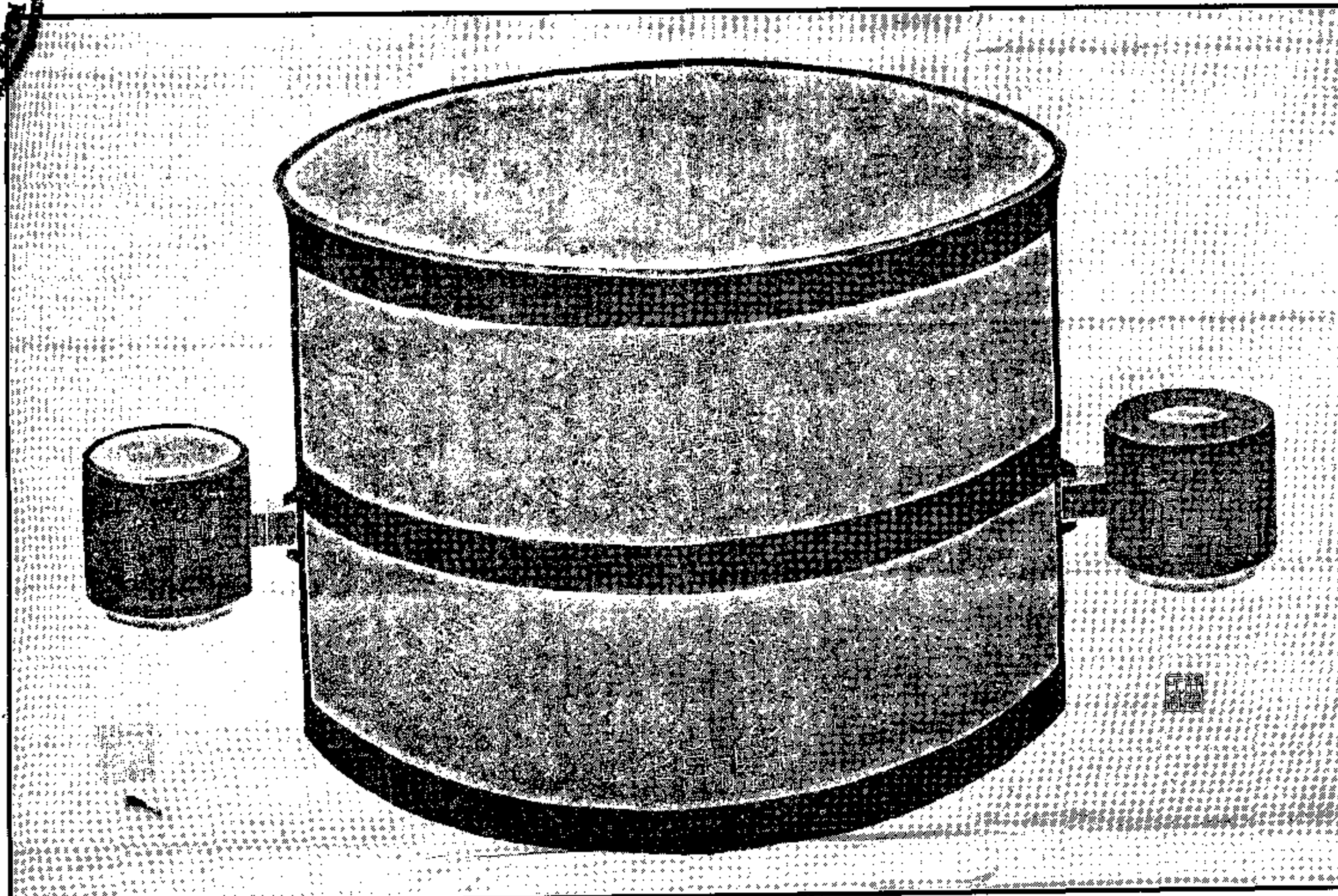
新嘉量之校量及推算

劉復著

中華民國十七年十二月一九二八年
輔仁大學輔仁學誌編輯會印行

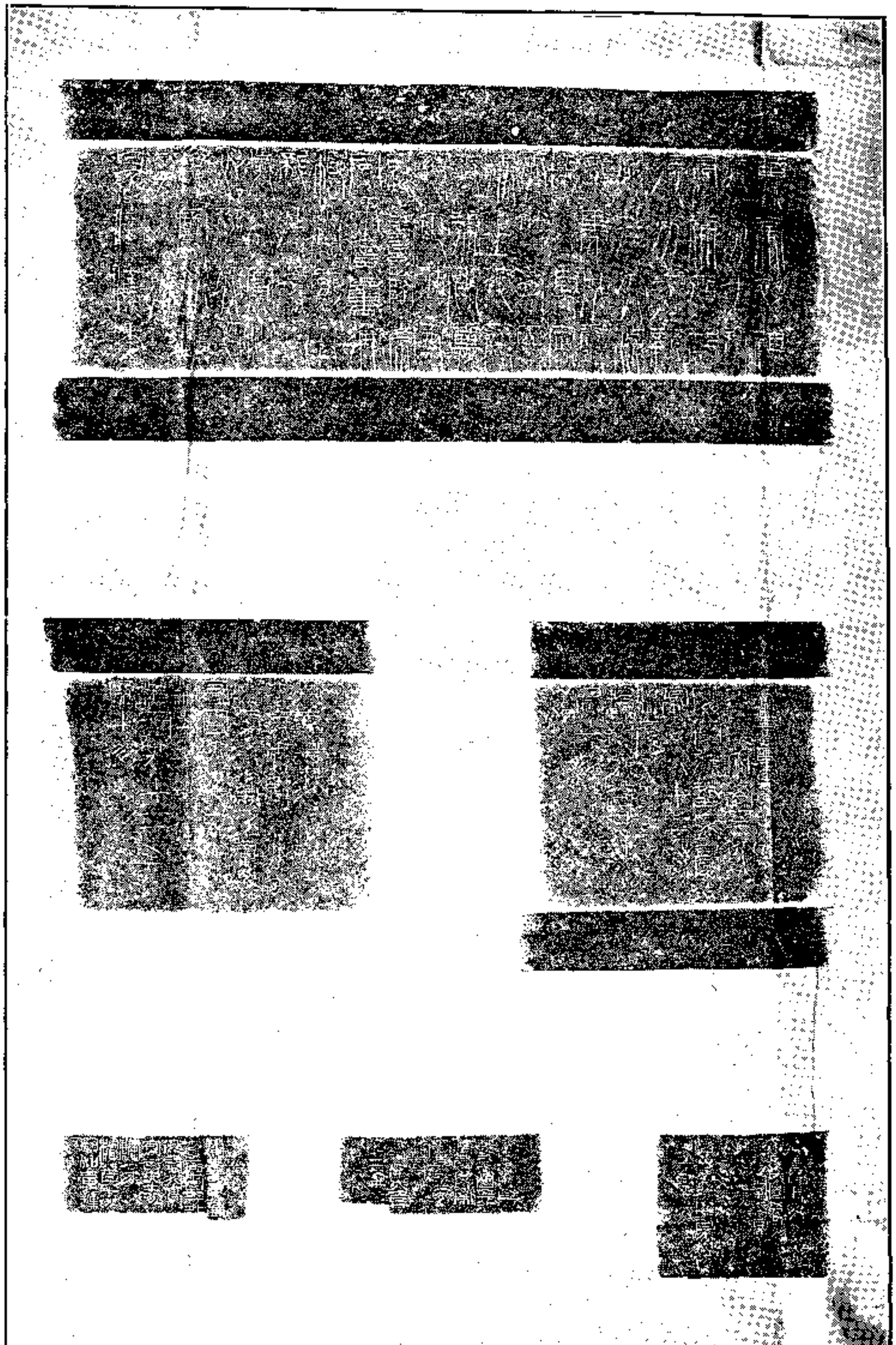
贈
師範學院圖書館

新嘉量全形拓本



故宮博物院藏器

新嘉量銘詞拓本



新嘉量之校量及推算

劉 復

十七年四月二十九日在日本京都東亞古考學會講

（前略）講題是"新嘉量之校量及推算"，換句話說，是："就校量新嘉量所得的結果以推算此量器中各種單位的價值"。

這一件量器是王莽時候造的。隋書律歷志稱爲"王莽時劉歆銅斛"，西淸古鑑（卷三十四）稱爲"漢嘉量"，翁方綱兩漢金石記（卷四）稱爲"王莽銅量"，王國維先生稱爲"莽量"，吾友馬衡先生稱爲"新嘉量"，較爲妥當，今從之。

