

新開

書集新學十

欣
新
開

512
1755

國立北京大學工學院圖書館
登記號 中05681

新扇

總2512號
河北西區
數學128

中學教科書

代數
國文

上册

2402

三十四

Commercial Press New Text Book Series.

High School Algebra.

BY

William J. Milne, Ph.D., I.L.D.

Vol. I.

Translated and Adapted

BY

ZIA HONG LAI,

Anglo-Chinese College, Shanghai.



SHANGHAI:

Printed and Published by the COMMERCIAL PRESS, LTD.

1908.

譯 例

一是書以美國紐約師範學校校長宓爾君
 所著歸納法代數學為原本，參酌我國情
 形，畧為修飾，以合中學程度，密君著算學教
 科書甚富即代

數教科書亦三種
 此為中學所用

二授科學之法，有二大別，曰演繹法，先定名
 目，立界說，而後剖解其理由，曰歸納法，先
 以淺近之理，罕譬曲引，使學者有所領會，
 而後定名立說，此編開卷，即發問數十條，
 使學者藉以悟代數之為代數，本與數學
 一貫，法雖各殊，理無二致，則華君若汀所
 謂既習數學而習代數時所有隔闕可以
 冰釋之說也，各章俱引以此法，使學者循
 序前進，迎刃而解，賈國學校算學教科書近
 以真之

三作者自述是編，凡有四長，各章排列之次

序,按其理法,自然之深淺關係,步步引入入勝,能握代數學之要領,而不覺其艱難,一也,用語簡潔,界說確切,繁文膚詞,概從刪削,以免擾學者之心目,二也,推論清晰,凡有闡解之處,無不適可而止,不冗不畧,三也,題問豐富,不拘一格,使學者熟習馭題之術,而算理自銘刻於胸,不至隨得隨失,四也,

四昔年髫齡入塾,數學畢業,續習代數,所用者爲狄氏代數備旨,迨四法及命分已畢,尙不明其用處,心輒厭之,後習一次方程,始馭題問,方知此學之精妙有用,固由秉性魯鈍,抑亦教科書之未盡善也,是編章法,加法之後,卽繼以題問,令學者心神鼓舞,不能自己,其法益美,語之同學,亦有此情,此爲新教科書之長處,不可不揭出以告讀者,

五原書間及西國俗尚,所用人地名等,於吾國學者,未免扞格,譯時一律改訂,求合本國事理,惟英里英尺等,間有仍其舊者,以哩字代英里,呎字代英尺,其他亦隨時註明,

六館課餘暇,秉筆述此,始末不越十旬,即付手民,罪謬之譏知所不免,海內算家學士檢閱之下,如有匡正,尙祈惠教,由發行所轉致,以便再版改正, 編譯者識



代 數 學 目 錄

- 第一章 緒論 代數演法 界說 代數式
- 第二章 代數加法 方程與問題
- 第三章 代數減法 括號 遷項 方程與問題
- 第四章 代數乘法 方程與問題 乘法特式
- 第五章 代數除法 指數爲 0 與負數 方程與問題
- 第六章 劈生
- 第七章 生倍 大公生 小公倍
- 第八章 命分 化法 去方程之命分 命分加減 命分乘法 命分除法 命分習問
- 第九章 一次方程
- 第十章 同局方程 二未知幾何 三或多未知幾何
- 第十一章 乘方
- 第十二章 開方 平方根 立方根 指數之理
- 第十三章 根幾何 化法 加減法 乘法 除法
乘方開方 無絕化有絕
- 第十四章 根號方程
- 第十五章 二次方程 純二次方程 雜二次方程

	方程之作二次狀者 二元二次方程 二次方程之理
第十六章	比例
第十七章	同理比例 總理 以比例理解命分方 程
第十八章	級數 差級數 差級數之專法 倍級 數 倍級數之專法
第十九章	總習問
第二十章	幻幾何 無與無窮 負得數之解 無 定方程 偏程
第二十一章	對數 錯列法 排列法
第二十二章	二項例 正整指數 泛係數 級數迴 求 迴級數 指數爲任何數
第二十三章	方程之理 方程變化 實根
第二十四章	總習問

代 數 學

第 一 章 緒 論

代 數 演 法

1. 問 1、二童共有 21 銀圓，設長者所有，二倍幼者，則二童各有若干，

以數學法演算

某數 = 幼童所有之銀圓，

2 倍此數 = 長童所有之銀圓，

3 倍此數 = 二童共有之銀圓，

故 3 倍此數 = 21 圓，

此數 = 7 圓，即幼童所有，

2 倍 7 圓 = 14 圓，即長童所有，

以上算草內，可用 1 字以代某數此數

等語，則較簡便，代數學中恆用天地人物等

字,代所求之數,故有如左之演法,

以代數法演算

設 天 = 幼童所有之銀圓數,

則 2 天 = 長童所有之銀圓數,

而 3 天 = 二童共有之銀圓數,

故 3 天 = 21 圓,

天 = 7 圓,即幼童所有,

2 天 = 14 圓,即長童所有,

2. 方程者,表其兩數或兩幾何相等也,

如 $4 + 7 = 11$,又 2 天 = 16,皆為方程,

3. 題者,求解之問也,

4. 解者,推求題之答之法也,

5. 題語者,以代數之字號表題意也,

下列諸問,試以代數法推算之,

問 2, 一人購衣一裳一,共付洋 30 圓,如衣之值四倍於裳,則衣與裳,各值若干,

問 3, 甲乙二童,共賺洋 36 圓,如甲童所賺,三倍乙童,則各得若干

問 4, 農人於二樹共採桃實 24 斗,如於此

樹所採者,適倍於彼樹,則二樹各結實若干,

問 5, 甲乙二商,共出資本洋 800 圓,如甲所出者,三倍於乙,則二人各出若干,

問 6, 牧者有羊三羣,共 450 頭,次羣之數,二倍首羣,第三羣之數,三倍次羣,則每羣若干,

問 7, 二生在塾,共演算題 350 問,如此生所演者,四倍彼生,則各演若干

問 8, 今有某數自增本數則等於 260,求某數若干,

問 9, 農人售去馬一,牛一,共得 250 銀圓,如馬價四倍於牛價,則馬牛各售得銀圓若干,

問 10, 甲乙共有羊 420 隻,甲所有者,三倍於乙,則二人各有若干,

問 11, 兄妹共有田 480 畝,如兄之所有,三倍於妹,則各有田若干,

問 12, 二數之和為 540,如大數五倍小數,

則各爲若干,

問 13, 張王二商,共有資本 1750 銀圓,張所出之數,四倍於王,則二人各出若干,

問 14, 農人收麥與粟共 1320 斗,如粟之斗數,五倍於麥,則各爲若干斗,

問 15, 農人收麥粟豆 1250 斗,如粟之斗數,二倍於豆,麥之斗數,三倍於粟,則各爲若干,

問 16, 甲乙丙三人,共出 560 銀圓,賜恤病人,乙所出者,二倍於甲,丙所出者,二倍於乙,則三人各出若干,

問 17, 試以 169 分作三份,次份三倍於首份,第三份九倍於首份,則各爲若干,

問 18, 商人經營三年,共贏利 10890 銀圓,次年所贏,倍於首年,第三年所贏,倍於前二年之和,則第三年所贏若干,

問 19, 某廠之費用,每年較前年加倍,至第三年,共用 12800 銀圓,則前二年各用若干,

問 20, 演說家演說二次,得 300 銀圓,祇知

第二次演說,所得者二倍於首次,則二次各得若干,

問 21, 甲乙丙三人共有牛 10000 頭,乙之所有,三倍於甲,丙之所有,為甲乙共有之四分之一,則三人各有若干,

問 22, 今有一數,加本數之二倍,又加本數之三倍,又加本數之四倍,則等於 30,問此是何數,

問 23, 某家蓄家禽十二隻,祇知雞之數,五倍於鴨,則雞鴨各為若干,

問 24, 一人有產,值 6000 銀圓,欲分與二女一子,令長女所得,倍於幼女,子之所得,適等於二女之和,問各得若干,

問 25, 甲童所有石筆之數,三倍於乙童所有鉛筆之數,鉛筆每枝值銀三分,石筆每枝值銀一分,二童所有之筆,共值銀三角,則甲童有石筆幾枝,

問 26, 試以 36 分為四數,令其次數八倍首數,第三數為首次二數和之三分之一,第

四數爲前三數和之二分之一,則各爲若干,

問 27, 何數加本數之五倍,則爲 90,

問 28, 何數加本數之二倍,又加本數之四倍,則爲 28,

問 29, 何數加本數之七倍,則爲 104,

問 30, 甲乙二商,合本經營,共出本銀 15500 圓,甲之所出,四倍於乙,則各出若干,

問 31, 富人將其遺產 14400 圓,分與妻及子女,子之所得,三倍於女,妻之所得,爲子女共有之二倍,則各得若干,

問 32, 農人購穀種三十二斗,其中雀麥之斗數,三倍大麥,小麥之斗數,等於雀麥大麥之和,則三種各購若干,

問 33, 商人購布三段,共長 144 碼,次段之長,三倍首段,第三段之長,八倍首段,則三段各長若干,

問 34, 圃翁植樹 560 株,桃樹之數,三倍於櫻,蘋果樹之數,八倍於桃,則三種各有若

干,

問 35、張三有銀,六倍於李四所有之數,而張三過於李四之數,祇為三角,則二人各有若干,

問 36、圖書館內貯圖書一萬冊,祇知說部書九倍於科學書,傳記與行記之數,各有說部書之三分之一,其餘各種書籍,共等於科學書之四倍,則說部書為若干冊,

問 37、姊有銀圓之數,五倍於妹,又知姊較妹多四角,則姊妹各有若干,

問 38、農人有牛 217 頭,分置三欄,首欄之數,倍於第三欄,次欄倍於首欄,則各為若干,

問 39、某製造廠獲利,每年加倍,四年之利共為 15000 圓,則首年與第四年之利各為若干,

問 40、三人經商,共出資本 6000 圓,甲之所出,三倍於丙,乙之所出,為甲乙和之半,則三人各出若干,

問 41, 某學堂有學生 600 人, 次班人數, 倍於首班, 第三班人數, 等於首次二班之和, 第四班人數, 爲第三班之倍, 則四班各有人若干。

6. 幾何者, 物之多寡或大小也,

數目所以代表幾何者也, 代數學內每以幾何代數目之意,

如 35 斗即代表一幾何也,

在代數學內, 如 2 甲, (天 + 地), 4 甲天, 皆名曰幾何,

7. 已知幾何者, 幾何之同數爲已知, 或可隨意命之者也, 恆以干支之字代之,

如 6, 8, 215 爲已有之數而甲, 乙, 丙等, 可任代何數是爲已知之幾何,

8. 未知幾何者, 幾何之同數待求者也, 以天地人物宿名等字代之,

如天地, 人, 房, 斗等, 代表未知之幾何,

代數學中所用之代幾何, 干支天地等字, 名曰元字, 元字所代之數爲此元字之同數,

9. 代數學爲算學之一支, 論數或幾何, 及方程之性質, 變化, 與用法,

代數學所用之號,大致與數學同,

10、加號 爲豎十字,如(+)讀曰加,置之二幾何之間,表其當相加之意,

如甲+乙,當讀甲加乙,意謂甲與乙當并和也,

11、減號 爲一橫畫,如(-)讀曰減,置於二幾何間,表次幾何當自首幾何減去,

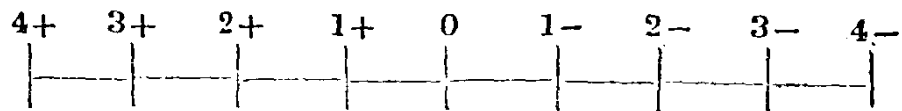
如甲-乙,當讀甲減乙,意謂乙當自甲減去也,

12、雙號 爲加減二號合并而成,如(±)

如甲±乙,意謂乙當加於甲,或自甲減去也,

加減二號,除上所用之外,更作別用,設如子午線以東之距,以加號置度數前以指之,以西之距,則以減號置度數前表之,

如+號表贏,則-號即表絀,如圈點以上之熱度,以+號表之,則圈點以下之度數,以-號指之,要之,+-二號,兼具指明反對之意,以圖明之如次,



13、乘號 爲斜十字,如(×)讀曰乘,置之二

幾何間，表此當為彼所乘，乘號更可用一點如 (\cdot) 表之，但代數學內，除用在數碼之間以外，此號恆省不用。

如 $甲 \times 乙$ 、 $甲 \cdot 乙$ 、 $甲乙$ 、俱表甲為乙所乘。

14、除號為一短橫畫，上下各加一點，如 (\div) 讀曰除，置之二幾何間，表前幾何為後幾何所除。

除號更可以命分法代之，書實上法下，中間橫畫。

如 $甲 \div 乙$ 、及 $\frac{甲}{乙}$ 俱表甲為乙所除。

15、等號為平行二短橫畫，如 $(=)$ 讀曰等於，置之二幾何間，即成一方程。

如 $天 + 地 = 4$ ，為一方程。

16、括號有數式，如 $()$ — $[]$ $\{ \}$ 俱表號內之諸幾何，當作單數看。

如 $(甲 + 乙)丙$ 、 $\overline{甲 + 乙} \times 丙$ 、 $(甲 + 乙)丙$ 、 $\{甲 + 乙\}丙$ ，俱表甲與乙之和當以丙乘之。

17、乘方之號乃一小數碼或元字，名曰指數書於幾何之右上隅，以表本幾何自乘

若干次，即其爲生若干次也、

如甲⁵即指甲自乘五次，即生五次也、

幾何之旁，不書指數，即表其指數爲 1 也、

如甲即爲甲¹、乙即爲乙¹也、

18、 幾何之方，即本幾何自乘若干次之合也、

如⁴爲²之二次方、甲³爲甲之三次方是也、

方之名，按本幾何自乘之次數而定之、

如甲⁵當讀爲甲之五次方或曰甲五方、

凡一幾何之二次方，亦曰平方、其三次方，亦曰立方、

19、 幾何之根，即此幾何之等生之一也、

如²爲⁴之一根、甲爲甲⁵之一根是也、

20、 根之名乃按此幾何可劈若干等生而定之、

如爲二等根之一，則曰二次根、或三等根之一，則曰三次根、

凡幾何之二次根，又曰平方根、其三次方根，又曰立方根、

21、 開方之號爲 $\sqrt{\quad}$ 名曰根號，置於一幾何之前，即指當求此幾何之方根、

根號之勾內書小數碼或元字，名曰根指數，表所求為幾次方根，如未書之則所求者為平方根，設書3字，如 $\sqrt[3]{\quad}$ 則求三次根，設書4字，如 $\sqrt[4]{\quad}$ 則求四次根，餘類推。

22、 推演之號為三點，如 (\therefore) 意即是以也，連續之號為三橫點，如 (\dots) 意即等等也。

23、 係數者，幾何前之數碼或元字，所以表取用者，為此幾何之若干倍也。

如7乙式內之7為係數，表7乙即等於乙+乙+乙+乙+乙+乙+乙。

尋常每以式內之首數碼或元字為係數，實則凡生數或若干生之合，俱可為式內餘生之係數。

如3甲天，其內3為甲天之係數，3甲可為天之係數，

3天亦可為甲之係數。

24、 係數之以數代表者曰數係，以元字代之者曰元係。

幾何之前，未書係數，則其係數為1。

代 數 式

25、 代數式者，以代數字號代表一幾何

也、

習 課

1 試以尋常之語,解 $甲^2 + 3\sqrt{甲^2 - 天^2}$

解曰,此代數式,可以常語解之曰,甲方減去天方其餘數開平方而三倍之乃與甲方相并,

試抄下諸式,而以常語解之,

- | | | | |
|----|---|----|---|
| 2 | 甲 + 乙 | 3 | 3 乙 - 甲 |
| 4 | 甲 ² + 乙 | 5 | 甲 - $\sqrt{乙}$ |
| 6 | 天 ² + 乙 + 丙 ² | 7 | 4(甲 + 乙) - 丙 |
| 8 | 天 ² + $\sqrt{天^5 - 地}$ | 9 | $\sqrt{甲 + \sqrt{2乙 + 丙}}$ |
| 10 | $\frac{天 + 4 \cdot 0(天 - 3地)}{2 - \sqrt{4天 - 人}}$ | 11 | $\sqrt{甲 + 乙 + 天^2} - 4$ |
| 12 | $\frac{\sqrt{甲 + 天 + 地^2}}{\sqrt{甲 - (天 + 地)}}$ | 13 | $\frac{3天 + 地^2 - \sqrt{天地}}{4地^2 - 人 + 2天地^2}$ |

