吳士棟編著

復興高級中學教科書

論理

商務印書館發

序言

編著高中的課本不得不根據教育部所頒佈的標準。作者在高級中學論理課程標準所指示的範圍內，力求改造論理課本的內容。本書的編法和一般流行的課本大不相同。大多數的著作者，不分中外，對於演繹和歸納的分別，講得不中肯要。本書將論理學界說為研究辭說間意涵關係的科學，以確定意涵關係與或然意涵關係為主要部分的標目。通常所謂的選言推論及假言推論只是第三章的一部分；所謂的直接推論與間接推論各別是第四第五章的研究對象。作者主張有了火車可坐，便不必坐單輪的木車，因而在第四第五章內完全放棄傳統論理學的陳舊方法，而介紹八卦符號及不相容式以替代之。關於或然推論，作者大都依據 J. M. Keynes。怕求工反拙，對於 "Frequency theory" 一字未提。在初淺的課本裏，說不上什

麼個人的貢獻。只在討論辭說的存在意義時，作者沒有能夠舍得不插入自己所主張的一種說法。本書匆匆付梓，恐怕沒有旁人更比作者知道其中的缺點與仍不撤底處。

二十二年十一月底於杭州洽豐里

目錄

符號對照表

p,q,r,s,t,……………代表辭說

甲,乙,丙,丁,…………………代表辭端(簡單辭說的)

R,V,…………………………代表關係

p',R',甲', …………………代表p的,R的,甲的反稱

p⊃q…………………………代表p意涵q

p⊅q…………………………代表p不意涵q

p≡q…………………………代表p等於q(在意義上)

R→……………………………代表無對調性的關係

←R→…………………………代表有對調性的關係

→R→…………………………代表有傳達性的關係

↔R→…………………………代表是→R→又是←R→的關係

「R」…………………………代表「是」這種關係

=, ε, ⊂……………………………代表是同一的，是其中一份子，屬於

Ř……………………………………代表關係的逆稱

A, E, 〈A〉, 〈E〉, ……………代表四種全謂辭說

I, O, 〈I〉, 〈O〉, ……………代表四種偏謂辭說

‖:, |||, |:|, |::, :|:, :‖, ::|, :::, …代表（八卦符號）以上八種辭說，即 A E I O〈A〉〈E〉〈I〉〈O〉

p/q ……………………………代表 p 根據 q

論理學

第一章

論理學之性質與範圍

論理學研究什麼？論理學是什麼？在提出抽象的定義之先，最好舉幾個實例說明。比方有下面這兩句話：「這是一本關於論理學的書」，「這本關於論理學的書是商務出版的。」論理學所注意的不直接是這兩句話的眞或假。到底這本書是關於那種學科的，到底關於某種學科的這本書是那家出版的，是個事實上的問題。此處所牽涉的事實不很複雜，只須看書面或書的末了一頁便可斷定這兩句話的眞假。但若我們研究這兩句話的關係，而所研究的關係不是兩句話的字數多少或地位先後，而是問其中任一句話的意思是否涵有另一句話的意思，我們才走到論理學的範圍內了。論理學的問題是：有了其

中一句話之後，能否根據它來說其他一句。或說得詳細些，它要問：其中一句話若是眞的，剩下的一句是否因而是眞的。我們知道第二句話若是眞的，我們便可肯定第一句也是眞的。所以關於第一句話的眞，我們可用直接方法來斷定，如翻到書的末了一頁；也可用間接方法來斷定，即以第二句話爲根據而推出它來。直接方法和論理學不相干，雖然論理學很注意這方法所得到的種種結果；間接方法才和論理學有密切的關係，或即是論理學。

再比方我們有這樣的三句話：「上海不在浙江」；「杭州不在河北」；「北平不在江蘇」。事實上這三句都是眞的。但其中的任何一句和其他兩句沒有特別的關係，以至於我們能從其中的任一或任二推出其他的任二或任一。換言之，對於這三句話，只可用直接方法來斷定其眞假，如翻地圖；而不能用間接的推論方法。倘若我們的三句話是這樣的：「上海在浙江」；「浙江在美國」；「上海在美國」：雖然它們都不能成立，第一第二兩句合在一起卻不是和第三句沒有關係的。即第三句是可從頭兩句推演得出來的。第三句話本來是假的，現在仍是假的，即不因爲經過了間接手續便變成眞了。但可否經過這種推演的手續是和論理學大有關係的。

又比方我們有這些材料：「甲乙今天在一起」；「甲乙昨天在一起」；「甲乙前天在一起」；「甲乙總是在一起的」。最後一句話在以往的時間內可否成立，問問旁人或當事者便可解決。這是所設的直接方法。若「總」字不但包括過去而且包括未來，那我們無法單由記憶來解決這問題；我們便不得不問前面三句是否可做我們推演第四句的根據。普通說來，這一點點根據似乎太薄弱了；三天在一起，未必因而總會在一起。倘若將末了一句改為「甲乙明天會在一起」，我們肯定這句話時比較有把握些。太陽出自東方，不知得了幾千幾萬次。人們差不多不懷疑出太陽時太陽不先現於東方。在什麼情形之下，根據才夠充分，才可以有所推論；什麼情形之下，根據不夠充分，不能有所推論：這也是論理學所要研究的。

從以上幾個例子，可以知道論理學所研究的是話與話之間的關係。一般的論理學者稱一句話為一條「辭說」。辭說這名詞是從英文的 proposition 譯出來的。普通將此字譯作「命題」或「命辭」，都不妥當。用上這名詞，我們可說：論理學的對象是辭說之間的關係。辭說之間有各種不同的關係，如為人們所相信或懷疑，如內容易懂或難懂……。論理學所研究的不是這些，而是辭說在意義上相依賴的關係。這種關係可

稱爲意涵關係 (implicative relation)。再用上這個名詞，我們的定義變成爲：論理學的研究對象是辭說間的意涵關係。

兩條或多條辭說若有了意涵關係，我們便可從其中的某一條推出其他一條或多條。推論之是否正確要看被推出的辭說是否和由以推出的辭說眞有適當的意涵關係。因爲意涵關係和推論有這樣密切的關係，我們也可認爲論理學是研究推理方式的科學。旣然思想的主要作用之一是推論，我們又可將論理學界說爲研究思想或批評思想的科學。只須我們記住論理學所做的是些什麼事情，無論採取那種說法都無分別。但爲防免流弊起見，仍以採取上段末了所提出者爲宜。因爲有許多學者說論理學爲研究思想之科學的時候，他們腦子裏所想到的，或希望讀者跟着他們去想的是思想的歷程，而不是可做推論之根據的辭說意涵關係。

現在讓我們將界說裏的幾個名詞詳細解釋一下。我們先解釋辭說。文法裏分表明句，疑問句，願望句，命令句，與驚嘆句。論理學所研究的辭說只限於表明句 (declarative sentence) 一種。表明句將所欲說者直白敍述出來，文法上的各部分比其他句子更完備，因而對於論理學最適宜。換一個法子說，這幾種不同的句子表示幾種不同的心理狀態。對論理學

最適宜的是直敍的或表明的心理狀態。由於文法上的權變，辭說，或表明句，有時可省去一兩字或一部分。但辭說必得滿足（一）意義完備的條件。如「今天天氣好」可簡略爲「天氣好」。但若省去最後一個「好」字，便不成辭說了。沒有「好」字，而同時不代入旁的相當字語，意義便不完備。又如「我給你這件東西」可簡作「給你這個」；但若簡作「我給這件東西」，而上下文又不曾指出有一個接受者，則這只是一堆字而已，不是一辭說。從相反的方面說，辭說又得滿足（二）意義單一的條件。辭說不怕字多，因爲句子可長可短。但辭說的各部分必得組織成一個單一的全體。如「我們同班一本書」，最後三個字便是多有的。又如「好讀書的他是一個學生」，起首四個字放得不對，意義因而不單一。極端的例子，「你我他她它」，或「紅黃藍白黑」，便是旣不單一又不完備。

普通說來，凡在文法上沒有毛病的句子在論理學裏多半是完備單一的辭說。這並非說文法是論理學的基礎。二者的關係正正相反。論理學可稱爲普遍的文法。各種文字有各種不同的文法，如中文文法與英文文法便不相同。論理學卻不是可有多種的。論理學內不只一部分，每個或每派學者所注意的也許不同，每個人或每民族所貢獻的也許不同。我們卻不能說在中

國合乎論理的到了外國便不然了。辭說之間的意涵關係不比風俗習慣一類的現象一樣，是超過時間上與空間上的區別的。論理學爲普遍的文法，任何一種文字的文法可說是一種應用的論理學。文法的性質較近乎風俗習慣，通行以後不易改變。論理學是一種純粹科學，日新月異地在進步中。在文法裏只發生合與不合的問題；在論理學裏卻發生可成立與不可成立的問題。中文說「天下雨」，英文說「It rains」；「天」是個專指的名，「It」是個廣泛的代名詞。用中文說「它下雨」，用英文說「The heaven rains」，都不合乎文法。但上面一句中文與一句英文所代表的辭說卻完全沒有分別。我們稱一堆適當的字語爲一句子時，多半是注意字語的配列；稱它爲一辭說時，我們的注意便移到這些字語所表達的事實或意義上去了。

每一辭說至少要有兩種元素。一種是辭端，相當於文法裏的主詞與賓詞；一種是關係，相當於文法裏的自動詞與他動詞。單有一種元素，如上面舉例過的「紅黃藍白黑」，「你我他她它」，或如「來去走坐立」，「拉拖牽推送」，都不成辭說。必要同時具有這兩種元素才能滿足完備與單一那兩個條件；雖然有了這兩種元素之後仍可不滿足那兩個條件。極簡單的辭說只需一個字做辭端，一個字做動詞，如「甲立」，「乙

坐」。大多數的辭說比這些較長些，較複雜些。兩句或多句簡單的辭說合在一起構成一複合辭說，如「甲立而且乙坐」，「甲若立起來，乙便坐下去」。複合辭說與簡單辭說的情形不同，我們當分別敍述。

就簡單辭說而言，文法裏所謂的各種名詞皆可做它的辭端；不論是專名如上海，南京，或通名如樹木花草，或抽象名詞如仁義道德，或集合名詞如排連團師，或其他種類。辭端卻不等於名詞；辭端可以是好些字所構成的——其中在名詞以外，有形容及其他部分。如在「這朵紅的花是十分好看的」，前面五個一起是一辭端，如在「我想起一件空前絕後的事」，最後八個只算一辭端。就複合辭說而言，它的辭端是整句的簡單辭說；如「甲立而且乙坐」裏的「甲立」與「乙坐」。複合辭說的辭端當然自身可以是複合的辭說，如「（甲在乙之南而且乙在丙之南）則（甲在丙之南）」裏，兩個圓括符之內的各別算一辭端，第一辭端便是一複合辭說。由此可知簡單辭說和複合辭說的分別在辭端的性質。沒有辭說做辭端的是簡單辭說；有辭說做辭端的是複合辭說。

關於辭說裏的另一元素，他動詞比自動詞較值得我們的注意。他動詞在論理學裏被稱爲「關係」(relation)。自動詞

的一面是一辭說，另一面可以是僅僅一個形容詞；意僅僅只有一面。關係卻至少要有兩辭端。根據辭端的數目，可分關係為二端的，三端的，等等。如「我看見你」，「學生聽先生演講」，「看見」與「聽演講」是二端的關係。如「他將這件禮物送給她」，「甲在乙與丙之中間」，「送給」與「在中間」是三端的關係。四端及以上的關係不常見。如「甲託乙轉請丙幫丁的忙」，下面有曲線的幾個字合在一起是一個四端的關係。關係的範圍有伸縮的可能，不和文法裏的動詞一樣。「我很重地打了他一下」，曲線標別出的七個字是一關係。關係裏甚而可包括辭端，如將上面那四端的關係當作兩端的關係，如右：「甲託乙轉請丙幫丁的忙」。反過來，兩端的關係可變做三端或四端的關係，如由「甲見乙」變成「甲見乙與丙」，或「甲見乙與丙與丁」。在關係分類裏所用的標準是關係的至少限度端數；照這標準，三端（或N端）的關係若只有兩端（或N-1端），意義便不完備，如「甲在……之南」。為謀得名詞上的劃一起見，學者將關係二字的意義擴大，稱自動詞為一端的關係，如「孔子死了」，「那是白的」。我們在上面稱辭端以外的另一元素為關係便是依照這種用法。

複合辭說的關係元素比它的辭端元素還較特別。「甲立

而且乙坐」,「甲若立起來乙便坐下去」;在文法裏簡直不是動詞的「而且」,「若……便」是這兩句複合辭說的關係,或「動詞」。複合辭說非有兩辭端不可,因而它的關係至少是兩端的。複合辭說有時可以用意涵關係做「動詞」;辭說間的意涵關係不能不用複合辭說表達。用意涵關係爲「動詞」的複合辭說底眞或假(註),正是論理學的研究對象。本章開始所說論理學不直接注意辭說的眞假是指不以意涵關係爲「動詞」以表達辭說間關係的其他辭說而言。

讓我們進一步來解釋辭說之間的關係。如前所云,辭說之間可有幾種的關係,但論理學所研究的是辭說之間的意涵關係。從一方面說,一切自然科學或社會科學也不過是研究辭說之間的意涵關係而已。物理學告訴我們:「這件東西失去支托了」和「這件東西會向地心降落」之間有這種關係;化學告訴我們「這是水」和「這是 H_2O」之間有這種關係;經濟學告訴我們「這種貨物供給過多」和「這種貨物會跌價」是有這種關係的;餘此類推。但論理學和其他科學的立場不同:論

(註)在本書裏,「的」「底」的分別不是形容詞與非形容詞的分別,而是範圍大小的分別。底等於一個大括符,的等於一個小括符,如{(「的」的用法)與(「底」的用法)}底分別。

理學從辭說的結構或形式上去研究意涵關係，其他科學從辭說的內容或資料上去研究意涵關係。辭說的內容可以千變萬化，一種科學只研究某些指定內容的辭說，如物理學研究物件的運動，化學研究物件的變化。辭說的形式卻有限，各種形式的辭說底意涵關係都是論理學的對象。論理學和科學最發生關係時，也只分析或批評科學的方法，而不是雇用科學方法去謀得新的發現。

在辭說的各部分中，名詞與形容詞最不影響辭說的結構或形式。動詞很重要。最重要的是置於名詞之前或其他地位的那些冠詞(applicative)，如「一切」「一些」等等。有些辭說以專名爲辭端，沒有冠詞，如「孔子生於周朝」，「南京是首都」。這類辭說可稱爲專稱辭說(singular proposition)。有冠詞的可稱爲普稱辭說(general proposition)。普稱又分爲全謂的(universal)與偏謂的(particular)；前種的冠詞是「凡」「一切」「所有」等等；後種的冠詞是「有些」「有的」「一些」等等。加上前面已講過底簡單與複合的分別，我們可列表如下：

(A)簡單的(simple)　　(B)複合的(compound)

(1)專稱的　　(1)多個專稱組成的

(2)普稱的　　　　　　　　(2)多個普稱組成的

(a)全謂的　　　　　　　　(3)專稱普稱共同組成的

(b)偏謂的

這些種類的辭說之間可以發生兩種不同的意涵關係。一種是確定的 (certain) 意涵關係；一種是或然的 (probable) 意涵關係。前種研究普通叫着演繹，後種研究普通稱爲歸納。兩條辭說之間若有了確定的意涵關係，我們若知其中某一條是眞的便可無條件地肯定其他一條是眞的。若其間只有或然的意涵關係，雖知其中的某一條是眞的，我們只有或多或少的根據而無絕對的根據來斷定其他一條是眞的。關於確定意涵關係只發生有與無的問題；關於或然意涵關係才發生程度上或數量上多少的問題。在這章開始的幾個例子裏，頭兩段內的例子表示確定意涵關係，第三段裏的表示或然意涵關係。

從其發展的次序而言，演繹在歸納之先。演繹法的始祖是希臘人亞力士多德 (Aristotle)。亞氏生於紀元前第四世紀，著了好幾種關於這方面的書。後人將這些著作集在一起，名之爲工具論 (Organon)。當時尙無近代的實驗科學，亞氏以爲被推證 (demonstrated) 了的知識卽是科學。在工具論裏他研究種種的推證方式。他認爲這些方式是任何一種科學所必用的，

認爲它們卽是思想的方法。論理學的這部分被亞氏組織得非常完備；經過羅馬時期與整個的中世紀都沒有重大的修改與增加。到了十九世紀中葉，學者才發現一條新的路徑，而對於傳統的論理學加以撤底的改正與擴充。這運動的功臣有布耳(Boole)，夫勒革(Frege)，皮安諾 (Peano) 等人。集其大成的是英人羅素(Russel)；他與懷悌黑 (Whitehead) 合著了一部三大册的數理邏輯 (Principia Mathematica)。這部書在近代的地位幾乎不亞於工具論在過去的地位。這派學者以數學的方法來研究論理學，放棄通常文字而改用符號。人們稱他們所研究的爲數學式的邏輯或符號邏輯，以別於傳統的形式論理學。其實傳統的形式論理學不是可和符號邏輯相對立的。前者只是後者的一小部分，凡前所論及的，除去錯誤與不妥處外，皆屬於後者的範圍中。這番新發展的結果是：數學和邏輯（卽論理學）打成一片了。如羅素說的：「邏輯是數學的幼年，數學是邏輯的成年。」「我們現在簡直無法在二者之間劃一條界線。」「邏輯變成較數學式的，數學變成較邏輯式的」。我們在這本裏不便大規範地採用種種符號，我們卻不像守舊愛古者一樣有意不超出傳統邏輯的範圍。

論理學的歸納部分可說是起於十六世紀的英國學者法蘭

西斯培根（Francis Bacon）。培根爲了要提倡自己的新方法，在他的著作裏痛罵舊式論理學，認爲它至多可以整理已有的知識而不能發明新的知識。他將他的一本書命名新工具（New Organon）。培根的時代正是近代自然科學開始興盛的時期。他雖不是一個有所發明的科學家，卻對於宣傳科學方法大有貢獻。在他以後，在這方面有名的是約翰密耳（John Stuart Mill）。他在上一世紀的中葉發表他的大作，邏輯系統（A System of Logic）。他集前人的大成，創立所謂的四種（或稱五種）歸納法。他和培根一樣，對於舊式論理學提出了嚴重的批評。他的意思未必能全部成立，但他的四法確是歸納法史上的重要貢獻。

有些學者偏重演繹部分，以爲歸納所以在邏輯上有效用性（validity），由於我們能使它變成合乎演繹的格式。同時有些學者偏重歸納，以爲演繹不過是玩弄文字而已。我們相信兩部分都是值得研究的，一種研究確定意涵關係，一種研究或然意涵關係。我們將依次討論它們。但因辭說之間的意涵關係是思想的依據或標準，我們在從事這主要工作之先，將對於思想歷程——一個嚴格屬於心理學的問題——略略加以說明。

問題與練習

(1)討論下面三條關於論理學的界說:

a 邏輯可界說爲關於思想的科學,或爲研究思想歷程的科學。(Creighton)

b 名學者研究正當思維者也。(屠孝實)

c 論理學是探討思想歷程,並研求思想法則之學。(吳俊升)

(2)以上 a b c 三句是那種的辭說?

(3)甲某通電全國宣布乙某的十大罪狀。這辭說內的關係有幾端? 這辭說有幾辭端?

(4)論理學和文法的區別在什麼地方?

(5)邏輯和數學既打成一片了,邏輯對各種科學的關係和數學對各種科學的關係是否相同?

參考書

沈有乾:現代邏輯(1933,新月),第二章。

R. M. Eaton: General Logic (1931, Scribner's) pp. 6-16; 18-20.

W. E. Johnson: Logic (1921, Cambridge Univ. Press) Part I, p. XIII-XXII, p.8-9.

B. Russel: Introduction to Mathematical Philosophy (1919, George Allen) pp. 194-196.

[傅種孫譯:羅素算理哲學 (商務),323—329 頁]

第二章

思想概論

思想這名詞的意義很不確定。有時它指任何經過腦子的東西;照這用法,它和「意識」(consciousness) 幾乎無分別,胡思亂想也是思想。有時它指憶記或猜度,如說「記不清楚了,讓我想想看」,或說「我沒有什麼根據,我想是這樣的」。嚴格的思想,卽與論理學有關係者,是以求得知識爲目的的一種心理歷程。美國學者杜威在他的我們怎樣思想一本書裏,稱這種思想爲反省思想(reflective thinking)。反省二字不是指省問自己,而是反覆推考的意思。杜威下了個定義:「反省的思想是對於任何信仰,或假定的知識,參照種種支托它的根據,以及出於它的種種結論,去作積極的,持久的,與仔細的考慮」。在另一處,思想又被界說爲「一種動作,在其中當前的事實那般地啓示旁的事實(或眞理)以致令人們會把前者做

根據或擔保來對於後者發生信仰」。換言之，嚴格的思想不是亂雜無次的，也不是僅僅內部一致的（如一般文學作品所表現者）而是謀求眞理的，解決問題的一種動作。

反省思想的一個整個的動作，據杜威的分析，有五步驟：（一）感覺困難，（二）指定困難所在，（三）提出可能的解決法，（四）由推理的手續引申所提出解決法的種種涵義，（五）繼續觀察與實驗以便證實或推翻所提出的解決法。

多半的人們，或有些人們多半的時候，是順着習慣過日子的。思想是很費力氣的，很不自然的一種活動；非不得已時，人們仍是走旁的較淸閒較容易的路徑。必得發生了特別的刺激，人們才會提起精神來運用思想；或者慣有熟習的活動被阻礙了，或者有不平常的事情引起了我們的好奇心。故說思想的起點是感覺困難。所謂必要是發明之母，便是這道理。沒有感覺困難便沒有問題，沒有問題則以解決問題爲目的的反省思想無發生的必要。但有許多問題是人們自動地去尋出來的。我們的環境非常複雜，隱含着無窮數的問題。在思想方面能或不能有成就者卽在能或不能自動找出問題而且積極設法去謀解決的方法。

問題旣發生後，第二步是由觀察來指定困難的性質與範

圍。在第一步我們只含糊地覺到一些困難。這步的工作在將這困難加以分析，問它有什麽特點，看它和旁的類似情形有什麽差異，再研究這些特點與差異到底在何處或在那方面。譬如覺得不舒服了，這是第一步。若自己或找醫生來量温度，數脈搏，便是第二步了。若問題十分簡單，第一第二兩步合在一起，困難發生時，困難的性質便已顯明；如晚上讀書忽而看不見，我們知道是電燈出毛病了。倘若問題非常複雜，如救中國，我們須先將問題縮小，或分做若干部分，再在其中擇一部分爲我們的問題，或爲我們的頭一個問題。問題的指定斷定以後的步驟。如我們的問題僅僅是診斷某人犯了什麽病，我們所當做者當然和我們若要醫好他的毛病所當做者不完全相同。一個指定得清清楚楚的問題可說是已經得到一半的解決了。

第三步是設想的解決法底出現。人們根據過去的經驗，遇見一問題時多少會有一些意見。如回房間後看見桌子的抽屜亂七八糟，我們自然會想起是賊偸或同學開玩笑。對於較複雜問題的意見叫着假設 (Hypothesis)，學說，或主張。這一步的作用可說是承前啓後，提出一種或多種的解決法，一方面以組織已經觀察到的各種事實，一方面以待下面兩步的證實或推翻。關於提出可能解決法，我們不可意見太少，太少則也許

剛洽不對，問題不能解決。但又不可意見太多，太多則注意分散，有不知從何下手是好的困難。能得適當數目的假設，而且其中有一二事後會被證實，即是天才與凡庸的分別。在這點上，個人的差異非常大，有些人來得靈敏，隨便可想出許多主意；另有些人來得深沉，意見不多卻較有價值。普通說，對於一種事情有豐富經驗的人對於類同的問題可提出較有價值的意見。

引申每種意見的涵義（第四步）也依靠過去的經驗。有時這一步不顯明，即有些意見的涵義十分簡單，我們用不着什麼推理工夫便可知道，如下雨與地溼。若情形較複雜，這步的工作在提出許多假言式的句子：倘若這種意見是對的，應該有怎樣怎樣的情形；倘若那種可能解決法是眞的，應該有如何如何的現象……。回到上面一個例子，倘若是賊偷則值錢的書籍當被取去；倘若是同學開玩笑則有趣的東西，如情書等物，當被取去。

就任何一個假設而言，第三步必在第四步之先：假設未被提出，當然無從引申它的涵義。但若不只有一種假設，第三步不必總是第四步之先。多半的時候我們得了一種意見之後，接着引申它的涵義。有必要時才回到另一種假設，然後引申它的

涵義。運用思想的人是急於解決問題的，他只望第一種意見便可結束一切。

最後一步是由觀察或實驗來斷定第四步所引申的種種涵義是否在事實上發生了，或可以發生。倘若事實不如第四步所預料，如情人的書信仍在，則那種可能被推翻了；倘若第四步所預料者見諸於事實，如重要的物件失去，則這種可能被證實了。第三第四兩步是內心的活動，第五步又回到事實界了。據上段所云，一種意見的第五步有時可以在旁種意見的第四步之先。

有些問題簡直不需要或無法發生第五步，如數學裏的問題。德國有一位哲學家兼數學家，來布尼茲(Leibnitz)在幾百年前設法證明二加二等於四。他的證明大體如下：

讓我們界說：	「2」$= 1+1$	(甲)
	「3」$= 2+1$	(乙)
	「4」$= 3+1$	(丙)
那末，根據(丙)：	$4 = 3+1$	
根據(乙)：	$4 = (2+1)+1$	
根據連合律：	$4 = 2+(1+1)$	
最後根據(甲)	$4 = 2+2$	Q. E. D.

