物不知總細草

代售者　文華閣
　　　　正文齋

印刷者　正文齋
電話四六一三號
奉天鐘樓北路西

校對者　金炳忱

編輯者　金炳忱

定價大洋三角

大同三年三月出版

序

曾憶髫年好以計算爲嬉戲，比鄰楊某出豆一握，令任取若干，揲之以三而告其餘，再揲之以五以七而各告其餘，渠以珠盤計算之曰，是爲某數，驗之不爽，問其術，但念歌訣四句而已，再問若用他數揲之如何，渠不能答，及余編輯數學遊戲，有韓信點兵一條，即演此題，並推論其法而至揲之以任何數，惟未涉及代數，此前二十年事也，今見金君炳忱所著物不知總細草，連立四法，運用自然，視余之數學遊戲精詳數倍，余與炳忱以數學相契行三十年，每相見即資之爲談柄，其他嗜好無能過之者，近復由嗜好而作消遣，由消遣而成著作，古人所謂商量邃密積厚流光者也，余亦乘公餘而草珠算開方法一稿，正待商之炳忱而後付印，不圖竟先我而告成功，豈非心力之專攻有不同歟，余因此而去志益堅，大同二年仲冬，寗河周永臺識於孔學會之會長室，

序

蒙嘗讀疇人傳，見淸代學者，於西算東漸之際，每多潛心國算，率有著述，如梅定九之環中黍尺，陳元之之少廣補遺，戴東原之句股割圜記，孔衆仲之少廣正負術，焦里堂之天元一釋，阮芸臺之四元玉鑑提要，其尤著者也，顧上述諸氏之著述，其程度之深淺高下，較諸西算，應躋何等。居嘗擬釐而比之，輒以故未果，金丈炳忱，研究國算，具有心得，著有物不知總細草一書，每題連立四法以解之，於舉世趨重西法之際，獨能潛心爲此，可謂有志者已，夫人情易趨極端取舍恒多歧異，蓄意求新，則輕其家丘，故步自封，則珍其敝帚，邇來西算風行，好古者，動謂彼之所長，皆吾之餘唾耳，而一意維新者，則謂西算遠勝國算，究之國算之與西算，其程度比例若何，非精密研究而比較之，無由得其眞相，爰商諸金丈爲之，乃以茲事匪易，遜謝未遑，今先成斯著，他則俟諸異日，尤冀績學之士，繼此而發揚之，光大之，取上述諸疇人之著述，與西算較其異同，第其高下，俾成一有系統之硏究，則斯作也，其亦不失爲嚆矢也夫，蓋平陳國慶叙

物不知總(又曰剪管術)新舊式細草

按斯術初載算經十書中之孫子算經只一題明程大位載于算法統宗至清長沙丁取忠輯白芙堂叢書入求一術通解其題變化無方洎於美備近世科學會幹事李儼君在科學月刊中發表吾奉盤山敖文宗之物不知總之算草敘及西東數學家對此各自專術日本林鶴一獎進中學生谷川榮幸之作品皆以$ax-by=\pm C$之公式用求一術之理而以代數式馭之不用無定方程法蓋以此術另爲專術耳然以無定式馭之至便予之細草附此式于末爲與初學代數者以習題之益云耳　瀋陽金魁鈞演

凡例

一　予算此術自立新式諸書所無然閱者極易了解者其數繁者並附以求一術之細草

一　李儼君之介紹盤山敖文宗君之習題亦以予式變通演之

一　首題仍孫子之舊亦數典不忘之意

一　予年近衰邁習算甚淺不備之處高明諒之

一　以代數解此種題消分毋時所用符號甚多仿世界各國採用阿拉伯數字例以滿洲字
　　阿額衣握烏倭
第一字首充之依ᠠᡝᡳᠣᡠᡡ……次序入之取其至多三筆且不與其他元字形勢相似而次序猶有一定故用之以求簡易

一　以求一術求乘率數本與求公生數術同但彼數展轉續除以得數之第二三數爲斜加累乘之始設不經意誤其第一數位置即不合問故每以求一術式證之

一　數學不厭求新海內外高明幸指教之

今有數以三數之餘二以五數之餘三以七數之餘二問此數若干

	3−−2	5×7=35
3×5×7	5−−3	3×7×3=63
=105公倍	7−−2	3×5×2=30

35+63+30=128

$128\div105=1\frac{23}{105}$故此數最小即$\underline{\underline{23}}$也23+105=128第二答128+105=233第三答

