ROMERO Y SERRANO, Lucas María

Lecciones de aritmética : puestas en forma de diálogo / por D. Lucas María Romero y Serrano... ; y mandadas dar... en las escuelas de primeras letras. -- Madrid : Imprenta de Villalpando, 1797

[12], 162, [1] p., []6, A-K8, L2 ; 8º

Antep.

1. Aritmética 2. Aritmetika I. Título

LECCIONES

DE ARITMÉTICA.

LECCIONES

DE ARITMÉTICA,

PUESTAS EN FORMA DE DIÁLOGO

POR

D. Lucas María Romero y Serrano,

MAESTRO DE PRIMERAS LETRAS POR S. M. EN EL REAL SITIO DE SAN ILDEFONSO:

Y MANDADAS DAR

EN VIRTUD DE REAL ÓRDEN

EN LAS ESCUELAS DE PRIMERAS LETRAS.

MADRID.

IMPRENTA DE VILLALPANDO.

1797.

PRÓLOGO.

Sería excusado é inútil el empeño de hacer ver la necesidad que tienen los hombres de entender la Aritmética, y las ventajas que les resultan de su buen uso en la vida civil. Los Legisladores, los Filósofos, los Políticos, y hasta los Santos Padres [1] afirman esta verdad incontextable. Á pesar de esto la Aritmética ha pasado en el concepto comun por una ciencia reservada á los Matemáticos y á los Comerciantes; pero yo la considero por de primera necesidad en todos los individuos del Estado casi

1 San Agustin habla con grande estimacion de ella en muchos libros, y especialmente en el segundo de la doctrina christiana. Tambien la recomienda S. Gregorio Nazianzeno y S. Gerónimo.

sin excepcion; y por lo mismo soy de sentir que debe enseñarse á todos los niños que concurren á las primeras escuelas, y que esto debe hacerse ordenada y metódicamente, porque he visto que los niños son capaces de formar y percibir los raciocinios convenientes á cerca de ella, quando llegan á la edad en que se les enseñan las cuentas, y porque he advertido que no las olvidan con facilidad quando se les enseñan con órden, solidez y fundamento.

Por esta razon he dispuesto estas *Lecciones de Aritmética*, en las quales he procurado atemperarme á la comprehension de los niños, á las circunstancias de las escuelas y á las que concurren por lo general en los Maestros, para que este tratado no carezca de la doctrina y método necesario, ni sea tan sublime como los que se han escrito para las clases de Matemáticas.

He omitido en él ciertas operaciones particulares, como por exemplo, la cuenta de multiplicar números mixtos llamada vulgarmente la *Portuguesilla*, la de reducir quartos, ducados ó maravedises á reales, &c.; porque habiendo explicado la multiplicacion y las reduciones de un modo general y completo, no me ha parecido necesario contraerme á casos ó arbitrios particulares de que podrán valerse sin embargo los que gusten, despues de haber aprendido la razon y aplicacion general de las qüestiones ó problemas.

Me persuado, pues, que por medio de este tratadito, y con el auxîlio de un Maestro aplicado, podrán los niños adquirir los conocimientos esenciales y precisos en la materia, y que conservando un exemplar de esta obra tendrán un recurso perpetuo á que acudir en sus dudas ulteriores: quedándome á mí el placer de haber sido útil á mis semejantes en esta parte, y el honor y satisfaccion de haber hecho este pequeñísimo servicio á un Soberano justo y benéfico, y á un Ministro sabio y zeloso, cuya proteccion y generosidad serán el objeto de mi constante reconocimiento y gratitud.

ADVERTENCIA.

El plan que me he propuesto seguir en estas lecciones es tratar de los números enteros, dando á conocer las quatro reglas de sumar, restar, multiplicar y partir cada una por su órden; pero fundando la doctrina de unas en otras, de modo que el entendimiento quede convencido de qualquier operacion que ocurra ó se practique: despues sigue el tratado de los quebrados, en el qual explico todas las propiedades de ellos con las reglas de sumarlos, restarlos, multiplicarlos y partirlos por el mismo método que los enteros, y finalmente, en la primera parte hablo de los números mixtos, demostrando el órden con que se han de tratar.

En la segunda parte trato con

el mismo método de los números concretos, añadiendo las tablas de correspondencia, así de las monedas imaginarias que se usan en España para el comercio extrangero con el real de vellon, como tambien de las monedas, pesos y medidas de Cataluña, Valencia, Aragon, Navarra, Mallorca y Menorca, resolviendo el problema de reducir qualquier número dado con su correspondencia al real de vellon, libra y vara castellana.

En la parte tercera explico las reglas de proporcion, de interés, de rebatir, de compañías, de aligacion y de formacion de potencias y extraccion de raices: todo necesario para qualquier clase de personas que no quieran ser engañadas ó perjudicadas en sus intereses respectivos.

El método que se ha de observar en la enseñanza de esta obrita se reduce á las reglas siguientes:

I. No se ha de alterar el órden de los tratados instruyendo á los niños en alguno ántes de saberlos que le preceden, por fundarse la doctrina de unos en otros.

II. Se ha de enseñar leccion por leccion, deteniéndolos en cada una, hasta que hayan formado ideas exâctas de lo que contiene, y advertido la dependencia que tiene con lo que antecede.

III. Para esto importa mucho que tengan presente lo que vayan estudiando, y los medios mas seguros para conseguirlo son el exercicio de la memoria, y la continua práctica de las operaciones.

IV. Quando se haga alguna explicacion, y ocurra alguna *cita*, *no se ha de decir* segun tal ó tal párrafo, *nombrando el número*, *sino que se ha de expresar la proposicion que corresponda.*

Observando estas reglas, es de creer se logre toda la inteligencia posible, y baxo la direccion del Maestro conseguirán los niños un total adelantamiento, animándolos éste con la viva voz, y venciéndoles las dificultades que les ocurran.

PRIMERA PARTE.

LECCION PRIMERA.

§. 1. *P.* ¿Qué es Aritmética?

§. 2. *R.* La ciencia que enseña las propiedades y operaciones de los números.

3. *P.* ¿Qué es número?

4. *R.* La relacion de qualquiera cantidad con la que se tome por unidad, ó el conjunto de varias cosas, ó partes de ellas.

5. *P.* ¿Cómo se llaman las cifras con que se escribe esta relacion ó conjunto?

6. *R.* Caractéres ó guarismos.

7. *P.* ¿Quántos son estos caractéres?

8. *R.* Diez.

9. *P.* ¿Quáles son?

10. *R.* Uno, dos, tres, quatro, cinco, seis, siete,
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,
ocho, nueve, cero.
8, 9, 0.

11. *P.* ¿Tiene algun valor el cero por sí solo?

12. *R.* No Señor.

13. *P.* Pues si no ¿para qué sirve?

14. *R.* Para dar valor al carácter, que está ántes que él, ó á su izquierda.

15. ¿Cómo hemos de contar?

16. *R.* Por medio de estos nombres: uno, dos, tres, quatro, cinco, seis, siete, ocho,

nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, diez y seis, diez y siete, diez y ocho, diez y nueve, veinte, treinta, quarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, ciento, &c.

LECCION II.

17. *P.* ¿Quántos valores tiene el carácter ó guarismo?

18. *R.* Dos: el primero por su figura, y el segundo por el lugar que ocupa.

Adv. 1. *El uno por su figura no vale mas que uno; pero segun el lugar que ocupe, podrá valer diez ó ciento: un dos por su figura vale dos; pero por el lugar ó grado que tenga, podrá valer veinte ó doscientos, y así se advierte en los demas caractéres.*

19. *P.* Luego ¿quántos grados tiene el carácter?

20. *R.* Tres; que son unidad, decena y centena.

Adv. 2. *El primer carácter que se halla á la mano derecha está en la unidad, el que está á la izquierda de él, se halla en el grado de las decenas, y el otro mas á la izquierda, está en el de las centenas: de forma, que el uno quando se halla en el grado de las unidades vale uno, si se halla en el grado de las decenas vale diez, y si en el de las centenas vale ciento* (§. 18). *Un seis, si se halla en la unidad vale seis, si en la decena vale sesenta, y si en la centena vale seiscientos.*

21. P. ¿Conque un carácter mudará de valor quando mude de lugar? (§. 18).

22. *R.* Sí Señor: valdrá diez veces mas con

pasarlo, v. g. de las unidades á las decenas, y valdrá diez veces ménos con pasarlo de las decenas á las unidades.

Adv. 3. *Como se nota que muchos niños no entienden la significacion de las voces* decena, centena, &c. *conviene advertirles: que la decena se llama así por componerse de* diez *unidades; que la centena tiene este nombre por constar de* cien *unidades, importe de diez decenas, y que la voz* millar *denota el agregado de* mil *unidades, que es el valor de diez centenas, &c.*

23. *P.* ¿Cómo hemos de leer qualquiera cantidad? (§. 4.).

24. *R.* Dividiéndola de tres en tres caractéres con una coma, comenzando por la mano derecha; señalando encima de la primera porcion la especie de lo que sea, con la letra inicial *r*, si la cantidad es de reales: @ si es de arrobas, &c.; y colocando sobre la segunda una *m*, que quiere decir miles, en la tercera una c, que indica cuentos, en la otra porcion una *m*, para que se lea miles, en la quinta una *b*, que quiere decir bicuentos, en la sexta la *m* de miles, en la séptima una *t*, ó un 3 para que se lea tricuentos, en la octava la *m* correspondiente á miles, en la nona una *q*, ó un 4 que señala quatricuentos, y así hasta lo infinito.

Adv. 4. *La primera porcion dividida es de unidades, decenas y centenas simples de la especie propuesta: la segunda porcion es de unidades, decenas y centenas de miles: la tercera es de unidades, decenas y* *centenas de cuentos: la quarta es de unidades, decenas y centenas de miles de cuentos, y así hasta lo que se quiera.*

LECCION III.

B. M. C. M. R.

312, 345, 778, 910, 468.

La cantidad propuesta para su lectura vale trescientos doce bicuentos, trescientos quarenta y cinco mil, setecientos setenta y ocho cuentos, nuevecientos y diez mil, quatrocientos sesenta y ocho reales.

25. *P.* ¿Cómo se expresan las relaciones de los números?

26. *R.* Contando, midiendo y pesando.

27. *P.* ¿Qué es contar?

28. *R.* Es exâminar quantas veces se halla en una, ó en muchas cantidades, la que se tome por unidad; v. g. para representar el valor de un monton de pesos fuertes, contamos (§. 16.) quantos de ellos contiene.

29. *P.* ¿Qué es medir?

30. *R.* Es exâminar las veces, que se contiene la unidad ó medida, en la cantidad ó cantidades que se midan: v. g. para representar la longitud de una distancia, medimos ó exâminamos quantas veces contiene á la vara, que sirve de medida.

31. *P.* ¿Qué es pesar?

32. *R.* Es tambien exâminar quantas veces se

contiene el peso, que se tome por unidad, en lo que se pese; v. g. para denotar el peso de una piedra buscamos quantas arrobas ó libras tiene.

LECCION IV.

33. *P.* Como contando, midiendo y pesando resultan varios números; pues contando hallamos varias veces, tantos pesos, tantos reales y tantos maravedises, ó un quartillo &c.; pesando hallamos tantas arrobas, tantas libras y tantas onzas, y midiendo encontramos muchas veces tantas varas, tantos pies y tantas pulgadas; ¿de quántas maneras puede ser el número?

34. *R.* De tres: número entero, número quebrado y número mixto.

35. *P.* ¿Qué es número entero?

36. *R.* El que consta de unidades, v. g. 12, 40, 20 libras, 7 arrobas &c.

37. *P.* ¿Qué es número quebrado?

38. *R.* El que equivale á parte de la unidad; como dos quartillos, media hora &c.

39. *P.* ¿Qué es número mixto?

40. *R.* El que consta de entero y quebrado; v. g. dos enteros y tres quartillos.

NOTA.

Para proceder con la mayor claridad, tratarémos de cada número aparte, dando principio por el número entero.

LECCION V.

41. *P.* ¿Quántas son las principales operaciones que se hacen con los números?

42. *R.* Quatro.

43. *P.* ¿Quales son?

44. *R.* La *suma* ó adicion, la *resta* ó substraccion, la *multiplicacion* y la *particion* ó division.

45. *P.* ¿Qué es sumar?

46. *R.* Es reunir ó juntar dos ó mas cantidades de una misma especie en una sola, para expresar su valor total.

47. *P.* ¿Cómo se llaman los números dados?

48. *R.* Sumandos: y lo que resulta, suma ó importe.

Resolucion y demostracion.

Si de todas las unidades, que han servido para formar los sumandos, se hiciese un cúmulo, y se contasen (§. 16.), claro está que se habia de expresar de una vez su total importe; pues esto mismo se consigue, contando primero las unidades hasta conocer el número de todas ellas; y teniendo presente lo que se dixo (Adv. 3.) se escribirán en este grado las que no lleguen á diez, y cero quando sean decenas cabales, como 10, 20, 30, 40, &c. llevando de diez unidades una decena, que se colocará en el grado de las decenas: de diez decenas una centena, que se colocará en el grado de las centenas: de diez centenas una unidad de millar, que se colocará en este grado ; y finalmente llevarémos de diez 1, de veinte 2, de treinta 3, de quarenta 4, de cincuenta 5, de sesenta 6, de setenta 7, de ochenta 8, de noventa 9, de ciento 10, cuidando de agregarlas al carácter inmediato á su izquierda.

LECCION VI.

TABLA PARA SUMAR Y RESTAR.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

49. *P.* ¿Para qué sirve esta tabla?

50. *R.* Para hacer la suma de dos caractéres.

51. *P.* ¿Cómo se ha de hacer?

52. *R.* Buscando en la primera línea ó renglon el número que se quiera, y baxando por

su columna se hallará la suma en el renglon donde comienza el otro carácter que se suma: v. g. quiero saber quantas son 8 y 6, busco en el primer renglon el 8, baxo por su columna hasta el renglon que comienza con el 6, y el 14 que señala es la suma.

53. *P.* ¿Cómo se han de escribir los caractéres para sumarlos?

54. *R.* Unos debaxo de otros; de forma que las unidades estén en el grado de las unidades, las decenas en el de las decenas, y las centenas en el de las centenas, tirando una línea por baxo de los sumandos.

55. *P.* ¿Por qué mano hemos de empezar á sumar?

56. *R.* Por la derecha, y como se ha dicho en la *Resolucion* que está despues del (§. 48.).

EXEMPLO.

Sumandos............	45678
	91234
	52168
Suma ó importe.......	189080

EXPLICACION.

Comenzando como se ha dicho (§. 56.), digo: 8 y 4 son 12 y 8 son 20: como son decenas cabales, escribo cero en el grado de las unidades, llevo dos decenas, y digo: 2 que llevo, y 7 son 9, y 3 son 12, y 6 son 18: como en 18 hay una centena que llevar, sobran 8, las que escribo en el grado de las decenas, y contando las centenas digo: 1 que llevo y 6 son 7, y 2 son 9, y 1 son 10: como son decenas cabales, escribo cero y llevo 1: contando las unidades de millar, digo: una que llevo y 5 son 6, y 1 son 7, y 2 son 9: como no llegan á 10, escribo el 9, y contando las decenas digo: 4 y 9 son 13, y 5 son 18, de las que sacando 10 quedan 8, que escribo en este grado y llevo 1, que pongo á la izquierda por no haber ya mas sumandos.

LECCION VII.

NOTA.

Aunque las cuentas de sumar se prueban comunmente restando, como los niños que están aprendiendo la suma ignoran aun la resta, me ha parecido conveniente proponer el modo con que podrán fácilmente exâminar ó probar la suma, sin tener que hacer uso de la substraccion.

57. *P.* ¿Cómo probarémos la cuenta de sumar?

58. *R.* Repitiendo la suma de un modo inverso; esto es, empezando á hacerla por la columna de guarismos de la izquierda, poniendo á esta mano las que se lleven, y sumando despues las dos cantidades que resultarán, cuyo importe ha de ser igual, al que hallamos quando hicimos la suma de derecha á izquierda.

EXEMPLO.

Sumandos.	45678 91234 52168
Suma ó importe.	189080
	188960 12
Prueba.	189080

EXPLICACION.

Habiendo salido á la suma de este exemplo 189080, he sacado la prueba de este modo: comenzando por la primera columna de la mano izquierda dixe: 4 y 9 son 13, y 5 son 18: escribí el 8 en el grado de las decenas de millar, y una que llevé la puse á su izquierda: sumé la otra columna diciendo: 5 y 1 son 6 y 2 son 8, las que escribí en las unidades de millar, y como no se llevó nada sumé la otra columna diciendo: 6 y 2 son 8 y 1 son 9, que escribí en el grado de las centenas, y sumé la otra diciendo: 7 y 3 son 10, y 6 son 16: escribí el 6 en las decenas, puse la que llevé á su izquierda debaxo del 9, y sumé la otra columna de este modo: 8 y 4 son 12, y 8 son 20: escribí el cero en las unidades, y las 2 que llevé las puse á su izquierda debaxo del 6; y sumando las dos cantidades que han salido, resultáron los mismos 189080, que tenemos en la suma ó importe.

LECCION VIII.

59\. *P.* ¿Qué es restar?

60\. *R.* Es hallar la diferencia que hay entre dos cantidades desiguales de una misma especie.

61\. *P.* ¿Cómo se llama el número de quien se resta?

62\. *R.* Se llama restando, el número que se resta restador, y lo que se halla, diferencia ó resta.

Resolucion y demostracion.

Si se resta un carácter de otro, ó de un número ó cantidad que no pase de diez y ocho, se efectuará por medio de la tabla que se dió (lec. 6): si se ha de restar un número compuesto de unidades, decenas y centenas de otro que se componga de los mismos grados, tambien se hará por medio de dicha tabla; y si se ha de restar un número de otro, que aunque mayor en el todo, tenga algunos guarismos que representen menos unidades, decenas y centenas, ó algunos lugares con ceros, se efectuará por medio de una operacion mental, lo que se evidenciará valiéndonos de exemplos.

63\. *P.* Si se ha de restar un carácter de otro, ó de una cantidad que no pase de diez y ocho ¿cómo se hallará la diferencia?

64\. *R.* Por medio de la tabla que se dió (lec. 6), buscando en el primer renglon de ella el carácter que sea restador, y baxando por su columna hasta la cantidad que sirva de restando, el carácter que se halla al principio de este renglon es la diferencia: v. g. quiero saber la diferencia que hay de 12 á 8, busco el 8 en el primer renglon, baxo por su columna hasta que hallo el 12, que es el restando, y el 4 que está al principio de este renglon, es la diferencia que se busca.

65. *P.* ¿Cómo se han de restar dos cantidades que pasen de diez y ocho?

66. *R.* Por medio de la tabla, como se dixo (§. 64.), ó haciendo las restas mentales como se ve en el exemplo siguiente.

EXEMPLO.

Restando.	54696
Restador.	43482
Diferencia.	11214

EXPLICACION.

Habiendo principiado á restar como se previno (§. 56.) he dicho: de 6 quitando 2 quedan 4, que pongo en el grado de las unidades, y siguiendo con las decenas, digo: de 9 á 8 queda 1, que coloco en las decenas, y sigo con las centenas diciendo: de 6 á 4 quedan 2, las que escribo en las centenas: y restando las unidades de millar digo: de 4 á 3 queda 1, que pongo en las unidades de millar, y pasando á las decenas digo: de 5 á 4 resta 1, que pongo en las decenas.

LECCION IX.

67. *P*. Quando el restando es mayor que el restador, pero algunos guarismos de éste son mayores que los de aquel ¿qué hemos de hacer para efectuar la resta?

68. *R*. Una operacion mental, que se reduce á tomar una unidad del carácter inmediato á la izquierda (Adv. 3), y de este modo sin alterar el total valor del restando; aunque sí el particular de algunos guarismos, puede fácilmente verificarse la resta.

EXEMPLO.

Restando.	8234
Restador.	4689
Diferencia.	3545

EXPLICACION.

Habiendo comenzado á restar por la columna de la mano derecha, digo: 9 de 4 no se puede restar: tomo, pues, una unidad del 3 que está inmediato á su izquierda; y puesto que una decena vale diez unidades, digo: 10 y 4 unidades son 14, y restando 9 de 14 quedan 5, que pongo en las unidades: resto las decenas, y respecto á que del 3 tomé 1, no quedan sino 2 decenas: como no se pueden restar de dos 8, tengo que tomar una unidad de las centenas, y por quanto una centena vale 10 decenas, digo: 10 decenas y 2 son 12, de 8 á 12 quedan 4, que pongo en las decenas: para seguir la resta de las centenas, supuesto que del 2 tomé 1, no queda mas que 1 centena, y como no se pueden restar 6 de 1, tengo que tomar una unidad del 8 que está en el grado de las unidades de millar: y respecto que una unidad de millar vale 10 centenas, digo: 10 y 1 son 11, resto de 6 á 11, y quedan 5, que pongo en el grado de las centenas: habiendo tomado del 8 una unidad, queda hecho 7: resto 4 de 7, y quedan 3, que pongo en las unidades de millar. Resulta, pues, que siendo el restando 8234, y el restador 4689 es la diferencia 3545.

LECCION X.

69. *P.* ¿Cómo hemos de efectuar la resta quando en el restando haya algunos lugares con cero?

70. *R.* Por medio de la operacion mental expresada (§. 68.), y hecha como se dirá en la explicacion del siguiente

EXEMPLO.

Restando.	80002
Restador.	64756
Diferencia.	15246

EXPLICACION.

