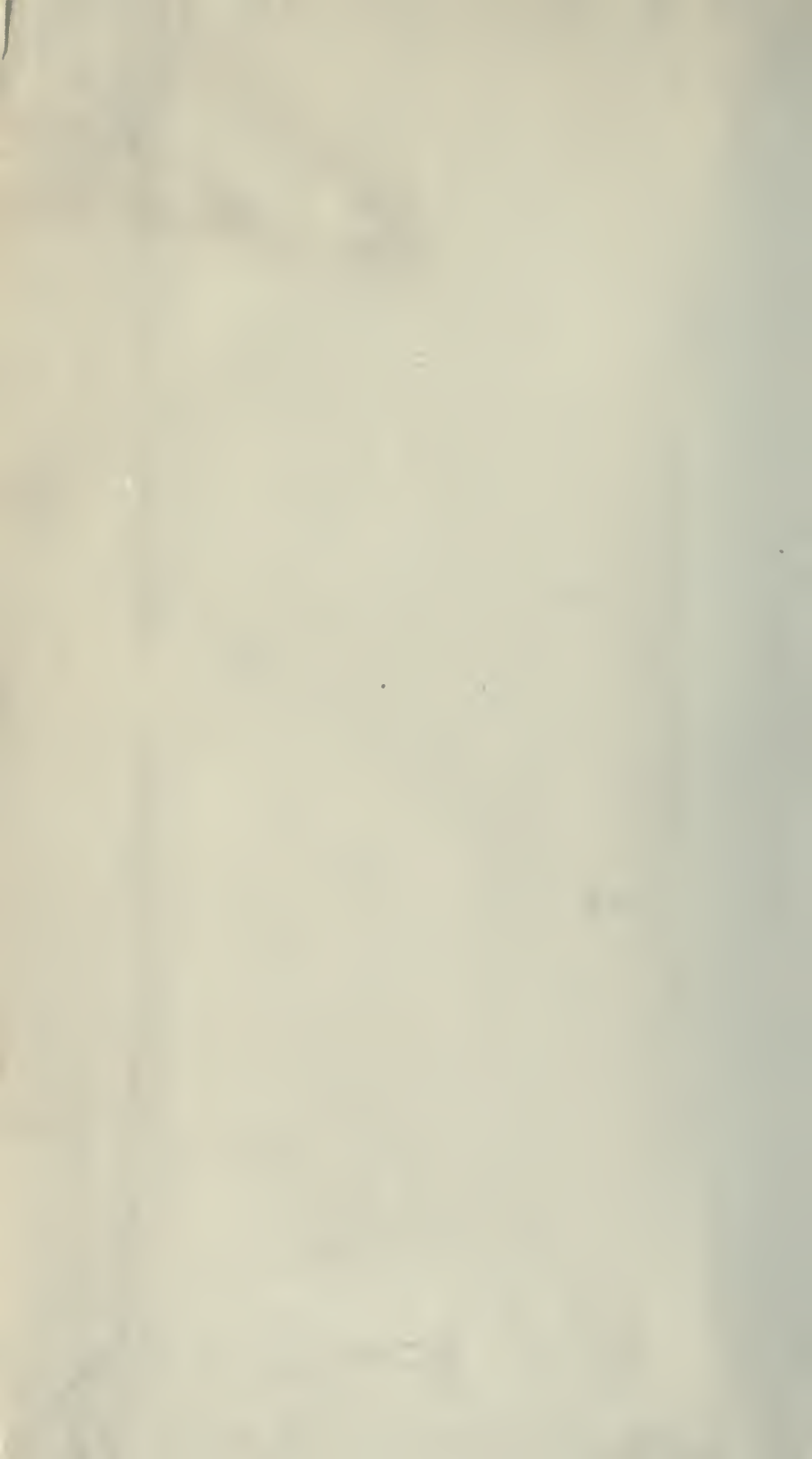


Digitized by the Internet Archive
in 2009 with funding from
University of Toronto



4

I

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Sci
A

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

#1

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

DERTIENDE DEEL.



AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST,
1878.

Q
57
A52
2de r.
dl. 13-14

610152
4.7.55

INHOUD

VAN HET

DE RTIENDE DEEL

TWEEDE REEKS.



VERSLAGEN.

- Rapport van den Heer D. BIERENS DE HAAN, omtrent de
stukken van Edward Sang over de tafels der sinussen
van ieder $\frac{1}{10000}$ van den rechten hoek, berekend tot 33
en gegeven in 25 decimalen blz. 92.
- Rapport van de heeren C. H. C. GRINWIS en J. D. VAN
DER WAAIS „ 139.
- Rapport van de heeren G. VAN DIESEN, J. BOSSCHA en
J. M. VAN BEMMELEN „ 218.

M E D E D E E L I N G E N .

J. R. T. ORTT, Iets over kwel en verdamping	blz.	1.
K. W. VAN GORKUM, De ziekte der kina-plant op Java.	"	25.
C. H. D. BUIJS BALLOT, Voorloopig verslag van Dr. van Rijkevorsel's reis in den Oost-Indischen Archipel, ter bepaling van magnetische constanten.	"	39.
P. BLEEKER, Notice sur le Sparus Cuvieri (Chrysophrys Cuvieri DAY). (Avec une planche)	"	43.
———— Révision des espèces insulindiennes du genre Uranoscopus	"	47.
J. A. C. OUDEMANS, Théorie de la lunette pancratique de M. Donders. (Avec une planche).	"	60.
P. H. SCHOUTE, Eenige beschouwingen naar aanleiding van het grootste aantal veelvoudige punten eener alge- braïsche kromme	"	96.
O. F. W. BAEHR, Note sur l'attraction. Communiquée dans la séance du 30 Mars 1878	"	145.
A. HEYNSIUS, Over de oorzaak der Arterietonen	"	161.
T. J. STIELTJES, Over te nemen proeven om de mate te bepalen, waarin water, onder verschillende drukhoogten, door zandmass's van verschillende samenstelling en breedten stroomt.	"	211.
P. HARTING, Nieuwe proeven over de doordringbaarheid van zand en klei door water, en beschrijving van een zandschifter	"	225.

- B. A. MEES, Over de theorie van den radiometer blz. 265.
- G. H. C. GRINWIS, Over eene eenvoudige bepaling der
karakteristieke functie. " 342.
- J. A. C. OUEDEMAN, Over de jaarlijksche baan, die de
vaste sterren, tengevolge van de aberratie van het licht,
schijnen te beschrijven. (Met een plaat). " 356.
- P. A. BERGSMAN, Influence of the moon's phases on the
temperature " 368.
-

I E T S O V E R
K W E L E N V E R D A M P I N G .

DOOR

J. R. T. O R T T .

Bij het stellen van stoomwerktuigen tot bemaling van polders en waterschappen zijn er twee zaken, die het moeilijk, ja zelfs onmogelijk maken het daartoe benoodigd vermogen der stoomwerktuigen met juistheid te bepalen: namelijk de kwel en de verdamping.

Omtrent het eerste is vooraf niets met zekerheid te zeggen. Bij de Mijdrechtsche droogmakerij heeft men vele bezwaren diensangande ondervonden, en ook de Tienhovensche en Maarzevoensche plassen in Utrecht, hebben nog in de laatste jaren geleerd, dat de doorkwelling of ondigtheid der dijken zoo sterk kan zijn, dat eene drooglegging nagenoeg ondoenlijk wordt. De bodem en vooral het staal der dijken aldaar zijn ondigt en groote waterplassen omgrenzen den polder, waardoor de kusten van droogmaking en verder van drooghouding zoo groot kunnen worden, dat alle kans op eenig geldelijk voordeel verloren gaat.

Voorafgaande boringen kunnen intusschen tot leiddraad strekken wat men in dezen bij eene toekomstige bemaling heeft te verwachten.

Omtrent de verdamping weet men welligt nog minder dan van de kwel. Gelukkig dat men zich hierbij tegen teleurstellingen kan vrijwaren, met de watervermindering door verdamping niet groot te stellen, iets dat te eerder noodig is, daar in den winter en in de natste jaargetijden de verdamping

„Door dit zeezand loopen de vijvers en slooten onder Bennebroek droog in den Haarlemmermeerpolder. Wanneer men hier binnen en dicht bij den ringdijk, de zeezandlaag niet door de bermsloot en den maalkolk van de Cruquius blootgelegd had, zou men denkelijk geene doorkwelling bespeurd hebben.”

De ondigte laag, waarover Dr. STARING spreekt, is door den vroegeren hoofdopzigter van den Haarlemmermeerpolder, A. VAN EGMOND, in 1858 door boringen gevonden over 6000 M. lengte, van het Spaarne tot bij Bennebroek, en wel onder den ringdijk en in den polder, ter diepte van 4 M. en op andere plaatsen van 5.5 M. onder AP, terwijl men op de grootste diepte, die bereikt werd, van 8.9 M. onder A. P. nog steeds dezelfde zand- en schelplaag aantrof.

Dat Dr. STARING hier den toestand juist beschrijft, wordt nog gestaafd door het ijs, dat bij strenge vorst in de Kruisvaart, leidende naar de Cruquius, door wellen zeer gevaarlijk blijft om te begaan, wanneer de ringvaart en andere wateren met gerustheid worden bereden.

Dit verschijnsel van wellen wordt intusschen niet alleen bij de Cruquius, maar op vele andere gedeelten en zelfs oostwaarts van de hoofdvaart nog in sterke mate aangetroffen, als:

in de Kruisvaart tusschen den Sloterweg en Slootertogt over eene lengte van ongeveer 600 M.

in den Vennepertogt tusschen den Aalsmeerder en Sloterweg over eene lengte van ongeveer 1000 M.

in den Aalsmeerder Zuidtogt van den Bennebroekertogt zuidwaarts, over eene lengte van ruim 1000 M.

in den Slotertogt.

a. van de Kruisvaart noordoostwaarts over eene lengte van 600 M.

b. van den Vennepertogt noordoostwaarts over eene lengte van 800 M.

c. van den Vennepertogt zuidoostwaarts over eene lengte van 800 M.

In den Aalsmeerder Zuidtogt werden in den winter 1875—1876, bij kavel 19 en 20 nog open plaatsen gevonden, toen het ijs elders eene dikte van 12 c.M. had.

Op gelijke wijze worden er vakken met wellen aangetroffen

in den *Spaarneoudertogt* tusſchen den Sloterweg en Kagerstogt en in den *Lissertogt*, tusſchen de hoofdvaart en den Kagerstogt. In de slooten nabij gemelde plaatsen worden dezelfde verschijnselen opgemerkt.

Ook in de Hoofdvaart, Nieuwerkerker en Kagerstogten, bezuiden den *Lissertogt* en in den *Lissertogt* tusſchen de Hoofdvaart en den Kagerstogt worden plaatsen gevonden, die nimmer digtvriezen, zooals er wel meerdere zullen te vinden zijn, al zijn mij die niet juist bekend.

Eindelijk werd, eenige jaren geleden, bij het bouwen van eene boerderij voor den heer A. B. VAN TIENHOVEN, staande op kavel II van Sectie J. J. gelegen ten oosten aan de Hoofdvaart, tusſchen de Kruisvaart en den Bennebroeker dwarstogt een put geboord tot eene diepte van ongeveer 12 M. onder A. P., welke put ſinds 3 jaar zooveel water geeft, dat men, niettegenstaande het aanmerkelijk gebruik dat daarvan voor het bedrijf wordt gemaakt, het overtollige water naar de kavel-sloot door een potduiker heeft moeten afleiden, welke sedert dien tijd voortdurend als een gewone pomp blijft loopen.

Ook op de perceelen, sectie J J, kavel 9 en H H, kavel 20, waar welputten zijn gemaakt, doen zich dezelfde verschijnselen voor.

Al deze feiten zijn te overtuigend, dan dat het kwellen van den bodem over een groot gedeelte van den polder kan worden ontkend en al is de invloed daarvan op den zoo uitgestrekten en goed bemalen polder minder merkbaar en niet van te hinderlijken aard, toch is de meening eenzijdig en onjuist, dat men hier slechts met eene kwellung des geestes te doen heeft, zooals soms wordt beweerd.

Veelvuldig zijn de waarnemingen, die men betrekkelijk de verdamping heeft gedaan en nog doet, maar de uitkomsten daarvan zijn zoo verschillend, naarmate van de hoogte boven den grond waarop en de grootte der oppervlakten waarvan de verdamping wordt waargenomen, en of die oppervlakten al dan niet met verschillende grondsoorten en planten zijn bedekt, dat men uit die waarnemingen onmogelyk tot de werkelijke verdamping, die in een geheel polder plaats heeft, kan of mag besluten.

In de bijlagen zijn de waarnemingen dienaangaande van 1869—1876 te Helder gedaan, te zamen gevat, waaruit het bovenstaande overtuigend blijkt.

Was de werkelijke uitdamping, die in den Haarlemmermeerpolder plaats heeft, bekend, dan zou het feit der kwel spoedig beslist zijn en ook omgekeerd. Men heeft nu echter te doen met twee onbekende natuurkrachten, die eenen tegengestelden invloed uitoefenen en het alzoo moeilijk maken tot eene oplossing te geraken.

Deed men in andere polders, waarin volstrekt geen kwel wordt gevonden, zulke nauwkeurige waarnemingen als in den Haarlemmermeerpolder, dan zou men juiste gegevens betrekkelijk de uitdamping over geheele landstreken verkrijgen, die weder met andere polders vergeleken, tot juiste uitkomsten van de kwel zouden kunnen leiden, en niet alleen van de kwel, maar ook omtrent het verschil in uitdamping van gras en bouwlanden en daarna mogelijk ook wel van verschillende veldvruchten.

Het is dan ook in het belang der wetenschap te hopen, dat vele polderbesturen het schoone voorbeeld, ten deze door de directie van den Haarlemmermeerpolder gegeven, zullen opvolgen en hunne waarnemingen even vrijgevend ten gebruike zullen stellen.

In den Haarlemmermeerpolder wordt het boezemwater verlaagd door uitpompings en verdamping, terwijl de boezem wordt bezwaard door regen, kwel en inlating van water in tijden van groote droogte.

Men kan intusschen het meer of minder water, dat de polder bevat, niet gelijk stellen aan eene schijf water ter grootte van den boezem en ter dikte van het verschil in hoogte van waterstand, daar de grond ook voor een gedeelte met water bezwaard is zonder dat men de hoeveelheid daarvan kan bepalen. Om eene juiste vergelijking te maken is het dus noodig een tijdvak te nemen, waarbij de waterstand aan het begin en het einde gelijk staat en tevens op den dag der waarneming gedurende geruimen tijd, geen of weinig regen is gevallen, zoodat het water nit den grond in beide gevallen nagenoeg gelijkelyk zal zijn weggezakt.

Nu wordt in den Haarlemmermeerpolder naauwkeurig aan- teekening gehouden :

1°. van den gevallen regen en de waargenomen verdamping aan de stoomgemalen de Leeghwater, de Cruquius, de Lijuden en te Hoofddorp, zoodat de gemiddelden uit deze waarnemingen als vrij juist zijn aan te nemen.

2°. van den stand van het boezemwater op dezelfde plaatsen dagelijks aangeteekend. Men zou echter tot eene onnaauwkeurige uitkomst geraken, wanneer men hier het gemiddelde uit deze getallen voor den boezemstand wilde aannemen, omdat aan de oostzijde van den kruistogt nabij Aalsmeer dagelijksche waarnemingen ontbreken en bij de meestal heerschende westewinden het water aan de Cruquius alzoo lager moet zijn, dan te Aalsmeer. De waterstanden bij de snijding van de Hoofd- en Kruisvaart te Hoofddorp zijn dus geschikter om als den gemiddelden boezemstand te beschouwen.

Wat nu de kwel betreft, zoo mag die over groote tijdvakken wel als gelijk worden aangenomen, daar er geene redenen bestaan, om te veronderstellen, dat die bij overigens gelijken toestand van den polder regelmatig zal vermeerderen of verminderen.

Bij het onderzoek in de duinen gedaan, ten behoeve van de Amsterdamsche waterleiding is het ten duidelijke gebleken, dat er eene scheiding of rug van hoogsten waterstand bestaat, waarbij het westelijk gedeelte naar zee afvloeit en het oostelijke gedeelte landwaarts.

Van dat water op het oostelijk gedeelte der duinen gevallen, zal voorzeker een gedeelte tot de vroeger besproken laag van zand met schelpen vermengd doorzakken en een uitweg vinden in den Haarlemmermeerpolder. Een geruimen tijd na veel regen kunnen de wellen in den polder daardoor sterker werken, ook kan een lager waterstand in den polder daartoe bijdragen. Evenzoo kan grooter verschil tusschen den boezemstand van den Haarlemmermeerpolder en van Rijnland de wellen en mogelijke doorkwelling van den ringdijk welligt iets sterker doen werken, maar bij groote tijdvakken verdwijnen deze kleine verschillen en zal men weinig van de werkelijkheid afwijken met de kwel als standvastig aan te nemen.

Volkomen gelijke toestanden van waterstanden, gevallen regen enz., bij het begin en einde van een tijdvak zijn niet te vinden, maar wel van gelijken waterstand gedurende eenige opvolgende dagen, waarmede men zich alzoo tevreden moet stellen.

Ik heb ter beschouwing gekozen twee tijdvakken van ongeveer gelijke lengte en van nabij zes jaren, en wel van 20 April 1861 tot 4 Mei 1867, of 2205 dagen, en van 26 Mei 1867 tot 26 Mei 1873, of 2192 dagen.

1^e TIJDVAK.

Vergelijking der waterstanden onder A.P. tijdens het begin en het einde.

1861.		1867.	
	16 April waterstand 4.79		30 April waterstand 4.77
	17 " " 4.77		1 Mei " 4.76
	18 " " 4.77		2 " " 4.75
	19 " " 4.76		3 " " 4.75
Begin tijdvak	20 " " 4.75	Einde tijdvak	4 " " 4.75
	21 " " 4.74		5 " " 4.74
	22 " " 4.74		6 " " 4.74
	23 " " 4.74		7 " " 4.74
	24 " " 4.76		8 " " 4.75
	25 " " 4.77		9 " " 4.75
	26 " " 4.77		10 " " 4.75
	27 " " 4.77		11 " " 4.76

Gedurende de bovenstaande dagen van vergelijking werd er n geen van beide jaren water ingelaten. In 1861 werd het pompen gestaakt, den 14^{den} April of 6 dagen vóór den aanvang van het tijdvak en den 24^{sten} deed men met de Leeghwater gedurende 17 uur met 8 pompen 8602 slagen, waarbij 337198 M³ werden uitgepompt.

Hierdoor zou de boezem van 880 H.A. 3.8 c.M. worden verlaagd, hetgeen wegens toezakking van water uit den bodem iets minder moet zijn en alzoo de daling des boezems van 4.74 tot 4.76 à 4.77 genoegzaam verklaart.

In 1867 werd er reeds sedert 14 dagen vóór den 4^{den} Mei

niet meer gepompt en ook niet gedurende de volgende dagen hierboven opgegeven.

Ook de gevallen regen loopt gedurende bovengemelde dagen weinig uiteen, zooals uit onderstaande tabel blijkt:

	16 April 1861	0	m M.		30 April 1867	0.07	m.M.
	17	"	"	0	"	"	1 Mei " 0.69 "
	18	"	"	0	"	"	2 " " 1.39 "
	19	"	"	0.07	"	"	3 " " 0 "
Begin tijdvak	20	"	"	0	"	"	4 " " 0 "
	21	"	"	0.07	"	"	5 " " 0 "
	22	"	"	0.07	"	"	6 " " 0 "
	23	"	"	0.1	"	"	7 " " 0 "
	24	"	"	0	"	"	8 " " 0 "
	25	"	"	0	"	"	9 " " 0 "
	26	"	"	0.02	"	"	10 " " 0 "
	27	"	"	0	"	"	11 " " 0.5 "

2^e TIJDVAK.

Vergelijking der waterstanden onder A.P. tijdens het begin en het einde.

		1867.	1873.
	22 Mei	4.83	4.86
	23 "	4.83	4.83
	24 "	4.83	4.82
	25 "	4.82	4.83
Begin en einde van het tijdvak	26 "	4.83	4.83
	27 "	4.81	4.82
	28 "	4.81	4.81
	29 "	4.82	4.82
	30 "	4.82	4.82
	31 "	4.82	4.82
	1 Junij	4.83	4.81
	2 "	4.83	4.80

Gedurende bovenstaande dagen werd in geen der jaren gepompt noch water ingelaten

De vergelijking van den gevallen regen gedurende die dagen is uitgedrukt in m.M. als volgt:

		1867.	1873.
	22 Mei	0.01	0.62
	23 "	0.92	5.42
	24 "	0.82	0.15
	25 "	0	0
Begin en einde van het tijdvak	26 "	0.1	0
	27 "	0.83	2.93
	28 "	0.05	0.61
	29 "	0	0
	30 "	0	1
	31 "	0.03	2.65
	1 Junij	0	2.40
	2 "	0	0

Men ziet uit het bovenstaande, dat het begin en einde der beide tijdvakken allergunstigst zijn om met elkander te vergelijken.

Wanneer men nu stelt:

o. gelijk aan de oppervlakte van den Haarlemmermeerpolder in M^2 uit te drukken.

d. gelijk het aantal dagen van het tijdvak,

r. " aan den gevallen regen gedurende het tijdvak in $M.$,

v. " " de waargenomen verdamping " " " " "

p. " " uitgepompt water in M^3 " " " " "

i. " " ingelaten " " " " " "

k. gemiddelde kwel in de 24 uur in M^3 ,
dan heeft men

$$or + i + dk = p + nov$$

$$(a) \dots \dots \dots \text{ of } k = \frac{p + nov - i - or}{d}$$

waarin de coëfficiënt *n* de verhouding aangeeft tusschen de werkelijke verdamping over den geheelen polder en die, welke werd waargenomen.

De grootte van den Haarlemmermeerpolder is 18100 H.A.

(zie zeekeringen en waterschappen in Noordholland van Mr. G. DE VRIES AZ. 1864 *).

De waarden voor bovenstaande vergelijking worden voor de beide tijdvakken dan als volgt:

1^e Tijdvak.

$$o = 181000000 \text{ M}^3$$

$$d = 2205 \text{ dagen}$$

$$r = 4.3461575 \text{ M.}$$

$$v = 4.9992125 \text{ M. †)}$$

$$p = \left\{ \begin{array}{l} 24374138 \times 4.9 \\ 27038281 \times 6.5 \\ 30551023 \times 6.5 \end{array} \right\} \text{ of } 493763727 \text{ M}^3 \text{ §)}$$

$$i = 22830516 \text{ M}^3 \text{ **).$$

2^e Tijdvak.

$$o = 181000000 \text{ M}^3$$

$$d' = 2192 \text{ dagen.}$$

$$r' = 4.9720375 \text{ M.}$$

$$v' = 4.8404 \text{ M.}$$

*) De heer STIELTJES rekent de grootte van den Haarlemmermeerpolder op 18150 H.A. Zie *Mededeelingen der Kon. Akademie van wetenschappen. Afd. Naturkunde*, 5e deel, 3e stuk, bladz. 310. Ik heb mij aan de meting van het kadaaster gehouden en dat te meer, daar het buitenste gedeelte van den ringdijk zeker niet in den polder uitwaterd. De ringdijk heeft eene lengte van 60000 M. hetgeen bij eene buitenbreedte gerekend op 8 M. eene oppervlakte van 48 of nabij 50 H.A. geeft.

†) Door het nemen van gemiddelden uit vier plaatsen van waarnemingen verkrijgt men decimalen tot tienduizendsten van een m.M., die hier niet mochten verwaarloosd worden.

§) Het stoomwerktuig de Leeghwater geeft per pompslag 4.9 M³ water de Cruquius en Lijnden evenzoo 6.5 M³, verder zijn de voorgaande getallen de som der producten van het aantal slagen en der pompen, die gedurende het tijdvak zijn in werking geweest.

***) Het ingelaten water aan de stoomgebouwen de Leeghwater en Lijnden door de opstegen in den startvloer kan worden berekend, daar de grootte der openingen bekend is en de tijd van inlatung, alsmede de drukhoogten zijn aange- teekend.

$$p' = \left\{ \begin{array}{l} 24485961 \times 4.9 \\ 32783061 \times 6.5 \\ 35591072 \times 6.5 \end{array} \right\} \text{ of } 564413073 \text{ M}^3.$$

$$i' = 19318723 \text{ M}^3.$$

De vergelijkingen worden dus:

1^e tijdvak:

$$k = \frac{493763727 + n \times 181 \times 4999212.5 - 22830516 - 181 \times 4346157.5}{2205}$$

$$(b) \text{ of } k = 410366 n - 143184.$$

2^e tijdvak:

$$k' = \frac{564413073 + n' \times 18100 \times 48404 - 19318723 - 181 \times 4972037.5}{2192}$$

$$(c) \text{ of } k' = 399686 n' - 161881.$$

Stelt men in de vergelijkingen *b* en *c* de coëfficiënten *n* en *n'* gelijk aan 1, dan worden:

$$k = 267182 \text{ M}^3$$

$$k' = 237805 \text{ M}^3.$$

De meerdere kwel per dag in het 1^e tijdvak laat zich intusschen uit de omstandigheden niet verklaren. De regen toch is slechts 4.346 M. geweest bij 4.972 M. gedurende het 2^e tijdvak of 1.97 tegen 2.26 m. M. per etmaal. Alzoo bestaat hier eerder aanleiding, dat er in het 2^e tijdvak meer water van de duinen en hooge gronden als kwelwater in den polder zoude zijn afgevoerd.

De gemiddelde waterstand van Rijnlandsch boezem om den polder is gedurende het 1^e tijdvak ook iets lager geweest dan in het 2^e tijdvak als blijkt uit de volgende opgave:

	1 ^e tijdvak.	2 ^e tijdvak.
aan de Leeghwater.	0.536 ÷ A.P.	0.508 ÷ A.P.
" " Cruquins.	0.551 " "	0.528 " "
" " Lijnden	0.554 " "	0.507 " "
	1.641	1.543
of gemiddeld	0.547 ÷ A.P.	0.514 ÷ A.P.

De gemiddelde stand in den

polder is daarentegen geweest. 4.849 " 4.950 "

Daar nu de kwel bij verschil in drukhoogte tot elkander staat als de vierkantswortel der hoogten, en die drukhoogte moeijelijk minder is te stellen dan het verschil tusschen binnen- en buitenwater, zoo komt men tot het besluit, dat de kwel in het 1^e tijdvak minder is geweest dan in het 2^e, als:

$$\sqrt{4.829-0.547} : \sqrt{4.950-0.514} = \sqrt{4.282} : \sqrt{4.436}$$

of als: 2.07 : 2.11.

Ook hieruit laat zich de meerdere kwel van nabij 30000 M³ per dag dus niet verklaren

Eindelijk bestaat er nog een reden die ontegenzeggelijk aanleiding tot meerdere kwel in het 2^e tijdvak heeft kunnen geven en wel de belangrijke verdiepingen van vaarten en togten over meer dan 100 K.M. lengte gedurende de twaalf jaren onser beschouwing, waaraan werd besteed in het eerste tijdvak ongeveer f 140000 en in het 2^e tijdvak f 40000.

Men moet uit bovenstaande alzoo opmaken, dat de waarden van n en n' niet beide gelijk 1 mogen worden gesteld, of wat hetzelfde is, dat de uitdamping over de geheele oppervlakte van den polder niet overeenstemt met de waargenomen verdamping per M².

Neemt men n en n' meer dan 1, dan wordt het verschil van de kwel nog grooter en alzoo nog onverklaarbaarder.

Stelt men daarentegen in de vergelijkingen b en c de kwel k en k' aan elkander gelijk, hetgeen over zulke grootte tijdvakken als het waarschijnlijkste is aan te nemen, dan verkrijgt men:

$$410366 n - 143184 = 399686 n' - 161881.$$

Neemt men hierin n gelijk n' en lost men n op, dan verkrijgt men eene negatieve uitkomst, iets dat onbestaanbaar is, daar er door verdamping geene vermeerdering van water in den polder kan ontstaan

Uit bovenstaande komt men tot het besluit, dat in verschillende tijdvakken de uitdamping in geen gelijke verhouding staat tot de gedurende die tijdvakken waargenomen verdamping.

Deze uitkomst is geheel in overeenstemming met andere waarnemingen uit een wetenschappelijk oogpunt gedaan.

In het leerboek der plantenkunde door ons geacht lid c. a. J. A. OUDEMANS, in 1867 uitgegeven, 2^e gedeelte, Physiologie, bladz. 614 en verder, waarin gehandeld wordt over de hoeveelheid water, die door verschillende planten kan worden uitgewasemd, leest men aan het slot van § 369 :

„Uit deze gegevens laat het zich ook gemakkelijk begrijpen, dat de uitwaseming der bladen en de verdamping van een daaraan overeenkomstig waterniveau, onmogelijk door dezelfde uitwendige omstandigheden gelijkelijk kunnen rijzen en dalen”.

Ten overvloede behoeft men de waarnemingen in de bijlage vermeld, slechts na te gaan om deze stelling op de overtuigendste wijze bevestigd te zien, terwijl die bijlage daarenboven nog aantoont, dat de verdamping van even groote oppervlakten water gelijk of boven den beganen grond geplaatst, zelfs in geene vaste verhouding tot elkander staan.

Zonder nu de coëfficiënten n en n' met juistheid te kunnen bepalen, zoo geven de vergelijkingen b en c toch daarvoor een minimum grens aan, door het stellen van k en k' gelijk 0. Men verkrijgt als dan

$$n = 0.348$$

$$n' = 0.405.$$

Bestond er dus in den Haarlemmermeerpolder geen of nagenoeg geen kwel, dan zou de uitdamping over de gheele oppervlakte tusschen $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{2}$ der waargenomen verdamping hebben bedragen. Daar er intusschen blijkens het voorgaande een belangrijke kwel bestaat zijn de coëfficiënten der verdamping hier blijkbaar grooter geweest.

Was er geen verdamping, dan zou men bij de vele waarnemingen, die in den Haarlemmermeerpolder worden gedaan, al vrij juist de hoeveelheid water door kwel aangevoerd kunnen bepalen. Dit heeft mij er toe geleid gedurende de drie wintermaanden: December, Januarij en Februarij een tijdvak te zoeken, waarin het niet regende en er niet werd gemalen, om daaruit op te maken met hoeveel water de boezem werd bezwaard. Onder de zeer weinige weken, dat er in de wintermaanden van 1861—1873 niet werd gemalen, biedt zich

slechts de week van 9—10 Januarij 1864 aan, die mij geschikt toeschijnt daaromtrent eenig licht te kunnen geven.

Er viel gedurende die week slechts 0.3 m.M. regen, de vorige tien dagen evenzoo slechts 0.4 m.M.

Toezakkend water uit den niet door regen bezwaarden grond kan dus bij een rijzenden boezem slechts luttel zijn geweest en evenzoo was bij een vochtigen bodem, zooals men dien in den winter heeft, uitslurpen van vocht uit den boezem niet te verwachten.

De verdamping gedurende die week waargenomen bedroeg slechts 3.25 m.M. of 0.46 m.M. per dag.

De temperatuur was meestal vriezende.

De boezem groot 826 H.A. klom gedurende die 7 dagen van 4.81 tot 4.78 M. onder A.P., alzoo 3 c M. overeenkomende met 247800 M³ of 35100 M³ *) per etmaal.

De kwel toont dus gedurende die dagen minstens 40000 M³ per etmaal te hebben bedragen, daar er toch ook eenig water in den grond moet zijn gedrongen.

Stelle men nu deze waarde voor k en k' in de vergelijkingen b en c dan verkrijgt men voor:

$$n = 0.446$$

$$n' = 0.505.$$

Men zou hieruit kunnen opmaken, dat voor den Haarlemmermeerpolder de coëfficiënt n niet lager dan nabij 0.5 moet genomen worden.

Wanneer men n gelijk 1 stelt, zooals men bij beschouwingen over het waterbezwaar der polders gewoonlijk doet, dan mag men voor de kwel van den Haarlemmermeerpolder over de behandelde twaalf jaar ook niet minder nemen dan:

$$(d). \dots\dots\dots \frac{k + k'}{2} = \frac{267182 + 237805}{2} = 252493 \text{ M}^3.$$

*) Blijkens de reeds vroeger aangehaalde mededeeling van den heer STRELTJES zou de boezem bij een stand van 4.80 M. onder A.P. niet 826 H.A. maar slechts 650 H.A. bedragen in welk geval de kwel slechts 27857 M³ zoude zijn.

De hoeveelheid water, waarop de kwel blijkens den aanvang van dit opstel door verschillende personen en commissiën werd geschat, bedraagt tot M^3 per etmaal herleid.

Jonkheer GEVERS VAN ENDEGEEST				$n = 0.762$
	169522 M^3	overeenstemmende met		$n' = 0.829$
VAN EGMOND . . .	336666 "	"	"	$n = 1.169$
				$n' = 1.247$
De Commissie				$n = 0.516$
van 1858. . .	80867 "	"	"	$n' = 0.607$
De Commissie				$n = 0.512$
van 1868. . .	67000 "	"	"	$n' = 0.572$

Met het oog op de verhooging van den boezem van den 9^{den} tot den 16^{den} Januarij 1864, hierboven besproken, komt mij een kwel van 252493 M^3 sub *d* gevonden, als overdreven voor, en geloof ik, dat hoeveelheden als door de Commissiën van 1858 of 1868 zijn opgegeven, de waarheid meer nabij zullen komen.

Ten slotte moet ik er op wijzen, dat zoo de laatste veronderstelling waar is, het voorzigtiger zal zijn bij berekening van waterbezwaar de uitdamping op het 0.5 à 0.6 gedeelte der waargenomen verdamping, zooals die in den Haarlemmermeerpolder geschiedt. te stellen, dan daarvoor het geheele bedrag te nemen, zooals tot heden steeds plaats vond.

Haarlem, Junij 1877.

BIJLAGE.

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPINGEN
GEDAAN TE HELDER.

1869.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 boven den begaasden grond.					AANMERKINGEN.
	2.20 M leven den grond	gelijk met den grond	Water.	Klei	Zand	Teel- aerde.	Gras.	
	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	
Januarij. .	16.3	12.1	11.5	10.6	8.8	8.8	30.6	
Februarij.	49.5	22.4	19.2	17.6	17.9	17.1	56.0	
Maart. . . .	55.2	37.3	37.1	34.1	29.4	34.7	92.7	
April. . . .	83.8	56.1	60.4	47.8	38.4	53.6	108.9	Gras 1,8 maal meer dan water.
Mai.	104.8	73.7	79.5	58.1	51.5	83.8	229.5	
Junij. . . .	101.6	75.5	77.4	63.2	50.4	90.1	284.3	Gras 3.6 maal meer dan water.
July	120.7	98.7	97.5	65.8	53.8	101.0	318.3	
Augustus.	97.1	64.7	72.7	60.9	45.0	78.0	144.9	
September	94.1	50.0	65.0	52.4	41.2	67.5	219.1	
October. .	47.0	28.7	33.7	37.1	32.6	40.0	120.0	
November	32.9	15.7	22.8	21.6	18.7	25.5	64.3	
December	21.2	12.2	13.7	15.5	9.8	17.1	42.5	

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1870.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den beganen grond.					AANMERKINGEN.
	2.30 M boven den grond.	gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
Januarij. .	m.M 20.8	m M. 14.0	m M. 17.3	m M. 13.2	m.M. 11.6	m M. 15.2	m.M. 46.2	Gras 2 6 maal meer dan water.
Februarij.	15.6	15.2	15.5	11.4	9.3	13.7	32.1	
Maart . . .	31.7	26.9	23.5	21.8	17.4	29.0	66.4	
April	76.1	59.4	48.5	39.8	23.9	65.2	139.0	
Mei.	102.0	79.7	68.4	41.7	33.9	88.5	206.7	
Junij. . . .	98.5	81.6	76.7	41.0	33.6	90.2	103.8	
Julij . . .	107.5	86.4	79.8	59.2	39.5	91.8	159.9	
Augustus.	95.4	61.9	72.5	65.3	45.3	87.7	168.6	
September	69.7	47.2	49.8	43.6	25.5	68.4	143.0	
October. .	43.2	30.7	31.5	25.9	16.9	36.6	62.2	
November	23.1	17.1	18.6	16.4	10.4	21.7	29.1	
December.	13.9	11.9	12.0	10.8	7.5	15.6	18.6	

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1871.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{16}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den bevaenen grond.					AANMERKINGEN.
	2.30 M boven den grond.	gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
Januarij. .	m.M. 12.9	m.M. 12.9	m.M. 12.9	m.M. 11.8	m.M. 8.4	m.M. 16.1	m.M. 20.4	Water op den grond evenveel verdampt als 2.30 M daarboven.
Februarij. .	16.0	15.7	13.3	13.4	10.0	15.5	20.8	
Maart . . .	50.4	34.5	32.4	32.5	22.1	41.8	60.8	
April. . . .	51.5	33.2	32.8	33.3	23.5	46.8	68.7	
Mei.	101.1	77.7	72.0	65.2	46.3	87.1	186.5	
Junij. . . .	103.6	79.4	71.5	50.5	44.1	83.0	250.2	Gras 3.5 maal meer dan water.
Julij	130.8	91.3	85.7	71.0	54.2	103.1	228.7	
Augustus. .	125.5	95.4	88.5	53.9	46.4	99.9	265.6	
September. .	75.3	52.1	48.3	39.0	26.9	60.5	169.3	Gras 3.5 maal meer dan water.
October. . .	27.6	18.7	16.9	16.5	12.8	27.9	50.2	
November. .	23.3	19.8	16.9	16.7	12.5	22.5	34.2	
December. .	19.7	19.2	17.1	15.8	12.0	21.8	25.9	Gras 1.5 maal meer dan water.

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1872.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den beganen grond.					AANMERKINGEN.	
	3.80 M boven den grond	gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.		
Januarij. .	m.M. 22.8	m.M. 20.3	m.M. 16.7	m.M. 15.1	m.M. 11.2	m.M. 20.3	m.M. 23.4	Gras 1.4 maal meer dan water.	
Februarij. .	21.0	16.6	14.5	13.8	10.6	17.9	23.6		
Maart. . .	44.5	34.8	29.0	26.2	20.9	38.0	46.5		
April. . . .	71.5	52.8	42.8	33.4	25.3	55.8	101.5		
Mei.	99.9	71.8	59.6	35.4	33.4	76.7	196.7		
Junij. . . .	124.4	95.8	74.3	50.8	43.7	90.2	160.0		
Julij	147.0	112.4	88.6	60.7	51.7	114.1	1313.5		
Augustus. .	109.0	75.7	62.4	48.3	42.6	74.5	236.1		
September. .	92.2	57.0	55.1	38.2	34.7	63.9	212.3		
October. . .	40.9	22.7	19.8	17.5	16.7	26.0	104.4		Gras 5.2 maal meer dan water.
November. .	35.2	20.1	16.6	15.5	12.9	23.9	55.6		
December. .	23.1	15.6	13.7	12.8	10.5	20.4	33.9		

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1873.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den begaan grond.					AANMERKINGEN.
	4.00 M boven den grond.	gelijk met den grond	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
	m. M.	m. M.	m. M.	m. M.	m. M.	m. M.	m. M.	
Januarij. .	29.3	19.3	18.8	16.5	12.5	23.9	36.3	
Februarij.	19.7	14.9	14.2	11.0	8.4	17.0	23.4	
Maart . . .	59.9	33.5	27.6	25.1	19.4	35.3	57.5	
April	71.2	52.4	51.5	33.9	24.1	61.6	76.4	
Mei	88.6	66.2	60.5	41.2	35.1	73.9	94.4	
Junij	116.2	90.0	75.8	49.6	42.7	89.8	157.9	
Julij	143.0	106.2	96.8	54.9	47.4	105.7	228.8	Gras 2.3 maal meer dan water.
Augustus.	104.1	78.4	72.0	47.8	38.5	76.1	163.1	
September.	81.2	52.1	59.1	41.8	34.1	67.3	95.3	
October . .	41.4	27.3	29.0	23.0	18.6	34.9	52.7	
November.	23.8	16.3	17.4	14.3	11.3	21.3	30.1	
December.	17.4	11.8	11.8	11.4	7.6	16.5	21.5	

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1874.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den beganen grond.					AANMERKINGEN.
	2.30 M boven den grond.	gelijk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	
Januarij. .	21.9	16.3	13.9	12.8	8.3	18.8	25.0	
Februarij. .	20.5	14.0	14.8	13.0	9.5	19.2	26.0	
Maart . . .	42.4	28.2	30.1	23.3	16.6	32.4	42.5	
April. . . .	83.0	58.7	61.5	43.4	31.6	58.5	89.7	
Mei	108.8	78.8	75.4	58.6	42.6	79.4	147.9	
Junij	125.9	95.3	81.6	59.8	49.0	94.2	229.9	
Julij.	147.4	115.6	91.4	71.5	58.6	107.4	256.1	
Augustus. .	129.5	83.6	90.7	69.8	51.5	93.9	211.5	
September. .	71.9	42.0	50.0	37.2	29.3	53.6	117.1	
October. . .	54.8	29.4	34.6	28.8	22.0	45.4	86.9	
November. .	20.4	15.0	51.1	12.8	9.5	19.4	28.5	
December. .	11.2	16.9	16.8	15.2	10.8	20.5	27.7	Water op den grond meer verdampt dan 2.30 M daarboven.

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1875.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den begaenen grond.					AANMERKINGEN.
	2 M boven den grond.	gemijk get den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
Januarij. .	m.M. 20.1	m.M. 16.0	m.M. 14.4	m.M. 13.9	m.M. 9.9	m.M. 19.4	m.M. 25.8	
Februarij.	21.2	19.4	18.7	15.2	11.7	20.1	26.1	
Maart . . .	38.1	29.0	28.6	21.2	17.8	29.2	52.2	
April . . .	66.9	48.3	48.5	33.6	24.8	46.4	74.8	
Mei . . .	113.7	85.5	81.1	62.0	42.3	85.1	144.3	
Junij . . .	135.5	105.7	87.5	66.5	47.7	97.4	184.6	
Julij. . . .	132.0	105.7	94.0	71.2	56.4	100.1	185.9	
Augustus.	106.5	75.3	75.8	53.5	41.3	74.9	172.7	Gras 2.3 maal meer dan water.
September.	66.7	59.6	59.2	40.5	32.9	60.2	121.2	
October. .	38.9	25.1	26.9	20.4	17.1	30.1	49.9	
November.	23.5	19.6	19.7	16.9	12.8	21.9	30.3	
December.	11.6	10.2	10.6	9.5	6.8	12.0	15.5	

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING
GEDAAN TE HELDER.

1876.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M boven den beganen grond.					AANMERKINGEN.
	2.30 M boven den grond.	gelijk met den grond	Water.	Klei.	Zand	Teel- aarde	Gras.	
Januarij. .	m.M. 12.0	m M. 11.4	m.M. 11.2	m.M. 10.2	m.M. 7.1	m M. 12.7	m.M. 15.3	
Februarij.	18.0	15.4	13.6	12.5	9.1	16.5	21.2	
Maart . . .	56.9	36.5	37.7	31.4	24.5	44.6	57.4	
April. . . .	70.0	49.5	49.9	43.8	33.7	61.2	82.2	
Mei.	120.6	96.7	93.5	68.6	52.0	101.6	134.7	
Junij. . . .	132.4	108.0	97.1	81.6	57.6	111.8	175.2	
Julij	126.0	97.2	87.7	72.8	51.4	106.6	191.5	
Augustus	119.1	89.3	83.5	65.9	49.5	96.7	169.2	
September.	55.5	36.3	38.9	34.3	27.8	49.5	66.2	
October . .	47.8	31.9	30.0	30.3	21.3	43.2	67.9	Gras 22 maal meer dan water.
November	22.1	17.2	17.4	16.5	12.2	22.8	29.1	
December.	16.2	13.2	13.5	13.2	9.7	17.1	20.8	

DE ZIEKTE DER KINA-PLANT

J A V A.

DOOR

K. W. VAN GORKUM.

In het verslag over de kinakultuur op Java, over het jaar 1868, moest o. a. als volgt, worden bericht: —

„De uitkomsten zijn in het afgelopen jaar beneden de verwachting gebleven. eensdeels ten gevolge van eene ziekte die, in sommige plant-oenen, duizenden planten aantastte en hare ontwikkeling belemmerde

Die ziekte is nog niet geheel verdwenen, evenmin verklaard. Hare oorzaken zijn ten eenennale onbekend gebleven. Zij openbaarde zich reeds in den aanvang des jaars en ook de Heeren TEJSMANN EN SCHEFFER hadden, in de maand Maart, gelegenheid haar waar te nemen.

Vooraf de Calisaja's worden aangetast, en men zoude kunnen vermoeden, dat de kwaal haren oorsprong heeft in het gehalte der zaden, maar zoowel de uit Amerikaanse als uit Java-zaden en stekken opgekweekte planten vertoonen het ziekelijk verschijnsel, terwijl daarentegen niet alle planten van gelijken oorsprong zijn aangedaan.

Zieke planten worden op alle établissements onder de meest onderscheiden omstandigheden aangetroffen, naast gezonde individuen, die onder dezelfde voorwaarden heeten te groeien

Er bestaat dus nog geen recht, om op bepaalde invloeden te kunnen wijzen en zoo blijft het geheel volkomen duister.

Dr. SCHEFFER meent eijes bespeurl te hebben en denkt dus

aan een insektensteek. Wonderlijk is het dan echter, dat er geen geregelde orde in de werking dier insekten is op te sporen. Ook zijn tot nu toe noch de insekten zelve, noch hunne larven opgemerkt.

De verschijnselen beginnen aan het blad. Er heeft eene ziekelijke vermeerdering van cel-weefsel op enkele punten plaats, de epidermis wordt er dikker. Is die ziekelijke zwelling volgroeid, dan verkurkt de bovenste laag en wordt de groei van het blad plaatselijk belemmerd. Het omliggend parenchym blijft doorgroeien en geeft aan het blad zijn gekruld voorkomen. Zoo zien de zieke bladeren er gekruld en van roestige, later doorbrekende knobbels voorzien, uit.

De ziekte schrijdt voort tot de jeugdige toppen der planten, en deze gelijken dan als afgestorven en volmaakt verkurkt. Brekt men ze echter af, dan blijken zij inwendig nog frisch en groen te zijn.

Intusschen zijn slechts weinige planten onder deze aandoening bezweken; de meesten begonnen bij het invallen der regens, weder krachtig uit te loopen en nieuwe bladeren en toppen te vormen. Zij zijn nu in ontwikkeling ten achteren, en zullen waarschijnlijk niet meer tot fraaie, krachtige boomen opgroeien.

De ziekte die voortdurend met aandacht wordt waargenomen, die steeds minder wordt, maar zich nog altijd hier en daar vertoont, blijft dus onverklaard, en veroorzaakt minder dadelijke verliezen dan wel vertraging en teleurstelling."

In het volgende jaarverslag, — 1869 — moest ik schrijven:
 „Bestaat er alzoo in het algemeen reden tot tevredenheid, te meer moet het worden betreurd er niet kan worden bericht, dat de in het vorige rapport beschreven ziekte thans als geweken is te beschouwen. Voortgezette waarnemingen doen echter met groote waarschijnlijkheid vermoeden, dat de verschijnselen die wij voor eene eigenaardige ziekte der planten hielden, veel eer te wijten zijn aan de werking van insekten die, even menigvuldig als verscheiden, slechts zeldzaam en moeielijk op te sporen zijn, omdat zij of microscopisch klein zijn, of wel, bij voorkeur des nachts en des avonds arbeidende, zich eerst naderhand in hunnen schadelijken invloed openbaren.

Indien de natuur zelve tegenover deze insecten geen vijanden stelt, dan is het te vreezen, dat de middelen ter hunner overwinning ons zullen blijven ontbreken, ook zelfs wanneer wij tot de kennis van hunne soort en huishouding mochten naderen.

Bij voorkeur schijnen deze vernielallen zich tot de Calisaja- en Pahudiana-planten te bepalen. Aan de *Succirubra's*, *Lancifolia's*, *Hasskarliana's* en *Miacantha's* werd hun invloed tot heden, nog slechts bij uitzondering bespeurd, en waar die onderscheiden kinasoorten in elkanders onmiddellijke nabijheid groeien, worden eerstgenocmden dikwijls sterk aangetast, terwijl de laatsten, zoomede de *C. officinalis*, gespaard blijven.

Zijn de planten tot zekere ontwikkeling gekomen, dan ervaren zij minder schade, en wordt deze in den regel spoedig hersteld. Ontmoedigend zijn daarentegen de verschijnselen in zeer jong plantsoen. Planten, die 's avonds geheel frisch voorkwamen, bleken den volgenden morgen sterk aangetast. De bladeren zien er als verbrand en verdord, bedekt met bruine stippen, vlekken en opgeblazen holtten uit, terwijl de jeugdige toppen van stam en takjes verkurkt en afgestorven schijnen, maar inwendig altijd nog groen, frisch en saprijk blijken.

Van deze ware ramp heeft het eertijds zoo voorspoedige établissement Tjinicroean, op het Malawar-gebergte, vooral te lijden. Een uitgestrekt plantsoen, meer dan 30000 Calisaja-planten bevattende, — aanplant 1866 en 1867, is er, ruim anderhalf jaar, onafgebroken aangetast en zonder ontwikkeling gebleven.

Alles is beproefd om die planten te restaureeren. De schijnbaar doode extremititeiten zijn weggesneden, om nienwe uitbottingen te bevorderen, maar ook deze uitspruitsels bleven niet lang vrij.

Niet gunstiger waren de resultaten der verwijdering en verbranding van de ziekelijke bladeren, en het verdient nu ernstige overweging om, bijaldien de verschijnselen niet wijken, de sterkst aangetaste plantsoenen tegen den volgenden regentijd eenvoudig te vernietigen en de gronden op nieuw, maar dan met andere kinasoorten te beplanten. Al mochten de planten zich ook kunnen herstellen, een nieuw plantsoen dat ongestoord ontwikkelt, zal ons spoediger tot een tijd van exploitatie brengen.

gen, en er bestaat geen reden, om de kwaal te wijten aan de soort, situatie of bewerking van den grond, daar in hetzelfde plantsoen, andere rijen uit stekken gekweekte Calisaja-boompjes voorkomen, wier ontwikkeling tot heden zeer voldoende mag heeten.

Overigens treft men die verschijnselen onder alle omstandigheden en op verschillende plaatsen aan, hetzij onder schaduw, of in het volle licht, al of niet beschut tegen winden, op schrale en op vette gronden.

Schijnen dus de locale omstandigheden niet van invloed te zijn, evenmin mogen wij dezen toeschrijven aan den oorsprong of de behandeling der zaden. De kweeking geschiedt overal op dezelfde wijze met de meeste zorg, en toch zijn planten van gelijke afkomst, op dezelfde of verschillende plaatsen, niet aan dezelfde verschijnselen onderworpen. Het is juist die onregelmatigheid, dat onopgemerkt blijven van vaste wetten, waardoor wij in het duister tasten en gedurig met ons zelve in strijd komen.

Het verdient voorts opmerking, dat onderwerpelijk, de uit Boliviaansche zaden te Tjinieroean gekweekte Calisaja's, — de later zoo beroemd geworden *C. C. Ledgeriana*, — in het begin van 1868 het eerst onze aandacht trokken. (Zij werden in November en December 1866 in den vollen grond gebracht). Aanvankelijk groeiden die planten prachtig, maar eenmaal aangetast, bleven zij meer dan een jaar ten achteren en zagen zij er allertreurigst uit. Eerst in het laatst van 1869 begonnen zij zich te herstellen, door nieuwe toppen en takken te vormen, waaraan zich, zelfs nu nog, sporen van oorspronkelijke of wederkeerende ziekte vertoonden.

Men vindt dezelfde plantensoort, — er zijn van Ledger's zaden omstreeks 20000 plantjes gewonnen, waarvan echter niet meer dan ruim 12000, naar schatting, tot flinke boomen ontwikkelden, — op alle etablissementen, en op de meesten dezer ook meer of min beschadigd, doch te Rioengoenoeng, op het Tiloe-gebergte, ontwikkelde zij zonder stoornis, en treft zij het oog door ongemeen regelmatigen, snellen en weelderigen groei. (In 1874, dus op 8-jarigen leeftijd, hielden de *Ledgeriana*'s te Rioengoenoeng door één 4 kilogrammen drogen bast, terwyl van

die te Tjinieroen niet meer dan 1 kilo mocht verwacht worden. Intusschen blijkt het een geluk te zijn geweest, dat de zieke plantsoenen niet werden vernietigd, want ook te Tjinieroen, zijn de *Ledgeriana's* prachtig bijgekomen, hebben zij reeds eene aanzienlijke waarde geproduceerd en millioenen zaden van superieure hoedanigheid geleverd).

Men heeft dus geen grond tot het vermoeden, hoè waarschijnlijk in den aanvang ook, dat de kiem van het kwaad, met de zaden van Ledger, uit Amerika werd ingevoerd; nauwer onderzoek heeft daarenboven bewezen, dat de ongunstige verschijnselen die wij eigenaardig bij de kina dachten, in grenzen deele vreemd zijn bij vele inheemsche kultuur-gewassen. Zoer sterk worden zij opgemerkt bij de mangga-boomen (*mangifera*) en veelvuldig zijn zij ook in de z. g. wildhout-aanplantingen bespurd.

Of nu insecten alleen de schuld dragen, en welke soort of soorten dan het meest te vreezen zijn, durf ik niet beweren, maar de vrees kan niet worden onderdrukt, dat het eenmaal blijken zal, dat de familie der Bladluizen (*Aphides*) onze ernstige bestrijding verdient. Langen tijd bleven zij onopgemerkt, omdat zij, door hunne kleur en innige vasthechting aan de plantendelen, het ongewapend oog bedrogen. Hetzij deze insecten schadelijk werken door de afscheiding van een scherp vocht, of wel door het uitzuigen van plantensappen, zeker is het, dat, waar zij verwijderd werden, de sporen hunner zitplaats duidelijk bleven.

Van kalk- en tabakwater schijnen zij een grooten afkeer te hebben, maar hun aantal en verspreiding maken deze wapenen, practisch, onbruikbaar. Daar de Aphidii onder de insecten groote en vele vijanden tellen, zoo is het niet onwaarschijnlijk, dat de natuur zelve eenmaal het evenwicht zal herstellen."

In het verslag over 1870 werd aangeteekend: —

De wind blijft de kina-planten het meest vijandig, maar ook de ziekte die in de beide voorgaande rapporten uitvoerig is besproken, heerscht voort en schaadt op groote schaal, hetzij zij de ontwikkeling vertraagt, of wel een geheel plantsoen tijdelijk ontsiert en terugzet. Intusschen wordt zij meer en meer ook op onderscheiden inheemsche gewassen waargenomen.

Zij doodt in den regel wel niet, maar zij schaadt altijd, hier langer, daar korter, de ontwikkeling der planten stremmende".

Het verslag over 1871 meldt het volgende: —

"In het verslag over 1868 werd het eerst gesproken over eene ziekte die, moge zij ook al vroeger geheerscht hebben, zich dan althans niet door in hêt oogloopende verschijnselen heeft geopenbaard. Sinds 1868 waren deze echter niet te miskennen, en trokken zij meer en meer in die mate de aandacht, dat de ernstigste bezorgdheid eerst plaats maakte voor gedwongen berusting, toen duidelijk bleek, dat de ziekte-verschijnselen niet onvoorwaardelijk den dood der planten veroorzaken, maar deze alleen in fraaie en snelle ontwikkeling storen. Omtrent den aard en oorsprong der ziekte bleven de meeningen, zooals uit de drie vorige verslagen kan blijken, in weêrwil van de onafgebroken voortgezette waarnemingen en onderzoekingen, zoo wankelend, dat in 1870 werd verzocht, om aan eene bevoegde Commissie een lokaalonderzoek op te dragen.

Zoo werden de kinaplantsoenen in de maanden Mei/Juni ll., krachtens een Regeerings-besluit, bezocht door de Heeren TEIJSMANN, SCHEPPER en BERNELOT MOENS.

Deze Heeren nu hebben de voorstelling der kwaal wel wat overdreven genoemd, in zooverre zij de gezonde planten numeriek overwegend rekenden aan de zieke individuën en zij de ziekte voorts ook niet als doodelijk erkenden. Omtrent den oorsprong der ziekte is echter geen afdoende opheldering verschaft, en waren de gevoelens niet onverdeeld.

Terwijl de Heer TEIJSMANN aan den invloed van insekten bleef vasthouden, kwamen de beide andere Heeren, door microscopisch onderzoek, tot de overtuiging, dat de ziekte zelve zich openbaart in eene cryptogamische vegetatie, eene soort van fungus, die oppervlakkig zetelt, daar binnen de plantendeelen geen spoor van mycelium te vinden is.

Waarheid zal wel zijn, dat onderscheiden oorzaken en omstandigheden samenwerken, en de planten niet zonder praedispositie worden aangetast.

De Commissie ried aan, om de zieke plantendeelen weg te snijden, maar die maatregel was sinds lang en zonder voldocnden nitslag beproefd. De eenmaal aangetaste planten vertoonen

de ziekte, nadat de geschonden deelen zijn verwijderd, ook weder aan de nieuwe uitspruitsels.

Geruimen tijd was ook beproefd de ziekte te overwinnen door begieting met een afkooksel van tabak of eene oplossing van zwavel-alkali; maar, dacht men daarbij nu en dan al eens gelukkige uitkomsten te kunnen constateeren, dan zag men niet zelden, ter zelfder tijd, de herstelling van andere individuen, ook zonder die agentia. Bij deze onzekerheid werden de genoemde middelen, die op den duur toch lastig en kostbaar zouden worden, niet verder toegepast.

In de maand Maart was een andere weg ingeslagen. Niet onopgemerkt was gebleven, dat de ziekte op alle gronden en bij alle situatiën, zoo niet als wel voorkomt. De oorzaken alleen in bodem en klimaat te zoeken, ging dus niet aan. Werkten de omstandigheden van buiten, dan moest bij de planten bepaaldelijk eenige praedispositie worden aangenomen, want zieke en gezonde individuen van denzelfden oorsprong komen dooreen en naast elkander voor. De sterkste en het krachtigst ontwikkelde planten worden òf niet, òf slechts voorbijgaand aangetast. De *Succirubra*'s hebben van de ziekte weinig te leiden.

NB. In 1872 werden de Java-Calisaja's op het terrein te Tjinieroean, waar de ziekte het eerst verscheen, in de *Ledgeriana*'s, en het hardnekkigst en schadelijkst bleef voortwoekeren, geoogst. Het terrein werd op nieuw flink bewerkt en nu met *Succirubra*'s beplant. Ook deze zijn spoedig ziek geworden en, tot heden, zeer onooglijk en achterlijk gebleven. De staan gebleven *Ledgeriana*'s hebben zich langzaam, maar voldoende, hersteld en zijn nu tot flinke boomen opgegroeid; terwijl op hetzelfde terrein een paar duizend *Hasskarlian*'s van 1864/65 en eenige honderden *Succirubra*'s van 1867/68 voorkomen, die nooit van de ziekte leden en nu reeds colossale, zware boomen zijn. Zij hebben neiging om tot hoog opgaande boomen te ontwikkelen en zijn in dat streven ook altijd tegemoet gekomen door eene regelmatige snoeiing of slemning.

De *Calisaja*'s daarentegen, willen nu den regel al spoedig heesterachtig worden. Jonge planten vormen alras vele takken, waardoor het karakter van een hoofdstam dreigt verloren te gaan. Zij schieten daardoor om zoo te zeggen uit hare

kracht, en te kort, zoodra zij aan storende invloeden van buiten blootstaan.

Ontwikkelt aan hunne oppervlakte eene zwamvegetatie, dan treedt een strijd om het leven in, en blijken zij veelal onvermogen om te overheerschen. De levenskrachten en sabbeweging zijn niet sterk genoeg, om stammen en takken door de ziekte heen te drijven, zooals werkelijk bij de *Succirubra*'s regel is (volgens aanteekening zoo even gaat die regel niet meer door). Hier ziet men, in weêrwil der ziekte, de toppen doorgroeiën en de aangetaste plantendeelen eenvoudig versterven en afvallen. De *Succirubra*'s hebben dan ook een krachtiger stam, en naar verhouding minder takken en bladeren dan de *Calisaja*'s, *Hasskarliana*'s en overige kinasoorten.

Deze en andere waarnemingen leidden tot de meening, dat indien de planten konden versterkt worden, zij de aanvallen der ziekte ook beter zouden doorstaan. Besloten werd nu, om door geregelde, beredeneerde snoeiing, de kultuur te verbeteren, een bedrijf, dat bovendien den habitus der planten zou ten goede komen.

In Maart werd de eerste snoeiing, aanvankelijk slechts een sleunen, begonnen. Het Europeesch personeel gaf het voorbeeld, en werd slechts door een gering getal, uitgezochte arbeiders geholpen. Takken van te groote afmetingen werden met handzaagjes verwijderd; elke zaag- of meswond werd met een scherp mes glad bijgesneden.

Honderdduizenden boompjes zijn op die wijze, in één maand tijds, door betrekkelijk weinig snoeiers, een dertigtal, afgehandeld. De schilbare takken produceerden een paar duizend kilo's drogen bast, die tot poeder gestampt, voor bereiding van Quinine of pharmaceutisch gebruik, aan den geneeskundigen dienst werd afgeleverd.

De plantsoenen zagen er nu, tijdens het bezoek der hiervoren genoemde Commissie, nog tamelijk schraal uit, maar hadden over het geheel toch een gezonder voorkomen gewonnen.

De heer TEIJSMANN noemde de sleuning hier en daar wel wat ver gedreven, doch konde overigens de zorgvuldige bewerking slechts roemen. Inderdaad waren enkele snoeiers in hunnen ijver ook wat ver gegaan, en er zal eenige tijd vereischt worden,

voordat menige stam zijne verbroken dimensie-verhoudingen heeft hersteld. Maar opmerkelijk is het effect dier slemning geweest, niet alleen met betrekking tot den gestoorden invloed der ziekte, maar ook ten aanzien der thans betere vormen der boomen. In de maanden Augustus en September werden dezelfde boomen andermaal onder handen genomen, en ditmaal meer bepaald geooid en van hun overtollig hout in de kruinen beroofd.

Gevolgen van het sleunen en snoeien zijn geweest: krachtiger sap-beweging, spoedig herkenbaar aan de vorming van frisch, nieuw blad en het doorschieten van stammen en takken. De frische krachtige glans der bladeren wijst op een verbeterden toestand, en de ziekte blijkt inderdaad minder vat te hebben, want zij is, zoowel in uitgestrektheid als intensiteit, aanmerkelijk afgenomen.

Een ander gevolg van het snoeien is het veelvuldig ontstaan van uitapruitfels, die weggenomen en onderdrukt moeten worden en dus een onafgebroken, zorgvuldig toezicht eischen. Moest een jaar te voren het door ziekte aangetaste deel onzer plantsoenen op $\frac{3}{4}$ van het geheel worden geschat, wij achten ons gelukkig de verhouding thans te kunnen keeren en slechts $\frac{1}{4}$ noemenswaard bezocht te raken, terwijl daarenboven de kwaal zelve minder schadelijken invloed uitoefent.

Duidelijke en strenge voorschriften zijn dan ook gegeven, om het snoeien verder als eene der voornaamste voorwaarden van onderhoud te beschouwen, onafgebroken, zooveel mogelijk, nieuw aangetaste plantendeelen dadelijk te verwijderen en meer zorgen te besteden aan eene tijdige ontginning en bewerking van gronden en het graven van diepe en breede plantkuilen.

Wel is waar mochten die voorschriften slechts herhalingen heeten, maar eene meer stipte opvolging werd in het afgeloopen jaar, door betrekkelijk ruimere beschikking over fondsen, mogelijk gemaakt.

Ook in de Britsch-Indische plantsoenen wordt de hier behandelde ziekte waargenomen en zij daar als eene soort van *kanker* beschouwd. Men zoekt er de oorzaken in een vochtigen bodem, doch is daaromtrant ook gesamenlijk eenstemmig.

Een gevoelige slag wordt toegebracht aan de groote indruk-

ken, die wij van de vroegere rapporten uit Britsch-Indië mochten bewaren, als wij de verslagen van den jongsten tijd en de hevige polemiek in de dagbladen, — Britsch-Indische, — lezen. Deze herinnering is overwaardig, de aandacht van onze belangstellende landgenooten, die zich nu en dan waagden aan vergelijkingen, welke niet ten voordeele van Java's onderneming uitvielen, en zelfs bij het Opperbestuur eene noodelooze bezorgdheid wekten."

Verslag over 1872.

"Naast het oordeelkundige onderhoud van den grond, wordt nu ook ongestoord de hand gehouden aan eene redelijke verzorging van de boomen. Het snoeien. — er werd in het vorige jaarbericht reeds op gewezen, — heeft eene allergunstigste uitwerking, en ook het gevaarlijk karakter der meermalen besproken ziekte gebroken. In Britsch-Indië moge men in den laatsten tijd, op grond van ervaringen, tegen het snoeien der kinaboomen waarschuwen, het vermoeden ligt voor de hand, dat de waarschuwing daar gewettigd werd, niet door het beginsel, maar door de minder goede toepassing."

In het verslag over 1873 wordt omtrent de kinaziekte niets vermeld, doch in het bericht over 1874 lezen wij weder: —

"Het blijkt meer en meer, dat het snoeien der kinaplanten onder de eerste voorwaarden eener rationeele kinateelt moet worden geacht, en deze arbeid vereischt te meer aandacht, naardien hij slechts aan geoefende werklieden vertrouwd kan worden."

Verslag over 1875, (opgemaakt door J. C. BERNELOT MOENS).

"Met het snoeien der kinaboomen gaat men voort, en het blijkt steeds, dat daardoor ook de ziekte, die zich nog altijd nu eens in het eene dan weder in het andere plantsoen vertoont, zoodanig wordt beperkt, dat zij slechts weinig blijvende schade aanricht. Zeer kundige thee-planters zijn van oordeel, dat deze ziekte dezelfde is, die in de theeceesters voorkomt (de z. g. roest), en dat de oorzaak zou zijn gelegen in den steek van een tot de orde der Hemipteren behoorend insect. Het is nog niet gelukt, dit tot zekerheid te brengen."

Tot zooverre nu de officieele verslagen, waaruit blyken kan,


dat de kina-ziekte, sinds zij het eerst werd opgemerkt, in 1868, onafgebroken en met aandacht en ernst is gevolgd en bestudeerd; dat er gestadig naar gestreefd is, om licht te zoeken en eenzijdige beschouwingen en beoordeelingen te verwijderen.

In 1874 meende de heer MEIJBOOM, thee-planter in het Bandaogsche, een insect te hebben ontdekt waaraan men den „roest” in den theeheester dacht te kunnen toeschrijven. Gelijktijdig ongeveer kwam men in Bengalen tot soortgelijke verklaring, en werd daar eene brochure uitgegeven waarin men n.l. the slij-bug, — het door MOENS bedoelde insect — beschreef.

Dr. MEIJBOOM verzekerde mij, dat men het diertje slechts bij avond kan opsporen, en inderdaad werd het nu ook op kina-boomen aangetroffen. Ik liet er naar de natuur eene vergrootte afbeelding van maken, en het insect werd inderdaad herkend als een hemipteer, dat op of achter den kop een verticaal staand hoorntje draagt den vorm van eene speld voorstellende.

In het begin van 1875 werd ik door de Regeering tot eenen anderen, ruimeren werkring geroepen, en nam J. C. BERSELOT MOENS, die mij sedert Mei 1872 als scheikundige was toegevoegd geweest, het beheer der kinakultuur van mij over.

MOENS heeft ook de kina-ziekte trouw en, zooals dit van hem te verwachten was, met kennis en studie waargenomen. Bij particulier schrijven van 23 Juni ll. deelt hij mij nu het navolgende mede: —

„Van mijn verblijf in de kinaplantsoenen heb ik geprofiteerd, om de kwestie der ziekte uit te maken. Het staat nu volkomen vast, dat de ziekte veroorzaakt wordt, door dezelfde Hemipteer, die den thee-roest veroorzaakt. Ik ken nu het manneke, het wijfje en het onvolkomen insect in alle phasen van ontwikkeling. Ook de eitjes die ongeveer deze  gedaante hebben, wit van kleur zijn en door het wijfje worden gelegd in de jonge stengels, oude blad-nerven, ook wel buiten op het blad enz. 't Wijfje heeft een leg-angel waarmee het eerst een steek geeft in het wroefiel, om er vervolgens het eitje in te laten glijden.

Vooraf de ongevleugelden vernielen in korten tijd alle jonge uitloopers; als zij één dag met eene jonge plant alleen worden gelaten, is het blad den volgenden reeds geheel gevlekt, en

begint zich spoedig te krommen. Zij steken met eene scherpe naald die in den zuig-snuif zit onder het weefsel, en schijnen dan den omtrek uit te zuigen.

Ook op de *Datura's* zitten zij met troepen, en brengen daar volkomen dezelfde verschijnselen teweeg. Kennis is macht, maar ik zie den weg nog niet, om de lieve diertjes kwijt te raken. In een klein tuintje kan men ze nog gedeeltelijk opvangen, en zoo in bedwang houden; maar hoe moet dat in uitgestrekte tuinen?

Snoeien, zonder gelijktijdig verbranden, helpt niets, en men kan niet zoo snoeien dat alle besmette deelen worden weggenomen.

Bovendien komt er dan telkens aanvoer van buiten. Ik zal de *Kétjoeboen*-, *Datura*-paggers (heggen) laten opruimen, maar dan zitten zij misschien nog elders.

Het heeft in ieder geval waarde, dat wij nu niet langer in 't onzekere zijn, en de oorzaak op den verkeerden weg zoeken.

Waarom de eene plant wel, de andere niet wordt aangetast? Maar het beest kan maar op één bepaalde plaats zijn eitjes leggen, en de ongevleugelden, — die verreweg de ergste verwoesting aanrichten, — kunnen zich niet van de eene plant naar de andere begeven. Hoe hooger boven zeg de aanplant, hoe minder beesten en ik geloof dat men, onder gewone omstandigheden, boven de 5000 voet er geen last van zal hebben, tenzij exceptioneel mild weder de grens der gemiddelde temperatuur, waarbij zij het aangenaam vinden, wat naar boven schuift."

In een heden ontvangen briefje dd. 5 Juli, klaagt MOENS mij, dat de ziekte weder eene ontzettende uitbreiding genomen heeft, en schier al de officinalis-plantsoenen op het Malawar-, en het laagste deel van het Tiloe-gebergte zoo sterk zijn aangedaan, dat er weinig meer van te hopen schijnt.

Ik teeken aan, dat bedoelde plantsoenen voortdurend seer te lijden hebben gehad, en er dientengevolge al niet weelderig uitzagen.

Het zal er nu in de eerste plaats op aankomen, om het schuldig insect nauwkeurig gade te slaan in zijne levenswijze en gewoonten.

Is zijne huishouding volkomen aan het licht gebracht, dan maak ik mij wel geen illusiën van een absoluut onschadelijk maken van dit gedierte, doch bestaan de kansen, dat zijn invloed bij tijds getemperd wordt.

Bepaalde dit insekt zijne lusten tot de kinaplanten, het zoude althans mogelijk zijn om het uit de kinatuinen te weren, of wel het daar bij zijne verschijning te verdelgen.

Het diertje is echter, als sinds jaren aangeteekend, minder kieschkeurig, en zoo velen zal men in de kinaplantsoenen niet kunnen vernietigen of zij worden gestadig vervangen door nieuwlingen die van buiten komen, van buiten waar wij volmaakt machteloos zijn om een verdelgingskrijg te aanvaarden en vol te houden.

Daarom zie ik er ook geen heil in, dat MOENS die paggers van *Datura*, welke ik hier en daar aanlegde, deels om tegen den wind te beschutten, deels als versiering, — opruimt. Het schijnt wel dat de insekten eenige voorkeur geven aan bepaalde plantensoorten, en mochten de *Datura's* meer in hunnen smaak vallen dan de *Cinchona's*, zoo wordt, door opruiming der eersten, de intensiteit der kwaal op de laatsten wellicht nog versterkt.

Wij moeten weten, wanneer de eitjes gelegd en uitgebroed worden. Dan zal het wellicht het meest gunstige tijdstip zijn om de plantsoenen nauwkeurig in het oog te houden en naar eene zuivering te streven.

Ik voor mij heb nooit kunnen waarnemen, dat de plaag zich tot vastwederkeerende perioden zoude bepalen, en juist daarin lag eene zoo machtige aanleiding tot ontmoediging, ik zou haast zeggen, wanhoop.

Een merkwaardig feit daartegen is, dat de grenzen der door de ziekte aangetaste plantsoenen dikwerf, — als op het Tilodgebergte, — zeer scherp zijn afgeteekend, en als zeker neem ik ook aan: —

1°. dat het insekt bij uitzondering zekere hoogte boven zee overschrijdt (op het Tanghoeban-Prahoe-gebergte is die overschrijding sterk waargenomen).

2°. de onder schaduw groeiende kinaplanten minder lijden van, of wel minder blootstaan aan de werking der insekten, en

3°. de veroordeelde insekten bij voorkeur jonge planten en niet hooge boompjes aantasten, daar de tot zekere hoogte reeds ontwikkelde kinaboomen er geen last of schade meer van ervaren, en ook deze toch altijd voorzien zijn van jonge malsche toppen en bladeren.

Intusschen zal deze betreuenswaardige ziekte der kina-planten met ongestoorde volharding in het oog gehouden worden, en zullen omtrent de vorderingen onzer waarnemingen en studiën getrouw berichten worden aangeboden.

Batavia, 7 Juli 1877.

VOORLOOPIG VERSLAG

VAN

DR. VAN RIJCKEVORSEL'S

REIS IN DEN OOST-INDISCHEN ARCHIPEL,

TER BEPALING VAN

MAGNETISCHE CONSTANTEN.

MEDEGEDEELD DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.

—

„Ik heb in hoofdzaak niets gedaan dan de magnetische waarnemingen, en daarvan absolute bepalingen van Declinatie en horizontale Intensiteit met unifilar-magnetometer, en Inclinatie met den bekenden Dip-circle op honderd tot honderdvijftig plaatsen. Intusschen meen ik, wat de horizontale Intensiteit aangaat, ook eenige resultaten verkregen te hebben aangaande de dagelijksche variatie voor de uren van $6\frac{1}{2}$ tot $11\frac{1}{2}$ des morgens, doch hecht daaraan geen groote waarde.”

„Geheel alleen zijnde, heb ik gemeend mij van de noodige plaatsbepalingen te kunnen onthouden. Ik had 1°. de verschillende punten door Dr. OUDEMANS bepaald, 2°. die door ELLIOTT, die in 1847—49 in een deel van den Archipel dergelijke waarnemingen deed. Enkele punten waren officieren der Kon. Ned. of der Gouvernements-marine zoo vriendelijk voor mij te bepalen. Andere bepalingen moest ik van de kaart nemen, en ten slotte stond mij de Regering voor eene reis in de binnenlanden van Palembang een harer ambtenaren als assistent toe, in wiens waarnemingen ik groot vertrouwen stel.”

„Na eenigen tijd geobserveerd te hebben, kwam ik tot de navolgende wijze van opnemen: — Ik verdeelde zoo veel mogelijk de punten eenigszins gelijkmatig, hoewel dit in eene moeijelijk te bereizen eilandengroep slecht gaat, en het zal dan ook blijken, dat de westelijke helft des Archipels veel beter bedeed is, dan de Molukken. Alleen trachtte ik geen al te groote leemte te laten. Dan bleek mij ook weldra de wenschelijkheid om daar, waar veel vulkanen zijn, de punten digter oopen te hoopen, wegens de overgrootte locale afwijkingen. De Declinatie heb ik zoo veel mogelijk overal waargenomen, omdat ik, door moeijelikheden die ik met het instrument had, die voor de zwakste mijner waarnemingen houd, en er bovendien grooten invloed van locale storingen bij verwacht. Het minst deed ik Inclinatie-waarnemingen, omdat ik overtuigd ben, dat daarbij de locale storingen van minder grooten invloed zijn.”

„Mijn zwakste punt was zeker de chronometer-gang. Om vele redenen, waaronder gewigtige, deed ik zelf geen tijdsbepalingen, en was dus afhankelijk van die van anderen, die ik steeds hoogst willig bevond. Maar soms liggen zij te ver uit elkander, soms maakte de gebrekkige plaatsbepaling de tijdsbepalingen zwak. Gelukkig is echter door de wijze van waarneming de invloed van de fouten in den waren tijd buitengewoon klein, zoodat ik meen dit bezwaar zeer ligt te kunnen tellen.”

„Ik begon met Java overland te bereizen. De Declinatie kon ik toen nog niet observeeren, maar begon daarmede eerst van Soerabaja af; op een 15tal plaatsen deed ik toen Intensiteits- en Inclinatie-waarnemingen, in veel te groot aantal. Later bragt ik dit tot acht, enkele malen deed ik slechts zes waarnemingen van elke soort op elke plaats, op minstens twee verschillende ochtenden. Voor de Declinatie was vier het minimum. De enkele plaatsen waar ik door de reisgelegenheid of door gebrek an zon gedwongen was mij met minder te vergenoegen, of waar ik maar één dag kon blijven, denk ik bij de zamenstelling der plaatsen de uitkomst met half gewigt in rekening te brengen.”

„Van Soerabaja uit bezocht ik Bawean, Madura, Java's oosthoek, Bali en Lombok, en deed daarna gedurende 14 maanden twee reizen door de Molukken, Celebes, Timor. De eilanden benoorden Celebes en Ternate liet ik buiten mijne grens, die

nu in tamelijk rechte lijn over Ternate, Menado, Sarawak en Poeloe-Pinang loopt. In het oosten strekte ik de waarnemingen tot de Kei- en Aroe eilanden uit. De zuidoosthoek van den Archipel was zeer zwak zijn. Ik had toch in de Molukken met zeer gebrekkige vervoermiddelen te werken, daar Atjeh alles absorbeerde; had zelf met steeds meer afmattende moeraskoortsen te kampen, en geen goede bedienden. Echter meen ik dat de Residentie Amboina een goede groep is, en Celebes redelijk. In 't geheel bezocht ik oostelijk van Java een 30tal punten, en deed toen nog overal waarnemingen van alle drie de constanter.

Te Soerabaja teruggekeerd, bezocht ik van daar uit Banjermasin, waarvan ik een achttal punten kon opnemen, en deed toen de terugreis naar Batavia nogmaals overland, ditmaal Declinatie waarnemende, en slechts op enkele punten de andere elementen. Verscheidene malen doorreisde ik Java ook in de breedte, zoodat mijne punten ook daar nog al over het geheele eiland verstrooid liggen."

"Van Batavia uit deed ik eene reis in Bankam en de Lampongs, waarvan ik echter slechts een gedeelte aan de baai van Telok-Betong kon bereizen, — eene tweede reis naar Billiton en de westkust van Borneo, die een tiental punten opleverde. Ik begon toen reeds niet overal al de elementen waar te nemen, maar meest slechts twee van de drie."

"De laatste reis was de vruchtbaarste, tevens vaak de moeilijkste, hoewel veel aangener dan die in de Molukken. Tusschen Benkoelen en Palembang en ten zuiden van laatste plaats kon ik een 20tal punten opnemen; deed toen Muntok en Riouw aan, Sarawah op Borneo en eenige punten tusschen Singapore op Malakka's westkust, en Poeloe Pinang, vanwaar ik naar Atjeh overstak, waar ik op vier punten kon waarnemen."

"Ten slotte reisde ik van Padang overland, rondom het Merapi massief en van daar N.W. op tot Natal; in het geheel verkreeg ik in het Gouv^t van Sumatra's Westkust ruim 20 observatie plaatsen. De waarde mijner waarnemingen kan hier iets geleden hebben door de zeer bezwaarlijke toevallige omstandigheden mijner reis, hoewel ik dit niet geloof."

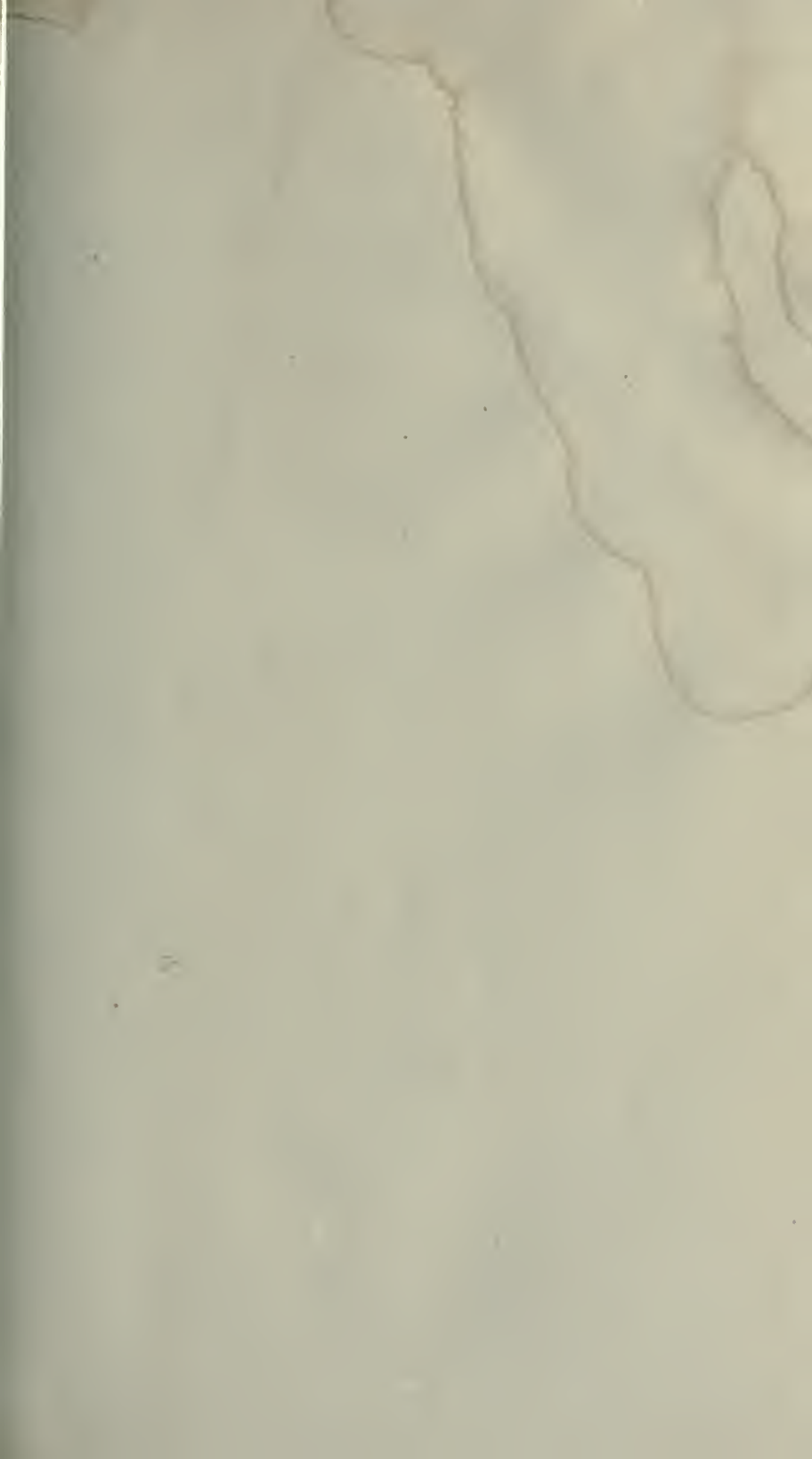
In het geheel is het natuurlijk nog onmogelijk over de waarde

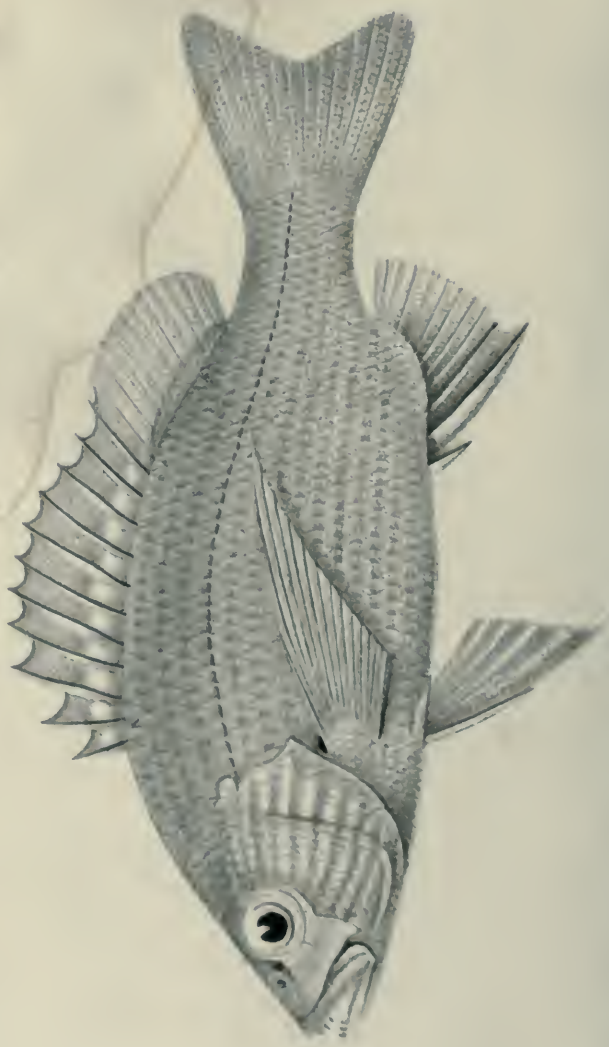
mijner waarnemingen een oordeel te vellen, daar nog zeer weinig daarvan berekend is. Daarvoor had ik op reis geen tijd. Hoeveel tijd met die berekening gemoeid zal zijn, kan ik onmogelijk schatten; zeker niet weinig."

„Reeds hierbij zij het mij geoorloofd er op te wijzen, dat ik steeds van de Regering en al hare dienaren de meest welwillende hulp, in Indië zoo onschatbaar, mogt ondervinden, en dat ik ook op de enkele plaatsen buiten ons gebied die ik aandeed, zeer beleefd werd ontvangen."

Rotterdam, 18 Sept. 1877.

VAN RIJCKEVORSEL.





Pl. 100. fig. 1.

1. Speijler, del.

Leide, Franck & Hugges

Thrasops (Cymatops) ...

NOTICE

sur le

SPARUS CUVIERI (CHRYSOPHRYS CUVIERI DAY).

PAR

P. BLEEKER.

(Avec figure).



Dans un article intitulé: „Sur les espèces confondues sous les noms de *Chrysophrys hasta*, *berda*, *calamara* et *Schlegeli*” *) j'ai émis l'opinion que le *Dentex hasta* CV, reconnu par M. Day comme un vrai *Sparus* (*Chrysophrys*), pourrait bien être identique avec le *Sparus Schlegeli* Blkr.

M. Day m'ayant invité d'examiner le spécimen de son *Chrysophrys Cuvieri* (*Dentex hasta* CV), que, depuis la publication du dit article, il avait présenté au Muséum de Leide, et d'avoir mon opinion sur l'espèce en litige, j'ai comparé cet individu avec celui que je possède du *Sparus Schlegeli* et qui n'est que presque deux décimètres plus long que le poisson de M. Day.

La comparaison, bien que constatant la grande ressemblance des deux individus, apprend néanmoins qu'ils appartiennent à deux espèces parfaitement distinctes.

Le *Chrysophrys Cuvieri* de M. Day est nettement caractérisé, comme l'a déjà indiqué M. Day lui-même, par la dentition. Il a les canines plus fortes que le *Sparus Schlegeli*. Les postérieures ou externes, et non les antérieures, sont les plus longues. Les dents latérales de la rangée externe des deux mâchoires y sont beaucoup plus pointues, et, ce qui est surtout

*) Verh. Kon. Akad. Wet., Afd. Naturk. 20 Bndk. XI p. 1.

caractéristique pour l'espèce, les dents molaires sont toutes fort petites, peu visibles dans l'adolescence et, par leur petitesse, ne formant qu'une bande fort étroite. C'est cette dentition, inexactement rendue par les auteurs de l'espèce, qui leur aura séduit à y voir un *Dentex*, mais l'examen un peu exact y fait reconnaître la même disposition et la même nature qu'elle présente dans les *Sparus*. Les dents diffèrent nullement par la disposition ni par la forme fondamentale, mais seulement par leur force relative, par la forme plus pointue de celles de la rangée latérale externe et par le peu de développement des molaires. Le système dentaire pharyngien est parfaitement semblable à celui du *Sparus Schlegeli*. C'est donc à juste titre que M. Day a retiré l'espèce du genre *Dentex*.

Le *Sparus Cuvieri* se distingue en outre du *Sparus Schlegeli* par les formules des écailles du tronc. Les rangées transversales y sont moins nombreuses et j'y compte deux rangées longitudinales de moins entre la ligne latérale et les épines dorsales médianes.

Pour faire mieux sentir les différences entre les deux espèces, telles qu'elles s'observent sur des individus de longueur presque égale, je fais suivre ici la description et la figure de l'individu, dont M. Day a doté le Muséum de Leide.

Sparus Cuvieri Blkr, Figur.

Spar. corpore oblongo valde compresso, altitudine $2\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine absque, $3\frac{1}{4}$ circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{2}$ circ. in ejus altitudine; capite 3 circ. in longitudine corporis absque, $3\frac{3}{4}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali, aequo alto circ. ac longo; latitudine capitis 2 et paulo in ejus longitudine; fronte usque supra mediam pupillam squamata; fascia squamarum temporali parum distincta; linea rostro-dorsali capite rectiuscula nucha convexa; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, minus diametro 1 distantibus; orbita antice leviter tumida; naribus posterioribus anterioribus valvula claudendis multo majoribus orbitae approximatis ante pupillam perforatis oblongis; rostro acutiusculo oculo non longiore; osse praeorbitali sub oculo oculi diametro longitudinali duplo fere

humiliore; maxillis subaequalibus, superiore sub medio oculo desinente; dentibus utraque maxilla antice serie externa utroque latere caninis 3 mediocribus conicis curvatis posteriore vel externo ceteris longiore, post caninos pluriseriatis parvis ex parte acutis ex parte graniformibus minimis; dentibus utraque maxilla lateribus serie externa conicis inaequalibus anterioribus acutiusculis posterioribus obtusiusculis, intra seriem externam graniformibus subaequalibus omnibus parvis dentibus serie externa valde multo minoribus parum conspicuis osse intermaxillari triseriatis osse mandibulari biseriatis; dentibus pharyngealibus conicis acutis, superioribus singulis ossibus serie anteriore, inferioribus serie postero-externo ceteris conspicue longioribus et magis curvatis; praecoperculo margine libero scabriusculo limbo alepidoto parte squamata postsuboculari plus duplo graciliore, parte squamata medio squamis in series 8 vel 9 transversas dispositis; operculo angulo spina parva, medio squamis transversim 4-5 seriatis; linea laterali medioeriter curvata; cauda parte libera paulo longiore quam postice alta; squamis trunco angulum aperturæ branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis supra lineam lateralem in series 46 circ., mox infra lineam lateralem in series 42 circ., mediis lateribus in series 36 circ. transversas dispositis; squamis 17 circ. in serie transversa basin pinnae ventralis inter et pinnam dorsalem quarum 4 vel 4½ lineam lateralem inter et spinam dorsi 1^m et 2^m, 4 (3½) lineam lateralem inter et spinas dorsales ceteras; pinna dorsali spinis validis compressis valde heteracanthis apice non flexilibus, 3^a 4^a 5^a et 6^a ceteris longioribus capitis parte postoculari vix brevioribus, spina postica radio 1^o brevior; dorsali radiosa dorsali spinosa paulo humiliore obtuse rotundata; pectoralibus falcatis capite paulo longioribus; ventralibus capite paulo brevioribus; anali spinis crassis 2^a validissima spina 3^a longiore et multo crassiore oculo plus duplo longiore; caudali medioeriter emarginata majore parte squamata lobis acutiusculis capite brevioribus; colore corpore superne viridescente, inferne argenteo; iride flavescente; regione praecoperulari vittulis 8 vel 9 longitudinalibus plus minusve divergentibus argenteis; seriabus squamarum trunco longitudinalibus singulis medio vittula diffusa fuscescente; pinnis imperibus fuscescente marginatis, dorsali,

pectoralibus, ventralibus et caudali flavescens; dorsali spinosa dimidio basali inter singulas spinas oculo diffuso dilutiore; pectoralibus basi superne macula parva triangulari fuscescens; anali tota fere nigricans vel fusca postice tantum flavescens vel albescente.

B. 6. D. 11/11 vel 11/12. P. 2/13. V. 1/5. A. 3/8 vel 3/9.

C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Dentex hasta* CV., Poiss. VI p. 189; Günth., Cat. Fish. 1 p. 373.

Chrysophrys Cuvieri Day, Fish. Ind. p. 141 tab. 34 fig. 3 (adult.)

Hab. India (Mangalore, Or. Malabar.); in mari.

Longitudo speciminis descripti et depicti 141'''.

Rem. L'espèce devient beaucoup plus grande que l'individu que je viens de décrire. M. Day dit qu'elle atteint une longueur d'au moins 14½ pouces anglais. C'est sur un individu de cette taille que M. Day a fait prendre la figure citée. Le corps, avec l'âge, devient plus allongé, la tête relativement plus courte et plus obtuse, le préorbitaire plus haut, les yeux plus petits et la seconde épine anale plus courte. La figure publiée par M. Day rend tous ces détails. Elle ne laisse à désirer que par rapport à l'écaillage du dos où il se trouve 5 ou 4½ rangées longitudinales d'écailles entre la ligne latérale et toute la dorsale épineuse et où la gaine squammense de la dorsale molle a l'air de commencer déjà vers les épines médianes de la dorsale. Le nombre des rangées susdites, dans l'individu que j'ai devant moi, n'est que de 4 (3½) sous toute l'étendue de la dorsale osseuse excepté seulement les deux épines antérieures. Je ne pense pas qu'il s'y ajoute une cinquième rangée dans les adultes. M. Day, dans sa description, parle bien de "four entire and two half rows between the lateral-line and the base of the spinous dorsal" mais l'ichthyologiste éminent est arrivé manifestement à ces nombres en les prenant sous la première épine dorsale et en y comptant la moitié supérieure de l'écaille de la ligne latérale elle-même.

La Haye, Octobre 1876.

R E V I S I O N
DES ESPÈCES INSULINDIENNES DU GENRE
URANOSCOPIUS L.

PAR
P. BLEEKER.

URANOSCOPIUS L. (nec Gronov.) = *Nematagnus* Gill.

Corpus squamatum. Caput superne post oculos ubique loriestum, rugoso-granulosum. Ossa suborbitalia et opercularia rugoso-granulosa. Preoperculum inferne spinis deorsum spectantibus. Os humerale superne spina valida sursum spectante. Pinnæ dorsales 2 basi tantum continuæ vel contiguæ, anterior spinis 3 ad 5 flexilibus, posterior radiis 12 ad 16.

Le genre fait partie des Uranoscopiformes sousfamille qui se compose d'espèces à dessus de la tête cuirassé et granuleux, à yeux placés à la face supérieure de la tête et à ligne latérale longeant de très-près le profil dorsal.

Ces espèces, bien que peu nombreuses (au nombre d'une vingtaine), recèlent plusieurs types parfaitement valides, sav. les genres *Uranoscopus* L., *Upeclonphorus* Gill, *Astroscopus* Brev. (= *Agnus* Günth.), *Ichthyoscopus* Swns. (= *Ichthyoscopus* Gill), *Kathetostoma* Günth. et *Aneza* Günth. (= *Genyagnus* Gill = *Gnathagnus* Gill = *Synnema* Haast).

Les *Uranoscopus* sont nettement distincts par leur casque recouvrant entièrement le front et le vertex, par la

présence d'épines préoperculaires, par les écailles du tronc et par les deux dorsales plus ou moins complètement séparées. On en connaît actuellement une dizaine d'espèces, une de la Méditerranée, une seule aussi des côtes atlantiques de l'Amérique, et les autres du bassin Indo-pacifique. Une onzième espèce fut confondue avec l'*Uranoscopus asper* Schl, et je viens d'en découvrir une douzième, dans un individu provenant des mers du Cap.

L'Inde archipélagique nourrit au-moins quatre espèces du genre, les *Uranoscopus asper*, *oligolepis*, *bicinctus* et *cognatus*. Les trois premières espèces habitent aussi les mers de Chine et du Japon, mais le *cognatus* paraît propre à l'Insulinde.

Les espèces du genre se ressemblent tellement par la physiologie, par les formules des nageoires et, en partie aussi, par les couleurs, qu'il n'est pas facile à les reconnaître à première vue. Pour ce qui regarde les espèces insulindiennes, on arrive à les nettement distinguer par les caractères exposés ci-dessous.

I. Nuque sans écailles. Point de barbillon mentonnier. Epines surscapulaire postérieure et humérale fortes et érigées. Rangées d'écailles de la queue presque aussi larges que celles de la région antérieure du tronc.

1. Corps à plus de 50 rangées transversales d'écailles.

A. Tête $3\frac{1}{2}$ à $3\frac{1}{4}$ fois dans la longueur totale. Epines pelviennes ne dépassant pas l'aplomb de l'angle antéro-inférieur du maxillaire.

a. Hauteur du corps $4\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur. Tête plus longue que large. Quatre épines préoperculaires. Epine humérale dirigée vers la première dorsale. Corps et nageoires à petites taches ou gouttelettes noirâtres.

1. *Uranoscopus cognatus* Cant.

b. Hauteur du corps 5 fois dans sa longueur. Tête aussi large que longue. Quatre (très-rarement six) épines préoperculaires. Epine humérale dirigée vers la dorsale molle et moins du double plus longue que l'œil. Tronc sans taches noirâtres. Dos à deux larges bandes transversales brunes.

2. *Uranoscopus bicinctus* Schl.

B. Tête 4 à 4½ fois dans la longueur totale, plus longue que large. Epines pelviennes dépassant l'aplomb de l'angle antéro-inférieur du maxillaire.

a. Hauteur du corps 5½ à 6 fois dans sa longueur. Trois (très-rarement quatre) épines préoperculaires. Epine humérale dirigée vers la dorsale molle et plus du double plus longue que l'œil. Corps ocellé de rose, sans taches ni bandes foncées.

3. *Uranoscopus asper* Schl.

2. Corps à moins de 40 rangées transversales d'écaillés.

A. Tête moins de 4 fois dans la longueur totale. Epines pelviennes ne dépassant pas l'aplomb de l'angle antéro-inférieur du maxillaire.

a. Hauteur du corps moins de 5 fois dans sa longueur. Quatre épines préoperculaires. Epine humérale dirigée vers la première dorsale et du double plus longue que l'œil. Corps ocellé de rose, sans taches ni bandes foncées.

4. *Uranoscopus oligolepis* Blkr.

Uranoscopus cognatus Cant., Cat. Mal. Fish. p. 21; Blkr, Act. Soc. Sc. Ind. Neerl. VIII. Twaalfde bijdr. vischf. Amb. p. 3; Günth., Cat. Fish. II p. 227. — Atl. Ichth. Tab. 424 Trigl. Trach. tab. 4 fig. 3.

Uranosc. corpore subelongato, antice latiore quam alto, postice compresso, altitudine 3½ circ. in ejus longitudine absque, 4½ fere in ejus longitudine cum pinna caudali; capite *) 2½ circ. in longitudine corporis absque, 3½ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali, paulo longiore quam alto; altitudine capitatis 1½ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 6½ circ. in longitudine capitatis, diametro 1½ circ. distantibus; incisura rostro-interorbitali minus duplo longiore quam medio lata; dentibus maxillis antice triseriatis, lateribus bi- ad uniseriatis, mandibularibus posterioribus ceteris longioribus; dentibus vomero-pa-

*) La longueur de la tête est prise, pour toutes les espèces, entre le bout de la mâchoire inférieure fermée et le bord postérieur de l'opercule.

latinis in vittam curvatam quadripartitam dispositis, vittulis vomerinis palatinis longioribus; membrana oris mandibulari dimidio basali latissima cirros plures elongatos edente cirro medio tentaculiformi ceteris crassiore et longiore inferne transversim multisulcato; mento cirro nullo; praecoperculo inferne quadripartito crura inter laevi, spinis 4 parum divergentibus; spina suboperculari spinis praecopercularibus paulo longiore; operculo duplo circ. altiore quam media ejus altitudine lato, cellulatim rugoso, inferne laevi; spinis suprascapularibus acutis oblique sursum spectantibus posteriore anteriore longiore; spina humerali superiore sulcata oculi diametro minus duplo longiore, apice partem dorsalis spinosae anteriorem versus spectante; spinis praeventralibus non ante angulum maxillae superioris antero-inferiorem porrectis; nuca alepidota; squamis trunco in series 55 circ. transversas dispositis, seriebus trunco postice quam antice vix gracilioribus sed magis obliquis; pinnis dorsalibus non continuis; dorsali spinosa dorsali radiosa plus duplo humiliore et paulo plus duplo brevior, triangulari, spina anteriore ceteris longiore; dorsali radiosa corpore non multo humiliore, non vel vix emarginata, antice quam postice duplo circ. altiore acutangula; pectoralibus rhomboideis obtusis capitis parte postoculari paulo longioribus; ventralibus capitis parte postoculari brevioribus; anali dorsali radiosa paulo longiore et multo humiliore, medio et postice quam antice altiore; caudali convexa capitis parte postoculari paulo longiore; colore corpore superne lateribusque et pinnis, dorsali spinosa excepta, purpureo-violascente, corpore inferne et basin pinnarum dilutiore, ventre griseo vel albedo; iride pulchre viridi; capite, trunco pinnisque, dorsali spinosa tantum excepta, guttulis, maculis parvis et punctis numerosis nigris et profunde violaceis, maculis squamis oblique seriatis seriei squamarum partem anteriorem tantum tegentibus; pinnis, dorsali spinosa superne et postice nigra basi antice flavicante vel albescente, ceteris flavescente vel albedo marginatis.

B. 6. D. 4—13 (2 anter. simpl.). P. 1/17. V. 1/5. A 14.

C. 1/10/1 et lat. brev.

Syn. *Kodoh* Amboin.

Hab. Pinang; Amboina; in mari.

Longitude speciminis descripti 270°

Rem. L'*Uranoscopus cognatus* est une espèce fort-rare, dont on n'a trouvé jusqu'ici que deux individus, l'un à Pinang et l'autre, à plus de 30 degrés plus à l'est, à Amboine. Elle est bien caractérisée par son corps trapu, par sa grande tête, par la dentition, par l'épine humérale supérieure presque verticalement dirigée en haut, par la maculature noirâtre du corps et des nageoires, etc. — Le dernier rayon de l'anale, dans mon individu, s'est transformé en épine, mais je ne pense pas que cette épine représente l'état normal.

Uranoscopus bicinctus Schl., Faun. Jap. Poiss. p. 26 tab. 10^a ;
Blkr, Act. Soc. Sc. Ind. Neerl. II, Achtste bijdr. vischf.
Amboina p. 41 ; Günth., Cat. Fish. II p. 228. — Atl.
Ichth. Tab. 423 Trigl. tab. 3 fig. 6.

Uranosc. corpore subelongato antice latiore quam alto, postice compresso, altitudine 4 circ. in ejus longitudine absque, 5 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali ; capite $2\frac{2}{5}$ ad $2\frac{3}{5}$ in longitudine corporis absque, $3\frac{2}{5}$ ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis cum pinna caudali, aequè lato circ. ac longo ; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine ; oculis diametro $4\frac{1}{2}$ ad $6\frac{1}{2}$ in longitudine capitis, diametro 1 ad $1\frac{1}{2}$ distantibus ; incisura rostro-interoculâri duplo ad sat multo minus duplo longiore quam medio lata ; dentibus intermaxillaribus antice triseriatis lateribus biseriatis, mandibularibus antice biseriatis lateribus uniseriatis posterioribus ceteris longioribus ; dentibus vomero-palatinis in vittam curvatam quadripartitam dispositis vittulis vomerinis palatinis longioribus ; membrana oris mandibulari basi lata vulgo pluricirrata, cirro medio ceteris multo longiore et latiore carnoso inferne transversim multisulcato ; mento cirro nullo ; praepereulo inferne vulgo quadripartito, crura inter laevi, spinis vulgo 4 (rarissime 6) ; opereulo junioribus duplo aetate provectoribus minus duplo altiore quam media ejus altitudine lato, cellulatim vel radiatim rugoso-granulato ; spina suboperculari spinis praepereularibus vulgo paulo longiore ; spinis suprascapularibus acutis oblique sursum directis, posteriore anteriore longiore ; spina humerali superiore sulcata, oculi diametro minus duplo longiore, apice pinnam dorsalem radiosam versus spectante ; spinis praeventralibus usque

ante angulum maxillae superioris antero-inferiorem porrectis; nucla alepidota; squamis trunco in series 55 circ. transversas dispositis, seriebus cauda quam trunco antice vix gracilioribus sed vulgo minus regularibus; pinnis dorsalibus non vel subcontinuis; dorsali spinosa radiosa duplo ad minus duplo humiliore eaque paulo plus duplo brevior, triangulari, acutiuscula vel obtusa, spina 1^a vel 2^a ceteris longiore; dorsali radiosa corpore non multo ad sat multo humiliore, parum vel non emarginata, antice quam postice plus duplo altiore obtusangula vel acutangula; pectoralibus rhomboideis obtusiusculis capitis parte postoculari paulo longioribus; ventralibus capitis parte postoculari brevioribus; anali dorsali radiosa paulo longiore sed conspicue humiliore, medio et postice quam antice altiore; caudali convexa capitis parte postoculari longiore; colore corpore superne rufescente-fusco vel violascente-fusco, inferne pallide roseo vel margaritaceo; iride viridi margine pupillari aurea; capite et pinnis pectoralibus punctis sparsis parvis vel numerosis nigricante-fuscis, adultis interdum deficientibus; regione suborbito-praeoperculari interdum fascia lata diffusa transversa profunde fusca: trunco superne vulgo fasciis 2 transversis latis diffusis profunde fuscis non vel vix infra media latera descendentibus, anteriore nucho-posthumerali, posteriore sub dimidio dorsalis radiosae posteriore; pinna dorsali spinosa nigricante-fusca, basi antice macula triangulari flava vel albida; pinnis ventralibus et anali aurantiacis; anali, basi et margine libero exceptis, frequenter fusciscente vel violascente; pinnis ceteris fuscis vel violascente-fuscis flavo marginatis et radiis et parte basali aurantiacis

B. 6. D. 3 ad 5—13 vel 14 (2 anter. simpl.). P. 1/16 vel 1/17.

V. 1/5. A. 13 vel 14. C. 1/10/1 et lat. brev.

Syn *Uranoscopus laevis* err. calami in Act. Soc. Sc. Ind. Neerl. I, Viscs. Amb. p. 14, nomen tantum (nec Bl. Schn.).

Hab. Amboina; in mari.

Longitudo 8 speciminum 100'' ad 251''.

Rem. Cette espèce est voisine, par les proportions du corps et de la tête et par l'écaillage, de l'*Uranoscopus cognatus*, dont cependant elle est bien distincte par le corps moins trapu, par sa tête aussi large que longue, par la direction de l'épine hu-

mérale supérieure, par des couleurs fort différentes, etc. Le nombre normal des épines préoperculaires est de quatre. Je ne trouve six de ces épines que sur un seul de mes huit individus.

Le bicinctus habite, hors l'Insulinde, les côtes de Chine et des îles méridionales du Japon.

Uranoscopus asper Schl., Faun. Japon. Poiss. p. 26 tab. 9 fig. 1; Rich., Rep. ichth. China in Rep. 15^b meet. Brit. Assoc. p. 211; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXVI N. nal. ichth. Japan p. 66 (nec ibid XXV Nal. ichth. Jap. p. 27); Günth., Cat. Fish. II p. 228. — Atl. Ichth. Tab. 424, Trigl. tab. 4 fig. 6.

Uranosc. corpore subelongato, antice aequè lato ac alto ad vix latiore quam alto, postice compresso, altitudine $4\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{4}$ in ejus longitudine absque, 5^r ad 6 in ejus longitudine cum pinna caudali, sat multo longiore quam lato; altitudine capitis $1\frac{3}{4}$ ad $1\frac{1}{4}$ in ejus longitudine; oculis diametro $4\frac{1}{2}$ ad 5 in longitudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; incisura rostro-interoculari duplo circ. longiore quam medio lata; dentibus intermaxillaribus anticè tri- ad quinquieseriatis lateribus bi- ad uniseriatis, mandibularibus anticè bi- ad triseriatis lateribus bi- ad uniseriatis posterioribus ceteris longioribus; dentibus vomeropalatinis in vittam curvatam quadripartitam dispositis vittulis vomerinis palatinis longioribus; membrana oris mandibulari in cirrum gracilem plus minusve fimbriatum producto, interdum deficiente; mento cirro nullo; præoperculo inferne quadripartito, crures inter laevi, spinis 3 (rarissime 4) valde divergentibus; spina suboperculari spinis præopercularibus longiore; operculo duplo circ. altiore quam media ejus altitudine lato, radiatum vel irregulariter rugoso-granoso, juvenilibus inferne laevi; spinis suprascapularibus oblique sursum spectantibus posteriore anteriore multo longiore acuta; spina humerali superiore sulcata, oculi diametro plus duplo longiore apice pinnam dorsalem radiosam versus spectante; spinis præventralibus ante angulum maxillae superioris antero-inferiorem porrectis; nucha alepidota; squamis truncò in serie 54 ad 58 transversas dispositis, seriis postrostrum latitudine non vel vix decrescentibus; pin-

nis dorsalibus contiguïs vel subcontinuis; dorsali spinosa dorsali radiosa multo humiliore et multo plus duplo brevior triangulari obtusiuscula spinis 2 anterioribus ceteris longioribus: dorsali radiosa corpore minus duplo humiliore, emarginata, antice quam postice duplo circ. altiore; pectoralibus rhomboideis capite vix brevioribus; ventralibus capitis parte postoculâri non ad vix brevioribus; anali dorsali radiosa paulo longiore et multo humiliore, postice quam antice altiore; caudali trunco-convexa capite non ad vix brevioribus; colore corpore superne fusciscente-rufo, inferne pallide roseo vel margaritaceo; iride viridescente punctis nigris vel fuscis nullis; capite et trunco superne lateribusque maculis irregularibus polymorphis majoribus et minoribus pallide roseis vel aurantiacis, cephalicis ceteris minoribus aetate provec-tis confertissimis; pinna dorsali spinosa majore parte fusca vel nigra tota basi et apice spinarum flava: pinnis ceteris membrana violascente-vel roseo-hyalinis radiis flavescentibus vel aurantiacis; dorsali radiosa radiis juvenilibus interdum fusco variegatis adultis vulgo fusciscente limbatis; caudali membrana postice vulgo fusciscente.

B. 6. D. 4 vel 5—15 (rarius 14) anter. 2 simpl. P. 1/17 vel 1/18.

V. 1/5. A. 15 (rarius 14). C. 1/10/1 et lat. brev.

Hab. Singapura; Bangka (Muntok); Amboina; in mari.

Longitudo 7 speciminum 85" ad 290".

Rem. Les deux individus du Japon cités dans les "Nieuwe nalezingen op de ichtyologie van Japan" sont en effet de l'espèce actuelle, mais celui décrit dans les "Nalezingen" comme un individu de l'asper est de l'espèce de l'oligolepis.

L'asper est fort voisin de l'Uranoscopus scaber L. par les couleurs et par la formule des écailles, mais il est bien distinct par une épine préoperculaire de moins et par les rangées d'écailles de la queue qui, dans le scaber, sont beaucoup moins larges et moins régulières. Le scaber diffère encore par sa tête plus grosse et plus large, par l'échancrure rostro-interorbitaire plus large, par des épines surscapulaires moins développées, par des sous-orbitaires s'approchant plus du bord préoperculaire, par l'épine humérale supérieure plus courte, par un ou deux rayons de moins à la seconde dorsale, par le noir qui occupe toute la

lase médiane de la première dorsale, etc. Toutes ces différences s'observent parfaitement sur des individus d'égale longueur des deux espèces.

Uranoscopus oligolepis Blkr. — Atl. Ichth. Tab. 425, Trigl. tab. 5 fig. 7.

Uranosc. corpore subelongato, antice sat multo latiore quam alto, postice compresso, altitudine $3\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque, $4\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{2}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 3 fere in longitudine corporis absque, $3\frac{1}{2}$ ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis cum pinna caudali, paulo longiore quam lato; altitudine capitis $1\frac{1}{4}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 5 ad 6 in longitudine capitis, diametro 1 ad 1' distantibus; incisura rostro-interoculari duplo circ. longiore quam medio lata; dentibus, intermaxillaribus antice triseriatis lateribus bi- ad uniseriatis, mandibularibus antice biseriatis lateribus uniseriatis posterioribus ceteris longioribus; dentibus vomero-palatinis in vittam curvatam quadripartitam dispositis, vittulis vomerinis palatinis longioribus; membrana oris mandibulari in cirrum leviter fimbriatum producta; mento cirro nullo; praeoperculo inferne quinquepartito radiatim rugoso spinis 4; operculo duplo ad plus duplo altiore quam media ejus altitudine lato, radiatim granoso-rugoso; spina suboperculari spinis praeopercularibus longiore; spinis suprascapularibus oblique sursum spectantibus posteriore anteriore longiore; spina humerali superiore sulcata, oculi diametro duplo vel plus duplo longiore, apice mediam pinnam dorsalem spinosam versus spectante; spinis praeventralibus non ante angulum antero-inferiorem maxillae superioris porrectis; nucha alepidota; squamis trunco in series 38 circ. transversas dispositis seriebus postrorsum latitudine vix decrescentibus; pinnis dorsalibus contiguis, spinosa radiosa multo humiliore et minus triplo brevior obtusa, radiosa corpore minus duplo humiliore emarginata antice quam postice duplo circ. altiore; pectoralibus capite paulo brevioribus; ventralibus capitis parte postoculari non longioribus; anali dorsali radiosa paulo longiore et multo humiliore postice quam antice altiore; caudali truncato-convexa capite absque rostro non longiore; colore corpore superne fuscescente-rubro, inferne roseo vel margaritaceo;

iride viridescence margine pupillari punctis aliquot fuscis vel nigris; capite et trunco superne lateribusque ocellis irregularibus roseis vel flavescence-roseis cephalicis ceteris minoribus et magis confertis; pinna dorsali spinosa nigricante-fusca basi antice et postice et apice spinarum flavida; pinnis ceteris membrana violascente vel roseo-hyalinis radiis flavescensibus vel aurantiacis; dorsali posteriore radiis fusco pluri-annulatis; anali interdum vitta longitudinali mediana margaritacea.

B. 6. D. 5—13 vel 14 (2 anter. simpl.). P. 1/16. V. 1/5. A. 14.

(2 poster. subcontig.). C. 1/10/1 et lat. brev.

Syn. *Uranoscopus scaber* Rich., Rep. ichth. Chin. in Rep. 15^b meet. Brit. Assoc. p. 211? (nec L.).

Uranoscopus asper Blkr, Verh. Bat. Gen. XXV Nal. ichth. Japan p. 27 (nec Schl., nec Blkr Verh. Bat.

Gen. XXVI Nieuwe nal. ichth. Japan p. 66.

Hab. Sumatra; Java; Amboina; in mari.

Longitudo 4 specimenum 81''' ad 148'''.

Rem. L'*Uranoscopus oligolepis*, l'*Uranoscopus scaber* L. et l'*Uranoscopus asper* Schl. se ressemblent tellement par les formes et par les couleurs, qu'il faut de l'attention pour les bien distinguer. L'*oligolepis*, par ses affinités, tient le milieu entre l'*asper* et le *scaber*, mais il est essentiellement distinct par une vingtaine de rangées transversales d'écaillés de moins. J'en possède deux individus, l'un provenant d'Amboine et l'autre du Japon, et j'en ai trouvé deux autres, pêchés dans les mers de la Sonde, qui font parti des collections de Musée de Leide. J'ai décrit autrefois l'individu du Japon sous le nom d'*Uranoscopus asper* Schl., mais une étude comparative des individus japonais et insulindiens des deux espèces apprend qu'elles sont bien distinctes, non seulement par l'écaillage, mais aussi par les proportions de la hauteur du corps, de la longueur et de la largeur de la tête, par le nombre des épines préoperculaires, par la longueur et la direction de l'épine humérale supérieure, etc. Richardson paraît avoir vu l'*oligolepis* dans un individu décoloré provenant de Chine, mais il l'a cru spécifiquement identique avec l'espèce de la Méditerranée. *) Cuvier-Valenciennes citent un individu

*) Pour mieux faire saisir les caractères des trois espèces, je fais suivre ici

du scaber comme provenant de la Mer des Indes. Cet individu mérite d'être examiné de nouveau, l'existence du scaber dans

une description diagnostique du scaber, telle que je l'ai pu prendre sur deux individus conservés au Musée de Leide. J'ajoute encore la description d'une espèce inédite, habitant les mers du Cap et dont un individu bien conservé appartient aux collections du même Musée.

Uranoscopus scaber L., Syst. nat. ed. 10^a I p. 250; Mus. Ad. Frid. II p. 59; L. Goum., Syst. Nat. ed. 13^a p. 1156; Brünn., Ichth. Massil. n^o. 29; Bl. Anst. Fisch. II p. 90 tab. 163; Bl. Schn., Syst. p. 46; Bonnath., Ichth. p. 45, tab. 27 fig. 97; Lac., Poiss. II p. 349 tab. 11 fig. 1; Risso, Ichth. Nice p. 106; Eur. merid. III p. 261; De la Roche, Ann. Mus. XIII p. 315; Martens, Reise Vened. II p. 430; CV., Poiss. III p. 214; Nordm., Voy. Russ. merid. Poiss. p. 371; Val., Règn. an. éd. ill. Poiss. tab. 17 fig. 1; Rosenth., Ichthyol. Taf. 18 fig. 5 (scelet.); Günth., Cat. Fish. II p. 226.

Uranosc. corpore subelongato, antice sal multo latiore quam alto, postice compresso, altitudine 4½ circ. in ejus longitudine absque, 6 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 3 circ. in longitudine corporis absque, 4 circ. in longitudine corporis cum pinna caudali, vix ad non longiore quam lato; altitudine capitis 1½ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 5 ad 6 in longitudine capitis, diametro 1 distantibus; incisura rostro-interoculari multo minus duplo longiore quam medio lata; dentibus maxillis antice biseriatis postice uniseriatis, mandibularibus serie externa inaequilongis distantibus dentibus ceteris longioribus; dentibus vomero-palatinis in vittam curvatam quadripartitam dispositis, vittalis vomerinae palatinis longioribus; membrana oris mandibulari in cirrum elongatum simbriatum producta; mento cirro nullo; praepereulo inferne quinquepartito radiatum rugoso, spinis 4; operculo minus duplo altiore quam media ejus altitudine lato, radiatum rugoso-granoso; spina suboperculari spinis praepereularibus longiore; spinis suprascapularibus humilibus posteriore anteriore conspicue longiore; spina humerali superiore sulcata oculo minus duplo longiore, apice dorsalem radiosam versus spectante; spina praeventralibus usque ante angulum maxillae superioris infero-anteriorem porrectis; nuca alepidota; squamis trilineis in serice 55 circ. transversas dispositis seriebus truncato antice quam postice conspicue latioribus; pinna dorsalibus contiguis vel subcontinuis, spinosa radiosa multo humilior et minus triplo brevior, obtusa, spinis anterioribus subaequilongis, radiosa corpore multo humilior vix emarginata antice quam postice duplo circ. altiore; pectoralibus capite vix brevioribus; ventralibus capitis parte postoculari non longioribus; anali dorsali radiosa longiore et humilior, postice quam antice altiore; caudali truncato-convexa capite non vel vix brevior; corpore superne lateribusque fuscescente-rufo pallide roseo ocellato-marmorato, inferne pallide roseo vel margaritaceo; iride auro-viridi; pinna dorsalis spinosa nigra basi antice et postice flava, caudali fuscescente vel purpurecente flavo vel albido marginata, ceteris roseo-flavescentibus vel aurantiaciis.

H. 6. D. 5-13 (2 ant. simpl.). P. 1/16. V. 1/5. A. 14 vel 15. C. 1/10/1 et lat. brev. Syn. *Kallionymus* Arist. II c. 15, VIII c. 13; Aelian. XIII c. 4; Athen. VIII f. 177.

Uranoscopus, *Agnus* Athen. VII f. 142, VIII f. 177.

Kallionymus Plin. XXXII c. 7, 11, Gessn. p. 135, 138; Willughb. p. 257.

le bassin Indien étant peu probable. Peut-être n'est ce qu'un oligolepis.

Uranoscopus Plin., XXXII c. 7, 11; Galien. De usu part. III c. 8; Rondel. X c. 13; Salv. f. 196b, 197b, 198; Aldrov., II c. 51; Gesn. p. 135, 158; Will., p. 287; Ray, p. 97.

Trachinus cirris multis in maxilla inferiore Art., Gen. p. 42; Syn. p. 71.

Trachinus uranoscopus L., Syst. nat. ed. 6a p. 48.

Corystion facie plana sursum spectante Klein, Miss. IV p. 46.

Callionymus araneus Gron., Catal. ed. Gray p. 44.

Hab. Mare Mediterraneum.

Longitudo 2 speciminum 98" et 190".

Rem. L'espèce se fait aisément distinguer; de l'oligolepis par la formule de l'écaillure, par la forme plus allongée du corps, par la largeur de l'échancre interorbitaire, par la direction de l'épine sushumérale, etc.; — et de l'asper, par sa tête plus large, par la large échancre interorbitaire, par les quatre épines préoperculaires, etc.

Uranoscopus capensis Blkr.

Uranosc. corpore subelongato, antice latiore quam alto, postice compresso, altitudine 4½ circ. in ejus longitudine absque, 6 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; capite 3 circ. in longitudine corporis absque, 4 circ. in longitudine corporis cum pinna caudali, sat multo longiore quam lato; altitudine capitis 1½ circ. in ejus longitudine; oculis diametro 7 circ. in longitudine capitis, diametro 1½ circ. distantibus; incisura rostro-interorbitari multo minus duplo longiore quam medio lata; dentibus intermaxillaribus antice triseriatis, lateribus bi- ad uniseriatis, mandibularibus antice biseriatis lateribus bi- ad uniseriatis posterioribus anterioribus longioribus; dentibus vomero-palatinis in vittam curvatum quadripartitam dispositis, vittulis vomerinis palatinis longioribus; membrana oris mandibulari in cirrum elongatum vix fimbriatum inferne transversim sulcatum producta; mento cirro nullo; präoperculo inferne quinquepartito erubris ubique granulatis, spinis 5 inaequilongis; spina suboperculari spinis präopercularibus fortiore; operculo minus duplo altiore quam media ejus altitudine lato, ubique radiatim granoso-rugoso; spinis suprascapularibus 2 parum erectis posteriore anteriore multo longiore; spina humerali superiore sulcata, oculi diametro minus duplo longiore, apice dorsalem radiosam versus spectante; spinis präventralibus non ante maxillae superioris angulum antero-inferiorem porrectis; nuclea alepidota; squamis trunco in series 58 circ. transversas dispositis, seriebus posteriorum latitudine sensim decrescentibus anterioribus posterioribus duplo circ. latioribus; pinnis dorsalibus non continuis; dorsali spinosa dorsali radioa duplo circ. humilior et triplo brevior, triangulari, spinis 2 anterioribus subaequilongis ceteris longioribus; dorsali radioa corpore duplo circ. humilior, vix emarginata, antice quam postice duplo circ. altiore, obtusa; pectoralibus oblique rhomboidibus obtusis capite vix brevioribus; ventralibus capitis parte postoculari vix brevioribus; anali dorsali radioa non longiore eaque humilior, medio et postice quam antice altiore; caudali truncato-convexa capite vix brevior; corpore superne lateribusque violascente-fusco vel violascente-aurantiaco, inferne dilute rosco vel margaritaceo; maculis vel fasciis corpore (specim. du in spiritu vini conservatis) conspicuis

L'Indonésie nourrit une cinquième espèce d'Uranoscopini, trouvée sur la côte occidentale de Sumatra et brièvement indiquée, par Bennett, sous le nom d'*Uranoscopus malacopterus*. Cette espèce est manifestement du genre *Kathetostoma* et voisine du *Kathetostoma laeve* Günth., espèce des mers australasiennes méridionales. Le peu de probabilité que les espèces soient identiques fait préférer le maintien provisoire de l'espèce de Bennett, dont voici la courte diagnose donnée par son auteur.

Kathetostoma malacopterus = *Uranoscopus malacopterus*
Benn., Lif. Raffl. Coll. zool. specim. Sumatra p. 687.

«*Uranoscopus pinna dorsali unica vix spinosa, anali longiore;
pinnis pectoralibus rotundatis dorsalem vix attingentibus.*»

La Haye, Février 1877.

nullis; iride viridescente; pinna dorsali spinosa nigra basi antice et postice alba vel flava, pinna caudali violascente-fusca basi dilutiora, postice albida vel flavescens marginata, pinnis ceteris membrana albido-roseis vel hyalinis, radiis flavis vel aurantiacis.

B. 6. D. 4—14 (2 anter. simpl) P. 1/16. V. 1/5. A. 14. C. 110/1 et lat. brev. Hab. Prosectorium bene spei; in mari.

Longitudo speciminis descripti 270'''.

Rem. L'espèce est voisine de l'*Uranoscopus scaber*, mais distincte, outre les couleurs, par sa tête notablement plus longue que large, par les cinq épines du préopercule, par les dents intermaxillaires trisériales, par les épines préventrales ne s'élevant pas en avant de l'aplomb de l'angle maxillaire antéro-inférieur, etc

T H E O R I E

DE LA

LUNETTE PANCRATIQUE DE M. DONDERS,

PAR

J. A. C. O U D E M A N S.

§. 1. PROBLÈME DE LA LUNETTE PANCRATIQUE. DOUBLE SOLUTION, DONT L'UNE SEULEMENT SATISFAIT AUX CONDITIONS POSÉES. CETTE SOLUTION DONNE ENCORE DES LUNETTES DE DEUX CONSTRUCTIONS DIFFÉRENTES.

D'après les communications faites par M. DONDERS, tant à la séance du 30 juin de cette Académie que plus tard, j'ai posé le problème de la lunette pancratique comme suit :

«Composer au moyen de trois lentilles une lunette terrestre, «d'une longueur donnée et très petite a , (c. a. d. pas plus longue «qu'un décimètre, et si possible pas plus longue que cinq cen- «timètres) lunette telle que la lentille du milieu étant dé- «placée un peu en avant ou en arrière, le grossissement varie, «mais que la précision des images en souffre très peu; et que «le grossissement puisse varier entre les limites 1 et $\frac{n+1}{n}$, «sans que la distance focale équivalente de la lunette entière «descende au-dessous de $\pm F$.”

Comme l'a déjà dit M. DONDERS, M. GRINWIS aussi s'est occupé de la théorie de la lunette pancratique, cependant ma manière de traiter le problème diffère de la sienne, et a révélé quelques autres propriétés de cette lunette, c'est pourquoi je prends la liberté de donner ici ma solution.

Nommons φ_0 , φ_1 et φ_2 les distances focales des trois lentilles ; e la distance de la première lentille ou *objectif* à la *lentille du milieu*, alors la distance de la lentille du milieu à la troisième lentille ou *oculaire* sera $a - e$.

La distance focale d'une lunette étant infinie, nous avons l'équation :

$$f = \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{\varphi_0 \varphi_1 + \varphi_0 \varphi_2 + \varphi_1 \varphi_2 - e(\varphi_1 + \varphi_2) - (a - e)(\varphi_0 + \varphi_1) + e(a - e)} = \infty^* \quad (1)$$

c'est-à-dire, en nommant le dénominateur N ,

$$N = \varphi_0 \varphi_1 + \varphi_0 \varphi_2 + \varphi_1 \varphi_2 - a(\varphi_0 + \varphi_1) + e(\varphi_0 - \varphi_2 + a - e) = 0 \quad (2)$$

première équation entre les quatre inconnues φ_0 , φ_1 , φ_2 et e .

La condition qu'un très petit déplacement de la lentille du milieu ne nuit pas à la précision des images, donne pour seconde équation

$$\frac{\partial N}{\partial e} = \varphi_0 - \varphi_2 + a - 2e = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

d'où l'on tire

$$e = \frac{1}{2} (\varphi_0 - \varphi_2 + a) \quad \dots \dots \dots (4)$$

et

$$\varphi_0 - \varphi_2 + a - e = e.$$

Substituant la dernière dans l'équation (2), nous aurons

$$\varphi_0 \varphi_1 + \varphi_0 \varphi_2 + \varphi_1 \varphi_2 - a(\varphi_0 + \varphi_1) + e^2 = 0. \quad (5)$$

Pour trouver e , nous y substituerons la valeur de a , tirée de (3), ce qui donne

$$e^2 - 2(\varphi_0 + \varphi_1)e + (2\varphi_1 + \varphi_0)\varphi_0 = 0$$

*) GAVARRET, *des images par réflexion et par réfraction*, p. 140, corrigé par M. H. SHELLEN, dans sa description du *Photomètre*, Maandblad voor natuurwetenschappen, 7e Année, n°. 2.

c'est à dire :

$$\{e - (\varphi_0 + 2\varphi_1)\} \{e - \varphi_0\} = 0$$

dont nous tirons pour e deux valeurs :

$$e = \varphi_0 + 2\varphi_1 \quad (6) \quad \text{et} \quad e = \varphi_0 \quad \dots (6^*)$$

d'où :

$$a = \varphi_0 + 4\varphi_1 + \varphi_2 \quad (7) \quad \text{et} \quad a = \varphi_0 + \varphi_2 \quad \dots (7^*)$$

$$a - e = 2\varphi_1 + \varphi_2 \quad (8) \quad \text{et} \quad a - e = \varphi_2 \quad \dots (8^*)$$

Si l'on considère l'objectif comme composé de la première et de la seconde lentille réunies, la distance focale en est égale à

$$\frac{\varphi_0 \varphi_1}{\varphi_0 + \varphi_1 - e} ;$$

et le grossissement de la lunette sera :

$$V = - \frac{\varphi_0 \varphi_1}{(\varphi_0 + \varphi_1 - e) \varphi_2} \dots \dots \dots (9_a)$$

Si, au contraire, la première lentille seule est considérée comme objectif, et les deux autres ensemble comme formant un oculaire, dont la distance focale est égale à

$$\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - a + e} ,$$

le grossissement s'exprimera encore par l'expression

$$V = - \frac{\varphi_0 (\varphi_1 + \varphi_2 - a + e)}{\varphi_1 \varphi_2} \dots \dots \dots (9_b)$$

Les deux valeurs trouvées pour V doivent être identiques : en les égalant l'une à l'autre, on retrouvera l'équation (2).

En substituant dans l'équation (9_a) les deux valeurs trouvées pour e , (6) et (6*), l'on aura

$$V = \frac{\varphi_0}{\varphi_2} (10) \quad \text{et} \quad V = - \frac{\varphi_0}{\varphi_2} \dots \dots \dots (10^*)$$

Or, a et e sont l'un et l'autre positifs, et $a > e$, donc, à

cause de (6*) et (7*), φ_0 et φ_2 seront positifs et à cause de (10*), V sera négatif. Cette solution ne satisfait donc pas aux conditions du problème, parce qu'une lunette composée d'après cette solution donnerait des images renversées.

Dans la première solution, on tire des équations (6) et (8), que $\varphi_0 + 2\varphi_1$ et $2\varphi_1 + \varphi_2$ seront aussi positifs, et de (10) que φ_0 et φ_2 auront le même signe. Provisoirement nous ne savons pas davantage des signes de φ_0 , φ_1 et φ_2 . Mais si l'on prend en considération, que, d'après les conditions du problème, $a = \varphi_0 + 4\varphi_1 + \varphi_2$ devra être très petit en comparaison de φ_0 , φ_1 et φ_2 , il s'en suivra que φ_1 aura un autre signe que φ_0 et φ_2 , ce qui donnera une double construction:

1^{re} construction: objectif et oculaire *négatifs*, lentille du milieu *positive*;

2^{me} construction: objectif et oculaire *positifs*, lentille du milieu *négative*.

§ 2. DÉPLACEMENT NÉCESSAIRE DE L'OBJECTIF OU DE L'OCULAIRE POUR UN DÉPLACEMENT FINI DE LA LENTILLE DU MILIEU, CELLE-CI ÉTANT SUPPOSÉE POSITIVE. DISTANCE FOCALE DE LA LUNETTE ENTIÈRE, SI CE DÉPLACEMENT DE L'OBJECTIF OU DE L'OCULAIRE N'A PAS LIEU.

De l'équation

$$\frac{\partial N}{\partial e} = 0,$$

nous concluons que, pour une variation infiniment petite de e , le dénominateur N demeurera $= 0$, et $f = \infty$. Pour une variation plus grande de e , a devra changer aussi un peu, si l'on veut garder la distance focale $= \infty$. Nous chercherons donc d'abord le grossissement pour une variation finie Δe , accompagnée de la variation correspondante de a , et nous déterminerons ensuite la distance focale f , dans l'hypothèse que a ne change pas.

Il faudra observer d'abord qu'une variation de a peut être effectuée de deux manières, savoir en déplaçant soit l'objectif, soit l'oculaire. En déplaçant l'objectif, on change Δe , tandis que cette même valeur ne varie pas par le déplacement de l'oculaire.

Substituons, dans le dénominateur N , pour e et a , au lieu des valeurs données par (6) et (7), les valeurs suivantes :

$$e = \varphi_0 + 2 \varphi_1 + \Delta e,$$

$$a = \varphi_0 + 4 \varphi_1 + \varphi_2 + \Delta a,$$

ou bien, ce qui mène encore plus vite au but, considérons ce dénominateur comme une fonction de a et de e , et remarquons, que pour les valeurs de a et de e , données dans (6) et 7

$$N = 0$$

$$\frac{\partial N}{\partial a} = -\varphi_0 - \varphi_1 + e = +\varphi_1$$

$$\frac{\partial N}{\partial e} = 0$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial a^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial a \partial e} = 1$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial e^2} = 0$$

et que tous les quotients différentiels d'un ordre plus élevé de N par rapport à a et e , sont aussi égaux à zéro, nous aurons, en appliquant le théorème de MACLAURIN, l'équation exacte

$$N = \varphi_1 \Delta a + \Delta a \Delta e - \Delta e^2 \dots \dots \dots (11)$$

Or, puisque N doit rester = 0,

$$\Delta a = \frac{\Delta e^2}{\varphi_1 + \Delta e} \dots \dots \dots (12)$$

et après la substitution dans (9) de l'équation

$$e = \varphi_0 + 2 \varphi_1 + \Delta e$$

l'on aura

$$V = \frac{\varphi_0}{\varphi_2} + \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \Delta e} \dots \dots \dots (15)$$

D'après ce qui a été remarqué plus haut, les équations (12) et (13) s'appliqueront au cas où l'oculaire serait employé pour ramener la distance focale à ∞ et rétablir ainsi la netteté des images.

Nommons maintenant les limites du grossissement $\frac{n+1}{n}$ et 1, où n est positif, et, pour fixer les idées, supposons que r_1 soit positif, alors nous aurons :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_0}{\varphi_2} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - \Delta e} &= \frac{n+1}{n} , \\ \frac{\varphi_0}{\varphi_2} \cdot \frac{r_1}{\varphi_1 + \Delta e} &= 1 , \end{aligned} \right\} \dots \dots (14)$$

d'où l'on tire

$$\frac{\varphi_1 + \Delta e}{\varphi_1 - \Delta e} = \frac{n+1}{n}$$

et

$$\Delta e = \frac{\varphi_1}{2n+1} \dots \dots \dots (15)$$

Ensuite, en prenant dans l'équation (12) Δe d'abord négatif, puis positif, nous aurons pour la limite supérieure du grossissement

$$\Delta a = \frac{\Delta e^2}{\varphi_1 - \Delta e} = \frac{\varphi_1}{2n(2n+1)} \dots \dots \dots (16)$$

et pour la limite inférieure

$$\Delta a = \frac{\Delta e^2}{\varphi_1 + \Delta e} = \frac{\varphi_1}{(2n+1)(2n+2)} \dots \dots (17)$$

équations qui donnent le déplacement nécessaire de l'oculaire.

En général nous aurons, à cause de l'équation (11) :

$$f = \frac{r_0 r_1 r_2}{r_1 \Delta a + \Delta a \Delta e - \Delta e^2} \dots \dots \dots (18)$$

Si l'on prend $\Delta e = \mp \frac{1}{2n+1}$, et, si l'on tire Δa de (16)

ou de (17), f sera $= \infty$; mais si $\Delta \alpha = 0$, c'est-à-dire si l'on ne déplace que la lentille du milieu, l'on aura

$$f = - \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{\Delta e^2} \dots \dots \dots (19)$$

Donc, si φ_0 et φ_2 sont négatifs et que φ_1 , soit positif, comme nous l'avons déjà supposé en déduisant les équations (14), f sera toujours négatif. Posons donc, d'après les données du problème, la limite de f , prise positive, $= F$, nous aurons

$$F = \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{\Delta e^2} \dots \dots \dots (20)$$

ou bien, eu égard à l'équation (15) :

$$F = (2n + 1)^2 \frac{\varphi_0 \varphi_2}{\varphi_1} \dots \dots \dots (21)$$

En substituant (15) dans (14), nous aurons encore

$$V = \frac{\varphi_0}{\varphi_2} = \frac{2n + 2}{2n + 1} \dots \dots \dots (22)$$

pour le grossissement de la lunette, quand la lentille du milieu occupe sa position originale ou moyenne.

§ 3. CONSIDÉRATIONS SUR LE CAS OÙ, POUR LES DEUX LIMITES DU GROSSISSEMENT, LA LONGUEUR DE LA LUNETTE EST SUPPOSÉE LA MÊME.

Pour le grossissement $= 1$, il faut faire *reculer* la lentille du milieu, tandis que pour le grossissement $= \frac{n + 1}{n}$, il faut la faire *avancer* ; si en la faisant avancer, on rend la longueur de la lunette égale à celle qu'elle a quand, pour obtenir le grossissement minimum, on fait reculer la lentille du milieu, Δe et V ne sont pas les mêmes qu'auparavant. En combinant alors les équations (16) et (17), nous aurons pour une lentille du milieu positive

$$\frac{\Delta e^2}{\varphi_1 - \Delta e} = \frac{\varphi_1}{(2n + 1)(2n + 2)}$$

d'où l'on tire :

$$(2n + 1)(2n + 2) \Delta e^2 + \Delta e \varphi_1 - \varphi_1^2 = 0$$

c'est à dire :

$$\{(2n + 2) \Delta e - \varphi_1\} \{(2n + 1) \Delta e + \varphi_1\} = 0$$

dont les deux racines sont :

$$\Delta e = \frac{\varphi_1}{2n + 2} \quad \text{et} \quad \Delta e = -\frac{\varphi_1}{2n + 1} \dots (23)$$

Le signe négatif de la seconde valeur donne un déplacement de la lentille du milieu dans le sens opposé à celui que nous cherchons, et correspond à la limite inférieure du grossissement, $V = 1$; la première valeur donne

$$V = \frac{\varphi_0}{\varphi_2} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - \frac{\varphi_1}{2n + 2}}$$

Mais nous avons :

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_2} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \frac{\varphi_1}{2n + 1}} = 1$$

donc

$$V = \frac{\varphi_1 + \frac{\varphi_1}{2n + 1}}{\varphi_1 - \frac{\varphi_1}{2n + 2}} = \left(\frac{2n + 2}{2n + 1} \right)^2 \dots (24)$$

Dans ce cas le grossissement sera donc égal à la deuxième puissance du grossissement que possède la lunette, quand la lentille du milieu occupe sa position originale.

§ 4. SOLUTION DU PROBLÈME, LORSQU'ON EMPLOIE L'OCULAIRE POUR CORRIGER LA DISTANCE FOCALE.

Les équations, dont il faudra tirer les quatre inconnues φ_0 , φ_1 , φ_2 et e , sont donc les suivantes

$$(6) \quad e = \varphi_0 + 2 \varphi_1$$

$$(7) \quad \varphi_0 + 4 \varphi_1 + \varphi_2 = a$$

$$(22) \quad \frac{\varphi_0}{\varphi_2} = \frac{2n + 2}{2n + 1}$$

tandis que l'équation (21) nous fournit la quatrième

$$\frac{\varphi_0 \varphi_2}{\varphi_1} = \frac{F}{(2n + 1)^2} \dots \dots \dots (25)$$

La solution des trois dernières équations conduira évidemment à une équation du second degré. Pour simplifier la solution, posons

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = p \dots \dots \dots (26)$$

En observant que $a - e$ et φ_1 sont positifs et que φ_2 est négatif, on déduit de l'équation (8) que p sera un nombre négatif, un peu plus grand que 0,5.

En multipliant (26) par (25) nous aurons :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 &= p \times \frac{F}{(2n + 1)^2} \\ \varphi_2 &= p \times \frac{F}{(2n + 1)(2n + 2)} \\ \varphi_1 &= p^2 \times \frac{F}{(2n + 1)(2n + 2)} \end{aligned} \right\} \dots \dots (27)$$

donc, à cause de (22)

et enfin

Et, en substituant ces trois équations dans (7), nous aurons après quelques réductions :

$$p^3 + \frac{2n + 3}{2(2n + 1)} p - \frac{(n + 1)(2n + 1)}{2} \cdot \frac{a}{F} = 0 \dots (28)$$

Cette équation a une racine négative plus grande et une racine positive plus petite, dont la première seule pourra nous servir; en y faisant attention, la solution goniométrique nous donnera

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{4(2n+1)}{4n+3} \sqrt{\frac{2(n+1)(2n+1)c}{F}} \\ p &= -\frac{(4n+3) \cos^2 \frac{1}{2} \alpha}{4(2n+1) \cos \alpha} \\ \varphi_0 &= \frac{pF}{(2n+1)^2} \\ \varphi_2 &= \frac{2n+1}{2n+2} \varphi_0 \\ \varphi_1 &= p \varphi_2 \\ c &= \varphi_0 + 2 \varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

et la preuve du calcul sera donnée par l'équation

$$c = \varphi_0 + 4\varphi_1 + \varphi_2.$$

§ 5. SOLUTION DU PROBLÈME EN EMPLOYANT L'OBJECTIF POUR CORRIGER LA DISTANCE FOCALÉ.

Si, au contraire, on veut corriger la distance focale en déplaçant l'objectif, il faut s'imaginer la lunette renversée bout pour bout, et remplacer φ_0 par φ_2 et réciproquement, nous aurons alors :

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_2}{\varphi_0} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - \Delta c} &= 1 \\ \frac{\varphi_2}{\varphi_0} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \Delta c} &= \frac{n}{n+1} \end{aligned}$$

d'où l'on tire, en les divisant l'une par l'autre, comme dans le paragraphe 2 :

$$\Delta c = \frac{\varphi_1}{2n+1}$$

La formule

$$\Delta a = \frac{\Delta e^2}{\varphi_1 + \Delta e}$$

qui donne le déplacement de l'oculaire, (maintenant φ_0), est encore toujours applicable; on obtient donc pour Δa les mêmes valeurs qu'auparavant. Mais en renversant encore une fois la lunette, les limites du grossissement changent aussi, et nous aurons

pour la limite supérieure : $V = \frac{n+1}{n}$

$$\Delta a = \frac{\varphi_1}{(2n+1)(2n+2)} \dots \dots \dots (30)$$

et pour la limite inférieure $V = 1$:

$$\Delta a = \frac{\varphi_1}{2n(2n+1)} \dots \dots \dots (31)$$

Pour la position moyenne de la lentille du milieu, nous aurons

$$V = \frac{\varphi_0}{\varphi_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - \frac{\varphi_1}{2n+1}} = \frac{2n+1}{2n} \dots \dots (32)$$

Les trois équations à résoudre seront donc dans ce cas :

$$\left. \begin{array}{l} (7) \quad \varphi_0 + 4\varphi_1 + \varphi_2 = a \\ (32) \quad \frac{\varphi_0}{\varphi_2} = \frac{2n+1}{2n} \\ (21) \quad \frac{\varphi_0\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{F}{(2n+1)^2} \end{array} \right\} \dots \dots (33)$$

Posons encore

$$\varphi_1 = q\varphi_0,$$

nous aurons

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_2 = q \times \frac{F}{(2n+1)^2} \\ \varphi_0 = q \times \frac{F}{2n(2n+1)} \\ \varphi_1 = q^2 \times \frac{F}{2n(2n+1)} \end{array} \right\} \dots \dots (34)$$

et, par substitution dans l'équation (7)

$$q^2 + \frac{4n+1}{4(2n+1)} q - \frac{n(2n+1)a}{2F} = 0$$

dont la solution nous donne :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{1(4n+1)}{4n+1} \sqrt{\frac{2n(2n+1)a}{F}} \\ q &= -\frac{(4n+1) \cos^2 \frac{1}{2} \alpha}{4(2n+1) \cos \alpha} \\ \varphi_2 &= q \times \frac{F}{(2n+1)^2} \\ \varphi_0 &= \frac{2n+1}{2n} \varphi_1 \\ \varphi_1 &= q \varphi_0 \\ e &= \varphi_0 + 2 \varphi_1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \dots \dots (35)$$

Il est aisé de trouver le grossissement en fonction du déplacement de la lentille du milieu, car, en changeant entre elles les deux lentilles extérieures, l'équation (13) devient évidemment, pour chaque valeur arbitraire de Δe :

$$\frac{1}{V} = \frac{\varphi_2}{\varphi_0} \times \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \Delta e},$$

d'où

$$V = \frac{\varphi_0}{\varphi_1} \times \frac{\varphi_1 + \Delta e}{\varphi_1},$$

donc, en nommant le grossissement dans la position moyenne de la lentille du milieu $\frac{\varphi_0}{\varphi_2} = V'$, l'on aura

$$V = V' \left(1 + \frac{\Delta e}{\varphi_1} \right) \dots \dots \dots (36)$$

c'est-à-dire : Qu'en employant l'objectif pour corriger la distance focale, le grossissement augmente uniformément en déplaçant la lentille du milieu, de sorte qu'une échelle divisée régulièrement pourra indiquer le grossissement. — une propriété mise en pratique dès 1820 par PEARSON et ARAGO, pour construire leurs micromètres à cristal de roche.

§ 6. LIMITE SUPÉRIEURE DE F .

Nous voyons donc que, pour des valeurs données de a , n et F , il est possible de composer la lunette pancratique; il y a pourtant une condition, dont nous n'avons par encore tenu compte, et qui donne une limite que F ne peut pas surpasser, savoir que le déplacement nécessaire Δe doit rester $< e$ et $< a - e$.

Ici l'épaisseur des lentilles est toujours négligée, nous en parlerons plus tard.

Or, nous avons

$$\begin{aligned} e &= \varphi_0 + 2\varphi_1 \\ a - e &= 2\varphi_1 + \varphi_2 \quad , \end{aligned}$$

mais $\varphi_0 > \varphi_2$, et puisque φ_0 et φ_2 sont négatifs, tandis que φ_1 est positif,

$$e \text{ sera } < a - e \quad ,$$

et il faudra donc satisfaire à la condition

$$\Delta e < e \quad ,$$

c'est-à-dire

$$\frac{\varphi_1}{2n + 1} < \varphi_0 + 2\varphi_1$$

ou bien

$$(4n + 1)\varphi_1 > -(2n + 1)\varphi_0 \dots \dots (37)$$

et, en substituant dans cette équation φ_1 et φ_0 de (27), nous trouvons après quelques réductions:

$$\sec \alpha + 1 = \frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha} > \frac{8(2n + 1)(2n + 2)}{(4n + 1)(4n + 3)} \dots (38)$$

donc

$$\sec^2 \alpha > \frac{(16n^2 + 32n + 13)^2}{(4n + 1)^2(4n + 3)^2}$$

Mais

$$\lg^2 \alpha = \frac{32(n + 1)(2n + 1)^2}{(4n + 3)^2} \times \frac{a}{F}$$

donc on déduira des deux dernières équations

$$F < \frac{(2n + 1)^2(4n + 1)^2}{8n + 5} a \dots \dots (39)$$

et c'est là la limite que F ne peut pas surpasser.

En posant $n = 2, 3, 4, \text{etc.}$, nous aurons

$$\begin{aligned} \text{pour } n = 2, & \quad F < 96 \frac{2}{3} a, \\ " \quad n = 3, & \quad F < 285 \frac{1}{3} a, \\ " \quad n = 4, & \quad F < 632 \frac{2}{3} a, \\ " \quad n = 5, & \quad F < 1185 \frac{1}{3} a, \end{aligned}$$

Il résulte donc de ce calcul, que si, par exemple, on désire composer une lunette pancratique dont le grossissement varie entre l'unité et $\frac{1}{3}$, cette composition est possible en prenant pour la lentille du milieu une lentille positive, pourvu qu'on prenne $F < 28,5$ mètres, c'est-à-dire, en supposant qu'on veuille seulement déplacer la lentille du milieu, il faudra, aux limites du grossissement, $\frac{1}{3}$ et 1, accommoder l'oeil à une distance inférieure de 28,5 mètres. Au cas qu'on ne voulût pas exiger autant de l'accommodation de l'oeil, φ_0 , φ_1 et φ_2 deviendraient plus grands, mais Δe aussi, et ce déplacement dépasserait e , c'est-à-dire la lunette n'offrirait pas assez d'espace pour le déplacement nécessaire de la lentille du milieu.

D'un autre côté, par le déplacement de l'objectif ou de l'oculaire, la distance focale peut toujours être corrigée; si donc on voulait prendre F beaucoup plus petit que la limite trouvée, Δe pourrait devenir trop petit; alors l'échelle qui doit servir pour lire le grossissement, serait trop serrée et une petite erreur en Δe causerait une erreur notable dans le grossissement V . Il s'agira donc de tenir le milieu entre ces deux extrêmes.

Si l'on veut tirer les valeurs de φ_0 et φ_1 des équations (35), qui s'appliquent au cas où l'on emploie l'objectif pour corriger la distance focale, il faudra observer qu'on n'aura plus $\Delta e < e$ mais $\Delta e < e + \Delta a$, c'est-à-dire

$$\frac{\varphi_1}{2n + 1} < \varphi_0 + 2\varphi_1 + \frac{\varphi_1}{(2n + 1)(2n + 2)}.$$

En prenant les valeurs de φ_0 et φ_1 de (34) et la valeur de η de (35), le résultat sera le même que celui que nous avons déjà trouvé. Mais on y parviendra encore d'une autre manière. Car, si on avance la lentille du milieu jusqu'au contact avec l'objectif, on aura, en négligeant l'épaisseur des lentilles :

$$e = 0$$

La distance focale de tout le système, devient donc d'après les équations (1) et (2):

$$f = \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{\varphi_0 \varphi_1 + \varphi_0 \varphi_2 + \varphi_1 \varphi_2 - \alpha (\varphi_0 + \varphi_1)},$$

ou bien, d'après l'équation (5):

$$f = - \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{e^2}$$

qu'on aurait pu déduire aussi de (19) en posant $\Delta e = e$. Cette valeur, prise avec signe contraire, est donc plus petite que F . c'est-à-dire, en empruntant à l'équation (27) les valeurs de φ_0 , φ_1 et φ_2 :

$$\frac{p^2 F}{\{2n + 2 + 2p(2n + 1)\}^2} < F,$$

donc

$$\begin{aligned} p &< 2n + 2 + 2p(2n + 1) \\ (4n + 1) \times -p &< 2n + 2 \\ -p &< \frac{2n + 2}{4n + 1} \end{aligned}$$

ou, ayant égard à (29):

$$\begin{aligned} \frac{4n + 3}{8(2n + 1)} (1 + \sec \alpha) &< \frac{2n + 2}{4n + 1} \\ 1 + \sec \alpha &< \frac{8(2n + 1)(2n + 2)}{(4n + 1)(4n + 3)} \end{aligned}$$

équation que nous avons trouvée déjà plus haut, (éq. 38).

§ 7. LUNETTE PANCRATIQUE À LENTILLE DU MILIEU NÉGATIVE.
SOLUTION DU PROBLÈME. LIMITE INFÉRIEURE DE f .

Jusqu'ici nous avons supposé que la distance focale φ_1 était positive. Si nous la supposons négative, et que nous corrigions la distance focale de la lunette par un déplacement de

l'oculaire, les équations (14) deviendront, vu que Δe est toujours positif:

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_2} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - \Delta e} = 1 \quad \frac{\varphi_0}{\varphi_2} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \Delta e} = \frac{n+1}{n}$$

donc

$$\frac{\varphi_1 + \Delta e}{\varphi_1 - \Delta e} = \frac{n}{n+1}$$

d'où l'on tire

$$\left. \begin{aligned} \Delta e &= \frac{-\varphi_1}{2n+1} \\ \frac{\varphi_0}{\varphi_2} &= \frac{2n+2}{2n+1} \\ f &= -\frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{\Delta e^2} = \frac{\varphi_0 \varphi_2}{-\varphi_1} (2n+1)^2 \end{aligned} \right\} \dots (40)$$

Dans ce cas, f devient donc positif, c'est-à-dire que, la lentille du milieu étant déplacée, la lunette entière équivaut à une lentille *positive*; donc, si la distance focale n'est pas corrigée par l'objectif ou par l'oculaire, il faudra ajuster l'œil pour les rayons *convergens*.

Les trois équations, dont il faudra tirer φ_0 , φ_1 et φ_2 , sont donc les mêmes qu'au § 4, sauf qu'au lieu de f' nous écrivons $-f$:

$$\left. \begin{aligned} (7) \quad \varphi_0 + 4\varphi_1 + \varphi_2 &= a \\ (22) \quad \frac{\varphi_0}{\varphi_2} &= \frac{2n+2}{2n+1} \\ (40) \quad \frac{\varphi_0 \varphi_2}{\varphi_1} &= -\frac{f}{(2n+1)^2} \end{aligned} \right\} \dots (41)$$

Donc, comme dans (27)

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0 &= -p \times \frac{f}{(2n+1)^2} \\ \varphi_2 &= -p \times \frac{f}{(2n+1)(2n+2)} \\ \varphi_1 &= -p^2 \times \frac{f}{(2n+1)(2n+2)} \end{aligned} \right\} \dots (42)$$

Mais en substituant ces valeurs dans (7), nous aurons, au lieu de l'équation (28), l'équation suivante :

$$p^2 + \frac{4n + 3}{4(2n + 1)} p + \frac{(n + 1)(2n + 1)}{2} \frac{a}{f} = 0 \dots (43)$$

Pour que cette équation ait des racines réelles, il faudra que

$$\frac{(4n + 3)^2}{64(2n + 1)^2} > \frac{(n + 1)(2n + 1)}{2} \frac{a}{f}$$

ou bien que

$$f > \frac{32(n + 1)(2n + 1)^2}{(4n + 3)^2} \dots \dots \dots (44)$$

Si *f* est plus petit, il sera impossible de construire la lunette pancratique avec une lentille négative au milieu. Si *f* est plus grand que la limite trouvée, *p* aura deux racines négatives, car, en posant

$$\sin \alpha = \frac{4(2n + 1)}{4n + 3} \sqrt{2(n + 1)(2n + 1) \frac{a}{f}}$$

nous aurons

$$\left. \begin{aligned}
 p &= -\frac{4n + 3}{8(2n + 1)} (1 \pm \cos \alpha) \\
 \varphi_0 &= -p \times \frac{f}{(2n + 1)^2} \\
 \varphi_2 &= \frac{2n + 1}{2n + 2} \varphi_0 \\
 \varphi_1 &= p \varphi_2 \\
 e &= \varphi_0 + 2 \varphi_1
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

Si, au contraire, la distance focale est corrigée par un déplacement de l'objectif, nous pourrions renverser en imagination la lunette, remplacer φ_0 par φ_2 et réciproquement, et nous aurons encore

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_0} \times \frac{\varphi_1}{\varphi_1 - \Delta e} = \frac{n}{n + 1} \qquad \frac{\varphi_2}{\varphi} \times \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \Delta e} = 1$$

donc

$$\frac{\varphi_1 + \Delta e}{\varphi_1 - \Delta e} = \frac{n}{n + 1}$$

et

$$\Delta e = \frac{-\varphi_1}{2n + 1}$$

comme auparavant, mais

$$\frac{\varphi}{\varphi_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \Delta e} = \frac{2n + 1}{2n}$$

et enfin

$$f = -\frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{\Delta e^2} = \frac{\varphi_0 \varphi_2}{-\varphi_1} (2n + 1)^2$$

Les équations à résoudre deviendront donc les mêmes que (33),
sauf qu'au lieu de F , il faudra mettre $-f$:

$$(7) \quad \varphi_0 + 4\varphi_1 + \varphi_2 = a$$

$$(32) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\varphi_0}{\varphi_2} &= \frac{2n + 1}{2n} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

$$(21) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\varphi_0 \varphi_2}{\varphi_1} &= -\frac{f}{(2n + 1)^2} \end{aligned} \right\}$$

donc, en posant encore $\frac{\varphi_1}{\varphi_0} = q$,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= -q \times \frac{f}{(2n + 1)^2} \\ \varphi_0 &= -q \times \frac{f}{2n(2n + 1)} \\ \varphi_1 &= -q^2 \times \frac{f}{2n(2n + 1)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (47)$$

et ensuite

$$q^2 + \frac{4n + 1}{4(2n + 1)} q + \frac{n(2n + 1)}{2} \frac{a}{f} = 0 \dots (48)$$

équation qui aura des racines réelles, si

$$f > \frac{32n(2n + 1)^2}{(4n + 1)^2} a \dots \dots \dots (49)$$

alors on aura, en posant

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\pm(2n+1)}{4n+1} \sqrt{2n(2n+1)} \frac{a}{f}, \\ q &= -\frac{4n+1}{8(2n+1)} (1 \pm \cos \alpha) \\ \varphi_2 &= -q \times \frac{f}{(2n+1)^2} \\ \varphi_0 &= \frac{2n+1}{2n} \varphi_2 \\ \varphi_1 &= q \varphi_0 \\ c &= \varphi_0 + 2 \varphi_1 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \sin \alpha \\ q \\ \varphi_2 \\ \varphi_0 \\ \varphi_1 \\ c \end{aligned}} \right\} \dots \dots (50)$$

§ 8. LIMITE SUPÉRIEURE DE f .

Aussitôt que f dépasse la limite trouvée en (44) ou (49), il existe pour chaque cas deux solutions. Mais pour la même raison que pour la lunette pancratique à lentille du milieu positive, il existe une limite supérieure que f ne peut pas dépasser, afin qu'il y ait assez d'espace pour le déplacement nécessaire de la lentille du milieu.

Si cette lentille est négative, $a-e$ sera $< c$, car

$$\begin{aligned} c &= \varphi_0 + 2 \varphi_1 \\ a - c &= \varphi_2 + 2 \varphi_1 \end{aligned}$$

où φ_0 est positif, φ_1 est négatif, et d'après (45) et (50), $\varphi_2 < \varphi_0$. Notre équation de condition sera donc

$$\Delta c < a - c$$

ou bien

$$\frac{-\varphi_1}{2n+1} < 2\varphi_1 + \varphi_2$$

d'où l'on tire

$$-(4n+3)\varphi_1 < (2n+1)\varphi_2.$$

A présent il ne faudra pas employer les équations (42) mais bien les équations (47), et nous trouverons après la substitution des valeurs de q_1 et q_2 :

$$\frac{4n+3}{2n(2n+1)} q^2 f < -\frac{qf}{2n+1}$$

$$-q < \frac{2n}{4n+3}$$

ou bien, à cause de (45) ou (50) :

$$\frac{4n+1}{8(2n+1)} (1 \pm \cos \alpha) < \frac{2n}{4n+3}$$

$$1 \pm \cos \alpha < \frac{16n(2n+1)}{(4n+1)(4n+3)}$$

$$1 \pm \cos \alpha < \frac{32n^2 + 16n}{16n^2 + 16n + 3}$$

Or n étant toujours > 1 , il sera toujours satisfait à cette équation quand on prend le signe inférieur; mais cette solution n'est pas celle qui correspond à la seule solution possible du problème de la composition d'une lunette pancratique à lentille de milieu positive. En prenant le signe supérieur, nous aurons

$$\cos \alpha < \frac{16n^2 - 3}{16n^2 + 16n + 3}$$

donc

$$\cos^2 \alpha < \frac{(16n^2 - 3)^2}{(16n^2 + 16n + 3)^2}$$

d'où il résulte

$$n^2 \alpha > 1 - \frac{(16n^2 - 3)^2}{(16n^2 + 16n + 3)^2}$$

ou bien

$$\frac{32n(2n+1)^2}{(4n+1)^2} \frac{a}{f} > \frac{(16n+6)(32n^2+16n)}{(4n+1)^2(4n+3)^2}$$

d'où l'on tire

$$f < \frac{(2n + 1)^2 (4n + 3)^2}{8n + 3} a \dots \dots \dots (51)$$

Prenons n successivement = 2, 3, 4 et 5, en y joignant les limites déjà trouvées, nous aurons la table suivante, où A indique que la distance focale est réglée par l'oculaire, et B , qu'elle est réglée par l'objectif.

Lentille du milieu positive		Lentille du milieu négative				Point de limite.	
Limites de F		Limites de f					
n	Lim. inf.	Limite supérieure	Limite inférieure		Limite supérieure		
			A	B	Première solu- tion (signe + dans l'équation (50))		Seconde solution signe - dans l'équ. (50)
2	0	$96 \frac{3}{7}a$	$99 \frac{21}{121}a$	$98 \frac{62}{81}a$	$159 \frac{4}{19}a$		
3	0	$285 \frac{16}{29}a$	$195 \frac{31}{225}a$	$194 \frac{142}{169}a$	$408 \frac{1}{3}a$		
4	0	$632 \frac{25}{37}a$	$323 \frac{37}{361}a$	$322 \frac{254}{289}a$	$835 \frac{16}{35}a$		
5	0	$1185 \frac{4}{5}a$	$483 \frac{45}{529}a$	$482 \frac{398}{441}a$	$1488 \frac{35}{43}a$		

§ 9. EXEMPLE DE CALCUL.

Posons, pour exemple de calcul, $a = 100$ millimètres, $n = 3$, (alors le grossissement s'étendra de 1 à $\frac{1}{3}$), et F ou $f = 230 a = 23$ mètres, et nous serons sûrs que toutes les solutions seront possibles.

Le calcul me donna les résultats suivants :

Formules employées.	Lentille du milieu positive		Lentille du milieu négative			
	A	B	A		B	
	le solution	2e solution	le solution	2e solution	le solution	2e solution
	(29)	(35)	(45)		(50)	
φ_0	-298,6	-290,5	+174,7	+ 70,8	+176,7	+ 77,5
φ_1	+164,04	+164,2	- 56,875	- 11,0	- 57,05	- 10,97
φ_2	-259,5	-257,0	+152,8	+ 67,2	+151,5	+ 66,4
e	31,45	28,6	60,92	54,8	62,6	55,6
$a-e$	68,55	71,4	39,05	45,2	37,4	44,4
Δe	23,4	23,45	8,13	1,57	8,15	1,57
$\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{6}$
Lentille déplacée pour rétablir la distance focale	φ_1	φ_0	φ_2	φ_1	φ_0	φ_0
Quantité du déplacement	lim. sup. + 3,90	+ 3,88	- 1,01	- 0,20	- 1,36	- 0,26
	lim. inf. + 2,98	+ 3,90	- 1,86	- 0,26	- 1,02	- 0,20

Dans les deux dernières lignes, le signe + signifie un déplacement par lequel la longueur de la lunette a est augmentée, et le signe —, un déplacement par lequel la lunette est raccourcie.

Il est évident que, dans la pratique, il n'existe pas de différence réelle entre les deux solutions A et B, car on évitera en tous cas les limites des inconnues. Prenons, pour chacun des cas, la moyenne arithmétique des deux solutions, et nous aurons :

	Lentille du milieu positive	Lentille du milieu négative	
		1e solution	2e solution
φ_0	- 298	+ 176	+ 77
φ_1	+ 164	- 57	- 11
φ_2	- 258	+ 152	+ 67
e	30	62	55
$a-e$	70	38	45

Ou bien, si l'on préfère que nous donnions les pouvoirs des lentilles en dioptries :

φ_0	— 3,35	+ 5,69	+ 12,96
φ_1	+ 6,09	— 17,56	— 90,91
φ_2	— 3,87	+ 6,57	+ 14,97.

La planche ci-jointe représente ces trois réponses. L'expérience devra montrer si la troisième solution vaut les deux premières. Elle a le désavantage que $\Delta e y$ est très petit, et que par conséquent les divisions de l'échelle, qui donnera le grossissement, seront très serrées.

§ 10. ÉPAISSEUR DES LENTILLES.

Jusqu'ici nous avons négligé l'épaisseur des lentilles, mais elle ne peut être l'objet d'aucune difficulté, pourvu que, conformément à la théorie de Möbius, les distances focales soient comptées à partir des points principaux, et non à partir des surfaces. Les formules restent les mêmes, pourvu que, pour chaque lentille, on introduise tout l'espace entre les deux plans principaux, et que par chaque distance de deux lentilles l'on entende la distance des deux points principaux les plus rapprochés des deux lentilles. La seule quantité changée, c'est la limite supérieure de f ; car quand la lentille du milieu est poussée contre l'objectif ou contre l'oculaire, ces deux points principaux restent encore à quelque distance l'un de l'autre; mais il n'y aura aucune difficulté à en tenir compte.

11. DÉDUCTION PLUS SIMPLE DES ÉQUATIONS PRINCIPALES DU PROBLÈME.

Les deux formules :

$$e = \varphi_0 + 2 \varphi_1$$

$$a - e = \varphi_2 + 2 \varphi_1$$

dont on tire aussi :

$$a = \varphi_0 + 4 \varphi_1 + \varphi_2$$

auraient pu être trouvées par un raisonnement très simple, car en considérant les lentilles comme positives, les rayons incidents parallèles, après avoir passé à travers l'objectif, se réuniront dans son foyer F . De là ils divergent vers la lentille du milieu, et après l'avoir passée ils se réunissent dans le foyer F' , qui sera le foyer conjugué de F . De là ils divergent encore vers l'oculaire qu'ils quittent parallèlement à l'axe. Donc F' est aussi le foyer de l'oculaire, comme F est le foyer de l'objectif.

Si en déplaçant un peu la lentille du milieu, la netteté des images ne doit pas en souffrir, il faut qu'il n'y ait aucun changement dans la distance des deux foyers conjugués F et F' , ce qui, comme on sait, n'est le cas que lorsque leur distance de la lentille moyenne est $2\varphi_1$ et que leur distance mutuelle est $4\varphi_1$.

Les deux équations :

$$\begin{aligned} e &= \varphi_0 + 2\varphi_1 \\ a - e &= \varphi_2 + 2\varphi_1 \end{aligned}$$

s'en déduisent immédiatement.

§ 12. SOLUTION PLUS SIMPLE, EN NÉGLIGEANT LE DÉPLACEMENT DE L'OBJECTIF OU DE L'OCULAIRE.

Quand la lentille du milieu occupe sa position originale ou moyenne, la première image n'est ni agrandie ni réduite par cette

lentille, le grossissement de la lunette est donc égal à $\frac{\varphi_0}{\varphi_2}$.

Mais si la lentille du milieu est avancée de la quantité très petite Δe , la distance de la première image à la lentille du milieu devient $2\varphi_1 - \Delta e$, et la distance de la lentille à la seconde image $2\varphi_1 + \Delta e$. Les dimensions des images sont proportionnelles à leur distance de la lentille; donc si la distance des deux foyers conjugués restait la même, nous aurions :

$$\begin{aligned} \frac{2\varphi_1 + \Delta e}{2\varphi_1 - \Delta e} \times \frac{\varphi_0}{\varphi_2} &= \frac{n+1}{n} \\ \frac{2\varphi_1 - \Delta e}{2\varphi_1 + \Delta e} \times \frac{\varphi_0}{\varphi_2} &= 1 \end{aligned}$$

d'où suivrait

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_2} = \frac{2\varphi_1 + \Delta e}{2\varphi_1 - \Delta e} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} .$$

La théorie plus exacte, donnée plus haut, nous donnait pour cette proportion $\frac{2n+2}{2n+1}$ ou $\frac{2n+1}{2n}$, selon que l'oculaire ou l'objectif était employé pour régler la distance focale.

§ 13. LIEU DES DIAPHRAGMES INTERNES OU EXTERNES.

Les figures de la planche montrent clairement que, dans aucune des trois constructions de la lunette pancratique, il ne se forme une image réelle dans la lunette, donc il ne faudra mettre nul part des diaphragmes. Reste à examiner si on ne pourrait pas placer près de l'oeil un diaphragme laissant passer tous les rayons venant de l'objectif, ce qui est le cas lorsqu'il s'y forme une image réelle de l'objectif.

Nommons x la distance de la lentille du milieu jusqu'à l'image qu'elle forme de l'objectif, y la distance de l'oculaire jusqu'à l'image qu'il forme de cette image, et prenons x et y positifs quand ces distances sont du côté de l'oeil, nous aurons

$$x = \frac{\varphi_1 c}{e - \varphi_1}$$

$$y = \frac{\varphi_2 (a - c - x)}{a - c - x - \varphi_2} .$$

En y substituant $e = \varphi_0 + 2\varphi_1$, on aura

$$x = \frac{\varphi_1 (\varphi_0 + 2\varphi_1)}{\varphi_0 + \varphi_1}$$

$$y = \frac{\varphi_2 (\varphi_0 \varphi_1 + \varphi_0 \varphi_2 + \varphi_1 \varphi_2)}{\varphi_0 \varphi_1} .$$

Dans les trois solutions données plus haut, ces deux quantités sont négatives, savoir

$$\begin{array}{rcl} x = -36,7 & - & 29,7 & - & 9,2 \\ y = -75,5 & - & 122,1 & - & 288,7 \end{array}$$

il ne faut donc pas mettre de diaphragme du côté de l'oeil.

Mais en général x et y seront négatifs. En effet, en prenant d'abord la lentille du milieu positive, nous avons

$$e = 2\varphi_1 + \varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_1 - \varphi_0 .$$

Mais $\varphi_1 - \varphi_0$ est négatif, donc $e < \varphi_1$. Les rayons partant du centre de l'objectif *divergent* donc après avoir traversé la lentille du milieu, et par conséquent y sera négatif.

Des rayons divergents traversant une lentille négative divergent encore davantage, l'oculaire est négatif; il n'y a donc pas d'image réelle derrière l'oculaire.

Considérons à présent la deuxième construction de la lunette pancratique, à lentille du milieu négative. Les rayons convergents, dessinés dans les figures, entre l'objectif et la lentille du milieu, deviennent divergents après avoir traversé celle-ci; et leur degré de divergence est précisément tel qu'après avoir traversé l'oculaire, ils quittent la lunette parallèlement à l'axe.

Mais les rayons qui partent du centre de l'objectif sont divergents; après avoir traversé la lentille du milieu, leur divergence est augmentée, et est toujours plus forte que celle des rayons dessinés dans la figure, et en considérant qu'après avoir traversé l'oculaire, ces derniers rayons sortent parallèles entre eux, nous en concluons que les premiers seront, en sortant, des rayons divergents.

§ 14. LA LUNETTE PANCRATIQUE PEUT-ELLE ÊTRE CONSTRUITE ACHEROMATIQUEMENT ?

Pour répondre à cette question, nommons les rayons de courbure des lentilles, dont est composé la lunette, $r_1, r_2; r_3, r_4; r_5, r_6$; positifs, quand la convexité est tournée vers l'objet; les indices de réfraction pour la rouge et le violet n_r et n_v , n'_r et n'_v , n''_r et n''_v . Nous aurons

$$\left. \begin{array}{ll}
 \text{pour le rouge :} & \text{pour le violet :} \\
 \varphi_0 = \frac{1}{n_r - 1} \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} & \varphi_0 = \frac{1}{n_v - 1} \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \\
 \varphi_1 = \frac{1}{n'_r - 1} \cdot \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3} & \varphi_1 = \frac{1}{n'_v - 1} \cdot \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3} \\
 \varphi_2 = \frac{1}{n''_r - 1} \cdot \frac{r_5 r_6}{r_6 - r_5} & \varphi_2 = \frac{1}{n''_v - 1} \cdot \frac{r_5 r_6}{r_6 - r_5}
 \end{array} \right\} \cdot (52)$$

Si la lunette satisfait aux propriétés de la lunette paneratique pour les deux couleurs, les deux intervalles

$$(6) \quad e = \varphi_0 + \varphi_1$$

$$\text{et } (8) \quad a - e = 2\varphi_1 + \varphi_2$$

doivent être égaux pour ces deux couleurs. Supposons l'objectif et la lentille du milieu formés de la même espèce de verre, et substituons les valeurs (52) de φ_0 et de φ_2 pour les deux couleurs dans l'équation (6), nous aurons l'équation

$$\frac{1}{n_r - 1} \left(\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + 2 \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3} \right) = \frac{1}{n_v - 1} \left(\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + 2 \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3} \right)$$

c'est-à-dire :

$$\frac{1}{n_r - 1} = \frac{1}{n_v - 1},$$

équation fautive. L'équation $a - e = 2\varphi_1 + \varphi_2$ donnerait une équation analogue, il s'en suit donc qu'il n'est pas possible que la lunette paneratique soit achromatique en employant une seule espèce de verre pour les lentilles.

Supposons donc ces espèces différentes, alors nous aurons les deux équations

$$e = \frac{1}{n_r - 1} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + \frac{2}{n'_r - 1} \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3} = \frac{1}{n_v - 1} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + \frac{2}{n'_v - 1} \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3}$$

donc :

$$\left(\frac{1}{n_r - 1} - \frac{1}{n_v - 1} \right) \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + \left(\frac{1}{n'_r - 1} - \frac{1}{n'_v - 1} \right) \frac{2r_3 r_4}{r_4 - r_3} = 0$$

ou bien

$$\frac{n_v - n_r}{(n_v - 1)(n_r - 1)} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + \frac{n'_v - n'_r}{(n'_v - 1)(n'_r - 1)} \frac{2r_3 r_4}{r_4 - r_3} = 0 \quad (53)$$

Prenons une couleur intermédiaire pour laquelle les indices de réfraction des verres sont n_m , n'_m et n''_m , et pour laquelle on aura rigoureusement :

$$\varphi_0 = \frac{1}{n_m - 1} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad \varphi_1 = \frac{1}{n'_m - 1} \frac{r_3 r_4}{r_4 - r_3}$$

Supposons ensuite :

$$\begin{aligned} (n_v - 1)(n_r - 1) &= (n_m - 1)^2 \\ (n'_v - 1)(n'_r - 1) &= (n'_m - 1)^2 \end{aligned}$$

ce qui ne peut pas être loin de la vérité, — du moins on pourra choisir les deux couleurs que nous avons nommées rouge et violet, de sorte que ces équations soient vraies à peu de chose près, et nous aurons :

$$\frac{n_v - n_r}{n_m - 1} \varphi_0 + 2 \frac{n'_v - n'_r}{n'_m - 1} \varphi_1 = 0$$

donc :

$$\frac{n'_v - n'_r}{n'_m - 1} = - \frac{1}{2} \frac{\varphi_0}{\varphi_1} \frac{n_v - n_r}{n_m - 1} \dots \dots \dots (54)$$

De même nous aurons par l'équation (8) :

$$\frac{n'_v - n_r}{n'_m - 1} = - \frac{1}{2} \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \frac{n'_v - n''_r}{n''_m - 1} \dots \dots \dots (55)$$

Les fractions :

$$\frac{n_v - n_r}{n_m - 1}, \quad \frac{n'_v - n'_r}{n'_m - 1}, \quad \frac{n''_v - n''_r}{n''_m - 1}$$

peuvent être regardées comme les pouvoirs dispersifs des trois

lentilles, dont se compose la lunette, nommons les d , d' et d'' alors on tirera de (54) et (55):

$$d' = -\frac{1}{2} \frac{\varphi_0}{\varphi_1} d = -\frac{1}{2} \frac{\varphi_2}{\varphi_1} d''$$

ou bien:

$$d : d' : d'' = \frac{2}{\varphi_0} : \frac{-1}{\varphi_1} : \frac{2}{\varphi_2}$$

ou en l'appliquant à notre exemple,

pour la lunette de la 1^{re} construction = $\frac{1}{149} : \frac{1}{164} : \frac{1}{129}$;

" " " " " 2^e " = $\frac{1}{88} : \frac{1}{57} : \frac{1}{76}$;

" " " " " 3^e " = $\frac{2}{77} : \frac{1}{11} : \frac{2}{67}$.

Si nous voulons nous contenter d'une approximation, nous pourrions supposer l'objectif et l'oculaire formés de la même espèce de verre; il faudra alors prendre les moyennes de la première et de la troisième fraction. On voit en tout cas que le pouvoir dispersif des lentilles négatives doit être le plus fort, savoir dans la 1^{re} construction, le rapport est 1,18

" " 2^e " " " " " 1,44

" " 3^e " " " " " 6,5.

Les colonnes 1^{re}, 4^{me} et 7^{me} de la table bien connue des coefficients de réfraction de FRAUNHOFER (SCHUMACHER, Astron. Abhandlungen, 2^e Heft, p. 31; HERSCHEL, traité de la lumière, traduit par VERHULST et QUÉTELET, I, 243), m'ont donné pour les pouvoirs dispersifs

du crown-glass n ^o . 9	0,0389
" " n ^o . 13	0,0383
" " lettre M	0,0439
" flint-glass n ^o . 13	0,0675
" " n ^o . 3	0,0650
" " n ^o . 30	0,0667
" " n ^o . 23	0,0673

En cas de besoin il ne serait donc pas difficile de trouver deux espèces de verre, dont les pouvoirs dispersifs fussent dans la proportion de 1 à 1,18, ou de 1 à 1,44.

Pour rendre achromatique la lunette pancratique de la troisième espèce, le rapport des pouvoirs dispersifs devrait être de 1 à 6,5. Il n'est pas probable qu'on puisse composer deux espèces de verre qui satisfassent à cette condition, mais il resterait alors toujours un moyen, celui de rendre tous les trois verres achromatiques. Mais pour l'usage ordinaire il n'est pas probable que le manque d'achromatisme soit gênant.

Utrecht, 30 juillet 1877.

Cette note était déjà terminée, lorsque je reçus un exemplaire de la description très-claire de la lunette pancratique donnée par M. DONDERS lui-même. (Een pancratische kijker, door F. C. DONDERS, tiré des *Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool*, 3^e reeks, deel V, blz. 1.). L'auteur a donné la préférence à la première construction, celle dans laquelle la lentille du milieu est positive. On y trouve les formules suivantes de M. GRINWIS :

Lentilles :

I. (Oculaire).	II. (Lentille du milieu).	III. (Objectif).
f	f'	f''

Soit :

$$-\frac{1}{f} = a \qquad \frac{1}{f'} = b \qquad -\frac{1}{f''} = c$$

la distance de I et II = Δ

" " " II et III = Δ'

Etant donnés Δ et Δ' , trouver le grossissement m :

$$m = \frac{b-a + ab \Delta}{c} \dots \dots \dots (1)$$

$$m = \frac{a}{b-c + bc \Delta'} \dots \dots \dots (2)$$

En comparant les notations de M. GRINWIS avec les miennes, on verra que

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & \Delta & \Delta & m \\ \text{de M. GRINWIS sont identiques à} & & & & & \\ -\frac{1}{\varphi_2} & -\frac{1}{\varphi_1} & -\frac{1}{\varphi_0} & a-e & e & V \end{array}$$

dont je me suis servi dans mes calculs.

En remplaçant ses lettres par les miennes, on retrouve les équations (9_a) et (9_b).

Les équations (3), (4) et (5) citées par M. DONDEBS se déduisent de ses équations (1) et (2).

L'on verra que M. DONDEBS désire avoir la lunette pancratique encore plus courte que nous ne l'avons supposée; (dans l'exemple qu'il cite $a = 36,28$ millimètres); mais ça ne change pas notre théorie qui reste toujours applicable.

Pour retrouver l'exemple $a = 12$, $b = 19$, $c = 11$ qu'il a choisi, il faudra mettre selon notre notation $a = 36,28$, $n = 5,5$ et $R = 20727$, en appliquant alors les formules (35), on trouvera

$$\begin{aligned} \alpha &= 45^\circ 5',6 \\ \log q &= 9,7626 \text{ donc } q = 0,5789 \\ \varphi_2 &= -83,33 \\ \varphi_0 &= -90,91 \\ \varphi_1 &= +52,63 \end{aligned}$$

qui correspondent à 12, 11 et 19 dioptries.

Pour la position moyenne de la lentille du milieu on aura :

$$\begin{aligned} e - \varphi_0 + 2\varphi_1 &= 14,35 \\ a - e &= 21,93 \end{aligned}$$

ensuite

$$\Delta e = \frac{\varphi_1}{2n + 1} = 4,39$$

enfin pour la limite supérieure de $V = \frac{13}{11}$

$$\Delta a = \frac{\varphi_1}{(2n + 1)(2n + 2)} = 0,34$$

et pour la limite inférieure $V = 1$

$$\Delta a = \frac{\varphi}{2n(2n+1)} = 0,40$$

ce qui s'accorde parfaitement avec les nombres de M. DONDERS, car

$$21,93 - 17,54 = 4,39$$

$$\text{et } 36,68 - 36,28 = 0,40$$

Pour construire une lunette pancratique à lentille du milieu négative, il faudra prendre la valeur de f plus grande; car on trouve pour cette quantité, en posant $n = 5,5$:

$$\text{une limite inférieure.} = 575 a ,$$

$$\text{et une limite supérieure} = 1915 a ,$$

tandis que chez nous $F = 571 a$.

En prenant par exemple $n = 5,5, a = 36,28, F = 700a = 25396$, on aura les trois solutions suivantes:

	φ_0	φ_1	φ_2	e	$a - e$
1 ^{re} Solution	- 108,1	+ 61,0	- 99,5	13,9	22,5
2 ^e "	+ 65,4	- 22,3	+ 60,2	20,8	15,6
3 ^e "	+ 26,6	- 3,7	+ 24,4	19,2	17,0

Utrecht, 28 septembre 1877.

R A P P O R T

VAN DEN HEER

D. BIERENS DE HAAN,

OMTRENT

DE STUKKEN VAN EDWARD SANG

OVER DE TAFELS DER SINUSSEN VAN IEDER $\frac{1}{10000}$ VAN DEN RECHTEN HOEK, BEREKEND TOT 33 EN GEGEVEN IN 25 DECIMALEN.

In die Tafels vindt men de voormelde sinussen, in twee kolommen op iedere bladzijde; onder, niet naast, iedere waarde zijn de eerste, en daaronder weder de tweede verschillen geplaatst, de eerste met het teeken +, dus de tweede met het teeken —. Op die wijze geeft iedere folio bladzijde 40 waarden, voor opeenvolgende $\frac{1}{10000}$ deelen van den rechten hoek. Deze inrichting der tafel, geheel in strijd met de tegenwoordige, is eene navolging der eerste Logarithmen-sinus-tafels van BRIGGS en zijne opvolgers, ook van de eerste van onzen VLACK. Eerst in 1633 in zijne Trigonometria Artificialis brengt VLACK de verschillen in eene afzonderlijke kolom, naast de waarden zelve; en deze inrichting is sedert algemeen gevolgd. Waar het trouwens een snel gebruik der tafels geldt, is die nieuwe inrichting veel gemakkelijker.

Vraagt men nu, of deze Tafel eene aanwinst is voor het dagelijksch gebruik: dan moet het antwoord ontkennend luiden. Immers zij is van te grooten omvang; de inrichting belet een snel overzicht; de verdeeling in $\frac{1}{10000}$ deelen van den rechten hoek is niet overeenkomstig het gebruik; en, last but not least,

het zijn geene logarithmen, die men hier vindt, maar eenvoudig de sinussen zelve. In dit opzicht kan zij niet in de schaduw staan van de kleinere tafels met vijf of zeven decimalen, die voldoende en veel beter voor dat doel zijn.

Maar wendt men het oog naar berekeningen in de hoogere wiskunde, dan keeren zich al die beweegredenen ten voordeele.

De *uitgebreidheid*, ontstaande door een opnemen van 25 decimalen uit een berekend aantal van 33 decimalen, is voor juistheids-berekeningen van groot gewicht, indien slechts de opgegevene waarden volkomen te vertrouwen zijn. Daartoe behoorde voorzeker een stereotyp-druk; hiervan echter scheen de schrijver te hebben moeten afzien wegens de kosten, maar gelukkig is hij sedert daarop weder teruggekomen. Overigens evenwel heeft hij geen arbeid geschroomd. Zoo heeft hij bijv. de geheele tafel opnieuw opgebouwd, alleen uit de reeds verkregen tweede verschillen; waren deze dus onzuiver geweest, dan moesten de fouten zich door ophooping hebben verraden. Vervolgens heeft hij eerst den boog van 100 graden (den rechten hoek) in vijf deelen verdeeld, door eene vijfde machtsvergelijking, dan vier maal den hoek gehalveerd door eene tweede machtsvergelijking, dan verder drie maal in vijf deelen verdeeld, om te komen tot $\frac{1}{5} \times 100^{\circ} \times \frac{1}{2^4} \times \frac{1}{5^3}$, dat is tot 1'. Daarbij berekende hij de veelvouden van cosvers 25', cosvers 5', cosvers 1', ten einde de grootte der onzekerheid op een derde terug te brengen; en gebruikte in het algemeen al zulke proef-formulen, als dienen om telkens, langs verschillenden weg, den graad van nauwkeurigheid te toetsen, en te waarschuwen als er iets misdreven was.

De *inrichting* heeft, zoo als VLACK reeds deed opmerken, het groote voordeel, dat zij gereedelijk aanleiding geeft, om op het gezicht alleen reeds, op de waarden door middel van hunne verschillen, en wederkeerig op die verschillen door de naastbij staande waarden, toezicht te houden. Zij is juist van dien aard, dat zij het op den voet volgen van berekeningen gemakkelijk maakt, vooral, waar het bijv. geldt de berekening en tabulceering van opvolgende waarden eener functie; en dit groote voordeel weegt stellig veel meer, dan het minder snelle overzicht, hier

is toch *snelheid* alles behalve hoofdzaak, *bespoediging* onzer uitkomsten volstrekt noodzakelijk.

De *verdeling* der tafel, die bij onze sexagesimale indereling in de praktijk moeilijkheden zoude kunnen geven, levert die volstrekt niet op bij hetgeen wij hier op het oog hebben. Wil men bijv. eene reeks berekenen, die naar den sinus of den cosinus van opvolgende veelvouden van eenig argument geordend is, dan is er volstrekt geen bezwaar in gelegen, dat argument als $\frac{1}{10000}$ deel (of een veelvoud daarvan) van den rechten hoek te bepalen.

De *natuurlijke sinussen* zijn bij ons onderwerp juist van evenveel, soms zelfs van veel grooter waarde dan de logarithmische; waar het bijv. geldt reeksen als bovenvermelde, met eenvoudigen, algemeenen term; vordert zulk een term berekening met logarithmen, dan ware zeker een tafel der logarithmische sinussen, mits van dezelfde naauwkeurigheid, te verkiezen; maar ook deze wil de heer SANG ons toezegen.

De gestelde vraag, of deze tafels eene aanwinst voor de wetenschap zouden zijn, behoort nog op geheel anderen grond bevestigend beantwoord te worden.

Thans wordt er van juistheids-berekeningen veel meer gevorderd dan voorheen. De logarithmentafels van SCHRÖN bijv. hebben geleid tot het ontdekken van 456 fouten in de vroeger beroemde tafels van CALLET (zie mijn opstel „Iets over logarithmentafels”, Verslagen en Meded., Afd. Natuurk. XIV. 1862). Een belangrijk overzicht over de naauwkeurigheid der verschillende logarithmentafels gaf ons GERNETH. En nu zijn in dit opzicht door de berekeningen van SANG onverwachte uitkomsten verkregen. Reeds in 1874 toch gaf deze zijne logarithmen met 9 decimalen uit, opgemaakt naar zijne tot 15 decimalen berekende logarithmen; terwijl hij tot 10000 deze logarithmen in 26 decimalen berekend had.

Bij die berekening van de logarithmen van priemgetallen in 28 decimalen, gebruikte hij telkens twee verschillende formules; bijv. voor 8447 de volgende twee

$$2.3769.10^8 + 1 = 3.37.251.3203.8447$$

en

$$643.10^7 - 1 = 3.89.2851.8447;$$

terwijl hij later denzelfden logarithmus toetste aan de twee formules

$$2017.10^6 + 1 = 73.3271.8447$$

$$\text{en } 8447.10^4 + 1 = 3.7.11.37.9883;$$

zoodat nu die logarithmus van 8447 wel zeker juist was.

Met zijne uitkomsten, en hare eerste en tweede verschillen vergeleek SANG de standaard-logarithmentafels van HENRY BRIGGS (1620), VAN ADRIAAN VLACK (1628), VAN GEORG VEGA (1794), — die eenvoudig een juiste afdruk van VLACK's tafelen (met hare fouten) bleken te zijn; en eindelijk ook de manuscript-logarithmen, door het Fransche Cadaster onder PRONY berekend. Om trent deze laatste is er in den laatsten tijd door LEFORT en SANG o. a. veel geschreven.

Het is toch bekend, dat LEGENDRE in zijne Exercices de Calcul Intégral, Tome III, uit die tafels overnam de logarithmen der priemgetallen tusschen 1163 en 10007, in 19 decimalen. SANG vergeleek deze met de door hem tot 28 decimalen berekende, en vond toen boven de 1900 (dat is, na de reeds door ABRAHAM SHARP berekende logarithmen) slechts 6, die niet foutief waren, tegen 87, die valsch waren; bij 38 daarvan bedroeg de fout meer dan 9. En, wat zeker tegen eene goede berekeningsmethode pleitte, de fouten waren meereendeels alle in dezelfde richting. SANG heeft daarop, en m. i. terecht beweerd, dat de methode, hoezeer er tot zesde verschillen werden gebruikt, verkeerd was, en wel niet tot juiste uitkomsten kon voeren; dat men dus eigenlijk het best deed, deze berekeningen als niet bestaande te beschouwen.

Zoowel dus, omdat er gebleken is gebrek te zijn aan genoegzaam betrouwbare tafels van zulke uitbreiding, als omdat de tafels van EDWARD SANG belooven in die leemte te zullen voorzien; en ten derde nog, omdat uit den aard der zake zulke uitgaven, wegens de kosten, niet in het bereik van bijzondere personen liggen; heb ik de eer aan de Akademie voor te stellen

1°. voor een exemplaar van de tafels van EDWARD SANG in te teekenen;

2°. aan Zijne Exc. den Minister van Binnenl. Zaken in overweging te geven, ten behoeve der Bibliotheeken onzer Akademiën voor drie exemplaren in te teekenen.

Leiden, 24 November 1877.

EENIGE BESCHOUWINGEN

NAAR AANLEIDING VAN HET

GROOTSTE AANTAL VEELVOUDIGE PUNTEN EENER ALGEBRAÏSCHE KROMME.

DOOR

P. H. SCHOUTE

1. In de theorie der vlakke kromme lijnen komt de bekende stelling voor:

„Een enkelvoudige kromme van den n^{den} graad (d. i. een kromme van den n^{den} graad, die niet uit krommen van lagere graad is samengesteld) kan hoogstens $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ dubbelpunten hebben.”

Het bewijs van deze stelling wordt gewoonlijk *) aldus gegeven: Had de kromme C_n een dubbelpunt meer, dan zou men door deze $\frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 1$ en nog $n-3$ andere punten van C_n een juist door deze

$$\frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 1 + n-3 = \frac{1}{2}(n-2)(n-2+3)$$

punten bepaalde kromme H_{n-2} van den $n-2^{\text{den}}$ graad kunnen brengen, die met de gegevene

$$2 \left\{ \frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 1 \right\} + n-3 = n(n-2) + 1$$

*) L. CREMONA, *Einleitung in eine geometrische Theorie der ebenen Curven*, übersetzt von M. CURTZE, Greifswald 1865, blz. 49.

*) G. SALMON, *Analytische Geometrie der höheren ebenen Curven*, übersetzt von Dr. W. FIEDLER, Leipzig 1873, blz. 34.

snijpunten oplevert. En daar dit getal hoogstens $n(n-2)$ zijn kan, wanneer de krommen C_n en H_{n-2} geen kromme van lagere graad gemeen hebben — welk geval zich hier niet kan voordoen, omdat C_n enkelvoudig verondersteld en H_{n-2} , die niet enkelvoudig behoeft te zijn, van lagere graad is dan C_n — voert het aannemen van een dubbelpunt meer tot een ongerijmdheid en moet $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ dus als een grens van grootheid voor het aantal dubbelpunten eener enkelvoudige kromme C_n beschouwd worden.

2. De behandelde stelling is voor de kromme lijnen, wier graad niet meer dan acht bedraagt, meer bewaarheid dan bewezen door CRAMER *). Zij is in haar algemeen vorm het eerst door FLÜCKER †) uitgesproken. Afgescheiden van haar juistheid moet echter het bovenstaande bewijs veroordeeld worden. Want de gegevene redeneering heeft weinig of geen waarde, zoolang daarbij niet tevens aangetoond is, dat het aannemen van een hulpkromme H van een anderen dan den $n-2^{\text{den}}$ graad in geen geval tot een geringere waarde van het grootste aantal dubbelpunten voeren kan.

Ik heb dus bij verschillende schrijvers naar de bedoelde toevoeging aan bovengenoemd bewijs gezocht. Bij SALMON-FIEDLER §) vond ik de geheel juiste, maar wel wat machtspreukige opmerking: „Wir bemerken, dass dieser Beweiss nur zeigt, dass Curven nicht mehr als eine gewisse Anzahl von Doppelpunkten haben können, aber nicht, was jedoch wirklich der Fall ist, dass sie auch eben so viele besitzen können.“ Bij CLEBSCH-LINDEMANN **), die $n-2$ door $n-1$ vervangt, was ook de onmis-

*) CRAMER, *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, Genève 1730, § 175—181.

†) Dr. J. FLÜCKER, *Theorie der Algebraischen Curven*, Bonn 1839, blz. 215.

§) t. a. p.

***) A. CLEBSCH, *Vorlesungen über Geometrie*, bearbeitet von Dr. F. LINDEMANN, Leipzig 1875, blz. 352.

bare toevoeging achterwege gebleven. Alleen bij PLÜCKER *) vond ik de keus van den graad der hulpkromme gerechtvaardigd; evenwel bleek het mij daarbij spoedig, dat de opsteller van het theorema door een onjuiste redeneering tot het juiste resultaat gekomen en het bewijs van de bekende stelling tot dus ver nog niet geleverd is.

3. Ik laat het bewijs van PLÜCKER hier volgen:

„Es ist leicht, wenn die Ordnung n einer Curve gegeben ist, das Maximum ihrer möglichen Doppelpuncte, unter welche hier auch ihre Spitzen mitzuzählen sind, zu bestimmen. Es betrage überhaupt die Anzahl der Doppelpuncte z . Dann lässt sich durch diese z Doppelpuncte und durch $\left(\frac{p(p+3)}{1.2} - z\right)$ beliebig auf dem Umfange der Curve angenommene Punkte eine Curve der p Ordnung legen. Somit ist nothwendig, weil in jedem Doppelpuncte zwei Durchschnitte der beide Curven zusammenfallen,

$$2z + \left(\frac{p(p+3)}{1.2} - z\right) \leq np.$$

mithin

$$z \leq np - \frac{p(p+3)}{1.2}$$

Hierdurch ist das Maximum für solche Doppelpuncte einer Curve der n Ordnung, durch welche eine Curve der p Ordnung sich legen lässt, gegeben: *das absolute Maximum* ist also das Maximum des Ausdruckes

$$np - \frac{p(p+3)}{1.2} = \frac{p(2n-3-p)}{1.2}.$$

*) l. a. p.

wenn wir nach einander für p alle möglichen ganzen Zahlen einsetzen. Dieses Maximum entspricht überhaupt:

$$p = 2n - 3 - p$$

und, wenn p eine ganze Zahl sein soll, gleichmässig:

$$p = n - 1, \quad p = n - 2.$$

Das gesuchte Maximum wird hiernach

$$z = \frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2}.$$

4. Uit het voorgaande blijkt, dat PLÜCKER het grootste aantal dubbelpunten z , dat een hulpkromme H_p aan C_n toestaat te bezitten, als een functie van p beschouwd en hij de geheele waarde van p zoekt, die deze functie tot een *maximum* maakt. Dit laatste is echter klaarblijkelijk de eisch van het vraagstuk niet. Veeleer moet de geheele waarde van p bepaald worden, waarvoor het grootste aantal dubbelpunten een *minimum* is. Hiermee is de fout aangewezen, die PLÜCKER heeft begaan.

5. Omdat de vorm $\frac{p(2n-3-p)}{1 \cdot 2}$, als functie van p beschouwd, voor geen analytisch minimum vatbaar is, zal dit evenmin met z , het grootste geheele getal dat in dien vorm vervat is, het geval kunnen zijn. Wat hiermee samenhangt, de tweedemachtvorm in p zal, zooals bekend is, hoe langer zoo kleiner worden, wanneer men aan p waarden toekent, die steeds meer van $n - \frac{3}{2}$ verschillen. Het oplossen van de vraag moet dus bestaan in het vinden van de geheele waarde van p , die zoo veel van $n - \frac{3}{2}$ verschilt als de beperking van het vraagstuk dit toelaat. Hiertoe ben ik den gang van het onvolledige bewijs, waarvan ik nuttig gebruik heb gemaakt.

6. Is z als boven het grootste aantal dubbelpunten, dat een hulpkromme van den p^{den} graad H_p aan C_n toestaat te bezitten en stelt y het aantal der punten van C_n voor, die men ter bepaling van H_p aan $z + 1$ dubbelpunten van C_n zou moeten toevoegen, dan moeten deze grootheden aan de twee vergelijkingen

$$(z + 1) + y = \frac{p(p + 3)}{2}$$

$$2(z + 1) + y > np$$

voldoen. Want in dit geval voert het aannemen van $z + 1$ dubbelpunten tot een ongerijmdheid.

Is k een geheel getal, dat niet negatief kan zijn, dan mag de laatste van deze twee vergelijkingen vervangen worden door

$$2(z + 1) + y = np + 1 + k$$

Hieruit volgt dat k nul gesteld moet worden. Want, zijn de grootheden z , y en p zoo bepaald, dat zij voldoen aan de vergelijkingen

$$(z + 1) + y = \frac{p(p + 3)}{2}$$

$$2(z + 1) + y = np + 1 + k,$$

dan voldoen $z - k$, $y + k$ en p ook aan

$$(z - k + 1) + (y + k) = \frac{p(p + 3)}{2}$$

$$2(z - k + 1) + (y + k) = np + 1;$$

zoodat het grootste aantal dubbelpunten niet z maar $z - k$ zou zijn. En vervangt men dan $z - k$ door z_1 en $y + k$ door y_1 , dan vindt men

$$\left. \begin{aligned} (z_1 + 1) + y_1 &= \frac{p(p + 3)}{2} \\ 2(z_1 + 1) + y_1 &= np + 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1).$$

Met weglating der accenten geeft oplossing naar y en z

$$\left. \begin{aligned} y &= p^2 - (n-3)p - 1 \\ z &= \frac{p}{2}(2n-3-p) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2),$$

van welke vergelijkingen de laatste boven reeds gevonden is.

7. Ter beantwoording van de vraag kan, zooals van zelf spreekt, slechts een positieve waarde van p in aanmerking komen. Verder moet de verlangde p kleiner dan n zijn. Want het aannemen van de onderstelling, dat p grooter of gelijk aan n is, verlamt de kracht van het bewijs; wijl dan het geval, dat C_n een samenstellend deel van H_p uitmaakt of dat beide krommen identisch zijn, niet is uitgesloten. Eindelijk moet de verlangde waarde van p het aantal dubbelpunten z positief en het aantal toegevoegde punten y niet negatief maken. Aan dit alles wordt tegelijkertijd alleen voldaan wanneer

$$n-3 < p < n$$

is; zoodat men aan p slechts de waarden $n-2$ en $n-1$ toekennen kan. En deze geven aan z , omdat zij evenveel van $n-\frac{3}{2}$ verschillen, dezelfde waarde, nl. de door PLÜCKER aangegevene.

Dat $p > n-3$ moet zijn, volgt onmiddellijk uit de eerste vergelijking (2), wanneer men haar in den vorm

$$y + 1 = p \{ p - (n-3) \}$$

schrijft. Want terwijl $y + 1$ en dus ook y voor $p < n-3$ negatief wordt, wordt $y + 1$ nul en y dus nog negatief voor $p = n-3$.

Deze voorwaarde verklaart ook waarom de bepaling van het minimum van het maximum van z tot dezelfde uitkomst voert als die van het absolute maximum. Het is namelijk niet mogelijk het grootste aantal dubbelpunten van C_n met behulp van een kromme H van lageren dan den $n-2^{\text{den}}$ graad te

beperven; omdat het grootste aantal $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$, dat zoo als straks blijken zal werkelijk voorkomen kan, het aantal bepalende punten dier hulpkrommen van lagere graden overtreft.

8 Is door het bovenstaande de bewering van FLÜCKER gerechtvaardigd, er is nog niet mee aangetoond, dat er werkelijk kromme lijnen van den n^{den} graad voorkomen, die $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dubbelpunten hebben. Hoewel er bewezen is, dat de hulpkromme H_p , die het grootste aantal dubbelpunten van C_n een minimum maakt, van den $n-1$ of $n-2^{\text{den}}$ graad is en dit aantal dubbelpunten daardoor $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ zijn kan, is het nog zeer goed mogelijk, dat geheel andere beschouwingen het gezochte aantal tot een geringer bedrag terugvoeren. Ten einde dit goed in het oog te doen springen, wil ik — alvorens tot de behandeling der vraag of er werkelijk enkelvoudige krommen C_n met $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dubbelpunten voorkomen, over te gaan — het grootste aantal k -voudige punten bepalen, dat een enkelvoudige kromme C_n zou kunnen bezitten, wanneer een geheel met de voorgaande overeenstemmende redeneering den eenigen weg ter bepaling van dit aantal aangaf. Werkelijk zal uit het bekende verband tusschen veelvoudige en dubbelpunten dan blijken, dat het door mij gevondene maximum in de meeste gevallen door een veel kleiner getal vervangen moet worden, maar dit neemt niet weg, dat mijne uitkomsten de reeds bekende in die enkele gevallen aanvullen en de wijze, waarop zij verkregen worden, haar gewicht kan blijven behouden. Na het voorgaande zal het niet noodig zijn aan te wijzen, welke toevoeging de uitdrukking „het grootste aantal veelvoudige punten” in de eerstvolgende bladzijden met het oog op de mogelijkheid om dit aantal langs anderen weg nog meer te beperken eigenlijk wel behoeven zou.

9. De bepaling van het grootste aantal drievoudige punten eener kromme C_n levert geen moeielijkheden op, zoodra men dit getal voor een kromme C_{n-1} en bovendien den graad p van de hulpkromme H_p , die dit laatste beperkt, kent. Weet men eenmaal dat een kromme C_{12} hoogstens 22 drievoudige punten heeft, omdat 23 drievoudige punten met vier andere punten van C_{12} een kromme H_6 bepalen, die meer dan 72, namelijk $23 \times 3 + 4$ of 73 punten met C_{12} gemeen heeft, dan vindt men ook onmiddellijk, dat een kromme C_{13} , die met de door 27 punten bepaalde kromme H_6 nu 78 punten gemeen hebben kan, hoogstens 25 drievoudige punten heeft, wijl $26 \times 3 + 1 = 79$ is. Hierbij kan het natuurlijk gebeuren, dat men tot een hulpkromme van hoogerem graad zijn toevlucht nemen moet; zoo vindt men voortgaande, dat het aantal drievoudige punten van C_{13} niet door een hulpkromme H_6 beperkt wordt, want al zijn de 27 bepalende punten van H_6 allen drievoudige punten, dan komen deze nog slechts met 81 der 84 mogelijke snijpunten overeen. Maar dan blijkt ook dadelijk dat een hulpkromme H_7 , die door 35 punten bepaald is, aan C_{13} slechts 81 drievoudige punten toestaat, omdat $32 \times 3 + 3 = 99$ weer een meer is dan het aantal gemeenschappelijke punten van C_{13} en H_7 bedragen mag. Zoo is men dus in staat om met een kromme C_4 beginnende — want C_1 en C_2 kunnen geen drievoudig punt hebben en C_3 kan dit, als zij enkelvoudig zijn wil, evenmin — geregeld tot C_n op te klimmen en de uitkomsten te verkrijgen, die in de volgende tabel voor drievoudige punten zijn opgegeven. Om enkele regelmatigheiden te doen uitkomen is langs denzelfden weg het grootste aantal vier-, vijf- en zeevoudige punten gezocht. Voor ieder dier vier gevallen is, behalve het grootste aantal z , de graad p der hulpkromme en de rest r opgeteekend, die men verkrijgt door het onmogelijke aantal snijpunten van C_n en H_p , dat door de aanneming van een veelvuldig punt te veel wordt opgeleverd, met het werkelijke aantal np dier punten te verminderen.

n	DRIEVOUDIG.			VIERVOUDIG.			VIJFVOUDIG.			ZESVOUDIG.		
	z	p	r	z	p	r	z	p	r	z	p	r
4	1	1	2									
5	1	1	1	1	1	3						
6	3	2	1	1	1	2	1	1	4			
7	4	2	1	1	1	1	1	1	3	1	1	5
8	7	3	1	3	2	1	1	1	2	1	1	4
9	11	4	2	4	2	2	1	1	1	1	1	3
10	13	4	2	7	3	3	3	2	1	1	1	2
11	17	5	1	8	3	3	4	2	3	1	1	1
12	22	6	1	11	4	2	4	2	1	3	2	1
13	25	6	1	12	4	1	7	3	2	4	2	4
14	31	7	1	16	5	1	8	3	3	4	2	2
15	38	8	2	18	5	2	11	4	2	7	3	4
16	42	8	2	23	6	3	12	4	2	7	3	1
17	49	9	1	25	6	3	13	4	2	8	3	3
18	57	10	1	30	7	2	17	5	2	11	4	2
19	62	10	1	32	7	1	18	5	1	12	4	3
20	71	11	1	38	8	1	23	6	3	13	4	4
21		12	2	41	8	2	24	6	1	17	5	5
22		12	2	48	9	3	26	6	3	18	5	5
23		13	1	51	9	3	31	7	2	19	5	5
24		14	1		10	2	33	7	2	23	6	3
25		14	1		10	1	39	8	4	24	6	2
26		15	1		11	1	41	8	4	25	6	1
27		16	2		11	2	43	8	4	30	7	1
28		16	2		12	3	49	9	2	32	7	4
29		17	1		12	3	51	9	1	33	7	2
30		18	1		13	2	58	10	1	39	8	4
31		18	1		13	1	61	10	3	40	8	1
32		19	1		14	1		10	1	42	8	3
33		20	2		14	2		11	2	48	9	2
34		20	2		15	3		11	3	50	9	3
35		21	1		15	3		12	2	52	9	4
36		22	1		16	2		12	2	59	10	5
37		22	1		16	1		12	2	61	10	5
38		23	1		17	1		13	2	63	10	5
39		24	2		17	2		13	1	70	11	3
40		24	2		18	3		14	3	72	11	2

Uit deze tabel blijkt duidelijk, dat de bovenbedoelde regelmatigheden bij de getallen p en r schuilen. Vooreerst keeren de in een zelfde kolom geplaatste getallen r na een zeker aantal waarden doorloopen te hebben in dezelfde volgorde terug. Het aantal dier waarden, dat men de periode van r kan noemen, is bij een drievoudig punt 6, bij een viervoudig punt 6, bij een vijfvoudig punt 20 en bij een zesvoudig punt 15. En de veranderingen, die p ondergaat, verschillen naarmate men met een drie- of vijfvoudig punt ter eene, of met een vier- of zesvoudig punt ter andere zij te doen heeft. Terwijl de getallen p van boven naar beneden voortgaande steeds toenemen, volgen bij een drievoudig punt op twee evene waarden een onevene, bij een viervoudig punt op twee evene waarden twee evenc, bij een vijfvoudig punt op drie evene waarden twee onevene en bij een zesvoudig punt op drie evene waarden drie onevene. Evenwel beginnen deze regelmatigheden zich in de behandelde gevallen bij een k -voudig punt eerst met $n = 2k$ te vertoonen; vandaar dat de verschillende perioden van r en die van de veranderingen van p — in de tabel door afscheidingen aangegeven — steeds beginnen met $n = 2k$.

10. Wil men in het algemeen nagaan in hoever de aangewezene regelmatigheden in p en r zich bij k -voudige punten voordoen, dan brengt men het vraagstuk van het grootste aantal k -voudige punten in vergelijking. Met behoud van dezelfde notatie komt men dan geheel langs den bij dubbelpunten gevolgden weg tot de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} (z + 1) + y &= \frac{p(p+3)}{2} \\ k(z + 1) + y &= np + r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3),$$

waarin r , de in de tabel aangegevene rest, positief en kleiner dan k is. Oplossing naar y en z geeft hier

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{k p^2 + (3k - 2n)p - 2r}{2(k-1)} \\ z &= \frac{-p^2 + (2n-3)p + 2r}{2(k-1)} - 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4).$$

Deze vergelijkingen moeten de kleinste waarde van z doen kennen, die met de voorwaarden van het vraagstuk vereenigbaar is. Wil η niet negatief zijn, dan moet

$$p \leq \frac{2n - 3k - \sqrt{(2n - 3k)^2 + 8kr}}{2k}$$

of

$$p \geq \frac{2n - 3k + \sqrt{(2n - 3k)^2 + 8kr}}{2k}$$

zijn. Aan de eerste van deze voorwaarden kan echter niet voldaan worden, omdat p positief zijn moet. En omdat z een tweedemachtsworm in p is, die een maximum wordt voor $p = n - \frac{3}{2}$, moet z zoo klein mogelijk worden voor die waarde van p , welke zooveel van $n - \frac{3}{2}$ verschilt, als de betrekking

$$\frac{2n - 3k + \sqrt{(2n - 3k)^2 + 8kr}}{2k} < p < n \dots (5)$$

maar toelaat.

11. Omdat de eenige waarde van p grooter dan $n - \frac{3}{2}$, die ter bepaling van de minimumwaarde van z in aanmerking komen kan, $n - 1$ is en de waarde die z voor $p = n - 1$ verkrijgt ook door het stellen van $p = n - 2$ wordt opgeleverd, zal de waarde van p , die bij het verlangde minimum van z behoort, steeds onder $n - \frac{3}{2}$ gezocht moeten worden, wanneer $n - 3$ niet kleiner is dan het eerste lid van de ongelijkheid (5) en daar kunnen gezocht worden, wanneer dit wel het geval is. Derhalve is het van belang het kleinste geheele getal te kennen, dat niet kleiner is dan het eerste lid van de ongelijkheid (5): want is dit getal niet grooter dan $n - 2$. — en dit kan het

zoals spoedig blijken zal niet wezen — dan heeft men het slechts in de tweede vergelijking (4) in de plaats van p te stellen, om daardoor het onderzoek naar de wijze, waarop z van n afhangt, terug te brengen tot het opsporen van de betrekking tusschen r en n . En deze laatste is gemakkelijk te vinden.

12. Uit vergelijking (5) volgt, dat p de ongelijkheid

$$p > \frac{2n - 3k}{k} \dots \dots \dots (6)$$

bevredigen moet. Evenwel is daarmee nog niet gezegd, dat de kleinste waarde van p , die aan de nieuwe ongelijkheid voldoet, tot het antwoord op de vraag voert. Want de mogelijkheid bestaat, dat deze kleinste geheele waarde van p niet meer aan (5) voldoet. Stelt men in (6) voor n de waarde $mk + q$ (waarbij m het quotient en q de rest der deeling van k in n voorstelt) in de plaats, dan gaat zij over in

$$p > 2m - 3 + \frac{2q}{k} \dots \dots \dots (7)$$

en deze voorwaarde vereischt

$$\left. \begin{array}{l} \text{voor } 2q < k \dots \dots \dots p = 2m - 2 \\ \text{voor } 2q \geq k \dots \dots \dots p = 2m - 1 \end{array} \right\} \dots (8)$$

In de onderstelling $2q < k$ is dus $2m - 2$, in de onderstelling $2q \geq k$ is evenzoo $2m - 1$ de kleinste geheele waarde van p , die aan (6) voldoet. Wordt nu nog bewezen, dat deze waarden ook aan (5) voldoen, dan zijn zij de kleinsten, die in aanmerking kunnen komen en moeten zij tot het gevraagde minimum van z leiden.

13. Geval: $2q < k$

Omdat y niet negatief zijn mag, is

$$\frac{1}{2} k p^2 + \left(\frac{3}{2} k - n \right) p \geq r.$$

Door invoeging van $2m - 2$ voor p en van $mk + q$ voor n wordt dit

$$2k(m-1)^2 + \{(3-2m)k - 2q\}(m-1) \geq r$$

of

$$(m-1)(k-2q) \geq r \dots \dots \dots (9^a)$$

Door vermenigvuldiging van beide leden met $8k$ vindt men

$$8(m-1)k^2 - 16(m-1)qk \geq 8kr;$$

dit gaat door vermeerdering van beide leden met

$$\{(2m-3)k + 2q\}^2$$

over in

$$\{(2m-1)k - 2q\}^2 \geq \{(2m-3)k + 2q\}^2 + 8kr$$

Nu geeft worteltrekking, omdat $(2m-1)k - 2q$ steeds positief is wanneer $m \geq 1$ is,

$$(2m-1)k - 2q \geq + \sqrt{\{(2m-3)k + 2q\}^2 + 8kr};$$

evenzoo vermeerdering der beide leden met $(2m-3)k + 2q$

$$4(m-1)k \geq (2m-3)k + 2q + \sqrt{\{(2m-3)k + 2q\}^2 + 8kr}$$

en eindelijk deeling van beide leden door $2k$ en invoeging van n voor $mk + q$

$$2m-2 \geq \frac{2n-3k + \sqrt{(2n-3k)^2 + 8kr}}{2k};$$

zoodat de waarde $2m-2$ van p voor het behandelde geval ($2q < k$) aan (5) voldoet.

14. Geval $2q \geq k$.

Geheel langs den zelfden weg vindt men nu, omdat p hier door $2m - 1$ vervangen moet worden, uit

$$\frac{1}{2} k p^2 + \left(\frac{3}{2} k - n \right) p \geq r$$

$$(2m - 1)(k - q) \geq r \dots \dots \dots (9^b)$$

Verder

$$\{(2m + 1)k - 2q\}^2 \geq \{(2m - 3)k + 2q\}^2 + 8kr$$

$$(2m + 1)k - 2q \geq + \sqrt{\{(2m - 3)k + 2q\}^2 + 8kr}$$

$$2(2m - 1)k \geq (2m - 3)k + 2q + \sqrt{\{(2m - 3)k + 2q\}^2 + 8kr}$$

en

$$2m - 1 \geq \frac{2n - 3k + \sqrt{(2n - 3k)^2 + 8kr}}{2k}$$

zoodat de waarde $2m - 1$ van p voor het nu behandelde geval ($2q \geq k$) aan (5) voldoet.

15. Nu de uitkomsten (8) gerechtvaardigd zijn, kunnen de vroeger besprokene regelmatigheiden in p en r onmiddellijk aangetoond worden. De vergelijkingen (8) zelve zijn de uitdrukking van de regelmatige wijze, waarop p met x verandert. En de periodiciteit van r moet hieruit worden afgeleid, dat y een geheel getal voorstelt en

$$\frac{1}{2} k p^2 + \left(\frac{3}{2} k - n \right) p - r$$

dus door $k - 1$ deelbaar is. Schrijft men de uitdrukking „ a laat bij deeling door b een rest c over” in den vorm $a \equiv c$, dan is derhalve

$$\frac{1}{2} k p^2 + \left(\frac{3}{2} k - n \right) p_{k-1} \equiv r$$

En uit deze voorwaarde leidt men, op dezelfde wijs als (9^a) en (9^b) gevonden zijn, af, dat voor

$$2q < k \dots (m-1) (k-2q)_{k-1} \equiv r \dots (10^a)$$

en voor

$$2q \geq k \dots (2m-1) (k-q)_{k-1} \equiv r \dots (10^b)$$

moet zijn. Waaruit weer volgt, dat r een periode van $k(k-1)$ termen vertoonen zal. Want vermeerderd men n met $k(k-1)$, dan vermeerderd m met $k-1$, terwijl q onveranderd blijft; zoodat de eerste leden van (10^a) en (10^b) met een veelvoud van $k-1$ vermeerderd worden en r dus geen verandering ondergaat.

16. De in de tabel opgemerkte regelmatigigheden zijn nu gebleken bijzondere gevallen uit te maken, van andere, die zich bij een willekeurige k in meer algemeenen vorm voordoen. Alleen bij de perioden van r is nog geen volkomene overeenstemming. Terwijl het aantal termen dier periode in het algemeen $k(k-1)$ bedraagt en men bij een viervoudig punt dus een periode van twaalf en bij een zesvoudig punt een periode van dertig termen moet aantreffen, geeft de tabel voor die gevallen perioden van de halve grootte aan. Deze afwijking kan men echter tot regel maken door aan te wijzen, dat de bedoelde periode in r zich bij even k 's in het algemeen tot op de helft reduceert.

Is namelijk $k = 2l$, dan doet vermeerdering met $\frac{1}{2}k(k-1)$

de n overgaan in $n + \frac{1}{2}k(k-1)$ of $\left\{m + \frac{k-1}{2}\right\}k + q$; waar-

voor men in geval $2q < k$ is

$$\left(m + \frac{k-2}{2}\right)k + \left(\frac{1}{2}k + q\right) = (m+l-1)k + (q+l)$$

en in geval $2q \geq k$ is

$$\left(m + \frac{k}{2}\right)k + \left(q - \frac{1}{2}k\right) = (m+l)k + (q-l)$$

schrijven kan. In het eerste geval gaat men dan van (10^a)

op (10^b) met een nieuwe $m (= m + l - 1)$ en een nieuwe $q (= q + l)$ over; in het tweede geval gaat men van (10^b) op (10^a) met een nieuwe $m (= m + l)$ en een nieuwe $q (= q - l)$ over. Voor het eerste geval geeft invoeging van de nieuwe waarden in het linkerlid van (10^b)

$$\{2(m + l - 1) - 1\} \{k - (q + l)\}$$

of

$$\{(2m - 2) + (k - 1)\} (l - q);$$

wat door vermindering met $(k - 1)(l - q)$ overgaat in

$$2(m - 1)(l - q)$$

of

$$(m - 1)(k - 2q),$$

d. i. in het linkerlid van (10^a). Voor het tweede geval geeft invoeging van de nieuwe waarden in het linkerlid van (10^a)

$$(m + l - 1) \{k - 2(q - l)\}$$

of

$$\{(2m - 1) + (k - 1)\} (k - q);$$

wat door vermindering met $(k - 1)(k - q)$ overgaat in

$$(2m - 1)(k - q)$$

d. i. in het linkerlid van (10^b). Hiermee is voor beide gevallen het bestaan der verkorte periode voor een even k aangetoond.

17. Stelt men de in vergelijking (8) voor p gevondene waarden in de tweede vergelijking (4) voor p in de plaats, dan vindt men het grootste aantal k -voudige punten eener kromme C_n .

In geval $2q < k$ is vindt men

$$z + 1 = \frac{\frac{1}{2}(2m - 2)^2 + \left(mk + q - \frac{3}{2}\right)(2m - 2) + r}{k - 1}$$

of

$$z + 1 = \frac{(m - 1)(2mk - 2m + 2q - 1) + r}{k - 1}$$

Schrijft men nu de uitdrukking „ a is het grootste geheele getal begrepen in de breuk $\frac{b''}{c}$ in den vorm $a = \frac{b}{c}$, dan kan men — omdat $\frac{r}{k-1}$ hoogstens gelijk aan de eenheid is — deze vergelijking vervangen door de volgende

$$z = \frac{(m-1)(2mk - 2m + 2q - 1)}{k-1} \dots (11^a).$$

In geval $2q \geq k$ is, vindt men langs dienzelfden weg

$$z = \frac{(2m-1)(mk - m + q - 1)}{k-1} \dots (11^b).$$

Met deze vergelijkingen (11) is het onderzoek naar het grootste aantal k -voudige punten eener kromme C_n , zooals dit door een hulpkromme H_p beperkt wordt, afgesloten.

18. In art. 8 is terloops opgemerkt, dat het daar aan de orde gestelde onderzoek tot uitkomsten leiden zou, die voor het grootste deel door het verband tusschen veelvoudige en dubbelpunten hun beteekenis zouden moeten verliezen. Zooals bekend is, bewijst men werkelijk in de theorie der algebraïsche krommen *), dat een k -voudig punt met k van elkaar verschillende raaklijnen — en daarmee heeft men in het algemeen te doen — te beschouwen is als een vereeniging van $\frac{k(k-1)}{2}$ dubbelpunten en het aantal k -voudige punten eener kromme C_n dus nooit grooter zijn kan dan $\frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$, wanneer de onderstelling dat $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ een grens is voor het aantal dubbelpunten waarheid bevat. En nu is voor een eenigzins belangrijke n de waarde $\frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$ kleiner dan de door de

*) CLEBSCH-LINDEMANN t. a. p., blz. 329 en blz. 354.

vergelijkingen (11) opgeleverde. Want de vorm $\frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$

nadert bij het grooter worden van n tot $\frac{k}{k-1}m^2$, terwijl de

uit (11) afgeleide z de voor $k > 2$ steeds grootere waarde $2m^2$ tot limiet heeft. Dat het zelfs niet noodig is aan n een groote waarde toe te kennen, om de door (11) opgeleverde waarde

van z grooter te maken dan $\frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$, dit kan blijken

uit de tabel in art. 9, waarin de uitkomsten, die hun betekenis niet verliezen, met dikke cijfers aangewezen zijn. Voorloopig als bewezen aangenomen de stelling, op welke ik dadelijk

terugkom, dat $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ het grootste aantal dubbelpun-

ten eener enkelvoudige kromme C_n aangeeft, moeten de boven verkregene uitkomsten dus eene beperking ondergaan en kunnen zij in de volgende woorden worden opgesteld:

„Het grootste aantal k -voudige punten, dat een enkelvoudige kromme van den $n = mk \pm q^{\text{den}}$ graad hebben kan, wordt voorgesteld door het grootste geheele getal, dat begrepen is in

$$2m(m-1) + \frac{(m-1)(2q-1)}{k-1}$$

of in

$$m(2m-1) + \frac{(2m-1)(q-1)}{k-1}$$

naarmate $2q < k$ of $2q \geq k$ is; tenzij deze getallen grooter zijn dan $\frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$, in welk geval deze laatste uitdrukking het maximum van k -voudige punten aangeeft.”

19. Uit bovenstaande beschouwingen omtrent veelvoudige punten blijkt, dat men uit het voorgaande alleen nog niet besluiten mag tot het werkelijk voorkomen van krommen C_n met

$\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dubbelpunten. Wel is het zeker, dat er enkel-

voudige krommen bestaan van het *geslacht* nul, d. w. z. krommen, waarvan het aantal dubbelpunten, dat men verkrijgt door ook de drie-, vier- en meervoudige punten als boven is opgegeven tot dubbelpunten te herleiden, gelijk is aan $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$. Want

is φ_n een homogene functie van den n^{den} en ψ_{n-1} een homogene functie van den $n-1^{\text{sten}}$ graad in x en y , dan stelt $\varphi_n + \lambda \psi_{n-1} z = 0$ in het trilineaire coördinatenstelsel een bundel van enkelvoudige krommen voor, die allen in het punt $x=0, y=0$ een $n-1$ -voudig punt hebben. En een $n-1$ -voudig punt geldt juist voor $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dubbelpunten.

Een andere vraag is het echter of er enkelvoudige krommen C_n bestaan, die $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ buiten elkaar gelegen dubbel-

punten bezitten; deze krommen zal ik ter bekorting en ter onderscheiding van de meer omvattende *unicursaal-krommen* (d. w. z. van krommen van het geslacht nul) *dubbelpuntskrommen* noemen. Met behulp van de CREMONA'sche transformatie *) is deze vraag reeds in bevestigenden zin beantwoord †). Bij het onderzoek naar het aantal der willekeurig aan te nemen dubbelpunten eener dubbelpuntskromme is het mij echter gebleken, dat men ook buiten deze transformatie om tot dit resultaat komen kan.

20. Bij de afleiding van de merkwaardige betrekkingen, die er bestaan tusschen de verschillende bijzonderheden van algebraïsche krommen, heeft PLÜCKER deze lijnen verdeeld in meetkundige plaatsen en omhullenden (Ortscurven und Einhüllenden); in het eerste geval ontstaat de kromme door vereeniging van de achtereenvolgende standen van een zich bewegend punt, in het tweede ontstaat zij door vereeniging van de snijpunten van

*) CLERSCH-LINDEMANN, t. a. p. blz. 478.

SALMON-FIEDLER, t. a. p. blz. 366.