推論（第四步）終止時，問題已經解決，用不着什麼再進一步的實地比照。卽在幾何學裏，畫圖也只是來幫助我們看出某些公理與定義的涵義，和第五步所設的證實性質完全不同。

一切經驗科學的問題的及實際生活裏的問題卻是有第五步的。它們之間又少許有些分別。實際問題多半受時間與空間的限制，因而做第五步工作的機會是有限的。科學研究普通現象或事物的因果關係，它的問題大都不受這種限制。例如某甲在深山裏迷路了。若時間尚早，他試一條路不通之後可再設旁的一條。否則在黃昏以後，若他沒有在深山安全過夜的方法，他便永久無解決這問題的機會。再如某乙要在限定時刻前趕到某地的一個約會。他可利用過去經驗，比較各種運輸方法的快慢。但在決定一種辦法之後，他能如斯趕到，表示他的預計沒有錯誤；若不幸竟於失約，這次的問題已經過去；某乙只好記住這次的經驗做下次類同問題的參考。在這類情形下，不是沒有第五步，而是第五步只有一次或很少次數的機會。

假若我們的問題是：從深山到外面是否已經有了一條多少時候可走完的路徑，某甲雖未找到，這問題仍存在，可由旁人繼續設法解決。同樣的，我們的問題若是：從某乙所在之處到某乙所欲往之處有無一個在指定時限內可達到的方法，某

乙初次失敗之後，尙有再試的機會。科學的問題大都如此。如欲發現水的構成；這次沒有分析成功，還可用旁的方法來試驗，以至得到 H_2O 時爲止。其他較大的科學問題更是這樣。反省的思想的各步驟在解決科學問題時表現得最淸楚。

在有這個步驟的反省思想中，有幾方面特別值得我們的注意。它們是：觀察，實驗，假設，界說，分類，統計，與推論。我們將依次討論它們。

觀察是獲得事實的歷程。要斷定疑難的性質與評判假設的價值，我們都得應用觀察。在純粹理論的科學以外，反省思想以事實爲起點，以事實爲終點。觀察貴乎精細，準確，與廣博。廣博的觀察供給我們多量的材料，準確精細的觀察供給我們有價值的材料。人們在使用天生的諸官以外，特意發明種種儀器。有了儀器，一方面可以觀察到以前所不能觀察到的現象，如望遠鏡之於星辰，顯微鏡之於病菌。一方面對於本可觀察到的現象可得到較精細準確的紀錄，如鐘錶之計時刻，尺度之量距離。自然科學的發展史可說是種種儀器的發明史。伽利里阿(Galileo) 用他那裝了鏡頭的簡單管筒，發現月球上有高山，日球上有黑點。邁克爾生 (Michelson) 用他那可辨別光線先後到或同時到的 Interferometer 證明「以太」是不存在的，

相對論由之以產生。種種「表」或「尺」(meter) 與「鏡」或「器」(scope) 的增加指示近代科學的進步與所以進步的一個重大原因。

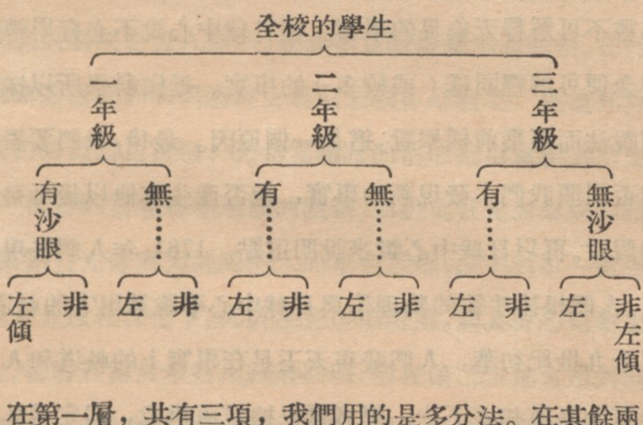
光有觀察還不夠。有些現象不時常自然而然地出現。要等它們自然地發生時再去觀察,也許一生見不到一兩次,如稀少的化學元素。有些情形是簡直無法自然發生的,如物件在眞空中降落。但有的現象我們也只好死等,如日蝕月蝕。實驗是使令物件表現我們所欲觀察者的一種手續。觀察與實驗的分別只在我們的對象是否人爲的,並非作實驗時便不必觀察。在外界自動地答復我們的問題時去看它怎樣答是觀察; 逼迫外界答復我們的問題是實驗。因爲實驗時的情形是由實驗者所支配的,一個好的實驗勝過無數的觀察。如研究日光對葉綠的關係,去觀察日光強處與弱處樹木的葉色怎樣,遠不如拿一盆有葉的花木先放在日光下,再放在完全黑暗處,而去留心花葉上的變化。實驗在第五步的用處最顯明;但在第二步也有用到實驗的地方,如醫生把病人的血放到一種不自然的情形下來看會起什麼反動(即驗血)。

做實驗的動機是試驗某一種或幾種假設對不對。反過來說,好假設的一個條件是它能指示我們做許多實驗。一個我們

無法證實又無法否證的假設在科學裏是無意義的。假設的作用在解釋事實，因而能解釋較多事實的假設比不能解釋同樣多事實的假設較有價值。我們相信進化論而不相信創造論，由於許多生物界的事實照進化論講很易明白，照創造論講便不易明白。和事實相反的假設不如和事實相符的假設；在和事實相符的假設中範圍較大的勝過範圍較小的。第二個標準是所設的簡單原則 (principle of simplicity)。愈簡單的假設愈有價值。地球中心學說藉了「周轉圓」(epicycles) 的觀念未嘗不可解釋天象界的事實。但日球中心說不必有周轉圓的觀念便可解釋同樣（或較多）的事實。近代科學所以採取後種說法而擯棄前種學說，這是一個原因。最後，我們要看假設能否引領我們去發現新的事實，能否產生其他以後可被證實的假設。再以日球中心說來說明這點。1781 年人們發現天王星。人們根據牛頓的物理學與日球中心學說算出它的軌道。到了十九世紀初葉，人們發現天王星在事實上的軌道和人們所計算的軌道相差不少。學者再根據這兩學說，假定另外有個星球使令天王星離開它的軌道，而且算出這個另外星球的軌道。一八四六年柏林的一位天文學家果然發現了這樣的一個星球，即以後被稱爲海王星者。這是科學史上最驚人的發現

之一。這個發現也卽是日球中心學說可以成立的鐵證。在滿足前面兩個條件之外，倘可滿足這個的才是個眞好的科學假設。

假設指導觀察與實驗；觀察與實驗發現新的材料。分類可說是一種組織材料的方法。分類裏的節目以分類的目的爲轉移。教務處將學校的學生分爲一二三年級。校醫將學生分爲有沙眼者與無沙眼者。保安處也許分學生爲左傾者與非左傾者。將幾個標準合在一起，可得一多層式的分類。如：



在第一層，共有三項，我們用的是多分法。在其餘兩層上，每項下只有兩小項，用的是二分法。二分法不如多分法較有用，但有時較方便。分類所當滿足的條件有二：（一）任一層次的各項沒有重疊處，卽各項是互相排外的（mutually exclusive)；（二）任一層次各項合在一起無所遺漏，卽各項是共同盡舉的(jointly exhaustive)。如將學生分爲一年級，非一年級，與有沙眼的，便犯了第一條，將學生分爲一年級與二年級，便犯了第二條。能幫助我們不犯這些條件的一個辦法是在任一層次上不改變指定的標準。

爲了不同的宗旨我們採取不同的標準。但在人們的公共環境裏，有些標準自然比旁的標準較有用處。生物學將鯨魚放在哺乳類下而不放在魚類下，因爲熱血等等比形狀較爲基本。科學裏的分類大都是以比較基本的性素爲標準的。

和分類發生密切關係的是界說的歷程。其實，沒有正確的界說，良善的分類是不可能的，界說可說是將被界說者放到適當的分類中去，如界說人爲理性動物等於說人屬於「動物」項下的「有理性」小項。在這類界說裏我們要知道被界說者的意義（如人），又知道用以界說者的意義（有理性，動物）；然後斷前者與後者是否意義相等。被界說者與用以界說者各有獨立的意義，我們不過將它們連在一起而已。另一種界說是爲介紹一個新的符號而發生的。被界說者沒有獨立的意義，我們藉了界說來指定它的意義。如界說「i」爲$\sqrt{-1}$。這種界說無所謂對不對，它的目的是圖方便。若被界說者比用

以界說者較簡單,它的目的已達到了。再有一種界說是指定內容的,如「令X=5,Y=8」。在這類界說裏,眞假與方便的問題都不發生。第一種可稱爲斷定意義的界說,第二種爲介紹符號的,第三種爲指定價値的。

在一個好的界說裏,(一)用以界說者不可涵有被界說者。犯這條的叫着循環界說。如在界說白天爲有太陽光的之後,再界說太陽爲出現於白天的星體。用了同義字(synonym)的也是循環界說,如界說「美的爲好看的」極端的例子是同一個字現於界說的兩端,如「善人是做善事的人」。界說的兩端不怕有重複處,只要重複處不是我們所欲界說的部分。如界說「偶數」爲「可用二除盡的數」。「數」字重複,反而有益,因爲由此我們知道所要界說的是「偶」而不是「數」。

(二)用以界說者和被界說者要範圍相等。這是界說的目的;若不相等,只可算是一種解釋,如說人爲動物。要意義相等,最不宜用反稱詞,如界說人爲「非植物」。因爲反稱詞的範圍是無限的,「非植物」包括在植物以外的任何東西,它不僅僅指礦物動物而已。但有些形式上爲反稱的字語,如未結婚,有確定的意義。

界說和分類一樣也依靠當前的宗旨,如欲界說麥子,植物

學家注意麥與他種植物的關係與差異，農夫注意如何培植麥的方法，商人注意它是否一種可獲利的貨物。各人的注意不同，所提出的界說便不同，也不必同。科學裏的界說注重事物的基本性素與作用，因而比其他臨時或有特別宗旨的界說較有價值。

普通的界說多半從意義方面下手。意義是辭端的「所謂」(intension, conotation, 內包，內涵，內蹦）。辭端尙有它的「所指」(extension, denotation, 外延，外舉，外幟）。如汪，張，李是「人」之「所指」的一小部分，「有理性動物」是「人」之「所謂」。在多半情形下，所謂的厚薄和所指的多少成反比例，如以下這些觀念：亞洲人，中國人，上海人。

另一種組織材料的方法是統計。統計可將繁雜者組織得簡單鮮明。如我們要知道這班學生的分數是否比那一班的較高，我們可先算出每班學生的平均分數，再來比較。普通用的是所謂的算術平均數，此外有幾何平均數 (geometrical average) 與調和平均數 (harmonic average)。算術平均的計算法，我們知道，是將各項價值相加以後再用項數去除。用A代表算術平均數，a，b，c等代表各項，

$$A=\frac{a+b+c+\cdots\cdots+x_n}{N};$$

用G代表幾何平均數，

$$G=\sqrt[N]{a\times b\times c\times\cdots\cdots\times x_n}$$

用H代表調和平均數，

$$\frac{1}{H}=\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\cdots\cdots+\frac{1}{x_N}}{N}。$$

H的算法太費事，用處也不多。G比較不受極端例子的影響。A最易算卻太受極端例的影響。平均數觀念以外，統計學裏還應用範數(Mode)與中值(Median)的觀念。前者是一堆東西裏次數最多的狀態，後者是一堆東西依次排列後，居中那一個所表現的價值。如有十三個學生得以下這些分數；60，65，65，66，66，68，68，68，68，70，70，72，80。得68分的人數最多，因而68是範數；同時它也是中值，因爲第七個學生的分數是68。

在未結束本章之前讓我們討論判斷與推論。判斷有兩重意思，可指判斷的歷程——乙種心理上的動作；也可指所判斷者——這種動作的對象。歷程與對象總是可分開的，也宜於分開的，如吃飯與所吃的飯，喝水與所喝的水。論理學所研究的是所判斷者，而不是判斷歷程。判斷只發生對了或錯了的問題，所判斷者才有眞的或假的問題。判斷辭說是眞的叫着肯

定，判斷辭說是假的叫着否定。肯定眞的辭說，或否定假的辭說是對了的判斷；肯定假辭說或否定眞辭說便是錯了的判斷。辭說是所判斷者，不是判斷歷程。辭說的特點是：它或是眞的，或是假的。辭說之所以眞或所以假不靠我們的判斷，而靠它是否和事實相符合。古人肯定地是平的，我們肯定地是圓的；我們只可說古人的判斷錯了，而不能說古人所判斷的那辭說以前是眞的，現在變成假的了。

我們的判斷總是以整句的辭說爲單位：卽我們不認辭說內的一部分爲眞或爲假。關於複合的辭說這點最顯明。如說「倘若 $2+2=5$ 而且 $5\times5=2$，則 $(5\times5)+(5\times5)=5$」。我們所肯定者是以「倘若……則……」爲動詞的整句，我們不曾肯定，也不曾否定，辭說內的兩端。事實上 $2+2\neq5$，$5\times5\neq2$，前一辭端不能成立；$(5\times5)+(5\times5)\neq5$，後一辭端也不能成立。但整句的辭說是可成立的。我們判斷整句的辭說，卻僅僅設想(merely consider)辭說內的辭端。設想也不影響辭端的眞假，只表示我們的心理態度。設想可以以自身可成立的辭端爲對象，如「若 $2\times2=4$，則 $2=4/2$」。

普通我們不用特別的文字或符號來表示肯定的態度。如說「這是一本書」卽等於說「（這是一本書）是眞的」。在

否定時我們也只在動詞上或旁的適當地方加一反稱詞，如說「這不是一本書」，而不說「（這是一本書）是假的」。如需任何符號，反稱（即否定）的符號比肯定的符號較有用處。在本書裏我們不用肯定符號，而以一撇代表否定。如（這是一本書）'＝（這是一本書）是假的，又等於（這不是一本書）。一撇用在一個字上便表示那一個字的反稱，如（甲'）＝（非甲）。用撇號時當注意它的範圍。

推論的方式是三段的或三支的。至少要有三句辭說才可完成一個推論。第一句（可稱爲長前提）是一複合辭說，以意涵關係爲動詞的。第二句（可稱爲短前提）重述長前提的前一辭端。有了這樣的兩句話我們便可有第三句(可稱爲結論)，結論重述長前提裏的後一辭端。如

長前提：　若 $2\times2=4$ 則 $2=4/2$

短前提：　$2\times2=4$

結論：　故 $2=4/2$

准許我們在這種情形之下而有這些變化的叫着推論原則 (principle of inference)。長前提供給意涵關係以爲推論的根據。短前提及推論原則令我們可去掉長前提的前一辭端，而在結論裏單獨保存它的後一辭端。讓我們以 p, q, r ……代表

辭說，以「⊃」代表意涵關係，推論方式如下：長前提：p⊃q；短前提：p；結論：q。在長前提裏，p，q只被我們所設想，在短前提裏，q被肯定，在結論裏，q被肯定。推論的歷程可以說是把被設想的q變成被肯定的q。推論是一種規則或原則。意涵關係是一種事實。後者是前者的根據。推論原則能令我們在適當情形下縮短一句原來長的辭說。意涵關係卻不能有這種作用。

論理所需要的是這樣的推論原則，而不是通常所謂的三段論法。此處所謂的長短前提也不和普通所謂的大小前提完全相同。三段論法到底是什麽，容後再論。

在推論原則以外，論理學還需要一種所謂的替代原則（principle of substitution）。論理的對象是一些有普遍性的辭說。這原則准許我們在這些有普遍性的辭說裏任意代入各種具體的個別的辭說。這原則的應用如同在數學裏一樣。$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，不管a，b代表什麽數目。同樣的，在適當的辭說裏，我們無論讓p，q，r代表什麽辭說，都不影響原來辭說的眞或假。替代原則和以前說過的第三種界說有密切的關係。

應用推論原則時，記得長前提內的p要和卽是短前提的

p完全相同；長前提內的q也要完全和卽是結論的q完全相同。有了$p \supset q$，又有了p，我們不能推論r；有了$p \supset q$，又有了s，我們不能有任何推論，除非r卽是q，s卽是p。應用替代原則時，記得在一句辭說的同樣符號內要代入同樣的價值。設有一辭說如下：（p或q）$\supset$（q或p）：若以r代入p，則當變成：（r或q）$\supset$（q或r），而不當變成：（r或q）$\supset$（q或p），也不當變成：（p或q）$\supset$（q或r）。

有了這兩條規則以後，我們得到適當的材料便可作種種的推論。其他科學供給許多長前提與短前提，論理學自身也供給許多長前提與短前提。在以下諸章將提出的辭說都是可做推論的長短前提的。

問題與練習

（1）試在個人的最近經驗內，找一兩個可表現思想步驟的例子。

（2）分析你解決下年升學問題的步驟。

（3）對於全班的學生作一有四層的分類。

（4）批評以下諸界說：

a 蚊子是散佈瘧病的最好工具。

b 人是無羽毛的雙足動物。

c　英雄是造時勢者。

(5)五個人各別有六十斤，八十斤，一百斤，一百十斤，一百五十斤。算出他們的算術平均重量及幾何平均重量。

(6)凡人皆有兄弟，我是人，故我有兄弟：那句是長前提，那句是短前提？

參考書

John Dewey: How We Think (1910, Heath)Ch. I, VI.

[劉伯明譯：思維術（中華）]

E. A. Burt: Principles and Problems of Right Thinking (1928, Harper) Chs. I, IV.

Columbia Associates: An Introduction to Reflective Thinking (1923, Houghton Mifflin) Chs. II, III.

Johnson: Logic, Part II, Ch. I.

第　三　章

確定意涵關係

我們現在到了論理學的正當田野了。我們在這章及以下兩章將研究確定的意涵關係，在第六章研究或然的意涵關係。二者的分別前面已經敍述過，我們可用上章的推論原則再加以說明。若長前提是一有確定意涵關係的辭說，我們推論出來的結論是有絕對確定性的。若推論裏的長前提是一有或然性的辭說，則結論不是絕對確定的。辭說的確定意涵關係底根據可以是(1)辭說之間的情形，（2）辭說之內的情形，或（3）辭說之內以及辭說之間的情形。本章專討論（1）種根據的確定意涵關係。我們仍用p，q，r，s，t等字母代表辭說；以羅素的「馬蹄」符號，卽⊃，代表意涵關係。在本章裏的p，q……可以代表任何辭說，簡單的，或複合的，專稱的，或普稱的。而本章所提出的意涵關係完全不受影響。但爲討論方便起見，

我們暫且規定本章的p，q，r，……只代表簡單辭說，而不代表複合辭說。本章的工作在實際上等於研究幾種可做複合辭說的動詞底性質。

馬蹄符號的兩端是有分別的，即說p⊃q不等於說q⊃p。前者可讀作「p意涵q」，後者讀作「q意涵p」。意涵符號左面的稱爲「意涵者」，右面的稱爲「被涵者」，如在p⊃q內，意涵者是p，被涵者是q；在q⊃p內，正相反。說p是q的意涵者，即等於說q是p的被涵者，即等於說p意涵q，或p⊃q。

我們將先討論「與」字的性質。

(p與p)⊃p。(p與p)代表一辭說及其自身之積。但論理學的積稱(logical product)和數學裏的積不相同。「與」的意思是：它左右的兩端同時是眞的。若有其一不眞，則用「與」爲動詞的複合辭說便不能成立。與的意義如此，(p與p)當然意涵p；即是說，倘若(p與p)是眞的，p是眞的。因爲「與」的兩端是同一辭說，這可稱爲「重同」(tautology)原理。

(p與q)⊃p；

(p與q)⊃q。　這兩條說：在邏輯的積稱裏我們可任去其

一。這兩條可稱爲簡略原理。意涵端說 p，q 皆是眞的；果若如此，當然 p 單獨是眞的，q 也單獨是眞的。但是

p $\not\supset$（p 與 q）；

q $\not\supset$（p 與 q）。 這由於「與」的意義要求 p，q 不能有任一是假。意涵端只肯定其中之一，我們便無根據來同時肯定二者。例外的情形是：

p ⊃（p 與 p）。 被涵端內的兩小端都是 p 自身，故可成立。（p 與 p）不過是將 p 說兩遍而已。

（p 與 q）⊃（q 與 p）；同樣的，

（q 與 p）⊃（p 與 q）。 p，q 在意涵端和在被涵端的先後次序不同。這兩條表示「與」是有對調性（symmetry）的一種關係，它的兩端可以隨意對調。不是任何關係皆有對調性的；如可說甲大於乙，便不可說乙大於甲，卽「大於」是無對調性的。與卻有這特性，可說 p 與 q 則可說 q 與 p。如同數學裏的互易律一樣，2×3＝3×2。較複雜的辭說也是一樣，如 {（p 與 q）與（r 與 s）} ⊃ {（r 與 s）與（p 與 q）}。

{（p 與 q）與 r} ⊃ {p 與（q 與 r）}；同樣的

{p 與（q 與 r）} ⊃ {（p 與 q）與 r}。這是邏輯裏的聯

合原理，類似數學裏的聯合律。這原理告訴我們若能把 q 和 p 聯在一起，便可把 q 和 r 聯在一起；同樣的，能把 q 和 r 聯在一起便可把它和 p 聯在一起。這兩條各別的意涵端與被涵端都等於說，p，q，r 三者同是眞的，所以它們可以互相意涵。

有了連合原理與上面的互易原理，「與」的各端之間簡直可以不必有括符：

(p與q與r)⊃(p與r與q)。 p，q，r 三項共有六種排列法。六種中的任一種皆可做其他五種中任一種的意涵者，如(p與r與q)⊃(p與q與r)。

{(p與q)與(q與r)}⊃(p與r)。 意涵端內的兩小端有一部分(卽q)相同，在被涵端內，這共同的部分被消去了，我們直接肯 p，r 之間發生「與」的關係。有這種可能的叫着有傳達性(transitivity)。「大於」是有傳達性的，如甲大於乙而且乙大於丙，則甲大於丙。結婚卻不是有傳達性的關係。至少要三個不同的東西可做一種關係的端項，才可斷定那關係有或沒有傳達性。這條原理是說「與」有傳達性。這條的道理很易瞭解：據前一條，意涵端的括符可以取消；再據上面的簡略原理，便可得到這條。

