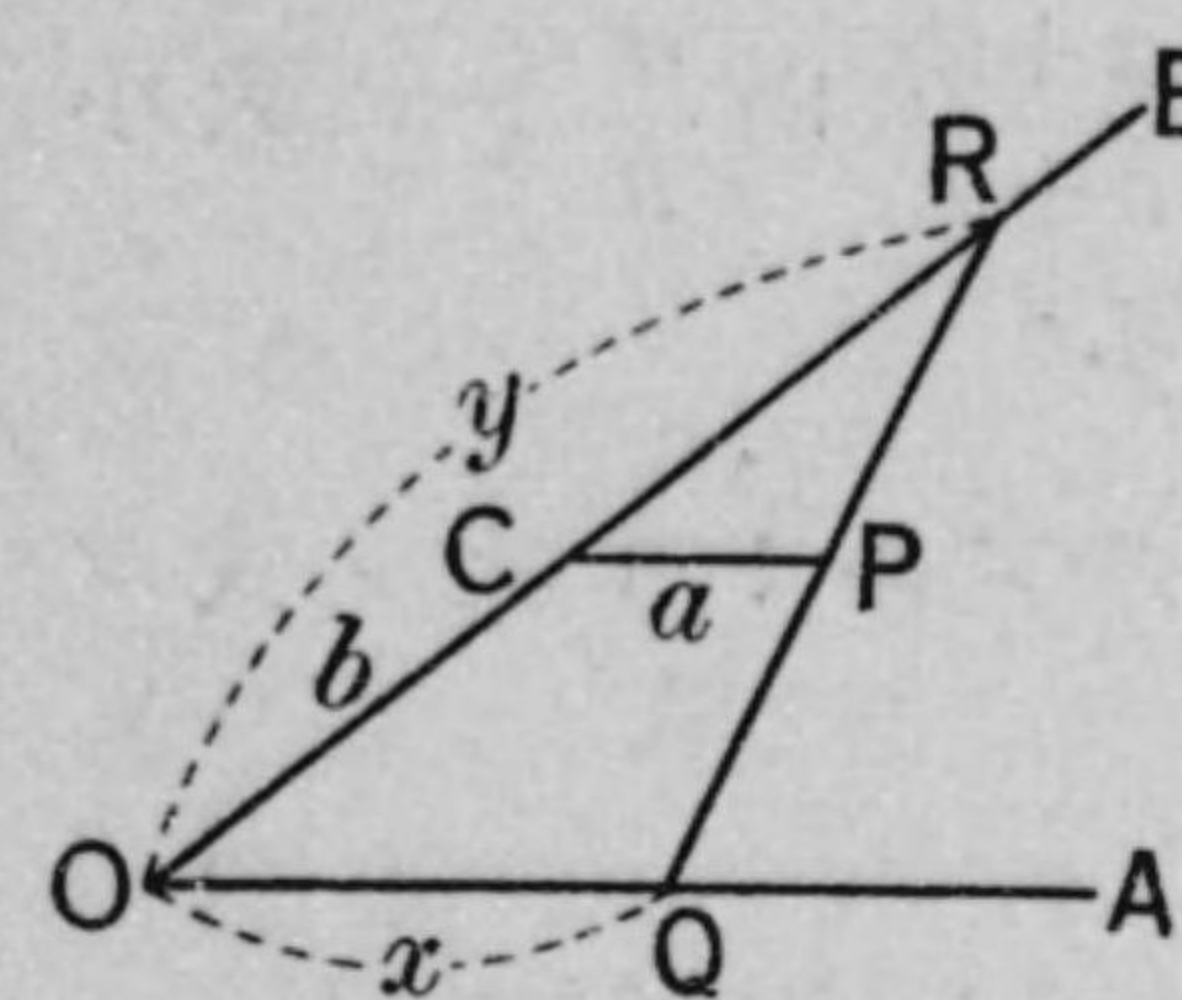
$$(12) \quad \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}$$

$$+ \frac{a-b}{c} > 0$$

13 二數ノ積ガ一定デ
アルトキハソノ積ハ、二
數ガ等シイトキ最小デ
アルコトヲ證セヨ。

(13) 或ル分數トソノ逆
數トノ和ハ2ヨリ大デ
アルコトヲ證セヨ。

例二 $\angle AOB$ 内ノ一定點 P ヲ通り直線ヲ引キ, 二邊 OA, OB ト夫々 Q, R ニ於テ交ハラシメ, $\triangle QOR$ ノ面積ヲ最小トセヨ.



解 $\triangle QOR$ ノ $\angle AOB$ ガ一定ナル故 OQ ヲ x, OR ヲ y デ表ハシ, $\angle AOB$ ヲ θ トスレバ

$$\triangle QOR = \frac{1}{2}xy \sin \theta$$

$\sin \theta$ ハ定マツテキルカラ, 積 xy ノ最小ナトキガ $\triangle QOR$ ノ面積ノ最小ナトキデアル.

$PC \parallel AO$ トシ, $PC = a, CO = b$ トスレバ

$$\frac{a}{x} = \frac{y-b}{y}$$

コレカラ

$$x = \frac{ay}{y-b}$$

故ニ

$$xy = \frac{ay^2}{y-b}$$

$$\frac{ay^2}{y-b} = k \quad \text{ト置ケバ}$$

$$ay^2 - ky + bk = 0$$

$$y = \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 4abk}}{2a}$$

y ノ値ハ實數デナケレバナラナイカラ

$k^2 - 4abk \geq 0$ デナケレバナラヌ. 即チ

$k(k - 4ab) \geq 0$ デナケレバナラヌ.

k ハ $4ab$ ヨリ小ニナルコトハ出来ナイ.

即チ k ノ最小値ハ $4ab$ デアル.

$$k = 4ab \quad \text{トスレバ} \quad y = \frac{k}{2a} = \frac{4ab}{2a} = 2b$$

故ニ $OR = 2b = 2 \cdot OC$

從ツテ P ハ QR ノ中點デアル.

P ヲ中點トスル線分 QR ノ作圖ハ如何.

問 P ヲ通ル他ノ任意ノ線分ヲ引キソレニ依ツテ出来ル三角形ト比較シテ $\triangle ROQ$ ノ最小デアルコトヲ證セヨ.

14 矩形 $ABCD$ ノ頂點 A カラ直線 APQ ヲ引キ邊 CD ト P , 邊 BC ノ延長ト Q ニ於テ交ハラシメ, $\triangle ADP$ ト $\triangle CPQ$ トノ面積ノ和ヲ最小ニスルニハ DP ノ長サヲ如何ニスベキカ. 但シ DC, BC ハ夫々 $20 \text{ cm}, 5 \text{ cm}$ トスル.

(14) 高サガ 5 dm デ體積ガ 20 dm^3 ノ直方體ヲ作リソノ全表面積ヲ最小ニシヨウトスルニハ底ノ縦横ハ何程トスベキカ. 又ソノ全表面積ハ何程デアルカ.

15 毎秒 V_m ノ速サデ
眞上ニ投ゲ上ゲタ物體
ノ t 秒後ニ於ケル高サ
ヲ S_m トスレバ

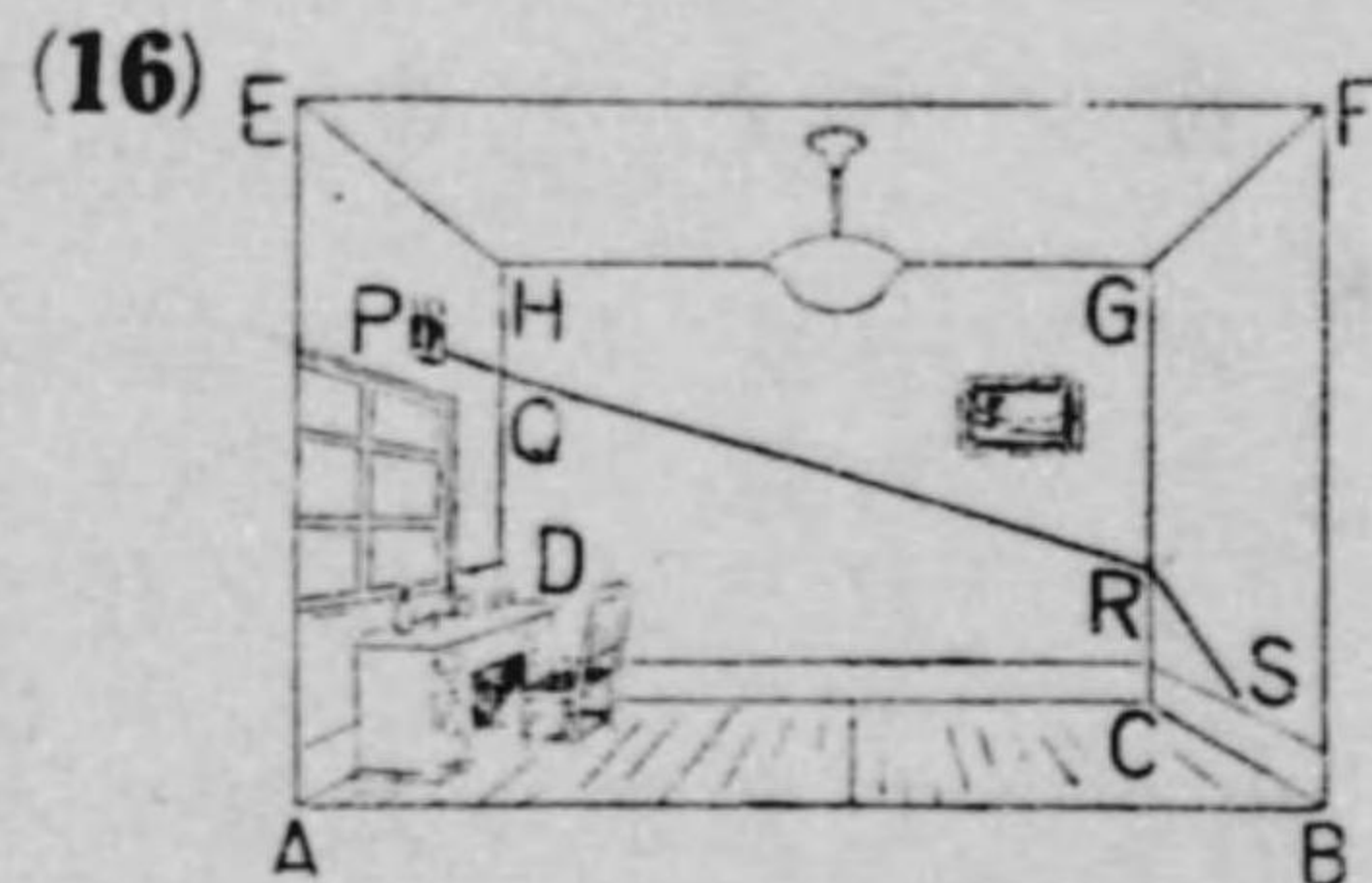
$$S = Vt - 4.9t^2 \text{ デアル.}$$

毎秒 $20m$ ノ速サデ投上
ゲタ物體ノ最高點ニ達
シタトキノ時間及ビソ
ノ高サヲ求メヨ.

16 二定點 A, B カラ一
定直線ヘ下シタ垂線
 AC, BD ガ夫々 $10cm, 5cm$
デ CD ノ距離ガ $20cm$ デ
アルトキ, CD 上ニ在ツ
テ A, B カラノ距離ノ和
ガ最小デアル點 P ヲ幾
何學的ニ求メ, 且ソノト
キノ $(AP+BP)$ ノ長サヲ
計算セヨ.

如何ニスベキカ. 又ソノ長サヲ求メヨ.

(15) 無税デ輸入スル商
品ガアル. 今之ニ λ 割
ノ税ヲ課スルトキハ輸
入額ガ 2λ 割ダケ減ズル
モノトスレバ最多額ノ
税ヲ得ルニハ幾割ノ税
ヲ課スベキカ.



(16) 圖ノヤウニ縦横高サガ
夫々 $13m, 12m, 7m$ ノ
直方體ノ室ノ相對スル
壁上ニ在ツテ, 稜 HE ノ
中點ノ眞下ノ點 P カラ
稜 CB ノ中點 N ノ眞上
ノ點 S マデ側方ノ壁ニ
添ウテ PR, QR, RS ノヤ
ウニ電線ヲ引キノ和
ヲ最小ニシヨウト思フ.

53. 函數ノ値ノ變化

例 $\frac{4x^2-2x+1}{4x^2+2x+1}$ ガ x ノスベテノ實數値

ニ對シテトリ得ル數値ノ範圍如何.

解 $\frac{4x^2-2x+1}{4x^2+2x+1} = \lambda$ ト置キ,

λ ノ値ヲ研究スルニ

$$4x^2 - 2x + 1 = \lambda(4x^2 + 2x + 1)$$

$$4(1-\lambda)x^2 - 2(1+\lambda)x + (1-\lambda) = 0$$

x ハ實數値デアルカラ次式ガ成立タナケレバ

$$\text{ナラナイ. } 4(1+\lambda)^2 - 16(1-\lambda)^2 \geq 0$$

$$-3\lambda^2 + 10\lambda - 3 \geq 0$$

$$3\lambda^2 - 10\lambda + 3 \leq 0$$

$$(3\lambda-1)(\lambda-3) \leq 0$$

$$(3\lambda-1) \quad \lambda-3 \quad (3\lambda-1)(\lambda-3)$$

$$\lambda < \frac{1}{3} \quad - \quad - \quad +$$

$$3 > \lambda > \frac{1}{3} \quad + \quad - \quad -$$

$$\lambda > 3 \quad + \quad + \quad +$$

答 $3 \geq \frac{4x^2-2x+1}{4x^2+2x+1} \geq \frac{1}{3}$

17 a, b, c ガ實數デア
ルトキ ax^2+bx+c ガ x
ノスベテノ實數値ニ對
シテ正デアアルベキ條件
ヲ求メヨ.

18 $2x^2-13x+15$ ガ常
ニ正ノ値ヲトルベキ x
ノ實數値ノ範圍ヲ求メ
ヨ.

19 $\frac{x^2+3x-15}{x-5}$ ハ x ノ實
數値ニ對シテ 3 ト 23 ノ
間ニ在ル以外ノスベテ
ノ値ヲトルコトヲ證セ
ヨ.

