屈省園先生著

# 數學精詳

伍學藻書

戴氏段題九數
通考印此光緒
庚寅重校印行

序

余少時讀周官經六書九數之目因尋求漢永元中南閣祭酒許慎說文解字以爲古小學賴是以存而前此北平侯張蒼傳古九章算術魏劉徽爲之註者卒不可得近有宣城梅氏撰中西算學通獨九數存古有録無書葢唐宋立之學官所謂算經十書厪厪周髀有全文梅氏所論述周髀而外絕不見徵引是以意欲存古而未能歟常熟屈君省園嗜古好深湛之思於書靡不披覽尤加意實學俾足以致用既撰萬言肆雅爲識字津涉其治算數也妙盡其能亦兼中西而會通之乃舉而分隸九章則又梅氏所志焉未逮也古者九數司徒掌之以教萬民保氏掌之以教國子與五禮六樂五射五馭六書之倫合而謂之道藝夫德行以爲體道藝以爲之用是故司諫巡問民閒則以

時書其德行道藝辨其能而可任於國事者由是言之士有國事之責期在體用賅備有如是今屈君將出爲國家分理斯民凡用之於官施之爲教淵乎其有本也君以是編屬余撰序余曰昔鄭康成氏遊於馬季長之門三年不得親相質問季長集諸生考論圖緯因疑於算聞其能乃召見之樓上漢晉間達人學士若張衡王粲闞康之高允咸稱明算且於此學各有論著今屈君所爲書信以補道藝中一事矣適

朝廷開館纂四庫全書九章算經於是逸而復出而以是編者方之古算經猶說文之後不可無玉篇廣韻以今之詳廣古之略以今之遂事加密盡抉古之奧其在是歟其在是歟

乾隆癸巳日在箕初休甯戴震謹序



## 自序

古者九數列於六藝掌於保氏以教國子故七十子之徒身通其術秦漢而後代不乏人如洛下閎張衡劉焯祖沖之輩各有著述號爲專家唐宋設明經算學科其書頒在學官令博士弟子肄習誠以算雖小學實格物致知之要務也夫九章之術用以齊七政正五音敬天授民格神和人以至同量衡通食貨便營作莫不賴之以爲統紀其爲道豈淺鮮哉近世以來學士文人以其無關進取遂視爲賈人胥史之事棄置不復留心而里塾教授又僅抄因乘歸除歌訣及方田粟布數法轉相傳習問以九章名目茫然不能舉對良可慨已會自早歲遊心算學間嘗采輯傳本手自抄錄以備遺忘然於按題立法之故究未能通曉

原委洞悉其所以然心嘗格而不化已丑之春因事入都
得
聖祖仁皇帝御製數理精蘊伏而讀之訂古今之同異集中西之
大成蒐羅美備剔抉奧微平日之格而不化者一旦渙然
冰釋且得開拓其心胸增廣其聞見因歎
大聖人之制作迥出百代之上而又惜薄海內外窮儒寒畯未獲
悉覩全書乃不揣固陋舉曩時所輯重加增改一折衷於
數理精蘊書凡十有三卷名曰數學精詳學者誠取而習
之不特古者六藝教人之法可以得其旨趣即我
朝文軌大同制作明備之休亦藉以仰窺萬一矣是為序
乾隆壬辰季冬之月虞山屈曾發識



例言

謹按
御製數理精蘊以線面體分部九章之義包括無遺精深浩博
非初學所能驟窺茲編專為學算而輯故仍以九章分卷
俾學者知九數之名義

近代算書流傳者少坊間所刻程氏統宗號為善本而平
方立方定位未經指明平圓立圓比例未能密合又或僅
傳其法而弗申其解習者未能了然於心手間也伏讀
數理精蘊條理分明本末昭晰始若發蒙茲編分類輯錄
中西一貫迥非向來傳本所及

數理精蘊所載設如各題大約舊傳者十之五新增者十
之四舊題而用新法者十之一茲編限於卷帙未能悉登

每種僅列一題間有一題而備數法者所以明算法殊塗同歸之趣也

算學理數非圖不顯非說不明茲編圖則細列說則詳著庶幾理數既明而所以用算之法亦迎刃而解學者果能精思熟玩觸類引伸即以窮天下之變不難矣

舊本各種歌訣便於學者記習茲編仍舊俱載間有隱晦舛誤之處重加刪潤改正俾讀者一覽了然

九章設如坊本混淆雜出茲編另分條貫皆有理義細玩自見非好為更張也

難題昉於劉氏通明算法嗣後吳氏比類程氏統宗遞相纂集然其法皆不離乎九章明其法而善用之題雖難無難也故分輯於各條之中不另標出



數理本原肇於圖書度量權衡根於黃鐘周髀為算書之祖幾何乃西法之宗學算而不講求非先河後海之旨也故并於卷首竊比
數理精蘊之上編所以立綱明體云爾

方五斜七周三徑一正六面七諸說皆舉大概以立言非可定率以立算向來刻本皆據此為問答鶻突了事安所得真數而求之乎

數理精蘊所載諸物輕重面體比例皆有定率求之不爽毫釐今彙輯卷首以便檢閱

坊本開卷多載因乘歸除自一至九之設如以為初學入門茲編不載非畧也諸法業已散見各條細玩自可得其端緒若初學者無從入手只消以自一至九之數挨列於

盤另以自一至九之數各爲法以漸習之可耳
各面形求積爲丈量田地之原各體形求積爲盤量倉窖之原各面形求邊周爲分田截積之原各體形求邊周爲米求倉窖之原坊本於方田章僅載量田盤倉諸法少廣章僅載截田求倉諸法是求末而遺本也茲編於此二章輯錄獨詳亦欲其探其本耳

割圓之法屢求句股相傳已久西法又有八線六宗三要等說而圓度內外諸線相求之法始備坊本皆闕而不載非通儒之見也茲編另爲一卷附於九章之後庶明於三角之法乃得爲算學之全云若夫弧三角算係造歷者專家之業故未編入

數理精蘊後載借根借方之法以假數求眞數有對數比例之法以加減代乘除皆西人用算之捷徑因卷帙浩繁未能悉載惟比例規一法既可以尺代算而於畫圖製器尤所必需故另輯末卷以備參考至於外間所傳籌算筆算等法雖不學可也

數理精蘊命位皆以筆記故有作○作丶之號茲編從俗所便概用珠盤中間立說不無小異然說雖殊而理與法則仍一也

是編所輯大要本於
數理精蘊其間歌訣雜法兼採舊本他如河洛圖說則本
周易折衷方程設例則參梅氏全書不敢忘其所自也

# 數學精詳目錄

卷首

卷七 均輸章第六



卷八 盈朒章第七



卷九 方程章第八

卷十 句股章第九

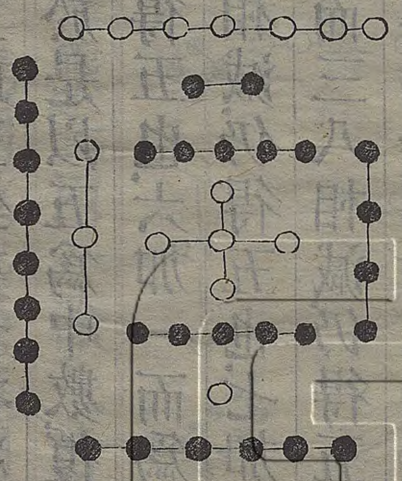
# 數學精詳卷首

虞山屈曾發省園氏輯

## 圖書爲數學之源

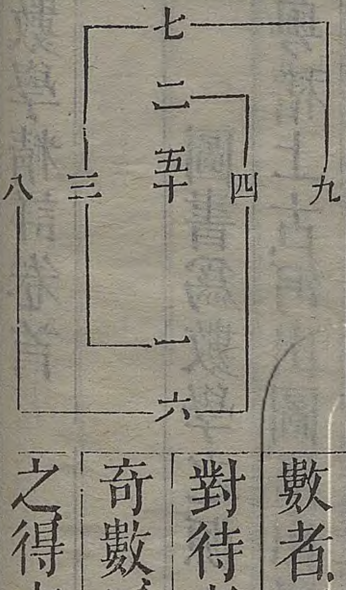
粤稽上古河出圖洛出書八卦是生九疇是敘數學亦於是乎肇焉蓋圖書應天地之瑞因聖人而始出數學窮萬物之理自聖人而得明也溯其本源加減出於河圖乘除出於洛書朱子

河圖



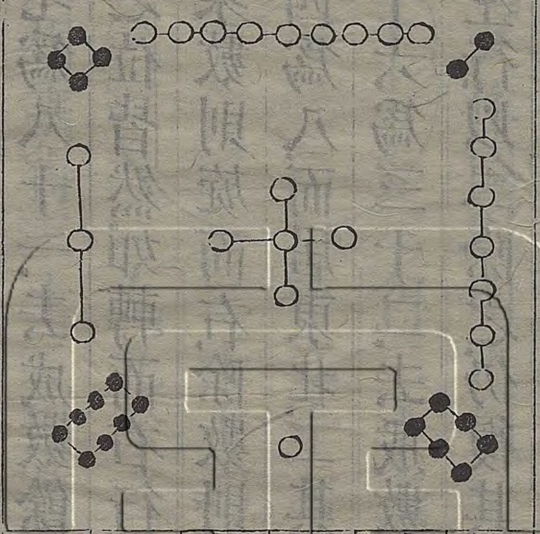
曰河圖以五生數統五成數而同處其方蓋揭其全以示人而道其常數之體也其位一六居下二七居上三八居左四九居右五十居中今考其數始於一中於五終於十而加減之法由是生焉蓋自一而二自二而三自三而四自四

而五此五生數皆挨次遞加一者也自一至五則五又為一體矣於是以五為中數復加一而為六故一與六合而一六相減仍得五也六加一而為七以五計之實加二故二與七合而二七相減仍得五也七加一而為八以五計之實加三故三與八合而三八相減仍得五也八加一而為九以五計之實加四故四與九合而四九相減仍得五也九加一而為十以五計之實加五故五與十合而五十相減仍得五也此五成數亦挨次遞加而以中數五計之又為按位遞加之數凡兩數相加求得一數者兩數相減仍還原數此加減二法相為對待者也又作圖以明之如一三七九為四奇數用中兩率三七相加得十以首率一減之得末率九以末率九減之得首率一若以



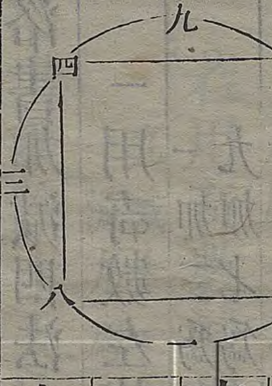

首末兩率一九相加亦得十以中兩率三減之得七七減之得三如二四六八為四耦數用中兩率四六相加得十以首率二減之得末率八以末率八減之得首率二若以首末兩率二八相加亦得十以中兩率四減之得六六減之得四故曰河圖為加減之原也朱子曰洛書以五奇數統四耦數而各居其所蓋主於陽以統陰而肇其變數之用也其位戴九履一左三右七二四為肩六八為足而五居中今考其數陽以三左行陰以二右行易曰參天兩地而倚數蓋

洛書



以一乘一以一除一皆不可變故奇數起於三因天圓徑一而圍三也耦數起於二因地方徑一而圍四兩其二也陽以三左

行乘數則旋而左除數則返而右如三其一爲三而居東三其三爲九而居南三其九爲二十七去成數餘七而居西三其二十七爲八十一去成數餘一而居北等而上之至於億兆其餘數之位皆然如轉而右行以三除之仍復其原數矣陰以二右行乘數則旋而右除數則返而左如二其二爲四而居東南二其四爲八而居東北二其八爲十六去成數餘六而居西北二其十六爲三十二去成數餘二而居西南上而億兆亦然如轉而左行以二除之仍復其原數矣此乘除之數見於運行者如此若以對待者觀之一與九對一爲數之始九爲數之終互乘互除其數不變也二與八對二八互乘皆得十六二除之得八八除之仍得二此二與八之相倚也三與七對三七互乘皆得二十一三除之得七七除之仍得三此三與七之相倚也四與六對四六互乘皆得二十四四除之得六六除之仍得四此四與六之相倚也至五爲參兩之合而位於中三二之合五也一四之合亦五也一一二二之積又五也三三四四之積又五之積也此五所以爲數之會而位之中與故斜直四圍皆得十五進退循環縱橫交錯總不外於乘除蓋乘除二法相爲對待者也又作圖以明之如一三九七爲奇數用中兩率三九相乘




得二十七以首率一除之得末率二十七以末率二十七除之得首率一若以首末兩率一與二十七相乘亦得二十七以中兩率三除之得九九除之得三如二四八六爲耦數用中兩率四八相乘得三十二以首率二除之得末率十六以末率十六除之得首率二若以首末兩率二與十六相乘亦得三十二以中兩率四除之得八八除之得四故曰洛書爲乘除之原也然

洛書固爲乘除之原，而亦爲加減之本，今推得洛書加減之法四，乘除之法十六，積方之法五，句股之法四，併圖書合一之妙，各爲圖表以明之如左，俾學者知算法之所自昉焉。

## 洛書加減四法

一用奇數左旋相加，得相連之耦數。

一加三爲四　三加九爲十二
九加七爲十六　七加一爲八

若用奇數減左旋相連之耦數，得右旋相連之奇數。

三減四爲一　九減十二爲三
七減十六爲九　一減八爲七

一用耦數左旋相加，得相連之耦數。

二加六爲八　六加八爲十四
八加四爲十二　四加二爲六

若用耦數減左旋相連之耦數，得右旋相連之耦數。

六減八爲二　八減十四爲六
四減十二爲八　二減六爲四

一用奇數右旋加耦數，得相連之奇數。

一加六爲七　七加二爲九
九加四爲十三　三加八爲十一

若用奇數減相連之奇數，得相連之耦數。

一減七爲六　七減九爲二
九減十三爲四　三減十一爲八

一用耦數右旋加奇數，得相對之奇數。

二加九爲十一　四加三爲七
八加一爲九　六加七爲十三

若用奇數減相對之奇數，得相連之耦數。

九減十一爲二　三減七爲四
一減九爲八　七減十三爲六

## 洛書乘除十六法

一用三左旋乘奇數，得相連之奇數。

三三如九　三九二十七
三七二十一　三一如三

一用八左旋乘耦數，得相連之耦數。

八八六十四　八四三十二
八二一十六　八六四十八

一用三左旋乘耦數得相連之耦數·

三四一十二　三二如六
三六一十八　三八二十四

一用八左旋乘奇數得相連之耦數·

八三二十四　八九七十二
八七五十六　八一如八

一用二右旋乘耦數得相連之耦數·

二二如四　二四如八
二八一十六　二六一十二

一用七右旋乘奇數得相連之奇數·

七七四十九　七九六十三
七三二十一　七一如七

一用二右旋乘奇數得隔二位之耦數·

二九一十八　二三如六
二一如二　二七一十四

一用七右旋乘耦數得相連之耦數·

七二一十四　七四二十八
七八五十六　七六四十二

一用一乘奇數得本位之奇數·

一一如一　一三如三
一九如九　一七如七

一用六乘耦數得本位之耦數·

六六三十六　六八四十八
六四二十四　六二一十二

一用一乘耦數得本位之耦數·

一二如二　一四如四
一八如八　一六如六

一用六乘奇數得相連之耦數·

六七四十二　六九五十四
六三一十八　六一如六

一用四乘耦數得相對之耦數·

四四一十六　四六二十四
四二如八　四八三十二

一用九乘奇數得相對之奇數·

九九八十一　九一如九
九三二十七　九七六十三

一用四乘奇數得隔二位之耦數。

四九三十六　四七二十八
四一如四　四三一十二

一用九乘耦數得相對之耦數。

九二一十八　九八七十二
九四三十六　九六五十四

凡除法，除其所得之數，得其所乘之數，茲不再設。

數有合數，有對數。合數生於五，對數成於十。一六二七三八四九，此合數也，皆相減而為五者也。五加一為六，六減五為一，是六與一同根也。五加二為七，七減五為二，是七與二同根也。三八四九其理亦然，故凡同根數為合數。一九二八三七四六，此對數也，皆相併而為十者也。在河圖則合數同方而對數相連，在洛書則合數相連而對數相對。相合之相從者，六從一也，七從二也，八從三也，九從四也。如前乘除十六法。相對之相





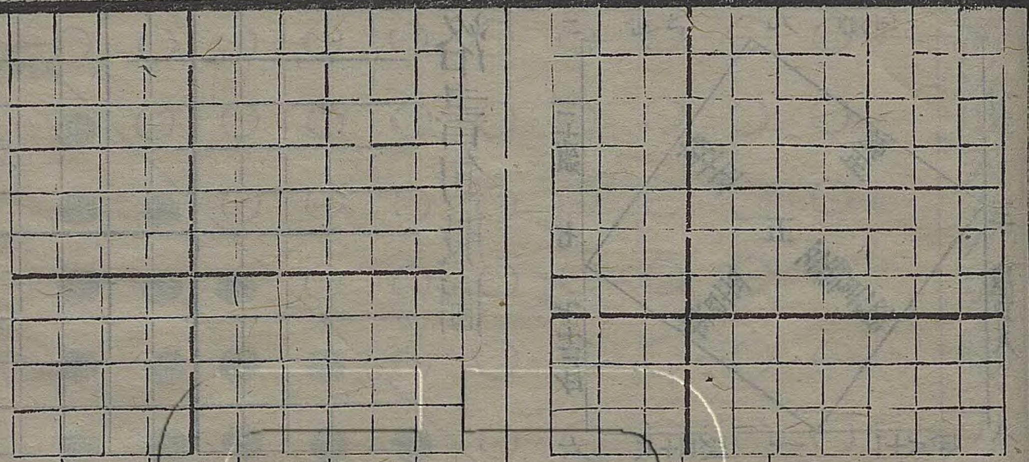
從者，九從一也，八從二也，七從三也，六從四也。如後積方五法。凡以合數共乘一數，所得之數必同。乘耦既同數，乘奇則同根。若各自乘焉，則又必合矣。如三三得九，八八六十四。以對數共乘一數，所得之數必對。如三三得九，七三二十一。若各自乘焉，則又必同矣。如一一得一，九九亦八十一；二二得四，八八亦六十四。是以自乘之數，相合之相從者，此得自數，則彼亦得自數也。如一得一，六得六。此得對數，則彼亦得對數也。如四得六，九得一。此得連數，則彼亦得連數也。如三得九，八亦得四；二得四，七亦得九。相對之相從者，此得自數，則彼得對數也。如一得一，九亦得一；二得四，八亦得四。此得連數，則彼亦得連數也。如三得九，七亦得九；二得四，八亦得四。要皆會於一六四九而齊焉，故開平方之自乘數止於一六四九，而洛書之位，一六四九居上下以為經，二七三八居左右以為緯者，此也。

洛書對位成十互乘成百圖

一與九對成十。十自乘其積一百。　九自乘八十一。
一自乘一。一乘九。九乘一。俱爲九。共十八。
合之一百。與十自乘積同。

二與八對成十。　八自乘六十四。　二自乘
四。二乘八。八乘二。俱十六。共三十二。
合之一百。

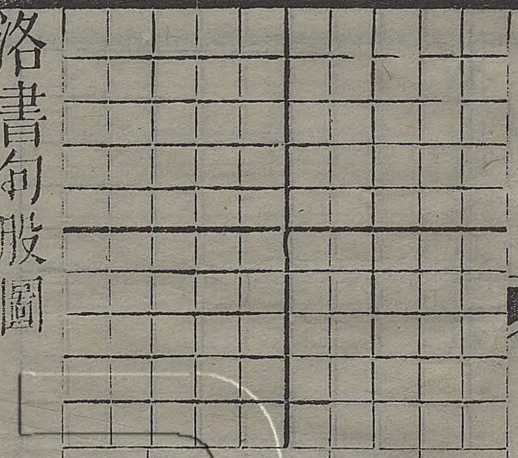




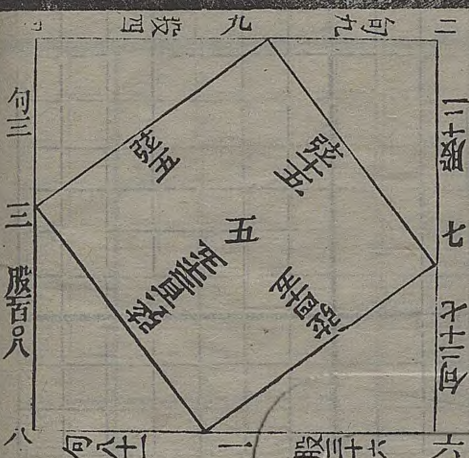
三與七對成十。　七自乘四十九。　三自乘
九。三乘七。七乘三。俱二十一。共四十二。
合之一百。