其答無窮

上草解說詳後

前章解說

第一層三數之餘二必以五乘七相對者乃以三數不盡是數必為五與七二分母所包故五乘七得三十五恰三之十一倍餘二故不必用求一術先求餘一再以二乘其新分子轉大也

第二層五數餘三以三乘七相對其理已明惟再以三乘之得六十三者以三七二十一包五之四倍餘一既餘一再以五數之餘三乘之即新分子也

第三層七數餘二以五乘三相對再以二乘之者因三五十五包七二倍餘一故以七數之餘數二乘之得三十即新分子也三層新分子相加得一百二十八以公倍一百零五除得一倍又二十三此二十三即此數之最小數也遞加公倍數即得一答故其答無窮

按此題既將列式之理說明再式祇列其草不更贅叙

前題另草　命此數等於N

$\because \frac{N}{3}=x+\frac{2}{3}=\frac{N}{5}=y+\frac{3}{5}=\frac{N}{7}=z+\frac{2}{7} \therefore N=3x+2=5y+3=7z+2$

$N1=N-2=3x+5y+1=7z$

將三未知元之餘寄而不入求得1後入而乘之

$N2=3x=5\times7$ 即 $x=\frac{35}{3}=11\frac{2}{3}$

正合x之餘分2故得新分子即35

$\therefore 35=\frac{35}{3\times5\times7}$ 之 $N2=\frac{35}{105}$

$N3=5y=3\times7$ 即 $y=\frac{21}{5}=4\frac{1}{5}$ 既得 $4\frac{1}{5}\times3=\frac{21\times3}{3\times5\times7}=N3=\frac{63}{105}$

$N4=7z=3\times5$ 即 $z=\frac{15}{7}=2\frac{1}{7}$ 即得 $2\frac{1}{7}\times2=\frac{30}{3\times5\times7}=N4=\frac{30}{105}$

$\therefore N2+N3+N4=\frac{35+63+30}{105}=\frac{128}{105}=NN=1\frac{23}{105}$ 故23為此數最小數也

按孫子原術三數之餘二之新分子乃先得 $\frac{70}{105}$ 此70者乃以「求一術」先求得一後仍還二乘之始得第一層新分子 $\frac{140}{105}$ 較之 $\frac{35}{3}$ 逕得餘數即35為新子較為便捷也

附列求一術

3 5	11	3
−2	1	3
−2	1	1−
二1 求得二乘		
二×三五＝七〇		

$$\frac{2\times35}{3}=23\frac{1}{3}$$

$$\therefore 5\times7\times2\times2$$

$$=140$$

$$\frac{140+63+30}{105}=\frac{233}{105}=2\frac{23}{105}$$

故簡數不必用求一術也

今有數以十一數之餘三以十九數之餘五以二十七數之餘十七以三十五數之餘二十一問此數第一答若干

$$11\times19\times27\times35=197505$$

11——3	$19\times27\times35=\underline{17955}$
19——5	$11\times27\times35\times10\times5==\underline{519750}$
27——17	$11\times19\times35\times5==\underline{36575}$
35——21	$11\times19\times27\times7==\underline{39501}$

$$\frac{17955+519750+36575+39501}{197505}=\frac{613781}{197505}=3\frac{21266}{197505}=21266$$為第一答也

前題第一層為以十一除十九乘二十七乘三十五之積餘數恰得三不用求一即得新分子若第二層以十九除十一乘二十七三十五之積餘數二與原題餘數不合當以合宜數之十乘二得二十以十九除恰餘一既得一再以原餘數五乘之即得第二層新分子第三層及第四層求法同此

求乘率草

$$\frac{19\times27\times35}{11}=\frac{17955}{11}=1632\frac{3}{11}$$

則$\underline{17955}$第一新子數$\dfrac{11\times27\times35}{19}=\dfrac{10395}{19}=547\dfrac{2}{19}$

$\therefore\dfrac{2\times10}{19}=1\dfrac{1}{19}$既得1再以五乘即得$\dfrac{11\times27\times35\times10\times5}{19}=\underline{19750}$第二新子數

$\frac{11\times19\times35}{27}=\frac{7315}{27}=27\frac{25}{27}$ 又

$\because\frac{25\times5}{27}=\frac{125}{27}=4\frac{17}{27}$ 與原餘合 $\frac{11\times19\times35\times5}{27}=\frac{36575}{27}=$ 36575第三新子數