20 x ノ實數値ニ對シ
テ $\frac{3x^2+x+1}{x^2+2x+1}$ ノ極小値
ヲ求メヨ.

(17) p, q ガ實數デア
ルトキ
 $x^2-(p+q)x+p^2-pq+q^2$
ハ x ノスベテノ實數値
ニ對シテ正デアアルコト
ヲ證セヨ.

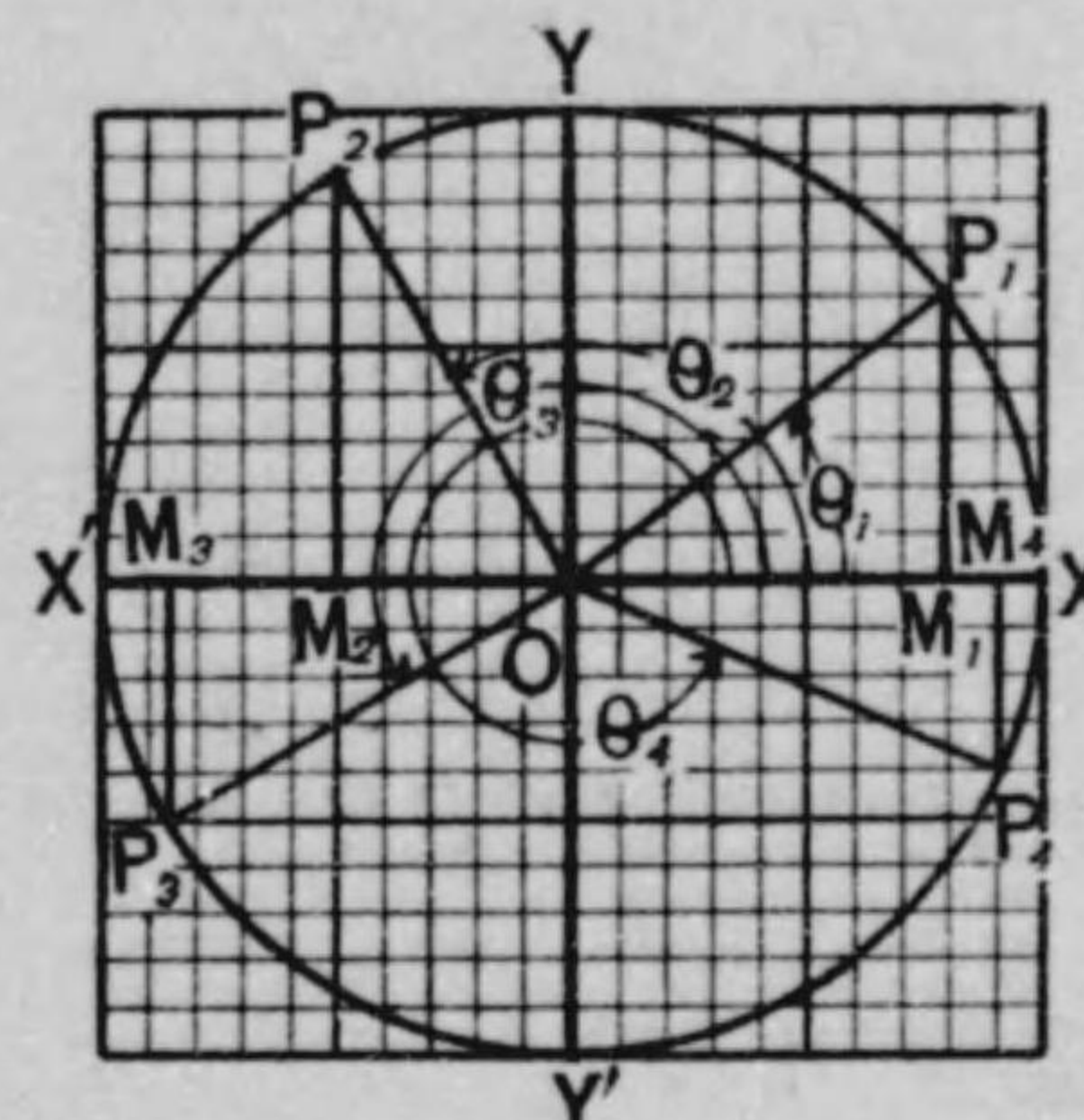
(18) $6x^2+11x-10$ ガ常
ニ負トナルベキ x ノ實
數値ノ範圍ヲ求メヨ.

(19) $\frac{x^2-2x+21}{6x-14}$ ハ x ノ
實數値ニ對シテ $-\frac{10}{9}$ ト
2 トノ間ニ在ル以外
ノスベテノ値ヲトルコ
トヲ證セヨ.

(20) x ノ實數値ニ對シ
テ $\frac{2x^2+2x-1}{2x^2+3x+1}$ ガトリ得
ル最小ノ整數値ヲ求メ
ヨ.

54. 三角函數ノ變化

(a) $\sin \theta$ ノ變化



Oヲ中心トシ半徑ガ1
ノ圓(單位圓)ヲ描ク. 任意
ノ角ヲ $\angle XOP$ トシ, 之ヲ θ
テ表ハシ, PカラOXニ垂線
PMヲ下スト

$$\frac{PM}{OP} = \frac{PM}{1} = PM$$

デア
ルカラ, Pガ圓周上ヲ動クトキノPMノ長
サガソノPニ應ズル角ノ正弦ノ値デア
ル.

故ニPMハ $\angle \theta$ ガ0ヨリ増スニ從ツテ増大シ
 $\angle \theta$ ガ90°ノトキPMハ半徑ニ等シク1トナル.

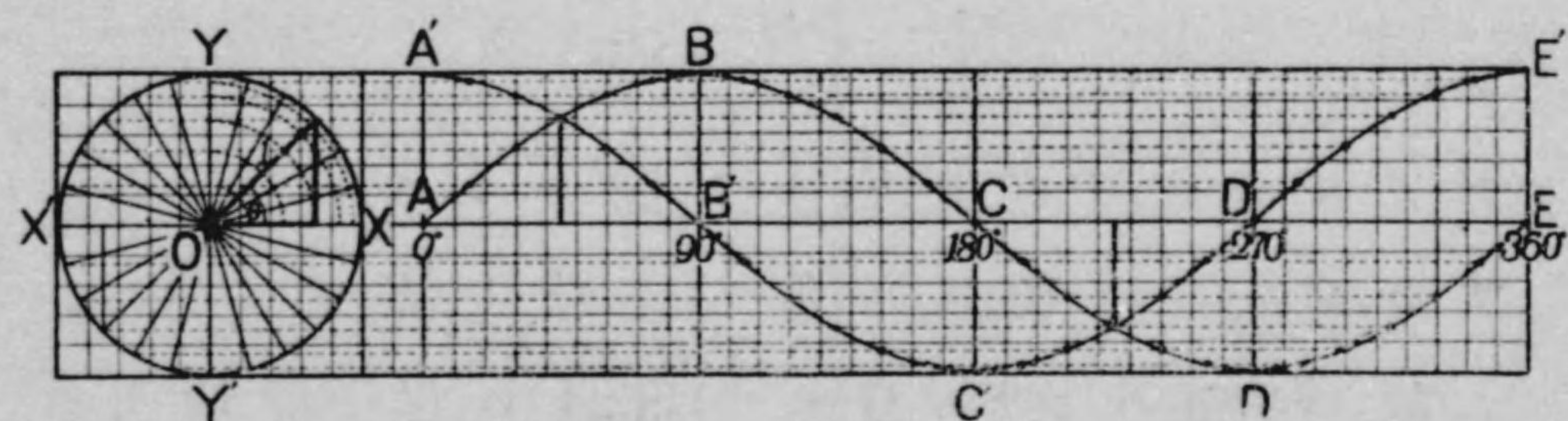
$\angle \theta$ ガ90ヨリ大トナルトキハPMノ大サハ
漸次減少シ $\angle \theta$ ガ180°トナツタトキ0トナル.

$\angle \theta$ ガ180°ヨリ増スニ從ヒPMハ負ノ値ヲ
トリ, ソノ絶對値ハ漸次大トナル故ソノ値ハ
漸次小トナリ, 270°ニナツテ-1トナル.

$\angle \theta$ ガ270°ヨリ漸次増スニ從ヒPMノ長サ
ハ漸次小トナルモソノ値ハ次第ニ増シ, 角ガ
360°トナルトキソノ値モ0トナル.

即チ 90° が正弦ノ値ノ極大値デアツテ $+1$ ノ
トリ, 角ガ 270° ノトキガ極小値デアツテ -1 ノ
値ヲトル.

今, 角ノ大サヲ x 軸ニ, 正弦ノ値ヲ y 軸ニト
ツテ角ノ變化ニ對スル正弦ノ値ノ變化ヲグ
ラフニ表ハセバ, 次ノヤウナ曲線 $ABCDE$ ト
ナル. 此ノ曲線ヲ **正弦曲線** トイフ.



(b) $\cos \theta$ ノ變化

$$\cos \theta = \frac{OM}{OP} = \frac{OM}{1} = OM$$

デアルカヲ $\sin \theta$ ノ變化ト同様 OM ノ變化ニヨ
ツテソノ値ノ變化ヲ知ルコトガ出來ル.

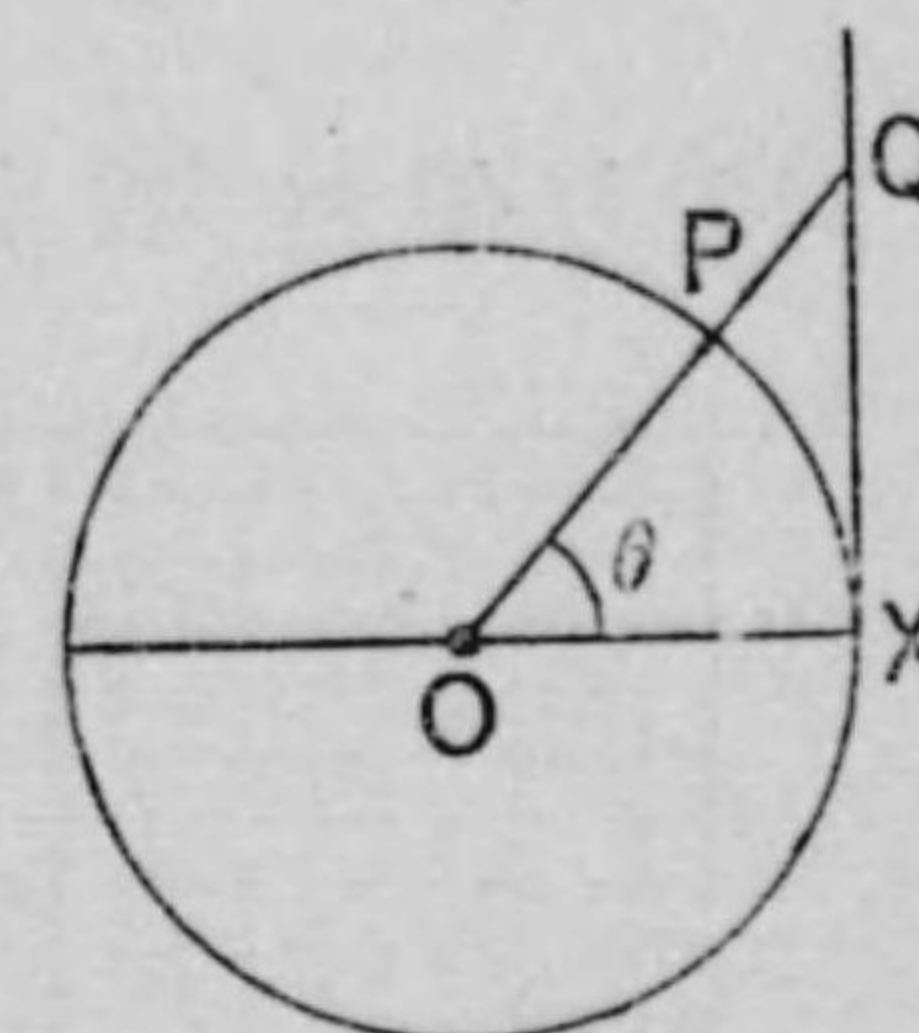
$\cos \theta$ ノ値ハ 0° ノトキ $+1$ デ之ガ極大値デア
リ, 180° ノトキ -1 デ之ガ極小値デアル.

コレヲグラフニ描ケバ上圖ノ $A'B'C'D'E'$

曲線(2)トナル. 之ヲ **餘弦曲線** トイフ.

(c) $\tan \theta$ ノ變化

單位圓ガ X 軸ト交ハル點ニ
於テ之ニ切線ヲ引キ, $\angle \theta$ ノ邊
 OP ノ延長ガソノ切線ト交ハ
ル點ヲ Q トスレバ



$$\tan \theta = \frac{XQ}{OX} = \frac{XQ}{1} = XQ$$

即チ XQ ノ大サガ, $\angle \theta$ ノ正切ノ値ヲ示ス.

$\angle \theta$ ガ 0° カラ 90° マデ増大スルトキハ $\tan \theta$ ノ
値ハ次第ニ増大シ, 90° ノトキハ無限ニ大キ
イ値トナル. 之ヲ $\tan 90^\circ = \infty$ ノヤウニ書ク.