四與六對成十。　六自乘三十六。　四自乘
十六。四乘六。六乘四。俱二十四。共四十八。
合之一百。

中五含五成十。五自乘二十五。又五自乘二十五。又五五互乘各二十五共五十。合之一百。



洛書句股圖




句三股四弦五。

句九股十二弦十五。

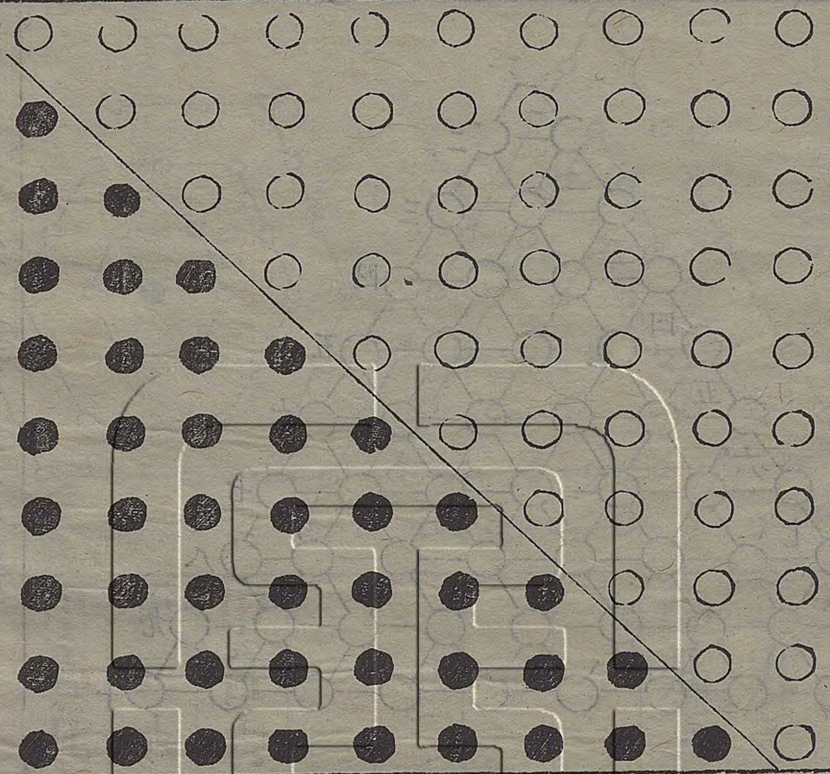
句二十七股三十六弦四十五。

句八十一股一百〇八弦一百三十五。

此洛書四隅合中方而寓四句股之法者推之至於無窮法皆視此。

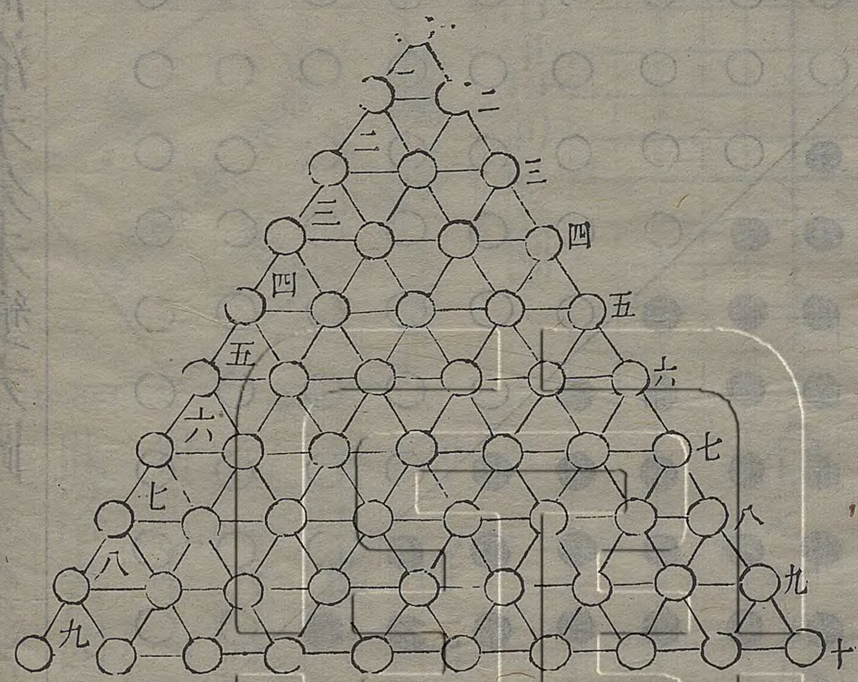


河洛未分未變方圖



河圖之數五十有五洛書之數四十有五合爲一百此天地之全數也以一百之全數爲斜界而中分之則自一至十者積數五十有五自一至九者積數四十有五二者相交而成河洛數之兩三角形矣凡積數自少而多必以三角而破百數之全方以爲三角其形不離乎此二者下諸圖之根實出於此。

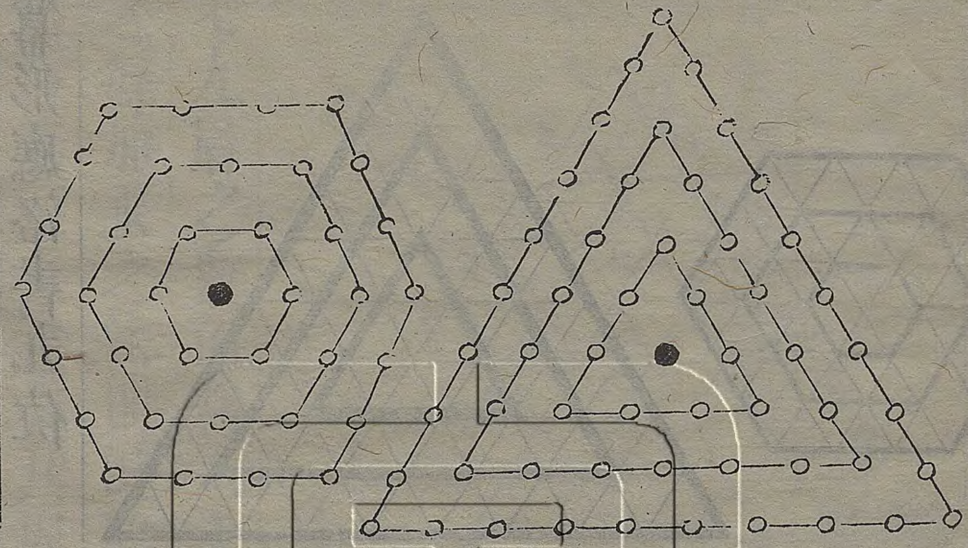
河洛未分未變三角圖




河圖之數自一至十洛書之數
自一至九象之已分者也圖則
生數居內成數居外書則奇數
居正偶數居偏位之已變者也
如前圖破前方之百數以爲河
洛二數又就點數十位中涵冪
形之九層以爲河洛合一之數
則雖其象未分其位未變而陰
陽相包之理三極互根之道已
粲然默寓於其中矣故爲分析
以明之如後論



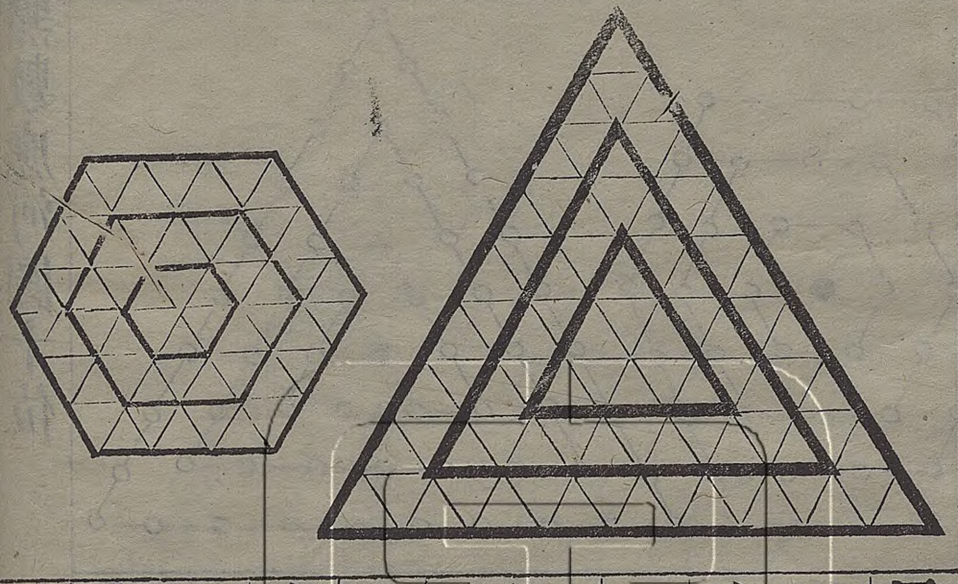
點數應河圖十位



周圍三角分三重中一重九次內一重
二九一十八外一重三九二十七除中
心凡五十四

中含六角亦分三重中一重六次內一
重二六一十二外一重三六一十八除
中心凡三十六

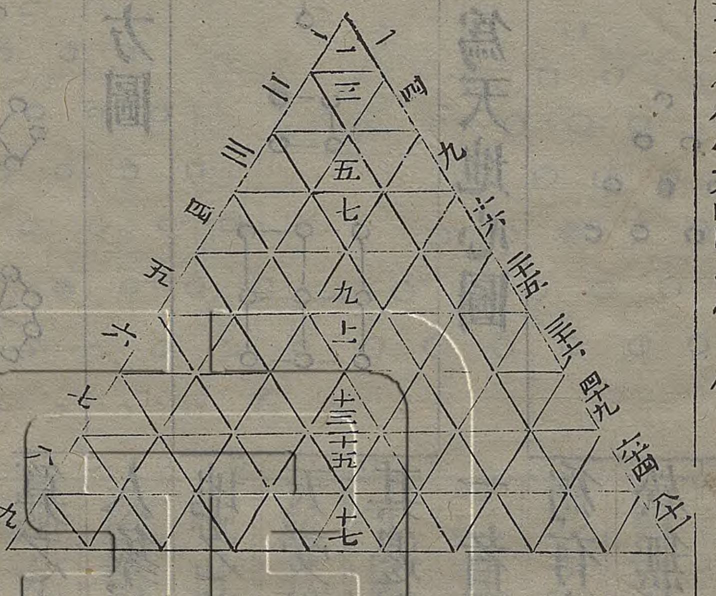
## 冪形應洛書九位



周圍三角分三重中一重九次內一重三九二十七外一重五九四十五凡八十一

中含六角亦分三重中一重六次內一重三六一十八外一重五六三十凡五十四〇以上諸圖本同一根雖積數若異而其爲九六之變則一也

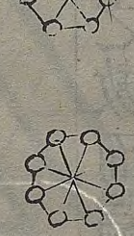
## 冪形爲算法之原



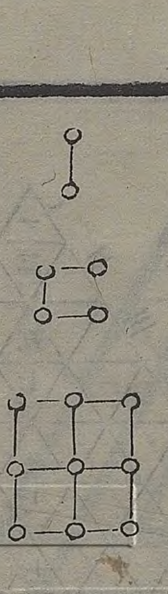
此圖左方注者本數也自一至九而用數全矣中列注者加數也一加二爲三二加三爲五至八加九而爲十七皆以本數遞加而每層之冪積如之右方注者乘數也一自乘一其冪積一二自乘四其冪積合一三兩層而爲四至九自乘八十一則其冪積亦合自一至十七九層之數而爲八十一皆以本數自乘而每形之冪積亦如之得加乘之法則減除在其中矣自此而衍至於無窮其數無不合焉九章之術其理無不貫焉此圖書所以爲算法之原也

圖形合洛書爲象法之原

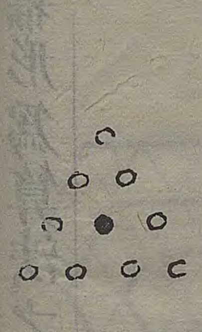
天圓圖



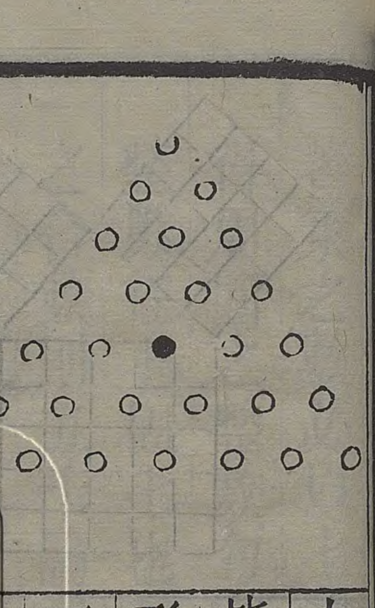
地方圖

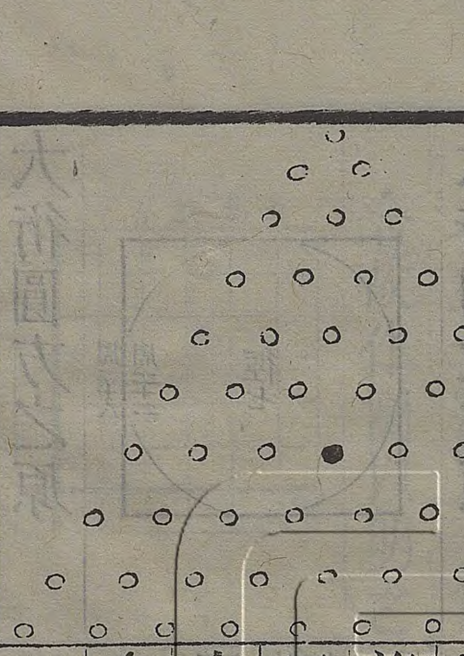


人爲天地心圖

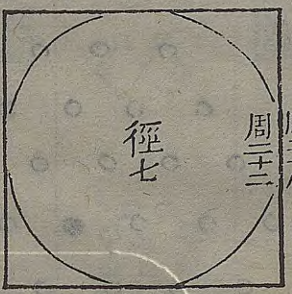


凡有數則有象象不離乎數也萬象起於方圓而測方圓者以三角此句股所以爲算之宗也圓者天象方者地象三角形者人象何則天之道如環無端故其象圓也地之道奠定有常故其象方也人受性於天受形於地猶三角之形其心則圓之心其邊則方之邊也今就九數而三分之則一者圓之根也而十數之內惟六角八角爲有法之圓形其自十以後角愈多以至於無角者視此矣此一六八所以爲圓象之數也二者方之根也而十數之內惟四九可以積成方面其自十以後積愈多而皆可成方者視此矣此二四九所以爲方形之數也以十數裁爲三角自一至四則三其心也自一至七則五其心也自一至十則七其心也所謂三角求心之法者如是其自十以後數愈多而皆可以求心者視此矣此三五七所以爲三角形之數也洛書之位一六八居下爲天道之下濟二四九居上爲地道之上行三五七居中爲人道之中處其數其象亦於圖形乎有合矣

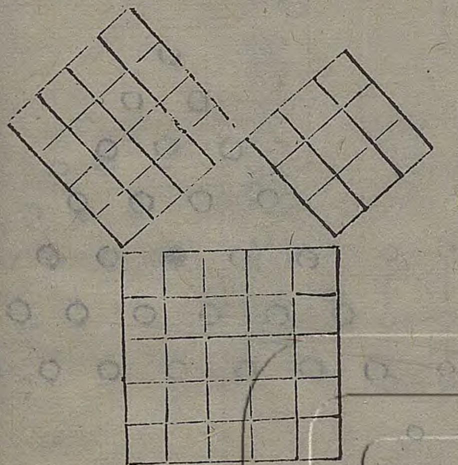




## 大衍圓方之原




## 大衍句股之原



凡方圓可爲比例，惟徑七者，方周二十八，圓周二十二，卽兩積相比例之率也。用其半故若十四與十一，合二十八與二十二，共五十，是大衍之數含方圓同徑兩周數。

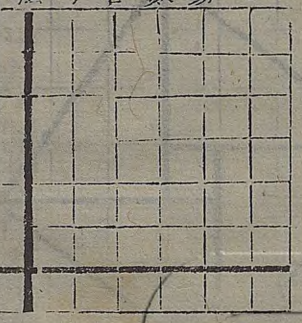
句三，其積九。

股四，其積十六。

弦五，其積二十五。

合之五十，是大衍之數含句股弦三面積。

蓍策之數必以七爲用者，蓋方圓之形，惟以徑七爲率，則能得周圍之整數；句股之形，亦惟以三四爲率，則能得斜弦之整數。徑七固七也，句三股四之合亦七也。是故論方圓周圍之合數則五十，論句股弦之合積亦五十，此大衍之體也。因而開方，則不盡一數而止於四十九，此大衍之用也。開方而不盡一數，則蓍策之虛一者是已。方面之中函八句股，而又不盡一數，則蓍策之掛一者是已。惟老陽老陰之數與此脗合，故作圖以明之。

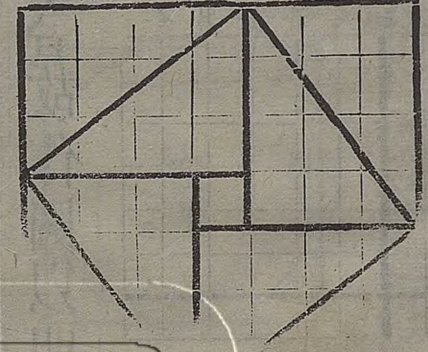



全方四十九。

中含大方六六三十六，爲過揲之數。

小角一一如一，一六互乘共十二，併成十三，爲掛扐之數。

老陰數合句股法



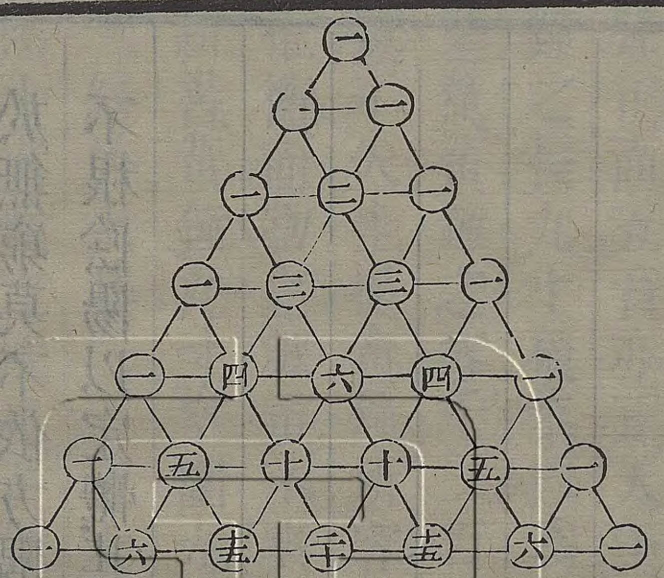
全方四十九.

句三股四其積六.四因之得二十四.爲過揲之數.

弦五其積二十五.爲掛扐之數弦實亦含四句股積.面多句股較一.

十數之中除一一不變.自二二至十十皆可成方.然惟三三則五數居中.七七則二十五數居中.此二者爲能得天地之中數.蓋三三者洛書之數.七七者蓍策之數.洛書之數五居中矣.而其四方則又成四句股之數.而以中五爲弦之法焉.蓍策之數二十五居中矣.而其四方則又具四句股之積.而即以二十五爲弦之實焉.蓋大衍之數本於河圖之數.其同條共貫者有如此.