†) CLERSCH-LINDEMANN, t. a. p. blz. 883—891.

de achtereenvolgende standen van een zich bewegende lijn. En terwijl nu iedere algebraïsche kromme en als meetkundige plaats en als omhullende beschouwd kan worden, heeft PLÜCKER toch reeds aangewezen, dat een meetkundige plaats in het algemeen geen dubbelpunten, een omhullende in het algemeen geen dubbelraaklijnen heeft. Zoo als bekend is, moet het hebben van een dubbelpunt op een nog onbepaalde plaats dan ook werkelijk als een der $\frac{n(n+3)}{2}$ voorwaarden beschouwd worden, die men aan een door punten bepaalde meetkundige plaats stellen kan. Want het verplaatsen van den oorsprong van evenwijdige coördinaten naar een willekeurig punt voert twee onbekenden, de coördinaten van dit punt, in, ter bepaling waarvan de voorwaarde, dat de nieuwe oorsprong dubbelpunt der kromme is, drie vergelijkingen oplevert, namelijk die, welke men door het nul stellen van den nieuwen bekenden term en de nieuwe coëfficiënten van de eerste machten van x en y verkrijgt. Eveneens moet het hebben van d dubbelpunten, waarvan de plaats niet aangewezen is, voor d dier $\frac{n(n+3)}{2}$ voorwaarden gelden; ook een kromme is derhalve door het aannemen van $\frac{n(n+3)}{2} - d$ enkelvoudige punten bepaald. Voor ik dit op de dubbelpuntskrommen toepas, wil ik eerst in het algemeen nagaan, hoe de waarde van d , het aantal der op onbekende plaats gelegen dubbelpunten, in sommige gevallen den aard der kromme bepaalt.

21. Kan bij een enkelvoudige kromme C_n het aantal der dubbelpunten hoogstens $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ bedragen, bij een kromme C_n , die ook samengesteld mag zijn, heeft dit getal $\frac{n(n-1)}{2}$ tot grens. Want de theorie der poolkrommen *) leert, dat de

*) CREMONA-CRISTE, t. a. p. blz. 99.

GLENN-LINDEMANN, t. a. p. blz. 205.

SALMON-FIEDLER, t. a. p. blz. 86.

dubbelpunten van C_n allen gelegen moeten zijn op de eerste poolkromme van ieder punt met betrekking tot C_n . En daar nu het aantal snijpunten van C_n met een dier poolkrommen, die allen van den $n - 1^{\text{sten}}$ graad zijn, $n(n - 1)$ bedraagt en ieder dubbelpunt van C_n voor twee dier snijpunten geldt, is het aantal dubbelpunten hoogstens $\frac{n(n - 1)}{2}$. Alleen wanneer

C_n een meetkundige plaats van dubbelpunten, een *dubbelkromme*, bevat en zij deze kromme (of rechte) met ieder van haar eerste poolkrommen gemeen heeft, kan het aantal dubbelpunten grooter worden dan $\frac{n(n - 1)}{2}$; dan is het steeds oneindig groot.

Aan de andere zij verdient het vermelding, dat het aantal dubbelpunten eener samengestelde kromme C_n minstens $n - 1$ bedragen moet. Want bestaat de samengestelde kromme uit enkelvoudigen van den l^{den} , m^{den} , \dots , p^{den} en $n - (l + m + \dots + p)^{\text{den}}$ graad, dan zal het aantal dubbelpunten alleen kunnen *verminderen*, wanneer men de krommen van den l^{den} , m^{den} , \dots en p^{den} graad gezamenlijk door een enkelvoudige kromme van den $l + m + \dots + p = k^{\text{den}}$ graad zonder dubbelpunten vervangt; in welk geval C_n nog samengesteld blijft en zij minstens de snijpunten van de samenstellende deelen nog tot dubbelpunten heeft. Het aantal $k(n - k)$ dier punten wordt echter zoo klein mogelijk, wanneer k de kleinste waarde heeft, d.i. omdat C_n samengesteld blijven moet, wanneer k de eenheid is. En dan gaat $k(n - k)$ in $n - 1$ over; wat met het voorgaande het bewijs oplevert van de volgende stelling:

„Een kromme C_n met d dubbelpunten is enkelvoudig als $d < n - 1$ is, ze kan zoowel enkelvoudig als samengesteld zijn als $n - 1 \leq d \leq \frac{(n - 1)(n - 2)}{2}$ is, ze is samengesteld als $d > \frac{(n - 1)(n - 2)}{2}$ is en ze bevat een dubbelkromme als $d > \frac{n(n - 1)}{2}$ is.”

22. Naar aanleiding van deze laatste stelling nog een paar opmerkingen. Duidelijker dan ergens anders blijkt uit de behandeling der samengestelde krommen — en naar ik meen is hierop tot nu toe nog niet gewozen — dat men ook van *onbestaanbare dubbelpunten* spoken en bijv. de vereeniging van twee kegelsneden, die geen bestaانبare punten met elkaar gemeen hebben, als een samengestelde kromme van den vierden graad met vier onbestaanbare dubbelpunten beschouwen moet. Het behoeft niet gezegd te worden, dat deze onbestaanbare dubbelpunten wel onderscheiden zijn van de (bestaanbare) dubbelpunten met een onbestaanbaar paar raaklijnen, de afgezonderde punten, en zij een afdeeling vormen, die hoewel gelijkwaardig met die der bestaانبare dubbelpunten toch niet als deze naar de bestaانبaarheid der raaklijnen in drie onderafdeelingen kan worden verdeeld. Omdat men onder de $\frac{n(n+3)}{2}$

punten, die een kromme C_n bepalen, tweemaal het punt $x = a + bi$, $y = c + di$ opnemen kan en men dit dan ook met het punt $x = a - bi$, $y = c - di$ doen moet, wanneer men een kromme bepalen wil, waarvan de vergelijking alleen bestaانبare coëfficiënten heeft, komen deze onbestaانبare punten zoowel bij enkelvoudige krommen als bij samengestelde, maar altijd paarsgewijs, voor. Natuurlijk kunnen er van de dubbelpunten eener dubbelpuntskromme eenige twee aan twee toegevoegd onbestaambaar zijn, zonder dat deze daarom ophoudt dubbelpuntskromme te zijn.

23. Een tweede opmerking betreft het aantal enkelvoudige voorwaarden (d. w. z. het aantal voorwaarden, waarvan ieder met het gaan der kromme door een punt gelijkwaardig is) begrepen in den eisch, dat C_n een nog geheel onbepaalde dubbelskromme D_k heeft. Omdat een bekende dubbelskromme D_k met een aanvullingskromme van den $n - 2k$ grad vereenigd een kromme C_n oplevert, is het aantal der voorwaarden, die uitdrukken, dat een bepaalde kromme D_k dubbelskromme van C_n is

$$\frac{n(n+3)}{2} - \frac{(n-2k)(n-2k+3)}{2} = k(2n-2k+3).$$

En wijl de kennis van D_k weer met $\frac{k(k+3)}{2}$ voorwaarden gelijk staat, is het gevraagde getal

$$k(2n - 2k + 3) - \frac{k(k+3)}{2} = \frac{k}{2}(4n - 5k + 3).$$

Zoodat men van een meetkundige plaats C_n , die ergens een dubbelkromme van den k^{den} graad hebben moet, nog

$$\frac{n(n+3)}{2} - \frac{k(4n - 5k + 3)}{2} = \frac{n^2 - n(4k - 3) + k(5k - 3)}{2}$$

punten willekeurig aannemen kan.

24. Voor ik tot de dubbelpuntskrommen terugkeer enkele voorbeelden ter toepassing en uitbreiding van het voorgaande en ter voorbereiding van het volgende.

Voorbeeld 1. Men vraagt door $2n$ gegeven punten een kromme C_n te brengen, die $\frac{n(n-1)}{2}$ dubbelpunten heeft.

Men verdcelt de $2n$ gegeven punten in paren en vereenigt de twee punten van ieder paar door een rechte lijn. De zoo gevormde n lijnen stellen dan met hun allen een kromme C_n voor, die aan de vraag voldoet. Men verkrijgt aldus 1. 3. 5. . . . $2n - 1$ of met de bekende notatie der analytische faculteit $1^{n/2}$ antwoorden (voor $n = 10$ bedraagt dit aantal reeds meer dan 750 millioen).

Dat deze oplossingen de eenige zijn, dit kan afgeleid worden uit de PLÜCKER'sche formule, die de klasse m eener kromme C_n behalve in den graad in het aantal der dubbelpunten d en het aantal der keerpunten k uitdrukt. Zij is, zoo als bekend is,

$$m = n(n-1) - 2d - 3k \dots \dots \dots (12)$$

en leert, dat de verlangde kromme van de nulde klasse is. Dit is alleen mogelijk, wanneer zij uit louter rechte lijnen is samengesteld.

Het verdient opmerking, dat de gevraagde kromme, ook in het algemeene geval dat n zeer groot is, bepaald moet heeten, al is het aantal oplossingen ook nog zoo groot. Werkelyk kan

men geen punt aan de gevevene toevoegen, of men heeft een voorwaarde te veel.

Voorbeeld 2. Men vraagt door $2n + 1$ gegeven punten een kromme C_n te brengen, die $\frac{n(n-1)}{2} - 1$ dubbelpunten heeft.

Men zondert eerst vijf punten van de $2n + 1$ gevevene af en verdeelt de overige in $n - 2$ paren. Brengt men dan door de eerstgenoemde vijf punten een kegelsnee en vereenigt men de twee punten van ieder paar door een rechte lijn, dan zullen de $n - 2$ lijnen met de kegelsnee een kromme C_n opleveren, die aan de vraag voldoet. Deze oplossingen ten getale van

$1^{n-2} \cdot \frac{2n-4^{1/2}}{1^{1/2}}$ zijn weer de eenige mogelijke. Want uit

(12) volgt, dat de klasse der verlangde kromme twee bedraagt. En dit is alleen mogelijk, wanneer de kromme uit een kegelsnee met $n - 2$ rechte lijnen bestaat. (Onmogelijkheid voor $n < 2$.)

Voorbeeld 3. Men vraagt door $2n + 2$ gegeven punten een kromme C_n te brengen, die $\frac{n(n-1)}{2} - 2$ dubbelpunten heeft.

Men zondert eerst tien punten van de $2n + 2$ gevevens af, verdeelt deze in twee groepen van vijf en de overige in paren. Door ieder der twee groepen van vijf punten brengt men een kegelsnee, door de twee punten van ieder paar een rechte lijn. Zoo verkrijgt men twee kegelsneden en $n - 4$ lijnen, die alles samengenomen een kromme C_n opleveren, zoo als er verlangd wordt. Aantal oplossingen $1^{n-4} \cdot \frac{2n-7^{1/2}}{2(1^{1/2})^2}$.

Uit (12) volgt, dat de gevraagde kromme van de vierde klasse is. Deze kan behalve uit twee kegelsneden en $n - 4$ rechte lijnen ook uit een kromme van den derden graad met een dubbelpunt en $n - 3$ rechte lijnen bestaan, in welk geval zij ook het begeerde aantal dubbelpunten bezit. Daar het aantal der krommen C_3 met een dubbelpunt die door acht gegeven punten gaan, 12 is ^{*)}, is het aantal der nieuwe oplossingen $1^{n-3} \cdot \frac{2n-5^{1/2}}{2 \times 5^{1/2}}$.

*) CREMONA-CURTZE, t. a. p. blz. 123 Lehrsatz XV.

(Terwijl de eerste oplossingen onmogelijk worden voor $n < 5$, zijn de tweeden dit eerst voor $n < 4$.)

Voorbeeld 4. Men vraagt door $\frac{n^2 - n(4k - 3) + k(5k - 3)}{2}$

gegeven punten een kromme C_n te brengen, die een dubbelkromme van den k^{den} graad heeft.

Men verdeelt de gegeven punten in twee groepen, waarvan de een $\frac{k(k+3)}{2}$, de ander de overige d. i. $\frac{(n-2k)(n-2k+3)}{2}$

punten bevat. Legt men dan door de $\frac{k(k+3)}{2}$ punten de door deze bepaalde kromme C_k en door de overigen de door deze bepaalde kromme C_{n-2k} , dan vormt C_k tweemaal genomen met C_{n-2k} een kromme C_n , die aan de vraag voldoet.

$$\frac{(n-2k)(n-2k+3)}{2} \Big|_1$$

Het aantal oplossingen is $\frac{\frac{k(k+3)+2}{2}}{1 \frac{\frac{(n-2k)(n-2k+3)}{2}}{1}}$;

het zijn weer de eenige mogelijke. Omdat de kromme alleen uit C_k en C_{n-2k} bestaat, moeten de gegeven punten die niet op C_k liggen tot C_{n-2k} behooren. En daar nu maar $\frac{k(k+3)}{2}$ van deze punten tot C_k gebracht kunnen worden, moeten de overige $\frac{(n-2k)(n-2k+3)}{2}$ tot C_{n-2k} behooren en omgekeerd.

25. Ik keer thans tot de dubbelpuntskrommen terug. Boven (art. 20) is gevonden, dat zulk een kromme van den n^{den} graad door $\frac{n(n+3)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ of $3n-1$ enkelvoudige voorwaarden bepaald is. Omdat nu het aanwijzen van de plaats van een dubbelpunt, van welks aanwezigheid men reeds kennis draagt, voor twee dier voorwaarden telt, kan men slechts een dubbelpuntskromme C_n van oneeven graad door $\frac{3n-1}{2}$ dubbel

punten alleen bepalen en moet men, wanneer n even is, naast $\frac{3n-2}{2}$ dubbelpunten nog een enkelvoudige voorwaarde als het gaan door een enkelvoudig punt aannemen. Hiernit volgt ook de stelling:

„De $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dubbelpunten eener dubbelpuntskromme worden door $\frac{(3n-1)}{2}$ van deze bepaald als n oneven is; als n even is, zijn zij niet door een zeker aantal van hen te bepalen, al kan men in dit geval ook $\frac{3n}{2} - 1$ dubbelpunten onder de bepalende gegevens der dubbelpuntskromme opnemen.”

Want terwijl het eerste deel van deze stelling onmiddellijk in het voorgaande vervat is, zou het tweede deel alleen dan een onwaarheid kunnen inhouden, wanneer alle dubbelpuntskrommen van denzelfden evenen graad n , die $\frac{3n}{2} - 1$ dubbelpunten gemeen hebben, een bundel vorinden met gemeenschappelijke dubbelpunten. Maar dit is niet mogelijk, omdat ieder paar dier krommen elkaar in $4 \times \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ of $2(n-1)(n-2)$ — want ieder gemeenschappelijk dubbelpunt staat met vier snijpunten gelijk — punten snijden zou.

Tot goed begrip van bovenstaande stelling moet hier reeds worden bijgevoegd, wat later (art. 29) blijken zal, dat de bovenbedoelde bepaling eener dubbelpuntskromme van onevenen graad alleen door dubbelpunten tot meer dan een antwoord voert.

De zoeven gevondene stelling, die voor dubbelpuntskrommen geldt, is een bijzonder geval van de meer algemeene:

„Van een enkelvoudige kromme C_n , die d dubbelpunten op bepaalde plaatsen en d_1 dubbelpunten op nog onbepaalde plaatsen hebben moet, kan men bovendien nog $\frac{n(n+3)}{2} - (3d + d_1)$ enkelvoudige punten willekeurig

aannemen, wanneer aan de voorwaarden

$$d + d_1 \leq \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

$$3d + d_1 \leq \frac{n(n+3)}{2}$$

voldaan is."

In welk geval men hier een of meer oplossingen verkrijgt kan ook eerst later blijken.

26. Met het oog op de eerste der beide stellingen, moet ik dadelijk een bezwaar uit den weg ruimen. Bij de toepassing van de CREMONA'sche transformatie op krommen van het geslacht nul *) wordt aangetoond, dat de homogene coördinaten eener kromme van het geslacht nul (die in het algemeene geval dubbelpuntskromme is) zich als bepaalde n^{de} -machtsfunctiën van een veranderlijken parameter λ laten voorstellen; zoodat men iedere dubbelpuntskromme door de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \varrho x &= a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 \\ \varrho y &= b_n \lambda^n + b_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + b_1 \lambda + b_0 \\ \varrho z &= c_n \lambda^n + c_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + c_1 \lambda + c_0 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

bepaald denken kan. En omgekeerd bewijst men onweerlegbaar, dat iedere kromme, waarvan de coördinaten van de verschillende punten door de vergelijkingen (13) worden voorgesteld, een dubbelpuntskromme is. Dit schijnt te strijden met de bewering, dat zulk een kromme door $3n-1$ voorwaarden bepaald is. Want in aanmerking genomen, dat ϱ een willekeurige grootheid is, die bij het invoegen van de uit (13) volgende waarden van x , y en z in de algemeene homogene vergelijking van den n^{den} graad in die veranderlijken wegvalt en deze ϱ gelegenheid geeft aan een der $3n+3$ coëfficiënten van de

*) SALMON-FIEDLER, t. a. p. blz. 35.

CLEBSCH-LINDEMANN, t. a. p. blz. 658.

tweede leden van (13) onafhankelijk van de te bepalen kromme en bepaalde waarde toe te kennen, bevatten bedoelde vergelijkingen (13) nog $3n + 2$ onderling onafhankelijke coëfficiënten. Zoodat men naar het schijnt niet $3n - 1$ maar $3n + 2$ punten der dubbelpuntkromme willekeurig aannemen kan. Dit bezwaar vervalt echter met de opmerking, dat de $3n + 2$ coëfficiënten slechts in schijn van elkaar onafhankelijk zijn. Wat hieruit blijkt, dat de substitutie

$$\lambda = \frac{p\mu + q}{r\mu + 1} \quad \varrho = \frac{s}{(r\mu + 1)^n},$$

waardoor μ in de plaats van λ en s in de plaats van ϱ treedt, vier nieuwe willekeurige grootheden p , q , r en s invoert, die uelaten, dat men, onafhankelijk van de te bepalen kromme, aan vier van de $3n + 3$ nieuwe coëfficiënten a , b en c bepaalde waarden toekent.

27. In het meerinalen aangehaalde werk van SALMON-FIEDLER *) lees ik het volgende:

„Sieben und zwanzig Bedingungen bestimmen eine Curve sechster Ordnung; es könnte daher scheinen, dass eine solche Curve ~~muss~~ beschrieben werden können, welche neun gegebene Punkte zu Doppelpunkten hat. Diess ist aber nicht der Fall; denn durch die neun gegebene Punkte geht eine bestimmte Curve dritter Ordnung $U = 0$ und im Allgemeinen ist die einzige Curve sechster Ordnung, welche dieselben neun Punkte zu Doppelpunkten hat, die Curve $U^2 = 0$, d. h. die zweifach gezählte Curve dritter Ordnung. Man kann in diesem Falle selbst nicht acht der neun Doppelpunkte willkürlich annehmen. In analoger Art müssen für Curven höherer Ordnung, wenn sie die Maximalzahl oder selbst eine geringere Zahl von Doppelpunkten haben, gewisse verbindende Beziehungen zwischen denselben bestehen. Den Fall der Curven vierter Ordnung ausgenommen kennen wir aber keinen Versuch, diese Relationen

*) t. a. p. blz. 36.

geometrisch auszudrücken; es ist also noch eine ausgedehnte Classe von Sätzen dieser Art zu entdecken."

Blijkt uit het laatste deel van deze aanhaling, dat de stellingen in art. 25 geheel nieuw zijn, aan den anderen kant is het zeker dat ze beiden moeten vallen, wanneer de cursief gedrukte woorden waarheid bevatten. Want volgens beide stellingen kan men van een dubbelpuntskromme C_6 behalve acht dubbelpunten nog een enkelvoudig punt willekeurig aannemen. Hier dient dus te worden aangewezen, dat de cursief gedrukte woorden onwaarheid behelzen.

Wat de schrijver omtrent het aannemen van negen dubbelpunten aanvoert, is geheel juist. Omdat ik hier van dubbelpuntskrommen spreek, zou ik er aan willen toevoegen, dat men van zulk een kromme geen negen dubbelpunten willekeurig aannemen kan, eenvoudig wijl men aan de kromme geen $9 \times 3 + 1$ of 28 voorwaarden, het hebben van tien dubbelpunten waarvan er negen een bepaalde plaats hebben, stellen kan. Evenwel is de eenige kromme C_6 , die negen gegeven punten tot dubbelpunten heeft, werkelijke de dubbel getelde kromme van den derden graad, die door de negen punt gaat. Want zij is natuurlijk een kromme, die aan de vraag voldoet en omdat er — zoo als straks nader blijken zal — maar een antwoord mogelijk is, is zij de eenige.

Nu zou men de redeneering van den schrijver met betrekking tot dubbelpuntskrommen aldus kunnen aanvullen. Gegeven acht dubbelpunten van C_6 , dan kan men nog een enkelvoudig punt willekeurig aannemen. Brengt men dan weer een kromme C_3 door de negen gegeven punten, dan is deze dubbel geteld weer een antwoord op de vraag. Want deze C_6 kan eenigermate als een kromme met tien dubbelpunten beschouwd worden. Immers iedere willekeurige kromme C_3 gaande door de acht tot dubbelpunten bestemde punten vormt met de kromme C_6 , die door de negen punten bepaald is, een kromme C_3 met negen dubbelpunten, waarvan er een door de acht gegebene bepaald is en nu kan het samenvallen van beide krommen C_3 een uitvloeisel geacht worden van den eisch dat de verlangde C_6 tien dubbelpunten heeft en de samenstellende krommen C_3 dus tien punten met elkaar gemeen hebben. Dit aangenomen bevatten

de cursief gedrukte woorden der aanbaling waarheid, zoodra men bovendien nog weet, dat er slechts van een antwoord sprake zijn kan. Om dit na te gaan zal ik een paar eenvoudige voorbeelden tot toelichting doen voorafgaan en daarna in het algemeen uitmaken, wanneer men bij het bepalen van dubbelpuntskrommen door punten en dubbelpunten een en wanneer men meer dan een antwoord verkrijgt.

28. *Voorbeeld 5.* Men vraagt een dubbelpuntskromme C_4 te vinden, die drie gegeven punten tot dubbelpunten heeft en door vijf andere gegeven punten gaat.

Neemt men de gegeven dubbelpunten tot hoekpunten aan van den coördinatendriehoek, dan is de vergelijking van iedere kromme C_4 , die deze drie punten tot dubbelpunten heeft

$$Ax^2y^2 + (Bx^2y + Cxy^2)z + (Dx^2 + Exy + Fy^2)z^2 = 0. \quad (14).$$

Zijn nu $x_1 y_1 z_1$, $x_2 y_2 z_2$, enz... $x_5 y_5 z_5$ de coördinaten van de vijf gegeven enkelvoudige punten, dan worden de vijf verhoudingen van de coëfficiënten A, B... F bepaald door de vijf voorwaardevergelijkingen, die uitdrukken dat de kromme (14) door de vijf gegeven punten gaat. Eliminatie van A, B... F uit (14) en deze vijf voorwaardevergelijkingen geeft de vergelijking der verlangde kromme in determinantenvorm als

$$\Sigma \pm x_1^2 y_1^2 \cdot x_1^2 y_1 z_1 \cdot x_2 y_2^2 z_2 \cdot x_3^2 z_3^2 \cdot x_4 y_4 z_4^2 \cdot y_5^2 z_5^2 = 0.$$

Aldus in dit geval een antwoord op de vraag.

Voorbeeld 6. Men vraagt een dubbelpuntskromme C_4 te vinden, die twee gegeven punten tot dubbelpunten heeft en door zeven andere gegeven punten gaat.

Neemt men de twee gegeven dubbelpunten tot twee der hoekpunten van den coördinaten-driehoek bijv. $x = 0$, $z = 0$ en $y = 0$, $z = 0$ en een der zeven enkelvoudige punten tot het derde hoekpunt (dan $x = 0$, $y = 0$) aan; zoo is de vergelijking van iedere kromme C_4 , die de twee aangewezen punten tot dubbelpunten heeft en door het derde gaat,

$$Ax^2y^2 + (Bx^2y + Cxy^2)z + (Dx^2 + Fxy + Fy^2)z^2 + (Gx + Hy)z^3 = 0. \quad (15).$$

Zijn nu $x_1 y_1 z_1$, $x_2 y_2 z_2$, enz... $x_6 y_6 z_6$ de coördinaten

van de zes overige gegevene punten en is x_d, y_d, z_d het derde dubbelpunt van nog onbekende ligging, dan moeten de zes stel coördinaten $x_1 y_1 z_1, \dots, x_6 y_6 z_6$ voldoen aan (15), terwijl de coördinaten $x_d y_d z_d$ voldoen moeten aan de drie vergelijkingen, die men verkrijgt door (15) achtereenvolgens naar x, y en z te differentieeren. *) Ter bepaling van de zeven verhoudingen der acht coëfficiënten A, B, \dots, H en van de twee verhoudingen der drie coördinaten $x_d y_d z_d$, in het geheel dus van negen grootheden, heeft men nu ook negen vergelijkingen. Maar terwijl de zes vergelijkingen, die alleen A, B, \dots, H bevatten, in deze coëfficiënten lineair zijn, bevatten de drie anderen $x_d y_d z_d$ tot de derde macht en de coëfficiënten A, \dots, H weer tot de eerste macht. Zoodat de theorie der eliminatie †) leert, dat er in het behandelde geval 21 krommen zijn, die aan de vraag voldoen. §) En omdat er onder deze maar een samengestelde kromme kan voorkomen, namelijk de vereeniging van de kromme C_3 , die door alle gegevene punten gaat, met de rechte lijn, die de tot dubbelpunten bestende punten verbindt, zijn er 20 enkelvoudige krommen, die aan de vraag voldoen. Natuurlijk kunnen onder deze ook krommen voorkomen, wier vergelijkingen gemengd onbestaanbare coëfficiënten bevatten, omdat bedoelde coëfficiënten als wortels van hoogeremachtsvergelijkingen worden gevonden. Wijl naast een stel waarden $A = a_1 + ia_2, B = b_1 + ib_2, \dots, H = h_1 + ih_2$ een ander stel $A = a_1 - ia_2, B = b_1 - ib_2, \dots, H = h_1 - ih_2$ voorkomt, treft men naast een kromme $P + iQ = 0$ een tweede $P - iQ = 0$ aan. Zoo als uit den vorm hunner vergelijking blijkt, kenmerken zij zich door het gemis van bestaanbare takken, daar zij wat hun bestaanbaar gedeelte betreft alleen uit onsaamenhangende punten, de bestaanbare snijpunten van $P = 0$ en $Q = 0$ (hier hoogstens 16 in getal) zijn samengesteld. Zulke krommen zal ik om

*) CLERSCH-LINDEMAN I. a. p. blz. 313.

†) O. SALMON, Vorlesungen zur Einführung in die Algebra der linearen Transformationen, übersetzt von Dr. W. FIEDLER, blz. 64.

§) Men vergelijke CREMONA-CURTZ, I. a. p. blz. 123 (Lehrsatz XV) en breng hierbij in rekening, dat, wanneer er onder de basispunten van een krommebundel van den n den graad p dubbelpunten voorkomen, het getal $3(n-1)^2$ in $3(n-1)^2 - 3p$ overgaat.

later te vermelden redenen *gemengd onbestaanbare krommen* noemen.

29. Na deze voorbeelden is het niet moeilijk in het algemeen aan te geven, wanneer de bepaling van een dubbelpuntskromme door enkelvoudige en dubbelpunten tot een, wanneer zij tot meer dan een oplossing aanleiding geeft. Klaarblijkelijk is het eerste het geval wanneer alle dubbelpunten onder de gegevens zijn opgenomen en komt men alleen tot meer oplossingen dan een, wanneer van een of meer der dubbelpunten de plaats nog onbepaald gebleven is.

De bepaling, die tot één oplossing voert, laat mij zeggen de *ondubbeltzinnige bepaling* der dubbelkrommen, is dus alleen mogelijk bij krommen waarvoor $3n - 1 \geq (n - 1)(n - 2)$ is; waaraan voldaan is voor $n < 6$. Is $n \geq 6$, dan kan men alleen den tweeden weg inslaan.

Met het voorgaande is nu het bezwaar gelegen in de onderschrapte woorden uit de aanhaling in art. 27 vervallen. Want zij bevatten, zoo als nu gemakkelijk aan te wijzen is, een onwaarheid. Langs den weg van het zesde voorbeeld vindt men namelijk, dat het aantal krommen C_6 met negen dubbelpunten, die door acht dubbelpunten en twee andere punten bepaald worden, 51 bedraagt en onder deze komt een samengestelde voor, de kromme C_8 bestaande uit de twee verschillende krommen C_3 die ieder door de acht dubbelpunten en een der twee enkelvoudige punten gaan. Zoodat er 50 krommen C_6 zijn, die aan deze vraag voldoen. En uit de theorie der krommennetten *) kan, zoo als terloops mag worden aangemerkt, afgeleid worden, dat het aantal der enkelvoudige krommen van den zesden graad, die door acht dubbelpunten en een enkelvoudig punt worden bepaald, in het algemeen ook vrij aanzienlijk is.

Uit het bovenstaande blijkt, dat de bepaling van de $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dubbelpunten eener dubbelpuntskromme van onevenen graad (zie de eerste stelling in art. 25) alles behalve

*) Men vergelijkte in CREMONA-CERTZE, l. a. p. het als toevoegsel gegeven hoofdstuk "Ueber geometrische Netze", blz. 265—274.

ondubbelzinnig is. Bovendien is het nu gemakkelijk aan te geven, in welk geval de bepaling van een algemeene kromme C_n volgens de tweede stelling van art. 25 ondubbelzinnig is.

30. In art. 19 heb ik opgegeven, dat de bepaling van het aantal der willekeurig aan te nemen dubbelpunten eener dubbelpuntskromme tot het bewijs voeren zou, dat er werkelijk dubbelpuntskrommen voorkomen. In het voorgaande is dan ook gebleken, dat het in vergelijking brengen van het vraagstuk der dubbelpuntskrommebepaling geen moeielijkheden oplevert, dat het alleen niet wel mogelijk is in het algemeene geval vooruit het dikwijls zeer groote aantal der oplossingen aan te geven. Zoo als reeds opgemerkt is, kan het in een enkel geval gebeuren, dat al deze oplossingen twee aan twee onbestaanbaar zijn. Maar dit neemt niet weg, dat men de dubbelpuntskromme in het algemeen door de aangenomen gegevens bepaald mag noemen, even als men een door vier punten en een raaklijn gegeven kegelsnee bepaald acht, al zijn ook de beide oplossingen, die kunnen voorkomen, in de helft der gevallen onbestaanbare krommen. En bovendien, al kan men in een enkel geval bij bepaalde gegevens geen bestaanbare kromme aanwijzen, hieruit is nog in geenen deele het besluit te trekken, dat er geen dubbelpuntskrommen van dien behandelde graad bestaan en deze niet op de voorgestelde wijs te bepalen zijn.

31. Heeft men zich met het beginsel der dualiteit vertrouwd gemaakt, dan kan men naast de voorgaande uitkomsten omtrent meetkundige plaatsen met dubbel- en veelvoudige punten onmiddellijk de overeenkomstige stellingen omtrent omhullenden met dubbel- en veelvoudige raaklijnen neerschrijven, dan vindt men dat er onderscheid te maken is tusschen enkelvoudige omhullenden, samengestelde omhullenden en omhullenden met dubbelomhullenden, dat men ook van *dubbelraaklijnenomhullenden* spreken kan en men de nieuwe begrippen van *onbestaanbare dubbelraaklijnen* (wel te onderscheiden van dub-

belraaklijnen met onbestaanbare raakpunten, die men *afgezonderde raaklijnen* kan noemen) en van *gemengd onbestaanbare omhullenden* invoeren moet.

Achtereenvolgens vindt men dan ook de stellingen:

„Een enkelvoudige omhullende van de m^{de} klasse heeft hoogstens $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ dubbelraaklijnen” (art. 1).

„Het grootste aantal k -voudige raaklijnen, dat een enkelvoudige omhullende van de $m = nk + q^{\text{de}}$ klasse hebben kan, wordt voorgesteld door het grootste geheele getal, dat begrepen is in

$$2n(n-1) + \frac{(n-1)(2q-1)}{k-1}$$

of in

$$n(2n-1) + \frac{(2n-1)(q-1)}{k-1}$$

naarmate $2q < k$ of $2q > k$ is; tenzij deze getallen grooter zijn dan $\frac{(m-1)(m-2)}{k(k-1)}$, in welk geval deze laatste uitdrukking het maximum van k -voudige raaklijnen aangeeft” (art. 23).

„Een omhullende K_m met d dubbelraaklijnen is enkelvoudig als $d < m-1$ is, ze kan zoowel enkelvoudig als samengesteld zijn als $m-1 < d < \frac{(m-1)(m-2)}{2}$ is, ze is samengesteld als $d > \frac{(m-1)(m-2)}{2}$ is en ze bevat een dubbelomhullende als $d > \frac{m(m-1)}{2}$ is” (art. 21).

„De $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ dubbelraaklijnen eener dubbelraaklijnenomhullende worden door $\frac{3m-1}{2}$ van deze, maar niet ondubbelzinnig, bepaald als m oneven is; als m even

is zijn zij niet door een zeker aantal van hen te bepalen, al kan men in dit geval ook $\frac{3m}{2} - 1$ dubbelraaklijnen onder de bepalende gegevens opnemen" (art. 25).

"Van een enkelvoudige omhullende van de m^{de} klasse, die d dubbelraaklijnen op bepaalde plaatsen en d_1 dubbelraaklijnen op nog onbepaalde plaatsen hebben moet, kan men bovendien nog $\frac{m(m+3)}{2} - (3d + d_1)$ enkelvoudige raaklijnen aannemen, wanneer aan de voorwaarden

$$d + d_1 \leq \frac{(m-1)(m-2)}{2}$$

$$3d + d_1 \leq \frac{m(m+3)}{2}$$

voldaan is. Één antwoord verkrijgt men alleen, wanneer d_1 nul is" (art. 25).

Het dualistisch omkeeren der uitgewerkte voorbeelden mag hier achterwege blijven.

32. De krommen, wier vergelijking voorkomt in den vorm $P + iQ = 0$, heb ik in art. 28 gemengd onbestaanbaar genoemd. Men kan namelijk met betrekking tot de bestaanbaarheid drie groepen van algebraïsche krommen onderscheiden, krommen met bestaansbare takken, krommen met onsaamenhangende bestaansbare punten en krommen zonder bestaansbare punten. De krommen der eerste groep noem ik *bestaansbaar*, die der tweede *gemengd onbestaansbaar*, die der derde *zuiver onbestaansbaar*. Terwijl iedere vergelijking van onevenen graad met bestaansbare coëfficiënten steeds een kromme van de eerste soort en iedere vergelijking van onevenen graad met complexe coëfficiënten steeds een kromme van de tweede soort voorstelt, kan een vergelijking van evenen graad een kromme uit ieder der drie groepen aangeven. Als voorbeelden geef ik de vergelijkingen $x^2 + y^2 - r^2 = 0$, $x^2 + y^2 = 0$ en $x^2 + y^2 + r^2 = 0$

En nu moet men uit het feit, dat $x^2 + y^2 = 0$ te ontbinden is in $x + iy = 0$ en $x - iy = 0$, ook niet afleiden, dat alle krommen van de tweede soort, die vergelijkingen met bestaansbare coëfficiënten hebben, dit daaraan danken, dat zij uit twee of meer krommen van de tweede soort bestaan, die vergelijkingen met complexe coëfficiënten hebben. Want dit is bij de kromme van de tweede soort $x^2(x^2 + a^2) + y^2(y^2 + b^2) = 0$, die behalve het dubbelpunt $x = 0, y = 0$ geen enkel bestaansbaar punt bevat, klaarblijkelijk niet het geval.

Omdat een kromme altijd tevens een omhullende is, zal men ook drie groepen van omhullende, bestaansbare, gemengd onbestaansbare en zuiver onbestaansbare, kunnen onderscheiden. Bij den overgang van puntcoördinaten tot lijncoördinaten zal dan in het algemeen een kromme in een gelijksoortige omhullende overgaan. En is $P_n + iQ_n = 0$, de vergelijking der kromme in puntcoördinaten van den n^{de} graad, dan zal men vinden dat de vergelijking in lijncoördinaten, $U + iV = 0$, van de $n(n - 1)^{\text{ste}}$ klasse wordt; in overeenstemming met het feit, dat een kromme van den n^{de} graad in het algemeen een omhullende is van de $n(n - 1)^{\text{ste}}$ klasse. Daarom zal een gemengd onbestaansbare kromme van den n^{de} graad hoogstens $n^2(n - 1)^2$ bestaansbare raaklijnen kunnen hebben, namelijk de gemeenschappelijke raaklijnen van $U = 0$ en $V = 0$.

In art. 22 is gezegd, dat de onbestaansbare dubbelpunten steeds paarsgewijs voorkomen. Dit behoeft bij de krommen, waar vergelijking den vorm $P + iQ = 0$ aanneemt, natuurlijk niet meer het geval te zijn, al kan het somtijds ook gebeuren. Evenmin is het bij deze krommen noodzakelijk, dat met een enkelvoudig punt $x = a + ib, y = c + id$, ook het punt $x = a - ib, y = c - id$ tot de kromme behoort.

In de leerboeken der analytische meetkunde wordt gesproken van onbestaansbare punten en lijnen. Dáár wordt aangetoond, dat door een onbestaansbaar punt $x = a + ib, y = c + id$ één bestaansbare lijn $\frac{x-a}{b} = \frac{y-c}{d}$ gaat en dat een bestaansbaar punt $x = a, y = b$ gelegen is op oneindig veel onbestaansbare lijnen $x = a + ik(y - b)$. Hier staat dualistisch tegenover, dat op iedere onbestaansbare lijn $U = A + iB, V = C + iD$

één bestaanbaar punt $\frac{U - A}{B} = \frac{V - C}{D}$ ligt en iedere bestaanbare lijn $U = A$, $V = B$ oneindig veel onbestaanbare punten $U - A = iK$ ($V - B$) bevat. Maar op enkele uitzonderingen na *) wordt over onbestaanbare meetkundige plaatsen of omhullenden niet gesproken. En m. i. ten onrechte. Want, behalve dat de gemengd onbestaanbare krommen een hinderlijke lacune in de theorie der algebraïsche krommen aanvullen, kan alleen de studie van deze krommen leeren, welke elementen hun recht van bestaan behouden, wanneer de kromme onbestaanbaar wordt. Het volgende mag tot toelichting dienen.

33. Zoo als bekend is, vindt men twee kegelsneden die door vier gegeven punten gaan en een gegeven lijn aanraken, vier kegelsneden die door drie gegeven punten gaan en twee gegeven lijnen aanraken. In het eerste geval zijn de raakpunten van de beide kegelsneden, die aan de vraag voldoen, de dubbelpunten van de involutie op de gegevene raaklijn gevormd door den bunnel der kegelsneden gaande door de vier gegeven punten. Maar deze dubbelpunten kunnen onbestaanbaar zijn, in welk geval men zegt, dat er geen kegelsnee is die aan de vraag voldoet. Volgens de voorgaande behandeling moet men echter in dit geval de beide oplossingen als gemengd onbestaanbare krommen $P \pm iQ = 0$ beschouwen, die de vier snijpunten van $P = 0$ en $Q = 0$ met elkaar gemeen hebben. Maar dan rijst de vraag, hoe het met de vier gemeenschappe-

*) Men vergelijkte o. a. *Poncelet, Traité des propriétés projectives des figures*, blz. 29, waar een reeks van onbestaanbare hyperbolen aan een ellips gekoppeld wordt bij de bepaling van de bestaansbare gemeenschappelijke koorden (sécantes idéales communes) van twee ellipsen, die geen bestaanbaar punt met elkaar gemeen hebben. Verder *CHARLES, Traité de géométrie supérieure*, chapitre 33, (art. 773—792), waar van onbestaanbare cirkels gesproken wordt. En eindelijk ook het werk van veel jongere dagteekening van *MAXIMILIEN MARIE, «Théorie des fonctions de variables imaginaires»*, waarin ten afzonderlijke studie van de gekoppelde krommen gemaakt wordt en de verhandeling van Prof. *BIRKENS DE HAAN* naar aanleiding hiervan in het Nieuw Archief voor Wiskunde (deel II. blz. 180).

lijke raaklijnen, die ze kunnen bezitten, gesteld is. Deze zijn allen bestaanbaar. Want zijn van twee kegelsneden de vier gemeenschappelijke punten bestaanbaar dan is hun gemeenschappelijke pooldriehoek dit ook *) en zijn de vier gemeenschappelijke raaklijnen of allen bestaanbaar, of allen onbestaanbaar †). En omdat er een, namelijk de gegevene bestaanbaar is, moeten zij dit dus allen zijn. Op deze redeneering is de aanmerking te maken, dat de beide stellingen uit wier vereeniging zij bestaat wel voor bestaانبare maar niet voor gemengd onbestaانبare kegelsneden zijn aangetoond. Evenwel kan een geringe verandering in het bewijs ze ook voor gemengd onbestaانبare krommen geldend maken. Werkelijk zijn de drie nog onbekende gemeenschappelijke raaklijnen als volgt te construeeren. Men bepaalt de snijpunten A, B en C van de gegevene raaklijn met de zijden bc , ca en ab van den gemeenschappelijken pooldriehoek bc des bundels en trekt door ieder dier snijpunten een lijn, die met de raaklijn een paar lijnen vormt ten opzichte waarvan de op dit punt uitlopende zijde van den pooldriehoek de poollijn is van het niet op die zijde gelegen hockpunt. Dan zijn de drie zoo verkregen lijnen de verlangde gemeenschappelijke raaklijnen.

34. Wanneer een kromme verkregen wordt door gegeven punten en lijnen bepaalde bewerkingen te doen ondergaan en eenige van deze gegevens worden in een bijzonder geval onbestaanbaar, dan zal de kromme die men verkrijgt in het algemeen gemengd onbestaanbaar worden. Stelt men dan voor de onbestaانبare elementen de aan deze toegevoegden, voor het punt $x = a + ib$, $y = c + id$ het punt $x = a - ib$, $y = c - id$, voor de lijn $ax + by + c + i(dx + ey + f) = 0$ eveneens de lijn $ax + by + c - i(dx + ey + f) = 0$ in de plaats, dan zal men een tweede kromme vinden, die met de eerste in een nauw verband staat.

Heeft namelijk de eerste $P + iQ = 0$ tot vergelijking, dan

*) CHARLES, Traité des vecteurs coniques, blz. 216—219.

†) CHARLES, t. a. p. blz. 232. 233.

zal de vergelijking der tweede $P - iQ = 0$ zijn. Want de aangebrachte verandering bestaat in het omkeeren van het teeken der onbestaanbaarheidscoëfficiënt i bij de gegevens en hiervan alleen moet de nieuwe vergelijking de blijken dragen. Zulke krommen kan men *toegevoegd onbestaanbare krommen* noemen. Zij hebben *al* hun bestaanbare elementen gemeen; iets wat niet gezegd kan worden van de vereeniging $P + ikQ = 0$ en $P + ilQ = 0$ van twee willekeurige onbestaanbare krommen, die tot den bundel $P = 0, Q = 0$ behooren, wijl deze wel hun bestaanbare punten, maar niet hun bestaanbare raaklijnen gemeen hebben. Zoo als men gemakkelijk nagaat, zijn de beide oplossingen, die boven verkregen zijn, *toegevoegd onbestaanbaar*; daarom zijn ze door de vergelijkingen $P \pm iQ = 0$ voorgesteld.

35. Evenzoo is het met de bepaling eener kegelsnee door drie punten en twee raaklijnen gesteld, wanneer de vier oplossingen onbestaanbaar zijn; het eenige geval dat zoo als bekend is *) naast dat van algemeene bestaanbaarheid kan voorkomen. Dan zijn namelijk de vier oplossingen twee aan twee *toegevoegd onbestaanbaar* en kunnen zij dus in den vorm $P \pm iQ = 0, R \pm iS = 0$ geschreven worden. Dit blijkt uit de constructie van de raakkoorde der gegeven raaklijnen †).

Zijn a, b en c de drie gegeven punten en SP en SQ de gegeven raaklijnen, dan zoekt men de snijpunten van SP en SQ met de drie zijden van den driehoek abc en construeert men op ieder dier zijden de dubbelpunten van de involutie, die daarop door de twee hoekpunten van den driehoek als het eene en door de snijpunten met SP en SQ als het andere puntenpaar bepaald wordt. Zoo vindt men zes punten, die drie aan drie gelegen zijn op vier rechte lijnen, de bij SP en SQ behorende raakkoorden der vier oplossingen. En zijn deze raakkoorden gevonden, dan is alles tot het construeeren van kegelsneden, die door vijf gegeven punten gaan, teruggebracht.

*) TH. WEIJER, die Geometrie der Lage, blz. 145.

†) CHARLES, Traité des sections coniques, blz. 42.

Omdat de dubbelpunten van de involutie, die op een lijn door twee puntenparen a_1 en a_2 , b_1 en b_2 bepaald wordt, bestaanbaar zijn, wanneer de segmenten $a_1 a_2$ en $b_1 b_2$ niet over elkaar grijpen (impiéteeren) en deze dubbelpunten onbestaanbaar zijn, wanneer de segmenten dit wel doen *), zijn de zes bedoelde dubbelpunten gemakkelijk op hun bestaanbaarheid te onderzoeken. Wjl het geval, dat een der gegeven punten a , b , c op een der raaklijnen SP of SQ ligt, niet hier maar bij de reeds afgehandelde bepaling door vier punten en een raaklijn behoort, kan men drie verschillende gevallen onderscheiden naarmate de driehoek abc binnen een, twee of drie der vier deelen ligt, waarin de raaklijnen SP en SQ het vlak verdeelen; in het eerste en derde geval zijn de zes dubbelpunten allen bestaanbaar; alleen in het tweede zijn er vier onbestaanbaar en twee bestaanbaar. Zijn a en b binnen denzelfden hoek PSQ gelegen en bevindt zich c daarbuiten, dan zijn alleen de dubbelpunten op ab bestaanbaar. En duidt men nu in dit geval de onbestaanbare dubbelpunten op ac door α_1 en α_2 , die op bc door β_1 en β_2 aan, dan zijn de lijnen $\alpha_1 \beta_1$ en $\alpha_2 \beta_2$ en evenzoo de lijnen $\alpha_1 \beta_2$ en $\alpha_2 \beta_1$ toegevoegd onbestaanbaar. Zoodat dit volgens het bovenstaande ook van de oplossingen kan worden beweerd, die met deze raakcoördinaten overeenkomen.

Uit de stelling †), dat de poollijnen van S met betrekking tot een paar toegevoegd onbestaanbare oplossingen toegevoegd harmonisch zijn met betrekking tot de gemeenschappelijke coördinaten die door het snijpunt dier poollijnen gaan — een stelling die haar recht van bestaan ook hier behoudt — volgt een eenvoudige constructie van de twee punten, die ieder op zich zelf met a , b en c de vier gemeenschappelijke punten van het tweetaal paren van toegevoegd onbestaanbare oplossingen vormen. Is weer ab de zijde van den driehoek, waarop de bestaanbare dubbelpunten p en q gelegen zijn, en heeft men — wat zeer gemakkelijk geschiedt kan §) — deze punten geconstrueerd, dan oekt men op ab twee punten p_1 en q_1 zoodanig dat p_1 met p

*) CHARLES, Géométrie supérieure, art. 206.

†) CHARLES, Sur les coniques, art. 377.

§) CHARLES, Géométrie supérieure, art. 202.

en q_1 met q harmonisch ligt met betrekking tot a en b . Verbindt men daarna S met p_1 en de punten waar deze lijn bc en ac snijdt met a en b , dan zullen deze lijnen elkaar in een der twee gevraagde punten snijden; terwijl men het andere langs denzelfden weg vindt, wanneer men p_1 door q_1 vervangt. Deze constructie laat zich gemakkelijk uit de aangehaalde stelling verklaren, wanneer men bedenkt dat p en q juist de bestaansbare punten van de onbestaansbare raakcoördinaten zijn. Natuurlijk zijn nu even als boven bij ieder paar toegevoegde oplossingen nog twee bestaansbare raaklijnen te construeeren.

36. Terloops zij hier opgemerkt, dat in het voorgaande de oplossing begrepen is van het vraagstuk: Gegeven twee lijnen AB en CD en op ieder van deze een involutie bepaald door twee segmenten, op AB nl. $a_1 a_2$ en $b_1 b_2$ en op CD evenzoo $c_1 c_2$ en $d_1 d_2$, vraagt men de drie snijpunten van de overstaande zijden van den volkomen vierhoek waarvan de vier dubbelpunten der beide involuties de hoekpunten zijn te construeeren, in het geval dat deze dubbelpunten allen onbestaansbaar zijn. De bedoelde constructie mag hier zonder verdere verklaring volgen.

Is e het snijpunt van AB en CD , dan bepaalt men in de involutie op AB het met e overeenkomende punt f , in de involutie op CD het met e overeenkomende punt g . Verder vereenigt men a_1 met c_1 , a_2 met c_2 en f met g en bepaalt men de snijpunten k en l van fg met $a_1 c_1$ en $a_2 c_2$; dan heeft men op fg twee segmenten fg en kl gekregen, die niet over elkaar grijpen. De dubbelpunten van de involutie, die door deze segmenten bepaald wordt, vormen dan met e de gevraagden.

37. Ik moet hier eindigen met een opmerking naar aanleiding van de volgende woorden, die PLÜCKER neerschreef toen hij het grootste aantal der dubbelpunten eener enkelvoudige kromme C_n gevonden had: „Nach der 7^{ten} Nummer der einleitenden Betrachtungen schneiden sich alle Curven der n^{ten} Ordnung, welche der Bedingung unterworfen sind, dass sie durch

$\frac{n(n+3)}{2} - 1$ willkürlich angenommene Punkte gehen, ausser-

dem auch noch in denselben $\frac{n(n-3)}{2} + 1$ festen Punkten.

Bemerkenswerth, und gewiss nicht ohne tiefen Grund, ist es dass diese letztere Anzahl dem eben bestimmten Maximum der Doppelpuncte gleich ist.

Ik voer deze woorden niet aan om de daarin met zulk een zekerheid uitgesprokene bewering voor valsch te verklaren. Want ik heb eerbied voor het divinatievermogen, waar het in zoo groote mate aangetroffen en met zoo veel omzichtigheid gebruikt *) wordt als bij PLÜCKER. Bovendien begrijp ik, dat het verband diep liggen moet, wanneer PLÜCKER zich met een vermelding zonder bewijs vergenoegt. Maar alleen wilde ik doen uitkomen, dat het aangewezen verband, zoo het op goede gronden steunt, toch nooit zal kunnen leiden tot de constructie van de dubbelpunten eener dubbelpuntskromme. Want de bedoelde betrekking verbindt de $\frac{(n-1)(n-2)}{1}$ punten aan een nog grooter aantal en maakt daardoor, ook al waren de dubbelpunten allen wilkeurig, het vraagstuk veeleer moeilijker dan gemakkelijker.

Uit mijn onderzoek is echter gebleken, dat alleen bij een dubbelpuntskromme van onevenen graad de dubbelpunten door eenige van hen te bepalen zijn. En dan nog wel zoo, dat men in plaats van een enkele oplossing een zeer groot aantal oplossingen verkrijgt. Hiermee is in elk geval uitgemaakt, dat het niet mogelijk is de dubbelpunten eener dubbelpuntskromme door middel van eenvoudige constructiën te vinden.

Het is niet moeilijk andere punten van overeenkomst naast die van PLÜCKER te stellen. Natuurlijk ga ik de opmerking, dat $n-1$ lijnen elkaar juist in $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ punten snijden, met stilzwijgen voorbij. Maar niet de volgende construc-

*) Men vergelyke PLÜCKER l. a. p. blz. 237.

tie, die zich voor ik tot de in art. 25 uitgewerkte stellingen gekomen was, aan mij als mogelijk juist opdrong.

Men neemt n rechte lijnen in een vlak en beschouwt deze gezamenlijk als een kromme C_n . Ten opzichte van deze kromme bepaalt men de $(n - 1)^2$ polen van een nieuwe rechte lijn R , of wat op hetzelfde neerkomt de $(n - 1)^2$ basispunten van de eerste poolkrommen van alle punten van R met betrekking tot C_n . Deze basispunten bestaan behalve uit de $\frac{n(n-1)}{2}$ snijpunten van de n lijnen, die C_n samenstellen, uit $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$

andere punten. Kunnen dit de dubbelpunten zijn eener nieuwe kromme van den n^{den} graad?

Bij een analytisch onderzoek is mij gebleken, dat de $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ dus verkregen punten, die natuurlijk bepaald

kunnen worden door de $n + 1$ aangenomen rechte lijnen, ook bepaald zijn door $n + 1$ van hen, al is dit dan ook niet on-dubbelzinnig. Natuurlijk werd ik versterkt in de verkeerde meening, dat de boven beschrevene constructie tot goede uitkomsten leidt, door het feit, dat de dubbelpunten eener dubbelpuntskromme willekeurig zijn, zoolang hun aantal niet grooter is dan $n + 1$ en vond ik een nieuwe bevestiging in de in art. 27 aangehaalde woorden van SALMON-FIEDLER omtrent de onmogelijkheid om bij een kromme C_6 acht dubbelpunten willekeurig aan te nemen. Eerst later ben ik tot de stellingen in art. 25 gekomen, waaruit mij bleek, dat de bovengenoemde constructie tot geen uitkomsten leiden kan, die met de dubbelpunten eener dubbelpuntskromme in zoo eenvoudig verband staan.

den Haag 4 Juni 1877.

R A P P O R T

VAN HET BUREAU

C. H. C. GRINWIS en J. D. VAN DER WAALS.

De commissie benoemd in uwe vergadering van 29 September ll., ten einde advies uit te brengen over de ingezonden Verhandeling van Dr. H. A. LORENTZ: Over het verband tusschen de voortplantingssnelheid van het licht en de dichtheid en samenstelling der middenstoffen, heeft de eer het volgende mede te deelen.

De schrijver stelt zich ten doel de gevolgen der electromagnetische lichttheorie van MAXWELL, die tot nog toe slechts gedeeltelijk met de ervaring zijn vergeleken, nader te onderzoeken. Niet alleen zal men daardoor de waarde der theorie beter kunnen beoordeelen, maar als deze juist is, bestaat er ook kans dat het onderzoek der lichtverschijnselen ons in de kennis der elektrische werkingen iets verder brengen kan.

De schrijver splitst zijne verhandeling in vier deelen. In het 1^e deel geeft hij een overzicht van de electromagnetische lichttheorie en volgt daarbij eene methode, die op de theoretische beschouwingen van HELMHOLTZ gevestigd is. Hij beredeneert de bekende resultaten, dat de voortplantingssnelheid der elektrische beweging gelijk is aan die van het licht en dat de brekingsaanwijzer door den vierkantswortel van het specifiek inducterend vermogen kan worden voorgesteld.

Terwijl de wiskundige behandeling in dit hoofdstuk als eene degelijke kan geroemd worden, schijnt het te betreuren, dat schrijver aan de eigenaardige opvatting van MAXWELL geene plaats inruimt en zich alleen met de methode van HELMHOLTZ

bezighoudt. Eene vergelijkende behandeling van beide methoden, die tot dusverre niet beproefd werd, zou stellig tot een breed en helder inzicht, hoogst waarschijnlijk tot een zeer vruchtbaar resultaat hebben geleid.

In het 2^e hoofdstuk wordt gehandeld over lichtbeweging in eene isotrope middenstof met moleculaire structuur.

Na op de bezwaren gewezen te hebben, die zich bij de analytische behandeling voordoen, hoofdzakelijk gegrond op de onbekendheid met de dichtheid van den ether in lichamen, die het licht voortplanten, leiden de onderzoekingen van den schrijver tot eene zeer merkwaardige betrekking tusschen de dichtheid van het medium en den brekingsaanwijzer. Deze betrekking vormt het hoofdpunt zijner verhandeling; schrijver toont aan dat bij twee verschillende onderstellingen omtrent de verdeling van den ether zijn resultaat geldig blijft en acht het waarschijnlijk, dat dit ook bij andere onderstellingen het geval zijn zal.

Ofschoon erkend moet worden dat dit onderzoek volgens eene goede methode geschiedt, schijnt het toch dat de schrijver in de laatste hypothesen ver genoeg gegaan is, vooral bij het vele, hoogst onzekere dat op het gebied van electriciteit altijd blijft bestaan.

Verder onderzocht de schrijver den brekingsaanwijzer voor een mengsel van twee stoffen en geeft hiervoor eene algemeene formule. Voorts wordt in dit hoofdstuk opgespoord het aandeel dat bij lichtbeweging aan de moleculen en aan den ether toekomt. Schrijver meent dat de hier ingeslagen weg zal kunnen leiden tot de theorie van den invloed, dien de beweging der middenstoffen op de electriche bewegingen uitoefent.

In het 3^e hoofdstuk wordt de dispersie van het licht behandeld. Schrijver begint te onderstellen dat de deeltjes van het medium eene regelmatige, cubische rangschikking bezitten en komt dan tot het besluit dat de discontinuïteit der moleculen de dispersie niet verklaren kan.

Hierbij moet intusschen opgemerkt worden, dat de schrijver in dit geval de toepassing op verdunde gassen, die misschien tot andere resultaten geleid had, niet behandeld heeft. — Hij meent nu de oorzaak der dispersie in de moleculen zelve te

moeten zoeken en verkrijgt formules, waaruit eene kleurschifting volgt, wanneer men uitgaat van de onderstelling dat zoodra in eene molecule een electricisch moment wordt opgewekt tevens eene zekere massa in beweging wordt gebracht. Bij tweeërlei onderstellingen omtrent de beweging in de moleculen komt hij tot bijzondere dispersie-uitdrukkingen. Hierdoor wordt aangeezen, dat men bij verschillende onderstellingen omtrent de beweging der moleculen tot formules geraken kan, die de dispersie voor bepaalde gevallen verklaren kunnen. Verder wordt aangetoond hoe men de dispersie van een mengsel uit die der bestanddeelen kan afleiden. — De gevondene dispersie-formules worden aan de ervaring getoetst, door vergelijking met de resultaten door meerdere natuurkundigen voor verschillende stoffen verkregen. De uitkomst is over het algemeen bevredigend.

De wijze waarop het 3^e hoofdstuk behandeld is, moet als eene vernuftige zeer geroemd worden, al brengt ook de omstandigheid dat lichtverschijnselen door electriciteit verklaard moeten worden het stellen van hypothesen mede, wier waarschijnlijkheid noodwendig eigenaardige bezwaren heeft.

In het 4^e hoofdstuk wordt de betrekking tusschen brekingsaanwijzer, dichtheid en samenstelling behandeld en wel worden de formules, die het theoretisch onderzoek heeft opgeleverd met de ervaring vergeleken.

Na een en ander omtrent de latere onderzoekingen van MASCART over het verband tusschen dichtheid en brekingsaanwijzer te hebben vermeld, deelt schrijver de uitkomsten der onderzoekingen mede, die WILLNER voor een aantal vloeistoffen en mengsels verkregen heeft. Bij vergelijking met die, welke zijne theoretische formule levert, bleek meestal goede overeenstemming te bestaan; de afwijkingen worden nagegaan en toegelicht.

Daarna bespreekt en vergelijkt de schrijver de resultaten omtrent brekingsaanwijzers door HOEK en OUDEMANS, DALE en GLAINSTONE en LANDOLT verkregen en gaat dan de verandering na, die de brekingsaanwijzer van vaste lichamen door de warmte ondergaat, bepaaldelijk naar de onderzoekingen van BAILLE; hierop worden de bepalingen van den brekingsaanwijzer van zwavel en phosphorus in den vasten toestand vergeleken met die van den damp, volgens LE ROUX, behandeld.

Nu wordt de formule, die vroeger voor den brekingsaanwijzer van mengsels is opgesteld met de werkelijkheid vergeleken; de afwijkingen zijn niet meer aan zulk een eenvoudigen regel onderworpen als toen het alleen eene verandering in dichtheid gold, en men kon dit ook niet verwachten bij dit veel ingewikkelder verschijnsel. Opmerking verdient, dat de afwijkingen te grooter worden naarmate men lichtstralen met eene kleinere golflengte beschouwt.

Eindelijk wordt de formule nog vergeleken met eenige bepalingen van VAN DER WILLIGEN voor mengsels van zwavelzuur en water, alcohol en water en voor oplossingen van chloorcalcium, chloornatrium en chloorammonium. De overeenstemming is vrij voldoende, de afwijking neemt voor de meest breekbare lichtstralen de grootste waarde aan.

Door verschillende natuurkundigen is aangetoond, dat men den brekingsaanwijzer van een aantal scheikundige verbindingen op dezelfde wijze uit de samenstelling berekenen kan als dit bij mengsels mogelijk is. Van de door schrijver in het 2^e hoofdstuk gevondene formule, die reeds voor mengsels niet in alle opzichten juist was, liet zich bij verbindingen in geen geval meer dan eene ruwe benadering verwachten. De heer LORENTZ heeft daarom slechts de verbindingen van koolstof, waterstof en zuurstof, door LANDOLT onderzocht, aan de bedoelde formule getoetst.

Hij heeft echter een groot aantal zamengestelde stoffen in zijne lijst opgenomen. Ofchoon enkele waarden der tabel vrij groote afwijkingen vertoonen, zoo blijkt het toch, dat men de electromagnetische theorie van het licht aannemende, de formule die hij voor mengsels heeft afgeleid, bij eene eerste benadering ook op de onderzochte verbindingen mag toepassen.

Teo laatste bespreekt schrijver de mogelijkheid, om de brekingsaanwijzers van de elementen koolstof, waterstof en zuurstof in vrijen toestand uit die der verbindingen af te leiden. Hij geeft hierbij enige voorbeelden in vergelijking met de waarneming.

Over het algemeen kan de arbeid van den heer LORENTZ als eene gelukkige poging beschouwd worden, de electromagnetische

lichttheorie een stap verder te brengen. Zijne verhandeling geeft blijk van scherpzinnigheid en groote kennis en is voor de in deze richting thans voortgaande wetenschap van werkelijk belang.

De Commissie meent voor de opname dezer verhandeling in de werken der Academie te mogen adviseren.

De Commissie voornoemd,

C. H. C. GRINWIS.

J. D. v. D. WAALS.

Amsterdam, 27 October 1877.

NOTE SUR L'ATTRACTION,

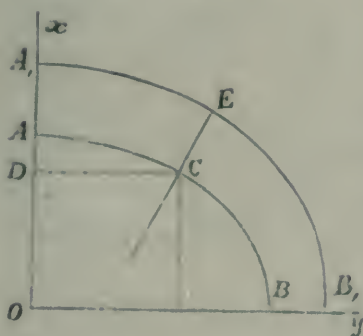
PAR

G. F. W. BAEHR.

Communiqué dans la séance du 30 Mars 1878.

1.

Fig. 1.



Soient $OA = a$ et $OB = b > a$ les demi-axes de l'ellipse méridienne d'un ellipsoïde de révolution autour du petit axe OA , et par conséquent aplati aux poles. Les composantes de l'attraction en raison inverse du carré de la distance, parallèles aux axes et dirigées vers le centre, sur un point C de la méridienne sont proportion-

nelles aux coordonnées :

$$OD = \alpha, \quad DC = \beta,$$

et données par les formules :

$$X = \frac{3 M f \alpha}{a^3 \tan^3 \varphi} (\tan \varphi - \varphi) = p \alpha,$$

$$Y = \frac{3 M f \beta}{2 a^3 \tan^3 \varphi} (\varphi - \sin \varphi \cos \varphi) = q \beta,$$

dans lesquelles M est la masse de l'ellipsoïde, f l'attraction à l'unité de distance entre deux unités de masse, et

$$\text{tang}^2 \varphi = \frac{b^2 - a^2}{a^2} \quad \text{ou} \quad a = b \cos \varphi.$$

Quand le point C se déplace sur son parallèle les deux composantes de l'attraction, l'une parallèle à l'axe de révolution, l'autre dans la direction du rayon du parallèle restent les mêmes, ensorte qu'une courbe orthogonale aux directions de la résultante pour tous les points du méridien ACB, engendra par révolution autour de l'axe de révolution de l'ellipsoïde une surface dont les normales coïncideront avec la direction de l'attraction aux points où elles recontrent l'ellipsoïde.

Soit

$$F(x y) = 0,$$

l'équation d'une telle courbe; ses normales coïncideront avec la direction de l'attraction, donnée par les facteurs p et q indiqués ci-dessus, si l'on a :

$$\frac{\frac{dF}{dx}}{p\alpha} = \frac{\frac{dF}{dy}}{q\beta}, \dots \dots \dots (1)$$

où les coordonnées α et β de l'ellipse méridienne satisfont à :

$$\frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\beta^2}{b^2} = 1, \dots \dots \dots (2)$$

tandis que l'on a entre x, y, α et β la relation

$$\frac{x - \alpha}{p\alpha} = \frac{y - \beta}{q\beta}; \dots \dots \dots (3)$$

L'équation (1) donne, ayant égard à (2) :

$$\frac{\frac{1}{ap} \frac{dF}{dx}}{\frac{\alpha}{a}} = \frac{\frac{1}{bq} \frac{dF}{dy}}{\frac{\beta}{b}} = N,$$

où

$$N = \sqrt{\left(\frac{1}{a^2 p^2} \frac{dF^2}{dx^2} + \frac{1}{b^2 q^2} \frac{dF^2}{dy^2} \right)}.$$

donc :

$$\alpha = \frac{1}{p N} \frac{dF}{dx}, \quad \beta = \frac{1}{q N} \frac{dF}{dy},$$

et par substitution dans (3) :

$$\frac{x - \frac{1}{p N} \frac{dF}{dx}}{\frac{dF}{dx}} = \frac{y - \frac{1}{q N} \frac{dF}{dy}}{\frac{dF}{dy}}$$

ou, réduisant :

$$N \left(y \frac{dF}{dx} - x \frac{dF}{dy} \right) = \frac{p-q}{p q} \frac{dF}{dx} \frac{dF}{dy}.$$

On satisfait à cette équation en posant :

$$\frac{dF}{dx} = A x, \quad \frac{dF}{dy} = B y,$$

A et B étant des constantes à déterminer ce qui donne :

$$\sqrt{\left(\frac{A^2}{a^2 p^2} x^2 + \frac{B^2}{b^2 q^2} y^2 \right)} \cdot (A - B) = \frac{p-q}{p q} A B,$$

ou

$$\frac{A^2}{a^2 p^2} x^2 + \frac{B^2}{b^2 q^2} y^2 = \left(\frac{p-q}{p q} \right)^2 \left(\frac{A B}{A - B} \right)^2; \dots (4).$$

donc on devra avoir :

$$\frac{2 A^2}{a^2 p^2} = A, \quad \frac{2 B^2}{b^2 q^2} = B,$$

ce qui donne :

$$A = \frac{1}{2} a^2 p^2, \quad B = \frac{1}{2} b^2 q^2,$$

et l'équation de la courbe orthogonale devient :

$$a^2 p^2 x^2 + b^2 q^2 y^2 = \frac{p^2 q^2 (p - q)^2 a^4 b^4}{(a^2 p^2 - b^2 q^2)^2} \dots \dots (5)$$

Des valeurs de p et q on déduit facilement

$$\left. \begin{array}{l} p > q \\ a p > b q \\ a^2 p < b^2 q \end{array} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

la courbe (5) est donc une ellipse, dont les axes de même nom coïncident avec ceux du méridien de l'ellipsoïde.

On parvient au même résultat en cherchant l'enveloppe de la droite suivant laquelle est dirigée l'attraction pour les différents points du méridien ΛCB ; l'équation de cette droite pour un point quelconque étant :

$$y - \beta = \frac{q \beta}{p \alpha} (x - \alpha), \dots \dots \dots (7)$$

où α et β sont des paramètres variables, liés par la relation (2), laquelle donne

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = - \frac{a^2 \beta}{b^2 \alpha},$$

on a, différentiant par rapport à β ,

$$- 1 = \frac{q}{p} (x - \alpha) \frac{\alpha - \beta \frac{d\alpha}{d\beta}}{\alpha^2} - \frac{q \beta}{p \alpha} \frac{d\alpha}{d\beta},$$

ou

$$- 1 = \frac{q}{p} (x - \alpha) \frac{a^2}{\alpha^2} + \frac{a^2 \beta^3}{b^2 \alpha^3} \frac{q}{p},$$

ce qui, après réduction, donne la première des expressions ci-dessous, tandis que l'on obtient analogiquement la seconde :

$$\frac{a^2 x}{\alpha^3} = - \frac{p-q}{q}, \quad \frac{b^2 y}{\beta^3} = \frac{p-q}{p}.$$

On trouve l'équation de l'enveloppe en éliminant au moyen de ces dernières relations les paramètres α et β dans l'équation (7), et après quelques réductions on obtient :

$$\left\{ \frac{x}{\frac{a(p-q)}{q}} \right\}^{\frac{2}{3}} + \left\{ \frac{y}{\frac{b(p-q)}{p}} \right\}^{\frac{2}{3}} = 1,$$

dans laquelle on reconnaît l'équation de la développée d'une ellipse, dont les demi-axes A et B sont dans le rapport

$$A : B = \frac{q}{a} : \frac{p}{b} = bq : ap,$$

ensorte que A est le plus petit, et qui sont entièrement déterminés par les relations connues :

$$\frac{B^2 - A^2}{A} = \frac{a(p-q)}{q}, \quad \frac{B^2 - A^2}{B} = \frac{b(p-q)}{p},$$

qui donnent :

$$A = \frac{a b^3 (p-q) q}{a^2 p^2 - b^2 q^2}, \quad B = \frac{a^2 b (p-q) p}{a^2 p^2 - b^2 q^2},$$

ce qui s'accorde avec (5).

On déduit de ces valeurs pour les différences des axes de même nom des deux ellipses, $A A_1$ et $B B_1$ dans la figure,

$$A - a = \frac{a p (b^2 q - a^2 p)}{a^2 p^2 - b^2 q^2}, \quad B - b = \frac{b q (b^2 q - a^2 p)}{a^2 p^2 - b^2 q^2},$$

qui, en vertu de (6), sont des quantités positives, et : *propor-*

tionnelles à ap et bq , c'est-à-dire, à l'attraction pour les points placés aux sommets de l'ellipsoïde.

En vertu de l'équation (5) trouvée pour l'ellipse orthogonale A_1EB_1 , l'équation (1) devient

$$\frac{a^2 p^2 x}{p \alpha} = \frac{b^2 q^2 y}{q \beta},$$

qui est une relation entre les coordonnées des points C et E; elle donne ayant égard à (2) et (5)

$$\frac{apx}{\alpha} = \frac{bqy}{\beta} = \frac{pq(p-q)a^2b^2}{a^2p^2 - b^2q^2},$$

d'où

$$x = \alpha \frac{q(p-q)b^2}{a^2p^2 - b^2q^2}$$

et

$$x - \alpha = \alpha \frac{p(b^2q - a^2p)}{a^2p^2 - b^2q^2}$$

en sorte que (7) devient

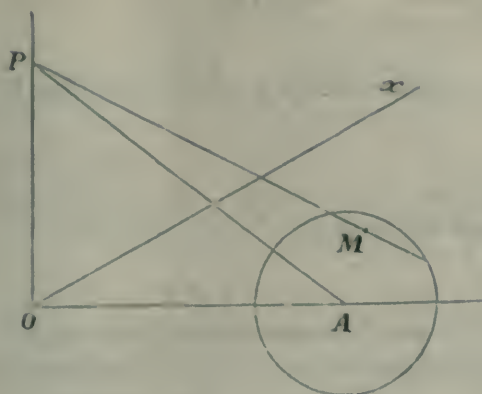
$$\frac{x - \alpha}{p \alpha} = \frac{y - \beta}{q \beta} = \frac{b^2q - a^2p}{a^2p^2 - b^2q^2}$$

et par conséquent

$$\sqrt{\{(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2\}} = \frac{b^2q - a^2p}{a^2p^2 - b^2q^2} \sqrt{\{(p\alpha)^2 + (q\beta)^2\}},$$

ce qui démontre que: la partie CE de la normale en E sera proportionnelle à l'attraction sur le point C.

Fig. 2.



On peut réduire aux intégrales elliptiques l'attraction d'un tore sur un point matériel placé dans son axe de révolution. Soient, O le centre du tore, $OA = a$ le rayon du cercle décrit par le centre du cercle générateur, et $r < a$ le rayon de celui-ci; $OP = \gamma$ la distance du centre au point attiré, $AP = l$, et l'angle $OPA = \delta$; $MP = u$ la distance d'un point quelconque de la masse du tore au point attiré; φ l'angle APM entre u et l , et ψ l'angle entre le méridien de M et un méridien fixe POx , alors

$$du \cdot u d\varphi \cdot u \sin(\delta + \varphi) d\psi$$

est l'élément de volume du tore, et par conséquent la composante de l'attraction (en raison inverse du carré de la distance) de l'élément en M sur P, estimée dans la direction PO, sera :

$$f m \mu du d\varphi d\psi \sin(\delta + \varphi) \cos(\delta + \varphi),$$

où f est l'attraction à l'unité de distance entre deux unités de masse, m la masse du point attiré, et μ la masse de l'unité de volume du tore. Les composantes de l'attraction perpendiculaires à l'axe se détruisent mutuellement, en sorte que l'on aura pour l'attraction totale Z , suivant la direction PO,

$$Z = f m \mu \int_0^{2\pi} d\psi \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} d\varphi \int_{u_0}^{u_1} \sin(\delta + \varphi) \cos(\delta + \varphi) du,$$

où les limites de u , sont :

$$\begin{aligned} u_0 &= l \cos \varphi - \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi}, \\ u_1 &= l \cos \varphi + \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi}. \end{aligned}$$

et celles de φ .

$$\sin \varphi_0 = -\frac{r}{l} \quad \sin \varphi_1 = \frac{r}{l},$$

tandis que l'intégration par rapport à ψ revient à multiplier par 2π , donc on aura :

$$Z = 2\pi f m \mu \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \sin 2(\delta + \varphi) \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

Si l'on développe le sinus devant le radical, cette intégrale se divise en deux parties, dont l'une, ayant $\sin 2\varphi$ en facteur, a ses éléments deux à deux égaux mais de signes contraires, de sorte qu'elle disparaît, et qu'il reste :

$$Z = 2\pi f m \mu \sin 2\delta \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \cos 2\varphi \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

Or on a :

$$\int \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi} \cos 2\varphi d\varphi = \int (1 - 2 \sin^2 \varphi) \sqrt{r^2 - l^2 \cos^2 \varphi} d\varphi,$$

et, en différentiant :

$$d(\sin \varphi \cos \varphi \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi}) = \frac{r^2 - 2(r^2 + l^2) \sin^2 \varphi + 3l^2 \sin^4 \varphi}{\sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi;$$

éliminant au moyen de cette formule $\sin^4 \varphi$, et remarquant que l'intégrale du premier membre prise entre φ_0 et $\varphi_1 = -\varphi_0$ est zéro, on parvient à

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi} \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{3} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{r^2 - (2r^2 - l^2) \sin^2 \varphi}{\sqrt{r^2 - l^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi;$$

Posant $l \sin \varphi = r \sin \psi$, ce qui donne $-\frac{1}{2} \pi$ et $\frac{1}{2} \pi$ pour les limites de ψ , la dernière intégrale se réduit à

$$\frac{r^2}{3 l^3} \int_{-\frac{1}{2} \pi}^{\frac{1}{2} \pi} \frac{l^2 - (2r^2 - l^2) \sin^2 \psi}{\sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \psi)}} d\psi,$$

où le *module*

$$k = \frac{r}{l}.$$

Dans celle-ci on peut prendre pour limites 0 et $\frac{1}{2} \pi$, pourvu qu'on double en même temps le résultat; alors elle se réduit à

$$\frac{2}{3 l} \int_0^{\frac{1}{2} \pi} \left[(l^2 - r^2) \frac{d\psi}{\sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \psi)}} + (2r^2 - l^2) d\psi \sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \psi)} \right],$$

et portant cette valeur dans Z, ayant égard que

$$l^2 = a^2 + \gamma^2, \quad \sin 2\delta = \frac{2a\gamma}{a^2 + \gamma^2},$$

on obtient :

$$Z = \frac{8}{3} \pi f m \mu \frac{a\gamma}{(a^2 + \gamma^2)^{\frac{3}{2}}} \left[(a^2 + \gamma^2 - r^2) F(k) - (a^2 + \gamma^2 - 2r^2) E(k) \right],$$

F(k) et E(k) représentant les intégrales elliptiques complètes de la première et deuxième espèce.

L'attraction du tore sur un point quelconque est dirigée, comme dans le cas de chaque corps de révolution, dans le plan méridien qui passe par ce point, parce que les composantes perpendiculaires à ce plan se détruisent mutuellement. Si donc on rapporte le tore à son axe de figure OZ et à deux rayons rectangulaires OY et OX, tellement que le plan XOZ contienne

le point attiré, l'attraction totale sera la résultante de deux composantes dirigées dans ce plan.

Soient: $x = \alpha$ et $z = \gamma$ les coordonnées du point attiré P;

u la distance de P à un point M de la surface du tore;

ds l'élément de surface au point M dont les coordonnées sont x, y, z ;

(N z) l'angle entre la normale extérieure en M et l'axe des z positifs;

F (u) l'attraction entre deux unités de masse à la distance u , et $F_1(u) = \int F(u) ds$.

$$F_1(u) = \int F(u) ds .$$

D'après un théorème de Gauss on obtient l'attraction d'un corps homogène sur un point P, estimée suivant la direction des z négatifs, en multipliant l'intégrale

$$- \int F_1(u) \cos (N z) ds ,$$

étendue à toute la surface, par le produit de la masse du point attiré et de la masse de l'unité de volume du corps.

Si dans l'intégrale on prend, au lieu de l'angle (N z), l'angle (N x) que la normale fait avec les x positifs, on obtient la composante dans la direction des x négatifs.

Pour obtenir cette intégrale soient:

$$x = (a + r \cos \varphi) \cos \theta ,$$

$$y = (a + r \cos \varphi) \sin \theta ,$$

$$z = r \sin \varphi ,$$

qui satisfont identiquement à l'équation du tore:

$$[a - \sqrt{(x^2 + y^2)}]^2 + z^2 = r^2$$

en sorte que θ est l'angle que le méridien d'un point quelconque M de la surface du tore fait avec le plan XOZ, et φ l'angle entre le rayon du cercle générateur, mené dans ce méridien au point M, et le rayon du tore.

Ces valeurs de x, y, z donnent pour l'élément de surface

$$ds = r(a + r \cos \varphi) d\theta d\varphi ,$$

et l'on a

$$\cos(N.x) = \cos \varphi \cos \theta , \quad \cos(N.z) = \sin \varphi ,$$

et, l'attraction étant en raison inverse du carré de la distance

$$F(u) = \frac{f}{u^2} , \quad \text{d'où } F_1(u) = -\frac{f}{u} ,$$

tandis que

$$u = \sqrt{\{(x-\alpha)^2 + y^2 + (z-\gamma)^2\}} = \sqrt{p - q \cos \theta} ,$$

en posant pour abrégier:

$$p = a^2 + r^2 + \alpha^2 + \gamma^2 + 2r(a \cos \varphi - \gamma \sin \varphi) , \\ q = 2\alpha(a + r \cos \varphi) ,$$

en sorte que la composante de l'attraction, dans le sens des z négatifs, est:

$$Z = f m \mu r \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(a + r \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi d\theta}{\sqrt{p - q \cos \theta}} .$$

Intégrant premièrement par rapport à θ et posant $\frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} \pi - \psi$, ce qui donne $\frac{1}{2} \pi$ et $-\frac{1}{2} \pi$ pour limites de ψ , on a

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{p - q \cos \theta}} = 2 \int \frac{d\theta}{\sqrt{p + q - 2q \cos^2 \frac{1}{2} \theta}} = 2 \int_{\frac{1}{2} \pi}^{-\frac{1}{2} \pi} \frac{-d\psi}{\sqrt{p + q - 2q \sin^2 \psi}} = \\ = \frac{4}{\sqrt{p + q}} \int_0^{\frac{1}{2} \pi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} ,$$

où le module k est donné par

$$k^2 = \frac{2q}{p+q}$$

Une intégration ultérieure ne semble possible que dans le cas où $\alpha = 0$, et par suite $q = 0$ et $k = 0$; alors faisant comme précédemment :

$$a^2 + \gamma^2 = l^2,$$

on a

$$Z = 2\pi f m \mu r \int_0^{2\pi} \frac{(a + r \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi}{\sqrt{(l^2 + r^2 + 2r(a \cos \varphi - \gamma \sin \varphi))}}$$

Si l'on pose

$$\frac{\gamma}{a} = \text{tang } \delta, \quad \text{et } \varphi + \delta = \psi,$$

l'intégrale se réduit à :

$$\int_{\delta}^{2\pi+\delta} \frac{a \sin(\psi-\delta) + \frac{1}{2} r \sin 2(\psi-\delta)}{\sqrt{(l^2 + r^2 + 2lr \cos \psi)}} d\psi,$$

où l'on peut changer les limites en 0 et 2π , parce que les éléments de 2π à $2\pi + \delta$ sont égaux à ceux de 0 à δ . Développant les sinus au numérateur cette intégrale se divise en deux parties, dont l'une a pour numérateur

$$(a \cos. \delta + r \cos. \psi \cos. 2\delta) \sin. \psi d\psi,$$

et dont l'intégrale prise de 0 à 2π est zéro, parce que dans cet intervalle ses éléments se détruisent deux à deux, en sorte qu'il reste :

$$- \int_0^{2\pi} \frac{(a \cos. \psi + r \cos. 2\psi \cos. \delta) \sin. \delta}{\sqrt{(l^2 + r^2 + 2lr \cos. \psi)}} d\psi,$$

ce qui, si l'on y substitue

$$\cos. \delta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \gamma^2}} = \frac{a}{l}, \quad \sin. \delta = \frac{\gamma}{l},$$

devient :

$$- \frac{a \gamma}{l^2} \int_0^{2\pi} \frac{l \cos. \psi + r \cos. 2 \psi}{\sqrt{(l^2 + r^2 + 2 l r \cos. \psi)}} d \psi,$$

ou

$$- \frac{a \gamma}{l^2} \int_0^{2\pi} \frac{(l+r) - 2(l+4r) \sin.^2 \frac{1}{2} \psi + 8r \sin.^4 \frac{1}{2} \psi}{\sqrt{(l+r)^2 - 4lr \sin.^2 \frac{1}{2} \psi}} d \psi,$$

ou bien :

$$- \frac{2 a \gamma}{l^2} \int_0^{\pi} \frac{(l+r - 2(l+4r) \sin.^2 \psi + 8r \sin.^4 \psi)}{\sqrt{(1 - k_1^2 \sin.^2 \psi)}} d \psi,$$

dans laquelle

$$k_1^2 = \frac{4 l r}{(l+r)^2};$$

différentiant le produit $\Delta \sin. \psi \cos. \psi$, où Δ désigne le radical au dénominateur de l'intégrale, on obtient la formule de réduction :

$$\frac{\sin.^4 \psi d \psi}{\Delta} = \frac{2(1+k^2) \sin.^2 \psi d \psi}{3 k^2 \Delta} - \frac{d \psi}{3 k^2 \Delta} + d(\Delta \sin. \psi \cos. \psi);$$

au moyen de laquelle on peut éliminer $\sin.^4 \psi$, et remarquant que l'intégrale du dernier terme au second membre de cette formule est zéro, l'intégrale précédente devient :

$$- \frac{4 a \gamma}{3 l^2 (l+r)} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{(l+r)(l-2r) - 2(l^2 - 2r^2) \sin.^2 \psi}{\sqrt{(1 - k_1^2 \sin.^2 \psi)}} d \psi;$$

laquelle, ayant égard à l'identité

$$\sin.^2 \psi = \frac{1 - (1 - k^2 \sin.^2 \psi)}{k^2},$$

se réduit enfin à

$$\frac{2a\gamma}{3l^2r} \left[(l-r)(l^2 + 2r^2)F(k_1) - (l+r)(l^2 - 2r^2)E(k_1) \right],$$

et ce résultat multiplié par $2\pi fmar$ donne Z.

Pour montrer l'accord avec la formule obtenue précédemment, on observe que

$$k_1^2 = \frac{4lr}{(l+r)^2} = \frac{4\frac{r}{l}}{\left(1 + \frac{r}{l}\right)^2} = \frac{4k}{(1+k)^2};$$

il existe donc entre les modules k_1 et k la relation qui permet d'appliquer la transformation de Landen, laquelle donne pour les intégrales complètes de la première espèce :

$$F(k_1) = (1+k)F(k) = \frac{l+r}{l}F(k),$$

et pour celles de la deuxième espèce :

$$(1-k^2)F(k) = 2E(k) - (1+k)E(k_1),$$

d'où

$$E(k_1) = \frac{2}{1+k}E(k) - (1-k)F(k),$$

c'est-à-dire

$$E(k_1) = \frac{2l}{l+r}E(k) - \frac{l-r}{l}F(k).$$

Substituant ces valeurs pour $F(k_1)$ et $E(k_1)$, le coefficient de $F(k)$ devient :

$$\frac{(l^2 - r^2)(l^2 + 2r^2)}{l} + \frac{(l^2 - r^2)(l^2 - 2r^2)}{l},$$

ou

$$2l(l^2 - r^2);$$

celui de $E(k)$

$$- 2l(l^2 - 2r^2);$$

et le facteur devant les crochets sera :

$$2 \pi f m \mu \gamma \cdot \frac{2 a \gamma}{3 l^4 r} \cdot 2 l,$$

ou

$$\frac{8}{3} \pi f m \mu \frac{a \gamma}{(a^2 + \gamma^2) l}.$$

La composante dans le sens des r négatifs est :

$$X = f m \mu r \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(a + r \cos \varphi) \cos \varphi \cos \vartheta d \varphi d \vartheta}{\sqrt{(p - q \cos \vartheta)}};$$

faisant $\vartheta = \pi - 2 \psi$, on a :

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \vartheta d \vartheta}{\sqrt{(p - q \cos \vartheta)}} = \frac{4}{\sqrt{(p + q)}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{2 \sin^2 \psi - 1}{\sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \psi)}} d \psi$$

où

$$k^2 = \frac{2 q}{p + q}$$

et laquelle se réduit à

$$\frac{4}{\sqrt{(p + q)}} \left[\frac{2 - k^2}{k^2} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d \psi}{\sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \psi)}} - \frac{2}{k^2} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} d \psi \sqrt{(1 - k^2 \sin^2 \psi)} \right];$$

mais ici une réduction ultérieure ne paraît possible, même si le point attiré est placé dans l'axe des x , ou si $\gamma = 0$, que dans le cas où en même temps :

$$a^2 = a^2 - r^2,$$

c'est-à-dire, dans le cas où le point attiré est dans le plan équateur du tore, à une distance du centre égale à la tangente menée du centre à sa surface.

Dans ce cas l'on a :

$$p = 2 a (a + r \cos \varphi),$$

$$q = 2 \alpha (a + r \cos \varphi),$$

$$k^2 = \frac{2 \alpha}{a + \alpha},$$

et le résultat ci-dessus devient :

$$\frac{4}{\sqrt{2(a+\alpha)(a+r\cos\varphi)}} \left[\frac{a}{\alpha} F(k) - \frac{a+\alpha}{\alpha} E(k) \right],$$

en sorte qu'il reste donc à réduire :

$$\int_0^{2\pi} \frac{(a+r\cos\varphi)\cos\varphi d\varphi}{\sqrt{(a+r\cos\varphi)}},$$

laquelle, si l'on fait :

$$\frac{1}{2}\varphi = \psi \text{ et } k_1^2 = \frac{2r}{a+r},$$

devient

$$\frac{4}{\sqrt{(a+r)}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{(a+r) - 2(a+2r)\sin^2\psi + 4r\sin^4\psi}{\sqrt{(1-k_1^2\sin^2\psi)}} d\psi$$

ou, éliminant $\sin^4\psi$,

$$\frac{4}{3\sqrt{(a+r)}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{2(a+r) - 2a\sin^2\psi}{\sqrt{(1-k_1^2\sin^2\psi)}} d\psi,$$

ce qui se réduit à :

$$\frac{4\sqrt{(a+r)}}{3r} [(2r-a)F(k_1) + aE(k_1)]$$

et l'on trouve finalement dans ce cas particulier :

$$X = \frac{16}{3\sqrt{2}} f_{m,\mu} \frac{[aF(k) - (a+\alpha)E(k)] [(2r-a)F(k_1) + aE(k_1)]}{\sqrt{(a+\alpha)(a-r)}}.$$

Delft, Mars 1878.

O V E R
D E
O O R Z A A K D E R A R T E R I E T O N E N .

D O O R
A . H E Y N S I U S .



Onder normale omstandigheden neemt men alleen aan de groote slagaderen nabij het hart (aan de aorta adscendens en thoracica, art. pulmonalis, carotis en subclavia) tonen waar en wel twee: een eersten, zoog. diastolischen toon, die tijdens de systole van het hart wordt gehoord en een betrekkelijk langen duur heeft; een tweeden, zoog. systolischen toon van korteren duur, die op een bepaald tijdstip van de diastole van het hart wordt waargenomen. Tusschen den eersten en tweeden slagadertoon verloopt een zeer korte, tusschen den tweeden en opvolgenden eersten een langere periode, gedurende welke geen geluid gehoord wordt. Men onderscheidt daarom twee pauzen: een eerste, zeer korte; een tweede, die ongeveer even lang duurt als de diastole van het hart.

In verder van het hart verwijderde arteriën worden normaal geen tonen, evenmin een eerste als een tweede dns, waargenomen. In pathologische toestanden daarentegen hoort men ook in verder van het hart verwijderde slagaderen, vooral in de cruralis, maar ook zelfs in den arcus volaris een toon. In zulke gevallen is het altijd de eerste, diastolische toon, die gehoord wordt. In zeer zeldzame gevallen wordt, in plaats van een enkele, een dubbele toon in de cruralis gehoord. Dat deze toon in verreweg de meeste gevallen in die arteries zelve, autochtoon zooals men het noemt, ontstaat, is gemakkelijk te constateeren, want hij treedt veel later dan de eerste hart- of aortatoon op. Men hoort hem op hetzelfde oogenblik, waarop

de pols in de arterie gevoeld wordt en hij ontstaat dus zooveel later dan de eerste hart- of eerste aortatoon, als de pols tijd behoeft om zich van het hart naar de onderzochte arterie voort te planten. — Voor de nabij het hart gelegen slagaderen, waarin normaal een eerste toon gehoord wordt, kan het natuurlijk op deze eenvoudige wijze niet worden uitgemaakt of de eerste toon ook hier in die vaten zelve, autochtoon ontstaat, omdat de afstand van deze slagaderen tot den oorsprong der aorta zoo klein is, dat men geen tijdsverschil tusschen het optreden van den pols (in deze vaten) en van den toon der aorta (of art. pulmonalis) kan constateeren.

Behalve deze *tonen*, worden er in de slagaderen nog *geruischen* gehoord en wel onder physiologische en pathologische omstandigheden. Tot de physiologische geruischen behooren: het hersengeruisch, het baarmoeder- en het axillairgeruisch. Tot de pathologische: de geruischen bij stenose der ostia art. en bij insufficientie der valv. semilunares, bij aneurysmata enz. In het algemeen worden die geruischen bij abnormale vernauwing (resp. verwijding) van het stroombed waargenomen. Maar ook zonder dat een vernauwing of verwijding kan worden geconstateerd, treden dergelijke geruischen in de carotis en nog menigvuldiger in de art. subclavia of axillaris op. Het zijn altijd intermitterende geruischen, die met uitzondering natuurlijk van het geruisch bij insufficientie der valv. semil., tijdens de diastole der arterie worden gehoord.

De tot nog toe beschreven tonen en geruischen komen zonder toedoen van den auscultator in de slagaderen tot stand. Men noemt ze daarom: *spontane* tonen en geruischen. Bovendien kunnen er nog andere worden gehoord, maar die worden *kunstmatig* door den auscultator voortgebracht. Men kan ze *kunstmatige, door drukking voortgebrachte* geruischen en tonen noemen.

In alle arteriën van middelbare grootte, die met het stethoskoop bereikbaar zijn, onverschillig of zij ver van het hart verwijderd of in de nabijheid daarvan gelegen zijn, kan door drukking met den rand van het stethoskoop *een geruisch of een toon* worden voortgebracht. Dit geruisch is altijd een diastolisch geruisch en wordt gehoord op het oogenblik, waarop de pols in de onderzochte slagaderen wordt gevoeld. Het is dus

een autochthoon geruisch. De toon, als hij gehoord wordt, is eveneens een autochthone, diastolische toon. Wanneer men namelijk zonder te drukken de art. brachialis in de plica cubiti, de cruralis of radialis ausculteert, hoort men gewoonlijk geen geluid hoegenaamd. Drukt men echter met het stethoskoop wat sterker aan, dan hoort men duidelijk — bij de radialis gelukt het moeielijker dan bij de brachialis en cruralis — een intermitterend geruisch, isochroon met de diastole der arterie. Men hoort het, althans in de cruralis, insgelijks als men met den vinger op de arterie drukt en zoo overtuigt men zich gemakkelijk, dat men ten opzichte van het stethoskoop aan de centrale zijle van de slagader drukken moet om het geruisch te doen ontstaan. De intensiteit van het geruisch wordt bij toenemende drukking aanvankelijk sterker. Soms kan men aan dit geruisch twee tempo's onderscheiden, waarvan de tweede versterking met de diastolische verheffing van de katacrotische lijn samenvalt. Bij maximale intensiteit hoort WOLFF *) onder gunstige omstandigheden in de art. brachialis zelfs drie meer of min van elkander gescheiden geruischen in overeenstemming met den vorm der sphygmografische curve, in wier katacrotische lijn hij bij de art. brachialis en radialis (R) drie toppen aantreft, terwijl er aan de kleinere arteriën der onderste ledematen, b.v. in de art. pedlaea (P), slechts twee toppen daarin zouden voorkomen.

Fig 1.



Als men nu nog sterker drukt, dan wordt de intensiteit van het geruisch geringer en verdwijnt het eindelijk geheel. Dan hoort men in plaats van het dias'olisch geruisch een korten, klinkenden toon, die ook weer bij de diastole der arterie, iets later dan de eerste hart- of aortatoon wordt gehoord en derhalve onwifelbaar in de onderzochte arterie zelve ontstaat.

De tweede, aystolische, alleen in de groote slagaderen hoor-

*) D. J. B. WOLFF, *Charakteristiek des Arterienpulsers*, 1865.

bare toon wordt algemeen voor den tweeden harttoon gehouden en even algemeen schrijft men dien tweeden harttoon aan trillingen toe, die in de valvulae semilunares door hare plotselinge sluiting bij den aanvang der diastole zouden ontstaan. Die tweede harttoon heeft dus een tweeledigen oorsprong: de trillingen van de valv. semilunares van de aorta en van de art. pulmonalis. Beide dragen tot den tweeden harttoon bij. Maar hij is, zooals vooral pathologische toestanden bewijzen, des te luider, naarmate caet. par. de drukking in de arterie hooger is. Daarom overweegt de aortatoon gewoonlijk en is het vooral (hoewel niet uitsluitend natuurlijk) de voorgeleide tweede aortatoon, die wij in de groote vaten als tweede toon waarnemen. In de linker art. subclavia echter zou de tweede pulmonaalttoon praevaleren *), hetgeen van de anatomische verhoudingen afgeleid wordt, waardoor de geleiding voor den pulmonaalttoon naar deze slagader gunstiger is dan voor den aortatoon.

De eerste, diastolische, in de carotis en subclavia waarneembare toon wordt veelal aan eigen trillingen van den arte-

*) A. WEIL, *Die Auscultation der Arterien und Venen*. 1875, een belangrijk boekje en voor ons doel van bijzondere waarde. „Die Verpflichtung” schrijft WEIL in zijne voorrede, „die mir als Lehrer der Percussion und Auscultation erwuchs, mich mit der Literatur dieser Disciplin näher vertraut zu machen, liess mich auch in die Widersprüche tiefer blicken, die das Studium einzelner Kapitel der physikalischen Diagnostik zu einem besonders unerquicklichen machen. Nirgends aber fand ich, nicht nur hinsichtlich der Erklärung der Erscheinungen, sondern auch in Bezug auf den Thatbestand selbst so zahlreiche Controversen, so widersprechende Angaben, als gerade in der Lehre von der Auscultation der Gefässe. Dieser Umstand musste zu dem Bestreben anreizen, an der Hand eigener klinischer Beobachtung die Wahrheit kennen zu lernen. Dazu war es vor Allem nöthig eine sehr grosse Anzahl von gesunden und kranken Individuen systematisch zu behorchen”. Hiertoe was WEIL als Assistent bij de med. kliniek te Heidelberg in de gelegenheid en met groote nauwgezetheit heeft hij die taak volbracht.

Over de eigenlijke oorzaak der tonen en geruischen heeft WEIL geene onderzoekingen gedaan en het kort historisch overzicht, dat hij van deze onderzoekingen geeft, is in vele opzichten gebrekkig, zooals men zien zal. Maar zijne nauwkeurige opgaven van hetgeen er in arterien en venae te hooren is, komen mij zeer te pas. Ik zou tot een dergelijk onderzoek op zoo groote schaal niet in staat geweest zijn. Nu kan ik mijne theorie van de oorzaak dezer verschijnselen aan WEIL's nauwkeurige klinische waarnemingen toetsen. Elke theorie, en dus ook die van den physischen grond der tonen en geruischen in het vaatselsel, is natuurlijk onvoldoende, zoolang een der bekende verschijnselen daarmede in strijd is. Zij mag daaren een voldoende heeten, als zij van alle bekende en goed gemonsterte verschijnselen rekenschap geeft.

riewand toegeschreven, die daarin bij zijne plotselinge uitzetting (spanning) door de voorbijschrijdende polsgolf zouden tot stand komen. Sommigen leiden echter dezen eersten arterie-toon, zooals alle andere tonen van het hart af (KIWISCH, CONRAD), terwijl WEIL hem voor een voortgeleiden eersten aorta- en pulmonaaltoon houdt. Hij zou dus, ook volgens WEIL, in de carotis en de subclavia niet op de plaats zelve, niet autochtoon dus, door trillingen van den arteriewand ontstaan, maar de eerste toon der aorta en der art. pulmonalis zijn, die derwaarts worden voortgeleid. Hierbij zou, evenals bij den tweeden toon, in de linker art. axillaris de pulmonaaltoon, in de overige groote slagaderen de aortatoon praevaleeren. Hoe die eerste aorta- en pulmonaaltoon ontstaat, daarover laat WEIL zich niet uit: „Die Discussion der Frage, in welcher Weise die beiden, an die Carotis heraufgeleiteten Töne am Herzen selbst entstehen, liegt ausserhalb der meinem Thema gesteckten Grenzen” (l. c. S. 39).

Als er in verder van het hart gelegen slagaderen een eerste toon wordt gehoord, is men algemeen geneigd om aan te nemen en ook WEIL sluit zich bij deze voorstelling blijkbaar aan, dat die toon van trillingen afhankelijk is, welke door de voorbijsnellende polsgolf in den arteriewand ontstaan, dus autochtoon is *). Hij treedt namelijk alleen dan op, wanneer het verschil tusschen de diastolische en systolische spanning van den arteriewand grooter dan normaal is. Dit verschil kan door tweeerlei oorzaken worden vergroot: 1°. door het dalen van het systolisch spanningsminimum bij gelijk, grooter of zelfs kleiner diastolisch spanningsmaximum; 2°. door het stijgen van het diastolisch spanningsmaximum bij gelijk blijvend spanningsminimum. In beide gevallen kan grootere celeriteit van den pols daarbij nog begunstigend werken. In het meerendeel der gevallen waarin een toon in de cruralis wordt gehoord is het systolisch spanningsminimum lager dan gewoonlijk en de toon derhalve van de sub 1 genoemde oorzaak afhankelijk, maar ook, hoewel zeldzamer, wordt een diastolische toon in de cruralis

*) Slechts tweemaal op 81 gevallen vond WEIL in de cruralis den toon niet isochroon met den pols. In die twee gevallen was de toon in de cruralis duidelijk de voortgeleide tweede harttoon (l. c. s. 61).

gehoord, zonder dat men een lage drukking in het art. vaatstelsel aannemen kan. Dan is de oorzaak van den toon in de sub. 2 genoemde omstandigheid te zoeken. In beide gevallen wordt natuurlijk hetzelfde effect bereikt: relatief is de diastolische uitzetting van den arteriewand in de eenheid van tijd aanzienlijker en daardoor de voorwaarde voor het ontstaan van hoorbare trillingen gunstiger. Daar de absolute waarde van de eindspanning dus blijkbaar geen invloed heeft, wil dit zeggen in physischen zin, dat de graad van spanning van den arteriewand en de daarvan afhankelijke *trillingsduur* (die de toonhoogte bepaalt) geheel onverschillig is voor het ontstaan van dezen toon en dat het alleen van de *amplitude* der trillingen afhankelijk is of men hem in deze arterie hoort of niet.

Bij een hoogen graad van insufficientie der valv. semil. aortae wordt, in plaats van één diastolische toon, een dubbele toon in de cruralis gehoord (TRAUBE EN FRÄNTZEL). De eerste is luider en met de diastole, de tweede zwakker en met de systole der arterie isochroon. De eerste werd door TRAUBE aan de plotselinge *spanning* van den arteriewand, de tweede aan de plotselinge *ontspanning* daarvan toegeschreven en deze verklaring is algemeen aangenomen.

Ten opzichte van de geruischen, die in de arteriën worden gehoord, omhelst men meer en meer de door mij in 1854 verdedigde stelling, dat zij *primair* in de vloeistof ontstaan *). Dat de bij vernauwing (resp. verwijding) van het slagaderlijk stroombed optredende diastolische geruischen werkelijk primair in de vloeistof ontstaan, was, dunkt mij, na mijne mededeeling, dat zij even goed in buizen met stijve wanden als in elastieke buizen worden gehoord, onbetwistbaar. Aanvankelijk vond evenwel mijne theorie weinig voorstanders en nog vele jaren later werd algemeen de vermeerderde wrijving van de vloeistof tegen den wand op de vernauwde plaats als oorzaak van deze geruischen in alle handboeken over auscultatie opgegeven, niettegenstaande feitelijk door mij toch was aangetoond, dat deze opvatting onmogelijk juist zijn kon, daar het geruisch niet op de *vernauwde*,

*) Bijdrage tot eene physische verklaring der vaatgeruischen, *Nederl. lancet*, D. IV, bl. 20, 1854.

maar integendeel op de *verwijde* plaats het duidelijkst wordt gehoord. Daarin is thans, vooral in de laatste jaren, verandering gekomen. Men neemt thans vrij algemeen aan, dat zulke geruischen op de verwijde plaats en door de eigenaardige beweging der vloeistof aldaar ontstaan, dus niet van primaire wandtrillingen, maar van primaire vloeistoftrillingen afhankelijk zijn. Nu dreigt men evenwel in een ander uiterste over te slaan: niet slechts bij ongelijke wijlde van het stroombed, maar ook zonder vernauwing (of verwijding) zouden er in arteriën en venae door de stroombeweging geruischen ontstaan. Men steunt zich daarbij — geheel ten onrechte evenwel zooals wij zien zullen — op de onderzoekingen van WEBER *), THAMM †) en NOLET ‡), die aantoonde, dat er ook in gelijk wijde buizen door de stroombeweging der vloeistof een geruisch kan worden voortgebracht.

Het verst in dit opzicht gaat TALMA **). Niet slechts de geruischen, die bij vernauwing of verwijding van het stroombed in de slagaderen en aderen voorkomen, worden, volgens TALMA, door de stroombeweging van het bloed in de vaten voortgebracht, maar alle arterie- en harttonen eveneens. De eerste harttoon is, volgens TALMA, niet van trillingen in de klapvliezen aan de *ostia venosa* afhankelijk, maar van de vloeistofbeweging in de beide hartkamers. Hoogstens draagt het spierge-ruisch van de beide kamers een weinig tot den eersten harttoon bij. De tweede harttoon wordt ten onrechte aan trillingen in de valv. semilunares toegeschreven, volgens TALMA: hij is in-gelijks een vloeistofgeruisch. Bij het ophouden van de systole van het hart is de wand der aorta en art. pulmonalis sterk uitgezet. Het bloed wordt naar de *ostia art.* teruggedreven en deze beweging duurt zoolang tot de klapvliezen sterk gespannen zijn. Deze stroombeweging brengt een geruisch voort en dit is de oorzaak van den tweeden harttoon. De arterietonen ontstaan

*) *Archiv f. physiol. Heilkunde*, Bd XIV, S. 41, 1855.

†) *Berliner klin. Wochenschrift*, 1859, N^o. 15.

‡) Onderzoekingen gedaan in het physiol. Laboratorium der Leid. Hoog-school, 1870 en *Archiv f. physiol. Heilkunde*, 1871.

**), *Deutsches Archiv f. klin. Medizin*, S. 77, 1874.

insgelijks autochthoon door de stroombeweging van het bloed. Kortom alle geruischen en tonen, die in het vaatstelsel worden gehoord, zijn vloeistofgeluiden, die door de wrijving der vloeistofdeeltjes ontstaan. „Friction is rhythmic” zegt TALMA met TYNDALL en de onregelmatige beweging der vochtmoleculen (de tourbillons), die ik in het verwijde gedeelte van het stroombed als de eigenlijke oorzaak van het geruisch aanwees, staat met het wezen van het verschijnsel in geen essentiëel verband.

Ik houd de meening, dat er zonder vernauwing (resp. verwijding) van het stroombed geruischen in het vaatstelsel ontstaan en a fortiori TALMA's theorie van de oorzaak der hart- en arterietonen voor onjuist, maar heb die opvatting tot nog toe niet weersproken, omdat ik wel is waar, naar mijne meening althans, hare onjuistheid bewijzen, maar zelf geene theorie der arterietonen geven kon, die mij voldoende voorkwam, d. i., die van alle bekende verschijnselen ten opzichte van die tonen rekenschap geeft. Voor geruimen tijd reeds ontdekte ik de oorzaak van den eersten, diastolischen toon in de groote arteriën en ook het geruisch en de toon, die *kunstmatig*, door *drukking*, in de van het hart verwijderd gelegen slagaderen ontstaan, lieten zich gereedelijk verklaren. Maar de *spontane* diastolische arterietoon, die abnormaal in verder van het hart verwijderde slagaderen (cruralis) gehoord wordt, bleef mij altijd nog onverklaarbaar. Evenzoo de dubbele toon, die in zeldzame gevallen daar ter plaatse wordt gehoord. Ik meen ook voor deze geluiden thans de oorzaak te kunnen aanwijzen, en deel om die reden de resultaten van mijn onderzoek nu mede.

Vooraf een woord over de benamingen „toon” en „geruisch” in het vaatstelsel. Die namen zijn conventioneel. Bij eenige oefening levert het in het algemeen geen bezwaar op om een zoog. toon van een geruisch in het vaatstelsel te onderscheiden, maar er komen overgangen voor, waarbij men in twijfel geraakt. De oorzaak is hierin gelegen, dat de zoog. hart- en arterietonen geen ware tonen zijn. Wel hebben sommigen beweerd, dat zij de hoogte dier tonen kunnen bepalen, maar dit schijnt toch slechts aan weinigen gegeven te zijn. Wij zullen straks aantoonen, dat een

van de stroombeweging der vloeistof afhankelijk geruisch in een werkelijken toon kan overgaan. Een principieel verschil bestaat er tusschen een toon en een geruisch in het vaatstelsel dus zeker niet.

Het eerst handel ik over den in de carotis en subclavia normaal hoorbaren diastolischen of eersten toon. Kan hij een toon zijn, die door de stroombeweging van het bloed in die vaten zelve, autochthoon dus ontstaat, zooals TALMA wil? Mij dunkt, dat deze theorie met de in NOLET's dissertatie voorkomende snelheidsbepalingen in strijd en daardoor weêrlegd is.

De ervaring toont aan, dat in de leer der vaatgeruischen de hydrodynamische zijde der kwestie het moeielijkst ingang vindt, waarschijnlijk omdat zij door velen niet recht duidelijk begrepen wordt. Daarom veroorloof ik mij een korten terugblik op den gang van het onderzoek sedert 1850 *). Eerst door VOLKMANN's boek *Die Haemodynamik nach Versuchen*, dat in 1850 werd uitgegeven en door WEBER's kritiek daarvan, die in 1851 in de *Berichte der Königl. Sachs. Gesellsch. d. Wissenschaften* verscheen, hebben wij de wetten leeren kennen, die de golf- en stroombeweging in het vaatstelsel beheerschen. Alle vóór dien tijd verschenen mededeelingen omtrent de omstandigheden, waaronder in het vaatstelsel of in buizen tonen en geruischen ontstaan, zijn dus, zooals van zelf spreekt, tamelijk gebrekkig en ongenietbaar, in zooverre daarbij de golf- en stroombeweging van het bloed ter sprake komt.

Ook KIWISCH' bijdrage over de oorzaak der vaatgeluiden, die in 1850 verscheen, lijdt nog aan dit euvel, zooals licht begrijpelijk is. KIWISCH merkte zeer juist op, dat het geruisch in ongelijk wijde buizen niet op de *vernauwde* plaats, maar integendeel na de vernauwing, in het relatief *wijdere* gedeelte ontstaat, maar door gemis aan kennis omtrent de wetten van stroombeweging geraakte hij omtrent den zetel der geruischen in het vaatstelsel in dwaling. Hij meent, dat er een zekere „Stromkraft” noodig

*/ De litteratuur van voor 1850 heb ik in mijne bijdrage van 1854 vrij uitvoerig gegeven. Men kan daarnit zien, dat ik het was, die de onopgemerkt gebleven onderzoekingen van CORRIJAN in herinnering bracht.

is om een geruisch in zulk een verwid gedeelte van de buis te doen ontstaan en besluit daarom, dat er alleen in arteriën geruischen kunnen ontstaan, m. a. w. dat b.v. het nonnengeruisch een arteriëel geruisch is.

Ik was gelukkiger. Ik deed mijn onderzoek in 1854 en had geleerd, dat men bij de stroombeweging van een vloeistof twee *hoofdzaken* te onderscheiden heeft: *de zijdelingsche drukking* van de vloeistof tegen den wand der buis, die men door een manometer bepalen kan en 2^{de} *de stroomsnelheid* in de eenheid van tijd (één sec. neemt men gewoonlijk), die uit de hoeveelheid van het uitvloeiende water in verband met het lumen der buis wordt afgeleid. Ik wist dat die drukking in de arteriën vrij hoog en altijd positief, in de venae daarentegen vrij laag en in de aderen van den hals ten gevolge van de zuigkracht van den thorax zelfs negatief is. Ik wist bovendien, dat de stroomsnelheid van het bloed in de aorta op ongeveer 40 cm. per sec. werd geschat en dat zij door de steeds toenemende verwijding van het stroombed in de arteriën afneemt, naarmate men zich verder van het hart verwijdert.

Om dus uit te maken of het geruisch, dat bij plotselinge vernauwing (of verwijding) van het stroombed gehoord wordt, alleen in de arteriën of alleen in de venae of wel in beide ontstaan kan, liet ik door een drukvat en door een adspirator — door drukking en zuiging dus — vloeistof door een buis stroommen en bracht, terwijl de stroomsnelheid in de buis overal dezelfde was en bleef, denzelfden graad van vernauwing op het begin, het midden en het eind der buis — bij pos. drukking, 0 drukking en neg. drukking dus — te weeg. Het geruisch werd, als de stroomsnelheid groot genoeg was, op elke plaats in het verloop der buis en wel met dezelfde intensiteit gehoord en ik besloot dus, dat er bij vernauwing van het stroombed (resp. verwijding) zoowel in venae als in arteriën geruischen kunnen ontstaan, want de *zijdelingsche drukking oefent geen invloed uit* op het verschijnsel

Ik onderzocht voorts den invloed der stroomsnelheid. Bij denzelfden graad van vernauwing (of verwijding) liet ik door verhooging van den stand van het water in het drukvat, door verhooging van de drukhoogte dus, de vloeistof met grootere,

door verlaging van de drukhoogte met geringere snelheid door de buis stroomen en 'k vond, dat het *alleen van de stroomsnelheid afhangt* of er bij een bepaalden graad van vernauwing een geruisch gehoord wordt en dat ook de intensiteit van het geruisch met de stoomsnelheid stijgt of daalt.

THEOD. WEBER stelde bijna gelijktijdig (in 1855) een gelijksoortig onderzoek in het werk en kwam wat den invloed der zijdelingsche drukking en stroomsnelheid betreft, geheel onafhankelijk van mij tot dezelfde resultaten. Omtrent de oorzaak van het geruisch liepen echter onze meeningen uit elkander. Ik zocht die oorzaak in de eigenaardige vloeistofbeweging, de *tourbillons*, die in de peripherische vloeistofflagen van het *verwijde gedeelte* (achter de vernauwing dus) door en rondom den invloeienden straal tot stand komen. Ik schreef het geruisch aan primaire vloeistoftrillingen toe, die natuurlijk aan den wand worden medegedeeld en deze dus secundair in trilling brengen. Ik levende een krachtig argument voor deze opvatting, want ik toonde aan, dat het geruisch niet slechts in buizen met elastieke wanden, maar ook in metalen en glazen buizen wordt gehoord. WEBER daarentegen leidde het geruisch van wandtrillingen af, die door de wrijving der vochtmoleculen tegen den buiswand in de *vernauwde invloeiopening* zouden worden opgewekt. WEBER achtte het onaannemelijk, dat de beweging der vloeistof zelve in de buis een geruisch zou voortbrengen, omdat wij met een onsamendrukbare vloeistof te doen hebben, waarin geruischen en tonen veel moeilijker zouden worden tot stand gebracht, hoewel door de sirène het tegendeel toen reeds bewezen was. Hij besluit dan ook, dat het geruisch door wrijving van de vochtdeeltjes tegen den wand tot stand komende op de plaats der grootste wrijving, dus bij den overgang in het *vernauwde gedeelte* der buis ontstaat, wat in strijd is met de waarneming, daar het geruisch niet slechts op de verwijde plaats de grootste intensiteit heeft, maar ook alleen *dáár* met den vinger als *frémissement* gevoeld wordt. Desniettemin vond WEBER's opvatting aanvankelijk algemeen ingang, vooral, naar ik geloof, omdat zijne voorstelling zich meer aansloot aan de algemeen in de handboeken over auscultatie aangenomen leer van de wrijving der vochtdeeltjes tegen den wand.

Na WEBER is er, althans ten opzichte van de physische ver-

klaring van geruischen en tonen in het vaatstelsel, niet veel belangrijks meer verschenen. De „veine fluide” in het verwijde gedeelte, die door KIWISCH als de indirecte oorzaak van het geruisch was beschouwd, omdat de buiswand zich naar die contractio venae zou accomodeeren en aldus in trilling geraken zou, werd door CHAUVEAU als de directe oorzaak daarvan opgevat. Niet, zooals ik had aangenomen, door den invloed, die de veine fluide op hare omgeving in het verwijde gedeelte uitoefent, niet door de tourbillons, die rondom de veine fluide ontstaan, zou het geruisch worden voortgebracht. De trillingen der *veine fluide zelve* zouden volgens CHAUVEAU het geruisch veroorzaken en ook door P. NIEMEYER werd de veine fluide onder den naam van „Presstrahl” als oorzaak van het geruisch aangewezen *).

MAREY, die met mijne onderzoekingen niet geheel onbekend gebleven was, deelde in 1863 †) nog eenige proeven en waarnemingen mede over deze geruischen, meer echter over de omstandigheden waaronder zij optreden, dan over hunnen physischen grond. Hij wil tusschen mijne theorie en die van CHAUVEAU niet beslissen, maar moet toch erkennen, dat ook zijne proeven meer in overstemming zijn met mijne opvatting, volgens welke de eigenaardige vloeistofbeweging, de tourbillons, die door den invloed van den invloeienden straal in de peripherische lagen van den verwijding ontstaan, de oorzaak van het geruisch zijn, dan die van CHAUVEAU, volgens welke het de trillingen van den invloeienden straal, van de veine fluide zelve zouden zijn. Volgens MAREY moeten er twee „conditions physiques” vervuld zijn, wil er in het vaatstelsel een geruisch ontstaan: 1^o. groote stroomsnelheid van het bloed, 2^o. lage drukking in de verwijding. Uit zijne beschrijving van de verschijnselen in het vaatstelsel blijkt duidelijk hoe groote waarde hij aan die 2^{de} voorwaarde toekent. CHAUVEAU had het geruisch, dat bij anaemie aan het ostium aorticum bij de systole van het hart wordt gehoord, aan de betrekkelijke vernauwing van dit ostium toegeschreven, dat zich

*) De onderzoekingen van CHAUVEAU, NIEMEYER e. s. zijn uitvoerig besproken in NOLLET's dissertatie. Korteheidshalve vermeld ik ze hier slechts met een enkel woord, omdat hunne opvatting van de oorzaak van het geruisch door NOLLET naar mijne meening voldoende weerlegd is.

†) Physiologie médicale de la circulation du sang, 1863, p. 466.

wel naar de verminderde hoeveelheid bloed zou accomodeeren, terwijl de aortawand, die minder contractiel is, volgens CHAUVÉAU, dit niet doen zou. Dit is volgens MAREY niet juist. Het ostium aorticum is, zoo meent MAREY, ook in normalen toestand iets nauwer dan de aorta, maar ten gevolge der hooge slagaderlyke drukking wordt onder gewone omstandigheden de hoeveelheid bloed in de aorta met te geringe snelheid ingepompt om een geruisch te geven. Bij anaemie is in de aorta de drukking afgenomen. «Du moment qu'il est bien démontré que l'état de la tension au-dessous du rétrécissement joue un grand rôle dans la production des bruits de souffle, il n'est plus nécessaire de recourir à des hypothèses; tout va s'expliquer naturellement. De tout ce qui précède, il résulte que les bruits de souffle, que l'anémie, la chlorose et la fièvre produisent au niveau de l'orifice, sont dus à l'abaissement de la tension artérielle et à la vitesse plus grande avec laquelle s'accomplit la systole du ventricule». Mijne proef, dat de zijdelingsche drukking geen invloed heeft, die mij voorkomt wel wat minder hypothetisch te zijn dan MAREY's schets van de hartswerking bij anaemie, werd door MAREY dus maar stilzwijgend op zijde gezet *).

THAMM eindelijk omhelst in 1869 mijne meening, dat wij met vloeistofgeruischen te doen hebben en van nu af aan sluit men zich meer en meer bij deze voorstelling aan (GERHARDT, WEIL c. a.).

THAMM's onderzoek bevestigde verder de door WEBER in 1855 reeds uitgesproken meening, dat ook in gelijk wijde buizen bij genoegzame stroomsnelheid een geruisch wordt gehoord. Ik had dit niet waargenomen, maar 'k had bij mijne proeven slechts over geringe snelheden kunnen beschikken. Ik stelde er daarom

* WEIL laat aan de mededeeling van zijne klinische waarnemingen een kort verslag voorafgaan van de onderzoekingen, die omtrent het ontstaan van tonen en geruischen in het vaatstelsel zijn gedaan. Blijkbaar heeft WEIL dit gedeelte met weinig inspanning bewerkt en zijn hem daardoor hoofdzaken ontgaan, want het is in menig opzicht onvolledig en zelfs onjuist. Van mijne onderzoekingen b. v. geeft WEIL wel op, dat ik de stroomsnelheid als den wezenlyken factor voor het ontstaan van een geruisch in de verwijding aanwees, maar niet dat ik gelijktijdig aantoonde, dat de zijdelingsche drukking geheel overschillig is en dat geruischen dus zoowel in venee als in arteries kunnen ontstaan, wat KAWACHU bekend had. -- NOLET's naam wordt alleen vermeld, maar van de besleutelen, die uit zijne onderzoekingen werden afgeleid en die, gelijk men zien zal, ook van praktisch belang zijn, geen enkel woord.

veel belang in om de absolute waarde der stroomsnelheid te leeren kennen, waarbij zoowel in vernauwde en verwijde als in gelijk wijde buizen een geruisch wordt gehoord. De behoefte daaraan had ik reeds in 1854 levendig gevoeld, maar de hulpmiddelen ontbraken mij toen om op voldoende schaal numerieke bepalingen van de vereischte stroomsnelheid te doen, zooals ik dan ook aan het slot van mijne bijdrage (l. c. blz. 108) opgaf. Daarom stelde ik den heer NOLET voor, toen hij mij over een onderwerp voor zijne dissertatie raadpleegde, om de kwestie aan een vernieuwd onderzoek te onderwerpen. De hulpmiddelen van het Leidsche Physiologische Laboratorium stonden hem daarbij ten dienste. Een drukvat van $5\frac{1}{2}$ m. hoogte en 30 cm. middellijn werd vervaardigd, waarin buizen van allerlei middellijn konden worden bevestigd, zonder dat die bevestiging tot vernauwing of verwijding van het stroombed aanleiding gaf. Mijne resultaten van 1854 werden door NOLET's onderzoek bevestigd, maar bovendien vond NOLET:

1°. Het is juist, zooals WEBER het eerst opmerkte en door THAMM bevestigd werd, dat ook in gelijk wijde buizen door de stroombeweging der vloeistof een geruisch kan ontstaan, maar de stroomsnelheid moet in dit geval veel grooter zijn dan bij ongelijke wijde van het stroombed. In gelijk wijde buizen vond NOLET de stroomsnelheid, die vereischt wordt om een geruisch voort te brengen gemiddeld 190 cm. per sec., terwijl in ongelijk wijde buizen onder gunstige verhoudingen reeds bij 12 cm. snelheid per sec. een geruisch optreedt.

2°. Als men de verwijding vergroot, moet de stroomsnelheid ook grooter worden om een geruisch van dezelfde intensiteit te behouden. Blijft de snelheid in de aanvoerbuïs dezelfde, dan vermindert de intensiteit van het geruisch, naarmate het lumen der verwijding grooter wordt en ten slotte verdwijnt het geruisch geheel en al. In een aneurysma kan dus aanvankelijk een geruisch worden gehoord en door vergrooing van den aneurysmatige verwijding kan het later weder verdwijnen.

3°. In ongelijk wijde buizen hoort men het geruisch op de verwijde plaatsen niet slechts achter, maar ook vóór de vernauwing. Hier bij iets grootere stroomsnelheid.

4°. Men kan niet slechts een sirene, maar ook een resona-

tor. die met water gevuld en onder water geplaatst is, een op afstand hoorbaren toon doen geven, als men een waterstroom, die groote snelheid heeft, op de opening van den resonator richt *).

Die resultaten zijn in de eerste plaats voor ons van gewicht, omdat zij nader bewijzen, dat inderdaad de eigenaardige beweging, die in het verwijde gedeelte door den invloeienden straal in de peripherische vloeistofflagen wordt voortgebracht, de zoog. tourbillons, met het optreden van het geruisch in onafscheidelijk verband staat, want niettegenstaande de invloeistraal, de veine fluide, onveranderd blijft, verdwijnt het geruisch als de omgevende vochtmassa grooter wordt. Daardoor wordt tevens bewezen, dat niet de wrijving alleen der vloeistofdeeltjes voldoende is ter verklaring van het verschijnsel, zooals TALMA meent; want waarom zou dan in gelijk wijde buizen zooveel grootere snelheid vereischt worden dan in ongelijk wijde buizen om een geruisch voort te brengen? Mag niet veeleer worden aangenomen, dat ook in gelijk wijde buizen door het verschil in snelheid der centrale en peripherische lagen gelijksoortige tourbillons in de peripherische lagen der vloeistof tot stand komen als in de verwijdingen, en dat daarvan ook het geruisch, dat in gelijk wijde buizen bij groote stroomnelheid ontstaat, afhankelijk is?

Hoe dit nu ook zij, voor ons doel is vooral het sub. I vermeldde resultaat van gewicht. Zij, die meenen, dat er spontaan in de carotis, subclavia, cruralis en andere kleinere arteriën tonen en geruischen kunnen ontstaan, beroepen zich op de zoog. gelijkkluidende resultaten, die WEBER, THAMM en NOLET in gelijk wijde buizen verkregen. Maar dit resultaat is op zich zelf niet voldoende. De vraag, waarvan alles afhangt, is:

*) NOLET nam nog eene proef om te bewijzen, dat de verslakte toestand van den arteriewaard op zich zelve geen invloed op het geruisch heeft. Hij bracht in zijne buizen op twee plaatsen denzelfden graad van vernauwing aan. In het eene geval bedroef de afstand tusschen de beide vernauwingen 27 meter, in het andere 112 meter. Er was dus op beide plaatsen een groot verschil in zijdelinghe drukking, maar toch trad altijd op beide plaatsen *by dezelfde stroomnelheid* het geruisch op. De tweede vernauwing heeft alleen in zooverre invloed, dat zij den weerstand verhoogt — *een anderen invloed heeft zij niet.*

hoe groot moet de stroomsnelheid zijn om in gelijk wijde buizen een geruisch te doen ontstaan? Op die vraag kan alleen door snelheidsbepalingen het antwoord worden gegeven. Ik neem de vrijheid hier zoowel NOLET's opgaven als die van WEBER en THAMM volledig over te nemen, opdat de zaak duidelijk worde uitgedrukt. TALMA heeft bij zijne proeven geene snelheidsbepalingen gedaan.

NOLET vond bij 5 caoutchouc buizen, wier wanden alle tamelijk dik waren (0,3 à 0,4 mm.) en 2 metalen buizen, dat er om een geruisch in een gelijk wijde buis voort te brengen de volgende stroomsnelheid gevorderd wordt. Alle bepalingen zijn in cm. uitgedrukt.

	Middellijn.	Geringste stroomsnelheid per sec. waarbij een geruisch gehoord wordt.
Caoutchouc buis B	1.36	260
" " C	1.38	125
" " D	1.40	219
" " E	1.87	172
" " F	1.97	143
Metalen buis G	1.—	215
" " H	1.8	196

gemiddeld 194

De caoutchouc buizen hadden, zooals ik opgaf, alle vrij dikke wanden. De inwendige oppervlakte was in de eene buis wat ruwer dan de andere. In buis C was zij bijzonder ruw.

WEBER vond in 1855 bij caoutchouc buizen:

	Middellijn.	Geringste stroomsnelheid per sec. waarbij een geruisch gehoord wordt.
Buis α	1.02	74
" β	1.35	45
" γ	2.15	53
" δ	3.05	39
" ϵ	3.97	46

gemiddeld 51

THAMM schijnt de snelheid niet berekend te hebben. Hij geeft althans geene cijfers daarvan op, maar hij vermeldt twee proeven, waaruit zich berekenen laat bij welke snelheid \pm hij een geruisch in gelijk wijde buizen meent te hebben gehoord. Die twee proeven zijn de volgende, in cm. uitgedrukt:

	Vereischte drukhoogte.	Langte der buis.	Middellijn.	Wand- dikte.	Stroomsnelheid per sec.
a.	100	400	0.6	0.3	
b.	60	400	2.	0.2	

Ik had geen buizen van volkomen dezelfde middellijn, maar vond voor:

Buis J	100	400	0.55	0.08	78
" K	60	400	1.60	0.14	87

THAMM bepaalde de vereischte stroomsnelheid om een geruisch in een gelijk wijde buis voort te brengen gemiddeld derhalve op iets meer dan 82.5 cm.

De cijfers loopen dus belangrijk uiteen. NOLET's bepalingen zijn veel hooger dan die van WEBER en THAMM. Als WEBER's bepalingen juist zijn, dan kan het kwestieus worden geacht, of er in het arteriële vaatstelsel een diastolisch vlocistogeruisch door de stroombeweging ontstaat, maar wanneer NOLET's bepalingen juist zijn, is het niet mogelijk, dat er een spontaan geruisch in de arteriën ontstaat. Voor de stroomsnelheid in de carotis is bij het paard door CHAUVEAU gedurende de diastolische uitzetting der arterie 52 cm. gevonden. Er is geen grond om aan te nemen, dat de stroomsnelheid in de carotis van den mensch meer dan 50 cm. tijdens de diastole der arterie bedraagt: zij is dus volgens NOLET's bepalingen drie- à vier maal te klein om zelfs een uiterst zwak diastolisch vlocistogeruisch, veel minder dus een toon voort te brengen.

NOLET's bepalingen omtrent de vereischte stroomsnelheid zijn met groote nauwkeurigheid gedaan. Alle snelheidsbepalingen van NOLET zijn door mij en mijn toenmaligen Assistent, prof. PLACE, gecontroleerd. Alle mogelijke voorzorgen waren genomen om te voorkomen, dat door bevestiging aan het drukvat of door

andere oorzaken vernauwingen of verwijdingen zouden ontstaan. Wij gebruikten met opzet buizen met dikke wanden enz. WEBER daarentegen heeft zijne buizen als hevel gebruikt, want hij had geen drukvat om de vereischte stroomsnelheid voort te brengen. Met groote waarschijnlijkheid mag dus worden aangenomen, dat de buizen van WEBER in haar verloop tijdens de proef niet overal gelijk wijd zijn geweest, want hij bezigde gewone caoutchouc buizen en dergelijke buizen vallen aan het onderste gedeelte samen, als men ze bij eene lengte van eenige meters als hevel gebruikt. THAMM heeft slechts twee proeven met gelijk wijde buizen genomen en aan de bepaling van de snelheid zoo weinig waarde gehecht, dat hij ze niet eens berekend heeft. NOLET's bepalingen verdienen dus het meeste vertrouwen, maar ten overvloede heb ik ze nog eens gecontroleerd met buizen van andere middellijn en kleinere wanddikte. Wederom zijn alle voorzorgen genomen om verwijdingen of vernauwingen te voorkomen, zooals in NOLET's proeven, en de waarnemingen geschieden wederom in den laten avond, omdat de ondervinding ons reeds vroeger leerde, dat dergelijke bepalingen op den dag in een stad vrij lastig zijn. Ik bepaalde in deze proeven de stroomsnelheid, wanneer het geruisch *niet meer gehoord* werd.

	Middellijn.	Wanddikte.	Stroomsnelheid per sec. waarbij het geruisch verdwijnt.
Buis K	1.60	0.14	180
" L	1.57	0.25	190
" M	0.95	0.14	178
" J	0.55	0.08	212 *)

De buizen, die NOLET gebruikte voor zijne bepalingen, waren de gewone, stijve buizen, die voor waterleidingen worden gebezigd. De laatste buizen waren gewone caoutchouc buizen met veel dunner wanden, die in dit opzicht althans meer met slagaderwanden overeenstemmen. Het resultaat is gelijk men ziet beslissend. Bij de opgegeven snelheid hoort men geen spoor

*) Uit deze proeven blijkt, dat het geruisch in buizen met denne wanden bij geringere stroomsnelheid gehoord wordt dan in buizen met dikke wanden. Voorts dat caet. paribus in een wijdere buis het geruisch bij geringere stroomsnelheid wordt gehoord dan in een nauwere. Dit is in overeenstemming met WEBER's resultaten van 1855.

van geruisch meer en de snelheid is viermaal grooter dan in de carotis en subclavia onder normale omstandigheden kan worden aangenomen. *Autochthoon kan dus de diastolische toon in de carotis en subclavia niet ontstaan* door de stroombeweging van het bloed en a fortiori dus ook niet in de kleinere arteriën. Hoe ontstaat hij dan?

Het is de voortgeleide eerste aorta- en pulmonaaltoon. Ik kwam tot dit resultaat langs theoretischen weg door mijne experimenten. WEIL is tot hetzelfde resultaat gekomen door klinische waarneming *).

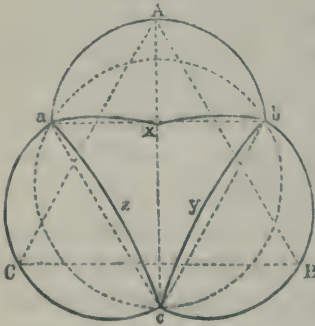
Toen NOLET zijne dissertatie schreef, bracht het ontbreken van een geruisch in het begin van de aorta en art. pulmonalis hem wat in het nauw. De ostia arteriosa zijn enger dan de slagaderen. Dat in weerwil daarvan de eerste toon zuiver is (zonder geruisch) schreef ik in 1854 aan den stand der klapvliesen toe, die, zooals de met de systole synchronische pols slag in de art. coronaria bewijst, niet tegen den aortawand worden aangedrukt. Ik stelde mij voor, dat zodoende een geleidelijke overgang van het nauwere ostium in de wijdere arterie zou tot stand komen. NOLET sloot zich bij die voorstelling aan. Door DONDERS was inmiddels de duur der actieve periode van het hart op 0.3 sec. bepaald. Stel dat derhalve, zoo schreef NOLET (l. c. blz. 212) *188 gr. bloed in 0.3 sec. door het ostium arteriosum bij de systole heenstroomt, dat is in ronde cijfers 600 c. cm. per sec. Nemen wij nu in aanmerking, dat de omtrek van het ostium aorticum gemiddeld bij den man 6.98 cm., het lumen dus 3.87 □ cm. bedraagt, dan vindt men voor de stroomsnelheid in het ostium aorticum bij de systole van het hart 154 cm. per sec. Dat bij die stroomsnelheid, *indien er althans bij den overgang van het ostium in de arterie werkelijk geen verwijding van het stroombed plaats heeft*, geen geruisch wordt waargenomen, wordt door onze proeven volkomen toegelicht. De binnenwand der arterie is zeker gladder dan van een onzer caoutchouc buizen en toch werd in buis

*) Het frappeerde mij, dat GERHARDT in zijne 2de editie van 1871, terwijl hij het autochthone ontstaan van den toon in de carotis en subclavia aanneemt, toen gedrukt is tot de erkenning: "der Ton verhält sich dem ersten Herztone auffallend ähnlich".

B eerst bij een stroomsnelheid van 260 cm. per sec. een geruisch waargenomen". Zoo schreef NOLET in 1870.

Maar de hypothese, dat er bij den overgang van het ostium arteriosum in den bulbus aortae (en art. pulmonalis) geen verwijding van het stroombed door den stand der klapvliezen zou tot stand komen, werd sedert onhoudbaar. CERADINI's proeven*) toonden in 1872 aan, dat de stand der valv. semilunares van de art. pulmonalis en dus zeer waarschijnlijk ook van de aorta tijdens de systole van het hart niet zoodanig is, dat er een geleidelijke overgang tusschen het nauwere ostium en de wijdere arterie tot stand komt. In de meeste gevallen (7 van de 10) lieten de klapvliezen eene driehoekige ruimte over, overeenkomende met den gelijkzijdigen driehoek, waarvan de vereenigingspunten der sinus Valsalvae de hoekpunten zijn. Bij de drie andere proeven had de opening den vorm van een driestralige ster, waarbij dan de uiteinden der stralen in de hoekpunten

Fig. 2.



van den genoemden driehoek waren gelegen. De stand der klapvliezen heft derhalve de bestaande ongelijkheid der lumina niet op, maar vergroot ze veeleer, zooals de hier nevensstaande fig. 2 van CERADINI aantoont.

Die lumina van de ostia en van de hieraan ontspringende slagaderen, waren echter alleen aan de uit het lijk genomen organen gemeten. Gedurende het le-

wordt op die ostia en op den arteriewand door het bloed een drukking uitgeoefend, die voor de aorta op 225 à 250 mm. kwik en voor de art. pulmonalis op 35 à 40 mm. geschat wordt. Ik stelde er prijs op de lumina bij de gewone bloedsdrukking te meten en spoot dus, na de valvulae semilunares in beide arteries verstoord te hebben, beide met gips onder de gewone bloedsdrukking op en bepaalde de maten aan de aldus

*) Der Mechanismus der halbmond förmigen Herzklappen von J. CERADINI, 1872.

verkregen gipsafgietsels. Ziehier de resultaten, die ik bij 6 harten van den mensch en bij 2 harten van het varken op deze wijze verkreeg in cm.

Mensch.

No. 1. (van een phthisicus).	Omtrek	Middellijn.	Lumen.	Verhouding der lumina.
Ostium aorticum	7.0	2.23	3.90	1.
Midden op de sinus Valsalvae	9.2	2.93	6.73	1.72
Onmidd. boven de sinus "	8.4	2.67	5.61	1.44
No. 2 (van een phthisicus).				
Ostium aorticum	9.3	2.96	6.88	1.
Midden op de sinus Valsalvae	12.5	3.98	12.43	1.80
Onmidd. boven de sinus "	10.8	3.44	9.28	1.34
3 cm. in de as hooger	11.4	3.66	10.34	1.50
No. 3 (van een 70jarige vrouw).				
Ostium aorticum	7.4	2.36	4.36	1.
Midden op de sinus Valsalvae	9.3	2.96	6.89	1.58
Onmidd. boven de sinus "	7.8	2.48	4.84	1.11
3 cm. in de as hooger	9.7	3.09	7.49	1.72
Ostium art. pulmonalis	8.5	2.70	5.75	1.
Midden op de sinus Valsalvae	10.	3.18	7.96	1.38
Onmidd. boven de sinus "	9.2	2.93	6.73	1.17
No. 4 (van een 57jarigen man).				
Ostium aorticum	9.5	3.02	7.18	1.
Midden op de sinus Valsalvae	14.5	4.62	16.75	2.33
Onmidd. bovende sinus "	12.4	3.95	12.25	1.70
3 cm. in de as hooger	13.9	4.42	15.35	2.14
Ostium art. pulmonalis	9.4	2.99	7.03	1.
Midden op de sinus Valsalvae	12.	3.82	11.50	1.63
Onmidd. boven de sinus "	10.3	3.28	8.44	1.20
No. 5 (van een 16jarigen jongen).				
Ostium aorticum	7.2	2.29	4.12	1.
Midden op de sinus Valsalvae	9.2	2.93	6.73	1.63
Onmidd. boven de sinus "	8.6	2.74	5.88	1.43
4 cm. in de as hooger	9.7	3.09	7.45	1.81

N ^o . 6 (van een 35jarige vrouw).	Omtrek.	Middellijn.	Lumen.	Verhouding der lumina.
Ostium aorticum	7.9	2.51	4.97	1.
Midden op de sinus Valsalvae	10.5	3.34	8.78	1.77
Onmidd. boven de sinus "	10.	3.18	7.96	1.60
3 cm. in de as hooger	11.	3.50	9.63	1.94 *)

*Varken.*N^o. 1.

Ostium aorticum	7.6	2.41	4.59	1.
Midden op de sinus Valsalvae	11.1	3.53	9.80	2.13
Onmidd. boven de sinus "	8.6	2.74	5.88	1.28
3 cm. in de as hooger	9.7	3.09	7.48	1.63

Ostium art. pulmonalis	8.8	2.80	6.16	1.
Midden op de sinus Valsalvae	10.	3.18	7.96	1.29
Onmidd. boven de sinus "	8.4	2.67	5.61	0.91

N^o. 2.

Ostium aorticum	9.3	2.96	6.88	1.
Midden op de sinus Valsalvae	12.3	3.92	12.05	1.75
Onmidd. boven de sinus "	10.2	3.25	8.28	1.20

Ostium art. pulmonalis	9.8	3.12	7.65	1.
Midden op de sinus Valsalvae	10.1	3.21	8.12	1.06
Onmidd. boven de sinus "	8.9	2.25	6.30	0.82

Gemiddeld vond ik dus bij den mensch de verhouding der lumina van het ostium aorticum en de aorta midden op de sinus Valsalvae als 1 : 1.80, voor die van het ostium en den bulbus aortae onmiddellijk boven de sinus Valsalvae als 1 : 1.43. Bij het varken vond ik dezelfde verhoudingen gemiddeld als 1 : 1.94 en 1 : 1.24.

Gemiddeld vond ik bij den mensch de verhouding der lumina van het ostium arteriosum der art. pulmonalis en der arterie zelve midden op de sinus Valsalvae als 1 : 1.50, voor die van het ostium en de art. pulmonalis onmiddellijk boven

*) Ten opzichte van al de lijders, waarvan deze harten afkomstig waren, werd mij medegedeeld, dat de harttonen gedurende het leven normaal waren geweest.

de sinus Valsalvae als 1 : 1.18. Bij het varken vond ik diezelfde verhoudingen gemiddeld als 1 : 1.17 en 1 : 0.86.

Behalve door het grooter aantal waarnemingen hebben de opgegeven maten van het ostium aorticum en van de aorta grooter waarde, dan die van de art. pulmonalis. Bij de aorta werden de gipsafgietsels gemaakt onder een drukking van 225 à 250 mm. kwik, bij die van de art. pulmonalis onder een drukking van 30 à 35 mm. kwik. Kleine verschillen in de drukking, die bij het opspuiten met gips niet vermeden kunnen worden, oefenen bij de hooge drukking, waaronder de aorta wordt opgespoten geen, althans geen belangrijken invloed uit; bij de lage drukking daarentegen, waarbij de art. pulmonalis wordt gevuld, is dit wel het geval. Want de elasticiteitscoëfficiënt van den arteriewand stijgt belangrijk bij toenemende rekking, zooals

Fig. 3.

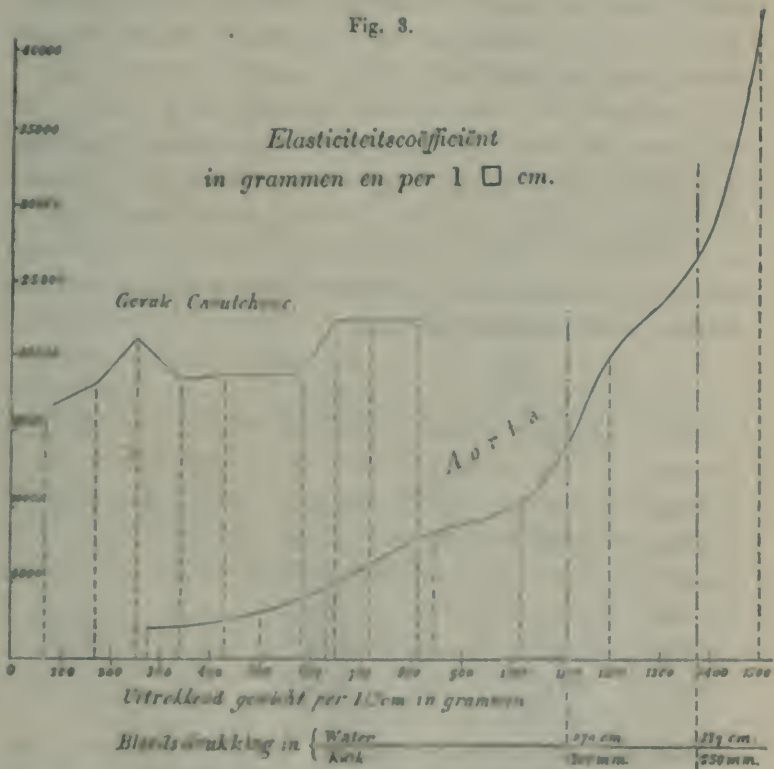


fig. 3 aantoon. Men ziet uit deze schets van den elasticiteits-

coëfficiënt van den menschelijken aortawand bij verschillende drukking, dat hij aanvankelijk weinig, later en reeds bij eene bezwaring van zooveel gewicht als met eene drukking van 225 à 250 mm. kwik overeenkomt snel toeneemt, m. a. w. dat de uitrekking van den arteriewand bij geringe drukking snel, bij hooge drukking slechts langzaam stijgt.

Van het ostium aorticum zelf kan ik zulk een graphische voorstelling van den elasticiteitscoëfficiënt bij toenemende belasting, resp. stijgende bloedsdrukking niet geven. Wel kan men natuurlijk de uitrekking bepalen, maar men vermag daaruit den elasticiteitscoëfficiënt niet te berekenen, omdat de vezelachtige ring, die het ostium daarstelt, in zijne dwarse doorsnede onregelmatig van vorm is en zich daaruit de eenheid van doorsnede niet afleiden laat. Dat echter de rekbaarheid van den arteriewand in den aanvang veel grooter, de elasticiteitscoëfficiënt dus veel kleiner is dan die van het ostium, laat zich duidelijk in het licht stellen.

Ik praepareerde voor dit doel de aorta van het varken tot aan haar oorsprong. De arterie werd nu in de lengte-richting opengeknipt en de valvulae semilunares weggenomen. Van den arteriewand met het ostium en van den arteriewand boven de sinus Valsalvae werden twee reepjes van 1.5 cm. breedte afgeknipt en van beide reepjes de lengte bij toenemende belasting bepaald. Zoo werd gevonden:

Belasting in grm.	Overeenkomende met eene bloedsdrukking in mm. kwik.	Lengte ostium in cm.	Relatieve verlenging per 100 grm.	Lengte aorta in cm.	Relatieve verlenging per 100 grm.
0	0	4.1		4.3	
100	32	4.4	0.070	5.1	0.190
300	106	5.1	0.070	5.9	0.080
800	180	5.25	0.006	7.4	0.050
1300	271	5.35	0.004	8.0	0.016
1800	357	5.40	0.002	8.4	0.010
2300	446	5.50	0.003	8.6	0.004

Hieruit blijkt, dat de aortawand bij geringe belasting veel meer wordt uitgerekt dan het ostium, maar dat bij hoogere belasting ook voor den aortawand de uitrekking geringer wordt

en meer en meer tot die van het ostium nadert; m. a. w. dat de elasticiteitscoëfficiënt van den aortawand bij lage drukking veel geringer is dan die van het ostium, maar bij hooge drukking stijgt en dien van het ostium meer en meer nabij komt. Hieruit volgt dus:

1^o. Door eene daling van de bloedsdrukking beneden de normale verhouding neemt het lumen van den bulbus aortae veel meer af, dan dat van het ostium aorticum. Stel dat de bloedsdrukking in de aorta van 271 mm. kwik tot 106 mm. daalt, dan neemt de omtrek van den bulbus aortae af in reden van 1 : 0.74, de omtrek van het ostium in reden van 1 : 0.95. De lumina verminderen in reden van het kwadraat hiervan: het lumen van den bulbus aortae vermindert dus onder deze omstandigheden tot 0.55 van de oorspronkelijke wijidte, het lumen van het ostium daarentegen slechts tot 0.90 van de oorspronkelijke wijidte *).

2^o. Bij eene stijging van de bloedsdrukking boven de normale verhouding neemt het lumen zoowel van den bulbus aortae als van het ostium aorticum slechts weinig toe en de verhouding der lumina blijft meer constant. Stel dat de bloedsdrukking van 180 mm. kwik tot 357 mm. stijgt, dan neemt de omtrek van den bulbus aortae toe in reden van 1 : 1.13, de omtrek van het ostium in reden van 1 : 1.03 en de lumina als de quadraten hiervan, dus voor de aorta in reden van 1 : 1.27, voor het ostium in reden van 1 : 1.06 toe.

De tonus van den vaatwand zal natuurlijk gedurende het leven op den elasticiteitscoëfficiënt invloed uitoefenen en hem wijzigen. In de arteriën van middelbare grootte, waarin de spierrok relatief het meest ontwikkeld is, kan die invloed op den elasticiteitscoëfficiënt van den arteriewand aanzienlijk zijn, maar in de grootte arteriële stammen treedt die spierrok tegenover het elasticke weefsel op den achtergrond. Voor den aanvang der aorta mag ik dus dan aannemen, dat de invloed van

*] In werkelijkheid moet natuurlijk de rekbaarheid van het ostium zelf bij geringe drukking nog veel geringer zijn; immers zijn de door ons medegedeelde cijfers verkregen door belasting van een reepje van 1.5 cm. breedte, tot welke breedte het ostium zelf slechts voor een klein gedeelte bijdroeg.

den tonus der spieren gedurende het leven de elasticiteitscoëfficiënt niet belangrijk wijzigt.

Ook indien wij den stand der klapvliezen aan de ostia arteriosa tijdens de systole buiten rekening laten is er dus zonder twijfel in den aanvang der aorta een verwijding in het stroombed aanwezig en bij de aanzienlijke stroomsnelheid in het ostium moet er dus een geruisch gehoord worden. Waarom hooren wij het niet? Wij hooren het inderdaad: het is de eerste, diastolische aorta- (en pulmonaal)toon.

Tot die overtuiging ben ik gebracht in de eerste plaats door het onderzoek der geruischen in caoutchouc buizen met dunne, rekbare wanden en in de tweede plaats door proeven met de aorta zelve.

In NOLET's proeven bezigde hij caoutchouc buizen, zooals zij voor waterleidingen gebruikt worden, met vrij dikke en stevige wanden: 1°. omdat hij zeker wilde zijn, dat er geen verwijdingen of vernauwingen in het stroombed door de bevestiging aan het drukvat of door het samenvallen bij haar gebruik als hevel zouden optreden. Bij rekbare buizen met dunne wanden is dit natuurlijk altijd het geval, als men ten minste bij groote snelheden wil experimenteren, waarbij het niveauverschil aanzienlijk zijn moet; 2°. omdat de prijs van dergelijke buizen tamelijk hoog is en de leverancier ons deze buizen in bruikleen gaf op conditie, dat wij de lengte onveranderd lieten. Wij waren daardoor niet in de gelegenheid bij zoo groote stroomsnelheid de verschijnselen na te gaan, als wij bij geringere lengte der buizen hadden kunnen tot stand brengen. Toen ik nu over buizen met dunnere, meer rekbare wanden van allerlei lengte en middellijn beschikken kon, beproefde ik nog eens of het niet mogelijk was om bij vernauwing van het stroombed zoo groote stroomsnelheid voort te brengen, dat er een werkelijke toon gehoord werd. Het was mijn aandacht ook vroeger niet ontgaan, dat in buizen met dunne wanden het geruisch bij groote stroomsnelheid meer tot een toon nadert, dan in buizen met stijve wanden of metalen buizen. Ik bracht nu in een buis van 395 cm. lengte, 1.57 cm. middellijn en 0.25 cm. wanddikte in het midden eene vernauwing aan van 0.9 cm. middellijn, dus van 0.635 □

cm. lumen aan. Zoo werd bij een stroomsnelheid van 272 cm. per sec. in de buis, bij een stroomsnelheid van 826 cm. in het vernauwstuk, door alle omstanders duidelijk op afstand van de buis een werkelijk muzikale, lage toon gehoord.

Toen ik nu de aorta zelve onderzocht vond ik bevestigd, dat de wand op het timbre van het geruisch invloed heeft. Als men de aorta door een met de wijdte van het ostium overeenkomend aanzetstuk aan een drukvat bevestigd — zóó natuurlijk, dat er door dat aanzetstuk zelf bij zijne bevestiging aan het drukvat geen geruisch ontstaat — dan neemt men bij ± 50 cm. stroomsnelheid (in het ostium) een geruisch waar, dat meer en meer in karakter tot den diastolischen aortatoon nadert, naarmate de stroomsnelheid stijgt.

Ik liet een mal vervaardigen van het arteriële stroombed in den aanvang der aorta naar de afmetingen van het ostium aorticum en de aorta van het varken en trachtte naar dien mal een kunstmatige aorta van caoutchouc van verschillende wanddikte en elasticiteitscoëfficiënt te doen vervaardigen, ten einde den invloed van den wand op het timbre van het geluid scherp te kunnen bepalen, maar de belofte van den fabrikant dat ik na toezending van den mal binnen enkele weken de verlangde voorwerpen zou ontvaugen, is na vele maanden nog steeds onvervuld gebleven. Ik moest mij daarom voorloopig behelpen met een naar dien mal vervaardigden blikken en lederen aorta en, als ik mag aannemen, dat de lumina met de opgegeven maten overeenkomen, dan bleek hieruit oóvertuigend, dat bij dezelfde stroomsnelheid het geluid in de lederen buis meer het timbre van den diastolischen arterietoon bezit, dan in de blikken buis, waarin het altijd meer het karakter van een geruisch heeft.

Als wij aannemen, dat er bij de systole in 0.3 sec. 188 gr. bloed in de aorta worden gedreven, dan bedraagt de stroomsnelheid in het ostium aorticum, dat gemiddeld door ons bij den mensch (in de medegedeelde proeven) gelijk aan $5.20 \square$ cm. werd gevonden, 120 cm. per sec. Maar de stroomsnelheid is in werkelijkheid in het ostium veel grooter, omdat de grootste hoeveelheid van het in den ventrikel bevatte bloed bij de systole van het hart in veel korter tijd dan

0.3 sec. in de slagader wordt overgebracht. Wij zijn zeker dichter bij de waarheid als wij voor den tijd, waarin de grootste hoeveelheid bloed uit de kamer in de aorta wordt ingepompt, slechts 0.1 sec. aannemen. Zoo verkrijgt men voor de stroomsnelheid in het ostium art. 360 cm. per sec. en dit cijfer wordt nog hooger als men den door CERADINI geschetsten stand der klavpliezen aanneemt. Onder deze omstandigheden kan het geen bevreemding wekken, niet slechts dat er bij den overgang van het bloed in de slagader tijdens de systole van het hart een geruisch ontstaat, maar ook dat dit geruisch in timbre tot een toon nadert.

Zonder WEIL's conclusie omtrent den eersten toon der carotis en subclavia nog te kennen meende ik dus uit mijne proeven te mogen besluiten, dat de eerste toon in die arteriën de voortgeleide aorta- en pulmonaaltoon moet zijn en de door WEIL, onafhankelijk van eenige theoretische beschouwing, uit de klinische waarneming afgeleide gevolgtrekking is hiermede in overeenstemming *).

Voor de normale en abnormale geruischen in het vaatstelsel ligt de toepassing voor de hand. Uit mijne proeven volgt:

1^o. Er ontstaan in de arteriën (en ook in de venae) in normalen toestand geen geruischen, tenzij er een vernauwing (of verwijding) in het stroombed aanwezig is. De stroomsnelheid van het bloed in het vaatstelsel is daartoe te gering. De spontane arteriële geruischen, die normaal voorkomen, zijn dus, wat hun oorsprong betreft, geheel gelijk aan die, welke door drukking, door vernauwing dus, kunstmatig worden voortgebracht. Zij ontstaan door physiologische vernauwing (resp. verwijding) van het stroombed. Vroeger toonde ik reeds aan, dat de aanhechting van de jugularis aan de eerste rib in verband met de zuigkracht van den thorax tot eene verwijding en vernauwing aanleiding geeft, waardoor het nonnengeruisch ont-

*) Nu verklaart het zich, waarom ik aan de blootgelegde carotis van de koe vroeger geen eersten toon kon hooren. Het zwakke geluid, dat ik waarnam, als het blootgelegde vat niet vast aan den obturator van het stethoskoop bevestigd was, was inderdaad van den uitslag der losgepraepareerde carotis afhankelijk, maar die uitslag heeft niets gemeen met den diastolischen arterietoon, die in de carotis gehoord wordt.

staat. Ook het normale axillairgeruisch is een vernauwingsgeruisch, dat door de drukking van de eerste rib op de subclavia ontstaat, zooals FRIEDREICH opmerkte. Voor het hersengeruisch zou wellicht de bevestiging van de carotis interna in den canalis caroticus de physiologische vernauwing kunnen zijn. Geringe tonus der vaten en lage drukking in het vaatstelsel moeten voor het optreden van het geruisch gunstig zijn, omdat door beide de diastolische uitzetting der arterie *relatief* grooter wordt en dus caet. paribus eerder tot plaatselijke vernauwing van het stroombed door de drukking der begrenzendende deelen gelegenheid zal geven.

20. De abnormale spontane geruischen zijn ook van vernauwing afhankelijk. Het is zeer onwaarschijnlijk, dat door verhoogde hartswerking of door verminderden weêrstand of zelfs door beide vereenigd een zoo groote stroomsnelheid kan ontstaan in het vaatstelsel, dat daardoor zonder vernauwing, als in een gelijk wijde buis dus, een geruisch wordt voortgebracht. Ook de abnormale geruischen houdt ik dus voor vernauwings- (resp. verwijdings-) geruischen. Waar een dergelijke verwijding of vernauwing op organische verandering van den vaatwand berust en na den dood kan worden geconstateerd, wordt dit zonder tegenspraak aangenomen, maar ook zonder zulk eene verandering kan hetzelfde effect bereikt worden door de omliggende organen. Van het axillairgeruisch werd het reeds opgemerkt, dat de verbinding der subclavia met den pleurazak de reden verklaart, waarom dit geruisch bij ziekten van den boventop der longen menigvuldig voorkomt: de subclavia wordt daardoor naar beneden getrokken en zoodoende sterker tegen de eerste rib aangedrukt. Verminderde tonus van den vaatwand en lage drukking, in het algemeen een groot verschil tusschen het diastolisch spanningsmaximum en systolisch spanningminimum zal de gelegenheid tot vernauwing door de omliggende deelen gunstiger maken en de klinische waarneming leert, dat het juist zulke omstandigheden zijn, waarbij abnormale spontane geruischen worden gehoord *). Evenzoo verklaart

*) De mogelijkheid bestaat, dunkt mij, dat de verwijding van het stroombed bij het afgeven van een tak onder scherpen hoek reeds voldoende is om onder zulke omstandigheden een geruisch te doen ontstaan.

het zich, dat bij sterk uitgedrukt dirotisme van den pols onder gunstige omstandigheden een dubbel geruisch wordt gehoord, waarvan het eerste met de primaire verheffing der sphygmografische curve, het tweede met de dirotische verheffing isochroon is. Tijdens de dirotische verheffing vermeerdert niet slechts de stroomsnelheid van het bloed weder, maar diastoliseert als het ware de arteriewand ten tweede male en ook door de tweede uitzetting komt vernauwing tot stand. Bij drukking wordt zelfs normaal door WOLFF zulk een dubbel geruisch gehoord.

30. Het geruisch bij stenose van het ostium arteriosum is insgelijks een vernauwingsgeruisch. In normalen toestand is de verhouding der lumina (van het ostium en van de aorta) zoodanig, dat de stroomsnelheid, waarmede het bloed bij de systole van het hart door het ostium in den wijderen bulbus aortae instroomt, voldoende is om door en rondom de veine fluide in de verwijding een zoodanige beweging der vloeistof (tourbillons) in het leven te roepen, dat het geruisch bij een normalen arteriewand het timbre van den diastolischen aorta- (en pulmonaal-) toon aanneemt. Bij stenose van het ostium wordt die verhouding verbroken en wel op tweederlei wijze: a. de verhouding der lumina verandert, b. de stroomsnelheid.

a. De *veranderde verhouding der lumina* kan begunstigend en belemmerend werken. Zonder drukking hoort men in ver van het hart gelegen arteriën geen geluid, gelijk wij zagen. In de cruralis zelfs wordt normaal geen toon gehoord. Drukt men met het stethoskoop wat aan, dan treedt er een geruisch op, waarvan bij allengs sterker wordende drukking de intensiteit aanvankelijk toe-, daarna afneemt. Bij toenemende drukking wordt natuurlijk de vernauwing sterker, maar de stroomsnelheid stijgt daarbij in de vernauwing insgelijks. Moeielijk is het dus om den invloed van den graad van vernauwing op het geruisch in een gelijke wijde buis na te gaan. Men zou empirisch moeten uitmaken, welke drijfkracht (drukhoogte) vereischt wordt om de stroomsnelheid in het vernauwde gedeelte bij toenemende vernauwing gelijk te doen blijven. Daarom ging SOLAT den invloed van toenemende *verwijding* bij gelijkblijvende stroomsnelheid in de aanvoerbuis, resp. de vernauwing dus, na. Hij

zag, dat de stroomsnelheid in de aanvoerbuis grooter moet worden bij toenemende verwijding als men dezelfde intensiteit van het geruisch wil behouden. Wanneer de stroomsnelheid onveranderd blijft in de aanvoerbuis, dan verzwakt het geruisch bij toenemende verwijding van het aneurysme en ten slotte verdwijnt het geheel en al. Daaruit volgt, dat er bij elke stroomsnelheid, die zoo groot is, dat zij bij vernauwing of verwijding van het stroombed een geluid voortbrengt, ééne bepaalde verhouding tusschen het lumen der vernauwing en verwijding bestaat, waarbij de intensiteit van het geluid (toon of geruisch) het sterkst is. Blijft dezelfde stroomsnelheid in de aanvoerbuis (de betrekkelijk nauwere buis) bestaan, dan kan beginnende verwijding een geruisch (of zelfs een toon) voortbrengen, toenemende verwijding het weder doen verdwijnen. De verandering van het ostium aorticum (of art. pulmonalis) op zich zelve behoeft dus geen reden te zijn, waarom de toon verloren gaat en in de plaats daarvan een geruisch optreedt. Bij beginnende vernauwing zou de toon zelfs luider kunnen worden. Maar zoodra de vernauwing sterker wordt moet de toon veranderen. Het verschil der lumina van ostium en aorta is, gelijk wij zagen, reeds vrij belangrijk en van af eene verhouding als 1 : 2 zag SOLETTI bij gelijkblijvende stroomsnelheid in de aanvoerbuis de intensiteit van het geruisch afnemen bij toenemende verwijding. Daar nu de verhouding der lumina, als men den door CERADINI geschetsten stand der klapvliesen tijdens de systole aanneemt, meer dan 1 : 2 bedraagt, zoo volgt daaruit, dat bij vernauwing van het ostium arteriosum de voorwaarden voor het ontstaan van geluid in de peripherische lagen der verwijding ongunstiger worden en is het dus zeer verklaarbaar, dat de toon in een geruisch overgaat.

b. De stroomsnelheid. Als de hartsystole onveranderd blijft zal de stroomsnelheid in het ostium grooter worden, naarmate de vernauwing belangrijker wordt. Daardoor zal natuurlijk de nadeelige invloed, die de vernauwing op zich zelve uitoefent, meer of min kunnen gecompenseerd worden en de diastolische aortatoon bij aanvangende vernauwing van het ostium behouden, de vernauwing zelve daardoor verborgen kunnen blijven. Maar als de stroomsnelheid met de toenemende

vernaauwing niet evenredig stijgt, dan wordt de verhouding ongunstiger. Het kegeloppervlak der veine fluide, die in de wijdere aorta instroomt, wordt kleiner; de invloed daarvan op de omgevende peripherische vloeistoffen in de verwijding wordt dus geringer en de levende kracht der veine fluide is niet omgekeerd evenredig hiermede toegenomen. Men ziet de verhoudingen zijn hier tamelijk gecompliceerd. Men zou niet slechts den graad van vernaauwing in elk bijzonder geval nauwkeurig moeten kennen, maar ook de stroomsnelheid in het vernaauwde ostium. Dat de duur der hartsystole bij stenose van het ortium aorticum toeneemt, wordt algemeen aangenomen en de ronde top van de primaire verheffing der sphygmografische curve onder deze omstandigheden, maar vooral de geringe dirotische verheffing hiervan is daarvoor een stellig bewijs. Geheel in overeenstemming daarmede is het ook, dat men bij belangrijke stenose van het ostium in plaats van den diastolischen aortatoon een *lang gerekte* geruisch waarneemt en de tweede toon *geheel* ontbreekt (WELL, l. c. S. 83).

Daarbij kunnen zich ten slotte nog twee omstandigheden voegen, die in denzelfden zin invloed uitoefenen — Als de hartspier gaat lijden, dan wordt hare energie geringer. De ventrikel wordt niet geheel geledigd en de hoeveelheid bloed die bij de systole door het ostium gedreven wordt kleiner: de stroomsnelheid in de eenheid van tijd dus ook hierdoor weder geringer. — Bij stenose van het ostium lijdt in den regel ook de oartawand. Hij wordt dikker en minder rekbaar. Zijn elasticiteitscoëfficiënt neemt toe en ook deze verandering is, gelijk wij zagen, een begunstigend moment voor den overgang van den toon in een geruisch.

46. De geruischen, die bij anaemie en koorts aan het ostium aorticum gehoord worden, ontstaan niet door de twee „conditions physiques” van MAREY, niet door de *grootere stroomsnelheid*, waarmede het bloed onder den invloed der lage arteriële drukking tijdens de hartsystole in den bulbus aortae instroomt en den van die lage bloedsdrukking afhankelijken *verslaptten toestand* van den oartawand, maar omgekeerd door de *verminderde snelheid* in verband met eene *verandering in de verhouding der*

lumina van het ostium en den *bulbus aortae*, die door de lage drukking tot stand komt.

De verminderde drukking in het arteriële stelsel is *overal* oorzaak van een *relatief* (d. i. in vergelijking met de stroomsnelheid tijdens de diastole) sterkere vermeerdering van de stroomsnelheid tijdens de systole van het hart, maar niet in den aanvang der aorta (en art. *pulmonalis*). Hier is de stroomsnelheid tijdens de systole bij uitzondering *alleen* afhankelijk van den *tijd*, waarin het bloed door den ventrikel in de slagader wordt gedreven en van de *hoeveelheid* bloed, die bij elke hartsystole in de slagaderen wordt ingepompt. In den aanvang der aorta en art. *pulmonalis* is het *de hartsystole alleen*, die de stroomsnelheid bepaalt. — Bij lage drukking in de aorta zullen de klapvliezen aan de *ostia arteriosa* na het intreden der systole vroeger geopend worden dan in normalen toestand, omdat de drukking binnen de kamer nu niet zoo hoog behoeft te stijgen om de *valv. semilunares* te openen, als wanneer de daarop door het bloed der aorta uitgeoefende drukking hooger is. Daarin is dus reeds een reden gelegen, waarom de stroomsnelheid in dergelijke gevallen in het ostium tijdens de systole geringer dan normaal zijn zal.

Een tweede oorzaak van verminderde stroomsnelheid in het ostium in de eenheid van tijd is het verminderde arbeidsvermogen van het hart, waardoor de tijd, waarin het bloed bij elke systole in de aorta wordt ingepompt, wordt verlengd. Is het *lang gerekte* geruisch, dat bij hooge graden van anaemie in de *carotis* en *subclavia* gehoord wordt (WEIL, l. c. S. 85) daarvan niet het rechtstreeksch bewijs?

Is het bovendien waarschijnlijk, dat er bij anaemie na sterk bloedverlies, als de frequentie van den hartslag veel grooter is geworden, bij elken hartslag dezelfde hoeveelheid bloed in de slagaderen zal worden overgebracht als in normalen toestand, zooals MAREY aanneemt? Neen, er is alle grond om aan te nemen, dat er bij anaemie minder bloed bij elke systole in de aorta wordt ingepompt en dat ook daardoor eene geringere snelheid in de eenheid van tijd tijdens de systole in het ostium tot stand komt.

Uit de steile stijgingslijn en de sterke dicrotische ver-

heffing, die de sphygmografische curve onder deze omstandigheden vertoont en waarop MAREY's opvatting voornamelijk steunt, kan geen gevolgtrekking hoegenaamd omtrent de snelheid van de hartsystole en de hoeveelheid bloed, die bij elke systole ontlast wordt, worden afgeleid. Zij zijn alleen het gevolg van de lage bloedsdrukking en van den verminderden tonus van den vaatwand, van het verschil tusschen het diastolisch spanningsmaximum en systolisch spanningsminimum. Meer kan de sphygmografische curve ons niet leeren. — Zonder twijfel zal de stijgingslijn des te steiler zijn, naarmate de grootste hoeveelheid bloed bij de hartsystole in korter tijd in de arterie gedreven wordt, *mits alle andere omstandigheden dezelfde blijven*, d. i. mits de bloedsdrukking, de elasticiteitscoëfficiënt van den vaatwand en de drukking, die daarop door het instrument, waarmee men den pols registreert, wordt uitgeoefend, dezelfde blijven. Aangezien dit echter niet het geval is in het vaatstelsel kan men uit de grootere of geringere steilheid der stijgingslijn geen besluit omtrent de energie der hartsystole afleiden.

Maar behalve de verminderde stroomsnelheid heeft ook het verminderd lumen van den bulbus aortae invloed op het verschijnsel. De elasticiteitscoëfficiënt van de aorta is bij lage drukking veel geringer dan die van het ostium, zooals wij aantoonen. Terwijl de aortawand onder den invloed van die lage drukking dus veel minder wordt uitgerekt dan onder normale omstandigheden, blijft het ostium aorticum daarbij nagenoeg onveranderd. CHAUVÉAU's conclusie, dat het ostium aorticum bij lage drukking in de aorta eene *relatieve* vernauwing daarstelt, omdat de groote arteriën minder contractiel zijn en zich niet accomodeeren naar de verminderde hoeveelheid bloed, terwijl het ostium dit wel doet, is dus juist het omgekeerde van de werkelijke verhouding. Het lumen der aorta wordt bij lage drukking kleiner, het ostium daarentegen blijft ongeveer zijn normaal lumen behouden en de veine fluide, die reeds zwakker is dan normaal, treft dus in de aorta een minder sterke verwijding aan. Onder deze omstandigheden is zij niet meer in staat om den diastolischen arterietoon voort te brengen en in de plaats daarvan treedt een geruisch op.

Wanneer bij koorts een geruisch wordt gehoord zijn de verhoudingen ongeveer dezelfde als bij anaemie: frequente hartslag,

lage drukking, verminderde tonus. Dat hier de stroomsnelheid in het ostium in de eenheid van tijd zou zijn toegenomen kan insgelijks niet bewezen worden. Het omgekeerde evenmin. Maar de klinische waarneming schijnt ook hier de door mij gegeven verklaring te bevestigen. Volgens mijne voorstelling moet ook bij koorts de stroomsnelheid in het ostium in de eenheid van tijd zijn afgenomen en de invloed der veine fluide hierdoor en door de veranderde verhouding der lumina zijn verminderd. En wat vinden wij bij WEIL (l. c., S. 84): „Bei Fiebernden hört man an Carotis und Subclavia in etwas weniger als der Hälfte der Fälle nicht mehr zwei reine Töne, sondern der erste Ton *fehlt entweder vollständig* oder ist durch ein blasendes Geräusch ersetzt. Hoe zou het ontbreken van den toon anders te verklaren zijn?

5°. Het geruisch, dat somtijds bij insufficiëtie der mitralis aan het ostium aorticum gehoord wordt, moet insgelijks aan de verminderde stroomsnelheid in de eenheid van tijd bij de systole worden toegeschreven. Het staat in dit opzicht op eene lijn met het geruisch bij anaëmie. Hier wordt de hoeveelheid bloed, die bij elke systole wordt ingepompt, kleiner, omdat een gedeelte van het bloed der hartekamer naar den linkerboezem ontwijkt.

6°. Bij insufficiëtie der valv. semil. aortae zijn de verhoudingen over 't algemeen dezelfde als bij anaëmie: lage drukking in de slagaderen, geringe tonus van de vaten, steile stijgingslijn der sphygmografische curve (met verlies natuurlijk van de dirotische verheffing). Maar de snelheid van het bloed in het ostium wordt óf niet gewijzigd of door de hypertrophie van het hart vergroot: en de diastolische aortatoon is dan ook onveranderd, zoolang er geene andere complicatiën voorkomen, hetwelk echter gewoonlijk slechts korten tijd duurt. Dat evenwel de toon zuiver blijft, zoolang er alleen insufficiëtie bestaat, is een vernieuwd bewijs, dat grooter stroomsnelheid en een slappe arteriewand nog geen geruisch geven.

7°. Bij zuivere hypertrophie van de linker kamer blijft de

verhouding der lumina van ostium en aorta ongeveer dezelfde. De hoogere bloedsdrukking, die in het arteriële stelsel bestaat, vergroot de lumina zoowel van de aorta als van het ostium aorticum slechts weinig, want bij die hoogere drukking hebben nu de aorta en het ostium beide een hoogen elasticiteitscoëfficiënt. Beide worden door de hoogere bloedsdrukking dus slechts weinig meer dan normaal uitgerekt en indien er al verwijding plaats vindt, *beide* nu gelijkelijk: de verhouding der lumina blijft dus dezelfde. Maar de stroomsnelheid tijdens de hartsystole wordt in het begin der aorta grooter, want de hoeveelheid bloed, die de kamer bevat, neemt toe en de systole van de hypertrophische hartspier wordt energischer.

Mijne theorie eischt dus — bij onveranderde verhouding der lumina en grootere stroomsnelheid — dat de eerste aortatoon in elk geval *zuiver* blijft en als de vermeerdering der stroomsnelheid belangrijk is, *luider* wordt. En wat leert de klinische waarneming? WEIL geeft daarvan (l. c., S. 81) het volgende verslag: „Unter den nicht mit Endocarditis complicirten Erkrankungen der Herzmuskulatur, die ich in grösserer Zahl beobachten konnte, steht die Hypertrophie des linken Ventrikels obenan. Sie waren in drei Fällen eine idiopathische, d. h. ich konnte keines der bekannten ätiologischen Momente nachweisen. In einem dieser Fälle war der Befund am Arteriensystem ein durchaus normaler (in den beiden anderen tónten die Crurales, in einem sogar die Brachiales, hierover later). — Jene Fälle, in denen die Hypertrophie durch Atherom der Arterie bedingt war, waren die beiden Töne in Carotis und Subclavia *rein* und *laut*; einmal war der *erste Ton lauter* und *accentuirter* als der zweite. Es bleiben noch sieben Fälle übrig, in denen Hypertrophie des linken Ventrikels neben chronischer Nephritis gefunden wurde. In Carotis und Subclavia wurden dabei *sets* zwei *reine, mitunter ungewöhnlich laute* Töne gehört“. Kan men meer verlangen?

In het algemeen zijn de verschijnselen met mijne theorie in overeenstemming. Ik mag dus aannemen, dat de beginselen juist zijn.

De tweede toon der arteriën en de tweede harttoon zijn de

zelfde. Dat hij, zooals TALMA wil, van de teruggaande vloeistofbeweging, die na het ophouden van de hartsystole tot stand komt, afhankelijk zijn zou, kan ik ook hier niet aannemen. Wel ontstaat er eene teruggaande beweging van het bloed naar de valvulae semilunares na het ophouden van de systole van het hart, maar, hoewel ik de stroomsnelheid bij die teruggaande beweging niet bepalen kan, mag ik toch wel besluiten, dat zij niet grooter is, dan die van den peripherischen bloedstroom, welke onder den invloed van de systole van het hart tot stand komt: dus is ook die stroomsnelheid te gering om zonder vernauwing (resp. verwijding) van het stroombed een geruisch te geven. — Deze teruggaande stroom ontmoet op zijn weg echter een verwijding, de sinus Valsalvae namelijk. Maar ik geloof niet, dat daardoor onder normale omstandigheden een geruisch of toon ontstaat, omdat de veine fluide, door wier invloed de tourbillons tot stand komen, zich niet ontwikkelen kan, daar zij terstond door de gesloten klapvliezen wordt afgebroken. Blijft het bloed eenigen tijd langs de sinus Valsalvae zich voortbewegen, dan ontstaat er zonder twijfel een geluid, en het geruisch, dat bij insufficieñtie van de valv. semilunares gehoord wordt, zou ten deele hieraan kunnen worden toegeschreven, indien niet op die wijdere sinus Valsalvae in dit geval eene veel sterkere vernauwing, door het insufficiënte klapvlies veroorzaakt, volgde. Daar nu, zooals NOLER aantoonde, ook vóór de vernauwde plaats een geruisch ontstaat, is het geruisch bij insufficieñtie — in zooverre het althans vóór de vernauwing, dus niet in de hartekamer ontstaat — vooral hiervan afhankelijk.

Maar ook al kwam op deze wijze hier ter plaatse onder normale omstandigheden een of ander geluid tot stand, dan zou het toch door den eigenlijken tweeden toon geheel worden overschaduwde. Die tweede toon is, naar mijne meening, ontwijfelbaar afhankelijk van de trillingen, die door den schok van het terugstroomende bloed tegen de gesloten valv. semilunares worden opgewekt. In elke arterie kan men denzelfden toon voortbrengen als men haar dicht drukt. Het is die toon, welke bij sterke drukking in de brachialis, ja zelfs in de radialis gehoord wordt en die synchronisch met den polsslag optreedt. Die toon ontstaat door den schok van het bloed tegen den gesloten buiswand tijdens de

diastole der arterie. Klapvliezen worden derhalve voor zijn ontstaan niet vereischt: de eenige voorwaarde is, dat de buis gesloten zij. Daar nu echter deze sluiting bij den tweede harttoon door de valv. semilunares tot stand komt, kan men met recht zeggen, dat die toon van trillingen dezer klapvliezen afhankelĳk is.

De intensiteit van den schok is evenredig aan de levende kracht der terugstroomende bloedkolom (m. v^2), wier beweging door de volgens CERADINI reeds gesloten of althans nagenoeg gesloten valv. semilunares wordt gestuit. Die levende kracht zal des te grooter zijn, naarmate de drukking in de vaten hooger is, omdat de snelheid der teruggaande beweging in dit geval wordt vergroot en de intensiteit van den schok in reden van het kwadraat der snelheid toeneemt. Daarom overweegt de tweede aortatoon gewoonlijk boven den tweeden pulmonaalttoon en wordt deze laatste bij verhoogde drukking in de art. pulmonalis versterkt. Daarom wordt de tweede toon bij lage drukking in het vaatstelsel zwakker. — Maar zij wordt insgelijks verzwakt, als de energie der hartwerking is gedaald, als het bloed met geringere snelheid tijdens de systole van het hart in het arteriële stelsel wordt ingepompt of de hoeveelheid van het bloed, die bij elke systole ontlast wordt, kleiner is. — Waar beide voorwaarden samenwerken wordt die tweede toon zoozeer verzwakt, dat zij in het geheel niet meer gehoord wordt, zooals dit bij hooge graden van anaemie wordt waargenomen.

De tweede toon wordt niet gehoord bij het begin der diastole, maar op het oogenblik, waarop de positieve golf aan de gesloten valv. semilunares ontstaat, die als dierotische verhefving over de slagaderen heenloopt.

Maar er blijft nog een bezwaar bestaan. Er is een verschijnsel, dat onverklaard bleef, en dat met de theorie, die ik omtrent de tonen en geruischen in het vaatstelsel in de voorafgaande bladzijden gaf, zelfs in strijd schijnt te zijn. Ik bedoel den diastolischen arterietoon, die onder abnormale omstandigheden in ver van het hart verwijderde arteriën gehoord wordt en zonder twiĳfel in verreweg de meeste gevallen een autochthone toon is, die gelijktijdig met den pols in die arteriën ontstaat. Hij

komt het menigvuldigst in de cruralis voor, maar ook in den *areus volaris* wordt hij somtijds gehoord en in de cruralis wordt zelfs in zeer zeldzame gevallen bovendien een systolische toon, een dubbele toon dus, waargenomen. Is die diastolische toon in ver van het hart verwijderde arteriën geen bewijs, dat men te recht de plotselinge spanning van den arteriewand algemeen als de oorzaak van den diastolischen toon aanneemt? En pleit de systolische toon, die in de cruralis somtijds wordt gehoord, niet voor de juistheid van TRAUBE's hypothese, dat hij aan de *plotselinge ontspanning* van den arteriewand moet worden toegeschreven, waardoor die arteriewand evenals bij de *plotselinge spanning* tijdens de diastole der arterie in toongevende trillingen geraakt?

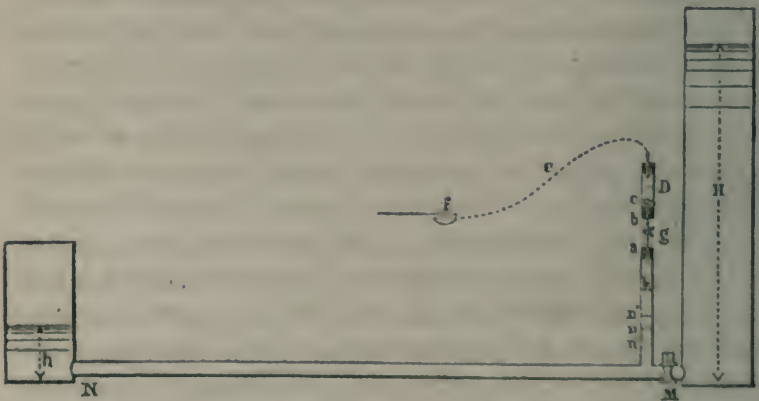
Ik heb mijne theorie over den physischen grond der normale en abnormale tonen en geruischen in het vaatstelsel niet vroeger medegedeeld, omdat ik den toon, die in ver van het hart verwijderde arteriën gehoord wordt, niet kon verklaren. Het scheen mij zelfs aanvankelijk toe, dat hij tegen de in de vorige bladzijden uiteengezette theorie van de tonen en geruischen in het vaatstelsel getuigde. Maar ik meen thans ook van dien toon de verklaring te kunnen geven en zelfs de oorzaak te kunnen aanwijzen, waarom er bij een zeer hoogen graad van insufficiëntie der valv. *semilunaris aortae* in de cruralis ook een systolische, een dubbele toon dus gehoord wordt. Het zijn wederom tonen, die door de eigenaardige beweging der vloeistof tot stand komen en waarbij ingelijks de vloeistof *primair*, de wand dus eerst *secundair* in trilling geraakt. De vloeistofbeweging is hier echter van geheel anderen aard dan die, welke wij in een verwijding waarnemen. Het zijn *staande golven*, die in ver van het hart verwijderde *slagadertakken* waarin normaal geen toon gehoord wordt, onder bepaalde omstandigheden met zoodanige amplitude daarin optreden, dat zij een hoorbaren toon tot stand brengen.

Toen nu bijna twee jaren geleden de heer MOENS als Assistent aan het Physiol. Laboratorium te Leiden verbonden werd, stelde ik hem voor een fundamenteel onderzoek omtrent de golfbeweging in het vaatstelsel op touw te zetten. Ik meende, dat hij, die zich vroeger aan de ingenieurswetenschappen had gewijd, met lust en ook met vrucht aan dit onderwerp zou kunnen

arbeiten. Mijne verwachting is niet teleurgesteld geworden. Gedeeltelijk zijn zijne resultaten reeds in zijne dissertatie „Over de voortplantingssnelheid van den pols” medegedeeld, terwijl zijn geheele onderzoek „Over de polscurve” in het 4^{de} Deel der „Onderzoekingen van het Physiol. Laboratorium der Leidse Hoogeschool”, dat binnen kort het licht ziet, wordt opgenomen.

Ik ried hem aan de verschijnselen aanvankelijk te bestudeeren onder de meest eenvoudige omstandigheden. Wij namen een metalen buis MN en laschten op het verloop daarvan op ééne plaats een elastischen factor in. Aanvankelijk gebruikten wij daarvoor een stukje van een caoutchouc buis, maar om allerlei redenen, die Dr. MOENS opgeven zal, vervingen wij dit al spoedig door een luchtklok *k* (fig. 4), waarin een bepaalde

Fig. 4.

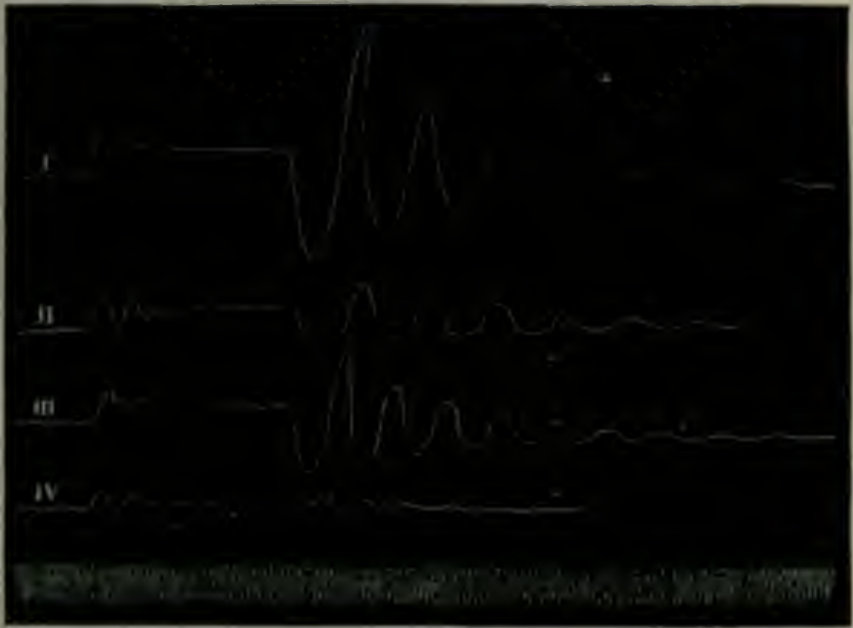


hoeveelheid lucht was besloten en die op geschikte wijze door een elastiek vliesje *c* was gesloten. Dit elastieke vliesje stond aan de bovenzijde met een afgesloten ruimte *D* in aanraking, die op hare beurt met den luchttrommel van een cardiograaf verbonden was, zoodat de luchtverdunning in de klok *k* door daling hefboom en de luchtverdichting door rijzing van den hefboom werd aangegeven.

Toen wij nu zulk een luchtklok, met een bepaalde en steeds gelijke hoeveelheid lucht gevuld, op een metalen buis MN

plaatsten, wier eene uiteinde door de kraan M met een drukvat H en wier andere open uiteinde met een reservoir h in verbinding stond — terwijl het niveau van het water in het drukvat H hooger was dan in het reservoir h, zoodat bij geopende kraan het water van M naar N stroomde — zagen wij, dat er zoowel bij het plotseling openen als bij het plotseling sluiten van de kraan M schommelingen in de vloeistof ontstaan, die tot verdunning en verdichting van de lucht in de klok k aanleiding geven, zoodat de cardiograaf een tracé levert als in fig. 5. De cardiograaf schreef van links naar rechts.

Fig. 5.

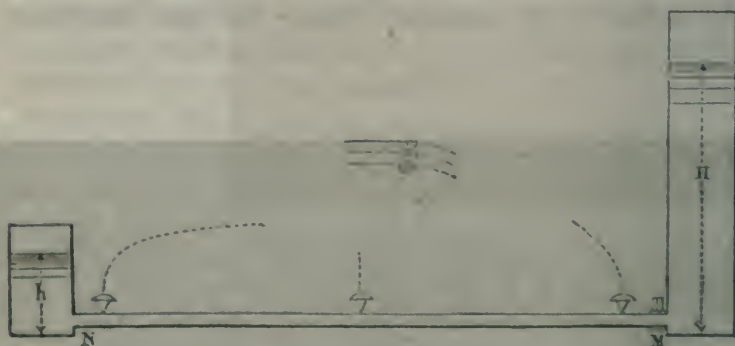


De linksche zijn de *openingsschommelingen*, de rechtsche de *sluitingsschommelingen*. Het bleek terstond, dat de duur van beide schommelingen zeer ongelijk is en dat van beide de duur verandert, wanneer de luchtklok met dezelfde hoeveelheid lucht daarin op het verloop der buis MN verplaatst of de hoeveelheid lucht in de klok veranderd wordt. Al de tracé's in fig. 5 zijn verkregen bij het openen en sluiten der kraan M met een

en dezelfde metalen buis MN en met de beschreven luchtklok (waarin altijd dezelfde hoeveelheid lucht bevat was), maar in tracé I stond die luchtklok niet ver van de invloeiopening M, in tracé II op $\frac{1}{4}$ van de lengte der buis, in tracé III op de helft en in tracé IV op het laatste vierde gedeelte der buis.

De analoga dezer openings- en sluitingsschommelingen treden ook in elastieke buizen op. Zooals in fig. 6 is voorgesteld,

Fig. 6.



werd een elastieke buis MN met haar eene uiteinde door middel van een kraan M aan een drukvat en met haar andere uiteinde N aan een reservoir h verbonden, terwijl de niveauhoogte bij II. hooger dan in h werd gehouden. Wanneer nu op zulk een buis b. v. drie luchtkussens worden geplaatst, op wier elastieke plaat een wigvormig statief is bevestigd, zoodat het, als de rug van een mes, dwars op den buiswand drukt en de drie luchtkussens met even zoovele cardiografen verbonden worden, dan neemt men waar, dat ook in een elastieke buis bij het openen en sluiten van de kraan de analoga der straks beschreven openings- en sluitingsschommelingen voorkomen, maar hier onder den vorm van golven optreden. De openingsgolven zijn in fig. 7 met α , β , γ , de sluitingsgolven met A, B en C aangeduid. Beide hebben, op welke plaats in het verloop der buis MN zij ook geregistreerd worden, steeds denzelfden trillingsduur zooals uit de figuur blijkt.

De sluitingsgolven zijn *voortschrijdende golven*, die van M naar N verloopden. Het tracé, dat op een dichter bij M ge-

Fig. 7.



den geregistreerd, steeds vereenigd worden door eene rechte lijn. Hare amplitude is op het midden der buis het grootst.

Dat zij inderdaad het karakter van staande golven bezit-

Fig. 8.



legen punt wordt geregistreerd, ver-
toont vroeger den
sluitingstop, dan
het tracé op een
verder van M ge-
legen punt ver-
kregen.

De *openingsgol-*
ven hebben het ka-
rakter van *staan-*
de golven. De top-
pen dezer golven
kunnen, waar zij
ook op het verloop
der buis MN wor-

den, blijkt nog duidelij-
ker uit fig. 8, waarin de
omstandigheden zoo zijn
gekozen, dat de openings-
golven eene groote ampli-
tude hebben. Men ziet,
als men den boog dien de
hefboom beschrijft in re-
kening brengt, dat resp.
 α, α' en α'' , β, β' en β'' veree-
nigd kunnen worden door
een rechte lijn, die door
het midden van elken golf-
top gaat. De golfstoppen
zelve zijn echter, zooals uit
de figuur blijkt, zeer on-
gelijk van vorm. Het is
onmogelijk om den juisten
vorm op te geven, want

dan zouden 1^o. al de hefboomen der cardiografen denzelfden uitslag moeten geven, maar 2^o. ook al de luchtkussens precies gelijk op den buiswand moeten drukken. Dit laatste vooral is onmogelijk te bereiken.

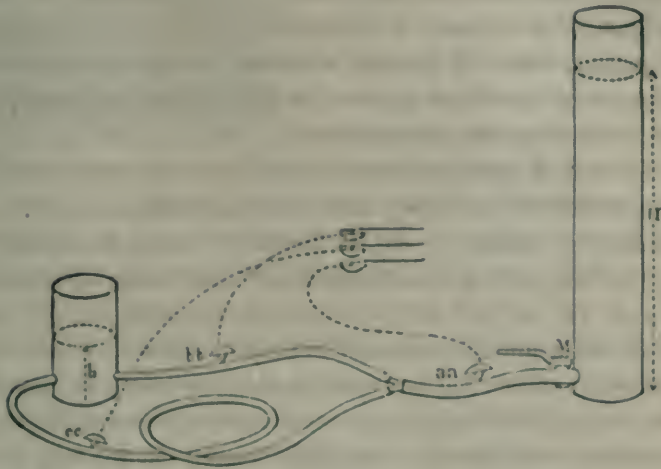
Zowel van die sluitings- als van die openingsgolven heeft Dr. MOENS, den duur, de amplitude en den vorm bestudeerd. Hij heeft getracht de factoren te leeren kennen, die haar duur en amplitude bepalen en het is hem gelukt om gedeeltelijk langs experimenteelen en gedeeltelijk langs analytischen weg tot de formules te geraken, waarnit zich de trillingsduur voor de beide golfsoorten berekenen laat. In deze formules komen als veranderlijke waarden voor: de lengte der buis, de middellijn, de wanddikte, de elasticiteitscoëfficiënt van den buiswand en het soortelijk gewicht der vloeistof. Ik deel daarvan een enkel woord mede, omdat men anders hetgeen thans volgt en dat voor ons doel alleen van belang is, niet zou kunnen verstaan, maar laat verder die sluitings- en openingsgolven aan den heer MOENS ter behandeling over. Een blik op fig. 7 toont reeds aan, dat in de sluitingsgolven nog vele complicatiën aanwezig zijn.

Voor ons doel was het van belang de verschijnselen in een vertakt stelsel na te gaan. In zulk een stelsel ontstaat bij het sluiten van de kraan M een reeks van sluitingsgolven, wier eigenschappen afhankelijk zijn van de afmetingen en verdere eigenschappen van *alle* takken van het stelsel en deze sluitingsgolven verloopden van M af over het geheele stelsel heen, zooals de heer MOENS nader aantoonen zal. Maar behalve deze voor *het geheele stelsel* gemeenschappelijke sluitingsgolven vertoonden er zich bovendien en geheel onafhankelijk van deze bij het sluiten van de kraan nog andere golven van korteren duur.

In figuur 9 is een wijde buis a a met het drukvat H door middel van een kraan verbonden. Deze buis had eene lengte 100 cm. en een middellijn van 1,6 cm. Zij splitste zich in twee takken bb en cc, die beide met het reservoir h in open verbinding stonden. Beide deze buizen waren van eene en dezelfde buis genomen, hare wanddikte bedroeg 0,14 en hare middellijn 0,95 cm, maar zij waren verschillend van lengte: bb was 140.

cc 380 cm. lang. Op alle drie de buizen waren luchtkussens

Fig. 9.



geplaatst. De niveauhoogte H was evenals vroeger $> h$. Als er nu door zulk een vertakt stelsel vloeistof stroomt en de kraan M wordt plotseling gesloten, dan verkrijgt men de tracés, die in fig. 10 worden voorgesteld.

Fig. 10.



In alle drie de buizen worden dezelfde sluitingsgolven $A A A$, $B B B$ aangetroffen, wier duur en andere eigenschappen van de afmetingen en eigenschappen van alle takken, van het geheele stelsel dus, afhangen. Maar behalve deze voor het geheele stelsel gemeenschappelijke sluitingsgolven vertoonen er zich bovendien in bb en cc kortere golven. In elken tak zijn zij anders en haar duur is afhankelijk van de afmetingen van den tak, waarin zij worden aangetroffen: in den tak bb

is haar trillingsduur 0,2 sec. in den tak *cc* 0,5 sec. Men kan ze dus *eigen golven van den tak* noemen.

Deze eigen golven, die in eenigen tak van een *buisstelsel* door het sluiten der invloekraan *M* tot stand komen, zijn dezelfde, die verkregen worden als die tak afzonderlijk aan een drukvat *H* en reservoir *h* wordt verbonden en de invloekraan *M* geopend wordt. Zij hebben denzelfden trillingsduur als de openingsgolven en ook het karakter van *staande golven*. Zij worden dus gelijktijdig in dezelfde phase op den geheelen tak aange troffen en haar amplitude is in het midden van den tak het grootst. Haar ontstaan kan geen verwondering baren, als men in aanmerking neemt, dat bij de sluiting van de invloekraan *M* de hoofdbuis *aa* bij *M* wel afgesloten wordt, maar van de beide takken *bb* en *cc* door het gemeenschappelijk verband met *aa* de beide uiteinden geopend blijven.

Slechts onder gunstige omstandigheden treden in een vertakt stelsel deze eigen golven der takken zoo duidelijk te voorschijn, dat men ze registreeren kan en dan nog is dit alleen mogelijk, als de buiswand dun is. Het luchtkussen moet bovendien zeer gevoelig gesteld zijn, zooals van zelf spreekt. Die omstandigheden zijn :

1^o. De tak moet aan beide zijden in een reservoir of althans in een stam met groot lumen uitmonden : m. a. w. het stroombed aan beide uiteinden van den tak moet betrekkelijk wijd zijn, zoodat de tak als het ware met twee reservoirs samenhangt.

2^o. Er moet een groot verschil bestaan tusschen het spanningsmaximum en het spanningsminimum. Men verkrijgt dit door de kraan snel te openen en onmiddellijk daarna te sluiten.

Op deze wijze, door snelle opening en opvolgende onmiddellijke sluiting werd met dezelfde buis *bb* de curve verkregen,

Fig. 11.



die in fig. 11 wordt aangetroffen.

De eigen golven van den tak treden hier duidelijk niet slechts onmiddellijk na het sluiten te voorschijn, maar komen ook nog voor in de eerste sluitingsgolf.

Fig. 12.



Op dezelfde wijze werd het tracé van fig. 12 verkregen. In dit geval was een caoutchouc buis van 170 cm. lengte, 0.95 cm. middellijn en 0.14 cm. wanddikte aan de eene zijde met een buis van 100 cm. en aan de andere zijde met een buis van 50 cm. lengte verbonden; beide buizen hadden een middellijn van 1.57 cm. bij een wanddikte van 0.25 cm. In dit tracé zijn weder A, B, C de op elkander volgende sluitingsgolven van de geheele buis a, b, c, d de eigen golven van het middenstuk. Haar trillingsduur bedroeg 0.25 sec. *).

In de toepassing op de verschijnselen in het vaatstelsel kan ik kort zijn. De medegedeelde proeven omtrent de eigen golven in een vertakt stelsel van caoutchouc buizen toonen aan, dat er in de afzonderlijke takken *eigen golven* voorkomen. Zij ontstaan het gemakkelijkst als de tak aan beide zijden in een betrekkelijk wijd stroombed uitmondt, en hare amplitude neemt caet. paribus toe, als de positieve golf, die door het openen van de kraan M ontstaat, hoog is, m. a. w. als er tusschen het diastolisch spanningsmaximum en systolisch spanningsminimum een relatief groot verschil bestaat.

De laatste voorwaarde is volgens de klinische waarneming steeds vervuld, wanneer er in de cruralis en andere van het hart verwijderde vaten een toon gehoord wordt.

De eerste voorwaarde is door den oorsprong en vertakking der cruralis gegeven. Zij ontspringt uit de iliaca communis gelijktijdig met den dikken stam van de hypogastrica en geeft onder den band van Poupart, behalve een groot aantal kleinere takken, de profunda femoris af. Aan beide zijden heeft de cruralis dus een wijd stroombed.

*) De trillingsduur van deze eigen golven der takken schijnt door den invloed van naburige takken of stammen te kunnen worden vergroot, reodst niet altijd volkomen juist hetzelfde cijfer voor den duur der eigen golven in den tak van het stelsel wordt gevonden, als voor de openingegolven van dien tak als enkele buis is bepaald.

In den arcus volaris is de verhouding der vertakkingen zeer onstandvastig, maar dikwerf is voor een gedeelte van den arcus dezelfde voorwaarde (een wijd stroombed aan beide zijden) insgelijks vervuld, zooals de injectie-praeparaten bewijzen. Dat de toon minder menigvuldig in den arcus volaris gehoord wordt, kan in de eerste plaats dus van de anatomische verhoudingen afhangen, maar ook al mocht dit niet zoo zijn, dan zou het nog zeer verklaarbaar zijn, dat de toon menigvuldiger in de cruralis dan in den arcus volaris gehoord wordt, omdat de polsgolf steeds kleiner wordt, naarmate men zich verder van het hart verwijdert en dus ook het verschil tusschen het diastolisch spanningsmaximum en systolisch spanningsminimum. — Bij de brachialis is althans de gewone vertakking niet zoo in het oogvallend gunstig voor het ontstaan van deze eigen golven. Veel zeldzamer wordt het verschijnsel dan ook daarin waargenomen. — De cruralis verkeert in elk geval in de gunstigste omstandigheden. Zij is betrekkelijk dicht bij het hart en dus bij de geschetste anatomische verhoudingen van haar stroombed voor het optreden van eigen golven bijzonder gunstig gelegen.

Daardoor is het ook verklaarbaar, dat de dubbele toon onder zulke omstandigheden *alleen in de cruralis* wordt gehoord. Zooals de positieve golf bij de systole van het hart eigen golven in de cruralis voortbrengt, die tot den diastolischen toon nanleiding geven, evenzoo kunnen door de negatieve golf, die bij insufficiëntie van de valv. semil. van het hart uitgaat, eigen golven ontstaan en den systolischen toon in de cruralis voortbrengen. Daarvoor is het noodig, zooals de klinische waarneming leert, dat de insufficiëntie belangrijk is. Hoe hooger de graad van insufficiëntie is, des te grooter is de amplitude der negatieve golf. Maar de duur der hartsystole blijft toch altijd korter dan die der hartdiastole en er gaat toch altijd bloed uit den boezem in de kamer over. De negatieve golf tijdens de diastole is dus nooit zoo krachtig als de positieve tijdens de systole. Daarom is het verklaarbaar, dat wel de diastolische arterietoon somtijds nog in de brachialis en in den arcus volaris gehoord wordt, maar de systolische arterietoon alleen in de dichter bij het hart gelegen cruralis optreedt.

In normalen toestand worden door de positieve polsgolf in

de cruralis natuurlijk insgelijks deze eigen golven voortgebracht, maar wegens het betrekkelijk gering verschil tuschen het diastolisch spanningsmaximum en systolisch spanningsminimum van te geringe amplitude om een toon te geven. Bij een grooter spanningsverschil groeit de amplitude dezer ook normaal aanwezige trillingen aan, zoodat een toon wordt gehoord.

Nog een punt behoeft toelichting. Aangenomen dat de gegeven voorstelling juist is en dat er eigen golven in de cruralis enz. ontstaan, is dan de trillingsduur dier eigen golven groot genoeg om een toon voort te brengen? Empirisch hebben wij de trillingsduur voor buizen van verschillende lengte bepaald en gevonden, dat bij gelijken elasticiteitscoëfficiënt, wanddikte en middellijn de trillingsduur evenredig aan de lengte is. Dr. MOENS is, zooals ik opgaf, gedeeltelijk langs experimenteelen, gedeeltelijk langs analytischen weg tot de formules van den trillingsduur der sluitings- en openingsgolven gekomen en hare juistheid is door hem proefondervindelijk gestaafd. Experimenteel kunnen wij natuurlijk de kwestie niet uitmaken, omdat de trillingsduur van de eigen golven van slagaderlijke takken als de cruralis veel te klein is om te kunnen worden geregistreerd, maar als ik MOENS' formule op de cruralis toepas en aanneem, dat de lengte van de cruralis 12 cm. bedraagt, de verhouding van diameter en wanddikte met KRAUSE op 12 stel en voor den elasticiteitscoëfficiënt van de cruralis die van de aorta bij 170 mm. kwikdrukking aanneem, dan zou de trillingsduur van de eigen golven in de cruralis 0.0183 sec. zijn, d.z. 54 trillingen per sec.

Voor de art. brachialis, wier lengte \pm 25 cm. bedraagt, zou de trillingsduur 0.038 sec. bedragen, dus 26 trillingen per sec. zijn.

Voor de carotiden schijnt de anatomische verhouding ook gunstig om eigen golven van voldoende amplitude daarin te doen optreden. Zij staan met elkander door den circulus arteriosus Willisii in verbinding en monden in de wijde aorta en anonyma uit. Inderdaad zijn de omstandigheden gunstig, maar de trillingsduur van die golven zal natuurlijk veel grooter zijn. Stel de verhouding

van diameter en middellijn alsmede de elasticiteitscoëfficiënt gelijk aan die in de cruralis, hoe groot zal dan de trillingsduur zijn van de eigen golven in de beide carotiden? Als wij aannemen, dat de lengte van beide carotiden en van den circulus art. Will. 35 cm. bedraagt zal de trillingsduur 0.053 sec. zijn of ongeveer 20 trillingen per sec.

Een toon kan dus moeielijk ontstaan in de carotiden, maar zou misschien het zoog. „Schwirren” van de carotis onder deze omstandigheden van de eigen golven kunnen afhankelijk zijn?

Wij hebben dus twee oorzaken leeren kennen, die tot het ontstaan van een toon in het slagaderlijke stelsel aanleiding kunnen geven:

1^o. De stroombeweging der vloeistof in een verwijding bij een bepaalde minimale snelheid en eene bepaalde verhouding der lumina.

2^o. De eigen golven der slagaderlijke takken.

Beide zijn *primaire vloeistoftrillingen*, die secundair den elastischen vaatwand in trilling brengen.

Dat die wand zelf door de plotselinge spanning bij de diastole der arterie (en ontspanning bij de systole TRAUBE) in zoodanige trilling wordt gebracht, dat een waarneembaar geluid ontstaat, is zeer onwaarschijnlijk. Sedert de klinische waarneming tot het besluit leidde, dat de diastolische toon van de carotis en subclavia geen autochtoon geluid maar de voortgeleide aortatoon is, moet men aannemen, dat de spanning, die de positieve polsgolf in de carotis en subclavia te weeg brengt geen toon veroorzaakt en dus nog minder de ontspanning van den arteriewand door de altijd zwakkere negatieve golf bij insufficiëntie der val. semil. aortae. Het ontbreken van den toon aan de blootgelegde carotis is hiermede in overeenstemming.

OVER TE NEMEN PROEVEN

ORDE

MATE TE BEPALEN, WAARIN WATER, ONDER
VERSCHILLENDE DRUKHOOGTEN,

DOOR ZANDMASSA'S VAN VERSCHILLENDE ZAMENSTELLING
EN BREEDTEN STROOMT.

DOOR

T. J. STIELTJES.

In de vergadering der Koninklijke Akademie van Wetenschappen van 26 Mei 1877 deelde de Heer P. HARTING eenige proeven mede, door hem genomen om te onderzoeken: in welke mate water door zandmassa's wordt doorgelaten. Hij wees daarbij op de proeven, reeds in 1851 tot 1853 door hem genomen, en trok uit beide reeksen van proeven de gevolgtrekking: dat de indijking van het zuidelijk gedeelte der Zuyderzee, tengevolge van te vreezen kwel door den onderliggenden zandbodem, onmogelijk zou blijken te zijn.

In de vergadering van 27 September 1877 trachtte ik de onjuistheid van deze gevolgtrekking in het licht te stellen. Even als reeds ter loops in de zitting van Mei, wees ik nu meer uitvoerig in September de fouten aan, die de proeven in het klein genomen aankleven.

Bij het einde van die zitting verzocht de Voorzitter mij, een schema te ontwerpen van de wijze, waarop aflopende proeven tot oplossing van dit vraagstuk zouden te nemen zijn.

Het is ter voldoening aan die vraag dat ik de vrijheid neem het volgende aan uwe aandacht te onderwerpen.

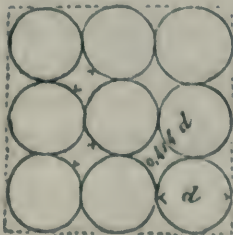
Twee punten neem ik als bewezen aan:

1^o. Dat de meerdere grofheid of fijnheid van het zand een overwegenden invloed uitoefent op het doorlaten van water.

2^o. Dat bij proeven in 't klein met buizen, hetzij van aarde, glas, metaal of welke andere stof, de onvoldoende aansluiting van het zand aan die wanden, de oorzaak van het grootste waterverlies is.

Het *eerste punt* wordt in de praktijk door alle ingenieurs aangenomen. De grindbeddingen bij Maastricht bijv. maken dat een gedeelte der Zuid-Willemsvaart aldaar bij zekere hooge Maasstanden uit die dan hooger liggende rivier gevoed wordt, zonder behulp van de sluis, die in gewone tijden de watertoevoer moest verzekeren. De fijne zandsoorten in de duinen daarentegen, maakten den bouw der Noordzeeschuizen te IJmuiden mogelijk, op korten afstand van zee, zonder dat, niettegenstaande de aanmerkelijke diepte, de waterbemaling meer dan gewoonlijk bezwaarlijk was. Men kan zich dit ook gemakkelijk theoretisch voorstellen.

Bestond de zandmassa bijv. uit regelmatige bollen van gelijke en vrij groote middellijn, en men nam aan dat die bollen in regelmatige reijen naast en boven elkander lagen, en op elkanders toppen rustten, dan zouden tussehen die bollen de openingen ongeveer evenveel ruimte innemen als de bollen zelve



$$(\bar{d}^3 - \frac{1}{6} \pi \bar{d}^3 = 0.4764 \bar{d}^3) \text{ en}$$

regelmatige gootjes vormen, waarvan de kleinste afmetingen nog 0.414 \bar{d} zouden zijn. Met het kleiner worden der bollen, wordt de verhouding der inhouden vol en hol (0.5136 \bar{d}^3 en 0.4764 \bar{d}^3) niet gewijzigd, maar wel worden de gootjes kleiner in afmetingen,

dus de natte omtrek grooter met betrekking tot het profiel, dus ook de snelheid van doorstrooming minder.



de grootjes krijgen bogten, en de waterdoorlating wordt bezwaarlijker.

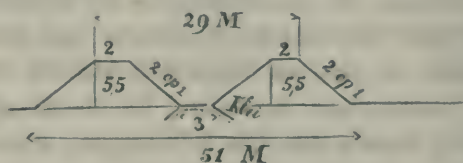
Neemt men aan dat alle zandkorrels wel betrekkelijk klein, maar toch van verschillende afmetingen zijn, dan zullen de gaten tusschen de grootere bollen door kleinere verstopt worden en de waterdigtheid toenemen. En dit zal nog meer het geval zijn bij korrels niet van bolvormigen, maar van hoekigen vorm.

Het doordringen van water langs de wanden, waartegen het zand rust, is eveneens een wel bekend feit; niet alleen bij ingenieurswerken, maar ook bij het waterdigt afsluiten van flesschen, buizen, enz. Dat doordringen zal des te grooter zijn, hoe gladder de wanden zijn, en hoe betrekkelijk langer de *natte omtrek* tot den *inhoud* der doorsnede is. Dat lek zijn der wanden zal waarschijnlijk zijn maximum bereiken bij *naauwe* en *gladde* buizen, en verminderen met de meerdere breedte der buizen en met de ruwheid der wanden. Bij proefnemingen zal men allereerst op die *twee zaken*: de aard van het zand, en het lekken langs de wanden der buizen, moeten letten. Men zal proeven moeten nemen met kiezel en zand van verschillende grootte, beginnende met grove kiezel en afdalende tot het fijnste zand. Door weging van dit zand, in een afgesloten bak, droog, en naderhand met water verzadigd, zal men kunnen bepalen: welk gewigt van water noodig is tot verzadiging van zeker gewigt en volumen zand. Uit dit watergewicht kan dan de inhoud der *hollen* tusschen de zandkorrels worden afgeleid.

De invloed van het lekken langs de wanden, zal moeten nagegaan worden door de proeven te doen met buizen van zeer verschillende middellijn en gladheid en zal aldus, (althans bij benadering) geconstateerd kunnen worden.

Er is echter een ander middel, dat mij geschikter voorkomt om tot juiste gevolgtrekkingen te komen, en dat is: het ne-

men van proeven *in het groot*. Men make dijken van bijv. ruim 5 M. hoogte om eene zekere oppervlakte land, zette de binnenruimte vol water en ga na hoeveel water in 't geheel door de dijken lekt. De proef dient, met dijken van groover of fijner zand, met of zonder vermenging met grind, herhaald te worden. De *bodem* onder de ingesloten waterkolom of vijver moet, bijv. door bekleeding met klei, waterdig gemaakt



worden. Door nu de ingesloten vijvers vol te zetten met water 1, 2, 3, 4 en 5 M. boven den bodem, zou men (na verzadiging met water van den omringenden dijk) kunnen meten de *verlaging* van den waterstand, en dus ook de massa doorgelekt water door meters dijk.

Het bezwaar tegen deze proeven in 't groot is: groote kostbaarheid. Zelfs indien men een bodem oppervlak van slechts 3 M. middellijn omsloot door een dijk, hoog 5.5 M. met slechts 2 M. kruinbreedte en wederzijdsche hellingen van 2 op 1, dan wordt reeds de uitwendige middellijn van den afgeknotten kegel aan den voet 51 M. en moeten ongeveer 6400 kubieke meters specie verwerkt worden. Dan moet nog aan de volgende eischen worden voldaan:

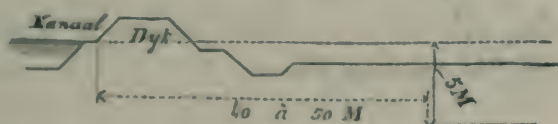
- 1^o. Dat water in g noegzame *hoeveelheid* in de nabijheid is, en
- 2^o. op voldoende *hoogte* om, door afleiding de geheele of althans een gedeelte van den vijver op te zetten. Of wel
- 3^o. Moet een werktuig voorhanden zijn om circa 1200 M³. water op te voeren;

Bedenkt men daarbij dat de proef minstens met 3 of 4 verschillende zandsoorten dient genomen te worden, dan zal het duidelijk zijn dat de proef duur zal worden. Op de Veluwe en in het oosten van Overijssel zullen trouwens wel punten te vinden zijn, waar aan den eisch van water, op voldoende hoogte en in voldoende massa, kan voldaan worden.

Deze proef zou verder het *veerdeel* hebben van, zoo na

mogelijk, te naderen tot wat dikwerf voorkomt. De invloed van kleibekleedingen, van kleihoudend water in den vijver enz., zou dan tevens kunnen worden ongegaan.

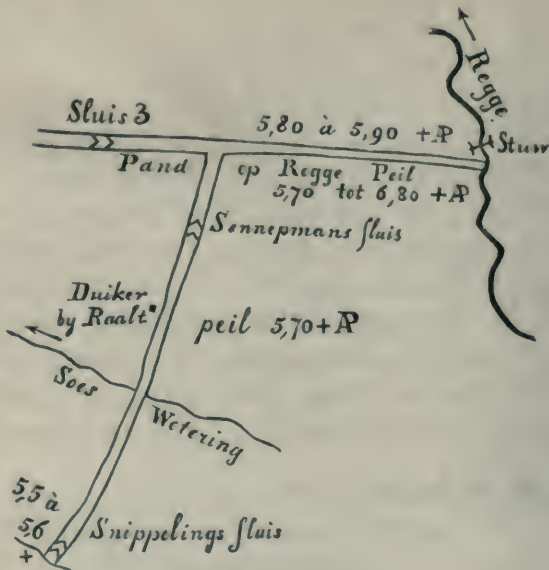
Mogt de groote kostbaarheid afschrikken van het nemen dezer proeven in 't groot, dan blijft niet anders over: dan de lekkings na te gaan bij *bestaande kanalen, beken, vijvers* en andere wateren, in ophooging, in zandgronden. Men vindt die werken op uitgebreide schaal in Overijssel, Drenthe, Gelderland, Noord-Brabant, Limburg. Kanalen in ophooging van 1 tot 2 M. komen in menigte voor, wellicht enkele punten die tot 2.5 à 3 M. gaan. Door daarbij waar te nemen het waterverlies, zooveel mogelijk onafhankelijk van strooming of schutting, zal men tot vrij goede uitkomsten kunnen komen.



Door op eenigen afstand (bijv. 40 in 50 M.) van die kanalen putten van 1, 2, 3 M. diepte te graven, zal men tot 5 M. onder den waterspiegel kunnen komen en onderzoeken of er water in die put opstijgt, in hoeveel tijd en in welke hoeveelheid. Het zij mij vergund een punt aan te wijzen, dat wellicht bijzonder geschikt zou zijn voor dergelijke proefnemingen.

Het in 1858 gereed gekomen laatste pand der Overijsselsche Kanalen van Sennepmanssluis langs Raalte tot de Snijplingssluis, is lang 24 kilometers op het normale peil van 5.70 M. + A. P.

De verschillende beken, die dit kanaal dwars doorrijden, gaan alle met grondduikers *onder* het kanaal door, op ééne na, de Soeswetering. Als middel tot peilregeling ligt slechts één duiker in den westelijken kanaaldijk bij Raalte, met eene schuif gesloten. In sommige omstandigheden ligt dit pand gemén met een ander, meer noordelijk gelegen en 13 kilometer lang pand, op Regge peil; dan hangt de waterstand van dien op deze rivier af, en zou men bezwaarlijk tot juiste gevolgtrekkingen komen. Maar stijgt het Reggepand *boven* de 5.70 M. + A. P. bijv. (den zomers zelfs) tot 5.80 à 5.90 M. + A. P. dan wordt de Sennepmanssluis gesloten en het



pand van 24 kilometers staat op zich zelve. Het krijgt dan bij Sennepman, met een verval van 0.1 à 0.2 M. eenig schut- en lekwater uit het Reggepand, verliest ongeveer dezelfde hoeveelheid bij het zuidoende, door de Snippelingsluis, die dan ook slechts eene geringe waterhoogte keert. Deze aanvoer, en dat verlies wegen tegen elkander op, bovendien kan beide gemeten worden. Zoo ook de zéér geringe aanvoer door de Soeswetering en het geringe verlies bij den Duiker. Daar nu het pand omstreeks 40 Hectaren oppervlak heeft of 400.000 M². geeft elke centimeter peilverandering een watermassa van 4000 M³. Door nu in den zomer, bij eenigen regen en stil weêr, dit afgesloten pand, dat over vele kilometers in ophooging is, waar te nemen, met aanteekening van het schutwater dat er opkomt of afgaat, en waarnemende de kleine aanvoer bij de Soeswetering en afvoer bij den duiker, zal men kunnen zien: of duizenden meters lengte in ophooging een groot waterverlies geven. Door dan, in de laagste gronden, nog putten van verschillende diepte naast het kanaal te graven, zal men kunnen onderzoeken: of bij grootere ophooging de waterverliezen aanvankelijk toenemen.

De zelfstandige proefnemingen in het groot als de kostbaar beschouwende, zou ik ten slotte meenen :

a. Dat directe waarnemingen bij kanalen in ophooging (ook in de Haarlemmermeer) reeds veel licht over deze zaak zullen verspreiden; voldoende licht misschien om van de daurdere zelfstandige proeven te doen afzien.

b. Dat het echter zeer nuttig blijft, in het klein, de invloed van de meerdere of mindere *lengte* en *gladheid* der wanden van buizen te onderzoeken.

c. Dat het zijn nut kan hebben niet alleen het specifiek gewigt van verschillende zandsoorten te onderzoeken, maar vooral ook de verhouding van *vol* tot *hol* daarbij na te gaan, waarmede stellig de waterdoorlating in eenig verband staat.

Rotterdam, 16 Januarij 1878.

R A P P O R T

VAN DE HEEREN

G. VAN DISEN, J. BOSSCHA en J. M. VAN BEMMELEN.



De ondergeteekenden, in de vergadering van 23 Februarij 1878 der Afdeeling Wis- en natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen in commissie benoemd, ten einde gevoelen en advies kenbaar te willen maken omtrent een voorstel van het lid der Akademie Dr. T. J. STIELTJES, tot het instellen van proefnemingen aangaande *de mate waarin water, onder verschillende drukhoogten, door zandmassa's van verschillende samenstelling en breedte stroomt*, hebben de eer door mededeeling van het volgende zich van hunne taak te kwijten.

Het voorstel van den heer STIELTJES is een gevolg van den door den heer Dr. P. HARTING in de vergadering van 26 Mei 1877 geopperden twijfel aan de uitvoerbaarheid of het welslagen der ontworpen droogmaking van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee. Daar de dijk in zee, aansluitende aan Urk, zou gelegd worden op een bodem van diluviaal zand, dat den heer HARTING o. a. door proefneming gebleken was gemakkelijk water door te laten, vreesde hij, dat bij de uitmaling der plas het water van buiten door de zandlaag naar binnen zou doordringen, en wel te sterker naarmate het verschil in hoogte van de beide waterspiegels grooter werd. In de *Verslagen en Mededeelingen* der Afdeeling Natuurkunde, Tweede Reeks, XI^e deel, 3^o stuk zijn de beschouwingen en de uitkomst der proefnemingen van den heer HARTING opgenomen. De heer STIELTJES,

die terstond reeds te kennen gaf, dat de proeven in het klein genomen geen voldoende grond gaven voor de gevolgtrekkingen van den heer HARTING, en inzonderheid op den invloed der gladde wanden van de buizen de aandacht vestigde, kwam in de vergadering van 29 September 1877 op de zaak terug en wies op eenige dijken en werken in Nederland, waarbij van de ongunstige uitkomst door den heer HARTING gevreesd, niets gebleken was. Een opstel over de doordringbaarheid van klei en zand door water, werd voor de *Verslagen en Mededeelingen* in de vergadering van 26 Januarij 1878 aangeboden door den heer STIELTJES, die eindelijk in de daarop volgende vergadering van 23 Februarij ll. het in het hoofd van dit stuk genoemde voorstel deed.

Het hoog belang van een nader onderzoek, dat niet alleen door den heer STIELTJES, maar ook door den heer HARTING wenschelijk wordt geacht, zal na de zoo even gedane mededeelingen wel niet behoeven te worden aangetoond.

Tot eene onderneming van zoo reusachtigen omvang als die der droogmaking van de Zuiderzee, behoort niet te worden bedoten, indien niet op goede gronden kan worden aangetoond, dat eene mislukking ten gevolge van onderloopsheid van den dijk volstrekt niet gevreesd behoeft te worden. Is het al niet waarschijnlijk dat een ontwerp, bestudeerd door onderscheidene Nederlandsche Ingenieurs achtereenvolgens in Commissiën vereenigd en op zich zelve werkzaam, eene zoo voor de hand liggende oorzaak van mislukking zou bevatten, daarin behoeft de Akademie geen reden te zien voor verwerping van een onderzoek, dat door zijn nitnemend wetenschappelijken aard mag beschouwd worden geheel op haren weg te liggen.

Wegens het dadelijk belang toch dat er, bij den menigvuldigen aanleg van waterwerken in Nederland in het algemeen, gelegen is in de kennis van de mate van doordringbaarheid van zand door water, verdient het onderzoek reeds alle aanbeveling. Het kan een stap nader brengen tot de oplossing der vraag over welken afstand water onder een gegeven druk in zijn weg door zand te grooten wederstand ontmoet, om in bezwarende hoeveelheid door te dringen.

Ten einde tot de gewenschte kennis te komen, worden door den heer STIELTJES aanbevolen *proefnemingen* met daartoe gemaakte inrigtingen en *waarnemingen* van bestaande toestanden.

De proefnemingen zouden ten doel hebben :

- a. de bepaling van de hoeveelheid water, die door zand van verschillende afkomst in de ruimte tusschen de korrels kan worden opgenomen;
- b. de bepaling van den invloed van de meerdere of mindere *lengte* en *gladheid* der wanden van buizen gebezigd bij een onderzoek als dat van den Heer HARTING;
- c. de bepaling van het waterverlies uit eene volgepompte kom gevormd door een ringvormig opgeworpen dijk van zand. Door bekleeding van den bodem der kom met klei, zou de gelegenheid bestaan op groote schaal en in overeenstemming met in werkelijkheid voorkomende toestanden de mate van doorlating van een zanddijk na te gaan.

De sub *a* bedoelde proef is eene weinig kostbare en zou zich kunnen uitstrekken tot verschillende soorten van zand, die in een waterdigten bak gestort, vóór en na de bijvoeging van water, gewogen werden. De proef komt ons wel nuttig voor, maar niet afdoende voor de oplossing van het vraagstuk, omdat er niet uit kan geleerd worden of het zand dat veel water opneemt, meer water zal doorlaten dan dat hetwelk weinig water opneemt. Fijn zand bijv., waarbij volgens de beschouwing van den heer STIELTJES de doorstroomingskanalen kleiner en dus de wrijving grooter zou zijn, laat zich gemakkelijker medevoeren dan grof zand.

b. De Heer HARTING vestigt de aandacht op verbeteringen, die in den door hem gebezigten toestel zouden behooren te worden aangebragt. Met inachtneming van zijne ook ten aanzien van de wijze van vulling gegeven wenken, zou eene hervatting zijner proefneming ongetwijfeld van groot belang zijn. De buizen, die bij zijn toestel slechts eene wijidte van ongeveer 20 mM. hadden, zouden daarbij veel wijder moeten genomen en de binnenwand zou ruw gemaakt moeten worden. Niet met

het waarnemen der opstijging van het doorgesijpelde water in eene verticale buis aan het uiteinde zou men zich moeten tevreden stellen, maar eene doorstroming met weglating dier buis gedurende verscheidene uren onder constante drukhoogte zou moeten plaats vinden, met meting van de hoeveelheid doorgelaten water, en met verzameling van het medegevoerde zand.

Verklikpijpjes zouden van afstand tot afstand op de zandbuizen moeten worden gesteld, ten einde te kunnen waarnemen volgens welke wet bij verschillende lengte en soort van de zandader en bij verschillende drukhoogte het doorstromingsvermogen van het water afneemt.

Deze proeven, die daardoor in groot aantal genomen zouden moeten worden, zijn waarschijnlijk te kostbaar om uit de middelen van de Akademie te worden bestreden.

Hoe wenschelijk wij het nemen dier proeven zouden achten, meenen wij niet te mogen aanraden er van wege de Akademie toe over te gaan.

Zij zijn echter naar onze meening van zoo uitnemend belang dat wij straks nog even daarop zullen terugkomen.

De proef sub *c* door den Heer *STIELTJES* aanbevolen, hoe wenschelijk ook en hoe betrekkelijk gering de uitgaaf moge zijn, in vergelijking tot de groote sommen, die te kosten zouden worden gelegd aan het groote werk, waarvoor zij licht zou schenken, wordt door den voorsteller zelven zoo kostbaar geacht, dat hij op het nemen daarvan niet aandringt.

Wij laten dus dit voorstel als weinig kans tot verwezenlijking aanbiedende, inzonderheid met het oog op de vermoedelijk met gelijke vrucht in de plaats te stellen waarnemingen, tot wier behandeling wij nu zullen overgaan, buiten beschouwing.

Indien ergens een toestand was te vinden, die overeenkwam met dien, welke bij den nieuwen Zuiderzeepolder zou ontstaan, zou aan waarneming van hetgeen daar zich voordeed, als meer afdoende, de voorkeur moeten worden gegeven boven het nemen van de reeds besproken proeven.

Bij het ontbreken van een geheel overeenkomstigen toestand kan echter de gelegenheid worden gevonden tot het verzamelen

van gegevens omtrent de mate, waarin water door zand kan loopen onder de opgenoemde verschillende omstandigheden.

De Heer STIELTJES heeft daartoe in de Vergadering van 29 September 1877 en in de hierbij gaande nota eenige waarnemingspunten aan de hand gedaan.

De dijken der Zeeuwsche polders in de eerste plaats door hem genoemd, kunnen over het algemeen niet vergeleken worden, wat de omstandigheden betreft waarin zij zich bevinden, met den ontworpen dijk in de Zuiderzee. Zij worden niet opgeworpen voor dat de schorren „rijp” zijn, dat is door aanslibbing eene hoogte hebben bereikt, die ze boven gewoon hoogwater doet nitsteken.

Het groot verschil tusschen vloed en eb levert daareboven niet de nagenoeg constante waterhoogte, die buiten den Zuiderzeedijk zal worden aangetroffen.

In Zeeland zal met meer vrucht welligt bij een der kanalen, waarbij de waterspiegel aan weinig verandering in hoogte onderworpen is, de mate van doorsijpeling zijn waar te nemen.

Bij het kanaal van Sluis naar Brugge, dat in den afgelooopen winter door een dam bij Brugge was afgesloten, is gedurende eenige dagen de hoeveelheid water gemeten die bij den dam werd aangevoerd, om in het waterverlies tegemoet te komen, dat in die dagen, waarin de verdamping onbeduidend was, voornamelijk aan doorkwelling kon worden toegeschreven. De uitkomst dier waarneming kan te zijner tijd eene bijdrage tot de verzameling zijn.