以上是關於「與」的性質。最重要的幾條是關於「與」的對換性與傳達性的與關於簡略原理的。在以上的任一條裏，我們令p，q，r起代表普稱的簡單辭說也可，一起代表專稱的簡單辭說也可，或一個變項代表普稱，另一個變項代表專稱也可以。再進一步讓p，q，r一起代表複合辭說，或一部分代表複合辭說，以上諸條仍可成立。這些情形也可以應用於以下待提出的各條。

嚴格說，這些條只是可做長短前提的原理。但利用推論原則，便可把它們也變成原則。如以最後一條爲例，我們有了{(p與q)與(q與r)}時，便可以直接肯定(p與r)。照嚴格的手續，我們當先寫出長前提：{(p與q)與(q與r)}⊃(q與r)；再寫出短前提：{(p與q)與(q與r)}；

然後根據推論原則，肯定：　　p與r。

這些情形也可應用於以下待提出的各條。

現在我們要介紹另一種關係。

(p≡q)=(p等於q)。「=」是界說的符號。這是一介紹符號的界說，說被界說端(左端)裏的「≡」以後代表「等於」二字。因而p≡q可讀作p等於q，或p，q相等。

寫三橫比寫出「等於」二字較省力，所以這界說是有用的。

$(p\equiv q)=\{(p\supset q)$ 與 $(q\supset p)\}$。這卻是個斷定意義的界說，說「等於」的意思和互相意涵是相同的。兩辭說互相意涵，表示它們在意義上的範圍是同樣的大小，亦即是相等的意思。如說「這個人不是男人」，等於說「這個人是女人」，因爲沒有同時是男又是女的人，前一辭說意涵後一辭說，反過來，後一辭說也意涵前一辭說。因爲這是斷定意義的界說，所以我有舉例證明它的必要。若我們沒有上一條，那本條便變成僅僅介紹符號的界說了；因爲沒有上一條，我們不知到「≡」有什麼意思，只好認爲「≡」符號是兩個馬蹄符號的簡寫。「等於」，即「≡」所代表者，是有獨立意義的，故需要斷定意義的界說。

我們根據同樣的辦法，可將這原理變爲原則。有了這原則，凡兩端互相意涵皆可寫作兩端相等。因而

$(p$ 與 $p)\equiv p$；$(p$ 與 $q)\equiv(q$ 與 $p)$；$(p$ 與 q 與 $r)\equiv(p$ 與 r 與 $q)$

$(p\equiv q)\supset(q\equiv p)$；$(q\equiv p)\supset(p\equiv q)$。「≡」這關係是有對調性的。這兩條可合寫爲 $(p\equiv q)\equiv(q\equiv p)$。

$\{(p\equiv q$ 與 $(q\equiv r)\}\supset(p\equiv r)$。「≡」或「等於」是有傳達性的。「等於」的意思內涵有「與」的觀念，即 $p\equiv q$ 爲 $\{(p\supset q)$ 與 $(q\supset p)\}$。「與」既有傳達性與對調性，故「≡」也有。

以下解釋「或」的性質。 或字有二種不同的意思。照一種用法，甲或乙是指甲乙二者之一，而不可指甲乙二者的全部。照另一種用法，甲或乙固然可指其中之任一（即指甲，或指乙）也可指甲乙二者。前種用法限制「甲或乙」只有兩種可能，後種用法沒有這層限制。近代邏輯是採取較廣的用法。我們此地依從近代邏輯的用法。

$p\supset(p$ 或 $q)$；$q\supset(p$ 或 $q)$。 這叫着增加原理，意涵端只有一項，被涵端卻有兩項了。這和「與」的簡略原理正相反。（p 或 q）的意思是 p，q 之間有一是眞，至少要有一是眞；二者同眞也可，二者同假卻不成。二者同爲假時，（p 或 q）便不能成立，即是假的。意涵端假定是眞的，既知 p 是眞，當然可說（p 或 q）；因爲 q 即使不眞，（p 或 q）仍可成立。意涵端是 q，也一樣。

$p\supset(p$ 或 q 或 r 或……)。 可增加一端，便可增加多端，理由同上。同樣的，

(p或q) $\supset$ (p或q或r或……)。 把被涵端改個寫法如右 {(p或q) 或r或……) ,即把 (p或q) 當作一端,這條便更顯明了。

(p或q) $\not\supset$ (p或r) ; (p或q) $\not\supset$ (q或r)。 (p或q) 只要求其中有一眞,到底p眞還是q眞,光根據 (p或q) 無法知道。若p假,前一條的被涵端不成立;若q假,後一條的,不成立,因爲我們沒有權利假定r一定要代表眞的辭說。

(p或q) $\not\supset$ p ; (p或q) $\not\supset$ q 。 這是「或」和「與」的分別,這等於說簡略原理不適用於「或」的關係;猶如增加原理不適用於「與」的關係,即p $\not\supset$ (p與q)。

p $\supset$ (p或p) ;

(p或p) $\supset$ p :因而p $\equiv$ (p或p)。 這是「或」的雷同原理。本條的意涵端內兩小端皆p,故是特別情形,適用簡略原理。

「或」是邏輯的和稱 (logical sum)。 學者有時把(p + q) 代表 (p或q) ,以 (p × q) 代表(p與q)。「+」「×」在數學裏有固定的意義,這種用法容易引起誤會。因爲論理學裏的「和」及「積」同數學裏的「和」及「積」不同。

在數學裏，$x+x=2x$，$x\times x=x^2$；但在邏輯裏，p或p≡p，p與p≡p。旣有這大的分別，我們寧可稱（p或p）爲「或稱」，（p與p）爲「與稱」，完全不用和積等字。

（p或q）⊃q或p，表示「或」有對調性。

{（p或q）與（q或r）}⊅（p或r）表示「或」沒傳達性。因爲在意涵端的兩小端內也許只有q是眞的，若然（p或r）便不能成立。

{（p或q）或r}⊃{p或（q或r）}。「或」遵守聯合原理。如同關於「與」一樣，若各端之間皆以或爲動詞，一切括符可以取消。卽是p，q，r三者的六種排列，任何二種皆可互相意涵。

「或」和「與」的關係如下：

（p與q）⊃（p或q）。倘若p，q二者皆眞，當然其中至少有一是眞。但：

（p或q）⊅（p與q）：其中至少有一是眞，卻未必二者全眞。照廣義的用法（p或q）不必和（p與q）相抵觸，但前者不能意涵後者；p與q只是p或q的可能價值中之一，而不是其唯一的價值，因而不能從前者確然地推出後者。這

條和上條合在一起等於說「與」的所謂比「或」的所謂較厚。

以下諸條將用到反稱的符號。各種辭說的反稱要在下章內才可討論到。在本章裏暫且讀 p' 爲「p是假的」,(p與q)' 爲(p與q)是假的。以後將證明說 p 是假,卽等於說 p 的反稱(卽 p')是眞。現在只舉一個專稱辭說爲例。(這不是紅的)是(這是紅的)的反稱。肯定這不是紅的,卽是否定這是紅的。

(p與q)'≡(p'或q');

(p或q)'≡(p'與q')。這兩條可稱爲第摩根的定理,因是 De Morgan 所發現的。這兩條表示「或」及「與」藉了反稱作用是相通的,前條說:p,q 不是二者皆眞,在意義上等於其中至少有一是假的。後條說:p,q 之間不是有任一是眞的,在意義上等於二者皆是假的。p,q 之眞假共有四種可能,卽(1)p眞q眞,(2)p眞q假,(3)p假q眞,(4)p假q假。(p與q)指(1);不在(1)的範圍內,當然便在(2),(3),(4)的範圍內。(2)(3)(4)可以 p'或q' 來代表,因在(2),q假,在(3),p假,在(4),p q 皆假。所以前條可以成立。同樣的,(p或

q）指（1）（2）（3），因在（1）與（2）內，p眞，在（3）內q眞；（p或q）' 等於說不在（1）（2）（3）之內，那末只可在（4）之內；而（4）卽是p'與q'。故後條亦可成立。

（p與q與r）'≡（p'或q'或r'）；

（p或q或r）'≡（p'與q'與r'）：概括講，數端的與稱底反稱等於各端的反稱底或稱；數端的或稱底反稱等於各端的反稱底與稱。

（p'或q'或r'）'≡（p與q與r）；

（p'與q'與r'）'≡（p或q或r）。若反稱範圍內有小範圍的反稱，當逐步變化；先變大範圍或先變小範圍倒沒有關係，如：

{（p與q）'與（r與s'}'≡{（p與q）"或（r與s）"}

≡{（p與q）或（r與s）}。這是先變大範圍。兩撇可以相消，卽反稱的反稱卽是正稱。此處拙妙能利用雙反成正的原理，故手續比較簡單些。若先變小範圍：

{（p與q）'與（r與s）'}'≡{（p'或q'）與（r'或s'）}'

≡{（p'或q'）'或（r或s）'}，

$\equiv$｛（p 與 q）或（r 與 s）｝；

結果同上。意涵端內的關係不只一種也一樣：

｛（p 或 q）'與 r｝'$\equiv$｛（p 或 q）"或 r'｝

$\equiv$｛（p 或 q）或 r'｝$\equiv$ p 或 q 或 r'。

｛p 或（q 與 r）'｝'$\equiv$｛p'與（q 與 r）"｝$\equiv$ p'與 q 與 r。

本來沒有反稱符號也可變：

（p 與 q）$\equiv$（p'或 q'）'；同樣的，

（p 或 q）$\equiv$（p'與 q'）'。

｛p 與（q 或 r）｝$\equiv$｛（p 與 q）或（p 與 r）｝。這是邏輯裏的分配原理 (principle of distribution)，和數學裏的分配律一樣。這條的左端說：p 是眞的而且 q，r 之間至少有一眞。這一共有三種可能（1）p，q，r 皆眞，（2）p 眞 q 眞而 r 假，（3）p 眞 r 眞而 q 假。這條的右端也可有三種可能，而只可有這三種可能，因爲左右兩端相等。在數學裏，$x(y+z)=xy+xz$；但 $x+yz\neq xy+xz$。在論理學裏，這種情形卻可能：

｛p 或（q 與 r）｝$\equiv$｛（p 或 q）與（p 或 r）｝。換言之，分配原理也適用於或稱範圍大而與稱範圍小的複合辭說。證明的方法同上，即左端所可有的三種可能亦即是右端的三種可能；

這三種可能是：(1)單獨p眞，(2)q眞而且r眞，(3)三者皆眞。

〔{(p或q)與(p與q)'}與p'〕⊃q。{(p或q)與(p與q)'}是說p，q之間只有一眞，只有一假，卽不是全眞也不是全假。若如此，又若p是假，則q當然是眞的。同樣的，

〔{p或q)與(p與q)'}與q'〕⊃p；

〔{p或q)與(p與q)'}與p〕⊃q'；

〔{p或q)與(p與q)'}與q〕⊃p'。這幾條是普通所謂選言推論(disjunctive argument)的根據。例如p＝我得魚，q＝我得熊掌；一方面不能兼得，一方面不至於完全失望，故不得魚時則得熊掌，不得熊掌則得魚，得了魚便不得熊掌，得了熊掌便不得魚。其實：

{(p或q)與p'}⊃q；{(p或q)與q'}⊃p。但

{(p或q)與p}$\not\supset$q'；{(p或q)與q}$\not\supset$p'：因意涵端內皆未說明（仍用上例）二者不可兼得，而「或」的意義是不和兼得相抵觸的。

以前曾解釋過意涵關係，現在將詳細加以硏究：

(p⊃q)$\not\supset$(q⊃p)： 意涵關係是沒有對調性的。例如這是紅的意涵這是有顏色的；但這是有顏色的不意涵這是紅的，因

爲紅以外尙有旁的顏色。只有在一種特別的情形下，卽 p，q 之間發生被界說者與用以界說者的關係時，$(p\supset q)$ 才意涵 $q\supset p$。不過這種時候，我們便可寫 $p=q$ 或 $p\equiv q$，而不寫僅僅的 $(p\supset q)$ 了。

$(p\supset q)\supset(q'\supset p')$：　若需對調地位，則當將 p，q 各別反稱。用同一例子，倘若它紅則它有色，那末它無色則它不紅。而且

$(q'\supset p')\supset(p\supset q)$，因而 $(p\supset q)\equiv(q'\supset p')$。倘若無色則不紅，那末紅了則有色。因而：說紅了則有色等於說無色則不紅。這可稱爲反稱換位原理，或反稱對調原理，卽反稱後才可對調。較複雜的辭說也一樣：

$(p\supset q')\equiv(q''\supset p')\equiv(q\supset p')$；

$(p'\supset q)\equiv(q'\supset p'')\equiv(q'\supset p)$；

$\{(p\text{與}q)\supset(r\text{或}s)\}\equiv\{(r\text{或}s)'\supset(p\text{與}q)'\}$

$\equiv\{(r'\text{與}s')\supset(p'\text{或}q')\}$。

$\{(p\supset q)\text{與}p\}\supset q$；

$\{(p\supset q)\text{與}q'\}\supset p'$。這兩條是普通所謂假言推論 (hypothetical argument) 的根據。前條原理變成原則（或規則）以後卽是我們上章末了討論了的推論原則；卽有 $p\supset q$ 而

且有了 p 之後我們可推論 q 。如天雨則地濕；天雨；故地濕。嚴格的手續當如下：令 p ＝天雨，q ＝地濕；

長前提：{(天雨則地濕)與天雨}⊃地濕；

短前提：(天雨則地濕)與天雨；

根據推論原則，長短前提皆齊備，故：地濕。

若沒有推論規則而只有推論原理，卽只有前條，則永久得不到結論。{(p ⊃ q)與 p}⊃ q；令 p_1 ＝{……}，而代入推論原理，我們得：『〔{p ⊃ q)與 p}⊃ q〕與 q』⊃ q；再令 p_2 ＝『……』，而代入推論原理，我們得：【(『〔{「p ⊃ q」與 q}⊃ q〕與 q』⊃ q)與 q】⊃ q；繼續下去以至無窮的長，而仍得不到可單獨被肯定的 q。

後一條說：若 q 是 p 的被涵者而且 q 是假的，則 p 是假的。這是從反稱對調原理推論出來的。那原理是：(p ⊃ q)⊃(q'⊃ p')。旣有 p ⊃ q，應用推論規則，我們得 q'⊃ p'。又旣有 p'，再應用推論規則，我們得 q。例如知道物紅意涵物有色，而且知道物無色，則可知物不紅。

前後這兩條便等於普通所謂在假言的推論裏，我們只可由肯定前項(antecedent)，(卽意涵端)而肯定後項(consequent)，或由否定後項(卽被涵端)而否定前項。由肯定後

項而肯定前項，或由否定前項而否定後項皆是錯謬：

$\{(p\supset q)$ 與 $p'\}\not\supset q'$；$\{(p\supset q)$ 與 $q\}\not\supset p$。

$\{(p\supset q)$ 與 $(q\supset r)\}\supset(p\supset r)$：　意涵關係是有傳達性的。爲 p 之被涵者若同時爲 r 之意涵者則 p 意涵 r。例如 p＝甲乙丙三人去，q＝甲乙去，r＝甲去。這可稱爲三段原理，因內中共有三段，卽，$(p\supset q)$，$(q\supset r)$，與 $(p\supset r)$。普通所謂底三段式的推論可以變成這種格式。嚴格說這卻不等於普通所謂的三段推論法。因爲三段論法的各端不是辭說，而此原理的各端皆是辭說，我們將於第五章裏討論普通所謂的三段論法。照普通的稱法，$p\supset q$ 爲小前提，$q\supset r$ 爲大前提。在這原理裏，當注意大前提與小前提有一共同端，卽 q。由於 q 的媒介，結論才可能立。若無共同端，則不能成立，如：

$\{(p\supset q)$ 與 $(r\supset s)\}\not\supset p\supset s$。意涵端內的主要動詞只能是「與」，而不能是「或」；卽：

$\{(p\supset q)$ 或 $(q\supset r)\}\not\supset(p\supset r)$，雖有共同端，亦不成。三段原理的意涵端內若不只有兩小端，則成所謂的連環原理：

$\{(p\supset q)$ 與 $(q\supset r)$ 與 $(r\supset s)\}\supset(p\supset s)$。連環原理是多次三段原理的簡寫。$\{(p\supset q)$ 與 $(q\supset r)\}\supset(p\supset r)$。

再用已得到的結論爲意涵端之一小端；$\{(p\supset r)$與$(r\supset s)\}\supset(p\supset s)$。將這兩番推論合在一起，便得連環原理。

連環原理的意涵端底各小端，根據「與」的性質，可有任何一種排列：三小端可有 $1\times2\times3=6$ 種的排列，其中任一皆意涵 $p\supset r$，只要每一小端至少（也至多）和其他一小端至少（也至多）有一共同的部分。六種排列之中，除以上一種以外，下面這種比較自然些，即

$\{(r\supset s)$與$(q\supset r)$與$(p\supset q)\}\supset(p\supset s)$。尤其在不只有三四小端時，旁的排列法不易令我們看出每一小端只與另一小端有一共同部分。例如$\{(r\supset s)$與$(p\supset q)$與$(u\supset v)$與$(q\supset r)$與$(s\supset t)$與$(t\supset u)\}$ 遠不如 $\{(p\supset q)$與$(q\supset r)$與$(r\supset s)$與$(s\supset t)$與$(t\supset u)$與$(u\supset v)\}$，或 $\{(u\supset v)$與$(t\supset u)$與$(s\supset t)$與$(r\supset s)$與$(q\supset r)$與$(p\supset q)\}$這樣的可一目了然。

$\{(p\supset q)$與$(p\supset r)\}\equiv\{p\supset(q$與$r)\}$。這是與稱的組合原理 (principle of composition)。左面分兩次說 p 有兩個被涵者，右面作一次說 p 有兩個被涵者。所說的一樣，故相等。組合原理也適用於或稱：

$\{(p\supset q)$或$(p\supset r)\}\equiv\{p\supset(q$或$r)\}$。左面分兩次說 q，

r之間至少有一是p的被涵者，右面作一次說出同樣的內容，故相等。

$\{(p\supset r)\text{與}(q\supset s)\}\supset\{(p\text{與}q)\supset(r\text{與}s)\}$。這可稱爲合併原理 (principle of combination)。p，r既然各別地意涵r，s，則p，q合在一起意涵r，s二者。本條用「$\supset$」，而未用「$\equiv$」，因p，q二者意涵r，s二者時，也許是$p\supset s$而$q\supset r$，故：

$\{(p\text{與}q)\supset(r\text{與}s)\}\not\supset\{(p\supset r)\text{與}(q\supset s)\}$；因而在上條內只可用「$\supset$」而不可用「$\equiv$」。上一條（非本條）可舉例如右：下雨則地濕，而且下雪則地白，那末，下雨又下雪則地濕又地白。

$\{(p\supset r)\text{或}(q\supset s)\}\supset\{(p\text{或}q)\supset(r\text{或}s)\}$。合併原理也適用於或稱。在意涵端內，$(p\supset r)$，$(q\supset s)$必有一眞，無論那一小端爲眞，被涵端皆可成立。若前一小端是眞，我們可將本條的被涵端解作$p\supset r$；若後一小端是眞，則可將它解作$q\supset s$。本條的被涵端不但可有這兩種解釋而且可解作（卻不必一定要解）$(p\supset s)$，或$(q\supset r)$。換言之，$(p$或$q)\supset(r$或$s)$等於$(p\supset r)$或$(p\supset s)$或$(q\supset r)$或$(q\supset s)$。本條的意涵端只包括這四種之二，故根據

或稱的增加原則，本條可以成立。因為簡略原則不適用於或稱，故：

{(p或q)⊃(r或s)}⊅{(p⊃r)或(q⊃s)}。

(p⊃q)⊃{(p與r)⊃(q與r)}。這是公因原理 (principle of factor)。在兩端各別加上一個公同的因子，而不改變原來意涵關係的眞假。這原理指示(p與r)和(q與r)的關係是可從p⊃q推出來的。例如(杭州在浙江)⊃(杭州在中國)則(杭州在浙江而且杭州在西湖之旁)⊃(杭州在中國而且杭州在西湖之旁)。這原理適用於或稱：

(p⊃q)⊃{(p或r)⊃(q或r)}。如甲立則乙坐，那末甲立或丙走則乙坐或丙走。公因不只一個，如

(p⊃q)⊃{(p與r與s)⊃(q與r與s)}，或如

(p⊃q)⊃{(p或r或s)⊃(q或r或s)}也可成立。最後讓我們說明「意涵」和「與」「或」的關係。

(p⊃q)⊃(p與q')'：(p與q')'≡(p'或q)，故

(p⊃q)⊃(p'或q)。前面說過p，q的眞假共有四種可能，即(1)p，q (2)p，q'(3)p'，q (4)p'，q'。說p⊃q，等於說(2)是不可能的。例如說了天雨則地濕，我們便不能說天雨而地不濕。因此，(p⊃q)⊃(p與')'。

(p⊃q)⊃(p'或q)也可得到直接的證明。(1)內,q是眞的;(3)和(2)相同;(4)內, q不眞卻p是假的;三者可以合成(p'或q),卽(p'或q)可以包括(1),(3),(4)。第(2)種旣不可能,(p⊃q)⊃(2),(3),(4),因而意涵(p'或q)。但是

(p與q')'⊅(p⊃q);同樣的,(p'或q)⊅(p⊃q)。令p=他是外國人,q=我在此地。那末(p與q')',或(p'或q)等於說「他不是外國人或者我在此地」。這辭說可以成立,卽是眞的,但我們不能由此推論p⊃q,因爲他的國籍和我的行止是不相干的。

上條證明(p⊃q)和(p'或q)是有意涵關係的,這條證明它們卻不相等,卽卻不是互相意涵的。

問題與練習

(1)以下諸條可成立否?何以不能成立?

a (p與p)⊃q

b (r或s)⊃(r與q)

c {(p與q)或r}⊃{p與(q或r)}

d {(p⊃q)與(q⊃r)}⊃(p=r)。

(2)批評以下推論:

a 若槍口繼續對內,中國沒有希望;槍口不對內了;所以中國有希望。

b 人若不求進步便和禽獸無別;人和禽獸是有別的;故人皆求進步。

c 他或者是江蘇人或者是上海人;他是上海人;因而他不是江蘇人。

d 他或者比她大一歲或者比她小一歲,他比她大一歲,故他不和她同年。

(3)什麼意涵關係是以下推論的根據?

a 結婚則增加負擔,不結婚則無精神伴侶;或結婚或不結婚;故或增加負擔,或無精神伴侶。

b 結婚則有精神伴侶,不結婚則不增加負擔;或結婚或不結婚;故或有精神伴侶或不增加負擔。

參考書

Johnson: Logic, Part I, Ch. III.