加倍法圖




此圖用加一倍法.如第二層兩一.生第三層中位之二.併左右兩一成四.是倍二爲四也.第三層一二.各生第四層中位之三.併左右兩一成八.是倍四爲八也.以下放此.出於數學中.謂之開方求廉率.其法以左一爲方.右一爲隅.而中間之數則其廉法也.第三層爲平方.第四層爲立方.第五層六層七層爲三乘四乘五乘方.於成卦之理.亦相肖合.何則.陽大陰小.陽如方.陰如隅.分居兩端.陰陽合則生中間之兩象.如平方之方隅合而生兩廉.其長如方.其廣如隅也.又乘則生中間

之六卦如立方之方隅合而生六廉三平廉根於方而其厚如隅三長廉根於隅而其長如方也故開方之法雖相乘至於無窮莫不依方隅以立算成卦之法雖相加至於無窮莫不根陰陽以定體其理亦一而已



黃鐘爲萬事根本

大哉黃鐘萬事之本也黃鐘立則元聲協而十二律吕亦協宮聲正而五音亦正天下萬物紛錯而不齊者皆由是以定焉黃鐘之長九十横黍以爲分寸尺丈引則曰度而物之長短不差毫釐黃鐘之容千二百黍以爲龠合升斗斛則曰量而物之多寡不失圭撮黃鐘所容千二百黍之重以爲銖兩斤鈞石則曰權衡而物之輕重不爽忽徵蓋得其本而物自不能外也律吕新書黃鐘九寸空圍九分積八百一十分注曰天地之數始於一終於十其一三五七九爲陽九者陽之成也二四六八十爲陰十者陰之成也黃鐘陽聲之始陽氣之動也故按其數九寸分之數具於聲氣之元不可得而見及斷竹爲管吹之而聲和候之而氣應而後數始形焉均其長得九寸審其圍得九分積

其實得八百一十分，是爲律本。度量權衡，於是而受法。十一律由是而損益焉。蓋理者氣之體，氣者理之用，惟理出於自然，故數亦出於自然也。

## 黃鐘生度

黃鐘之管，其長橫絫秬黍中者九十粒，一粒爲一分，十分爲寸，十寸爲尺，十尺爲丈，十丈爲引。（古法，四丈爲疋，五丈爲端，今無定則。）分下有釐、毫、絲、忽、微、纖、沙、塵、埃、渺、漠、模糊、逡巡、須臾、瞬息、彈指、剎那、六德、虛空、清淨。（釐毫以下，皆以十析。若平方則百分爲寸，立方則千分爲寸。丈尺與毫釐以下皆同。）

## 黃鐘生量

黃鐘之管，容秬黍中者一千二百粒爲一龠，兩其龠爲合，十合爲升，十升爲斗，十斗爲石。（今法，合下有）勺、撮、抄、圭、粟。（亦以十析。）

## 黃鐘生衡

黃鐘所容千二百黍，重十二銖，倍其銖爲兩，十六兩爲斤，三十斤爲鈞，四鈞爲石。（今法，兩下）有錢、分、釐。（分釐以下，並與度法同。）

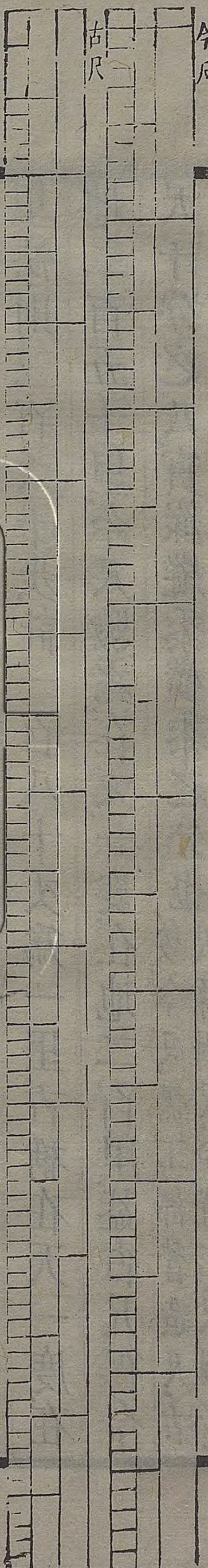
凡度量衡自單位以上，（如度法之丈，量法之石，衡法之斤兩，皆爲單位。）則曰十、百、千、萬、億、兆、京、垓、秭、穰、溝、澗、正、載、極、恒河沙、阿僧秖、那由他、不可思議、無量數。（自億以上，有以十進者，有以萬進者，有以自乘之數進者。今立法，俱以萬進，如萬萬曰億，萬億曰兆之類是也。）

歷法，則曰宮（三十度）、度（六十分）、分（六十秒）、秒（六十微）、微（六十纖）、纖（六十忽）、忽（六十芒）、芒（六十塵）、塵。（凡自度以下，須每項列兩位，如幾十幾度、幾十幾分之類。）

又有曰（十二時，又爲二十四小時）、時（八刻，又以小時爲四刻）、刻（十五分）、分以下與前同。

田法，則曰頃（百畝）、畝（積二百四十步）、分（積二十四步）、分以下釐毫絲忽同度法。

里法，則三百六十步，計一百八十丈爲一里。古稱在天一度，在地二百五十里，今尺驗之，在天一度，在地二百里，蓋古尺得今尺十分之八，實緣縱黍橫黍之分也。（按今尺係工部營造尺，古尺係周尺，今將二尺圖後。）




石法。二千五百寸。此亦舊法。古今尺度不同。量法又異。須以今斛米一石。量得今尺上若干寸。較准石法。推算方得密合。今設例從舊法。

諸物輕重率 此係較準新法。用工部營造尺。將諸物製為立方。其邊一寸。其積千分。較量毫釐。諸物如一。乃以部平逐樣細較。得其輕重。故與舊法迥殊焉。

赤金十六兩八錢 紋銀九兩
水銀十二兩二錢八分 紅銅七兩五錢
白銀六兩九錢八分 黃銅六兩八錢
鋼六兩七錢三分 生鐵六兩七錢
熟鐵六兩七錢三分 高錫六兩三錢





六錫七兩六錢 倭鉛六兩
黑鉛九兩九錢三分 白玉二兩六錢
金珀八錢 白瑪瑙二兩三錢
紅瑪瑙二兩二錢 硨磲一兩五錢二分
青石二兩八錢八分 白石二兩五錢
紅石二兩五錢六分 象牙一兩五錢四分
牛角一兩九錢 沉香八錢二分
白檀八錢三分 紫檀一兩〇二分
花梨八錢七分 楠木四錢八分
黃楊七錢五分 烏木一兩一錢
油八錢三分 水九錢三分

附各面各體比例定率 凡各面各體。皆有比例之定率。其散見於各法者。恐難查考。茲特彙

黃鐘為萬事根本

列卷首以便檢閱

## 周徑定率 又

| | | | |
|---|---|---|---|
| 徑 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 周 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 周 | 三一四一五九二六五 | 徑 | 三一八三〇九八八 |

## 圓面積與周方積比例定率 又

| | | | |
|---|---|---|---|
| 圓面 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 周方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 周方 | 一二五六六三七〇六二 | 圓面 | 七九五七七四七 |

## 方斜定率

| | |
|---|---|
| 方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 斜 | 一四一四二一三五六 |

## 理分中末線定率

| | |
|---|---|
| 全分 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 大分 | 六一八〇三三九九 |
| 小分 | 三八一九六六〇一 |



## 邊線相等面積不同定率 又

| | | | |
|---|---|---|---|
| 方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 圓 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 圓 | 七八五三九八一六 | 方 | 一二七三二三九五四 |
| 三邊 | 四三三〇一二七〇 | 三邊 | 五五一三三八八九 |
| 五邊 | 一七二〇四七七四一 | 五邊 | 二一九〇五七九八六 |
| 六邊 | 二五九八〇七六二〇 | 六邊 | 三三〇七九七三三四 |
| 七邊 | 三六三三九一二四〇 | 七邊 | 四六二六八四〇九八 |
| 八邊 | 四八二八四二七一二 | 八邊 | 六一四七七四四三五 |
| 九邊 | 六一八一八二四二〇 | 九邊 | 七八七〇九四三〇二 |
| 十邊 | 七六九四二〇八八三 | 十邊 | 九七九六五七〇九九 |

各面體比例定率

面積相等邊線不同定率　又

| | | | |
|---|---|---|---|
| 方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 圓 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 圓 | 一一二八三七九一六 | 方 | 八八六二二六九二 |
| 三邊 | 一五一九六七一三七 | 三邊 | 一三四六七七三六九 |
| 五邊 | 七六二三八七〇五 | 五邊 | 六七五六四七九三 |
| 六邊 | 六二〇四〇三三四 | 六邊 | 五四九八一八〇五 |
| 七邊 | 五二四五八一二六 | 七邊 | 四六四八九八〇三 |
| 八邊 | 四五五〇八九八五 | 八邊 | 四〇三三一二八八 |
| 九邊 | 四〇二一九九六三 | 九邊 | 三五六四四〇一四 |
| 十邊 | 三六〇五一〇五八 | 十邊 | 三一九四九四一八 |

求圓內各形之一邊定率　求圓內各形之面積定率

| | | | |
|---|---|---|---|
| 圓徑 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 圓徑方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 三邊 | 八六六〇二五四〇 | 三邊 | 三二四七五九五三 |
| 方 | 七〇七一〇六七八 | 方 | 五〇〇〇〇〇〇〇 |
| 五邊 | 五八七七八五二五 | 五邊 | 五九四四一〇三一 |
| 六邊 | 五〇〇〇〇〇〇〇 | 六邊 | 六四九五一九〇五 |
| 七邊 | 四三三八八三七四 | 七邊 | 六八四一〇二五四 |
| 八邊 | 三八二六八三四三 | 八邊 | 七〇七一〇六七八 |
| 九邊 | 三四二〇二〇一四 | 九邊 | 七二三一三六〇六 |
| 十邊 | 三〇九〇一六九九 | 十邊 | 七三四七三一五六 |

求圓外各形之一邊定率　求圓外各形之面積定率

| | | | |
|---|---|---|---|
| 圓徑 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 圓徑方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 三邊 | 一七三二〇五〇八〇 | 三邊 | 一二九九〇三八一〇 |
| 方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 五邊 | 七二六五四二五二 | 五邊 | 一九〇八一七八一六 |
| 六邊 | 五七七三五〇二七 | 六邊 | 一八六六〇二五四〇 |
| 七邊 | 四八一五七四六二 | 七邊 | 一八四二七五五五八 |
| 八邊 | 四一四二一三五六 | 八邊 | 八二八四二七一二 |
| 九邊 | 三六三九七〇二四 | 九邊 | 八一八九三三〇三 |
| 十邊 | 三二四九一九七〇 | 十邊 | 八一二三九九二四 |

| 圓與圓內各形面積定率 | | 圓與圓外各形面積定率 | |
|---|---|---|---|
| 圓積 | 一〇〇〇〇〇〇〇 | 圓積 | 一〇〇〇〇〇〇〇 |
| 三邊 | 四一三四九六六七 | 三邊 | 一六五三九八六六九 |
| 方 | 六三六六一九七七 | 方 | 一二七三二三九五四 |
| 五邊 | 七五六八二六七二 | 五邊 | 一一五六三二八三四 |
| 六邊 | 八二六九九三三四 | 六邊 | 一一〇二六五七七九 |
| 七邊 | 八七一〇二六四一 | 七邊 | 一〇七三〇二九七四 |
| 八邊 | 九〇〇三一六三一 | 八邊 | 一〇五四七八六一七 |
| 九邊 | 九二〇七二五四二 | 九邊 | 一〇四二六九七九一 |
| 十邊 | 九三五四八九二八 | 十邊 | 一〇三四二五一五二 |

| 邊線相等體積不同定率 | | 又 | |
|---|---|---|---|
| 立方 | 一〇〇〇〇〇〇〇 | 球 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 球 | 五二三五九八七七五 | 立方 | 一九〇九八五九三一七 |
| 四面 | 一一七八五一一二九 | 四面 | 二三五〇七九〇七七 |
| 八面 | 四七一四〇四五二 | 八面 | 九〇〇三一六三一七 |
| 十二面 | 七六六三一一八九〇三 | 十二面 | 一四六三五四七九〇五一 |
| 二十面 | 二一八一六九四九六九 | 二十面 | 四一六六七三〇四六三 |

體積相等邊線不同定率　又

| | | | |
|---|---|---|---|
| 立方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 球 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 球 | 一二四〇七〇〇九八 | 立方 | 八〇五九九五九七 |
| 四面 | 二〇三九六四八九〇 | 四面 | 一六四三九四八一 |
| 八面 | 一二八四八九八二九 | 八面 | 一〇三五六二二八五 |
| 十二面 | 五〇七二三三〇七 | 十二面 | 四〇八八一八九五 |
| 二十面 | 七七一〇二五三四 | 二十面 | 六二一四四三三二 |

求球內各形之一邊定率　　求球內各形之體積定率

| | | | |
|---|---|---|---|
| 球徑 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 球徑方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 四面 | 八一六四九六五八 | 四面 | 六四一五〇〇二九 |
| 立方 | 五七七三五〇二六 | 立方 | 一九二四五〇〇八六 |
| 八面 | 七〇七一〇六七八 | 八面 | 一六六六六六六六六 |
| 十二面 | 三五六八二二〇九 | 十二面 | 三四八一四五四八二 |
| 二十面 | 五二五七三一一 | 二十面 | 三一七〇一八八三三 |

求球外各形之一邊定率　　求球外各形之體積定率

| | | | |
|---|---|---|---|
| 球徑 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 球徑方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 四面 | 二四四九四八九七四 | 四面 | 一七三二〇五〇八〇七 |
| 立方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇 | 立方 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 八面 | 一二二四七四四八七 | 八面 | 八六六〇二五四〇三 |
| 十二面 | 四四九〇二七九七 | 十二面 | 六九三七八六三六七 |
| 二十面 | 六六二五八四五三 | 二十面 | 六三一七五六九九九 |

球與球內各形體積定率　　球與球外各形體積定率

| | | | |
|---|---|---|---|
| 球積 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 | 球積 | 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇 |
| 四面 | 一二二五一七五三〇 | 四面 | 三三〇七九七三三七二 |
| 立方 | 三六七五五二五九〇 | 立方 | 一九〇九八五九三一七 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 八面 | 三一八三〇九八八五 | 八面 | 一六五三九八六六八六 |
| 十二面 | 六六四九〇八八九一 | 十二面 | 一三三二五〇三四三五八 |
| 二十面 | 六〇五四六一三七三 | 二十面 | 一二〇六五六六九九一 |



周髀經解

昔者周公問於商高曰，竊聞乎大夫善數也，請問古者庖犧立周天歷度，

周天歷度者，分周天三百六十度，爲推求歷日之用也，按通鑑載包犧作甲歷，又易大傳言包犧仰以觀於天文，俯以察於地理，其觀察之時，必有度數以紀其法象，則歷度始於包犧無疑矣，

夫天不可階而升，地不可將尺寸而度，請問數從安出，

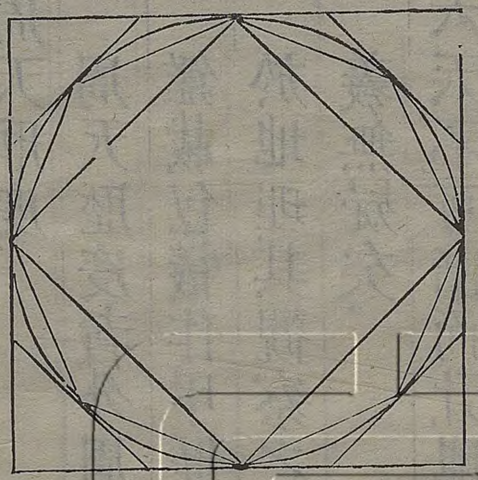
天之高明，地之博厚，非人力所能及，其歷度之數，不知從何而得也，

商高曰，數之法出於圓方，

萬物之象，不出圓方，萬象之數，不離圓方，河圖者，方之象也，

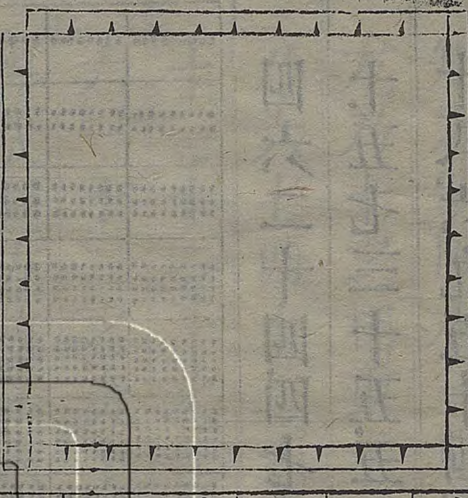
洛書者圓之象也太極者圓之體奇也四象者方之體偶也奇數天也耦數地也有天地而萬物於是乎生有圓方而萬象於是乎定有奇耦而萬數於是乎立矣

## 圓出於方



以數而論出於圓方以圓方而論則圓出於方蓋方易度而圓難測方有盡而圓無盡故推圓者以方度之以有盡而度無盡也是以圓周內弦外切屢求句股爲無數多邊形以切近圓界將合而爲一而圓周始得故曰圓出於方也

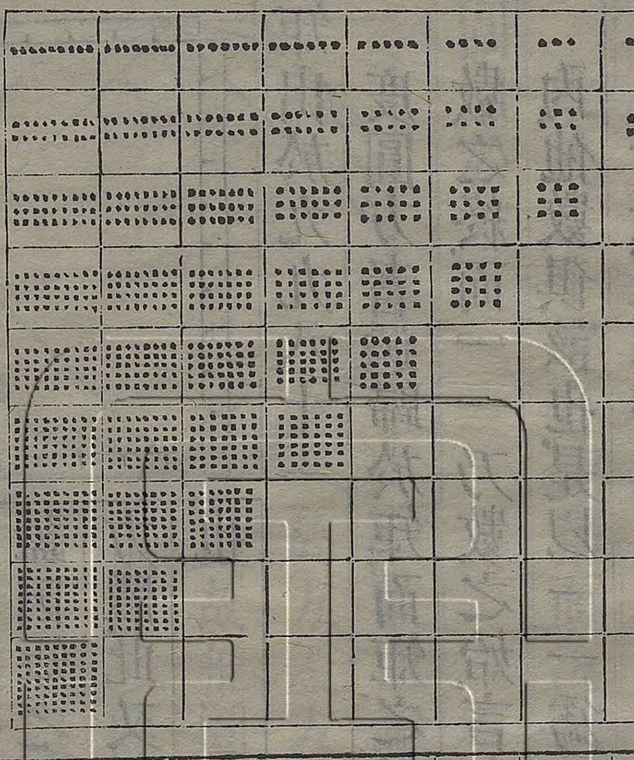
## 方出於矩



孟子曰不以規矩不能成方圓夫規所以成圓而矩所以成方也故凡方形必出於二矩相合如矩之二股均者合之即爲正方矩之二股一大一小者合之則爲長方蓋因矩之爲形其角直其線正所以能成方體此又直內方外之理故曰方出於矩也

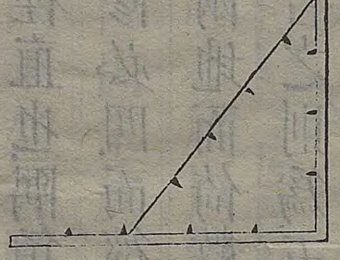
## 矩出於九九八十一

度圓方者遞歸於矩而矩之形總不外乎二數相乘九九者數之終而一一乃數之始言九九而不及他數者以九九之內他數俱該也是以一一爲一二二爲四三三爲九四四爲一十六五五爲二十五六六爲三十六七七爲四十九八八爲六十四九九爲八十一乃矩之二股均平所成之正方也



一二爲二、一三爲三、一四爲四、一五爲五、一六爲六、一七爲七、一八爲八、一九爲九、形雖未方、而其理猶存也、二三爲六、二四爲八、二五一十、二六一十二、二七一十四、二八一十六、二九一十八、三四一十二、三五一十五、三六一十八、三七二十一、三八二十四、三九二十七、四五二十、四六二十四、四七二十八、四八三十二、四九三十六、五六三十、五七三十五、五八四十、五九四十五、六七四十二、六八四十八、六九五十四、七八五十六、七九六十三、八九七十二、乃矩之一股小、一股大、所成之長方也、至於一百之類、雖爲正方、乃十之相乘、十則仍歸於一也、又如八十四、九十六之類、乃六七四十二、六八四十八之倍、不得自立爲數之本、又或十一、十三、十七、十九之類、十一爲二五一十之奇、十三爲二六一十二之奇、十七爲二八一十六之奇、不得成正方、亦不得成長方、故不入九九之數也、是以九九之數爲方之本、而方之形、必合以矩、故曰、矩出於九九八十一也、

故折矩以爲句廣三、股修四、徑隅五、



前言圓方之形、此言句股生成之正數也、以二矩合之、既爲方形、今以一矩折之、則爲一方之兩邊、是以折矩之橫者爲句之廣、折矩之縱者爲股之長、於句股之末、以斜弦連之、是爲徑隅、

徑直也隅角也言自兩角相對直連之也句之廣必三股之修必四而徑隅始得五此乃自然生成之正分也易曰參天兩地而倚數天數一參之則爲三地數二兩之則爲四三二合之則爲五此又句三股四弦五之正義也

旣方其外半其一矩

此言句股之面積也句股以弦連之不得爲方形必再合一矩乃爲一長方所謂方其外者言弦之外復加一矩以成方也句三股四相乘得一十有二即爲兩矩合成之數半之得六乃句股之面積所謂半其一矩者也

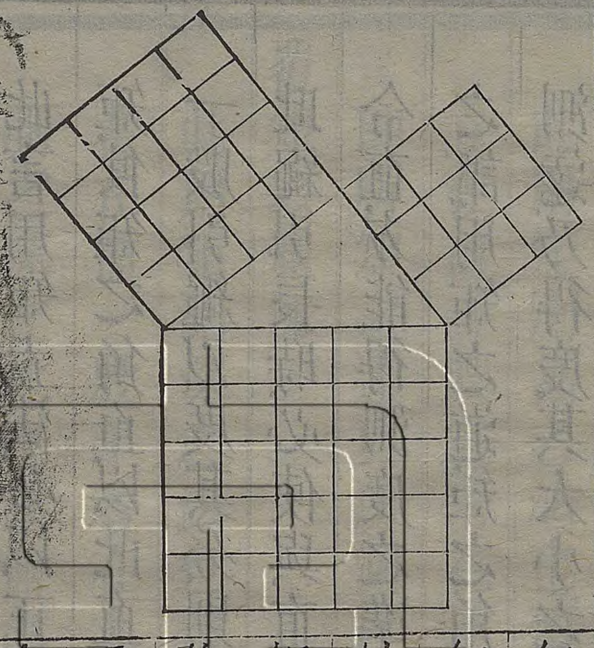
環而共盤得成三四五

此言句股弦相和之數也環而共盤者環繞盤旋於句股弦之周圍得成三四五共之爲一十有二乃三數相和總數也

數學精詳 卷首 周髀經解 三

兩矩共長二十有五是爲積矩

此言句股相求之法也兩矩者句與股也其所以相求者以句股弦各面積彼此加減以立法也



句三自乘爲九股四自乘爲十六合計之爲二十五是句股各自乘之積相併而與弦自乘積等故曰積矩也弦自乘積內減句自乘之積得股自乘之積若減股自乘之積得句自乘之積故爲句股弦相求之法也