$\frac{11\times19\times27}{35}=\frac{5643}{35}$

$=161\frac{8}{35}$ $\because\frac{8\times7}{35}=\frac{56}{35}=1\frac{21}{35}$ 與原餘合即以7乘 $\frac{11\times19\times27\times7}{35}=\frac{39501}{35}$

$\therefore$ 39501 第四新子數 $\frac{17955+519750+36575+36501}{11\times19\times27\times35}=\frac{613781}{197505}=3\frac{21266}{197505}$

21266 即第一答

前題第一層三數連乘以十一除之恰餘三故以連乘之數爲分子然古人設「求一術」先求一再以餘數乘乃爲過繁難之數而設乃通法也不可以其稍繁而不知求一之法今再將前題以求一法演之

第一層 $\frac{19\times27\times35}{11}=\frac{17955}{11}=1632\frac{3}{11}$ 既得餘數爲三而不用此數乃以三與十一求一式如下

11	3	3一
三2	1	3一
		1四
求得四爲乘率		

$$\begin{array}{r} 17955 \\ 4 \\ \hline 11)71820(6529 \\ 66 \\ \hline 58 \\ 55 \\ \hline 32 \\ 22 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 1 \end{array}$$

$\frac{4\times17955}{11}=\frac{71820}{11}=6529\frac{1}{11}$ 既得一再以三乘

$\frac{19\times27\times35\times4\times3}{11}=\frac{215460}{11}$ 故215460即第一層新子數

第二層 $\frac{11\times27\times35}{19}=\frac{10395}{19}=547\frac{2}{19}$

以二與十九求一

19	9	2一
九1	1	2一
		1十
求得丨爲乘率		

故 $\frac{10395\times10}{19}=\frac{103950}{19}=5471\frac{1}{19}$ 既得一再以餘數5乘

$\frac{103950\times5}{19}=\frac{519750}{19}$ 即519750 爲第二層新子數

第三層 $\dfrac{11\times19\times35}{27}=\dfrac{7315}{27}=27\dfrac{25}{27}$

以25與27求一

2 7	1	25 一
一2	12	25 一
		1 十三
得十三爲乘率		

$\dfrac{7315\times13}{27}=\dfrac{95095}{27}=3522\dfrac{1}{27}$既得一以餘數17乘$=\dfrac{95095\times17}{27}$

$=\dfrac{1616615}{27}$即1616615 第三層新子數

第四層 $\dfrac{11\times19\times27}{35}=\dfrac{5643}{35}=161\dfrac{8}{35}$

以8與35求一

3 5	4	8 一
四 3	2	8 一
四 3	1	2 九
十三 1	1	2 九
		1 廿三
二十二爲乘率		

$\dfrac{5643\times22}{35}=\dfrac{124146}{35}=3547\dfrac{1}{35}$ 既得一以餘數二十一乘之

$\dfrac{124146\times21}{35}=\dfrac{2607066}{35}$ 即2607066 第四層新子數

$\dfrac{2607066+1616615+519750+215460}{11\times19\times27\times35}=\dfrac{4958891}{197505}$

$=25\dfrac{21266}{197505}$ 則21266即第一答數也

今有數以四十二數之餘十三以一百二十六數之餘九十七以一百三十二數之餘三十七以三十九數之餘三十一問此數最小爲若干

$\cancel{42}\times\overset{63}{\cancel{126}}\times\overset{44}{\cancel{132}}$	42——13	此層與第二層同毋不用
$\times\overset{13}{\cancel{39}}=63\times44\times$	126——97	$\overset{44}{\cancel{132}}\times\overset{13}{\cancel{39}}=44\times13$
13=36036	132——37	$\overset{63}{\cancel{126}}\times\overset{13}{\cancel{39}}=63\times13$
公倍	39——31	$\overset{63}{\cancel{126}}\times\overset{44}{\cancel{132}}=63\times44$

	126——97	44×13×38×97=2108392
36036	132——37	63×13×31×37=939393
	3 9——31	63×44×9×31 =773388

$$\frac{2108392+939393+773388}{63\times44\times13}=\frac{3821173}{36036}=106\frac{1357}{36036}$$

故1357為最少之第一答也

此為非用「求一術」不可之題非然者則須用代數求也「求一術」求法已見前題故此不再列

某數九九五數之餘一二以九九八數餘一二以九九九數之餘三六問某數第一答若干

$$\begin{array}{l|l|l}
995\times998\times995= & 995--12 & 998\times(1000-1) \\
=992016990 & 998--12 & 995\times(1000-1) \\
 & 999--36 & 995\times(1000-2)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l}
 & 995--12 & 998(1000-1)\times1=\underline{997002} \\
992016990 & 998--12 & 995(1000-1)\times665\times12=\underline{7932159900} \\
 & 999--36 & 995(1000-2)\times25\times36=\underline{8937090000}
\end{array}$$

$$\frac{997002+7932159900+8937090000}{995\times998\times999}=\frac{16870246902}{992016990}=17\frac{5958072}{992016990}$$