傅種孫譯:羅素算理哲學,第五章,第十四章。

A. N. Whitehead and B. Russel: Principia Mathematica (2nd ed., 1926, Cambridge) pp. 6-12.

唐擘黃譯:羅倚斯著邏輯的原理 (1930, 商務) 47-65 頁。

第四章

確定意涵關係（續）

上章已討論了以辭說之間情形爲根據的確定意涵關係，本章要討論辭說之內情形爲根據的確定意涵關係。本章所討論者和平常所謂的直接推論 (Immediate inference)相合。直接二字是指意涵端只有一辭說，而且不是一複合的辭說。本章所將提出的諸條一概是「p⊃q」的格式。卽有了具有相當內部情形的p以後，問可做它的被涵端者要有什麽內部情形，或問有什麽樣內部情形的辭說才可做它的被涵端。我們將以十干甲，乙，丙，丁……代表辭端(主詞或賓詞)。某甲，某乙……代表專稱。將用R，V，……等字代表關係。放在關係之左的是主詞，放在其右的是賓詞。仍以一撇代表反稱，如甲'爲甲之反稱，R'爲R之反稱。

主詞與賓詞可以各別或同時是專稱或普稱；共有三種可

能如下:

(1)某甲R某乙;

(2)某甲R乙;或甲R某乙;

(3)甲R乙

第一種是純粹的專稱,第三種是純粹的普稱。爲方便起見,我們將把第二種和第一種合在一起討論。

本章所討論的意涵關係根據於辭說的內部情形。在實際上本章的工作等於研究幾個冠詞及一些動詞的性質。我們不介紹任何符號以代表冠詞,卻在關係之中將分別R→,←R→,→R→及↔R→。R→代表無對調性的關係,如大於,小於,等等。←R→代表有對調性的關係,如相識,同班,等等。→R→代表有傳達性的關係,如較高,較好,等等。↔R→代表又有對調性又有傳達性的關係,如同時,相等,等等。在任何情形下皆有對調性的才可稱爲←R→;完全無對調性的固然是R→,但有時有對調性而有時無對調性的關係也歸於R→,而不歸於←R→。時有時無的例子如看見,知道;互相看見時,「看見」是有對調性的,單方看見時便無;關於「知道」也一樣。同樣的,總是有傳達性的才可當作→R→;時有時無的,如交朋友,在前,不可當作→R→。三人互相是朋友

時,交友才有傳達性,三人朝一個方向站成一行時，在前才有傳達性。我們用了R→代表無對調性的關係，卻未用任何符號以代表無傳達性的。照我們的用法，R→和←R→是互相排外的。但R→和→R→，或←R→和↔R→不是互相排外的。我們光注意關係的對調性時，無提及有無傳達性的必要因而只寫R→或←R→便可。同樣的,只注意傳達性時,無提及有無對調性的必要,因而只寫→R→便可。

在上章裏我們只介紹代表關係的符號。若用本章的符號寫出來，那些辭說之間的關係底情形如右:「與」爲↔R→;「或」爲←R→而不是→R→;「≡」爲↔R→;「⊃」爲→R→而不是←R→。在本章裏，甚而在本書裏,R,V……等只代表簡單辭說之內的動詞，而不代表複合辭說裏的那些特別動詞。

在上面四個特別動詞中，「與」，「或」可現於簡單辭說,如(甲與乙)R丙,甲(R或V)丙，甲R(丙或丁)甲(R與V)丙。但這類的辭說都可當作複合辭說的簡略式:

{(甲與乙)R丙}={(甲R丙)與(乙R丙)};

{甲(R或V)丙}={(甲R丙)或(甲V丙)};

{甲R(丙或丁)}={(甲R丙)或(甲R丁)};

{甲(R與V)丙}={(甲R丙)與(甲V丙)}。同樣的，

{(甲與乙)(R與V)(丙與丁)}=

$$\left[\left\{\begin{pmatrix}甲R丙\\與\\甲R丁\end{pmatrix}與\begin{pmatrix}甲V丙\\與\\甲V丁\end{pmatrix}\right\}與\left\{\begin{pmatrix}乙R丙\\與\\乙R丁\end{pmatrix}與\begin{pmatrix}乙V丙\\與\\乙V丁\end{pmatrix}\right\}\right]。$$

{(甲或乙)(R或V)(丙或丁)}=

$$\left[\left\{\begin{pmatrix}甲R丙\\或\\甲R丁\end{pmatrix}或\begin{pmatrix}甲V丙\\或\\甲V丁\end{pmatrix}\right\}或\left\{\begin{pmatrix}乙R丙\\或\\乙R丁\end{pmatrix}或\begin{pmatrix}乙V丙\\或\\乙V丁\end{pmatrix}\right\}\right]。$$

{(甲與乙)(R或V)(丙與丁)}=

〔{(…與…)或(…與…)}與{(…與…)或(…與…)}〕。

{(甲或乙)(R與V)(丙或丁)}=

〔{(…或…)與(…或…)}或{(…或…)與(…或…)}〕。

只要指定次序以後，旁的寫法也可以。我們所指定的次序是：

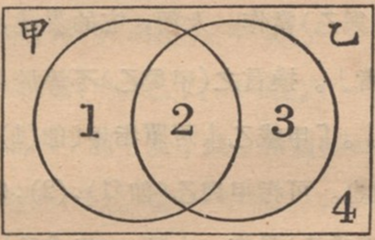
{(…1…)(…2…)(…3…)}=

〔{(…3…)}2(…3…)}1{(…3…)}2{(…3…)}〕。

1,2,3,代表寫在1,2,3,那地位的「或」或「與」。若1,2,3,都是「與」,或都是「或」,可以不用任何括符；但若三者之中有的是「或」，有的是「與」，則當注意它們各別的範圍。

變成了複合辭說的特別動詞時，「與」「或」是遵守第

摩根的定理的，如上章所述。但(甲與乙)自身的反稱，卽(甲與乙)'，不等於(非甲或非乙)。同樣的，(甲或乙)'不等於(甲'與乙')。甲，乙兩類別合在一起共有四種可能，卽(1)是甲而非乙者，(2)是甲又是乙者，(3)非甲而是乙者，(4)非甲又非乙者。(1)，(2)，(3)，(4)各別只指一件或一堆東西，它們卻說出那件或那堆東西是屬於甲乙兩類中之一類，或同時屬於二者，或同時不屬於二者。這四種可能如下圖。



圓圈的邊代表類之所謂，邊內的面積代表類之所指。方形的邊界代表整個宇宙的範圍。爲簡便起見，我們將稱(1)爲(甲乙')，卽只合乎甲類的界說，而不合乎乙類之界說者；(2)爲(甲乙)，卽同時合乎甲乙二類的界說者；(3)爲(甲'乙)，卽只合乎乙類的界說而不合乎甲類的界說者；(4)爲(甲'乙')，卽同時不合乎二類的界說者。如甲代表教員，乙代表職員，(甲乙')爲不兼職務的教員，(甲乙)爲教書兼任行政職務的人員，(甲'乙)爲不教書的職員；(甲'乙')爲旣不教書又

無職務的一切其他人員及物件。校中的學生爲(甲'乙'),桌子椅子等等也是(甲'乙');校外的山水草木及其他一切也是(甲'乙')。這由於方形代表整個的宇宙。未經特別注明者,方形總代表整個的宇宙。

(1)(2)(3)(4)是互相排外的:有可同時屬於甲乙二類者,卽(2)所指部分,但沒有可同時屬於(1)(2)(3)(4)四小類中之任二小類者。平常所謂的「甲與乙」是(1)(2)(3)三小類的合稱。若把(甲與乙)當作一大類,它的界說當是「屬於甲類者或屬於乙類者」。換言之(甲與乙)不等於(甲乙)而等於「是甲或是乙」。「甲或乙」可單指甲〔卽(1),(2)〕,可單指乙〔卽(2),(3)〕也。可指甲與乙〔卽(1),(2),(3)〕。範圍既不確定,無法把(甲或乙)當作一大類。(甲或乙)不等於(是甲或是乙),因爲後者是一個有確定範圍的類底界說。就第摩根的定理而言,(甲乙),(甲'乙),(甲乙')(甲'乙')是遵守它的。(甲與乙)變成(是甲或是乙者)之後,也遵守它的,但未經變化的(甲與乙)是不遵守它的。

(甲乙)'卽(是甲與是乙者)'=(不是甲或不是乙者);

(甲乙')'卽(是甲與不是乙者)'=(不是甲或是乙者);

(甲'乙)'卽(不是甲與是乙者)'=(是甲或不不是乙者);

(甲'乙')'卽(不是甲與不是乙者)'=(是甲或是乙者)。

這四條各別等於說:

(2)以外的=(1),(3),(4); (1)以外的=(2),(3),(4)。

(3)以外的=(1),(2),(4); (4)以外的=(1),(2),(3)。

(甲與乙)旣然是(1)(2)(3)的合稱,(甲與乙)'=(4),卽(甲'乙')。

(1)(2)(3)可合稱爲(甲與乙):同樣的,

(2)(3)(4)可合稱爲(甲'與乙),(甲'與乙)'=(甲乙');

(1)(3)(4)可合稱爲(甲'與乙'),(甲'與乙')'=(甲乙);

(1)(2)(4)可合稱爲(甲與乙'),(甲與乙')'=(甲'乙)。

這表示辭說之間的「與」及「或」和類(class)之間的「與」「或」不同。若將(甲乙)讀作(甲而乙);(甲'乙)讀作(甲'而乙),卽(非甲而乙);(甲乙')讀作(甲而乙'),卽(甲而非乙);(甲'乙')讀作(甲'而乙'),卽(非甲而非乙):辭說之間的「與」近於類之間的「而」,辭說之間的「或」近於類之間的「與」。「與」「或」在辭說之間的意義和它們在類之間的意義是完全一樣的。但就它們是否遵守第摩根的定理而言,才發生上述各種情形。

在許多嚴格可做簡單辭說的動詞者之中,有一個字特別値得我們的注意,卽中文的「是」字,英文「to be」的各種變

化。舊式論理學認爲只有它才是辭說的適當動詞，可見它的重要。「是」字有三種不同的意義。在純粹專稱辭說之內，它的意義是「同一」。如孫文是孫中山，表示前個名字所指的和後個名字所指的是同一個人。若在第二種的辭說內，它的意義是「爲其中之一份子」。如孫文是一革命家，表示他是革命家這類中之一份子。在純粹普稱辭說內，它的意義是「屬於」。如有些聖人是革命家，表示聖人這類有一部分屬於(或包括在)革命家類之中。學者以「=」代表同一，以「ϵ」(一個希臘字，讀 epsilon) 代表「爲一份子」，以「⊂」(倒排的馬蹄符號)代表「屬於」。同一是↔R→；「爲一份子」是R→，而不是←R→，不是→R→；「屬於」是→R→，而不是←R→。

另外有一種辭說，如某甲是聰明的，人是有理性的。可將這類辭說裏的形容詞變爲類稱，如某甲是一個聰明者，人是有理性者。經過這番變化之後，「是」的意義如上段所云。若不把這類辭說變成第二或第三種，我們可說在這第四種的辭說裏，「是」有第四種的意義，卽指示屬性。在本章及下章裏，這類辭說總被變爲第二類或第三類。

現在要提出以辭說內情形爲根據的意涵關係了。我們將

先提出關於第一第二兩種辭說的。

(某甲R某乙)≡(某甲R″某乙)。如說我看見他，等於說我不是沒有看見他。兩次反稱變回正稱，卽兩撇可以相消。普通以動詞之正反來斷定辭說之質 (quality)。有R的爲肯定 (affirmative) 辭說，有R′的爲否定 (negative) 辭說。R有兩撇或多撇時，形式上是否定，意義上或是肯定，如撇數爲偶數，或是否定，如撇數爲奇數。

(某甲R乙)≡(某甲R″乙)。如我讀過好幾本書，等於我不是沒有讀過好幾本書。(甲R″某乙)也是一樣，等於(甲R某乙)。如所有學生不是不喜欣某教員，等於所有學生喜欣某教員。

雙反原理未嘗不可應用於辭端，但就頭兩種辭說而言，這很不自然：卽人們只說李君去了，而不說(非非李君)去了；只說孫文是孫中山，不說(非非孫文)是(非非孫中山)。關於特別的動詞，如上面所分析過的「是」，雙反原理可應用於第二種辭說之動詞及賓詞之間。以「R」代表「是」這種特別的動詞。

(某甲「R」乙)≡(某甲「R」′乙′。) 如說王是一個人，等於說王不是一個(非人)。這叫着換質 (obversion)，把原來

肯定的辭說變成一否定的辭說了。普通只以本條所包括的爲換質，其實從（某甲R乙）到（某甲R”乙）也是換質。

若動詞不是「R」，本條不能成立。如說（1）我坐在一條凳子上，不等說（2）我不坐在一條非凳子上。臥是不坐，床是非凳子之一。（2）可解作（3）我臥在床上。（1）與（3）之不相等是很顯明的。若動詞是「R」，情形便不同。

王是一個人，是王爲人類一份子的意思，卽王 ϵ 人。王不是一個非人，是王不是非人類中一份子。畫出圖來，圈子內爲人，圈子外爲非人，在圈內卽不在圈外，不在圈外卽在圈內，沒有旁的可能。

換質以外可以換位，卽將主詞改爲賓詞，賓詞改爲主詞。換位要看動詞的性質。

（某甲←R→某乙）≡（某乙←R→某甲）如丁君在江君之旁，等於江君在丁君之旁。這可稱爲直接換位，或簡單換位，因在對調兩端的地位以外沒有旁的手續。對於R→，卻不能用此原理，如丁君大於江君，則江君大於丁君不能成立。

「同一」有對調性，故

（某甲「R」某乙）≡（某乙「R」某甲），如孫文是孫中山，等於孫中山是孫文。但「爲份子」不是←R→，故有了某甲

「R」乙之後,不能說乙「R」某甲;我們只說張君是一個學生,不說一個學生是張君。英文文法准許我反過來說,如A great general is Napoleon。除非我們無形之中將「is」的意義改為同一了,這條英文文法的規則是沒有邏輯上的根據的。

還有種換位的法子是利用動詞的逆稱 (converse),好些關係有順逆對詞 (correlatives),如為父與為子,大於與小於,在上與在下……。用$\check{R}$代表R的逆稱:

(某甲R某乙)≡(某乙$\check{R}$某甲),如黃大於汪,卽是汪小於黃,他是她的夫,等於她是他的妻。

若關係是沒有順逆對詞的,仍可藉改變語氣 (voice) 以調位。黃打汪,等於汪被黃打。

(某甲R乙)=(乙$\check{R}$某甲)。如趙某是好些人的先生,等於好些人是趙某的學生;如他救了幾個人,等於幾個人被他救了。

(某甲「R」某乙)⊃(某甲的丙「R」某乙的丙)。如孫文是先總理⊃孫文的夫人是先總理的夫人。注意本條的動詞是「R」。不用「R」則不成立,如孫文有功於國民黨⊅孫文的夫人有功於國民黨的夫人。又注意本條只用「⊃」而

沒用代表互相意涵的「≡」。這因爲

(某甲的丙「R」某乙的丙)⊅(某甲「R」某乙)。如第一位姨太太的先生王某是第二位姨太太的先生王某，但第一位姨太太不是第二位姨太太。

(某甲「R」乙)⊃(某甲的丙「R」乙的丙)。如上海是一個商埠⊃上海的居民是一個商埠的居民。這條和上一條是公因原理的一種應用；有時被稱爲附性法 (contribution)。附性法另有一式樣：

(某甲「R」某乙) ⊃ (有X情形的甲「R」有 X 情形的某乙)。如孫文是孫中山⊃有名的孫文是有名的孫中山。同樣的，

(某甲「R」乙)⊃(有X情形的某甲「R」有X情形的乙)。如孫文是一個人⊃有名的孫文是一有名的人。前種附性法將附入的名詞變成主詞與賓詞了，這種附性法只在原來的主詞賓詞上加了共同的形容詞。

現在要敍述純粹普稱辭說的意涵關係了。讓我們先分別普稱的種類：

凡甲R乙：	卽全謂肯定，	如凡人皆是動物；
凡甲R'乙：	全謂否定，	凡人皆不是植物；

有甲R乙：　　偏謂肯定，　　有些人是學生；

有甲R'乙：　　偏謂否定，　　有些人不是學生。

我們用「R」以外的動詞當然也可以。如凡人皆呼吸空氣，凡人皆不怕金錢，有些人好讀中文書，有些人不好讀中文書。甚而沒有賓詞亦可；如所有的學生都到齊了，所有的教員都沒有請假，有些校工去了，有些校工不來了。但不用「R」的辭說很易變成用「R」的。如凡人皆呼吸空氣可變為凡人皆是呼吸空氣者，如有些校工不來了可變為有些校工是不來者。變成有「R」的動詞後，

凡甲「R」乙，可簡稱為甲A乙，可簡寫為甲||:乙；

凡甲「R」'乙，可簡稱為甲E乙，可簡寫為甲|||乙；

有甲「R」乙，可簡稱為甲I乙，可簡寫為甲|:|乙；

有甲「R」'乙，可簡稱為甲O乙，可簡稱為甲|::乙。

寫在最右面的符號是沈有乾先生所發明的。它們在換位時與換質時非常有用處。每一符號有三直行，每行或是一直線或是兩點。從左面數起，將依次稱為左行，中行，右行。中行為直線，代表全謂，中行為兩點代表偏稱，中行與右行相同時（即同為直線或同為兩點）代表否定，相異時代表肯定。中行與左行沒有特別的關係。左右兩行的關係容後

再說明。

在以上四種普稱以外可有，也當有，以下四種：

甲以外的一切「R」乙：可稱爲「新A式」，

可簡寫爲甲〈A〉乙，或甲:|:乙；

甲以外的一切「R」'乙：可稱爲「新E式」，

可簡寫爲甲　　　　或甲:||乙；

甲以外的有些「R」乙：可稱爲「新I式」，

可簡寫爲甲〈I〉乙，或甲::|乙；

甲以外的有些「R」'乙：可稱爲「新O式」，

可簡寫爲甲〈O〉乙，或甲:::乙。

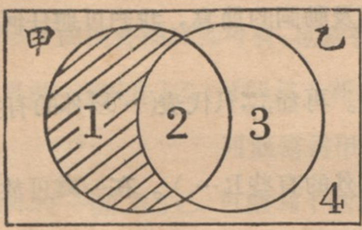
以後四種是舊式論理學所未有的，故稱爲新式。代表新式的四個英文字母總有〈 〉符，代表舊式的沒有這符號。代表新式的三行符號，左面一行總是兩點，代表舊式的總是一直。和上面相同，中行直線代表全稱，中行兩點代表偏稱；中右二行同則爲否定，不同則爲肯定。沈先生的這八個符號正是八卦，因而被稱爲八卦符號。

注意|||只代表(凡…「R」'…)，因而甲'|||乙不等於甲|||乙，也不等於甲|||乙'，也不等於甲'|||乙'。同樣的A只代表（凡…R…)，因而甲A乙不等於甲'A乙……。餘此類推。換

言之這些符號只是冠詞及動詞的簡寫，我們可將任何辭端放在它們的左面及右面。再如,:::只代表(…'以外的有些R'…)；〈I〉只代表(…以外的有些R…)。在…處可放入正稱或放入反稱的辭端。字母符號讀起來方便，即A，E，I，O，新A，新E，新I，新O；但八卦符號變化起來方便。每一卦皆有定名，但我們不妨將||:讀爲A，|||讀爲E，|:|讀爲I，|::讀爲O，:|:讀爲新A，:||讀爲新E，::|讀爲新I，:::讀爲新O，而不必用乾坤震巽坎離艮兌等讀法。八卦的通普寫法是橫的而不是直的，而每行或者是一橫，或者是兩短橫。爲方便與淸楚起見，我們改爲直寫而且改用兩點以代兩短橫。

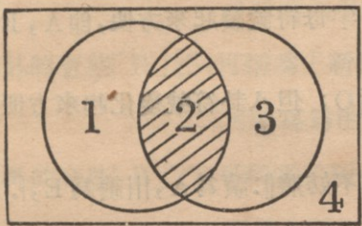
這八種普稱辭說的圖形如下：

A



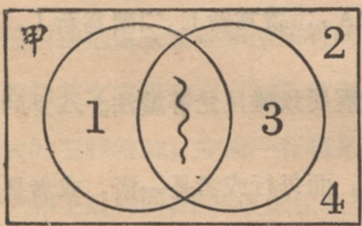
甲‖:乙卽乙外無甲，(甲乙') 部分被塗去。如凡學生是人。

E



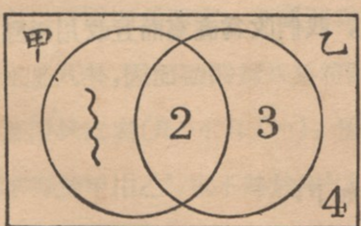
甲|||乙卽甲乙互相排外，(甲乙)被塗去。如凡男人不是女人。

I



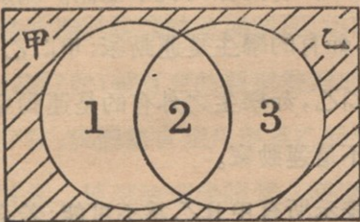
甲|:|乙卽有一些是甲而乙者，(甲乙)內有曲線。

O



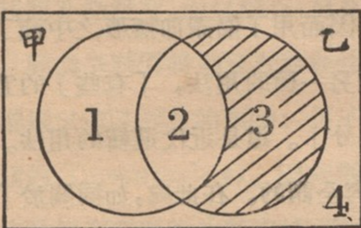
甲|::乙卽有一些是甲而非乙者，(甲乙') 內有曲線。

〈A〉



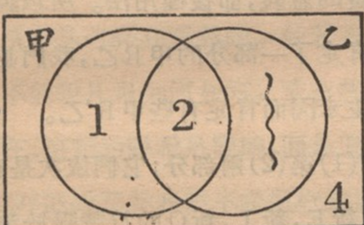
甲:|:乙卽甲與乙包括一切,(甲'乙')被塗。如人以外皆是非人。

〈E〉



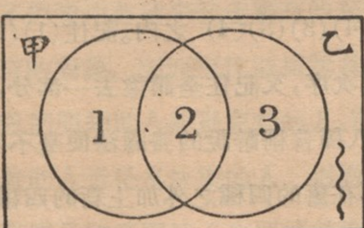
甲:‖乙卽甲外無乙,(甲'乙)被塗。如人以外皆不是學生。

〈I〉



甲::|乙卽有些是非甲而乙者,(甲'乙)內有曲線。

〈O〉



甲:::乙卽有些是非甲而非乙者,(甲'乙')內有曲線。

有被塗去部分的表示全謂，有曲線的表示偏謂。關於偏謂補舉例子如下：甲|:|乙，如有的學生是運動家；甲|::乙，如有的學生不是運動家；甲::|乙，如學生之外有的是運動家；甲:::乙，如學生之外有的不是運動家。

普通說有些甲R乙時，表示所有甲R乙爲不可能；若全謂爲可能，我們便不用偏謂；因而用了偏謂卽無形之中涵了全謂不能成立的意思。但照另一種的用法，「有些」的意思是「至少一部分也許全部分」。這是近代邏輯的用法。照這用法，偏謂不是絕對不容全謂的。在此處，如同關於「或」字一樣，我們將採取較廣的意義，卽後種用法。所以說有些甲R乙時，表示我們只肯定了一部分的甲R乙，我們並未因而否定所有甲R乙，卽並未因而肯定有些甲R'乙。

AEIO的記號限於第(1)第(2)兩部分；它們依次是在(1)(2)(2)(1)之內。新A，新E，新I，新O的符號限於第(3)第(4)部分，依次是在(4)(3)(3)(4)之內。記住(1)(2)(2)(1)，(4)(3)(3)(4)這個次序，又記住全謂塗去一部分，偏謂在一部分內畫曲線，這八種普稱辭說的畫圖法便毫不困難。由此也可明白爲什麼要在舊的四種之外加上新的四種：有了八種才各部分都顧到了。

