一間、横九間の地面の周圍に垣を造りたるに一間につき七十八錢五厘かゝりたりといふ、總體にて何程かゝりたるか」の問題に於て兒童が「地面の周圍の長さ」に思當つたならば、それは解法の端緒を捕へ得たのである、しかしそれは兒童の力に放任して置けば容易に發見することが出來ないのである、故に問題解法の指導としては此の解法の端緒を發見せしむるに助力するのである、これについて妙案があるならば、それは誠に算術教授界に貢獻するであらう。第十二章はこれが具體的解決案である

第九章　算術應用問題解法の發生的考察

第一節　解法の典型

個性の教育上重要視せられて來たことは、兒童の本性を尊重する意味に於て正當である。兒童が問題の解法を工夫する、思惟の方法に於ける典型に對しては、適當なる教育的處理を加へんければならぬ。解法の典型は或る一種の思考方法であるけれども、これを偏頗に發達せしめてはならぬ。種々の典型を混合したる方向に、兒童の思考方法を指導せねばならぬ。

しかるが故に、若し兒童が一種の典型に屬することを發見したるときには、時を移さずして、未だ著しくない、他種類の典型の性能を發達せしめ、且つその勢力を强大にして、唯一種の典型に偏執することを避けねばならぬ。而し此の典型が人格の根本的相違から來るものであるならば、その變化を成立せしめることは、絕對に不可能であるけれども、思考の方法に於ける典型は、自分の經驗せる範圍に於ては、多くの場合に絕對的相違ではなく、質及量に於て聯關し相接する種類のものであるから、これを轉移せしめることは敢て不可能ではない。

第二節　解法工夫の總合的態度

これは問題の解法を工夫するに當りて、一の型のやうなものを作つて行かうとする

ものて、問題を解くに當つて、この問題は何を求めるものであるか、これを求むるには如何なる要件が必要であるかといふやうに、恰かも結論から前提を探るやうに、例へば此の問題は釣錢を求めるのである、釣錢は支拂金から買物代を引去ればよいと決定して、解法の端緒を把捉せんとし、又は此の問題は利息を求むるものである、利息は元金と利率と期限との相乘積であると決定して、解法の端緒を把捉せんとするが如く、解法の工夫に當つて、何か概念的のものを心意界に構成してをいて、それによつて問題解法の端緒を發見せんとする典型のものである。

此の典型は、思考活動の綜合的態度である。既知の條件を分解して、未知の條件を設定し、徐ろに思考を發展せしめやうとする態度ではなく、微細なる聯合的觀念或は極度の類推によるものである。此の典型に屬する兒童は、案外にその數が多いことを發見する。此の事實はフォーゲル氏の研究の結果と偶然に一致して居る。これは兒童の想像性と類比性の旺盛なる結果である。

第三節　解法工夫の分析的態度

これは問題の要求點を思考活動の出發點として、逆進的に既知の條件を決定し行くものである。此の方法は、思考活動の動機たるべき目的觀念の指示によつて、思考そのものを合理的に開展し行かんとするものである。例へば「玄米一駄を十一圓六十八錢にて買ひ、運賃に三十錢、つき賃に五十錢をかけて白米とし十三圓六十錢にうれば何程の利益あるか」に於て買價は十一圓六十錢と三十錢と五十錢との合計十二圓四十八錢となる、而して賣價は十三圓六十錢である。故に買價と賣價との差卽ち一圓十二錢の利益となるといふ工合に、思考して行くもので、思考活動が一歩々々合理的であり秩序的であり又組織的である。

此の典型は思考活動の分析的態度である。此の思考方法は根本的のものであり、組織的のものであるけれども、兒童は此の典型に屬するものが少く、又この方法に依る

ことを困難とするやうである。

第四節　解法の發生的考察

此の思考の總合的及分析的態度を、發生心理學的見解の下に批判して見たいけれども、十分なる材料を蒐集することは出來ぬから、今は自分の狹き經驗にフォーゲル氏の研究の結果を參考して意見を述べて見たい。

此の分析的態度の思考關係は、總合的態度の思考關係のものより進歩が緩漫である。モイマン氏は分析的態度の思考は、總合的態度のものより稟賦の高いことを主張して居る。これ總合的に事物を思考する東洋人の警戒を要すべきことである。グロース氏は兒童には思考の總合的態度のものは、分析的態度のものに比して多いと云つて居る。要するに發生的に考察するに、兒童には總合的思考が先づ發達し、漸次分析的思考のものが加はるのである。而して後者の發達は前者に比して著しく緩漫であることは注意すべきことである。

此の心理的事實は解法指導要領の上に一道の光明を投げるものではあるけれども、吾人は全然此の發生的見地に從ふことは出來ぬ。心理的事實は自然の事實であり、指導は理想から生みだしたる要領に從はねばならぬ。而し吾人は此の心理的事實を基礎として指導の要領を定めねばならぬ。即ち總合態度を漸次分析的態度に導くことが吾等の努力すべき着眼點であらう。

第十章　算術應用問題解法指導の豫備問題

第一節　解法指導の難關

解法の指導につきての、教師の教授上の戰略は餘程困難であり、且つ興味ある問題である。此の戰略は豫め腹案を作り、楷段的に秩序的に發展せしめんければならぬ。問題を兒童に提供するや、彼等はこれを解決せんとして、直接的の解き方を工夫し、

或は間接的の解き方を工夫するも、容易に解法の端緒を發見し且解法の順路を決定し得ざるときは、敎師は茲に敎的育活動としての解法の指導をなさねばならぬ。此の指導の實際に於て、敎師は自己の活動の質と量の方面を考慮し、自己の守るべき範圍を超えてはならぬ。若しその範圍を超えて、兒童の活動範圍を侵略しては、兒童がその問題によつて陶冶せらるゝ敎育的效果を減殺するものである。

さり乍ら如何なる範圍までの敎師の活動が必要なりやは、問題の難易と兒童の知能の程度とによつて、臨機應變に而かも殆んど直覺的に決定せらるべきものである。即ち敎師の活動範圍と分量は最少限度を出發點として、必要に應じて遞次的に擴大せらるべきものである。けれども敎師の指導は兒童の自己發見、自己獲得の助成であるといふことを根本觀念として行はるべきものであるから、若し兒童の側に立ちて考へたる場合に、兒童の自己發見、自己獲得の原則が保留せらるゝことなく、即ち解法の講義をなすが如く根本的に破壞せられて居るならば、それは解法の指導としては絶對的に誤れるものである。故に如何なる場合に於ても、解き方の講義ではなく、彼等兒童の自己發見、自己獲得といふことが解法指導の實際過程中には保留せられんければならぬ。從つて解法指導の敎育的價値と、兒童の自己發見、自己獲得の分量との間には正比例の關係が成立するものであるが、敎師の活動量と兒童がその問題によりて陶冶せらるゝ敎育的效果との間には反比例の關係が成立するものである。

要するに敎師は自己の活動の範圍と、量とを可成的に減量し以て、兒童の活動範圍と量とを可成的に擴大なることを標準とすべきである。此の標準を遵守すれば兒童の自己發見と自己獲得の量は增大し、敎育的效果は顯著になるのである。此の要領を體得することが解法指導の難關である。

第二節　解法指導の方案

問題の解き方を講義することは極めて容易なることであるけれども、これは絶對に

避けねばならぬ。「斯くして斯くする」とか「掛けて割るとか」いふやうな指導の方法を執らるゝ實際家は案外多いけれども、予輩は絶對に不賛成である。何故に不賛成であるか、その理由は單簡明瞭である。曰く「斯くの如き指導の方法は眞に彼等に解法の眞諦を體認せしめ、解法の實力を養成する所以ではない。」彼等に理解せられ、體得せられ、血あり肉ある眞の解法の實力を養成する方法としては、予輩は豫備問題に依る指導を最良絶對のものとして推すのである。

即ち豫備問題を提出して、本問題の解法の端緒を彼等をして發見せしむる如く、彼等の觀念流を整理し指導するのである。豫備問題の本質としては、本間題解法の思考方法を指導するにある。彼等は豫備問題によりて、解法の基本觀念を憶起し、或は問題の構成を理解し、玆に直接的に將た間接的に解法の端緒を發見するに至るものである。此の際の思考過程は聯想の場合あり、比論の場合ありて一様ならずと雖も、彼等はこれによりて所謂遠廻しに解法の要領を體得するものである。

要するに豫備問題は、彼等兒童をして以心傳心的に解法の要領を把捉せしむることが本領である。從つて豫備問題と本問題との關係を、敎師が兒童に指摘したり、或は暗示しては、豫備問題としての効果を減殺すべきものである。從つて敎師は豫備問題を提供して、何知らぬ顔をして、彼等をして自然に本問題の解法の成功に近付かしむることを要領とすべきである。

第三節　豫備問題の構成

豫備問題は本質上數題連結せらるべきが本體である。所謂「力強き一題の豫備問題」をといふことは、誰しも欲することであるけれども、それは彼等に眞の解法の實力を賦與する解法の指導の豫備問題としては望みうべくして望み難きことである。而し豫備問題から本間題に至るには敎育的注意としては、最短距離を選ばねばならぬ。而し最短距離を通りて本問題を解かしむることは理想であるけれども、是非通過すべき道程

を無理に短縮することは愼まねばならぬ。ペスタロッチ氏が冗長は教育の大罪なりといつたとは予輩も能く知つて居るけれども、それは此の場合に適用すべき者ではない。

豫備問題は本體としては數題連結せらるべきものであるといつたけれども、それは問題の難易と兒童の程度に應じて、或は一題を以てし、或は二題を以てする等、又一題を以て成效しうべしと豫想したるも、實際に於ては一題にては成效せざる場合には今一題追加し、猶一題追加する等の機宜の處置を執るべきものである。

豫備問題に關しこれ以上の具體論は實際家としては必要であるけれども、千態萬化の應用問題に對して、抽象的にのべたところで實際家にさほど大なる貢獻あるものでもない。

實際家は本節の趣旨を體認して豫備問題の選擇と排列に注意すべきである。

〔註〕豫備問題は主問題解法の何れを(種々ある場合)標準とすべきかを決して、然るのち構成せらるべきものである。この標準を決定することは經驗と直覺による外はない。(大正八、一二、二三朝)

第十一章　算術應用問題解法工夫の方案

第一節　獨立的思考の習慣養成

現今小學校に於ける應用問題の解法教授を見る毎に予の驚くことは、その教授の甚しく殺氣滿々たることである。而して教師が兒童に教へて居るのか、叱つて居るのか、將亦喧嘩をして居るのか實に判斷に苦しむ位である。教師は有意成案的でなく突發的であり無方針である。偶々長閑な落着いた教授振りと思つて觀て居ると、恰かも催眠術を施すが如く教師と兒童との間に頻りに問答が交換せられて、教師は知らず識らずの間に、兒童を計算に導いて「サアそれでは計算して御覽」を極め込んで得意然として徒らにタイムを送りページを迎へて居る。而かも一時間に教師の占領し得たる問題數は驚く勿れオンリイワンである。斯くの如き教授を徒らに毎日々々反覆して居ても、兒童の應用問題に對する獨立思考の習慣は少しも養成することが出來ないのであ

る。それは實に骨折り損の草臥れ儲けである。然らば如何にせば兒童の獨立思考の習慣を養成することが出來るか、卽ち如何にせば兒童自身をして應用問題の解法を工夫せしむることを得べきか、こは必要にして亦至難なる問題であるが、是非解決を要すべきものであると思ふ。應用問題を解くに當つて、此の事實から彼の事實へと思考し推理するのは兒童自身であつて、敎師のなすべきことではない。若し敎師がこんなことをするやうでは、中實を食べて皮を兒童に喰はしむるに等しいことである。然し乍ら兒童に任せて置いてサア解きなさい、考へなさい、こんなことが出來ぬ道理はないと矢繼早に言つて居るやうなことでは、これ又敎授の眞諦を解せぬものといふべきである。敎授であり敎師である以上は是非兒童を指導すべきである。指導の任を果してこそ敎師たる責を盡したといふべきである、然らば如何に指導すればよいか、これが困難なる問題であり亦久しい間の疑問である。

凡そ指導は質と量とを有し、兩者其の度を得ざればその本義に反する譯である。しかし要するに兒童自身が工夫を凝らして問題の解法を發見するために、如何なる點に着眼すればよろしいかといふことを暗示してやるのが指導の本義であると思ふ。

此の解法工夫の要領を與へてやることが問題解法の訓練であると思ふ。自分は常に此の訓練をなすことに努力して居る。何時も問題を解くときにはかく考へよ、此の徑路を辿れ、かくかくの點に着眼せよと注意を與へて居る、故に今日にては問題を解くべき訓練は出來て居る、兒童は敎師に依賴することがない、自ら解法を工夫することに努力して居る、從つて敎師は兒童を叱らずともよい、共に樂しくやることが出來る。

かくの如くにして予は兒童の獨立思考の習慣を養成して居る。

第二節　解法工夫の祕訣

問題解法の端緒を把捉することは、單一關係の問題に於ても、複合關係の問題に於ても、解法中の難關である。此の端緒を發見する工夫思考の心的活動の根據は比較聯

關に存することは前に述べたる如く、即ち問題の要求點と既知の條件との比較聯關より未知の條件の設定をなすことである。此の比較聯關の作用中、解法の端緒は問題の事實關係より暗示せらるゝ場合と、數關係より暗示せらるゝ場合とがある。故に解法の工夫の秘訣としては第一は問題の事實關係を吟味して解法の端緒を發見せしむること、第二は問題の數關係を吟味して解法の端緒を發見せしむることを數へたい。

此の事實關係及數關係の吟味も、これを直接的の吟味と間接的の吟味とがある。次には解き方工夫の直接法及間接法として要點をのべやう。

第三節　解法工夫の直接法

こは問題の事實關係及數關係そのものにつきて、直接的に吟味を加へ、比較聯關の思考活動の結果、解法の端緒を發見する工夫の方案である。この方案には五箇條の着眼點をあげたい。

第一の着眼。

問題は何を求めて居るか、及びそれを求むるための條件は何であるかといふことに注意すれば解法の順路を見出し得ることがある。

第二の着眼。

問題中の一事實を捉へてこれを手掛りとして、問題の要求及び問題の事實との關係を考察するときは、解法の順路を見出し得ることがある。

第三の着眼。

問題中の某數が若干數の和、或は差、或は積、或は商なりといふことを考察するときは、解法の順路を見出し得ることがある。

第四の着眼。

問題中の若干數の和、或は差、或は積、或は商が問題の要求或は問題の事實に關して、如何なる關係あるかを考察するときは、解法の順路を見出し得ることがある。

第五の着眼。

問題中の事實關係、數關係が如何に複雜なりとも、大抵其の主要の部分が、基本の問題とも稱すべきものと相似たるものがある、故に若干の基本問題を記憶し置くときは解法の順路を見出し得ることがある。

以上五種の着眼點は應用問題解法工夫上の有力なる要領である。然しその要領とても器械的に適用せしむるのでは效果がない。或ものは直ちに第三により、或は第一により、或は第一より順次に試みて第四に至るありて、千態萬様であるが、要する所、是等の要領を巧に運用することによりて問題は解決せられるのである、以下此の要領の特質を述べやう。

第一の着眼。

問題は何を求めて居るか及びこれを求むるための條件は何であるかといふことを考へるのである。卽ち論理學に於て斷定（何を求めて居るか）を引出すために必要なる前提（これを求むるための條件）を見出すのと同一である、古來の形式論理學者が推理に關して說いて來た一の大誤謬は、前提は與へられたるものとして、その與へられたる前提から斷定を引き出すことのみを推理の本質と見たことである。然れども、推理の要點は、唯與へられたる前提より斷定を引き出すことのみに止まらずして、實に吾人の要する結論卽ち斷定に達するために必要なる前提を自動的に見出すことが推理に於ける重要なる作用である、推理の前提は與へらるゝものにあらずして、推理家自身の有意的に搜索する所である、卽ち多數の方面中より目下の問題を解決するに必要なる前提となるべきものを自ら見出さねばならぬ、既に適當なる前提にして見出されんか、これより所要の斷定を引き出すことは決して困難なることではない、兒童の困難とする所は實に適當なる前提を見出すことにあるのである。應用問題解決につきて賢愚の別るゝは實に此の適當なる前提を見出すことの遲速にあるのである。要するに推理作用の重要なる點は與へられたる前提より斷定を引き出すことにあらずして、實

に前提其の物を見出すことにあるのである。

然るにこれが實際教授の上に甚しき誤を來して居るのは誠に遺憾なことである。例へば

土地一坪の價三圓二十錢とすれば、縱二十三間橫十七間なる矩形の土地の價は何程なるか。（尋四、六〇頁三）

の問題を解くに當つて思考推理上重んずべき點は土地の總價額（斷定）を算出するためには土地一坪の價と坪數との（前提）二要項を兒童自身をして見出さしむることである。然るに兒童が此の斷定（土地の總價額）を引き出すために必要なる前提（土地一坪の價と坪數）を見出すことが困難であるからとて、敎師が要らぬ干涉をして土地の總價額を算出するためには、一坪の價と坪數とを知らねばならぬのである、サア解いて御覽と言つて只單に兒童をして計算のみをやらして居る。兒童は何も前提を與へられて結論を引き出すことに困難を感じて居るのではない、それは至極容易であるが、前提を見出すことに困難を感じて居るのである。

第二の着眼。

應用問題の解法は多く第一の着眼によりて成功する。しかし問題の事實關係といふものは複雜であつて、何を求めるかといふことが明瞭に分つて居ても、これを求むるための條件といふものを容易に發見し、又一般的に決定することが出來ない場合が多い。

玆に於て第二の着眼によりて第一の着眼を補ふのである。卽ち一事實を捉へて問題の要求或は問題中の事實と對照して、問題の答を求むるための條件を考察して、解法の順路を發見せんとするのである。

第三の着眼。

策一、二の着眼によりて解法の順路を發見し得ざるときに、第三の着眼によりて問題中の某數が若干數の和、或は差、或は積、或は商にあらざるやを考察し、これと、問

題の要求と問題中の事實との對照によりて解法の順路を見出さんとするのである。

第四の着眼。

第一、二、三の着眼によりても解法の順路を見出すこと能はざるときには第四の着眼によるのである、しかしこれは餘程高尙なる問題に進んだ頃である。

これは餘程兒童の思考力を練磨すること大なるものがある、卽ち問題中の若干數にて和或は差、或は積、或は商を新たに作り出し、之と問題の要求又は問題中の事實とを對照して解法の順路を發見せんとするものである。

第五の着眼。

これは第一、二、三、四の着眼によりても成功せざるとき其の問題と類似せる又は一部類似せる既授の基本問題を想起して、類化的解法をなさんとするのである。

然してこれも兒童の思考を練磨すること大なるものである。卽ち本問題は既授の某問題と類似して居る、某問題は斯くして解いた、故に本問題も斯くして解くのであるといふやうに秩序正しく進むのである。兒童は類推を極度まで使用せんとする傾向が强いものである。彼等に解法の心理狀態を語らして見ると、この類推によりて解法を決定する場合が多いのである。然し兒童の類推は皮相なる判斷から進む場合が多いから、よく事實を吟味することの習慣を養成したい。

次には例題によりて解法工夫の順序を述べて見たい。記述は着眼を器械的に適用する如きも、事實は然らずして圓轉滑脫自由自在であることは豫め承知を願ひたい。

〔例一〕甲乙兩人あり、東西兩地より同時に相向ひて發し日々は甲は十里二十町五十間、乙は八里十八丁づゝ行きしに十五日にて出合ひたりと東西兩地の距離は何程なるか。（尋五、六一頁二）

東西兩地の距離を求むるためには、第一の着眼より甲乙兩人の一日に近寄る里程と步みたる日數との二要項を數ふれば容易に解決をなし得るのである。

〔例〕二旅人あり、三十里ある處に行くに三日間かゝり、而して初日には八里十八丁

だけ歩み二日目には十里二十五丁だけ歩みたりといふ、三日目には何程歩みたるか。（尋六、六八頁七）

三日目に歩みたる里程を求むるには第一の着眼によりて、全里程と初日二日の兩日間に歩みたる里程の和との二要項を見出さゞるべからず、かくの如き問題は極めて容易なれどもかくの如く秩序正しく進まば思考を練ること大である。

〔例三〕竿を水中に入るゝに初に其の$\frac{2}{3}$次に殘りの$\frac{2}{3}$を入れたるに、一尺殘れりと竿の長さ何程なるか。（尋六、二五頁一〇）

問題の要求は竿の全長であるが、直ちにこれを求むる條件を見出すことが出來ぬ。茲に於て第二の着眼によりて最後の殘り一尺に着眼して、問題の要求及他の事實との關係を考察するのである。

然るときは一尺は竿の全長の$(1-\frac{2}{3})\times(1-\frac{2}{3})=\frac{1}{9}$なることが推理出來る。こゝに於て全長の$\frac{1}{9}$が一尺なりとの事實より、求め得らるゝのである。

〔例四〕某會社の職工は總員二百十八名にして、三等に分れたり、一等職工は二等職工よりも六名少く、三等職工は二等職工よりも三十五名多しと、各等職工數如何（高一、一三頁一三）

問題の要求は各等の職工數であるが、如何なる條件よりこれを決定すべきかは容易に知ること出來ぬ、茲に於て着眼は一等職工は二等職工より六名少し、三等職工は二等職工より三十五名多しといふ事實に轉ぜらるゝのである。

かくするときは一等職工は二等職工よりも六名少きが故に二百十八名に六名を加ふるときは二等職工の二倍と三等職工との和を得べきである。三等職工は二等職工よりも三十五名多し故に218＋6より三十五を減ずれば二等職工の三倍を得べき筈である。

かくの如くせば問題解法の順路を發見し得らるゝのである。

〔例五〕或る學校の男生徒の數は全生徒數の丁度$\frac{3}{5}$にて百九十五人なり全生徒數は何

程なるか。（尋六、二三頁一）

問題の要求は全生徒數である。本問題にては百九十五人は全生徒數と$\frac{3}{8}$との積なることの第三の着眼にて容易に解決し得べきものである。

〔例六〕汽車乘客七百二十人の中一等客と二等客との合計は六百四十二人、二等客と三等客との合計は七百八人なりと、各等の乘客は幾人か。（尋四、三〇頁二六）

本問題は四年程度に於ては余程困難である、これは第三、四の着眼を共に運用して解決をなすべきものである。

乃ち七百二十人は各等乘客の合計なることを深く腦に印象し、七百二十人と六百四十二人との差を新に作りて、三等乘客數を得べきが如く思考せば、他の一二等乘客數を求め得るのである。

〔例七〕甲乙丙の三種あり、甲乙の和は一三・五乙丙の和は二〇・七甲丙の和は一八・四なりと三數各如何なるか。（高一、一五頁二二）

本問題は甲乙丙の三數を求むるのである。これは第一、二、三の着眼によりて試むるも徒勞である。茲に於て各數を加へ合せること卽ち第四の着眼によつて問題解法の順路を發見し得るのである。

〔例八〕水夫が終始同樣に漕ぎて或川を上下したるに上りは毎時間十五町進み下りは毎時間五十町進みたりと流れの速さは何程なるか。（高二、三九頁九）

本題の要求は流れの速さであるが、これを決定する條件は分らぬ、又事實を捉へて考察するも手掛りを得ない、茲に於て上り毎時間の十五町進みたるは流れの速さと漕ぐ力との差、下り毎時間の五十町は流れの速さと漕ぐ力との和なる二點卽ち第三の着眼によつて問題解法の順路を發見し得るのである。勿論本題は第五の着眼によりて和と差問題の變形なることを思ひ浮べたるものは何等の苦もなく解決することが出來る。然し此の基本問題を記憶して類化的解法をなさしむることには世論は區々にして一定して居ない、その基本問題と言ふことが中々定められるものではない、元來算術