西淸古鑑中有此器之圖形及刻辭，兩漢金石記中則僅有刻辭而無圖，且謂"王莽銅量未知存否，今所見摹本篆文五段如此，依而錄之"。

"此器不知其所自來，經此二書著錄以後，亦絕無道及之者。此器之若存若亡，二百餘年於茲矣。十三年冬，點查淸故宮物品，得之於坤寧宮，雖已負掩塵封，而物猶無恙"。（馬衡先生說）

關於這一件量器的歷史上的考證，王國維先生的"莽量釋文"和馬衡先生的"仿製隋書律歷志十五等尺說明書"中都已說得很詳盡（馬先生別有"新嘉量考"一文，尙未付印），現在不必一一復說；却有一件事應當注意：此器與漢書律歷志中的備數和聲審度嘉量衡權五篇文章，都是劉歆做的；所以

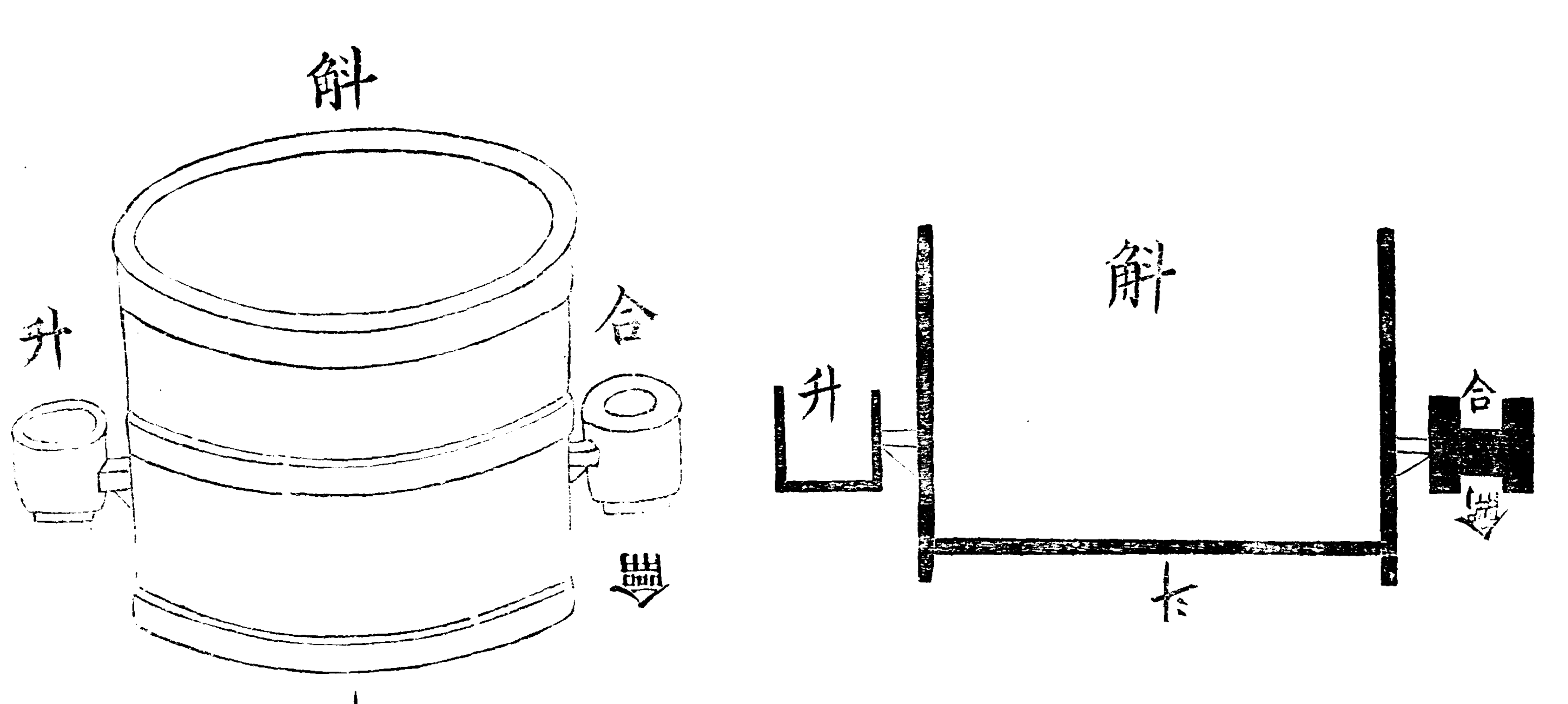
以此器與漢志相證，無一不合。

此器本身所代表的，只是新莽一代的度量衡。 但是，假使我們能夠把這一代的度量衡精密推算出來，必定還有許多別時代的度量衡，可以借着它間接推定，——如隋書律歷志裏的十五等尺，便是很明顯的例。 所以，我們應當認這一件量器爲解决中國古度量衡問題的一個總關鍵。

這是就考古學上說。 就我自己所喜歡研究的律呂學上說，也覺得古度量衡問題之解决，是一件很有趣的事，雖然並不是一件很重要的事（研究律呂，實與度量衡無甚關係。因爲律呂中所注重的是"相對音高"（relative pitch），而能與度量衡發生關係的，是"絕對音高"（absolute pttch）。古人論律，往往不注意律法而先在度量衡上多所爭辯，實在很無謂。但假使我們能有機會把古代的度量衡推定，因而把古代音樂中的絕對音高也推定，這在律呂學上也不能不算作一種貢獻。），因此，去年夏季馬衡先生向我談起了這一件量器，我就很高興的把校量和推算的事擔任下來了。