$\angle \theta$ ガ 90° ヲ過ギルト $\tan \theta$ ノ値ハ忽チ負トナ
リ, ソノ絶對値ハ次第ニ小トナリ, 180° ノトキ
ハ 0 トナル. 即チ $\tan 180^\circ = 0$

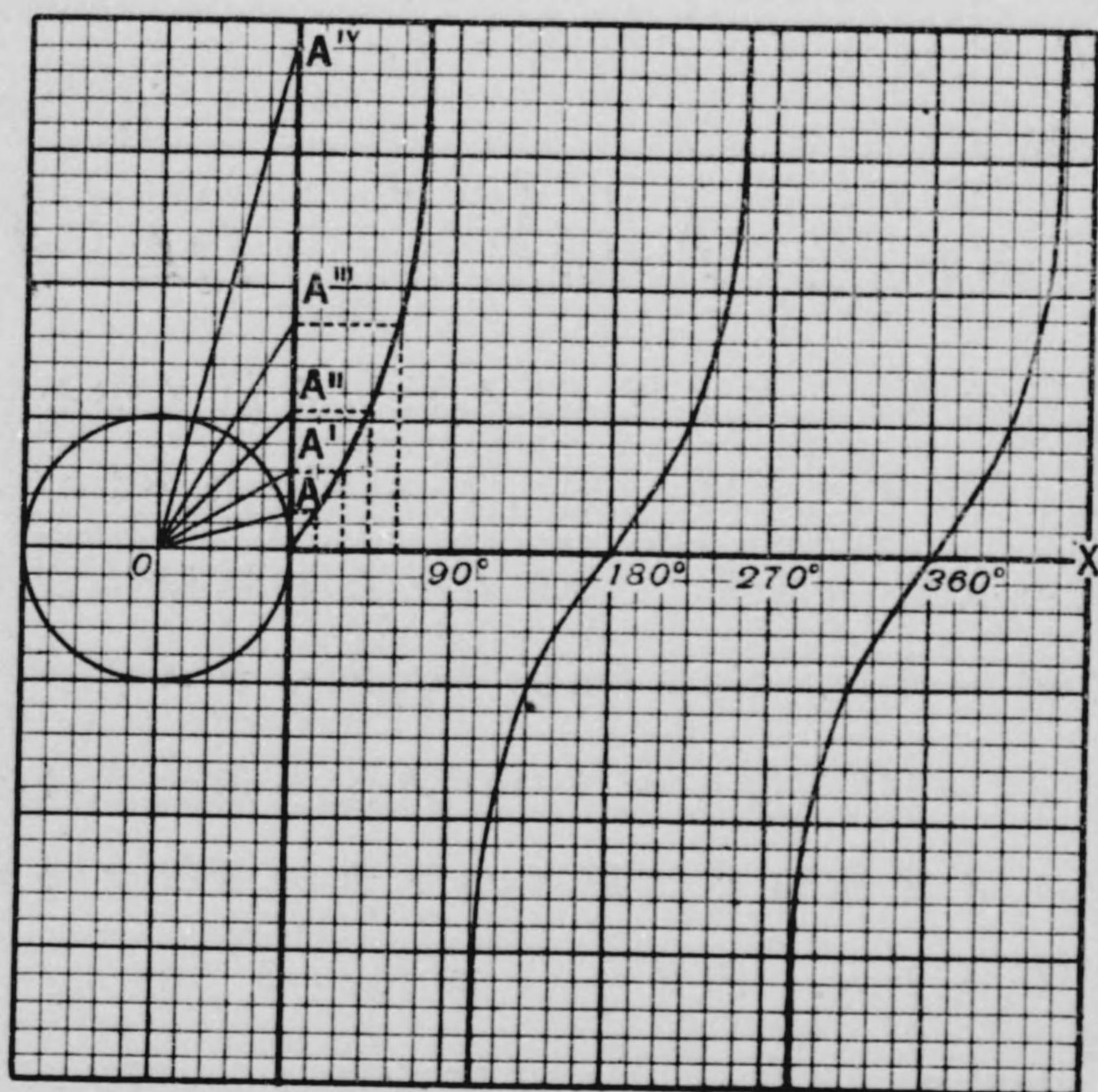
180° カラ 270° マデハ又漸次増大シ, 270° ニ到
ルト又無限ニ大キイ値トナル.

270° ヲ越セバ $\tan \theta$ ノ値ハ又忽チ負トナリ, 絶
對値ハ次第ニ減ジテ 360° ニ到ツテ 0 トナル.

即チ $\tan 360^\circ = 0$

ソノ變化ヲグラフニ示スト次ノヤウナ曲線トナル。コレヲ正切曲線トイフ。

$\tan \theta$ ノ値ハグラフカラモ知ラレルヤウニ極大値モ極小値モトラナイ。



21 $2 \sin x$ ノグラフヲ描ケ。

22 $\sin x + \cos x$ ノグラフヲ描ケ。

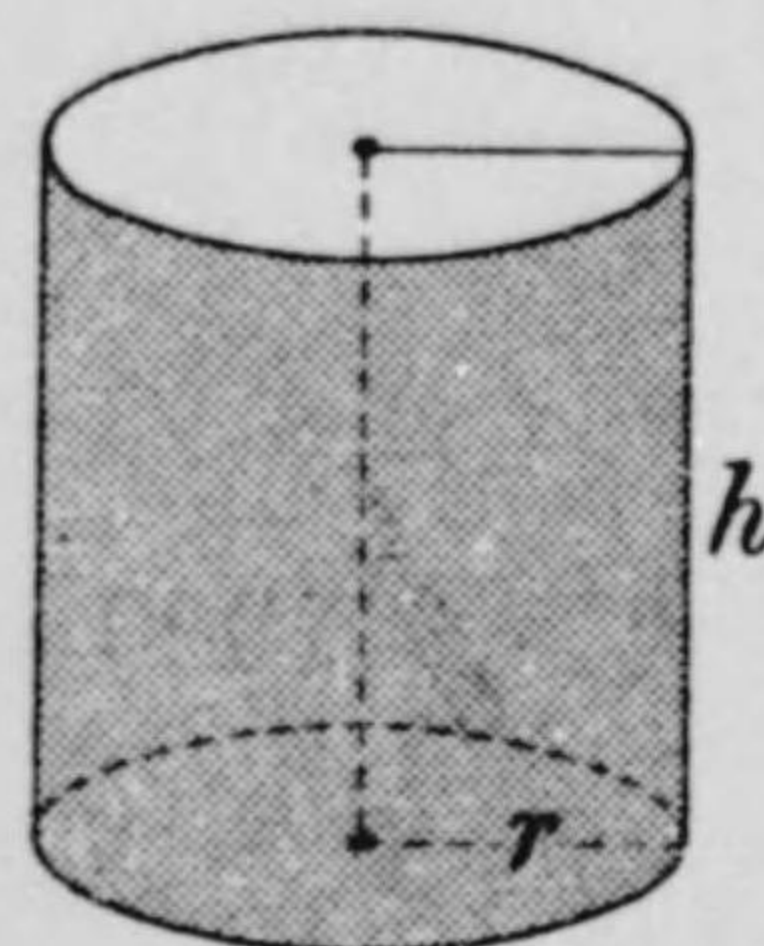
(21) $\sin 2x$ ノグラフヲ描ケ。

(22) $\cot x$ ノグラフヲ描ケ。

第六章 消去法

55. 消去法

例一 高サガ h , 底ノ半徑ガ r ノ直圓壙ノ體積ガ v デ, ソノ全表面積ガ s デアルトキ v, s, r ノ關係式ヲ作レ。



解 直圓壙ノ底ノ半徑ヲ r トスレバソノ底面積ハ πr^2 デアル。高サヲ h トスレバ, 側面積ハ $2\pi r h$ デ體積ハ $\pi r^2 h$ デアル。

故ニ

$$v = \pi r^2 h \dots\dots\dots(1)$$

$$s = 2\pi r^2 + 2\pi r h \dots\dots\dots(2)$$

(1), (2) カラ v, r, s ノ關係ヲ求メルニハ兩式カラ h ヲ消去スレバヨイ。

(1) カラ $h = \frac{v}{\pi r^2}$

コレヲ (2) ニ代入シテ

$$s = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{v}{\pi r^2}$$

$$s = 2\pi r^2 + \frac{2v}{r}$$

答 $s = 2\pi r^2 + \frac{2v}{r}$

幾ツカノ文字ヲ含ム等式ヲ幾ツカ組合セテ或ル文字ヲ消去シ、残ノ文字ヲ以テ一ツノ關係式ヲ作ルコトヲ消去法トイヒ、ソノ出來タ關係式ヲ消去式トイフ。

問題

1 蓋ノナイ直圓壺ノ容器ノ容量ガ 800 cc デアル。底ノ半徑ヲ $x \text{ cm}$ トシタトキノ表面積ヲ x ノミヲ含ム式デ表ハセ。

2 半徑 r ノ球ノ表面積ヲ S 、體積ヲ v デ表ハストキハ

$$v^2 = kS^3$$

デ表ハサレルコトヲ示セ。但シ k ハ半徑ニ關係ノナイ常數デアアル。

(1) 蓋ノナイ直圓壺ノ容器ノ全面積ガ 1000 cm ノトキ、ソノ體積ヲ底ノ半徑 x ノミヲ含ム式デ表ハセ。

(2) 底面ノ一邊ガ $2a \text{ cm}$ 、高サガ $h \text{ cm}$ ノ正四角錐ノ體積ヲ $v \text{ cc}$ 、側面積ヲ $S \text{ cm}^2$ デ表ハストキ、 S^2 ト v ト h トノ關係式ヲ求メヨ。

3 一ツノ直方體ノ一點ニ集マル三ツノ稜ノ和ヲ $a \text{ cm}$ 、一對角線ノ長サヲ $b \text{ cm}$ 、全表面積ヲ $c \text{ cm}^2$ トスルトキ、 a, b, c ノ關係式ヲ作レ。

$$4 \quad \begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{x}{b} = m \\ \frac{a}{x} - \frac{x}{b} = n \end{cases}$$

カラ x ヲ消去セヨ。

$$5 \quad \begin{cases} \frac{y-z}{y+z} = a \\ \frac{z-x}{z+x} = b \\ \frac{x-y}{x+y} = c \end{cases}$$

カラ、 x, y, z ヲ消去セヨ。

注意 上ノ式カラ

$$\frac{y}{z}, \frac{z}{x}, \frac{x}{y} \text{ ノ値ヲ求メ}$$

ヨ。

(3) 一ツノ矩形ノ周ガ $2a \text{ cm}$ 、一對角線ノ長サガ $b \text{ cm}$ 、ソノ面積ガ $c \text{ cm}^2$ ノトキ a, b, c ノ關係式ヲ作レ。

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{b}{x} - dx = a + c \\ \frac{d}{x} - bx = a - c \end{cases}$$

カラ x ヲ消去セヨ。

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = a \\ \frac{y}{z} + \frac{z}{y} = b \\ \frac{z}{x} + \frac{x}{z} = c \end{cases}$$

カラ $a^2 + b^2 + c^2 - abc = 4$

デアアルコトヲ證セヨ。

注意 問題5ト同様ニ考ヘヨ。

例二 $x = a \cos \theta + b \sin \theta, y = a \sin \theta - b \cos \theta$
 カラ θ ヲ消去セヨ.

解 $b \sin \theta + a \cos \theta = x \dots\dots\dots(1)$

$a \sin \theta - b \cos \theta = y \dots\dots\dots(2)$

(1), (2) カラ $\sin \theta, \cos \theta$ ヲ求メレバ

$$\sin \theta = \frac{bx + ay}{a^2 + b^2}, \cos \theta = \frac{ax - by}{a^2 + b^2}$$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ デアルカラ

$$\left(\frac{bx + ay}{a^2 + b^2}\right)^2 + \left(\frac{ax - by}{a^2 + b^2}\right)^2 = 1$$

$$b^2x^2 + 2abxy + a^2y^2 + a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 = (a^2 + b^2)^2$$

$$(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 + b^2)y^2 = (a^2 + b^2)^2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = a^2 + b^2$$

次式カラ θ ヲ消去セヨ. 6-7

6 $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$

7 $\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = a \sin \theta + b \cos \theta \end{cases}$

8 $\begin{cases} x = r \cos \theta \cos \phi \\ y = r \cos \theta \sin \phi \\ z = r \sin \theta \end{cases}$ カラ

$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ヲ出セ.

(6) $x = a \sec \theta, y = b \tan \theta$

(7) $\begin{cases} x = a \cos \theta - b \sin \theta \\ y = a \sin \theta + b \cos \theta \end{cases}$

(8) $\begin{cases} \cos A + \sin A = a, \\ \cos 2A = b \end{cases}$ カラ

$$a^4 + b^2 = 4a^2$$

ヲ導キ出セ.

第七章 代數ノ復習

56. 代數式ノ四則

1 $a - b + c - d$ ト
 $a - b - c + d$ トノ
 平方ノ和ヲ求メヨ.

2 $x^4 - 7x^2y^2 + y^4$ ヲ
 $x^2 - 3xy + y^2$ デ
 割レ.

3 次ノ四式ノ積ヲ求
 メヨ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}, \\ & \sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{a}, \\ & \sqrt{c} + \sqrt{a} - \sqrt{b}, \\ & \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} \end{aligned}$$

4 $2x = \sqrt{3}$ ノトキ
 $\frac{1+x}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{1-x}{1+\sqrt{1-x}}$
 ノ値ヲ小數第4位マデ
 求メヨ.

(1) $x^2 + y^2 + z^2 - yz - zx - xy$
 = 於テ, $x = b + c, y = c + a,$
 $z = a + b$ ヲ代入シタ式
 ハ $x = a, y = b, z = c$ ヲ代
 入シタ式ト等シイコト
 ヲ證セヨ.

(2) $x^5 - 41x - 120$ ヲ
 $x^3 - 4x^2 + 11x - 24$
 デ割レ.

(3) $\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{18} - \sqrt{3} + \sqrt{5}}$
 = 最モ近イ整數ヲ求メ
 ヨ.