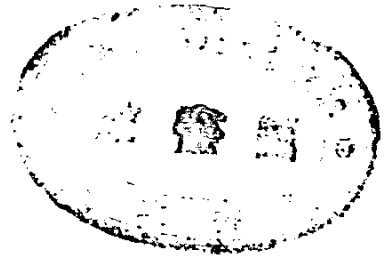
設甲 = 1, 乙 = 2, 丙 = 3, 丁 = 4, 戊 = 5

試以代下諸式內之元字,而求其同數,

如甲 + 乙 + 3丁 - 戊 = 1 + 2 + 12 - 5 = 10

- | | | | |
|---|-------------------------------------|---|--------------------------|
| 1 | 3 甲 + 乙 | 2 | 2 丙 - 乙 |
| 3 | 3 丁 + 甲 - 乙 | 4 | 2 丙 ² - 甲 - 乙 |
| 5 | 丁 + 丙 - 2 甲 | 6 | 丁 - (甲 + 乙) |
| 7 | 甲 ² + 乙 ² - 丁 | 8 | (甲 + 乙)丁 - 丙 |

- 9 $(甲 + 乙)(丁 - 丙)$
- 10 $(甲^2 + 乙^2) \div (甲 + 乙)$
- 11 $4(3甲 - 乙)$
- 12 $7甲(3丁 - 2甲)$
- 13 $甲乙丙丁(甲 + 乙 + 丙 + 丁)$
- 14 $(甲 + 乙 + 丙)(甲 + 乙 + 丙)$
- 15 $(丁 + 戊 - 乙) - (丙 - 乙)$
- 16 $(丁 - 甲 + 丙)(戊 - 乙)$
- 17 $(乙丙 + 丁) - 乙(甲 + 丙)$
- 18 $(乙^2 - 甲 + 丙) + (丙 - 甲)$
- 19 $(丙 + 丁^2 - 甲) \div (丁 - 乙)$
- 20 $2乙(甲 + 丙)(戊 - 丙)$
- 21 $3甲丁(丙 - 甲 + 丁) - 戊^2$
- 22 $\frac{丙丁}{乙}(甲 + 乙 + 丙) - \sqrt{丁}$
- 23 $\sqrt{5}戊 + 甲 + \frac{3}{2}乙$
- 24 $\left(\frac{甲}{2} + \frac{丙}{2}\right)丁$
- 25 $\frac{(甲^2 + 乙^2)3乙}{2戊 + 甲}$
- 26 $甲^2 + 乙^2 + 丙^2 + 丁^2 - 戊^2$
- 27 $\sqrt{丁} + (甲 + 乙)^2 - 戊$



- 28 $(甲 + 乙)(乙 - 甲) \div 甲$
- 29 $甲 + 3 \sqrt{2 戊 + \sqrt{4 戊 + 3 丁 + 2 乙}}$
- 30 $\left(\frac{甲 戊}{甲 + 丙} + \frac{3 丁}{丙}\right)^2$
- 31 $\frac{3 丙(丁^3 - 丙^3) 甲}{2 丁 + 乙}$
- 32 $\frac{乙^2 丙^2}{甲^2} - 5 \sqrt{(甲 + 丙)^2}$
- 33 $2 乙(甲^2 + 丙^2) - \sqrt{(丁 + 戊)}$
- 34 $(甲 + 丁)^2 + 甲 乙 \sqrt{乙 丁 + 甲}$
- 35 $\left(\frac{4 乙 丙}{甲 + 戊}\right)^2 \div \frac{丁^2}{乙}$
- 36 $\frac{甲 + 丙^2}{戊} + \frac{丁 戊}{乙 + 丙} - \frac{(甲 + 戊)^2}{6}$
- 37 $4(甲 乙 丙 - 乙 丙) + \frac{甲 + 乙^2 + (丙 + 丁)^2}{乙 + 丁}$
- 38 $\{[甲 + 乙 \times 丙(丁 + 戊) - 甲] 乙\}$
 $\div 乙 丁 \sqrt{(甲 + 丁)^2}$

26、項者，代數式之一段，以 + 或 - 連之者也、

如 $2 甲 + 3 天 - 2 丙 丁$ ，式內共有三項、

括號之內雖有幾項，仍作爲一幾何、

如 $甲 + (乙 + 丙 - 丁)$ 式內，祇有二項，卽爲甲一項、 $(乙$

$+ 丙 - 丁)$ 亦爲一項、括弧之內，雖有三項，仍作爲

一幾何、

27、正項者、其前有加號者也、

凡式之首項爲正、其加號可不用、

如於甲 + 3丙 - 2乙 + 5戊式內第一第二第四項爲正、

28、負項者、其前有減號者也、

如於3甲 - 2丁 - 3丙 + 2乙 - 戊式內、第二第三第五項爲負、

29、相似項者、諸項之元字及指數相同者也、

如3天²及12天²爲相似項、又2(天+地)²及4(天+地)²亦相似、
若甲天²與乙天²則以甲與乙爲係數故亦相似、

30、不相似項者、所含之元字不同、或元字同而指數異者也、

如3天地與2地人、爲不相似、又3天地與3天地²亦不相似、

31、獨項式者、代數式之祇含一項者也、

如天地、3甲乙、2天、皆爲獨項式、

32、多項式者、代數式之含有多項者也、

如天+地+人及3甲+2乙、爲多項式、

33、二項式者，式之有二項者也，

如 $2\text{甲} + 3\text{乙}$ 及 $\text{天} - \text{地}$ ，爲二項式。

34、三項式者，式之有三項者也，

如 $\text{天} + \text{地} + \text{人}$ 與 $2\text{甲} + 3\text{乙} - 2\text{丙}$ ，爲三項式。



代 數 學

第 二 章 加 法

代 數 加 法

- 35、 問 1, 5 册書與 3 册書與 7 册書共
為若干册,
- 問 2, 4 乙, 3 乙, 5 乙與 2 乙, 共為若干乙,
- 問 3, 3 天, 5 天, 9 天, 13 與 10 天, 共為若干
天,
- 問 4, 2 甲乙, 3 甲乙, 4 甲乙, 6 甲乙, 與 9 甲
乙, 共為若干甲乙,
- 問 5, 李某無錢, 欠一人洋五分, 又一人三
分, 又一人二分, 共欠若干,
- 問 6, 如以負號置於李某各欠數之前, 則
其共欠數之前, 宜書何號,

- 問 7, 負幾何之和,其前宜書何號,
- 問 8, -9 甲, -3 甲 -7 甲, -8 甲,共爲若干一甲,
- 問 9, 王大欠一人洋一角,又一人一角二分,又一人一角五分,又設張二欠彼 5 分,李三欠彼 9 分,則王大之財況如何,又 -10 , -12 , -15 , $+5$, $+9$, 并之共爲若干,
- 問 10, 按下式而推所負若干, -7 圓, -9 圓, 5 圓, 12 圓,
- 問 11, 3 甲, -5 甲, -2 甲, 7 甲, -6 甲, 9 甲, -2 甲, 并合之則正負二面孰盈孰絀, 所盈若干,
- 問 12, 一數或幾何之前未書號,則當爲何號,
- 36、** 加法者,并合數幾何而以簡式表其同數也,
- 37、** 和者,加之而得之式也,
- 38、** 總理 (一) 惟相似之幾何,乃可加之,并爲一項,

(二) 不相似項相加,則聯書諸項,而以原號號之,

代數學內,每以指明之式即作為推定之式,如總理(二)所云是也,

39、相似獨項式相加、

問 1, 3 甲, 甲, 4 甲, 5 甲之和若干,

算草	3 甲	釋曰、求 5甲、甲、4 甲、3 甲之和、法 加其係數、即可知有若干甲、 故得共和為 13 甲、
	4 甲	
	5 甲	
	13 甲	

問 2, 求 2 甲 + 4 甲 - 2 甲 + 3 甲 - 甲 - 3 甲之同數,

算草	2 甲 - 2 甲	釋曰、將相似之諸項、各書成一行、 諸正項之和為 9 甲、諸負項之和為 - 6 甲、 9甲 - 6甲 = 3甲、 故其同數為 3 甲、
	4 甲 - 甲	
	3 甲 - 3 甲	
	9 甲 - 6 甲	
	9 甲 - 6 甲 = 3 甲	

<p>問 3、</p> <p>4 乙</p> <p>乙</p> <p>7 乙</p> <p>9 乙</p> <p>5 乙</p>	<p>問 4、</p> <p>3 甲天</p> <p>2 甲天</p> <p>甲天</p> <p>4 甲天</p> <p>9 甲天</p>	<p>問 5、</p> <p>4 天²地</p> <p>7 天²地</p> <p>3 天²地</p> <p>2 天²地</p> <p>9 天²地</p>
--	---	---

$\begin{array}{r} - 4 \text{ 人}^2 \text{ 地}^2 \\ - 3 \text{ 人}^2 \text{ 地}^2 \\ \text{問 6、} - \text{ 人}^2 \text{ 地}^2 \\ - 8 \text{ 人}^2 \text{ 地}^2 \\ - 7 \text{ 人}^2 \text{ 地}^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} - 2 \text{ 丙} \text{ 天}^3 \\ - \text{ 丙} \text{ 天}^3 \\ \text{問 7、} - 8 \text{ 丙} \text{ 天}^3 \\ - \text{ 丙} \text{ 天}^3 \\ - \text{ 丙} \text{ 天}^3 \end{array}$
--	--

問 8. 求甲天, 3 甲天, 7 甲天, 9 甲天, 8 甲天, 2 甲天之和,

問 9. 求 7 寅卯, 寅卯 2 寅卯, 8 寅卯, 3 寅卯, 5 寅卯之和,

問 10. 求 $- 3 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 - \text{天}^2 \text{ 地}^2 - 7 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 - 9 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 - 5 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 - \text{天}^2 \text{ 地}^2$ 之和,

問 11. 求 $3 \text{ 天}^3 \text{ 地}^3, 4 \text{ 天}^3 \text{ 地}^3, 3 \text{ 天}^3 \text{ 地}^3, \text{天}^3 \text{ 地}^3, 7 \text{ 天}^3 \text{ 地}^3, \text{天}^3 \text{ 地}^3$ 之和,

以下諸式, 變爲最簡之式,

問 12. $3 \text{ 甲} + 4 \text{ 甲} - 2 \text{ 甲} + 7 \text{ 甲} - 3 \text{ 甲} - 6 \text{ 甲} + \text{甲}$,

問 13. $9 \text{ 甲}^3 \text{ 天} - 3 \text{ 甲}^3 \text{ 天} + \text{甲}^3 \text{ 天} + 2 \text{ 甲}^3 \text{ 天} - 7 \text{ 甲}^3 \text{ 天} - \text{甲}^3 \text{ 天}$,

問 14. $4 \sqrt{\text{天地}} + 2 \sqrt{\text{天地}} - 3 \sqrt{\text{天地}} + \sqrt{\text{天地}} + 4 \sqrt{\text{天地}} - 2 \sqrt{\text{天地}}$

$$\text{問 15, } 3(\text{天地})^3 + 4(\text{天地})^3 - 3(\text{天地})^3 - (\text{天地})^3 \\ - 7(\text{天地})^3$$

$$\text{問 16, } 2(\text{天+地})^4 + 6(\text{天+地})^4 - 7(\text{天+地})^4 \\ - 3(\text{天+地})^4 - 4(\text{天+地})^3 + 9(\text{天+地})^4 - \\ 9(\text{天+地})^4 + 8(\text{天+地})^4 - (\text{天地})^4$$

$$\text{問 17, } 3(\text{天-地}) + 5(\text{天-地}) - 2(\text{天-地}) \\ + 7(\text{天-地}) - (\text{天-地}) + 9(\text{天-地}) - 6 \\ (\text{天-地}) - 8(\text{天-地}) + 4(\text{天-地})$$

$$\text{問 18, } 7(\text{甲+乙}) + 3(\text{甲+乙}) - 5(\text{甲+乙}) \\ + 6(\text{甲+乙}) - 4(\text{甲+乙}) - 2(\text{甲+乙}) + \\ (\text{甲+乙}) - 3(\text{甲+乙})$$

$$\text{問 19, } (\text{甲-天}) + 6(\text{甲-天}) - 2(\text{甲-天}) + \\ 4(\text{甲-天}) + 5(\text{甲-天}) - 7(\text{甲-天}) + 5 \\ (\text{甲-天}) - 3(\text{甲-天})$$

$$\text{問 20, } 5(\text{甲-乙})^2 - 5(\text{甲-乙})^2 + 5(\text{甲-乙})^2 \\ + 7(\text{甲-乙})^2 - 8(\text{甲-乙})^2 + 2(\text{甲-乙})^2 - \\ (\text{甲-乙})^2$$

$$\text{問 21, } 3(\text{天+地})^3 + 5(\text{天+地})^3 + 7(\text{天+地})^3 \\ - 4(\text{天+地})^3 - 3(\text{天+地})^3 + 6(\text{天+地})^3 - 7$$

$$(天 + 地)^2 + 9(天 + 地)^2$$

問 22、

$$6\sqrt{甲^2 - 天^2} + 2\sqrt{甲^2 - 天^2} - 5\sqrt{甲^2 - 天^2}$$

$$+ 3\sqrt{甲^2 - 天^2} + 4\sqrt{甲^2 - 天^2} + 7\sqrt{甲^2 - 天^2}$$

$$+ \sqrt{甲^2 - 天^2}$$

40、不全相似之各項相加

問 1、求 天 + 2 地 + 人、天 - 地、天 + 3 地 + 2 人之和、

算草

$$\begin{array}{r} 天 + 2 地 + 人 \\ 天 - 地 \\ 天 + 3 地 + 2 人 \\ \hline 3 天 + 4 地 + 3 人 \end{array}$$

釋曰、將相似之項、寫列一行、以便相加、夫既有三種相似之幾何、則其和必為各項之和、而以合宜之號連之也、蓋惟有相似幾何、乃可并為一項也、

問 2、試以下式變為最簡、3 天 + 2 天地 + 人 - 3 天地 + 2 天 - 3 人 + 4 天 - 3 天地 - 2 天地 + 6 人 - 7 天 + 2 物、

算草

$$\begin{array}{r} 3 天 + 2 天地 + 人 \\ 2 天 - 3 天地 - 3 人 \\ 4 天 - 3 天地 + 6 人 \\ - 7 天 - 2 天地 + 2 物 \\ \hline 2 天 - 6 天地 + 4 人 + 2 物 \end{array}$$

釋曰、將諸幾何排列、令相似項成行、任從一端起、各行相加、所得不相似之項、以合宜之號連之、因不可并為一項也、(總理二)

法術 將相似項各寫成行,次將各相似項相加,書爲得數,而以應用之號連之,

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ 甲} + 2 \text{ 乙} \\
 - 2 \text{ 甲} + 3 \text{ 乙} - \text{ 丙} \\
 \text{問 3、} \quad 2 \text{ 甲} \quad \quad + 2 \text{ 丙} \\
 \quad \quad \quad 3 \text{ 乙} - 7 \text{ 丙} \\
 3 \text{ 甲} - 4 \text{ 乙}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5 \text{ 天} + 3 \text{ 天地} \\
 2 \text{ 天} - 7 \text{ 天地} \\
 \text{問 4、} \quad - 3 \text{ 天} - 6 \text{ 天地} \\
 \quad \quad \quad 4 \text{ 天地} - 3 \text{ 人} \\
 3 \text{ 天} \quad \quad \quad + 4 \text{ 人}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ 天} + 4 \text{ 人} - \text{ 天人} \\
 2 \text{ 天} - 4 \text{ 人} \\
 \text{問 5、} \quad \quad 3 \text{ 人} - 4 \text{ 天人} \\
 3 \text{ 天} + 6 \text{ 人} - 4 \text{ 天人} \\
 \quad \quad \quad 7 \text{ 天人}
 \end{array}$$