關於普稱辭說有個很重要的問題。對於這問題的答案影響我們所將討論到的意涵關係。這問題是：普稱辭說含有存在的意義嗎？卽：被肯定的普稱辭說底各辭端是存在的嗎？或：甲若不存在，我們能肯定凡甲爲乙而判斷不錯誤嗎？我們將討論三種答案。傳統論理學認爲全謂偏謂都是有存在意義的；現代邏輯認全謂沒有，而偏謂有；另有第三種看法，卽作者所主張者，認爲全謂偏謂都沒有存在的意義。照傳統論理學的看法，辭端只能是存在的事物；用不存在事物做辭端的辭說是無意謂的 (meaningless)。因此傳統論理學所討研到的普稱辭說皆是以存在事物爲辭端的；因而在傳統論理學內，普稱辭說不得不是有存在意義的。倘若我們認爲鬼是不存在的，我們便不能說凡鬼如何如何，或有些鬼如何如何。不是因爲鬼不存在，這類的辭說是假的；而是它們簡直不是合格的普稱辭說。現在邏輯認爲我們不當這樣地過分限制普稱辭說的用處。我們不但要用普稱來敍述實有的對象，我們還該用普稱來描述虛有的對象。因而現代邏輯認爲全謂普稱不必有存在的意義。我們明知世人無最完善的人，我們卻要說而且可以說：凡最完善的人皆是最快樂的人。這辭說不但不因最完善人不存在的事實是無意謂的（如照傳統論理學看法），而且是可成立

的;卽眞的。但現代邏輯認爲偏謂普稱有存在的含義,因而我們不能說,有些最完善的人是最快樂的。這句話是有意謂的,卻不是可成立的一辭說。現代邏輯和傳統論理學不同處在全謂,而不在偏謂。第三種的看法更進一步,不但認爲全謂無存在的意義(和現在邏輯一樣)而且認爲偏謂也不當有存在意義。照這看法,我們以甲乙二項爲辭端只是說明甲乙二項之間的關係,甲乙二者的存在嚴格不是邏輯以內的問題。說凡甲爲乙,是說假定有甲乙,甲的全部屬於乙;說有甲爲乙,也只是說,假定有甲乙,至少一部分的甲屬於乙。換言之,說凡最完善的人是最快樂的人,最完善人雖不存在而這句話可以成立;說有些最完善人是最快樂的人,最完善人雖不存在而這句話也可是眞的。第三種看法和第一種看法,在全謂偏謂上都不相同。第二種看法介乎二者之中,關於全謂和第一種看法不同而和第三種看法相同,關於偏謂和第一種看法相同而和第三種看法不同。但就辭說間的關係而言第一種看法的結果和第三種的結果反而完全相同,而都和第二種看法的結果不同。我們將用一全謂與一偏謂來表示這三種看法的差別:

凡甲是乙:在第一種看法下等於:有甲,而且甲皆乙;

在第二種看法下等於:甲皆乙;

在第三種看法下等於：　甲皆乙；

有甲是乙：在第一種看法下等於：有甲，且有甲爲乙；

在第二種看法下等於：有甲，且有甲爲乙；

在第三種看法下等於：　有甲爲乙。

其實第一種看法在甲之外還認爲有甲'，有乙，有乙'。在第二種看法下，I 肯定有(甲乙)，O 肯定有(甲乙')，〈I〉肯定有(甲'乙)，〈O〉肯定有(甲'乙')。第三種看法只假設有甲，有甲'，有乙，有乙'，而不肯定。

現在要提出普稱辭說的意涵關係了：

(甲‖:乙)⊃(甲|:|乙)

(甲|||乙)⊃(甲|::乙)

(甲:|:乙)⊃(甲::|乙)

(甲:‖乙)⊃(甲:::乙)

這四條等於說：全謂辭說各別意涵相當的偏謂，即 A E〈A〉〈E〉各別意涵 I O〈I〉〈O〉。例如凡人皆動物，則有些人是動物。在第一及第三種看法下這四條可以成立。在第二種看法下，全謂與偏謂有根本上的區別，這四條不能成立。本書採取第三種看法，但有必要時亦注明其他兩種看法的結果。

根據上章裏(p ⊃ q)⊃(q'⊃ p')的原則，從上四條得：

(甲|:|乙)'⊃(甲||:乙)'

(甲|::乙)'⊃(甲|||乙)'

(甲::|乙)'⊃(甲:|:乙)'

(甲:::乙)'⊃(甲:||乙)'

上四條說全謂意涵偏謂，這四條說偏謂的反稱意涵全謂的反稱。換言之，全謂若眞則偏謂爲眞；但偏謂若假則全謂爲假。全謂假時偏謂可假可不假；同樣的，偏謂眞時，全謂可眞可不眞。例如知道了有些植物是礦物不能成立，則凡植物皆礦物不能成立。在第二種看法下，偏全絕對無關係；偏謂之假也許由於辭端之不存在，不是若有甲乙的話，有甲爲乙或甚而凡甲爲乙不能成立。第一種看法和我們的看法結果相同，只是解釋不同。

(甲||:乙)'≡(甲|::乙)；　　(甲|::乙)'≡(甲||:乙)；

(甲|||乙)'≡(甲|:|乙)；　　(甲|:|乙)'≡(甲|||乙)；

(甲:|:乙)'≡(甲:::乙)；　　(甲:::乙)'≡(甲:|:乙)；

(甲:||乙)'≡(甲::|乙)；　　(甲::|乙)'≡(甲:||乙)。

這八條告訴我們每一辭說的反稱到底是什麼辭說。一辭說及其反稱的關係叫着矛盾關係。二辭說相矛盾時，必有一眞

必有一假，不能同眞也不能同假。專稱辭說的反稱（即矛盾辭說）只R上多一撇，即某甲R某乙，某甲R′某乙是相矛盾的。但普稱辭說的矛盾關係在R變爲R′以外，還牽動冠詞。即：AO相矛盾，EI相矛盾，〈A〉〈O〉相矛盾，〈E〉〈I〉相矛盾。例如「凡學生皆人」和「有些學生不是人」是不能同眞也不能同假的；前者之眞即後者之假，後者之假即前者之眞。

就辭說的矛盾關係而言，第二種看法的結果和以上八條相同。只有在此處這三種看法的結果才完全相同。

就辭說的圖形而言，相矛盾的辭說是在同一部分畫不同的記號，如A塗去第一部分，O在第一部分內畫曲線。就八卦符號而論，欲得一辭說的反稱只須改變中行，由兩點改一直，或由一直改兩點。中行被改後，偏全變了，正負也變了。在最初的四條內，求得全謂的被涵者時，中右二行都要改動，不僅僅改動中行。

將這八條的結果代入第二個四條內去，得：

E⊃O，A⊃I，〈E〉⊃〈O〉，〈A〉⊃〈I〉。〔各辭端皆同故未寫出〕。這些即是最初四條，因此互相證明。

(甲‖:乙)⊃(甲|||乙′)即A⊃E′

(甲|||乙)⊃(甲‖:乙)'卽 E⊃A'

(甲:|:乙)⊃(甲:‖乙)'卽〈A〉⊃〈E〉'

(甲:‖乙)⊃(甲:|:乙)'卽〈E〉⊃〈A〉'

這四條是說:舊的兩個全謂,或新的兩個全謂(若各端相同時)不能同眞,有一眞了其他必假。但這不是說不能同假;事實上它們是可以同假的。例如凡人皆動物爲眞則凡人皆不是動物不能成立;如凡男人不是女人爲眞,則凡男人皆女人不能成立。但凡人爲學生和凡人皆不是學生,同是假的。這四條很易證明。據全謂與偏謂關係,A⊃I;據矛盾關係I≡E';以E'代入I,卽得A⊃E'。餘此類推。

在第二種看法下,情形不同:A⊃E'不能成立。因爲倘若甲不存在,則凡甲皆乙和凡甲皆不是乙可以同時成立。把AE的圖形合在一起等於將代表甲的圈子全部塗去,故無甲時,AE皆可成立。照第三種的看法,圖形裏有部分被塗去不表示那部分是不存在的,只表示那部分所代表的情形(或關係)是辭說所不容的。第三種看法認爲存在與否是另外一個問題,我們對於辭端採取假設的態度。若有甲則凡甲爲乙;若有甲則凡甲非乙。同在「若有甲」這假設之下,AE不能同時成立。

(甲|:|乙)'⊃(甲|::乙)　　　　(甲|::乙)'⊃(甲|:|乙)

(甲::|乙)'⊃(甲:::乙)　　　　(甲:::乙)'⊃(甲::|乙)

這四條說,若各端相同,新的兩個偏謂,或舊的兩個偏謂不能同假。這沒有說它們不能同眞;事實上它們可以同眞,雖然不必一定同眞。如有些男生是女生爲假,則有些男生不是女生不能爲假。但有些學生是運動家和有些學生不是運動家是同時可成立的。

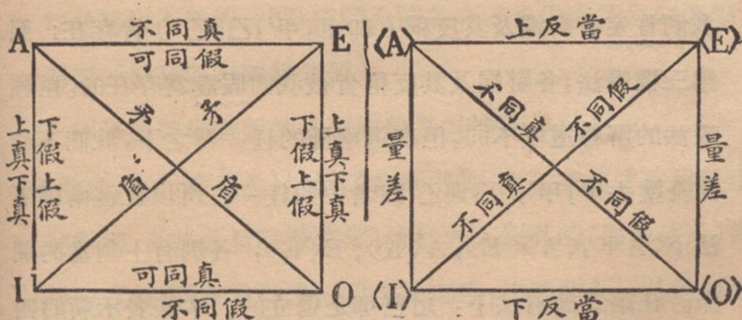
證明法同上:　E ⊃ O ; E ≡ I' : ∴ I' ⊃ O

A ⊃ I ; A ≡ O' : ∴ O' ⊃ I

〈A〉⊃〈I〉;〈A〉≡〈O〉': ∴ 〈O〉'⊃〈I〉

〈E〉⊃〈O〉;〈E〉≡〈I〉': ∴ 〈I〉'⊃〈O〉。

以上幾種的關係可以平常所謂的對當方形 (square of opposition)表出:



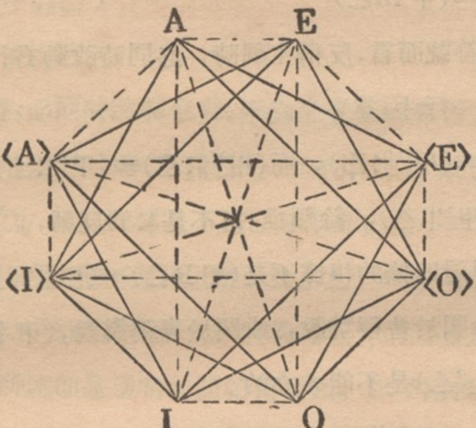
AEIO之間的對當關係和〈A〉〈E〉〈I〉〈O〉之間的對當關係完全一樣。我們在兩個方形裏注了不同的說明，爲的是指示有一名稱是另一名稱的簡稱。如矛盾卽是不同眞又不同假；上反當卽是不同眞而可同假；餘類推。

在第二種看法下，方形的四邊皆當寫「獨立」。「獨立」的意思是：可同眞，可同假，可不同眞，又可不同假。獨立等於無確定的意涵關係。但在第二種看法下，方形裏的對角線仍當寫矛盾。卽照現代邏輯的看法，只有A與O，E與I，〈A〉與〈O〉，〈E〉與〈I〉是矛盾的。旁的關係如上下對當與量差皆不能成立。

根據AE所以不能同眞，或〈E〉〈A〉所以不能同眞的同樣理由，A〈A〉，或E〈E〉也不能同眞；卽

A⊃〈A〉'〈A〉⊃A' E⊃〈E〉' 〈E〉⊃E'。 照第一種看法，我們肯定各辭端及其反稱（卽甲，甲'，乙，乙'）皆存在；照第三種看法，各辭端及其反稱皆被我們假設爲存在的。兩種看法的解釋這樣不同，但在這兩種的任一種之下，我們不能完全塗去甲，甲'，乙與乙'四者中的任一。所以在這兩種看法下，AE，〈A〉〈E〉，A〈A〉，E〈E〉，各別有上對當的關係。在第二種看法下，這些都是獨立的。本條表示新的四

種和舊的四種之間的關係。但在A〈A〉,〈E〉E以外,沒有旁的確定關係。我們可用一個八角形來表示這八種辭說的關係。已見上面二方形的及本條所敍述的關係皆用斷線代表。獨立的關係用連線代表。圖如下:



每角發出七根線。注意四種全謂各有三根代表獨立的連線,而四種偏謂各有四根連線。

以下述普稱辭說的換質換位及其他變化:

(甲R乙)≡(甲"R乙)　到了普稱辭說,兩反原則才可用於主詞辭端。如凡人皆呼吸空氣,等於非人以外的(即非非人)皆呼吸空氣。又如有些人好研究論理學,等於非人以外的有好

研究論理學者。R可如此，「R」更可如此。據本條：

(甲‖:乙)≡(甲'⁞⁞乙)

(甲|||乙)≡(甲':‖乙)

(甲|:|乙)≡(甲'::|乙)

(甲|::乙)≡(甲':::乙)

就八卦符號而言，反稱主詞時，必同時改動右行，卽靠近主詞的那一行。因爲

(甲‖:乙)≡(甲"‖:乙)，而(甲"‖:乙)≡(甲'⁞⁞乙)：故(甲‖:乙)≡(甲'⁞⁞乙)。餘類推。⁞⁞不是‖:的反稱，|::才是‖:的反稱。所以這四條的根據不是(甲R乙)≡(甲'「R」'乙)。事實上，不論關於普稱辭說，或關於專稱辭說，(甲「R」乙)≡(甲'「R」'乙)是不能成立的。

(甲R乙)≡(甲R"乙)　這和專稱辭說一樣。如凡人有五官，等於凡人不是沒有五官。(甲R"乙)又可作〔甲(R')'乙〕，因而可作(甲R'乙)'——這可讀如(甲R'乙)是假的。將此結果代入本條，得(甲R乙)≡(甲R'乙)'。應用本條的這個變化式於八種辭說，便得(甲‖:乙)≡(甲|::乙)'等等八條，卽一辭說爲眞時，它的矛盾詞便是假的。

(甲R乙)≡(甲R乙")。也要到了普稱，兩反原則才可用於賓

詞辭端。如學生讀書等於學生讀非書之外的東西（卽非非書）。第二種辭說的賓詞爲普稱時,也可用此原則。據此原則:

(甲‖:乙)≡(甲|||乙’)

(甲|||乙)≡(甲‖:乙’)

(甲|:|乙)≡(甲|::乙’)

(甲|::乙)≡(甲|:|乙’)

反稱賓詞時,必同時改動右行,卽靠近賓詞的那行。因爲(甲‖:乙)≡(甲‖:乙”),而(甲‖:乙”)≡(甲|||乙’),故(甲‖:乙)≡(甲|||乙’)。此處的根據不是(甲「R」乙)≡(甲「R」’乙’),因爲‖:的反稱不是|||。(甲「R」乙)≡(甲「R」’乙’)的原理關於第二種辭說可成立，但就純粹普稱而言是不可成立的。此處所述卽是通常所謂的換質法。以下講換位。

(甲←R→乙)≡(乙←R→甲)　這和專稱辭說一樣，讀者可以自己舉例。在八種辭式中,E,I,〈A〉〈O〉是←R→,其餘四種不是。八卦符號於此大有幫助。凡左右二行相同（同是直線,或同爲兩點）則那符號有對調性。因而:

(甲|||乙)≡(乙|||甲)

(甲|:|乙)≡(乙|:|甲)

(甲:|:乙)≡(乙:|:甲)

(甲:::乙)≡(乙:::甲)

以前說過(甲‖:乙)⊃(甲|:|乙)；既然現在又證明了(甲|:|乙)≡(乙|:|甲)；根據意涵關係的傳達性：

(甲‖:乙)⊃(乙|:|甲)； 同樣的：

(甲:‖乙)⊃(乙:::甲)。 這兩條是所謂的限量換位 (conversion by limitation)。注意本條不是用「≡」。E〈A〉二式也可有偏謂的意涵端。方才證明(甲|||乙)≡(乙|||甲)，以前證明(乙|||甲)⊃(乙|::甲)，故根據馬蹄的傳達性：

(甲|||乙)⊃(乙|::甲)； 同樣的：

(甲:|:乙)⊃(乙::|甲)。 照現代邏輯的看法，全謂不肯定任何一端而偏謂有所肯定，最後四條不成立。即現代邏輯不用限量換位法。

在最後四條裏，前兩條是先由全改偏再換位，後兩條是先換位再由全改偏。就八卦符號而言，我們要改動中右二行而且換位，次序倒無關係。

無對調性的關係只好仿專稱的例子，用

(甲R乙)≡(乙Ř甲)； 即用順逆詞或由改變語氣。如全校教員教訓全校學生，等於全校學生受了全校教員的教訓。所有這隊的隊員較高於那隊的隊員，等於所有那隊的隊員較低

於這隊的隊員。 若關係是「R」而又無對調性，則：

(甲「R」→乙)≡(乙'「R」→甲')。據此：

(甲‖:乙)≡(乙'‖:甲')

(甲|::乙)≡(乙'|::甲')

(甲:‖乙)≡(乙':‖甲')

(甲::|乙)≡(乙'::|甲')

讀者翻到前面各式辭說的圖形，可看出A〈E〉各別指定有某一端的全部在另一端的範圍內。既然如此，那另一端的反稱（卽非另一端者）不得不在某一端的反稱內。如凡人爲生物，等於凡非生物是非人；如生物以外一切皆不是人，等於非人以外（卽人）一切皆不是非生物。關於偏謂，情形少許不同，但亦可證明。(甲|::乙)是說有甲而非乙者；(乙'|::甲')是說有非乙而不是非甲者，卽等於說有非乙而甲者；亦卽等於說有甲而非乙者〔因(甲乙')≡(乙'甲)〕，和(甲|::乙)所說者完全相等。關於(甲::|乙)和(乙'::|甲')，也一樣。

普通稱這四條爲 Full contraposition（卽換質，換位，再換質），我們可採用「反稱換位」的名稱。應用八卦符號，換位只需一個原則：它可稱爲「帶邊換位」。如左端的旁邊是直線，左端換到右端時，左行的直線也帶到右面來了而變成右行

的記號。同樣的，原來在右行的記號（不管是直線或是兩點）也被帶到左邊去了，即（甲‖:乙）≡（乙:‖甲）；（甲:‖乙'）≡（乙'‖:甲）；（甲'::|乙）≡（乙|::甲'）；（甲'|||乙'）≡（乙'|||甲'）。餘類推。注意各端只換位了，並不改變原有的符號。又注意關係本來是有對調性的，左右二行相同，帶邊換後一切如前。但無對調性的關係，帶邊換後，左右兩行便和以前不同了。

八卦符號的換質及其他，也只要一個原則：即反稱任一端時，同時改動那端旁邊的那行。反過來也一樣，即改動左右之任一行時（不是中行），同時反稱那行旁邊的那端。即（甲|::乙）≡（甲':::乙）≡（甲'::|乙'）≡（甲|:|乙'）。這原則可令我們光改變辭說的對調性而不牽動旁的，（即由「R」→變爲←「R」→，或由←「R」→變爲「R」→）；如從（甲‖:乙）到（甲':|:乙）或如從（甲::|乙）到（甲'|:|乙）；即反稱左端，同時改動左行。它可令我們同時改變質與對調性，如從（甲:‖乙）到（甲:|:乙'），或如從（甲|::乙）到（甲|:|乙'）；即反稱右端，同時改變右端。它又可令我們只改變辭說的質而不牽動旁的；如從（甲‖:乙）到（甲':‖乙'），或如從（甲:::乙）到（甲'|:|乙'）；即反稱左右兩端，同時改動左右兩行。平常所謂的換質實是第二種，非第三種。

這個原則和上一個原則合在一起可令我容易地將任一偏謂變

出八種意義相等的式樣，將任一全謂變出廿四種式樣。如以:::爲例：

(甲:::乙)≡(甲'|::乙)≡(甲::|乙')≡(甲'|:|乙')≡

(乙:::甲)≡(乙::|甲')≡(乙'|::甲)≡(乙'|:|甲')。　上面一排的四式，或下面一排的四式，是四種偏謂的式樣。因爲各端的符號（正，負）不同，式樣不同而意義相等。上排四式和下排四式各別的關係是帶邊換位的關係。　如以|||爲全謂的例子：

(甲|||乙)≡(甲':||乙)≡(甲||:乙')≡(甲':|:乙')≡

(乙|||甲)≡(乙||:甲')≡(乙':||甲)≡(乙':|:甲')。每一排的四式是全謂的四式。上排四式各別和下排四式有帶邊換位的關係。這八式是相等的，可以來回地變化，和上面八種偏謂式一樣。以上八種全謂式每種意涵一偏謂及那偏謂的帶邊換位式。如(甲|||乙)⊃(甲|::乙)；(甲|::乙)≡(乙::|甲)故(甲|||乙)⊃(乙::|甲)。因而共有廿四種。換一種法子說，(甲|||乙)⊃(甲|::乙)，而(甲|::乙)可變出八種。(甲|||乙)換位後爲(乙|||甲)，因而意涵(乙|::甲)；(乙|::甲)和(甲|::乙)不相等，因而又可另外變出八種。合在一起也是廿四種。這廿四種分爲三組，一全謂組，兩偏謂組。在每組之中各式可來回

地變化。全謂組意涵二偏謂組，但兩偏謂組之間是無直接關係的。E式的二偏謂組如下：

(甲|||乙)⊃〔(甲|::乙)≡(甲':::乙)≡(甲|:|乙')≡(甲'::|乙')≡

(乙::|甲)≡(乙:::甲')≡(乙'|:|甲)≡(乙'|::甲')〕;

⊃〔(乙|::甲)≡(乙':::甲)≡(乙|:|甲')≡(乙'::|甲')≡

(甲::|乙)≡(甲:::乙')≡(甲'|:|乙)≡(甲'|::乙')〕。

再以無對調性的〈E〉式爲例：

(甲:||乙)≡(甲'|||乙)≡(甲:|:乙')≡(甲'||:乙')≡

(乙||:甲)≡(乙|||甲')≡(乙':|:甲)≡(乙':||甲');

(甲:||乙)⊃〔(甲:::乙)≡(甲'|::乙)≡(甲::|乙')≡(甲'|:|乙')

(乙:::甲)≡(乙::|甲')≡(乙'|::甲)≡(乙'|:|甲')〕;

⊃〔(乙::|甲)≡(乙'|:|甲)≡(乙:::甲')≡(乙'|::甲')

(甲|::乙)≡(甲|:|乙')≡(甲':::乙)≡(甲'::|乙')〕。

其他類推。在第二種看法下，全謂也只可有八種變化，卽只可有全謂組，而不能有任何偏謂組。上面所謂八種，廿四種，只是應用我們所已硏究諸原則的結果。若我們再加兩端一起放在一面的原則，我們的數目可以多一倍。若引用 Poretsky 的形式律 (Law of Forms)，任一辭說可有無限數目的變化式。（見章末所舉沈著及 Lewis 著兩種參考書）。

附性原則也適用於普稱辭說：

(甲「R」乙)⊃(甲的丙「R」乙的丙)；

(甲「R」乙)⊃(有X情形的甲「R」有X情形的乙)。到了普稱辭說,我們要特別注意否定動詞與比較形容詞。螞蟻是動物故最大的螞蟻是最大的動物。如馬不是鹿,故馬的食品不是鹿的食品。不是附性法不能用,而是我們措辭當謹愼。前一個例實在是說：在螞蟻中爲最大的螞蟻是在螞蟻中爲最大的動物。後一例子可改爲：馬爲(非鹿),故馬的食品爲(非鹿)的食品。

問題與練習

(1)指出以下諸關係的性質,爲R→,→R→,←R→,或↔R→？平行；接近；殺死；製造；一樣藍；在其中；研究；討論；喜欣；起訴；隔三尺。

(2)以下推論是否正確？

a　所有等邊三角形皆是等角三角形,故所有等角三角形皆是等邊三角形。

b　狗獸不許入內,故入內者不是狗獸。

c　有志者事竟成,故事成者皆有志。

d　只有人才是有理性的動物,故有些無理性者不是人。

(3)倘若(甲Ⅲ乙)是假的,什麼辭說是眞的,假的,或眞假不定？

(4)爲什麼需要八種普稱辭說?