器　形

漢書律歷志稱此器"上爲斛，下爲斗，左耳爲升，右耳爲合，龠"，其



形如圖：中央爲一大圓柱體，近下端處有底，底上爲斛量，底下爲斗量；左耳爲一小圓柱體，底在下端，爲升量；右耳亦爲一小圓柱體，底在中央，底

上爲合量，底下爲龠量（右耳底壁均甚厚）。故斛升合三量均上向，斗龠二量均下向，漢志所謂“上三下二，參天兩地”也。

銘

器上有總銘八十一字，中謂“龍集巳巳，……初班天下”，據此，知此器以王莽改元新建國之年班行天下，即公元九年，距今一千九百十九年。

五量各有一銘，於研究上甚關重要，其辭爲：

“律嘉量斛，——

方尺而圜其外，庣旁九釐五豪，冥百六十二寸，深尺，積千六百廿寸，容十斗”。

“律嘉量斗，——

方尺而圜其外，庣旁九釐五豪，冥百六十二寸，深寸，積百六十二寸，容十升”。

“律嘉量升，——

方二寸而圜其外，庣旁一釐九豪，冥六百卌八分，深二寸五分，積萬六千二百分，容十合”。

“律嘉量合，——

方寸而圜其外，庣旁九豪，冥百六十二分，深寸，積千六百廿分，容二龠”。

“律嘉量龠，——

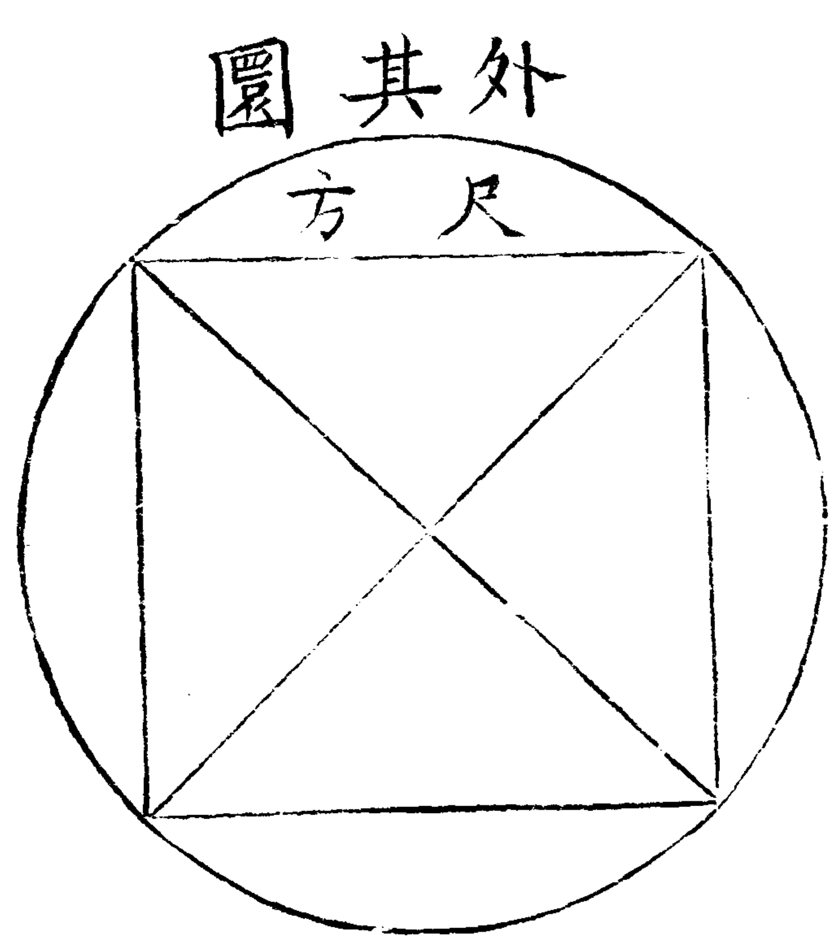
方寸而圜其外，庣旁九豪，冥百六十二分，深五分，積八百一十分，容如黃鐘”。

銘中所謂“冥”（同“冪”），就是圓面積；所謂“積”，就是容積。

庣

銘中沒有把各器的圓周圓徑直接說出，只說方若干而圜其外，庣旁若干。我們應當先把這一個問題解決。

就斛論，所謂“方尺而圜其外”，當然是說先畫一個一尺大的正方形，外面再畫一個圓，即圓內容正方形(如圖)。



所謂“庣”，據顏師古說，是“不滿之處”。但這不滿之處四個字應當如何解釋，古書上沒有明白說出。按圓內容正方形說，

方邊 = 1尺，

則 圓徑 $= \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} = 1.4142136$ 尺，

半徑 $= 0.7071068$ 尺，

圓面積 = 圓周率 × 半徑^2

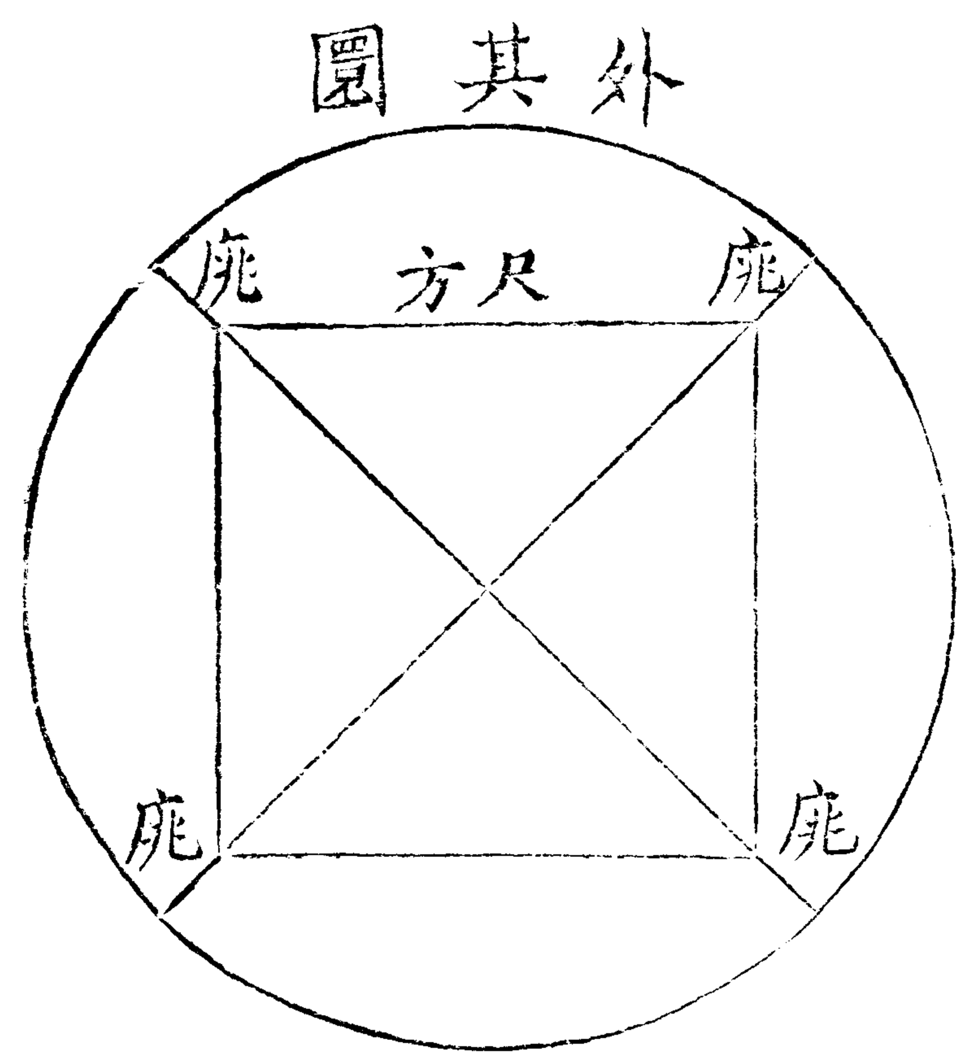
$= 3.1416 \times (0.7071068)^2$

$= 157.08$ 方寸，

比銘中所說“冥百六十二寸”小 4.92 方寸。

假定圓內所容正方形之四角並不與圓周密接，而中間略有空隙，即顏師古所謂“不滿之處”，亦即所謂“庣”(如圖)，則

圓徑應為 $1.4142136 + (2 \times$ 庣$)$



$=1.4142136+2\times0.0095$

$=1.4332136$尺；

半徑應爲0.7166068尺；

依此求得　圓面積＝161.3291方寸，比銘中所說“冥百六十二寸”小0.6709方寸，——這就漸漸的接近起來了。因此知我們所假定的“庣”字的講法不錯。

但相差0.6709方寸，就實際上說是算不得什麼，就理論上說，却不能不認爲一個很大的錯誤。　這錯誤早已有人發見。　隋書律歷志裡說：“祖冲之以圓率考之，此斛當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽，庣旁一分九毫有奇。　劉歆庣旁少一釐四毫有奇，歆數術不精之所致也”　。

今依祖冲之之說：　　圓徑＝1.436192尺，

則　圓面積＝162.00033157625856方寸，

這和“冥百六十二寸”相較，所差就只有一方寸的三千分之一，在理論上也不能算一個很大的錯誤了。（參觀附註一）

但祖冲之所用的圓徑是　　1.436192，

正方形的斜角線是　　1.4142136，

兩者相減，得差數　　0.0219784，

以二除之，得　　0.0109892，

即一分九毫八秒九忽二微，是爲“祖氏庣旁”。

此與一分九毫相差較遠，與一分一釐相差較近，故與其言“一分九毫有奇”，不如言“一分一釐微弱”也。

又，祖氏庣旁爲0.0109892，

劉氏庣旁爲0.0095，

相減得　　0.0014892，

即一釐四毫八秒九忽二微，

此與一釐四毫相差較遠，與一釐五毫相差較近，故與其言"劉歆庣旁少一釐四毫有奇"，亦不如言"少一釐五毫微弱"也。

校量與推算

所謂"校量"（mensuration），是用現代的一種量器，以與此古量器比較。所謂"推算"，是就所量得的結果，算出古量器中的某一單位，相當於所用的現代量器中的若干單位，——這"若干"二字可作整數解，亦可作小數解。

關於"度"(即長度)"量"(即容量)二事，銘辭中說得很清楚；關於"衡"(即重量)，銘辭中雖然沒有說什麼，漢志裡却有"其重二鈞"一句話。我們既然相信嘉量和漢志裡的備數等五篇都是劉歆做的，則此"其重二鈞"一句話，當然也可以相信得。

今取學術中所通用的法國度量衡制，以量此器：度以 mm. 爲單位，量以 c.c. 爲單位，衡以 gr. 爲單位。

衡

衡的校量和推算都很容易，只須把原器放在天平上一稱，略略一算，就可以得到結果。但原器並不很輕，不能用很小的天平稱。而天平愈大，則錯誤愈多，——這是無可避免的一件事；我所用的一個載重二十五基羅的

天平，也當然不能特別正確。

用此天平稱得全器之重爲 13600gr.，細爲比驗，知其錯誤數在 25gr.與 50gr.之間，即 1/544 與 1/272 之間，亦即 0.37% 與 0.18% 之間。

	13600 gr.	爲二鈞，
二分之，得	6800 gr.	爲鈞之值，
更三十分之，得	226.6666 gr.	爲斤之值，
更十六分之，得	14.1666 gr.	爲兩之值，
更二十四分之，得	0.5902778 gr.	爲銖之值。

