

## Elemente der Algebra

### Arbeitsblatt 25

### Übungsaufgaben

#### AUFGABE 25.1.\*

Erstelle eine Geradengleichung für die Gerade im  $\mathbb{R}^2$ , die durch die beiden Punkte  $(2, 3)$  und  $(5, -7)$  verläuft.

#### AUFGABE 25.2.\*

Erstelle eine Kreisgleichung für den Kreis im  $\mathbb{R}^2$  mit Mittelpunkt  $(2, 7)$ , der durch den Punkt  $(4, -3)$  läuft.

AUFGABE 25.3. Erstelle eine Kreisgleichung für den Kreis im  $\mathbb{R}^2$  mit Mittelpunkt  $(4, -1)$ , der durch den Punkt  $(-2, 5)$  läuft.

AUFGABE 25.4. Bestimme die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Geraden  $G$  und des Kreises  $K$ , wobei  $G$  durch die Gleichung  $2y - 3x + 1 = 0$  und  $K$  durch den Mittelpunkt  $(2, 2)$  und den Radius 5 gegeben ist.

#### AUFGABE 25.5.\*

Berechne die Schnittpunkte der beiden Kreise  $K_1$  und  $K_2$ , wobei  $K_1$  den Mittelpunkt  $(3, 4)$  und den Radius 6 und  $K_2$  den Mittelpunkt  $(-8, 1)$  und den Radius 7 besitzt.

AUFGABE 25.6. Es sei  $D$  ein nichtausgeartetes Dreieck in der Ebene mit den drei Eckpunkten  $A, B, C$ . Zeige, dass man die Höhen, die Mittelsenkrechten, die Winkelhalbierenden und die Seitenhalbierenden mit Zirkel und Lineal konstruieren kann.

AUFGABE 25.7. Es sei ein Kreis  $K$  und ein Punkt  $P \in K$  gegeben. Konstruiere die Tangente an den Kreis durch  $P$ .

AUFGABE 25.8. Es sei eine Gerade  $G$  und ein Punkt  $P \notin G$  gegeben. Konstruiere einen Kreis mit Mittelpunkt  $P$  derart, dass die Gerade eine Tangente an den Kreis wird.

AUFGABE 25.9. Es sei  $P \in \mathbb{C}$  ein nichtkonstruierbarer Punkt.

a) Zeige, dass es unendlich viele Geraden durch  $P$  gibt, auf denen mindestens ein konstruierbarer Punkt liegt.

b) Zeige, dass es maximal eine Gerade durch  $P$  gibt, auf der es mindestens zwei konstruierbare Punkte gibt.

AUFGABE 25.10. Rekapituliere die Strahlensätze.

AUFGABE 25.11. Erläutere geometrisch, warum die 0 das neutrale Element der geometrischen Addition von reellen Zahlen ist.

AUFGABE 25.12. Erläutere geometrisch, warum die 1 das neutrale Element der geometrischen Multiplikation von reellen Zahlen ist.

AUFGABE 25.13. Erläutere geometrisch, woran die geometrische Division von reellen Zahlen durch 0 scheitert.

AUFGABE 25.14. Es seien  $P, Q$  zwei Punkte auf einer Geraden  $L$  und  $M$  sei eine weitere Gerade durch  $P$ . Konstruiere mit Zirkel und Lineal eine *Raute*, sodass  $P$  und  $Q$  Eckpunkte sind und eine Seite auf  $M$  liegt.

AUFGABE 25.15. Zeige direkt, ohne Bezug auf Koordinaten, dass die Summe von zwei konstruierbaren komplexen Zahlen wieder konstruierbar ist.

AUFGABE 25.16. Es sei ein Dreieck  $D$  durch die Eckpunkte  $A, B, C$  in der Ebene  $E$  mit den Seiten  $S, T, R$  gegeben. Es sei ferner eine Strecke  $S'$  durch zwei Punkte  $P, Q \in E$  gegeben. Konstruiere mit Zirkel und Lineal ein zu  $D$  ähnliches (also winkeligleiches) Dreieck  $D'$  derart, dass  $S'$  eine Seite von  $D'$  ist und dass  $S'$  der Seite  $S$  entspricht.

Tipp: Konstruiere zuerst ein zu  $D$  kongruentes Dreieck  $D''$  derart, dass  $S''$  zu  $S'$  parallel ist.

AUFGABE 25.17. (5 Punkte)

Berechne die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der beiden Kreise  $K$  und  $L$ , wobei  $K$  den Mittelpunkt  $(2, 3)$  und den Radius 4 und  $L$  den Mittelpunkt  $(5, -1)$  und den Radius 7 besitzt.

AUFGABE 25.18. (6 Punkte)

Es sei eine zweielementige Menge  $M = \{0, 1\}$  in der Ebene gegeben. Wie viele Punkte lassen sich aus  $M$  in einem Schritt, in zwei Schritten und in drei Schritten konstruieren?

AUFGABE 25.19. (3 Punkte)

Beschreibe die Konstruktion einer reellen Zahl  $x$  mit Hilfe von Zirkel und Lineal, deren Abweichung von  $\sqrt{\pi}$  kleiner als 0,00001 ist.

AUFGABE 25.20. (3 Punkte)

Bestimme alle Lösungen der Kreisgleichung

$$x^2 + y^2 = 1$$

für die Körper  $K = \mathbb{Z}/(2)$ ,  $\mathbb{Z}/(5)$  und  $\mathbb{Z}/(11)$ .



## Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 5
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 5