應用問題といふものは科學的のものでない、科學的のものでない算術應用問題を科學的に分類して基本問題などを選ぶといふことが既に不合理である、然しながら應用問題は分類といふこと又は基本問題といふことによりて大に解決が助けられる事が多い、故に予も此の分類及び基本問題といふことは強ち排斥はせない、或る程度まではこれをとり入れて居るのである。

然し此の基本問題と言ふことは余程議論のあることで、到底結論の得らるべき筈のものではない。個人の主觀によつて十人十色に分れるものである。尙この基本問題は學年の程度によつて自ら異るものであるから、記憶せしむべき基本問題も毎年異る譯であるが、高等科に於て基本問題として記憶せしむべきものは凡そ次の九種位で結構であると想ふ。

〔第一〕歸一問題

一箇に對する値に引直して、計算する方法であつて、算術問題の解法上頗る重要なるものである。

職工あり、五日間働きて三圓二十五錢の賃錢を得たりと、此の割合にて七日間働かば何程の賃錢を得べきか（尋六、二八頁）

〔第二〕還元問題

未知數に運算の四則を種々に施して得たる最後の結果を與へて、此の未知數を求むる算法である。

或る數に十を足して四にて割れば二十五となるといふ、如何なる數か（尋四、三〇頁）

〔第三〕植木問題

丁度木を植うるときに計算する如く、最初の一本より始め、相隣れる二本の間隔を常に相等しくし、最後の木に至るまでの距離を木の數を知りて計算するか、若しくば相隣れる二本の間隔を知りて、或る距離の間に植えられたる木の數を求め

又は全距離と木の數とを知りて相隣れたる二本の間隔を求むるものである。

三十間隔て丶大柱二本を立て、其の間に小柱五本を立て丶柱と柱との間を悉く一樣にせんとす。其の間隔は何程とすべきか。(高一、一一頁)

〔第四〕旅人問題

二人若しくは數人が各定まれる速さを以て旅行する時に起り來る問題にして、距離を與へて二人の會合若しくは追及までの時間を求むる場合が多い。

二人の脚夫あり、毎時間甲五五〇〇米、乙一里十九町三十五間一・二尺だけ行く、今甲乙同時に同所を發し反對の方向に行けば、五時間後何米相隔るか(尋五、七四頁)

〔第五〕差額平分問題

相異る値を有する二數の差額を平分して此の二數の値を等しくする問題である。

甲の所持金は百圓、乙の所持金は二十圓なり、甲より乙に何ほど與ふれば、甲の所持金と乙の所持金と相等しくなるか(高一、一二頁)

〔第六〕和と差問題

二數の和と差とが知れたる時、用ひらる丶方法にして、其の二數を求むる問題である。

甲乙二人の所持金を合せたるものは七・二圓にて、甲は乙よりも一・二圓だけ多く持つといふ、各何程の金を持てるか。(尋四、八〇頁)

〔第七〕鶴龜問題

鶴龜の頭數の和と足數の和とを知りて、其の鶴と龜との各頭數と足數とを求める問題である。

鶴と龜と合せて一五頭あり、其の足數は總計四八本なりと鶴は幾羽なるか、龜は幾匹なるか(高一、一四頁)

〔第八〕年齡問題

二人若しくは數人の年齡に關する問題である。

親は三十五歳、二子は十歳と五歳となり、何年後に二子の年齢の和が親の年齢と等しくなるか(高二、五三頁)

〔第九〕水流問題

一つの水流を漕ぎ上る、或は漕ぎ下る速度及時間と距離とに關する問題である。水夫あり、或河を九里下るに三時間を費せり、然るに其の處を上るには同じ樣に漕ぎたれども、九時間を費せり、その漕ぐ速さ及び流れの速さ各何程なるか(高一、一五頁)

第四節　解法工夫の間接法

以上に於ては問題解法工夫の直接の考へ方の着眼點をのべ置いた、これは皆數關係か事實關係かに限られたものであるが、玆に述べやうとするのは外形的間接的のものであるけれども、解法工夫の着眼となり得るものである。これは兒童をして注意事項として常に記憶せしめて置きたい。

一、問題の意味を熟讀玩味せよ

かくの如くせば問題の意味を了解して、解法の順路を見出し得るものである。題意及數量の誤解と誤認とは避けることが出來る。

二、圖解を試みよ

總て數の大小は線の長短にて表はすことが出來る。故に道程、航路、年齡、時計、運動等に關する問題も直線又は圓弧を以て圖示し、解法の順路を發見する助とすべきである。然し圖解は林博士の言はるゝ如く算術學習の初期に於てのみ借用すべきものであつて、熟練の後には之を用ふることは成るべく避けねばならぬ。

三、數量を置換せよ

複雜なる數は簡單なる數と置換して、思考上の恐怖心を去ることが、問題思考上大切なることである。

四。檢答を嚴密にせよ

解答を得たる場合には、答數を問題に當嵌めて見て、總ての數關係に適合するや否やを自ら檢すべきである。先生出來ました見て下さいは宜しく愼まねばならぬ。

五、種々の解法を試みよ

自己の練習として同一問題の解法を種々工夫することは、實力を養成する上に於て、思考を修練する上に於て極めて大切なることである。

六、時を隔てゝ熟考せよ

一度思考して出來ないからとて、決して他人に賴りて解法を得んとすることはよろしくない。若し不成功ならば暫く腦を休息せしめて、再び熟考すれば解法の順路を見出し得ることがある。

〔註〕本章第三節の解法端緒の發見に、着眼點を器械的に適用するやうに述べたけれども、それは記述の都合によるのであつて、事實は聯想と暗示とによる自由自在の適用であることは心理上の事實である。

（大正八二二三朝）

第十二章　算術應用問題解法の稟賦比較

第一節　解法と兒童の稟賦

問題解法の形式は、兒童の稟賦と發達の程度によつて種々の段階を顯はすものである。例へば「甲乙二人あり。東西兩地より二人同時に向ひて出發し、日々甲は八里十五町づつ、乙は九里二十七町づゝ歩みて、十五日にて出合ひたりと。東西兩地の距離如何」の問題を尋常四學年の兒童に提出して解法を調査すれば、約半數の兒童は八里十五町の十五倍と、九里二十七町の十五倍とを加へて答としその中の一二割の兒童は、八里十五町と九里二十七町の和を十五倍して答にするけれども。これを尋常五學年の兒童に解かしむれば、その過半數は後者の解法に依り前者に依るものは極めて少數となつて來る。此の場合の解法に於ては、後者は前者に比して高尙にして、思考程度の向上發達を示すものであることは勿論である。その稟賦と發達の程度によつて同一學年

の兒童に於ても、解法の形式が異り、異學年の兒童に於ては、その解法の形式が著しく異りて來るものである。これは兒童の知能の本質上の差異に基礎を有する相異である。

第二節　解法の比較批判

兒童の稟賦と發達程度に依る解法の形式上の相異を同學年或は異學年に就いて統計的調査研究すれば、爰に各學年兒童の思考發達の程度を窺知することが出來る。此の結果より各學年に於ける解法の形式に關する一般的標準を發見することが出來、その標準を根據として、解法指導の標準を設定し、或は解法の比較批判の規矩とすることを得るのである。これ以外に敎師の獨斷を加へて解法を指導してはならぬ。即ち自己を以て兒童を律してはならぬ。

此の解法の指導の標準及解法の比較批判は、兒童の發達程度に合致することが肝要である。兒童を驅りて、兒童自身の發達年令に比して高き程度の解法の形式によつて、これを解かしめんとすることは愼むべきことである。尤も知能の優劣なる兒童は自發的にあらざる程度の解法形式をも、敎師の指導さへあらば、幾分適用しうるけれども、知能の劣れる兒童に於ては、絶對的に不可能である。又優等兒にても、その形式の使用練習を怠るときは、加速度的にその形式の發動性は逸去し、所謂「元の杢阿彌」にて自己の知能程度に復歸し來るものである。即ち自己の知能に恰當せざる程度の解法の形式は、物理學的には可塑性が無く、生物學的には神經系統に一定の痕跡を印することが少いのであらう。だから解法指導の標準及解法の比較批判は兒童各自の發達段階に適應せる程度の解法形式に從はねばならぬ。これが此の敎育的活動の規範である。要するに解法の比較批判に於ては、この解法は優れりとか劣れりとか云つて、此れに依るべし、彼に依るべからずと、强迫的に指導することは絶對に不可であるといふことを約言したい。

けれども彼等兒童は、漸次發達して高度の思考形式を執りうるに至るものであるか

ら、教師の指導の理想は一段高き點にあらねばならぬ。亦兒童の個性或は偏執は當然執りうる程度の思考形式を避けて、稟賦の低き形式に從ふことあるものなれば、かくの如き兒童に對しては適切に指導して、知能相當の發達に到達せしめねばならぬ。これ解法指導としては特別の注意を要する點であり、且つ解法の比較批判を嚴密に行はしめ、以て解法の稟賦高低、解法の優劣を吟味せねばならぬ論理的理由である。

此の解法の形式の相異は主として、兒童の稟賦及發達の程度に依據せるものではあるけれども、又その時に於ける精神狀態卽ち意識流の如何に原因することもある。卽ち解法着眼點の相異である、此の着眼點はその際時の潜在意識の影響に依ることもあるから、全然この思考形式の相異を兒童の稟賦及發達に歸することは出來難い。その問題の事實關係及數關係の偶然的暗示及公式定理等の示唆によつて來る場合もある。次には解法の比較批判としての定理につきて細說して見やう。此の研究は從來未だ嘗て試みられざる新方面である。

第三節　定理の意義

算術に於ける定理は、數理の抽象的敍述である、かく定理は抽象的のものであるから、一般的の性質を帶びたものである、今其の具體例を、次に擧げて說明せうと思ふ。

(一)或る數より幾つかの數を順次に引きたるものと、此の數より是等の數の和を引きたるものとは、互に相等し。

$$a-b-c=a-(b+c)$$

(二)或る數を幾つかの數にて次々に割りたるものと、此の數を其等の數を掛け合せたる積にて割りたるものとは、互に相等し。

$$a\div b\div c=a\div(b\times c)$$

等の如きは定理の一例である。しかして是等の定理の左邊に現はしたる $a-b-c$, $a\div b\div c$ の算法は、其の可能なることは豫定の事實にして、其の算法の方法も既知に

屬するけれども其の右邊に現はれたる $a-(b+c)$, $a\div(b\times c)$ に至りては、其算法の方法は既知の事實なれども、其の算法の可能なるべきこと、右邊の左邊に相等しきことは全く未知の事實である、而して其の可能と相等とは、定理概念の內容の性質より、必然的、直接的明白に知らるべきものでなく、それに自明ならざる點が含まれて居る、其の自明ならざる可能と相等との二點は、或る知識を通じて間接的に推知せらるべきものである。

要するに定理は性質上一般的の意味を帶びて居るけれども未だ絕體的、普遍的なる確實性を有したものとは言へぬ。これに絕體的、普遍的なる確實性を附與するものは定理の證明である、故に定理は證明によつて絕體的、普遍的なる確實性を獲得し、茲に始めて算術の原理原則としての權威を得るに至るものである、從つて定理は證明を必要なる條件とする。

〔註〕定理は問題の比較吟味の際に重要なるものである。しかして比較吟味の際に定理は自然に了解せらるべきものである。（大正八、二、二三朝）

第四節　定理の價値

算術に於ける定理の價値の第一は、これを授くることによりて兒童の抽象力を養成し得ること、卽ち抽象力を啓發培養する上に大なる價値を有して居る。

さればとて小學校に於ては、定理を抽象的に說明して、兒童の抽象力を養成することを期待してはならぬ、小學校に於ては定理の應用せられたる具體的事實を提供してこれより漸次定理を抽象せしむることを要領とせねばならぬ、これがためには幾多の具體的事實を提供して幾多の場合から、自然に定理を抽象し得せしめ、その過程中に兒童の抽象力の養成を計るのである。

定理の價値の第二を述ぶるに當りては、まづ算術事物問題解法に於ける心理過程を闡明して置かねばならぬ。何故となれば、定理は事物問題解法に多大なる貢獻をなすからである、以下これにつきて論述するであらう。

凡て算術事物問題の解法は、兒童の知能發達の程度によりて種々に分る。殊に兒童の抽象力の發達如何は、大なる影響を解法の上に及ぼすものである、予が尋常五學年の第二學期中に次の如き問題を兒童に提供して、その解答をなさしめその結果を調査したるに次の如きものを得た。

(一)或人五圓札を所持して、買物に行き、甲店にて一圓五十錢の帽子を買ひ、札を渡して釣錢を受取り、亦乙店に至りて二圓五十錢の机を買ひて歸りたりといふ、此の人の所持せる殘金如何。

(A)　5圓—1圓50錢—2圓50錢＝1圓

(B)　5圓—(1圓50錢＋2圓50錢)＝1圓

(二)職工あり、或る月の一日より十五日迄は毎月三十錢づゝ、十六日より三十日までは毎日三十五錢づゝ儲けたりといふ此の職工の其の月の所得は何程なりしか。

(A)　30錢×15＋35錢×15＝9圓75錢

(B)　(30錢＋35錢)×15＝9圓75錢

(三)貧民に米を分與するあり、倉より四斗入の米一俵づゝを取出し、貧民一人につき五升づゝを分ち與へたるに、十俵を要したりといふ、貧民の數は何程なるか。

(A)　4斗÷5升×10＝80　　答　80人

(B)　4斗×10÷5升＝80　　答　80人

(四)或る人百圓の金を兄弟五人に等分したり、兄弟は夫々其金を十人の貧民に等分したりといふ、貧民一人の所得何程か。

(A)　100圓÷5÷10＝2圓

(B)　100圓÷(10×5)＝2圓

右に掲げたる事物問題の解法は、問題の事實の指示につれ卽ち事實進行の順序に從つて思考すれば(A)の解法は正當にして何等批難の餘地なき完全無缺のものといつて然るべきである、しかれどもこは問題に於ける算術的事實の抽象といふ、抽象力發達の

上より論ずれば、低き段階に於ける解法といはねばならぬ、即ち所與の問題の事實より、算術關係を抽象するに、未だ時間、空間の感覺的制限を脱し得ざるもので、解法は問題の事實の特殊的色彩を鮮明に表はして居るものである。然れども(B)の解法は、問題の事實より算術關係を抽象するに、時間、空間の感覺的制限を超越したるものにして、抽象力の發達したることを結果の上に明瞭に示して居る。かく問題の解法は抽象力の發達如何によりて、種々の相異を來すものである。

而して普通には問題(一)(二)の(A)の解法は(B)に比して拙なり、(B)の解法は(A)に比して巧なりと言はれて居るが、解法の巧拙を斷ずる論據は何であるか、これは一應究明して置かねばなるまい、此の場合に於ては巧なる解法とは高き抽象力のもたらしたる結果拙なる解法とは低き抽象力のもたらしたる結果を指示するやうに思はれる、けれども、普通には問題(三)(四)の(A)(B)の解法につきては、前者を拙なる解法、後者を巧なる解法とは言つて居らないやうである、かく考ふれば、巧なる解法とは高き抽象のもの、拙なる解法とは低き抽象のものといふとも、その命題の逆卽ち高き抽象のものを巧なる解法、低き抽象のものを拙なる解法といふことは認容して居ないのである。

又解法をば捷徑なる解法、迂遠なる解法といふこともあるが、解法が捷徑なりとか、迂遠なりとか斷ずる論據は何であるか、計算の簡易明確なることが捷徑なるか、否らざるものが迂遠なるか、若し然りとすれば(一)(二)の(A)(B)は捷徑、迂遠の例證となれども(三)(四)の(A)(B)はその例にもれるであらう、何故となればこは計算の簡易てふ要求を滿足して居ないからである。

右の如く分解して研究して見ると(三)(四)の(A)(B)は解法の巧拙、簡易、迂遠の何れにも入らぬことになり、ためにこは解法の價値を批判する對象となり得ないことは誠に算術敎授上遺憾なることである、敎授上是非共(三)(四)の(A)(B)にも價値の批判を下したい、故に予は解法の巧拙とか、解法の簡易、迂遠とかいふことを、解法の批判上の用語として採用することを避けたいと思ふ、何故となればこは何れも問題(三)(四)の(A)(B)の解法を

除外するからである、然らば批判上如何なる用語を使用することを可とするか、曰く、考のすゝみたる解法（高き抽象のもの）考のすゝまざる解法（低き抽象のもの）と言ふことである、かくすれば前者の論據は抽象力の高きことにして、こは問題㈠㈡㈢㈣の(B)を悉く包括し、後者の論據は抽象力の低きことにして、こは問題㈠㈡㈢㈣の(A)を悉く包括することになるのである。

かく抽象力の發達如何によつて、解法には種々の段階を生ずるものあるにも拘らず、吾人は問題解法の多種多様なるものにつき、口癖のやうに、解法は何れにしても可なりといふ敎師の斷定を耳にするのであるが、こは實に輕薄至極のことゝ思ふ。勿論吾人としても一問題の解法の多種あるときにその何れにしても可なる場合のあることを認むるものなれども、それは餘程限定せられたる場合である。

凡そ算術事物問題の解法は單に問題を解き所要の答數のみ得て、それにて滿足すべきものでないことは、算術科敎授の要旨に照して明かなることである、即ち問題の解法によりて、兒童の抽象力を陶冶せねばならぬ、故に問題の解法は單に所要の答數を求むるのみにて、解法の能事了れりでない、一面には後者の要求だる抽象力の養成といふことにも大いに注意を拂はねばならぬ、從て解法につきて何れにても可なりといふ斷定は輕々に下してはならぬ、今日一般に何れにしても可なりと斷定を下すものは、多く前者の要求にのみ偏して、後者の要求を顧慮せぬのである、こは算術敎授に於ける大なる片手落であるといはねばならぬ。吾人は兩者を調和する處に眞理を認める。

猶解法の種々に分れる場合に兒童は自己の執りたる解法につきてこれでもよろしいですかと言つて、自己の解法につきて、敎師の承認を經、免許を得んとするが普通である、これ兒童が自己の執りたる解法以外のものにつき、十分に理解し能はざるため、自己の執りたる解法にて滿足せんとする心理狀態より發する言なれども、亦兒童が自己の執りたる解法の價値と思考活動の獨立とを認めんとする者である、故に敎師は彼

等の自我を發達せしめ、創造活動を促進する上より見て汝の執りたる解法は、迂遠なりとか拙劣なりとか、敎權を以て一言の下に抹殺し、敎師の腹案せる解法を强迫するが如きことなきやう大に警戒し、兒童の自我を尊重し、個性に同情し、汝の執りたる解法はそれにて可なり、されど今一歩考を進むるならば斯く斯くなるべしといふ如く、一方に承認を與へ一方に奬勵鼓舞することを怠つてはならぬ、卽ち兒童の自我の價値と獨立とを認めしむると共に、自我の前途に發達進歩の餘地あることを自ら意識し得るに至らしめねばならぬ。

然れども抽象力の低き段階にあるものに、高き段階の解法を要求することは、兒童自身にとりては困難なることゝいはねばならぬ。故に吾人は急に高き思想方法を執ることを、兒童に强制してはならぬ、さればとて彼等が高き抽象力の段階に到達するまで自然を相手に徐ろに待つべきものでない、吾人は敎育の力によりて兒童の抽象力を啓發培養して高き段階に至らしめねばならぬ、卽ち敎師は低き抽象力の段階にある兒童を補助し、指導し以て高き抽象をなしとげ得させねばならぬ。決して彼等の抽象力の自然的發達の時期を待ち、或は兒童をしてこの抽象を暗中に模索せしむるが如き非成案的のことを敢てしてはならぬ。

兒童が事物問題解法に於て、自らこの抽象をなすに當り注意すべき二個の事實がある、第一は解法の着眼點の聯想の相異、第二は定理の暗示である。その解法の着眼點の聯想といふことは自然的、無意的、受動的の聯想ではなく、目的觀念の明確にして、意識の鮮明なる聯想である、今は主として第二につぎて論述せう。

今玆に $a-b-c=a-(b-c)$ なる定理を理解したる兒童が前記問題(一)に遭遇したるときに、問題の事實は直截に兒童をして $a-b-c$ なる解法をとるべく指示して居るけれども $a-b-c=a-(b+c)$ なる定理は、兒童をして前者を捨てゝ $a-(b+c)$ なる解法を採擇すべく暗示するであらう、兒童はその暗示によつて $a-(b+c)$ なる解法を執るのである、玆に注意を要することは、定理は結果の相等といふことを抽象的に叙述した

るものであるから、その暗示の效果も結果の範圍以外には出ないのである、けれども一旦その解法の成立したる以上は、唯單に計算の簡易にして結果の相等といふことのみに執着せずして、事實上よりもその解法の成立を思想し得しめねばならぬ。卽ち事實上に於て時間、空間の感覺的制限をうけたる抽象の段階から、進步發達したる抽象的なる解法の段階に到らしめねばならぬ、これにつきては敎師の補助と指導とを必要とする、かくて兒童は後には定理の暗示なくとも、自然に此の高き抽象をなし得るに至るのである。

故に定理は、問題解法の高き着眼點を把捉せしむるために、暗示を與へ補助するために、大なる價値を有して居るのである。又種々の解法を工夫せんとする際に、定理が力强し作用するものである。

要するに定理の價値は、第一に兒童の抽象力を養成する養料たること、第二に問題解法の着眼點把捉につきて暗示を與ふることの二を以てその主要なるものと思ふ。

第五節　定理の選擇

定理の價値は前述の如くであるが、これが選擇につきて細心の注意を要することは今更論ずるまでもない。吾人は選擇の第一標準として、價値の大なる定理卽ち重要なるものを先とし否らざるものを後とすることを擧げたい、これも重要彼れも重要といへばとても際限はないことである。吾人は定理の價値大小によりて、選擇に先後の順を附することを怠つてはならぬ、第二標準としては、兒童の心力發達の程度を顧みることを擧げたい、彼等の理解に適せざるものは、たとへその價値大なりともこれを割愛するに躊躇してはならない。彼等の知能に適せざるものを强迫するときは、兒童の知能の啓發に資することなく、却つて知能の萠芽を萎靡せしめ枯死せしめるものである。

右の二標準によりて、吾輩の選擇したる定理は次の如きものである。

$a-(b+c)=a-b-c$

加減定理

(一)、凡て二つ以上の數の和は、それ等の數の順序を變ふるもその結果は異ることなし。

$a+b+c=a+c+b$

(二)、或る數に若干の數を次第に加へたるものと、此の數に此等の數の和を加へたるものとは、互に相等し。　$a+b+c=a+(b+c)$

(三)、一數に或る數を加へ、次に或る他の數を引きたるものと此等二つの數の差を、一數に加へたるものとは、互に相等し。　$a+b-c=a+(b-c)\cdots b>c$

(四)、或る數より二つ以上の數を引く時に、その順序を變ふるとも結果は變らず。

$a-b-c=a-b-c$

(五)、或る數より若干の數を次第に引きたるものと、此の數より此等の數の和を引きたるものとは、互に相等し。　$a-b-c=a-(b+c)$

(六)、一數より或る數を引き、次に或る他の數を加へたるものと、一數より二數の差を引きたるものとは、互に相等し。　$a-b+c=a-(b-c)\cdots b>c$