量

容量的校算，比重量的校算稍稍複雜一點，因爲總共有五種量器，必須把五種量器的容量完全校量了，然後推算出一個平均數來。

五種量器中，最大的斛與最小的龠，相差至二千倍，故所用標準器（量杯），亦應大小各異。 我所用的標準器有四種：

(甲)，容 10c.c. 的量杯，每 $\frac{1}{10}$ c.c.爲一格，量龠與合用之。

(乙)，容 100c.c. 的量杯，每 $\frac{1}{2}$ c.c. 爲一格，量升用之；量奇零數則用甲種量杯。

(丙)，容 200c.c. 的量杯，每 5c.c. 爲一格，量斗用之；量奇零數則用乙種量杯。

(丁)，容 500c.c. 的量杯，每 25c.c. 爲一格，量斛用之；量奇零數則用丙種量杯。

校量容量所用的材料，最好是水。 漢志裏說："以井水準其概"。 若能用蒸溜水，自然更好。 但我所用的仍是井水，因爲要預備了多量的蒸溜

水帶進故宮去，在事實上很困難。　又水的溫度，最好是百度表四度，我也沒有能辦到。（參觀附註二）

要把量器安放得絕對平正，實在很不容易，所以我把每一種量器，都校量了四次；每校量一次，便變換一個方向。　今將校量各器所得之數及其平均數列下：

（龠）	第一次	10.4 c.c.
	第二次	11.0 c.c.
	第三次	10.6 c.c.
	第四次	10.6 c.c.
	總數	42.6 c.c.
	平均	10.65 c.c.……………………得數(1)
（合）	第一次	21.1 c.c.
	第二次	21.2 c.c.
	第三次	21.2 c.c.
	第四次	21.0 c.c.
	總數	84.5 c.c.
	平均	21.125 c.c.……………………得數(2)
（升）	第一次	191.0 c.c.
	第二次	192.6 c.c.
	第三次	192.0 c.c.
	第四次	191.7 c.c.
	總數	767.3 c.c.
	平均	191.825 c.c.……………………得數(3)

（斗）	第一次	2010 c.c.
	第二次	2000 c.c.
	第三次	2020 c.c.
	第四次	2020 c.c.
	總數	8050 c.c.
	平均	2012.5 c.c.……………………得數(4)

（斛）	第一次	20120 c.c.
	第二次	20070 c.c.
	第三次	20100 c.c.
	第四次	20100 c.c.
	總數	80390 c.c
	平均	20097.5 c.c.……………………得數(5)

合是龠的二倍；合以上，升斗斛均以十進。　所以照理論說，必須是

2×得數(1)＝得數(2)，

10×得數(2)＝得數(3)，

10×得數(3)＝得數(4)，

10×得數(4)＝得數(5)。

實際上既然不能如此，必須再求出一個平均數來才對。

求這個平均數有兩個方法：

第一法：

得數(1)	(龠)	10.650 c.c.	龠爲	1
得數(2)	(合)	21.125 c.c.	合爲	2
得數(3)	(升)	191 825 c.c.	升爲	20
得數(4)	(斗)	2012.500 c.c.	斗爲	200
得數(5)	(斛)	20097.500 c.c.	斛爲	2000
總數		22333.600 c.c.	總數	2223 龠

$$\frac{22333.6}{2223}=10.00466\ \text{c.c.}=\text{龠之值，}$$

$$2000\times10.00466=20009.32\ \text{c.c.}=\text{斛之值}\cdots\cdots\text{得數}(6)$$

第二法：

得數(1) × 2000	=21300.0 c c.	(2000龠爲斛)
得數(2) × 1000	=21125.0 c.c.	(1000合爲斛)
得數(3) × 100	=19182.5 c.c.	(100升爲斛)
得數(4) × 10	=20125.0 c.c.	(10斗爲斛)
得數(5)	=20097.5 c.c.	斛)
總數	101830.0 c.c.	(5斛)

$$\frac{101830.0}{5}=20366.0\ \text{c.c.}=\text{斛之值}\cdots\cdots\text{得數}(7)$$

得數(6)與得數(7)之間的差異約爲 1.5%，不能算不大。但這兩個得數都有理論上的根據，不能取此舍彼。 要使這差異消滅，應當再將兩數平均一下：

$$\frac{20009.32+20366}{2}=20187.66\ \text{c.c.}=\text{斛之值}\cdots\cdots\text{得數}(8)$$

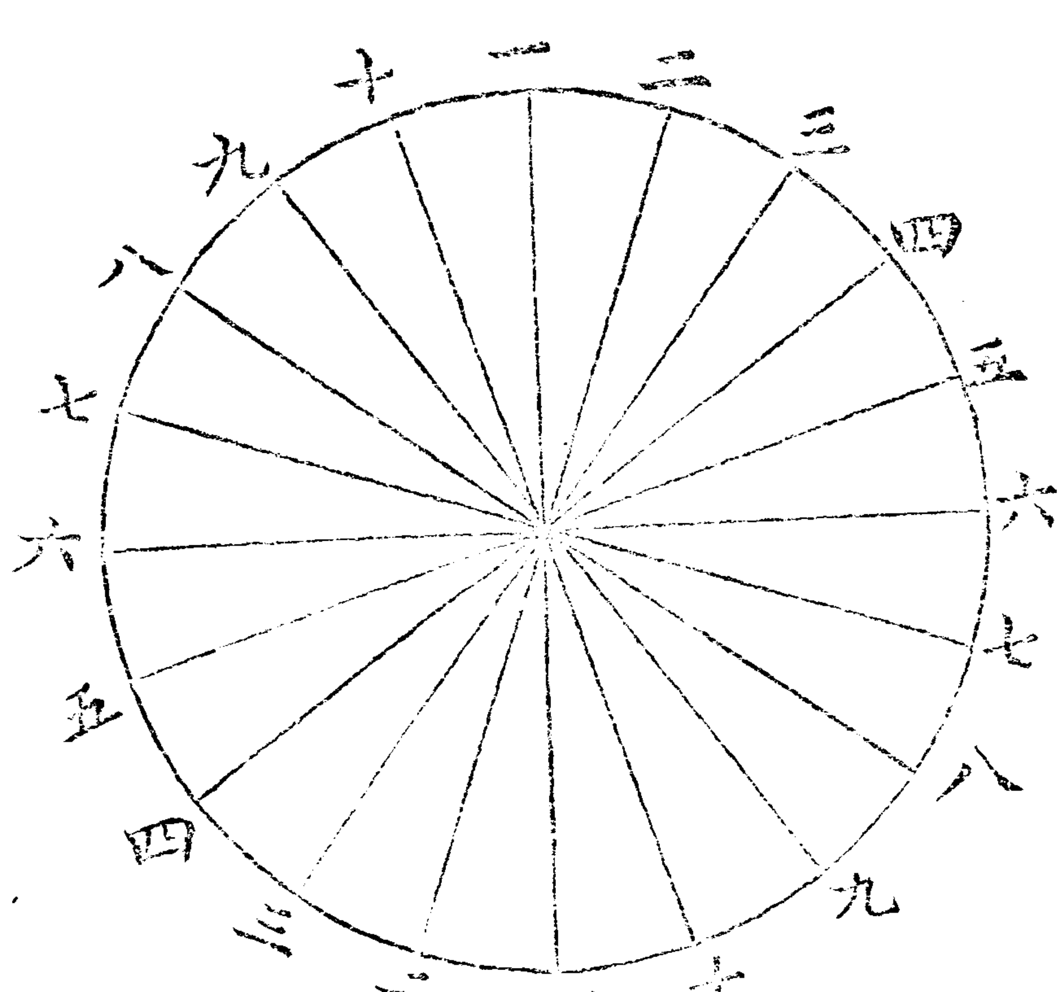
這得數(8)暫且擱着，回頭再說。

度

長度的校算，比容量的校算更複雜，因爲每一種量器都有徑與深兩種度，五種量器就共有十種度。

照理論說，每一種量器只須校量兩次（徑一次，深一次）就可以完事，因爲一器之中，所有的徑都應當相等，所有的深也都應當相等。　無如原器製造得並不精密：從此一點所量得的徑或深，並不等於從別一點所量得的徑或深。　這在校量與推算上，都增加了很不少的工作。

我所用的校量器有二種：第一種是一個鋼質的密達尺，總長 200mm.，上面有一個 Vernier, 可量至 $\frac{1}{50}$mm；第二種是一個很精密的木質牙面密達尺，總長 500mm.，最小的刻度是 $\frac{1}{2}$mm.，$\frac{1}{2}$mm.以下，可用目力斷定其大概。