試變以下諸式爲最簡,

$$\begin{array}{l}
 \text{問 6、} \quad 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} - 3 \text{ 人} - 2 \text{ 地} + 3 \text{ 人} \\
 - 6 \text{ 天} + 4 \text{ 地} + 3 \text{ 人} + 3 \text{ 天} + 3 \text{ 人} - \\
 6 \text{ 地、}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{問 7、} \quad 4 \text{ 天地} + \text{ 人} - \text{ 地} + 3 \text{ 人} - \text{ 地} - 3 \\
 \text{天地} + \text{ 天地} - \text{ 地} + \text{ 人} + 4 \text{ 天} - 3 \text{ 地} + \\
 \text{人、}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{問 8、} \quad 3 \text{ 甲丙} + 4 \text{ 甲地} + 2 \text{ 甲丙} - 3 \text{ 甲} \\
 \text{地} + 2 \text{ 甲地} + 2 \text{ 甲丙} - 3 \text{ 甲丙} + \text{ 甲地、}
 \end{array}$$

問 9, $9 \text{ 乙} + 2 \text{ 丙} \text{ 丁} - 3 \text{ 戊} - 3 \text{ 丙} \text{ 丁} +$
 $9 \text{ 乙} + 3 \text{ 丙} \text{ 丁} - 6 \text{ 戊} - 2 \text{ 乙} - 4 \text{ 丙} +$
 $3 \text{ 丙} \text{ 丁},$

問 10, $3 \text{ 天}^2 \text{ 地} + 3 \text{ 天} \text{ 地} - 3 \text{ 人} + 6 \text{ 天} \text{ 地}$
 $- 6 \text{ 天}^2 \text{ 地} + 2 \text{ 人} - 3 \text{ 天} \text{ 地} + 9 \text{ 人} - 4$
 $\text{人},$

問 11, $\text{甲} + 6 \text{ 乙} + 3 \text{ 丙} - 4 \text{ 甲} + 3 \text{ 丙} +$
 $3 \text{ 甲} - 6 \text{ 乙} + \text{丁} + 2 \text{ 丙} - 3 \text{ 甲} + 7 \text{ 丁}$

問 12, $\text{天}^2 \text{ 地} + \text{地} + \text{物} - 3 \text{ 地} + 2 \text{ 物}, + 2$
 $, \text{天}^2 \text{ 地} + \text{人} - 3 \text{ 天}^2 \text{ 地} - 3 \text{ 地} + 2 \text{ 物}$

問 13, $9 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 - 3 \text{ 丙}^2 \text{ 地}^2 + 2 \text{ 丁}^2 - 4 \text{ 丙}^3 \text{ 地}^3$
 $+ 4 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 - 3 \text{ 丁}^2 + 2 \text{ 丁}^2 - 3 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2,$

問 14, $加 3 \text{ 甲} \text{ 乙} + 3 \sqrt{\text{天} \text{ 地}} + 4 \quad 4 \sqrt{\text{天} \text{ 地}} - 2$
 $\text{甲} \text{ 乙} + 7, \quad 7 \text{ 甲} \text{ 乙} + 3 + 2 \sqrt{\text{天} \text{ 地}}, \quad 2 \sqrt{\text{天} \text{ 地}} +$
 $4 - 4 \text{ 甲} \text{ 乙}, \quad 3 \text{ 甲} \text{ 乙} - 2 \sqrt{\text{天} \text{ 地}} + 7,$

問 15, $加 3 \text{ 天}^3 - 4 \text{ 天}^2 - \text{天} + 7, \quad 2 \text{ 天}^3 - \text{天}^3$
 $+ 3 \text{ 天} - 10, \quad 2 \text{ 天}^2 - 7 \text{ 天}^3 - 2 \text{ 天} + 4, \quad 3 \text{ 天}^3$
 $- 2 \text{ 天}^2 + 12 - 3 \text{ 天}, \quad 11 \text{ 天}^3 + 5 \text{ 天}^2 + 6 \text{ 天}$
 $- 7,$

- 問 16, 加 $\frac{3}{4}$ 甲天² + $\frac{2}{3}$ 甲² + 2 天³地 + 乙³
 3 甲天² + $\frac{1}{4}$ 天³地 + 3 甲² - 2 乙³ 2 甲天²
 + 3 天³地 - 甲² - $\frac{2}{3}$ 乙³ $\frac{1}{6}$ 甲天² + $\frac{1}{8}$ 天³地 +
 3 甲² - $\frac{2}{5}$ 乙³
- 問 17, 加 甲丙³ + 甲乙² + $\frac{1}{4}$ 甲³ - 甲²乙 + $\frac{3}{4}$
 甲乙丙 + $\frac{1}{3}$ 甲²丙 甲²乙 + 乙³ + 甲乙² + 乙
 丙² + 2 甲乙丙 + $\frac{1}{2}$ 乙²丙 甲²丙 - 甲丙² +
 乙²丙 - 乙丙² + 丙³ + 甲乙丙
- 問 18, 加 2 (甲 - 天) + 4 天² (甲 - 天) - 3
 天³ 6 天² - 3 (甲 - 天) 7 (甲 - 天) - 5
 天³ 天² - (甲 - 天)
- 問 19, 加 7 (甲 + 乙)² + 乙³丙² 6 乙²丙² - 5
 (甲 + 乙)² 3 (甲 + 乙)² - 4 乙²丙² 6 乙²丙²
 + 8 (甲 + 乙)² 7 (甲 + 乙)² - 8 乙²丙²
- 問 20, 加 6 (甲乙 + 丙) + 7 (甲 - 天) + 甲天
 5 甲天 - 8 (甲乙 + 丙) - 5 (甲 - 天)
 3 (甲 - 天) - 2 (甲乙 + 丙) - 4 甲天 3
 (甲乙 + 丙) + 2 甲天 - (甲 - 天)
- 問 21, 加 (甲 + 丙)² - 3 甲(天 + 地) 5 甲(天

$$+ \text{地}) - 5 (\text{甲} + \text{丙})^2 \quad 7 (\text{甲} + \text{丙})^2 - 7 \text{甲} \\ (\text{天} + \text{地}) \quad \text{甲}(\text{天} + \text{地}) - 9 (\text{甲} + \text{丙})^2$$

問 22, 加 $\text{甲}(\text{天} + 1) - 4(\text{地} - 2) + \text{甲}^2 \quad 3$
 $(\text{地} - 2) - 5 \text{甲}^2 - 2 \text{甲}(\text{天} + 1) \quad 7 \text{甲}^2 +$
 $4 \text{甲}(\text{天} + 1) - 2(\text{地} - 2) \quad 3 \text{甲}(\text{天} + 1) +$
 $(\text{地} - 2) + 3 \text{甲}^2$

問 23, 加 $\sqrt{\text{甲} - \text{天}} + 5 \text{天}^2 \quad 7 \text{天}^2 - 3 \sqrt{\text{甲} - \text{天}}$
 $7 \sqrt{\text{甲} - \text{天}} - 6 \text{天}^2 \quad 3 \text{天}^2 - 4 \sqrt{\text{甲} - \text{天}}$

問 24, 加 $5 \text{甲} - 6 (\text{乙} + \text{丙}) + 7 \quad 5 (\text{乙} +$
 $\text{丙}) - 6 \text{甲} - 4 \quad 8 \text{甲} - 9 (\text{乙} + \text{丙}) - 9$
 $3 \text{甲} - 5 (\text{乙} + \text{丙}) + 2$

問 25, 加 $7 (\text{天} + 3) - 4 \text{地}^4 + \text{甲} \text{乙}^2 \quad 3 \text{地}^4$
 $- 2 \text{甲} \text{乙}^2 - 6 (\text{天} + 3) \quad 5 \text{甲} \text{乙}^2 - 5 \text{地}^4$
 $+ 3 (\text{天} + 3) \quad 7 \text{地}^4 - 2 \text{甲} \text{乙}^2 + (\text{天} + 3)$

問 26, 加 $\text{甲} \text{天}(\text{甲} - 1) + (\text{乙}^2 - 2) + \text{地}^2 \quad 2$
 $(\text{乙}^2 - 2) - 3 \text{地}^2 + 3 \text{甲} \text{天}(\text{甲} - 1) \quad 5 \text{地}^2$
 $- 6 \text{甲} \text{天}(\text{甲} - 1) - 6 (\text{乙}^2 - 2) \quad 4 \text{甲} \text{天}(\text{甲}$
 $- 1) + (\text{乙}^2 - 2) - 7 \text{地}^2$

問 27, 加 $7 \sqrt{\text{甲} + \text{乙}} + \text{天} \sqrt[3]{\text{甲} - 3 \text{乙}} + \text{甲} \text{乙} \text{丙}$

$$7 \sqrt{\text{甲} - 3\text{乙}} - 5 \sqrt{\text{甲} + \text{乙}} - 3 \text{甲乙丙},$$

$$4 \sqrt{\text{甲} + \text{乙}} + 2 \text{甲乙丙} - 5 \sqrt{\text{天}^3 \sqrt{\text{甲} - 3\text{乙}}}$$

$$6 \sqrt{\text{甲} + \text{乙}} - 5 \sqrt{\text{天}^3 \sqrt{\text{甲} - 3\text{乙}}} - 7 \text{甲乙丙},$$

問 28, 加 $4 \sqrt{\text{甲} \sqrt{\text{乙} - \text{丙}}} - 3 \sqrt{\text{天}} + \text{地}$, $8 \sqrt{\text{天}}$

$- 5 \sqrt{\text{甲} \sqrt{\text{乙} - \text{丙}}} - 5 \text{地}$, $6 \text{地} + 7 \sqrt{\text{天} + 2}$

$3 \sqrt{\text{甲} \sqrt{\text{乙} - \text{丙}}} - \sqrt{\text{甲} \sqrt{\text{乙} - \text{丙}}} - 7 \sqrt{\text{天} + 2} \text{地}$,

問 29, $4 \text{天}^3 + \text{甲} \text{天}^3 - \text{乙} \text{天}^3 + 2 \text{天}^3$ 之和若干,

算草

$$\begin{array}{r} + 4 \text{天}^3 \\ + \text{甲} \text{天}^3 \\ - \text{乙} \text{天}^3 \\ + 2 \text{天}^3 \\ \hline (6 + \text{甲} - \text{乙}) \text{天}^3 \end{array}$$

釋曰 4, 甲, - 乙, 2, 諸幾何皆可作為 天^3 之係數故當以之相加得其和置於 天^3 前今諸係數之和為 $6 + \text{甲} - \text{乙}$,
 \therefore 諸幾何之和為 $(6 + \text{甲} - \text{乙}) \text{天}^3$

問 30, $2 \text{甲} \text{天} - 3 \text{乙} \text{天} + 4 \text{丙} \text{天} + 3 \text{丁} \text{天}$ 之和若干,

問 31, $2 \text{甲} \text{天}^2 + 4 \text{乙} \text{天}^2 + 3 \text{丙} \text{天}^2 + 4 \text{天}^2$ 之和若干,

問 32, 加 $2(\text{甲} + \text{乙})$ $3 \text{甲}(\text{甲} + \text{乙})$ $4(\text{甲} + \text{乙})$ $2 \text{甲}(\text{甲} + \text{乙})$

問 33, 加 $5(\text{甲} + 3)$ $2(\text{甲} + 3)$ $3 \text{甲}(\text{甲} + 3)$ $2 \text{乙}(\text{甲} + 3)$

問 34, 加 $3 \text{甲} \sqrt{\text{天} + \text{地}}$ $2 \sqrt{\text{天} + \text{地}}$ $2 \text{甲} \sqrt{\text{天} + \text{地}}$ $3 \sqrt{\text{天} + \text{地}}$

問 35, 加 $5(\text{天} + \text{地})$ $\text{甲}(\text{天} + \text{地})$ $\text{乙}(\text{天} + \text{地})$ $- 4(\text{天} + \text{地})$

問 36, 加 $\text{乙}(\text{天} - \text{地})$ $\text{乙}^2(\text{天} - \text{地})$ $\text{乙}^3(\text{天} - \text{地})$

問 37, 加 $\text{甲} \sqrt{\text{甲} - \text{乙}}$ $4 \text{丙} \sqrt{\text{甲} - \text{乙}}$ $3 \text{甲} \sqrt{\text{甲} - \text{乙}}$ $2 \text{丙} \sqrt{\text{甲} - \text{乙}}$

問 38, 加 $6 \text{乙}(\text{天}^2 + \text{地}^2)$ $\text{甲}(\text{天}^2 + \text{地}^2)$ $- \text{丙}(\text{天}^2 + \text{地}^2)$ $- 5 \text{乙}(\text{天}^2 + \text{地}^2)$ $2 \text{丙}(\text{天}^2 + \text{地}^2)$

問 39, 加 $5 \sqrt{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}$ $3 \text{天} \sqrt{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}$ $6 \sqrt{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}$ $2 \text{天} \sqrt{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}$

問 40, 加 $7(\text{天} + \text{地} + 1)$ $2 \text{乙}(\text{天} + \text{地} + 1)$ $- 5(\text{天} + \text{地} + 1)$ $3 \text{乙}(\text{天} + \text{地} + 1)$

問 41, 加 $\text{甲} \sqrt[3]{\text{天} - \text{地}}$ $\text{乙} \sqrt[3]{\text{天} - \text{地}}$ $\text{丙} \sqrt[3]{\text{天} - \text{地}}$ $(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) \sqrt[3]{\text{天} - \text{地}}$

方程與問題

41. 試將下列諸式變為最簡,而求天之同數,

問 1, $3 \text{ 天} + 4 \text{ 天} + 2 \text{ 天} - 3 \text{ 天} - 2 \text{ 天} + 4 \text{ 天} = 16$

解

$$3 \text{ 天} + 4 \text{ 天} + 2 \text{ 天} - 3 \text{ 天} - 2 \text{ 天} + 4 \text{ 天} = 16,$$

并合諸項 $8 \text{ 天} = 16$

故 $\text{天} = 2$

問 2, $5 \text{ 天} + 2 \text{ 天} - 3 \text{ 天} + 4 \text{ 天} - 6 \text{ 天} + 7 \text{ 天} = 18$

問 3, $5 \text{ 天} + 6 \text{ 天} - 9 \text{ 天} - 3 \text{ 天} + 2 \text{ 天} + 4 \text{ 天} = 20$

問 4, $3 \text{ 天} - 2 \text{ 天} + 5 \text{ 天} + 7 \text{ 天} + 4 \text{ 天} - 3 \text{ 天} = 26 + 2$

問 5, $3 \text{ 天} - 4 \text{ 天} + 2 \text{ 天} + 6 \text{ 天} - 4 \text{ 天} + \text{天} = 15 + 3 - 2$

問 6, $\text{天} + 4 \text{ 天} + 6 \text{ 天} - 3 \text{ 天} + 7 \text{ 天} - 9 \text{ 天} = 21 + 7 - 4$

問 7, $9 \text{ 天} - 2 \text{ 天} - 3 \text{ 天} + 7 \text{ 天} - 5 \text{ 天}$
 $+ 4 \text{ 天} = 35 + 9 - 4$

問 8, $8 \text{ 天} - 4 \text{ 天} + 7 \text{ 天} + 3 \text{ 天} - 6 \text{ 天}$
 $- 4 \text{ 天} = 37 - 3 + 2$

問 9, $11 \text{ 天} - 3 \text{ 天} + 7 \text{ 天} - 4 \text{ 天} + 6 \text{ 天}$
 $- 3 \text{ 天} = 23 + 7 - 2$

問 10, $10 \text{ 天} - 4 \text{ 天} + 2 \text{ 天} + 7 \text{ 天} - 6 \text{ 天}$
 $+ 2 \text{ 天} = 35 + 6 + 3$