(七)、幾つかの數を加減するとき、その加減の順存を變ふるとも、計算が出來ぬやうにならざる限り、結果は變らず。　$a-b+c=a+c-b$

乘除定理

(一)、乘數と被乘數とを交換するも、積は變らず。　$a\times b=b\times a$

(二)、數多の因數の積の中に於て幾つかの因數の代りに、その積を掛くるとも、結果は變らず。　$a\times b\times c=a\times(b\times c)$

(三)、幾つかの數に或る數を別々にかけたるものゝ和と、幾つかの數の和に或る數を掛けたるものとは、互に相等し。　$am+bm=(a+b)m$

(四)、或る數に幾つかの數を別々に掛けたものの和と、或る數に幾つかの數の和を掛けたるものとは、互に相等し。　$ma+mb=m(a+b)$

(五)、或る數を他の二數の各々にかけ、その大なる積より小なる積を減じたるものと、

二つの數の差に或る數を掛けたるものとは、互に相等し。　$am-bm=(a-b)m$

(六)、或る數に他の二數を別々に掛け、その大なる積より小なる積を減じたるものと、或る數に二つの數の差を掛けたるものとは、互に相等し。　$ma-mb=m(a-b)$

(七)、或る數を二つ以上の數にて割るとき、その數の順を變ふるとも、結果は變らず。

$a\div b\div c=a\div c\div b$

(八)、或る數を幾つかの數にて次々に割るとも、それ等の數の積にて割るとも結果は變らず。　$a\div b\div c=a\div(b\times c)$

(九)、除數に或る數を掛くるときは、商を或る數にて割らるべし。　$a\div(b\times c)=(a\div b)\div c$

(一〇)、被除數に或る數を掛くるときは、商は或る數にて倍せらるべし。　$(a\times c)\div b=(a\div b)c$

(一一)、被除數、除數の雙方に同じ數を掛くるとも、結果は變らず。　$a\div b=am\div bm$

(一二)、除數を或る數にて割るときは、商は或る數にて倍せらるべし。

$a\div(b\div m)=(a\div b)m$

(一三)、被除數を或る數にて割るときは、商は或る數にて割らるべし。

$(a\div m)\div b=(a\div b)\div m$

(一四)、被除數、除數の雙方を同じ數にて割るとも、結果は變らず。

$a\div b=(a\div m)\div(b\div m)$

(一五)、二つの數を夫々或る數にて割りて得たる商の和と、二つの數の和を或る數にて割りて得る商とは、互に相等し。　$(a\div m)+(b\div m)=(a+b)\div m$

(一六)、二つの數を夫々或る數にて割りて得たる商の差と、二つの數の差を或る數にて割りて得たる商とは互に相等し。　$(a\div m)-(b\div m)=(a-b)\div m$

(一七)、同一數を以てする乘除は無效に歸す。　$a=a\times m\div m$

(一八)、幾つかの數にて乘除するとき、その順を變ふるも、意義なき計算の起らざる限り、結果は變らず。　$a\div b\times c=a\times c\div b$

第六節　定理の排列

定理は元來抽象的のものであるから、抽象といふことを前提とせねば教授せられ得るものではない、されば兒童の抽象力に適せざる高き程度の定理の教授は、兒童の知能を啓發培養する養料とならずして、却て精神界を攪亂する有害無效のものである。故に定理は排列上兒童の心力發達の程度を顧慮せねばならぬ、これ定理の排列上嚴守すべき心理的要件である、又排列上定理そのものゝ秩序的發達段階を顧慮して排列せねばならぬ、これ定理排列の論理的要件である。吾人の經驗によれば定理の排列には、論理的要件は心理的要件に壓迫せられるのである、即ち論理的要件を充たさんとするも、彼等の心意の發達がその成立を不可能に終らしむる場合が多い、故に吾人は定理の排列は心理的要件を主とし、論理的條件を從とせねばならぬことを提言して置く。

左に吾人の定理排列の私案を發表して批正を乞はん、定理の右側に記せる數字は、國定算術書が何年何頁に排列せるかを示したものである。吾人の經驗は文部省編纂の國定算術書の定理の排列は、初學年に穩當ならざるものあることを敎ふるのである。

尋常第三學年

(1) $a+b+c=a+c+b$ …4.12

(2) $a-b-c=a-c-b$ … 4.12

(3) $a+b+c=a+(b+c)$

(4) $a-b-c=a-(b+c)$ … 4.12

(5) $a+b-c=a-c+b$ … 4.12

尋常第四學年

(1) $a+b-c=a+(b-c)$

(2) $a-b+c=a-(b-c)$

(3) $a\times b=b\times a$……3.50

(4) $am+bm=(a+b)m$

(5) $am-bm=(a-b)m$

(6) $ma+mb=m(a+b)$

(7) $ma-mb=m(a-b)$

(8) $a\times b\times c=a\times(b\times c)$……4.60

尋常第五學年

(1) $a\div b\div c=a\div c\div b$……4.23

(2) $(a\times m)\div b=(a\div b)\times m$

(3) $a\div(b\times m)=(a\div b)\div m$

(4) $a\div b=(a\times m)\div(b\times m)$……5.16

(5) $(a\div m)+(b\div m)=(a+b)\div m$

(6) $(a\div m)-(b\div m)=(a-b)\div m$

(7) $a\div b\div c=a\div(b\times c)$……4.23

(8) $a\times b\div c=a\div c\times b$……4.26

(9) $a=a\div m\times m$

尋常第六學年

(1) $a\div(b\div m)=(a\div b)m$

(2) $(a\div m)\div b=(a\div b)\div m$

(3) $a\div b=(a\div m)\div(b\div m)$

第七節　定理の本質

數學の基本として交換、結合、配分の三法則がある。此の三法則の論理的結果として幾多重要なる法則が推斷せられて來る、定理は此の三法則及其の論理的歸結である。

元來算術に於ける定理の如きは一見甚だ卑近なるが如く思惟せられるけれども、若し深く理論の根柢を索めて止まぬならば、必ずしも然りと斷言することは出來ぬ。よし敎ふる事實は卑近なりとするも、敎師はその事實につきて豐富なる知識が必要である。若し敎師の算術に關する知識の範圍が兒童用敎科書と同一程度に限られるとするならば、是は極めて危險なることゝいはねばならぬ。斯くて此知識の缺乏を補ふに敎授法の巧妙を算せんとするは、所謂無い袖を振らんとする者である。かくの如きは權威を尊ぶ敎育者の採らざる所であらうと思ふ。これ爰に本章を設けて深く攻究を遂げんとする所以である。

1、交換法則

算法に關する一般論としては、算法の結果は與へられたる二數の順序に關係すべきことは勿論である。例へば減法、除法の如きものこれである。しかし加法に於ては與へられたる二數の順序は結果に影響を及ぼすことなくして、常に $a+b=b+a$ なる關係が成立する、これが加法の交換法則である、今大砲の音響ありしとき、初に二音あり、後に三音あらば合して五音となれども、此の場合後の音を先、前の音を後にすることは不可能の事に屬するのみならず、音は發生すると同時に消滅して痕跡を止めぬから、此の法則は同時に永久に存在する事物のみにつきてその說明が可能である。從つてこは或る特別の場合に成立し、これを總ての場合に擴張したものである。

減法に於ては不能の減法（被減數の減數より小なる場合）の起り來らざる限り、減數の順序を變換するも結果が異ることなくして、常に $a-b-c=a-c-b$ なる關係が成立する。これ減法の交換法則である。

乘法に於て積は因數の順序に關せずして常に $a\times b=b\times a$ なる關係が成立する、これ乘法の交換法則である、されども乘法は加法の簡便法にして、その加法は少くとも二箇の數を豫想するが故に、1×5 等はよいが 5×1 等は沒意義である。これをも乘法の定義中に包括せんとするは蓋し牽强にすぎぬ。

除法に於て商は除數の順序に關せずして、常に $a \div b \div c = a \div c \div b$ なる關係が成立する。これ除法の交換法則である。

乘法、除法を引續き行ふべき場合に於て、不能の除法（被除數の除數より小なる場合）の起り來らざる限りは、算法の順序が變換するも終局の結果は異ることなくして、常に $a \div b \times c = a \times c \div b$ の關係が成立する。敎科書（尋四、二六、一）はその說明に $434 \div 3 \times 7 = 434 \times 7 \div 31$ をあげて居るけれどもこれだけの說明にては除法不能の場合が明瞭でない。玆に $a > c$ ならば $a \times b \div c = a \div c \times b$ は成立する、何故とならば $a > c$ なるが故に $a \times b > c$ は當然である。又 $a \times b \div c$ も成立する、しかし若し $a < c$ なるときは $a \times b > c$ ならば成立し、$a \times b < c$ ならば成立せぬ、勿論 $a \div c \times b$ は無論成立せぬ、然れどもこは小數分數の導入と共に意義なき計算の起ることは認められないから無條件に成立する譯である。從つて本定理をば尋常四學年二十六頁にて敎授せんとするは不適當である。

2、結合法則

多くの數を順次に計算する代りに、其の途中に於ける若干の數を先づ或る方法にて計算し、次にその結果と他の數とを計算することに關する法則である。

加法に於ては $a+b+c=a+(b+c)$ なる關係が成立する。これ加法の結合法則である直接に物に就きて論ずれば結合不能のこともあるが故に、交換法則と同じく特別の場合に於て成立し、これを多くの減數あるとき、これを別々に被減數より減ずる代りに諸減數の和を一度に減ずるもその結果は異ならずして、常に $a-b-c=a-(b+c)$ なる關係が成立する。これ減法の結合法則である。

加法、減法の混じたる場合に於て、不能減法の起り來らざる限り、算法の順序が變換するも終局の結果は異ることなくして、常に次の關係が成立し得るものである。

$a+b-c=a+(b-c) \cdots\cdots b>c$

$a-b+c=a-(b-c) \cdots\cdots b>c$

乘法に於ては乘數は自由に結合するもその積は異ることなくして、常に $a\times b\times c=a\times(b\times c)$ なる關係が成立する。これ乘法の結合法則である。

除法に於ては除數は互に結合することを得、多くの除數にて別々に除する代りに、除數全體の積にて一度に除するも結果は異ることなくして、常に $a\div b\div c=a\div(b\times c)$ の關係が成立する。此の定理は理解の困難なるものであるから注意して取扱はねばならぬ。

3、配分法則

乘法に於ける配分法則は和に對するものと、差に對するものとの二を主なるものとする。

(A)　$ab+ac=a(b+c)$

　　$ba+ca=(b+c)a$

(B)　$ab-ac=a(b-c)$

　　$ba-ca=(b-c)a$

此定理は右邊から左邊へ說明すれば理解し易い。

卽ち(A)の前者に於て、或る數に多くの數の和を乘ずる場合には、被乘數は乘數の各項に分配せられて、その積の和となる。後者に於て二數の和に或る數を乘ずる場合には、乘數は被乘數の各項に分配せられてその積の和となり、(B)の前者に於て或る數に二數の差を乘ずる場合には、被乘數は乘數の各項に分配せられてその積の差となり、後者に於て二數の差に或る數を乘ずる場合には乘數は被乘數の各項に分配せられてその積の差となる。これ乘法の配分法則である。

除法に於ける配分法則は和に對するものと、差に對するものとの二を主なるものとする。

$(b\div a)+(c\div a)=(b+c)\div a$

$(b\div a)-(c\div a)=(b-c)\div a$

此定理も右邊から左邊へ説明すれば理解し易い。即ち前者は多くの數の和を或る數にて割るときは、除數は被除數の各項に分配せられてその商の和となり、後者は多くの數の差を或る數にて割るときは、除數は被除數の各項に分配せられてその商の差となる。これ除法に於ける配分法則である。

第八節　定理教授の模式題

尋常科第三學年

一　凡て二つ以上の數の和は、それ等の數の順序を變ふるもその結果は異ることなし。

$a+b+c=a+c+b$

本を一圓五十錢、筆を二十錢、すみなぞを三十五錢で買へばみんなでいくらか（尋三、一八、一）

問題の事實が一定の進行順序を有するものは本定理教授の模式題となすことは避けねばならぬ。例へば「或人が二千百五十圓で商賣を始めて、初めの年に二百五圓、二年目に三百十三圓、三年目に四百三十七圓まうけたといふ、三年目の末に此の人の財產は何程になつて居るか（尋三、一九、六）の如きは事實上不適當のものである。要するに本定理の模式題として備ふべき要件は、數の順序を變更するも事實として別に奇異の感を惹起せざるもの、計算上よりは數の順序の變更が計算を簡便ならしむる上に價値あるものゝ二である。

二　或る數より二つ以上の數を引くときに、その順序を變ふるも、結果は異ならず。

$a-b-c=a-c-b$

五圓二十錢で、つくゑの代二圓三十五錢と帽子の代一圓二十錢とのはらいをすればいくらのこるか。（尋三、三一、一）

本問題は優秀なる兒童は或は $a-(b+c)$ なる解法を工夫するやも計られず、されども事實內容よりは未だ $a-b-c$ の解法の程度を去り難い。從つて本題を暗算等に處理

せしむるときは、計算上、移項は事實關係を亂すことなくして却つて計算を簡易ならしめるものである。

三　或る數に若干の數を次第に加へたるものと、此の數に此等の數の和を加へたるものとは、互に相等し。

$$a-b+c=a-(b+c)$$

或る人が二千百五十圓にて商賣を始めて、初めの年に二百五圓、二年目に三百十三圓、三年目に四百三十七圓まうけたといふ、三年目の末に此人の財產は何程になつて居るか。(尋三、一九、六)

此模式題に於て最初現はれたる二千五十圓は資本金にして、性質上固定の意味を含蓄したる所に價値を有し、初年目、二年目、三年目の夫々の利金の金高とは稍々その趣きを異にして居る。故に最初の資本金に逐次利益金を附加して行く解法と、資本金に三年間の利益の合計を加へて三年後の財產を求めんとする解法とを生じ來るは必然である。故に本定理の模式題選擇は最初の被加數に固定の意味あるものを配し、加數には結合の意味ある數を配列することを必要とする。

四　或る數より若干の數を次第に引きたるものと、此の數より是等の數の和を引きたるものとは互に相等し。

$$a-b-c=a-(b+c)$$

十三町の田地を持つて居た人が、初に四町三畝だけうり、次に又三町五段だけうつた、殘りの田地は幾らか。(尋三、三一、五改)

模式題の事實內容としては被減數より減數を順次に引くも、又はその結合したるものを引くとも解法上何等の拘束を感ぜず、且つ事實としても意味あるものを選擇することが肝要である。

五　幾つかの數を加減するとき、その加減の順序を變ふるとも計算が出來ぬやうにならざる限り、結果は變らず。

$a+b-c=a-c+b$

ある商人が一月には十八圓まうけ、二月には七圓そんし、三月には三十六圓まうけた、三月の間のまうけは、いくらになるか。(尋三、五五、六)

減法可能の條件として被減數の減數より大なるべきことは一般的の立言として認容すべきである。從つて模式題としては交換法則を適用するも、何等障害を見ざる數を採ることは必要なるべく、事實としても本題の如く、利益總額より損失高を控除して、純益を求むる如き實際的の事實問題を必要とする。

尋常科第四學年

一　一數に或る數を加へ、次に或る他の數を引きたるものと此等二つの數の差を、一數に加へたるものとは、互に相等し。

$a+b-c=a+(b-c)\ldots b>c$

田地七町の所有主が二町五反三畝だけ買入れ、次にその中一町四畝だけまうけたりと所有の田地はいくらなるか、(尋四、三〇、二七項)の模式題なれば本定理を啓發するに適すれども若し

甲は米十五石七斗、乙は十七石をもつて居たが、乙は四石五斗を殘してその殘を甲にうつた、甲は今米をいくらもつて居るか。(尋三、三一、三)

の如き問題を以てすれば $a+(b-c)$ の解法は必然現はるれども、$a+b-c$ の解法は必然的に現はれないから、勢ひ牽强して説明を加へる事になる。

二　一數より或る數を引き、次に或る他の數を加へたるものと一數より二數の差を引きたるものとは、互に相等し。　$a-b+c=a-(b-c)\ldots b>c$

父は四十五さい、母は三十七さい、子は母よりも三十下である、子と父とは幾つちがうか。(尋三、三一、四)

本模式題の解法に於て、父－(母の年－30)＝子の年　の解法は思考程度低く、父－母＋30＝子の年の解法は思考程度高く、前者は直接比較にして、後者は間接比

較である。尋三、程度にては悉く直接比較による解法をとり、尋四程度にては後者の間接比較の解法をとりうる思考の發達をなして居る。

又本定理の模式題を改作して、田地七町の所有主がその中三町四畝だけうり、更に二町五反だけ買入るれば所有の田地は幾らとなるかを選擇するのもよろしい、しかし選擇の守則としては $b>c$ なるべき一條件をあげる。

三　乘數と被乘數とを交換するも積は變らず。　$a \times b = b \times a$

本定理をば尋三、五一頁（因數二箇）六〇頁（因數三箇以上）に於て教授せんとする國定書の排列は蓋し無謀の擧である。元來乘法は同一の數、若干の加法の便法より生じたるものなれば、被乘數と乘數との關係を見るに、被乘數は數ふる一の單位の如き性質を帶びたるものにして、乘數は計算數の性質を帶びたるものである。卽ち前者は一團をなせる數と見られ、後者は分離したる數の性質を帶びて居る、これは乘法の定義より必然的に來るべき歸結である。この內部的の性質及要求を破壞して、外部的に因數交換の法則を建設せんとするは、蓋し容易の業でない。これ本定理の背後を限れる一障壁である、兒童の常識は猪突なる刺戟によりて不健全に陷るものであるから、こは深く研究を要すべき問題であると思ふ。然らば本定理を認容せしむる模式題は如何といふにそは次の如くである。

矩形の面積を求むるには縱橫の長さを表はす數を掛合すべし。（尋四、四七、二）卽ち因數の順序轉換の定理は、矩形の面積計算法に於て悟らしむべきものである。例へば縱三間橫五間の矩形の面積は三坪の五倍ともなり、五坪の三倍ともなり終局は十五坪にして觀察點は異るとも結果は變らず、亦觀察點は異るともそれがために問題の事實を破壞することはない、三數以上の場合は立方體の體積を求むる場合に理解せしめらるべく、又二箇の場合よりその事實を擴張しても支障を見ない。

四　幾つかの數に或る數を別々にかけたるものゝ和と、幾つかの數の和に或る數を掛けたるものとは、互に相等し。

$$am+bm=(a+b)m$$

一日の食費、米代を七錢二厘其他を八錢七厘とすれば、一月（三十日）の食費何程なるか。(尋四、三一、二八)

本模式題の四年度の解法は $(a+b)m$ をとるものが多いのであるが、若し本題を甲乙兩人あり東西兩地より同時に相向ひて出發し、日々甲は十二里づゝ乙は八・二五里づゝ行きしに十五日にて出會ひたり、東西兩地の距離は何程なるか。(尋四、八一、二五)とすれば $am\times bm$ の解法をとるものが多い。尚更に進んで、二人の脚夫あり甲は毎時間一里十八丁二十四間行き、乙は毎時間一里五十六間行く、今甲乙同時に同所を發して反對の方向に行けば三時間の後には何程相隔たるか、(五、四一、三三)に至れば $(a+b)m$ の解法は益々減じて來る。卽ち兒童は事實の複雜なるにつれて、解法思考活動は旺盛とならずして、具體的なる思考に引付けられんとする傾向を有して居ることを認めうる。

五　或る數を他の二數の各々にかけ、その大なる積より、その小なる積を減じたるものと、二つの數の差に或る數をかけたるものとは、互に相等し。

$$am-bm=(a-b)m$$

石油一升の重さは三九〇匁、水一升の重さは四〇八匁なり、一石につき石油は水より何程輕きか。(尋四、三一、三〇)

の問題であれば本定理の悟了に適す。又

下女が毎月一圓五十數もらうのを一圓づゝつかつてあとをためておけば一年の間に何程たまるか。(尋三、五五、五一)

をとるとも適當なるものである。

六　或る數に幾つかの數を別々に掛けたるものゝ和と、或る數に幾つかの數の和をかけたるものとは、互に相等し。

$$ma+mb=m(a+b)$$

一時間に五錢のちんせんをとる人が、ひる前に五時間ひるから七時間はたらけばいくらのちん錢がとれるか。(尋三、八一、一〇)

本題は尋常四年に缺除して居るから補充して授くべきである。本題などは重要なる定理にして六年の分數及歩合算に必要なるものなれば注意してそれが理解を與へて置かねばならぬ、若し然らざれば六年に至りて狼狽することが蓋し多いであらう。

七　或る數に他の二數を別々にかけ、その大なる積より小なる積を減じたるものと、或る數に二つの數の差を掛けたるものとは、互に相等し。$\therefore ma-mb=m(a-b)$

本定理は前定理と共に主要なる定理にして分數歩合算等に自由自在に活用せられければならぬものなるに、四年五年に於てその選擇が缺けて居る。從つて是は補充して本學年より授けねばならぬ。

一反六圓五十錢の紬を甲は五十反、乙は三十五反仕入たり甲乙兩人仕入金高の差は何程なるか。(補充)

本定理は分數問題「茶六斤あり、初にその五分の一を使ひ、次に殘の四分の一を使へば、殘は何斤となるか」、又は歩合問題「一反五圓六十錢の反物を一割二分五厘損して賣れば賣價は何程となるか、」と同一思考系統に屬するものである。

八　數多の因數の積の中に於て幾つかの因數の代りにその積を掛くるとも結果は變らず。$a\times b\times c=a\times(b\times c)$

一人にて毎日米四合五勺づゝ食へば、三人にて三百六十五日間には幾ら食ふか。(尋四、四九、七)

本定理は教科書に於ては尋三、六十頁に於て不名數にて抽象的に教授するやうに示されてゐるけれども、そは困難である。卽ち本模式題に於ては第一の解法として、4合5勺×3×365 の解式を得べく第二の解法として 4合5勺×(3×365)の解式を得るであらう。

尋四程度に於ては後者の解法も可成採るのである。筆者が都下の一小學校を見たるとき、敎師は自らその腹案として前者の解法を豫定したるに、優秀なる一生徒は後者の解答の正否の判斷を敎師に求めた、敎師は暫く考へてウンそれでもよろしいと答へ

たるに、教室の一隅より先生それは違ひます〻言つて承認せずに辨駁して來た。教師は受太刀でもつて、その可なるを述べたが兒童には十分徹底せなかつたらしい。要するにかゝる兒童に對しては唯さうなるではないか、さう認めねばならぬぢやないかと言つて認識を强制しても駄目である、兒童は時に論理正しき三段論法を以て挑戰せらるゝも、これを認許せざることがある。要は兒童に直覺せしむべく語るべからざるところがある。

尋常科第五學年

一　或る數を二つ以上の數にて割るとき、その數の順を變ふるとも結果は變らず。

$a \div b \div c = a \div c \div b$

體積五〇四立方分なる直方體あり、その縱と横とは九分と八分となりと、その高さは何程なるか。(尋五、二四、五)

本定理は立方體の體積より縱、横、高の中の一を求むる卽ち逆算に於てよく理解せしめらるべしと思はれる、何となれば 縱×横×高＝立方體の體積 の理解より、縱の寸法を求めんとせば 立方體の體積÷横÷高＝縱 にてもよく、又 立方體の體積÷高÷横＝縱 にても可なりと思はれる。かくして本定理は彼等に明瞭に理解せしめ得る。