Empezando por la mano derecha, como se dixo (§. 56.), y no pudiendo restar de dos 6, he tomado una unidad del carácter 8, que se halla en las decenas de millar, por no encontrarse hasta llegar á él guarismo que valga por sí solo: la decena de millar que he tomado, la paso al cero que está en la unidad de millar, y como una decena vale 10 unidades, tenemos ya el cero hecho 10: de estas 10 tomo 1 para pasarla al cero que está en el grado de las centenas, y quedó hecho 9 el cero que está en el grado de las unidades de millar, y 10 el cero que está en las centenas; mas como tomo 1 para pasarla al otro cero que se halla en las decenas, queda hecho 9 el cero de las centenas, y 10 el cero de las decenas: de estas 10 tomo 1 para pasarla al 2 que está en el grado de las unidades, y queda hecho tambien 9 el cero de las decenas. Hecha ya esta mutacion, y respecto de traer 10 al 2 digo: 10 y 2 son 12: de 6 á 12 otras 6, que pongo en este grado de las unidades; y restando las decenas, respecto á que todos los ceros se han convertido en nueves, digo: de 5 á 9 quedan 4, que pongo en las decenas: siguiendo de este modo con las centenas, y despues con las unidades de millar, digo: de 7 á 9 restan 2, que pongo en las centenas: de 4 á 9 quedan 5, que pongo en el grado de las unidades de millar; y respecto que tomé 1 del 8, dexándolo hecho 7, diré: de 6 á 7 queda 1, que pongo en el grado de las decenas de millar.

LECCION XI.

71. *P.* ¿Tiene prueba la cuenta de restar?
72. *R.* Sí Señor: sumando el *restador* y la *diferencia* ha de resultar el restando.

EXEMPLO.

Restando.	6487
Restador.	3246
Diferencia.	3241
Prueba.	6487

EXPLICACION.

Habiéndose restado del número 6487, 3246, ha salido la diferencia 3241: para sacar la prueba he sumado el restador 3246, y la diferencia 3241 como se dixo (§. 56.), y ha resultado el mismo número 6487, que es el restando, con lo que se muestra estar bien hecha la resta.

LECCION XII.

73. *P.* ¿Qué es multiplicar?
74. *R.* Es un sumar abreviado, ó tomar un número las veces que manifiesta otro.
75. *P.* ¿Cómo se llama el número que se multiplica?
76. *R.* Multiplicando: el número por quien se multiplica multiplicador, y lo que resulta producto ó facto.

Resolucion y demostracion.

Por medio de la multiplicacion evitamos las repetidas sumas, que seria necesario hacer para conocer un producto crecido. Las multiplicaciones se hacen, ya de un carácter por otro, ó de un número compuesto de unidades, decenas y centenas por un carácter solo, ó bien de un número compuesto de unidades, decenas y centenas por otro, que tambien sea compuesto de unidades, decenas y centenas.

77. *P.* ¿Cómo conocerémos el producto de un carácter solo por otro?
78. *R.* Por medio de la tabla siguiente.

TABLA.

2 veces . . 2 . . . . 4.	5 veces . . 5 . . . 25.
2 . . . . . . 3 . . . . 6.	5 . . . . . . 6 . . . 30.
2 . . . . . . 4 . . . . 8.	5 . . . . . . 7 . . . 35.
2 . . . . . . 5 . . . 10.	5 . . . . . . 8 . . . 40.
2 . . . . . . 6 . . . 12.	5 . . . . . . 9 . . . 45.
2 . . . . . . 7 . . . 14.	5 . . . . . 10 . . . 50.
2 . . . . . . 8 . . . 16.	6 veces . . 6 . . . 36.
2 . . . . . . 9 . . . 18.	6 . . . . . . 7 . . . 42.
2 . . . . . 10 . . . 20.	6 . . . . . . 8 . . . 48.
	6 . . . . . . 9 . . . 54.
3 veces . . 3 . . . . 9.	6 . . . . . 10 . . . 60.
3 . . . . . . 4 . . . 12.	7 veces . . 7 . . . 49.
3 . . . . . . 5 . . . 15.	7 . . . . . . 8 . . . 56.
3 . . . . . . 6 . . . 18.	7 . . . . . . 9 . . . 63.
3 . . . . . . 7 . . . 21.	7 . . . . . 10 . . . 70.
3 . . . . . . 8 . . . 24.	8 veces . . 8 . . . 64.
3 . . . . . . 9 . . . 27.	8 . . . . . . 9 . . . 72.
3 . . . . . 10 . . . 30.	8 . . . . . 10 . . . 80.
4 veces . . 4 . . . 16.	9 veces . . 9 . . . 81.
4 . . . . . . 5 . . . 20.	9 . . . . . 10 . . . 90.
4 . . . . . . 6 . . . 24.	10 veces. 10 . . 100.
4 . . . . . . 7 . . . 28.	10 . . . . 100 . . 1000.
4 . . . . . . 8 . . . 32.	10 . . . . 1000 . 10000.
4 . . . . . . 9 . . . 36.	10 . . 10000 . 100000.
4 . . . . . 10 . . . 40.	10 . . 100000. 1000000.

79. *P.* ¿Cómo conocerémos el producto de un número compuesto de unidades, deccenas y centenas por un carácter solo?

80. *R.* Por medio de la tabla que se dió (§. 78), porque cada carácter del multiplicando

se multiplica de por sí, por el que sirve de multiplicador, como se evidenciará en el siguiente exemplo.

EXEMPLO.

Multiplicando	8746
Multiplicador.	5
Producto ó facto.	43730

EXPLICACION.

Puesto el número que sirve de multiplicando arriba, y el multiplicador abaxo en el grado de las unidades, y tirada una línea para la claridad, digo: 5 veces 6 son 30, como son decenas cabales pongo cero en el grado de las unidades, y como de 30 unidades se llevan 3 decenas digo, hablando con el 4 que está en las decenas: 4 veces 5 son 20, y 3 que llevo son 23, como de 23 decenas llevo 2 centenas y sobran 3 decenas, pongo el 3 en el grado de las decenas, y sigo multiplicando el 7 que está en el grado de las centenas diciendo: 5 veces 7 son 35, y 2 son 37; y como de 37 centenas llevo 3 unidades de millar, pongo el 7 en el grado de las centenas, y multiplicando el 8 que está en el grado de las unidades de millar, digo: 5 veces 8 son 40, y 3 que llevo son 43: como de 43 unidades de millar se llevan 4 decenas, y sobran 3 unidades, pongo el 3 en las unidades de millar, y respecto de no tener mas caractéres el multiplicando, pongo el 4 en las decenas de millar.

LECCION XIII.

81. *P.* ¿Cómo hemos de multiplicar un número compuesto de unidades, decenas y centenas &c. por otro número compuesto de los mismos grados?

82. *R.* Multiplicando primero por medio de la tabla que se dió (§. 78.) las unidades del multiplicador por todos los guarismos del multiplicando, comenzando á escribir este producto debaxo de las unidades del multiplicador y multiplicando; de modo que las unidades, decenas y centenas de él, correspondan con las de los números que se multiplican, cuidando no olvidar las que se llevan, para unirlas al producto del inmediato guarismo: concluida esta primera operacion, se pasa á multiplicar las decenas del multiplicador por todos los guarismos del multiplicando, y su producto se principiará á escribir debaxo de la columna de las decenas, y así sucesivamente se multiplica cada guarismo solo del multiplicador por todo el multiplicando, no olvidando escribir el primer carácter de cada producto, en el grado en que se halla el que sirve de multiplicador; y sumando en fin estos productos parciales, como se dixo (§. 56) nos darán el producto total.

EXEMPLO.

Multiplicando.	4568
Multiplicador.	346
Productos particulares...	27408
	18272
	13704
Producto total.	1580528

EXPLICACION.

Habiendo multiplicado primero todo el multiplicando por el 6, que está en el grado de las unidades del multiplicador, ha salido al producto 27408 : despues se ha hecho lo mismo por el 4, que está en el grado de las decenas del multiplicador , poniendo en este grado el primer carácter del producto , y ha salido al facto 182720 ; y finalmente se ha multiplicado todo el multiplicando por el 3, que está en el grado de las centenas del multiplicador , poniendo en este grado el primer carácter de su producto 1370400: y sumando estas tres cantidades como se dixo (§§. 46 y 56), resulta de 4568 multiplicados por 346 el producto total 1580528.

LECCION XIV.

Adv. 5. *Quando el multiplicando ó multiplicador, ó uno y otro terminasen en ceros, se abreviará la operacion multiplicando solamente los caractéres, y añadiendo al producto los ceros con que terminen.*

EXEMPLO.

Como se enseña comunmente.

Multiplicando.	34000
Multiplicador.	200
	00000
	00000
	68000
Producto	6800000

Como se dice en la advertencia anterior.

Multiplicando.	34)000
Multiplicador.	2)00
Producto.	6800000

EXPLICACION.

Hemos multiplicado los caractéres solos, y se han añadido al producto de 34 multiplicados por el 2, cinco ceros que son en los que terminan el multiplicando y el multiplicador. Y téngase siempre presente que el producto de qualquier carácter multiplicado por cero, es el cero mismo.

NOTA.

Como la prueba real de la cuenta de multiplicar se hace por medio de la division, no pudiendo usarla los niños hasta tener conocimiento de esta regla, hablaré de ella despues de haber explicado la cuenta de partir.

Omito la prueba que llaman de cruz por ser falsa; pues reduciéndose ésta á buscar en el producto total de las multiplicaciones un guarismo determinado fuera de los nueves, y pudiendo hallarse este carácter en mil factos diferentes, y todos equivocados, se ve claramente la nulidad de esta operacion. Supongamos que el producto verdadero de una cuenta de multiplicar debe ser 4594, y que buscamos en él un 4 fuera de los nueves: lo hallarémos sin duda; pero tambien lo encontrarémos en los factos 3766, 4504, 5449, 3685, y en otros muchos que podrán escribirse erradamente al tiempo de sacar la cuenta supuesta.

LECCION XV.

83. *P.* ¿Qué es partir ó dividir?
84. *R.* Es hallar las veces que un número contiene á otro.
85. *P.* ¿Cómo se llama el número que se parte?

86. *R.* Dividendo: el número por quien se parte divisor, y las veces que el dividendo contiene al divisor se llama quociente (1).

Resolucion y demostracion.

La regla de partir se reduce á conocer el número cabal de las veces que el dividendo contiene al divisor; y esto ocurre en quatro casos diferentes: primero, quando se parte un solo carácter por otro, como 8 entre quatro &c.: segundo, quando se divide un número expresado con dos ó mas caractéres por un guarismo solo: tercero, quando se haya de partir un número compuesto de dos ó mas caractéres por otro que tambien sea compuesto; y quarto, quando se divide un número compuesto, por la unidad acompañada de algunos ceros.

LECCION XVI.

Adv. 6. *Las cantidades de una cuenta de partir se dispondrán de este modo: escríbase primero el dividendo, á su continuacion póngase el divisor, y sepárense para mayor claridad con una raya como la que se ve en el exemplo inmediato.*

87. *P.* Puesto el dividendo y divisor así ¿qué es lo primero que debemos hacer?

88. *R.* Tomar tantos caractéres por el lado iz-

(1) Viene de *quotiens*, que significa quantas veces.

quierdo del dividendo, como tenga el divisor, separándolos con una coma.

89. *P.* Habiendo tomado estos caractéres ¿qué es lo que se hace?

90. *R.* Ver quantas veces el primer carácter á la izquierda del divisor, está contenido en el primero del dividendo, lo que se conocerá fácilmente por medio de la tabla (§. 78.), y habiéndolo hallado se colocará por primer guarismo del quociente: despues se multiplicará por él todo el divisor, y puesto su producto debaxo de los caractéres que se tomáron del dividendo, se restarán: á la resta ó diferencia báxese otro carácter del dividendo, separándolo para no confundirse, con una coma, y practicando sucesivamente las mismas operaciones que se hiciéron con la primera porcion tomada, siempre que se baxe un nuevo guarismo, quedará concluida la division.

91. *P.* Quando habiendo tomado del dividendo tantos caractéres como hay en el divisor (§§. 88 y 90) no cabe éste en la porcion tomada ¿qué se debe hacer?

92. *R.* Tomar otro carácter del dividendo, y ver quantas veces el primero del divisor se halla en los dos primeros del dividendo: lo mismo se practicará, quando despues de hecha una resta (§. 90), y baxado á la diferencia otro guarismo del dividendo, resultase en la porcion que se va á dividir, un carácter mas que los que tiene el divisor.

Adv. 7. *Aunque por lo dicho en los* (§§. 90 y 92), *quepa el primer carácter del divisor en* *los dos primeros del dividendo* 10 *ó mas veces, el mayor carácter que se pondrá al quociente será el 9.*

93. *P.* Quando en el discurso de una operacion se baxase un carácter á una resta, y no alcanzare á partirse entre el divisor ¿qué se hará?

94. *R.* En tal caso se pondrán tantos ceros en el quociente, como caractéres se baxen del dividendo, que juntos con la resta no compongan una cantidad que pueda ser partida por el divisor.

95. P. ¿Cómo conocerémos que el carácter hallado es el verdadero quociente?

96. *R.* Quando hecha la multiplicacion del divisor por el quociente, el producto que salga se pueda restar de la porcion tomada del dividendo; y quando no salga á la resta tanta cantidad como hay en el divisor, ú otra mayor que ella.

Adv. 8. *Quando hecha la particion quedase alguna cantidad, que no pueda ser dividida, se pondrá en forma de quebrado.*

LECCION XVII.

EXEMPLO.

Dividendo	. . . .	8,7,	3. Divisor.
I. Operac.	Prod. de 3 por 2.	6	29. Quociente.
	Resta ó difer.....	2 7	
II. Operac.	Prod. de 3 por 9.	2 7	
	Diferencia.	0 0	

EXPLICACION.

Habiendo escrito el dividendo 87, y á su continuacion el divisor 3, separandolos con una raya segun se dixo (Adv. 6), he tomado solamente el carácter 8 del dividendo, respecto á ser solo un 3 el divisor: veo que el 3 cabe en el 8 dos veces, y pongo 2 en el quociente: valiéndome de la tabla (§. 78), multiplico el 3 divisor por el 2, primer carácter del quociente, cuyo producto 6, que es el que mas se acerca al 8, lo póngo debaxo de éste, y habiendo restado 6 de 8 quedan 2 de diferencia. Baxo, y pongo á continuacion del 2 el 7, que es el otro carácter del dividendo, y veo que el 3 cabe en 27 nueve veces, escribo 9 en el quociente, multiplico el 3 por el 9, cuyo producto 27 pongo debaxo de 27 dividendo: resto, y como no queda diferencia, ha resultado de partir 87 por 3, 29 al quociente.

EXEMPLO.

Partir un número compuesto de unidades, decenas y centenas &c. por otro que conste de los mismos grados.

Dividendo...............		879,5,2,	368.	Divis.
I. Op.	Prod. del div. por el 2.	736	239.	Quoc.
	Resta...........	143(5		
II. Op.	Prod. del div. por el 3.	1104		
	Resta...........	0331(2		
III. Op.	Prod. del div. por el 9.	3312		
	Resta...........	0000		

EXPLICACION.

Puesto el dividendo y divisor como se ha dicho (Adv. 6), y tomado del dividendo tantos caractéres como tiene el divisor, separándolos con una coma, como se dixo (§. 88), he visto que el primer carácter del divisor 3, cabe en el 8, primer carácter del dividendo, 2 veces: he multiplicado por el 2, que es el primer carácter del quociente, todo el divisor, cuyo producto 736 he restado de 879, porcion tomada del dividendo, y á la resta 143 he baxado el 5, separándolo con la coma. Respecto á que en 1435 hay un carácter mas que en el divisor, he visto que el 3, primer carácter de éste, se halla 3 veces en 14, primeros dos caractéres del dividendo (§. 92), pongo 3 en el quociente, y multiplico por él todo el divisor, cuyo producto 1104 resto de 1435, y á la resta 331 baxo el 2 que sigue en el dividendo; y respecto á que en 3312 hay un carácter mas que en el divisor, (§. citado), veo que el 3, primer carácter del mismo, se halla 9 veces en 33, primeros 2 caractéres del dividendo: multiplico por el 9, tercer guarismo del quociente, todo el divisor, y el producto 3312 lo resto de 3312, no quedando ninguna diferencia. Hallo, pues, que 87952 partidos por 368, dan al quociente 239.

EXEMPLO.

Dividendo.		212,3,4,1	211. Divis.
I. Op.	Prod. del div. por el 1.	211	1006 $\frac{75}{211}$ Qte.
	Resta.	001,3,4,1	
II. Op.	Prod. del div. por el 6.	1266	
	Resta.	0075	

EXPLICACION.

Aquí se ve practicado lo que se dice (§. 94), pues habiendo multiplicado todo el divisor por el 1, primer carácter del quociente, han salido al producto 211, que restados de la porcion tomada del dividendo 212, sale á la resta 1: habiendo baxado el 3 del dividendo, como no alcanza á partirse por el divisor, he puesto cero al quociente, y he baxado el 4: como no alcanza aun á partirse; he puesto otro cero en el quociente: he baxado en fin el uno del dividendo, y habiendo partido 13 entre 2 les toca á 6: multiplico, y hecha despues la resta sale de diferencia 75, y la he puesto en forma de quebrado.

Adv. 9. *Quando se haya de partir un número, cuyo divisor sea la unidad acompañada de ceros, se separan del dividendo tantos caractéres, á la mano derecha como ceros se agregaren á la unidad, y se abreviará la operacion.*

EXEMPLO.

Dividir un número por la unidad acompañada de ceros.

Dividendo. . . . . . . 246¦00 | 100. Divisor.
246. Quociente.

EXPLICACION.

Se ve, que siendo el dividendo 24600, y el divisor 100, habiendo separado del dividendo dos caractéres por la derecha, respecto que la unidad tiene agregados dos ceros, salen al quociente 246.

LECCION XVIII.

97. *P.* ¿Qual es la verdadera prueba de la regla de multiplicar?

98. *R.* La division en los términos que va á demostrarse.

Adv. 10. *Como en el producto cabe el multiplicando las veces que manifiesta el multiplicador, para sacar la prueba de mul-*

tiplicar, se dividirá el producto por el multiplicando, y saldrá al quociente el multiplicador, ó al reves: si se divide el producto por el multiplicador, nos resultará por quociente el multiplicando.

EXEMPLO.

Multiplicando.	3434	
	52	Multiplicador.
	6868	
	17170	
Prod.to dividendo	178,5,6,8,	52... Multip. divis.
	156	3434 Quoc. igual al multiplicando.
	0225	
	208	
	0176	
	156	
	0208	
	208	
	000	

Producto dividendo.	17856,8,	3434	Multiplicando divisor.
	17170	52	Quociente igual al multiplicador.
	006868		
	6868		
	0000		

EXPLICACION.

Habiendo multiplicado 3434 por 52, me han dado un producto de 178568. Para asegurarme de la exâctitud de dicha operacion, he dividido el mismo facto por el multiplicador 52, y ha salido al quociente el multiplicando 3434. Tambien he partido el producto 178568 por el multiplicando 3434, y ha resultado al quociente el multiplicador 52.

99. *P.* ¿Tiene prueba la cuenta de partir?

100. *R.* Sí Señor; y se hace multiplicando.

Adv. 11. *Como el quociente manifiesta las veces que el divisor está en el dividendo, para sacar la prueba de partir se multiplicará el divisor por el quociente, y añadiendo á este producto la resta que haya quedado de partir, ha de resultar el dividendo.*

Si se suman las multiplicaciones hechas en el discurso de la division con la última resta, saldrá tambien el dividendo justo.

EXEMPLO.

Div. 54,2,3,	13	El divisor multiplicado por el quociente.
*....52		
	417	Quociente.
22		
*....13	91	
	13	
93	52	
*.......91		
	5421	Producto de esta multiplicacion.
*.......2	2	Última resta de la division.
5423	5423	Producto igual al dividendo.

EXPLICACION.

Habiendo dividido 5423 por 13 saliéron al quociente 417, y quedáron 2 de resta en la última division parcial. Para probar esta cuenta se ha multiplicado el divisor por el quociente, y agregando á este producto las 2 que quedáron de resta, ha resultado cabalmente el dividendo. El mismo nos ha dado la suma de las multiplicaciones que se hiciéron progresivamente al tiempo de la division, y van señaladas con el asterisco, agregando á ellas el 2 que quedó por última resta, y que lleva la misma señal.

TRATADO

DE LOS QUEBRADOS.

LECCION XIX.

101. *P.* Atendiendo á lo que se dixo (§. 38); se pregunta ¿de quántos términos consta el quebrado?

102. *R.* De dos, á saber, numerador, y denominador; los quales se escriben de esta suerte $\frac{4}{9}$. Numerador es el que está encima de la raya, y denominador el que esta debaxo.

103. *P.* ¿Cómo hemos de leer los quebrados?

104. *R.* Nombrando primero el numerador, y dando despues al denominador el nombre partitivo correspondiente, v. gr. $\frac{1}{2}$ medio, $\frac{2}{3}$ dos tercios, $\frac{3}{4}$ tres quartillos, $\frac{4}{5}$ quatro quintos, $\frac{5}{6}$ cinco sextos, $\frac{6}{7}$ seis séptimos, $\frac{7}{8}$ siete octavos, $\frac{8}{9}$ ocho novenos, $\frac{9}{10}$ nueve décimos. En pasando los denominadores de 10 se les añadirá la palabra avos, v. gr. $\frac{14}{19}$ catorce diez y nueve avos, $\frac{9}{14}$, nueve catorce avos, &c.

105. *P.* ¿Un quebrado mudará de valor quando su numerador y denominador se multipliquen, ó se dividan por un mismo número?

106. *R.* No Señor; porque á proporcion que se aumenta ó disminuye el numerador, se aumenta ó disminuye tambien el denominador.

107. *P.* De dos ó mas quebrados que tengan un mismo numerador ¿quál será mayor?

108. *R.* El que tenga menor denominador, v. g. de $\frac{8}{9}$ $\frac{8}{14}$ $\frac{8}{10}$ es mayor $\frac{8}{9}$.