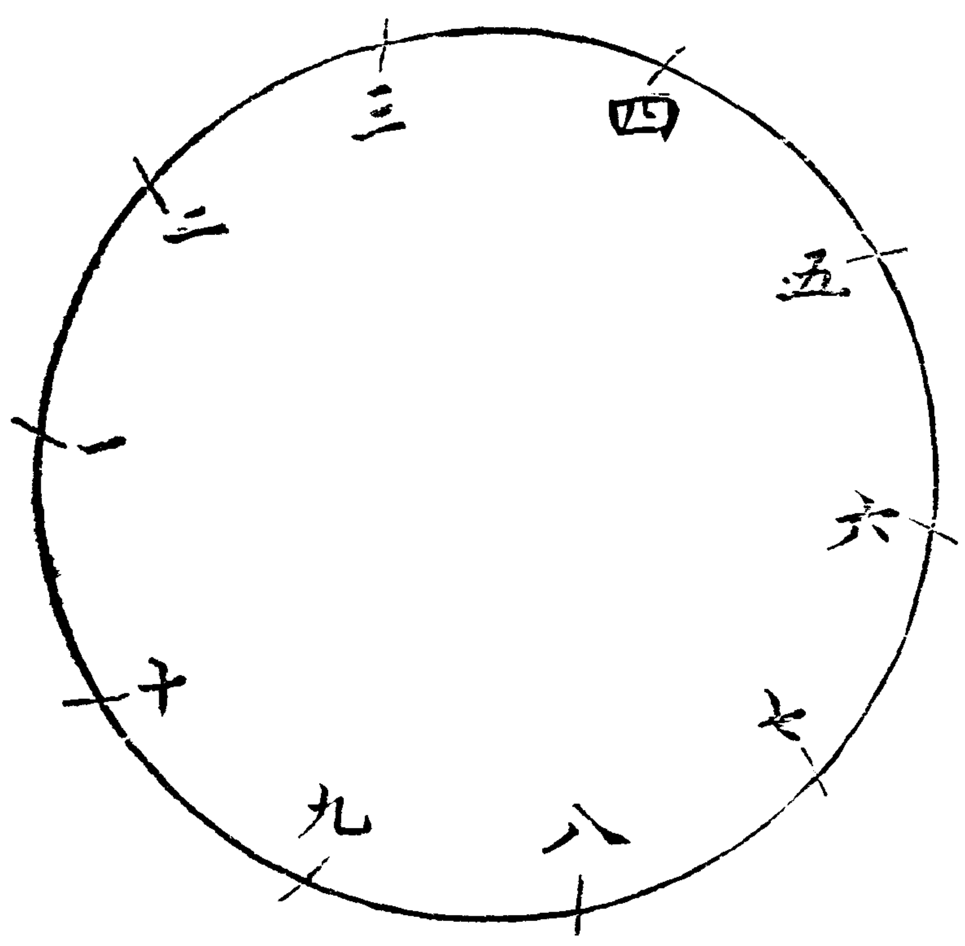
校量龠合升三器及斗的深，均用第一種尺；校量斗的徑和斛，均用第二種尺。

（龠）　校量此器之口徑，如圖，分圓周爲二十等分，以相對之等分點兩兩相聯，得十個圓徑；每一圓徑校量一次。（校量其餘各器之口徑亦用此法）

此器內壁不直，所以不但要校量上徑，而且要較量下徑。　幸而我所用的第一種尺上面有兩個定點針，可以伸入器內，而器又並不很深，所以下徑也能量到。

（上徑）		（下徑）	
（一）	33.2 mm.	（一）	30.9 mm.
（二）	33.5 mm.	（二）	31.4 mm.
（三）	33.1 mm.	（三）	31.4 mm.
（四）	33.7 mm.	（四）	31.4 mm.
（五）	33.2 mm.	（五）	31.5 mm.
（六）	32.8 mm.	（六）	32.0 mm.
（七）	32.8 mm.	（七）	31.5 mm.
（八）	32.8 mm.	（八）	31.3 mm.
（九）	33.2 mm.	（九）	31.9 mm.
（十）	33.3 mm.	（十）	31.3 mm.
平均	33.16 mm.	平均	31.46 mm.

$$\frac{33.16+31.46}{2}=32.31\text{ mm.}=\text{龠徑}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{得數}(9)$$



龠底微凹，故其邊深與中深異。

校量邊深，如圖，分圓周爲十等分，就每一等分點上校量一次。

校量中深，就龠底酌定十點，每一點上校量一次。

（邊深）		（中深）	
（一）	12.1 mm.	（一）	14.0 mm.
（二）	.11.9 mm.	（二）	13.9 mm.

(三)	11.5 mm.	(三)	14.0 mm.
(四)	11.9 mm.	(四)	14.0 mm.
(五)	11.6 mm.	(五)	13.9 mm.
(六)	11.5 mm.	(六)	13.9 mm.
(七)	11.4 mm.	(七)	13.9 mm.
(八)	12.1 mm.	(八)	14.1 mm.
(九)	11.7 mm.	(九)	14.0 mm.
(十)	11.9 mm.	(十)	14.0 mm.
平均	11.76 mm.	平均	13.97 mm.

$$\frac{11.76+13.97}{2}=12\ 865\ \text{mm.}=\text{龠深}\cdots\cdots\cdots\text{得數}(10)$$

(合) 校量法同上。

	(上徑)		(下徑)
(一)	33.2 mm.	(一)	32 1 mm.
(二)	33.4 mm.	(二)	32.4 mm.
(三)	33.5 mm.	(三)	32.3 mm.
(四)	33.7 mm.	(四)	32.5 mm.
(五)	33.8 mm.	(五)	32.3 mm.
(六)	33.9 mm.	(六)	32.3 mm.
(七)	33.9 mm.	(七)	32 2 mm.
(八)	33.5 mm.	(八)	32 0 mm.
(九)	33.5 mm.	(九)	32.0 mm.
(十)	33.3 mm.	(十)	32.2 mm.
平均	33.57 mm.	平均	32.23 mm.

$$\frac{33.57+32.23}{2}=32.9\ \text{mm.}=\text{合徑}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{得數}(11)$$

	(邊深)		(中深)
(一)	23.4 mm.	(一)	25.7 mm.
(二)	23.9 mm.	(二)	25.1 mm.
(三)	23.7 mm.	(三)	25.3 mm.
(四)	21.9 mm.	(四)	25.5 mm.
(五)	22.9 mm.	(五)	25.4 mm.
(六)	22.7 mm.	(六)	25.4 mm.
(七)	22.8 mm.	(七)	25.7 mm.
(八)	22.0 mm.	(八)	25.2 mm.
(九)	22.7 mm.	(九)	25.6 mm.
(十)	23.2 mm.	(十)	25.2 mm.
平均	22.92 mm.		25.41 mm.

$$\frac{22.92+25.41}{2}=24.165\ \text{mm.}=\text{合深}\cdots\cdots\cdots\text{得數}(12)$$

(升) 校量法同上，惟所用第一種尺上的兩個定點針太短，只能達到器腰，不能達到器底，故只能量中徑而未能量下徑。

	(上徑)		(中徑)
(一)	65.4 mm.	(一)	64.1 mm.
(二)	65.8 mm.	(二)	64.0 mm.
(三)	65.5 mm.	(三)	64.3 mm.
(四)	65.5 mm.	(四)	64.5 mm.
(五)	65.6 mm.	(五)	64.6 mm.
(六)	66.0 mm.	(六)	64.6 mm.

（七）	65.4 mm.	（七）	64.7 mm.
（八）	65.5 mm.	（八）	64.1 mm.
（九）	65.6 mm.	（九）	63.9 mm.
（十）	65.3 mm	（十）	64.4 mm.
平均	65.56 mm.	平均	64.32 mm.

$$\frac{65.56+64.32}{2}=64.94\text{ mm.}=\text{升徑}\cdots\cdots\cdots\cdots\text{得數(13)}$$

（邊深）		（中深）	
（一）	58 0 mm.	（一）	57.6 mm.
（二）	58 0 mm.	（二）	58.2 mm.
（三）	57.3 mm.	（三）	58.0 mm.
（四）	57.0 mm.	（四）	57.8 mm.
（五）	57.0 mm.	（五）	58.0 mm.
（六）	57.4 mm.	（六）	58.0 mm.
（七）	57.7 mm.	（七）	58.0 mm.
（八）	57.4 mm.	（八）	58.3 mm.
（九）	58.1 mm.	（九）	57.9 mm.
（十）	58.3 mm.	（十）	57.9 mm.
平均	57.62 mm.	平均	57.97 mm.