二　被除數に或る數を掛くるときは、商は或る數にて倍々せらるべし。

$(a\times c)\div b=(a\div b)c$

四斗五升入二十俵の米あり、貧民一人に付一斗五升づゝ施せば幾人に行渡るか。(尋四、四九、九)

本定理は五年の第四定理の基礎となるもので重要なるものである。卽ち $(a\div b)c$ に於ては四斗五升俵一俵は三人に分與し得るといふ思考系に屬し、$(a\times c)\div b$ に於ては全體に於て米は九石ありといふ系統に屬して居る。尙一歩進んでは次の如き模式題を選擇するも可ならん。

内法、縦は一桝の四倍、横は三倍、深さは二倍なる箱の容量は何程なるか。(尋五、二六、四)

此の解法は(縦×横×深)÷6482=x の基本題の左右邊に同一の變改を加へて新しき斷定を成して次の如くなすことが出來る。

(縦×4)×(横×3)×(深×2)÷64827=(縦×横×深)×(4×3×2)÷64827=x×(4×3×2) しかして本題は尚一層抽象的に進まば

1升×(4×3×2)=1升×24=24升 となるのである、しかし自己の經驗に於ては五年生にして最後の解法をとりうるものは稀有に屬するのである。

三 除數に或る數を掛くる時は、商は或る數にて割らるべし。

$a\div(b\times c)=a\div b)\div c$

四斗入の米一俵あり、毎日五合づゝ食ふ人四人にては幾日間に食ひ盡しうるか。(尋四、四九、九改)

四斗入の米一俵を一人にては 4斗÷5合=80(日) を要する、されども人數が四倍になつたのであるから、日數は四分の一になると推理するのである。本問題を改作せずに提出すると丁度日數が千日となる、千日にては約三ヶ年の日子を要する譯であるから、それは事實問題としては荒唐無稽のものである。本定理も前定理と共に第四定理の基礎をなすものである。

四 被除數、除數の双方に同じ數を掛くるとも結果は變らず。

$a\div b=am\div bm$

本定理は小數除法(除數の小數なる場合)の算法を教授する準備として重要なるものである。しかして本定理はその成立上前記(二)(三)の定理を結合したるものなることは申すまでもない。されども教科書十六頁に於て不名數によりて敎ふることは全く學問的にして彼等の知能には不適當と思惟せられる。それには次の如き事實問題を必要となすのである。

三千五百圓の金を百人に等分すれば一人何程となるか、又その十倍の金高を十倍の人數に等分すれば一人何程となるか。(補充)

こは前二定理を應用して解決せしめる。この模式題によれば徹底したる理解を與へうるものである。

五　二つの數を夫々ある數にて割り得たる商の和と、二つの數の和を或る數にて割りて得る商とは互に相等し。

$$(a \div m)+(b \div m)=(a+b) \div m$$

一週間に兄は十五圓四十錢、弟は八圓八十錢儲けるといふ、兄弟兩人一日の所得合計何程なるか。(補充)

本定理は重要なる定理であるからよく練習すべきものであるがこれは少し進めば四角形、五角形の面積を求むるに幾つかの三角形に區分してその三角形の面積の合計を求むるとき（尋五、四九）に各形の底邊に高さを乘じて2にて除するものをば、まづ底邊に高さを乘じたる積の和を求め、これを2にて除するとき等に十分なる應用を見るのである。かゝる應用は事物問題による十分なる理解の結果と思はれる。

六　二つの數を夫々或る數にて割りて得たる商の差と、二つの數の差を或る數にて割りて得たる商とは、互に相等し。

$$(a \div m)-(b \div m)=(a-b) \div m$$

甲は十分間に五百八十間走り、乙は六百三十二間走るといふ、甲乙平均一分間の速さの差何程なるか。(補充)

本定理は前定理と共に重要なるものである。しかし一歩進めては五年七一頁(12)徑二〇糎、深さ八〇糎なる、圓筒形の器と徑三〇糎なる球形の器との容量の差は幾立なるかといふ解法に以ても、定理の暗示によりたるものとよらざるものとにより、圓筒形と球形との體積を別々に立に換算し、しかして後その差を見るものと、容量の差を求めて後に立に換算するものとの別を見る。

七　或る數を幾つかの數にて次々に割るも、それらの數の積にて割るとも結果は變らず。　$a \div b \div c = a \div (b \times c)$

甲は七百五十圓の金を有す、乙は甲の五分の一を有し、丙は乙の三分の一を所持すといふ、丙の所持金如何、(補充)

本定理はその理解の困難なることは前章に評論せる次第である。從つて反覆の度數を頻繁にして確實に理解せしめて置かねばならぬ。本定理難解の原因は、除數が正反對なる乘數に變化し來ることである、これは事實の上に於て確實に會得せしむべきものである。

八　幾つかの數にて乘除するとき、その順を變るとも意義なき計算の起らざる限り、結果は變らず。　$a \div b \times c = a \times c \div b$

五十錢銀貨八枚を二錢銅貨に替ふれば何枚となるか。(尋五、三一、一〇)

本模式題を暗算にて扱はしむれば、一層明瞭なる理解を得るであらう、本定理を十分に理解したるものは、三角形、梯形の面積、球の體積計算等に應用して經濟的なる計算進行を採ることを得るであらう。

九　同一の數を以てする乘除は無效に歸す。　$a = a \times m \div m$

本定理は簡單なるが如くにして、實際問題に遭遇しては理解が困難なるものである。何等模式問題なくとも可なるが如しといへども事實は然らず、例へば圓の面積を求むるに(尋五、四九、八)

半徑×(圓周÷2)＝半徑×(直徑×3.14÷2)

＝半徑×(半徑×2×3.14÷2)＝半徑×(半徑×2÷2×3.14)

＝半徑×半徑×3.14

の式に於て二段最終の(×2÷2)の除去が、容易に兒童の腑に落ちぬやうである。

三十日中、初十日は毎日九時三十分間、中十日は毎日九時十分間、終十日は毎日九

時間、働かば一日平均何時間働きたることになるか。(尋五、六〇、六)

本問題は兒童には餘程理解し難いと思はれるのである。解法は凡そ次の三種に分れる。

(A)　(9時30分+9時10分+9時)÷3=9時13分20秒.

(B)　(9時30分+9時10分+9時)×10÷30=9時13分20秒.

(C)　(9時30分×10+9時10×10分10+9時×10)30=9時13分20秒.

(A)の解法をとるものはよく同一の數を以てする乘除は無效に歸すてふ本定理を理解し居れども、(B)(C)殊に(C)に至りては餘程指導し、補導を加へずんば、(A)を理解し得ざるやうである。

尋常科第六學年

一　除數を或る數にて割るときは、商は或る數にて倍せらるべし。

$$a\div(b\div m)=(a\div b)m$$

本定理は(二)の定理と共に第(三)定理の基礎をなすものである。しかし分數の約分と聯絡をとり、分數第二の意義後に於てその完成を計らんとするものである。從つて模式題にとるは、例へば百圓を八人に等分したるものと、四人に等分したるものとを比較するに、後者は前者の二倍となり、分數に於て分母を二にて割れば分數の値は二倍せらるべしと授く。

二　被除數を或る數にて割るときは、商は或る數にて割らるべし。

$$(a\div m)\div b=(a\div b)\div m$$

本定理は前定理と共に(三)定理の基礎をなし、分數の約分と聯絡をとることは(一)と全く同一なるべし。而して模式問題としては

例へば百石の米を貧民一人につき二斗五升宛分與するよりも、十石の米を分與する方が分與する人數は後者は前者の十分の一となるべし、分數に於て分子を割れば、分數の値はその數にて割らるべしといふことになる。

三　被除數、除數の双方を同じ數にて割るとも結果は變らず。

$$a \div b = (a \div m) \div (b \div m)$$

本定理は(一)(二)定理の結合にして、分數約分の理を事實上より述べたるものである。從つて本定理は分數の第二の意義の敎授後に於ける分數約分の意義に新生命を與ふるものである。故に模式問題としては、百間の堤防を一日に二十間仕上げるに要する日數と、五十間の堤防を一日に十間宛仕上ぐるに要する日數とは相等しきが如しを以てする。又分數約分に於ては今更説明の要なし、しかし本定理を十分に理解したるときは次の如き應用をなしうる。

除數も被除數も若干の零を以て書き了りたる數なるときは、先づその二つの數の右の端なる零を同じ數だけ除きさりて、常の如く割り算を行ひ、箇様にして得たる所の商は其儘にして、剩餘には右の端に最初に除き去りしだけの零をかき添ふれば求むる所の商と剩餘とを得べきである。

第九節　定理の取扱

前既に述べたる如く定理は兒童の抽象力を養成するための養料となり、又問題解法の着眼點把捉につきて暗示を與ふる上に價値の偉大なるものである。

しかして定理は抽象力養成の側より見れば方便にして、解法着眼點の暗示の側より見れば目的となるべきものである、故にこれが取扱はこの二要求を滿足せしむることを以て要領とせねばならぬ。若しその取扱の法にして此要領に合致せざるものがあるならば、一には抽象力養成の養料とならず、却つて抽象力の萠芽を窒息枯死せしむる害蟲となり、二には問題解法に暗示を與ふ力なく、却て解法の獨立思考を防碍擾亂するバチルスとなり了るのである、これ正宗の銘刀も授くる方法の如何によりては却て身を災する因となるが如きものである。故に定理の取扱につきては愼重の注意を怠つてはならぬ。

1、定理は啓發悟了せしめよ

定理は不名數につきて抽象的に說明するものにあらずして具體的事實の提供によるべきことは既に一言したのである、かく定理は具體的事實より抽象せられて、問題解法に暗示を與ふるには、定理そのものが絕對的、普遍的なる確實性の獲得を必要とすることは既に論じて置いた、若し定理にして此の絕對的、普遍的の確實性を缺くことあらんか、到底機に臨み變に應じて解法に暗示を與へ得るものではない。しかして定理に此重要なる性を與ふるものは定理の證明である。かく定理は成立上證明を必要なる條件となすものであるが、小學校に於てもこの上に立たざるべからざるかは一の問題といはねばならぬ。凡そ小學校の算術は、數學の常識的部面のみを授くることが目的であるから、數學の嚴正なる部面の證明の如きは不必要であると思ふ、否むしろ兒童の心力發達の程度に顧みて不適當なりと言ふべきものである、元來算術の定理は數學的に言へば「定義公理及既に證明せられたる定理によつて、その確實妥當なるべきことを確むべきものである。」けれども論理的なる證明は、數學の理想にして、數學の最後の段階に提出すべきものである、かくてその最後の段階に於ける成否は、一にその段階に到達するまでの間に於ける適當なる敎授法によりて決せられるものである。然らばその到達の中間たる小學校に於ける、算術定理の證明に代るべき適當な取扱法は如何なるものであらうか、これに對する吾人の意見は次の如くである。曰く兒童心意の自然の要求によつて定理を修得せしめ、誘導啓發を本體とすべし、換言すれば悟らしむるべくして、語るべからずといふことを定理取扱の根本原理とすべきである。

2、定理は問題の事實を通して理解せしめよ

定理は不名數につきて抽象的說明を下し、唯計算の結果が相等しきが故にいふ論據を以て、定理の理解修得を强迫せんとすることの大なる誤りなることは既にのべた、よしかくの如き誤りたる方法にて定理を强迫し得たりとするとも、その定理は却て兒童の思考活動の自由を束縛し、精神的の眼界を偏狹に陷らしめ、自我を屛息せしめ、

毫も悟性練習に資することがない、要するに單なる言說の記憶や、數の器械的運用は、内容が空虛にして清新の氣なく、眞の理解を與ふるものではない、眞の理解は精神生活の堂奥に徹底したるもののみに限るのである、故に定理は、他の抽象思想と同様に具體的經驗の上に出發せねばならぬ、即ち問題解法の過程中に知らず識らず悟らしむべきものである。

例へば $a-b-c=a-(b+c)$ なる定理を理解せしめんには、これを問題の事實の中に編込みたる「一丈五尺の繩より先づ九尺三寸だけ切取り、次に三尺六寸五分切取れば殘何程なるか」の問題を提供して、その解法の過程中に悟らしむべきものである、その解法としては(一) 1丈5尺－9尺3寸－3尺6寸5分 (二) 7丈5尺－(9尺3寸＋3尺6寸5分) と分れるのである、而して(一)の解法は問題事實内容の指示によれる自然的なる思考の結果であるが(二)は稍々抽象の加はりたるものである、何故となれば事實の内容は一丈五尺から九尺三寸切取り、然る後三尺六寸五分を切取りたるものにて、決して一丈五尺から九尺三寸と三尺六寸五分を切取りたるものではない、即ち(二)に於ては事實の存せざるところに、事實を豫想するために抽象を要する譯である、故に(二)は(一)よりも高き抽象の結果といはねばならぬ。從つて(二)は(一)の事實の上より考究するも計算の上より考究するも、直接的には可能と相等とは知らるべきものではないのである、然るに教師は此の二種の解法に於て何れも宜しいといつたやうな獨斷を下し、恰も自明的なる眞理即ち公理のやうな取扱をして居る向が多いやうであるけれども、烱眼なる兒童は教師より一歩進みてこれに對しては怪疑的態度を執り、容易に納得せないのが普通である、それに對して教師が獨斷的所置をとることは、彼等の研究心を抑へ、且つ將來に於ける定理の應用力を殺ぐものであると思ふ。

右の如き解法は教師の獨斷によらざれば理解せしめ能はざるものではない、教師は獨斷的注入を避けて兒童の定理に對する理解を補助すべきである。

教師が兒童の定理に對する理解を補助するには如何なる處置を執るべきか、そは問

題の事實に於ては、一丈五尺から先づ九尺三寸だけ切り取り、次に殘りから三尺六寸五分切取つたのだから(一)の解法は正當であるけれども、これを殘りを求むるといふ側から考へてて見れば、一丈五尺から幾尺切取つたかと考へ得らるゝから玆に(二)の解答は成立する譯であるといふ如く兒童の抽象力を補助し漸次に兒童の抽象力を啓發培養して行くのである、右の如く事實上の説明より計算の可能と相等とを自然に了解せしめ、又計算の可能と相等といふ方よりも事實の成立を了解せしめるのである、斯く事實計算の兩方面が相倚り相補けて、玆に定理の理解を生ずる、かくて兒童は定理を根柢より理解し、定理に對する自信の念を生じ、幽玄なる理性の美觀をも感じ、今後に於ける應用力をも獲得するに至るのである。然れども此際定理の抽象を强制してはならぬ、定理の抽象は彼等の自然的建設に任せて置くことを肝要とする。

3、定理は問題事實の必然の結果たらしめよ

定理はこれを問題に仕組みたる具體的事實を提供しその解法の過程中に自然に會得せしむることを切要とすとはいへ、問題の事實内容は大に研究すべきものである。卽ち問題の事實内容から解法上必然的に定理が現はれ出づるものでなくてはならぬ、若し然らずして、玆に聊かたりとも無理なる説明を加へねばならぬといふことに立ち到れりとするならば、そは却つて不名數による抽象的説明にも及ばざる悲慘なる結果を齎らすもので、こは角を矯めんとして牛を殺すの類なれば深く戒しむべきことである、例へば前定理を授くるに「壹圓拾五錢と二圓五十錢との買物に、五圓札を渡せば釣錢何程」といふ問題に於ては、事實内容自然の結果として、兒童は悉く

5圓－(1圓15錢＋2圓50錢)　の解法に向ふ、しかして解法としては

5圓－1圓15錢－2圓50錢　を執るべく思考方面を指示する何物の在在をも認めぬのである、何故となれば、事實は一圓十五錢と二圓五十錢との買物に五圓札を渡したのであつて、一圓十五錢の拂に五圓札を渡し、次に又二圓五十錢拂つたのではないからである。故に若し此の際無理に後者の解法を暗示し强迫し以てその解法を比較せしめ、

定理の理解を求むるとも、それは計算の可能と相等といふことを理解せしめ得るに止まり、事實上よりはかく思考することの必要も價値も理由も了解せしめ能はざるもので、これは定理につきて眞の理解を與へざる方法である。

４、定理の抽象は急ぐことなからしめよ

定理は唯一の問題にて完全に抽象を遂げしめんと企つることなく、必らず幾度かその定理を含む事實問題を提供してこれを解かしめ、漠然たる理解より、漸次明確なる理解に進ましむることを要領とせねばならぬ、即ち定理はこれを理解せしむるために幾多の問題を提供し、その反覆によりて理解せしめ應用せしむる如く、理解と應用とが相併行し相俟ちて進行し、以て定理の修得を確實ならしむべきものである。故に定理を含む問題は、小學校各學年を通じて排列する必要を認める、國定教科書もこれにつき相當の注意を拂へることは吾人の敬服措かざる處である。要するに定理を抽象する課程は、定理思想の應用せられて居る特殊の具體的事實から、漸次と分離し、抽象せしめ行くことを肝要とするのである、急突なる抽象は、却て不名數による抽象的なる理論の説明にも及ばざる結果を生ずるものであるから深く警戒すべきことゝ思ふ。

第十節　結　論

以上にて吾輩の所論は盡きたのであるが、人或は吾人の主張を以て、平地に波瀾を起すものなりと解するものあらん。けれども、吾人は決して平地に波瀾を起すが如き數學癖に陥つたものではない、吾人とても算術教授上當然來るべき固有の困難につきては、常にその困難を輕減する方法を講究し、根據なき所謂夢想の困難はこれを排斥するに努め、亦教授法の冗長をも戒めて居る。

ヘルベルトが「冗長は教育の大罪なり。若し常に愉快なる平原に散歩すること能はざれば、猛然段階を飛びさり溝谿を越へる事は教授上の特權なり、止を得ざれば岩を攀ぢ山に登り困苦すべし、絶頂に達したる後は伏して愉快なる下界の景色を賞玩する

こと得べし」とは予の金科玉條視して居る所である。故に定理なども非常手段を以て段階を跳躍すべき性質のものならば、吾人とてもこを不名數にて抽象的に教授することに反對するものにあらざれども、そは算術の性質上認許すべからざるが故に、止むなく斷崖絶壁を攀づるが如き定理の取扱を主張したるものである。

第十三章　算術應用問題解法の根柢算法教授の實際

第一節　整數加減乘除

整數四則の算法教授は算術教授の基礎とし根柢として重要なるものである。凡ての算法は此の基礎觀念の上に發展するものであるから、若し此の基礎たる算法觀念が不確實不徹底であるならば、後日の禍の種子が、既に今日に胚胎されたるものと言ふべきである。故に此の整數四則の算法教授は、特別の注意を拂ひ、その觀念を明瞭的確に賦與するやう教授を徹底せしむべきものである。

兒童が整數四則の問題解法に於て、成績上に現はす缺陷は、事實關係及數關係の間に適用すべき算法の選擇決定に際し、明瞭なる根柢となる概念を有して居ないことである。兒童が「先生これは足すのですか、引くですか」と質問したり、教師が兒童に向つて「それは掛けてよろしいか」と追窮すれば、彼等は倉皇として「いゝえ間違ました」とて乘號を除號に變更したりなぞすることは、彼等が算法觀念について徹底的の理解をしてゐない證據である。

然らば整數四則の算法觀念は何時頃迄に確立せしむべきものなるかといふに、それは凡その次の如き課程に於て修得せしめねばならぬ。

〔尋一〕　加減の算法觀念の基礎を確立し、兼れて乘除の算法觀念教授の準備をなす。
〔尋二〕　加減の算法觀念を一層確實にし精練し、兼れて乘除の算法觀念の基礎を確立する。

〔尋三、四〕　整數加減乘除の算法觀念を確實にし精練する。

卽ち加減算法は尋一に於て基礎を確定し、尋二に於てこれを一層精練し、乘除算法は尋二に於て基礎を確定し、尋三四に於て一層これを精練し、此の四箇年間に於て、整數四則の算法觀念を徹底的に了解せしむべきものである。

此の整數四則の算法を敎授する際には、如何なる事實關係の場合には、如何なる算術關係が成立するものであるか、卽ち足すのであるか、引くのであるか、掛けるのであるか、又割るのであるかといふことをよく了解せしめて置かねばならぬ。これは反覆習熟せしめねばならぬ。例へば男兒九人と女兒八人とでは幾人ですかの問に對して十七人に答へたならば、如何に計算しましたかと反問し、兒童が九人と八人と足しましたと答ふれば、直ちにそれにてよろしと認容せずして、「何故に足しましたか」と重ねて問ひ、加法の算法觀念が果して了解せられて居るか否かを確かめて見ねばならぬ。大抵の兒童は此の最后の問に對して答をなし得ぬものが多いやうである。これは確かに、基礎時期の算術敎授の缺陷を曝露したものといふべきである。かゝる問は愚問である、兒童には困難であるとの批難が一部にあるやうであるが、それは誤解の甚しいものであると思ふ。兒童の知能相應に說明し得てこそ始めて理解せられた知識と稱することが出來るけれども、說明し得ざる知識は、未だ眞の理解したる知識として、彼等の藥籠中に藏められて居ないものである。分つたやうで分らぬといふが如き朦朧なる知識は、應用自在なる眞の活用的知識に遠いものである。

然し初學年兒童に算法の定義的觀念を賦與したり、或は敎授の初步から算法の理由を說述せしめやうとするのではなく、長期の敎授の進程中に、此の態度を養成し、敎授の最后の到達點がかくあらねばならぬといふことである。

卽ち加法は「多くの數を一つに寄せ集むる」といふこと、減法は「二數の差を見る」といふこと、乘法は「被乘數を乘數の示すだけ寄集むる」といふこと、除法としては「被除數を除數の指示する數に等分し或は包含を見る」といふことに算法觀念が存して居

ることを、彼等に徹底的に理解せしめて置くならば、何故に足すか、掛けるかとの充足的質問には兒童相當に解答を下しうるものである。

此の整數四則算法の中にて最も兒童の了解に困難を訴ふるのは、除法の算法觀念である。除法の算法觀念は他の加減乘の算法に比して、本質上複雜なるものである。何故となれば、他の三種のものは一義的の觀念であるけれども、獨り除法は多義的のものであるからである。卽ち等分、包含といふ二義的觀念が、除法の算法の本質をなして居る。此の本質上の複雜性が兒童の理解をして困難ならしめ、昏迷せしむる所以である。卽ち兒童は除法觀念を簡單明瞭に把捉し難いのである。算法は四則にあらず、五則なりといつた言は味ふべきである。故に敎授者は此の點に着眼して、除法觀念は等分包含と截然と區別して敎授し、唯漫然と「割る」などといふ言辭を用ひず、今は等分の意味に或は包含の意味に、除法を用ひたりと明瞭に區別し、又兒童をしても、區別して用ひしめ、その觀念を不明ならしめぬことが敎授上注意すべき點である。

整數四則の算法觀念を以上の要點に着眼して、敎授を徹底的に處理して置くならば、算術應用問題解法の根柢は牢固として拔くべからざるものである。此の根柢あつてこそ、解法の實際思考に於て、彼等兒童は暗中模索の思考方法の域を脫して、躊躇逡巡することなく、合理的思考の狀態に到達し、解法の實力は駸々として進步發展するものである。

第二節　小數加減乘除

小數四則算法の敎授に於て、加法及減法の算法敎授は、唯單に數範圍の擴張のみが問題である。而かも此の數範圍擴張比較問題は比較的容易に解決しうべきものであるから、加減算法の敎授は特別の困難を認めず、無難に通過しうる。けれども法の小數なる乘法及除法の算法敎授は非常なる障碍を蒙る、此の障碍も小數の本質上より來れるものであるから、これを避けて通過することは、算術の本性上許すこと出來ぬ問題