(4) $x = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$ ノトキ
 $\frac{2a\sqrt{1+x^2}}{x+\sqrt{1+x^2}}$
 ヲ簡單ニセヨ.

$$5 \quad \frac{1}{\sqrt{\{12-\sqrt{(56-24\sqrt{5})}\}}}}$$

ノ値ヲ小數第4位マデ
求メヨ.

$$6 \quad p^6-27a^6=0 \quad \text{ナラ}$$

バ x^6+a^6 ハ

$$x^2+px+\frac{p^2}{3} \quad \text{デ}$$

割リ切レルコトヲ示セ.

$$7 \quad \frac{x(xy+4)}{x+2} - \frac{y(xy-4)}{y+2} + 2 \frac{xy(x+y)+4x^2+4(x-y)}{xy+2(x+y)+4}$$

ヲ簡單ニセヨ.

$$(7) \quad \frac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)(x-b)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$$

ヲ簡單ニセヨ.

$$8 \quad a+b+c=0 \quad \text{ノトキ}$$

$$\left[a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \right] \quad \text{バ} \quad \frac{x+a}{x-a} = \frac{(a-c)(a+d)}{(b-d)(b+c)}$$

ノ値ヲ求メヨ.

$$9 \quad x=a+b+\frac{(a-b)^2}{4(a+b)}$$

$$y=\frac{a+b}{4}+\frac{ab}{a+b}$$

ナラバ次式ヲ證セヨ.

$$(x-a)^2-(y-b)^2=b^2$$

$$(5) \quad \sqrt{6-\sqrt{17-12\sqrt{2}}}$$

ヲ最モ簡單ナ形ニ改メ
ヨ.

$$(6) \quad \frac{4}{x}=3-\sqrt{5} \quad \text{ノトキ}$$

$$x+\frac{4}{x} \quad \text{ト} \quad x^2+\frac{16}{x^2}$$

トノ値ヲ求メヨ.

$$(8) \quad x=\frac{ab-cd}{(a-b)-(c-d)} \quad \text{ナラ}$$

$$\text{バ} \quad \frac{x+a}{x-a} = \frac{(a-c)(a+d)}{(b-d)(b+c)}$$

ヲ證セヨ.

$$(9) \quad x+y=a$$

$$x^2+y^2=b^2$$

$$x^3+y^3=c^3$$

ナラバ

$$a^3-3ab^2+2c^3=0$$

ヲ證セヨ.

57. 一元二次方程式ノ理論

$$10 \quad 3x^2-7x+4a=0$$

ガ等根ヲ有スルヤウニ

a ノ値ヲ定メヨ.

$$11 \quad x^2+px+q=0$$

$$x^2+p'x+q'=0$$

ノ二方程式ガーツノ共
通根ヲ有スル條件如何.

12 次ノ二方程式ノ中
一ツガ等根ヲ有スルナ
ラバ他モ亦等根ヲ有ス
ルコトヲ證セヨ.

$$x^2+(2a-b)x+ab=0$$

$$x^2+(4a-b)x+3a^2=0$$

$$13 \quad x^2+px+q=0 \quad \text{ノ二}$$

根ガ正ノ整數ナラバ

$$q(q-p+1)(q-2p+4)$$

ハ36ノ倍數デアルコト

ヲ證セヨ.

$$(10) \quad ax^2+2x-a=0 \quad \text{ハ}$$

a ノ如何ナル實數値ニ

對シテモ實根ヲ有スル

コトヲ證セヨ.

$$(11) \quad \text{次ノ方程式ノ一}$$

根ガ他ノ根ノ2倍デア

ル條件ヲ求メヨ.

$$px^2+qx+r=0$$

$$(12) \quad a, b \text{ ガ實數ノトキ}$$

次ノ二方程式ノ中ノ一

ツガ實根ヲ有スルナラ

バ他ハ虚根ヲ有スルコ

トヲ證セヨ.

$$16a^2x^2-8a^2x+b^2=0$$

$$4a^2x^2+4b^2x+b^2=0$$

$$(13) \quad x^2+(a-3)x+1=0$$

ハ a ガ1ト5トノ間ニ

ナイ實數ナラバ實根ヲ

有スルコトヲ證セヨ.

14 $(x+b)(x+c)+(x+c)(x+a)+(x+a)(x+b)=0$ ガ等根ヲ有スルトキハ $a=b=c$ ヲ證セヨ.

(14) $x^2+px+q=0$ ガ等根ヲ有スルナラバソノ根ハ $ax^2+p(a+b)x+q(a+2b)=0$ ノ一根ト等シイコトヲ證シ、他ノ根ヲ求メヨ.

15 方程式

$$x^2+a^2=8x+6a$$

ガ實根ヲ有スルナラバ $a > 8$ デ且 $a < -2$ デアルコトヲ證セヨ.

16 方程式 $x^2-px+q=0$

ノ二根ヲ相等シイ數ダケ増シタ二根ヲ有スル方程式ヲ $x^2+mx-m^2=0$ トスレバ $5m^2=p^2-4q$

17 $px^2+qx+r=0$ ノ

一ノ根ガ $rx^2+qx+p=0$ ノ一ノ根ノ2倍ナラバ $r=2p$ カ $2p+r=\pm q\sqrt{2}$ カデアアルコトヲ證セヨ.

(15) a, b ヲ $x^2+px+q=0$

ノ二根トシ、 $a > c > b$ ナラバ c^2+cp+q ハ負數デアアルコトヲ證セヨ.

(16) $x^2+px+q=0$ ト

$x^2+rx+s=0$ トガ共通根ヲ有スルトキ、他ノ共通デナイ二根ヲ持つ方程式ヲ作レ.

(17) $5x^2+ax+7=0$ ト

$7x^2+ax+5=0$ トガ共通根ヲ有スルトキハ a ノ値如何.

18 方程式 $ax^2+bx+c=0$

ノ二根ノ和ヲ S_1 , 平方ノ和ヲ S_2 , 立方ノ和ヲ S_3 トスレバ次ノ關係式ノ成立ツコトヲ證セヨ.

$$aS_3+bS_2+cS_1=0$$

19 聯立方程式

$$\begin{cases} x+y=b \\ 2x^2+3y^2=a \end{cases}$$

ヲ満足スル二組ノ根ヲ夫々 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ トスルトキ

$$x_1+x_2=6, \quad y_1y_2=3$$

トナルヤウニ a, b ノ値ヲ定メヨ.

20 有理數ヲ係數トスル二次方程式ノ一ノ根ガ $1+\sqrt{2}$ デアルトキ其ノ方程式ヲ求メヨ.

注意 他ノ一ノ根ハ $1-\sqrt{2}$

(18) x, y ガ共ニ實數デ

$$\left(x^2+\frac{1}{y^2}-a\right)^2+\left(x+\frac{1}{y}-b\right)^2$$

$$=0 \quad \text{ヲ満足スルモノ}$$

トスル. コノトキ實常數 a, b ガ満足セネバナラナイ條件ヲ求メ、ソノ求メ得タ條件ノモトニ x, y ノ値ヲ求メヨ.

(19) 聯立方程式

$$\begin{cases} Ax^2+By^2=1 \\ y=mx+b \end{cases}$$

ノ二組ノ根ヲ $x_1, y_1;$

x_2, y_2 トスルトキ積 x_1x_2

及ビ y_1y_2 ヲ A, B, m, b デ

表セ.

(20) $-3, -1+\sqrt{2},$

$-1-\sqrt{2}$ ヲ三根トス

ル一元三次方程式ノ一

次ノ項ノ係數ヲ求メヨ.

58. 未定係數法

例 $x^4-4x^3+10x^2-12x+9$ ノ平方根ヲ求メヨ.

解 與式ハ x ニ關スル四次式デアルカラソノ平方根ガ求メラレルナラバ,ソレハ x ニ關スル二次ノ式デアツテ,ソノ最高次ノ項ハ $(+x^2)$ カ $(-x^2)$ デアル. ソレ故求メル式ヲ假ニ x^2+bx+c 又ハ $-x^2+bx+c$ ト置イテ未定ノ係數 b, c ヲ求メラバヨイ.

x^2+bx+c ヲトリ之ヲ二乗スレバ

$$x^4+2bx^3+(b^2+2c)x^2+2bcx+c^2 \text{ デアツテ}$$

之ハ $x^4-4x^3+10x^2-12x+9$ ト同一デナクテハナラナイ.

$$\text{故ニ } x^3 \text{ ノ係數 } 2b=-4 \dots\dots\dots b=-2$$

$$x^2 \text{ ノ係數 } b^2+2c=10 \dots\dots\dots c=3$$

$$x \text{ ノ係數 } 2bc=-12$$

$$\text{既知項 } c^2=9$$

$$\text{即チ } x^2+bx+c=x^2-2x+3$$

$$\text{同様ニシテ } -x^2+bx+c=-x^2+2x-3$$

$$\text{故ニ } x^4-4x^3+10x^2-12x+9=\{\pm(x^2-2x+3)\}^2$$

$$\text{答 } \underline{\pm(x^2-2x+3)}$$

$$28 \quad x^4+6x^3+7x^2-6x+1$$

ノ平方根ヲ求メヨ.

$$29 \quad x^4+6x^3+7x^2+ax+b$$

ガ完全平方式トナルヤ

ウ $= a, b$ ノ値ヲ定メヨ.

$$30 \quad x^3+2x^2+cx+1 \text{ ガ}$$

x^2+ax+1 デ割り切レ

ルヤウ $= a, c$ ヲ定メヨ.

$$31 \quad \frac{3x^2-8x-4}{x(x-1)(x+2)} \text{ ヲ}$$

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2} =$$

改メタトキノ A, B, C ノ

値如何.

$$\text{注意 } \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2}$$

ヲ通分シタトキノ分子

ガ原分數式ノ分子ト同

一ノ式デアルベキコト

カラ, A, B, C ヲ求メヨ.

$$(28) \quad x^4-2x^3+5x^2-4x+4$$

ノ平方根ヲ求メヨ.

$$(29) \quad x^4+2x^3+mx^2+x+n$$

ガ完全平方式トナルヤ

ウ $= m, n$ ノ値ヲ定メヨ.

$$(30) \quad x^3+x^2+2x+2 \text{ ガ}$$

x^2+px+q デ割り切レ

ルヤウ $= p, q$ ヲ定メヨ.

$$(31) \quad (-) \frac{x^2+2}{x(x+1)(x-2)} \text{ ヲ}$$

$$\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2} =$$

$=$ 改メタトキノ A, B, C

ノ値ヲ求メヨ.

$$(二) \quad \frac{x+5}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$= \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$$

$=$ 於テ A, B, C ヲ決定セ

ヨ.

59. 倍数・約数

32 列数字ノ数ノ和ガ
9デ整除サレル整数ハ
9デ割り切レルコトヲ
證セヨ.

33 ニツノ任意ノ奇数
ノ平方ノ差ハ8デ割り
切レルコトガ出来ルコト
ヲ證セヨ.

34 $ab47c$ ヲ五桁ノ整
数ヲ表ハストシ, a, b, c
ハ夫々ソノ桁ノ数字ヲ
表ハストスル.

此ノ如キ五桁ノ整数ガ
792デ割り切レルトイ
フ. ソノ数如何.

35 平方ノ差ガ120デ
アルニツノ正ノ整数ノ
組ヲ悉ク求メヨ.

(32) 整数ノ奇数桁目ノ
数字ノ数ノ和ト偶数桁
目ノ数字ノ数ノ和トノ
差ガ0又ハ11ノ倍数デ
アルトキハソノ整数ハ
11デ割り切レルコトヲ
證セヨ.

(33) n ガ奇数ナラバ
 n^3+20n ハ48デ割り切
レルコトヲ證セヨ.

(34) 2, 3, 4, 5, 7ヲ並ベテ
五桁ノ整数ヲ作り, 132
デ割り切レルヤウニセ
ヨ.

(35) 積ガ540デ1以外
ノ公約数ヲ有スル正ノ
二整数ノ組ヲ悉ク求メ
ヨ.

36 次ノ四式ノL.C.M.
ヲ求メヨ.

$$x^4+x,$$

$$x^4+x^2,$$

$$x^3-x^2,$$

$$x^3+x^2+x$$

37 $4x^4+px^3+qx^2-9x+18$
ガ x^2-5x+6 デ割り切
レルヤウニ p, q ノ値ヲ
定メヨ.

38 次ノ二式ガ x ノ一
次ノ最大公約数ヲ有ス
ルトキ p, q ノ關係如何.

$$x^3+px^2+qx+1$$

$$x^3+qx^2+px+1$$

39 或ルニツノ三次式
ト $2x^2-11x+5$ トノL.C.M.
ガ $2x^4-15x^3+33x^2-43x+15$
ノトキ, 其ノニツノ三次
式ヲ求メヨ.

(35) 次ノ三式ノ最大公
約数ヲ求メヨ.

$$x^3+6x^2+9x+4,$$

$$x^4+9x^3+28x^2+36x+16,$$

$$x^4+8x^3+21x^2+22x+8$$

(37) $\frac{x^5+ax^4+b}{2x^2-3x+1}$ ガ整式
ニナルヤウニ a, b ノ値
ヲ定メヨ.

(38) 次ノ三方程式ガ共
通根ヲ有スルヤウニ $p,$
 q ノ値ヲ定メヨ.

$$2x^3-5x^2-28x+15=0$$

$$3x^3-4x^2-49x-30=0$$

$$x^3-3x^2+px+q=0$$

(39) 二式ノG.C.M.ハ
 x^2+2x-1 デ, L.C.M.ハ
 $3x^4-13x^3-55x^2-9x+14$
デアルトキ, 二式ハ如何.