109. *P.* De dos ó mas quebrados que tengan un mismo denominador ¿quál será mayor?

110. *R.* El que tenga mayor numerador, v. g. de $\frac{4}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{7}$ es mayor $\frac{6}{7}$.

111. *P.* ¿En qué se divide el quebrado?

112. R. En quebrado propio, y en quebrado impropio.

113. P. ¿Qual es el propio?

114. R. Es aquel cuyo numerador es menor que el denominador, v. g. $\frac{2}{5}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{12}{18}$.

115. P. ¿Qual es el impropio?

116. R. Aquel cuyo numerador es igual, ó mayor que el denominador, v. g. $\frac{8}{8}$ $\frac{6}{3}$.

117. P ¿Qué se infiere del quebrado impropio?

118. R. Que tiene enteros.

119. P. ¿Cómo se sacan los enteros?

120. R. Partiendo el numerador por el denominador; y los que salgan al quociente son enteros.

LECCION XX.

NOTA.

Antes de pasar á explicar las quatro reglas de sumar, restar, multiplicar y partir quebrados, explicaré el modo de reducirlos á un comun denominador, respecto á que sin esta operacion no podemos conocer qual es mayor, ni tampoco podemos sumarlos ni restarlos, quando no tienen un mismo denominador.

121. P. ¿Cómo hemos de reducir los quebrados, que tengan distintos denominadores, á un comun denominador (1)?

122. R. Multiplicando cada uno de los nume-

(1) Explicará el Maestro qué son distintos denominadores.

radores por todos los denominadores, ménos por el suyo: estos productos, que se llaman numeradores nuevos, los pondrémos sobre cada numerador respectivamente; y para sacar el comun denominador, se multiplicarán entre sí todos los denominadores, y este producto será el comun denominador.

NOTA.

La multiplicacion de los términos de los quebrados expresada en el §. anterior, debe entenderse con respecto á los productos segun vayan saliendo sucesivamente; y como se dirá en la explicacion que ha de seguir al siguiente

EXEMPLO.

Numeradores nuevos.... 756,,448,,864

$$\frac{6}{8} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{12}{14}$$

Comun denominador......1008

EXPLICACION.

Puestos los quebrados en línea horizontal, he multiplicado el 12, primer numerador de la derecha, por el denominador 9; este producto lo multipliqué tambien por el 8, y el facto total 864 lo puse sobre el 12: despues he multiplicado en los mismos términos el 4, segundo numerador, por los denominadores 8 y 14, y he puesto el producto 448 sobre el 4: finalmente he multiplicado del mismo modo el 6, tercer numerador, por el 9 y por el 14, y el producto 756 lo he puesto sobre el 6. Para hallar el comun denominador he multiplicado el 14 por el denominador 9, y su producto por el 8, tambien denominador, y el facto total 1008 es el denominador comun; de forma, que el quebrado $\frac{12}{14}$ se ha convertido en $\frac{864}{1008}$, el quebrado $\frac{4}{9}$ en $\frac{448}{1008}$, y el quebrado $\frac{6}{8}$ en $\frac{756}{1008}$, sin que se haya alterado el valor de ninguno de los tres.

LECCION XXI

123. *P.* ¿Cómo hemos de sumar los quebrados que tienen un mismo denominador?

124. *R.* Sumando los numeradores, y poniendo á la suma ó importe por denominador uno de los denominadores.

EXEMPLO

Para sumar quebrados de un mismo denominador.

$$\text{Sumandos..}\left\{\frac{14}{19}\quad\frac{8}{19}\quad\frac{12}{19}\right.\qquad\text{Suma...}\ \frac{34}{19}$$

EXPLICACION.

Habiendo, pues, sumado los numeradores 14, 8 y 12, han salido á la suma 34; y respecto á que cada uno de ellos tiene por denominador el 19, lo he puesto por denominador de la suma, y ha resultado el quebrado $\frac{34}{19}$, del qual, por ser impropio (§. 116), he sacado los enteros como se dixo (§. 120), resultando: que $\frac{14}{19}$ $\frac{8}{19}$ $\frac{12}{19}$ suman ó importan $\frac{34}{19}$, ó 1 entero y $\frac{15}{19}$.

125. *P.* ¿Cómo hemos de sumar quebrados que tengan distintos denominadores; pero que se refieran á una misma especie?

126. *R.* Reduciéndolos á un comun denominador, como se dixo (§. 122), sumando despues los numeradores nuevos, y poniendo por denominador á la suma el comun denominador.

EXPLICACION.

Estando ya reducidos los quebrados $\frac{6}{8}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{12}{14}$ á un comun denominador en el exemplo que se dió (lecc. 20), y habiendo salido los numeradores nuevos 746,,448,, y 864, los he sumado, y ha salido á la suma el quebrado $\frac{2068}{1008}$: visto que es un quebrado impropio, he sacado los enteros, y han resultado 2 de éstos, mas $\frac{52}{1008}$.

LECCION XXII.

RESTAR QUEBRADOS.

127\. *P.* ¿Cómo se restan los quebrados?

128\. *R.* Restando, si los quebrados tienen un mismo denominador, de un numerador el otro, y poniendo por denominador á la diferencia ó resta el denominador de qualquiera de los dos quebrados.

EXEMPLO

Para restar quebrados que tienen un mismo denominador.

$$\frac{8}{9} \quad \frac{4}{9}$$

Si se han de restar estos quebrados se pondrán en la forma siguiente.

$$\text{Restando....}\ \frac{8}{9}$$

$$\text{Restador....}\ \frac{4}{9}$$

$$\text{Diferencia...}\ \frac{4}{9}$$

Quando los quebrados no tengan un denominador redúzcanse á uno comun (§. 122): réstese de un numerador nuevo el otro, y á la resta póngase por denominador el denominador comun.

EXEMPLO

Para restar quebrados que tienen diferentes denominadores.

Denominadores nuevos. 288,,153

Restando. . . . . $\frac{12}{17}$ $\frac{9}{24}$ Restador.

Comun denominador. 408

Restando. . . . . $\frac{288}{408}$

Restador. . . . . $\frac{153}{408}$

Diferencia. . . . . $\frac{135}{408}$

EXPLICACION.

Habiendo reducido á un comun denominador (§. 122) los quebrados $\frac{12}{17}$ $\frac{9}{24}$, ha salido por restando $\frac{288}{408}$ y por restador $\frac{153}{408}$, y restando uno de otro; resulta á la diferencia el quebrado $\frac{135}{408}$.

LECCION XXIII.

MULTIPLICAR QUEBRADOS.

129. *P.* ¿Cómo se multiplican los quebrados?

130. *R.* Multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador, porque para multiplicar y partir quebrados, no es necesario reducirlos á un comun denominador.

131. *P.* ¿Cómo se llama el producto de multiplicar numerador por numerador?

132. *R.* Se llama numerador del producto, y lo que sale de multiplicar denominador por denominador se llama denominador del producto. Si sale un quebrado impropio, se sacarán los enteros.

EXEMPLO.

$$\text{Multiplicando. } \frac{6}{8} \quad \frac{3}{16} \text{ Multiplicador.}$$

$$\text{Producto....} \ \frac{18}{128}$$

EXPLICACION.

Habiendo multiplicado los numeradores 6 y 3, han producido 18, cuyo número he puesto por numerador del producto; y habiendo multiplicado tambien los denominadores 8 y 16, han dado el facto 128, el qual he puesto por denominador del producto mismo.

LECCION XXIV.

PARTIR QUEBRADOS.

133. *P.* ¿Cómo se parten los quebrados?
134. *R.* Multiplicando el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor.
135. *P.* ¿Cómo se llama el producto de multiplicar el numerador del dividendo por el denominador del divisor?
136. *R.* Se llama numerador del quociente, y el producto que sale de multiplicar el denominador del dividendo por el numerador del divisor es el denominador del quociente: si sale un quebrado impropio sáquense los enteros.

EXEMPLO.

De partir un quebrado por otro.

Se partirá $\frac{3}{4}$ por $\frac{5}{6}$

Dividendo.. . . $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ Divisor.

Quociente. . . . . $\frac{18}{20}$

EXPLICACION.

Habiendo, pues, multiplicado el 3, numerador del dividendo por el 6, denominador del divisor, y el numerador del divisor 5 por el denominador del dividendo 4 (§. 134), ha resultado al quociente $\frac{18}{20}$: y dirémos, que el divisor $\frac{5}{6}$ cabe en el dividendo $\frac{3}{4}$, $\frac{18}{20}$ avos.

LECCION XXV.

PRUEBAS DE LAS QUATRO REGLAS DE QUEBRADOS.

Prueba de sumar.

Adv. 12. *Para exâminar si la suma de los quebrados* (exemplo de sumar quebrados de un mismo denominador, lec. 21) *está bien hecha, sumando los quebrados* $\frac{14}{19}$ y $\frac{8}{19}$*, y restando esta suma de la primera, deberá dar por resta el quebrado* $\frac{12}{19}$*: en efecto, habiendo restado* $\frac{22}{19}$*, que es la suma de* $\frac{14}{19}$ y $\frac{8}{19}$*, de* $\frac{34}{19}$ *suma de los quebrados* $\frac{14}{19}$ $\frac{8}{19}$ $\frac{12}{19}$*, ha salido á la resta* $\frac{12}{19}$ *avos.*

Prueba de restar.

Para exâminar si la resta ó diferencia que resulta del quebrado $\frac{8}{9}$ *al* $\frac{4}{6}$ (exemplo de restar quebrados, que tienen un mismo denominador, lec. 22), *es verdadera, se sumará el restador* $\frac{4}{9}$ *y la diferencia* $\frac{4}{9}$*, y resultará el restando* $\frac{8}{9}$*, con efecto* $\frac{4}{9}$ y $\frac{4}{9}$ *suman* $\frac{8}{9}$.

Prueba de multiplicar.

Si queremos exâminar tambien si el producto $\frac{18}{182}$*, de multiplicar* $\frac{6}{8}$ *por* $\frac{3}{16}$ (en el exemplo de multiplicar quebrados, lec. 23), *es ó no verdadero, par-*

tiendo dicho producto por el multiplicando $\frac{6}{8}$, *ha de resultar al quociente el multiplicador* $\frac{3}{16}$ *: en efecto ha salido de partir* $\frac{18}{128}$ *por* $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{16}$ *al quociente.*

Prueba de partir.

Para exâminar si el quociente $\frac{18}{20}$ *de partir* $\frac{3}{4}$ *por* $\frac{5}{6}$ (en el exemplo de partir quebrados, lec. 24), *es verdadero ó no, se multiplicará dicho quociente* $\frac{18}{20}$, *por* $\frac{5}{6}$ *divisor, y resultará al producto* $\frac{3}{4}$ *dividendo : ha salido efectivamente por producto el dividendo* $\frac{3}{4}$.

LECCION XXVI.

REDUCIR QUEBRADOS Á LA MAS SIMPLE EXPRESION.

Resolucion y demostracion.

Como un quebrado mismo puede escribrirse con varios números sin alterar por esto su valor (§. 106), conviene muchas veces buscar los menores de todos ellos, y esto se llama reducir quebrados á menores términos, ó á la mas simple expresion, lo qual se conseguirá en los cinco casos siguientes, ó buscando la mayor medida comun.

I. Quando el numerador y denominador de un quebrado terminan en número par v. g. 2, 4, 6, 8.

II. Quando numerador y denominador acabasen en cero.

III. Si numerador y denominador acaban en 5.

IV. Quando el numerador ó denominador acabasen el uno en 5, y el otro en cero.

V. Quando hecha una suma de los caractéres del numerador y del denominador, cada uno de por sí, saliesen unas cantidades que sean multiplicaciones cabales hechas por el 3.

137. *P.* ¿Cómo reducirémos á menores términos un quebrado, cuyo numerador y denominador terminen en número par, ó bien el numerador en cero y el denominador en número par, ó al contrario?

138. *R.* Para reducir estos quebrados á la mas simple expresion, dividirémos el numerador y denominador por el 2.

EXEMPLOS.

$$\frac{24}{34} \text{..... será igual á .....} \frac{12}{17}$$

$$\frac{60}{84} \text{..... será igual á.....} \frac{15}{21}$$

EXPLICACION.

En el primero de los exemplos antecedentes se ve el quebrado $\frac{24}{34}$ reducido á $\frac{12}{17}$ por haberse dividido sus términos por el 2, y en el segundo se mira reducido á $\frac{15}{21}$ el quebrado $\frac{60}{84}$, cuyos términos fuéron partidos primero por dos, reduciéndolos á $\frac{30}{42}$; y vueltos á dividir por el 2 mismo (138), quedáron en $\frac{15}{21}$.

LECCION XXVII.

139. *P.* ¿Cómo se reducirán á la mas simple expresion los quebrados, cuyo numerador y denominador rematasen en cero?

140. *R.* Partiendo numerador y denominador por 10, ó quitándole á cada uno un cero (Adv. 9).

EXEMPLO.

$$\frac{240}{350} \ldots\ldots \text{es igual á} \ldots\ldots \frac{24}{35}$$

EXPLICACION.

Aquí se ve que partido el quebrado $\frac{240}{350}$ por 10, ó quitándole á cada término su cero, ha resultado el quebrado $\frac{24}{35}$.

141. P. ¿Cómo se han de reducir á la mas simple expresion los quebrados, cuyo numerador y denominador acabasen en 5, ó el uno en 5, y el otro en cero?

142. *R.* Dividiéndolos por el 5.

EXEMPLOS.

$$\frac{25}{45} \ldots\ldots \text{equivalen á} \ldots\ldots \frac{5}{9}$$

$$\frac{55}{80} \ldots\ldots \text{equivale á} \ldots\ldots \frac{11}{16}$$

EXPLICACION.

En estos exemplos se demuestra, que dividiendo por el 5 el quebrado $\frac{25}{45}$, se ha reducido á $\frac{5}{9}$, y el quebrado $\frac{55}{80}$, dividido tambien por 5, se ha reducido á $\frac{11}{16}$.

143. *P.* Quando el numerador y denominador de un quebrado sean multiplicaciones cabales por el 3, ¿cómo lo reducirémos á menores términos?

144. *R.* Dividiéndolos por el 3.

EXEMPLO.

$$\frac{423}{567} \text{ ..... equivale á ..... } \frac{141}{189}$$

EXPLICACION.

Habiendo, pues, sumado los caractéres del numerador 4, 2 y 3 importan 9, que es una multiplicacion cabal del 3 por otro 3, y hecha la misma suma de los caractéres del denominador 5, 6 y 7 han resultado 18, que tambien es cabal producto de la multiplicacion del 6 por el 3. De modo, que partido por dicho guarismo el quebrado $\frac{423}{567}$ se ha reducido á $\frac{189}{141}$, y como aun se puede partir por el 3 se reduce á $\frac{47}{63}$.

HALLAR LA MAYOR MEDIDA COMUN PARA REDUCIR UN QUEBRADO Á LA MAS SIMPLE EXPRESION.

Resolucion y demostracion.

Esta operacion se reduce á partir el término mayor del quebrado por el término menor : si quedase alguna resta, se dividirá por ésta el término que fue divisor en la primera operacion : si de esta segunda division resultase resta, se partirá tambien por ésta el divisor : y haciendo sucesivamente quantas divisiones se puedan hasta hallar un número, que siendo divisor, no dexe resta ; dicho número es la mayor medida comun. Dividiendo por él el numerador y denominador del quebrado, el quociente manifestará la expresion á que se ha reducido.

EXEMPLO.

Para hallar la mayor medida comun del quebrado $\frac{75}{105}$.

$$\text{I. Oper.}\left\{\begin{array}{r|l} 105 & \underline{75} \\ 75 & 1 \\ \hline \end{array}\right. \text{Divisor.}$$

Resta.......... 30

$$\text{II. Oper.}\left\{\begin{array}{r|l} 75 & \underline{30} \\ 60 & 2 \\ \hline \end{array}\right. \text{Divisor.}$$

Resta.........15

$$\text{III. Oper.}\left\{\begin{array}{r|l} 30 & \underline{15} \\ 30 & 2 \\ \hline \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\text{Divisor y mayor} \\ \text{medida comun.}\end{array}\right.$$

Resta.........00

EXEMPLO.

Para hallar la mas simple expresion del quebrado $\frac{75}{105}$ *por la mayor medida comun* 15.

$$\text{I. Operacion.}\left\{\begin{array}{r|l} 75 & \underline{15} \\ 75 & 5 \\ 00 & \end{array}\right. \text{Quociente.}$$

$$\text{II. Operacion.}\left\{\begin{array}{r|l} 105 & \underline{15} \\ 105 & 7 \\ 000 & \end{array}\right. \text{Quociente.}$$

Dicho quebrado. $\frac{75}{105}$ es igual á $\frac{5}{7}$

Explicacion de uno y otro exemplo.

Habiendo partido, para hallar la mayor medida comun, el denominador 105 por el numerador 75, restan 30: divido, pues, el divisor 75 por la resta 30, y resultan 15 de diferencia: parto tambien el divisor 30 por la resta 15, y como no resulta nada de diferencia; se halla que es 15 la mayor medida comun. Para hallar la mas simple expresion, he dividido primero el numerador 75 por 15, medida comun, y salen 5 al quociente: despues he partido el denominador 105 por el mismo 15, y resultan 7 al quociente, cuyos guarismos representan el quebrado $\frac{5}{7}$; y se dirá que el quebrado $\frac{75}{105}$ es igual á $\frac{5}{7}$ por la mayor medida comun.

TRATADO

DE NÚMEROS MIXTOS.

LECCION XXVIII.

Adv. 13. *Ántes de tratar de los números mixtos, respecto á que será necesario en algunos casos reducir algunos enteros á quebrados, conviene dar á conocer, que qualquier quebrado manifiesta las partes que tomamos de la unidad: v. g. en* $\frac{4}{9}$ *el denominador*

9 denota un entero, y el numerador 4 manifiesta, que de 9 que es un entero, tomamos 4 partes, y que faltan 5 partes para que sea un entero. Mas claro: supongamos que una granada consta de 4 cascos, y que de estos 4 no tomamos si no 1, formarémos un quebrado, cuyo denominador manifieste las quatro partes, que es el todo de la granada, y el numerador manifestará las partes que se toman, y siendo así que de los quatro cachos tomamos uno, lo pondrémos en forma de quebrado de esta suerte $\frac{1}{4}$.

145. *P.* Sentada, pues, esta doctrina, y teniendo presente lo que se dixo (§. 40), se pregunta ¿cómo hemos de sumar los números mixtos, cuyos quebrados tienen un mismo denominador?

146. *R.* Poniendo los números dados unos debaxo de otros, sumaremos primero todos los quebrados: si sale un quebrado impropio se sacarán los enteros (§. 120), y se sumarán despues con los de esta clase como se dixo (§§. 56 y 48).

EXEMPLO.

$$\text{Sumandos} \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \overset{1}{2}4\frac{8}{9} \\ 45\frac{6}{9} \end{cases}$$

$$\text{Suma} \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{ 79\frac{5}{9}. \right.$$

EXPLICACION.

Puestos los números como se ha dicho, ha importado la suma de los quebrados $\frac{14}{9}$: como este es un quebrado impropio, saco de él un entero, que agrego á éstos, escribiendo $\frac{5}{9}$ debaxo de los quebrados, y sumando con los enteros el que extraxe del quebrado $\frac{14}{9}$ resulta por suma de este exemplo 70 enteros y $\frac{5}{9}$.

LECCION XXIX.

SUMAR NÚMEROS MIXTOS, CUYOS QUEBRADOS TIENEN DISTINTOS DENOMINADORES.

147. *P.* ¿Cómo se suman los números mixtos quando los quebrados tienen distintos denominadores?

148. *R.* Reducidos los quebrados á un comun denominador: súmense los numeradores nuevos, sáquense los enteros, si resulta quebrado impropio, súmense con los de esta clase, como se ha practicado (*en el exemplo de sumar números mixtos quando los quebrados tienen un mismo denominador*), y colóquese el quebrado, si resulta, debaxo de los quebrados.

EXEMPLO.

Numerador nuevo.	$\overset{1}{45}$	
Sumando.	$4\ \frac{5}{8}$	
Comun denominador.	72	
Numerador nuevo.	32	
Sumando.	$6\ \frac{4}{9}$	
Comun denominador.	72	
Suma de los dos quebrados.		$\frac{77}{72}$
Suma total de enteros y quebrados. . . .		$11\ \frac{5}{72}$

EXPLICACION.

Habiendo reducido los quebrados $\frac{5}{8}\ \frac{4}{9}$ de los sumandos al comun denominador 72, y sumando los numeradores nuevos 45 y 32, he visto que sale un quebrado impropio: he sacado de él un entero que he sumado con los enteros, y salen á la suma ó importe 11 enteros, mas $\frac{5}{72}$.

LECCION XXX.

RESTAR NÚMEROS MIXTOS, CUYOS QUEBRADOS TIENEN UN MISMO DENOMINADOR.

149. *P.* ¿Cómo se restan los números mixtos, cuyos quebrados tienen un mismo denominador, y es el quebrado del restador menor que el del restando?

150. *R.* Restando primero los numeradores de los quebrados, y poniendo por denominador á la diferencia que resulte el denominador dado. Despues se restarán los enteros, como se practicó en los (§§. *66*, *68* y 70), y queda concluida la operacion.

EXEMPLO.

Restando.	$30 \frac{6}{7}$
Restador.	$29 \frac{4}{7}$
Diferencia.	$1 \frac{2}{7}$

EXPLICACION.

Habiendo, pues, restado del numerador 6 el numerador 4, salen á la diferencia 2, á este carácter pongo por denominador el 7; y restando despues de 30 enteros 29, queda 1: con que dirémos, que restando de $30\frac{6}{7}$, $29\frac{4}{7}$ es la diferencia $1\frac{2}{7}$.