故禹之所以治天下者此數之所由生也

此言禹平成之功昭垂萬古揆厥所以奏績者必藉句股以審高下始得順水之性而告厥成功然則禹之所以治水者非

此句股之法所由生乎

周公曰大哉言數請問用矩之道

商高曰平矩以正繩

此言用矩立法必以正且直也平矩以正繩有兩義平置其矩使矩之角直以此直角之一股或橫或平（橫以度遠 平以度高）復自一股引繩以度其分則此分爲我所知故以所知推所不知此繩引長時必使與直角對正不論其分之幾何引之又必令直方能得測度之準故爲平矩以正繩又平者均平準齊之謂用矩之道矩之角正（即直角之謂）然後二股得直以之測高測遠乃得度其大小之分此矩既正而所測之度亦正矣孟子曰規矩準繩以爲方圓平直繩者即準之之意規矩所以度方圓而準繩所以考平直故準之以平繩之以直始得立法之精微故曰平矩以正繩也

偃矩以望高

此用矩測高之法也偃者仰也仰矩方可測高矩之一股直立在前一股定平在下然後比例推之蓋平股與立股之比即所知之遠與所測之高之比也故仰測而得高

覆矩以測深

此用矩測深之法也覆者俯也俯矩方可測深矩之一股立者在前一股平者在上平股與立股之比即所知之遠與所測之深之比也故俯測而得深

臥矩以知遠

此用矩測遠之法也臥者平也平矩方可測遠以矩之一股爲橫向內一股爲縱向前是以橫與縱之比即所知之度與

所求之遠之比也故平測之而得遠
環矩以爲圓
此用矩爲圓之法也以矩之一端爲樞一端旋轉爲圓則成
一圓環矩者即旋規之說也
合矩以爲方
此用矩爲方之法也矩二股也兩矩相合乃成一方即前方
出於矩之說也
方屬地圓屬天天圓地方
前言用矩以測高深廣遠復用矩以爲圓方此以圓方屬之
天地者非以形體言蓋以陰陽動靜之理言也樂記云著不
息者天也著不動者地也不息故運而不積圓之象也不動
故靜而有常方之理也且圓之數無盡而方之數有盡天不
可階而升測天者恒於地上度之是仍以方度圓也凡數之
不盡者必奇數之可盡者必耦是以陽爲奇陰爲耦此方圓
之理數所以屬乎天地也
方數爲典以方出圓
典則也言圓之數奇零不盡不可爲則故惟方數可爲典則
以方出圓者以方之形度圓之分從方數中生出圓數即前
圓出於方之說也如圓徑求積則以徑自乘之爲正方形而
以方率圓率比例推之即得圓積是皆以方出圓之理也
笠以寫天天青黑地黃赤天數之爲笠也青黑爲表丹黃爲裏
以象天地之位
此即儀象以表天地之形色也笠形圓故以象天寫象也青
黑天之色黃赤地之色天數之爲笠形則以青黑爲表丹黃

爲裏以象天地之位蓋取天包地之象也
是故知地者智知天者聖智出於勾勾出於矩夫矩之於數其裁制萬物惟所爲耳
天地之高深廣遠非聖智不能知然聖智非由理之自然亦不能無所憑藉而知也故明句股之數卽可以知地而爲智知地之數卽可因地以知天而爲聖矣故曰智出於句也然句股之形又賴矩以成故矩爲句股之本而天地之高深廣遠皆賴矩以測況萬物之大小巨細豈能外於矩之度分乎故矩之於數其裁制萬物惟其所爲而無不可也

周公曰善哉

以周公之聖而與之曰善哉則其得數之本立法之妙可謂至矣至是而周髀之義盡矣

## 幾何原本節錄

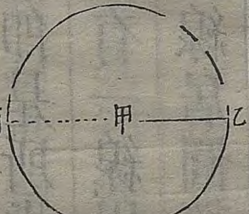
凡論數度必始於一點自點引之而爲線自線廣之而爲面自面積之而爲體是名三大綱是以有長而無廣者謂之線有長與闊而無厚者謂之面長與闊厚俱全者謂之體

線有直曲兩種其二線之一端相合一端漸離必成一角二線若俱直者謂之直線角一直一曲者謂之不等線角二線俱曲者謂之曲線角

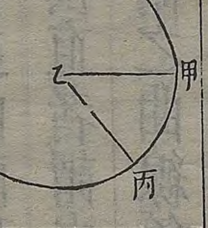
凡命角必用三字而以中一字爲所指之角如甲乙丙三角形指甲角則云乙甲丙角是也亦有單舉一字者則其所舉之一字卽是所指之角也

凡有一線以此線之一端爲樞一端爲界旋轉一周卽成一圓此線居圓徑之半謂之半徑線如甲乙若引長至圓之對界將全

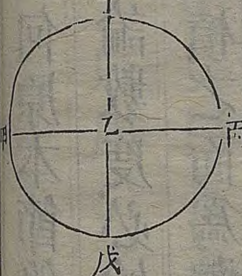
圓平分爲二卽爲全徑線。如丙乙。若自圓心至圓界作幾何半徑線皆謂之輻線其圓線卽謂之圓界圓界內所積之面謂之圓面。

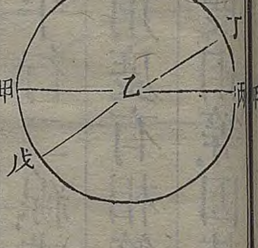


凡圓線分界之所皆以所對之角而命其弧。因其形似弧故名之。而角又以所對之弧而命其度。弧大者角亦大弧小者角亦小。蓋角度俱在圓界而圓界爲角度之規也如乙角爲心甲丙爲界則乙角相對之界卽甲丙弧而甲丙弧卽乙角之度也。

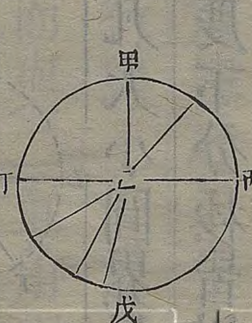


凡角相對之弧得圓界四分之一者此角必直謂之直角如第一圖丁乙丙丙乙戊丁乙甲甲乙戊四角是也若不足四分之一者謂之銳角如第二圖丁乙丙甲乙戊二角是也若過於四分之一者謂之鈍角如第二圖丁乙甲丙乙戊二角是也其二角兩尖相對則曰對角如兩銳角相對兩鈍角相對也二角兩尖相並則曰並角如一銳角與一鈍角相並也



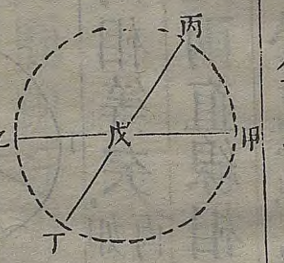


凡有一圓將全徑線平分爲二如丙乙丁線每半圓界內自徑線中心如乙作相並之幾角此幾角之其度必與兩直角等蓋角雖多寡不同銳鈍各異然總在全徑線所限半圓界內爲全圓界四分之二故與二直角相等也若合全圓論之作衆輻線衆角雖多亦必與四直角相等矣如丙甲丁乙半圓內三角與兩直角度等丙乙丁戊半圓內四角亦與兩直角度等



凡兩直線相交所成二對角之度必俱相等如甲乙丙丁二線交於戊處成甲戊丁丙戊乙二對角斯二鈍角之度必等又成

甲戊丙丁戊乙二對角斯二鈍角之度亦必等今試以二線相

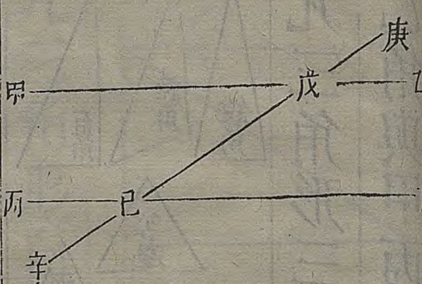



交之處爲心旋轉作一圓則二線俱爲此圓之全徑線而一圓俱兩平分其相對之弧度必俱相等弧度既等故相對之角度亦必相等也

凡大小圓界俱定爲三百六十度取其數無奇零便於布算也度下分杪皆以六十起數以三百六十乃六六所成以六十度之可得整數也

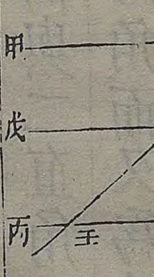
凡二線之間寬狹相離之分俱等則此二線謂之平行線雖引至無窮其端必不能相合以其遠近雖殊皆爲平行線也

凡平行二線或縱或斜作一直線交加於上（如庚辛）則成八角此八角度有相等者必是對角或內外角如庚戊乙甲戊己二角其度相等因其兩尖相對謂之對角庚戊乙戊己丁二角其度

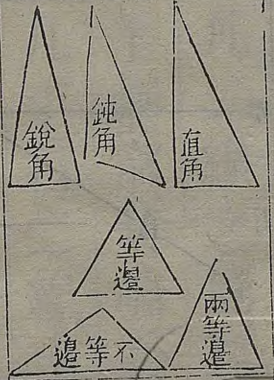



亦相等因其在平行二線之內外故謂之內外角甲戊己戊己丁二角其度亦相等因其俱在二平行線之內而立斜線之左右故又謂之相對錯角庚戊甲丁己辛二角其度亦相等因其俱在平行二線之外故謂之外角乙戊己丙己戊二角其度亦相等因其又俱在平行二線之內故又謂之內角總之二平行線上交以斜線所成八角必兩兩相等也惟一行線上一邊之二內角或一邊之二外角謂之並角其度不等而與二直角相等如甲戊庚與乙戊庚丁己辛與丙己辛雖爲外角而又爲並角乙戊己與甲戊己丁己戊與丙己戊雖爲內角而亦爲並角以其同出於一線之一邊故謂之並角與二直角度相等也

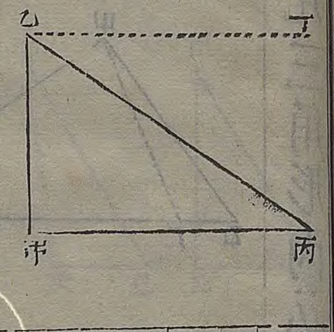
凡平行二線之間，再作一平行線，如戊己，則三線互相爲平行也。在此三線上，照前作一庚辛壬斜線，則所成之庚辛二角，必相等，而辛壬二角亦必相等也。



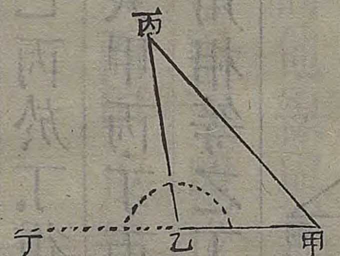

凡各種界所成，俱謂之形。其直界所成者爲直界形，曲界所成者爲曲界形。直界形未有少於三角形者，故三角形爲諸形之首。一角直者爲直角三角形，一角鈍者爲鈍角三角形，三角俱銳者爲銳角三角形。三邊線度等者爲等邊三角形，兩邊線度等者爲兩等邊三角形，三邊線度俱不等者爲不等邊三角形。




凡三角形三角度相併，必與二直角度等。如甲乙丙三角形，自乙角與甲丙線平行作乙丁線，則成丙乙丁角，與丙角爲二尖交錯之角，其度必等。而甲乙丁角亦爲直角，今於直角內減丙乙丁角，所餘爲甲乙丙角，與丙角相併，不適得一直角之度耶？再加以甲角，與二直角等矣。

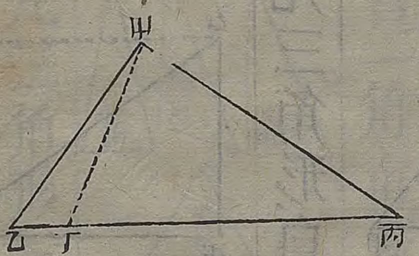



凡三角形，自一界線引長成一外角，此外角度與形內二銳角度等。蓋甲乙丙三角形，三角度相併，原與二直角等。今乙內外角丙乙甲爲內角 丙乙丁爲外角相併，亦與二直角等，則減去內角所餘外角，與甲丙二銳角，其度相等矣。



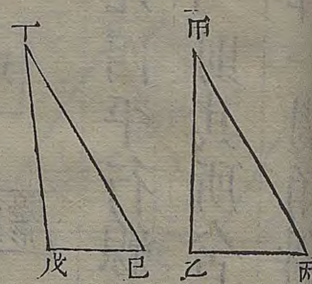

三角形之兩邊線若等，其底線之兩角度亦必等。若自上角至底作一直線，將底線平分爲兩，則此線爲上角之分角線，又爲底線之中垂線也。如甲丁

凡三角形內，長界所對之角必大，短界所對之角必小。如甲乙丙三角形，乙丙界長於甲丙界，故所對之甲角，大於乙角。而甲乙界短於甲丙界，故所對之丙角，小於乙角。試依甲丙界度，截乙丙於丁，復自甲至丁作甲丁線，即成甲丙丁兩等邊三角形。夫甲丙、丁丙兩界既等，則甲丁丙、丁甲丙兩角亦等。今甲丁丙角相等之丁甲丙角，原自乙甲丙角所分，則乙甲丙角，必大於



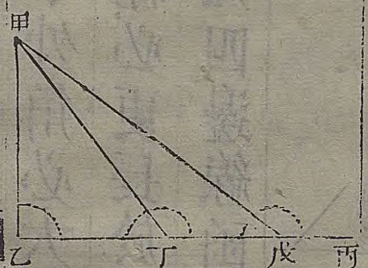

甲丁丙角矣。然此甲丁丙角，為甲乙丁小三角形之外角，與小形內之甲乙二角共度等，既與甲乙二角共度等，則大於乙角可知矣。夫甲丁丙角既大於乙角，則乙甲丙角，必更大於乙角矣。丙角之小於乙角，其理亦同。

凡三角形內必有二銳角，蓋三角形之三角，併之與二直角等。




如甲乙丙三角形，乙角為直角，則所餘甲角丙角併之，始與乙角等，故此甲丙二角為銳角也。又如丁戊己三角形，戊角為鈍角，則所餘之丁角己角愈小於直角，而為銳角矣。

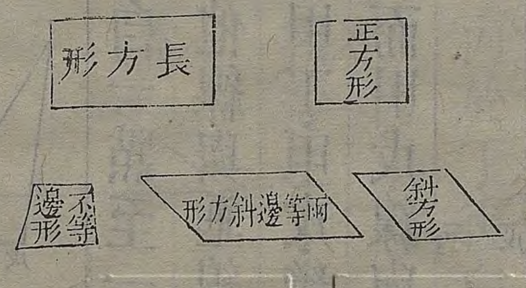
凡自一點至一橫線作衆線，而衆線內有一垂線，必短於他線。而他線與垂線相離愈遠，則愈長也。如自甲點至乙丙線，作甲乙、甲丁、甲戊幾線，此內甲乙為垂線，較之甲丁、甲戊線，其度最短，而甲戊線與甲乙線相離，既遠於甲丁，故更長於甲丁線。蓋




甲乙為垂線，則乙角必為直角，而甲乙丁三角形內，丁角甲角必俱為銳角，而小於乙角矣。因乙角大於丁角，故所對之甲丁線，必長於甲乙線。又甲丁戊外角，原與甲乙二內角共度等，則

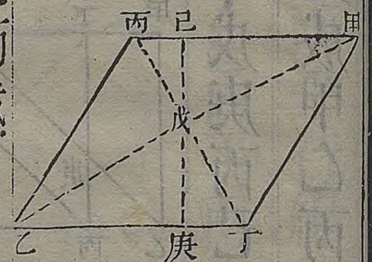
丁外角必大於乙丙角矣。因丁外角大於乙角，故所對之甲戊線，必更長於甲丁線也。

凡四邊線函四角者，其形有五。四邊線度等，而角度亦等者，爲

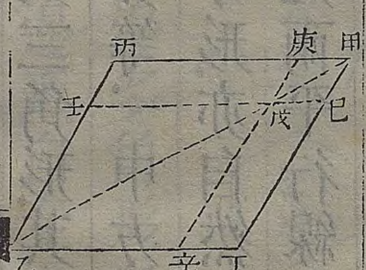



正方形。四直角，而兩邊線短，兩邊線長者，爲長方形。四邊線度等，而角度不等者，爲等邊斜方形。兩邊線長，兩邊線短，而角度又不等者，爲兩等邊斜方形。以上四形，俱自平行線出。如四邊線不等，亦不平行，而四角度又不等者，爲不等邊斜方形。

凡四平行線所成方形，其兩兩平行線度俱相等。如丙甲與乙丁，丙乙與甲丁。則其所含之角，成兩對角，亦必兩兩相等。如甲乙兩對角，丙丁兩對角。若作一對角斜線，如甲乙。則平分爲兩三角形，如丙甲乙與丁甲乙。其對角之



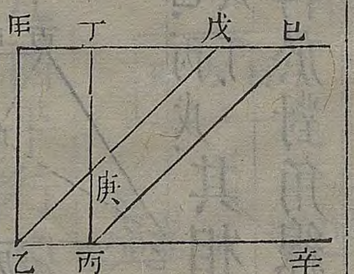

度必等。如丙角與丁角。而二尖交錯之角，其度亦必兩兩相等。如丙甲乙與丁乙甲，丙乙甲與丁甲乙。若作兩對角線，如甲乙與丙丁。則平分爲四三角形，其相交處必平分二線之正中。如戊。而所成四線，亦必兩兩相等。如甲戊，戊乙，丙戊戊丁。其相對之各角，與二尖交錯之各角，亦必兩兩相等。若再於對角線上，或縱或橫，正中截開，如己庚。則又平分爲六三角形，其相對之線度角度，亦無不相等也。




凡四邊形，於對角線不拘何處，如戊。復作相交二平行線，如壬戊己，辛戊庚，二線相交。則成四四邊形，如甲己戊庚，戊辛乙壬，庚戊壬丙，己丁辛戊，四形。又即成四三角形，如甲己戊，甲庚戊，兩小三角形，戊辛乙，戊壬乙，兩中三角形。及兩長方形。如己丁辛戊，庚戊壬丙。蓋甲丁乙丙之全形，因甲乙對角線平分爲甲丁乙，甲丙乙兩

大三角形其分俱等今一小方形復平分為兩小三角形其分亦等一中方形復平分為兩中三角形其分亦等則所餘二長方形亦自然相等也

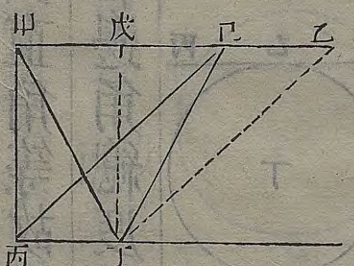
凡兩平行線內所作之四邊形其底度若等則面積必俱等如甲己乙辛兩平行線內於乙丙底作甲乙丙丁長方形戊乙丙己斜方形此兩形雖不同而所容之分必等何也試以兩三角




形考之如甲乙戊丁丙己兩三角形其甲乙丁丙二線等甲戊丁己二線等甲角丁角俱為直角其度又等則此兩三角形自然相等今於兩三角形內各減去丁戊庚形則所餘之甲乙庚丁戊庚丙己二形之分必等復於此二形內各加一庚乙丙形則成甲乙丙丁戊乙丙己兩四邊形其面積必然相等也



凡兩平行線內所作之三角形其底度若等則面積必俱等如甲乙丙丁兩平行線內於丙丁底作甲丙丁三角形己丙丁三

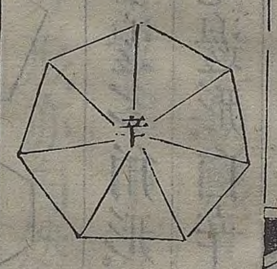



角形此兩形之積必等何也自丁至戊作一直線與甲丙平行再自丁至乙作一直線與丙己平行即成甲丙丁戊己丙丁乙兩四邊形此二形既同出於丙丁底其面積相等今兩三角形俱平分四邊形之一半其面積亦必相等矣

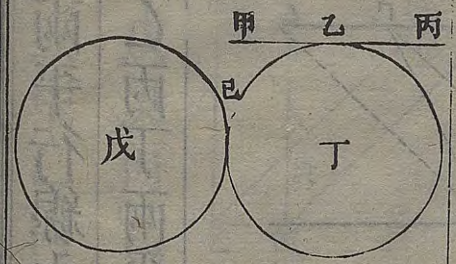
凡等邊等角各形內五邊者為五角形六邊者為六角形邊愈多角愈多者俱隨其邊與角而名之焉



多邊多角形自角至心作線凡有幾界即成幾三角形設如辛七邊形自辛至邊七角作七線即成七三角形而此各三角形

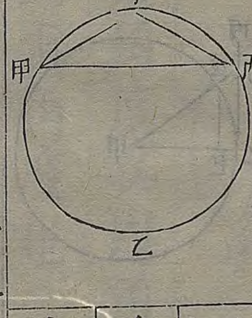



之分俱等若欲知各邊角之總度則將邊數加一倍得數減四所餘即各邊角之總度如辛七邊形則加一倍得十四減去四餘十即七邊形之各邊角總度也何則凡三角形之三角與二直角度等七邊形成三角形者七其與十四直角等而辛心所有之七角又與四直角等故於十四直角內減四直角餘十直角與七邊形之各邊角總度相等矣