(5)在AEIO四式中,能不能單獨改變對調性而不牽動其他?

參考書

沈有乾:現代邏輯,22-75 頁。

C. I. Lewis: Survey of Symbolic Logic (1918, Univ. California Press) pp. 145-146.

Johnson: Logic, Part I, Ch. VI; pp. 97-103; Ch. IX.

J. N. Keynes: Formal Logic, Ch. VIII.

唐擘黃譯:邏輯底原理,66-75 頁。

第五章

確定意涵關係(再續)

第三章討論了以辭說間情形爲根據的意涵關係；第四章討論了以辭說內情形爲根據的意涵關係。本章將討論同時以辭說間及辭說內之情形爲根據的意涵關係。第三章內各條是以複合辭說爲意涵端,第四章內各條是以簡單辭說爲意涵端。本章如同第三章一樣,將以複合辭說爲意涵端,但本章不和第三章一樣，在注意辭說間的情形以外還注意每一辭說的內部情形。在第三章裏我們硏究了好幾個可發生於複合辭說內的特別動詞。本章內各條的複合意涵端只用「與」這種特別動詞,旁的不用。本章的問題是:有了兩條或多條辭說之後,我們能推出一句怎樣的辭說。本章各條多半有這格式,卽:(p與q)⊃r。照第三章內的原理,(p與q)只意涵p,只意涵q,最多意涵(p或r)或意涵(q或r)。 本章因爲注意

辭說的內部情形，才可從（p與q）推出r——單獨的r。在實際上，我們在本章等於問有了（p與q）後，r要有什麼內部情形才可做它的被涵端；或反過來說，有什麼內部情形p和有什麼內部情形的q合在一起才可做r的意涵端。

本章所討論者大部分是所謂的三段推論（或三支推論），p，q，r各算一段(或一支)。意涵端的兩小端，有一被稱爲「大前提」，有一被稱爲「小前提」，被涵端被稱爲「結論」。照我們所採取的推論原則，「大小前提」合在一起叫着短前提；另一句表示「大小前提」和「結論」有意涵關係的辭說叫着長前提；有了長短前提之後，才可有結論。所謂的三段推論是一種規則，直接從p與q推論r。以前說過，任何原理皆可變成一種直接的原則（或規則），三段推論卽是這樣變出來的一種直接原則。

(p與q)⊃r所以可成立的條件是：p，q之間至少（也至多）有一端相同，p，q要有同樣的動詞。如(甲R乙)與(乙R丙)是合格的p，q；(甲R乙)與(丙R丁)，或(甲R丙)與(丙V乙)，便不合格，前者因爲無相同端，後者因爲動詞不同。相同端叫着中端 (middle term)。由於中端的作用及適當R的性質，結論才可能。因爲要經過中端的媒介，這種推論又被

稱爲間接推論 (mediate inference)，以別於上章的直接推論。中端盡完職務之後不現於結論裏。間接推論可看作一種消去中端的歷程，其式如下：

{(甲R乙)與 (乙R丙)}→{甲R(乙與乙)R丙}→{甲R(乙)R丙}→{甲(R乙R)丙}→{甲(R)丙}→(甲R丙)。

箭頭代表變化的方向與歷程。最重要步驟是從(R乙R)到R。有了適當情形的乙和有適當性質的R才可有這番變化。

就專稱辭說而言，只要動詞有傳達性便可。

{(某甲→R→某乙)與(某乙→R→某丙)}⊃(某甲→R→某丙)。

如王大於丁，丁大於江，則王大於江。純粹專稱辭說裏的「是」爲→R→。如王安石是王介甫，王介甫是王半山，所以王介甫是王安石。根據「與」的性質，(若以p，q代表意涵端內的兩小端)p q的先後次序無關，先寫大前提或先寫小前提都是一樣。但若中端不是一次爲主詞，一次爲賓詞，則除了特別的動詞以外，不能有確定結論：

{(某甲→R→某乙)與(某丙→R→某乙)}⊅(某甲→R→某丙)；

{(某乙→R→某甲)與(某乙→R→某丙)}⊅(某甲→R→某丙)。

如王大於丁，宋大於丁，王也許大於，也許小於，也許和宋同年。如丁小於黃，丁又小於張，我們也無從知道黃的年歲到

底大於,小於,或等於張的。要動詞不但是→R→,而且是←R→,卽是↔R→,我們才能有確定的結論:

{(某甲↔R→某乙)與(某丙↔R→某乙)}⊃(某甲↔R→某丙);

{(某乙↔R→某甲)與(某乙↔R→某丙)}⊃(某甲↔R→某丙)。

如同年,同在一處(指定時間內),等於,一樣高,一樣小,等等關係是↔R→。純粹辭說裏的「是」也爲↔R→。上面關於王安石的例子亦可爲本條例子。對於第二種的辭說,卽一端專稱一端普稱的辭說,以上諸條亦適用,但另有一些條件:

{(某甲→R→「乙」)與(「乙」→R→某丙)}⊃某甲→R→某丙。

如劉在所有這些人的右面,所有這些人在鄧的右面,那末劉在鄧的右面。注意本條的中端只能是全謂,而不能是偏謂。乙字上加了符號卽表示乙不能爲偏謂。如劉在有些人的右面,有些人在鄧的右面,劉卻不必一定在鄧之右;因爲第一次的「有些」和第二次的「有些」可以指不同的兩堆人。全謂的辭端在論理學裏叫着「周延端」或「普及端」(distributed term)。本條的條件是:中端必得是普及的。「有些」是代表不普及或不周延的冠詞。同樣的:

{(某甲↔R→「乙」)與(某丙↔R→「乙」)}⊃(某甲↔R→某丙)。

因爲是↔R→,無論乙放在那處都一樣;但乙仍得是普及的才成,故寫「乙」。

若大小前提只有一句是第二種的辭說,這句裏的普稱端不必是普及的:

{(某甲→R→某乙)與(某乙→R→丙)}⊃(某甲→R→丙)。

丙字上沒有加普及的符號。如張在沈之上,沈在有些人之上,則張在有些人之上。

大小前提皆是第二種辭說時,只要中端不是普稱端,我們也用不着普及的原則。卽:

{(甲→R→某乙)與(某乙→R→丙)}⊃(甲→R→丙)。如有些男生在賀之後,賀在有些女生之後,則有些男生在有些女生之後。由此可知在第二種辭說爲前提的推論裏,只當着普稱端爲中端時才需要普及的原則。

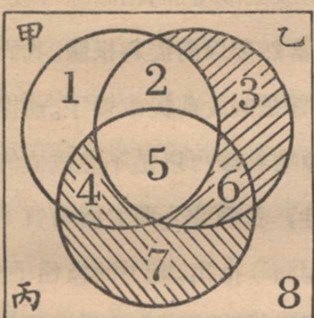
在前章的開始曾經說過第一第二兩辭說間的「是」字,意義完全不同。「=」爲↔R→,「ϵ」卻非→R→。因而前提裏——以第二種辭說構成的前提裏——不能有一次是「=」,一次是「ϵ」,也不能兩次皆爲「ϵ」。兩次爲「ϵ」的前提很不自然,事實上很少發生。但一次爲「=」,一次爲「ϵ」的前提時常發生,而且普通都認爲它不是錯的。例如我們說

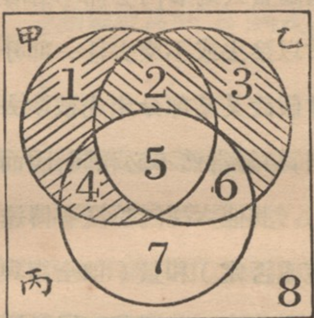
王介甫是王半山,王半山是臨川人,故王介甫是臨川人。這個推論所以可成立,不是因爲大小前提可以用不同的動詞,而是另有原因。我們可有兩種看法。凡相等的東西可以互相替代。如X＝Y,則f(X)＝f(y)。我們可以把上面的推論不當作三段論看待,認爲它的根據是相等替代的原則。介甫＝半山,故在寫半山二字處可改寫介甫二字。改寫的結果,第二句話自然變成第三句話了。或者我們仍然認它爲三段推論。若然我們便在無形中把介甫,半山兩個專名變爲類(class)了。類多半是有多個份子的,但也有只有一個份子的類(class with only one member)。一切專稱詞變成類後,便是這樣的類。專稱詞變類以後,原爲第一種或爲第二種的辭說都變成第三種了;「是」的意義也跟着變成「⊂」了。有了這番變化之後,我們的前提合格了,因爲「屬於」,即「⊂」,是→R→。傳統論理學以專稱辭說當作全謂普稱看待便是這個道理。但有了這番變化之後,我們已走到普稱辭說的範圍內來了。以下討論純粹普稱的間接推論:

{(甲:‖乙)與(乙:‖丙)}⊃(甲:‖丙);

{(甲‖:乙)與(乙‖:丙)}⊃(甲‖:丙)。若把A E I O〈A〉〈E〉〈I〉〈O〉當作八個簡單的R,這八種之中只有〈E〉及A是

有傳達性的。前一條,如凡人以外皆不是學生,而且凡學生以外皆不是得畢業文憑者,則凡人以外皆不是得畢業文憑者。後一條,如凡學生皆是人而且凡人皆是有理性者,則凡學生皆是有理性者。關於其他六種,情形沒有這樣簡單。在討論它們之先,將用圖形以證明關於A〈E〉的這兩條。在下面,左圖證明關於〈E〉式的,右圖證明關於A式的。





兩類合在一起共有四部分,卽2^2部分;三類在一起共有2^3,卽八部分。(1)爲(甲乙'丙'),(2)爲(甲乙丙'),(3)爲(乙甲'丙'),(4)爲(甲丙乙'),(5)爲(甲乙丙),(6)爲(乙丙甲'),(7)爲(丙甲'乙'),(8)爲(甲'乙'丙')。

在左圖裏,據(甲:‖乙),塗去(3)(6),因(3)(6)皆是甲外之乙;再據(乙:‖丙)塗去(4)(7),因(4)(7)皆是乙外之丙。這

條的結論等於說甲外無丙；這結論和圖中所表示的範圍不抵觸，故可成立。在右圖內，據（甲‖∶乙）塗去(1)(4)，再據(乙‖∶丙)塗去(2)(3)。結論也和圖中範圍不抵觸，故可成立。若在左圖內，(7)或(6)未先被塗去，結論不能成立，因結論的範圍和(7)或(6)未被塗去時的範圍相抵觸。同樣的，若在右圖內(1)(2)未先被塗去，結論也不成立。這就是說，將結論畫入圖形內去而不必有所改動或增加，結論才可成立。所以塗去或不塗去任一部分，當然要以前提為根據。我們方才假設某某部分未先被塗去，即是假設前提改變了。前提不同，結論當然不必相同，因而原有結論可以是不能成立的。

其他六種既然沒有傳達性，我們要先將它們的質（即肯定或否定）和量（即全謂與偏謂）抽出。剩下的僅僅「是」字是有傳達性的，因而是間接推論的適當動詞。普通的關係也有這種情形。如「大兩歲」無傳達性，卻「大於」是有的：甲大於乙，乙大於丙，則甲大於丙這句話可以成立；但甲比乙大兩歲，乙比丙大兩歲，則甲比丙大兩歲這句話不能成立。從E〈A〉I O〈I〉〈O〉裏抽出指定量或質的部分，是和從「大兩歲」抽出指定年數的部分一樣。經過這番手續，我們將這六種變成了適當的動詞。但我們對於所抽出的質與量不得不另外

有所規定。我們要指出在前提內，要有怎樣的冠詞，或有沒有否定詞，我們才能有確定的結論，而且結論必得有怎樣的冠詞或有無否定詞才可成立。不但如此，我們還得注意中端的地位。中端可有四種不同的地位，傳統論理學稱爲三段推論的四個格式 (four figures):

甲「R」乙與乙「R」丙……第一格
甲「R」乙與丙「R」乙……第二格
乙「R」甲與乙「R」丙……第三格
乙「R」甲與丙「R」乙……第四格
結論皆爲甲「R」丙式。

關於冠詞及否定詞的規定，各格又不相同。從前只有A E I O四種，已經須要十多條的規定。加上四種新的普稱以後，以前十多條的規定不夠用了，而且有許多也不適用了。我們不預備去擴充或修改傳統論理學裏那些規定，我們將根本上採取一種不同的而較簡單較有力量的方法。

這方法是美國一位女邏輯家勒德法蘭克林(Ladd-Franklin) 所發明的。她稱之爲不相容式 (Inconsistent triad)，又稱之爲反三段式(antisyllogism)。這式子是：有了指定情形的三句辭說以後，其中的任二是和第三辭說不相容的；若有任二句是眞的，第三句一定是假的；因而第三句的反稱可做其他二

句的被涵者。假定p，q，r有了指定的內部情形，則：

(p與q)⊃r'，

(p與r)⊃q'，

(q與r)⊃p'，

p，q，r的指定情形是：(1)其間有兩句是以E爲動詞的，有一句是以I爲動詞的；即說要有兩句E式，一句I式。E I都是有對調性的，主詞賓詞的地位沒有關係，因而沒有中端地位的問題，即無辨別四種格式的必要。(2)在兩句E式內，相同端要有不同的符號。如有一E式爲(甲|||乙)，則另一E式必得是(丙|||乙')。甲丙各有什麼符號倒無關係。如(甲'|||乙')與(乙|||丙)，或(甲|||乙')與(乙|||丙')，或(甲'|||乙)與(乙'|||丙')都可以。這條所規定的只是「乙」——兩個E式的相同端——要先後正負不同。(3)但在任一E式和I式之間，相同端要有相同的符號。「甲」在E式內是負的，則在I式內也得是負的，若在E式內是正的，在I式內也得是正的。「丙」也一樣。不管甲丙各有什麼符號，要緊的是在E式與在I式內，必得同爲正或同爲負。因爲這三句話的任何兩句皆可做其他一句的反稱底前提（即意涵者），中端這名詞不大適用。最好只用相同端這名詞。合乎這三種條

件的可稱爲合格的反三段論式。E 式與 I 式可稱爲標準式。

(甲|||乙),(乙'|||丙),(丙|:|甲);(甲'|||乙),(乙|:|丙),(丙|||甲);

(甲|:|乙),(乙|||丙),(丙'|||甲);(甲'|||乙')(乙|||丙')(丙'|:|甲'):

皆是合格的。以下幾條是不合格的:

(甲|||乙),(乙|||丙),(丙|:|甲):因二E式的同端非不同;

(甲'|:|乙),(乙|||丙'),(丙|||甲):因E I式的同端不相同;

(甲|:|乙),(乙|:|丙),(丙|||甲):因少一E式而多一I式;

(甲|||乙'),(乙|||丙),(丙'|||甲):因少一I式而多一E式;

(甲|||乙'),(乙|:|丙),(丙'|||甲):因二E式的同端非不同而I E式的同端不相同。

用這方法來查驗任何三段推論是否可以成立,只須(1)將被查驗推論裏的結論變成反稱,(2)再將大小前提及結論反稱三句辭說變成標準式。經過這兩種手續之後,若以上三個條件滿足了,則原有結論可以成立,否則不成立。如以

{(甲‖:乙)與(乙‖:丙)}⊃(甲‖:丙)　爲例。這條我們已知是可成立的。看它在這種方法下是否也可成立。(1)將原有結論(甲‖:丙)反稱,得(甲|::丙)。(2)將各辭說變成標準式:(甲‖:乙)變爲(甲|||乙');(乙‖:丙)變爲(乙|||丙');(甲|::丙)變

爲(甲|:|丙')。將(1)(2)的結果寫在一起:(甲|||乙'),(乙|||丙'),(甲|:|丙'):洽好有兩個E式,一個I式;二E式的相同端不同符號,E式I式的相同端各別符號相同。

我們說過A〈E〉以外其他六式是沒有傳達性的。假定有人誤認爲它們可以做間接推論的適當動式,讓我們看看這方法能否發現他的錯誤。假定他推論如右:{(甲|||乙)與(乙|||丙)}⊃(甲|||丙)。(1)將結論反稱得(甲|:|丙);(2)大小前提及結論之反稱皆已是標準式,無用變化。我們看出二E式的同端不是符不相同,故此推論不能成立。再假定他有這樣的一個推論:{(甲|::乙)與(乙|::丙)}⊃(甲|::丙)。這方法也可指出其中的錯謬。(1)(甲|::丙)變爲(甲‖:丙);(2)(甲|::乙)變(甲|:|乙'),(乙|::丙)變(乙|:|丙');(甲‖:丙)變(甲|||丙')。E式和I式相同端的符號各別相同。可惜沒有兩個E式,故不能成立。注意要三個條件完全滿足;犯了一個便不能成立。

若用這方法來推論任何兩句大小前提是否可有確定的結論,我們只須寫出適當的第三句辭說。所謂適當是指第三句被寫出以後,以上三個條件皆完全滿足。適當的第三辭說底反稱卽是我們所可有的確定結論。若無法寫出一句適當的第三辭說,則我們的前提是不能有任何確定結論的。如我們的前提是

(甲|:|乙),與(乙|:|丙),我們無論如何寫不出一句適當的第三辭說,因我們已有了兩個|:|式了。前提若是(甲:::乙)與(乙:::丙)也不成功,因變成標準式後,也是多有了一個I式。我們可以說任何兩個偏謂的前提皆不能有確定的結論。因爲不論旁的情形如何,變成標準式後總是多了一個I式,少了一個E式。除了這層限制之外,A E I O〈A〉〈E〉〈I〉〈O〉之中的任何兩個皆可有確定的結論。唯一的條件是:前提內各端的符號要適當。各種可能的倂合如下。在以下,將在左面先寫出前提,在大括符內注出前提變爲標準式後的情形;將在箭頭代表推論;在箭頭之後寫出適當的第三辭說,再在極右面注出我們所可得的結論——卽適當第三辭說的反稱。

甲‖:乙與乙‖:丙(乙’|||甲,丙’|||乙)

　　　　→　甲|:|丙’　∴　甲|||丙’

甲‖:乙與乙|||丙(乙’|||甲,丙|||乙)

　　　　→　甲|:|丙　∴　甲|||丙

甲‖:乙與乙’:|:丙(乙’|||甲,丙’|||乙)

　　　　→　甲|:|丙’　∴　甲|||丙’

甲‖:乙與乙’:‖丙(乙’|||甲,丙|||乙)

　　　　→　甲|:|丙　∴　甲|||丙

甲‖:乙'與乙|:|丙(乙|||甲,丙|:|乙)

→ 甲'|||丙 ∴ 甲'|:|丙

甲‖:乙'與乙|::丙(乙|||甲,丙'|:|乙)

→ 甲'|||丙' ∴ 甲'|:|丙'

甲‖:乙與乙::|丙(乙'|||甲,丙|:|乙')

→ 甲'|||丙 ∴ 甲'|:|丙

甲‖:乙與乙:::丙(乙'|||甲,丙'|:|乙')

→ 甲'|||丙' ∴ 甲'|:|丙'

關於其他各式,我們只寫出可能的前提,而不注出其他部分。當注意的是前提內各端的符號:

甲|||乙與乙'‖:丙	甲|||乙與乙|:|丙
甲|||乙與乙'|||丙	甲|||乙與乙|::丙
甲|||乙與乙:|:丙	甲|||乙'與乙::|丙
甲|||乙與乙:‖丙	甲|||乙'與乙:::丙
甲:|:乙與乙‖:丙	甲:|:乙與乙'|:|丙
甲:|:乙與乙|||丙	甲:|:乙與乙'|::丙
甲:|:乙'與乙:|:丙	甲:|:乙與乙::|丙
甲:|:乙'與乙:‖丙	甲:|:乙與乙:::丙
甲:‖乙與乙'‖:丙	甲:‖乙與乙|:|丙

甲:‖乙 與乙'|||丙　　　甲:‖乙 與乙 |::丙

甲:‖乙 與乙 :|:丙　　　甲:‖乙 與乙'::|丙

甲:‖乙 與乙 :‖丙　　　甲:‖乙 與乙':::丙

我們證明了八種辭說中的任何兩種皆可做間接推論的前提。在以上各條中，大小前提的動詞不是八卦符號，而只是八卦符號所含有的「是」。因此，一條有了兩個不同的八卦符號不表示那條的大小前提是有不同的動詞。在間接推論裏，二前提的動詞應當是相同的。以上各條各別證明每種併合為可能；但每種併合在所舉出的一條以外尙可有其他例子。如最後一條證明〈E〉〈O〉的併合可有確定結論。我們也可寫(乙:‖甲)與(乙:::丙)以代之。餘此類推。這例子還可表示我們對於原來以有負端的例子來證明者，又能找到無負端的例子。再以EA的併合為例。上面所舉的例子是有負端的。無負端的例子是：甲|||乙與丙‖:乙。其他有負端的各條大半可有無負端的例子。只有四種例外，即以下四種併合：EE；E〈O〉；〈A〉〈A〉；與〈A〉I。這四種併合的相同端非得符號不同，即有一次為負，不能有確定的結論。這因為E，〈A〉，〈O〉，I，都是右右二行相同的，調動各端的地位也無濟於事。至於相同端是在那一個前提裏為負，倒無關係。如(甲|||乙與乙'|||丙)可有結論，(甲

|||乙'與乙|||丙)也可有結論。雖然前者不等於後者，二者的結論在事實上皆是甲|||丙。前者畫出圖來是(2)(4)(5)(7)被塗去，後者是(1)(4)(5)(6)被塗去。(4)(5)是甲而丙者，既在二圖內皆被塗去，故(甲|||丙)的結論皆可成立，雖然其他部分不相同。

若意涵端不只有兩小端，卽有兩個以上的前提，我們有時可應用連環原則，有時不成。對於有傳達性的兩種，卽A與〈E〉，這原是適用的：

{(甲‖:乙)與(乙‖:丙)與(丙‖:丁)}⊃(甲‖:丙)。 如凡有系統的知識皆是科學的知識，凡科學的知識皆是合乎邏輯的知識，凡合乎邏輯的知識皆是眞理，則凡有系統的知識皆是眞理。

{(甲:‖乙)與(乙:‖丙)與(丙:‖丁)}⊃(甲:‖丁)。 如凡眞理以外都不是合乎邏輯的知識，凡合乎邏輯的知識以外都不是科學的知識，凡科學的知識都不是有系統的知識，則凡眞理以外都不是有系統的知識。

就A〈E〉而言，前提的數目可以無限。就其他六種而言，我們得逐步的推論。卽先取二先提，以反三段論法求得其結論；再以所得結論和另一前提用同樣方法求得新結論；再以

新結論和另一未用過的前提求得另一新結論，以至所有的前提都用盡了爲止。若在任一步上不能有結論，則便不能得到最後的結論。

在上章討論直接推論時，我們所用的是八卦符號及其原則；在本章討論間接推論時，所用的是和八卦符號發生密切關係的反三段論法。傳統論理學的種種規則被人們用過一兩千年了，對於一般不求進步的論理學者尙有很大的權威。我們根本上放棄它們了，現在於本章之末將隨便提出幾個理由。

（１）傳統論理學關於間接推論有一條規則：從兩個否定的前提不能得到任何結論。倘若我們限定前提不能有負端，則這條才可成立。上面已經證明了，若可有負端的話，ＥＥ也能有確定的結論。在直接推論時傳統論理學並不擯棄負端。爲什麼到了間接推論便無形之中擯棄負端呢？

不但如此我們加了四種辭式之後，肯定否定的觀念在未加修改之前是根本不適用的。從形式上看，〈Ｅ〉是否定；但卽使沒有負端，〈Ｅ〉〈Ｅ〉可有結論。同時，〈Ａ〉是肯定；但若不是有了負端，〈Ａ〉〈Ａ〉反而不能有結論。

（２）傳統論理學在間接推論裏無形之中擯棄負端。因而對於有負端的前提如：凡甲是乙，凡非甲是非乙，傳統論理

學的各種規則便不是直接適用的。

（3）普及的觀念在傳統論理學內占有很重要的地位。根據它的普及表，只有A的主詞，E的主詞及賓詞和O的賓詞是普及的。其實，普及須分兩種：大普及(strong distribution)與小普及(weak distribution)。若無此分別，則根據O之賓詞所以爲普及的同樣理由，A E內的各端都是普及的。若有了這分別，我們在四種之外又加了四種，普及表變成過分複雜，很不少記住。

若普及不分大小，傳統論理裏的好幾種直接推論都和它的另一規則相抵觸。這規則是：凡在前提內不普及的辭端在結論裏不當普及，否則推論不能成立。傳統論理學承認從凡甲爲乙可推論凡甲不是（非乙）。但據它所有的普及表前提的賓詞是不普及的，因前爲A式；結論的賓端卻是普及的，因結論爲E式。照上面那條規則，在直接推論裏被承認爲正確的推論不該是正確的。類同的例子很多。可看章末所舉 Miller 項下考參書。

傳統論理學的這些缺乏與不一致處未嘗不是可補充的與可修改的。但補充與修改的結果遠不如八卦式與反三段論式的容易明了與容易應用。我們根據簡單原則——在第二章討

論假設時所提出的簡單原則——毅然放棄傳統論理的各種規則。

問題與練習

(1) 以下推論對不對?

a　凡主張無政府者皆是理想家;一切理想家皆是空談者,故有些主張無政府者不是空談者。

b　有些殘忍的人不是強大的;因爲沒有強大的是膽小的,而有些膽小的人是殘忍的。

c　鳥獸能飛,飛機也能飛,故鳥獸是飛機。

d　甲大於乙,乙等於丙,故丙小於甲。

e　有些有用的金屬逐漸稀少了;鐵是一種金屬,故鐵逐漸稀少了。

f　瘋子不是人,因爲人是有理性的。

g　他在政界混了多年,故他的話不大可靠。

h　愛眞理者皆不是武斷論者;凡是武斷論者都好辨駁;故有些好辨駁的人不是愛眞理者。

i　A在B之左;D在C之右;B在C之右;C在E之左;E與F並行;故A在F之右。

j　人生是如夢的;他是向來不做夢的;故他已死。

k　{(甲:|:乙)與(乙:||丙)}⊃(甲||丙)

l {(甲|:|丙)與(乙:|:丙)}⊃(甲|:|乙)

m {(甲|||乙')與(乙|||丙)}⊃(甲|:|丙)。

n 人皆有兄弟，我獨無，故我仍是人。

參考書

沈有乾：現代邏輯，第九章。

Johnson: Logic, Part II, Ch. IV.