故5958072為第一答

盤山敖文宗君設題科學會幹事李儼君演草

某數N以129除之餘1以101除之恰盡問N最小若干

$101)129(1=a_0$

$\underline{101}$

$R1=28)101(3=a_1$

$\underline{84}$

$R2=17)28(1=a_2$

$\underline{17}$

$R3=11)17(1=a_3$

$\underline{11}$

$R4=6)11(1=a_4$

$\underline{6}$

$R5=5)6(1=a_5$

$\underline{5}$

$=1$

按上求公生式即與求一術理同

然至斜加累乘時容易誤置第一數

不以如用求一爲便也此于初學者而定

斜加累乘法　以前式之得數a_1a_2累乘而斜加之即得乘率與求一術同

$a_1a_2+1=1\times3+1=4=y_1$

$4\times1+1=5=y_2$

$5\times1+4=9=y_3$

$9\times1+5=14=y_4$

$14\times1+9=23=y_5$

$\therefore N=by_5=101\times23=\underline{2323}$答之最小者

愚謂誤置第一數者如上式之y_1若$3\times1+1$亦等於4然至y_2則$4\times1+3$等于7非等于5若用求一術則無此弊

求一術式

一 101	1	129	
一 101	3	28	一
四 17	1	28	一
四 17	1	11	五
九 6	1	11	五
九 6	1	5	十四
二三	1		
求得乘二三			

$23\times101=\underline{2323}$即第一答之最小者

按上術以法約實後得數書于正中稍下且稍小不使相混以得數乘法數之指數爲餘數之指數且指數以楷書寫之不易淆亂故無誤置之弊

某數N以173除之餘1以904除之恰盡問N之最小數

命$173=b$，$904=a$，$R=$餘

$$
\begin{array}{l}
173)904(5=a_0 \\
\quad\ \ \underline{865} \\
R_1\quad 39(173(4=a_1 \\
\qquad\quad\ \ \underline{156} \\
\qquad\quad\ \ 17)39(2=a_2
\end{array}
$$

$\overline{84}$

5)17(3$=a_3$

$\underline{15}$

2)5(2$=a_4$

$\underline{4}$

1

$4\times2+1=9=a_1a_2+1=x_1$

$9\times3+4=31=\cdots\cdots\cdots=x_2$

$31\times2+9=71=\cdots\cdots\cdots=x_3$

$ax_3=904\times71=\underline{64184}$ N之最小者

敖君之第一題若以$ax-by=\pm C$之公式験之至便設某數爲N

則$\frac{N}{101}=x=\frac{N}{129}=y+1$

$N=101x=129y+1$，　$x=\frac{129y+1}{101}=y+\left(\left(\frac{28y+1}{101}\right)=乚\right)=y+乚$【1】