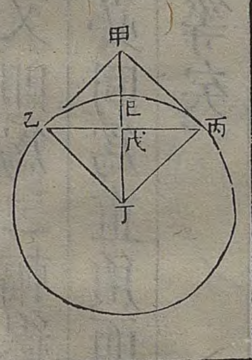



凡有直線切於圓界而不與圓界出入相交者謂之切線如甲乙丙線切於丁圓之乙界是也又如此圓界與彼圓界相切而不相交則謂之切圓如丁戊二圓於己界相切二界總未相交也

凡一直線橫分圓之兩界謂之弦線如甲丙其所分圓界之兩段皆謂之弧如甲丁丙甲乙丙此弧與弦相交所成之二角謂之弧分角如甲丙乙丙甲乙二角又如甲丙丁丙甲丁二角自弦線之兩端作二直線相遇於圓界之一處如甲丁丙丁二線相遇於丁所成之角如甲丁丙角謂之圓分內角又謂之弧分相對之界角以其與甲乙丙弧相對也

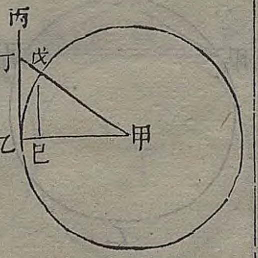



圓弦線上自圓心作一中垂線如丁戊則將弦線兩平分如戊丙與戊乙若自圓心至弦線兩端作二輻線如丁丙與丁乙則成一丁丙乙三角形此三角形之二輻線既等則中垂線所分之戊丙戊乙二段必等若將中垂線引長至弧界己則又將弧界兩平分矣如己丙與己乙若自弦線兩端與圓界相切各作一切線如丙甲與乙甲相遇於甲此二線之度必等



又即爲二輻線之垂線矣因其爲垂線則甲乙丁甲丙丁二角必同爲直角而甲丙乙與丁丙乙兩三角形其度亦必兩兩相等矣

凡一圓有二輻線如甲乙與甲戊截弧之一段所成三角形謂之分圓面形如甲戊乙一段若欲取弧界各角之度則用三種線求之一爲弧之切線如於甲乙輻線之末與圓界相切作丙乙垂線是也一爲弧之割線如自圓心甲將甲戊線引長割出至切線丁處作

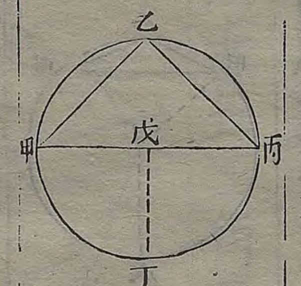



甲丁線是也一爲弧之弦線如從圓界戊至甲乙輻線作戊巳垂線是也若欲取甲角相對弧度於此三線取之皆得乙戊弧之度焉

一圓界內任於圓界一段至圓心作二線如甲丙與乙丙至圓界作二線如甲丁與乙丁即成二角在圓心者爲心角如甲丙乙在圓界者爲界角


如甲丁乙凡心角界角形雖不一其所對弧度若等則心角皆大於界角一倍若心角所對弧度居界角所對弧度之一半則兩角之度相等蓋凡量角度必以角爲圓心眞度乃見故界角所對之弧僅得其半爲眞角度也

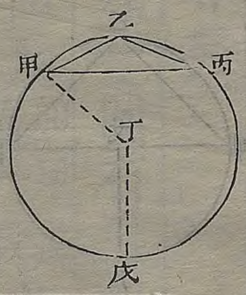
凡圓內界角立於圓界之半者爲直角如甲乙丙界角立於甲丁丙圓界之正一半則乙角必爲直角也試自圓心戊至圓界




丁作戊丁輻線即成甲戊丁心角其相對之甲丁弧爲圓界四分之一則戊角亦必爲直角夫戊心角所對甲丁弧正爲乙界角所對甲丁丙弧之一半則戊心角度必與乙界角度相等也

凡圓內界角其所對之弧過於圓界之一半者爲鈍角如甲乙

丙界角,相對之甲戊丙弧,大於圓界之一半,則乙角必爲鈍角也,試將甲戊丙弧平分於戊,爲甲戊丙戊兩段,復自圓心丁至

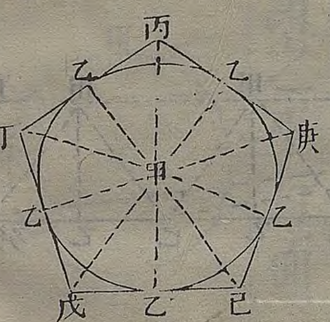



甲戊作二輻線,卽成甲丁戊心角,其相對之甲戊弧,過於圓界四分之一,則丁角亦必爲鈍角,夫丁心角所對甲戊弧,正爲乙界角所對甲戊丙弧之一半,則丁心角度,必與乙界角相等也,

凡圓內界角,其所對之弧,不及圓界之一半者爲銳角,如甲乙丙界角,相對之甲戊丙弧,小於圓界之一半,則乙角必爲銳角也,試將甲戊丙弧平分於戊,爲甲戊丙戊二段,復自圓心丁至

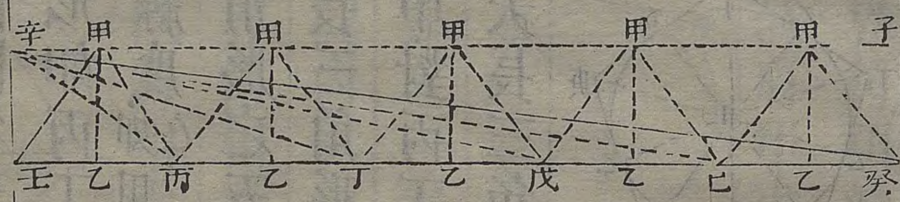

甲戊作二輻線,卽成甲丁戊心角,其相對之甲戊弧,小於圓界四分之一,則丁角亦必爲銳角,夫丁心角所對甲戊弧,正爲乙界角所對甲戊丙弧之一半,則丁心角度,必與乙界角度相等也,

凡函圓各形之各邊線,與圓界相切而不相交,則謂之函圓切界形,如丙丁戊己庚五角形各邊皆切於圓界也,其所函圓之輻線度,如甲乙,與一直角長三角形之小邊度等,如辛壬癸形之辛壬邊,而五角形之五邊共度,如丙丁類五邊,又與長三角形之大邊度等,如壬癸邊,則長三角形之面積,與函圓五角形之面積亦等,何則,試自圓心甲,對丙丁戊己庚五角,各作分角線,卽成甲丙丁類五三角形,夫長三角形之壬癸度,旣與五角形之五邊共度等,今將壬癸底線平分爲五,依前所分五三角形式,作甲




壬丙類五正式三角形,復自所分丙丁戊己四處,俱向辛角各作四線,遂分辛壬丙類五斜式三角形,再於五正式三角形內,自甲角至底各

作甲乙垂線俱與圓輻線等則五正式三角形之高度亦自相等於是復自辛角與壬癸平行作辛子切角線則此兩式三角形同底又同在二平行線內其面積必兩兩相等夫分形之面積等者全形之面積自無不等此辛壬癸長三角形與丙丁戊己庚函圓五角形其面積必然相等也若以圓形論之則以圓之輻線為長三角形之小邊以圓之周線為長三角形之大邊其長三角形面積亦與圓面積等矣夫圓周界曲線也前所設五角形之邊界直線也觀之似



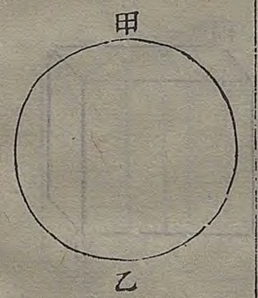

難於相通者然以圓之內外各設無數多邊形逼近圓界則直線曲線將合而為一其理亦無不同矣



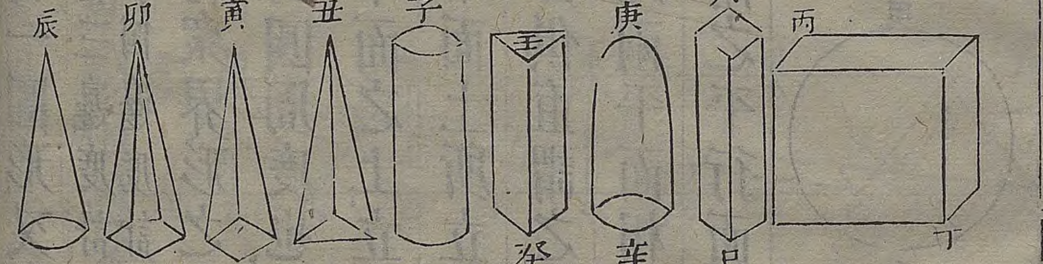
有一圓形又一衆界形此圓周度若與彼衆界形總度等如三角形合三邊度計之正方形合四邊度計之之類也則圓形之面積必大於衆界形之面積若衆界形之面積與圓形面積同者則衆界形之總度必復大於圓周度也蓋圓積可用周求衆界形之積只可用邊求不可用周求也

平面之上立一直線無少偏倚則各邊所生之角必俱直謂之平面上所立垂線若立一平面無少偏倚則四邊所成之角亦必俱直謂之平面上所立直面

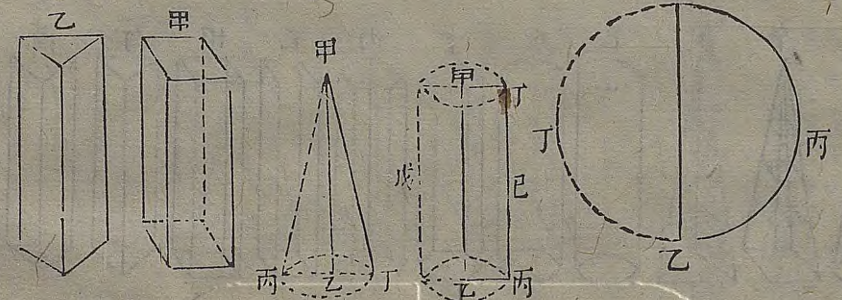
凡兩平面相對其所立衆垂線度俱各相等則此相對之平面謂之平行面




凡各種面內所積之實為體而皆因其面以名之焉如全體不成角度止現圓之圓面則謂之圓體甲乙圖是也全體各面俱平各邊相等所

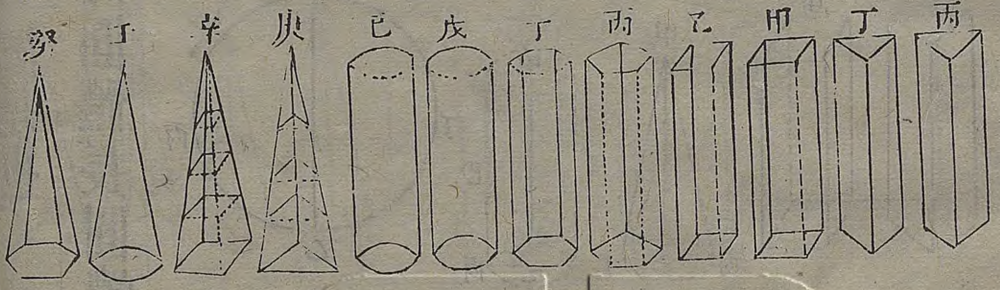



成各角又等則謂之正方體丙丁圖是也全體各面雖平體長而面成兩式其相對各面仍兩兩相等相對各邊則又平行角又相等則謂之長方體戊己圖是也體有曲平兩面相雜而不成等邊等面則謂之平底半圓體庚辛圖是也全體相對之各面不平行上下兩面平行則謂之上下面平行三稜體壬癸圖是也體圓而上下面俱平則謂之長圓體子圖是也底爲平面其各面俱合於一角而成厚角則謂之尖瓣體底三角者謂之三瓣尖體底四角者謂之四瓣尖體底衆角者謂之衆瓣尖體如丑寅卯三圖是也又或底面圓而漸銳成形則謂之尖圓體辰圖是也




凡圓體長圓體尖圓體俱生於圓面故其外皮面積亦生於圓界一旋轉之度分耳如取甲乙丙丁之圓形則以甲乙徑線爲樞心將甲丙乙半圓作轉式旋轉復還於原處卽成甲丙乙丁一圓形體如取甲乙戊己長圓形則以甲乙中線爲樞心將丙丁線界作轉式旋轉復還於原處卽成甲乙戊己一長圓體如取甲丙丁平底尖圓形則以甲乙中線爲樞心將甲丁邊線作轉式旋轉復還於原處卽成甲乙丙丁一尖圓體矣

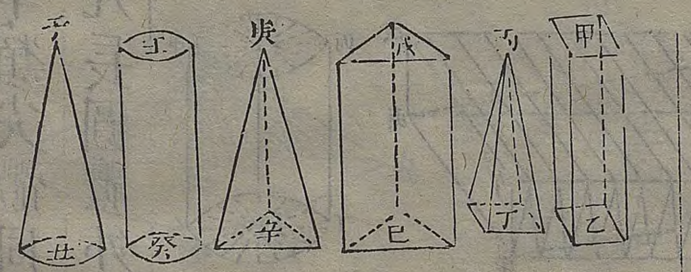
凡體面式不一而積等者爲積數相等之體面式既同而體積又等者爲面式體積全等之體



如甲乙二體爲積數相等之體也、丙丁二體爲面式體積全等之體也、

凡各面所成體形內、其各面俱平行、或上下面爲平行、而立於等積之底、其體之高又等、則其體之積亦相等、如甲乙體、其各面俱平行、又如丙丁體、其上下面平行、立於等積之底、其高又等、或又如戊己體、其上下面平行、圓面積又等、高又等、則其兩兩體積必相等矣、又如庚辛壬癸之類尖體形、苟立於等積之底、其體之高若等、則其體之積亦等、何以見之、若將衆尖體、分爲平行底之衆小體、其所分之衆小體底度高度必俱相等、如庚辛圖、其所分小體之積俱等、故其全體之積亦相等也、

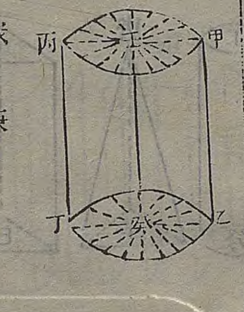
凡上下面平行各體、與平底尖體同底同高者、不論平面圓面、其平底尖體皆得上下面平行體三分之一、如甲乙上下面平行之長方體、與丙丁四瓣尖體、其乙丁兩底積等、甲乙丙丁兩

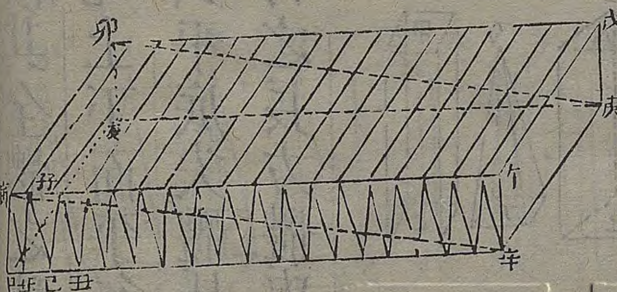



高度又等、則甲乙體與三丙丁體等、如戊己上下面平行之三稜體、與庚辛三瓣尖體、其己辛兩底積等、戊己庚辛兩高度又等、則戊己體與三庚辛體等、如壬癸上下面平行之長圓體、與子丑尖圓體、其癸丑兩底積等、壬癸子丑兩高度又等、則壬癸體與三子丑體等、又如壬癸長圓體與甲乙戊己類體同底同高、則亦與三丙丁庚辛類尖體等、又或子丑尖圓體與丙丁庚

辛類尖體同底同高則亦得甲乙戊己類體三分之一矣

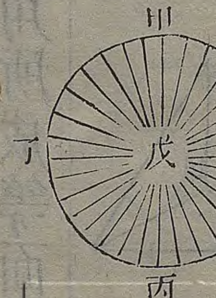
凡長圓體外周面積與長方體底面積等而長圓體半徑又與

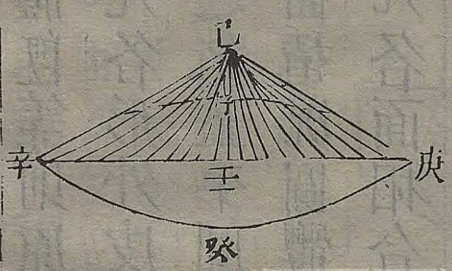


長方體高度等則長圓體積必得長方體積之半如甲乙丙丁一長圓體戊己一長方體試將長圓體從壬癸中線至周圍外面剖爲無數分則成子丑巳類無數長尖體此無數長尖體之高與長圓體之壬甲半徑等而無數長尖體之其底卽長圓體之周圍外面積則此無數長尖體必爲戊己長方體之一半矣蓋寅己辛三角面爲午巳長方面之一半而此子丑巳類衆三角面與寅巳辛三角面等則卯辰庚辛巳寅三角體爲戊己長方體之一半而此子丑巳類衆長尖體亦必與卯辰庚辛巳寅三角體等而爲長方體之一半矣故甲乙丙丁長圓體爲戊己長方體之一半也

凡球體外面積與尖圓體之底積等而球體之半徑又與尖圓



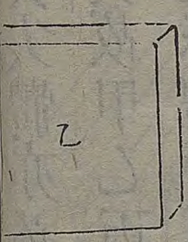



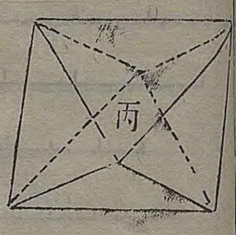

體之高度等則球體之積與尖圓體之積等如甲乙丙丁一球體己庚辛一尖圓體試將球體從中心平分爲兩半圓體又從兩半圓體中心各分爲無數尖體此所分尖體每一分必皆與尖圓體所分尖體一分等何則球體所分尖體皆以球外面甲乙丙丁爲底以球甲戊半徑爲高尖圓體所分尖體皆以尖圓之庚子辛癸底爲底以尖圓之己壬高爲高故此兩種無數尖體皆爲同底同高其積相等無疑矣夫所分之

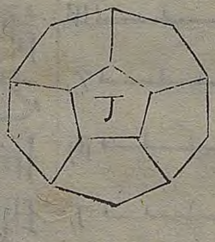
體既等則原體亦必相等故曰球體與尖體俱相等也

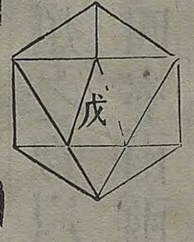
凡各形外皮面積相等之體惟圓體所函之積大於他體所含之積蓋平圓周度與各形界邊總度等則圓面積必大於各形面積況圓體所函有不大於他體所函者乎

凡各面相合其每面之角所合處復成一種體角謂之厚角厚角所成等面體形有五種各以面數而名之其一爲四面體每面有三角各三角之各三界度俱等如甲圖是也二爲六面體每面俱爲正方其方面之四角俱爲直角而各界互等故又爲正方體如乙圖是也三爲八面體每邊有三角各三角之各三界度俱等如丙圖是也四爲十二面體每面有五角各五角之五界度俱等如丁圖是也五爲

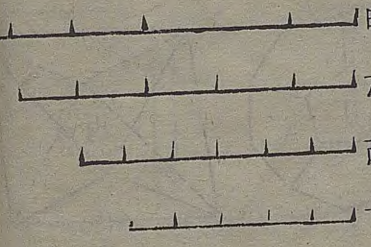



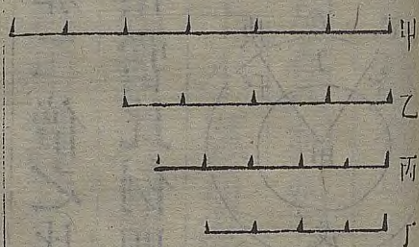

二十面體每面有三角各三角之各三界度俱等如戊圖是也此外不能復生他形蓋此五種厚角體俱是等邊三角四角五角之平面相合所成凡平面自三角以下不能成面而厚角自三面以下亦不能成角故厚角除此五種體亦不能復成他形也若平面六角以外並不能成厚角矣

大凡欲論諸物之不齊必借同類之物以比之始可以得其不齊之度數此比例之法所由設也其比者與所比者俱謂之率率者法也矩也以互相準之之謂也數如一線與他線相比其度之或長或短其數之或多或少自能見之如一面與他面相比其面度之或大

或小其積數之或多或少自能見之如一體與他體相比其體度之或厚或薄其積數之或多或少自能見之若將一線與一面相比或一面與一體相比既不同類又不同形則線之長短面之大小體之厚薄俱不可辨矣故曰欲論諸物之不齊必借同類之物以比之也

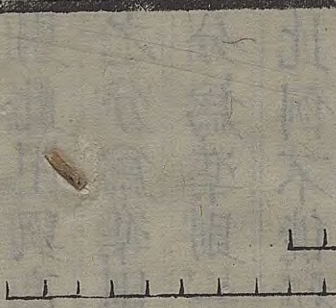
有四率兩兩相比其一率與二率之比同於三率與四率之比則謂之同理比例亦謂之相當比例也如甲乙丙丁四數甲與



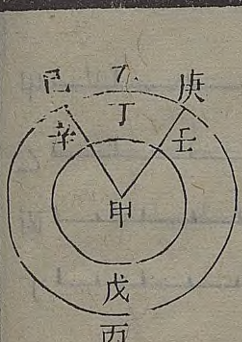




乙比丙與丁比苟乙爲甲六分之五丁爲丙六分之五則甲與乙之比例丙與丁之比例此兩比例相同而乙有甲幾分之數即可知丁有丙幾分之數矣故凡四率內將一率與三率分數定爲相等二率與四率分數亦定爲相等其度之長短雖有不同苟分數定準則一率與二率之比即如三率與四率之比也若一率與二率相比之分大於三率與四率相比之分則爲不同理之比例而比例不得行矣如甲與乙相比之分爲六與四而丙與丁相比之分爲五與四則此甲與乙之比大於彼丙與丁之比矣若以一率二率相比之分爲準則三率四率相比之分爲小若依三率四率相比之分爲準則一率二率相比之分又大故謂之不同理之比例而比例不能行也