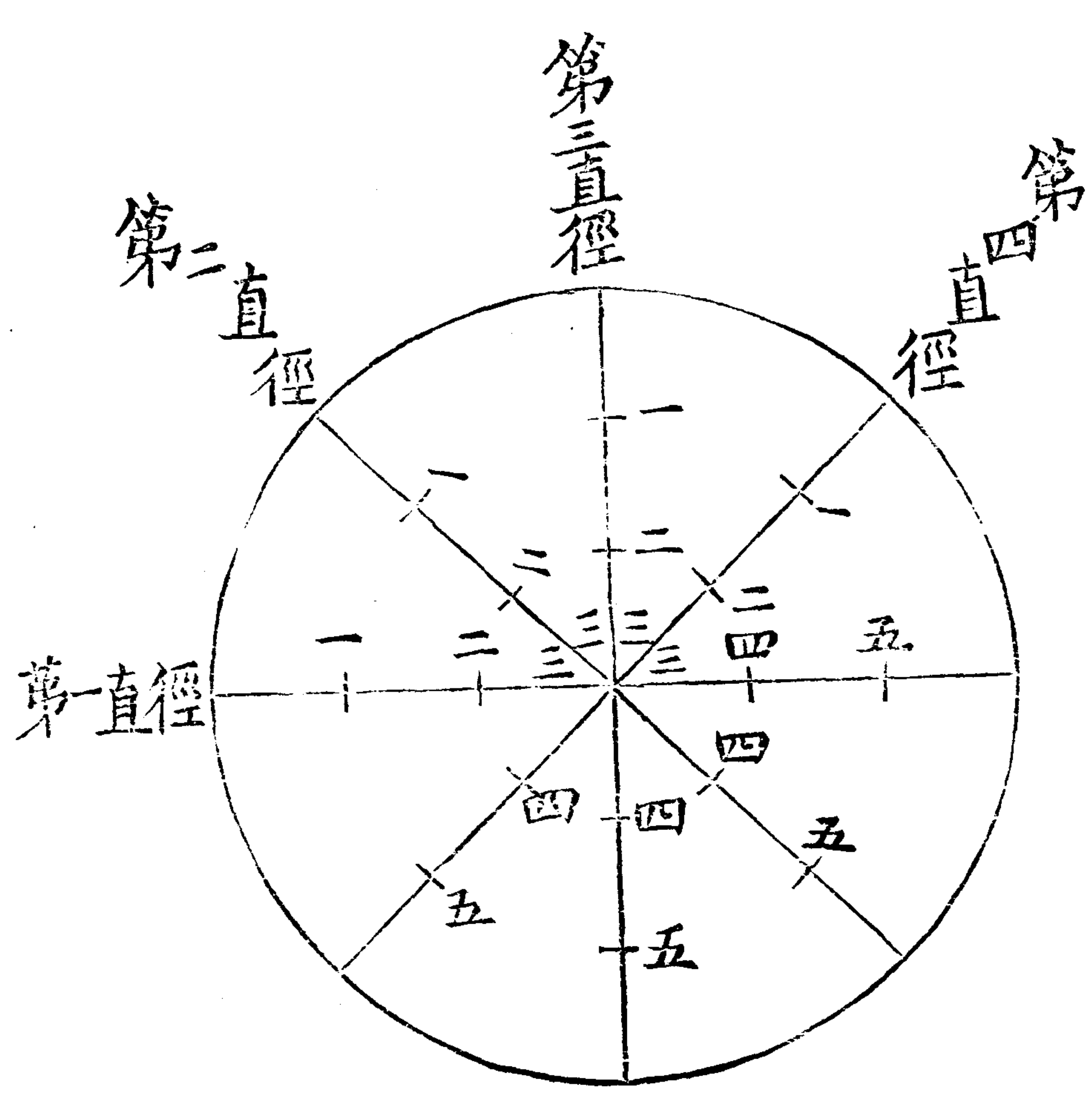
$$\frac{57.62+57.97}{2}=57.795\text{ mm.}=\text{升深}\cdots\cdots\text{得數(14)}$$

（斗） 徑的校量法同上。

（上徑）		（下徑）	
（一）	327.6 mm.	（一）	323.2 mm.
（二）	327.0 mm.	（二）	323.5 mm.

(三)	326.5 mm.	(三)	323.0 mm.
(四)	326.5 mm.	(四)	323.0 mm.
(五)	326.9 mm.	(五)	323.2 mm.
(六)	327.4 mm.	(六)	326.7 mm.
(七)	326.7 mm.	(七)	325.5 mm.
(八)	327.0 mm.	(八)	324.8 mm.
(九)	328.2 mm.	(九)	325.0 mm.
(十)	327.0 mm.	(十)	324.2 mm.
平均	327.08 mm.	平均	324.21 mm.

$$\frac{327.08+324.21}{2}=325.645\text{ mm.}=\text{斗徑}\cdots\cdots\text{得數}(15)\text{。}$$



邊深的校量法同上。

中深的較量法較前略精：如圖，就圓面作四直徑，分全圓爲八等分；分每一直徑爲六等分，得五個等分點；四個直徑共有二十個等分點，按點校量之。

(邊深)		第一直徑 (中深)		第二直徑	
(一)	20.5 mm.	(一)	23.1 mm.	(一)	22.8 mm.
(二)	20.3 mm.	(二)	25.0 mm.	(二)	24.2 mm.
(三)	20.6 mm.	(三)	25.2 mm.	(三)	25.3 mm.
(四)	22.0 mm.	(四)	24.7 mm.	(四)	24.0 mm.
(五)	21.9 mm.	(五)	23.5 mm.	(五)	22.4 mm.

(六)	21.9 mm.	第三直徑	(一)	23.9 mm.	第四直徑	(一)	22.9 mm.
(七)	21.7 mm.		(二)	25.2 mm.		(二)	24.7 mm.
(八)	21.4 mm.		(三)	25.3 mm.		(三)	25.3 mm.
(九)	21.4 mm.		(四)	23.9 mm.		(四)	24.7 mm.
(十)	21.1 mm.		(五)	22.8 mm.		(五)	22.5 mm.
平均	21.28 mm.		平均	24.07 mm.			

$$\frac{21.28+24.07}{2}=22.675\ \text{mm.}=\text{斗深}\cdots\cdots\text{得數}(16)$$

（斛） 校量法同上。

(上徑)		(下徑)	
(一)	332.5 mm.	(一)	328.1 mm.
(二)	331.9 mm.	(二)	329.7 mm.
(三)	329.9 mm.	(三)	329.0 mm.
(四)	329.0 mm.	(四)	328.5 mm,
(五)	328.5 mm.	(五)	329.4 mm.
(六)	328.4 mm.	(六)	328.5 mm.
(七)	330.3 mm.	(七)	328.8 mm.
(八)	331.3 mm.	(八)	329.4 mm.
(九)	330.0 mm.	(九)	329.2 mm.
(十)	328.0 mm.	(十)	329.2 mm.
平均	329.98 mm.	平均	328.98 mm.

$$\frac{329.98+328.98}{2}=329.48\ \text{mm.}=\text{斛徑}\cdots\cdots\cdots\text{得數}(17)$$

（邊深）		（中深）					
（一）	231.0 mm.	第一直徑	（一） 229.5 mm.		第二直徑	（一） 229.0 mm.	
（二）	230.0 mm.		（二） 227.0 mm.			（二） 226.5 mm.	
（三）	230.6 mm.		（三） 226.5 mm.			（三） 226.5 mm.	
（四）	230.0 mm.		（四） 227.5 mm.			（四） 227.0 mm.	
（五）	229.0 mm.		（五） 229.4 mm.			（五） 229.7 mm.	
（六）	229.7 mm.	第三直徑	（一） 229.2 mm.		第四直徑	（一） 229.2 mm.	
（七）	229.8 mm.		（二） 227.0 mm.			（二） 227.0 mm.	
（八）	229.4 mm.		（三） 226.3 mm.			（三） 226.5 mm.	
（九）	229.5 mm.		（四） 229.0 mm.			（四） 227.5 mm.	
（十）	230.0 mm.		（五） 230.3 mm.			（五） 229.4 mm.	
平均	229.9 mm.		平均 228.0 mm.				

$$\frac{229.9+228.0}{2}=228.95 \text{ mm.}=\text{斛深}\cdots\cdots\cdots\text{得數}(18)$$

先就各器之深——即得數（10），（12），（14），（16），（18）——求出一平均數：

第一法：

龠深	得數（10）	12.865 mm.	龠深	5 分
合深	得數（12）	24.165 mm.	合深	10 分
升深	得數（14）	57.795 mm.	升深	25 分
斗深	得數（16）	22.675 mm.	斗深	10 分
斛深	得數（18）	228.950 mm	斛深	100 分
	總數	346.450 mm.	總數	150 分

$$\frac{346.450}{150}=2.3096666 \text{ mm.}=\text{分之值}。$$

2.3096666 mm. × 100 = 230.96666 mm. = 尺之值

…………得數(19)。

第二法：

得數(10) × 20 = 257.30 mm.	(5分之20倍爲尺)
得數(12) × 10 = 241.65 mm.	(10分之10倍爲尺)
得數(14) × 4 = 231.18 mm.	(25分之 4倍爲尺)
得數(16) × 10 = 226.75 mm.	(10分之10倍爲尺)
得數(18) = 228.95 mm.	(尺)
總數 1185.83 mm.	總數 5尺

$\frac{1185.83}{5}$ = 237.166 mm. = 尺之值……得數(20)。

求第一第二兩法所得結果之平均數：

$\frac{\text{得數}(19)+\text{得數}(20)}{2}$ = 234.0613 mm. = 尺之值……得數(21)。

這是就各器的深度上求出來的尺之值，暫且擱着。

次就各器之徑——即得數(9)，(11)，(13)，(15)，(17)——以求尺之值。

首論斛與斗之徑：

得數(17) 斛徑 = 329.480 mm.