60. 式ノ變化

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ. 40—(42)

$$\begin{array}{l|l} 40 & x^3+4x^2+x-6 \\ 41 & 2x^3-5x^2-4x+3 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} (40) \quad x^3+9x^2+23x+15 \\ (41) \quad x^4+4x^3-6x^2-4x+5 \end{array} \right.$$

$$42 \quad a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b) \\ (42) \quad a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc$$

$$43 \quad (a^2+b^2)(x^2+y^2) \quad \text{ヲ} \quad \left| \quad (43) \quad (a^2-b^2)(x^2-y^2) \quad \text{ヲ} \right. \\ \text{二ツノ平方式ノ和ニ改} \quad \left| \quad \text{二ツノ平方式ノ和ニ改} \right. \\ \text{メヨ.} \quad \left| \quad \text{メヨ.} \right.$$

$$44 \quad (a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)-(ax+by+cz)^2 \quad \text{ヲ三ツノ平} \\ \text{方式ノ和ニ改メヨ.}$$

$$(44) \quad 2(x-y)(x-z)+2(y-z)(y-x)+2(z-x)(z-y)$$

ヲ三ツノ平方式ノ和ニ改メヨ.

$$45 \quad 3a^2(c-b)+3b^2(a-c)+3c^2(b-a) \quad \text{ハ三ツノ立方式ノ} \\ \text{和ニ等シイコトヲ示セ.}$$

$$(45) \quad 3(b-c)(c-a)(a-b) \quad \text{ヲ三ツノ立方式ノ和ニ} \\ \text{改メヨ.}$$

$$46 \quad a+b+c=0 \quad \text{ナラバ} \quad \left| \quad (46) \quad a+b+c=0 \quad \text{ナラバ} \right. \\ a^3+b^3+c^3=3abc \quad \left| \quad (b+c)(c+a)(a+b)+abc=0 \right.$$

$$47 \quad a+b+c+d=0 \quad \text{ナラ} \\ \text{バ} \quad (a+b)(a+c)(a+d) \\ = (d+c)(b+d)(b+a)$$

$$48 \quad x, y, z, a, b, c \quad \text{ガ實} \\ \text{數デ} \\ x^2+y^2+z^2+a^2+b^2+c^2 \\ = 2(ax+by+cz)$$

ナラバ $x=a, y=b, z=c$ \\ ヲ證セヨ.

$$49 \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \quad \text{ナラバ}$$

$$(ac+ce+ea)^2(b^2+d^2+f^2) = (bc+de+fa)^2(a^2+c^2+e^2)$$

ヲ證セヨ.

$$(49) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \quad \text{ナラバ} \quad \left(\frac{a^3+c^3}{b^3+d^3} \right)^2 = \frac{e^6}{f^6} \quad \text{ヲ證セヨ.}$$

$$50 \quad a, b, c, d \quad \text{ガ連比例ヲ} \\ \text{ナストキハ}$$

$$\frac{a^3+b^3}{b^3+c^3} = \frac{b^3+c^3}{c^3+d^3}$$

ヲ證セヨ.

$$(47) \quad 2s = a+b+c \quad \text{ナラバ} \\ s^3 - 3abc$$

$$= (s-a)^3 + (s-b)^3 + (s-c)^3$$

$$(48) \quad x, y, z, a, b, c \quad \text{ガ實} \\ \text{數デ} \quad (a+b+c)^2$$

$$= 3(bc+ca+ab-x^2-y^2-z^2)$$

ナラバ $a=b=c$ デ

$$x=y=z=0$$

デアルコトヲ證セヨ.

$$(50) \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \text{ナラバ}$$

$$a+2b+c = \frac{(b+c)^2}{c} \quad \text{及ビ}$$

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{a^3+b^3+c^3}{a^2b^2c^2}$$

ヲ證セヨ.

$$51 \quad \frac{\sqrt{a^{-\frac{5}{3}}b^3c^{-\frac{2}{3}}}}{\sqrt[3]{a^2b^4c^{-1}}}$$

ヲ簡單ニセヨ。

$$52 \quad a^b = b^a \text{ ナラバ}$$

$$(ab^{-1})^{\frac{a}{b}} = a^{\frac{a}{b}-1} \text{ デアツ}$$

テ, $a=2b$ トスレバ $b=2$

デアルコトヲ證セヨ。

$$53 \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ナラバ}$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{a^{-2}+b^{-2}+c^{-2}+d^{-2}} = abcd$$

ヲ證セヨ。

$$54 \quad a, b, c, d \text{ ガ連比例}$$

ヲナストキハ

$$\begin{aligned} (a^2+b^2+c^2)(b^2+c^2+d^2) \\ = (ab+bc+cd)^2 \end{aligned}$$

$$55 \quad x = \sqrt[3]{(a+\sqrt{a^2+b^2})} + \sqrt[3]{(a-\sqrt{a^2+b^2})} \text{ ナラバ}$$

$$x^3 + 3bx - 2a = 0$$

デアルコトヲ證セヨ。

$$(51) \quad \left[a^{-\frac{1}{2}} \{ a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{2}} (a^2 b^3)^{-\frac{2}{3}} \}^{\frac{1}{2}} \right]^6$$

ヲ簡單ニセヨ。

$$(52) \quad \text{次ノ式ヲ負ノ指數}$$

ヲ含マナイ出來ルダケ

簡單ナ式ニ改メヨ。

$$\frac{b^{-1}c^{-1}}{a^{-1}} - \frac{a^{-1}(b^{-1}+c^{-1})}{a^2(b+c)} + \frac{b+c}{b^{-1}+c^{-1}}$$

$$(53) \quad \frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b} \text{ ナラ}$$

$$\text{バ } x+y = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})$$

ヲ證セヨ。

$$(54) \quad x, y, z \text{ ガ } a, b, c =$$

比例スルトキハ

$$\frac{x^3}{a^2} + \frac{y^3}{b^2} + \frac{z^3}{c^2} = \frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^2}$$

$$(55) \quad \text{問題 55} = \text{於テ,}$$

$$a = -\frac{q}{2}, \quad b = \frac{p}{3} \text{ ナラバ如何.}$$

$$56 \quad x = \frac{1}{2} \left(u - \frac{1}{u} \right),$$

$$y = \frac{1}{2} \left(u + \frac{1}{u} \right) \text{ ナラバ}$$

$$\sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2-1} = u$$

トナルコトヲ證セヨ。

$$(56) \quad y = \frac{e-1}{x},$$

$$z = y+1 \text{ ナラバ}$$

$$(x-1)(z-1) = e-z$$

トナルコトヲ證セヨ。

$$57 \quad 6x^2 - xy - 2y^2 + 5x + 13y + \lambda \text{ ヲ } x, y \text{ ヲ含ム二ツノ}$$

一次式ノ積ニ分解シ得ルヤウニ λ ノ値ヲ定メヨ。

$$(57) \quad x^2 + y^2 - 1 + k(x^2 + 2axy - y^2) \text{ ガ } x, y \text{ ヲ含ム二ツ}$$

ノ一次式ノ積ニ分解セラレルタメニハ a ト k トノ間

ニ如何ナル關係ガアルベキカ。

$$58 \quad \frac{p}{x^2-yz} = \frac{q}{y^2-zx} = \frac{r}{z^2-xy}$$

$= 1$ ノトキハ

$$px + qy + rz$$

$$= (x+y+z)(p+q+r)$$

デアルコトヲ證セヨ。

$$\text{注意 } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2 - xy$$

$$- yz - zx)$$

$$(58) \quad \frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n},$$

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1,$$

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

ノトキハ

$$(al^2 + bm^2 + cn^2)(x^2 + y^2 + z^2)$$

$= 1$ ヲ證セヨ。

$$\text{注意 } \frac{x^2}{l^2} = \frac{y^2}{m^2} = \frac{z^2}{n^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2}{l^2 + m^2 + n^2} = \frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{al^2 + bm^2 + cn^2}$$

61. 級 數

59 p と np とノ間ニ在ルスベテノ p ノ倍數ノ和ヲ求メヨ. 但シ n ハ正ノ整數デアアル.

60 等比級數ノ第2項, 第31項, 末項ガ夫々 $7\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $-6\frac{1}{2}$ デアル. 初項並ビニ項數ヲ求メヨ.

61 項數ガ奇數デアアル A.P. ニ於テ奇數番目ノ項ノ和ハ50デ, 偶數番目ノ項ノ和ハ40デアルトキ, 其ノ項數及ビ中央ノ項ノ値如何.

62 ニツノ級數ノ n 項ノ和ノ比ガ $(7n+1):(4n+27)$ ノトキ 第11項ノ比ヲ求メヨ.

(59) 等差級數ノ第 p 項ガ $\frac{1}{4}(3p+2)$ デアルトキ, 初メカラ第19項マデノ和ヲ求メヨ.

(60) 等差級數ノ第8項ト第4項トノ和ハ24, 第15項ト第19項トノ和ハ68デアアル. 級數如何.

(61) 99項カラナツテキル等差級數ガアル. 初メノ9項ノ和ハ45デ, 終リノ9項ノ和ハ450デアアル. 中央ノ9項ノ和ヲ求メヨ.

(62) $(2n+1)$ 項カラナル A.P. ニ於テハ奇數項ノ和ト偶數項ノ和トノ比ハ $\frac{n+1}{n}$ デアルコトヲ證セヨ.

63 次ノヤウニ自然數ノ列ヲ區分シタトキ, 第 k 番目ノ群ノ總和ヲ求メヨ.

1, | 2, 3, | 4, 5, 6, | 7, 8, 9, 10 | ……………

(63) 問題63ニ於テ, 數列ガ1カラ始マル奇數列ナラバ如何.

64 $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ ガ等差級數デアロナラバ a^2, b^2, c^2 モ亦 A.P. デアル.

65 等差級數ノ第 p 項, 第 q 項, 第 r 項ヲ夫々 a, b, c デ表ハスト $(q-r)a + (r-p)b + (p-q)c = 0$

66 各桁ノ數字ノ數ガ等差級數ヲシテキル三桁ノ整數ガアル. 此ノ數ニ396ヲ加ヘルト數字ノ順序ガ逆トナリ, 又ソノ數ヲ列數字ノ和デ割ルト26トナルトイフ. 如何ナル數カ.

(64) S_n ヲ A.P. ノ n 項ノ和ヲ表ハストシ, $S_1=6$, $S_7=105$ ナラバ

$$\frac{S_n}{S_{n-3}} = \frac{n+3}{n-3}$$

(65) 等差級數ノ p 項ノ和ガ q 項ノ和ニ等シイ時ハ $(p+q)$ 項ノ和ハ0ニ等シイコトヲ證セヨ.

(66) 直徑10 cmノ軸ニ直徑4 mmノ銅線ヲ100卷ニシテ25重捲キ付ケルニハ何程ノ長サノ銅線ガイルカ.

67 第 p 項ガ 2^{p+3} デアル級數ノ第 n 項マデノ和ヲ求メヨ.

注意 $p=1$ トスレバ初項ガ出ル.

68 n 項ノ和ガ $3^n - 1$ デアル級數ハ如何ナル級數カ.

69 G.P. ノ n 項ノ積ヲ p , ソノ和ヲ s , ソノ各項ノ逆數ノ和ヲ s' トスレバ $p^2 = \left(\frac{s}{s'}\right)^n$ ヲ證セヨ.

70 x ノ絶對値ガ 1 ヲリ小サイトキ次ノ無限級數ノ和ヲ求メヨ.

$$1+3x+5x^2+7x^3+\dots$$

注意 與式ヲ s トシ, $s-sx$ ヲ作ツテ見ヨ.

(67) 第 p 項ガ $2^p + 3$ デアル級數ノ第 n 項マデノ和ヲ求メヨ.

(68) 第 n 項ガ $2^{2n} - 2n$ デアル級數ノ第 n 項マデノ和ヲ求メヨ.

(69) S_n, S_{2n}, S_{3n} ヲ夫々 G.P. ノ第 n 項, 第 $2n$ 項, 第 $3n$ 項ノ和トスレバ

$$S_n^2 + S_{2n}^2 = S_n(S_{2n} + S_{3n})$$

(70) x ノ絶對値ガ 1 ヲリ小サイトキ次ノ無限級數ノ和ヲ求メヨ.

$$1+3x+6x^2+10x^3+\dots$$

注意 各項ノ係數ハソノ項ノ前ニ在ル項ノ係數ノ和デアル.

71 無限等比級數ガアル. ソノ和ハ $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ デアツテ, 初項, 第 3 項, 第 4 項ハ等差級數ヲシテキルトイフ. ドンナ級數カ.

72 a, b, c ガ G.P. ヲナシ, $a^x = b^y = c^z$ ナラバ

x, y, z ハ調和級數ヲナスコトヲ證セヨ.

(72) P, Q, R ヲ調和級數ノ第 p 項, 第 q 項, 第 r 項トスレバ

$$(p-q)PQ + (q-r)QR + (r-p)RP = 0 \quad \text{ヲ證セヨ.}$$

注意 $P = \frac{1}{a+(p-1)d}, Q = \frac{1}{a+(q-1)d}$ トスレバ

$$P - Q = (p-q)PQd$$

73 a, b, c ガ調和級數ヲナストキハ次ノ三式モ調和級數ヲナスコトヲ證セヨ.

$$\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$$

(71) 一ツノ無限等比級數ガアル. ソノ和ハ 2 デアル. 又コノ級數ノ各項ヲ二乗シテ出來ル無限級數ノ和ハ $\frac{4}{3}$ デアル. 然ラバ最初ノ級數ノ各項ヲ三乗シテ出來ル級數ノ和ハ如何.

(73) a, b, c, d ガ調和級數ヲナストキハ次式ノ成立スルコトヲ證セヨ.

$$ab + bc + cd = 3ad$$

62. 應用問題

74 100 m ノ競走ニ於テ乙ハ甲ニ a m 負ケ、丙ハ乙ニ b m 負ケタトスレバ、甲丙ガ此ノ割ニ走ルトキ丙ハ甲ニ何 m 負ケルコトニナルカ。

75 茲ニ 15 l ノ酒ヲ入レタ甲樽ト 15 l ノ水ヲ入レタ乙樽トガアル。今甲樽カラ若干 l 汲ミ出シテ之ヲ甲樽ニ移シ、更ニ甲樽カラ同量ヲ汲ミ出シテ之ヲ乙樽ニ移シタノニ、乙樽内ノ酒ト水トノ比ハ $3:5$ トナツタトイフ。毎回幾 l 宛汲出シタカ。

(74) 甲時計ハ23時間ニ6分進ミ、乙時計ハ20時間ニ3分後レル。此ノ兩時計ヲ或ル日ノ正午ニ正時ニ合ハセテ置ケバ、甲ガ翌日ノ午前10時ヲ指ストキ乙ハ何時ヲ指スカ。

(75) 砲銅ハ銅90%、錫10%ノ合金デ反射鏡金ハ銅67%、錫33%ノ合金デアアル。砲銅 4 kg ト反射鏡金若干トヲ融合シテ銅ヲ錫ノ4倍トスルニハ反射鏡金幾 kg ヲトルベキカ。

76 井戸水ヲ數臺ノ「ポンプ」デ汲ムニ、3臺デハ9時間カカリ、4臺デハ6時間カカル。然ラバ6臺デハ幾時間カカルカ。但シ井戸ニハ初メニ一定量ノ水ガアツテ、之ヲ汲ミ出スニ從ツテ毎時一定量ノ水ガ湧出スルモノトスル。

注意 「ポンプ」一臺ガ一時間ニ汲出ス水ノ量ヲ x l、井戸ノ水ノ量ヲ y l、毎時ノ湧出量ヲ z l トスレバ $3 \times 9x = y + 9z$

77 一邊ノ長サ 10 cm ノ正方形 $ABCD$ ニ内接シ一頂點ハ A ト重ナリ、他ノ二頂點 E, F ガ BC, CD 上ニアル正三角形ノ面積ヲ求メヨ。

(76) 絶エズ一樣ニ水ノ流入シツツアル水槽ガアル。2臺ノ「ポンプ」ヲ用ヒテ t 時間排水シタノニ水ハ排水開始時ノ量ノ $\frac{3}{4}$ トナリ、其ノ時「ポンプ」2臺ヲ増シテ $\frac{t}{2}$ 時間排水シタノニ水量ハ $\frac{3}{8}$ トナツタ。然ラバ $\frac{t}{3}$ 時間以内ニ水槽ヲ空虚ニスルニハ「ポンプ」ヲ幾臺増スベキカ。

(77) 一邊ガ a cm ノ正方形ニ内接スル圓ガアル。ソノ二邊ニ切シ、且此ノ圓ニ外切スル小圓ノ半径ヲ求メヨ。

78 梯形ノ兩底ノ長サガ 9 cm ト 13 cm トデア
ル. 底 = 平行 = 引イテ
梯形ノ面積ヲ二等分ス
ル直線ノ平行デナイ二
邊ノ間 = 在ル部分ノ長
サヲ求メヨ.