凡三率互相爲比此一率與二率之比同於二率與三率之比則謂之相連比例率也如甲乙丙三數互相爲比苟甲數與乙數之比同於乙數與丙數之比則此三數謂之相連比例率矣




若相連比例率內將一率與三率比之則爲隔一位加一倍之比例或有相連比例四率將一率與四率比之則爲隔二位加二倍之比例大凡有幾率隔幾位以比者皆以隔幾位而爲加幾倍之比例也如甲乙丙三數其甲與丙之比爲隔一位加一倍之比例或甲乙丙丁戊五數俱爲相連比例率其甲與丁之比即爲隔二位加二倍之比例而甲與戊之比又爲隔三位加三倍之比例矣相當比例四率爲數學之要因其理之所該最廣故設爲雙圜




圖以申明之立甲點爲心作乙丙一大圜丁戊一小圜此二圜界各爲三百六十分象天度也於是自圜之甲心過小圜界之辛壬二處至大圜己庚二處作二線則大圜之己甲庚小圜之辛甲壬俱同一甲角此甲角相對之己庚大弧界設爲六十度爲大圜六分之一則辛壬小弧界亦爲六十度爲小圜六分之一矣大凡角度俱定於相對之圜界今大圜之己庚弧界小圜之辛壬弧界俱與一甲角相對其度雖依圜之大小不同而分數則等分數既等則大圜小圜大弧小弧兩兩互相爲比即如四率之兩兩相比爲同理比例也是以大圜之三百六十分爲一率大弧之六十分爲二率小圜之三百六十分爲三率小弧之六十分爲四率其大圜與大弧之比即同於小圜與小弧之比也故凡各率各度雖異相當之分數若同則一率與二率之比必同於三率與四率之比而俱謂之順推比例矣亦曰正比例要之分合加減各率之法總不越此圖之互轉相較之理也

一種反推比例，將一率之比，同於三率與四率之比者，反推之以二率與一率為比，四率與三率為比，其所比之例仍同，故亦謂之相當比例率也。如前雙圜圖，以大弧界與大圓界為比，小弧界與小圓界為比也。因其以一率為二率，以三率為四率，前後互移，故謂之反推比例。然名雖為反推，而相當比例之率，仍與順推相同也。

一種遞轉比例，將一率與二率之比，同於三率與四率之比者，轉較之以一率與三率為比，二率與四率為比，其所比之例仍為相當比例率也。如前雙圜圖，以大圓界與小圓界為比，大弧界與小弧界為比也。因其以三率為二率，以二率為三率，遞轉相較，故謂之遞轉比例。然其所比之例，亦仍為相當比例率也。

一種分數比例，將相比之率較數截開，以一率與二率之較為一率與二率為比，以三率與四率之較為三率與四率為比，其所比之例，仍為相當比例率也。如前雙圜圖，大圜界內減去大弧界，仍與大弧界為比，小圓界內減去小弧界，仍與小弧界為比也。因其各分內有分開相減之故，所以謂之分數比例。然其所比之例，仍同於相當比例率也。

一種合數比例，將相比之率併之，以一率與二率之和為一率與二率為比，以三率與四率之和為三率與四率為比，其所比之例，仍同於相當比例率也。如前雙圜圖，大圓界所分大段加入大弧界，仍與大弧界為比，小圓界所分大段加入小弧界，仍與小弧界為比也。因其有相加之分，故謂之合數比例。然其所比之例，仍同於相當比例之四率也。

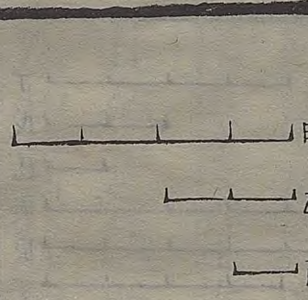
一種更數比例，以一率與二率之比，同於三率與四率之比者，

更之將一率與二率相減用其餘分爲二率仍與一率爲比將三率與四率相減用其餘分爲四率仍與三率爲比則其比例之理亦同於相當比例率也如前雙圓圖將大圓與大弧相減餘己丙庚一大段仍與大圓界爲比將小圓與小弧相減餘辛戊壬一大段仍與小圓界爲比也因其以所餘之大段更弧界故謂之更數比例然雖更入比之仍與相當比例四率同也

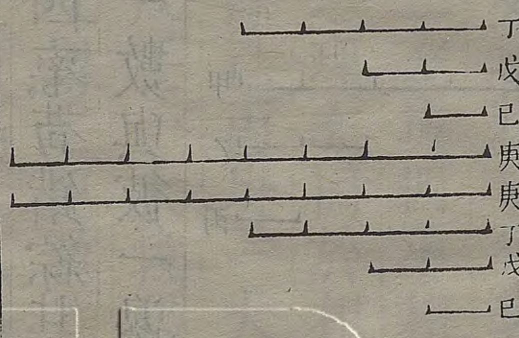
一種隔位比例有兩相比例四率將此一邊四率內一率與末率爲比彼一邊四率內一率與末率爲比則其所比之例仍同於相當比例率也如前雙圓圖以所分弧界之兩線引長自庚壬過甲至癸丑作一全徑線自己辛過甲至子寅作一全徑線則分大圓爲庚己己丑丑寅寅庚四段分小圓爲壬辛辛癸癸子子壬四段其大圓四段爲相當四率而小圓四段亦爲


相當四率度之大小雖異而分數相同故以此各相當四率隔位以比之其大圓之庚己一段與寅庚一段爲比而小圓之壬辛一段與子壬一段爲比其比例仍同於相當比例四率但以其兩邊各取兩率隔位以比之故謂之隔位比例耳

一種錯綜比例有兩連比例三率此一邊三率內中率與末率之比同於彼一邊三率內中率與末率之比則爲相當比例之四率苟錯綜其位分以此一邊首率與末率隔位爲比復取另一數與彼一邊中率爲比而成同理之四率則此另一數必與彼邊三率爲連比例四率矣如此一邊有甲乙丙三數彼一邊有丁戊己三數將此一邊中率乙數與末率丙數之比同於彼一邊中率戊數與末率己數之比則爲同理比例矣今錯綜其



位分，使此一邊首率甲數與末率丙數隔位爲比，則此復另取一庚數與彼一邊中率戊數爲比，則亦同於相當比例之四率，而此庚數與彼邊丁戊己三數爲連比例之四率矣。何則，試以庚數置於彼邊丁數之上而爲首率，丁移爲中率，戊移爲末率，則此邊甲首率與丙末率之比，同於彼邊庚首率與戊末率之比，但以兩連比例率，互相易位，增入比之之不同，故謂之錯綜比例耳。

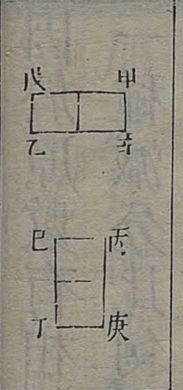



一種加分比例，凡有二率，依本度各加幾倍，所加之分數若等，則此二率互相爲比，仍同於原二率之互相爲比，謂之等倍相加之比例也。如甲乙二數，依甲度加三倍爲丙，依乙度加三倍爲丁，則此丙丁二數互相爲比，仍同於甲乙二數之互相爲比，因於原數有相加之分，故謂之加分比例也。

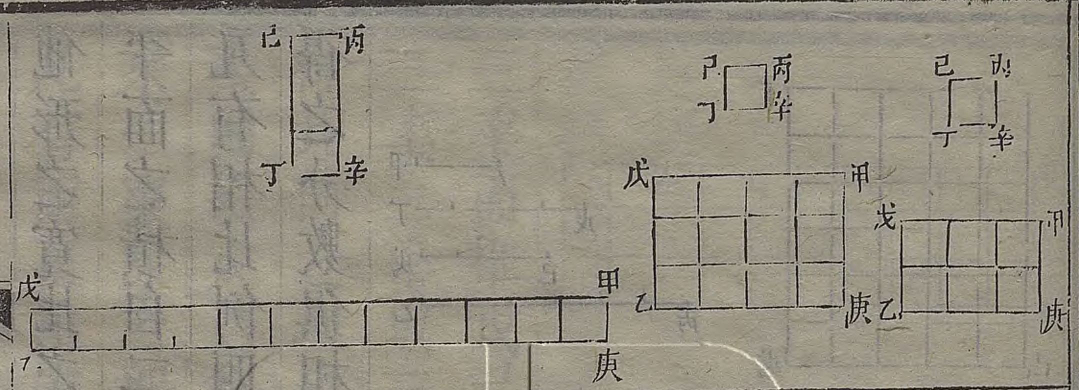
一種減分比例，凡有二率，依本度各減幾倍，所減之分數若等，則此二率互相爲比，仍同於原二率之互相爲比，謂之等分相減之比例也。如有甲乙丙丁二數，甲乙三分內減去甲戊一分，丙丁三分內減去丙己一分，則戊乙己丁互相爲比，仍同於原甲乙丙丁全數之互相爲比，因其於原數有相減之分，故謂之減分比例也。

前所論比例之法，凡一十有二，雖種種變化不窮，其每相當分數所成之率，依然一理，故其相比之例俱同，而皆爲相當比例四率也。是故線與線爲比，面與面爲比，體與體爲比，依前各種比例之法，線之比例若同，則爲相當比例線，面之比例若同，則爲相當比例面，體之比例若同，則爲相當比例體矣。夫線面體

爲類不同雖不能互相爲比假使線面體之每相當分數若等則按其各類相當分數比之亦爲同理比例率也如甲之六分線與乙之三分線相比丙之六分面與丁之三分面相比戊之六分體與己之三分體相比此三種每相當分數既俱相等故其比例亦俱相等而六率互爲同理比例可知矣



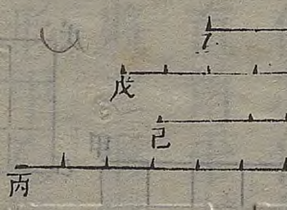
大凡直角平方面積皆生於二線之度故欲知方面所生比例之分將二形之縱橫線分考之即可得而知矣如甲乙丙丁兩方面形甲乙形之甲戊橫界比丙丁形之丙己橫界大一倍而丙丁形之丙庚縱界比甲乙形之甲辛縱界亦大一倍則甲乙丙丁兩形之分必相等如甲乙大形之甲戊橫界比丙丁小形之丙己橫界大三倍甲乙大形之甲庚縱界比丙丁小形之丙辛縱界大二倍則大形與小形

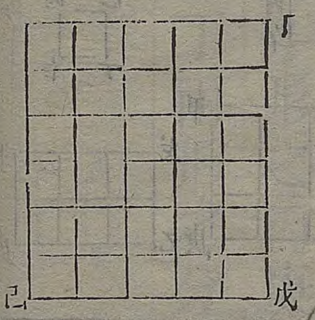


三倍者有二共六爲六分可知矣再如甲乙大形之甲戊橫界比丙丁小形之丙己橫界大四倍甲乙大形之甲庚縱界比丙丁小形之丙辛縱界大三倍則大形與小形四倍者有三共爲十二分可知矣再或甲乙大形之甲戊橫線比丙丁小形之丙己橫線大十二倍而丙丁小形之丙辛縱線比甲乙大形之甲庚縱線反大三倍則大形之寬雖比小形多十一倍而大形之長又比小形少二倍將此縱橫二線之多少較之則大形與小形止爲四分可知矣故凡直角平方面形與他一形相比其比例有二以此形之長與他形之長比之爲一比例以此形之寬與

他形之寬比之爲一比例兩形相比之間而兼兩比例者正以
平面之積自二線之度生之之故也

凡有相比例四率其二率與三率相乘一率與四率相乘則所
得之分數俱相等也如甲乙丁戊戊己乙丙相比例四率甲乙



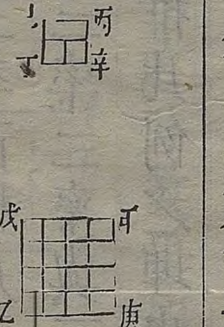




一率爲二分丁戊二率爲四分戊己三率爲三
分乙丙四率爲六分將二率三率相乘一率四
率相乘其分數俱得十二也是故四率中凡有
三率欲求其不知之一率將兩率之分相乘所
得之數以一率之分除之即得其一率矣如甲
乙三分爲一率丁戊六分爲二率戊己五分爲
三率乙丙十分爲四率今只知一率二率三率
之分欲推四率則以二率三率相乘爲丁己三

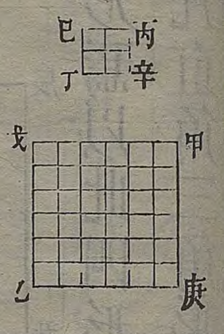

十分乃以甲乙一率除之即得乙丙四率爲十
分矣此以小分爲首率者也或知乙丙戊己丁
戊之三率而推甲乙之一率則以乙丙十分爲
一率戊己五分爲二率丁戊六分爲三率二率
與三率相乘一率除之即得甲乙之四率矣此
以大分爲首率者也又或知甲乙丁戊乙丙之
三率而推戊己之一率則以丁戊爲一率甲乙爲二率乙丙爲
三率二率與三率相乘一率除之即得戊己之四率矣此即反
推比例之理也又或知戊己乙丙甲乙之三率而推丁戊之一
率則以戊己爲一率甲乙爲二率乙丙爲三率二率與三率相
乘一率除之即得丁戊之四率矣此即遞轉比例之理也

凡有兩直角方面形其兩界之比例大幾倍者其兩方面之比

例較兩界為隔一位相加之比例也。如甲乙丙丁同式兩方面形，甲乙方面之縱橫界比丙丁方面之縱橫界為二倍，則甲乙方面內如丙丁方面之二倍者有二，二其二為四，故甲乙方面

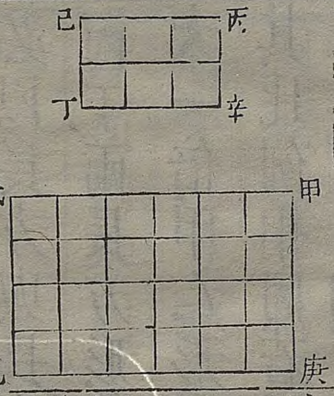



積比丙丁方面積為四倍。凡欲求其比例相連之率，則於甲乙形之界二倍之得八分，與丙丁方界二分為比，即如甲乙面積十六與丙丁面積四分之比矣。夫八與十六、四與八、二與四，皆二分之一之比例；而十六隔八與四比，八隔四與二比，則皆成四分之一之比例。故十六與四較之四與二，為兩界上連比例隔一位相加之比例也。又如甲乙方面之縱橫界比丙丁方面之縱橫界為三倍，則甲乙方面內如丙丁方面之三倍者有三，三其三為九，故甲乙之面積比丙丁面積為九倍。凡欲求其比例相連之率，則

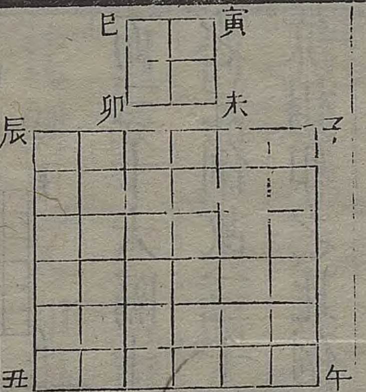



於甲乙形之界三倍之得十八，與丙丁界二分為比，即如甲乙面積三十六與丙丁面積四之比矣。夫十八與六、六與二，皆三分之一之比例。而三十六隔十二與四比，十八隔六與二比，則皆成九分之一之比例。故三十六與四較之六與二，亦為兩界上連比例隔一位相加之比例也。

凡直角方面形有二種，一為長方，一為正方。因其縱橫界之比例各異，故其所生之形不同，而積不得互相為比也。如欲比之，必以長方與長方、正方與正方為比，其比例始行。如甲乙、丙丁兩長方形，其甲乙形之甲戊橫界比丙丁形之丙己橫界大一倍，甲乙形之甲庚縱界比丙丁形之丙辛縱界亦大一倍，其比例相同。若以甲乙形之甲戊橫界比丙丁形之丙辛縱界

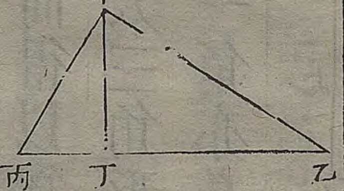



則大三倍以甲乙形之甲庚縱界比丙丁形之丙己橫界止大一分猶不得大一倍其比例則異故甲乙形所生之積爲二十四而丙丁形所生之積爲六俱爲長方形焉又如子丑寅卯兩正方形其子丑形之子辰橫界比寅卯形之寅己橫界子丑形之子午縱界比寅卯形之寅未縱界俱大三倍而比例相同復

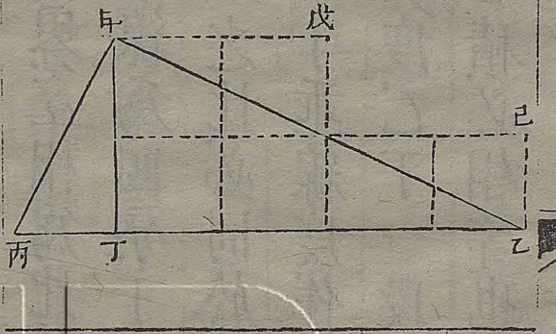



以子丑形之子辰橫界比寅卯形之寅未縱界以子丑形之子午縱界比寅卯形之寅己橫界亦俱大三倍而比例相同故子丑形所生之積爲三十六而寅卯形所生之積爲四俱爲正方形焉以此四形兩兩相比各爲相當比例之四方面也

凡直角三角形自直角至相對界作一垂線則所截之兩段一爲一率一爲三率而所作之垂線爲中率此三率即爲相連比例率也如甲乙丙直角三角形自甲直角至相對乙丙界作一

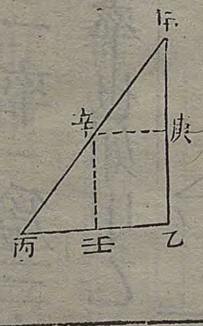



甲丁垂線則截乙丙界爲兩段以乙丁段爲一率則丁丙段爲三率若丁丙段爲一率則乙丁段爲三率而甲丁垂線總爲中率蓋甲乙丁甲丁丙兩三角形爲同式故其相當之乙丁甲丁二界互相爲比即同於甲丁丁丙二界之互相爲比也今以乙丁線爲四分丁丙線爲一分則甲丁線必得二分因四分與二分之比必同於二分與一分之比故爲相連比例三率也若依甲丁垂線度作一戊丁正方形（即爲中率自乘之數）以所截丁丙一段爲寬度乙丁一段爲長度作一己丁長方形（即爲首率末率相乘之數）此兩形之積必相等也何也乙丁線既爲一率則甲丁線爲二率甲丁




線復爲三率則丁丙線爲四率此相連比例三率又爲相當比例四率矣因其可爲相當比例四率故二率與三率相乘一率與四率相乘所得之分數相同也此乃首率末率求中率之法也要之首率末率相乘中率相乘其所成之二式雖異因俱自相連比例四率而生故其積相等而得以爲準也

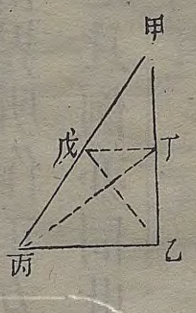
凡大三角形內作小三角形其相當之二角度兩兩相等則其餘一角亦必等謂之同式形也如甲乙丙三角形內作辛庚辛壬二線遂成甲庚辛辛壬丙兩小三角形此兩形庚角壬角既與大形乙角同爲直角而大形甲角又爲甲庚辛小形所同用則小形所餘辛




角必與大形丙角等大形丙角又爲辛壬丙小形所同用則小形所餘辛角亦必與大形甲角等凡同式之形其積雖不同而其相當各界互相爲比俱爲相當比例之率也是故同式形之相當各界比例既同則同式形之面積比例亦同而爲隔一位相加之比例矣然此不獨三角形爲然也凡各等邊形其邊數同相當角度俱等而相當界之比例又同則皆謂之同式直界形又衆曲線形於其內外作各種直界形其式若同則亦謂之同式曲界形凡此大小各種同式形其相爲比例同於其各相當界所作正方形或三角形之互相爲比也若同式各種體積之比例亦同此理惟較之各界之比例則爲隔二位相加之比例耳

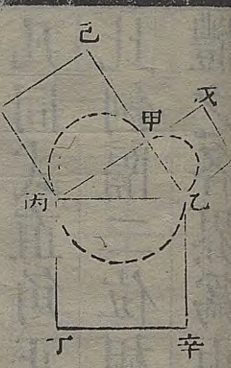
凡三角形在二平行線之間又共立於一線之底則其面積必

兩兩相等．如甲乙丙三角形與乙丙平行作一丁戊線．復自丁



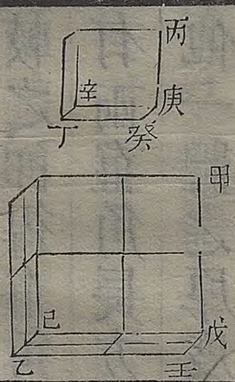

至丙自戊至乙．作二線．則分爲四三角形．此四形內乙戊丁．丙丁戊兩形．既在乙丙丁戊二平行線之間．又共立於丁戊之底．其積必等．於此二形．各加一所截甲丁戊形．卽成甲戊乙．甲丁丙．兩形．其積亦必等．又如甲丁戊．乙丁戊．兩形．其底俱在甲乙一線上．而戊角又共在一處．亦爲二平行線所限．甲丁戊．丙丁戊．兩形．其底俱在甲丙一線上．而丁角又共在一處．亦爲二平行線所限．其積亦無不相等．然則各形之積．互相爲比．亦卽同於各界線之互相爲比也．