Het kanaal door Walcheren verliest water door kwel; waarneming van de hoeveelheid doorkwellend water is met eenige zekerheid alleen te doen bij de afsluitbare kom tusschen het kanaal en de tweede binnenhaven te Vlissingen.

De put voor het nieuwe sluishoofd te Vlissingen geeft insgelijks gelegenheid tot meting van water door en onder een dijk gaande.

Het water namelijk, dat onder eene constante drukhoogte van ruim 6 M. door den binnendam van den put dringt, wordt afzonderlijk geleid naar de vergaarkom waarop de pomp staat, die den put droog houdt, en is dus te meten.

De Heer STIELTJES wijst op de groote diepte en het geringe waterbezwaar van de ontgraving in de duinen voor de Noordzeshuizen van het kanaal door Holland op zijn snalst.

De diepte van de ontgraving was werkelijk zeer aanzienlijk en reikte tot 9 à 10 M., en in de diepste gedeelten tot 11 M. beneden A.P., zijnde ongeveer 20 M. beneden het oorspronkelijke terrein.

De bodem was, hetzij door zijne samenstelling, hetzij door de samendrukking van de zandmassa, die er eeuwen op gerust had, van genoegzame stevigheid om er de sluizen zonder paalfundering op aan te leggen.

De put lag, volgens inlichtingen die wij aan de welwillendheid van den Hoofd-Ingenieur DIRKS te danken hebben, op een afstand van ongeveer 1100 meters van de laagwaterlijn der Noordzee verwijderd. De zee had noch bij hoog- noch bij laagwater verder toegang landwaarts in dan vroeger, d. i. de buitenhelling der duinen en het strand waren nog niet aangeroerd.

Het tegenwoordige buitenkanaal was tot omstreeks 1 M. + A.P. of iets boven hoogwater uitgegraven, doch aan den buitensten duinrug was een waterkeerende dam gespaard, waarvan het buitentalud met de buitenduinheiling overeenstemde.

Van zee water is nooit iets binnenwaarts bespeurd zoolang de buitenduinregel niet doorgestoken was.

Nadat voor den afloop van het water, dat zich in het ondiepe kanaal tusschen den buitendam aan zee en den buitendam van den sluisput verzamelde, onder den buitenduintug, d. i. onder eerstgenoemden dam, een uitwatering koker gelogd was, schijnt door dien koker bij vloed zee water te zijn binnengekomen. Dit maakt de heer DIRKS op uit de daadzaak, dat na ongeveer een jaar rust in dat ondiepe water (ongeveer 0.50 M.) eene menigte botjes zijn opvangen.

De helling waaronder het zoete water uit duinen werd weggetrokken, is bevonden 200 op 1 te bedragen.

In den sluisput was het water volkomen zoet, en voortreffelijk drinkwater.

De stoommachine, die den put droog hield, werkte ongeveer 20 uur in het etmaal en bragt 9.40 M³ water per minuut 12.80 M. hoog op. Het waterbezwaar was dus ongeveer 11280 M³ in een etmaal.

Dit groote waterbezwaar laat zich verklaren hieruit, dat het geheele kanaal tot bij den spoorweg Haarlem—Uitgeest, over 3000 M. lengte, met den sluisput gemeen lag, en dus mede door het werktuig werd drooggehouden.

Uit het medegedeelde blijkt, dat de geschiedenis van den put der Noordzeesluizen weinig gegevens aanbiedt tot het trekken van een besluit voor de zaak die ons bezig houdt, aangezien de toevoer waarschijnlijk werd geleverd door de rondom gelegen duingronden, waaraan het water onder eene helling van 200 op 1 door den put in het kanaal werd onttrokken.

De opgaaf van de zoo even genoemde helling, waaronder het water in duingronden werd opgehouden, strookt ongeveer met de waarneming, die bij het graven van kanalen ten dienste van duinwaterleidingen werd gedaan, en strekt tot verklaring van de door den Heer STIELTJES onder de aandacht gebrachte omstandigheid, dat bij boringen in duinen gebleken is, dat water vrij hoog boven A.P. in de losse zandgronden blijft hangen.

Uit dit verschijnsel, toe te schrijven aan aankleving of capillariteit, kan moeilijk iets worden afgeleid omtrent de uitwerking van den hydrostatischen druk eener waterkolom, die door een zandbodem tracht henen te dringen.

Eene droogmakerij zal aan de zijde, waar zij door hooge zandgronden wordt begrensd, een zoom van die gronden van water ontdoen, te breeder naarmate de gronden hooger zijn, en, die drooglegging geschied zijnde, daarna van die zijde geen anderen toevoer te wachten hebben dan door den regen op den zoom wordt gebragt.

Bij den Haarlemmermeerpolder heeft zich dergelijke afrekking van water vermoedelijk door zandlagen onder de ringvaart door doen bespeuren. Of thans nog langs dien weg in regentijd water in den polder komt, dan of het uit de ringvaart wordt aangevoerd, zal misschien zijn na te gaan.

Van belang zal ook eene voortzetting zijn van het onderzoek door ons genacht medelid Jhr. J. R. T. ORT in het werk gesteld (Tweede Reeks der Verslagen en Mededeelingen, Deel XIII) en waartoe ook waarnemingen, zooals die welke de Heer STIELTJES

in de Verslagen en Mededeelingen, 8^{ste} deel, 3^e stuk, openbaar maakte, veel licht kunnen geven.

Ten einde zooveel mogelijk vrij te zijn van den invloed van verdamping, die, vooral bij plantengroei, een aanzienlijk deel water aan de waarneming onttrekt, is het raadzaam de gegevens zooveel mogelijk in den winter te verzamelen en op dagen, waarin weinig of geen regenwater uit den bodem nazakt, dus in een droogen tijd.

Bij kanalen in ophooging eindelijk, die in de meergenoemde vergadering mede door den heer STIELTJES werden aan de hand gedaan voor het doen van waarnemingen, zal kennis van de hoeveelheid water, dat verloren gaat, kunnen worden opgedaan, en zoo men het punt weet waar het zich ontlast, ook de afstand kunnen worden nagegaan, die het wegvloeiende water moet doorloopen.

Polders wier droogmaking of drooghouding bezwaar opleverde, zooals de Tienhovensche plassen, Waard en Groet, en de Koe-koek, zouden, zoo er waarnemingen verzameld waren of nog konden worden, eene belangrijke bijdrage kunnen leveren voor de oplossing van het vraagstuk.

Op een groote schaal zouden gegevens kunnen worden verzameld in de Over-Betuwe en in den Bommelerwaard boven den Meidijk.

Uit eerstgenoemde landstreek voert de Linge, na aftrek van het verdampte, al het water weg, dat er in gevallen is, en er in is doorgekweeld uit de rivieren, die langs beide zijden er langs stroomen.

Bij de Ochtsche brug zijn reeds door den Hoofd-Ingenieur REUYENS waarnemingen gedaan van de hoeveelheid water die de Linge afvoert, waarmede zou kunnen worden voortgegaan.

Dewijl in dit naauwe gedeelte der Betuwe geen andere afvoer geschiedt, bestaat de mogelijkheid met groote juistheid na te gaan, hoeveel water tijdens hoogen rivierstand door kwel wordt aangevoerd in het stroomgebied van de Linge boven die brug, omdat men ingeval van regen kan berekenen hoeveel het daarmede verkregen waterbezwaar bedraagt.

Daar de uiterwaarden wegens hun grondsoort vermoedelijk weinig water zullen doorlaten, mag men aannemen dat het aangevoerde water grootendeels uit het rivierbed onder de uiterwaarden door zijn weg vindt, en zal dus met den afstand van dat bed tot de verzamelkom binnendijs, waar het water voor den dag komt, rekening moeten worden gehouden.

Raadpleging van de uitkomst der boringen, gedaan ten dienste van kanaal en spoorwegen door de Betuwe, zal daarbij noodig zijn.

In den Bommelerwaard boven den Meidijk, zouden soortgelijke gegevens kunnen worden verzameld door waarneming van den waterstand in geschikte tijdstippen.

Geen der aanbevolen punten van waarneming biedt een toestand aan, overeenkomende met dien van den dijk ontworpen op den diluvialen zandbodem van de Zuiderzee, die aan de zeezijde onder de uitgestrekte plas doorloopt zonder kleibekleding en in den polder een even diepen bodem vormt, die nabij den dijk op Urk gerigt evenmin een kleilaag draagt en iets meer binnenwaarts voor een deel slechts eene dunne laag, die opwellend water niet zou kunnen tegenhouden.

De gewigtige vraag, of de afstand, dien het water van buiten naar binnen door het zand moet afleggen groot genoeg is om op den duur aanmerkelijke instrooming van water in den polder te beletten, kan dus niet regtstreeks worden beantwoord, maar zal uit de doorgedrongen hoeveelheden in verhouding van de drukhoogte en van den afstand van doorzijing moeten worden berekend.

Wij hebben gemeend, dat wij bij ons oordeel over het wezen van het voorstel, nedergelegd in de medegedeelde beschouwingen, ook behoorden onze meening te zeggen over de wijze waarop en de vraag door wie de uitkomst der waarnemingen zou moeten worden verzameld.

Na met ons geacht medelid STIELTJES hierover in overleg te zijn getreden, kunnen wij als een besluit, waartoo wij met hem eenstemmig gekomen zijn, mededeelen, dat in de eerste plaats de waarneming van bestaande toestanden bij waterschappen, rivieren, polders en kanalen, zoo als wij aangaven, zou moeten worden ter hand genomen.

Wij meenen dat dit binnen het bereik ligt van de Akademie, indien uit de natuurkundige afdeling eenige leden, ieder in zijn omgeving of werkring, trachten de gewenschte gegevens op te sporen en bijeen te brengen.

De heer STILLES verklaarde wel gelegenheid te hebben tot het leveren van bijdragen.

Hun arbeid zal waarschijnlijk doen uitkomen of het nemen van de in den aanvang van ons verslag beschouwde proeven met zand in buizen, tot oplossing van eenig onbeantwoord gebleven vraagpunt, nog vereischt wordt.

De omvang en inrigting der alsdan nog gewenschte proeven, zal het best door de leden die de gegevens verzamelden kunnen worden aangegeven. Vooral nog meenen wij dat deze proeven niet uit de gewone middelen van de Akademie zullen kunnen bestreden worden, en dat er de medewerking der Regering voor zal moeten worden ingeroepen. Met overlegging van de verzameling der waarnemingen zal de wenschelijkheid, zoo die zal worden uitgesproken, van aanvulling door proefneming wat aan de waarnemingen ontbreekt, ook door de Regering kunnen worden beoordeeld.

De kostbare proefnemingen op groote schaal met een door een zanddijk gevormde kom, met water gevuld gehouden, zal ten slotte nog een onderwerp van overweging nitmaken.

Wij onthouden ons geheel van het aanbevelen dezer proef, die naar onze meening bij het voor de hand liggen van minder kostbare en vermoedelijk even goed afdoende middelen van onderzoek voorloopig buiten beschouwing kan blijven.

Wij meenen dus te moeten aanraden eene nieuwe Commissie te benoemen, wier taak zou zijn in de eerste plaats *gegevens* te verzamelen bij kanalen, rivieren, polders, droogmakerijen en andere werken, tot de kennis van de *mate*, waarin water onder verschillende drukhoogte door zandmassa's van verschillende samenstelling en breedte stroomt.

De Commissie voornoemd:

VAN DIESEN

J. BOSSCHA

J. M. VAN BEMMELEN.

NIEUWE PROEVEN

OVER DE

DOORDRINGBAARHEID VAN ZAND EN VAN KLEI DOOR WATER,

EN BESCHRIJVING VAN EEN ZANDSCHIFTER.

DOOR

P. H A R T I N G

In de vergadering van 29 Sept. 1877 heeft de heer T. J. STIELTJES *) eenige opmerkingen gemaakt over de door mij in die van 26 Mei 1877 medegedeelde proeven †) en daarbij tevens verslag gegeven van eenige bij den aanleg van groote werken verkregen uitkomsten die in strijd schijnen met die welke de in het klein genomen proeven leveren. Op zijn voorstel is eene academische commissie benoemd, belast met de taak om een plan te ontwerpen tot nader onderzoek der doordringbaarheid van zand en klei voor water. Gaarne betuig ik den heer STIELTJES mijnen dank voor zijne bemoeiingen, waardoor het doel dat ik mij voorstelde, toen ik deze zaak in de akademie ter sprake bracht, voorzeker bereikt zal worden, namelijk van zich de zekerheid te verschaffen dat, wanneer eenmaal het groote werk der droogmaking van de Zuiderzee ondernomen wordt, dit niet op onoverkomelijke, door doorkwelling veroorzaakte bezwaren stuiten zal. Evenals een ingenieur zich door voorafgaande proefnemingen overtuigt van de sterkte der materialen, die voor het bouwen eener brug moeten dienen, en daarna met zekerheid voorzeggende kan, dat die brug, zonder meer dan eenige millimeters door te buigen, een last van zoo en zooveel duizend kilogrammen kan dragen, evenzoo acht ik het mogelijk en uitvoerbaar den graad van doordringbaarheid voor water te

*) *Versl. en Meded.* 2de reeks, Dl. XII, p. 219.

†) *Versl. en Meded.* 2de reeks, Dl. XI p. 301.

bepalen, die elke grondsoort in ons vaderland in meerdere of mindere mate bezit, in dier voege, dat men vooraf met juistheid de hoegrootheid der kwel berekenen kan en dienovereenkomstig zijne maatregelen nemen.

Ik haast mij echter er bij te voegen, — en de beneden mede te deelen proefnemingen zullen dit nog nader bevestigen . . dat ik mijne vroeger met den zeer gebrekkigen door mij aangewenden toestel verkregen uitkomsten volstrekt niet als een juisten maatstaf voor die doordringbaarheid wil beschouwd hebben. Integendeel, het is mij bij voortzetting der proefnemingen gedurende de laatst verlopen tien maanden gebleken, dat langs dien weg geen betrouwbare uitkomsten bereikbaar zijn, en dat er nog verscheidene voorzorgen zullen moeten worden aangewend — waarop ik trouwens zelf reeds vroeger ten deele gewezen heb — alvorens men uit zulke proeven voor de praktijk bruikbare gevolgtrekkingen kan afleiden. Ik wensch dan ook de tot dusver genomen proeven slechts als voorloopige beschouwd te zien. Toch zijn zij voldoende om althans eene der hoofdredenen te leeren kennen, waarom de uitkomsten der eerste proefnemingen zoozeer in strijd schijnen met de uitkomsten der ervaring in het groot opgedaan.

Alvorens echter een verslag te geven van die proefnemingen, acht ik het noodig enkele opmerkingen over de door den heer STIELTJES aangevoerde voorbeelden, waaruit de geringe doordringbaarheid van zand schijnt te blijken, vooraf te laten gaan. Onder die voorbeelden is er geen enkel, dat rechtstreeks toepasselijk is op het diluviale zand, dat in de diepte onder den bodem der Zuiderzee ligt, en dat voorzeker, wat grofheid van korrel betreft, veel verschillen zal, gelijk bij de diepe putboringen te Amsterdam en bij Zeist gebleken is, van het zand afkomstig uit de Noordzee, dat, door den wind op en overgevaaid, de duinen langs onze westkust heeft doen ontstaan, maar verder ook in meer of minder dikke lagen zich tot op eenigen afstand van de kust binnenslands uitstrekt en de aldaar in de diepte gelegen kleigronden overdekt. De gevallen *a*, *b* en *c*, door den heer STIELTJES vermeld, betreffen dit soort van zand, dat inderdaad zeer fijn is, daar door den wind alleen de fijnste korreltjes zijn medegevoerd. Zulk zand moet derhalve slechts

eene betrekkelijk geringe hoeveelheid water doorlaten. Dat ook het geval *d* van den heer STIELTJES niet afdoende is, schijnt mij te moeten worden afgeleid uit de opmerkingen van ons overleden medelid STARING en de mededeelingen van den heer J. R. T. ORT *), aangaande de kwel door het bedoelde zeezand. Overigens is ook dit geval, evenmin als de drie eerste, van rechtstreeksche toepassing op den Zuiderzee-bodem. Alleen het geval *e* door den heer STIELTJES aangevoerd, betreft een door diluviale gronden gegraven kanaal. Doch ook daaruit laat zich, zonder nadere bekendheid met den aard van den bodem, geene zekere gevolgtrekking afleiden, die toepasselijk zoude zijn op de vraag die ons bezig houdt, t. w. de mogelijkheid van de droogmaking van een groot deel der Zuiderzee. Dat gedeelte van onzen diluvialen bodem toch, hetwelk zich boven het zeevlak verheft, heeft sedert duizendtallen van jaren blootgestaan eensdeels aan de werking van den regen, die kleine stroomen doet geboren worden, waardoor de fijnere zandkorrels worden medegevoerd, terwijl de grovere achterblijven, anderdeels en vooral aan die van den wind, die hier hetzelfde doet als langs de zeekust en het fijne gedeelte van het zand doet verstuiven, en het hier en daar tot duinen opwaait die zoolang blijven bestaan als enig plantendek hen genoegzaam beschut, maar later weder verstuiven, wanneer door de eene of andere oorzaak dit plantenbekleedsel verminderd of verdwenen is. Zoo worden, door deze schiftende werking van water en wind, uitgestrekte lagen van zeer fijn zand gevormd, terwijl elders de grovere korrels van allerlei grootte, als grint en groote steenen, tot van eenige duizenden kilogrammen gewicht, achterblijven. De geheele bovengrond van het Eemdal b. v. is langs dien weg ontstaan. Het ware, niet geremaniceerde diluvium, vindt men daar eerst op vrij aanmerkelijke diepte †). Misschien is iets dergelijks

*) *Verst. en Meded.* 2de reeks, Dl. XIII, p. 3.

†) Een bezoek, gedurende den vorigen zomer aan Barneveld gebracht, heeft mij overtuigd dat mijne vroegere voorstelling, zich grondende op de opgeboorde gronden (zie *Verst. en Meded.* 1875, 2de reeks, Dl. IX p. 46), dat namelijk de bodem aldaar tot het Eemstelsel behoort, volkomen juist is. Vlak voor het stallhuis kan men het tot 10 à 12 centim. hoogte uit de Norton-buis opspuitende water zien. Het ware diluvium, met grint en steenen, begint eerst op ruim een half uur van het dorp. Daarentegen is het mij bij een bezoek te Putten gebleken, dat de bodem van deze laatste plaats en van hare onmiddellijke omgeving geen deel

het geval in die zandgronden van Overijssel waar de door den heer **STIELTJES** bedoelde kanalen gegraven zijn. Hoe dit zij, hun bedding zal wel niet uit geheel ongeremanieerd diluviaal zand bestaan, want men kan veilig beweerden dat men dit eigenlijk nergens meer in ons vaderland in de nabijheid der oppervlakte aantreft. In de diepte is dit echter anders. Daar is het zand uit een mengsel van korrels van veel meer verschillende grootte samengesteld. En zoo zal het ook vermoedelijk het geval zijn in de dieperen lagen van den Zuiderzee-bodem. Dat daar althans steenen van allerlei grootte gelegen zijn, leert de bodem rondom Urk. Of de zandlagen onder de klei der Zuiderzee eene groote of eene geringe permeabiliteit hebben, weet eigenlijk niemand, want de verrichte boringen zijn niet diep genoeg geweest om deze te leeren kennen.

Eindelijk moet ik nog doen opmerken, dat het niet aan in het groot gedane waarnemingen ontbreekt, waaruit blijkt, dat zelfs zeer fijn zand, zooals het duinzand, zeer groote hoeveelheden water doorlaat. Immers daarop berust de geheele aanleg onzer duinwaterleidingen. Hoe groot de porositeit van onzen bodem is, zelfs op punten waar men dit niet verwachten zoude, bleek nog onlangs te Utrecht bij het maken van diepe putten volgens de methode van **PAUVELLE** die daarin bestaat dat een waterstraal door een buis in een boorgat gespoten wordt, dat door een ijzeren boorbuis begrensd is. De kracht van den waterstraal woelt dan den grond in de diepte om, en het weder opstijgende water, dat over den rand der boorbuis wegvloeit, voert de fijnere bodembestanddeelen mede. Op het Vreeburg is dit gedurende velen weken, ja maanden voortgezet. Het water werd aangevoerd door een stoombrandspuit, die, bij volle kracht werkende, per minuut 1000 liters water levert. Veilig mag men stellen dat dit per uur 50 en per dag 500 kubieke meters bedroeg. Welnu, zoolang de spuitbuis zand ontmoette, keerde bijna niets van deze verbazende

van het Eemdal nitmaakt, gelijk ik vroeger, op grond van vandaar ontvangen berichten gemeentl had. De gronden van het Eemdal zijn echter volkomen herkenbaar te Vaneenburg, het buitenverblijf van den heer **Baron van Pallandt**, dat op ongeveer 20 minuten afstand van Putten en 16 meters lager ligt. Hier zag ik ook het water uit den Norton-jut met een straal van meer dan een halven meter hoogte boven den begaven grond spuiten. De bodem, waar thans Putten ligt, vormde derhalve in den tijd toen de Eem zich met een wijden, golvormigen mond in zee uitstortte, een soort van daarin uitstekende kaap.

hoeveelheid water naar de plaats (de Singelgracht) waar het werd opgepompt terug; alles verdween in de diepte; slechts ongeveer $\frac{1}{4}$ of $\frac{1}{3}$ van het ingespoten water werd weder opstijgende over den rand der boorbuis heen uitgestort en grootendeels in den onmiddellijken omtrek daarvan door den grond ingezogen. Vele duizenden kubieke meters water zijn zoo op deze kleine plek in den grond gespoten, zonder dat zijne vatbaarheid om water op te nemen of door te laten verminderde. En toch bestaat de bodem aldaar grootendeels uit fijn zand, afgewisseld door klei- en leemlagen van 1 tot 4 meters dikte. Waar deze laatste door den waterstraal bereikt worden, wordt de snelheid waarmede het water wordt doorgelaten, tijdelijk vertraagd; een tamelijk groot deel van het ingespoten water loopt dan terug door het daarvoor bestemde riool naar de Singelgracht, maar zoodra zulk een kleilaag doorboord is, verdwijnt weder, zelfs in lagen van zeer fijn zand, het meeste water in de diepte. Natuurlijk wordt in dit geval de doorzijing zeer bevorderd door de aanmerkelijke hoogte der drukkende waterkolom, die in het boorgat zelf tot 369 meters klom; maar toch blijft dit een merkwaardig bewijs voor de groote snelheid waarmede zich het water in eenen tamelijk dichten bodem verplaatsen kan.

De volgende proeven zijn genomen met denzelfden toestel en op dezelfde wijze als die welke vroeger beschreven zijn *). Ook het daarvoor gebezigde zand en de klei zijn dezelfde. Het eenige verschil bestond daarin, dat elke proef zoolang werd voortgezet totdat het volkomen duidelijk was dat het zand of de klei of wel beiden vereenigd het maximum van dichtheid hadden bereikt, iets waartoe eene onafgebroken doorstroming van water gedurende verscheidene weken gevorderd werd. Dit is ook de voorname reden, waarom de uitkomsten dezer proeven zooveel afwijken van die welke bij de eerste reeks zijn verkregen, toen de reeds ingediende maar sedert ingetrokken wet op de droogmaking der Zuiderzee met periculum in mora scheen te dreigen. Trouwens, eerst tijdens en ten gevolge dezer proefnemingen, heb ik de noodzakelijkheid dezer voorzorg goed leeren kennen.

*) *Versl. en Meded.* Dl. XI bl. 310.

*Eerste Proef.**Enkel klei.*

De eerste proef *) die wij hier vermelden is genomen met eene kolom van Zuiderzee-klei, van 20 millim in doorsnede en eene aanvankelijke hoogte van $1^m,070$, welke echter gedurende de proef verminderde tot op $1^m,064$, ten gevolge der algemeene contractie die de kleikolom gedurende de doorzijing van het water onderging. Daarbij ontstonden op den 8^{sten} dag der doorzijing twee overdwarse scheuren of barsten in de kleikolom, die aanvankelijk allengs iets wijder werden, de bovenste tot ongeveer 1 millim., de onderste tot 2 millim. Door deze barsten werd de kleikolom in drie nagenoeg gelijke stukken verdeeld. Op den 18^{den} dag hadden zich die barsten weder gesloten, maar tevens was de lengte der kleikolom met 6 millim. verminderd.

De buis was vertikaal gesteld, zoodat de ondervlakte der klei aan de volle drukking eener waterkolom van 5^m hoogte was blootgesteld. Deze drukhoogte moet echter verminderd worden 1^o met de hoogte der kleikolom en 2^o met de hoogte van het daarboven gestegen water. Bij het begin der proef stond het niveau van het water ongeveer $0^m,13$ boven de bovenzijde der kleikolom. Daar deze zelf $1^m,07$ hoog was, zoo moet de hoogte der drukkende waterkolom verminderd worden met $1^m,20$, waarna er $3^m,80$ voor de werkelijke drukking overblijft. Deze verminderde echter naar gelang het water in het niet met klei gevulde gedeelte der buis opsteeg, en daar de metingen, hoewel meestal dagelijks geschiedende, waarbij telkens, door opzuiging met een pipet, het water weder op het aangenomen 0-punt werd teruggebracht, toch van tijd tot tijd, gelijk uit onderstaande tafel blijkt, zich over twee of meer dagen uitstrekten, zonder dat het niveau weder op het vroeger punt werd gebracht, zoo zijn voornamelijk hieraan de kleine onregelmatigheden toe te schrijven die de opeenvolgende cijfers aanbieden.

*) Hare uitkomsten gedurende de eerste 17 dagen zijn reeds medegedeeld op bl. 222 van het vorige opstel. Deze mededeeling moest toen afgebroken worden omdat het afdrukken van dit opstel niet langer mocht worden uitgesteld.

Intusschen is het mij ook voorgekomen, dat de temperatuur eenigen, zij het ook geringen, invloed uitoefent, en dat namelijk op dagen, wanneer de temperatuur der lucht en bij gevolg ook die van het water lager was, er iets minder water gedurende denzelfden tijd door de klei gedrongen was dan op dagen wanneer de luchttemperatuur hooger was. Eenige thermometrische bepalingen zijn dan ook gedurende den loop van deze en de volgende proeven door mij gedaan, om dit uit te maken. Doch de uitkomsten zijn te onzeker dan dat ik het noodig acht deze hier opzettelijk mede te deelen.

				Hoogte van de in 24 uren doorgetogen kolom water.	
Van	6 Juni	tot	7 Juni	75 millimeters.	
"	7 "	"	8 "	64	"
"	8 "	"	9 "	58	"
"	9 "	"	10 "	55	"
"	10 "	"	11 "	54,5	"
"	11 "	"	12 "	50,5	"
"	12 "	"	13 "	47	"
"	13 "	"	14 "	53	"
"	14 "	"	15 "	40	"
"	15 "	"	16 "	37	"
"	16 "	"	17 "	35	"
"	17 "	"	18 "	32	"
"	18 "	"	19 "	30	"
"	19 "	"	20 "	27	"
"	20 "	"	21 "	26	"
"	21 "	"	22 "	25	"
"	22 "	"	23 "	25	"
"	23 "	"	24 "	23	"
"	24 "	"	25 "	22	"
"	25 "	"	26 "	20	"
"	26 "	"	27 "	21	"
"	27 "	"	28 "	19,5	"
"	30 "	"	3 Juli	19,3	"
"	3 Juli	"	7 "	17,5	"
"	7 "	"	9 "	15	"
"	9 "	"	11 "	16,5	"

Van 11 Juli		tot 13 Juli		Hoogte van de in 24 uren doorgetogen kolom water.
				16,5 millimeters.
"	13 "	"	14 "	22 "
"	14 "	"	15 "	17 "
"	15 "	"	16 "	14 "
"	16 "	"	17 "	15 "
"	17 "	"	18 "	14 "
"	18 "	"	19 "	14 "
"	19 "	"	27 "	14,7 "
"	27 "	"	1 Augustus	14 "
"	1 Augustus	"	5 "	12 "
"	4 "	"	6 "	11,5 "
"	6 "	"	7 "	11 "
"	7 "	"	8 "	11 "
"	8 "	"	9 "	11 "
"	10 "	"	13 "	12,7 "
"	13 "	"	14 "	12,5 "
"	14 "	"	16 "	12,5 "
"	16 "	"	18 "	12,5 "
"	18 "	"	20 "	12,5 "
"	20 "	"	24 "	12,5 "
"	24 "	"	28 "	12 "
"	28 "	"	29 "	11,5 "

Uit deze cijfers volgt, dat de kleikolom, waardoor heen, gelijk in het vorige opstel (bl. 322) gezegd is, reeds gedurende 6 dagen vóór deze proef begon, water getogen was, eerst op den 7 Augustus, dus 68 dagen nadat zij in de buis was gebracht, hare grootste dichtheid had bereikt, d. i. die waarbij zij in de 24 uren 11 millim. water doorliet. Wel is waar wijst de tafel aan, dat op 10—13 Augustus de doorgetogen hoeveelheid water wederom iets grooter is geweest, doch dit verklaart zich uit de omstandigheid, dat juist op den 10^{den} Augustus de waterkolom in de buis boven de klei weder op het 0-punt is gebracht en derhalve de drukking daardoor iets grooter dan op de onmiddellijk voorafgaande dagen was. Men mag derhalve wel aannemen dat van 1 Augustus tot 29 Augustus, dus gedurende de laatste 4 weken der proefneming, de

doordringbaarheid der klei onveranderd is gebleven. Tevens echter bewijst de proefneming, welke zich in haar geheel over nagenoeg drie maanden heeft uitgestrekt, dat tot het vaststellen van den graad van doordringbaarheid van klei in den toestand waarin deze geacht kan worden zich in den bodem te bevinden, de doorstrooming van het water gedurende eenen zeer geruimen tijd moet worden voortgezet, daar de vermindering der hoeveelheid van het in denzelfden tijd doorgelaten water, die aanvankelijk tamelijk snel plaats grijpt, later al geringer en geringer wordt, totdat eindelijk het punt bereikt is, waar die vermindering, ook na vele dagen waarnemings, blijkbaar geheel opgehouden heeft en de hoeveelheid van het dagelijks, onder gelijke drukking door de klei doorgetogen water constant is geworden.

Indien men, de dagen als abscissen en de hoogten waartoe het water dagelijks steeg als ordinaten bezigende, den geheelen gang van de allengs afnemende doordringbaarheid der klei graphisch voorstelt, dan verkrijgt men een kromme lijn, die aanvankelijk snel afdaalt, om later dit al minder en minder te doen en ten slotte als eene (behoudens kleine onregelmatigheden) rechte horizontale lijn te eindigen.

Tweede Proef.

Enkel zand.

In de plaats der vorige, klei bevattende buis, werd eene, op de vroeger (Dl. XI bl. 312) beschreven wijze, met nat zand gevulde van onderen 18,8 en van boven 18,01 millim. in middellijn hebbende glazen buis, desgelijks in vertikale stelling, met den toestel verbonden. Boven deze buis was een tweede die 16,5 millim. wijd was geplaatst, om als maatbuis voor het opstijgende water te dienen. Beiden waren door een korte caoutchoubuis aan elkander verbonden. De hoogte der zandkolom bedroeg bij den aanvang 1^m,463; de drukking tegen hare ondervlakte 5^m; verminderd met de hoogte der zandkolom en van het tot aan het 0-punt in de tweede buis staande water bedroeg zij 3^m,12, bij het begin van elke stijging.

Daar het water veel sneller door het zand dringt dan door de klei, zoo werd niet de stijging in 24 uren gemeten, maar in minuten. Wanneer dus de doorstrooming eenigen tijd had plaats gehad, gedurende welken de hoogte der waterkolom boven 0 herhaaldelijk werd opgeteekend, werd met een pipet het water verwijderd, totdat dit weder op 0 stond. Uit deze gegevens werd vervolgens de snelheid der doorstrooming per minuut berekend. Gedurende het overige van den dag stroomde het water vrijelijk door, zoodat derhalve gedurende 19 dagen, d. i. zoolang als de proef is voortgezet, de zandkolom door water doorstroomd is. Alleen de 9^{de} September, die op een Zondag viel, maakt daarop eene uitzondering. Toen werd de kraan van den toestel gesloten, om te beletten dat het water overstroomde. Daaraan mag wel worden toegeschreven dat den volgenden dag toen de kraan weder geopend was, de aanvankelijke snelheid van de stijging van het water merklijk geringer dan vroeger en later was.

Aan het einde der proef bleek, dat de hoogte der zandkolom 1^m,450 bedroeg, d. i. 13 millim. minder dan in het begin. Er had derhalve ook hier eene contractie van de geheele kolom zand plaats, beantwoordende aan hare allengs verminderende doordringbaarheid. Die contractie bedroeg ongeveer het dubbele der kleikolom, in de vorige proef.

	Tijd van den dag.	Hoogte van het water in de man. buis, in millim.	Hoogte van de gedruken de waterkolom in meters.	Verloopen tijd in minuten.	Gemiddelde stijging van het water in 1 minuut.
2 September	uur. min 11-14	0	3,120		
	11-46	500	2,620	32	15,7 millim.
" "	2-22	0	3,120		
	3-10	500	2,620	48	10,2 "
3 "	10-0	0	3,120		
	1-7	500	2,620	187	2,68 "

	Tijd van den dag.	Hoogte van het water in de maat buis, in millim.	Hoogte van de drukken- de water- kolom in meters.	Verloopen tijd in minuten.	Gemiddelde stijging van het water in 1 minuut.
5 September	uur. min. 11-30	0	3,120		
	2-0	250	2,870	150	1,67 millim.
	4-20	460	2,660	290	1,59 "
6 "	11-18	0	3,120		
	11-39	100	3,020	21	4,70 "
	12-6	148	2,972	48	3,19 "
	1-30	290	2,830	132	2,20 "
	4-20	500	2,620	302	1,65 "
7 "	12-24	0	3,120		
	2-53	250	2,870	129	1,98 "
	3-30	340	2,780	186	1,53 "
8 "	11-5	0	3,120		
	12-5	88	3,032	60	1,46 "
	2-20	261	2,859	195	1,34 "
	3-48	365	2,755	283	1,29 "
	4-50	433	2,687	345	1,26 "
10 "	11-42	0	3,120		
	12-22	31	3,089	40	0,78 "
	3-5	160	2,960	203	0,79 "
	4-20	230	2,890	278	0,83 "

	Tijd van den dag.	Hoogte van het water in de maatbuis, in millim.	Hoogte van de drukken- de water- kolom in meters.	Verloopen tijd in mi- nuten.	Gemiddelde stijging van het water in 1 minuut.
11 September	10-30	0	3,120		
	11-0	39	3,081	30	1,30 millim.
	12-10	130	2,990	100	1,30 "
	1-34	210	2,910	184	1,14 "
	4-27	308	2,812	357	0,87 "
12 "	8-55	0	3,120		
	10-22	97	3,023	87	1,12 "
	11-0	132	2,988	125	1,06 "
	12-30	204	2,916	215	0,95 "
	2-10	256	2,864	315	0,80 "
	4-12	300	2,820	437	0,70 "
13 "	10-36	0	3,120		
	12-30	132	2,988	114	1,16 "
	1-53	195	2,925	197	0,99 "
	4-33	348	2,772	357	0,95 "
14 "	10-37	0	3,120		
	12-35	147	2,973	118	1,25 "
	1-58	233	2,887	201	1,15 "
	3-36	318	2,802	299	1,07 "
15 "	10-40	0	3,120		
	12-16	104	3,016	96	1,08 "
	1-34	188	2,932	174	1,08 "
	3-6	307	2,813	266	1,11 "

	Tijd van den dag.	Hoogte van het water in de maatbuis. in millim.	Hoogte van de drukken- de water- kolom in meters.	Verloopen tijd in minuten.	Gemiddelde stijging van het water in 1 minuut.
18 September	uur. min. 10-30	0	3,120		
	12-9	110	3,010	99	1,11 millim.
	1-50	205	2,915	200	1,02 "
	3-0	265	2,955	270	0,99 "
	3-57	305	2,815	327	0,93 "
19 "	10-38	0	3,120		
	11-53	92	3,028	75	1,23 "
	12-0	100	3,020	82	1,22 "
	1-18	178	2,942	160	1,11 "
	2-5	223	2,897	207	1,08 "
	2-34	250	2,870	236	1,06 "
	3-37	301	2,819	299	1,01 "
20 "	10-11	0	3,120		
	11-28	100	3,020	77	1,30 "
	12-10	151	2,969	119	1,27 "
	1-30	228	2,892	199	1,15 "
	1-52	250	2,870	231	1,08 "
	2-35	286	2,834	254	1,09 "
21 "	8-30	0	3,120		
	10-15	110	3,010	105	1,05 "
	12-16	228	2,892	226	1,01 "
	12-41	250	2,870	251	1,00 "
	2-52	345	2,775	382	0,91 "

De proef werd hier afgebroken, daar het scheen dat de zandkolom in de laatste 4 dagen niet in dichtheid was toegenomen.

Uit de cijfers in de laatste kolom blijkt dat ook hier onregelmatigheden in den gang der vermindering van de snelheid der doorstroming zijn, waarvan zich moeielijk rekenschap laat geven. Alleen de plotselinge vermindering op 1^o September laat zich, gelijk boven gezegd is, eenigermate verklaren.

De temperatuur der lucht in den tamelijk duisteren gang met zeer dikke muren, waarin de toestel geplaatst was, wisselde gedurende de dagen der proefneming van 14°,6 tot 17°,6, die van het water van 14°,7 tot 17°,3; zonder dat er eenig merkbaar verband tusschen dit trouwens geringe verschil en de snelheid der doorstroming kon worden bespeurd.

Duidelijk is de aanmerkelijke invloed van verschil in hoogte der drukkende waterkolom. Wanneer men de cijfers der gemiddelde snelheid in minuten in elkander deelt, dan verkrijgt men nagenoeg gelijke quotienten als door de daaraan beantwoordende drukhoogten in elkander te deelen. De snelheid neemt derhalve in gelijke verhouding met de drukhoogte toe, zoodat men b. v. mag aannemen dat bij eene dubbele hoogte der drukkende waterkolom de snelheid der doorstroming ook ongeveer verdubbeld zal zijn.

Eene nauwkeurige vergelijking tusschen de in de vorige proef gebruikte kleikolom en de in deze gebezigde zandkolom, ten aanzien der doordringbaarheid van beide stoffen voor water, is niet mogelijk, omdat de zandkolom 0^m,380 hooger was dan de kleikolom en daarentegen de hoogte der drukkende waterkolom in de tweede proef bij den aanvang 0^m,650 geringer was. Beide verschillen werken in gelijken zin, d. i. zij verminderen de snelheden, waarmede het water door het zand is getogen in verhouding tot de snelheid der doorstroming door de klei. De volgende cijfers mogen derhalve als minima beschouwd worden.

Uit de tafel op bl. 237—240 blijkt, dat, toen de klei hare grootste dichtheid had bereikt, in 24 uren het water ongeveer 12 millim. boven hare oppervlakte stong. Nu leeren de waarnemingen dat gedurende de laatste dagen der proefneming met de zandkolom er in den beginne ongeveer 1,2 millimeter water per minuut

daar doorheen toog, derhalve 12 millimeter in 10 minuten. Daar nu 24 uren 1440 minuten tellen, zoo was de snelheid waarmede het water door het gebruikte zeer fijne zand drong minstens 144 maal grooter dan die voor de gebruikte klei. Natuurlijk is dit slechts een benaderingsresultaat, dat meer als een voorbeeld dan als eene cenigermate juiste uitdrukking der betrekkelijke doordringbaarheid van zand en van klei kan beschouwd worden. Voor elke andere soort van zand en van klei zal men eene andere verhouding vinden.

Derde Proef.

Enkel sand.

Dezelfde buis met zand, die voor de tweede proef heeft gediend, en waardoor het water dus reeds gedurende 19 dagen had gestroomd, werd nu horizontaal gelegd en verbonden met het benedeneinde van den buizentoezel welke de drukkende waterkolom bevat, terwijl aan het andere einde der zandbuis een vertikaal gestelde maatbuis van gelijke wijdte met deze in verband werd gebracht. De drukhoogte boven het 0-punt bij den aanvang van elke proefneming bedroeg 4^m,820, derhalve 1^m,700 meer dan bij de vorige reeks van proeven.

	Tijd van den dag.	Hoogte van het water in de maatbuis, in millim.	Hoogte van de gedrukkende waterkolom in meters.	Verloopen tijd in minuten.	Gemiddelde stuyging van het water in 1 minuut.
25 September	uur min. 10-42	0	4,820		
	11-12	215	4,605	30	7,2 millim.
	12-12	540	4,380	90	6,0 "
	1-12	805	4,015	150	5,2 "
	1-42	910	3,910	180	5,1 "
	2-12	1020	3,800	210	4,9 "

	Tijd van den dag	Hooft van het water in de maatbuis, in millim.	Hoogte van de drukken- de water- kolom in meters.	Verloopen tijd in minuten.	Gemiddelde stijging van het water in 1 minuut.	
26 September	nur min. 11-33	0	4,820			
	12- 3	155	4,665	30	5,2	millim.
	12-33	290	4,530	60	4,8	"
	1-33	525	4,295	120	4,4	"
	2-33	710	4,105	180	4,0	"
	3- 3	800	4,020	210	3,8	"
27 "	11- 3	0	4,820			
	11-33	110	4,710	30	3,7	"
	12- 3	210	4,610	60	3,5	"
	1- 3	390	4,430	120	3,3	"
	2- 3	560	4,260	180	3,1	"
	3- 3	700	4,120	240	2,9	"
28 "	8-55	0	4,820			
	10-25	295	4,525	90	3,3	"
	11-25	465	4,355	150	3,1	"
	11-55	525	4,295	180	2,9	"
	1-30	735	4,085	275	2,7	"
	2-45	870	3,950	350	2,5	"
	2-55	890	3,930	360	2,5	"
29 "	9-12	0	4,820			
	10-12	165	4,655	60	2,8	"
	11-12	300	4,520	120	2,5	"
	12-12	410	4,410	180	2,3	"
	1-42	535	4,395	270	2,0	"
	2-42	620	4,200	330	1,9	"

	Tijd van den dag.	Hoogte van het water in de maatbuis, in millim.	Hoogte van de drukkende waterkolom in meters.	Verloopen tijd in minuten.	Gemiddelde stijging van het water in 1 minuut.
1 October	uur. min. 11-0	0	4,820		
	12-0	110	4,710	60	1,9 millim.
	2-0	310	4,510	180	1,7 "
	3-0	395	4,412	240	1,6 "
2 "	10-40	0	4,820		
	11-40	70	4,750	60	1,2 "
	1-40	205	4,615	180	1,1 "
	2-40	260	4,560	240	1,1 "
	3-5	285	4,435	265	1,1 "
3 "	10-30	0	4,820		
	11-30	43	4,777	60	0,7 "
	12-0	70	4,750	90	0,7 "
	2-30	197	4,623	180	1,1 "
	3-0	220	4,600	210	1,1 "
4 "	11-0	685	4,135	1410	0,49 "
	12-0	700	4,120	1470	0,48 "
5 "	11-0	920	3 900	2550	0,32 "
	12-0	935	3,885	2910	0,32 "
	3-0	960	3,860	3090	0,31 "
6 "	11-0	1107	3,713	4290	0,26 "
	11-30	0	4,820		
	12-0	14	4,806	30	0,47 "
	12-30	28	4,792	60	0,46 "
	2-30	70	4,750	180	0,39 "
	3-0	80	4,740	210	0,38 "

Daar de vertraging der doorstroming reeds zeer aanmerkelijk was, zoo werd besloten niet voort te gaan met deze in minuten te meten, maar alleen dagelijks, op een vast uur, het water in de maatbuis op 0 te brengen en de hoogte waartoe het water gedurende de volgende 24 uren steeg te bepalen. Daar echter voor het op het 0-punt brengen ongeveer een kwartiers uurs of 15 minuten gevorderd werd, zoo bedroeg de na elke bepaling verloopende tijd niet volle 24 uren of 1440 minuten, maar 1425 minuten.

Met deze wijze van bepaling werd eerst begonnen op den 15^{den} October, nadat de doorstroming van het water door het zand in den tusschentijd voortdurend was onderhouden.

Van 15	October	tot 16	October	235	millim.
" 16	"	" 17	"	225	"
" 17	"	" 18	"	220	"
" 18	"	" 19	"	200	"
" 19	"	" 20	"	194	"
" 20	"	" 21	"	185	"
" 21	"	" 22	"	183	"
" 22	"	" 23	"	178	"
" 23	"	" 24	"	175	"
" 24	"	" 25	"	165	"
" 25	"	" 26	"	160	"
" 26	"	" 27	"	168	"
" 27	"	" 28	"	158	"
" 28	"	" 29	"	155	"
" 29	"	" 30	"	150	"
" 30	"	" 31	"	152	"
" 31	"	" 1	November	154	"
" 1	November	" 2	"	150	"
" 2	"	" 3	"	146	"
" 3	"	" 4	"	144	"
" 4	"	" 5	"	142	"
" 5	"	" 6	"	170	"
" 6	"	" 7	"	180	"
" 7	"	" 8	"	190	"
" 8	"	" 9	"	210	"

Van	9	November	tot	10	November	156	millim.
"	10	"	"	11	"	160	"
"	11	"	"	12	"	158	"
"	12	"	"	13	"	164	"

Daar de snelheid der doorstrooming, in stede van in den loop der laatste dagen nog te verminderen, wederom iets toegenomen was, zoo mag men het er voor houden dat deze ook verder, met zekere wankelingen, waarvan zich geen rekenschap laat geven, ongeveer dezelfde zoude blijven.

Wanneer men nu de uitkomsten dezer proef vergelijkt met die der tweede (bl. 240), waarin dezelfde zandkolom zich in vertikale stelling bevond, dan vallen aanstonds twee zaken in het oog, waarvan de vermeerderde drukking van de waterkolom alleen bezwaarlijk rekenschap kan geven. Vooreerst is de aanvankelijke snelheid der doorstrooming merkelijk grooter dan dat zij alleen daardoor zou kunnen verklaard worden. In de tweede plaats heeft er, terwijl het scheen als of de zandkolom in de vertikale stelling reeds haar punt van grootste dichtheid had bereikt, nadat deze in horizontale stelling was gebracht nog eene gedurende omstreeks 42 dagen voortgaande vertraging van de doorstrooming plaats. Op het einde der tweede proef bedroeg de snelheid der opstijging van het water in de maatbuis ongeveer 1 millim. per minuut; tegen het einde der derde proef was de snelheid verminderd tot 142 millim. in 1425 minuten, dus 1 millim. in ongeveer 10 minuten; en dat in weerwil van de meerde hoogte der drukkende waterkolom.

Dit kan alleen worden verklaard uit eene nog voortgaande vernauwing der capillaire ruimten tusschen de zandkorrels, nadat de vertikale stelling met de horizontale is verwisseld. Men kan zich de zaak op de volgende wijze voorstellen. De kleine zandkorreltjes, die zich te midden van een waterstroom bevinden, zijn bewegelijk. Deels door den stroom zelve, deels uithoofde hunner onregelmatige gedaante, tengevolge waarvan het zwaartepunt van elk korreltje zich niet juist in het midden bevindt, maken de korreltjes wentelende bewegingen, totdat zij zich zoo geplaatst hebben, dat zij, in verhouding tot de stelling waarin de geheele massa ten opzichte der aarde geplaatst is, in een zekeren even-

wichtstoestand geraakt zijn, waarbij de korreltjes elkander wederkeerig zooveel mogelijk steunen. Zij bevinden zich dan echter nog daarom niet in eenen onveranderlijken toestand, waarin de capillaire ruimten haar minimum en bij gevolg de geheele massa haar maximum van dichtheid bereikt heeft. Zoo- dra de zandkolom in eene andere stelling wordt gebracht, b. v. van de vertikale in de horizontale, zal de langzaam wentelende beweging der korreltjes onder den invloed van den waterstroom op nieuw aanvangen, en elk hunner zal naar eenen nieuwen evenwichtstoestand streven. In het algemeen zal dit tengevolge hebben dat de korreltjes zich nog dichter aaneen sluiten, dat de capillaire ruimten nog kleiner worden en derhalve de hoeveelheid van het in gelijke tijden doorzijgend water afneemt, totdat eindelijk al de korreltjes zich zoo geplaatst hebben, dat zij in hun geheel de geringst mogelijke ruimte innemen, die tevens aan het maximum van dichtheid beantwoordt.

Hiermede zal dan ook eene verdere algemeene contractie van de zandkolom moeten gepaard gaan. Werkelijk bleek dan ook dat de lengte der zandkolom, die (zie bl. 236), in den beginne $1^m,465$ had bedragen en op het einde der 2^{de} proef tot $1^m,450$ gedaald was, op het einde der 3^{de} proef nog slechts $1^m,447$ bedroeg.

Zijn deze beschouwingen juist, dan volgt daaruit, dat men bij proeven die ten doel hebben dit maximum van dichtheid te bepalen, — hetgeen met andere woorden zeggen wil de dichtheid der lagen, zooals deze werkelijk in eenen lang door water doorstroomden bodem voorkomen, in maat uit te drukken, — achtereenvolgens het water in minstens twee richtingen, de vertikale en de horizontale er doorheen moet laten stroomen en dit een zeer geruimen tijd voortzetten. Dit is dan ook bij de volgende proeven in het oog gehouden. Aan de met nat zand op vroeger (Dl. XI, blz. 312) beschreven wijze gevulde buizen werd door middel van een caoutchoutring een tweede dergelijke, 1,5 meter lange, buis verbonden en beide buizen in vertikale stelling opgehangen, in dier voege, dat zich de met zand gevulde buis van onderen bevond. Nu werd de bovenste buis vol water gegoten en dit dagelijks aangevuld, naarmate het doorliep, hetgeen in den beginne zeer snel, later al langzamer en langzamer ge-

schiedde. De voor de volgende proeven gebruikte met zand gevulde buizen zijn alle, alvorens met den toestel in horizontale stelling verbonden te worden, gedurende 4 tot 6 weken aldus aan eene doorstrooming in vertikale richting blootgesteld geweest.

Nog iets anders mag met waarschijnlijkheid uit bovenstaande beschouwingen worden afgeleid. Indien namelijk de wentelende beweging der zandkorrels de oorzaak is van het allengs dichter worden der geheele zandmassa, dan mag men aannemen, dat kleine aan de met zand gevulde buizen aangebrachte schokken, die zich aan de zandkorrels mededeelen en daardoor hunne verplaatsing verhaasten, ook op de snelheid der doorstrooming invloed uitoefenen. Nu zijn de proeven genomen in een gang met een houten vloer, waarop de buizen, gesteund door daaronder geplaatste houten blokken rustten. Dagelijks liepen verscheidene personen op dien gang heen en weder, want deze geeft toegang tot het zoötomisch laboratorium, en zoo acht ik het zeer waarschijnlijk, dat een gedeelte der onregelmatigheden, welke in de dan eens iets versnelde, dan weder vertraagde doorstrooming zijn waargenomen, aan genoemde omstandigheden moeten worden toegeschreven. Dit kan wel is waar geen invloed hebben op het eind-resultaat; maar mocht men later met betere toestellen dergelijke proeven willen herhalen en daarbij tevens het geheele beloop van het allengs dichter worden van het zand bestudeeren, dan zal het noodig zijn de buizen op een steenen vloer te doen steunen, om daardoor elke beweging, die van buiten zoude kunnen worden medegedeeld, te voorkomen.

Vierde proef.

Enkel sand.

Een glazen buis, waarvan de wijdte aan het vooreinde 18,9 en aan het achtereinde 19,5 millim. bedroeg, gevuld met een zandkolom, waardoor reeds zes weken lang water op boven (blz. 247) gezegde wijze in vertikale richting gestroomd had, werd nu door een caoutchoubuis verbonden aan de vorige. De lengte der zandkolom in deze tweede buis, gemeten aan het einde der

proef, derhalve toen deze geacht mocht worden in den toestand van grootste dichtheid te zijn gekomen, bedroeg 1^m,507. Hierbij de lengte voegende der zandkolom in de eerste buis, 1^m,447, verkrijgt men voor de geheele lengte der horizontaal gelegen zandkolom, waardoor het water heen toog, 2^m,954.

De hoogte van de drukkenden waterkolom boven het 0-punt, was, evenals in de vorige proef, 4^m,820. De meting geschiedde als bij deze:

				Stijging van het water in 24 uren.	
Van 13	November	tot 14	November	115	millim.
"	14	"	" 15	"	75 "
"	15	"	" 16	"	65 "
"	16	"	" 17	"	63 "
"	17	"	" 18	"	56 "
"	18	"	" 19	"	54 "
"	19	"	" 20	"	53 "
"	20	"	" 21	"	63 "
"	21	"	" 22	"	53 "
"	22	"	" 23	"	55 "

Tusschen 19 en 20 November, derhalve 6 dagen na het begin der proef, was het maximum van dichtheid bereikt. Er ging door de geheele zandkolom, welke lengte iets meer dan verdubbeld was, nog slechts ongeveer $\frac{1}{3}$ van de hoeveelheid water, die door de enkele stroomde.

Vijfde proef.

Enkel zand.

Aan de beide zandkolommen der vorige proef werd een derde toegevoegd, die ook vooraf, gedurende zes weken in verticale stelling, door water doorstroomd was. De wijfde der buis of de doormeter der zandkolom bedroeg aan het vooreinde 19,9, aan het achtereinde 21,6 millim., hare lengte op het einde

der proef 1^m,451, zoodat dus de gezamenlijke lengte der drie zandkolommen 4^m,405 bedroeg

				Stijging van het water in 24 uren.	
Van 23 November tot	24	November	tot 24	November	50 millim.
"	24	"	"	25	" 54 "
"	25	"	"	26	" 54 "
"	26	"	"	27	" 54 "
"	27	"	"	28	" 52 "
"	28	"	"	29	" 56 "
"	29	"	"	30	" 55 "

Het bleek dus dat de aanvoeging eener derde zandkolom nagenoeg volstrekt geen invloed had op de hoeveelheid van het in gelijke tijden, bij gelijke drukking, door het zand stroomende water. Dit is des te opvallender, omdat de wijdte der derde buis iets grooter dan die der beide vorige was. Toch zullen wij beneden zien dat dit nog geen recht geeft tot het besluit, dat bij verdere verlenging der zandkolom de snelheid der doorstroming dezelfde blijft.

Zesde proef.

Zand en klei.

Om te beproeven, hoe groot de invloed is der vertraging, die het water ondergaan heeft na eerst door een zandlaag van 4^m,405 lengte getogen te zijn, op de snelheid waarmede het vervolgens door eene kleilaag naar boven dringt, werd dezelfde met klei gevulde buis, die voor de eerste proef heeft gediend, (bl. 233) in vertikale stelling verbonden aan het einde der derde zandbuis. De drukking was derhalve in den aanvang der proef dezelfde als bij de eerste.

Daar het zich echter voorzien liet dat de stijging van het water in de ruimte der buis boven de kleikolom slechts gering en bij gevolg het daardoor veroorzaakte verschil van drukking van weinig beteekenis zoude zijn, zoo werd alleen dagelijks op

denzelfden tijd de hoogte van het water in de buis boven het aangenomen 0-punt gemeten en opgeteekend, zonder dit water telkens weder te verwijderen, gelijk in de eerste proef is geschied.

	Stand van het water boven het nulpunt in millimeters.	Stijging van het water in 24 uren.
30 November	0	
1 December	2,5	2,5 millimeter
3 "	13,0	5,7 "
4 "	18,0	5,0 "
5 "	23,0	5,0 "
6 "	29,5	6,5 "
7 "	36,0	6,5 "
8 "	41,0	5,0 "
10 "	52,0	5,5 "
11 "	57,5	5,5 "

De hoogte der drukkende waterkolom, die bij het begin der proef 3^m,800 bedroeg, was bij het einde verminderd tot 3^m,743. Gedurende de eerste 24 uren bedroeg, gelijk men ziet, de stijging niet meer dan de helft van die der volgende dagen. Het is alsof het water bij den aanvang der doorstrooming een zekeren weerstand te overwinnen had die, toen eenmaal de doorstrooming regelmatig plaats had, niet meer bestond.

Wanneer men het resultaat vergelijkt met dat in de eerste proef verkregen (blz. 235), toen dezelfde kleikolom aan de rechtstreeksche, onverminderde drukking derzelfde waterkolom was blootgesteld, dan blijkt dat door de tusschenvoeging van 4,405 meters zand de snelheid van den door de klei opstijgenden waterstroom tot op ongeveer de helft was verminderd.

*Zevende Proef.**Enkel zand.*

Nadat de buis met klei weder verwijderd was, werd nogmaals een met zand gevulde buis aan de reeds met den toestel verbonden drie zandbuizen toegevoegd. Evenals de beide vorigen was ook deze vooraf verscheidene weken lang aan een doorlopenden vertikalen waterstroom blootgesteld geweest. De wijdde der buis, derhalve de breedte der nieuwe zandkolom bedroeg aan het vooreinde 18,6, aan het achtereinde 18,5 millim., hare lengte op het einde der proef 1^m,511, zoodat derhalve de geheele lengte der vier zandkolommen te samen 5^m,916 bedroeg. De hoogte der drukkende waterkolom was wederom 4^m,820.

				Stijging van het water in 24 uren.	
Van	11 December	tot	12 December	95	millim.
"	12	"	13	"	54
"	13	"	14	"	54
"	14	"	15	"	37
"	15	"	16	"	37
"	16	"	17	"	36
"	17	"	18	"	38
"	18	"	19	"	38
"	19	"	20	"	35
"	20	"	21	"	32
"	21	"	22	"	30
"	22	"	23	"	28
"	23	"	24	"	26
"	24	"	25	"	26
"	25	"	26	"	25
"	26	"	27	"	24
"	27	"	28	"	24
"	28	"	29	"	22
"	29	"	30	"	26
"	30	"	31	"	26
"	31	"	1 Januari	"	28
"	1 Januari	"	2	"	28
"	2	"	3	"	25

					Stijging van het water in 24 uren.	
Van	3	Januari	tot	4	Januari	26 millim.
"	4	"	"	5	"	26 "
"	5	"	"	6	"	25 "
"	6	"	"	7	"	25 "
"	7	"	"	8	"	23 "
"	8	"	"	9	"	24 "
"	9	"	"	10	"	24 "
"	10	"	"	11	"	23 "
"	11	"	"	12	"	25 "
"	12	"	"	13	"	24 "
"	13	"	"	14	"	23 "
"	14	"	"	15	"	24 "
"	15	"	"	16	"	23 "
"	16	"	"	17	"	24 "
"	17	"	"	18	"	23 "
"	18	"	"	19	"	23 "

Terwijl het scheen te blijken uit de 5^{de} proef (bl. 250), dat door vermeerdering der lengte van de zandkolom van 2^m,405 tot 4^m,405, de hoeveelheid van het in gelijke tijden doorstroomend water dezelfde bleef, treedt in deze proef, nu de zandkolom tot 5^m,916 verlengd is, eene zeer in het oog loopende vermindering op, zoodat, toen het zand in de laatste buis zijne grootste dichtheid bereikt had, die hoeveelheid tot op minder dan de helft gedaald was. Het geringe verschil in doormeter der derde en der vierde buis kan daarvan wel tot op zekere hoogte, maar bezwaarlijk geheel rekenschap geven. Deze uitkomst is des te vreemder omdat, gelijk beneden blijken zal, hetzelfde zand, zonder oogenschijnlijke verandering in den toestel, later weder eene grootere permeabiliteit vertoonde.

Achtste Proef.

Zand en klei.

Op dezelfde wijze als in de zesde proef met de derde zandbuis, werd de bij deze en in de eerste proef gebruikte kleikolom

van 1^m,064 hoogte met de vierde zandbuis verbonden. Daar bij de vorige proef gebleken was dat de snelheid van de doorstroming door de zandkolom zeer verminderd was, zoo mocht men verwachten dat dit zich ook openbaren zoude in de merklijk geringere hoogte waartoe het water dagelijks boven de oppervlakte der kleikolom zoude stijgen, vergeleken met de stijging van het water in de zesde proef, toen dit eene zandkolom, die ruim 1,5 meter korter was, vooraf had doorgestroomd.

Uit onderstaande cijfers blijkt, dat de door de meerdere lengte der zandkolom veroorzaakte vertraging werkelijk ook gedurende de eerste dagen zeer merkbaar was, maar dat later de snelheid weder is toegenomen, totdat zij slechts weinig meer verschilde van die welke het water bij de zesde proef bezat.

	Stand van het water boven het nulpunt in millimeters.	Stijging van het water in 24 uren.
19 Januari	0	
21 "	3	1,5 millimeter
22 "	6	3,0 "
23 "	9	3,0 "
24 "	13	4,0 "
25 "	17	4,0 "
26 "	21	4,0 "
28 "	29	4,0 "
29 "	33	4,0 "
30 "	37,5	4,5 "
31 "	41	3,5 "
1 Februari	45	4,0 "
2 "	49	4,0 "
4 "	57	4,0 "
5 "	61	4,0 "
6 "	65,5	4,5 "

	Stand van het water boven het nulpunt in mil- limeters.	Stijging van het water in 24 uren.
7 Februari	70	4,5 millimeter
8 "	75	5,0 "
9 "	79	4,0 "
11 "	87	4,0 "
12 "	92	5,0 "
13 "	96	4,0 "
14 "	100	4,0 "
15 "	105	5,0 "
16 "	110	5,0 "
19 "	125	5,0 "
21 "	135	5,0 "
22 "	140	5,0 "
23 "	145	5,0 "
25 "	155	5,0 "
26 "	160	5,0 "

Men ziet: de dagelijksche stijging in deze proef staat tot die in de zesde proef ongeveer als 4 : 5.

Negende Proef

Deze proef moest alleen tot controle dienen, namelijk om te onderzoeken, of de graad van doordringbaarheid, welke de geheele, 5^m,916 lange zandkolom op het einde der 7^{de} proef bezat, dezelfde was gebleven, nadat het water gedurende eenige weken bovendien door de daarnaede verbonden kleikolom was gedrongen. Na verwijdering van deze was de toestel wederom geheel in denzelfden toestand als bij de 7^{de} proef gebracht.

					Stijging van het water in 24 uren.	
Van	26	Februari	tot	27	Februari	275 millim.
"	27	"	"	28	"	195 "
"	28	"	"	1	Maart	180 "
"	1	Maart	"	2	"	148 "
"	2	"	"	3	"	175 "
"	3	"	"	4	"	168 "
"	4	"	"	5	"	170 "
"	5	"	"	6	"	158 "
"	6	"	"	7	"	145 "
"	7	"	"	8	"	125 "
"	8	"	"	9	"	110 "
"	9	"	"	10	"	95 "
"	10	"	"	11	"	90 "
"	11	"	"	12	"	80 "
"	12	"	"	13	"	76 "
"	13	"	"	14	"	74 "
"	14	"	"	15	"	67 "
"	15	"	"	16	"	73 "
"	16	"	"	17	"	72 "
"	17	"	"	18	"	65 "
"	18	"	"	19	"	61 "
"	19	"	"	20	"	58 "
"	20	"	"	21	"	56 "
"	21	"	"	22	"	55 "
"	22	"	"	23	"	54 "
"	23	"	"	24	"	55 "
"	24	"	"	25	"	54 "
"	25	"	"	26	"	45 "
"	26	"	"	27	"	44 "
"	27	"	"	28	"	45 "
"	28	"	"	29	"	45 "
"	29	"	"	30	"	45 "
"	30	"	"	31	"	45 "
"	31	"	"	1	April	44 "
"	1	April	"	2	"	44 "
"	2	"	"	3	"	45 "

Van	3	April	tot	4	April	45 millim.
"	4	"	"	5	"	44 "
"	5	"	"	6	"	45 "
"	6	"	"	7	"	45 "
"	7	"	"	8	"	45 "

Dat in het eerste begin der proef de doorstrooming sneller was dan op het einde der 7^{de} proef, zoude wellicht verklaard kunnen worden door de omstandigheid dat, ten gevolge van de tijdelijke aanmerkelijke vertraging die de toevoeging der kleikolom bij de 8^{ste} proef had teweeg gebracht, de verbindende caoutchoucbuizen sterk uitgezet waren en nu als even zoo vele zich ontspannende veeren werkten, waardoor derhalve de drukking versterkt werd. Doch deze omstandigheid kan onmogelijk verklaren waarom na zes weken tijds de zandkolom nog bijna de dubbele hoeveelheid water doorliet van die op het einde der 7^{de} proef. Opzettelijk is deze laatste proef langer voortgezet dan strikt noodig was. Zij is eerst afgebroken toen 15 dagen lang dagelijks dezelfde hoeveelheid water door het zand toog en het derhalve duidelijk bleek, dat de dichtheid der zandkolom niet meer tot haar vroeger punt zoude terugkeeren.

Meer dan eene der vroegere proeven, leidde deze tot de overtuiging dat met den gebruikten gebrekkigen toestel onmogelijk numerische uitkomsten te verkrijgen waren, die nauwkeurig genoeg zijn, om daarop eenige zekere berekening en praktische gevolgtrekkingen te gronden.

Doch hoe onvolkomen ook, zijn de nu genomen proeven toch niet onvruchtbaar geweest. Zij hebben den weg aangeduid, dien men volgen moet om met hoop op goeden uitslag dergelijke proeven met eenen beteren toestel te herhalen. Hoe ik my voorstel dat zulk een toestel zou behooren te worden ingericht, heb ik reeds vroeger *) gezegd. Ik voeg er nog slechts het volgende bij.

Vooreerst zoude ik aanraden niet enkel de binnenvlakte van elke huis door eene zandbekleeding op vroeger gezegde wijze

*) *Verst. en Meded.* Dl. XI, bl. 313.

ruw te maken, maar bovendien haar voor- en achtereinde van een rand te voorzien, die drie of vier millimeters naar binnen puilt, om aldus door een plaatselijke vernauwing der buis op deze punten de zand- of kleikolom beter af te sluiten en elk vrij doorloopen van het water langs den bovenkant te verhinderen.

Ten tweede zoude ik, behalve de reeds voorgestelde uit metaalgaas vervaardigde tusschenschotten, nog aanraden daarachter schijven uit een stuk spons gesneden te plaatsen. Spons heeft het voordeel van veerkrachtig te zijn en houdt reeds daardoor de zand- of kleikorreltjes bij den aan- en doordringenden waterstroom beter op hun plaats, dan metaalgaas alleen dit zoude doen.

Ten derde ben ik het volkomen eens met den heer STIELTJES, dat het raadzaam is voor de te nemen proeven buizen van b. v. drieërlei doormeter te bezigen, om na te gaan in hoeverre dit verschil invloed heeft, namelijk op de hoeveelheid water die door het zand of de klei zelve of daar buiten omheen langs de binnenvlakte der buis stroomt. Is deze echter behoorlijk ruw gemaakt, dan zal die invloed van den doormeter der buis vermoedelijk niet groot zijn, d. w. z. de hoeveelheid doorgevoeid water zal blijken in rechtstreeksche verhouding tot den inhoud der doorsnede van de gebruikte buis te staan.

Ten vierde komt het mij voor verkieslijker te zijn, het doorgevoeide water niet te laten opstijgen in een maatbuis, gelijk tot dusver geschied is, maar het op te vangen en hetzij te meten of te wegen. Dan blijft de drukking gedurende de proef even groot en vermindert niet met de toenemende hoogte der opstijgende waterkolom. Ook behoeft men het waterniveau in de maatbuis dan niet telkens weder op het nulpunt te brengen, hetgeen lastig en tijdroovend is en bovendien niet nauwkeurig, wanneer zulks niet met groote zorg geschiedt, daar het terugvloeiende water natuurlijk eenigen tijd noodig heeft, alvorens het tot het nulpunt gedaald is.

Eindelijk *ten vijfde* is het volstrekt noodig, zich bij de proef te vergewissen, dat het gebruikte zand of de klei in den buison-toestel in denzelfden staat van grootste dichtheid gekomen is,

waarin het zich ongetwijfeld ook in den bodem bevindt, althans daar waar deze niet omgewoeld is. Die staat wordt eerst bereikt na eene zeer langdurige doorstrooming, eerst in vertikale en dan in horizontale richting. Alle proeven bewijzen hoe noodig die voorzorg is. En ook dan nog zijn contrôle-proeven niet overbodig, om zich te overtuigen, dat die staat een blijvende is.

Indien echter al de genoemde voorzorgen behoorlijk worden in acht genomen, dan twijfel ik niet of het zal gelukken numerische resultaten te verkrijgen, ten aanzien van de mate van doordringbaarheid van verschillende zand- en kleisoorten, waarop de praktijk met volle vertrouwen hare berekeningen gronden kan.

Uit het voorgaande blijkt echter, dat zulke proeven veel tijd kosten en alleen onder toezicht van wetenschappelijk ontwikkelde personen kunnen worden in het werk gesteld. De vraag is dus niet misplaatst of zich niet langs een korteren en eenvoudigeren weg de graad van permeabiliteit van eenen bodem met een voor de praktijk voldoende nauwkeurigheid laat bepalen, wanneer namelijk vooraf een voldoende aantal proeven met verschillende bodemsoorten de wetten dier permeabiliteit voor water heeft doen kennen.

Hoe kleiner de deeltjes zijn, die zekeren bodem samenstellen, des te geringer zal in het algemeen zijne doordringbaarheid zijn. Het komt er derhalve slechts op aan om de grootte der samenstellende deeltjes van zekeren bodem, waarvan men den graad van doordringbaarheid niet kent, te vergelijken bij die der deeltjes van een der bodemsoorten waarvan de proef dien graad heeft doen kennen.

Dit kan wel is waar geschieden door mikrometrische bepalingen onder het mikroskoop, maar deze methode is voor de gewone praktijk onbruikbaar.

Er moet een ander middel gezocht worden, dat in de handen van elken opzichter bruikbare resultaten levert.

Voor klei en loem is dit middel niet gemakkelijk te vinden. Slibbing en daarop volgende bezinking veroorlooft wel is waar de in water tijdelijk gesuspendeerde klei in grovere en fijnere

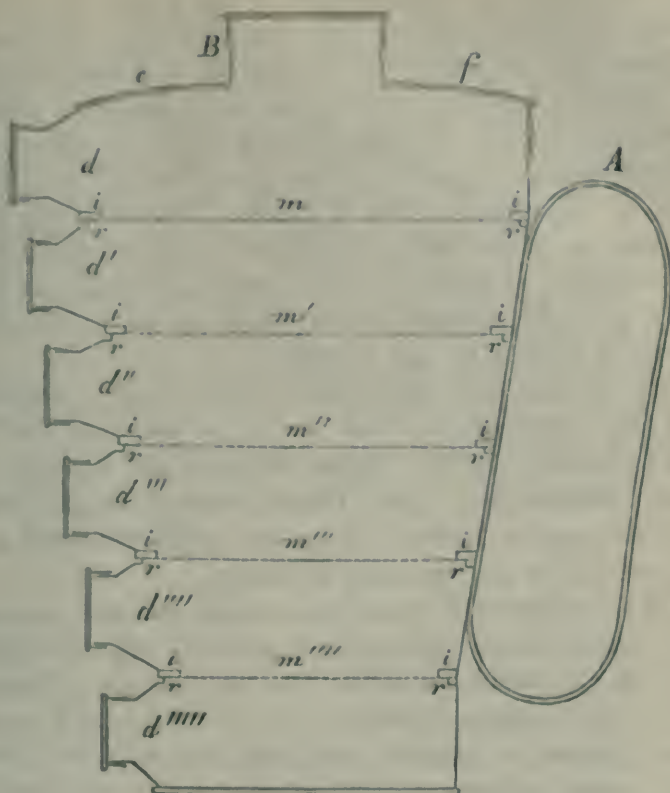
deelen te scheiden, waarvan de hoeveelheid vervolgens door weging of meting kan bepaald worden, maar een en ander vordert veel tijd en zorg in de toepassing. Het eenig middel dat mij toeschijnt in aanmerking te komen is datgene wat ik zelf vóór vele jaren bij mijn onderzoek der klei- en leemmergelsoorten in den bodem onder Amsterdam *) heb in toepassing gebracht, en dat daarin bestaat dat, onder aanwending van zekere voorzorgen, die ter aangehaalde plaats nader beschreven zijn, de snelheid waarmede de in water omgeroerde klei bezinkt, en het bovendrijvende vocht weder een bepaalden graad van doorschijnendheid verkrijgt, in tijd gemeten wordt. Natuurlijk duurt die bezinking des te langer, hoe kleiner de kleideeltjes zijn.

Voor zand daarentegen is het niet moeielijk een voor de behoeften der praktijk voldoende hulpmiddel aantewijzen. Men behoeft namelijk slechts eene zekere hoeveelheid zand achtereenvolgens door de openingen van een zeker aantal zeven waarvan de mazen al fijner en fijner worden, te laten vallen, om aldus de grootte der korrels in maat te kunnen uitdrukken. Weegt of meet men de hoeveelheid zand die door elke zeef gaat, dan heeft men al de gegevens die noodig zijn ter vergelijking met ander zand, waarvan men de permeabiliteit kent.

Zoo vond ik dat van eene afgewogen hoeveelheid van het zand dat in de bovenvermelde proeven is gebruikt, de volgende procenten door drie zeven gingen, de twee eersten van koper-, de derde van zijde-gaas. De wijdte der mazen, mikrometrisch bepaald, is er bij aangeteekend.

1 ^{ste} zeef	0,640 millim. . . .	53,27	proc.
2 ^{de} "	0,196 "	34,28	"
3 ^{de} "	0,116 "	6,84	"
Op de bovenste zeef achterblijvend .		5,61	"
		<u>100,00</u>	
	Te samen	100,00	

*) *Verhandl. v. A. Kon. Ned. Instituut*, 1^{ste} kl. 1852, 3^{de} Reeks, Dl. V, bl. 28



In bovenstaande figuur is op de helft der grootte het schema eener doorsnede van het kleine werktuig geteekend, dat, naar ik meen, aan alle praktische behoeften voldoen kan. Men kan er den naam van *zandbuiler* of *zandschifter* aan geven. Het is een ronde geelkoperen bus, die benedenwaarts conisch toeloopt, met een handvat A en een deksel *e f*, voorzien van een hals B, die door een dop of stop kan gesloten worden. Door de zeven *m—m''''* is de bus in gelijke vakken verdeeld. Deze zeven zijn gevat in koperen, goed sluitende ringen *ii*, die juist elk op zijn plaats in de bus passen en daar rusten op smalle naar binnen puilende ringvormige kanten *r*. De zeefringen worden daar op vastgezet door kleine (niet afgebeelde) klemmen, zóó echter dat zij gemakkelijk kunnen worden losgemaakt, wanneer het noodig is de zeven uit de bus te nemen, om,

door klopping, de zandkorreltjes te verwijderen die in de mazen zijn achter gebleven. Daar ten gevolge van de conische gedaante van dat gedeelte der bus hetwelk de zeefringen bevat, de doormeter van dezen naar beneden toe al kleiner en kleiner wordt, zoo kunnen de diepere gemakkelijk door de voor de hoogere bestemde openingen worden doorgelaten en, is de dekplaat *e f* verwijderd en zijn de klemmen losgemaakt, dan zullen allen uit de bus vallen, zoodra deze omgekeerd wordt. Om de zeefringen, na gezuiverd te zijn, weder gemakkelijk op hun plaats te kunnen brengen, zal het noodig zijn elk van een klein knopje te voorzien om aan te vatten.

Elk vak heeft eene zijdelingsche opening ($d - d''$), begrensd door een trechtersvormigen rand, die op het punt waar deze in den binnenwand der bus overgaat volkomen glad is, zoodat er geene zandkorreltjes ergens kunnen worden teruggehouden. Aan elke opening bevindt zich een kort cylindrisch halsje, dat met een dop of stop kan gesloten worden.

Om het tijdroovende wegen te vermijden, kan men, wanneer geen groote nauwkeurigheid wordt gevorderd, het zand meten met een in kubiek-centimeters verdeeld maatglas. Worden b. v. 100 kubiek-centimeters zand door den hals B op de eerste zeefplaat *m* gebracht, dan zullen door schudding gedurende eenige minuten zich de zandkorrels van verschillende grootte verzamelen in de opeenvolgende vakken. Nu worden de zijdelingsche halsjes achtereenvolgens geopend en men laat telkens het in een der vakken bevatte zand weder in het maatglas loopen en teekent de daardoor bereikte hoogte op. Zoo leert men onmiddellijk de procentische verhouding der aldus door de zeven geschifte zandsoorten van ongelijke fijnheid kennen.

Het spreekt van zelf dat men het getal der zeven naar willekeur vergrooten kan. Bezigt men er niet meer dan 6, zoo als voor praktische doeleinden toereikend schijnt, dan zullen de openingen daarin, van boven naar beneden, b. v. ongeveer 1,5 — 1, — 0,5 — 0,3 — 0,15 en 0,1 millim. kunnen bedragen. Kopergas met mazen welke ten naastenbij die grootten hebben, komt in den handel voor. Alleen voor de onderste, fijne zeefplaat zal men zijne toevlucht tot een zijden zeef moeten

nemen, daar ik niet geloof dat kopergaas van die fijnheid in den handel verkrijgbaar is. De bepaling van de ware grootte der massen moet natuurlijk mikrometrisch geschieden. Daar echter deze grootte, gelijk mij gebleken is, aan een en hetzelfde stuk gaas, tusschenlijk gelijk blijft, zoo geldt zulk eene bepaling, eenmaal gedaan, voor al de zandschifters, welker zeefplaten uit dezelfde stukken gaas genomen zijn. De daarmede gedane waarnemingen zijn derhalve onderling vergelijkbaar.

Met dit eenvoudige werktuig kan dan elk opzichter, mits zorg dragende het voor het onderzoek bestemde zand vooraf goed te drogen, voor elk soort van zand de betrekkelijke fijnheid van korrel numerisch bepalen. Uitdrukkingen als die van *fijn zand*, *zeer fijn zand*, *grof zand*, *loopzand*, geven slechts zeer onbepaalde voorstellingen en behooren, ook voor de praktijk, door waarden in cijfers uitgedrukt vervangen te worden.

25 April 1878.

N A S C H R I F T.

Toen dit opstel bij de Akademie was ingediend, bestond de zandschifter nog slechts in plan. Sedert is zulk een werktuig werkelijk vervaardigd door den bekenden instrumentmaker H. OLLAND, echter onder aanbrenging van een paar wijzigingen, die het gemakkelijker te gebruiken maken.

Vooreerst is het hengsel of handvat niet ter zijde maar boven op het deksel bevestigd. Dit geeft een steviger houvast bij het op en neder schudden.

In de tweede plaats is het werktuig samengesteld uit afzonderlijke vakken die van onderen in elkander sluiten, in dier voege dat de zeefringen daardoor van zelf op hunne plaats worden gehouden, waardoor het altijd eenigzins lastige gebruik van

klemmen vermeden is. Elk vak is aan het volgende stevig verbonden door twee tegenover elkander aangebrachte bajonet-verbindingen, hetgeen veroorlooft den geheelen toestel gemakkelijk uit elkander te nemen, wanneer eene reiniging noodig mocht zijn.

De aldus ingerichte, door mij in de Vergadering van 29 Juni vertoonde toestel, voldoet zeer goed aan het voorgestelde doel. Later zal ik wellicht daarop terugkomen en dan ook eenige daarmede genomen proeven mededeelen.

10 Juni 1878.

P. HARTING.

O V E R
DE
THEORIE VAN DEN RADIOMETER

DOOR

R. A. M E E S.

De afstootende werking van licht- en warmtestralen op door hen beschenen lichte voorwerpen, door CROOKES het eerst nauwkeurig bestudeerd, heeft men op zeer uiteenloopende wijze trachten te verklaren. Ik geloof echter, dat er niettegenstaande de vele fraaie experimenteele onderzoekingen van CROOKES zelve en van anderen nog geen verklaring dezer werking gevonden is, die allen bevredigt en daarom algemeen is aangenomen. Er blijft in de verschijnselen, die door licht of warmte bestraalde voorwerpen ons doen zien, altijd nog veel raadselachtigs; en dit raadselachtige vermindert wel allengs, hoe meer feiten er bekend worden, maar volkomen verklaard zijn deze verschijnselen toch nog geenszins.

Van de hypothesen en theoriën ter verklaring dezer verschijnselen opgesteld is de eerste die door CROOKES zelve in den aanvang aangenomen, waarbij wordt ondersteld, dat de lichtstralen zelve een afstootende werking op de lichte voorwerpen zouden uitoefenen *). Deze hypothese vond echter weinig aanhangers en is volkomen weêrlegd door proeven van SCHUSTER †) en later

*) CROOKES, *Phil. Mag.* (4) vol. 43, p. 94; *Phil. Trans.* (1874), vol. 164, p. 527.

†) SCHUSTER, *Phil. Trans.* (1876), vol. 166, p. 715.

van CROOKES, zoodat ook laatstgenoemde door de feiten gedrongen werd zijn hypothese te laten varen. Die proeven toonden toch aan, dat de krachten, die hier optreden, geene directe werking kunnen zijn van de lichtstralen op de voorwerpen waarop zij vallen, dat het veeleer werkingen zijn tusschen de beschenen voorwerpen en de stoffen, die daarmede in aanraking zijn.

Verder heeft men in de electriciteit de oorzaak dezer verschijnselen willen zoeken *). Maar ik geloof, dat wij deze electricische hypothese, die ook slechts weinige aanhangers gevonden heeft, gerust kunnen voorbijgaan. CROOKES †) en anderen hebben door proeven en redeneeringen de onhoudbaarheid der electricische theorie genoegzaam aangetoond, en ik geloof dan ook, dat al mogen er bij de te verklaren verschijnselen somtijds electricische verschijnselen optreden, deze toch niet als oorzaak van de waargenomen werkingen kunnen beschouwd worden.

Eveneens wenschen wij niet stil te staan bij het ontwerp eener theorie van w. HANKEL §), en evenmin bij de door CHALLIS gegeven theorie **), daar deze pogingen tot verklaring zoo kort en zoo onvolledig zijn, dat wij er moeielijk een oordeel over kunnen vellen, en zij ons ook zeer weinig waarschijnlijk schijnen te zijn.

Laten wij dus deze theoriën rusten, dan blijven ons nog de volgende over: 1°. de verdampingstheorie van OSBORNE REYNOLDS en de daarmede in vele opzichten overeenstemmende emissie-theorie van ZÖLLNER · 2°. de theoriën, die de werking der lichtstralen verklaren uit gasstreamingen; 3°. de theoriën van OSBORNE REYNOLDS, JOHNSTONE STONEY en anderen, die de werking verklaren met behulp van de kinetische gastheorie als een werking tusschen een vast lichaam en het daartegenaan gelegen gas, welke het gevolg is van den overgang van warmte uit het lichaam op het gas of omgekeerd.

*) Zie bij ZÖLLNER, *POGG. Ann.* Bd. 160, S. 162

†) COOKES, *Phil. Mag.* (4) vol. 43, p. 90; *Phil. Trans.* (1875) vol. 164, pp. 545—6. ZÖLLNER, l. c.

§) HANKEL, *Berichte d. Leipziger Gesellsch. d. Wiss.* (1877) Bd. 20, S. 87

***) CHALLIS, *Phil. Mag.* (5) vol. 1, p. 393 en vol. 2, p. 374.

Wij wenschen deze theorieën achtereenvolgens wat nader in oogenfchouw te nemen.

1°. *De verdampingstheorie.* Voor de afstooting van een in een verdund gas geplaatst licht voorwerp door een warm lichaam en de aantrekking van dat voorwerp door een koud lichaam heeft het eerst OSBORNE REYNOLDS een rationeele en niet geheel onwaarschijnlijke verklaring gegeven *). Hij schreef de afstooting toe aan eene verdamping van water, kwikzilver of andere vloeistoffen aan die zijde van het voorwerp welke naar het warme lichaam gekeerd is, de aantrekking daarentegen aan de verdichting der genoemde stoffen in dampvorm tot vloeistof tegen de naar het koude lichaam gekeerde zijde van het voorwerp.

Wij hebben hier met een verklaringsgrond te doen, die tot de mogelijke moet gerekend worden. Zeer zeker is waar, dat wanneer aan het oppervlak van een lichaam een sterke verdamping bestaat, hiervan een vermeerdering der drukking op dit oppervlak een gevolg kan zijn, dat daarentegen wanneer damp op een lichaam tot vloeistof neêrslaat, hierdoor een vermindering der drukking op het lichaam kan worden teweeggebracht. Deze gevolgtrekking van de kinetische theorie der verdamping is volkomen juist. Dat door verdamping of door verdichting van damp tot vloeistof beweging kan verkregen worden, houd ik niet voor twijfelachtig, en is door REYNOLDS en door GOVI †) proefondervindelijk aangetoond.

Deze verdampingstheorie van REYNOLDS, die later door GOVI ook op de beweging van de wicken des radiometers is toegepast, heeft bij eene oppervlakkige beschouwing veel aanlokkelijks. In een niet met den uitersten zorg vervaardigden radiometer kan allicht nog een kleine hoeveelheid van water en misschien ook van andere vluchtige stoffen, zooals vetten, voorhanden zijn, de proeven van KUNDT en WARBURG §) hebben dit voldoende aangetoond. Daar voorts een radiometer gewoonlijk door middel van een kwikluchtpomp wordt ledig gepompt, kan

*) *Phil. Mag.* (4) vol. 45, p. 146.

†) GOVI, *Comptes rendus*, (1876 11) t. 53, p. 51.

§) KUNDT EN WARBURG, *Ann. Chem. Phys.* Bd. 156, S. 198.

het ook zijn, wanneer niet groote voorzorgen genomen worden om het te verhinderen, dat er kwikdamp in het vat van den radiometer komt. Het is dus a priori niet onmogelijk te achten, dat in radiometers zooveel vluchtige stoffen achterblijven, dat hare verdamping op de warme plaatsen en hare verdichting op de koele plaatsen een beweging van de wicken zouden kunnen doen ontstaan.

Dat dit echter ook met de met den uitersten zorg geconstrueerde radiometers van CROOKES het geval zou zijn, meen ik te moeten betwijfelen. En ten tweede, ook al kon hierdoor een begin van beweging in den radiometer worden voortgebracht, ik zie niet in, hoe of door deze oorzaak de beweging op den duur zou kunnen onderhouden worden. Heeft de bestraling van den radiometer toch gedurende eenigen tijd plaats gehad, dan zal al de vluchtige stof van de warmere plaatsen door verdamping zijn verdwenen en op de koudere plaatsen zijn neêrgeslagen. Een verdere verdamping en daaropvolgende verdichting kan dan niet meer bestaan, de oorzaak der beweging is dus verdwenen, en met deze moet ook de beweging zelve ophouden. En men kan niet de veronderstelling maken, dat de damp, die van de eene zijde der wicken verdampt is, terwijl deze naar de warmte-bron is toegekeerd, weder op diezelfde zijde als vloeistof nederslaat gedurende het gedeelte van de omdraaiing des radiometers dat zij van de warmtebron is afgekeerd, zoodat hierdoor de door de verdamping veroorzaakte beweegkracht bij voortdoring kan blijven werken. Want ten eerste is het uiterst onwaarschijnlijk, dat die zijde gedurende den tijd, dat zij van de warmte-bron is afgekeerd, zoo snel haar hoogere temperatuur zou verliezen, dat er dan van een neêrslag van damp op die zijde sprake zou kunnen zijn, en ten tweede dat neêrslaan van damp gedurende de eene helft der omdraaiing zou een kracht in het leven roepen juist tegengesteld aan die door de verdamping gedurende de andere helft veroorzaakt, en zou dus de werking dezer laatste kracht ophellen en vernietigen. Ten derde, ook wanneer de afgestooten zijde voortdurend naar de warmte-bron is toegekeerd zooals het geval is bij de radiometers, waarop van alle zijden warmtestralen invallen, of bij de toestelletjes van CROOKES, waarmede hij door de wringing van een draad de afstootende werking op een beschenen plaatje ge-

meten heeft, blijft bij voortduring die afstootende werking bestaan *).

Ongegrond komt mij daarentegen de bedenking voor door JOHNSTONE STONEY tegen de verdampingstheorie geopperd †). Deze zegt: „In investigating the force arising from evaporation and condensation, he (OSBORNE REYNOLDS' has overlooked the circumstance that the evaporation from the disc will keep back part of the vapour which would otherwise have reached it, and in investigating the effect of condensation he tacitly assumes that it does keep it back.” Ik geloof, dat JOHNSTONE STONEY hier dwaalt. De verdamping aan het oppervlak zal het aantal moleculen, die in de éénheid van tijd daartegen aanbotsen, niet verminderen, want al mogen de aan het oppervlak ontstane dampmoleculen ook al verhinderen, dat sommige zich naar het oppervlak heen bewegende moleculen het bereiken, zij zelve zullen dan door die tegengehouden moleculen naar het oppervlak teruggeslingerd worden en in plaats van deze daartegen aankomen en er dezelfde drukking uitoefenen, die anders die tegengehouden moleculen door hare botsing zouden hebben bewerkt. Evenmin zal de verdichting van damp tegen een oppervlak bewerken, dat het aantal moleculen, hetgeen in de éénheid van tijd het oppervlak treft, grooter wordt, want wel is waar zullen die in den vloeibaren toestand overgegangene dampmoleculen niet meer andere moleculen van het oppervlak kunnen terughouden, maar zij zelve zullen ook niet meer tegen het oppervlak kunnen aanbotsen, omdat zij opgehouden hebben als dampmoleculen te bestaan, en haar plaats wordt dus eenvoudig ingenomen door die andere moleculen, die zij vroeger terughielden, maar die nu vrijelijk tot het oppervlak kunnen naderen. Dus noch de verdamping noch de verdichting zal verandering brengen in het aantal moleculen, die in de éénheid van tijd het oppervlak treffen, ten minste niet in den zin zooals JOHNSTONE STONEY aanceint. De verdamping zal dus een vermeerdering van drukking ten gevolge hebben, omdat

*) CROOKES, *Phil. Trans.* (1876) vol. 165, p. 326. *Phil. Trans.* (1875) vol. 165, p. 598.

†) JOHNSTONE STONEY, *Nature*, vol. 17, p. 251, Jan. 31, 1878.

het verdampende oppervlak nu niet alleen hoeveelheid van beweging moet mededeelen aan de daartegen aanbotsende moleculen maar tevens nog aan de nieuw ontstaande dampmoleculen. De verdichting zal daarentegen eene vermindering van drukking ten gevolge hebben, omdat het oppervlak aan de tot vloeistof overgaande dampmoleculen niet meer de hoeveelheid van beweging behoeft mede te geven, die het anders aan de het verlatende moleculen mededeelt.

De argumenten en proeven van ZÖLLNER *) zijn, geloof ik, niet in staat, de verdampingstheorie eene grootere waarschijnlijkheid te geven. Weinigen toch zullen ZÖLLNER toestemmen, dat de bewegingen in den radiometer wellicht aan de verdamping van de vaste deelen van het instrument moeten worden toegeschreven. ZÖLLNER toone eerst aan, dat in het luchtledige en bij een temperatuur, zooals die in een radiometer bestaat, de verdamping van glas, van mica, van metalen zoo sterk zij, dat daardoor de wieken des radiometers in beweging kunnen gebracht worden. Bestaat die verdamping in die mate, — dat er in het geheel geen verdamping dier stoffen optreedt, wil ik volstrekt niet beweren, — maar bestaat zij in die mate, als men ter verklaring van de verschijnselen van CROOKES genoodzaakt zou zijn aan te nemen, dan zal het ook niet zoo moeielijk zijn dit aan te toonen. Voordat dit geschied is, ben ik niet genegen zulk een hypothetische en onwaarschijnlijke oorzaak als ZÖLLNER doet voor de verschijnselen van CROOKES aan te nemen, namelijk de verdamping van vaste lichamen of ten minste de emissie van kleine deeltjes door het oppervlak van vaste lichamen, want ZÖLLNER spreekt in de eerste zijner verhandelingen nog niet zooals in zijne tweede verhandeling van verdamping maar eenvoudig van emissie van kleine deeltjes, waaronder echter moeielijk iets anders dan verdamping zal kunnen worden verstaan.

Een argument tegen de emissie-hypothese van ZÖLLNER is verder ook dit, dat men door haar niet kan verklaren, waarom de draaingssnelheid in den radiometer, wanneer men eene bepaalde verdunning van het gas overschrijdt, begint af te nemen.

*) ZÖLLNER, Pogg. A., Bd. 160.

De door de vaste stoffen uitgezonden deeltjes moesten toch de grootste werking doen bij de grootste verdunning, vooreerst omdat dan de weêrstand tegen de beweging het geringst, ten tweede omdat dan het aantal uitgezonden deeltjes het grootst moet zijn.

Hoewel ik volstrekt niet beweren wil, dat somtijds bewegingen aan verdamping of misschien ook aan het vrij of geabsorbeerd worden van gassen moeten worden toegeschreven, kan ik toch niet aannemen, dat alle bewegingen en krachten waar genomen bij lichamen, die aan de bestraling van licht en warinte zijn blootgesteld, hierdoor te verklaren zijn, en wel voornamelijk niet hierom, omdat deze oorzaak wel een begin van beweging kan voortbrengen, maar niet voortdurend de beweging kan onderhouden.

2°. *De theoriën, die de werking der lichtstralen verklaren uit gasstroomingen.*

Door de ongelijke temperatuursverhooging der verschillende vaste deelen van den radiometer moeten ook de verschillende deelen van het in den radiometer bevatte gas zich ongelijk verwarmen, en hiervan zijn gasstroomingen het noodzakelijke gevolg. Sommigen meenen dat het deze gasstroomingen zijn, die de wieken des radiometers in beweging brengen. Zoo bijv. O. F. MEIJER. Deze zegt *): „De wieken der kleine molen, welke aan de eene zijde zwart, aan de andere wit zijn, worden door warmte- of ook lichtstraling . . . verwarmd, en wel in ongelijke mate, de zwarte zijde sterker. Daardoor wordt ook de lucht tegen de zwarte zijde warmer, zij zet zich uit en stroomt om de randen der wieken naar de witte zijde over, waarbij zij door wrijving tegen de randen de wieken mede in beweging zet.” Deze verklaring van MEIJER komt mij hoogst onwaarschijnlijk voor. Ik zie volstrekt niet in, waarom de aan de warme zijde der wiek zich uitzettende lucht een uitweg zoekt om de randen heen naar de koelere zijde der wiek. Ik

*). *Die kinematische Theorie der Gase*, Breslau 1877, S. 154. In een noot zegt MEIJER, dat zijn verklaring met die van RINKENS, waarover later, overeenstemt; het komt mij echter voor, dat die overeenstemming al een zeer geringe is, wanneer mijne opvatting van de verklaring van RINKENS, die zich niet aan overgroote duidelijkheid schuldig maakt, ten minste niet volkomen mank gaat.

zou eerder meenen, dat zij naar boven zou opstijgen, of zich aan de warme zijde van de wiek zou verwijderen; maar dat zij zich direct om de randen heen naar de koelere zijde der wiek zou begeven, komt mij hoogst onwaarschijnlijk voor, omdat toch ook die koelere zijde zich verwarmd heeft boven de temperatuur der omgeving, en dus ook aan die zijde de daartegen aan liggende lucht zich heeft uitgezet, zij het dan ook in mindere mate dan aan den warmen kant. Die uitzetting der lucht ook aan de koelere zijde moet dan toch verhinderen, dat de lucht van den warmen kant om de randen heen naar den koelen kant stroomt; en gebeurt dit niet, dan vervalt van zelve de verklaring.

Uitvoeriger heeft F. NEESEN getracht van de bewegingen in den radiometer een verklaring te geven door luchtstroomingen. *) Die werking der stroomingen vat NEESEN echter geheel anders op dan MEIJER. Terwijl bij dezen de wrijving der zich uitzettende lucht tegen de randen der wieken de beweegkracht is, zoekt NEESEN die beweegkracht in de stootkracht der tegen de wieken aankomende en daarheen gerichte luchtstroomingen. De zijde van de radiometerwiek of van het lichte voorwerp, die naar de warmte-bron is toegekeerd, verkrijgt een hoogere temperatuur dan de omgeving, de tegen die zijde aangelegene lucht zal in die verwarming deelen en daardoor opstijgen, en dit zal horizontale luchtstroomingen doen ontstaan, die naar de verwarmde zijde heengericht zijn en deze voor zich uitdrijven. Als ik NEESEN goed begrijp zijn het immer de naar de plaats, waar de verwarmde lucht opstijgt, gerichte luchtstroomingen, die de beweging voortbrengen, omdat zij de zich op hun weg bevindende lichte voorwerpen voor zich uitdrijven; soms echter is het bij NEESEN's proeven een der zijden der radiometerwiek, een ander maal een deel van den glazen wand des radiometers, waarvan de temperatuur het meest boven die van het in den radiometer bevatte gas stijgt, en waarheen dus de luchtstroomingen gericht zijn; maar altijd zijn het toch die in de verschillende gevallen verschillend gerichte luchtstroomingen, welke volgens hem als drijvende kracht werken.

*) *Phys. Ann.* Bd. 156, S. 144, Bd. 160, S. 143.

NEESEN krijgt op de beschreven wijze een verklaring van het feit, dat in een verdund gas een voorwerp, waarvan de eene zijde warmer is dan de omgeving, een beweging verkrijgt in een zoodanige richting, dat de warme zijde zich achteraan bevindt. Dat die verklaring echter onmogelijk de juiste kan zijn, zien wij terstond in, wanneer wij het geval beschouwen, dat de eene zijde van het lichte voorwerp zich afkoelt, door uitstraling bijvoorbeeld, onder de temperatuur van het omringende gas. Passen wij hierop NEESEN's redeneering toe. Van opstijgende verwarmde luchtstroomen kan hier geen sprake zijn, daar geen deel van een vast oppervlak zich verwarmd heeft boven de temperatuur van het gas. Tegen de afgekoelde zijde van het lichte voorwerp zal echter ook het gas kouder worden, en daardoor zal daar ter plaatse een neêrdalende luchtstroom ontstaan. Dit zal, altijd volgens de wijze van redeneeren van NEESEN, aanleiding geven tot luchtstroomen, die naar de afgekoelde zijde heen gericht zijn, omdat de omringende lucht de plaats van de langs die zijde naar beneden gedaalde afgekoelde lucht zal gaan innemen. Die luchtstroomen zullen het lichte voorwerp voor zich uitdrijven, en het dus zulk een beweging mededeelen, dat de afgekoelde zijde zich achteraan bevindt. Is deze gevolgtrekking uit NEESEN's theorie in overeenstemming met de ervaring? Zeker niet, want volgens alle waarnemingen verkrijgt een in een ijl gas geplaatst licht voorwerp, waarvan de eene zijde onder de temperatuur van het omringende gas is afgekoeld, een beweging met de afgekoelde zijde vóóraan. De ervaring is hier dus volkomen in strijd met NEESEN's theorie.

Maar er is meer, waarom ik niet met NEESEN de directe werking der stroomingen als de kracht kan aanzien, die in een ijl gas de beweging van lichte voorwerpen bij straling veroorzaakt. Waren toch in een ijl gas de afstooting dier voorwerpen door een warmer lichaam en de aantrekking dier voorwerpen door een kouder lichaam toe te schrijven aan de drijvende kracht der ontstaande gasstroomingen, dan moesten wij dezelfde verschijnselen, doch nog in sterker mate, zien optreden in een dichtere gas. In dat dichtere gas zullen toch zeker niet in mindere mate stroomingen optreden dan in het ijlere

gas, en de kracht dier stroomingen zal in het dichtere gas zeker veel grooter moeten zijn; want die kracht zal evenredig moeten zijn aan de dichtheid van het gas, omdat de massa van het zich bij die stroomingen bewegende gas aan die dichtheid evenredig is. Nu is het uit CROOKES' waarnemingen bekend, dat de verschijnselen in een gas, waarvan de dichtheid een zekere grootte overschrijdt, juist de omgekeerde zijn van die in een ijler gas; dat dan namelijk een licht voorwerp door een warmer lichaam wordt aangetrokken, door een kouder lichaam daarentegen wordt afgestooten. Dit is dus volkomen in strijd met NEESEN's theorie. NEESEN zelf heeft wel getracht van die verschillende wijze, waarop een licht voorwerp zich ten opzichte van een warmer lichaam gedraagt in een dicht en in een ijl gas, een verklaring te geven, en aan te toonen, dat de richting der luchtstroomen in beide gevallen een verschillende moet zijn, maar ik kan die verklaring niet laten gelden. Die verklaring steunt toch op een verschil in de warmte-geleiding bij verdunde en bij meer dichte gassen, dat door de proeven van KUNDT en WARBURG zou zijn aangetoond. Deze proeven *) hebben voorzeker doen zien, dat de grootte der warmte-geleiding, die boven een zekeren graad van dichtheid van het gas onafhankelijk is van de dichtheid, bij zeer ver gedreven verdunning van het gas gaat afnemen; maar de graad van dichtheid, waarbij dit afnemen der warmte geleiding merkbaar wordt, is zeer veel lager gelegen dan de graad van dichtheid, waarbij de aantrekking door een warm lichaam in een afstooting overgaat. Bij een verdunning, waarbij de afstooting reeds zeer duidelijk kan zijn, is volgens de proeven van KUNDT en WARBURG de warmte-geleiding in het gas nog volkomen even groot als bij grootere dichtheid, waarbij een aantrekking wordt waargenomen, zoodat in een verschil in de grootte der warmte-geleiding niet de reden kan gelegen zijn van de verschillende wijze, waarop het voorwerp zich in een dichter of een ijler gas ten opzichte van een warmer lichaam gedraagt.

Ditzelfde argument is ook tegen MEIJER's verklaring aan te

*) KUNDT en WARBURG, Pogg. Ann. Bd. 156, S. 177.

voeren. Hier is de wrijving van de zich uitzettende lucht tegen de randen der wiek de beweegkracht; maar die uitwendige wrijving der lucht tegen vaste lichamen neemt volgens de meening van MEIJER zelve evenredig aan de dichtheid der lucht toe en af, en moet dus bij grootere dichtheid grooter worden. Elke oorzaak nu van de beweging der wicken van den radiometer, die evenredig aan de dichtheid toeneemt, is te verwerpen, want met zulk een oorzaak is niet te rijmen het afnemen van de snelheid en ten slotte zelfs de omkeering van den zin der beweging bij het toenemen van de dichtheid van het gas.

Ofschoon ik volstrekt niet beweren wil, dat de gasstroomingen in geen geval tot de radiometerbewegingen enigszins kunnen medewerken, geloof ik toch, dat die stroomingen niet kunnen beschouwd worden als de hoofdoorzaak van de door CROOKES ontdekte werking van licht- en warmte-stralen op in verdunde gassen geplaatste licht bewegelijke voorwerpen.

3°. *De theoriën, die de werking der lichtstralen verklaren, met behulp van de kinetische gas-theorie, uit den overgang van warmte uit een vast lichaam in het daartegenaan gelegen gas.*

Het is weder OSBORNE REYNOLDS, die het eerst op dien overgang van warmte uit een warmer oppervlak op het daartegen gelegen gas als een mogelijke oorzaak der CROOKES'sche verschijnselen de aandacht gevestigd heeft. Reeds in zijn eerste verhandeling, *) waarin hij zijn verdampings-theorie bekend maakt, wijst hij er op; en in zijn latere verhandeling †) komt deze nieuwe zienswijze bij hem zoodanig op den voorgrond, dat er van de vroegere verdampings-theorie bijna geen sprake meer is. Volgens OSBORNE REYNOLDS zal, wanneer een warmer oppervlak warmte afgeeft aan een gas, dat oppervlak van het gas een grootere drukking ondervinden; omgekeerd wanneer het oppervlak warmte opneemt van een gas, zal het van dat gas een kleinere drukking ondervinden.

*) *Phil. Mag.* (4) vol. 48, p. 152

†) *Phil. Trans.* vol. 106, p. 725.

Die stelling is, geloof ik, ten deele juist, maar ook slechts ten deele. Zij geldt slechts gedurende een korten tijd, wanneer een gas met een oppervlak van een andere temperatuur dan het zelf bezit, in aanraking komt, maar ook alleen slechts zoolang als nog niet is opgetreden, wat wij met CLAUDIUS willen noemen den stationnairn toestand van warmte-geleiding; en zulk een toestand zal reeds spoedig moeten optreden, tenzij gasstroomingen dit verhinderen. Wij willen echter voorloopig den invloed dier mogelijk optredende gasstroomingen buiten beschouwing laten, vooral ook omdat REYNOLDS aan die stroomingen in verdunde gassen bijna geen invloed wil toekennen. Hij toch beschouwt die stroomingen als de oorzaak der door CROOKES waargenomen verschijnselen in dichtere gassen, en daar nu de werking van licht- en warmtestralen in een ijl gas juist de omgekeerde is van die in een dichter gas, kan hij aan die stroomingen in een ijl gas slechts uiterst weinig invloed toekennen, daar zij anders in beide gevallen dezelfde werking moesten teweegbrengen. In zijn tweede verhandeling is van die stroomingen dan ook in het geheel geen sprake meer, en hij beschouwt daarin dus den toestand van het gas als een stationnairn toestand.

In zulk een stationnairn toestand van het gas zonder stroomingen zal echter mijns inziens de overgang van warmte uit een vast oppervlak in een gas hoogst waarschijnlijk geen overdruk teweeg brengen. Om dit in te zien willen wij dien stationnairn toestand eenigszins nader bespreken.

Het is het eerst CLAUDIUS geweest, die ons in zijn bekende verhandeling over de warmte-geleiding in gassen een goed inzicht gegeven heeft van hetgeen men onder den stationnairn toestand van warmte-geleiding in een gas te verstaan heeft. In dien toestand heeft er wel een overgang van warmte plaats van het eene deel van het gas op het andere en van het gas op de vaste of vloeibare lichamen of omgekeerd, en die overgang van warmte is wel in de eene richting in het algemeen een andere dan in de tegengestelde richting, maar de warmte-toestand, de drukking en de dichtheid blijven voor elk deel der gasmassa voortdurend dezelfde waarden behouden, en stroom-

ningen hebben in het gas niet plaats, zoodat door elke vlakte-uitgebreidheid, waar ook in het gas geplaatst en hoe ook gericht, in denzelfden tijd in beide richtingen evenveel gasmoleculen gaan.

CLAUSIUS nu heeft aangetoond, dat in den stationnaircn toestand van warmte-geleiding in een gas tusschen twee onbegrensdc vlakke evenwijdige wanden van verschillende temperatuur door elke vlakte-éénheid evenwijdig aan die wanden en dus loodrecht op de richting van warmte-geleiding, in de tijdséénheid een hoeveelheid positieve bewegings-grootheid gaat, die overal in het gas dezelfde waarde heeft. Want ware dit niet het geval, dan zou er in sommige gaslagen hetzij vermeerdering hetzij vermindering van de daarin voorhanden positieve bewegings-grootheid plaats grijpen, hetgeen in strijd zou zijn met de veronderstelling, dat de toestand een stationnaire geworden is. Hetgeen CLAUSIUS de door een vlak gaande positieve bewegings-grootheid noemt is de som van de positieve hoeveelheid van beweging die in positieve richting en van de negatieve hoeveelheid van beweging die in negatieve richting door het vlak gaat, wanneer men de eene richting der normaal op het vlak als de positieve, de tegengestelde richting als de negatieve beschouwt, en van de hoeveelheid van beweging der door het vlak gaande moleculen altijd de componentc neemt volgens de richting dier normaal. Die som is een maat voor de drukking op het vlakte-element, en de bovengenoemde stelling van CLAUSIUS kan daarom ook aldus worden uitgedrukt: de drukking op een vlak loodrecht op de richting der warmte-geleiding heeft overal in het gas dezelfde waarde.

Dat die drukking overal dezelfde is kan op het eerste gezicht vreemd schijnen. De gasmoleculen bezitten in de nabijheid van den warmen wand een grootere snelheid dan in de nabijheid van den koelen wand, en men zou daardoor geneigd zijn te meenen, dat de drukking des te grooter moet zijn, naarmate men meer tot den warmen wand nadert. Dit is echter niet het geval om de zeer eenvoudige reden, dat de dichtheid van het gas in de nabijheid van den warmen wand wegens de daar heerschende hoogere temperatuur geringer is dan op grooteren afstand van dien wand. Door een vlak evenwijdig aan en dicht

bij den warmen wand zal elke molecule, die er doorheen gaat wegens hare grootere snelheid, wel is waar een grootere hoeveelheid van beweging medevoeren, maar het aantal moleculen, dat in de éénheid van tijd door het vlak gaat, zal wegens de geringere dichtheid van het gas kleiner zijn, zoodat de geheele door de moleculen in beide richtingen door het vlak overgevoerde hoeveelheid van beweging dezelfde kan zijn voor een vlak in de nabijheid van den warmen en voor een vlak in de nabijheid van den koelen wand gelegen.

Doch CLAUSIUS vindt niet slechts de drukking overal in het gas dezelfde op een vlak loodrecht op de richting van warmtegeleiding maar op elk vlak in het gas waar het ook geplaatst en hoe het ook gericht moge zijn *). Met andere woorden hij vindt de drukking overal in het gas en in alle richtingen dezelfde.

Dat in den stationnairen toestand van warmtegeleiding even goed als in den stationnairen toestand zonder warmtegeleiding, wanneer het gas overal dezelfde temperatuur en dichtheid bezit, de drukking in alle richtingen even groot is, moet hieraan worden toegeschreven, dat terwijl in den laatstgenoemden toestand van het gas in elke richting zich een even groot aantal moleculen bewegen, en de moleculen in alle richtingen gelijke snelheden bezitten, dit voor den eerstgenoemden toestand niet het geval is. In dezen toestand zullen de moleculen, die zich gelijktijdig bevinden in een laag begrensd door twee oppervlakken loodrecht op de richting van warmtegeleiding, niet alle gelijke snelheid bezitten. De moleculen, die van den warmen kant komen, hebben een iets grootere, die welke van den koelen kant komen een iets kleinere snelheid dan de moleculen, welke zich in een richting bewegen loodrecht op de richting van warmtegeleiding. Van de genoemde moleculen zullen zich een grooter aantal naar den warmen wand toe dan van den warmen wand af bewegen. En de snelheid én het betrekkelijk aantal der moleculen, die

*) Door middel van de formules door CLAUSIUS in zijn verhandeling opgesteld vindt men voor de drukking in de richtingen loodrecht op die der warmtegeleiding een iets *grootere* waarde dan in de richting der warmtegeleiding. Het verschil is echter een grootheid van de orde van het kwadraat van t , en grootheden van die orde worden door CLAUSIUS verwaarloosd.

zich gelijktijdig in een bepaalde richting bewegen, hebben hier voor de verschillende richtingen verschillende waarden, en de verdeling van die snelheid en van dat betrekkelijk aantal over de verschillende richtingen is juist een zoodanige, dat niettegenstaande er warmte-geleiding plaats heeft de drukking toch in alle richtingen dezelfde is.

Heeft dus de warmte-geleiding in een gas plaats op de wijze, waarop dit door CLAUSIUS uit de beginselen der kinetische gas-theorie is afgeleid, dan kan het vaste oppervlak, hetgeen de warmte aan het gas mededeelt, geen grootere drukking van het gas ondervinden dan het gas overal en in alle richtingen gelijkelijk uitoefent, zoodra de stationnaire toestand van warmte-geleiding is ingetreden.

CLAUSIUS heeft echter alleen nagegaan de warmte-geleiding in een gas tusschen twee onbegrensde vlakke evenwijdige wanden. Alleen voor dit bijzondere geval dus heeft hij aangetoond, dat, zoodra de stationnaire toestand is ingetreden, de druk overal in de gasmassa dezelfde zal zijn. Men zou nu kunnen meenen, dat al moge dit voor dit bijzondere geval waar zijn, het niet geldt voor het algemeene geval, waarin zich warmte door geleiding in een gas voortplant tusschen een in het gas geplaatst warmer oppervlak van willekeurigen vorm en koudere oppervlakken die hetzij behoorren tot lichamen in het gas geplaatst of de binnenzijde van den wand vormen, welke het gas aan alle zijden begrenst. Ik geloof echter, dat het ook in dit meer algemeene geval waar is.

Het eenige onderscheid tusschen dit geval en het eenvoudiger geval van CLAUSIUS is toch dit, dat bij CLAUSIUS de isothermische oppervlakken platte vlakken zijn, en de richting, volgens welke de warmte-geleiding plaats heeft, overal in het gas dezelfde is, terwijl in het meer algemeene geval de isothermische oppervlakken in het algemeen gebogen oppervlakken zullen zijn, en de lijnen, volgens welke de warmte-geleiding plaats heeft, die de orthogonalen zijn dier oppervlakken, in het algemeen kromme lijnen. Evenals nu in het meer eenvoudige geval van CLAUSIUS door de onophoudelijke botsingen der moleculen eindelijk een stationnaire toestand optreedt, waarin de snelheden der moleculen in eenig volumen-element van het gas

zoodanig over de verschillende richtingen verdeeld zijn en het betrekkelijk aantal moleculen, dat zich in een bepaalde richting beweegt, zoodanig is als CLAUSIUS voor dat geval vindt, zoodat niettegenstaande de warmte-geleiding de drukking overal in het gas en in alle richtingen dezelfde is, eveneens zal mijns inziens in het algemeene geval in elk volumen-element van het gas ten slotte, als de stationnaire toestand bereikt is, een volkomen analoge verdeling van snelheid en aantal over de verschillende richtingen moeten bestaan. Die verdeling zal in beide gevallen symmetrisch zijn ten opzichte van de richting volgens welke in het beschouwde oneindig kleine volumen-element de warmte-geleiding plaats heeft, d. i. de richting van de orthogonaal aan het isothermisch oppervlak in het volumen-element. *) In het algemeene geval zal echter niet zooals bij CLAUSIUS die verdeling overal langs een zelfde isothermisch oppervlak dezelfde zijn, daar hier niet het temperatuurverval in de richting der warmte-geleiding langs het geheele isothermische oppervlak dezelfde waarde behoeft te hebben, maar voor de verschillende deelen van dat oppervlak verschillend kan zijn, en de aard dier verdeling van de grootte van het temperatuurverval in het beschouwde volumen-element zal afhangen.

Ofschoon ik het dus voor het waarschijnlijkst houd, dat uit de beginselen der kinetische gastheorie, zooals zij door MAXWELL en CLAUSIUS zijn opgesteld en toegepast, in den stationnairen toestand van warmte-geleiding geen drukingsverschillen af te leiden zijn, en dat zoo men het bestaan daarvan wilde aannemen, daartoe de beginselen der kinetische gastheorie wijzigingen zouden moeten ondergaan; moet ik er echter bijvoegen, dat voor deze meening nog geen streng bewijs geleverd is. Mocht het blijken, dat deze meening onjuist is, dat men wel degelijk uit

*) In het algemeene geval zal die verdeling slechts ongeveer en niet volkomen symmetrisch zijn ten opzichte van de richting der warmte-geleiding, omdat de afstand van de beide isothermische oppervlakken, waartusschen het volumen-element begrepen is, niet in alle richtingen loodrecht op de richting van warmte-geleiding een even snelle verandering ondergaat. In sommige bijzondere gevallen zal op sommige plaatsen in het gas zelfs geen toenadering tot zulk een symmetrische verdeling behoeven te bestaan.

de beginselen der kinetische gastheorie drukingsverschillen in sommige stationnaire toestanden van warmte-geleiding kan afleiden, of mocht men zoodanige veranderingen aan die theorie kunnen aanbrengeu, dat die drukingsverschillen volgens de theorie mogelijk worden, want ik wil volstrekt niet beweren, dat de stellingen der gastheorie alle zoo onwankelbaar vast staan, dat zij in het geheel geen verandering meer zullen ondergaan, dan zal echter nog moeten worden aangetoond, dat die mogelijke drukingsverschillen zoodanig kunnen zijn, dat zij de CROOKES'sche verschijnselen verklaren.

Nu geloof ik te kunnen beweren, dat men in het geval van warmte-geleiding tusschen twee evenwijdige even groote vlakke wanden van verschillende temperatuur, zooals dit door CLAUSIUS behandeld is, nooit tot zoodanige drukingsverschillen zal kunnen komen.

Want het verschijnsel, om wiens verklaring het voornamelijk te doen is, is toch dit, dat een vast oppervlak een grootere drukking ondervindt, wanneer het een hoogere temperatuur heeft dan het gas en er dus warmte uit het oppervlak in het gas overgaat, daarentegen een geringere drukking, wanneer het een lagere temperatuur heeft dan het gas en er dus warmte uit het gas op het oppervlak overgaat. Nu zou om die vermeerdering respectieue vermindering van drukking tegen het warmere respectieue koudere oppervlak te verklaren door drukingsverschillen in het gas, dat in den door CLAUSIUS behandeldeu toestand van warmte-geleiding verkeert, daartoe niet alleen gevorderd worden, dat de drukking in de richting der warmte-geleiding een *andere* is dan in de hierop loodrechte richtingen, maar tevens zou de drukking in de eerstgenoemde richting in de nabijheid van den warmen wand *grooter*, in de nabijheid van den kouden wand daarentegen *kleiner* moeten zijn dan in de op de richting van warmte-geleiding loodrechte richtingen. Zulke drukingsverschillen kunnen echter niet worden aangenomen. Ook al zou men de mogelijkheid willen toegeven van een verschil in druk in de richting der warmte-geleiding en in de daarop loodrechte richtingen, dat verschil zal toch altijd hetzelfde teeken moeten hebben, de druk in de richting der warmte-geleiding

zal f altijd grooter óf altijd kleiner moeten zijn dan in de andere richtingen; maar dat dit verschil op de eene plaats in het gas een positieve op een andere plaats een negatieve waarde zou hebben, acht ik volstrekt onmogelijk.

In het door CLAUSIUS behandelde geval van warmte-geleiding kunnen dus zoodanige drukkingsverschillen in het gas als ter verklaring der verschijnselen van CROOKES zoowel bij een warm als bij een koud oppervlak vereischt worden, niet voorkomen.

Zou dit echter in het algemeene geval, waarbij de warmte-geleiding in het gas plaats heeft tusschen oppervlakken van willekeurigen vorm en van verschillende grootte, mogelijk zijn?

Wanneer men wil, dat in *elk* geval het warmere oppervlak een grootere, het koudere oppervlak een geringere drukking ondervindt, houd ik dit ook in het algemeene geval van warmte-geleiding voor niet mogelijk.

Wanneer men echter de waarnemingen van CROOKES en anderen nagaat, dan ziet men, dat in de meeste gevallen het oppervlak, waarbij een vermeerdering of vermindering der drukking is waargenomen, het *kleinste* is der beide oppervlakken van verschillende temperatuur, waartusschen de warmte-geleiding in het gas plaats heeft. Neemt men nu aan, dat het bij die waarnemingen altijd het kleinste oppervlak geweest is, waarbij bij verwarming van dat oppervlak een vermeerdering, bij afkoeling daarentegen een vermindering der drukking is gevonden, dan zou men wellicht op de volgende wijze drukkingsverschillen in het gas kunnen aannemen, die het waargenomene verklaren en waarvan het bestaan niet a priori volstrekt onmogelijk te achten is.

Het zou kunnen zijn, dat wel is waar in het door CLAUSIUS behandelde geval, waarbij de warmte-geleiding in het gas plaats heeft tusschen twee evenwijdige *even groote* oppervlakken van verschillende temperatuur, zulke drukkingsverschillen onmogelijk zijn, en waarschijnlijk zelfs in het geheel geen drukkingsverschillen in verschillende richtingen kunnen optreden, maar dat dit wel het geval is, wanneer de beide oppervlakken, tusschen welke de warmte-geleiding in het gas plaats heeft, *een verschillende grootte* bezitten. Wanneer men toch datgene der oppervlakken, hetgeen eerst het warmste van beide is, vervol-

gens tot het koudste maakt, dan zal in het eerste geval, dat van CLAUDEIUS, niets anders gebeuren dan dat de richting van warmte-geleiding in het gas wordt omgekeerd, en dit kan onmogelijk ten gevolge hebben, dat het verschil tusschen de drukking langs de lijn, volgens welke de warmte wordt voortgeleid, en die in de daarop loodrechte richtingen van teeken verandert. In het tweede geval, waarbij de beide oppervlakken een verschillende grootte hebben, verandert echter behalve de richting van warmte-geleiding nog iets anders. Wanneer toch den eersten keer het kleinste der beide oppervlakken het warmste, den tweeden keer daarentegen het koudste is, dan gaat den eersten keer de warmte door het gas van een kleiner op een grooter, den tweeden keer van een grooter op een kleiner oppervlak over. Nu zou men kunnen veronderstellen, dat in het geval, dat de warmte zich bij de voortgeleiding allengs over grootere oppervlakken verbreedt, de drukking in de richting der warmte-geleiding grooter is dan in de daarop loodrechte richtingen, dat daarentegen de drukking in eerstgenoemde richting kleiner is dan in de tweede, wanneer de warmte zich allengs op kleinere oppervlakken concentreert. Men zou op die wijze dan kunnen verklaren, waarom een oppervlak, dat omgeven is door een grooter oppervlak, een grootere of kleinere drukking van het tusschen de beide oppervlakken zich bevindende gas ondervindt, al naarmate het een hoogere of een lagere temperatuur bezit dan het omringende oppervlak. Men zou op die wijze van vele der CROOKES'sche verschijnselen een verklaring verkrijgen. Ik betwijfel echter, of die verklaring op alle waargenomen verschijnselen zou zijn toe te passen; en ik voor mij zou dan ook volstrekt niet geneigd zijn zulk een hypothese op te stellen, vóórdat het gebleken is, dat niet op andere wijze een verklaring der verschijnselen van CROOKES te vinden is.

Mijn doel met het voorafgaande was dan ook alleen, om aan te toonen, dat het nog niet zoo zeer gemakkelijik is de ter verklaring der verschijnselen vereischte drukkingsverschillen te vinden, ook al wil men de mogelijkheid van het bestaan van zulke drukkingsverschillen in het algemeen niet geheel ontkennen, en om aan te duiden, hoe of naar mijne meening die drukkingsverschillen zouden moeten zijn, wilde men

door hen ten minste de hoofdverschijnselen kunnen verklaren. Ik blijf er bij, dat ik het bestaan van zulke voortdurende drukingsverschillen voor niet waarschijnlijk houd. Volgens de gastheorie, zooals die tegenwoordig algemeen wordt aangenomen, is het voor mij het waarschijnlijkst, dat de onophoudelijke botsingen van de gasmoleculen onderling alle bestaande drukingsverschillen zeer spoedig zullen doen verdwijnen. Maar ook onafhankelijk van een bepaalde theorie omtrent de moleculaire constitutie der gassen geloof ik, dat al hetgeen ons de ervaring geleerd heeft omtrent de drukverdeeling in een gas, er ons op wijst, dat blijvende drukingsverschillen van zoodanigen aard, dat zij de verschijnselen van CROOKES verklaren, niet kunnen voorkomen in een stationnair toestand van warmte-geleiding *zonder stroomingen*, een toestand, en dit worde vooral niet over het hoofd gezien, waarbij wij de werking van uitwendige krachten van de soort als bijv. de zwaartekracht geheel hebben buitengesloten, en waarbij het gemiddelde aantal der moleculen, die in een bepaalden tijd, hoe klein men dien tijd ook nemen moge, in de twee tegengestelde richtingen door eenig vlaktelement gaan waar dat vlaktelement ook in het gas geplaatst, en hoe het ook gericht moge zijn, voor beide richtingen dezelfde is en voor eenzelfde vlaktelement voortdurend dezelfde waarde blijft behouden. •)

Dit staat echter vast, dat indien die drukingsverschillen niet bestaan, wanneer het gas onder de normale dichtheid, d. i. die behoorende bij de drukking van één atmosfeer, verkeert, zij door een verdunning van het gas niet kunnen optreden; want de ijzheid van het gas kan wellicht het optreden van den stationnair toestand vertragen: ten slotte, wanneer het gas maar lang genoeg aan zich zelf is overgelaten, zal die stationnaire toestand toch moeten optreden, tenzij stroomingen dit verhinderen.

* Een toestand dus, die volstrekt niet te verwarren is met dien in golfvorm; want door vlakken loodrecht op de richting van voortplanting der golven gaan niet voortdurend in beide richtingen evenveel moleculen, maar het ene oogenblik gaan er meer in de ene richting, een volgend oogenblik meer in de tegengestelde richting.

Aleen in het geval, dat het gas zulk een graad van ijheid bezit, dat de gemiddelde weglengte der moleculen van dezelfde orde van grootte wordt als de afmetingen van het vat, waarin de gasmassa besloten is, zal een lichaam, waarvan het oppervlak niet overal dezelfde temperatuur bezit, op die ongelijke warme deelen van dat oppervlak een verschillende drukking van het gas kunnen ondervinden. Dan toch kan men de stellingen der kinetische gastheorie niet meer op zulk een kleine ruimte toepassen als door het beschouwde gas wordt ingenomen; dan toch zal elke der moleculen de geheele ruimte doorloopen en niet meer bij haar bewegingen aan een bepaald deel dier ruimte gebonden zijn; dan toch zal van een verschil in dichtheid van het gas in de verschillende deelen der ruimte geen sprake meer kunnen zijn, en de moleculen zullen, ten minste in het geval, dat de gemiddelde weglengte groot wordt ten opzichte van de afmetingen van het vat, waarin de gasmassa besloten is, in ongeveer gelijk aantal en met dezelfde snelheid tegen het koude en tegen het warme deel van het oppervlak van het lichaam aankomen.

Sommigen hebben dan ook gemeend de verschijnselen van CROOKES te kunnen verklaren uit de drukkingverschillen, die bij zulk een ijl gas voor de oppervlakken van verschillende temperatuur moeten bestaan. Zoo o. n. DEWAR en TAIT *, CROOKES †, enz. Ik kan echter ook deze verklaringswijze niet als een algemeene laten gelden. Als men let op de gewone afmetingen der radiometers en op die van de door CROOKES gebruikte toestellen, dan zou men om zulk een toestand te bereiken, waarbij de gemiddelde weglengte even groot wordt als de afmetingen dier toestellen, tot graden van verdunning moeten opklimmen, waarvan het tot nog toe niet bewezen is, dat zij reeds verkregen zijn. Bij de grootste verdunningen, die DEWAR en TAIT en ook CROOKES zeggen verkregen te hebben, — DEWAR en TAIT geven op, dat zij de dichtheid tot een viermillioenste van de normale dichtheid hebben herleid, — zou zeker zulk een toestand als de bovenbe-

* TAIT en DEWAR, *Nature*, vol. 12, p. 217, July 15, 1875.

† CROOKES, *Phil. Trans.*, vol. 166, p. 375

doelde bereikt zijn. Maar vooreerst is het voor mij hoogst onzeker, of zij wezenlijk tot dien uitersten graad van verdunning gekomen zijn als door hen wordt opgegeven, en zal dit ten minste moeielijk door hen met zekerheid kunnen bewezen worden; en ten tweede CROOKES heeft zelf aangetoond, dat juist bij die groote verdunningen de draaiingsnelheid van de wicken des radiometers reeds sterk aan het afnemen is. Bij dien graad van verdunning, waarbij volgens CROOKES die draaiingsnelheid haar maximumwaarde bereikt, en CROOKES geeft hiervoor een graad van verdunning op, die zeer waarschijnlijk te hoog is, is de gemiddelde weglengte nog veel kleiner dan de afmetingen van het vat des radiometers *). Bij de proeven van FINKENER †) begon de draaiing in lucht reeds bij een drukking van 3 à 4 mm., d. i. bij een ongeveer 200-voudige verdunning, waarbij de gemiddelde weglengte slechts een vijftigsten millimeter bedraagt, als men voor die weglengte bij de normale drukking van 760 mm. de waarde 0,0001 mm. aanneemt. Bij CROOKES' proeven ging de bij grootere dichtheid waargenomen aantrekking van een voorwerp door een warm lichaam bij verdunning in een afstooting over, en dit geschiedde in vele gevallen bij drukkingen, die 50 mm. en meer bedroegen ‡). Wanneer men dit alles in aanmerking neemt, zal men moeten toegeven, dat afstooting door licht- en warmtestralen is waargenomen bij graden van verdunning, waarbij de gemiddelde weglengte nog volstrekt niet vergelijkbaar was met de afmetingen der gebruikte toestellen, en waarbij dus van drukkingsverschillen, veroorzaakt doordat de gemiddelde weglengte dezelfde grootte had als de afmetingen der toestellen, geen sprake kan zijn.

Maar ook al moge de gemiddelde weglengte nog niet de grootte van de afmetingen der toestellen bereikt hebben, dan zouden toch wellicht de moleculen, die grootere wegen dan de gemiddelde weglengte afleggen, haar invloed kunnen doen gelden? Dat die invloed bij de verdunningen, waarbij de

*) TOLVER PRISTON, *Phil. Mag.* (5) vol. 4, p. 114.

†) FINKENER, *Pogg Ann* Bd 155, S. 572.

‡) CROOKES, *Phil. Trans.* vol. 163, p. 341.

beweging der radiometers bijv. door PINKENER is waargenomen, echter nog zoo ontzaggeijk klein is, dat hij gerust gelijk nul kan gesteld worden, blijkt ten duidelijkste uit de volgende berekening.

Bij de drukking van 760 mm. bedraagt de gemiddelde weglengte in lucht ongeveer 0,0001 mm. Bij een honderd-, tweehonderd- of duizendvoudige verdunning bedraagt zij dus 0,01, 0,02 of 0,1 mm. Berekent men nu hoeveel moleculen een weglengte hebben grooter dan honderd of duizendmaal de gemiddelde weglengte *), dan vindt men dat slechts 1 molecule op de $(10)^{43}$ moleculen een weg aflegt grooter dan 100maal de gemiddelde weglengte, en slechts 1 op de $(10)^{43+}$ moleculen een weg grooter dan 1000maal de gemiddelde weglengte. Bij een 200-voudige verdunning, waarbij PINKENER in zijn radiometer reeds duidelijk draaiing waarnam, zal dus slechts 1 onder de $(10)^{43}$ moleculen een grooteren afstand afleggen dan 2 mm., slechts 1 onder de $(10)^{43+}$ een grooteren afstand dan 20 mm., en toch zijn deze beide wegen van 2 en van 20 millimeters nog kleiner, de eerste zelfs veel kleiner dan de afmetingen van het radiometer-vat. Ja zelfs bij een duizendvoudige verdunning zal slechts 1 op de $(10)^{43+}$ moleculen een weg afleggen grooter dan 10 cm., dat wil zeggen een afstand slechts weinig grooter dan de afmetingen van het radiometer-vat, terwijl slechts 1 op de $(10)^{50}$ moleculen een weg grooter dan 1 cm. tusschen twee opvolgende botsingen zal doorloopen. Zelfs bij een duizendvoudige verdunning kan men dus aan de moleculen, die wegen afleggen van dezelfde grootte als de afmetingen van het vat der radiometers, nog geen merkbaren invloed toeschrijven, daar het aantal der moleculen, die zulke groote wegen doorloopen zonder in botsing te komen, zoo uiterst gering is. Bij gerin-

*) De formule voor deze berekening vindt men bij O. E. Meyer, *Die kinetische Theorie der Gase*, S. 116. Wanneer men met TOLVER PELTON (*Phil. Mag.* (3) vol. 4 p. 111) voor den gemiddelden afstand tusschen de moleculen van een gas bij de normale dichtheid, bij 0° en 760 mm., aannemt $\frac{1}{2 \cdot 608.470}$ millimeter verkrijgt men bij een 100- of 1000-voudige verdunning ongeveer dezelfde waarde, of men de benaderde of de strenge formule van Meyer gebruikt; bij de normale dichtheid is het verschil tusschen de waarden door de benaderde of de strenge formule verkregen reeds meer merkbaar, ofschoon altijd nog gering.

gere verdunningen kan men dien invloed a fortiori gerust gelijk nul stellen. Dit is dan ook volkomen in overeenstemming met de proeven van KUNDT en WARBURG *). In vaten kleiner dan die van de meeste radiometers vonden dezen voor lucht geen verandering in het geleidingsvermogen en in den wrijvingscoëfficiënt tot een drukking van 1 mm. toe, zoodat bij die geringe drukking op lucht de stellingen van de kinetische gas-theorie nog volkomen toepasselijk bleken te zijn. Tot die verdunning toe ten minste kan daarom van het optreden van drukkingsverschillen geen sprake zijn, wanneer onze voorafgaande redeneering als juist mag beschouwd worden.

Ik kan om de bovengenoemde redenen niet medegaan met hen, die de CROOKES'sche verschijnselen uit drukkingsverschillen trachten te verklaren, die in den stationnairen toestand van warmte-geleiding zonder stroomingen zouden kunnen voorkomen, daar ik het bestaan dier drukkingsverschillen als niet waarschijnlijk en ten minste als niet bewezen beschouw, en daar ik, ook al wilde ik de mogelijkheid van zulke blijvende drukkingsverschillen toegeven, betwijfel, of zij zoodanig kunnen zijn, dat zij van alle waargenomen verschijnselen een voldoende verklaring geven.

Ik zou hiermede in mijn kritiek der zich hierop grondende verklaringen kunnen volstaan, ware het niet, dat eenigen zoo zeer uitgewerkte en schijnbaar nauwkeurige formules voor de grootte dier drukkingsverschillen hebben trachten te geven, dat het wel noodig mag gerekend worden, dat worde aangetoond, waarin zij bij de afleiding dier formules hebben gefaald. Doen wij dit in de eerste plaats voor de formules door FINKENER gegeven.

FINKENER schrijft volgens § 9 zijner vroeger reeds aangehaalde verhandeling aan de stroomingen geen merkbaaren invloed toe. Hij neemt dus een stationnairen toestand van warmte-geleiding aan, en tracht in dien stationnairen toestand den overdruk op de warme zijde te verklaren (zie zijn §§ 4—8).

Voor een uiterst verdund gas, waarbij de afmetingen van het

*) KUNDT en WARBURG, *Abg. Ann.* Bd. 155 und 156.

vat des radiometers en die der wieken slechts een klein veelvoud der gemiddelde weglengte bedragen, meent hij, dat zoowel in het midden als op de randen der wieken een overdruk kan bestaan (§ 8). De gronden, waarop zijn besluit berust, komen mij voor niet zeer juist te zijn. Wat het besluit zelf betreft, kan ik echter, zooals ik reeds vroeger gezegd heb, wel met hem instemmen, zij het dan ook op eenigszins andere gronden.

Bij niet zoo groote verdunning van het gas, zoodat de gemiddelde weglengte nog zeer klein blijft ten opzichte van de afmetingen van de wieken en van het vat des radiometers, meent FINKENER dat op het midden der wieken in den stationnaircn toestand geen overdruk voorhanden is (§ 6), wel echter op de randen der wieken (§ 7). Om de werking op die randen te bepalen, denkt hij zich aan de wick aansluitend een haar voortzettend plat vlak, en geeft hij aan de verschillende punten in het vlak zulk een temperatuur, dat de snelheid der moleculen daardoor overal onveranderd blijft. Met de verwijdering van de wick neemt in het vlak de temperatuur af, en in de nabijheid van den rand stelt hij de daarmede overeenkomende vermindering van de snelheid der moleculen evenredig aan den afstand tot den rand. Op den afstand gelijk aan de gemiddelde weglengte

l zou die snelheid zijn $v = v_1 - m (v_1 - v_0) \frac{l}{E_1}$, waarin v_1 en v_0 de

waarden van v op de wick en aan den wand des radiometers, E_1 de afstand van den rand tot den wand, en m een constante grooter dan 1. Het aantal en de snelheid der moleculen, die in een punt het vlak treffen, zijn afhankelijk van de temperatuur der omgeving van dit punt, en zijn ongeveer dezelfde, als wanneer de omgeving tot op den afstand l het gemiddelde der temperaturen der verschillende punten binnen dien afstand gelegen tot temperatuur had. Voor een element aan den rand hebben zij dus dezelfde waarde, alsof de temperatuur der omgeving overeenkwam met een waarde van $v = v_1 - 0,2 m \frac{l}{E_1} (v_1 - v_0)$.

Een element van het vlak met deze temperatuur zou door de er tegen aanbotsende moleculen de normale drukking ondervinden, een element van de wick ondervindt dus een overdruk evenredig

aan de uitdrukking $0,2 m \frac{l}{E_1} (v_1 - v_0)$. Deze overdruk strekt zich op de wiek met allengs afnemende sterkte uit tot op een afstand l van den rand. FINKENER stelt dan vervolgens een uitdrukking op voor den overdruk, dien de geheele warme zijde der wiek ondervindt ten gevolge van dien overdruk in de nabijheid van den rand, en door hiervan af te trekken den wegens de lagere temperatuur kleineren overdruk op de koele zijde der wiek, en dit verschil te deelen door den vlakke-inhoud der wiek, komt hij tot den druk per kwadraat centimeter, die de wiek in beweging tracht te brengen.

FINKENER meent dus gevonden te hebben, dat ook in den stationnaircn toestand van warmte-geleiding zonder stroomingen een overdruk zij het dan ook slechts op de randen der wiek kan bestaan. Het is echter in de eerste plaats zeer vreemd, dat men op deze wijze wel een verklaring verkrijgt van de beweging door licht- en warmtestralen voortgebracht bij een platte radiometer wiek met scherpe randen, maar niet van die door CROOKES onder volkomen dezelfde omstandigheden waargenomen bij een licht bolletje, bij een voorwerp dus zonder scherpe randen. En in de tweede plaats geloof ik, dat er op de wijze, waarop FINKENER tot zijn formule voor den overdruk komt, zeer veel aan te merken is. De wijze, waarop hij de temperatuur laat afnemen in het verlengde van het vlak der radiometer-wiek is zeer willekeurig, en is bij een bestaand verschil in temperatuur van de beide kanten der wiek zeker niet in overeenstemming met den loop der isothermische oppervlakken in het den radiometer vullende gas. En verder wordt door hem in het geheel niet gelet op het afnemen van de temperatuur aan de warme zijde der wiek naar de randen toe. Die lagere temperatuur aan de randen dan in het midden zal zich wel is waar slechts tot op zeer kleinen afstand van den rand uitstrekken, maar naar den rand toe neemt de temperatuur toch zeker iets af. Dit moet zoo zijn, omdat de warmere kant der wiek in de éénheid van tijd over zijn geheele oppervlak evenveel warmte opneemt; de randen verliezen echter door het zijdelingsche warmte-verlies, door uitstraling en door warmte-geleiding, meer warmte in dezelfde tijd dan het mid-

den; die randen zullen daarom een iets lagere temperatuur moeten bezitten dan het midden. Wel zal door warmte-geleiding in de wick van het midden naar de randen de temperatuur aldaar slechts weinig onder die van het midden dalen, maar zij is daar toch noodzakelijk iets lager. Die warmte-geleiding naar de randen in de wick zelve zal, zoodra de toestand stationnair geworden is, juist het grootere warmte-verlies aan de randen dekken. Ook aan de andere koelere zijde der wick zal de temperatuur in de nabijheid der randen een iets andere moeten zijn dan in het midden.

Had FINKENER den loop der isothermische oppervlakken in het gas en de temperatuurs-veranderingen op de wick zelve in de nabijheid van hare randen nauwkeuriger in rekening gebracht, dan had hij zeer waarschijnlijk geen overdruk op de randen in den stationnairen warmte-toestand gevonden.

In de tweede plaats een enkel woord over JOHNSTONE STONEY's theorie *). Een enkel woord hierover houd ik echter voor genoeg, omdat STONEY in zijne verhandelingen over dit onderwerp telkens de doorslaande bewijzen geeft, dat het hem ontbreekt aan een juist inzicht van hetgeen men onder warmte-geleiding in een gas te verstaan heeft.

JOHNSTONE STONEY neemt aan, dat de invloed van de hoogere temperatuur van een vast oppervlak zich slechts tot op zekeren afstand in het omringende gas doet gevoelen. Een laag gas tegen het oppervlak aan gelegen gaat in de hoogere temperatuur van dat oppervlak deelen, het overige gas buiten die laag behoudt de oorspronkelijke temperatuur. In de laag verandert de temperatuur van het gas allengs van de temperatuur van het vaste oppervlak aan de eene zijde tot die van het omgevende gas aan de andere zijde.

De dikte dier laag is in lucht van normale dichtheid uiterst klein. Zij neemt bij verdunning der lucht echter toe evenredig aan de gemiddelde weglengte. Bij zeer groote verdunning zal de dikte van die tegen de wicken des radiometers

*] JOHNSTONE STONEY, *Phil. Mag.* (5), vol. 1, pp. 177 and 305, vol. 3, p. 324.

aan gelegen lagen van STONEY dus zoo groot kunnen worden, dat zij grooter wordt dan de afstand van de wicken tot den wand van het radiometer-vat. In dat geval kan die laag zich dus niet in haar geheel maar slechts voor een gedeelte vormen, terwijl bij grootere dichtheid van het gas, zoolang de dikte dier laag van STONEY nog kleiner is dan de afstand van de wick tot den wand des radiometers, die laag zich volkomen kan ontwikkelen. Nu meent STONEY, dat in het geval, dat die laag zich geheel kan vormen, d. i. dus boven een bepaalden graad van dichtheid van het gas, het warmere oppervlak geen overdruk van het gas kan ondervinden, dat daarentegen in het geval, dat die laag zich slechts ten deele kan ontwikkelen, doordat zich tegenover het warme oppervlak een ander koeler vast oppervlak bevindt op een afstand kleiner dan de dikte der laag, de drukking van het gas in die laag grooter zal zijn in de richting van de dikte der laag, zoodat zoowel het warme als het daartegenover geplaatste koelere oppervlak een overdruk van het gas zal ondervinden.

Aan den op deze wijze bewerkten overdruk op de warme zijde van de wicken des radiometers bij groote verduunning van het gas schrijft STONEY de beweging der wicken in den radiometer toe.

Waarom STONEY'S zienswijze niet door mij kan gedeeld worden, zal ik zelfs na het zeer korte résumé van zijn theorie wel niet behoeven uiteen te zetten STONEY vergeet blijkbaar, dat de gassen warmte-geleidingsvermogen bezitten, en dat de invloed der hoogere temperatuur van het warme oppervlak op de temperatuur van het gas zich daarom niet zal bepalen tot een laagje gas tegen het warme oppervlak aan gelegen, maar zich over de geheele gasmassa zal uitstrekken, ook al laat men de stroomingen, die in het gas zullen optreden, geheel buiten beschouwing

Hierop heeft OSBORNE REYNOLDS STONEY reeds opmerkzaam gemaakt in een brief aan het tijdschrift *Nature* *) Maar

*) In het 17de deel van *Nature* bevinden zich verschillende brieven en van OSBORNE REYNOLDS en van JOHNSTONE STONEY, waarin zij elkanders theorieën aan een scherp kritiek onderwerpen.

STONEY meent te kunnen volhouden, dat al mogen ook eenige verbeteringen wegens die warmte-geleiding in het gas aan zijn theorie moeten worden aangebracht, zijn theorie toch in de hoofdzaken juist blijft. In een zijner brieven aan *Nature* *) vind ik bijv. het volgende: "The corrections that are required do not, however affect any of the material parts of my theories of CROOKES' force and of penetration, which depend essentially on the fact that there is a layer in the gas extending to a limited distance from a heater or cooler, throughout which the effects of the discontinuity in the gaseous motions at the surface will be felt, and that within that layer the stresses and the communication of heat follow special laws." STONEY voert hiervoor echter geen gronden aan, en ik blijf daarom betwijfelen of hij gelijk heeft. Uit de aangehaalde woorden blijkt echter, dat STONEY tegenwoordig den overdruk op een warm vast oppervlak meent te moeten toeschrijven aan een discontinuïteit in de bewegingen der gasmoleculen in de nabijheid van het warme oppervlak. Dat er zulk een discontinuïteit bestaat, of liever dat de gasmoleculen aan het oppervlak niet geheel dezelfde bewegingen kunnen uitvoeren als verder in de gasmassa, wil ik STONEY gaarne toestemmen, maar dat daarvan een grootere drukking op het warme oppervlak het gevolg zou zijn, betwijfel ik sterk op gronden, die wij later zullen aangeven.

Ten slotte wenschen wij nog een proef van ZÖLLNER te bespreken, die volgens hem in strijd zou zijn met de op de kinetische theorie der gassen zich grondende verklaringen der radiometersverschijnselen, en die daarom tegen deze verklaringen en ten gunste zijner emissie-theorie zou getuigen.

Die proef is de volgende †). Een plaatje mica wordt den eenen keer aan beide zijden met plaatjes aluminiumblik bedekt, den anderen keer daarentegen slechts aan ééne zijde. Liet hij de eene zijde van het eerste plaatje in een met verdund gas gevuld glazen vat door de zon beschijnen, dan nam hij geen

*) *Nature*, vol. 17, p. 261, Jan. 31, 1878.

†) ZÖLLNER, *Phys. Ann.*, Bd. 160, SS. 156-157.

afstooting waar; liet lij het zonnelicht op de met aluminium bedekte zijde van het tweede plaatje invallen, dan nam hij daarentegen een zeer krachtige afstooting waar.

Bij deze proeven kan volgens ZÖLLNER niet door temperatuursverschil van de beide zijden van het beschenen plaatje de waargenomen beweging verklaard worden. Want zegt hij, in het tweede geval, waarin beweging werd waargenomen, moet klaarblijkelijk het temperatuursverschil tussehen de beschenen en niet beschenen zijde kleiner geweest zijn dan in het eerste geval, daar hier de beide zijden niet slechts door de dikte van het plaatje mica maar ook nog door de dubbele dikte van het aluminium-blik van elkander gescheiden zijn, en daarom de opheffing van het temperatuursverschil door geleiding minder snel moet plaats hebben dan in het tweede geval.

Ik kan dit aan ZÖLLNER niet toegeven. De geleiding zal in beide gevallen niet veel verschillen; want het is in beide gevallen voornamelijk het mica-plaatje, hetgeen door zijn gering geleidingsvermogen verhinderen kan, dat het temperatuursverschil tussehen de beide zijden wordt opgeheven, en of nu het eene plaatje één laagje aluminiumblik, hetgeen de warmte zoo goed geleidt, meer bezit dan het andere, kan hierop weinig verschil maken. En verder er is wel degelijk een reden aan te geven, waarom het temperatuursverschil in het eerste geval veel geringer moet zijn dan in het tweede, dus juist het omgekeerde van hetgeen ZÖLLNER meent. De achterzijde van het plaatje zal toch ook verwarmd worden, namelijk door de stralen, die door den glazen achterwand van den radiometer teruggekaatst zijn. Door deze teruggekaatste stralen wordt nu, omdat aluminium een grooter absorbeerend vermogen bezit voor licht dan mica, de achterzijde van het plaatje sterker verwarmd, als die achterzijde uit aluminium dan als zij uit mica bestaat. In het eerste geval zal daarom het temperatuursverschil tussehen de beide zijden geringer moeten zijn dan in het tweede geval. Het kan nu zeer goed zijn, dat dit temperatuursverschil in het tweede geval wel groot genoeg is om een beweging van het plaatje voort te brengen, terwijl dit in het eerste geval, waarbij het te bewegen plaatje daarenboven nog zwaarder moet geweest zijn, daartoe niet voldoende is.

Ook in ZÖLLNER's theorie moet men aannemen, dat bij het plaatje met twee blaadjes aluminium slechts een zeer klein temperatuursverschil tusschen de beide zijden moet bestaan hebben. Anders is het niet te begrijpen, waarom het niet in beweging kwam. De warmere zijde moet toch volgens ZÖLLNER's hypothese meer deeltjes hebben uitgezonden dan de koude zijde, en dit had de beweging van het plaatje ten gevolge moeten hebben. Ik geloof, dat ZÖLLNER's proef niet met de verklaring volgens de kinetische gastheorie in strijd is; maar is zij het, dan is zij het even goed met de theorie van ZÖLLNER zelveu.

Hebben wij in het voorafgaande de verschillende theoriën kritisch onderzocht, die tot heden ter verklaring der door CROOKES ontdekte verschijnselen zijn opgesteld, en is het uit dat onderzoek gebleken, dat naar onze meening geen enkele dier theoriën den toets der kritiek kan weêrstaan, wij wenschen thans er toe over te gaan, om te onderzoeken, of er toch niet nog een oorzaak te vinden is, die van die verschijnselen reenschap kan geven.

De nu volgende denkbeelden meen ik echter niet als zekere maar slechts als meer of min waarschijnlijke te moeten voordragen, en de reden hiervan is deze, dat wij een gebied der natuurkunde moeten betreden, waarvan ons nog slechts zeer weinig bekend is, en waarvan de theorie daarom nog zeer weinig ontwikkeld is. Wij moeten namelijk nagaan, wat er gebeurt, wanneer een gasmassa in aanraking komt met een vast oppervlak van andere temperatuur, en wel wat er gedurende de eerste oogenblikken gebeurt, vóórdat de stationnaire toestand van warmte-geleiding in die gasmassa is opgetreden. Die overgangstoestand, waarin de gasmassa tijdelijk verkeert, kan echter voornog niet streng mathematisch behande'd worden, en wel voornamelijk niet om twee redenen. Terwijl toch de kinetische gastheorie van vele vraagstukken een strenge oplossing geeft, wanneer die vraagstukken betrekking hebben op een stationnaire toestand van het gas, is dit niet het geval met de veel moeilijker en meer gecompliceerde vraagstukken, die de niet-stationnaire of overgangstoestanden betreffen. Maar

ook al schoot hier de mathematische analyse niet in de meeste gevallen te kort, ook dan nog zou in den regel geen strenge oplossing der vraagstukken verkregen kunnen worden. omdat ons nog zoo uiterst weinig bekend is omtrent de wijze waarop de moleculen van het gas en die van het vaste lichaam hare bewegingen onder elkander uitwisselen. En dit is eigenlijk niet alleen het geval voor den nu te beschouwen overgangstoestand, maar diezelfde onbekendheid en onzekerheid bestaat ook voor den stationnairen toestand van warmte geleiding, zooals die door CLAUSIUS behandeld is. De formules door CLAUSIUS voor dien toestand opgesteld gelden dan ook slechts tot op een bepaalden afstand van het warme oppervlak, maar mogen op dit oppervlak zelf niet meer worden toegepast. De juistheid dezer bewering moge uit het volgende blijken.

Wanneer wij de formules van CLAUSIUS ook op het warme oppervlak zelf toepassen, vinden wij bijv., dat de moleculen, die door dat oppervlak worden teruggekaatst, een snelheid bezitten, die afhangt van de richting, waarin de terugkaatsing plaats heeft. Voor de richting, die met de normaal op het oppervlak een hoek maakt, waarvan de cosinus een waarde μ heeft, wordt die snelheid bepaald door de uitdrukking:

$$u + q\mu\varepsilon + \text{enz.}$$

en is dus verschillend voor verschillende waarden van μ .

Deze uitkomst is hieraan toe te schrijven, dat de formules van CLAUSIUS zijn opgesteld voor het aantal en de snelheid der moleculen, die in een bepaalde richting door een vlak gaan evenwijdig aan den wand maar in het gas zelf gelegen. De snelheid moet dan veranderlijk zijn met de richting, omdat de door de moleculen na de laatste botsing afgelegde weg in de richting loodrecht op het beschouwde vlak van gemiddeld des te grooter is, naarmate de richting, waarin de moleculen zich bewegen, meer oadert tot die van de normaal op het beschouwde vlak, d. i. naarmate μ minder verschilt van 1 of -1 .

Wij mogen die formules dus eigenlijk niet toepassen op een vlak, hetgeen met den vasten wand samenvalt; want beschouwen wij dien wand als een volkomen plat vlak, dan zullen alle moleculen, die zich van dien wand verwijderen, in dat

vlak van den wand in botsing zijn geweest, en dus alle met dezelfde snelheid den wand moeten verlaten, welke de richting zij ten opzichte van de normaal op den wand, waarin die verwijdering plaats heeft.

De formules van CLAUSIUS blijven dus slechts geldig tot een zeer korten afstand van den wand, maar zijn het niet meer voor den wand zelve. En dit moet ook noodzakelijk het geval zijn; want ten opzichte van de kleine gasmoleculen is de wand zeker niet glad maar zeer ruw. Wij kunnen een plat vlak aannemen evenwijdig aan den wand en op uiterst kleinen afstand daarvan verwijderd, waar de formules van CLAUSIUS geldig beginnen te worden; tusschen den wand en dat platte vlak zijn zij het zeker niet, en voor die ruimte is het ons onmogelijk de beweging van de daarin voorhanden gasmoleculen met zekerheid en juistheid aan te geven. Wij zouden daartoe ook den bewegingstoestand en de natuur der moleculen van den vasten wand nauwkeurig moeten kennen, en daarvan is tot nu toe zoo goed als niets bekend. Waarschijnlijk bevindt het gas zich in die ruimte in een minder vrijen toestand, en worden de gasmoleculen door de oneffenheden van den wand en door de aantrekking van de moleculen van den wand verhinderd zich vrij te bewegen. In die ruimte dringen van de zijde van het gas voortdurend iets koelere moleculen naar binnen, en uit die ruimte worden naar de zijde van het gas een even groot aantal moleculen teruggeworpen. De in die ruimte zich bevindende gasmoleculen zullen dus waarschijnlijk niet voortdurend dezelfde zijn, maar ten minste voor een deel telkens vervangen worden door andere moleculen die van buiten in de laag binnendringen en daar tijdelijk haar vrijheid verliezen, terwijl andere naar buiten tredende haar onvrijen toestand met dien der vrijheid verwisselen. De juiste beweging van de moleculen in die laag is zooals gezegd niet aan te geven. Die beweging moet echter, daar er ook door deze laag warmte van den warmen wand naar het gas wordt overgevoerd, zoodanig zijn, dat de beweging naar den wand toe in het algemeen iets kleiner is dan die van den wand af *).

*) Dit het niet wettig is er eens op te wijzen, dat in het geval van warmtegeleiding de drukking in het gas zelf niet, zooals eens in het geval van overal

Hieruit, dat de formules van CLAUDIUS niet mogen worden toegepast op het oppervlak van het warme lichaam, mag echter niet de gevolgtrekking gemaakt worden, dat wij dus eigenlijk in het onzekere verkeer omtrent de drukking, die het warme lichaam van het gas ondervindt, en dat het dus niet onmogelijk zou zijn, wanneer die drukking aan het oppervlak van het lichaam verschilde van de drukking die in het gas heerscht. Want de stelling, waaruit wij met CLAUDIUS tot de gelijkheid van drukking door de geheele gasmassa besloten, welke stelling aldus luidde, dat door elke vlakke-éénheid loodrecht op de richting van warmte-geleiding in de tijds-éénheid een hoeveelheid positieve bewegingsgrootheid gaat, die overal in het gas dezelfde waarde heeft, moet blijven gelden, hoe na aan den warmen wand de beschouwde vlakke eenheid ook gesteld worde. Want hoedanig ook de onbekende bewegingstoestand van het gas in de onmiddellijke nabijheid van den warmen wand zijn moge, aan de bovengenoemde stelling moet toch ook daar ter plaatse voldaan zijn, daar anders de toestand in de onmiddellijk aan den wand grenzende gaslagen geen stationnaire zou kunnen zijn. De drukking kan daarom vlak tegen den wand aan geen andere zijn dan op eenigen afstand van den wand.

Wanneer men nu reeds bij den stationnairen toestand van warmte-geleiding niet kan aangeven op welke wijze de moleculen van het gas en van het vaste oppervlak hare bewegingen uitwisselen, omdat men omtrent den aard dier bewegingen nog geheel in het onzekere is, zal dit natuurlijk in nog veel sterkere mate het geval zijn bij den veel gecompliceerder en nog veel minder gekenden overgangstoestand, die den stationnairen voorafgaat. Het zal daarom dan ook niet vreemd gevonden kunnen worden, dat ik zooals ik reeds zeide aan mijne nu voor te

geyke temperatuur veelal doet, kan worden berekend als de drukking van het gas op een vast oppervlak, kan byv. hieruit blijken, dat verspre, als bij in zijn *Théorie meson que de la chaleur* de warmte-geleiding in een gas volgens CLAUDIUS behandelt, juist bij de berekening van de drukking in het gas in de laatste verzet van hierop niet te letten. c. I. II. § 217, en daarvoor en nader tot een veele keerde uitdrukking $\frac{1}{3} \rho v^2$ komt voor de drukking. Dat die laatste verzet heeft op zijn einduitkomsten, komt alleen hardweg, dat hij later (in § 222) onder het te zeggen, niet zijn eigen formule maar die van CLAUDIUS gebruikt.

dragen denkbeelden omtrent dien overgangstoestand geen volstrekte zekerheid maar hoogstens een zekere mate van waarschijnlijkheid men te moeten toekennen, en de toepassing dier denkbeelden op den radiometer niet anders dan als een poging tot verklaring dier theoretisch nog zoo duistere verschijnselen men te moeten beschouwen, volstrekt echter niet als een volledige theorie.

Zoals wij bij de bespreking van de tweede theorie van OSBORNE REYNOLDS gelegenheid hadden op te merken, zal, als een gas in aanraking komt met een vast oppervlak van hoogere temperatuur dan het gas, dit laatste op het oppervlak tijdelijk een grootere drukking uitoefenen. Eveneens, zal, wanneer een gas in aanraking komt met een vast oppervlak van lagere temperatuur dan het gas, dit laatste op het oppervlak tijdelijk een geringere drukking uitoefenen. Zoodra echter de stationnaire toestand van warmte-geleiding is ingetreden, houdt die vermeerdering of vermindering der drukking tegen het oppervlak op en wordt de drukking loodrecht op het oppervlak gelijk aan die evenwijdig daaraan. Wanneer echter, zooals naar ik geloof bij den radiometer en bij de andere toestellen van CROOKES het geval moet zijn, die stationnaire toestand verhinderd wordt op te treden door de noodzakelijk wegens de temperatuurverschillen in de gasmassa te gelijktijd optredende gaströomingen, dan zullen de deelen van het oppervlak der vaste voorwerpen, al naarmate zij warmer of kouder zijn dan het omringende gas, bij voortduring een grootere of een kleinere drukking van dat gas kunnen ondervinden, en dan zal misschien hierin de oorzaak gevonden zijn van de verschijnselen door CROOKES waargenomen bij de bestraling van lichte voorwerpen in verdunde gassen.

Wij nemen dus aan, dat een gas, als het in aanraking komt met een vast oppervlak van hoogere of lagere temperatuur gedurende korten tijd een grootere of geringere drukking op dat oppervlak uitoefent; en wij willen nu vooreerst nagaan, of zich wezenlijk de tot heden waargenomen bewegingen bij de radiometers hierdoor laten verklaren. Wij zullen daarbij in het oog moeten houden, dat die verandering van de drukking van het gas slechts een tijdelijke verandering is, en dat alleen

door aan te nemen, dat het tegen het vaste oppervlak gelegen gas voortdurend door stroomingen ververscht wordt, die verandering van drukking, welke het vaste oppervlak ondervindt, tot een voortdurende beweegkracht kan worden. Daaruit vloeit van zelf voort, dat de werking van die drukverandering des te grooter zal zijn, naarmate de gasstroomingen langs het vaste oppervlak krachtiger kunnen optreden. Verder zullen wij ter verklaring van sommige verschijnselen moeten aannemen, dat die werking op het vaste oppervlak des te grooter is, naarmate de temperatuur in het gas in de nabijheid van het oppervlak sneller verandert. Wij laten echter voorloopig in het midden, waaraan die grootere werking bij grooter temperatuurverval is toe te schrijven.

Bij den gewonen radiometer met verticale platte wicken en bij de toestellen van CROOKES door hem gebruikt om de grootte van de kracht te meten, waarmede een verticaal plaatje door de licht- en warmte-stralen schijnbaar afgestooten wordt, is het verschil in absorptie-vermogen der beide zijden van het plaatje de eerste oorzaak voor die schijnbare afstootende kracht der warmte-stralen. Beide zijden van het plaatje verkrijgen door de bestraling een temperatuur hooger dan die van het omringende gas; langs beide zijden van het plaatje zullen daardoor gasstroomingen ontstaan. Die opstijgende gasmassaas zullen warmte van het plaatje overnemen en daarbij tijdelijk in den beschreven overgangstoestand verkeeren, gedurende welken zij een grootere drukking op het plaatje uitoefenen. Die overdruk van de opstijgende gasstroomingen zal echter niet aan beide zijden van het plaatje dezelfde zijn, maar zal grooter zijn aan die zijde, welke de hoogste temperatuur bezit. Ten eerste omdat de werking van den overdruk gedurende den overgangstoestand des te grooter is, naarmate de temperatuur van het vaste oppervlak meer verschilt van die van het omhulsel des radiometers, omdat daardoor het temperatuurverval in het gas een grootere waarde verkrijgt; en ten tweede omdat de gasstroomingen aan de warmere zijde een grootere snelheid zullen bezitten. Het verschil tusschen den op deze wijze verkregen overdruk op de beide zijden van het plaatje is volgens de zoo oven door mij opgestelde zienwijze als de kracht te beschouwen, die in de CROOKES'sche toestellen zich

vertoont en die de wicken des radiometers in beweging brengt.

Doch het geval kan zich ook voordoen, dat het plaatje door uitstraling van warmte afkoelt onder de temperatuur van het omringende gas, dan zal ook het gas, dat tegen het plaatje aan ligt, in die afkoeling gaan deelen, doordat het daaraan warmte afgeeft. Daarvan zal het gevolg zijn, dat het gas een geringere drukking op het plaatje uitoefent dan wanneer het geen warmte daaraan afstond, en daar het gas tegen het plaatje door neêrdalende gasstroomingen telkens ververscht wordt, zal de oorzaak voor die geringere drukking een voortdurende zijn, zoolang de temperatuur van het plaatje maar lager blijft dan die van het omringende gas. Heeft nu de eene zijde van het plaatje een grooter uitstralingsvermogen dan de andere zijde, dan zal de eerste zijde sterker afkoelen dan de andere; de drukking tegen de eerste zijde zal sterker afnemen dan tegen de andere zijde, en er zal dus ook hier een verschil in drukking optreden, dat als beweegkracht kan werken. Ook hier evenals in het vorige geval werkt die kracht op de warmste of het minst afgekoelde zijde van het plaatje.

Op deze wijze laten zich naar mijne meening, al de waargenomen bewegingen bij een radiometer verklaren, waarvan de beide zijden der wicken een verschillend absorptie-vermogen voor de invallende stralen bezitten. Men moet daarbij echter niet over het hoofd zien, dat wanneer een der zijden voor stralen van bepaalde golflengte een grooter absorptie-vermogen bezit dan de andere zijde, dit voor stralen van andere golflengte somtijds juist omgekeerd kan zijn *).

*) Zoo hebben bijv. ALVERONIAT en ZÖLLNER gevonden, dat bij een radiometer, waarvan de platte verticale wicken uit niet met zwartsel bedekt aluminiumblik bestaan dat aan de voor zijde met een dun plaatje mica bedekt is, de zin der draaiing verschillend is al naarmate de radiometer door licht- of door donkere warmte-stralen beïnvloed wordt, hetgeen waarschijnlijk hieraan is toe te schrijven, dat terwijl voor lichtstralen het aluminium een grooter absorptie-vermogen bezit dan het mica, dit voor donkere warmte-stralen juist omgekeerd is, zoodat voor deze stralen het mica een grooter absorptie-vermogen bezit dan het aluminium. ZÖLLNER, *Phys. Ann.* lid 100, S 108. Ook de proeven van o. o. STORRS, beschreven in *Nature* van 27 Dec. 1877, vol. 17, p. 172, laten dien invloed van het verschillend absorptie-vermogen tenzêr zelve stof voor stralen van verschillende golflengte op de draaiingsrichting van de wicken des radiometers duidelijk zien. Zie ook CRÖHNEN op verschillende plaatsen zijner verhandelingen, o. a. ook *Comptes rendus* 4 Fevrier 1878, t. 86, p. 323.

In de beschouwde gevallen verkregen de wicken een temperatuur hetzij hooger hetzij lager dan die van het omringende gas, en daardoor werden die wicken de plaatsen van waar de opstijgende of neêrdalende gasstroomingen in den aanvang ten minste uitgaan. Geeft men echter het glazen omhulsel des radiometers een temperatuur hooger of lager dan die van het daarbinnen bevatte gas, dan zal dat glazen omhulsel de plaats van ontstaan zijn der optredende gasstroomingen. Denken wij ons het geval van een gewonen radiometer met aan de eene zijde met zwartsel bedekte verticale platte wicken van mica of aluminium, dan ziet men in het geval dat het glazen omhulsel warmer is dan de inhoud des radiometers een zoogenaamde abnormale draaiing optreden, dat wil zeggen de wicken ziet men draaien met de zwarte zijde vooraan. Hiervoor kunnen twee verschillende verklaringen worden gegeven. In de eerste plaats is het niet onmogelijk, dat voor de donkere warmte-stralen door het glazen omhulsel naar de wicken des radiometers uitgestraald het lampenzwart een geringer absorptie-vermogen bezit dan de niet met lampenzwart bedekte zijde van aluminium of mica. Dan zou deze laatste zijde zich sterker verwarmen dan de zwarte zijde en daardoor de grootste drukking van het koelere gas ondervinden. De wicken zouden daardoor in abnormale draaiing moeten geraken. Maar er is nog een tweede verklaringwijze mogelijk. Door de hoogere temperatuur van het omhulsel verwarmt zich het daartegen gelegen gas en geraakt daardoor in strooming. Deze door het omhulsel verwarmde gasmassa zal, als zij langs de wicken stroomt, aan deze warmte afgeven; maar daar de met lampenzwart bedekte zijde der wicken door de grootere ruwheid van haar oppervlak aan het gas een grooter oppervlak aanbiedt dan de andere gladde zijde, zal de eerste zijde de warmte van het gas sneller overnemen, en hiervan zal het gevolg zijn, dat de gasstroomen in sterker mate hun weg nemen langs de zwarte dan langs de glimmende zijde der wicken. De warmte-overgang van het gas op de wick zal dus grooter zijn aan de zwarte zijde, de drukking zal daarom aan deze zijde het sterkst moeten verminderen, en een abnormale draaiing zal daarvan het gevolg moeten zijn.

In het beschreven geval is het twijfelachtig welke van de

beide verklaringswijzen de juiste is. Er zijn echter gevallen, waarbij wijns insecten de verschijnselen alleen op de laatstgenoemde wijze te verklaren zijn. STOKES heeft waargenomen, *) dat wanneer de wicken bestanden uit metalen plaatjes, waarvan de ene zijde glad was en de andere zijde hetzij met een scharp mes bekrast, hetzij op electrolytischen weg met een laagje fijn verdeeld metaal bedekt, de laatste of ruwere zijde de rol op zich nam van de zwarte zijde in den gewonen radiometer. Hier kan van een temperatuurverschil der beide zijden van de geheel uit een metaal bestaande wick geen sprake zijn. De ruwere zijde bezit echter door hare ruwheid een grooter oppervlak en moet daarom de warmte sneller afgeven aan of opnemen van de aangrenzende gaslaag dan de andere gladde zijde, de gasstromingen nemen daardoor in sterker mate hun weg langs eerst genoemde zijde, en de door den warmte-overgang van de wick op het gas veroorzaakte verandering in de drukking zal daarom aan de ruwe zijde het grootst zijn. Stijgt de temperatuur der wicken door bestraling boven die van het omringende gas, dan zullen dus de wicken gaan draaien met de ruwe zijde achteraan. Daalt daarentegen de temperatuur der wicken door uitstraling beneden die van het gas, dan zal een draaiing moeten optreden met de ruwe zijde vóór.

Een soortgelijke verklaringwijze past ook bij de verschijnselen door CROOKES, ZÖLLNER en anderen waargenomen bij radiometers met gebogen wicken. ZÖLLNER bijv. †) gaf aan de wicken den vorm van halfbolvormige schalen geheel overeenstemmende met die van een anemometer, verder dien van halve kegels of halve holle cilinders. Niettegenstaande hier de beide oppervlakken alleen in vorm verschillen, maar in aard en absorberend vermogen volkomen gelijk zijn, niettegenstaande hier van geen temperatuurverschil sprake kan zijn, wanneer ten minste de wicken uit dou, aan beide zijden glad, aluminiumdijk bestaan, komen ook deze wicken bij bestraling in draaiende beweging. De convexe zijde dezer wicken neemt

*) *Nature*, Jan 17 Jan 1873, vol. VI, p. 284.

†) *l. c.*

de rol op zich van de meest absorbeerende zwarte zijde van de wicken eens gewonen radiometers. Door licht bestraald nemen de wicken een hoogere temperatuur aan dan het omringende gas, en gaan daardoor draaien met de concave zijde vooraan, dus in omgekeerde richting van de wicken des anemometers onder den invloed van den wind *). Daalt de temperatuur der wicken, door uitstraling bijv., onder die van het omringende gas, dan gaan zij draaien met de convexe zijde vóóraan.

De ware oorzaak der beweging is hier volgens onze theorie weder deze, dat de warmte-overgang tusschen de wicken en het gas niet aan beide zijden der wicken even groot is. Zijn de wicken warmer dan de omgeving, dan geven beide zijden der wicken warmte af aan het daartegenaan gelegen gas. Hiervan zijn gastroomingen het noodzakelijk gevolg, maar die gastroomingen zullen aan de convexe zijde in veel sterker mate moeten optreden dan aan de concave zijde. Aan de convexe zijde kunnen de verticale luchtstroomingen veel gemakkelijker plaats hebben dan aan de concave zijde, waar de lucht in de holte meer blijft hangen. Voorts is de convexe zijde meer gekeerd naar het koele omhulsel van den radiometer, en zoowel om deze reden als ook om den bijzonderen vorm der wick zal in de richtingen loodrecht op het oppervlak der wick de temperatuur in het tegen dat oppervlak aan gelegen gas veel sneller veranderen aan de convexe dan aan de concave zijde; het temperatuurverval in het gas zal veel grooter zijn aan de eerste dan aan de laatste zijde en de tijdelijke overdruk gedurende den overgangstoestand zal daarom aan de convexe zijde een grootere werking moeten uitoefenen dan aan de concave zijde. Volgens onze theorie zal dus de overdruk aan de convexe zijde een veel

*) ZOLLNER ziet in dit feit een bewijs tegen de theorie, die de bewegingen in den radiometer verklaart door de directe werking der gastroomingen zooals dit bijv. in de theorie van NEESSEN geschiedt; want zegt ZOLLNER, dan moesten de wicken dezer radiometers zich in dezelfde richting bewegen als dit bij den anemometer plaats heeft. Met dese redeneering van ZOLLNER kan ik wel meeleven. Wanneer hij echter in de verschijnselen bij deze soort radiometers argumenten ziet voor zijn verdampings- of emissie-theorie, dan kan ik niet met hem instemmen, daar ik geloof, dat deze verschijnselen zich nog veel eenvoudiger en beter door onze theorie laten verklaren.

grootere waarde moeten hebben dan aan de concave zijde, zoodat wij in dien grooteren overdruk aan den eenen kant der wiek de kracht hebben, die de wiek in beweging brengt. In het geval dat de wicken kouder zijn dan de omgeving is de verklaring der waargenomen beweging volkomen analoog. Aan de convexe zijde zal dan de drukking van het gas sterker verminderen dan aan de concave zijde, omdat de neêrdalende gasstroomingen voornamelijk aan de eerstgenoemde zijde zullen optreden, en het temperatuurverval in het gas aan die zijde grooter zal zijn. Dat, wanneer op eenigerhande wijze het glazen omhulsel een hoogere temperatuur verkrijgt dan de inhoud des radiometers, de wicken, zooals door ZÖLLNER is waargenomen, gaan draaien met de convexe zijde vóóran, is ook zeer gemakkelijk uit onze theorie te verklaren. De wicken verwarmen zich dan allengs gedeeltelijk door straling, gedeeltelijk door geleiding en gedeeltelijk door gasstroomingen. Het gas aan het omhulsel verwarmd komt in strooming en zal met de koudere wicken in aanraking komen en aan deze warmte afgeven. Het stroomt echter gemakkelijker en daarom in ruimere mate langs de convexe dan langs de concave zijde der wicken, en tevens verandert aan de eerstgenoemde zijde de temperatuur in het gas sneller met den afstand dan aan de concave zijde. De convexe zijde ondervindt daardoor de grootste vermindering van drukking en gaat daarom bij de draaiing vóóran.

ZÖLLNER en CROOKES hebben hunne proeven met radiometers met gebogen wicken nog zoodanig gewijzigd, dat er ook bij deze wicken een temperatuursverschil tussehen de beide zijden kon optreden, door een of beide zijden der wicken met een laagje lampenzwart te bedekken. Men verkrijgt dan twee verschillende invloeden, die een draaiing kunnen bewerken, een invloed van het verschil in temperatuur en een invloed van het verschil in vorm van de beide oppervlakken der wiek. Ook deze meer gecompliceerde verschijnselen zijn volkomen in overeenstemming met onze theorie.

Bij een proef van ZÖLLNER bijv. *) werden bij een radiometer met twee halfcilindervormige wicken uit aluminiumblik

*) l. c. S. 164.

deze aan beide zijden de convexe zoowel als de concave, met lampenzwart gelijkmatig bedekt. Met behulp van een scherm kon men de lichtstralen op slechts een der helften van den radiometer laten vallen, zoodat hetzij alleen de concave hetzij alleen de convexe zijden der wieken beschenen werden. In beide gevallen werd afstooting van de beschenen zijde der wiek waargenomen. In het eerste geval werd een draaiing verkregen met de convexe zijde vóóraan, in het tweede geval eene met de concave zijde vóóraan. De draaiingssnelheid was echter in het tweede geval veel grooter dan in het eerste. Dit is alles volkomen in overeenstemming met onze theorie. Wij hebben hier een invloed van den vorm der wieken en een invloed van een temperatuursverschil tusschen de beide zijden der wieken, want bij de aan beide zijden met roet bedekte aluminiumwieken zal wegens het geringe geleidingsvermogen der roetiagen de beschenen zijde een hoogere temperatuur verkrijgen dan de andere zijde. Nu zullen in het tweede geval, wanneer de convexe zijde beschenen wordt, de beide invloeden van den vorm en van het temperatuursverschil in denzelfden zin werken, en daarom een snelle draaiing teweegbrengen. In het eerste geval werken de beide invloeden elkander tegen, wij krijgen daarom een langzame draaiing in den zin, waarin de sterkste der beide invloeden werkt, die hier blijkt de invloed van het temperatuursverschil te zijn; het komt mij echter volstrekt niet onmogelijk voor, dat in andere gevallen de invloed van den vorm de overhand zou kunnen hebben.

Bij deze halfeilindervormige wieken schijnen de gasstroomingen wel in veel sterker mate langs de convexe dan langs de concave zijde op te treden; maar men moet ter verklaring der beschreven verschijnselen aannemen, dat die gasstroomingen ook aan de concave zijde hun invloed nog vrij krachtig doen gevoelen, hetgeen ook bij dezen vorm van wieken volstrekt niet te verwonderen is. Bij radiometers met komvormige of halfbolvormige wieken zullen de stroomingen aan de concave zijde veel moeilijker kunnen optreden en waarschijnlijk bijna geheel ontbreken. Bij deze soort wieken schijnt dan ook aan de concave zijde de invloed der stroomingen bijna tot nu gereduceerd te zijn, en hangt de overdruk aan de convexe zijde bijna

alleen af van het verschil tusschen de temperatuur van deze zijde en die der omgeving. Dit blijkt uit sommige waarnemingen van CAOKES *). Beschouwen wij die beschreven op de eerste aangehaalde plaats onder N^o. 1035, 37, 38 en 39. In N^o. 1035 hebben wij een radiometer met twee komvormige wicken, uit dun metaalblad die tegenovergesteld gericht en aan beide zijden glimmend zijn. Dat deze radiometer, wanneer het licht slechts op de concave of slechts op de convexe zijde valt, hetgeen door middel van een scherm kan verkregen worden, in elk geval met ongeveer de halve snelheid draait van die, wanneer het licht op beide zijden valt, vindt hierin zijn gereede verklaring, dat de temperatuursverhooging van de wicken in elk der beide eerste gevallen slechts de helft bedraagt van die in het laatste geval, omdat in het laatste geval elk der wicken voortdurend, in de beide eerste gevallen daarentegen slechts gedurende den halven tijd beschenen wordt. De wicken hebben hier aan beide zijden gelijke temperatuur, welke der beide zijden beschenen wordt, de concave of de convexe, heeft op de grootte van de daardoor ontstaande temperatuursverhooging der wick geen invloed.

In N^o. 1037 hebben wij denzelfden radiometer, maar de wicken zijn aan de concave zijde met lampenzwart bedekt. In het licht heeft draaiing plaats met de convexe zijde achteraan. Valt het licht slechts op de glimmende convexe zijde dan wordt geen beweging verkregen; maar wanneer het alleen op de zwarte concave zijde valt, treedt beweging op in de aangegeven richting. Dat de werking hier, als het licht alleen op de glimmende convexe zijde invalt, niet groot genoeg is om beweging voort te brengen, moet mijns inziens hieraan worden toegeschreven, dat in dit geval de temperatuursverhooging van de wick uiterst klein zal zijn. De beschenen glimmende zijde heeft slechts een klein absorptie-vermogen en neemt daarom betrekkelijk weinig warmte op, en die warmte zal wegens het groote uitstralings-vermogen van de niet beschenen zwarte concave zijde der wick zeer snel weder worden afgegeven. Wordt daarentegen de zwarte concave zijde beschenen, dan wordt veel

*. Phil. Mag. (3) vol. 3, pp. 475-6, of vol. 5, p. 71.

warmte door de wick opgenomen, en de convexe zijde zal door geleiding zooveel warmte van de sterk verhitte concave zijde ontvangen, dat hare temperatuur aanmerkelijk stijgt boven die der omgeving. Wel is waar zal de temperatuur aan de concave zijde hooger zijn dan aan de convexe, maar daar langs de concave zijde het gas bijna niet in strooming komt, zal die hoogere temperatuur aan deze zijde bijna geen invloed hebben op de beweging van den radiometer. Dat de werking van het licht in dit geval zooveel krachtiger is, wanneer de concave dan wanneer de convexe zijde bescheen wordt, schrijf ik dus hieraan toe, dat de laatstgenoemde zijde in het eerste geval veel meer in temperatuur stijgt dan in het tweede geval.

In n^o. 1038 zijn de convexe zijden met lampenzwart bedekt, de concave niet. Door licht wordt snelle draaiing voortgebracht met de convexe zijde achteraan. Geen draaiing werd waargenomen, wanneer het licht slechts op de glimmende concave zijde viel, een fiksche draaiing wanneer het licht de zwarte convexe zijde bescheen. De verklaring dezer verschijnselen is volkomen gelijk aan die van het vorige nummer.

Eveneens behoef ik niet stil te staan bij de verklaring van het in n^o. 1039 beschrevene. Hier zijn beide zijden van de wicken des radiometers met lampenzwart bedekt. Beweging werd verkregen met de concave zijde vooraan, hetzij het licht beide zijden of slechts een der zijden bescheen. In het eerste geval was echter de beweging sterker.

Al de voorafgaande door OROOKES bij komvormige radiometers waargenomen verschijnselen vinden dus in de door ons voorgestelde oorzaak hun gereede verklaring, wanneer men er slechts op let, dat, daar de gasstroomingen bijna uitsluitend aan de convexe en bijna niet aan de concave zijde der wicken kunnen optreden, de draaiingssnelheid des te grooter zal zijn, naarmate de *convexe* zijde een hoogere temperatuur heeft, en dat die snelheid slechts weinig afhangt van de temperatuur, die de *concave* zijde bezit. Bij een bepaalde temperatuursverhooging der convexe zijde, zal de draaiingssnelheid waarschijnlijk wel des te grooter zijn, naarmate de temperatuur der concave zijde lager is, omdat de invloed der gasstroomingen op de concave zijde wel zeer gering maar niet volkomen nul

zal zijn; maar een hooger zijn van de temperatuur der convexe zijde zal op de draaiingsnelheid van veel grooteren invloed zijn dan een groot temperatuurverschil tusschen de beide zijden.

Deze door CROOKES waargenomen verschijnselen zijn naar mij voorkomt, met geen der vroegere theorien goed en ongedwongen in overeenstemming te brengen, terwijl zij in onze theorie een zeer eenvoudige verklaring vinden

Wanneer een der vier voorgaande radiometers van CROOKES bedekt wordt door een warme glazen klok of gedompeld wordt in warm water, dan verkrijgt men volgens CROOKES altijd een draaiing tegengesteld aan die door het licht voortgebracht; omdat de donkere warmtestralen van zeer groote golflengte sterk door het glazen omhulsel geabsorbeerd worden, en daardoor dat omhulsel een hoogere temperatuur verkrijgt dan de wicken. Wanneer na eenigen tijd de warmte-bron wordt weggenomen begint weldra een draaiing in tegengestelden zin, d. i. in denzelfden zin als onder den invloed van het licht, doordat nu in de eerste plaats het glazen omhulsel en daarna eerst de door het voorafgaande proces verwarmde wicken gaan afkoelen, zoodat gedurende dit tweede gedeelte van het proces de wicken weder een temperatuur hebben boven het omhulsel evenals bij de bestraling door licht het geval is. Ook bij afkoeling van een der radiometers door middel van ether verkreeg CROOKES natuurlijk weder eene draaiing in dezelfde richting als bij bestraling met licht. Het onderscheid tusschen de verschijnselen bij de bestraling met licht en de laatst behandelde verschijnselen, waarbij een draaiing in denzelfden zin als bij de bestraling met licht verkregen werd, is eenvoudig dit, dat in het eerste geval de wicken verhit worden boven het omgevende gas, in de andere gevallen het omhulsel des radiometers afgekoeld wordt onder den inhoud des radiometers. In het eerste geval ontstaan de gas-stroomingen dus tegen de wicken, in de andere gevallen tegen het glazen omhulsel aan, maar in beide gevallen is het de overgang van warmte uit de wicken op het daar langs stroomende koelere gas, welke als bewegingsoorzaak moet worden aangezien *).

*) Ik heb hier slechts eenige der meest belangrijke door CROOKES beschreven verschijnselen aan de door mij voorgeselde theorie getoetst. Ook die door hem

CROOKES heeft verder gevonden, dat de wicken des te sneller ronddraaien, naarmate het radiometervat kleiner is, de wand des radiometers zich dus dichter bij de wicken bevindt. Hij bevestigde voorts in zijn wringingsbalans aan een der armen een plaatje mica, dat aan de eene zijde met zwartsel bedekt was, en plaatste tegenover de zwarte zijde en evenwijdig daaraan een plaat heldere mica, waarvan hij den afstand tot de zwarte zijde van het bewegelijke mica-plaatje naar willekeur kon wijzigen. Liet hij nu licht vallen op de zwarte zijde, dan kreeg hij afstooting, waarvan hij de grootte door middel van zijn wringings-

beschreven *Phil. Mag.* (5) vol. 3, pp. 474—5 zijn echter geheel met die theorie in overeenstemming. Men moet altijd slechts hierop letten, dat beweging in den radiometer kan optreden óf door een temperatuursverschil tuschen de beide zijden der wicken, óf wanneer beide zijden der wicken dezelfde temperatuur bezitten, doordat de gasstroomingen sterker haar weg nemen langs de eene dan langs de andere zijde der wicken of het temperatuurverval in het gas aan de eene zijde grooter is. Deze verschillende invloeden, die de beweging in den radiometer kunnen teweegbrengen, kunnen ook gelijktijdig werkzaam zijn, en kunnen dan met elkander in denzelfden zin samenwerken of elkander tegenwerken. Op blad. 474 van de aangehaalde plaats van CROOKES vindt men een fraai voorbeeld, hoe de verschillende invloeden elkanders werking juist kunnen opheffen, zoodat de resulteerende werking nul is.

In de *Sitzungsberichte d. Wiener Akad.*, Juli 1877, Bd. 76, S. 226 komt de beschrijving voor van een radiometer door J. PUISSY, waarmede ik eerst na het schrijven van mijn opstel in kennis ben gekomen. In een noot vermeldt hij, dat KUNDT een radiometer heeft vervaardigd, waarvan de wicken in plaats van uit een bolvormige schnal uit solide halve bollen van vlierpitjes bestaan. Deze wicken bewogen zich met de vlakke zijde der halve bollen vooraan. PUISSY meent hiervan de verklaring te vinden in de wrijving van de luchtstroomingen tegen de wicken, welke verklaring mij voorkomt niet onmogelijk te zijn. Ik geloof echter, dat de door KUNDT waargenomen beweging ook wel met mijne zienswijze in overeenstemming te brengen is. Op het eerste gezicht schijnt zij daarmede in strijd, want bij de proef van KUNDT zullen de verticale luchtstroomingen zeker niet minder sterk langs de platte verticale zijde dan langs de bolvormige convexe zijde plaats hebben. Dat toch de laatste zijde den grootsten overdruk van het gas ondervlucht moet misschien worden toegeschreven in de eerste plaats hieraan, dat de temperatuur in het gas aan de convexe zijde sneller verandert, dat het temperatuurverval ten minste langs een deel dier zijde grooter is, en ten tweede hieraan, dat de luchtstroomingen alleen of ten minste het krachtigst hun overdruk uitoefenen op die deelen van het oppervlak, waarmede zij het eerst in aanraking komen. Terwijl nu aan de vlakke verticale zijde dit deel zich bepaalt tot de onderste helft van den cirkelvormigen rand dier zijde, zal aan de convexe zijde het deel van het oppervlak, waartegen de opstijgende luchtstromen direct aankomen en waarop zij daarom een overdruk uitoefenen, veel grooter zijn. Om deze redenen zal wellicht de geheel overdruk aan de convexe zijde het kunnen winnen over dien aan de vlakke zijde.

balans kon meten. Die afstooting vond hij bij een bepaalden graad van verdunning van het gas des te grooter, naarmate de mica-plaat dichter bij de zwarte zijde zich bevond. Wanneer hij den afstand tusschen de viste mica-plaat en de beweeglijke zwarte wijze meer klein maakte, kon hij nog een afstooting waarnemen bij betrekkelijk groote drukkingen; bij een druk van ongeveer 100 mm. had hij bijv. nog een meetbare afstooting, wanneer die afstand 5 mm. bedroeg, en bij nog veel grootere drukkingen, ja zelfs bij de atmospherische drukking was die afstooting nog te bespeuren, wanneer hij dien afstand nog veel kleiner maakte *).

Op deze verschijnselen kom ik later terug. Op het oogenblik zij slechts opgemerkt, dat zij schijnen te bewijzen, dat de werking van het lange de wieden stroomende gas des te grooter is, naarmate de temperatuur in het gas sneller verandert.

Wij hebben vroeger bij de bespreking der theoriën van MEIJER en van SEESER als onze meening uitgesproken, dat de directe werking der stroomingen, zooals die door de beide genoemde natuurkundigen wordt opgevat, niet als de bewegkracht bij de gewone radiometers kan worden aangezien. Daarmede hebben wij echter volstrekt niet willen beweren, dat die directe werking der stroomingen nooit eenigen invloed heeft, welke ook de inrichting der radiometers moge zijn. Wanneer men bijv. de platte wieden des radiometers niet verticaal stelt, maar meer of minder ten opzichte van den verticalen stand doet hellen, dan zou die directe werking der stroomingen wellicht als bewegkracht kunnen optreden. Opstijgende gasstroomen zouden zulke hellende wieden in den eenen zin, neêrdalende gasstroomen zouden haar in den tegenovergestelden zin in beweging kunnen brengen; en zij zouden dit kunnen doen, óf volgens SEESER'S zienwijze door hun directe stootwerking tegen de wieden, óf, hetgeen meer ofschoon niet geheel met MEIJER'S zienwijze zou overeenstemmen, door de wrijving, welke zij tegen de wieden zouden uitoefenen, waardoor zij deze met zich zouden kunnen medevoeren. Al naarmate de ene of andere zienwijze de juiste

* *Proc. Roy. Soc.* vol. 2, p. 171 and 176.

was, zou men dan bij een bepaalde stroomingsrichting van het gas een verschillende bewegingsrichting der wicken moeten verkrijgen. Om ons tot de opstijgende gasstroomen te bepalen, deze zullen volgens de eerste zienswijze tegen de onderzijde der wicken hun drukking uitoefenen, en die wicken dus in zulk een richting in beweging moeten brengen, dat de bovenzijde der wicken vooraan gaat. Schreef men daarentegen de werking der luchtstroomen op de wicken toe aan de wrijving, die zij langs de wicken strijkende op deze uitoefenen, dan zouden de wicken door de opstijgende gasstroomen een beweging moeten aannemen met de onderzijde vóóran.

Verschillende natuurkundigen hebben radiometers met zulke hellende platte wicken vervaardigd. Beschouwen wij slechts een paar proeven door ZÖLLNER met zoodanige radiometers genomen, en gaan wij daarbij na, of wij bij de verklaring der daarbij waargenomen verschijnselen de directe werking der gasstroomingen noodig hebben, of dat wij ook zonder haar uit de door ons voorgestelde oorzaak die verschijnselen kunnen verklaren.

ZÖLLNER liet een radiometer vervaardigen, waarvan de vier wicken uit doorzichtige, niet zwart gemaakte, vlakke mica plaatjes bestonden, die om een hoek van ongeveer 35° ten opzichte van den horizon hielden. Dit kruis van wicken vertoonde alleen, op dezelfde wijze als de gewone radiometerkruisen in een glazen vat gesloten, zelfs in den sterksten zonneshijn geen draaiende beweging. Werd echter zoo dicht mogelijk daaronder een schijf van blank aluminium horizontaal aangebracht, dan draaide het kruis zelfs bij sterk bedekten hemel even snel als de gevoeligste radiometer. De draaiingsrichting is een zoodanige, alsof de onderzijde der hellende wicken afgestooten werd *).

*) *Pogg. Ann.* Bd. 160, S. 166. ZÖLLNER kreeg later bij deze proef dezelfde uitkomsten, wanneer hij de onder het bewegelijke radiometer-kruis aangebrachte aluminiumschijf verving door een horizontale in een cirkel gebogen platinaum- of aluminiumdraad, en dezen hetzij door middel van zonnelicht, hetzij door middel van een galvanischen stroom verwarmde. Bij gebruik van den galvanischen stroom verkreeg hij echter bij een bepaalden graad van verdunning een tegengestelde draaiing van het radiometerkruis, terwijl hij bij grootere en bij kleinere dichtheid van het gas de draaiing in de gewone richting waarnaam. Daar hij de abnormale draaiing alleen verkreeg bij gebruik making van den galvanischen stroom en nooit bij verwarming der draden door het zonnelicht, zou men bijaa

Het kan in dit geval alleen de door de bestraling veroorzaakte verwarming van de aluminiumschijf zijn boven de temperatuur der omgeving, waardoor de beweging van het radiometerkruis wordt veroorzaakt. Maar hoe hoeft dit plaats? Zeker niet door de wrijving van de van de aluminiumschijf opstijgende luchtstromen tegen de onderzijde der wicken, want daardoor zou een beweging in tegengestelden zin van de waargenomenen worden voortgebracht. Door directe stootwerking dier luchtstromen tegen de onderzijde der wicken zou daarentegen een beweging in den waargenomen zin moeten ontstaan. Die stootwerking der luchtstromen zal echter worden tegengewerkt, doordat de onderkant der mica-plaatjes warmte van die langs hen strykende warme luchtstromen opneemt, want die warmteovergang met het gas op de onderzijde der mica-plaatjes zou een beweging in tegengestelden zin ten gevolge moeten hebben. Welke dezer beide tegengestelde werkingen de grootste zal zijn, is niet a priori aan te geven. Bij de radiometers met verticale wicken kunnen verticale stroomingen weinig werking uitoefenen, maar bij die met hellende wicken is dit geheel anders. Bij deze is het niet onmogelijk, dat de directe stootwerking der stroomingen zelfs in het zoozeer verdunde gas groot genoeg is om de tegengestelde werking van den warmte-overgang met het gas op de wicken te overwinnen, en de waargenomen beweging voort te brengen. Het zou ook kunnen wezen, dat de onderzijde der hellende mica-plaatjes, door absorptie van de donkere warmte door de verwarmde aluminiumplaat uitgestraald, een temperatuur verkroeg boven die van het omgevende gas, want mica absorbeert wel niet zeer veel licht, daarentegen veel donkere warmte.

tot het laatste komen, dat de normale draaiing met een of andere werking van den galvanischen stroom samenhangt. Daar wij reuker nientrent de oorzak dier abnormale draaiing zelfs geen sluchts congezeten waarschijnlijke gving kunnen maken, wensden wij er ons niet verder mede bezig te houden, en verwijzen de belangstellenden naar HANSEN's tweede en derde verhandeling, *Pogg. Ann.* 161. 100, 85, 267 w. 429.

Een waarschijnlijke van naar grondslingerde proof is door THOMAS beschreven, *Comptes rendus*, 4 fevrie 1873, T. 86, p. 200. Het is opmerkelijk, dat bij vroegere proeven van HANSEN, waarbij hij ook van een galvanischen stroom gebruik maakte, soortgelijke waargenomenheden als de hier beschrevene optreden, *Phil. Trans.* 1873, vol. 163, pp. 425—432.

Ook hierdoor zou een beweging van de wicken in den waargenomen zin te verklaren zijn. Hebben wij reeds twee mogelijke oorzaken voor de waargenomen beweging gevonden, nog een derde verklaringwijze schijnt mij toe te bestaan. De horizontale vaste aluminiumschijf verhit zich boven de temperatuur der omgeving en geeft warmte aan de boven zijn oppervlak gelegen lucht af. Die lucht stijgt daardoor naar boven en wordt telkens door toestroomende koelere lucht vervangen, en daardoor ondervindt het bovenvlak der aluminiumschijf ten minste in de nabijheid van den rand voortdurend een grootere drukking. Door die grootere drukking kan echter de aluminiumschijf niet in beweging komen, want zij is onbewegelijk en de drukking werkt daarenboven in een richting loodrecht op de schijf. Maar wanneer een gas een grootere drukking uitoefent op een vast oppervlak, en dit oppervlak kan aan die drukking geen gehoor geven doordat het onbewegelijk is, dan zal wegens de gelijkheid van werking en terugwerking, het gas zelf in beweging moeten komen en wel in sterker beweging, dan wanneer het vaste oppervlak door de grootere drukking zich wel in beweging had gesteld. De moleculen van het tegen de bovenzijde der aluminiumschijf gelegen gas zullen dus wegens de onbewegelijkheid der aluminiumschijf een grootere hoeveelheid van beweging van beneden naar boven van die schijf ontvaangen, dan wanneer de schijf aan de grootere drukking dier lucht gehoor had kunnen geven. Die grootere hoeveelheid van beweging verticaal naar boven plant zich door de lucht voort tot de mica-plaatjes en werkt op de onderzijde dier mica-plaatjes als bewegende kracht. Hoe dichter de mica-plaatjes zich bij de aluminiumschijf bevinden, hoe krachtiger deze werking zal moeten zijn, omdat de hoeveelheid van beweging bij hare voortplanting van de schijf naar de plaatjes van gasmoleculen tot gasmoleculen dan minder gelegenheid heeft zich te verstroomen *).

*) Deze wijze van verklaring is niet nieuw. Zij is o. a. reeds door SUTHERLAND gebruikt, om te verklaren, waarom het bewegelijk opgehangen glas omhulsel der radiometers in beweging komt, wanneer het radiometerglas door een of andere kracht verhinderd wordt in draaiende beweging te komen. SCHUSTER ziet echter evenals RAYLEIGH over het hoofd, dat tevens gasstroomingen vereischt worden, daar bij een stationnaire toestand van warmte-geleiding zonder stroom-

Drie verschillende mogelijke oorzaken van de waargenomen beweging hebben wij dus reeds gevonden, en het is moeilijk in een zoo gecompliceerd geval als dit een der oorzaken met zekerheid als de ware of ten minste als de hoofdoorzaak aan te wijzen. Dat de laatste behandelde oorzaak in dit bijzondere geval als hoofdoorzaak beschouwd moet worden, daarvoor zou onmogelijk pleiten, dat men, naar het mij voorkomt, slechts door haar een verklaring kan vinden voor de door ZÖLLNER waargenomen beweging bij de omkeering van bovengenoemde proef*). Hij stelde namelijk een vast radiometerkruis van vier, niet met zwartsel bedekte, hellende aluminiumwicken onder een bewegelijke horizontale mica-schijf. Onder den invloed van het licht geraakt de schijf in snelle draaiing in eene richting, alsof van de bovenzijde der hellende mica-plaatjes een afstootende kracht uitging in een richting normaal op het mica-plaatje. Alleen door de laatstgenoemde oorzaak kan men, meen ik, van deze beweging een verklaring geven, maar door haar dan ook een geheel voldoende verklaring.

Niet al de door ZÖLLNER bij deze radiometers waargenomen bewegingen laten zich echter op deze laatste wijze verklaren. Niet bijv. dat bij de eerste inrichting van den radiometer, waarbij het bewegelijke radiometerkruis zich boven de vaste aluminiumschijf bevindt, het kruis in de tegengestelde richting van vroeger gaat draaien, wanneer men niet zooals toen zonnelicht op den radiometer laat vallen, maar het glazen omhulsel van boven met de warme hand aanraakt †). In dit geval kan de overgang van warmte van de bovenzijde van het glazen omhulsel op het aanliggende gas volgens onze theorie niet als voortdurende bewegings-oorzaak worden aangezien, want daar het tegen die

—
 *) L. c. S. 286.
 †) L. c. S. 168.

bovenzijde aanliggende gas het meest verwarmde is, kunnen er geene stroomingen ontstaan, en kan dat gas daarom niet door koeler gas telkens vervangen worden, hetgeen voor het voortduren dezer oorzaak een vereischte zou zijn. Van een invloed van gasstroomingen, die van de aluminiumschijf zouden opstijgen, kan hier ook geen sprake zijn, want daar het aluminium voor de donkere warmtestralen een kleiner absorbeerend vermogen bezit dan het mica, zal ook de aluminiumschijf geen hoogere temperatuur aannemen dan de mica-plaatjes en dus ook niet tot opstijgende luchtstroomen kunnen aanleiding geven. Het komt mij voor, dat men de waargenomen beweging in dit geval kan verklaren door aan te nemen, dat de door den bovenkant van het glazen omhulsel uitgestraalde donkere warmte de bovenzijde der hellende mica-wieken in temperatuur doet stijgen, en daardoor een overdruk van het tegen die bovenzijde verwarmde en daarlangs opstijgende gas op die zijde der wiek wordt teweeggebracht. Wij hebben hier dan dezelfde oorzaak van beweging als die welke wij als tweede der mogelijke bewegingsoorzaken behandeld hebben bij de eerst beschrevene proef met dezen radiometer, en zouden hierin dus een reden kunnen vinden, om ook bij die vorige proef deze oorzaak als de hoofdoorzaak te beschouwen.

Bij de tweede inrichting des radiometers, waarbij een bewegelijke mica-schijf zich boven een vast kruis van hellende aluminium-wieken bevond, kreeg ZÖLLNER een draaiing der mica-schijf in de tegenovergestelde richting van vroeger, wanneer hij in plaats van zonnelicht op den radiometer te doen vallen, het glazen omhulsel van onderen met de warme hand aanraakte *). Bij de verklaring van de hier waargenomen beweging kan men zich geloof ik van de vroeger als nummer drie beschreven mogelijke bewegingsoorzaak bedienen. De verwarmde onderkant van het glazen omhulsel geeft warmte af aan het daartegenaan gelegen gas. Dit gas, hetgeen, daar de

*) L. c. S. 298. Onze verklaring in dit geval stemt eigenlijk geheel overeen met die door ZÖLLNER zelve gegeven, wanneer men slechts voor "de loodrecht op hun oppervlak door de wanden uitgezonden *dusts*" van ZÖLLNER in de plaats stelt: "de loodrecht op hun oppervlak door de wanden aan de gasmoleculen medegedeelde *hoofdelheid van beweging*."

verwarming hier van anderen plaats heeft, telkens door ander gas door middel van stroomingen kan vervangen worden, kan daardoor een voortdurenden overdruk op het glazen omhulzel nitwefenen. Maar dit laatste kan door dien overdruk niet in beweging komen, het zal daarom aan het gas een grootere hoeveelheid van beweging mededeelen, welke door het gas naar de mica-schijf wordt voortgeplant. De hellende aluminium-wieken werken hier als schermen ten opzichte van de door de wanden aan het gas medegeedeelde hoeveelheid van beweging en verzwakken daarvan die componenten welke loodrecht op haar oppervlak gericht zijn, zoodat de componenten evenwijdig aan het oppervlak der wieken het overwicht verkrijgen en de mica-schijf in beweging brengen. Misschien dat de beweging der mica-schijf nog eenigszins bevorderd wordt door de directe werking der van de verhitte glaswanden opstijgende luchtstroom, die door de hellende wieken zulk een richting verkrijgen, dat zij de beweging der mica-schijf in de waargenomen richting bevorderen kunnen. De verwarming der hellende wieken looven de temperatuur der omringende lucht zal hier wel niet gescht kunnen worden tot de beweging mede te werken, omdat het aluminium der wieken een geringer absorptie-vermogen bezit voor de donkere warmtestralen dan het mica. Die verwarming zou ook een beweging der schijf in tegengestelde richting van de waargenomene trachten voort te brengen.

Wij hebben gemeend deze proeven van ZÖLLNER omtrent radiometers met hellende wieken eenigszins uitvoeriger te moeten bespreken, omdat wij wenschten aan te toonen, dat ter harer verklaring de emissie-theorie van ZÖLLNER niet vereischt wordt, daar zij ook volgens onze zienswijze een goede verklaring vinden. Dat wij echter altijd de ware verklaring zonden gegeven hebben, willen wij volstrekt niet beweren. Ook bij deze hellende wieken schijnt de directe werking der stroomingen niet als de voornaamste bewegingsoorzaak te kunnen worden nangezien; hoogstens kan deze werking de beweging hier somtijds wellicht een weinig versterken. Bij grootere dichtheid van het gas zal deze werking op de verschijnselen bij hellende wieken waarschijnlijk een grooteren invloed hebben.

Is het in het voorafgaande gebleken, dat alle waargenomen verschijnselen zich laten verklaren door de door ons aangenomen indirecte werking der gasstroomingen, terwijl van sommige dier verschijnselen volgens geen der vroegere theoriën een ongedwongen verklaring te geven was, wij moeten er nu toe overgaan te onderzoeken, of ook volgens de theorie de tijdelijke verandering, die de drukking van de tegen het vaste oppervlak aankomende gasmassa van andere temperatuur gedurende den overgangstoestand ondergaat, van zoodanigen aard is als voor de verklaring der verschijnselen gevorderd wordt.

Wil dit het geval zijn, dan zal in de eerste plaats die verandering der drukking bij afnemende dichtheid van het gas niet te sterk mogen afnemen. Ik zeg niet opzet, dat die verandering der drukking niet te sterk mag afnemen, en zeg niet dat zij moet toenemen. Want ik geloof niet, dat een toenemen dier verandering met toenemende verdunning ter verklaring der verschijnselen volstrekt noodzakelijk is. Wel is waar treden die verschijnselen slechts krachtig op bij groote verdunning, en treden bij grootere dichtheid van het gas zelfs verschijnselen in tegengestelden zin in hunne plaats, maar ik geloof, dat dit te verklaren zou zijn door twee tegengestelde werkingen aan te nemen, waarvan de eene de verschijnselen bij grootere dichtheid, de andere die bij groote verdunning teweegbrengt. Wanneer men nu aanneemt, dat de eerste dier werkingen evenredig is met de dichtheid en met het afnemen dier dichtheid dus tevens sterk afneemt, dan is het ter verklaring der verschijnselen bij geringe dichtheid eigenlijk reeds voldoende, wanneer de tweede werking maar minder snel afneemt dan de eerste, een toenemen dier werking is daartoe niet volstrekt noodzakelijk.

In de tweede plaats schijnen vele verschijnselen, vooral die beschreven boven bl. 310 en 311, er op te wijzen, dat de werking van het langs het oppervlak van hoogere of lagere temperatuur stroomende gas op dat oppervlak des te grooter is, naarmate de temperatuur in het gas in de nabijheid van het oppervlak sneller met den afstand verandert. Die grootere werking zou misschien hierdoor kunnen verklaard worden, dat de

gaströomingen sterker optreden bij een groot dan bij een klein temperatuurverval in het gas, omdat in het eerste geval het verschil in temperatuur en dus ook dat in dichtheid van op een zelfden afstand van elkander verwijderde gas-volumina grooter is; *) of misschien ook hierdoor, dat het naar het oppervlak toestroomende gas met dat oppervlak des te meer in temperatuur zal verschillen op het oogenblik, dat het daarmede in aanraking komt, naarmate het temperatuurverval een grootere waarde heeft. Ofschoon een toenemen van de verandering der drukking van het gas gedurende den overgangstoestand met de grootte van het temperatuurverval in het gas dus niet volstrekt vereischt wordt, willen wij toch onderzoeken of zulk een toenemen dier verandering misschien uit de theorie is af te leiden.

In het hier volgend theoretisch onderzoek omtrent den overgangstoestand, waarin het tegen het vaste oppervlak aankomende gas tijdelijk verkeert, zullen wij ons voorloopig bepalen tot het geval, dat het vaste oppervlak een temperatuur bezit hooger dan die van het gas, hetgeen er mede in aanraking komt. Gedurende dien overgangstoestand zal het gas volgens de kinetische gastheorie een overmaat van druk op het vaste oppervlak uitoefenen. Die overmaat van druk is in de eerste plaats het gevolg hiervan, dat de moleculen, die met het warmere oppervlak in botsing komen, met een grootere levende kracht dat oppervlak verlaten dan wanneer het dezelfde temperatuur bezeten had als het gas, terwijl in den aanvang de dichtheid van het tegen het oppervlak aangelegen gas nog niet door den invloed der hoogere temperatuur tot die waarde gelaald is, welke zij later, als de toestand een stationnaire geworden is, zal aannemen. Of met andere woorden, het aantal

*) Dat de sterkte der gaströomingen toeneemt met de grootte van het temperatuurverval komt mij meest waarschijnlijk voor in het geval, dat het temperatuurverval grooter wordt, doordat bij onveranderlijken afstand van de beide oppervlakken, waarnebben in het gas de warmte-geleiding plaats heeft, het verschil in de temperatuur dier oppervlakken grooter wordt. In het geval echter, dat het groter worden van het temperatuurverval veroorzaakt wordt doordat de beide oppervlakken, terwijl zij hetzelfde verschil in temperatuur behouden, nader bij elkander komen, geloof ik, dat de sterkte der gaströomingen niet zal toenemen.

moleculen. die in de éénheid van tijd het oppervlak treffen, zal in den aanvang nog in overeenstemming zijn met de grootere dichtheid, welke het gas oorspronkelijk bezit, en eerst allengs tot de kleinere waarde dalen, waartoe dit aantal zich later in den stationnairen toestand zal herleiden; terwijl de kracht van elke botsing grooter is dan met de oorspronkelijke temperatuur van het gas overeenkomt, omdat het oppervlak wegens zijn hoogere temperatuur een grootere hoeveelheid van beweging aan de gasmoleculen, die het treffen, mededeelt.

Maar nog een andere reden is er, waarom het gas in den aanvang een grootere drukking op het warme oppervlak uitoefent. Is de stationnaire toestand bereikt, dan zal overal in het gas de snelheid en het betrekkelijk aantal der moleculen, die zich gelijktijdig in een bepaalde richting voortbewegen, zoodanig zijn, dat de drukking overal en in alle richtingen dezelfde is *). De snelheden der moleculen zullen dan in de verschillende richtingen zoodanige waarden hebben, dat de gemiddelde waarde dier snelheid in een richting loodrecht op de richting der warmte-geleiding het arithmetisch middenevenredige is van de beide tegengestelde snelheden, die de moleculen in de richting der warmte-geleiding en in de daaraan juist tegengestelde richting bezitten. In den aanvang is dit echter nog niet het geval; er zal eenige tijd toe noodig zijn. zij het dan misschien ook slechts een korte tijd, eer de snelheden zich over de verschillende richtingen juist zoodanig verdeeld hebben als in den stationnairen eindtoestand het geval is. Gedurende den overgangstijd zal het arithmetisch gemiddelde der beide tegengestelde snelheden in de richting der warmte-geleiding grooter zijn dan de snelheid in de hierop loodrechte richtingen, en zal daarom ook de drukking van het gas in de eerstgenoemde richting grooter zijn dan in de daarop loodrechte richtingen.

En met de verdeeling van het betrekkelijk aantal mole-

*) Wij hebben hier het door CLAUDEUS behandelde geval van warmte-geleiding op het oog, omdat dit het eenige geval is, he'geen met een voor ons doel voldoende uitvoerigheid is nagegaan.

zalen over de verschillende richtingen gaat het gedurende den overgangstoestand op soortgelijke wijze. In den aanvang, als het gas nog overal dezelfde temperatuur bezit, zal van de moleculen, die zich gelijktijdig binnen een zekere ruimte bevinden, in elke richting zich een even groot aantal bewegen. Later in den stationnairen toestand van warmte-geleiding zal er daarentegen van die moleculen een grooter aantal een bewegingsrichting hebben, die naar het warme oppervlak toe- dan daarvan afgekeerd is. Allengs zal de eene toestand in den anderen overgaan. Gedurende den overgangstoestand zal daarom het aantal moleculen, die zich van het warme oppervlak verwijderen, betrekkelijk grooter, het aantal moleculen, die tot het warme oppervlak naderen, betrekkelijk kleiner zijn dan later in den stationnairen toestand het geval zal zijn. Er zullen dus, zoolang de verdeeling van het betrekkelijk aantal moleculen over de verschillende richtingen nog niet die geworden is behoorende bij den stationnairen eindtoestand, door elk vlak loodrecht op de richting van warmte-geleiding meer moleculen gaan van den warmen naar den kouden kant dan omgekeerd *). Nu bezitten echter die moleculen, die in grooteren getale door het vlak gaan, ook een grootere snelheid dan de anderen, die in kleineren getale doorgaan, omdat de eerste van den kant van het warme oppervlak komen. De in de tijdsceheid door het vlak in positieve richting gaande positieve bewegingsgrootheid, of de drukking op het vlak, is hiërom grooter dan wanneer, zooals in den oorspronkelijken of in den eindtoestand van het gas, de moleculen in beide richtingen in even grooten getale door het vlak gaan. Gedurende den overgangstoestand zal dus ook, omdat de verdeeling van het aantal moleculen over de verschillende richtingen nog niet geworden is die behoorende bij den stationnairen eindtoestand, in de richting der warmte-geleiding een grootere drukking moeten bestaan.

En omdat de dichtheid, én omdat de verdeeling van de snel-

*) Dit is den ook de reden, waarom het gas in de nabijheid van het warme oppervlak zich gedurende den overgangstoestand allengs uitrekt en een kleinere dichtheid verkrijgt.

heid en van het betrekkelijk aantal der moleculen over de verschillende richtingen. in het met het warmere oppervlak in aanraking komende gas niet terstond zoodanig zijn als later in den stationnairen eindtoestand het geval moet zijn, zal dus tijdelijk het warme oppervlak een overmaat van drukking van het gas ondervinden. Gedurende den overgangstoestand zal het gas, wat die dichtheid en die verdeling beide betreft, allengs naderen tot den stationnairen toestand, en zal daarom die overmaat van drukking op het warme oppervlak allengs kleiner en eindelijk nul worden.

Het zou nu vooreerst kunnen zijn, dat de overdruk, die hieruit voortspruit, dat de verdeling van de snelheid en van het betrekkelijk aantal der moleculen over de verschillende richtingen niet terstond is die behoorende bij den stationnairen toestand van warmte-geleiding maar eerst allengs daarin overgaat, hetzij een des te grootere waarde, hetzij een des te langeren duur heeft, naarmate de verandering, die in die verdeling moet plaats hebben, een meer ingrijpende is, naarmate dus die verdeling in den stationnairen eindtoestand meer verschilt van de gelijkmatige verdeling over alle richtingen, zooals die behoort bij een gasmassa, waarvan de temperatuur, de dichtheid en de drukking overal dezelfde zijn.

Nu is CLAUSIUS in het door hem behandelde bijzondere geval van warmte-geleiding tot formules gekomen ^{*}), die aantoonen,

^{*}) CLAUSIUS komt namelijk in zijn verhandeling tot de volgende formules. Op een afstand x van het warme oppervlak vindt hij voor de gemiddelde snelheid, waarmede de moleculen zich bewegen in een richting, die zulk een hoek maakt met de richting van warmte-geleiding, dat de cosinus van dien hoek μ zij, de uitdrukking:

$$V = u + q \mu s,$$

waarin u de gemiddelde snelheid op den afstand x voorstelt in de richting loodrecht op de richting van warmte-geleiding, en s de gemiddelde weglengte bij een temperatuur van 0° en een drukking van 760 mm, waarvan de tweede en hoogere machten verwaarloosd zijn.

Het betrekkelijk aantal moleculen, die zich bewegen in richtingen, waarvoor μ gelogen is tusschen μ en $\mu + d\mu$, bedraagt op dienzelfden afstand x : $\frac{1}{2} J d\mu$, en J is tot op de eerste macht van s bepaald door de formule:

$$J = 1 - \frac{2}{3} \mu s.$$

Wanneer het gas overal dezelfde temperatuur bezit, zijn V en J onafhankelijk van μ . De verdeling van de snelheid en het betrekkelijk aantal moleculen

dat die verdeling in den stationnairen toestand des te meer van de gelijkmatige verdeling afwijkt, naarmate het temperatuurverval in het gas grooter is, naarmate dus de beide oppervlakken, waartusschen in het gas de warmte-geleiding plaats heeft, meer in temperatuur verschillen of nader bij elkander staan. En in de tweede plaats vindt hij die afwijking van de gelijkmatige verdeling des te grooter, naarmate het gas ijler is. Zoodat het zou kunnen zijn, dat niettegenstaande de tijdelijke overdruk van het gas gedurende den overgangstoestand op het warmere oppervlak bij afnemende dichtheid van het gas moet afnemen, omdat het aantal moleculen, die in de éénheid van tijd het oppervlak treffen evenredig aan de dichtheid afneemt, toch de totale werking van dien overdruk gedurende den overgangstoestand niet afneemt. Dit zou dan kunnen worden toegeschreven óf hieraan, dat de overdruk, die wegens de genoemde reden kleiner wordt met afnemende dichtheid, wegens het grooter zijn van de plaatsgrijpende verandering in de verdeling juist om evenveel grooter wordt, zoodat de grootte van den overdruk onafhankelijk bleek te zijn van de dichtheid van het gas; óf hieraan, dat de duur van den overgangstoestand des te langer wordt, naarmate het gas ijler wordt, zoodat het kleiner worden van den tijdelijken overdruk dan gecompenseerd zou worden door den langeren tijd, gedurende welchen die overdruk blijft werken.

voor de verschillende richtingen in den stationnairen toestand van warmte-geleiding zal dus des te meer van de gelijkmatige verdeling afwijken, naarmate in de uitdrukkingen voor V en J de termen, die μ bevatten, grooter zijn, naarmate des voor eenzelfde gas en eenzelfde temperatuur de grootte q een grootere waarde heeft.

Maar

$$q = - \frac{5}{4} \cdot \frac{N_0}{N} \cdot \frac{dN}{dx},$$

in welke nitdrukking N_0 het aantal moleculen per eenheid van volume voorstelt bij een temperatuur van 0° en een drukking van 760 mm., en N hetzelfde bij de op den afstand x van het warme oppervlak bestaande temperatuur en drukking. De grootte q is dus des te grooter, naarmate $\frac{dN}{dx}$ grooter is, d. i. naarmate de temperatuur in het gas in de richting der warmte-geleiding sneller afneemt, en verder naarmate N kleiner is, d. i. naarmate het gas een geringere dichtheid bezit.

Geheel onmogelijk komen mij de beide gemaakte veronderstellingen niet voor. Vraagt men mij echter, of ik haar voor waarschijnlijk houd, dan kan mijn antwoord niet anders luiden dan neen. Want de grootere afwijking van de gelijkmatige verdeeling over alle richtingen is hier eenvoudig het gevolg van het feit, dat bij grooter temperatuurverval of geringere dichtheid op eenzelfde plaats in het gas moleculen samenkomen, die voor de verschillende richtingen meer in snelheid en in aantal verschillen; omdat zij het laatst in botsing zijn geweest op plaatsen, waarvan de temperatuur hetzij wegens het grootere temperatuurverval, hetzij wegens de grootere gemiddelde weglengte onderling meer verschilt, en meer van die op de beschouwde plaats afwijkt. Ik houd het daarom niet voor waarschijnlijk, dat de grootere afwijking van de gelijkmatige verdeeling invloed zal hebben op de grootte van den tijdelijken overdruk gedurende den overgangstoestand van het gas, en evenmin op den duur van dien overgangstoestand.

Ik houd het echter voor niet onmogelijk, dat de duur van den overgangstoestand toeneemt bij afnemende dichtheid van het gas, maar op geheel andere gronden dan de voorafgaande, die ik nu wensch uiteen te zetten.

Het warme oppervlak geeft warmte over aan het koelere gas, hetgeen er mede in aanraking komt, doordat de gasmoleculen, die tegen het oppervlak aanbotsen, de grootere levende kracht aannemen, die behoort bij de hoogere temperatuur van het oppervlak *). Met deze grootere levende kracht verlaten de gasmoleculen het oppervlak, en zij zullen deze behouden, totdat zij tegen andere koelere moleculen stooten. De gemiddelde afstand van het oppervlak, waarop dit plaats heeft, zal evenredig zijn aan de gemiddelde weglengte der moleculen en dus omgekeerd evenredig aan de dichtheid van het gas. Bij die botsing zullen de moleculen een gedeelte harer overmaat aan levende kracht

*) De wijze, waarop die moleculen de grootere levende kracht van het warme oppervlak overnemen, kunnen wij niet nader aangeven, daar, zooals wij vroeger opmerkten, omtrent de wijze, waarop de moleculen van het gas en van het vaste lichaam hare bewegingen uitwisselen, zoo goed als niets bekend is. Het in den tekst gezegde moet daarom niet al te letterlijk worden opgevat.

aan moleculen overgeven, die verder van het warme oppervlak verwijderd zijn; deze laatste zullen vervolgens weder aan nog verder verwijderde moleculen een geleefte der door haar verkregen overmaat aan levende kracht overdragen, en zoo vervolgens.

De overmaat aan levende kracht aan de moleculen door het vaste oppervlak afgegeven, zal zich dus zeer snel in het gas verbreiden en zal in een bepaalden tijd haar werking doen gevoelen op een afstand van het vaste oppervlak, die afhangt van de snelheid waarmede de gasmoleculen zich voortbewegen, maar onafhankelijk is van de dichtheid van het gas. Over dien afstand zullen de moleculen echter een des te grooter aantal malen in botsing zijn geweest, naarmate het gas dichter is. En daar bij elke botsing slechts een deel van de overmaat aan levende kracht wordt overgedragen, zal de werking van de hoogere temperatuur van het oppervlak zich op dien afstand bij het dichtere gas minder krachtig doen gevoelen dan bij het ijlere. De grootte dier werking zal op een bepaalden afstand omgekeerd evenredig zijn aan de dichtheid. De invloed der hoogere temperatuur van het oppervlak zal daarom na een bepaalden tijd op des te grooteren afstand van het oppervlak nog merkbaar zijn, naarmate het gas ijler is.

Die snellere uitbreiding tot grootere afstanden bij het minder dichte dan bij het dichtere gas van den invloed van het warme oppervlak op de levende kracht der gasmoleculen, sluit echter niet in, dat de stationnaire toestand bij het ijlere gas eerder bereikt zal zijn dan bij het dichtere. Wanneer men let op het tegen het warme oppervlak gelegen gas, en vooral hierop heeft men te letten, wanneer men de drukking van het gas op dit oppervlak wil nagaan, dan zal dat gas bij grootere dichtheid eerder komen in een toestand, waarbij de verdeling van de snelheid en van het betrekkelijk aantal der gasmoleculen over de verschillende richtingen weinig verschilt van die in den stationnaireren toestand van warmte-geleiding, en waarbij dus de door den warmte-overgang veroorzaakte overmaat van drukking bijna tot nul gereduceerd is, dan bij geringere dichtheid.

De moleculen, die van het warme oppervlak de overmaat aan levende kracht hebben overgenomen en daarmede toegerust

zich daarvan verwijderen, zullen, nadat zij met andere moleculen in botsing zijn gekomen, weder naar het warme oppervlak worden teruggeslingerd *); maar hare snelheden zullen dan niet meer als vroeger voor alle richtingen dezelfde zijn, en ook zullen zij zich niet meer in alle richtingen in even grooten getale bewegen. De verdeeling van snelheid en aantal over de verschillende richtingen zal reeds eenigszins naderen tot de verdeeling in den stationnairen toestand, en de moleculen zullen dus bij haar tweede botsing, tegen het warme oppervlak niet meer dezelfde overmaat van drukking daarop te weeg brengen als bij haar eerste botsing maar een iets kleinere. Hebben de moleculen voor de tweede maal warmte van het vaste oppervlak opgenomen, dan zullen zij, na weder met andere moleculen in botsing te zijn geweest, zich weder naar het vaste oppervlak toe begeven, en dan in een toestand verkeeren, die, wat de verdeeling van snelheid en aantal betreft, weder iets minder afwijkt van den stationnairen eindtoestand dan toen zij voor de eerste maal naar het vaste oppervlak terugkeerden. Bij elken volgenden terugkeer zal die afwijking kleiner en kleiner worden, en het bedrag dier afwijking zal afhangen van het aantal keeren, dat de moleculen zich van het warme oppervlak verwijderd hebben en weder daarheen teruggeslingerd zijn. Nu zal er tussehen twee opvolgende botsingen dier moleculen tegen het vaste oppervlak een tijd verloop, die evenredig is aan den weg door de moleculen bij haar heen- en teruggang afgelegd, en die gemiddeld dus ook evenredig is aan de gemiddelde weglengte. De tijd benodigd om de afwijking van den stationnairen toestand in het tegen het warme oppervlak gelegen gas tot een bepaald bedrag te doen dalen zal dus evenredig zijn aan de gemiddelde weglengte en dus omgekeerd evenredig aan de dichtheid van het gas. De duur van den overgangstoestand van het met het warme oppervlak in aanraking komende gas zal dus omgekeerd evenredig zijn aan de dichtheid van het gas.

*) Zij worden of zelfs naar het warme oppervlak teruggeslingerd, of haar rest wordt overgenomen door de moleculen, waarmede zij in botsing zijn geweest.

Misschien wordt het voorgaande nog eenigszins verduidelijkt op de volgende wijze. Van de gasmassa, die tegen het warme oppervlak aanligt, zullen die moleculen, welke het naast bij dit oppervlak gelegen zijn en zich met de daarvan overgenomen grootere levende kracht verwijderen, een tijd behoeven om met andere moleculen in botsing te komen en zich vervolgens weder naar het oppervlak toe te begeven, die gemiddeld ovenredig is aan de gemiddelde weglengte. Gedurende den tijd, dien de moleculen daartoe noodig hebben, zullen andere moleculen nog met de oorspronkelijke onveranderde snelheid en in onveranderd aantal in de verschillende richtingen het warme oppervlak treffen, en omdat zij met grootere snelheid door dat oppervlak worden teruggekaast, zal gedurende al dien tijd de aanvankelijke overdruk van het gas op het oppervlak blijven bestaan. En dit geldt niet slechts voor de eerste moleculen, die met de grootere levende kracht het warme oppervlak verlaten, maar even goed voor de moleculen, die vervolgens diezelfde rol op zich nemen, voor welke slechts dit verschil bestaat, dat de grootte van den overdruk reeds een kleinere waarde dan de aanvankelijke verkregen heeft; het geldt dus voor den geheelen overgangstoestand. Ook op deze wijze komt men tot het besluit, dat de overgangstoestand van het gas met toenemende verdunning een langeren duur verkrijgt *).

Het komt ons wegens de voorafgaande beschouwingen wel niet geheel onmogelijk maar toch niet waarschijnlijk voor, dat wanneer de temperatuur in het gas in de nabijheid van het warme oppervlak sneller verandert, de totale werking van den overdruk van het gas op het oppervlak grooter zou worden om nog andere redenen dan die welke wij daarvoor boven bl. 318—319 hebben opgegeven. Ter verklaring der verschijnselen van CROOKES

* Ook deze uitkomst kan ik echter weder hoogstens waarschijnlijk noemen, evenals al wijze situaties, die den overgangstoestand betreffen, ontbreekt haar de volstrekte zekerheid. Want hoewel de overdruk op het warme oppervlak, zooals ik boven heb aangegeven, van den bewegingstoestand van de aan het oppervlak grenzende gasmoleculen afhankelijk zal zijn, zullen toch ook de verder van dat oppervlak verwijderde moleculen op den bewegingstoestand en daardoor ook op den overdruk invloed kunnen hebben, en ik durf niet durven beweren, dat ik den invloed voldoende in rekening heb gebracht.

is dit, zooals wij daar ter plaatse aantoonen, ook niet volstrekt noodzakelijk.

Met afnemende dichtheid van het gas neemt waarschijnlijk de *grootte* van den tijdelijken overdruk tevens af; maar van den *duur* van den overgangstoestand komt het mij het waarschijnlijkst voor, dat hij toeneemt met afnemende dichtheid.

Denken wij ons dus een verticale vlakke plaat, waarvan de eene zijde een temperatuur bezit hooger dan die van het omgevende gas, dan zal tusschen die warme zijde en de andere koelere oppervlakken, die het gas begrenzen, in het gas een warmte-geleiding optreden. Het tegen de plaat gelegen gas zal spoedig in de hoogere temperatuur van deze gaan deelen, en daarvan zal een verticaal opstijgende gasstrooming langs de warme zijde der plaat het gevolg zijn. Het langs de plaat voortdurend naar boven stijgende gas zal telkens vervangen worden door ander gas, dat van onderen en van ter zijde naar de randen der plaat komt toestroomen. Reeds vóórdat dit gas vóór de plaat komt, zal het eenigszins in de hoogere temperatuur gaan deelen, maar als het vóór de plaat zelve aankomt, zal de dichtheid van dat gas nog een grootere zijn dan die, welke het later, als de toestand van warmte-geleiding in dat gas de stationnaire geworden zal zijn, zal bezitten. Ook de verdeling van de snelheid en van het betrekkelijk aantal der moleculen over de verschillende richtingen zal dan nog een geheel andere zijn dan later, wanneer het vóór de plaat den stationnairen eindtoestand zal hebben aangenomen *). Het gas zal daarom, als het vóór de plaat komt, tijdelijk in den overgangstoestand verkeeren, gedurende welken het een overdruk op de plaat zal uitoefenen.