試解以下諸題

問 11, 李福推演算題之數,倍於張祿,而張祿所推得者,三倍於王壽,如三人共推演 70 題,問各人推演若干,

問 12, 甲所有之銀,二倍於乙,乙所有者,二倍於丙,如甲乙丙共有洋 140 圓,則各有若干,

問 13, 韋童所有石丸之數,二倍於韓童,韓童所有者,又三倍於孫童,三童共有石丸 50 枚,則各有若干,

問 14, 甲商負乙商洋若干圓,負丙商之數

倍之,但他商之負甲者,十倍其負乙之數,設甲收欠而償負,清訖之後,餘洋 1400 圓,則其負乙與丙若干圓,

問 15, 今有一數之 13 倍,減本數之 5 倍,加本數之 8 倍,其答數較 155 多 5,問此是何數,

問 16, 某借書局所有參攷書之冊數,十倍於說部書,歷史書三倍於說部書,祇知參攷書較說部書歷史書之和,尚多 12000 冊,則三種各為若干冊

問 17, 某商經營虧折,共負人 36000 圓,欠甲之數十倍於乙,欠丙三倍於乙,欠丁二倍於欠丙與乙之較,則欠各人若干,

問 18, 某邑之公民,選舉職員,合選者三員,甲所得之簽名票數,二倍於乙,乙所得者,為丙之一倍半,祇知投票總數為 1125 缺 3 名,則三人各得票數若干,

問 19, 一人作工五日,每日工資三倍於食宿費,其後賦閑四日,核計除付食宿費之

外、囊中尚有十圓鈔票二紙、銀洋四圓、則其每日工資若干、食宿費若干、

問 20、一人借銀於甲乙丙丁四賈、其數相同、甲借二年、乙借三年、丙借四年、丁借五年、如其人共收利洋 420 圓、則四人各付利洋若干圓、

問 21、某公司共賃工人 77 名、計女子之數二倍男人、小孩之數二倍女子、問各爲若干、

問 22、富翁助醫院之資、二倍於助圖書館之資、助學堂之資、四倍於圖書館、如其共助洋 70000 圓、則三處各助若干、

代 數 學

第 三 章 減 法

代 數 減 法

- 42、問 1, 7 里與 9 里差若干里,
 問 2, 9 寅與 3 寅差若干寅,
 問 3, 12 甲減去 8 甲, 尙剩若干甲,
 問 4, 12 甲²乙減去 3 甲²乙, 尙剩若干, 12 甲²
 乙與 - 3 甲²乙之和若干,
 問 5, 13 巳午²減去 5 巳午²尙餘若干, 13 巳
 午²與 - 5 巳午²之和若干,
 問 6, 倘不減去正幾何, 則以何法可得同
 數,
 問 7, 自 13 減去 7, 所餘若干, 自 13 減去 7
 - 3, 所餘若干,

問 8、 13 減 7 及 13 減 $7 - 3$, 二者所得之餘數比較何如,

問 9、 11 甲減 8 甲, 所餘若干, 11 甲減 8 甲 $- 5$ 甲所餘若干,

問 10、前問之二餘, 比較何如,

問 11、如不減負幾何, 則以何法可得同數,

43、減法者, 求二幾何之較也, 或曰求何幾何加於此幾何可得彼幾何也,

44、原式者, 自此幾何減去別幾何者也

45、減式者, 所減之幾何也,

46、餘式或曰較, 減後所得之幾何也,

47、總理 (一) 惟相似諸幾何之較, 可以一項顯之,

(二) 減一正幾何與加一相等之負幾何, 其得式不改,

(三) 減一負幾何與加一相等之正幾何, 其得式不改,

48、正項相減

問 1、自 9 甲減 3 甲, 所餘若干,

算
草

$$\begin{array}{r} 9 \text{ 甲} \\ 3 \text{ 甲} \\ - \\ \hline 6 \text{ 甲} \end{array}$$

釋曰、凡某數之九倍、減其數之三倍、則所餘者為六倍本數、故 9 甲減去 3 甲餘為 6 甲、或曰、既減一正幾何、不啻加一相等數之負幾何、(總理二)故自 9 甲減 3 甲、則可改 3 甲之號而相加、故 9 甲減去 3 甲、即求 9 甲與 - 3 甲之和為 6 甲

問 2, 自 13 甲減 15 甲, 所餘若干,

算
草

$$\begin{array}{r} 13 \text{ 甲} \\ 15 \text{ 甲} \\ - \\ \hline -2 \text{ 甲} \end{array}$$

釋曰、自 13 甲減 15 甲內之 13 甲、尚餘 2 甲當減、故得式為 - 2 甲、或曰、既減一正幾何、不啻加一相等之負幾何、(總理二)故 13 甲減 15 甲、可以 15 甲改號、求 13 甲與 - 15 甲之和而得之、即 - 2 甲、是以自 13 甲減 15 甲、餘 - 2 甲、

問 3, 問 4, 問 5, 問 6, 問 7, 問 8,

從 15 甲 13 天地 15 天³地² 19 天地人 3 天²地³人 10 甲²乙³丙
減 6 甲 8 天地 17 天³地² 22 天地人 15 天²地³人 13 甲²乙³丙

求下諸問之餘,

問 9, 12 天 + 6 地, 減 8 天 + 2 地,

問 10, 10 甲 + 2 乙, 減 9 甲 + 3 乙,

問 11, 5 天地 + 4 人, 減 7 天地 + 2 人,

- 問 12, $5 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 + 3 \text{ 人}$, 減 $3 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 + 6 \text{ 人}$,
- 問 13, $6 \text{ 天} \text{ 地}^3 \text{ 人} + 2 \text{ 天地}$, 減 $8 \text{ 天} \text{ 地}^3 \text{ 人} + 3 \text{ 天地}$,
- 問 14, $5 \text{ 巳}^2 \text{ 午} \text{ 申} + 6 \text{ 巳} \text{ 午}^2 \text{ 申}$, 減 $4 \text{ 巳}^2 \text{ 午} \text{ 申} + 3 \text{ 巳} \text{ 午}^2 \text{ 申}$,
- 問 15, $7 \text{ 寅}^2 \text{ 卯} \text{ 天} + 2 \text{ 寅} \text{ 卯} \text{ 天}$, 減 $5 \text{ 寅}^2 \text{ 卯} \text{ 天} + 3 \text{ 寅} \text{ 卯} \text{ 天}$,
- 問 16, $9 \text{ 天}^2 \text{ 地} + 7 \text{ 地}^2$, 減 $5 \text{ 天}^2 \text{ 地} + 2 \text{ 地}^2$,
- 問 17, $\text{天} \text{ 地}^2 + \text{人}$, 減 $3 \text{ 天} \text{ 地}^2 + 4 \text{ 人}$,
- 問 18, $\text{巳}^2 \text{ 午}^2 + 4 \text{ 巳} \text{ 午}$, 減 $5 \text{ 巳}^2 \text{ 午}^2 + 5 \text{ 巳} \text{ 午}$
- 問 19, $15 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 \text{ 人}^2 + 2 \text{ 地}^2$, 減 $\text{天}^2 \text{ 地}^2 \text{ 人}^2 + 4 \text{ 地}$
- 問 20, $3 \text{ 地} \text{ 人}^4 + 3 \text{ 地}^4 \text{ 人}$, 減 $8 \text{ 地} \text{ 人}^4 + \text{地}^4 \text{ 人}$,
- 問 21, $9 \text{ 巳}^2 \text{ 午}^2 + 2 \text{ 午} \text{ 申}$, 減 $3 \text{ 巳}^2 \text{ 午}^2 + 4 \text{ 午} \text{ 申}$,
- 問 22, $\text{天} \text{ 地} \text{ 人}^3 + \text{天} \text{ 地} \text{ 人}$, 減 $10 \text{ 天} \text{ 地} \text{ 人}^3 + 4 \text{ 天} \text{ 地} \text{ 人}$,

49、不全相似之各項相減

- 問 23, 自 $6 \text{ 甲} - 2 \text{ 乙}$ 減 $3 \text{ 甲} - 4 \text{ 乙}$, 其餘若干,

算
草

$$\begin{array}{r} 6\text{甲} - 2\text{乙} \\ 3\text{甲} - 4\text{乙} \\ - \quad + \\ \hline 3\text{甲} + 2\text{乙} \end{array}$$

釋曰、減式有二項、故必各項分減之、自 6 甲 - 2 乙 減 3 甲、餘 3 甲 - 2 乙、或以 - 3 甲 加於 6 甲 - 2 乙、所得仍同、但減式爲 3 甲 尙少 4 乙、故求真餘、則必以 4 乙 加之 3 甲 - 2 乙、而得 3 甲 + 2 乙、是以推算之時、祇改減式各項之號、而後相加可也、

法術 以相似之諸項各列成行、改減式各項之號、加號變爲減號、減號變爲加號、或設其爲已變、而後按加法計之、

問 24, 問 25, 問 26, 問 27, 問 28,

$$\begin{array}{r} \text{從 } 4\text{甲}^3\text{天} \quad 3\text{天}^3\text{地}^3 \quad 2\text{天} + \text{地} \quad 6\text{地} - 2\text{人} \quad 7\text{甲天} - 4\text{乙地} \\ \text{減 } -2\text{甲}^3\text{天} \quad -5\text{天}^3\text{地}^3 \quad -2\text{天} - 2\text{地} \quad 3\text{地} + 4\text{人} \quad 3\text{甲天} - 9\text{乙地} \end{array}$$

問 29,

問 30,

問 31,

$$\begin{array}{r} \text{從 } 3\text{甲} + 2\text{乙} - 3\text{丙} \quad 4\text{天} + 3\text{地} - 3\text{人} \quad 4\text{天地} + 3\text{人} + \text{天}^2 \\ \text{減 } 2\text{甲} - 4\text{乙} + 5\text{丙} \quad 2\text{天} - 4\text{地} - 5\text{人} \quad 2\text{天地} - 3\text{人} + 4\text{天}^2 - \text{地} \end{array}$$

問 32, 甲 + 乙 + 丙 減 甲 + 2 乙 - 丙,

問 33, 3 天 + 2 地 - 3 人 減 2 天 - 3 地 + 4 人,

問 34, 6 甲² + 2 乙² + 3 丙² 減 3 甲 - 3 乙² - 2 丙²

問 35, $3 \text{甲}^3 - 2 \text{丙}^5 - 4 \text{丁}^3$ 減 $4 \text{丙}^3 - 3 \text{甲}^3$
 $+ 2 \text{丁}^3$

問 36, $8 \text{天}^4 - 3 \text{地}^2 + 2 \text{人}^3$ 減 $4 \text{地}^2 - 3 \text{天}^4$
 $+ 2 \text{人}^3$

問 37, $9 \text{巳}^2 + 4 \text{午}^2 + \text{未}^3$ 減 $3 \text{未}^3 - 4 \text{巳}^2 -$
 2午^2

問 38, $\text{甲天} + 2 \text{甲地} + \text{人}$ 減 $2 \text{甲天} - 2$
 $\text{甲地} + \text{人}$

問 39, $2 \text{天地} + 5 \text{地人} + 3 \text{天人}$ 減 2天
 $\text{地} - 3 \text{地人} - 4 \text{天人}$

問 40, $8 \text{天}^3 \text{地}^2 + 16 \text{天地}^3 + 10 \text{天地}$ 減 14天^3
 $\text{地}^2 - 8 \text{天地}^3 - 4 \text{天地}$

問 41, $5 \text{天}^3 \text{地}^5 + 10 \text{天}^4 \text{地} - 6 \text{地人}^3$ 減 10天^4
 $\text{地} - 4 \text{天}^3 \text{地}^3 + 5 \text{地人}^3$

問 42, $3 \text{天}^2 + 2 \text{天地} + \text{人}^2 + \text{物}$ 減 $2 \text{天}^2 -$
 $3 \text{天地} - 4 \text{人}^2$

問 43, $15 \text{天}^3 + 10 \text{地}^3 + 8 \text{人}^3 - \text{未}^5$ 減 $5 \text{地}^3 +$
 $4 \text{人}^3 + 6 \text{未}$

問 44, $4 \text{天地}^2 + 3 \text{天}^5 \text{地} + 4 \text{天} - 3$ 減 4

$$\text{天地}^2 - 3 \text{天} - 7,$$

問 45, $4 \text{乙天}^3 + 3 \text{甲地}^2 + 4 - \text{丙地減丙地} - 5 - \text{乙天}^3$

問 46, $3 \text{天}^2 \text{地}^4 + 3 \text{天地} - 5 \text{天減} 2 \text{天}^2 \text{地}^4 - 2 \text{天地} + 4 \text{天} - 5,$

問 47, $4 \text{天}^5 \text{地}^2 - 3 \text{天地}^5 - 7 \text{人}^4 \text{減} 2 \text{天}^5 \text{地}^2 + 6 \text{天地}^5 + 2 \text{人}^4 + 9,$

問 48, $7 \text{甲未}^2 - 4 \text{乙申}^3 + 3 \text{未申減} 3 \text{甲未}^2 + \text{巳} + 2 \text{乙申}^3 + 7,$

問 49, $15 \text{天}^5 - 24 \text{天}^3 \text{地}^3 - 16 \text{地}^4 \text{減} 15 \text{天}^3 \text{地}^3 + 4 \text{人} - 5 \text{地}^4 + \text{天}^5$

問 50, $3 \text{天寅} - 4 \text{天卯地寅} + 4 \text{地寅減} 4 \text{天寅} + 2 \text{天卯地寅} - 4 \text{天寅},$

問 51, $3 \text{天}^2 \text{卯} - 2 \text{天}^3 \text{卯地寅} - \text{地寅}^{-1} \text{減} 3 \text{地寅}^{-1} + 2 \text{天}^3 \text{卯地寅} - 4 \text{天}^2 \text{卯},$

問 52, $3 \sqrt{\text{天地}} + 2 \text{人} - \sqrt[3]{\text{地}^2} \text{減} 2 \sqrt{\text{天地}} - 3 \text{人} - 2 \sqrt[3]{\text{地}^2},$

問 53, $4(\text{甲} + \text{乙})^2 - 3 \text{甲} + 4 \text{丙減} \text{甲} - 2(\text{甲} + \text{乙})^2 - 2 \text{丙},$

問 54, $5\sqrt{\text{甲} + \text{乙}^2} - 3\sqrt[3]{\text{天} + \text{地}}$ 減 $6\sqrt[3]{\text{天} + \text{地}} - 7\sqrt{\text{天} + \text{地}}$,

問 55, $5\sqrt{\text{甲} + \text{乙}^2} - 3\sqrt[3]{\text{丙} + \text{丁}}$ 減 $4\sqrt{\text{甲} + \text{乙}^2} + 2\sqrt[3]{\text{丙} + \text{丁}}$,

問 56, 自甲天 + 乙地減丙天 - 丁地, 所餘若干,

算 草

甲天 + 乙地

丙天 - 丁地

(甲 - 丙)天 + (乙 + 丁)地

釋曰, 夫甲與丙既可作為天之係數, 而乙與 - 丁, 為地之係數, 故諸幾何之較, 可以其係數之較為天與地之新係數而定之, 夫自甲既不得減丙, 故可以(甲 - 丙)表之, 又乙不能減 - 丁, 故可以(乙 + 丁)表之, 是以全餘可寫為(甲 - 丙)天 + (乙 + 丁)地,

問 57, 自甲地 + 2 天減丙地 - 丁天,

問 58, 自丙天 + 2 天地 - 3 丁人減 3 甲天 + 2 天地 - 2 甲人,

問 59, 自 2 丙丁 - 3 甲乙 + 丙戊²減 2 甲丁 + 3 甲乙 - 2 丁戊²

問 60, 自甲天 + 乙地 - 人減乙天 - 甲地

一 丙人,

問 61, 自 5 甲地 + 2 丙人 - 6 天減 丙地
- 甲人 - 丁天,

問 62, 自 甲天² + 2 丙地 + 3 天³地減 2 乙
天² - 3 甲地 - 丙天³地,

問 63, 自 2 巳天² + 未地² - 3 午天地減 未
天² + 申天地 - 巳地²,

問 64, 自 丙天 - 14 甲乙地 + 7 甲²乙²減 9
天 - 14 甲乙地 + 15 乙

問 65, 自 3 天 + 7 地 - 8 人減 乙丙天一
甲地 + 午人,

問 66, 自 (甲 - 乙)天 + (甲 + 乙)地減 (甲 - 丙)
天 + (乙 - 丙)地,

問 67, 自 (甲 + 乙 - 丙)天 + (甲 - 乙 + 丙)地
減 (甲 + 乙 - 丁)天 - (甲 + 乙 - 丙)地,

問 68, 自 4 乙(天一地) + 4 丙丁天減 4 丙
(天一地) + 甲天,

問 69, 自 5 $\sqrt{\text{天}}$ + 3 $\sqrt{\text{地}}$ 減 3 $\sqrt{\text{天}}$ + 2 甲
 $\sqrt{\text{地}}$,