凡直角三角形．其直角相對界所作方形之積．必與兩旁界所作兩方形之積等．而直角相對界所作半圓形與小三角形之



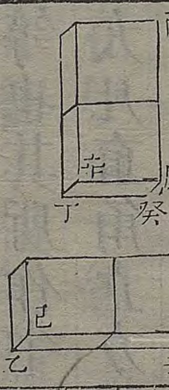

積亦必與兩旁界所作兩半圓形與兩小三角形之積等．如乙丙界所作乙丁方積．與甲乙界所作戊乙方．甲丙界所作己丙方．兩形之積相等也．其所作半圓形．三角形．直界與兩旁相等．亦同此圖．

大凡直角立方體積．皆生於面線互乘之度．故欲知方體所生比例之分．將所比形之長寬與厚詳較之．卽可得而知矣．如甲乙．丙丁．直角立方二體．甲乙體之戊己．戊壬．長寬之度．比丙丁體之庚辛．庚癸．長寬之度大一倍．則戊乙平面底形之內．如庚丁平面底形二倍者有二矣．而甲乙體之甲戊厚度．又比丙丁體之丙庚厚度．又大一倍．則甲乙體形之內．如丙丁體形四倍者有二．可知矣．是故欲知直角方體之比例．以本體之長寬與厚．互相比例．以



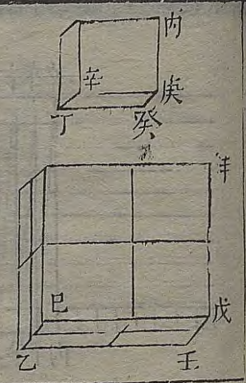
較之，即得直角方體互相爲比之比例也。

有兩直角長方體，若將此一體之底度與他一體之底度，又將他一體之厚度與此一體之厚度爲比，其比例若同，則此二體之積必等也。如甲乙、丙丁兩直角長方體，甲乙體之戊乙底度，比丙丁體之庚丁底度大一倍，而丙丁體之丙庚厚度比甲乙體之甲戊厚度亦大一倍，則甲乙、丙丁二體之積必相等。是故




兩體之底積與厚度相較，則兩體之積可知矣。蓋體積之比例視其面線，今兩體之底面厚度交互相等如此，其體積不得不等也。

凡同式直角正方體，其體積之比例，比之兩界線之比例，爲連比例隔二位相加之比例也。如甲乙、丙丁同式兩正方體，甲乙體之各界爲丙丁體之各界之二倍，則甲乙體內如丙丁體之二倍者有四，二其四爲八，故甲乙體積比丙丁體積大八倍。凡欲求其相連比例之率，則於甲乙體之界四倍之，得八分，與丙丁體界一分爲

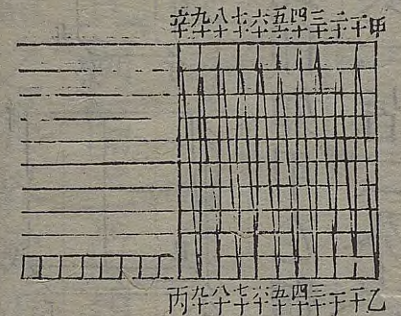



比，即如甲乙體積與丙丁體積之比例矣。夫八與四，四與二，二與一，皆二分之一之比例，今以八與一爲比，其間隔四與二之兩位，故曰同式兩體積之比例，爲兩界上連比例隔二位相加之比例也。若邊爲三倍，則面爲九倍，而體爲二十七倍，亦爲隔二位相加之比例也。

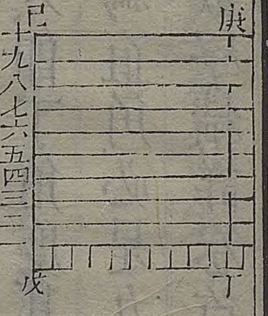
凡圓面半徑與球體半徑等者，其圓面積爲球體外面積四分之一，而圓面半徑與球體全徑等者，其圓面積與球體外面積等。又球體全徑與長圓體底徑高度等者，則球體之外面積與長圓體之周圍外積等，而球體積爲長圓體積三分之二。又尖圓體之底徑與球體全徑等，而高與球之半徑等者，則尖圓體

積爲球體積四分之一，又即爲半球體積二分之一也，凡此各種之比例，皆以比例而得者也。

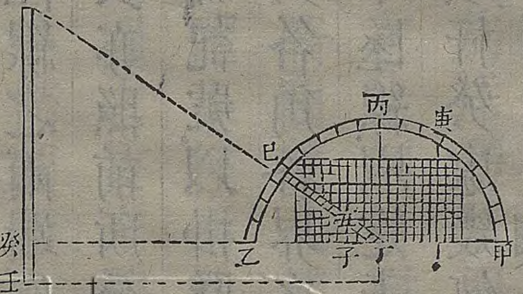
凡橢圓體大徑與圓球體徑相等者，其二體積之比例，同於橢圓體小徑所作方面與圓球體徑所作方面之比，又即同於函橢圓之長方體與函球之正方體之比，其外面積之比例，又即同於橢圓體小徑與球體全徑之比也。




作分釐尺法，如甲戊尺三寸，每寸欲分爲百釐，則將甲乙與戊己邊俱平分爲十分，作諸橫線，次將一寸之甲辛乙丙兩邊俱分爲十分，再於甲辛邊之第一分作斜線至乙丙邊之乙處，如此作十斜線，俱與第一分斜線平行，即分乙丙之一寸爲一百釐也，何則甲辛乙丙皆爲一寸之度俱平分爲十分矣，今又作橫線斜線各十，其橫斜相交處共有百分，此百分即百釐也。如第一斜線與第一橫線相交處，即爲一釐，與第二橫線相交處，即爲二釐，至第十橫線相交處，即爲十釐，一線十釐，十線百釐矣。




作分數比例測量儀器法，以甲丙乙半圓界分爲一百八十度，每度作六十分，將丁甲丁乙丁丙三半徑線，照所容方界分截開分爲一百分，於每分上俱與三半徑平行作縱橫線，於甲乙徑線之兩端作兩定表，以圓丁心爲樞，作一遊表，如丁己，將遊表亦照前所分度分，作一百四十分，復於此儀器後面作一垂線記號，以掛墜線，如庚卽成一全儀器，用以測高深廣遠可知其各角各界之度矣，如有一辛壬棋杆，欲測其高，則將儀器定準墜線，以定表對地平癸，遊表對旗杆頂辛，乃量儀器中心至旗杆癸處幾何，如有四十丈，則看儀器丁乙線上自丁心至子




得四十分以當四十丈卽看與子相對垂線至遊表相交處有幾何如丑子三十分卽爲旗杆自辛至癸相當數三十丈也再加癸壬高卽得旗杆辛壬之高矣蓋儀器上之丁子丑與所測之子癸辛爲同式三角形其相當各界之比例俱同故丁子與子丑之比卽同於丁癸與癸辛之比也若欲知丁辛弦綫數卽視遊表自丁至丑相交之處得幾何如有五十分其相當數卽爲五十丈也若欲知丁癸辛三角度則視圜界與遊表相交處如己其乙己弧三十五度十三分卽丁角度其餘己丙弧五十度四十七分卽辛角度而癸角爲直角必是九十度也

數學精詳卷首終

南海孔繼藩初校
鄒鏡瀾覆校

# 數學精詳卷一

虞山屈曾發省園氏輯

## 九章名義歌

數學從來有九章方田粟布易推詳衰分辨別多和寡少廣開除圓與方商度功程術最妙均平輸送法尤良盈朒隱互須列位方程正負要排行若算高深幷廣遠好將勾股細思量

## 算學提要訣

學算之人須努力加減乘除時時習觀其發問果何如仔細斟量分法實若然法實旣能知次求定位最爲急再考諸分母子名商除之法細尋繹有能致志用工夫算學雖深可盡識

## 九九合數

少數在上多數在下加減乘除皆呼此數

一一如一　一二如二　一三如三

二二如四

二三如六。　三三如九。　一四如四。　二四如八。
三四一十二。　四四一十六。　一五如五。　二五一十。
三五一十五。　四五二十。　五五二十五。　一六如六。
二六一十二。　三六一十八。　四六二十四。　五六三十。
六六三十六。　一七如七。　二七一十四。　三七二十一。
四七二十八。　五七三十五。　六七四十二。　七七四十九。
一八如八。　二八一十六。　三八二十四。　四八三十二。
五八四十。　六八四十八。　七八五十六。　八八六十四
一九如九　二九一十八。　三九二十七。　四九三十六。
五九四十五。　六九五十四。　七九六十三。　八九七十二。
九九八十一。　右法遇十本身改，逢如下位加。

九歸歌 多數在上，少數在下。歸法呼此數。



一歸　一不須歸　其法故不立。逢一進一十，至逢九進九十，是也。
二歸　二一添作五。　逢二進一十。逢四進二十，逢六進三十，逢八進四十。
三歸　三一三十一。　三二六十二。　逢三進一十。逢六進二十，逢九進三十。
四歸　四一二十二。　四二添作五。　四三七十二。　逢四進一十。
逢八進二十。
五歸　五一倍作二。　五二倍作四。　五三倍作六。　五四倍作八。
逢五進一十
六歸　六一下加四。　六二三十二。　六三添作五。　六四六十四。
六五八十二。　逢六進一十
七歸　七一下加三。　七二下加六。　七三四十二。　七四五十五。
七五七十一。　七六八十四。　逢七進一十。
八歸　八一下加二。　八二下加四。　八三下加六。　八四添作五。

八五六十二 八六七十四 八七八十六 逢八進一十

九歸隨身下 逢九進一十 九一下加一至九八下加八是也

解曰 三歸云三一三十一，謂如三人分銀一兩，各得三錢，共除九錢，餘存一錢，再用三歸，又除九分，餘存一分也。又云三二六十二，謂如三人分銀二兩，各得六錢，共除一兩八錢，餘存二錢，再用三歸，又除一錢八分，餘存二分也。又云逢三進一十，謂如三人分銀三兩，各得一兩也。餘倣此。

分法實訣 凡因乘不必拘，惟歸除不可顛倒錯誤，須詳理而分之。

一曰以所有總數為實，以所求每數為法。

一曰有總物而又有總價，或云每物，即以物為法，以價為實；或云每價，即以價為法，以物為實。餘倣此

定位訣

數家定位法為奇，

因乘俱向下位推。但用因乘法，實後定位，故曰乘法雖陞而位反降，又曰乘從每下得術。

加減只須認本位，加法、減法本身不動，故曰只須認本位。

歸與歸除上位施。但用歸除法，實前定位，故曰除法雖降而位反陞，又曰歸從法前得令。

法多原實逆上法，此謂法多實少者，蓋法數多而實數少也，須從實首位數起，逆數至法首位之數止。

法前得令順下宜。再進前一位得令，令者斤、兩、石、斗、丈、尺、貫、箇等名也。順下是小數，逆上是大數也。

法少原實降下數，此謂法少實多者，蓋法數少而實數多也，須從實首位數起，降下至法首位之數止。

法前得令逆上知。却進前一步得令，逆上則十、百、千、萬，逐位而大，順下則錢、分、釐、毫，挨次而小也。

又十二字訣

乘從每下得術，術者，乃法首位每下該得之名也。從實首位數起，降下至法首位每數則止，再下一位，得法首每下該得之名，是兩呼兩，是石呼石。以上十百千萬，以下錢分釐毫也。

歸從法前得令。注見前

加減乘除總說

算法以加減乘除為八門，然究其終，雖至於千變萬化，總不出

乎此、但用法不同耳、或應取其相和之數、則用加、或應取其相較之數、則用減、或應聚而總其積、則用乘、或應散而取其分、則用除、又有先加而後減者、或先減而後加者、有先乘而後除者、或先除而後乘者、又有加減與乘除、先後互用者、古來九章命算、自方田以至句股、數有煩簡、理有顯晦、法有深淺、算有難易、然何一不從加減乘除而得、故淺言之、則算法之入門、究言之、實算法之全體也、

加法訣

加法須從下位先、　法首有一姑舍旃、　十加本位零加次

一外添如法更玄、 用減法還原○又有幾數相併亦曰加、所謂取其相和之數也、

減法訣 亦曰定身除、從實首位起、

減法須知先定身、　得其身數始爲眞、　法中有一何曾用

身外除零妙入神、 用加法還原○又有幾數相減亦曰減、所謂取其相較之數也、

因法訣 因與乘一也、單位法謂之因、法位數多謂之乘、特以此而異其名耳、又總名之曰乘、

因法須呼九九數、　起手先從末位推、　言十就身如一下位

若要還原用九歸、

歸法訣 歸與除一也、單位法謂之歸、法位數多謂之歸除、又總名之曰除、

學者如何算九歸、　先從實上左頭推、　逢進起身須進上

下加不動下施爲、 用因法還原、

乘法說

乘者、兩數相因而成也、蓋有兩數、視此一數有幾何、彼一數有幾何、將此一數照彼一數加幾倍、則兩數積而復成一數、故謂之相因而成、然不用加而用乘者何也、蓋加須層累而得、乘則一因即得、此立法之精、而理則實相通也、如有六與十兩數、以

十為主而加六次得六十以六為主而加十次亦得六十今以十為主而六乘之或以六為主而十乘之皆得六十其數無異而用為捷矣

乘法訣

下乘之法留頭真起手先將法二因三四五來乘遍了却將法首破原身用歸除還原○原有破頭乘掉尾乘隔位乘諸法總不如留頭乘之妙

除法說

除者兩數相較而分也蓋視大數內有小數之幾倍將大數照小數減幾次則大數分而復為一小數故謂之相較而分然不用減而用除者何也蓋減必遞消其餘除則一歸即得除之與減即猶乘之與加正相對待者也如有大數一十二小數四若用一十二以四減之三次而盡即知一十二為四之三倍也今用除法呼四一二十二逢四進一十即知一十二為四之三倍矣此除之與減理相通而用較捷也



歸除訣

惟有歸除法更奇將身歸了次除之先將法首對實首呼九歸歌歸之次將歸見數對法次位以下呼九九數挨次除之有歸若是無除數起一還將原數施若本位有子可歸次位無子可除或雖有子不敷除也則用後起一還原法或遇本歸歸不得撞歸之法莫教遲如一歸只一子二歸只二子因下位無子可除故不能歸也則用後撞歸敷除仍不敷除則再用起一還原法若人識得中間意算學雖深可盡知

撞歸法

一歸見一無除作九一二歸見二無除作九二三歸見三無除作九三

四歸見四無除作九四、五歸見五無除作九五、六歸見六無除作九六、七歸見七無除作九七、八歸見八無除作九八、九歸見九無除作九九、

起一還原法

一歸起一下還一、二歸起一下還二、三歸起一下還三、四歸起一下還四、五歸起一下還五、六歸起一下還六、七歸起一下還七、八歸起一下還八、九歸起一下還九。

命分說

凡歸除分至最細而可以恰盡無餘者，謂之無奇零數，若分至最細而屢除不盡者，謂之有奇零數，其零數若畧去之，則不能復還原數，此命分之所以立也，其法命爲分母分子，分母者，即歸除之法數也，分子者，即除不盡之實數也，凡不盡之數得分母中之幾分者，即命爲幾分之幾，是以命分之一法，所以濟歸除之不逮也。

約分說

約分者，以所命之分約之以就整分也，蓋命分是就其數之多寡全而紀之，而約分則即其多寡之數從而約之以求簡易焉，其法以分母分子兩數輾轉相減，務期減餘兩數相同，是爲度盡兩大數之一小數，乃以此數爲一分，以除分母得幾分者，即約分母爲幾分，又除分子得幾分者，即約爲分母幾分中之幾，凡諸法中有帶分者，皆由約法而得，則約分實帶分之根也，若夫數之不可約者，兩數互轉相減，必至於一，始可以減盡，一之外，別無他小數可以度盡此兩數也，即不用約分，用命分誌之可也。

約分訣

約分須分子母名。更相減損至同成。就把其同為法則。除來各數自無零。

設如古歷歲實命為三百六十五日又一百分日之二十五，問約得幾何？答曰：四分日之一。法置母一百，以子二十五減三次，餘亦二十五，謂之子母相同，就以此為法，以除母數得四分，以除子數得一分，即約得四分日之一也。蓋將一日剖作四分，而得其一分也。

凡約分法，以分母分子相減，必得相等之數，然後用之。蓋因此數可以度盡分母，又可以度盡分子也。今以相等之數二十五為一分，則分母一百有四倍二十五，而餘數二十五又恰足一分之數，故為四分日之一。一百與二十五之比，即同於四與一之比，是四與一即為一百與二十五之相當最小數也。

設如有緜二百五十二斤，賣過一百四十四斤，問約得幾何？答曰：七分斤之四。法置母二百五十二，減去子一百四十四，餘母一百〇八，反將子一百四十四減去餘母一百〇八，餘子三十六，又將餘母一百〇八減去餘子三十六二次，餘亦三十六，謂之更相減損至同，就以此為法，以除原母得七分，以除原子得四分，即約得七分斤之四也。

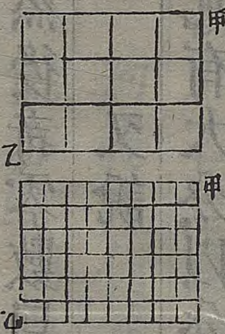
## 通分說

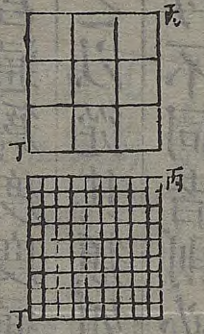
凡奇零數目不以十遞析者，難以立算，則用通分。如斤通為兩，宮通為度，度通為分之類是也。又有整數而帶零分者，則必通之以從其類，如化整為零、收零作整之類是也。或有零分而分母不同者，則必通之以同其母，如互乘之類是也。通分之法立，然後奇零數目得以歸有餘、齊不足，而帶分之法皆根於此矣。

## 又說

凡有大分，以分母乘之，通為小分，則為通分法也。然不曰乘而曰通者，何也？蓋乘則積少成多，其得數溢於原數之外；通則變大為小，其得數仍含於原數之中也。如甲乙長方形圖，原大分

一十二其分母爲四今通爲小分則以分母四乘大分一十二得小分四十八其數雖比原大分加四倍然其每分之分只得原數四分之一故仍含於甲乙方形之內而未嘗溢出原數之外也又如丙丁方形圖原大分九其分母爲九今通爲小分則以分母九乘大分九得小分八十一其數雖比原大分加九倍然其每分之分只得原數九分之一故仍函於丙丁方形之內亦未嘗溢出原數之外也推之每分之母或爲八或爲十二或爲數十亦皆倣此通之其所通之數雖至千萬而要皆未有溢於所通原分之外者矣




互乘說

凡有兩數其分母分子俱不同則紛紜難御無可置算故必依此數之分將彼數加爲幾倍又依彼數之分將此數加爲幾倍則兩分數既同而比例亦同矣如甲乙二數甲爲三分之二乙爲四分之三欲辨其孰大則先以分母三四相乘得一十二爲其母數再以甲分母三互乘乙分子三得九爲乙數化一十二分之九又以乙分母四互乘甲分子二得八爲甲數化一十二分之八故法用互乘者所以齊其分母也夫以兩分母相乘得一十二者乃以兩分母俱變爲十二分也以甲分母互乘乙分子得九者乃以乙分子變爲十二分中之九也以乙分母互乘甲分子得八者又以甲分子變爲十二分中之八也蓋兩分母既變爲同等則兩分子亦俱爲同分母之子矣若子母分有幾數而子數同爲一者先以各母連乘得數次以各母除之則爲各子數也如甲乙丙三數甲爲二分之一乙爲三分之一丙爲四分

之一則先以三母連乘得二十四為甲乙丙共母數又以甲母二除之得一十二為甲之子數以乙母三除之得八為乙之子數以丙母四除之得六為丙之子數也若子母分有幾數而子母數俱不同者亦先以各母連乘得數次以各母除之得數復以各子乘之即為各子數也如甲乙丙三數甲為三分之二乙為四分之三丙為五分之四則先以三母連乘得六十為甲乙丙共母數又以甲母三除之得二十再以甲子二乘之得四十為甲之子數以乙母四除之得一十五再以乙子三乘之得四十五為乙之子數以丙母五除之得一十二再以丙子四乘之得四十八為丙之子數也若大分下又帶小分者則以小分母通大分母為母數又以小分母通大分子加入小分子為子數然後以所變之兩母數兩子數算之如甲乙兩數甲數四分之三又帶此一分之七分之二乙數九分之五又帶此一分之三分之一則先以甲小分母七通甲大分母四得二十八仍以甲小分母七通甲大分子三得二十一加入甲小分子二得二十三共得二十八分之二十三為甲大小分所變之數次以乙小分母三通乙大分母九得二十七仍以乙小分母三通乙大分子五得一十五加入乙小分子一得一十六共得二十七分之一十六為乙大小分所變之數然後以所變之子母乘除加減隨其宜而用之可也今再分加減乘除之法於左