79 甲列車ガ B 驛 = 向
ツテ A 驛ヲ發シタト同
時 = 乙列車ハ A 驛 = 向
ツテ B 驛ヲ發シタ. 兩
列車ハ出發後 3 分デ出
會ヒ, 甲列車ハ乙列車ヨ
リ 1 分 6 秒早ク着イタ.
 A, B 兩驛間ノ距離ガ
 6.6 km デアルトスルト
兩列車ノ速サヲ求メヨ.

注意 甲, 乙二列車ノ速

サヲ毎分 $x\text{ km}$, $y\text{ km}$ トスレバ

$$\frac{6.6}{x+y} = 3, \quad \frac{3x}{y} - \frac{3y}{x} = 1\frac{6}{60}$$

(78) 高サ h ノ三角形ノ
底邊上 = 一邊ヲ置キ他
ノ二頂點ガ夫々三角形
ノ二邊ノ上 = 在ツテ面
積ガソノ三角形ノ $\frac{1}{2}$ ノ
矩形ヲ作ルトキハ, ソノ
高サ如何.

(79) A ガ乙地 = 向ヒ甲
地ヲ出發シタ後一時間
半ヲ經テ B ハ乙地ヲ出
發シテ甲地 = 向ツタ.
 B ノ出發後 2 時間 40 分
タツテ兩者ガ途中デ出
會ヒ, 各, ソノ目的地 = ハ
兩者ガ同時 = 到着シタ.
兩地間ヲ行ク = 兩者ガ
要シタ時間ハ各幾許宛
デアツタカ.

80 A 船ハ甲港ヲ出帆
シテ乙港 = 向ヒ, B 船ハ
乙港ヲ出帆シテ甲港 =
向ヒ午前 10 時 = 途中デ
出會フベキ豫定デアツ
タガ, A 船ハ出帆後 15 分
間停止シタ後續航シ, B
船ハ 4 分間後レテ出帆
シタタメ午前 10 時 9 分
= 出會フ = 至ツタ. 而
シテ A 船ノ速サハ毎時
 10 海里デアルトイフ.
 B 船ノ速サハ毎時何海
里デアルカ.

注意 (1) A, B 兩汽船ガ
共 = 4 分後レテ出發シ
タモノトスレバ 10 時 4
分 = 出會フベキデアル.

故 = 10 時 9 分マデノ 5 分間 = 於ケル A, B 兩船ノ行
程ヲ考ヘヨ.

(80) 或ル人ガ停車場カ
ラ出迎ヘノ自動車デ歸
宅スル豫定デアツタノ
= 汽車ガ 20 分延着シ, 且
自動車ガ見當ラナカツ
タタメ徒歩デ家路ヲ急
ギ, 家ヨリ 4 km 手前デ停
車場 = 向フ自動車 = 會
ヒ, ソレ = 乗ツテ豫定ヨ
リ 1 時間 10 分後レテ歸
宅シタ. 自動車ハ 1 時
間 30 分後レテ着ク汽車
= 間 = 合フヤウ出迎ヘ
= 行ク途中デアツタト
イフ. ソノ人ノ速サ毎
時 4 km トスレバ停車場
ト家トノ距離ヲ求メヨ.

注意 (2) 又甲乙兩港ノ距離ヲ a 哩, B 船ハ毎時 x 哩, 進ミ, 兩船ノ出發後 y 時間デ出會フトスレバ

$$\frac{a}{10+x} = y, 10\left(y + \frac{9}{60} - \frac{15}{60}\right) + x\left(y + \frac{9}{60} - \frac{4}{60}\right) = a$$

カラ x ヲ求メヨ.

81 或ル範圍内ニ於テ
ハ一國ノ戰鬥力ハ陸軍
ノ兵員數ト海軍ノ軍艦
ノ排水噸數トノ二乗ト
空軍ノ飛行機ノ數ノ二
乗トノ三ツノ積ニ正比
例スルモノト假定スル.
然ルトキハ某國ニ於テ
陸軍ノ兵員數ヲ平時ノ
 $\frac{2}{3}$ ダケ増シ, 軍艦ノ排水
噸數ヲ平時ノ $\frac{1}{4}$ 増シ, 更
ニ飛行機若干數ヲ新造
シテ平時ノ戰鬥力ノ 8
倍ヲ得ヨウトスル.

新造スベキ飛行機數ハ何程カ. 但シ平時ノ飛行機總
數ハ 300 臺トシ, 此ノ計算ハ悉ク上述ノ假定ガ成立ス
ル範圍内ニアルモノトスル.

(81) 或ル機關車ノ速サ
ハ貨車ヲ連結シナイト
キハ毎時 58 km デ, 貨車ヲ
連結スルトキハ其ノ貨
車ノ平方根ニ比例シテ
其ノ速サヲ減ズル. 今
貨車 4 臺ヲ連結スルト
キハ其ノ速サ毎時 52 km
デアルトイフ. モシ毎
時 45 km 以上ノ速サヲ
保タシメルトキ牽引シ
得ル貨車ノ最大數ヲ求
メヨ.

82 水上ニ直立セシメ
タ毛細管ニ上昇スル水
柱ノ高サハソノ管ノ半
徑ニ反比例スル. 今半
徑ガ等比級數的ニ順次
ニ 1 割ヲ減ズル一列ノ
毛細管ガアル. 最モ太
イ管ノ半徑ハ 0.1 cm デ
水柱ノ高サハ 1.5 cm デア
ル. n 本ノ毛細管ヲ直
立セシメタトキ吸ヒ上
ゲル水ノ總容量及ビ管
數ヲ無限ニ増加シタト
キ吸ヒ上ゲル水ノ總容
量ノ極限ヲ求メヨ.

83 半徑 50 cm ノ 3 本ノ
圓柱ヲ針金デ結束スル
ニハ一廻リニ幾許ノ長
サノ針金ヲ要スルカ.
耗マデ計算セヨ.

(82) A, B 二個ノ電燈ガ
アル. A ノ光度ハ 45 燭
光, B ノ光度ハ 20 燭光デ,
 AB ノ距離ハ 3 m デアル.
今 AB 線上 A カラ如何程
離レタ處ニ衝立ヲ立テ
ルト, 此ノ衝立ニ A, B カ
ラ受ケル光ノ強サガ等
シイカ. 但シ衝立ニ受
ケル光ノ強サハ光源ノ
光度ニ正比例シ, 光源ト
衝立トノ距離ノ二乗ニ
反比例スル.

(83) 一ツノ圓ノ二ツノ
平行弦ノ長サガ 4 cm ト
6 cm デアツテソノ距離
ガ 2 cm デアル. ソノ圓
ノ半徑及ビ中心トソレ
ラノ弦トノ距離ヲ求メ
ヨ.

84 甲列車ハ正東ニ向ヒ、乙列車ハ正南ニ向ツテ進行シ、甲乙ノ速サハ共ニ一定デ、ソノ比ハ2:3デアアル。兩列車間ノ距離ハ或ル時ハ48kmデアツタガ、ソレヨリ1時間後ニハ32kmトナリ、更ニ1時間後ニハ80kmトナツタトイフ。各列車ノ速サハ毎時何kmカ。

注意 甲列車ノ速サヲ毎時 $2s$ km トスレバ乙列車ノ速サハ毎時 $3s$ kmデアアル。甲乙二列車ノ距離ガ48kmノトキ線路ノ交叉點カラ x km, y kmノ距離ニ在ルトスレバ1時間後ニハ

$$(x-2s)^2 + (y-3s)^2 = 32^2$$

(84) 東西ニ通ズル道路ト南北ニ通ズル道路トガアル。甲自動車ハ前者ヲ西カラ東ヘ毎時36kmノ速サデ進ミ、乙自動車ハ後者ヲ南カラ北ヘ毎時28kmノ速サデ進ミツツアル。本日ノ午後1時ニ甲自動車ガ兩路ノ交叉點ヲ通過シタ後5時間デ乙自動車モ此ノ點ヲ通過シタモノトスル。兩自動車ノ距離ガ420kmデアアル時刻ヲ求メヨ。

注意 乙自動車ガ交叉點ニ來タ時カラ、兩自動車ノ距離ガ420kmトナルマデノ時間ヲ未知數ニトレ。

63. 一般ノ指數及對數

85 $\log \sqrt[4]{729} \sqrt[3]{9^{-1}} \times 27^{-\frac{1}{3}}$
ヲ簡單ニセヨ。

86 $3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times \dots$
ガ丁度 10^9 ヲ超過シ得ルタメニハ3ノ何乗冪マデ採ルベキカ。
但シ $\log 3 = 0.47712$

87 $x = \log_a bc,$
 $y = \log_b ca,$
 $z = \log_c ab$ ノトキ
 $xyz = x + y + z + 2$
ヲ證セヨ。

88 $\log \frac{75}{16} - 2 \log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243}$
 $= \log 2$ ヲ證セヨ。

89 $\log_{10} 2 = 0.30103$ ヲ知ツテ $\log_{25} 200$ ノ値ヲ求メヨ。

(85)
 $\log_{10} (1/\sqrt{3+\sqrt{5}} + 1/\sqrt{3-\sqrt{5}})^{-\frac{1}{3}}$
ノ値ヲ求メヨ。

(86) $(\frac{5}{6})^{1000}$ ニ於ケル小數點ト最初ノ有効數字トノ間ニ在ル零ノ數ハ何程カ。但シ

$$\log 2 = 0.30103,$$

$$\log 3 = 0.47712$$

(87) $x^y = y^x, x^a = y^b$
ノトキ x, y ヲ a, b デ表ハセ。但シ, x, y, a, b ハ正數トスル。

(88) $\log(9^2 - 3^2)$
 $-(\log 9^2 - \log 3^2) = \log 8$
ヲ證セヨ。

(89) $\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_a c = 1$
ヲ證セヨ。

平方、立方、平方根、立方根ノ表

數	平方	立方	平方根	立方根	數	平方	立方	平方根	立方根
1	1	1	1.000	1.000	51	2,601	132,651	7.141	3.708
2	4	8	1.414	1.259	52	2,704	140,608	7.211	3.732
3	9	27	1.732	1.442	53	2,809	148,877	7.280	3.756
4	16	64	2.000	1.587	54	2,916	157,464	7.348	3.779
5	25	125	2.236	1.709	55	3,025	166,375	7.416	3.802
6	36	216	2.449	1.817	56	3,136	175,616	7.483	3.825
7	49	343	2.645	1.912	57	3,249	185,193	7.549	3.848
8	64	512	2.828	2.000	58	3,364	195,112	7.615	3.870
9	81	729	3.000	2.080	59	3,481	205,379	7.681	3.892
10	100	1,000	3.162	2.154	60	3,600	216,000	7.745	3.914
11	121	1,331	3.316	2.223	61	3,721	226,981	7.810	3.936
12	144	1,728	3.464	2.289	62	3,844	238,328	7.874	3.957
13	169	2,197	3.605	2.351	63	3,969	250,047	7.937	3.979
14	196	2,744	3.741	2.410	64	4,096	262,144	8.000	4.000
15	225	3,375	3.872	2.466	65	4,225	274,625	8.062	4.020
16	256	4,096	4.000	2.519	66	4,356	287,496	8.124	4.041
17	289	4,913	4.123	2.571	67	4,489	300,763	8.185	4.061
18	324	5,832	4.242	2.620	68	4,624	314,432	8.246	4.081
19	361	6,859	4.358	2.668	69	4,761	328,509	8.306	4.101
20	400	8,000	4.472	2.714	70	4,900	343,000	8.366	4.121
21	441	9,261	4.582	2.758	71	5,041	357,911	8.426	4.140
22	484	10,648	4.690	2.802	72	5,184	373,248	8.485	4.160
23	529	12,167	4.795	2.843	73	5,329	389,017	8.544	4.179
24	576	13,824	4.898	2.884	74	5,476	405,224	8.602	4.198
25	625	15,625	5.000	2.924	75	5,625	421,875	8.660	4.217
26	676	17,576	5.099	2.962	76	5,776	438,976	8.717	4.235
27	729	19,683	5.196	3.000	77	5,929	456,533	8.774	4.254
28	784	21,952	5.291	3.036	78	6,084	474,552	8.831	4.272
29	841	24,389	5.385	3.072	79	6,241	493,039	8.888	4.290
30	900	27,000	5.477	3.107	80	6,400	512,000	8.944	4.308
31	961	29,791	5.567	3.141	81	6,561	531,441	9.000	4.326
32	1,024	32,768	5.656	3.174	82	6,724	551,368	9.055	4.344
33	1,089	35,937	5.744	3.207	83	6,889	571,787	9.110	4.362
34	1,156	39,304	5.830	3.239	84	7,056	592,704	9.165	4.379
35	1,225	42,875	5.916	3.271	85	7,225	614,125	9.219	4.396
36	1,296	46,656	6.000	3.301	86	7,396	636,056	9.273	4.414
37	1,369	50,653	6.082	3.332	87	7,569	658,503	9.327	4.431
38	1,444	54,872	6.164	3.361	88	7,744	681,472	9.380	4.447
39	1,521	59,319	6.244	3.391	89	7,921	704,969	9.433	4.464
40	1,600	64,000	6.324	3.419	90	8,100	729,000	9.486	4.481
41	1,681	68,921	6.403	3.448	91	8,281	753,571	9.539	4.497
42	1,764	74,088	6.480	3.476	92	8,464	778,688	9.591	4.514
43	1,849	79,507	6.557	3.503	93	8,649	804,357	9.643	4.530
44	1,936	85,184	6.633	3.530	94	8,836	830,584	9.695	4.546
45	2,025	91,125	6.708	3.556	95	9,025	857,375	9.746	4.562
46	2,116	97,336	6.782	3.583	96	9,216	884,736	9.797	4.578
47	2,209	103,823	6.855	3.608	97	9,409	912,673	9.848	4.594
48	2,304	110,592	6.928	3.634	98	9,604	941,192	9.899	4.610
49	2,401	117,649	7.000	3.659	99	9,801	970,299	9.949	4.626
50	2,500	125,000	7.071	3.684	100	10,000	1,000,000	10.000	4.641