得數(15) 斗徑 = 325.645 mm.

平均 327.5625 mm.…………得數(22)。

前文說過，劉氏圓徑爲 1.4332136尺，

劉氏圓徑爲 1.4

$\frac{\text{得數}(22)}{\text{劉氏圓徑}}$ = 228.551 mm. = 尺之值…………得數(23)，

$$\frac{\text{得數(22)}}{\text{祖氏圓徑}}=228.07709\text{ mm.}=\text{尺之值}\cdots\cdots\text{得數(24)。}$$

次論升徑：

依劉說："方二寸而圜其外，庣旁九氂五豪"。

$$\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2.8284\text{寸}$$

$$\text{加}2\times0.019=\underline{0.0360\text{寸}}$$

$$\text{總數}\quad 2.8644\text{寸}=\text{升徑}\cdots\cdots\cdots\text{得數(a)。}$$

依祖說加以校正：

$$\text{得數(a)}+2\times0.0015\times2=2.8704\text{寸}=\text{升徑}\cdots\cdots\text{得數(b)。}$$

據得數(13)，升徑為 64.94 mm.

$$\frac{\text{得數(13)}}{\text{得數(a)}}=22.67141\text{ mm.}=\text{寸之值}\cdots\cdots\text{得數(25)，}$$

$$\frac{\text{得數(13)}}{\text{得數(b)}}=22.6240\text{ mm.}=\text{寸之值}\cdots\cdots\text{得數(26)。}$$

次論合與龠之徑：

依劉說："方寸而圓其外，　旁九豪"；但依斛斗升三器之例推算，庣旁應是九豪五秒，"九豪"乃簡約之辭。

此二器之徑，為斛徑或斗徑之十分之一，故依劉說：

$$\text{合徑或龠徑}=1.433214\text{寸}\cdots\cdots\cdots\text{得數(c)。}$$

依祖說：

$$\text{合徑或龠徑}=1.436192\text{寸}\cdots\cdots\cdots\text{得數(d)。}$$

按得數(9)　龠徑＝32.31 mm.

得數(11)　合徑＝32.90 mm.

平均　32.605 mm.⋯⋯⋯得數(27)。

$$\frac{\text{得數(27)}}{\text{得數(c)}}=22.74957\text{ mm.}=\text{寸之值}\cdots\cdots\text{得數(28)，}$$

$$\frac{\text{得數}(27)}{\text{得數}(d)}=22.70239\text{ mm.}=\text{寸之值}\cdots\cdots\text{得數}(29)。$$

〔此上衍算中，劉說與祖說並重。所以然者，以祖氏就圓面積以求圓徑，故知劉氏庣旁有誤。 但劉氏製器之時，必以圓徑爲標準；圓徑既誤，則圓面積亦必隨之而誤。 故祖氏圓徑是理想的，劉氏圓徑是實際的。 今理想與事實並重，俾徑與面積均可顧到。〕

就已得之尺與寸之值——即得數(23)，(24)，(25)，(26)，(28)，(29)——求其平均數：

第一法：

尺之值	得數(23)	228.55100 mm.	10寸
尺之值	得數(24)	228.07709 mm.	10寸
寸之值	得數(25)	22.67141 mm.	1寸
寸之值	得數(26)	22.62400 mm.	1寸
寸之值	得數(28)	22.74957 mm.	1寸
寸之值	得數(29)	22.70239 mm.	1寸
	總數	547.37546 mm.	24寸

$$\frac{547.37546}{24}=22.807311\text{ mm.}=\text{寸之值}\cdots\cdots\text{得數}(30)。$$

第二法：

得數(23)	=228.55100 mm.	1尺
得數(24)	=228.07709 mm.	1尺
得數(25)×10	=226.71410 mm.	1尺
得數(26)×10	=226.24000 mm.	1尺
得數(28)×10	=227.49570 mm.	1尺
得數(29)×10	=227.02390 mm.	1尺
總數	1364.10179 mm.	6尺

$$\frac{1364.10179}{6}=227.35030\text{ mm.}=\text{尺之值}\cdots\cdots\text{得數}(31)。$$

求兩法所得結果之平均數：

$$\frac{\text{得數}(30)\times 10+\text{得數}(31)}{2}=227.711705 \text{ mm.}$$

=尺之值………得數(32)，

是爲就各器之徑求得之尺之值。

以此數與就各器之深求得之尺之值——即得數(21)——相平均：

$$\frac{\text{得數}(32)+\text{得數}(21)}{2}=230.8865025 \text{ mm.爲尺之值，}$$

十分之，得 23.08865025 mm.爲寸之值，

百分之，得 2.308865025 mm.爲分之值，

以下可以類推。

量(補正)

據得數(8)，斛之值爲20187.66 c.c.——這是就實物上校量出來的結果。現在再依據理論來推算一下：

銘辭中說斛的積是"千六百廿寸"，換言之，即容量一千六百二十立方寸。

今已求得寸之值爲 23.08865 mm.(省去小數三位)，

則立方寸之值應爲$(23.08865)^3=12308.231$立方mm.

以1620乘之， 得 19939334.22立方mm.，

即 19939.33c.c.