LECCION XXXI.

RESTAR NÚMEROS MIXTOS, CUYOS QUEBRADOS TENGAN DISTINTOS DENOMINADORES.

151. *P.* ¿Cómo se restan los números mixtos quando los quebrados tienen distintos denominadores?

152. *R.* Reduciendo estos á un comun denominador, restando despues de un numerador nuevo el otro (*exemplo para restar quebrados que tienen distintos denominadores*): poniendo por denominador á la diferencia el denominador comun, y restando últimamente los enteros.

EXEMPLO.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Numerador nuevo} \ldots\ldots\ldots\ldots & 114 \\ \text{Restando} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \left\{ 20\,\frac{6}{7} \right. \\ \text{Comun denominador} \ldots\ldots\ldots & 133 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Numerador nuevo} \ldots\ldots\ldots\ldots & 56 \\ \text{Restador} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \left\{ 11\,\frac{8}{19} \right. \\ \text{Comun denominador} \ldots\ldots\ldots & 133 \end{array}\right\}$$

$$\text{Diferencia} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 9\,\frac{58}{133}$$

EXPLICACION.

Aquí tenemos practicado todo quanto se ha dicho. Reducidos los quebrados $\frac{6}{7}$ á $\frac{114}{133}$ y $\frac{8}{19}$ á $\frac{56}{133}$, como se dixo (§. 122), y habiendo restado del numerador nuevo 114 el numerador 56, sale á la diferencia $\frac{58}{133}$; y hecha tambien la resta de los enteros queda por diferencia $9\,\frac{58}{133}$.

LECCION XXXII.

RESTAR NÚMEROS MIXTOS QUANDO EL QUEBRADO QUE SIRVE DE RESTANDO ES MENOR QUE EL QUEBRADO QUE SIRVE DE RESTADOR.

153. *P.* ¿Cómo se restan los números mixtos quando el quebrado que sirve de restando es menor que el que sirve de restador?

154. *R.* Tomando una unidad de los enteros (§. 68) para efectuar la resta de este quebrado, y respecto á que un entero, si se trae á los quebrados vale tantas unidades como manifiesta el denominador, como se dixo (Adv. 13), añádase este número de unidades á las del numerador del quebrado, que sirva de restando, y se podrá entónces restar con mucha facilidad.

EXEMPLO.

Restando.	$24\frac{4}{9}$
Restador.	$12\frac{7}{9}$
Diferencia.	$11\frac{6}{9}$

EXPLICACION.

Como el numerador 4 del quebrado restando es menor que el 7, numerador del quebrado restador, ha sido necesario para efectuar la resta tomar una unidad del 4 de los enteros; y respecto que el 9 denominador del quebrado denota un entero, como se dixo (Adv. 13), la unidad del entero puesta por numerador vale 9 como su denominador, y 4 que es el numerador hacen 13, digo: pues, de 13, que es el numerador del restando quito 7, que es el numerador del restador, quedan de diferencia 6, que pongo en forma de quebrado, como se dixo (§. 150), y resultan $\frac{6}{9}$. Para restar los enteros, como del 4 que está en las unidades tomé 1, quedó en 3, y digo: de 3 dos 1, que pongo en las unidades, y restando las decenas, digo: de 2 tomo 1, y queda otra, que coloco en las decenas, y dirémos: que habiendo restado de 24 $\frac{4}{9}$, 12 $\frac{7}{9}$ sale á la diferencia 11 $\frac{6}{9}$.

Adv. 14. *Quando los quebrados de los números mixtos tengan distintos denominadores, y se hayan de restar, se reducirán á un comun denominador (§. 122), y si despues de reducidos es menor el numerador del restando, se tomará una unidad de los enteros, como se ha practicado en el exemplo inmediato anterior.*

EXEMPLO.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Numerador nuevo.} \dots\dots\dots & 264 \\ \text{Restando.} \dots\dots\dots\dots & \left\{ 3\,\dfrac{12}{44} \right. \\ \text{Comun denominador.} \dots\dots & 968 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Numerador nuevo.} \dots\dots\dots & 792 \\ \text{Restador.} \dots\dots\dots\dots & \left\{ 2\,\dfrac{18}{22} \right. \\ \text{Comun denominador.} \dots\dots & 968 \end{array}\right\}$$

$$\text{Diferencia..} \dots\dots\dots\dots \quad \frac{440}{968}$$

EXPLICACION.

En este exemplo se ve practicado todo quanto se dice (Adv. 14), pues siendo el restando $3\frac{12}{44}$ y el restador $2\frac{18}{22}$ ha sido necesario reducir los quebrados á un comun denominador, convirtiendo el quebrado $\frac{12}{44}$ del restando en $\frac{264}{968}$, y el quebrado $\frac{18}{22}$ del restador en $\frac{792}{968}$. Habiendo resultado menor el quebrado que sirve de restando, ha sido necesario para efectuar la resta tomar una unidad de los enteros; y respecto que un entero puesto en el numerador vale tantas unidades como manifiesta el denominador, como se dixo (Adv. 13); siendo el comun denominador 968, he sumado 968 que vale el entero con 264, que es el numerador nuevo del restando: de la suma 1232 he restado 792, que es el numerador nuevo del restador, habiendo salido por diferencia $\frac{440}{968}$; y restando los enteros sale cero á la resta.

LECCION XXXIII.

Adv. 15. *Para multiplicar y partir los números mistos es necesario reducir los enteros á quebrados, y despues de reducidos se multiplican y se parten como los quebrados.*

155. *P.* ¿Cómo se reducen á quebrados los enteros de los números mixtos?

156. *R.* Multiplicando el entero por el denominador del quebrado: á este producto se añade el numerador, y por denominador se pone su mismo denominador, v. g. redúzcase á quebrado el número mixto $2\frac{4}{5}$ se multiplica el 2 por el 5: al producto 10 se añade al numerador 4, y son 14, á cuyo número se pone por denominador el 5, en esta forma $\frac{14}{5}$.

MULTIPLICAR UN NÚMERO MIXTO POR OTRO TAMBIEN MIXTO.

157. *P.* ¿Cómo se multiplica un número mixto por otro de la misma clase?

158. *R.* Reduciendo los enteros á quebrados, y multiplicando despues un quebrado por otro, como (§. 130).

EXEMPLO.

Multiplicando $4\frac{4}{6}$ reducido á quebrado es........ $\frac{28}{6}$

Multiplicador $5\frac{6}{8}$ reducido á quebrado es............ $\frac{46}{8}$

Producto de multiplicar un quebrado por otro. $\frac{1288}{48}$

EXPLICACION.

Habiendo reducido los enteros á quebrados, ha salido por multiplicando el quebrado $\frac{28}{6}$ y por multiplicador $\frac{46}{8}$; y habiendo multiplicado un quebrado por otro, ha salido al producto $\frac{1288}{48}$: por ser quebrado impropio he sacado los enteros (§. 120), y han salido $26\frac{40}{48}$: dirémos, pues, que multiplicando $4\frac{6}{4}$ por $5\frac{6}{8}$ salen al producto $26\frac{40}{48}$.

LECCION XXXIV.

PARTIR UN NÚMERO MIXTO POR OTRO NÚMERO MIXTO.

159. *P.* ¿Cómo se parte un número mixto por otro?

160. *R*. Reduciendo los enteros á quebrados, como se dixo (§. 156), y partiendo despues un quebrado por otro, como se dice (§. 134). Si sale quebredo impropio sáquense los enteros.

EXEMPLO.

Dividendo $6\frac{8}{9}$ reducido á quebrndo es.......... $\frac{62}{9}$

Divisor.... $4\frac{6}{8}$ reducido á quebrado es.......... $\frac{38}{8}$

Quociente de partir un quebrado por otro.. $\frac{496}{342}$

EXPLICACION.

Habiendo reducido el 6 entero del dividendo á quebrado, ha salido $\frac{62}{9}$, y hecha la misma operacion con el 4, entero del divisor, ha resultado el quebrado $\frac{38}{8}$. Partidas estas dos fracciones ha salido al quociente $\frac{496}{342}$: y este quebrado impropio ha dado $1\frac{154}{342}$. Dirémos, pues, que $6\frac{8}{9}$ partido por $4\frac{6}{8}$ dan al quociente $1\frac{154}{342}$.

LECCION XXXV.

MULTIPLICAR UN QUEBRADO POR UN ENTERO Ó AL REVES.

161. *P.* ¿Cómo se multiplica un quebrado por un entero, ó un entero por un quebrado?

162. *R.* Multiplicando en uno y otro caso el entero por el numerador del quebrado, y poniendo al producto por denominador el mismo denominador del quebrado.

EXEMPLO.

Multiplicando .... $\frac{6}{19}$

Multiplicador............ 5

Producto.................. $\frac{30}{19}$

EXPLICACION.

Habiendo multiplicado el *6*, numerador del quebrado, por el 5, ha salido al producto $\frac{30}{19}$, que por ser quebrado impropio ha dado $1\frac{11}{19}$. Y se dirá: que multiplicando $\frac{6}{19}$ por 5 enteros es el producto $1\frac{11}{19}$.

LECCION XXXVI.

PARTIR UN QUEBRADO POR UN ENTERO.

163. *P.* ¿Cómo se parte un quebrado por un entero?

164. *R.* Multiplicando el denominador del quebrado por el entero, y poniendo á este producto por numerador el numerador del quebrado.

EXEMPLO.

Dividendo. . . . . $\frac{4}{6}$

Divisor. 2

Quociente. . . . . $\frac{4}{12}$

EXPLICACION.

Aquí se ve, que habiendo multiplicado el 6, denominador del quebrado dividendo, por el 2 divisor, han salido al producto 12, y que puesto éste por denominador y por numerador el 4 sale al quociente $\frac{4}{12}$.

LECCION XXXVII.

PARTIR UN ENTERO POR UN QUEBRADO.

165. *P.* ¿Cómo hemos de partir un entero por un quebrado?

166. *R.* Multiplicando el entero por el denominador del quebrado, poniendo este producto por numerador, y por deneminador el numerador del quebrado.

EXEMPLO.

Divídividendo. 8

Divisor. . . . . $\frac{6}{9}$

Quociente. . . . . $\frac{72}{6}$ igual á 12.

EXPLICACION.

Se demuestra, que habiendo multiplicado el 8 dividendo, por el 9 denominador del quebrado, salen al producto 72. Este número se pone por numerador del quociente, cuyo denominador es el 6, numerador del quebrado divisor, escribiéndolo en esta forma $\frac{72}{6}$. Este quebrado impropio vale 12 enteros, y dirémos: que partidos 8 enteros por $\frac{6}{9}$ salen al quociente 12 enteros.

Adv. 16. *Tambien se podrá figurar el entero en forma de quebrado, poniendo por denominador la unidad de este modo* $\frac{8}{1}$ *: y así, quando se haya de multiplicar ó partir un entero por un quebrado, ó al contrario; se reduce á multiplicar ó partir un quebrado por otro* (§§. 130 y 134).

LECCION XXXVIII.

MULTIPLICAR Y PARTIR UN NÚMERO MIXTO POR UN ENTERO, Ó AL CONTRARIO.

167. *P.* ¿Cómo se multiplica ó se parte un número mixto por un entero, ó un entero por un número mixto?

168. *R.* Redúciendo en ambos casos el número mixto á quebrado (§. 156), y multiplicando ó partiendo despues un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero (§§. 162, 164, 166 y Adv. 16).

LECCION XXXIX.

REDUCIR UN ENTERO Á QUEBRADO DE UN DENOMINADOR DADO.

169. *P.* ¿Cómo se reduce un entero á quebrado de un denominador dado?

170. *R.* Multiplicando el entero por el denominador dado, y poniendo á este producto por denominador el denominador dado: v. g. se quiere reducir el 7 á quintos; esto es, á un quebrado que tenga por denominador el 5: se multiplica el 7 por el 5, y al producto 35 se le pone por denominador el 5 de esta suerte $\frac{35}{5}$.

LECCION XL.

CONVERTIR QUALQUIER QUEBRADO EN OTRO QUE TENGA UN DENOMINADOR DADO.

171. *P.* ¿Cómo convertirémos qualquier quebrado en otro que tenga un denominador dado?

172. *R.* Multiplicando el numerador del quebrado por el denominador dado: este producto se partirá por el denominador del quebrado, el quociente se pone por numerador del quebrado que se busca, y por denominador el denominador dado.

Redúzcase el quebrado $\frac{24}{5}$ á quinzavos, esto es, á otro quebrado que tenga por denominador el 15. Se multiplica el 15 por 24: el producto 360 se parte por el 5, denominador del quebrado, el quociente 72 se pone por numerador, y por denominador el 15, de esta forma: $\frac{72}{15}$. Y dirémos: que el quebrado $\frac{24}{5}$ se ha convertido en el quebrado $\frac{72}{15}$ (1).

NOTA.

Como se verifica muchas veces resultar un quebrado de otro quebrado, hallo por conveniente para completar este tratado añadir la siguiente

LECCION XLI.

173. *P.* ¿Qué es quebrado de quebrado?

174. *R.* El que equivale á parte de otro quebrado v. g. $\frac{3}{4}$ de un $\frac{1}{2}$.

175. *P.* ¿Cómo se reduce un quebrado de quebrado á un quebrado simple?

(1) En el tratado de los números concretos se extenderá mas esta leccion, que corresponde á la nota de la (Adv. 26).

176. *R.* Multiplicando los numeradores entre sí y los denominadores lo mismo. Quiero saber, por exemplo, que valen $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$: multiplico el 3 por el 1, y este producto es el numerador: el producto 8, de multiplicar el 4 por el 2 es el denominador, y será el quebrado de quebrado $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ igual á $\frac{3}{8}$.

Adv. 17. *Despues de reducidos los quebrados de quebrados á quebrados simples, si son de especie conocida se podrán valuar, como se dirá* (§. 206).

SEGUNDA PARTE.

TRATADO

DE LOS NÚMEROS CONCRETOS.

LECCION XLII.

177\. *P.* ¿Qué es número concreto?

178\. *R.* El que tiene especie determinada, v. g. 8 hombres, 20 arrobas, 41 pesos, 10 reales, 3 fanegas, 2 varas, &c. : á diferencia de los números que no tienen la especie determinada, que se llaman abstractos, como 8, 90, 42, 11, &c.

179\. *P.* ¿Cómo se suman, restan, multiplican y parten estos números?

180\. *R.* Si son enteros, se hacen con ellos las mismas operaciones que se practican en los (§§. 46 hasta 100), observando todo quanto se ha hecho con los números abstractos.

181\. *P.* Aun quando los números concretos sea. números mixtos ¿como se expresan?

182\. *R.* En forma de enteros, escribiendo primero el número entero con el nombre de su especie, y sucesivamente los números de las partes que habian de representar los quebrados con el nombre, que por uso represente cada una de ellas, v. g. 4 varas, 2 pies, 6 pulgadas: 2 quintales, 1 arroba, 10 libras, &c.

LECCION XLIII.

MONEDA.

Adv. 18. *Para proceder con la claridad que se necesita, es necesario saber que las monedas se cuentan por doblones de á ocho, por doblones de oro, por pesos fuertes, por reales y por maravedises: tambien se cuenta por doblones sencillos, y por pesos sencillos, &c. &c.*

183. *P.* Esto supuesto se pregunta: ¿quánto valen las monedas?

184. *R.* Un doblon de á 8 vale . 4 doblones de oro.
Un doblon de oro vale . 4 pesos fuertes.
Un Peso fuerte vale . . 20 reales.
Un medio peso fuerte v. 10 reales.
Un doblon sencillo tiene 4 pesos sencillos.
Un peso sencillo. . . . 15 reales.
La peseta columnaria v. 5 reales.
Una media peseta colum. 2 reales y $\frac{1}{2}$.
Una peseta sencilla vale 4 reales.
Una media peseta vale.. 2 reales.
Un real vale 8 quartos y $\frac{1}{2}$ ó 34 maravedís.

LECCION XLIV.

MEDIDAS.

Adv. 19. *Las medidas se hacen por varas, pies, pulgadas, líneas y puntos: tambien se ha usado en estos últimos tiempos de la medida de Francia llamada toesa.*

185. *P.* ¿Qué longitud tienen estas medidas?

186. *R.* Una vara castellana tiene 3 pies ó 3 tercias.
Un pie ó tercia tiene. . 12 pulgadas.
Una pulgada. . . . . . . 12 líneas.
Una línea. . . . . 12 puntos.
Una toesa francesa tiene. 6 pies.
Un pie. . . . . 12 pulgadas.

LECCION XLV.

PESO.

Adv. 20. *El peso se hace por quintales, arrobas, libras, onzas y adarmes.*

187. *P.* ¿Qué valor tiene este peso?

188. *R.* Un quintal tiene. . . . . 4 arrobas.
Una arroba. . . . . 25 libras.
Una libra. . . . . 16 onzas.
Una onza. . . . . 16 adarmes.

LECCION XLVI.

TIEMPO.

Adv. 21. *El tiempo se cuenta por siglos, años, meses, dias, horas, minutos, segundos y terceros.*

189. *P.* ¿Qué tiempo tiene un siglo?

190. *R*. Un siglo tiene. . . . 100 años.
Un año. . . . . 12 meses.
Un dia. . . . . 24 horas.
Una hora.. . . . . 60 minutos.
Un minuto. . . . . . . 60 segundos.
Un segundo. . . . . . 60 terceros.

NOTA.

Los meses Abril, Junio, Septiembre y Noviembre tiene cada uno 30 dias. El mes de Febrero 28 dias, ó 29 si el año es bisiesto, y los demas meses tiene cada uno 31 dias.

LECCION XLVII.

DE LÍQUIDOS.

Adv. 22. *Lo líquido se mide respectivamente por arrabas, medias arrrobas, quartillas, azumbres quartillos y copas, &c. &c.*

191. *P*. ¿Quántos quartillos tiene una arroba?

192. *R*. Una arroba tiene . . . . . . 32 quartillos.
Una media arroba . . . . . . 16 quartillos.
Una quartilla. . . . . 8 quartillos.
Una azumbre. . . . . 4 quartillos.
Un quartillo . . . . 4 copas.

LECCION XLVIII.

GRANOS.

Adv. 23. *El grano se mide por fanegas, medias fanegas, quartillas, celemines y quartillos.*

193. P. ¿Quántos celemines tiene una fanega?

194. *R.* Una fanega tiene. . . . . . . 12 celemines.
Una media fanega tiene. . . 6 celemines.
Una quartilla. . . . . 3 celemines.
Un celemin . . . . 4 quartillos.

LECCION XLIX.

195. *P.* ¿Cómo hallarémos el número de unidades de la especie inferior, que tenga la superior?

196. *R.* Multiplicando una unidad de la especie superior, por el número de unidades de la especie inmediata inferior, que compone una de la superior, y haciendo esta multiplicacion sucesivamente hasta la especie mas inferior, el producto que resulte es el número que se busca.

EXEMPLO.

Un doblon de á 8 es igual á 4 doblones de oro, y á 16 pesos fuertes, y á 320 rs. y á 10880 ms.

EXPLICACION.

Aquí se ve, que para sacar los maravedises que tiene un doblon de á 8 se multiplica éste por el 4, que es el número de doblones de oro que vale, y ya está reducido á doblones de oro: despues se multiplica el 4 por el número de pesos fuertes que tiene un doblon de oro, y salen 16 pesos fuertes, á cuya moneda está reducido el doblon de á 8: se multiplican los 16 por 20, que es el número de rs. que tiene un peso fuerte, y salen 320 rs., los quales se reducen á maravedises multiplicando 320 rs. por 34 maravedises, que es el número de maravedises que tiene un real, y salen 10880 maravedises: dirémos pues que un doblon de á 8 tiene 10880 maravedises.

LECCION L.

197. *P*. Esto supuesto, hablando de las monedas, medidas, pesos, &c.: ¿quántas unidades tiene cada especie superior de la inferior?

MONEDAS.

198. *R*. Un doblon de á 8 reducido á doblones de oro tiene. 4
á pesos fuertes. 16
reducido á reales tiene. 320
y á maravedises. 10880
El doblon de oro vale pesos fuertes. 4
reducido á reales. 80
y reducido á maravedises. 2720
El peso fuerte vale reales. 20
y reducido á maravedises. 680
El doblon sencillo tiene pesos fuertes. 3
reducido á pesos sencillos. 4
á reales. 60
y á maravedises. 2040
El peso sencillo vale reales. . . . 15
y maravedises. 510

LECCION LI.

MEDIDA.

Una vara castellana tiene pies. . . .	3
reducida á pulgadas.	36
á líneas.	432
y reducida á puntos	5184
El pie vale pulgadas.	12
reducido á líneas.	144
y á puntos tiene.	1728
La pulgada vale líneas.	12
y reducida á puntos.	144
La toesa francesa vale pies. . . .	6
reducida á pulgadas.	72
á líneas tiene.	864
y reducida á puntos.	10368

LECCION LII.

PESO.

Un quintal tiene arrobas.	4
Un quintal reducido á libras tiene.	100
Un quintal reducido á onzas tiene.	1600
Un quintal reducido á adarmes. . .	25600
Una arroba tiene libras.	25
Una arroba tiene onzas.	400
Una arroba tiene adarmes.	6400
Una libra tiene onzas.	16
Una libra tiene adarmes.	256

LECCION LIII.

TIEMPO.

Un año tiene dias.	365
Si es bisiesto tiene dias.	366
Un año tiene meses.	12
Un año tiene horas	8760
Si es bisiesto tiene horas.	8784
Un dia tiene horas.	24
Un dia tiene minutos.	1440
Un dia tiene segundos.	86400
reducido á terceros.	5184000
Una hora tiene minutos.	60
reducida á segundos.	3600
reducida á terceros tiene.	216000
Un minuto tiene segundos.	60
reducido á terceros tiene.	3600
Un segundo tiene terceros.	60

LECCION LIV.