三角函数ノ真数表

角	Sine	Cosine	Tangent	Cotangent	角
1°	0.0175	0.9998	0.0175	57.2900	89°
2	.0349	.9994	.0349	28.6363	88
3	.0523	.9986	.0524	19.0811	87
4	.0698	.9976	.0699	14.3007	86
5	.0872	.9962	.0875	11.4301	85
6	.1045	.9945	.1051	9.5144	84
7	.1219	.9925	.1228	8.1443	83
8	.1392	.9903	.1405	7.1154	82
9	.1564	.9877	.1584	6.3138	81
10	.1736	.9848	.1763	5.6713	80
11	.1908	.9816	.1944	5.1446	79
12	.2079	.9781	.2126	4.7046	78
13	.2250	.9744	.2309	4.3315	77
14	.2419	.9703	.2493	4.0108	76
15	.2588	.9659	.2679	3.7321	75
16	.2756	.9613	.2867	3.4874	74
17	.2924	.9563	.3057	3.2709	73
18	.3090	.9511	.3249	3.0777	72
19	.3256	.9455	.3443	2.9042	71
20	.3420	.9397	.3640	2.7475	70
21	.3584	.9336	.3839	2.6051	69
22	.3746	.9272	.4040	2.4751	68
23	.3907	.9205	.4245	2.3559	67
24	.4067	.9135	.4452	2.2460	66
25	.4226	.9063	.4663	2.1445	65
26	.4384	.8988	.4877	2.0503	64
27	.4540	.8910	.5095	1.9626	63
28	.4695	.8829	.5317	1.8807	62
29	.4848	.8746	.5543	1.8040	61
30	.5000	.8660	.5774	1.7321	60
31	.5150	.8572	.6009	1.6643	59
32	.5299	.8480	.6249	1.6003	58
33	.5446	.8387	.6494	1.5399	57
34	.5592	.8290	.6745	1.4826	56
35	.5736	.8192	.7002	1.4281	55
36	.5878	.8090	.7265	1.3764	54
37	.6018	.7986	.7536	1.3270	53
38	.6157	.7880	.7813	1.2799	52
39	.6293	.7771	.8098	1.2349	51
40	.6428	.7660	.8391	1.1918	50
41	.6561	.7547	.8693	1.1504	49
42	.6691	.7431	.9004	1.1105	48
43	.6820	.7314	.9325	1.0724	47
44	.6947	.7193	.9657	1.0355	46
45	.7071	.7071	1.0000	1.0000	45
角	Cosine	Sine	Cotangent	Tangent	角

Sine ノ 對數表

度	分	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分	度
0		-∞	7.4637	7.7648	7.9408	8.0658	8.1627	8.2419		89
1		8.2419	8.3088	8.3668	8.4179	4637	5050	5428		88
2		5428	5776	6097	6397	6677	6940	7188		87
3		7188	7423	7645	7857	8059	8251	8436		86
4		8436	8613	8783	8946	9104	8.9256	8.9403		85
5		8.9403	8.9545	8.9682	8.9816	8.9945	9.0070	9.0192		84
6		9.0192	9.0311	9.0426	9.0539	9.0648	0755	0859		83
7		0859	0961	1060	1157	1252	1345	1436		82
8		1436	1525	1612	1697	1781	1863	1943		81
9		1943	2022	2100	2176	2251	2324	2397		80
10		9.2397	9.2468	9.2538	9.2606	9.2674	9.2740	9.2806		79
11		2806	2870	2934	2997	3058	3119	3179		78
12		3179	3238	3296	3353	3410	3466	3521		77
13		3521	3575	3629	3682	3734	3786	3837		76
14		3837	3887	3937	3986	4035	4083	4130		75
15		9.4130	9.4177	9.4223	9.4269	9.4314	9.4359	9.4403		74
16		4403	4447	4491	4533	4576	4618	4659		73
17		4659	4700	4741	4781	4821	4861	4900		72
18		4900	4939	4977	5015	5052	5090	5126		71
19		5126	5163	5199	5235	5270	5306	5341		70
20		9.5341	9.5375	9.5409	9.5443	9.5477	9.5510	9.5543		69
21		5543	5576	5609	5641	5673	5704	5736		68
22		5736	5767	5798	5828	5859	5889	5919		67
23		5919	5948	5978	6007	6036	6065	6093		66
24		6093	6121	6149	6177	6205	6232	6259		65
25		9.6259	9.6286	9.6313	9.6340	9.6366	9.6392	9.6418		64
26		6418	6444	6470	6495	6521	6546	6570		63
27		6570	6595	6620	6644	6668	6692	6716		62
28		6716	6740	6763	6787	6810	6833	6856		61
29		6856	6878	6901	6923	6946	6968	6990		60
30		9.6990	9.7012	9.7033	9.7055	9.7076	9.7097	9.7118		59
31		7118	7139	7160	7181	7201	7222	7242		58
32		7242	7262	7282	7302	7322	7342	7361		57
33		7361	7380	7400	7419	7438	7457	7476		56
34		7476	7494	7513	7531	7550	7568	7586		55
35		9.7586	9.7604	9.7622	9.7640	9.7657	9.7675	9.7692		54
36		7692	7710	7727	7744	7761	7778	7795		53
37		7795	7811	7828	7844	7861	7877	7893		52
38		7893	7910	7926	7941	7957	7973	7989		51
39		7989	8004	8020	8035	8050	8066	8081		50
40		9.8081	9.8096	9.8111	9.8125	9.8140	9.8155	9.8169		49
41		8169	8184	8198	8213	8227	8241	8255		48
42		8255	8269	8283	8297	8311	8324	8338		47
43		8338	8351	8365	8378	8391	8405	8418		46
44		9.8418	9.8431	9.8444	9.8457	9.8469	9.8482	9.8495		45
度	分	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	分	度

Cosine ノ 對數表

Cosine 對數表

分度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分度
0	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	1.00000	10.0000	9.9999	89
1	9.9999	9.9999	9.9999	9.9999	9.9998	9.9998	9997	88
2	9997	9997	9996	9996	9995	9995	9994	87
3	9994	9993	9993	9992	9991	9990	9989	86
4	9989	9989	9988	9987	9986	9985	9983	85
5	9.9983	9.9982	9.9981	9.9980	9.9979	9.9977	9.9976	84
6	9976	9975	9973	9972	9971	9969	9968	83
7	9968	9966	9964	9963	9961	9959	9958	82
8	9958	9956	9954	9952	9950	9948	9946	81
9	9946	9944	9942	9940	9938	9936	9934	80
10	9.9934	9.9931	9.9929	9.9927	9.9924	9.9922	9.9919	79
11	9919	9917	9914	9912	9909	9907	9904	78
12	9904	9901	9899	9896	9893	9890	9887	77
13	9887	9884	9881	9878	9875	9872	9869	76
14	9869	9866	9863	9859	9856	9853	9849	75
15	9.9849	9.9846	9.9843	9.9839	9.9836	9.9832	9.9828	74
16	9828	9825	9821	9817	9814	9810	9806	73
17	9806	9802	9798	9794	9790	9786	9782	72
18	9782	9778	9774	9770	9765	9761	9757	71
19	9757	9752	9748	9743	9739	9734	9730	70
20	9.9730	9.9725	9.9721	9.9716	9.9711	9.9706	9.9702	69
21	9702	9697	9692	9687	9682	9677	9672	68
22	9672	9667	9661	9656	9651	9646	9640	67
23	9640	9635	9629	9624	9618	9613	9607	66
24	9607	9602	9596	9590	9584	9579	9573	65
25	9.9573	9.9567	9.9561	9.9555	9.9549	9.9543	9.9537	64
26	9537	9530	9524	9518	9512	9505	9499	63
27	9499	9492	9486	9479	9473	9466	9459	62
28	9459	9453	9446	9439	9432	9425	9418	61
29	9418	9411	9404	9397	9390	9383	9375	60
30	9.9375	9.9368	9.9361	9.9353	9.9346	9.9338	9.9331	59
31	9331	9323	9315	9308	9300	9292	9284	58
32	9284	9276	9268	9260	9252	9244	9236	57
33	9236	9228	9219	9211	9203	9194	9186	56
34	9186	9177	9169	9160	9151	9142	9134	55
35	9.9134	9.9125	9.9116	9.9107	9.9098	9.9089	9.9080	54
36	9080	9070	9061	9052	9042	9033	9023	53
37	9023	9014	9004	8995	8985	8975	8965	52
38	8965	8955	8945	8935	8925	8915	8905	51
39	8905	8895	8884	8874	8864	8853	8843	50
40	9.8843	9.8832	9.8821	9.8810	9.8800	9.8789	9.8778	49
41	8778	8767	8756	8745	8733	8722	8711	48
42	8711	8699	8688	8676	8665	8653	8641	47
43	8641	8629	8618	8606	8594	8582	8569	46
44	9.8569	9.8557	9.8545	9.8532	9.8520	9.8507	9.8495	45
分度	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	分度

Sine 對數表

Tangent 對數表

分度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分度
0	-∞	7.4637	7.7648	7.9409	8.0658	8.1627	8.2419	89
1	8.2419	8.3089	8.3669	8.4181	8.4638	8.5053	8.5431	88
2	5431	5779	6101	6401	6682	6945	7194	87
3	7194	7429	7652	7865	8067	8261	8446	86
4	8446	8624	8795	8960	9118	9272	9420	85
5	8.9420	8.9563	8.9701	8.9836	8.9966	9.0093	9.0216	84
6	9.0216	9.0336	9.0453	9.0567	9.0678	9.0786	9.0891	83
7	0891	0995	1096	1194	1291	1385	1478	82
8	1478	1569	1658	1745	1831	1915	1997	81
9	1997	2078	2158	2236	2313	2389	2463	80
10	9.2463	9.2536	9.2609	9.2680	9.2750	9.2819	9.2887	79
11	2887	2953	3020	3085	3149	3212	3275	78
12	3275	3336	3397	3458	3517	3576	3634	77
13	3634	3691	3748	3804	3859	3914	3968	76
14	3968	4021	4074	4127	4178	4230	4281	75
15	9.4281	9.4331	9.4381	9.4430	9.4479	9.4527	9.4575	74
16	4575	4622	4669	4716	4762	4808	4853	73
17	4853	4898	4943	4987	5031	5075	5118	72
18	5118	5161	5203	5245	5287	5329	5370	71
19	5370	5411	5451	5491	5531	5571	5611	70
20	9.5611	9.5650	9.5689	9.5727	9.5766	9.5804	9.5842	69
21	5842	5879	5917	5954	5991	6028	6064	68
22	6064	6100	6136	6172	6208	6243	6279	67
23	6279	6314	6348	6383	6417	6452	6486	66
24	6486	6520	6553	6587	6620	6654	6687	65
25	9.6687	9.6720	9.6752	9.6785	9.6817	9.6850	9.6882	64
26	6882	6914	6946	6977	7009	7040	7072	63
27	7072	7103	7134	7165	7196	7226	7257	62
28	7257	7287	7317	7348	7378	7408	7438	61
29	7438	7467	7497	7526	7556	7585	7614	60
30	9.7614	9.7644	9.7673	9.7701	9.7730	9.7759	9.7788	59
31	7788	7816	7845	7873	7902	7930	7958	58
32	7958	7986	8014	8042	8070	8097	8125	57
33	8125	8153	8180	8208	8235	8263	8290	56
34	8290	8317	8344	8371	8398	8425	8452	55
35	9.8452	9.8479	9.8506	9.8533	9.8559	9.8586	9.8613	54
36	8613	8639	8666	8692	8718	8745	8771	53
37	8771	8797	8824	8850	8876	8902	8928	52
38	8928	8954	8980	9006	9032	9058	9084	51
39	9084	9110	9135	9161	9187	9212	9238	50
40	9.9238	9.9264	9.9289	9.9315	9.9341	9.9366	9.9392	49
41	9392	9417	9443	9468	9494	9519	9544	48
42	9544	9570	9595	9621	9646	9671	9697	47
43	9697	9722	9747	9772	9798	9823	9848	46
44	9.9848	9.9874	9.9899	9.9924	9.9949	9.9975	10.0000	45
分度	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	分度