Neemt men nu aan, dat de duur van den overgangstoestand toeneemt, wanneer de dichtheid van het gas kleiner wordt,

*) Ook al neemt men aan, dat die verdeling reeds voordat het toestroomende gas de plaat bereikt heeft, een gedeelte der verandering heeft ondergaan, die noodig is om haar te maken tot die behoorende bij den stationnairen toestand van warmte-geleiding, ook dan toch zal die verdeling in het toestroomende gas nog een geheel andere zijn dan later, wanneer het vóór de plaat den stationnairen toestand heeft aangenomen, omdat het gas komt contacten van plaatsen, waar de loop der isothermische oppervlakken in het gas een geheel andere is dan vóór de plaat.

en noemt men tevens aan, hetgeen waarschijnlijk waar is, dat de stationnaire eindtoestand in het gas is opgetreden lang voordat het opstijgende gas den bovenrand der plaat bereikt heeft, dan zal de overdruk slechts op een gedeelte der plaat werkzaam zijn, maar op een des te grooter gedeelte, naarmate het gas ijler is, omdat het gas dan wegens den langeren duur van den overgangstoestand een langeren weg langs de plaat naar boven kan alleggen, vóórdat de overdruk ophoudt te bestaan. De totale werking van den overdruk zou dan bij gelijke grootte van dien overdruk met den duur van den overgangstoestand moeten toenemen, omdat het gedeelte van de plaat, waarop zich die overdruk doet gevoelen, dan toeneemt. Neemt men daarentegen aan, dat ook bij grootere dichtheid van het gas de stationnaire eindtoestand nog niet is opgetreden, wanneer het opstijgende gas den bovenrand der plaat reeds bereikt heeft, dan zou toch de werking op de plaat met toenemenden duur van den overgangstoestand grooter moeten worden, omdat de overdruk van het gas dan langer zijn grootere aanvangswaarde zal behouden. Neemt dus met afnemende dichtheid van het gas de grootte van den tijdelijken overdruk eveneens af, dan behoeft daarom de totale werking van dien overdruk gedurende den overgangstoestand nog niet af te nemen wegens het toenemen van den duur van dien overgangstoestand.

Wij hebben tot hiertoe altijd slechts het geval beschouwd, waarbij het oppervlak een hoogere temperatuur heeft dan de omgeving. Hetgeen wij daarvoor gevonden hebben geldt echter *mutatis mutandis* eveneens voor het geval, dat het oppervlak een temperatuur heeft lager dan de omgeving, en dus in plaats van aan het gas warmte af te geven daarvan warmte opneemt. In dit geval zal het gas tegen de plaat afkoelen en daardoor zullen neërdalende gaastroomingen ontstaan. Deze zullen gedurende den overgangstoestand een geringere drukking op de plaat uitoefenen, en de grootte van die *vermindering* van druk en haar duur zullen in dit geval van geheel dezelfde omstandigheden afhangen als in het door ons uitvoerig beschouwde geval de grootte en de duur van de *vermeerdering* der drukking.

Wij hebben straks gezegd, dat het ons het waarschijnlijkste voorkwam, dat het opstijgende gas reeds lang vóórdat het den bovenrand der plaat bereikt heeft, in een toestand gekomen is, waarin het geen merkbaaren overdruk op de warmere plaat meer uitoefent. Ofsehoon de duur van den overgangstoestand mij vooralsnog niet toeschijnt voor een juiste bepaling vatbaar te zijn, geloof ik toch, dat, wanneer men let op de voorzeker zeer geringe grootte van de snelheid der gasstroomingen ten opzichte van de moleculaire snelheden bij de gassen, deze veronderstelling niet als gewaagd, maar zelfs als zeer waarschijnlijk moet worden beschouwd. Eerder zou, dunkt mij, omgekeerd de bedenking kunnen oprijzen, dat de duur van den overgangstoestand te kort is, en daarom bij de betrekkelijk geringe snelheid der gasstroomingen het gedeelte der plaat, waarop het gas een merkbaaren overdruk uitoefent, te klein is, om uit dien overdruk de door CROOKES bestudeerde kracht te kunnen verklaren.

Wanneer het gas niet tot het uiterste verdund is, zal dus waarschijnlijk het naar de warmere plaat toestroomende gas slechts een korten tijd behoeven tot het aannemen van den stationnairn toestand van warmte-geleiding, en zijn het daarom in dit geval, wanneer de hoogte der plaat niet al te klein is, vooral de onderrand en de zijranden der warmere plaat, die de grootere drukking van het gas zullen ondervinden. Hierin stemmen wij dus, zij het dan ook op geheel andere gronden, overeen met FINKENER, die ook, zooals wij vroeger zagen, bij niet te grootte verdunning slechts op de randen en niet op het midden van de wicken eens radiometers een overdruk aanneemt. Wanneer dus FINKENER aan het einde zijner verhandeling een proef beschrijft, die voor deze zienswijze getuigt, dan doet zij dit even goed voor onze theorie. FINKENER *) vervaardigde twee zooveel mogelijk gelijke radiometers, waartusschen alleen dit onderscheid bestond, dat bij den eenen van de plaatjes aluminium, die de wicken vormden, het midden der plaatjes werd weggesneden, zoodat alleen de randen overbleven, bij den anderen daarentegen de geheele plaatjes als wicken

*) FINKENER, *Pogg. Ann.* Bd. 158, S. 594

gebruikt werden. Hij vond nu, dat hij niet al te groote verdunning de beweging der wicken bij den eersten radiometer bijna dubbel zoo snel was als bij den tweeden. Bij grootere verdunning werden de bewegingen in beide radiometers meer en meer aan elkander gelijk. Wanneer aan die enkele proef van FINKNER eenige bewijskracht mag worden toegekend, een zeer groote bewijskracht zou ik er echter niet aan willen toeschrijven, daarvoor zouden meer proeven vereischt worden, dan is die proef even goed in overeenstemming met mijn theorie als met die van FINKNER.

Wil de indirecte werking der gasstroomingen, zooals wij die in het voorgaande hebben opgevat, als oorzaak der verschijnselen van CROOKES kunnen bechouwd worden, dan mogen die gasstroomingen bij afnemende dichtheid van het gas niet tevens sterk afnemen. Wij moeten thans nog onderzoeken, of dit al of niet het geval is.

De kracht, die de stroomingen voortbrengt, is het verschil in gewicht tusschen twee nevens elkander gelegen gelijke gasvolumina. Die kracht is dus evenredig aan het verschil in dichtheid, hetgeen ontstaat doordat het eene volumen gas een hoogere temperatuur verkrijgt dan het andere. Noemen wij t en t_1 de beide temperaturen, d en d_1 de bij die temperaturen behorende dichtheden, α den uitzettingscoëfficiënt van het gas, dan is:

$$\frac{d - d_1}{d} = \frac{\alpha (t_1 - t)}{1 + \alpha t}$$

de uitdrukking, waaraan de kracht evenredig is, die wegens het temperatuurverschil $t_1 - t$ op de éénheid van massa werkt. Die kracht is dus onafhankelijk van de dichtheid. Wanneer nu de krachten, die de stroomingen tegenwerken, ook maar onafhankelijk waren van de dichtheid, zouden de stroomingen bij kleinere dichtheid even sterk moeten zijn als bij grootere dichtheid.

In het gas zelf is de tegenwerkende kracht de inwendige wrijving. Nu is de coëfficiënt van inwendige wrijving volgens theorie en ervaring onafhankelijk van de dichtheid, en de in-

wendige wrijving zal daarom de stroomingen meer moeten tegenwerken bij kleine dan bij groote dichtheid. De snelheid der stroomingen in het gas zal daarom met het afnemen der dichtheid van het gas tevens moeten afnemen. Maar al mogen in het gas zelf de stroomingen afnemen, dit zal daarom nog niet het geval zijn met de stroomingen langs het vaste oppervlak KUNDT en WARBURG hebben aangetoond, dat er een glijden der gasmoleculen langs het vaste oppervlak plaats heeft, waarvan de sterkte bij de normale dichtheid van het gas slechts zeer gering is, maar hetwelk bij afnemende dichtheid al sterker en sterker wordt *). Het tegen het oppervlak aanliggende gas zal dus bij afnemende dichtheid meer en meer in de stroomingen gaan deelen, en voor dit tegen het vaste oppervlak aanliggende gas, hetgeen wij in onze theorie voornamelijk op het oog hebben, zal dus niet behoeven waar te zijn, dat de stroomingen van dat gas met het afnemen der dichtheid tevens afnemen. Ten minste zal voor dit gas de snelheid der stroomingen veel minder sterk moeten afnemen dan in het inwendige van het gas.

Eindelijk wil ik er hier nog eens aan herinneren, opdat dit vooral niet vergeten worde, dat ik bij mijne beschouwingen de dichtheid van het gas nooit zoo niterst klein gedacht heb, dat de afmetingen der warmere of koelere plaat of die der gasmassa, waarin de warmte-geleiding plaats heeft, van dezelfde orde van grootte worden als de gemiddelde weglengte der gasmoleculen. Ik heb altijd verondersteld, dat de stellingen der kinetische gas-theorie nog volkomen op de gasmassa toepasselijk waren, en dit is niet meer het geval, wanneer de afmetingen der gasmassa slechts een klein veelvoud zijn der gemiddelde weglengte.

De voornaamste bedenking tegen de door mij voorgedragen verklaringwijze is, geloof ik, die, welke ik reeds boven noemde, dat het niet bewezen is, dat de overgangstoestand een duur heeft, groot genoeg om uit den overdruk van het gas op het warmere oppervlak gedurende dien overgangstoestand de

*) KUNDT en WARBURG, *Phys. Ann.* Bd. 165, SS. 338 u. 541.

CROOKES'sche werkingen te kunnen verklaren. Ik geef gaarne toe, dat dit niet bewezen is, maar voeg er bij, het tegendeel is evenmin bewezen. Wel is waar zal naar de tegenwoordig algemeen geldende denkbeelden omtrent de wijze, waarop bij de botsing van twee gasmoleculen de snelheden zich over de beide moleculen verdeelen, de duur van den overgangstoestand uiterst kort en dus ook de totale werking van den overdruk van het gas uiterst klein zijn; maar bij de verschijnselen van CROOKES hebben wij ook altijd met slechts uiterst zwakke werkingen te doen, en het is dus zeer wel mogelijk, dat de werking van den overdruk van het gas gedurende den overgangstoestand daartoe groot genoeg is *).

Maar zal men wellicht zeggen, wanneer het nog niet bewezen kan worden, dat de indirecte werking der gasstroomingen ter verklaring der CROOKES'sche verschijnselen een voldoende grootte heeft, waarom dan niet liever blijvende drukkingsverschillen in den stationnairen toestand van warmte-geleiding ter verklaring gebezigd, waarvan het toch ook nog niet streng bewezen is, dat zij niet kunnen bestaan? Men vergete echter niet, dat ik de theorie der blijvende drukkingsverschillen genoemd heb niet te moeten aannemen, niet zoozeer omdat ik de mogelijkheid van het bestaan dier drukkingsverschillen volstrekt ontkende, maar omdat ik betwijfelde of men ooit zoodanige *blijvende* drukkingsverschillen in het gas zou kunnen vinden, waarmede *alle* waargenomen verschijnselen voldoende konden worden afgeleid.

Door middel van de blijvende drukkingsverschillen, zooals ik die op bl. 282—3 heb aangegeven, en die, zooals ik daar heb trachten uiteten te zetten, voor mij de eenige niet volstrekt onmogelijke blijvende drukkingsverschillen zijn, die in staat zijn van de grondverschijnselen van CROOKES een bevredigende

*) Het staat voor mij voorts volstrekt niet geheel vast, dat die denkbeelden omtrent de wijze, waarop de snelheden zich na de botsing over de moleculen verdeelen, in het geheel geen wijzigingen meer zullen ondergaan. Omtrent de kracht der bij de botsing tusschen de moleculen werkende, en meer nog omtrent de verandering, die de beweging der de moleculen samenstellende atomen bij de botsing ondergaat, is te welste bekend, dat men zulk een wijziging, ten minste in het geval dat de moleculen niet overal dezelfde gemiddelde levende kracht bezitten, voor volstrekt onmogelijk zou moeten houden.

verklaring te geven, kan men, geloof ik, de verschillende bewegingen van de wicken der radiometers in hun gewonen vorm voldoende verklaren. Eveneens van de meeste der door CROOKES en ZÖLLNER waargenomen bewegingen bij radiometers met gebogen wicken. Bij deze heeft men daartoe maar in het oog te houden, dat de warmte aan de convexe zijde zich bij de geleiding in het gas allengs over grootere oppervlakken verbreidt, terwijl zij zich aan de concave zijde, ten minste in de nabijheid van het warme oppervlak, allengs op kleinere oppervlakken concentreert; zoodat aan de convexe zijde een vermeerdering, aan de concave zijde een vermindering van de drukking van het gas op het warme oppervlak volgens de vroeger door ons aangenomen blijvende drukkingsverschillen zou moeten bestaan. Deze verschijnselen zouden zich niet minder goed laten afleiden uit die blijvende drukkingsverschillen dan uit de door mij als verklaringsoorzaak aangenomen indirecte werking der gasstreamingen; alleen voor de abnormale draaiing, welke ZÖLLNER waarnam bij zijn half-cilindervormige, aan beide zijden met lampenzwart bedekte wicken, wanneer alleen de concave zijde dier wicken door licht beschenen werd, zou de verklaring mijns inziens een zeer gedwongene worden. Die blijvende drukkingsverschillen schijnen mij echter geen verklaring te geven van de door mij op bl. 303 beschreven proeven van STOKES met radiometers, waarvan de wicken uit metalen plaatjes bestonden, wier eene zijde glad was, en wier andere zijde hetzij met een scherp mes bekrasd, hetzij op electrolytischen weg met een laagje fijn verdeeld metaal bedekt was. En of dit voor al de door ons beschreven meer gecompliceerde verschijnselen van ZÖLLNER mogelijk zal zijn, komt mij hoogst twijfelachtig voor.

Omdat ik dus door zulke blijvende drukkingsverschillen aan te nemen niet alle waargenomen verschijnselen meende te kunnen verklaren, ten minste niet door zoodanige drukkingsverschillen als mij de enige niet volstrekt onmogelijke schenen te zijn, en omdat verder het bestaan van zoodanige drukkingsverschillen mij niet waarschijnlijk toescheen en ten minste nog geheel onbewezen is, zoodat men daarom volstrekt niet bejalen kan, hoe hun grootte, indien zij bestaan, van de dichtheid van

en het temperatuurverval in het gas zal afhangen, heb ik getracht een andere oorzaak voor de verschijnselen van CROOKES te vinden, een oorzaak, waarvan het bestaan ten minste mij niet twijfelschichtig toeschijnt.

En de uitslag van die poging is naar mijne meening deze, dat door de door mij aangenomen oorzaak een betere en meer volledige verklaring der verschijnselen verkregen wordt dan door een der vroegere theoriën. Het onderzoek, of ook volgens de gastheorie die oorzaak als een voldoende oorzaak beschouwd kon worden, is niet zoo bevredigend uitgevallen. Wegens onze nog zoo uiterst geringe kennis omtrent den overgangstoestand en omtrent de wijze, waarop de warmte door een vast oppervlak aan een gas wordt medegedeeld, kon het nog niet bewezen worden, dat de verandering van de drukking van het gas gedurende den overgangstoestand een voldoende grootte en een voldoende duur heeft om daaraan de CROOKES'sche werkingen te kunnen toeschrijven. Het is verder om dezelfde reden nog niet streng bewezen kunnen worden, dat de totale werking van die verandering der drukking niet te sterk afneemt met de dichtheid van het gas om de radiometerbewegingen bij geringe dichtheid te kunnen verklaren. Doch al is het ook niet bewezen, dat volgens de theorie de indirecte werking der gasstroomingen ter verklaring der verschijnselen voldoende is, er zijn toch aanduidingen, die het niet onwaarschijnlijk doen zijn, dat dit wel het geval is.

Mocht echter ook de door mij voorgestelde oorzaak bij nader onderzoek onvoldoende blijken te zijn, dan blijft er, geloof ik, niets anders over dan te trachten, het bestaan van blijvende drukkingsverschillen in het gas van de boven beschreven soort aan te toonen en door deze de verschijnselen te verklaren.

Ten slotte nog een kort woord over de verschijnselen bij dichtere gasen. Bij groote verdunning van het gas vond CROOKES, dat een daarin geplaatst licht voorwerp door een warm lichaam werd afgestooten, door een koud lichaam, een stuk ijz. bijv., werd aangetrokken. Dit is eenvoudig een andere wijze van uitdrukken voor het feit, dat bij bestraling door

licht of warmte de bestraalde en dus verwarmde zijde van het voorwerp wordt afgestooten, dat daarentegen, wanneer een der zijden van het voorwerp door uitstraling naar een kouder lichaam warmte verliest, deze daardoor afgekoelde zijde schijnbaar wordt aangetrokken. Bij grootere dichtheid van het gas vond CROOKES echter juist de omgekeerde werking; het in dit dichtere gas geplaatste voorwerp wordt door een warm lichaam aangetrokken, door een kouder lichaam daarentegen afgestooten. Die werking bij grootere dichtheid van het gas heeft echter veel minder regelmatig plaats dan de tegengestelde werking bij groote verdunning. Laat men het gas allengs ijler worden, dan neemt de eerstgenoemde werking allengs af in intensiteit, bij een bepaalden graad van verdunning ziet men die werking nul worden, het neutrale punt van CROOKES, terwijl bij nog grootere verdunning de tegengestelde werking optreedt met allengs toenemende sterkte *). Wij hebben in het voorafgaande de oorzaak trachten op te sporen voor de laatstgenoemde werking bij groote verdunning van het gas. Ons blijft nu nog slechts over onze meening te zeggen omtrent de oorzaak der tegengestelde werking bij grootere dichtheid van het gas.

De proeven door CROOKES omtrent de werking bij grootere dichtheid gedaan, zijn veel geringer in aantal dan die bij kleinere dichtheid. Zij zijn verder voor een groot deel niet zeer geschikt om de ware oorzaak der werking te leeren kennen. Dat is vooral het geval met de meeste proeven in zijn eerste verhandeling beschreven. Bij deze maakte hij gebruik van een soort zeer gevoelige balans, bestaande uit een zeer licht staafje, dat in het midden ondersteund was en om het steunpunt in een vertikaal vlak kon draaien. Aan de beide uiteinden van het staafje waren twee gelijke lichte voorwerpjes bevestigd, die elkander juist in evenwicht hielden. Nu werd een warm of koud lichaam onder of boven een der beide voorwerpjes gebracht en de werking waargenomen. Bij deze proeven kunnen vele invloeden werkzaam zijn geweest om het voorwerp in beweging te brengen. Vooreerst de door het warme lichaam bewerkte uitzetting der lucht om het eene voorwerpje, waardoor

*) CROOKES, *Phil. Trans.* (1874) vol. 164, p. 301, (1875) vol. 165, p. 519.

dit schijnbaar zwaarder moet worden, ten tweede verticale luchtstroomingen, die op de beweging in verticale richting van het voorwerp zeker niet zonder invloed zullen geweest zijn, en wellicht nog een derde invloed, waarover later meer. Vooral die proeven, waarbij een door een galvanischen stroom gloeiend gemaakte platijnspiraal zeer dicht bij het lichte voorwerp gebracht werd, zonder dat een vaste wand hen van elkander scheidde, zijn niet geschikt de ware oorzaak der werking te doen kennen, omdat in dit geval de lucht niet alleen tegen het voorwerp maar ook tegen de platijnspiraal aan zich sterk moet verwarmen en daardoor in sterke strooming moet komen.

Beter zijn de proeven in het laatste deel van CROOKES' eerste en in zijn tweede verhandeling beschreven, waarbij het lichte voorwerp niet in verticale, maar in horizontale richting zich bewoog, zoodat de verandering in de schijnbare zwaarte van het voorwerp niet van invloed kon zijn en ook de verticale stroomingen slechts een geringe werking konden uitoefenen. Ook van deze proeven beschouw ik weder als de beste die, waarbij het warme lichaam niet in dezelfde ruimte geplaatst was met het lichte voorwerp, waarop men de werking der warmte-stralen wilde bestudeeren.

Bij alle proeven verkreeg CROOKES, ofschoon de regelmatigheid der verschijnselen niet zeer groot was, bij grootere dichtheid van het gas juist de tegenovergestelde werkingen van die bij groote verdunning door hem waargenomen. De beweging van een verticaal plaatje, waarvan een der zijden een temperatuur verkrijgt hooger of lager dan die der omgeving, is dus een zoodanige, dat het schijnt, alsof in een dicht gas, de zijde van een verticaal plaatje, waarvan de temperatuur hooger is dan die van het omringende gas, een geringere drukking van het gas ondervindt, dat daarentegen, wanneer de temperatuur van die zijde daalt onder die van het omringende gas, dat gas op die zijde eene grootere drukking uitoefent.

Aan de directe stootwerking der luchtstroomen kan ik de waargenomen beweging van het plaatje niet toeschrijven; want ten eerste hebben die stroomen langs het plaatje voornamelijk in verticale richting plaats, en deze kunnen geen horizontale beweging ten gevolge hebben, en ten tweede, al neemt men even-

als NEESEN aan, dat het horizontale lichtstroomen zijn, die de beweging voortbrengen, dan blijft het onverklaard, waarom het plaatje in verschillende richting zich beweegt, al naarmate de eene zijde een temperatuur heeft hooger of lager dan de omgeving, zooals ik meen bij mijn kritiek van NEESEN's theorie te hebben aangetoond. Ik geloof dus, dat de directe stootwerking der stroomingen ook bij het dichte gas niet de oorzaak is der beweging van het plaatje; wel meen ik, dat de mindere regelmatigheid der verschijnselen bij dichte lucht voornamelijk aan de werking der stroomingen toe te schrijven is.

Wanneer een gas in strooming is, oefent het in de richting van de strooming een grootere drukking uit dan in de daarop loodrechte richtingen. Doch ook in dit verschil in de drukking van een stroomend gas in de verschillende richtingen kunnen wij niet de bewegingsoorzaak hebben, waarnaar wij zoeken. Door temperatuursverhooging van de eene zijde der plaat krijgen wij langs die zijde een opstijgenden luchtstroom, door temperatuursverlaging op dezelfde wijze een neêrdalenden luchtstroom. Maar of die luchtstroom opstijgend of neêrdalend is, in beide gevallen zal hij op de plaat een geringere drukking moeten uitoefenen. Of wij dus de eene zijde der plaat verwarmen boven of afkoelen onder de temperatuur der omgeving, de hier beschouwde werking van de langs de plaat stroomende lucht zal in beide gevallen dezelfde moeten zijn, namelijk een vermindering der op de plaat uitgeoefende drukking. In beide gevallen moest de plaat hierdoor in dezelfde richting in beweging komen, terwijl de proeven hebben aangetoond, dat de plaat in de twee gevallen een beweging in tegengestelde richting aanneemt.

Wij moeten ter verklaring van de hier beschouwde bewegingen der plaat een oorzaak opsporen, die van teeken verandert, wanneer de temperatuursverhooging der plaat door een temperatuursverlaging vervangen wordt.

De eenige door mij te vinden oorzaak, waarbij zulk een verandering van teeken plaats heeft, is de volgende *).

*) Ook FINKNER schijnt, zooals ik later bespreekt, in zijn vroeger door ons besproken verhandeling (*Phys. Ann.* Bd. 158, S. 572), de tegengestelde werking der warmte-stralen bij grootere dichtheid van het gas aan deze oorzaak toe te schrijven. Het begin van § 10 zijner verhandeling kan namelijk, naar mij voorkomt, alleen slaan op het door hem in het begin van § 9 gezegde.

In een gas, waarvan de temperatuur overal dezelfde is en dat onttrokken is aan de werking der zwaartekracht, zullen de dichtheid en de drukking door de geheele gasmassa dezelfde waarde hebben. Door de werking der zwaartekracht zal hierin in zoo verre verandering worden gebracht, dat deze grootheden des te grooter zullen zijn, naarmate men lager in de gasmassa komt. In elke horizontale laag zullen de drukking en de dichtheid overal dezelfde waarde hebben, maar beschouwt men twee horizontale lagen, die op verschillende hoogte gelegen zijn, dan zal de drukking in de diepst gelegen laag grooter zijn dan in de hooger gelegene om het bedrag van het gewicht van het tusschen de beide lagen gelegen gas, en de dichtheid, die altijd evenredig is aan de drukking, zal eveneens in de lager gelegen laag grooter moeten zijn. Hebben wij in het gas een verticale plaat, dan zullen de deelen van de beide oppervlakken der plaat, die in eenzelfde horizontale laag gelegen zijn, gelijke drukking van het gas ondervinden.

Wordt nu de eene zijde der plaat verwarmd, terwijl de andere de oorspronkelijke temperatuur blijft behouden, dan zal ook de tegen de warme zijde der plaat gelegen lucht in die verwarming gaan deelen; die lucht krijgt een hoogere temperatuur en zet zich daarbij uit, zoodat hare dichtheid vermindert. De in eenzelfde horizontale laag gelegen deelen zullen nu niet meer aan beide zijden der plaat dezelfde drukking ondervinden, maar die drukking zal aan de warme zijde geringer zijn, omdat dat deel van de drukking, hetgeen veroorzaakt wordt door het gewicht der boven het beschouwde punt gelegen lucht, aan de warme zijde kleiner zal geworden zijn, daar het gewicht dier lucht, die zich wegens de verwarming heeft uitgezet, kleiner geworden is. Wanneer omgekeerd de eene zijde der plaat zich heeft afgekoeld en de andere zijde niet, zal de temperatuur en dus ook de dichtheid van de tegen de eerste zijde gelegen lucht grooter worden; de drukking zal in eenzelfde horizontale laag grooter zijn aan de afgekoelde dan aan de niet afgekoelde zijde, omdat het gewicht der boven die laag gelegen lucht aan de eerste zijde grooter is.

Hier hebben wij dus een oorzaak, waardoor de drukking aan de verwarmde zijde kleiner, aan de afgekoelde zijde grooter

is dan aan de andere zijde, die de oorspronkelijke temperatuur behouden heeft. Die vermindering of vermeerdering der drukking zal zich vooral op de onderste helft der plaat doen gevoelen.

Die verandering der drukking zal voorzeker voor een gedeelte weder worden opgeheven door de juist door haar veroorzaakte stroomingen. Werd die vermindering der drukking aan de verwarmde zijde der plaat door de stroomingen geheel opgeheven, dan zouden beide zijden der plaat weder dezelfde drukking ondervinden. Voor de deelen der plaat, die juist op de halve hoogte der plaat gelegen zijn, zou de druk dan aan beide zijden geheel dezelfde zijn, de hooger gelegen deelen der plaat zouden aan de warme zijde een grootere drukking ondervinden, de lager gelegen deelen daarentegen aan die zijde een geringere drukking dan aan de andere zijde, omdat de druk aan de warme zijde wegens de geringere dichtheid der lucht minder snel met de hoogte verandert; maar de totale drukking over de geheele plaat zou aan beide zijden dezelfde zijn. Bij afkoeling van de eene zijde zou daarentegen de druk op de bovenste helft der plaat iets grooter, op de onderste helft iets kleiner zijn aan den afgekoelden dan aan den niet afgekoelden kant, maar de totale druk over de geheele plaat zou weder aan beide zijden gelijk zijn.

De stroomingen zullen echter, naar mij voorkomt, de verandering van drukking wel voor een deel, maar slechts voor een klein deel ophellen. Er blijft dus vermindering van druk aan de verwarmde, vermeerdering van druk aan de afgekoelde zijde der plaat. Die verandering van druk zal evenredig zijn aan de dichtheid van het gas. Wij hebben hier dus een oorzaak, die de beweging der bestraalde voorwerpen in een dicht gas kan verklaren, en die, wat de richting waarin zij werkt aangaat, juist tegengesteld is aan de vroeger door ons gevonden oorzaak voor de verschijnselen in verdunde gassen. Daar de nu gevonden oorzaak afneemt bij toenemende verdunning van het gas, de vroeger gevonden oorzaak niet of ten minste veel minder afneemt, is het mogelijk, dat bij een zekeren graad van dichtheid van het gas, het neutrale punt van CROOKES, de tegengestelde werkingen van beide oorzaken juist aan elkander gelijk zijn, en elkander dus ophellen, dat

bij grootere dichtheid de eene, bij kleinere dichtheid daarentegen de andere oorzaak de grootste werking uitoefent, en daardoor den eenen keer een beweging in den eenen zin, den anderen keer een beweging in tegengestelden zin verkregen wordt. De graad van dichtheid, waarbij de werkingen der beide oorzaken elkander juist opheffen, zal niet in alle gevallen dezelfde behoeven te zijn, omdat de grootte der werkingen bij verschillende dichtheid van het gas voor de beide oorzaken van niet volkomen dezelfde omstandigheden afhangt. Beide werkingen zullen in het algemeen des te grooter zijn, naarmate tusschen de beide zijden van het voorwerp een grooter temperatuurverschil bestaat. Maar de snelheid der gasstromingen werkt bij beide oorzaken verschillend, de eene oorzaak zagen wij wordt er slechts weinig door aangedaan, en zoo iets dan er door verminderd, terwijl de andere er juist door bevorderd wordt. De afstootende werking der warmte vonden wij verder des te grooter, naarmate de temperatuur in het gas in de nabijheid van het verwarmde oppervlak sneller verandert, terwijl de grootte van dit temperatuurverval op de aantrekkende werking der warmte niet dien invloed zal hebben. Het is daarom niet vreemd, dat *CRUOKES* voor het neutrale punt niet onder alle omstandigheden denzelfden graad van dichtheid vond, en dat hij bij sommige proeven, waarbij het temperatuurverval zeer groot was, een afstootende werking der warmte verkreeg bij een graad van dichtheid, waarbij in de meeste gevallen die werking een aantrekkende is.

Groningen, Mei 1878.

OVER EENE EENVOUDIGE BEPALING
DER
KARAKTERISTIEKE FUNCTIE.

DOOR
C. H. C. GRINWIS.

1. HAMILTON toonde in zijne beroemde verhandeling: „*On a general method in dynamics*” *), dat het bij bewegingsverschijnselen in den regel mogelijk is eene functie, hetzij der coördinaten, hetzij der coördinaten en van den tijd aan te geven, waaruit alles, wat voor de kennis der beweging noodig is, door eenvoudige differentiatie kan worden afgeleid. Die functie geeft dus in zijn vorm de beweging geheel aan en wordt daarom door HAMILTON de *karakteristieke functie* genoemd.

Is het een zeer merkwaardig feit, dat het bestaan eener dergelijke uitdrukking in het algemeen is aan te wijzen, te meer moet het betreurd worden, dat hare opsporing steeds met buitengewoon groote bezwaren verbonden blijft, zelfs in zeer eenvoudige gevallen, waarbij reeds de verlangde vorm tamelijk zamengesteld is.

Voornamelijk door HAMILTON en JACOB werd den weg aan gewezen, die hier moet gevolgd worden; uit hunnen arbeid blijkt, dat de bedoelde functie door integratie eener niet lineaire partiele differentiaal vergelijking van de eerste orde kan worden verkregen. JACOB vooral, heeft krachtig bijgedragen die inte-

*) *Phil. Transactions of the Royal Society of London*, 1834 and 1835.

gratie uitvoerbaar te maken en daarvoor zelfs eene algemeene methode aangegeven.

Door een geheel anderen weg in te slaan, waarbij men van eenen bij definitie gegeven integraalvorm nitgaat, blijkt, dat in meerdere eenvoudige gevallen van beweging de bepaling der karakteristieke functie zeer gemakkelijk volgt. Wanneer namelijk voor het geval van een stoffelijk punt (en hiertoe bepalen wij ons thans) de beweging op doelmatige wijze in twee onderling rechthoekige richtingen ontbonden wordt, zoodat men de levende kracht in eene dier richtingen door toepassing van grondbeginselen der dynamica een eenvoudigen vorm kan geven, voert eene voor de hand liggende transformatie onmiddellijk tot het gewenschte resultaat.

Wij zullen ons achtereenvolgens met drie belangrijke hoofdgevallen van beweging bezig houden.

2. Nemen wij als eerste geval de beweging van een vrij stoffelijk punt, waarop alleen de zwaartekracht werkt, in een verticaal vlak.

Bepalen wij de beweging ten opzichte van twee onderling rechthoekige coördinatenassen x en z in horizontale en verticale richting, de laatste in den zin der zwaartekracht van boven naar beneden gaande. Wij hebben dan als V de karakteristieke functie en T de halve levende kracht van het punt aangeeft, ingevolge de door HAMILTON gegeven definitie

$$V = 2 \int T dt (1)$$

welke integraal tusschen de grenzen 0 en t te nemen is.

Duiden wij de halve levende kracht in horizontale en verticale richting respectievelijk door T_1 en T_2 aan, zoo volgt

$$V = 2 \int T_1 dt + 2 \int T_2 dt (2)$$

terwijl

$$T_1 = \frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2, \quad T_2 = \frac{m}{2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2$$

verder

$$dt = dx \sqrt{\frac{m}{2T_1}} = dz \sqrt{\frac{m}{2T_2}}$$

en 2) gaat over in

$$V = \int \sqrt{2mT_1} dx + \int \sqrt{2mT_2} dz. \dots (3)$$

Merken wij nu op dat de horizontale snelheid en dus T_1 constant is en stellen wij $\sqrt{2mT_1} = \beta$, passen wij verder het beginsel der levende krachten toe, volgens welke, als U de krachtfunctie voorstelt,

$$T - U = H = \text{constante.}$$

Zoo wordt

$$\begin{aligned} T_2 &= T - T_1 = H + U - T_1 \\ &= H + U - \frac{\beta^2}{2m} \end{aligned}$$

en (3) gaat over in

$$V = \beta x + \int \sqrt{2m(H + U) - \beta^2} dz,$$

of daar $U = mgz$, als g de versnelling der zwaartekracht,

$$V = \beta x + \int dz \sqrt{2m(H + mgz) - \beta^2};$$

voeren wij de integratie uit, zoo volgt voor de karakteristieke functie in dit geval:

$$V = \beta x + \frac{1}{3m^2g} \{2m(H + mgz) - \beta^2\}^{3/2}. \dots (4)$$

zij bevat, zooals behoort, twee constanten, β en H .

Kortheidshalve $2mH - \beta^2 = h^2$ stellende, gaat (4) over in

$$V = \beta x + \frac{1}{3m^2g} (h^2 + 2m^2gz)^{3/2} \dots (4a)$$

3. De beweging van het punt volgt door differentiatie van V .
Stellen wij vooraf, terwijl

$$\begin{aligned} 2T &= m \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} \\ &= m (x'^2 + y'^2) \end{aligned}$$

$$\frac{dT}{dx'} = m x' = m v_1 = p_1 \quad \frac{dT}{dy'} = m y' = m v_2 = p_2,$$

zoo wordt, ingevolge de door HAMILTON ontwikkelde theorie, al wat op de beweging van het punt betrekking heeft bepaald door de volgende vergelijkingen:

$$\left(\frac{dV}{d\beta} \right) = x - \frac{\beta}{m^2g} \sqrt{h^2 + 2m^2gz} = b \dots (5)$$

$$\left(\frac{dV}{dH} \right) = \frac{1}{mg} \sqrt{h^2 + 2m^2gz} = t + C \dots (6)$$

$$\left(\frac{dV}{dx} \right) = \beta = p_1 = mV_1 \dots (7)$$

$$\left(\frac{dV}{dz} \right) = \sqrt{h^2 + 2m^2gz} = p_2 = m v_2 \dots (8)$$

hierin stellen b en C constanten voor, die even als β en H door de aanvankelijke voorwaarden worden bepaald.

Van deze vier vergelijkingen geeft (5) de baan, (6) het verband tusschen z en t . Voor de beoordeeling der beweging zou men met deze beide kunnen volstaan; de vergelijkingen (7) en (8) geven echter direct de snelheden v_1 en v_2 in horizontale en verticale richting.

Zij a de aanvankelijke snelheid voor $z = 0$, makende een hoek α met de horizontale richting, zoo geeft (7)

$$m v_1 = m a \cos \alpha = \beta = \text{constante},$$

gelijk als bekend was aangenomen.

$$(8) \text{ geeft, zoo voor } z = 0, \quad v_2 = \bar{v}_2 = a \sin \alpha$$

$$v_2^2 = \bar{v}_2^2 + 2gz = a^2 \sin^2 \alpha + 2gz$$

verder

$$h^2 = 2mH - \beta^2 = 2mH - m^2 a^2 \cos^2 \alpha = m^2 \bar{v}_2^2 = m^2 a^2 \sin^2 \alpha,$$

zoodat

$$H = \frac{m a^2}{2},$$

welke constante dus onafhankelijk is van de richting der snelheid.

Uit (5) volgt voor de baan,

$$x - \frac{a \cos \alpha}{g} \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + 2gz} = b;$$

bepalen wij b zoo, dat de baan door den oorsprong gaat, zoo volgt

$$b = - \frac{a^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = - \frac{a^2 \sin 2\alpha}{2g};$$

de baan wordt dan

$$x + \frac{a^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{a \cos \alpha}{g} \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + 2gz}$$

of ontwikkelde,

$$z = x \tan \alpha + \frac{g x^2}{2 a^2 \cos^2 \alpha}.$$

Nemen wij z en g in tegengestelde richting, zoo volgt

$$z = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 a^2 \cos^2 \alpha}$$

de bekende vergelijking voor de baan van projectielen in het ledige.

Eindelijk geeft (6)

$$\frac{1}{g} \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + 2gz} = t + C,$$

of zoo wij C zoodanig bepalen, dat $t = 0$ als het punt in den oorsprong is,

$$a^2 \sin^2 \alpha + 2gz = (gt + a \sin \alpha)^2,$$

$$z = v_2 t + \frac{g}{2} t^2.$$

4. Als *toesle* geval beschouwen wij de beweging van een stoffelyk punt om een aantrekkend middenpunt.

Indien men dit middenpunt als oorsprong van polaire coördinaten r en φ aanneemt, zal de halve levende kracht T worden uitgedrukt door de vergelijking

$$T = \frac{m}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{m}{2} r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2, \dots \dots \dots (1)$$

waarin m de massa van het aangetrokken punt.

Men kan die beweging beschouwen als zamengesteld uit twee afzonderlijke: terwijl het punt zich op den draaienden voerstraal bevindt, verplaatst het zich steeds langs dien voerstraal en volbrengt, wanneer de baan gesloten is, ingevolge deze laatste beweging bij iedere omwenteling eene slingering. Noemen wij de halve levende kracht der laatste beweging T_1 , die tengevolge der ronddraaiing T_2 zoo geeft (1) terwijl

$$T = T_1 + T_2,$$

$$T_1 = \frac{m}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \quad T_2 = \frac{m}{2} r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \dots \dots \dots (2)$$

Neemt men het beginsel der perken als voor dit geval bewezen aan, zoo volgt

$$r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = C, \dots \dots \dots (3)$$

waarin C eene constante. Uit (2) volgt dan

$$T_2 = \frac{m}{2} \frac{C^2}{r^2} \dots \dots \dots (4)$$

Voor de karakteristieke functie zal even als vroeger

$$V = 2 \int T_1 dt + 2 \int T_2 dt,$$

dat is wegens (2) en (3)

$$\begin{aligned} V &= 2 \int T_1 \sqrt{\frac{m}{2 T_1}} dr + m \int r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt, \\ &= \int \sqrt{2 m T_1} dr + m C \int d\varphi. \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

Uit het beginsel der levende krachten volgt weder als U de krachtfunctie en H eene constante

$$T - U = H$$

of

$$T_1 = H + U - \frac{m C^2}{2 r^2}, \dots \dots \dots (6)$$

en, wanneer $m C = \alpha$ gesteld wordt,

$$2 m T_1 = 2 m (H + U) - \frac{\alpha^2}{r^2} \dots \dots \dots (7)$$

De kracht F , die op m werkt, zij eene aantrekkende, onge-

keerd evenredig aan de n^{de} macht van den afstand, zoodat

$F = -\frac{m\mu}{r^n}$, wij hebben dan

$$U = \int F dr = \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}}$$

en (7) gaat over in

$$2mT_1 = 2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{\alpha^2}{r^2}.$$

Voor de karakteristieke functie volgt dan

$$V = \int dr \sqrt{2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{\alpha^2}{r^2}} + \alpha. \quad (8)$$

Zij bevat de twee constanten H en α .

5. Wanneer nu a en b nieuwe constanten voorstellen, $\frac{dr}{dt}$ en $\frac{dq}{dt}$ door r' en q' worden aangeduid, v_1 en v_2 de snelheden der beide bewegingen aangeven, wanneer verder

$$\frac{dT}{dr'} = m r' = m v_1 = p_1 \quad \text{en} \quad \frac{dT}{dq'} = m r^2 q' = m r v_2 = p_2,$$

zoo wordt de beweging volledig bepaald door de volgende vier vergelijkingen:

$$\left(\frac{dV}{d\alpha} \right) = -\alpha \int \frac{dr}{r^2 \sqrt{2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{\alpha^2}{r^2}}} + q = a, \quad (9)$$

$$\left(\frac{dV}{dH} \right) = m \int \frac{dr}{\sqrt{2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{\alpha^2}{r^2}}} = t + b, \quad (10)$$

$$\left(\frac{dV}{dr} \right) = \sqrt{2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{\alpha^2}{r^2}} = p_1, \dots \quad (11)$$

$$\left(\frac{dV}{d\varphi}\right) = \alpha = p_2, \dots \dots \dots (12)$$

(9) geeft de baan; (10) leidt tot het beginsel der perken (dat echter door ons reeds aangenomen werd), (11) geeft de beweging v_1 langs den voerstraal en daardoor de waarde van T_1 , (12) geeft v_2 . Een nader onderzoek dier vergelijkingen leert het volgende:

Daar $\alpha = mC$ geeft (9)

$$\varphi - a = \int_r \frac{dr}{r \sqrt{\frac{2H}{mC^2} r^2 + \frac{2}{n-1} \frac{\mu}{C^2} \frac{1}{r^{n-3}} - 1}} \dots (13)$$

Het laat zich gemakkelijk aantonen, dat de verhouding $\frac{\mu}{C^2}$ van de afmeting $[L^{n-3}]$ is, waarin $[L]$ eene lengte-afmeting voorstelt; immers wij hebben voor de afmetingen, als $[M]$ de massa en $[T]$ den tijd aangeeft,

$$F = - \frac{m\mu}{r^n} = [M L T^{-2}]$$

dus

$$\mu = [L^{n+1} T^{-2}]$$

en daar

$$C^2 = r^4 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = r^2 v_2^2 = [L^4 T^{-2}],$$

volgt

$$\frac{\mu}{C^2} = [L^{n-3}];$$

stellen wij dus $\frac{\mu}{C^2} = k^{n-3}$, zoo duidt k eene lengteafmeting aan.

De baan wordt dan gegeven door de vergelijking:

$$\varphi - a = \int_r \frac{dr}{r \sqrt{\frac{2H}{mC^2} r^2 + \frac{2}{n-1} \left(\frac{k}{r}\right)^{n-3} - 1}} \dots (14)$$

Voor aantrekking volgens de wet van NEWTON gaat zij over in

$$\varphi - a = \int_r \frac{dr}{\sqrt{\frac{2H}{m\epsilon^2} + \frac{2}{kr} - \frac{1}{r^2}}}; \dots \dots \dots (15)$$

stellen wij hierin, wanneer e een getal,

$$\frac{2H}{m\epsilon^2} = \frac{e^2 - 1}{k^2},$$

zoo volgt

$$\varphi - a = \int_r \frac{dr}{\sqrt{\frac{e^2 - 1}{k^2} + \frac{2}{kr} - \frac{1}{r^2}}} = \int_r \frac{dr}{\sqrt{\frac{e^2}{k^2} - \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{k}\right)^2}}$$

waaruit

$$\varphi - a = B \cos \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{k}}{\frac{e}{k}}$$

$$\frac{e}{k} \cos(\varphi - a) = \frac{1}{r} - \frac{1}{k}$$

$$r = \frac{k}{1 + e \cos(\varphi - a)}$$

de bekende poolvergelijking der kegelsneden, wanneer de pool in het brandpunt geplaatst is.

Zooals wij opmerkten, leidt (10) tot de vergelijking der perken. Wij hebben namelijk zoo wij (9) ten opzichte van r differentieren:

$$\frac{\alpha dr}{r^2 \sqrt{2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{\alpha^2}{r^2}}} = d\varphi$$

en wanneer wij deze waarde in (10) overbrengen

$$m \int \frac{r^3 d\varphi}{\alpha} = t + b$$

of daar $\alpha = mC$

$$r^2 d\varphi = C dt$$

de bekende uitdrukking voor het beginsel der perken in dit geval.

Vergelijking (11) geeft

$$p_1 = m v_1 = \sqrt{2m \left(H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{m^2 C^2}{r^2}}$$

$$v_1^2 = 2 \left(\frac{H}{m} + \frac{\mu}{(n-1)r^{n-1}} \right) - \frac{C^2}{r^2}$$

$$T_1 = H + \frac{m\mu}{(n-1)r^{n-1}} - \frac{m C^2}{2 r^2}$$

overeenkomstig het in (6) gevondene. Hieruit volgt verder

$$T_1 = T - \frac{m C^2}{2 r^2}$$

$$= \int F dr - \frac{m C^2}{2 r^2}$$

of na differentiatie

$$- \frac{\mu}{r^n} = \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{C^2}{r^3},$$

dat is

$$\frac{\mu}{r^n} = r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - \frac{d^2 r}{dt^2},$$

bekende formules der kromlijnige beweging.

Eindelijk geeft (12)

$$p_2 = m r v_2 = \alpha$$

$$v_2 = \frac{\text{Const.}}{r},$$

de uitdrukking voor de snelheid van draaing van het punt, dat op een afstand r van het middenpunt verwijderd is.

6. Nemen wij als *derde* geval de beweging van een zwaar punt over het oppervlak van een bol.

Zij de z -as in de richting der zwaartekracht, de assen der x en y horizontaal en als a de straal van den bol is, worde een punt door spherische coördinaten φ en ψ zoodanig bepaald, dat

$$x = a \cos \varphi \cos \psi$$

$$y = a \sin \varphi \cos \psi$$

$$z = a \sin \psi.$$

Wij hebben dan als

$$\frac{dx}{dt} = x', \quad \frac{dy}{dt} = y', \quad \frac{dz}{dt} = z', \quad \frac{d\varphi}{dt} = \varphi', \quad \frac{d\psi}{dt} = \psi',$$

$$x' = -a(\varphi' \sin \varphi \cos \psi + \psi' \cos \varphi \sin \psi)$$

$$y' = a(\varphi' \cos \varphi \cos \psi - \psi' \sin \varphi \sin \psi)$$

$$z' = a\psi' \cos \psi$$

en voor de halve levende kracht van het punt volgt

$$T = \frac{m}{2}(x'^2 + y'^2 + z'^2) = \frac{m a^2}{2}(\varphi'^2 \cos^2 \psi + \psi'^2) \dots (1)$$

Ontbinden wij nu de snelheid in eene in horizontale en eene in verticale richting en noemen wij de overeenkomstige halve levende krachten T_1 en T_2 , zoo zal

$$T = T_1 + T_2$$

en

$$T_1 = \frac{m a^2}{2} \cos^2 \psi \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \quad T_2 = \frac{m a^2}{2} \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \dots (2)$$

Voor de krachtfunctie volgt

$$U = \int m g \cos \psi \cdot a d\psi = m g a \sin \psi \dots (3)$$

dus voor de componenten der kracht

$$\Phi = \frac{du}{d\varphi} = 0 \quad \Psi = \frac{du}{d\psi} = m g a \cos \psi \dots (4)$$

Uit (1) volgt verder

$$\frac{dT}{d\varphi'} = m a^2 \varphi' \cos^2 \psi, \quad \frac{dT}{d\varphi} = 0,$$

zoodat eene der bewegingsvergelijkingen volgens LAGRANGE overgaat in

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\varphi'} \right) - \frac{dT}{d\varphi} = \Phi,$$

dat is in

$$\frac{d(\varphi' \cos^2 \psi)}{dt} = 0,$$

derhalve

$$\varphi' \cos^2 \psi = C = \text{constante} \dots (5)$$

Na deze opmerkingen verkrijgen wij voor de karakteristieke functie

$$\begin{aligned} V &= 2 \int T_1 dt + 2 \int T_2 dt, \\ &= m a^2 \int \cos^2 \psi \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 dt + 2 \int T_2 dt, \\ &= m a^2 \int \cos^2 \psi \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) d\varphi + 2 \int T_2 dt, \dots (6) \end{aligned}$$

daar nu wegens (2)

$$d t = d \psi \sqrt{\frac{m a^2}{2 T_2}},$$

zal ingevolge (5) de vergelijking (6) overgaan in

$$V = m a^2 C \int d q + \int d \psi \sqrt{2 m a^2 T_2} (7)$$

Het beginsel der levende krachten geeft

$$\begin{aligned} T_2 &= H + U - T_1 \\ &= H + m g a \sin \psi - \frac{m a^2}{2} \frac{C^2}{\cos^2 \psi}, \end{aligned}$$

en wanneer $m a^2 C = \alpha$ gesteld wordt

$$2 m a^2 T_2 = 2 m a^2 (H + m g a \sin \psi) - \frac{\alpha^2}{\cos^2 \psi},$$

(7) geeft dan voor de karakteristieke functie in dit geval

$$V = \alpha q + \int d \psi \sqrt{2 m a^2 (H + m g a \sin \psi) - \frac{\alpha^2}{\cos^2 \psi}} . . (8)$$

Daar deze integraal in het algemeen niet onder eindigen vorm kan worden daargesteld en zulks evenzeer geldt voor de integralen, die in de uit (8) afgeleide bewegingsvergelijkingen voorkomen, zullen wij eene nadere discussie dier vergelijkingen achterwege laten.

Utrecht, September 1878.

OVER DE
JAARLIJKSCHE BAAN, DIE DE VASTE STERREN

TENGEVOLGE VAN DE

ABERRATIE VAN HET LICHT SCHIJNEN TE BESCHRIJVEN,

DOOR

J. A. C. OUDEMANS.

In bijna alle sterrekundige handboeken wordt, wanneer het slechts om eene eenvoudige verklaring van het verschijnsel der aberratie te doen is, de loopbaan der aarde cirkelvormig en dus hare snelheid eenparig aangenomen. Is het doel, de schijnbare verplaatsing der ster nauwkeuriger na te gaan, dan wordt de excentriciteit der loopbaan der aarde zeer klein ondersteld, en bij de ontwikkeling der formules hare hoogere machten verwaarloosd.

Men komt op die wijze tot het resultaat, dat elke ster in den tijd van een jaar eene ellips schijnt te beschrijven, waarvan de groote as standvastig (volgens de bepaling van STRUVE $2 \times 20''$,445) en evenwijdig aan de ekliptika gericht is, terwijl de kleine as gelijk is aan dezelfde hoeveelheid, vermenigvuldigd met de sinus der breedte der ster.

Het resultaat is volkomen juist, maar de wijze, waarop het afgeleid is, lijdt, mijns inziens, aan twee gebreken. In de eerste plaats is zij dikwijls zeer omslachtig, terwijl een eenvoudiger en meer rechtstreeksche weg kan gekozen worden om de schijnbare baan der ster af te leiden; ten tweede worden, hetzij reeds van den beginne af, hetzij later, in de afleiding der formules ver-

kortingen ingevoerd, die den indruk maken alsof het boven uitgedrukte resultaat nog slechts eene benadering is. Men wordt daardoor onwillekeurig tot de vraag geleid, wat toch wel de schijnbare baan der vaste sterren tengevolge van de bewegingen van het licht en de aarde zijn zoude, indien de loopbaan der aarde eene aanzienlijke excentriciteit had, en niet zoo als nu, nagenoeg met een' cirkel overeenkwam. Ik ken geen der nieuwere handboeken der sterrekunde, waar men op deze vraag een voldoende antwoord vindt. *) In het onlangs verschenen handboek over *Cosmographie* van Dr. SCHOUTE, wordt op blz. 179 eene figuur gegeven, die dit antwoord moet voorstellen; maar deze figuur is onjuist en de verklaring onvolledig. In het derde deel van dit werk wordt deze misslag echter erkend.

Ieder die de populaire lessen van onzen te vroeg ontslapenen KAISER heeft bijgewoond, herinnert zich nog wel den toestel, dien hij voor de verklaring der aberratie op die lessen bezigde. De verklaring van het verschijnsel aan de emanatiethorie van het licht ontleenende, werd aangetoond dat elke ster een kringetje schijnt te doorloopen, welks vlak evenwijdig aan dat der ekliptika gelegen is. De loopbaan der aarde werd cirkelvormig ondersteld en hare snelheid dus eenparig, en zoo was het duidelijk, dat de ster ook een' cirkel in dit vlak scheen te beschrijven, met dien verstande evenwel, dat de voerstraal der ster steeds 90° vooruit was op den voerstraal der aarde. Voor eene populaire verklaring van het verschijnsel, als een bewijsgrond voor de beweging der aarde om de zon, is eene dergelijke voorstelling ook voldoende; toch moet, al neemt men genoegen in de aanwending der emanatie- in plaats der undulatiethorie, voor een juist begrip van het verschijnsel, zoo als het zich werkelijk voordoet, gelet worden op de drie omstandigheden: 1^o dat de beweging der aarde om de zon niet eenparig is, maar plaats heeft naar de tweede wet van KEPLER;

*) Onder het afdrukken dezes zie ik, dat ORFOLZER in zijn voortreffelijk *Lehrbuch zur Bestimmung der Kometen und Planeten*, het vraagstuk streng nauwkeurig behandeld heeft, doch ook alleen de formules afleidt voor den invloed der aberratie, zoowel op rechte opklimmings- en declinatie als op lengte en breedte.

2^o dat de richting der beweging een' veranderlijken hoek met den voerstraal maakt; 3^o dat de snelheid van beweging, waarvan de hoeveelheid van de verplaatsing der ster juist afhangt, ook veranderlijk is, — en de vraag is nu, wat wordt de vorm van het kringetje, dat de ster in het vlak evenwijdig aan de ekliptika schijnt door te loopen, en welke is de wet harer beweging?

Het antwoord op deze vraag kan gemakkelijk afgeleid worden, zonder dat men de excentriciteit der aardbaan als eene grootheid beschouwt, waarvan de tweede orde verwaarloosd kan worden: en dit antwoord luidt aldus:

1^o. Welke ook de excentriciteit e der aardbaan is, schijnen door het verschijnsel der aberratie alle sterren een' cirkel te doorloopen, liggende in een vlak, dat evenwijdig is aan dat der ecliptica;

2^o. die cirkel is excentrisch met betrekking tot de plaats A , die de ster zou innemen, indien de aarde stilstond of het licht zich oneindig snel bewoog;

3^o. de excentriciteit van het punt A in den cirkel is gelijk aan die der aardbaan;

4^o. de lijn, die door het punt A en het middelpunt van dezen cirkel loopt, is loodrecht gericht op de groote as van de loopbaan der aarde, zoo dat het genoemde middelpunt zich bevindt aan de zijde, waar de beweging der aarde in haar perihelium naar toe gericht is;

5^o. de beweging der ster in dezen cirkel is onregelmatig. Met betrekking tot het punt A is zij zoodanig dat hare verbindingslijn met dit punt altijd evenwijdig is aan de raaklijn aan de aardbaan, behoorende tot de plaats die de aarde inneemt op het oogenblik dat beschouwd wordt.

6^o. Met betrekking tot het middelpunt des cirkels echter volgt de voerstraal volkomen dezelfde wet als die der aarde, doch in lengte is de ster de aarde steeds 90^o vooruit.

Het bewijs dezer stellingen is niet moeilijk te geven. Zij in Fig. 1 $ADBG$ de loopbaan der aarde, F het brandpunt, waar zich de zon, C het punt, waar zich de aarde bevindt, dan is $\angle AFC$ de ware anomalie $= e$. Stel $AB = a$ en de excentriciteit der loopbaan $= e$, dan is $BF = ae$; stel den voer-

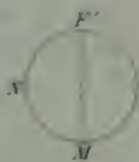
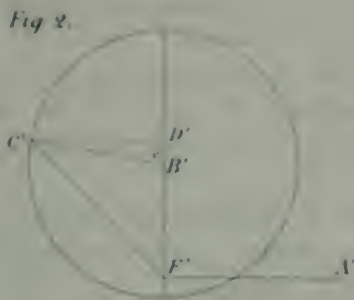
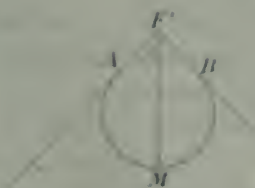


Fig 3



Fig 4



straal $FC = r$, en noem den hoek FCF' , dien de beide voerstralen met elkander maken q , dan volgt uit driehoek FCF' :

$$\cos q = \frac{r^2 + (2a - r)^2 - 4a^2 e^2}{2r(2a - r)};$$

hieruit

$$\cos \frac{1}{2} q = \frac{a\sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{r(2a - r)}}.$$

En

$$FH = l = r \cos \frac{1}{2} q = a\sqrt{1 - e^2} \sqrt{\frac{r}{2a - r}}.$$

Nu is

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v},$$

$$2a - r = \frac{a(1 + 2e \cos v + e^2)}{1 + e \cos v},$$

dus is

$$l = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 + 2e \cos v + e^2}}.$$

De inhoud der geheele ellips is $= a^2 \sqrt{1 - e^2} \times \pi$. Stel den omlooptijd $= T$ sekonden, dan is het perk, in ééne sekonde door den voerstraal doorloopen, $= \frac{a^2 \sqrt{1 - e^2} \times \pi}{T} = \frac{1}{2} l s$, als s de lineaire snelheid der aarde in ééne seconde voorstelt. Wij hebben dus

$$s = \frac{2\pi a}{T\sqrt{1 - e^2}} \sqrt{1 + 2e \cos v + e^2}.$$

Noemen wij nu S de snelheid van het licht, A den afstand der ster, λ de hoegrootheid der schijnbare verplaatsing der ster in een vlak evenwijdig aan het vlak der ekliptika, dan is

$$\lambda = \frac{As}{S} = A \times \frac{2\pi a}{S T \sqrt{1 - e^2}} \sqrt{1 + 2e \cos v + e^2}.$$

De richting, waarin deze verplaatsing geschiedt, wordt aan-

geduid door den hoek HJC , dien de raaklijn met de groote as der aardbaan maakte; die hoek is blijkbaar $= v + 90^\circ - \frac{1}{2} q$. Makende nu in Fig. 2 $\angle A'F'C$ hieraan gelijk en $F'C = \lambda$, dan is C' de plaats, waar de ster zich schijnt te bevinden. De coördinaten van dit punt zijn

$$C'D' = x = -\lambda \sin(v - \frac{1}{2} q),$$

$$F'D' = y = \lambda \cos(v - \frac{1}{2} q).$$

Uit de zoo even gegevene waarde van $\cos \frac{1}{2} q$ vindt men licht

$$\sin \frac{1}{2} q = \frac{e \sin v}{\sqrt{(1 + 2e \cos v + e^2)}},$$

en verder:

$$\sin(v - \frac{1}{2} q) = \frac{\sin v}{\sqrt{(1 + 2e \cos v + e^2)}},$$

$$\cos(v - \frac{1}{2} q) = \frac{\cos v + e}{\sqrt{(1 + 2e \cos v + e^2)}}.$$

Derhalve

$$x = -A \times \frac{2\pi a}{ST\sqrt{1-e^2}} \cdot \sin v,$$

$$y = A \times \frac{2\pi a}{ST\sqrt{1-e^2}} \cdot (\cos v + e).$$

Strikt genomen is A niet standvastig, daar de afstand van de vaste ster tot de aarde door de wenteling der aarde om de zon verandert; doch wegens den grooten afstand der vaste sterren is het verschil geheel onmerkbaar; bovendien wordt het geheel opgeheven, wanneer wij alleen de angulaire verplaatsing beschouwen; nemen wij namelijk telkens als éénheid aan eene verplaatsing die zich, uit de aarde bezien, onder eenen hoek van ééne seconde voordoet, dan moeten wij de gevondene uitdrukkingen door $A \sin 1''$ deelen, en dan verkrijgen wij,

$$\frac{2\pi a}{ST \sin 1'' \sqrt{1-e^2}} = \alpha$$

stellende, de eenvoudige vergelijkingen

$$x = -\alpha \sin v = \alpha \cos(v + 90^\circ),$$

$$y = \alpha \cos v + \alpha e = \alpha \sin(v + 90^\circ) + \alpha e$$

in welke twee vergelijkingen de boven opgenoemde stellingen liggen opgesloten. In de laatste vergelijking is $\alpha e =$ de lijn $B F'$ in de figuur, met andere woorden de excentriciteit der cirkelvormige schijnbare baan der ster, die in verhouding tot den straal α dezelfde is als de excentriciteit der aardbaan.

Alle sterren schijnen dus een' dergelijken excentrischen cirkel te doorloopen als in Fig. 2 is afgebeeld; in allen is de as $B F'$ naar denzelfden kant gericht, namelijk loodrecht op de richting van de groote as der aardbaan.

Hieruit volgt dus, dat de schijnbare baan, die elke ster ten gevolge van de verhouding der lichtsnelheid tot die der aarde beschrijft, is eene ellips, hebbende eene halve groote as $= a =$

$$\frac{2 \pi a}{S T \sin 1'' \sqrt{1 - e^2}}$$

die gericht is evenwijdig aan de ekliptika, en eene halve kleine as, die gelijk is aan diezelfde grootheid, vermenigvuldigd met de sinus van de breedte der ster.

Om nu te vinden, welke de verplaatsing aan den hemel is, die de ster ten gevolge der aberratie ondergaat, noemen wij

de lengte der ster λ ,

de breedte der ster β ,

de lengte der zon L ,

de lengte van het perigeum der zon II ,

dan is $r = L - II$.

De cirkel, waarin de ster zich schijnt te bewegen, doet zich van de aarde uit gezien, voor als eene ellips, waarvan de groote as langs de breedteparallel gelegen, $= A \alpha$, en de kleine as, loodrecht daarop, $= A \alpha \sin \beta$ is; de middellijn van dien cirkel, die zich onverkort vertoont en dus met de groote as dezer ellips zamenvalt, staat loodrecht op de lijn, die de aarde met de ster verbindt, en heeft in dien cirkel eene richting van $\lambda - 90^\circ$ tot $\lambda + 90^\circ$. Het middelpunt van dien cirkel heeft van de ster

eenen afstand $= A \alpha e$, in eene richting $II-90^{\circ}$. Geprojecteerd op de bedoelde onverkorte middellijn is dus de abscis van dat middelpunt $+ A \alpha e \cos II-\lambda$) en de ordinaat $A \alpha e \sin (II-\lambda)$. Uit de aarde gezien, geeft die abscis een lengteverschil van $\alpha e \cos (II-\lambda) \sec \beta$, de ordinaat een breedteverschil van $\alpha e \sin (II-\lambda) \sin \beta$, uitdrukkingen, die men onder anderen ook, langs eenen langeren, analytischen weg afgeleid, vindt bij DUBOIS in zijne *Cours d'Astronomie*, 2e uitgave (1877) blz. 530. Voor een niet al te lang tijdsverloop kan men deze verplaatsing als onveranderlijk aanzien, doch al heeft de ster geene eigene beweging, dan blijkt toch, dat die verplaatsing afhankelijk is van de richting der groote as en van de excentriciteit der aardbaan, zoowel als van de ligging van het vlak der ekliptika, die allen aan langzame veranderingen onderhevig zijn. De coëfficiënt αe bedraagt overigens tegenwoordig slechts $20'',445 \times 0,016892 = 0',343$, en eene verandering dezer grootheid is in de eerste duizendtallen van jaren niet merkbaar, zoodat men zeggen kan, dat deze standvastige term met de middelbare plaats der ster zamensmelt.

Zoo als echter OPPOLZER te recht in zijn „Lehrbuch“ opmerkt, mag men deze grootheid bij de berekening der aberratie voor planeten niet verwaarloozen.

Om nu nog de veranderlijke termen der aberratie te kennen, behoeven wij nog slechts de betrekkelijke ligging van de schijnbare plaats der ster C' en het middelpunt van den meerge-noemden cirkel B' te beschouwen. De afstand $B'C$ is standvastig $= A \alpha$, de richting van $B'C$ is $= II + 90^{\circ} + v = L + 90^{\circ}$. De projectie dezer lijn op de boven bedoelde onverkorte middellijn, of anders gezegd op de breedteparallel, is dus $= A \alpha \cos (L-\lambda)$, de ordinaat loodrecht hierop $A \alpha \sin (L-\lambda)$. Eerstgenoemde geeft eene lengteverandering van

$$\alpha \cos (L-\lambda) \sec \beta,$$

laatstgenoemde eene breedteverandering van

$$\alpha \sin (L-\lambda) \sin \beta,$$

zijnde de algemeen bekende uitdrukkingen voor de aberratie in lengte en breedte, die gewoonlijk langs veel langeren omweg gevonden worden.

Wij willen nog nagaan, welke de kring is, die de ster tengevolge der dagelijksche aberratie schijnt te beschrijven. Hier beweegt zich de waarnemer wel met eene eenparige snelheid in eenen cirkel, wiens vlak evenwijdig is aan dat der evennachtslijn, derhalve zal de ster zich tengevolge van de dagelijksche beweging der aarde ook in een' cirkel schijnen te bewegen van kleinere afmetingen dan de voorgaande, wiens vlak insgelijks evenwijdig is aan dat der evennachtslijn, en waarin de ster de plaats der waarneming steeds 90° vóór is. Is derhalve de sterretijd t , de rechte klimming der ster a , hare declinatie $= d$, dan is in dit cirkeltje de schijnbare plaats der ster gericht naar $90^{\circ} + t$. Het cirkeltje doet zich weder voor als een ellipsje, waarvan de groote as gericht is langs de parallel, de kleine loodrecht daarop in de richting van den declinatiecirkel; in het cirkeltje is de richting van de onverkorte middellijn, van $a - 90^{\circ}$ tot $a + 90^{\circ}$. De vermeerdering van rechte opklimming vindt men dus, door dergelijke redeneering als boven is uiteengezet $=$

$$\alpha' \cos (t - a) \sec d,$$

en de vermeerdering van declinatie $=$

$$\alpha' \sin (t - a) \sin d,$$

in welke formules α' de constante der dagelijksche aberratie voor de plaats der waarneming is, of wel, als r de voerstraal der aarde voor de waarnemingsplaats en b hare geocentrische breedte voorstelt:

$$\frac{\pi r \cos b}{43200 S \sin 1''},$$

waarvoor echter, binnen $\frac{1}{600}$ nauwkeurig, gesteld mag worden:

$$\frac{\pi a \cos \eta}{43200 S \sin 1''} = 0''.32 \cos \eta,$$

waar a de straal der evennachtslijn en η de geographische breedte voorstelt.

Utrecht, 26 Mei 1876.

N A S C H R I F T.

1^o. Na de vergadering van 27 Mei, waarin ik den korten inhoud van het bovenstaande mededeelde, maakte ons geacht medelid BÄHR mij op de eigenschap der ellips opmerkzaam, dat al de voeten H der loodlijnen FH , fig. 1, in den cirkelomtrek liggen, die op de groote as AE als middellijn beschreven is. Door deze opmerking wordt het bewijs der stelling, die wij boven bewezen hebben, nog eenvoudiger, want verlengen wij HF tot aan het tweede snijpunt (L) met denzelfden cirkelomtrek, dan is $FL \times FH = FE \times FA = \text{constante}$, dus is FL evenredig aan de snelheid der aarde in het punt C harer baan. Deze lijn FL is steeds loodrecht op de richting der beweging. Al de punten l liggen in den omtrek des cirkels $AL E$, derhalve zullen ook alle uiteinden van lijnen als $F'C$, in figuur 2, die loodrecht op FL gericht en daaraan evenredig zijn, insgelijks in eenen cirkelomtrek liggen.

Hiermede is de stelling bewezen, maar de juiste afmeting van het door de ster beschreven cirkeltje kan alleen door de boven gegevene redeneering gevonden worden.

2^o. In geval de loopbaan der aarde parabolisch in plaats van elliptisch was, zie fig 3, dan blijkt van zelf, hoe de schijnbare baan der ster gewijzigd zou worden. De excentriciteit zou dan $= 1$ zijn, derhalve zou de ster zelve in den omtrek van het aberratiecirkeltje staan. De lijn FM , die dit punt met het middelpunt vereenigt, zou loodrecht op de as der parabolische loopbaan der aarde staan. Terwijl de aarde de eerste helft der loopbaan doorloopt, zou de ster schijnen, zich langs den halven cirkel FNM te bewegen, de middellijn FM zou weder gelijk zijn aan

$$A \times \frac{s}{S \sin 1''} = A \times \frac{2k}{86400 \sqrt{p} S \sin 1''} = \frac{2k \times 497,78}{86400 \sqrt{p} \sin 1''}$$

$$= \frac{k \times 497,78 \sqrt{2}}{86400 \sin 1'' \sqrt{q}} = \frac{28'',9}{\sqrt{q}}.$$

3^o. Ware de loopbaan der aarde eene hyperbola, zie fig 4, dan zou nog altijd de schijnbare baan der ster een cirkel zijn; doch daar dan de excentriciteit van de plaats der ster > 1 zou zijn, zoo zou de ster F^v buiten den cirkel staan, $F^v A$ en $F^v B$ zouden de raaklijnen zijn, uit F^v aan den aberratiecirkel getrokken en deze raaklijnen zouden evenwijdig zijn aan de asymptoten der hyperbola. Wanneer de aarde, nog in den eersten tak der hyperbola, zeer ver af zijnde, het perihelium met eene eenparige snelheid naderde, zou de ster nog schijnbaar onbewegelijk in A staan; en tijdens den ganschen loop der aarde langs de hyperbolische baan zou de ster doorloopen den boog $A M B$, behoorende tot den cirkel, waarvan de halve middellijn gelijk is aan

$$\frac{k \sqrt{p}}{86400 S \sin 1''} = \frac{k \sqrt{p} \times 497,78}{86400 \sin 1''} = 20'',442 \sqrt{p},$$

zijnde p de parameter der hyperbolische loopbaan. De afstand $F^v M$ zou blijkbaar $= \frac{2+e}{2} \times$ deze halve middellijn zijn.

4^o. Keeren wij nog eens tot de elliptische beweging der aarde terug, en laten wij op de verplaatsing, die de ster daarbij ondergaat, of wel op den straal van hare schijnbare baan, dan zien wij dat deze *niet* gevonden wordt door de formule

$$\frac{\text{gemiddelde snelheid der aarde}}{\text{snelheid van het licht}},$$

want daar de omtrek eener ellips kleiner is dan die eens cirkels, beschreven op hare groote as, zoo is de gemiddelde snelheid in de ellips ook $< \frac{2 \pi a}{T}$, en de straal des aberratiecirkels

zou dus verwacht kunnen worden $< \frac{2 \pi a}{S T \sin 1''}$; maar boven is

gevonden $\frac{2 \pi a}{S T \sin 1'' \sqrt{1-e^2}}$, derhalve grooter, niet alleen dan

hetgeen de gemiddelde snelheid geven zou, maar zelfs grooter

dan gevonden zou worden, indien de aarde zich *in den cirkel* bewoog, die de groote as harer loopbaan tot middellijn heeft. De cirkel, waarin de beweging in denzelfden tijd zou moeten plaats hebben, als de omwenteling der aarde geschiedt, om denzelfden aberratiecirkel te geven heeft tot s'raal $\frac{a}{\sqrt{1-e^2}}$ of $\frac{a^2}{b}$, zijnde b de kleine as der elliptische loopbaan der aarde

Utrecht, 23 Juni 1876.

T W E E D E N A S C H R I F T.

Ons geacht medelid VAN DEN BERG heeft mij opmerkzaam gemaakt, dat een dergelijk bewijs, als het zoo even gegevene, ook voorkomt in TH. SIMPSON, *Essays on Curious and Useful subjects in speculative and mixed mathematicks*, London, 1740 *).

Meer uitgebreid heeft FRISIUS er iets over in zijne *Cosmographia* (Milaan 1774—75), Cap. V. *De variationibus ortis e lucis aberratione*. Het 2^{de} theorema (Theorema XI), van dit hoofdstuk luidt aldus: *Si spectatoris oculus in sectione aliqua conica moveatur, semita apparens fixae cuiuscumque erit circulus, et centrum apparens motus aut intra, aut extra, aut in ipsa erit peripheria circuli, prout sectio conica erit ellipsis aut hyperbola aut parabola.*

MELANDERHJELM haalt in zijne *Conspectus praelectionum academicarum, continens fundamenta astronomiae*, uitgegeven te Holm, Upsal en Abo, in 1779, deze beide schrijvers aan, maar het schijnt dat na dit tijdstip het bewijs van SIMPSON geheel in het vergeetboek geraakt is.

Daar het door mij gevondene dus niet nieuw meer was, heb

* Dit werk, waarvan hij een exemplaar heeft, komt noch op de Bibliotheek der Leidens, noch op die der Utrechtsche Universiteit voor.

ik het teruggehouden, maar het is mij gebleken, dat de resultaten over het algemeen of geheel onbekend zijn of althans zeer onvolledig bekend, en daar de werken van SIMPSON, FRISIUS en MELANDERIJUM tegenwoordig zeer zeldzaam zijn, zoo heb ik verzoekend, aan een ontvangen verzoek te moeten voldoen, om het megelegde nog voor de *Verslagen en Mededeelingen* aan te bieden.

Utrecht, 12 Sept. 1878.

I N F L U E N C E
OF THE
MOON'S PHASES ON THE TEMPERATURE OF
THE AIR AT BATAVIA.

B I J

P. A. B E R G S M A.

When discussing the hourly observations of the temperature of the air made at the Batavia Observatory during the ten years 1866 to 1875, I thought it of some interest to investigate whether any variation, dependent on the moon's phases, might be found in them.

Eight different phases of the moon have been considered in this investigation; they are denoted by the numbers (0), (1), (2), (3), (4), (5), (6) and (7), the numbers (0), (2), (4) and (6) indicating new moon, first quarter, full moon and last quarter: the numbers (1), (3), (5) and (7) indicating the intermediate phases.

The mean temperatures have been calculated for the days of each of these moon's phases, being taken as days of a certain phase not only the days on which this phase fell, but also those days immediately preceding and immediately following them. The mean values obtained in this way for the temperature of the day on the several moon's phases in each of the lustra 1866—1870 and 1871—1875, and in the decade 1866—1875, are given in the columns 2, 3 and 4 of Table I; the three last vertical columns of this table exhibit for each of these periods the difference of the eight values, obtained for the several moon's

phases, from their mean. The numbers in the last column seem to indicate the existence of a very slight variation of the temperature of the air dependent on the moon's phases, causing the mean daily temperature during one half of the lunation to be slightly higher than during the other half. The range of this variation does not amount to $0^{\circ}.1$ C.

The higher temperatures on the days about full moon may be caused by heat radiated by the illuminated side of the moon, facing the earth on these days. If this be really so, the mean temperatures of the hours of the night on the different phases of the moon will show a similar variation, but of greater range. Therefore, the mean temperatures of the hours of the night, 7 p. m. to 5 a. m., on the eight different moon's phases, have been calculated. The result is contained in Table II.

From this table it appears that if the mean temperature on the days of full moon be really a little higher than on other moon's phases, this is not caused by heat radiated from the moon.

Another cause of the higher temperature on the days about full moon may be, that on these days the sky is clearer than on other days, as has sometimes been supposed. If this be really the case, the mean temperatures on the hours of the day will show a variation dependent on the moon's phases, similar to that shown by the mean temperatures of the twentyfour hours, but of greater range. Therefore, the mean temperatures of the hours of the day, 7 a. m. to 5 p. m., on the eight different moon's phases, have been calculated. The result of this calculation is contained in Table III.

From this table it appears that if the mean temperature of the twentyfour hours on the days about full moon be really a little higher than on the days of the other moon's phases, this is caused by the temperature of the day-hours on the days about full moon being higher than on other days, which may be ascribed to the sky being clearer on the days about full moon than on other days. If this be really the case, the mean daily range of the temperature must be greater on the days about full moon than on the other moon's phases. Therefore, the mean daily range of the temperature has been calculated for the eight different

moon's phases. The result of this calculation is given in Table IV.

From this table it appears that the mean daily range of the temperature is higher on the days about full moon than on other moon's phases.

In Table V. the results contained in Tables I. to IV. have been put together. The numbers contained in this table seem to indicate: 1st that the mean temperature of the twentyfour hours, the mean temperature of the hours of the day (7 a. m. to 5 p. m.) and the mean daily range of the temperature are higher on the moon's phases (4) and (5), or on the days about full moon, than on the other moon's phases; 2^d that, on the contrary, the mean temperature of the hours of the night (7 p. m. to 5 a. m.) is lower on the moon's phases (4) and (5), or on the days about full moon, than on the other moon's phases; 3^d that this variation in the temperature of the air dependent on the moon's phases, which is to be considered as one phenomenon, cannot be a direct effect of heat radiated from the moon's surface towards the earth, but that it is very likely a secondary effect caused by a variation in the clearness of the sky, dependent on the moon's phases.

Being unable to give a complete historical discussion of the question, I refrain from all considerations of this kind, giving only the mere result deduced from the hourly observations of temperature of the air made at Batavia during the decade 1866—1875, a result which, however, wants to be corroborated by another series of ten years observation.

TABLE I. — MEAN TEMPERATURE OF THE TWENTYFOUR HOURS ON EIGHT DIFFERENT MOON'S PHASES.

Moon's phase.	1866-1870.	1871-1875.	1876-1880.	1881-1885.	1886-1890.	1891-1895.	1896-1900.
(0) New moon.	250.90	250.69	250.79	250.79	— 0 ^o .02	— 0 ^o .09	— 0 ^o .06
(1)	250.87	250.88	250.88	250.88	— 0 ^o .05	+ 0 ^o .10	+ 0 ^o .03
(2) First quarter.	250.96	250.72	250.84	250.84	+ 0 ^o .04	— 0 ^o .06	— 0 ^o .01
(3)	250.92	250.84	250.88	250.88	0 ^o .00	+ 0 ^o .06	+ 0 ^o .03
(4) Full moon.	250.96	250.78	250.86	250.86	+ 0 ^o .01	0 ^o .00	+ 0 ^o .01
(5)	250.99	250.78	250.89	250.89	+ 0 ^o .07	0 ^o .00	+ 0 ^o .04
(6) Last quarter.	250.89	250.78	250.83	250.83	— 0 ^o .03	0 ^o .00	— 0 ^o .02
(7)	250.89	250.77	250.82	250.82	— 0 ^o .05	— 0 ^o .01	— 0 ^o .03
Means of the eight values for the different moon's phases	250.92	250.78	250.85	250.85			

TABLE II. — MEAN TEMPERATURE OF THE HOURS OF THE NIGHT (7 P. M. TO 5 A. M.) ON EIGHT DIFFERENT MOON'S PHASES.

Moon's phases.		1866—1870.	1871—1875.	1866—1870.	1871—1875.	1866—1870.	1871—1875.
(0)	New moon.	24 ^o .53	24 ^o .33	24 ^o .43	24 ^o .43	+ 0 ^o .04	— 0 ^o .07
(1)		24 ^o .48	24 ^o .52	24 ^o .50	24 ^o .50	— 0 ^o .01	+ 0 ^o .12
(2)	First quarter	24 ^o .50	24 ^o .33	24 ^o .42	24 ^o .42	+ 0 ^o .01	— 0 ^o .07
(3)		24 ^o .53	24 ^o .49	24 ^o .51	24 ^o .51	+ 0 ^o .04	+ 0 ^o .09
(4)	Full moon.	24 ^o .46	24 ^o .37	24 ^o .41	24 ^o .41	— 0 ^o .03	— 0 ^o .03
(5)		24 ^o .47	24 ^o .38	24 ^o .43	24 ^o .43	— 0 ^o .02	— 0 ^o .02
(6)	Last quarter.	24 ^o .50	24 ^o .40	24 ^o .45	24 ^o .45	+ 0 ^o .01	0 ^o .00
(7)		24 ^o .45	24 ^o .41	24 ^o .43	24 ^o .43	— 0 ^o .04	+ 0 ^o .01
Means of the eight values for the different moon's phases.		24 ^o .49	24 ^o .40	24 ^o .45	24 ^o .45		

TABLE III. — MEAN TEMPERATURE OF THE HOURS OF THE DAY (7 A. M. TO 5 P. M.) ON EIGHT DIFFERENT MOON'S PHASES.

Moon's phase.	1866—1870.	1871—1875.	1866—1875.	1866—1870.	1871—1875.	1866—1875.
(0) New moon.	27 ^o .44	27 ^o .22	27 ^o .33	— 0 ^o .07	— 0 ^o .10	— 0 ^o .09
(1)	27 ^o .40	27 ^o .40	27 ^o .40	— 0 ^o .11	+ 0 ^o .08	— 0 ^o .02
(2) First quarter.	27 ^o .56	27 ^o .28	27 ^o .42	+ 0 ^o .05	— 0 ^o .04	0 ^o .00
(3)	27 ^o .47	27 ^o .36	27 ^o .41	— 0 ^o .04	+ 0 ^o .04	— 0 ^o .01
(4) Full moon.	27 ^o .62	27 ^o .38	27 ^o .50	+ 0 ^o .11	+ 0 ^o .06	+ 0 ^o .08
(5)	27 ^o .67	27 ^o .36	27 ^o .51	+ 0 ^o .16	+ 0 ^o .04	+ 0 ^o .09
(6) Last quarter.	27 ^o .43	27 ^o .29	27 ^o .36	— 0 ^o .08	— 0 ^o .03	— 0 ^o .06
(7)	27 ^o .49	27 ^o .29	27 ^o .39	— 0 ^o .02	— 0 ^o .03	— 0 ^o .03
Means of the eight values for the different moon's phases.	27 ^o .51	27 ^o .32	27 ^o .42			

TABLE IV. — MEAN DAILY RANGE OF THE TEMPERATURE ON EIGHT DIFFERENT MOON'S PHASES.

Moon's phases	1866—1870.	1871—1875.	1866—1875.	1866—1870.	1871—1875.	1866—1875.
(0) New moon.	6 ^o .47	6 ^o .48	6 ^o .47	— 0 ^o .08	0 ^o .00	— 0 ^o .04
(1)	6 ^o .40	6 ^o .47	6 ^o .43	— 0 ^o .15	— 0 ^o .01	— 0 ^o .08
(2) First quarter.	6 ^o .57	6 ^o .46	6 ^o .52	+ 0 ^o .02	— 0 ^o .02	+ 0 ^o .01
(3)	6 ^o .46	6 ^o .49	6 ^o .45	— 0 ^o .09	+ 0 ^o .01	— 0 ^o .03
(4) Full moon.	6 ^o .70	6 ^o .58	6 ^o .64	+ 0 ^o .15	+ 0 ^o .10	+ 0 ^o .13
(5)	6 ^o .77	6 ^o .50	6 ^o .63	+ 0 ^o .22	+ 0 ^o .02	+ 0 ^o .12
(6) Last quarter.	6 ^o .42	6 ^o .43	6 ^o .43	— 0 ^o .13	— 0 ^o .05	— 0 ^o .08
(7)	6 ^o .59	6 ^o .40	6 ^o .49	+ 0 ^o .04	— 0 ^o .08	— 0 ^o .02
Means of the eight values for the different moon's phases.	6 ^o .55	6 ^o .48	6 ^o .51			

TABLE V. — VARIATION OF THE TEMPERATURE OF THE AIR
DEPENDENT ON THE MOON'S PHASES.

Moon's phase		Mean temperature of the two or four hours.	Mean temperature of the hours of the night. (7 p. m. to 5 a. m.)	Mean temperature of the hours of the day (7 a. m. to 5 p. m.)	Mean daily range of the temperature.
(0)	New moon.	- 0 ⁰ .06	- 0 ⁰ .02	- 0 ⁰ .09	- 0 ⁰ .04
(1)		+ 0 ⁰ .03	+ 0 ⁰ .05	- 0 ⁰ .02	- 0 ⁰ .08
(2)	First quarter.	- 0 ⁰ .01	- 0 ⁰ .03	0 ⁰ .00	+ 0 ⁰ .01
(3)		+ 0 ⁰ .03	+ 0 ⁰ .06	- 0 ⁰ .01	- 0 ⁰ .03
(4)	Full moon.	+ 0 ⁰ .01	- 0 ⁰ .04	+ 0 ⁰ .08	+ 0 ⁰ .13
(5)		+ 0 ⁰ .04	- 0 ⁰ .02	+ 0 ⁰ .09	+ 0 ⁰ .12
(6)	Last quarter.	- 0 ⁰ .02	0 ⁰ .00	- 0 ⁰ .06	- 0 ⁰ .08
(7)		- 0 ⁰ .03	- 0 ⁰ .02	- 0 ⁰ .03	- 0 ⁰ .02

Batavia, 9 Julij 1878.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdooling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

VEERTIENDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1879.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section of the page.

Handwritten text in the middle section of the page.

Handwritten text centered in the middle section.

Handwritten text in the lower middle section of the page.

Handwritten text in the lower section of the page.

Handwritten text in the lower section of the page.

INHOUD

VAN HET

VEERTIENDE DEEL

TWEEDE REEKS.



VERSLAGEN.

- Rapport van de Heeren J. ZEEMAN, J. VAN GEUNS en
A. HEYNSIUS, uitgebracht in de Vergadering van 30
December 1878 blz. 68.
- Rapport van de Heeren C. A. J. A. OUDEMANS en N. W. P. RAU-
WENHOFF, uitgebracht in de Vergadering van 1 Fe-
bruari 1879 " 71.
- Rapport van de Heeren C. H. D. BUIJS BALLOT en F. J.
STAMKART, uitgebracht in de Vergadering van 1 Feb. 1879. " 74.
- Rapport van de Heeren C. H. C. GRINWIS en J. D. VAN
DER WAALS, uitgebracht in de Vergadering van 29
Maart 1879 " 389.

M E D E D E E L I N G E N.

P. L. RIJKE. Iets over den microfoon	blz.	1.
C. H. D. BUIJS BALLOT. Hoe zal men de verdampingshoe- veelheid bepalen voor polders	"	27.
C. K. HOFFMANN. Over het voorkomen van halsribben bij de schildpadden. (Met een plaat).	"	52.
P. BLEEKER. Révision des espèces Insulindiennes de la famille des Callionymoïdes	"	79.
R. A. MEES. Bepaling van de samendrukbaarheid van water, volgens de methode van Jamin en met behulp van den manometer van Regnault. (Met een plaat).	"	108.
W. KOSTER. De genetische beteekenis der vingerstrekspiereu. (Met een plaat).	"	135.
———— De gemeenschap der aderen aan de rugvlakte van den duim met den aderboog in de diepte van de handpalm, en iets over de rugslagadereu van den duim. (Met een plaat).	"	158.
D. BIERENS DE HAAN. Iets over de integreerende verge- lijking	"	169.
————— Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in Nederland . . .	"	180.
K. W. VAN GORKOM. Wetenschappelijke opmerkingen en ervaringen betreffende de kinakultuur	"	188.
G. F. W. BAEHR. Sur le principe de la moindre action . . .	"	232.

- P. H. SCHOUTE. Enkele algemeene beschouwingen omtrent
ruimtekrommen blz. 251.
- S. W. P. RAUWENHOFF. Over de eerste kiemingsverschijnsel-
len der sporen van Cryptogamen. (Met een plaat) . . # 320.
- F. J. VAN DEN BERG. Ontwikkeling van eenige algebraïsche
en daarmede gelijkvormige goniometrische identiteiten. # 340.
- A. C. OUDEMANS JR. Bijdrage tot de kennis der konkinamine. # 360.
- P. HARTING. Temperatuurbepalingen in een put van 369
meters diepte te Utrecht. # 594.
-

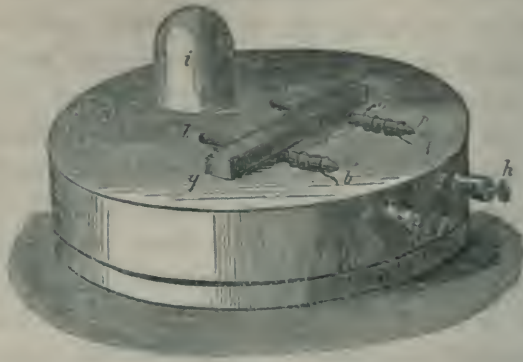
IETS OVER
DEN MICROPHOON.

DOOR

P. L. RIJKE.

§ 1. Uit het *Feuilleton Scientifique* van het *Journal des Debats* vernam ik voor het eerst, dat HUGHES, te Londen, een toestel had uitgedacht, die voor het oor zou zijn hetgeen de microscoop voor het oog is, namelijk een toestel, die bij een telephoontkoppel in de plaats tredend van den spreektelefoon, den telefoon *A*. het geluid niet, zoo als tot nu toe, met verminderde, maar integendeel met zeer verhoogde intensiteit, naar den tweeden telefoon, den telefoon *B*, zou overbrengen. Daar de beschrijving, die van het instrument gegeven werd, mij vrij nauwkeurig voorkwam, besloot ik er eene kopie van te laten maken. De uitkomsten, die ik er mede verkreeg, voldeden mij echter niet ten volle. Men was er onder anderen nooit vooraf zeker van, dat de proeven zouden gelukken; het was altijd eerst na eenige tatonnementen dat de toestel, zelfs aan matig gestelde eischen voldeed. Dit was ook het geval met toestellen vervaardigd naar mededeelingen, die ik, twee of drie dagen later, in het Engelsehe weekblad *Nature* aantrof. De bezwaren, waarop ik stuitte — ze zullen wel aan mij gelegen hebben — deden mij besluiten een eigen weg te zoeken, en alzoo zijn wij, mijn assistent, Dr. FIGÉRE, en ik, van den eenen toestel tot den anderen overgaande, eindelijk gekomen tot dien, welken ik ga beschrijven als hebbende ons de meest voldoende uitkomsten gegeven.

De toestel bestaat eenvoudig uit een dier bordpapierenen doozen, die door de apothekers hier te lande voor het afleveren van poedervormige medicamenten gebezigt worden. De doos, waarvan Fig. 1.



ik mij bediend heb, Fig. 1, had 10 cm. middellijn en was ongeveer 4 cm. hoog. Het deksel was er van afgenomen, en door den naar boven gekeerden bodem waren gestoken — ongeveer 3 cm. van elkander — twee zeer dunne rood koperen draden, waarvan de uitstekende uiteinden *ab* en *cd* spiraalsgewijze waren gewonden, terwijl de andere uiteinden, elk met een der aan den zijwand aangebrachte klemschroeven *ef* en *gh* verbonden waren. In de koperen spiralen waren gestoken twee cilindervormig gesneden stukken coke *lm* en *np*, ongeveer 25 mm. lang en 5 mm. dik, waarop rustte een rechthoekig paralelepipedum *qs*, mede van coke, 70 mm. lang, 7 mm. hoog en even veel breed. Op de doos was ten slotte geplaatst een looden gewicht *i*, wegende ongeveer 500 gram, 't welk diende, eendeels om aan den toestel meer stevigheid te geven, anderdeels om de eigen toonen van het bordpapier te smoren.

Verbindt men nu een der electroden van een galvanischen toestel, die bij mijne proefnemingen meestal uit drie LECLANCHÉ'sche cellen bestond, met de klemschroef *ef* en is de tweede electrode in gemeenschap met het eene uiteinde van een telephondraad waarvan het andere uiteinde in de schroef *gh* is vastgeklemd, dan zal, bij elke op- en neergaande beweging van het bovenvlak van onzen toestel, eene heen- en weergaande beweging aan het ijzeren plaatje van den telephoon kunnen worden waargenomen.

Immers gaat het bewuste vlak b. v. naar de hoogte, dan wordt de drukking tusschen de cylindars coke en het paralelo-pipedum qs versterkt. Daardoor wordt de weerstand in den keten verminderd, dus de stroom-intensiteit verhoogd, en het is duidelijk, dat de wijziging, die het magnetisch veld van den telefoon daardoor ondergaat, eene verplaatsing van het ijzeren plaatje ten gevolge moet hebben. Even duidelijk is het, dat, daalt daarentegen het bovenvlak, het plaatje zich in tegengestelde richting zal moeten bewegen en dat dus, wordt de toestel door geluidgolven getroffen, de trillende bewegingen, die in den toestel zullen worden opgewekt, op de boven beschreven wijze naar den telefoon zullen worden overgebracht.

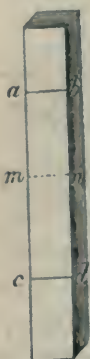
De toestel is zoo gevoelig, dat woorden, met den rug naar den toestel gekeerd uitgesproken — maar dan met eenige verheffing van stem — duidelijk aan den ver verwijderden telefoon worden gehoord en verstaan. Ook is het merkwaardig dat, worden er in de keten vier telephonen in plaats van één gebracht, men aan elk dier telephonen het gesprokene even duidelijk blijft verstaan, zelfs wanneer het aantal cellen hetzelfde is gebleven.

§ 2. Ik heb ondersteld dat een stroom, uit een stuk coke in een ander overgaande, dat er mede in aanraking is, bij dien overgang een eigenaardigen weerstand ondervond. De oppervlakken toch, die elkander raken, zijn geen volkomen effene geometrische vlakken. Met hoeveel zorg ze ook bearbeid mogen zijn, oneffenheden — heuvelen en dalen kan men zeggen — blijven er altijd in over. Daar nu de inhoud van de dwarse doorsneden der oneffenheden, waardoor de stroom vloeit, een betrekkelijk geringe waarde heeft, zoo is het duidelijk, dat de weerstand aldaar vrij aanzienlijk kan zijn. Wat de vermindering betreft, die deze weerstand ondergaat wanneer de stukken coke met grootere kracht tegen elkander worden gedrukt, zoo kan men die vermindering beschouwen als een gevolg daarvan, dat, wanneer de stukken coke met grootere kracht tegen elkander worden gedrukt, alsdan — men zal aan de coke toch wel eenige buigzaamheid, hoe gering dan ook, willen toekennen — de heuvelen van het eene stuk coke dieper in de dalen van het andere indringen, iets dat natuurlijk het aantal oneffenheden,

waardoor de stroom vloeit, doet toenemen. Dat vermindering van drukking het tegengestelde te weeg brengt, spreekt van zelf.

§ 3. Ik heb gemeend, dat het wellicht der mocite waard was te weten, hoeveel die weerstand onder bepaalde omstandig-

heden bedroeg, en hoe dit bedrag door eene verandering der drukking gewijzigd werd. Dit is de aanleiding geweest van het volgende onderzoek.



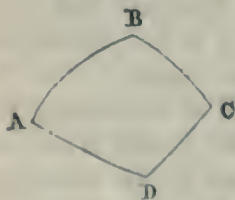
Ik ben begonnen met het geleidingsvermogen te bepalen van de coke, waarmede ik verder zou experimenteeren, en heb te dien einde uit een stuk coke, 't welk voor eene Bunsensche cel bestemd was, een paralelopipedum laten zagen, waarop ik (Fig. 2) op een afstand van 50 mm. twee merken *ab* en *cd* heb aangebracht. Ik heb vervolgens de breedte en dikte van het paralelopipedum gemeten bij *ab*, bij *cd* en ook

bij *mn*, midden tusschen *ab* en *cd*. De verkregen uitkomsten zijn geweest:

	Bij <i>ab</i> .	Bij <i>mn</i> .	Bij <i>cd</i> .	Midden.
Dikte	10,8 m.m.	10,9 m.m.	10,7 m.m.	10,8 m.m.
Breedte	10,7 "	10,75 "	10,5 "	10,65 "

Bij deze proefnemingen is gebezigd eene Wheatstonesche brug, *ABCD*, Fig. 3, waarvan de punten *A* en *C* verbonden waren

Fig. 3.



met de electroden van eene Bunsensche cel, en de twee andere punten *B* en *D* met de uiteinden van den draad van een zeer gevoeligen THOMSON'schen multiplier. De tak *BC* heeft altijd bestaan uit een klos met een weerstand gelijk aan 1 Ohm., daarentegen werd de weer-

stand van den tak *AB*, naarmate van de nauwkeurigheid die men verlangde, gebracht op 10, 100, 1000 of 2000 Ohms. Was nu in den tak *CD* het lichaam ingelascht, waarvan men

den weerstand wilde meten, en werd de weerstand in den tak A D met *geheele* Ohms vermeerderd of verminderd, dan geschiedde de bepaling met eene nauwkeurigheid van $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ of

$$\frac{1}{2000} \text{ Ohm.}$$

Al de door mij gebezigde weerstandsklossen waren van Berlijnsch zilver vervaardigd en afkomstig van de Gebr. ELLIOTT te Londen.

Ik ben begonnen met om het paralelopipedum bij *ab* en *cd* te winden drie slagen van een rood koperen draad 0,2 m.m. dik en heb die draden vervolgens verbonden met twee geleiders, die in D en C waren vastgeklemd en waarvan de gezamenlijke weerstand vooraf bevonden was 0,032 Ohm te bedragen. Daarop heb ik den totalen weerstand van den tak CD gemeten en daarvoor gevonden 0,172 Ohm, waaruit zou volgen dat de weerstand van een stuk van mijn paralelopipedum 50 m.m. lang gelijk zou zijn aan:

$$0,140 \text{ Ohm.}$$

Beide metingen hebben plaats gehad bij 22°,6 C.

Het hooge door mij verkregen cijfer, namelijk 0,140 Ohm

Fig. 4.



kon bezwaarlijk juist zijn, en hoogstwaarschijnlijk sproot de fout daaruit voort, dat de overgangswederstand bij het koper en de coke buiten rekening was gelaten. Om hieromtrent zekerheid te erlangen, ben ik op de volgende wijze te werk gegaan. Over het paralelopipedum is tot aan het merk *ab* geschoven, Fig. 4, een doorboorde kurk *efgh*, die daarna gestoken is in het onderste gedeelte van een houten cylinder *iklm*. Na den cylinder behoorlijk te hebben vastgezet en met kwik te hebben gevuld, is er onder geplaatst een glazen vat A, dat men daarop met kwik tot aan het merk *cd* heeft aangevuld.

Na vervolgens van de koperen geleiders, die in C en D, Fig. 3, waren vastgeklemd, den een met het kwik in

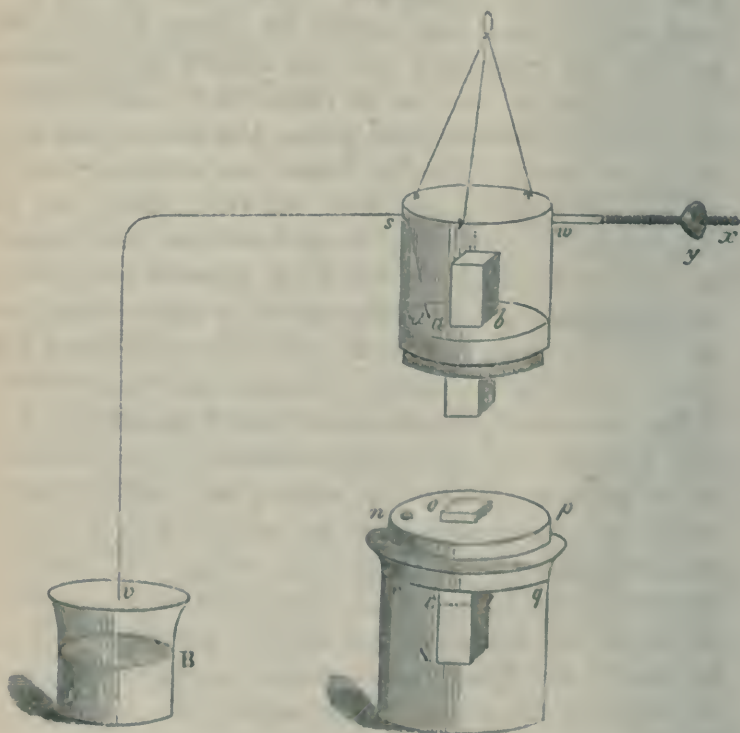
den cylinder, den anderen met het kwik in het vat A in gemeenschap te hebben gesteld, heb ik den weerstand tusschen C en D gemeten en daarvoor bij $22^{\circ},6$ gevonden $0,0545$ Ohm. Daar de weerstand der bovengenoemde geleiders bevonden werd gelijk te zijn aan $0,028$ Ohm., zoo volgt er uit, dat de gezochte weerstand gelijk zou zijn aan

$$0,0265 \text{ Ohm,}$$

en dus veel, — ongeveer 5 malen — kleiner dan de vroeger gevonden waarde *).

§ 4. Voor de proeven, waarom het mij te doen was, heb ik het paraleloipedum midden door laten zagen en zijn de twee verkregen doorsneden zoo vlak mogelijk geslepen; ook zijn

Fig. 5.



*) Voor temperatuur enz. hadden de gewone correctiën kunnen worden aangebracht. Ook hadden de metingen in 't algemeen scherper kunnen zijn. Men zal echter zien, hoe doelloos de tijd, voor het een en ander vereischt, besteed zou zijn.

er opgebracht twee nieuwe merken ab en cd die, wanneer de twee stukken tegen elkander gedrukt werden, 50 m.m. van elkander verwijderd waren.

Het bovenste stuk coke werd, Fig. 5, op de boven opgegeven wijze in den houten cylinder vastgezet, terwijl het andere stuk mede door middel van eene kurk pqr onbewegelijk in het vat A werd bevestigd. Deze kurk was voorzien van eene opening o , waardoor men het kwik, dat het vat tot aan het merk cd vulde, gegoten werd.

De houten cylinder met kwik gevuld hing door middel van drie draden aan de linksche schaal eener hydrostatische balans. In den zijwand van dien cylinder is eene opening s geboord, waardoor een koperen draad ur stak, waarvan het uiteinde v , wanneer de wijzer der balans op het nulpunt stond, in het kwik van het vat B dompelde. Vlak over de opening s bevindt zich de schroef xx , waarover het lichaam y loopt. Men kan dus het zwaartepunt van den cylinder met toebehooren iets verplaatsen en alzoo aan de ribben van het paralelepipedum een behoorlijk verticalen stand geven. Had men nu den wijzer der balans door het behoorlijk belasten der rechtsche schaal op het nulpunt gebracht, dan werd het vat A, dat op een van stelschroeven voorzien tafeltje stond zoover naar boven gevoerd tot dat het bovenvlak van het daarin geplaatste stuk coke in aanraking kwam met het ondervlak van de coke van den houten cylinder. Het spreekt van zelf dat er voortdurend voor gezorgd werd, dat die vlakken evenwijdig aan elkander bleven.

Hoe er verder geëxperimenteerd werd is gemakkelijk in te zien. Verlengde men den overgangsweerstand bij eene drukking van n gram te bepalen, dan behoefde men slechts de tegenwichten op de rechtsche schaal met evenveel gram te verminderen, dan in het vat A, door de opening o , te steken het uiteinde van een koperen draad, waarvan het andere uiteinde in D, Fig. 3, was vastgeklemd, het vat B op soortgelijke wijze met het punt C der Wheatstone'sche brug te verbinden en vervolgens den weerstand van den tak CD te meten. Men kreeg dan de noodige gegevens om den bewustten overgangsweerstand te berekenen. Het spreekt echter van zelf, dat men vooraf moest

kennen den weerstand van hetgeen zich buiten de coke in den tak CD bevond. Ik heb daartoe, terwijl het vat B met het punt C, Fig. 3, verbonden was, het vrije uiteinde van den uit het punt D uitgaanden draad in het kwik van den houten cylinder gedompeld, en toen den weerstand van den tak CD gemeten. Ik heb er voor gevonden bij 19^o,1

0,0985 Ohm

daar de weerstand van 50 m.m. coke

0,0265 Ohm

bedraagt, zoo volgt daaruit dat men van elken weerstand, dien men voor den tak AD (Fig. 3) gevonden heeft

0,125 Ohm

moet aftrekken om den overgangsweerstand, waarnaar men zoekt, te verkrijgen.

§ 5. Het is er verre van daan, dat, heeft men eene meting gedaan en herhaalt men haar onder schijnbaar geheel gelijke omstandigheden, men altijd dezelfde uitkomsten verkrijge. Die uitkomsten kunnen integendeel zeer uiteenloopen, zoo sterk zelfs, dat het eene wanhopende poging schijnt, te beproeven er eenige wet uit af te leiden. Ik heb mij echter door die groote verschillen niet laten afschrikken; ze hebben er mij alleen toe geleid het aantal waarnemingen aanzienlijk te vermeerderen. Ik was trouwens op die groote verschillen wel eenigszins voorbereid. Wanneer men toch, hetgeen vóór elke meting gedaan werd, door het met de hand zacht neerdrücken der rechtsche schaal, het bovenste stuk coke een oogenblik van het onderste verwijdert en het er dan wederom op laat neerdalen, dan zullen, met hoeveel zorg men ook te werk ga, niet altijd dezelfde oneffenheden (§ 2) van het eene stuk in aanraking komen met dezelfde oneffenheden van het andere. Dat hieruit verschillen moeten ontstaan spreekt van zelf.

§ 6. Een ander feit heeft mij meer bevreemd. Het gebeurde namelijk niet zelden, dat, wanneer ik, uit de b. v. linksche afwijking van het lichtbeeld bij den galvanometer,

moest afleiden, dat de weerstand in den tak A D te gering was, en ik er om die reden wat weerstand bijvoegde, maar aanvankelijk te veel, zoodat het lichtbeeld eene afwijking naar den tegengestelden kant verkreeg, hetgeen mij tot vermindering van weerstand noopte, ik allengs tot den oorspronkelijken weerstand kon komen zonder dat die rechtsche afwijking van het lichtbeeld ophield. Moet dit verschijnsel daaruit verklaard worden, dat de twee stukken coke een soort van microfoon daargestellen en dat zij, trillende onder den invloed van elk geluid dat binnen of in de nabijheid van het vertrek wordt voortgebracht, zich daarbij ten opzichte van elkander kunnen verplaatsen? Hetgeen voor die onderstelling schijnt te pleiten is de omstandigheid, dat het verschijnsel het meest werd waargenomen, wanneer in de nabijheid hard geloopt werd. Wat hiervan ook zijn moge, was er bij denzelfden weerstand zoowel eene rechtsche als eene linksche afwijking waargenomen, dan werd die weerstand als eene gemiddelde uitkomst beschouwd en als zoodanig in de tabellen opgenomen.

§ 7. Hieronder vindt men al de door mij verkregen uitkomsten. Ze worden *in extenso* meegegeeld, juist omdat ze onderling zoo zeer verschillen.

Men vindt in de volgende tabellen in de kolom (a) het nummer van de serie, in de kolom (b) het cijfer dat aanwijst hoeveel malen de weerstand van A B, Fig. 3, grooter is dan die van B C, in de kolom (c) het aantal in A D aangebrachte Ohms, in de kolom (d) den stand van het lichtbeeld. Daar de letters R en L wordt aangewezen of het lichtbeeld zich rechts of links van het evenwichtspunt bevond, terwijl de letter O aanwijst dat het lichtbeeld met dit evenwichtspunt nagenoeg samenviel.

T A B E L I.

Drukking = 0.25 gr. Temperatuur = 19°.1.				Drukking = 0.5 gr. Temperatuur = 19°.1.				Drukking = 1 gr. Temperatuur = 19 l.				Drukking = 2 gr. Temperatuur = 18°.6.							
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)				
I	100	1990	L	I	100	5000	R	I	100	2000	R	I	1000	7500	L				
		2000	L			2000	R			1000	R			8000	L				
		4000	R			1600	L			500	L			9000	L				
		3000	R			1500	R			700	L			9500	R				
		2500	R			1200	L			800	L			9200	R				
		2400	L			1400	R			850	R			9100	L				
		2450	L			1300	R			820	R			9150	R				
		2470	L			1250	R			810	R								
		2490	L			1220	R			805	R			II	9150	R			
		2495	O			1210	R			800	L				8000	R			
		1235	O	802	R		7000	R											
				801	O		5000	R											
II		2495	L	II		1205	L	II		801	R	II		2000	L				
		2500	L		2000	R	700		R	3000	R								
		2700	R		1500	L	500		L	2500	L								
		2600	R		1700	L	600		L	2700	L								
		2500	R		1900	L	650		R	2800	L								
	III		2500		L	III			2000	L	III			610	L	III		2900	L
			3000		L		1000		L	615			L	3000	L				
			4000		L		1500		R	617			L	4000	L				
			5000		L		1200		L	619			L	4000	R				
			7000		R		1300		L	618			O	4200	O				
		6000	R	1400	L														
		5500	L	1450	R		III	618	L	IV		4200	L						
		5700	R	1420	L			700	L			5000	L						
		5600	R	1430	O			1000	R			7000	L						
		5550	R					800	L			8000	L						
IV		5500	R	IV		1430	R	IV		850	R	IV		9000	L				
		5500	R		1400	R	820		R	9500	R								
		5000	R		1200	R	810		R	9200	R								
		2000	L		1000	L	805		R	9100	R								
		3000	R		1100	L	802		R	9000	L								
		2500	L		1150	O	801		R	9070	R								
		2700	L				800		O										

Drukking = 0.25 gr. Temperatuur = 19° l.				Drukking = 0.5 gr. Temperatuur = 19° l.				Drukking = 1 gr. Temperatuur = 19° l.				Drukking = 2 gr. Temperatuur = 18° 5.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
	100	2000	O	V	100	1150	L					V	1000	2070	R
V						2000	R	IV	100	1900	R			8000	R
		2800	L			1900	L			1800	R			7000	R
		2900	R			1500	R			1700	R			5000	R
		2850	R			1800	R			1600	R			2000	L
		2820	R			1250	L			1500	R			4000	R
		2810	O			1270	R			1450	R			3500	L
						1260	R			1400	O			3700	L
VI		2810	L			1200	R							3500	O
		2000	L			1252	R	V		1400	R				
		4000	R			1250	R			1000	R	VI		3800	L
		3500	O							500	L			5000	L
				VI		1250	R			700	L			6000	O
VII		3500	R			1200	R			800	R				
		3000	R			1000	R			750	R	VII		6000	R
		2500	R			500	L			720	R			5000	L
		2000	L			700	L			710	L			5500	L
		2200	L			800	L			715	L			5700	L
		2300	L			900	L			717	L			5800	O
		2400	L			950	R			719	R				
		2500	R			920	L			718	L	VIII		5800	R
		2450	R			930	R							5700	R
		2420	L			925	R	VI		700	L			5500	R
		2430	L			922	L			705	L			5200	R
		2440	L			924	R			707	L			5000	R
		2445	R							709	L			4000	L
		2442	L	VII		924	L			710	L			4500	R
		2444	L			1000	L			770	L			4200	O
						2000	R			780	L				
VIII		2444	L			1200	R			790	L	IX		4200	L
		2800	L			1200	L			795	L			5000	L
		3000	R			1300	L			797	L			7000	R
		2700	L			1400	L			799	L			6500	R
		2800	R			1450	R			800	L			6200	R
		2750	R			1440	L			850	R			6100	R
		2720	O			1445	R			840	O			6050	R
						1442	L							6000	R
IX		2720	L			1444	R	VII		840	L			5500	O
		3000	L							900	L				
		4000	R	VIII		1444	L			1000	R	X		5500	R

T A B E L II.

Drukking = 3 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 19°.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 19°.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
I	1000	3000	L	I	1000	3000	L	I	1000	3000	L	I	1000	3000	R
		4500	R			6000	L			2700	O			3000	R
		5200	R			7000	R							2000	L
		5100	R			6500	R	II		3700	R			2500	O
		5000	O			6400	L			3500	R				
						6450	L			3000	R	II		2500	L
II		5000	L			6500	R			2500	O			3000	R
		5100	L			6470	O							2700	L
		4200	R					III		2500	L			2500	O
		4180	R	II		6470	R			3000	L				
		5120	R			5000	R			3500	L	III		2500	R
		5100	R			4000	R			4000	O			2000	L
						3000	R							2500	R
III		5100	R			2900	L	IV		4000	R			2200	R
		5000	R			2950	L			3500	R			2100	R
		4500	O			2970	R			3200	R			2000	O
										3100	R				
IV		4300	R	III		2970	L			3000	R	IV		2000	L
		4200	R			3000	R			2500	O			3000	R
		4100	R			2980	O							3000	L
		4000	R					V		2500	L			3500	R
		3800	O	IV		2980	R			3000	L			3200	R
						2970	L			3200	O			3100	O
V		3500	R												
		3200	R	V		2970	L	VI		3200	O	V		3100	R
		3100	R			3000	L							2000	L
		3000	R			3200	R	VII		3200	O			2500	O
		2870	L			3100	O								
		2700	O					VIII		3100	L	VI		2500	R
				VI		3100	L			3400	L			3000	O
VI		2700	L			3300	L			3700	L				
		3700	L			3400	R			3500	L	VII		2000	R
		4000	L			3350	O			3600	L			1000	L
		3800	R							3950	L			1500	L
		4000	O	VII		3350	L			3970	L			1700	L
						4000	L			4000	L			1900	L

Drukking = 3 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 4 gr. Temperatuur = 18°.				Drukking = 5 gr. Temperatuur = 19°.8.				Drukking = 10 gr. Temperatuur = 19°.8.						
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)			
VII	1000	4900	R	VIII	1000	5000	L	IX	1000	4200	O	VIII	1000	1950	R			
		4700	R			6000	L			4200	L			1950	L			
		4600	R			7000	L			5000	L			2000	L			
		4500	R			8000	L			5500	L			3000	R			
		4200	R			9000	R			5700	O			2500	R			
		4100	R			8500	L			4000	O			2200	O			
		4000	R			8700	L				4000			R	2200	L		
		3900	R			8900	L			X				4000	O	IX	2200	L
		3800	R			8950	L			4000	R			3000	R		2500	R
		3700	R			8970	L				XI			3500	O	2300	R	2300
		3600	R			8990	L			8900	R			XII	3500	R	2200	R
		3200	L			8000	R				7000			R	3000	O	X	2200
		3300	L				8000			R				3000		O		3000
		VIII	3470			R	XI			6000	R			XIII	3000	L	3200	O
3470	R			6000	R	3200		O	3200		R							
3400	R			5500	L	3200		L	3500		R							
3200	R			5700	L			XVI			3200	L	3200			O		
3100	L			6000	L	3500		O	XI		3200	O						
3150	L			6000	R			XV				3500	O			XII		3200
3170	O			5000	R	4000		L	XVI		3500	L	3000			R		
IX	3170	L	X	4000	L	XVII	3700	L	7000	R	XIII	2800	L					
		4000			R			4500		R			3700	O	2000	L		
		3500			L			4100		R			4000	L	2300	L		
		3700			R			4050		R			5000	L	2700	L		
		3600			R			4000		R			6000	L	2900	R		
X	3500	L	XI	3000	L	XVIII	5000	R	6550	L	XIV	4600	R					
		4000			L			3000		L			6550	L	3000	L		
		5000			R			3500		R			6700	R	4000	L		
		4500			L			3400		O			6600	R	5000	R		
		4600			L			3100		R			6550	O	4700	R		
		4700			L					3100				R		6550	R	4600
		4900			L			3100		O			5000	R	4600	R		
		4970			L					3100				O		4000	R	4600

Drinking = 8 gr. Temperatuur = 16° S.				Drinking = 4 gr. Temperatuur = 16°.				Drinking = 5 gr. Temperatuur = 19° S.				Drinking = 10 gr. Temperatuur = 19° S.			
(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)
	1000	2000	L	XII	1000	2100	L		1000	3000	R		1000	3000	L
						3200	L			2000	O			3500	R
XI (a)	4200	R				3400	L							3200	O
	4000	R				3900	L	XIX		2000	L				
	3900	L				4000	L			3000	O	XV		3200	L
	3700	O				4500	R							4000	O
						4200	O	XX		3000	L				
	3700	L								4000	L	XVI		4000	R
	3900	L	XIII			4200	R			4500	R			2000	R
	4000	L				4000	L			4200	O			1000	L
	4200	L				4100	R							1500	L
	4700	L				4000	R							1600	O
	4900	O				4020	R								
						4000	R								
XII	4900	L													
	5000	L	XIV			4000	R								
	5500	L				8500	R								
	5700	O				3200	O								
XIV	5700	R	XV			3200	L								
	5500	R				3500	L								
	5300	R				4300	L								
	4900	L				4500	O								
	4500	L													
	4700	R	XVI			4000	L								
	4800	O				5000	L								
						6000	R								
XV	4600	L				3500	L								
	4800	L				5700	L								
	4900	L				5800	L								
	5100	R				5900	O								
	5250	R													
	5100	R	XVII			5900	R								
	5000	R				3000	R								
	4900	L				4000	R								
						3000	L								
XVI	4500	R				3500	L								
	4500	R				3700	R								

(a) Bij deze serie, alsmede bij de volgende, was de temperatuur 19° S.

Wij hebben derhalve gevonden voor den wederstand van den tak CD:

T A B E L III.

Bij de drukking 0.25 gr.	Bij de drukking 0.5 gr.	Bij de drukking 1 gr.	Bij de drukking 2 gr.	Bij de drukking 3 gr.	Bij de drukking 4 gr.	Bij de drukking 5 gr.	Bij de drukking 10 gr.
Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.	Ohm.
24.95	12.05	5.01	9.12	5.05	6.470	3.700	2.500
25.00	20.00	6.18	2.90	5.10	2.960	2.500	2.800
55.00	14.30	8.00	4.20	4.50	2.950	4.000	2.000
28.00	11.50	14.00	9.06	3.50	2.975	2.500	3.100
28.10	12.50	7.18	3.80	2.70	3.100	3.200	2.500
35.00	9.23	6.40	6.00	4.90	3.350	3.200	2.000
24.44	14.43	9.17	5.80	3.47	3.995	3.200	1.920
27.20	15.00	6.75	4.20	3.17	6.000	4.200	2.200
30.00	10.03	10.50	5.50	3.50	4.000	5.700	2.200
40.50	21.00	10.00	3.50	5.00	3.400	4.000	3.200
50.00	16.20			3.70	3.100	3.500	3.200
27.00	15.00			4.90	4.200	3.000	2.750
31.00	9.00			5.70	4.000	3.200	4.600
31.00	17.21			4.60	3.200	3.500	3.200
40.00	12.15			4.95	4.500	3.500	4.000
22.50	15.60			2.80	5.900	3.700	1.600
32.00	9.00			4.50	3.500	6.550	2.200
32.00	18.50			5.00	3.500	2.000	3.000
33.70	13.85			6.00	3.970	3.000	2.000
27.26	12.90			5.00	3.500	4.200	2.900

De gemiddelden zijn:

32.23	14.972	8.819	5.408	4.402	4.18	3.617	2.698
-------	--------	-------	-------	-------	------	-------	-------

met de waarschijnlijke fouten:

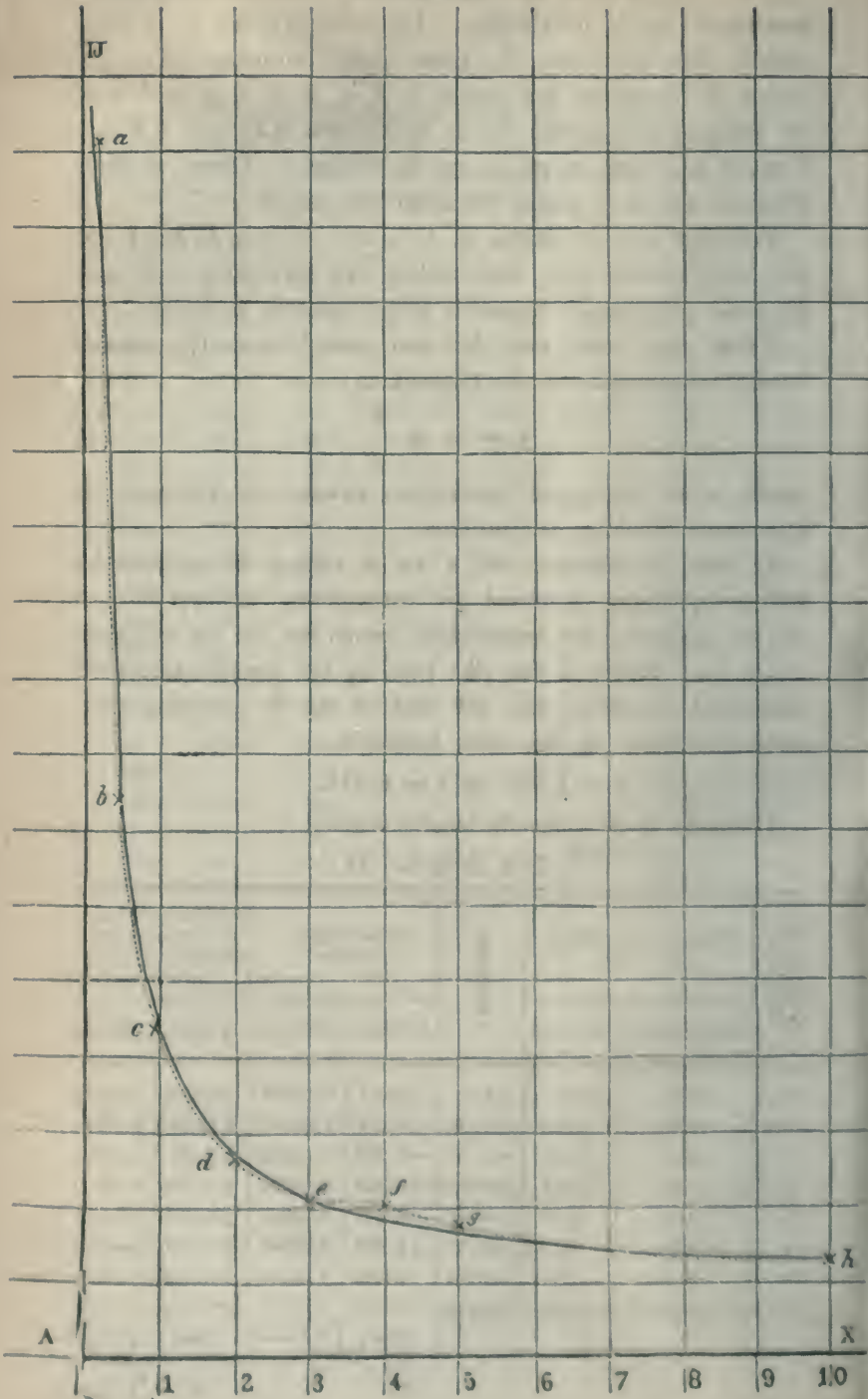
+ 1.27	± 0.56	± 0.49	± 0.47	± 0.14	± 0.24	± 0.16	± 0.11
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Derhalve zijn de overgangsweerstanden:

32.11	14.75	8.7	5.29	4.28	4.06	3.5	2.87
-------	-------	-----	------	------	------	-----	------

met dezelfde waarschijnlijke fouten.

Fig. 6.



§ 8. Fig. 6 wijst aan de betrekking tusschen de overgangsweerstanden en de drukkingen. De laatste worden er in voorgesteld door abscissen, de eerste door ordinaten. Derhalve stellen de ordinaten der punten *a, b, c, d, e, f, g* en *h* voor de overgangsweerstanden bij de drukkingen 0.25 gr., 0.5 gr., 1 gr., 2 gr., 3 gr., 4 gr., 5 gr. en 10 gr — Ohms en halve grammen zijn door gelijke afstanden voorgesteld.

Vereenigt men de punten *a, b, c, d, e, f, g* en *h*, dan krijgt men eene kromme lijn, wier verloop vrij regelmatig is en met die eener gelijkzijdige hyperbola schijnt overeen te komen.

Neemt men zulks aan, dan zou onze kromme lijn kunnen worden voorgesteld door de vergelijking:

$$y = a + \frac{b}{x} \dots \dots \dots (1)$$

waarin *a* de grens zou voorstellen, waartoe de weerstand bij klimmende drukking zou naderen.

Ik heb de waarden van *a* en *b* volgens de methode der kleinste quadraten berekend en aangenomen, dat het de som van de quadraten der *betrekkelijke* fouten was, die een minimum moest zijn. Verder is aan elke bepaling een gewicht toegekend omgekeerd evenredig aan het vierkant van de gevonden waarschijnlijkste fout. Ik heb alzoo verkregen:

$$a = 1,981 \text{ en } b = 6,914.$$

Hiermede is de volgende tabel berekend:

T A B E L. IV.

Drukking in Grammen.	Overgangsweerstanden in Ohms.		Verschillen.	Betrekkelijke fouten.		Betrekkelijke fouten der waargenomen overgangsweerstanden.	
	Waargenomen.	Berekend		1e Macht.	2e Macht.	1e Macht	2e Macht.
0.25	32.11	29.64	+2.47	+0.077	0.00592	±0.039	0.00156
0.5	14.75	15.81	-1.06	-0.072	0.00316	±0.019	0.00036
1	8.7	8.89	-0.19	-0.022	0.00048	±0.036	0.00031
2	5.29	5.44	-0.15	-0.028	0.00080	±0.088	0.00774
3	4.28	4.29	-0.01	-0.002	0.00001	±0.033	0.00111
4	4.06	3.71	+0.35	+0.006	0.00743	±0.039	0.00034
5	3.5	3.36	+0.14	+0.040	0.00160	±0.045	0.00204
10	2.57	2.67	-0.10	-0.039	0.00151	±0.044	0.00190
				Som	0.02291	Som	0.01636

Het verschil tusschen de getallen in de vierde en de overeenkomstige getallen in de zesde kolom is niet zeer groot. Men kan dus zeggen dat de berekende kromme lijn de verschijnselen vrij wel terug geeft. Dit blijkt ook uit de Fig. 6 waar de berekende kromme lijn door eene doorgetrokkene, en die, welke de rechtstreeksche waarneming oplevert, door eene gestippelde lijn is aangegeven.

§ 9. Eene andere vraag is het, of wij uit onze uitkomsten mogen afleiden, dat de overgangsweerstand inderdaad omgekeerd evenredig is aan de drukking. Die vraag zouden wij dan alleen bevestigend kunnen beantwoorden, wanneer de som der quadraten in de zesde kolom minder verschildte van de som der quadraten, die in de achtste kolom voorkomen.

Ik heb gemeend, dat het, ter oplossing der gestelde vraag, wellicht wenschelijk kon zijn na te gaan, in hoeverre het aanbrengen van één term meer in de vergelijking (1), die twee sommen nader tot elkander zou voeren.

Ik heb te dien einde genomen de vergelijking

$$y = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}, \dots \dots \dots (2)$$

en, te werk gaande zoo als in de voorgaande § is aangegeven, voor de waarden van a , b en c gevonden:

$$a = 2.105 \quad b = 6.1894 \quad c = 0.2691.$$

Ik heb met deze waarden de volgende tabel berekend:

T A B E L V.

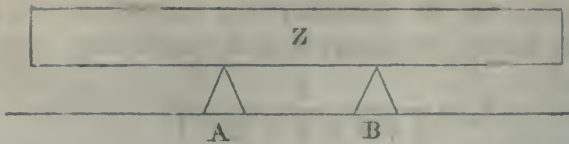
Draking in grammen.	Overgangsweerstanden in Ohms.		Verschillen.	Betrekkelijke fouten.		Betrekkelijke fouten der waargenomen overgangsweerstanden.	
	Waargenomen.	Berekend.		1e Macht.	2e Macht.	1e Macht	2e Macht.
0.25	32.11	31.18	+0.93	+0.029	0.00034	±0.039	0.00156
0.5	14.75	15.18	-0.83	-0.056	0.00317	±0.019	0.00036
1	8.7	8.58	+0.12	+0.014	0.00019	±0.056	0.00031
2	5.29	5.23	+0.01	+0.002	0.00008	+0.088	0.00774
3	4.28	4.21	+0.07	+0.016	0.00027	±0.033	0.00111
4	4.06	3.68	+0.38	+0.094	0.00876	+0.059	0.00034
5	3.5	3.37	+0.13	+0.037	0.00138	+0.045	0.00204
10	2.37	2.74	-0.17	-0.066	0.00438	±0.044	0.00190
				Som	0.01902	Som	0.01356

De som van de quadraten der betrekkelijke fouten is inderdaad nader gekomen tot 0,01586, hetgeen trouwens gebeuren moest, zoodra wij over eene constante meer te beschikken hadden. Beschouwen wij dan ook de vergelijkingen (1) en (2) louter als interpolatieformulen, dan spreekt het van zelf, dat de laatste vergelijking de voorkeur verdient, maar, wil men er eene hoogere beteekenis aan toekennen, dan geloof ik, dat de betrekkelijke fouten der waarnemingen te groot zijn om vooralsnog een eendoordeel te kunnen uitspreken. Men kan dus alleen als eene voorloopige benaderingswet aannemen dat de overgangsweerstanden omgekeerd evenredig zijn aan de drukkingen.

§ 10. Er volgt uit onze formules dat de overgangsweerstand bij eene zeer kleine vermeerdering of vermindering der drukking eene verandering zal ondergaan, die omgekeerd evenredig zal zijn aan het vierkant der oorspronkelijke drukking. De gevoeligheid van een microfoon zal derhalve voor een groot deel afhangen van de kracht waarmede de twee stukken coke tegen elkander worden gedrukt. Hoe kleiner die kracht is, des te grooter zal de gevoeligheid zijn. Men verlieze ondertusschen niet uit het oog, dat, worden door een microfoon zwakke geluiden aanzienlijk versterkt overgebracht, de toestel dan voor sterke geluiden niet meer zoo goed te gebruiken is. Immers hoe kleiner de kracht is, waarmede twee stukken coke tegen elkander gedrukt worden, des te meer kans is er dat zij zich onder het trillen van elkander zullen verwijderen. Geschiedt zulks, dan ontstaan er kleine DAVY'sche bogen; het geluid dat deze voortbrengen gaat over naar den telephoon en veroorzaakt daar een geratel of gesuis, dat zeer hinderlijk kan zijn. Men kan dan ook tot eene zekere hoogte zeggen, dat wijziging in de intensiteit van het geluid ook wijziging van den microfoon met zich meebrengt.

Om een microfoon te verkrijgen waaraan men elken graad van gevoeligheid kan geven, behoeft men den toestel in § 1 beschreven, slechts eene geringe wijziging te laten ondergaan. Die wijziging bestaat daarin, dat men de cylindere lm en np

Fig. 7.



vervangt door twee driehoekige prismas A en B (Fig. 7). Verschuift men in dien toestel het paralelopipedum b. v. naar de linkerhand, dan is het duidelijk, dat, naarmate het zwaartepunt Z tot het prisma A nadert, de drukking op het prisma B geringer wordt. Op A wordt de drukking wel is waar grooter, maar de overgangsweerstand zal, zoo als gemakkelijk kan worden aangetoond en ook reeds uit de Fig. 6 blijkt, in B sterker toenemen dan hij in A afneemt. Al de bekende proeven kunnen dan ook met dien toestel worden herhaald.

§ 11. Moet de toestel louter dienen om bij een telephoonkoppel den spreektelefoon te vervangen, dan is het niet wenschelijk, dat de toestel zeer gevoelig zij. Ik heb er mij integendeel zeer goed bij bevonden met om de doos, het paralelopipedum er onder begrepen, een caoutchouc ring te slaan. Het gesprokene kwam wel zwakker over maar duidelijker, dewijl nu van DAVY'sche bogen geen spraak meer kon zijn.

§ 12. Hetgeen mij in den nieuwen toestel dadelijk zooveel belang deed stellen, was de mogelijkheid, die ik er voor mij in zag, van het gesproken woord er mede veel verder te kunnen brengen dan zulks met een telephoonkoppel het geval is.

Zij toch L de weerstand van de grootste lengte aan telegraafdraad, die men, zonder hinder voor het goed overgaan van het geseinde, in een keten, bestaande uit een telephoon en een gegeven galvanischen toestel kan inlasschen, dan zal de intensiteit van den stroom worden uitgedrukt door de vergelijking

$$I_1 = \frac{E}{R + T + M + L},$$

waarin E voorstelt de som der potentiaalverschillen van den galvanischen toestel, R zijn weerstand, T dien van den telephoon en M den weerstand van den microphoon met inbegrip van den overgangsweerstand.

Gesteld dat onder het trillen van den microphoon de over-

gangweerstand eene vermeerdering onderga, die wij Δ zullen noemen, dan zal de intensiteit van den stroom eene andere waarde I_2 krijgen, uitgedrukt door de vergelijking:

$$I_2 = \frac{E}{R + T + M + \Delta + L}$$

Wij weten dat de verplaatsing van het ijzeren plaatje in den telefoon afhankelijk is van het verschil der twee intensiteiten, dus van :

$$I_1 - I_2 = E \frac{\Delta}{(R + T + M + L)(R + T + M + \Delta + L)}$$

en dat, telkens wanneer gedurende een gelijk tijdsverloop de stroom eene gelijke verandering ondergaat, het ijzeren plaatje zich ook evenveel zal verplaatsen. Om nu die gelijke verplaatsing te verkrijgen, wanneer de stroom door een n malen langer telegraafdraad moet gaan, heeft men slechts het aantal cellen n malen grooter te nemen en ook n malen meer microphonen in den keten te brengen. Immers men zal dan hebben, wanneer men de twee intensiteiten van den stroom door I_1' en I_2' voorstelt.

$$I_1' - I_2' = E \frac{\Delta}{\left(R + \frac{T}{n} + \frac{p}{n}M + L\right) \left(R + \frac{T}{n} + \frac{p}{n}M + \Delta + L\right)}$$

wanneer men aanneemt, dat de weerstand van n microphonen p malen grooter is dan die van één.

Fig. 8.



Daar nu p in den zegel niet grooter is dan n , zoo is, strict genomen, de waarde van $I_1' - I_2'$ nog grooter dan die van $I_1 - I_2$.

Ik heb het bovenstaande door proefneming bevestigd. Op het deksel van een spanendoos lagen 14 stukken coke, in Fig. 8 door doorgetrokken lijnen aangegeven, en waarvan l en n met de geleiding verbonden waren. Deze stukken waren aan elkander gekoppeld door

er op geplaatste paralelopieda cokes, die in de figuur door gestippelde zijn voorgesteld. Het geheel vormt hetgeen men zou kunnen noemen eene microfoonbatterij en wel eene microfoonbatterij van 13 elementen. Werd nu in de keten gebracht een weerstand van 12200 Ohms, een weerstand die gelijk is aan dien van ongeveer 244 uren gaans telegraafdraad, dan werd, bij het aanwenden van een potentiaal verschil van 27 Bunsensche elementen, al het in de nabijheid van de microfoonbatterij gesprokene aan den telefoon duidelijk verstaan *). Werd het aantal microfoonelementen met 3 vermeerderd, dan kon men zich zelfs op een afstand van 8 tot 10 meters van de microfoonbatterij plaatsen, maar dan moest er aan den telefoon met meer inspanning geluisterd worden.

Hetgeen in deze § voorkomt is volledigheidshalve meêgedeeld. Dr. HOORWEG en anderen hebben later een practischer middel ter bereiking van hetzelfde doel aangegeven, namelijk het bezigen van geïnduceerde stroomen.

*) In de vergadering der Akademie van den 25 Mei l. l. en ook in een opstel in het *Album der Natuur*, is door mij meêgedeeld, dat, met behulp van eene microfoonbatterij van 5 elementen en een galvanischen toestel, waarvan het potentiaal verschil aan dat van ongeveer 8 Bunsensche elementen gelijk was, woorden in de nabijheid van de microfoonbatterij uitgesproken aan den telefoon duidelijk zijn verstaan, zelfs wanneer in den keten 10000 Ohms waren ingelascht. Men had ongelukkig bij deze proefnemingen, slechts woorden, die verwacht werden zoo als „hoort gij mij nog”, „gaat alles nog goed?” enz. overgescind. Toen later die proeven herhaald werden, en bij toeval iets gezegd werd, waarop de persoon die aan den telefoon zat, niet was voorbereid, werd dit niet goed verstaan en bleek het, dat men de eerste keer met ontoereikende middelen had geëxperimenteerd.

HOE ZAL MEN DE
VERDAMPINGSHOEVEELHEID

BEPALEN VOOR

P O L D E R S.

DOOR

C. H. D. BUYS BALLOT.

De bepaling van de hoeveelheden water, die verdampen, is zeker van eenig belang voor de meteorologie, maar toch in hoogere mate in praktisch opzicht voor den landbouw en voor de waterbouwkunde; dus in het bijzonder voor de ingenieurswetenschappen en hare beoefenaars alhier, omdat in ons land zoovele polders en waterschappen zijn, waarvoor men evenzeer de hoeveelheid moet kennen, welke in de lucht opgenomen wordt, als die welke uit de lucht op den bodem neervalt.

Voor de meteorologie is het voldoende de hoeveelheid te kennen die van een wateroppervlakte verdampft.

Behalve van de temperatuur hangt deze af van de vochtigheid der onderste en middellijk van die der hoogere luchtlagen, verder van de sterkte van den wind. Ware men genoodzaakt uit de verdamping deze drie grootheden afzonderlijk te bepalen zoo ware dat onmogelijk. Hoogstens zou men een daarvan kunnen afleiden uit de verdamping en de beide andere.

Hiervoor heeft men echter thermometers, psychrometers en anemometers, zoodat dit niet noodig is. Veel gebruik kan men dan ook niet maken van de verdamping, dan in zooverre een zeer groote of zeer kleine hoeveelheid, in een enkel getal, den toestand der lucht ons afmaakt. De verdamping, welke ook de

regenhoeveelheid moet controleeren, gelijk omgekeerd de laatste bij de bepaling van deze moet worden in acht genomen. kon dus voor de meteorologie zonder veel schade gemist worden.

Meer gewicht heeft de verdamping voor den landbouw, juist om de opgegeven reden. Verdampst er meer van de wateroppervlakte, dan zullen ook de planten meer vocht verliezen, de opstijgende sappen zullen niet kunnen aanvoeren wat door verdamping verloren gaat, al is er vocht genoeg in den bodem aanwezig. Des avonds zullen de bladeren slets neerhangen. Al wordt in den nacht het verlies weder vergoed, toch kunnen zij minder krachtig werken. Het is voorgekomen dat in weinige dagen, in Augustus 1876, van boomen — het aangehaalde geval geldt van beukeboomen — op een zekere hoogte boven den grond, zoover zij aan den wind d. i. aan den de verdamping begunstigenden drogen luchtstroom blootgesteld waren, de bladeren geheel verdorden, en een geel bruine streep zich over de bosschen afteekende. Toen waren op de vorige dagen 7, 8 en 9 millimeters verdampst, zonder dat toch de temperatuur zoo bijzonder hoog was geweest. De geringe hoeveelheid regen toen in eenigen tijd gevallen was niet de hoofdoorzaak geweest, want zelfs op hooge gronden was de bodem nog niet geheel uitgedroogd

Zoolang nu de sterke verdamping aan de eene zijde en de geringe hoeveelheid regen en dauw aan de andere, de planten niet doodt, of geheel ziek maakt, komt dit alles weder in orde, indien slechts de regen het geleden verlies tijdig herstelt. In geen geval kan men er iets aan veranderen, of er maatregelen tegen nemen. Geheele akkers laten zich niet besproeien, tenzij de lage ligging nabij water daartoe gunstig is, zoodat men het vlocisysteem kan toepassen.

Anders is het ten opzichte van de waterbouwkunde. Voor alle droogmaking van plassen, voor het bepalen van de kracht der machines, noodig om de ringvaarten op een bepaalde hoogte te houden, voor het aanleggen van kavelingen en vaarten stelt de ingenieur er ter bepaling der doorzijpeling of kwel het hoogste belang in, behalve den aard zijner gronden ook te kennen de regenhoeveelheid en het bedrag der verdamping. Hij wil alle vier dier grootheden kennen. Sedert de toepassing

van den stoom heeft hij de eerste in zijne macht, de tweede kan hij ten deele bepalen door proefnemingen, ten deele door de vergelijking der drie andere grootheden, de derde wordt hem door het Meteorologisch Instituut met genoegzame juistheid geleverd, maar de vierde, de verdamping, is naar mijn overtuiging, vooral voor de praktijk, zeer onvoldoende bekend.

De ingenieur heeft nog meer reden zich te beklagen over hetgeen voor een meting van die hoeveelheid wordt uitgegeven dan de meteoroloog.

Toch is ook deze reeds niet tevreden. Immers op zeer vele plaatsen schijnt de verdampte hoeveelheid de gevallen te overtreffen of althans daaraan zeer nabij te komen. Zie, behalve onze hieronder medegedeelde getallen, de Verhandeling van de heeren BOGENFIELD en G. J. SYMONS in *the British Rainfall 1869*, alwaar verscheiden beschrijvingen voorkomen en ook opgaven van Fransche en Engelsche Ingenieurs. Maar vanwaar dan de rivieren? Hoe zou dan in Engeland eene enkele rivier kunnen stroomen? Waarom zijn zij dan bij ons, waar wij vrij ver van de bergen gelegen zijn, tegen welke de wolken in veel grootere mate hare vochtigheid outladen, niet uitgedroogd. Vooral die kleinere rivieren in ons land, om daarbij te blijven, wier oorsprong niet in merkbaar hooger gelegen strecken ligt, waaraan hebben zij haar ontstaan te danken? Hoe kunnen zij blijven bestaan als zij voortdurend rechts en links met hare wateren de voortdurend dorstende gronden moeten drenken? En toch schijnt voor ons land tabel 4—8 het feit, dat er ongeveer evenveel verdampt als valt, uit de opgegeven getallen vast te staan.

De waarnemingen na 1866 verzameld geven met die van vroegere jaren dat resultaat aan.

Tegen deze nitkomst kan niets aangevoerd worden dan de bedenkingen: de toestellen zijn niet goed of niet goed geplaatst; de bodem is niet overal met water bedekt, terwijl toch de getallen slechts gelden voor eene wateroppervlakte; de hoeveelheid, die op den bodem neerslaat, is grooter dan men aangeeft. Laat mij met de laatste bedenking beginnen.

Ofschoon zij niet van allen grond ontbloot is, kan de ware

*) Alle tabellen heb ik, na het geheele jaar 1875 ten einde is, nog aangevuld.

hoeveelheid vocht uit de lucht neergeslagen niet aanmerkelijk grooter zijn dan de opgevangene.

De regenhoeveelheid toch wordt nauwkeurig genoeg gemeten, en van sneeuw, die trouwens hier niet zoo veelvuldig valt, kan toch ook geen merkbare hoeveelheid door verdamping aan de meting ontsnappen, omdat de trechter als hij gevuld is telkens binnen gebracht en dadelijk de daarin voorhanden hoeveelheid gesmolten en gemeten wordt. De zeer kleine hoeveelheden in fijne druppels, die niet meer in den bak kunnen vloeien, en met de kleine letter τ in de jaarboeken worden aangeduid, geven ook geen merkbaar bedrag. Echter is het wel waar, dat bij mistig en zeer vochtige lucht druppels vaak van de takken der boomen afvallen en er toch geen water wordt opgezameld in den regenmeter. En dan de dauw. Daardoor worden, ook als begroeiide grond heel wat ontvangt, de wanden van den regenmeter en den verdampingsmeter te nauwernood bevochtigd.

Terwijl dus aan den laatsten de daarop volgende verdamping water onttrekt, wordt die verdamping door den bodem en door de gewassen met vroeger gevallen dauw bekostigd. Zoo heeft dan die bodem of meer ontvangen dan de regenmeter aangaf, of minder verloren dan uit de aanwijzingen van den verdampingsmeter werd opgemaakt.

De eerste bedenking is tegen de uitdampingsmeters gericht en is weder tweërlei: tegen de fijnheid der meting of tegen de plaatsing.

De meting zelve wordt met genoegzame nauwkeurigheid verricht, hetzij men toestellen hebbe naar LAMONT, of naar PRESTEL, hetzij men het waterverlies bepale naar de overgebleven hoogte van het vocht, naar volumen of naar gewicht. Vooral kan er geen fout van eenige grootte insluipen bij bepalingen over grootere tijdruimten, waarvan voor ons vraagstuk sprake is.

Wel zijn de verdampingsmeters over het algemeen te klein. Wordt een verdampingsmeter van slechts $0,25 \text{ M}^2$ geplaatst in een omgeving, waar de vochtigheidstoestand anders kan zijn dan boven een uitgestrekte wateroppervlakte, dan neemt de lucht daar overheen stijkende ook uit dien $0,25 \text{ M}^2$ een andere hoeveelheid op. Vandaar dat aan den Helder, waar de oppervlakte grooter is, de verdamping iets geringer werd gevonden dan te Utrecht. In het laatste twaalftal jaren is dit veranderd

en valt er in de zomermaanden een derde meer dan vroeger. De Heer DE KRUIJFF kan geen andere oorzaak bedenken dan dat vroeger een zwart gemaakte ring om den verdampingsmeter stond. Misschien heeft die ring de zijdelingsche straling beter afgekeerd.

Het best, volkomen goed, handelt men wel in de Haarlemmermeer, alwaar de verdampingsmeter in water drijft. Zorgt men nu slechts, dat bij golving geen water in den uitdampingsmeter kan komen en de rand, die dat verhinderen zal, niet te hoog boven de wateroppervlakte uitsteekt, dan zou ik niet weten, welke bedenking men daartegen kan maken. Op die wijze wordt toch ook gewaakt tegen eene verhooging van temperatuur door werking van zon en lucht tegen de zijwanden. Het water van den uitdampingsmeter heeft dan geheel dezelfde temperatuur als de wateroppervlakte, waarvan men de verdamping kennen wil.

Een blik op de uitkomsten der Nederlandsche waarnemingen leert, dat die fout of niet gemaakt is, of dat zij geen grooten invloed heeft. Anders zou hare uitspraak op verschillende plaatsen niet zoo goed overeenstemmen. Ten overvloede heb ik dit voor Utrecht nog opzettelijk onderzocht.

Zoo blijft dan nog de tweede bedenking. Toegevende, dat men nauwkeurig kan te weten komen, hoeveel vroeger van de Haarlemmermeer verdween, nu van de Zuiderzee verdampt, zoo weet men daardoor nog niet, wat nu van den Haarlemmermeerpolder verdampt en later van de drooggemaakte Zuiderzee verdampen zal. Immers wordt bij inpoldering soms zout door zoet water vervangen, in elk geval gronden van verschillende soort drooggelegd, en een groot gedeelte daarvan met gras, klaver, gewassen, boomen bezet.

Naar gelang van deze verschillende gevallen verdampt van zoodanige oppervlakte nu een andere hoeveelheid dan vroeger van de wateroppervlakte, zoodat men een andere kracht van machines zal noodig hebben om een in cultuur gebrachten polder op een bepaald peil te houden: en dit niet alleen, omdat de kwel nu ook uit de diepte en van de omgeving water aanvoert, maar ook, omdat behalve de steeds werkende oorzaken, temperatuur, vochtigheid, wind, ook nieuwe omstandigheden haren invloed doen gevoelen, bijv. de meerdere of mindere droog-

heid der gronden, de meer of minder gevorderde en krachtige groei der planten in verschillende tijdperken.

Nog voor weinige jaren bezat men hieromtrent slechts zeer weinige en zeer onvoldoende gegevens. De algemeene opmerkingen van VON HUMBOLDT, van GIBARDIN in zijn *Cours d'Agriculture* en in zijn *Journal*, die VAN BEEQUEREL in zijn *Climats, et de l'influence qu'exercent les sols boisés et non boisés* en van anderen, hadden er wel de aandacht opgevestigd, maar het was toch nog niet tot meting gekomen, zelfs niet voor geheele bosschen. Men kan dus nog niet beslissen, in hoeverre nit den onregelmatigen afvoer of veranderde verdamping deze invloed kan worden verklaard.

De *Königsberger Faculteit* schreef daarom een prijsvraag uit over de hoeveelheden water, die van vershillende gronden en van planten verdampen.

Het antwoord van den Heer SCHULZE werd bekroond. Daar het echter berustte op proeven op te kleine schaal genomen en de proeven van UNGER en KNOP evenmin onmiddellijk antwoord op het vraagstuk geven, werd door het Prov. Utrechtsche Genootschap een soortgelijke vraag opnieuw uitgeschreven en eindelijk bekroond. De heer S. MILLER behaalde den prijs, de heer ENKLAAR, wegens zijn goed geschreven verhandeling, maar waarin niet op verdamping van planten gelet was, de premie. Toch is nog het proefondervindelijk onderzoek niet voldoende om de uitkomsten over geheele polders uit te strekken.

Ons geacht medelid Jhr. J. A. T. ORTJ heeft in zijne beschouwing over kwel en verdamping, *Versl. en Meded. der Kon. Akad. van Wet.*, Tweede reeks, XIII, reeds op de vele onzekerheden gewezen, waaraan de bepaling dier grootheden blootstaat. De belangrijke waarnemingen in de daarbij gevoegde tabellen, p 17—24, voorkomende, heb ik op andere wijze, naar de verschillende maanden van het jaar, in tabel 1, 2 en 3 vereenigd, en zijne vriendelijke hand heeft mij in de gelegenheid gesteld aan die uitkomst voor ieder der maanden ook de waarnemingen in 1877 (en 1878), na zijne mededeeling gedaan, toe te voegen.

Men ziet daaruit, hoe de bepaalde grootheden het eene jaar met het andere en met een uitkomst van meer jaren verschillen, en zal dus ook na zijne uitvoeriger berekeningen in het aange-

haalde opstel eerst zich nog wel het boven door mij beweerde kunnen vereenigen.

In 1873 heeft EBERMAIJER, Prof. der *Agriculturchemie* in Bayern, een grondig werk uitgegeven omtrent *die physikalischen Einwirkungen des Walds auf Luft und Boden*. Van blad. 143—232 vindt men belangrijke opgaven. Hij zegt: van een oppervlakte in een bosch verdampt minder, maar meer van een oppervlakte boschgrond met stroo bedekt, nog meer van den gewonen onbedekten grond in een bosch, en toch nog veel minder dan van denzelfden geheel vrijen grond.

In manuscript deelde hij mij mede, wat hij omtrent de hoeveelheden, die in de vrije lucht en in een bosch verdampen, in de jaren 1868—77 heeft waargenomen en hij veroorloofde mij daarvan gebruik te maken. Natuurlijk zou het onbescheiden zijn daarvan de details te publiceren. Dat komt aan EBERMAIJER zelve toe. Ik geef alleen een tabel, waar de waarnemingen op dezelfde wijze vereenigd zijn als die van den Heer ORTR, terwijl ik verzekert, dat zij voor eenzelfde maand van het enkele tot het dubbele uitreunloopen, dus niet minder dan de waarnemingen van 1877 en 1878.

De waarnemingen der verdamping van met water verzadigden boschgrond zijn veel minder volledig. Zij geven verschillende uitkomsten, naarmate de grond geheel vrij lag of naarmate ze in het bosch nog met maalden en zoo voorts bedekt of wel naakt was. Men ziet, dat de hoeveelheid, die van verzadigden boschgrond verdampst, niet zooveel verschilt van die, welke van een wateroppervlakte in de lucht wordt opgenomen.

Als de oppervlakte van den Spessart geschat wordt op 100000 Beijersche dagwerken, zoo verliest de bodem 4743 millioen Beijersche cubiekvoeten water minder dan indien al het hout gekapt ware. De bedekking van den grond alleen bespaart 1670 cub. voet water op die oppervlakte, waardoor de Main 33 dagen lang zou kunnen gevoeld worden. Op de regenhoeveelheden schijnt naar EBERMAIJER een bosch weinig invloed te hebben, ten minste in lagere strecken. Omtrent de hoeveelheden, die van de boomen zelve en van planten verdampen, worden oudere waarnemingen van SCHULLER, HAETIG, VOGEL.*) aangevoerd,

*; VOGEL, *Versuche über die Wasserdunstung auf bloßeltem und Unbedecktem Boden*, München 1867

maar op alle is toepasselijk wat zoo juist gezegd is door HANN in het *Oesterreichische Zeitschrift für Met.* VI, p. 12.

Zonder nu alle vroegere en latere onderzoekingen te vermelden, die buitendien in de na te noemen werken aangevoerd worden, vestig ik de aandacht op HABERLAND *) en vooral op WOLLNEY †).

De eerste vermeldt eerst proeven uit akkeraarde van gronden, die op schalen tot een dikte van 2.5 cent. meer of minder natgehouden werd, proeven zoowel van vroegere onderzoekers als SCHULLER en WOLFF, als ook van hemzelf. De besluiten, welke hij daaruit afleidt, kunnen ons niets geven, daar hier de omstandigheden al te zeer verschillen. Beter zijn reeds de proeven in glazen cilinders die 25—26 cent. lang zijn maar weer slechts 5.5 wijd.

HABERLAND heeft echter ook waarnemingen gedaan op planten. gerst, mais, haver, enz. en komt dan ook tot de uitkomst van UNGER, dat van een hectare haverplanten 227 mm. verdampen, gedurende den groeitijd. Verdubbelt men nu dat getal om rekening te houden van den tijd dat de haver nog niet en niet meer op het land is, dan zou men voor sommige strecken van Europa werkelijk meer verdamping vinden dan regen. Zeker is het dat gedurende den groeitijd doorgaans meer water door den begroeienden grond verloren wordt dan er op neer valt. Zeer komen ook in aanmerking zijne proeven met geheele planten, ongelukkig eenvoudig in water gezet en niet in gewone aarde zooals bij de proeven van HELLRIEGEL, die zorgde dat de planten konden blijven groeien en er lucht en een genoegzame hoeveelheid aan kon worden toegevoegd. Hij geeft dan aan, hoeveel water door verdamping verloren ging, in 87 tot 173 dagen en voor de gemeten oppervlakte der bladeren.

WOLLNEY en ook HANN merken terecht op, dat de som van de oppervlakte der bladeren geen maatstaf oplevert, omdat niet alle bladeren in even gunstige omstandigheden verkeeren, maar de onderste door de bovenste beschaduwd worden.

*) HABERLAND, *Wissenschaftliche praktische Untersuchungen aus dem Gebiete des Pflanzenbau*, München 1877.

†) WOLLNEY, *Der Einfluss der Pflanzendecken Beschattung auf den Physikalischen Eigenschaften und der Fruchtbarkeit des Bodens*, Berlin 1877.

WOLLNEY nu nam cilinders uit zink van 13 tot 22 cm. middellijn en 20 cm. hoogte, plaatste daarin een, twee of meer planten, zoodat zij elkander niet hinderden en bepaalde dan de hoeveelheid water, welke door middel van deze planten van een gegeven oppervlakte grond verdampften. Verder ging hij ook na, in hoever het watergehalte van den bodem daarop invloed uitoefent. Hij geeft dit in procenten op, die niet onmiddellijk ons een maat geven, maar waaruit de hoeveelheid dan toch met juistheid zou kunnen worden berekend. Terecht wordt er ook gewezen, dat het verschil maakt op den groei en de verdamping, of de planten dichter dan wel ijler staan, zoodat men geene evenredigheid kan opstellen, waar het betrekkelijk aantal planten de reden is. Voor de botanie zijn zijne onderzoekingen zeker bijzonder gewichtig, ook omdat hij de vochtigheid van den bodem telkens meet in verschillende lagen, en voor de meerdere of mindere losheid en doordringbaarheid van den begroeiden bodem. Hij erkent ook, dat bij het beantwoorden der vraag, behalve de hoeveelheid water die transpireert nog moet in rekening gebracht worden de hoeveelheid, die door den groei gebonden wordt *) en, waar hij de meening bespreekt door sommigen geuit, dat de grond uit de lucht water aan zou trekken, zegt hij terecht, dat dit zelden het geval is, als namelijk de grond reeds zeer droog is, en dat het dus bij begroeiden bodem zeldzaam zal voorkomen, omdat dan de dauw beter meelwerkt om den grond vochtig te houden. Letten wij hierop, dan zien wij dat er toch werkelijk een kleine vergoeding is voor de hoeveelheid, die de planten in de lucht voeren.

Naar deze metingen onttrekken de planten wel in den zomer maar niet het geheele jaar door meer aan den bodem dan er gegeven wordt; het schijnt zelfs niet eens in die mate waar te zijn, als wij dit reeds voor gras vermeldden in het Jaarboek 1866 I, 54; een genoegzaam juiste bepaling is er evenwel nog niet gegeven, zelfs niet na de laatste metingen van Dr. EBERMAYER, welke hij de goedheid had mij op mijn verzoek een paar weken geleden

*) Het is duidelijk dat men dit doen moet, evenals men van eigenwarmte van planten sprekkende behoort in het oog te houden, dat de plantengroei op zich zelf reeds koude teweegbrengt

te doen kennen en welke later door hem zullen worden uitgegeven. Ik heb ze op eenigszins andere wijze gegroepeerd en wil alleen de gewenschte uitkomst geven voor iedere maand en voor een paar van zijn stations. Men vindt die in Tabel 9 en 10.

Deze metingen betreffen niet zoozeer de verdamping van planten of bosschen als wel van den grond onder de boomen, en dat naarmate die grond al of niet met humus bedekt is. Voorts komen er ook bepalingen in voor van verdamping van drogen en natten grond.

Hoe gaarne had men tevens daarbij een opgaaf van een cordon van regenmeters rondom een bosch op eenigen afstand, zooals baron VAN MOLLENDORF *) het, ofschoon te kort, in Silezië gedaan heeft, of zooals WOJEIKOF, een van de geleerden, die het meest uit een hooger en algemeener standpunt de meteorologische verschijnselen overziet en in kaart brengt, in een pas verschenen verhandeling †) omtrent het zuiden van Rusland opmerkt, dat daar bijzonder de gelegenheid is regenhoeveelheden in boschrijke en nabijgelegen onvruchtbare streken te leeren kennen.

Alles wel overwegende zien wij, hoeveel er ook nu nog aan voldoende bepalingen ontbreekt. Met onze hulpmiddelen zijn wij nauwelijks tevreden; wij zien niet in hoe zij er ons zullen kunnen brengen en erkennen toch dat de oplossing van het vraagstuk van groot praktisch belang is. Daarom willen wij naar andere hulpmiddelen omzien, die ook meermalen maar op te kleine schaal aangewend werden. Ik bedoel de Lysimeters.

EBERMAYER heeft ze ook in zijn werk beschreven, maar geeft in zijn laatsten brief daartegen weer bezwaren te kennen. Binnen die Lysimeters zouden naar hem de gronden altijd vochtiger gevonden zijn dan onmiddellijk daarnevens. Wij gelooven gaarne dat zij den bodem niet volkomen in zijn natuurlijken toestand laten, maar weten niets beters.

Te Utrecht heb ik die doen vervaardigen, vier nevens elkan-
der; den eenen voor planten, den tweeden voor gras, een voor

*) VON MOLLENDORFF. In dit werkje *Die Regenverhältnisse Sileziens* wordt ook zeer sprekend de invloed der hoogte boven de zee voorgesteld, gelijk dit ook voor Engeland bewezen is door BUCHAN en SIMONS, en voor Saksen in het *Niederländisch Jahrbuch* 1869 II, 149.

†) UH WOJEIKOF'S *Mémoire*.

zandgrond en een voor klei, terwijl natuurlijk de verdamping van een wateroppervlakte afzonderlijk gemeten werd.

Het zijn zinken bakken drie palmen hoog en van onderen met een kraan voorzien, waaruit men water kan aftappen. Het terrein laat daar echter niet toe ze in den grond te graven.

Ze hebben tegenover in den grond gegraven Lysimeters het nadeel, dat zij niet op dezelfde hoogte staan met den omgeven den bodem, dat zij niet voldoende tegen temperatuurs-invloed van terzijde beschut worden, en dat het wegen, al zijn daartoe unsters gemaakt, bezwaarlijk geschiedt en licht lekken veroorzaakt.

Tegenover deze nadeelen staat het voordeel, dat men beter den graad van vochtigheid van den grond in die bakken kan beoordeelen dan zooals bij de anderen alleen op het gezicht.

EVERMAIJER beschrijft op pag. 20 een goede inrichting met dubbelen bodem, gelijk ook MILLER in zijn prijsverhandeling, maar er zijn nog weinig waarnemingen van bekend. De oppervlakte dezer Lysimeters behoeft, als men slechts de werking der gronden onderzoekt, niet zoo groot te zijn, ten minste niet als zij in dezelfde grondsoort ingegraven zijn, tenzij men er planten in geplaatst hebbe, omdat die in generlei opzicht in haren groei moeten belemmerd zijn. Voor dat laatstgenoemd onderzoek moeten zij ook grootere diepte hebben, waardoor zij kostbaarder worden. In den eersten tijd na hunne opstelling laten zij waarschijnlijk gemakkelijker het regenwater door en zijn dus de bovenste lagen droger dan de omgevende of natuurlijke lagen, waar de deeltjes zich meer geschikt hebben en niet door kleine doeltjes gecementeerd zijn. Ook zal men dezelfde voorzorgen moeten gebruiken, die ons geacht medelid STIELTJES heeft aangebevolen bij een onderzoek naar het doorlaten van kwel, om namelijk de wanden niet glad te maken.

Na eenigen tijd echter geloof ik dat zij ons zeer goed zullen kunnen leeren, wat er van de bekende hoeveelheid gevallen water in de gronden moet overgebleven zijn, na aftrek van het afgetapte water, en hoeveel dus door verdamping in de lucht is opgenomen,

Eene gedurig herhaalde analyse, hoeveel vochtigheid de verschillende lagen op 1, 2 en 3 decimeters diepte hebben, moge

voor botanici en in physiek opzicht gewenscht zijn, voor den waterbouwkundige is eene geregelde aftapping en bepaling van de inmiddels gevallen regenhoeveelheid voldoende, maar tevens, naar mij voorkomt, zeer gewenscht.

Terwijl het mij leed doet te moeten zeggen, dat ik de enkele bepalingen hier en daar gedaan nog niet voor voldoende houd, zal ik mij verheugen, indien ik op dit onderwerp de aandacht zooveel meer heb gevestigd, dat men tot proefneming met deze Lysimeters in het groot overgaat, natuurlijk in verschillende gronden en omstandigheden, opdat men toch eindelijk eens goede dengdelijke getallen verkrijge, waarnaar machinekracht en kwelhoeveelheid bij drooggemaakte polders gekozen en bepaald worden.

Mochten zoo nevens van de geschatte coëfficiënten, waarmede men de verdampingssnelheid van eene watervlakte vermenigvuldigt, om die op de verdampingshoeveelheid van andere gronden te herleiden, eens goedgekende grootheden komen. Ons geacht medelid Jhr. J. T. ORTT houde het mij ten goede, dat ik zelfs na zijn zoo nauwgezet onderzoek en vernuftige bepaling der coëfficiënten zulk eene contrôle niet geheel overbodig acht. Voor weinige duizenden guldens zouden deze proeven op genoegzaam groote schaal kunnen worden genomen. Deskundigen mogen beslissen of eene goede uitkomst niet voor ieder onzer provinciën meer waard is.

Utrecht, Juni 1878.

Tabel I.

 WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDAAN
 TE HELDER.

1877.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M. boven den beganen grond.					Aanmerkin- gen.
	2.30 M. boven den grond.	Gelyk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	
Januari	24.9	19.2	19.4	19.3	14.3	25.5	29.4	
Februari	21.3	16.0	17.3	19.6	13.6	23.8	26.7	
Maart	37.0	25.0	28.7	31.8	22.4	38.5	43.0	
April	52.4	56.7	60.1	60.1	40.3	77.8	94.1	
Mei	100.3	69.3	74.1	70.4	50.3	97.1	119.0	
Juni	153.7	108.8	110.3	91.9	72.3	129.6	185.8	
Juli	127.4	84.1	84.2	70.2	59.8	95.6	156.3	
Augustus	98.7	61.6	64.9	57.9	40.0	81.0	129.7	
September	78.8	44.7	48.8	46.0	35.0	65.6	88.2	
October	52.4	37.1	37.9	37.6	27.5	60.8	61.9	
November	26.1	19.4	19.7	18.5	13.7	24.9	30.1	
December	17.1	13.8	13.9	14.4	10.9	18.2	21.0	
Som	920.1	655.7	579.3	537.7	400.1	728.4	985.2	
Gem.	68.3	46.3	48.3	44.8	33.3	60.7	82.1	

Tabel 2.

 WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDAAN
 TE HELDER 1878.

1878.	Op den M ² water.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M. boven der beganen grond.					Aanmerkin- gen,
	2.30 M. boven den grond.	Gelijk met den grond.	Water	Klei.	Zand.	Teel- aarde.	Gras.	
	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	m.M.	
Januari	17.3	12.9	14.7	13.1	9.8	17.1	23.9	
Februari	14.7	10.5	10.7	10.8	7.8	13.5	17.0	
Maart	40.7	28.7	30.8	31.7	21.8	39.0	47.5	
April	74.6	53.2	56.0	52.8	39.8	67.8	89.1	
Mei	111.4	78.7	76.6	66.4	53.2	84.7	133.8	
Juni	123.0	84.8	97.7	69.3	61.0	91.6	149.7	
Juli	127.4	93.8	87.4	74.3	70.2	95.7	150.9	
Augustus	107.6	72.9	68.2	63.4	58.4	83.7	141.2	
September	70.1	43.7	41.9	41.7	34.7	55.5	99.0	
October	41.5	27.6	29.1	25.7	21.9	34.9	65.3	
November	22.1	17.6	17.0	15.5	13.0	20.4	29.3	
December	13.3	11.8	11.8	10.5	8.7	13.1	16.1	
Som	763.7	536.2	623.9	475.2	400.3	620.0	962.8	
Gem.	63.6	44.7	43.9	39.8	33.4	61.7	80.2	

Tabel 3.

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDAAN
TE HELDER 1869—1876.

MAAND.	Op den M ² water in mm.		Op $\frac{1}{10}$ M ² ter hoogte van 0.40 M. boven den begaenen grond in m.M.					Aanmer- kingen.
	2.30 M boven den grond	Gelyk met den grond.	Water.	Klei.	Zand.	Feel- aard.	Gras.	
Januari	19.5	14.0	14.6	13.0	9.7	16.9	27.9	
Februari	21.7	16.7	15.5	13.5	10.8	17.2	28.7	
Maart	47.4	32.1	30.8	27.0	21.0	35.6	59.5	
April	71.7	51.3	49.5	38.6	28.2	56.1	92.7	
Mei	104.8	75.5	73.7	58.9	42.1	84.5	167.6	
Juni	117.3	91.4	80.2	57.9	46.1	93.3	205.7	
Juli	131.8	101.7	90.2	65.9	51.6	103.7	235.3	
Augustus	109.8	77.6	73.9	55.7	43.7	80.6	187.1	
September	75.3	49.5	53.2	40.9	31.5	61.3	143.0	
October	42.7	26.8	27.8	24.9	19.8	35.5	74.3	
November	25.5	17.6	22.6	16.3	12.5	19.0	37.7	
December	16.8	13.9	13.6	12.8	9.3	17.6	25.5	
Som	757.3	571.4	545.6	423.4	326.5	622.2	1285.3	
Gem.	65.6	47.6	45.6	35.3	27.2	51.8	107.1	

Tabel 4.

WATERHOEVEELHEID UITGEDAMP

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mei.
1855	20.7	14.7	47.9	82.3	124.9
1856	14.6	26.1	72.5	98.5	113.8
1857	8.6	21.8	51.0	77.3	160.3
1858	10.8	42.9	63.2	112.4	127.5
1859	11.5	28.9	44.2	70.4	148.1
1860	13.1	21.5	36.7	80.0	117.3
1861	6.5	18.3	38.2	71.7	89.8
1862	7.7	18.5	55.0	86.7	123.0
1863	20.2	22.6	39.0	87.0	122.9
1864	13.9	17.4	57.4	106.8	115.2
1865	10.7	13.7	35.9	120.2	159.1
1866	17.9	22.7	33.0	95.2	110.8
1867	9.1	27.9	43.5	58.8	120.4
1868	12.0	31.0	41.1	74.1	155.3
1869	11.8	20.1	42.4	103.2	96.8
1870	16.6	35.3	43.3	118.6	144.0
1871	4.9	15.6	58.8	50.6	104.3
1872	11.9	25.0	44.0	70.4	97.9
1873	12.9	12.6	54.5	75.6	78.9
1874	12.3	15.7	35.7	104.1	114.9
1875	11.0	23.8	52.5	91.6	140.7
1876	11.4	14.8	47.7	86.3	128.6
1877	11.8	16.4	32.0	92.4	102.1
1878	8.3	10.9	34.6	111.8	97.8
Gem. 1855-66	13.02	22.43	47.83	90.71	126.06
Gem. 1867-78	11.17	20.76	44.18	86.46	115.47

UTRECHT IN MILLIMETERS.

	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar. som.
6	122.0	125.5	91.4	31.0	14.6	12.1	827.7
9	124.4	122.8	67.6	37.3	11.8	20.6	826.9
5	147.6	179.2	80.4	37.0	15.1	14.8	996.6
4	111.7	136.8	84.0	47.3	19.7	8.8	960.5
2	166.5	124.0	62.8	42.8	22.8	10.5	870.7
3	102.5	61.6	47.2	31.5	13.3	6.3	648.3
8	117.4	111.8	63.7	44.2	12.4	9.5	697.1
4	106.1	98.6	82.1	40.4	9.5	13.0	734.0
6	137.9	112.8	61.6	29.1	18.2	13.4	776.3
1	119.1	99.7	54.2	40.4	15.7	14.3	765.2
6	128.1	93.0	98.6	45.4	18.1	9.6	863.0
6	108.4	82.0	50.4	47.0	15.7	10.7	754.4
1	87.9	111.9	73.3	33.3	20.7	15.1	731.0
5	194.5	128.6	90.3	36.6	19.7	16.7	958.4
9	140.0	79.3	71.9	30.8	18.5	14.7	731.4
8	119.9	69.3	69.3	28.7	16.7	8.5	800.5
8	120.9	129.0	71.7	27.8	15.2	7.0	712.4
1	151.5	106.4	61.2	30.8	20.0	8.9	752.1
2	150.5	100.9	46.1	28.0	13.4	9.7	715.3
0	182.3	124.7	82.6	40.5	15.5	8.4	886.6
5	145.4	118.7	102.2	38.5	19.7	9.4	888.0
6	138.1	158.2	45.9	46.7	14.4	11.8	888.5
1	120.0	99.5	65.6	41.7	17.8	10.2	792.6
1	119.6	93.2	61.3	30.2	13.1	3.6	723.5
07	124.31	112.32	70.33	39.45	15.91	11.97	797.54
78	139.22	109.98	70.16	34.97	17.06	10.33	810.41

Tabel 5.

R E G E

	Januari.	Februari.	Maart	April.	Mei
1855	43.3	24.9	29.0	21.5	44.
1856	59.7	63.2	16.1	70.8	119.
1857	65.6	6.4	37.9	54.3	6.
1858	29.3	34.5	21.6	24.6	30.
1859	25.4	32.1	104.5	68.8	17.
1860	58.5	40.0	86.3	40.0	71.
1861	10.1	25.3	58.4	42.6	56.
1862	54.5	22.8	21.5	27.1	29.
1863	39.8	32.3	31.5	21.6	30.
1864	20.6	27.9	46.5	9.9	30.
1865	52.2	57.5	40.3	8.3	42.
1866	60.7	70.1	43.9	34.5	36.
1867	71.4	48.5	29.7	51.1	25.
1868	52.0	39.2	64.4	40.7	30.
1869	38.3	78.1	29.2	21.5	133.
1870	43.8	8.8	54.8	17.2	27.
1871	32.3	22.6	19.1	67.9	14.
1872	62.2	47.2	32.6	28.0	50.
1873	35.4	31.4	20.1	38.6	75.
1874	49.9	34.6	63.1	9.0	80.
1875	60.1	33.2	33.8	16.0	35.
1876	17.8	82.7	69.8	57.6	43.
1877	101.1	92.8	61.5	29.7	43.
1878	56.9	41.6	70.4	34.6	96.
Gem. 1855-66	43.31	36.42	44.79	35.33	42.
Gem. 1867-78	51.77	46.72	45.96	34.33	54.

E U T R E C H T.

	Jan.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar. Som.
6	141.6	53.8	21.8	120.2	28.7	55.7	630.9
1	49.9	88.4	72.5	13.9	104.6	52.7	760.7
3	69.8	40.5	67.6	33.4	30.4	13.8	449.4
2	107.6	148.2	33.3	53.0	19.4	72.0	637.9
7	65.1	67.9	80.7	67.6	52.4	58.4	677.9
4	54.2	73.2	73.5	51.3	55.2	28.8	680.8
0	67.1	70.4	98.6	2.6	80.0	18.6	663.1
0	92.0	62.5	40.0	93.7	24.5	58.7	589.9
1	27.4	67.2	82.2	29.0	38.5	68.1	524.7
0	19.7	85.1	79.5	31.3	35.2	10.4	459.7
5	183.5	162.5	8.6	76.8	25.7	10.9	710.2
2	108.1	84.5	123.4	10.3	115.5	84.3	812.6
9	107.7	33.9	79.9	63.9	33.8	74.5	686.1
3	20.9	95.1	21.8	59.8	28.2	96.9	564.4
8	40.2	85.1	77.6	99.2	81.2	67.0	795.9
5	64.0	173.9	46.1	113.4	45.1	113.0	731.3
7	132.7	20.3	71.3	70.5	46.0	43.8	620.1
1	89.3	74.3	108.8	136.4	87.8	106.9	878.7
0	36.3	70.5	105.5	69.3	26.9	14.1	576.3
9	40.4	51.4	119.7	53.6	98.2	51.8	694.1
3	138.3	157.3	77.5	38.2	108.4	28.8	777.5
5	32.3	61.5	143.3	34.3	55.9	59.0	703.7
7	82.2	127.2	38.1	66.9	85.8	70.0	826.1
3	28.9	113.5	52.3	61.3	97.4	50.5	733.2
01	82.17	83.68	65.14	48.59	50.84	44.37	715.64
08	67.77	83.67	78.49	72.28	66.23	64.72	633.15

Tabel 5.

UITGEDAMPT HELDER VAN 1 JANUARI

	Januari.	Februari.	Maart.	April.	Mai.
1867	21.0	28.8	34.5	50.4	79.3
1868	22.7	34.6	39.8	56.9	91.7
1869	14.9	51.6	54.1	81.8	104.8
1870	20.7	16.8	30.8	76.1	100.2
1871	12.4	18.3	48.9	51.5	101.1
1872	22.3	22.8	43.2	71.5	100.1
1873	28.0	22.0	58.9	71.2	78.6
1874	21.1	22.1	41.6	83.0	108.8
1875	19.4	23.0	37.0	66.9	113.7
1876	11.7	18.4	56.8	70.0	120.6
1877	23.7	13.6	35.9	72.4	100.3
1878	17.3	14.7	40.7	74.6	111.4
Gem. 1855-66	16.61	18.29	28.27	49.92	76.4
Gem. 1867-78	19.60	23.89	43.52	68.86	100.8

Tabel 6.

REGEN 1 JANUARI 1855-8

1867	84.0	41.0	20.2	68.1	86.1
1868	53.6	47.2	58.2	38.9	22.3
1869	32.4	65.9	47.8	32.3	54.6
1870	62.4	21.5	36.8	21.0	21.3
1871	19.9	35.7	13.0	56.8	15.6
1872	64.9	64.4	37.5	18.0	36.1
1873	54.2	46.6	21.2	26.8	38.3
1874	54.0	23.9	62.6	13.7	35.8
1875	66.3	39.1	24.7	12.6	17.6
1876	25.1	66.0	97.3	35.7	10.4
1877	99.7	96.2	67.5	34.4	26.6
1878	46.7	28.4	64.4	30.4	39.5
Gem. 1855-66	46.75	33.49	52.78	31.79	32.6
Gem. 1867-78	55.27	47.09	45.93	32.39	33.6

55—31 DECEMBER 1878.

	Juli.	Augustus.	September.	October.	November.	December.	Jaar.
7	72.9	94.8	74.0	42.9	31.4	25.6	651.3
1	165.5	142.2	92.9	66.5	33.8	34.4	943.1
6	120.7	97.1	94.1	47.1	32.9	21.2	821.9
5	107.5	95.4	69.7	43.2	23.1	13.9	695.9
6	130.8	128.5	75.3	17.6	23.3	19.7	729.0
4	147.0	109.0	92.2	40.9	35.2	23.1	831.7
2	143.0	104.1	81.2	41.4	23.8	17.4	785.8
0	147.4	129.5	71.9	54.8	20.4	21.2	846.8
5	182.0	106.8	86.7	38.9	23.5	11.6	795.0
4	126.0	11.9	55.5	47.8	22.1	16.2	689.4
7	127.4	98.7	78.8	52.4	23.1	17.1	800.1
0	127.4	107.6	70.1	41.5	22.1	13.3	763.7
08	81.55	78.02	61.09	46.62	25.69	17.86	583.44
64	128.97	102.13	78.52	44.58	26.48	19.56	779.63

DECEMBER 1878.

8	105.5	49.2	86.4	121.1	27.0	60.4	780.8
8	13.2	76.9	37.4	92.0	40.9	114.0	602.4
0	26.5	67.5	73.7	87.4	100.7	72.9	695.7
2	92.4	172.7	40.5	133.5	90.6	78.2	797.1
6	85.9	36.7	126.1	43.4	62.4	59.1	603.2
2	74.1	52.1	115.7	98.6	87.9	96.2	785.7
3	44.5	80.7	99.8	128.0	32.5	21.2	628.1
7	12.8	79.2	86.7	40.5	129.8	77.6	641.3
6	33.4	51.0	52.8	86.3	155.7	52.7	617.8
4	21.0	68.4	155.9	37.4	95.7	80.7	754.0
2	54.7	140.3	52.7	110.9	54.3	79.9	845.4
1	78.6	104.4	76.7	56.3	162.7	95.7	825.9
45	55.42	80.88	87.82	71.25	66.22	45.28	639.79
66	53.55	81.59	83.70	86.28	86.68	74.05	714.71

Tabel 7.

OVERZICHT VAN U I

UIT

		Januarl.	Februari	Maart.	April.	Mei
den Helder	1855-66	16.61	18.29	28.27	49.42	76.
"	1867-78	19.60	23.89	43.52	68.36	100.
Leeuwarden	1876-78	4.57	9.80	23.30	51.97	70.
Oudorp 1 Jan.	1860-78	18.30	23.44	36.74	59.06	81.
Leeghwater	1867-78	17.13	27.87	46.80	83.71	107.
Cruquis	1867-78	15.43	27.33	47.16	86.67	113.
Lijnden	1867-78	14.55	24.39	42.37	84.45	110.
Hoofddorp	1861-78	17.60	26.48	46.61	90.78	114.
Utrecht	1855-66	13.02	22.43	47.83	90.71	126.
"	1867-78	11.17	20.76	44.18	86.96	115.
(¹) Slijk Ewijk	1867-74	1.10	7.95	19.89	51.19	79.

Tabel 8.

den Helder	1855-66	46.75	33.49	52.78	31.79	32
"	1867-78	55.27	47.99	45.93	32.39	33
Leenwarden	1876-78	69.50	73.57	88.57	41.17	38
Oudorp 1 Jan.	1860-78	52.80	45.98	39.07	28.35	37
Leeghwater	1867-78	64.38	48.52	51.83	91.15	47
Cruquis	1867-78	53.97	43.44	48.19	35.76	42
Lijnden	1867-78	53.09	46.90	50.74	42.44	46
Hoofddorp	1861-78	54.47	48.43	53.64	38.58	92
Utrecht	1855-78	43.31	36.42	44.79	35.33	92
"	1861-78	51.77	46.72	45.96	34.33	54
(¹) Slijk Ewijk	1867-74	31.90	55.95	33.46	36.54	50

(¹) Zeer onvolledig de beide eerste en beide laatste maanden.

A M P I N G E N R E G E N.

MPT.

	Juli.	Augustus	September.	October.	November.	December.	Jaar. Gem.
08	81.55	78.02	61.09	46.62	25.69	17.86	48.68
64	128.97	102.13	78.52	44.58	26.48	19.56	63.90
63	86.70	85.23	43.20	21.00	5.70	3.80	41.70
20	81.11	70.64	52.90	38.20	27.30	33.85	47.86
85	112.37	95.01	61.78	33.68	21.45	16.80	61.79
11	127.62	104.32	67.71	34.81	22.00	15.70	65.56
53	135.28	102.09	95.45	32.13	18.82	14.08	64.41
14	120.31	97.80	70.01	36.54	21.12	27.48	65.88
07	124.31	112.32	70.33	39.45	15.91	11.97	67.51
78	139.22	109.98	70.16	34.97	17.06	10.33	66.94
18	103.78	69.15	41.71	10.66	8.90	—	44.10
45	55.42	80.88	87.82	21.25	66.22	45.28	53.32
66	53.55	81.59	83.70	86.28	86.68	74.05	59.56
00	18.77	140.33	99.23	76.60	108.23	85.07	75.63
28	56.25	98.37	99.28	83.37	74.54	86.21	62.34
45	56.56	105.43	98.11	109.33	88.57	77.12	69.56
93	64.66	105.52	90.16	99.93	79.55	64.30	64.17
54	65.83	101.93	94.64	108.50	83.71	72.47	67.86
50	68.83	102.18	92.47	92.07	80.05	93.93	68.26
61	82.71	83.68	65.14	48.59	50.84	99.37	52.77
98	67.77	88.67	78.49	72.28	66.23	64.72	59.62
30	48.77	67.56	53.73	74.57	54.94	—	49.95

WAARNEMINGEN VAN UITDAMPING GEDURENDE 1868—71
IN BEIJEREN IN CUB. ZOLL, OP 1 □ VOET ONDER DE LEIDING VAN PROF. EBERMAYR

	Aantal jaren.		Seeshaupt		Aantal jaren.	Ebrach		Aantal jaren	Johanneskreuz		Aschaffenburg.	
			in de vrije lucht	in 't Bosch.		in de vrije lucht.	in 't Bosch.		in de vrije lucht	in 't Bosch.	in de vrije lucht	in 't Bosch.
Januari	5	106.4	49.4		8	59.2	26.8	7	84.1	35.5	7	59.3
Februari	5, 4	129.6	59.5		7	84.9	38.4	6	100.3	55.9	8	72.7
Maart	7, 8	206.7	103.2		9	151.5	66.0	8, 9	145.7	86.9	8	148.9
April	8	221.5	91.6		10	296.9	178.9	10, 9	265.3	196.6	9	228.0
Mei	9, 8	313.8	101.4		10	362.7	183.5	10	352.0	196.9	9	270.4
Juni	9, 8	376.5	141.6		10	372.3	144.4	10	331.0	146.0	9	295.1
Juli	9, 7	367.7	115.2		10	420.8	168.7	9	372.2	133.0	9	251.2
Augustus	9, 8	376.2	133.0		10	391.7	158.7	8	365.0	175.3	8	217.6
September	9, 8	296.8	117.8		10	302.3	112.5	9	269.1	119.1	8	201.0
October	8, 9	185.6	76.8		9, 10	160.2	66.1	9	155.9	68.3	8	103.8
November	9, 7	156.1	84.3		10, 9	83.8	84.7	9	92.8	45.2	8	65.7
December	7	102.1	38.6		8, 7	46.9	21.8	7	54.5	31.3	7	60.3
Jaar		2636.7	1117.4			2733.2	1236.5		2357.9	1299.0		1907.1
Gem.		236.4	93.1			227.8	103.0		215.7	105.2		153.9
		Duschberg.			Rohrbrunn.			Attenfurth.				
Januari	2	51.0	13.5		6	76.2	39.0	5	51.5	20.1		
Februari	2, 1	42.0	48.5		6	86.2	41.2	4	83.9	30.1		
Maart	2, 3	90.0	21.0		8	202.5	98.2	6, 5	126.0	52.1		
April	4, 5	191.5	86.0		10	350.9	146.8	10	244.2	104.1		
Mei	9	243.0	137.8		10	323.6	129.1	10	202.8	145.8		
Juni	10	238.4	127.2		10	368.2	158.5	10	324.0	154.7		
Juli	10	267.8	143.6		10, 9	456.6	183.0	10	361.4	173.3		
Augustus	10	278.1	133.8		10	392.3	131.1	10	313.9	148.7		
September	10	215.5	97.3		10	340.5	167.7	10	250.5	115.1		
October	10	135.6	83.0		8	178.2	62.2	9	136.9	53.2		
November	8	37.7	20.3		7	85.2	37.1	5	67.7	27.4		
December	1	7.0	3.0		6	82.2	39.2	5	63.3	29.7		
Jaar		1947.1	920.0			2942.6	1173.1		2325.9	1068.3		
Gem.		153.9	76.7			245.2	97.8		193.8	89.0		

Deze getallen worden dus tot hoogten in millimeters
betreft door ze met 0.199 te vermenigvuldigen.

Het eerste getal in de kolom "aantal jaren" ziet op de verdamping van de vrije water-
pervlakte het tweede op de verdamping in het bosch, geteeld voor 1 vierk. Paa. voet.

**GEMIDDELDE UITDAMPING VAN MET WATER VERZADIGDEN
BODEM GEDURENDE 1868—1877**

in BALDEN, IN CUB. ZOLL. OP 1 □ VOET ONDER LEIDING VAN PROF. EBERMAIJER.

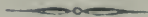
	Aantal jaren			Aantal jaren	Aantal jaren			Aantal jaren	Aantal jaren			Aantal jaren	Aantal jaren			
	1.	2.	3.		1.	2.	3.		1.	2.	3.		1.	2.	3.	
	—	—	—	—	3, 4	257.0	152.7	96.2	5	285.0	203.3	56.1	2	198.5	—	113.0
	4, 5	331.7	77.5	84.5	3, 4	312.5	155.2	73.7	8	349.4	219.7	82.5	5	215.0	—	—
	3, 3, 5	301.1	197.6	98.7	5	283.2	27.0	64.7	9	331.2	162.3	51.5	4	151.7	—	—
	4, 3, 4	312.0	172.0	94.0	5	370.0	141.3	41.2	8	332.0	141.1	49.9	5	225.9	—	—
	3, 6, 6	272.8	113.7	50.2	5	284.0	85.1	26.3	5, 7, 7	322.9	152.0	44.2	5	155.1	—	—
	4, 5, 5	332.0	173.5	71.1	5	301.1	92.7	84.6	8	270.9	95.9	24.4	5	127.2	—	—
	4, 4, 8	285.2	127.1	55.7	5	197.1	67.1	25.0	5	175.5	10.1	29.2	3	67.0	—	—
	—	—	—	—	1	113.0	90.0	70.0	1	199.0	95.0	28.0	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		Duschberg.				Rohrbrunn.				Attenfurt.				Deze getallen worden dus tot hoogten in millimeters herleid door ze met 0.199 te vermenigvuldigen		
	1	210.0	127.0	59.0	5	274.0	159.6	75.3	2, 4, 4	221.2	194.1	101.7				
	5	190.0	114.5	68.7	6	311.3	128.4	61.9	2, 5, 5	345.5	181.7	62.8				
	6	242.2	142.1	103.0	9	409.2	179.4	85.8	4, 9	277.7	143.6	47.1				
	9	216.2	130.3	83.6	8	429.4	235.4	114.4	4, 5, 5	311.9	205.5	53.0				
	9	215.2	91.0	69.7	9	400.2	177.9	77.1	4, 5, 5	195.5	143.9	40.1				
	9	142.2	100.7	85.2	9	331.7	101.2	46.6	4, 7, 7	203.3	90.3	36.4				
	5	137.2	71.7	64.2	5	210.1	106.1	28.5	3, 4, 4	123.7	94.9	19.5				
	—	—	—	—	1	39.0	27.5	14.3	—	—	—	—				
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				

De Kolommen bevatten de gemiddelde hoeveelheden verdamp: 1 van eene vrije oppervlakte, 2 van eene oppervlakte in het bosch zonder bedekking met stroo, 3. met bedekking.

OVER HET
VOORKOMEN VAN HALSRIBBEN

BIJ DE
SCHILDPADDEN.

DOOR
C. K. HOFFMANN.



I.

In het algemeen neemt men gewoonlijk aan, dat bij de schildpadden aan de halswervelen dwarse uitsteeksels, zoowel als ribben ontbreken. Een nauwkeuriger onderzoek toont intuschen aan, dat deze mededeeling niet volkomen juist is, en dat bij de schildpadden aan de halswervelen, wel is waar kleine, maar toch zeer duidelijk als ribben te onderscheiden aanhangels worden aangetroffen. Aan alle halwervels, met uitzondering van den eerste, bemerkt men aan het voorste einde in de onmiddelijke nabijheid van het gewrichtshoofd of van de gewrichtskom (bij de schildpadden komen zoo als bekend is, in de hals zoowel procoelische, als opisthocoelische en dicoelische wervels voor) aan beide zijden een klein, stomp, gewoonlijk slechts zeer weinig in het oog springend uitsteeksel voor. Van alle onderzochte schildpadden, maakt alleen het geslacht *Chelodina* eene uitzondering. Bij dit geslacht toch, komt niet aan het voorste gedeelte van den wervel een klein, stomp, maar een zeer duidelijk, bijna de geheele lengte van het wervellichaam innemend uitsteeksel voor, dat in het midden van het wervellichaam het sterkst ontwikkeld is, naar voren en achteren gaandeweg zich verliest en aan de beide einden van den wervel geheel verdwenen is.

Maakt men nu door het bovengenoemde, aan het voorste

elnde der halswervels voorkomende, stompe uitsteeksel fijne doorsneden van in Acidum chromium van 0.5 μ Ct. ontkalkte wervels en kleurt men deze doorsneden met purpurin of met pikrokarmijn, dan leert het onderzoek het volgende: Fig. 1 is zulk een doorsnede van een zeer jong exemplaar van *Chelonia imbricata*. De bovenste bogen en het wervellichaam bestaan uit kalkkraakbeen, slechts in de onmiddellijke omgeving van de Chorda dorsalis, is, onder resorptie der kraakbeenige tusschenschotten, de vorming van mergruimten begonnen. Tusschen wervelboog en wervellichaam bemerkt men een hyalin kraakbeenige streep, die lateraalwaarts zich zeer sterk verbreedt en zoo het even vermelde stompe uitsteeksel vormt. Volkomen op dezelfde wijze verhouden zich *Chelonia caucana* en *Sphargis cariscea*. Ook bij volwassen dieren, behoorende tot het geslacht *Chelonia* blijven wervelboog en wervellichaam door een kraakbeennaad van elkander gescheiden en zet deze kraakbeennaad zich in het eveneens kraakbeenig blijvend uitsteeksel voort. (Vergelijk fig. 2). Bij volwassen dieren van het geslacht *Chelonia* blijft dit uitsteeksel echter niet zuiver hyalin kraakbeenig, maar wordt meer of min in vezelkraakbeen omgezet.

Tusschen de kraakbeencellen toch bemerkt men uiterst fijne vezelen (bindweefselbrillen), na kleuring met pikrokarmijn neemt dit kraakbeen eene intensief roode kleur aan, terwijl het hyaline kraakbeen op dezelfde wijze behandeld, niet of slechts uiterst bleek gekleurd wordt.

Welke morphologische beteekenis dit uitsteeksel dus heeft, laat zich bij de zeeschildpadden niet bepalen; onderzoekt men echter andere schildpaddengeslachten, dan is het niet moeielijk om aan te tonen, dat dit uitsteeksel een rib voorstelt, die bij de zeeschildpadden op een indifferente (lagere) trap van ontwikkeling blijft staan.

Op dezelfde wijze vervaardigde doorsneden van jonge dieren, behoorende tot het geslacht *Testudo*, vertoonen namelijk ongeveer dezelfde beelden als die van *Chelonia* en *Sphargis*; ook hier vindt men wervelboog en wervellichaam van elkander gescheiden door een hyaline kraakbeennaad, terwijl deze naad zich eveneens in het nog hyalin kraakbeenige stompe uitsteeksel voortzet. Bij oudere dieren van het geslacht *Testudo* daarentegen, vindt men

dit uitsteeksel verbeent. Een nog volkomen hyaline kraakbeen-naad scheidt echter dit uitsteeksel zoowel van den wervelboog als van het wervellichaam, terwijl boog en lichaam door een voortzetting van deze hyaline kraakbeen-naad eveneens van elkander worden gescheiden. Wanneer men nu bedenkt, dat het dwarse uitsteeksel altijd onmiddelijk van nit den bovensten boog verbeent, dat daarentegen de rib dit nimmer doet, maar altijd zelfstandig verbeent, dan is de mogelijkheid, dat dit uitsteeksel een processus transversus voorstelt al dadelijk uitgesloten en kan het dus alleen een rib zijn, die bij het geslacht *Testudo* door een dunne kraakbeen-naad van wervelboog en wervellichaam gescheiden blijft. Of ook bij geheel oude dieren de kraakbeen-naad verdwijnt, en synostose įntreedt, kan ik niet aangeven, aangezien ik niet in de gelegenheid ben geweest dit te onderzoeken. (Vergl. fig. 3).

Terwijl dus de kleine halsribben bij de zeeschildpadden altijd kraakbeenig blijven, bij de landschildpadden wel is waar verbeenen, maar altijd door een kraakbeen-naad van wervelboog en wervellichaam gescheiden blijven, komt het daarentegen bij de *Emydae* en *Trionycidae* tot een volkomen vergroeiing dier halsribben met wervelboog en wervellichaam, hetgeen ook van de beide laatstgenoemde stukken geldt. Onderzoekt men hier eveneens jonge dieren. (fig. 4) dan blijkt het, dat ook hier de halsribben zelfstandig verbeenen, in den beginne nog door een dunne, smalle kraakbeen-naad van wervelboog en wervellichaam gescheiden zijn en dat met het vergroeiën van boog en lichaam onderling, ook de kraakbeen-naad tusschen beide genoemde stukken en de rib verdwijnt, zoodat het uitsteeksel zich bij volwassen dieren als een processus transversus vertoont, i. e. als een deel van den halswervel zelve. De halsribben verhouden zich hier dus evenzoo als ik vroeger voor de staartribben der schildpadden heb aangetoond *).

Zoo als reeds boven is vermeld, komt bij het geslacht *Che-lodina* aan beide zijden van het wervellichaam een zeer duidelijk ontwikkeld uitsteeksel voor. Of dit uitsteeksel hier eveneens

*, *Untersuchungen zur vergl. Anatomie der Wirbelthiere*, IX. *Über Morphologie der Rippen*. *Niederr. Archiv f. Zoologie*, Bd. IV, S. 1878.

zelfstandig verbeent, kan ik niet aangeven, aangezien ik slechts men volwassen individu onderzoeken kon. Dunne doorsneden toonden duidelijk aan, dat werveboog en wervellichaam hier geheel met elkander, zoowel als met het zijdelingsche uitsteeksel vergroeid waren. Hoogst waarschijnlijk zal ook echter hier een onderzoek bij jonge dieren aantonen, dat deze uitsteeksels zelfstandig verbeenen, dat is, ribben voorstellen, die eerst later door synostose met werveboog en wervellichaam vergroeien even als bij Emydae en Trionycidae.

Wij vinden dus bij de schildpadden aan alle halswervels, met uitzondering van den eerste, rudimentaire ribben. Bij de zeeschildpadden blijven deze rudimentaire ribben het geheele leven door kraakbeenig; bij de landschildpadden verbeenen zij wel is waar, blijven echter door een kraakbeenmaad van den werveboog en het wervellichaam gescheiden; bij de Emydae en Trionycidae daarentegen vindt men de evengenoemde kraakbeenmaad bij jonge dieren nog aanwezig, bij ouderen daarentegen verdwijnt zij en vormt dus de rib, nadat synostose ingetreden is, met den werveboog en het wervellichaam een samenhangend geheel.

In eene vroegere mededeeling heb ik trachten aan te toonen, dat de ribben als intervertebrale sceletstukken beschouwd moeten worden, die zelfstandig uit de sceletogene laag, welke de chorda omgeeft, uitgroeien, int een eigen beenkern ossificeren en in de meeste gevallen aan de borstwervels bewegelyk verbonden blijven. Bij de zoogdieren en bij de schildpadden waar de wervels in de borststreek, gedurende het geheele leven, door tusschenwervelstukken met elkander vereenigd zijn, zien wij, dat de ribben ook hare oorspronkelijke intervertebrale plaats blijven behouden. Daar, waar zoo als in de talryke andere gevallen, de intervertebrale stakken verdwijnen en plaats maken voor hoogere ontwikkelingsstanden, met andere woorden, daar waar zich uit de tusschenwervelgedeelten de gewrichtshoofden en de gewrichtspannen ontwikkelen, moeten de ribben natuurlijk ook hare oorspronkelijke intervertebrale plaats opgeven en vertebraal worden. De verhoudingen die de ribben aan de halswervels vertoonen, staven op nieuw deze stelling. De rudimentaire hal-ribben toch, komen bij de schildpadden, met uitzondering

van het geslacht *Chelodina*, altijd aan het voorste gedeelte der halswervels voor, met andere woorden, daar waar bij de procoelische wervels de gewrichtshoofden, bij de opisthocoelische de gewrichtskommen zich bevinden en nu weten wij, dat de gewrichtshoofden en gewrichtskommen altijd uit de intervertebrale stukken zich vormen.

Ofschoon ik niet in de gelegenheid geweest ben embryonen te onderzoeken, is het a priori toch hoogst waarschijnlijk, dat even als aan de borstwervels bij de hagedissen, ook aan de halswervels bij de schildpadden, de halsribben met de intervertebrale sceletstukken oorspronkelijk een samenhangend geheel vormen en dat bij vorming van gewrichtshoofden bij de procoelische of van gewrichtskommen bij de opisthocoelische wervels, de rib als een aanhangsel van den wervel zich vertoont, daar waar wervelboog en wervellichaam in elkander overgaan.

OVER DE VERHOUDING VAN DEN ATLAS EN DEN
EPISTROPHEUS BIJ DE SCHILDPADDEN.

II.

Onze eerste nauwkeurigere kennis over de verhouding van den atlas en den epistropheus bij de schildpadden zijn wij aan CUVIER *) verschuldigd, die daarvan de volgende beschrijving geeft. «L'atlas des tortues est composé de quatre pièces. Les deux premières, unies en dessus en une légère proéminence épineuse, après avoir entouré le canal vertébral et donné en arrière chacune son apophyse articulaire, viennent concourir avec une troisième fort petite à la formation de l'anneau qui reçoit le condyle de la tête: je dis anneau, parce que dans le squelette cette fossette est ouverte, et que son fond est rempli par une quatrième pièce qui est un véritable corps de vertèbre sans partie annulaire, et qui, présentant une face antérieure convexe dans le vide dont je viens de parler, s'articule en arrière par

*) G. Cuvier, *Recherches sur les ossements fossiles* Tom. V. IIe Partie, p. 207, 1824 Paris.

une face concave sur le corps de l'axis. Cette pièce, représente l'apophyse odontoïde de l'axis des mammifères. Sur leur jonction, en dessous, est encore attaché un petit os fait à peu près comme une rotule.

Ce qui prouve que cette pièce, analogue à l'odontoïde, est dans le fait le corps de l'atlas, c'est que dans le matamata (*Chelys fimbriata*) elle se soude aux trois premières, et prend toute la forme d'une vertèbre, s'articulant avec l'axis, et pourvue, comme lui, en dessous d'une crête longitudinale, et sur les côtés de petites apophyses transverses."

Geheel in overeenstemming met die van CUVIER luiden de mededeelingen van RATHKE *) zoo als uit de volgende regelen blijkt. «Es kann daher wohl keinem Zweifel mehr unterliegen, dass bei allen denjenigen Wirbelthieren, welche einen Processus odontoideus, oder — um die von BERGMANN †) gewählte weit passendere Benennung zu gebrauchen — ein Os odontoideum besitzen, dieses der eigentliche Körper des Atlas, dagegen der sogenannte Körper dieses Wirbels nur ein accessorisches Knochenstück oder morphologisches Element, und zwar ein modificirter unterer Dornfortsatz ist. Bei den Embryonen von Testudo und Chelonia, wie auch bei der jungen Sphargis, fand ich den sogenannten Zahnfortsatz, in eben solcher Weise verknöchert, wie den Körper des Epistropheus, und wie überhaupt die Körper der Halswirbel bei demselben Individuum. Ferner war er mit dem Körper des Epistropheus ebenso durch eine Knorpelscheibe verbunden, wie bei den genannten in der Entwicklung begriffenen Seeschildkröten der Körper dieses Wirbels mit dem des nächstfolgenden. Auch ging durch ihn die Rückensaite ganz so, wie durch einen Wirbelkörper hindurch. Die Bogenschenkel, die ursprünglich zu ihm gehörten, hatten sich schon ganz von ihm abgelöst, dieselben sind durch zwei von ihren unteren Enden abgehende fibröse Bänder mit einem kleinen Skeletstücke (Schlussstück des Atlas), das unter dem Zahnfortsatze lag in Verbindung gesetzt und bildeten zusammen mit diesen

*) H. RATHKE: *Über die Entwicklung der Schildkröten* Braunschweig 1845.

†) C. BERGMANN, *Einige Beobachtungen und Reflexionen über die Skeletsysteme der Wirbelthiere*, Göttinger Studien 1846.

Theilen schon einen um den Zahnfortsatz gelegenen weiten Ring, oder den Atlas. Das erwähnte Skeletstück, oder der nachherige untere Bogen des Atlas, der auch wohl der Körper des Atlas genannt worden ist, war mässig gross und theilweise knöchern, theilweise knorpelig.

Bij de schildpadden treedt dus het merkwaardige verschijnsel op, dat terwijl bij enkele — zoo als bij de door CUVIER beschreven *Chelys fimbriata* — de eerste en tweede halswervel zich volkomen, zoo verhouden als de overige halswervels, bij de meeste andere daarentegen diezelfde eigenaardige modificatie in de onderlinge verhouding van den eersten en tweeden halswervel zich vertoont die men in het algemeen bij alle overige Amnioten, dit is bij alle reptilien, vogels en zoogdieren ontmoet. Intusschen is *Chelys fimbriata* niet de eenige repraesentant onder de schildpadden, wiens eerste en tweede halswervel, die der overige volkomen gelijkvormig is. Volgens PETERS *) is de verhouding bij *Hydromedusa Maximiliani* (*Emys Maximiliani* Mikau.) evenzoo en hetzelfde vond ik bij *Chelodina longicollis*, waar eveneens de eerste en de tweede halswervel geheel op dezelfde wijze gebouwd zijn als de overige halswervels, zoodat dit kenmerk missehien voor de geheele groep der Chelydae geldt. Onderzoekt men nu ook andere geslachten, dan is het niet moeilijk tusschen de beide uiterste gevallen, namelijk het eene, waarin de atlas uit vier afzonderlijke stukken bestaat, — en waarvan dan een stuk met den epistropheus is vergroeid en diens processus odontoideus vormt — en het andere, waarin atlas en epistropheus volkomen zoo als de andere halswervels zich verhouden, verschillende overgangsvormen aan te toonen.

Met uitzondering van de zoo even genoemde afwijkingen, bestaat de atlas dus uit vier stukken waarvan een met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel verbonden, diens processus odontoideus vormt, terwijl de drie andere stukken te samen den ring van den atlas vormen, namelijk de beide boogstukken en het sluitstuk, het laatste wordt dan door RATHKE

*) W. PETERS. *Observationes ad anatomiam cheloniurum. Diss. inaug.* Berlin 1838 en verder in MULLER's *Archiv* 1839, p. 280.

met een onderste doornuitsteeksel vergeleken, terwijl de processus odontoidens het lichaam van den atlas voorstelt. Sluitstuk en boogstukken vormen dus met elkander een ring, den ring van den atlas, en deze ring wordt door een fibreusen band, het ligamentum transversum in twee kanalen verdeeld, een bovenste grootere opening, waardoor het ruggemerg heengaat en een onderste kleinere voor de opname van den processus odontoidens.

Zeeschildpadden. Fig. 5 stelt een sagitaalsnede voor door occipitale basilare, processus odontoidens en den tweeden halswervel van een nog zeer jong exemplaar van *Sphargis coriacea*. De chorda vertoont even als bij de overige halswervels der schildpadden, zeer duidelijk met elkander afwisselende bredere en smallere gedeelten en wel in dier voege, dat de chorda in het wervellichaam het breedst, aan de gewrichtseinden daarentegen, dus daar, waar de gewrichtskop van den eenen wervel in de gewrichtskom van den andere geleedt, het smalst is. Volkomen zoo verhoudt de chorda zich in den processus odontoidens. Het occipitale basilare bestaat voor het grootste gedeelte nog uit hyalin kraakbeen, naar het sphenoidale toe gaat het over in kalkkraakbeen en hier en daar is onder resorptie der verkalkte tusschenschotten de vorming van mergruimten reeds bezonnen. De processus odontoidens bestaat eveneens voor het grootste gedeelte nog uit hyalin kraakbeen, alleen in het midden heeft het hyaline kraakbeen plaats gemaakt voor kalkkraakbeen, aan den bovenrand van het kalkkraakbeen bemerkt men een dunne perichondrale beenlaag. Denzelfden bouw vertoont het lichaam van den tweeden halswervel, terwijl het sluitstuk van den atlas eveneens nog geheel uit hyalin kraakbeen bestaat. Het occipitale basilare wordt met den processus odontoidens door een weefsel verbonden, hetgeen men het best met den naam van vezelkraakbeen bestempelen kan, namelijk door zijn fibrillair bindweefsel, waarin talrijke kraakbeencellen gelegen zijn. Een zelfde weefsel verbindt de processus odontoidens met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel, alsmede het sluitstuk van den atlas met den processus odontoidens en met het occipitale basilare. Het voorkomen van dit vezelkraakbeen tusschen genoemde stukken wijst

er dus op, dat zij hoogstwaarschijnlijk vroeger een samenhangend geheel hebben gevormd.

Fig. 6 is een loodrechte dwarse doorsnede door den atlas, van een zeer jong individu van *Chelonia cauana*. Het sluitstuk (*) bestaat gedeeltelijk nog uit hyalin kraakbeen, gedeeltelijk is het reeds in kalkkraakbeen omgezet. Hetzelfde geldt van de boogstukken, terwijl de processus odontoides nog geheel uit hyalin kraakbeen bestaat. Het hyaline kraakbeen der beide boogstukken gaat onmerkbaar in het ligamentum transversum over, het laatste bestaat nog geheel uit vezelkraakbeen. De processus odontoides wordt met de beide boogstukken en met het sluitstuk van den atlas door een weefsel verbonden, dat in het centrale gedeelte nog geheel hyalinkraakbeenig, in de peripherische gedeelten daarentegen meer uit vezelkraakbeen bestaat. Sluitstuk en boogstukken hangen met elkander door fijn fibrillair bindweefsel samen, waarin nog talrijke kraakbeencellen zijn afgezet en dit weefsel gaat onmerkbaar zoowel in het hyaline kraakbeen van het sluitstuk als van de boogstukken over. Zeer duidelijk wordt dit weefsel, wanneer men de doorsneden kleurt met pikrokarmijn. Het wordt dan intensief rood gekleurd, terwijl het hyaline kraakbeen slechts eene licht roodachtig geele tint aanneemt.

Uit het medegedeelde van *Sphargis* en *Chelonia* mag men dus wel besluiten, dat processus odontoides, boogstukken en sluitstuk oorspronkelijk een samenhangend geheel vormen en dat met de differentiatie van den processus odontoides tot een eigen sceletstuk, de boven dit stuk gelegen, de beide bogen verbindende kraakbeenstreep in vezelkraakbeen (het ligamentum transversum) is omgezet, dat het sluitstuk van de beide boogstukken zich heeft afgescheiden en dat het tusschen processus odontoides, sluitstuk en boogstukken overgebleven kraakbeen zich in een bandmassa heeft omgezet, die den processus odontoides aan die stukken verbindt (ligamentum accessorium). Dat dit werkelijk zoo is, zal nog duidelijker worden, bij de beschouwing van andere geslachten.

Onderzoekt men volwassen zeeschildpadden van het geslacht *Chelonia*, dan blijkt het dat de processus odontoides bewegelijk verbonden is, met den epistropheus door een hoogst eigen-

aardig weefsel (zie fig. 7) hetwelk deels uit een meer fijnkorrelige, deels uit een meer fijn gestreepte grondzelfstandigheid bestaat en door behandeling met pikrokarmijn rood gekleurd wordt. In deze grondzelfstandigheid ziet men grootere en kleinere, scherp begrensde mazen, waarin men zeer dikwijls wandstandige kernen ontmoet, terwijl ook hier en daar in de grondzelfstandigheid zelve ovale kernen worden aangetroffen. De boven het ligamentum transversum gelegene gedeelten der boogstukken zijn geheel verbeend, de daaronder gelegene gedeelten, zoowel als het sluitstuk verhouden zich daarentegen anders. (Zie fig. 8.) De laterale gedeelten van al die gemiddelde stukken bestaan voor het grootst gedeelte uit kalkkraakbeen, slechts van buiten door eene dunne periostale beenlaag gedekt. De mediale gedeelten daarentegen zijn nog geheel kraakbeenig. De grondzelfstandigheid, waarin de kraakbeensellen zijn afgezet, is echter anders, dan bij het hyaline kraakbeen. In de eerste plaats worden aan doorsneden, die ontnomen zijn van in chromzuur ontkalkte voorwerpen, de grondzelfstandigheid duidelijk rood gekleurd, terwijl deze van op dezelfde wijze behandeld hyalin kraakbeen niet of bijna niet gekleurd wordt; ten tweede is die grondzelfstandigheid niet homogeen, maar deels uiterst fijn korrelig, deels zeer fijn gestreept. Het is als of die grondzelfstandigheid in een meer of minder uiterst fijn fibrillair bindweefsel is veranderd. Gelijktijdig is dit weefsel veel vaster en veel meer weerstandbiedend dan het hyaline kraakbeen. Boogstukken en sluitstuk worden met elkander door straf bindweefsel verbonden.

Trionycidae Fig. 9 is een loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een zeer jongen *Trionyx javaniensis*. De processus odontoides is nog geheel kraakbeenig. Die gedeelten der boogstukken, die het foramen spinale omsluiten bestaan uit kalkkraakbeen, de onder het ligamentum transversum gelegene gedeelten, die met het sluitstuk het kanaal voor den processus odontoides vormen, zijn in hun laterale gedeelten min of meer vercalcit kraakbeenig, terwijl de mediale gedeelten nog hyalin kraakbeenig zijn. Aan de peripherie bevindt zich eene dunne periostale beenlaag. Even als de boogstukken verhoudt zich het sluitstuk. Boogstukken en sluitstuk vormen nog een

menhangend geheel en het hyaline kraakbeen van de boogstukken zet zich onmiddelijk in dat van het sluitstuk voort. Fig. 10 is eveneens eene loodrechte dwarse doorsnede, die eenigzins schuins getroffen heeft en bijna geheel aan het achtereinde van het sluitstuk valt. Het sluitstuk bestaat geheel uit kalkkraakbeen, van de boogstukken zijn die gedeelten, die het ruggemerg omsluiten, reeds in mergbeen veranderd, terwijl de onder het ligamentum transversum geplaatste stukken, die met het sluitstuk het kanaal voor den processus odontoides vormen, aan de laterale gedeelten uit kalkkraakbeen, in de mediale gedeelten nog uit hyalin kraakbeen bestaan. Aan de eene zijde hangt het boogstuk met het sluitstuk nog volkomen door hyalin kraakbeen te samen, aan de andere zijde, waar de snede het achtereinde van het sluitstuk heeft getroffen, hangt boogstuk en sluitstuk mediaalwaarts eveneens nog geheel door hyalin kraakbeen, lateraalwaarts daarentegen door vezelkraakbeen samen, welk vezelkraakbeen onmerkbaar in het hyaline kraakbeen overgaat. Fig. 11 eindelijk is een doorsnede door de boogstukken van den atlas en den processus odontoides. In den laatste is de chorda nog aanwezig en rondom de chorda is de verbeening reeds duidelijk aangevangen. Onderzoekt men nu ook volwassen dieren dan blijkt het, dat sluitstuk en boogstukken met elkander steeds onmiddelijk samenhangen en wel door hyalin kraakbeen, hetwelk van de boogstukken onmiddelijk in dat van het sluitstuk zich voorziet, zooals dwarse doorsneden het zeer duidelijk vertoonen. Bij de Trionycidae komt het dus nimmer tot een scheiding van boogstukken en sluitstuk, zij blijven integendeel met elkander in voortdurenden samenhang. (Vergelijk fig 12).

Volkomen op dezelfde wijze verhouden zich de landschildpadden. Aan sagittalsneden is het niet moeielijk om aan te toonen, dat de chorda in den processus odontoides zich volkomen zoo verhoudt als in de lichamen der andere halswervels en dat de processus odontoides met den epistropheus bij jonge dieren verbonden wordt door een weefsel, dat uit zeer dicht op elkander gedrongen kraakbeencellen bestaat en waarin een duidelijke differentiëring tot bindweefsel zichtbaar is. Aan loodrechte doorsneden, door den atlas, zoowel bij jonge als bij vol-

samen dieren (vergelijk Fig. 13 en Fig. 14) blijkt verder, dat even als bij de Trionycidae ook bij de landschildpadden, boogstuk en sluitstukken een samenhangend geheel maken en dat bij de later opredende ossificatie, het nooit tot ~~e~~ne scheiding in den samenhang tusschen de drie genoemde stukken komt, maar dat de mediale gedeelten van het sluitstuk en van die delen der boogstukken, die onder het ligamentum transversum zijn gelegen steeds kraakbeenig blijven en dat dit kraakbeen van de boogstukken zich onmiddellijk in dat van het sluitstuk voortzet. Onderzoekt men alleen gedroogde sceletten dan is het kraakbeen tusschen boogstukken en sluitstuk in elkander geschrompelt en vertoont er zich een schijnbare naad tusschen boogstukken en sluitstuk, waardoor het den schijn heeft, alsof die stukken niet met elkander onmiddellijk samenhangen, maakt men daarentegen gebruik van wervels, die of aan versehe of aan in spiritus bewaarde dieren ontnomen en in chroomzuur ontkalkt zijn en vervaardigt men van op zulke wijze behandelde wervels loodrechte dwarse doorsneden, dan eerst kan men zich een juiste voorstelling vormen van de verhouding der drie stukken onderling, die samen den ring van den atlas vormen.

Terwijl dus bij vele (misschien alle Chelydae, de eerste en de tweede halswervel zich volkomen zoo verhouden als alle andere halswervels, bestaat de atlas daarentegen bij de andere schildpadden uit vier stukken, van deze vier is er een met het gewichtshoofd van den epistropheus bewegelijk verbonden en vormt diens zoogenaamden processus odontoidens. De drie andere stukken vormen met elkander den ring van den atlas, bij Emydæ, Trionycidae en Landschildpadden blijven deze drie stukken met elkander in voortdurenden samenhang en worden met elkander door kraakbeen vereenigd. Bij de zeeschildpadden daarentegen scheidt het sluitstuk van de beide boogstukken zich af en wel reeds in een zeer vroeg ontwikkelingsstadium en treedt met de beide boogstukken door straf bindweefsel in verbinding.

Welke morphologische beteekenis komt nu aan de vier stukken van den atlas toe? Dat de processus odontoidens het liedschaam of beter misschien gezegd, een gedeelte van het lichaam van den eersten wervel voorstelt, staat wel buiten allen twijfel. Ik behoeft hier slechts in herinnering te brengen, dat de chorda

dorsalis tot den processus odontoideus op dezelfde wijze zich verhoudt als tot de lichamen der andere halswervels. Bij de differentiatie der intervertebrale stukken in gewrichtshoofden en gewrichtskommen worden de laatstgenoemden in den beginne nog door een weefsel met elkander verbonden, dat nog het best met den naam van bindweefselkraakbeen kan bestempeld worden, een dergelijk weefsel komt ook voor zoowel tusschen den condylus occipitalis en den processus odontoideus aan de eene zijde, als tusschen den laatstgenoemde en den epistropheus aan de andere zijde. Terwijl het bij de overige halswervels in latere ontwikkelingsstadien tot een in meerdere of mindere mate volkomen scheiding van gewrichtshoofden en gewrichtspannen komt, blijft daarentegen de processus odontoideus bewegelijk verbonden met het gewrichtshoofd van den tweeden halswervel. Moeielijker te beantwoorden is de vraag, welke waarde aan het sluitstuk van den ring van den atlas moet worden toegekend. RATHKE heeft het met een onderste uitsteeksel (hypaphyse) vergeleken. Dit komt mij echter minder waarschijnlijk voor. Men bedenke namelijk wel, dat de onderste uitsteeksels altijd onmiddellijk van uit de wervellichamen zelve verbeenen. Ik geloof dat het sluitstuk niets anders, dan een gedeelte van het lichaam van den eersten wervel voorstelt. Het lichaam van den eersten wervel differentieert zich dus vroegtijdig in verschillende stukken. Het middelste kraakbeenig gedeelte, waar de chorda dorsalis doorheen gaat, wordt processus odontoideus. Uit de boven den processus odontoideus gelegene dunne kraakbeenige strook, ontwikkelt zich het ligamentum transversum. Het onmiddellijk om den processus odontoideus gelegen kraakbeen differentieert zich gedeeltelijk tot een fibreusen band, die den processus odontoideus aan boogstukken en sluitstuk verbindt, (ligamentum accessorium) gedeeltelijk wordt het gedegenereerd. De zijdelingsche en onderste gedeelten van het wervellichaam eindelijk vormen den ring, waarbinnen de processus odontoideus gelegen is en die uit drie stukken bestaat, namelijk het aan de buikzijde gelegen sluitstuk en de beide zijdelingsche boogstukken, die onmiddellijk in de bovenste bogen (de neuraalbogen) zich voortzetten. In de groep der schildpadden vertoont het sluitstuk onmiskenbare neiging zich terug te vormen. Bij de

Emydae, Trionycidae en Testudinei blijft het in voortdurenden samenhang met de zijdelingse boogstukken, bij de zeeschildpadden scheidt het zich reeds vroegtijdig af en blijft alleen door bandjes met de zijdelingse boogstukken verbonden. Dit verschijnsel is misschien van beteekenis voor een verklaring van het zoo hoogst merkwaardige zoetstuk, dat bij de Crocodilen tusschen den eersten halswervel en het occipitale basilare wordt aangetroffen, ik bedoel het zoogenaamde „dakstuk van BRÜHL". Ik hoop hierop later terug te komen.

Leiden, 30 Nov. 1878.

VERKLARING DER FIGUREN.

- Fig. 1. Loodrechte dwarse doorsnede door het voorste gedeelte van een halswervel van *Chelonia imbricata juvenis*. $\frac{15}{1}$
- » 2. Loodrechte dwarse doorsnede door een gedeelte van het voorste halswerveleinde van *Chelonia virgata*. $\frac{10}{1}$
- » 3. Loodrechte dwarse doorsnede door een gedeelte van het voorste halswerveleinde van *Testudo*. $\frac{15}{1}$
- » 4. Loodrechte dwarse doorsnede door een gedeelte van het voorste halswerveleinde van *Emysb. europaea*. $\frac{15}{1}$
- » 5. Sagittaalsnede door occip. basilare, en het lichaam van den eersten en tweeden halswervel (de bogen zijn weggelaten) van *Sphargis coriacea*. $\frac{15}{1}$
- » 6. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een zeer jonge *Chelonia caucana*. $\frac{15}{1}$
- » 7. Verbindend weefsel tussehen processus odontoideus en epistropheus van een volwassen *Chelonia virgata*. Zeer sterk vergroot.
- » 8. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een volwassen *Chelonia virgata*. $\frac{4}{1}$
- » 9. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een zeer jonge *Trionyx*.
- » 10. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een zeer jonge *Trionyx*, meer naar achteren. $\frac{30}{1}$
- » 11. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een zeer jonge *Trionyx* nog meer naar achteren. $\frac{15}{1}$
- » 12. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een volwassen *Trionyx*. $\frac{1}{1}$
- » 13. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een jonge *Testudo*. $\frac{15}{1}$
- » 14. Loodrechte dwarse doorsnede door den atlas van een volwassen *Testudo*. $\frac{4}{1}$
- » 15. Atlas van *Testudo europaea* van ter zijde gezien. $\frac{1}{1}$
- » 16. De drie grootste halswervels van *Chelodina longicollis*. $\frac{1}{1}$

VERKLARING DER LETTERS.

<i>ch.</i>	Chorda.	<i>l. t.</i>	Ligamentum transversum.	<i>p. o.</i>	Processus odon- toideus.
<i>e.</i>	Epistropheus.	<i>n. b.</i>	Bovenste bogen (neuraalbogen).	<i>r.</i>	Rib.
<i>f. sp.</i>	Foramen pro medulla spina- lus.	<i>o. b.</i>	Occipitale basi- lare.	<i>w. l.</i>	Wervellichaam.
<i>hy.</i>	Hypapophyæ.			<i>x en z.</i>	Zie de tekst

R A P P O R T

VAN DE HEEREN

J. ZEEMAN, J. VAN GEUNS en A. HEYNSIUS.

Uitgebracht in de Vergadering van 30 Dec. 1878.

Het Hoofdbestuur der *Nederlandsche Vereeniging tot afschaffing van sterken drank* heeft aan de Akademie de vraag gerigt, of ook naar hare meening de door overhaling verkregen alcohol (het gedestilleerd) behoort gerangschikt te worden onder de vergiften: „of het al dan niet is — vergift:” en noodigt haar uit zich met het onderzoek der zaak wel te willen onledig houden „naar aanleiding der jongste getuigenissen van bevoegde geleerden in het Buitenland,” terwijl zij in hare missive daarbij vermeldt, dat op de algemeene vergadering der Vereeniging gehouden 29 Juni ll. besloten was, dat zij zich *regtstreeks* ter deze zake tot onze Afdeeling zoude wenden.

Uwe Commissie acht het overbodig na te gaan of eene dergelijke opdracht door de Akademie aanvaard kan worden, wanneer zij door eene Vereeniging buiten de Regering om aan haar wordt aangeboden; om dit te beshssen behoefde de Afdeeling de voorlichting eener Commissie niet. Wij bepalen ons dus tot de overweging of er gronden bestaan waarom de Akademie zich met het gevraagde onderzoek zal onledig houden.

Alras moeten wij doen opmerken, dat de Vereeniging door de *verklaring* dat het gedestilleerd als vergift moet gequalificeerd worden, zich voorstelt een sterk beperkenden invloed op den verkoop in 't klein uit te oefenen.

Of het beoogde doel door de Vereeniging bereikt zal worden, wanneer de alcohol, hetzij zuiver, hetzij onzuiver met den naam van vergift bestempeld wordt, ligt buiten het oordeel dat van de Afdeeling gevraagd wordt. Wanneer men meent met eene begripsbepaling te kunnen volstaan, dan kan die alligt zonder

twijfel zoodanig gesteld worden, dat de qualificatie van vergift op den alcohol toepasselijk is. Wij willen daarbij voegen dat in elk Handboek van Vergiftleer eene rubriek over den alcohol gevonden wordt, dat de schadelijke werking der alcoholica onder den naam van *acute* en van *chronische vergiftiging* (intoxicatie) daar beschreven wordt, terwijl eene breede rij van aandoeningen der organen en van stoornissen der verschillende verrigtingen bij *chronisch alcoholisme* voldoende bewijzen levert van vergiftige uitwerkingen. Met het oog hierop zou dus de gewenschte verklaring gereedelijk gegeven kunnen worden.

Maar daarlatende de bedoeling, waarmede die verklaring door de Vereeniging verlangd wordt, mogen wij niet nalaten te doen opmerken, dat het gebruik der alcoholica ook nog uit een ander oogpunt beschouwd moet worden: dat de alcohol als geneesmiddel meer en meer eene belangrijke beteekenis heeft gekregen en dat zij onder de diætetische middelen niet gemist kan worden. In de hoeveelheid en wijze van gebruik, niet enkel in den aard der stof, ligt de grond voor de grensscheiding waar het geneesmiddel overgaat tot de vergiften te behooren en voor geneesmiddelen niet alleen, maar ook voor stoffen die tot genot en voeding bijdragen, geldt hetzelfde. Uit dien hoofde zou de door Vereeniging tot Afschaffing zeker gewenschte *absolute* uitspraak in strijd zijn met onze kennis van de werking van alcohol of juist *er* gezegd van meer of minder alcohol houdende stoffen.

Wij willen niet onopgemerkt voorbijgaan, dat de Vereeniging in de missive van haar Hoofdbestuur bepaaldelijk het gedestilleerd op het oog heeft. Daarbij doelt zij op het verschil, dat er zou bestaan tusschen zuivere alcoholica en zoodanige soorten, waar bijzonder schadelijke stoffen als byproduct der destillatie bijgeenen d zijn. Duidelijk genoeg wordt dit in het bij de missive gevoegde Jaarverslag der Vereeniging op pag. 7 gezegd met de volgende woorden: „Maar eerst in den jongsten tijd is men zich gaan toeleggen op een wetenschappelijk onderzoek van den aard van den alcohol en zoo is het nu uitgemaakt, dat die door overhaling verkregen zeer gevaarlijke bestanddeelen bezit, welke in den door gisting verkregen alcohol niet worden aangetroffen.”