問 70、自 $(甲^2 + 乙^2)$ 天 $-(甲^2 - 乙^2)$ 地 減 $(乙^2 - 丙^2)$ 天 $-(甲^2 + 丙^2)$ 地,

問 71、自甲 $\sqrt{天 + 地}$ + 乙 $\sqrt{天 - 地}$ + 丁天
減乙 $\sqrt{天 + 地}$ - 甲 $\sqrt{天 - 地}$ - 丙天,

問 72、自卯 $\sqrt[3]{天^2地^2} - (寅 + 卯) \sqrt[3]{天地}$ 減
 $(寅 - 卯) \sqrt[3]{天地} - (卯 + 3) \sqrt[3]{天^2地^2 + 地^2}$

50、括號 代數減法內,時或寫減式於
括號之內,置之原式之後而連以減號,

如甲 + 乙減乙 + 丙 - 丁,有時或以下式表之,

$$甲 + 乙 - (乙 + 丙 - 丁)$$

問 1、減式自原式減去時,其各項之號,當
如何更改,

問 2、括號之幾何前有負號,如果減之,或
去其括號,則其各項之號,當如何更改,

51、總理 (一) 括號之前有負號,如盡
改其內各項之號,則括弧可去,

(二) 一式各項之號如盡更改,則可納
於前帶負號之括弧內,

幾何含於括號內,前帶正號,則去括弧時,無庸改其各

項之號、故任若干項納入前冠正號之括弧內、無庸改其各項之號、

學者當知凡式之如 $-(天^2 - 地 + 人)$ 者、其天²之號爲正、蓋其式一如爲 $-(+天^2 - 地 + 人)$ 也、

試以下諸式、變爲最簡、意謂去其括弧非其相似項也

問 1, 甲 $-(甲 + 乙)$,

問 2, 天 $-(天 - 地)$,

問 3, 甲 + 乙 $-(- 甲)$,

問 4, 甲 $-(- 甲 - 乙)$,

問 5, 甲 $-(甲 - 乙)$,

問 6, 地 $-(- 天 - 地)$,

問 7, 4 甲 $-(2 甲 + 地)$,

問 8, 3 天 + 2 地 $-(2 天 - 2 地)$,

問 9, 5 天 - 3 地 $-(- 2 天 + 4 地)$,

問 10, 7 天 + 3 人 $-(天 + 地 + 人)$,

問 11, 2 天 - 3 地²人 $-(天 + 人^2 - 3 地^2人)$,

問 12, 3 天地 + 2 天³地 $-(4 天地 - 天³地 + 天²)$,

問 13, 3 天² + 2 地² $-(- 4 天² - 2 地² - 人²)$,

問 14, $3 \text{ 甲 乙}^2 - 2 \text{ 甲 丙}^2 - (-3 \text{ 甲 乙}^2 - 6 \text{ 甲 丙}^2)$,

問 15, $(\text{甲} + \text{乙}) + (\text{甲} - \text{乙}) - (2 \text{ 甲} - 2 \text{ 乙})$,

問 16, $(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙} - \text{天}) - (\text{乙} - \text{丙} - \text{天} + \text{甲}) + (\text{天} - \text{甲})$,

問 17, $(3 \text{ 天} - 4 \text{ 丙}) + (\text{天} - 3 \text{ 丙}) - (4 \text{ 天} - 7 \text{ 丙} - 4)$,

問 18, $(3 \text{ 甲}^2 - 2 \text{ 甲}^2 \text{ 天} - 7) - (7 + 3 \text{ 甲}^2 - 4 \text{ 甲}^2 \text{ 天} + 2) - 3$,

問 19, $(\text{甲}^2 + 2 \text{ 甲 乙} + \text{乙}^2) - (\text{甲}^2 - 2 \text{ 甲 乙} + \text{乙}^2) - (-4 \text{ 甲 乙})$,

問 20, $1 - (1 - \text{天}) + (2 + \text{天}) - (1 + \text{天}^2 - \text{天})$,

問 21, $\{(\text{甲} + \text{乙}) \text{天} + 4\} - (\text{甲} - \text{乙}) \text{天} + 7$,

一式有數括號者,可遞次去之,先去其外括號或內括號,則可隨意.

如
$$\begin{aligned} & \text{甲} + \text{乙} - (\text{丙} - \text{甲} + (\text{丁} + \text{乙}) - \text{丙} + 2 \text{ 乙} - \text{丁}) \\ &= \text{甲} + \text{乙} - (\text{丙} + \text{甲} - (\text{丁} + \text{乙}) + \text{丙} - 2 \text{ 乙} + \text{丁}) \\ &= \text{甲} + \text{乙} - \text{丙} + \text{甲} - \text{丁} - \text{乙} + \text{丙} - 2 \text{ 乙} + \text{丁} \end{aligned}$$

$$= 2\text{甲} - 2\text{乙}$$

試將下諸式變爲最簡、

問 22、 $2\text{甲} - (2\text{乙} - \text{丁}) - \{ \text{甲} - \text{乙} - (2\text{丙} - 2\text{丁}) \}$,

問 23、 $2\text{甲} - [3\text{乙} + (2\text{乙} - \text{丙}) - 4\text{丙} + \{ 2\text{甲} - (3\text{乙} - \text{丙} - 2\text{乙}) \}]$,

問 24、 $2\text{甲} - [2\text{甲} - \{ 2\text{甲} - (2\text{甲} - 2\text{甲} - \text{甲}) \}]$,

問 25、 $\text{天}^2 - \{ 5\text{寅丙}^2 - [\text{天}^2 - (3\text{丙} - 3\text{寅丙}^2) + 3\text{丙} - (\text{天}^2 - 2\text{寅丙}^2 - \text{丙})] \}$,

問 26、 $\text{甲} - \text{乙} - \text{丙} - (\text{丁} + 2\text{甲} + [3\text{乙} - 2\text{丙} + \text{丁}] - 4\text{甲} - 2\text{乙})$,

問 27、 $\text{天}^2 + 2\text{地} - (\text{天}^3 + [2\text{地} + 3\text{天}^2 - 4\text{天}^3] - 6\text{地} + 3\text{天}^2) + 4\text{天}^3$,

問 28、 $-(\text{天}^2\text{地} + 2\text{地} - 3) - (\text{天}^2\text{地} - [6\text{地} + 7 - 3\text{天}^2\text{地}] + 9)$,

問 29、 $\text{甲乙} + \text{乙丙} - (3\text{甲乙} + [3\text{乙丙} + 2\text{乙丁} - 3\text{甲乙}] + 2\text{乙丁}) - 6\text{丙}$,

問 30、 $-\{ 3\text{甲天} - [2\text{天地} + 3\text{人}] + \text{人} -$

(4 天地 + [3 甲天 + 6 人] + 3 人)},

問 31, 天 - [-{-(-天) + 天} - 2 天],

問 32, 地² - (丙² + 天²) - [地² - {-(-天² + 地²)}],

問 33, (甲 - 乙) - {-甲 - (乙 - 甲) + (甲 - 乙)},

問 34, 3 甲 - (2 甲 + 1) + {甲 - (3 - 4 - 甲)},

問 35, - 7 - [-{-甲 - (-甲 - 甲 - 3)}],

問 36, (天² + 1) - [甲天 - {-(-2 甲天 + 7) - 甲天 - 天² - 7} + 2 天²],

52. 遷項

問 1, 如 天 - 5 = 20, 則天之同數若干,

問 2, 如 天 + 5 = 20, 則天之同數若干,

問 3, 在方程 天 - 5 = 20 內求天之同數,

則將 5 如何處置, 在方程 天 = 20 + 5 內其 5 之號與其前方程內之號相比何如,

問 4, 在方程 天 + 5 = 20 內求天之同數,

將 5 如何處置, 在方程 天 = 20 - 5

內, 其 5 之號與其前方程內之號, 如何不

同,

問 5, 將 5 自方程之此端移至彼端,其號有何改變,

問 6, 一數或幾何自方程之彼端移至此端,其號宜有何變,

問 7, 如以 5 加於方程 $2 + 3 = 5$ 之此端,則彼端必如何處置,方仍相等,

問 8, 如以 5 自方程 $2 + 3 = 5$ 之此端減去,則彼端必如何處置,方仍相等,

問 9, 如方程 $2 + 3 = 5$ 之此端,以 5 除之,則彼端如何處置,方仍相等,

問 10, 如方程 $2 + 3 = 5$ 之此端,以 5 乘之,則彼端如何處置,方仍相等,

問 11, 如方程 $7 + 9 = 16$ 之此端成平方,或開平方根,則彼端必如何處置,方仍相等,

問 12, 是則凡方程之二端必如何處置之,方不失其互等,

53, 方程之二端 卽其等號二旁之二

段也。

54. 上端在等號之左或上,
 55. 下端在等號之右或下,
 56. 遷項即自此端內移一項至彼端也,
 57. 自理者,無庸證驗之真理也,

自理一 凡各物俱等於一物,則此各物互等,

二 等度加等度,其和必等,

三 等度減等度,其餘必等,

四 等度乘等度,其合必等,

五 等度除等度,其得數必等,

六 等幾何之等次方必等,

七 等幾何之等次根必等,

58. 總理 方程之任一項自此端遷至彼端祇變其號,自正爲負,自負爲正即可。

方 程 與 問 題

59. 問 1, $2\text{天} - 3 = \text{天} + 6$, 求天之同數,

草 算

$$\begin{array}{r}
 2\text{天} - 3 = \text{天} + 6 \\
 + 3 = + 3 \\
 \hline
 2\text{天} = \text{天} + 9 \\
 \text{天} = \text{天} \\
 \hline
 \text{天} = 9
 \end{array}$$

又

$$\begin{array}{r}
 2\text{天} - 3 = \text{天} + 6 \\
 2\text{天} - \text{天} = 6 + 3 \\
 \text{天} = 9
 \end{array}$$

釋曰此方程之二端俱有未知幾何與已知幾何雜糅故求天之同數必先將未知幾何集於此端已知幾何集於彼端上端內有 -3 可於二端加 3 使之消去(自理二)得方程爲 $2\text{天} = \text{天} + 9$ 、
 下端內有 天 可於二端各減 天 以消去之(自理二)得方程爲 $\text{天} = 9$ 、

又釋曰按總理一項自此端遷至彼端必改其號故 -3 可遷至下端而改爲 $+3$ 、又 天 可遷至上端而改爲負 天 得方程爲 $2\text{天} - \text{天} = 6 + 3$ 、并合諸項得 $\text{天} = 9$ 、

覆驗得式之合否可以天之同數代入原方程之二端如二端等則未知幾何之同數不誤如本題以 9 代原方程二端內之 天 則變爲 $18 - 3 = 9 + 6$ 、即 $15 = 15$ 、故天之同數誠爲 9 、

法術 遷方程之項使未知幾何盡居上端已知幾何盡居下端、
 并合相似之項而以未知幾何之係數除

方程之二端，

覆驗法 用未知幾何之同數代入原方程，如二端之數相等，則所得未知幾何之同數不誤。

一 相同之項而有同號，居方程之二端，則可互消。

二 方程之諸項一齊改號，則二端仍復相等。

試選下列諸方程之項，而求天之同數。

問 2, $\text{天} + 3 = 7,$

問 3, $2 \text{天} - 4 = 12,$

問 4, $2 \text{天} - 10 = 14,$

問 5, $3 \text{天} + 7 = 28,$

問 6, $3 \text{天} - 5 = 25,$

問 7, $7 \text{天} - 3 = 25,$

問 8, $9 \text{天} + 6 = 24,$

問 9, $8 \text{天} - 13 = 27,$

問 10, $7 \text{天} + 5 = 26,$

問 11, $10 \text{天} - 5 = 35,$

問 12, $12 \text{天} + 6 = 30,$

問 13, $13 \text{天} - 4 = 35,$

- 問 14, $2 \text{ 天} + 2 = 6 + \text{天}$,
問 15, $3 \text{ 天} - 4 = 6 + \text{天}$,
問 16, $3 \text{ 天} + 5 = 11 - \text{天}$,
問 17, $4 \text{ 天} + 2 = 3 \text{ 天} + 8$,
問 18, $4 \text{ 天} - 11 = 9 - \text{天}$,
問 19, $4 \text{ 天} + 3 = 3 \text{ 天} + 10$,
問 20, $7 \text{ 天} - 5 = 19 + 4 \text{ 天}$,
問 21, $9 \text{ 天} - 3 = 30 - 2 \text{ 天}$,
問 22, $2 \text{ 天} + 35 = 5 \text{ 天} + 2$,
問 23, $3 \text{ 天} - 15 + 24 = 25 - 10$,
問 24, $4 \text{ 天} + 13 + 38 = 10 \text{ 天} - 3 \text{ 天}$,
問 25, $3 \text{ 天} - 6 = \text{天} + 14 - 4$,

試解左列諸問題,

- 問 26, 何數加 9, 乃等於 34,
問 27, 何數減 15, 乃等於 31,
問 28, 何數加 9, 乃等於 27,
問 29, 何數減 10, 乃等於 33,
問 30, 何數加本數二倍, 則等於 45,

- 問 31, 何數加本數三倍,乃等於 72,
- 問 32, 何數加倍,較本數多 10,
- 問 33, 何數加 10 而復倍之,則等於 44,
- 問 34, 何數倍之而加 4,則等於本數加 15,
- 問 35, 何數三倍之而減 5,則等於本數加 21,
- 問 36, 一人三日共行 71 里,次日較首日多行 3 里,第三日較次日多行 5 里,則三日各行若干,

解 設 天 = 首日所行之里數,
 則 天 + 3 = 次日所行之里數,
 而 天 + 8 = 第三日所行之里數,
 故 天 + 天 + 3 + 天 + 8 = 71,
 遷項 天 + 天 + 天 = 71 - 3 - 8,
 并合相似項 3 天 = 60,
 故 天 = 20 為首日所行之里數,
 天 + 3 = 23 為次日所行之里數,
 天 + 8 = 28 為三日所行之里數,

- 問 37, 三童共有洋八角五分,仲所有者,較

孟多一角,季所有者,較仲多 5 分,孟仲季各有若干,

問 38, 牧者有羊 3 9 5 隻,分蓄三田,次田較首田多 2 0 隻,第三田較次田多 2 5 隻,則三田各有若干隻,

問 39, 或問牛買所販之牛滿 1 0 0 頭否,買曰,若以我所販之數倍之而加 4,適為 1 0 0 頭,則其販牛若干頭,

問 40, 某富人遺產 6 9 0 0 圓,分與四子,命自幼而長,遞增 1 5 0 圓,則各得若干,

問 41, 某製造廠四年費用,共計 9 5 0 0 圓核之,知其每年遞增 2 5 0 圓,則每年費用各為若干,



代 數 學

第 四 章 乘 法



代 數 乘 法

- 60、問 1、有人每小時行 4 里，則三小時行若干里，
- 問 2、4 寅之三倍爲若干寅，其二倍爲若干寅，6 寅之 5 倍爲若干寅，
- 問 3、童子每小時採栗三升，則四小時共採若干升，3 己之 4 倍爲若干己，
- 問 4、一舟向北駛行，每小時行 6 里，以 +6 表之，則 3 小時當行若干里，且合數之前，宜冠何號，以表其駛行方向，
- 問 5、三倍 + 6 則爲若干，三倍 + 6 甲，二倍 + 5 乙，3 倍 + 7 丙，4 倍 +

3 甲²,各爲若干,

問 6, 正幾何爲正幾何所乘,其合數當有何號,

問 7, 一舟向南駛行,每小時行 5 里,以一 5 表之,則 4 小時當行若干里,且合數之前,當冠何號,以表其行向,

問 8, 4 倍 - 5 寅,則爲若干一寅, 3 倍 - 6 寅, 5 倍 - 4 乙, 6 倍 - 3 天,各爲若干,

問 9, 負幾何以正幾何乘之,則其合數當有何號,

問 10, 4 × 5 之合,與 5 × 4 之合,相比何如,如生數爲虛數,則其乘時之次序雖變,於合數亦有關係乎,是則 - 4 × + 3,與 + 3 × - 4,又 - 5 天 × + 7,與 + 7 × - 5 天之合爲何,