である。

さて小數の加減算法は、基礎たる整數の加減算法の意義をその儘適用して何等の疑問も無く兒童に了解せしめうるけれども、乘除算法に至りては單に整數の乘除算法の意義を擴意に適用するのみにては、整數と小數との本質的差異のために、小數の乘除算法の意義を適切に了解せしむることが不可能である。

玆に注意を要すべきことは、小數乘除算法の意義・方法及理由との關係である。算法の意義は算法の本質を決定するものであり方法は計算の手續であり、理由は計算法の合理的説明である。從つて算法の觀念は意義方法理由の三要素からなるものであるから敎授上に於てはこの三要素の徹底的擴充を謀らねばならぬ。けれども意義は根本的のものである。方法と理由とは派生的のものであるから、算法觀念の根據は意義の上に存するものである。故に算法取扱に於ては意義の敎授後に、方法と理由とが來るべきであることは異論はないが、方法と理由との取扱に於ては方法の敎授後に理由を以てせんとするものと、方法と理由とを同時に、即ち方法を理由の合理的發展の下に敎授せんとするものとの異る意見がある。然れども小數乘除を扱ふ五年程度に於ては、後の方法に從ふを以て兒童の知能發達の程度に恰當したるものであると考へる。

以上の基礎觀念の下に、小數乘除の算法敎授の實際の狀況を綜合的に考察するに、算法の意義敎授は全然行はれて居ないやうである。何故に意義敎授が行はれざるやの理由を考究するに、その第一は意義敎授の本質を了解せざることであり、第二は理由と意義の敎授とは同一なりとして、理由敎授を以て兩者を兼ねたるものと解することである。要するに兩者とも算法の意義敎授の本質を會得せざるの致すところである。

小數乘除の算法敎授に於て意義の敎授を缺かんか、これ即ち基礎根柢を失へる所謂砂上の樓閣であり、佛作つて魂入れざる類であり、かくの如くんば幾んぞ小數乘除の應用問題解法の成績をあげうべきである。算法の意義敎授無き算法の方法及理由の敎授は恰かも幼兒をして凶器を弄ばしむるが如く、危險極まることである。算法の意義の理

解なきときは、如何なる事實關係の場合に、小數乘除の算法を適用すべきやを決定し得ざるにあらずや。生きたる事實關係に適用し得ざる算法の方法及理由は、何の必要ありてこれを授けんとするのであるか。かくの如き知識は授けたりとて、それは所謂知識の殘骸擁護にすぎないものではあるまいか。要するに算法の意義教授は、算法の基礎根柢であるから、これが徹底的取扱を考究しなくてはならぬ。今日小數應用問題の成績不良の原因は、悉く小數乘除の算法教授の缺陷に存するものであることは、識者の等しく認むるところとなつてゐる。

小數乘除算法の意義教授は比較的困難なるものと思ふ。即ち如何なる場合に小數又は帶小數を乘ずるのであるか或は小數又は帶小數にて除するのであるかといふことを合理的に取扱ふことが難點である。例へば「一俵十二圓の玄米を、その八分だけ買へば代金如何」の問題に於て、これは十二圓に〇・八を乘ずればよい。又「一斤の七分だけ買ひたる茶の代金は二圓十錢である。一斤の代金如何」の問題に於て、これは二圓十錢〇・七にて除すればよい。といふことを根本的に了解せしむることが中々容易でない。この算法の意義觀念が、不徹底であるならば小數應用問題は到底了解せらるべき性質のものではない。故に小數乘除の算法の意義教授に成效することは本教材取扱上の祕訣である。

此の乘法算法の意義教授方法の第一は整數乘法の算法觀念を基礎として、類比的に扱はんとするもの、第二は數の本性的意義を基礎として、演繹的に扱はんとするものである。第一の類比的取扱は比論法の基礎に立ち、觀念の惰勢或は類化性を利用せんとするものであつて、教授を根本的に扱はず便宜法に依らんとするものである。例へば米一俵の價格は十二圓である、十俵ならば代金幾何、五俵ならば幾何、二俵ならば幾何の如く順次に乘數を減じ、遂に小數にまで減退し、然らば一俵の三分ならば、代金如何といふが如くにして、乘數が整數ならば一俵の代金に俵數を乘じたり、故に乘數が小數になるとも矢張形式不變の理にて一俵の代金に俵數を乘ずれば可なりとする

のである。第二はまた分れて甲乙二種の方法となる。甲の場合は整數の本性を基礎とし、乙の場合は小數の本性を基礎とするものである。甲の場合は整數「一」を乘ずといふことの意義を分解的に考ふるに、整數「一」は小數の基礎なれば、「一」を乘ずるといふことは小數「十分」を乘ずることであり、小數「百厘」を乘ずることであり、又小數「千毛」を乘ずることである。故に整數一を乘ずる意義の中には、當然小數を乘ずる意義を包含してゐるものであるといふことを根本として扱はんとするのである。故に小數を乘ずる場合には凡て整數「一」を乘ずることを基礎として、その算法の意義中に、小數乘法の算法の意義を演繹せんとするものである。乙の場合は數の價値に立脚せんとするものにして整數倍するといふ算法の意義は、乘數の指示する數だけ被乘數を寄集むるといふことであるから、小數倍するといふことの算法の意義も、同樣に乘數の指示する小數の價値だけ被乘數を寄集むるにありとするのである。此の甲乙二種の方法を考究するに、乙の方法はそれだけにては、算法の意義としては第一の階梯に達したるのみにして未だ本質的説明にあらず、一歩すゝめて本質的説明をなさんとすれば、甲の方法に到着せざるを得ず、故に乙の方法は甲の方法に統合せられる。從つて演繹的に扱はんとする方法は唯甲の一種となる。

右に述べたる類比的方法及演繹的方法を考察するに、前者は整數と小數との數の發展のみに着眼しての指導であるから、理解は容易であるけれども、それは眞の算術的理解ではなく、姑息的手段である。算法の根本的理解に觸れて居ない。後者は數の本性に基礎を置くから理解を與ふる方法としては後者に依らざるを得ぬ。算法の根本的理論は稍々高尚になるけれども、理解は徹底的である。

除法算法の意義教授の方法の第一は逆算關係を基礎とするもの、第二は整數除法の算法觀念を基礎とするものである。第一は除法は乘法の逆なりといふことに着眼し除法の等分、包含兩意義を無視して、凡て逆關係に除法の意義を説明せんとするもので

小學校に於ては確かに有力なる方法と認める。而しこれは算法の純粹の意義よりは少し脱線して解法の域に入れるものである。これに從へば除法の意義は一般的に了解せしめ難い、個々の問題に接し、問題の構成を了解し、その解法を考案し、その過程中に漸次算法の意義を了解せしめんとするものである。例へば「石油一罐の七分の代金は一圓七十五錢である、一罐の代幾何」の解法、七分の代金一圓七十五錢は一罐の代金に〇・七を乘じたるものであから、一罐の代金は一圓七十五錢を〇・七にて除せばよいとして、その間に除法の算法の意義を了解せしめやうとするものであるけれども、これでは算法の意義は本質的に了解せられて居ない。何となれば等分、包含の兩意義が表はれてゐないからである。又解法と混合してゐる。算法の意義は、解法と何等の關係なく獨立的に賦與し得るものである。これがためには、整數除法の觀念を基礎とする第二の方法が來るべきである。此の方法に於ては等分、包含の整數除法の觀念を小數にも擴張せんとするものである。例へば八にて割る場合に等分、包含の二種の意義あるならば、〇・五にて割る場合にも等分、包含の二種の意義を認めさせやうとするのである。例へば「砂糖十貫目あり、これを二袋半に入るれば一袋には何程入るべきか」の問題に於て、十貫目を二・五等分するといふことは、小數としては奇異に感ぜられて一見不合理のやうであるけれども、思想上のことゝしては敢て不合理ではない、唯整數に於ける等分觀念を、小數まで擴張したのみである。この等分の意義の合理的説明は二・五等分すれば一袋は一袋としての數値だけ配分され、〇・五袋は〇・五袋としての數値だけ配分されることであるから、實際上何等不合理を來す譯ではない。この方法に從へば等分の意義は何等の困難なく徹底的に扱ひうると思ふ。乘數が帶小數にあらずして、小數の場合にても合理的の説明が下せるものである。包含の意義は整數の除法觀念を基礎として行ふことは論ずるまでもなく明瞭である。

小數乘除算法の方法及理由の教授も可成困難である。今小數乘法に就きて考ふるに或數を〇・五倍するには、方法としては或る數を五倍して後十にて割ればよろしい。そ

の理由としては、五と〇・五との數値の比較が根本となつて居る。即ち〇・五といふ數は十倍すれば五となるべき數であるから、今或數に〇・五を乘ずる際、十倍大なる五を乘ずれば、結果は十倍大となつて現はれくるから、これを十にて割れば、求むる積となると説明するのが合理的である。

小數除法に就きては、方法敎授としては最初どうしても豫備として、被除數除數の双方を同一の數にて乘除するとも結果に影響せずといふことを授けて置かねばならぬ。これから小數除法の方法と理由とが發展的に授けられうると思ふ。

第三節　分數加減乘除

整數及小數の加減乘除算法觀念の基礎の上に、分數の加減乘除算法を授くることは敢て困難を認めぬ譯ではあるが、小數乘除に於て遭遇したる同樣の難點を、分數の乘除（法の分數なる場合）算法の敎授に見るのである。

分數乘除算法の意義敎授に關する合理的取扱は、小數の場合に準ずるのであるから茲には再論を避ける。此の分數乘除算法の意義敎授につき、藤澤博士は分數乘除算法は元來無意義である、かくの如き性質のものに、合理的説明を下さうとするのは無理であると述べて居られるけれども、小學校程度の兒童には、算術の常識的部分を授くるのが主眼であつて、算術を科學的組織的に授くるものではないから、嚴密なる算術の理論としては、分數乘除算法無意義論も正當であらうけれども、これに從ふことは出來ぬものである。小學校に於ては具體的に合理的に理論の根柢を築いて行かねばならぬから、最初から抽象的理論的のことは避けねばならぬ。

分數の乘除算法の方法及理由の敎授は餘程大切であるが、可成困難である。分數乘法の場合に就きて考ふるに。例へば$\frac{2}{3}$を或數に乘ずるに、方法としては或數に分子の二を乘じ後に三にて除すればよいのである。之が算法の理由としては2と$\frac{2}{3}$との數値の比較が根本となつて居る。即ち$\frac{2}{3}$といふ數は、三倍すれば2となる[illegible]き數

であるから、今或數に$\frac{2}{3}$を乘ずる際に、$\frac{2}{3}$の三倍大なる2を乘ずるときは、結果は三倍大となつて現はれてくるから、これを三にて割れば、求むる積となると説明するのが合理的である。此の場合分數の價値は分數の分子に存し分母は唯關係的のものなるが故に、乘法に於ても分子を乘ずることに本來の意義を置きたいと思ふ。

分數除法の場合に就きて考ふるに、例へば或數を$\frac{3}{4}$にて割るには、方法としては分子の三にて或數を割り、後に四倍すればよいのである。これが算法の理由としては乘法の場合と同樣に、3と$\frac{3}{4}$との數値の比較が根本となつて居る。即ち$\frac{3}{4}$といふ數は、四倍すれば3となるべき數であるから、今或數を$\frac{3}{4}$にて割る際に、$\frac{3}{4}$の四倍大なる3にて割るときは、結果は四分の一小となつて現はれてくるから、これを四倍すれば、求むる商となると説明するのが合理的である。此の場合にも、分數の價値は分子に存するといふことを主眼として、分數にて割るには分子にて割るといふことに本來の意義を置きたいと思ふ。

かくの如く乘法及除法に於て、分數の分子に分數の價値を認め、こゝに算法の根源を發するやうに取扱へば、整數・小數・分數を通じて乘法觀念の統一を計ることが出來る。

第四節　諸等數加減乘除

諸等數の加減乘除算法は、整數・小數・分數の算法を諸等數に適用したるのみであるから、特別の注意を要するものではない。かくの如く算法敎授としては、別に困難を認めないにも拘はらず、諸等數敎授の成績は一般に不良である。成績不良の原因と見るべきものゝ第一は、諸等數の基礎である量觀念の不徹底であり、第二は兒童の諸等數に關する知識の實際的需要觀念の不足といふことであり、第三は敎材が實際的知識として必要なる限度を超過してゐるといふことである。此の三種の原因によりて、算法としては容易である諸等數敎授の成績を不良ならしめて居るのである。吾等實際家

は此の點に着眼して、成績振興の策を講ずべきである。

第一の量觀念養成は、著者の夙に一般の實際家に警告を發したるところであり、本書に於てもこれを詳述して、實際家の參考に供した次第である。第二の知識の需要を感ずる觀念の不足といふことは、これは困難なる問題であると思ふ。凡そ兒童に授くる知識は兒童の現在生活に於て必要のものゝみではなく、遠き將來に於ての必要を豫定せられたものでもよいのであるけれども、これを授くる方法としては、なるべく兒童の現在生活に必要なる如く、飜案すべきは教育的の處置である。けれども諸等數教材は材料の性質上、兒童の現在生活と餘程緣遠いものであるから、兒童をしてその知識の需要を感ぜしむることが困難であるといふことになる。第三の實際的知識として必要以上の複雜なる程度の教材を取扱つて居るといふことは、第二とも聯關する問題であるが、實際的處理としては、教材を淘汰整理することが必要である。以上の三方面に注意を拂ふならば本教材の成績は向上すべきものであらうと思ふ。

第五節　求積

求積算法の理由を合理的に授くることは、一般論としては異論はない。けれども具體的の問題になると除外例を作らねばならぬ。例へば矩形・平行四邊形・三角形・梯形・圓の面積等の算法教授は、小學兒童なぞにも大體無難にその理由を合理的に教授し得るけれども（圓の面積の算法の理由教授は、極量といふものについて理解し難い點があるから、少々無理ではあるが）球の體積、圓錐形等の算法の理由教授は到底理解し難いからこれは避けねばならぬ。

此の算法の理由を授け得ずして、方法を器械的に知らす場合に於ては、よしその方法を忘却したりとも、具體問題としては何等不便を感ぜぬやうに通俗的の計算方法を知らして置きたい。例へば球ならば、これを水を盛れる器に入れ、球を入れたるために增したる或る溢れたる水の量が、球の體積なることを推定せしめらるやうに活動的

に融通ある方法を暗示して置かねばならぬ。

第六節　比　例

算術の中にて最もよく分類整理されたるものは比例である。分類が精細であればあるほど、實際教授としては便利である。何故となれば、第一觀念の混同を避けることが出來、又類似觀念の比較が容易であるから、然れども此の比例の教授は小學校兒童の程度には、相當難解なる教材と見做さるべきものである。

比例は比を根本觀念として發展すべきものであるが、此の比の觀念は兒童の理解に困難を感ぜしむるものである。凡そ比は數と數との間に成立する關係である點は、整數・小數・分數等の算法觀念が、事實關係及數關係の間に成立するものと、軌を一にして居るけれども、その關係の考察點が新奇なるだけ、彼等をして驚異の念を起さしむるものである。從つてこれが取扱に就いては此の點に着眼して徹底的理解を計らねばならぬ。

比の觀念は兒童に徹底せしめ難いから、比を比の値と譯して取扱ふとする說もあるけれども、元來比と比の値とは似而非なるものである。故は比は比として嚴密に授けその上に比の値を發展せしむべきことを要領としたい。比の觀念を授くる第一次の方法は、ある事實關係を提出し數關係に着眼せずして、その比較關係のみを意識せしむることであり、第二次の方法は事實關係及數關係に着眼して、猶その比較關係の意識に止むることである。此の二段の方法によれば、比の觀念は徹底的に了解せしめらる。

比なる根本觀念を基礎として、玆に正比及反比の觀念を授與することになる、正比及反比の觀念は、正比例及反比例の算法の基礎をなすものである。正比例及反比例教授の祕訣は此の點に存する。

正比及反比の觀念を教授する、第一次の方法は正比及反比の模式的事實を徹底的に理解せしむることであり、第二次の方法は兒童自身をして正比及反比の事實關係を擧

げしめこれを批判することである。

　比例配分は正比例の特別の場合に屬するものであること、又複比例は單式であるところの正比及反比の單比例の複式に屬するものであることを基礎として授け、且つ此の點を兒童をして自然に覩破せしむることが本教材取扱の祕訣である。

第七節　步合算

　步合算は步合の觀念を基礎とするものであるが、これが教授の方法としては二說に分れる。第一の說は、步合は步合高を元高にて割りて得るものなりとの觀念を基礎とするものである。第二の說は、步合高は元高に步合を乘じたるものなりとの觀念を基礎とするものである。第一の說は比の系統中に、編入せらるべき步合算は、小なる數の大なる數に對する割合を步合といふ觀念を基礎として、步合算を教授せんとするものである、これは純粹なる學說の脈絡を中斷することなく、思想を開展せしめ得るの長所を有すれども、この步合の觀念を基礎として、步合高を求むる場合及元高を求むる場合の算法を推及せしめやうとすることは、算術の系統としては當然の歸結ではあるけれども、小學兒童の頭腦には稍々不適當の觀がある。かくの如きは餘り理論的の組織に拘泥して兒童の知能の程度を顧みざるものである。第二の說は第一の說の缺點を除くために顯はれたるもので、步合算の基礎を、步合高は元高と步合との積であるといふ觀念に置いて、步合を求むる場合及元高を求むる場合の算法を推及せしめやうとするものである。この方法は分れて甲乙となる。その甲の方法はこれを全く步合の觀念と交涉なく獨立的に小數四則雜題的に授けやうとするもので、これは小學兒童の頭腦の程度に適して居るけれども、比の觀念に包括せらるべき步合算をば、整數四則の雜題的に理解せしめやうとするものであることが大なる缺點である。步合の觀念にて解かしむべき問題を、小數四則雜題的に解かしむることは、算術としては避くべき方法である。何故となれば物の理解には種々の見解がある、或る算術關係も小數四則雜題の見

地から解き、又歩合の見地から解き得て始めてその關係の眞の算術的理解を得たるものといへるけれども、唯一方面から考察し得るけれども、他の方面から考察し得ないといふことは、未だそのものゝ眞の理解に達しない證據である。歩合算を全然小數四則雜題的に扱はさうとするならば、それは歩合算として特立させるよりも、小數四則の中に編入せらるべきものである。歩合算を全然公式扱にせうとする方法は、此の中に屬するものと思ふ。乙の方法は甲の方法の缺點を除くための方法である。即ちこれを全然小數四則雜題的に解くことを排して、矢張歩合の觀念を基礎として、その上に小數四則の解法を適用せうとするものである。こは、此の觀念に包括せらるべき歩合算を小學校兒童向に扱はうとする方法中最も適當なるものである。

以上の方法に就いて考察するに、第一の方法は理論上正當であるけれども、兒童の程度に副はず、第二の方法の甲の場合は、兒童の理解には適すれども、算術的取扱としては不十分である。乙の場合は小學兒童に授くる方法として、又算術の理論の系統から生れたる方法として、諸説の中庸を得たるものである。

第十四章　算術應用問題解法指導教授の實際

尋常一學年

【主眼點】

本學年に於ける應用問題は、計算の練習を主眼とし、傍ら應用問題解法の基礎を作るのであるから、第一は計算の習熟を要點とし、第二は解法の基礎確立を要點とすべきである。

計算は實物計算から抽象せる數の計算の段階に達するまでには、幾多の段階を設けて練習を期すべきものである。應用問題の解法は事實關係の間に計算關係を適用するのが此の學年の要點であるから、それ以上の要求は出來ぬ。從つて應用問題にも算法の適用について高等なる思考を要するものは必要はなく、問題の語句の中に、算法の

適用を歷然と暗示したるものを以てし、事實關係と數關係とを聯關的に結合せしむることが本領である。

又應用問題の練習法としては、加減乘除を劃然と區分して授くるときは、彼等の思考を器械化し習慣化し、練習の效を皆無に終らしめるから、四則を可成雜題的に課し、此の弊を去らねばならぬ。

【加法及び減法】

加法及び減法とても、應用問題の語句中に「足す」「寄せる」とか「引く」「とる」とか云ふ算法の意義を、直接指示するものを主とし、「伸びました」「殖えました」とか「遣りました」「破れました」とかいふ算法の意義の間接的に指示されて居るものを副として課したい。

【乘法及び除法】

乘法及び除法ともこれは要求を輕くしたい、四則算法を擴充する位の程度に於て二年の準備として課せばよい。「二倍スルコト」「三倍四倍スルコト」は加法と聯關して授ける。「幾倍ナルカヲ求ムルコト」「等分スルコト」は前者は引算及倍することと聯關して授ける、後者は加法と比較して授ければよい。

尋常二學年

【主眼點】

加減乘除とも、本學年の應用問題は、事實關係は單一關係なるものを構成し、算法適用の意味が、語句上に直接指示せられたるものを主とし、或は事實關係の順なるものを主とし、然らざるものを副とする。

算法適用の意味が語句上に直接指示されたものは、事實關係を理解して解法を工夫するに當り、算法適用の意味に暗示せられて解法の決定が促され、然らざるものは暗示なき故、主として事實關係の理解から解法を決定するのであるから困難である。又

事實關係の順なるものは思考活動容易であるから、解法の決定が容易であるけれども、逆なるものは解法の案出が逆思想から示唆されるから、解法の決定が困難である。

【加　法】

加法は「家ヲ建テルニ初ニ大工ガ五十八日掛ッテ、其ノ後左官ガ四日カカルトスレバ皆デ幾日カヽリマスカ」（三頁）を主とし、「一圓札三枚ト五十錢銀貨一ツデ靴ヲ買ヒマシタ價ハ幾ラデスカ」（二五頁）を副とする。又事實關係の逆なるもの、例へば「二十六錢ツカッテマダ九錢殘ッテヰル初ニ幾ラアッタカ」を採らぬ。

【減　法】

減法に於ては「五寸二分ト七寸二分トノ差ハ何程デスカ」（一七頁）を主とし「生徒百八人ノ中八人休ムト出席ハ幾人デスカ」（二五頁）を副とする。事實關係の逆なるもの。例へば「身長二寸ノビテ三尺八寸ニナッタ初ハ幾ラデアッタカ」を採らぬ。

【乘　法】

乘法に於ては「一本三錢ノ筆ヲ六本買フニハ幾錢入リマスカ」（二四頁）を主とし、「一本三錢ノ筆ハ十五錢デ何本買ヘマスカ」を副とする。

【除　法】

除法に於ては「四十八枚ヲ六人ニ同ジヤウニ分ケレバ一人ハ幾枚ニナリマスカ」（六四頁）を主とし、「三十錢デ帳面ガ二冊買ヘマシタ一冊幾錢ヅツデスカ」（七一頁）を副とする。

尋常三學年

『主眼點』

本學年は筆算の開始が重要なる仕事となつて來る。從つて思考上からは大なる發展を促進することは望めない。應用問題事實關係は單一關係のものを主とし、複合關係のものを副としたい。關係は一歩進めて逆關係をも多く扱ひたい。而して解法は分解

式を基礎として、綜合式に誘導することを加味したい。

尋常四學年

【雜問其の一】

(6)體重を測りたるに着物のまゝにて八貫三百匁あり。着物は五百匁ありといふ。體重は正味何程なるか。

正味といふ術語をよく了解せしめることが着眼の第一であり、着物のまゝにて八貫三百匁ありといふ事實の内容と、着物の五百匁といふことを比較せしめることが第二の着眼である。