DE LÍQUIDOS.

Una arroba tiene quartillas.	4
Una arroba tiene azumbres.	8
y tiene quartillos.	32
Una arroba reducida á copas tiene. .	128
Una quartilla tiene azumbres.	2
quartillos tiene.	8
y reducida á copas tiene.	34
Una azumbre tiene quartillos.	4
y reducida á copas tiene.	16
Un quartillo tiene copas.	4

LECCION LV.

GRANOS.

Una fanega tiene quartillas.	4
reducida á celemines tiene.	12
Una fanega tiene quartillos.	48
Media fanega tiene quartillas.	2
reducida á celemines tiene.	6
y á quartillos.	24
Una quartilla tiene celemines.	3
Una quartilla tiene quartillos.	12
Un celemin tiene quartillos.	4

LECCION LVI.

Adv. 24. *Puesto que los números concretos mixtos, aunque se expresen en forma de enteros (§. 182) siempre son mixtos, y que como tales deben tener denominadores las partes que representen el quebrado (§. CII.); será el denominador de cada una el número de unidades de su misma especie, que componga una de la inmediata superior: v. g. 2 varas, 2 pies, 4 pulgadas y 8 líneas se pondrán en forma de mixtos de esta suerte.*

$$2 \text{ varas}, \frac{2}{3} \text{ pies}, \frac{4}{12} \text{ pulgadas}, \frac{8}{12} \text{ líneas.}$$

Respecto que el número de pies, que tiene una vara es 3, lo he puesto por denominador de 2 pies: siendo 12 el número de pulgadas que compone 1 pie, he puesto por denominador de 4 pulgadas *el 12, y como el número de líneas, que tiene una pulgada es 12, lo he puesto por denominador de 8 líneas; y así se verifica, que cada especie inferior tiene por denominador el número de unidades de su misma especie, que compone una de la inmediata superior como queda dicho en esta* Adv. (1). *Si ocurriese un número mixto, cuyo quebrado sea de la especie mas inferior, se le pondrá por denominador á la parte que represente el quebrado, el número de unidades de la misma especie que componga una de la mas superior, por exemplo 1 dia y 9 minutos: para ponerlo en forma de mixto, se pondrá por denominador del 9, 1440, por ser el número de minutos que tiene un dia, y se expresará de este modo 1 dia* $\frac{9}{1440}$ *: lo mismo se executará con 1 doblon sencillo y 2 reales, poniendo por denominador del dos, 60, que son los reales que componen un doblon en esta forma 1 doblon y* $\frac{2}{60}$.

(1) Aunque todos los denominadores deben ser el número de unidades de cada especie que componga una de la mas superior, atendiendo á que para tratarlos como quebrados será necesario reducirlos á tales en muchas ocasiones, y á que se hace mas fácil á los niños irlos reduciendo por su órden á cada especie inferior los propongo del modo referido.

LECCION LVII.

REDUCIR QUALQUIER NÚMERO DADO DE UNA ESPECIE INFERIOR Á QUEBRADO DE LA ESPECIE SUPERIOR.

199. *P.* ¿Cómo reducirémos qualquier número dado de especie inferior á quebrado de la especie superior?

200. *R.* Poniendo por numerador el número dado, y por denominador el número de unidades de la misma especie, que componga una de la superior: sea el número dado, por exemplo, 12896 puntos de vara castellana: se pone por numerador el número dado 12896, y por denominador el número de puntos que tiene una vara, y siendo éste 5184 (lec. 51), se pondrá en forma de quebrado de esta suerte $\frac{12896}{5184}$, y lo mismo 12 maravedís, colocando el 12 por numerador, y por denominador el número de maravedises que compone un real, y siendo este 34 se pone de este modo $\frac{12}{34}$.

LECCION LVIII.

DADO UN NÚMERO DE QUALQUIER ESPECIE INFERIOR, QUE SEA MAYOR QUE LA UNIDAD INMEDIATA SUPERIOR, HALLAR LOS NÚMEROS ENTEROS DE LAS ESPECIES SUPERIORES QUE CONTENGA.

201. *P.* ¿Cómo hallarémos los números enteros de las especies superiores, que contenga un número dado de la especie inferior?

202. *R.* Dividiendo el numero dado por el número de unidades de su misma especie, que componga una de la especie inmediata superior, el quociente que resulte representará el número de la especie inmediata superior; y si hubiere resta denotará esta el número de la especie dada, que no se puede reducir á la superior. Practicado esto mismo con el quociente, respecto á la otra especie superior, y sucesivamente hasta la mas superior, si se puede, el número que resulte será el que se busca.

Sea por exemplo el número dado 945 onzas para ver el número de las especies superiores que contiene.

EXPLICACION.

Puesto que el número de onzas que tiene una libra, que es la especie inmediata superior, es 16, parto por él 945, y el quociente 59 que sale, son las libras, y resta una onza: y como el número de libras que compone una arroba es 25, parto por él 59, salen al quociente dos arrobas, y restan 9 libras. Dirémos, pues, que el número dado 945 onzas tiene 2 arrobas, 9 libras y 1 onza.

LECCION LIX.

Adv. 25. *Respecto á que tenemos ya especies determinadas, conviene ahora explicar el modo de valuar los quebrados.*

VALUAR QUEBRADOS.

203. *P.* ¿Qué es valuar quebrados?

204. *R.* Es hallar el valor que tienen, ó quanto valen.

205. *P.* ¿Cómo se valuan los quebrados?

206. *R.* Multiplicando el numerador por el número de unidades de la especie inmediata inferior á que se refiera, qúe componga una de la mas superior: si de esta operacion resulta quebrado impropio, se sacan los enteros como se dixo (§. 120): si queda alguna resta se multiplica esta por el número de unidades de la segunda especie inmediata inferior, que tiene una de la primera; si resulta quebrado impropio se sacan los enteros como queda dicho: si hay resta se multiplica tambien ésta por el número de unidades de la tercera especie inferior, que componga una de la segunda; y haciendo estas mismas operaciones, esto es, multiplicar y sacar los enteros quando el quebrado sea impropio, hasta

que se reduzca á la especie mas inferior, el número que resulte es el que se busca. Pero si se verifica en el discurso de la operacion, que despues de hecha una ó mas multiplicaciones por las especies inferiores, no resulta quebrado impropio, se seguirá multiplicando hasta que se verifique ser impropio, ó quede reducido á quebrado de la especie mas inferior, como se evidenciará por medio de estos

EXEMPLOS.

$\frac{3}{12}$ De arroba.

EXPLICACION.

Para valuar este quebrado se multiplica el 3 numerador por 25, que es el número de libras que compone una arroba, por ser la especie inmediata inferior á que se refiere, y sale el quebrado $\frac{75}{12}$: como es impropio, se sacan los enteros, y resultan 6 libras: respecto á que queda la resta 3, se multiplica esta por el 16, que es el número de la segunda especie inferior que compone una de la primera; esto es, el número de onzas que tiene una libra: visto que sale el quebrado $\frac{48}{12}$, por ser impropio, se sacan los enteros, y salen 4 onzas, y puesto que no ha quedado resta, se halla que el quebrado $\frac{3}{12}$ de arroba vale 6 libras y 4 onzas.

$$\frac{9}{18} \text{ De dia.}$$

Aplicando á este exemplo la explicacion antecedente, ha resultado que $\frac{9}{18}$ de dia vale 12 horas cabales.

$$\frac{2}{84} \text{ De vara castellana.}$$

Siguiendo la doctrina de la misma explicacion, y teniendo presente lo que se dice (§. 206), se ha multiplicado el 2 numerador por 3, que es el número de pies que compone una vara, y habiendo salido $\frac{6}{84}$ quebrado propio, ha sido necesario volver á multiplicar el 6 por 12, que es el número de pulgadas que tiene un pie, resultando el quebrado $\frac{72}{84}$: por ser propio, se ha vuelto á multiplicar el numerador 72 por 12, que es el número de líneas que hace una pulgada, y ha salido el quebrado impropio $\frac{864}{84}$, cuyo numerador se parte por el denominador, y resultan al quociente 10 líneas.

La resta 24 se multiplica por 12, que es el número de puntos que compone una línea, y resultando el quebrado impropio $\frac{288}{84}$, se sacan los enteros que son 3 puntos, y restan 36, que por no poderse reducir á especie mas inferior, se pone en forma de quebrado de esta suerte $\frac{36}{84}$. Resulta, pues, que $\frac{2}{84}$ de vara castellana es igual á 10 líneas, 3 puntos y $\frac{36}{84}$ de punto. Esta operacion de valuar quebrados es de mucha utilidad en la práctica, pues se reducen á cantidades conocidas los quebrados, que suelen resultar de las divisiones.

Adv. 26. *En la aplicacion de dicha operacion se debe tener presente: que si valuando un quebrado se llega á la especie mas inferior, y queda un quebrado propio, cuyo numerador sea ménos de la mitad del denominador, se despreia este quebrado, y será el valor hallado aproxîmante por defecto: y si el numerador es mayor que la mitad del denominador, se añade una unidad al quociente por el quebrado, y será el valor hallado aproxîmante por exceso.*

EXEMPLO.

$$\frac{2}{17} \text{ de vara.}$$

Valuando este quebrado como se dixo (§. 206), vale 4 pulgadas, 2 líneas y 9 puntos mas $\frac{15}{17}$: añado á 9 puntos 1, que será aproxîmante por exceso, y valdrá 10 puntos.

NOTA.

De esta doctrina se hará uso tambien en el (§. 172), teniendo presente, que quando se reduzca un quebrado á otro, y se parta el producto por el denominador, se despreciará, ó no, si hay quebrado sobrante, segun queda establecido.

Adv. 27. *Para acabar de explicar toda la doctrina necesaria á cerca de la valuacion de quebrados, falta declarar el modo de reducir los de un reyno ó provincia, á los de otro reyno ó provincia, á este fin son precisas tablas de correspondencia.*

He advertido alguna variedad en los AA. á cerca de éstas, y por no poder fiar de su exâctitud, he tenido por conveniente omitirlas, limitándome á estas cortas, que me parecen exâctas.

LECCION LX.

LAS MONEDAS IMAGINARIAS QUE SE USAN EN EL COMERCIO DE ESPAÑA PARA CON EL COMERCIO EXTRANGERO SON:

Un doblon de oro que vale 5 pesos escudos.

Un doblon de plata ó de cambio que vale 4 pesos escudos.

Un peso escudo de plata ó de cambio que vale 8 reales de plata antigua.

Un ducado de plata ó de cambio vale 11 reales y un maravedí de plata antigua.

Un real de plata antigua vale 34 maravedises de dicha plata.

NÚM. 1. *Tabla de correspondencia de estas monedas con el real de vellon.*

Un doblon de oro equivale al real de vellon á	$\frac{1280}{17}$
Un doblon de plata ó de cambio equivale al real de vellon á . . .	$\frac{1024}{17}$
Un peso escudo de plata ó de cambio equivale al real de vellon á.	$\frac{256}{17}$
Un ducado de plata ó de cambio equivale al real de vellon á . . .	$\frac{6000}{289}$
Un real de plata antigua equivale al real de vellon á	$\frac{32}{17}$

LECCION LXI.

Las monedas que se usan en la corona de Aragon son: libra jaquesa que vale 10 reales de Aragon ó 20 sueldos, y cada sueldo 16 dineros.

NÚM. 2. *Tabla de correspondencia de estas monedas con el real de vellon.*

Una libra jaquesa equivale al real de vellon á . . . . $\frac{320}{17}$

Un sueldo equivale al real de vellon á . . . . $\frac{16}{17}$

Un real aragonés equivale al real de vellon á . . . . $\frac{32}{17}$

Un dinero equivale al real de vellon á . . . . $\frac{1}{17}$

LECCION LXII.

Las monedas que se usan en el Principado de Cataluña son: libra catalana que vale 10 reales ardites ó 20 sueldos, y el sueldo 12 dineros.

NÚM. 3. *Tabla de correspondencia de estas monedas con el real de vellon.*

Una libra catalana equivale al real de vellon á . . . . $\frac{1280}{119}$

Un real de ardites equivale al real de vellon á . . . . $\frac{128}{119}$

Un sueldo catalan equivale al real de vellon á . . . . $\frac{64}{119}$

Un dinero equivale al real de vellon á . . . . $\frac{16}{357}$

LECCION LXIII.

Las monedas que se usan en el reyno de Valencia son : libra valenciana que vale 10 reales ó 20 sueldos, y el sueldo 12 dineros.

NÚM. 4. *Tabla de correspondencia de estas monedas con el real de vellon.*

Una libra valencia equivale al real de vellon á . . . . $\frac{256}{17}$

Un real valenciano equivale al real de vellon á . . . . $\frac{128}{85}$

Un sueldo valenciano equivale al real de vellon á . . . . $\frac{64}{85}$

Un dinero valenciano equivale al real de vellon á . . . . $\frac{16}{255}$

LECCION LXIV.

Las monedas que se usan en las islas de Mallorca y Menorca son: libra que vale 20 sueldos, y el sueldo 12 dineros.

NÚM. 5. *Tabla de correspondencia de estas monedas con el real de vellon.*

Una libra mallorquina equivale al real de vellon á	$\frac{3840}{289}$
Un sueldo mallorquin equivale al real de vellon á	$\frac{192}{289}$
Un dinero mallorquin equivale al real de vellon á	$\frac{16}{289}$

LECCION LXV.

Las monedas que se usan en el reyno de Navarra son: peso de plata vieja que vale 8 reales de plata, este real vale 36 maravedís, y el maravedí vale 2 cornados.

NÚM. 6. *Tabla de correspondencia de estas monedas con el real de vellon.*

Un peso de Navarra equivale al real de vellon á	$\frac{256}{17}$
Un real de plata equivale al real de vellon á	$\frac{32}{17}$

Un maravedí de Navarra equivale al real de vellon á .... $\frac{8}{153}$

Un cornado equivale al real de vellon á .... $\frac{4}{153}$

LECCION LXVI.

El peso que se usa en la isla de Mallorca es: rótolo, quintal ó cántaro berberisco, y quintal mallorquin.

NÚM. 7. *Tabla de correspondencia de este peso con la libra castellana de 16 onzas.*

Un rótolo equivale á la libra castellana á .... $\frac{1403}{1536}$

Un quintal ó cántaro berberisco equivale á dicha libra á...... $\frac{35075}{768}$

Un quintal mallorquin equivale á la dicha libra á......... $\frac{1403}{384}$

La medida que se usa en dicha isla es: cana de Mallorca.

Un cana de Mallorca equivale á la vara castellana á......... $\frac{887}{432}$

LECCION LXVII.

El peso que se usa en el Principado de Cataluña es: quintal, arroba y libra.

NÚM. 8. *Tabla de correspondencia de este peso con la libra castellana de 16 onzas.*

Un quintal de cataluña equivale á dicha libra castellana á ...... $\frac{63}{3}$

Una arroba catalana equivale á dicha libra castellana á ...... $\frac{829}{36}$

Una libra equivale á la libra castellana á .... $\frac{7}{8}$

La medida que se usa en el Principado de Cataluña es la cana.

Una cana equivale á la vara castellana á .... $\frac{2783}{1512}$

LECCION LXVIII.

El peso que se usa en la isla de Menorca es: quintal, libra mayor y libra menor.

NÚM. 9. *Tabla de correspondencia de este peso con la libra castellana.*

Un quintal equivale á la libra castellana á .... $\frac{346346}{3615}$

Una libra mayor equivale á la castellana á . . . . $\frac{13321}{5120}$

Una libra menor equivale á la castellana á . . . . $\frac{13321}{15360}$

La medida de dicha isla es cana de Mahon.

Un cana de Mahon equivale á la vara castellana á . . . . $\frac{2753}{1440}$

LECCION LXIX.

El peso que se usa en la corona de Aragon es: quintal, arroba y libra pensil.

NÚM. 10. *Tabla de correspondencia de este peso con la libra castellana de 16 onzas.*

Un quintal equivale á dicha libra á . . . . $\frac{216}{2}$

Una arroba equivale á dicha libra á . . . . $\frac{54}{2}$

Una libra pensil equivale á la castellana á . . . . $\frac{3}{4}$

La medida que se usa en la corona de Aragon es vara.

Núm. 11. *Tabla de correspondencia de esta medida con la vara castellana.*

Una vara de Aragon equivale á la castellana á . . . . $\frac{1595}{1728}$

LECCION LXX.

El peso que se usa en el reyno de Valencia es libra pensil.

Núm. 12. *Tabla de correspondencia de este peso con la libra castellana.*

Una libra pensil equivale á la castellana á . . . . $\frac{23783}{30720}$

La medida que se usa es la vara valenciana.

Una vara valenciana equivale á la castellana á . . . . $\frac{117}{108}$

El peso que se usa en Navarra es la libra misma castellana.

La medida que se usa en Navarra es la misma vara castellana.

LECCION LXXI.

NÚM. 13. *Tabla de correspondecia de estos pies con el pie castellano.*

Un pie de París equivale á....... $\frac{7}{6}$ del pie castellano.

Un palmo de Nápoles equivale á $\frac{14581}{17280}$ de dicho pie.

Un pie de Turín equivale á....... $\frac{3313}{2880}$ de dicho pie.

Un pie de Viena equivale á ...... $\frac{980819}{864000}$ de dicho pie.

Un pie de la China equivale á... $\frac{3311}{2280}$ de dicho pie.

LECCION LXXII.

DADA LA CORRESPONDENCIA DE UNA MONEDA, PESO Ó MEDIDA DE UN PAÍS CON LA DE OTRO, REDUCIR QUALQUIER NÚMERO DE MONEDAS, PESOS Ó MEDIDAS DE AQUEL, AL CORRESPONDIENTE DE ÉSTE.

207. *P.* Dada la correspondencia ¿cómo reducirémos la moneda, peso ó medida de un país á la de otro?

208. *R.* Multiplicando el número dado por el de la nacion ó provincia á que se quiera reducir, que equivalga á una unidad suya, lo qual se reduce á multiplicar un

entero por un quebrado. Si el producto que resulta es un quebrado impropio se sacan los enteros: el quociente, sea mixto ó entero, será el número que se busca, y siendo mixto, se valuará el quebrado como se dixo (§. 206).

CONVERTIR 100 PIES DE PARÍS EN PIES CASTELLANOS.

EXPLICACION.

Por quanto un pie de París equivale á $\frac{7}{6}$ del de castilla (tabla de correspondencia, núm. 13), multiplico el 100 por $\frac{7}{6}$, y sale al producto $\frac{700}{6}$, siendo quebrado impropio saco los enteros, que son 116 pies castellanos, y $\frac{4}{6}$. Para valuar este quebrado, multiplico el 4 por 12, que es el número de pulgadas que tiene un pie, y sale al producto $\frac{48}{6}$: sacando los enteros resultan al quociente 8 pulgadas, y dirémos: que 100 pies de París equivalen á 116 pies castellanos, y 8 pulgadas de dicho pie.

EXEMPLO.

VEAMOS 300 LIBRAS JAQUESAS QUANTOS REALES DE VELLON HACEN.

EXPLICACION.

Puesto que una libra jaquesa equivale al real de vellon á $\frac{320}{17}$ (tabla de correspondencia, núm. 2.), multiplico el número dado 300 libras, por el numerador 320, y resulta el quebrado $\frac{96000}{17}$: por ser impropio saco los enteros, y salen al quociente 5647 reales y 2 maravedises, y se dirá: que 300 libras jaquesas equivalen á 5647 reales y 2 maravedises vellon.

NOTA.

Tambien se podrá sacar la correspondencia del real de vellon respectivo de las demas tablas, si ponemos el quebrado trastornado; esto es, el numerador por denominador, y el denominador por numerador: sea por exemplo el número dado 800 reales vellon para reducirlo á libras jaquesas.

EXPLICACION.

Trastorno el quebrado $\frac{320}{17}$ que manifiesta la correspondencia en $\frac{17}{320}$, multiplico el número dado 800 por el numerador 17, y sale el quebrado $\frac{13600}{320}$, sacando los enteros (§. 120), salen $42\frac{1}{2}$ libras jequesas, y se dirá: que 800 reales vellon hacen $42\frac{1}{2}$ libras jaquesas.

LECCION LXXIII.

SUMAR NÚMEROS MIXTOS CONCRETOS.

209. *P.* ¿Cómo se suman los números mixtos concretos?

210. *R.* Escribiendo los números dados unos debaxo de otros, formando columnas de las partes que sean de la misma especie, sumando cada especie de por sí comenzando por la mas inferior, y viendo si en esta suma resulta alguna unidad de la especie inmediata superior (§§. 184, 186, 188, 190, 192 y 194), la que se llevará á su especie, poniendo en las inferiores, las que no lleguen á la especie inmediata superior; y practicando esto mismo con todas las columnas hasta llegar á la especie mas superior, el número que resulte, será la suma ó importe.

EXEMPLO.

	quintales.	arrobas.	libras.	onzas.
	2	1	2	
Sumandos.	2	3	15	12
	5	2	19	14
	2	3	10	11
Suma total..	11	1	21	5

EXPLICACION.

Puesta cada especie en su correspondiente lugar he sumado las onzas, y han salido 37, respecto que cada libra, que es la especie inmediata superior, tiene 16 onzas, se hallan en 37 onzas 2 libras y sobran 5 onzas, que puse en la columna de las onzas: sumando las 2 libras que saliéron con las libras, suman 46, y como cada arroba, que es la especie inmediata superior, tiene 25 libras, he sacado de 46 libras 1 arroba, y sobran 21 libra, que puse en la columna de su especie. Sumando las arrobas que han salido de las libras con la columna de arrobas, salen 9, y como cada quintal tiene 4 arrobas, resultáron de las 9 arrobas 2 quintales, y sobra 1 que puse en su columna, y sumando los 2 quintales con los demas resultan 11 quintales; por lo que dirémos que los sumandos

	2 q.	3 @.	15 lib.	y 12 on.
	5	2	19	14
	2	3	10	11
Importan.	11 q.	1 @.	21 lib.	y 5 on.