問 11, 正幾何爲負幾何所乘,其合數當爲何號,

問 12, - 3 × 6 之合若干,

- 問 13, 既 -3×6 爲 -18 , 設 -3 爲 6
 -2 所乘, 則 -18 必減去 -3 若干次,
乃得其答,
- 問 14, 如爲減法, 則自 -18 減去 -6 時,
其餘數當有何號,
- 問 15, -5×4 之合若干,
- 問 16, 既 -5×4 爲 -20 , 設 -5 爲 4
 -3 所乘, 則 -20 必減 -5 若干次, 乃
得其答, 如其爲減法, 則自 -20 減去 -15 時, 其餘數當有何號,
- 問 17, 按前所得, 知 -3 爲 -2 所乘, 則得
 $+6$, 又 -5×-3 , 則得 $+15$, 由此可
推負幾何爲負幾何所乘, 其合數當有何
號,
- 問 18, 何爲指數, 指數所表何意, 如 5^3
之 3 字表何意, 又 $甲^5$ 之 5 字表何意,
- 問 19, $甲^3$ 爲 $甲^2$ 所乘, 則 $甲$ 共爲生若干次, 又
 $甲^2$ 爲 $甲^5$ 所乘, $甲$ 共爲生若干次,
- 問 20, 是則一幾何在相乘時, 如何可由所

乘幾何之指數,而定其當爲生若干次,

問 21, 合數內幾何之指數,何法定之,

問 22, 試以 2 甲乘 3 甲², 合之係數,如何
由生之係數得之,

61, 乘法者,按此幾何之準箇數而得彼幾
何之倍數也,

62, 實者,被乘之幾何也,

63, 法者,表明實當爲若干倍之幾何也,

64, 合者,乘後所得之數也,

65, 實與法同稱爲合數之二生數,

66, 乘號 (見 1 3 節)

67, 總理 (一) 生數如俱爲虛設數,則可
任取其一爲法式,

(二) 二項同號,其合之號爲正,異號,其合
之號爲負,

(三) 合式各項之係數等於生數係數之
合,

(四) 合式內幾何之指數,等於其生數內
指數之和,

68. 總理所云合式各項之號可以下法明之,

$$+甲 \times +乙 = +甲乙,$$

$$-甲 \times +乙 = -甲乙,$$

$$+甲 \times -乙 = -甲乙,$$

$$-甲 \times -乙 = +甲乙,$$

69. 法爲獨項式而相乘

問 1, 2 甲³天²地 乘 3 甲²天 其合式若干,

草 算

$$3 甲^2 天$$

$$2 甲^3 天^2 地$$

$$6 甲^5 天^3 地$$

釋曰、法數之生爲²、甲³、天²、地、故必以之遞乘實式、2 倍 3 甲²天 = 6 甲²天、甲³乘 6 甲²天 = 6 甲⁵天(總理四)、天²乘 6 甲⁵天 = 6 甲⁵天³(總理四)、地乘 6 甲⁵天³ = 6 甲⁵天³地、蓋元幾何相乘則可連綴書之、無庸乘號也、

又釋曰、合式之係數、可以 3 × 2 得之(總理三)、元幾何相乘、祇需其指數相加而已(總理四)、故合式爲 6 甲⁵天³地、

問 2, - 3 乙 乘 2 甲 - 乙² 其合式若干,

草 算

$$2 甲 - 乙^2$$

$$- 3 乙$$

$$- 6 甲乙 + 3 乙^3$$

釋曰、2 甲爲 - 3 乙所乘、即 2 甲倍 - 3 乙(總理一)、得合式爲 - 6 甲乙、但全實爲 2 甲 - 乙²、故乙²爲 - 3 乙所乘之合式必當自 - 6 甲乙減去、乙²爲 - 3 乙所乘其

合式爲 $-3乙^3$ 自 $-6甲乙$ 減去, 即得全合式爲 $-6甲乙 + 3乙^3$,

又釋曰, $2甲$ 與 $-3乙$ 之號不同, 故合式之號爲負 (總理二), 又 $-乙^2$ 與 $-3乙$ 之號相同, 故其合式之號爲正 (總理二), 故合式爲 $-6甲乙 + 3乙^3$,

法術 實之各項以法一一乘之, 其法如左, 於數係之合數後綴以爲生之諸元, 其新指數, 各等於其於法實二指數之和, 合式諸項之號, 如生同號則爲正, 異號則爲負,

問 3,	問 4,	問 5,	問 6,	問 7,	問 8,
$- 8$	4	$7 甲$	$- 3 天$	$4 天$	$3 天^2$
3	$- 3$	3	4	$- 5$	$2 天^4$

問 9,	問 10,	問 11,	問 12,
$3 天^3$	$4 天^3地$	$3 天^2地^2$	$- 4 天寅地$
$2 天^4$	$2 天^2地$	$2 天^3地^4$	$3 天^2寅地^2$

問 13,	問 14,	問 15,	問 16,
$- 1 0 天地人^2$	$- 2 天^3地^2人^2$	$- 4 甲^2乙$	$6 甲乙天^2$
$4 天^2地^4人$	$- 8 天地人$	$5 甲乙^2$	$- 4 甲^2乙^2天$

問 17,	問 18,	問 19,	問 20,
- 2 天 ² 地 ²	- 5 甲 ³ 乙 ² 天地	- 3 丙 ² 丁地	4 甲天 ³ 地
- 2 天 ³ 地	- 3 甲 ³ 乙 ² 天地	4 丙 ² 丁	- 5 天 ² 地 ³

問 21,	問 22,	問 23,	問 24,
5 甲 ² 天 ² 地 ³	- 4 天 ² 地	- 6 天 ² 地 ² 人 ²	4 甲 ² 天 ² 地 ²
- 3 甲 ² 天 ⁴ 人	5 天地 ³ 人	- 4 天 ² 地 ²	- 3 地 ² 人 ²

問 25,	問 26,	問 27,	問 28,
5 甲天 ² 地 (天+地)	4 (甲+乙)	- 5 (地+人)	
- 3 乙天 ² 人	2	- 3	- 3 (地+人)

問 29,	問 30,	問 31,	問 32,
(甲 - 乙) ³	2 (丙+丁) ²	2 (天+地+人) ⁴	3 天 ³
3 (甲-乙) ³	3 (丙+丁) ³	- 5 (天+地+人) ³	4 天 ³

問 33,	問 34,	問 35,	問 36,
4 甲 ³	- 5 甲天	2 甲天 ²	3 甲 ² 天 ²
- 5 甲 ²	3 甲 ² 天 ²	4 甲天 ²	- 5 甲 ² 天 ³

問 37,	問 38,
- 4 天 ² 地 ²	3 天 ² -1
- 5 天 ² 地 ²	- 5 天 ² -3

求下諸問之合式，

- 問 39, $3 \text{ 地乘天}^2 - 2 \text{ 地}$ ，
 問 40, $2 \text{ 人乘天}^2 \text{地} - 2 \text{ 人}$ ，
 問 41, $3 \text{ 天地乘} 4 \text{ 天}^2 - 2 \text{ 天地}$ ，
 問 42, $2 \text{ 天}^2 \text{地乘} - 3 \text{ 天}^2 - 2 \text{ 地}^2$ ，
 問 43, $- 4 \text{ 天}^2 \text{人}^2 \text{乘} 4 \text{ 天}^2 \text{地}^2 + 2 \text{ 人}^2$ ，
 問 44, $3 \text{ 天地人乘} 3 \text{ 天}^2 \text{地}^2 - \text{地}^2 \text{人}$ ，
 問 45, $\text{天地乘} 4 \text{ 天}^3 + 2 \text{ 地} + 3 \text{ 人}$ ，
 問 46, $2 \text{ 天人乘} 3 \text{ 天}^2 \text{地} + \text{地} - 3 \text{ 天人}$ ，
 問 47, $3 \text{ 天地}^3 \text{乘} 6 \text{ 天}^2 \text{地}^2 + 4 \text{ 地}^2$ ，
 問 48, $3 \text{ 甲丙丁乘} 4 \text{ 甲乙} - 3 \text{ 甲丙}$ ，
 問 49, $- 5 \text{ 甲丙天乘} 5 \text{ 甲丙} - 6 \text{ 甲天}$ ，
 問 50, $- 4 \text{ 甲乙丙丁乘} 5 \text{ 甲乙丙} - 3 \text{ 甲}$
 丙丁 ，
 問 51, $- 2 \text{ 甲天}^2 \text{乘} 3 \text{ 甲}^2 \text{天地} - 2 \text{ 甲}^2 \text{乙丙}$ ，
 問 52, $2 \text{ 天}^2 \text{地人乘} 3 \text{ 天地} + 7 \text{ 人}$ ，
 問 53, $3 \text{ 乙丙}^2 \text{乘} 4 \text{ 甲乙}^2 - 3 \text{ 丙}^2$ ，
 問 54, $3 \text{ 甲}^2 \text{天}^2 \text{乘} 5 \text{ 甲}^2 \text{天}^3 - 4 \text{ 甲天}^2$ ，
 問 55, $5 \text{ 天}^7 \text{地}^2 \text{乘} 4 \text{ 天}^4 \text{地} + 5 \text{ 地}^2$ ，

- 問 56, $3 \text{ 甲}^2 \text{ 天} \text{ 乘 } 6 \text{ 甲}^2 \text{ 天} - 9 \text{ 甲} \text{ 天}^2,$
 問 57, $3 \text{ 甲}^{2n} \text{ 甲} \text{ 天} \text{ 乘 } 2 \text{ 甲}^5 \text{ 天}^2 - 3 \text{ 甲} \text{ 天}^n,$
 問 58, $5 \text{ 丁} \text{ 地}^2 \text{ 乘 } 7 \text{ 甲}^2 \text{ 乙} \text{ 丙}^2 + 4 \text{ 丁} \text{ 天},$
 問 59, $\frac{3}{4} \text{ 甲}^3 \text{ 天}^2 \text{ 乘 } \frac{1}{3} \text{ 甲}^2 \text{ 天}^4 - \frac{3}{5} \text{ 甲} \text{ 天},$
 問 60, $7 \text{ 甲}^m \text{ 乙}^n \text{ 乘 } 2 \text{ 甲}^n \text{ 乙} + 3 \text{ 甲} \text{ 乙}^3,$

70, 法爲多項式而相乘

問 1, 試以 $2 \text{ 天} + \text{地}$ 乘 $\text{天} - 2 \text{ 地},$

算 草

$$\begin{array}{r} \text{天} - 2 \text{ 地} \\ 2 \text{ 天} + \text{地} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \text{ 天} \text{ 倍}(\text{天} - 2 \text{ 地}) = 2 \text{ 天}^2 - 4 \text{ 天地}$$

$$\text{地} \text{ 倍}(\text{天} - 2 \text{ 地}) = \text{天地} - 2 \text{ 地}^2$$

$$(2 \text{ 天} + \text{地}) \text{ 倍}(\text{天} - 2 \text{ 地}) = 2 \text{ 天}^2 - 3 \text{ 天地} - 2 \text{ 地}^2$$

法術 以法之各項一一乘實之各項, 將合數和之, 得總合數,

問 2,

$$\begin{array}{r} \text{甲} \text{ 乙} + 2 \text{ 丙} \\ 2 \text{ 甲} \text{ 乙} - 3 \text{ 丙} \\ \hline 2 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 + 4 \text{ 甲} \text{ 乙} \text{ 丙} \\ - 3 \text{ 甲} \text{ 乙} \text{ 丙} - 6 \text{ 丙}^2 \\ \hline 2 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 + \text{甲} \text{ 乙} \text{ 丙} - 6 \text{ 丙}^2 \end{array}$$

問 3,

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 天}^2 - \text{甲} \text{ 天地} \\ 2 \text{ 天}^2 + 3 \text{ 甲} \text{ 天地} \\ \hline 6 \text{ 天}^4 - 2 \text{ 甲} \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ + 9 \text{ 甲} \text{ 天}^3 \text{ 地} - 3 \text{ 甲}^2 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 \\ \hline 6 \text{ 天}^4 + 7 \text{ 甲} \text{ 天}^3 \text{ 地} - 3 \text{ 甲}^2 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 \end{array}$$

求下諸問之合式，

- 問 4, 天 - 地乘天 + 地,
- 問 5, 甲 + 3 丙乘 3 甲 + 丙,
- 問 6, 3 甲 - 3 乙乘 4 甲 - 2 乙,
- 問 7, 3 地 - 4 人乘 2 地 + 3 人,
- 問 8, 2 天 + 2 地乘 2 天 + 地,
- 問 9, 3 天 - 4 地乘 3 天 - 4 地,
- 問 10, 3 甲 - 7 丙乘 5 甲 + 2 丙,
- 問 11, 甲天 + 乙地乘甲天 + 乙地,
- 問 12, 2 甲丙 - 3 乙丙乘 2 甲丙 + 3 乙丙,
- 問 13, 2 乙丁 + 3 乙丙乘 3 乙丁 - 4 乙丙,
- 問 14, $2 \text{天}^2 \text{地}^2 + 3 \text{人}^2$ 乘 $2 \text{天}^2 \text{地}^2 - 4 \text{人}^2$,
- 問 15, $2 \text{天地}^2 + \text{人}$ 乘 $3 \text{天}^2 \text{人}^2 + 2 \text{地}$,
- 問 16, $2 \text{甲乙} + 2 \text{乙丙}^2$ 乘 $4 \text{甲乙}^2 + 3 \text{乙丙}^2$,
- 問 17, $5 \text{天地}^3 - 2 \text{甲天}$ 乘 $5 \text{天}^3 \text{地} - 3 \text{甲天}$,
- 問 18, 甲 + 乙乘 $\text{甲}^2 + 2 \text{甲乙} + \text{乙}^2$,
- 問 19, 天 + 2 乘 $\text{天}^2 + 4 \text{天} + 4$,
- 問 20, 甲 - 地乘 $\text{甲}^2 + \text{甲地} - \text{地}^2$,
- 問 21, 3 甲 - 3 乙乘 $2 \text{甲}^2 + \text{甲乙} - 2 \text{乙}^2$,

問 22, $甲^2 - 1$ 乘 $甲^6 + 甲^4 + 甲^2$,

問 23, $天^2 - 地^2$ 乘 $天^4 + 天^2地^2 + 地^4$,

問 24, $3 天 + 2 地 - 5 人$ 乘 $2 天 - 3 地 + 4 人$,

問 25, $3 甲^2 - 2 甲乙 + 5 丙^2$ 乘 $2 甲^2 + 5 甲乙 - 3 丙^2$,

問 26, $7 天^2 - 2 天地 - 3 地^2$ 乘 $3 天^2 - 4 天地 + 5 地^2$,

問 27, $1 - 2 天 + 2 天^2$ 乘 $1 - 3 天 + 3 天^2$,

問 28, $甲^2 - 甲天 + 天^2$ 乘 $甲^2 + 甲天 + 天^2$,

問 29, $天 + 地 - 2 人$ 乘 $天 + 2 地 - 人$,

問 30, $甲寅 - 乙寅$ 乘 $甲寅 + 乙寅$,

問 31, $天卯 + 地卯$ 乘 $天卯 + 地卯$,

問 32, $天卯 + 地卯$ 乘 $天寅 + 地寅$,

問 33, $天寅 + 卯 + 地寅 + 卯$ 乘 $天寅 + 卯 + 地寅 + 卯$,

問 34, $甲寅 - 卯 - 乙寅 - 卯$ 乘 $甲寅 - 卯 + 乙寅 - 卯$,

多項式相乘,往往以括弧括之,以表其意,如相乘而得其合式,曰展括弧式,

試展下諸問之括弧式,

- 問 35, $(\text{天} + \text{地})(\text{天} + \text{地}),$
- 問 36, $(2\text{天} - \text{地})(2\text{天} - \text{地}),$
- 問 37, $(3\text{天} - 4\text{地})(3\text{天} + 4\text{地}),$
- 問 38, $(4\text{天} + 6\text{地})(4\text{天} - 6\text{地}),$
- 問 39, $(3\text{甲天} + 2\text{地})(3\text{甲天} + 2\text{人}),$
- 問 40, $(2\text{天} - 4\text{天地})(2\text{天} - 2\text{人}),$
- 問 41, $(3\text{甲}^2 - 2\text{乙丙})(3\text{甲}^2 + 2\text{乙丙}),$
- 問 42, $(\text{甲}^2 + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙}^2),$
- 問 43, $(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙})(\text{甲} - \text{乙} - \text{丙}),$
- 問 44, $(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙}),$
- 問 45, $(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} + \text{乙}),$
- 問 46, $(\text{天}^2 + 2\text{天} + 1)(\text{天}^2 - 2\text{天} + 1),$
- 問 47, $(\text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2)(\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2),$
- 問 48, $(1 + \text{甲})(1 - \text{甲})(1 + \text{甲})(1 + \text{甲}),$
- 問 49, $(\text{天}^2 - \text{地}^2)(\text{天}^2 - \text{地}^2)(\text{天}^2 - \text{地}^2)(\text{天}^2 - \text{地}),$
- 問 50, $(\text{甲}^2 + \text{乙}^2)(\text{甲}^2 - \text{乙}^2)(\text{甲}^4 - \text{乙}^4)(\text{甲}^8 - \text{乙}^8),$
- 問 51, $(\text{甲}^2\text{乙}^2 + \text{乙}^2)(\text{甲}^2\text{乙}^2 - \text{乙}^2)(\text{甲}^4\text{乙}^4 - \text{乙}^4)$
 $(\text{甲}^8\text{乙}^8 - \text{乙}^8),$