28y=101乚−1【2】

$y=\frac{101乚-1}{28}$【3】

$y=3乚+\left(\frac{17乚-1}{28}=ㄋ\right)$【4】

=3乚+ㄋ【5】

17乚=28ㄋ+1【6】

$乚=\frac{28ㄋ+1}{17}$【7】

$乚=ㄋ+\left(\frac{11ㄋ+1}{17}=ㄌ\right)$【8】

=ㄋ+ㄌ【9】

11ㄋ=17ㄌ−1【10】

$ㄋ=\frac{17ㄌ-1}{11}$【11】

$=ㄌ+\left(\frac{6ㄌ-1}{11}=ㄉ\right)$【12】

=ㄌ+ㄉ【13】

6ㄌ=11ㄉ+1【14】

$ㄌ=\frac{11ㄉ+1}{6}$【15】

$=ㄉ+\left(\frac{5ㄉ+1}{6}=ㄉ,\right)$【16】

=ㄉ+ㄉ,【17】

5ㄉ=6ㄉ,−1【18】

$ㄉ=\frac{6ㄉ,-1}{5}$【19】

$ㄉ=ㄉ,+\left(\frac{ㄉ,-1}{5}=ㄗ\right)$【20】

=ㄉ,+ㄗ【21】

ㄉ,=5ㄗ+1【22】

設ㄗ=○【23】

ㄉ,=1，ㄉ=1【24】

ㄌ=2，ㄋ=3【25】

乚=5，y=18【26】

x=23此即乘率也

∴101x=$\underline{2323}$=N

敖君之題第二題　　　　　　　命某數爲N

$$\frac{N}{904}=x \qquad \frac{N}{173}=y+\frac{1}{173}$$

則$N=904x \quad N=173y+1$

故$173y=904x-1, y=\dfrac{904x-1}{173}$

$$=5x+\left(\frac{39x-1}{173}=乙\right)=5x+乙,\ x=\frac{173乙+1}{39}=4乙+\left(\frac{17乙+1}{39}=丙\right), x=4$$

$4乙+丙$

$$乙=\frac{39丙-1}{17}=2丙+\left(\frac{5丙-1}{17}=丁\right)=2丙+丁$$

$$丙=\frac{17丁+1}{5}=3丁+\left(\frac{2丁+1}{5}=戊\right)=3丁+戊$$

$$丁=\frac{5戊-1}{2}=2戊+\left(\frac{戊-1}{2}=戊_1\right)=2戊+戊_1,$$

$戊=2戊_1+1,\quad 戊_1=〇,\quad 戊=1,\quad 丁=2, 丙=7,$

$乙=16, x=71, y=371$

$N=904x=904\times71=\underline{64184}$最小數也

$173\times371+1=\underline{64184}$

敖題第三今有某以78除之餘1以7除之恰盡問最小之數若干

不用李君原式逕以累乘斜加法最便

```
7)78(11        11×6+1=67
  77
   1)7(6       67×7=469即最小數
     6
     1
```

代數式馭之其理尤明了

命某數爲N $\dfrac{N}{78}=x+\dfrac{1}{78},\ \dfrac{N}{7}=y,\ 7\times67=78\times6+1$

故$7y=78x+1$【1】　　　　$=11x+\left(\dfrac{x+1}{7}=乙\right)$【3】

$y=\dfrac{78x+1}{7}$【2】　　　　$=11x+乙$【4】

$x=7乙-1$ 即【5】 $x=6$【7】
則469即最小數
$y=67$【8】

$乙=1$【6】 $469=469$

敖題第四逕以代數明之

某數以266除之餘2以62除之恰盡問某數最小若干

命某數爲N

$\frac{N}{266}=x+\frac{2}{266}$， $\frac{N}{62}=y$，

則$62y=266x+2$【1】 $x=3乙+\left(\frac{4乙-1}{9}=丙\right)$【7】 $丁=1$【13】

即$31y=133x+1$【2】 $=3乙+丙$【8】 $丙=3$【14】

$y=\frac{133x+1}{31}$【3】 $乙=\frac{9丙+1}{4}$【9】 $乙=7$【15】

$x=24$【16】

$y=103$【17】

$=4x+\left(\frac{9x+1}{31}=乙\right)$【4】$=2丙+\left(\frac{丙+1}{4}=丁\right)$【10】

$=4x+乙$【5】 $=2丙+丁$【11】

$x=\frac{31乙-1}{9}$【6】 $丙=4丁-1$【12】

$x=24$【18】

$y=103$【19】

則 $31\times103=133\times24+1$

$3193=3193$

既得等數須以原消分之2乘之

$2\times3193=\underline{6386}$即N也

代數馭題公式

設$a>b$

按連分數法以a.b，展轉相除算至最後餘數

$R_n=1$爲止

$$\frac{a}{b}=a_0+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots\cdots\frac{1}{a_{n-1}}=$$

$=a_n > 1$

又可"求公度式"求至$R_n=1$與連分數同

$$\frac{a}{b}=a_0+\frac{R_1}{b} \qquad \frac{R_{n-2}}{R_{n-1}}=a_{n-1}+\frac{1}{R_{n-2}}$$

$$\frac{b}{R_1}=a_1+\frac{R_2}{R_1} \qquad R_{n-1}=a_n > 1$$

$$\frac{R_1}{R_2}=a_2+\frac{R_3}{R_2}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

款題第四

某數以13除之餘8以10除之餘9以16除之餘5問某數最小若干

命某數爲N

$$\frac{N}{13}=x+\frac{8}{13}, \quad \frac{N}{10}=y+\frac{9}{10}, \quad \frac{N}{16}=z+\frac{5}{16}$$