Ladd-Fanklin: On The Algebra of Logic, in Studies in Logic by Johns Hopkins Univ., pp. 17-71.

J. W. Miller: Negative Terms in Traditional Logic, in Monist, Jan., 1932.

第六章

或然的意涵關係

本章要討論另一種的意涵關係，和以前所討論者性質判然不同。以前所討論者爲確定的意涵關係。本章將討論者可稱爲或然的意涵關係。我們也可稱前種爲必然的意涵關係，稱後種爲不確定的意涵關係。p 意涵 q 時，q 可說是根據於 p，或 p 是 q 的根據。英人克因士(J.M. Keynes)發明了一種符號來代表這種事情，即 q/p。q/p 可讀作「q 根據 p」。若 p 確然地意涵 q，q/p =1，1代表確定。若 s 只或然地意涵 r，r/s <1。關於確定的意涵關係：若 q/p =1，q/(p 與 t) =1；即已眞被證明了的辭說不因得到新的根據而增加它底眞的程度，或它底確定的程度。關於或然意涵關係卻不然：若 r/s = m/n，m/n 代表小於 1 的分數，r/(s 與 p) ≠ m/n。增加 h 以後，原來的或然程度(可簡稱或然量)和以前

不相同了。在確定意涵關係裏只發生有或無的問題，即 q/p =1，或 q/p ≠1。在或然意涵關係裏，一切或然量皆小於1，因而我們的問題是小多少，是個數量上（或程度差異）的問題。因此在以前三章我們只用了「⊃」與「⊅」的符號，在本章裏卻非用 r/s，t/h，這類的符號，則不方便。

在研究確定意涵關係時，我們證明了：（甲|:|乙）⊅（甲‖:乙）；（p 或 q）⊅ p。本章的工作正是研究在那些情形之下，偏謂才（或然地）意涵全謂，簡略原則才可應用於或稱。我們還要問：在什麼情形下這類推論的或然量才增加或才減少。例如人們根據太陽一向出自東方的事實，推論太陽總會出自東方。太陽出了不知多少次。但以前太陽出來的次數只是一切可能次數的一部分。根據以前的出於東方以推論一切可能次數皆會如此，便是由偏謂推論全謂。又如人們根據過去的事實，推論凡人必有死的一天。這也是把已往的情形概括未來，即由偏推全。再如一個袋內放了若干有顏色的球。若只伸手去拿而不許用眼選擇，初次取出的球也許是紅也許是綠，或其他顏色。沒有人肯定初次取紅，他的肯定只是有或然性的；他的推論可描述如：（初次紅，或初次綠，或…）⊃（初次紅）。最後如擲骰子，其中的情形也是：（下次出1，或2，或

3,或4,或5,或6）⊃（下次出6）。出六只是可能之一，所以賭博不是生財的穩當路徑。

在上段的四個例子中，人們的堅固信仰也許會使令他們相信前兩個例子不僅僅有或然性。現在將再舉二例以表示堅固的信仰不是理論上的絕對擔保。歐洲人一向只看過白色的鵠(swan)；不曾見到是鵠而不是白的，猶如所有的人們不曾發現過太陽出自西方，或圓顱方趾者長生不死。他們因而推論凡鵠皆是白的。和澳洲接觸以後，他們知道有黑色的鵠，原來的推論被推翻了。數學家起先以爲 x^2+x+41，不論 x 什表何數，總等於一個只可爲1除盡的數目(prime no.)。試過多少數目，這公式皆被證實。後來有人以40代入 x，才發覺這公式不能成立。$40^2+40+41=1681$，而$1681=41\times41$，不僅僅是可用1除得盡的。關於日出與人死，我們也許有較充分的根據；但這不過表示這兩種推論的或然量較幾近於確定而已，而仍不是確定。

或然量分兩種。在特別情形之下，如關於擲骰子或從袋中取球這類的問題，推論的或然量可以是確定的數字，卽可是以確定數字爲分母與分子的 m/n。在其他情形下，我們只能比較兩個或多個推論的或然量，而不能知道每一推論的或然

量到底是多少。換言之，一種是可計算的，一種只是可比較的。另有些時候，我們甚而無從比較。最後這種情形猶如物件的異同。設有書四本：(1)爲藍色羊皮裝釘的，(2)爲紅色羊皮裝釘的，(3)爲紅色牛皮裝釘的，(4)爲藍色牛皮裝釘的。我們知道(1)比(4)較近於(2)，因(1)(2)質同，雖然色異，而(2)(4)質色皆不同；又知道(3)比(4)較近於(2)，因(2)(3)色同質異，而(2)(4)之間無一相同。但是我們不好說：到底是(1)(2)（卽質同色異）較相同，還是(2)(3)（卽色同質異）較爲相同。

現在要提幾條比較重要的原理：

(r或t)/s＝r/s＋t/s。這是或然推論裏的相加原理。以擲骰子爲例，令r＝初次出四，t＝初次出六，s＝關於骰子的知識。這原理告訴我們：初次出六或出四的或然量等於初次出四的或然量加上初次出六的或然量。根據骰子的結構，一次同時出兩個數目是不能的；卽(r與t)/s＝o。但旁的問題，如在校門口遇見甲或乙，同時遇見甲乙不是不可能的。有這種可能時，相加公理當作：

(r或t)/s＝r/s＋{t/s－(t與r)/s}；

＝t/s＋{r/s－(t與r)/s}。令r＝遇甲，

t＝遇乙，s＝我們的根據。那末遇見甲或遇見乙的或然量（注意，同時遇見二位也包括在內）等於遇見甲（不管同時有乙或無乙）的或然量，加上遇見乙（而不同時有甲）的或然量。寫出「－（r與t）/s」，可免同時遇見甲乙被算作遇見甲，又被算作遇見乙。

（r與t）/s＋（r與t'）/s＝r/s。用同樣的例子，同時遇見甲乙二位的或然量加上單獨遇見甲（卽同時無乙）的或然量，等於遇見甲（不管同時有乙或無乙）的或然量。用骰子為例，還更顯明。（r與t）/s＝o，因而o＋（r與t'）/s＝r/s，卽r/s＝r/s，或卽（r與t'）/s＝（r與t'）/s。每次只出一面，說（r與t'）等於說（r）。以上兩條是可從這條推演出的。

（r與t）/s＝r/s×t/（r與s）。這是或然推論的相乘原理。令r＝某甲恨某乙，t＝某甲毒死某乙。那末要問是否甲恨乙而且毒死乙，等於先問是否甲恨乙，而且再問甲若恨乙，是否甲會去毒死乙。概括而言，兩件事情同時發生的或然量，等於第一件事情單獨發生的或然量乘上在第一件發生後，第二件會發生的或然量。同樣的，

（r與t）/s＝t/s×r/（t與s）。因而：r/s×t/r與

$s=t/s\times s/(r$ 與 $t)$。相乘原理可另有一種式樣，我們先界說「不相干」與「獨立」二觀念，再回到它。

一種證據是否和當前的推論有關係，要依靠個人的直接判斷去辨別。將來再述相干的情形，先說不相干的。不相干的證據如天氣之於擲骰子，如國際關係之於從袋中取出紅色的球。若 $r/(s$ 與 $e)=r/s$，則 e 對於 r 不相干。換言之，不相干的證據不影響推論的或然量。

若 $r/(s$ 與 $e)=r/s$，則 $r/(s$ 與 $e')=r/s$，(假定 s 與 e' 不是相衝突的。) 例如天雨不增加出六的或然量，反過來，天不雨也不影響出六的或然量。卽若一種情形不相干，和那情形相反的情形也不相干。以下界說「獨立」。

若 $u/(v$ 與 $s)=u/s$，而且 $v/(u$ 與 $s)=v/s$，則 u/s 和 v/s 是互相獨立的。卽 u 對 v 不相干，而 v 對 u 又不相干，則 u，v 爲獨立的。如天氣雨晴不影響骰子出四或出六，骰子出四出六也不影響天下雨或放晴。因而天氣和擲骰子是獨立的。回到相乘原理：

若 r/s 和 t/s 是獨立的，則 $(r$ 與 $t)/s=r/s\times t/s$。在這種情形之下，$r/s=r/(s$ 與 $t)$，因而只寫出 r/s 便可。同樣的，$t/s=t/(s$ 與 $r)$，故只寫 t/s。兩件事

情爲獨立時，我們不必分第一件第二件。它們同時發生的或然量，等於它們各別分開發生或然量之積。

以上諸條只說出兩個或多個或然量的相等情形。現在要說明能令我們計算每一或然量爲多少的那種特別情形。這情形的特別處可分兩點說明：

（1）我們的證據對於各種可能的結論必得是有同樣力量的。卽除去不相干的證據之後，我們無充足的理由來斷定某一種結論比另一種結論有較大的或然性。這原則一向被稱爲非充足理由原則(principle of non-sufficient reason)。我們將依克因士改稱爲不偏原則 (principle of indifference)。令(甲R)，(乙R)代表兩種可能，若h是不偏的證據則：(甲R)/h＝(乙R)h；另換一個動詞，(甲v)/h＝(乙v)/h。在不偏的證據下，甲，乙可說是「等量」或然的(equi-probable)。

（2）各種可能的結論必得是互相排外的與共同盡舉的。而且每種可能必得是不可再分爲同樣格式的小部分的。如以（出四或出六）爲一種可能，則它不是不可再分的，因它可分作（出四），（出六）二種。若有一可能可再分，各種可能的範圍便不同樣大小。（出四或出六）當然比（出五）的範圍大。再如（非紅）比（紅）的範圍較大，因黃藍白黑……皆屬於

非紅。

擲骰子的情形滿足以上兩點。骰子共有六面，我們以一面爲一種可能。因而每種可能皆不可再分。骰子不能同時兩面向上，故各可能爲互相排外的。骰子未必個個做得完善，但在未發現其弊病之先，我們無充足的證據來偏袒任一可能。因而各種可能是等量或然的。令h_1, h_2……代表出一，出二……，以h代表我們在未擲以前的不偏證據之下：

$p_1/h=p_2/h=p_3/h=p_4/h=p_5/h=p_6/h$。

我們知道骰子擲出以後，非出一面不可，即

$(p_1$或p_2或p_3或p_4或p_5或$p_6)/h=1$。應用相加原理，得

$p_1/h+p_2/h+p_3/h+p_4/h+p_5/h+p_6/h=1$，因而

$p_n/h=1/6$，p_n代表六種可能中之任一種。概括而言，設有p_1 …p_k可能，而$p_1/h+\cdots p_k/h=1$，則

$p_n/h=1/k$，$p_n=K$可能中的任一種。如同時擲二骰子，共有36種可能；初次同時出六的或然量是卅六分之一。

但若一個骰子接連出了多次的六，下一次出六的或然量卻不是1/6。接連出多次六的事實不是不相干的證據。這也許是骰子第六面較重些的表現。學者算出了幾個公式，教我們如何根據以往的次數來推算下一次的或然量。

$$p_1/h=\frac{m_1+1}{M+\alpha};$$

$$p_2/h=\frac{m_2+1}{M+\alpha};$$

$$p_\alpha/h=\frac{m_\alpha+1}{M+\alpha}。$$

大寫的M＝已出次數的總數；小寫的m＝每一可能已出的總數；希臘字 α＝各種可能的總數；p_1，p_2……p_α＝第一種，第二種……第末種可能。

設若第六面（即 p_6）已出 50 次，其他五面共出 50 次，那末下一次出六的或然量：

$$p_6/h=\frac{50+1}{100+6}=\frac{51}{106}=1/2-。$$

設若在已往的百次中第三面出過廿次，則下一次出三的或然量爲：

$$p_3/h=\frac{20+1}{100+6}=\frac{21}{106}=1/5+。$$

同樣的：若一共只擲了一次，而這次出的是 2。第二次再出 2 的或然量是七分之二，第二次出其他五面之指定一面的或然量爲七分之一。

一般的情形卻不是可滿足以上兩個條件的。因而我們只

能比較，而不能算出確定的數字。比較的方式分兩種：

(一)比較 q/h 和(q 與 r)/h。 在普通情形之下：q/h ＞(q 與 r)/h。卽在同樣的證據之下，結論的內容較多，則推論的或然量較少。我們需要一種條件卽 r 不是可從 q 推演得出來的。如根據某種的證據，我們推論某物是有顏色的；我這推論的或然量較大於我們推論同一物有色而且有紅色的或然量。因爲顏色不只紅一種，(有色)比(有色而且爲紅色)的可能性較大得多。但若令 q ＝有紅色，令 r ＝有顏色，則 q/h＝(q 與 r)/h。因爲凡有紅色者皆是有顏色者，卽 r 是可從 q 推出的。

(二)比較 q/s 和 q/(s 與 p)。 這是比較同一推論在不同根據上的或然量。若 p 滿足相當的條件，

p 有利於 q/s 則：q/s ＜ q/(s 與 p)；

p 不利於 q/s 則：q/s ＜ q/(s 與 p)。

換言之有利的新證據增加或然量，不利者減少。p 的條件是(1) p 不是不相干的，(2) p 沒有獨立而相輔的部分。若 p 可分爲 p_1，p_2；而(p_1與p_2)＝p，而p_1不可從p_2推出，p_2不可從 p_1 推出，則 p 未滿足第二條件。p 若有獨立而相輔的部分，則也許p_1有利於q/s，而p_2不利於q/s。例如有一個見證人說了

許多話，有些話是有利於一種結論，有些話卻不利，則這位見證人的話是否增加或減少那種結論的或然量是不易斷定的。

p若不是有獨立部分的而且是相干的；又若q/(h與p)=1，或若q/(h與p')=o，則p爲有利的證據。這等於說：p若爲q的充足條件，或爲q之必要條件，則p對q是有利的。頭一部分是說有了p便可有q，如天雨則地濕；第二部分是說沒有p（即p'）則不能有q，如人不呼吸則不活。充足條件與必要條件皆是有利的證據。

若q/(s與p)＞q/s則p/(s與q)＞p/s。即p有利於q/s時；q亦有利於p/s。這便是思想歷程裏第四步及第五步的根據。第四步引申假設的涵義，即依據以往的經驗或已得的知識推論在某種假設之下該有什麼情形。換言之，這種假設可以解釋這些情形。若在第五步內發現這些情形果然發生了，我們說假說已被證實。這等於說這些情形的發生是有利於原來的假設的。令p爲假設，s爲我們的其他知識，q爲某些情形。本條是說：若有了p以後的或然量增加，則有了q以後，p的或然量也可增加。日球中心學說（加上牛頓的物理學）幫助我們解釋天王星在軌道上的差池由於另有一個星球，因而事後海王星的發現增加日球中心學說的或然量。根據相乘原

理可以證明本條。相乘原理是：

$(q與p)/s=q/s\times p/(s與q)$

而且 $=p/s\times q/(s與p)$；

那末：$p/s\times q/(s與p)=q/s\times p/(s與q)\cdots(1)$

據本條意涵端：$q/(s與p)>q/s$

因而：$p/s\times q/(s與p)>q/s\times p/s\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$

(1)與(2)，∴ $p/(s與q)>p/s$。

這一條原理可稱爲相干原理。

普通所謂的歸納屬於第(二)種的比較。歸納對於科學與生活的其他方面都非常重要。我們將於本章的剩下部分討論它。歸納分兩種：一種是以一句全謂的辭說爲結論的；一種是以偏謂辭說爲結論的。如推論凡鵠皆白，則爲前種；推論大多數的鵠是白的，則爲後種。前種較簡單又較基本，我們的討論限於前種。

歸納推論的情形可以敍述如右：推論者在某些例子裏看見子(一種性質或特點)和丑(另一種性質或特點)連在一起；推論者不曾看出例外的例子；因而推論：在一切未被檢驗的，或尙未發生的例子裏，子丑也是連在一起的。我們要問：有了些什麼情形，這番推論——歸納推論——的或然性才增加。我

們不改變我們的結論，而只設法增加我們的證據，故這屬於第(二)種的比較，歸納的證據是已被檢驗的例子。已被檢驗的例子只是一切可能例子中的一些例子。這些例子到底是怎樣的一些例子，便斷定結論所可有的或然量。

頭一個標準是：所已檢驗的例子愈多愈好。就例子的數目而論，例子的數目愈大，則結論較近於1。例如原始人類在他們的時代推論太陽總會出自東方，遠不如我們在今日作同樣的推論可有較大的或然量。旁的證據不管，從那時代到今日，太陽出自東方的例子不知增加了多少。歷史上的記錄告訴我們太陽在這期限內不會出於其他三方。科學家一再做同樣的實驗，一方面是藉以檢驗旁的科學家底結果，一方面也未嘗不可說是增加例子。例子太少，推論便靠不住。一般的迷信大都由於少數曾經給人們深刻印象的例子使令人們不去統計反面的例子。

一種東西的可能例子不知有多少。假定可能例子之數是一指定的數目，所已檢驗的例子愈多，則尚未檢驗的例子愈少。可能例子之數和已檢驗例子之數的差異愈小，推論的或然量便增加而不減少。例如我們以幾十個學生的例子爲根據，推論某校學生都有「子」特點。若我們已知道某校的半數學生

已有子特點，我們的推論比以前較可靠了。若事後又調查出n-1 個學生確有子特點，我們的推論可說是在實際上有了確定性的。我們不得不注明「在實際上」，因爲最後一個學生也許單獨沒有子特點，因而推翻我們的結論。關於全謂的結論，一個例外即可以推翻，雖然多個新例子並不增加多少或然量。倘若最後一個學生也被檢驗了，也有子特點，則「凡某校生皆有子特點」完全被證實。但在此時，我們已不在或然推論的範圍內了，我們的結論已有了確定性。一切例子皆被檢驗了的歸納叫着完全的歸納 (perfect induction)。我們的第一個標準可作爲：任何歸納以幾近於完全歸納爲上。

第二個標準是：例子的類別愈多愈好。旣然同是一種歸納結論的例子，任何二例子之間至少有兩點相同。如我們的歸納是凡鵠皆白，任一例子皆有兩個特點，即爲鵠與爲白色。因而所有的例子在這兩點上不得不是相同的。一切例子之共同特點，將稱爲「相同處」(positive analogy)。例子的相同處有的已被我們知道，也許有些相同處，我們尙不知道。前種的相同處可稱爲「已知的相同處」(known positive analogy)。例子之間可有不同處，如一隻是小鵠，一隻是老鵠，一隻在某一地方看見的，一隻是在另一地方看見的。凡不爲一切例所共同者

皆稱爲「相異處」(negative analogy)。被我們知道了的相異處稱爲「已知的相異處」(known negative analogy)。注意，只要有一個單獨的例子沒有某特點，某特點便算相異處,而不算相同處。這第二個標準是要我們設法增加已知的相異處。

我們的對象不知道可以有多少特點。這些特點不知道可有多少併合的可能。但若特點併合之可能是一可指定的數目，則已知相異處愈多,結論的或然量因而增加。這層不難證明。令我們的推論爲:凡子皆丑，即凡有子特點者皆會有丑特點，或即子特點必然和丑連在一起。我們不說凡丑皆子,也許由於我們先研究凡子皆丑,以後再研究凡丑皆子;或者由於我們已知道有丑而無子的例子。如人們推論凡鵠爲白，而不推論凡白物皆爲鵠,由於人們確實知道有色白而非鵠的東西。假定關於這推論的例子可分爲三類,其各別情形如下:

甲種例：子……寅卯辰……亥…丑

乙種例：子……巳午未……亥…丑

丙種例：子……申酉戌……亥…丑

根據甲乙兩種例子知道:子和申酉戌無特別關係，

根據甲丙兩種例子知道:子和巳午未無特別關係，

根據乙丙兩種例子知道：子和寅卯辰無特別關係。和子有特別關係的，卽可和子總連在一起的，除丑以外只有亥。換言之，我們有了三種已知的相同處，有了九種已知的相異處。假定我們的對象只有這十二種特點，那末我們的推論可說是有 1/2 的或然量。因爲子或者和亥或者和丑相連；據我們的假定，沒有第三種可能。設若我們能找到第四種例子，有子寅午戌丑而無亥者，則在同樣假定之下，我們的推論可說是完全被證實了。(註) 這種理想的情形叫着完全的類比 (perfect analogy)。第二個標準可作：任何歸納以幾近於完全類比爲上。

但若我們所研究的對象共有廿種特點。上面十二種以外的八種特點也許是相同處，也許是相異處。若全數是相同處，可和子總相連的特點共有十種（丑亥在內）；若八種皆是相異處，仍然只有丑亥兩種才有必然和子相連的可能性。在這兩個限度之內，我們愈多發現相異處，卽使令我們例子的類別愈多，則子和丑有必然相連的可能性愈大，卽推論的或然量增加了。外界實物的特點當然不只十二種或二十種。但由增加已知

(註)嚴格說，子仍可不和丑連在一起，因子不必和任一特點有必然相連的關係。所以除非我們的歸納合乎完全歸納的條件，我們的結論始終只有或然性。

相異處以增加或然量的辦法不因此而不適用。

第一個標準教我們多找例子,不管例子的情形如何。第二個標準教我們多找新的或情形不同的例子。有些學者認爲第一個標準不是一個獨立的標準。這些學者以爲例子多了所以好,由於例子多了之後也許例子的類別因而多了。任二例子很難絕對相同;所以例子的數目增加卽間接是例子的類別增加。嚴格說,兩個完全相同的例子(假若有的話)只好算作一個,不能算爲兩個。另有些學者卻以爲純粹歸納 (pure induction),卽純粹數量上的增加,也可增加推論的或然量。從主張純粹歸納的學者看來,卽使例子完全相同,兩個例子的力量到底比一個例子的力量大些。