Wij herinneren hieromtrent, dat dit onderwerp naar aanleiding van den arbeid van HAECK in de jaren 1872, 73 en 74 in België breedvoerig besproken werd op de vergaderingen van de Fédération médicale belge, waarbij men meer bijzonder uitging van hetgeen men bij den mensch waarneemt na misbruik van sterke dranken. Met proefnemingen op dieren heeft men zoowel vroeger als later den graad van de schadelijke werking van zuivere en onzuivere alcoholica trachten te bepalen. Dit deden, na RABUTEAU, DUJARDIN-BEAUMETZ en AUDIGANNE. De experimenteele critiek van STEN STENBERG ontneemt echter aan de resultaten der laatstgenoemde onderzoekers de beslissende waarde, die de Vereeniging, zoowel blijkens hare missive als het boven aangehaalde uit haar Jaarverslag, er aan schijnt toe te kennen. In die proeven is alleen of hoofdzakelijk de acute intoxicatie op dieren bestudeerd.

Of de quaestie van chronische intoxicatie (alcoholismus chronicus) met goed gevolg door proefnemingen op dieren zoude kunnen worden opgelost, is tot dusverre niet gebleken. Terwijl wat de waarneming van chronische intoxicatie bij den mensch betreft, zeker de experimenteele methode wel niet zal worden toegepast. Men zou dus tot het raadplegen der statistiek zijne toevlugt kunnen nemen, maar naar onze meening belooft dit voorshands geene zoo afdoende resultaten als voor het hier genoemde doel der Vereeniging, de tegenstelling van het gewone gedestilleerd tegenover andere alcoholica, gevorderd zouden worden.

Uwe Commissie meent dus te mogen voorstellen op grond van bovenstaande beschouwingen aan het Hoofdbestuur der Vereeniging te antwoorden, dat er naar het oordeel der Afdeeling geen twijfel kan bestaan omtrent de in het algemeen schadelijke werking van alcoholica, zuiver of onzuiver; dat de vraag of die schadelijke werking als vergiftiging bestempeld kan worden, gelijk uit het voorgaande blijkt, door haar niet kan worden beantwoord.

J. ZEEMAN.

28 Dec. 1878.

J. VAN GEUNS.

A. HEYNSIUS.

R A P P O R T

ONTRENT EENE VERHANDLING VAN DEN HEER

Dr. M. T R E U B.

GETITELD:

NOTES SUR L'EMBRYOGÉNIE DE QUELQUES ORCHIDÉES.

Uitgebracht in de Vergadering van 1 Febr. 1879.

De ondergeteekenden, in Uwe vergadering van 28 December jl. in commissie benoemd om rapport uit te brengen over eene Verhandeling van den Heer Dr M TREUB, getiteld: „Notes sur l'embryogénie de quelques Orchidées,” hebben de eer bij deze zich van die opdracht te kwijten.

De, blijkens den titel, in het Fransch geschreven Verhandeling is 36 folio pagina's groot, en gaat vergezeld van een achtal uitnemend fraai geteekende platen, waaraan nog eene verklaring van een viertal bladzijden is toegevoegd.

Zij is gewijd aan een der moeilijkste onderwerpen op het gebied der plantenontleedkunde: de ontwikkeling nl. der kiem, en wel in 't bijzonder de kiem der Orchideeën — eene plantengroep, welke om de vele bijzonderheden, welke haar, in tegenstelling van andere gewassen, kenmerken, de botanici steeds in hooge mate wist te boeien en bezig te houden.

Onze kennis der Orchideeën wordt door den arbeid van den Heer TREUB eene aanzienlijke schrede verder gebracht, daar de schrijver zich ten doel stelde, en er ook in slaagde, de wording, den bouw en de functie van eene bijzondere soort van aanhangselen toe te lichten, welke, na de bevruchting, uit de microspyle naar buiten komen, of in de ruimte tusschen endo- en

exostomium blijven ingeklemd, en nu eens als het verlengstuk, dan weder als uitwassen van den kiemdrager behooren te worden aangemerkt.

De schrijver wijst er te recht op, dat die aanhangselen reeds vóór jaren werden opgemerkt, en even zoo, dat daaraan toen reeds — maar slechts bij wijze van vermoeden — de functie werd toegeschreven om als geleiders van voedsel, ten gerieve der kiem, dienst te doen. Eenige zekerheid daaromtrent werd echter niet verkregen, en het is geenszins te verwonderen, dat de schrijver, wiens kort geleden door de Academie in 't licht gegeven onderzoekingen: „over de rol van de celkern bij de celdeling,” voornamelijk aan de eieren van Orchideeën volbracht werden, zich nu ook opgewekt gevoelde, zijne krachten aan de oplossing van het nieuwe vraagstuk te wijden, vooral daar de laatste, in 1875 verschenen, mededeelingen over hetzelfde onderwerp van DICKSON, tot gene nieuwe gezichtspunten hadden geleid.

De verhandeling begint met een historisch overzicht betrekkelijk de embryogene der Orchideeën en wat daar verder mede samenhangt. Dan volgen des schrijvers eigen onderzoekingen over 21 tot die groep behorende soorten, en eindelijk de gevolgtrekkingen, uit die onderzoekingen af te leiden.

Wij leeren daaruit, dat er bij vele Orchideeën — niet bij alle — eene physiologische scheiding tot stand komt in het amenstel der cellen, uit het kiemblaasje voortgesproten, in dien zin, dat een deel daarvan, te samen uitmakende den kiemdrager, zich belast met de opslurping van voedingsstoffen, terwijl het andere, de kiem, die stoffen in zich optast om later dienst te doen.

De gronden voor deze conclusie zijn ontleend: 1°. aan de plaats, waar het verlengstuk of de uitwassen van den kiemdrager zich ten laatste komen neêr te vleien — te midden al van het weefsel der eidragers en van den eikook (placenta), welks cellen, evenals die van den vruchtwand, met stoffen uit de reeks der koolhydraten of vetten gevuld zijn; 2°. aan den uitslag van microchemische proeven, waaruit bleek, dat er in de cellen van den kiemdrager of zijne takken steeds van de hier boven bedoelde voedingsstoffen te vinden waren, en 3°. aan de

omstandigheid, dat de meest oppervlakkige cellen van den kiemdraer — in tegenstelling van die der kiem — niet met eene cuticula bedekt waren, waardoor het opnemen van vloeibaar voedsel uit de omgeving veel gemakkelijker gemaakt werd, dan anders — blykens eenige medegedeelde proeven — het geval zoude zijn geweest.

Uit de studie van de celdeeling en den groei der kiem, leidde de schrijver, evenals zulks reeds vroeger door FLEISCHER HEGELMAIER en SOLMS-LAUBACH gedaan was, af dat op de wetten, door HANSTEIN voor de ontwikkeling van dat deel bij de monocotylen gegeven, zoo vele uitzonderingen zijn aan te wijzen, dat zij dien naam niet langer behooren te dragen.

Het komt ons voor, dat de Verhandeling des Heeren TREUB, belangrijk wegens het behandelde onderwerp en de, ten gevolge eener uitnemende methode van onderzoek, verkregen verrassende uitkomsten; geschreven in vloeiend Fransch en opgelnisterd door tekenmeesters, welke den kunstenaar ex professo tot eer zouden verstrekken, alleszins waarzig is in de werken in 4^o. der Kon. Akademie te worden opgenomen, weshalve wij U voorstellen, in dien zin te besluiten.

Amsterdam, |
Utrecht, | } 5 Jan. 1879.

C. A. J. A. OUDEMANS.
N. W. P. RAUWENHOFF.

R A P P O R T

VAN DE HEEREN

C. H. D. BUIJS BALLOT en F. J. STAMKART.

Uitgebracht in de Vergadering van 1 Februarij 1879.



Uitgenoodigd door de Wis- en Natuurkundige Afdeling van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam om advies uit te brengen over het eerste gedeelte der verhandeling van Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL, behelzende zijne magnetische opneming van den Indischen Archipel in de jaren 1874—1877, hebben wij de eer ons van die taak te kwijten en te berichten als volgt: —

Het werk dat wij te beoordeelen hebben is de vrucht van waarnemingen zonder eenige verplichting, alleen uit begeerte van de wetenschap te dienen onder vele ontberingen, en niet dan met belangrijke geldopoffering en met groote volharding gedaan.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL erkent in Indië van alle zijden zeer ondersteund te zijn, niet alleen van de Nederlandsche Regeering, maar ook van andere Regeeringen en van vele personen. Hij heeft ook van Rijkswege instrumenten van bekende makers medegekregen, te Kew en later voor een gedeelte te Batavia geverifieerd. Ook heeft hij van gouvernements-reisgelegenheden gebruik mogen maken.

In de inleiding wordt dit alles ook met erkentelijkheid vermeld. Wegens die ondersteuning van Rijkswege is dan ook de verhandeling in den vorm van een Rapport gestoken. Algemeene

wetenschappelijke gezichtspunten vinden wij er niet in; maar wij konden die ook nog niet verwachten, daar hier alleen de inclinatie behandeld wordt.

Echter maakt dit gedeelte op zich zelf reeds een zeer te waardeeren geheel uit. De twee andere gedeelten zullen de metingen der intensiteit vermelden en de bepaling der declinatie. Wij hadden liever tegelijk met de mededeeling der uitkomsten omtrent inclinatie ook die over de beide andere constanten ontvangen, maar erkennen dat er toch redenen bestaan, waarom de schrijver ons deze uitkomsten reeds nu wenscht mede te deelen, om ons althans iets te geven en om niet te laten wachten totdat de berekening dier beide andere grootheden zal afgeloopen zijn.

Het reisverhaal is beknopt saamgevat en vermeldt niet meer dan noodig is om de uitgetrektheid der reis te doen zien en de meerdere of mindere moeilijkheid, die zich op verschillende plaatsen van den Indischen Archipel opdeden.

Dr. VAN RIJCKEVORSEL kwam meermalen op Java terug van zijne reizen, hetzij naar de Molukken, naar Celebes, Borneo of naar Sumatra, Riouw, Singapore. Over het geheel werd op 88 plaatsen de inclinatie bepaald.

In een derde afdeeling zijn kortelijk de instrumenten aangegeven, welke Dr. VAN RIJCKEVORSEL gebruikt heeft. Het is waar, de instrumenten van KEW zijn algemeen genoeg bekend, maar toch zou eene nadere beschrijving daarvan en van eenig onderzoek naar hunne fouten ons aangenaam geweest zijn. De geographische plaatsbepalingen op punten, waar die niet door ons geacht medelid OUDMANS gedaan zijn, werden doorgaans door officieren der Nederlandsche- of koloniale marine verricht. Het blijkt niet, hoe de lengten gevonden zijn. Gelukkig is eene juiste bepaling ten dezen van minder gewigt, omdat de isoclinen bijna evenwijdig aan den Equator loopen.

Nu volgt een afdeeling gewijd aan de beschrijving van de methode der inclinatiebepaling, en de zekerheid, welke Dr. VAN RIJCKEVORSEL meent daarvan op de verschillende reizen bereikt te hebben.

De ergste storing der waarnemingen werd dikwijls veroorzaakt door tocht in de kast, waarin de naalden besloten waren, zoodat dan de slingeringen zeer onregelmatig werden.

Deze en andere moeilijkheden worden opgenoemd, en in het algemeen erkend, dat het westelijk gedeelte der opneming veel beter is uitgevallen dan het oostelijk gedeelte, waar zich veel meer moeilijkheden opdeden.

Te Amboina heeft de inclinatiecirkel een schok of stoot geleden, doch Dr. VAN RIJCKEVORSEL geloofte niet, dat de invloed eenigszins merkbaar is geweest, ofschoon hij het niet ten volle heeft kunnen onderzoeken. Hierna wordt ook de wijze beschreven, hoe die bepalingen tot eenzelfde tijdstip worden teruggebracht, en een voorbeeld van een stel waarnemingen gegeven.

Ongelukkiglijk werden de magnetische waarnemingen te Batavia — niet lang na de aankomst van de Heer VAN RIJCKEVORSEL afgebroken, tengevolge van een herbouw van het magnetische observatorium aldaar, zoodat er geene corresponderende waarnemingen konden plaats hebben. De Heer R. heeft echter getracht daaraan tegemoet te komen, door uit de door Dr. BERGSMA gepubliceerde uitkomsten zijner waarnemingen van 1868 tot 1870 de gemiddelden te nemen van de dagelijksche variatie der inclinatie. Hieruit is een tafeltje opgemaakt om elke waargenomen inclinatie te herleiden tot 's morgens 10 uur. Toevallige storingen konden echter niet in rekening komen.

Eindelijk volgen de uitkomsten van elke afzonderlijke bepaling en van het geheele aantal bepalingen gemiddeld voor ieder der 88 bezochten plaatsen, waar inclinatie gemeten is. Hierbij is dan ook gevoegd een kaartje van het onderzochte terrein tusschen 5° N.B. en 10° Z.B. en tusschen 95° en 135° O.L., waarop de isoclinen getrokken zijn voor elken graad van inclinatie, die zich over het algemeen vrij wel aan de gemiddelde uitkomsten der waarnemingen op elk station aansluiten; niettegenstaande dat de enkelvoudige bepalingen in ieder station meer onderling verschillen, dan men a priori zou verwachten.

Er zijn er namelijk slechts 27, waarvan de uitersten niet meer dan 10 min. uiteenloopen, 26 van 11 tot 20 min.; maar ook 17 die 21 tot 30, 6 die 31 tot 40 min. verschillen terwijl de overige 12 meer dan 41—57 min. uiteenloopen. Veelal is dit dan ook aan een enkele waarneming toe te schrijven, die zeer veel van de andere verschilt. Nu en dan geven ophoudingen een reden daarvoor aan. De waarschijnlijke fouten der ver-

schillende bepalingen zijn afzonderlijk medegedeeld en overtreffen in dertien gevallen drie minuten.

Duidelijk is het dat de naalden en hare assen op reis geleden hebben. Dr. VAN RIJCKEVORSEL heeft, om zich voortaan zooveel mogelijk voor deze fouten te vrijwaren, nog eens (behalve zijn dubbel stel naalden) een nieuw stel N°. 7 en 8 uit Engeland doen overkomen. Natuurlijk hadden wij een betere overeenstemming gewenscht en ook, onder gunstiger omstandigheden in een voor den wind beschut observatorium, moeten verwachten: maar wind, groote warmte, de aard van den grond, waarop het instrument moest gesteld worden, boveral de onmogelijkheid om het instrument te doen herstellen, hebben ontegenzeggelijk aan de waarnemingen afbreuk gedaan en ze, meer dan anders het geval geweest zou zijn, doen niteenloopen. Vergelijkende waarnemingen op vaste plaatsen zouden ook menigmaal den invloed van storingen hebben aangewezen, maar toch hebben wij het magnetisme in Oost-Indië door deze bepalingen veel beter leeren kennen.

De plaatselijke bepalingen der inclinatie wijken dan ook slechts zeldzaam een halven graad van de getrokken isoclinen af.

De omstandigheid, dat de eilanden van den Archipel zoover niteenliggen en nu en dan door zeeën van aanmerkelijke uitgebreidheid gescheiden zijn bracht er den Heer VAN RIJCKEVORSEL toe, om groote afdeelingen te vormen en voor ieder afzonderlijk te zoeken, hoe er de loop der isoclinen was. Het blijkt echter niet, dat elke plaatsbepaling hiertoe mede heeft gewerkt met het juiste gewicht, dat haar naar de waarschijnlijkheidsrekening uit de waarnemingen toekwam. De bepalingen, die het meeste vertrouwen verdienden, zijn eenvoudig tweemaal in rekening gebracht, zoodat uit deze verschillende combinatiën 15 zwartepunten en daaruit 100 snijpunten op het kaartje bepaald werden, waardoor zich de isoclinen zonder moeite lieten trekken.

Het is een bevestiging van de betrouwbaarheid der uitkomsten, dat die verschillende stukken der isoclinen goed aan elkander passen en die lijnen zonder bochten bijna evenwijdig aan den equator voortloopen.

Waren deze berekeningen in haar geheel medegedeeld, dan

zou men nog beter dan door de beschouwing van het kaartje over de overeenstemming der gevonden uitkomsten hebben kunnen oordeelen.

Wij meenen aan de Natuurkundige afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen het opnemen van bovengenoemde verhandeling van Dr. E. VAN RIJCKEVORSEL in hare werken te mogen aanbevelen.

Utrecht en Delft, Januari 1879.

C. H. D. BUIJS BALLOT.

F. J. STAMKART.

REVISION

DES ESPÈCES INSULIENNES DE LA FAMILLE DES

CALLIONYMOÏDES.

PAR

P. BLEEKER.

Les Callionymoïdes sont des poissons à corps dénué de véritables écailles, à fente de la bouche peu oblique, à ligne latérale, et à ventrales jugulaires composées d'une faible épine et de cinq rayons.

Ces peu de caractères suffisent à la détermination rigoureuse de la famille, mais tous ses membres ont encore en commun un corps cylindrique ou déprimé, une tête plus ou moins aplatie, une ou deux des pièces operculaires armée d'une ou de quelques épines, des mâchoires à petites dents pointues, deux nageoires dorsales dont l'antérieure n'est soutenue que par de faibles épines flexibles, des pectorales à rayons médians plus longs que les autres, le premier rayon de la ventrale plus court que le second et que le troisième, une anale sans épines, une caudale à moins de 12 rayons divisés, etc.

Le nombre des espèces connues ne monte guère à une quarantaine, mais ces espèces appartiennent à neuf genres qui composent quatre groupes et deux sousfamilles qu'on peut caractériser comme suit: —

Subfamilia CALLIONYMIFORMES.

Callionymoidei aperturis branchialibus non continuis, isthmo separatis: pinna dorsali anteriore spinis 3 vel 4.

Phalanx Callionymini.

Callionymiformes apertura branchiali foraminiformi; praepereculo spina dentata; operculo et suboperculo inermibus; pinnis dorsali posteriore et anali radiis 7 ad 12; caudali radiis fissis 7.

Callionymus L. = *Uranoscopus* Gron.

Corpus laeve. Apertura branchialis supra operculum perforata. Membrana opercularis a cute scapulo-humerali non distincta. Ventrals integrae membrana lata cum media basi anteriore pinnae pectoralis unitae.

Spec typ. *Callionymus lyra* L.

Synchiropus Gill. = *Diplogrammus* Gill.

Corpus laeve. Apertura branchialis sub operculo occulta. Membrana opercularis postice libera. Ventrals integrae membrana cum basi anteriore media pectoralis unitae.

Spec. typ. *Callionymus lateralis* = *Synchiropus lateralis* Gill.

Eleutherochir Blkr.

Corpus laeve. Caput valde depressum planum. Apertura branchialis sub operculo occulta. Membrana opercularis in lobum acutum liberum producta. Ventrals integrae non cum pectorali unitae.

Spec. typ. *Callionymus opercularioides* Blkr.

Vulsus Günth. = *Dactylopus* Gill.

Corpus laeve. Apertura branchialis postopercularis non ob tecta. Membrana opercularis lobo libero nullo. Ventrals spina cum radio 1^o a radiis ceteris separata, parte posteriore membrana cum basi anteriore media pectoralis unita.

Spec. typ. *Vulsus dactylopus* Günth.

Amora Gr. (genus ex icone tantum cognitum).

Corpus spinulosum. Oculi tentaculati. Apertura branchialis sub operculo occulta?

Spec typ *Amora tentaculata* Gr.

Phalax Harpagiferini.

Callionymiformes apertura branchiali ampliore; operculo et suboperculo spiniferis; praepoperculo inermiti; pinnis, dorsali posteriore radiis plus quam 20, caudali radiis fissis 10 vel 11.

Harpagifer Rich.

Operculum spina bicuspide sursum spectante. Pinnae, dorsalis anterior spinis 4, posterior radiis 24, analis radiis 18.

Spec. typ. *Harpagifer bipinis* Rich.

Subfamilia CHAENICHTHYIFORMES.

Callionymoidei apertura branchiali amplissima sub gula continua; operculo spinifero; pinna dorsali anteriore spinis 7 ad 10, posteriore radiis 20 ad 35.

Phalax Chaenichthyini.

Chaenichthyiformes rostro elongato valde depresso lato; operculo et suboperculo spiniferis; palato edentulo; linea laterali interrupta; dorsali posteriore et anali radiis plus quam 30. B. 6.

Chaenichthys Rich. = *Channichthys* Rich.

Linea lateralis et cauda interne postice laminulis granulatis. Pinnae dorsales non contiguae, anterior spinis 7.

Spec. typ. *Chaenichthys rhinoceratus* Rich.

Champscephalus Gill.

Linea lateralis et cauda nuda. Pinnae dorsales contiguae, anterior spinis 10.

Spec. typ. *Chaenichthys vox* Günth.

Phalax Berichthyini.

Chaenichthyiformes rostro brevi convexo; operculo spina unies; suboperculo inermiti; dentibus vomerinis et palatinis; linea laterali continua. B. 7.

Berichthys Günth. = *Bovichtus* Cv.

Operculum spina indivisa. Corpus nudum. Pectorales radiis

inferioribus indivisis digitatis. Dorsalis spinis 8 et radiis 18 ad 20.

Spec. typ. *Bovichtus diacanthus* Cv.

Les espèces de Callionymoides, connues de l'Insulinde, appartiennent toutes au groupe des Callionymini. Leur nombre, y compris une espèce tout récemment publiée par M. Peters et une autre jusqu'ici inédite et décrite ci-dessous, ne monte qu'à douze, mais ces espèces représentent tous les genres indiqués ci-dessous comme composant le groupe, savoir :

1. *Callionymus Belcheri* Rich. = *Callionymus Reevesii* Blkr ex parte.
2. " *filamentosus* Cv.
3. " *sagitta* Pall. = *Call. serrato-spinosus* Gr.
4. " *melanopterus* Blkr = *Call. fluviatilis* Day.
5. " *Schaapi* Blkr.
6. " *enneactis* Blkr. Spec. nova.
7. " *picturatus* Peters.
8. " *ocellatus* Pall. = *Synchiropus ocellatus* Gill.
9. *Synchiropus goramensis* Blkr = *Call. goramensis* Blkr = *Diplogrammus goramensis* Gill.
10. *Eleutherochir opercularioides* Blkr = *Call. opercularioides* Blkr = *Synchiropus opercularioides* Gill.
11. *Vulsus dactylopus* Günth. = *Call. dactylopus* Benn. = *Dactylopus Bennetti* Gill.
12. *Amora tentaculata* Gr.

La connaissance actuelle par rapport à la distribution de ces espèces dans l'Insulinde se résume dans les lignes suivantes.

Sumatra, 3 espèces.

Callionymus filamentosus, *C. sagitta*, *Eleutherochir opercularioides*.

Singapore, 6 espèces.

Callionymus Belcheri, *C. filamentosus*, *C. melanopterus*, *C. Schaapi*, *C. enneactis*, *Vulsus dactylopus*.

Java, *Bangka*, 3 espèces.

Callionymus sagitta, *C. melanopterus*, *C. Schaapi*.

Bali, Guêlé, 1 espèce.

Eleutherochir opercularioides.

Borneo, 1 espèce.

Callionymus sagitta.

Calibes, 7 espèces.

Callionymus Belcheri, *C. filamentosus*, *C. sagitta*, *C. melanotopterus*, *C. ocellatus*, *Eleutherochir opercularioides*, *Vulsus dactylopus*.

Timor, Ternate, 1 espèce.

Callionymus ocellatus.

Rotti, Kei-majur, Noussaclaut, 1 espèce.

Vulsus dactylopus.

Batjan, 2 espèces.

Callionymus filamentosus, *Eleutherochir opercularioides*.

Bourou, 2 espèces.

Callionymus Belcheri, *Vulsus dactylopus*.

Ceram, 2 espèces.

Callionymus Belcheri, *Eleutherochir opercularioides*.

Amboine, 7 espèces.

Callionymus Belcheri, *C. filamentosus*, *C. sagitta*, *C. ocellatus*, *Eleutherochir opercularioides*, *Vulsus dactylopus*, *Amora tentaculata*.

Goram, 2 espèces.

Callionymus ocellatus, *Synchiropus goramensis*.

Callionymus L. = *Uranoscopus* Gron.

Caput depressum convexum. Os parvum. Maxilla superior dorsum protractilis. Apertura branchialis angusta foraminiformis supraopercularis vel nuchalis. Membrana opercularis a cute scapulo-humerali non distincta. Cutis laevis. Pinnae ventrales indivisae radio posteriore membrana lata media basi anteriore pinnae pectoralis affixa.

Rem. Le genre est nettement caractérisé par la position de l'orifice branchial au-dessus de l'opercule et par les ventrales indivisées. Il comprend la grande majorité des espèces de toute

la famille, dont celles qui font partie de la faune indoarchipélagique se font aisément reconnaître par les caractères exposés ci-dessous.

I. Quatre épines dorsales. Orifice branchial situé en avant de la première dorsale. Dorsale molle moins du double ou pas plus haute que le corps.

1. Dorsale et anale à rayons simples indivisés (les deux postérieurs exceptés). Trou branchial nuchal.

A. Epine préoperculaire mince et droite à bord interne (supérieur) finement dentelé. Seconde dorsale à 10 rayons. Mâles à épines dorsales et à rayons médians de la caudale prolongés en filet libre.

a. Tête plus longue que large. Ligne latérale céphalique ne s'étendant pas sur l'opercule. Première dorsale plus haute que la seconde. Anale à 9 rayons. Anale et caudale à très-large bordure inférieure foncée. Mâles à filets libres de la caudale simples

1. *Callionymus Belcheri* Rich.

b. Tête aussi large que longue. Anale à 10 rayons. Première dorsale à bandelettes obliques, moitié supérieure de la caudale à ocelles foncés. Mâles à première épine dorsale entièrement détachée du reste de la nageoire.

2. *Callionymus filamentosus* Cv.

B. Epine préoperculaire large, courbée et armée en dessus de 3 à 6 dents.

a. Seconde dorsale et anale à 10 rayons. Bord supérieur de l'épine préoperculaire armée de 4 à 6 dents inégales.

aa. Première dorsale à épines non prolongées en soie, pas ou un peu seulement plus haute que le corps.

†. Tête aussi large que longue. Première dorsale moins haute que le corps, à moitié supérieure noirâtre.

3. *Callionymus sagitta* Pall.

†. Tête plus longue que large. Première dorsale plus haute que le corps, à ocelle noirâtre.

4. *Callionymus melanopterus* Blkr.

bb. Première dorsale beaucoup plus haute que la dorsale molle sans taches ni bandes foncées, à épines prolongées en filet dans les mâles. Tête aussi large ou presque aussi large que longue. Base de la pectorale à tache brune.

5. *Callionymus Schaapi* Blkr.

b. Seconde dorsale à 9, anale à 8 rayons. Épine préoperculaire tricuspidée. Seconde dorsale à ocelle noir entre les deux épines postérieures.

aa. P. 17 ou 18, à rayons normaux. Tête plus longue que large. Mâles à épines dorsales prolongées. Dos et flancs sans ocelles noirs. Dessous de la tête à quatre taches brunes disposées en quadrilatère.

6. *Callionymus enneactis* Blkr.

bb. P. 30 à 32, courtes, à rayons supérieurs très-fins filiformes. Corps à ocelles noirs.

7. *Callionymus picturatus* Peters.

2. Dorsale à neuf, anale à huit rayons bifides. Tête peu déprimée, plus longue que large. Orifice branchial n'entamant pas le profil nuchal. Épine préoperculaire bicuspidée. Mâles à première dorsale fort élevée, en forme d'éventail à 4 ocelles foncées unisériales.

8. *Callionymus ocellatus* Pall.

Callionymus Belcheri Rich., Zool. Voy. Sulphur, Fish. p. 62 tab. 37 fig. 1 et 2 (femina)

Callion. corpore elongato depresso, altitudine 7 ad 9, latitudine maxima $4\frac{1}{2}$ ad $5\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque pinna caudali; capite depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi $3\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, paulo longiore quam lato; altitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ ad 4 in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; orbitis superne sat prominentibus lentulis; regione interoculari vix concava; vertice utroque

latere granoso-rugoso; rostro absque maxillis oculo vix brevior ad paulo longiore, convexo, apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari prominulo vel subnullo; maxilla superiore deorsum valde protractili; spina praeoperculi oculo paulo ad non breviora rectiuscula postrorsum gracilescente basi antice spinula antrorsum spectante margine interno dentibus parvis 5 ad 7 antrorsum directis; foramine branchiali nuchae approximato ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis et feminis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramos 2 descendentes edente, ramo anteriore sub oculo desinente, ramo posteriore praeoperculari indiviso ad basin spinae desinente; pinna dorsali anteriore pinna dorsali radiosa minus duplo brevior sed paulo (feminis) ad valde multo altiore, spinis anterioribus sequentibus longioribus masculis aetate provectis extra membranam productis setaeformibus capite multo longioribus; dorsali radiosa non emarginata antice corpore non altiore corpore paulo ad conspicue altiore, radiis posticis 2 vel 1 exceptis indivisis, posticis ceteris longioribus; pectoralibus rhomboideis capite non ad paulo longioribus acutiuscule vel obtusiuscule rotundatis radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus paulo ad non longioribus radiis 1^o simplice excepto plurifissis; anali longitudine et forma dorsali radiosae subaequali eaque non ad paulo humilior radiis simplicibus posterioribus 2 vel 1 tantum interdum fissis; caudali lanceolata capite multo longiore, *feminis* capite minus duplo ad duplo circ. longiore radiis productis nullis, *masculis* juvenilibus et aetate provectis capite plus duplo longiore radiis 2 mediis medio fissis sed parte libera indivisis longe post membranam productis toto trunco paulo ad multo longioribus; — corpore superne lateribusque profunde divaceo et fusciscente nebulato-marmorato et dilute roseo sat dense ocellato ocellis irregularibus magnitudine valde inaequalibus; inferne margaritaceo vel albido-roseo; iride aurea fusco arcuata vel variegata; pinna dorsali anteriore fusciscente vel purpurea lutco vel margaritaceo plus minusve rivulata vel punctato-reticulata spina 3^o superne vulgo macula sat magna nigra cincta; dorsali radiosa membrana roseo-hyalina radiis rosca vel flavescente,

membrana et radiis punctis et maculis fuscis variegata maculis majoribus interdum oblongis in series 3 vel 4 longitudinales dispositis; pectoralibus et ventralibus flavescens vel aurantiacis, pectoralibus dimidio superiore radiis punctis parvis fuscis, ventralibus fusco punctato-reticulatis; anali basi albide dimidio libera profunde fusca vel purpurea radiis apice antice albidis; caudali roseo-hyalina radiis flavescens inferne late fusco marginata, ubique maculis fuscis et punctis margaritaceis variegata, maculis fuscis irregularibus ex parte in series 7 ad 9 transversas interdum sat irregulares dispositis; masculis radiis productis tota longitudine fuscescente annulatis; *masculis* regione gulari media macula triangulari fusca apice antrorsum spectante. B. 6. D. 4—10. P. 1/18 vel 1/17 vel 2/17. V. 1/5. A. 9. C. 1/7/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus Reevesii* Blkr, *Derde* bijdr. ichth. Ceram, Nat. T. Ned. Ind. V p. 244 (ex parte); Act. Soc. sc. Ind. Neerl. III *Vierde* bijdr. ichth. Japan p. 19 (nec Verh. Bat. Gen. XXV *Nalez.* ichth. Jap. p. 44, nec Rich.).

Hab. Singapura; Celebes (Macassar); Buro (Kajeli); Ceram; Amboina; in mari.

Longitudo 10 speciminum (4 fem.) 70'' ad 110'' absque, 120'' ad 153'' cum pinna caudali; (5 mascul.) 55'' ad 120'' absque, 135'' ad 310'' cum pinna caudali ejusque filis productis.

Rem Je continue à voir dans le *Callionymus* actuel une espèce distincte du *Callionymus longicaudatus*, bien qu'il soit manifeste que les deux espèces sont extrêmement voisines. Je possède du longicaudatus cinq mâles et femelles du Japon, de 200'' à 310'' de long avec, ou de 137'' jusqu'à 166'' de long sans la caudale, et ils se distinguent tous de l'espèce actuelle par la présence d'une branche horizontale operculaire de la ligne latérale partant de sa branche préoperculaire, par des pectorales et des ventrales sans points ou taches noirâtres, par l'oeille noir de la première dorsale, qui est située plus en arrière entre les deux épines postérieures et en général par des couleurs du corps et des nageoires moins vives. Les mâles du longicaudatus n'ont pas non plus la tache brune gulaire qui distingue ceux du *Reevesii*, et la caudale n'y est pas aussi

allongée, les rayons médians y étant bifurqués jusqu'au bout et ne se prolongeant pas en soies libres et simples au-delà de la membrane.

M. Günther réunit le *Callionymus Reevesii* Rich. (Zool. Sulph. Fish. tab. 36 fig. 1—3) avec le *longicaudatus* et ce rapprochement me semble bien justifié. Mais il en résulterait que l'espèce décrite ici n'est pas le *Reevesii*, dénomination sous laquelle je l'ai indiquée autrefois. Aussi me paraît-il maintenant que la figure du *Callionymus Belcheri* Rich. espèce des mers de Chine ait été prise sur une femelle de l'espèce actuelle.

Tous mes individus proviennent de l'Inde archipélagique. Tous ceux que je possède du *Callionymus longicaudatus* m'ont été envoyés du Japon.

Callionymus filamentosus Cv., Poiss. XII p. 227 tab. 359;
Blkr, Bijdr. ichth. Mol. Nat. T. Ned. Ind. III p. 278;
Günth., Cat. Fish. III p. 147.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine $7\frac{3}{4}$ ad 10, latitudine maxima $3\frac{3}{4}$ ad 4 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi $3\frac{1}{4}$ ad 4 fere in longitudine corporis absque pinna caudali, aequè lato circ. ac longo; altitudine capitis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi; oculis diametro $3\frac{1}{4}$ ad 4 et paulo in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; orbitis superne non elevatis edentulis; regione interoculari planiuscula; vertice cute laevi vestito, utroque latere sub cute reticulatim rugoso; rostro absque maxillis oculo non ad vix longiore convexo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari brevi vel subnullo; maxilla superiore deorsum valde protractili; spina præoperculi oculo paulo ad non longiore basi tantum curvata postice rectiuscula gracili acuta, basi anticae dente parvo antrorsum spectante, margine interno dentibus 5 ad 8 inaequalibus antrorsum directis; foramine branchiali supero nuchae approximato conspicue ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi

unita, capite ramos 2 descendentes edente ramo anteriore sub-oculo curvato, ramo posteriore praecipulo descendente ibique bifurcata ramo posteriore cutem opercularem intraute; pinna dorsali anteriore dorsali radiosa plus duplo brevior, *feminis* corpore non altiore indivisa spina producta nulla, *masculis* spina anteriore libera in setam capite paulo ad multo longiorem producta; pinna dorsali radiosa corpore paulo ad non altiore emarginata radiis 2 posticis bifurcatis radiis mediis conspicue longioribus, radiis ceteris indivisis; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis radiis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus longioribus radiis 1^o simplice excepto plurifissis posteriore membrana sat lata media basi anteriore pectoralis affixa; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore, radiis simplicibus, 2 posticis tantum interdum fisis, membrana inter singulos radios profunde emarginata; caudali oblique rhomboidea vel rotundata capite non ad conspicue longiore, *feminis* radio producto nullo, *masculis* radiis 2 mediis medio fisis longe post radios ceteris productis parte producta setam liberam indivisam vel bifidam efficientibus; corpore superne lateribusque olivaceo vel fusciscente-olivaceo ocellis pallidioribus coeruleiscentibus vel margaritaceis irregularibus sat confertis ornato, inferne pallide roseo vel margaritaceo; iride viridi margine pupillari aurea; pinna dorsali spinosa antice rosea vel flava fusciscente nebulata et maculis parvis fuscis vel nigris, postice nigra striis obliquis undulatis 2 vel 3 flavis; dorsali radiosa margaritaceo-rosea punctis numerosis fusciscentibus et guttulis vel striis margaritaceis, frequenter reticulatim unitis; pectoralibus et ventralibus membrana hyalinis radiis flavis vel aurantiacis, fusca punctulatis; anali basi albido-hyalina, inferne violascente albo marginata; caudali membrana roseo-hyalina radiis aurantiaca, dimidio superiore ocellis nigris coeruleiscentibus annulatis et rivulis transversis coeruleiscentibus frequenter reticulatim unitis, masculis quam feminis viridioribus; *masculis* lateribus vulgo fusco punctulatis.

B. il. D. 4—10 (post. 2 vel penult. tant. fiss.). P. 1/18 ad 1/20. V. 1/5. A. 10 (omn. simpl. vel penult. tant. fiss.).
C. 1/7/1 et lat. brev.

Hab. Sumatra; Singapura; Celebes (Manado); Batjan (Labuha); Amboina; in mari.

Longitudo 88 specimin. 85''' ad 164''' cum fil. caud. (masc. 4 long. 85''' ad 125'', absque filo caud. femin. 95''' ad 108'').

Rem. Cette espèce est des plus aisément reconnaissables par la nature de l'épine préoperculaire, par le système de coloration et par son anale à 9 rayons. Les mâles sont remarquables par le prolongement en soie de la première épine dorsale et des rayons médians de la caudale et surtout parce que la première épine dorsale est complètement libre et entièrement détachée du reste de la nageoire. L'espèce n'est connue jusqu'ici que des Archipels de la Sonde et des Moluques.

Callionymus sagitta Pall., Spicil. VIII p. 29 tab. 2 fig. 4, 5; Bonn. Ichth. p. 44 tab. 27 fig. 96 (cop. ex Pall.); L., Gron., syst. nat. ed 13^a p. ; Lac., Poiss. II p. 337; Cv., Poiss. XII p. 225; Blkr, N. Soort. Callion. Ind. Arch., Nat. T. Ned. Ind. I p. 31; Günth., Cat. Fish. III p. 146; Day, Fish. India I p. 322 tab. 68 fig. 5 (fem.).

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 8 ad 9, latitudine maxima $3\frac{1}{3}$ ad 4 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi 3 et paulo ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque pinna caudali aequè lato circ. ac longo; altitudine capitis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{2}{3}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ præopercularis; oculis diametro 3 ad 4 et paulo in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus, orbitis superne parum elevatis edentulis; regione interoculari concava; vertice cute laevi vestito, utroque latere sub cute reticulatim rugoso; rostro absque maxillis oculo conspicue ad non breviorè convexo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari prominente; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundata; spina præoperculi oculo non ad paulo longiorè valida curvata antice basi dente parvo antrorsum spectante margine posteriore dentibus 4 vel 5 validis inaequilongis divergentibus; apertura branchiali supero foramineformi nucliae approximato, longe ante

pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramos 2 descendentes, anteriore suboculari posteriore praepoculari; pinna dorsali anteriore humillima dorsali radiosa plus quadruplo brevior oculo non ad paulo longiore corpore humiliore, masculis quam feminis vulgo paulo altiore spinis productis vel liberis nullis; dorsali radiosa corpore non ad vix altiore leviter emarginata radiis 2 posticis bifidis exceptis simplicibus; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis medius bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus non vel vix brevioribus radiis 1^o simplice excepto plurifissis; posteriore membrana sat lata media basi anteriore pectoralis affixa; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore radiis, posticis 2 bifurcatis exceptis simplicibus; membrana inter singulos radios profunde incisa; caudali capite sat multo brevior truncatoconvexa; corpore superne olivascente ocellis irregularibus confertis dilutioribus viridescentibus vel pallide roseis vel flavescens, inferne flavescens vel margaritaceo; iride viridescens margine pupillari nitide argentea vel aurea; pinna dorsali spinosa masculis inferne flava vel roseo-hyalina superne nigricante-fusca postice macula nigra profundiore, feminis tota vel tota fere nigra; pinnis ceteris masculis et feminis, anali flavescens vel albida, ceteris flavescens-aurantiacis vel dilute violaceis, dorsali radiosa et pectoralibus dimidio superiore radiis vulgo roseo profundiore variegatis; caudali dilute violascente ocellis flavidis et frequenter etiam maculis parvis dilute fuscis variegata; anali masculis membrana fusca vel nigricans, feminis tota albida vel flavescens.

B. 6. D. 4—10. P. 1/18 vel 1/19. V. 1/5. A. 10. C. 1/7/1 et lat. brev.

Syn *Callionymus serrato-spinosus* Gr. Hard. Illustr. Ind. Zool. tab. (femina).

Hab. Sumatra; Singapura; Bangka; Java (Batavia); Borneo (Samgut); Celebes (Macassar, Manado); Amboina; in mari. Longitudo 8 specim. mascul. 95^{''} ad 110^{''} et 36 specim. fem. 48^{''} ad 112^{''}.

Rem. Les mâles, dans cette espèce, ne diffèrent que peu des femelles. Je n'y vois d'autres différences que dans la première dorsale qui dans les mâles est ordinairement un peu plus haute mais sans rayon prolongé en soie ou en filet et a la moitié inférieure jaunâtre ou rose-hyaline. L'anale dans les mâles a une large tache brunâtre entre chaque rayon, dont je ne vois rien dans les nombreux individus femelles.

L'espèce se fait aisément distinguer par la petitesse de la première dorsale, par sa tête aussi large que longue et par les 4 jusqu'à 6 dents du bord intérieur de l'épine préoperculaire.

Elle habite, hors l'Insulinde, les côtes de l'Inde continentale et des îles Mascariènes.

Callionymus melanopterus Blkr, N.soort. Callion. Ind. arch.,
Nat. T. Ned. Ind. I p. 31.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 9 ad 10, latitudine maxima 4 ad 5 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi 3 ad $3\frac{2}{5}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, conspicue longiore quam lato; altitudine capitis $2\frac{1}{2}$ ad 3 fere in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ præopercularis; oculis diametro 3 ad $3\frac{1}{4}$ in longitudine capitis, subcontiguïs, orbitis superne parum elevatis edentulis; regione interoculari concava sed angustissima; vertice cute lævi vestito utroque latere sub cute reticulatim vel irregulariter rugoso; rostro absque maxillis oculo breviorè convexiusculo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulari prominente; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundato; spina præoperculo oculo non ad vix breviorè valida curvata antice basi dente ætate provectoribus valde conspicue spinæformi antrorsum spectante postice dentibus 4 vel 5 validis inæquolongis divergentibus; foramine branchiali supero nuclæ approximato longe ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nuclæ linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, regione postoculari ramos 2 descendentes edente, ramo anteriore sub oculo curvata,

ramo posteriore praeoperculo bifurcata ramo posteriore operculari: pinna dorsali anteriore corpore altiore dorsali radiosa non vel vix humiliore sed plus duplo brevior spina libera nulla, anteriore ceteris longior; dorsali radiosa corpore vix altiore emarginata radiis 2 posticis mediis longioribus interdum fissis ceteris indivisis; pectoralibus rhomboideis radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus et ventralibus radiis 1° simplice excepto plurifissis, subaequilongis capite brevioribus, radio ventrali, posteriore membrana media basi anteriore pectoralis affixa; anali dorsali radiosae longitudine subaequali sed ea humiliore postice acuta radiis 2 vel 1 posticis interdum exceptis indivisis, membrana inter singulos radios medioeriter incisa; caudali capite paulo ad non longiore rhomboidea postice acute vel obtusiuscule rotundata; colore corpore superne olivascente punctis sparsis fusciscentibus, inferne margaritaceo; iride viridescente margine pupillari aurea; pinna dorsali anteriore rosea vel rosco-hyalina spinam 2^m et 3^m inter ocello nigro flavo annulato; dorsali radiosa flavescente basi vittulis longitudinalibus obliquis margaritaceis; pectoralibus flavescente-hyalinis; ventralibus flavis antice inferne late nigro vel fusco marginatis; anali rosea plus minusve fusco arenata et fusco late marginata, dimidio basali inter singulos radios vittula obliqua flava; caudali hyalino-rosea radiis maculis numerosis parvis oblongis fusciscentibus membrana interradii maculis parvis oblongis seriatis margaritaceis.

B. 6. D. 4—10. P. 1/17 vel 1/18. V. 1/5. A. 10. C. 1/7/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus fluviatilis* Day, Fish. Ind. I p. 322.

Hab Singapura; Bangka; Java (Batavia); Celebes (Macassar, Badjoa); in mari.

Longitudo 12 speciminum 50^m ad 92^m (omn. mascul.).

Rem. Cette espèce est fort voisine du sagitta, mais bien distincte par la tête plus pointue et plus longue que large et par sa première dorsale plus haute. Le *Callionymus fluviatilis* Day de Calcutta, dont j'ai examiné un individu au Musée de Leide, ne présente aucun caractère qui pourrait justifier une séparation du *melanopterus*.

Callionymus Schaapii Blkr, Bijdr. ichth. Banka, Nat. T.
Ned. Ind. III p. 455; Günth., Cat. Fish. III p. 148.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 8 ad 9, latitudine maxima $3\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque pinna caudali; capite valde depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinae praeoperculi 4 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, aequè lato ac longo ad paulo longiore quam lato; altitudine capitis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinae praeoperculi; oculis diametro $3\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus; orbitis superne non elevatis edentulis; regione interoculari concava: vertice cute laevi vestito, utroque latere subente vix ruguloso: rostro absque maxillis oculo breviorè, convexiusculo apice horizontaliter truncato utroque latere processu osseo triangulàri plus minusve prominulo; maxilla superiore deorsum valde protractili; spina praeoperculi oculo non breviorè valida curvata, basi antice dente parvo antrorsum spectante, margine posteriore dentibus 4 ad 6 inaequalibus validis introrsum et antrorsum directis; foramine branchiali supèro nuchae approximato conspicue ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis et feminis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramos 2 descendentes edente ramo anteriore sub oculo curvato, ramo posteriore praeoperculo descendente ibique bifurcata ramo posteriore cutem opercularem intrante; pinna dorsali anteriore dorsali radiosa plus duplo breviorè sed multo altiorè, spinis 3 anterioribus 4^a multo longioribus masculis valde productis caudam vel pinnam caudalem attingentibus; dorsali radiosa corpore paulo altiorè non emarginata radiis posticis 2 interdum exceptis simplicibus, posticis 2 masculis ceteris multo longioribus; pectoralibus et ventralibus subaequilongis capite brevioribus, pectoralibus rhomboideis radiis bifurcatis mediis ceteris longioribus; ventralibus radiis 1^o simplice excepto plurifissis; anali longitudine dorsali radiosae subaequali eaque humiliore, radiis simplicibus, posterioribus 2 vel 1 tantum interdum fissis, masculis radiis ceteris conspicue longioribus; caudali *feminis* obtuse rotundata capite non vel vix longiorè, masculis capite

multo longiore acutiuscule rotundata vel lanceolata; corpore superne olivascente pallide roseo vel margaritaceo ocellato-submarinato, inferne margaritaceo; iride viridescente margine pupillari aurea; pinnis membrana roseo-vel dilute violascente-hyalinis radiis flavescentibus vel aurantiacis, dorsali radiosa radiis omnibus, pectoralibus et caudali radiis superioribus tantum aurantico profundiore variegatis, pectoralibus basi antice macula majore fusca; ventralibus et anali inferne fuscescente marginatis. B. 6. D. 4—10 (port. 2 interd. fiss.). P. 1/17 ad 1/19. V. 1/5.

A. 10 (2 vel 1 post tant. fiss.). C. 1/7/1 et lat. brev.

Hab. Singapura; Bangka; Java (Kraway); in mari.

Longitudo 7 speciminum 61^{'''} ad 102^{'''} (2 fem. 61^{'''} et 62^{'''}; 5 masc. 56^{'''} ad 102^{'''}).

Rem. Le *Callionymus* actuel, qui paraît limité aux mers de la Sonde, présente de nombreuses affinités avec les deux espèces précédentes, mais il a la première dorsale beaucoup plus haute et les trois épines antérieures y sont prolongées en soie dans ces mâles. Par la forme de la tête il tient le milieu entre le *sagitta* et le *melanopterus*. Il se signale encore par la couleur uniforme rose ou jaunâtre de la première dorsale et par la tache brune à la base de la pectorale.

Callionymus enneactis Blkr.

Callion. corpore elongato valde depresso, altitudine 7 circ., latitudine maxima 4 et paulo in ejus longitudine absque pinna caudali; capite depresso acuto ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi 4 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, paulo longiore quam lato; altitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ præopercularis; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{4}$ distantibus; orbitis superne parum elevatis edentulis; regione interoculâ concava; vertice cute laevi vestito utroque latere sub cute irregulariter granuloso; rostro absque maxilla breviorè convexiusculo apice horizontaliter acutiusculo rotundato processibus lateralibus nullis; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundato; spina præ-

operculi oculo paulo breviora valida curvata, antice basi dente antrorsum spectante margine posteriore dentibus 3 validis divergentibus posteriore apicali ceteris breviora; apertura branchiali supero foraminiformi nuchae approximato conspicue ante pinnam dorsalem anteriorem sito; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali bene conspicua nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, genis operculisque inconspicua; pinna dorsali anteriore dorsali radiosae paulo plus duplo breviora, masculis corpore et dorsalis radiosae parte anteriore duplo circ altiore spinis, 3^a ceteris longiore, 4^a anteriore minus duplo breviora; dorsali radiosae antice corpore non altiore radii postorsum longitudine accrescentibus posterioribus 2 vel 1 ceteris longioribus exceptis indivisis; pectoralibus capite brevioribus rhomboideis radiis fissis mediis ceteris longioribus; ventralibus capite non brevioribus radiis 1^o excepto plurifissis, posteriore membrana lato media basi anteriore pectoralis affixo; anali forma, longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali, radiis posterioribus 2 vel 1 exceptis simplicibus, membrana inter singulos radios mediocriter emarginata; caudali capite non multo longiore obtuse lanceolata subrhomboidea; corpore superne lateribusque olivascente fusco variegato, inferne margaritaceo; iride purpurecente-aurea; capite lateribus fusco maculato inferne maculis fuscis 4 aequidistantibus angulos plagae quadrilaterae occupantibus; pinnis flavescentibus vel roseo-hyalinis; dorsali spinosa spinam 3^m inter et 4^m oculo oblongo nigro margaritaceo annulato, antice vittulis 3 vel 5 fusco-violaceis valde obliquis undulatis; dorsali radiosae, ventralibus et caudali membrana maculis parvis fuscis; pectoralibus radiis superioribus et mediis punctis fuscescentibus variegatis; ventralibus fusco marginalis.

B. 6. D. 4—9. P. 1/16 vel 1/17. V. 1/5. A. S. C. 17/1 et lat. brev.

Hab. Singapura; in mari.

Longitudo speciminis unici mascul. 55^m.

Rem. Je ne trouve pas cette espèce dans les auteurs. Elle se distingue des espèces précédentes par la formule des rayons de la seconde dorsale et de l'anale et par son épine préoperculaire tricuspide en forme de patte d'oie. Elle est bien signalée

par l'ocelle noire entre les deux épines dorsales postérieures et par les quatre taches brunes à la région maxillo-gulaire. Elle est différenciée encore des autres espèces à épine préoperculaire tricuspidé, par la hauteur de la première dorsale qui surpasse de beaucoup celle de la seconde, par la formule de l'anale et par les couleurs.

Callionymus picturatus Peters, Uebers. Fisch. Reise Gazelle, Monatsb. k. pr. Ak. Wiss. 1876 p. 840.

Descriptio Petersiana sequens.

•Kiemenspalte sehr klein, rundlich, nach oben gerichtet. Eine einzige Seitenlinie, Kopflänge $3\frac{1}{4}$, Schwanzflosse $3\frac{3}{4}$ Mal in der Totallänge enthalten. Der platte Präopercularstachel hat am Ende zwei und in der Mitte des oberen Randes eine dritte Spitze. Die Schnauze ist spitz und der hintere Rand des Oberkiefers reicht nicht bis unter den vorderen Augenrand. Zähne sehr klein. Der vordere Körpertheil ist weniger zusammengedrückt als gewöhnlich bei den Arten dieser Gattung. Die Seitenlinie verläuft oben, ungefähr zwischen dem 1 und 2 Viertel der Körperhöhe; keine Schuppen. Die wohlentwickelten Bauchflossen haben einen deutlichen Stachel und fünf gegliederte Strahlen. Die Brustflosse besteht aus sehr zahlreichen kurzen Strahlen, von denen die oberen sehr dünn fadenförmig sind. Grundfarbe rose-roth, geziert mit Ocellenflecken, welche in der Mitte schwarz und von drei Ringen, einem inneren rose-rothen, einem mittleren schwarzen und einem äusseren blauen umschlossen sind. Von der Augenpupille gehen blasse, schwarz eingefasste Linien strahlenförmig aus. Die Ocellen der Rückenseite sind kleiner als am Bauche; es stehen zwei hinter einander auf dem Nacken, vier Paar neben den Rückenflossen und eine auf dem Schwanz; an der unteren Seite geht eine grössere nierenförmige Ocelle von dem unteren Theil des Vordeckels ab, eine zweite ähnliche befindet sich an der Basis jeder Bauchflosse, drei besonders grosse steigen an jeder Seite zu der Analflosse herab und die Basis der Schwanzflosse wird von einer schwarzen vorn blau eingefassten Querbinde eingefasst. Das zweite Viertel der Schwanz-

flosse ist bläulich, das Ende schwarz. Die erste Rückenflosse ist mit einem Augenfleck geziert, die zweite Rückenflosse und die Analflosse sind schwarz mit schrägen blauen Linien; die Brust und Bauchflossen sind hellblau, letztere an der Basis schwarz. D. 4—1, S. P. 30 ad 32. V. 1'5. A. 8. C. 15."

Hab. "Salawatti" in mari.

Longitudo speciminis unici 21''.

Callionymus ocellatus Pall., Spicil. VIII 8 p. 25 tab. 4 fig. 1 (mas.) et 2 (fem.); Bonn, Ichth. p. 43 tab. 27 fig. 95 (cop. ex Pallas); L.Gm., Syst. nat. ed. 13 p. 1541; Bl.Schn., Syst. p. 40; Cv., Poiss. XII p. 231; Bkr. Zesde bijdr. ichth. Amb., Nat. T. Ned. Ind. VIII p. 423; Günth., Cat. Fish. III p. 150.

Call. corpore elongato parum depresso, altitudine 5 ad $5\frac{1}{2}$, latitudine maxima 4 ad $4\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absque pinna caudali; capite parum depresso obtusiusculo ab apice rostri usque ad apicem spinæ præoperculi 3 et paulo ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque pinna caudali, longiore quam lato; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ ad $1\frac{2}{3}$ in ejus longitudine ab apice rostri usque ad apicem spinæ præopercularis; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, minus diametro $\frac{1}{3}$ distantibus, orbitis superne parum elevatis edentulis; vertice cute levi vestito, sub cute leviter rugoso; rostro absque maxilla oculo brevior convexo obtuso apice horizontaliter rotundato processibus lateralibus nullis; maxilla superiore deorsum valde protractili apice horizontaliter acutiuscule rotundata; spina præoperculi oculo brevior valido curvato, basi antice inermi, apice dentibus 2 magnis divergentibus sursum spectantibus; apertura branchialis supra operculum vix ante pinnam dorsalem anteriorem sita foraminiformi; masculis appendice anali conica gracili; linea laterali trunco conspicua, nucha linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita, capite ramis conspicuis nullis; pinna dorsali anteriore, *feminis* corpore humiliore dorsali radiose plus octuplo brevior et sat multo humiliore acuta, spinis posteriorum longitudine decrescentibus posteriore anteriore duplo vel plus duplo brevior, *masculis* juvenilibus ut in feminis sed ætate protractis corpore et dorsali

radiosa paulo ad valde multo altiore et dorsali radiosa minus duplo breviora spinis membrana lata unitis valde divergentibus mediis ceteris longioribus posteriore anteriore vix breviora; dorsali radiosa corpore non vel vix humiliore convexa radiis omnibus bifurcatis posterioribus ceteris non longioribus; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus longioribus capite non vel vix brevioribus, radiis 1^o simplice excepto plurifissis, posteriore membrana lata media basi anteriore pectoralis affixo; anali longitudine dorsali radiosa subaequali eaque humiliore, radiis omnibus bifurcatis, membrana inter singulos radios sat profunde emarginata; caudali capite non ad vix longiore obtusa convexa radiis productis nullis; capite et corpore superne lateribusque aureo-olivaceo vel aureo-fusco maculis irregularibus dilute roseis frequenter ex parte coalitis vel vittas transversas irregulares cruras efficientibus; capite lateribus et trunco lateribus inferne et postice punctis coeruleo-annulatis; capite inferne ventroque albidis vel roseo-margaritaceis; iride aurea frequenter punctulis coeruleo-annulatis; — pinna dorsali spinosa *femina* tota fusca antice profundiore ocellis nullis, *masculis* rosea vel purpureo-annulatis inferne vittis 2 vel 3 obliquis undulatis fuscis coeruleo-marginatis, superne spinas 3 anteriores inter ocellis 4 (quarum 2 spinam 1^m inter et 2^m) longitudinaliter seriatis fusco-ante-purpureis centro nigris annulo duplice coeruleo et violaceo cinctis, membrana supra et post ocellos et vittas fuscas ubique pulchre coeruleo-vittulato-rivulata vittulis utrinque violaceo-marginatis; — pinnis ceteris masculis et feminis coloribus non distinctis, dorsali radiosa caudali pectoralibusque roseis vel aurantiacis maculis fuscis variegatis, fusco dorsali frequenter in vittas obliquas dispositis, caudali vittas 3 pectoralibus vittulis 3 ad 5 transversas efficientibus; ventralibus et anali fuscis flavo-annulatis vel albidis marginatis, ventralibus vulgo antice macula et media vitta transversa flavo-annulatis vel roseis; ventralibus et pectoralibus dimidio basali coeruleo punctulatis; anali masculis interdum striis obliquis coeruleis, vittas 2 longitudinales obliquis frequenter interruptas efficientibus.

H. 6. D. 4—9. P. 1/18 vel 11/9. V. 1/5. A. 8. C. 1/7/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus punctulatus* Iac., Poiss. II p. 328, 340.

Synchiropus ocellatus Gill., On the gen. *Callionymus*, Proc. Ac. n. Sc. Philad. 1859 p. 130.

Hab. Celebes (Manado, Tanawanco); Timor; Ternata; Amboina; Goram; in mari.

Longitudo 13 specim. (3 fem.) 38''' ad 48''', (10 mascul.) 32''' ad 62'''.

Rem. Les trois individus femelles que je possède de l'*ocellatus* ne se distinguent des mâles que par la première dorsale peu développée à épines décroissant fortement en longueur depuis l'antérieure et ne montrant rien de la riche coloration d'ocelles, de bandelettes et de rivules qui font de cette nageoire, dans les mâles, comme une aile de papillon richement ocellée et colorée. Dans les jeunes mâles au-dessous de 40''' de long la première dorsale, quoique montrant déjà plus ou moins la forme d'aile de papillon, les quatre ocelles, les bandelettes et rivules, n'est pas encore beaucoup plus haute que dans les femelles, mais avec l'âge elle s'élève de plus en plus jusqu'à ce que sa hauteur mesure environ le double de celle du corps.

L'espèce forme comme une transition entre les *Callionymus* et les *Synchiropus*, par l'orifice branchial qui bien que n'entamant pas le profil de la nuque et approchant de la position verticale se trouve cependant au-dessus de l'opercule et n'en est pas couvert comme cela s'observe dans les *Synchiropus*. L'*ocellatus* est bien signalé encore, outre les couleurs et l'orifice branchial, par la forme trapue du corps et peu déprimée de la tête, par les rayons bifides de la seconde dorsale et de l'anale et par la forte épine préoperculaire bicuspidée.

Synchiropus Gill. = *Diplogrammus* Gill.

Caput depressum convexum. Os parvum. Maxilla superior deorsum protractilis. Apertura branchialis subsemilunari sub cute operculari occulta. Membrana opercularis a cute scapulo-humerali distincta. Pinnae ventrales indivisae, radio postico membrana lata cum media basi anteriore pinnae pectoralis unito.

Rem. La seule espèce insulindienne connue du genre est nettement distincte par la combinaison des caractères suivants : —

1. Tête fort aplatie. Dorsale molle et anale à rayons simples, l'anale soutenue par 8 rayons. Épine préoperculaire plus longue que l'œil, armée de 5 ou 6 dents courbées. Dessous des flancs à carène cutanée simulant une ligne latérale accessoire. Anale sans ocelles noirs. Les autres nageoires et le corps à de nombreux points bleuâtres ou nacrés.

1. *Synchiropus goramensis* Blkr = *Synchiropus goramense* Blkr.

Synchir. corpore elongato depresso, altitudine 8 circ., latitudine maxima $5\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque pinna caudali; capite acuto convexo 4 fere in longitudine corporis absque pinna caudali: longiore quam lato; altitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro 3 circ. in longitudine capitis, maxime approximatis; orbitis parum elevatis edentulis; linea rostro-frontali convexiuscula; vertice vix ruguloso cristis radiantibus nullis rostro acuto oculo non vel vix longiore; spina praeoperculari oculo longiore, margine externo basin versus spina unica antrosum spectante, margine posteriore apicem versus dentibus 5 vel 6 magnis curvatis; foramine branchiali post operculi partem superiorem sito; appendice anali conica elongata: linea laterali antice valde curvata nucha linea transversa curvata cum linea lateralis lateris oppositi unita, regione operculari et suboculari non conspicua; lateribus inferne carina cutanea paulo post initium analis incipiente et basi caudalis inferne desinente lineam lateralem accessoriam simulante; pinna dorsali anteriore posteriore minus duplo brevior, spina libera nulla, spina anteriore ceteris multo longiore in filum producta; dorsali radiosa corpore altiore angulata emarginata, radiis omnibus indivisis 2 posticis ceteris multo longioribus; pectoralibus irregulariter flabelliformibus capite non ad vix longioribus; ventralibus indivisis capite longioribus; anali longitudine dorsali radiosa subaequali, corpore paulo non vel paulo humilior, membrana interradiali profunde emarginata, postice acutangula radiis omnibus indivisis posticis ceteris longioribus; caudali irregulariter rhomboidea postice acutiuscule vel

obtusiuscule rotundata capite longiore; corpore superne roseo, inferne albido-roseo; iride rosea margine orbitali aurea; rostrigenisque vittulis gracilibus curvatis margaritaceis; corpore superne maculis irregularibus albido-roseis, inferne punctis sparsis numerosis margaritaceis; pinnis dorsalibus hyalinis punctis sat numerosis dilute coeruleis, spinosa insuper violascente reticulata; pectoralibus, ventralibus et anali dilute roseo-aurantiacis punctis vel maculis parvis oblongis numerosis coerulescentibus et maculis parvis parvis violascentibus; anali margine inferiore albida et vitta intramarginali diffusa fusco-violacea; caudali roseo-aurantiaca membrana punctis vel vittulis gracillimis brevibus coerulescentibus, dimidio inferiore maculis fuscis in series 5 vel 6 transversas dispositis. B. 6. D. 4—10 (omn. simpl.). P. 2/12/1 vel 2/13/1. V. 1/5. A. 8 (simpl.). C. 2/7/2 vel 3/6/3.

Syn. *Callionymus goramensis* Blkr, Bijdr. vischf. Goram, Nat. T. Ned. Ind. XV p. 214; Günth., Cat. Fish. III p. 149.
Diplogrammus goramensis Gill., Ann. Lyc. N. York VIII p. 143.

Hab. Goram; in mari.

Longitudo 2 speciminum 64'' et 68''.

Rem. Je n'ai jamais vu de cette espèce que les deux individus décrits. Elle est remarquable par un semblant de seconde ligne latérale, qui cependant n'est qu'un léger pli ou une carène cutanée. C'est sur ce caractère que M. Gill a établi le genre *Diplogrammus*, mais l'espèce rentre par tous ses caractères essentiels dans les *Synchiropus*.

Eleutherochir Blkr.

Caput maxime depressum planum; maxillis subaequilongis, superiore oblique protractili. Apertura branchialis semilunaris lata sub membrana operculari occulta. Membrana opercularis in lobum liberum producta. Pinnæ ventrales indivisae liberae non cum pectoralibus unitae.

Rem. Le type de ce genre présente une physionomie fort

différente de celle qu'on observe dans les espèces de *Callionymus*, *Vulsus* et *Synchiropus*. Sa tête est remarquable par son grand aplatissement et par son profil droit. Par son orifice branchial il approche du genre *Synchiropus*, mais cet orifice est plus large et caché sous l'opercule qui se prolonge en arrière en lobe libre à pointe déliée. Le genre est encore distinct par la complète séparation des ventrales qui ne sont pas unies avec la base médiane des pectorales par une large membrane, comme cela se voit dans les espèces des autres genres.

Je ne possède du genre qu'une seule espèce, qui paraît se distinguer de l'*Eleutherochir opercularis* (*Callionymus opercularis* Cuv.) par un rayon de plus à la seconde dorsale et à l'anale et par une ou deux dents de moins à l'épine préoperculaire.

Eleutherochir opercularioides Blkr.

Eleutheroch. corpore elongato valde depresso, altitudine 6 ad 9, latitudine maxima 4 ad 5 in tota ejus longitudine; capite valde depresso a rostri apice usque ad aperturam branchialem 4 circ. in longitudine totius corporis, aequo lato circ. ac longo; oculo diametro 3 ad 4 in longitudine capitis apicem rostri inter et aperturam branchialem diametro $\frac{1}{2}$ ad 1 distantibus; regione interoculari planiuscula; vertice cute laevi vestito sub eate utroque latere cristulis vel rugis subradiantibus; rostro valde depresso, linea anteriore subsemilunariter rotundato, basi plus duplo latiore quam longo; maxillis aequalibus, superiore anterosum valde protractili; spina praeoperculari valida oculo non brevior, margine externo curvato edentula, margine interno dentibus 4 vel 5 conspicuis armata; cute operculo-interoperculari in lobum triangulari sentum longe post spinam praeoperculi producto; apertura branchiali postera cute operculari oblecta; appendice anali conica gracili brevi; linea laterali simplice, lateribus antice undulata, espate ramis 2 descendantibus anteriore sub oculo curvato posteriore praeoperculari; nuca et mox ante pinnam caudalem dorso caudae linea transversa cum linea laterali lateris oppositi unita; pinna dorsali anteriore corpore humiliori dorsali radice duplo vel plus duplo brevior spinis productis nullis; dorsali radice dorsal. spinosa paulo altiore convexa,

membrana inter singulos radios emarginata, radiis posticis 2 vel 3 bifurcatis exceptis simplicibus; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis bifurcatis mediis ceteris longioribus; ventralibus pectoralibus brevioribus, radio anteriore simplice gracillimo flexili, radiis ceteris plurifissis posteriore postice libero membrana nulla cum pectoralibus unita; anali longitudine et altitudine dorsali radiosae subaequali postice quam antice altiore, radiis posticis 2 exceptis bifurcatis, membrana inter singulos radios mediocriter emarginata; caudali obtusa convexa capite non longiore radiis fissis bifurcatis; corpore superne lateribusque fuscisente-olivaceo vel olivascente-aurantiaco, frequenter fusco arenato inferne margaritaceo; iride viridescente margine pupillari aurea; pinnis dorsali spinosa et ventralibus fuscis, ceteris membrana roseo-hyalinis radiis flavis vel aurantiacis, radiis dorsalibus et pectoralibus fuscisente variegatis.

B. 6. D. 4—10. P. 1/22. V. 1/5. A. 10. C. 1/6/1 vel 1/7/1 et lat. brev.

Syn. *Callionymus opercularioides* Blkr, N.soort Callion. Ind. Archip., Nat. T. Ned. Ind. I p. 32; Günth., Cat. Fish. III p. 151.

Synchiropus opercularioides Gill., On Callion. Proc. Ac. nat. sc. Philad. 1859 p. 130.

Hab. Sumatra (Padang, Trussan, Priaman); Bali (Boleling); Celebes (Gorontalo); Batjan (Labuha); Ceram; Amboina; Guebe; in mari.

Longitudo 21 speciminum 50''' ad 86'''.

Vulsus Günth. = *Dactylopus* Gill.

Caput parum depressum convexum. Os parvum. Maxilla superior deorsum protractilis. Apertura branchialis foraminiformis, post-opercularis aperta membrana operculari non obiecta. Pinnae ventrales bipartitae, spina cum radio anteriore a radiis sequentibus separatis, radio postico membrana lata cum media basi anteriore pinnae pectoralis unito.

Rem. Ce genre est remarquable par les nageoires ventrales, dont la partie antérieure, composée de l'épine et du premier

rayon est complètement séparée des autres rayons. La position de l'orifice branchial est postoperculaire comme dans les *Synchiropus* et les *Eleutherochir*, mais il n'est pas caché par la membrane operculaire qui ne se prolonge pas en lobe libre. La seule espèce du genre connue se fait remarquer par sa tête peu déprimée quelque peu trigloïde et n'a été trouvée jusqu'ici que dans l'Insulinde.

Vulsus dactylopus Günth, Cat. Fish. III p. 152.

Vuls. corpore elongato parum depresso, altitudine 5 ad 6, latitudine maxima $3\frac{1}{4}$ ad 4 in ejus longitudine absque pinna caudali; capite obtusiusculo $3\frac{1}{4}$ ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque pinna caudali; aequè lato fere ac longo, minus duplo longiore quam alto; oculis diametro 4 fere ad 4 in longitudine capitis, diametro $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{2}$ distantibus; orbitis superne sat elevatis, edentulis; regione interoculari concava; linea rostro-frontali concava; vertice cute laevi vestito, utroque latere sub cute celluloso-rugoso; rostro oculo non ad vix longiore, apice longe sub oculi margine inferiore sito; maxilla superiore verticaliter deorsum valde protractili; spina praecoperculari oculo paulo ad non brevius parum curvata; spinulis antrorsum spectantibus margine externo 3 anteriore sequentibus majore, margine posteriore 2 ad 4 spinulis margine externo minoribus; foramine branchiali post operculi partem superiorem sito; masculis appendice anali conica mediocr.; linea laterali bene conspicua, capite simplice indiviso nec opercula versus descendente; pinna dorsali anteriore conspicue ante foramen branchiale incipiente indivisa dorsali radiosa plus duplo brevior sed multo altiore, spinis anterioribus masculis aetate provectoribus valde productis setiformibus magna parte liberis, dorsali radiosa corpore altiore radiis bifurcatis, membrana inter singulos radios profunde incisa; pectoralibus rhomboideis capite brevioribus radiis mediis bifurcatis ceteris longioribus; ventralibus capite paulo ad non longioribus radiis omnibus fissis, anterioribus 2 contiguis unitis ab radiis ceteris plurifissis separatis, radio posteriore membrana lata media basi externa pectoralis affixo; anali dorsali radiosa humiliorè, postice quam antice altiore, radiis 2 posticis bifurcatis, ceteris indivisis, membrana

inter singulos radios profunde emarginata: caudali capite paulo ad plus duplo longiore radiis fissis bifurcatis, feminis et masculis junioribus obtusa oblique truncata vel convexa, masculis aetate provectoribus obtuse rhomboidea vel acute rhomboidea radiis submedianis plus minusve productis; corpore superne lateribusque olivascente-roseo vel roseo fusco-violascente vel nigrescente irregulariter nebulato-marmorato, inferne roseo-margaritaceo vel albido; capite et trunco lateribus frequenter ocellis parvis inaequalibus margaritaceis; pinnis ventralibus fuscis vel rubro-fuscis immaculatis, ceteris flavescente-roseis vel aurantiacis; dorsali spinosa spinam 3^m inter et 4^m ocello nigro; dorsali radiosa maculis vel striis fuscis in series longitudinales dispositis membrana strias inter margaritaceo reticulatis vel marmorata; pectoralibus radiis superioribus et mediis fuscescente variegatis; anali inferne fuscescente membrana ocellis et maculis parvis sat numerosis profunde coeruleis; caudali dimidio superiore vittis 3 ad 5 transversis obliquis fuscis; — *masculis* aetate provectoribus coloribus quam in feminis et masculis juvenilibus multo viridioribus; dorsali spinosa ocellis fuscis vel nigris coeruleo annulatis pluribus irregularibus; dorsali radiosa striis fuscis gracilioribus et magis regularibus; pectoralibus radiis mediis margaritaceo punctulatis; anali frequenter rivulis numerosis dilute coeruleis: caudali dimidio superiore vittulis transversis, medio vittulis gracillimis longitudinalibus margaritaceis, medio et inferne striis brevissimis et maculis parvis oblongis purpureis et fuscis; ventralibus frequenter punctis et ocellis parvis coeruleis; — *feminis* et *mascul. juvenil.* dorsali spinosa vulgo ocello fusco unico spinas 2 posteriores inter.

B. 6. D. 4—9. P. 1/16/2 vel 1/17/1 vel 2/16/2. V. 2 unit. 4.

A. 8 (2 post. tant. fiss.). C. 1/8/1 vel 1/7/1 vel 1/7/2 et lat. brev.

Syn. *Callionymus dactylopus* E. Benn. ap. Cv., Poiss. XII p. 232; Blkr, Nieuwe bijdr. ichth. Amb. Nat. T. Ned. Ind. III p. 559.

Dactylopus Bennetti Gill., Proc. Ac. nat. sc. Philad. 1859 p. 130.

Hab. Singapura; Celebes (Macassar, Amurang); Rotti; Buro (Kajeli); Amboina; Nussalaut; Kai-major; in mari.

Longitudo 9 speciminum mascul. (5) 78^{'''} ad 205^{'''}, femin. 4) 101^{'''} ad 140^{'''}.

AMORA Gr. (Genus parum cognitum).

Corpus spinulosum. Caput valde depressum. Oculi tentaculati. Apertura branchialis postopercularis?

Amora tentaculata Gr., Ill. Ind. zool. II tab. 2 fig. 1.

Je ne cite cette espèce que pour mémoire. La figure citée, le seul document, sur lequel repose l'*Amora tentaculata*, laisse manifestement beaucoup à désirer, mais représente un poisson à formes assez ressemblantes à celles du *Callionymus sagitta*, mais à caudale beaucoup plus grande et plus longue que la tête. Les tentacules susoculaires et les petites épines nombreuses du corps ne permettent pas d'y voir un des genres mieux connus et autorisent le maintien du genre *Amora* jusqu'à ce que l'espèce sera retrouvée et mieux étudiée.

La Haye, Mars 1877.

B E P A L I N G
VAN DE
SAMENDRUKBAARHEID VAN WATER,

VOLGENS DE METHODE VAN JAMIN EN MET BEHULP VAN
DEN MANOMETER VAN REGNAULT.

DOOR

R. A. M E E S.

Voor een experimenteel onderzoek was het mij noodig drukkingen te kunnen meten tusschen één en tien atmosferen en de samendrukking te kunnen bepalen, welke die drukkingen bij verschillende stoffen teweegbrengen. Daar de localiteit, die mij ten dienste staat, de opstelling van een open manometer niet toeliet, besloot ik tot het meten der drukkingen gebruik te maken van den manometer door REGNAULT beschreven in de *Archives des Sciences physiques et naturelles*, T. 40, pp. 311—319. Ter bepaling van de samendrukbaarheid der stoffen wenschte ik mij te bedienen van een piëzometer ingericht op de manier zooals die door JAMIN in enkele woorden is aangegeven in zijn *Petit Traité de Physique*, pp. 42—43.

De bovenbedoelde manometer van REGNAULT is echter, ten minste voor zoo ver mij bekend is, nog niet tot een nauwkeurig onderzoek gebruikt, en ook van de methode van JAMIN ter bepaling van de samendrukking, die mij om hare eenvoudigheid boven vroegere methoden de voorkeur scheen te verdienen, is het mij niet bekend, of van haar reeds proef-

ondervindelijk bewezen is, dat zij tot nauwkeurige uitkomsten leidt *)

Het was dus in de eerste plaats noodig door een voorloopig onderzoek zekerheid te verkrijgen, of de manometer van REGSAULT en de methode van JAMIN uitkomsten geven, waarvan de nauwkeurigheid voor de taak, die ik mij had voorgesteld, voldoende kon geacht worden. Ik besloot daartoe met behulp van den genoemden manometer en volgens de genoemde methode den samendrukbaarheids-coëfficiënt te bepalen van een stof, die reeds vroeger nauwkeurig onderzocht was. Ik koos daartoe het water. Vond ik voor water een samendrukbaarheid gelijk aan die door vroegere waarnemers gevonden, en weken de uit de verschillende proeven berekende waarden niet meer van elkander af, dan dit bij die vroegere waarnemers het geval was, dan was dit het bewijs, dat de door mij gebruikte instrumenten en methoden aan het doel, hetgeen ik mij had voorgesteld, beantwoordden.

Ik wensch hier een kort verslag te geven van de door mij verrichte proeven en verkregen uitkomsten.

Niettegenstaande die proeven slechts een inleiding vormen van het eigenlijke onderzoek, dat ik mij had voorgesteld, en waarvan de uitvoering door onvoorziene omstandigheden zeer vertraagd is, — de te beschrijven proeven zijn namelijk reeds vóór geruimen tijd genomen, — geloof ik toch, dat het niet onnut is, reeds nu de verkregen uitkomsten mede te deelen. Vooreerst omdat het immer wenschelijk is van een zoo belangrijke constante als de samendrukbaarheids-coëfficiënt van water, waarvan de juiste bepaling wegens zijn geringe grootte met

*) Later is het mij gebleken, dat JAMIN zijn methode ook beschreven heeft in de *Comptes rendus*, t. 66 (1865, I) p. 1104, echter ook daar ter plaatse slechts zeer kort, en verder dat AMAURY en ESCAMPS in de *Comptes rendus* t. 68 (1869, I) p. 1564, voor eenige vloeistoffen den samendrukbaarheids-coëfficiënt hebben gepubliceerd door hen volgens de methode van JAMIN verkregen. Hunne uitkomsten wijken in het algemeen slechts weinig af van die van GRAMM; alleen voor kwikzilver vinden zij een veel kleinere samendrukbaarheid, en wat voor ons vooral van belang is ook voor water vinden zij een iets kleinere waarde dan GRAMM. Over de nauwkeurigheid der door hen verkregen uitkomsten kan ik niet oordelen, daar zij op de aangehaalde plaats niet anders dan hun einduitkomsten mededeelen.

grootte moeielijkheden gepaard gaat, een groot aantal bepalingen te bezitten. En ten tweede, omdat het niet van belang ontbloomt kan geacht worden de nauwkeurigheid te kennen, die met de door mij gebruikte methoden kan verkregen worden. Wanneer de manometer van REGNAULT ons in staat stelt met voldoende nauwkeurigheid vrij grootte drukkingen te meten, dan kan dit instrument, naar mij voorkomt, voor den physicus van groot nut worden en in vele gevallen, waar men zich het gebruik van een open manometer moet ontzeggen, dezen vervangen. En wat de methode van JAMIN betreft, deze is theoretisch en praktisch veel eenvoudiger dan de vroeger door REGNAULT en GRASSI gevolgde methode van eerstgenoemde. Zoo zij dus in staat stelt, niet minder nauwkeurige uitkomsten op te leveren dan de methode van REGNAULT, zal men zich van haar bij latere onderzoekingen bij voorkeur gaan bedienen.

De gebruikte manometer heeft ongeveer den vorm door REGNAULT daaraan gegeven. In een hoogen bak met wanden van spiegelglas staan de drie buizen, een roodkoperen en twee glazen, verticaal naast elkander. Naast de eene glazen buis, waarin de lucht uit de koperen buis wordt toegelaten, en waarin het volumen dier lucht gemeten wordt, staat een tweede volkomen gelijke buis, binnen welke een verdeeling is aangebracht in willekeurige gelijke deelen, die bijna met millimeters overeenkomen. Deze dient om de volumina der lucht in de glazen buis aan te geven, en daar beide buizen uit dezelfde glassoort bestaan, kan men aannemen, dat een bepaalde deelstreep der eene buis altijd met hetzelfde punt der andere buis overeenstemt, ook al verandert de temperatuur.

Het inwendig volumen der glazen buis werd nauwkeurig gecalibreerd, door het kwik, hetgeen de buis tusschen bepaalde deelstrepen vult, te laten uitvloeien en te wegen. Die wegingen hadden met alle mogelijke voorzorgen plaats; van de gewichten waren de fouten nauwkeurig bepaald door die gewichten te vergelijken met een standaardkilogram, en het gevonden gewicht kwik werd tot kwik van 0^o herleid. De diameter van de buis bedroeg ongeveer 19,6 mm. De buis bleek vrij goed cilindrisch te zijn. De afwijking van den cilindervorm werd echter

voor de verschillende deelen der buis bepaald en bij de meting der lichtvolumina in rekening gebracht. Ook op de verandering van het inwendig volumen der buis met de temperatuur werd gelet.

De koperen buis van ongeveer dezelfde lengte als de glazen volumebuis bleek als gemiddelde uit een aantal waarnemingen volgens de door REISAULT aangegeven methode een inhoud te bezitten die met den uitzettings-coëfficiënt van roodkoper tot 0° herleid een waarde had van 441,104 gram kwik van 0°, d. i. dus ruim 32 kub. cm. De verandering van het inwendig volumen met de temperatuur werd in rekening gebracht, niet echter die welke veroorzaakt kon worden door de verandering van de drukking der in de koperen buis bevatte lucht, daar deze wegens de zeer dikke wanden der buis zeker zoo gering was, dat zij gerust verwaarloosd kon worden.

Het onderscheid in kwikhoogte in de beide glazen buizen werd afgelezen op een nauwkeurig met een standaardmeter vergeleken messingschaal, die verticaal tusschen de beide buizen stond. De afgelezen kwikhoogte werd zowel wegens de uitzetting van het kwik als wegens die der messingschaal tot nul graau herleid, en nog wegens de uiterst geringe fouten der messingschaal gecorrigeerd.

De messingschaal werd op de volgende wijze verticaal gesteld. Twee kijkertjes werden op eenigen afstand van den manometer opgesteld en op de schaal gericht, zoodanig dat de verticale vlakken door hunne optische assen gelegd, in welke vlakken de assen der kijkertjes konden gedraaid worden, ongeveer een rechten hoek met elkander maakten. Tusschen elk der kijkertjes en de messingschaal hing een paslood, dus een verticale draad. De stelschroeven, waarop de bak des manometers rust, werden nu zandig veranderd, totdat men een lijn op de messingschaal, die loodrecht staat op de deelschrepen, door elk der kijkertjes met den daarvoor hangenden verticalen draad zag ommenvallen.

In den bak des manometers bevond zich water, hetgeen door een roerler gedurende de waarnemingen telkens in beweging werd gebracht, en waarvan de temperatuur kon geacht worden overeen te stemmen met die van het kwik en de lucht in de

buizen bevat. Het water werd in den bak gebracht, voordat de messingschaal verticaal gesteld werd. De manometerbak stond op een steenen tafeltje, dat met ijzeren bouten onwrikbaar in een muur van het gebouw bevestigd was.

De aflezing der luchtvolumina zoowel als die van het verschil in kwikhoogte geschiedde met een horizontalen kijker met oculair-mikrometer, die langs een verticale stang op en neder geschoven en tegelijkertijd om die stang in horizontalen zin gedraaid kon worden. Deze kijker en stang vormen eigenlijk een kathetometer, maar de constructie is zeer licht en beweegelijk, en hij was om deze reden en ook omdat de grond waarop hij staat weinig stabiel is, niet als kathetometer te gebruiken.

87,7 deelen van de schroef des oculair-mikrometers kwamen overeen met een verticale verplaatsing van den bewegelijken draad des mikrometers om één millimeter. Hieruit vloeit echter niet voort, dat de kwikhoogten tot op $\frac{1}{87,7}$ mm. en de lucht-

volumina tot op $\frac{1}{87,7}$ schaaldeel der volumenbuis nauwkeurig af te lezen zijn. Om verschillende redenen is dit niet het geval. Vooreerst niet omdat de kijker met den mikrometer niet volkomen vast kon worden opgesteld; ten tweede niet, omdat de draden van den mikrometer wel zeer dun zijn, maar toch eenige dikte hebben, zoodat het nulpunt van den mikrometer niet volkomen nauwkeurig te bepalen is; deze fout is echter zeer gering. De grootste bron van onnauwkeurigheid is de dikte en het niet regelmatige van de deelstrepen der schalen; vooral op de aflezing der luchtvolumina zal dit van invloed geweest zijn, daar de schaal die hiertoe diende minder fraai was dan de messingschaal ter aflezing der kwikhoogten. De waargenomen kwikhoogten bezitten daarom een grootere nauwkeurigheid dan de luchtvolumina.

De manometer, zooals hij tot nu toe door mij gebruikt is, bezit verder nog twee bezwaren. Ten eerste waren de doorboringen der kranen wat nauw, waardoor somtijds verstoppingen dier kranen optraden. En ten tweede door het vet der kranen wordt het kwik licht eenigszins vuil, en daarvan was

het gevolg, dat niettegenstaande eene inrichting was aangebracht, waardoor bij het vullen der volumenbuis met kwik het bovenste kwik, dat de kranen gepasseerd had, werd afgevoerd en niet weder in de volumenbuis werd toegelaten, het inwendige van deze toch niet volkomen rein bleef. Hieraan is zeker toe te schrijven, dat enkele malen een foutieve waarde voor de drukking werd verkregen. Aan beide bezwaren is voor verdere proefnemingen te moeten gekomen door kranen met wijdere opening te gebruiken en door de glazen volumenbuis van onderen te doen eindigen in een ijzeren buis met kraan, welke er gedeeltelijk kan afgeschroefd worden, waardoor men van onderen toegang heeft tot de glazen buis, en haar, zoo dikwijls als het noodig is, kan schoon maken.

Om het kwik in de glazen buizen te brengen en tevens elken gewenschten stand van het kwik in die buizen gemakkelijk te kunnen verkrijgen, werd het horizontale kanaal, dat de beide glazen buizen van onderen verbindt, eenigszins verlengd, en aan dit met een kraan voorzien verlengstuk het eene uiteinde van een buis van caoutchouc bevestigd, waarvan het andere uiteinde uitmondt in den bodem van een gedraaiden houten bak. Deze houten bak rust in een horizontalen ring, die langs een verticale ijzeren stang verschuifbaar is. Deze bak en de daaraan verbonden buis bevatten kwik, en door nu den bak tot op een bepaalde hoogte op of neder te schuiven, kan men het kwik in de glazen buizen des manometers tot elke gewenschte hoogte brengen *).

*) Deze toestel kan aan elken open manometer worden aangeschroefd, zoo men slechts in het onderste dwarskanaal van den manometer een opening maakt met een buis met schroef. Vooral bij waarnemingen met den volumenometer van ROBERT, waarbij het kwik in de gesloten buis afwisselend tot twee bepaalde merktekens moet gebracht worden is dit toestelletje van groot nut. Om de instelling van het kwik nog gemakkelijker en juist te verkrijgen, kan men in den houten bak, die het kwik bevat, een rond gedraaid stuk hout laten dompelen, dat zich met den houten bak maar onafhankelijk van dezen langs de verticale stang op en neder laat schuiven. Zet men nu dit stuk zoowel als den houten bak op ongeveer de verlangde hoogte vast, zoodanig dat het stuk hout in het kwik van den bak gedompeld is, dan kan men door middel van een schroef het stuk hout een verticale beweging geven, en het daardoor of dieper, of minder diep in het kwik laten dompelen, en op deze wijze het niveau van het kwik juist op de verlangde hoogte brengen.

Als piëzometer diende een glazen cilindrisch vat van boven uitloopende in een nauwe glazen buis, waarop een verdeeling was aangebracht, waarvan de deelen ongeveer met millimeters overeenkwamen. De glazen buis was vooraf door het inbrengen van een zuiltje kwik zeer nauwkeurig gec calibreerd, zoodat men den inhoud der verschillende deelen der buis kende. Het inwendig volumen van het vat werd bepaald door het te vullen met kwik, dat in het vat werd uitgekookt. Men bepaalde dan bij 0° tot welke deelstreep het kwik in de nauwe buis stond, en vond vervolgens het gewicht van dit kwik door weging. Vervolgens werd het vat met zuiver gedestilleerd water gevuld, en dit water in het vat uitgekookt.

Het piëzometervat rustte in een koperen beugel, waarmede het gemakkelijk in een grooter koperen vat kon worden gebracht hetgeen met uitgekookt water gevuld was. Op dit koperen vat, dat van boven een vlakken rand draagt, werd, nadat op dien rand een ring van caoutchouc gelegd was, een koperen deksel gebracht, dat door middel van schroeven, die door openingen in den vlakken rand gaan, aan het koperen vat bevestigd werd, zoodat de randen hermetisch gesloten waren. In dit deksel waren drie openingen, een in het midden ter doorlating der glazen buis van het piëzometervat, een tweede, waarin een nauwkeurig gec calibreerde aan beide zijden open glazen buis verticaal kon bevestigd worden, en een derde, waarin een kraan geschroefd werd. De beide glazen buizen gingen door middel van de buizen omvattende koperen schroeven luchtdicht door het deksel heen. De aan beide zijden open buis had zooveel mogelijk dezelfde wijidte als die van het piëzometervat en was met een geheel gelijke schaalverdeeling als deze voorzien. Zij diende, om uit de verandering van den stand van het water in de buis de verandering van volumen van het piëzometervat te bepalen, veroorzaakt door het grooter zijn van de drukking binnen het piëzometervat dan daarbuiten. Wij zullen deze buis in het vervolg de open buis noemen.

Het deksel droeg een verticale stang, aan wier bovenende een koperen stek bevestigd was met twee naar onderen gerichte openingen, waarin door middel van schroeven de bovenenden der beide glazen buizen konden bevestigd worden. De een dier

openingen, waarin de open buis reikte, stond voortdurend in verband met den atmosfeer. De andere opening, waarin de buis van het piëzometervat nitmondde, kon door middel van een kraan met een dubbele doorboring in verband gebracht worden, hetzij met den atmosfeer, hetzij met een metalen buis, die leidde naar een grooten koperen bol, waarin door middel van een luchtjomp goed gedroogde lucht was samengeperst. Deze metalen buis bevatte op eenigen afstand van het punt, waar zij den bol met samengeperste lucht verlaat, een Bourdon'schen metaalmanometer, die ongeveer de drukking dier lucht aangaf, en verdeelde zich verderop in tweeën, waarvan het ene deel naar het bovineinde der piëzometerbuis leidde, terwijl het andere deel met de koperen buis van den manometer in verband stond. Door deze inrichting kon men dus afwisselend op het water in het piëzometervat de atmosferische drukking en de grootere drukking der samengeperste lucht laten werken, en tegelijkertijd de koperen buis des manometers met die samengeperste lucht vullen, om daarvan vervolgens de drukking te bepalen.

Het deksel van het koperen vat, waarin de piëzometer zich bevond, bevatte zooals gezegd nog een derde opening, die al of niet gesloten kon worden door een kraan, boven welke zich een kort verticaal buisje bevond, hetgeen eindigde in een stukje caoutchouc buis. Kraan en daarboven geplaatste buis bleven voortdurend met water gevuld. Wanneer de piëzometer niet gebruikt werd, stond de kraan voortdurend open. Daardoor werd voorkomen, dat bij een temperatuursdaling het water in de open buis zoover daalde, dat door die buis lucht het koperen vat kon binnendringen. Werd de piëzometer gebruikt, dan werd natuurlijk de kraan gesloten. Door middel van die kraan en de daarboven geplaatste caoutchouc buis had men het in zijn macht nan den stand van het water in de open buis elke gewenschte hoogte te geven.

Bij het plaatsen van het piëzometervat in het koperen vat en het hierop bevestigen van het deksel werd er voor gezorgd, dat er in het geheel geen lucht in het koperen vat overbleef. Deze bewerking geschiedde daarom geheel onder water, waartoe de geheele toestel in een hoog glazen vat gezet werd, hetgeen

geheel met water gevuld was, en waarboven alleen de huis van het piëzometervat uittreikte.

De huis des piëzometers was zooals uit het voorafgaande blijkt aan haar ondereinde en aan haar boveinde luchtdicht omsloten door koperen buisjes, die geheel vast, verticaal boven elkander stonden. Wilde men dus bij het vastschroeven dier koperen buisjes niet de kans loopen de glazen buis des piëzometers te breken, dan moest men het in zijn macht hebben die glazen buis verticaal te stellen. Hiertoe liep de beugel, waarin het piëzometervat rustte, van onderen in een punt uit. Deze punt pastte juist in een uitholling in den bodem van het koperen vat. Die bodem bestond niet uit een enkel stuk, maar de genoemde uitholling bevond zich in een afzonderlijk stuk, hetgeen zich door middel van een kogelgewricht in den bodem liet draaien, en waarvan een gedeelte onder het koperen vat tusschen de drie voeten, waarop dit vat stond, uitstak. Door middel van drie horizontale schroeven kon men dit beneden den bodem uitstekende stuk kleine verplaatsingen geven, en daardoor de uitholling en de daarin stekende punt van den beugel zulk een stand geven, dat de buis des piëzometers juist verticaal kwam te staan of liever zonder eenige wringing of buiging juist door de beide koperen buisjes ging, voordat de schroeven waren aangedraaid. Had men dien stand aan de buis gegeven, dan kon men vervolgens veilig de schroeven luchtdicht aandraaien zonder gevaar te loopen de buis te breken.

Het den piëzometer omgevende koperen vat stond in een grooten houten bak van een vierkante doorsnede van 34 kwadraat-decimeters, welke zoover met water gevuld was, dat het water nog een eind boven het deksel van het koperen vat stond. Boven den bak bevond zich een hooge vierkante kast met glazen wanden, die zoowel het water in den bak als de uit het water uitstekende glazen buizen des piëzometers geheel bedekte. De voorste wand bestond uit spiegelglas, zoodat de stand van het water in de buizen des piëzometers daardoor heen, volkomen scherp kon worden afgelezen. Om een aanslag van water tegen de binnenzijde van het spiegelglas te voorkomen, werd het water binnen de kast met glazen platen bedekt. Het water in den bak veranderde wegens zijne groote massa en wegens

de afsluiting van de buitenlucht door de beschreven bedekking slechts zeer langzaam van temperatuur, en dit was daarom ook het geval met het water in den piëzometer en in het dezen omgevende omhulsel. Dit bleek dan ook uit de zeer geringe veranderingen, die het niveau van het water in de beide glazen piëzometerbuizen gedurende de proeven ondergingen, niettegenstaande én het piëzometervat én het koperen omhulsel met de in beide stekende buizen niterst gevoelige thermometers vormden. Wegens de geringe temperatuursveranderingen kon daarom ook de temperatuur van het water in het groote houten vat, welk water nu en dan werd omgeroerd, als de temperatuur van het water in den piëzometer beschouwd worden.

De eerste reeks proeven met de beschreven toestellen verricht gaf uitkomsten voor den samendrukbaarheidscoefficiënt van water, die niet in overeenstemming waren met de genomen moeite en verwachte nauwkeurigheid. De proeven bij ongeveer dezelfde drukking en temperatuur genomen gaven reeds vrij uiteenlopende uitkomsten, en die bij verschillende drukkingen verkregen, weken nog meer van elkander af. De waarden voor den samendrukbaarheidscoefficiënt van water bij drukkingen tusschen 6 en 10 atmosferen verkregen stemden vrij wel overeen met die volgens vroegere waarnemers, waren echter in den regel iets grooter; bij geringere drukkingen werden echter nog grootere waarden gevonden. Daarbij vertoonde de beweging van het water in de beide piëzometerbuizen onregelmatigheden, de stand was in de beide buizen vóór- en nadat een grootere drukking gewerkt had niet geheel dezelfde, niettegenstaande in beide gevallen de drukking de atmosferische was; en die veranderingen van stand waren zoodanige, dat zij moeielijk alleen aan een verandering van temperatuur waren toe te schrijven. Ook bleek het moeielijk de piëzometerbuis inwendig volkomen rein te houden, en werd daardoor het water in die buis enkele malen gescheiden door kleine luchtbelletjes, die bij het opstijgen van het water aan den wand der buis bleven hangen. Om al deze redenen moest ik deze eerste uitkomsten wel verwerpen, en besloot ik een tweede reeks proeven te beginnen met een grooter piëzometervat.

Ik meende toch een deel der waargenomen onregelmatigheden en de gemiddeld te groote nitkomsten te moeten toeschrijven aan de te geringe wijdte der piëzometerbuis. Het piëzometervat had toch slechts een inhoud van ongeveer 450 gram kwik van 0° of ongeveer 33 kub. cm., terwijl de beide piëzometerbuizen per schaaldeel van ongeveer 1 mm. lengte een inhoud hadden van ruim 1,7 mgr. kwik en dus een diameter bezaten van slechts 0,4 mm. Zijn nu de piëzometerbuizen zoo nauw, dan zal het water dat bij het dalen der vloeistof in de buizen aan de wanden blijft hangen een merkbaaren invloed kunnen verkrijgen. Die invloed is deze, dat de buizen in werkelijkheid bij de proeven nauwer zijn dan bij de calibratie met kwik gevonden werd en bij de berekening is aangenomen; zoodat men schijnbaar een grootere samendrukking van de vloeistof meent waar te nemen dan wezenlijk plaats heeft. Ons piëzometervat was dan ook veel kleiner dan de vaten door REGNAULT en door GRASSI ter bepaling van de samendrukbaarheid van water gebruikt, want REGNAULT's piëzometers hadden een inhoud van 80 à 109, die van GRASSI een inhoud van 90 à 102 kub. cm.

Onze eerste reeks proeven had ons echter nog meer geleerd. Ten eerste, dat men bij het aanbrengeu der grootere drukking in het piëzometervat de samengeperste lucht slechts zeer langzaam moet toelaten, en eveneens die lucht vervolgens weder zeer langzaam moet laten ontsnappen wil men een regelmatige beweging van het water in de buizen verkrijgen. En ten tweede, dat men tusschen de waarnemingen van den stand van het water in de beide buizen, den eenen keer terwijl een groote drukking en vervolgens terwijl de atmospherische drukking binnen den piëzometer heerscht, een langeren tijd moest laten verloopē dan bij de meeste vroegere proeven het geval was. De onregelmatigheden in de beweging van het water in de beide buizen wezen toch op een soort nawerking van het piëzometervat; zij maakten het ten minste waarschijnlijk dat bij het aanbrengeu der grootere drukking dat vat niet plotselings maar eerst allēns zijn grootste volumen verkreeg, en bij het weder wegnemen der drukking niet plotselings zijn oorspronkelijk volumen heruam, maar eerst na eenigen tijd dat aanvan-

kelijk volumen weder terug kreeg. Van blijvende veranderingen van volumen was echter geen spoor te ontdekken. Bij de volgende proeven verliep er daarom een langere tijd tusschen de opvolgende waarnemingen, en was dan ook van zulk een werking niets te bespeuren.

Als tweede piezometervat diende een glazen cilindrisch vat, waarvan de inhoud zoowel door weging met kwik als met water bepaald is. Beide wegingen gaven zeer overeenstemmende uitkomsten. Die inhoud bedroeg ruim 1134 gram kwik van 0^o of dus ruim 83 kub. em. De aan den piezometer bevestigde buis had per schaaldeel van ongeveer 1 mm. een inhoud van ongeveer 7,4 mgr. kwik, de open buis een iets kleineren van ongeveer 7,25. De beide buizen hadden dus een diameter van ruim 0,8 mm. Beide buizen waren zeer nauwkeurig gecalibreerd. Zij bleken vrij cilindervormig te zijn; met de afwijking van den cilindervorm in de verschillende deelen der buis werd echter altijd rekening gehouden.

De proeven werden op de volgende wijze genomen.

Terwijl binnen en buiten het piezometervat de atmosferische drukking heerschte, werd de stand van het water in de beide buizen en tevens het tijdstip der waarneming opgeteekend. Men opende nu uiterst langzaam de kraan, die de samengeperste lucht toegang geeft tot het inwendige des piezometers, totdat de volle drukking verkregen was, en liet den piezometer dan eenigen tijd aan zich zelve over. Na een bepaalden tijd na de eerste waarneming van den piezometer werd nu de stand van het water in de buizen afgelezen behoorende bij de groote drukking. De kraan van den piezometer werd nu langzaam teruggedraaid, zoodat de samengeperste lucht boven het water binnen den piezometer ontspande en aldaar de aanvankelijke drukking van den atmosfeer zich herstelde. De piezometer werd nu weder aan zich zelve overgelaten, en eerst na een bepaalden tijd werd de nieuwe stand van het water in de beide buizen afgelezen en opgeteekend. Wij verkregen op die wijze drie aflezingen van den piezometer, n^o. 1 en n^o. 3 bij de atmosferische en n^o. 2 bij de grootere drukking. Van de beide aflezingen n^o. 1 en n^o. 3 werd dan het gemiddelde genomen, en het verschil tusschen dit gemiddelde en de aflezing n^o. 2

diende vervolgens tot het berekenen van de samendrukking van het water. Daar de tijd, die er verliep tusschen de aflezingen n^o. 2 en n^o. 3 altijd gelijk werd genomen aan dien tusschen de aflezingen n^o. 1 en n^o. 2, en de temperatuur slechts uiterst weinig veranderde, zoodat men wel mocht aannemen, dat de verandering van stand van het water in de piëzometerbuizen wegens de temperatuursverandering evenredig met den tijd plaats greep, werd door deze wijze van waarnemen de invloed der temperatuursverandering zooveel mogelijk geëlimineerd. Het gemiddelde der aflezingen n^o. 1 en n^o. 3 kon namelijk beschouwd worden als de aflezing, die men op het tijdstip der aflezing n^o. 2 zou verkregen hebben, wanneer op dat tijdstip niet de groote drukking maar de atmosferische binnen den piëzometer geheerscht had *). De tijd, die er verliep tusschen de aflezingen was niet bij alle proeven dezelfde, maar hij was altijd veel langer dan bij de eerste proefreeks. Gemiddeld bedroeg hij ongeveer 10 à 15 minuten, zoodat elke proef ongeveer 20 à 30 minuten duurde. Van een invloed van een verschil in den duur der proef op de verkregen uitkomst was niets te bespeuren. Werd de proef onmiddellijk nog door andere proeven gevolgd, dan diende aflezing n^o. 3 als aflezing n^o. 1 van de volgende proef.

De aflezingen van de piëzometerbuizen geschiedde met denzelfden kijker met mikrometer, die tot de aflezing van den manometer diende.

De tijd tusschen de opvolgende aflezingen des piëzometers werd gebruikt tot het aflezen van de temperatuur van het den piëzometer omringende water, tot het in orde brengen en het verstellen der kraan van den manometer, tot het aflezen van het luchtvolume, het verschil in kwikhoogte en de temperatuur in den manometer en van den stand des barometers. De waarnemingen aan den manometer en barometer hadden plaats tusschen aflezingen n^o. 2 en n^o. 3.

Als drukking, welke de samenpersing van het water bewerkte, werd aangenomen de uit de aanwijzingen des manome-

*) Dezelfde wijze van waarnemen was reeds bij de eerste proefreeks gevolgd.

ters berekende drukking van de samengeperste lucht vermindert met de waargenomen barometerhoogte.

De uitkomsten der verrichte 60 proeven zijn vermeld in de volgende tabel. De eerste kolom geeft het nummer der proef aan, de tweede de temperatuur van het den piëzometer omgevende water, de derde de drukking, die de samenpersing bewerkte, de vierde den samendrukbaarheids-coëfficiënt van het water.

T A B E L I.

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheids- coëfficiënt van water.
1.*	12 ^o ,50	7128	0,000.047.104
2.*	12 ^o ,50	7168	46.678
3.	11 ^o ,85	7018	47.526
4.	11 ^o ,85	7022	47.207
5.	11 ^o ,90	7014	47.258
6.	11 ^o ,90	6987	47.427
7.	11 ^o ,90	6354	47.241
8.*	11 ^o ,90	6389	46.798
9.	11 ^o ,90	6350	47.057
10.	11 ^o ,40	6265	47.242
11.*	11 ^o ,45	6174	47.977
12.	11 ^o ,50	6232	47.397
13.	11 ^o ,50	6181	47.523
14.	11 ^o ,50	6175	47.536
15.	11 ^o ,50	6166	47.543

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Saraendrukbaarheids- coëfficiënt van water.
16.	11 ⁰ ,60	5455	0,000.047.363
17.	11 ⁰ ,60	5439	47.203
18.	11 ⁰ ,60	5424	47.447
<hr/>			
19.	11 ⁰ ,80	5305	47.356
20.	11 ⁰ ,80	5291	48.290
<hr/>			
21.	10 ⁰ ,60	4776	47.779
22.	10 ⁰ ,60	4773	47.817
23.	10 ⁰ ,60	4772	47.707
24.	10 ⁰ ,60	4766	47.853
25.	10 ⁰ ,60	4769	47.647
<hr/>			
26.	11 ⁰ ,15	4009	47.559
27.	11 ⁰ ,20	4008	47.725
28.	11 ⁰ ,20	4007	47.612
29.	11 ⁰ ,25	4005	47.577
30.	11 ⁰ ,30	3999	47.478
<hr/>			
31.	10 ⁰ ,75	3162	47.886
32.	10 ⁰ ,80	3158	47.515
33.	10 ⁰ ,85	3149	47.608
34.	10 ⁰ ,95	3147	47.840
35.*	11 ⁰ ,00	3187	47.387
<hr/>			
36.	10 ⁰ ,00	2332	47.621
37.	10 ⁰ ,00	2326	47.707
<hr/>			
38.	9 ⁰ ,30	2323	48.401
39.	9 ⁰ ,30	2321	48.286
40.	9 ⁰ ,30	2318	48.309

Nommer der proef.	Temperatuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheidscoëfficiënt van water.
41.	10 ⁰ ,35	1504	0,000.047.428
42.	10 ⁰ ,35	1504	48.324
43.	10 ⁰ ,40	1501	47.779
44.	10 ⁰ ,40	1492	48.148
45.	10 ⁰ ,45	1491	48.489
<hr/>			
46.	10 ⁰ ,50	810	48.795
47.	10 ⁰ ,55	808	47.696
48.	10 ⁰ ,55	809	47.510
49.	10 ⁰ ,60	809	48.271
50.	10 ⁰ ,60	807	47.295
<hr/>			
51.	11 ⁰ ,15	439	48.828
52.	11 ⁰ ,15	439	48.859
<hr/>			
53.	11 ⁰ ,30	437	48.510
54.	11 ⁰ ,30	436	49.145
55.	11 ⁰ ,30	436	48.084
56.	11 ⁰ ,30	433	46.695
<hr/>			
57.*	8 ⁰ ,10	392	49.601
58.	8 ⁰ ,15	398	48.595
59.	8 ⁰ ,25	395	48.064
60.	8 ⁰ ,35	395	49.541

De samendrukbaarheidscoëfficiënt is met een grooter aantal decimalen berekend dan hier is opgegeven. De drukking is berekend tot twee decimalen, die echter in de tabel zijn weggelaten. De aangegeven drukking is de door den manometer bepaalde drukking verminderd met de barometerhoogte.

De overeenstemming tusschen de uitkomsten der verschillende waarnemingen is, wanneer men de kleine waarde der te

meten grootheid in acht neemt, vrij voldoende. Die overeenstemming is ongeveer dezelfde als die door REGNAULT *) en door GRASSI †) met hun open manometer verkregen. Vooral bij de grootere drukkingen is de overeenstemming zeer goed; dat zij iets minder wordt bij de zeer geringe drukkingen, waartoe ik aan het slot der proefreeks ben afgedaald, is niet te verwonderen.

Sommige der afwijkingen moeten voorzeker hieraan worden toegeschreven, dat er een fout gemaakt is in de bepaling der aangewende drukking. Onze waarnemingen begonnen namelijk met de hoogste drukking, en naarmate de proeven een hooger nummer bezitten, neemt de aangewende drukking af. Wij hadden namelijk de lucht in den koperen bol samengeperst tot een drukking van ruim 10 atmosferen. Bij die groote drukking werden dan eenige proeven achter elkander gedaan, die dus bij ongeveer gelijke drukking plaats hadden; dan liet men lucht uit den koperen bol ontsnappen, zoodat de drukking der lucht om een bepaalde hoeveelheid verminderde, en bij deze nieuwe drukking werden dan weder eenige proeven gedaan, en zoo vervolgens. Ook de proeven bij een zelfde drukking verricht, hadden echter niet onder volkomen dezelfde drukking plaats, maar de latere proeven in den regel onder een iets kleinere dan de voorafgaande, omdat bij elke proef eenige samengeperste lucht ontsnapte.

In het algemeen zal men dus voor elke volgende proef een iets kleinere drukking moeten vinden dan voor de voorafgaande. In enkele gevallen verkrijgt men daarentegen bij de volgende proef een grootere waarde voor die drukking. Is het verschil slechts klein, dan zou dit wellicht door een temperatuursverhoging van den koperen bol en een daardoor veroorzaakte vermeerdering van de spanning der daarin bevatte samengeperste lucht te verklaren zijn; maar zoodra dit verschil eenigszins groot is, laat zich daarvoor niet meer zulk een verklaring geven, en moet de proef dus bepaald verworpen worden. Het is

*) *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, T. 21, pp. 429—464.

†) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e Série, T. 31, pp. 437—478.

om deze reden, dat de volgende proeven te verwerpen zijn. Vooreerst n^o. 1 en 2, omdat het niet is uit te maken, of de drukking in n^o. 1 te klein of in n^o. 2 te groot is afgelezen; verder n^o. 8, 11, 35 en 57. Deze zijn bepaald buiten te sluiten. Van andere, waar het verschil slechts klein is, heb ik gemeend dit niet te behoeven te doen, maar haar te kunnen behouden. De proeven, die wij gemeend hebben te moeten verwerpen, zijn in tabel I met kruisjes aangeduid. Deze zijn bij het berekenen der gemiddelden niet gebruikt. Als algemeen gemiddelde van alle overige proeven verkrijgen wij voor den samendrukbaarheidscoëfficiënt van water als gemiddelde van 54 waarnemingen:

0,000.047.830 bij een temperatuur van 16^o,82 en een drukking tusschen $\frac{1}{2}$ en ruim 9 atmosferen.

GRASSI vindt 0,000.048.0 bij 10^o,8.

Wellicht ware het echter beter het gemiddelde niet af te leiden uit alle waarnemingen maar slechts uit die bij grootere drukkingen. De waarnemingen bij geringe drukkingen moeten toch noodzakelijk tot minder nauwkeurige uitkomsten leiden. Ten eerste omdat de verplaatsingen der waterzuilen in de piëzometerbuizen dan veel kleiner worden, en ten tweede omdat ook de fout, die men maakt bij de bepaling der drukking met behulp van den manometer, niet evenredig aan de drukking toeneemt *). Nemen wij daarom slechts de proeven bij druk-

*) Het is niet wel mogelijk bij de berekening van het gemiddelde aan de uitkomsten bij verschillende drukkingen verkregen een verschillend gewicht toe te kennen. Men kan toch voor dat gewicht geen bepaalde waarde aangeven; want de invloed van de fouten in de aflezingen der piëzometerbuizen op den berekenden samendrukbaarheids-coëfficiënt neemt wel omgekeerd evenredig aan de aangewende drukking af, maar dit is niet het geval met de fout in de bepaling der drukking. Deze fout is niet constant, is echter evenmin evenredig aan de drukking, maar neemt langzamer toe dan deze. Hoe of zij met de drukking toeneemt is echter in het algemeen niet aan te geven. Deze fout is voornamelijk afkomstig van fouten begaan bij de bepaling van het volume der koperen bus des manometers en bij de aflezing van het volume, waartoe de in de koperen bus opgesloten lucht zich vervolgens in den manometer uitzet, en van de daarbij behorende drukking dieer lucht. Zij hangt echter van deze fouten op een vrij gecompliceerde wijze af zoodat noch haar absolute noch haar betrekkelijke waarde alleen afhangen van de te meten drukking, maar tevens van de einddrukking, waartoe men de drukking der samengeperste lucht in den manometer laat dalen. Het is daarom niet mogelijk juist aan te geven, welke de invloed bij de verschillende waarnemingen geweest is van

kingen grooter dan 4 atmosferen, dan verkrijgen wij als gemiddelde uitkomst van 30 waarnemingen :

0,000.047.539 bij een temperatuur van $11^{\circ},32$ en een drukking tussehen 4 en ruim 9 atmosferen.

In tabel II hebben wij het gemiddelde opgesteld der verschillende bij eenzelfde temperatuur en drukking verrichte waarnemingen. Kolom 1 geeft de nummers der proeven aan, waaruit het gemiddelde genomen is, kolom 2 het aantal dier proeven, kolom 3 de gemiddelde temperatuur, kolom 4 de gemiddelde drukking in millimeters kwik, kolom 5 den samen-drukbaarheidscoefficiënt.

T A B E L II.

Nummers der proeven, waar- uit het gemiddelde genomen is.	Aantal	Temperatuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaar- heidscoefficiënt.
3—6.	4.	$11^{\circ},375$	7010	0,000.047.355
7, 9.	2.	$11^{\circ},90$	6352	47.149
10, 12.	2.	$11^{\circ},45$	6249	47.320
13—15.	3.	$11^{\circ},50$	6174	47.534
16—18.	3.	$11^{\circ},60$	5439	47.338
19, 20.	2.	$11^{\circ},80$	5298	47.828
21—25.	5.	$10^{\circ},60$	4771	47.761
26—30.	5.	$11^{\circ},22$	4006	47.590
31—34.	4.	$10^{\circ},825$	3154	47.712
36, 37.	2.	$10^{\circ},00$	2329	47.664
38—40.	3.	$9^{\circ},30$	2321	48.332
41—45.	5.	$10^{\circ},39$	1498	48.034
46—50.	5.	$10^{\circ},56$	809	47.913
51, 52.	2.	$11^{\circ},15$	439	48.844
53—56.	4.	$11^{\circ},30$	436	48.109
58—60.	3.	$8^{\circ},25$	396	48.733

de fout begaan bij de bepaling der drukking. Slechts dit heeft mij de berekening geleerd, dat de invloed van een fout in het volumen der koperen buis des manometers bij mijne proeven bijna niet veranderde met de aangewende drukking, maar dat de invloed der fouten in het eindvolumen en de einddrukking der lucht in den manometer met het afnemen der drukking toenam, zoodat de geheele invloed van een fout in de drukking des te kleiner moet geweest zijn, naarmate de aangewende drukking grooter was.

Dat de samendrukbaarheid bij verlaging der temperatuur toeneemt, zooals door GRASSI is gevonden, is ook uit deze tabel te zien, niettegenstaande de niterste temperatuurgrenzen slechts 3°,5 uit elkander liggen. Duidelijker blijkt dit nog uit de volgende samenvoeging der verschillende proeven:

0,000.047.655 bij 11°,51 gemiddelde van 27 proeven (3—7,
9—10, 12—20, 26—30, 51—56).

0,000.047.843 bij 10°,53 gemiddelde van 21 proeven (21—25,
31—34, 36—37, 41—50).

0,000.048.332 bij 9°,30 gemiddelde van 3 proeven (38—40).

0,000.048.733 bij 8°,25 gemiddelde van 3 proeven (58—60).

Uit tabel II zou men verder geneigd zijn het besluit te trekken dat de samendrukbaarheid van water eenigszins afneemt wanneer de drukking toeneemt. Dit blijkt ook uit de volgende vergelijking der bij dezelfde temperatuur maar bij zeer verschillende drukking verrichte proeven:

0,000.048.333 bij 11°,25 en 437 mm. druk, gemiddelde van
6 proeven (51—56).

0,000.047.590 bij 11°,22 en 4006 mm. druk, gemiddelde van
5 proeven (26—30).

0,000.047.913 bij 10°,56 en 809 mm. druk, gemiddelde van
5 proeven (46—50).

0,000.047.760 bij 10°,60 en 4771 mm. druk, gemiddelde van
5 proeven (21—25).

Zooals bekend is vond GRASSI den samendrukbaarheidscoëfficiënt van water onafhankelijk van de drukking. Mogen dus onze waarnemingen er ook al op wijzen, dat dit niet volkomen waar is, ik zou niet durven beweren, dat zij dit met zekerheid aantoonen, daar het niet onmogelijk is, dat de door ons gevonden iets grootere waarden bij zeer kleine drukkingen aan waarnemingsfouten zijn toe te schrijven. Op het grooter zijn van den samendrukbaarheidscoëfficiënt bij kleine drukkingen wijzen echter ook nog de volgende waarnemingen.

Ik had mij voorgenomen met den voorgaanden piëzometer nog een proefreeks te verrichten, maar met deze afwijking van de vorige, dat, terwijl daar de grootere drukkingen aan de kleinere voorafgaan, ik nu met de kleinere drukkingen wilde beginnen om vervolgens tot allengs grootere drukkingen over te gaan. Het piëzometervat werd daartoe op nieuw in het koperen omhulsel ingezet. De proefreeks kreeg echter weinig omvang, doordat reeds na de 9^{de} proef bij het aanzetten van de schroeven in het deksel van het koperen omhulsel tegen de glazen buis van het piëzometervat gestooten werd, zoodat zij brak, en de proeven moesten worden afgebroken.

De verkregen uitkomsten zijn in tabel III vermeld op volkomen dezelfde wijze als in tabel I.

T A B E L III.

Nummer der proef.	Tempera- tuur.	Drukking in millimeters kwik.	Samendrukbaarheids- coëfficiënt.
1.	9 ^o ,55	776	0,000.050.750
2.	9 ^o ,55	776	49.178
3.	9 ^o ,60	773	48.115
4.	9 ^o ,60	770	47.658
5.	9 ^o ,75	767	47.967
6.	9 ^o ,75	764	49.122

7.	8 ^o ,80	1529	48.390
8.*	8 ^o ,95	1630	44.653
9.	8 ^o ,95	1532	48.782

Van deze proeven moet n^o. 8 zeker worden verworpen, want wij hebben hier blijkbaar een fout in de drukking.

Als gemiddelde van proeven 1—6 verkrijgen wij:

0,000.048.799 bij 9^o,625 en 771 mm. druk,

en als gemiddelde van proeven 7 en 9:

0,000.048.586 bij 8^o,875 en 1531 mm. druk.

Deze proeven hebben voor mij echter minder waarde dan die der voorafgaande proefreeks, omdat de verandering van stand van het water in de beide piëzometerbuizen hier minder regelmatig plaats greep. Hier was die verandering in stand in de open buis in den regel juist tegenovergesteld aan die in de buis van het piëzometervat, zoodat, terwijl die verandering in de laatste buis op een geringe temperatuursverhooging wees, in de open buis daarentegen een geringe temperatuursverlaging werd aangewezen. Dit is waarschijnlijk hieraan te wijten, dat het koperen omhulsel niet volkomen waterdicht sloot. De veranderingen van het niveau van het water in de beide buizen waren echter gedurende elke proef zoo gering, dat bovengenoemde onregelmatigheid op den berekenden samendrukbaarheidscoëfficiënt slechts een uiterst geringen invloed kan gehad hebben. Hoest die invloed eenigszins gewerkt, dan moeten wij voor de samendrukbaarheid een iets te groote waarde gevonden hebben.

Bij de eerste proefreeks met dezen piëzometer kwamen deze onregelmatigheden niet voor. Zoowel in de open buis als in de buis van het piëzometervat had een uiterst langzame rijzing van het niveau van het water plaats *). Het water steeg in denzelfden tijd iets sterker in de open buis dan in de andere, hetgeen ook het geval moest zijn, omdat de open buis met een veel grooter volumen water in verband stond dan de buis van het piëzometervat. Aanvankelijk meende ik, dat het water in de open buis te weinig steeg in verhouding tot de waargenomen stijging in de andere buis, totdat ik ten slotte de reden daarvoor vond. De open buis staat in verband met het water in het koperen omhulsel, de andere buis met het water in het glazen piëzometervat; en nu is bij de betrekkelijk lage temperaturen, waarbij ik werkte, de schijnbare uitzettings-coëfficiënt van water in een koperen vat veel kleiner dan in een glazen vat. En het verschil is des te grooter, naarmate de temperatuur lager is, omdat de uitzettings-coëfficiënt van water veel sneller

*) Om een voorbeeld te geven van de uiterst langzame verplaatsing van het niveau zij vermeld, dat in twee uren het water in de buis van het piëzometervat slechts 1.45 mm in de open buis slechts 0.55 millimèteren steeg. En bij de overige proeven was de stijging even gering.

met de temperatuur verandert dan die van koper en glas. In overeenstemming hiermede vond ik de stijging in de open buis des te kleiner ten opzichte van die in de andere buis, naarmate de temperatuur lager was.

Dat door de aangewende drukkingen binnen het piëzometervat, zooals wij vroeger reeds hebben opgemerkt, geen blijvende veranderingen van volumen van dat vat waren ontstaan, bleek uit de wegingen. Het piëzometervat was vóór de proeven bij 0° met kwik gewogen, na de eerste proefreeks bij 0° met water. De inhoud van het vat bleek in de beide gevallen volkomen dezelfde te zijn. Het gevonden gewicht van het water, dat den piëzometer vulde, werd herleid tot het gewicht van een gelijk volumen kwik van 0° ; en aan de beide gevonden gewichten kwik werd vervolgens met behulp van het bekende inwendig volumen van de buis des piëzometers nog een kleine correctie aangebracht, omdat het gewogen kwik en water den piëzometer niet tot dezelfde streep der buis vulden. De aldus herleide gewichten kwik van 0° , die het volumen aangaven van den piëzometer bij 0° tot dezelfde deelstreep der daaraan verbonden buis, verschilden slechts om ongeveer één milligram, of om slechts één millioenste van de geheele waarde.

De open buis des piëzometers stond verticaal. Werd de groote drukking binnen het piëzometervat aangebracht, dan steeg het water in de open buis, de drukking op het water dat het piëzometervat omringt wordt daardoor iets grooter en dit water wordt daarom eenigszins samengeperst. Men vindt daarom voor de vergrooting van het piëzometervat door de inwendige drukking een iets te kleine en voor den samendrukbaarheidscoëfficiënt dus een iets te groote waarde, wanneer men niet let op die vermeerdering van drukking in het den piëzometer omringende koperen vat. Deze fout is echter zoo gering, dat wij haar gerust konden verwaarloozen, zooals blijkt uit de volgende berekening. Nemen wij daartoe de eerste proef, waarbij de grootste drukking werd aangewend. De rijzing van het water in de open buis bedroeg dan 39 deelstrepen, d. i. ongeveer 39 millimeters. De drukking binnen het koperen omhulsel neemt daardoor toe om 39 mm. water of ongeveer 2,9 mm. kwik of ongeveer $\frac{1}{260}$ atmosfeer.

Het water in het koperen omhulsel bezit een volumen van ongeveer 235 kub. cm. d. i. ongeveer 3300 gram kwik.

Per atmosfeer bedraagt de samendrukbaarheid van water 48 millioenste, dus per $\frac{1}{260}$ atmosfeer 18 honderdmillioenste.

Het watervolumen van 3300 gram kwik ondergaat door de rijzing van het water in de open buis dus een samendrukking van $\frac{3300 \times 18}{100.000.000} = \frac{594}{1000.000}$ gram = 0,594 mgr. kwik.

Daar elk schaaldeel van de open buis met 7,25 mgr. kwik overeenkomt, bedraagt de samendrukking van het water in het koperen omhulsel slechts ruim 0,08 schaaldeel.

Daar de geheele vermindering van volumen van het water binden piëzometer 501 mgr. kwik bedroeg, en $\frac{0,594}{501} =$ ongeveer $\frac{1}{840}$ is, bedraagt de fout, die wij maken door de samendrukking van het water in het koperen omhulsel te verwaarloozen, dus slechts $\frac{1}{840}$. Om deze grootheid zouden de door ons berekende waarden voor den samendrukbaarheids-coëfficiënt om deze reden te groot zijn.

Deze fout is zoo klein, dat zij gerust verwaarloosd kan worden. Het toeval wil echter, dat zij bijna juist gecompenseerd wordt door een andere fout. Het water in de buis des piëzometers daalt bij het aanwenden der groote drukking bij dezelfde proef N°. 1 om 106 millimeters. De drukking op het water in den piëzometer neemt hierom om 106 mm. water of ongeveer 8 mm. kwik minder toe dan de manometer aangeeft. Deze gaf 7128 mm. Deze waarde is dus 8 mm. te groot, en daarom is de berekende waarde van den samendrukbaarheids-coëfficiënt

$$\frac{8}{7128} = \frac{1}{891} \text{ te klein.}$$

Bij de overige proeven zijn de verhoudingen ongeveer dezelfde als bij de eerste proef *).

*) Mijn ambassadeur, den heer DEBOER, die mij bij de beschreven proeven met de grootste bereidvaardigheid heeft bijgestaan, en wiens bekwaamheid in het vervaardigen van fysieke instrumenten mij bij de inrichting der door mij gebruikte toestellen van veel dienst is geweest, betaamt ik hiervoor mijn oprechten dank.

En de manometer van REGNAULT, én de methode van JAMIN zijn dus gebleken bij de bepaling van de samendrukbaarheid eener stof zeer goede uitkomsten op te leveren, daar wij door van hen gebruik te maken tot een waarde voor de samendrukbaarheid van water gekomen zijn, die bijna volkomen overeenstemt met die door GRASSI gevonden, terwijl de verschillende proeven zeer overeenstemmende uitkomsten gegeven hebben, wanneer men de aangewende drukking ten minste niet tot al te kleine waarden doet afdalen.

VERKLARING DER PLAAT.

De door mij gebruikte toestellen zijn ten deele op de plaat afgebeeld.

Links bevindt zich de koperen bol met samengeperste lucht, aan de eene zijde door een buis verbonden met een slechts voor een klein gedeelte afgebeelde luchtpomp, aan de andere zijde door een tweede buis met een metaalmanometer van BOURDON en vervolgens met den manometer van REGNAULT en den piëzometer.

Rechts bevindt zich de manometer van REGNAULT, en daarnaast en door een caoutchouc buis daarmede verbonden de in den tekst beschreven toestel om het kwik in de manometerbuizen tot elke gewenschte hoogte te brengen. Het touw, dat op de plaat te zien is, en dat boven loopt over een niet afgebeeld katrolletje, dient tot het in beweging brengen van den roerder des manometers. Van de kranen, die onder den manometer zichtbaar zijn, dient de linksche om het water, dat den bak des manometers vult, te kunnen doen wegloopen.

Op den voorgrond staan de piëzometer en nog meer naar voren de kathetometer, die tot de aflezingen van manometer en piëzometer diende.

Voor de duidelijkheid is de piëzometer afgebeeld op een tafeltje, maar in werkelijkheid was hij geplaatst in een grooten houten bak met water, waartuit alleen de buizen des piëzometers uitstaken, en omsloten met een hooge kast met glazen wanden.

De afstand van den kathetometer tot manometer en piëzometer was in werkelijkheid grooter dan op de plaat is aangegeven.

Boven het oculair van den kijker des kathetometers is de schroef van den oculair-mikrometer zichtbaar.

DE GENETISCHE BETEEKENIS DER VINGER- STREKSPIEREN.

DOOR

W. K O S T E R.

Met eene plaat.

Wie vele malen dezelfde deelen van het menschelijk lichaam heeft ontleed, of wie goed tehuis is in de literatuur der zoogenaamde anomalien en variëteiten, zou allicht tot de meening kunnen komen, dat het met de regels van den lichaamsbouw niet veel beter gesteld is dan met de taalkundige regels, wier uitzonderingen ons jeugelig brein hebben gekweld.

Vooral de leer der beenderen gewrichten en spieren is rijk aan anomalien en variëteiten. Uit den aard der zaak verdienen zij allen de aandacht van den ontleedkundige, om haar inogelijke waarde bij een vergelijkende en genetische beschouwing van den bouw van het menschelijk lichaam; velen ook reeds op zich zelven, wegens physiologische of practisch-geneeskundige belangrijkkheid.

Dat geheel ongewone spieren ook aan de bovenste ledematen kunnen voorkomen, is bekend; en talrijk zijn daarenboven de wijzigingen welke de gewone spieren aanbieden, wat aantal, wijze van verbinding met andere deelen, hoeveelheid pezen waarin zij zich splitsen, en andere opzichten, betreft. Vele dier spiervariëteiten zijn voor het oogenblik nog op zich zelf staande bijzonderheden, schynbaar slechts „curiosa”, en als zoodanig alleen bekenden der anatomen van vak, te vinden in de registers der ontleedkundige laboratoria. Anderen daarentegen konden reeds met onze zoötomische en ontogenetische kennis in samen-

hang gebracht of zelfs voor phylogenetische beschouwingen gebruikt worden.

Tot de laatste groep schijnt mij eene bijzonderheid te behooren, welke bij de eigen strekspier van den wijsvinger, *musc. indicator*, somtijds is waar te nemen.

In den als norma aangenomen toestand, behoort deze spier, zoo als bekend is, tot het stelsel van spieren dat aan de rugzijde van den voorarm, met schuinsch verloopende vezelen de as van den voorarm kruist. Zij ontspringt dan naast en samenhangend met den langen uitstrekker van den duim aan de naar het spaakbeen gekeerde vlakke der ellepijp en aan den tussenbeensband, gaat als een geheel zelfstandig spierlichaam in een pees over, welke met de algemeene vinger-strekspier in één vak van den handrugband gelegen is, en welke vervolgens naast de wijsvinger-pees van die algemeene strekspier verloopt.

Zij heeft dus door dit verloop, na haar oorsprong niets meer gemeen met de lange strekspier van den duim. In gewone gevallen is in de groote, en door de verplaatsing van het os metacarpi pollicis zoo rekbare eerste tussenbeensruimte op den rug der hand ook niets van een samenhang tusschen wijsvinger- en duimpezen te vinden.

De bijzonderheid, welke ik wensch te beschouwen, komt nu in de hoofdzaak daarop neêr, dat somtijds de pezen van den langen duimstrekker en van den eigen strekker des wijsvingers in de straks genoemde eerste tussenbeensruimte met elkander in samenhang blijken te staan.

Ik werd tot het ontdekken dezer bijzonderheid het eerst geleid door eene gedwongene buitengewone oplettenheid op mijne eigene rechterhand. In den winter van 1875—1876 had het spatium interosseum tusschen duim en wijsvinger van die hand, even als de gansche handrug en verder de geheele arm, zeer te lijden door eene hevige, na lijkinfectie aan den duim ontstane subfasciale phlegmone, met phlebitis, lymphangoitis, diepe abscessen en zoo voort. In dat spatium interosseum primum echter was niet, zoo als elders, suppuratie ontstaan.

Na eene onbewegelijkheid van eenige weken brak de tijd aan, waarop men weder passieve en actieve bewegingen met de tot het uiterste vermagerde hand en arm kon gaan beproeven. Voor

het polsgewricht, dat daar eene omspoeling met pus en eene onbewegelijkheid gedurende een langen tijd, eveneens zeer geleden had, voerden die puzingen tot geen, voor promotie en separatie der hand en voor de vingerbewegingen tot een gunstigen uitslag. Bij het bewegen van den duim zag ik toen door de dunne huid van de rugvlakte van de eerste tusschenbeensruimte boenachijnen: strooken of strengen welke ik daar vroeger nooit had opgemerkt. Aan de linkerzijde is aan de eveneens zeer magere hand niets van dien aard te zien of te voelen.

In het begin wist ik volstrekt niet waarmede ik te doen had. Verdikte bindweefselstrengen, na de levige ontsteking overgebleven, na phlebitis gesloten en in strengen veranderde aderen, en wat niet al, werd als mogelijk aangenomen. Eindelijk echter moest ik wel tot de overtuiging komen, dat de strooken in verband stonden met de pees van den musculus indicator.

Wat er is waar te nemen kan de lezer zich met behulp der afbeelding voorstellen (welke getrouw ook het beeld der ongewone peesstrooken aan mijne hand weêrgeeft, ofschoon zij naar eene later te vermelden doode ontleede hand vervaardigd is).

Op de hoogte van den processus styloideus radii waar reeds een vrij groote tusschenruimte tusschen de gewone pees van den wijsvinger en van den strekker des duims bestaat, en waar men, in gewone gevallen de pezen van de radiale handstreckers vinden en bij magere handen zien kan, verloopt nog dicht bij de strekpees van den wijsvinger, een ongewone strook, welke verder ongeveer diagonaal tusschen duim- en vingerpees naar beneden gaat, om zich dan in tweeën te verdeelen. De buitenste, naar den duim gerichte strook wendt zich dan sterker divergerend naar de pees van den langen duimstrekker, waarmede zij om weinig onder de articulatio metacarpo-phalangea versmelt. Die strook is sterk en dik, wordt bij bulging van den duim, en vooral bij afvoering van het os metacarpi van den duim sterk gespannen, waardoor er tusschen haar en de pees van den langen duimstrekker een tweede, kleinere "tabatière anatomique" ontstaat komt. Bij strekking van den duim, en aanvoerend-strekkenste verplaatsing van het os metacarpi (actief) wordt de strook, blijkbaar door spierwerking, sterk verschoven en gespannen. De tweede strook, na de bevengetoemde splitsing, wendt

zich naar de wijsvinger-strekpezen, verloopt onder een scherp hoek daarmee nog een eindweegs, om dan, ter hoogte der articulatio metacarpo-phalangea, zich met haar te verbinden. Bij strekking van den wijsvinger ziet men op de rugvlakte van den (door de anchylose) zeer vermagerden pols, duidelijk de richting van de strekspieren der vingers aangegeven, en de strook van zoo even als het vervolg daarvan. Zij wordt dan echter in het midden der ruimte tusschen duim en wijsvinger, door de gelijktijdige spanning van de andere strook die naar den duim ging, niet alleen in de richting der trekkende spierwerking, maar ook naar buiten (naar den duim toe) verschoven.

Ik heb, zoo als ik reeds ter loops opmerkte, vóór den ziekte-toestand van de hand nooit iets van die ongewone peesstroken bemerkt. Toch is er wel geen twijfel, of zij hebben in veel minder ontwikkelden toestand bestaan, maar zijn toen niet in het oog gevallen.

Deze opvatting, welke reeds door het bijna ondenkbare van de eenige andere mogelijkheid: toevallige nieuwe vorming door den invloed der ziekte-toestanden, juist moet geacht worden, verkrijgt zekerheid doordien het mij, na lang zoeken aan alle lijken welke na het hervatten mijner werkzaamheden tot mijne beschikking kwamen, eindelijk gelukte een volkomen overeenkomstigen toestand der duim- en wijsvingerpezen te vinden. Aan een der hovenste ledematen, welke ik toevallig niet zelf met het oog op hetgeen ik zocht nagegaan had, was door een der studenten bij het ontleden der vingerstrekspieren het praeparaat vervaardigd, waarvan de plaat de afbeelding geeft. De hand was afkomstig van een jongen man; het spierstelsel van den arm en de hand bood overigens geene bijzonderheden aan. Of aan de andere hand van hetzelfde lijk de bijzonderheid eveneens voorkwam, is onzeker, daar die reeds tot het praepareren van dieperen deelen had gediend, eer ik haar te zien kreeg. Men ziet in de afbeelding dat de aan mijne hand door de huid heen waarneembare ongewone peesstroken daar op de wijze, welke ik beschreef, voorkomen. Nader onderzoek van het praeparaat leert het volgende.

De musculus indicator ontspringt op de gewone wijze en de pees der spier ligt ook met die der algemeene vingerstrekspier

in denzelfden koker van den handrugband. Daarna echter ontstaat de plitsing, welke een strook voor den langen duimstrekker voortbrengt en een tweede welke zich weder begeeft naar de oorspronkelijke pees, die op de gewone wijze met de naar den wijsvinger gaande pees van den algemeenen vingerstrekker versmelt. Er zijn dus drie peesstroken voor den wijsvinger.

De samenhang, welke op deze wijze tusschen duim- en wijsvingerstrekker ontstaan is, had, voor het isoleeren der stroken, meer het karakter eener peesvliezige uitbreiding, hetwelk er trouwens nu nog aan het praeparaat aan te herkennen is ^{*)}. Het verband dier pezen op die wijze heeft veel overeenkomst met de gewone aponeurotische verbindingen, welke steeds tusschen de pezen der algemeene voor de vier vingers bestemde strekspier voorkomt. Doch tusschen duim- en wijsvinger-pezen ontbreekt juist in de gewone gevallen alle samenhang. — Die samenhang is het geringst tusschen wijsvinger en middelvinger, het meest ontwikkeld tusschen de drie overige: dus *hoe meer zelfstandigheid en vrije beweging der vingers des te meer geïsoleerde pezen*. Dit feit is voor de verdere beschouwing dezer ontleedkundige bijzonderheid in de eerste plaats van belang.

Zoo ver ik weet, is deze samenhang tusschen duim- en wijsvinger-strekpezen nog niet beschreven. Daar echter de meest

*) Nadat deze verhandeling reeds geschreven was, trof ik den samenhang tusschen wijsvinger- en duimstrekker nog eenmaal sterk ontwikkeld aan. Het was aan het lijk van een vijftigjarig man met goed ontwikkeld skelet en spierstelsel. Ditmaal kon ik zelf het praeparaat van het begin af vervaardigen. Er was tusschen den extensor pollicis longus en de strekpees van den wijsvinger een peesvliezige plaat, met dwars en meer boogvormig daarin verloopende vezelbundels, uitgepatruen. Deze peesvliezige plaat ging zoowel in de wijsvinger-pees van de algemeene strekspier, als in de ulnair-waarts daarvan liggende gewone pees van den musc. indicator over, zoodat beide pezen daardoor met elkander en met die duimpees samenbragen. Maar daarenboven verliep in de peesvliezige plaat, geheel in de richting der in de afbeelding van het vorige geval aangegevene en aan mijne eigene hand zoo sterk ontwikkelde peesstrooken dikkere en langere bundels van gewezels, welke bij trekking aan de strekspieren ook sterk werden gespannen. Onder het lig. carpi dorsale door vervolgd, liep langs de duimpees het peesblad hierin zonder uiterste grenzen uit; maar zette zich met de wijsvinger-strekpezen in den koker daarvan voort, om als een duidelijke sterke tweede pees van den musculus indicator te eindigen.

Aan de andere hand was dezelfde toestand waar te nemen, maar zeer zwak ontwikkeld. Het sterkst waren de strooken vertegenwoordigd welke naar de ulnair zijde van de duimpees gingen; doch het overige peesblad was uiterst dun,

noeste vlijt en volharding moeielijk tot de zekerheid zouden kunnen voeren, dat men alle geschriften over spier-anomaliën doorzocht had, is het niet onmogelijk dat ergens het feit te lezen staat. Doch wanneer men nagaat wat bij den zoo vele bijzonderheden meêdeelenden MECKEL, en in het groote handboek van HENLE over anomaliën van den musculus indicator voorkomt, mag men meenen dat de door mij beschrevene nog onbekend is. Immers de overige variëteiten der genoemde en andere vingerspiereu worden opzettelijk vermeld.

Bij MECKEL *) leest men het volgende :

„An der Hand findet man nicht selten entweder die Sehne des Indicators in zwei gespalten, von denen eine an den Mittelfinger geht; oder einen eigenen ganz kleinen Mittelfingerstrecker, der gewöhnlich vom untern Ende der Speiche kommt, eine wegen der Affenähnlichkeit und überhaupt der Vervielfachung der Streckmuskeln an dem Vorderfusse der Säugethiere merkwürdige Abweichung“.

Bij HENLE †) wordt omtrent de variëteiten van den musculus indicator gezegd :

„Fehlt ganz oder ist durch einen kurzen Muskel des Handrückens ersetzt, der vom ligam. carpi proprium oder von der Basis des dritten Mittelhandknochens seinen Ursprung nimmt. Er ist zweibäuchig mit einer langen Zwischensehne, der untere Bauch auf dem Handrücken. Häufig sind die verschiedenen Grade der Spaltung und Vermehrung: der einfache Muskel schickt zwei Sehnen zum zweiten Finger oder je eine zum zweiten und dritten, oder zwei zum zweiten, eine zum dritter Finger. Kommen zwei Muskelhäuche vor, so giebt der zweite, tiefere, eine Sehne zum dritten, oder zum zweiten und dritten, oder selbst drei Sehnen zum zweiten bis vierten Finger“.

Men ziet, dat van een samenhang tusschen duim- en wijsvinger-pezen bij al die wijzigingen geen spraak is. Men zou kunnen meenen, dat een ontleedkundige bijzonderheid, zóó sterk

*) *Handbuch der pathologischen Anatomie von JOHANN FRIEDRICH MECKEL*, Bd. II, Abtheil. I. S. 30.

†) *Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen, von Dr. J. HENLE*, Muskellehre, S. 213.

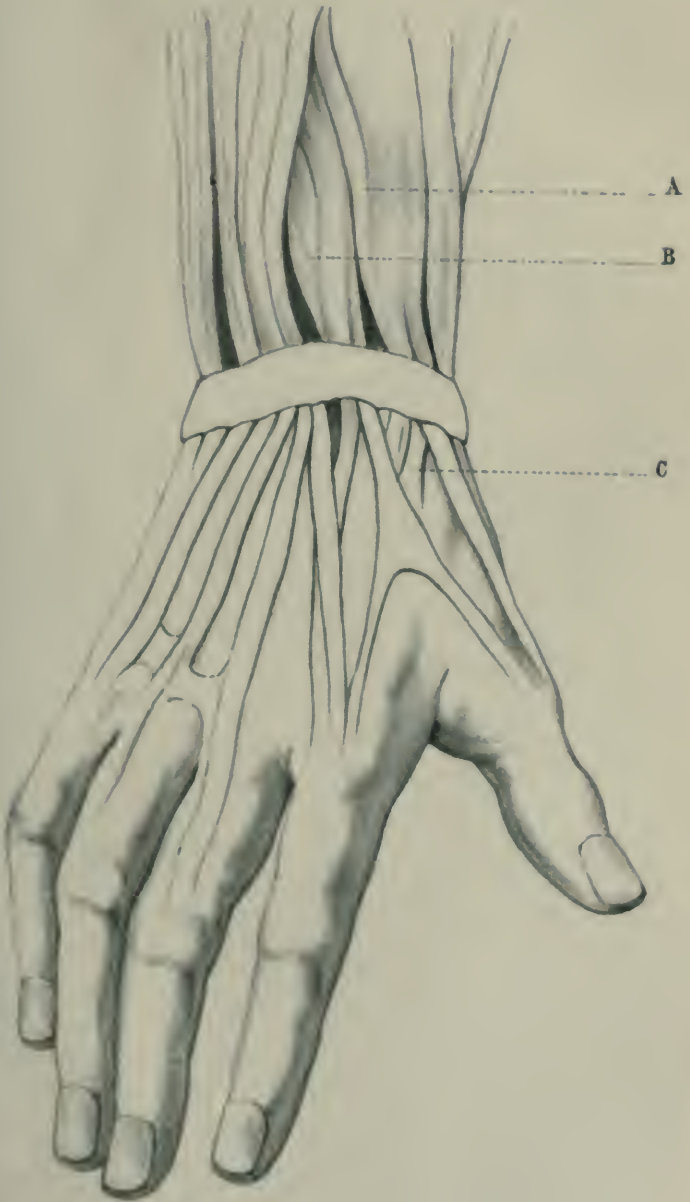
ontwikkeld als aan mijne eigene hand en in het afgebeelde voorwerp, vaker moet voorkomen dan het geval schijnt, zij het dan in geringeren graad. Het ligt voor de hand te denken, dat die geringere graden tot nu toe niet in het oog gevallen en door den dissector bij het voor den dag brengen van den gewonen toestand verwijderd zijn. In het begin meende ik dat ook; maar het is mij toch niet gelukt na er bij ongeveer 30 lijken op gelet te hebben een aanduiding te vinden van den samenhang: slechts het ééne afgebeelde geval trof ik aan. Let men er niet opzettelijk op, dan zullen bij het tusschen de ossa metacarpi van duim en wijsvinger wegpraepareeren der fascia superficialis — waarin de verbindende strookjes zouden voorkomen — de laatste gewoonlijk met het mes worden weggenomen.

Men zou nog mogen vragen, of ik terecht de afgebeelde anomalie, en de onder de huid mijner rechterhand waarneembare stroken voor denzelfden bijzonderen overgang van den musculus indicator in meerdere pezen houd. Wat aan het afgebeelde praeparaat te zien, en dat daar werkelijk de musculus indicator in het spel is, deelde ik mede. Slechts eene ontleding zou overtuigend kunnen toonen dat aan mijne hand de toestand precies dezelfde is. Men zou toch door één der anomalïën, welke MECKEL mededeelt, hetzelfde beeld kunnen verkrijgen. MECKEL zegt namelijk, na de straks aangehaalde plaats: „So habe ich auch mehrmals einen ganz eignen dritten Strecker des Daumens gefunden“. Gesteld dat de pees dier spier lag, waar bij mij de peesstrook voor den duim voorkomt, en dat daarvan een aanhangsel naar den wijsvinger afging, dan zou men ook zien, wat er nu te zien is. — In elk geval komt echter de anomalie van den musculus indicator voor, zooals het hier afgebeelde geval leert, en — mocht dan aan mijne hand de indicator gewoon, daarentegen een derde duimstrekker aanwezig zijn, welke een verbindende strook naar den wijsvinger-strekker zendt, dan bleef de beteekenis van het feit dezelfde. Want het is *de oorspronkelijke en thans nog slechts atavistisch in verschillende vormen nu en dan weder in het licht tredende samenhang der pezen van duim en wijsvingerstrekkers*, welke naar het mij voorkomt, uit de medegedeelde anthropotomische bijzonderheden voortvloeit.

Als men niet tot kinderlijk-anthropomorphische of nevelig-hovennatuurlijke verklaringen van het tot stand komen der anomalïën en variëteiten in den bouw van het menschelijk lichaam de toevlucht wil nemen, schiet er niet anders over dan de Darwinistische theorie, de *phylogenetische*. Er kunnen wel door in engeren zin toevallige, slechts het gegeven individu betreffende invloeden, bijzonderheden van bouw en vorm ontstaan; en ook het „ziekelijke” hoe moeielijk ook scherp in het algemeen van „individueele abnormiteiten” en van phylogenetische wijzigingen af te scheiden, moet nog in het oog worden gehouden. Doch spier- en pees-varieteiten, als de beschrevene, zijn ongetwijfeld slechts uit de embryonale ontwikkeling te verklaren; en de gang van zaken daarbij wordt slechts eenigermate begrijpelijk langs den weg der phylogenese, door de hypothese, dat alle gewervelde dieren van dezelfde voorouders afstammen, dat dus ook de zoogdieren stamverwant zijn, dat eindelijk de mensch en de apen, het meest aan elkander verwant, in vorm en bouw het meest aan elkander gelijk, in embryonalen toestand de kiemen, de aanleg, van dezelfde deelen bezitten. De wijzigingen in den ontwikkelingsgang, waardoor de nu bestaande soorten tot stand komen, brengen dan de betrekkelijk kleine verschillen in den bouw der zoogdier-lichamen te weeg, welke de ontwikkelingsleer, gesteund door de vergelijkende ontleedkunde en het in acht nemen van de physiologische levensvoorwaarden (erfelijkheid, gebruik der deelen, voedsel, klimaat, samenleving, intellectueele en moreele invloeden) zoekt te verklaren.

Zonder te willen beweren, dat de descendentie-leer door de treffende overeenstemming in den bouw der gewervelde vormen, uit lagere door *natuurlijke* wijzigingen der samenstellende deelen af te leiden, bewezen is of worden kan, mag het toch opmerkelijk heeten, dat men zonder gevaar van teleurstelling bij ongewone of nieuwe feiten in de morphologie, redeneren en onderzoeken mag, alsof de descendentie-leer een welgegronde theorie ware.

Voor den anatoom is in elk geval de ontwikkelings-theorie het eenig mogelijke *heuristische* beginsel voor de verklaring van overeenkomst en verschil in de dierlijke organismen, en ook van de anomalïën of variëteiten, waarvan de meeste zich voordoen als zoogenoemde „*theromorphiën*”, in het menschelijke. Om voor



het hier ons bezighoudende geval de zaak niet al te hoog op te vatten, laten wij daar onder welke gegevens het eerst teenen of vingers, en het materiaal voor strekspieren daarvan, worden aangetroffen. Wij vragen voor eene genetische verklaring van den samenhang tuschen duim- en wijsvinger-strekpees in de eerste plaats, en van het bestaan van de twee stelsels van vingerstrekkers (de evenwijdig aan de as van den voorarm loopende en de schuinsche van wijsvinger en duim) in de tweede plaats, alléén, of overal waar vingers ontwikkeld zijn, *dezelfde grondvormen worden aangetroffen, en of de theromorphiën van den mensch daarin hare verklaring vinden.* — Is dat het geval, dan kan men trachten in de physiologische eigenaardigheden der diersoort, de aanleidingen te vinden, waardoor hetzelfde materiaal in verschillende bepaalde (slechts binnen de grenzen der stamverwantschap nu en dan variërende) vormen tot ontwikkeling kwam.

Het antwoord op de eerste vraag valt na eenig onderzoek zeer bevredigend uit. De musculatuur der voorste ledematen bij dieren, met name ook der apen, niet het minst der zoogenoemde anthropoïle, is steeds een voorwerp van belangstelling en nasporing der anatomen geweest.

In het groote leerboek van HARTING (tweede deel, tweede afdeeling, Morphologie der gewervelde dieren, bladz. 277) leest men: „de musculus extensor pollicis longus, als bijzondere strekspier van den duim, komt slechts bij den mensch en de apen voor” In de prachtige monographie van STRAUS-DURCKHEIM daarentegen *) wordt van de kat beschreven: „Le long-extenseur du ponce, très grêle, placé avec le muscle indicateur dans une gaine aponévrotique commune, et situé le long de la face externe du cubitus auquel il se fixe par des fibres charnues, dans le tiers supérieur de cet os, depuis le milieu de la grande cavité sigmoïde, et par conséquent beaucoup plus haut que dans l'homme.”

CUVIER †) schijnt bij de kat, en bij de meeste fenne, ook

*) Anatomie descriptive et comparative du chat, type des mammifères en général, et des carnivores en particulier. Tome second, p. 366. Met atlas.

†) Leçons d'anatomie comparée, seconde édition corrigée et augmentée. Tome premier, p. 440.

geen eigen strekspier van den duim aan te nemen, maar kent die toch aan meer diersoorten toe, dan aan de apen en den mensch. Hij zegt: „Après les singes, le pouce n'a plus d'extenseur propre que dans l'ours, le phoque, les marsupiaux et les rongeurs à clavicle; encore est il déjà réuni supérieurement à celui de l'index.”

GRATIOLET, de vurige verdediger van het specifieke verschil tusschen de anthropoïde apen en den mensch, een verschil dat ook bij de ontleding der spieren van de hand volgens hem, zonneklaar blijkt, geeft van de buigspieren van den duim (de antagonisten van den ons bezighoudenden extensor proprius pollicis) de volgende beschrijving *): „L'anatomie révèle des différences profondes et réellement typiques entre l'homme et les singes les plus élevés. Chez les singes le pouce est fléchi par une division oblique du tendon commun des autres doigts. Il est donc entraîné dans les mouvements communs de flexion et n'a aucune liberté.

Chez aucun d'eux il n'y a aucune trace de ce grand muscle indépendant qui meut le pouce dans l'homme.

Loin de se perfectionner, ce doigt si caractéristique de la main humaine semble chez les plus élevés de tous ces singes, les orangs, tendre à un anéantissement complet. Ces singes n'ont donc rien dans l'organisation de leur main qui indique un passage aux formes humaines, et j'insiste à ce sujet, dans mon Mémoire †) sur les différences profondes que révèle l'étude des mouvements dans des mains formées pour des accommodations d'ordre absolument distinct.”

Toch stond reeds in de zóó vele jaren vroeger verschenen „Leçons” van CUVIER te lezen (l. c. p. 451): „Il n'y a déjà plus, même dans les singes, de fléchisseur propre du pouce; mais le fléchisseur profond a ordinairement un ventre radial qui le remplace. Ce dernier muscle est composé de plusieurs ventres; il en reçoit souvent un ou deux de la tubérosité interne de l'humérus et un du fléchisseur sublime, et il se

*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1864, Tome 59, p. 322.

†) Verschenen in de *Nouvel. Archiv. du Muséum d'histoire naturelle*, 1866.

partage en autant de tendons qu'il y a de doigts." — Verder is voor de zelfstandige bewegelijkheid van den duim volstrekt geen eigen buigspier noodig, zoo als onze menschelijke ring- en wijsvinger bewijzen kunnen, die zich ook met een deel van den algemeenen buiger en strekker vergenoegen moeten en vooral onze wijsvinger in het niet zelden voorkomende geval dat de eigen strekspier ontbreekt. En — eischt GRATIOLET toch voor den duim een eigen buiger ter wille der zelfstandige bewegelijkheid — hij kan zich door de beschouwing der korte spieren van den duim (die bij den mensch de zoogenoemde muis van den duim vormen) ten volle bevredigen. In de afbeeldingen, gevoegd bij het uitvoerige en degelijke onderzoek van de spieren der apenbanden, door TH. L. W. BISCHOFF *) en in die van GRATIOLET zelven, blijken die buigspieren van den duim betrekkelijk eer sterker dan minder ontwikkeld te zijn dan de menschelijke: en in de reeds aangehaalde "*Leçons*" van CUVIER is op bladzijde 452 te lezen: "*le court fléchisseur du pouce naît de presque toute la face inférieure des os du carpe, et se termine à la première phalange.*"

BISCHOFF geeft in zijn zoo even aangehaalde groote verhandeling op, dat de *extensor pollicis longus* (proprius) bij alle apen voorkomt, en van CUVIER vernamen wij reeds dat vele lagere zoogdieren dien bezitten. Daarentegen vermeldt ook BISCHOFF, in overeenstemming met GRATIOLET, dat de *eigen duimbuijer* bij den Gorilla, den Chimpanseé, bij *Hylobates* enz. ontbreekt, bij *Pithecia hirsuta* rudimentair voorkomt. Omtrent den algemeenen diepen vingerbuiger bij de eerstgenoemde anthropoiden (l. c. p. 214) zegt hij: "*dass er den flexor pollicis longus, der bei allen Affen fehlt (PITHECIA maakt echter volgens zijne eigene opgaven in het latere overzicht, eene uitzondering) durch eine schwache von ihm zum Daumen abgehende Sehne ersetzt.*"

Het belangrijkste wat uit dit korte overzicht der spieren van de vingers der zoogdieren, voor de voorstanders van het specifieke verschil tusschen mensch en aap, voortvloeit is *de gebrek-*

*) *Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der k. Bayerischen Akademie der Wissenschaften* Bl. X. München 1870.

kige ontwikkeling van den eigen langen buigspier van den duim. Lag het op mijn weg het gansche vraagstuk grondig na te gaan, dan zou ongetwijfeld blijken dat de lange buigspier van den duim een even illusoir kenmerk der menschelijke specificiteit is als de tegenstellende duimspier (opponens), waarin vóór eenige jaren sommige ontleedkundigen een der gewichtigste verschillen tusschen aap en mensch meenden te moeten zien. De hoofdzaken voor zulk een betoog zijn zelfs reeds in de medegedeelde feiten niet moeielijk op te merken.

Doch ik moest dat overzicht alleen geven om den grondslag voor mijne beschouwing der *vingerstrekkers* te verkrijgen. Als men eene genoegzame hoeveelheid vooringenomenheid bij de oorspronkelijke onderzoekers in aanmerking neemt, is het niet moeielijk orde in den schijnbaren chaos te vinden. Ik bepaal mij tot twee opmerkingen. Ten eerste is het en bij BISCHOFF en bij GRATIOLET duidelijk, dat zij van het begrip van een eigenen, zelfstandigen, buigspier van den duim geheel willekeurig en naar eene oppervlakkige beschouwing van den toestand der spieren bij den mensch uitgaan. Het zou, bij een ruimere beschouwing, blijken dat hetgeen zij bij apen en lagere zoogdieren vinden, met het voorkomen der lange buigspier van den duim bij den mensch veel beter langs den weg der phylogenese in overeenstemming is te brengen, dan met het denkbeeld eener eerst bij den mensch waarneembare, opzettelijk voor zijne behoeften in het leven geroepen inrichting *). En — mocht men, naar de letter, de morphologische beschouwing juist noemen, dan valt, ten tweede, de vooringenomenheid nog meer in het oog wanneer wij vooral GRATIOLET op eens het gebied der morphologie met dat der physiologie zien verwarren. „L'anatomie révèle des différences profondes et réellement typiques entre l'homme et les singes les plus élevés” — zegt hij. Ik meen dat ook dit onjuist is; maar hooren wij nu zijne gevolgtrekking: „le pouce est donc entraîné dans les mouvements communs de flexion et n'a aucune liberté”! En verder nog: „j'insiste sur les différen-

*) Vooral de bij den mensch nu en dan voorkomende samenhang tusschen de pees van den zoogenoemd geheel zelfstandigen eigen duimbuiger en de wijsvingerpees van den diepen buiger (eene ware „Affen-ahollichkeit”) past in de opvatting van GRATIOLET bijzonder slecht. (HENLE, *Muskellehre*, S. 106).

ces profondes que révèle l'étude des mouvements dans des mains formées pour des accommodations d'ordre absolument distinct." Er is echter slechts sprake van de doode Chimpanseé-hand; ik geloof niet dat iemand nauwkeurig en volledig zou kunnen opgeven — niet wat een Chimpanseé of een Gibbon met hunne handen doen, maar wat zij er mede zouden kunnen doen, niet-tegenstaande de van de menschelijke hand eenigszins verschillende organisatie. Ik wees er ter loops reeds op dat de bewegingen volstrekt niet direkt uit bijzonderheden der spieren mogen afgeleid worden; vooral niet, wanneer men een belangrijk deel van het s nierstelsel buiten beschouwing laat. Zeker is de sterke ontwikkeling van de lange buigspier van den duim, en haar aanhechting aan het uiterste kootje daarvan, bij den mensch in verband met de krachtige en veelzijdig aanwendbare bewegelijkheid van het eindlid van den duim. Zeker is ook de wijziging dier spier, en van de overige bij de apen, in overeenstemming met hunne geestesontwikkeling en levenswijze. De theorie van het geleidelijk ontwikkelen der hoogere vormen uit de lagere zou niet ontstaan zijn, als de hand (en de overige lichaamsdeelen) bij mensch en dieren precies overeenstemden in bouw en verrichtingen. Maar wie heeft ooit bestudeerd wat een Chimpanseé met zijne vingers en duim zou kunnen doen, als zijne geestesontwikkeling zijne behoeften en zijn streven hem ooit konden brengen tot pogingen om den mensch te evenaren? Ik laat daar, wat er dan, morphologisch, nog in zijn hand gewijzigd zou kunnen worden; maar zelfs zoo als nu de bouw daarvan is, kon de hand wel eens blijken weinig bij de menschelijke achter te staan, en zeker geeft zij nu reeds en zou zij meer en meer geven een krachtige weêrlegging van GRATIOLET's *«pouce entraîné dans les mouvements communs et sans aucune liberté.»*

Eene geheel overeenkomstige onjuiste beschouwingswijz treffen wij ook bij AEBY, in zijn uitvoerige verhandeling over de spieren van arm en hand bij de zoogdieren en den mensch aan *).

* Von allen Thieren ist es der Mensch allein, dessen Hand einer isolirten Bewegung des kleinen und des Zeigefingers fähig

*) *Zeitschrift für Wissenschaftliche Zoologie von V. SIEBOLD und KOLLIKER*, Bd. X. S. 34.

ist, ein Umstand, der ihre Kunstfertigkeit unendlich höher als diejenige der Affenhand erhebt. Es braucht hierbei einfach daran erinnert zu werden, woher der Zeigefinger seinen Namen erhalten hat" — lezen wij bladz. 63. Alsof de mensch zonder *musculus indicator proprius* niets met den wijsvinger zou kunnen toonen! En hoe weet AEBY wat een mensch met een apenhand zou kunnen verrichten, wat wijsvinger en pink dan zouden vermogen! Doch ook de duim is, in zijne *bewegingen* (terwijl AEBY slechts de spieren morphologisch behoorde te beschouwen) specifiek menschelijk: „Erst beim Menschen ist für eine besondere Streckung beider Daumenglieder gesorgt, was in der Mechanik der Handbewegung wohl nicht ohne Einfluss sein möchte" zelfde bladz.). Neen waarlijk niet — zijn wij geneigd te zeggen. Geen aanhanger der ontwikkelingsleer heeft daarenboven beweerd, dat de duim van mensch en apen volkomen overeenstemmen, maar is het zeker dat een Chimpanseé, onder de geschikte omstandigheden, u geene „besondere Streckung beider Daumenglieder" zou toonen.

Een idioot kan met de volmaaktste hand en de sterkst ontwikkelde eigen duimbuigspier geen letter schrijven of geen visch-net breien. Een intelligent persoon, zonder armen geboren, wordt kalligraaf of schilder met de voeten, of horduurt daarmee, wat onze dames met de fijnst georganiseerde handen voortbrengen.

Om kort samen te vatten, waarop het aankomt voor eene juistere opvatting der vermelde ontleedkundige beschrijvingen en beschouwingen, merk ik ten slotte op:

1°. GRATIOLET ziet geheel voorbij, en BISCHOFF houdt niet genoeg in het oog dat de „portion radiale" van den diepen vingerbuiger der apen (door CUVIER reeds uitmuntend beschreven *) juist de *flexor pollicis longus* van den mensch is, of worden kan.

*) l. c. p. 451: „Il n'y a déjà plus même dans les singes de flexisseur propre du pouce; mais le flexisseur profond a ordinairement au ventre radial qui le remplace. Ce dernier muscle est composé de plusieurs ventres." — Het betoogen zou niet moeielyk te leveren zijn, maar behoort hier niet te hooren, dat CUVIER'S redenering moet omgekeerd worden! — De lange, eigen buigspier van den duim, uit de menschelyke anatomie, als een eigenaardige, zelfstandige spier, is een ooster

20. Als men anatomisch en morphogenetisch spieren bestudeert, moet men zich tot dat gebied bepalen, en de bewegingen, welke men aan die spieren toeschrijft, geen invloed laten hebben op onze gevolgtrekkingen. Daarentegen kunnen bij eene ruimere beschouwing der zaak, de werkelijk door een lichaamsdeel uitgevoerd wordende bewegingen misschien de morphologische bijzonderheden verklaren *)

Na deze opmerkingen over het spierstelsel der vingers, bij de zoogdieren, in het algemeen, meen ik, terugkeerende tot den *musculus indicator* en *extensor pollicis longus*, te mogen stellen: *dezelfde grondvormen komen bij alle vingers bezittende zoogdieren voor.* — Het overzicht, dat onvermijdelijk ook het stelsel der buigspieren kort vermelden moest, heeft tevens reeds voor een deel geleid tot het te bereiken doel: *het in 't licht stellen van den samenhang tusschen de pezen der beide genoemde spieren als een theromorphie.*

Het blijkt dat, reeds bij de lagere zoogdieren, met gebrekkig ontwikkeld stelsel van teenen of vingers, de grondslag voor tweederlei vingerstrekkers bestaat. Steeds treft men bij den algemeenen vingerstrekker (d. i. de recht verloopende *extensor quatuor digitorum* van den mensch) een aantal andere bundels aan, in oorsprong met de algemeene strekspier verbonden, en naar de organisatie van de voorste ledematen, zeer verschillend eindigende. Reeds bij het wat vingers betreft, zeker niet ruim bedoelde paard, komt toch naast een *extensor digitorum communis*, een andere voor, die door de hippotomen *extensor late-*

begrip dan de kennis der feiten uit de zootomie. Van den mensch uitgaande, schijnen de apen geen eigen lange buigspier van den duim te hebben; maar juistert zegt men dat de spier van den mensch een meer ontwikkelde en zelfstandiger geworden deel van den *musculus flexor profundus* der apen is.

*) Tot opbeelding van de schijnbare verwarring, welke in het begin van het overzicht der uitspraken van de onderzoekers en schrijvers over dit onderwerp op te merken is, moet ik nog vermelden, dat HARTING blijkbaar bedoeld heeft, dat de *musculus flexor* (niet de *extensor*) *pollicis longus* alleen bij den mensch voorkomt. In een kort overzicht, als H. geeft is het daarenboven begrijpelijk, dat bij de betrekkelijke zelfstandigheid van dien flexor, wat het voorkomen eener *gewisheerde radiale oorsprong* betreft, op zijne vorige bladzijde (275) niet opzettelijk vermeldt.

ralis genoemd wordt. Bij de ferae is een duidelijk stelsel van tweederlei strekspieren aanwezig, waarvan het eene (met het schuinsche stelsel van den mensch overeenstemmende) onder anderen als extensor indicis en pollicis proprius duidelijk gescheiden optreedt. Voor mijn doel is van beteekenis: de bij CUVIER (l. c. p. 449) die zeker niet vermoedde, dat zijne beschrijving als steun voor Darwinistische beweringen zou gebruikt worden, voorkomende opmerking: „Dans l'ours il (l'extenseur propre de l'index) est réunie à l'extenseur du pouce.”

Wij zagen reeds vroeger, dat STRAUSS-DÜRCKHEIM, onder de ferae ook aan de kat een eigen duimstrekker toekent en afbeeldt. Leest men de beschrijving, dan is het of zij ontleend is aan een handboek der menschelijke ontleedkunde. Ik neem haar, korthedshalve, niet in haar geheel over, maar moet mij toch verheugen, dat ik het einde hier kan mededeelen (blz. 367): „Il se détache souvent du bord externe de ce tendon une branche qui se développe en aponévrose en s'appliquant tout le long du stethos *) et se termine à la phalangeole de l'index ou elle se fixe.” De vreugde over deze beschrijving wordt niet minder, wanneer men verder van den musculus indicator leest (zelfde bladz.): „Ses fibres s'insèrent sur un tendon terminal fort grêle, qui s'engage dans une coulisse spéciale du ligament armillaire, à côté de celle du long extenseur du pouce; et souvent les deux sont réunies en une seule.”

De pezen der beide spieren zijn verder ook bij den hond nog peesvliezig met elkander verbonden. Naar de opgave van LEISERING †): „begleitet seine Sehne (die van den strekspier van eersten en tweeden teen) die Sehne des gemeinschaftlichen Zehenstreckers, kreuzt sich mit ihm, und geht mit einem sehr dünnen Schenkel an die erste, mit einem stärkeren an die zweite Zehe.” (bladz. 23). — Zoo beschrijft ook CHAUVÉAU §) de be-

*) Hier behoort opgemerkt te worden, dat de schrijver, om het tot verwarring leidende onderscheiden der ossa metacarpi naar de getallen-orde te vermyden, naar een eigen nomenclateur het O. M. van den duim stathos noemt en zoo naar de gewone volgorde der klinkletters, spreekt van stethos, stithos, enz.

† *Uebersicht der Skelettmuskeln des Hundes*, von Dr. LEISERING, Professor an der Kön. Thierarzneischule zu Dresden. 1860.

§) *Traité d'anatomie comparée des animaux domestiques*, par A. CHAUVÉAU, avec la collaboration de S. ARLOING. Paris 1870.

doelde spieren bij den hond als: *«confondus, et n'existant qu'à l'état de vestiges chez les autres animaux (domestiques).*

Evenzeer stemt met mijn heuristisch beginsel overeen dat, volgens BISCHOFF (J. c. S. 285) bij *Pithecia hirsuta* de *extensor indicis proprius* *«gemeinschaftlich* ist mit dem *Extensor pollicis longus.*” Zoo komen wij tot de *Simiac anthropoides* waar de lange duimbuiger de reeds vermelde bijzonderheden aanbiedt, welke tot zulke ver strekkende beschouwingen aanleiding gaven. Gemakkelijker is de toestand der ons hier bezig houdende *strekspieren* te omschrijven. De hoofdzaak is gezegd als men dien noemt: *geheel als bij den mensch.* Maar de bijzaken, de bijzonderheden, zouden voor mijn doel belangrijker kunnen zijn dan de hoofdzaak. Ik bedoel niet alleen de geoorloofde vraag wat er van anomalien en variëteiten aan het licht zou komen, als er eens een geneeskunde der anthropoïde apen bestond, en ten behoeve daarvan eens even vele Orangs, Chimpanse's en Gibbons ontleeskundig waren onderzocht als lijken van menschen. Zeker zouden wij (waarschijnlijk ook wel voor den *«anthroponomischen»* langen duimbuiger) *«anthropomorphen»* vinden (dat is nu en dan nog meer overeenstemming met den menschelijken bouw) evenzeer, als wij nu van den mensch *«theromorphen»* kennen. Doch welke bijzonderheden bieden die strekspieren der anthropoïde apen nog aan, als men oorsprong, ligging, samenhang en aanhechting nauwkeuriger beschouwt?

GRATIOLET beschrijft het stelsel der bijkomende of eigene vingerstrekspieren, als *«extenseur latéral»* (zieh zijdelings met hare pezen bij die des algemeenen buigers voegende). De benaming van *«eigen»* strekspier schijnt hem verwerpelijk, en hij geeft daarvoor zijne gronden op. Waar is het, dat die laterale, bijkomende, strekspieren zich door groote variabiliteit kenmerken, zooat bij diersoorten van hetzelfde geslacht de toestand meer uiteenloopt, en zelfs bij dezelfde diersoort een *«eigen»* strekspier van een vinger er nu eens wél is, dan eens niet. Wij zagen ook vroeger hoezeer de *musculus indicator* van den mensch (een der laterale van GRATIOLET, van het schuinsche stelsel bij den mensch) variëert, ja geheel ontbreekt. In de afbeeldingen van GRATIOLET blijkt echter ten duideljkste dat in den gewonen toestand, bij zijn Chimpanse, de geïsoleerde exten-

sor proprius pollicis et indicis precies liggen als bij den mensch en dat ook de overige duimspieren geheel overeenstemmen. Wat beteekent nu zulk een stelsel van afzonderlijke beweegorganen voor den duim "*entraîné dans les mouvements communs, et sans aucune liberté*"? GRATIOLET zegt er ons niets van; maar waagt eene poging, na eerst door zijne nomenclatuur-verandering de beteekenis van *eigen* strekkers van vingers verminderd te hebben, om den eigen duimstrekker geheel van den troon te stooten, daar die spier (l. c. p. 165) "*grâce à l'absence d'un extenseur direct à peu-près*" in de richting der as van het eerste duimlid zou liggen. Er gaat een bespiegeling over parige en onparige vingertypen vooraf, wier onbeteekenenden en neveligen inhoud ik onmogelijk kort kan weêrgeven, maar waarnit zou moeten volgen, dat een pees van de algemeene strekspier eigenlijk in de as van het kootje ligt; de bijzondere zijn dan "*latéraux*". Hier echter "*grâce à l'absence*", etc. . . . — De gansche voorstelling der ligging van de spier is onjuist, de gansche opvatting is verward en gewrongen. En wat beteekent dat "*grâce à l'absence d'un extenseur direct*"? Is het niet alsof er, tegenover den toestand bij den mensch, iets bijzonders in gelegen is? Ik weet wel, dat taalkundig GRATIOLET dat juist niet zegt, maar voel mij toch gedrongen op te merken, dat de mensch evenmin heeft wat GRATIOLET, zonderling genoeg, noemt "*een extenseur direct*"; wat dan wel een strook van den algemeenen vingerstrekker zal moeten beteekenen.

De uitkomst is dus dat, wat de strekspieren betreft, de vingers der anthropoïde apen zijn gebouwd, als waren zij tot de meest zelfstandige bewegingen, en de grootste kunstvaardigheid geroepen. Wie nu aanneemt dat, na de op zich zelve staande scheppende ideën der apen-handen, opzettelijk en doelmatig het spierstelsel van de menschelijke hand — in verband met, of door de gansche idée directrice der menschvorming — bedacht is, moet tevens aan dien formeerenden invloed de schalksche eigenschap toekennen de strekspieren der handen van apen en menschen — voor zoo hemelsbreed verschillende doeleinden bestemd — opzettelijk in te richten als kon door uiterst kleine wijzigingen, door het gebruik zelf, de eene uit de andere voortkomen. Ontleedkundigen, die in waarneming of redenering geen

misslagen begaan, moeten naar 't mij voorkomt toestemmen dat alles pleit voor een geleidelijke ontwikkeling der menschenhand en die der apen uit een gemeenschappelijken stam. De hoogste menschelijke intelligentie, die een apenhand alleen voor het grijpen van takken en plukken van vruchten wilde inrichten, zou den bouw waarschijnlijk eenvoudiger maken; terwijl zij, ter bereiking der hoogste doeleinden, de menschelijke hand allicht meer verschillend van die van den Chimpanseé en — doelmatiger zou hebben georganiseerd.

Na al het aangevoerde meen ik de volgende vier stellingen te mogen neerschrijven:

1^o. Het rechte en schuinsche stelsel der vingerstrekspiereu van den mensch komt in aanleg overal voor; en van de lagere tot de hoogere zoogdieren in verband met de ontwikkeling van vingers (en teenen) tot steeds hoogere en zelfstandiger ontwikkeling.

2^o. In de hoogste zoogdier-orden (bij den aap en den mensch) worden de musculus indicator en extensor pollicis longus (twee voornaame vertegenwoordigers van het oorspronkelijk algemeene stelsel der schuinsche vingerspiereu) meer en meer zelfstandig.

3^o. Bij mindere zelfstandigheid van den duim is er vooral tusschen de pezen der twee laatstgenoemde spiereu nog samenhang, die bij den mensch eerst geheel ontbreekt.

4^o. Als een atavisme komt nu en dan, behalve een groep van andere variëteiten van den musculus indicator, weder een samenhang van zijne pees met die van den extensor pollicis longus voor.

De eerste twee punten mag ik voor genoegzaam opgehelderd houden, even als het vierde weinig toelichting behoeft; vooral niet indien het blijkt, dat zelfs nog bij lagere apen, misschien ook nog bij de anthropoïde, meer peesachtige samenhang tusschen duim- en wijsvingerpees is dan bij den mensch.

Voor'se ledenaten van Gorilla's of Gibbon's staan iemand niet dagelijks ten dienste, en uit de beschrijvingen en afbeeldingen van BISCHOFF, GRATIOLET enz. blijkt niet duidelijk hoe in het bedoelde opzichte, de toestand der pezen bij de hoogste apen is.

Daarentegen kon ik door de welwillendheid van ons medelid HOFFMANN, de voorste ledematen van den Potto en van Cercopithecus cynomolgus ontleden, en zóó mij ook een zelfstandig oordeel vormen over de bijzonderheden in handboeken en monographiën omtrent de overige spieren van de voorste ledematen der apen vermeld.

Het bleek mij nu bij Cercopithecus Cynomolgus ten duidelijkste, dat daar, waar de vingers voor eene geïsoleerde beweging wel geschikt zijn, maar toch door de leefwijze van het dier meer gemeenschappelijk bewogen worden, de pezen der algemeene strekspier veel meer dan bij den mensch samenhangen, en als het ware eene peesvliezige uitbreiding vormen, in welke de vier pezen als dikkere, meer zelfstandige strooken voorkomen. Terwijl bij de anthropoïde apen het schuinsche vingerstrekkerstelsel, even als bij den mensch, tot afzonderlijke spieren ontwikkeld voorkomt, zoodat een extensor pollicis et indicis geheel zelfstandig bestaan, is bij Cercopithecus de toestand nog een minder gedifferentieerde. In mijne praeparaten vind ik het volgende: de extensor communis ontspringt even als bij den mensch, van den buitenknokkel van het opperarmbeen, en vormt een evenwijdig aan de lengteas van den voorarm verloopend spierlichaam, dat boven het handgewricht in een pees overgaat, welke in een koker van het ligamentum armillare bevestigd wordt, waarna de zoo even vermelde peesvliezige uitbreiding op den handrug tot stand komt. Bij het spierlichaam voegt zich gedurende zijn loop langs den voorarm een niet minder sterke spier, die langs de naar de as van den voorarm gekeerde vlakke der ulna en van het lig. interosseum ontspringt, en met schuinsch naar de eerste spier verloopende vezels zich boven het handgewricht onder haar schuift, en zich dan gedeeltelijk met haar verbindt. Een geheele versmelting vindt echter niet plaats; men ziet dat schuinsche spierstelsel *in de pezen voor den wijsvinger en voor den duim overgaan*, welke afgescheiden van de pezen van den algemeenen strekker verloopend. Vooral die voor den duim blijft, wegens zijn divergeeren naar de duimzijde geheel zelfstandig. Trekt men de laatste eendeels, het peesvliezige blad van den algemeenen vingerstrekker anderdeels in dwarse richting aan, dan ziet men dat zij door eene dunne peesvliezige uitbreiding met

elkander samenhangen, boven welke de eindtakken der oppervlakkige huidzenuwen verloopcn. Los bindweefsel, dat bij den mensch die streek inneemt, komt daar zeer weinig voor.

Hoe de toestand der beschreven deelen bij de anthropoïde apen is, kan ik, zooals ik reeds zeide, niet nauwkeurig opgeven. Het is echter voor ons vraagstuk betrekkelijk onverschillig, of er door nog meer zelfstandig worden der pezen van musculus indicator en extensor pollicis longus een meer menschelijke toestand bestaat, dan of deze nog meer zich als bij Cercopithecus voordoet.

Eén punt teeken ik nog hier ter loops aan dat, naar ik meen, nog niet opzettelijk nagegaan is: dat namelijk de schuinsche diepere laag van de vingerstrekkingen bij Cercopithecus cynomolgus in den koker van het ligamentum armillare met dien koker, en met de banden van het handgewricht daaronder, door sterke strooken samenhangt, waardoor het waarschijnlijk wordt, dat de spier ook tot de strekking der geheele hand medewerkt, terwijl zij duim en wijsvinger uitstrekt. In de laatste richting kan de spier zich blijkbaar nog verder „differentieeren”, en vinden wij haar bij de anthropoïde apen veel verder gevorderd.

Van de twee andere vertegenwoordigers van de schuinsche of diepere laag der vingerstrekkingen, den musculus extensor pollicis brevis en abductor longus heb ik, kortheidshalve en omdat zij met de door mij waargenomen anomalie van den musculus indicator niet direct in verband staan, geheel gezwezen. Die spieren in aanmerking nemen zou in mijne beschouwing geen verandering brengen. Ik vermeld alleen nog dat zij bij Cercopithecus goed ontwikkeld voorkomen, en reeds veel zelfstandiger zijn dan de musculus extensor pollicis longus en indicator.

De vraag, welke ik mij gesteld had, moen ik hiermede voldoende beantwoord te hebben. *Dezelfde grondvormen der vingerstrekkingen worden overal aangetroffen, en de theroomorphieën van den mensch, ook de door mij waargenomene, vinden daarin hare verklaring.* De tweede vraag, welke na de eerste van zelf opkuint: kan men in de physiologische eigenaardigheden der diersoort de aanleidingen vinden, waardoor hetzelfde materiaal

in verschillende, bepaalde, slechts binnen de grenzen der stamverwantschap nu en dan variërende, vormen tot ontwikkeling komt, ligt buiten mijn bestek. Zij vormt een moeielijk maar aantrekkelijk onderwerp voor nasporing. Er zou in de eerste plaats orde en licht moeten gebracht worden in den chaos der meeningen omtrent de zoogenoemde homologie der voorste en achterste ledematen. Wanneer men weet dat heden ten dage nog op schijnbaar deugdelijke gronden kan verdedigd worden dat de spieren, die zich aan de knieschijf vasthechten oorspronkelijk overeenstemmen met de spieren die den voorarm buigen (ALBRECHT), terwijl bij den eersten oogopslag de knieschijf en het olecranon humeri volkomen overeenkomstige deelen schijnen te zijn, om van andere merkwaardig verschillende denkbeelden te zwijgen, is het duidelijk welk eene duisternis hier nog heerscht.

Gesteld dat men in dit opzicht op vasten bodem stond, dan zou vervolgens de belangrijke handbeweging, welke als pro- en supinatie bekend is, in de nederdalende orde der zoogdieren moeten worden bestudeerd. Het mechanisme van radius en ulna, de stand van het os humeri en zijne brein-verwarrende zoogenoemde "torsie", zouden tot klaarheid moeten komen, en — de genetische beteekenis van de twee stelsels van vinger strekspieren, het rechte en schuinsche, zoude in nog veel helderder licht verschijnen, dan ik er, bij mijne beperkte beschouwing op kon laten vallen. De musculus supinator brevis, de merkwaardigste der schuinsche voorarmspieren, van welken ik in het geheel geen gewag maakte, omdat hij wel met de beweging der geheele hand, maar niet met die der vingers in verband staat zou dan te samen met de door mij beschouwde vingerstrekkers en met de overige, bij den mensch of de lagere zoogdieren meer of minder zelfstandig voorkomende, uit allengs zich ontwikkelende bijzondere bewegingen der voorste ledematen, moeten worden afgeleid. Het zou dan van zelf ook blijken, dat zij meer en meer schuinsch moesten gaan verlooplen, tegenover de evenwijdig aan de voorarm-as blijvende spieren.

Utrecht, Januari 1879.

Aanmerking. Niet onbelangrijk voor het vraagstuk van den invloed dien het gebruik der deelen (en zóó gewoonte en erfelijkheid) op bijzonderheden van vorm en bouw heeft, schijnt mij het feit, dat aan mijne eigen rechterhand de anomale peesstrooken eerst na de ziekte van de hand en den arm tot die sterke ontwikkeling kwamen, welke zij nu hebben. De ankylose van den pols en de adhaesien van de strekspier-pezen onderling, en met de oomringende deelen (langs die van den extensor pollicis longus is boven het polsgewricht een lang lidteeken gebleven, na de incisie, welke den etter uit de peesseede moest ontlasten) riepen natuurlijk gewijzigde mechanische voorwaarden voor de werking der strekspieren in het leven. Dat daaruit nu een sterker worden van mijnen musculus indicator en een krachtigere werking op de bestaande, maar weinig ontwikkelde strook naar den duim volgen moest, kan ik niet wiskundig aantoonen, maar is zeker in het algemeen zeer begrijpelijk. Thans is die strook ten formeel rond peesje geworden, dat door den indicator krachtig gespannen wordt bij strekking, zoowel van het eerste als tweede duimlid; zoodat die spier den verzwakten extensor pollicis longus zeer te hulp komt. Zoo vloeien, waar onze kennis en ons inzicht volledig zijn, teleologische beschouwing en causaal-genetische verklaring samen; of wordt de eerste door de tweede overbodig.

W. K.

VERKLARING DER AFBEELDING.

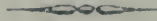
- A. *Musc. extensor pollicis longus.*
 - B. *Musc. indicator.* De algemeene vingerstrekspier, is, om haar zichtbaar te maken, ter zijde getrokken.
 - C. Pees van den *musc. extens. carpi radial. long.*
-

DE GEMEENSCHAP DER ADEREN AAN DE RUGVLAKTE VAN
DEN DUIM MET DEN ADERBOOG IN DE DIEPTE VAN
DE HANDPALM, EN IETS OVER DE RUGSLAG-
ADEREN VAN DEN DUIM.

DOOR

W. K O S T E R.

Met eene plaat.

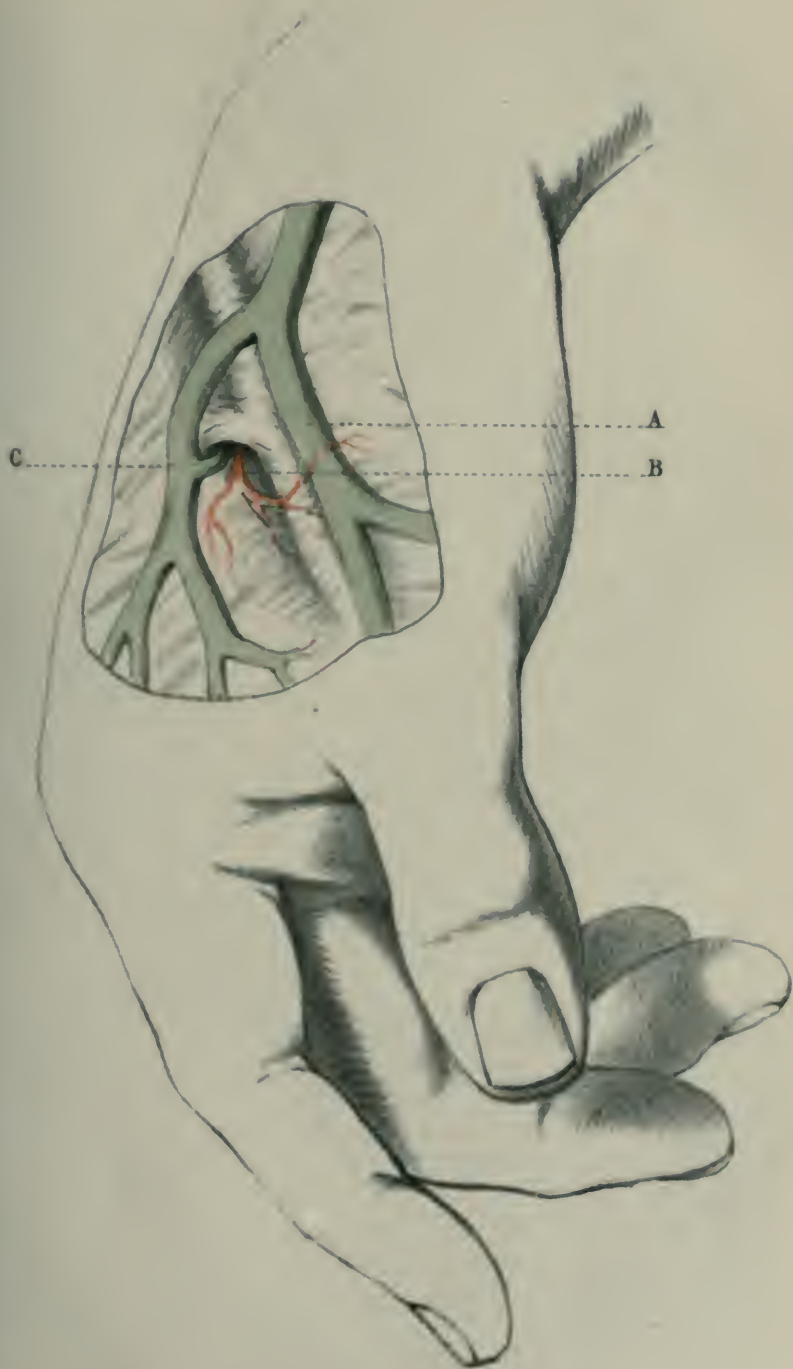


Terwijl ik meer nauwkeurig dan gewoonlijk de streek tusschen de ossa metacarpi van duim en wijsvinger onderzocht, met het oog op den samenhang tusschen de duim- en wijsvingerpezen, troffen mij een paar bijzonderheden, welke ik hier kort wensch mede te deelen.

Aan eene hand waar het slagaderstelsel met roode, het aderstelsel met blauwe stof gevuld was, zag ik, na het blootleggen van de peesvliezige uitbreiding, welke tusschen os metacarpi van duim en wijsvinger nitgespannen is, eene door BRACNE's monographie bekende sterk gevulde ader het peesvlies doorboren, en zóó naar de handpalm gaan.

De doorborende ader wordt, als zij geheel vrij geprepareerd is, op eene eigenaardige wijze door een scherp geteekenden, zichtbaren en voelbaren halvemaanswijzen rand der opening in het peesvlies van boven omgeven, zoo als de hierbij behoorende afbeelding voorstelt.

Bij het gewone praepareeren der vingerpezen en van den musculus interossens externus primus zal de samenhang tusschen musculus extensor pollicis longus en indicator, als die slechts zwak ontwikkeld is, zeker niet in het oog vallen. Ik deelde in de voorafgegane bijdrage reeds mede, dat ik dien echter bij



het nauwkeurig doorzoeken van het bindweefsel en vet (het wegpraepareeren der zoogenoemde fascia superficialis) tot nu toe nog niet aantrof, behalve in het vroeger vermelde geval. Is nu de streek tusschen het os metacarpi van duim en wijsvinger van bindweefsel bevrjgd, en liggen de pezen van den musculus extensor pollicis longus en die van den wijsvinger geïsoleerd, dan wordt over den musculus interosseus externus primus eene peesvliezige uitbreiding aangetroffen welke, bij van elkander verwijderden duim en wijsvinger, driehoekig van vorm is. Bij het maken van een spier-praeparaat wordt uit den aard der zaak daarop niet verder gelet, maar dat zoogenoemde diepe blad der fascia (HENLE's Maskellehre, S. 236) even als de overeenkomstige vliezen tusschen de overige ossa metacarpi door het mes verwijderd. Doch ook bij het praepareeren der oppervlakkige zenuwen en aderen in die streek schijnt men tot nu toe aan de bijzonderheid van het peesvlies tegenover de doorborende ader geen nadere aandacht te hebben geschonken.

Dat er dergelijke communicerende adertakken tusschen handrug en handpalm zijn was een bekend feit, en wordt afgebeeld in de uitvoerige monographie over de aderen van de hand van BRAUNE *). In die monographie wordt (S. 13) ook de sterke gemeenschaps-tak, waarop ik hier het oog heb, tusschen vena cephalica pollicis en den aderlijken boog in de diepte der handpalm, vermeld, maar, naar het mij voorkomt, onvoldoende beschreven en afgebeeld. De eigenaardige vorm der opening in het peesvlies wordt niet vermeld; terwijl nader onderzoek daarenboven leert dat de ader niet alleen naar den handpalmboog gaat, maar zich ook met de venae radiales profundae verbindt.

Na de gewone beschrijving van het adernet van den duim, en van den loop der vena cephalica pollicis gegeven te hebben, zegt BRAUNE: „Diese Vene (cephalica pollicis) nimmt stets in dem ersten Interstitium interossum eine starke Vene vom tiefen Hohlhandbogen (dat is die in BRAUNE's platen gebrekkig aangeduide, in mijne afbeelding aangeduid door doorborende tak) auf, und findet wahrscheinlich in der »tabatière« einen die

*) Die Venen der menschlichen Hand. Bearbeitet von WILHELM BRAUNE und ARMIN TADINER. Mit vier Tafeln in photographischem Lichtdruck. Leipzig 1873.

Strömung befördernden Saugapparat, gebildet durch die bei der Erhebung des Daumens stark vorspringenden Sehnen."

Deze voorstelling is niet geheel helder en naar het mij voorkomt minder juist. Het is duidelijk dat de strekpees van den duim, de vena cephalica pollicis, die haar kruist, zal samendrukken. Dat geschiedt stroomopwaarts van de zoo even vermelde groote gemeenschaps-ader. Daardoor komt juist nu deze sluis in werking, en wel door het eenvoudigst en doelmatigst mechanisme. Door dezelfde afvoering en strekking van den duim toch, welke den bloedstroom hooger op in de vena cephalica pollicis belemmert, wordt een aspiratie van bloed in de gemeenschaps-ader teweeggebracht. Men kan zich daarvan gemakkelijk overtuigen. Als men, bij niet kunstmatig gevulde aderen, de vena communicans praepareert en doorsnijdt boven het peesvlies ziet men, bij aftrekken van het os metacarpi pollicis, luchtbellen in de vena dringen; en drukt men den duim tegen den wijsvinger dan dringen bloed en luchtbellen naar buiten. De spanning van het peesvlies, en de vasthechting van den aderswand aan de door mij afgebeelde opening zal daarbij uit den aard der zaak, niet zonder beteekenis zijn. Voor den gemakkelijken afvoer van bloed bij de zoo uitgestrekte bewegingen van den duim, is dus zeer doelmatig gezorgd. Bij de strekking, welke den stroom in het gebied van de vena cephalica bemoeielijkt, wordt tegelijk de baan naar den diepen handpalumboog gemakkelijker en ruimer.

Het is duidelijk dat deze voor de voorstelling eenvoudige teleologische beschouwing, door eene causaal-genetische kan vervangen worden; minder moeielijk dan mijne poging om voor de inrichting van het strekspier-stelsel der menschelijke vingers eene genetische verklaring te vinden.

Nog verdient vermelding dat door dezelfde opening waardoor de gemeenschaps-ader gaat, standvastig een takje der arteria radialis naar de oppervlakte komt. De arteria radialis loopt hooger in den hoek tusschen de twee ossa metacarpi naar de handpalm, en geeft dan, zooals bekend is, de rugslagader of slagaderen voor duim en wijsvinger af. In de nomenclatuur van HENLE zijn dat de artt. metacarpeae dorsales; terwijl u. dan de art. radialis meer naar de handpalm toe, in twee eind-

takken, art. digitalis communis volaris prima en de art. metacarpa volaris profunda laat uitloopen.

Het komt nu voor, dat de bedoelde artt. metacarpae dorsales door de beschreven opening in het peesvlies gaan, en geheel oppervlakkig verloop. Of zij geven de standvastige kleine slagaderlijke takjes af welke naast de gemeenschapsader voorkomen, terwijl dan de eigenlijke artt. metacarpae dorsales van II. in het begin meer zijdelings en nog meer in de diepte liggen.

Utrecht, Januari 1879.

VERKLARING DER AFBEELDING.

- A. Takgebied der vena cephalica pollicis.
- B. Slagadertakje dat te voorschijn komt uit de opening in het peesvlies waardoor de groote gemeenschapsader
- C. in de diepte dringt.

De rand der opening in het peesvlies is door den teekenaar te veel voorgesteld alsof zij in de pees van den extensor longus pollicis overging. Hij moet er meer onder doorgaande worden gedacht.

I E T S

OVER DE

INTEGREERENDE VERGELIJKING,

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.



1. Het is bekend, dat de integreerende vergelijking, dat is de differentiaalvergelijking voor den integreerenden factor, in het bijzonder bij lineaire differentiaalvergelijkingen een eenvoudigen vorm aanneemt. Reeds vroeger zijn daaruit door mij eenige eigenschappen omtrent den integreerenden factor afgeleid; het kwam mij voor, dat in dit opzicht meer algemeen kon worden gehandeld. Deze uitkomsten zoowel van positieven, als van negatieven aard, mogen hier volgen.

2. Zij in het algemeen de herleide, lineaire differentiaalvergelijking der tweede orde

$$X_2 \frac{d^2 y}{dx^2} + X_1 \frac{dy}{dx} + X_0 y = 0, \dots \dots \dots (\Lambda)$$

die ook aldus kan geschreven worden

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_2} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_2} y = 0. \dots \dots \dots (\Lambda')$$

Noemt men den integreerenden factor voor deze laatste vergelijking φ , dan wordt de integreerende vergelijking

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{X_1}{X_2} \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(\frac{X_0}{X_2} - \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} \right) = 0,$$

of

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 - X_2 \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} \right) = 0; \dots (1)$$

waarvoor men ook schrijven kan

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 - \frac{X_2 X_1' - X_1 X_2'}{X_2} \right) = 0, \dots (1^a)$$

of

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 - 2 X_1' + \frac{1}{X_2} \frac{d}{dx} [X_1 X_2] \right) = 0, \dots (1^b)$$

of ook

$$X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - X_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \left(X_0 + \frac{2 X_1 X_2'}{X_2} - \frac{1}{X_2} \frac{d}{dx} [X_1 X_2] \right) = 0, \dots (1^c)$$

Al deze vergelijkingen (I) tot (1^c) zijn van denzelfden vorm als de oorspronkelijke differentiaalvergelijking (A). De factor X_2 van het tweede differentiaalquotient is dezelfde gebleven; de factor X_1 van het eerste differentiaalquotient is negatief geworden; slechts de factor X_0 van de afhankelijk veranderlijke zelve is telkens door een meer of min zamengestelden vorm vervangen. Al naar omstandigheden kan de een of ander der vier vormen (I) tot (1^c) voor de integroerende vergelijking te verkiezen zijn.

3. Ten einde eene betrekking op te sporen tusschen de beide veranderlijken y en φ , vermenigvuldige men de vergelijking (A) met φ , en evenzeer de vergelijking (I) met y ; dan geeft het verschil dezer produkten

$$X_2 \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) + X_1 \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \varphi y X_2 \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} = 0, \dots (2)$$

of na deeling door X_2

$$\left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) + \frac{X_1}{X_2} \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \varphi y \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} = 0.$$

Nu is in den tweeden term

$$\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} = \frac{d}{dx} \cdot \varphi y,$$

derhalve de som der beide laatste termen

$$\frac{X_1}{X_2} \frac{d}{dx} \cdot \varphi y + \varphi y \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} = \frac{d}{dx} \left(\varphi y \frac{X_1}{X_2} \right).$$

Vervolgens is de eerste term

$$\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right),$$

omdat de beide overige termen van dit laatste differentiaalquotient $\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} - \frac{dy}{dx} \frac{d\varphi}{dx}$ elkander vernietigen.

Men heeft dus slechts termen, die volledige differentiaalquotienten naar x vormen; en kan derhalve tot integratie overgaan. Deze levert ons

$$\left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \left(\varphi y \frac{X_1}{X_2} \right) = C. \dots \dots (b)$$

Indien men hierin voorloopig $C = 0$ stelt, dan kan men door φy deelen, en verkrijgt alzoo

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} - \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{X_1}{X_2} = 0,$$

waarin nu de veranderlijken gescheiden zijn; zoodat eene integratie geeft

$$ly - l\varphi + \int \frac{X_1}{X_2} dx = lC_1 \quad \text{of} \quad C_1 \varphi = y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \dots (c)$$

Uit den vorm dezer waarde van den integreerenden factor volgt dadelijk, dat men den standvastigen factor C_1 zonder eenig

betwaar kan weglaten, omdat deze toch niets kan af of toe doen tot de integreerbaarheid der differentiaalvergelijking. En dus geeft ons de betrekking (r) eene eenvoudige waarde voor de verhouding tusschen y en q ; deze hangt dan alleen af van de coëfficiënten X_1 en X_2 , of liever van hunne verhouding, de coëfficiënt van $\frac{dy}{dx}$ in de vergelijking (A'). Is dus y bekend, dan is φ te vinden; maar omgekeerd, en dit is vooral merkwaardig, zoodra de integreerende factor φ op eenige wijze bekend is, wordt reeds daaruit rechtstreeks de integraal y in functie van X_1 en X_2 gevonden. De functiebetrekking tusschen y en de coëfficiënt X_0 , vindt men in de uitdrukking voor q terug, want, zooals wij zagen, de verhouding tusschen y en φ is van deze X_0 onafhankelijk.

†. Maar er blijft ons evenwel nog na te gaan, of de voorloopige onderstelling $C = 0$, van daar straks, wel geoorloofd is. Daartoe diene, als naar gewoonte de methode van de variatie der standvastigen; dat is men onderstelle, dat in de vergelijking (c) de C_1 niet meer standvastig is, maar eene functie van x en y worde, en onderzoekte dan, of zij nog aan de vergelijking (b), hier liever aan de oorspronkelijk gegevene differentiaalvergelijking (a), voldoen kan.

Differentieer dus de uitkomst (c) twee malen achtereen

$$C_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varphi \frac{dC_1}{dx} = \left(\frac{dy}{dx} + y \frac{X_1}{X_2} \right) e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx}.$$

$$\begin{aligned} C_1 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + 2 \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \varphi \frac{d^2C_1}{dx^2} &= \\ &= \left\{ \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} \frac{X_1}{X_2} + y \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_2} + y \left(\frac{X_1}{X_2} \right)^2 \right\} e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx}. \end{aligned}$$

Wanneer men beide deze vergelijkingen met φ vermenigvuldigt, kan men de waarde van $C_1\varphi$ uit (c) invoeren, waardoor de C_1 zelve verdreven wordt. Eene eenvoudige herleiding, om de diffe-

rentiaalquotienten van deze C_1 in het tweede lid te brengen, voert dan tot het volgende

$$y \frac{d\varphi}{dx} - \varphi \left(\frac{dy}{dx} + y \frac{X_1}{X_2} \right) = -\varphi^2 \frac{dC_1}{dx} e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx},$$

$$y \frac{d^2\varphi}{dx^2} - \varphi \left\{ \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} \frac{X_1}{X_2} + y \frac{d}{dx} \cdot \frac{X_1}{X_2} + y \left(\frac{X_1}{X_2} \right)^2 \right\} =$$

$$= -\varphi \left(2 \frac{d}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \varphi \frac{d^2C_1}{dx^2} \right) e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx};$$

en hieruit volgt, met het oog op de termen van de vergelijking (a)

$$X_2 \left(\varphi \frac{d^2y}{dx^2} - y \frac{d^2\varphi}{dx^2} \right) = -\varphi \left(2 X_1 \frac{dy}{dx} + X_2 y \frac{d}{dx} \cdot \frac{X_1}{X_2} + y \frac{X_1^2}{X_2} \right) +$$

$$+ \varphi X_2 \left(2 \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \varphi \frac{d^2C_1}{dx^2} \right) e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx},$$

$$X_1 \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) = \varphi X_1 \left(2 \frac{dy}{dx} + y \frac{X_1}{X_2} \right) - \varphi^2 X_1 \frac{dC_1}{dx} e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx}.$$

Zoodra men nu deze termen in de vergelijking (a) substitueert,

vallen alle termen weg, die niet den factor $e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx}$ bezitten; zooals trouwens, naar den aard dezer methode, noodzakelijk is, omdat dan alleen die termen mogen overblijven, die de differentiaalquotienten van C_1 ten opzichte van x bevatten. Nu

kan men ook dien gemeenschappelijken factor $e^{-\int \frac{X_1}{X_2} dx}$ wegnemen; en dan blijft er, na deeling door X_2 ,

$$\left(\varphi^2 \frac{d^2C_1}{dx^2} + 2 \varphi \frac{d\varphi}{dx} \frac{dC_1}{dx} \right) - \frac{X_1}{X_2} \varphi^2 \frac{dC_1}{dx} = 0.$$

De beide eerste termen van deze vergelijking vormen juist het

differentiaalquotient van de grootheid $\varphi^2 \frac{dC_1}{dx}$ ten opzichte van x

Wanneer men derhalve door deze $\varphi^2 \frac{dC_1}{dx}$ deelt, hetgeen geoorloofd is, dan komt er eindelijk

$$\frac{\frac{d}{dx} \left(\varphi^2 \frac{dC_1}{dx} \right)}{\varphi^2 \frac{dC_1}{dx}} = \frac{X_1}{X_2}.$$

Het eerste lid levert weder een quadratuur, en wel eene bekende; de integratie levert dan

$$l \left(\varphi^2 \frac{dC_1}{dx} \right) = l C_3 + \int \frac{X_1}{X_2} dx,$$

waaruit verder

$$\frac{dC_1}{dx} = C_3 \frac{1}{\varphi^2} e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \dots \dots \dots (1)$$

Het eerste lid van deze vergelijking is eene volkomen differentiaal; het tweede niet, omdat aldaar functiën van φ en van x tevens voorkomen; en dit is natuurlijk ongerijmd. Zelfs al voerde men de φ uit de vergelijking (c) in, dan zoude men wel den exponentiëelen factor kunnen doen verdwijnen, maar men zoude verkrijgen

$$\frac{1}{C_1} \frac{dC_1}{dx} = \frac{C_3}{qy}, \dots \dots \dots (2)$$

waar nu het eerste lid wederom een volkomen differentiaalquotient is; doch het tweede de y en de φ bevat. Het eenige geval, waarin bij deze beide vergelijkingen de integratie mogelijk zoude worden, is dat, waarbij $C_3 = 0$ genomen werd; maar dan verkreeg men of $C_1 = \text{standvastige}$,
of $l C_1 = \text{standvastige}$;
beide tegen de onderstelling strijdende.

Het is dus aangetoond, dat in de vergelijking (c) de C_1 geene functie van x kan zijn, dus dat zij standvastig moet wezen.

5. Wilde men beproeven, eene dergelijke betrekking als door de vergelijking (c) wordt uitgedrukt, voor den integreerenden factor ψ van de oorspronkelijke differentiaalvergelijking (A) te verkrijgen, dan weet men nu reeds, dat men zal moeten hebben

$$X_2 \psi = \varphi ;$$

en derhalve, dat de vergelijking (c) hier zal moeten worden

$$X_2 \psi = y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \dots \dots \dots (d)$$

De integreerende vergelijking wordt in dit geval

$$X_2 \frac{d^2 \psi}{dx^2} - \left(X_1 - 2 \frac{d}{dx} X_2 \right) \frac{d\psi}{dx} + \left(X_0 - \frac{d}{dx} X_1 + \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) \psi = 0. \dots (II)$$

Even als boven, geeft ook hier het verschil van de differentiaalvergelijking (A), vermenigvuldigd met ψ , en van y maal deze laatste vergelijking (II)

$$\begin{aligned} X_2 \left(\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) + X_1 \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) - \\ - 2 y \frac{d\psi}{dx} \frac{d}{dx} X_2 + \psi y \left(\frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) = 0, \end{aligned}$$

waarvoor men ook schrijven kan

$$\begin{aligned} X_2 \left(\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) + \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right) \frac{d}{dx} X_2 - \\ - \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) \frac{d}{dx} X_2 + X_1 \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) + \psi y \left(\frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) = 0, \end{aligned}$$

of ook

$$\begin{aligned} X_2 \left(\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right) + \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right) \frac{d}{dx} X_2 + \\ + \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right) \left(\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} \right) + \psi y \left(\frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2 \right) = 0. \dots (II_1) \end{aligned}$$

Maar nu is

$$\psi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right),$$

omdat de beide overige termen van dit differentiaalquotient elkaander vernietigen; evenzeer is

$$\frac{d}{dx} \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right) = \frac{d}{dx} X_1 - \frac{d^2}{dx^2} X_2.$$

De beide eerste termen van de vergelijking (II₁) vormen nu juist het differentiaalquotient van het produkt

$$X_2 \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right);$$

en de beide laatste termen dier vergelijking vormen ook te zamen het differentiaalquotient van een produkt, omdat

$$\psi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\psi}{dx} = \frac{d}{dx} (\psi y)$$

is; dit laatste produkt is dus $\psi y \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right)$. De vergelijking (II₁) zelve wordt daardoor een volkomen differentiaal, en men kan ze dus rechtstreeks integreeren; dit geeft

$$X_2 \left(\psi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\psi}{dx} \right) + \psi y \left(X_1 - \frac{d}{dx} X_2 \right) = 0.$$

Ten einde hier de veranderlijken te scheiden, deele men door $X_2 \psi y$; waardoor er deze fraaie differentiaalvergelijking komt

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} - \frac{1}{\psi} \frac{d\psi}{dx} + \frac{X_1}{X_2} - \frac{1}{X_2} \frac{d}{dx} X_2 = 0.$$

Derhalve kan men wederom integreeren, en verkrijgt alzoo

$$ly - l\psi + \int \frac{X_1}{X_2} dx - lX_2 = lC_1,$$

die door over te gaan tot de exponentiëlen dadelijk de verwachte betrekking (*d*) oplevert.

6. Gebruikt men den integreerenden factor φ , zooals deze uit de betrekking (*c*) bepaald wordt, bij de vergelijking (*A'*); of, wat tot dezelfde uitkomst aanleiding geven moet, voert men den integreerenden factor ψ uit (*d*) bij de vergelijking (*A*) in; zoo ontstaat de volgende differentiaalvergelijking

$$y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_2} y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_2} y^2 e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} = 0; \quad (B)$$

en deze moet nu, naar de beteekenis van den integreerenden factor, eene volkomene integreerbare differentiaalvergelijking zijn geworden, dat is het eerste lid moet een volkomen differentiaalquotient zijn.

Om het onderzoek omtrent dit punt gemakkelijker te maken, stelle men korthedshalve

$$y e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} = z, \dots \dots \dots (3)$$

want op deze wijze bevat het differentiaalquotient ten opzichte van *x* althans den eersten term van de vergelijking (*B*). Men heeft toch

$$\frac{dz}{dx} = y \left(e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_2} e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} \right) + e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2.$$

De eerste term in het tweede lid is in zijn geheel gelijk aan de som der beide eerste termen van de vergelijking (*B*): men kan dien hier dus vervangen door den laatsten term van de vergelijking (*B*) met het omgekeerde teeken: dat is

$$dz = -\frac{X_0}{X_1} y^2 e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} + e^{\int \frac{X_1}{X_1} dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \left\{ \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{X_0}{X_1} y^2 \right\} \dots (4)$$

Wanneer men deze uitkomst door de waarde van z uit (3) deelt,

dan valt de factor $e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx}$ weg: en er komt

$$\frac{1}{z} \frac{dz}{dx} = \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} - \frac{X_0}{X_1} y : \left(\frac{dy}{dx} \right) \text{ of ook } \frac{1}{z} \frac{dz}{dx} - \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = - \frac{X_0}{X_1} \cdot y : \left(\frac{dy}{dx} \right). \quad (5)$$

Het eerste lid dezer vergelijking kan men integreeren, en verkrijgt alzoo, met behulp van de onderstelling (B),

$$l z - l y = l \frac{z}{y} = l \left(e^{\int \frac{X_1}{X_2} dx} \frac{dy}{dx} \right) = \int \frac{X_1}{X_2} dx + l \left(\frac{dy}{dx} \right).$$

Maar het tweede lid van (5), men ziet zulks dadelijk op het oog, kan nimmer een volkomen differentiaal worden; kan dus nimmer geïntegreerd worden.

7. Derhalve is hetzelfde oordeel te vellen omtrent de differentiaalvergelijking (B) zelve.

Men zoude dit reeds hebben afgeleid uit de vergelijking (4). Immers het eerste lid is eene volkomen differentiaalquotient: en het tweede lid kan zulks nimmer worden, omdat het hoogste differentiaalquotient dat aldaar voorkomt, $\frac{dy}{dx}$ namelijk, niet meer in lineaire vorm gevonden wordt, maar als tweede macht verschijnt.

Men merke ook op, dat de differentiaalvergelijking (B), zooals zij daar ligt, niet meer lineair is, dewijl door de vermenigvuldiging met den integreerenden factor φ , een nieuwen factor y is ingevoerd; zij is dus van den tweeden graad geworden.

Men ziet dus dat, hoe eenvoudig ook de betrekking (c) tusschen den integreerenden factor φ , en de integraal y der lineaire differentiaalvergelijking van de tweede orde ook gebleken is te zijn; deze evenwel niet tot eene integraal voert in het algemeene geval. Wederom een bewijs, dat de lineaire differentiaalvergelijking der tweede orde niet algemeen te integreeren is; en wel een zeer sprekend bewijs, omdat het uit de algemeene beschouwingen omtrent den integreerenden factor werd afgeleid;

en er van dezen kant bij deze beschouwingen wel het meeste heil te wachten viel.

8. In eenige bijzondere gevallen vindt men eenvoudige uitkomsten.

$$1^0. \text{ Zij } X_2 = A(x - \alpha)^a, \quad X_1 = B(x - \alpha)^b$$

dus de differentiaalvergelijking (Δ')

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A} (x - \alpha)^{b-a} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x - \alpha)^a} = 0,$$

dan wordt hier de (c)

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A} (x - \alpha)^{b-a} dx} = e^{\frac{B}{A(b-a+1)} (x - \alpha)^{b-a+1}}.$$

Deze geldt echter niet voor het geval dat $b = a - 1$ is, en dat de vergelijking dus wordt

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x - \alpha)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x - \alpha)^a} = 0;$$

maar nu vindt men veel eenvoudiger

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{dx}{x - \alpha}} = e^{\frac{B}{A} \ell(x - \alpha)} = (x - \alpha)^{\frac{B}{A}}.$$

$$2^0. \text{ Zij } X_2 = A(x - \alpha)^a (x - \beta)^b, \quad X_1 = B(x - \alpha)^2,$$

dan verkrijgt de differentiaalvergelijking (Δ') den vorm

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x - \beta)^b} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x - \alpha)^a (x - \beta)^b} = 0;$$

terwijl de betrekking (c) hier wordt

$$\frac{\varphi}{y} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{dy}{(x - \beta)^b}} = e^{-\frac{B}{A} \frac{1}{(b-1)(x - \beta)^{b-1}}}.$$

Maar ook deze geldt wederom niet, zoodra $b = 1$ is: in dat geval wordt de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x-\beta)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\beta)(x-\alpha)^a} = 0$$

en de betrekkingvergelijking

$$\frac{\varphi}{y} = e \int \frac{B}{A} \frac{dy}{x-\beta} = e \frac{B}{A} l(x-\beta) = (x-\beta)^{B:A}.$$

3^o. Zij $X_2 = A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b$, $X_1 = B(x-\alpha)^{a-1}(x-\beta)^{b-1}$,

zoodat onze differentiaalvergelijking (Λ') wordt

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A(x-\alpha)(x-\beta)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b} = 0,$$

en de vergelijking (c) evenzeer

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{y} &= e \int \frac{B}{A} \frac{dy}{(x-\alpha)(x-\beta)} = e \int \frac{B}{A} \frac{dy}{\alpha-\beta} \left(\frac{1}{x-\alpha} - \frac{1}{x-\beta} \right) = \\ &= e \frac{B}{A} \frac{1}{\alpha-\beta} l \frac{x-\alpha}{x-\beta} = \left(\frac{x-\alpha}{x-\beta} \right) \frac{B}{A(\alpha-\beta)}. \end{aligned}$$

Hier is nu het geval van uitzondering $\beta = \alpha$: dan wordt voor-
eerst de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{B}{A(x-\alpha)^2} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^c},$$

waarin nu kortheidshalve $a + b = c$ is genomen, zooals klaarblijkelijk geoorloofd is. Dan wordt de betrekking in dit geval

$$\frac{\varphi}{y} = e \int \frac{B}{A} \frac{dy}{(x-\alpha)^2} = e - \frac{B}{A(x-\alpha)},$$

niet meer eene stekkundige functie, als zoo even.

40. Zij ten slotte nog

$$X_2 = A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b \text{ en } X_1 = B(x-\alpha)^{a-1}(x-\beta)^{b-1}(x-\gamma).$$

Hierdoor verkrijgt de differentiaalvergelijking (A) den vorm

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B}{A} \frac{(x-\gamma)}{(x-\alpha)(x-\beta)} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^a(x-\beta)^b} = 0;$$

en daarbij behoort de betrekkingvergelijking (c)

$$\begin{aligned} \frac{q}{y} &= e^{\int \frac{A}{B} \frac{x-\gamma}{(x-\alpha)(x-\beta)} dx} = e^{\int \frac{B}{A} \frac{1}{\alpha-\beta} \left(\frac{\alpha-\gamma}{x-\alpha} + \frac{\gamma-\beta}{x-\beta} \right) dy} = \\ &= e^{\frac{B}{A} \frac{1}{\alpha-\beta} \{(\alpha-\gamma) \ell(x-\alpha) + (\gamma-\beta) \ell(x-\beta)\}} = \\ &= (x-\alpha)^{\frac{B}{A} \frac{\alpha-\gamma}{\alpha-\beta}} (x-\beta)^{\frac{B}{A} \frac{\gamma-\beta}{\alpha-\beta}}. \end{aligned}$$

Deze laatste evenwel geldt niet meer, zoodra $\alpha = \beta$ is; dat is, wanneer de differentiaalvergelijking wordt

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{B(x-\gamma)}{A(x-\alpha)^2} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0 y}{A(x-\alpha)^c} = 0,$$

waar even als boven voor $a + b$ de c mag worden genomen. Maar nu verkrijgt men voor de betrekkingvergelijking den nieuwen vorm

$$\begin{aligned} \frac{q}{y} &= e^{\int \frac{B(x-\gamma)}{A(x-\alpha)^2} dx} = e^{\int \frac{B}{A} \left(\frac{1}{x-\alpha} + \frac{\alpha-\gamma}{(x-\alpha)^2} \right) dx} = \\ &= e^{\frac{B}{A} \left(\ell(x-\alpha) + \frac{\alpha-\gamma}{x-\alpha} \right)} = (x-\alpha)^{\frac{B}{A}} e^{-\frac{B}{A} \frac{\alpha-\gamma}{x-\alpha}}. \end{aligned}$$

9. Beproeven wij nu hetzelfde te onderzoeken bij eene lineaire differentiaalvergelijking der derde orde, in den herleiden vorm

$$X_3 \frac{d^2 y}{dx^2} + X_2 \frac{d^2 y}{dx^2} + X_1 \frac{dy}{dx} + X_0 y = 0, \dots (B)$$

waarvoor men nu schrijven moet

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{X_1}{X_3} \frac{dy}{dx} + \frac{X_0}{X_3} y = 0, \dots (B')$$

ten einde daaruit de integreerende vergelijking voor den integreerden factor φ op te maken

$$\frac{d^3 \varphi}{dx^3} - \frac{X_2}{X_3} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(\frac{X_1}{X_3} - 2 \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} - \left(\frac{X_0}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} \right) \varphi = 0, \dots (III^a)$$

of wel

$$X_2 \frac{d^3 \varphi}{dx^3} - X_2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(X_1 - 2 X_3 \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} - \left(X_0 - X_3 \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} + X_3 \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} \right) \varphi = 0. (IV)$$

Vermenigvuldig nu de vergelijking (B) met φ , en evenzeer de vergelijking (III^a) met y . Trekt men deze producten van elkander af, even als in N^o. 3, dan is het verschil niet onder een integreerbaren vorm te brengen. Telt men ze daarentegen bij elkander op, dan verdwijnt weder de grootheid X_0 en men verkrijgt

$$\begin{aligned} & \left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) + \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) + \\ & + \frac{X_1}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right) - 2y \left(\frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} + \varphi y \left(\frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} - \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} \right) = 0. (e) \end{aligned}$$

Omdat nu achtereenvolgens is

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) = \left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) + \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) =$$

$$= \left(\varphi \frac{d^3 y}{dx^3} + y \frac{d^3 \varphi}{dx^3} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) = \varphi \frac{d^2 y}{dx^2} - y \frac{d^2 \varphi}{dx^2},$$

$$d(\varphi y) = \varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx},$$

$$\frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} - \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_3} = \frac{d}{dx} \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right),$$

wordt nu vergelijking (e)

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{X_1}{X_3} \frac{d}{dx} (\varphi y) - 2y \left(\frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \frac{d\varphi}{dx} + \varphi y \frac{d}{dx} \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) = 0. (f)$$

Verder is nog

$$\frac{d}{dx} \left\{ \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right\} = \varphi y \frac{d}{dx} \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) + \frac{X_1}{X_3} \frac{d}{dx} (\varphi y) - \left(\frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \left(\varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} \right),$$

en hiermede wordt (f)

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \left(\frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_3} \right) \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left\{ \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right\} = 0. (g)$$

Eindelijk heeft men

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) \right\} = \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3},$$

juist de som van de derde en vierde termen der vergelijking (g).

Dus wordt zij ten slotte

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left\{ \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) \right\} + \frac{d}{dx} \left\{ \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right\} = 0,$$

die nu eene volkomen differentiaal is geworden. Integreert men haar, zoo komt er

$$\varphi \frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dy}{dx} + \frac{X_2}{X_3} \left(\varphi \frac{dy}{dx} - y \frac{d\varphi}{dx} \right) + \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) = 0. (h)$$

waar men even als boven, de willekeurige standvastige van de integratie nul heeft genomen. Maar zelfs dan is deze differentiaalvergelijking niet verder te integreeren, omdat er het produkt der twee differentiaalquotienten $\frac{d\varphi}{dx}$ en $\frac{dy}{dx}$ in voorkomt.

Ten einde dit nog duidelijker aan te toonen, schrijve men voor de beide laatste termen

$$\begin{aligned} & y^2 \left[\frac{\overline{X_2} \frac{dy}{dx} \frac{d\varphi}{dx}}{y^2} + \frac{\varphi}{y} \left(\frac{X_1}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right] = y^2 \left[-\frac{X_2}{X_3} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{\varphi}{y} \left(\frac{X_1}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \right) \right] = \\ & = y^2 \left[\frac{1}{y} \frac{X_1}{X_3} - \frac{d}{dx} \left(\frac{X_2}{X_3} \cdot \frac{\varphi}{y} \right) \right] = \\ & = \varphi y \frac{X_1}{X_3} - y^2 \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \frac{\varphi}{y} = \varphi y \frac{X_1}{X_3} - y^2 \frac{X_2}{X_3} \frac{\varphi}{y} \frac{d}{dx} \frac{X_2}{X_3} \frac{\varphi}{y} = \\ & = \varphi y \frac{X_1}{X_3} + \varphi y \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} = \varphi y \left(\frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} \right). \end{aligned}$$

Voeren wij dit bij de vergelijking (h) in, en deelen wij door φy , zoo komt er

$$\frac{1}{y} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{\varphi} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} = 0.$$

Maar

$$\frac{1}{y} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{1}{y^2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2, \quad \frac{1}{\varphi} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2,$$

dan verkrijgt men

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} \right) + \frac{1}{y^2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{1}{\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 - \\ & - \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3} \frac{d}{dx} \frac{X_3 y}{X_2 \varphi} = 0, \end{aligned}$$

eene vergelijking, waarvan de onmogelijkheid om sommige termen te integreeren nog sterker uitkomt.

10. Beschouwen wij nu de algemeene lineaire differentiaalvergelijkingen van herleiden vorm; en wel na deeling door de coëfficiënt X_a van het hoogste differentiaalquotient, en dus in den vorm

$$\frac{d^a y}{dx^a} + \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} + \frac{X_{a-2}}{X_a} \frac{d^{a-2} y}{dx^{a-2}} + \dots + \frac{X_1 dy}{X_a dx} + \frac{X_0}{X_a} y = 0 \dots (C)$$

De integreerende vergelijking, die ter bepaling van den integreerende factor φ , wordt nu, zooals men weet,

$$\begin{aligned} \frac{d^a \varphi}{dx^a} - \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} + \left(\frac{X_{a-2}}{X_a} - (a-1) \frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \right) \frac{d^{a-2} \varphi}{dx^{a-2}} + \\ + \left\{ \frac{X_{a-3}}{X_a} - (a-2) \frac{d}{dx} \frac{X_{a-2}}{X_a} + \binom{a-1}{2} \frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \right\} \frac{d^{a-3} \varphi}{dx^{a-3}} - \dots \\ \dots + (-1)^a \left\{ \frac{X_0}{X_a} - \frac{d}{dx} \frac{X_1}{X_a} - \frac{d^2}{dx^2} \frac{X_2}{X_a} - \dots \right\} \varphi = 0 \dots (IV) \end{aligned}$$

Neemt men ook hier weder de som of het verschil der produkten, die men verkrijgt door (C) met φ en (IV) met y te vermenigvuldigen; dan verkrijgt men

$$\begin{aligned} \left(\varphi \frac{d^a y}{dx^a} \pm y \frac{d^a \varphi}{dx^a} \right) + \frac{X_{a-1}}{X_a} \left(\varphi \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} \mp y \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} \right) + \\ + \left[\frac{X_{a-2}}{X_a} \left(\varphi \frac{d^{a-2} y}{dx^{a-2}} \pm y \frac{d^{a-2} \varphi}{dx^{a-2}} \right) \mp (a-1) y \frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-2} \varphi}{dx^{a-2}} \right] + \dots (i) \end{aligned}$$

Nu is in het algemeen

$$\frac{d}{dx} \left(\varphi \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} \pm y \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} \right) = \left(\varphi \frac{d^a y}{dx^a} \pm y \frac{d^a \varphi}{dx^a} \right) + \left(\frac{d}{dx} \frac{X_{a-1}}{X_a} \frac{d^{a-1} y}{dx^{a-1}} \pm \frac{d}{dx} \frac{d^{a-1} \varphi}{dx^{a-1}} \right) \dots (k)$$

Wanneer men deze herleidingsformulen overal toepast, ziet men gereedelijk, wat er gebeurt; hoe er, afgezien van hetgeen er in de vergelijking (i) overblijft behalve deze verschillen, die er in de vergelijking (k) voorkomen, juist door die vergelijking (k) produkten van differentiaalquotienten worden ingevoerd; tengevolge waarvan de vergelijking geen integreerbaren vorm zal verkrijgen. Bij $a = 2$ gelukte de herleiding voor het onderste

teeken, omdat namelijk in de vergelijking (i) de derde term tusschen de haakjes verdween. Bij $a = 3$ kwam dit niet meer voor; maar die term bleef bestaan. Al geraakte men dus ook bij het bovenste teeken tot eene volkomene differentiaal, dit geschiedde slechts tengevolge eener bijzondere omstandigheid: daarom konde ook de komende niet lineaire differentiaalvergelijking der tweede orde niet meer geïntegreerd worden. Bij grootere waarden van a mislukt hier de geheele toepassing der methode.

Wij verkrijgen dus wel eene uitkomst, al zij het dan ook in negatieven zin, dat men namelijk langs den weg in N^o. 3 bewandeld, niet verder behoeft te zoeken naar eene betrekking tusschen de integraal y en den integreerenden factor φ , voor lineaire differentiaalvergelijkingen van hoogere orden.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

N^o. XVIII. MARTINUS CAROLUS CRESZFELDT.

1. Onder de Rekenboeken, die in de zestiende eeuw in Duitschland verschenen zijn, bekleedde die van ADAM RIESE (= RIES, RIESZ) — geboren in 1492 te Staffelstein, en overleden als Bergbeambter te Annaberg in 1559 — eene voorname plaats. Hunne titels zijn in de onderscheidene uitgaven, 1518, 1522, 1527, enz. zeer verschillend: die van 1527 luidt

„Rechnung auff der Lynchen vnd Federn. Auff allerley Handthirung. Zum andern mal vbersehen, vnd gemehrt. Anno MDXXVII. Gedruckt durch GABRIEL KANTZ.”

Deze rekening op lijnen of strepen moest dienen om de leerlingen een duidelijk begrip te geven van de rekenkundige bewerkingen, en evenzeer om aan de onervarenen in die wetenschap de moeite van veel denken te besparen en daarvoor mechanische bewerkingen in de plaats te stellen. In latere tijden is daarnit met veel wijzigingen het rekenraam ontstaan, zooals het op de scholen, ook thans nog, pleegt gebruikt te worden.

In Duitschland maakte deze methode grooten opgang. RIESE

verbreedde haar zeker door zijne Rekenschool te Annaberg. Het was dan ook niet te bevreemden, dat zij door mij teruggevonden werd in een oud rekenboekje van MARTINUS CAROLUS CRESZELT, oorspronkelijk in 1557 te Deventer uitgekomen. Daar dit echter mijns wetens het eenige hollandsche rekenboek is, waarin deze rekenwijze voorkomt, wil ik eerst eene beschrijving van dit boekje geven.

2. Het bedoelde boekje is oorspronkelijk te Deventer in 1557 gedrukt bij DERICK VAN DER BORNE. Ik bezit daarvan een herdruk met den titel:

„Arithmetica. || Reeckeninge || Op den Linten vnde Eijffze || ren/ na allerley Hantieringe. || Daer by een Boergereeckent Boeck/ ten/ van Koorne/ Wijn/ Vetter vñ || Jaergelt/ Op Deventersche Mate/ Eye/ || fe/ Gewichte vnde Munte || ghecordulert:” ||

Dan volgt een vierkant raam, waarbinnen een portret van den schrijver; en waaromheen: „Doer Martinum Carolum Creszelt. — In tyden Rekenmeester — tho Deunter, etc. — Anno Domini 1557.”