先以x及y算之

$13x+8=10y+9$　　兩端各減8即得下式

$13x=10y+1$【1】　　‘‘‘‘‘‘‘‘ ‘‘‘‘‘‘‘‘

$13x-1=10y$【2】

$10y=13x-1$【3】　　$x=\dfrac{10t+1}{3}$【7】　　命 $j=1$【11】

$y=\dfrac{13x-1}{10}$【4】　　$=3t+\left(\dfrac{t+1}{3}=j\right)$【8】　　$t=2$【12】

　　$x=7$【13】

$=x+\left(\dfrac{3x-1}{10}=t\right)$【5】　　$=3t+j$【9】　　$y=9$【14】

$=x+t$【6】　　$t=3j-1$【10】

$13x+8=99$由此二式知$\dfrac{N}{13\times10}=x_1+\dfrac{99}{130}$

$10y+9=99$由此則命$z=y_1$矣

$$\frac{N}{16}=y_1+\frac{5}{16}, \quad \frac{N}{130}=x_1+\frac{99}{130},$$

$16y_1+5=130x_1+99$　兩端各減5

$16y_1=130x_1+94$

$y=\frac{130x_1+94}{16}=8x+5+\left(\frac{2x_1+14}{16}=\zeta\right)=8x+5+\xi$

$x_1=\frac{16\zeta-14}{2}$　　$y_1=14$

$=8\zeta-7$　　$16y_1+5=229$

設$\zeta=1$　　$130x_1+99=229$

則$x_1=1$　　三式消盡則229即N之最小數

數題第五

有數以3數之餘2以5數餘3以7數之餘1問此數最小若干

命此數最小爲N

$\frac{N}{3}=x+\frac{2}{3}$,　$\frac{N}{5}=y+\frac{3}{5}$,　$\frac{N}{7}=z+\frac{1}{7}$,

先以x及y求

$3x+2=5y+3$　　$y=\zeta+\varsigma$【7】　既得等數即應命

$3x=5y+1$　　$\zeta=2\varsigma+1$【6】　z爲y_1矣

$x=\frac{5y+1}{3}$【1】　　設$\xi=$〇　　$\frac{N}{3\times5}=x_1+\frac{8}{15}$

$=y+\left(\frac{2y+1}{3}=\zeta\right)$【2】　$\zeta=1$

$=y+\zeta$【3】　　$y=1$　$\frac{N}{7}=y_1+\frac{1}{7}$

$y=\frac{3\zeta-1}{2}$【4】　　$x=2$

$=\zeta+\left(\frac{\zeta-1}{2}=\varsigma\right)$【5】　　$3x+2=8$，$5y+3=8$　$7y_1+1=15x_1+8$

$7y_1=15x_1+7$　　既得113=113

$y_1=\frac{15x_1+7}{7}$　　$\frac{113}{3\times5\times7}=8$

$=2x_1+\left(\frac{x_1+7}{7}=\zeta\right)$　　$\frac{113}{7\times15}=8$

$=2x_1+\zeta$

則8為N之最小數

$x_1 = 7\ell - 7$

若設ℓ＝○則$x_1 = -7$若

$\ell = 1$則x_1＝○矣只可$\ell = 2$

$\ell = 2$

$x_1 = 7$

$y_1 = 16$

$7y_1 + 1 = 113$

$15x_1 + 8 = 113$

有數3，5，7除之餘數2，4，6，問此數最小若干

$3\times5\times7=105$	3——2	$5\times7=35$
	5——4	$3\times7\times4=84$
	7——6	$3\times5\times6=90$

$105\overline{)209}$

$1\frac{104}{105}$

故最小為104也

質數與生數分合求一之公式

數學理幾個質數屢次除某數之結果與幾個質數連乘之積數除某數之結果相等故求一之術亦宜以此理證之

設有數以2數之餘1以3數之亦餘1則(2×3)除之亦必餘1其式如下

$$6\begin{cases}2——1 & 3\times1=3 & 2\lfloor 3 \quad 1\ \frac{1}{2}\text{也} \\ 3——1 & 2\times3=4 & 3\lfloor 4 \quad 1\ \frac{1}{3}\ ,, \end{cases}$$

$6\overline{)7}$ $1\frac{1}{6}$,,

又如5數之餘1以7數之亦餘1則(5×7)數之亦必餘1再演1式以明其例

$$35\begin{cases}5——1 & 7\times3=21 & 5\lfloor 21 \quad 4\ \frac{1}{5} \\ 7——1 & 5\times3=15 & 7\lfloor 15 \quad 2\ \frac{1}{7} \end{cases}$$

$35\lfloor 36$ $1\frac{1}{35}$