(7)一圓二十錢と二圓三錢との拂に五圓札を渡せば、何程の釣錢が來るか。

指導としては「二圓七十五錢の拂に五圓札を渡せば釣錢いくら」といふ單一關係の問題を提出して本題の豫備とする。

(10)玄米一駄を十一圓六十八錢にて買ひ、うん賃に三十錢つき賃に五十錢を掛けて白米とし、十三圓六十錢に賣れば、何程の利益あるか。

本學年に於ける難問である。指導豫備問題としては「白米とするまでに三十八圓かけたる米一駄を四十一圓五十錢に賣れば、何程の利益あるか」を提出する。

【雜問其の二】

(17)或農家の年年取入るゝ米高を聞くに、一昨年は六十俵、昨年はそれより十分の二多しといふ。昨年の取入高は何程なるか。

小數の豫備として授けたる分數觀念の應用算であるから、整數四則雜題流に解かせてよろしい。(21)まで同樣の考にて扱へばよろしい。

(26)汽車乘客七百二十人の中、一等客と三等客との合計は六百四十二人、二等客と三等客との合計は七百八人なりと。各等の乘客は幾人か。

事實關係及數關係を嚴密に吟味せしむるに恰好の敎材である。本學年にては稍困難を感ずる問題であるが、指導の質と量とを手加減すれば相當效果ある如く敎へられる。

(28)一日の食費米代を七錢二厘、其の他を八錢七厘とすれば一月(三十日)の食費何程なるか。

兒童は米代と他のものとを別々に計算して加へる。一旦之によらしめ後誘導する。そ

の解法の指導としては「一日に食費全部に二十九錢かゝるとすれば、十日間には何程となるか」を豫備として本題を課する。

(30) 石油一升の重さは三百九十匁、水一升の重さは四百八十匁なり。一石に付石油は水より何程輕きか。

解法は各一升の目方の差より一石の差を求めんとするものと、一石の目方の差より直接結果を求めんとするものとに分れる。而して前者は兒童自然の解法であるから、豫備としてもこれを對稱として出題すべく、しかしてのち後者の解法を誘導するのもよろしい。

(31) 千字だけ書くに、紙一枚に六行六字詰に書けば幾枚を要するか。

指導豫備題としては「六行六字詰ならば一枚に何字書けるか」「一枚に四十九字書けば四百九十字書くに紙何枚入るか」を提出する。

(32) 切れ一尺二十錢づつにて買ひ、一尺につき四錢づつまうけて二丈賣れば、賣上金高は何程か。

解法の指導としては「一尺三十錢にて買ひたる切れを七錢五厘まうけて賣ればいくら「一尺三十七錢五厘の切れを一丈賣れば賣上代金はいくらか」を以てする。

【應用問題其の一】

(1) 甲のやしきは一段二十五歩、乙のは八畝二十歩、丙のは九畝なり。この三つのやしきの段別は合せて何程なるか。

本學年程度にては整數四則解法の根柢を確實にすること、難題を解かしめて解法の力を錬成するにあるから、本題の如き程度のものも念入りに扱ひたい。

【粁　　目】

(1) 一人にて毎日米四合五勺づつ食へば五人にて三百六十五日間には幾ら食ふか。

指導の豫備題としては「一人にて一日に五合五勺食へば六人では一日幾ら入るか」「一日に三升五合食べる家、十日にはいくら入るか」を以てする。

(9) 四斗五升入二十俵の米あり、貧民一人に付一斗五升づつ施せば幾人に行渡るか。

解法としては全體の米高を求めてのち人數を算出するものと、一俵が何人に與へられ

るかと見て、人數の全體を求めんとするものとに分れる。けれども後者の解法は應用の狹いものである。何故となれば四斗五升を一斗五升にて整除し得る場合は問題はないけれども、然らざるときは失敗に歸するから。

【目　方】

(10)一俵十貫目の玄米五俵と一俵十五貫目の小麥七俵とは何れが何程重きか。

兒童には可成難問として迎へられる。指導としては「一俵十八貫の玄米と一俵十五貫目の小麥とでは目方何程の差あるか」「各五俵づつならば何れが重きか」「玄米五俵と小麥七俵にては何れが重きか」を豫備とし、本題は計算の上ならでは何れが重きか。判斷し得ざることを悟らせよ。

【應用問題其の二】

(2)縱五十間、橫四十七間の地面に、一邊三間なる正方形の芝地と建坪四十七坪七合五勺の家とあり。殘の地面は何程か。

思考の形式は可成複雜であるが、內容の程度は高くはない。指導としては「五百坪の土地に家屋と庭園とに三百五十坪要すれば空地は何程か」を豫備とする。

【應用問題其の三】

(3)土地一坪の價三圓二十錢とすれば、縱二十三間、橫十七間なる矩形の土地の價は何程なるか。

解法の指導豫備題としては「一坪拾五圓の土地五十坪の價如何」の如き單一關係のものを以てする。

(7)疊の表替をなすに、一疊に付六十錢を要すとすれば、二間四方の部屋には幾らを要するか。

本題は「三間四方の部屋には疊何枚しけるか」「疊の表替一疊につき七十五錢かゝれば八疊にはいくら要するか」を指導豫備問題とする。

(11)水道管あり、一時二十分間に一石づつの水を出せば、一晝夜には何石の水を出すか。

解法の指導としては第一次「水道管より一時間に一石の水を出せば一晝夜にいくらの水を出すか」第二次一晝夜は二時四十分の幾倍に當るかを以てする。

【雜問其の三】

(19) 一斤三十錢の茶と三斤三十五錢の茶二斤と混合すれば、一斤平均幾らの茶となるか。

平均算に於ては各別々に賣るも、混合して平均したる値段にて賣るも、賣上金高は等額なるべきを根本として置く。指導としては「一斤三十錢の茶二斤と一斤五十錢の茶三斤とを賣れば幾らの金が入るか」を以て豫備とする。

(22) 五人にて八日かゝる仕事を一人になせば幾日かゝるか。又四人にてなせば幾日かかるか。

思考の方法は少々困難である。解法の指導としては「三人が一日になす仕事を一人にてなせば幾日かかるか」「三人が二日にてなす仕事を一人になせば幾日かかるか」を豫備として

本題の前問を解かせる。「一人が三日かゝる仕事を三人にてすれば幾日かゝるか」「一人が二十四日かゝる仕事を三人にてすれば幾日かゝるか」を豫備として後問を解かせる。解法の思考徑路としては、前問に於ては「五人が一日にてなす仕事は一人にては幾日かゝるか」「一人が五日かゝる仕事の八倍の仕事は、一人では幾日かゝるか」であり、後問に於ては「一人が四日かゝる仕事は四人では幾日かゝるか」「一人が四十日かゝる仕事を四人にてすれば幾日かゝるか」をとらせたい。

(24) 甲乙二人の所持金を合せたるものは七・二圓にて、甲は乙よりも一・二圓だけ多く持つといふ各何程の金を持てるか。

抽象の度の低き自然の方法としては七・二圓から一・二圓を引去り、殘額を二等分して結果を求めんとする。指導も此の思考徑路を根據とすればよい。

(25) 甲乙兩人あり、東西兩地より同時に相向つて出發し、日々甲は十二里づつ、乙は八・二五里づつ行きしに十五日にて出合ひたり。東西兩地の距離は何程なるか。

解法の指導は「一日に近寄る距離は幾らか」「十五日には何程近寄るか」の思考徑路を根據としたい。

(27) 上酒一升に下酒三升の割にまぜたる酒あり。その一斗六升の中には上酒下酒各何升あるか。

計算はとにかく、事實として理解せしめ難い。上酒下酒とても成分たる水分には上下はないから、混合したる酒の中に、上酒下酒の分量を見んとするは解せられない。

尋常五學年

【應用問題其の一】

(7)甲乙丙の三人あり、甲の體重は八貫三百匁にして、乙は甲よりも一貫八百匁重く、また丙は乙よりも二貫百匁輕しといふ。乙丙の體重は各何程なるか。

考へ方としては別に困難なるものではないが、問題の事實關係が、可成複雜を極めてゐるから、指導としては問題の事實關係を了解せしむることに主眼を置けばよろしい。

(8)玄米拾石を百貳拾參圓にて買入れ、運賃壹圓參拾錢と搗賃四圓五十錢とをかけて白米とし、之を賣りて代金百參拾八圓九拾錢を得たりといふ。其の損益は何程なるか。

賣買關係に於て、損失とは如何なる場合か、利益とは如何なる場合かといふことを概括的に復習して、本題敎授の第一次の豫備とする。此の第一次の豫備のみにて、自動的に解かしめ、解き得ざるものあらば、第二次の豫備として次の二題を連續して解かしむ。

(一)一石三拾五圓にて買入れたる玄米を白米として四十三圓五十錢に賣れば何程の利益あるか。

(二)一石三拾七圓五十錢にて買入れたる玄米を白米とし、れ三拾六圓に間ば何程の損か。

【乘法其の二】

(5)一升十四錢五厘なる白米四升の代金は何程なるか。〇・四升即ち四合の代金は何程なるか。又四升四合の代金は何程なるか。

本題に於て、四升四合の代金を求むるに、觀念の傾向は、四升と四合の代金を別別に算出して、これを加ふるもの、即ち帶小數として乘ずることを考へ付かざるものがある。これを救ふためには、最初に四升四合の代金、次に四合の代金を求むるやうに改めて課するがよろしい。

(6)一袋に茶八十匁づつ入りたる袋若干あり。此の袋五箇に在る茶の目方は何程なるか。三袋半にては何程なるか。又六袋半にては如何。

五袋の目方を求むることは必要がない。むしろ最初三袋半の目方を求めさせ、次に〇・八袋の目方を求むるやうにするがよい。類題を數題附加して小數乘法の觀念を確立す

る必要がある。

【除法其の二】

(8) 四斤半にて貳圓九拾二錢五厘の茶あり。此の茶一斤の代價は何程なるか。

逆算關係の觀念にて指導せず、等分除法の觀念に基礎を置きたい。これが豫備問題としては「三斤にて一圓九十五錢の茶あり。此の茶一斤の代價如何」を提出する。本題の類題は數題補充して小數除法の觀念を確立させる必要がある。

【應用問題其の二】

(2) 生徒總數三百二十人ある學級にて六學級を作れば一學級の平均人員は何人となるか。

これは一學級の平均人員を比較する問題に變形して課すれば、實際的で而かも興味がある。かくなれば平均人員は少くとも少數第一位迄算出せねばならぬ。

(8) 一駄六圓五十錢の大麥二十五駄と一駄七圓九十錢の小麥十五駄とを買ひ、金二百五十圓だけを拂ふときは拂殘尙何程あるか。

これは「一駄六圓五十錢の大麥と一駄七圓九十錢の小麥とを買ひ、金十五圓拂へば釣錢何程か」を豫備として課すれば、內容聯關の暗示によつて解決し得る。

(9) 縱十一間横九間の地面の周圍に垣を造りたるに、一間につき七十一錢五厘かゝりたりといふ。總體にて何程かゝりたるか。

これには「周圍五十間の垣を造るに一間につき七十五錢かゝるといふ。總體にて何程かゝりたるか」を豫備として課する。

(10) 六人にて四日を要する仕人を一人にて成するには幾日を要するか。三人にては幾日か。

本題は兒童に難解のものである。從つて指導としては仕事の事實的了解を主眼として「六人が一日にてする仕事を、一人にては何日かゝるか」「六人が二日にてする仕事を一人にては何日かゝるか」の類を課して、前問の豫備とし「一人が二十四日にてする仕事を二人にては幾日かゝるか」「一人が三十六日にてする仕事を、三人にては何日かゝるか」の類を課して、後問の豫備とする。

【長　さ】

(4)二丈八尺五寸の反物にて兄弟二人の着物を仕立るに、兄の分は弟の分よりも四尺五寸多くいるといふ。各幾尺いるか。

一丈

本題は最初兄の分より求むるものと、弟の分より求むるものとの二種の解法がある。思想の傾向としては、弟の分よりするのが自然である。これは二種の解法を工夫させて比較を行はしめる。

(5)長さ一丈の紐を三筋に切るに、其の中の一筋は最も短きものよりは五寸長く、最も長きものよりは六寸短しと、長さ各如何。

これは兒童には難問である。豫備問題としては問題の構成を理解せしめることを主眼として「大中小三筋の紐あり、大は二尺五寸、中は二尺三寸、小は二尺一寸あり。三筋の紐の長さの和は何程か」「大中小三筋の紐あり。大は三尺、中は二尺八寸、小は二尺五寸なり。中は小より何程長きか、又大より何程短きか」「大中小三筋の紐あり。大は三尺二寸、中は三尺、小は二尺八寸なり。大三筋の長さは、大中小三筋の長さの和と、何程の差あるか。又中三筋の長さ、小三筋の長さと大中小三筋の長さの和との差何程か」の豫備問題を提出して本題を課する。

【面積其の一】

(5)縦三尺九寸横二尺六寸の机あり、其の面積は何程なるか。

これは平方寸、平方尺何れにて答ふるも可なり。若し平方尺にて求めしめんとせば、豫め平方尺を單位とすることを注意する。

(6)竪一尺五寸、面積百二十平方寸なる板の横は何寸なるか。

前題の面積を求むることを豫備として推究せしむればよろしい。若しこれにて不成效の場合は、逆關係の思想を以て第二次の豫備とする。

【體積其の一】

(4)長さ二尺五寸、巾一尺八寸高さ二尺の荷物あり。其の體積は幾立方尺なるか、又幾立方寸なるか。

基本題として徹底的に取扱ふがよい。而して幾立方寸なるかを先にして、幾立尺なる

かを後にして課するがよい。これ立方寸を直ちに立方尺に換算せしむるに都合よければである。

(5) 體積五百四立方分なる直方體あり。其の縱と横は九分と八分なりと。其の高さは何程なるか。

前題を豫備として推究的に解法を工夫させる。若し不成功ならば逆關係の思想を以て誘導する。

【枡　目】

(4) 縱は一升桝の四倍、横は三倍、深さは二倍なる箱の容量は何程なるか。

本題は豫備題なくして課せしむれば、兒童の多くは縱横深の實數を以て計算する。これ本學年程度にては自然にして且つ安全なる解法であるが、次の如き「一升の桝の內法の縱だけを四倍した箱の容量は如何」「一升桝の縱は四倍、横は三倍の箱の容量如何」の豫備題を以てすれば、本題は $4\times3\times2=24$ 答 24升 の解法をとる。

(5) 內法、縱横共に九寸八分にして深さ二寸七分なる箱は何升入るか。

前題が徹底してゐるなれば本題は次の如き「縱横は一升桝の二倍、深さは一倍なる箱の容量如何のものゝ變形なるを知るから、解法は容易に案出せられるが、不徹底の場合は、前題同樣に、迂路の解法を執る。此の場合には前題同樣の豫備題を以て啓發する。

(7) 容量一斗にて內法縱横各一尺五分の箱あり。深さ何程か。

これは兒童には難解である。最も(6)を基礎として「容量一斗は幾立方尺なるか」に想到せしめんとする編纂者の意見ならんも、深さを求むることが逆關係であるから、問題は事實が複式的である。從つて「容量一升にて縱横各四寸九分の箱あり。深さ何程」の如きを(6)の次へ課し、是等二題を豫備として解かしむるがよい。

【目　方】

(7) 縱横共に四尺九寸、深さ二尺七寸なる箱に滿てる水の目方は何程なるか。

枡目の(4)(5)が徹底してゐれば、本題の解法は容易である。然らずんば矢張迂路に入る。

故に最初は豫備なくして課し、その成績の如何にて誘導する。

(11)郵便切手九錢を貼りたる手紙の目方は何匁なるか。

これは解法として困難なるものではないが「より多く」なぞといふ便利なる算術上の術語を了解せしむるものとして、且又思考を精確ならしむるものとして價値多い。豫備題なくんば、その多くは十二匁を以て答とする。故に最初は十二匁と答へしめ後に、疑問的に問答してその誤を悟らしめる。

【應用問題其の三】

(3)二人の脚夫あり。甲は毎時間一里十八町二十四間行き、乙は毎時間一里五十六間行く。今甲乙同時に同所を發して同方向に行けば、三時間の後には何ほど相隔るか。

これは本題を變化して「一時間の後には何程相隔るか」を豫備として課し、又「反對の方向」「相向ひて近よる」場合を補充して課する。

【面積其の二】

(5)底邊は十六間、面積は二畝歩なる三角形の地面あり。高さは何程なるか。

本題は三角形の面積を求むる基本題より推究せしむるのであるが、それにしても最初は面積を二畝歩とせずして、六十歩とか九十歩とかにして提出し、然るのち本題の如きものに及ぶが順序である。

(8)圓の面積を求むるには、其の半徑の二乘を三・一四倍せよ。

算法を合理的に理解せしむることは本體であるけれども、凡てこれにて律すること出來ぬ。而し本題は兒童の程度により合理的に扱ひ、或は器械的に算法を注入する。合理的に扱ふ方法としては、最初圓を中心より周圍に至る半徑にて切斷せる扇形に分ちこれを圓周にて連形せる櫛形にし、後半圓周にて切斷して、櫛形の目に當て三角形を喰合せて一邊は半徑、一邊は半圓周なる矩形を造らしめる。而してその面積は

$$\text{半徑} \times \text{半圓周} = \text{半徑} \times (\text{圓周} \div 2) = \text{半徑} \times (\text{直徑} \times 3.14 \div 2) = \text{半徑} \times (\text{半徑} \times 2 \times 3.14 \div 2) = \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14$$

の如く式の變化によりて公式に導くがよろしい。

【應用問題其の四】

(1)二段二畝二歩の田と四段二畝七歩の田とあり。この兩方より米十七石五斗一升を取入れたりとすれば、一畝歩より平均何程取入れたる割合か。

これを自由に解かしむれば、一歩の割合を求めて一畝に及ぶものと、始より一畝歩の割合を求むるものとに分れる。故に自由に解かしめたるのち、一畝歩の割合を直接に求むるものに誘導する。而しこれは問題の數關係の都合にて、解法の便否が定まるものである。

【應用問題其の五】

(3)二月の四(五)日より八十八日目及二百十日目は何月何日なるか。

本題なぞは式を嚴密に云々することは却つて思考活動を澁滞せしむるものであるから可成暗算にて處理せしむるやうにしたい。

(5)木綿一尺織るに二十五分かゝる人は、午前七時より午後六時までに何尺織りうるか、但し晝食等のために一時間は休むものとす。

これは「木綿一尺織るに二十五分かゝる人九時間には何尺織り得るか」を豫備として本題に及ぶがよい。

【應用問題其の六】

(1)午後九時二十分に寢れ翌朝六時三十分に起くる人と、午後十時四十分に寢れ翌朝七時十分に起くる人と、其の睡眠時間に何程の差あるか。

昨夜の兒童の實際の事實を問題として、互に比較せしめるがよろしい。而して式には差號を用ひさせずして說明に差號の意味を事實にのべさせる。

【メートル】

(17)縱五十米、横三十米の矩形の地面あり。其の周圍に垣を造らんとするに、費用一間につき八十錢を要する見積なりと。費用總計何程を要すべきか。

米突と間の交渉あるところが本題の眼目である。故に指導としては最初「一米につき

一圓五十錢要するとせば費用總計何程を要すべきか」の如き豫備題を課するがよい。

【面積其の二】

(7)直徑五間三尺なる圓形の土地の面積は幾平方米なるか。

最初は直徑を米突にて表したるものを豫備題として、次に本題に入る。而して眼目は米突と間との關係である。

【體積其の二】

(7)底の半徑六糎、長さ四米なる圓柱の體積は幾立方糎なるか。

(8)容積は七八・五立方糎、内法の口徑は十糎なる圓筒形の器あり。其の高さは約何糎なるか。

前題は基礎となりて後題を生ずる。從つて指導としては前題より後題を推究せしめ、能はざるときは逆關係にて誘導する。

【リットル】

(1)二、七二六立方米をリットルに直せ。

立方米と立方糎との關係が本題の眼目となつて居る。本學年程度の兒童にては、一米は百糎なれば、一米立方（一立方米）は百糎立方卽ち百萬立方糎である。從つて一立方米は千リットルに當る。故に二・七二六立方米は二七二六リットルであると考へさせるのがよい。

(2)内法・縱二十二糎、横十八糎、深さ十二糎なる箱の容量は幾リットルか。

(4)内法、縱横各五糎にて、丁度一リットル入の器を造らんとす。深さは何程とすべきか。

(2)は(4)の基礎である。(4)の指導は(2)を基礎として推究せしめるのであるが、これは兒童をして實際製作せしめて見るもよい。

(7)一リットルは約五・五四三五合に當ることを算出せよ。

これは兒童には難問である。指導の第一次は「一リットルは幾立方分なるか」第二次は「一升は幾立方分か」である。しかして第一次の指導は案外時間を要する。本題の如きは第一次の指導の如き基本題の次に課さるべきものである。

(9)一升は大約幾立に當るか。

この解法は(7)の結果たる一立は五・五合を適用するものと、一升及一リツドルを各立方分に換算して結果を求むるものとの二種に分れる。解法としては何れにても甲乙はないけれども「大約幾立なるか」を求むる場合なれば、前者によりて指導するがよい後者とて大約を求むるものとして不可といふのではない。

(12)徑二十糎、深さ八十糎なる圓筒形の器と、徑三十糎なる球形の器との容量の差は幾立なるか。

これは(5)(11)とを結合したるものであるが、かくの如きものは本學年程度の兒童には複雜にすぎる。複雜とは思考上からではなく、計算上からである。

(13)內法、縱横各十糎深さ二十糎なる器と、等しき容量を有する徑六・六寸の圓筒形の器を作らんとす。其の深さを幾糎にすべきか。

(6)の事實の稍々複雜に變化したるものであるから、指導としては(6)を豫備として、本題の解法に移らせるがよい。

【グラム】

(11)徑九・九寸なる球形の器に滿てる淸水の目方と、徑三十四糎なる球形の器に滿てる淸水の目方の差は何瓦なるか。

眼目の第一は寸と糎との關係であり、第二は體積と重量との關係である。故に指導は此の點に着眼して、體積の差より重量差に發展せしむるがよい。

【應用問題其の七】

(2)海上二浬（一浬は十七町として計算すべし）の距離の處へ毎分六十六米進む船にて行けば何程かかるか。

この主眼とするところは浬と米との關係にある。それが延いて尺と米突との關係に歸する。

【外國度量衡】

(10)二人の脚夫あり。甲は毎分九十二碼三呎、乙は毎分八十三碼一呎づつ歩むと。今相距る一哩なる兩地を同時に發し相向ひて進まば何分の後に出合ふべきか。

思考上別に困難はない。しかし思考の形式上重要であり、且思考鍛錬の側より見れば

重要なる問題である。指導の方法については再説を要しない。

(22)清水一升の目方は幾オンスなるか。又二升五合の目方は幾オンスなるか。

本題の解法は(11)の結果たる一オンスは七・五六匁を適用するものと、(20)の結果たる二八・三五瓦を適用するものとに分れる。思考としては同一程度の稟賦に屬する。解法を指導するならば前者に從ひたい。これ前者は後者に比し幾分計算を簡略に處理しうればである。