既然在事實上很少有多個完全相同的例子,上段所敍述的爭執只有理論上的興趣。我們倒要設問:要使令這兩個標準有任何效力 (validity),我們應當有些什麼假定。在說明這兩種標準時所提出的各種假定不免把外界的情形過分簡單化。但我們似乎不能完全無所假定。關於第一標準我們當假定一切可能例子的數不是一個無窮的數。倘若可有無窮數的例子,則例子增加幾千幾萬也毫無濟於事。因爲無窮數的定義是:它和它的適當部分之間有一對一的關係。就無窮數而言,$n =$

n＋1，u＝u－1。用普通的話說，若一數是無窮數，多加幾兆，或減少幾億都不發生影響。那末，可能例子的數爲無窮數，則我們犯不着徒費力氣去增加例子。我們相信例子多可以增加或然量，由於我們無形之中假定可能例子之數不是無窮數。同樣的，關於第二個標準，我們也得假定我們所研究對象的特點不是有無窮多的倂合可能。學者稱此爲類別有限的假定(postulates of limitation of variety)。沒有這假定，我們也不必徒費功夫去尋求較多的相異處了。倘若這兩個標準是各別獨立的，我們需要兩個假設。旣然沒有絕對相同的例子，第一標準可以歸入第二標準，那我們只有類別有限的假定便可。

第三標準是關於推論的範圍的。推論的格式大都是凡子爲丑。我們以前把子丑皆看作單獨的特點；事實上子丑的範圍可以各別大小不同。它們各別的範圍大小和它們各別所包括的特點多少成正比例。第三個標準是：子的範圍愈大，或丑的範圍愈小，則推論的或然量愈高。理由如次。丑的發生必得倚賴子(不管丑是否同時可倚賴旁的)，凡子爲丑才可成立。丑的發生由於一些充足條件或一些必要條件。那末子所包括之特點愈多，其中有一爲丑之充足條件或必要條件底機會便愈

大。反過來，丑的範圍若大，則丑需要較多個的充足條件或必要條件。那末，丑的範圍愈大，則子已經包括丑所需要之各種充足條件或必要條件底機會便愈少。所以指定丑的範圍之後，擴充子的範圍可以增加或然量。所以指定子的範圍之後，縮小丑的範圍可以增加或然量。理想的情形是：子包括 n－1 個的相同處，而丑只代表第 n 個相同處。擴充子的範圍等於從 q/s 到 q/(s 與 r…)；縮小丑的範圍等於從(q 與 t….)/s 到 q/s。前面已經證明過：q/s<q/(s 與 r)而 q/s>(q 與 t)/s。

我們說過另有一種歸納，以偏謂辭說，而不以全謂辭說，爲它的結論。它的情形如此：在關於子的已被檢驗例子裏，有一部分有丑特點。令子對丑的比例爲 m/n，這種推論的結論是：下一個關於子的例子會有丑特點之或然性是 m/n；或是：在下一堆的例子裏，子對丑的比例爲 m/n。這種歸納牽涉到許多統計方法與原則，比我們所已討論者較爲複雜。但在性質上，兩種歸納是一樣的；以上三個標準，尤其是第二個，也適用於我們將不討論的這一種。

問題與練習

(1)用兩粒骰子，初次出（六或四）的或然量是多少？

(2)全班有三十個學生，最少有五個不及格；某甲不及格的或然量是多少？

(3)一袋內有五色球體若干個。在已往的十次中曾取出紅球三次，黃球六次，黑球一次。下一次到白球的或然量是多少？

(4)地球是太陽系統裏的一行星；火星也是太陽系統裏的一行星；地球上有人類，故火球上亦有人類。這推論的或然量如何？

(5)堯舜讓位是戰國以前的一種傳說；孔子請教老子是戰國以後的一種傳說。那種傳說的或然量較大？每種傳說到底有多少或然量？

(6)何以歸納要滿足三個標準，而其他或然推論不滿足這三種標準？ 其他或然推論是否也有它們的條件？

參考書

J. M. Keynes: A Treatise on Probabillty (1921, McMillan), Chs. IX, XII, XIV, XV, XIX, XX.

Johnson: Logic, Part III, pp. 16-36, 178-189.

B. Russel: Philosophy (1927, Norton), Ch. XXV.

第七章

科學概論

論理學所研究的是辭說之間的意涵關係。意涵關係是推論的根據，卽任一表示意涵關係的辭說皆可做推論的長前提或短前提。而且有了推論原則之後，其他原理——卽表示意涵關係的辭說——可以變成思想的直接原則或直接「方法」。我們求有系統的知識要用到這些「方法」。在敍述了一些意涵關係之後，我們將於這末一章略略討論各種利用這些「方法」，因而利用那些意涵關係的科學。

我們可採取編著科學大綱者湯姆生（J. A. Thomson）的定義：科學是根據觀察與實驗及對觀察與實驗所供給之資料加以反省而得的系統知識。換言之，科學是可覆按的，可互曉的，不羼私見，不雜情感的知識。科學的目的可說是發現最簡單最完備而又無矛盾弊病的敍述公式。

科學是從常識裹演化出來的。人們先有許多經驗知識然後才有科學。但常識或經驗知識有三種毛病:(1)它的內容太含糊了,對於事物的關係沒有準確精細的描述;(2)它的態度太肯定了,以爲它的含糊內容是不可變動的天經地義;(3)它是自相矛盾的,在許多地方不能一致。科學卻不然:(一)最注重準確精細,許多測量儀器便是謀達這目的的工具;(二)科學把定律看作有了相當根據的假設,隨時可修改它們,或甚而放棄它們,若有了新的反證;(三)科學最器重有普遍性或概括性的公式,希望把一切知識放在幾條最簡單的原則下。最近德國學者愛因斯坦(Einstein)發明相對論。學者所以相信它,由於它比牛頓的物理學說還較算得準確,也由於它能把原先獨立的力學與磁電學打成一片。在科學界,學說的新陳代謝是司空見慣。科學的進步絕對證明定律都不過是證據最多的假設而已。

科學開始繁盛時,人們看重科學的分類。近來學者看出各種科學之間的密切關係,不十分注意科學的分類。關於科學的分類,每時代有每時代的分法,而在任一時代內,各人的分類又未必相同。科學的分類純粹是爲知識上與實際上的方便起見。一切科學皆是關於大自然的描述,是互相關連的。爲我們

的目的起見,可將科學分爲:

(A)演繹科學,如數學,邏輯;

(B)歸納科學:

(1)自然科學:　a 物理科學,如化學,物理;

b 生物科學,如動物學,植物學;

(2)社會科學:如政治學,經濟學。

我們稱邏輯及數學爲演繹科學,不是歸納的方法不能應用於它們。關於 x^2+x+41 的例子便是數學裏應用歸納法的地方。這名稱只表示這兩種科學的性質較近於演繹。它們研究事物間最抽象的關係,因而有時被稱爲抽象科學或形式科學。同樣的,歸納科學也用到演繹的方法;不過它們的性質較近於或然推論。它們的對象是實有的外界,具體的事實界,因而又被稱爲具體的科學或客觀的科學。

自然科學的田野是狹義的自然界;社會科學的田野是人事界。自然科學裏的物理科學時常被稱爲「準確科學」。這因爲物理化學等比其他科學發達得較早,而它們的對象又不如其他科學之對象那樣繁雜。一切科學皆注重準確,皆希望達到所謂「準確科學」所已達到的準確程度。

心理學的地位不易斷定。行爲派的心理學家一定把它放

在生物科學項下。但大多數的心理學家沒有這樣偏，未必同意。我們沒有把它列入上面的分類，可把它當作生物科學和社會科學之間的一種過渡科學。

社會科學是諸科學中之最後進者。它們的對象最複雜。這對象中的單位便是我們自己。人們在爭利奪權時不惜犧牲許多人的生命與自由；但爲研究學問起見，很少有人主張作大規範的試驗。社會科學的進步遠不如自然科學，但前者的結果和人生有最密切最直接的關係。

在希臘時代，科學和哲學是不分的，二而一的。一切系統知識皆爲科學，亦卽皆爲哲學。那時候，只有系統知識和非系統知識的分別。以後，系統知識逐漸分化，如從一根樹幹長出了好些樹枝。樹枝逐漸長大，各別變成獨立的科學。現在科學家所討論的問題卽是以前哲學家所討論的問題。在哲學興盛的時代，哲學家認爲哲學的對象是最基本的知識，認爲哲學爲諸科學之科學，認爲各別專門科學都得叫哲學的指揮。到了科學昌明的今日，又免不了有人以爲只有科學便夠了，用不着有哲學。其實科學和哲學是互相關連的。若以車輪代表系統知識，輪之中心及外周是哲學，輞轂之間衆輻所隔開者是各別的專門科學。哲學研究諸科學所共有的觀念及假設，又將各科學

所得結果加以組織以構成一整全的宇宙觀與人生觀。哲學不能離開科學而在空中建樓閣。但中心與外周不堅固時，衆輻也無濟於事。科學和哲學是一同繁榮的，或一同衰萎的。

學和術是對立的。學以求知爲目的，術以製造爲目的。所謂應用科學，如醫學，工程學，皆是偏向於術的科學。上面所列各種科學可稱爲純粹科學，以別於此。我們可說純粹科學研究最普遍的原理，應用科學研究次等普遍的原理。這些原理之應用於實際卽是藝術。藝術分兩小類，一小類重美，一小類重用。前者如美術與文學，後者如手藝與工業。術是依賴學的。沒有法拉第，馬克斯威爾(Faraday, Maxwell)等學者在先，也許事後不會有愛迪生，馬可尼(Edison, Marconi)等發明家。現代的物質文明可說是科學所賜的。

歸納科學志在發現事物的因果。我們將說明密爾的五種求因果方法。第一種是契合法。它是：「倘若被研究對象的兩個或多個例子只有一種情形相同，在所有例子之間，這唯一共同的情形便是那現象的原因(或效果)。」如有以下三個例子：

a b c→A x

a d e→A y

a f g→A z

被研究現象爲A，各例共有的唯一情形爲a。據契合法，a爲A之原因。這方法所根據的是上章所述的類比原則。先後根據第一第二及第三個例子，我們知道b c d e f g不是A的必要條件，又知道x y z不是a的必有效果。因而a或然地爲A的原因。契合法要求各例之間除a以外餘皆不同。這條件不易滿足。即使滿足了，a也只或然地是A的充足原因(sufficient cause)；即有了a便有A。卻b c d e f g是否也是A的充足原因，我們不能肯定，也不能否定。A也許有多個充足原因，如摩擦可以生熱，生火也可生熱。類比原則是一種消除(elimination)的歷程。契合法所可確定消除的是箭頭之右的x y z。我們可以說契合法使令我們對於a的效果能作較精細的斷定。契合法指示A的原因，卻不能令我們消除b c…g。

第二個方法是差異法。它是：「倘若一個有被研究現象的例子，和一個無被研究現象的例子，除了一種情形之外，各種情形都相同，而那一種情形發生於前一例子裏；在這兩個例子之間所唯一不同的那種情形便是那現象的效果，或原因，或原因中的一不可缺少部分。」以a代表呼吸，以A代表活着。a b c→A x：b c→x。有a則有A，無a則無A。可見a是A的必要原因(necessary cause)。差異法要求在有a，A或無

a，A以外，其他情形皆相同。這要求也是很難滿足的。滿足時，我們也只能消除b c而不能消除x。即a也許不只有一種效果，雖然a不是x的必要原因，如x代表空氣流動。密爾認爲差異法比契合較可靠。密爾只注重到契合法有多因的困難，卻未注重到差異法有多果的困難。差異法的結果也只有或然性。差異法所能令我們作較精細斷定的是A的原因。它的作用正和上法相反。倘若我們能先用契合法證明a爲A之充足原因，再用差異法來證明a爲A之必要原因，則a爲A之唯一原因，A爲a之唯一效果。歸納科學最重視有了這種關係的a A。

密爾的第三個方法是：「倘若兩個或多個有某現象的例子只有一種情形相同，而兩個或多個無某現象的例子，除皆無那一種情形外，沒有任何同點；在這兩堆例子之間所唯一不同的那種情形便是某現象的效果，或原因或原因中之一不可少部分。」密爾稱此爲契合差異合用法。這卻不等於上段末了所述的情形。連合法的情形如下：

$$\left.\begin{array}{l} a\ b\ c \rightarrow A\ x \\ a\ d\ e \rightarrow A\ y \\ a\ f\ g \rightarrow A\ z \end{array}\right\}(1)$$

$$\left.\begin{array}{l} i\ j \rightarrow\ p \\ k\ l \rightarrow\ q \\ m\ n \rightarrow\ r \end{array}\right\}(2)$$

第（1）堆例子由契合法建立aA的因果關係。第（2）堆例子也由契合法建立（無a）與（無A）的因果關係。(1)(2)之間才應用差異法。但如密爾自己所指明，這嚴格不合差異法的條件，故他只稱此法爲間接的差異法。嚴格講，(2)堆的三例若只表現b c d…g等情形，(1)(2)之間才可應用差異法。旣然不是如此，合用法的結論沒有差異法的結論底那樣大的或然量。密爾所以要這第三種方法是因爲他認在有些時候我們找不到bc→x，de→y，fg→z的例子。若能有這樣的三個例子，又有第（1）堆內的三個例子，則我們只須先後各別應用差異法與契合法，而不必用契合差異合用法。

第四種方法是剩餘法；卽：「從任何現象內減去那些根據以往歸納已知爲某些前件的效果底部分，而現象所剩餘者卽是餘下前件的效果。」如已知b→c，d→e；假若abc→Ace，則此法告訴我們a爲A之原因，或反過來，A爲a之效果。如籃內有三件東西，已經知其他兩件及籃子的重量，第三件的重量不難求出。這方法要求bc和a是獨立的前件；又

要求 c e 和 A 是獨立的後件。若這條件不滿足，這方法不能給我們任何結論。如三個中國人（甲，乙，丙）遇見三個日本人之後，三個日本人都被殺死。我們雖事後發現有一個日本人是甲殺死的，有一個是乙殺死的，我們不能推論第三個日本人是丙所殺死。也許第三個日本人是甲或乙所殺死。卽使是丙所殺，也許丙不見甲乙已各別殺死一個，便不會動手。但若獨立的條件滿足了，則這方法所給的結論是有確定性的，而不僅僅有或然量；如上面籃中三物的例子。所以這方法的性質和以前兩個的及以下一個的都不相同。密爾不當把它放在歸納法內。

最後一個方法是共變法。它是：「當着另一現象發生某種指定的變動時，凡有現象隨之發生任何變動者卽是那另一現象的原因，或效果，或和它的因果有關係。」例如海潮的漲落隨着月球的地位而發生，證明潮的發生由於月球的吸引力。這方法的情形可分析如下：

$a_{(1)}$ b c d → $A_{(1)}$ n

$a_{(2)}$ b c d → $A_{(2)}$ n

$a_{(3)}$ b c d → $A_{(3)}$ n

這方法要求在可變動的 a A 以外其他皆同。但因我們不能找

到一個無 a 無 A 的例子，故不能應用差異法；只好注意 a A 各別的變動，根據其共變而推論它們有因果關係。共變法的性質和契合法相似。我們能推論 a 的變動致令 A 變動，卽 A 的變動是 a 變動的必有效果。我們又能推論 a 的變動不能使 n 變動，卽 n 的變動不是 a 變動所必有的效果。換言之，a 變動是 A 變動的充足原因。我們卻不能說 a 的變動對於 n 的固定沒有關係，或 b c d 的固定對於 A 的變動沒有關係。換言之，A 的變動也許還有旁的原因。但共變法的力量似乎比契合法的力量較大。這因為在許多時候，我們不但知道 a 的變動，A 的變動，而且可測量 $a_{(1)}$ $a_{(2)}$ $a_{(3)}$ 或 $A_{(1)}$ $A_{(2)}$ $A_{(3)}$ 有多少數量上的差異。在這種時候我們可求出 a A 共變的公式（正比例，或反比例，或其他情形），因而我們的結論得到較大的或然量。

總結一句，要斷定效果宜用契合法，要斷定原因宜用差異法，要斷定因果在數量的相關情形便得用共變法。剩餘法嚴格不是一種歸納法。歸納科學家希望可以從因推果，從果溯因，又希望可以從多少數量的前件推出多少數量的後件，從多少數量的後件溯到多少數量的前件。數量上的準確是近代科學的特徵，亦是近代科學所以能有驚異進步的原因。

演繹科學不研究實有事件的因果。從其為演繹科學而言，

演繹科學是可和存在界不發生關係的。演繹科學注重系統之構成。最早的例子是幾何學。人們先以爲歐克立德的幾何學是關於我們空間的描述。學者發明兩種非歐克立德式的幾何學以後，這門科學的性質才顯明了。據最近發明的相對論，我們的空間在事實上不完全是合乎歐克立德式的幾何學的。

演繹系統的性質是從少數的「原始」觀念與少數的「原始」辭說，推出多數的其他觀念與辭說。如歐克立德的幾何學是以五條定理與五條公理爲出發點。歐氏的五條公理中有一是所謂的平行公理。歐氏以爲經過一直線以外的一點，只能有一根直線和那直線平行。兩種非歐克立德式的幾何學各別換過不同的平行公理，一種假定有無窮數的平行線，一種假定沒有任何平行線。起點不同了，所得的推論也因而不同。所以演繹系統裏最重要的便是這些原始觀念與辭說。

反過來說，有了一堆辭說以後，我們可設法使之成爲一演繹系統，即找出一些可做它們原始觀念與辭說的觀念與辭說。如就歐氏的幾何學而言，法布侖 (Veblen) 只用三個原始觀念 (即 point, between, 與 congruence) 及十六條原始辭說，恆丁敦 (Huntington) 只用兩個原始觀念 (即 sphere 與 inclusion) 與二十八條原始辭說。另有旁的學者替歐氏幾

何學找出了其他可能的原始觀念與辭說。關於同樣的幾何學旣可構成多個的演繹系統，這事實一方面指出演繹系統的性質，一方面使人研究到好的演繹系底各種條件。

一系統內的原始觀念或辭說不必是另一系統內的原始觀念或辭說。原始與不原始只表示在指定系統內的先後地位，毫無其他涵義。其實任何觀念或辭說皆可當原始觀念或辭說；但因構成演繹系統的主要動機是要那些做我們起點的觀念或辭說數目愈少愈好，大半的觀念或辭說不合資格做原始觀念或辭說。有人稱原始觀念爲不可界說者(indefinable)，稱原始辭說爲公理(axiom)。這兩個名詞容易引起誤會。任一系統的原始觀念只在那系統內未被界說，不是不可界說者。同樣地任一系統內的原始辭說也不是什麽天經地義，只在那系統內未被證明而已。演繹系統是直線式的，不是圓圈式的，我們不得不有一個起點。爲免除循環界說式循環論證的錯謬，不得不選擇適當的起點。我們最好稱原始觀念爲起點觀念，稱原始辭說爲起點辭說。關於演繹系統所宜注意爲是系統的內部結構，卽是：它的原始部分和非原始部分是否發生意涵的關係；卽是：非原始部分的任一觀念或辭說是否皆可從元始部分推演得出來。

一個好的演繹系統當滿足三個條件。第一個是完備（或

充分）的條件。這是上段末章所述的情形。即原始部分要能包括非原始部分，即前者必得是後者的充分根據。若非原始部分有任何不能從元始部分推演出者，則此條件沒有滿足。第二個條件是獨立的條件。即原始部分內的觀念或辭說不當是有重覆的地方。若不重覆，原始觀念或辭說的數目便可減少到最小的限度。若有重覆，則構成演繹系統的主要動機沒有得到最大限度的滿足。第三個條件是原始部分的各辭說必得是一致而不相矛盾。若原始部分相矛盾，由原始部分推演出來的辭說也會不一致。演繹系統最忌不能一致。

假定我們的系統可用九個方格表現出來：

a	1	2	3
b	4	5	6
c	7	8	9

若原始部分只有a b c三條辭說，而從a b c三者可演出1 2 3…9，則第一條件滿足了。若a只包括1 2 3，b只包括4 5 6，c只包括7 8 9，則第二個條件滿足了。設若9不但可從c推出，且可從b推出，則未滿足獨立的條件。設若3不能從a b c三者之任一推出，則完備的條件未滿足。倘若我們

在1至9內未發現任何矛盾處則第三條件滿足了；否則我們的原始部分（即a b c）是不一致的。

在本書內不便說明與批評各種證明以上三條件的方法。有興趣的讀者可看章末所舉兩位 Young 著的或主編的參考書。我們只預備說以下一些話以結束本書。

數學的各部分皆可構成演繹系統。只有幾何學的課本是採取演繹系統的格式，所以我們不覺得其他部分，如代數等等，也可有此格式。論理學也是演繹科學之一，因而也是可有此格式的。本書為種種理由未採取這格式，但本書的內容很易被組成為一個演繹系統。

羅素曾將邏輯構成一演繹系統。他所用的原始觀念，如見於初版（1910）數學原理者，是(一)反稱的觀念和(二)或稱的觀念。他的原始辭說（用本書的寫法）有一部分如下：

(1)（p或p）⊃p

(2) q⊃(p或q)

(3)（p或q）⊃(q或p)

(4) {p或(q或r)}⊃{q或(p或r)}

(5)（q⊃r）⊃{(p或q)⊃(p或r)}。

這些原理我們在第二章裏已討論過了。羅素認為(p'或q)≡

(p ⊃ q)；又認爲偏謂辭說仍有存在的意義，雖然全謂是沒有的。頭一點，據我們的分析，是錯誤的；第二點和我們的看法不同。要不是爲了這兩層分別，我們簡直可將羅素所用者當作本書的原始觀念及辭說。

在同書的第二版時（1925），羅素利用其他學者的發明，只用了一條原始辭說。有了推論原則及替代原則，從單獨的一條辭說便可演出論理學裏的一切辭說；論理學旣和數學打成一片，因而又可演出數學裏的許多辭說。要不是有三大厚本的數學原理爲證，我們也許會疑心這是變戲法了。演繹科學能有這種的簡單，這種的普遍，這樣的概括，非怪許多科學家與哲學家皆以演繹科學爲理想的標準的系統知識。

問題與練習

（1）科學和哲學是不並立的嗎？

（2）歷史地理放在那種科學下？

（3）密爾的差異法和剩餘法有什麼不同？

（4）爲什麼天文學家可以算出已往的日蝕，又可預料未來的日蝕？

（5）演繹系統的三個條件是什麼？

（6）只有一條原始辭說時這三個條件是否適用？

（7）你贊成高中論理課本編得和幾何課本一樣嗎？

參考書

王雲五等譯：湯姆生著科學大綱（1913，商務），第三十八篇。

J. S. Mill: System of Logic (8th ed. Longmans), Vol. I, Bk III, Ch. VIII.

沈有乾：現代邏輯，第一章，第十一章。

Johnson: Logic, Part II, Ch. VIII 5, Ch. X.

J. W. Young: Lectures on Fundamental Concepts of Algebra and Geometry (1911, McMillan), pp. 10-11, 68-75。

J. W. A. Young: Monographs on Modern Mathematics:

Article by Veblen on Geometry.

Article by Huntington on Algebra.

傅種孫譯：羅素算理哲學，244-252 頁。

中華民國二十三年二月初版
中華民國廿三年十二月七版
(27004)

復興教科書　高級中學用
論理學　一冊

每冊定價大洋伍角
外埠酌加運費匯費

編著者　吳士棟
主編兼發行人　王雲五　上海河南路
印刷所　商務印書館　上海河南路
發行所　商務印書館　上海及各埠

(本書校對者朱公垂)

高中論理

用