LECCION LXXIV.

RESTAR NÚMEROS MIXTOS CONCRETOS.

211. *P.* ¿Cómo se restan los números mixtos concretos?

212. *R.* Escribiendo el restando encima del restador; de modo que las partes de la misma especie, correspondan unas á otras: empezando á restar por el número de la especie mas inferior, y despues las demas especies superiores, poniendo debaxo de cada una las restas que resulten de ellas.

EXEMPLO.

	varas.	pies.	pulg.	lín.
Restando.	5	2	6	9.
Restador.	3	2	3	5.
Diferencia.	2	0	3	4.

EXPLICACION.

Habiendo, pues, dado principio á restar por las líneas, que es la especie mas inferior, he dicho: de 9, cincò quedáron 4, que puse en su lugar, despues he restado las pulgadas diciendo: de 6 tres quedan 3, que tambien he puesto en el lugar de las pulgadas, siguiendo restando los pies, dixe: de 2 restando 2 no queda resta, y he puesto cero, y finalmente he restado las varas diciendo: de 5, tres van 2 que coloqué en su lugar respectivo.

Adv. 28. *Si el número de alguna especie inferior del restador, fuese mayor que el correspondiente del restando, se tomará una unidad de la especie inmediata superior, para poder hacer la resta: esto se evidenciará en el exemplo siguiente.*

EXEMPLO.

	varas.	pie.	pulg.	lín.
Restando	14	1	8	3.
Restador	5	2	4	5.
Diferencia	8	2	3	10.

EXPLICACION.

Aquí tenemos practicado lo que se dice en esta advertencia; pues no pudiéndose restar 5 líneas de 3, tomo una pulgada; y puesto que una pulgada vale 12 líneas, como se dixo (§. 186), digo: 12 que vale la que traigo, y 3 son 15, de 15, cinco quedan 10, que pongo en su lugar, resto las pulgadas, y respecto que de 8 pulgadas tomé una, quedáron en 7, y digo: de 7 quatro, van 3, que pongo en el lugar de las pulgadas. Para poder efectuar la resta de los pies, tomo una vara que vale 3 pies (§. cit.), y digo: 3 y 1 son 4, y restando de 4 dos quedan otros 2, que pongo en el lugar de los pies: respecto á que he tomado una vara, quedáron en el restando 13, resto de 13 cinco, y quedan 8, que pongo en el lugar de las varas.

LECCION LXXV.

MULTIPLICAR NÚMEROS MIXTOS CONCRETOS.

213. *P.* ¿Cómo se multiplican estos números?

214. *R.* Reduciendo todos los números dados á quebrados de la especie mas superior.

215 *P.* ¿Cómo se hará esto?

216. *R.* Poniendo los números dados en forma de mixtos, como se dixo (Adv. 24), y multiplicando el número de la especie superior por el primer denominador, añadiendo á este producto el numerador, y con esta operacion queda reducido á la especie inmediata inferior. Haciendo sucesivamente esta operacion, hasta que todo el número esté reducido á la especie mas inferior, el número que resulte es el numerador, y el denominador es el número de unidades de la misma especie, que componga una de la mas superior, como se dixo (§. 200). Dese por exemplo para reducir á quebrado de la especie mas superior 2 arrobas, 2 libras y 10 onzas, se pondrá en forma de mixto, como se dixo (Adv. cit.).

$$2\,@\,\frac{2}{25}\,\frac{10}{16}$$

EXPLICACION.

Puesto así, multiplico 2 arrobas por 25, primer denominador y número de libras que compone una arroba, y salen 50: añado su numerador 2, y son 52; teniendo por medio de esta operacion reducidas á libras las arrobas: despues multiplico este número 52 por 16, segundo denominador, añado su numerador 10, y resultan 842 onzas: este número es el numerador, y el denominador es 400, que es el número de onzas que compone una arroba, y se representa así: $\frac{842}{400}$.

217. *P*. Reducidos los números dados á quebrados de la especie superior ¿cómo se han de multiplicar?

218. *R*. Multiplicando un quebrado por otro, como se advierte (§. 130). Despues podrá valuarse el quebrado que resulte, como se dixo (§. 206).

EXEMPLO.

¿Quánto valen 2 varas y 2 tercias de paño vendida la vara á 6 rs. y 10 ms.?

EXPLICACION.

Reducidas las 2 varas y 2 tercias á quebrado, como se ha dicho (§. 216), salen $\frac{8}{3}$, haciendo la misma operacion con el precio 6 rs. y 10 ms., resultan $\frac{214}{34}$: multiplicando un quebrado por otro (§. 130), sale el quebrado $\frac{1712}{102}$; y respecto á ser impropio saqué los enteros, y tendrémos 16 rs., mas $\frac{40}{51}$: valuando este quebrado resultan 26 ms. y $\frac{34}{51}$, y se dirá: que 2 varas y 2 tercias de paño vendida la vara á 6 rs. y 10 ms., importan 16 rs. y 26 ms., mas $\frac{34}{51}$.

EXEMPLO.

¿Quánto valen 2 arrobas, 10 libras y 12 onzas de aceyte al precio de 2 pesos sencillos, 10 rs. y 24 ms. la @?

Aplicando á este exemplo la explicacion antecedente redúzcanse las 2 arrobas, 10 libras y 12 onzas á quebrado $\frac{972}{400}$, y haciendo la misma operacion con el precio 2 pesos, 10 rs. y 24 ms., nos resulta el quebrado $\frac{1384}{510}$: multiplicando un quebrado por otro, sale el quebrado $\frac{1345248}{204000}$, por ser impropio se sacan los enteros, y resultan 6 pesos y $\frac{121248}{204000}$. Valuando este quebrado, salen 8 rs. y 31 ms. por defecto, como se dice (Adv. 26), y dirémos: que 2 arrobas, 10 libras y 12 onzas de aceyte vendida la arroba á 2 pesos, 10 rs. y 24 ms., importan 6 pesos, 8 rs. y 31 ms.

219. *P.* En las cuentas de multiplicar números mixtos concretos ¿qual es el multiplicando?

220. *R*. La cosa vendida, y el multiplicador el precio á que se vende.

NOTA.

Las cuentas de multiplicar y partir números mixtos concretos, son en mi concepto en las que se debe emplear mas tiempo, hasta que los niños se hagan familiares con ellas, atendiendo á que son las que mas freqüentemente se usan.

LECCION LXXVI.

PARTIR NÚMEROS MIXTOS CONCRETOS.

221. *P*. ¿Cómo hemos de partir números mixtos concretos?

222. *R*. Reduciendo los números dados á quebrados de la especie mas superior, como se reduxéron en los exemplos de multiplicar números mixtos concretos; y reducidos á quebrados, se parte uno por otro, como se dixo (§. 134), si sale quebrado impropio se sacan los enteros, (§. 120); y si resultase quebrado propio se valuará (§. 206).

223. *P*. ¿Qual es el divisor?

224. *R*. La cosa vendida, y el dividendo el importe del precio á que se compró.

EXEMPLO.

2 varas y 2 pies ó tercias de cinta costáron 34 rs. y 12 ms. se pregunta ¿á cómo sale vendida la vara?

EXPLICACION.

Habiendo reducido los números dados á quebrados de la especie mas superior, como queda dicho, ha resultado por dividendo $\frac{1168}{34}$ de real, que es el importe, y por divisor $\frac{8}{3}$ de vara, que es la cosa vendida: partido un quebrado por otro, ha resultado $\frac{3504}{272}$: como es quebrado impropio, se han sacado los enteros que son 12 rs., y valuando el quebrado $\frac{240}{272}$, han resultado 30 ms.; con que dirémos: que habiendo costado 2 varas y 2 pies 34 rs. y 12 ms., sale la vara á 12 rs. y 30 ms.

Se pregunta: ¿á cómo sale la libra de peros habiendo costado 16 libras y 8 onzas 4 rs. y 10 ms.?

EXPLICACION.

Reducidos los números dados á quebrados de la especie mas superior, como se ha dicho (§. 216), ha resultado por dividendo el quebrado $\frac{146}{34}$ de real, y por divisor $\frac{264}{16}$ de libra: divididos estos quebrados, ha salido al quociente $\frac{2336}{8976}$, el qual se ha valuado, como se advierte (§. 206), y equivale á 9 ms. por exceso (Adv. 26). Se dirá, pues, que habiendo vendido 16 libras y 8 onzas de peros en 4 rs. y 10 ms., pertenece á cada libra 9 ms.

¿Á quánto sale la arroba de tocino, habiendo costado 9 arrobas, 5 libras y 6 onzas 566 rs. y $\frac{3}{4}$?

EXPLICACION.

Puesto que el número dado dividendo 566 y $\frac{3}{4}$ es mixto (§. 40), se ha reducido el entero á quebrado, como se dixo (§. 156), y ha resultado el quebrado $\frac{2267}{4}$ de real: reduciendo tambien el número dado divisor á quebrado de la especie mas superior (§. 216), ha salido el quebrado $\frac{3686}{400}$ de arroba, y partiendo estos dos quebrados (§. 134), nos ha resultado el quebrado $\frac{906800}{14744}$, del qual se han sacado 61 rs. que son los enteros, y queda $\frac{7416}{14744}$: valuando este quebrado resultan 17 ms. por defecto, y se dirá: que le pertenece á cada arroba 61 rs. y 17 ms.

Adv. 29. *Para completar este tratado falta decir: que si se multiplica ó parte un número mixto concreto, por un entero, ó al contrario; reducido el número mixto á quebrado, se multiplica ó parte, como se advierte en los* (§§. 162, 164 y 166).

Las pruebas de estas cuentas son las mismas que se hiciéron con los números enteros y quebrados abstractos en los (§§. 72, 98, 100, y adv. 12).

NOTA.

Para que los niños se acostumbren á sacar estas cuentas con facilidad, y se exerciten en la práctica de todas las operaciones que se han expresado en este tratado; conviene poner aquí algunas qüestiones para que las saquen por sí mismos.

DE MULTIPLICAR.

Hallar el vallor de 2 quintales, 1 arroba, 6 libras y 2 onzas de xabon vendido el quintal á 3 doblones de oro, 9 rs. y 10 ms. (§§. 214 y 218).

DE DIVIDIR.

Hallar el precio de cada vara de obra habiendo costado 19 pesos sencillos, 8 rs. y 17 ms. 340 varas, 1 pie y 9 puntos (§. 222).

NOTA.

Aunque la cuenta que voy á explicar es regla de proporcion directa; sin embargo, la pongo aquí para que el que quiera sacarla por este método, lo haga con mas acierto que el que he visto se tiene por lo general.

LECCION LXXVII.

MULTIPLICAR ARROBAS, LIBRAS Y QUARTERONES JUNTOS.

225. *P.* ¿Cómo se multiplican arrobas, libras y quarterones juntos?

226. *R.* Sabiendo que no se pueden reunir ni juntar en una misma suma números de distintas especies (§. 46), para sumar las libras y arrobas con los quarterones, se convertirán éstas y aquellas, esto es, las arrobas y libras en quarterones: la suma que resulte se multiplica lisa y llanamente por el precio: del producto que salga, se separan dos caractéres de la mano derecha, y lo que queda á la izquierda es el importe.

227. *P.* ¿Por qué se separan estos dos caractéres á la mano derecha?

128. *R.* Porque como esta cuenta es regla de proporcion; el producto de la multiplicacion hecha, debe partirse por 100 (1),

(1) Este divisor se dará á conocer quando se trate de las reglas de proporcion (Adv. 31).

y como quando el divisor es la unidad acompañada de ceros, se abrevia la operacion con separar del dividendo tantos caractéres á la derecha como ceros tiene la unidad (Adv. 9.), de aquí es que se separan en este caso, por ser el mismo.

229. *P*. Y estos dos caractéres separados ¿qué representan?

230. *R*. Un quebrado, cuyo denominador es 100, y como es siempre propio, se valua ó se saca su tercera parte, como se practica generalmente, y lo que resulta son ms.

EXEMPLO.

Se pregunta: ¿quánto valen 3 arrobas, 1 libra y un quartéron de aceyte vendida la arroba á 45 rs.?

EXPLICACION.

Una vez que cada arroba tiene 100 quarterones, una libra 4, y que hay un quarteron, diré: que las 3 arrobas son 300 quarterones, que 4 de la libra son 304, y el quarteron solo son 305 quarterones, como se ve por la suma de las tres partidas.

Quarterones de las 3 arrobas.	300
Quarterones de la libra.	4
Quarteron solo.	1
Suman quarterones.	305

Multiplico los 305 por el precio 45 rs., y salen 137|25, separo los dos caractéres últimos de la derecha, y quedan 137 rs., y valuando los dos caractéres separados, resultan 8 ms. por defecto, y dirémos: que importa el exemplo propuesto 137 rs. y 8 ms.

LECCION LXXVIII.

231. *P.* ¿Qué uso tiene la cuenta de sumar, ó para qué sirve?

232. *R.* Para expresar de una vez quanto se ha entregado ó recibido en varias cantidades.

233. *P.* ¿Para qué es la cuenta de restar?

234. *R.* Para pagar, averiguando si se queda á deber alguna cosa, y tambien sirve para las cuentas de cargo y data.

235. *P.* ¿Para qué se usa de la cuenta de multiplicar?

236. *P.* Aunque esta cuenta tiene muchos usos, sirve principalmente para comprar y vender; siendo la cosa vendida el multiplicando, el precio á como se vende el multiplicador, y el producto ó facto manifiesta quanto vale, ó su total valor, el qual es siempre de la misma especie que el precio.

237. *P.* ¿Para qué sirve la cuenta de partir.

238. *R.* Para averiguar que parte ó porcion le toca ó cabe á cada compañero, de aquellos entre quienes se ha de partir alguna cantidad: siendo el dividendo la cantidad que se parte, el número de los compañeros el divisor, y el quociente representa la parte que ha tocado á cada uno.

TERCERA PARTE.

TRATADO

DE LAS REGLAS DE PROPORCION, DE INTERÉS, DE REBATIR, DE COMPAÑIAS, DE ALIGACION, Y DE ELEVACION Y EXTRACCION DE RAICES.

LECCION LXXIX.

DE LA REGLA DE PROPORCION.

239. *P.* ¿Qué es regla de proporcion?
240. *R.* La que enseña á hallar un número desconocido, que sea proporcional respectivamente á alguno de los números que se dan en ella.
241. *P.* ¿En qué se divide?
242. *R.* En regla directa simple, en inversa simple, en directa compuesta, y en inversa compuesta.
143. *P.* ¿Qual es la regla directa simple?
244. *R.* La que consta de tres números conocidos, con los quales hallámos un quarto, que tenga la misma razon con el tercero de los números dados, que tiene el segundo con el primero (1).

(1) Se llama razon numérica las veces que un número está en otro.

Adv. 30. *Esta regla se llama* directa, *porque se busca de mas cantidad mayor número, y de ménos cantidad menor. Se llama* tambien de tres, *porque consta de tres números conocidos. De éstos, dos han de ser de una misma especie, y el otro de la especie del número que se busca.*

245. *P.* ¿Cómo se han de ordenar los números para sacar estas reglas?

246. *R.* Poniendo por tercer número el que causa la qüestion, por primero el número de su especie, y por segundo el que es de la especie del que se busca: de este modo llamarémos números relativos al primero y segundo, y suelto ó solo al tercero, v. g.

12 hombres ganan 320 rs. 24 hombres ¿quánto ganarán?

Aquí se advierten tres cosas: primera, que siendo como es, el número que causa la qüestion 24 hombres, es el tercero de los conocidos: 12 hombres, que es el número de su misma especie, es el primero; y 320 rs. que es el número de la especie del que se busca, es el segundo: segunda, que 12 hombres y 320 rs. son los números relativos; y tercera, que el suelto es 24 hombres.

LECCION LXXX.

247. *P.* ¿Cómo se sacan estas cuentas?

248. *R.* Multiplicando el número suelto por el segundo número relativo, este producto

se parte por el primer número relativo, y el quociente es el número que se busca, el qual se llama quarto término.

EXEMPLO.

Si 12 hombres ganan 320 rs. 24 hombres ¿quánto ganarán?

EXPLICACION.

Aquí tenemos una regla de tres directa simple, que se reduce á buscar lo que proporcionalmente deben ganar los 24 hombres. Y respecto á que 24 hombres son mas que 12, la ganancia de los 24 debe ser mayor que la de 320 rs. correspondiente á los 12. Para resolver esta qüestion, se escribirán los números así:

hom.		rs.		hom.	
12	:	320	: :	24	:

Puesto que 12 hombres, y 320 rs. son números relativos (§. 246), y que el número suelto es 24; multiplico éste por 320 segundo número relativo: su producto 7680 lo parto por 12, primer número relativo (§. 248), y salen al quociente 640, que es el número que se busca:

hom.		rs.		hom.		rs.	
12	:	320	: :	24	:	640	:

y dirémos, que si 12 hombres ganan 320 rs., 24 hombres en iguales circunstancias ganarán 640 rs.

EXEMPLO.

Si 2 dan $3\frac{1}{2}$, $\frac{4}{6}$ ¿qué darán?

Aplicando á esta qüestion la explicacion antecedente, se ve que para sacar el quarto término, se multiplica el número suelto $\frac{4}{6}$ por el segundo número relativo $3\frac{1}{2}$ (1), como se dixo (§§. 248, 156 y 130): el producto $\frac{28}{12}$ se parte por el 2 primer número relativo, (§. 164), y resulta al quociente $\frac{28}{24}$. Este quebrado impropio vale 1 entero y $\frac{1}{6}$, que es el número que se busca. Y se dirá: que si 2 dan $3\frac{1}{2}$, $\frac{4}{6}$ darán 1 mas $\frac{1}{6}$ (§. 138).

(1) Aunque los números dados para las reglas de proporcion sean homogeneos; esto es, de una misma especie, desde luego se conoce por el sentido del problema, quales sean los números relativos, y qual el que causa la qüestion, cómo en este exemplo; pues sin embargo de ser los tres números dados abstractos, desde luego se conoce que el que causa la qüestion ó el suelto es $\frac{4}{6}$, y que los otros son relativos (§. 246).

Adv. 31. *Ahora conviene explicar la cuenta de la leccion 72, dando la razon que hay para llamarla regla de tres directa simple.*

¿Quánto valen 3 arrobas, 1 libra y un quarteron de aceyte vendida la @ á 45 rs.?

EXPLICACION.

Para sacarla como regla de tres directa redúzcanse á quarterones las arrobas y libras (§. 226), y sumarán 305; como los quarterones que tiene una arroba son 100, tenemos ya los dos números de la misma especie para la regla de tres, y el solo es 45 rs., que es el precio: ordénense estos tres números, como se dixo (§. 246), y se dirá así: si 100 quarterones, que son una arroba, dan 45 rs., 305 quarterones que son 3 arrobas, 1 libra y un quarteron ¿quánto darán?

	quart.		rs.		quart.	
Si	100	:	45	: :	305	:

Sáquese, como se dixo (§. 248), y saldrán los 137 rs. con $\frac{25}{100}$, que se manifiestan en el exemplo (pág. 113): valuando este quebrado salen 8 ms., y he aquí como siendo 100 el divisor, atendiendo á la (Adv. 9), se separarán del dividendo 2 caractéres (§. 226).

249. *P.* ¿Tiene prueba esta cuenta?

250. *R.* Sí señor: multiplicando los extremos;

esto es, el primero y quarto término, su producto ha de ser igual al producto de multiplicar los medios; esto es, el segundo y tercer término.

LECCION LXXXI.

DE LA REGLA DE TRES INVERSA SIMPLE.

251. *P.* ¿Qual es la regla de tres inversa simple?

252. *R.* La que consta de tres números conocidos, con los quales hallamos un quarto, que tenga la misma razon con el segundo de los dados, que tiene el primero con el tercero.

253. *P.* ¿Cómo se sacan estas cuentas?

254. *R.* Multiplicando los dos números relativos, y partiendo este producto por el número suelto.

255. *P.* ¿Quales son los números relativos?

256. *R.* Los dos primeros dados, y el tercero es el número suelto.

Adv. 32. *Esta regla se llama* inversa ó bastarda, *porque se busca de mayor cantidad menor número, y de menor cantidad mayor. Para la mejor inteligencia de la regla de proporcion inversa, se debe tener presente: que los dos números que se multiplican se pueden poner encima de una raya, y el número que sea divisor debaxo de ella, cuidando siempre que éste esté debaxo del número de su misma especie; y con esto el número que se halle se pondrá tambien debaxo del de la suya.*

EXEMPLO.

40 caballos han consumido un pajar en 15 dias ¿en quánto tiempo consumirán 60 caballos otro igual, comiendo cada uno la misma racion?

EXPLICACION.

Esta qüestion es una regla de proporcion inversa simple, y respecto que 60 caballos son mas que 40, deben consumir el pajar en ménos tiempo, por cuya razon buscamos de mas caballos ménos tiempo, y pues los números relativos de este exemplo son 40 y 15, se pondrán de esta suerte, como se dixo (Adv. 32).

caballos.	dias.
40	15
caballos.	
60	

Multiplico los dos números que están encima de la raya, como se dice en la (Adv. cit.): su producto 600 lo parto por 60, y salen al quociente 10 dias, lo que se demostrará de esta suerte:

caballos.	dias.
40	15
caballos.	dias.
60	10

Ó de este modo:

40 15 60 10

y se dirá, que si 40 caballos en 15 dias consumiéron un pajar, 60 caballos lo consumirán en 10 dias, supuesta la igualdad de raciones, y la de arrobas de paja contenidas en él.

EXEMPLO.