問 52, $(天 + 地 - 人)(天 - 地 + 人)(地 - 天 + 人)(天 + 地 + 人)$,

問 53, $(1 - 天)(1 + 天)(1 + 天^2)(1 + 天^4)(1 + 天^8)$,

問 54, $(2天 - 3)(2天 + 3)(4天^3 + 9)$,

問 55, $(8地^E - 3地^{2E})(8地^E + 3地^{2E})$,

問 56, $(寅^5 - 寅^2卯 + 寅^3卯^2 - 寅^2卯^3 + 寅卯^2 + 卯^5)(寅^2 + 卯^2)$

求下諸問之合,

問 57, $天^2 - 4天 - 10$ 乘 $天^3 + 3天^2 - 5天 + 20$,

問 58, $4 - 3天 + 2天^2$ 乘 $天^2 - 2天^4 + 2天^3 + 3天$,

問 59, $甲 + 乙 - 1$ 乘 $甲^2 - 甲乙 + 乙^2 + 甲 + 乙 + 1$,

問 60, $天^2 - 天 + 1$ 乘 $天^4 - 2天^3 - 天^2 + 2天 + 1$,

問 61, $寅^2 - 寅巳 + 巳^2$ 乘 $3寅^3 - 2寅^2巳 + 3寅巳^2 - 巳^3$,

- 問 62, 甲 + 2 乙 - 3 丙 乘 甲 - 2 乙 + 3 丙,
- 問 63, 甲² - 乙 - 丙 乘 甲² + 乙 - 2 丙,
- 問 64, 寅² - 2 寅卯 + 卯² - 巳² 乘 寅² + 2 寅卯 + 卯² + 巳²,
- 問 65, 未² + 2 未酉 + 酉² 乘 未² - 2 未酉 - 酉²,
- 問 66, 寅 - 卯 乘 寅^{巳-1} - 卯^{巳-1},
- 問 67, 天^{巳+2}丙 - 地^{巳+3}丙⁻² 乘 天^{巳+2}丙⁻² - 天^{巳-2}丙⁻³地^{巳-3}丙⁺² + 地²巳⁺⁴丙⁻³,
- 問 68, 天^{1-甲} - 地^{1-乙} 乘 天^{甲-1} - 天^甲地^乙 + 地^{乙-1},
- 問 69, 丙^巳 - 丁^午 乘 丙²巳 + 丙^巳丁^午 + 丁²午,
- 問 70, 甲² - 乙² + 丙² - 丁² 乘 甲² + 乙² + 丙² + 丁²,
- 問 71, 甲^卯 + 乙^卯 乘 甲^寅 + 乙^寅,
- 問 72, 天² - 地² 乘 天² - 2 天地 + 地²,
- 問 73, 甲 + 地 乘 甲⁴ - 甲³地 + 甲²地² - 甲地³ + 地⁴,

方 程 與 問 題

- 問 1, $5(天 - 3) = 2(天 + 3) + 3$, 求天

之同數，

算 草

乘之遷項并合

$$5(\text{天} - 3) = 2(\text{天} + 3) + 3$$

$$5 \text{ 天} - 15 = 2 \text{ 天} + 6 + 3$$

$$5 \text{ 天} - 2 \text{ 天} = 15 + 6 + 3$$

$$3 \text{ 天} = 24$$

$$\text{天} = 8$$

釋曰：既方程之二端各有一項表相乘之意，則求天之同數時，必先乘之。

次以未知幾何遷居上端，已知幾何遷居下端，且并

合相似項而得天之同數。

求下諸問內天之同數，並覆驗其得數。

問 2, $3(2 \text{ 天} - 5) = 21,$

問 3, $4 + 3(3 \text{ 天} - 7) = 19,$

問 4, $3(4 \text{ 天} + 7) + 5 = 50,$

問 5, $5 \text{ 天} + 3(2 - \text{天}) = 40,$

問 6, $6 \text{ 天} + 3(4 \text{ 天} + 3) = 41,$

問 7, $5(\text{天} + 6) = 2(\text{天} + 3) + 30,$

問 8, $3(2 \text{ 天} - 4) = 4(\text{天} - 5) + 32,$

問 9, $3(\text{天} + 2) = 4(\text{天} - 2) + 15,$

問 10, $3 \text{ 天} - 2(\text{天} + 1) = 13 - 7,$

問 11, $5 \text{ 天} - 3(\text{天} - 4) = 4 \text{ 天} + 7,$

問 12, $4(\text{天} - 5) - 3(\text{天} + 6) = 0,$

問 13, $(2 + \text{天})(\text{天} + 3) = \text{天}^2 + 2\text{天} + 18,$

問 14, $5(2\text{天} - 2) = 27 + 3(2\text{天} + 1),$

問 15, $10(\text{天} - 5) = (\text{天} + 1) + 5(\text{天} + 1),$

問 16, $5(\text{天} + 3) - 2(2\text{天} - 7) = 3(\text{天} - 7),$

問 17, $3 + 7(\text{天} - 2) - 4(2\text{天} - 7) = 16 + (\text{天} - 2),$

問 18, $6\text{天} = 15 + 3(\text{天} - 3) - 3(\text{天} - 10),$

問 19, $19 = 2(4 - \text{天}) + 5(7 + 2\text{天}) - 48,$

問 20, $2\text{天} + 3(6\text{天} - 5) - 5 = \text{天} - 1,$

問 21, $3(\text{天} - 7) = 14 + 2(\text{天} - 10) + 2,$

解下列諸題,且覆驗得數之果否無誤,

問 22, 今有二數之和為 40, 乙數等於甲數加 5 而復自倍, 問各為若干,

解 設天為甲數,

則 $2(\text{天} + 5)$ 為乙數,

而 $\text{天} + 2(\text{天} + 5) = 40,$

$\text{天} + 2\text{天} + 10 = 40,$

$3\text{天} = 30,$

$\text{天} = 10,$ 為甲數,

$2(10 + 5) = 30,$ 為乙數,

- 問 23、何數與其加 2, 復三倍之數, 併為 22,
- 問 24、甲乙二人之歲數, 共為 20, 如乙小五歲, 則甲之年數適可倍於乙, 二人各年若干,
- 問 25、二童共有洋 21 分, 如長童少 5 分, 則幼童所有正三倍於長童, 各有若干,
- 問 26、二人相對而行, 合行 55 里, 每小時各走 5 里, 迨相遇時, 一人多走三小時, 則二人各走若干里,
- 問 27、甲乙丙三人各有銀圓, 甲之數倍於乙, 乙之數倍於丙, 甲與乙各失 10 圓, 丙增 5 圓, 則甲與乙之較, 適與丙所有等, 問三人原有各若干圓,
- 問 28、農人力田二方, 共 50 畝, 如增多 10 畝於小田, 則適為大田之半, 問二田各為若干畝,
- 問 29、二商同時經營, 甲商之資本倍於乙商, 一年後, 甲盈 500 圓, 乙虧 300 圓, 時甲之所有者正為乙之三倍, 則二商原有資

本若干圓。

問 30, 一人欲購乳油,若至肆中,見二器貯油,一較所需者少 6 斤,一多 14 斤,如三倍首器之斤數,正等次器斤數二倍,則是人欲購乳油若干,各器所貯若干,

問 31, 童子十人合置自行車,言明均攤車資,但有四人力不能出,故餘人各多付洋 8 圓,則車值若干,

問 32, 甲乙二人自二村同時對面起行,相距 49 里,甲每小時走 4 里,途中休息二小時,乙每小時走 5 里,途中休息 3 小時,則二人相遇時各行路若干里,

問 33, 一人買香蕉十三斤,共付洋 350 圓,一種每斤值二角五分,一種每斤值三角,則二種各有若干斤,

問 34, 甲之年三倍於乙,八年之前,則七倍之,問二人今年各為若干歲,

乘 法 特 式

72, 二幾何和之平方,

$$(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙}) = \text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2,$$

$$(\text{天} + \text{地})(\text{天} + \text{地}) = \text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2,$$

問 1, 幾何自乘則成何次方,

問 2, 諸幾何平方之諸項何以得之,

問 3, 諸項各有何號,

73, 總理 二幾何和之平方, 等於首幾何之平方, 加首次二幾何合數之倍, 又加次幾何之平方, 夫 $\text{甲}^2 \text{乘} \text{甲}^2 = \text{甲}^4$, 又 $\text{甲}^3 \text{乘} \text{甲}^3 = \text{甲}^6$, 又 $\text{甲}^4 \text{乘} \text{甲}^4 = \text{甲}^8$, 故可見凡幾何平方之指數爲其原指數之倍,

試求下諸式之合或其平方,

問 1, $(\text{丙} + \text{丁})(\text{丙} + \text{丁})$,

問 2, $(\text{寅} + \text{卯})(\text{寅} + \text{卯})$,

問 3, $(\text{未} + \text{申})(\text{未} + \text{申})$,

問 4, $(\text{天} + 2)(\text{天} + 2)$,

問 5, $(\text{甲} + 3)(\text{甲} + 3)$,

問 6, $(3\text{甲} + \text{天})(3\text{甲} + \text{天})$,

問 7, $(2\text{乙} + \text{丙})(2\text{乙} + \text{丙})$,

問 8, $(2\text{地} + 1)(2\text{地} + 1)$,

- 問 9, (寅 + 2卯)(寅 + 2卯),
 問 10, (2丙 + 2丁)(2丙 + 2丁),
 問 11, (2天 + 3)(2天 + 3),
 問 12, 2天 + 4地之平方,
 問 13, 3甲 + 2乙之平方,
 問 14, 天² + 地²之平方,
 問 15, 4天 + 3地之平方,
 問 16, 3巳 + 2午之平方,
 問 17, 2天² + 5地²之平方,
 問 18, 2地³ + 3天³之平方,
 問 19, 天^卯 + 地^卯之平方,
 問 20, 天^卯 + 地^卯之平方,
 問 21, 天^{巳-午} + 地^巳之平方,
 問 22, 天^{寅+卯} + 地^卯之平方,
 問 23, 求 3 1 之平方,

解 $31 = 30 + 1,$

$$31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 961,$$

求下諸數之平方,

- 問 24, 2 2, 問 25, 2 3,

- | | | | |
|-------|-----------------------|-------|--------|
| 問 26, | 4 1, | 問 27, | 5 2, |
| 問 28, | 7 1, | 問 29, | 8 2, |
| 問 30, | 9 1, | 問 31, | 1 0 1, |
| 問 32, | 1 0 3, | 問 33, | 2 0 2, |
| 問 34, | 2 0 7, | 問 35, | 3 0 3, |
| 問 36, | 求 $4\frac{1}{2}$ 之平方, | | |

解 $4\frac{1}{2} = 4 + \frac{1}{2}$

$$(4 + \frac{1}{2})^2 = 4^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times 4 + (\frac{1}{2})^2 = 16 + 4 + \frac{1}{4} = 20\frac{1}{4}$$

由上式可見凡數之爲一整數及分數 $\frac{1}{2}$ 者,其平方之中項,適等於整數故此等數之平方,即等於整數自乘爲首項+整數爲中項+ $\frac{1}{2}$ 之平方爲末項,是以首中二項之和恆等於整數加1而乘整數,末項恆爲 $\frac{1}{4}$,

如 $(7\frac{1}{2})^2 = 8 \times 7 + \frac{1}{4} = 56\frac{1}{4}$,

求下諸數之平方,

- | | | | |
|-------|---------------------|-------|---------------------|
| 問 37, | 5 $\frac{1}{2}$, | 問 38, | 8 $\frac{1}{2}$, |
| 問 39, | 7 $\frac{1}{2}$, | 問 40, | 1 2 $\frac{1}{2}$, |
| 問 41, | 1 0 $\frac{1}{2}$, | 問 42, | 9 $\frac{1}{2}$, |
| 問 43, | 2.5, | 問 44, | 3.5, |

- | | | | |
|-------|------|-------|------|
| 問 45, | 4.5, | 問 46, | 4 5, |
| 問 47, | 7.5, | 問 48, | 7 5, |
| 問 49, | 8.5, | 問 50, | 8 5, |
| 問 51, | 3 5, | | |

74, 二幾何較之平方

$$(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2,$$

$$(\text{天} - \text{地})(\text{天} - \text{地}) = \text{天}^2 - 2\text{天地} + \text{地}^2,$$

- 問 1, 上二幾何成平方, 何法得其各項,
 問 2, 平方數之各項以何號綴之,
 問 3, (甲 - 乙) 之平方與 (甲 + 乙) 之平方
 何異,

75, 總理 二幾何較之平方, 等於首幾何
 之平方, 減二倍首次兩幾何之合, 又加次
 幾何之平方,

求下諸式之合或平方,

- 問 1, (甲 - 丙)(甲 - 丙),
 問 2, (地 - 人)(地 - 人),
 問 3, (未 - 申)(未 - 申),
 問 4, (乙 - 丙)(乙 - 丙),

- 問 5, $(天 - 1)(天 - 1)$,
問 6, $(天 - 2地)(天 - 2地)$,
問 7, $(天 - 2地人)(天 - 2地人)$,
問 8, $(2天 - 3人)(2天 - 3人)$,
問 9, $(2甲 - 丙)(2甲 - 丙)$,
問 10, $(3地 - 2人)(3地 - 2人)$,
問 11, $(3天 - 4地)(3天 - 4地)$,
問 12, 2甲 + 2丁之平方若干,
問 13, 2未 - 3申之平方若干,
問 14, 2申 - 午之平方若干,
問 15, 3寅 - 4卯之平方若干,
問 16, 2亥 - 物之平方若干,
問 17, $2天^2 - 2地^2$ 之平方若干,
問 18, $2天 - 3$ 之平方若干,
問 19, $3甲天 - 2天^3$ 之平方若干,
問 20, $天寅 - 地卯$ 之平方若干,
問 21, $天寅 - 卯 - 地寅 + 卯$ 之平方若干,
問 22, $2天^2 - 3天卯地卯$ 之平方若干,
問 23, 求 19 之平方,

解 $19 = 20 - 1,$

$$19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2 = 361,$$

求下諸數之平方,

- | | |
|------------|------------|
| 問 24, 18, | 問 25, 29, |
| 問 26, 39, | 問 27, 38, |
| 問 28, 49, | 問 29, 48, |
| 問 30, 59, | 問 31, 58, |
| 問 32, 79, | 問 33, 78, |
| 問 34, 99, | 問 35, 98, |
| 問 36, 997, | 問 37, 998, |
| 問 38, 999, | |

76. 二幾何和較相乘

$$(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲}^2 - \text{乙}^2,$$

$$(\text{天} + \text{地})(\text{天} - \text{地}) = \text{天}^2 - \text{地}^2,$$

問 1, 合數之諸項,如何自法實得之,

問 2, 中間連以何號,

77. 總理 二幾何和較相乘,等於其平方之較,

問 1, $(\text{丙} + \text{丁})(\text{丙} - \text{丁}),$

- 問 2, $(未 + 申)(未 - 申)$,
問 3, $(寅 + 卯)(寅 - 卯)$,
問 4, $(丙 + 甲)(丙 - 甲)$,
問 5, $(天 - 1)(天 + 1)$,
問 6, $(2 - 天)(2 + 天)$,
問 7, $(丙 + 2 丁)(丙 - 2 丁)$,
問 8, $(2 天 + 3)(2 天 - 3)$,
問 9, $(3 寅 + 4 卯)(3 寅 - 4 卯)$,
問 10, $(2 天 + 5 地)(2 天 - 5 地)$,
問 11, $(甲 乙 + 丙 丁)(甲 乙 - 丙 丁)$,
問 12, $(2 天 + 4)(2 天 - 4)$,
問 13, $(2 天^2 + 地)(2 天^2 - 地)$,
問 14, $(天^2 + 地^2)(天^2 - 地^2)$,
問 15, $(天^4 - 地^4)(天^4 + 地^4)$,
問 16, $(3 亥 + 2 物)(3 亥 - 2 物)$,
問 17, $(5 天地 - 3)(5 天地 + 3)$,
問 18, $(2 甲^2 + 3 乙^3)(2 甲^2 - 3 乙^3)$,
問 19, $(3 甲 乙^2 + 5 乙 丙^2)(3 甲 乙^2 - 5 乙 丙^2)$,
問 20, $(4 天^3 地^3 + 5)(4 天^3 地^3 - 5)$,