是爲理論的斛之值。

以此與得數(8)相平均：

$$\frac{20187.66+19939.33}{2}=20063.495 \text{ c.c.爲斛之值，}$$

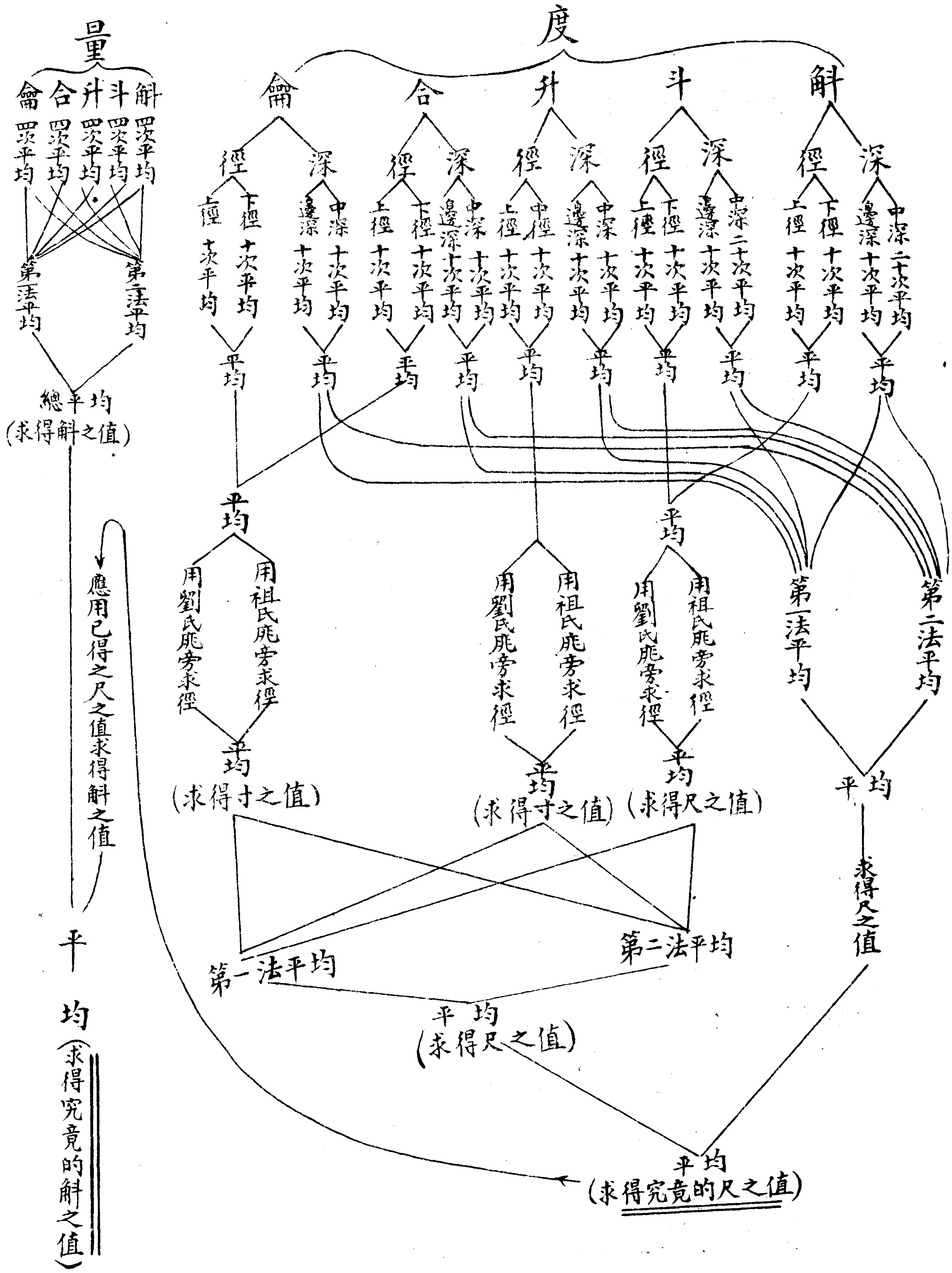
十分之， 得 2006.3495 c.c.爲斗之值

百分之 得 200.63495 c.c.爲升之值，

千分之， 得 20.063495 c.c.爲合之值，

二千分之， 得 10.0317475 c.c.爲龠之值。

今將以上所用校量及推算方法，列一總表，以清眉目．——



以所得結果與今度量衡(權度法)相推算，得

嘉量一尺＝今 7.2152寸，

今一尺　＝嘉量 1.38596尺，

（依今一尺＝320 mm.算）；

嘉量一斗＝今 1.937624升，

今一斗　＝嘉量5.161斗，

（依今一斗＝10035.4688 c.c.算）；

嘉量一斤＝今 6.0767兩＝今 0.37979375斤，

今一斤　＝嘉量 2.633斤，

（依今一兩＝37.301 gr.算）。

隋書律歷志所載十五等尺，亦可據此推定其值：

(一)周尺——漢志，王莽時劉歆銅斛尺——後漢建武銅尺——晋泰始十年荀勗律尺，爲"晋前尺"——祖冲之所傳銅尺：

＝230.8865 mm.

＝今0.72152尺；

(二)晋田父玉尺——梁法尺：

比晋前尺：一尺七釐，

＝232.5027 mm.

＝今0.72657尺；

(三)梁表尺：

比晋前尺：一尺二分二釐一毫有奇，

＝235.9891 mm.

＝今0.73747尺；

(四)漢官尺（晋時始平掘地得古銅尺）：

比晉前尺：一尺三分七毫，

＝237.9747 mm.，

＝今0.74367尺；

（五）魏尺，杜夔所用調律：

比晉前尺：一尺四分七氂，

＝241.7381 mm.，

＝今0.755431尺；

（六）晉後尺，晉氏江東所用：

比晉前尺：一尺六分二氂，

＝245.2015 mm.，

＝今0.76625尺；

（七）後魏前尺：

比晉前尺：一尺二寸七氂，

＝278.68 mm.

＝今0.87087尺；

（八）中尺：

比晉前尺：一尺二寸一分一氂，

＝279.6036 mm.，

＝今0.87376尺；

（九）後尺，即開皇官尺及後周市尺：

比晉前尺：一尺二寸八分一氂，

＝295.7656 mm.

＝今0.92427尺；

（十）東後魏尺：

比晉前尺：一尺五寸八毫（“五”字據馬衡先生之考證，當作“三”，今從之），

＝300.3372 mm.，

＝今0.93855尺；

（十一）蔡邕銅籥尺——後周玉尺：

比晉前尺：一尺一寸五分八釐，

＝267.3666 mm.，

＝今0.83552尺；

（十二）宋氏尺——錢樂之渾天儀尺——後周鐵尺——開皇初調鍾律尺——平陳後調鍾律水尺：

比晉前尺：一尺六分四釐，

＝245.6632 mm.，

＝今0.7677尺；

（十三）開皇十年萬寶常所造律呂水尺：

比晉前尺：一尺一寸八分六釐，

＝273.8314 mm.，

＝今0.85572尺；

（十四）雜尺——趙劉曜渾天儀土圭尺：

比晉前尺：一尺五分，

＝242.4308 mm.，

＝今0.7576尺；

（十五）梁俗間尺：

比晉前尺：一尺七分一釐，

＝247.2794 mm.，

$=$今0.77275尺。

此外別種古度量衡，苟能證明其與嘉量有比例的關係，即可用已得之數，一一推定其價值。我將來打算仔細研究一下，希望能夠做成一部中國歷代度量衡比較表。不過，這件事很不容易做；現在只能說有志於此，能不能做成，自己全無把握。

總之，新嘉量實物之發現，是中國學術史上的一件大事；因為這東西發現之後，所有已往的種種爭辯（如司馬光與范鎮），種種揣測（如朱載堉縱黍橫黍斜黍之說），都可以一掃而空了。

附註一

圓面積$=162.0033157625856$，是依現時算學中通用的$\pi=3.1416$算出的。

據隋書律歷志備數篇："宋末，南徐州從事史祖冲之更開密法，以圓徑一億為一丈，圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽（殿本"三丈"作"二丈"，誤），朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽，正數在盈朒二限之間；密率：圓徑一百一十三，圓周三百五十五；約率：圓徑七，周二十二"。

因此知祖冲之自已所用的圓周率有三種：

（甲種）盈朒二限間的正數：

$$\frac{3.1415927+3.1415926}{2}=3.14159265$$

（乙種）密率：

$$\frac{355}{113}=3.14159292$$

（丙種）約率：

$$\frac{22}{7}=3.142859$$

用甲種率求得之圓面積爲

161.99995256478762624方寸，

比162方寸少 .00004743521237376方寸，約當一方寸的二萬分之一。

用乙種率求得之圓面積爲

161.99996648765798707 2方寸，

比162方寸少 .000033512343012928方寸，約當一方寸的三萬分之一。

用丙種率求得之圓面積爲

162.0651576393方寸，

比162方寸多 .0651576393方寸，約當一方寸的二十分之一。

三種得數相較，以乙種爲最近，可見祖氏當時所用的率，是乙種，不是甲種。

若欲得數完全密合，則圓周率應爲 3.14159357。

附註二

馬衡先生以爲"以井水準其概"一語不能如此解釋。　他依據"概"字的原義，定爲平斗斛器；"以井水準其概"，乃是用井水較準這平斗斛器，並不是用井水灌在斗斛之中。　這一說在字義上看去，是無可辨駁的；在事實上，却是不可能。因爲"概"既爲平斗斛器，其形式不爲一塊平的小木板，即爲一支圓的小木棍("概"，從"木"，故可知爲木製)；無論其爲木板或木棍，都可以不必用井水較，而且也無從用井水較得。　因此，那天馬先生與我辨論的時候，他問我："你不把'概'字解作平斗斛器，請問此字在句中應作何解？有無着落？"我竟無從回答。　我轉問他："你一定要把'概'字解作平

斗斛器，請問句中'井水'二字有何用處？有無着落？" 他也無從回答。

近來在顧陳垿的鍾律陳數上看見一段話說，也是討論這一件事的：

"其曰'以井水準其概'者，謂實龠旣滿，沃水令平，以當面冪，視黍粒之頂悉與水齊而後已，所以代概也。"

這是說不過去的，因爲黍輕水重，先放黍，後放水，黍粒必隨水浮出，至少也要浮得比龠口更高，決然做不到"黍粒之頂悉與水齊"。 接着說：

"必井水者，性澄靜，善沉物，不浮動也"。

這在井水的性質上加了許多臆測，不甚可靠。 接着又說：

"若曰以水平概，以概平龠，無論取平太拙，且龠之面，其廣幾何，安所施概？"

這實在說得不錯，附錄於此，以備參考。

（十七年，十月二十五日，補記。）