### 帶分加法

凡零數相加兩分母同者即併兩分子為得數如九分丈之七與九分丈之五相加兩分母同為九分則兩分子亦同為九分中之零分故不用互乘徑併兩分子得一十二又以滿母數九收

爲一丈所餘三。仍爲九分中之三分。故相加得一丈零九分丈之三也。此分母相同之加法也。

凡零數相加。兩分母不同者。則用互乘法。以所變兩子相加爲得數。前說論之詳矣。此分母不同之加法也。

又或分母不同。可以加減之使同者。則變而同之。可省互乘。如八分兩之一。與一十二分兩之三。則將一十二分兩之三。各減三分之一。變爲八分兩之二。則兩分母同爲八分。亦徑併兩分子一二得三。爲相加之數矣。又如六分石之五。與三分石之二。則將三分石之二各加一倍。變爲六分石之四。則兩分母同爲六分。亦徑併兩分子五四得九。內以滿母數六。收爲一石。餘三爲六分石之三。卽相加之數矣。

凡子母數有三四種相加者。其分母分子俱不同。則用互乘法。三種者。以第一數與第二數互乘。相加得數。又與第三數互乘相加。四種者。以第一數第二數互乘相加得數。與第三數互乘。相加得數。復與第四數互乘相加。如兩分母相同者。卽併其兩分子。而與所餘之分母不同者。用互乘以加之。又或有兩分母相乘後。所得之數。與所餘之分母相同者。則直以所得之分子。與所餘之分子相加。爲得數。卽不用互乘矣。如三分斤之一。又四分斤之二。又五分斤之三。相加求總數。法以前二數案互乘法相加。得一十二分斤之十。乃以一十二分斤之十。與第三數用互乘法相加。得六十分斤之八十六。因子數大於母數。乃收六十爲一整數。餘二十六爲零數。卽得一斤零六十分斤之二十六。爲三數相加之總數也。凡子母分有四五種相加者倣此。又如五分丈之三。又四分丈之一。又五分丈之一。相加求總數。法以五分丈之三。與五分

丈之一兩分母相同則以此二數併為五分丈之四與四分丈之一依互乘法相加得二十分丈之二十一因子數大於母數乃收二十為一整數餘一為零數即得一丈零二十分丈之一為總數也又如三分兩之二又四分兩之三又一十二分兩之四相加求總數法以前二數案互乘法相加得一十二分兩之一十七與第三分母適相同即以所得之分子一十七與第三分子四相加得二十一因子數大於母數乃收一十二為一整數餘九為零數即得一兩零一十二分兩之九為總數也

帶分減法

凡零數相減兩分母同者即將兩分子相減為餘數如一十一分丈之七減一十一分丈之五求餘數法以兩分母同為一十一分則兩分子亦同為一十一分中之零分故徑將兩分子七五相減餘二為兩數相減餘數得一十一分丈之二此分母相同之減法也

凡零數相減兩分母不同者則用互乘法以所變兩子相減得餘數如加法例此分母不同之減法也如兩分母不同可加減之使其相同者亦如加法中例故不重設

凡零數與整數相減者即以分子與分母相減得餘數如米一石內減七分石之五求餘數法以米一石通為七分石之七為分母與分子五相減餘二即得七分石之二為餘數也此整數中減零數法也

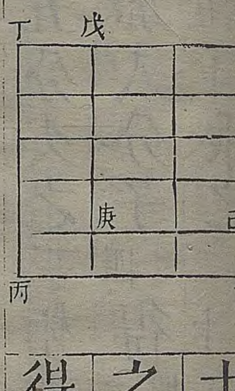
凡整數帶零分相減者將兩零分互乘變為同母然後減之如銀八兩零五分兩之四內減五兩零七分兩之三求餘數法以兩零分互乘變為八兩零三十五分兩之二十八內減五兩零三十五分兩之一十五得

三兩零三十五分兩之一十為餘數也。此整數帶零分相減之法也。

凡子母數三四種相減者，其分母分子俱不同，則用互乘以齊其分母，按前法減之。如兩分母相同者，即將其兩分子相減，而與所餘之分母不同者，用互乘以減之。又有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者，則直以所得之分子與所餘之分子相減，即得餘數。其理俱與加法同。

帶分乘法

零分與零分相乘者，兩分母兩分子各相乘所得之數，即乘出之分也。如三分丈之二與五分丈之四相乘，法以兩分母三五相乘得一十五，又以兩分子二四相乘得八，即定為一十五分丈之八，為乘出之數也。試作圖以明之。如甲乙為一丈，甲丁亦為一丈，作一甲乙丙丁正方形，將甲丁分為三分，甲乙分為五分，內共容一十五分，即兩分母乘出之共母數也。甲丁三分之二為甲戊，甲乙五分之四為甲己，二數相乘，得甲己庚戊長方形，內容八分，即兩分子乘出之共子數也。正方與長方相較，即知長方為正方一十五分之八矣。此零分乘零分之法也。




零分與整數相乘者，分子乘整數，而以分母除之，即所得之數也。如有七人，每人賞銀五分兩之二，法以分子二乘七人得一十四，以分母五除之，得二兩八錢，即七人共該之數也。蓋五分兩之二，是一兩分為五分，而得其二分也。一人得二分，則七人必共得一十四分。既以一兩分為五分，今滿五分收為一兩，故一十四分為二兩八錢也。此零分與整數相乘之法也。此即後歌訣所云一邊子母無整數，子因其物母除之也。

整數帶零分與整數乘者先將此帶分之整數以分母通之加入分子與彼整數相乘卻以分母除之卽得總數也如一百九十人每人支銀一兩又一十九分兩之一求共該銀數法以分母一十九通銀一兩為一十九加入分子一共二十以乘共人一百九十得三千八百以分母一十九除之得二百兩卽共該銀數也此整數帶零分與整數相乘之法也此卽後歌訣所云一邊子母帶整數母乘整分子納之以乘共物為之實卻將分母法除之也

整數帶零分與零分乘者先將整數通為零分相乘得數以分母自乘之數除之卽得如有整數二丈又五分丈之四與零分五分丈之三相乘求總數法以整數二丈用分母五通為一十分加入分子四得一十四分乃與零分分子三相乘得四十二以分母五自乘之二十五除之得一百六十八尺卽所求之數也此整數帶零分與零分相乘之法也此因兩分母相同故用此法如分母不同則用互乘法齊其分母乃以所變之分母化整為零再與彼所變分子相乘得數以所變分母自乘之數除之卽得也

整數帶零分與整數帶零分相乘而分母不同者則用互乘法齊其數然後以相同之分母各化整為零加入分子相乘得數再以同母自乘之數除之卽得如長方田闊二丈又四分丈之三長三丈又三分丈之二求積法以兩分母四三相乘得一十二以前分母四乘後分子二得八以後分母三乘前分子三得九乃以共母數一十二通闊二丈為二十四分加入分子九得三十三分為闊分數又以一十二通長三丈為三十六分加入分子八得四十四分為長分數爰以兩數相乘得一千四百五十二分乃以同母一十二自乘之一百四十四歸除之得一十丈〇八尺又三分尺之一為所得之積也此整數帶零分與整數帶零分相乘之法也此卽後歌訣所云兩邊子母帶

整數。照前乘納相乘之。同母自乘爲法。則法除實分不差池也。蓋有一法。不用互乘。得數亦同。更爲直捷。以前分母四通濶二丈爲八。加分子三。得濶一十一分。以後分母三。通長三丈爲九。加分子二。得長亦一十一分。兩數相乘。得一百二十一分。乃以兩分母四三相乘得一十二。爲法除之。卽得積一十丈〇八尺。不盡四。約得三分尺之一也。

帶分除法

零分歸除零分者。兩分母兩分子各自除之所得之數。卽除出之分也。如有奇零不盡者。用互乘法代除。卽得分數。其比例與除出之法同。如九分丈之二以三分丈之一除之。求得幾何。法以九分丈之二爲實。三分丈之一爲法。以法分母三除實分母九。得三。又以法分子一除實分子二。仍得二。卽定爲三分丈之二。爲所得之數也。若用互乘代除法。則以實分母九乘法分子一。得九。爲除出之分母。又以法分母三乘實分子二。得六。爲除出之分子。則定爲九分丈之六。爲所得之數也。此法與前法。所得之分母分子。數雖不同。而理則一。蓋三分之二。與九分之六。其比例實同也。前法以法除實。其得數爲減分之比例。此法兩數互乘。其得數爲加分之比例耳。

設如有米六分石之二。每斗價四分錢之三。問該銀幾何。答曰。二錢五分。 法以兩分子二三相乘得六爲實。以兩分母六四相乘。得二十四爲法。除之得二錢五分。卽所求之數也。此卽後歌訣所云。兩邊子母無整數。乘子爲實。乘母除也。

設如有銀買羽絨每三分丈之一。價四分兩之三。今欲買八分丈之七。問該銀幾何。答曰。一兩九錢六分八釐七毫五絲。 法以原價分母四乘今羽絨分母八得三十二。爲乘出之分母。以原價分子三乘今羽絨分子七得二十一。爲乘出之分子。是爲三十二分之二十一。乃以原羽絨三分丈之一爲法除之。

因分母除不盡，變用互乘法代除，以乘出之分母三十二，乘法分子二十一，仍得三十二，為除出之分母，以乘出之分子二十一，乘法分母三，得六十三，為除出之分子，卽得三十二分兩之六十三，滿分母三十二收為整數一兩，餘三十一，如求真數，以分子三十一乘整數一兩，得三十一兩，以分母三十二除之，得九錢六分八釐七毫五絲，加整數一兩，卽得所求之數也

整數歸除零分者，分母通整數，以除分子，卽得所求之數，如五分丈之三，以八丈除之，求得幾何，法以分子三為實，以分母五通整數八丈，得四十為法，除之，得七寸五分，卽所求之數也，此整數除零分之法也，

零分歸除整數者，分母通整數，以分子除之，卽得所求之數，如六丈，以三分丈之二除之，求得幾何，法以分母三通整數六丈，得十八為實，以分子二為法除之，得九丈，卽所求之數也，此零分除整數之法也，

整數帶零分歸除整數者，先將法實之兩整數俱通為零分，而於法中加入分子，除之卽得，如二十四丈，以二丈零三分丈之二除之，求得幾何，法以分母三通二十四丈，得七十二，為實，又以分母三通二丈，得六，加入分子二，得八，為法除之，得九丈，卽所求之數也，此法以分母三通法實之兩整數者，是將兩整數之每丈俱通為三分也，兩整數既化為同等，則法實一體，故法除實而得所求之數也，此整數帶零分除整數之法也，

整數歸除整數帶零分者，先將法實之兩整數俱通為零分，而於實中加入分子，以法除之，卽得，如前二丈零三分丈之二，以二十四丈除之，求得幾何，法以分母三通二丈，得六，加入分子

二得八為實又以分母三通二十四丈得七十二為法除之得一尺一寸
一分不盡約為九分丈之一即所求之數也蓋七十二與八之比即
同於九與一之比故約為九分之一此整數除整數帶零分之
法也

整數帶零分歸除零分者先將整數通為零分加入分子除之
即得如五分丈之四以三丈零八分丈之一除之求得幾何法
以五分丈之四為實以法分母八通三丈為二十四加入分子一
得二十五共得八分丈之二十五為法用第一條兩分母兩分子各自
除之之法以法分母八除實分母五得六二五為除出之分母以
法分子二五除實分子四得一六〇為除出之分子乃以所得之分
母除所得之分子得二尺五寸六分即所求之數也蓋法之三丈又八
分丈之一乃三丈一尺二寸五分也實之五分丈之四乃八尺
也以三丈一尺二寸五分除八尺得二尺五寸六分今以六二五
除一六〇得數亦同者六二五與三丈一尺二寸五分之比即同
於一六〇與八尺之比為加倍之比例也此整數帶零分除零分
之法也若數有奇零歸除不盡者則用互乘法代除如前數已
將整數通為八分丈之二十五為法乃以實分母五乘法分子
二十五得一百二十五為除出之分母又以法分母八乘實分子四得
三十二為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子亦得二尺
五寸六分蓋一百二十五與六二五之比又即同於三十二與一六
〇之比亦皆為加倍之比例也

零分歸除整數帶零分者先將整數通為零分加入分子以法
除之即得如四丈又三分丈之二以七分丈之四除之求得幾
何法以實之分母三通整數四丈為一十二加入分子二得一十四

共得三分丈之一十四為實以七分丈之四為法用互乘代除之法以實分母三乘法分子四得一十二為除出之分母以法分母七乘實分子一十四得九十八為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子得八尺餘二不盡約為六分尺之一此八尺零六分尺之一即所求之數也此零分除整數帶零分之法也

整數帶零分歸除整數帶零分者先各以整數通為零分加入分子以法除實即得如有田五畝又三分畝之二共租銀五兩又二十七分兩之一每畝求得幾何法以銀分母二十七通五兩為一百三十五加入分子一得一百三十六共得二十七分兩之一百三十六為實又以田分母三通五畝為一十五加入分子二得一十七共得三分畝之一十七為法用互乘代除之法以銀分母二十七乘田分子一十七得四百五十九為除出之分母以田分母三乘銀分子一百三十六得四百〇八為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子得八錢八分八釐又四百五十九分釐之四百〇八即每畝所出租銀數也此整數帶零分除整數帶零分之法也

設如城守兵一營其糧可支一年又七分年之二今汰去兵三分之一求應支年數幾何答曰一年又七分年之六分半

法以年分母七通一年為七分加入分子二得七分年之九又以兵分子一減分母三餘二為現存兵三分之二因兩分母不同故用互乘以齊之以兩分母七三相乘得二十一為共母分即原兵分以年分母七乘兵分子二得一十四為現存兵分以兵分母三乘年分子九得二十七為原年分即以所通現存兵分一十四為法以原年分二十七乘原兵分二十一得五百六十七以法除之得四十分半滿母數二十一收為一年餘數為一年又二十一分年

之一十九分半用法約之得一又七分之六分年年之半為今應支之年數
也蓋現存兵比原兵少三分之一則支糧年數必多三分之
一故現存兵一十四與原兵二十一之比即同於原年分二
十七與今年分四十分半之比也

通分訣

一邊子母無整數　子因共物母除之　兩邊子母無整數
乘子為實乘母除　一邊子母帶整數　母乘整令子納之
以乘共物為之實　却將分母法除之　兩邊子母帶整數
照前乘納相乘之　同母自乘為法則　法除實令不差池

異乘同除說

數有應先除後乘者但用除法多有奇零不盡之數則無由而
乘故變用先乘後除雖有不盡之數皆可命之此通變之法也
以今有之此一件乘原有之彼一件故曰異乘以原有之此一
件除之而得今所求彼一件之數故曰同除

又訣

異乘同除法何如　物賣錢來作例推　先用原錢乘共物
却將原物法除之　算者留心能善用　一絲一忽不差池

設如原有麥三斗五升磨麪二十五斤今要麪一百七十五斤
問該麥幾何答曰二石四斗五升　法以原麥三斗五升乘今用
麪一百七十五斤得六十一石二斗五升為實以原磨麪二十五斤為法除之即得
設如原有麥八斗六升磨麪六十四斤半今有麥三十五石四
斗八升問該磨麪幾何答曰二千六百六十一斤　法以原
磨麪乘今麥得二萬二千八百八十四斤六為實以原麥八斗六升除之即得

同乘異除訣

同乘異除法可識。原物價相乘爲實。今物除實求今價。
今價除實求今物。

設如有田一畝，原濶八步，長三十步，今濶要一十二步，求得長幾何。答曰：二十步。法以原濶八步乘原長三十步得二百四十步爲實，以今濶一十二步爲法，除之即得。按異乘同除法，以原有之兩件爲一率二率，今有之一件爲三率，今所求之一件爲四率，俱以原有之一件與今有之一件相乘，其積相等。同乘異除法則以原有之兩件爲二率三率，今有之一件爲一率，今所求之一件爲四率，是原有之兩件相乘，今有之兩件相乘，其積相等。此兩法異同之故也。

設如原有小珍珠五十顆，重一兩，價一十二兩，今有大珍珠三十顆，重一兩，問該價幾何。答曰：二十兩。法以原珠五十乘原價一十二得六百兩爲實，以今珠三十爲法，除之即得。

異乘同乘法。謂如以四乘之，又以五乘之，再以七乘之者，就變法以四乘五得二十，再以七乘之得一百四十，就以一百四十爲法乘之，以代三次相乘，而數一轍也。

設如每人日織錦八尺二寸五分，今有五十六人，共織二十七日，問該織錦幾何。答曰：一千二百四十七丈四尺。法以五十六人乘二十七日得一千五百一十二工，再以日織八尺二寸五分乘之即得。

異除同除法。謂如用四除之，又用五除之，再用一十二除之者，就變法以四乘五得二十，再以一十二乘之得二百四十，就以二歸四除，以代三次歸除，而數一轍也。

設如有客一十五人，住一十二日，共用米三石六斗，問每客日用米幾何。答曰：二升。法以米三石六斗爲實，以一十五人乘一十二日得一百八十人爲法，除之即得。

同乘同除法。謂應一除一乘，再除再乘，又除又乘，多有不盡之數，今變法總乘爲實，總乘爲法，除之。

設如以夏布換棉布，但知每夏布三丈，價銀二錢，每棉布七丈，價銀七錢五分，今有夏布四十五丈，問換棉布幾何。答曰，二十八丈。

法以夏布價二錢乘棉布七丈，得一兩四錢，再以夏布四十五丈乘之，得六十三丈為實，以棉布價七錢五分乘夏布三丈，得二兩二錢五分為法，除之即得。此法乃合兩比例為一比例也。如分作兩比例明之，每夏布三丈，價銀二錢，今夏布四十五丈，則價銀應得三兩，此一比例也。棉布價銀七錢五分，得棉布七丈，今夏布四

一比例

一率　夏布三丈

二率　二錢

三率　夏布四十五丈

四率　三兩

十五丈之價三兩，則應得棉布二十八丈，此又一比例也。夫銀三兩原為夏布四十五丈之價，則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈價銀亦應三兩可知矣。蓋兩比例中，一以三丈作一率，一以七錢五分作一率，故以三丈與七錢五

一率　七錢五分

二比例

二率　棉布七丈

三率　三兩

四率　棉布二十八丈

分相乘，得二兩二錢五分而為一率，是合兩一率而為一一率也。一以二錢作二率，一以七丈作二率，故二錢與七丈相乘，得一兩四錢而為

總比例

一率　二兩二錢五分

二率　一兩四錢

三率　夏布四十五丈

四率　棉布二十八丈

二率，是合兩二率而為一二率也。而後比例之三率，即前比例之四率，如以兩三率相乘為三率，則所得四率，亦為兩四率相乘之數，必須以前比例之四率除之，方得後比例之四率，故即以夏布四十五丈為三率，而得棉布二十八丈為四率也。

同乘同除

設如原有鵞八隻，換雞二十隻，每雞三十隻，換鴨九十隻，每鴨六十隻，換羊二隻，今却有羊五隻，換鵞問該幾何。答曰，換鵞二十隻。

法先用異乘同乘法，以原鵞八乘原雞三十，得二百四十，又以原鴨六十乘之，得一萬四千四百，再以今有羊五乘之，得七萬二千為

實又用異除同除法以換雞二十乘換鴨九十得一千八百又以換羊二乘之得三千六百為法除實即得此法乃合三比例為一比例也如分作三比例明之羊二隻換鴨六十隻則羊五隻必換鴨一百五十隻此一比例也鴨九十隻換雞三十隻則鴨一百五十隻必換雞五十隻此二比例也雞二十隻換鵞八隻則雞五十隻必換鵞二十隻此三比例也夫雞五十隻原為鴨一百五十隻之所換而鴨一百五十隻又原為羊五隻之所換則雞五十隻所換之鵞二十隻即為羊五隻之所換可知矣今以三比例之各一率連乘之為一率又以三比例之各二率連乘之為二率者正合三比例為一比例也

設如原有麥一萬二千石車一十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車一十六兩每車載四石日行六十里問運完日數幾何答曰七十五日

法以原有麥一萬二千石互乘今車一十六輛得一十九萬二千輛又以今車載四石乘之得七十六萬八千石又以今行六十里乘之得四千六百〇八萬里為法以今有麥三萬石互乘原車一十二輛得三十六萬輛又以原車載三石乘之得一百〇八萬石又以原行八十里乘之得八千六百四十萬里又以原運日四十日乘之得三十四萬五千六百萬日為實以法除實即得此法乃合四比例為一比例也如分作四比例明之則先以麥數為比例原麥一萬二千石四十日運完今麥三萬石則應運一百日此一正比例也然車數不同故次以車數為比例原車一十二輛應運一百日今車十六輛則應運七十五日此一轉比例也然每車所載石數又不同故次以石數為比例原車載三石應運七十五日今車載四石則應運五十六日四分日之一此又一

轉比例也。然日行里數又不同，故次以里數爲比例。原行八十里，應運五十六日四分日之一。今行六十里，則應運七十五日。此又一轉比例也。今以四比例之各一率連乘之爲一率，以四比例之各三率連乘之爲三率者，正合四比例爲一比例也。

南海孔繼藩初校

鄒鏡瀾覆校

數學精詳卷一終