Cotangent 對數表

Cotangent J 對數表

分 度	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	分 度
0	∞	12.5363	12.2352	12.0591	11.9342	11.8373	11.7581	89
1	11.7581	11.6911	11.6331	11.5819	5362	4947	4569	88
2	4569	4221	3899	3599	3318	3055	2806	87
3	2806	2571	2348	2135	1933	1739	1554	86
4	1554	1376	1205	1040	0882	11.0728	11.0580	85
5	11.0580	11.0437	11.0299	11.0164	11.0034	10.9907	10.9784	84
6	10.9784	10.9664	10.9547	10.9433	10.9322	9214	9109	83
7	9109	9005	8904	8806	8709	8615	8522	82
8	8522	8431	8342	8255	8169	8085	8003	81
9	8003	7922	7842	7764	7687	7611	7537	80
10	10.7537	10.7464	10.7391	10.7320	10.7250	10.7181	10.7113	79
11	7113	7047	6980	6915	6851	6788	6725	78
12	6725	6664	6603	6542	6483	6424	6366	77
13	6366	6309	6252	6196	6141	6086	6032	76
14	6032	5979	5926	5873	5822	5770	5719	75
15	10.5719	10.5669	10.5619	10.5570	10.5521	10.5473	10.5425	74
16	5425	5378	5331	5284	5238	5192	5147	73
17	5147	5102	5057	5013	4969	4925	4882	72
18	4882	4839	4797	4755	4713	4671	4630	71
19	4630	4589	4549	4509	4469	4429	4389	70
20	10.4389	10.4350	10.4311	10.4273	10.4234	10.4196	10.4158	69
21	4158	4121	4083	4046	4009	3972	3936	68
22	3936	3900	3864	3828	3792	3757	3721	67
23	3721	3686	3652	3617	3583	3548	3514	66
24	3514	3480	3447	3413	3380	3346	3313	65
25	10.3313	10.3280	10.3248	10.3215	10.3183	10.3150	10.3118	64
26	3118	3086	3054	3023	2991	2960	2928	63
27	2928	2897	2866	2835	2804	2774	2743	62
28	2743	2713	2683	2652	2622	2592	2562	61
29	2562	2533	2503	2474	2444	2415	2386	60
30	10.2386	10.2356	10.2327	10.2299	10.2270	10.2241	10.2212	59
31	2212	2184	2155	2127	2098	2070	2042	58
32	2042	2014	1986	1958	1930	1903	1875	57
33	1875	1847	1820	1792	1765	1737	1710	56
34	1710	1683	1656	1629	1602	1575	1548	55
35	10.1548	10.1521	10.1494	10.1467	10.1441	10.1414	10.1387	54
36	1387	1361	1334	1308	1282	1255	1229	53
37	1229	1203	1176	1150	1124	1098	1072	52
38	1072	1046	1020	0994	0968	0942	0916	51
39	0916	0890	0865	0839	0813	0788	0762	50
40	10.0762	10.0736	10.0711	10.0685	10.0659	10.0634	10.0608	49
41	0608	0583	0557	0532	0506	0481	0456	48
42	0456	0430	0405	0379	0354	0329	0303	47
43	0303	0278	0253	0228	0202	0177	0152	46
44	10.0152	10.0126	10.0101	10.0076	10.0051	10.0025	10.0000	45
度 分	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	度 分

Tangent J 對數表

度
89
88
87
86
85
84
83
82
81
80
79
78
77
76
75
74
73
72
71
70
69
68
67
66
65
64
63
62
61
60
59
58
57
56
55
54
53
52
51
50
49
48
47
46
45
度

比 例 部 分	43 42 41 39 38 37 36 35 34 33 32 31 29 28										數	0 1 2 3 4					5 6 7 8 9								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		11	12	13	14	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4.3	4.2	4.1	3.9	3.8	3.7	3.6	3.5	3.4	3.3	3.2	3.1	2.9	2.8	50	6990	998	*007	*015	*024	*033	*042	*050	*059	*057
2	8.6	8.4	8.2	7.8	7.6	7.4	7.2	7.0	6.8	6.6	6.4	6.2	5.8	5.6	51	7076	084	093	101	110	118	126	135	143	152
3	12.9	12.6	12.3	11.7	11.4	11.1	10.8	10.5	10.2	9.9	9.6	9.3	8.7	8.4	52	160	168	177	185	193	202	210	218	226	235
4	17.2	16.8	16.4	15.6	15.2	14.8	14.4	14.0	13.6	13.2	12.8	12.4	11.6	11.2	53	243	251	259	267	275	284	292	300	308	316
5	21.5	21.0	20.5	19.5	19.0	18.5	18.0	17.5	17.0	16.5	16.0	15.5	14.5	14.0	54	324	332	340	348	356	364	372	380	388	396
6	25.8	25.2	24.6	23.4	22.8	22.2	21.6	21.0	20.4	19.8	19.2	18.6	17.4	16.8	55	401	412	419	427	435	443	451	459	466	474
7	30.1	29.4	28.7	27.3	26.6	25.9	25.2	24.5	23.8	23.1	22.4	21.7	20.3	19.6	56	482	490	497	505	513	520	528	536	543	551
8	34.4	33.6	32.8	31.2	30.4	29.6	28.8	28.0	27.2	26.4	25.6	24.8	23.2	22.4	57	559	566	574	582	589	597	604	612	619	627
9	38.7	37.8	36.9	35.1	34.2	33.3	32.4	31.5	30.6	29.7	28.8	27.9	26.1	25.2	58	634	642	649	657	664	672	679	686	694	701
10	0000	043	086	128	170	212	253	294	334	374	414	453	492	531	569	607	645	682	719	755					
11	414	453	492	531	569	607	645	682	719	755	792	828	864	899	934	969	*004	*038	*072	*106					
12	792	828	864	899	934	969	*004	*038	*072	*106	1139	173	206	239	271	303	335	367	399	430					
13	1139	173	206	239	271	303	335	367	399	430	461	492	523	553	584	614	644	673	703	732					
14	461	492	523	553	584	614	644	673	703	732	761	790	818	847	875	903	931	959	987	*014					
15	761	790	818	847	875	903	931	959	987	*014	2041	068	095	122	148	175	201	227	253	279					
16	2041	068	095	122	148	175	201	227	253	279	304	330	355	380	405	430	455	480	504	529					
17	304	330	355	380	405	430	455	480	504	529	553	577	601	625	648	672	695	718	742	765					
18	553	577	601	625	648	672	695	718	742	765	788	810	833	856	878	900	923	945	967	989					
19	788	810	833	856	878	900	923	945	967	989	118	139	160	181	201	222	243	263	284	304					
20	3010	032	054	075	096	118	139	160	181	201	222	243	263	284	304	324	345	365	385	404					
21	222	243	263	284	304	324	345	365	385	404	424	444	464	483	502	522	541	560	579	598					
22	424	444	464	483	502	522	541	560	579	598	617	636	655	674	692	711	729	747	766	784					
23	617	636	655	674	692	711	729	747	766	784	802	820	838	856	874	892	909	927	945	962					
24	802	820	838	856	874	892	909	927	945	962	979	997	*014	*031	*048	*065	*082	*099	*116	*133					
25	979	997	*014	*031	*048	*065	*082	*099	*116	*133	4150	166	183	200	216	232	249	265	281	298					
26	4150	166	183	200	216	232	249	265	281	298	314	330	346	362	378	393	409	425	440	456					
27	314	330	346	362	378	393	409	425	440	456	472	487	502	518	533	548	564	579	594	609					
28	472	487	502	518	533	548	564	579	594	609	624	639	654	669	683	698	713	728	742	757					
29	624	639	654	669	683	698	713	728	742	757	843	857	871	886	900	843	857	871	886	900					
30	771	785	800	814	829	843	857	871	886	900	914	928	942	955	969	983	997	*011	*024	*038					
31	914	928	942	955	969	983	997	*011	*024	*038	5051	065	079	092	105	119	132	145	159	172					
32	5051	065	079	092	105	119	132	145	159	172	185	198	211	224	237	250	263	276	289	302					
33	185	198	211	224	237	250	263	276	289	302	315	328	340	353	366	378	391	403	416	428					
34	315	328	340	353	366	378	391	403	416	428	441	453	465	478	490	502	514	527	539	551					
35	441	453	465	478	490	502	514	527	539	551	563	575	587	599	611	623	635	647	658	670					
36	563	575	587	599	611	623	635	647	658	670	682	694	705	717	729	740	752	763	775	786					
37	682	694	705	717	729	740	752	763	775	786	798	809	821	832	843	855	866	877	888	899					
38	798	809	821	832	843	855	866	877	888	899	911	922	933	944	955	966	977	988	999	*010					
39	911	922	933	944	955	966	977	988	999	*010	6021	031	042	053	064	075	085	095	107	117					
40	6021	031	042	053	064	075	085	095	107	117	128	138	149	160	170	180	191	201	212	222					
41	128	138	149	160	170	180	191	201	212	222	232	243	253	263	274	284	294	304	314	325					
42	232	243	253	263	274	284	294	304	314	325	335	345	355	365	375	385	395	405	415	425					
43	335	345	355	365	375	385	395	405	415	425	435	444	454	464	474	484	493	503	513	522					
44	435	444	454	464	474	484	493	503	513	522	532	542	551	561	571	580	590	599	609	618					
45	532	542	551	561	571	580	590	599	609	618	628	637	646	656	665	675	684	693	702	712					
46	628	637	646	656	665	675	684	693	702	712	721	730	739	749	758	767	776	785	794	803					
47	721	730	739	749	758	767	776	785	794	803	812	821	830	839	848	857	866	875	884	893					
48	812	821	830	839	848	857	866	875	884	893	902	911	920	928	937	946	955	964	972	981					
49	902	911	920	928	937	946	955	964	972	981	992	999	000	001	002	003	004	005	006	007					
數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9				

數
對
數
表

昭和九年二月二十五日印刷

昭和九年二月二十八日發行

著作
權
所有

本書ノ挿繪ヲ無斷轉載スル
者ハ著作權法ニ依リ處斷セ
ラルベシ。

新制代數三角法
上級用

定價 金九十八錢

著 作 者

廣島高等師範學校附屬中學校
數 學 研 究 會
代表者 會 田 梅 太 郎

發 行 兼
印 刷 者

鈴 木 政 雄
東京市神田區神保町一丁目廿五番地

發 行 者

鈴 木 常 松
大阪市東區博勞町五丁目五十六番地

發行所

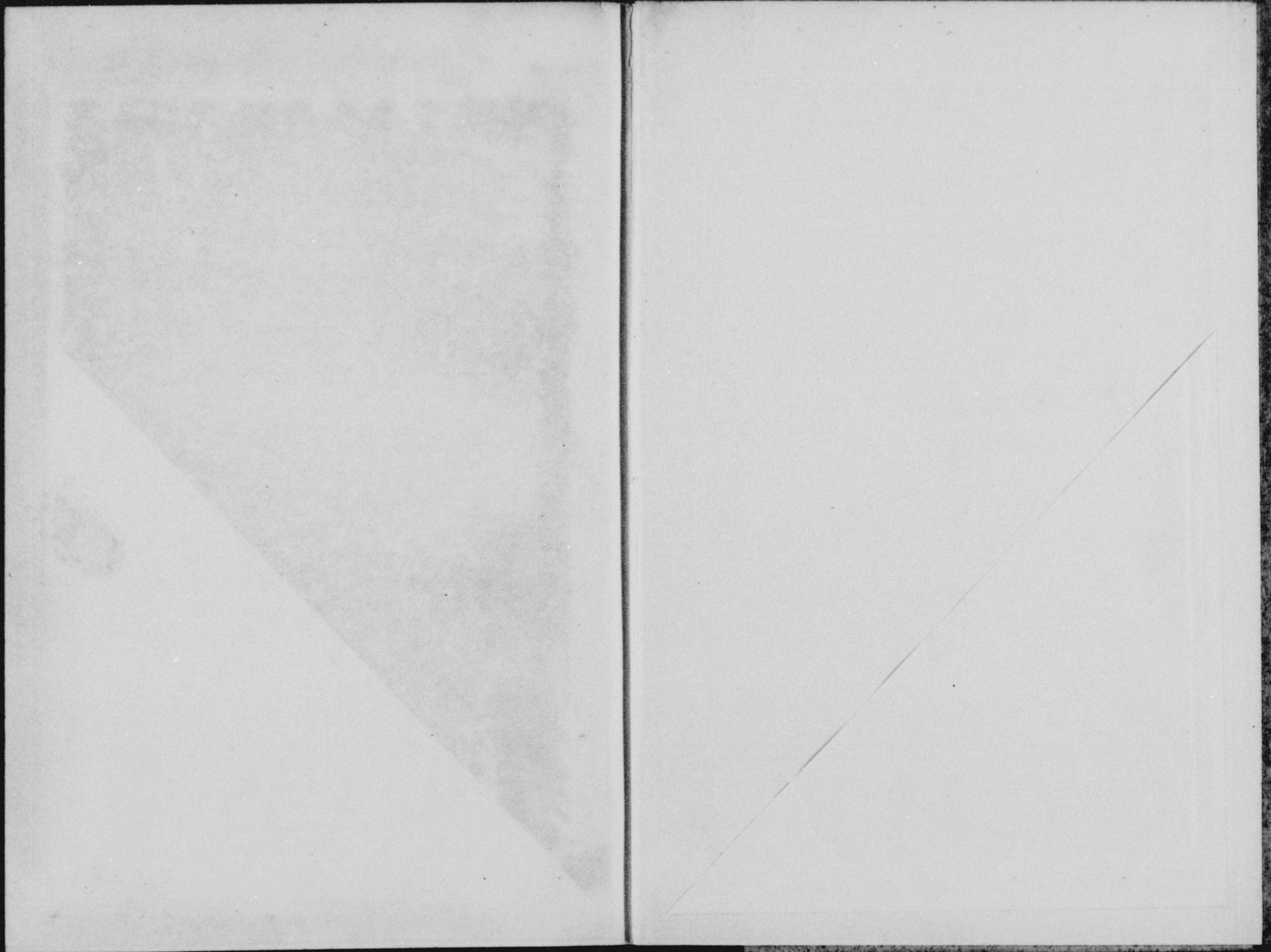
東京市神田區神保町一丁目廿五
振替口座東京二六四四番
大阪市東區博勞町五丁目五六
振替口座大阪四七一番

修文館

交進社印行

中華民國二十九年七月二十七日
 行政院會議紀錄
 第一〇九〇次
 主席 蔣中正
 出席 張群 翁文灝 朱家驊 陳立夫 陳布雷 谷正倫 谷正之 谷正倫 谷正之 谷正倫 谷正之
 列席 谷正倫 谷正之 谷正倫 谷正之
 秘書長 谷正倫
 紀錄 谷正倫
 一、 谷正倫報告：關於中央研究院經費問題，業經呈請行政院撥款，現正由財政部撥發中。又關於中央研究院院址問題，業經呈請行政院撥款，現正由財政部撥發中。

(The right page is mostly blank with very faint, illegible markings and bleed-through from the reverse side.)



354
643

特