【應用問題其の八】

(1)一時間に二哩二二〇碼づつ歩めば九時間にて行着き得る處あり。今その處に八・五時間にて行着かんには毎時間に何程づつ足を早めて歩むべきか。

題意として「足を早めて」は兒童の生活にては了解し難いのであるから、よく指導してやらねばならぬ。この意味が不徹底であると、解法は迷路に入る。本問は可成兒童に難問として迎へられる。

(7)一平方米は幾坪に當るか。又一坪は幾平方米に當るか。

別に困難ではないが、計算能力適用上の巧拙を見るにはよい材料である。前問に於て即ち一平方米を〇・五五間平方と見るものは計算能力適用は巧であるし、三・三尺平方と見るものは拙である。故にまづ兒童自由の解法を比較して誘導する。若し指導するならば前者の考へ方によりたい。

(10)一リツトル入の瓶一打に詰めたる酒を四合瓶に詰替すれば幾瓶となるか。

一立は概數を用ゐしむるがよい。答の「十六瓶餘」は一寸變である。答十七瓶とすべきである。

尋常六學年

【應用問題其の一】

(3)或人三人の子に全財產を分ちたるに、長子には其の九分の五、次子には九分の二を與へたりと。末子には全

財産の幾分を與へたるか。

(1)及(2)は分數の部分が實數にて與へられてあるけれども、本題は割合を以てせられて居る。これは指導上注意を要する點である。兒童は分數の應用問題に於て、分數の基本たるべき「一」そのものにつきて明確なる理解を缺いて居る。全體を表はすに「全體を一とすれば」「全體を一と見做せば」「全體を一と假定すれば」といふ異語同義の言語を以て發表してゐるが、分數が實數でなく、割合である假數にて示されたる場合に於ける「全體」は當然「一」である、假定ではない、必然である。從つて「全體は一なれば」といふ言語を以てしたい。決して全體を「二」としたり「三」としたりすることは許すこと出來ぬものである。

(5)甲乙二人の職工あり。或仕事を甲は四時間にて成すべく、乙は五時間にて成すべしといふ。今二人共に働けば、一時間に此の仕事の幾分を成しうるか。

此の問題を解く頃は、未だ分數四則の觀念が徹底して居ないから指導せずして、自由に解かしむれば、兒童の觀念傾向は、意識の抵抗薄弱なる方向へ流れるから、整數四則の解法によらんとするものがある。分數四則にて解くべきものを整數で四則なければ解けぬとは賞すべきことでない。しかして本題の如きは整數四則にては解き得ぬものである。本題の解法に於ける指導の着眼は「此の仕事の全量の一なること」を觀破せしむるにある。

【應用問題其の二】

(4)一箱百三十五箇入の蜜柑あり。其の十五分の七だけ腐敗したりといふ。腐敗せざる蜜柑幾箇あるか。

「全體は一なり」といふ觀念の不徹底なる兒童は、本題の解法に於ても、腐敗したる蜜柑の實數を求めて、然る後腐敗せざるものの數を發見せんとする。故に指導としては「全體の一なること」に着眼せしめて、腐敗せざる部分の割合から實數を算出するやうにしたい。それがためには「腐敗せざる部分の割合は如何」といふ豫備題を以てするがよろしい。

【應用問題其の三】

(1)甲乙の職工あり。或仕事を成すに甲は八日を要し、乙はと六日を要すといふ。甲乙兩人にて働けば、一日に其の仕事の幾分を成し得るか。又三日間には如何。

此の程度にては相當難解なる問題である。解法の根本觀念は分數觀念の徹底的理解であるが、指導としては「或る仕事を五日に成せば、一日にはその幾分を成し得るか」「或る仕事を六日に成せば一日にはその幾分を成し得るか」「或る仕事を甲乙二人にて共に働けば、一日の仕事の分量は如何すれば求められるか」を豫備として本題を解かせる。

【應用問題其の四】

(4)讀本二十一枚讀み終りたるに、なほ全體の枚數の三分の二だけ殘れりといふ。全體の枚數は何程なるか。

解法の着眼點は、二十一枚が全體の三分の一に當ることを觀破するにある。けれどもこれは一段の推理を經て、間接的に知られることであるから、兒童は相當に苦心する指導としては「全體の三分の二が二十枚に當るとすれば、全體は幾枚か」を豫備とする。

【應用問題其の五】

(5)子供一人の傭賃は大人分の三分の一にて、大人六人子供二人に支拂ふ一日の傭賃四圓なるときは、大人子供各一人の賃錢如何。

解法の要訣は大人を子供と見做し、或は子供を大人と見做すことにある。故に指導としては「子供一人の賃錢は大人一人分の三分の一なれば、大人一人分は子供幾人分に當るか」「大人二人分は子供幾人分に當るか」「子供三人分は大人幾人分に當るか」「子供七人分は大人幾人分に當るか」「大人一人と子供二人とは、大人幾人分に當るか」「大人二人と子供五人は、子供幾人分に當るか」を豫備として本題を解かせる。

(7)甲乙二人の職工あり。或仕事を成すに甲は六日を要し、乙は八日を要す。甲乙二人が此の仕事に掛れば一日に其の幾分を成しうるか。また全く仕上ぐるには幾日を要するか。

「全體が一なり」といふ分數四則の觀念さへ徹底し居らば、解法は困難でない。

(8)或時刻より其の日の午後六時までは、正午より其の時刻までの二分の一なりと。それは何時か。

本題の如きは兒童に數回反覆して讀ますべきものである。しかして一語一句も忽にせず內容を想像しては、事實の了解をなさしめる。これが第一次の指導である。これにても內容の理解不能ならば圖解を以てする。これ第二次の指導である。豫備問題としては「午後六時より午後九時までの時間は正午より午後六時までの幾分に當るか」「午後八時より夜半十二時までは、正午より午後八時までの幾分に當るか」「正午より夜半十二時までの時間は、正午より或る時刻までの時間の一倍半に當るといふ。或る時刻とは何時か」を連續して課すれば、本題は解ける。本題の答は、夜半十二時でもよいといふ說があるけれども、それは不合理である。

(9)茶六斤あり。初に其の五分の一を使ひ、次に殘の四分の一を使へば、殘は何斤となるか。

此の解法に殘の割合を間接的に求めて、それより結果を算出せんとするものと、最初より一部分宛の實數を算出してはこれを適用し、最後の殘を求めんとするものとの二に分れる。而して解法としては前者が思考の稟賦が高い。指導としては最初は自由に解かしめ、後批判的に前者に誘導する。若し何れの解法をも案出し得ざるときは「初に使つた分量は如何」或は「初五分の一使つたときの殘の割合は如何」或は「最後の殘の割合は如何」として、前者或は後者の解法を暗示する。先づ後者の方法の暗示を與へるのが自然である。而して本題に及ぶ、本題の「其の」といふ語を追及しては內容を鮮明ならしめることは問題を讀む實力を養ふ有力なる方法である。

(10)竿を水中に入るるに、初にその三分の二次に殘の三分の二を入れたるに一尺殘れりと。竿の長さ何程か。

前題に聯關したるものである。解法としてはぜひ、一尺が全體の幾分に當るかといふことに着眼するやうに、思考を指導せねばならぬ。

【應用問題其の六】

(1)職工あり。五日間働きて參圓二十五錢の賃錢を得たりと。此の割にて七日間働けば何程の賃錢を得べきか。

本題より(6)まで及(17)(18)は正比に屬する單比例である。これを歸一法にて解かしむるのであるが、歸一法の解法の要訣は、單位となるものを算出して、單位の倍數を求めんとすることである。

(7)或仕事を十二日間に仕上げんには毎日人夫十五人を要す。此の仕事を五日間に仕上げんには毎日人夫幾人を要するか。

本題より(11)まで及(19)は反比に屬する單比例である。解法の指導は矢張單位となるものを算出して、單位の倍數を求むにある。

(12)大工四人の七日間の賃錢二十一圓なれば五人の六日間の賃錢は何程なるか。

本題より(14)まで及(20)は正比のみの結合せる複比例である。結果單位となるべきものを算出して、その倍數を求むることが指導の要訣の伏在するところである。

(15)毎時間三十町の速さにて毎日九時間づつ歩み十二日にて行き得る距離を、毎時一里の速さにて毎日十時間づつ歩めば、幾日にて行きうるか。

本題及(16)(21)は反比のみの結合せる複比例である。解法の指導は前題に準ずる。要するに歸一法の解法は、解法として一の長所があるから、全然捨て難いけれども、複比例に屬するものまでも、本法にて扱はしむることは少々酷である。思考鍛錬上から見れば價値は十分にあるが、兒童には少し高尚すぎる感がある。

【比に關する問題其の一】

(1)大工あり。十日間働きて賃錢八圓五十錢を得たりと。此の割にて十三日働けば賃錢何程を得るか。

正比の觀念を基礎とし、比の計算法を理解せしむること肝要である。而して正比の問題は數題課して、反比に移り、正比及反比の雜題として、多く課することは實力養成の祕訣である。

(7)速さ十八ノットの船が七十八浬進む間に、速さ毎時間二十一哩の汽車は何哩を進むか。

「ノット」は速度を表はす單位、浬は里程を表はす單位であることを知れる兒童は、「ノット」と浬とを一組の比とし、哩を一組の比とすることに疑を懷くから、指導としては、「ノット」と浬とを組合せたるときは、「ノット」は一時間に船の進む距離即ち浬

と同一に見られ得るものなることを注意する。

(15)甲乙二人の職工あり。甲は七日間、乙は十二日間働きて、合計十五圓二十錢の賃錢を得たり。之を働きたる日數に割合ひて分れれば、甲乙の得分各何程なるか。

比の觀念の徹底せぬものは、各人一日分の賃錢を算出して、その得分を求めんとするものがある。かくの如きは歸一法の解法の傾向であるから、十分比の觀念に浸潤せしめる。

【比に關する問題其の二】

(1)十日に仕上ぐるに三十人を要する仕事を六日に仕上げんには、幾人を要するか。

反比の觀念は正比の觀念に比しては理解困難である。何故ならば正比は或量の倍量を求むることに歸するけれども、反比に於ては或る二條件の下に於ける一定量（問題の表面に表はれず）を、既知の一條件を基礎として、未知の一條件を決定せんとするものであるから。事實關係が複雜である。例へば三十人にて十日（人數と日數の二條件）に仕上ぐる仕事（一定量）を、六日（既知の一條件）に仕上げんには、幾人を要するか。（未知の一條件）である。

【歩合の問題】

(3)陶器千二百箇を運びたるに百箇につき三十七箇の割合の破損を生ぜりと。全きものは幾箇か。

解法としては運びたる全體の箇數より破損したる實數を減ずるものと、全きものの歩合を算出して、しかるのちに實數を求めんとするものがある。指導としては「百箇につき三十五の割合の破損をすれば、全きものの割合如何」を豫備とする。

(7)或人書籍を其の定價の一割五分引にて買ひ、代金一圓五十三錢を拂ひたりと。この書籍の定價は何程なるか。

解法の要訣としては、一圓五十三錢が定價の八割五分に當ることを看破するにある。指導としては「定價の一割三分引にて買へば、買價は定價の何割に當るか」を豫備とする。

【損益の問題】

(1)一斤四十五錢づつにて買ひ入れたる茶を貳割儲けて賣らんには一斤何程に賣るべきか。

本題及(6)(7)(8)(9)(11)は兒童の自然に任せば、多く部分の實數を算出して、後に結果を求めるのである。歩合から直接結果を求めるものが少い。これは矢張「賣價は買價の幾割に當れるか」を豫備として解法を指導する。

【公債株式の問題】

(10)額面百圓に付九十七圓五十錢の割にて公債證書額面二千五百圓を買ふには、金幾何を要するか。

本題より(15)までは兒童には相當難問である。思考鍛錬上價値多いものと認める。指導の要點は(10)額面百圓のもの幾枚求むるか(11)額面百圓のもの幾枚求めたるか(12)賣拂代金何程か(13)額面百圓につき幾何儲けしかである。

【雜　問】

(6)六十圓を幾月貸さば、八十圓を一年三箇月貸したると等額の利息が得らるべきか。但し利率は異らざるものとす。

歩合算に反比を結合したるものである。これ又思考鍛錬上有力なる材料である。兒童は相當困難を訴へる。それは利息の實數を見出すことの不必要なるを悟り得ざるがためである。

(14)或人月利率一分一厘にて金を貸し、二年三箇月の後に元利合計二十八圓九十一錢を得たり。元金は何程なるか。

總合式の解法が基礎でないと全然解けぬ。これは元利合計を求むる基本題から推究せしめる。

(16)某會社の半季決算に於て配當歩合が年一割一歩なるとき配當金六十八圓七十五錢を得たる人あり。此の人は幾株の株主なるか。但し一株の金額は五十圓とす。

解法の要訣は半季決算なるが故に、配當金の歩合は年一割一歩の二分の一なることを看破するにあり。指導は此の點に着眼して豫備題を課す。

(17)五分利附公債を額面百圓に付九十七圓五十錢に買ふと、六分利付のものを百三圓二十錢にて買ふと、何れが利得なるか。

金利の比較であるから、金利即ち利廻の觀念が基礎である。

【整數及び小數】

(11)甲乙丙三數あり。其の和は三十一、甲乙の和は二十三乙丙の和は十八なりと。三數各何程なるか。

解法を獨立的に工夫せしむるとして好恰の教材である。最初は何等の暗示と指導をも與へずして自動的に解かしめ、その結果の如何にて指導を加へる。

(16)雇人の賃銭、男四人分と女七人分とは相等しく女一人分の賃銭は二十銭なりとすれば、男一人分の賃銭は何程なるか。

兒童には相應に難問である。賃銭の割合が間接的に示されてあるから、これを探究するに思考を要するのである。

【諸　等　數】

(11)物を落すに落初より、一秒間に四・九米落ち、二秒間にはその四倍三秒間にはその九倍だけ落つると。第二秒間及び第三秒間には各何米落つるか之を間尺寸に直せば何程となるか。

事實的了解が困難である。第二秒間には第一秒間の三倍、第三秒間には第一秒間の五倍落つるといふことを理解せしむることは指導の第一次である。二秒間三秒間といふ語句と第二秒間第三秒間といふ語句は比較して内容を明瞭にする。

(12)金一匁の價は五圓なり。金一瓩の價は何程なるか。

匁と瓩との關係が解法の基礎である。

【分　數】

(13)或仕事を成すに甲は十二日を要し、乙は十八日を要す。この仕事を甲乙二人にてなせば一日にその幾分をなしうるか。又全く仕上ぐるには幾日を要するか。

分數の復習材料として有力なるものである。分數の基礎的のものであるから。解法の要訣は「全體は一なり」といふ觀念に想到するにある。

(14)二つの分數あり。其の和は一にて差は二分の一なりと。各數如何。

和と差問題は思考鍛錬上價値多し、又基礎的のもので、後日此の變形及應用に遭遇すること多ければ、十分徹底的に扱はねばならぬ。指導としては二數の和及差の性質を

吟味することを第一次とし、次に和に差を加はれば如何なるものとなるか、或は和より差を減ずれば如何なるものとなるかを第二次とす。理解困難のものには圖解を借用する。經驗上兒童を活動せしむる分量は至つて少い。

〔歩合の問題〕

(9) 或人金二百八十圓を九箇月貸し、利息二十六圓二十五錢を得たり。年利何程に當るか又月利何程か。

解法の難點は九箇月の利息二十六圓二十五錢となることである。卽ち期間が$\frac{3}{4}$年なることに着眼すればよい。指導としては、利息二十六圓二十五錢を得たる根本に思考を導く。而して猶理解困難ならば、逆關係を以て第二次の指導をなす。

(10) 或人金若干を年利九朱にて一年四箇月間貸し、元利合計四百十八圓を得たりと。元金は何程なるか。

復習教材として有力である。而して綜合式の思考でなくては本題は解き得ぬ。從つて指導もこれを根據とする。

〔註〕本章の問題は經驗上兒童の指導を必要とするもののみにつきて、これが豫備問題研究の參考に供したるものである。

第十五章　中等學校入學準備教授の實力試驗問題

【第一回】

(1) $1.23-0.054\div0.05+0.45-0.2\times1.5\times2$

(2) $1\frac{23}{40}\times2\frac{11}{14}\div\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{8}-\frac{5}{16}\right)$

(3) 太郎が午前十時五十分に徒歩にて或地を出發したる跡を、次郎は午後一時五分に自轉車にて追行けり。毎時の速さ太郎は一里十二町次郎は三里三十一町なるときは、次郎は何時何處にて太郎に追付くか。

(4) 甲乙二人五日かかりて或仕事の半分をなし、その殘りの仕事を甲一人にてなしたるに八日にて仕上がれり。乙一人にてなしたらば幾日かかりたるべきか。

(5) 或人その子の學資金を半年に百圓と見積り公債の利子を以てこれに充てんとしたるに、四分利附のもの額面百圓につき時價九三・四圓なりと、總資金何程を要するか。

【第二回】

(1) $1.23-0.054\div0.05+.45\times3$

(2) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{64}\right)\times\frac{4}{7}$

(3) 四分利附公債證書百圓券を九拾貳圓にて買ふと、五分利附公債證書百圓券を百壹圓五拾錢にて買ふと利廻何れが何程よきか、毛位迄求め以下四捨五入。

(4) 甲地より乙地に行くに、一里を四拾五分間の割にて歩むよりも、毎時二十四町づゝ多く行く人力車に乘る方が一時二十分間早く到著すと云ふ、此の兩地間の距離を求めよ。

(5) 炭六俵を買ふに其の中一俵を試用して、殘り一俵につき十二錢高き品四俵と取換へたり一俵の價各々何程。

【第三回】

(1) $16.5-.5880\div(167-132)\div37$

(2) $20\times\frac{17}{60}\times\frac{15}{68}\div\left(24\frac{5}{11}-10\frac{6}{7}\right)$

(3) 或仕事をなすに甲のみならば二十一日乙のみならば三十日を要す、此仕事を先づ甲一人にて四日間はたらき、殘を甲乙二人にてなさば乙のはたらくべき日數如何。

(4) 男八人若くは女十二人にて二十日間に成就する仕事を、男六人と女幾人と協力すれば十六日間に成就するか。

(5) 五千瓩と十三貫とは何れが何匁大なるか又何瓩大なるか。

【第四回】

(1) $12.5\times0.48\times(30\times2+31\times3-14)$

(2) $\left(\frac{4}{33}\times1\frac{1}{4}\div2\frac{7}{24}\right)\times\left(2-\frac{5}{2}\right)\div0.25$

(3) 二數あり其の和は十六にて差は六なりと、二數各何程なるか。

(4) 或人銀行より金五百圓を借り五十日間の利息五圓を拂ひたり、日歩何程なるか。

(5) 鐵道院の乘車賃金は二等は三等の$1\frac{3}{4}$倍、一等は三等と二等との和なり、東京大阪間の二等賃金は七圓九拾七錢なる時一等及三等の賃金各何程なるか。

【第　五　回】

(1) $513\times28+52125\div25-2985$

(2) $\frac{5}{6}\times11\times1\frac{7}{13}\times11\frac{9}{11}\times\left(7\frac{1}{2}-3.6\times\frac{2}{7}\div\frac{3}{14}\right)$

(3) 9里15町7間2尺×10　178里14町4間÷24

(4) 長さ百五拾尺の列車が毎秒一間の速さにて百間の鐵橋に突進せば、渡りきるに要する時間如何。

(5) 毎分間、十三回轉する輪周五尺の車が六時間に進み得る距離を、毎分間十五回轉する輪周六尺五寸の車にては何時間にて進み得るか。

【第　六　回】

(1) $57834\times21+64925\div25-12345$

(2) $\left(2\frac{5}{8}+16.8\times4\div20\times1\frac{1}{2}\right)+7.5$

(3) 月曜日の正午に正しき時計が、金曜の正午に午後零時十二分を指したり、此時計は一日に幾分すすむべきか。

(4) 甲が八時間にて達する所を、乙は十二時間にて達す、乙が出發してより六時間を經て甲がその跡を追ふときは幾時間にて追付くべきか。

(5) 二十五立方尺と五立方米との差は幾立方尺なるか。

【第七回】

(1) $(24.74+16.51)\div 15\times(18-17.2)$

(2) $\left(3\frac{1}{18}+\frac{5}{42}\right)\times(1.07-0.82)$

(3) 年利六分として八箇月後に元利合計二百六十圓となるべき元金を求めよ。

(4) 筆三本と鉛筆五本との代合せて二十一錢五厘にて、各々一本の代は合せて五錢五厘なり一本の代各々幾何なるか。

(5) 五百圓を四ヶ年借りたる禮として、八百圓を幾ヶ年貸すべきか、利率は同じきものとす。

【第八回】

(1) $273\times 0.37-5.53\div 7$

(2) $11\frac{1}{6}\div 13\frac{1}{4}-\left(0.5-\frac{1}{3}\right)$

(3) 或人若干俵の施米をなすに初日にはその十三分の二を、第二日には初日より二十俵多く、第三日目には殘り百六十俵を施せりと云ふ、施米總數幾俵なりしか。

(4) 甲乙兩人相距ること七十里なる兩地より同時に相向つて出發し、四日後に相會せり。しかして甲は一日に乙より一里半多く歩むと云ふ兩人の速さを求む。

(5) 年利五分にて利息が元金の半分になるまでは幾年を要するか。

【第九回】

(1) $(2.68+7.46+3.052+5.964)\div 0.36$

(2) $\left(5\frac{5}{6}-4\frac{1}{4}\right)\div\left(2\frac{1}{3}+\frac{3}{8}\right)+3\frac{1}{2}\times\frac{6}{91}-\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{2}$

(3) 兄弟夫々四圓六十五錢、一圓八十五錢を有す、しかも兩人は等しき金額を出し合ひて商品を求めしため、兄の殘金は弟の五倍なりと云ふ、此の品物の代如何。

(4) 或る數に十五分の三を加へ、その和より八分の五を減じ、その差を$\frac{5}{6}$倍せし

31

に、九・〇八なりしと云ふ、その數如何。

(5) 太郎壹ヶ年の收入高の三倍は次郎壹ヶ年の收入高の二・四倍なりと云ふ、兩人壹ヶ年の收入高の比を求む。

【第十回】

(1) $16.08 \div 1.34 \times 257 - 298.3$

(2) $\left(\frac{7}{12} + 0.3825 - \frac{4}{11} - 0.0075\right) \div \frac{1}{3}$

(3) 日歩二錢にて元金五百圓を二月十五日より四月二日まで借るときは幾何の利息を拂ふべきか、但し支拂當日は利子を付けぬものとして計算すべし。

(4) 拾四時間にて自轉車遠乘(出來るだけ遠距離まで行きて戻るに要する時間が十四時間なり)をなさんとし、往路は毎時五里急行し復路は毎時二里にて徐行する時は如何程の距離に達し得べきか。

【第十一回】

(1) $(24.74 + 16.51) \div 1.5 + (100 - 92.5)$

(2) $\left(\frac{2}{19} + \frac{1}{3}\right) \div \left(3 - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)$

(3) 太郎が人力車にて某地に向つて出發したる後四十分を經て、次郎は馬車にて其の跡を追ひ甲に十分後れて彼地に達したり、一時間の速さ人力車は三里馬車は四里とするときは此道程幾何なるか。

(4) 年利五分にて利息が元金と等しくなるまでには何年を要するか。

【第十二回】

(1) $\{(351 - 123) \div 57 \times 8 - 13\} \times 8.02 - 107$

(2) $36\frac{43}{50} \div 19\frac{2}{5} + \left(17\frac{4}{25} - 5\frac{1}{4}\right) - 6\frac{1}{8} \times 1\frac{3}{7}$