Verder volgt:

Allen Coepluyden seer profytelck. || Anno 1577.

Het bevat vel A tot R met 263 bladzijden, 8^o., zonder paginatuur. De laatste bladzijde eindigt aldus:

„Ghedrukt toe Reesz/ || By my Derick Wylicx || Van Ean/ ten/ Rae 't Exemplaer/ welck Ghedrukt was || toe Deunter by Derick van den Borne.”

In verso van den titel een vers „Fryhardt spreekt”, waarin wordt gezegd, dat „Konst, Wysheyt, Lucht vnde Eer, Liefte en Truwe, Waerheyt, Gerechticheyt vinden” toeghesloten die Doer”; maar

„Kummet ouerst die Penningh her ghelopen,
Sijn Poorten vñ Doeren hem altijt open.”

Op blz. A, 3 begint de Voorrede.

„Den Vorsche || tijen/ Eerbaren vnd Wyse || Here/ Borgemeis/ terē vñ Raedt || Mannen/ der Keyser Frye Anze Stadt || Denen/ ter: Durbiedt: Martinus Ca/ rolus Creszelt/ en liefhebber der || Fryer Consten/ sijne frents || willige dienst tho || beuorens”,
waarin hij eerst den lof van de Arithmetica verkondigt, en dan blz. A, 6 vervolgt:

„Dubelyren vñ Medieren is hier doer korte haluen onders-
 laten: Augheslen dat Dubelyren niet anders is, dan mit twee
 Multiplicyren/ vnde Mes dieren niet anders/ als mit 2 Diuis-
 dieren/ etc.”

Blz. D, 7. „Prograssio” waarbij onderscheiden wordt „Mas-
 tuetliker en onnatuerliker Auertredinghe” (Rekenkundige reek-
 sen met de eenheid of meer tot reden): tweefoldiger, Driefol-
 diger, Vierfoldiger Auertredinge (meetkundige reeksen met 2,
 3 of 4 tot reden).

Blz. D, 12. „Regula de Tri” met twee Regels; en

Blz. D, 13. „Woe men doer Vertieringe der Exempelen
 recht Probyren sal”, met drie „Proben”; waarna

Blz. E, 7. „(36) Exempelen” met Proba.

Maar hier doet zich het bezwaar voor „woe men sal han-
 delen vnde omme gaen mit den Exempelen daer lichte wat nae
 den Diuidyren auerlopet/ vnde niet kleyner kan resoluert werde.
 Merc: ket derhaluen die Nauolgende Leere.”

Blz. E, 13. „Deyle op toe heuende.”

Blz. E, 15. „Woe men in etliken Exempelen mit son-
 derliken Bordeel vnde Behyndichydt/ (daer doer langen Mul-
 tiplicyren vnde Diuidierē verhoedet) omme gaen vñ arbe-
 den sal.”

Blz. F, 4. „Eine korte on- derwysinge der Welsche Practi-
 ca Op alle Koopmanschap.”

Blz. G, 2. „Korte doch clarlike Anwysinge etliker ge-
 brokenen Exempelen/ in Practica/ gerekent na die voer- gaende
 Wante.”

Blz. G, 13. „Nu volgen die Species mit den gebro- ken
 Getallen” en wel „Addyren, Subtrahiren, Dubelyren, Medye-
 ren, Multiplicyren, Diuidyren,” zoodat hier niet gelet is op de
 vroeger vermelde aanmerking Blz. D, 7.

Blz. H, 3. „Proba der is geleerde Ses Species in gebro-
 ken getallen.”

Blz. H, 4. „Deyle van denlen offte gebroten van gebro-
 tene toe soeckene.”

Blz. H, 4. „Toe erkennen onder Tween Ghebrokenen Be-
 tallen, welder de Grooteſte sy.”

Blz. H, 5. „De ghebrokene Ghetallen kleyner toe maecten.”

Blz. H, 6. „Regula Des || Tri In Gantz vnde Gebrokenen || Getallen,” waarbij de verschillende gevallen worden onderscheiden, dat of een der drie termen afzonderlijk, of meer tegelijk gebroken zijn.

Blz. H, 16. „Van Erffz || deylinge.”

Blz. I, 3. „Volgen etlike || Exempelen op Hollantsche offz || te Brabantsche Munte/ 20 stuyuers || voer einen Eurent. guld. vnde || 16 penningē voer einen || stu. gerekent” [24 Ex.].

Blz. I, 9. „Rekeningē nae || Misnischer Munte/ den Gulden || voer 21 Grossen: den Grossen voer 12 Pen. vnde || 1 Pen. voer 2 heller. Den Centener voer 110 || lb. offte 5 steyn/ den steyn voer 22 lb. || Dat Woeder voer 12 Amen/ vñ || 1 Nem voer 64 Ramen” [21 Ex.].

Blz. I, 15. „Hier na volget || die Rekeningē in Golde/ Denn Guld. voer 20 schilling vñ eynen schilluck voer 12 hel. den Cen. voer 100 lb. dat lb. voer 32 loet. || dat loet 4 quintyn. dat quint. voer 4 pen. || gewichte: vnde eym pen. gewicht || voer 2 heller gewicht 1 ect.” [13 Ex.].

Blz. K, 3. „Van de Tara/ || op/ vnde In toe || geuende.”

Blz. K, 5. „Justl Recke/ || ninge.”

Blz. K, 6. „Nu volget || van Verwisselinge der Munten.”

Blz. K, 12. „Van Ghewin || vnde Verles/ sampt etlicker anz || der Rekeningē/ op Lubysche Munte gestelt. || Den Gulden voer 24 Schillinghe/ den schil. voer 12 Pennin. || vnde 1 pen voer 2 || scherf.”

Blz. L, 5. „Reeckeningē || auer Lande.”

Blz. L, 12. „Regula Des || Tri Conuersa.”

Blz. L, 14. „Exempla dubz || belder Sattlinge/ welke soms || ge die Regel van Vijffen || noemen”

Blz. M, 1. „Reeckenschap || van Silber.”

Blz. M, 7. „Reeckenschap || van Golde.”

Blz. M, 16. „Van Butende.”

Blz. N, 5. „Van Ghesels || schap.”

Blz. N, 14. „Factoor Re/ || keninge.”

Blz. O, 4. „Regula Falst || offte Position”

Blz. O, 15 „Regula Ceels || offte virgluum.” (= van etlike Potatorum gheuoemet”).

Blz. P, 3. „Vermaninge.” Vers van 14 regels.

Blz. P, 3. „Besluit.

Blz. P, 4. „Hier nae volget/ Dat voergerefende. // Boeck/ ten/ Van // Koerne Wyn Botter vñ Jaerz // gelt.”

Blz. P, 12. „Refeninge van Koerne/ etc Ges:elt op Deu:tersche // Munte unde Mate” (van 27 tot 72½ gulden, opklimmende met ½ gulden de last, vindt men den prijs van dat mudde en dat schepel).

Bl. Q, 6. „Eyn ander Refeninge // van Koerne/ op die voezrige Munte und Mate”, (van 8 tot 17½ stuyver per schepel, opklimmende met ½ stuyver, vindt men den prijs van dat mudde en die Last.”

Bl. Q. „Wyn Refeninge op De: // uentersche Eynke unde Munte”, (van 40 tot 73½ gulden, opklimmende met ½ gulden, dat Poeder, vindt men den prijs van dat Aem, dat Viertel, die Kanne.

Blz. Q, 15. „Eyn ander Wyn:Refeninge” (omgekeerd als boven, voor 4 tot 5 stuyvers, opklimmende met 1 Plack 1½ stuyver).

Blz. R, 1. „Refeninge van Botter” (van 25 tot 40 gulden, de Tonne, vindt men den prijs van dat Vierendeel en dat Pont).

Blz. R, 3, „Eyn ander Refeninge van Botter” (omgekeerd als boven van 2 tot 3 stuyvers, opklimmende met 1 Plack).

Blz. R, 4. „Refeninghe // van Jaer Gelt” (van 0 tot 15 stuyvers des dages, opklimmende met 1 Plack, vindt men de som in eyn jaer).

Blz. R, 8. „Nota” en „Mercket.”

3. De schrijver zelf geeft op bladz. B 2 eene duidelijke beschrijving van de rekenwijze „op den Linien”.

„Woe men die Lynien verstaen sal. //

In desse nauolgende Figuer wert claers // licken ghesien, dat die onderste Linia // Eyne beduydet/ Die Anderde Ehlene/ // Die Derde hondert/ Die Vierde Du: // sent/ etc. Unde een yeder Spatium tusschen // Twee Lynien/ halff so voele als syne Nesgeste // Lynia daer bauen beteeckent. Daeromme bez // siet die Nauolgende Figuer. //

1000000	_____)	(—●—	Duſentmal duſ.
500000	●		Byffhondert duſ.
100000	_____)	—●—	Hondert duſent.
50000	●		Byfftlgh duſent.
10000	_____)	(—●—	Ehien duſent.
5000	●		Byff duſent.
1000	_____)	(—●—	Duſent.
500	●		Byffhondert.
100	_____)	—●—	Hondert.
50	●		Byfftlch.
10	_____)	—●—	Ehiene.
5	●		Byff.
1	_____)	—●—	Eyne.
$\frac{1}{2}$	●		Eyn Halff.”

Men ziet dat het tientallige ſtelſel niet ſtreng is volgehouden, maar voor het gemak ook de vijfvouden van de machten van tien zijn ingevoerd. Daarom trent geeft hij bij de optelling van munten (in de volgende bladzijde B 3) de volgende beide regels:

„Die Verſte Regel. ||

Denlet de Lijnen in drye Onderſchey: || den deſer Munte nae/ als: Gulden/ || Stuyner vñ Placken. Legget in den || Verſten On- derscheyt de Gulden/ In den Anderen de Stuyner/ vnde in den Derden || de Placken. Maect Placken to Stuyner/ vnde Stuyner toe Gulden. ||

Die Anderde Regel. ||

Koent ghij hebben Bijff Reeckenspenz: || ningen op eyner Lij- nen/ Soe neemt ſie || op/ vnde legget eynen in dat negeſte op || volgende Spatium. Vnde wanneer oock || Twee Reeckenspenningen in elken Spatio ghe: || wonden werden/ ſo neemt ſie op/ vñ legget elken || op die naeſte Lijnia daer haer/ als dat volgende || Exempel leeret. Den Gulden voer 21. ſtuynerſ/ || vnde enen ſtuyner voer 15. Placken gherekent.” ||

Als voorbeeld diene het volgende:

„Item eyner heft wt ghegeuen alſe volgt:

19	}	Gulden	}	Stuynerſ	}	Placken
128						
76						
808 *)						
355						

*) Lees: 20b.

Woe veele doen deze ghesette Tallen in eyne Summa.”

Het „Fact 789. Gulden/ 8 Stuyvers vñ 5. || Maeken”
wordt dan aldus voorgesteld:

Gulden	Stuyvers	Maeken
● ●—● ● ●—●—● ● ●—●—●—●	(—————) _____ _____ _____ _____ ● ●—●—●	(—————) _____ _____ _____ _____ _____ _____ ●

4. Wat den inhoud van dit Rekenboek betreft, is die veel uitgebreider dan bij de overeenkomstige rekenboeken van RIESE. Hiertoe behoort vooral hetgeen voorkomt over Welsche Practica (blad F), over Erffdeylinge tot Factoor-rekeninge (blad I tot en met N), benevens de tafeltjes (blad P, Q, R).

In dit opzicht komt ons boekje meer overeen met onze latere hollandsche rekenboeken, waar evenzeer al die bijzondere regels telkens worden behandeld, en door voorbeelden worden verklaard, zoals dit hier eveneens geschiedt. Bij den wetenschappelijken toestand der rekenkunde in de zestiende eeuw, is dit rekenboek als zeer verdienstelijk te achten, en heeft het zeker bij het gebruik veel nut kunnen stichten.

WETENSCHAPPELIJKE OPMERKINGEN EN
ERVARINGEN BETREFFENDE DE
KINAKULTUUR.

DOOR

K. W. VAN GORKOM.

Correspondent in onze Overzeesche Bezittingen.

a. ZIEKTE DER KINA.

In de tweede reeks, deel XIII eerste stuk, van de *Verslagen en Mededeelingen* der Akademie, Afd. Natuurkunde, zijn eenige aantekeningen, d.d. 7 Juli 1877, over de ziekte der kinaplant op Java opgenomen.

Ten vervolge daarvan mogen thans de resultaten der voortgezette waarnemingen en onderzoekingen worden opgeteekend.

Bij het einde van het 1^o semester 1877 berichtte de directeur der kina-onderneming:

„De ziekte heeft de kinaboomen in de laatste maanden weder sterk bezocht. Een voortgezet onderzoek heeft nu met volkomen zekerheid aangetoond, dat ze veroorzaakt wordt door een tot de *Hemipteren* behoorend insekt, — de *Heliopeltis theivora*, dat ook den zoogenaamden *roest* in de theecheesters bewerkt.”

„Zoowel de volwassen, gevleugelde insekten, als de jonge, ongevleugelde individus, voeden zich met het sap der jonge bladeren en der jonge bastgedeelten. Ze maken daartoe met hunnen zuigsnuut een wond door de opperhuid dier deelen en herhalen dit op verschillende plaatsen, waardoor het groene plantenweefsel zeer spoedig een gevlekt aanzien krijgt.”

„Bij de verdere ontwikkeling van het blad, groeien nu de niet-beleedigde gedeelten aanvankelijk door, terwijl de gewonde

•plekken als het ware dood zijn, spoedig bruin worden en de
•groei daarin geheel gestoord is.”

•Het gevolg daarvan is, dat de bladeren en jonge toppen
•een gekrulden of gebogen vorm krijgen, langzamerhand ineens-
•schrompelen en zwart worden en wanneer de meeste jonge
•toppen aangetast zijn, — zooals gewoonlijk het geval is, —
•houdt de groei der plant gedurende eenigen tijd op, tot zich
•nieuwe uitloopers uit de schijnbaar doode toppen hebben out-
•wikkeld.”

Deze beschrijving komt geheel overeen met die welke in het
jaarbericht over 1868 gegeven werd. Destijds waren wij echter
nog in onzekerheid omtrent de oorzaken der ziekte-verschijnselen.

De heer BERNELOT MOENS heeft nu niet alleen bevestigd, dat
de ziekte is te danken aan een insekten-beet, maar hij heeft
het vernielend insekt ook bestudeerd en zooveel mogelijk, in
zijne huishouding bespied.

•Bij bevruchte vrouwelijke individus van dit insekt, werden
•tot 14 eieren aangetroffen, die wit zijn, ongeveer $1\frac{1}{4}$ milli-
•meter lang, eene langwerpige ronde gedaante hebben en aan
•het breedste uiteinde voorzien zijn van twee draadvormige aan-
•hangsels.”

(Zie de vorige aan het hoofd dezer aangehaalde nota).

•Het wijfje legt met hare legboor, die eieren onder den bast
•der jonge takken. Ze zijn meestal moeielijk te vinden, daar
•het ei geheel in het plantenweefsel verborgen ligt en slechts
•de zeer kleine, draadvormige aanhangsels naar buiten uitste-
•ken.”

•Behalve op *kina*- en *thee*-planten, leeft dit insekt ook nog
•op *Fuchsia's* en op eene soort van *Datura*, — alle op Java
•ingevoerde gewassen. Op inheemsche planten werd het tot nog
•toe, niet aangetroffen. De strijd tegen deze dieren, die een
•ware plaag voor kinaplanters dreigen te worden, gelijk ze dat
•reeds lang zijn voor theeplanters, is niet gemakkelijk. Ze ko-
•men in zulk een groot aantal voor, dat men ze moeielijk kan
•doen opvangen en daardoor hoogstens de vernieling beperkt,
•maar ze niet geheel voorkomt. Reeds sedert geruimen tijd is
•het jagen op *wegels*, in de kinatuinen verboden, (Dit verbod
•dateert reeds van de eerste jaren der jeugdige onderneming) in

nde hoop dat daaronder goede bondgenooten zullen worden gevonden in het vernielen der *Hemipteren*. Het uitsnoeien en verbranden der bruin-gevekte jonge takken, waarin de eiers voorkomen, is ook aangewezen. (Zie verslagen over 1869 en 1872)."

„Opmerking verdient nog, dat de laagst gelegen plantsoenen over het algemeen het meest van de ziekte te lijden hebben en dat deze insekten, boven 5000 voeten slechts bij uitzondering, — op 6000 voet, b. v. op het établissement *Kawah-Tjiwidei*, in het geheel niet voorkomen."

In het officieel verslag over het 1^e kwartaal 1878, schreef de heer MOENS:

„Van de insekten die de *kinaroest* veroorzaken, werden exemplaren gezonden aan den bekenden Nederlandschen entomoloog Dr. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN. Deze berichtte daaromtrent, dat ze volmaakt indentisch zijn met die, welke als bewerkers der *theeroest* moeten beschouwd worden. De naam is niet *Helopeltis theivora*, zooals op autoriteit van Britsch-Indische agricultuur tijdschriften in het rapport over het 2^e kwartaal 1877 werd opgenomen, maar *Helopeltis Antonii Sign.*"

„Deze insekten begonnen zich in Maart weder in grooten getale te vertoonen. Zooveel mogelijk werden ze opgevangen en gedood."

In een partikulier schrijven van 12 Augustus ll., zegt de heer MOENS mij:

„Ziekte heeft ook te *Tjinjiroean* kwaad gedaan en ik maak me geen illusie, dat we 't kwaad zullen overwinnen, door het nu in praktijk gebrachte opvangen, -- maar de ziekte is toch stellig geringer dan in 't vorig jaar in hetzelfde seizoen en we gaan dus niet achteruit."

„De grens waar de *Helopeltis* uitscheidt, schuift zich hoe langer hoe meer naar boven; ze komt nu te *Rioengoenoeng*, in den omtrek van het huis, veelvuldig voor." (Dit huis ligt op 5000 vt. en in zijn omtrek bleven de plantsoenen altijd nog vrij).

„Ook te *Pasir-Ipies* en *Djajagiri* (deze zijn partikuliere kina-ondernemingen van ongeveer vierjarigen onderdom, op de zuidelijke helling van het *Tangkoeban-Prahoë* gebergte, nabij 1000

voeten boven het Gouvernements-plantsoen *Lembang*, waar de ziekte sedert jaren gestadig in erge mate heerschte) trof ik »nu de ziekte, maar nog niet in ergen graad.»

Sinds tien jaren, worden de *Javaansche* kina-tuinen dus reeds geplaaagd door eene kwaadaardige ziekte waartegen men geen geneesmiddel heeft kunnen vinden.

Uit de onderscheiden verslagen, hier en in de nota van 7 Juli 1877 aangehaald, blijkt dat die ziekte toch onafgebroken met zorg is bestudeerd en alle middelen die voor de hand lagen, zijn aangegrepen en toegepast om haar voortgang te stuiten. Wij weten nu, dat de ziekte inderdaad, zooals van den aanvang af door eenigen vermoed is, veroorzaakt wordt door een insekt en wel door *Helopeltis Antonii* en het is den heer MOENS zelfs gelukt dit insekt in zijne huishouding gade te slaan.

Zijn deze waarnemingen voor de wetenschap van groot belang, weinig vertroostend mogen zij daarentegen voor de praktijk genoemd worden, want ook nu meen ik te mogen herhalen wat ik in het officieel verslag aan de regeering, over het jaar 1869 schreef.

«Indien de natuur zelve tegenover deze insekten, — die destijds nog maar, doch met groote waarschijnlijkheid, vermoed werden, geene vijanden stelt, dan is het te vreezen, dat de middelen ter hunner overwinning, ons zullen blijven ontbreken, ook zelfs wanneer wij tot de kennis van hunne soort en huishouding mochten naderen.»

De *theeroest* is op *Java* bekend en een verderfelijke plaag geweest jaren vóórdat op dit eiland geregelde aanplantingen van kina werden aangetroffen en eerst in 1868 werd de uitwerking van de *Helopeltis* in een kina-plantsoen te *Tjinjiroean* op het *Malawar*-gebergte, waar niet de minste sprake konde zijn van gemeenschap met eenige thee-plantages, waargenomen.

Van dien tijd af, heeft het schijnbaar nietig insekt zijn heerschappij over de kina-plantsoenen ijverig uitgebreid en nu blijkt zelfs, dat het geene grenzen meer eerbiedigt.

Van waar kwam dat insekt en heeft het inderdaad een zekere prédilectie voor *thee* en *kina*, of zooals de heer MOENS schijnt te meenen, voor niet inheemsche, maar op *Java* ingevoerde gewassen?

Dit kan dunkt mij als zeker worden aangenomen, dat het diertje *niet* met de *kina* op *Java* is geïmporteerd, zooals ter loops, in het jaarbericht over 1869, mogelijk geacht, maar echter ook toen reeds gelijktijdig zeer betwijfeld werd, en als men nu *denkt*, dat het alleen de op *Java* ingevoerde gewassen aantast, kan dit zeer wel zijn; eerstens: omdat men aan deze gewassen meer aandacht schenkt; tweedens: omdat deze gewassen als op vreemden bodem en in ander klimaat tierende, minder weerstand bieden aan uitwendige invloeden, wellicht over het geheel, ook meer teeder van aard zijn.

In 1869 meende ik te mogen berichten, dat gelijksoortige ziekteverschijnselen als in de *kina* voorkomen, door mij ook waren ontdekt in de Gouvernements wildhout-aanplantingen en in de *mangga*-boomen.

Of de ziekelijke verschijnselen die men aan de *Mangiferas* en de *Jambosas* trouw waarnemen kan, nu ook dezelfde oorzaken hebben, durf ik niet beweren en ik geloof ook niet, dat die verschijnselen tot heden nauwgezet zijn onderzocht en bestudeerd, maar dat zij analoog zijn aan die der *kina*. komt mij meer dan waarschijnlijk voor.

De *theeroest*, synonym dus met de *kinaroest*, heeft op *Java* zoowel als daar buiten, sinds jaren, onberekenbare schade aangericht en geheele thee-établissemten zool niet ten gronde gericht, dan toch tot vrij waardelooze of onvruchtbare kapitalen gereduceerd.

Het eigenbelang der ondernemers deed instinktmatig, naar alle denkbare middelen zoeken om de dreigende ramp te bezweren en menigmaal dacht men intensive wapenen gevonden en toegepast te hebben, maar men heeft de kwaal niet onderdrukt.

Op het thee-etablisement *Parakansalak* in het Zuid-Westen der *Preangerregentschap*, dacht de bekwame en energieke planter en fabriekant, de heer A. HOLLE, het een heel eind te hebben gebracht door zijne thee-heesters te bedekken met *rijststroo* of anderen afval. Onder die bedekking bleven de planten vrij en groeiden ongestoord voort. Men kan dit middel verklaren, nu men de zekerheid heeft, dat insecten de vernielers zijn, maar toepasselijk op groote schaal, is het zeker niet te noemen.

Een ander middel zocht de heer HOLLE met succes, in eene diepe grondbewerking, zoo zelfs, dat hij tusschen de rijen thee-heesters, diepe groeven maakte en de heesters zelven schier geheel met aarde bedekte.

Al die middelen zijn palliatieven welke de oorzaken van het kwaad niet wegnemen en het zal een wanhopende taak blijven zekere insecten-soort in haar geheel, ook maar plaatselijk uit te roeien.

Kan men de oorzaken dus niet wegnemen, men zal verplicht blijven de gevolgen zoo veel mogelijk te beperken en dan is men bij de Gouvernements-onderneming den besten weg opgegaan. Men maakt er jacht op het gedierte; snoeit en verbrandt de aangetaste plantendeelen, ter stuiting van het plaatselijk kwaad en tot dooding van nieuwe kiemen en men wijdt de meeste zorgen mede aan den bodem, ten einde aan het plantsoen voeding en kracht te verzekeren ter ernstige weerstandsbeding.

De natuur blijft ons in vele opzichten en in vele gevallen, een gesloten boek. Zullen wij daarom verzuimen die natuur onafgebroken en met volharding gade te slaan en te raadplegen? Dat zij verre van ons en in tegendeel behoort ook de verstandige en ijverige planter, hardnekkig voort te gaan met het streven naar licht, allereerst naar feiten, die hij in onderling verband tracht te brengen en die hij ook daarvoor trouw optee kent en aan de aandacht onderwerpt van hen die meer bijzonder geroepen zijn om nieuwe feiten te bestudeeren, ze aan de reeds geijkte wetenschap te toetsen en dan zoo mogelijk nieuwe theoriën op te bouwen, daar de theorie toch is en blijft, de verklaring van verschijnselen."

Dat men als practicus in zijne waarnemingen en gevolgtrekkingen voorzichtig en geduldig moet zijn, ervaart men alras, als men met waarlijken ernst en ijver zijn mandaat opneemt en volbrengt.

Elkeen vindt gaarne iets nieuws, levert gaarne iets origineels, maar de wetenschap is niet in eens opgebouwd, dankt haar wording en ontwikkeling aan eene reeks van waarnemingen en feiten, welke elk voor zich, niet van zoo overwegend belang voorkwamen, maar die te samen, dat groot en goed geheel

vormen waarop men vruchtbaar voort kan bouwen, terwijl men er intusschen reeds partij van trekt.

De geschiedenis der kinakultuur op *Java* en in *Britsch-Indië*, is die van afwisselende illusiën en teleurstellingen. Dat konde zij slechts zijn, omdat men veelal voorbarig was, ja meermalen ook niet zonder passie bleef. Men wenschte te spoedig, grootsche uitkomsten en wilde steeds verklaren en besluiten, waar men nog maar eenzijdig, ja soms zelfs, verkeerd had waargenomen.

In het jaarverslag over 1865, schreef ik:

„Nog is de wetenschap niet op het al-verklarend en voor-
 „zeggend standpunt, dat zij later zal innemen en nog mogen
 „wij derhalve denken aan grillen van het plantenleven en ver-
 „borgen natuurkrachten, om niet te spreken van plaatselijke en
 „tijdelijke plagen, waaronder wij vernieling door dieren, ver-
 „woestingen door atmosferische invloeden enz. rekenen”.

Voortdurend werd er naar gestreefd om uit de massa van beschikbare kinasoorten en variëteiten, die bij voorkeur te vermenigvuldigen, welke door de wetenschap als de meest deugd-
 zame waren aangewezen. De planter liet zich voorlichten door de scheikundige analyse van den kinabast, omdat hij terecht van oordeel was, dat de *kinine-rijkste* soorten en variëteiten, de meeste aanbeveling blijven verdienen, zoo men ze met betrekkelijk gelijke moeite en kosten produceeren kan.

De scheikunde achtte zich genoegzaam voorbereid en gereed, maar juist hare aanwijzingen hebben ons bij herhaling teleur-
 gesteld, want de voortschrijdende wetenschap en ervaring, leerden ons dat, hoe goed en stellig men het ook meende, in zake scheikundige onderzoekingen van kinamateriëel alweder niet het laatste woord gesproken was.

Zoo vond men b. v. in een bast een groot alkaloid-gehalte en proklameerde hem dan voor rijp en waard om gekweekt te worden. Soms meende men, — geschiedenis der *Cinchona Pahuliana*, — aanvankelijk met een gering gehalte tevreden te mogen zijn, omdat men de toename met den leeftijd dacht te kunnen voorspellen.

Jaren lang, bepaalden de analytici alleen het totaal der alkaloiden van eenen bast, met aanwijzing voorts van wat daar-

onder voorkwam als *kinine en analogen* en *cinchonine en analogen*. De oplosbaarheid der alkaloiden in *aether*, wees den bast meer bepaald zijn standplaats en waarde aan. Van afscheiding der onderscheiden alkaloiden, was geen sprake; men kende langen tijd zelfs al de kina-alkaloiden niet, nog minder hunne reaktien.

De oorspronkelijk op *Java* ingevoerde *calisaja* werd sedert 1864 met alle krachten en zorgen, snel vermenigvuldigd, omdat herhaalde analyses daarin een groot gehalte alkaloid, meereendeels *kinine en analogen*, d. w. z. in *aether* oplosbaar, aanwezen. Later, toen men die analogen van wat naderbij leerde behandelen en afzonderen, was het met de gedachte waarde van den *calisaja*-bast, weder gedaan.

En zoo is het altijd gegaan en is onze kinologische wetenschap niet dan met onafgebroken schommelingen ontwikkeld.

Hetzij verre van mij, dat ik het de scheikunde zou willen verwijten, wij zoo gedurig in onze verwachtingen beschaamd zijn geworden. Het was slechts mijne bedoeling te doen uitkomen, dat men in waarnemingen en konklusien beiden, onzichtig behoort te blijven en het autoriteits-geloof niet altijd als een evangelie voorop mag staan.

Just aan den strijd en de teleurstellingen danken de kinologische onderzoekingen hare uitnemende ontwikkeling en resultaten en mits men nu slechts gelooven blijve aan het nog onvolmaakte en onvolledige onzer kennis, is het te voorzien, dat nog menige vruchtbare schrede voorwaarts gedaan kan en zal worden.

In het begin van 1877 werd op mijne warme aanbeveling, de kontroleur bij het binnenlandsch bestuur op *Java*, R. VAN ROMUNDE, aan den directeur der Gouvernements kina-onderneming toegevoegd, om dezen vooral bij den eigenlijken veldarbeid behulpzaam te zijn.

De heer VAN ROMUNDE had mij nabij twee jaren als secretaris ter zijde gestaan en ik waardeerde in hem een ambtenaar met grooten ijver en een goeden zin om zich zelven verder te ontwikkelen.

Mij had groote liefde en ingenomenheid voor de kinakultuur

opgevat door onze veelvuldige gesprekken zoowel als door eene inspektie der kinatuinen waarbij hij mij in 1876 volgde.

Den ijver en de voortvarendheid van VAN ROMUNDE kennende, waarschuwde ik hem nu niet al te spoedig te oordeelen, niet dadelijk bereid te zijn tot het aanbrengen van wat hij zou denken „verbeteringen” te kunnen heeten en vooral geen ingrijpenpe kultuur-maatregelen te nemen, zonder voorafgaande raadpleging van oude rapporten en aantekeningen en van den meer ervaren en bovendien wetenschappelijk degelijk onderlegden chef, den heer BERNELOT MOENS.

In weerwil van deze waarschuwingen ontving ik alras brieven waaruit bleek, dat VAN ROMUNDE, zooals ik wel wist, een ijvrig waarnemer was en voorts allervaardigst, om tal van gebreken en leenten te ontdekken en die aan te wijzen met gelijktijdige denkbeelden ter verbetering.

Ik waarschuwde op nieuw tegen voorbarig oordeel en het veronachtzamen van rijper ervaringen, maar was het met den heer MOENS eens, dat het geen kwaad kon een nog jong en ambitieus ambtenaar, binnen zekere grenzen, eenige vrijheid te gunnen.

In de maand Februari 1878 nu, schreef de heer VAN ROMUNDE, over wiens uitstekende diensten de heer MOENS bijzonder loflijk spreekt, — mij:

„Proeven in het groot, neem ik vooreerst niet meer. Ik moet „erkennen wel een weinig angstig te zijn geworden met het „nemen van proeven omdat ik al zoo dikwijls ben teleurgesteld. „In het begin van November ll. meende ik ook stekken bij „dnizenden te zullen zien bewortelen. Na eene ernstige studie „over dit onderwerp, in de illustrierte Gartenzeitung, een opstel „van DECHEVALLERIE, te hebben gelezen, maakte ik een paar „broeibakken, doch zag daarin mijne jonge uitloopers de een „na den ander sterven. Andere stekken, van reeds onderzochte „boomen, maakten wel callus doch legden het ook weder af.

„En zoo is er meer. 't Was mij een troost, toen u mij „schreef het niet tegen mij pleitte, zoo ik niet dadelijk de „noeielijkheden kon oplossen. En een feit is het ook, zooals „u mij schreef, dat ik nu al wel eens lachen moet over theorieën die ik voor maanden geleden, apodiktisch verkondigde.

„Ik Ben wat kalmer geworden in mijne beschouwingen en ook in mijne proefnemingen en begin wat meer waarde te hechten aan ondervinding door anderen en mijzelf opgedaan.”

„Ik blijf nog steeds de illusie koesteren een 50,000 stekken van *Lelgeriana*, tegen einde '78 beworteld te krijgen. Ik heb. . . enz.

Hier gaat de jeugdige, ambitieuze vriend weer wat luchtkaasteelen bouwen en zich door schijn verblinden. Het eindverslag toch over 1878, zal naar mijn volle overtuiging bewijzen, dat het weer een illusie bleef. Het stekken der deugdzaam *Lelgeriana* gaat niet zoo gemakkelijk met de beschikbare inrichtingen en als men er in een zeker jaargetij al eens voorspoed mee ervoort, ziet men dadelijk weer voorbij, dat het materieel voor stekken en de seizoenen niet het gansche jaar door even gunstig meewerken. Men baseert dan berekeningen op actueele toestanden en omstandigheden en zijn deze toevallig in het voordeel van den kwecker, dan moet hij zich later wel teleurgesteld zien.

Hoewel de *kinaroest* nu, sedert het jaar 1868, gestadig het meerendeel van de Gouvernements kinaplantsoenen afwisselend bezoocht en hier meer daar minder schade aanricht, zoo vermag zij de ontwikkeling van die plantsoenen over het geheel toch niet te stremmen, doch belemmert zij den voortdurenden, krachtigen groei der planten.

Uit de sedert 1864 aangelegde kinatuinen, zijn nu, tot en met het jaar 1877, reeds meer dan 200,000 kilogrammen bast geoogst en de oogsten nemen met elk jaar, in hoeveelheid en hoedanigheid toe *).

Mag men dus betreuren, dat het niet nog beter gaat, een 10 à 15 jaren geleden zou niemand, op grond van de tot dien tijd opgedane ervaringen, zulke uitkomsten hebben durven voorspellen.

De kinakultuur is dan ook sedert eenige jaren met kracht ondernomen door tal van partikulieren en duizenden bunders wroeten grond zijn reeds door de regeering ten behoeve der partikuliere kinateelt, in erfpacht uitgegeven. Dit jaar beginnen

*) De voor de Europeesche markt bestemde oogst van 1878, bedraagt 56000 kilo's.

een paar landheeren van West-Java, die de proeven op hunne uitgestrekte landen reeds enkele jaren vroeger aanvaardden, groote partijen bast voor den uitvoer te oogsten en zoo er geen onvoorziene tegenspoed in den weg treedt, zal de *Java-kina* over een tiental jaren, ontwijfelbaar reeds als een der belangrijkste koloniale produkten op de Nederlandsche markt verschijnen.

b. HET BEKLEEDEN VAN DE LEVENDE KINA-BOOMEN MET MOS.

(*M^c. Ivor's mossing-proces*).

In het jaarbericht over 1864 werd geschreven:

„Ingevolge advies van den heer DE VRIJ hebben wij, op het voorbeeld van MAC IVOR, eenige kinaboomen met mos bekleed.”

„Het mos houdt den stam in zeer vochtigen staat en het is niet onwaarschijnlijk dat hieraan, het door DE VRIJ opgemerkte „hooger alkaloïd-gehalte moet worden toegeschreven. Over enkele „maanden zullen vergelijkende proeven ons aangaande den waren „invloed kunnen inlichten.”

Openhartig moet erkend worden dat deze proeven met mos-bekleeding zool niet met vooroordeel, dan toch met eenigen tegenzin genomen werden.

De kina-aanplantingen hadden destijds, verspreid als zij waren in de duistere oorspronkelijke bosschen, nog niet veel te beteekenen en de arbeid van een tiental jaren, had nog tot weinig praktische resultaten geleid. In Indië lachte men vrij algemeen over de kostbare liefhebberij van de regeering om er een kinakultuur op na te houden, waarvan men na zoovele jaren nog geen klinkende uitkomsten kon voorzien en waarvan men dan ook slechts negatieve resultaten bleef verwachten. Men schatte de kinakultuur eene liefhebberij van de elkander opvolgende opperlandvoogden en partikulieren waren zelfs niet te overreden om proeven met de kinateelt te nemen.

In Nederland werd de minister van koloniën elk jaar geïnterpelleerd omtrent de teleurstellingen die men van de kinakultuur meende te ervaren, minstens over de traagheid waarmee de jeugdige onderneming, in vergelijking met die in Britsch-Indië, zich ontwikkelde.

De illusien van den invoer van de kinakultuur op Java waren verdwenen en bij het publiek was de zaak in discredit geraakt door den jarenlangen strijd die mannen van naam, in den regel niet zonder passie, over haar voerden. Die strijd, tot zelfs in dagbladen, liep zoo hoog, dat de Gouverneur-Generaal **SLAET VAN DE BELLE** moest verzoeken daaraan een einde te maken.

Onder zulke omstandigheden de leiding der kultuur aanvaardende, was ik in de eerste plaats bedacht op een ernstig streven naar zoodanige maatregelen en verbeteringen, als tot eene redelijke ontwikkeling van de onderneming zouden kunnen leiden en in zoverre werd dit streven vergemakkelijkt, dat wij althans wisten op den door **JUNGHUIN** ingeslagen weg niet te mogen voortgaan.

In Britsch-Indië, om zijn beweerd succes met de acclimatatie van den kinaboorn ons altijd tot voorbeeld gesteld, had men juist de tegenovergestelde richting van **JUNGHUIN** gevolgd en ik moende mij voorshands tot een middenweg te moeten bepalen om dan gaandeweg met de voortschrijdende ervaringen, de beste methode te leeren kennen en te volgen.

Men was op Java aan eene veelzijdige bemoeienis met de kinakultuur gewoon geraakt. Gedurig werd het opperbestuur door dezen of genen belangstellende op feilen en mogelijke verbeteringen attent gemaakt. Dan ontving de Gouverneur-Generaal een *dépêche* ter zake en de leider der kultuur kon zich weer aan de schrijftafel zetten om de geopperde bezwaren te wuerleggen of ook te verzekeren, dat hij de gegeven wenken zou behartigen.

Ook onder de hooggeachte leden van de Koninklijke Akademie, zijn altijd mensen van erkende autoriteit, als de heeren **MIQUEL** en **OUDEMANS** geweest, die mij op loijale wijze met raad ter zijde stonden en nooit is iets verzuimd om tegen eenzijdige richting te waken, waartoe met vele buitenlandse autoriteiten op het gebied der kinologie, als de heeren **JOBST**, **ZIMMER**, **KEENER**, **SOUBEIRAN**, **HOWARD**, **HASKKARL** en de leiders der kinakultuurondernemingen in Bengalen, Madras en op Cejlon, leerzame relatien werden aangeknoopt en volgehouden.

In Indië zelve stonden de heeren **TELSMANN**, **SCHLEFFER** en **BERNHOUT MOENS**, de zaak niet onverflauwd en ijver, door hunne praktische en wetenschappelijke kennis ter zijde.

Vóór alles bleef het streven om zoodra mogelijk, *kinaboomen* te verkrijgen, want zonder boomen geen produkt en zonder produkt geen voordeel noch afdoende gelegenheid om de praktische waarde der onderneming met zekerheid te beoordeelen.

De geschiedenis heeft nu sedert jaren gerecht en is het best mogelijk, dat het succes veel grooter had kunnen zijn, twee feiten blijven niettemin onomstootelijk.

Eerstens, is er steeds voortgekweekt van die kinasoorten, welke door de scheikundige analyses als de besten waren aangewezen en *ten tweede*: de ongestoorde ontwikkeling der plantsoenen werd sedert 1868, afwisselend gehinderd door de hiervoren behandelde ziekte.

Alle waarnemingen en verschijnselen pleiten er voor, dat zonder die ziekte, de kinaplanten op Java zoo snel en welig tieren als inheemsche gewassen.

Ook is er sedert 1864 aanhoudend naar gestreefd om nieuwe kina-zaden en planten uit Amerika te ontvangen en werden ruilingen aangegaan met de Britsch-Indische plantages.

Gaandeweg zijn zoo rijker soorten aangewonnen, ontvingen wij uit Britsch-Indië, de deugdzame *C. Officinalis* en de ge waardeerde *C. Succirubra*; uit Amerika eindelijk, — in December 1865, — de zaden van de later als *Ledgeriana* beroemd geworden kina.

Eerst in 1872 waren wij, door de beschikking over voldoende materieel en door de vorderingen van de scheikundige analyses zoover, dat wij wisten ons voortaan te moeten bepalen tot de kweeking van *C. Ledgeriana* en *Officinalis*, ter produktie van fabriek — en tot de kweeking van *C. Succirubra*, ter produktie van pharmaceutischen bast.

Voor proefnemingen, die niet dadelijk den groei en de vermenigvuldiging van boomen ten doel hadden, was er dus in de eerste jaren, nog geen tijd. Zij werden prematuur geacht en gaf ik er gevolg aan, ik erken het gaarne, het was dan niet met volmaakte toewijding.

Zoo ging het dan ook met de mosbekleding waarvan *M^r IVOR* in Madras zich gouden bergen voorstelde.

In zijne nota „On the propagation and cultivation of the medicinal cinchonas” gaf *M^r IVOR* in 1867 andermaal een uit-

voorige beschrijving van zijne mosbekleding der kinaboomen en van haar doel en werking.

Hij meende dat de kinine en nevenalkaloïden in de bladeren der boomen gevormd worden en wel aan de kinazuren gebonden, om later in den bast te worden afgezet, waar dan met de vermeerdering van het celweefsel, een aanwinst van zuivere kinine zou plaats hebben. In dit celweefsel van het *liber* zoude echter, tegenover de gestadige afzetting van alkaloid, eene vermindering van *kinine* plaats hebben tengevolge van de inwerking van licht en lucht op den bast. Konde men dit oxydatie-proces, zoo meende MC IVOR, nu tegengaan, dan zou de kinineformatie of aangroni ongestoord voortgaan en in den bast van *succirubra*, tot zeventien procent stijgen kunnen.

Het middel om het oxydatie-proces te stemmen werd gezocht en naar MC IVOR's beweren gevonden, in eene afsluiting van den bast van de lucht en van het licht, door een bekleding met mos.

Op *Java* werden diensvolgens reeds in 1864, honderden boompjes met mos bekleed en de heeren DE VRIJ en MOLNS in de gelegenheid gesteld de uitkomsten analytisch te onderzoeken. De analyses hebben toen echter niet tot een beslissing geleid. MOLNS konstateerde eene vermeerdering van alkaloiden (zie jaarbericht 1870) in vier boompjes die een jaar lang met mos waren bekleed geweest en die vóór die operatie eveneens aan een onderzoek waren onderworpen.

Had men nu echter het recht om een geringe aanwinst toe te schrijven aan de bekleding met mos, of konde die aanwinst een gevolg zijn van rijper leeftijd der nog jonge boompjes?

DE VRIJ onderzocht twee gelykoortige, evenoude individuën die naast elkander groeiden en waarvan één met mos was bekleed geworden. In dit exemplaar werden 1,075 pCt. alkaloid doch zonder kinine reaktie gevonden: in het onbkleed materieel 0,07 pCt. alkaloid, met duidelijke kinine reaktie.

Reeds in 1865 werd door MOLNS een analyse verricht van den bast van een driejarig *succirubra* boompje, dat na een tijd lang met mos te zijn bekleed, stierf. Hij wees daarin 2,554 pCt. alkaloiden aan, wat voor *succirubra*-bast niet veel te beteekenen heeft.

Op onze vroegere proeven met mos bekleeding en de daarvan verkregen uitkomsten kunnen dus bezwaarlijk theoriën gebouwd worden. De proeven waren op zich zelve ontoereikend en niet genomen en bewaakt met die nauwkeurigheid en behartiging welke vereischt werden. Ook zal het daaraan wel toe te schrijven zijn geweest dat vele boompjes tengevolge der bekleeding met mos, stierven, na door insecten te zijn aangetast.

In de eerstvolgende jaren werd er niet op teruggekomen. Daar waren andere, meer overwegende eischen; wij hadden plantsoenen noodig en eerst daarna zouden de middelen ter waardevermeerdering, beproefd kunnen en mogen worden.

Ook kwam mij de mosbeksleding op zich zelve niet zoo onwerkzaam en goedkoop voor als men dat wilde voorstellen en leed het uiterlijk aanzien der bekleede basten stellig schade.

Sinds 3 à 4 jaren heeft de heer MOENS, op aandrang van den heer DE VRIJ en op het voorbeeld der *Engelschen*, de proeven herhaald en ditmaal inderdaad met een ander doel. Nu heet het, dat de regeneratie van den kinabast onder mosbeksleding sterk wordt bevorderd. Meermalen moesten wij een boom gedeeltelijk van zijnen bast berooven, hetzij voor analytisch onderzoek dan wel voor herbaria of exposities. Daarvan werd maar zelden schade ervaren en regeneratie van bast had altijd plaats, zij het ook meer of minder snel. Neemt men den bast, met belediging der cambium-laag, weg tot op het hout, dan wordt geen volledig en spoedig herstel verwacht, maar naarmate men den bast oppervlakkiger uitsnijdt, vermeerderen de kansen van eene spoedige en volledige restauratie.

Een geheele serie van flinke *succirubra* boomen werd bestemd om den invloed der jaargetijden op de alkaloid-formatie te onderzoeken. Elke maand werd een lange strook bast ter breedte van $\frac{1}{12}$ van den omtrek, uit de boomen gesneden, zoodat bij het einde van het jaar, de boomen over eene lengte van ± 5 decimeters geringd waren. De individuen doorstonden die belediging best, omdat de gewonde plekken zich regelmatig en snel regeneerden.

Nu schijnen de door MOENS herhaalde proeven te bewijzen, dat de mosbedekking die regeneratie werkelijk zeer bevordert niet alleen, maar ook het kinine-gehalte vermeerdert. De proe-

van moeten des te beter slagen naarmate zij genomen worden op boomen die niet te oud zijn en in goed gesloten plantsoenen staan. De vernieuwde bast laat zich ook gemakkelijker en in repen uitsnijden. Alzoo is MOENS nu gunstig gestemd voor de mosbekleeding doch acht ik voor mij, een beslissend oordeel nog altijd gewaagd niet alleen, maar vrees ik zelfs dat de mosbekleeding der kinaboomen nimmer een algemeene toepassing zal kunnen vinden, tenzij deugdelijk gekonstateerd mocht worden, dat de voordeelen door aanwinst van kinine, overwegend zijn. De tot heden verkregen uitkomsten bewijzen weinig, want de individuele verscheidenheid in alkaloid-gehalte van de kinaboomen is altijd zeer in het ooglopend geweest en de onderzoekingen van enkele exemplaren geven mitsdien geen recht tot besluiten, waarop men kostbare en ingrijpende maatregelen zou mogen verdedigen.

MOENS houdt aantekening van de kosten der mosbekleeding, maar men mag ook niet verwaarloozen de meerdere kosten van het schillen der bekleede boomen.

Terwijl men nu reeds sinds 14 jaren proeven met de mosbekleeding neemt, eerst om den kinabast te verrijken, daarna om op gedeeltelijk geschilde boomen de regeneratie van den bast te bevorderen en in het geheel, den rijkdom van kinine te verhoogen, is het wel eenigszins wonderlijk dat de voortzetting van proeven urgent blijft. In veertien jaren tijds had men in *British-Indië*, waar men de zaak ijverig ter harte bleef menen, toch wel tot eene beslissing moeten kunnen komen, want veertien jaren zijn een geheel leven voor eenen op vreemden bodem overgebrachten kinaboom.

En wat zegt Dr. OTTO KUNTZE in zijne in dit jaar verschenen „*Monographische studie nach eigenen Beobachtungen in den Anpflanzungen auf Java und in Himalaya*“?

Op pag 21 van dit werk leest men:

„Die versuche die Rinde an lebenden Baume streifenweise abzuschalen und dann unter Moosdecke sich neue Rinde, die nach HOWARD sogar sehr alkaloidreich ist, an bilden zu lassen, haben auch in MUNGFO zu keinen praktischen Resultat geföhrt, denn die Erneuerung geht zu langsam vor sich und lohnt nicht die angewendete Arbeitskraft.“

Nu heb ik, op grond van KUNTZE's mededeelingen betreffende zijne persoonlijke waarnemingen op Java, wel geen onbepaald vertrouwen in zijn geest van observeeren. maar wat KUNTZE ten aanzien der mosbekleding in BENGALEN bericht, zal ook wel steunen op hetgeen hem daar door de planters zelve is medegedeeld.

Nog is de kwestie der mosbekleding aan de orde, en heeft men reeds eene andere in ijverige behandeling genomen.

Omtrent den zetel der alkaloiden en in het bijzonder van de kinine, heeft men geruimen tijd in het onzekere verkeerdt.

WEDDEL, KARSTEN, WIEGAND en anderen meenden dat de eigenlijke bast, het *liber*, als de voornaamste zitplaats moet worden beschouwd, maar HOWARD, CARLES en anderen hebben onderscheiden kinasoorten geanalyseerd en in tegendeel bevonden dat de alkaloiden, in het bijzonder de kinine, juist meer in de buitenste schorslagen voorkomen.

Met deze resultaten stemmen de bevindingen van MOENS overeen. In zijn verslag over het 4^e kwartaal 1877, lezen wij:

„Voorts bevestigen eenige analyses van verschillende kinasoorten, de meening dat het alkaloid-gehalte in den bast afneemt naarmate men meer naar binnen gelegen bastdeelen onderzoekt en leerden ze dat de schorsschilfers, die bij oude boomen dikwijls worden afgestooten, ook nog tamelijk veel alkaloiden bevatten. Bij de Amerikaansche basten waren deze lagen door de verzamelaars zelve, dikwijls opzettelijk verwijderd en weggevoeren.”

Op grond dezer waarneming heeft MOENS een proef genomen om van onze kininerijke *Ledgeriana* alleen de buitenste bastlagen, dus niet veel meer dan den schors weg te snijden, zoodat nog een deel van de bastvezellaag, ter bedekking van het *Cambium*, overblijft. Een zestigtal boomen zijn op die wijze behandeld en hadden daarvan na een paar maanden, geen zichtbaar kwaad ondervonden. Er heeft eene krachtige regeneratie plaats en de vraag is nog onbeslist, of er bij zoodanige beleediging van den boom, eene geheele vernieuwing van bast, dan wel een herstelling van het weggenomen gedeelte plaats vindt.

Binnen weinige dagen vormt zich eene duidelijke laag *kurk* en men vermoedt, dat de op den stam gelaten bastdeelen

worden afgestooten en er dus een geheel nieuwe formatie plaats heeft.

Mocht dit werkelijk het geval zijn, dan zou men voor het feit staan, dat men het deugdzaamst gedeelte van den bast, — de uitwendige deelen, — exploiteeren en binnen twee à drie maanden, op nieuw, een circa acht millimeters dikke laag wegsnijden kan. De proeven zijn echter nog onvolledig en dan zal nog altijd ervaren moeten worden, „hoe dikwijls men op die wijze van denzelfden stam oogsten kan,“ terwijl men ook niet uit het oog verliezen moet, dat de proeven nu nog genomen worden onder rechtstreeks toezicht van bevoegde personen, dus met oordeel en beleid en men bij het oogsten van bast in massa, het wegsnijden der externe deelen moet overlaten aan Inlanders die ons volstrekt niet waarborgen, dat zij kwetsingen zullen vermijden.

Men lette er wel op dat het geen bagatel is om, zooals nu reeds een drietal jaren geschied is, jaarlijks omstreeks 100000 ponden drogen bast te produceeren, die basten met zorg te snijden, te drogen, te sorteeren en te verpakken. De verschgesneden bast droogt 60—66 ten honderd in en om 100000 ponden te kunnen afleveren moet men dus driemaal dat gewicht oogsten. Gedurende den westinbousson, als het in het gebergte schier dagelijks regent, men daar althans op regen rekenen moet, kan men ook wel oogsten en drogen, maar dan ervaren die werkzaamheden gedurig stoornis en worden zij kostbaarder naarmate men, met het oog op dreigend weder, meer handen beschikbaar houden moet om bij eventuele noodzakelijkheid, het te drogen liggend produkt snel onder dak te brengen.

Het drogen van den bast toch, heeft in het zonlicht plaats. De basten die ter lengte van 2 en ter breedte van $\frac{1}{2}$ decimeter gesneden worden, legt men ordelijk gerangschikt, op bamboezen rekken uit. Naarmate ze door indroging aan volumen verliezen, vult men de rekken met verschen bast aan en worden bij een ordelijken arbeid dus voortdurend, vele en wel geoefende handen vereischt.

Mocht het oppervlakkig uitsnijden van den bast uit de levende boomen, door de nitkomsten van de nu op groote schaal genomen wordende proeven aanbeveling verdienen, dan is het duidelijk, dat het oogsten op zichzelf veel kostbaarder en in het

geheel een meer beteekenende arbeid zal worden. Daarmede moet een industriëel wel degelijk rekening houden zal hij zich in zijn balans van kosten en inkomsten niet teleurgesteld zien.

Tot heden heeft het oogsten van den kinabast op Java, als volgt plaats.

Zoodra tijd en weêrsgesteld gunstig voorkomen, wijst de beheerder der onderneming op elk établissement, — er zijn zeven établissements, — den opziener de plantsoenen aan waaruit geoogst moet worden.

Dan gaat de opziener met zijnen mandoer en eenige flinke vaste arbeiders naar de tuinen en wijst voor zooveel noodig, de individuen aan die geexploiteerd moeten worden. Bij elken boom plaatst men een zichtbaar teeken, een stukje hout of bamboe. Een paar arbeiders graven de wortels der boomen bloot; een paar anderen volgen op den voet en schillen de boomen tot 2 à 3 voeten boven hun basis. Nu kan een derde ploeg de zoo gedeeltelijk geschilde boomen gemakkelijk kappen, zonder eenig gevaar dat daarmede verlies van bast gepaard zal gaan.

Is een boom gekapt, dan hakt men er de takken af en brengt daarvan de zwaarsten, benevens den stam, naar een geschikt punt in het plantsoen, waar de vrouwen der arbeiders zich vereenigen om stammen en takken op maat te schillen.

Tegen schafttijd worden de geschilde basten in draagmanden medegenomen naar het établissement en daar overgegeven aan het met het drogen belast personeel.

Door deze verdeling van den arbeid gaat alles prompt en ordelijk voort.

De *Ledgeriana*-boomen worden niet uitgegraven maar $\frac{1}{4}$ voet boven den grond afgezaagd, omdat de overblijvende stompen welig uitloopen en hunne spruiten het best materiëel voor stekken zijn. Een paar uitloopers laat men doorgroeien om nieuwe stammen te vormen. Zoodra echter de oogstbare plantsoenen meeren-deels uit *Ledgeriana*'s bestaan, zal het rationeel zijn ook deze uit te graven, omdat aan de stompen de zwaarste en rijkste bast zitten blijft en ook de wortelbast zeer veel kinine houdt.

Veelzijdige proeven hebben bewezen dat de omschreven oogstwijze, de meest rationeele en voordeelige tevens is. Immers, op elk établissement worden toch kweekerijen aangehouden en kan

men dus het numeriek verlies van boomen, door het oogsten veroorzaakt, dadelijk vergoeden door aanvulling en bijplanting.

Een nieuw plantsoen ontwikkelt, onder normale omstandigheden, minstens zoo snel als de vorming van nieuwe stammen, op de afgehouden of afgezaagde boomen, plaats heeft.

De onderdom waarop men de boomen schillen kan staat in 't nauwst verband met de ontwikkeling dezer. Groeien ze ongestoord, worden ze niet door den *Roest* gehinderd, dan kunnen zij na 6 à 8 jaren reeds zooveel en goed produkt leveren, dat ze met rede te exploiteeren zijn.

Ziekte en andere invloeden van lokalen aard maken echter dat een plantsoen niet regelmatig ontwikkelt en men bij het oogsten zich tot het uitdunnen bepaalt, tenzij men het plantsoen in zijn geheel, ter verwisseling wil opruimen.

De tegenspoed kan intusschen beduidend zijn en nog veroorloven men na 8 jaren een produktie wint die alle kosten ruim vergoedt, zelfs van de inférieure kinasoorten.

Omtrent de wijze van verpakking der basten, het oordeel van deskundigen en van den handel hierover, behoeft niet meer gesproken worden. Dit jaar had te Amsterdam voor de 8^e maal een openbare veiling plaats en de veilingen zullen jaarlijks van meer beteekenis worden.

Zooals de oogst, de verpakking enz. op Java begonnen werden (in 1869) zoo zet men ze ook nu nog voort omdat daartegen nog geene ernstige bedenkingen zijn geopperd. Toen wij op Java met deze werkzaamheden begonnen, waren ze ons natuurlijk geheel vreemd en moesten we geheel op eigen oordeel afgaan. Het voorbeeld van Amerika kon niet tot leidraad strekken aangezien de omstandigheden daar en op Java zoo verschillen en ik geloof dat de handel en nijverheid er zich nog niet over te beklagen gehad hebben, dat wij eene eigen methode volgden en dat zelfs in de Engelsche kolonien, niet met gelijke zorgen bij den oogst gehandeld wordt.

Geenszins wordt hiermede echter beweerd of bedoeld, dat er nog niet zeer veel te leeren en te verbeteren valt, maar zoolang er geene werkelijke verbeteringen zijn aangewezen, moet het verstandig heeten aan het bestaande vast te houden.

C. OVER DE VERBASTERING DER KINA.

Hybridisatie.

In 1874 had ik de eer de Akademie eene nota aan te bieden waarin meer bepaald de kwestie der mogelijke verbastering van de op Java ingevoerde kinasoorten werd behandeld.

Beslist konde toen de vrees nog niet weerlegd worden, maar evenmin hadden wij het recht haar, op grond van rijpe ervaringen, te koesteren.

Aangetoond werd, dat althans de vermenigvuldiging van de *C. Pahudiana* en *Succirubra*, zoomede van de *C. Officinalis*, ons nog niet had beangst en dat omtrent de *Calisaja* nog weinig zekers konde gezegd worden, wegens de groote verscheidenheid van moederboomen waarvan de geschiedenis niet geheel zeker was.

Voorts werd aangeteekend:

„In December 1865 ontvingen wij, onder den naam van „*Calisaja*, zaden uit Amerika door LEDGER. In de tweede helft „van 1872 konden van deze kinasoort voor het eerst, eenige „stukken bast onderzocht worden en treffend bleek toen het hoog „kinine-gehalte, dat tusschen 5—10 ten honderd liep. Sedert „zijn nabij 4000 kilogrammen van dezen bast geoogst en is er „ook in den handel, maar één roep over zijne superioriteit.”

„Ruim veertig bloeiende boomen, van 7—8 jarigen leeftijd, „zijn scheikundig onderzocht en behoorlijk geregistreerd. Meer „dan 70000 afstammelingen zijn daarvan door zaden gewonnen „en nu zullen wij over vier jaren, afdoende in de gelegenheid „gesteld kunnen worden om te onderzoeken welke waarde de „hierboven bedoelde vrees heeft. De Ledgerianas onderscheiden „zich door een klein, zuiver wit bloempje en een zeer kleine „ovale vrucht. De bladvorm is niet karakteristiek, daar men aan „dezelfden boom, bladeren van onderscheiden vorm en grootte „kan treffen. Enkele individuen hebben een blad dat aan de „onderzijde zuiver kastanjebruin gekleurd is. Uit de meer dan „40 analyses is echter niet te besluiten tot de meerdere of mindere voortreffelijkheid der boomen met duidelijk onderscheiden „bladvormen. Ook komen er rijke exemplaren voor waarvan de

bloempjes niet zuiver wit zijn. Botanische kenmerken op te geven schijnt dus moeielijk maar toch treffen de *Ledgerianas* den kenner door hun geheele voorkomen en stellen zij een wel te herkennen type voor.

Ik behoef hierbij niet te voegen dat met de kunstmatige voortkweeking ijverig wordt voortgegaan. Dit jaar (1874) hopen wij door zorgvuldig stekken, meer dan 20000 planten te winnen."

Vier jaren zij we thans gevorderd en met het meer uitsluitend vermenigvuldigen van de *Ledgeriana* is ijverig voortgegaan.

Honderden moederboomen bloeien nu en de meesten dezer zijn scheikundig onderzocht. De 70000 afstammelingen zijn tot 300000 aangegroeid en tot en met 1877, zijn ongeveer 9400 kilogrammen *Ledgeriana* bast aan de markt gebracht, zullende in dit jaar nabij 3000 worden geproduceerd *). De bast blijft zijn roem handhaven, brengt dooréén 7 à 8 gulden per kilo op en werd op ééne veiling, toen er op de markt een groote behoefte aan goeden fabrieksbast was, zelfs tot in de twintig gulden verkocht.

Vier jaren zijn verlopen en onze voorspelling is bewaardheid dat wij nu in de gelegenheid moeten zijn om na te vorschen, of de voortkweeking door zaden, tot eene waardevermindering der soort heeft geleid.

MOENS onderzocht den bast van vier boompjes die tegen het einde van 1874 werden geplant. Die bast kon natuurlijk nog niet volvormd heeten maar de analyses hebben er toch den *Ledgeraard* in doen herkennen, door de bevinding dat het scheikundig gehalte tred houdt met het niterlijk en het dus mogelijk zal zijn om in de plantsoenen zelve, de rijke van de inferieure individuen te onderscheiden.

Bij de voortkweeking der *Ledgers* door zaden, is altijd met de meest mogelijke zorg te werk gegaan. De onderscheiden officiële kwartaal- en jaarverslagen kunnen hiervoor getuigen. De vorming van hybriden werd zooveel mogelijk bemoeielijkt, door gestadig de bloemknoppen te verwijderen van de in de buurt der *Ledgers* staande andere kinasoorten.

Onder hybriden meen ik dus meer bijzonder te mogen verstaan, de afstammelingen van aanverwante soorten; onder bastaards

*) Geogst zijn in 1878, — 4200 kilo's.

en variëteiten, de nakomelingen van verschillende, onderling niet volmaakt gelijke individuen van dezelfde soort.

Was de vorming van hybriden nu nog mogelijk, daar de wind en de insekten het pollen uit verwijderde plaatsen kunnen overbrengen, van grooter en meer dadelijken invloed moesten de *Ledgerboomen* op elkander blijven, daar zij in tuintjes van honderden of duizenden individuen bijeenstaan.

De mogelijkheid der vorming van bastaards en variëteiten is dus niet absoluut buitengesloten, maar daar alle oorspronkelijke *Ledgers* rijk zijn aan kinine, — van 4 pCt.—14 pCt — zoo zal men bij eventueële kruising, in doorslag toch wel altijd een rijken bast moeten kweken, zelfs al gebiedt de natuur onafgebroken en absoluut, een mutuele bevruchting.

Het ging niet aan om, al ware dit doenlijk geweest, de minder deugdzame *Ledgers*, zoodra deze begonnen te bloeien, ter wille van de kinine-rijkeren te amoveren, maar bovendien zou men dan hebben moeten beginnen met een onderzoek van alle boomen, wat niet wel doenlijk zou zijn geweest. Door inboeting, waren in de *Ledger*-plantsoenen in 1867, eenige ordinaire *Calisajas* terecht gekomen. Deze deden door niterlijk voorkomen zich later wel onderscheiden, maar zoodra zij bloemknoppen maakten, werden zij ten overvloede, scheikundig onderzocht en zoo noodig uitgegraven.

Nu de *Ledgers* schier allen gebloeid hebben zullen zij te samen, den invloed van buiten wel afdoende gebroken hebben, maar toch heeft men nu ook weder kunstmatige bevruchting beproefd en eenige bloemtrossen door fijngazen omkleedsel geïsoleerd.

Het in December 1865 uit Amerika ontvangen *Ledger*zaad gaf ons 12000 planten, die gebleken zijn zoowel in scheikundig gehalte als in niterlijk voorkomen, zeer sterk uit één te loopen. Het kan dus niet verwonderen dat ook onder de zaailingen van deze moederboomen, eene gelijke speling wordt waargenomen, maar daar heerscht een onmiskenbaar verband tuschen dat voorkomen en het alkaloïd gehalte en de zorgvolle en opmerksame beheerder der onderneming, behoeft bij het oogsten, dus niet alles dooreen te warren.

Toen wijlen Dr. MIQUEL zich bezig hield met het onderzoek

en de bestemming van de Java-kinasoorten, had ik het voorrecht hem voor zijn onderzoek het noodig materiaal te verschaffen en daarbij de verlangde inlichtingen naar de aanwijzingen der natuur te verschaffen. MIQUEL vroeg mij gedurig om nadere détails en zoo ook eens: „Hoe ik de *Lelyers* onderscheidde?” Ik moest in genoemde antwoorden: „Ik weet het niet (de boompjes waren toen nog zeer jong en niet een er van in bloei) maar de geheele vorm en habitus zijn typisch en ik voor mij zal me gemakkelijk vergissen, omdat ik zelf de planten kweekte en zag opgroeien. Zij hebben iets dat ze van de gewone *Calisajas* onderscheidt, zonder dat ik juist de karakteristieke teekenen kan opgeven. Deze drukken zich in het geheele voorkomen van de planten uit. Het gaat er mede als met een kudde Javaansche buffels, die een vreemdeling niet kan onderscheiden, terwijl de jeugelige Inlandsche wachter, elk individu dadelijk herkent.”

Merkwaardig nu is hetgeen Dr. KUNTZE in zijn vroeger reeds genoemd werk zegt:

„Die Zusammenstellung der Namen und Begriffe *C. Calisaja-Ledgeriana* führt offenbar zu falschen Schlüssen. Man darf nicht glauben dass obrige 77931 + 24910 + 120359 = 223200 *Calisaja-Ledgeriana*, die als *Ledgeriana* bezeichnet wurden, die berühmte *C. Ledgeriana* sei, darf auch nicht daraus schliessen, dass letztere reife samen liefert. Die Bäume die mehr als 10 pCt. kinine in der Rinde enthalten, sind auf Java sehr selten und so gut wie steril; dass weiss ich durch autopsye, selbst die mit 5 pCt — 10 pCt. sind selten.”

Het is inderdaad te betreuren dat een man als KUNTZE, zulke onjuistheden durft schrijven en door zijn beroep op autopsye, zijn verklaringen een overwegend gezeg bijzet.

De heer KUNTZE vergist zich sterk. Hij heeft zijne cijfers getrokken uit het verslag over het tweede kwartaal 1876 en ik darf de verzekering geven dat de beloofde 223200 planten wel degelijk afstammen van de bij het einde van 1866 in den grond gebrachte oorspronkelijke *Ledgers*. En hoe de man komt aan de onvruchtbaarheid van de *Ledgers*, is moeielijk te begrijpen, daar de *Lelyers* integendeel zeer vruchtbaar zijn en millioenen zaden hebben geproduceerd waarvan in en buiten de Gouvernements-onderneming, honderdduizenden planten zijn gewonnen.

Om maar één voorbeeld te noemen, daar KUNTZE zoo bepaald op de onvruchtbaarheid van de kininerijke individuen wijst.

Op het Malawar-gebergte staan twee moederboomen, geregistreerd sub n°. 9 en 24. De zaden van deze beide boomen zijn niet altijd uiteengehouden omdat de basten in samenstelling overeenkomen, ongeveer 14 pCt. alkaloiden, waarvan ruim 10 pCt. kinine, bevatten. Van deze boomen zijn betrekkelijk, de meeste zaailingen verkregen doch er werden naar ons oordeel deugdzaamer moederboomen gevonden met wel is waar minder alkaloid, maar betrekkelijk meer kinine.

Het is waar dat onder de *Ledgers* exemplaren zijn aange troffen met minder dan 5 pCt. kinine, maar de identiteit dezer werd dan ook, als hiervoren reeds opgemerkt, betwijfeld en zoodra de scheikundige analyse het vermoeden bevestigde, werden die exemplaren verwijderd.

Hoe kan KUNTZE zeggen dat de boomen met 5 pCt. — 10 pCt. kinine zeldzaam zijn, als hij weten kon en moet, dat er reeds meermalen veilingen van *Ledgerbast* plaats hadden en uit de voor export bestemde massas, — te samen 9400 kilo's, — telkens monsters genomen werden om die aan een analyse te onderwerpen?

De volgende tabel geeft een overzicht van de uitkomsten dier analyses en moet ons een beter indruk verschaffen van het gehalte onzer plantsoenen, dan de heer KUNTZE schijnt ontvragen te hebben.

Jaar.	½ kilo's bast.	Kinine.		
		pCt.	pCt.	pCt.
1873.	2944.	6,69	—5,77	—5,48.
1874.	4500.	7,4	—4,7	—4,3—3,2—7, —5,6—5,4.
1875.	4452.	7,2	—6,7	—3,9 —5,1—6,7—5,8—5,2.
1876.	3925.	6,7	—7,2	—3,9—5,1—3,4—3,8.
1877.	2419.	4,9	—6,2	—7, —5,7—6, —4,1—4—3,8.

Deze cijfers getuigen tegen KUNTZE's uitspraak en dat zij nauwkeurig zijn, wordt ons gewaarborgd door de nauwgezetheid van den analytiker, zoowel als door de gretigheid waarmede de kinine-fabrikanten den bast elk jaar tegen hooge prijzen koopen.

Die cijfers loopen voor elk jaar op zichzelf, zeer uiteen

maar de verschillen zijn een natuurlijk gevolg van strenge sortering, die zware basten van lichter en deze weder van fragmenten en gruis onderscheidt. Talrijke analyses hebben bewezen dat het alkaloid-gehalte van een kinaboom, van beneden naar boven afneemt.

Op pag. 100 gaat KUNTZE nog vrij wat verder, in de negatie van feiten, maar waar zouden we moeten eindigen als wij dezen waarnemer moesten volgen? Men behoeft zich inderdaad niet te laten afschrikken door zijn beroep op autopsie, want brengt KUNTZE den lezer in den waan dat hij maanden lang in Bengalen en op Java zich met morphologische studiën bezig hield, een feit is dat hij in de Java-plantsoenen niet meer dan één etmaal doorbracht en dat hij zich liet voorlichten door opziensers, die hem slechts onvolledig en gebrekkig konden terechtwijzen.

Het aantal werkelijke en dengdzame *Ledgers*, schat KUNTZE op een dozijn individuen en bij voorkeur noemt hij deze onvruchtbaar. Geur heeft hij aan de bloemen niet waargenomen (pag. 77 en 104), hoewel de hem vergezellende opziener zich daaraan verkwikte en er hem ook op attent maakte. En op deze négatie baseert KUNTZE dan ook het feit, dat er geen insecten op de bloemen afkomen, die dus geen deel hebben aan de bevruchting (pag. 22)

Waarheid is, dat alle *Calisajas* en in het bijzonder de *Ledgerianas*, de geheele atmosfeer tot in wijden kring, met den aangenaamsten geur bezwangeren en dat de heer KUNTZE ten tijde zijner waarnemingen, dus wel erg verkouden moet zijn geweest.

Insecten, — vooral *bijen*soorten, — zwermen gestadig om de bloemen der kina, maar zij zullen aan de aandacht van Dr. KUNTZE ontsnapt zijn.

En nu moge KUNTZE (pag. IV zijner inleiding) met zelfvoldoering beweren:

„Für die Cultur der Chinarinden-bäume ergaben meine vergleichenden studien die wichtigsten Resultate unz“: wij mogen er gerust op wezen dat zijne aanwijzingen geheel overbodig zijn en dat men op Java zeer goed weet en doet wat er tot eene gestadige verbetering, door kenze, te doen valt.

Of KUNTZE den systematicus een grooten dienst bewezen

heeft, dan wel zich op zijnen weg trouw gevolgd zal zien, waar hij een geheel nieuwe methode van bestemmen en benoemen meent te moeten aanwijzen en volgen, durf ik niet beslissen. Ik vrees dat zijne binaire- ternaire- en quaternaire-natuurlijke hybriden, hem op den duur parten zullen spelen, als hij zijne algebraïsche formules wil volhouden.

Dat de *Cinchonas* gemakkelijk hybriden of bastaards vormen, is nooit ontkend; ook de officiële verslagen van Java getuigen daarvan bij herhaling. De dimorphe of heterostijle bloesem bleef ook niet onopgemerkt; zij was reeds bekend bij de *Cascarrillos*, die het verschil plegen aan te duiden door *Macho*, — bloemen met korte stijlen — en *hembra*, — bloemen met lange stijlen. — De *Ledgers* hebben beide vormen doch de *hembra* is voorheerschend en daaruit zou men mogen besluiten, dat bevruchting van buiten, bij de meeste *Ledgers*, door de natuur zelve wordt in de hand gewerkt.

DARWIN en later HILDEBRAND en MULLER, meenen te hebben aangewezen dat planten met dimorphe bloesem, van wederkerige of onderlinge bevruchting afhankelijk zijn en dat zij zich zelve maar zeldzaam en dan nog met weinig succes bevruchten.

KUNTZE is het hiermede volkomen eens en voegt er bij, dat het spoedig afvallen van de Corolla, bij de Chinchonen de invloeden van buiten nog bevordert.

Ontkennen mogen wij deze vooronderstellingen niet, maar toch wil ik een merkwaardig voorbeeld aanhalen ten bewijze, dat het niet absoluut noodig, dus niet onvermijdelijk is, de Chinchonen en hier met name, een *Ledger-hembra*, de bevruchting door vreemde pollen ondergaat.

Te Nagrak werden tegen het einde van 1866, een honderdtal planten in den grond gebracht, gewonnen van het door LEDGER ontvangen zaad. Het plantsoen ontwikkelde vrij goed maar vele planten bleven achterlijk of stierven. Een der fraaiste boompjes, staande in de buitenste rij, onmiddelijk naast eenige *lanceifolias* en tegenover een *succirubra* tuin, begon in 1873 te bloeien en de scheikundige analyse wees toen in den bast 9,22 pCt. alkaloiden, waarvan 7.49 pCt. kinine en 1.41 pCt. amorph alkaloid, aan. Het individu mocht dus bijzonder rijk heeten en had een zuiver typisch voorkomen. Zoodra de boom bloem-

knoppen maakte, is er zorgvuldig opgelet, dat in zijne buurt, alle kinaboomen vrij van bloemen bleven. Andere *Ledgers* bloeiden nog niet en zoo ergens, dan was het hier wel moeielijk om den eenigen bloeienden, geregistreerd sub n°. 17, absoluut te beschutten tegen bestuiving, want het établissement Nagrak ligt tegen de helling van het Tangkoeban-Prahoë gebergte en boven het *Ledger*plantsoen strekken zich uitgebreide aanplantingen van *Calitaja* uit, vanwaar zoowel de wind als de insecten, het pollen der duizenden bloeienden boomen, benedenwaarts kunnen voeren. Daartegen waren in geen geval maatregelen te nemen.

Ledger n°. 17 heeft intusschen duizenden goede zaden geleverd en daarvan zijn duizenden planten verkregen die schier allen, zonder onderscheid, sprekeud den moederaard verraden.

Hier waren intusschen wel alle ongunstige voorwaarden bijeen en hybridisatie moest dus zeer gemakkelijk vallen. Toch zijn de afstammelingen morphologisch niet afgeweken en zal de scheikundige analyse nu nog moeten leeren, of wellicht eene waardevermindering heeft plaats gevonden. De moederboom is een paar jaren geleden gestorven en dat zijn jeugdige afstammelingen, die hoogstens 3 à 4 jaren oud kunnen zijn, nu nog minder kinine bevatten moeten is zeker, maar de moederaard dient uit het gehalte en de onderlinge verhouding der alkaloiden toch te spreken *).

Dat *macrostyle*- en *mikrostyle* bloesems op een en denzelfden boom zou voorkomen, zooals KUNTZE meent, moet ik betwijfelen, ik heb dit althans persoonlijk nooit waargenomen.

Onder de *C. officinalis* komen vele *hembras* voor, maar zooals in eene vorige nota reeds werd aangetoond, heeft deze kina-soort zich over het geheel, tot in de derde generatie, morphologisch en scheikundig zeer standvastig gehouden, al worden er ook bestaards onder aangetroffen.

Nemen wij nu in aanmerking, dat er altijd bij voorkeur is voortgekweekt door zaden van die *Ledger*boomen welke het rijkst aan kinine bleken te zijn; dat gaandeweg, de twijfelach-

* De bast van jonge boomen, die den moederaard gelijken, houden een voor zekke jonge boomen voldoende hoeveelheid kinine. (Verslag IV Kw. 1873.)

tige individuen zijn verwijderd en sedert de meeste boomen bloeien er wel kans op mutueele bevruchting blijft bestaan, maar daarmede de invloeden van buiten ook moeten verminderen, dan kunnen wij moeielijk de vrees deelen, dat er noodwendig een waardevermindering over het geheel moet plaats vinden, bijaldien door zaden wordt voortgekweekt. En, in ieder geval blijft men voortgaan met de vermenigvuldiging door stekken, van moederboomen wier indentiteit en hooge waarde aan geen twijfel onderhevig zijn en gebruikt men geen twijgjes daarvoor zooals KUNTZE (pag. 21) zegt, maar de uitspruitsels van afgezaagde of op stomp gekapte boomen *).

Het baart verwondering dat KUNTZE te nauwernood over den *kinaroest* spreekt, daarentegen (pag. 98) schrijft: „Minder „reich an alkaloiden, sind die Blätter; sie werden nur selten „von Insekten angegriffen” — Met zulk een verklaring kan de *Helopeltis Antonii*, moeielijk vrede hebben!

d. DE SCHEIKUNDIGE SAMENSTELLING EN DE THERAPEUTISCHE
WAARDE VAN DE KINABASTEN.

Toen men den rijkdom van *Pahudiana* bast nog in het verschiet zag, werd door DE VRIJ de aandacht gevestigd op het hoog alkaloid-gehalte der kinawortels en blijkens het verslag der kinakultuur over 1864, zijn die wenken niet veronachtzaand, maar uitgebreide proeven met de *Pahudiana*-wortels en de teelt dezer, genomen. Bij die gelegenheid werd geschreven:

„Het is bekend, dat niet alleen de kinine maar ook, hoewel „in mindere mate, de overige in kinamaterieel voorkomende „alkaloiden, koortswerende middelen zijn en het *Quinium* van „*Delondre* vooral aanbeveling verdient, omdat het al de heil- „zame en krachtige bestanddeelen van de kina in zich bevat. „Voor de bereiding van *Quinium* zullen jonge kina-wortels uit- „muntend dienen kunnen en daarop wijzen wij hier met nadruk,

*) Volgens onlangs ontvangen berichten, wordt er tegenwoordig, met de beste uitkomsten, een eenvoudige methode van *eten*, toegepast.

„omdat het duidelijk maakt dat wij op Java, zoo noodig, de middelen bezitten om ons, zonder nadeel voor eene geregelde kinakultuur, al dadelijk en voortdurend, een goede exploitatie te verzekeren.”

En verder: „Bij volstrekt gebrek aan betere koortswerende middelen, zal de *Pahudiana*, voor de bevolking, als surrogaat kunnen dienen. De betere kinasoorten zullen zoo ook, wanneer wij overvloed van zaden oogsten, een rijke bron voor de partikuliere nijverheid kunnen openen.”

Zoo werd in 1864 geschreven; de waarde van de nevenalkaloiden der kinine dus in het oog gehouden en de betrekkelijke waarde van de *Pahudiana*, niet ontkend.

In 1863 was echter reeds last gegeven om de voortkweeking van *Pahudiana* te staken en uitsluitend die kinasoorten te telen welke als beter bekend stonden.

Zoo geraakte de *Pahudiana* op den achtergrond en werd de exploitatie van hare wortels spoedig vergeten. Op groote schaal en wel met succes, was zij tot in 1865 voortgezet, maar zooals het verslag over dat jaar aanwijst, schenen de scheikundigen te Weltevreden, eenige moeite te hebben met de behandeling van de volumineuse, taaië wortels.

In 1865 schreef ik den toenmaligen chef over den geneeskundigen dienst in Ned. Indië, den heer Dr. WASCLEWITZ, dat uit de Gouvernements-plantsoenen eene voldoende hoeveelheid bast van *Pahudiana*, voor pharmaceutisch gebruik, zou kunnen worden geleverd en ik dus voorstelde, 's Rijks magazijn van geneesmiddelen, van waar men toch jaarlijks eenige honderden kilos kinabast uit Europa pleegt te ontbieden, daarvan te voorzien.

Genoemde chef achtte mijn voorstel niet aannemelijk, omdat men den *Pahudiana*-bast niet kende en niet een geneeskundige er gebruik van zou maken. Het hielp mij niet te antwoorden dat men de middelen onder zijn bereik had om zich met de scheikundige waarde van den bast bekend te maken en de afval die op de kina-établissemten opgehoopt lag, door gedwongen oogst van in de boschen omvergeworpen *Pahudiana*'s, bleef nutteloos opgeschuurd.

In het verslag over 1866 moest bericht worden :

„Zoo worden ook nog altijd de resultaten gewacht van de
 „in Juni 1865 tot het nemen van proeven, naar Weltevreden
 „gezonden *Pahudiana*-wortels. Het zij hier aangeteekend dat
 „de kweeking van zulke wortels op groote schaal, gebleken is
 „zonder buitengewone moeiten en kosten te kunnen geschieden.
 „Binnen anderhalf jaar had de productie, met goed gevolg, plaats.”

Het verslag over 1867 zegt:

„De heer MAIER te Weltevreden heeft een voorloopig rapport
 „ingediend nopens de uitkomsten van een hernieuwd onderzoek
 „van jonge *Pahudianawortels*. Deze schijnen niet ongunstig te
 „zijn, maar voordat de bizonderheden zijn bekend geworden,
 „valt over de betrekkelijke waarde nog weinig te zeggen. Al-
 „leen moge hier worden aangeteekend, dat bijaldien het kweeken
 „van zulke jonge wortels, bij wijze van *meekrap*, wenschelijk
 „en toepasselijk blijkt, er van deugdzamer kinasoorten dan *Pa-
 „huhiana*, zaden genoeg zijn om daarmede proeven op groote
 „schaal te nemen.”

„Omtrent de waarde van *Pahudianabast* heeft HOWARD, in
 „eene vergadering der Linnaean Society te London, op grond
 „van nieuwe onderzoekingen en makelaarsrapporten, zeer bemoe-
 „digende verklaringen gedaan. Het zou wellicht geraden zijn
 „een paar honderd ponden van dien bast naar Europa te zenden,
 „ten einde de handelswaarde te leeren kennen.”

In 1869 zijn ongeveer 300 kilogrammen *Pahudiana*-bast als
 proef naar Nederland verzonden en op de eerste kina-veiling te Am-
 sterdam, in 1870, bedong dat produkt ruim een gulden per half kilo.

De exploitatie van kinawortels konde verdedigd, althans aan-
 bevolen worden, zoolang het ons aan goede kinabasten ontbrak.
 Sedert door eene gewijzigde kweek- en kultuur methode, de kina-
 planten echter beter gingen groeien en er eene verrassend snelle
 ontwikkeling plaats had, moest de wortelkwestie stilzwijgend,
 als afgedaan beschouwd worden.

Sedert 1869 zijn geregeld, elk jaar in grooter hoeveelheid,
 basten geoogst voor de Europeesche markt.

Nadat in het Jaarsverslag over 1869, de jongste analytische
 uitkomsten van Java-kinabasten beschreven waren, werd daarin
 aangeteekend:

„Meer en meer wordt er aandacht gewijd aan de alkaloiden

„die met de kinine, in kinabasten voorkomen en zoowel de uitkomsten der proeven van de op last der Engelsche Regeering ingestelde kommissie, als de uitspraken van Fransche en Duitse geleerden, schijnen in den laatsten tijd tot de overtuiging te leiden, dat men aan de nevenalkaloïden, tot heden te weinig waarde hechte.”

In het verslag van 1870 moest, naar aanleiding van de voortgezette scheikundige onderzoekingen, geschreven worden:

„De uitkomsten, zelfs van gelijke soorten en ontwikkeling, blijven zeer uitéénloopen en verwonderen mag men zich daarover niet, want ten aanzien der afzondering en zuivere scheiding van de kinaalkaloïden, schijnt de wetenschap haar laatste woord nog niet gesproken te hebben en omtrent de alkaloid-formatie zelve, in de planten, verkeert men nog in volkomen duister.”

„Het is waarschijnlijk dat zoowel het gehalte als de onderlinge verhouding der alkaloiden, gedurende de verschillende levensstijperken der boomen, wijzigingen ondergaan.

„In Britsch-Indië beweert men dat het kininegehalte der *Succirubras*, met den leeftijd dezer afneemt en dat over het geheel, de hoeveelheid kinine in de onderscheiden kinasoorten, gedurende den regentijd eene beduidende reductie ondergaat.

„Slechts door onafgebroken en rationeele proeven en analyses zullen deze kwesties bij benadering kunnen worden opgelost, maar dit schijnt al vast zeker, dat de verwerking van versche basten, groote voordeelen oplevert en dat deze daarom bij voorkeur, plaatselijk behoort te geschieden.”

De praktische resultaten der menigvuldige analyses van kinabast waren dus nog niet schitterend en de kultuur moest daarvan de nadelen wel ervaren, ware het alleen, dat zij nog geen positieve voorlichting er van genoot.

In het verslag over 1868 werd er aan herinnerd, dat, van de boomen die nu door de analyse gebleken zijn, een kinine rijken bast te leveren, de vruchten geoogst worden ter uitbreiding van onze plantsoenen.”

Maar in de eerste jaren van onze kultuur beschikten wij slechts over analyses die aanwezen, wat er in de basten voorkwam als *kinine en analogen* en *Cinchonine en analogen*. Veel verder dan de bepaling van het totaal der alkaloiden en

van de verhouding dezer tegenover Aether, gingen de onderzoeken niet. Later onderscheidde men *Kinine*, *Cinchonine* *Cinchonidine* en *Chinidine*, maar ook nu nog waren de aanwijzingen onvoldoende, zooals bleek toen men door voortgezette studiën, nog het *amorphalkaloïd* leerde afzonderen.

Door veronachtzaming van dit amorph alkaloïd, had men voor kinine altijd te hooge cijfers verkregen en jaren lang hielden wij sommige kinasoorten dus voor zeer kininerijk, hoewel ze voor de fabricatie van dit alkaloïd tamelijk ongeschikt waren. De invloed van deze onvolledige kennis op de keuze der voortkweeking, is van beteekenis geweest.

Meer en meer achtte ik het dan ook, met de machtige uitbreiding van de kultuur, dringend noodig, dat er aan haar eene behoorlijke inrichting voor scheikundige onderzoeken verbonden werd.

In 1870 werden daartoe de eerste voorstellen gedaan, welke bij den toenmaligen direktieur van het binnenlandsch bestuur, Mr. LEVYSSOHN NORMAN, een ernstigen steun ondervonden.

Wij stelden ons een drieledig doel voor. Eerstens moesten met de kultuurproeven, geregelde scheikundige onderzoeken gepaard gaan, om zoowel de juiste waarde van de onderscheiden kinasoorten deugdelijk te leeren kennen, als om licht te werpen over tal van physiologische kwesties. Ten tweede, behoorde de verwerking van Java's kina door de partikuliere industrie, te worden voorbereid, terwijl wij dachten in staat te zijn om zelven, op eene voordeeliga wijze, een gedeelte van ons produkt, plaatselijk te verwerken. Eindelijk zoude door de verbinding aan de onderneming van eenen bekwaamen scheikundige, voor mij ter gelegener tijd van zelf een geschikt vervanger aangewezen zijn.

Het heeft lang geduurd voordat op al deze voorstellen eene beslissing kwam, maar tegen het midden van 1872, was er te Bandoeng een eenvoudijg laboratorium tot stand gekomen en werd de welbekende scheikundige J. C. BERNELOT MOENS, bij de kinakultuur geplaatst.

Ik moet hulde brengen aan de uitstekende wijze waarop MOENS mij steeds ter zijde heeft gestaan. Onze sympathie en kordiale samenwerking werden geen oogenblik verstoord en vele vruchtbare uitkomsten zijn daaraan te danken.

Het verslag van 1870 herhaalde de vraag. „Of het wensche-
lijk zoude zijn, al onze basten uit te voeren, dan wel ze
sallen of voor een deel, plaatselijk te verwerken.” Met goed
succes had MOENS uit kina-afval reeds *Quinium* bereid en dit
preparaat leverde bij de eerste therapeutische proeven, bevredig-
gende resultaten.

Wij waren destijds, blijkens het zooeven aangehaald verslag
en de hiervoren bedoelde voorstellen, nog van meening, dat
versche basten met meer gemak en voordeel kunnen worden
verwerkt en dat plaatselijke verwerking, de emballage en trans-
portkosten van meer dan 90 pCt. nuttelooze stof uitspaart.

In die verwachtingen zijn wij echter, toen het op de daad
aankwam, zeer teleurgesteld.

In de praktijk werden allerlei moeielijkheden ervaren waar-
tegen onze middelen en wetenschap, bij den meesten ijver en
eene gezette volharding, niet opgewassen waren.

Wel bereidde MOENS groote hoeveelheden ruw alkaloid uit
onzen afval van kina, maar het produkt bleek kostbaar en in
het verslag over 1873 konde niet anders verklaard worden dan
dat „Wanneer hier alleen basten geproduceerd werden, volko-
men geschikt voor de bereiding van kinine, dan zoude het
voordeel van eene volledige fabriek van *zwavelzure kinine*, niet
twijfelachtig zijn, doch nu het grootste deel van de *Javabasten*
nog moet bestemd worden voor pharmaceutisch gebruik en men,
met het oog daarop, die basten veel duurder betaalt dan over-
eenkomt met de daarin vervatte waarde aan alkaloid, zal men
om schade te voorkomen, voorzichtig te werk gaan en goede
rekening houden moeten met de prijzen die voor de verschillende
soorten van onze bast, in Europa bedongen worden.”

Intusschen had onze zoogenaamde afval zijn weg gevonden.
In het Rijks laboratorium te Weltevreden werd daaruit geregeld
Quinium bereid voor geneeskundig gebruik en ook particuliere
apothekers blijven het *Quinium* in groote hoeveelheid aanmaken
en in wijn opgelost, zoowel buiten als in den O. I. Archipel
verspreiden. De *Quinium* wijn is sedert jaren een belangrijk
handelsprodukt van een paar apothekers-firmas op Java geworden.

Aanvankelijk werd het daarvoor benodigd materieel door de
Gouvernements-onderneming verstrekt, doch reeds lang voorzien

de bereiders van het *Quinium* zich op openbare veilingen dan wel bij partikuliere kinaplanters, van de benoodigde grondstof.

Met het ruw alkaloid dat door MOENS was afgeleverd, werden in de hospitalen proeven genomen. Uit het betrekkelijk rapport van den chef over den geneeskundigen dienst bleek, in substantie:

dat de uitkomsten te Semarang en Muutok bevredigend waren, te Weltevreden minder, waarbij echter in aanmerking moest worden genomen, dat de hier genomen proeven, koortslijders van Atjeh golden, die aan elke behandeling weerstand boden.

Genoemde chef, Dr BECKING, was van oordeel dat, hoewel bij ernstige gevallen de voorkeur moet gegeven worden aan de toepassing der *zwavelzure kinine*, daarnaast toch aan het ruw alkaloid een niet onbelangrijke waarde als febrifugum kan worden toegekend.

Over het algemeen werd bij zuivere intermittens, de werking gunstiger bevonden dan bij koortsen met een bilieus of gastrisch karakter. Hoofdpijn, duizeligheid en oorsuizingen waren heviger dan bij de toediening van kinine en in vele gevallen kwamen gastricismen voor, als wanneer de toediening van het ruw alkaloid gestaakt en vervangen werd door kinine.

Intusschen bereidde men in Madras sinds lang, the *rough mixed alkaloids* in massa. Vele rapporten spraken er wonderen van en de Nederlandsche Regeering konde zich maar niet begrijpen, dat wij ten dezen aanzien op Java ook alweder moesten achterstaan.

Britsch-Indische dagbladen begonnen het *rough mixed alkaloid* intusschen verdacht te maken en de Engelse Regeering zag zich verplicht een streng onderzoek te doen instellen naar de bereiding van genoemd mixtum en van zijne toepassing. Als resultaat van dit onderzoek werd, bij het besluit van 31 Maart 1875, de sluiting der alkaloid fabriek te Ootacamund, gelast.

Hoe het nu met de verwerking van kinabast in Britsch Indië staat, durf ik niet met zekerheid zeggen. In Bengalen schijnt men er met vrucht mede voort te gaan, maar HOWARD spreekt in zijn in 1876 verschenen *Quinology of the East Indian plantations*, niet onvoorwaardelijk gunstig over de praktische waarde van het streven, om een goedkoop mixtum van alkaloiden, onder het be-

reik der bevolking te brengen en schijnt wel van meening, dat men de oplossing dezer kwestie wat ver zoekt.

Quinium en rough mixed alkaloid dreigen intusschen verdrongen te worden door een nieuwe vinding, die echter niet meer dan een naamsverandering kan heeten.

In den loop van 1875 werden uit Nederland voorstellen gedaan om, volgens eene sinds eenige jaren bekende methode, in de kina-plantsoenen zelve, uit verschen *Succirubra*-bast, ruw alkaloid te maken dat men *Quinetum* noemt.

Een pas uit Nederland op Java aangekomen militair-apotheker had het *Quinetum* door Dr. DE VRIJ leeren bereiden en van zijne bijzondere kennis verlangde men nu partij te trekken. De heer EIJDMAN werd daartoe in de ruimste gelegenheid gesteld, maar, hoewel hij na vele maanden werkens eene goede hoeveelheid bijzonder fraai *Quinetum* afleverde, konde de zaak hiermede alleen toch niet beslist heeten. De proeven met het *Quinetum* vielen al niet gunstiger uit dan die met het ruw alkaloid, waarvan het alleen in naam en wellicht door eenige meerdere zuiverheid zich onderscheidt.

Te Batavia ontmoette ik doktoren die er zich zeer mede ingenomen toonden, maar anderen deelden die ingenomenheid niet en men wordt, vrees ik, wel wat vermoeid door dat aanhoudend nemen van proeven, terwijl men zich toch al in een drukke praktijk bevindt.

MOENS was niet tevreden over de uitkomsten der bereiding van het *Quinetum* en berekende dat het een zeer kostbaar geneesmiddel zoude zijn, omdat de grondstof maar onvolkomen werd uitgetrokken. De heer EIJDMAN, die de in patria aangeleerde bereidingswijze al spoedig moest wijzigen, wees daarentegen op de bezwaren, die aan een begin verbonden zijn en meende dat, als men maar eerst een flinke inrichting op genoegzame schaal bezit, aan hare voortreffelijke resultaten niet te twijfelen valt. Maar zoo blijft men alweder in illusien leven en wij hebben straks reeds herinnerd, hoe soortgelijke voorstellingen ons meer-malen parten hebben gespeeld.

In een rapport van den bekwamen Dr. LUCHTMANS, dd. Januari 1871, wordt gezegd: „De gevolgtrekkingen waartoe de proeven met het *quinium*, in het hospitaal te Weltevreden op

„12 koortslidders genomen, leiden, zijn van dien aard, dat het „zeer wenschelijk is ze op grooter schaal voort te zetten.”

Het *quinium* verschilt echter in samenstelling van het *ruw-alkaloïd* en van het *quinetum*, doordat het eene niet onbeduidende hoeveelheid *kinova-bitter*, tot 4,6 pCt. bevat.

Het *quinium Moensii* bevat:

Water.	15,38	pCt.
Asch	1,05	„
Alkaloïd.	51,—	„
Kinovabitter	4,6	„

Met het kinovazuur, — een mengsel van dit zuur en *kinova-bitter*, — zijn reeds sinds 1858, bij herhaling proeven genomen. Men konstateerde zoowel koortswerende als tonische eigenschappen.

De generaal-majoor Dr. WASSINK rapporteerde daaromtrent in 1863, dat, schoon *kinovazuur* eenige koortswerende eigenschappen heeft, het toch zeer verre achterstaat bij *kinine*. De proeven werden bij lichte gevallen genomen, waarbij het leven der lidders geen gevaar liep en die ook onder gunstig diactetisch regime, zonder het gebruik van *kinovazuur* zouden zijn hersteld.

WASSINK stelde het ongeveer op gelijke lijn met al die surrogaten van *kinine*, welke bij lichte, onbeduidende gevallen nuttig kunnen zijn, maar geen vertrouwen verdienen bij eenigszins heviger ziekte verschijnselen. Ook was WASSINK van oordeel, dat de proeven, te Samarang genomen, in gevallen van diarrhoea en dysenteric, verdienden te worden voortgezet.

In de kinabladeren komt het *kinovazuur* ook voor en het werd daaruit door opzieners op de kina-etablissemten, reeds meer dan tien jaren geleden, onder mijn toezicht afgezonderd. Kan aan dat zuur wellicht de geneeskracht worden toegeschreven, die de inlanders al spoedig in de kinabladeren meenden gevonden te hebben? Een feit is, dat de bevolking meermalen verlof vroeg, om de afgevallen kinabladeren te verzamelen voor eigen gebruik en dat op het land Koripan, in Buitenzorg, een Chinees de kinabladeren met kalk behandelde en een groote reputatie verwierf als bezweerder van koortsen onder de inlandsehe ingezetenen van genoemd land

Therapeutische proeven blijven altijd moeilijke en delikate kwestien, omdat men, zooals WASSINK terecht opmerkte, er in den regel geen zieke aan waagt, waarbij het spant

Dat men sedert de ontdekking van de kinine, met het gebruik van koortsmiddelen wat eenzijdig is geworden, kan best zijn en dat men noode tot de toepassing van surrogaten overgaat, is zeer begrijpelijk. Zoo wij echter de geschiedenis raadplegen, moet het inderdaad wel verbazen, dat de kinine zoo volkomen haar nevenalkaloiden en ook het gebruik van den kinabast, verdrongen heeft

Bijna 200 jaren lang heeft men de heilzame werking van den kinabast geroemd en gewaardeerd en tot de ontdekking van de kinine moest men het er dan ook maar mede doen.

Als normale, aan kinabast bijzonder eigen bestanddeelen erkennen wij:

1^o. de *alkaloiden*, — kinine, chinidine, cinchonidine, cinchonine en de amorphe wijzigingen, chinicin en cinchonicin.

2^o. de *zuren*, kinazuur, kinovazuur en kinalooizuur.

3^o. het *kinarood* en *etherische olie*.

De alkaloiden en het kinovazuur zijn in water niet of zeer weinig oplosbaar, maar in den kinabast komen die bases en zuren niet vrij voor en DE VRIJ heeft bij herhaling aangewezen, dat in afkookfels of afgietsels van kinabast, van alle werkzame bestanddeelen iets wordt opgenomen. Alkoholische tinkturen zijn werkzamer, maar noch het water, noch alkohol, kan den kinabast van al zijne werkzame stoffen ontlasten.

Wordt van den kinabast zelf nu nog wel het gebruik gemaakt, waarop deze grondstof, krachtens tweehonderdjarige verdienste aanspraak schijnt te hebben? Onze landgenooten DE VRIJ en STORER hebben, met onverstoorden ijver, die vraag ontkennend beantwoord en ik schaar mij gaarne aan hunne zijde, hoewel mijne overtuiging minder op wetenschap dan op empirie rust.

Een tiental jaren geleden verhaalde de zeer ervaren en bekwame civiele geneesheer te Bandoeng mij, dat hij een patiënt uit Tjeribon in behandeling had, die reeds een jaar lang aan koortsen leed, die voor kinine niet wijken wilden. Hij verzocht mij hem kinabast te willen afstaan om daarmede eene proef te

nemen en na een paar weken, geregeld gebruik te hebben gemaakt van decocta van calisaja bast, herstelde de patiënt in kwestie, volkomen. Later heeft dezelfde geneesheer, ook elders, meermalen met het best succes gebruik gemaakt van kinabast, waar men met de toediening van de kinine niet meer wenschte voort te gaan.

De firma RATHKAMP te Batavia, bood mij eenige flesschen quinium wijn als proef aan. Hoewel ik niet weet ooit een serieuze aanval van koorts te hebben gehad, zoo gevoelde ik mij toch meermalen onaangenaam, zwaar en dof in het hoofd, hui-verig, zwak van gezicht, soms ook van gehoor. Soortgelijke verschijnselen neemt men in Indië veelvuldig waar en men noemt ze *binnenkoorts*, welke diagnose ik niet waag te beoordeelen.

Nu maakte ik gebruik van RATHKAMP's proefgeschenk, den *quinium wijn* en nam daarvan dagelijks, tegen etenstijd, een glas vol. Het effect was onmiskenbaar. De wijn deed mij in alle opzichten goed en er mede voort wenshende te gaan telkenmale als ik mij weer z. g. onlekker zou gevoelen, besloot ik om op eigen hand kinawijn te maken, daar de quinium wijn zeer duur vercocht wordt.

Drie lepels poeder van goeden kinabast, wordt gedurende vier dagen getrokken op een flesch madeira-wijn en deze wijn dan bij wijze van bitter of likeur, vóór den eten gedronken. Dit eigen maaksel heeft mij inderdaad nog beter voldaan dan de *quinium-wijn* en mijne ervaring staat niet alleen, daar ik sedert, onderscheiden familiën in Indië en nu ook in Nederland, op dit eenvoudig en niet onaangenaam, noch kostbaar middel, heb attent gemaakt

Dat dit middel nu ontoereikend zal blijven bij eenigszins be-duidende koorts, spreekt wel van zelf, maar tijdig aange-wend kan het wellicht preventief en bij lichte gevallen zal het als omschreven, altijd voldoende werken.

Koorts komen in Indië, ook onder de inheemsche bevolking, menigvuldig voor, maar de inlanders zijn zeer gevoelig voor geneesmiddelen en met geringe dosis te voldoen.

Daarom drong ik er meerma'len op aan, in de distrikten, gewoon kinapoeder beschikbaar te stellen en de hoofden en bevolking te onderrichten hoe zij daarvan een drank kunnen be-

reiden die, bij eventueele koorts-en, al dadelijk nuttig werken kan. Men zou van dit poeder des noods een zuur afkooksel of infusium kunnen maken, daar de inlanders zelve, azijn bereiden en het gebruik hiervan, toch wel geen schade zal veroorzaken. De Heer MOENS is meermalen door mij uitgenoodigd om eens te onderzoeken, welke en hoevele bestanddeelen uit het kinapoeder worden getrokken, als men het in een gewonen inlandschen trekpot, met zeer zwakken inlandschen azijn behandelt. Het middel moge dan al niet specifiek zijn en dikwijls onvoldoende blijken, het is in elk geval te beproeven en onkostbaar, nu de regeering in hare plantsoenen voortdurend over groote partijen afval van kinabast beschikt, die voor de markt minder aanbevolen mag worden.

Het verbruik van *kinine* neemt in Indië verbazend toe. Zoo ik mij wel herinner is het nu reeds tot 1600 kilo's 's jaars gestegen, terwijl het 20 jaren geleden geen vierde daarvan bedroeg. En toch sterven er jaarlijks duizenden wegens gebrek aan hulp en worden tientallen kilo's kostbare kinine vermorst, omdat men er onder de bevolking geen behoorlijk gebruik van maakt waar en wanneer het middel met milde hand verstrekt, maar zijn toediening niet door deskundigen bewaakt wordt.

Bij de aanbieding van eene nota betreffende de behandeling van kina-planten, — 1869, — stond de idee op den voorgrond, om de teelt van kina onder de bevolking aan te moedigen en er naar te streven den kinabast eenmaal tot een gewoon handelsprodukt op de inlandsche markten te maken. Op de passers worden zeer veel huismiddeltjes verhandeld, waaronder de kina-bast, door de bevolking gekweekt, een eerste en voorname plaats zou kunnen en moeten innemen.

Thans is de kwestie van het *quinetum* op den voorgrond geplaatst.

De voorstanders houden vol dat het *quinetum* de kinine meestal zal kunnen vervangen en dat het dan om zijne mindere kostbaarheid de aanbeveling verdient.

Ik wil nu zwijgen over de vraag, of de regeering verstandig en economisch handelt, als zij haar verlangen om het *quinetum* op Java in de kina-plantsoenen te doen bereiden, wil doorzetten. Ik blijf volharden in de overtuiging, dat men zich nieuwe te-

leurstellingen bereidt en zich op een verkeerden weg begeeft, die tot schade voor de onderneming in haar geheel, zal leiden.

Het *quinetum* bevat al de kina-alkaloïden nevens een onbeduidende hoeveelheid daaraan vreemde stoffen, maar in welke hoeveelheid het de onderscheiden alkaloïden bevat, in welke verhouding deze in het mengsel voorhanden zijn, blijft onzeker. Het is en blijft een mixtum waarvan de samenstellende deelen slechts door eene analyse zijn te berekenen, terwijl het ook zeker is, dat niet alle kina-alkaloïden een gelijke therapeutische werking uitoefenen.

De geneesheer die *quinetum* voorschrijft, doet feitelijk, een greep in het duister. Onmogelijk kan hij met juistheid het effect berekenen of voorzeggē.

Wanneer men elken dag, in dezelfde werkplaats, volgens dezelfde methode, van dezelfde soort kina, *quinetum* bereidt, zal men ook elken dag een preparaat produceeren, van onderscheiden samenstelling.

Daarmede is de waarde van het middel zoomin als die van den kinabast qua tale, of van het *quinetum*, het *ruw-alkaloïd* enz., veroordeeld, maar daarmede is aangewezen dat het *quinetum*, als onstandvastig geneesmiddel, de *kinine* noch vervangen noch verdringen mag en welk voordeel zoude het nu hebben in de Java-plantsoenen *quinetum* te bereiden, terwijl dit complex zoo gemakkelijk op eenvoudige wijze is te verkrijgen en zoolang wij onze grondstof met zooveel voordeel in den handel brengen kunnen?

Als de voorstanders van het *quinetum* gebruik, voor dit complex de meest passende en gunstige samenstelling willen aanwijzen, dan is zijne opzettelijke bereiding, absoluut overbodig niet alleen, maar moet die ook de meest kostbare zijn.

Immers, in de kininefabrieken worden kinidine, cinchonidine, cinchonine en amorphalkaloïd, als nevenprodukten in zulk een massa gewonnen, dat men er geen weg mede weet en men gelukkig zou zijn, als men er een ruim debouché voor vinden konde.

Men zegge dan, welke samenstelling het *quinetum* hebben moet en de kininefabrikanten zullen het, door vereeniging van hunne alkaloïden, leveren tegen prijzen waarvoor wij het in onze

plantsoenen niet bereiden kunnen, zoolang onze *succirubra* bast in den handel nog een redelijken prijs blijft bedingen.

De kina-onderneming behoeft zich dan niet dienstbaar te maken aan bijzondere eischen en voorwaarden en de geneeskunde zal beschikken over een preparaat van erkende en konstante samenstelling.

Toen de leiding der kina-kultuur op Java, in Maart 1875, op MOENS werd overgedragen, waren er op de zeven etablissementen te samen, ruim 180,000 *succirubra*-boomen in volle ontwikkeling en werd berekend, dat men jaarlijks, minstens 20,000 kilogrammen bast daarvan aan de markt zou kunnen brengen, zoo men het door *succirubras* ingenomen terrein, slechts voor deze kina-soort blijft bestemmen, — in dier voege, dat na genoegzame uitdunning van een tuin, dadelijk nieuwe planten in den grond worden gebracht.

Het is en blijft toch bovenal te doen om de produktie van *kinine*, want wat men van de nevenalkaloïden denken of zeggen moge, de *kinine* is de overheerschende, de door elkeen vertrouwde kracht

Men kan echter met dezelfde middelen en krachten, binnen een begrensde terrein gelijktijdig geen *succirubra* en *Ledgeriana* kweken en de overwegende waarde van den *Ledgerbast*, wordt door niemand betwijfeld.

De korte zin van dit alles is, dat elke uitbreiding van *succirubra*-plantsoen, ten koste der voortkweeking van *Ledgeriana* moet strekken. Men kan met dezelfde middelen en krachten niet alles te samen doen

Van 1872 tot en met 1878 zijn te Amsterdam ongeveer 56,000 kilogrammen Java-*succirubra*-bast geveild *). Rekent men daarbij de basten die in Indie zelve zijn verwerkt of verbruikt, dan kan men nagaan, hoe welig deze kina-soort moet groeien, daar hare vermenigvuldiging eerst van het jaar 1866 dagteekent. Als men de in Maart 1875 aanwezige 180,000 *succirubra*-boomen had willen kappen, zou men daarvan toen, naar matige schatting, 300,000 kilogrammen product hebben kunnen oogsten. De *succirubra*'s groeien in schier alle plantsoenen

*) Op de jongste veiling, 30 April 1879, zijn 21762 kilo's verkocht.

even snel en weelderig. Bij uitzondering treft men tuinen die achterlijk zijn en te wenschen overlaten.

Wenscht men nu den *succirubra*-bast op Java tot *quinetum* te verwerken, dan zal er voor export niet veel overschieten, zoo de fabriekage met eenigen voorspoed blijkt te kunnen geschieden. Het natuurlijk gevolg zoude zijn dat men al spoedig, ter wille van de *quinetum*-fabriek, op eene uitbreiding van *succirubra*-plantsoen ging aandringen en werkelijk is ook reeds een drietal jaren geleden, uit Patria een ernstige aanbeveling in dien zin, aan de Indische regeering gezonden.

Hoewel ik niet rechtstreeks meer aan de kinakultuur verbonden was, heb ik toen niettemin gemeend, met aandrang te moeten waarschuwen tegen zulk eene aanbeveling en is zij dan ook maar matig in acht genomen. De Heer HOWARD, de kinoloog bij uitnemendheid, de waardige adviseur van de Engelsche regeering, die in vroeger jaren zeer ernstige bedenkingen had tegen de wijze, waarop men op Java de kinateelt had aangevangen, heeft in zijn in 1876 verschenen prachtwerk en ook in periodieken, hulde gebracht aan de richting, die wij later volgden en zijne hoop te kennen gegeven, dat men ook in Britsch-Indië ons mocht navolgen. Met name keurt HOWARD het af, dat men zich in de Engelsche koloniën, zoo uitsluitend blijft toeleggen op de teelt van *succirubra*.

Het is waar, dat men zich van deze kina-soort het meeste kultuur-succes kan voorspellen, omdat geen andere soort haar evenaart in prachtige en snelle ontwikkeling, maar als er sprake is van vergelijkende waarde, dan zal niemand toch aarzelen om aan de *Ledgeriana* de voorkeur te geven, al heeft men zich voor de vermenigvuldiging van deze voortreffelijke kina-soort meer zorgen en tijd te gunnen.

Dr. KUNTZE, die de ondernemingen in Britsch-Indië en op Java bezocht en vergeleek, is eveneens van oordeel, dat de op Java gevolgde kultuur-methode en richting, de voorkeur verdienen.

De gevolgen der doorzetting van het plan om op Java een *quinetum*-fabriek op te richten, zijn dus ernstiger dan men oppervlakkig denkt. Het zal rationeel en economisch zijn, dat men, met de bereiding in het groot van *quinetum*, wacht tot-

dat omtrent de praktische waarde van dit geneesmiddel, geen verschil van gevoelen meer heerscht.

Tegen dien tijd evenwel, zullen onze plantsoenen zoo noodig, kinine rijke basten genoeg produceeren, om uitsluitend deze basis af te zonderen en als nevenprodukten dan ook de andere alkaloiden te leveren. Dan bereide men *kinine* en in de daarvoor in het leven te roepen inrichting tevens *quinetum*, uit een deel van onzen *succirubra* bast en door de vermenging in vaste verhoudingen, van de onderscheiden kina-alkaloiden.

Buarn, November 1878.

SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION,

PAR

G. F. W. BAEHR.

Communiqué dans la séance du 25 Avril 1879.



1. Le calcul des variations donne pour la variation d'une intégrale définie, quand la variable indépendante ne varie pas, la formule

$$\delta \int_{x_0}^{x_1} V dx = L + \int_{x_0}^{x_1} (K \delta y + K' \delta z + \dots) dx;$$

lorsque V contient x , des fonctions $y, z \dots$ de cette variable indépendante et seulement leurs dérivées premières $y', z' \dots$, on a

$$K = \frac{dV}{dy} - \frac{d}{dx} \frac{dV}{dy'}$$

$$K' = \frac{dV}{dz} - \frac{d}{dx} \frac{dV}{dz'}$$

où les dérivées par rapport à x sont totales.

Dans ce qui suit on ne considère point de conditions particulières relatives aux limites, qui resteront fixes, de sorte que $L = 0$, et de plus on suppose que la question laisse prévoir qu'une intégrale soit ou maximum ou minimum lorsque sa variation est nulle.

Alors, si $y, z \dots$ sont des fonction indépendantes entre-elles, leurs valeurs en fonctions de x , qui rendront maximum ou mi-

nimum l'intégrale proposée, seront déterminées généralement par les équations différentielles simultanées

$$K = 0, \quad K' = 0, \quad \dots \dots \dots$$

D'après cela soit à trouver la courbe, entre deux extrémités fixes, pour laquelle l'intégrale

$$\int \varphi(x, y, z) ds, \dots \dots \dots (1)$$

ds désignant l'élément de l'arc, ou, prenant x pour variable indépendante, l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} \varphi(x, y, z) \frac{ds}{dx} dx,$$

sera un minimum. On aura les équations

$$\frac{d\varphi}{dy} \frac{ds}{dx} - \frac{d}{dx} \frac{\varphi \frac{dy}{ds}}{\frac{ds}{dx}} = 0, \dots \dots \dots$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \frac{ds}{dx} - \frac{d}{dx} \frac{\varphi \frac{dz}{ds}}{\frac{ds}{dx}} = 0, \dots \dots \dots$$

ou, développant les seconds termes,

$$\frac{d\varphi}{dy} \frac{ds}{dx} - \frac{\frac{ds}{dx} \left[\varphi \frac{d^2 y}{ds^2} + \frac{dy}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) \right] - \varphi \frac{dy}{dx} \frac{d^2 s}{dx^2}}{\frac{ds^2}{dx^2}} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \frac{ds}{dx} - \frac{\frac{ds}{dx} \left[\varphi \frac{d^2 z}{ds^2} + \frac{dz}{dx} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right) \right] - \varphi \frac{dz}{dx} \frac{d^2 s}{dx^2}}{\frac{ds^2}{dx^2}} = 0,$$

où $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$ est la dérivée totale de φ , en y regardant y et z comme fonctions de x . Remarquant que

$$\frac{ds}{dx} \frac{d^2s}{dx^2} = \frac{dy}{dx} \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dz}{dx} \frac{d^2z}{dx^2}$$

ces équations peuvent encore se réduire à

$$\frac{d\varphi}{dy} \left(1 + \frac{dz^2}{dx^2}\right) - \left(\frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\varphi dz}{dz dx}\right) \frac{dy}{dx} - \frac{\varphi}{\frac{ds^2}{dx^2}} \left[\left(1 + \frac{dz^2}{dx^2}\right) \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy dz}{dx dx} \frac{d^2z}{dx^2} \right] = 0, \dots (2)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right) - \left(\frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\varphi dy}{dy dx}\right) \frac{dz}{dx} - \frac{\varphi}{\frac{ds^2}{dx^2}} \left[\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right) \frac{d^2z}{dx^2} - \frac{dy dz}{dx dx} \frac{d^2y}{dx^2} \right] = 0$$

où maintenant $\frac{d\varphi}{dx}$ est dérivée partielle. Multipliant alors la première par $1 + \frac{dy^2}{dx^2}$ et la seconde par $\frac{dy}{dx} \frac{dz}{dx}$, la somme des produits donne après réduction

$$\frac{d\varphi}{dy} - \frac{d\varphi dy}{dx dx} = \frac{\varphi \frac{d^2y}{dx^2}}{\frac{ds^2}{dx^2}}$$

et analogiquement on obtient

$$\frac{d\varphi}{dz} - \frac{d\varphi dz}{dx dx} = \frac{\varphi \frac{d^2z}{dx^2}}{\frac{ds^2}{dx^2}}$$

pour les équations différentielles de la courbe.

Lorsque celle-ci est plane une seule suffira; ainsi la première donne immédiatement pour la courbe dans le plan des xy qui engendre une aire minimum en tournant autour de l'axe des x , si l'on y fait $\varphi = y$,

$$1 + \frac{dy^2}{dx^2} = y \frac{d^2y}{dx^2},$$

ce qui est l'équation différentielle de la chaînette.

Mais ces équations, où φ est une fonction donnée quelconque ne renfermant point de dérivées, admettent une solution générale, qui semble conduire de la manière la plus naturelle au principe de mécanique connu sous le nom de principe de la moindre action. En y considérant x , y et z comme des fonctions d'une certaine variable indépendante t , elles deviennent

$$\frac{dx}{dt} \frac{d\varphi}{dy} - \frac{dy}{dt} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi}{\frac{ds^2}{dt^2}} \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right],$$

$$\frac{dx}{dt} \frac{d\varphi}{dz} - \frac{dz}{dt} \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\varphi}{\frac{ds^2}{dt^2}} \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2z}{dt^2} - \frac{dz}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right],$$

et sous cette forme l'on voit tout de suite que l'on satisfait à ces équations en posant

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx}, \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dy},$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dz},$$

pourvu que

$$\frac{dx}{dt} = \varphi, \dots \dots \dots (4)$$

ce qui est en effet une conséquence des trois dernières, lesquelles, multipliées respectivement par $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, donnent en prenant la somme de ces produits

$$\frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Les équations (3) montrent que la courbe, pour laquelle généralement l'intégrale (1) devient un minimum, est précisément la courbe qui serait décrite par un point matériel libre, sous l'action d'une force dont $\frac{1}{2} \varphi^2$ serait la fonction des forces, et d'après (4) la fonction φ représente la vitesse de ce mouvement.

Réciproquement il suit de là le principe nommé; en effet, quand un point matériel libre est soumis à l'action d'une force motrice, dont X , Y et Z sont les composantes parallèles aux axes des coordonnées, si l'on y ajoute une force N normale à la trajectoire, les équations du mouvement seront

$$\frac{d^2x}{dt^2} = X + N \cos \alpha, \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = Y + N \cos \beta,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = Z + N \cos \gamma,$$

où les cosinus des angles directeurs α , β et γ de la force normale doivent satisfaire à la condition

$$\cos \alpha \frac{dx}{dt} + \cos \beta \frac{dy}{dt} + \cos \gamma \frac{dz}{dt} = 0.$$

En donnant à N des valeurs différentes, on peut faire décrire au point des courbes différentes entre deux extrémités fixes, parce que les valeurs de x , y et z en fonctions du temps contiendront deux constantes arbitraires, et quand

$$X dx + Y dy + Z dz = d\psi(x, y, z),$$

c'est-à-dire qu'il y ait une fonction ψ des forces, en sorte que l'équation des forces vives subsiste, on aura, que N soit nul ou non, dans tous les cas pour la vitesse v la même fonction de x , y et z , savoir

$$v^2 = 2\psi(x, y, z) + \text{const.}$$

Donc, en vertu de ce qui précède, si l'on fait dans (3)

$$\frac{1}{2} q^2 = \psi(x, y, z) + \text{const.}$$

l'intégrale

$$\int \sqrt{2 \psi(x, y, z) + \text{const.}} ds, \text{ ou } \int v ds$$

deviendra généralement minimum pour des valeurs de x, y, z en fonction de t , déterminées par les mêmes équations, que si dans (5) on fait $N = 0$, ce qui constitue le principe de la moindre action.

2. Pour faire une application analytique de ce principe soit proposé de trouver la courbe pour laquelle l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} \sqrt{y^2 + z^2} ds$$

sera minimum. Alors on a : $q = \sqrt{y^2 + z^2}$, et les équations (3) deviennent

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{d t^2} = y,$$

$$\frac{d^2 z}{d t^2} = z,$$

dont on a immédiatement les intégrales

$$x = A t + A_1, \quad y = B e^t + B_1 e^{-t}, \quad z = C e^t + C_1 e^{-t},$$

où, en vertu de (4) les constantes arbitraires sont liées par la relation

$$A^2 = 4 B B_1 + 4 C C_1. \dots \dots \dots (a)$$

Eliminant t , on obtient pour les équations de la courbe les chaînettes

$$y = B e^{\frac{x-A_1}{A}} + B_1 e^{-\frac{x-A_1}{A}},$$

$$z = C e^{\frac{x-A_1}{A}} + C_1 e^{-\frac{x-A_1}{A}},$$

dans lesquelles il reste encore cinq constantes arbitraires, tandis que l'on n'aurait que quatre équations pour les déterminer, si les valeurs de y et de z relatives aux limites x_0 et x_1 sont données. Il faut donc que l'on puisse réduire le nombre de ces constantes, et en effet, on peut écrire la première des équations précédentes sous la forme

$$y = \sqrt{B B_1} \left[\sqrt{\frac{B}{B_1}} e^{\frac{x-A_1}{A}} + \sqrt{\frac{B_1}{B}} e^{-\frac{x-A_1}{A}} \right],$$

ou, posant

$$\sqrt{B B_1} = B', \quad \sqrt{\frac{B}{B_1}} = e^{-\alpha}$$

B' et α étant deux nouvelles constantes,

$$y = B' e^{\left[\frac{x-A_1-\alpha}{A} + e^{-\frac{x-A_1-\alpha}{A}} \right]},$$

et de la même manière la seconde se réduit à

$$z = C \left[e^{\frac{x-A_1-\beta}{A}} + e^{-\frac{x-A_1-\beta}{A}} \right]$$

tandis que la relation (a) devient

$$A^2 = 4 B' + 4 C,$$

de sorte qu'il n'y a en tout que cinq constantes $A, B', C', A, + \alpha, A, + \beta$, que l'on pourra déterminer si les coordonnées des points extrêmes sont données. Si ces points sont dans un même plan avec l'axe des x , la courbe sera la courbe plane qui par révolution autour de cet axe engendre la surface minimum.

Soit à trouver la brachistochrone pour un point pesant. Prenant l'axe des z dans le sens de la pesanteur, l'intégrale

$$\int_{z_0}^{z_1} \frac{ds}{\sqrt{z - z_0}}$$

ou z_0 et z_1 sont les ordonnées du point de départ et du point d'arrivée, devra être minimum. Ici l'on a

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{z - z_0}},$$

et les équations (3) deviennent :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = - \frac{1}{2(z - z_0)^2},$$

dont les deux premières montrent que la courbe sera plane; on peut donc supposer qu'elle soit située dans le plan des xz , et laisser de côté la deuxième équation. Les deux autres donnent alors

$$\frac{dx}{dt} = A, \quad \frac{dz^2}{dt^2} = \frac{1}{z - z_0} + B,$$

et en vertu de (4) on aura

$$A^2 + B = 0, \quad \text{ou} \quad B = -A^2,$$

donc

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{1 - A^2(z - z_0)}{z - z_0}},$$

et par suite

$$\frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{1 - A^2(z - z_0)}{A^2(z - z_0)}},$$

ce qui est l'équation différentielle de la cycloïde.

Pour la courbe dont le moment d'inertie par rapport à l'axe des x est un minimum, on aura $\varphi = y^2 + z^2$, et elle sera déterminée par les équations

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = 2(y^2 + z^2)y,$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 2(y^2 + z^2)z,$$

dont les deux dernières montrent que sa projection sur le plan des yz sera la courbe décrite par un mobile sous l'action d'une force centrale repulsive et proportionnelle à la troisième puissance de la distance; l'origine étant le centre de la force. La première donne

$$\frac{dx}{dt} = A,$$

et, éliminant au moyen de celle-ci la variable t dans les deux dernières, on obtient

$$A^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 2y(y^2 + z^2),$$

$$A^2 \frac{d^2 z}{dx^2} = 2z(y^2 + z^2),$$

pour les équations différentielles de la courbe.

3. Si les fonctions y et z sont assujetties à satisfaire à une équation

$$F(x, y, z) = 0, \dots \dots \dots (6)$$

on a au lieu des deux équations $K = 0, K' = 0$, pour la condition du maximum ou minimum l'équation

$$K \frac{dF}{dz} - K' \frac{dF}{dy} = 0. \dots \dots \dots (7)$$

Ainsi quand dans l'intégrale (1) les fonctions y et z doivent satisfaire à (6), l'équation (7) sera la différence des produits de la première (2) par $\frac{dF}{dz}$ et de la seconde (2) par $\frac{dF}{dy}$, ce qui, ayant égard que (6) donne

$$\frac{dF}{dx} + \frac{dF}{dy} \frac{dy}{dx} + \frac{dF}{dz} \frac{dz}{dx} = 0.$$

se réduit alors à

$$\left(\frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dz} - \frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dy}\right) + \left(\frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dz}\right) \frac{dy}{dx} + \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dy} - \frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dx}\right) \frac{dz}{dx} = \dots$$

$$\dots \frac{\varphi}{dx^2} \left[\left(\frac{d^2y}{dx^2} \frac{dF}{dz} - \frac{d^2z}{dx^2} \frac{dF}{dy}\right) - \left(\frac{dz}{dx} \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} \frac{d^2z}{dx^2}\right) \frac{dF}{dx} \right],$$

ou, en considérant x, y et z comme des fonctions d'une certaine variable indépendante t , à

$$\left(\frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dz} - \frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dy}\right) \frac{dx}{dt} + \left(\frac{d\varphi}{dz} \frac{dF}{dx} - \frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dz}\right) \frac{dy}{dt} + \left(\frac{d\varphi}{dx} \frac{dF}{dy} - \frac{d\varphi}{dy} \frac{dF}{dx}\right) \frac{dz}{dt} = \dots$$

$$\dots \frac{\varphi}{dt^2} \left\{ \left(\frac{d^2y}{dt^2} \frac{dF}{dz} - \frac{d^2z}{dt^2} \frac{dF}{dy}\right) \frac{dx}{dt} + \left(\frac{d^2z}{dt^2} \frac{dF}{dx} - \frac{d^2x}{dt^2} \frac{dF}{dz}\right) \frac{dy}{dt} + \left(\frac{d^2x}{dt^2} \frac{dF}{dy} - \frac{d^2y}{dt^2} \frac{dF}{dx}\right) \frac{dz}{dt} \right\}.$$

L'on voit tout de suite qu'il sera satisfait à cette équation, en posant

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx} + \lambda \frac{dF}{dx}, \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dy} + \lambda \frac{dF}{dy},$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dz} + \lambda \frac{dF}{dz},$$

λ étant une fonction inconnue, pourvu que l'on prenne

$$\frac{ds}{dt} = \varphi,$$

ce qui s'accorde avec les trois précédentes équations, qui donnent

$$\frac{ds}{dt} \frac{d^2 s}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Ces équations sont précisément celles du mouvement d'un point matériel, qui doit se mouvoir sur une surface $F = 0$, sous l'action d'une force, pour laquelle $\frac{1}{2} \varphi^2$ est la fonction des forces, et la fonction donnée φ est alors la vitesse de ce mouvement. Réciproquement on conclut de là, comme dans le cas du point libre, au principe de la moindre action pour le mouvement d'un mobile sur une surface fixe, c'est-à-dire : lorsqu'un point matériel, assujéti à rester sur une surface fixe, est soumis à l'action de forces pour lesquelles l'équation des forces vives a lieu, l'intégrale $\int v ds$ prise entre deux extrémités fixes sera généralement moindre pour la courbe qu'il décrit, qu'elle ne le serait pour toute autre courbe terminée aux mêmes points, et qu'il décrirait sur cette surface, si l'on ajoutait des forces normales à la trajectoire, ce qui ne change pas l'expression pour la vitesse.

Soit à trouver la brachistochrone pour un point pesant assujéti à se mouvoir sur la surface

$$F(x, y, z) = 0.$$

Prenant l'axe des z dans le sens de la pesanteur, et désignant par z_0 et z_1 les ordonnées des points extrêmes, l'intégrale qui doit être minimum sera encore

$$\int_{z_0}^{z_1} \frac{ds}{\sqrt{z - z_0}},$$

donc

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{z - z_0}} = \frac{ds}{dt'}$$

et les équations (8) deviennent

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = + \lambda \frac{dF}{dx},$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = + \lambda \frac{dF}{dy},$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = - \frac{1}{2(z - z_0)^2} + \lambda \frac{dF}{dz}.$$

Éliminant λ entre les deux premières l'on obtient

$$\frac{dF}{dy} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dF}{dz} \frac{d^2 y}{dt^2} = 0.$$

Si la surface est de révolution autour de l'axe des z , on a

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 - \varphi(z),$$

de sorte que la dernière équation donne dans ce cas

$$y \frac{d^2 x}{dt^2} - x \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

dont l'intégrale est

$$y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} = C,$$

ou, éliminant t ,

$$y \frac{dx}{ds} - x \frac{dy}{ds} = C: \frac{ds}{dt},$$

c'est-à-dire

$$y \frac{dx}{ds} - x \frac{dy}{ds} = C \sqrt{z - z_0}.$$

Si dans celle-ci on introduit la vitesse v du mouvement dans la courbe sous l'action de la pesanteur, on a

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{2g(z - z_0)} = v,$$

et l'équation précédente devient

$$y dx - x dy = \frac{C}{\sqrt{2g}} v^2 dt^2,$$

laquelle exprime la propriété connue de la brachistochrone, que l'aire décrite à chaque instant par la projection du rayon vecteur sur un plan horizontal est proportionnelle au carré de la vitesse du mobile.

4. On obtient beaucoup plus simplement les résultats précédents, si l'on introduit d'abord une nouvelle variable indépendante t .

L'intégrale (1) devient alors

$$\int_{t_0}^{t_1} \varphi(x, y, z) \frac{ds}{dt} dt,$$

et les conditions pour le max: ou minimum sont

$$\frac{d\varphi}{dx} \frac{ds}{dt} - \frac{d}{dt} \varphi \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = 0, \dots\dots\dots (b)$$

$$\frac{d\varphi}{dy} \frac{ds}{dt} - \frac{d}{dt} \varphi \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dz} \frac{ds}{dt} - \frac{d}{dt} \varphi \frac{\frac{dz}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = 0,$$

où

$$\frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2}.$$

A ces équations on peut joindre une relation arbitraire entre une des variables et l'indépendante t , ou entre x, y, z et t .

Remarquons aussi que si l'on développe leurs seconds termes, et qu'ensuite on les multiplie respectivement par $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$ et $\frac{dz}{dt}$, la somme des produits donne l'identité

$$\frac{ds}{dt} \frac{ds}{dt} - \varphi \frac{d^2s}{dt^2} - \frac{ds^2}{dt^2} \frac{d}{dt} \frac{\varphi}{\frac{ds}{dt}} = 0.$$

Si donc on prend

$$\frac{ds}{dt} = \varphi,$$

ce qui met en évidence la propriété mécanique de la courbe

cherchée, on obtient, développant les seconds termes de (6) et transposant, immédiatement les équations (3).

Désignant respectivement par K, K', K'' les premiers membres de (6), la partie de la variation de l'intégrale, qui reste sous le signe intégral, est

$$K \delta x + K' \delta y + K'' \delta z;$$

lorsqu'il n'y a pas de relation générale entre x, y, z , les variations $\delta x, \delta y$ et δz sont indépendantes entre-elles, et chaque terme séparément doit être égalé à zéro, pour les conditions du maxim: ou minimum; mais si ces fonctions doivent satisfaire à une équation

$$F(x, y, z) = 0,$$

l'on doit avoir

$$\frac{dF}{dx} \delta x + \frac{dF}{dy} \delta y + \frac{dF}{dz} \delta z = 0;$$

employant alors la méthode des facteurs indéterminés, on aura pour ces conditions,

$$K + \lambda \frac{dF}{dx} = 0,$$

$$K' + \lambda \frac{dF}{dy} = 0,$$

$$K'' + \lambda \frac{dF}{dz} = 0,$$

l'élimination de λ donnera deux équations, qui avec $F = 0$ détermineront x, y et z en fonction de t .

Ici on peut encore prendre, sans qu'il y ait contradiction,

$$\frac{ds}{dt} = 0,$$

et si l'on développe alors les seconds termes dans K, K', K'' on obtient immédiatement les équations (8).

5. Soient dans l'intégrale

$$\int_{t_0}^{t_1} \varphi(x_1 y_1 z_1 x_2 y_2 z_2 \dots) \sqrt{\sum m \left(\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} \right)} dt, \dots (c)$$

où l'on donne sous le signe \sum simultanément les indices 1, 2, 3 . . . aux constantes m et aux variables x, y et z , les variables $x_1, y_1, z_1, x_2, \dots$ des fonctions de t , tandis que φ ne contient point de dérivées, et supposons que ces fonctions doivent satisfaire à quelques équations de condition

$$F_1 = 0, \quad F_2 = 0, \quad F_k = 0;$$

alors leurs valeurs en fonctions de t , pour lesquelles l'intégrale peut devenir un maximum ou minimum, doivent, d'après les principes du calcul des variations, désignant le radical par σ , satisfaire aux équations

$$\frac{d\varphi}{dx_1} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi^{m_1} \frac{dx_1}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dx_1} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dy_1} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi^{m_1} \frac{dy_1}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dy_1} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dz_1} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi^{m_1} \frac{dz_1}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dz_1} = 0,$$

$$\frac{d\varphi}{dx_2} \sigma - \frac{d}{dt} \frac{\varphi^{m_2} \frac{dx_2}{dt}}{\sigma} + \sum \lambda \frac{dF}{dx_2} = 0,$$

.

où l'on doit sous le signe Σ donner des indices de 1 à k , simultanément aux facteurs indéterminés λ et aux fonctions F . Si l'on développe les deuxièmes termes, et qu'on multiplie ensuite ces équations respectivement par les dérivées de $x_1, y_1, z_1, z_2, \dots$ par rapport à t , la somme des produits donnera, ayant égard aux équations de condition, l'équation identique:

$$\frac{d\varphi}{dt} \sigma - \varphi \frac{d\sigma}{dt} - \sigma^2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{1}{\sigma} = 0,$$

de sorte que pour déterminer les fonctions inconnues, on peut prendre encore une relation arbitraire entre les variables $x_1 y_1 z_1 \dots$ et t .

Si donc on pose: $\varphi = \sigma$, ou

$$\varphi = \sqrt{\Sigma m \left(\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} \right)} \dots \dots (d)$$

on obtient, développant les dieuxièmes termes et transposant,

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx_1} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dx_1}, \dots \dots \dots (e)$$

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dy_1} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dy_1},$$

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dz_1} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dz_1},$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = \varphi \frac{d\varphi}{dx_2} + \Sigma \lambda \frac{dF}{dx_2},$$

.

. ;

d'où inversement

$$\Sigma m \left(\frac{dx}{dt} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dz}{dt} \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = \varphi \frac{d\varphi}{dt},$$

ce qui s'accorde avec (d). Ces équations sont celles du mouve-

ment d'un système de points matériels m , à liaisons données par les fonctions K , et sous l'action de forces dont $\frac{1}{2} q^2$ serait la fonction des forces.

Réciproquement, si dans un tel système les composantes des forces, parallèles aux axes des coordonnées, sont les dérivées d'une fonction $\psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots)$ seulement des coordonnées de ces points, on aura, v désignant la vitesse, l'équation des forces vives,

$$\sum m v^2 = 2 \psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots) + \text{const.}$$

et cette expression, comme dans le cas du point libre, ne changera pas, si l'on ajoute, sans changer les liaisons, des forces normales aux trajectoires des différents points.

Par l'introduction de ces forces les trajectoires changeront, mais on pourra les faire passer par les mêmes points extrêmes, parce que chaque coordonnée, exprimée en fonction du temps contiendra deux constantes arbitraires.

Si donc on prend

$$\varphi = \sqrt{2 \psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots) + c(\text{const.})}$$

il suit de ce qui précède, que intégrale,

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{2 \psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \dots) + c} \sqrt{\sum m \left(\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2} \right)} dt, \dots (f)$$

qui acquiert des valeurs différentes suivant qu'on ajoute des forces normales différentes, sera, — généralement parlant, — minimum lorsque il n'y a pas de forces ajoutées, parce qu'alors les valeurs de $x_1, y_1, z_1, x_2 \dots$ en fonctions de t sont déterminées par les mêmes équations que les équations (e) qui rendent minimum l'intégrale (c).

Au lieu de (f) on peut écrire aussi

$$\int_{t_0}^{t_1} \sqrt{\sum m v^2} \sqrt{\sum m \frac{ds^2}{dt^2}} dt,$$

ds étant l'élément de la courbe décrite par un point du système, ou encore

$$\int_{t_0}^{t_1} \Sigma m v^2 dt,$$

ou bien, si pour éliminer le temps, on change, dans chaque terme sous le signe Σ , $v dt$ en ds ,

$$\Sigma \int m v ds$$

où il convient d'écrire le signe Σ devant le signe intégral, parce qu'après l'élimination du temps, les intégrales n'ont plus les mêmes limites.

Le minimum de cette somme d'intégrales, qui, lorsque les forces appliquées à un système à liaisons sont les dérivées d'une fonction des coordonnées des points, a généralement lieu quand le système passe d'une position à une autre sous l'action de ces forces seules, constitue le principe de la moindre action pour un système de points.

Delft, Avril 1879.

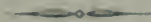
ENKELE ALGEMEENE BESCHOUWINGEN

OMTRENT

R U I M T E K R O M M E N ,

DOOR

P. H. S C H O U T E



1. In mijn opstel getiteld „Eenige beschouwingen naar aanleiding van het grootste aantal veelvoudige punten eener algebraïsche kromme” *) , heb ik de formules van PLÜCKER ook op vlakke kromme lijnen toegepast, die uit krommen van lagere graden zijn samengesteld †). Eerst later heb ik mij de vraag voorgelegd, of ik de algemeenheid dezer formules hierin ook heb overschat. Dit is mij gebleken niet het geval te zijn. Evenwel geloof ik geen onnut werk te doen, waar ik het bewijs van de geldigheid der PLÜCKER'sche formules, met betrekking tot het bovenbedoelde geval eener samengestelde vlakke kromme, lever; temeer daar ik dit bewijs tot het uitgangspunt wensch te maken van enkele algemeene beschouwingen omtrent ruimtekrommen.

2. Stelt men van een vlakke kromme C_n den graden door n , de klasse door m , het aantal dubbelpunten door d , het aantal dubbelraaklijnen door l , het aantal keerpunten door k en het aantal buigpunten door i voor, dan bestaan de bekende formules van PLÜCKER in de drie betrekkingen

$$\left. \begin{aligned} m &= n(n-1) - 2d - 3k \\ i &= k + 3(m-n) \\ l &= \frac{1}{2}(m-n)(m+n-9) + d \end{aligned} \right\} \dots \dots (1).$$

*) *Verslagen en Mededeelingen, Afdeling Natuurkunde, 2de Reeks, Deel XIII.*

†) *L. a. p., art. 24.*

die het mogelijk maken uit drie van de zes kenmerkende groot-
heden der kromme de andere drie af te leiden. Zijn nu de over-
eenkomstige grootheden van een tweede kromme C_{n_1} voorgesteld
door dezelfde letters, ter onderscheiding van een aanwijzer voor-
zien, dan is ook

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= n_1(n_1 - 1) - 2d_1 - 3k_1 \\ i_1 &= k_1 + 3(m_1 - n_1) \\ t_1 &= \frac{1}{2}(m_1 - n_1)(m_1 + n_1 - 9) + d_1 \end{aligned} \right\} \dots (2).$$

Samen genomen vormen de beide krommen C_n en C_{n_1} een
kromme C_{n+n_1} . Omdat de samenstellende deelen van deze laat-
ste elkaar in nn_1 punten snijden en zij mm_1 gemeenschappelijke
raaklijnen hebben, zijn de zes kenmerkende grootheden van
 C_{n+n_1} , die ik door grieksehe letters voorstel, bepaald door de
vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \nu &= n + n_1, & \delta &= d + d_1 + nn_1, & z &= k + k_1 \\ \mu &= m + m_1, & \tau &= t + t_1 + mm_1, & \iota &= i + i_1 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

en nu geeft optelling van de overeenkomstige vergelijkingen van
(1) en (2) in verband met een kleine vervorming onder aan-
wending van (3)

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \nu(\nu - 1) - 2\delta - 3z \\ \iota &= z + 3(\mu - \nu) \\ \tau &= \frac{1}{2}(\mu - \nu)(\mu + \nu - 9) + \delta \end{aligned} \right\} \dots (4).$$

waarmee het verlangde bewijs geleverd is. Want de redeneering,
waardoor men het geval dat een kromme uit meer dan twee
krommen van lageren graad bestaat tot het nu behandelde te-
rugbrengt, is te eenvoudig om ze hier te herhalen.

3. Bij het toepassen van de formules van PLÜCKER op het
geval eener samengestelde kromme, stuit men nog op een be-
zwaar, zoodra een der samenstellende krommen bijv. C_n een
rechte lijn is; dan is het namelijk a priori niet uit te maken,
wat de waarde is van i en t . Want bij de rechte lijn liggen
voortdurend drie opvolgende punten op een rechte lijn en is
dus ieder punt een huigpunt, bij de rechte lijn is de lijn zelve
dubbelraaklijn voor ieder willekeurig gekozen puntenpaar als

raakpunten. Zoodat het schijnt dat i en l de waarde ∞ verkregen hebben, terwijl door invoering van $n = 1$, $m = 0$, $d = 0$ in (1) blijkt, dat de formules van PLÜCKER $i = -3$ en $l = 4$ maken. Door dit bezwaar, dat gelegen is in de toepassing der bekende formules op het geval dat de kromme een rechte lijn is en dat zich, wijl deze toepassing natuurlijkerwijs niet voorkomt, eerst hier voordoet, worst men dus gesteld voor het alternatief of van de PLÜCKER'sche formules alleen toepasselijk te verklaren op wezenlijk kromme lijnen en hare combinaties, of van de waarden $i = -3$ en $l = 4$ voor de rechte lijn aan te nemen en daardoor de algemeene geldigheid dier formules te behouden. De geschiedenis der wiskunde dwingt mij het laatste te kiezen *).

Hetzelfde bezwaar ontmoet men, wanneer een der krommen als omhullende beschouwd een punt is. Ter wille van de algemeenheid is men dan genoodzaakt voor deze omhullende $l = -3$ en $d = 4$ aan te nemen. Dit blijkt uit de formules (1) even gemakkelijk als uit hare reciproke omvormingen

$$\left. \begin{aligned} n &= m(n-1) - 2l - 3i \\ l &= i + 3(n-m) \\ d &= \frac{1}{2}(n-m)(n+m-9) + l \end{aligned} \right\} \dots \dots (1^a).$$

Het is hier de plaats om te wijzen op de meesterlijke verhandeling van DE JONQUIÈRES, die voorkomt in de *Annali di matematica pura ed applicata* van BRIOSCI (Serie II, Tome VIII, fascicolo 4 van Dec. 1877) onder den titel van „Note sur quelques théorèmes fondamentaux dans la théorie des courbes et des surfaces algébriques et sur une loi générale d'où l'on peut les faire dériver“, waarop een talentvol beoefenaar der nieuwere meetkunde, z. DEWULF, Commandant van de Genie te Bayonne, de goedheid had mijne aandacht te vestigen. Uitgaande van de algemeene vergelyking eener vlakke kromme C_n , laat hij deze „par une dégénérescence continue et progressive“ in een stel van n rechte lijnen overgaan en komt hij door toepassing van het beginsel: „dans les questions où n'intervient ni directement ni indirectement la courbure des courbes et des surfaces algébriques, on

* Verzekelijk blyfsontrent „Synthetische Untersuchungen über Plücker'sche dritter Ordnung“ van Dr. RUDOLF STURM, blz. 224 en 225.

peut écarter la considération de cette courbure pour n'avoir à faire qu'au point, à la ligne droite et au plan", langs zeer eenvoudigen weg tot belangrijke resultaten. Het elastische van zijn beschouwing ligt hierin, dat hij door niet ieder snijpunt van twee der n -lijnen als een dubbelpunt te beschouwen in een in n -lijnen overgegangene C_n het beeld ziet eener kromme met een binnen de bekende grenzen nog geheel willekeurige klasse. Dit zal ik nader ontwikkelen, wanneer ik de beschouwing van DE JONQUIÈRES op krommen in de ruimte toepas.

4. Heb ik elders *) de stelling gereleveerd, dat een kromme C_n die d dubbelpunten moet hebben, waarvan de plaats niet is aangewezen, door $\frac{n(n+3)}{2} - d$ enkelvoudige voorwaarden bepaald is, hier wil ik de keerpunten in de beschouwing opnemen en opmerken, dat een kromme C_n , die op nog onbekende plaatsen d dubbelpunten en k keerpunten hebben moet, door $\frac{n(n+3)}{2} - d - 2k$ enkelvoudige voorwaarden is vastgesteld. Werkelijk is het duidelijk, dat het hebben van een keerpunt van onbekende ligging een enkelvoudige voorwaarde meer vertegenwoordigt dan het hebben van een dubbelpunt op onbekende plaats, namelijk de voorwaarde dat de beide raaklijnen samenvallen †).

Met het oog op deze stelling gericht bewijst men gemakkelijk, dat de samengestelde kromme C_{n+n_1} zich, wat het aantal der haar bepalende voorwaarden betreft, volkomen als een enkelvoudige kromme verhoudt. Dit bewijs is namelijk opgesloten in de identiteit

$$\left\{ \frac{n(n+3)}{2} - d - 2k \right\} + \left\{ \frac{n_1(n_1+3)}{2} - d_1 - 2k_1 \right\} \\ = \frac{(n+n_1)(n+n_1+3)}{2} - (d+d_1+n_1) - 2(k+k_1). \quad (5).$$

Ook hiervan heb ik vroeger reeds gebruik gemaakt §).

*) l. o. p., art. 22.

†) Vergelijk hieromtrent "Einleitung in eine geometrische Theorie der ebenen Curven" von CRAMONA-CURTZE, blz. 144, art. 101.

§) l. o. p., art. 23.

5. Een ruimtekromme R_v (van den v^{den} graad) is een kromme, die door ieder vlak in v punten wordt gesneden. Zooals bekend is *) , komen bij haar de volgende kenmerkende grootheden voor :

graad of orde (aantal snijpunten met een vlak)	v
klasse (aantal osculatievlakken door een punt)	μ
rang (graad van het oppervlak der raaklijnen)	ρ
aantal stationaire vlakken (vlakken door vier opvolgende punten)	α
aantal stationaire punten (punten in vier opvolgende osculatievlakken)	β
aantal der in een vlak gelegen "punten in twee lijnen" (snijpunten van twee niet opvolgende raaklijnen)	x
aantal der door een punt gaande "vlakken door twee lijnen" (vlakken waarin twee niet opvolgende raaklijnen liggen)	y
aantal der in een vlak gelegen "lijnen in twee vlakken" (lijnen waardoor twee niet opvolgende osculatievlakken gaan)	g
aantal der door een punt gaande "lijnen door twee punten" (lijnen waarop twee niet opvolgende punten liggen)	h

Als bijzonderheden van de eenvoudigste soort moeten hierbij dan nog vermelding vinden :

het aantal dubbelpunten	D
het aantal dubbelvlakken (vlakken die de kromme in twee punten osculeeren)	Δ
het aantal stationaire lijnen (lijnen waarop drie opvolgende punten der kromme liggen)	O
het aantal dubbelraaklijnen (lijnen die de kromme in twee punten aanraken)	T

De toepassing van de PLUCKER'sche formules op een willekeurige vlakke doorsnee van het ontwikkelbaar oppervlak, dat R_v tot keerlign heeft, levert de vergelijkingen

*) Vergelijk HERRMANN'S "Analytische Geometrie des Raumes" van SALMON-VERDEEN, deel II, 2de uitgave, blz. 69—86. In de afdeling VAN STURM EN CREMONA heb ik graad, klasse en rang door v , μ , ρ voor.

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \varrho(\varrho - 1) - 2(x + T) - 3(\nu + \theta) \\ \alpha &= (\nu + \theta) + 3(\mu - \varrho) \\ (\Delta + g) &= \frac{1}{2}(\mu - \varrho)(\mu + \varrho - 9) + (x + T) \end{aligned} \right\} \dots (6).$$

Eveneens levert de toepassing dier formules op een willekeurige vlakke doorsnee van den kegel, die R_2 uit een willekeurig punt der ruimte projecteert, de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \varrho(\varrho - 1) - 2(y + T) - 3(\mu + \theta) \\ \beta &= (\mu + \theta) + 3(\nu - \varrho) \\ (D + h) &= \frac{1}{2}(\nu - \varrho)(\nu + \varrho - 9) + (y + T) \end{aligned} \right\} \dots (7).$$

Met behulp van deze zes vergelijkingen (6) en (7), die het eerst door CAYLEY gegeven zijn, kan men, zoo van de dertien in beschouwing genomen grootheden er zeven gegeven zijn, de overige zes bepalen. Wanneer de vier bijzonderheden, D , Δ , θ , T niet voorkomen, heeft men daartoe slechts drie der negen kenmerkende grootheden te kennen. En uit de rangschikking van de grootheden blijkt voldoende de bekende reciprociteit der beide reeksen van grootheden

$$\begin{aligned} \nu, \varrho, \mu, \alpha, \beta, x, y, g, h, D, \Delta, \theta, T, \\ \mu, \varrho, \nu, \beta, \alpha, y, x, h, g, \Delta, D, \theta, T, \end{aligned}$$

waarbij de grootheden ϱ , θ en T met zich zelf en m en n , α en β , x en y , g en h , en D en Δ met elkaar reciprook zijn.

Zoo als bekend is noemt men het aantal h der door een punt gaande *koorden* der kromme, ook wel het aantal harer *schijnbare dubbelpunten*, wijl deze lijnen voor een willekeurig punt als oogpunt de gezichtsstralen van twee punten der kromme voorstellen en de kromme zich zelve dus op deze lijnen schijnt te snijden. Evenzoo zou men g het aantal der *schijnbare dubbelvlakken* kunnen noemen.

Hierbij kan nu de vraag gesteld worden, of het niet eenvoudiger en daarom beter zou zijn beide soorten van dubbelpunten en dubbelvlakken, namelijk ware en schijnbare, onder den algemeenen naam van dubbelpunten en dubbelvlakken te vereenigen en het aantal dezer grootheden $h + D$ en $g + \Delta$ door H en G voor te stellen. De gevondene vergelijkingen maken

hietegen geen bezwaar; werkelijk heeft CREMONA ze in dezen vorm gegeven *). In naar den schijn te oordeelen mag men iedere willekeurige lijn door een dubbelpunt, wijl ze door twee takken van de kromme wordt ontmoet, dan ook als een koorde, mag men iedere willekeurige lijn in een dubbelvlak dan ook als een lijn in twee vlakken beschouwen.

Tegen het laatste zijn echter ernstige bedenkingen aan te voeren. Stelt men zich namelijk voor, dat de kromme die men beschouwt de doorsnee is van twee oppervlakken van den tweeden graad die elkaar in een punt P aanraken, dan zal de kromme, zoo als bekend is, in P een dubbelpunt hebben. Beschouwt men nu iedere lijn door P als een koorde van de kromme, dan zou men tot het besluit moeten komen, dat iedere lijn, die P met een ander punt der kromme verbindt, drie punten met de kromme gemeen heeft en zij dus een lijn is, die elk der beide oppervlakken van den tweeden graad, waarvan de kromme de doorsnee is, in drie punten snijdt; wat natuurlijk ongerijmd genoemd mag worden. En tot een diergelijke ongerijmdheid gemaakt men, wanneer men de kromme behandelt, die de keerlijn is van het ontwikkelbare oppervlak, dat twee elkaar in een punt aanrakende oppervlakken van den tweeden graad omhult.

Komt men dus tot het besluit, dat ieder dubbelpunt voor een willekeurige lijn er door getrokken één snijpunt van die lijn met de kromme, dat ieder dubbelvlak voor een willekeurige lijn er in getrokken één osculatievlak van de kromme door de lijn voorstelt, anders is het gesteld zoodra de lijn ligt in het vlak van de beide raaklijnen in het dubbelpunt of gaat door het snijpunt van de beide raaklijnen in het dubbelvlak; dan moet deze lijn in beide gevallen als raaklijn en dus in het eerste geval ook als koorde, in het tweede ook als „lijn in twee vlakken” worden aangemerkt †).

*). Vergelijk „Grundlege über allgemeinen Theorie der Oberflachen in synthetischer Behandlung” von CREMONA-CURTIS, blz. 9 en 11.

†) Hetwel SALMER-FIEGLER t. a. p. in art. 35 zeer juist de ware en ontwikkelbare dubbelpunten van elkaar schiedt; begint hij in art. 32 de lijn aan de doorsnee van twee oppervlakken van den tweeden graad, die elkander in een punt aanraken, een A ter waarde van drie toe te krommen. Vergelijk ook „Journal van Crelle,” Band 79, STURM, „Erreupoliat, Elementarsysteme und Charakteristiken von unebenen Raumcurven,” art. 6.

Later zal blijken, dat de grootheden h en g van oneindig veel meer gewicht zijn dan de grootheden D en Δ en het hierom alleen zelfs reeds noodzakelijk is, de bedoelde grootheden van elkaar gescheiden te houden.

6. De vraag of de vergelijkingen (6) en (7) ook gelden voor het geval, dat de ruimtekromme $R_{\nu+\nu_1}$ uit twee enkelvoudige ruimtekrommen R_ν en R_{ν_1} is samengesteld moet nu beantwoord worden. En wel in bevestigenden zin. Want snijdt men het ontwikkelbaar oppervlak, waarvan $R_{\nu+\nu_1}$ de keerlijn is — dat nu bestaat uit de beide ontwikkelbare oppervlakken, die de samenstellende krommen van $R_{\nu+\nu_1}$ tot keerlijnen hebben — door een willekeurig vlak, dan komt men langs den weg van art. 2 tot de vergelijkingen (6). En snijdt men den kegel, die $R_{\nu+\nu_1}$ uit een willekenrig punt der ruimte projecteert — welke kegel bestaat uit de twee kegels die de samenstellende krommen van $R_{\nu+\nu_1}$ uit dit punt projecteeren — door een willekenrig vlak, dan komt men langs denzelfden weg tot de vergelijkingen (7).

7. Het bezwaar, dat in art. (3) vermeld is, komt ook bij ruimtekrommen voor; de formules (6) en (7) worden ten deele illusoir, wanneer de kromme R_ν een rechte lijn is. Met het oog op de in art. (5) genoemde reciprociteit wordt de algemeene geldigheid der formules PLÜCKER-CAYLEY behouden door het aannemen van verschillende waarden voor de kenmerkende grootheden, naarmate men de lijn beschouwt als de verzameling van al haar punten, of als de lijn gemeenschappelijk aan al de door haar gaande vlakken, of men de lijn dus beschouwt als de drager van een puntreeks of van een vlakkenbundel. In het eerste geval geeft de projecteerende kegel — hier een plat vlak —

$$\nu = 1, \quad \rho = 0, \quad h = 0, \quad g + T = 4, \quad \beta = 0 \text{ en } \mu = -3,$$

waaruit in verband met de formules (6) en (7) volgt:

$$\alpha = -8, \quad x + T = 0, \quad g + \Delta = 18, \quad D = 0, \quad \theta = 0.$$

In het tweede geval geeft de doorsnee met het ontwikkelbare oppervlak — hier een stralenbundel in het platte vlak —

$$\mu = 1, \quad \rho = 0, \quad g = 0, \quad x + T = 4, \quad \alpha = 0 \text{ en } \nu = -3,$$

waaruit de formules (6) en (7) weer doen voortvloeien:

$$\beta = -8, \quad y + T = 0, \quad h + D = 18, \quad \Delta = 0, \quad \theta = 0.$$

8. Niet iedere ruimtekromme is zoo als men weet de volledige doorsnee van twee oppervlakken; de ruimtekromme R_3 , waarin twee oppervlakken F_3 , die reeds een lijn gemeen hebben, elkaar snijden, is hiervan het eenvoudigste bewijs. Want daar het getal drie alleen de factoren een en drie toelaat, is de eenige kromme R_3 , die de volledige doorsnee is van twee oppervlakken, een vlakke kromme.

Daarentegen is iedere kromme R_v zeker te beschouwen als een aanvullingsdoorsnee. Projecteert men haar namelijk uit twee harer punten, dan zullen de beide projecteerende kegels, die van den $v-1$ sten graad zullen zijn, elkaar volgens een kromme R_{v-1} snijden, waarvan R_v een deel is. Iedere R_v is dus steeds de aanvullingsdoorsnee van een R_{v-3v+1} .

9. In de theorie der ruimtekrommen is de vraag naar het oppervlak van den laagsten graad, dat gebracht kan worden door een kromme R_v , waarvan men niets weet, dan dat zij van den v den graad is, van veel gewicht. Wijl een oppervlak F_n door $\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} - 1$ of $\frac{n(n^2+6n+11)}{6}$ punten bepaald wordt*), kan men, zoodra

$$\frac{n(n^2+6n+11)}{6} \geq vn + 1 \dots \dots (8)$$

is, $vn + 1$ bepallende punten van F_n op R_v aannemen, in welk geval F_n de kromme R_v bevatten moet, wijl een niet op F_n gelegene kromme R_v het oppervlak slechts in vn punten snijden kan. De kleinste waarde van n , die aan (8) voldoet, geeft dus den graad van het verlangde oppervlak aan; deze waarde zal ik door n voorstellen.

In het algemeen is men er echter niet zeker van, dat door

*) Vergelijk omtrent de afleiding van dit getal langs analytischen weg SALMON-FIEDLER, Geometrie der Raumkurven II, blz. 1 en langs synthetischen weg DE JONQUIÈRES t. a. p. art. 33 en CREMONA "Oberflächen," blz. 18, noot 3.

de kromme R_v een enkelvoudig oppervlak $F_{\bar{n}}$ te brengen is. Volgens het bovenstaande gaat door iedere kromme R_{16} een oppervlak F_7 , wijl het aantal punten dat zulk een oppervlak bepaalt 119 en dus grooter dan $7 \times 16 + 1$ of 113 is. Toch gaat er door de kromme R_{16} , indien zij de volledige doorsnee is van twee oppervlakken F'_2 en F'_3 , geen enkelvoudig oppervlak F'_7 ; eenvoudig omdat de bedoelde kromme dan gelegen zou moeten zijn op de twee oppervlakken F'_2 en F'_7 en dus hoogstens van den veertienden graad zou kunnen wezen.

Natuurlijk behoeft dit geval, dat zich klaarblijkelijk alleen dan kan voordoen, wanneer er toevalligerwijs door R_v een oppervlak van lageren dan den \bar{n}^{den} graad gebracht kan worden, niet als een uitzondering op den boven verklaarden regel te worden aangemerkt. Ieder willekeurig oppervlak F'_5 vormt namelijk met het oppervlak F'_2 , waarop R_{16} ligt, een oppervlak F'_7 dat R_{16} bevat.

Wordt het geval, dat door R_v een oppervlak van lageren dan den \bar{n}^{den} graad te brengen is, voorloopig uitgesloten, dan zal men, wanneer \bar{n} weer de kleinste waarde van n aangeeft, die voldoet aan de betrekking

$$\frac{n(n^2 + 6n + 11)}{6} \geq \nu n + 2 \dots \dots \dots (9)$$

een verzameling van oppervlakken $F_{\bar{n}}^{\bar{n}}$ door R_v kunnen brengen, waarvan de graad van oneindigheid — d. i. het aantal willekeurige punten, dat men nog ter bepaling van een zijner oppervlakken aannemen kan — door $\frac{\bar{n}(\bar{n}^2 + 6\bar{n} + 11)}{6}$ — $\nu \bar{n} - 1$ wordt aange-

geven, en deze kromme dus zeker kunnen beschouwen als de aanvullingsdoorsnee van twee oppervlakken $F_{\bar{n}}^{\bar{n}}$ die buiten R_v om een kromme $R_{\bar{n}^2 - \nu}$ gemeen hebben. Alleen onder genoemde beperking volgt dan uit het nu behandelde, dat iedere kromme R_3 de aanvullingsdoorsnee is van twee oppervlakken F_2 , die een rechte lijn, iedere kromme R_6 de aanvullingsdoorsnee is van twee oppervlakken R_3 die een kromme R_3 gemeen hebben; terwijl het aan den anderen kant van een R_4 nog niet zeker is of er meer dan een F_2 , van een R_6 of er meer dan een F_3 door gebracht kan worden.

Is nu — en hiërme stel ik de zaak zoo algemeen mogelijk voor — de kromme R_v de volledige doorsnee van twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} (waarbij $n_1 > n_2$ is), dan is door deze kromme op F_{n_2} n \bar{a} geen enkelvoudig oppervlak van lageren dan den n_1^{ste} graad te brengen. En uit de theorie der oppervlakkenbundels volgt dan, dat er een oneindig aantal enkelvoudige oppervlakken F_{n_1} door gaan, waarvan de vorm door $F_{n_1} - \varphi(x, y, z) F_{n_2} = 0$ — waarin φ een vorm van den $n_1 - n_2^{\text{den}}$ graad is — is voorgesteld. Is daarentegen van de kromme R_v alleen bekend, dat zij op een oppervlak F_n (waarbij $n < \bar{n}$ is) ligt en weet men dus niet of zij volledige doorsnee dan wel aanvullingsdoorsnee is, zoo is uit de vergelijkingen (8) en (9) niets af te leiden. Alleen weet men dat er een oneindig aantal oppervlakken F_{v-1} (de kegels, die R_v met elk harer punten projecteeren) door R_v gebracht kan worden en evenveel oppervlakken F_{v-2} als R_v dubbelpunten en stationaire punten heeft. Bij het wegnemen van de boven aangebrachte beperking blijft het dus niet zeker, dat iedere ruimtekromme R_v de aanvullingsdoorsnee is van twee oppervlakken F_3 , terwijl men bij de ruimtekromme R_3 deze beperking niet behoeft weg te nemen, wijl een ruimtekromme R_3 niet in een vlak liggen kan.

Ook wanneer de ruimtekromme R_v samengesteld is, verliezen de vergelijkingen (8) en (9) haar kracht; wijl men uit het feit, dat het aantal snijpunten van R_v en F_n grooter is dan $v n$ in dit geval slechts afleiden kan, dat een der enkelvoudige deelen van R_v geheel op F_n moet liggen.

10. Is men bij een kromme R_v gelegen op een oppervlak F_n (waarbij $n < \bar{n}$ is) in het algemeen niet in staat den graad te bepalen van het enkelvoudige oppervlak van den naast hoogeren graad dat R_v bevat, bij de krommen die gelegen zijn op een oppervlak F_n is dit in het algemeen wel het geval. Het bewijs van deze stelling moet, wijl ze geheel nieuw is, ten voeten uit gegeven worden. Daartoe moet ik vooraf enkele uitkomsten in herinnering brengen, die CHASLES *) met betrekking

*) „Comptes rendus”, deel 53, biz 905. „Théorie analytique des courbes à double courbure de tous les ordres tracées sur l'hyperboloïde à une nappe.”

tot deze krommen gevonden en zonder bewijs meegedeeld heeft.

Stellen de vergelijkingen :

$$P = 0, \quad Q = 0, \quad R = 0, \quad S = 0$$

vier platte vlakken voor, dan zal het oppervlak, waarvan $PS - QR = 0$ de vergelijking is, een regelrecht oppervlak van den tweeden graad zijn, waarvan de beschrijvende lijnen van verschillend stel worden aangegeven door de twee paren van vergelijkingen :

$$\left. \begin{array}{l} P + x Q = 0 \\ R + x S = 0 \end{array} \right\} \dots (I) \quad \left. \begin{array}{l} P + y R = 0 \\ Q + y S = 0 \end{array} \right\} \dots (II)$$

Van deze zal ik de lijnen van het stel (I) korthedshalve „beschrijvende lijnen”, die van het stel (II) „richtlijnen” noemen. Verbindt men nu de veranderlijken x en y door een betrekking :

$$f(x_q, y_p) = 0 \dots \dots \dots (10),$$

waarin de hoogste macht van x door q , die van y door p wordt aangeduid, dan doet men, wijl met ieder stel waarden van x en y een punt op de hyperboloïde — namelijk het snijpunt van de beschrijvende lijn x met de richtlijn y — overeenstemt, een kromme op het oppervlak F_2 ontstaan, die door iedere beschrijvende lijn in p , door iedere richtlijn in q punten gesneden wordt. Wijl ieder rakend vlak aan F_2 dit oppervlak volgens een beschrijvende lijn en een richtlijn snijdt is de kromme (10) van den $p + q^{\text{den}}$ graad. Zij wordt door CHASLES door het symbool $M(x^p, y^q)$ voorgesteld en komt punt voor punt overeen met de vlakke kromme, die men verkrijgt, wanneer men x en y uit (10) als de coördinaten van een punt in het platte vlak beschouwt. Deze vlakke kromme komt dus *) in geslacht met de ruimtekromme overeen, zij behoeft dit echter niet in graad te doen, enz †).

*) Vergelijk CREMONA „Oberflächen” blz. 55.

†) In de aangegevene verhandeling maakt CHASLES gebruik van een coördinaatstelsel op de hyperboloïde, dat reeds in 1847 door PÜCKER („Journal van CRELLER”, Band 34, blz. 341—359) is aangewezen en waarvan CATLEY zich ook reeds had

De kromme $M(x^p y^q)$ is door $p q + p + q$ willekeurig op F_2 aangenomen punten bepaald. Gemakkelijk leidt men ook deze reeds door CHASLES meegedeelde stelling *) af uit het feit, dat het aantal coëfficiënten van (10) door $(p+1)(q+1)$ voorgesteld wordt. Wanneer van twee krommen $M(x^p y^q)$ aangezien is, dat ze beide de lijnen van een bepaald stel tot beschrijvende lijnen hebben — en wanneer p en q gelijk zijn ook zonder dit — vallen de krommen dus samen als ze $p q + p + q$ willekeurig op F_2 aangenomen punten gemeen hebben.

Liggen er nu — en hiermee kom ik op niet door CHASLES betreden terrein — van de $p^2 + 2p$ punten, die een kromme $M(x^p y^p)$ bepalen, $p^2 + p + q$ op een kromme $M(x^p y^q)$ waarbij $p > q$ is, dan bestaat $M(x^p y^q)$ uit de vereeniging van de kromme $M(x^p y^p)$ met de $p - q$ beschrijvende lijnen van F_2 , die men door de $p - q$ niet op $M(x^p y^q)$ gelegen bepalende punten brengen kan †). Want omdat deze lijnen te zamen op iedere richtlijn $p - q$ snijpunten geven, vormen zij met $M(x^p y^q)$ een kromme $M(x^p y^p)$, die door de gegeven $p^2 + 2p$ bepalende punten gaat en door deze punten gaat slechts één zulke kromme.

Met behulp van de laatste stelling toont men nu zonder moeite aan, dat door iedere kromme $M(x^p y^q)$ een enkelvoudig oppervlak F_p gaat als $p \geq q$ is. Uit het bovenstaande blijkt namelijk — in aanmerking genomen dat F_p en dus ook de doorsnee van F_2 en F_p zoowel door iedere beschrijvende lijn

houdt („Philosophical Magazine”, Juli 1861, deel 23 v. d. 2de Serie, blz. 35—38), zoo als dit nu ook schrijven van CATLEY door CHASLES zelf wordt erkend in het derde deel van zijn verhandeling „Comptes Rendus”, deel 33, blz. 1203 „Génération des courbes gauches de tous les ordres sur l'hyperboloïde au moyen de deux faisceaux de courbes d'ordre inférieur — Propriétés des faisceaux de courbes”. Daarbij zijn de stakken, die de twee door een punt m gaande beschrijvende lijnen van de twee door een vast punt gezamenlijk beschrijvende lijnen afsnijden de coördinaten van dit punt m . Van deze coördinaten onderscheiden zich de door mij gebruikte alleen door haar meer algemeene strekking.

*) „Comptes rendus”, deel 33, blz. 1076. „Propriétés générales des courbes tracées sur l'hyperboloïde” art. 17 (het tweede deel der verhandeling.)

†) Deze stelling is een bijzonder geval van een meer algemeen, die met betrekking tot de rechtekrommen $M(x^p y^q)$ dezelfde rol vervult als de bekende stelling van JACOBI met betrekking tot vlakke kromme lijnen. Vergelijk nu'trent deze stelling die door JACOBI is gegeven in het Journal van CRELLIE Band 13, blz. 292. „De relationibus, quae locum habent debent, etc.” o. n. CREMONA. „Riforma Curven” blz. 62.

als door iedere richtlijn in p punten gesneden wordt en zij dus een $M(x^p y^p)$ moet zijn — dat men het oppervlak F_p slechts te brengen heeft door $p^2 + p + q$ willekeurig op $M(x^p y^q)$ aangenomen punten om er zeker van te zijn, dat dit oppervlak de kromme geheel bevat. Wijl dit getal nu kleiner is dan het verschil van de beide getallen $\frac{p^3 + 6p^2 + 11p}{6}$ en $\frac{p^3 - p - 6}{6}$

die uitdrukken door hoeveel punten men een F_p en door hoeveel punten men een F_{p-2} brengen kan — dit verschil is namelijk $\left\{ \frac{(p+1)(p+2)(p+3)}{6} - 1 \right\} - \left\{ \frac{(p-1)p(p+1)}{6} - 1 \right\}$

of $(p+1)^2 -$ kan men door een aantal punten grooter dan $\frac{p^3 - p - 6}{6}$ (namelijk $\frac{p^3 + 6p^2 + 11p}{6}$ verminderd met $p^2 + p + q$)

en door de $p^2 + p + q$ willekeurig op $M(x^p y^q)$ aangenomen punten een oppervlak F_p bepalen, dat $M(x^p y^q)$ bevatten moet en niet kan bestaan uit de vereeniging van F_2 met een oppervlak van den $p-2^{\text{den}}$ graad, omdat door het aantal willekeurig buiten F_2 aangenomen punten geen F_{p-2} gebracht worden kan. En dat dit (voor $p > 1$) op F_2 na het oppervlak van den laagsten graad is dat door de kromme gaat, dit volgt hieruit, dat een oppervlak van lageren graad de beschrijvende lijnen van F_2 in minder dan p punten snijdt. Zoo is dus bewezen de waarheid van de stelling:

„Door een kromme $M(x^p y^q)$ gaat steeds een enkelvoudig oppervlak F_p als $p \geq q$ is. Met $p-q$ beschrijvende lijnen van F_2 is zulk een kromme dan steeds de volledige doorsnee van een oppervlak F_p met F_2 .”

Bij deze stelling is het besproken oppervlak F_2 natuurlijk een regelrecht oppervlak. Evenwel kost het weinig moeite haar nit te breiden, zoodat zij ook geldt voor het geval, dat F_2 geen bestaansbare rechte lijnen bevat. Dartoehoeft men slechts aan te nemen, dat P en S , Q en R twee paar toegevoegd onbestaansbare vlakken voorstellen. Hierbij verliest echter het symbool $M(x^p y^q)$ zijn bestaansbare beteekenis. Daarom zal ik deze uitbreiding eerst vermelden, nadat verdere ontwikkelingen het middel aan de hand gedaan hebben het symbool

$M(\infty, y)$ door een ander te vervangen, dat in dit geval zijn bestaanbare bestekken behoudt.

11. Is nu iedere algebraische ruimtekromme te beschouwen als te behooren tot de doorsnee van twee oppervlakken, er bestaat toch een hemelsbreed verschil tusschen de kromme, die alleen in vereeniging met een andere de totale doorsnee vormt van twee oppervlakken en haar, die dit op zich zelve doet. Van de laatste zijn de kenmerkende getallen in functie van de graden der beide oppervlakken uitgedrukt en is het aantal bepaalde enkelvoudige voorwaarden bekend; van de eersten is dit in het algemeen nog niet geschied, eenvoudig wijl de kenmerkende grootheden behalve van de graden der beide oppervlakken nog van andere dingen afhangen. Want de aard van een kromme R_2 die ligt op twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} is eerst — zoo als later blijken zal — bepaald, wanneer men naast ν , n_1 en n_2 het aantal schijnbare dubbelpunten h kent, dat binnen zekere grenzen nog geheel willekeurig kan worden aangenomen.

Wanneer ik hier de omtrent volledige doorsneden gevondene uitkomsten in het kort vermeld, moet dit beschouwd worden, als de inleiding tot de aanwijzing van enkele analoge waarheden, die op aanvullingsdoorsneden betrekking hebben.

12. Als twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} in D_1 punten een enkelvoudige en in β_1 punten een stationaire aanraking hebben, dan is het ontsikkelbaar oppervlak gevormd door de raaklijnen aan de kromme van doorsnee van den $n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2) - 2 D_1 - 3 \beta_1$ de^o graad *). Stelt men alle bijzonderheden behalve de genoemden niet voorhanden, dan heeft men ter bepaling van de tien kenmerkende grootheden naast de zes vergelijkingen van PLÜCKER-CAYLEY derhalve

$$\begin{aligned} \nu &= n_1 n_2, \\ \beta &= \beta_1, \\ D &= D_1, \\ \varrho &= n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2) - 2 D_1 - 3 \beta_1; \end{aligned}$$

*) Vergelijk SALMON-DEHLER, "A. G. d. R." II, blz. 99 voor het analytische en CREMONA-FANTZ, "Oberflächen", blz. 99 voor het synthetische.

men is dus in staat de zes andere grootheden te bepalen en vindt o. a. alleen uit (7) voor het aantal schijnbare dubbelpunten

$$h = \frac{1}{2} n_1 n_2 (n_1 - 1) (n_2 - 1) * \dots \dots (11).$$

Dit getal wordt ook verkregen, wanneer men het oppervlak F_{n_1} door n_1 vlakken P , het oppervlak F_{n_2} door n_2 vlakken Q vervangt, in welk geval de kromme in $n_1 n_2$ rechte lijnen overgaat. Wijl men door een willekeurig punt alleen een op twee lijnen rustende lijn kan trekken, die als koorde moet worden aangemerkt, wanneer de beide lijnen elkaar kruisen, zooals in art. 5 gebleken is, en iedere lijn $P_1 Q_1$ van de anderen er $(n_1 - 1)(n_2 - 1)$ kruist, is het aantal der koorden weer $\frac{1}{2} n_1 n_2 (n_1 - 1)(n_2 - 1)$. Zoolang echter nog niet is aangewezen, dat dit aantal onafhankelijk is van het aantal dubbelpunten der kromme van doorsnee — en dit volgt eerst in art. 13 — mag deze afleiding niet als voor twee willekeurige oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} geldende worden aangemerkt.

Ontaardt de kromme R_v in twee anderen R_{v_1} en R_{v_2} , die elkaar in q punten snijden en waarvoor h de waarden h_1 en h_2 heeft, dan heeft men

$$\left. \begin{aligned} v_1 (n_1 - 1) (v_2 - 1) &= 2 h_1 + v_1 v_2 - q \\ v_2 (n_1 - 1) (n_2 - 1) &= 2 h_2 + v_1 v_2 - q \end{aligned} \right\} \dagger) \dots (12)$$

Uit deze formules blijkt, dat als dubbelpunten en andere bijzonderheden zich niet voordoen, de kenmerkende getallen van beide krommen bekend zijn, zoodra men naast v_1 , v_2 , n_1 en n_2 (waarbij $v_1 + v_2 = v_1 n_2$ is) ook het aantal snijpunten q dier beide samenstellende deelen kent en dat men van de grootheden h_1 , h_2 en q er dan slechts een behoeft te kennen om de anderen te kunnen vinden. Bovendien volgt uit de formules (12) door optelling

$$v (n_1 - 1) (n_2 - 1) = 2 (h_1 + h_2 + v_1 v_2 - q),$$

* In beide genoemde werken wordt deze uitkomst een paar bladzijden verder ook onafhankelijk van het voorgaande afgeleid.

†) Zie SALMON-FIEDLER, blz. 103, CREMONA-CURTIS, "Oberflächen," blz. 103.

waarin het beginsel besloten ligt, dat de grootheid h eener volledige doorsnee geen verandering ondergaat, wanneer zij in plaats van enkelvoudig te zijn uit twee krommen van lageren graad is samengesteld. Want is $\frac{1}{2} \nu (n_1 - 1)(n_2 - 1)$ het aantal door een punt gaande koorden der enkelvoudige volledige doorsnee, $h_1 + h_2 + \nu_1 \nu_2 - q$ is dit voor de beide samenstellende krommen samen als één kromme beschouwd.

13. Ik breek hier de opnoeming van de reeds bekende uitkomsten voorloopig af en treed naar aanleiding van het bovenbedoelde beginsel in bijzonderheden. Vooreerst om aan te wijzen, dat dit beginsel zich ook voor aanvullingsdoorsneden laat aantoonen, zoodra men eenmaal duidelijk heeft vastgesteld, wat men onder de samenstellende deelen eener aanvullingskromme te verstaan heeft. Is R_{ν_2} de aanvullingsdoorsnee van twee oppervlakken, F_{n_1} en F_{n_2} , die reeds een R_{ν_1} gemeen hebben (waarbij $\nu_1 + \nu_2 = n_1 n_2$ is), dan zal iedere kromme, die met R_{ν_1} de volledige doorsnee van een willekeurig paar oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} vormt, in den graad en het aantal der door een punt gaande koorden met R_{ν_2} overeenkomen. Ontaardt nu R_{ν_2} in twee of meer krommen, — wat bij een bizonderen stand der oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} gebeuren kan — dan zal ik deze krommen, de deelen der aanvullingskromme R_{ν_2} , eenvoudig een *ontaaarding* van R_{ν_2} noemen. Waaruit volgt, dat onder een ontaaarding van een aanvullingsdoorsnee een samenstel van krommen verstaan wordt, dat met een bepaalde kromme R_{ν_1} de volledige doorsnee vormt van twee oppervlakken van bepaalden graad.

Neem ik nu eerst aan, dat de kromme R_{ν_2} ontaardt in twee deelen R_{ν_3} en R_{ν_4} (waarbij $\nu_3 + \nu_4 = \nu_2$ is) en onderstel ik, dat deze deelen achtereenvolgens met R_{ν_1} en met elkaar q_3, q_4 en q_1 punten gemeen hebben, dan geeft een beschouwing geheel overeenkomstig aan die van SALMON-FIEDLER *) de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 (n_1 - 1)(n_2 - 1) &= 2h_1 + \nu_1 \nu_3 + \nu_1 \nu_4 - q_3 - q_4 \\ \nu_3 (n_1 - 1)(n_2 - 1) &= 2h_3 + \nu_1 \nu_3 + \nu_3 \nu_4 - q_3 - q_1 \\ \nu_4 (n_1 - 1)(n_2 - 1) &= 2h_4 + \nu_1 \nu_4 + \nu_3 \nu_4 - q_4 - q_1 \end{aligned} \right\} \cdot (13).$$

* / l. a. l., blz. 99.

Door optelling van de tweede en derde vindt men

$$\nu_2(n_1-1)(n_2-1) = 2(h_3 + h_4 + \nu_3\nu_4 - q_1) + \nu_1\nu_2 - q,$$

welke vergelijking in verband met de tweede van (12) de waarheid van het beweerde aantoot in den vorm

$$h_2 = h_3 + h_4 + \nu_3\nu_4 - q_1.$$

En is dit nu aangewezen voor het geval, dat de aanvullingsdoorsnee ontaardt in twee krommen, dan kan men — met betrekking tot een van deze als R_{ν_2} beschouwd het bewijs herhalende — tot het geval eener uit drie deelen bestaande ontaarding overgaan en langs dezen weg tot een uit een willekeurig aantal deelen samengestelde ontaarding opklimmen.

14. Het is bijna overbodig aan te geven, wat het overeenkomstig onderzoek omtrent ontwikkelbare oppervlakken leert. Gemakkelijk vindt men door reciproke omkeering van art. 8, dat ieder algebraïsch ontwikkelbaar oppervlak F_μ van de klasse μ (dat μ vlakken door een punt zendt) het aanvullende omhullingsoppervlak vormt van twee oppervlakken $F_{\mu-1}$ (van de klasse $\mu-1$, d. i. die $\mu-1$ raakvlakken door een lijn zenden), die buiten F_μ om reeds door een oppervlak van de klasse $\mu^2-3\mu+1$ worden onhuld. Ook is het duidelijk, wat men bij zulk een aanvullend omhullingsoppervlak onder een ontaarding te verstaan heeft; bij den overgang van F_μ in een zijner ontaardingen blijft dan het aantal g der schijnbare dubbelvlakken onveranderd.

15. Is het onbetwistbaar, dat bij het vergelijken van twee ruimtekrommen met elkaar aan geen grootheid zooveel gewicht gehecht moet worden als aan het geslacht *), bij de onderlinge vergelijking van krommen van denzelfden graad moet aan het aantal h der schijnbare dubbelpunten zeker een even groote beteekenis toegekend worden. Onder de kenmerkende grootheden is dit getal naast den graad der ruimtekromme namelijk het eenige, dat niet verandert, wanneer deze in een harer ontaardingen overgaat. En evenzoo is het bij de ontwikkelbare oppervlakken met het aantal g der schijnbare dubbelvlakken gesteld.

*) Vergelijk CREMONA-GURTIC, „Oberflächen“, blz. 56, art. 55.

Neemt men aan, dat van de in art. 5 genoemde bijzonderheden alleen de dubbelpunten voorhanden zijn, dan worden de kenmerkende getallen van elke ruimtekromme door vier van hen, bijv. ν , h , D en β bepaald. Een hoeveelheid, die met een, twee of meer volledige doorsneden samenhangt, is dus een functie van de verschillende grootheden ν , h , D en β dier krommen als onderling onafhankelijke veranderlijken. Doet zich hierbij nu het bijzondere geval voor, dat deze hoeveelheid niet verandert, wanneer men door vervanging van elk der volledige doorsneden door een harer ontaarding de grootheden D en β dier krommen een willekeurige wijziging doet ondergaan, dan moet de bedoelde hoeveelheid ook alleen van de grootheden ν en h dier volledige doorsneden afhangen en dus niet veranderen door welke harer ontaarding men elk dier krommen ook vervangt. Uit deze stelling, die klaarblijkelijk ook voor aanvullingsdoorsneden doorgaat en die eerst later (art. 23) wordt toegepast, zal het blijken, dat bovenstaande bewering omtrent het gewicht van de grootheid h (vergelijk ook art. 5 aan het slot) niet overdreven is.

16. Omtrent het aantal schijnbare dubbelpunten eener ruimtekromme heb ik thans eenige vragen te stellen. De eerste is deze: kan men uit de getallen ν en h van een ruimtekromme afleiden, of ze enkelvoudig is of samengesteld? Hierop geeft de beschouwing van het geslacht der kromme het antwoord. Projecteert men namelijk de ruimtekromme R , die gekenmerkt is door de getallen ν , h , D en β uit een willekeurig punt der ruimte op een willekeurig vlak, dan is de projectie een kromme C , die, wijl ze met R in geslacht overeenstemt*), $h + D + \beta$ dubbelpunten heeft. Is dit getal nu grooter dan $\frac{(\nu-1)(\nu-2)}{2}$, dan is de kromme C , en dus ook R , een samengestelde kromme †). Projecteert men aan den anderen kant een enkelvoudige

*) Vergelijk CREMONA-CANTER, „Oberflächen“, blz. 85.

†) *Verslengen en Mededeelingen*, t. a. p., art. 21. Dat de enkelvoudige kromme R , die de doornice is van twee oppervlakken van den tweeden graad, zich uit vier bepaalde punten als een dubbelkegelvlak projecteert, strijdt niet tegen het bewaarde.

kromme R_ν uit een harer niet bijzondere punten, dan zal de projectie $C_{\nu-1}$, wegens de overeenstemming in geslacht, een aantal dubbelpunten δ bezitten bepaald door de vergelijking

$$\frac{1}{2}(\nu-1)(\nu-2) - (h + D + \beta) = \frac{1}{2}(\nu-2)(\nu-3) - \delta,$$

waaruit volgt

$$\delta = h + D + \beta - \nu + 2 \dots \dots \dots (14).$$

Wijl nu δ niet kleiner zijn kan dan $D + \beta$, voert de onderstelling $h < \nu - 2$ tot een ongerijmdheid.

Als men zeker is van de aanwezigheid van een dubbelpunt of een stationair punt kan men de juist gevondene waarde voor de grens van kleinheid van de h eener enkelvoudige ruimtekromme nog wat verhoogen. Projecteert men de kromme dan uit dit dubbelpunt of stationaire punt, dan is de projectie een kromme $C_{\nu-2}$ met minstens $D + \beta - 1$ dubbelpunten. Daar nu het aantal dubbelpunten δ van $C_{\nu-2}$ bepaald wordt door de betrekking

$$\frac{1}{2}(\nu-1)(\nu-2) - (h + D + \beta) = \frac{1}{2}(\nu-3)(\nu-4) - \delta,$$

en hiernit weer is af te leiden, dat

$$\delta = h + D + \beta - 2\nu + 5$$

is, voert de onderstelling $h < 2\nu - 6$ *) — daar δ hier niet kleiner zijn kan dan $D + \beta - 1$ — tot een ongerijmdheid.

Is de kromme samengesteld uit twee anderen van de graden ν_1 en ν_2 , die q punten gemeen hebben en waarvoor h de waarden h_1 en h_2 heeft, dan is

$$h = h_1 + h_2 + \nu_1 \nu_2 - q;$$

waaruit, wijl $\nu_1 + \nu_2 = \nu$ en $\nu_1 \nu_2$ dus zoo klein mogelijk is als een der factoren één is, met zekerheid kan worden afgeleid

$$h + q \geq \nu - 1 \text{ en dus } h + D + \beta \geq \nu - 1,$$

welke vergelijking ook blijft bestaan als R_ν uit meer dan twee

*) Deze grens is eerst dan grooter dan de voorgaande als $\nu > 4$ is.

krommen bestaat. En daar h nul is bij een vlakke kromme en omgekeerd waar h nul is de kromme vlak moet zijn, vindt men het volgende schema, waarin s de som $D + \beta$ voorstelt.

Geval $s = 0$	Geval $s > 0$	Kromme
$h = 0$	$h = 0$	vlak
$0 < h < \nu - 2$	$0 < h < \nu - 2$	niet mogelijk
$h = \nu - 2$	enkelvoudig
.....	$\nu - 2 \leq h < 2\nu - 6$	samengesteld
$\nu - 1 \leq h \leq \frac{(\nu - 1)(\nu - 2)}{2}$	$2\nu + s - 6 \leq h + s \leq \frac{(\nu - 1)(\nu - 2)}{2}$	twijfelachtig
$\frac{(\nu - 1)(\nu - 2)}{2} < h$	$\frac{(\nu - 1)(\nu - 2)}{2} < h + s$	samengesteld.

17. Ter bepaling van het aantal der schijnbare dubbelpunten eener kromme $M(x^p y^q)$ kan men verschillende wegen inslaan. Rechtstreeks berekent men gemakkelijk het aantal koorden van $M(x^p y^q)$, die gaan door een willekeurig punt van F_2 buiten deze kromme. Door zulk een punt gaat een beschrijvende lijn die de kromme in p en een richtlijn die de kromme in q punten snijdt, terwijl geen andere lijn door dit punt twee punten met de kromme gemeen kan hebben, wijl ze dan F_2 in drie punten snijden zou. Nu telt de beschrijvende lijn met haar p snijpunten voor $\frac{p(p-1)}{2}$, de richtlijn met haar q snijpunten voor $\frac{q(q-1)}{2}$ koorden; hieruit volgt $h = \frac{p^2 + q^2 - (p + q)}{2}$ *).

Ook uit art. 10 en art. 13 is deze uitkomst af te leiden. Voor de kromme van doorsnee van F_2 en F_p is, volgens de formule (11) op blz. 266, $h = p(p-1)$. Bestaat deze nu uit een kromme $M(x^p y^q)$ en $p-q$ beschrijvende lijnen x van F_2 — die elkaar onderling niet en $M(x^p y^q)$ elk in p punten snijden — dan wordt de grootheid h van de kromme $M(x^p y^q)$ bepaald door de vergelijking

*) Vergelijk „Philosophical transactions“, Vol. 15^o, part. II, blz. 459, art. 20, CAYLEY „On skew surfaces, otherwise scrolls.“

$$p(p-1) = h + \frac{(p-q)(p-q-1)}{2} + q(p-q),$$

waaruit voor h dezelfde waarde gevonden wordt.

De volgende tabel geeft de waarde van h aan voor alle krommen $M(x^p y^q)$, waarvan $q \leq p \leq 10$ is. Ten einde de krommen van denzelfden graad (waarvoor $p + q$ dezelfde waarde heeft) beter onderling te kunnen vergelijken zijn de cijfers in de diagonalen om den andere dik en dun aangenomen.

		Waarde van p									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Waarde van q	1	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45
	2		2	4	7	11	16	22	29	37	46
	3			6	9	13	18	24	31	39	48
	4				12	16	21	27	34	42	51
	5					20	25	31	38	46	55
	6						30	36	43	51	60
	7							42	49	57	66
	8								56	64	73
	9									72	81
	10										90

18. Uit de beide betrekkingen

$$v = p + q, \quad h = \frac{p^2 + q^2 - (p + q)}{2},$$

die zich bij een kromme $M(x^p y^q)$ voordoen, volgt

$$p + q = v, \quad pq = \frac{v(v-1)}{2} - h;$$

uit deze nieuwe betrekkingen blijkt, dat men, wanneer v en h gegeven zijn, p en q vindt als de wortels van de vierkantsvergelijking

$$x^2 - vx + \frac{v(v-1)}{2} - h = 0 \dots \dots (15)$$

en wel p als den grooteren, q als den kleineren. Vereeniging van de voorwaarde, die uitdrukt dat deze wortels bestaanbaar zijn, met die, welke uitdrukt dat de kleinste minstens de eenheid is, bepaalt de grenzen van h ; men vindt namelijk

$$\frac{v(v-2)}{4} \leq h \leq \frac{(v-1)(v-2)}{2}. \quad *)$$

Bij de enkelvoudige krommen $M(x^p y^q)$ treedt dus $\frac{v(v-2)}{4}$ in de plaats van de grens van kleinheid, die voor h gevonden is. Wijl $p + q = v$ is, leidt men uit de vergelijking

$$h = \frac{v(v-1)}{2} - pq$$

af, dat h bij een kromme $M(x^p y^q)$ van gegeven graad het kleinst wordt, wanneer p en q zoo weinig mogelijk, dat h daarentegen het grootst wordt, wanneer p en q zoo veel mogelijk verschillen; dit voert tot dezelfde uitkomst.

Als men met het oog op de onbestaanbaarheid, die zich meedeelt aan de beteekenis van het symbool $M(x^p y^q)$, wanneer het oppervlak F_2 , waarop de kromme ligt, geen rechte lijnen bevat, dit symbool door het nieuwe $M(v, h)$ vervangen wil, dan moet men bedenken, dat men aan h binnen de gevonden grenzen niet alle mogelijke geheele waarden toekennen kan. Veeleer moet h zoodanig worden gekozen, dat $4h - v(v-2) = (p-q)^2$ het vierkant is van een getal, dat tegelijkertijd met v even of oneven is. Onder deze voorwaarde kan men de stelling van art. 10 in den volgenden vorm uitspreken, die van de bestaan- of onbestaanbaarheid der rechte lijnen op F_2 onafhankelijk is:

Een kromme $M(v, h)$, die gelegen is op een oppervlak F_2 , ligt altijd op een enkelvoudig oppervlak, waar-

*) De krommen $M(x^p y^q)$ zijn noodzakelijk van het geslacht nul, wijl ze punt voor punt met elke beschrijvende lijn van F_2 overeenstemmen. Want de richtlijnen geven op $M(x^p y^q)$ en die beschrijvende lijn projectieve puntrekken aan.

van de graad de grootste der beide wortels is van de vierkantsvergelijking $x^2 - \nu n + \frac{\nu(\nu - 1)}{2} - h = 0$.

19. Een tweede vraag, die ik wilde beantwoorden, betreft de verdeeling der ruimtekrommen. Zoo als bekend is, is door CLEBSCH de verdeeling naar het geslacht op den voorgrond gesteld en hiermee voor de ontwikkeling van de theorie der algebraïsche krommen een nieuw tijdperk geopend. Vooral bij krommen met een geslacht nul is van de onderlinge verwantschap op voordeelige wijs gebruik gemaakt; later kom ik daarop terug. Nu wil ik alleen maar in herinnering brengen, dat CREMONA het geslacht eener kromme een maat noemt van de moeielijkheden, die men bij het bestudeeren er van ontmoet. Zelfs bij vlakke krommen worden dan ook slechts hoogstens de krommen met een geslacht twee behandeld *).

Waar ik echter hier schrijven wil over de verdeeling der ruimtekrommen, daar heb ik meer het oog op de rangschikking, waarbij naast iedere enkelvoudige kromme al hare ont-aardingen worden gesteld. En dan is het hierbij maar de vraag of twee ruimtekrommen, waarvoor de beide groottheden ν en h dezelfde waarde verkrijgen, steeds gerekend kunnen worden tot een zelfde soort te behooren; is dit namelijk het geval, dan kan de groottheid h als de grondslag beschouwd worden van de verdeeling der krommen R_ν van denzelfden graad in verschillende soorten. Hoewel nu de krommen R_4 en R_5 reeds sedert geruimen tijd in soorten verdeeld zijn, zal ik deze verdeling hier met behulp van de stelling uit art. 10 afleiden, om te laten zien met welke geringe moeite men met behulp van deze stelling daarin slaagt; om daarna uit de uitkomsten een besluit te trekken en dit door een meer algemeen geval nader te bevestigen. Wijl er slechts eene soort van krommen R_3 bestaat, ga ik deze met stilzwijgen voorbij.

Een enkelvoudige ruimtekromme R_4 — en de vlakke krommen sluit ik nit — ligt steeds op een F_3 . Er zijn dus twee

*; Vergelyk CLEBSCH-LINDEMANN „Vorlesungen über Geometrie.“ I.

soorten van krommen R_4 , de krommen $M(x^2 y^2)$ en $M(x^3 y^1)$; voor de eerste is $h = 2$, voor de tweede $h = 3$; de eerste is bepaald door drie, de tweede door zeven punten op F_2 *); de eerste is de volledige doorsnee van twee oppervlakken F_2 †), de tweede de aanvullingsdoorsnee van F_2 met een F_3 , dat door twee beschrijvende lijnen van F_2 gebracht wordt.

Neemt men de samengestelde krommen in de beschouwing op, dan moet men vooreerst de kromme $M(x^4 y^0)$ nog vermelden; deze bestaat uit vier elkaar kruisende lijnen; voor haar is $h = 6$ en het aantal bepalende punten op F_2 vier. Verder moet men dan nog spreken van de kromme R_4 , waarvoor $h = 5$ is en die o. a. vertegenwoordigd wordt door een kegelsnee en twee elkaar en deze kromme niet snijdende lijnen. Deze laatste kromme ligt niet op een F_2 . Evenmin — in eigenlijken zin — de kromme, die uit twee elkaar niet snijdende kegelsneden bestaat, waarvoor $h = 4$ is.

Bij de ruimtekrommen R_5 komen vooreerst twee gevallen voor, naarmate de kromme al of niet op een F_2 ligt; in het eerste geval heeft men met een $M(x^3 y^2)$ of met een $M(x^4 y^1)$ te doen; voor de eerste dezer beide krommen is $h = 4$, voor de tweede is $h = 6$; de eerste is bepaald door elf punten op F_2 , de tweede door negen; de eerste is de doorsnee van F_2 met een F_3 dat een, de tweede is de doorsnee van F_2 met een F_4 , dat drie beschrijvende lijnen met F_2 gemeen heeft. In het tweede geval, dat er door R_5 geen F_2 te brengen is, moet R_5 de aanvullingsdoorsnee zijn van twee oppervlakken F_3 , die reeds een R_4 gemeen hebben. Wyl de grootheid h van deze R_4 de waarde 2, 3, 4, 5 of 6 heeft, zou de h van zulk een R_5 volgens de vergelijking

$$(v_1 - v_2) (n_1 - 1) (n_2 - 1) = 2(h_1 - h_2) \dots (16),$$

*) Dit is niet in strijd met de uitkomst van CAHEY, dat men zulk een kromme door twee willekeurige punten brengen kan en wel zoo als BALMON (t. a. p. art. 91) bewijst ten getele van vier. Hierbij is eenvoudig het oppervlak F_2 , waarop de kromme liggen moet, nog niet bepaald.

†) Dat de kromme, die verkregen wordt als aanvullingsdoorsnee van een F_4 met een F_2 die een vlakke kromme gemeen hebben, de volledige doorsnee is van twee F_3 's, volgt in verband met de stelling van art. 10 eenvoudig hieruit, dat ze een $M(x^2 y^2)$ is. Een kort analytisch bewijs hiervan geeft BALMON (t. a. p. blz. 107), een minder eenvoudig synthetisch bewijs geeft STURM („Synthetische Untersuchungen“, blz. 66 onderaan).

die men verkrijgt door de beide vergelijkingen (12) van elkaar af te trekken, de waarde 4, 5, 6, 7 of 8 kunnen hebben, wanneer de beide laatste waarden volgens het schema van art. 16 niet onmogelijk waren bij een enkelvoudige kromme. Door de op twee oppervlakken F_3 liggende krommen R_5 , waarvoor $h = 5$ en $h = 6$ is, kan geen F_2 gaan; want terwijl $h = 5$ niet voorkomt bij de op een F_2 gelegen krommen R_5 , zou het liggen van de kromme, waarvoor $h = 6$ is, op een F_2 vereischen dat deze een $M(x^4 y^2)$ is en bij de doorsnee van twee oppervlakken F_3 kunnen geen vier punten op een rechte lijn liggen. Dat echter door de kromme R_5 , waarvoor $h = 4$ is, wel een oppervlak F_2 gaat, kan ik bij de volgorde, die ik mij voorstel te nemen, eerst later op een eenvoudige wijze aantonen (vergelijk art. 25); daarom verwijs ik thans naar een uitstekend bewijs van STURM *). Zoo kom ik dus tot het volgende

Overzicht van de ruimtekrommen R_5 .

Aanwijzing der soort.		Waarde van		
Volgens CAYLEY †).	Volgens CHASLES.	h	n_2	n_1
$2 \times 3 - 1$	$M(x^3 y^2)$	4	2	3
$2 \times 4 - 1 - 1 - 1$	$M(x^4 y^1)$	6	2	4
$3 \times 3 - (6 - 2)$	5	3	3
$3 \times 3 - (3 + 1)$	6	3	3

De hoofduitkomst van dit onderzoek is de bekende waarheid, dat er twee krommen R_5 bestaan, waarvoor $h = 6$ is en waarvan de eene wel, de andere niet op een F_2 ligt. Hieruit blijkt namelijk, dat de grootheid h op zich zelf beschouwd niet de grondslag van de verlangde verdeling der ruimtekrommen kan uitmaken; zij kan dit alleen in vereeniging met de graden n_1 en n_2 van de beide oppervlakken van den laagsten graad, die door de kromme gaan.

*) „Synthetische Untersuchungen“ blz. 206 in het midden.

†) Vergelijk „Comptes rendus“, deel 58 blz. 55 volg. en blz. 994 volg. De aanduiding door cijfers heb ik wat gewijzigd, die door namen weggehaald.

Zelfs bij een aanvullingsdoorsnede en een volledige doorsnede kan het gebeuren, dat de grootheden ν en h gelijk zijn. Als voorbeeld haal ik de basiskromme R_n aan van een oppervlakkenbundel van den n^{den} graad en de kromme $M(x^{n^2} - y^n)$, die beide van den n^{den} graad zijn en een h hebben, die door den vorm $\frac{1}{2} n^2 (n - 1)^2$ wordt voorgesteld.

20. Uit het onderzoek van de krommen R_5 blijkt tevens, dat niet alle enkelvoudige krommen, die volgens het schema van art. 16 kunnen voorkomen, bestaan. Want dit schema laat een enkelvoudige kromme R_5 toe, waarvoor $n = 3$ is, terwijl de h van een enkelvoudige R_5 volgens onze uitkomst de waarde 4, 5 of 6 moet hebben.

Later zal van uit een geheel anderen hoek voor h de nieuwe grens van kleinheid $\frac{\nu(\nu-1)}{6}$ verschijnen (art. 25, blz. 288); op

de vraag, of al de volgens het verbeterde schema mogelijke krommen bestaan, kan ik echter geen antwoord geven (vergelijk art. 21).

21. Wanneer iemand in vol vertrouwen op de woorden van den grooten SALMON „In de opsomming van de verschillende krommen van hooger en lageren graad is geen bezwaar gelegen” *) , zich voorneemt tot verdere oefening de krommen van lageren dan bijv. den tienden graad te rangschikken, dan zal hij ontdekken, dat de aangehaalde woorden alles behalve waarheid bevatten. Waarschijnlijk zal zijn lust echter reeds grootendeels bekoeld zijn, wanneer hij leest wat SALMON er onmiddellijk op laat volgen: „en met betrekking tot krommen van den vijfden graad is zij voltoerd.” Werkelijk zijn de krommen van den zesden graad naar ik ineen nog niet gerangschikt. Wel heeft CHARLES †) alle ontwikkelbare oppervlakken van minder dan den zevenden graad onderzocht en SCHWARZ §) door verband te brengen tusschen de reciproke begrippen „unicursale kromme” en „planair ontwikkelbaar oppervlak” van alle ontwikkelbare oppervlakken van lageren dan den achtsten graad

*) v. a. p. blz. 111, art. 93.

†) „Comptes rendus”, deel 54, blz. 715.

§) „Journal von CRELLE”, Band 64. — De aangeriefene in „planum explicabilibus primorum septem ordinum.”

aangetoond, dat ze planair zijn; maar al deze oppervlakken zenden een geringer aantal osculatievlakken dan zeven door een punt en komen dus reciprook overeen met krommen hoogstens van den zesden graad, zonder daarom alle soorten van deze krommen te omvatten.

Naar het standpunt, waaruit ik de theorie der ruimtekrommen beschouwd heb, kan men alleen met zekerheid beweren, dat er minstens zeven en hoogstens vijftien verschillende soorten van enkelvoudige ruimtekrommen R_6 zijn. Op een oppervlak F_2 liggen er zeker drie, de krommen $M(x^3 y^3)$, $M(x^4 y^2)$ en $M(x^5 y^1)$; voor de eerste is $h = 6$, voor de tweede $h = 7$, voor de derde $h = 10$; de eerste is bepaald door 15, de tweede door 14, de derde door 11 punten op F_2 ; de eerste is een volledige doorsnee, de tweede vult twee, de derde vier beschrijvende lijnen van F_2 tot een volledige doorsnee aan. Verder geeft de doorsnee van twee F_3 's drie verschillende soorten, waarvan h achtereenvolgens 7, 8 en 9 is; want de kromme R_6 op twee F_3 's, waarvoor $h = 6$ is, ligt steeds op een F_2 en is dus reeds opgenoemd*), terwijl de drie anderen dit niet doen. Eindelijk levert de doorsnee van een F_3 met een F_4 nog een kromme R_6 op, waarvoor h de waarde tien heeft, die zeker van de boven gevondene op F_2 verschilt, wijl deze geen lijnen toelaat, die de kromme in vijf punten snijden †); deze kromme vormt met de zes genoemden de zeven soorten, waarvan het bestaan boven allen twijfel verheven is. Van de andere acht soorten, die er nog kunnen zijn, moeten er vier deel uitmaken van de doorsnee van de oppervlakken F_3 en F_4 (met $h = 6, 7, 8$ of 9) en vier van de doorsnee van de oppervlakken F_3 en F_5 (met $h = 7, 8, 9$ of 10). Want, terwijl het in art. 20 bedoelde nieuwe kenmerk geen enkelvoudige krommen R_6 toelaat, waarvoor $h = 4$ of 5 is — wat anders volgens het schema van art. 16 nog mogelijk zou zijn —, zal later tevens blijken, dat door iedere kromme R_6 , waarvoor $h = 6$ is, die gevonden is als deel van de doorsnee van F_3 met een F_5 , ook een F_4 gaat. (art. 25).

*) „Synthetische Untersuchungen,” blz. 197.

†) Vergelijk CREMONA, „Oberflächen”, blz. 193 bovenaan.

Hierdoor verkrijg ik dus het volgende

Oerzicht van de zeker bestaande ruimtekrommen R_6 .

Aanduiding in navolging van CAYLEY	h
2×3	6
$2 \times 4 - 1 - 1$	7
$2 \times 5 - 1 - 1 - 1 - 1$	10
$3 \times 3 - 3$	7
$3 \times 3 - 2 - 1$	8
$3 \times 3 - 1 - 1 - 1$	9
$3 \times 4 - 3 - 1 - 1 - 1$	10

Aan het eind hiervan verzoek ik de wiskundigen, die mijn opstel mochten lezen, mij er mededeeling van te doen, wanneer het hun mocht blijken, dat ik uit gebrek aan literatuur gedwaald heb in het nog problematisch verklaren van het bestaan der acht nieuwe soorten R_6 , waarvan er vier door het symbool $\frac{3 \times 4}{2}$ en vier door het symbool $3 \times 5 - 9$ kunnen worden voorgesteld (vergelijk de noot in art. 31).

22. Thans wensch ik nog twee punten te behandelen, vooreerst de scheeve oppervlakken, die met de ruimtekrommen samenhangen, en ten tweede het aantal enkelvoudige voorwaarden, waardoor een ruimtekromme wordt bepaald.

In het reeds meermalen aangehaalde standaardwerk van SALMON-FIEDLER *), dient het onderzoek van het scheeve oppervlak, dat voortgebracht wordt door de beweging van een rechte lijn, die op drie willekeurige ruimtekrommen rust, tot toepassing van de algemeene theorie der regelvlakken. In deze toepassing geeft de schrijver een korte uiteenzetting van een reeks van nieuwe resultaten door CAYLEY †) gevonden. De belangrijke

*) t. a. p. deel II, blz. 259—266.

†) „Philosophical Transactions”, Vol. 153. II, pag. 445. „On skew surfaces, otherwise scrolls.”

uitkomsten, die CAYLEY in de geeiteerde verhandeling heeft neergelegd en die hij voornamelijk door ontwikkeling van functionaalvergelijkingen heeft verkregen, wensch ik langs eenvoudigeren en meer overzichtelijken weg af te leiden, te verbeteren en uit te breiden. Daartoe maak ik in hoofdzaak gebruik van de vervanging eener willekeurige ruimtekromme R_ν door een samenstel van ν rechte lijnen, dat, wat de grootheid h aangaat, met R_ν overeenstemt.

23. „Bij alle vraagpunten omtrent ruimtekrommen, waarin de kromming rechtstreeks noch van terzijde betrokken is, kan men deze kromming uit de beschouwing wegnemen en zich alleen met de rechte lijn bezighouden.” Deze stelling, die niets anders is dan een overbrenging van de reeds in art. 3 aangehaalde (van DE JONQUIÈRES), wordt gemakkelijk bewezen, wanneer men een R_{ν_1} die met een R_{ν_2} de totale doorsnee R_ν van twee oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} vormt, tegelijkertijd met haar aanvulling in een samenstel van rechte lijnen doet overgaan door de ontaarding van de beide oppervlakken F_{n_1} en F_{n_2} in stelsels van vlakken door middel van een vloeiende verandering van de coëfficiënten hunner vergelijkingen, die zoodanig wordt geregeld, dat de totale doorsnee op ieder oogenblik uit twee deelen R_{ν_1} en R_{ν_2} blijft bestaan, die in de grootheid h met de oorspronkelijke krommen R_{ν_1} en R_{ν_2} overeenstemmen. Daarbij gaat dan de kromme R_{ν_1} over in ν_1 rechte lijnen, die zoodanig met betrekking tot elkaar gelegen zijn, dat het samenstel evenveel koorden door een punt zendt als R_{ν_1} .

Deze stelling nu kan ook in den volgenden vorm worden uitgesproken. Bij alle vraagpunten, die geheel onafhankelijk zijn van de kromming der ruimtekrommen, kan de uitkomst alleen afhangen van de grootheden ν en h (vergelijk art. 15) van de verschillende krommen, die in de vraag betrokken zijn; hoogstens kan de vervanging van elk der verschillende ruimtekrommen door een harer rechtlijnige ontaardingën oorzaak zijn, dat het antwoord op de vraag in een onbepaalden vorm voorkomt.

24. Hierbij kan men in verband met de theorie van DE JONQUIÈRES nog een stap verder gaan; daartoe moet ik het reeds in art. 3 aangevoerde nader ontwikkelen.

Zooals boven is opgegeven, beschouwt DE JONQUIÈRES het sa-

menstel van n rechte lijnen in een plat vlak als het algemeene beeld eener vlakke kromme C_n met een tusschen de bekende grenzen nog willekeurige klasse. Hij neemt slechts eenige van

de $\frac{n(n-1)}{2}$ snijpunten der lijnen twee aan twee als dubbel-

punten aan en laat daarop onmiddellijk volgen, dat iedere lijn, die een willekeurig punt van het vlak met een snijpunt van twee der n lijnen vereenigt, al dan niet twee raaklijnen vertegenwoordigt, naarmate dit snijpunt niet dan al als dubbelpunt wordt aangemerkt. Dat de keerpunten hierbij niet tot hun recht komen, dit verhindert niet, dat deze uit n lijnen samengestelde kromme iedere andere vervangen kan bij meest alle vraagpunten, waar de kromming buiten spel blijft

Projecteert men nu een ruimtekromme R_v met h schijnbare dubbelpunten, die reeds in v rechte lijnen ontaard is, uit een willekeurig buiten haar gelegen punt P der ruimte op een willekeurig vlak, dan verkrijgt men in dit vlak v elkaar in $\frac{v(v-1)}{2}$

punten snijdende rechte lijnen; h van deze punten zijn die, waarin het vlak gesneden wordt door de h koorden van R_v die

door P gaan, de andere $\frac{v(v-1)}{2} - h$ zijn de projecties van de

snijpunten der v lijnen in de ruimte. Beschouwt men nu ieder der h projecties van de schijnbare dubbelpunten van R_v niet als

een dubbelpunt van C_v en de overige $\frac{v(v-1)}{2} - h$ snijpunten

van de v lijnen C_v wel als dubbelpunten van C_v , dan behoeft men slechts aan te nemen, dat de lijn, die een willekeurig punt Q der ruimte met een snijpunt van twee der v lijnen C_v verbindt, al dan niet als een door dit punt gaande koorde gelden moet, naarmate dit snijpunt niet dan al een dubbelpunt van C_v is, om in de uit v rechte lijnen bestaande vlakke kromme C_v een beeld voor zich te hebben van een algemeene ruimtekromme R_v , die h koorden door een punt zendt. Hierbij moet ik er echter uitdrukkelijk op wijzen, dat het alleen bij deze kunstmatige beschouwing voorkomen kan, dat een lijn, die een dubbelpunt eener vlakke kromme met een willekeurig punt der

ruimte vereenigt, voor een door dit punt gaande koorde van de kromme geldt *).

Waar geen drie- of viervoudige koorden van ruimtekrommen in het spel komen — waar met andere woorden de kromme door geen lijn in drie of vier punten gesneden wordt — is deze tweede beschouwing ongetwijfeld korter dan de eerste; wij men echter bij drie- en viervoudige koorden de eerste gebruiken moet, zal ik deze geheel volgen en de tweede, waar ze bekorting aanbrengt, er aan toevoegen.

25. „Het oppervlak voortgebracht door de beweging van een rechte lijn, die rust op drie krommen R_{m_1} , R_{m_2} en R_{m_3} †), is van den $2 m_1 m_2 m_3$ den graad. Dit oppervlak voorgeste'd door $S(1, 2, 3)$ heeft R_{m_1} tot $m_2 m_3$ - , R_{m_2} tot $m_3 m_1$ - en R_{m_3} tot $m_1 m_2$ -voudige kromme.

Het oppervlak voortgebracht door de beweging van een rechte lijn, die koorde is van R_{m_1} en op R_{m_2} rust, is van den $m_2 \{h_1 + \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1)\}$ sten graad. Dit oppervlak $S(1^2, 2)$ heeft R_{m_1} tot $m_2 (m_1 - 1)$ - en R_{m_2} tot h_1 -voudige kromme.

Het oppervlak voortgebracht door de beweging van een rechte lijn, die drievoudige koorde is van R_{m_1} , is van den $(m_1 - 2) \left\{ h_1 - \frac{m_1 (m_1 - 1)}{6} \right\}$ den graad. Dit oppervlak $S(1^3)$ heeft R_{m_1} tot $h_1 - m_1 + 2$ -voudige kromme.”

Vervangt men namelijk R_{m_1} door de m_1 lijnen a_1, a_2, \dots, a_{m_1} , R_{m_2} door de m_2 lijnen b_1, b_2, \dots, b_{m_2} en R_{m_3} door de m_3 lijnen c_1, c_2, \dots, c_{m_3} , dan gaat het gevraagde oppervlak $S(1, 2, 3)$ over in de vereeniging van de $m_1 m_2 m_3$ oppervlakken F_2 , die voortgebracht worden door de beweging van een rechte lijn langs drie lijnen a_p, b_q, c_r . Het gevraagde oppervlak is dus een $F_{2m_1 m_2 m_3}$. Omdat de kegels, die R_{m_1} en R_{m_2} uit een punt van R_{m_3} projecteeren (hier m_2 en m_3 vlakken), $m_2 m_3$ gemeenschap-

* Hiermee is tevens de beschouwing van CAYLEY („Philosophical transactions“, Vol. 163. II, art. 24 en 25) die, volgens art. 5, geheel veroordeeld moet worden, op de juiste basis gesteld.

† Hier zal ik ter wille van de overeenkomst met SALMON en CAYLEY voor de notatie ν, μ, ρ afwijken, die ik gebruikt heb

pelijke ribben hebben, is R_{m_1} een $m_2 m_3$ -voudige kromme van dit oppervlak. En evenzoo is R_{m_2} een $m_3 m_1$ -, R_{m_3} een $m_1 m_2$ -voudige kromme er van.

Is het voorgaande, zooals men bij het naslaan van SALMON-FIEDLER dadelijk bemerkt, ook gemakkelijk uit de beschouwing van enkelvoudige richtkrommen af te leiden, bij het volgende doet zich de vereenvoudigende invloed van de ontarding dier krommen gevoelen. Het gevraagde oppervlak $S(1^2, 2)$ bestaat namelijk in het geval der ontarde richtkrommen uit $m_2 h_1$ oppervlakken F_2 en uit $m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}$ platte vlakken. Want wijl R_{m_1} een aantal h_1 koorden door een punt zendt, kan men uit de m_1 lijnen a een aantal van h_1 lijnenparen vormen die elkaar kruisen en $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ lijnenparen die elkaar snijden. En nu geeft de combinatie van elke lijn b met een der h_1 paren elkaar kruisende lijnen een F_2 , de combinatie van elke lijn b met een der $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ paren elkaar snijdende lijnen een plat vlak als meetkundige plaats van een op de drie lijnen rustende rechte lijn. Het oppervlak $S(1^2, 2)$ is dus van den $m_2 \{ h_1 + \frac{1}{2} m_1(m_1-1) \}$ sten graad. En de graad van veelvoudigheid der beide krommen R_{m_1} en R_{m_2} wordt even als boven gevonden.

Ter bepaling van den graad van het oppervlak $S(1^3)$ heeft men slechts te vragen, hoeveel verschillende combinaties van 1^e drie elkaar kruisende lijnen, 2^e drie lijnen, waarvan er twee elkaar snijden, en 3^e drie lijnen, waarvan er een de beide anderen snijdt, er in de $\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6}$ combinaties, die men uit de m_1 lijnen a drie aan drie kan vormen, begrepen zijn. Want iedere combinatie van de eerste groep, doet door haar drievoudige koorden een F_2 ontstaan, dat tot de meetkundige plaats behoort, evenzoo iedere combinatie van de tweede groep een tot de meetkundige plaats behoorend plat vlak, terwijl de combinaties van de derde groep niets aan deze meetkundige plaats toevoegen. Zoodat, wanneer p_1, p_2, p_3 het aantal der com-

binaties van elk der groepen voorstelt, het oppervlak $S(1^3)$ van den $2p_1 + p_2^{\text{den}}$ graad zal zijn.

Het aantal der combinaties uit elk der drie groepen is echter in het geheel niet aan te wijzen. Want vervangt men bij een bepaalde rechte lijnige ontaarding van R_m een lijn l_1 , die rust op een lijn a_1 , waarop buiten l_1 om q_1 lijnen α_1 rusten, door een lijn l_2 , die rust op een lijn a_2 waarop q_2 lijnen α_2 rusten, dan gaan 1^{ste} de q_1 combinaties $l_1 a_1 \alpha_1$ in $l_2 a_1 \alpha_1$, 2^{de} de q_1 combinaties $l_1 a_2 \alpha_1$ in $l_2 a_2 \alpha_1$, 3^{de} de q_2 combinaties $l_1 a_1 \alpha_2$ in $l_2 a_1 \alpha_2$ en 4^{de} de q_2 combinaties $l_1 a_2 \alpha_2$ in $l_2 a_2 \alpha_2$ over; terwijl wanneer r een willekeurige andere lijn van R_m voorstelt 5^{de} de combinatie $l_1 a_1 r$ in $l_2 a_1 r$ en 6^{de} de combinatie $l_1 a_2 r$ in $l_2 a_2 r$ overgaat. En daar nu de eerste verandering q_1 combinaties van de 3^{de} groep naar de 2^{de}, de tweede q_1 combinaties van de 1^{ste} groep naar de 2^{de}, de derde q_2 combinaties van de 2^{de} groep naar de 3^{de}, de vierde q_2 combinaties van de 2^{de} groep naar de 1^{ste} doet overgaan en de 5^{de} en 6^{de} verandering elkaars werking opheffen, is het aantal combinaties van de 1^{ste} en dat van de 3^{de} groep hierdoor met $q_1 - q_2$ verminderd, dat van de 2^{de} groep hierdoor met het dubbel er van vermeerderd.

Naast de veranderlijkheid van het aantal combinaties in elk der drie groepen wijst het beschouwde geval echter op de onveranderlijkheid van den vorm $2p_1 + p_2$, den graad van $S(1^3)$; in het beschouwde geval toch zijn alleen $q_1 - q_2$ oppervlakken F_2 , die tot de meetkundige plaats behoorden, in vlakkenparen overgegaan. En dit doet zich ook voor bij de meest omvattende verandering, die men mag aanbrengeu. Onderstelt men namelijk, dat een lijn l_1 die k lijnen snijdt en wel a_1 waarop q_1 lijnen α_1, b_1 waarop r_1 lijnen β_1, c_1 waarop s_1 lijnen γ_1 enz. rusten, vervangen wordt door een lijn l_2 die insgelijks k lijnen snijdt en wel a_2 waarop q_2 lijnen α_2, b_2 waarop r_2 lijnen β_2, c_2 waarop s_2 lijnen γ_2 enz. rusten, dan zijn de overgangen die verandering brengen in het aantal combinaties van elke groep van tweërlei soort; van de eerste soort is de overgang van $l_1 a_1 \alpha_1$ in $l_2 a_1 \alpha_1$ (respectievelijk van $l_1 a_1 \alpha_2$ in $l_2 a_1 \alpha_2$), van de tweede is de overgang van $l_1 a_1 \beta_1$ in $l_2 a_1 \beta_1$ (respectievelijk van $l_1 a_1 \beta_2$ in $l_2 a_1 \beta_2$) een vertegenwoordiger. Stelt men nu naast den eer-

sten den overgang van $l_1 a_2 \alpha_1$ in $l_2 a_2 \alpha_1$ (resp. van $l_1 a_2 \alpha_2$ in $l_2 a_2 \alpha_2$), naast den tweeden den overgang van $l_1 a_2 \beta_1$ in $l_2 a_2 \beta_1$ (resp. van $l_1 a_2 \beta_2$ in $l_2 a_2 \beta_2$), dan vindt men, dat bij elke verandering een P_2 door een vlakkenpaar vervangen wordt of omgekeerd. En daar men elke willekeurige verandering der in m_1 rechte lijnen onttaarde kromme, die het getal harer schijnbare dubbelpunten niet aandoet, door een opvolgende overbrenging van verschillende lijnen l_1 , die k lijnen snijden, in een anderen stand l_2 , waarin zij eveneens k lijnen snijden, te voorschijn roepen kan - wijl door deze verplaatsing het aantal snijpunten op de andere lijnen verandert - is de onveranderlijkheid van den vorm $2p_1 + p_2$ bij de meest omvattende verandering, die mag worden aangebracht, aangetoond.

Uit het bovenstaande blijkt dus, dat men zich bij de berekening van het gevraagde aantal het geval mag denken, dat geen der m_1 lijnen, waaruit de onttaarding van R_{m_1} bestaat, door twee anderen gesneden wordt. Dan vervalt de derde groep van combinaties en heeft de tweede, wijl men elk der

$\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$

paren elkaar snijdende lijnen met een der $m_1 - 2$ overige lij-

nen vereenigen kan, $\left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2)$, de eerste dus

$\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6} - \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2)$ combinaties.

Zoodat het gevraagde aantal voorgesteld wordt door

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2) + \\ & + 2 \left[\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6} - \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} (m_1 - 2) \right] \\ & = (m_1 - 2) \left\{ h_1 - \frac{m_1(m_1-1)}{6} \right\}. \end{aligned}$$

Het hier gekozen geval kan zich echter niet voordoen, want het vereischt, wijl geen der lijnen door twee anderen gesneden wordt, dat het aantal paren elkaar snijdende lijnen kleiner dan

of gelijk aan $\frac{m_1}{2}$ is. En daar nu de PLÜCKER—CAYLEY'sche formule

$$\mu = 3m(m-2) - 6h - 8\beta,$$

die men (voor $D = 0$ en $\theta = 0$ en bij vervanging van ν door m) gemakkelijk uit de vergelijkingen (7) afleidt, aanwijst, dat $h_1 < \frac{1}{2} m_1(m_1-2)$ is, is ook het aantal snijpunten der lijnen twee aan twee, — d. i. $\frac{1}{2} m_1(m_1-1) - h_1$ — grooter dan $\frac{m_1}{2}$.

Volgens het bovenstaande kan echter de uitkomst voor elk geval, dat zich wel kan voordoen, niet verschillen van de gevondene, die geldt voor een geval, dat zich niet kan voordoen. Zoo kan men bijv. de m_1 lijnen beschouwen als de zijden van een schieven m_1 -hoek, waarin het $\frac{m_1(m_1-3)}{2} - h_1$ -maal gebeurt, dat twee niet op elkaar volgende zijden elkaar snijden zonder dat daarbij drie zijden in een vlak liggen; men komt dan tot dezelfde uitkomst

Dat er door een punt van R_{m_1} een aantal van $h_1 - m_1 + 2$ drievoudige koorden van deze kromme gaan — en R_{m_1} dus een $h_1 - m_1 + 2$ -voudige kromme is van $S(1^3)$ — ligt reeds in vergelijking (14) van art. 16 besloten; daarbij moet in aanmerking genomen worden, dat de lijnen, die een willekeurig punt der kromme met een harer dubbel- of stationaire punten verbinden, geen drievoudige koorden van R_{m_1} zijn.

Omtrent de aan het hoofd van dit artikel geplaatste stelling nog enkele opmerkingen. Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat de oppervlakken $S(1, 2, 3)$ en $S(1^2, 2)$ hun graad verlaagd zien, zoodra de voortbrengende krommen een of meer punten gemeen hebben twee aan twee. Het verband tusschen deze verlaging en het aantal gemeenschappelijke punten is zoo eenvoudig, dat ik het hier voldoende acht zonder toelichting de graden op te geven van de oppervlakken $S(1, 2, 3)$ en $S(1^2, 2)$, wanneer het aantal punten gemeen aan R_{m_1} en R_{m_2} door α_1 , dat der punten gemeen aan R_{m_2} en R_{m_1} door α_2 , dat der punten gemeen aan R_{m_1} en R_{m_2} door α_3 is voorge-

steld. De eerste is eenvoudig $2 m_1 m_2 m_3 - \sum_1^3 m_i \alpha$, de tweede $m_2 \{h_1 + \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1)\} - \alpha_3 (m_1 - 1)$.

Een tweede opmerking betreft het bewijs van het derde deel der stelling. Vooral bij dit derde gedeelte doet zich de door mij gevolgde weg door zijn kenmerkenden eenvoud als de ware kennen. Terwijl CAYLEY twee willekeurige krommen R_{m_1} en R_{m_2} tot een kromme R_{m_3} samenvoegt en hij de functionaalvergelijking

$$S(3^3) = S(1^3) + S(1^2, 2) + S(1, 2^2) + S(2^3),$$

waarin de grootheden S niet de ontwikkelbare oppervlakken zelf, maar hun graden voorstellen, oplost — waarbij hij nog drie coëfficiënten door de beschouwing van bijzondere gevallen moet bepalen — moet SALMON van ingewikkelde analytische bewerkingen gebruik maken om in twee bijzondere gevallen, ten eerste als de kromme een unicursale kromme en ten tweede als zij de volledige doorsnee is van twee oppervlakken, den graad van $S(1^3)$ te vinden. Langs mijnen weg blijkt vrij eenvoudig, dat de uitkomst algemeen waar is. Zelfs in het geval, dat de kromme geheel of gedeeltelijk in een plat vlak ligt, — en de graad van $S(1^3)$ eigenlijk onbepaald wordt — gaat zij door, mits men zich dan slechts ter wille van de algemeenheid het aannemen van een bepaalde onderstelling getroosten wil.

Ligt namelijk de kromme geheel in een plat vlak, dan is het duidelijk, dat al haar drievoudige koorden in dit vlak gelegen zijn. Het oppervlak der drievoudige koorden moet dan bestaan in het eenige malen getelde vlak. Wat is echter de graad van veelvuldigheid van het vlak? Hierop geeft de uitkomst zelf het antwoord. Is $h = 0$, dan is de graad van $S(1^3)$ voorgesteld door $-\frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6}$. En al is nu dit getal op het

teeken na juist het aantal combinaties drie aan drie van de m_1 punten, waarin een lijn in het vlak de vlakke kromme snijdt, dit neemt toch niet weg, dat de bedoelde uitkomst, die ons tot een negatieven graad van veelvuldigheid van het vlak voert, raadselachtig blijft. Maar zet men zich ter wille van de algemeenheid — even als in art. 3 en art. 7 — hierover heen,

dan blijkt uit de aangehaalde functionaalvergelijking van CAYLEY oogenblikkelijk, dat de uitkomst ook algemeen waar is, wanneer de kromme bestaat uit de vereeniging van een ruimtekromme met een kromme in het vlak.