Para cubrir un mueble se necesitan 12 varas de tela que tenga de ancho $\frac{2}{3}$, ¿quántas varas se necesitarán para cubrirlo de otra tela, que tenga de ancho 2 varas y $\frac{1}{4}$?

Aplicando á esta qüestion la explicacion antecedente, se ve que es una regla inversa, respecto á que siendo mas ancha la tela se necesita ménos. Los dos números relativos 12 varas y $\frac{2}{3}$ se pondrán sobre la raya y se multiplicarán: su producto se dividirá por 2 $\frac{1}{4}$, despues de reducir este número á quebrado, y el quociente será el término que se busca.

varas	de ancho.
12	$\frac{2}{3}$
$3\frac{5}{9}$	$2\frac{1}{4}$

Ó de esta suerte:

$$12 \quad \frac{2}{3} \qquad 2\frac{1}{4} \qquad 3\frac{5}{9}$$

LECCION LXXXII.

257. *P.* ¿Cómo se prueba esta operacion?

258. *R.* Multiplicando los dos primeros términos entre sí, para ver si este producto es igual, al que salga de multiplicar el tercero y quarto término.

Adv. 33. *Tambien se podrá sacar la regla inversa como directa, poniendo el número suelto por primero de los tres dados ó conocidos, y multiplicando los dos relativos, cuyo producto se dividirá por el suelto, v. g.: el exemplo primero de esta regla, se pondrá así:*

caballos	dias.	caballos	dias.
60 :	15 : :	40 :	10

Pero quando la regla inversa se saque como directa será su prueba como se dixo (§. 250).

LECCION LXXXIII.

DE LA REGLA DE TRES DIRECTA COMPUESTA.

259. *P.* ¿Qué es regla de tres directa compuesta?

260. *R.* La que consta de mas de tres números dados, con los quales se busca uno en los términos que se dixo (§. 240).

Adv. 34. *Para resolver qualquier problema ó qüestion que se dé, tanto de la regla de tres compuesta directa, como de la inversa, se han de observar las reglas siguientes.*

REGLA I.

Que los términos dados sean impares, como 5, 7, 9, &c.

REGLA II.

Que estos términos ó cantidades se consideren divididos en tres partes: la primera constará de todos los números, que tienen relacion entre sí, como la tienen en la directa, v. g. tantos *hombres* en tantos *dias*, tantos *labradores* con tantos *carros*, &c.: la segunda contendrá el importe de lo que estos *ganaron*, *trabajaron*, *conduxeron*, &c. y la tercera comprehenderá los números de la misma especie que los que forman la primera parte: á saber: *hombres* y *dias*, *labradores* y *carros*. Los números de la primera parte ó division, son relativos al de la segunda; y los de la tercera (que son los que causan la qüestion) lo son con respecto al que va á buscarse. En la regla inversa se colocarán los números segun el sentido de la qüestion, y como se ven en el exemplo de ella.

REGLA III.

Y siendo así, el primer número de la primera parte es de la misma especie que el primero de la tercera, y tambien son de una misma especie el segundo de la primera parte, y el segundo de la tercera, &c. &c.

261. *P.* ¿Para qué se han de observar estas reglas?

262. *R.* Para reducir la qüestion ó regla de tres compuesta á simple.

263. *P.* ¿Cómo la reducirémos?

264. *R.* Multiplicando entre sí todos los números que forman la primera parte (Adv. 34, reg. 2 y 3), y este producto es el primer número: el segundo será el importe de la ganancia, trabajo, conducion, &c.; y el tercero el producto que resulte de multiplicar entre sí todos los números que forman la tercera parte.

EXEMPLO.

Si 40 oficiales en 2 dias ganan 46 rs. 12 oficiales en 3 dias ¿quánto ganarán?

EXPLICACION.

Aquí tenemos una regla de proporcion directa compuesta. Para reducirla á simple, respecto á que 40 oficiales y 2 dias forman la primera parte (reg. 2), se multiplican entre sí (§. 264), su producto 80 se pone por primer número: los 46 rs. por segundo, y por tercero se ponen 36, producto de la multiplicacion de 12 oficiales por 3 dias, que son los números que componen la tercera parte (reg. cit.), y se expresarán así:

80 : 46 : : 36 :

Respecto de estar reducida ya á regla de tres simple directa, se saca como se dixo (§. 248), y resulta por quarto término 20 rs. y $\frac{56}{80}$. Valuando este quebrado salen 24 ms. mas aproxîmante por exceso: todo se expresará de esta suerte:

oficiales.		rs.		oficiales.		rs.	ms.
80	:	46	: :	36	:	20	y 24

y se dirá: que si 40 oficiales en 2 dias ganáron 46 rs., 12 oficiales en 3 dias ganarán 20 rs. y 24 ms.

NOTA.

Para convencerse del fundamento y exâctitud de esta operacion, es necesario conocer que el primer término 80 manifiesta, que tanto ganarán 80 oficiales en un dia, como 40 en 2 dias; y que el tercer término 36 denota, que tanto ganarán 36 oficiales en un dia, como 12 en 3 dias.

EXEMPLO.

12 hombres han ganado 216 rs. y 24 ms. en 5 meses: en 8 meses ¿quánto ganarán 16 hombres?

EXPLICACION.

Para resolver este problema, y todos los de su clase, es necesario ordenar los términos como se dice (Adv. 34), y puestos así, se dirá: si 12 hombres en 5 meses ganan 216 rs. y 24 ms., 16 hombres en 8 meses ¿quanto ganarán? De este modo se ve, que los números que forman la primera parte (Adv. cit. regla 2.) son 12 hombres y 5 meses, que el correspondiente á la segunda es 216 rs. y 24 ms.; y los pertenecientes á la tercera son 16 hombres y 8 meses. Dispuestas así las cantidades, se resolverá la qüestion del mismo modo que la propuesta en el exemplo antecedente, y se expresará de esta suerte:

hom.		rs.	ms.		hom.	
60	:	216	y 24	: :	128	:

Respecto de estar ya reducida á simple, se sacará como se dice (§. 248); pues poniendo el número mixto 216 rs. y 24 ms. en forma de quebrado (Adv. 24), y reducido el entero á quebrado (§. 156), multiplicando este por el entero 128, tercer término de esta regla (§. 162), y partiendo su producto por el primer término, como se dixo (§. 164), sale por quarto término 462 rs. y $\frac{624}{2040}$: valuando este quebrado, resultan 10 ms. por defecto, y se expresará así:

hom.		rs.	ms.		hom.		rs.	ms.
60	:	216	y 24	:	128	:	462	y 10

Dirémos, pues, que si 12 hombres han ganado 216 rs y 24 ms. en 5 meses, 16 hombres en 8 meses ganarán 462 rs. y 10 ms.

LECCION LXXXIV.

DE LA REGLA INVERSA COMPUESTA.

265. *P.* ¿Qué es regla inversa compuesta?

266. *R.* La que consta de mas de tres números dados, con los quales buscamos uno en los términos que se dixo (§. 240).

267. *P.* ¿Qué diferencia hay entre la regla de tres compuesta directa, y la de tres compuesta inversa?

268. *R.* Que en la compuesta directa se hallan todos los términos ó números dados, en proporcion directa, y en la compuesta inversa, se hallan algunos de los números dados en proporcion directa, y otros en proporcion inversa.

EXEMPLO.

40 hombres hiciéron una tapia en 16 dias, trabajando 12 horas cada dia, ¿quántos hombres deberán emplearse para hacer la misma tapia en 4 dias, trabajando 8 horas cada dia?

EXPLICACION.

Ordénense los términos como se dixo (Adv. 34, reg. 2 y 3), y puestos así, se dirá: si en 16 dias, trabajando 12 horas cada dia, hacen cierta tapia 40 hombres, para hacerla en 4 dias, trabajando 8 horas cada dia ¿quántos hombres serán necesarios?

Puestos ya los números en órden vemos, que los que forman la primera parte son 16 dias y 12 horas, el número que forma la segunda parte es 40 hombres, y los que forman la tercera son 4 dias y 8 horas: multiplicando entre sí los números de la primera parte, y los que forman la tercera (§. 264), se reduce este exemplo á una regla de tres simple inversa. Puestos sus términos como se dice (Adv. 32)

dias.	hombres.
192	40
32	240

y sacándola como se dixo (§. 254), salen 240 hombres, cuyo número se ha puesto debaxo del de su especie.

Y dirémos: que si 40 hombres en 16 dias, trabajando cada dia 12 horas, hacen cierta tapia; para hacer otra igual en 4 dias, trabajando cada dia 8 horas, son necesarios 240 hombres.

NOTA.

Aunque esta regla compuesta inversa pide para su total inteligencia una explicacion mas nimia y repetida, atendiendo á que estas lecciones se dirigen principalmente al uso de los niños de las escuelas de primeras letras, la he limitado á los términos mas precisos y oportunos.

LECCION LXXXV.

DE LA REGLA DE INTERÉS.

269. *P.* ¿Qué es regla de interés?

270. *R.* La que enseña á hallar lo que produce qualquiera cantidad impuesta á un tanto de ganancia por cada cantidad que

se señale, que por lo general se dice, tanto por ciento.

271. *P.* ¿En qué se divide?

272. *R.* En dos: simple y compuesta.

273. *P.* ¿Qué es regla de interés simple?

274. *R.* La que enseña á hallar lo que produce una cantidad impuesta al tanto por ciento, al fin de uno ó mas años.

275. *P.* Dado el capital y el tanto por ciento al año, ¿cómo hallarémos los intereses vencidos al fin del año?

276. *R.* Multiplicando el capital por el tanto por 100 que gana, y dividiendo este producto por 100.

EXEMPLO.

Se pregunta ¿quánto importa al año el 5 por 100 de 5740 rs., que están impuestos á ganancias?

EXPLICACION.

Multiplico el capital 5740 rs. por el 5, que es lo que da el 100 cada año, salen al producto 28700, y este se divide por 100. Atendiendo á la (Adv. 9.) se tiene hecha la division separando á la derecha dos caractéres, y respecto á no quedar quebrado alguno (pues habiéndolo se valuará), dirémos: que 5740 rs. impuestos al 5 por 100, dan cada año 287 rs.

LECCION LXXXVI.

EXEMPLO.

Se pregunta: ¿quánto importa al año el 3 y $\frac{1}{4}$ por 100 de 35640 rs.?

EXPLICACION.

Aplicando á esta explicacion la antecedente, se ve, que multiplicando el capital 35640 rs. por $3\frac{1}{4}$, reducido á quebrado el número mixto $3\frac{1}{4}$ (§. 156), se multiplica un quebrado por un entero (§. 162): el producto $\frac{463320}{4}$ se parte por 100 (§. 164), y salen al quociente 1158 rs. y 10 ms. mas aproximante por defecto. Y se dirá: que 35640 rs. puestos á ganancia á $3\frac{1}{4}$ por 100, dan cada año 1158 rs. y 10 ms.

LECCION LXXXVII.

277. *P.* ¿Tiene prueba esta regla?

278. *R.* Sí Señor: dados los réditos ó intereses, y el tanto por 100, hallar el capital de donde vienen.

279. *P.* ¿Cómo hallarémos el capital de donde vienen?

280. *R.* Multiplicando los intereses dados por 100, el producto se dividirá por el tanto

por 100 que se dé, y el quociente será el capital que se busca. Veamos, pues, si son ciertos los 287 rs. que hallamos en el exemplo (pág. 131) de esta regla.

EXPLICACION.

Multiplico los intereses 287 rs. por 100, y son 28700: parto este producto por 5, que es el tanto por 100 que dan, y salen al quociente los mismos 5740 rs. que es el capital que se dió en dicho exemplo.

LECCION LXXXVIII.

DE LA REGLA DE INTERÉS COMPUESTA.

281. *P.* ¿Qué es regla de interés compuesta?

282. *R.* La que enseña á hallar los intereses de la cantidad impuesta al fin del tiempo señalado, y los intereses de los intereses vencidos, quando estos se consideran agregados al capital al fin de cada año.

283. *P.* ¿Cómo hallarémos á quanto asciende la deuda al fin del tiempo que se señale, de ciertos intereses, que el que los haya de cobrar aguarde algunos años, con la condicion de que se le ha de pagar entónces, á demas de los intereses anuales, un tanto por 100 de los intereses atrasados?

284. *R.* Multiplicando los intereses, que se hayan de pagar anualmente, por el número de años que se retarden en cobrar, y el producto manifiesta la deuda de los

intereses anuales. Para hallar los intereses de los intereses atrasados al fin del tiempo señalado, se multiplicarán los intereses anuales, por el tanto por 100 que se haya de pagar, y este producto se multiplicará por el número de años que se tardó en cobrar, y finalmente se multiplicará todo el producto por una unidad ménos del número de años en que no se pagó: el producto pártase por 200, y el quociente que resulte manifiesta la deuda de los intereses de intereses vencidos, que sumados con la deuda de las cantidades anuales, la suma será toda la deuda al fin de los años, en que se dexó de pagar.

EXEMPLO.

Un sugeto cobra de cierta cantidad, que tiene puesta á ganancias 600 rs. anuales al 4 por 100; y no habiéndolos percibido en 8 años, con la condicion de que por los intereses devengados ha de cobrar tambien el 4 por 100, se pregunta: ¿á quánto asciende la deuda de los intereses anuales, y de los intereses de intereses vencidos en dicho tiempo?

EXPLICACION.

Multiplico los 600 rs. que cobra anualmente por 8, que es el número de años en que no se le han pagado, y este producto 4800 manifiesta la deuda de los intereses anuales. Para sacar la deuda de los intereses de intereses vencidos, multiplico los 600 rs. anuales por 4, que es el tanto por 100 que cobra: el producto 2400 lo multiplico por 8, que son los años en que no se le han pagado; su facto 19200 lo vuelvo á multiplicar por 7 (una unidad ménos del 8), el producto 134400 lo parto por 200, y el quociente 672 es la deuda de los intereses de intereses vencidos, que sumándolos con los 4800, deuda de los intereses anuales 672,

suman 5472,

y esta es la deuda que se busca.

LECCION LXXXIX.

DE LA REGLA DE REBATIR.

285. *P.* ¿Qué es regla de rebatir?

286. *R.* La que enseña á hallar lo que produce qualquiera cantidad de dinero á un tanto por 100 de interés; pero rebaxando ó rebatiendo en la misma operacion, el interés del interés á favor del dueño del capital.

287. *P.* ¿En qué casos se deberá usar de la regla de rebatir?

288. *R.* Por lo general se usa de esta regla, quando el capital de quien se haya de sacar el interés, no esté puesto á ganancia: como en los casos de conducion de monedas de un lugar á otro, reducion de una moneda á otra, de descuento de alguna letra de cambio, de cobranza de juros, de administracion de hacienda, &c.

289. *P.* ¿Cómo sacarémos esta regla?
290. *R.* Multiplicando la cantidad dada por el tanto por 100: este producto se partirá por la suma de 100, y el tanto que cobra el administrador, conductor, cambiante, &c.

EXEMPLO.

Un administrador de cierta hacienda tiene pactado con el dueño de ella, que por cada 100 rs. que cobre de dicha hacienda ha de percibir 4 rs.; pero que de cada 100 rs. que perciba dicho administrador de sus intereses, ha de dexar á favor del dueño de la hacienda los mismos 4 rs. Habiendo cobrado 24468 rs., se pregunta ¿quánto debe percibir el administrador, y quanto tiene el dueño?

EXPLICACION.

Puesto que para hallar los intereses del administrador, se ha de multiplicar la cantidad dada por el tanto por 100 al rebatir, multiplico los 24468 rs. cobrados de la hacienda que administra por el 4 al 100, y el producto 97872 lo parto por 104, que es la suma de 100 con el tanto que còbra el administrador, y el quociente 941 rs. y 2 ms. $\frac{32}{52}$, son los intereses que tocan al rebatir á este. Para saber lo que le corresponde al dueño de la hacienda, se restarán del número dado 24468 rs. los 941 rs. 2 ms. $\frac{32}{52}$, y la resta que resulta son los haberes del señor de ella.

Cantidad dada ó cobrada.	24468 rs.	restando.
Interés para el administ.	941 2 ms. $\frac{32}{52}$	restad.
Haber del Sr. de la hac.	23526 31 m. $\frac{20}{52}$	difer.
Prueba (§§. 72 y 146)..	24468 rs.	

LECCION XC.

DE LA REGLA DE COMPAÑÍAS.

291. *P.* ¿Qué es regla de compañías?

292. *R.* La que enseña á dividir un número en partes proporcionales, con respecto á otros números dados.

293. *P.* ¿En qué se divide la regla de compañías?

294. *R.* En dos: simple y compuesta.

295. *P.* ¿Qué es regla de compañías simple?

296. *R.* Es aquella que enseña á dividir cierto número dado entre algunos compañeros ó asociados, con respecto á la cantidad que cada uno de ellos ha puesto en fondo ó compañía; pero sin atender á tiempo ni circunstancia: v. g. dos compañeros pusiéron en fondo, el primero 400 rs., y el segundo 343, y con ellos ganáron 1400 rs. Por medio de esta regla

vamos á buscar quanto ganó el primero, y quanto el segundo?

297. *P*. ¿Cómo sacarémos esta cuenta?

298. *R*. Formando tantas reglas de tres directas simples, como compañeros hay, siendo el primer número dado para cada una de ellas, la suma de todo lo que han puesto en fondo, y el segundo la ganancia ó pérdida que resulte: estos dos números son relativos (§. 246), y el número suelto, ó el que causa la qüestion es la cantidad particular que cada uno ha puesto.

EXEMPLO.

Dos comerciantes hiciéron compañía, el primero puso en fondo 242 rs., y el segundo 894 rs., y ganáron 8642 rs., se pregunta: ¿quánto le corresponde de ganancia al primero, y quanto al segundo?

EXPLICACION.

Para resolver este problema, tengo que formar dos reglas de tres directas simples, respecto á que son dos los asociados: para esto sumo las dos cantidades que pusiéron, que son 242 rs. y 894 rs., é importan 1136 rs., este es el primer número dado, el segundo son 8642 rs., que es la ganancia, y estos dos números son los relativos; por tercero se pone en cada una de las reglas de tres, la cantidad que cada uno puso ; y se dirá así :

Si 1136 dan 8642 , 242 que puso el primero ¿qué darán?

Si 1136 dan 8642 , 894 que puso el segundo ¿qué darán?

y sacándola como se dixo (§. 248), resultará por ganancia del primero 1841 rs. mas aproxîmante por exceso (Adv. 26). Haciendo la misma operacion con el segundo , le resulta por ganancia 6801 rs. mas aproxîmante por defecto, y se dirá: que habiendo hecho compañía dos comerciantes , poniendo el primero 242 rs. y el segundo 894 rs. , ganáron entre los dos 8642 rs. , de los quales corresponden al primero 1841 rs. , y al segundo 6801 rs. , con respecto al dinero que cada uno puso.

$$\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{Si.....} \\ \text{II.} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1136 : 8642 :: 242 : 1841. \\ \\ 1136 : 8642 :: 894 : 6801. \end{array} \right.$$

EXEMPLO.

Tres hiciéron compañía : el primero puso en fondo 840 rs., el segundo 420 rs., y el tercero 210 rs. : en esta compañía perdiéron 800 rs., y se pregunta : ¿quánto perdió cada uno, á proporcion del dinero que puso?

Aplicando á esta qüestion la explicacion antecedente, se ve, que para resolverla son necesarias tres reglas directas simples ; siendo el primer término para ellas 1470, suma de los capitales que han puesto, el segundo número 800, que es el dinero perdido, y el tercero la cantidad que cada uno puso ; y se dirá hablando con el primero :

I. Si con 1470 se pierden 800, con 840 ¿quánto se perderá?

II. Si con 1470 se pierden 800, con 420 ¿quánto debe perderse?

III. Si con 1470 se pierde 800, con 210 ¿qué se perderá?

Sacando esta cuenta (§. 248), se ve que el primero tuvo de pérdida con los 840 rs. que puso en fondo 457 rs. y 5 ms. por exceso : el segundo tuvo de pérdida con los 420 rs. que puso en fondo 228 rs. y 19 ms. por defecto ; y el tercero perdió con los 210 rs. que puso en fondo 114 rs. y 10 ms. por exceso, y se demostrará así:

I.....	1470	: 800	: : 840	: 457	rs. y	5	ms.
II...	1470	: 800	: : 420	: 228	rs. y	19	ms.
III..	1470	: 800	: : 210	: 114	rs. y	10	ms.
Total importe de pérdidas.				800	,,	00	

299. *P.* ¿Tiene prueba?

300. *R.* Sí Señor: sumando la pérdida ó ganancia de cada uno, ha de resultar la comun pérdida ó ganancia, como se ve practicado en la operacion inmediata.

LECCION XCI.

301. P. ¿Qué es regla de compañías compuesta?

302. *R.* Aquella en que algunos asociados tienen puestos sus caudales en fondo con variedad de tiempo.

303. *P.* ¿Cómo se sacan estas reglas?

304. *R.* Multiplicando el capital puesto por cada uno de los asociados por el tiempo que lo tuvo en compañía: todos estos productos se sumarán, y esta suma es el primer término para sacar las reglas de tres como se dixo (§. 298): por segundo término se pone la ganancia ó pérdida, y por tercero se pone el producto de la multiplicacion del dinero que cada uno puso por el tiempo (§. cit.): hecho esto, se sacan como las reglas de compañías simples.

EXEMPLO.

Dos hiciéron compañía: el primero puso 10 doblones y los tuvo 4 meses en fondo, el segundo puso 20 doblones por 3 meses; ganáron 250 doblones, y se pregunta: ¿quánto ganó cada uno?

EXPLICACION.

Multiplico los 10 doblones del primero por 4 meses, y son 40: despues multiplico los 20 doblones del segundo por 3 meses, y son 60: sumando estas dos cantidades hacen 100, y respecto que hay dos asociados se dirá así:

I. Si con 100 se ganan 250, con 40 que puso el primero ¿quánto se ganará?
II. Si 100 ganan 250, con 60 que puso el segundo ¿quánto ganará?