(3) 郵便貯金は年利四分八厘にして預入れたる月と拂戻したる月とには利息を附けざ

る定めなり。四月拾日に五拾圓預け翌年三月二十日に全部拂戻すときは幾何の金額を受取るべきか。

(4) 船夫あり一船に乘じて河流を漕上るに一時間に一里を行き、又漕下るに一時間に五里を行くと云ふ、水流及漕ぐ速さ各々如何。

【第十三回】

(1) $\left(5\frac{1}{12}-3\frac{5}{18}\right)\div\left(2\frac{3}{4}+1\frac{5}{6}\right)\times\left(4-2\frac{2}{13}\right)$

(2) $380.64\times1004.5\div379.2$　小數第二位迄求め餘を附記せよ。

(3) 汽船あり四月一日午前九時に港を出で、同三日正午までに二百八十四里二十七町を航せりと云ふ、平均一時間何程の速さなるか。

(4) 或仕事を十五日間に仕上ぐるには毎日人夫二十四人を要す、今これを三月十日に始め三月十八日に仕上ぐるには人夫幾人を增すべきか。

(5) 或物品の定價六圓にしてこれを定價通りに賣れば、二割の利益ありと云ふ。此の物品の原價を問ふ。

【第十四回】

(1) $2.057\times0.14\div(2.3-1.492+0.127)$

(2) $\left(5\frac{1}{12}-3\frac{5}{18}\right)\div\left(2\frac{3}{4}+1\frac{5}{6}\right)\times\left(4+2\frac{2}{13}\right)$

(3) 筆五本と墨九挺の代合せて九拾七錢にして、墨一挺は筆一本より三錢高しと云ふ、各一箇の代金如何。

(4) 太郎次郎の兩人あり、三と二との割合に出資して營業し利益三百五十圓を得たり、これを兩人の出資高の割合に分配したり、甲は之を年利率八歩にて貸したり、然らば甲は三箇年の後幾何の利を得たるか。

【第十五回】

(1) $165-588\div(167-132)\times0.06+37$

(2) $\frac{8}{9}\div\left\{\frac{7}{9}+1\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}-\left(1\frac{1}{6}-\frac{5}{12}\right)\right\}$

(3) 或仕事の四分の一をなすに甲は六日を要し、其の殘をなすに乙は拾日を要す、此二人協力して全業をなさんには幾日にて終るべきか。

(4) 每時間三十町の速さにて每日九時間づゝ步み十二日にて行き得る距離を、每時一里の速さにて每日十時間づつ步めば幾日にて行き得るか。

【第十六回】

(1) $0.84\times4\times9\div0.36-\{1-(0.3-0.03)\times3\}$

(2) $\left(4\frac{2}{11}+2\frac{1}{8}\right)\times\frac{11}{20}\div\left(5\frac{5}{8}+3\frac{1}{2}\div2\frac{2}{3}\right)$

(3) 或金額にて兄の學資を支拂へば參箇年を支へ、弟の分を支拂へば四箇年を支ふべしと云ふ、若し此の金額にて兩人分を同時に支拂へば何年支ふべきか。

(4) 原價九圓五拾錢の品物に定價を附するに、定價の五分引にするも尙原價の一割を利するには定價を如何程にすべきか。

【第十七回】

(1) $28-\{368\div5-(17\times1.8+32.4)\}$

(2) $\frac{16}{35}\times5+0.375\times5000+784\times\frac{431}{1560}$

(3) 27町4段2畝15步÷1町8段2畝25步

(4) 或人定價參圓參拾五錢の書籍を買ひ五圓札を渡したるに、釣錢貳圓參拾六錢を得りと、然らば定價より何割引きたるものなるか。

(5) 壹割貳分の配當ある株を券面五拾圓に付八拾圓にて買ふと、同金額にて壹割壹分の配當ある株を券面百圓に付百五拾圓にて買ふと何れが何程得なるか。

【第十八回】

(1) $12+84\times0.5-0.04\div0.002+127$

(2) $\left(2\frac{13}{15}+7\frac{5}{24}-8\frac{11}{18}\right)\div\left(3-\frac{13}{180}\right)$

(3) 鐵道線路に沿ふて三十二間毎に電柱あり。今或人汽車中より之を注目せしに、三分毎に四十五本の電柱の過ぐるを見たり。此の列車は一時間に何里何町を走るか。

(4) 蜜柑壹個の價は林檎壹箇の價の五分の二にして、林檎六箇と蜜柑四箇の價合せて參拾九錢なりと云ふ林檎壹箇の價如何

【第十九回】

(1) $\{(10734+8836)\times6\div570-108\}\times8020$

(2) $\left(3\frac{1}{4}+4\frac{1}{3}\right)\div\left(2\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\times\left(3\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$

(3) 六里の道を六時間に到着せんとし、初めの一時間は一里五町を行きたり、然らば殘りの道は一時間平均何程宛となるか。

(4) 甲乙二人あり甲は乙より七十五圓少く所持す、今甲より乙に六拾圓五拾錢を與ふれば、甲の所持金は乙の三分の一となるといふ、甲乙最初の所持金何程なるか。

【第二十回】

(1) $967.2\div0.48+79.605-607.5\times0.234$

(2) $3-\left(3+\frac{77}{8}\right)\div10+\left(2-\frac{11}{6}\right)\div2$

(3) 書籍商あり、定價の七割五分にて書物を仕入れ、之を定價の九掛にて賣り、代金五百貳拾八圓を得たり其の利益は何程なるか。

(4) 甲の所持金は乙の五分の四にして丙の四分の三なり、而して三人所持金の和は百貳拾圓なりと云ふ甲の所持金如何。

(5) 柹を子供に分配するに、一人につき三箇づゝとすれば十四箇餘り、四箇宛とすれば二箇餘ると云ふ、子供及柹の數幾何。（以上二十回著者編著）

第十六章　批評教授の實際

第一節　教授案

東京高等師範學校附屬小學校
第二部尋常第五學年乙算術科教授案

教授者　水木梢

（大正七年十一月五日　火曜日午前八時十五分－九時）

教材　諸等數四則應用問題（教師用六十頁）

目的　應用問題の解法に習熟せしめ兼ねて思考練磨を目的とす。

教法

一　豫備

次の問題を諳算にて解かしむ。

1. 或人第一日は九時四十五分間第二日は九時三十五分間働きたり、二日間に何時間働きたるか。

2. 或人二日間の中、第一日は八時三十七分間、第二日は八時五十三分間働きたり、一日平均何時間働きたることとなるか。

3. 或人第一日は七時四十五分間、第二日は七時四十分間、第三日は七時三十五分間働きたり。三日間に何時間働きたるか。

4. 或人三日間の中、第一日は八時四十七分間、第二日は八時三十九分間、第三日は八時三十四分間働きたり。一日平均何時間働きたることゝなるか。

二　教授

次の問題を解かしめ解法を比較せしむ。

三十日中、初十日は毎日九時三十分間、中十日は毎日九時十分間、終十日は毎日九時間働けば一日平均何時間働きたることゝなるか。

三　整理

次の問題を解かしむ。

三十人を一組とせる甲乙丙の三組あり。百メートル徒歩競爭をなしたるに一人平均時間甲組は一七・二六九秒乙組は一七・八一二秒丙組は一七・五秒を要したり。甲乙丙三組を通じて一人平均何秒間を要したることゝなるか。(以上四十五分)

第二節　教授の實際

午前八時十五分始業合圖にて、兒童教授者職員一同着席する。佐々木主事は文部省に所用ありて出頭せられ遺憾ながら不參であつた。

教授者は兒童の姿勢について一般的注意を促し、諸算を行ふべき旨を告げて教授は始められた。

○教、私が月曜日に九時四十五分間火曜日に九時三十五分間勉强すれば、二日間に何時間勉强したることになりますか。

△兒、十九時二十分となります。

○教、私が水曜日に八時三十七分間、木曜日に八時五十三分間勉强すれば、一日平均何時間勉强したることになりますか。(教師は數量を板上に摘記して示す)

▲兒、八時四十五分間になります。

○教、諸子が月曜日に七時四十五分間、火曜日に七時四十分間、水曜日に七時三十五分間勉强すれば三日間に何時間勉强したることになりますか。(教師は數量を板上に摘記して示す)

▲兒、二十三時間になります。

○教、諸子が木曜日に八時四十七分間、金曜日に八時三十九分間、土曜日に八時三十四分間勉强すれば一日平均何時間勉强したことになりますか。(教師は數量を板上に摘記して示す)

▲兒、八時四十分となります。

○教、如何に考へましたか。

▲兒、八時四十七分と八時三十九分と八時三十四分とを加へて三で割ります。

○教、よろしい。八時四十七分と八時三十九分と八時三十四分と加へたるものは何ですか。

▲見、三日間に勉强した時間數です。

○教、よろしい。三日間に勉强した時間數を三で割れば何ですか。

▲見、一日平均何時間勉强したといふことが出ます。

○教、よろしい。此の加法の計算の各項は八時を含んで居ります。そして後に三で割るのですが、これは此の通り計算しましたか。

▲見、いゝえ。さうはいたしません。八時を三倍することは省いて行りました。

○教、何故省いてやりましたか。

▲見、八時を三倍して後に三で割れば元の數に戻りますからこれを省きました。

○教、よろしい。さうです、一數を同一の數で乘除すれば、元の數に戻りますね。それでは諸算はこれにて終りといたしませう。算術帳を出して用意をなさい。（以上經過時間五分）

○教、問題を讀みますから寫しなさい。一回しか讀みませんからよく注意して聞洩しのないやうになさい。さあ讀みますよ。（兒童は鉛筆を持ち紙面に對し、徐ろに教師の言を待つて居る）

三十日中……初十日は……毎日九時三十分間……中十日間は……毎日九時十分間……終十日間は……毎日九時間働けば、一日平均……何時間働きたることになるか。（……は教師口唱の區切を示したのである）誰か一度讀んで下さい。誤りたる點がないか注意して聞きなさい。

▲見、「三十日中……云々」

○教、よろしい。もう一人誰かよんで下さい。

▲見、「三十日中……云々」

○教、よろしい。此問題の事實は如何なる人が働いたのだと思ひますか……分らないですか……これは學校附近の帽子會社の女工或は春日町附近の砲兵工廠の職工等の勞働時間だと思つて居ればよろしい。大抵これ位の時間働いて居るさうです。大抵皆さんは出來ませう。出來る見込の方は擧手して下さい。（全部擧手）然し唯出來るだけ

ではいけません。よく考へて最もよい解き方を工夫せねばなりません、さあおはじめなさい。（教師は五分間位教壇にありて兒童の態度を凝視し又姿勢に注意を拂つてのち足音靜かに机間巡視を始めた。全兒童の考へ方を筆記帳について點檢し終へた）甲さんあなたの式を板書なさい。

▲兒、(9時30分×10＋9時10分×10＋9時＋10)÷30

と板書し終へて着席する。教師は此の間に尙机間を巡視して劣等生に個人的指導を施した。

○敎、よろしい。乙さん、あなたの式を板書なさい。

▲兒、(9時30分＋9時10分＋9時)×10÷30

と板書し終へて着席する。教師は此間主として劣等生に個人的指導を施した。

○敎、よろしい。丙さんあなたの式を板書なさい。

▲兒、(9時30分＋9時10分＋9時)÷3

と板書して着席する。

○敎よろしい、もう皆出來ましたね。おやめなさい。第一の式のやうになつた人は手をあげなさい。此の式だけ立てた人ですよ。よろしい。七名ですね。（教師は七名と板書）第二の式のやうになつた人は手をあげなさい。よろしい。十八名ですね。（教師は十八名と板書す）第三の式のやうになつた人は手をあげなさいよろしい。三名ですね（教師は三名と板書す）今日は出席が三十五名ですが、これでは少々出來た人の數が不足します。如何したのですか。計算未了の人があるのですか。よろしい。少し説明して貰ひませう。甲さん。あなたのを説明なさい。

▲甲兒、九時三十分を十倍すると、初十日間に働いた時間數が出ます。九時十分を十倍すると中十日間に働いた時間數が出ます。九時を十倍すると終十日間に働いた時間數が出ます。初十日、中十日、終十日に働いた時間數を加へ合すと三十日間に働いた時間數が出ます。これを三十で割れば一日平均何時間働いたかといふことが出ます。（教師が言葉について時々注意と指導とを與へた。）

○敎、よろしい、お答は幾らになりましたか。

▲甲兒　九時十三分二十秒であります。

○敎、それでよろしい。今の説明は分りましたか。分つた人は手をあげなさい。よろしい。誰さんもう一度説明なさい。

▲兒、九時三十分…云々。

○敎、よろしい。乙さん。あなたのを説明なさい。

▲乙兒　初十日間の最初の九時三十分間と中十日間の最初の九時十分間と、終十日間の最初の九時間とを加へると初十日間と中十日間と終十日間との各の中の一日宛三日間に働いた時間數が出ます。それを十倍すると三十日間に働いた時間數が出ます。それを三十で割れば一日平均何時間働いたかといふことが出ます。（敎師は初十日間の最初の九時三十分間中十日間の最初の九時十分間、終十日間の最初の九時間といふことは、さう限つたことではない。最初の一日でなくとも十日間の中の何れの日をとるともよろしいのであるといふことを具體的に補足的に説明した。）

○敎、よろしい。今の説明で分りましたしか。分つた人は手をあげなさい。よろしい誰さんもう一度説明なさい。

▲兒、…

○敎、よろしい。答は幾らになりますか、矢張九時十三分二十秒ですか、それでは丙さんあなたの式を説明なさい。

▲兒、九時三十分と九時十分と九時とを加へれば、初十日間と中十日間と終十日間との中に各一日宛三日間に働いた時間數が出ます。それを三で割れば三十日間中一日平均何時間働いたかといふことが出ます。

○敎、よろしい。答は幾らですか。矢張九時十三分二十秒ですか。よろしい。誰さんもう一度説明して下さい。

△兒…

○敎、此の三つの式は、今説明された様に、皆考へ方が異るのですが、今の説明にて大體考へ方の異ることや三つの式の關係が分りましたか。此の第三の式の説明はよく合點が行きましたか。分つた人は手をあげなさい（擧手するもの多からず）さう分らぬ人も大分あるやうですね。いや分らぬでもよろしい。この説明は少々むづかしいむしろ分らぬのが五年生には普通でせう。まあ五年生の力には第二の式が相當してゐます。第一の式は五年生には少々力が弱いと見ねばなりません。だから私が少々お手傳をして解るやうにしてあげませう。第一及第二の式は一定の深さの器物に米や豆のやうなものを入れて、器物を搖り動して、高低のないやうにするやうなものです。全體の米や

豆を揺り動して、一面を同時に同一の厚さにせうとするやうなものです。第三の式は器物の一部分宛上から押へて同一の高さになるやうにするやうなものです。ですから一部宛平均して全體をなし終つたときは、第一及第二の式にて一面を同時に同一の高さにしたので同一の高さになるのです。何れの方法にしても同一の高さになります。だから第一及第二の式も第三の式も結局は同一です。考へ方が異るのみです。そこでもう少し此の三つの式を數の方から比較して見ませう。第一と第二の式とは如何に異るのでせう。（以上經過時間二十五分）

▲見、第一の式には 9時30分×10+9時10分×01+9時×10 と十倍したものを三つ加へ合せるやうになつてゐますから、これを第二の式では纏めて、(9時30分+9時10分+9時) ×10 としたのです。

○教、よろしい。さうです。第一の式のやうに十倍するのが三つも續いたら第二の式のやうに考へ附かねばいけません。即ち $a\times10+b\times10+c\times10$ といふ式が立つたならば、$(a+b+c)\times10$ といふ式が續いて出てくるやうにならなければいけません。第二の式と第三の式とは如何に異うのでせう分りませんか。これは少し前のことを考へるとすぐ分ります。小數にてある數を割る場合の算法を教はつたときに、被除數除數の双方に同一の數を掛けても、又同一の數で割つても商は變らぬといふことを知つたでせう。今第二の式にて (9時30分+9時10分+9時)×10 を被除數と見、30 を除數と見れば第三の式は如何になつたのか分りませう。誰さん云つてごらん。

▲見、第一の式の (9時30分+9時10分+9時)×10 と 30 との双方を 10 で割れば第二の式の 9時30分+9時10分+9時)÷3 となります。

○教、よろしい。分りましたか。$a\times10\div30$ にてその被除數と除數との双方を 10 で割れば $a\div3$ となりますね。つまり第二の式は $a+b+c$ を十段重ねて加へたるのちに平均したものですし、第三の式は $a+b+c$ を一段宛平均して行つたやうなものです。何れにしても同一になるのです。分りましたか。これが分れば次の問題をやつて貰ひませう。「三十人を一組とせる甲乙丙の三組あり。百メートル徒歩競爭をな

したるに、一人平均時間甲組は一七・二六九秒乙組は一七・八一二秒丙組は一七・五秒を要したり。甲乙丙三組を通じて一人平均何秒間を要したることゝなるか」の要項提出をなし、本題は尋常五學年の兒童の組であること及百メートルの距離を具體的に知らせて解法に着手させた。(以上經過時間十分)

敎師は暫らくして、考へ方をきゝませうとて、兒童に鉛筆を止めさせた。誰さん考へ方を云つてごらん。

▲兒、一七・二六九秒と一七・八一二秒と一七・五秒とを加へて三にて割ります。

○敎、よろしい。此問題にては一組三十人であるといふことは式の上に考へなくともよろしいですね。それから又計算の上にて一七秒を三倍して三で割ることは省いてもよろしいのでしたね、さうすれば答はもつと早く出る筈ですね。幾らですか。

▲兒、一七・五二七秒です。

○敎、よろしい。今日はこれでやめませう。(以上經過時間五分)

第三節　批評の實際

一　敎授者の説明

私共の未熟なる敎授の實際が四年振で亦斯道の先輩大家諸賢の御覽に預つたことは不肖私の無上の光榮と致すところであります。

私は元來學殖淺薄經驗貧弱でありますから、その研究は暗中模索の姿で毎日一寸積んで一寸壞したといつたやうな憐なる狀態であります。從つて私は自分の主義主張を固執する固陋頑迷なる態度は學びません。常から私は固執は進歩發達の禁物であると思つて居ます。ですから私は研究の爲には如何なる過酷なる批評をも甘受いたす覺悟で居ますから、どうぞ十分なる忌憚なき批評を願ひます。お恥しい敎授を御覽に供して「立案の精神」を説明するなどは、厚顏無恥の極でありますが私は此の機會に於て「算術應用問題の敎授」につき十分の指導と啓發とを請ひたいので種々の疑問と研究問題とを敎授の實際に織り成して見た次第であります。次に豫め御承知を願つて置きたいと思ふことについて二三申しあげます。

(一)　本日の敎授は應用問題解法の比較吟味をなさしめ、以て兒童の思考を練磨せんとする、形式陶冶に主力を傾注したのであります。

(二)　算術教授法の研究に於て、應用問題教授法は未だ開拓を加へざる荒蕪の天地であります。そのうち殊に應用問題解法の指導問題は難關中の難關であります。私は此の應用問題解法指導といふことに就いて研究をいたしてをります關係上、本日は特に此の問題について、先輩大家各位の精細なる徹底せる御批評に預りたいと期待いたして居ります。

さて兒童が應用問題の解法の端緒を把捉するには、凡そ二つの場合があると思はれます。第一は事實關係から暗示せらるゝ場合であり、第二は數關係卽ち數理から暗示せらるゝ場合であります。而して初步に於ては、多く事實關係から暗示せらるゝのでありますが、漸次程度の進むに從つて數理の方面から暗示せらるゝ場合が、現はれて來るのであります。而しこれは發生的心理學の問題に屬しますが、私は小學校に於てはたとへ數關係卽ち數理の方面から、解法の端緒を把捉したる場合と雖も、これは事實關係に移して思考し得らるゝやうに、指導を加へなければならぬと考へて居ます。換言すれば數理の方面のみから理解し得たりとも、これを事實關係に轉じて說明し得ざる理解ならば、それは眞の理解ではないといふことであります。要するに應用問題の解法に於て、その考へ方を式に表はしたならばそれを事實關係、數關係兩方面から說明を試みさせねばならぬ、吟味も加へねばならぬと思ひます。從つて本日の教授に於ても、この見地の下に教授を進めた次第でありますが、何分不徹底でありました。此の解法指導の要領については質と量の兩方面から十分の批正を仰ぎたいと思ひます。

(三)　思考と言語との關係は重要なる問題であります。思考の發達は言語の發達と密接なる關係を有して居ります。思考を發達せしめんとするならば、言語の發達を期せねばなりません。言語なければ思考なきや否やは學問上興味ある問題でありますがそれは別として、ともかく言語の發達は思考の發達に影響することが著大であります。從つて私は算術教授殊に應用問題教授の際には善い言語を使用するやうに指導を加へ

ますが、何分日本語の構成は不完全でありますから、解法の徑路を發表する場合等にも或る概念を代表するために○□△の如き符牒を用ひたり、ABC如き文字を用ひたりしてこれを補はねばなりません。私は器械的の符牒を用うるならばむしろ文字を用ひる方が遙かによいではないかと考へて居ます。

(四)　本學級の算術教授を擔當してからは未だ三四ヶ月の短時日しか經過いたしません。從つて兒童の個性については徹底的理解を持ちません。故に個人的指導が的確なるを得ないのであります。然し私は責任を回避いたしません。効罪ともに十分の責を負ひますから、何卒よろしく御批評あらんことを斯道研究のために希望いたしてやまないのであります。

二　質問及び批評

●第一番　(一)質問、整理問題に於て平均時間を小數第三位まで表してあるのは、自分の考へでは詳細に過ぎる樣に思ふが、教授者には何か意見があるか。

(二)批評、(1)落付いた而も快活な教授振であつて、結構に拜見した殊に應用問題を提出するに當つては板書せず、口唱して書取らせる工合や、書取つた問題を讀ませるのにも一人に止めないで二人に讀ませてしつかりと確めて計算に移らせるなどには最も贊成した。(2)教授段の應用問題は極めて抽象的のものであるが、教授者が「是れは砲兵工廠の職工の就業時間の樣なものである」といつて具體的にしたものは、肉を附け血を通はしてあの死んだ抽象的の問題を生かして取扱つたものであるのはよい。(3)豫備段の暗算に於て「時」以上は其まゝにして置いて「分」以下の平均を求め之を「時」に足す樣に指導した點も贊成である。(4)教授段の問題で日數は皆十日になつてゐるが、五日十日十五日と變へたら算式はどう變るか、又整理段の問題で數を人數を變へたら算式はどうなるかといふ樣に應用的に取扱つては如何。(5)些細の問題ではあるが、整理段の問題に於て秒以下三位まで表はしてあるが、自分は二位に止めたい。出來るならば一位に止めたいと思ふ。そうすると荷があまり輕すぎる樣にも考へられるが自分はそれでよいと思ふ。兎角あまり小さな數に沒頭させると大切な事項を閑却する樣になる憂がある。

▲教授者　批評(4)の一般的方法なる日數を五日・十日・十五日といふ樣に異つた數にして平均を求めることは今日の主眼でなく、且本日特殊的のものの基礎として已に教授して終つた。次に整理段に於けるレコードは第二回の記錄競走のレコードをそのまゝ採つたものであつて、小數以下第三位まで求めたのは正確なる平均時間を求めさせる爲である。

●第二番　(1)今日の教授の主眼點は初中終の日數が等しい場合、甲乙丙各組の人數が等しい場合、平均時間を求