Een derde opmerking betreft het slot van art. 20. Uit het feit, dat het oppervlak $S(1^3)$ van den (m_1-2) $\left\{ h_1 - \frac{m_1(m_1-1)}{6} \right\}$ den

graad is, blijkt dat $\frac{m_1(m_1-1)}{6}$, zooals daar werd aangevoerd,

een grens van kleinheid is voor de grootheid h_1 eener enkelvoudige kromme. Want uit het voorgaande blijkt, dat alleen wanneer de ruimtekromme samengesteld is en een der samenstellende deelen een vlakke kromme is minstens van den derden graad, er een oppervlak $S(1^3)$ met negatieven graad ontstaan kan. Immers de gevonden uitkomst moet voor alle gevallen, waarin de graad van het oppervlak $S(1^3)$ bepaald is, de ware zijn; alleen wanneer de bedoelde graad strikt genomen onbepaald wordt, kan de onmogelijke uitkomst van een negatieven graad haar verklaring vinden. En dit onbepaald worden vindt alleen plaats in het genoemde geval *).

26. Het aantal gemeenschappelijke koorden van twee ruimtekrommen (waarvoor m en h zijn m_1, m_2 en h_1, h_2) is voorgesteld door den vorm $h_1 h_2 + \frac{m_1 m_2 (m_1 - 1) (m_2 - 1)}{4}$. Vervangt men namelijk R_{m_1} door m_1 rechte lijnen, waaronder h_1 paren die elkaar niet en $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1$ paren die elkaar wel snijden, eveneens R_{m_2} door m_2 rechte lijnen, waaronder h_2 paren die elkaar niet en $\frac{m_2(m_2-1)}{2} - h_2$ paren die elkaar wel snijden, dan kan men vier verschillende rubrieken van gemeenschappelijke koorden onderscheiden. Stelt men weer de lijnen van de ontarding R_{m_1} door a_1, a_2, \dots, a_{m_1} , die van de ontarding

*). Neemt men voor de kromme de volledige doorsnee van twee oppervlakken F_2 aan, dan volgt uit de stelling, dat de rechte lijnen gelegen op de tot een bundel behorende oppervlakken van den derden graad een oppervlak F_4 vormen, waarop de basiskromme van den bundel een elfvoudige kromme is.

K_m , door $b_1, b_2 \dots b_m$, voor, dan zijn er gemeenschappelijke koorden, die rusten 1^o. op twee elkaar snijdende a 's en twee elkaar snijdende b 's, 2^o. op twee elkaar kruisende a 's en twee elkaar snijdende b 's, 3^o. op twee elkaar snijdende a 's en twee elkaar kruisende b 's en 4^o. op twee elkaar kruisende a 's en twee elkaar kruisende b 's. Gemakkelijk duidt men de combinaties der lijnen a en b bij de verschillende rubrieken door de symbolen $(\dot{a}\dot{a}\dot{b}\dot{b})$, $(\dot{a}\dot{a}b\dot{b})$, $(\dot{a}\dot{a}bb)$ en $(\dot{a}ab\dot{b})$ aan. Nu komt met elke combinatie uit de eerste, tweede of derde rubriek één gemeenschappelijke koorde overeen; terwijl elke combinatie uit de vierde rubriek twee gemeenschappelijke koorden oplevert. In verband met het bekende aantal combinaties van elk der vier rubrieken vindt men voor het gezochte getal

$$\left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) - h_1 \right\} \left\{ \frac{1}{2} m_2 (m_2 - 1) - h_2 \right\} + h_1 \left\{ \frac{1}{2} m_2 (m_2 - 1) - h_2 \right\} + h_2 \left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) - h_1 \right\} + 2 h_1 h_2,$$

wat door herleiding in het bovenvermelde getal overgaat.

Het bovenstaande bewijs verkort zich aanmerkelijk, wanneer men de rechthoekige ontaarding van beide krommen uit verschillende punten op verschillende vlakken projecteert en men daarbij de tweede beschouwing van art. 24 volgt. Als gemeenschappelijke koorde komt dan behalve de $h_1 h_2$ verbindingslijnen van een dubbelpunt van C_{m_1} met een dubbelpunt van C_{m_2} , alleen de snijlijn der beide vlakken nog in aanmerking. En deze lijn geldt voor $\frac{m_1 m_2 (m_1 - 1) (m_2 - 1)}{4}$ gemeenschappelijke koorden, wijl zij op

zooveel verschillende wijzen te beschouwen is als een gemeenschappelijke koorde.

Wanneer de krommen α punten gemeen hebben en men het aantal der niet door deze punten gaande gemeenschappelijke koorden verlangt te kennen, moet men het gevonden getal met $\alpha (m_1 - 1) (m_2 - 1) - \frac{\alpha (\alpha - 1)}{2}$ verminderen. Want dan tellen de gemeenschappelijke ribben van de beide kegels, die de krommen uit een gemeenschappelijk punt projecteeren — en deze ribben zijn natuurlijk in de gevonden uitkomst opgenomen — niet

nee. De gemeenschappelijke beschrijvende lijnen van deze α paren kegels zouden ten getale van $\alpha(m_1-1)(m_2-1)$ voorhanden zijn, wanneer daarbij de verbindingslijn van twee gemeenschappelijke punten niet tweemaal geteld werd. Het aantal is dus $\alpha(m_1-1)(m_2-1) - \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} *$.

27. Het oppervlak $S(1, 2, 3)$ van art. 25 heeft

$$\frac{m_1 m_2 m_3}{2} (m_1 + m_2 + m_3 - 3) + h_1 m_2 m_3 + h_2 m_3 m_1 + h_3 m_1 m_2$$

*) De 27 rechte lijnen, die gelegen zijn op een oppervlak F_3 , verdeelen zich, zooals bekend is, met betrekking tot een op het oppervlak gelegene kromme R_3 (waarvoor $k=1$ is) in drie groepen; in 6 lijnen a_1, a_2, \dots, a_6 die geen, 6 lijnen b_1, b_2, \dots, b_6 die twee en 15 lijnen $c_{1,2}, c_{1,3}, \dots, c_{3,4}, \dots, c_{5,6}$ die een punt met deze kromme gemeen hebben. De lijnen a snijden elkaar niet; de lijnen b snijden elkaar niet; twee lijnen c snijden elkaar, wanneer onder de beide paren van indices geen cijfer tweemaal voorkomt. Een lijn a snijdt alle lijnen b behalve die welke dezelfde index heeft en de lijnen a en b snijden een lijn c , wanneer de index van die lijn a of b tot de beide indices van de lijn c behoort (vergelijk CREMONA, „Oberflächen,” blz. 178, art. 226).

Een oppervlak F_3 is door een kromme R_3 en drie lijnen, die elkaar niet maar de kromme elk in een punt snijden, ondubbelzinnig bepaald (vergelijk STURM, „Synthetische Untersuchungen,” blz. 234 in het midden). Zijn deze bepaalde elementen gegeven, dan moeten dus ook de 27 rechte lijnen ondubbelzinnig bepaald zijn. Dat dit het geval is, blijkt uit het voor het aantal gemeenschappelijke koorden boven gevondene getal.

Hierbij is de eerste vraag, of men de drie lijnen door $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{1,4}$ dan wel door $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{2,3}$ voorstellen moet. Het antwoord dwingt tot het laatste. Want de drie lijnen, die een punt met R_3 gemeen hebben, moeten verder willekeurig zijn willen ze met R_3 een F_3 bepalen en dit zijn de lijnen $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{1,4}$ niet. Immers de lijn b_1 moet op deze drie rusten en R_3 tweemaal snijden. En nu zal in het algemeen de hyperboloïde, die drie verder willekeurig aangenomen lijnen tot richtlijnen heeft, de kromme R_3 niet in drie nieuwe punten snijden, waarvan er zich twee onderling door een op het oppervlak F_3 gelegen lijn laten vereenigen.

Zijn dus de drie lijnen $c_{1,2}, c_{1,3}$ en $c_{2,3}$, dan zal de lijn b_1 koorde moeten zijn van R_3 en van de als R_3 opgevatte vereeniging van $c_{1,2}$ en $c_{1,3}$. Wijl deze R_3 met R_3 twee punten gemeen heeft, is het aantal der niet door deze punten gemaakte gemeenschappelijke koorden (wijl $m_1=3, m_2=2, k_1=1, k_2=1$ en $\alpha=2$ is) een. De lijnen b_1, b_2, b_3 zijn dus ondubbelzinnig bepaald. En dit is ook het geval met de lijnen a_1, a_2, a_3 . Want a_1 moet de vier lijnen $b_2, b_3, c_{1,2}$ en $c_{1,3}$ snijden en is dus de doorsnee van het vlak gaande door b_2 en $c_{1,2}$ met het vlak gaande door b_3 en $c_{1,3}$, enz. Verder zal dan de hyperboloïde, waarvan a_1, a_2 en a_3 de richtlijnen zijn, de kromme R_3 snijden in zes punten, die zich twee aan twee door drie beschrijvende lijnen van dit oppervlak moeten laten vereenigen; dit zijn de lijnen b_2, b_3, b_4 , enz., enz.

dubbeltellende beschrijvende lijnen en een dubbelkromme, waarvan de graad is voorgesteld door

$$\frac{m_1 m_2 m_3}{2} \{ 4 m_1 m_2 m_3 - (m_2 m_3 + m_3 m_1 + m_1 m_2) - 2(m_1 + m_2 + m_3) + 5 \}.$$

De dubbeltellende beschrijvende lijnen van $S(1, 2, 3)$ zijn samengesteld uit de beschrijvende lijnen van $S(1^2, 2)$ die R_{m_2} , de beschrijvende lijnen van $S(2^2, 3)$ die R_{m_1} en de beschrijvende lijnen van $S(3^2, 1)$ die R_{m_3} snijden; zij komen dus in bovengenoemd aantal voor,

Vervangt men even als in art. 25 R_{m_1} door de m_1 lijnen a , R_{m_2} door de m_2 lijnen b en R_{m_3} door de m_3 lijnen c , dan zullen de doorsneden der $m_1 m_2 m_3$ oppervlakken F_2 , die $S(1, 2, 3)$ vormen, behalve de reeds gevondene dubbeltellende beschrijvende lijnen een met de dubbelkromme aequivalente kromme moeten opleveren. Terwijl nu de oppervlakken F_2 , waarvan $a_p b_1 c_1$ en $a_q b_1 c_1$ de richtlijnen zijn, een of twee dier dubbeltellende beschrijvende lijnen opleveren, naarmate a_p en a_q elkaar al dan niet snijden *) — en het aantal dier lijnen is zooals optelling aantoot aan het boven gevondene gelijk — zal iedere combinatie van $a_p b_r c_1$ met $a_q b_s c_1$ een R_3 en iedere combinatie van $a_p b_r c_1$ met $a_q b_s c_m$ een R_4 doen ontstaan, die tot de dubbelkromme behoort. En wijl het aantal dier krommen R_4 nu, zooals uit een eenvoudige berekening blijkt, is voorgesteld door $\frac{m_1 m_2 m_3 (m_1 - 1)(m_2 - 1)(m_3 - 1)}{2}$ en dat der krommen R_3 door

$$\frac{m_1 m_2 m_3}{2} \{ (m_2 - 1)(m_3 - 1) + (m_3 - 1)(m_1 - 1) + (m_1 - 1)(m_2 - 2) \},$$

is de graad der dubbelkromme de boven opgegevene.

Ter bepaling van den graad der dubbelkromme kan men ook den graad van de totale doorsnee der $m_1 m_2 m_3$ oppervlakken F_2 verminderen met dien van de behoorlijk in rekening gebrachte voortbrengende krommen en dien van het samenstel der dub-

*) In het bijzonder door het oeffenen van a_p met a_q gaat nu op b_1 en c_1 rust is geen knoede van R_{m_1} .

beltellende beschrijvende lijnen; van dit beginsel heeft CAYLEY ruimschoots gebruik gemaakt *).

28. Het oppervlak $S(1^2, 2)$ heeft $m_2 \left\{ h_1(m_1-2) - \frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)}{6} \right\}$ drievoudige, $h_1 h_2 + \frac{m_1 m_2 (m_1-1)(m_2-1)}{4}$ dubbeltellende beschrijvende lijnen en een dubbelkromme van den graad

$$\frac{1}{2} m_2 (m_1-2)(m_1-3) \left\{ h_1 + \frac{1}{4} m_1 (m_1-1) \right\} + \frac{1}{2} m_2 (m_2-1) \left\{ h_1^2 + h_1 (m_1^2 - m_1 - 1) + \frac{1}{4} m_1 (m_1-1)(m_1^2 - 5m_1 + 2) \right\} \dagger).$$

*) CAYLEY duidt het gansche samenstel der op S veelvoudige lijnen aan door NT ("nodal total"), het met de veelvoudige richtlijnen overeenkomende deel er van door ND ("nodal director"), het met de veelvoudige beschrijvende lijnen overeenkomende deel door NG ("nodal generator") en de rest door NR ("nodal residue"); deze rest is de dubbelkromme. Hij bepaald nu NT door middel van de oplossing eener functionaalvergelijking en vindt NR door deze met de rechtstreeks afgeleide ND en NG te verminderen.

Bij de toepassing van deze redeneering op het onderhavige geval moet men bedenken, dat NT bij het ontaarde oppervlak $S(1, 2, 3)$ bestaat uit de totale doorsnee van al de oppervlakken F_2 verminderd met de lijnen, die door de dubbelpunten van telkens een der drie ontaardende richtkrommen gaan en op de beide andere rusten. Hieruit volgt de vergelijking

$$NT = \frac{m_1 m_2 m_3 (m_1 m_2 m_3 - 1)}{2} - \left\{ \frac{m_1 (m_1 - 1)}{2} - h_1 \right\} m_2 m_3 - \left\{ \frac{m_2 (m_2 - 1)}{2} - h_2 \right\} m_3 m_1 - \left\{ \frac{m_3 (m_3 - 1)}{2} - h_3 \right\} m_1 m_2,$$

wat met de uitkomst van CAYLEY (t. a. p., blz. 456, regel 5) overeenstemt, wanneer men $2 m_1 m_2 m_3$ door S en de tusschen accolades geplaatste grootheden met het negatieve teeken genomen achtere nvolgens door M_1 , M_2 en M_3 voorstelt.

Verder moet men in aanmerking nemen, dat een k -voudige kromme op het oppervlak voor $\frac{k(k-1)}{2}$ dubbelkrommen geldt. Werkelijk gaan er door ieder der lijnen van de ontaardende richtkrommen k oppervlakken F_2 en behoort iedere lyn dus $\frac{k(k-1)}{2}$ maal tot de doorsnee. Zoo komt men langs den aangewezen weg tot de uitdrukking voor NR, den graad der dubbelkromme.

†) Voor den laatsten term binnen de accolades staat bij SALMON (t. a. p., blz. 266) abusievelijk $\frac{1}{4} m_1 (m_1-1)(m_1^2-5m_1+10)$. Dat dit fout is blijkt namelijk, wanneer men voor R_{m_1} een R_3 en voor R_{m_2} een C_2 neemt; dan geeft de formule van SALMON een dubbelkromme van den twaalfden graad aan, wat omdat door een punt van de ruimte twee koorden van R_3 gaan, onmogelijk is. Bovendien is zij

Na het voorgaande behoeft hier alleen de graad van de dubbelkromme te worden onderzocht. Daartoe onderstel ik, dat R_{m_2} ontardt in m_2 rechte lijnen b , in welk geval het gevraagde oppervlak zich splitst in m_2 oppervlakken P van den $\frac{1}{2} m_1(m_1-1) + h_1$ sten

graden, dat de fout een gevolg is van een andere, die CAYLEY (l. a. p. blz. 571, regel 14) bij het aftrekken begaat in de uitkomst

$$NR(m^2, n) = n \left\{ \frac{1}{2} [m]^4 + M \left(\frac{1}{2} [m]^2 - 2m + 3 \right) \right. \\ \left. + [n]^2 \left\{ \frac{1}{2} [m]^4 + \frac{1}{2} [m]^2 + [m]^2 + M([m]^2 - 1) \right\} + \frac{1}{2} M^2 \right\}$$

moet namelijk de term $[m]^2$ in den tweeden regel vervallen. Evenzoo in de "Table of Results" (blz. 456 regel 2 van onderen).

Wijl het oppervlak $S(1^2, 2)$ bij ontarding der beide richtkrommen in rechte lijnen uit $m_1 h_1$ oppervlakken P_2 en $m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}$ plane vlakken bestaat, wordt de graad van de totale doorsnee voorgesteld door de uitdrukking

$$\frac{m_1 h_1 (m_1 h_1 - 1)}{2} + m_2^2 h_1 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} 2 \\ + \frac{1}{2} m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} \left\{ m_2 \left[\frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right] - 1 \right\};$$

ter verkrijging van NT moet dit met het aantal der koorden van R_{m_1} , die door een dubbelpunt van R_{m_2} gaan, en met het aantal der lijnen, die door een dubbelpunt van R_{m_1} gaande op nog een der lijnen van R_{m_1} en op R_{m_2} rusten, vermenigvuldigd worden. Deze getallen geven samen

$$h_1 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} + m_2(m_1-2) \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}.$$

Door aftrekking vindt men dus voor NT de uitdrukking

$$NT = \frac{1}{2} m_2^2 \left[\left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\}^2 + 4 h_1 \frac{m_1(m_1-1)}{2} \right] - m_2 \left\{ h_1 + \frac{1}{2} m_1(m_1-1) \right\} \\ + \frac{1}{2} m_2 \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} \left\{ -h_1 \left\{ \frac{m_2(m_2-1)}{2} - h_2 \right\} - m_2(m_1-2) \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - h_1 \right\} \right].$$

Door invoering van $S = m_2 \left\{ h_1 + \frac{1}{2} m_1(m_1-1) \right\}$, van $M_1 = h_1 - \frac{1}{2} m_1(m_1-1)$ en van $M_2 = h_2 - \frac{1}{2} m_2(m_2-1)$ gaat dit over in

$$NT = \frac{1}{2} S^2 - S - \frac{1}{2} M_1 m_2 + h_1 M_2 + m_2(m_1-2) M_1,$$

of, als men h_1 door $M_1 + \frac{1}{2} [m_1]^2$ vervangt, in

$$NT = \frac{1}{2} S^2 - S + m_2 M_1 (m_1 - 1) + M_2 \left\{ \frac{1}{2} [m_1]^2 + M_1 \right\}.$$

De uitkomst van CAYLEY. Door van NT met ND en NG te verminderen verkrijgt men weer NR, den graad der dubbelkromme.

graad en de dubbelkromme bestaat uit de vereeniging van de dubbelkrommen D van deze m_2 oppervlakken met de $\frac{m_2(m_2-1)}{2}$ krommen E , die deze oppervlakken — buiten R_{m_1} en de koor- den van R_{m_1} die op twee lijnen b rusten om — nog twee aan twee met elkaar gemeen hebben.

Ter bepaling van den graad der dubbelkrommen D kan men het aantal snijpunten van zulk een kromme bepalen met een wil- lekeurig vlak β door de lijn b behoorende bij het oppervlak P , waarvan D de dubbelkromme is. Deze snijpunten verdeelen zich in twee groepen, in buiten b en op b gelegene. De eerste groep omvat de punten, waarin de $\frac{m_1(m_1-1)}{2}$ verbindingslij- nen der m_1 snijpunten van R_{m_1} met β elkaar buiten deze m_1 punten om nog snijden. Ieder van deze $\frac{m_1(m_1-1)}{2}$ lijnen wordt in elk der twee punten van R_{m_1} , die er op liggen, door m_1-2 en buiten deze punten om dus nog door $\frac{m_1(m_1-1)}{2} - 1 - 2(m_1-2)$ lijnen gesneden; wijl er door ieder der gezochte punten twee der $\frac{m_1(m_1-1)}{2}$ lijnen gaan, is het aantal der buiten b gelegen punten dus voorgesteld door

$$\frac{1}{2} \frac{m_1(m_1-1)}{2} \left\{ \frac{m_1(m_1-1)}{2} - 2m_1 + 3 \right\} = \frac{m_1(m_1-1)(m_1-2)(m_1-3)}{8}.$$

Door ieder punt van de tweede groep, dat volgens de on- derstelling op b gelegen is, gaan twee koor- den van R_{m_1} , die met b in een vlak liggen. Ontaardt R_{m_1} nu in m_1 rechte lij- nen a (waaruit men k_1 paren elkaar niet snijdende vormen kan), dan gaat het oppervlak P , waarvan de dubbelkromme D on- derzocht wordt, in een vereeniging van oppervlakken F_2 met platte vlakken over; terwijl de kromme D zelf ontaardt in een vereeniging van krommen R_4 (waarvoor $k=2$ is) en van C_2 's, de eersten als de doorsnee van twee oppervlakken F_2 (voorge- steld door $a_1 a_2 b$ en $a_3 a_4 b$), de tweeden als de doorsnee van een F_2 (bijv. $a_1 a_2 b$) met een vlak (bijv. $a_3 a_4 b$). In dit geval

zal een op b gelegen punt van D of een der beide punten zijn, waarin twee oppervlakken F_2 elkaar op de lijn b aanraken, of het punt, waarin een oppervlak F_2 door een tot P behoorend vlak gesneden wordt. Neemt men nu een paar lijnen $a_1 a_2$, die elkaar niet snijden, en combineert men het oppervlak F_2 dat door $a_1 a_2 b$ wordt aangeduid met het oppervlak van den tweeden of eersten graad, dat behalve b twee andere lijnen a tot richtlijnen heeft, dan zal men bij vervanging van a_1 en a_2 door alle paren elkaar niet snijdende lijnen a iedere kromme R_4 tweemaal, iedere C_2 eenmaal rekenen. En wijl nu R_4 juist twee en C_2 slechts een op b gelegen punt van D oplevert, is het aantal dier punten eenvoudig gelijk aan het product van het aantal paren elkaar niet snijdende lijnen a met het aantal paren, dat men uit $m_1 - 2$ lijnen vormen kan, dus $\frac{1}{2} h_1 (m_1 - 2) (m_1 - 3)$. Voor den graad van D vindt men dus

$$\frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) (m_1 - 2) (m_1 - 3) + \frac{1}{2} h_1 (m_1 - 2) (m_1 - 3)$$

en voor de m_2 dubbelkrommen D gezamenlijk dus

$$\frac{1}{2} m_2 (m_1 - 2) (m_1 - 3) \{ h_1 + \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) \}.$$

Volgens het bovenstaande moet dit aantal nu nog vermeerderd worden met $\frac{m_2 (m_2 - 1)}{2}$ -maal den graad der kromme E .

Ter bepaling van den graad dier kromme kan men zich R_{m_1} weer als een enkelvoudige kromme voorstellen. Nu is de totale doorsnee van twee oppervlakken P van den $\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) + h_1 \}$ sten graad. Behalve de gezochte kromme E bevat deze totale doorsnee, wijl R_{m_1} op elk der beide oppervlakken een $m_1 - 1$ -voudige kromme is, deze kromme $(m_1 - 1)^2$ maal, en bovendien de $\frac{m_1 (m_1 - 1)}{2} + h_1$ beschrijvende lijnen, die koorden van R_{m_1} zijn en tegelijkertijd op de twee bij de beide P 's behoorende lijnen b rusten. De graad van E is dus

$$\left\{ \frac{1}{2} m_1 (m_1 - 1) + h_1 \right\}^2 - m_1 (m_1 - 1)^2 - \left\{ \frac{m_1 (m_1 - 1)}{2} + h_1 \right\}$$

of

$$h_1^2 + h_1 (m_1^2 - m_1 - 1) + \frac{1}{4} m_1 (m_1 - 1) (m_1^2 - 5m_1 + 2).$$

En dit met $\frac{m_2(m_2 - 1)}{2}$ vermenigvuldigde getal bij het reeds gevondene deel $\frac{1}{4} m_2(m_1 - 2)(m_1 - 3) \{h_1 + \frac{1}{4} m_1(m_1 - 1)\}$ opgeteld, geeft het in de stelling zelve aangegeven getal

29. Tot het berekenen van het aantal viervoudige koorden van een kromme R_m *) — lijnen die voor het eerst beschreven en geteld zijn in de aangehaalde verhandeling van CAYLEY — schijnt de door mij gebruikte methode zich niet te leenen. Want, wanneer de kromme R_m ontaardt in m rechte lijnen, dan is ieder dier lijnen als een oneindigheid van viervoudige koorden van R_m te beschouwen en wordt het aantal der viervoudige koorden dus onbepaald. Evenzoo is het gesteld met den graad der dubbelkromme van het oppervlak $S(1^3)$.

Wel ligt hier het denkbeeld voor de hand van de

$$2 \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4}$$

lijnen, die op telkens vier van de gegevene lijnen rusten, diegene als viervoudige koorden van de ontaarde kromme te beschouwen, welke deze vier lijnen in verschillende punten snijden. Daarbij blijkt dan echter, dat men de onveranderlijkheid van dit aantal met betrekking tot de meest omvattende verandering, die men aan den onderlingen stand der lijnen mag aanbrengen, dan alleen handhaven kan, wanneer men zich het aannemen van enkele bepaalde onderstellingen laat welgevallen. Dit onderzoek is echter te wijdoopig om het hier mee te deelen. Ik vermeld dus alleen de uitkomst in de volgende woorden :

Tenzij er door ieder punt van een kromme R_m een of meer viervoudige koorden gaan — in welk geval deze een oppervlak

*) Wjl hier van slechts een kromme sprake is, zal ik de accenten eenvoudigheidshalve weglaten

vormen — is het aantal dier viervoudige koorden voorgesteld door den vorm :

$$\frac{1}{24} \{ -m^4 + 18m^3 - 71m^2 + 78m - 48m h + 132h + 12h^2 \} *).$$

Behoort echter tot de kromme lijn een rechte, die haar in k punten snijdt, — een lijn, die ik een k -puntige lijn der kromme noem — dan moet dit aantal met $\frac{(k-1)(k-2)(k-3)}{6}$ verminderd worden. Met deze beperking geldt bovengenoemde regel voor iedere ruimtekromme, enkelvoudig of samengesteld.

De kolossale afmetingen van de formules, die moeten leiden tot het overeenkomstige resultaat omtrent den graad der dubbelkromme van het oppervlak $S(1^3)$ hebben mij tot nu toe in het vinden van dit resultaat gedwarsboomd †).

30. Bij de bespreking van het aantal enkelvoudige voorwaarden, waardoor een ruimtekromme bepaald wordt, vestig ik eerst de aandacht op drie op zich zelf staande gevallen, waarin men tot de kennis van dit aantal komen kan; vooreerst beschouw ik de totale doorsnee van twee algebraïsche oppervlakken, ten tweede de krommen $M(x^p y^q)$ die gelegen zijn op een oppervlak van den tweeden graad, en eindelijk de unicursale krommen.

Wanneer men in de eerste plaats het aantal punten, waar-

* In SALMON-FIEDLER (t. a. p. blz. 265) staat abusievelijk $-78m$ in plaats van $+78m$ in den vorm, die ook in de gedaante $\frac{A(A-4m+11)}{2} - \frac{m(m-2)(m-3)(m-13)}{24}$ kan geschreven worden.

† Dat ook hier een dergelijke beperking voorkomen zal, blijkt uit de beschouwing van het geval van m elkaar kruisende lijnen. Het oppervlak $S(1^2)$ bestaat dan uit $\frac{m(m-1)(m-2)}{6}$ oppervlakken F_3 , en de geheele doorsnee dier oppervlakken is

die van den $\frac{m(m-1)(m-2)}{6} \left\{ \frac{m(m-1)(m-2)}{6} - 1 \right\}$ 4den graad; wijl $\frac{m(m-1)(m-2)}{3}$

hier S is, gaat dit over in $\frac{1}{2}S^2 - S$ en niet in $\frac{1}{2}S^2 - S + 3m$, zooals de formule van CAYLEY (t. a. p. blz. 457, regel 14) verlangt. Bovendien is het duidelijk, dat er in het genoemde geval geen verschil bestaat tusschen de totale doorsnee dier oppervlakken en de grootheid NT .

door een oppervlak F_n van den n^{den} graad bepaald wordt, door het teeken $P(n)$ voorstelt, dan is het grootste aantal x der willekeurig op F_n aangenomen punten, die men ter verkrijging van een enkelvoudig oppervlak F_{n_1} (waarbij $n_1 > n$ ondersteld wordt) onder de $P(n)$ bepalende punten mag opnemen, aangegeven door de vergelijking

$$x = P(n_1) - P(n_1 - n) - 1.$$

Want is dit aantal één meer dan het door de vergelijking aangegevene, dan kan men door de overige $P(n_1 - n)$ bepalende punten een oppervlak $F_{n_1 - n}$ brengen en is dus het bepaalde oppervlak F_{n_1} , wyl het uit F_n en $F_{n_1 - n}$ bestaat, niet enkelvoudig.

Volgt hieruit, dat de kromme van doorsnee van twee oppervlakken F_{n_1} en F_n bepaald is door $P(n_1) - P(n_1 - n) - 1$ willekeurig op F_n aangenomen punten, er kan ook uit afgeleid worden, dat zij in het algemeen bepaald is door $P(n_1) + P(n) - P(n_1 - n) - 1$ enkelvoudige voorwaarden. Want terwijl de kromme bepaald is door $P(n_1) - P(n_1 - n) - 1$ punten op F_n en het liggen van een punt der kromme op F_n voor een enkelvoudige voorwaarde geldt, is het oppervlak F_n zelf -- dat ik "den drager" der kromme noemen zal -- door $P(n)$ enkelvoudige voorwaarden bepaald. Zoo is een vlakke kromme C_n in de ruimte bepaald door

$$\frac{n^3 + 6n^2 + 11n}{6} + 3 - \frac{(n-1)^3 + 6(n-1)^2 + 11(n-1)}{6} - 1 = \frac{n(n+3)}{2} + 3$$

enkelvoudige voorwaarden, 3 voor het vlak waarin de kromme ligt en $\frac{n(n+3)}{2}$ voor de kromme zelve.

Alleen wanneer n_1 en n gelijk zijn, moet het bovenstaande een kleine wijziging ondergaan; wyl $P(n_1 - n)$ dan nul is, is het aantal punten op F_n dan kleiner dan $P(n)$ en wordt de kromme dus door $P(n_1) - 1$ willekeurige punten in de ruimte of $2\{P(n_1) - 1\}$ enkelvoudige voorwaarden bepaald; bij de basis-krommen is dit aantal dus één geringer dan bij iedere andere volledige doorsnee. Bovendien is het ook duidelijk, dat onder de volledige doorsneden alleen een basiskromme door een zeker aan

tal willekeurig aangenomen punten bepaald kan worden; deze bepaling is een ondubbelzinnige (slechts één kromme voldoet aan de vraag).

Wijl in de tweede plaats de kromme $M(x^p y^q)$ volgens art. 10 door $p q + p + q$ willekeurig op den drager F_2 aangenomen punten bepaald is, is het aantal enkelvoudige voorwaarden, dat deze kromme bepaalt, voorgesteld door $p q + p + q + 9$. Hierop maken alleen de krommen $M(x^1 y^1)$, $M(x^2 y^1)$ en $M(x^2 y^2)$, die op meer dan een oppervlak F_2 gelegen zijn, een uitzondering, wijl men tot de kennis van deze het oppervlak F_2 niet behoeft te bepalen; slechts bij deze krommen gelegen op meer dan een oppervlak F_2 en bij de kromme $M(x^3 y^1)$ is bepaling door punten alleen mogelijk *.

Is de kromme eindelijk een unicursale kromme R_v , dan kunnen de tetraedale ruimte-coördinaten harer punten worden aangegeven door de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} \varrho x_1 &= a_v \lambda^v + a_{v-1} \lambda^{v-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 \\ \varrho x_2 &= b_v \lambda^v + b_{v-1} \lambda^{v-1} + \dots + b_1 \lambda + b_0 \\ \varrho x_3 &= c_v \lambda^v + c_{v-1} \lambda^{v-1} + \dots + c_1 \lambda + c_0 \\ \varrho x_4 &= d_v \lambda^v + d_{v-1} \lambda^{v-1} + \dots + d_1 \lambda + d_0 \end{aligned} \right\} \dots (17),$$

waarin $4v$ onderling onafhankelijke coëfficiënten voorkomen. Want de substitutie

$$\lambda = \frac{p\mu + q}{r\mu + 1}, \quad \varrho = \frac{s}{(r\mu + 1)^v},$$

waardoor μ in de plaats van λ en s in de plaats van ϱ treedt, voert vier nieuwe grootheden p , q , r en s in, die toelaten, dat men onafhankelijk van de te bepalen kromme aan vier van de $4v + 4$ nieuwe coëfficiënten a , b , c en d bepaalde waarden toekent †) Wijl nu het invoegen van de coördinaten van een ge-

) Van de kromme $M(x^3 y^1)$ kan men acht punten willekeurig aannemen; door acht willekeurige punten gaan blijkens de onderzoekingen van CAYLEY (SALMON t. a. p. blz. 116) zelfs vier zulke krommen; dit strijdt echter niet tegen de uitkomst, dat men de kromme slechts door zeven punten willekeurig op een F_2 aangenomen brengen kan, wijl dan een oppervlak gegeven is, waar de kromme op liggen moet.

†) Vergelijk *Verslagen en Mededeelingen*, t. a. p. art. 26.

geven punt in (17) na eliminatie van q en λ twee betrekkingen tusschen deze coëfficiënten oplevert en het aannemen van een punt der kromme twee enkelvoudige voorwaarden voorstelt, is het aantal bepalende enkelvoudige voorwaarden eener unicursale kromme R_ν gelijk aan 4ν .

31. Op de vraag, of het mogelijk is het aantal enkelvoudige voorwaarden, dat een kromme (ν, h) bepaalt, in de grootheden ν en h uit te drukken, moet nu een ontkennend antwoord gegeven worden. Daartoe zou noodig zijn, dat men er in slagen kon de uitdrukking $P(n_1) + P(n) - P(n_1 - n) - 1$ door middel van de vergelijkingen $\nu = n_1 n$, $h = \frac{1}{2} n_1 n (n_1 - 1) (n - 1)$ van blz. 284 en de uitdrukking $p q + p + q + 9$ door middel van de vergelijkingen $p + q = \nu$, $\frac{\nu^2 + q^2 - (p + q)}{2} = h$ van blz. 272 tot

een uitdrukking in ν en h te vervormen, die voor $h = \frac{(\nu - 1)(\nu - 2)}{2}$

de waarde 4ν aanneemt. Dit is echter niet mogelijk. Want terwijl de basiskromme van een oppervlakkenbundel van den n^{den} graad bepaald is door $2 \{P(n) - 1\}$ enkelvoudige voorwaarden, is de kromme $M(x^{n^2-n} y^n)$, die in ν en h met de voorgaande overeenstemt (vergelijk blz. 277), door $n^3 + 9$ enkelvoudige voorwaarden bepaald. En deze twee getallen komen niet met elkaar overeen. De drie beschouwde gevallen moeten dus op zich zelf blijven staan; zij voeren niet tot een algemeene wet, waarvan zij bijzondere toepassingen zijn.

32. Even als bij de vlakke krommen bewijst men gemakkelijk, dat de voorwaarde, die uitdrukt, dat de ruimtekromme op een nog onbekende plaats een dubbelpunt heeft, een enkelvoudige voorwaarde is. Zoo zal men van de kromme R_3 (waarvoor $h = 2$ is), die bepaald is door zestien enkelvoudige voorwaarden (acht willekeurige punten), slechts zeven punten willekeurig kunnen aannemen als men wil, dat ze ergens twee dubbelpunten hebben moet. De kromme zal dan weer niet ondubbelzinnig bepaald zijn. Veeleer bedraagt het aantal oplossingen 28. Wijl de kromme namelijk samengesteld moet zijn, als ze twee dubbelpunten heeft, en ze niet kan bestaan uit de vereeniging van twee vlakke krommen, daar de zeven gegeven punten niet in twee vlakken gelegen zijn, moet zij bestaan uit een R_3 met een harer koorden.

En nu verkrijgt men zeven van deze krommen door R_3 te brengen door zes der zeven punten en uit het zevende een koorde aan haar te trekken, en een-en-twintig door van de verbindingslijn van twee der zeven punten uit te gaan en door de vijf andere punten een R_3 te brengen, die deze verbindingslijn tot koorde heeft. Zooals bekend is gaan al deze krommen, die de ontaardende krommen van den door de zeven punten bepaalden krommenbundel uitnaken, door een achtste punt, het achtste gemeenschappelijke punt van alle oppervlakken F_2 door de zeven punten.

Eveneens zal men, om nog een voorbeeld te noemen, van de kromme R_4 (waarvoor $h = 2$ is) slechts zes bepalende punten kunnen aannemen, wanneer men wil, dat zij op onbekende plaats vier dubbelpunten heeft en zij dus in een scheeven vierhoek overgaat; het aantal oplossingen bedraagt dan 45.

33. Aan het eind van deze beschouwingen gekomen, die eenigermate een pendant vormen van de vroeger over vlakke krommen geleverde, kan het zijn nut hebben den gevolgden weg in het kort nog eens te doorloopen en de uitkomsten te resumeeren.

Uitgaande van de toepassing der bekende PLÜCKER'sche formules op samengestelde vlakke krommen, heb ik nagegaan onder welke beperkende voorwaarden deze als algemeen geldig mogen worden beschouwd, om daarna (in art. 5, 6 en 7) dezelfde vraag voor de ruimtekrommen met betrekking tot de formules PLÜCKER-CAYLEY te beantwoorden. Vervolgens heeft het onderzoek naar het oppervlak van den laagsten graad, dat men door een kromme R , brengen kan, mij eenigen tijd bezig gehouden; na eerst den stand van zaken te hebben geschetst, ben ik (in art. 10) met betrekking tot de op een P_3 gelegene krommen tot een nieuw resultaat gekomen. En eindelijk heb ik getracht te onderzoeken, welke invloed aan de grootheid h , het aantal der schijnbare dubbelpunten van de kromme, moet worden toegekend.

Deze laatste beschouwing, die verreweg de meeste ruimte inneemt, laat zich geleidelijk in drie afzonderlijke stukken ver-

deelen. In het eerste heb ik aangewezen in hoever het bedoelde getal h den aard der kromme bepaalt (art. 16) en welke waarde aan h moet worden toegekend als grondslag voor de verdeling van ruimtekrommen van denzelfden graad in krommen van verschillend soort. Na in art. 19 een schets gegeven te hebben van de verschillende krommen van minder dan den zesden graad — en vooral met betrekking tot de verdeling van de krommen R_5 bewees de in art. 10 gevonden stelling goede diensten — heb ik een slechts ten doele gelukte poging gewaagd om de krommen R_6 te klassificeeren. Daarbij kom ik tot het besluit, dat er minstens zeven en hoogstens vijftien verschillende soorten van deze kromme te onderscheiden zijn *). Tevens heb ik daarbij in het licht gesteld, dat de grootheid h niet het eenige richtsnoer zijn mag bij de verdeling der ruimtekrommen van denzelfden graad, maar dat de graad van het oppervlak van den laagsten graad, dat door de kromme gaat, daarbij ook moet gekend worden. In het tweede gedeelte van dit laatste stuk heb ik de regelrechte oppervlakken beschouwd, die op een eenvoudige wijs met drie, twee of een ruimtekromme in verband staan. In hoofdzaak heb ik de door CAYLEY langs analytischen weg gevonden resultaten hier meetkundig afgeleid en ze op aanvullingsdoorsneden en samengestelde ruimtekrommen uitgebreid. En in het derde gedeelte heb ik in drie bepaalde groepen van gevallen

*) Even voor het afdrukken van vel 19 bespeurde ik, dat de krommen R_6 reeds gerangschikt zijn door ED. WEYR ("Comptes rendus", deel 76, blz. 424, 475 en 555). Uit zijne verhandeling is mij gebleken, dat op mijn derde soort na (zie de tabel op blz 279) door elke kromme R_6 een enkelvoudig oppervlak F_4 gaat, — iets wat trouwens even goed uit mijne behandeling had kunnen worden afgeleid — en dus de vier krommen $3 \times 5 - 9$ geen nieuwe soorten kunnen zijn. Van de vier krommen $\frac{3 \times 4}{2}$ toont WEYR met behulp van het door CAYLEY beschouwde oppervlak, de *monoïde*, ("Comptes rendus", deel 54, blz. 55 en blz. 306 en deel 58, blz. 994) aan, dat de soort, waarvoor $A = 6$ is werkelijk van mijne eerste soort verschilt, door aan te wijzen, dat er door deze nieuwe kromme slechts een oppervlak F_3 te brengen is. En van de drie andere soorten $\frac{3 \times 4}{2}$, waarvoor A de waarde 7, 8 of 9 heeft, beweert hij, dat het van de laatste alleen zeker is, dat er twee oppervlakken F_3 door gaan; waarmee m. i. het aannemen van acht soorten in plaats van tien kwalijk te rijmen is.

(N.B. Op blz. 279 is verwezen naar de noot van art. 31, dit moet zijn art. 33).

het aantal enkelvoudige voorwaarden, waardoor een ruimtekromme gegeven is, opgespoord, om daaruit te komen tot de negatieve uitkomst, dat dit aantal zich niet laat beschouwen als een functie van de grootheden r en h alleen.

Heb ik in dit korte overzicht de nieuwe uitkomsten, die ik verkregen heb, met een enkel woord aangegeven, naast deze heb ik de gapingen van mijn werk blootgelegd. Mocht het een ander aansporen deze aan te vullen, dan zal ik mijn moeite meer dan beloond achten.

den Haag, 25 Januari 1879.

N A S C H R I F T.

Aan het einde van dit onderzoek maak ik van de gelegenheid gebruik een paar misstellingen te verbeteren, die voorkomen in het meermalen aangehaalde stukje: Eenige beschouwingen naar aanleiding van het grootste aantal veelvoudige punten eener algebraïsche kromme.

a). De eerste betreft de argumentatie in de artt. 13 en 14, die geen kritiek kan doorstaan, wijl ze op een cirkelredeneering gegrond is. In de volgende mededeeling, die ik omtrent het genoemde punt van den Heer P. J. VAN DEN BERG, hoogleeraar te Delft, mocht ontvangen en die ik hier letterlijk overneem, wordt dit bezwaar uit den weg geruimd en tevens aan de artt. 10—18 verkorting aangebracht.

„De berekeningen van artt. 13—14 (pag. 108—109) moeten overbodig geacht worden, omdat op pag. 106 boven reeds in het algemeen vermeld is dat, indien voor eenige positieve p tevens y positief is, zulk eene p steeds aan de betrekking (5) voldoet, terwijl juist ditzelfde nogmaals, maar meer uitvoerig, in artt. 13—14 wordt aangetoond. Waar het op aankomt is dan ook, niet zoozeer te doen zien dat, als y in de eerste vergelijking (4) positief wordt voor de waarden (8), m. a. w. dat, als aan (9^a) of (9^b) voldaan wordt, dat dan tevens aan (5) voldaan is; maar veeleer, te bewijzen dat werkelijk de betrekkingen (9^a) of (9^b) gelden, hetgeen volgens pag. 106 de geldigheid van (5) met zich brengt. En dat inderdaad de geldigheid van (9^a) of (9^b) niet aangetoond is, m. a. w. dat niet is aangetoond dat y voor de waarden (8) inderdaad positief wordt, kan blijken doordien de bewijzvoering van artt. 13—14 steeds

doorgaat, wat ook de waarde van r moge zijn, en dus onafhankelijk van de op pag. 105 beneden vermelde voorwaarde $0 < r < k$, terwijl daarentegen de betrekkingen (5) en (6) of (8) zich juist van elkander onderscheiden doordien r in de eerste wel, in de tweede niet voorkomt.

Maar bovendien wordt, door de bewijsovervoering eenigzins anders in te rigten, zelfs het opmaken van de wortelvormen van pag. 106 boven en als gevolg daarvan het stellen van de betrekking (5) overbodig; terwijl dan evenzeer het invoeren van het quotient m en van de rest q , en in verband daarmede het splitsen in de twee afzonderlijke gevallen $2q < k$ en $2q > k$ op pag. 107 en verder, niet noodig is.

Men zou de artt. 10—18 namelijk kunnen vervangen door eene redenering zooals hieronder volgt, als wanneer, wat de formules betreft, alleen (3), (4) en (6) behouden blijven, terwijl dan tevens, gelijktijdig met de regelmaat in de getallen p en met de periodiciteit van r , eenig verband in de grootste aantallen z zelve van de k -voudige punten gevonden wordt. Ook in de in art. 18 vermelde uitkomst van het onderzoek wordt op deze wijze de splitsing in de twee gevallen $2q < k$ en $2q > k$ minder noodig, terwijl het daarentegen wenschelijk schijnt in die uitkomst, in verband met het slot van art. 9, nogmaals opmerkzaam te maken op de uitzonderingsgevallen die zich voordoen zoolang $m = 1$ is of liever zoolang $p = 0$ zou zijn.

Eindelijk behoeft in het hieronder volgende eene in den aanhef van art. 10 onder de woorden „geheel langs den bij dubbelpunten gevolgden weg” begrepen soortgelijke redenering als op pag. 100 midden, die namelijk zou dienen om aan te toonen dat men zich in de tweede vergelijking (3) tot $r < k$ moet bepalen, niet afzonderlijk voorop gesteld te worden, maar blijkt de noodzakelijkheid van deze voorwaarde $r < k$ in den loop van het onderstaande onderzoek van zelf.

De bepaling van het grootste aantal z van k -voudige punten eener enkelvoudige kromme van den n^{den} graad komt neder op de bepaling van de kleinste waarde van z die voor de verschillende mogelijke waarden van p , q en r voldoet aan de twee vergelijkingen :

$$\left. \begin{aligned} (z + 1) + y &= \frac{1}{2} p (p + 3) \\ k(z + 1) + y &= np + r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3),$$

waarin alle grootheden geheele positieve getallen voorstellen (kun-
nende evenwel y ook gelijk nul zijn) en waarin bovendien (zie
art. 7) $p < n$ moet wezen. Schrijft men daartoe de oplossin-
gen van deze vergelijkingen ten opzichte van y en z onder de
wel niet meest eenvoudige, maar toch voor ons doel meest ge-
schikte vormen :

$$\left. \begin{aligned} (k-1)y + (r-1) &= \frac{1}{2} p (kp + 3k - 2n) - 1 \\ (k-1)z + (k-1-r) &= \frac{1}{2} p (2n - 3 - p) \end{aligned} \right\} \dots (4),$$

dan leeren deze in de eerste plaats dat zoodra, voor eene aan-
vankelijk willekeurig aangenomen waarde van p en voor veran-
derlijk gedachte r , de steeds geheele getallen $\frac{1}{2} p (kp + 3k - 2n) - 1$
en $\frac{1}{2} p (2n - 3 - p)$ positief zijn, niet alleen de mogelijkheid be-
staat eene zoodanige waarde van r te vinden waarvoor y en
 $r - 1$ als quotient en rest van het eerste, z en $k - 1 - r$ als
quotient en rest van het tweede der getallen, gedeeld door
 $k - 1$, allen positief of welligt gedeeltelijk gelijk nul zijn, maar
dat men tevens, om z zoo klein mogelijk te maken, juist deze
beneden k blijvende waarde van r , en niet eene grootere, moet
nemen. En in de tweede plaats blijkt, indien men zich nu ook p
veranderlijk denkt, dat z gelijktijdig met $p(2n - 3 - p)$ zoo
klein mogelijk wordt, hetgeen, daar deze 2^e-magtsvorm in p
geen analytisch minimum toelaat, het geval zal zijn indien p in
meer of in minder zoo ver mogelijk verwijderd blijft van de
waarde $p = 2n - 3 - p = n - \frac{3}{2}$ waarvoor het analytisch maxi-
mum intreedt. Daar men nu, gelet op $p < n$, in meer niet
anders kan toelaten dan $p = n - 1$, terwijl men, gelet op
 $y \geq 0$ of $kp + 3k - 2n > 0$, in minder kan afdalen tot

$$p > \frac{2}{k} n - 3 \dots \dots \dots (5),$$

dat is voor $k = 2$ tot $p = n - 2$ en voor $k > 2$ zelfs tot
 $p < n - 3$, zoodat men in ieder geval in minder even ver als
of verder dan in meer verwijderd kan blijven van de even ge-
noemde waarde $n - \frac{3}{2}$, zoo blijkt dat p gelijk moet genomen wor-

den aan het kleinste geheele getal dat $\frac{2}{k}n - 3$ overtreft, dat is gelijk aan het quotient van $2(n - k)$ door k (behoudens het geval waarin dit quotient gelijk nul zou zijn, als wanneer het, getet op de voorwaarde $n > 0$, door $p = 1$ behoort vervangen te worden). De waarde van p op deze wijze in ieder geval rechtstreeks bepaald zijnde, waardoor blijkbaar de aan het slot van art. 9 omschreven regelmaat in deze getallen van zelf te voorschijn treedt, worden verder de bij iedere p behoorende z en $k - 1 - r$ volgens het reeds opgemerkte onmiddellijk als quotient en rest van $\frac{1}{2}p(2n - 3 - p)$ of $pn - \frac{1}{2}p(p + 3)$ door $k - 1$ gevonden, zoodat men gemakkelijk in staat is de tabel van pag. 104 op te stellen. Op deze wijze is, zooals boven gezegd het substitueren van de waarde $n = mk + q$ overbodig geworden en vindt men dan ook de beide vormen (11^a) en (11^b) van pag. 112 of die van pag. 113 midden, waardoor de bij $2q < k$ en bij $2q \geq k$ behoorende z in m , k en q zijn uitgedrukt, niet nedergeschreven; maar dit neemt niet weg dat men ook zonder dát gerechtigd blijft tot het besluit dat het aan het slot van art. 15 besproken geval waarin de gevondene $z > \frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$

is kan voorkomen, daar toch uit het hierboven gezegde, even goed als op pag. 113 bovenaan uit (11^a) en (11^b), blijkt dat p voor groote n nadert tot $\frac{2n}{k}$ en dus z tot $\frac{\frac{1}{2}p(2n-p)}{k-1} = \frac{2n^2}{k^2}$,

hetgeen voor $k > 2$ steeds $> \frac{n^2}{k(k-1)} > \frac{(n-1)(n-2)}{k(k-1)}$

is. En wat nu ten slotte de betrekkingen tusschen twee bij eene zelfde k behoorende stelsels (n, p, z, r) en (n', p, z', r') in de tabel van pag. 104 betreft, kan men op grond van de vorenstaande definitiën van p , z en $k - 1 - r$ opmerken dat, mits het verschil $n' - n$ zoo gekozen worde dat de beide hieronder ter berekening van $p' - p$ en $z' - z$ volgende deelingen zonder resten opgaan, hetgeen dus o. a. medebrengt dat $(k - 1 - r') - (k - 1 - r) = 0$ of $r' = r$ blijft, gevonden wordt

$$p' - p = \frac{2(n' - k) - 2(n - k)}{k} = \frac{2(n' - n)}{k}$$

en dus

$$\begin{aligned}
 z' - z &= \frac{\frac{1}{2} p' (2n' - 3 - p') - \frac{1}{2} p (2n - 3 - p)}{k - 1} = \\
 &= \frac{\frac{1}{2} p' \{2(n' - n) - (p' - p)\} + \frac{1}{2} (p' - p) (2n - 3 - p)}{k - 1} = \\
 &= \frac{n' - n}{k(k - 1)} \{p'(k - 1) + (2n - 3 - p)\} \\
 \text{of ook} &= \frac{\frac{1}{2} p \{2(n' - n) - (p' - p)\} + \frac{1}{2} (p' - p) (2n' - 3 - p')}{k - 1} = \\
 &= \frac{n' - n}{k(k - 1)} \{p(k - 1) + (2n' - 3 - p')\} ,
 \end{aligned}$$

waaruit blijkt: 1^o. dat voor k oneven, als wanneer $n' - n = k(k - 1)$ de kleinste bruikbare waarde zonder resten is, komt $p' - p = 2(k - 1)$, terwijl dan in de zoeven voor $z' - z$ gevonden waarde de coëfficiënt $\frac{n' - n}{k(k - 1)} = 1$ wordt; 2^o. dat voor k even, als wanneer men tot $n' - n = \frac{1}{2} k(k - 1)$ kan afdalen, komt $p' - p = k - 1$, terwijl dan voor $z' - z$ wel is waar de coëfficiënt $\frac{n' - n}{k(k - 1)} = \frac{1}{2}$ wordt, maar niettemin, omdat thans zoowel k als $p + p' + 3 = 2p + k + 2$ even is, $z' - z$ een geheel getal blijft."

b). De tweede misstelling betreft de in de derde noot van pag. 126 gegeven uitdrukking $3(n - 1)^2 - 3p$, die bij nader inzien door $3(n - 1)^2 - 7p$ vervangen moet worden. Dit zal ik aanwijzen door het door bedoelden vorm voorgestelde aantal der krommen uit een bundel van den n^{den} graad, die in het geval er onder de basispunten reeds p dubbelpunten voorkomen buiten deze om nog een dubbelpunt hebben, af te leiden.

Wanneer de eerste poolkrommen van drie niet op een rechte lijn gelegen punten O_1, O_2, O_3 met betrekking tot een willekeurige kromme C_n door een punt a gaan, heeft C_n in a een dubbelpunt. Nu vormen de eerste poolkrommen van de punten O_1, O_2, O_3 met betrekking tot een krommenbundel C_n zonder veelvoudige basispunten drie krommenbundels $\psi^1_{n-1}, \psi^2_{n-1},$

φ^3_{n-1} , die onderling projectief zijn, wanneer men de eerste poolkrommen van de drie punten O_1, O_2, O_3 met betrekking tot dezelfde kromme C_n uit den oorspronkelijken bundel met elkaar doet overeenkomen. Stelt men nu de meetkundige plaats van de snijpunten van de overeenkomstige krommen van de bundels φ^1_{n-1} en φ^2_{n-1} door $C^3_{2(n-1)}$, die van φ^1_{n-1} en φ^3_{n-1} door $C^2_{2(n-1)}$ voor, dan moeten de gezochte dubbelpunten van de krommen C_n , wijl ze op beide krommen $C_{2(n-1)}$ gelegen zijn, tot de $4(n-1)^2$ snijpunten van beide behooren. En wijl alleen de $(n-1)^2$ basispunten van φ^1_{n-1} , die op beide $C_{2(n-1)}$'s gelegen zijn, niet aan de vraag voldoen, is het aantal dubbelpunten bij een krommenbundel C_n met alleen enkelvoudige basispunten $3(n-1)^2$.

Onderstel ik nu voorloopig, dat er onder de basispunten van den bundel C_n slechts één dubbelpunt a_1 voorkomt, en neem ik dit punt a_1 als O_1 aan, dan moet ik met CREMONA *) bovenstaande redeneering een wijziging doen ondergaan. De krommen van den met a_1 overeenstemmenden bundel φ^1_{n-1} hebben dan a_1 tot gemeenschappelijk dubbelpunt en de raaklijnen aan die krommen in dit punt vallen met die aan de overeenkomstige krommen C_n in dit punt samen. Wijl de bundel C_n twee krommen bevat, die a_1 tot keerpunt hebben, en de keerraaklijnen l' en l'' dier beide krommen C'_n en C''_n in dit punt de dubbelstralen zijn van de involutie der raaklijnenparen in a_1 aan de krommen van den bundel C_n , is dit bij den bundel φ^1_{n-1} met de overeenkomstige krommen insgelijks het geval. De krommen van de beide andere bundels φ^2_{n-1} en φ^3_{n-1} hebben echter in a_1 een enkelvoudig basispunt; de krommen uit beide, die met de krommen C'_n en C''_n overeenstemmen, raken de lijnen l' en l'' aan.

Uit dit alles volgt, dat de krommen $C^3_{2(n-1)}$ en $C^2_{2(n-1)}$ in het beschouwde geval in het punt a_1 een gemeenschappelijk punt hebben, dat voor elf snijpunten telt. Want elk der beide krommen heeft vooreerst in a_1 een drievoudig punt, omdat dit punt dubbelpunt is voor alle krommen van φ^1_{n-1} en enkelvoudig punt voor alle krommen van φ^2_{n-1} en φ^3_{n-1} . En bij

*) „Ebene Curven“, blz. 122, art. 88 en blz. 262.

elk der beide krommen worden twee der drie takken aangeraakt door de lijnen t' en t'' , terwijl de beide derde raaklijnen in het algemeen verschillen. Daar nu een punt, dat r -voudig is voor één kromme en s -voudig voor een andere, als in dit punt beide krommen t gemeenschappelijke raaklijnen hebben, voor $rs + t$ snijpunten geldt, vertegenwoordigt het punt a_1 elf snijpunten van $t^3_{2(n-1)}$ en $C^2_{2(n-1)}$. En daar het punt a_1 als dubbelpunt onder de basispunten van $q^{1_{n-1}}$ nu vier basispunten van $q^{1_{n-1}}$ voorstelt, is het aantal punten dat aan de vraag voldoet

$$4(n-1)^2 - 11 - \{(n-1)^2 - 4\}$$

en dus door het aannemen van één gemeenschappelijk dubbelpunt met zeven verminderd. Waaruit dan het besluit getrokken mag worden, dat dit aantal bij aanwezigheid van p gemeenschappelijke basispunten met $7p$ vermindert en dus overgaat in den vorm $3(n-1)^2 - 7p$.

Werkelijk zijn de uitkomsten, die men gemakkelijk confronteeren kan, met dezen vorm in overeenstemming. Neemt men $n = 3$, $p = 1$, dan vraagt men dus naar de krommen C_3 , die een gegeven punt a tot dubbelpunt, de punten 1, 2, 3, 4, 5 tot enkelvoudige punten en nog een tweede dubbelpunt van onbekende ligging hebben. Wijl deze krommen C_3 noodzakelijkerwijs samengesteld zijn, voldoen alleen de combinaties

$$(a, 1) \quad (a, 2) \quad (a, 3) \quad (a, 4) \quad (a, 5) \\ (a, 2, 3, 4, 5); \quad (a, 1, 3, 4, 5); \quad (a, 1, 2, 4, 5); \quad (a, 1, 2, 3, 5); \quad (a, 1, 2, 3, 4);$$

van een rechte lijn met een kegelsnee aan de vraag. En deze zijn vijf in aantal, zooals de gevonden uitdrukking het verlangt *).

Neemt men $n = 4$, $p = 3$, dan vraagt men naar de krommen C_4 , die drie gegeven punten a_1, a_2, a_3 tot dubbelpunten, de punten 1, 2, 3, 4 tot enkelvoudige punten en nog een dubbelpunt

* De vroeger reeds genoemde commandant van de genie F. DEWULF uit Bayonne heeft mij gewezen op deze uitkomst ter veroordeeling mijner eerste uitdrukking; hieruit heb ik aauleiding genomen de tweede te zoeken.

van onbekende ligging hebben. Zooals de vorm verlangt, vindt men in dit geval zes krommen, de drie kegelsnedenparen

$$\begin{aligned} & (a_1, a_2, a_3, 1, 2), (a_1, a_2, a_3, 1, 3), (a_1, a_2, a_3, 1, 4) \\ & (a_1, a_2, a_3, 3, 4), (a_1, a_2, a_3, 2, 4), (a_1, a_2, a_3, 2, 3) \end{aligned}$$

en de drie krommen C_3 , die in een der drie punten a_1, a_2 of a_3 een dubbelpunt hebben en door de zes overige punten gaan, elk vereenigd met de lijn, die de punten a verbindt, welke geen dubbelpunten harer C_3 zijn.

Neeemt men $n = 5, p = 6$, dan kan men naast de zes dubbelpunten $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ nog slechts een enkelvoudig punt 1 ter bepaling van een C_3 met zeven dubbelpunten aannemen. Zooals de gevondene vorm verlangt zijn er dan weer zes krommen, die aan de vraag voldoen, de zes kegelsneden, die door vijf der zes punten a gaan elk vereenigd met de kromme C_3 door deze punten en het punt 1, die het zesde punt a tot dubbelpunt heeft.

Langs denzelfden weg vindt men met CREMONA hoeveel krommen met een dubbelpunt van onbekende ligging er begrepen zijn in een bundel van den n^{den} graad, wanneer er onder de basispunten een k -voudig punt a_1 voorkomt. Omdat de involutorische stralenbundel van den k^{den} graad gevormd door de raaklijnen aan de krommen van den bundel in dit punt a_1 een aantal van $2(k-1)$ groepen heeft, waarvan twee stralen samenvallen *), hebben de twee krommen $C_{2(n-1)}$ en C_{2n-1} , waarvan a_1 een $2k-1$ -voudig punt is, in dit punt $2(k-1)$ gemeenschappelijke raaklijnen, zoodat a_1 voor $(2k-1)^2 + 2(k-1)$ snijpunten van beide krommen geldt. En wijl a_1 nu k^2 basispunten van $\eta^{1, n-1}$ vertegenwoordigt, is het gevraagde aantal

$$4(n-1)^2 - \{(2k-1)^2 + 2(k-1)\} - \{(n-1)^2 - k^2\}$$

of $3(n-1)^2 - (3k^2 - 2k - 1)$ en dus bij aanwezigheid van p dergelijke k -voudige basispunten

$$3(n-1)^2 - p(3k+1)(k-1).$$

Neeemt men ter confronteering van deze uitkomst het alge-

*) CREMONA-CURTAL, „Ebcen CURVA”, biz. 28, art. 22.

meene geval, dat $k = n - 1$ en $p = 1$ is, waarbij de gezochte krommen noodzakelijk weer samengesteld moeten zijn, dan vindt men met behulp van bovenstaande uitdrukking voor het aantal van deze $2k + 1$ of $2n - 1$. Wijl nu een $n - 1$ -voudig punt bij de bepaling van een kromme voor $1 + 2 + \dots + n - 1$ of $\frac{n(n-1)}{2}$ gegevens telt, moet men ter bepaling van een kromme

van den bundel naast dit veelvoudige punt nog $\frac{n(n+3)}{2} - \frac{n(n-1)}{2}$

of $2n$, ter bepaling van de basis dus $2n - 1$ enkelvoudige punten aannemen. En nu zijn de $2n - 1$ gevraagde krommen de vereeniging van ieder der $2n - 1$ lijnen, die a_1 met een dier $2n - 1$ enkelvoudige basispunten verbinden, met de kromme C_{n-1} , die door de $2n - 2$ overige enkelvoudige basispunten gaat en a_1 tot $n - 2$ -voudig punt heeft. Want, terwijl een kromme C_{n-1} hierdoor juist bepaald is, zal men bij een samenstelling van C_n uit twee deelen van anderen graad er aan de eene zij niet in slagen de combinatie aan al de eischen te laten voldoen en aan de andere zij een kromme met te veel dubbelpunten verkrijgen.

In verband met het aannemen van de uitdrukking $3(n-1)^2 - 7p$ moeten nu volgende verbeteringen worden aangebracht:

Blz. 126 regel 13 v. b.

<i>staat:</i>	<i>lees:</i>
Zoodat de theorie der eliminatie †) leert, dat er in het behandelde geval 21 krommen zijn, die aan de vraag voldoen.	Zoodat bij eliminatie †) blijken moet, dat er meer dan een kromme — werkelijk is het aantal 13 — aan de vraag voldoet.

Blz. 126 regel 18 v. b.

staat: 20. *lees:* 12.

Blz. 127 regel 12 v. o.

staat: 51 *lees:* 19.

Blz. 127 regel 9 v. o.

staat: 50. *lees:* 18.

Verder kunnen nog volgende verbeteringen aangebracht worden.

Blz. 105 regel 13 v. b.

<i>staat:</i>		<i>lees:</i>
twee evene waarden		twee evene waarden
twee evene		twee onevene.

Blz. 137 regel 15 v. o.

<i>staat:</i>	<i>lees:</i>
$\frac{(n-1)(n-2)}{1}$	$\frac{(n-1)(n-2)}{2}$

Dit naschrift wil ik eindigen met een andere afleiding van de twaalf enkelvoudige krommen, die aan de in voorbeeld 6 (pag. 125—126) gestelde vraag voldoen, een afleiding, waarvan ik het gronddenkbeeld aan den Heer E. DEWULF verschuldigd ben. Ik herhaal de vraag in dezen vorm:

„Een dubbelpuntskromme C_4 te bepalen, die twee gegeven punten a_1 en a_2 tot dubbelpunten en zeven gegeven punten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 tot enkelvoudige punten heeft.”

Het vraagstuk zou opgelost zijn, wanneer men een punt x gevonden had zoodanig, dat de beide kegelsnedenbundels

$$(a_1 a_2 x 6) [1, 2, 3, 4, 5]$$

$$(a_1 a_2 x 7) [1, 2, 3, 4, 5]$$

projectief waren. Want dan zou de meetkundige plaats van het vierde snijpunt P van twee overeenkomstige kegelsneden $(a_1 a_2 x 6 P)$ en $(a_1 a_2 x 7 P)$ dier bundels een kromme C_4 zijn, die aan de vraag voldeed.

Ook in dezen vorm is het vraagstuk bepaald. Want men heeft twee onbekenden, de coördinaten van het punt x , te vinden en daartoe, wanneer men de projectieve overeenkomst bepaalt door $(a_1 a_2 x 6 1)$ met $(a_1 a_2 x 7 1)$, $(a_1 a_2 x 6 2)$ met $(a_1 a_2 x 7 2)$ en $(a_1 a_2 x 6 3)$ met $(a_1 a_2 x 7 3)$ te laten overeenkomen, de twee vergelijkingen, die de gelijkheid van de dubbelverhoudingen

$(a_1 a_2 x 6) [1, 2, 3, 4]$ en $(a_1 a_2 x 7) [1, 2, 3, 4]$, $(a_1 a_2 x 6) [1, 2, 3, 5]$ en $(a_1 a_2 x 7) [1, 2, 3, 5]$ uitdrukken.

Nu bepalen de vijf kegelsneebundels $(a_1 a_2 6) [1, 2, 3, 4, 5]$ op een willekeurige lijn l vijf involutorische puntreeksen. Neemt men nu x als bekend aan, dan zullen de kegelsneden $(a_1 a_2 x 6 1)$, $(a_1 a_2 x 6 2)$, $(a_1 a_2 x 6 3)$, $(a_1 a_2 x 6 4)$ en $(a_1 a_2 x 6 5)$ achtereenvolgens tot de krommen van den eersten, tweeden, derden, vierden en vijfden bundel behooren en de snijpuntenparen, die zij op l bepalen, in de overeenkomstige involuties op l begrepen zijn. Bovendien zullen deze vijf paren van snijpunten, omdat zij behooren bij vijf kegelsneden van een bundel $(a_1 a_2 x 6)$, involutorisch gelegen zijn. Wijl men deze redeneering met betrekking tot de vijf kegelsneebundels $(a_1 a_2 7) [1, 2, 3, 4, 5]$ herhalen kan en men daarbij gemakkelijk inzielt, dat de vijf paren van snijpunten, die men hierbij weer verkrijgt, projectief zijn met de voorgaanden, is in het gestelde vraagstuk de volgende nieuwe vraag begrepen:

„Op een lijn l zijn twee stelsels van vijf involuties gegeven; men vraagt in iedere involutie van elk der beide stelsels een puntenpaar te vinden, zoodat men in elk der beide stelsels vijf puntenparen van een nieuwe involutie verkrijgt en beide nieuwe involuties projectief zijn.”

Neemt men een cirkel M aan, op zijn omtrek een punt O en vereenigt men dit punt met de puntenparen van een der involuties, dan ontstaat er een involutorische stralenbundel. De stralenparen snijden dan — volgens een bekende eigenschap — van den cirkel M bogen af, waarvan de koorden door een punt b gaan. Volvoert men nu deze bewerking voor ieder der vijf involuties van de beide stelsels, dan vindt men bij de vijf involuties van het eerste stelsel de vijf punten b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 , bij die van het tweede stelsel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ *).

Onderstelt men verder twee punten p en π zoodanig gevonden te hebben, dat de stralenbundels

$$p (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$$

$$\pi (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5)$$

*) Tot hiertoe volgde ik den Heer DEWULF.

projectief zijn, dan zullen de vijf stralen van den eersten bundel van den cirkel bogen afsnijden, wier uiteinden zich uit O projecteeren op l als vijf tot de vijf involuties van het eerste stelsel behorende puntenparen onderling in involutie. Evenzoo geven de vijf stralen van den tweeden bundel langs denzelfden weg vijf tot de vijf involuties van het tweede stelsel behorende puntenparen onderling in involutie. En wijl de stralenbundels projectief zijn, zijn de beide involuties het ook.

Uit het bovenstaande volgt echter nog niet, dat ieder puntpaar p, π , dat men mocht kunnen vinden, tot een oplossing van de oorspronkelijke vraag voert. Ja, dit wordt zelfs onmogelijk, zoodra slechts is aangetoond, dat met een willekeurig aangenomen punt p een bepaald punt π en tevens met elk willekeurig aangenomen punt x een bepaald punt p overeensteemt.

De betrekking tusschen de punten p en π is reeds in 1869 door R. STURM aangegeven*). Neemt men p willekeurig aan en is de dubbelverhouding $p(b_1 b_2 b_3 b_4)$ door λ_5 voorgesteld, dan zal het met p overeenkomende punt π op de kegelsnee moeten liggen, die omschreven is aan $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$ en λ_5 bevat (uitdrukking van den admiraal DE JONQUIÈRES); is de dubbelverhouding $p(b_1 b_2 b_3 b_5)$ door λ_4 voorgesteld, dan zal het punt π moeten liggen op de kegelsnee omschreven aan $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_5$, die λ_4 bevat. Zoodat π het vierde snijpunt is van deze beide kegelsneden, die reeds de drie punten $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ gemeen hebben.

Komt met elk punt p van het vlak een bepaald punt π overeen, met elk der punten b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 komt wegens de onbepaaldheid van de lijn, die een dier punten b_i met zich zelf verbindt, een kegelsnee $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \Sigma_4, \Sigma_5$ overeen, die telkens door alle vijf punten β gaat op het punt β_i ; na, dat met b_i overeenkomt. Deze vijf kegelsneden gaan alle door een punt, het punt β_0 , waarmee de kegelsnee S_0 door de vijf punten b overeensteemt. En omgekeerd komen met de vijf punten β vijf kegelsneden S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 overeen, die telkens door vier der punten b gaan en elkaar nog in een punt b_0 snijden, dat met de kegelsnee Σ_0 door de vijf punten β overeensteemt. De punten b_0 en β_0 noemde STURM *verbondene punten* van de beide stelsels b en β .

*) *Math. Annalen*, I, blz. 533; „Das Problem der Projectivität u. s. w.”

Beschrijft p een rechte lijn, dan doorloopt π een kromme C_3 , die $*$, wijl ze punt voor punt met de rechte lijn overeenstemt, een geslacht nul en dus zes dubbelpunten hebben moet. Werkelijk heeft zij de zes punten β tot dubbelpunten, enz.

Wanneer ik mij nu wend tot de betrekking tusschen p en x , dan moet eerst blijken, dat met een willekeurig punt p een bepaald punt x overeenkomt en omgekeerd. Trekt men door p twee willekeurige lijnen l_1 en l_2 en projecteert men de niteinden van de bogen, die deze lijnen van den cirkel M afsnijden, uit O op l als s_1, t_1 en s_2, t_2 , dan zullen de kegelsneden $(a_1 a_2 \delta s_1 t_1)$ en $(a_1 a_2 \delta s_2 t_2)$ elkaar in een vierde punt x snijden. En neemt men omgekeerd een willekeurig punt x aan, dan is het bij dit punt behoorende punt p niets anders dan het snijpunt van de koorden der bogen van M , die uit O op l geprojecteerd puntenparen opleveren behoorende tot de involutie, die de kegelsnedenbundel $(a_1 a_2 \delta x)$ op l afteekent.

Door aan te nemen, dat met ieder puntenpaar p, π een oplossing van het oorspronkelijke vraagstuk in verband staat, zou men tot het besluit moeten komen, dat het punt x , het gezochte dubbelpunt, een geheel willekeurige ligging had. Wat natuurlijk ongerijmd is. Dat niet ieder puntenpaar p, π tot een oplossing voert, dit kan alleen hieraan liggen, dat het punt x bepaald met behulp van het punt p in het algemeen niet overeenstemt met het punt x , dat met behulp van het overeenkomstige punt π wordt gevonden. En met deze opmerking treedt de oplossing een nieuwe phase in.

Gaat men uit van een willekeurig punt p , dan vindt men een bepaald punt x , dat ik x_p zal noemen, en een punt π , dat op zijn beurt weer tot een punt x_π voert. Nu is de vraag: hoe dikwijls kan men een punt p vinden, waarvoor de dus verkregen punten x_p en x_π samenvallen?

Ter bepaling van het punt x_p zijn boven door p twee willekeurige lijnen getrokken. Verbindt men nu p echter met twee der punten b , bijv. b_1 en b_2 , dan zullen de geheel op dezelfde wijs als boven ontstane kegelsneden $(a_1 a_2 \delta s_1 t_1)$ en $(a_1 a_2 \delta s_2 t_2)$, wier vierde snijpunt het punt x_p is, bij beweging van p langs

*) STURM, l. a. p. blz. 538.

een rechte lijn m twee projectieve kegelsnedenbundels voortbrengen, wyl de kegelsneden van elk der beide groepen door drie punten gaan en l volgens een involutie snijden. Dit vierde snijpunt x_p brengt dus bij beweging van p langs m een C_4 voort als de meetkundige plaats van het snijpunt van de overeenkomstige krommen van twee projectieve kegelsnedenbundels. Maar deze C_4 onttaardt in twee kegelsneden; want, als p bij zijn beweging op de lijn $b_1 b_2$ komt, vallen de beide kegelsneden, waarvan x_p het vierde snijpunt is, samen; zoodat deze kegelsnee in de C_4 begrepen is en de eigenlijke meetkundige plaats der punten x_p dus een tweede kegelsnee is, die door de drie punten a_1, a_2 en β gaat. En dewijl men nu even gemakkelijk aantoot, dat p een kegelsnee doorloopt, wanneer x_p een rechte lijn volgt, — want deze rechte lijn, die de C_2 van π in twee punten snijdt, snijdt nu de nieuwe meetkundige plaats ook in twee punten — is de betrekking tusschen p en x_p niets anders dan de gewone meetkundige verwantschap van den tweeden graad*), waarvan a_1, a_2 en β de hoofdpunten zijn. Evenzoo bestaat deze verwantschap met de hoofdpunten a_1, a_2 en γ tusschen de punten π en x_π .

Als p nu een rechte lijn m beschrijft, doorloopt x_π een C_{10} . Want als x_π een rechte lijn n volgt, is π gelegen op een kromme C_3 door a_1, a_2 en γ en deze kromme snijdt de C_5 , die als meetkundige plaats van π met de punten p van m overeenstemt, in tien punten. Deze C_{10} moet, wyl zij met een rechte lijn punt voor punt overeenkomt, een hoeveelheid veelvoudige punten equivalent met 36 dubbelpunten hebben. En werkelijk heeft zij de drie punten a_1, a_2 en γ tot vijfvoudige punten †), wat 30 dubbelpunten vertegenwoordigt, en bovendien nog zes dubbelpunten, de punten β .

Bij een lijn m als meetkundige plaats van p , behoort dus een C_2 door a_1, a_2 en β van x_p en een C_{10} met a_1, a_2 en γ tot vijfvoudige punten en de punten β tot dubbelpunten van x_π . Laat ik m nu om een vast punt p_1 draaien, dan brengt de kromme

*) Vergaayk π en π , „Geometrie der Lage“, II, blz. 103.

†) Met elke lijn n_1 door een der punten a_1, a_2 of γ als meetkundige plaats van x_π komt een lijn als meetkundige plaats van π overeen. En deze lijn snijdt de C_3 van m slechts in vijf punten. Zoodat iedere lijn door a_1, a_2 of γ de kromme C_{10} slechts in vijf punten buiten dit punt snijdt en dit punt dus vijfvoudig punt is van C_{10} .

C_2 een kegelsnedenbundel voort, waarvan $a_1, a_2, 6$ en het met p_1 overeenstemmende punt x_p , de basispunten zijn; evenzoo C_{10} een krommenbundel van den tienden graad, waarvan de drie punten a_1, a_2 en 7 elk 25, de zes punten β elk 4 basispunten en het met p_1 overeenstemmende punt x_π , het laatste basispunt vormen. Laat men nu die krommen uit beide bundels met elkaar overeenkomen, die bij dezelfde lijn m behooren, dan is de meetkundige plaats van de snijpunten der overeenkomstige krommen van beide bundels een C'_{12} , die a_1 en a_2 tot zesvoudige, 7 tot vijfvoudig, de punten β tot dubbelpunten heeft en door het punt 6 gaat. Deze kromme, die ik beschouw te behooren bij het willekeurig gekozen punt p_1 , moet de coïncidenties van de punten x_p en x_π bevatten. Evenzoo een tweede kromme C''_{12} , die op dezelfde wijs bij een punt p_2 behoort. Onder de 144 snijpunten van beide komen echter voor de punten a_1 en a_2 die er samen 72, het punt 7 dat er 25, de punten β die er samen 24 en het punt 6 dat er 1 vertegenwoordigt. Wijl deze niet aan de vraag kunnen voldoen en dit met de overigen — op de tien punten na, die de bij de lijn $p_1 p_2$ behorende krommen C_2 en C_{10} buiten a_1 en a_2 om met elkaar gemeen hebben — daarentegen juist het geval moet zijn, zijn er

$$144 - 72 - 25 - 24 - 1 - 10$$

of twaalf coïncidenties van de punten x_p en x_π *).

*) Dezelfde nitkomst vindt men ook met behulp van de theorie der birationeele overeenkomst.

Wanneer x_p een rechte lijn L beschrijft, doorloopt het overeenkomstige punt p een kegelsnee C_2 , die den cirkel M snijdt in vier punten, waarvan er drie niet met L veranderen en het vierde met het snijpunt van L met l overeenstemt. Beschrijft p deze kromme C_2 , dan doorloopt het overeenkomstige punt π een kromme C_{10} , die de zes punten β tot viervoudige punten heeft (waardoor zij een geslacht $\frac{9 \times 8}{2} - 6 \cdot \frac{4 \times 3}{2} = 0$ heeft, zooals het behoort). En beschrijft π deze kromme C_{10} , dan doorloopt x_π weer een kromme C_{70} , die de drie punten a_1, a_2 en 7 tot tienvoudige en de zes punten, die met de punten β overeenkomen, tot viervoudige punten heeft (waardoor zij een geslacht $\frac{19 \times 18}{2} - 3 \cdot \frac{10 \times 9}{2} - 6 \cdot \frac{4 \times 3}{2} = 0$ heeft, zooals het behoort).

Als x_p een rechte lijn L beschrijft, doorloopt x_π een kromme C_{70} . De verwantschap tusschen de punten x_p en x_π is dus een birationeele van den 20sten graad.

Bij de twaalf oplossingen die met de punten x in verband staan kan men nu de dertiende voegen, die door de samengestelde kromme wordt opgeleverd. Deze kromme komt niet onder de twaalf oplossingen voor, wijl de ligging van het punt x op de lijn $a_1 a_2$ de beide kegelsnedenbundels $(a_1 a_2 x 6)$ en $(a_1 a_2 x 7)$ in stralenbundels -- elke straal met de lijn $a_1 a_2$ vermeerderd -- doet overgaan.

den Haag, 29 Juni 1879.

Zoodat er (vergelijk "Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques", 1873, blz. 206, v. DEWULF, "Sur les transformations géométriques des courbes planes d'après CREMONA", art. 35) een aantal van $n + 2 = 22$ samenvallingen van overeenkomstige punten x_p en x_π voorkomt. Onder deze komen de punten a_1 en a_2 echter elk vijfmaal voor. Want ligt x_p in a_1 , dan beschrijft p een rechte lijn, π een kromme C_3 en x_π een kromme C_{10} , die vijfmaal door a_1 gaat, enz. Het aantal a_1 en a_2 gelegen coincidenties is dus weer twaalf.

OVER DE EERSTE KIEMINGSVERSCHIJSSELEN DER SPOREN VAN CRYPTOGAMEN.

DOOR

N. W. P. RAUWENHOFF.

Bezig zijnde met een uitvoerig onderzoek van de geslachts-generatie der Gleicheniaceen, waarover ik weldra eene verhandeling in het licht hoop te geven *), had ik natuurlijk ook den bouw der sporen te bestudeeren vóór en tijdens de kieming.

Hierbij ontmoette ik bijzonderheden, die tot nader onderzoek ook bij andere planten aanleiding gaven, tengevolge waarvan ik meen dat de thans heerschende voorstelling aangaande het eerste ontstaan der prothallia eenigszins gewijzigd moet worden.

De sporen der verschillende soorten van varens bezitten in den regel een wand uit onderscheiden lagen opgebouwd, welke in meer of minder mate physisch en chemisch verschillend zijn. Gewoonlijk onderscheiden de schrijvers een buiten- en binnenhelft, een *exosporium* en *endosporium* (door sommigen uit analogie met de pollenkorrels ook wel *exine* en *intine* geheeten), waarvan het eerste in sommige gevallen nog door een afzonderlijk vlies *epispodium* (of *perispodium*, TSCHISTIAKOFF) geheel of gedeeltelijk korter of langer tijd overdekt wordt. Dikwijls echter wordt ook met den naam van *epispodium* bloot de buitenste laag van het *exosporium* aangeduid, wanneer die laag zich meer of minder duidelijk aanstonds van de onderliggende onderscheidt.

*) Ik heb daarvan reeds voorloopig enkele punten bekend gemaakt in de openbare zittingen der Academie van 27 Jan. en 30 Juni 1877 (zie de Processen-Verbaal dier zittingen), en evenzoo op het in April 1877 te Amsterdam gehouden internationaal botanisch Congres.

Het exosporium is soms gekleurd, dikwijls bruinachtig, en vertoont bij verschillende families en geslachten der Varenen zeer eigenaardige teekeningen door vooruitstekende banden of wratten of puntjes, teekeningen die als herkenningmiddelen der species bij de culturen van gewicht zijn.

Ten gevolge der wijze van ontstaan der sporen uit moedercellen, die, door deeling in vieren of door herhaalde deeling in tweeën, de dochtercellen volgens de hoekpunten van een tetraëder of in een plat vlak geplaatst vertoonen, ziet men de ontwikkelde sporen in den regel den vorm aannemen, òf van een bolsegment verbonden met een driehoekige piramide, (welker drie opstaande vlakken de rakingsvlakken zijn der drie zustersporen uit dezelfde moedercel ontstaan) òf van een boontje of nier-vormig lichaam. In het eerste geval worden de ribben der zoo even genoemde vlakken even zoovele lijsten, die aan één punt (den top der piramide) samenkomen, het punt, alwaar bij den aanvang der kieming de normale plaats van opengaan van den spoorwand zich bevindt. In het tweede geval ziet men aan de binnenzijde der spoor slechts ééne lijst, ook hier de plaats van geringsten samenhang van den wand bij beginnende kieming. De eerste soort van sporen wordt in navolging van RUSKOW (*Vergleich. Untersuch.* p. 58) thans gewoonlijk *radiaire*, de andere *bilaterale* sporen genoemd.

Wanneer de sporen beginnen te kiemen, ziet men ze eerst meer of min (soms zeer weinig, wanneer het exosporium dik en hard is) opzwellen door opneming van water, en na korter of langer tijd, bij de verschillende species der varenen zeer uiteenloopend, wijkt de wand uiteen aan het vereenigingspunt der drie lijsten van de radiaire of in het midden der enkele lijst van de bilaterale sporen.

Uit de opening komt het inwendige te voorschijn als eene papil, die gelijk eene jonge eel met protoplasma en chlorophyll alras zich vergroot, en, hetzij terstond hetzij na korten tijd, een tweede papil als eerste haarwortel of rhizoid draagt. Beide cellen, de eerste prothalliumcel en de eerste wortelcel groeien en veranderen ieder op eigen wijze, zooals dit bij onderscheiden afdeelingen der varenen door vele schrijvers in bijzonderheden is beschreven.

De heerschende voorstelling aangaande het eerste ontstaan van het prothallium der varens is nu in het algemeen deze: Bij het begin der kieming barst het exosporium; het endosporium vrij gekomen, groeit uit en vormt den wand der eerste prothalliumcel, soms ook van het eerste rhizoid; de inhoud der spoor vormt den inhoud dezer beide cellen, soms zelfs van meer dan deze cellen, wanneer namelijk deelingen plaats gehad hebben vóór het openbarsten van het exosporium of althans vóórdat het endosporium noemenswaard naar buiten is getreden. Zoo leest men b. v. bij SACHS (*Lehrbuch der Bot.*, 4^e Aufl. p. 416): „Bei der Keimung der Sporen . . . wird das cuticularisirte . . . Exosporium längs seiner Kanten zersprengt; das nun hervortretende Endosporium, nicht selten schon jetzt durch Wände getheilt, erzeugt das Prothallium entweder unmittelbar, wie bei *Osmunda*, oder nach vorläufiger Bildung eines fädigen Vorkeims, u. s. w.” En bij LUERSEN (*Grundzüge der Botanik*, p. 235.) „Die Keimung der Sporen beginnt bei den Hymenophyllaceen oft schon in der Kapsel und die ersten Theilungen finden bereits in der noch geschlossenen Spore statt, so dass beim Zersprengen des Exospor durch das allein den Vorkeim bildende Endosporium letzterer schon drei- oder vierzellig ist. In allen anderen Fällen sprengt das sich dehnende Endosporium das Exospor, . . . und tritt als Papille hervor, die sich schlauchförmig verlängert, u. s. w.

Evenzoo zegt LUERSEN in zijn nieuwste werk, waarvan pas het 1^e deel verschenen is (*Medicin-Pharm. Botanik* p. 533): „Die auf feuchtem Boden liegende Spore quillt gewöhnlich unter Wasseraufnahme mehr oder minder stark auf, ehe das Endosporium das Exospor . . . sprengt. Ersteres allein entwickelt sich hier, wie bei den Muscineen, zum Prothallium. . . . Es tritt . . . mit seinem dem Sporenscheitel zugewendeten Theile als eine dicke, stumpfe Papille . . . heraus, und sammelt, indem es sich zum Schlauche verlängert, in seinem Ende die Hauptmasse des Plasmas sammt dem Zellkerne an” *).

*) Bij verschillende schryvers, ja soms bij de zelfden schryver in hetzelfde werk, heeft het woord *endosporium* tweedui betrekens, hetgeen tot verwarring kan aanleiding geven. Met het woord *endosporium* is namelijk nu eens de binnenste schaal van den spoorwand, dan weder de gehele massa (wand en inhoud)

Dese voorstelling der handboeken is in overeenstemming met de gedetailleerde beschrijving van het kiemingsproces in de speciale onderzoekingen. Zoo lezen wij, om slechts enkele van de nieuwere schrijvers te noemen; bij PEDERSEN (*Mitth. a. d. Gesammtgeb. d. Botanik*, v. SCHENK u. LUERSSEN, II, 130). „Nach Sprengung des Exospors streckt sich das Endospor und theilt sich danach durch eine Querwand in zwei neue Zellen, „a. s. w.“; bij BAUKE (*Jahrb. f. wiss. Botanik* X, p. 59). „Bei der Keimung tritt bei den Cyathaceen aus der an der dreikantigen Stelle geöfneten Spore das junge Prothallium in „Gestalt einer . . . Ausbauchung des Endospors heraus“; bij BURCK (*Archives Neerl.* X, p. 5): „Lors de la germination, les baguettes s'écartent entre elles au centre, et forment ainsi une ouverture à travers laquelle apparait l'endospore“; eindelijk bij GOEBEL (*Bot. Zeit.* 1877, pag. 673): „Aus dem gesprengten „Scheitel des Exospors tritt das Endospor heraus und verlängert „sich bald zu einem Schlauche“.

Van de eerste ontwikkeling der geslachts-generatie van de Gleicheniaceen, waarbij de uitwendige verschijnselen, afgescheiden van eigen bijzonderheden, in hoofdtrekken ongeveer evenzoo verlopen als bij andere Varens, had ik mij aanvankelijk dezelfde voorstelling gevormd, en daarvan reeds voorloopig bericht gegeven (zie boven bl. 251), toen het nader onderzoek, bepaaldelijk van het microchemisch gedeelte, dat ik hierbij tevens rectificeer, mij zwarigheden in den weg legde. Ik kon namelijk bij de ongekiemde sporen in de binnenhelft van den wand of het endosporium evenmin als in het exosporium de cellulose-reactie vinden, terwijl de spoor, zoodra zij begon te kiemen,

der spoor, met binnenring van het exosporium, aangeluid. In de boven aangehaalde plaatsen van SACHS en van LUERSSEN'S *Grundzüge* kan het woord alleen de buitenruimte beteekenen hebben. Evenzoo bij GOEBEL (*Bot. Zeit.* 1877, pag. 673), waar wij lezen: „Das Endospor enthält auch hier Chlorophyll, u. a. w. Daermitogen wordt daar vóór in hetzelfde werk (*Lehrb. 4e Aufl.* pag. 33), endosporium omschreven als „in innerer Schichtencomplex“ van den wand der sporen. Dezelfde beteekenis heeft het woord bij TSCHIBTAROFF (*Ann. d. se. nat.* 5e Sér. XIX, pag. 229) en *Bot. Zeit.* 1875, pag. 3) en bij LUERSSEN (*Mitth. a. d. Gesammtgeb. d. Bot.* v. SCHENK en LUERSSEN, I, p. 462), enz. Waar ik het woord endosporium gebruik, moet het alleen de binnenste lagen van den spoorwand aanduiden.

mij die reactie in den wand der naar buiten tredende papil en evenzoo in de binnenste omkleeding van den inhoud aanstonds vertoonde. Dit deed mij twijfelen aan de juistheid der voorstelling, dat het bedoelde endosporium de wand der eerste prothalliumcel of van het eerstgevormde rhizoid zou wezen. Want dat de reeds geeuticulariseerde of in elk geval secundair gewijzigde binnenwand der rijpe spoor bij het begin der kieming zelf als het ware verjongd en een zuiver, primair cellulose-membraan zou worden, kon ik niet aannemen. Dit strijdt, dunkt mij, met al wat wij weten van de ontwikkeling van den celwand. Ik zocht rond in de litteratuur over de structuur van den wand der sporen en ik vond, dat FISCHER VON WALDHEIM (*Pringsh. Jahrb. f. w. Bot.* IV. p. 374) en KNY (*Pringsh. Jahrb. f. w. Bot.* VIII. p. 3) bij *Osmunda* evenmin eene blauwe verkleuring der intine hadden kunnen verkrijgen; dat TSCHISTIAKOFF (*Ann. d. sc. nat.* 1874. XIX. p. 226 en *Bot. Zeit.* 1875 p. 2) bij *Angiopteris* en bij *Polypodiaceen*, JONKMAN bij *Angiopteris* en *Marattia* (*Bot. Zeit.* 1878, p. 134) en BAUKE (*Pringh. Jahrb.* X, p. 59) bij *Cyatheaceen* daarentegen de cellulose-reactie in het endosporium vonden, terwijl LUERSSSEN, PEDERSEN, BURCK en anderen van de chemische natuur van het endosporium geene melding maken. Trouwens bij de meeste onderzoekingen over de kieming der sporen was de aandacht meer op de morphologische dan op de physiologische zijde van het vraagstuk gevestigd, en werden de eerste veranderingen in de spoor zelve voorbijgegaan of slechts vluchtig beschreven.

Dit gaf mij aanleiding om het ontwikkelingsproces der sporen van *Gleichenia* wat nader te onderzoeken, onder vergelijking met dat van andere Varenen. De voornaamste uitkomsten daarvan zijn de volgende:

De sporen van het geslacht *Gleichenia*, waarvan ik de soorten *Gl. hecistophylla*, *Gl. rupestris*, (zie Fig. 1 en 2) *Gl. Mendelli*, *Gl. microphylla*, *Gl. semivestita*, *Gl. circinnata*, *Gl. speluncae*, *Gl. dicarpa* en *Gl. flabellata* heb onderzocht, zijn, met uitzondering der laatstgenoemde species, die bilaterale sporen bevat (zie Fig. 14 en 15), radiaal. Zij vertoouen een volkomen ongekleurden en doorschijnenden wand, en bezitten, behalve de drie welbekende lijsten (bij *Gl. flabellata* natuurlijk ééne lijst) geene andere teekeningen of verdikkingen

dan drie, tamelijk breede, evenzoo ongekleurde en uitwendig gladde naar buiten nitpuilende banden of balken, (Fig. 2, 3, 4, *b, b, b.*) welke ongeveer ter hoogte van den aequator der spoor zich uitstrekken tusschen de uiteinden van twee aangrenzende lijsten, zonder intusschen deze ergens te raken. Zij vormen daardoor om deze lijsten een aan de hoekpunten niet gesloten gelijkzijdigen driehoek, wanneer de spoor op de gewelfde of spherische buitenzijde ligt. Bij de sporen van *Gl. flabellata* komen twee zulke balken, evenwijdig aan en dicht bij de ééne lijst voor, en ter wederzijde van deze één balk (Fig. 16, 17.).

Wanneer men op de bekende wijze (namelijk, na ze vooraf in gom, met een weinig rietsuiker gemengd, ingesloten en te droogen gelegd te hebben) doorsneden van de sporen maakt, vindt men den wand uit verschillende lagen bestaande. Eene dunne buitenste laag, die men *episporium* (Fig 9. *ep.*) zou kunnen noemen *), eene middelste, dikkere, *exosporium*, (Fig 9. *ex.*), die vooral sterk ontwikkeld is ter plaatse waar zich de balken bevinden, en dan soms duidelijk uit onderscheidene, innig samenhangende, maar waarschijnlijk in watergehalte verschillende lagen bestaat, en eindelijk eene binnenste laag, die gewoonlijk *endosporium* (Fig. 9, *end*) wordt genoemd. Al deze lagen, vrij innig samenhangende, zijn zeer resistent tegen reagentia en zwellen weinig of niet op. Met sterke kali worden zij geel, met sterk zwavelzuur verbleeken zij aanvankelijk en bij langer inwerking worden zij violet bruin, zonder de scherpe omtrekken te verliezen; jodium wordt door het exosporium weinig, door het endosporium wat meer opgenomen. Met chlorzinkjod of met jodium en zwavelzuur wordt de kleur bruingeel, niet alleen wat het exosporium, zooals gewoonlijk bij de sporen der varens, maar ook wat het endosporium betreft. Zelfs na voorafgaande behandeling met kali of met salpeterzuur kon ik noch bij exosporium noch bij endosporium de kenmerkende blauwe verkleuring te voorschijn roepen.

* Tenzij men dien naam alleen gave aan het soms ontbrekende omhulsel dat als overblijfsel van de mullereel der spoor te beschouwen schijnt, (ZIE TEGENSTRAAL *Ann. d. m. af. Sc Ser. XIX, p. 225 en 277, JONKMAN, Bot. Zeit. 1878, p. 124*), in welk geval de gewone buitenste laag een deel van het exosporium uitmaakt.

De inhoud der gezonde, ongekiemde spoor is (hetzij droog, hetzij in gedestilleerd water, of, wat nog beter is, in eene keukenzoutoplossing van $\frac{1}{200}$ liggende, hoog, bijna goudgeel gekleurd (zie Fig. 1 en 2.). De spoor is geheel gevuld met eene sterk licht brekende massa, waarin eenige grootere en kleinere kogeltjes en eene groote, heldere celkern te onderscheiden zijn, welke laatste bijna altijd juist onder het vereenigingspunt der drie lijsten, of bij *Gl. flabellata* midden onder de enkele lijst ligt. Het microchemisch onderzoek leert dat die celinhoud voor een deel bestaat uit eiwitachtige stoffen, die met MILLON's reagens zich rood kleuren (Fig. 8.), voor een ander deel uit vet- of oliebolletten, terwijl bovendien in de spoor eene stof wordt gevonden, die als onregelmatige, sterk lichtbrekende klompjes zich voordoet, wanneer de inhoud door zachte drukking uit de spoor in het omringende vocht wordt verdeeld; eene stof die soms wel iets op kristalloïden gelijkt, maar met MILLON's reagens zich niet kleurt, en waarvan ik de chemische natuur nog niet heb kunnen onderkennen

Aldus is de samenstelling der ongekiemde spoor.

Wanneer deze nu bij behoorlijke temperatuur op vochtige aarde wordt uitgezaaid en voldoende vochtig gehouden, dan vertoonen zich na eenige dagen, als eerste kiemingsverschijnselen, merkwaardige veranderingen in den inhoud, lang vóórdat de spoorwand opengaat; verschijnselen, hier goed waar te nemen, omdat de spoorwand geheel doorzichtig is. Uitwendig veranderen de sporen schijnbaar niet van vorm; de harde schaal of wand schijnt trouwens ook voor zwellen niet vatbaar te zijn, zoo als de bovengenoemde reactiën reeds bewijzen. De inhoud, aanvankelijk nog hoog geel, verandert allengs eenigermate van kleur, in het geel mengt zich eene groenachtige tint (Fig. 3). De grootere vetbolletten schijnen zich in een aantal kleinere te verdeelen, zoodat, wanneer op dit stadium de spoor door drukking geopend wordt, men eene menigte kleine ongekleurde kogeltjes in het omringende vocht ziet drijven, waartusschen een grooter of kleiner aantal uiterst kleine groene, meestal bolvormige lichaampjes zich bevinden. Er heeft zich dus reeds chlorophyll gevormd, waarvan in de ongekiemde spoor niets te bespeuren was. De celkern wordt allengs minder duidelijk en verdwijnt soms geheel tusschen de ondoorschijnende massa (Fig. 4.).

Nu en dan echter heb ik de kern van vorm zien veranderen, veelhoekig worden met draadvormige uitloopers of pseudopodiën, een enkele maal ook in de veranderde kern twee kernlichaampjes, (Fig. 6) en later bij deze sporen, na contractie van den inhoud, twee kernen ieder kleiner dan de oorspronkelijke, gezien. Meer en meer wordt nu de inhoud groenachtig en fijnkorrelig; de vetbolletjes verminderen in hoeveelheid; worden de in dit stadium verkeerde sporen met chlorzinkjod behandeld, zoo vindt men daarin een aantal uiterst kleine zetmeelkorreltjes, als blauwzwarte puntjes, die vooral nabij den omtrek der spoor gelegen zijn (Fig. 6).

Nu schijnt ook ten opzichte van den wand de wijziging te beginnen. Langzaam wijken aan het vereenigingspunt der drie lijsten de punten der drie kleppen een weinigje van een (Fig. 5).

Reageert men thans weder met chlorzinkjod, dan vindt men een duidelijken cellulosewand om den inhoud gevormd. Deze nieuwe wand is uiterst dun en ligt eng tegen den oorspronkelijken spoorwand aan, behalve ter plaatse waar de kleppen vaneenwijken, alwaar hij zich als de scherpe omgrenzing eener papil voordoet (Fig. 10). Men kan dan ook bij de levende, opengaande, in water liggende spoor niet dan op deze plaats dien wand herkennen. Maar wanneer men, gelijk gezegd, de spoor met SCHULTZE's reagens behandelt, bepaaldelijk wanneer men niet vooraf water toevoegt, ziet men niet alleen den inhoud zich samentrekken en kleuren, maar ook dien nieuwen wand losgemaakt van den spoorwand en als een uiterst dun, vliezig, licht blauw gekleurd zakje den gecontracteerden inhoud omgeven (Fig. 10, 11, 12, 13). Ik heb dit verschijnsel niet alleen bij verschillende *Gleichenia*-species, maar ook bij andere sporen van varens, welker wand niet al te ondoorschijnend was, teruggevonden, o. a. de groote sporen van *Ceratopteris thalictroides* vertoonden hetzelfde zeer duidelijk. Bij *Gleichenia* ziet men dan tevens, dat op dit stadium reeds celdeeling in de spoor heeft plaats gehad. De gecontracteerde inhoud is in tweeën gedeeld, soms ieder met een kern voorzien, en tusschen beide bevindt zich een deelingwand, gewoonlijk loodrecht op de latere groeirichting (Fig. 10).

Deze deelingwand is in gunstige gevallen ook reeds zonder de inwerking van chlorzinkjod te zien, maar vertoont zich bij

aanwending van dit reagens als een dunne blauwe streep, aansluitende aan den nieuw gevormden cellulosewand. Zoodanige celdeeling reeds in de spoor is overigens niet vreemd. KNY heeft ze voor *Ceratopteris* (*Die Parkeriaceen*, pag. 9, Taf I, fig. 3), PRANTL voor *Trichomanes* en *Hymenophyllum* (*Die Hymenophyllaceen*, pag. 41) beschreven, en bij *Ceratopteris* heb ik KNY's opgaven bevestigd gevonden.

Mijne voorstelling van het eerste stadium van het kiemingsproces der sporen is nu deze: Niet de binnenste laag van den oorspronkelijken wand der spoor, gewoonlijk intine of endospermium geheeten, wordt de wand der eerste prothalliumcel of van het eerste rhizoid, maar uit den protoplasma-inhoud wordt vóór het opengaan der spoor een nieuwe cellulosewand afgescheiden, die tengevolge van den turgor der cel zich eng aansluit tegen den binnenwand der spoor. De vorming van dit cellulose membraan geschiedt op de gewone wijze uit het protoplasma, zooals die door HOFMEISTER, STRASBURGER, e. a. uitvoerig beschreven is.

De ontstane cellulosewand vergroot zich door intussusceptie als gewoonlijk en komt, na het opengaan der spoor, als papil te voorschijn. Zij kan ook daarna nog aanzienlijk in grootte toenemen, getuigen de gekiemde sporen van *Angiopteris* en *Marattia* (LUERSSSEN, *Mitth. a. d. Ges. Bot.*, I 330, JONKMAN, *Bot. Zeit.*, 1878, p. 136), waarbij de eerste cel den inhoud der spoor zelve 5—10 malen in grootte overtreft. Binnen deze eerste cel hebben alras (d. i. soms vóór het opengaan der spoor, soms kort daarna) deelingen plaats door tusschenwanden van cellulose, na voorafgegane deeling der celkern.

Deze voorstelling strijdt met de algemeen aangenomene, boven bl. 253 beschreven, volgens welke het endosporium den wand der eerste prothalliumcel vormt, maar ik geloof dat zij juist is. Zij toch steunt op opzettelijke onderzoekingen aangaande de veranderingen in den inhoud der spoor bij het begin der kieming, hetgeen bij de andere niet altijd het geval is. De schrijvers over de kieming der sporen glijden in den regel over die eerste veranderingen heen, of beschouwen ze als gelijk aan die der pollenkorrels. Slechts bij twee van hen vind ik eene uitdrukking, die aan eene soortgelijke voorstelling als de

mijne zou kunnen doen denken. Zoo zegt KNY ten opzichte van *Osmunda* (*Pringh. Jahrb. f. w. B. VIII, p. 4*): „Die von der Intine umgebene Sporenzelle tritt nun in Form eines abgerundet konischen Warzchen aus der Spalt hervor“ en PRANTL (*Die Hymenophyllaceen p. 41*). „Die erste Veranderung (bij *Trichomanes speciosum*) welche die Spore erfahrt, ist das Aufspringen des Exosporiums an den drei Schmitelkanten, bedingt durch eine Volumenzunahme der vom Endosporium umschlossenen Zelle, in welcher sich auch der plasmatische Inhalt ordnet und aus der Anfangs gleichmasig grunen Masse Chlorophyllkorner sich aussondern“. Deze uitdrukkingen zijn echter dubbelzinnig, althans het is mij twiifelachtig, of met de woorden „Sporenzelle“ en „Zelle“, de geheele cel met een nieuwen cellulosewand, dan wel de door het endosporium als wand omgeven inhoud bedoeld wordt.

De oorsprong der heerschende voorstelling is overigens niet ver te zoeken. Sporen van vaateryptogamen en stuifmeelkorrels worden altijd in en adem genoemd. De ontwikkeling van beide door deeling in vieren uit hunne respectieve moedercellen, de vorming der onderscheiden lagen van den wand bij beide is ook werkelijk zoo overeenkomstig, dat niet alleen deze lagen door sommigen (b. v. KNY) met dezelfde namen, exine en intine, aangeduid werden, inaar dat het ook voor de hand lag, voor den lateren levensloop dezer organen denzelfden ontwikkelingsgang aan te nemen. Zoo zegt o. a. SACHS (*Lehrb. d. Bot., 4^c Aufl. p. 21*): „die Pollenkorner treiben spater ihre Schlauche, die Sporen keimen, beides durch localisirtes Wachstum ihrer inneren Hantschicht“ en (*ibid p. 35*): „Auch bei der Keimung vieler Sporen (z. B. *Spirogyra*, *Laubmoose* u. a.) wird das cuticularisirte Exosporium von dem sich weiter entwickelnden Endosporium vollig getrennt und abgestreift; ihrer Entwicklung nach sind beide aber, der Exine und Intine des Pollenkornes entsprechend, nur Schichtencomplexe einer Zellschicht, die eine verschiedene chemisch-physicalische Beschaffenheit haben“. Maar nu in verreweg de meeste gevallen de ondoorzichtende of met allerlei teekeningen bezette wand der sporen niet toeliet, om de veranderingen in den inhoud behoorlijk na te gaan, zoo vergenoegde men zich met stilzwijgen,

althans zonder nadere toetsing, denzelfden gang bij de kieming der sporen als bij de vorming der stuifmeelbuizen te onderstellen.

Opzettelijk onderzoek leert echter, zoo als boven aangetoond is, dat die voorstelling niet juist is. In den inhoud der kiemende spoor heeft, voordat deze zich opent, een aanzienlijke verandering plaats, gepaard met de vorming van een nieuwen cellulosewand. Deze wand is intusschen alleen waarneembaar, wanneer exosporium en endosporium doorschijnend en ongekleurd zijn en het bespieden van de veranderingen van den inhoud der spoor mogelijk maken. Dit gunstige geval doet zich juist bij de Gleicheniaceen voor. Ik geloof echter, dat ook het ontwikkelingsproces der sporen van andere Varenfamiliën, waarbij men dit niet stap voor stap volgen kan, hiermede overeenstemt en niet met de vorming der pollenbuizen gelijkvormig te achten is. Niet alleen toch, dat deze planten in hare geheele ontwikkeling veel inniger verwant zijn met de door mij bestudeerde Gleicheniaceen dan met de Phanerogamen; niet alleen, dat de sporen der vaateryptogamen eene andere morphologische en physiologische beteekenis hebben dan de stuifmeelkorrels der Phanerogamen, ook de volgende waarnemingen en overwegingen, welke strekken kunnen om mijne voorstelling nog nader te bevestigen, zijn van toepassing op de meeste andere varensporten.

Wanneer men van pollenkorrels doorsneden maakt, gelijk SCHACHT (*Pringsh. Jahrb. f. w. Bot.* II, p. 110), LUCERSEN, (*Pringsh. Jahrb.* VII, p. 34) en TSCHISTIAKOFF (*Pringsh. Jahrb.* X, p. 7) gedaan hebben en deze evenzoo maakt van pollenkorrels, waar de pollenbuis is uitgetreden, dan bespeurt men dat, gelijk bekend is, de wand van deze laatste gevormd wordt uit de intine, en bij vergelijking van beide doorsneden vindt men den wand van den pollenkorrel ter plaatse waar de intine zich afscheidt, uit minder lagen dan elders bestaande, namelijk alleen uit de exine. Wanneer men nu evenzoo doorsneden van ongekiemde en kiemende sporen onderzoekt, dan blijken de uiteenwijkende kleppen der laatste dezelfde dikte te hebben en uit evenveel lagen te bestaan als vóór de kieming toen zij nog gesloten waren. De wand der papil, die tusschen de kleppen te voorschijn treedt, is dus een nieuwe wand en niet eene der



17 24
Jahrgang 18
Censur 18
18

lagen van den oorspronkelijken spoorwand, zooals de wand der pollenbuis, die uit een deel van den oorspronkelijken wand des stuifmeelkorrels gevormd wordt.

Ten anderen is de wijziging, welke de inhoud der sporen bij kieming ondergaat, geheel verschillend en veel meer ingrijpend dan die van de fovilla bij de vorming der pollenbuizen. Wel is onze kennis van de fovilla gering in dit opzicht, en bepaalt zij zich voornamelijk hiertoe, dat daarin nevens eiwitachtige stoffen ook vaak zetmeel en olie voorkomt en dat de fovilla voor een grooter of kleiner deel uit den pollenkorrel in de buis overgaat. Maar dit weinige reeds toont ons groot verschil met den protoplasma-inhoud der spoor. Van chlorophyllvorming, zooals bij laatstgenoemde en vooral van celdeeling, zooals ik die bij *Gleichenia* in de spoor heb gevonden en zooals die ook bij *Osmunda* en in nog hoogere mate bij *Ceratopteris* voorkomt, ziet men in de fovilla geen spoor, wanneer men de in de pollenbuizen van enkele *Gymnospermen* gevonden celkernen buiten rekening laat.

Eindelijk, de intine bestaat steeds uit cellulose *) en dit membraan is somwijlen, zooals bij *Onagrariaceen* e. a. (zie SCHACHT II. en TSCHISTIAKOFF, *Pringsh. Jahrb. f. wiss. Bot.* X, 10), met eigen verdikkingen voorzien ter plaatse waar de buis zal uit treden, zoodat de membraanstof voor deze laatste in den korrel als het ware reeds is gepraeformeerd en opgehoopt. Bij de sporen der *Gleicheniaceen* heb ik in het endosporium nimmer de blauwe verkleuring met chlorzinkjod kunnen te voor chijn roepen, en evenmin als KNY, is mij dit bij *Ceratopteris thalictroides* gelukt. Ook bij *Osmunda* kon KNY dit niet worden. Daarentegen beschrijft BAUKE bij *Hemitelia* (*Pringsh. Jahrb. f. w. B.* X, 59) het endosporium als uit cellulose bestaande, en hetzelfde zeggen TSCHISTIAKOFF (*Ann. d. sc. nat.* 5^e Sér. XIX. 226) en JONKMAN (*Bot. Zeit.* 1878, p. 134) van het endosporium van *Angiopteris*. Ten opzichte der varensporten schijnt dus verschil in de chemische geartheid van het endosporium te bestaan. Hieraan meen ik echter voor mijne be-

*) Alleen bij *Mirabilis* merk SCHACHT gezeg van een andere bekendige samenstelling der intine, zoodat zij zich met jodium en zwavelzuur niet blauw kleurt (l. p. 147).

schouwing niet een groot gewicht te mogen hechten, al is ook het ontbreken dier cellulose-reactie de eerste aanleiding voor mijn onderzoek geweest. In elk geval is het feit, dat bij sommige rijpe sporen van vaatcryptogamen de binnenwand nog niet is gecuticulariseerd, geenszins in strijd met mijne voorstelling van de werkzaamheid van den inhoud bij de kieming, en evenmin kan dat feit de dengdelijkheid mijner waarnemingen aangaande de veranderingen van den inhoud, of de bovengenoemde argumenten, welke voor mijne voorstelling pleiten, verzwakken.

Integendeel, ik geloof zelfs grond te hebben, om de gegeven voorstelling, als meer dan de thans geldige in overeenkomst met onze tegenwoordige begrippen aangaande de functie van protoplasma en celkern bij de celvorming, ook te mogen toepassen op de kieming van andere dan varensporten. Hoogst belangrijk zijn in dit opzicht de groote zygosporen van *Spirogyra nitida*, waarvan de ontwikkeling en de kieming door PRINGSHEIM reeds voor jaren (*Flora*, 1852, pag. 465, 481) zoo voortreffelijk beschreven en afgebeeld is. Ik kan, na nauwkeurig onderzoek, evenmin als DE BARY (*Untersuchungen über die Conjugaten*, p. 8), aan die beschrijving iets van belang toevoegen. Ik meen alleen, dat de waargenomen verschijnselen thans eene andere duiding mogen hebben dan in 1852, omdat men toen met HUGO VON MOHL de vorming van den celwand uit verschillende op elkander afgezette lagen aannam, terwijl men thans door de ontdekkingen van NÄGELI en de nieuwste onderzoekingen van STRASBURGER e. a. daaromtrent geheel andere voorstellingen heeft. Ik twijfel niet, of PRINGSHEIM zal de eerste zijn, om de voorstelling in 1852 gegeven thans niet meer op de hoogte der wetenschap te noemen, al blijft ook zijne beschrijving der waargenomen verschijnselen thans nog volkomen nauwkeurig. Maar juist die beschrijving past geheel in mijne voorstelling van het kiemingproces. Hooren wij PRINGSHEIM zelf. Na de opmerking gemaakt te hebben, dat bij *Spirogyra*-sporen, evenals bij alle onbeweeglijke Algen-sporen, een geruime tijd tussehen hare vorming en ontwikkeling (kieming) verloopt, zegt hij (l. p. 469): „doch während dieser Zeit scheinbare Ruhe sind fortwährend Prozesse innerhalb jener Keime thätig, deren Aeusserungen zwar nicht unmittelbar in die Augen springen, deren Resultat

„Jedoch auch bei den Spirogyra-Sporen in den nachweisbaren
 „Veränderungen des Inhaltes und der Membran älterer Sporen
 „erkannt wird“. En na daarop die veranderingen van den
 inhoud in bijzonderheden geschetst te hebben, vervolgt hij
 (pag. 470): „Bedeutender als die wahrnehmbaren Veränderun-
 „gen des Inhaltes sind die bemerkbaren Verschiedenheiten zwischen
 „der Membran alter und junger Sporen. Anstatt der einen
 „farblosen Cellulose-membran der jungen Sporen zeigt diese
 „kurz vor ihrer Keimung drei verschiedene, unter einander nicht
 „verwachsene Hhäute. Die innerste schliesst den gesammten,
 „noch vom Primordialschlauch umgebenen Inhalt ein
 „Diese innerste und der Entstehung nach letzte Membran, welche
 „farblos, wie die erste Membran, auch wie diese mit Jod und
 „Schwefelsäure blau wird, ist in der ungeöffneten Spore nicht
 „immer sichtbar und ist vielleicht darum von den Beobachtern
 „bisher übersehen worden, vielleicht aber auch deshalb, weil
 „sie als letzte Ablagerung des Membranstoffes in
 „der Spore erst kurz vor der Keimung auftritt.
 „Mit dem Inhalte, den sie umschliesst, macht sie den eigentlich
 „wesentlichen Theil der Sporenzelle aus, da sie bei der Keimung
 „der Spore nach Sprengung und Abwerfung der beiden äusseren
 „Membranen unmittelbar in die junge Pflanze auswächst“. Ik
 behoeft hier niets bij te voegen. Wanneer men slechts in het oog
 houdt, dat het ontwakend leven of de kieming aanvangt vóór
 dat het nieuwe organisme de omhulling doorbreekt, dan is het
 duidelijk dat ook hier, even als bij de varesporen, de gemeta-
 morphoseerde of, wil men, verjongde inhoud der spoor een
 eigen cellulosewand afzondert, welke de eerste vrij wordende
 cel omkleeden moet.

Niet anders is het bij de zygosporen van andere Conjugatae,
 wanneer men de nauwkeurige beschrijving van DE BARY (*Unter-
 suchungen über die Familie der Conjugaten*, 1855) naleest.
 B. v. bij *Genicularia Spirotaenia* ondergaat de rijpe zygospor
 allengs belangrijke veranderingen van den inhoud; de kleur
 wordt donkerder, in de plaats van kleine korrels treden chloro-
 phyllplaatjes van eigen vorm, enz. Bij geringe drakking scheurt
 het uitwendig membraan, en de inhoud, van een kleurloos
 uitrekbaar vlies omgeven, treedt te voorschijn. „Die leere

Membran", zegt DE BARY, "besteht aus den als Aussen- und Mittelhaut bezeichneten Schichten, letztere ist von einer zarten durch Jod und Schwefelsäure blaufärbten Haut ausgekleidet, welche die ausgetretene, gleichfalls eine Cellulosemembran besitzende Innenzelle umgeben hatte. Statt der einfachen zur Zeit der Reife beobachteten Innenhaut sind deren also jetzt zwei vorhanden (ll. p. 29 Taf. IV, fig. 12—15). Waarlijk duidelijker kan mijne voorstelling niet uitgedrukt worden.

Bij *Mesotaenium Chlamydosporium*, eene Desmidiacee, vermeldt DE BARY (ll. p. 34) dat de zygosporen het begin der kieming verraden door eene fijnkorrelige structuur en schijnbaar homogeen-groenachtige kleuring van den inhoud, en dat deze laatste weldra daarop duidelijk in vier afdeelingen zich verdeelt, waarvan ieder, door een eigen membraan omgeven, eene dochtereel vormt, zoodat wij hier iets dergelijks aantreffen als bij de sporen van *Osmunda*, *Ceratopteris* en *Gleichenia*, namelijk, deeling van het protoplasma en vorming van nieuwe cellen vóór het opengaan der spoor.

Hetzelfde is het geval met de sporen van *Fegatella* (LEITGEB, *Unters. ü. d. Lebermoose*, III, p. 32), *Frullania* en *Radula* (HOFFMEISTER, *Vergleich. Unters.* p. 27 en 29). Evenzoo, in nog hooger mate misschien, vinden wij die celdeeling binnen de kiemende spoor bij *Andreaea* (KÜHN in SCHENK u. LUERSSEN, *Mitth. a. d. Gesamtgeb. d. Botanik*, I, p. 6. BERGGREN in *Bot. Zeit.* 1872, p. 445), zoodat bij het opengaan van het exosporium reeds een veelcellijg lichaam voor den dag komt. Ik kan deze vorming van nieuwe celwanden echter niet met KÜHN (l. l.) noemen: "eine Differenzirung des Endosporiums, ehe es die äussere Zellhaut durchbricht". Wij hebben, naar mijne overtuiging, ook bij deze mosssporen te doen met de vorming van een nieuwen celwand uit het protoplasma, welke hierdoor vernieuwde of verjongde cel zich herhaaldelijk deelt alvorens den spoorwand te verlaten. En niet anders is het bij *Sphagnum*. Hoewel SCHIMPER in zijn classieke beschrijving van dit geslacht, (*Versuch einer Entw. gesch. d. Torfmoose*, Stuttgart 1858) geen gewag maakt van veranderingen in den inhoud der spoor vóór het opengaan van het exosporium, passen zoowel hetgeen

hij van den bouw en de vorming der sporen zegt (p. 31 en 33), als zijne korte beschrijving der kieming (p. 12) en zijne figuren (Pl. I, fig. 1—10) geheel in de boven door mij gegeven voorstelling.

Van *Funaria hygrometrica* beschrijft H. MÜLLER (SACHS, *Arbeiten d. bot. Instituts in Würzburg*, I, p. 478) uitvoerig de kieming der sporen, en, overeenkomstig de gebräukelijke voorstelling, gewaagt ook hij van het endosporium dat „schlauchförmig aus den Rissen des Exosporiums hervorgetrieben wird. Eine Querwand trennt diese Ausstülpung von dem Innenraum der Spore und zwar kann diese erste Wand zuweilen in den Sporenraum selbst hineingerückt sein. Jede solche Ausstülpung wird zur Mutterzelle einer Vorkeimaxe u. s. w. . . .; ist diese (Ausstülpung) bereit zu einem zwei-oder auch vielzelligen Faden herangebildet, dann zeigt sich auf der anderen Seite der Spore eine der ersten ganz ähnliche Ausstülpung“. Ook hier geloof ik, dat het veel rationeeler is, eene verjonging van den inhoud der spoor en de vorming van een nieuwen wand bij de kieming aan te nemen, dan den wand dezer beide veelcellige draden van den binnenwand der spoor zelve afteleden. Trouwens MÜLLER zelf geeft aan, dat in de eerste dagen na het uitzaaien der sporen een belangrijke wijziging in den inhoud der spoor plaats vindt, waarbij de te voren amorphe chlorophyllmassa zich in afzonderlijke korrels verandert.

Eindelijk bij de *Equisetum*-sporen, die, gelijk bekend is, zich snel ontwikkelen en slechts weinige dagen kien baar blijven, schijnt de ontwikkeling onafgebroken voorttegaan, maar de loop dezer ontwikkeling is dezelfde als bij de andere bovengenoemde voorbeelden. Uit de schoone onderzoekingen van HOFMEISTER (*Pringsheim's Jahrb. f. w. B.* III, 287), blijkt, dat de vorming van het vierde of binnenste vlies (d. i. van den wand der kiemeel) eerst veel later dan die der overige begint, wanneer de elateren reeds tamelijk ontwikkeld zijn, maar toch vóórdat de spoor geheel rijp het sporangium verlaat. Deze wand der chlorophyllhoudende en ras opzwellende en de uitwendige vliezen en elateren afstroopende kiemeel is alzoo in morphologische beteekenis gelijk te stellen is met den even vóór de kieming gevormden wand in de *Spirogyraspoor*, en met

den bij de kieming nieuw gevormden wand der varen- en andere sporen.

De uitkomst, waartoe mijn onderzoek leidt, is dus in korte woorden de volgende :

De gewone, thans algemeen aangenomen voorstelling van de rol van het endosporium bij de kieming der varens sporen is onjuist.

Niet het endosporium *) der rijpe spoor namelijk vormt den wand der eerste prothalliumcel of van het eerste rhizoid of van beide, maar deze ontstaan uit een nieuwen cellulosewand, door het verjongde protoplasma van den inhoud der spoor even vóór of bij den aanvang der kieming afgescheiden.

De gewone voorstelling dankt haren oorsprong aan de ten onrechte vermeende analogie van pollenkorrels en varens sporen.

Die overeenkomst tusschen beide is bewezen ten opzichte van hunne vorming in anthera en sporangium uit de respectieve moedereellen door deeling in vieren, maar zij geldt niet tusschen de uitgroeijing der intine van den stuifmeelkorrel tot pollenbuis op den stempel en tusschen de kieming der sporen.

Men heeft deze laatste overeenkomst ondersteld, omdat de ondoorschijnende wand der meeste varens sporen niet toeliet de veranderingen in den inhoud vóór het opengaan der spoor na te gaan.

Uit de studie van de kieming der sporen der Gleicheniaceen, wier wand doorschijnend en ongekleurd is, blijkt echter de onjuistheid der bovengenoemde onderstelling. Hier laten zich belangrijke veranderingen in den inhoud der spoor, zoowel als het ontstaan van een nieuwen cellulosewand bij den aanvang der kieming aanwijzen. Met de ontwikkeling dezer sporen is verder de kieming van andere varens sporen veel meer verwant dan met de vorming van pollenbuizen.

Tegen de algemeen aangenomen voorstelling en daarentegen vóór de door mij gegevene pleit nog het volgende :

1^o. de laatste is beter in overeenstemming met de resultaten

*) Onder endosporium heeft men te verstaan de binnenste schaal van den wand der rijpe, ongekiemde spoor, niet, zooals soms geschiedt, het geheel der spoor minus het exosporium.

der jongste onderzoekingen aangaande de functiën van het protoplasma en de vorming van den cellulosewand.

2°. de opengaanle kleppen der kiemende spoor hebben dezelfde dikte en vertoonen dezelfde lagen als de doorsnede van den geheelen wand der ongekiemde spoor.

3°. het endosporium der rijpe spoor is in vele gevallen ge-
cuticulariseerd en vertoont geene cellulose-reactie.

4°. In de kiemende spoor heeft somwijlen celdeeling vóór het opengaan plaats.

De door mij hier gegeven voorstelling is eindelijk ook toepasselijk op de kieming van andere sporen van Cryptogamen. Zij vindt steun o. a. in de beschrijving der kieming van de zygosporen van *Spirogyra* door PRINGSHEIM, van *Genicularia* en van *Mesotaenium* door DE BARY gegeven; zij strijdt niet met de waargenomen verschijnselen bij de kieming der sporen van *Hepaticae*, van *Bryinae* en van *Equisetaceae*, integendeel zij geeft daarvan eene betere verklaring.

Utrecht, April 1879.

VERKLARING DER FIGUREN.

Alle figuren zijn getekend bij eene lineaire vergrooting van 275 maal, uitgezonderd fig. 9, die bij eene vergrooting van 600 maal is voorgesteld.

Fig. 1. Rijpe, gezonde spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. van ter zijde gezien. De wand is ongekleurd en doorschijnend; bij *a* vindt men het vereenigingspunt der drie lijsten. De spoor is hoog geel gekleurd, tal van vetkogeltjes en eene ronde celkern, midden onder het punt *a* gelegen, schijnen door den wand heen.

Fig. 2. Soortgelijke spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br., zoo als zij zich voordoet, gezien in een richting loodrecht op die der vorige fig. Het punt *a*, het vereenigingspunt der drie lijsten *b*, vormt hier den top; tusschen de uiteinden dezer lijsten liggen in het equatorvlak der spoor de drie balken *b*. De groote celkern ligt onder *a*.

Fig. 3. Een spoor van dezelfde species, beginnende open te gaan. Twee der drie lijsten zijn in hare beide helften gescheiden, waardoor eene der drie kleppen los komt en een weinig uitstaat. De wand vertoont de balken *b* als vorige fig. De groote celkern ligt nog op dezelfde plaats. De inhoud der spoor is tot berstens gevuld met eene dichte massa van grooter en kleiner korrels en klompjes. De tint is niet meer zuiver geel, maar groenachtig geworden.

Fig. 4. Soortgelijke spoor als de vorige fig., in iets verder stadium van kieming. De drie kleppen zijn van een geweken; tusschen deze komt de inhoud der spoor als papil te voorschijn. Deze inhoud is thans levendig groen gekleurd en dicht korrelig.

Fig. 5. Soortgelijke spoor als in de vorige fig., loodrecht op het aequatorvlak gezien. De drie kleppen nog verder geopend en nitcengeweken.

Fig. 6. Kiemende spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. op het punt van opengaan (ongeveer in hetzelfde stadium van ontwikkeling als die in fig. 3), en met jodium gekleurd, om de veranderingen in den inhoud nader te onderzoeken. Deze spoor vertoonde een groote celkern met twee kernlichaampjes, betrekkelijk weinige of althans weinig duidelijke vetkogels, en daarentegen een aantal uiterst kleine, vooral nabij den omtrek gelegen zetmeelkorreltjes.

Fig. 7. Evenzoo kiemende spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br., waarin de vetbollen veel verminderd zijn, en de kern veelhoekig is geworden met plasmadraden naar den omtrek. In de nabijheid van dezen hebben zich een aantal zeer kleine zetmeelkorrels gevormd.

Fig. 8. Een spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. door zachte drukking gebersten en met Millon's reagens behandeld. De balken op den spoorwand zijn duidelijkshalve in de teekening weggeleten. Uit de scheur der spoor komen grootere en kleinere vetbollen te voorschijn. Door het genoemde reagens zijn de celkern *k* en onderscheidene kleinere onregelmatige klompjes protoplasma steenrood gekleurd.

Fig. 9. Dwarse doorsnede door den wand der spoor van *Gleichenia rupestris* R. Br. ter hoogte van den aequator der spoor: *ep* episporium; *ex* exosporium, dat ter plaatse van de balken uit een aantal in watergehalte verschillende lagen bestaat; *end* endosporium, dat door de snede bij *x* van het exosporium losgemakt is. De drie balken zijn door de grootere dikte van het exosporium aanstonds te herkennen.

Fig. 10. Pas gekiemde spoor, in ontwikkelingstoestand een weinig meer gevorderd dan die in fig. 4 en 5 afgebeeld, met chlorzinkjod behandeld. De wand der spoor duidelijkshalve ongekleurd, en de balken weggelaten. De inhoud der spoor heeft zich gedeeld in twee cellen, welker plasma (bij ieder met eene celkern voorzien), geelbruin gekleurd is geworden door de inwerking van het reagens. Dit laat tevens zoowel den nieuw gevormden cellulose-wand als den daarna gevormden deelingswand door de blauwe verkleuring herkennen.

Fig. 11, 12 en 13. Ondere, gekiemde sporen, met chlorzinkjod behandeld. In alle drie figuren wederom de kleuring van den celwand en de balken duidelijkshalve niet geteekend. Reeds in fig. 11 aan de onderzijde, evenals in fig. 10 links, maar duidelijker in fig. 12 en 13, ziet men den cellulose-wand van het jonge prothallium door contractie los en soms ver verwijderd van den binnenkant van het endosporium. In de cellen van het prothallium was bij fig. 12 en 13, behalve het steeds aanwezige chlorophyll, vrij wat zetmeel, op bepaalde plaatsen, in fig. 12 aangewezen door de donker gekleurde gedeelten bij *a*, in fig. 13 door de donkere puntjes bij *a'*. De plasma-inhoud der rhizoiden werd bruin gekleurd.

Fig. 14. Vezonde, rijpe bilaterale spoor van *Gleichenia flabellata* R.Br., van ter zijde gezien. *k* celkern, onmiddellijk tegen de aan de onderzijde gelegen lijst aansluitende.

Fig. 15. Kiemende spoor van *Gleichenia flabellata* R.Br. De beide helften der enkele lijst beginnen van een te wijken. De hoog gele kleur van den inhoud, zoo als fig. 14 die vertoont vóór de kieming, maakt plaats voor een groenachtige tint, even als dit bij de radiaire sporen het geval is. Zie fig. 2, 3 en 4.

Fig. 16. Geopende spoorwand van *Gleichenia flabellata* R.Br., waarvan de inhoud verwijderd is, zoodat men nu duidelijk de twee balken *b* en *b* (één aan elke zijde van de eenige lijst dezer bilaterale sporen) waarneemt, die aan de ongekiemde met plasma gevulde spoor in den regel moeilijker te herkennen zijn.

Fig. 17. Gekiemde spoor van *Gleichenia flabellata* R.Br.. Het jonge prothallium bestaat uit twee cellen, met veel vetbollen en jong chlorophyll voorzien, welker deelingswand reeds binnen de spoor ontstaan is.

ONTWIKKELING

VAN EENIGE

ALGEBRAÏSCHE EN VAN DAARMEDE GELIJK- VORMIGE GONIOMETRISCHE IDENTITEITEN.

DOOR

F. J. VAN DEN BERG.

Indien men in het algemeen een determinant, waarvan de elementen der eerste rij dezelfde functiën van eene grootheid α_0 zijn als de overeenkomstige elementen der tweede rij van eene grootheid α_1 , die der derde rij van α_2 , enz., die der laatste rij van α_n , ter bekorting voorstelt door in plaats van alle rijen slechts ééne daarvan met weglating van den aanwijzer van α neder te schrijven maar daarbij als grenzen de aanwijzers 0 en n van de eerste en de laatste rij te voegen, dan heeft men, als $\beta_1, \beta_2, \text{ enz., } \beta_n$ willekeurige maar voor alle rijen gemeenschappelijke grootheden beteekenen, de formule :

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix}
 (\alpha_0 - \beta_1)(\alpha_0 - \beta_2) \dots (\alpha_0 - \beta_n) & \alpha_0^{n-1} & \alpha_0^{n-2} & \dots & \alpha_0^2 & \alpha_0 & 1 \\
 (\alpha_1 - \beta_1)(\alpha_1 - \beta_2) \dots (\alpha_1 - \beta_n) & \alpha_1^{n-1} & \alpha_1^{n-2} & \dots & \alpha_1^2 & \alpha_1 & 1 \\
 (\alpha_2 - \beta_1)(\alpha_2 - \beta_2) \dots (\alpha_2 - \beta_n) & \alpha_2^{n-1} & \alpha_2^{n-2} & \dots & \alpha_2^2 & \alpha_2 & 1 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 (\alpha_n - \beta_1)(\alpha_n - \beta_2) \dots (\alpha_n - \beta_n) & \alpha_n^{n-1} & \alpha_n^{n-2} & \dots & \alpha_n^2 & \alpha_n & 1
 \end{vmatrix} = \\
 & = \begin{vmatrix}
 (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1
 \end{vmatrix}_0^n = \\
 & = \begin{vmatrix}
 & \alpha^n & & & & & \\
 & & \alpha^{n-1} & & & & \\
 & & & \alpha^{n-2} & & & \\
 & & & & \dots & & \\
 & & & & & \alpha^2 & \\
 & & & & & & \alpha \\
 & & & & & & & 1
 \end{vmatrix}_0^n = \\
 & = (\alpha_0 - \alpha_1)(\alpha_0 - \alpha_2) \dots (\alpha_0 - \alpha_n)(\alpha_1 - \alpha_2) \dots (\alpha_1 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n), \dots (1)
 \end{aligned}$$

waarvan namelijk het derde lid wordt gevonden door de eerste kolom van het eerste of tweede lid na ontwikkeling beurtelings te vermeerderen en te verminderen met alle volgende kolommen, respectievelijk vermenigvuldigd met de som der producten van alle grootheden β genomen 1 aan 1, 2 aan 2, enz., n aan n ; terwijl de gelijkheid van het vierde lid blijkt doordien het derde lid twee gelijke rijen verkrijgt en dus in nul overgaat zoodra twee der grootheden α onderling gelijk worden, zoodat dit derde lid alle verschillen van ieder dezer grootheden met alle volgende tot factoren moet hebben en dan, blijkens de gelijkheid der aanvangstermen $\alpha_0^n \alpha_1^{n-1} \alpha_2^{n-2} \dots \alpha_{n-2}^2 \alpha_{n-1}$ in dit ontwikkelde derde lid en in het ontwikkelde product dezer verschillen, niet anders dan dit product zelf kan zijn. (Zie bijv. ook R. BALTZER, Determinanten, 3^e Aufl., 1870, pag. 75—77).

Ontwikkelt men nu den eersten determinant volgens de elementen der eerste rij, en het laatste product volgens de magten van α_0 , dan verkrijgt men:

$$\left\{ \alpha_0^{n-n} \alpha_0^{-n-1} \sum_1^n \beta_1 + \alpha_0^{n-2} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 - \alpha_0^{n-3} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 + \text{enz.} + (-1)^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n \right\} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ -(\alpha-\beta_1) & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ +(\alpha-\beta_1)(\alpha-\beta_2) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ -(\alpha-\beta_1)(\alpha-\beta_2) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-4} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ + \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ +(-1)^n (\alpha-\beta_1)(\alpha-\beta_2) \dots (\alpha-\beta_n) & \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{ \alpha_0^{n-n} \alpha_0^{-n-1} \sum_1^n \alpha_1 + \alpha_0^{n-2} \sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0^{n-3} \sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + \text{enz.} + (-1)^n \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n \right\} \times$$

$$\times (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3) \dots (\alpha_1 - \alpha_n)(\alpha_2 - \alpha_3) \dots (\alpha_2 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n).$$

En de gelijkstelling der coëfficiënten van de gelijknamige magten van α_0 in beide leden levert dan de volgende identiteiten tusschen twee willekeurige stelsels van n grootheden α en n grootheden β :

$$\begin{aligned}
& \left| \begin{array}{cccc} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 & \alpha & 1 \end{array} \right|_1^n \\
= & (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3) \dots (\alpha_1 - \alpha_n)(\alpha_2 - \alpha_3) \dots (\alpha_2 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n) \\
= & \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 \alpha}{\sum_1^n \alpha_1 - \sum_1^n \beta_1} \\
= & \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-1} \alpha^{n-3} \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 \alpha}{\sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 - \sum_1^n \beta_1 \beta_2} \\
= & \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-1} \alpha^{n-2} \alpha^{n-4} \dots \alpha^2 \alpha}{\sum_1^n \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - \sum_1^n \beta_1 \beta_2 \beta_3} \\
= & \text{enz.} \dots \dots \dots \\
= & \frac{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_n) \alpha^{n-1} \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \dots \alpha^3 \alpha^2 \alpha}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n - \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n}
\end{aligned}$$

welke identiteiten bijv. zouden kunnen dienen om de determinanten, die de tellers der breuken zijn, op eenvoudige wijze in den allereersten determinant of het daaraan gelijke product en in de noemers uit te drukken, terwijl zij o. a. als bijzondere gevallen bevatten de identiteiten komende door alle grootheden β gelijk nul te stellen.

De gelijkheid der beide eerste leden drukt hier voor de n grootheden $\alpha_1, \alpha_2, \text{enz.}, \alpha_n$ niets anders uit dan de gelijkheid der beide laatste leden van (1) voor de $n + 1$ grootheden $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \text{enz.}, \alpha_n$. Om dezelfde reden als daar mag men ook hier voor het eerste lid schrijven

$$\left| (\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2) \dots (\alpha - \beta_{n-1}) \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \dots \alpha^2 \alpha \right|_1^n,$$

waarin weder $\beta_1, \beta_2, \text{enz.}, \beta_{n-1}$ willekeurige grootheden. Gaat men dan tot de ontwikkeling van dezen determinant volgens de elementen der eerste kolom over, dan heeft een willekeurige term $(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})$ tot coëfficiënt

$$(-1)^{k-1} \left| \alpha^{n-2} \alpha^{n-3} \dots \alpha^2 \alpha \right|_{1 \text{ tot } k-1}^{k+1 \text{ tot } n},$$

dat is $(-1)^{k-1}$ maal het product van alle verschillen der grootheden α_1 tot α_n met uitsluiting van α_k , of

$$(-1)^{k-1} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_3) \dots (\alpha_1 - \alpha_n)(\alpha_2 - \alpha_3) \dots (\alpha_2 - \alpha_n) \dots (\alpha_{n-1} - \alpha_n)}{(\alpha_1 - \alpha_k)(\alpha_2 - \alpha_k) \dots (\alpha_{k-1} - \alpha_k)(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)},$$

zoodat men bij deeling door den gemeenschappelijken teller van al deze coëfficiënten, dat is door het tweede lid van (2), verkrijgt:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = 1, \dots (3)$$

eene betrekking die, als men de grootheden α opvat als de afstanden van n , en de grootheden β als die van $n-1$ willekeurige punten, allen gelegen op eene zelfde regte lijn en ten opzichte van een zelfden willekeurigen oorsprong op die lijn, dezelfde is als de bij CHASLES, Géométrie supérieure, 1852, pag. 229—230, op andere wijze bewezene.

Van de gelijkheid van het vierde en van de verdere leden van (2) — bij de ontwikkeling van wier tellers volgens de elementen der eerste kolom anders de voor alle $\beta = 0$, met gelijktijdige vervanging van n door $n-1$, vereenvoudigde identiteiten (2) zelve achterevolgens dienst zouden kunnen doen — zal nu in het hier volgende geen nader gebruik worden gemaakt. Lat men daarentegen op de gelijkheid van het derde en het tweede lid, en ontwikkelt men den teller van het derde lid weder volgens de elementen der eerste kolom, dan onderscheidt deze ontwikkeling zich van de zoo even voor het eerste lid uitgevoerde alleen daardoor, dat nu telkens een element $(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_n)$, maar met behoud van denzelfden coëfficiënt, in de plaats treedt van het één factor minder bevattende element $(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})$ van toen, zoodat men geheel op dezelfde wijze geleid wordt tot de identiteit:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_n)}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = \sum_1^n \alpha_k - \sum_1^n \beta_k \dots (4)$$

tusschen twee willekeurige stelsels van n grootheden α en n grootheden β .

Men kan opmerken dat deze identiteit de voorgaande als bijzonder geval in zich bevat, door slechts bijv. $\beta_n = \alpha$ te on-

derstellen na door $-\beta_n$ gedeeld te hebben, dat is door dezelfde methode toe te passen waardoor CHASLES op pag. 231 (zie ook pag. 237) aantoont dat als het aantal grootheden β kleiner dan $n-1$ was, dat dan volgens EULER soortgelijke identiteiten maar met nul als tweede lid zouden gelden (zie ook BALTZER, pag. 85).

En omgekeerd kan men, in den geest van CHASLES, pag. 232, van de identiteit (3) ook tot (4) opklimmen door (3), na den laatsten term van het eerste lid in het tweede lid gebragt te hebben, met $-\alpha_n$ te vermenigvuldigen en dan $\alpha_n = \infty$ te stellen, waardoor in elken term van het eerste lid de factor

$$\frac{-\alpha_n}{\alpha_k - \alpha_n} = 1 \text{ wordt, zoodat men verkrijgt:}$$

$$\sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_{n-1})}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_{n-1})} =$$

$$= \lim_{\alpha_n = \infty} \left[-\alpha_n \left\{ 1 - \frac{\alpha_n^{n-1} - \alpha_n^{n-2} \sum_1^{n-1} \beta_k + \text{enz.}}{\alpha_n^{n-1} - \alpha_n^{n-2} \sum_1^{n-1} \alpha_k + \text{enz.}} \right\} \right] = \sum_1^{n-1} \alpha_k - \sum_1^{n-1} \beta_k,$$

dat is niet anders dan (4) behoudens vervanging van het willekeurige aantal n door $n-1$.

Men kan ook tot (4) besluiten door eene redenering, overeenkomende met die van CHASLES, pag. 229 — 230. Stel namelijk dat (4) geldig is voor alle stelsels van $n-1$ willekeurige grootheden α en $n-1$ willekeurige grootheden β , maar niet meer zou gelden voor twee zulke stelsels, ieder van n grootheden; dan zou men (4) kunnen gebruiken om bijv. β_n te bepalen in alle andere grootheden als willekeurige gegevens en dan zou, daar (4) slechts tot den eersten graad in β_n opklimt, slechts ééne zoodanige waarde kunnen voldoen. Nu voldoet evenwel aan (4) ieder der n verschillende waarden $\beta_n = \alpha_k$, omdat (4) zich daarvoor telkens herleidt tot de geldig onderstelde betrekking tusschen de grootheden α zonder α_k en de grootheden β zonder β_n . Derhalve is (4) eene identiteit voor (n, n) , wanneer zij dit is voor $(n-1, n-1)$. Maar voor $(2, 2)$ geldt blijkbaar de identiteit

$$\frac{(\alpha_1 - \beta_1)(\alpha_1 - \beta_2)}{\alpha_1 - \alpha_2} + \frac{(\alpha_2 - \beta_1)(\alpha_2 - \beta_2)}{\alpha_2 - \alpha_1} = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2);$$

dus geldt (4) in het algemeen.

De tweede bewijsvoering van CHASLES op pag. 230 schijnt daarentegen op het tegenwoordige geval niet op eenvoudige wijze toepasselijk.

Had men zich eindelijk, door van den beginne af de grootheden β buiten spel te laten, eerst bezig gehouden met het bewijs van het in (4) vervatte bijzondere geval :

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\alpha_k^n}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = \sum_1^n \alpha_k,$$

dan zou men hieruit vooreerst ook door herhaalde differentiatie ten opzichte van alle met gelijke differentiaal toenemende grootheden α (waarbij dus alle noemers onveranderd blijven) kunnen afleiden dat voor den exponent $n - 1$ in de tellers het tweede lid in 1, en voor alle lagere exponenten in 0 zou overgaan, en vervolgens, van deze uitkomsten gebruik makende, weder tot het algemeene geval (4) kunnen opklimmen door slechts alle tellers in hunne afzonderlijke termen

$$\alpha_k^n - \alpha_k^{n-1} \sum_1^n \beta_1 + \alpha_k^{n-2} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 - \alpha_k^{n-3} \sum_1^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 + \text{enz.} + (-1)^n \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n$$

te splitsen.

De identiteit (4) levert de opmerkelijke bijzonderheid op dat zij, indien alle α en β daarin willekeurige hoeken of bogen voorstellen, ook geldig blijft wanneer men alle verschillen die als factoren in de tellers en de noemers voorkomen door hunne sinussen vervangt en hetzelfde doet met het verschil dat het tweede lid vormt

In dit opzicht onderscheidt zij zich wel degelijk van andere dergelijke identiteiten die zulk eene goniometrische onzetting niet toelaten, met name van (3), zooals bijv. dadelijk blijkt doordien, als dáár in het eerste lid overal de sinussen der verschillen in plaats van deze zelve stonden, de vermeerdering of vermindering van een oneven aantal hoeken β met 180° voldoende zou zijn om alleen in dit lid het teeken te doen omkeeren; terwijl, al bepaalde men zich tot het bijzondere geval

waarin alle hoeken $\beta = 0$ zijn, dan nog met (3) geene sinus-formule van denzelfden vorm zou overeenstemmen, daar al dadelijk voor $n = 2$ zou blijken dat $\frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} + \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$, wel verre van $= 1$ te zijn, zelfs niet eens in geheelen vorm is uit te drukken.

Daarentegen heeft (zie A. F. MÖBIUS in CRELLE's *Journal für Mathematik*, 24^{er} Bd., 1842, pag. 85—92) de identiteit (4) de genoemde bijzonderheid gemeen met de reeds boven besproken identiteiten van EULER, waarvoor namelijk het aantal hoeken β kleiner dan $n - 1$ en het tweede lid gelijk nul is, mits — en dit wordt door MÖBIUS op pag. 85 vergeten, daarentegen op pag. 89 boven wél uitdrukkelijk gezegd — het verschil der aantallen van α en van β een even getal bedrage. In het voorbijgaan moge hier opgemerkt worden dat de herleiding waardoor MÖBIUS, voor het geval dat men met $n - 2$ onderling gelijke hoeken β te doen heeft, op pag. 85—87 door middel van anharmonische verhoudingen overgaat van de algebraïsche tot de goniometrische identiteit, als volgt nog eenigzins bekort zou kunnen worden: in zijne notatiën heeft men

$$\frac{a - x}{a - b} \left(= \frac{\Delta X O A}{\Delta B O A} \right) = \frac{O X \sin(\alpha - \varphi)}{O B \sin(\alpha - \beta)},$$

hetgeen met de $n - 2$ andere overeenkomstige verhoudingen uit a en met

$$\frac{1}{a - x} = \frac{\sin X}{O A \cdot \sin(\alpha - \varphi)}$$

vermenigvuldigd en daarna sommerende, dadelijk geeft:

$$\begin{aligned} \sum_1^n \frac{(a-x)^{n-2}}{(a-b)(a-c)\dots(a-m)} &= \\ &= \frac{O X^{n-1} \cdot \sin X}{O A \cdot O B \cdot O C \dots O M} \sum_1^n \frac{\sin^{n-2}(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha - \beta) \cdot \sin(\alpha - \gamma) \dots \sin(\alpha - \nu)}, \end{aligned}$$

ten bewijze dat het nul zijn van de eerste som dat van de tweede met zich brengt.

Eene dergelijke eenvoudige afleiding van de goniometrische uit de algebraïsche identiteit schijnt echter, evenmin als in de gevallen van $n = 4$, $n = 6$, $n = 8$, enz. hoeken β , niet wel mogelijk in het geval waarin men zooals in (4) een even groot aantal n hoeken β als α heeft. Daarom moge hier dan ook eene zelfstandige ontwikkeling van de met (4) gelijkvormige goniometrische identiteit volgen waaruit men, zooals altijd in zulke gevallen, de algebraïsche identiteit weder zou te voorschijn zien komen door zich de hoeken slechts als oneindig kleinen te denken. Die ontwikkeling is gegrond op het gebruik van eene algemeene formule, naar verkiezing al of niet met determinanten in verband te brengen, en waardoor men de som van breuken kan berekenen wier tellers in volgorde op eene zelfde wijze van ééne der grootheden $\alpha_1, \alpha_2, \text{enz.}, \alpha_n$ afhangen, terwijl de noemers dezelfde zijn als de in (3) en (4) voorkomende. Beschouwt men namelijk, als $\varphi(\alpha)$ eene geheele rationale functie van α voorstelt, het determinanten-quotient

$$\frac{\left| \begin{array}{cccccc} \varphi(\alpha) & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \end{array} \right|_1}{\left| \begin{array}{cccccc} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \end{array} \right|_1},$$

dan moet dit (verg. ook BALTZER, pag. 76—77 en 84—86), omdat de teller voor elke twee gelijke α in nul overgaat en dus door alle factoren van den noemer deelbaar is, eene geheele rationale en symmetrische functie der n grootheden α zijn, welke functie, als men den teller weder ontwikkelt volgens de elementen der eerste kolom en overigens te werk gaat als boven voor de identiteit (3), dus de som

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\varphi(\alpha_k)}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)}$$

doet kennen of, wat hetzelfde is indien men nog de notatie

$$f(z) = (z - \alpha_1)(z - \alpha_2) \dots (z - \alpha_n)$$

en op grond daarvan de waarde der hieruit naar z afgeleide functie voor $z = \alpha_k$, namelijk

$$f'(\alpha_k) = (\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n),$$

invoert, de som

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\varphi(\alpha_k)}{f'(\alpha_k)}.$$

Maar deze som kan nog op andere wijze worden uitgedrukt
Men kan toch identisch stellen

$$\frac{\varphi(z)}{f(z)} = \psi(z) + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{A_k}{z - \alpha_k},$$

waarin $\psi(z)$ het geheele quotiënt beteekent dat men in het algemeen bij deeling van $\varphi(z)$ door $f(z)$ volgens afdalende magten van z zal verkrijgen, terwijl, omdat dan de rest van lager graad dan $f(z)$ is, de tellers A_k onafhankelijk van z zijn. En om deze tellers ieder in het bijzonder te bepalen kan men na vermenigvuldiging met $f(z)$ bijv. $z = \alpha_k$ substitueren, waardoor niet alleen $f(\alpha_k) = 0$, maar ook alle

$$\left(\frac{f(z)}{z - \alpha_l} \right)_{z=\alpha_k} = 0$$

worden, daarentegen

$$\left(\frac{f(z)}{z - \alpha_k} \right)_{z=\alpha_k} = \left(\frac{f(z) - f(\alpha_k)}{z - \alpha_k} \right)_{z=\alpha_k} = f'(\alpha_k),$$

zoodat men verkrijgt

$$\varphi(\alpha_k) = A_k \cdot f'(\alpha_k).$$

Deze waarde van A_k nu in de voor $\frac{\varphi(z)}{f(z)}$ gestelde uitdrukking overbrengende en dan tot de werkelijke ontwikkeling van beide leden volgens afdalende z overgaande, blijkt de even gevonden som $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\varphi(\alpha_k)}{f'(\alpha_k)}$ tevens gelijk te zijn aan den coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ in deze ontwikkeling van $\frac{\varphi(z)}{f(z)}$: eene uitkomst, waarin die van BALTZER, pag. 86 boven, als bijzonder geval voor $\varphi(z) = z^r$ begrepen is.

De toepassing van dezen algemeenen regel op het geval

$$\varphi(z) = (z - \beta_1)(z - \beta_2) \dots (z - \beta_n),$$

als wanneer

$$\frac{\varphi(z)}{f(z)} = \frac{z^n - z^{n-1} \sum_1^n \beta + \text{enz.}}{z^n - z^{n-1} \sum_1^n \alpha + \text{enz.}}$$

bij ontwikkeling dadelijk $\sum_1^n \alpha - \sum_1^n \beta$ als coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ doet kennen, voert weder tot de identiteit (4) terug. Niet zóó onmiddellijk hoopt daarentegen de toepassing voor de overeenkomstige goniometrische identiteit af.

Stel daartoe

$$\alpha_k = \text{tang } a_k \quad \text{en} \quad \beta_l = \text{tang } b_l,$$

dus

$$\sin(a_k - b_l) = \cos a_k \cos b_l \cdot (\alpha_k - \beta_l)$$

en evenzoo

$$\sin(a_k - a_l) = \cos a_k \cos a_l \cdot (\alpha_k - \alpha_l),$$

dan komt, indien men nog op $\cos^2 a_k = \frac{1}{1 + \alpha_k^2}$ let,

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\sin(a_k - b_1) \cdot \sin(a_k - b_2) \dots \sin(a_k - b_n)}{\sin(a_k - a_1) \cdot \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \cdot \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} = \\ & = \frac{\cos b_1 \cdot \cos b_2 \dots \cos b_n \sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \beta_1)(\alpha_k - \beta_2) \dots (\alpha_k - \beta_n)}{1 + \alpha_k^2}}{\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \sum_{k=1}^{k=n} \frac{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)}{1 + \alpha_k^2}}, \end{aligned}$$

zoodat men, aan $f(z)$ en $\varphi(z)$ dezelfde beteekenis gevende als zoo even, thans dezen laatsten Σ -vorm gelijk te nemen heeft aan den coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ in de ontwikkeling van $\frac{\varphi(z)}{(1 + z^2)f(z)}$, dat is, stellende

$$\frac{\varphi(z)}{f(z)} = \frac{(z - \beta_1)(z - \beta_2) \dots (z - \beta_n)}{(z - \alpha_1)(z - \alpha_2) \dots (z - \alpha_n)} = 1 + \frac{Q_1}{z} + \frac{Q_2}{z^2} + \frac{Q_3}{z^3} + \frac{Q_4}{z^4} + \frac{Q_5}{z^5} + \text{enz.}$$

gelijk aan den coëfficiënt van $\frac{1}{z}$ in het product van dezen laatsten vorm met $1 - z^2 + z^4 - z^6 + \text{enz.}$, dat is dus gelijk aan $Q_1 - Q_3 + Q_5 - \text{enz.}$ Om hiervan de waarde te berekenen, kan men, noemende $i = \sqrt{-1}$ en lettende op

$$\frac{1 \mp i \beta_k}{1 \mp i \alpha_k} = \frac{\cos \alpha_k}{\cos b_k} \cdot \frac{\cos b_k \mp i \sin b_k}{\cos \alpha_k \mp i \sin \alpha_k} =$$

$$= \frac{\cos \alpha_k}{\cos b_k} \left\{ \cos (a_k - b_k) \pm i \sin (a_k - b_k) \right\},$$

opmerken dat voor $\frac{1}{z} = \pm i$ komt

$$\frac{\varphi\left(\pm \frac{1}{i}\right)}{f\left(\pm \frac{1}{i}\right)} = \frac{(1 \mp i \beta_1)(1 \mp i \beta_2) \dots (1 \mp i \beta_n)}{(1 \mp i \alpha_1)(1 \mp i \alpha_2) \dots (1 \mp i \alpha_n)} =$$

$$= \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \dots \cos \alpha_n}{\cos b_1 \cos b_2 \dots \cos b_n} \left\{ \cos \sum_1^n (a_k - b_k) \pm i \sin \sum_1^n (a_k - b_k) \right\} =$$

$$= (1 - Q_2 + Q_4 - \text{enz.}) \pm i (Q_1 - Q_3 + Q_5 - \text{enz.}),$$

hetgeen o. a. vordert

$$\frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \dots \cos \alpha_n}{\cos b_1 \cos b_2 \dots \cos b_n} \sin \sum_1^n (a_k - b_k) = Q_1 - Q_3 + Q_5 - \text{enz.}$$

En hiermede dus de waarde gevonden zijnde van den vorenstaanden in α en β uitgedrukten Σ -vorm, komt men door substitutie dezer waarde ten slotte neder op de te bewijzen identiteit:

$$\sum_{k=1}^{l-n} \frac{\sin(a_k - b_1) \sin(a_k - b_2) \dots \sin(a_k - b_n)}{\sin(a_k - a_1) \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} =$$

$$= \sin(\sum_1^n a_k - \sum_1^n b_k). \dots \dots \dots (4')$$

In deze identiteit kan men nu bovendien, door in omgekeerden zin eene herleiding als boven toe te passen, het eerste lid

ook in den vorm van een determinanten-quotient schrijven. Vooreerst tocht vindt men, door in de twee eerste leden van (2) weder $a_k = \tan a_k$ te stellen en door de rijen van het eerste lid en de factoren van het tweede lid te vermenigvuldigen met de overeenkomstige factoren van het eerste en van het tweede lid van

$$(\cos a_1)^{p-1} (\cos a_2)^{p-1} \dots (\cos a_{n-1})^{p-1} (\cos a_n)^{p-1} = (\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_{n-1}) (\cos a_n)^{p-1} \dots (\cos a_n)^{p-1} (\cos a_n)^{p-1} \dots (\cos a_n)^{p-1} (\cos a_n)^{p-1}.$$

de identiteit:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cccc} \sin^{p-1} a & \sin^{p-2} a \cos a & \sin^{p-3} a \cos^2 a & \sin^{p-4} a \cos^3 a \\ \sin^{p-2} a \cos a & \sin^{p-3} a \cos^2 a & \sin^{p-4} a \cos^3 a & \sin^{p-5} a \cos^4 a \\ \sin^{p-3} a \cos^2 a & \sin^{p-4} a \cos^3 a & \sin^{p-5} a \cos^4 a & \dots \\ \sin^{p-4} a \cos^3 a & \sin^{p-5} a \cos^4 a & \dots & \dots \end{array} \right| = \sin^p a \cos^{p-2} a \cos^{p-2} a \cos^{p-1} a \\ & = \left| \begin{array}{cccc} \sin^{p-2} a \cos a & \sin^{p-3} a \cos^2 a & \sin^{p-4} a \cos^3 a & \dots \\ \sin^{p-3} a \cos^2 a & \sin^{p-4} a \cos^3 a & \sin^{p-5} a \cos^4 a & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right| = \underbrace{\sin^p a \cos a}_{\text{naarmate } n \text{ even of oneven is}} \text{ of } \underbrace{\sin^p a \cos a}_{\text{of } 1} \text{ of } 1 \\ & = \sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3) \dots \sin(a_1 - a_n) \sin(a_2 - a_3) \dots \sin(a_{n-1} - a_n). \end{aligned}$$

waarin namelijk iedere $2p + 1^e$ en iedere $2p + 2^e$ kolom van het tweede lid is verkregen door de som te nemen van de $1^e, 3^e, 5^e, \dots$ enz., $2p + 1^e$, en van de $2^e, 4^e, 6^e, \dots$ enz., $2p + 2^e$ kolom van het eerste lid, achtereenvolgens vermenigvuldigd met de $p + 1$ binomiaal-coëfficiënten van de p^e magt, terwijl het eerste lid, in plaats van op deze wijze, ook even goed zoodanig zou kunnen vervormd worden dat de kolommen opklommen volgens de magten van $\cos a$, beurtelings voor n even met $\sin a$ en 1 en voor n oneven met 1 en $\sin a$ vermenigvuldigd. En ten andere blijkt in verband hiermede, door den noemer van den algemeenen term onder het Σ -teeken in het eerste lid

van de gelijkheid van het derde en het eerste lid uit, dan verkrijgt men onmiddellijk door $\alpha_k = \text{tang } a_k$ en $\beta_l = \text{tang } b_l$ de identiteit:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin(a-b_1)\sin(a-b_2)\dots\sin(a-b_n)}{\sin^{n-1}a} \frac{\sin^{n-2}a \cos^2 a}{\sin^{n-2}a \cos a} \frac{\sin^{n-3}a \cos^3 a}{\sin^{n-3}a \cos^2 a} \frac{\sin^{n-4}a \cos^4 a}{\sin^{n-4}a \cos^3 a} \dots \frac{\sin^2 a \cos^2 a}{\sin^2 a \cos a} \frac{\sin a \cos a}{\sin a} \cos^{n-1} a \\ & \frac{\sin^{n-1} a}{\sin(a-b_1)\sin(a-b_2)\dots\sin(a-b_n)} \frac{\sin^{n-2} a \cos a}{\sin^{n-2} a \cos^2 a} \frac{\sin^{n-3} a \cos^2 a}{\sin^{n-3} a \cos^3 a} \frac{\sin^{n-4} a \cos^3 a}{\sin^{n-4} a \cos^4 a} \dots \frac{\sin^2 a \cos a}{\sin^2 a \cos^2 a} \frac{\sin a \cos a}{\sin a \cos^2 a} \cos^{n-1} a \\ & \frac{\sin^{n-1} a}{\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \cdot \cos b_1 \cos b_2 \dots \cos b_n} \cdot \left(\sum_1^m \text{tang } a_k - \sum_1^n \text{tang } b_k \right), \end{aligned}$$

waarbij omtrent de vervorming van teller en noemer volgens de opklimmende magten van $\cos a$, in plaats van zooals in het tweede lid volgens de afdalende magten van $\sin a$, weder dezelfde opmerking als zoo even bij (4') te maken is; terwijl nog in het bijzondere geval waarin alle hoeken b gelijk nul zijn, niet alleen het derde lid zich vereenvoudigt tot $\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \cdot \sum_1^n \text{tang } a_k$, maar ook in den teller van het tweede lid de eerste kolom overgaat in $\sin^n a$, hetgeen nog ten gevolge heeft dat dan in de tweede, vierde, zesde kolom enz. van dien teller door achtervolgende zamentelling overal de factoren $\cos^2 a$ kunnen worden weggelaten.

Al is het niet voor willekeurige waarden van n , had men althans voor $n = 1, 2, 3$ en 4 desverkiezende ook van de aldus vereenvoudigde formule voor $\sum_1^n \text{tang } a_k$ kunnen uitgaan om door middel daarvan de in dezelfde onderstelling $b = 0$ en voor de zelfde n vereenvoudigde formule (4'') voor $\sin \sum_1^n a_k$ op te maken. Immers, in het algemeen blijkt o. a. uit de gelijkstelling der coëfficiënten van $\pm i$ in het eerste lid en in het ontwikkelde tweede lid van de identiteit:

$$\begin{aligned} \cos \sum_1^n a_k \pm i \sin \sum_1^n a_k &= \\ &= \cos a_1 (1 \pm i \text{tang } a_1) \cdot \cos a_2 (1 \pm i \text{tang } a_2) \dots \cos a_n (1 \pm i \text{tang } a_n), \end{aligned}$$

dat

$$\begin{aligned} \sin \sum_1^n a_k &= \cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n (\sum_1^n \text{tang } a_1 - \sum_1^n \text{tang } a_1 \text{tang } a_2 \text{tang } a_3 + \\ &+ \sum_1^n \text{tang } a_1 \text{tang } a_2 \text{tang } a_3 \text{tang } a_4 \text{tang } a_5 - \text{enz.}) \end{aligned}$$

is (zie deze formule ook op andere wijze afgeleid bij A. DESBOVES, Questions de trigonométrie rectiligne, 2^e Ed., 1877, pag. 90—91). En nu overtuigt men zich gemakkelijk dat de vier eerste toepassingen van deze formule, geschreven onder de vormen:

$$\sin a_1 = \cos a_1 \cdot \text{tang } a_1$$

$$\sin (a_1 + a_2) = \cos a_1 \cos a_2 \cdot (\text{tang } a_1 + \text{tang } a_2)$$

$$\begin{aligned} \sin (a_1 + a_2 + a_3) &= \cos a_1 \cos a_2 \cos a_3 \cdot (\text{tang } a_1 + \text{tang } a_2 + \\ &+ \text{tang } a_3) - \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{en } \sin (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) &= \cos a_1 \cos a_2 \cos a_3 \cos a_4 \cdot (\text{tang } a_1 + \\ &+ \text{tang } a_2 + \text{tang } a_3 + \text{tang } a_4) - \\ &- \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \sin a_4 \cdot (\cot a_1 + \cot a_2 + \cot a_3 + \cot a_4) \end{aligned}$$

kunnen dienen om door substitutie van de zoo even in determinantenvorm gevonden waarde van $\cos a_1 \cos a_2 \dots \cos a_n \sum_1^n \text{tang } a_k$ (voor $n = 4$ aangevuld met de overeenkomstige waarde voor de complementen der hoeken a) de formule (4'') in dezelfde gevallen te verkrijgen. Zoodra echter $n = 5$ of grooter wordt, stuit men langs dezen weg op grootere bezwaren van berekening en schijnt dus de boven gevolgde weg van afleiding van (4) en (4''), waarbij tevens de hoeken b willekeurige waarden hadden verkijselijk.

Terugkeerende tot (4'), kan men nog opmerken dat indien op eene of andere wijze deze identiteit bewezen is voor het bijzondere geval waarin alle hoeken b gelijk nul zijn en waarin dus de algemeene teller in het eerste lid overgaat in $\sin^n a_k$ en het tweede lid zelf in $\sin \sum_1^n a_k$, dat men dan door differentiatie ten opzichte van alle met gelijke differentiaal toenemende hoeken a (waarbij dus alle noemers onveranderd blijven) eene nieuwe identiteit verkrijgt waarin de teller is overgegaan in $\sin^{n-1} a_k \cos a_k$ en het tweede lid in $\cos \sum_1^n a_k$; dat verder, als bijv. b_1 een willekeurigen hoek voorstelt, het verschil der beide met $\cos b_1$ en met $\sin b_1$ vermenigvuldigde identiteiten weder eene andere oplevert, hebbende tot teller $\sin^{n-1} a_k \sin(a_k - b_1)$ en tot tweede lid $\sin(\sum_1^n a_k - b_1)$; dat men, op deze wederom de differentiatie toepassende in de onderstelling dat nu ook b_1 dezelfde differentiaal verkrijgt als alle hoeken a , en overigens met een nieuwen willekeurigen hoek b_2 dezelfde bewerking als zoo even herhalende, den teller in $\sin^{n-2} a_k \sin(a_k - b_1) \sin(a_k - b_2)$ en het tweede lid in $\sin(\sum_1^n a_k - b_1 - b_2)$ ziet overgaan; en dat men eindelijk op deze wijze voortgaande van het onderstelde bijzondere geval $b = 0$ weder tot de algemeene identiteit (4') kan opklimmen.

Eene andere opmerking is dat (4') de verwisseling van alle a met alle b toelaat en dat men, dit doende en de teekens omkeerende, het eerste lid onder een anderen vorm verkrijgt en wel zóó dat daarin de noemers alleen van de verschillen der hoeken b afhangen. Meer in het algemeen zelfs zou men sommige der hoeken a met even zoovele van de hoeken b , negatief genomen, kunnen verwisselen zonder dat dit op het tweede lid en dus op de waarde van het eerste lid van invloed zou zijn.

Nog tot andere vormen geeft (4') aanleiding. Om slechts iets te noemen, vervange men bijv. a_k door $\frac{a_k}{2}$ en b_k door $-\frac{a_k}{2}$, dan komt na eene kleine herleiding de identiteit:

$$\frac{(\sin a_2 + \sin a_1)(\sin a_2 + \sin a_2) \dots (\sin a_k + \sin a_{k-1})(\sin a_{k+1} + \sin a_{k+1}) \dots (\sin a_k + \sin a_n)}{\sin(a_2 - a_1) \sin(a_2 - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \sin(a_{k+1} - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} = \sin \sum_1^n a_k.$$

En eindelijk, om niet te spreken van de minder regelmatige

identiteiten die uit (4') zouden voortkomen door bijv. slechts eenige der hoeken a , of eenige b , of eenige a en eenige b gelijktijdig, met 90° te vermeerderen, verdient nog de aandacht de identiteit ontstaande door hetzij alle a te vervangen door $a + 90^\circ$, hetzij alle b door $b + 90^\circ$, en die zich van (4') onderscheidt doordien, terwijl alle noemers onveranderd blijven, in de tellers overal cosinussen in plaats van sinussen optreden en doordien het tweede lid wordt $\pm \sin(\sum_1^n a_k - \sum_1^n b_k)$ naarmate n van den vorm $4m$ of $4m + 2$ is, of wel $\pm \cos(\sum_1^n a_k - \sum_1^n b_k)$ naarmate n den vorm $4m + 1$ of $4m + 3$ heeft.

Zooals te verwachten is, bepalen de goniometrische identiteiten die in vorm overeenstemmen met de algebraïsche waarin zij overgaan wanneer de hoeken oneindig klein worden, zich niet alleen tot de in het bovenstaande onderzochte. Zonder hieromtrent in een verder algemeen onderzoek te treden, moge bij wijze van een paar eenvoudige voorbeelden voor het geval van slechts drie hoeken a_1, a_2, a_3 de vermelding volstaan dat, evenals men volgens de goniometrische vervorming van de boven besproken formules van EULER heeft

$$\frac{\sin a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} + \frac{\sin a_2}{\sin(a_2 - a_1)\sin(a_2 - a_3)} + \frac{\sin a_3}{\sin(a_3 - a_1)\sin(a_3 - a_2)} =$$

$$= \sum_1^3 \frac{\sin a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} = 0$$

en evenals volgens (4'):

$$\sum_1^3 \frac{\sin^3 a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} = \sin(a_1 + a_2 + a_3)$$

is, zoo ook door de laatste identiteit herhaakdelijk met $\sin^2 a_1 + \sin^2 a_2 + \sin^2 a_3$ te vermenigvuldigen en daarbij op de eerste te letten, gemakkelijk gevonden wordt:

$$\sum_1^3 \frac{\sin^5 a_1}{\sin(a_1 - a_2)\sin(a_1 - a_3)} =$$

$$= \sin(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (\sin^3 a_1 + \sin^3 a_2 + \sin^3 a_3) + \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3$$

$$\frac{\sin^7 a_1}{\sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3)} = \sin(a_1 + a_2 + a_3) \cdot (\sin^4 a_1 + \sin^4 a_2 + \sin^4 a_3 + \sin^2 a_2 \sin^2 a_3 + \sin^2 a_3 \sin^2 a_1 + \sin^2 a_1 \sin^2 a_2) + \sin a_1 \sin a_2 \sin a_3 \cdot (\sin^2 a_1 + \sin^2 a_2 + \sin^2 a_3),$$

enz., terwijl daarentegen dergelijke herleidingen tot gheele vormen niet mogelijk zijn indien als tellers van de breuken in het eerste lid de even in plaats van de oneven magten van de sinussen der hoeken voorkomen. M. a. w., terwijl

$$\left| \sin^{2p+1} a \quad \sin a \quad \cos a \right|_1^3$$

steeds deelbaar is door

$$\left| \sin^2 a \quad \sin a \cos a \quad \cos^2 a \right|_1^3 = \left| \sin^2 a \quad \sin a \cos a \quad 1 \right|_1^3 = \sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3) \sin(a_2 - a_3),$$

is dit daarentegen niet het geval met

$$\left| \sin^p a \quad \sin a \quad \cos a \right|_1^3.$$

Maar wel is wederom bijv.

$$\left| \sin^{2p} a \quad \sin^2 a \quad \cos^2 a \right|_1^3 = \left| \sin^{2p} a \quad \sin^2 a \quad 1 \right|_1^3$$

die, stellende $\sin^2 a = A$, deelbaar blijkt te zijn door

$$\left| \sin^4 a \quad \sin^2 a \quad \cos^2 a \right|_1^3 = \left| \sin^4 a \quad \sin^2 a \quad 1 \right|_1^3 = (\sin^2 a_1 - \sin^2 a_2) (\sin^2 a_1 - \sin^2 a_3) (\sin^2 a_2 - \sin^2 a_3),$$

bijgevolg ook deelbaar door het even vermelde product

$$\sin(a_1 - a_2) \sin(a_1 - a_3) \sin(a_2 - a_3).$$

Ten slotte nog de volgende opmerking. Algebraïsch kan men

den als eerste lid in de identiteiten (2) voorkomenden determinant, namelijk

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} \alpha^{n-1} & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-3} & \dots & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_k & \alpha_{k+1} & \dots & \alpha_n \end{vmatrix}^n = \\ & = (-1)^{n-1} \begin{vmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1} \alpha_{k+1} \dots \alpha_n & \alpha_k^{n-2} & \alpha_k^{n-3} \dots \alpha_k^2 & \alpha_k & 1 \end{vmatrix}_{k=1}^{k=n} \end{aligned}$$

schrijven, zooals blijkt door in het eerste lid de laatste kolom voorop te brengen en met het product $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ te vermenigvuldigen, en daarentegen de rijen achtereenvolgens door $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ te deelen. Past men thans, in verband met het tweede lid van (2), op beide leden de bewerking toe waardoor de identiteit (3) verkregen werd, dan komt:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\alpha_k^{n-1}}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = \\ & = (-1)^{n-1} \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{k-1} \alpha_{k+1} \dots \alpha_n}{(\alpha_k - \alpha_1)(\alpha_k - \alpha_2) \dots (\alpha_k - \alpha_{k-1})(\alpha_k - \alpha_{k+1}) \dots (\alpha_k - \alpha_n)} = 1. \end{aligned}$$

En nu is het wel opmerkelijk dat, terwijl boven reeds werd vermeld dat hier het eerste lid (hetgeen als het bijzondere geval $\beta = 0$ in dat van (3) begrepen is) geene omzetting in sinussen toelaat, dit daarentegen, mits namelijk n een oneven aantal zij, met het tweede lid wél het geval is. Immers, boven werd reeds besproken, vooreerst dat in het algemeen volgens EULER betrekkingen van denzelfden vorm als (3) ook gelden indien het aantal der grootheden β minstens 2 kleiner is dan dat der α en indien dan tevens voor het tweede lid genomen wordt 0 in plaats van 1; ten andere dat deze laatste betrekkingen nog geldig blijven indien daarin alle verschillen door hunne sinussen vervangen worden, mits dan bovendien de overmaat van het aantal der α boven dat der β even zij. In het geval dus van een oneven aantal hoeken a_1, a_2, \dots, a_n — en ook in dát geval alleen — kan men op het even aantal dat men door vóórplaatsing van nog één willekeurigen hoek a_0 verkrijgt o. a. diegene van de laatst bedoelde betrekkingen toepassen waarvoor het

aantal der β gelijk nul is en dus de tellers in (3) overgaan in 1, als wanneer men, door den eersten term van het dan komende eerste lid, namelijk

$$\frac{1}{\sin(a_0 - a_1) \sin(a_0 - a_2) \dots \sin(a_0 - a_k) \dots \sin(a_0 - a_n)},$$

in het tweede lid over te brengen en daardoor te deelen, verkrijgt:

$$\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\sin(a_0 - a_1) \sin(a_0 - a_2) \dots \sin(a_0 - a_{k-1}) \sin(a_0 - a_{k+1}) \dots \sin(a_0 - a_n)}{\sin(a_k - a_1) \sin(a_k - a_2) \dots \sin(a_k - a_{k-1}) \sin(a_k - a_{k+1}) \dots \sin(a_k - a_n)} = 1.$$

En deze goniometrische identiteit is nu door meer in het bijzonder de willekeurige $a_0 = 0$ te nemen juist gelijkvormig met de laatst aangevoerde algebraïsche indien ook daarin n oneven is. Dat daarentegen voor n even deze goniometrische identiteit niet geldig kan zijn, blijkt trouwens onmiddellijk omdat in dat geval door alle a , behalve a_0 , te vervangen door $a + 180^\circ$, alleen het eerste lid van teeken zou omkeeren.

Deljt, Mei 1879.

BIJDRAGE

TOT DE

KENNIS DER KONKINAMINE.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

Ten vorigen jare werd door mij een onderzoek uitgevoerd omtrent de samenstelling en de eigenschappen van de kinamine, waarvan de uitkomsten in de Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen (2^{de} Reeks, Deel XII, blz. 257 en verv.) zijn opgenomen.

De geringe hoeveelheid, die mij van het kostbare alkaloïde ten dienste stond, was gedurende het onderzoek deels door de onvermijdelijke opoffering van de stof tot het uitvoeren der elementair-analysen, deels tengevolge van allengs voortgaande ontleding en ontaarding onder den invloed van zuren, zoodanig verminderd, dat ik genoodzaakt werd veel ongedaan te laten, wat ik gaarne had willen verrichten. Zeer welkom was mij daarom de gelegenheid, die zich aanbod, om eene grootere hoeveelheid quinetum van Darjeeling te verwerken en daaruit versch materiaal voor verder onderzoek te putten.

Aan de welwillende bemoeiingen van Dr. J. E. DE VRIJ heb ik het te danken, dat de Engelsche Regeering vrijgevig 20 Eng. ponden te Darjeeling bereid quinetum ter mijner beschikking stelde, en mij daardoor gelegenheid gaf, mijne onderzoekingen omtrent kinamine voort te zetten.

Toen ik nu volgens den vroeger door mij ingeslagen weg de afscheiding van kinamine uit het mengsel van alkaloïden trachtte uit te voeren, en de laatste moederloogen, waaruit de algemeen

bekende kina-alkaloïden (kinine, kinidine, cinchonine en cinchonidine) waren verwijderd, verwerkte, stiet ik op het onlangs door HESSE ontdekte alkaloïde: de konkinamine en kon ik daarvan allengs zooveel verzamelen, dat ik mij genoopt vond, dit lichaam nader te bestudeeren, vooral met het oog op het soortelijk draaiingsvermogen in vrijen en gebonden toestand. Ik werd daartoe vooral aangespoord door de overtuiging, dat het voor anderen, die zich met het onderzoek van kina-alkaloïden bezig houden, moeilijk zou zijn, zich een zoo grooten voorraad van het schaars voorkomende alkaloïde te verschaffen als mij ten dienste stond en ik deze ongezochte gelegenheid niet mocht laten voorbijgaan, om dit zooveel mogelijk nader te beschrijven.

BEREIDING VAN KONKINAMINE EN KINAMINE UIT QUINETUM
VAN DARJEELING.

In mijne „Bijdrage tot de kennis der kinamine” heb ik de uitkomsten medegedeeld van een onderzoek naar de samenstelling van het quinetum van Darjeeling en de wijze beschreven, waarop ik uit het ruwe mengsel van alkaloïden de kinamine afscheidde

Bij het verwerken van ongeveer 9 kilogram ruw materiaal ben ik hoofdzakelijk op dezelfde wijze als vroeger te werk gegaan, evenwel met eene kleine wijziging, die mij in staat stelde, uit het quinetum ongeveer $\frac{1}{2}$ proc. af te zonderen van een alkaloïde, dat ik vroeger te vergeefs had gezocht, namelijk kinidine (conchinine van HESSE).

Nadat namelijk uit de neutrale zoutzure oplossing de gemengde alkaloïden eerst kinine en cinchonidine door toevoeging kalium-natrium-tartraat waren neêrgeslagen, werd aan het van het neêrslag afgescheiden vocht eene overmaat van natron toegevoegd, het ontstane praecipitaat afgefiltreerd en even als vroeger herhaaldelijk met spiritus van 50 proc. nitgekookt. Uit de van het bezinksel (hoofdzakelijk cinchonine) door filtratie afgescheiden vochten zette zich bij bekoeling een mengsel van alkaloiden af,

dat ik (A) wil noemen en dat later bleek uit einchonine, kinamine en weinig konkinamine te bestaan.

Toen de van deze alkaloiden afgescheiden moerloog (B) na een paar dagen staan geen kristallijn bezinksel meer afzette, werd zij met zoutzuur nauwkeurig verzadigd, een weinig bij lage temperatuur ingedampt om een deel van den alcohol te verdampen en daarna allengs met kleine hoeveelheden van eene oplossing van rhodankalium bedeed. Hierdoor ontstond aanvankelijk eene troebeling, die evenwel bij het omroeren van de vloeistof verdween. Na verloop van eenige uren zetten zich allengskens gedeeltelijk op den bodem, gedeeltelijk aan de wanden van het vat kristallen af van rhodanwaterstofzure kinidine; op den bodem van het vat scheidde zich tevens eene bruine strooperige vloeistof af, waarnit zich allengs meer en meer kristallen van het voormelde rhodanied afzetten en die overigens grootendeels uit rhodanwaterstofzure verbindingen van een of meer amorphe alkaloiden bleek te bestaan. Tegelijkertijd werd de bovenstaande vloeistof voortdurend helderder en lichter gekleurd. De toevoeging van rhodankalium werd nu zoolang voortgezet, totdat er alleen een strooperige massa, maar geen spoor van kristallen meer werd afgescheiden.

Dat nu de afgescheiden kristallen, die gemakkelijk door afwassen met slappen spiritus en omkristalliseeren waren te reinigen, inderdaad uit rhodanwaterstofzure kinidine bestonden, heb ik kunnen uitmaken door het onderzoek van het daaruit afgescheiden alkaloid, dat in alle opzichten met kinidine overeenkwam. Het gehalte van quinetum aan laatstgenoemd alkaloid is gering. Langs den aangegeven weg kon ik er niet meer dan $\frac{1}{2}$ proc. van verzamelen.

Wat nu de bereiding van de meer zeldzame alkaloiden kinamine en konkinamine betreft, zoo heb ik aan mijne vroegere mededeelingen daaromtrent, ten aanzien van het eerste, weinig toe te voegen. Het ruwe praeparaat, boven onder A genoemd, en dat hoofdzakelijk uit einchonine, kinamine en een weinig konkinamine bestaat, wordt het best verwerkt door het met aether uit te trekken en aldus de beide laatstgenoemde alkaloiden van de hoofdmassa der bijgemengde einchonine te scheiden, voorts de aetherische oplossing af te destilleeren en het geblevene over-

schot uit sterken alcohol te laten kristalliseeren. Bij bekoe-
ling scheidt zich kinamine in witte lange naalden af, dat door
omkristalliseeren kan worden gereinigd. In de alcoholische moe-
derloogen hoopen zich de kleine hoeveelheden cinchonine en
konkinamine, die de kinamine verontreinigen, allengs op, zoo-
dat bij het verdampen der vloeistof zich allengs weder een
mengsel van de drie genoemde bases afzet. Men kan deze ge-
makkelijk door het vergrootglas nevens elkander herkennen;
kinamine doet zich namelijk steeds voor als eene massa be-
staande uit fijne zijdeachtige naalden, konkinamine vormt bij
het kristalliseeren uit slappe alcoholische vloeistoffen vrij groote
kristallen, die oppervlakkig beschouwd tetragonaal schijnen en
waaraan men de combinaties $\infty P \infty . P$ zou meenen te herken-
nen, maar die inderdaad tot het trikline stelsel behooren, terwijl
cinchonine voorkomt in den vorm van veel kleinere en dunnere
maar scherp begrensde, vrij samengestelde kristalletjes. Dit meng-
sel kan door behandeling met aether weder in cinchonine eener-
zijds en in mengsel van kinamine en konkinamine anderzijds
gescheiden worden.

Om uit een mengsel van deze beide bases, waarin konkina-
mine de overhand heeft, het laatste zuiver af te zonderen, wist
ik aanvankelijk geen ander middel, dan de geheele massa in
alcohol van 60 gew. proc. op te lossen en langzaam te laten
verdampen, voorts het na lang staan afgescheiden kristalmengsel
te drogen en nu door eene metaalzeef de fijne naaldjes van
kinamine van de dikkere en grootere kristallen van konkinamine
af te zonderen, welk laatste dan door omkristalliseeren uit alcohol
van 70 gew. proc. gemakkelijk van een weinig aanhangende
kinamine kan worden gezuiverd. Wellicht verdient dit middel
nog aanbevolen te worden, waar men *veel* konkinamine van betrek-
kelijk *weinig* kinamine heeft te scheiden. Later vond ik, dat
men konkinamine, zoo het met betrekkelijk weinig kinamine is
gemengd, vrij gemakkelijk daarvan kan zuiveren, door het ruwe
praecipraat tot verzadiging in warm verdund ($1/10$) salpeterzuur
op te lossen en de oplossing te laten bekoelen. Het konkina-
mine-nitraat ^{*}), dat veel moeilijker oplosbaar is dan het nitraat

^{*}) Bij 15° C. lost 1 d. konkinamine-nitraat op in 76 d. water; en 1 d. kinamine-
nitraat in 16.5 d. water.

van kinamine scheidt zich het eerst af in den vorm van harde kristallen, behoorende tot het rhombische stelsel en gemakkelijk te onderscheiden van de meer losse kristalaggregaten van kinamine nitraat. Eene andere methode, die nog meer aanbeveling verdient, bestaat daarin, dat men de beide alkaloiden in oxalaten verandert en deze door kristallisatie uit water van elkander scheidt. Het oxalaat van konkinamine kristalliseert zeer goed uit warm verzadigde oplossingen en is bij middelbare temperatuur in slechts 83 d. water oplosbaar, terwijl daarentegen het oxalaat van kinamine zeer in water oplosbaar is en zoover ik heb kunnen waarnemen, niet kristalliseert.

Eveneens laten de hydrobromaten van de beide basis zich door kristallisatie van elkander scheiden.

Het is mij gelukt, langs den eerstgenoemden weg uit mengsels van betrekkelijk veel amorph alkaloiden en weinig konkinamine laatstgenoemde basis af te zonderen, zelfs dan wanneer dit langs een anderen weg niet uitvoerbaar bleek te zijn. De gemengde nitraten zetten allengs eene dikke strooperige vloeistof nevens kleine korrelige kristalletjes af, die door afspoelen met alcohol van 50 gew. proc. gemakkelijk van de nitraten der amorphe alkaloiden waren te zuiveren.

Eene tweede veel rijkere bron voor het verkrijgen van konkinamine zijn de moederloogen, waaruit naar de boven beschrevene wijze kinidine in den vorm van rhodanied is verwijderd. Wanneer deze, met de in slappen alcohol opgeloste bezinksels der rhodaniden van amorphe alkaloiden worden vereenigd en voorts met eene zwakke overmaat van natron worden bedeed, zoo ontstaat er een neêrslag, dat bij het omroeren met eene glazen staaf, zich spoedig samenbalt en hoofdzakelijk uit amorphe alkaloiden, voor een gering deel echter uit konkinamine en een spoor van kinamine bestaat. Wordt deze taaië amorphe stof, om haar zooveel mogelijk van vrije natron te bevrijden, onder water duchtig uitgekneed en vervolgens geruimen tijd met alcohol van 40-45 gew. proc. in aanraking gelaten, zoo lossen de amorphe alkaloiden langzamerhand op, en men verkrijgt allengs een kristallijn bezinksel, somtijds zelfs een kristallijn geraamte, dat nog duidelyk den vorm der oorspronkelijke amorphe massa aangeeft, en uit konkinamine en weinig of geen kinamine bestaat. De

vloeistof, van de kristal massa afgezonderd en in een cilinder glas met nauwe monding aan vrijwillige verdamming blootgesteld, zet allengs aan de wanden van het vat nette, soms vrij aanzienlijke kristallen van konkinamine af. Na een lang tijdsverloop ziet men ze ook ontstaan in de olieachtige, waarschijnlijk nog alcohol en water bevattende lagen van amorphe alkaloiden, die zich ten laatste uit de steeds meer en meer van alcohol beroofde oplossing afscheiden.

Voor al bij de aldus verkregene aan konkinamine betrekkelijk rijke alkaloid-mengsels past men met nitmuntend gevolg de boven beschrevene scheiding door kristalliseeren van de oxalaten of nitraten toe. Het is niet raadzaam, bij het bereiden der nitraten dierlijke kool ter ontkleuring te bezigen; want in plaats van eene gunstige oefent deze eene zeer nadeelige werking uit. De oplossingen van het nitraat zijn na verwarming met dierlijke kool veel donkerder geel gekleurd dan voorheen en waarschijnlijk heeft er onder den invloed van in de kool verdichte zuurstof eene scheikundige omzetting plaats, waarvan de vorming van een amorph geelachtig alkaloid het gevolg is.

Het is hier de plaats, om eene dwaling te herstellen, waarin ik bij mijne eerste onderzoekingen en waarnemingen omtrent kinamine ben vervallen. In mijne "*Bijdrage*" (Versl. en Meded. der K. A. v. W., 2^{de} Reeks, XII, blz. 265) beschreef ik den kristalvorm van kinamine als tetragonaal. Ik had toen nog geene kennis van het bestaan van *konkinamine* en meende, dat *kinamine*, ofschoon gewoonlijk slechts in haarvormige kristalletjes voorkomende, toch bij langzame afscheiding wel grootere individuen met duidelijken kristalvorm kon opleveren. Toen mij later de mededeeling van Hesse in de *Berichte der chem. Gesellsch.* (Jahrgang X, 2157 en verv.) onder de oogen kwam, begon ik te vermoeden, dat de waargenomene (schijnbaar) tetragonale kristallen wellicht ook uit konkinamine konden bestaan en ik maakte hiervan melding in de noot onder aan blz. 265. De hoeveelheid, die ik van het alkaloid toen nog bezat, was zoo gering, dat het ondoenlijk was de zaak uit te maken, en ik werd er te meer toe gebracht om de waargenomene groote kristallen toch voor kinamine te houden, omdat ik bij het omkristalliseeren uit slappen alcohol vezelachtige kristalletjes kreeg, die zeer op kinamine geleken

Thans, nu ik de eigenaardige wijze van kristalliseeren van de beide bases van nabij heb leeren kennen, twijfel ik er niet meer aan, dat de vroeger voor kinamine gehouden kristallen werkelijk uit konkinamine bestonden. Zuivere kinamine heb ik nooit anders zich zien afscheiden dan in de gedaante van lange naalden, waaraan geen bepaalde vorm was te herkennen.

Wat nu de bereiding van zuivere konkinamine uit het nitraat betreft, deze is uiterst eenvoudig. Men lost het zout in lauw water op, slaat de oplossing met natron neer, laat de neêrslag staan, tot hij kristallijn geworden is, zondert nu het alkaloïde door den BUNSEN'schen filtreertoestel van het vocht af, spoelt goed uit en kristalliseert het gedroogde alkaloïde uit alcohol van 80 gew. proc. Zodoende krijgt men het gemakkelijk wit, terwijl bij gebruik van slapperen alcohol gele kleurstof hardnekkig aan de basis blijft hechten.

De opbrengst aan konkinamine en kinamine uit den verwerkten voorraad van quinetum was betrekkelijk gering. In het geheel verkreeg ik uit 9 kilogram van het ruwe materiaal 110 gram kinamine, d. i. 1.2 pCt en 22 gram konkinamine, d. i. 0.24 pCt. Vroeger verkreeg ik van 600 gram quinetum van Darjeeling circa 20 gram kinamine (3.3 pCt.). Hieruit schijnt te blijken, dat het gehalte aan kinamine in quinetum tamelijk uiteenlopend kan zijn.

EIGENSCHAPPEN EN SAMENSTELLING VAN KONKINAMINE.

Zooals hierboven reeds is opgemerkt, kristalliseert konkinamine uit min of meer geconcentreerden alcohol in het trikline stelsel, maar treedt het somtijds op in vormen, welke, oppervlakkig beschouwd, tot het tetragonale stelsel schijnen te behooren. De concentratie van den alcohol is van grooten invloed op de gedaante van de kristallen, die zich, hetzij bij bekoeling, hetzij bij vrijwillige verdamping daaruit afscheiden. Mijn ambtgenoot BEHRENS, die eenige verschillend gevormde kristallen onderzocht, vond daaromtrent het volgende:

A. *Kleurlooze kristallen, bij bekoeling afgescheiden uit eene oplossing in alcohol van 95 gew. proc.*

a. schijnbaar rhomboedrisch: ∞ P. o P.

b. lange naalden: ∞ \checkmark ∞ . ∞ P. o P.

B. *Gele kristallen, bij bekoeling afgescheiden uit eene oplossing in alcohol van 70 gew. proc.* Schijnbaar tetragonale piramiden: ∞ P. o P. ∞ P ∞ .

C. *Gele kristallen, afgescheiden bij bekoeling of langzame verdamping uit eene oplossing in alcohol van 50- 55 gew. proc.* Schijnbaar combinaties van de tetragonale piramide met het tetragonale deuteroprisma: ∞ P. o P. ∞ \checkmark ∞ . 'P' ∞ . 'P' ∞ .

Konkinamine lost gemakkelijk op in sterken alcohol, aether, benzol en chloroform, minder gemakkelijk in zwavelkoolstof. Uit de eerste drie oplosmiddelen scheidt zij zich even als uit zwavelkoolstof bij bekoeling van eene warme geconcentreerde of bij vrijwillige verdamping van eene bij gewone temperatuur verzadigde oplossing in den vorm van duidelijke kristallen af; bij verdamping van oplossingen in chloroform verkrijgt men slechts onduidelijke knolvormige kristal-aggregaten.

In slappen alcohol lost het alkaloïde veel moeilijker op dan in geconcentreerden; uit eene heet verzadigde oplossing van de basis in spiritus van 50 gew. proc scheidt zich bij bekoeling het grootste gedeelte daarvan af en evenzoo heeft de afscheiding van in lange naalden kristalliseerende konkinamine zeer spoedig plaats, wanneer men bij eene koud verzadigde oplossing van de basis in sterken alcohol ongeveer een gelijk volumen water voegt.

Een en ander blijkt nader uit de volgende opgaven omtrent de oplosbaarheid van konkinamine in sterken en slappen alcohol.

100 d. alcohol van 91 gew. proc. lossen bij 19° C. op: 13.5 d. konkinamine.

100 d. alcohol van 41 gew. proc. lossen bij 18° C. op: 0.38 d. konkinamine.

In aether is konkinamine veel meer oplosbaar dan kinamine. Terwijl namelijk 100 deelen aether bij 15° C. slechts 2.06 d. kinamine oplossen, worden daarin 13.5 d. konkinamine opgenomen. Vooral in benzol lost dit alkaloïde zeer gemakkelijk op,

en wel 24.4 d. in 100 d. van het oplosmiddel ($t = 18^{\circ}$). In zwavelkoolstof wordt betrekkelijk weinig opgenomen, namelijk slechts 6.05 op 100 d. CS_2 bij $18^{\circ} C$.

In water lost konkinamine zeer moeilijk op. Eene oplossing van konkinamine-zout die $\frac{1}{4000}$ konkinamine bevat, wordt door toevoeging van natron nog troebel en zet op den duur zeer fijne kristalletjes af.

Ten aanzien van het smeltpunt van konkinamine strooken mijne waarnemingen volkomen met die van HESSE. Evenals hij vond ik dit liggende bij $123^{\circ} C$. De gesmoltene massa stolt na afkoeling tot een doorschijnend glas zonder eenig spoor van kristallisatie.

Het S. D. V. van konkinamine werd door mij bepaald voor oplossingen in alcohol, aether, benzol en chloroform. De uitkomsten van de daaromtrent gedane onderzoekingen zijn de volgende. Zij hebben betrekking op eene temperatuur van $15^{\circ} C$.

Aard van het oplosmiddel.	Aantal grammen op 100 C.C. der vloeistof.	l.	α_D^{15} *) waargenomen.	$(\alpha)_D$ berekend.
Absolute alcohol	0.8025	mm. 303.8	4059'	↗ 205 ^o .1
" "	"	"	50 1'	
" "	"	"	50 0'	
" "	0.8195	"	50 5'	↗ 204 ^o .2
" "	"	"	50 5'	
" "	"	"	50 5'	
" "	1.5810	"	9029'	↗ 208 ^o .5
" "	"	"	9027'	
" "	"	"	9028'	
" "	2.7115	"	16041'	↗ 202 ^o .6
" "	"	"	16042'	
" "	3.1540	"	19025'	↗ 203 ^o .0
" "	"	"	19029'	
" "	"	"	19026'	
" "	"	"	19028'	
" "	4.0180	"	24055'	↗ 204 ^o .1
" "	"	"	24055'	

*) Elk van de in kolom IV onder de rubriek α_D opgenomen cijfers is het midden van eene serie van 4 waarnemingen, in de 4 quadranten met den polarisatormeter gedaan.

Aard van het oplos- middel.	Aantal gram- men op 100 C.C. der vloeistof.	l.	α_D waarge- nomen.	$(\alpha)_D$ berekend.
Absolute alcohol	4.9860	303.8	30°50'	↗ 203°5
" "	"	"	30°50'	
Alcohol 91 gew. proc.	1.7595	"	10°55'	↗ 204°3
" "	"	"	10°55'	
" "	"	"	10°57'	
" "	"	"	10°55'	
Alcohol 80 gew. proc.	1.8130	"	11°19'	↗ 205°5
" "	"	"	11°19'	
Absolute aether	0.7655	"	4°29'	↗ 192°7
" "	"	"	4°30'	
" "	"	"	4°28'	
" "	"	"	4°28'	
" "	1.1515	"	6°39'	↗ 190°6
" "	"	"	6°41'	
" "	"	"	6°41'	
" "	"	"	6°40'	
" "	1.5220	"	8°44'	↗ 188°1
" "	"	"	8°41'	
" "	"	"	8°42'	
" "	1.6155	"	9°16'	↗ 189°0
" "	"	"	9°17'	
" "	3.0520	"	17°34'	↗ 190°7
" "	"	"	17°35'	
" "	3.0585	"	17°42'	↗ 190°5
" "	"	"	17°43'	
" "	4.6495	"	26°51'	↗ 190°3
" "	"	"	26°53'	
Zuivere chloroform *)	0.7945	"	4°14'	↗ 176°1
" "	"	"	4°16'	
" "	1.5310	"	8°5'	↗ 173°8
" "	"	"	8°5'	
" "	3.0500	"	15°50'	↗ 171°2
" "	"	"	15°51'	
" "	"	"	15°52'	
" "	"	"	15°52'	
Zuivere benzol	0.8955	"	4°57'	↗ 180°1
" "	"	"	4°58'	
" "	"	"	4°55'	
" "	"	"	4°54'	

*) Chloroform uit chloraal bereid.

Aard van het oplos- middel.	Aantal gram- men op 100 C.C. der vloeistof.	l.	α_D waarge- nomen.	$(\alpha)_D$ berekend.
Zuivere benzol	1.5400	mm. 303.8	8°24'	↗ 179°0.1
" "	"	"	8°25'	
" "	"	"	8°22'	
" "	"	"	8°22'	
" "	2.1285	"	11°33'	↗ 178°0.6
" "	"	"	11°33'	
" "	3.0280	"	16°23'	↗ 178°0.2
" "	"	"	16°25'	
" "	"	"	16°24'	
" "	"	"	16°23'	
" "	3.4770	"	18°50'	↗ 178°0.2
" "	"	"	18°49'	

Uit bovenstaande uitkomsten schijnt te blijken, dat het S. D. V. van konkinamine in alcoholische en aetherische oplossing bij toename van de concentratie aanvankelijk daalt maar later weder stijgt. Bij chloroform en benzol wordt dit verschijnsel niet waargenomen. Voorts is het duidelijk dat het S. D. V. van het alkaloïde in al de vier oplosmiddelen verschillend is.

Met behulp van eene graphische voorstelling leidt men voor de oplossingen in de gebezigde vloeistoffen de volgende waarschijnlijkste waarden van $(\alpha)_D$ af:

Absolute alcohol.

$\frac{p}{100 V} = 0.5$	$(\alpha)_D =$	↗ 205°0.5
" = 1.0	" =	204°0.4
" = 1.5	" =	203°0.6
" = 2.0	" =	203°0.1
" = 2.5	" =	202°0.8
" = 3.0	" =	202°0.8
" = 3.5	" =	203°0.0
" = 4.0	" =	203°0.3
" = 4.5	" =	203°0.7
" = 5.0	" =	204°0.0

Absolute aether.

$\frac{p}{100 \text{ V}} = 1.0$	$(\alpha)_D = \nearrow 190^{\circ}.7$
" = 1.5	" = 188^{\circ}.8
" = 2.0	" = 188^{\circ}.7
" = 2.5	" = 189^{\circ}.6
" = 3.0	" = 190^{\circ}.5
" = 3.5	" = 190^{\circ}.7
" = 4.0	" = 190^{\circ}.7
" = 4.5	" = 190^{\circ}.6
" = 5.0	" = 190^{\circ}.5

Chloroform

$\frac{p}{100 \text{ V}} = 0.5$	$(\alpha)_D = \nearrow 177^{\circ}.4$
" = 1.0	" = 175^{\circ}.4
" = 1.5	" = 173^{\circ}.9
" = 2.0	" = 172^{\circ}.8
" = 2.5	" = 171^{\circ}.9
" = 3.0	" = 171^{\circ}.3
" = 3.5	" = 170^{\circ}.7

Benzol.

$\frac{p}{100 \text{ V}} = 0.5$	$(\alpha)_D = \nearrow 180^{\circ}.9$
" = 1.0	" = 179^{\circ}.8
" = 1.5	" = 179^{\circ}.2
" = 2.0	" = 178^{\circ}.7
" = 2.5	" = 178^{\circ}.4
" = 3.0	" = 178^{\circ}.2
" = 3.5	" = 178^{\circ}.1

Combineert men de waarnemingen met oplossingen van konkinamine in waterhoudenden alcohol gedaan met die in absolu-

ten alcohol bij gelijke concentratie, zoo verkrijgt men de volgende uitkomst:

$$\frac{p}{100 V} = 1.8$$

Alcohol	100	gew. proc.	(α) _D	=	203 ^{0.4}
"	90	"	"	=	204 ^{0.3}
"	80	"	"	=	205 ^{0.5}

waaruit blijkt, dat het water van den alcohol hier een zwakken maar toch merkbaaren invloed op het S. D. V. uitoefent.

Wat de samenstelling van konkinamine betreft, zoo strooken de resultaten van mijne onderzoekingen daaromtrent volkomen met de door HESSE gegevene formule $C_{10}H_{24}N_2O_2$ (*Ber. der deutschen chem. Gesellschaft*, X, 2158).

Nadat eene voorloopige proef had geleerd, dat het uit alcohol gekristalliseerde alkaloïde geen kristalwater bevatte, werd de bij 100^o C. gedroogde verbinding geanalyseerd. Voor in de buis werd eene rol kopergeaas geplaatst, die na reductie van aanhangend koperoxyd door waterstof, in een stroom zuivere stikstof was uitgeglod

- 1) 0.2424 gr. konkinamine gaven 0.6468 gr CO₂ en 0.1751 gr. H₂O.
- 2) 0.2122 " " " 0.6490 " " " 0.1755 " "
- 3) 0.2527 " " " 0.6766 " " " 0.1804 " "
- 4) 0.3012 " " " 25.3 C.C. stikstof (vochtig gemeten) bij 11^o C. en 758.1^{mm} drukking.

Hieruit berekent men:

	1)	2)	3)	4)	$C_{10}H_{24}N_2O_2$
C	72.8	73.1	73.0	—	73.1
H	8.0	8.0	7.9	—	7.7
N	—	—	—	9.3	9.0

De analyses van het watervrij kristalliseerende broomwater-

stofzure en joodwaterstofzure zout gaven de volgende uitkomsten:

0.5640 gr. hydrobromaat gaven 0.2650 gr. AgBr.

	Gevonden.	Berekend naar $C_{19}H_{24}N_4O_2$. BrH.
Br.	20.3	20.4

1) 0.5130 gr. hydroiodaat gaven 0.2751 gr. AgI.

2) 0.5640 " " " 0.2998 " AgI.

	Gevonden.		Berekend naar $C_{19}H_{24}N_4O_2$. IH
	1)	2)	
I	28.9	28.7	28.8

REACTIES OP KONKINAMINE.

Volgens HESSE wordt eene oplossing van een konkinamine-zout door goudchloried eveneens aangedaan als eene oplossing van een kinamine-zout. Men verkrijgt eerst een geelachtig neêrslag, maar spoedig daarop boven het neêrslag eene purperkleurige vloeistof. Platinachloorwaterstofzuur doet volgens HESSE slechts in *geconcentreerde* oplossingen een neêrslag van konkinamine-chloroplatinaat ontstaan. Naar mijne ondervinding gedraagt zich konkinamine ten aanzien van het genoemde reactief even als kinamine. Uit eene neutrale oplossing van konkinamine-hydrochloraat verkrijgt men door eene zooveel mogelijke zuurvrije oplossing van $PtCl_6H_2$ een geel amorph neêrslag, dat, eenmaal met water uitgewasschen, slechts weinig daarin oplosbaar is. De dwaling van HESSE is zonder twijfel het gevolg daarvan, dat hij eene *zure* oplossing van konkinamine-zout met $PtCl_6H_2$ vermengde.

De isomerie van konkinamine en kinamine en de groote overeenkomst van de beide bases in chemisch karakter deed mij vermoeden, dat konkinamine tegenover een mengsel van zwavelzuur en salpeterzuur en tegenover chloorperoxyd bij overmaat van zwavelzuur dezelfde verschijnsels zou opleveren als kinamine. In die verwachting ben ik niet bedrogen en de karakteristieke reacties, die ik vroeger voor laatstgenoemde basis heb opgegeven (*Versl. en Meded.*, Deel XII,) zijn ook van toepassing op het met haar isomere alkaloid. Alleen komt het mij voor,

dat konkinamine een weinig bestendiger is, in veel zwavelzuur opgelost langer weerstand biedt aan de werking van het chloorperoxyd, en langzamer daardoor blauw wordt gekleurd.

ZOUTEN VAN KONKINAMINE.

Het eenige kristalliseerbare zout van konkinamine, dat door HESSE wordt vermeld is het hydroïodaat. Voor zoover mijn voorraad strekte, heb ik getracht, eenige zouten van de nieuwe kinabasis te bereiden en de physische eigenschappen daarvan na te gaan. In het algemeen schijnen de zouten van konkinamine gemakkelijker te kristalliseeren en ook bestendiger te zijn dan die van kinamine.

Het *sulfaat* $2(C_{19}H_{24}N_2O_2)$, $SO_4H_2 + xaq$ is in water zeer gemakkelijk oplosbaar. Het mocht mij niet gelukken, het in goed gekristalliseerden toestand te verkrijgen. De waterige oplossing droogde bij langzame verdamping tot eene amorphe gomachtige massa uit, waarin hier en daar kristallijne gedeelten waren te ontdekken. Voegde men bij de zeer geconcentreerde waterige oplossing van het zout een weinig absoluten alcohol, zoo stolde het mengsel tot eene stralig kristallijne massa, uit een samenweefsel van zeer fijne naaldjes bestaande. De bepaling van het kristalwater is niet uitgevoerd.

Het *hydrochloraat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, $HCl + xaq$ is insgelijks in water zeer oplosbaar en droogt tot eene gonachtige massa uit, waaraan geen spoor van kristallisatie is waar te nemen. Ook in alcohol is het zeer oplosbaar.

Het *hydrobromaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, HBr daarentegen kristalliseert zeer fraai bij bekoeling van warm verzadigde waterige oplossingen en wel watervrij in den vorm van monokline kristallen, vertoonende de combinatie ∞P . — P . ∞R ∞ .

Het zout lost in 25.8 d. water van 16° C. op, veel gemakkelijker in alcohol en water van hoogere temperatuur.

De bepalingen van het soortelijk draaiingsvermogen gaven mij

*) De opgaven omtent den kristalvorm der hier te beschrijven konkinamine-zouten heb ik aan de welwillendheid van mijn ambtgenoot BERRENS te danken

voor eene temperatuur van 16° C. en voor oplossingen in absoluten alcohol de volgende uitkomsten: *)

Aantal grammen op 100 C.C. der oplossing.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.1620	303.8	$6^{\circ}.25'$	↗ 182 ^o .7
"	"	$6^{\circ}.28'$	
"	"	$6^{\circ}.29'$	
1.9935	"	$10^{\circ}.58'$	↗ 181 ^o .0
"	"	$10^{\circ}.58'$	

Uit deze gegevens berekent men voor het S. D. V. van het vrije alkaloïde $(\alpha)_D = \nearrow 225^{\circ}.1 - 230^{\circ}.0$.

Het hydroïodaat $C_{19}H_{24}N_2O_2$, H J verkreeg ik bij kristallisatie uit water in den vorm van watervrije blaadjes, waaraan geen duidelijke kristalvorm was waar te nemen. Het lost bij 16° C. in 106 deelen water op. In alcohol en kokend water is het veel gemakkelijker oplosbaar.

De uitkomsten, verkregen bij het onderzoek naar het soortelijk draaiingsvermogen van het zout bij oplossing in absoluten alcohol en voor eene temperatuur van 16° C. waren de volgende:

Aantal grammen op 100 C.C. van de oplossing.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.0110	303.8	$4^{\circ}.53'$	↗ 162 ^o .8
"	"	$4^{\circ}.55'$	
2.2130	"	$10^{\circ}.56'$	↗ 162 ^o .9
"	"	$10^{\circ}.58'$	
"	"	$10^{\circ}.57'$	

Hieruit vindt men voor het S. D. V. van het alkaloïde in den vorm van hydroïodaat binnen de aangegevene grenzen van concentratie $(\alpha)_D = \nearrow 229^{\circ}.5 - 229^{\circ}.6$.

*) Het S. D. V. van het zout in waterige oplossing laat zich voor eene enkele concentratie uit de hierna te vermelden bepalingen van het S. D. V. van 't alkaloïde, zoals het zich voordoet bij oplossing in zuren, berekenen.

Van het *nitraat* $C_{10}H_{24}N_2O_2$, HNO_3 werden door langzame kristallisatie uit alcohol zeer net gevormde kristallen verkregen, behoorende tot het rhombische stelsel en vertoonende de combinatie o.P.P. Zoowel uit water als uit alcohol scheidt het zich bij kristallisatie watervrij af.

Bij 15^0 C. lost het zout in 76.1 d. water op. In alcohol en heet water wordt het veel gemakkelijker opgenomen. Dr. H. KÖHLER had de goedheid, met den onlangs door hem beschreven toestel (PRESENIUS, *Zeitschrift für analytische chemie*, XVIII, 239) eene bepaling van de oplosbaarheid in water bij 100^0 C. uit te voeren. De uitkomst was, dat 1 deel zout in 8, 1 deelen water werd opgelost.

Het soortelijk draaiingsvermogen van het zout bij oplossing in absoluten alcohol is slechts voor ééne enkele concentratie onderzocht. Ziehier de uitkomst:

Aantal grammen op 100 C.C. van de oplossing.	<i>l.</i>	α_D Gevonden.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.2685	mm. 303.8	70.18'	↗ 190 ⁰ .0
"	"	70.18'	
"	"	70.19'	

Voor het S. D. V. van het alkaloïde in den vorm van nitraat berekent men hieruit $(\alpha)_D = \swarrow 228^0.6$.

Het *chloraat* $C_{14}H_{24}N_2O_2$, $HClO_3$ kristalliseert uit water en alcohol in den vorm van monokline naalden, die watervrij zijn. Aan enkele individuen was de combinatie ∞ P. P' ∞ waar te nemen. Het lost in 104 deelen water van 16^0 C op, gemakkelijker in kokend water. In kouden absoluten alcohol is het ook niet sterk oplosbaar; althans het was ondoenlijk het S. D. V. te bepalen van eene oplossing die slechts 0.4 gr. zout op 20 C.C. abs. alcohol bevatte, omdat bij bekoeling een groot deel van het zout uitkristalliseerde.

De bepaling van het soortelijk draaiingsvermogen, met eene oplossing in absoluten alcohol van geringe concentratie verricht, leverde het volgende resultaat ($t = 16^0$ C.).

Aantal grammen op 100 C.C. der oplossing	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.9150	mm. 303.8'	50.6'	↗ 184 ^o .0
"	"	50.5'	

waaruit voor het S. D. V. van het alkaloid zelf de waarde $(\alpha)_D = \nearrow 234^{\circ}.0$ berekend wordt.

Het *perchloraat* $C_{19}H_{24}N_2O_2, HClO_4$ kristalliseert uit eene warme oplossing in water in den vorm van watervrije lange naalden. Door langzame verdamping van eene alcoholische oplossing verkreeg ik meer regelmatige korte en dikke kristallen die eveneens watervrij waren, tot het monokline stelsel behoorden en eene gedaante vertoonden, die òf tot de combinatie $\infty P. \infty R. \infty. P. oP$ òf tot $\infty P. \infty R. \infty. \pm P. \infty. oP$ moeten worden teruggebracht.

Het zout lost in 396 deelen water van 16^o C. op. In kouden alcohol is het niet zeer gemakkelijk, in kokend water en kokenden alcohol eenigzins beter oplosbaar.

De bepalingen van het S. D. V. van het zout, zooals het zich voordoet in eene oplossing in absoluten alcohol, gaven de volgende uitkomst ($t = 16^{\circ}$ C.).

Aantal grammen op 100 C.C. der oplossing	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.7100	mm 303.8	30.46'	↗ 175 ^o .4
"	"	30.48'	
"	"	30.45 ⁵ '	
"	"	30.45 ⁶ '	
1.4755	"	70.48'	↗ 175 ^o .0
"	"	70.50'	
"	"	70.49'	

Voor het vrije alkaloid in den vorm van perchloraat berekent men hier uit $(\alpha)_D = \nearrow 231^{\circ}.4 - 231^{\circ}.8$.

Het *chloroplatinaat* $2(C_{19}H_{24}N_2O_2, HCl), PtCl_4 + 3H_2O$ gevormd door toevoeging van eene oplossing van platinachloor-

waterstofzuur aan eene oplossing van neutrale chloorwaterstofzure konkinamine, doet zich voor als een oranjegeel amorph neerslag, dat, eenmaal met water uitgewassen, slechts weinig daarin oplosbaar is; naar mij voorkomt echter iets meer dan het overeenkomstige kinaminezout.

De aan de lucht gedroogde verbinding is tamelijk bestendig en kan straffeloos bij 115° C. verhit worden. In aanraking met water wordt zij daarentegen allengs ontleed en neemt zij, even als het kinamine-chloroplatinaat, eene rozeroode kleur aan. De slappe oplossing van het zout, in papier ingezogen, wordt bij het indrogen blauw.

De boven aangegevene formule steunt op de uitkomsten van de volgende analyses:

1) 0.3875 gr. luchtdroog zout verloren bij drogen op 115° C. 0.0174 gr. water,

	Gevonden	Berekend (3 H ₂ O)
	4.5	5.0
2) 0.1647 gr. bij 115° C. gedroogd zout gaven		0.0315 gr. Pt *)
3) 0.1848 gr. " " " " "		0.1500 gr. AgCl.
4) 0.4447 gr. " " " " "		0.7164 gr. CO ₂ en 0.2157 gr. H ₂ O.

	Gevonden			Berekend
	2)	3)	4)	2 (C ₁₉ H ₂₄ N ₂ O ₂ , HCl), Pt Cl ₂ †)
C	—	—	44.0	44.0
H	—	—	5.4	4.8
Cl	—	20.1	—	20.5
Pt	19.1	—	—	19.1

*) Bij de bereiding van het chloroplatinaat van kinamine en konkinamine behoort men goed toe te zien, dat de platina-oplossing geen platinochloried (Pt Cl₂) bevat, dewijl in dat geval het zout onzuiver is en een te hoog platingehalte levert. Een praeparaat, dat ik met dergelyk onzuiver platinachloorwaterstofzuur had bereid, was bruinachtig van kleur en gaf na het drogen op 115° C. bij de analyse 22.8 in plaats van 19.1 proc. platina, zoodat ik aanvankelijk geloofde dat de samenstelling daarvan analoog kon zijn aan die van een chloroplatinaat van cinchonine, 3 (C₂₀H₂₄N₂O, HCl), 2 Pt Cl₂ waarvan door Hesse melding wordt gemaakt. Bij het gebruik van zorgvuldig gesuiverd platinachloorwaterstofzuur verkreeg ik later de hierbovenvermelde uitkomsten. Het vermoeden is sedert bij mij opgekomen, dat het bovenvermelde cinchoninezout geene zuivere verbinding was, en dat de door Hesse vermelde stof wegens het bezigen van een Pt Cl₂-houdend reactief een te hoog platingehalte opleverde.

†) Eerst thans bemerk ik dat ik vroeger in mijne „Bydrage tot de kennis der

Het *formicaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2 \cdot ClH_2O_2$ kristalliseert uit oplossingen in water of alcohol in den vorm van watervrije monokline kristallen, die de combinatie $\infty P, \infty R$. P vertoonen.

De samenstelling van het zout werd bepaald, door eene gewogene hoeveelheid daarvan met natronloog neer te slaan en het afgescheiden alkaloïde uit te wasschen, te drogen en te wegen. Ik vond zoo doende 87.0 proc. alkaloïde; de formule van het watervrije zout vordert een gehalte van 87.1 proc.

Bij $100^{\circ} C.$ ondergaat het zout een gering gewichtsverlies door het ontwijken van mierenzuur. Het is bij die temperatuur bestendiger dan het acetaat.

Mierenzure konkinamine lost bij $15^{\circ} C.$ in 10.77 d. water op. In warm water en in alcohol wordt veel meer daarvan opgenomen.

De uitkomsten van het onderzoek naar het soortelijk draaiingsvermogen van het zout bij oplossing in absoluten alcohol en voor eene temperatuur van $16^{\circ} C.$ waren de volgende:

Aantal grammen in 100 C.C. van de op- lossing.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend
0.8840	303 S	$5^{\circ}.15^{\prime}5$	↗ 195 ^o .8
"	"	$5^{\circ}.15^{\prime}5$	
1.7850	"	$10^{\circ}.28^{\prime}$	↗ 193 ^o .0
"	"	$10^{\circ}.28^{\prime}$	

Hieruit berekent men voor het S. D. V. van het vrije alkaloïde $(\alpha)_D = \nearrow 222.6 - 224.7$.

Het *acetaat* $C_{19}H_{24}N_2O_2 \cdot C_2H_4O_2$ kristalliseert bij langzame verdamping uit eene waterige oplossing in prachtige groote watervrije kristallen die tot het tetragonale stelsel behooren en de combinatie $\infty P, P$ vertoonen. Het lost in 10.11 deelen water van $15^{\circ} 5 C.$ op, veel gemakkelijker in alcohol en kokend water.

kinamine," voor het kwstofgehalte van het chloroplatinaat verkond 43.0 proc. heb aangegeven. Het cijfer 44.0 is het juiste.

Dat het zout watervrij is, blijkt uit het gehalte aan alkaloïde. Dit bedroeg volgens eene quantitatieve bepaling, verricht even als bij de beschrijving van het formiaat is aangegeven, 82.8 proc., terwijl de formule van het watervrij zout 83.0 proc. vordert.

Bij 100° C. verliest het allengs aan gewicht door het ontwijken van azijnzuur.

Voor het soortelijk draaiingsvermogen van het zout, zooals het zich voordoet in eene oplossing in absoluten alcohol bij 16° C., werd het volgende gevonden:

Aantal grammen op 100 CC. van de oplossing.	<i>l.</i>	α_D	$(\alpha)_D$
0.9210	mm. 303.8	5° 4'	↗ 181° 0
"	"	5° 5'	
"	"	5° 4'	
1.8395	"	9° 59'	↗ 179° 0
"	"	10° 1'	
"	"	10° 1'	

Voor het S. D. V. van het vrije alkaloïde binnen de aangegevene grenzen van concentratie wordt hieruit afgeleid $(\alpha)_D = \nearrow 213^{\circ} 5 - 215^{\circ} 8$.

Het *oxalaat* $(C_{10}H_{24}N_2O_2)_2, C_2H_2O_4 + 3 H_2 O$ scheidt zich uit eene warm verzadigde oplossing bij bekoeling af in den vorm van rhombische kristallen, vertoonende de combinaties P. o P; $\infty \bar{P} \infty$, $\infty \check{P} \infty$, 0 P en P. $\check{P} \infty . \bar{P} \infty . 0 P$.

Het lost in 82.33 deelen water van 17° C. op, maar veel gemakkelijker in heet water en in alcohol.

De samenstelling van het zout werd opgemaakt uit de nitkomsten eener bepaling van het gehalte aan basis. Ik verkreeg voor het gehalte aan konkinamine 81.0 proc De bovenstaande formule eischt een gehalte van 81.2 proc.

Bij verhitting op 100° C. wordt het zout niet veranderd, doch bij ongeveer 115° C. smelt het onder verlies van 9.7 proc. van zijn gewicht. Daarbij wordt het eenigszins donker gekleurd; scheidt men uit het zout na oplossing in verdund

neur de basis door natronloog af, zoo blijkt dit geene konkinamine te zijn, maar een lichaam, daaruit onder den invloed van het zuringzuur ontstaan, en dat, voor zoover ik heb kunnen nagaan, met de door HESSE ontdekte *apokinamine* overeenkomt. Immers de basis kristalliseert niet meer uit alcohol, maar scheidt zich bij verdamping daarvan amorph af. Het hydrochloraat is in water gemakkelijk oplosbaar en amorph; door toevoeging van geconcentreerd zoutzuur en salpeterzuur aan de oplossing van het zout in water ontstaan amorphe olieachtige nederslagen.

Wordt de identiteit van deze basis met *apokinamine* bevestigd, dan mag de bedoelde omzetting zeker verwondering wekken, daar men eerder, even als bij den invloed van zwavelzuur op kinamine, onder analoge omstandigheden de vorming van kinamicine zou verwachten.

Het gewichtsverlies, dat het oxalaat bij verhitting op ongeveer 115° C. ondergaat, komt overeen met het ontwijken van 3 moleculen kristalwater en één molecule H₂O, die bij den overgang van konkinamine in *apokinamine* afgescheiden wordt. (De berekening geeft 9.2 proc.). Bij verdere verhitting wordt de massa steeds donkerder en verliest dan allengs nog meer aan gewicht.

De uitkomsten, verkregen bij de bepaling van het S. D. V. van het gekristalliseerde oxalaat in absoluten alcohol waren de volgende voor $t = 16^{\circ}$ C.

Aantal grammen in 100 C.C. van de op- lossing.	l .	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
1.0315	mm. 309.8	5° 6' 5	↗ 163°.
"	"	5° 6' 5	
"	"	5° 7'	
1.5250	"	7° 31' 5	↗ 162° 6
"	"	7° 33'	
"	"	7° 32'	

Hieruit berekent men voor het S. D. V. van het alkaloïde in den vorm van oxalaat $(\alpha)_D = \swarrow 200.6$.

Het *tartraat* (C₁₉H₂₄N₂O₂)₂.C₄H₆O₆ + xH₂O is in kond water zeer oplosbaar en droogt onder den exsiccator tot eene doorschijnende amorphe massa uit.

SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN VAN KONKINAMINE BIJ
OPLOSSING IN EENE OVERMAAT VAN ZUUR.

Even als ik zulks vroeger met de andere kina-alkaloïden heb verricht, werd bij het onderzoek naar den invloed, dien zuren in overmaat op het S. D. V. van het alkaloïde uitoefenen, ongeveer 1 molecule konkinamine (in milligrammen uitgedrukt) in de gewenschte hoeveelheid getitreerd zuur opgelost en dan de vloeistof tot een volumen van 20 C.C gebracht. Met salpeterzuur, chloorzuur en overchloorzuur konden deze proeven niet genomen worden, omdat het nitraat, chloraat, en perchloraat van konkinamine te weinig in water oplosbaar zijn. Ofschoon het oxalaat insgelijks in water bij gewone temperatuur slecht oplosbaar is, zoo was het toch mogelijk, 1 molecule konkinamine na zachte verwarming, tijdelijk opgelost te houden in eene hoeveelheid aangezuurd water, die strikt genomen op den duur daartoe ontoereikend zou zijn.

De uitkomsten van het onderzoek, dat steeds bij 16° C. plaats had zijn de volgende:

Chloorwaterstofzuur.

Gewicht aan konkinamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen CHH op 1 mol. alkaloïde.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	α_D Berekend.
0.3091 gr.	1	mm. 303.8	100.38'	→ 2260.2
" "	"	"	100.38'	
0.3096 "	2	"	100.40	→ 2260.8
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.41'	→ 2270.8
0.3092 "	4	"	100.43	
" "	"	"	100.42	→ 2260.9
" "	"	"	100.42'	
0.3075 "	8	"	100.36	→ 2250.8
" "	"	"	100.36	
0.3113 "	20	"	100.41'	→ 2250.8
" "	"	"	100.41'	

Broomwaterstofzuur.

Gewicht aan konking namme op 20 C. van de oplossing.	Aantal moleculen BrH op 1 mol alkaloïd.	<i>l</i>	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(1)}$ Berekend.
0.3099 gr.	1	mm. 308.5	100.45'	↗ 2280.3
" "	"	"	100.45'	
0.3068 "	2	"	100.39'	↗ 2280.4
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.37'	↗ 2270.8
0.3073 "	4	"	100.37'	
" "	"	"	100.37'	
" "	"	"	100.37'	
" "	"	"	100.37'	

Mierenzuur.

Gewicht aan konking namme op 20 C. van de oplossing.	Aantal moleculen CH ₂ O, op 1 mol alkaloïd.	<i>l</i>	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(1)}$ Berekend.
0.3055 gr.	1	mm. 303.8	100.30'	↗ 2260.3
" "	"	"	100.31'	
" "	"	"	100.29'	
0.3120 "	2	"	100.48'	↗ 2270.8
" "	"	"	100.48'	
" "	"	"	100.49'	
" "	"	"	100.48'	↗ 2270.2
0.3113 "	4	"	100.45'	
" "	"	"	100.44'	
" "	"	"	100.46'	↗ 2270.1
0.3116 "	10	"	100.46'	
" "	"	"	100.44'	
" "	"	"	100.45'	↗ 2260.8
0.3091 "	20	"	100.39'	
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.38'	

Azijnzuur.

Gewicht aan koukinamine op 20 C.C. van de oplossing,	Aantal moleculen $C_2H_4O_2$ op 1 mol. alkaloidé.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$\alpha_{(D)}$ Berekend.
0.3029 gr.	1	mm. 303.8	100.29'	↗ 2280.2
" "	"	"	100.30'	
" "	"	"	100.30'	
" "	"	"	100.31'	
0.3127 "	2	"	100.51'	↗ 2280.4
" "	"	"	100.51'	
" "	"	"	100.50'	
0.3090 "	4	"	100.45'	↗ 2290.0
" "	"	"	100.45'	
0.3121 "	10	"	100.52'	↗ 2280.8
" "	"	"	100.50'	
" "	"	"	100.51'	
0.3074 "	20	"	100.41'	↗ 2280.4
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.40'	

Zwavelzuur.

Gewicht aan koukinamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen SO_4H_2 op 1 mol. alkaloidé.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend
0.3066 gr.	$\frac{1}{2}$	mm. 303.8	100.37'	↗ 2280.5
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.39'	
0.3074 "	1	"	100.42'	↗ 2290.1
" "	"	"	100.42'	
" "	"	"	100.42'	
0.3082 "	2	"	100.44'	↗ 2290.2
" "	"	"	100.44'	
0.3087 "	4	"	100.42'	↗ 2270.9
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.42'	
0.3093 "	10	"	100.40'	↗ 2270.2
" "	"	"	100.41'	
" "	"	"	100.41'	

Zuringzuur.

Gewicht aan konkingamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen $C_2H_5O_4$ op 1 mol. alkaloid	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.3085 gr.	$\frac{1}{3}$	mm. 303.8	100.39'	↗ 2270.5
" "	"	"	100.41'	
" "	"	"	100.38'	
0.3079 "	1	"	100.40'	↗ 2280.0
" "	"	"	100.40'	
" "	"	"	100.40'	
0.3089 "	2	"	100.41'	↗ 2280.0
" "	"	"	100.43'	
" "	"	"	100.41'	
0.3113 "	$\frac{1}{2}$	"	100.46'	↗ 2270.5
" "	"	"	100.45'	
0.3086 "	9	"	100.39'	↗ 2270.2
" "	"	"	100.39'	
" "	"	"	100.39'	

Phosphorzuur.