Aquí se ve reducida esta operacion á regla de tres directa simple, y sacándola como se dixo (§§. 248, 298 y 300), saldrá al primero de ganancia por los 10 doblones en 4 meses 100 doblones, y al segundo por los 20 doblones en 3 meses 150 doblones, y se expresará así:

$$\text{Si con}\begin{cases}\text{I.} & 100 : 250 :: 40 : 100 \text{ doblones.}\\ \text{II.} & 100 : 250 :: 60 : 150 \text{ doblones.}\end{cases}$$

Total importe de ganancia.. 250 doblones.

LECCION XCII.

DE LA REGLA DE ALIGACION.

305. *P.* ¿Qué es regla de aligacion ó mezcla?
306. *R.* La que enseña á hallar el precio de un mixto de cosas, ó la cantidad de especies que se han de mezclar, para darlas á un precio medio.
307. *P.* ¿En qué se divide?
308. *R.* En dos: primera quando se busca el precio de un mixto de cosas conocidas, y segunda quando se busca la cantidad de las cosas que se han de mezclar, conociendo sus precios.
309. *P.* ¿Cómo hallarémos el precio medio de un mixto de cosas conocidas?
310. *R.* Multiplicando cada cosa por su precio, se suman todos estos productos: esta suma partase por la suma de las cosas, y el quociente que resulte es el precio que se busca.

EXEMPLO.

Un cosechero tiene 12 arrobas de vino de 40 rs., 14 de otro de 20, y 9 de otro de 16; quiere saber á como puede vender la @ mezclándolo todo.

EXPLICACION.

Multiplico 12 arrobas por su precio 40 rs., cuyo producto es	480	
Multiplico 14 arrobas por 20 rs. que es su precio, y producen	280	
Multiplico 9 arrobas por 16 rs. su precio, y dan al producto	144	
La suma	9,0,4	35
se parte por 35, suma de 12, 14 y 9 arrobas, como	70	$25\frac{29}{35}$
se ve practicado, y resulta	204	
al quociente 25 rs. y $\frac{29}{35}$: va-	175	
luando este quebrado, resultan 28 ms. por defecto.	029	

Se dirá, pues, que mezclando 12 arrobas de vino de 40 rs. con 14 de 20, y con 9 de 19, se puede vender la @ de esta mezcla á 25 rs. y 28 ms., como lo demuestra la operacion antecedente.

EXEMPLO.

Un platero tiene 6 onzas de plata de á 16 rs., 8 onzas de 20, 4 de 22 y 3 de 17: quiere saber á como saldrá la onza mezclando estas quatro clases de plata.

EXPLICACION.

Aplicando á esta qüestion la explicacion antecedente, se ve, que multiplicando 6 onzas por 16 rs. salen al producto..... 96
que 8 onzas por 20 rs. producen. 160
que 4 onzas por 22 rs. importan.. 88
que 3 onzas por 17 rs. valen.... 51

Partiendo 395, suma de los productos, por 21, suma de las onzas de plata, dan al quociente 18 rs. y $\frac{17}{21}$: valuando este quebrado, resultan al quociente 27 ms., y se dirá: que mezclando 6 onzas de plata de 16 rs. con 8 de 20, con 4 de 22 y con 3 de 17 rs.: se venderá la onza de esta liga á 18 rs. y 27 ms. que es lo que demuestra el quociente de la division inmediata.

$$\begin{array}{r|l} 395 & 21 \\ \hline 21 & 18\frac{17}{21} \\ \hline 185 & \\ 168 & \\ \hline 017 & \end{array}$$

Adv. 35. *Siendo la prueba de esta cuenta multiplicar todo el mixto por el precio que ha salido, cuyo producto ha de ser igual á la* *suma de las especies multiplicadas por sus valores respectivos, podemos decir: que es la prueba de ella la misma que se dió para partir* (§. 100 y Adv. 11).

311. *P.* ¿Cómo sabrémos en que porcion se han de mezclar diferentes cosas de precios conocidos, cuya mezcla se pueda vender á un precio medio?

312. *R.* Comparando con el precio medio todos los demas precios de dos en dos, tomando uno mas alto y otro mas baxo que el precio medio.

313. *P.* ¿Dónde pondrémos la diferencia que haya del precio medio al precio mas baxo?

314. *R.* Al lado del precio mas alto, y esta será la cantidad que se mezcle de esta especie: la diferencia que haya del mismo precio medio al precio mas alto se pondrá al lado del precio mas baxo: esta será la cantidad que se mezcle de esta especie, y la suma de estas diferencias es la cantidad que se busca.

LECCION XCIII.

EXEMPLO

¿Quántas fanegas de garbanzos de 84 y de 100 rs. se han de mezclar para poder dar la fanega á 90 rs.?

EXPLICACION.

	84 .	10
(90		
	100 .	6
		16

Escríbanse los números segun se ven, y dígase: de 90 que es el precio medio á 84 van 6, cuyo carácter se pondrá al lado del 100, precio mas alto, y despues dígase: de 90 á 100 van 10, cuyo número se pone al lado del 84, precio mas baxo, y saldrán 16 fanegas de mezcla. Se dirá pues, que cada 10 fanegas de garbanzos de 84 rs. se han de mezclar con 6 fanegas de 100 para poder dar la fanega á 90 rs.

LECCION XCIV.

315. *P.* ¿Cómo harémos la mezcla quando el mixto, esto es, la cantidad mezclada se pida en determinada porcion?

316. *R.* Sacando la mezcla, como se ha practicado en el exemplo anterior, y sumando despues las partes de cada especie, esto es, las diferencias de precios que manifiestan lo que se ha de mezclar de cada una, y formando en fin tantas reglas de tres directas como diferencias haya.

317. *P.* ¿Quáles son los términos para formar estas reglas?

318. *R.* El primer término de todas es la suma de las partes de cada especie: el segundo es la cantidad ó porcion que se pida de mezcla, y el tercero es la diferencia de cada especie.

EXEMPLO.

Un cosechero tiene trigo de 46, de 60, de 20 y de 35 rs. la fanega, y quiere mezclar 60 fanegas para venderlas á 42 rs. cada una.

EXPLICACION.

(42	60 .	22
	46 .	7
	35 .	4
	20 .	18
		51

Puestos los números como se ven, digo: de 42, que es el precio medio, á 60, que es el mas alto, van 18, que pongo al lado del precio mas baxo 20; y despues digo: de 42 á 20 van 22, que coloco al lado de 60, que es el precio mas alto, y sigo comparando: de 42 á 46 van 4, que es escribo al lado de 35; luego digo: de 42 á 35 van 7, que pongo al lado de 46, y puesto así fomo la primera regla de tres diciendo.

I. Si 51, suma de las partes de cada especie, dan 60 fanegas, que se quieren mezclar, ¿quántas darán 22 de la especie de 60?

II. Si 51 dan 60, 7 de la especie de 46 ¿qué darán?

III. Si 51 dan 60, 4 de la especie de 35 ¿qué darán?

IV. Si 51 dan 60, 18 de la especie de 20 ¿qué darán?

Y se verá que para mezclar 60 fanegas, que pide el exemplo propuesto de las clases de trigo de 46, 60, 20 y 35 rs. la fanega, para venderlas á 42 rs. se necesitan del precio de 60 rs. 25 fanegas mas $\frac{45}{51}$; del precio de 46 rs.; 8 fanegas mas $\frac{12}{51}$; del de 35 rs. 4 fanegas mas $\frac{36}{51}$, y del de 20 rs. 21 fanegas y $\frac{9}{51}$ (1), lo qual se expresará así:

$$\text{Si con}\left\{\begin{array}{ll} \text{I.}\ldots\ldots & 51 : 60 :: 22 : 25\,\frac{45}{51} \\ \text{II.}\ldots\ldots & 51 : 60 :: 7 : 8\,\frac{12}{51} \\ \text{III.}\ldots\ldots & 51 : 60 :: 4 : 4\,\frac{36}{51} \\ \text{IV.}\ldots\ldots & 51 : 60 :: 18 : 21\,\frac{9}{51} \end{array}\right.$$

LECCION XCV.

319. *P.* ¿Cómo se prueba esta cuenta?

320. *R.* Multiplicando la cantidad del mixto que se quiere, por la suma de las diferencias que han salido de comprar los

(1) Tambien se hará la misma operacion quando se pida porcion de mezcla determinada de dos ó tres cantidades dadas.

precios de las especies con el precio medio, y este producto ha de ser igual al que salga de multiplicar la misma suma de las diferencias, por la suma de las partes que se han de mezclar de cada especie. Para saber pues, si está bien hecha la operacion antecedente multiplico 60, que es el mixto que se pide, por 51 suma de las diferencias 22, 7, 4 y 18, y salen 3060: despues multiplico 51, la misma suma de las diferencias, por 60, suma de $25\frac{45}{51}$, $8\frac{12}{51}$, $4\frac{36}{51}$ y $21\frac{9}{51}$, que son las partes que se han de mezclar de cada especie, y resultan los mismos 3060; y esta será la prueba, como se dice (§. 300).

Adv. *36. Si las especies dadas para mezclar fuesen impares, para poder sacar la mezcla se ha de comparar el precio mas alto dos veces.*

EXEMPLO.

Un comerciante tiene lana de 30 rs. la arroba, de 44 y de 68, y quiere mezclarla para vender la arroba
á 50 rs.

EXPLICACION.

$$(50\left\{\begin{array}{l}30 \;.\; 18\\ 44 \;.\; 18\\ 68 \;.\; 20,,6\end{array}\right.$$

Puestos los números como se dixo, y esta operacion demuestra, se ve que de 30 á 50 van 20, que pongo al lado de 68, precio mas alto, y despues comparo así: de 68 á 50 van 18, que pongo al lado de 30: de 44 á 50 van 6, que tambien coloco al lado de 68: de 68 á 50 van 18, que pongo al lado de 44. Y se dirá: que mezclando estas tres clases de lana para vender la arroba á 50 rs. se necesitan para cada 18 arrobas de 30 y 44 rs. 26 arrobas de 68.

Adv. 37. *Si la una de las especies que se han de mezclar fuese de poco ó ningun valor, como el cobre respecto del oro ó plata, ó el agua respecto del vino &c. se pondrá cero en lugar de la especie baxa, y se hará la operacion como se dirá.*

EXEMPLO.

Un platero quiere mezclar plata de 24 rs. la onza con cobre, para poder vender la onza á 16 rs.

EXPLICACION.

Puestas las cantidades como se ha dicho en la Adv. anterior, se ve que comparando 16, precio medio, con el cero, valor del cobre, van de diferencia 16, que pongo al lado de 24; y que comparando el 16 con el 24, van de diferencia 8, que pongo al lado del cero. Y se dirá: que con cada 16 onzas de plata de 24 rs. se han de mezclar 8 de cobre, para dar la onza de mezcla á 16 rs.

$$(16\left\{\begin{array}{ll} 0 & .\ 8 \\ 24 & .\ \underline{16} \\ & \ \ \underline{24} \end{array}\right.$$

LECCION XCVI.

DE ELEVACION DE POTENCIAS.

321. *P.* ¿Qué es elevar potencias?

322. *R.* Es multiplicar un número, que se llama raiz, algunas veces por sí mismo.

323. *P.* ¿Cómo se llama el producto que resulta de multiplicar un número por sí mismo?

324. *R.* Se llama *quadrado*: si este quadrado se multiplica por el mismo número raiz, su producto se llama *cubo*, y si este cubo se multiplica por el mismo número raiz, el producto de esta multiplicacion se llama *quadro quadrado ó quadro perfecto.*

EXEMPLO.

Raiz multiplicada por sí misma.	12
	12
Quadrado.	144
	12... raiz.
Cubo.	1728
	12... raiz.
Quadro quadrado ó quadro perfecto.	20736

EXPLICACION.

Dado el número 12 por raiz lo multiplico por sí mismo, y su producto 144 es el quadrado. Multiplicando este quadrado por la raiz 12, el producto 1728 se llama cubo; y multiplicando este cubo por el número 12 raiz, su producto 20736 es el quadro quadrado, ó quadro perfecto.

TABLA.

De aquí resulta que de las raices......	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
son los quad.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.
los cubos......	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.
y los quadros quadrados, ó quadros perfectos.	1.	16.	81.	256.	625.	1296.	2401.	4096.	6561.

LECCION XCVII.

DE EXTRACCION DE RAICES.

325. *P.* ¿Qué es extraer raices?

326. *R.* Es hallar el número de cuya multiplicacion ha resultado un número dado.

327. *P.* Dado un número para extraer su raiz quadrada ¿qué es lo primero que se ha de hacer con él?

328. *R.* Dividirlo de dos en dos caractéres con una coma, comenzando por la mano derecha; y tantas porciones cómo se hayan dividido, tantos caractéres han de salir á la raiz: hecho esto se verá qué raiz se halla en la primera porcion dividida á la mano izquierda por medio de la tabla que se ha dado (pág. 153): su quadrado se restará de dicha porcion, y á la diferencia ó resta que quede se baxará la otra porcion dividida.

329. *P.* Despues de esto, ¿qué harémos?

330. *R.* Partir: siendo el dividendo la resta que haya y el primer carácter á la izquierda de la porcion baxada: el divisor es el duplo del primer carácter hallado en la raiz, y el quociente que resulte de esta particion es el segundo carácter de la raiz.

331. *P.* ¿Cómo conocerémos que este carácter es el verdadero?

332. *R.* Siempre que puesto á continuacion del duplo de la raiz, y multiplicando esta cantidad por el mismo número hallado, su producto se pueda restar de la resta que quedó, y de la porcion baxa-

da; y practicando esto mismo con todas las porciones que se baxen hasta tomar todo el número dado, el que resulte es la raiz quadrada.

Adv. 38. *Escríbase el número dado para extraer de él la raiz quadrada, sepárase con una raya á la derecha, y debaxo de ésta pónganse los caractéres que salgan á la raiz.*

EXEMPLO I.

Sacar la raiz quadrada de 17,64 | 82 raiz.
| 42

Quadro del 4, primer caráct. de la raiz (§ 328). } 16

Resta del quadrado del 4. 1,64 { La resta 1 y el 6 primer caráct. de la 2 porcion baxada es dividendo (§ 330).

Producto del 8, duplo del 4 y del 2 quociente, multiplicado por el mismo 2 raiz (§ 332). } 164

Resta. 0000

Se dirá pues, que la raiz quadrada de 1764 es 42.

EXPLICACION.

Dividiendo el número dado 1764 de dos en dos caractéres con una coma, como se dixo (§. 328), para sacar de él la raiz quadrada, vemos que son dos los caractéres que han de salir á ésta, y que el primero es 4 por hallarse su quadrado 16 en la primera porcion tomada 17: pongo el 16, quadrado del 4, debaxo de 17: resto, y á la diferencia 1 baxo el 64 segunda porcion (§. cit.). Para buscar el segundo carácter de la raiz doblo el 4, su duplo 8 es el divisor, y el dividendo es el 1 que quedó de diferencia, y el 6 primer carácter á la izquierda de la segunda porcion baxada (§. 330). Visto que 8 cabe en 16 dos veces, pongo el 2 á continuacion del 8, y los 82 que componen los multiplico por el mismo 2, y su producto 164 lo resto de 164, cantidad compuesta del 1 que hubo de diferencia y de 64, segunda porcion baxada: como se puede restar pongo por segundo carácter de la raiz el 2, y sale cero á la diferencia: con que se dirá, que la raiz quadrada de 1764 es 42.

NOTA.

Al extrear la raiz quadrada se tendrá presente que si hay alguna resta, debe ser menor que el duplo de la raiz hallada, aumentándole una unidad.

En el §. 326 debe advertirse que el número hallado ha de haber sido multiplicado por sí mismo, de cuya multiplicacion ha resultado el número dado.

LECCION XCVIII.

EXEMPLO II.

Un General se halla con 9609 soldados, y quiere formar de ellos un esquadron quadrado: ¿quántos soldados ha de poner de frente, y quántas filas?

EXPLICACION.

Para resolver esta qûestion sáquese la raiz quadrada del número dado 9609, como se ha dicho en los (§§. 328, 330, 332, y Adv. 38), y segun se va á demostrar.

Sacar la raiz quadrada de..	96,09	18
Quadrado del 9 primer carácter de la raiz.	81	$98\frac{5}{197}$ raiz.
Resta del quadrado del 9.....	15,09	
Producto de 18 duplo del 9 y del 8 quociente, multiplicado por el mismo 8 raiz (§ 332).	1'409	
Resta.............	0005	

Por la resolucion del problema antecedente, se ve, que salen á la raiz 98: estas son las filas que ha de poner con 98 soldados cada fila, y sobran 5 soldados.

LECCION XCIX.

EXEMPLO III.

Sacar la raiz quad. de	5,52,84	46
Quadro del 2 primer carácter de la raiz.	4	235 $\frac{59}{471}$ raiz.
Resta del quadro del 2.	1,52	
Producto del 4 dup. del 2 raiz, y del 3 por sí mismo (§ 332).	129	
Resta.	23,84	
Producto de 46 dup. de 23 raiz, y del 5 multiplicado por sí mismo (§ 332).	2325	
Resta.	0059	

333. *P.* ¿Cómo se pondrá la resta que quede despues de extraer qualquiera raiz?

334. *R.* En forma de quebrado, cuyo numerador será la resta que quede, y el denominador el duplo de toda la raiz y una unidad mas; y así resulta por denominador del cinco 195, resta del exemplo segundo, y en el exemplo tercero la resta 59 tiene por denominador 471: resultando en la primera operacion el quebrado $\frac{5}{195}$, y en la segunda $\frac{59}{471}$.

335. *P.* ¿Tiene prueba?

336. *R.* Sí señor: puesto que multiplicando un número por sí mismo este producto es

la raiz quadrada, multiplicando la raiz por sí misma, y añadiendo á su producto la resta, ha de resultar precisamente el número dado de donde se sacó v. g. Multiplíquese por sí misma la raiz 235 hallada en el exemplo tercero, y á su producto 55225 añádase 59, que es la resta, y salen los mismos 55284, número dado en el exemplo tercero para extraer la raiz quadrada; y se executa de esta suerte.

Prueba.

	2 3 5..	raiz del exemplo 3.
	2 3 5	multiplicada por sí.
	1 1 7 5	
	7 0 5	
	4 7 0 5 9	resta del exemplo 3.
Producto...	5 5 2 8 4..	número dado en el exemplo 3.

LECCION C.

DE LA EXTRACCION DE LA RAIZ CÚBICA.

337. *P.* Dado el número para extraer la raiz cúbica ¿qué es lo primero que se ha de hacer con él?

338. *R.* Dividirlo en porciones de tres en tres caractéres por la mano derecha con una coma, y tantas quantas porciones se hayan dividido, tantos son los caractéres que han de salir á la raiz. Hecho

esto se ve la raiz cúbica que hay en la primera porcion dividida á mano izquierda, por medio de la tabla que se dió (pág. 153): su cubo se restará de dicha porcion tomada, y á la diferencia ó resta se baxará la segunda porcion.

339. *P.* Despues de esto ¿qué harémos?

340. *R.* Partir, siendo el dividendo la resta que haya y el primer carácter á la izquierda de la porcion baxada; el divisor es el triplo quadrado; esto es, el quadro de la raiz hallada multiplicada por el 3, y el quociente que resulte será el segundo carácter de la raiz.

341. *P.* ¿Cómo conocerémos que este es el verdadero carácter?

342. *R.* Quando despues de cubar toda la raiz (§. 324); esto es, los caractéres que hayan salido, se pueda restar este producto de las dos porciones que se han tomado: y quando la resta que quede sea menor, que el quadrado de la raiz hallada aumentándole la misma raiz, multiplicado por el 3, y añadida una unidad á este producto. Practicando esto mismo con todas las porciones que haya; el número que resulte es la raiz cúbica.

EXEMPLO.

Número dado.......	21,952	12 / 28....raiz.
Cubo del 2 (tabla página 153).	...8	
Resta de dicho cubo.	13,952	
Cubo de los dos caractéres que han salido á la raiz.	21952	
Resta........	0000	

EXPLICACION.

Dividido pues, el número dado 21952 en porciones de tres en tres caractéres con una coma (§. 338), y visto que en 21, primera porcion á la izquierda, la raiz cúbica que se halla es 2; lo he puesto por primer carácter á la raiz, y su cubo 8 (tabla cit.) lo he restado de dicha porcion: á la resta 13 he baxado 952, segunda porcion, y uniendo á la resta 13 el 9, primer carácter de la segunda porcion, he dividido 139 por el 12 triplo quadrado del 2 primer carácter de la raiz: y el quociente 8 lo he puesto á continuacion del 2, segundo carácter de la raiz: cubada pues (§. 324) esta raiz 28, su producto lo he restado de todo el número dado, y no resulta diferencia alguna : por lo que dirémos, que la raiz cúbica de 21952 es 28.

Adv. 39. *Si extraida la raiz cúbica de algun número dado quedase resta, se pondrá en forma de quebrado, siendo el numerador la dicha resta, y el denominador el quadrado de la raiz hallada, multiplicado por 3, y añadiendo á este producto tres veces la misma raiz, y una unidad mas.*

F I N.

ERRATAS.

En las páginas 37 y 39, lín. 5, donde dice 746, léase 756.

En la página 63, lín. 18, donde dice *al*, léase el.

En la pág. 81, lín. 21, donde dice $\frac{2}{3}$ pies, $\frac{4}{12}$ pulgadas, $\frac{8}{12}$ líneas: léase $\frac{2}{3}$ de vara, $\frac{4}{12}$ de pie, $\frac{8}{12}$ de pulgada.

Pág. 158, líneas 20 y 24, donde dice 195, léase 197.