Gewicht aan konkingamine op 20 C.C. van de oplossing.	Aantal moleculen PO_4H_3 op 1 mol. alkaloid.	<i>l.</i>	α_D Waargenomen.	$(\alpha)_D$ Berekend.
0.3098 gr.	1 *)	mm. 303.8	100.41'	↗ 2270.0
" "	"	"	100.41'	
0.3057 "	3	"	100.38'	↗ 2280.9
" "	"	"	100.38'	
0.3091 "	5	"	100.41'	↗ 2270.9
" "	"	"	100.43'	
" "	"	"	100.42'	
0.3124 "	8	"	100.49'	↗ 2270.9
" "	"	"	100.52'	
" "	"	"	100.49'	

*) Met $\frac{1}{2}$ en $\frac{2}{3}$ moleculen Phosphorzuur kon het alkaloid zelf bij zachte verwarming niet in oplossing worden gebracht.

BESCHOUWINGEN NAAR AANLEIDING VAN DE BOVEN MEDEGEDEELDE
UITKOMSTEN OMTRENT HET VERBAND TUSSEN SCHEIKUNDIG
KARAKTER EN SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN.

In mijne bijdrage tot de kennis der kinamine maakte ik opmerkzaam op het feit, dat het S. D. V. van dit alkaloid bij oplossing in zeer verschillende, met water verdunde zuren onder overigens gelijke omstandigheden nagenoeg hetzelfde was, en dat wanneer de ter oplossing van het alkaloid strikt noodige hoeveelheid zuur (1 molec. van een éénbasisch of $1\frac{1}{2}$ molec. van een tweebasisch zuur op 1 molec. kinamine) was toegevoegd, voor het S. D. V. reeds dadelijk een cijfer werd verkregen, dat slechts weinig verschilde van de waarde, die bij groote overmaat van hetzelfde zuur werd gevonden.

Deze opmerkelijke afwijking van hetgeen bij het onderzoek omtrent den invloed van zuren op het S. D. V. van de vier meer bekende kinabasis was gevonden, trachtte ik toen te verklaren door de omstandigheid, dat kinamine blijkens de analyse van het chloroplatinaat eene eenzुरige basis was. Wanneer het alkaloid bij verzadiging met verschillende zuren tot neutrale zouten hetzelfde S. D. V. aannam, onverschillig welk zuur tot de vorming van het zout had bijgedragen; wanneer bij verdere toevoeging van zuur geene belangrijke verhooging van het S. D. V. werd waargenomen en de tweezurige bases kinine, kinidine, cinchonidine en cinchonine zich vooral ten opzichte van de organische zuren geheel anders gedroegen, dan meende ik te mogen aannemen, dat in het eenzुरige karakter der kinamine de oorzaak moest liggen, van de veel geringe veranderlijkheid van het S. D. V.

De bovenstaande onderzoekingen omtrent den invloed van zuren op het S. D. V. van konkinamine werden ondernomen, bepaald met het doel, om de vroeger door mij geuite hypothese te toetsen. Ik had reden, om te vermoeden dat konkinamine, als isomeer van kinamine en daarmee in vele eigenschappen overeenkomende, insgelijks éénzुरig zou zijn; en de uitkomsten van de analyse van het chloroplatinaat toonen, dat dit vermoeden juist was.

Even als bij kinamine zien wij nu ook bij de daarmee iso-

mere basis dezelfde verschijnselen ten aanzien van de wijziging van het S. D. V. onder den invloed van zuren. Dit zal gemakkelijk blijken uit het volgende tabelletje.

S. D. V. VAN KONKINAMINE ONDER DEN INVLOED VAN ZUREN.

Naam van het zuur.	$(\alpha)_D$ bij vorming van neutraal zout.	$(\alpha)_D$ als maximum bij toevoeging van een overmaat van zuur
Chloorwaterstofzuur.	↗ 2260.2	↗ 2270.8
Broomwaterstofzuur.	2280.3	2280.8
Mjerenzuur.	2260.3	2270.8
Azijnzuur.	2280.2	2290.0
Zwavelzuur.	2280.5	2290.2
Zuringzuur.	2270.5	2280.0
Phosphorzuur.	—	2280.9

Ook bij konkinamine zien wij dat het S. D. V. onder den invloed van zeer verschillende zuren nagenoeg gelijk is en bijna het maximum heeft bereikt, wanneer het aan de ter vorming van een neutraal zout noodige hoeveelheid zuur is gebonden.

De vroeger geuite hypothese wint daardoor veel aan waarschijnlijkheid. Maar het blijft wenschelijk, haar door het onderzoek naar het S. D. V. van andere eenzुरige bases, bijv. van strychnine, brucine, morphine en dergelijke te bevestigen.

Opmerkelijk is het, dat het onderzoek van de oplossingen der neutrale konkinamine zouten in absoluten alcohol waarden voor het S. D. V. gaf, die op watervrij alkaloïde berekend, tamelijk sterk onderling afwijken. Immers ik vond voor het S. D. V. van konkinamine onder gelijken concentratiegraad:

Bij het hydrobromaat	$(\alpha)_D =$ ↗	2300.1
" " hydroiodaat		2290.6
" " nitraat		2280.6
" " chloraat		2340.0
" " perchloraat		2310.8
" " formiaat		2240.7
" " acetaat		2150.8
" " oxalaat		2000.6

Men ziet, dat de waarden voor het S. D. V. van konkinamine, berekend uit de S. D. V. der vijf eerste zouten tamelijk goed overeenstemmen, maar vrij wat grooter zijn dan die welke uit de S. D. V. der drie laatste zouten zijn afgeleid.

Ik wil trachten hiervan eene verklaring te geven, zonder eenigermate te willen beweren, dat zij de juiste is en meer bepaald met het doel, om bij verder onderzoek een leiddraad te hebben.

Het is bekend, dat vele organische zuren door alkaloiden slechts in zwakke mate worden gebonden; vele formiaten, acetaten worden door verhitting van hunne oplossingen of door verwarming in drogen toestand gedeeltelijk ontleed, onder verlies van zuur. Wij zagen boven, dat het formiaat en acetaat van konkinamine deze eigenschap ook bezitten.

Het komt mij nu niet onwaarschijnlijk voor, dat dergelijke zouten bij oplossing in alcohol eveneens gedeeltelijk ontleed worden en in dat geval moet het S. D. V. van het zout kleiner schijnen dan het inderdaad is, omdat het S. D. V. van het vrije alkaloid in absoluten alcohol slechts $\pm 204^0$ C. bedraagt.

Het oxalaat zou dan, wanneer deze redeneering steek hield, geheel ontleed moeten zijn; wij berekenen voor het S. D. V. van het alkaloid uit dat van het oxalaat zelfs een cijfer dat iets kleiner is dan 204; maar wellicht laat zich dit verklaren door den invloed van het door ontleding vrij geworden zuringzuur.

Het onderzoek naar het S. D. V. van kinamine-zouten in alcoholische oplossing is vroeger slechts met een drietal verbindingen uitgevoerd namelijk het nitraat, hydroiodaat en perchloraat en de waarden voor het S. D. V. van kinamine, uit de uitkomsten daarvan afgeleid, bleken nagenoeg gelijk te zijn. Hier hebben wij weder te doen met zouten van 3 organische zuren, die als zoogenaamde *sterke* zuren bekend zijn en alkaloiden veel vaster schijnen te binden dan zuren als azijnzuur en mierenzuur.

R A P P O R T

OVER EENE VERHANDELING VAN DEN HEER

Dr. D. J. KORTEWEG,

GETITELD:

ALGEMEENE THEORIE DER PONDEROMOTO- RISCHE KRACHTEN.

UITGEBRACHT IN DE VERGADERING VAN 29 MAART 1870.

De Commissie benoemd in Uwe vergadering van 1 Febr. ll., ten einde advies uit te brengen over de verhandeling van den Heer Dr. D. J. KORTEWEG getiteld: Algemeene theorie der ponderomotorische krachten, ziet zich, alvorens hare taak te volbrengen, verplicht medetedeelen, dat een der beide leden, de Heer VAN DER WAALS, door ziekte verhinderd werd op te geven, in welk opzicht hij van zijn medegecommitteerde omtrent sommige punten van het volgende rapport verschilt, dat dit echter de conclusie niet raakt, waaromtrent hij geheel instemt.

De commissie heeft derhalve gemeend, ten einde verdere vertraging te voorkomen, niet langer met het uitbrengen van haar rapport te mogen wachten en heeft de eer het volgende ter Uwer kennis te brengen:

De schrijver stelt zich ten doel, terwijl hij de electromotorische krachten, die tusschen electriche stroomen werkzaam zijn, buiten beschouwing laat, voor de ponderomotorische werking tusschen geleiders van electriche stroomen eene meer algemeene theorie te ontwikkelen dan tot dusver bestond; hij zet zijn plan duidelijk in het eerste gedeelte, de Inleiding, uiteen, die met

een korte historisch overzicht der voornaamste theoriën sedert AMPÈRE aanvangt.

De hypothesen, die men thans nog te hulp moet roepen om tot eene bewijsvoering der wet van AMPÈRE te geraken, laten zich volgens den schrijver tot een viertal zamenvatten:

1^o. De ponderomotorische krachten tusschen twee stroomelementen zijn evenredig met de lengten der elementen en met de stroomsterkten.

2^o. Die krachten zijn verder afhankelijk van de ligging der beide elementen ten opzichte van elkander.

3^o. Men mag de krachtwerkingen tusschen twee elementen vervangen door die tusschen hunne zoogenaamde componenten.

4^o. Er bestaan tusschen twee stroomelementen geene ponderomotorische krachten buiten de verbindingslijn en geen richtende koppels.

Terwijl geene electrodynamische theorie bestaat, waarin niet de drie eerste hypothesen werden aangenomen en alle deze theoriën voor gesloten stroomen tot dezelfde krachtwerkingen leiden, werd de 4^e hypothese omtrent de richting en den aard der werking herhaaldelijk door andere vervangen en wel het eerst door GRASSMANN, later door HELMHOLTZ. Wanneer zulke theoriën, even als die van AMPÈRE, steeds verdedigers vinden, meent de Heer KORTEWEG terecht, dat het nut eener meer algemeene theorie, waarbij de vierde hypothese niet gesteld wordt en dus de richting en aard der kracht niet vooraf worden bepaald, bezwaarlijk kan worden ontkend. Zoodanige theorie zal de theoriën van AMPÈRE, GRASSMANN en HELMHOLTZ als bijzondere gevallen in zich sluiten en hunne onderlinge verhouding aan het licht stellen.

De schrijver wil dan die 4^e hypothese door eene meer algemeene opvatting vervangen, waarbij men 1^o. wat de richting der kracht betreft, slechts eischt dat aan de wet van symetrie voldaan wordt, 2^o. bij de werking van stroomelementen ook koppels opneemt; dit laatste was nog nimmer gedaan.

In het tweede gedeelte, het hoofddeel zijner verhandeling, ontwikkelt de schrijver zijne theorie, wier eigenaardigheid behalve in het aannemen van koppels nog in het invoeren der krachten loodrecht op de verbindingslijn en in het niet dadelijk aannemen van de wet van actie en reactie bestaat.

Het optreden der koppels staat hier blijkbaar met de aantrekking van evenwijdige, gelijk gerichte stroomen in verband en hoewel tegen hunne invoering geen bezwaar schijnt te bestaan, die invoering als een gevolg der symetriewet geschiedt, waarbij de richting der assen behoorlijk wordt aangegeven, ware eene meer uitvoerige behandeling van dit punt wenschelijk geweest. Eene nadere aanduiding omtrent het recht van bestaan dezer koppels, van hunne eigenaardige beteekenis bij werking op afstand, diende meer grondig te zijn nagegaan. Hun optreden schijnt toch van overwegend gewicht ter verklaring van tal van electriche en magnetische verschijnselen en wanneer tot dusverre de invoering dier grootheden achterwege bleef, moet het betreurd worden, dat de schrijver zich tot eene bloote mathematische ontwikkeling bepaalt en noch op deze plaats, noch ergens in de verhandeling, dit punt behoorlijk ter sprake brengt.

De werking tusschen twee stroomelementen wordt dan niet door eene enkele formule, doch door zes uitdrukkingen gegeven: de drie componenten der electriche kracht, welke de schrijver in navolging van MAXWELL volgens richtingen beschouwt respectivelijk evenwijdig aan die der beide stroomelementen en hunne verbindingslijn, verder de drie componenten van de assen der koppels volgens dezelfde richtingen.

In deze uitdrukkingen nu komen zeven functiën voor, waarvan vier betrekking hebben op de krachten, drie op de koppels. Ten einde deze te bepalen gaat schrijver van het feit uit, dat voor gesloten stroomen de krachtwerking bekend mag beschouwd worden en overeenkomt met de theorie van AMPÈRE; uit de krachtwerkingen van gesloten stroomen op elkander en van een gesloten stroom op een stroomelement worden vier betrekkingen tusschen deze functiën gevonden, zoodat drie onbepaalde functiën overblijven; wil men de wet van actio gelijk reactie aannemen dan zou nog slechts ééne onbepaalde functie overblijven, die eindelijk geheel verdwijnt als men nog aanneemt dat op gewone stroomelementen geen koppels werkzaam zijn.

Bij het aanbieden dezer verhandeling werd door den tweeden ondergeteekende opgemerkt, dat de Heer KORTWEG om tot deze vier betrekkingen te geraken de werking van oneindig kleine (elementair) stroomen op elkander en op een stroomelement be-

reken in plaats van de betrekkingen af te leiden uit de werking van gesloten stroomen van eindige afmeting op elkander en op een stroomelement, wat, daar de proeven toch genomen worden met stroomen van eindige afmetingen, natuurlijker schijnt. Zulks is door hem verricht in een afzonderlijk betoog als aanhangsel tot de verhandeling van den Heer KORTEWEG gevoegd.

Terwijl dan drie onbekende functiën moeten overblijven, treedt de schrijver niet in een nader onderzoek dier grootheden, breekt, wat te bejammeren schijnt, hier zijne theorie af om nu de bestaande theoriën op electrodynamisch gebied aan zijne formules te toetsen en te doen zien dat zij allen uit zijn meer algemeene theorie kunnen worden afgeleid. Dit vormt het derde en laatste gedeelte zijner verhandeling.

Achterevolgens worden de theoriën besproken van AMPÈRE, van GRASSMANN, waarbij alle ponderomotorische krachten loodrecht staan op het element waarop zij werken, van STEFAN, die beide theoriën tot één tracht te brengen. Hierop volgt de potentiaaltheorie; na eene korte uiteenzetting van de betrekkingen, die tusschen de functiën ontstaan als men aanneemt dat de krachten eene potentiaal bezitten, welk gedeelte echter aan duidelijkheid van voorstelling te wenschen over laat, wordt aangetoond dat krachtwerkingen tusschen zoogenaamde onvolledige elementen, d. i. tusschen zulke als AMPÈRE onderstelt, geen potentiaal bezitten kunnen.

Deze potentiaaltheorie wordt met die van NEUMANN en HELMHOLTZ vergeleken. Zij laat zich met beide vereenigen. Schrijver bepaalt de waarden die de functiën alsdan verkrijgen; het blijkt dat ook dan koppels moeten aangenomen worden al zijn zij door HELMHOLTZ niet uitdrukkelijk vermeld. Een onderzoek omtrent de werkingen van en op onvolledige stroomelementen sluit zich hierbij aan; de gegevene formules maken het o. a. mogelijk ieder met deze algemeene theorie verkregen resultaat om te zetten in de theorie van HELMHOLTZ.

Na bij het onderzoek van WAND te hebben stilgestaan, worden ten slotte kortelijk de theorie van WEBER en de nieuwe theorie van CLAUSIUS besproken; de eerste leidt voor de ponderomotorische krachten tot de wet van AMPÈRE, de tweede tot de wet van GRASSMANN.

De schrijver eindigt zijn arbeid door 1° op te merken, dat dielectrische polarisatie aan zijne formules geen schade doet, daardoor alleen de functiën gewijzigd worden 2° de stootwerking eener statische ontlading te bespreken en op te merken, dat als een der stroomen door eene zoodanige ontlading vervangen wordt, men niet met de krachten en koppels zelve, doch met hunne impulsien te doen krijgt

Over het geheel kan de verhandeling van den Heer KORTEWEG als eene werkelijke uitbreiding der electrodynamica beschouwd worden. Veel grooter ware echter de verdienste dezer algemeene theorie geweest, zoo de schrijver had stilgestaan bij wat GAUSS den hoeksteen der electrodynamica genoemd heeft, n. l. eene voortplanting der electriche werking met den tijd. Eene algemeene theorie der ponderomotorische krachten mag deze hangende questie niet geheel stilzwijgend voorbijgaan.

Doch al moge men op verschillende plaatsen dezer verhandeling eene meer grondige discussie, eene meer tot in alle consequentien doorgaand onderzoek wenschelijk achten, toch moet deze poging om de wetenschap te bevorderen als een arbeid, die van veel kennis getuigt, als een inderdaad verdienstelijk werk beschouwd worden.

De Commissie meent voor de opname dezer verhandeling in de werken der Akademie te mogen adviseren.

de Commissie voornoemd:

C. H. C. GRINWIS.

J. D. VAN DER WAALS

Amsterdam, 29 Maart 1879.

TEMPERATUURBEPALINGEN

IN EEN

PUT VAN 369 METERS DIEPTE TE UTRECHT. *say 1230*

MEDEGEDEELD DOOR

P. HARTING.

Reeds herhaaldelijk *) heb ik de aandacht der Akademie bepaald bij de voor de geologie van onzen vaderlandschen bodem gewichtige resultaten, verkregen bij eenige diepe putboringen die in den loop der laatste jaren te Utrecht verricht zijn. Later hoop ik daarop nog iets uitvoeriger terug te komen en dan daaraan tevens de beschrijving toe te voegen van de diepere lagen die sedert mijne jongste mededeeling doorboord zijn, totdat eene diepte van 369.5 meter bereikt is. Op die aanmerkelijke diepte gekomen, moest het werk gestaakt worden door het afbreken der boor, en, toen deze eindelijk na veel moeite uit het boorgat verwijderd was, bleek de 16 centimeters wijde ijzeren boorbuis zoo vast in het boorgat te zitten, dat het in weerwil van langdurige voortgezette pogingen niet gelukken mocht deze dieper te doen dalen

*) Een woord over eenige putboringen te Utrecht, *Verslagen en Mededeelingen*, 1872, 2de Reeks. Dl. VI.

De bodem van het Eemdal, *Versl. en Meded.* 1874, Dl. VIII, p. 182, bepaaldelijk p. 290.

Bijdrage tot de kennis der geologische gesteldheid van den bodem onder Utrecht en van het Eemdal, *Versl. en Meded.* 1875, Dl. IX.

Ook de Heer Dr. A. H. VAN RIEMSDIJK heeft in de *Verslagen van de verrichtingen der Gezondheids-commissie* over de jaren 1872—1878 herhaaldelijk den toestand dazer putboringen beschreven.



Nu ontstond voor het stedelijk bestuur de vraag: of men, door het inbrengen eener nieuwe, iets nauwere ijzeren boorbuis, trachten zoude de boring nog dieper voort te zetten. Een daartoe strekkend voorstel werd echter door den gemeenteraad afgewezen.

Tot ééne gewichtige reeks van waarnemingen kon echter de put in haar tegenwoordigen toestand nog dienen, namelijk ter bepaling van de aardwarmte op verschillende diepten. Daartoe stelde ik mij in vereeniging met de heeren Dr. F. W. C. KRECKE en J. ROBBERS, en wendde mij tot het Stedelijk Bestuur met het verzoek ons gelegenheid te geven tot het doen der bedoelde waarnemingen. Dit verzoek werd toegestaan, doch onder eenigszins bezwarende voorwaarden. De omringende bewoners van het Vreburg hadden namelijk tot den raad een request gericht, waarin aangedrongen werd op eene zoo spoedig mogelijke opruiming van de trouwens zeer leelijke schuur, die de plaats omgaf, waar de putboring geschied was. Voor dat dit geschieden kon, moest echter een pomp gesteld worden boven een tweede boorgat dat zich op geringen afstand van het eerste bevond. Dit tweede boorgat had eene diepte van 170 meters, en men stelde zich voor de ijzeren buis daarin door te snijden op de diepte waar men, blijkens andere reeds vroeger verrichtte putboringen (op de Nende en het Jacobi-Kerkhof), verwachten kon goed drinkwater te vinden. Daar de hiertoe noodige werkzaamheden in de onmiddellijke nabijheid van de opening van het eerste boorgat moesten geschieden, zoo stond de architect-directeur der gemeentewerken, de heer G. VERMEYS, ons een tijd van een week toe, gedurende welken wij de schuur en den put ter onzer beschikking hadden. Daarna moesten wij de plaats ruimen voor de stads-werklieden.

Ik voer dit hier aan als grond van verontschuldiging voor de onzekerheden die nog in de door ons verkregen uitkomsten zijn overgebleven, en die vermoedelijk bij langer voortgezet onderzoek zouden zijn opgeheven.

Het is bekend dat er in de laatste jaren groote twijfelingen gerezen zijn aangaande de verhouding waarin de warmte

mometer aan de balans kon worden opgehangen. Daar tegenover, dicht bij de open spits bevindt zich een tweede haakje (*e*), dat moet dienen om er een klein glazen bakje (*f*), door tuschenkomst van een platinadraad (*g*) aan op te hangen. Dit bakje is bestemd tot opvang van het kwikzilver, hetwelk gedurende de weging in de warmere lucht naar buiten treedt.

Vooraf werd door nauwkeurige weging met een balans, die, bij het gebruikte gewicht, nog verschillen van 0,1 milligram aangeeft, het gewicht van den ledigen glazen toestel en dat van het ontvangbakje met den platina-draad bepaald. Daarop werd de thermometer bij 0° geheel met kwikzilver gevuld en met het opvangbakje daaraan gehecht, gewogen. Vervolgens werd de thermometer in een daarvoor bestemden kooktoestel in den damp van kokend water opgehangen en daarna weder gewogen. Het verblijf in het ijs zoowel als dat in den damp van kokend water duurde ruim een uur. Door vergelijking van de uitkomsten der beide wegingen werd dan gemakkelijk de waarde van 1° C. in milligrammen uitgedrukt, gevonden.

Onderstaande cijfers geven die waarden aan voor de drie gebruikte gewichtsthermometers, die wij A, B en C zullen noemen.

		Gewicht in grammen van het kwikzilver bij		Verschil.	Waarde van 1° in milligrammen.
		0°	100°		
A	1 ^{ste} bepaling	160,2384	157,8412	2,3972	23,972
	2 ^{de} "	"	157,8249	2,4135	24,135
	3 ^{de} "	160,2296	157,8337	2,3959	23,959
				Gemidd.	24,022
B	1 ^{ste} bepaling	160,3690	157,9805	2,3885	23,885
	2 ^{de} "	160,3722	157,9845	2,3877	23,877
				Gemidd.	23,880
C	1 ^{ste} bepaling	136,0205	133,9830	2,0375	20,375
	2 ^{de} "	136,0165	"	2,0335	20,335
				Gemidd.	20,355

Deze uitkomsten waren overeenstemmend genoeg om de hoop te wettigen, dat men langs dien weg temperatuur-bepalingen zoude kunnen verrichten, die in nauwkeurigheid alle overtreffen, welke door aflezing van een gewone thermometerschaal verkregen worden. Het is echter tot onze teleurstelling gebleken dat, hoe groot ook de theoretische nauwkeurigheid moge zijn, de bij de waarneming werkelijk bereikbare eene veel geringere is.

Het voornaame bezwaar, waarop men stuit, is de grootte die de naar buiten tredende kwikzilverdruppels kunnen bereiken, alvorens van de open spits des thermometers af te vallen. Zoo-dra nu een thermometer met den naar buiten getreden druppel afkoelt — gelijk altijd geschiedt bij het ophalen, waarbij de toestel in al koudere en koudere waterlagen komt, — dan wordt de druppel weder opgezogen, en het gevonden gewicht geeft nu niet meer de ware temperatuur maar eene iets geringere aan. Eenigszins grootere druppels, die zich langzaam vormen, kunnen een gewicht van 15 en zelfs meer milligrammen bereiken, en de uit het gewicht van het kwikzilver afgeleide temperatuur kan zoo tot $0^{\circ},7$ en zelfs meer te laag geschat worden. Nu kan men wel is waar door aan den toestel een kleinen schok te geven het afvallen der kwikdruppels bevorderen, en dat werkelijk aldus de fout tot een minimum kan gebracht worden, bewijzen de geringe verschillen der boven medegedeelde bepalingen, die (met uitzondering der 2^{de} van A) meestal slechts van 1 tot 4 milligrammen bedroegen, beantwoordende aan $0^{\circ},024$ tot $0^{\circ},16$. Doch wanneer de toestel met de thermometers zich op groote diepte bevindt, dan kan men daaraan nog wel, alvorens dien op te halen, een paar rukken geven, gelijk dan ook altijd door ons gedaan is, doch het is zeer te betwijfelen of de daardoor veroorzaakte kleine schok wel altijd voldoende is geweest om den druppel te doen afvallen. Althans de in het oog loopende verschillen der beneden medegedeelde uitkomsten laten geen andere verklaring over en doen zien dat de gehoopte nauwkeurigheid verre is van verwezenlijkt te zijn geworden *).

*) Misschien zoude het terugkeeren van den kwikdruppel in de buis belet kun-

30. Een derde vorm van thermometer door ons gebruikt is een van CASELLA-MILLER, welwillend ter onzer beschikking gesteld door ons medelid, den heer BUTJS-BALLOT. De eenige proeven; waaraan wij dien thermometer konden onderwerpen, bestonden in eene verificatie der beide 0-punten, door plaatsing in smeltend ijs, en eene vergelijking der hoogere graden met die van drie andere goede thermometers, waarvan er twee (*a* en *b*) eene verificatie zoowel van het 0-punt als van het kookpunt veroorloofden, terwijl van de derde (*c*) alleen het 0-punt kon bepaald worden. De beide 0-punten van den CASELLA-thermometer werden volkomen juist bevonden, terwijl het daarentegen bleek, dat voor alle de overige thermometers eene kleine correctie moest worden aangebracht. Zoowel van den CASELLA-thermometer als van de overige konden de tiende gedeelten van graden alleen geschat worden, en het bleek ons, wanneer ieder van ons voor zich de schatting verrichtte, dat er verschillen van 0,1 en zelfs 0,2 graad konden bestaan. Die verschillen konden niet geheel aan persoonlijke fouten worden toegeschreven.

Nu werden de vier thermometers naast elkander in een vertrek, waar geen zon scheen, opgehangen en op 4 achtereenvolgende dagen 12 maal afgelezen, waarbij zorg gelragen werd telkens met den gevoeligsten der thermometers (*b*) te beginnen en met den traagsten (dien van CASELLA) te eindigen. De gemiddelde uitkomsten bedroegen :

CASELLA.	14 ^o ,49
<i>a</i>	14,69
<i>b</i>	14,77
<i>c</i>	14,60

Vervolgens werden dezelfde thermometers nevens elkander in een vat met water geplaatst. Gedurende den tijd van twee uren werden 4 aflezingen gedaan, met de volgende gemiddelde uitkomsten :

men worden, door dicht onder de fijne spits een puntje of een plaatje te plaatsen, bestaande uit een metaal dat zich met kwikzilver amalgameert, zoodat door de adhaesie der twee metalen de cohesie der kwikdeeltjes overwonnen wordt. De tijd heeft ons echter onthruken om dit denkbeeld aan de proef te toetsen.

CASELLA.	15 ^o ,1
a	15 ,07
b	15 ,1
c	15 ,0

De onzekerheid der schattingen in aanmerking genomen, mag men derhalve wel besluten, dat ook de hoogere graden van den CASELLA-thermometer met die van andere goede thermometers gelijk liepen.

Eenigszins twijfelachtig bleef het ons of de twee indices in de buis van den CASELLA-thermometer volkomen standvastig op dezelfde plaats bleven, wanneer het werktuig van hand tot hand ging en derhalve eene beweging onderging. Indien zulk een verplaatsing niet met volstrekte zekerheid kan ontkend worden, dan was deze toch in elk geval zoo gering, dat de verschillen met de bij de schatting gemaakte fouten samenvielen.

In weerwil dat wij met den CASELLA-thermometer geenszins dien graad van nauwkeurigheid bereikten, welken wij van de gewichtsthermometers verwacht hadden, schijnen ons toch de met den eersten verrichte waarnemingen meer betrouwbaar toe.

Alle drie de genoemde methoden van temperatuurbepaling in een boorput hebben echter één gemeenschappelijk gebrek, dat bezwaarlijk kan worden opgeheven, zoolang men daartoe van maximum-thermometers, hoedanig ook ingericht, gebruik maakt. Het bedoelde gebrek, waarop men, naar het ons toeschijnt, tot dusver niet genoeg acht heeft geslagen, is het gevolg daarvan dat in een met water gevulden boorput het warme water uit de diepte altijd stijgt, terwijl het koudere bovenwater daarentegen zakt. Dit heeft op zijn beurt ten gevolge, dat, terwijl het water in de diepte iets kouder is dan de omringende bodem, daarentegen in de hoogere lagen de bodemtemperatuur beneden die van het water op gelijke diepte moet zijn. Brengt men nu een maximum-thermometer binnen eene van alle zijden afgesloten ruimte in den put, dan neemt deze al zeer spoedig den stand aan, welke de temperatuur van het water op dit oogenblik aanwijst, maar de latere daling dier temperatuur in de hoogere deelen der put, nadat het water zijne te groote warmte aan den wand des puts en aan den bodem daarbuiten heeft afgestaan, wordt niet aangewezen.

Alle met zulke middelen bepaalde temperaturen moeten derhalve in de bovenste helft van den put iets te hoog zijn. Voor de diepere deelen bestaat daarentegen die fout niet, want daar ontvangt het water zoolang warmte uit de omgeving, totdat er evenwicht tusschen de temperatuur van het water en die van den bodem is ontstaan, en de thermometer kan daar derhalve nooit eene te hooge temperatuur aangeven.

Inderdaad bestaat er, naar wij meenen, slechts één weg om deze fout te vermijden, namelijk het meten der temperatuur door een thermo-elektrischen toestel. Deze zoude bepalingen der temperatuur op bepaalde punten veroorlooven, zoolang herhaald totdat het blijkt dat deze standvastig is geworden. Dan zoude slechts nog ééne oorzaak van onjuistheid der uitkomsten overblijven, namelijk de voortgeleiding der warmte door de ijzeren boorbuis, die den wand des puts bekleedt, doch hoe die oorzaak kan weggenomen worden, zien wij niet in.

Daar de aan de spits opene thermometers zich met hun benedenwaarts omgebogen einde in lucht moesten bevinden en nabij den bodem der put de drukking ongeveer 36 atmosferen bedroeg, zoo werd de draagtoestel der thermometers (fig. 2) zoo ingericht, dat, ook bij de grootste te verwachten drukking, toch nog eene voldoende, met lucht gevulde ruimte overbleef.

Langs een 50 centimeters hoogen en 1 centimeter dikken geelkoperen stijl (*a b*), die excentrisch op een cirkelronde koperen schijf (*p q*) als voetstuk zich rechtstandig verheft, kunnen vier ringen (*c, d, e* en *f*) op en neder bewogen en door klemschroeven vastgezet worden. Elk dezer ringen draagt een cylindrisch buisje, waarvan twee (*d* en *e*) bestemd zijn om de gewichts-thermometers, het derde (*c*) om den geothermometer op te nemen, terwijl het vierde en bovenste (*f*) een kort van onderen gesloten glazen buisje draagt, dat bestemd is de uit de thermometers vloeicnde kwikzilverdruppels op te vangen. De busjes werden dan zoo hoog opgeschoven en vastgezet, dat de bovenranden van de horizontale gedeelten der thermometer-buisjes op gelijke hoogte als de spits van den stijl kwamen. De Casella-thermometer (*g h*) werd eenvoudig aan den stijl met een band bevestigd.

Vervolgens werd de toestel overdekt met eenen, uit rood koper vervaardigden, van boven gesloten koker *iklm* (fig. 2 en 3), die binnenswerks 50,1 centimeters hoog is, d. i. 1 millim. hooger dan de stijl, zoodat de thermometers bij de overdekking geen gevaar liepen tegen den bovenwand te stuiten. De gedaante van den koker is die van een langgerekten afgeknotten kegel. Dat deze gedaante de voorkeur verdient boven eene cilindrische, ziet men gemakkelijk in. Daardoor namelijk bleef de hoogte der kolom van samengeperste lucht grooter, dan zij zoude geweest zijn in een koker die overal even wijd was. Aan den onderrand van den koker bevinden zich tegenover elkander twee pennen, van schroefdraden voorzien (*n* en *o*), die door twee daaraan beantwoordende gaten in de schijf nabij den rand van deze gaan. Door twee moeren wordt dan deze met den koker stevig verbonden. In het midden der schijf is eene opening (*r*), voor de toetreding van het water.

Als drager van dezen toestel diende een soort van raam (fig. 3, *stuv*) uit ijzerdraad van 1 centim. dikte vervaardigd en zoo gebogen dat er zich boven en beneden een oog (*w*, *x*) aan bevond. Ter bevestiging van den toestel in dit raam dienden twee ijzeren ringen (*ab* en *cd*) van ongelijke wijdte, die aan twee tegenovergestelde punten van een oogvormige uitbuiging zijn voorzien, die wijd genoeg is om gemakkelijk over den draad van het raam te glijden. Deze eenvoudige wijze van bevestiging voldeed uitstekend. Zij was niet alleen stevig, maar zij veroorloofde ook in weinige oogenblikken den thermometrischen toestel in het raam te plaatsen om dien neder te laten, en later er dien met spoel uit te nemen, wanneer de ophaling had plaats gehad. Daar namelijk de temperatuur van de lucht die van het water in de bovenste gedeelten van den put overtrof, zoo werd de toestel, d. i. de koker met de thermometers daarin, zoowel vóór het nederlaten als na het ophalen, gedurende eenige minuten in ijs geplaatst. Inzonderheid na het ophalen was dit noodig, ten einde tijd te hebben om de gewichtsthermometers vóór de weging van hunne ontvangbakjes te voorzien.

De inrichting voor de afsluiting van een kolom water in den boorput, in dier voege dat de invloed van het warmere benedenwater en van het koudere bovenwater in den omtrek van den

thermometrischen toestel zooveel mogelijk voorkomen werd, bestond uit een daarboven en een daaronder aangebrachte cirkelronde ijzeren plaat (*ef* en *gh*) met een daartegenaan bevestigde caoutchoucplaat (*ik* en *lm*) van 4 millim. dikte. De ijzeren plaat is iets kleiner dan de inwendige doormeter der putbuis; de caoutchouc-schijf is daarentegen iets grooter, zoodat het noodig was daarin langs den rand eenige korte insnijdingen te maken, om de op- en nederbeweging mogelijk te maken. Dit bleek echter nog niet voldoende te zijn, en toen werden in elk der platen twee openingen gemaakt, die door veerende kleppen (*n, o, p, q*) gesloten worden, wanneer de toestel in rust is, maar die zich paarswijze openen, als de toestel in het water rijst of daalt.

Toch blijft er dan nog eene vrij aanmerkelijke wrijving tusschen den binnenwand der putbuis en den buitenrand der caoutchoucschijven over. Ter overwinning dier wrijving bij het nederdalen moest aan den reeds tamelijk zwaren toestel nog een gewicht (*r*) van 10 kilogram worden opgehangen.

Voor het op- en nederlaten van den toestel werd een rood koperen draad (bij *s*) gebruikt, die een dikte had van 1.5 millim. en eene geheele lengte van 390 meters. Deze draad was rondom een door twee krukken draaibaren houten trommel gewonden. De omtrek daarvan bedraagt juist 2 meters, zoodat, wanneer men slechts zorg droeg dat de windingen van het koperdraad vlak naast elkander kwamen te liggen, elke geheele omdraaiing aan eene rijzing of daling van 2 meters beantwoordde, terwijl men gemakkelijk de onderdeelen meten kon. Om het tellen gemakkelijker te maken was aan het houtwerk dat den trommel droeg een klokje met een klepel bevestigd, welke laatste bij elke geheele omdraaiing door een pen aan den trommel werd opgelicht.

Toen de eerste maal het koperdraad in windingen rondom den trommel was gelegd, werd met een weinig sodeersel een streep dwars over al de windingen getrokken en hetzelfde na eene halve omdraaiing aan de andere zijde nog eens herhaald. Zoo was dus de geheele draad in stukken van 1 meter lengte verdeeld. Deze verdeling was echter strikt genomen overbodig, en wij hebben er dan ook geen gebruik van behoeven te maken. Alleen strekte zij om op eene in het oog vallende wijze te doen

zien, dat de draad bij elke op- of nederlating van den toestel, eene rekking onderging, daar de oorspronkelijk rechte overdwarse solderstrepen meer en meer eene schuinseche richting aannamen. Aan het slot der proeven kon men daaraan zien dat de geheele draad omstreeks 25 centimeters langer was geworden.

Van den trommel ging de draad over op een om een midden- en draaibare schijf met een gleuf langs den rand. Deze schijf had een middellijn van 60 centim. en stond zoo dat de draad, er van afkomende, recht boven het midden der put uitkwam.

Voordat met de proeven een aanvang werd gemaakt, was gebleken dat de koperdraad een gewicht van minstens 50 kilogr. dragen kon, derhalve veel meer dan het gewicht van den geheelen toestel. Toch werd, op raad van den heer KREKEL daaraan nog een touw van 4 millim. dikte vastgemaakt, dat bij de nederlating eenvoudig werd uitgevierd. Het is zeer gelukkig dat die voorzorg genomen is, want eens gebeurde het, bij het ophalen, toen de toestel zich op meer dan 200 meters diepte bevond, dat de koperdraad afbrak en het grootste gedeelte daarvan in kronkels naar beneden zakte. De toestel hing derhalve toen nog slechts aan het touw, doch wij waagden het niet hem daaraan op te halen. Een ander touw, voorzien van een haak, werd toen naar beneden gelaten, en, na ongeveer een uur lang visschens, gelakte het de kronkelingen van den draad te grijpen en dezen weder boven te brengen. Dit ongeval moge een waarschuwing zijn voor anderen die met denzelfden of eenen dergelijken toestel de proeven mochten willen herhalen.

De geheele boven beschreven toestel — alleen met uitzondering der gewichtsthermometers — was in overleg met ons vervaardigd door den instrumentmaker H. OLLAND. Daarmede waren een paar weken verloop. Op Maandag den 21^{sten} April konden de waarnemingen een aanvang nemen, die, om redenen boven genoemd, slechts tot den avond van Zaterdag 26 April mochten worden voortgezet. Wij besloten derhalve, wegens de kortheid van den ons gegunden tijd, alleen op eenige weinige hoofdpunten temperatuur bepalingen te doen. Bij het nederlaten van het gewicht alleen aan den draad, bleek ons dat het onderste gedeelte van den put met zand was gevuld. Eerst op de diepte

van 365 M. was het water helder genoeg om geen vrees te koesteren dat het zand, zich tusschen de kleppen plaatsende, het spel van dezen belemmeren zoude.

Wij besloten nu de temperatuur te bepalen voor diepten, telkens met 100 meters verschillende, namelijk op 65, 165, 265 en 365 meters.

Daar de tijd drong, konden wij niet telkens den thermometrischen toestel zoolang in de diepte laten als wij wel gewenscht zouden hebben. Uit het volgende overzicht der uitkomsten ziet men dat die tijd gewisseld heeft tusschen $21\frac{1}{2}$ en 21 uren. Intusschen blijkt niet dat dit verschil in tijd eenen in het oog loopenden invloed heeft gehad op de resultaten der waarneming.

Eerste reeks.

Diepte.	Tijd van verblijf in den put.	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers	
			A.	B.
65 meters	$2\frac{1}{2}$ uren	120,0	120,1	110,1
165 "	16 "	13,7	13,9	13,3
265 "	$2\frac{3}{4}$ "	15,4	15,3	14,1
365 "	17 "	17,7	17,1	16,7

Tweede reeks.

Diepte.	Tijd van verblijf in den put.	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers		Gem. thermometer.
			A.	C.	
65 meters	18 uren	110,8	110,6	100,9	
165 "	3 "	13,7	13,1	13,6	150,4
265 "	21 "	15,3	15,3	15,0	
365 "	18 "	17,8	17,3	17,3	17,2

Gemiddelden.

Diepte.	Thermometer van CASELLA.	Gewichtsthermometers.	Maxima der gewichtsthermometers.
65 meters	110,9	110,55	120,1
165 "	13,7	13,5	13,9
265 "	15,35	14,9	15,3
365 "	17,75	17,1	17,3

Toeneming der temperatuur voor 100 meters.

	Thermometer VAN CASELLA.	Gewichtsthermometers.	
		Gemiddelden.	Maxima.
65—165 meters	10,8	10,95	10,8
165—265 "	1,65	1,4	1,4
265—365 "	2,35	2,2	2,0

Diepte-toeneming in meters voor 10^o toeneming der temperatuur.

	Thermometer VAN CASELLA.	Gewichtsthermometers.	
		Gemiddelden.	Maxima.
65—165 meters	55,6 meters	51,2 meters	55,6
165—265 "	60,6 "	71,4 "	71,4
265—365 "	42,6 "	45,5 "	50,0
over de geheele diepte	51,7 "	54,5 "	57,7

Wanneer men deze uitkomsten beschouwt, dan blijkt dadelijk dat geenszins aan allen gelijke waarde kan worden toegekend. Die welke met de drie gewichtsthermometers verkregen zijn loopen onderling voor gelijke diepten zoozeer uiteen, dat zij blijkbaar de temperatuur slechts bij benadering aangeven. Wij weten hiervoor geene andere reden te geven dan die welke op bl. 399 vermeld is. In dit geval kan zelfs eene berekening der gemiddelde temperaturen weinig zekerheid geven. Wij hebben er daarom ook de gevonden maxima, die werkelijk om de boven aangegeven reden eene grootere aanspraak op nauwkeurigheid schijnen te hebben, in een afzonderlijke kolom bijgevoegd.

Meer vertrouwen schijnen ons toe de met den CASELLA-thermometer verrichte temperatuur-bepalingen te verdienen. Wel is waar zijn ook hier de waarnemingen in beide reeksen niet geheel gelijk, maar die verschillen zijn niet grooter dan de onvermijdelijke fouten die bij de waarnemingen moeten gemaakt worden (zie bl. 400).

Aan het einde der medegedeelde waarnemingen werden nog vier bepalingen met den CASELLA-thermometer op geringere diepten gedaan, doch zonder dezen in den afsluitenden toestel te brengen, namelijk op diepten van 55, 45, 35 en 25 meters. Telkenmale werd de aan een touw naar beneden gelaten ther-

mometer een kwartieruurs op de plaats gelaten. De gevonden temperaturen bedroegen :

op 55 meters.	11 ^o ,5
" 45 "	11 ,4
" 35 "	11 ,2
" 25 "	11 ,2

Daar nu de temperatuur op 65 meters 11^o,9 bedroeg, zoo geeft dit eene toeneming van 0^o,7 voor 40 meters, hetgeen beantwoordt aan 1^o voor 57 meters.

Ofschoon nu deze laatste bepalingen niet met evenveel zorg als de vorige gedaan zijn, zoo bevestigen zij toch het besluit dat de reden van toeneming der warmte van het punt van standvastige aardwarmte af tot op eene diepte van 165 meters nagenoeg gelijk blijft.

In de daarop volgende 100 meters is de reden van toeneming der temperatuur iets geringer, maar daarentegen klinkt deze daarbeneden in niet onbelangrijke mate. Nu aarzelen wij wel is waar nog dit resultaat als vaststaande en wel bewezen te beschouwen, eensdeels omdat al de andere temperatuur-bepalingen op de diepte van 365 meters iets beneden de door den CASELLA-thermometer aldaar aangegeven temperatuur blijven, anderdeels omdat ons de gelegenheid ontbroken heeft om den CASELLA-thermometer aan de noodige proeven te onderwerpen, ten einde te bepalen of er in weerswil van den dubbelen wand niet nog eenige samenpersing van den bol bij 36 atmosferen drukking plaats heeft.

Daar echter ook de overige thermometers, ofschoon in geringere mate, dergelijke verschillen hebben aangegeven, zoo achten wij deze verschillen in de warmte-toeneming belangrijk genoeg om er de aandacht op te vestigen, omdat daaruit althans dit blijkt: dat over eene diepte van 365 meters in den bodem van Utrecht in elk geval geene voortgaande vermindering der reden van de warmte-toeneming, zooals te Spbergen is waargenomen, merkbaar is, maar dat integendeel op eene plaatselijke vertraging weder eene versnelling volgt, wanneer grootere diepte bereikt is.

De oorzaken dezer verschillen liggen trouwens in het duister. Aan vulkanische invloeden kan bij den grooten afstand,

waarop de put zich van vulkanisch terrein bevindt, hier wel niet gedacht worden. Ook scheikundige werkingen kunnen bezwaarlijk hier in het spel zijn, daar de geheele put door een uit afwisselende klei, leem-, leemmergel- en zandlagen bestaand terrein gaat; en bepaaldelijk stippen wij hier aan dat alle vier de punten, waar de temperatuur-bepalingen verricht zijn, gelegen zijn te midden van dikke zandlagen.

De eenige oorzaak, waarvan men met eenige waarschijnlijkheid de werking zoude kunnen vermoeden, is de nabijheid der Noordzee, welker grootste diepte tusschen de kust van ons vaderland en Engeland omstreeks 65 meters is, maar die noord- en zuidwaarts eene merkelyk grootere diepte bereikt.

Men ziet de mogelijkheid in, bij eenen zoo por-uzen bodem als die van ons vaderland, dat het verband van het buitenwater met het binnenwater, dat den bodem doordringt, eenen invloed uitoefent, waardoor de temperatuur-verdeeling in den laatsten eenigszins gewijzigd wordt.

Wij bevonden dat de oppervlakte van het water in den put 2,15 meter onder de zich even boven de oppervlakte des bodems verheffende opening der boorbuis is gelegen. De oppervlakte des bodems aldaar bevindt zich ongeveer 3,8 meter boven A.P. Van de 365 meters, waarover zich onze waarnemingen uitstrekken, liggen derhalve 361,2 meters onder het gemiddelde zeevlak.

Bij nagenoeg alle door vroegere onderzoekers in het werk gestelde waarnemingen der temperatuur-toeneming in den bodem heeft men eene merkelyk snellere toeneming gevonden. Gelyk men weet, wordt die toeneming gemiddell op ongeveer 1° voor elke 30 meters gesteld, terwijl hier die toeneming weinig meer dan de helft daarvan bedraagt. Er is derhalve allezins reden om te vermoeden dat in dit geval de nabijheid van het koudere zewater invloed uitoefent op de temperatuur der bovenste bodemlagen, maar dat die invloed minder merkbaar wordt, wanneer men in zeer diepe, ver beneden den zeebodem gelegen lagen doordringt.

Het ware voorzeker wenschelyk de daaromtrent nog bestaande twijfelingen door een vernieuwd onderzoek met betere hulpmiddelen, en wel bepaaldelyk met eenen thermoelektrischen toestel, geheel op te heffen. De mogelijkheid hiertoe blijft voor het vervolg bestaan, daar het stadelijk bestuur besloten heeft den put niet te doen opvullen maar slechts met een steen te doen sluiten.

OVERZIGT

VAN DE

BOEKEN, KAARTEN, PENNINGEN ENZ.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER - BAKELS.

OVERZIGT

VAN DE

BOEKEN, KAARTEN, PENNINGEN ENZ.,

INGEKOKEN BIJ DE

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN,

TE AMSTERDAM.

VAN APRIL 1878 TOT EN MET MAART 1879.



AMSTERDAM,

JOHANNES MÜLLER.

1879.

OVERZIGT

VAN DE

BOEKWERKEN

DOOR DE

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN

ONTVANGEN EN AANDEKOCHT.

1878—1879.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND APRIL 1878.

N E D E R L A N D.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij
ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878. 4^o Reeks.
Deel II. Maart. 8^o.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Neder-
landsch-Indië; uitgegeven door het Koninklijk Instituut
voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-
Indië. 's Hage 1878. 4^o Reeks. Deel I. Stuk 3. 8^o.

Tijdschrift voor entomologie; uitgegeven door de Neder-
landsche entomologische vereeniging. 's Hage 1878.
Deel XXI. Afl. 2. 8^o.

- Tijdschrift der Nederlandsche Dierkundige Vereeniging.
's Hage 1878. Deel III. Afl. 4. 8°.
- Mededeelingen en berichten der Geldersche Maatschappij
van Landbouw over 1878. Zutphen 1878. N°. 1. 8°.
- Verslagen van de Vereeniging tot verbetering der volks-
gezondheid. Utrecht 1878. Deel X. Afl. 2. 8°.
- Bouwkundige bijdragen uitgegeven door de Maatschappij
tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1877. Deel
XXIV. St. 1. 4°. Met platen.
- De Volksvlijt; tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel
en scheepvaart. Amsterdam 1877. N°. 9—10. 8°.
- J. SWART. Tijdschrift voor het zeewezen. Amsterdam 1877.
N°. 4. 8°.
- Nieuwe Bijdragen voor rechtsgeleerdheid en wetgeving.
Amsterdam 1877. Nieuwe Reeks. Deel III. 8°.
- Rechtsgeleerd bijblad, behoorende tot de Nieuwe Bijdragen
voor rechtsgeleerdheid en wetgeving. Amsterdam 1877.
Nieuwe Reeks. Deel III. Afd. A—D. 8°.
- S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN. Sepp's Nederlandsche
insecten. 's Hage 1878. 2^e Serie. Deel IV. N°. 5—6. 4°.
- R. FRUIN. Bijdragen voor vaderlandsche geschiedenis en
oudheidkunde. 's Hage 1878. Nieuwe Reeks. Deel X.
St. 1. 8°.
- E. VERWIJS. Van enen manne die gherne cnollen ver-
coopt ene goede boerde. 's Hage 1878. 8°.
- A. HEYNSIUS. Onderzoekingen gedaan in het Physiologisch
Laboratorium der Universiteit te Leiden. 1878. Deel
IV. 8°.

F. A. M. BOELE VAN HENSBROEK. Lodovico Guicciardini, descrittione di tutti i paesi bassi. De oudste beschrijving der Nederlanden, in hare verschillende uitgaven en vertalingen beschouwd. (Overgedrukt uit de Bijdragen en Mededeelingen van het Historisch Genootschap te Utrecht. Dl. I.) 8°.

De Navorscher. Amsterdam 1878. Nieuwe Serie. Jaarg. 11. Afl. 3. 8°.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de Schelde, waargenomen in de maand October 1877. 's Hage 1877. Folio.

Statistiek van den handel en de scheepvaart van het Koninkrijk der Nederlanden. 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Februarij 1878. Folio.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor Nijverheid en Landbouw in Nederlandsch-Indië. Batavia 1878. Deel XXIII. Afl. 1—2. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1878. 2^e Série. Tome XIV. N°. 1—2. 8°.

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. Juillet 1878. 4^e.

Annuaire statistique de la Belgique; publié par le Ministère de l'Intérieur. Bruxelles 1878. 8^e Année. 1877. 8°.

M. GACHARD. Recueil des ordonnances des Pays-Bas autrichiennes. Bruxelles 1877. 3^e Série (1700—1794). Tome IV. Folio.

Mémoires de la Société royale des sciences de Liège.
Bruxelles 1877. 2^e Série. Tome VI. 8^o.

Inhoud :

- OLOESENER. Études sur l'électro-dynamique et l'électro-magnétisme.
L. G. DE KONINCK. Recherches sur les fossiles paléozoïques de la Nouvelle-Galle du Sud (Australie).
E. CATALAN. Théorie analytique des lignes de courbure.
——— Théorèmes d'arithmétique.
L. HOUTAIN. Quelques réflexions sur l'enseignement supérieur.
E. TERSSSEN. Mémoire sur la résistance des canons treffés, particulièrement de ceux en fonte.
CH. HERMITE. Note sur une formule de Jacobi.

Vlaamsche Bibliographie, uitgave van het Willems-Fonds.
Gent 1878. 8^o.

F R A N K R I J K.

Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences.
Paris 1878. Tome LXXXVI. N^o. 11—14. 4^o.

Bulletin de la Société botanique de France. Paris 1877.
Tome XXIV. (Revue bibliographique). 8^o.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris
1878. Tome VI. N^o. 3. 8^o.

v. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les
plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1878.
Livr. 4—7. 8^o.

Journal d'hygiène. Paris 1878. Vol. III. N^o. 79—82. 4^o.

Actes de l'Académie nationale des sciences, belles-lettres
et arts de Bordeaux. Paris 1874—1875. 3^e Série.
Année 36—37. 8^o.

Mémoires de la Société des sciences physiques et naturel-
les de Bordeaux. Paris 1878. 2^e Série. Tome II. N^o. 2. 8^o.

Inhoud :

- HAUTRELET. Annexe à la communication sur les grandes sondes.
A. BAUDEIMONT. Cinquième mémoire sur la structure du corps.
P. TANNERY. Hippocras de Chio et la quadrature des lunules.
GASTY. Du plus court chemin sur une surface de révolution entre deux points de la génératrice.
P. CLETIN. Navigation orthodromique.
JACQUIER. Note sur les propriétés des systèmes de deux forces qui sont équivalentes.

Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie. Caen
1870—1873. 2^e Série. Vol. IV—VII. 8^o.

Mémoires de l'Académie des sciences, arts et belles-lettres.
Dyon 1877. 3^e Série. Tome IV. 8^o.

Inhoud :

- Correspondance de *Gaspard de Saulx-Tavanes*. (1552—1573).
J. MARTIN. Le Callovien et l'Oxfordien du versant méditerranéen de la Côte d'Or, et rectifications à la carte du département relativement à ces étages.
TH. D'ANTOQUON. Sur les lignes de courbure.
L. MARCHANT. De Candolle en Bourgogne; son séjour à Saint-Seine-en-Bâche, sa correspondance botanique avec le Dr. Lordy.
Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique. Valenciennes 1878. Tome XXXI. N^o. 1—2. 8^o.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Philosophical Transactions of the Royal Society. London
1877. Vol. CLXVI. Part. 2 Vol. CLXVII. Part. 1. 4^o.

Inhoud. Vol. CLXVI. Part. 2:

- W. CROOKES. On repulsion resulting from radiation.
CH. S. THOMAS. On the development and succession of the poison-fangs of snakes.
J. A. BROOKS. On the variations of the daily mean horizontal force of the earth's magnetism produced by the sun's rotation and the moon's synodical and tropical revolutions.
T. E. THORPE and A. W. REEVE. On the expansion of sea-water by heat.
TH. ANDREWS. The Bakerian lecture. On the gaseous state of matter

- H. WATNEY. The minute Anatomy of the alimentary canal.
J. HOPKINSON. The residual charge of the Leyden Jar.
J. PRIESTLEY. On the physiological action of Vanadium.
E. CRESWELL BABER. Contributions to the minute Anatomy of the Thyroid Gland of the dog.
W. TURNER. On the placentation of the lemurs.
V. VON LANO. Experiments on the friction between water and air.
W. KITCHEN PARKER. On the structure and development of the skull in the Batrachia.
C. W. SIEMENS. On determining the depth of the sea without the use of the sounding-line.
W. THOMSON. Electrodynanic qualities of metals.
A. SCHUSTER. On the nature of the force producing the motion of a body exposed to rays of heat and light.
O. REYNOLDS. On the forces caused by the communication of heat between a surface and a gas; and on a new Photometer.

Vol. CLXVII. Part. 1:

- J. CLERK MAXWELL. On the determination of *Verdet's* constant in absolute units.
B. C. BRODIE. The calculus of chemical operations; being a method for the investigation, by means of symbols, of the laws of the distribution of weight in chemical change.
C. WYVILLE THOMSON. On the structure of a species of *Millepora* occurring at Tahiti, Society Islands.
CH. SADWELL. A contribution to terrestrial magnetism; being the record of observations of the magnetical inclination or dip, made during the voyage of H. M. S. "Iron Duke" to China and Japan 1871—75.
JOHN TYNDALL. Further researches on the department and vital persistence of putrefactive and infective organisms from a physical point of view.
H. E. ROSCOE and T. E. THORPE. On the absorption-spectra of Bromine and of Jodine Monochloride.
W. C. WILLIAMSON. On the organization of the fossil plants of the Coal-measures.
G. H. DARWIN. On the influence of geological changes on the earth's axis of rotation.
W. G. ADAMS. The action of light on Selenium.

Proceedings of the Royal Society. London 1878. Vol. XXV.
N^o. 175—183. 8^o.

Royal Society. Catalogue of scientific papers. London 1877.
Vol. VII. 4^o.

Proceedings of the Royal Geographical Society. London
1878. Vol. XXII. N^o. 2. 8^o.

Transactions of the Zoological Society. London 1877—
1878. Vol. X. Part. 3—5. 4°.

Inhoud. Part. 3.

A. S. GARROD. Notes on the Manatee (*Manatus americanus*) recently
living in the Society's gardens.

OWEN. On *Dinornis*: containing a restoration of the Skeleton of *Dinor-
nis maximus*.

Part. 4.

W. S. PARKER. On the structure and development of the skull in sharks
and skates.

Part. 5.

F. M. DUNCAN. A description of the Madreporaria dredged up during
the expedition of H. M. S. "Porcupine" in 1869 and 1870.

Proceedings of the scientific meetings of the Zoological
Society for the year 1877. London 1877—1878. Part.
3—4. 8°.

Medico-chirurgical transactions published by the Royal
Medical and Chirurgical Society. London 1877. 2 Series.
Vol. XLII. 8°.

Memoirs of the Royal Astronomical Society. London 1877.
Vol. XLIII. 4°.

Inhoud:

R. B. ENOCH. The chronology of star-catalogues.

G. KNOTT. Micrometrical measures of double stars.

J. M. WILSON and G. M. SEABROOK. Second catalogue of micrometrical
measures of double stars.

W. HACKNES. Theory of the horizontal Photoheliograph, including its
application to the determination of the solar Parallax by means of
transits of Venus.

W. HALL. The sidereal system.

K. WOLF. Mémoire sur la période commune à la fréquence des taches
solaires et à la variation de la déclinaison magnétique.

Proceedings of the Royal Institution of Great-Britain.
London 1877. Vol. VIII. Part. 3—4. 8°.

List of the members of the Royal Institution of Great-Britain. London 1877. 8°.

Proceedings of the Literary and Philosophical Society of Liverpool. London and Liverpool 1877. N°. XXXI. 8°.

Journal of the Royal Geological Society of Ireland. London and Dublin 1876—1877. New Series. Vol. IV. Part. 3—4. 8°.

Astronomical Observations made at the Royal Observatory. Edinburgh 1877. Vol. XIV. 4°.

D U I T S C H L A N D.

Monatsbericht der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1878. Januar. 8°.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und die Fischerei. Berlin 1878. Jahrg 1877. Heft 3—6. Oblong.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1878. Band LXXII. Heft 3. 8°.

Abhandlungen der kön. Gesellschaft der Wissenschaften. Göttingen 1877. Band XXII. 4°

Inhoud:

K. F. H. MARX. Uebersichtliche Anordnung der die Medicin betreffenden Ausprüche des Philosophen L. A. Seneca.

K. SCHERING. Analytische Theorie der Determinanten.

————— Carl Friedrich Gauss' Geburtstag nach hundertjähriger Wiederkehr.

III. HENFELY Hermes, Mithras, Tartaros

F. WÜSTENFELD Die Uebersetzungen Arabischer Werke in das Lateinische seit dem XI Jahrhundert.

F. DE LAGARDE. Armonische Studien.

Nachrichten von der kön. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität. Göttingen 1877. 8°.

J. B. LISTING. Neue geometrische und dynamische Constanten des Erdkörpers. Göttingen 1878 (aus den Nachrichten der kön. Gesellschaft der Wissenschaften). 8°.

Der Zoologische Garten. Frankfurt a/M. 1877. Jahrg. 18. N°. 4—6. 8°.

Verhandlungen des Naturwissenschaftlichen Vereins von Hamburg-Altona in den Jahren 1875 und 1876. Hamburg 1877. Neue Folge. Theil I. 8°.

Sitzungsberichte der Naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig. 1877. N°. 2—10. 8°.

54^{er} Jahres-Bericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. Breslau 1877. 8°.

A. PETERMANN. Mittheilungen aus JUSTUS PERTHES' geographischer Anstalt. Gotha 1878. Band XXIV. Heft 3—4. Ergänzungsheft. N°. 53. 4°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1877. Heft 3—4. 8°.

Württembergische Jahrbücher für Statistik und Landeskunde, herausgegeben von dem kön. statistisch-topographischen Bureau. Stuttgart 1877. Heft 4—5. Roy. 8°.

Z W I T S E R L A N D.

Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1876. Bern 1877. N°. 996—922. 8°.

Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Basel. 1877. Jahresbericht 1875—76. 8°.

Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel.
1878. Theil VI. Heft 3. 8°.

Neue Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Ge-
sellschaft für die gesammten Naturwissenschaften. Zü-
rich 1877. Band XXVII. 4°.

Inhoud:

H. LEBERT. Die Spinnen der Schweiz.

I T A L I Ë.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1878. Serie 3.
Vol. II. Fasc. 3. 4°.

Bollettino della Societa Adriatica di scienze naturali. Trieste
1878. Vol. III. N° 3. 8°.

Processi Verbali della Societa Toscana di scienze naturali
di 10 Marzo 1878. 8°.

G. M. CARDONI. Ravenna antica. Lettera 13. 8°.

D. TOMMASI. Sull' azione della cosi detta forza catalitica
spiegata secondo la teoria termodinamica. (Estratto dai
Rendiconti del R. Istituto Lombardo Serie II. Vol XI.
Fasc 3). 8°.

D E N E M A R K E N.

Mémoires de l'Académie royale de Copenhague. 1877.
5^e Série. Vol. V. N° 2. 4°.

Inhoud:

LASER. Det ioniske kapitæls oprindelse og forhistorie.

Questions mises au concours pour l'année 1878 par l'Académie royale danoise des sciences et des lettres. 8°.

R U S L A N D.

H. WILD. Repertorium für Meteorologie. St. Petersburg
1877. Band V. Heft 2. Folio.

——— Die Temperatur-Verhältnisse des Russischen Rei-
ches. St. Petersburg 1877. 1^o Hälfte. Folio

Nova Acta regiae societatis scientiarum Upsaliensis. Upsa-
liae 1877. 4^o.

Correspondenzblatt des naturforscher-Vereins zu Riga. 1877.
Jahrg. 22. 8^o.

N O O R D - A M E R I K A.

F. V. HAYDEN. Report of the United States geological
survey of the territories Washington 1878. Vol. VII. 4^o.

Report of the Commissioner of Agriculture of the opera-
tions of the Department for the year 1876. Washing-
ton 1877. 8^o.

Journal of the Academy of natural sciences. Philadelphia
1877. New Series. Vol. III. Part 3. 4^o.

Proceedings of the American Academy of arts and scien-
ces. Boston 1877. New Series. Vol. V. Part. 1. 8^o.

Chicago Academy of sciences. Annual address Chicago
1878. 8^o.

JOHN DEAN CATON. Artesian Wells. Chicago 1878. 8^o.

The American Journal of Science and Arts. New Haven
1877. 3 Series. Vol XIV. N^o. 83—86. 8^o.

Boletin del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana. Mexico 1878. Tomo II. N^o. 21—35. Folio.

A A N G E K O C H T.

The Annals and Magazine of Natural History. London 1878. 5 Series. Vol. I. N^o. 4. 8^o.

The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. London 1878. 5 Series. Vol. V. N^o. 31. 8^o.

F. H. TROSCHEL. Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1878. Jahrg. 44. Heft 2. 8^o.

Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1878. Neue Folge. Band III. Heft 1—3. Beiblätter. Band II. St. 1—3. Ergänzung. Band VIII. St. 4. 8^o.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1878. N^o. 7—12. Nachrichten. N^o. 3—6. 8^o.

DINGLER'S Polytechnisches Journal. Augsburg 1878. Band CCXXVII. Heft 2—5. 8^o.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève & Lansanne 1878. N^o. 243—244. 8^o.

TEN GESCHENKE EN IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND MEI 1878.

N E D E R L A N D.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878. 4^e Reeks. Deel II. April 1878. 8^o.

Punten van beschrijving voor de 101^{ste} algemeene vergadering en het congres der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid, op Dingsdag 9 Julij 1878 en volgende dagen, te Gouda. 8^o.

Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs. 's Hage 1878. Afl. 3. 1^{ste} en 2^{de} gedeelte. 4^o.

Afbeeldingen van oude bestaande gebouwen; uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1878. Afl. 20. Folio.

P. SAGTOLAS. Zelandia illustrata. Middelburg 1878. Deel II. Afl. 1. 8^o.

Stedelijk Museum te Alkmaar. Verslag over het jaar 1877. 8^o.

Verslag over den staat van het Instituut tot onderwijs van blinden en van het Gesticht voor volwassen blinden te Amsterdam, gedurende het tijdvak van Juli 1858—April 1878, opgemaakt door den Bestuurder-Voorzitter J. VAN OZUNS, bij gelegenheid van het LXXjarig bestaan van het Instituut. Amsterdam 1878. 8^o.

J. A. FRUIN. Dingtalen van Delft. 8^o.

A. C. J. VAN DER KEMP. De bedevaarten onzer landgenooten. 8^o.

De Navorscher. Amsterdam 1878. Nieuwe Serie. Jaarg. 11. Afl. 4. 8°.

Verslag van den Rijksarchivaris aangaande het Rijksarchief, gedurende 1877. 8°.

Verslag aan den Koning over de openbare werken in het jaar 1876. 's Hage 1878. 4°.

Bijlage XVI van het Verslag aan den Koning over de openbare werken in het jaar 1876. 's Hage 1878. 4°.

Verslag over den staat der Gestichten voor krankzinnigen, in de jaren 1869—1874, aan den Minister van Binnenlandsche Zaken ingediend door de Inspecteurs dier gestichten. 's Hage 1878. 4°. Met een atlas met plattegrondteekeningen van de gestichten.

Statistiek van den handel en de scheepvaart van het koninkrijk der Nederlanden. 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Maart 1878. Folio.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de Zeeuwsche Stroomen, waargenomen in de maand December 1877. 's Hage 1878. Folio.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië. Batavia 1878. Deel XXIII. Afl. 3. 8°.

Geneeskundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1878. Nieuwe Serie. Deel VII. Afl. 6. 8°.

K. F. HOLLE. De klok of kohhol van Galoeh en beschreven steen uit de Afdeling Tasikmalaja, residentie Preanger. 8°.

B E L G I E.

Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique.
Bruxelles 1878. 2^e Série. Tome XLV. N^o. 3. 8^o.

Bulletin de l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1878.
3^e Série. Tome XII. N^o. 3. 8^o.

Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1878. Tome IV.
Fasc. 4. 8^o.

Compte-rendu de la Société entomologique de Belgique.
Bruxelles 1878. Série 2. N^o. 50—51. 8^o.

S. J. LEGLERCQ. Coutumes des pays, duché de Luxembourg
et comté de Chiny. Bruxelles 1878. Supplément. 4^o.

Procès verbaux des séances de la Commission royale pour
la publication des anciennes lois et ordonnances de la
Belgique. Bruxelles 1878. Vol. VI. Cahier 6. 8^o.

Annales de l'Observatoire royal de Belgique. Bruxelles 1878.
Août 1877. 4^o.

J. PLATEAU. Bibliographie analytique des principaux phé-
nomènes subjectifs de la vision, depuis les temps anciens
jusqu'à la fin du XVIII^e siècle. 2^{me} et 3^{me} section. 4^o.

F R A N K R I J K.

Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences.
Paris 1878. Tome LXXXVI. N^o. 15—19. 4^o.

Bulletin de la Société botanique de France. Paris 1877.
Tome XXIV. 8^o.

v. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1878. Livr. 8—12. Roy. 8°.

Journal d'Hygiène. Paris 1878. Vol. III. N°. 83—87 4°.

A AUSIASME. De la rotation diurne de la terre. Paris 1863. 8°.

Bulletin historique de la Société des Antiquaires de la Morinie. St Omer 1877—1878. Nouvelle Série. Livr. 103—104. 8°.

Mémoires de la Société d'émulation de Cambrai. 1878. Tome XXXIV. 8°.

Inhoud.

BULTEAU. Étude archéologique sur le sarcophage de Saint Piat, à Seclin DE VENDEGIES. Le carpentier généalogiste.

BOISSONNET. Un page d'histoire de la Picardie et du Cambresis en 1552.

DURIEUX. Renseignements sur la localité de Cambrai.

BULTEAU. Étude sur les sept arts libéraux au moyen âge, en France.

DURIEUX. Les logements de la Paix des Dames

DECKOOS. Flandre et Artois La bienfaisance publique au XVI^e siècle.

DOUNON. Description des parasites étiologie et pathogénie de la diarrhée de Cochinchine et des affections parasitaires du tube digestif. Toulon 1877. 8°.

——— Traitement de la diarrhée de Cochinchine et des affections parasitaires. Toulon 1877. 8°.

——— Guide pratique pour le traitement par la chlorodyne de la diarrhée de Cochinchine et des affections parasitaires du tube digestif. Toulon 1877. 8°.

——— Anatomie pathologique de la diarrhée de Cochinchine. Toulon 1877. 8°.

——— Suppression de la dyssenterie par l'ébullition de l'eau. Toulon 1877. 8°.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique. Valenciennes 1878. Tome XXXI. N^o. 3—4. 8^o.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Monthly notices of the Royal Astronomical Society. London 1878. Vol. XXXVIII. N^o. 6. 8^o.

O O S T E N R I J K.

Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark. Graz 1878. Jahrg. 1877. 8^o.

D U I T S C H L A N D.

Monatsbericht der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1878. Februar. 8^o.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1878. Jahrg. 1877. Heft VIII. August. Oblong.

Abhandlungen herausgegeben vom naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen. 1877—1878. Band V. Heft 3—4. Beilage N^o. 6. 8^o.

OTTO HERGT. Die Valenztheorie in ihrer geschichtlichen Entwicklung und jetzigen Form. Bremen 1878. 8^o.

Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1878. Jahrg. 13. Heft. 1. 8^o.

Z W I T S E R L A N D.

Bulletin de la Société Vaudoise des sciences naturelles. Lausanne 1878. 2^e Série. Vol. XV. N^o. 79. 8^o.

I T A L I Ë.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1878. Serie 3.
Vol. II. Fasc. 4—5. 4°.

P. MANTEGAZZA. Archivio per l'anthropologia e la etnologia.
Firenze 1878. Vol. VIII. Fasc. 1. 8°.

G. M. CARDONI. Ravenna antica. Faenza 1878. Lettera
15. 8°.

Processi Verbali di Societa Toscana di scienze naturali di
5 Maggio 1878. Pisa 1878. 8°.

Giornale di scienze naturali ed economiche, pubblicato per
cura della Societa di scienze naturali ed economiche.
Palermo 1877. Vol. XII. 4°.

P O R T U G A L.

Annaes da Commissao central permanente de geographia.
Lisboa 1877. 8°.

R U S L A N D.

Bulletin de l'Académie impériale des sciences. St. Peters-
bourg 1878. Tome XXIV. N°. 4. 4°.

A Z I Ë.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und
Völkerkunde Ostasien's. Yokohama November 1877.
Heft 13. Folio.

H. F. BLANFORD. The Indian Meteorologist's Vade-Mecum.
Calcutta 1875—1877. Part. 1—2. 4°.

H. P. BLANFORD. Tables for the reduction of meteorological observations in India. Calcutta 1876. 4°.

N O O R D - A M E R I K A.

Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Cambridge 1878. Vol. V. N°. 1. 8°.

Boletin del Ministerio de Fomento dela republica Mexicana. Mexico 1878. Vol. 11. N°. 36—49. Folio.

Revista meteorologica mensual. Mexico 1878. Enero de 1878. 8°.

A A N G E K O C H T.

J. P. AREND. Algemeene geschiedenis des vaderlands. Haarlem 1878. Deel IV. Stuk 2. Afl. 10—11. 8°.

Annales de chimie et de physique. Paris 1878. 5° Série. Tome XIII. Mars 1878. 8°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Paris 1877. 2° Série. Tome I. Décembre. 8°.

The Annals and Magazine of Natural History. London 1878. 5 Series. Vol. I. N°. 5. 8°.

The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. London 1878. 5 Series. Vol. V. N°. 32. 8°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève 1878. No. 245. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND JUNIJ 1878.

N E D E R L A N D.

- Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878. 4^o Reeks. Deel II. Mei. 8^o.
- Notice historique de la Société Néerlandaise pour le progrès de l'industrie. Harlem 1878. 8^o.
- Nieuw Archief voor wiskunde. Amsterdam 1878. Deel IV. St. 2. 8^o.
- Catalogus der Bibliotheek van het Departement van Oorlog. Breda 1878. 8^o.
- Publications de la Société historique et archéologique dans le duché de Limbourg. Ruremonde 1877. Tome XIV. 8^o.
- Berigt betreffende het Noordzeekanaal, en de uitwatering van Rijnland, Schermerboezem en Amstelland. 1877. 4^o.
- Graphische voorstelling der waterstanden in de Zuiderzee bij Zeeburg, in het Y voor Amsterdam, en op Rijnland's boezem te Spaarndam, van 1 Junij 1872 tot en met 25 Maart 1876. 4^o.
- Uitkomsten van de in 1877 uitgevoerde nauwkeurigheds-waterpassing, V Oldenzaal—Salzbergen, VI Amersfoort—Maastricht. Folio.
- Memoriaal van de Marine. Amsterdam 1878. Afl. 13. Folio.
- De Navorscher. Amsterdam 1878. Nieuwe Serie. Jaarg. 11. Afl. 5. 8^o.

De Volksvlijt; tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel en scheepvaart. Amsterdam 1877. N°. 11—12. 8°.

Verslag van den raad van beheer der vereeniging „*Het Nederlandsch Tooneel*”, uitgebracht in de algemeene vergadering van deelhebbers op Vrijdag 21 Juni 1878. 8°.

J. ROMENY. Over methyleenmethylamine. (Academisch proefschrift). Amsterdam 1878. 8°.

J. A. C. VAN HEUSDE. L'améthyste signée dalion au cabinet des médailles et pierres gravées du roi des Pays-Bas. la Haye 1878. 8°.

J. A. FRUIN. De Nederlandsche wetboeken, zooals zij tot op 1 Januari 1876 zijn gewijzigd en aangevuld. Utrecht en 's Hage 1878. Afl. 6. 8°.

Catalogus der Bibliotheek der Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale welvaart. Zwolle 1877. 8°.

Statistiek van den handel en de scheepvaart van het Koninkrijk der Nederlanden. 's Hage April 1878. Nieuwe Serie. Folio.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de boven- en nieuwe Merwede, den Amer, de Noord, Dordtsche kil, het Hollandsch diep en Haringvliet, waargenomen in de maand November 1877. 's Hage 1878. Folio.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Notulen van de Algemeene en Bestuurs-vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1878. Deel XV. N°. 2—4. 8°.

Tijdschrift voor Indische taal-, land- en volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Batavia 1878. Afl. 6. 8°.

B E L G I Ë.

Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1878. 2^e Série. Tome XLV. N^o. 4. 8^o.

Bulletin de l'Académie royale de médecine de Belgique. Bruxelles 1878. 3^e Série. Tome XII. N^o. 4—5. 8^o.

Observations météorologiques de l'observatoire royal. Bruxelles 1878. Janvier—Février. 8^o.

C. A. FREDERICQ. Handboek van gezondheidsleer voor alle standen. Gent 1878. 8^o.

F R A N K R I J K.

Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences. Paris 1878. Tome LXXXVI. N^o. 20—23. 4^o.

V. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1878. Livr. 13—17. roy 8^o.

LEGRAND. La Nouvelle Société Indo-Chinoise fondée par M. le Marquis DE CROIZIER et son ouvrage *l'art khmer*. Paris 1878. 8^o.

Journal d'hygiène. Paris 1878. 3^e Année. Vol. III. N^o. 88—92. 4^o.

Bulletin de la Société des Antiquaires de Picardie. Amiens 1878. Année 1878. N^o. 1. 8^o.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique. Valenciennes 1878. Tome XXXI. N^o. 5. 8^o.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Transactions of the Zoological Society. London 1878.
Vol. X. Part. 6. 4°.

Inhoud:

W. K. PARKER. On the skull of the Aegithognathous Birds.

Proceedings of the scientific meetings of the Zoological
Society. London 1878. Part. 1. 8°.

Monthly notices of the Royal Astronomical Society. Lon-
don 1878. Vol. XXXVIII. N^o. 7. 8°.

Proceedings of the Royal Geographical Society London
1878. Vol. XXII. N^o. 3. 8°.

O O S T E N R I J K.

Astronomische, magnetische und meteorologische Beobach-
tungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1877.
Prag 1878. Jahrg. 38. 4°.

Jahres-Bericht des Natur-historischen Vereines „*Lotos*“ für
1877. Prag 1878. 8°.

D U I T S C H L A N D.

Monatsbericht der kon. preussischen Akademie der Wissen-
schaften. Berlin 1878. März -- April. 8°.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und
Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1878.
Band LXXII. Heft 4. Band LXXIII. Heft 1. 8°.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen
Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee
und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1878. Jahrg.
1877. Heft IX—X. Oblong.

R. HOPPE. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik.
Leipzig 1878. Theil LXII. Heft 1. 8°.

Verhandlungen der physikal.-medicin. Gesellschaft in Würz-
burg. 1878. Neue Folge. Band XII. Heft 1—2. 8°.

XIX bis XXV Bericht des Vereins für Naturkunde. Cas-
sel 1876—1878. 8°.

V Bericht des Vereins für Naturkunde. Fulda 1878. 8°.

Nenes Lausitzisches Magazin, im Auftrage der oberlausit-
zischen Gesellschaft der Wissenschaften. Görlitz 1878.
Band LIV. Heft 1. 8°.

A. PETERMANN. Mittheilungen aus Justus Perthes' geogra-
phischer Anstalt. Gotha 1878. Band XXIV. N°. 5.
Ergänzungsheft. N°. 54. 4°.

Abhandlungen der historischen Classe der kön. bayerischen
Akademie der Wissenschaften. Munchen 1877. Band
XIII. 3° Abth. 4°.

Inhoud :

FRANZ X. WEGELE. Corpus Regulæ seu Calendarium Domus S. Kiliani
Wirceburgensis sæcula IX—XIV amplectens.

L. ROCKINGER. Berthold von Regensburg und Raimund von Peniafort
im sogenannten Schwabenspiegel.

Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der
kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Munchen
1877. Band XIV. 2° Abth. 4°.

Inhoud :

LAUTH. Troja's Epoche.

K. V. MAUER. Norwegens Schenkung an den heiligen Olaf

W. V. CHRIST. Theilung des Chors im attischen Drama mit Bezug auf
die metrische Form der Chorlieder.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der
k. b. Akademie der Wissenschaften. Munchen 1877.
Heft 3. 8°.

J. VON DÖLLINGER. Aventin und seine Zeit. Rede gehalten im Namen der historischen Classe in der zur Vorfeier des Geburts- und Namenfestes Sr. Majestät des Königs am 25 August 1877 gehaltenen öffentlichen Sitzung der k. Akademie der Wissenschaften. München 1877. 8°.

Bestimmung der geographischen Breite der kön. Sternwarte bei München. 1877. Supplement zum XXI Bande der Annalen. 4°.

Annalen des Vereins für Nassauische Alterthumskunde und Geschichtsforschung. Wiesbaden 1874—1877. Band XIII und Band XIV. N°. 1—2. roy. 8°.

I T A L I Ë.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1877. Serie Terza. Vol. I. Memorie della classe di scienze morali, storiche e filologiche. 4°.

Inhoud:

J. C. O. BOOT. Johannis Frederici Gronovii ad Albertum Rubenium Epistolae X.

PIORELLI. Notizie degli scavi di antichità.

CARUTTI. Di Giovanni Eckio e della istituzione dell'Accademia dei Lincei con alcune note inedite intorno a Galileo.

MONISTABILE. Di un anello etrusco in argento della collezione Strozzi in Firenze.

CIAMPI. Sopra alcuni documenti della storia civile del medio evo di Roma.

CARUTTI. Giunta all'elenco delle opere di Giovanni Eckio.

WERNERGO. La critica storica e gli studi intorno alle istituzioni finanziarie, principalmente nelle repubbliche italiane del medio evo.

FERRI. Cenni su Giuseppe Ferrari e le sue dottrine.

FERRI. Sulla durata della vita umana in Italia.

PIORINI. Le abitazioni lacustri di Peschiera nel Lago di Garda.

GIAMBROVIO. Alcuni cenni storici sulla cittadinanza romana.

CIAMPI. L'epistolario inedito di Fabio Chigi poi papa Alessandro VII.

DE RUGGIERO. Lo stato e il diritto di cittadinanza in Roma.

BILIBIS. Osservazioni sopra il commercio dell'ambra.

SCHIATTABELLA. La missione dello stato.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1877. Serie Terza. Vol. I. Disp. 1—2. Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Inhoud: Vol. I. Disp. 1.

- RASPIGHI. Sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.
COSSA. Sul fluoruro di magnesio.
ROITI. La velocità teorica del suono e la velocità molecolare dei gas.
STRUEVER. Studi petrografici sul Lazio.
SCHIFF. Intorno alla costituzione del cloralammonio e dell'aldeidato d'ammonio.
VOLPICELLI. Sull' elettrostatico inducente costante. (appendice seconda).
BOLL. Studi sulle immagini microscopiche della fibra nervosa midollare.
STRUEVER. Studi sui minerali del Lazio (parte seconda).
OASTALDI. Su alcuni fossili paleozoici delle Alpi marittime e dell' Apennino ligure studiati da G. Michelotti.
VOLPICELLI. Ad una obbiezione contro la teorica del Melloni sulla elettrostatica influenza.
SMITH. Mémoire sur les équations modulaires.
PISATI. Su la dilatazione, la capillarità e la viscosità del solfo fuso.
UZIELLI. Sopra la Titanite e l'Apatite della Lama dello Spedalaccio.
KELLER. Sulla direzione della gravità alla stazione Barberini sul Monte Mario.
VOLPICELLI. Sul piano di prova piccolissimo e non condensante.
PISATI, SAPORITO e SCICCHILONE. Ricerche sperimentali sulle tenacità dei metalli a diverse temperature.
BARRETTI. Studi geologici sul gruppo del Gran Paradiso.
RIGHI. Ricerche sperimentali sulle scariche elettriche.
CERRUTI. Intorno alle piccole oscillazioni di un corpo rigido interamente libero.
BOLL. Sull' Anatomia e Fisiologia della retina.
RETICCHI. Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1876.
VANZAGO. Sopra alcuni Miriapodi cavernicoli della Francia e della Spagna.
COLASANTI. La durata della vitalità della macula germinativa.
UZIELLI. Studi di Cristallografia teorica.
VOLPICELLI. Risposta alla Nota del socio *Giovanni Cantoni* che ha per titolo: Su una nuova difesa della teorica di Melloni su la elettrostatica induzione.
NELTRAMI. Sulla determinazione sperimentale della densità elettrica alla superficie dei corpi conduttori.
NARDUCCI. Intorno ad un manoscritto della Biblioteca Alessandrina contenente gli apici di Boezio, senz'abaco e con valore di posizione.

Vol. I. Disp. 2:

DE PAOLIS. Le trasformazioni piane doppie.

- FARAMELLI.** Catalogo ragionato delle Rocce del Friuli.
- CAPELLINI.** Balenottero fossili e *Pachyacanthus* dell' Italia Merid.
- BATTAGLINI.** Sul movimento per una linea di 2^o ordine.
- CAPRANICA.** Studi chimico fisiologici sulle materie coloranti della retina.
- VERONESE.** Nuovi teoremi sull' *Hexagrammum Mysticum*.
- SAYIOTTI.** Sopra alcuni punti di statica grafica.
- GAUTERO.** Delle ruote a turbine.
- REMPIGNI.** Osservazioni del diametro solare fatte al R. Osservatorio del Campidoglio nel 1876.
- RETTI.** Sulla propagazione del suono nella odierna teoria degli aeriformi.
- BELLAVITTO.** Sulla risoluzione delle congruenze numeriche, e sulle tavole che danno i logaritmi (indici) degli interi rispetto ai vari moduli.
- BRANCO.** i Vulcani degli Ernici nella Valle del Sacco.
- MERIGNIA.** Effetti di alcuni liquidi specialmente acidi e salini sopra i nodi dei filamenti spermatici, dell' epitelio vibratile, delle opaline e del cuore, nonchè degli acili sulla tenacità dei nervi.
- BARNIS.** Mycologia Romana.
- SHERIFF.** Sopra due nuovi nervi arrestatori.
- CREMONA.** Teoremi stereometrici, dai quali si deducono le proprietà dell' esagrammo di Pascal.
- PONEI.** La Tuzcia Romana e la Tolfa.
- D'OVINO.** Le funzioni metriche fondamentali negli spazii di quante si vogliono dimensioni e di curvatura costante.
- MILONE.** Sulla origine della cellula gigantesca del tubercolo.
- VOLPICELLI.** Risposta alle obiezioni fatte dal prof. G. Pisati contro la moderna teoria di Melloni sulla elettrostatica induzione.
- LEMONA.** Studi sugli anfibi anuri del Piemonte.
- RETTI.** Delle alterazioni alle quali soggiace il granturco (*Zea mays*) e specialmente di quello che ingenera la pellagra.
- REICHENHEIM.** Sopra il midollo spinale ed il lobo elettrico della torpedine.
- BOLOGNA.** Nuculidi terziarie rinvenute nelle provincie meridionali d'Italia.
- VOLPICELLI.** Risposta ad una Nota del socio G. Cantoni contro la teoria di Melloni sulla elettrostatica induzione.
- BRUNI.** Il marcume od il bruco dell'uva (*Albinia Wockiana* Brisi).
- REMPIGNI.** Sulle osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari fatte al R. Osservatorio del Campidoglio.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1878. Serie Terza. Transunti. Vol. II. Fasc. 6. 4^o

CARUTTI. Liberi Voti. Roma 1878. Ode. 8^o.

— Dies IX Mensis Januari. Il Nove Gennajo vulgarizzamento di Antonio Fiorini. Livorno 1878. 8^o.

D. TOMMASI. Riduzione del cloruro di argento e del cloruro ferrico; estratto dai rendiconti del R. Istituto Lombardo. Serie 2. Vol. XI. Fasc. 6. 8°.

Memorie della Regia Accademia di scienze, lettere ed arti. Modena 1877. Tomo XVII. 4°.

Inhoud:

- P. RICARDI. Esercitazione geometrica II.
E. GIOVANARDE. Intorno ad alcune importanti lesioni cerebrali.
G. OIBELLI. Appunti di patologia vegetabile.
A. RICCO. Relazione fra il minimo angolo visuale e l'intensità luminosa.
G. e A. GIUSEPPE. Studi sopra una nuova malattia dei castagni.
P. D. MARIANNI. Di alcune sperienze relative alla conduttività del sentiero della scintilla elettrica.
A. RICCO. Sopra un fenomeno soggettivo di visione.
A. CARRUCCIO. Nota sulla rara apparizione del *Syrnhaptes Paradoxus* nel modenese.
P. BORTOLOTTI. Spicilegio epigrafico modenese.
G. FRANCIOSI. L'anima nei segreti della coscienza.
G. CAMPORI. Carlo Malnusi.
L. PALMA. L'istruzione obbligatoria.
A. BONASI. Del suffragio universale.
G. CAMPORI. Delle condizioni della stampa nelle Repubbliche e nel primo Regno d'Italia.
P. RICCARDI. Sulle opere di Alessandro Volta.
————— Carte e memorie geografiche e topografiche del modenese.
A. RICCO. Un tubo sonoro di nuovo genere.

N O O R D - A M E R I K A.

Memoirs of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Cambridge 1877—1878. Vol. V. N° 2. Vol. VI. N° 2. 4°.

Inhoud. Vol. V. N° 2:

L. F. DE FOURTALÈS. Report on the Hydroids collected during the exploration of the Gulf Stream.

Vol. VI. N° 2.

L. LESQUEREUX. Report on the Fossil Plants of the auriferous gravel deposits of the Sierra Nevada.

Jahres-Bericht des Naturhistorischen Vereins von Wisconsin für das Jahr 1877—1878. Milwaukee 1877. 8°.

Boletín del Ministerio de Fomento de la República Mexicana. Mexico 1878. Tomo II. N°. 50—61. 63—65. Folio.

A A N G E K O C H T.

J. P. AREND. Algemeene geschiedenis des vaderlands. Haarlem 1878. Deel IV. St. 2. All. 12—13. 8°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Paris 1877. 2^e Série. Tome I. Novembre. 8°.

Annales de chimie et de physique. Paris 1878. 5^e Série. Tome XIII. Avril. 8°.

The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. London 1878. 5 Series. Vol. V. N°. 33. 8°.

The Annals and Magazine of Natural History. London 1878. 5 Series. Vol. I N°. 6. 8°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève & Lausanne. N°. 244 et 246. 8°.

TH. CRENI. Opuscula quae ad historiam et philologiam sacram spectant. Rotterodami 1693—1700 Tom. 1—10. 8°.

————— Faecæ exercitationum philologico-historicarum. Lugduni-Batavorum 1697—1700. Tom. 1—5. 8°.

————— Thesaurus librorum philologicorum et historicorum. Lugduni-Batavorum 1700—1702. Tom. 1—2. 8°.

- TH. CRENI. Animadversiones philologicae et historicae. Lugduni-Batavorum 1697—1709. 17 Part. in 8 Voll. 8°.
- Analecta philologico-critico-historica. Amstelodami 1699. 8°.
- Museum philologicum et historicum. Lugduni-Batavorum 1699. Tom. 1—2. 8°.
- De libris scriptorum optimis et utilissimis exercitatio. Lugduni-Batavorum 1704. 8°.
- Commentationes philologicae et historicae. Amstelodami 1711. 3 Part. in uno Vol. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAANDEN JULIJ, AUGUSTUS EN
SEPTEMBER 1878.

N E D E R L A N D.

- Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles ; publiées par la Société Hollandaise des sciences. Harlem 1878. Tome XIII. Livr. 1—3. 8°.
- Tijdschrift nitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878. 4^e Reeks. Deel II. Junij.—Augustus. 8°.
- Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs. 's Hage 1878. Afl. 4. 1^{ste} en 2^{de} gedeelte. 4°.
- Algemeen verslag van de werkzaamheden, rekening en verantwoording, lijst van geschenken en naamlijst der

leden van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs over het jaar 1877—1878. 's Hage 1878. 4^o.

Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde in Nederlandsch-Indië; uitgegeven door het Koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 's Hage 1878. 4^e Reeks. Deel II. St. 1—2. 8^o.

W. PALMER VAN DEN BROEK. Javaansche vertellingen, bevattende de lotgevallen van een kantjil, een reebok en andere dieren; uitgegeven door het Koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederl.-Indië. 's Hage 1878. 8^o.

H. C. HUMME. Abilsä, een javaansch tooneelstuk (wajang); uitgegeven door het Koninklijk Instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederl.-Indië. 's Hage 1878. 8^o.

Tijdschrift voor entomologie; uitgegeven door de Nederlandsche entomologische vereeniging. 's Hage 1878. Deel XXI. Afl. 3—4. 8^o.

Nederlandsch kruidkundig archief. Verslagen en Mededeelingen der Nederlandsche botanische vereeniging. Nijmegen 1877—1878 2^e Serie. Deel II. St. 4. Deel III. St. 1. 8^o.

Maandelijksche windkaarten van den Noord-Atlantischen Oceaan. 2^de Serie, bevattende de maanden Juni, Juli, Augustus, September, October en November; uitgegeven door het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut. Utrecht 1878. Plano.

De winden op de kust van Atjeh; uitgegeven door het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut. Utrecht 1878. 4^o.

77^{ste} Verslag van het Natuurkundig Genootschap te Groningen over het jaar 1877. 8°.

Bouwkundige bijdragen; uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der Bouwkunst. Amsterdam 1878. Deel XXIV. St. 2—4. 4°.

Nederlandsch tijdschrift voor geneeskunde; orgaan der Nederlandsche Maatschappij tot bevordering der Geneeskunst. Amsterdam 1878. Jaarg. 14. Afd. 2. Afl. 1. 8°.

Zaakregister voor de 12 jaargangen der tweede reeks van het Nederlandsch tijdschrift voor geneeskunde van 1865—1876. Amsterdam 1878. 8°.

Jaarverslag in de 20^{ste} Algemeene Vergadering, op Maandag 27 Mei 1878, uitgebracht door den Voorzitter van het Koninklijk Oudheidkundig Genootschap te Amsterdam. 8°.

Catalogus der Bibliotheek van het Koninklijk Oudheidkundig Genootschap te Amsterdam. 1878. 8°.

Algemeen jaarlijksch verslag van de Maatschappij voor den werkenden stand over het jaar 1877. Amsterdam 1878. 8°.

Nederlandsche vereeniging tot afschaffing van sterken drank. Amsterdam—'s Hage 1878. XXXIV^e Jaarverslag. 8°.

P. M. BRUTEL DE LA RIVIÈRE. Handleiding tot de beoefening der Natuurkunde. Amsterdam 1878. 2^e St. 8°.

Alphabetisch overzicht der tooneelstukken in de Bibliotheek van JOH[®]. HILMAN. Amsterdam 1878. roy. 8°.

Catalogus van de Bibliotheek van het Evangelisch Luthersch Seminarium. Amsterdam 1878. 8°.

P. C. DONDERS. Bedenkingen op het wetsontwerp regelende de voorwaarden tot verkrijging der bevoegdheid van arts, tandmeester, apotheker, enz. Utrecht 1878. 8°.

A. HEYNELIUS. Ueber die Ursachen der Töne und Geräusche im Gefäßsystem. Leiden 1878. 8°.

J. D. B. ACQUOY. Herman de Ruyter, naar uitgegeven en aangegeven authentieke documenten. 's Hertogenbosch 1870. 8°.

————— Jan van Venray (Johannes Ceperinus) en de wording en vestiging der Hervormde Gemeente te Zalt-Bommel. 's Hertogenbosch 1873. 8°.

————— Het nut der beoefening van de geschiedenis der Hervormde Kerk in Nederland. Leiden 1878. roy. 8°.

E. VERWIJS. Jacob van Maerlant's *Naturen Bloeme*. Groningen 1878. 8°.

J. A. C. OUDEMANS. Die Triangulation von Java ausgeführt vom Personal des geographischen Dienstes in Niederländisch Ost-Indien. Zweite Abtheilung, die Basismessung bei Simpjak. Haag 1878. 4°.

S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN. Sepp's Nederlandse illoeren. 's Hage 1878. Serie 2. Deel IV N°. 7—8. 4°.

Flora Batava. Leiden 1875. Af. 241—242. 4°.

D. BIERENS DE HAAS. Notice sur un pamphlet mathématique hollandais; extrait du Bollettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XI. Luglio 1878. 4°.

A. BOGAERS. Woordenboek op de dichtwerken van Mr. W. BIEDERDIJK. Haarlem 1878. roy. 8°.

E. G. LAGEMANS. Recueil des traités et conventions conclus par le royaume des Pays-Bas avec les puissances étrangères, depuis 1813 jusqu'à nos jours. La Haye 1878. Tomo VII. 8°.

Catalogue raisonné de la Bibliothèque de M. LAMBERTUS VINCENTIUS LEDEBOER BZN. Rotterdam 1878. roy. 8°.

DAVID J. A. SAMOT. Wetenschap en speculatie. Iets over de cijfers en de wijze van werken van de Franse levensverzekering-maatschappij „*Le Phenix*”. Rotterdam 1878. 8°.

Memoriaal voor de Marine. Amsterdam 1878. Afl. 14. Fol.

De Navorscher. Amsterdam 1878. Nieuwe Serie. Jaarg. 28. N°. 6—8. 8°.

De Volksvlijt, tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel en scheepvaart. Amsterdam 1878. N°. 1—4. 8°.

J. SWART. Tijdschrift voor het zeewezen. Amsterdam 1878. Nieuwe Serie. N°. 1. 8°.

Catalogus van de Bibliotheek der Rijkslandbouwschool te Wageningen. 1877. 8°.

Programma der Hoogere Burgerschool met zesjarigen cursus te Deventer 1878—79; benevens eene verhandeling van Dr. A. J. KRONENBERG, Politieke Tooneel-libellen uit het laatste gedeelte der 18^{de} eeuw. Deventer 1878. 8°.

Verslag aan den Koning van de bevindingen en handelingen van het Vecartsnijkundig staats-toezigt in het jaar 1877. 's Hage 1878. 4°.

Verslag aan den Koning over de openbare werken in het jaar 1877. 's Hage 1878. 4°.

Verslag aan den Koning over den toestand der telegrafien in Nederland in het jaar 1877. 's Hage 1878. 4°.

Jaarboek van het mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië; uitgegeven op last van Zijne Excellentie den Minister van Koloniën. Amsterdam 1878. Jaarg. 7. Deel I. 8°.

Jaarboek van de Koninklijke Nederlandsche Zeemagt, 1876—1877; uitgegeven door het Departement van Marine. 's Hage 1878. 8°.

Mededeelingen van de Rijks-adviseurs voor de monumenten van geschiedenis en kunst; uitgegeven door het Departement van Binnenlandsche Zaken. 's Hage 1878. Deel I. Afl. 2. Folio.

Beschrijving der vroegere Nederlandsche gemeentezegels in het Rijks-Archief en ook elders bewaard, benevens der buitenlandse in het Rijks-Archief berustend; uitgegeven op last van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken. 's Hage 1878. 8°.

A. J. W. PARNCOMBE SANDERS. Note sur les dispositions législatives qui régissent les sociétés de secours mutuels dans les Pays-Bas. la Haye 1878. 8°.

Verslag van den toestand der provincie Friesland in 1877, aan de Staten van dat gewest gedaan door de Gedeputeerde Staten, in de zomervergadering van 1878. Leeuwarden 1878. 8°.

Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar 1877; uitgegeven door het Departement van Financiën. 's Hage 1878. 1^{ste} Gedeelte. Folio.

Statistiek van den handel en de scheepvaart van het Koninkrijk der Nederlanden, gedurende de maanden Mei — July 1878. 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Folio.

Verzamelingstabellen der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en Wadden, waargenomen in de maanden December 1877 en Januarij 1878. 's Hage 1878. Folio.

Recapitulatietafel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en Wadden, waargenomen in het jaar 1877. 'sHage 1878. Folio.

N E D E R L A N D S C H O O S T - I N D I Ë

Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië; uitgegeven door de Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië. Batavia 1875—1877. 7^e Serie. Deel V—VII. 8^o.

Geneeskundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië; uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskundige wetenschappen. Batavia 1878. Nieuwe Serie. Deel VIII. Afl. 1. 8^o.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië; uitgegeven door de Ned.-Indische Maatschappij van nijverheid en landbouw. Batavia 1878. Deel XXII. Afl. 5—6. Deel XXIII. Afl. 4—7. 8^o.

P. A. BERGSMAN EN L. BACKER OVERBEEK. Bijdrage tot de kennis der weêrsgesteldheid ter kuste van Atjeh. Batavia 1877. 4^o.

B E L G I Ë.

Bulletin de l'Académie royale des sciences. Bruxelles 1878. 2^e Série. Tome XLV. N^o. 5—7. 8^o.

Bulletin de l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1878. 3^e Série. Tome XII. N^o. 6—7. 8^o.

Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1878. Tome IV. Fasc. 5—6. Tome V. Fasc. 1. 8^o.

Comptes-rendus de la Société entomologique de Belgique.
Bruxelles 1878. Série 2. N^o. 52—55. 8^o.

Annales de la Société malacologique de Belgique à Bruxelles.
Année 1876. 2^o Série. Tome I. 8^o.

Procès-verbaux des séances de la Société malacologique de
Belgique. Bruxelles 1877. Tome VI. 8^o.

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. Mars 1878.
Fol

Exposé de la situation du royaume de 1861 à 1875, pu-
blié par le Ministre de l'Intérieur avec le concours de
la Commission centrale de statistique. Bruxelles 1878.
Fasc. 1. roy. 8^o.

Recueil des anciennes coutumes de la Belgique Coutumes
du pays et duché de Brabant (Quartier d'Anvers) Bruxel-
les 1878. Tome VII. 4^o.

J. PLATEAU. Bibliographie analytique des principaux phé-
nomènes subjectifs de la vision, depuis les temps anciens
jusqu'à la fin du XVIII^e siècle. Section 4—6. 4^o.

G. VAN DER MENSBRUGGHE. Etudes sur les variations d'é-
nergie potentielle des surfaces liquides. Bruxelles 1878. 4^o.

FR. DE POTTER ou J. BROECKAERT. Geschiedenis van de
gemeenten der provincie Oost-Vlaanderen. Gent 1878.
Deel XXIV. 8^o.

F R A N K R I J K.

Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences. Pa-
ris 1878. Tome LXXXVI. N^o. 24—25. Tome LXXXVII.
N^o. 1—11. 4^o.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris 1878. 2^{me} Série. Tome VII. N^o. 29—38. 8^o.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1878. Tome VI. N^o. 4—5. 8^o.

Bulletin de la Société botanique de France. Paris 1878. Tome XXV. *Revue bibliographique* A. 8^o.

v. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1878. Livr. 18—30. roy. 8^o.

Journal d'Hygiène. Paris 1878. 3^e Année. Vol. III N^o. 93—105. 4^o.

Annales de la Société Linnéenne de Lyon. Lyon et Paris 1877. Nouvelle Série. Tome XXIII. 8^o.

Annales de la Société d'agriculture, histoire naturelle et arts utiles de Lyon. Lyon et Paris 1877. 4^e Série. Tome IX. 8^o.

Mémoires de la Société nationale des sciences naturelles de Cherbourg. Paris et Cherbourg 1876—77. 2^e Série. Tome X. 8^o.

Luhoud :

ED. DE JANCZEWSKI. Recherches sur le développement du bourgeon dans les Prêles.

————— Note sur le développement du cystocarpe dans les Floridées.

H. JOUAN. Les plantes industrielles de l'Océanie.

DUTOU. Géométrie des flottants. Courbures des surfaces des flottaisons et des centres des isocardnes.

L. F. BERTIN. Sur l'effet comparatif des jets d'air comprimé et des jets de vapeur d'eau lancés dans la cheminée pour le tirage forcé des chaudières.

L. F. BERTIN. Données théoriques et expérimentales sur les vagues et le roulis. (Extrait des Mémoires de la Société Nationale des sciences naturelles. Tomes XVII et XVIII). 8°.

————— Complément à l'étude sur la houle et le roulis. (Extrait des Mémoires de la Société Nationale des sciences naturelles. Tome XV). 8°.

————— Étude sur la ventilation d'un Transport-Eaux et considérations générales sur les résultats à obtenir par le même procédé à bord des principaux types de navires à vapeur de guerre et de commerce. 4°.

————— Méthode nouvelle pour établir la formule de la hauteur métacentrique (Extrait des Atti dell' Accademia Pontificia de nuovi Lincei Anno XXIX, sessione III, del 20 Febraio 1876.) 4°.

Rapport fait par M. DE FREMINVILLE au nom du comité des arts mécaniques, sur un Mémoire de M. BERTIN, ingénieur de la Marine, relatif à l'emploi des jets d'air comprimé, lancés dans les cheminées pour obtenir le tirage forcé dans les chaudières à vapeur. 4°.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique. Valenciennes 1878. Tome XXXI. N°. 6—7. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the Royal Geographical Society. London 1878. Vol. XXII. N°. 4—6. 8°.

Memoirs of the Royal Astronomical Society. London 1871—1874. Vol. XXXVIII and XI. 4°.

Inhoud Vol. XXXVIII:

J. F. W. HEEMSTRA. Catalogue of double stars, observed at Slough, in the years 1863—1878 inclusive, with the 20-foot reflector; 54 of which have not been previously described.

CAYLEY. On the determination of the Orbit of a planet from three observations.

Vol. XL :

J. F. W. HERSCHEL. A Catalogue of 10300 multiple and double stars arranged in the order of right-ascension.

Monthly notices of the Royal Astronomical Society. London 1878. Vol. XXXVIII. N^o. 5 en 8. 8^o.

Transactions of the Zoological Society. London 1878. Vol. X. Part. 7—9. 4^o.

Inhoud, Vol. X. Part. 7 :

GEORGE MIVART. On the axial skeleton of the Pelecanidae.

Vol. X. Part. 8 :

GEORGE ST. BRADY. A monograph of the Ostracoda of the Antwerp crag.

Vol. X. Part 9 :

A. H. GARROD. On the brain of the Sumatran Rhinoceros

W. H. FLOWER. A further contribution to the knowledge of the existing Ziphioid Whales.

Proceedings of the scientific meetings of the Zoological Society. London 1878. Part 2. 8

Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1877—1878. Vol. VII. N^o. 2—5. 8^o.

R. OWEN. Description of the fossil reptilia of South Africa in the collection of the British Museum. London 1876. Vol. I—II. 4^o.

Proceedings of the Natural History Society. Glasgow 1877. Vol. III. Part. 2. 8^o.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh for 1876—1877. Vol. XXVIII. Part. 1. 4^o.

Inhoud:

- FREDERICK JOEKIN. On the application of graphic methods to the determination of the efficiency of machinery.
- G. PLANK. Additions to the paper "On the establishment of the elementary principles of quaternions etc."
- J. A. KIRKON. Note on the Billar Magnetometer.
- G. PLANK. On the solutions of the equation $Vp\hat{\phi}p = 0, \hat{\phi}p$ representing a Linear Vector-function, generally not self-conjugate
- D. MOUNE BOME. Additional memoir on the parallel roads of Lochaber.
- J. DOUGLAS HAMILTON DICKSON. Least roots of equations.
- TH. BIRTH. On Eisenstein's continued fractions.
- TAIT. On knots.
- SP. SARR. On the touching of spherical discs which are intended to roll upon each other.
- HADDIE. Chapters on the mineralogy of Scotland Chapter second. The felspars.
- ED. SARR. On the curves produced by reflection from a polished revolving straight wire.

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. Session 1876—1877. Vol. IX. N^o. 93. 8^o.

Transactions and Proceedings of the Botanical Society. Edinburgh 1877. Vol. XIII. Part 1. 8^o

O O S T E N R I J K.

Abhandlungen der k.k. geologischen Reichsanstalt Wien 1877. Band VIII. Heft 2. Folio.

Inhoud:

- G. SARR. Die Chalk-Flüze der Garmner und Waldenburger Schichten
- Verhandlungen der k.k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1877. N^o. 11—18. 8^o
- Jahrbücher der k.k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1877—1878. Jahrg 1877. Band XXVII. N^o. 3—4. 8^o.
- Verhandlungen der k.k. zoologisch-botanischen Gesellschaft. Wien 1878. Band XXVII. 8^o.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft in Wien.
Band VII. N^o. 7—12. 8^o.

Verhandlungen des naturforschenden Vereines. Brünn 1877.
Band XV. Heft 1—2. 8^o.

Magyar tudományos Akadémia:

Magyarországi régészeti emlékek. Budapest 1875—76. Kötet
II. Rész II. 4^o.

Icones selectae Hymenomyceptum Hungariae. Budapest 1877.
Kötet IV. Folio.

Archaeologiai Közlemények. Budapest 1875. Kötet X. Füzet
1—3. 1877. Kötet XI. Füzet 1—2. 4^o.

A. M. T. Akadémia Évkönyvei. Budapest 1875—1877.
Kötet XIV. Darab 7—8. Kötet XV. Darab 1—5. Kötet
XVI. Darab 1. 4^o.

K. NÁNDOR. Kortán hazai történelmünkhöz alkalmazva. Bu-
dapest 1877. 4^o.

Archaeologiai értesítő. Budapest 1875—1877. Kötet IX—
XI. 8^o.

Értesítője. Budapest 1875. Kilencedik Évfol. Szám 13—
17. 1876. Tizedik Évfol. Szám 1—15. 1877. Tizen-
egyedik Évfol. Szám 1—17. 8^o.

Értekezések, a nyelv. es széptud köréből. Budapest 1875—
1877. Kötet V. Szám 1—10. Kötet VI. Szám 1—10.
Kötet VII. Szám 1—2. 8^o.

Értekezések, a történelmi tud köréből. Budapest 1875—
1878. Kötet V. Szám 2—6. Kötet VI. Szám 1—10.
Kötet VII. Szám 1—4. 8^o.

Értekezések, a társadalmi tud. köréből. Budapest 1875—
1877. Kötet III. Szám 7—9. Kötet IV. Szám 1—9. 8^o.

Értekezések, a matematikai tud. köréből. Budapest 1876—
1877. Kötet IV. Szám 4—9. Kötet V. Szám 1—10.
Kötet VI. Szám 1—7. 8°.

Értekezések, a természet tud. köréből. Budapest 1875—1877.
Kötet VI. Szám 7—12. Kötet VII. Szám 1—16. Kötet
VIII. Szám 1—7. 8°.

Értekezések, a bölcsészeti tud. köréből. Budapest 1876—
1877. Kötet II. Szám IV—V. 8°.

Mathematikai és természet tud. közlemények. Budapest
1876—1877. Kötet XI—XIII. 8°.

Nyelv tud. közlemények. Budapest 1876—1877. Kötet
XII. Füzet 2—3. Kötet XIII. Füzet 1—3. Kötet XIV.
Füzet 1. 8°.

Nyelvemléktár. Budapest 1876. Kötet IV—V. 8°.

Magyar-Ugor összehasonlító szótár. Budapest 1877. Füzet
3. 8°.

Monumenta Hungariae Historica. Budapest 1876—1877.
Kötet I—III. XIV. XXI. XXV. XXVIII. XXIX. 8°.

Monumenta comitialia regni Transylvaniae. Budapest 1876—
1877. Kötet I. 1540—1556. Kötet II. 1556—1576.
Kötet III. 1576—1596. 8°.

Monumenta comitialia regni Hungariae. Budapest 1876—
1877. Kötet III. 1546—1556. Kötet IV. 1557—1563.
Kötet V. 1564—1572. 8°.

Archivum Rákocziánum. Budapest 1877. Osztály 1. Kötet
V. Osztály 2. Kötet III. 8°.

Magyar Történelmi Tár. Budapest 1877. Kötet XXII —
XXIV. 8°.

- J. RUPP. Magyarország helyrajzi történetl. Budapest 1876.
Kötet III. 8°.
- Magyar tudományos Repertórium. Budapest 1876. Osztály
2. Kötet I. 8°.
- Regi magyar költők tára. Budapest 1877. Kötet I. 8°.
- Kazáni-tatár Nyelvtanulmányok. Budapest 1875—1877.
Füzet 1—3. 8°.
- Literarische Berichte aus Ungarn. Budapest 1877. Band I.
Heft 1—4. 8°.
- G. ENDRE. A különbözőzeti árszabályok jogosultsága es hatása.
Budapest 1876. 8°.
- A. HELMAR. Bonfiniusnak mint történetirónak jellemzése.
Budapest 1876. 8°.
- E. JACAB. A Levéltúrákról. Budapest 1877. 8°.
- Principis Francisci II. Rákóczi confessiones et aspirationes
principis Christiani. Budapestini 1876. 8°.
- A KOCH. A Dunai Trachytesoport jobbparti részének. Bu-
dapest 1877. 8°.
- Mittheilungen aus dem Jahrbuche der kön. Ungar. geolo-
gischen Anstalt. Budapest 1878. Band V. Heft 2. roy. 8°.
- Publicationen des statistischen Bureaus der kön. Freistadt
Pest 1873. Part. VI—VII. 8°.
- E. WEYR. Archiv matematiky a fysiky. Praze 1877. Tome
II. N° 1—3. 8°.
- P. J. STUDNICKA. Casopis pro pestování matematiky a fy-
siky. Praze 1876. Rōenik VI. Cislo 1—6. Rōenik VII.
Cislo 1—6. 8°.

D U I T S C H L A N D.

Monatsberichte der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1878. Mai—Juni. 8°.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1878. Band LXXIII. Heft 2—3. 8°.

C. G. GIEBEL. Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Berlin 1877. 3^e Folge. Band I. 8°.

MAX. COHN. Beiträge zum Römischen Vereinsrecht. Berlin 1873. 8°.

———— Die sogenannte actio de eo quod certo loco. Eine Untersuchung aus dem Römischen Recht. Berlin 1877. 8°.

———— Beiträge zur Bearbeitung des Römischen Rechts. Berlin 1878. 8°.

———— De natura societatum juris Romani, quae vocantur publicae (Dissertatio inauguralis). Heidelbergae 1870. 8°.

Preussische Statistik; herausgegeben vom kön. statistischen Bureau. Berlin 1878. Theil XLVII. 4°.

Jahresbericht der Commission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel für die Jahre 1874, 1875, 1876. Berlin 1878. Jahrg. 4—6. Folio.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1878. Jahrg. 1877. Heft 9—12. Olong.

Denkschriften der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1878. Band II. Heft 1. Folio.

Inhoud :

O. HERTWIG und R. HERTWIG. Der Organismus der Medusen und seine Stellung zur Keimblättertheorie.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft; herausgegeben von der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1878. Neue Folge. Band V. Heft 3. 8°.

Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft. Königsberg 1876—1877. Jahrg. 17. Abth. 1—2. Jahrg. 18. Abth. 1. 4°.

Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1878. Band XXIV. N^o. 6—8. Ergänzungsheft N^o. 55. 4°.

II. HOPPE. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1878. Theil LXII. Heft 2. 8°.

Journal für Ornithologie. Leipzig 1877. 4^e Folge. Band V. Heft 4. 8°.

Der Zoologische Garten; herausgegeben von der „Neuen zoologischen Gesellschaft“. Frankfurt a. M. 1878. Jahrg. 19. N^o. 1—6. 8°.

Schriften der naturforschenden Gesellschaft. Danzig 1877. Neue Folge. Band IV. Heft 2. 8°.

Berichte über die Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B. 1878. Band VII. Heft 2. 8°.

Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. 1878. Neue Folge. Band II. Heft 2. 8°.

J. C. BLUNTSCHLI. Du droit de butin en général et spécialement du droit de prise maritime. (Extrait de la Revue de Droit international et de Législation comparée, 1877—1878). 8°.

G. NATHANAEL BONWETSCH: Die Schriften Tertullians nach der Zeit ihrer Abfassung. Bonn 1878. 8^o.

Correspondenz-Blatt des zoologisch-mineralogischen Vereines Regensburg 1877. Jahrg. 31. 8^o.

Jahrbücher des Nassauischen Vereins für Naturkunde. Wiesbaden 1876—1877. Jahrg. 29—30. 8^o.

Abhandlungen der mathem.-physik. Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1878. Band XIII. Abth. 1. 4^o.

Inhoud:

H. A. WITTE: Studien über *Favos* Spongien (1e und 2e Abth.).
ER. VOL. ZOLL: Die Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation.

Abhandlungen der historischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1878. Band XIV. Abth. 1. 4^o.

Inhoud:

V. FALKNER: Der kirchenpolitische Kampf unter Ludwig dem Baiern und sein Einfluß auf die öffentliche Meinung in Deutschland.

A. DE BÖHM: Die Correspondenz Karl's VII. mit Josef Franz Graf von Salsbach 1748—1751.

A. DE BÖHM: Der Elsäßer Augustinererbkloster Johannes Hoffmeister und seine Correspondenz mit dem Ordensgeneral Hieronymus Scipiano.

Sitzungsberichte der mathem.-physik. Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1878. Heft. 1—2. 8^o.

Sitzungsberichte der philos.-philol. und historischen Classe der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften. München 1878. Heft. 1—3. 8^o.

Almanach der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften für das Jahr 1878. München 1878. 8^o.

A. SPENGLER. Ueber die lateinische Komödie. Festrede gehalten in der öffentlichen Sitzung der kön. bayerischen Akademie der Wissenschaften, zur Feier ihres einhundert und neunzehnten Stiftungstages am 28 März 1878. München 1878. 4^o.

Meteorologische und magnetische Beobachtungen der kön. Sternwarte bei München. 1878. Jahrg. 1877. 8^o.

Württembergische naturwissenschaftliche Jahreshefte. Stuttgart 1878. Jahrg. 31. Heft 1—3. 8^o

L U X E M B U R G.

Publications de la section historique de l'Institut royal grand-ducal de Luxembourg 1878. Tome X. 8^o

I T A L I E.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1878. Serie 3. *Trasunti* Vol. II. 4^o.

Memorie della Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna. 1877—1878. Serie 3. Tomo VIII—IX. Fase. 1—2. 4^o.

Inhoud, Tomo VIII:

- A. CAPELLINI. Notizie della Balena di Taranto confrontata con quella della Nuova Zelanda, e con talune fossili del Belgio e della Toscana.
- F. LORETA. La Patogenesi delle Emorroidi, e i suoi rapporti colla clinica chirurgica.
- C. BELLUZZI. Sopra le Alterazioni che possono avvenire nella conformazione della Pelvi per abnormità degli Arti inferiori, e dei mezzi che possono concorrere a prevenirle o diminuirle.
- A. RIGHI. Ricerche sperimentali sull' Interferenza della luce.
- C. SOVERINI. Sopra un caso di Vainolo spontaneo nella Vacca, e sopra tre casi di Vainolo equino.
- A. CAVAZZI. Nuovo metodo di Analisi per la separazione del Nichelto dal Cobalto.
- A. SAPORETTI. Metodo per calcolare gli Ecclissi di Luna e di sole col solo aiuto di una qualsiasi Effemeride Celeste.

6. G. MANFROT. Considerazioni intorno alla formazione Miocenica dell'Apennino.
7. GUARACCI. Le densità anomale dei vapori.
8. CASALINI. Sopra alcune questioni dinamiche (Memoria che fa seguito a quella intorno ai principii fondamentali della Dinamica).
1. BORGHESI. Considerazioni di Mineralogia Italiana.
9. S. STACCHI. Osservazioni intorno al modo come terminano i nervi motori nei muscoli striati. — Delle torpedini e delle razze, e intorno alla somiglianza tra la Pilastra Elettrica delle torpedini e la matrice.
7. SITTOLI. Asportazione di estesa porzione di Retto Intestino per Neoplasia fibrosa eseguita felicemente con metodo misto cruento e termocautico.
6. CALERI. Se gli Osmetti semimolecolari de' tessuti si svolgano nell'uomo da Cartilagine ialina.
- Sul vario rapporto vascolare delle due radici del nervo mediano e sulle condizioni atte a prolarlo.
7. F. SEVERINI. Sulla riduzione delle due Equazioni di condizione delle trasformazioni Cremoniane delle figure piane.
7. SEGRE. Sul modo di estrarre e riconoscere la Morfina nei casi di avvelamento.
8. S. ARCOLANI. Metamorfosi delle Piante-prime. Ricerche sulla trasformazione di una *Critogama* del Gen. *Uromyces* in una pianta Fanerogama *Diodia* (attuale), *Casaria Europaea* L. e ritorno alla forma primitiva *Cryptogama* dei rami e dei semi della detta specie di *Casaria*.
6. FAINI. Nota intorno alle curve gobbe aventi le stesse normali principali.
6. RIBBI. Sulla velocità della luce nei corpi trasparenti magnetizzati.
- Sulla concentrazione di una soluzione magnetica al polo di una calamita.
7. SELMI. Intorno allo sviluppo di protetti fosforati volatili dai cadaveri.
- Sul modo di formare protetti volatili che si svolgono durante la putrefazione lenta dell'alburno e del cuoio d'ova.
- Nuova modificazione che il fosforo e gli iposolfati inducono nella reazione tra l'acido solforico e il rame, e sua applicazione alla Toxicologia.

TOMO IX, Fasc. 1:

1. BORGHESI. Considerazioni critiche sopra alcuni recentissimi e ritti di Cuvallieria.
6. CASALINI. Nuova contribuzione alla Flora della Provincia di Bologna.
7. DE VITTO. Della gravità del movimento.
7. SELMI. Intorno ad alcuni fatti d'istologia fisiologica.
6. VIGARI. Del punto amaro e della diversa natura del calorico spinto da diverse sostanze dissolte a 100 gradi.
7. L'ARCADE. Nota sopra un osmotto nella teoria della Forza Vitale.

Tomo IX, Fasc. 2:

- O. BERTOLONI. Di quattro diverse specie d'insetti nocivi ai pini ed agli abeti.
- F. P. RUFFINI. Di un problema di analisi indeterminata che s'incontra nella teoria geometrica delle trasformazioni delle figure piane.
- G. P. PIANA. Osservazioni intorno all' esistenza di rudimenti di denti canini ed incisivi superiori negli embrioni bovini ed ovini.
- O. CAPELLINI. Della Pietra leccese e di alcuni suoi fossili.
- G. G. BIANCONI. Intorno ad alcuni giganteschi avanzi di uccelli riferibili probabilmente all' *Aepyornis* e Ruck.
- P. SICILIANI. Prolegomeni alla moderna psicogenia.

Rendiconto della sessione dell' Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna. Anno Accademico 1877—78. 8°.

Atti della Società Toscana di scienze naturali. Pisa 1878. Vol. III. Fasc. 2. 8°.

Bollettino della Società Adriatica di scienze naturali. Trieste 1878. Vol. IV. N°. 1. 8°.

G. M. CARDONI. Ravenna antica. Faenza 1878. Lettere 15. 8°.

P O R T U G A L.

Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. Lisboa 1878. N°. 21—22. 8°.

P. F. DA COSTA ALVARENGA. Leçons cliniques sur les maladies du coeur. Lisbonne 1878. 8°.

D E N E M A R K E N.

Oversigt over det kongelige danske Videnskabernes Selskabs forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder. Kjobenhavn 1876. N°. 3. 1877. N°. 3. 8°.

P. LA COUR. La roue phonique. Copenhague 1878. 8°.

R U S L A N D.

Mémoires de l'Académie impériale des sciences. St. Pétersbourg 1877. Série 7. Tome XXIV. N°. 4—11. Tome XXV. N°. 1—4 4°.

Inhoud, Tome XXIV, N°. 4—11:

- 4 J. F. BRANDT. Versuch einer Monographie der Tichorhinen Nashörner nebst Bemerkungen über *Rhinoceros Leptorhinus* Cuv. u. s. w.
- 5 N. VON KOKSCHAROW. Ueber das russische Rothbleierz.
- 6 A. WECHENTORADSKI. Ueber verschiedene Amylene und Amylalkohole.
- 7 CH. OOSI. Die Rothtange (*Florideae*) des Finnischen Meerbusens.
- 8 A VON DER PAHLEN. Monographie der Baltisch-Silurischen Arten der Prachiopoden-Gattung *Orthisina*.
- 9 N. VON KOKSCHAROW. Ueber das Krystallsystem und die Winkel des Glimmers.
- 10 JOH. DOGIEL. Anatomie und Physiologie des Herzens der Larve von *Corethra Plumicornis*.
- 11 W. GAUBER. Monographie über das zweigetheilte erste Keilbein der Fusswurzel — *os cuneiforme i. bipartitum tarsi* — beim Menschen.

Tome XXV, N°. 1—4:

1. A. SCHIEFNER. Ueber Pluralbezeichnungen im Tibetischen.
2. L. TIESKOWSKI. Zur Morphologie der Bacterien.
3. C. SCHMIDT und F. DOHRANDT. Wassermenge und Suspensionschlamm des Amu Darja in seinem Unterlaufe
4. N. VON KOKSCHAROW. Ueber Waluwit

Bulletin de l'Académie impériale des sciences. St. Pétersbourg 1878. Tome XXV. N°. 1. 4°.

Compte-rendu de la Commission impériale archéologique pour l'année 1875. St. Pétersbourg 1875. Folio. Met Atlas. Plano.

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums St. Petersburg 1877. Jahrg. 1876. 4°.

11. STRÜVE. Observations de Pulkova. Observations faites au Cercle Méridien St. Pétersbourg 1877. Vol. VII. Folio.

- Jahresbericht am 11 Mai 1877 dem Comité der Nicolai-Hauptsternwarte abgestattet vom Director der Sternwarte. St. Petersburg 1877. 8°.
- Bulletin de la Société impériale des naturalistes. Moscou 1877. N°. 3—4. 8°.
- Sitzungsberichte der Naturforscher Gesellschaft zu Dorpat. 1877. Band IV. Heft 3. 8°.
- Archiv für die Naturkunde Liv-, Ehst- und Kurlands. Dorpat 1877. 1^{ste} Serie. Band VIII. Heft 3. 2^{te} Serie. Band VII. Lieferung 4. Band VIII. Lieferung 1—2. 8°.
- O. EICHELMANN. Ueber die Kriegsgefangenschaft. Dorpat 1878. 8°.
- M. BUCH. Beitrag zur Kenntniz der peripheren Temperatur des Menschen. St. Petersburg 1877. 8°.
- FR. HACH. Ueber Lage und Form der Gebärmutter. Dorpat 1877. 8°.
- O. GRUBE. Anthropologische Untersuchungen an Esten. Dorpat 1878. 8°.
- J. E. MIRAM. Zur Casuistik der spontanen Amputationen und ihrer Folgezustände. Dorpat 1877. 8°.
- FR. WALTER. Untersuchungen über die Wirkung der Säuren auf den thierischen Organismus. Dorpat 1877. 8°.
- G. TILLING. Bericht über 124 im serbisch-türkischen Kriege im Baracken-Lazareth des Dorpater Sanitäts-Trains zu Swilainatz behandelte Schussverletzungen. Dorpat 1877. 8°.
- R. KESSLER. Versuche über die Wirkung einiger Diuretica. Dorpat 1877. 8°.

W. MESSING. Anatomische Untersuchungen über den Testikel der Säugethiere mit besonderer Berücksichtigung des Corpus Highmori. Dorpat 1877. 8°.

L. GORDON. Ueber die Messung der inspiratorischen Ausdehnungsfähigkeit der Lungenspitzen. Dorpat 1877. 8°.

J. LEMBERG. Ueber Silicatumwandlungen. Dorpat 1877. 8°.

W. OSTWALD. Volumchemische Studien über Affinität. Dorpat 1877. 8°.

A. TOBIEN. Beiträge zur Kenntniss der Veratrum-Alkaloide. Dorpat 1877. 8°.

E. HIEBCHORN. Beiträge zur Chemie der wichtigeren Harze, Gummiharze und Balsame. St. Petersburg 1877. 8°.

TH. BLUMBERG. Ein Beitrag zur Kenntniss der Mutterkorn-Alkaloide. Dorpat 1878. 8°.

W. MEYKE. Beiträge zur Ermittlung einiger Hopfen-Surrogate im Biere. Libau 1878. 8°.

L. SCHROEDER. Die Accentgesetze der homerischen Nominalcomposita, dargestellt und mit denen des Veda verglichen. Dorpat 1877. 8°.

W. KNIERIEM. Ueber das Verhalten der im Säugethierkörper als Vorstufen des Harnstoffes erkannten Verbindungen. Dorpat 1877. 8°.

W. DYBOWSKI. Die Chætetiden der Ostbaltischen Silur-Formation. Dorpat 1878. 8°.

W. STIEDA. Die Eheschliessungen in Elsass-Lothringen 1872—1876. Dorpat 1878. 8°.

Festrede gehalten am 12 December 1877 in der Universität zu Dorpat. 1878. 4°.

E. PETERSEN. Atræus und Thyestes nach Sophokles. Dorpat. 4°.

Verzeichniz der Vorlesungen an der kais. Universität zu Dorpat. 2^e Semester 1877. 1^{ste} Semester 1878. 8°.

Personal der kais. Universität zu Dorpat. 2^e Semester 1877. 1^{ste} Semester 1878. 8°.

N O O R D - A M E R I K A.

Annual report of the United States geological and geographical survey of the territories, embracing Colorado and parts of adjacent territories; being a report of progress of the exploration for the year 1874. Washington 1876. 8°.

United States geological and geographical survey of the territories. Illustrations of cretaceous and tertiary plants of the western territories of the United States. Washington 1878. 4°.

Transactions of the American Medical Association. Philadelphia 1877. Vol. XXVIII. 8°.

Proceedings of the American Philosophical Society. Philadelphia 1877. Vol. XVII. N^o. 100. 8°.

List of surviving members of the American Philosophical Society at Philadelphia. 1878. 8°.

Proceedings of the Academy of Natural Sciences. Philadelphia 1877. Part 1—3. 8°.

Memoirs of the Boston Society of Natural History. Boston 1878. Vol. II. Part 4. N^o. 6. 4°.

Proceedings of the Boston Society of Natural History. Boston 1877. Vol. XIX. Part 1—2. 8°.

Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College.
Cambridge 1878. Vol. IV. Part 2. Vol. IX. 4^o.

Geology of Wisconsin. Survey of 1873—1877. Vol. II. 8^o.
Met een Atlas. Plano.

Transactions of the Academy of St. Louis. 1878. Vol. III.
N^o. 4. 8^o.

Inhoud:

- H. ESSELMANN. About the oaks of the United States.
HUFFARTH. Correction of the present theory of the Moon's motions, according to the classic eclipses.
CROWELL. Mineral explorations in southeastern Missouri.
BERRY. On the larval characters and habits of the Blisterbeetings belonging to the genera *Macrobasis* Lec. and *Epicauta* Fabr., with remarks on other species of the family *Meloidae*.
— On a remarkable new Genus in *Meloidae* infesting Mason-bee Cells in the United States.
— Further remarks on *Prionba yuccaeella*, and on the Pollination of *Yucca*.
— On the differences between *Anisoplyx pomelaria* Harr. and *Anisoplyx aculearia* W.-V., with remarks on the genus *Palaecrita*.
— A new Gall on Acorn-cups.
H. ESSELMANN. The flowering of *Asarum* *Saxoni*.
— The American Junipers of the section *Sabina*.
— A synopsis of the American Firs (*Abies* Link).

Transactions of the Connecticut Academy of arts and
science. New Haven 1878. Vol. III. Part. 2. Vol. IV.
Part 1. 8^o.

Inhoud. Vol. III, Part. 2 :

- H. F. BLAKE. The Hydroids of the Pacific coast of the United States south of Vancouver Island, with a report upon those in the Museum of Yale College.
F. M. TURNER. On the anatomy and habits of *Nereis virens*.
J. K. THACHER. Median and paired fins, a contribution to the history of vertebrate limbs.
S. J. SMITH. Early stages of *Hippa talpoida*, with a note on the structure of the Mandibles and Maxillae in *Hippa* and *Rhinippa*.
J. W. STEEN. On the equilibria of Heterogeneous substances.

Vol. IV, Part. 1:

C. HART. Review of the birds of Connecticut, with remarks on their habits.

M. HERRIMAN. List of writings relating to the method of least squares with historical and critical notes.

J. K. THACHER. Ventral fins of Ganoids.

The American Journal of science and arts. New Haven 1878. Series 3. Vol. XV. N^o. 87 and 89. 8^o.

Bulletin of the Minnesota Academy of natural sciences. Minneapolis 1877. 8^o.

Proceedings of the Davenport Academy of natural Sciences. Davenport, Iowa 1877. Vol. II. Part 1. 8^o.

31^{ster} Jahresbericht der Staats-Ackerbaubehörde von Ohio, nebst einem Auszug aus den Verhandlungen der County Ackerbau Gesellschaften an die General-Versammlung von Ohio, für das Jahr 1876. Columbus, Ohio 1877. 8^o.

Boletin del Ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Mexico 1878. Tome II. N^o. 66—93. Tomo III. N^o. 1—4. Folio.

Mexican Contributions to the Bulletin of international meteorological Observations, taken simultaneously on March 1878. Mexico 1878. 4^o.

Revista meteorologica mensual. Mexico, Marzo-Abril 1878. 4^o.

Z U I D - A M E R I K A.

A. ERNST. Vargas considerado como botanico. Caracas 1877. roy. 8^o.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1878. Tomo VI. Livr. 1. 8^o.

R. NAFF. The Argentine republic. Buenos Aires 1876. 8^o.

A Z I Ě.

Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und
Völkerkunde Ost Asien's. Yokohama 1878. Heft 14. Fol.

A U S T R A L I Ě.

F. DE MUELLER. *Fragmenta phytographiae Australiae*. Mel-
bourne 1876—1877. Vol. X. 8°.

O. C. WITTSTEIN. *The organic constituents of plants and
vegetable substances and their chemical analysis*, trans-
lated by F. VON MUELLER. Melbourne 1878. 8°.

A A N G E K O C H T.

J. P. AREND. *Algemeene geschiedenis des vaderlands*. Haar-
lem 1878. Deel IV. St. 2. Afl. 14—17. 4°.

Journal des savants Paris 1878. Janvier—Juillet. 4°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Pa-
ris 1878. 2^e Série. Tome II. Janvier—Avril. 8°.

Annales de chimie et de physique. Paris 1878. 5^e Série.
Tome XIV. Mai—Août. 8°.

*The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Maga-
zine and Journal of Science*. London 1878. 5th Series.
Vol. VI. N°. 34—36. 8°.

The Annals and Magazine of Natural History. London
1878. 5th Series. Vol. II. N°. 7—9. 8°.

- The Zoological Record for 1876. London 1878. Vol. XIII. 8°.
- Corpus inscriptionum Atticarum. Berolini 1878. Vol. III. Pars 1. Folio.
- F. H. TROSCHER. Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1875. Jahrg. 41. Heft 6. 1878. Jahrg. 41. Heft 3. 8°.
- Allgemeine deutsche Biographie. Leipzig 1878. Band VII. 8°.
- G. WIEDEMAN. Annalen der Physik und Chemie. Leipzig 1878. Neue Folge. Band III. Heft 4. Band IV. Heft 1—3. Beiblätter. Band II. St. 4—7. 8°.
- DINGLER'S Polytechnisches Journal. Augsburg 1878. Band CCXXVII. Heft 6. Band CCXXVIII. Heft 1—6. Band CCXXIX. Heft 1—2. 8°.
- Göttingische gelehrte Anzeigen. 1878. Stück 13—31. Nachrichten. N°. 7—12. 8°.
- Bibliothèque universelle et revue suisse. Lausanne et Genève 1878. Tome LXII. N°. 245—248. Archives 247—249. 8°.
- Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1877. N°. VI. VIII—IX. 8o.
- Journal of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta 1877. Vol. XLVI. Part. 1. N°. 2—4. Part. 2. N°. 3. 8°.
-

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND OCTOBER 1878.

N E D E R L A N D

Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs.
's Hage 1878. Afl. 5. 1^{ste} en 2^{de} ged. 4°.

Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek. Utrecht 1878. Jaarg.
25. Deel II. Jaarg. 29. Deel 1. Oblong.

Nieuw Archief voor Wiskunde. Amsterdam 1878. Deel V.
St. 1. 8°.

Vroegere en latere mededeelingen voornamelijk in betrekking
tot Zeeland: uitgegeven door het Zeeuwsch Genootschap
der wetenschappen. Middelburg 1878. Deel IV. St. 1. 8°.

Mededeelingen en berichten der Geldersche Maatschappij
van Landbouw over 1878. Zutphen 1878. St. 2. 8°.

Algemeen verslag gedaan te Groningen in de jaarlijkse
vergadering van contribuërende leden, gehouden den
1 Juli 1878, wegens het Instituut voor Doofstommen. 8°.

DAVID J. A. SAMOT. Het vraagstuk van de pensioenen voor
Rijksambtenaren door den Heer P. VAN GEER behandeld,
op nieuw gesteld, maar niet opgelost. Amsterdam 1878.
(Supplement N^o. van de Economist). 8°.

T. ZAAIJER. Levensschets van Dr. J. A. BOOGAARD. Leiden
1878. (Overgedrukt uit de levensberichten van de Maat-
schappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden.
1877—78). 8°.

J. A. FRUIN. De Nederlandsche wetboeken zoo als zij tot op 1 Januari 1876 zijn gewijzigd en aangevuld. Utrecht en 's Hage 1878. Afl. 7. 8°.

Tijdschrift voor het Zeewezen. Amsterdam 1878. N°. 2. 8°.

De Volksvlijt, tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel en scheepvaart. Amsterdam 1878. N°. 5—6. 8°.

De Navorscher. Amsterdam 1878. Nieuwe Serie. Jaarg. 11. N°. 9. 8°.

Statistiek van het Koninkrijk der Nederlanden, gedurende de maand Augustus 1878. 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Folio.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de Boven- en Nieuwe Merwede, den Amer, de Noord, Dordtsche Kil, het Holl. Diep en Haringvliet, waargenomen in de maand Maart 1878. 's Hage 1878. Folio.

N E D E R L A N D S C H O O S T - I N D I È

F. H. DER KINDEREN. Het Bataviaasch Genootschap der kunsten en wetenschappen gedurende de eerste eeuw van zijn bestaan 1778—1878. Batavia 1878. *Gedenkboek*. Deel I. Folio.

Medaille van het Bataviaasch Genootschap der kunsten en wetenschappen ter herinnering aan zijn 100 jarig bestaan.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederl.-Indië, uitgegeven door de Ned.-Indische Maatschappij van nijverheid en landbouw. Batavia 1878. Deel XXIII. Afl. 8. 8°.

B E L G I È.

Bulletin de l'Académie royale des sciences. Bruxelles 1878. 2^e Série. Tome XLVI. N°. 8. 8°.

F R A N K R I J K.

Comptes rendus de l'Académie des sciences. Paris 1878.
Tome LXXXVII. N^o. 12—15. 4^o.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris 1878. 2^e Série.
Tome VII. N^o. 39—42. 8^o.

V. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les plus
reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1878.
Livr. 31—34 roy. 8^o.

Catalogue des Manuscrits Éthiopiens (Gheez et Amha-
rique) de la Bibliothèque Nationale. Paris 1877. 4^o.

Journal d'Hygiène. Paris 1878. Vol. III. N^o. 106—
109. 4^o.

F. CHABAS. L'Égyptologie. — Les Maximes du scribe Ani.
Châlons sur Saône 1876—1878. Tome I—II. 4^o.

Académie des sciences et lettres de Montpellier. Mémoires
de la section de médecine. Montpellier 1877. Tome V.
Fasc. 1. 4.

Inhoud:

- J. HENROT. Hypertrophie extraordinaire des mamelles sur une fille âgée de 16 ans.
- E. CLASSE. De l'influence des différents modes de pansement et de réunion des plaies sur le succès de l'opération de la hernie étranglée.
- E. CATRAUD. De l'ampoulette sus-malléolaire.
- E. MARRE. De la compression lente de la moelle épinière.
- E. CATRAUD. Gangrène du fourreau de la verge, suite de piqûre de scorpion.
- E. MARRE et P. FOURCUIER. Le Taenia iberica et ses migrations.

Mémoires de l'Académie nationale des sciences, arts et
belles-lettres. Caen 1878. 8^o.

Inhoud:

- EU. DU MORTAL. Des conditions dans lesquelles un galvan-mètre donne
doit être employé pour produire son effet maximum.

- O. DUPONT. L'explosion de la citadelle de Laon, épisode de l'invasion allemande de 1870, avec pièces justificatives inédites.
- LANFRANC DE PANTHOU. Les codes français en matière criminelle, comparés aux nouveaux codes de Genève, de Belgique et d'Allemagne.
- A. JOLY. Note additionnelle à l'histoire de deux fables de La Fontaine.
- J. DENIS. Chronologie du banquet de Xénophon et du banquet de Platon.
- A. OASTÉ. Pierre Vengeons, recteur de l'Université de Caen, et auteur de l'office et des hymnes de Saint Exupère.
- DESDEVICES DU DEZERT. Le cotentin en 1692. La hougne.
- E. CALLEMER. Notes sur le prix des denrées alimentaires à Athènes (2e article).

Mémoires de la Société des antiquaires de Picardie. Amiens 1878. 3^e Série. Tome IV. 8^o.

Bulletin de la Société académique de Brest. 1878. 3^e Série. Tome IV. 8^o.

Bulletin historique de la Société des antiquaires de la Morinie. St. Omer 1876—1878. Livr. 99. 105—106. 8^o.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique. Valenciennes 1878. Tome XXXI. N^o. 8. 8^o.

GROOT BRITTANIE EN IERLAND.

Davy-Medaille van de Royal Society, te Londen.

Monthly notices of the Royal Astronomical Society. London 1878. Vol. XXXVIII. N^o. 9. 8^o.

Proceedings of the Philosophical Society of Glasgow. 1877—78. Vol. XI. N^o. 1. 8^o.

O O S T E N R I J K.

Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1878. Band XXVIII. N^o. 1—2. 8^o.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt Wien 1878. N^o. 1—10. 8^o.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft in Wien.
1878. Band VIII. N^o. 1—4. 8^o.

Mittheilungen des historischen Vereines für Steiermark.
Graz 1878. Heft 26. 8^o.

Beiträge zur Kunde steiermärkischer Geschichtsquellen,
herausgegeben vom historischen Vereine für Steiermark.
Graz 1878. Jahrg. 15. 8^o.

D U I T S C H L A N D.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen
Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee
und Nordsee und die Fischerei Berlin 1878. Jahrg.
1877. Schlussheft. Jahrg. 1878. Heft 1. Oblong.

Schriften der Universität zu Kiel aus dem Jahre 1877.
Kiel 1878. Band XXIV. 4^o.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig
1878. Jahrg. 12. Heft 4. Jahrg. 13. Heft 2. 8^o.

Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel,
zugleich ein Repertorium für Mittelmeerkunde. Leipzig
1878. Band I. Heft 1. 8^o.

Verein für Naturkunde. Uebersicht der bisher in der Um-
gebung von Cassel beobachteten Pilze. Cassel 1878. 8^o.

33^{ter} Jahresbericht der Naturforschenden Gesellschaft in
Emden. 1878. 8^o.

Archiv des Vereines der Freunde der Naturgeschichte in
Mecklenburg Neubrandenburg 1878. Jahrg 31. 8^o.

11^{ter} Bericht der Naturforschenden Gesellschaft. Bamberg
1877. 2^{te} Lief. 8^o.

Archiv des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg. Würzburg 1874—1875. Band XXII. Heft 2—3. Band XXIII. Heft 1. 8°.

Jahres-Bericht des historischen Vereines für Unterfranken und Aschaffenburg für 1877. Würzburg 1878. 8°.

L. FRIES. Die Geschichte des Bauernkrieges in Ostfranken. Würzburg 1877. 2^{te} Lief. 8°.

Württembergische Jahrbücher für Statistik und Landeskunde, herausgegeben von dem k. statistisch-topographischen Bureau. Stuttgart 1878. Jahrg. 1877. Heft 1—2. roij. 8°.

Z W I T S E R L A N D.

Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Lausanne 1878. 2^e Série, Vol. XV. N° 80. 8°.

I T A L I E.

Memorie del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere. Pisa 1878. Vol. XIV. *Classe di scienze matematiche e naturali*. 4°.

Inhoud :

CLERICETTI. Teoria delle travature reticolari combinate ad un sistema articolato nei moderni ponti sospesi americani.

CELORIA. Sopra alcuni scandagli del cielo eseguiti all' Osservatorio Reale di Milano e sulla distribuzione generale delle stelle nello spazio.

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere. Pisa 1877. Serie 2. Vol. X. 8°

D. TOMMASI. Azione dei raggi solari sui composti aloidi d'argento. (Estratto dai Rendiconti del R. Istituto Lombardo. Serie 2, Vol. XI. Fasc. 14—15). 8°.

————— Riduzione del cloralo. (Estratto dai Rendiconti del R. Istituto Lombardo. Serie 2. Vol. XI. Fasc. 14—15). 8°.

G. M. CARDONI. *Rivista italiana*. Firenze 1878. Lettere 16. 8°.

P O R T U G A L.

Historia e Memorias da Academia real das sciencias de Lisboa 1877. Nova Serie. Tomo IV. Parte 2. *Classe de sciencias moraes politicas e bellas-lettas*. 4°.

Memorias da Academia real das sciencias de Lisboa. 1875. Nova Serie. Tomo V. Parte 1. *Classe de sciencias mathematicas physicas e naturaes*. 4°.

A. HOGAREO. Collecção de Monumentos ineditos para a historia das conquistas dos Portuguezes em Africa, Asia e America, publicada da Academia real das sciencias de Lisboa 1876. Parte 1—2. 4°.

I. DA SILVA MENDES LEAL. Corpo diplomatico portuguez contendo os actos e relaçoens politicas e diplomaticas de Portugal, publicada da Academia real das sciencias de Lisboa. 1874. Tomo V. 4°.

Quadro elementar das relaçoens politicas e diplomaticas de Portugal, publicada da Academia real das sciencias de Lisboa. 1871—1876. Tomo XII—XIII. 8°.

J. S. RIBEIRO. Historia dos estabelecimentos scientificos litterarios e artisticos de Portugal, publicada da Academia real das sciencias de Lisboa. 1876—1878. Tomo V—VII. 8°.

DE PAIVA MANSO. Historia de Congo (Documentos), publicada da Academia real das sciencias de Lisboa. 1877. 8°.

Conferencias celebradas na Academia real das sciencias de Lisboa acerca dos descubrimentos e colonizaçoens dos Portuguezes na Africa. Lisboa. 1877. (conf. 1—3. 8°.

Sessão publica da Academia real das sciencias de Lisboa.
12 de Dezembro 1875, 15 de Maio 1877. 8°.

Jornal de sciencias mathematicas physicas e naturaes, pu-
blicado da Academia real das sciencias de Lisboa. 1876.
Tomo V. 8°.

Annaes da Commissão central permanente de Geographia,
publicado da Ministerio dos Negocios da Marinha e Ul-
tramar. Lisboa 1877. N° 2. 8°.

D E N E M A R K E N.

Mémoires de l'Académie royale. Copenhague 1878. 5^me Série.
Vol. XI. N° 5. *Classe des sciences.* 4°.

Inhoud:

CHR. LÜTKEN. Til kundskab om to arktiske slægter of Dybhavs Tude
fiske: Himantolophys og Ceratias.

Oversigt over det Kong. danske Videnskabernes Selskabs
forhandlingar og dets Medlemmers Arbejder. Kjobenhavn
1878. N° 1. 8°.

Mémoires de la Société royale des antiquaires du Nord.
Copenhague 1877. Nouvelle Série. 8°.

Aarbøger for Nordisk oldkyndighed og historie Kjoben-
havn 1877—1878. Tillaeg til Aarg. 1876. Aarg. 1877.
Hefte 1—4. Aarg. 1878. Hefte 1. 8°.

Z W E D E N E N N O O R W E G E N.

Lands Universitets Ars-skrift. Lund 1874—77. Tom.
XI—XIII. 4°.

Inhoud, Tom. XI.

P. EKLUND. Om theologiens begrepp och inledning.

A. TH. LYSANDER. Om det filologiska seminariets i Lund grundläggning
och tidliga verksamhet (1863—75).

- F. W. SANDER. De divinis atque discretis vocibus latinae linguae, quae
ant singulae primo fuerant aut promiscuae.
G. CEDERSCHILD. Jömsvikinga saga.
F. A. WULFF. De l'emploi de l'infinifif dans les plus anciens textes français.
O. K. HAMILTON. Öfersigt of statsinkomsternas olika slag.

Tom. XII :

- A. TH. LEANDER. De vita ac disciplina Joannis Gustavi Ekii.
A. I. COLLIN. Sur les conjonctions gothiques.
P. A. HAMMARSTRÖM. Om tullförhållandena mellan de skandinaviska rikena
från äldsta tider till freden i Brömsebro 1645, med särskildt afseende
på Öresundstullen.
N. C. DUNÉR. Mesures micrométriques d'étoiles doubles, faites à l'Obser-
vatoire de Lund, suivies de notes sur leurs mouvements relatifs.
A. H. BÄCKLUND. Résumé einer Untersuchung betreffend partielle Gleichungen beliebiger Ordnung mit einer beliebigen Zahl Veränderlichen.
A. T. TIDBLOM. Einige Resultate aus den meteorologischen Beobachtungen,
angestellt auf der Sternwarte zu Lund in den Jahren 1741—1870.
A. WIKANDER. Sur la périodicité des perturbations de la déclinaison
magnétique dans la Scandinavie septentrionale.
E. BERGLUND. Om Imidosulfonsyra.
C. G. LINDBOM. Några Guldets Cyanföreningar.
F. W. ARSCHOUW. Beiträge zur Biologie der Holzgewächse.
W. LECHS. Studier öfver mjölkdentitionen och tändernas Homologier hos
Chimptera.

Tom. XIII.

- R. WICKBERG. Ueber den Ursprung der schwachen Präteritalbildung in
den germanischen Sprachen.
G. CEDERSCHILD et F. A. WULFF. Versions nordiques du fabliau français
„Le mantel mantillé.”
G. CEDERSCHILD. Fornögur Sudrlanda.
P. EKLUND. Om Kewitz-dogmens fortbildning på Concordine Formelns
grundval.
P. CLOEMON. Öfver Tioglykolsyra.
A. LINDSTADT. Undersökning of meridiancirkeln på Lunds observatorium
jemte bestämning af densamma polhöjd.
J. ERIKSSON. Om meristemet i dikotyla växters rötter.
E. BERGLUND. Om amidosulfonsyra.

Lunds Universitets-Biblioteks Accessions Katalog 1875—
1877. Lund 1876—1878. 8^o.

R U S L A N D.

Bulletin de l'Académie impériale des sciences. St. Péters-
bourg 1878. Tome XXV. N^o. 2. 4^o.

Bulletin de la Société impériale des naturalistes. Moscou
1878. N^o. 1. 8^o.

Acta Societatis pro fauna et flora Fennica. Helsingforsiae
1875—1877. Vol. I. 8^o.

Meddelanden of Societatis pro fauna et flora Fennica. Hel-
singfors 1876—1877. Häftet 1—4. 8^o.

Notiser ur Sällskapets pro fauna et flora Fennica. Helsing-
fors 1872—1875. Häftet 2—3. Ny Serie. Häftet 2—4.
6—11. 8^o.

Sällskapets pro fauna et flora Fennica inrättning och verk-
samhet ifrån dess stiftelse den 1 November 1821 till
den 1 November 1871. Helsingfors 1871. 8^o. (Supple-
ment till Notiser. Häftet 11).

Inkallade inländske och utländske Medlemmar og Sällskapet
pro fauna et flora Fennica för tiden från den 1 Novem-
ber 1821 till samma dag 1871. Helsingfors 1871. 8^o.

A Z I È.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und
Völkerkunde Ost-Asien's. Yokohama 1878. Heft 15.
Folio.

N O O R D - A M E R I K A.

Report of the Superintendent of the United States Coast
Survey, showing the progress of the survey during the
year 1875. Washington 1878. 4^o.

Department of the Interior. U. S. geological survey of the
territories. Washington 1878. Miscellaneous publications
N^o. 10. 8^o.

- Proceedings of the American Academy of arts and sciences.
Boston 1878. New Series. Vol. V. Part 2—3. 8°.
- Proceedings of the American Philosophical Society. Phila-
delphia 1878. Vol. XVII. N°. 101. 8°.
- Catalogue of the American Philosophical Society Library.
Philadelphia 1878. Part III. (*Class VI. Sociology,
Manufactures, Commerce, Finance, War, Law*). 8.
- Transactions of the Wisconsin Academy of sciences, arts
and letters. Madison 1876. Vol. III. 8°.
- Proceedings of the American Association for the advance-
ment of science. Salem 1878. 26th Meeting. 8°.
- Proceedings of the Californian Academy of sciences. San
Francisco 1876—1877. Vol. VI—VII. Part 1. 8°.
- Constitution and list of officers of the American Ethnolo-
gical Society at New-York. 8°.
- The American Journal of science and arts. New-Haven
1878. Vol. XV. N°. 90—93. 8°.
- Boletín del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana.
Mexico 1878. Vol. III. N°. 5—34. Folio.
- Revista meteorologica mensual. Mexico 1878. Mayo. 4°.
- Mexican contributions to the Bulletin of international
meteorological observations. Mexico 1878. Mayo. 4°.

Z U I D - A M E R I K A.

- Anales de la Sociedad científica Argentina. Buenos Aires
1878. Tomo VI. Entr. 2. 8°.

A A N G E K O C H T.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Paris
1878. 2^e Série. Tome II. Mai. 8^o.

Annales de chimie et de physique. Paris 1878. 5^e Série.
Tome XV. Septembre. 8^o.

The London, Edinbrough and Dublin Philosophical Magazine
and Journal of Science. London 1878. Vol. VI. N^o.
37. 8^o.

The Annals and Magazine of Natural History. London
1878. 5 Series. Vol. II. N^o. 10. 8^o.

Mittheilungen der k.k. Central-Commission zur Erforschung
und Erhaltung der kunst- und historischen Denkmale.
Wien 1878. Band IV. Heft 1—3. 4^o.

F. H. TROSCHEL. Archiv für Naturgeschichte. Berlin 1876.
Jahrg. 42. Heft 5. 8^o.

J. C. POGGENDORFF. Annalen der Physik und Chemie.
Leipzig 1877. N. 1—12. 8^o.

Dingler's polytechnisches Journal. Augsburg 1878. Band
CCXXIX. Heft 3—5. 8^o.

Corpus scriptorum historiae Byzantinae. Bonnae 1878. Vol.
II. 8^o.

Göttingische gelehrte Anzeigen. Göttingen 1878. N^o. 32—
37. Nachrichten N^o. 14. 8^o.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève 1878. N^o.
250. 8^o.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, Calcutta 1877.
N^o. 10. 1878. N^o. 1—6. 8^o.

Journal of the Asiatic Society of Bengal, Calcutta 1877—
1878. Vol. XLVI. Part 2. N^o. 4. Vol. XLVII. Part
1. N^o. 1. Part 2. N^o. 1—2. 8^o.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND NOVEMBER 1878.

Tijdschrift, uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij
ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878. 4^e Reeks.
Deel II. October. 8^o.

Tijdschrift der Nederlandsche Dierkundige Vereeniging
Leiden 1878. Deel IV. Af. 1. 8^o.

Catalogus van de Bibliotheek der Nederlandsche Dierkun-
dige Vereeniging. Leiden 1878. 8^o.

50^{ste} Verslag der handelingen van het Friesch Genootschap
van geschied-, oudheid- en taalkunde over het jaar
1877—1878. 8^o.

w. n. s. BOEVE. Frieslands Hoogeschool en het Rijk-
Athenaeum te Franeker. Leeuwarden 1878 Deel I. 8^o.

Nederlandsch tijdschrift voor geneeskunde, tevens orgaan
der Nederlandsche Maatschappij tot bevordering der
Geneeskunst. Amsterdam 1878. Jaarg. 18. Afd. 2.
Af. 2. 8^o.

Catalogus van Boeken, betrekkende op de weten-

schap der samenleving, uit de Bibliotheek van wijlen Jhr. Mr. J. DE BOSCH KEMPER, Hoogleraar in de Rechtsgeleerdheid en Staatswetenschappen te Amsterdam, aan de Bibliotheek der Universiteit van Amsterdam ten geschenke gegeven door zijne kinderen. Amsterdam 1878. 8°.

Rede ter herdenking van den sterfdag van CAROLUS LINNAEUS, eene eeuw na diens verscheiden, in Felix Meritis, op den 10^{den} Januari 1878, uitgesproken door Dr. C. A. J. A. OUDEMANS. Amsterdam 1878. 8°.

Rede ter opening van den nieuwen leer-cursus bij de Universiteit te Amsterdam, op 17 September 1878, uitgesproken door den aftredenden Rector-Magnificus Dr. C. A. J. A. OUDEMANS. Amsterdam 1878. 8°.

C. A. J. A. OUDEMANS. De ontwikkeling onzer kennis aangaande de Flora van Nederland. Amsterdam 1878. Vervolg van het 2^{de} Deel. 8°.

J. K. J. DE JONGE. De opkomst van het Nederlandsch gezag in Oost-Indië. 's Hage 1878. Deel X. 8°.

B. D. H. TELLEGEN. De wedergeboorte van Nederland, overgedrukt uit de Gids. 1878. N^o. 3. 8°.

J. P. SIX. Monnaies d'Hierapolis en Syrie, overgedrukt uit de „Numismatic Chronicle”. N. S. Vol. XVIII. 8°.

DAVID J. A. SAMOT. De beginselen der levensverzekering-wetenschap, overgedrukt uit het „Nieuw Archief voor Wiskunde”. Deel V. St. 1. 8°.

H. JOH. SMID. Handboek voor de kultuur en bereiding der koffie in Oost- en West-Indië. Middelburg 1878. 8°.

A. KEMPE. Het beginsel der kleinste werking in verband met de bewegingsvergelijkingen van LAGRANGE en HAMILTON. Leiden 1878. *Academisch Proefschrift*. 8°.

De Volksvlijt, tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel en scheepvaart. Amsterdam 1878 N^o. 7—8. 8°.

Rapport over de inrigting van eenige voornaamste Musea van natuurlijke historie in het buitenland, naar aanleiding van de voorgenomen stichting van een nieuw gebouw voor 's Rijks Museum te Leiden, uitgebragt door de Commissie benoemd bij koninklijk besluit van 10 Julij 1877. N^o. 12. Leiden 1878. 8°.

Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar 1877. 's Hage 1878. 2^{de} Gedeelte. Folio.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden, gedurende de maand September. 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Folio.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en Wadden, waargenomen in de maand April. 's Hage 1878. Folio.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

K. W. VAN GORKOM. Rijstkultuur. Het kweeken van bibit op droge gronden. Batavia 1878. 8°.

Historische schets van de suiker-industrie op Java. Batavia 1877. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1878. 3^e Série. Tome XII. N^o. 8--9. 8°.

Compte-rendu de la Société entomologique de Belgique. Bruxelles 1878. Série 2. N^o. 56. 8°.

Discussion sur la théorie du téléphone entre M. TH. DU
MONCEL et M. NAVEZ. 8°.

AD. WASSEIGE. Deuxième observation d'opération césarienne
suivie de l'amputation utéro-ovarique et description d'un
nouveau constricteur. Bruxelles 1878. 8°.

————— Du crochet mousse articulé. Liège 1876. 8°.

Willem's Fonds. Volks-Almanak voor 1879. Gent 1878. 12°.

F R A N K R I J K.

Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences à
Paris 1878. Tome LXXXVII. N°. 16—19. 4°.

Bulletin de l'Académie de médecine à Paris 1878. 2^{me} Série.
Tome VII. N°. 43—47. 8°.

Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1878.
Tome VI. N°. 6. 8°.

Bulletin de la Société botanique de France. Paris 1878.
Tome XXIV. 8°.

V. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les
plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1878.
Livr. 35—38. roy. 8°.

Journal d'hygiène. Paris 1878. Vol. III. N°. 110—113. 4°.

Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles
de Bordeaux. Paris et Bordeaux 1878. 2^e Série. Tome
II. 3^e Cahier. 8°.

Inhoud :

J. HAUTREUX. De la Gironde à la Plata. Températures de la mer détermi-
nées par les observations des paquebots des Messageries.

G. GAYON. Faits pour servir à l'histoire physiologique des Moisissures
De la fermentation alcoolique avec la *Uromyces circinelloides*.

- F. YANNERT. Sur les solutions du problème de Délos, par Archytas et par Eudoxe.
- L. TESTUT. Le M^r Boundou du Gabon. Étude de physiologie expérimentale.
- F. GOMES TEIXEIRA. Sur le nombre des fonctions arbitraires des intégrales des équations aux dérivées partielles.
- L. DE FOLIN et L. PÉRISSÉ. Notice sur les fonds de la mer; oeuvre internationale concernant les particularités nouvelles des régions sous-marines.

Recueil de l'Académie de législation de Toulouse. Paris et Toulouse 1877—78. Tome XXVI. 8°.

Mémoires de la Société académique des sciences, arts, belles-lettres, agriculture et industrie de Saint-Quentin. 1878. 4^e Série. Tome I. 8°.

Mémoires historiques sur l'arrondissement de Valenciennes publiés par la Société d'agriculture, sciences et arts. Valenciennes 1876—1878. Tome IV—V. 8°.

Revue agricole, industrielle, littéraire et artistique Valenciennes 1878. Tome XXXI. N^o. 9—10. 8°.

GROOT-BRITTANNIË EN IERLAND.

Proceedings of the scientific meetings of the Zoological Society. London 1878. Part. III. 8°.

D U I T S C H L A N D.

Monatsbericht der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Juli und August 1878. 8°.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1878. Band LXXIII. Heft. 4. Band LXXIV. Heft 1—2. 8°.

R. HOPPE. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1878. Theil LXII. Heft 3. 8°.

Jahrbücher des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande. Bonn 1877—1878. Heft LXI—LXIII. roy. 8°.

Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1878. Band XXIV. N°. 9—10. 4°.

6^{ter} Bericht der naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Chemnitz. 1878. 8°.

17^{er} und 18^{er} Bericht über die Thätigkeit des Offenbacher Vereins für Naturkunde in den Vereinsjahren 1875 bis 1877. Offenbach a. M. 1878. 8°.

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft, herausgegeben von der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Jena 1878. Band XII. Heft 4. 8°.

Sitzungsberichte der philos.-philol. und historischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften. München 1878. Heft 4. 8°.

Z W I T S E R L A N D.

Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. 1878. Theil VI. Heft 4. 8°.

I T A L I È.

P. MANTEGAZZA. Archivio per l'antropologia e la etnologia. Firenze 1878. Vol. VIII. Fasc. 2. 8°.

P O R T U G A L.

Jornal de sciencias mathematicas physicas e naturaes publicado da Academia real das sciencias de Lisboa. 1878. N°. XXIII. 8°.

Theatro de Molière. Tercera tentativa o Medico à força. Comedia à antiga. Lisbon 1869. 8°.

Theatro de Molière. Primeira tentativa Tartufo. Comedia vertida livremente. Lisboa 1870. 8º.

————— Quarta tentativa o Avarento. Comedia em 5 Actos. Lisboa 1871. 8º.

————— Terceira tentativa as Sabichonas. Comedia em 5 Actos. Lisboa 1872. 8º.

————— Quinta tentativa o Misanthropo. Comedia em 5 Actos. Lisboa 1874. 8º.

————— Sexta e ultima tentativa o Doente de scisma. (Le malade imaginaire). Comedia em 3 Actos. Lisboa 1878. 8º.

N O O R D - A M E R I K A.

S. NEWCOMB. Resaerches on the motion of the moon made at the U. S. Naval Observatory. Washington 1878. Part. 1. 4º.

Bulletin of the Museum of comparative zoology, at Harvard College. Cambridge, Mass. 1878. Vol. V. Nº. 7. 8º.

Anales del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana. Mexico 1878. Tomo III. Noviembre y Diciembre 1877. 8º.

Boletin del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana. Mexico 1878. Tomo III. Nº. 35—46. Folio.

Z U I D - A M E R I K A.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires 1878. Tomo VI. Entrega IV. 8º.

E. S. ZEBALLOS. La conquista de quince mil leguas. Buenos Aires 1878. 8º.

A A N G E K O C H T.

W. PLEYTE. Nederlandsche oudheden van de vroegste tijden tot op Karel den Grooten. Leiden 1878. 4°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Paris 1878. 2^e Série. Tome II. Juin. 8°.

The annals and magazine of natural history. London 1878. 5 Series. Vol. II. N^o. 11. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and journal of science. London 1878. Vol. VI. N^o. 38. 8°.

Report of the 46th and 47th meeting of the British Association for the advancement of science. London 1877—1878. 8°.

Corpus scriptorum historiae Byzantinae. Bonnae 1853—1855. *Michael Attaliota et Nicephorus Gregoras*. Vol. III. 8°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève & Lausanne 1878. N^o. 249 et N^o. 251. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND DECEMBER 1878.

N E D E R L A N D

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878. 4^{de} Reeks. Deel II. November. 8°.

Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs.
's Hage 1878. Afl. 1. 1^{te} en 2^{de} ged. 4°.

Handelingen en Mededeelingen van de Maatschappij der Ne-
derlandsche Letterkunde te Leiden over het jaar 1878. 8°.

Levensberichten der afgestorvene medeleden van de Maat-
schappij der Nederlandsche Letterkunde. Leiden 1878.
Bijlage tot de Handelingen van 1878. 8°.

Jaarboek der Rijks-Universiteit te Leiden. 1877—78. 8°.

Volks-Almanak voor het jaar 1879, uitgegeven door de
Maatschappij: *„tot Nut van 't Algemeen.”* Amsterdam
1878. 8°.

Rapport der rijks-commissie tot het instellen van een on-
derzoek naar den toestand der Nederlandsche kunst-nij-
verheid. 's Hage 1878. 4°.

Mededeelingen betreffende het Zeewezen, uitgegeven door
het Departement van Marine. 's Hage 1878. Deel XXI. 8°.

D. VAN DER KELLEN JR. Le moyen âge et la renaissance
dans les Pays-Bas. La Haye 1878. Livr. 9—10. Fol.

Memoriaal van de Marine. Amsterdam 1878. Afl. 15. Fol.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden gedurende
de maand October 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Fol.

N E D E R L A N D S C H O O S T - I N D I È.

Notulen van de Algemeene en Bestuurs-vergaderingen van
het Bataviaasch Genootschap van kunsten en wetenschap-
pen. Batavia 1878. Deel XVI. N°. 1—2. 8°.

Tijdschrift voor Indische taal-, land- en volkenkunde, uit-
gegeven door het Bataviaasch Genootschap van kunsten
en wetenschappen. Batavia 1878. Deel XXV. Afl. 1. 8°.

WIWAHA DJARWA EN BRATA JOEDA KAWI. (Fragment).
Facsimilés van een tweetal handschriften op palmblad,
op steen gebracht onder toezicht van Dr. R. TH. A. FRIE-
DERICH. Batavia 1878. Fol.

Geneeskundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, nitgege-
ven door de Vereeniging tot bevordering der geneeskun-
dige wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1878.
Nieuwe Serie. Deel VIII. Afl. 2. 8°.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederl-Indië,
uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van
nijverheid en landbouw. Batavia 1878. Deel XXIII.
Afl. 9. 8°.

J. E. TEYSMANN. Bekort verslag eener botanische dienstreis
naar het gouvernement van Celebes en onderhoorigheden,
van 12 Juni t. m. 29 December 1877. Batavia 1878. 8°.

Verslag omtrent den staat van 'slands plantentuin te Bui-
tenzorg en de daarbij behoorende inrichtingen, gelurende
het jaar 1877. Batavia 1878. 8°.

B E L G I Ë.

Bulletin de l'Académie royale des sciences à Bruxelles 1878.
2^e Série. Tome XLVI. N^o. 9—10. 8°.

Compte rendu de la Société entomologique de Belgique.
Bruxelles 1878. 2^e Série. N^o. 57. 8°.

Recueil des ordonnances de la principauté de Liège 1^e Sé-
rie. 974—1506. Bruxelles 1878. Folio.

Coutumes des pays et comté de Flandre. Bruxelles 1878.
Quartier de Gand Tome III. Coutumes des deux villes
et pays d'Alost (Alost en Grammont). 4°.

F. PLATEAU. Communication préliminaire sur les mouvements et l'innervation de l'organe central de la circulation chez les animaux articulés. Bruxelles 1878. 8°.

Jaarboek van het Willems Fonds voor 1879. Gent 1878. 8°.

J. MICHEELS. *Benjamin Franklin*. (Een levensbeeld). Gent 1878. 8°.

FR. DE POTTER en J. BROECKAERT. Geschiedenis van de gemeenten der provincie Oost-Vlaanderen. Gent 1878. Deel XXV. Haasdonk, Kalloo, Kemzeke, Kieldrecht, de Klinge, Kruibeke. 8°.

F R A N K R I J K.

Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences. Paris 1878. Tome LXXXVII. N°. 20—24. 4°.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris 1878. 2^e Série. Tome VII. N°. 48—51. 8°.

v. DURUY. Histoire des Romains, depuis les temps les plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares Paris 1878. Livr. 39—45. roy. 8°.

Journal d'hygiène. Paris 1878 4^e Année. Vol. III. N°. 114—117. 4°.

GROOT-BRITANNIË EN IERLAND.

Monthly notices of the Royal Astronomical Society. London 1878. Vol. XXXIX. N°. 1. 8°.

D U I T S C H L A N D.

Abhandlungen der kön. Akademie der Wissenschaften. Berlin 1878. Jahrg. 1877. 4°.

Inhoud :

- ROTH. Studien am Monte Somma.
REICHERT. Ueber das vordere Ende der *Chorda dorsualis* bei frühzeitigen Haifisch-Embryonen (*Acanthias vulgaris*).
AUWERS. Bericht über die Beobachtung des Venus-Durchgangs vom 8 December 1874 in Luxor.
HAGEN. Vergleichung der Wasserstände der Ostsee an der Preussischen Küste
WEBER. Pañcadandachattraprabandha. Ein Märchen von König Vikramāditya.
LEPSIUS. Die Babylonisch-Assyrischen Längenmasse nach der Tafel von Senkereh.
ZELLER Ueber die Benützung der aristotelischen Metaphysik in den Schriften der älteren Peripatetiker.
SCHRADER. Die Namen der Meere in den assyrischen Inschriften.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1878. Band LXXIV. Heft 3. 8°.

Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. 1878. Band XIV. Heft 1—2. 4°.

Inhoud :

- FR. SCHMITZ Die Familiendiagramme der Rhocadinen. Ein Beitrag zur vergleichenden Morphologie der Phanerogamen.
FR. KAMIENSKI. Vergleichende Anatomie der Primulaceen.

Bericht über die Sitzungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle im Jahre 1877. 4°.

R. HOPPE. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1878. Theil LXII. Heft 4. 8°.

Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1878. Jahrg. 1. N°. 1—16. 8°.

Verhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereins von Hamburg-Altona. Hamburg 1878. Neue Folge. 2. 8°.

Verhandlungen der physik-medecin. Gesellschaft in Würzburg. 1878. Neue Folge. Band XII. Heft 3—4. 8°.

17^{tes} Bericht der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde, Giessen 1878. 8°.

A. PETERMANN. Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt, Gotha 1878, Band XXIV, N^o. 11, 4°.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften, München 1878, Heft 3. 8°.

I T A L I È.

Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino. 1878. Serie 2. Tomo XXIX. 4°.

Inhoud :

L. BELLARDI I Molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria.

A. GENOCCHI Sur un mémoire de Daviet de Foncenex et sur les géométries non euclidiennes.

A. FABRETTI Osservazioni paleografiche e grammaticali intorno alle antiche Iscrizioni italiane.

————— Terzo supplemento alla raccolta delle antichissime iscrizioni italiane.

DE SIMONE. Note japygo-messapiche.

O. BURONI. Dell' essere e del conoscere, studii su Parmenide, Platone e Rosmini

Atti della R. Accademia delle scienze di Torino 1877—1878. Vol. XIII. Disp. 1—8. 8°.

Bollettino dell' Osservatorio della regia Università di Torino. 1878 Anno XII. Oblong.

R U S L A N D.

Sitzungs Berichte der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst aus dem Jahre 1877. Mitau 1878. 8°.

F. DANNENBERG. Erzbischof Adalbert von Hamburg, Bremen und der Patriarchat des Nordens. Mitau 1877. 8°.

Meteorologische Beobachtungen angestellt in Dorpat (Br. 58°22'47", l. L. 24°23'14" = 1h37'33" östlich von Paris) im Jahre 1876, 1 Januar—31 December. Dorpat 1878. Jahrg. 11. Band III. Heft 1. 8°.

NOORD-AMERIKA

Annual report of the curator of the Museum of comparative zoölogy at Harvard College to the President and fellows of Harvard College for 1877—78. Cambridge 1878. 8°.

Boletín del Ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Mexico 1878. Tomo III. N°. 47--52, 54—59. Folio.

ZUID-AMERIKA.

Archivos do Museu Nacional do Rio de Janeiro. 1876. Vol. I. 1^e—1^e Trimestre. 4°.

Annaes da Bibliotheca Nacional do Rio de Janeiro. 1876—1878. Vol. I—IV. 8°.

Anales de la Sociedad científica Argentina. Buenos Aires 1878. Tomo VI. Entr. 5. 8°.

S. SAENZ. Contribuciones al estudio geognostico de una seccion de la Cordillera Oriental, comprendida entre los 4° y 5° latitud norte del meridiano de Bogota Bogota 1878. 4°.

A U S T R A L I Ë.

Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales. Sydney 1878. Vol. XI. 8°.

Report of the council of education upon the condition of the public schools and of the certified denominational schools for the year 1877 Sydney 1878. 8°.

Report on the construction and working of the railways of New South Wales, during 1876. Sydney 1877. Folio.

A A N G E K O C H T.

J. P. AREND. Algemeene geschiedenis des vaderlands. Haarlem 1878. Deel IV. St. 2. Afl. 18—19. 4°.

Journal des savants. Paris 1878. Septembre — Décembre. 4°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Paris 1878. 2^e Série. Tome II. Juillet. 8°.

Annales de chimie et de physique. Paris 1878. 5^e Série. Tome XV. Octobre. 8°.

The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of science. London 1878. 5 Series. Vol. VI. N^o. 39. 8°.

The annals and magazine of natural history. London 1878. 5 Series. Vol. II. N^o. 12. 8°.

Allgemeine deutsche Biographie. Leipzig 1878. Band VIII. 8°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Lausanne 1878. Tome LXIV. N^o 250—251. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND JANUARIJ 1879.

Natuurkundige Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij van Wetenschappen. Haarlem 1878 3^e Verzameling Deel III f.

Inhoud:

II FRITZ. De Bezigningen der Sonnenflecken zu den magnetischen und meteorologischen Erscheinungen der Erde.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem. 1878. Tome XIII. Livr. 4—5. 8^o.

Tijdschrift uitgegeven door de Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid. Haarlem 1878 - 1879. 4^e Reeks. Deel II. December. Deel III. Januari. 8^o.

Archives du Musée Teyler Haarlem 1878. Vol. IV. Fasc. 2—4. Vol. V. Part. 1. 8^o.

Tijdschrift voor entomologie, uitgegeven door de Nederlandsche entomologische vereeniging 's Hage 1879. Deel XXI. Afk. 1. 8^o.

Aanteekeningen van het verhandelde in de seetie-vergaderingen van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van kunsten en wetenschappen, ter gelegenheid van de algemeene vergadering gehouden den 25^{ten} Juni 1878. Utrecht 1878. 8^o.

Nederlandsch tijdschrift voor geneeskunde, tevens orgaan der Nederlandsche Maatschappij tot bevordering der Geneeskunst. Amsterdam 1878. 2^o Reeks Jaarg. 14. 8^o.

Publications de la Société historique et archéologique dans le duché de Limbourg. Ruremonde 1878. Tome XV. 8°.

De Navorscher. Amsterdam 1878. Jaarg. 28. N°. 10—12. 8°.

F. C. DONDERS en TH. W. ENGELMANN. Onderzoekingen gedaan in het physiologisch laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. Utrecht 1878. 3° Reeks. Deel V. Afl. 2. 8°.

S. C. SNELLEN VAN VOLLENHOVEN. SEPP'S Nederlandsche insecten. 's Hage 1879. 2° Serie. Deel IV. N°. 9—10. 4°.

Pinacographia. 's Hage 1878. Part. 7. Afl. 7. 4°.

Flora Batava. Leiden 1879. Afl. 243—244. 4°.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de Boven-Maas enz., waargenomen in de maanden Augustus en September. 's Gravenhage 1878. Folio.

Statistiek van het koninkrijk der Nederlanden van de in-uit- en doorgevoerde voornaamste handelsartikelen gedurende de maand November. 's Hage 1878. Nieuwe Serie. Folio.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Ned.-Indische Maatschappij van nijverheid en landbouw. Batavia 1878. Deel XXIII. Afl. 10. 8°.

BELGIË.

Bulletin de l'Académie royale des sciences. Bruxelles 1878. 2° Série. Tome XLVI. N°. 11. 8°.

Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale de médecine de Belgique. Bruxelles 1878. Tome V. Fasc. 2. 8°.

Bulletin de l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1878.
3^e Série. Tome XII. N^o. 10—11. 8^o.

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. Février—
Août 1878. 4^o.

J. PLATEAU. Sur une loi de la persistance des impressions
dans l'oeil. Bruxelles 1878. 8^o.

G. VAN DER MENSBRUGGHE. Sur une nouvelle application
de l'énergie potentielle des surfaces liquides. Bruxelles
1878. 8^o.

F R A N K R I J K.

Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences.
Paris 1878. Tome LXXXVII. N^o. 25—27. Tome
LXXXVIII. N^o. 1—2. 4^o.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris 1878—1879.
Tome VII. N^o. 52—53. Tome VIII. N^o. 1—3. 8^o.

Bulletin de la Société botanique de France. Paris 1878.
Tome XXV. Revue bibliographique B—C. 8^o.

V. DURUY. Histoire des Romains, depuis les temps les plus
reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1879. Livr.
46—47. roy. 8^o.

Journal d'agriculture de la Cote d'Or, publié par la So-
ciété d'agriculture et d'industrie agricole du département
de la Cote-d'Or. Dyon 1878. Vol. XXXIX. 8^o.

G R O O T - B R I T T A N N I Ë E N I E R L A N D

Monthly notices of the Royal Astronomical Society. Lon-
don 1878. Vol. XXXIX. N^o. 2. 8^o.

Proceedings of the Royal geographical Society. London 1878.
Vol. I. N^o. 1. 8^o.

R. OWEN. Monograph of the fossil reptilia of the liassic
formations. London 1865. Part 1. *Sauropterygia*. 4^o.

Transactions of the Royal Irish Academy. Dublin 1876—
1878. Vol. XXVI. N^o. 6—15. (*Science*). Vol. XXVII.
N^o. 1. (*Polite literature and antiquities*). 4^o.

Inhoud, Vol. XXVI:

6. H. M. DEAFER and J. MOSS. Report on the Allotropism of selenium,
and on the influence of light on the electrical conductivity of this
element.
7. J. BIRMINGHAM. The red stars: observations and catalogue.
8. E. P. WRIGHT. On a new species of parasitic green alga belonging to
the genus *Chlorochytrium* of Cohn.
9. ————— On a species of *Rhizophyidium* parasitic on species of
Ectocarpus, with notes on the fructification of the *Ectocarpi*.
10. J. L. E. DEBYER. A supplement to Sir JOHN HERSCHEL'S "General
Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars".
11. C. E. BURTON. On the aspect of Mars at the oppositions of 1871
and 1873.
12. J. C. MALET. Direct demonstration of the properties of the first ne-
gative pedal of a central conic from any point in its plane.
13. A. S. HART. On the intersections of plane curves of the third order.
14. J. C. MALET. On a proof that every algebraic equation has a root.
15. ————— On a certain surface derived from a quadric.
16. H. LLOYD. Attempt to deduce the general laws of the variations of tem-
perature at the earth's surface from those of solar and terrestrial ra-
diation.

Vol. XXVII. Part. 1.

W. BEVER. On the Bell of St. Patrick, called the clog an Edachta.

Proceedings of the Royal Irish Academy. Dublin 1877.
Science. Serie 2. Vol. II. N^o. 7. Vol. III. N^o. 1. *Polite literature and antiquities*. Serie 2. Vol. I. N^o.
12. 8^o.

- J. HENRY. Aeneidea, or critical, exegetical and aesthetical remarks on the Aeneis. London and Dublin. 1873 — 1878. Vol. I—II. 8°.

O O S T E N R I J K.

Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. 1878. Mathem.-naturwiss. Classe. Band XXXV und XXXVIII. 4°.

Inhoud, Band XXXV:

- WULLERSTORF-URBAIR. Die meteorologischen Beobachtungen und die Analyse des Schiffeurées während der Polarexpedition unter *Weyprecht* und *Bayer*, 1872—1874.
- HELLER. Die Crustaceen, Pygogoniden und Tunicaten der k. k. österr. ungar. Nordpol-Expedition.
- WEYPRECHT. Astronomische und geodätische Bestimmungen der österr.-ungar. arctischen Expedition, 1872—1874.
- Die magnetischen Beobachtungen der österr.-ungar. arctischen Expedition, 1872—1874
- Die Nordlichtbeobachtungen der österr. ungar. arctischen Expedition, 1872—1874.
- VON MARENZELLER. Die Coelenteraten, Echinodermen und Würmer der k. k. österreichisch-ungarischen Nordpol-Expedition.

Band XXXVIII:

- CLAUS. Studien über Polypen und Quallen der Adria I. Aculephen (Discomedusen).
- VON ETTINOSHAUSEN. Beiträge zur Erforschung der Phylogenie der Pflanzenarten.
- Beiträge zur Kenntniss der fossilen Flora von Parschlug in Steiermark. I. Die Blattpilze und Moose
- STREINDACHNER. Ueber zwei neue Eidechsen Arten aus Südamerika und Borneo.
- FRITSCH. Jährliche Periode der Insectenfauna von Österreich-Ungarn. III. Die Hautflügler (Hymenoptera).
- MANZONI. I briozoi fossili del miocene d'Austria ed Ungheria.
- FUCHS. Die geologische Beschaffenheit der Landenge von Suez.
- ROHON. Das Centralorgan des Nervensystems der Selachier.
- PEYRITSCH. Untersuchungen über die Aetiologie pelorischer Blüthenbildungen.
- LIPPICH. Ueber Brechung und Reflexion unendlich dünner Strahlensysteme an Kugelflächen
- DOMTER. Der Vulcan Monte Fernu auf Sardinien.
- PUCHTA. Ein Determinantensatz und dessen Umkehrung.

Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften zu
Wien. 1878. Philos.-histor. Classe. Band XXVII. 4^o.

Inhoud:

MIKLOSICH. Ueber die Mundarten und die Wanderungen der Zigeuner
Europa's VIII.

PFREMAIER. Der Nebel der Klage. Ein japanisches Zeitbild (Schluss).

CUNZE. Böhmische Bildwerke einheimischen Fundorts in Oesterreich III.

PFREMAIER. Die Geschichte einer Seelenwanderung in Japan (Schluss).

MIKLOSICH. Ueber den Ursprung der Worte von der Form aslov. trati.

PFREMAIER. Der Stand der chinesischen Geschichtsschreibung in dem
Zeitalter der Sung.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften zu
Wien. 1878. 1^o Abth. Band LXXVI. Heft 1—5.
Band LXXVII. Heft 1—4. 2^o Abth. Band LXXVI.
Heft 2—5. Band LXXVII. Heft 1—3. 3^o Abth. Band.
LXXVI. Heft 1—5. Register zu den Bänden LXXV—
LXXV. 8^o.

Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften zu
Wien. 1878. Philos.-histor. Classe. Band LXXXVIII.
Heft 1—3. Band LXXXIX. Heft 1—2. Register zu
den Bänden LXXI—LXXX. 8^o.

Almanach der kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien.
1878. Jahrg. 28. 8^o.

Archiv für österreichische Geschichte. Wien 1878. Band
LVI. Hälfte 2. Band LVII. Hälfte 1. 8^o.

Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien
1878. N^o. 11—13. 8^o.

Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1878.
Band XXVIII. 8^o.

Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft zu Wien.
1878. Band VIII. N^o. 5—9. 8^o.

Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg.
Innsbruck 1878. 3^e Folge. Heft 22. 8°.

D U I T S C H L A N D.

Monatsbericht der kön. preussischen Akademie der Wissen-
schaften zu Berlin. September und October 1878. 8°.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Phy-
siologie und für klinische Medicin. Berlin 1878. Band
LXXIV. Heft 4. Band LXXV. Heft 1. 8°.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen
Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee
und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1878. Heft
2—3. Oblong.

H. A. MEYER. Biologische Beobachtungen bei künstlicher
Aufzucht des Herings der westlichen Ostsee. Berlin
1878. 8°.

II. DE VRIES. Beiträge zur speciellen Physiologie land-
wirthschaftlicher Kulturpflanzen. II die Kartoffelpflanze,
im Auftrage des kön. preussischen Ministerium für die
landwirthschaftlichen Angelegenheiten. 1878. 8°.

55^{ter} Jahres-Bericht der schlesischen Gesellschaft für va-
terländische Cultur. Breslau 1878. 8°.

Fortsetzung des Verzeichnisses der in den Schriften der
schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur von
1864 bis 1876 incl. enthaltenen Aufsätze, geordnet
nach den Verfassern in alphabetischer Folge. Breslau
1878. 8°.

Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen
naturforschenden Gesellschaft. Frankfurt a./M. 1878.
Band XI. Heft 2—3. 4°.

Inhoud :

- L. DIFFEL. Die neuere Theorie über die feinere Structur der Zelhülle, betrachtet an der Hand der Thatsachen.
C. CHUN. Das Nervensystem und die Muskulatur der Rippenquallen.
F. SCHARFF. Treppen- und Skelettbildung einiger regulärer Krystalle.
O. BÜTNER. Die Reptilien und Amphibien von Madagascar.
W. KOBELT. Fauna japonica extramarina.

Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft. Frankfurt a/M. 1877—1878. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1878. Jahrg. 13. Heft 3. 8°.

V. CARUS. Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1878—1879. N°. 17—19. 8°.

A. PETERMANN. Mittheilungen aus JUSTUS PERTHE'S geographischer Anstalt. Gotha 1878. Band XXIV. N°. 12. Ergänzungsheft. N°. 56. 4°.

Denkschriften der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. 1878. Band II. Heft 2. 4°.

Verhandlungen der physik.-medicin. Gesellschaft in Würzburg. 1879. Neue Folge. Band XIII. Heft 1—2. 8°.

Flora, oder allgemeine botanische Zeitung, herausgegeben von der kön. bayr. botanischen Gesellschaft. Regensburg 1878. Neue Reihe. Jahrg. 36. 8°.

XV. Jahresbericht des Vereins für Erdkunde zu Dresden. 1878. 8°.

Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. 1879. Neue Folge. Band II. Heft 3. 8°.

B. TROOST. Nachweis der Unzulänglichkeit der Kirchhoff'schen Erklärung der Entstehung der dunklen Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum. Leipzig. 8°.

B. TROOST. Eine Lichtäther-Hypothese zur Erklärung der Entstehung der Naturkräfte, der Grundstoffe, der Körper, des Bewusstseins und der Geistesthätigkeit des Menschen. Aachen 1878. 8^o.

———— Eine Replik auf die beiden Critiken von Dr. KARL MÜLLER in Halle und Dr. H. W. VOGEL in Berlin. Aachen 1878. 8^o.

Z W I T S E R L A N D.

Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. 1878. Tome XXV. Partie 2. Tome XXVI. Partie 1. 4^o.

Inhoud, Tome XXV. Part. 2 :

H. DE SAUSSURE. Mélanges orthoptérologiques.

Tome XXVI. Part. 1 :

J. E. DUBY. Choix de mousses exotiques nouvelles ou mal connues.

É. FAVRE. Étude stratigraphique de la partie sud-ouest de la Crimée.

H. TOL. Recherches sur la fécondation et le commencement de l'hérogénie chez divers animaux.

Actes de la Société helvétique des sciences naturelles réunie à Bex, les 20, 21 et 22 Août 1877. Lausanne 1878. Session 60^e. 8^o.

Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1877. Bern 1878. 8^o.

I T A L I È.

Atti del reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia 1876—1878. Serie 5. Tomo III. Disp. 8—10. Tomo IV. Disp. 1—9. 8^o.

Il. R. Museo industriale Italiano. Torino 1873. 4^o.

Illustrazioni delle collezioni del R. Museo industriale Italiano. Torino 1869. 8°.

Annali del R. Museo industriale Italiano. Torino 1870.
Anno I. Fasc. 1—12. Anno II. Fasc. 1—6. 8°.

Catalogo generale delle opere editte della Società l'Unione tipografico-editrice Torinese. Torino 1877. 8°.

G. DEVINCENZI. Dell' insegnamento tecnico superiore e del Museo industriale di Torino. Roma 1878. 8°.

L. PEROZZO. Sulla classificazione della popolazione per età. Roma 1878. 8°.

D E N E M A R K E N.

Mémoires de l'Académie royale de Copenhague. 1878.
Classe des Sciences. Serie 5. Vol. XII. N°. 3. 4°.

Inhoud:

J. REINHARDT. *Kaempedovendyr-Slaegten Coelodon.*

R U S L A N D.

Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St. Pétersbourg 1877—1878. Serie 7. Tome XXV. N°. 5—9. Tome XXVI. N°. 1—4. 4°.

Inhoud, Tome XXV.

5. N. MENSHUTKIN. Recherches sur l'influence exercée par l'isomérisie des alcools et des acides sur la formation des éthers composés.

6. G. BOER. Beiträge zur fossilen Flora Sibiriens und des Amurlandes.

7. ———. Miocene Flora der Insel Sachalin

8. ED. SAUER. Beiträge zur Kenntniss der Annelidenfauna der Philippinen.

9. V. VON MÖLLER. Die spiral-gewundenen Foraminiferen des russischen Kohlenkalks.

Tome XXVI:

1. CHR. OOB. Die Algenflora des weissen Meeres und der demselben zunächstliegenden Theile des nördlichen Eismeer.
2. E. VON ASTEN. Untersuchungen über die Theorie des Encke'schen Cometen. II. Resultate aus den Erscheinungen 1819—1875.
3. R. LENZ. Über den galvanischen Widerstand verdünnter Lösungen von Verbindungen des Kalium, Natrium, Ammonium und des Wasserstoffs.
4. B. HASSELBERG. Studien auf dem Gebiete der Absorbtionsspectralanalyse.

Bulletin de la Société imperiale des naturalistes. Moscou
1878. N^o. 2. 8^o.

N O O R D - A M E R I K A.

Bulletin of the Museum of comparative zoology at Harvard College. Cambridge, Mass. 1878. Vol. IV—V.
N^o. 2—6. 8^o.

Boletin del Ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Mexico 1878. Tome III. N^o. 60—73. Folio.

Revista meteorologica mensual del Ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Mexico Junio 1878. 4^o.

Z U I D - A M E R I K A.

Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Buenos Aires
1878. Tomo VI. Entr. 6. 8^o.

A Z I Ę.

H. F. BLANFORD. Report on the meteorology of India in
1876. Calcutta 1878. Year 2. Folio.

————— Indian meteorological memoirs. Calcutta
1878. Vol. I. Part 2. Fol.

Report on the administration of the meteorological department of the government of India in 1876—77. Folio.

- Journal of the Asiatic Society of Bengal.* Calcutta 1878.
Vol. XLVII. Part. 1. N^o. 2—3. Philological Class.
Vol. XLVII. Part. 2. N^o. 8. Natural History Class. 8^o.
Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. Calcutta
1878. N^o. 7—8. 8^o.

A U S T R A L I Ë.

- Proceedings of the Linnean Society of New-South Wales.*
Sydney 1877—78. Vol. II. Part 2—3. 8^o.

A A N G E K O C H T.

- J. P. AFEND. *Algemeene geschiedenis des vaderlands van
de vroegste tijden tot op heden.* Haarlem 1878. Deel IV.
St. 2. Afl. 22. 4^o.
Journal des savants. Paris 1878. Décembre. 4^o.
*Dictionnaire des antiquités grecques et romaines d'après
les textes et les monuments.* Paris 1879. Fasc. 6.
(Cae-Cas). Folio.
Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Pa-
ris 1878. 2^e Série. Tome II. Août. 8^o.
The annals and magazine of natural history. London 1879.
3^d Series. Vol. III. N^o. 13. 8^o.
*The London, Edinburgh and Dublin philosophical magazine
and journal of science.* London 1879. 3^d Series. Vol. VII.
N^o. 40. 8^o.

Mittheilungen der k. k. Central-Commission zur Erforschung und Erhaltung der Kunst- und historischen Denkmale. Wien 1878. Band IV. Heft. 4. 4°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Lausanne et Genève 1878. N°. 252. 8°.

Ephemeris epigraphica, corporis inscriptionum latinarum supplementum. Romae 1879. Vol. IV. Fasc. 1—2. 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND FEBRUARIJ 1879.

Bijdragen tot de taal- land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het Kon. Instituut voor de taal- land- en volkenkunde van Nederlandsch Indië. 's Hage 1878. 4^e Reeks. Deel II. St. 3. 8°.

Bar Bië Isreen faas kwaar ro Loekas Kiawer kwaar ro woos woranda hé woos noefoor. Het heilig Evangelie beschreven door Lukas, vertaald uit de Hollandsehe in de Noefoorsche taal door J. L. VAN HASSELT, zendeling der Utrechtsche Zendingsvereniging. Utrecht 1878. 8°.

Bijdragen en Mededeelingen van het Historisch Genootschap, gevestigd te Utrecht. 1879. Deel II. 8°.

Bellum trajectinum, Henrico Bomelio auctore. Werken van het Historisch Genootschap Utrecht 1878. Nieuwe Serie. N°. 28. 8°.

Wet van het Historisch Genootschap, gevestigd te Utrecht. 8°.

Jaarboek der Rijks-Universiteit te Utrecht. 1877—1878. 8°.

C. B. STRUYT. Proeve van eene geschiedenis van de leer der aangeboren begrippen, bekroond en uitgegeven door Curatoren van het Stolpinaansch Legaat aan de Universiteit te Leiden. 1879. 8°.

Archief. Vroegere en latere mededeelingen voornamelijk in betrekking tot Zeeland, uitgegeven door het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen. Middelburg 1879. Deel IV. St. 2. 8°.

Verslag van de feestviering bij gelegenheid van het honderdjarig bestaan der maatschappij Felix Meritis, op 1 November 1877. 8°.

J. SWART. Tijdschrift voor het Zeewezen. Amsterdam 1878. N°. 3. 8°.

De Volksvlijt, tijdschrift voor nijverheid, landbouw, handel en scheepvaart. Amsterdam 1878. N°. 9—10. 8°.

Memoriaal van de Marine. Amsterdam 1878. Afl. 16. Folio.

G. T. LIERSUR. Stelselmatige bodemverontreiniging contra pneumatische rioleering. Een onderzoek naar de aanhangige voorstellen ter verbetering van den openbaren gezondheidstoestand te Amsterdam. Amsterdam 1879. 8°.

G. MIRANDOLLE. Bereidingwijzen van hout, en hare resultaten bijeenverzameld ten gerieve van de Maatschappij tot bevordering der bouwkunst, afdeling Rotterdam. 8°.

H. E. MOLTZER EN JAN TE WINKEL. Bibliotheek van middelederlandische letterkunde. Groningen 1879. Afl. 23. 8°.

N. VOLMER. Alphabet der kleuren, of nieuwe theorie van het licht en de kleuren in gekleurde figuren, met schetsen voor iedereen. Groningen 1878. Afl. 1. 1^{oo} Ged. Folio.

NEDERLANDSCH OOST-INDIË.

Verslag der viering van het honderdjarig bestaan van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen op 1 Juni 1878. Batavia 1878. 4°.

BELGIË.

Mémoires de l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1878. Tome XLII. 4°.

Inhoud :

- J. PLATEAU. Bibliographie analytique des principaux phénomènes subjectifs de la vision, depuis les temps anciens jusqu'à la fin du XVIII^e siècle, suivie d'une bibliographie simple pour la partie écoulée du siècle actuel.
- F. PLATEAU. Recherches sur les phénomènes de la digestion et sur la structure de l'appareil digestif chez les Myriapodes de Belgique.
- E. CATALAN. Notes d'algèbre et d'analyse.
————— Sur quelques formules relatives aux intégrales Eulériennes.
- OUILLAUME. Histoire de l'infanterie wallonne sous la maison d'Espagne (1560—1800).

Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers publiés par l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1876—1878. Tome XL—XLI. 4°.

Inhoud, Tome XL :

- CH. DE LA VALLÉE POUSSIN et RENARD. Sur les caractères minéralogiques et stratigraphiques des roches dites plutoniques de la Belgique et de l'Ardenne française (*Mémoire couronné*).
- O. VAN DER MENSBRUGGHE. L'électricité statique exerce-t-elle une influence sur la tension superficielle d'un liquide?
- CH. VAN BAMBEKE. Recherches sur l'embryologie des poissons osseux. — 1. Modification de l'oeuf non fécondé après la ponte. — 2. Premières phases du développement.
- J. BOUSINESQ. Essai théorique sur l'équilibre d'élasticité des masses pulvérulentes et sur la poussée des terres sans cohésion.

Tome XLI :

- O. VAN DER MENSBRUGGHE. Sur le problème des liquides superposés dans un tube capillaire.

A. BÉNAUD. Sur la structure et la composition du cuticule et sur ses rapports avec le phylloclade végétatif.

N. DE RAPORTA et A. P. MARION. Revision de la thèse licentienne de Gillien d'après une collection appartenant au comte de DE LOUË.

E. MARICHAL. Sur la sculpture aux Pays-Bas, pendant les XVII^e et XVIII^e siècles, précédé d'un résumé historique (*Mémoires couronnés*).

Collection de chroniques belges inédites, publiée par ordre du Gouvernement. La Bibliothèque Nationale à Paris. Notices et extraits des manuscrits qui concernent l'histoire de Belgique par M. GACHARD. Bruxelles 1877. Tome II. 4^o.

Collection de chroniques belges inédites, publiée par ordre du Gouvernement. ST. BORMANS. Chronique de Jean des Preis dit d'Outremeuse. Bruxelles 1877. Tome IV. 4^o.

Collection de chroniques belges inédites, publiée par ordre du Gouvernement. ED. POUILLET. Correspondance du Cardinal de Granvelle 1565—1586. Bruxelles 1878. Tome I. 4^o.

Collection de chroniques belges inédites, publiée par ordre du Gouvernement. M. GACHARD. Collection des voyages des souverains des Pays-Bas. Bruxelles 1876. Tome I. 4^o.

A. WAUTERS. Table chronologique des chartes et diplômes imprimés concernant l'histoire de la Belgique, publiée par l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1877. Tome V (1251—1279). 4^o.

Mémoires couronnés et autres mémoires publiés par l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1877—1878. Tome XXVII—XXVIII. 8^o.

Inhoud, Tome XXVII:

ED. MAILLY. D'une histoire des sciences et des lettres en Belgique pendant la seconde moitié du XVIII^e siècle. Du projet qu'on avait formé en 1786 de créer une chaire à l'Université de Louvain pour l'astronomie de Zech et d'y ériger un observatoire.

L. HALPEL. Mélanges de géométrie supérieure

——— Mémoire sur de nouvelles lois générales qui régissent les surfaces à points singuliers.

- A. COGNIAUX. Diagnoses des Cucurbitacées nouvelles et observations sur les espèces critiques (1er fascicule)
- MAX ROOSES. Plantijn en de Plantijnsche drukkerij. (Bekroond antwoord op de prij-vraag Stassart).
- A. FAIDER. Histoire du droit de chasse et de la législation sur la chasse en Belgique, en France, en Angleterre, en Allemagne, en Italie et en Hollande.

Tome XXVIII :

- A. COGNIAUX. Diagnoses de Cucurbitacées nouvelles et observations sur les espèces critiques (2^e Fasc.).
- A. PETERMANN. Recherches sur les graines originaires des hautes latitudes. — Seconde note sur les gisements de phosphates en Belgique et particulièrement sur celui de Ciplly.
- F. PUTZETS et H. ROMÉE. Mémoire sur l'action physiologique de la Gélémène.
- TH. QUOÏDBACH. Mémoire historique sur la persistance du caractère national des Belges. (Mémoire couronné).
- CH. PAILLARD. Huit mois de la vie d'un peuple. — Les Pays-Bas du 1er janvier au 1er septembre 1566, d'après les mémoires et les correspondances du temps. — Une page de l'histoire religieuse des Pays-Bas. — Le procès de Pierre Brully, successeur de Calvin comme ministre de l'église française réformée de Strasbourg. Sentences prononcées contre Brully et contre ses adhérents (Tournay, 1544—1545), d'après les papiers inédits des Archives du royaume de Belgique.
- E. BAES. Le séjour de Rubens et de van Dijk en Italie (Mémoire couronné).

Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique.
Bruxelles 1878. 2^e Série. Tome XLVI. N^o. 12. 8^o.

Compte rendu de la commission royale d'histoire de l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1870—1878. 4^e Série. Tome III. Bull. 4. Tome IV. Bull. 1—3. Tome V. Bull. 1—5. 8^o.

Annuaire de l'Académie royale des sciences de Belgique.
Bruxelles 1879. Année 45. 8^o.

Biographie nationale publiée par l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1876—1877. Tome V. Partie 2. Tome VI. Partie 1. 8^o.

P. MANSION et A. SAMUR. Tables de logarithmes à 12 décimales, jusqu'à 454 milliards avec preuves, publiées par l'Académie royale des sciences de Belgique. Bruxelles 1877. 8°.

Compte-rendu de la Société entomologique de Belgique. Bruxelles 1878. Série 2 N° 58—59. 8°.

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. Septembre 1878. 4°.

F R A N K R I J K.

Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences. Paris 1879. Tome LXXXVIII. N° 3—5. 4°.

Bulletin de l'Académie de médecine. Paris 1879. 2^e Série. Tome VIII. N° 4—6. 8°.

Bulletin de la Société botanique de France. Paris 1879. Tome XXV. Comptes rendus N° 1. Revue bibliographique D. 8°.

V. DURUY. Histoire des Romains depuis les temps les plus reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1879. Livr. 48—50. roy. 8°.

Journal d'hygiène. Paris 1879. Vol. IV. N° 123—125. 4°.

G R O O T - B R I T T A N N I Ë EN I E R L A N D

Medico-chirurgical transactions, published by the Royal medical and chirurgical society of London. 1878. 2 Series. Vol. XLIII. 8°.

Inhoud:

A. DE MANDEL. On a case of Noma, in which moving bodies were observed in the blood during life.

- R. BARWELL. On a large aneurism of the Aorta, innominate, subclavian, and carotid arteries, treated successfully by double distal ligature.
- W. MORRANT BAKER. On the removal by operation of a hairy mole occupying half the forehead.
- J. PAGET. Cases of branchial fistulae in the external ears.
- H. T. BUTLIN. The microscopic anatomy of the smooth tongue "chronic superficial glossitis."
- W. M. ORD. On Myxoedema, a term proposed to be applied to an essential condition in the "Cretinoid" affection occasionally observed in middle-aged women.
- J. COATS. On the pathology of Tetanus and Hydrophobia.
- G. THIN. On the proportion of red corpuscles in the blood in some skin-diseases.
- J. HARLEY. A second communication on simple atrophic sclerema.
- O. V. POORE. Analysis of 75 cases of "writer's cramp" and impaired writing power.
- W. H. BROADBENT. On a case of Amnesia, with post-mortem examination.
- H. THOMPSON. An account of 500 cases of operation for stone in the bladder of the male adult, comprising his entire experience of such cases to January 1877, with remarks on the most important incidents in connection with them.
- Ø. THIN. On the condition of the skin in tinea tonsurans.
- W. LAIDLAW PURVES. 100 Cases of Paracentesis of the tympanic membrane, with the results obtained therefrom, and remarks on the methods of operation.
- R. SOUTHEY. On some points in the minute anatomy of the kidney and their relation to the pathological Phenomenon of tubular casts.
- J. HUTCHINSON. On Paralysis of the internal muscles of the eye (Ophthalmoplegia Intima), a group of symptoms which probably indicates disease of the lenticular ganglion.
- W. H. CRIPPS. Treatment of Haemorrhage from punctured wounds of the throat and neck, especially considered with regard to ligature of the external carotid artery.
- F. KIDD. A contribution to the pathology of Haemophilia.
- R. E. TOMPSON. On the pathological traces of pulmonary Haemorrhage.
- H. VANDYKE CARTER. Notes on the spirillum fever of Bombay, 1877.
- C. HANDFIELD JONES. Case of intussusception in which abdominal section was performed.

Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland. London 1878. Vol. VII N^o. 4. Vol. VIII. N^o. 1. 8^o.

Proceedings of the Royal Geographical Society. London 1879. Vol. I. N^o. 2. 8^o.

Transactions of the Royal Irish Academy. Dublin 1878.
Vol. XXVI. N^o. 17. (*Science*). 4^o.

Inhoud:

H. W. MACKINTOSH. Report on the acanthology of the Desmosticha Part
1. On the acanthological relations of the Desmosticha.

Proceedings of the Royal Irish Academy. Dublin 1878.
Series 2. Vol. III. N^o. 2. 8^o.

O O S T E N R I J K.

Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft in
Wien. 1877—1878. Band XX—XXI. 8^o.

D U I T S C H L A N D.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Phy-
siologie und für klinische Medicin. Berlin 1879. Band
LXXV. Heft. 2. 8^o.

Abhandlungen der kön. Gesellschaft der Wissenschaften zu
Göttingen. 1878. Band XXIII. 4^o.

Inhoud:

J. MENLE. Zur Anatomie der Crystalllinse

R. DEDKIND. Ueber den Zusammenhang zwischen der Theorie der Ide-
ale und der Theorie der höheren Congruenzen.

M. A. STERN. Beiträge zur Theorie der Bernoulli'schen und Euler'schen
Zahlen.

A. FINKLER. Untersuchungen über die Flächen mit planen und sphäri-
schen Krümmungslinien

F. WASTENFELD. Die Familie el-Zubeir.

F. DE LAGARDE. Kritische Anmerkungen zum Buche Isaïas.

Erklärung Chaldäischer Wörter.

TH. BENFLEY. Altpersisch *warzdā* = zendisch *warzdānā* = sanskritisch
varddā. (Eine grammatisch-etymologische Abhandlung).

Einige Derivate des Indogermanischen Verbums *arbh = Nabh*.

R. PAULI. Drei volkwirthschaftliche Denkschriften aus der Zeit Hein-
richs VIII von England.

Nachrichten von der kön. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität aus dem Jahre 1878. Göttingen 1878. 8°.

A. PETERMANN'S Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. Gotha 1879 Band XXV. N°. 1. 4°.

Anzeiger für Kunde der Deutschen Vorzeit, Organ des Germanischen Museums. Nürnberg 1878. Neue Folge. Jahrg. 25. N°. 1—12. 4°.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig 1878. N°. 13. 8°.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Leipzig 1878. Jahrg. 13. Heft 4. 8°.

R. HOPPE Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1878. Theil LXIII. Heft 1. 8°.

V. CARUS. Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1879. Jahrg. 2. N°. 20—21. 8°.

Neues Lansitzisches Magazin, im Auftrage der Oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften. Gorlitz 1878. Band LIV. Heft 2. Band LV. Heft 1. 8°.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften. München 1878. Heft 4. 8°.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften. München 1878. Band II. Heft 1. 8°.

Catalogus codicum latinorum Bibliothecae regiae Monacensis Monachii 1878. Tomi III Pars. 3. 8°.

I T A L I È.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1879. Serie 3.
Vol. III. Fasc. 1—2. 4°.

Processi Verbali della Società Toscana di scienze naturali.
Pisa 1879. 8°.

P. MANTEGAZZA. Archivio per l'antropologia e la etnologia.
Firenze 1878. Vol. VIII. Fasc. 3—4. 8°.

Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel,
zugleich ein Repertorium für Mittelmeerkunde. Leipzig
1879. Band 1. Heft. 2. 8°.

R U S L A N D.

Bulletin de l'Académie impériale des sciences de St. Pé-
tersbourg. Tome XXV. N°. 3. 4°.

A Z I È.

Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und
Völkerkunde Ost-Asien's. Yokohama 1878. Heft 16.
Folio.

N O O R D - A M E R I K A.

Annual report of the director of Harvard College Obser-
vatory. Cambridge, Mass. 1879. 8°.

The American Journal of Otology. New-York 1879.
Vol. I. N°. 1. 8°.

Boletín del Ministerio de Fomento de la República Mexi-
cana. Mexico 1878—1879. Tomo III. N°. 74—83.
Tomo IV. N°. 1—4. Folio.

A U S T R A L I Ë.

Proceedings of the Linnean Society of N. S. W. Sydney
1878. Vol. II. Part. 4. Vol. III. Part. 1. 8°.

A A N G E K O C H T.

J. P. AREND. Algemeene geschiedenis des vaderlands.
Haarlem 1879. Deel IV. St. 2. Afl. 22—23. 4°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques.
Paris 1878. 2^e Série. Tome II. Septembre. 8°.

Annales de chimie et de physique. Paris 1878. 5^e Série.
Tome XV. Novembre—Decembre. 8°.

The London, Edinburgh and Dublin philosophical magazine
and journal of science. London 1879. 5 Series. Vol.
VII. N^o. 41. 8°.

The annals and magazine of natural history. London 1879.
Vol. III. N^o. 14. 8°.

F. H. TROSCHEL. Archiv für Naturgeschichte. Berlin
1876—1879. Jahrg 42. Heft 6. Jahrg. 43. Heft 5.
Jahrg. 44. Heft 4. Jahrg. 45. Heft 1. 8°.

V. HEHN. Kulturpflanzen und Hausthiere in ihrem Über-
gang aus Asien nach Griechenland und Italien, sowie
in das übrige Europa. Berlin 1877. 8°.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1878. St. 38—52 Nach-
richten N^o. 15—16. 8°.

Dingler's polytechnisches Journal. Augsburg 1878—1879.
Band CCXXIX. Heft 6. Band CCXXX. Heft 1—6.
Band CCXXXI. Heft 1. 8°.

G. WIEDEMAN. Annalen der Physik und Chemie. Leipzig
1878—1879 Neue Folge. Band V. Heft 2—4. Band
VI. Heft 1. Beiblätter. Band II. St. 9—12. Band III.
St. 1. 8°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève 1878.
3^e Période. Tome I. N^o. 1. (Archives). 8°.

TEN GESCHENKE OF IN RUIL ONTVANGEN
IN DE MAAND MAART 1879.

Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs.
's Hage 1879. Afl. 2. 1^{ste} en 2^{de} Ged. 4°.

S. H. MILLER. Prize-essay on evaporation, published by
the Utrecht Society of arts and sciences. Utrecht 1878. 4°.

J. E. ENKLAAR. Verhandeling over de verdamping van wa-
ter van onderscheidene gronden onder verschillende om-
standigheden, uitgegeven door het Provinciaal Utrechtsch
Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Utrecht
1878. 4°.

Verslag van het verhandelde in de algemeene vergaderingen
van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten
en Wetenschappen, gehouden den 26 Juni 1877 en 25
Juni 1878. Utrecht 1877—1878. 8°.

Aanteekeningen van het verhandelde in de sectie-vergade-
ringen van het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van

Kunsten en Wetenschappen, ter gelegenheid van de algemeene vergaderingen gehouden in de jaren 1877—1878. Utrecht 1877—1878. 8°.

J. B. DORNBUSCH Abhandlung über das sogenannte „flandrische Steingut“ des XVI und XVII Jahrhunderts; eine von der Utrechter Gesellschaft für Kunst und Wissenschaft gekrönte Preisschrift. Utrecht 1878. 8°.

20^{ste} Jaarlijksch verslag door de hoofd-commissie aan de leden van de Vereeniging tot daarstelling van eene algemeene openbare Bibliotheek en van een daaraan verbonden Lees kabinet te Rotterdam, medegedeeld in de algemeene vergadering van 22 Februari 1879. 8°.

Bouwkundige bijdragen uitgegeven door de Maatschappij tot bevordering der bouwkunst. Amsterdam 1879. Deel XXV. St. 1. 4°. Met platen.

Nieuwe bijdragen voor rechtsgeleerdheid en wetgeving. Amsterdam 1878. Nieuwe Reeks. Deel IV. 8°.

Rechtsgeleerd bijblad, behoorende tot de nieuwe bijdragen voor rechtsgeleerdheid en wetgeving. Amsterdam 1878. Nieuwe Reeks. Deel IV. Afd. A—D. 8°.

S. VISSERING. Handboek van praktische staathuishoudkunde. Amsterdam 1878. Deel I—II. 8°.

G. MOLL. De desolate boedelskamer te Amsterdam, bijdrage tot de kennis van het Oud-Hollandsch falliten-recht. Amsterdam 1879 *Academisch Proefschrift*. 8°.

Jaarboek van het mijnwezen in Nederlandsch Oost-Indië. Amsterdam 1878. 7^e Jaarg. Deel II. 8°.

H. W. RICHARDSON. Volksonderwijs over alkohol, uitgegeven door de Nederlandsche Vereeniging tot afschaffing van sterken drank. Amsterdam 1879. 8°.

- G. MEES AZN. Gregorius Mees, predikant te Rotterdam in de XVII^e eeuw, en zijn gezin. Rotterdam 1879. roy. 8°.
- J. BOSSCHA JZN. Beschouwingen over het zanddiluvium in Nederland. Leiden 1879. *Academisch Proefschrift*. 8°.
- S. DE JAGER. Over de bloedsbeweging in de longen. Leiden 1879. *Academisch Proefschrift*. 8°.
- J. A. FRUIN. De Nederlandsche wetboeken, zoo als zij tot op 1 Januari 1876 zijn gewijzigd en aangevuld. Utrecht en 's Hage 1879. Afl. 8—9. 8°.

Statistische vergelijking van de Nederlandsche waarschuwingen en de New-Yorksche voorspellingen met de uitkomst. Utrecht 1879. 8°.

J. P. J. W. KORNDÖRFFER. Lijst van boeken over het notariaat, overgedrukt uit het tijdschrift *Regt en Wet*. 8°.

Voorloopig verslag van de staats-commissie benoemd bij koninklijk besluit van 4 December 1877, N°. 1, tot het instellen van een onderzoek omtrent de verbetering van den waterweg langs Rotterdam naar Zee. 's Hage 1879. 4°.

Verzamelingstabel der waterhoogten langs de kusten van de Noordzee, Zuiderzee en Wadden, waargenomen in de maand October 1878. 's Hage 1878. Fol.

N E D E R L A N D S C H O O S T - I N D I È.

Geneeskundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Vereeniging tot bevordering van geneeskundige wetenschappen in Nederlandsch-Indië. Batavia 1879. Nieuwe Serie. Deel VIII. Afl. 3. 8°.

Tijdschrift voor nijverheid en landbouw in Nederlandsch-Indië, uitgegeven door de Nederlandsch-Indische Maatschappij van nijverheid en landbouw. Batavia 1878. Deel XXIII. Afl. 11—12. 8°.

J. C. H. MOENS. Quinetum. Bandong 1878. 8°.

B E L G I È.

- Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique.
Bruxelles 1879. 2^e Série. Tome XLVII. N^o. 1—2. 8^o.
- Annuaire de l'Académie royale des sciences de Belgique.
Bruxelles 1877—1878. Année 43—44. 8^o.
- Bulletin de l'Académie royale de médecine. Bruxelles 1879.
3^e Série. Tome XIII. N^o. 1. 8^o.
- Annales de la Société entomologique de Belgique. Bruxelles
1878. Tome XXI. 8^o.
- Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. 1878. 4^o.

F R A N K R I J K.

- Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences.
Paris 1879. Tome LXXXVIII. N^o. 6—10. 4^o.
- Bulletin de l'Académie de médecine. Paris 1879. 2^e Série.
Tome VIII. N^o. 7—11. 8^o.
- Bulletin de la Société mathématique de France. Paris 1879.
Tome VII. N^o. 1—2. 8^o.
- v. DURUY. Histoire des Romains, depuis les temps les plus
reculés jusqu'à l'invasion des Barbares. Paris 1879.
Livr. 51—56. roy. 8^o.
- Journal d'hygiène. Paris 1879. Vol. IV. N^o. 126—131. 4^o.
- Mémoires de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-
lettres de Toulouse. 1878. 7^e Série. Tome X. 8^o.
- Inhoud:
- KENDRÉS. De la limite d'ouverture des ponts suspendus.
OESCHEAU. Observation sur un passage du traité de mécanique de Poisson.
ED. SALLES. Observation des orages, pendant l'année 1877, dans le dé-
partement de la Haute-Garonne.

CH. FORESTIER. Notice sur la formule de l'Hôpital, donnant la vraie valeur des fonctions qui prennent la forme indéterminée $\frac{0}{0}$, et nouvelle démonstration de cette formule.

DEMPYREUS. Mémoire sur l'attraction des ellipsoïdes.

MAGNES-LAHENS. Nouveau fumigateur au goudron.

J. B. NOULET. Sur l'anthracotheium hippoleum découvert à Armissan (Aude).

LAVOCAT. Anatomie comparée. Nouvelles recherches sur les muscles de la girafe.

D. CLOS. Des stipules et de leur rôle à l'inflorescence et dans la fleur (morphologie comparée et taxionomie).

ARMIEUX. Toulouse et les phthisiques.

BONNEMAISON. Du delirium tremens et de sa forme méningitique

ESQUIÉ. Note sur des cartilages émaillés découverts à Toulouse.

DE PLANET. Note sur l'explosion d'une machine à vapeur locomobile employée au battage des grains.

GATIER-ARNOULT. Histoire de l'Université de Toulouse.

V. FONS. Le parlement de Toulouse en temps d'épidémie.

DESBARREUX-BERNARD. Étude bibliographique sur une édition très-rare des Epistolae magni thurei de Landivio.

L. BRÉVIL. L'éloquence politique en Grèce.

DEMERIL. La légende politique de Charlemagne au XVIII^e siècle et son influence à l'époque de la révolution française.

DELAVIGNY. Le premier salon du XVIII^e siècle; une amie de Fontenelle.

ROSCHACH. Documents inédits concernant l'édit de pacification de 1568 et le régime des suspects à Toulouse.

GATIER-ARNOULT. Pierre Larimoguère.

G. COMPAYRÉ. L'orthéisme ou l'usage du fouet dans les collèges de jésuites au XVIII^e siècle.

Mémoires historiques sur l'arrondissement de Valenciennes publiés par la Société d'agriculture, sciences et arts. Valenciennes 1879. Tome VI. 8°.

Inhoud:

CH. FAILLARD. Papiers d'état et documents inédits pour servir à l'histoire de Valenciennes pendant les années 1566 et 1567.

GROOT-BRITANNIË EN IERLAND.

Monthly notices of the Royal astronomical society. London 1879. Vol. XXXIX. N°. 3—4. 8°.

Proceedings of the Royal geographical society. London 1879. Vol. I. N°. 3. 8°.

D U I T S C H L A N D.

Monatsbericht der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1879. November—December 1878. 8°.

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten über die physikalischen Eigenschaften der Ostsee und Nordsee und die Fischerei. Berlin 1878. Heft 4—5. Oblong.

R. VIRCHOW. Archiv für pathologische Anatomie und Physiologie und für klinische Medicin. Berlin 1879. Band LXXV. Heft 3. 8°.

R. HOPPE. Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. Leipzig 1879. Theil LXIII. Heft 2. 8°.

V. CARUS. Zoologischer Anzeiger. Leipzig 1879. Jahrg. 2. N°. 22—24. 8°.

Der Zoologische Garten. Frankfurt a/M. 1878. Jahrg. 19. N°. 7—12. 8°.

A. PETERMANN'S Mittheilungen aus Justus Perthes geographischer Anstalt. Gotha 1879. Band XXV. Heft 2. Ergänzungsheft N°. 57. 4°.

Denkschriften der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. 1879. Band II. Heft 3. 4°.

Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1878. Jena 1879. 8°.

Jenaische Zeitschrift für Medicin und Naturwissenschaft, herausgegeben von der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. Leipzig—Jena 1871—1877. Band VII—XI. 8°.

Verzeichniss der Vorlesungen welche im Jahre 1878 an der kön. Universität Greifswald gehalten werden sollen. Greifswald 1878. 4°.

Index scholarum in Universitate litteraria Gryphiswaldensi. Gryphiswaldiae 1878. 4°.

H. HALLBAUER. Experimental-Studien über das Verhalten tiefer Brandwunden unter den Cautelen der Asepsis. Greifswald 1878. 8°.

F. ARENZ. Beitrag zur Anatomie des Lig. ileo-femorale. Greifswald 1878. 8°.

E. HEEDFELD. Beitrag zur Lehre von der Ovariectomie. Greifswald 1878. 8°.

C. VOCKEROTH. Beitrag zur Kenntniss von der Entstehung des Fruchtwassers. Greifswald 1878. 8°.

E. FRANKE. Ueber die Anwendung von Darmausspülungen bei Typhus abdominalis. Greifswald 1878. 8°.

H. SETTLER. Ueber Behandlung der conjunctivitis Diphtherica. Greifswald 1878. 8°.

L. BRUSKI. Beitrag zur Statistik der Placenta Praevia. Greifswald 1878. 8°.

F. L. FUNKE. Beitrag zur Behandlung des Diabetes Insipidus. Greifswald 1878. 8°.

J. GRUWE. Studien über letzte Entwicklungsvorgänge im bebrüteten Vogelei. Greifswald 1878. 8°.

C. TAUBNER. Zur Casuistik der sympathischen Ophthalmie nach Chorioidealverknöcherungen. Greifswald 1878. 8°.

C. BASTIAN. Ueber myxoma cystoides multiplex der Chorionzotten. Greifswald 1878. 8°.

- F. TUSZEWSKI. Das Hygrom der Bursa subdeltoidea. Greifswald 1878. 8°.
- H. UNRUH. Ueber einseitige Castration der Frauen. Greifswald 1878. 8°.
- G. KUSCHKE. Beiträge zur geburtshülflichen Statistik über Schulterlagen. Greifswald 1878. 8°.
- E. AMMON. Ueber den Einfluss der verminderten Geschwindigkeit des Blutumlaufes und des herabgesetzten Blutdruckes durch Reizung des peripheren Vagusstumpfes auf die Körpertemperatur. Greifswald 1878. 8°.
- W. KRAGE. Ueber Albuminurie und Glycosurie nach Morphium. Anklam 1878. 8°.
- H. KRAUSE. Zwei Fälle von Fremdkörpern im Auge. Greifswald 1878. 8°.
- B. MEYERSONN. Congenitale Defectbildungen an den Extremitäten einer Erwachsenen. Greifswald 1878. 8°.
- G. MÜHLENBACH. Zur Aetiologie und Statistik der phlyctenulären Augenentzündungen. Greifswald 1878. 8°.
- E. BOCHYNEK. Ein Beitrag zur Behandlung der Uterusfibroide. Greifswald 1878. 8°.
- A. HAUSCHILD. Untersuchungen über den Einfluss der veränderten Blutdislokation und der Ausschaltung umfangreicher Gefäßbahnen auf die Körpertemperatur. Greifswald 1878. 8°.
- A. V. BERG. Untersuchungen über Knochenregeneration unter antiseptischem Verhände. Greifswald 1878. 8°.
- B. MAGER. Der Begriff der Bona Fides bei der Ersitzung und gegenüber der Eigenthums- und Erbschaftsklage

(hereditatis petitio) nach römischem Rechte. Greifswald 1878. 8°.

F. JAHNSKE. Ist bei einem Verkauf durch Versteigerung der Versteigerer an das höchste Gebot gebunden? Greifswald 1878. 8°.

F. DREBES. Ueber einige Derivate der Amidobenzoessäure. Greifswald 1878. 8°.

A. PALIS. Ueber eine Nitrometasulfobenzoessäure und einige ihrer Derivate und über eine Azosulfotoluolsäure. Greifswald 1878. 8°.

A. MAHRENSHOLTZ. Ueber eine Azosulfobenzolsäure und einige ihrer Derivate. Greifswald 1878. 8°.

F. GILBERT. Ueber einige Substitutionsproducte des Nitranilins, über die Diazoverbindung der Hydrazosulfobenzolsäure und über Amide und einen Aether der Azosulfobenzolsäure. Greifswald 1878. 8°.

F. BRONISCH. Das neutrale Possessivpronomen bei Shakespeare. Greifswald 1878. 8°.

C. SCHAEFER. De scribis senatus populiq[ue] Atheniensium. Greifswald 1878. 8°.

A. SCHIMBERG. Analecta Aristarchea. Greifswald 1878. 8°.

F. HIRT. De fontibus Pausaniae in Eliacis. Greifswald 1878. 8°.

O. LAUTENSACH. Analecta Horatiana grammatica. Stralsundiae 1878. 8°.

I T A L I E.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Roma 1879. Serie 3. Vol. III. Fasc. 3. 4°.

Atti della R. Accademia delle scienze di Torino 1878.
Vol. XIV. Disp. 1. 8°.

Bollettino della Società Adriatica di scienze naturali in
Trieste. 1879. Vol. IV. N°. 2. 8°.

G. M. CARDONI. Ravenna antica. Faenza 1879. Lett. 17. 8°.

Annali della R. Scuola normale superiore di Pisa. 1871—
1877. Vol. I—III 8°.

D. LUIGI DONATI Sulla misura elettrostatica delle forze
elettromotrici d'induzione. Pisa 1875. 8°.

A. TONELLI. Sul teorema di addizione delle funzioni Abe-
liane Pisa 1875. 8°.

G. PENNACCHIETTI. Sugli integrali comuni a più problemi
di dinamica. Pisa 1877. 8°.

L. BIANCHI. Sulle superficie applicabili. Pisa 1878. 8°.

M. GREMIGNI. Sulla teoria delle linee di curvatura. Pisa
1878. 8°.

Bollettino della Società di scienze naturali ed economiche
di Palermo. 1879. N°. 11. 4°.

R U S L A N D.

Acta horti petropolitani. 1878. Tomus V. Fasc. 2. 8°.

N O O R D - A M E R I K A.

Bulletin of the Museum of comparative zoology at Har-
vard College. Cambridge, Mass. 1878. Vol. V. N°. 8—9. 8°.

Boletín del Ministerio de Fomento de la República Mexicana.
Mexico 1879. Tomo IV. N°. 5—13. Folio.

A A N G E K O C H T.

J. P. AREND. Algemeene geschiedenis des vaderlands van
de vroegste tijden tot op heden. Haarlem 1879. Deel
IV St. 2. Afl. 24—25 4°.

W. FLEYTE. Nederlandsche oudheden van de vroegste tij-
den tot op Karel den Grooten. Leiden 1879. Afl. 4.
Folio.

Journal des savants. Paris 1879. Janvier-Février. 4°.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Paris
1878. 2^e Série. Tome II. Octobre - Novembre 8°.

The annals and magazine of natural history. London 1879.
Vol. III. N°. 15. 8°.

The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine
and journal of science. London 1879. Vol. VII N°. 42. 8°.

Bibliothèque universelle et revue suisse. Genève et Lau-
sanne 1878—1879. 3^e Période N° 1—2. Archives
N° 242. 3^e Période N°. 1. 8°.

(12)

3078 4

Q Akademië van Wetenschappen
57 Amsterdam. Afdeeling voor
A52 de Wis- en Natuurkundige
2de r. Wetenschappen
dl.13-14 Verslagen en mededeelingen

Physical &
Natural Sci
Series

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

STORAGE