- 問 21, $(5 \text{天寅} + 4 \text{地卯})(5 \text{天寅} - 4 \text{地卯})$,
- 問 22, $(7 \text{甲}^2 \text{地天}^3 + 6 \text{人卯})(7 \text{甲}^2 \text{地天}^3 - 6 \text{人卯})$,
- 問 23, 求 $(\text{天} + \text{地} + \text{人})(\text{天} + \text{地} - \text{人})$ 之合,
解 $\text{天} + \text{地} + \text{人} = (\text{天} + \text{地}) + \text{人}$,
 $\text{天} + \text{地} - \text{人} = (\text{天} + \text{地}) - \text{人}$,
- 按總理七十七 $((\text{天} + \text{地}) + \text{人})(\text{天} + \text{地} - \text{人}) = (\text{天} + \text{地})^2 - \text{人}^2$,
 $= \text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2 - \text{人}^2$
- 問 24, 求 $(\text{天} - \text{地} + \text{人})(\text{天} + \text{地} - \text{人})$ 之合,
解 $\text{天} - \text{地} + \text{人} = \text{天} - (\text{地} - \text{人})$ 而 $\text{天} + \text{地} - \text{人} = \text{天} + (\text{地} - \text{人})$,
求下諸合,
- 問 25, $(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙})(\text{甲} - \text{乙} - \text{丙})$,
- 問 26, $(\text{甲} - \text{乙} + \text{丙})(\text{甲} - \text{乙} - \text{丙})$,
- 問 27, $(\text{寅} + \text{卯} + \text{未})(\text{寅} - \text{卯} - \text{未})$,
- 問 28, $(\text{天}^2 + 2\text{天} + 1)(\text{天}^2 - 2\text{天} + 1)$,
- 問 29, $(\text{天} - \text{地} + 4)(4 - \text{天} + \text{地})$,
- 問 30, $(\text{天}^2 + \text{天地} + \text{地}^2)(\text{天}^2 - \text{天地} + \text{地}^2)$,
- 問 31, $(4\text{甲} + 3\text{乙} - \text{丙})(4\text{甲} - 3\text{乙} + \text{丙})$,
- 問 32, $(2\text{天} + 3\text{人} - 4)(2\text{天} + 3\text{人} + 4)$,

問 33, $(2\text{寅}^2 + \text{寅卯} + 3\text{卯}) (2\text{寅}^2 - \text{寅卯} + 3\text{卯})$,

問 34, 32×28 , 合數若干,

解 $32 = 30 + 2, \quad 28 = 30 - 2,$

$$32 \times 28 = (30 + 2) \times (30 - 2) = 900 - 4 = 896,$$

求下諸問之合數,

問 35, $19 \times 21,$

問 36, $29 \times 31,$

問 37, $33 \times 27,$

問 38, $56 \times 64,$

問 39, $74 \times 66,$

問 40, $89 \times 91,$

問 41, $78 \times 82,$

問 42, $97 \times 103,$

問 43, $34 \times 26,$

問 44, $38 \times 42,$

問 45, $57 \times 63,$

問 46, $54 \times 55,$

問 47, $99 \times 101,$

問 48, $98 \times 102,$

問 49, $96 \times 104,$

問 50, $94 \times 106,$

問 51, 97 之平方若干,

解 $(甲+乙)(甲-乙) = 甲^2 - 乙^2,$ (1)

$$(甲+乙)(甲-乙) + 乙^2 = 甲^2, \quad (2)$$

$$甲 = 97 \quad 又乙 = 3,$$

則(2)變爲 $(97 + 3)(97 - 3) + 9 = 97^2,$

$$\therefore 97^2 = 100 \times 94 + 9 = 9409,$$

問 52, 38 之平方數若干,

解 設 $甲 = 38,$ 又 $乙 = 2,$

則(2)式變爲 $(38 + 2)(38 - 2) + 4 = 38^2,$

$$\therefore 38^2 = 40 \times 36 + 4 = 1444,$$

按上法而求下諸數之平方

問 53, $19,$ 問 54, $29,$

問 55, $31,$ 問 56, $39,$

問 57, $59,$ 問 58, $49,$

問 59, $98,$ 問 60, $96,$

- | | | | |
|-------|--------|-------|--------|
| 問 61, | 9 4, | 問 62, | 7 8, |
| 問 63, | 7 9, | 問 64, | 6 8, |
| 問 65, | 1 0 3, | 問 66, | 1 0 7, |
| 問 67, | 1 1 2, | 問 68, | 9 9 7, |

試立一法術,以求右列各數之平方,而不用筆寫,

78. 兩二項式相乘

$$(\text{天} + 2)(\text{天} + 3) = \text{天}^2 + 5 \text{天} + 6,$$

$$(\text{天} + 2)(\text{天} - 3) = \text{天}^2 - \text{天} - 6,$$

$$(\text{天} - 2)(\text{天} - 3) = \text{天}^2 - 5 \text{天} + 6,$$

問 1, 各對生數之內,有若干項相似

問 2, 合之首項,如何由生數得之,

問 3, 首式合之次項,如何由生數得之,

次式合之次項 三式合之次項各如何得之,

問 4, 各式合之三項,俱用何法由生數得之,

問 5, 如何定連其諸項之號,

79. 總理 兩二項式如含一公用之項,

則其合數等於公用項之平方,及餘二項
之代數和乘公用項及餘二項之合,
求下諸問之合,

- 問 1, $(天 + 4)(天 + 3)$,
 問 2, $(天 - 5)(天 + 3)$,
 問 3, $(天 + 3)(天 - 4)$,
 問 4, $(天 - 4)(天 - 6)$,
 問 5, $(甲 + 丙)(甲 + 乙)$,
 問 6, $(甲 + 寅)(甲 + 卯)$,
 問 7, $(2天 + 4)(2天 - 5)$,
 問 8, $(3天 - 5)(3天 + 2)$,
 問 9, $(天^2 - 3)(天^2 + 7)$,
 問 10, $(天^3 - 甲)(天^3 + 2甲)$,
 問 11, $(3天 - 5)(3天 - 6)$,
 問 12, $(2甲 + 地)(2甲 + 天)$,
 問 13, $(5乙 - 丙)(5乙 + 3丙)$,
 問 14, $(3甲^2 + 2)(3甲^2 - 3)$,
 問 15, $(4丁 + 5)(4丁 + 2)$,
 問 16, $(7地 - 3)(7地 - 4)$,

- 問 17, $(3 \text{天} - 7)(3 \text{天} + 5)$,
- 問 18, $(2 \text{地} - 3)(2 \text{地} - 4)$,
- 問 19, $(4 \text{甲} + \text{乙})(4 \text{甲} + \text{丙})$,
- 問 20, $(5 \text{甲} + 2 \text{乙})(5 \text{甲} - 2 \text{丙})$,
- 問 21, $(3 \text{甲天} + 4)(3 \text{甲天} - 7)$,
- 問 22, $(2 \text{甲}^2 \text{天} + 2)(2 \text{甲}^2 \text{天} - 6)$,
- 問 23, $(2 \text{天}^2 \text{地}^3 + 4)(2 \text{天}^2 \text{地}^3 + 7)$,
- 問 24, $(3 \text{甲丙}^2 + 3)(3 \text{甲丙}^2 - 5)$,
- 問 25, $(5 \text{丙}^2 \text{丁}^3 + \text{天})(5 \text{丙}^2 \text{丁}^3 - \text{地})$,
- 問 26, $(3 \text{甲天}^3 + 4)(3 \text{甲天}^3 + 7)$,
- 問 27, $(5 \text{丙丁天} + 1)(5 \text{丙丁天} - 5)$,
- 問 28, $(4 \text{丙}^3 + \text{甲乙})(4 \text{丙}^3 - \text{丁})$,
- 問 29, $(\text{甲天} - 9)(\text{甲天} + 5)$,
- 問 30, $(2 \text{甲天} + 4)(2 \text{甲天} - \text{乙})$,
- 問 31, $(3 \text{天}^{\text{卯}} + \text{寅}^{\text{卯}})(3 \text{天}^{\text{卯}} + \text{卯}^{\text{寅}})$,
- 問 32, $(2 \text{甲丁}^2 \text{天}^3 - 10)(\text{甲丁}^2 \text{天}^3 - 3)$,

80. 多項式自乘

$$(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙})^2 = \text{甲}^2 + \text{乙}^2 + \text{丙}^2 + 2 \text{甲乙} + 2 \text{甲丙} + 2 \text{乙丙}$$

$$\begin{aligned} (\text{甲} + \text{乙} - \text{丙} + \text{丁})^2 = & \text{甲}^2 + \text{乙}^2 + \text{丙}^2 + \text{丁}^2 \\ & + 2\text{甲乙} - 2\text{甲丙} + 2\text{甲丁} - 2\text{乙丙} \\ & + 2\text{乙丁} - 2\text{丙丁}, \end{aligned}$$

問 1, 多項式之平方內,何項必成平方,

問 2, 餘諸項何以得之,

問 3, 其號何法定之,

81. 總理 多項式之平方,等於各項之平方,與各項乘其後諸項之二倍,

求下諸幾何之平方,

問 1, 天 + 地 - 人,

問 2, 天 - 地 + 人,

問 3, 甲 - 乙 - 丙,

問 4, 甲 + 乙 - 丙,

問 5, 天 + 地 + 3,

問 6, 2天 + 地 - 7,

問 7, 2天 - 地 - 人,

問 8, 3天 + 地 - 4,

問 9, 2天 + 3地 - 6,

問 10, 天 - 6地 - 5,

- 問 11, $3\text{天} - 2\text{地} + 3\text{人}$,
問 12, $\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁}$,
問 13, $\text{甲} - \text{乙} - \text{丙} - \text{丁}$,
問 14, $\text{天} + \text{地} - \text{人} - \text{丁}$,
問 15, $\text{天} + \text{地} + \text{人} + 4$,
問 16, $3\text{天} + 2\text{地} + 3\text{人} + 3$,
問 17, $2\text{天} - 3\text{地} - 2\text{人} + 5$,
問 18, $2\text{天} + 5\text{地} + \text{人} + \text{物}$,
問 19, $3\text{天} + \text{地} + 2\text{人} + 5$,
問 20, $2\text{天} + 3\text{地} - 5 + 2\text{人}$,
問 21, $3\text{天} - 7 + 2\text{地} - 5\text{人}$,
問 22, $4\text{天} - 2\text{地} - 2\text{人} + 6$,
問 23, $2\text{甲} - 3\text{乙} - 2\text{丙}$,
問 24, $4\text{甲卯} + 3\text{甲乙} + 6$,
問 25, $3\text{甲天}^2 - 2\text{乙地}^2 + 7$,
問 26, $2\text{天} + 3\text{地} - 2\text{人} + 4$,
問 27, $\text{天}^{\text{卯}} + \text{地}^{\text{卯}} + \text{人}^{\text{卯}} + \text{物}^{\text{卯}}$,
問 28, $\text{天}^{2\text{卯}} + \text{地}^{\text{卯}} - \text{人}^{3\text{卯}} - 8$,



代 數 學

第 五 章 除 法

代 數 除 法

82、問 1、 $甲^2 \times 甲^3$ 之合若干、

問 2、既 $甲^2 \times 甲^3$ 之合爲 $甲^5$ 、如 $甲^5$ 爲 $甲^2$ 所除、
則其商若干、又 $甲^5$ 爲 $甲^3$ 所除、其商若干、

商者、猶數學之得數也、

問 3、 $天^2$ 爲 $天^4$ 所乘之合若干、

問 4、 $天^6$ 爲 $天^2$ 所除、其商之指數爲何、 又
爲 $天^4$ 所除、 $天^3$ 爲 $天^3$ 所除 $天^9$ 爲 $天^6$ 所除
 $天^6$ 爲 $天^4$ 所除、其商各爲若干、

問 5、商內幾何之指數、何法定之、

問 6、10 $天^2$ 內含 5 天幾倍、 18 $地^2$ 含 6
地幾倍、 40 $人^2$ 含 8 人幾倍、

- 問 7, 商之係數,何法定之,
- 問 8, $+5$ 爲 $+3$ 所乘,其合若干,
- 問 9, 既 $+5 \times +3$ 之合爲 $+15$,則 $+15$ 爲 $+3$ 所除,其商當有何號,
- 問 10, 正幾何爲正幾何所除,其商當有何號,
- 問 11, $+5$ 爲 -3 所乘,其合若干,
- 問 12, 既 $+5 \times -3$ 之合爲 -15 ,則 -15 爲 $+5$ 所除,其商當有何號,再爲 -3 所除,則當有何號,
- 問 13, 負幾何爲正幾何所除,其商當有何號,
- 問 14, 負幾何爲負幾何所除,其商當有何號,
- 問 15, -4 爲 -3 所乘,其合若干,
- 問 16, 既 -4×-3 之合爲 $+12$,則 $+12$ 爲 -4 所除,其商當有何號,又再爲 -3 所除,則商當有何號,
- 問 17, 正幾何爲負幾何所除,其商當有何

號,

83, 除法者, 求此幾何內含彼幾何若干倍也, 或曰從一已知之合數與一生數而求別一生數也,

故除法爲乘法之還原,

84, 實者, 被除之幾何也,

85, 法者, 以之除實之幾何也, 卽指實之當分爲若干等分也,

86, 商者, 除得之數也, 除畢而實猶有剩者, 曰餘,

87, 除號 (見十四節)

88, 總理 一 法與實同號, 則商爲正, 法與實異號, 則商爲負,

二 商之係數, 等於法之係數除實之係數,

三 商之指數, 等於實之指數減法之指數,

89, 代數除法內定號之正負, 可以下法表明,

$$\left. \begin{array}{l} +甲 \times +乙 = +甲乙 \\ -甲 \times +乙 = -甲乙 \\ +甲 \times -乙 = -甲乙 \\ -甲 \times -乙 = +甲乙 \end{array} \right\} \text{故} \left\{ \begin{array}{l} +甲乙 \div +乙 = +甲 \\ -甲乙 \div +乙 = -甲 \\ -甲乙 \div -乙 = +甲 \\ +甲乙 \div -乙 = -甲 \end{array} \right.$$

90. 以獨項式除

問 1, $-15 \text{天}^2 \text{地}^3 \text{人}^4 \div 3 \text{天} \text{地}^2 \text{人}^2 = \text{若干}$,

算 草

$$\begin{array}{r} 3 \text{天} \text{地}^2 \text{人}^2 \overline{) -15 \text{天}^2 \text{地}^3 \text{人}^4} \\ \underline{-5 \text{天} \text{地}^2 \text{人}^2} \end{array}$$

釋曰、實與法異號、故商之號爲負(總理一)、次以3除-15、得-5、天除天²、得天地除地²、得地、人²除人⁴、

得人²(總理三)、故商爲-5天地人²、

問 2, $12 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{地}^3 \div 5 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{人}^2 = \text{若干}$,

算 草

$$\frac{12 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{地}^3}{5 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{人}^2} = \frac{12 \text{地}^3}{5 \text{人}^2}$$

釋曰、除法可以實上法下、中間橫線表之、故有左式、又法實二數有共同生數、可先去之、而商不變、故

得商爲 $\frac{12 \text{地}^3}{5 \text{人}^2}$

問 3, $9 \text{甲}^2 \text{天}^3 - 12 \text{甲}^3 \text{天}^5 + 6 \text{甲} \text{天}^4$ 爲 $3 \text{甲} \text{天}^2$

所除、其商若干、

算 草

$$\begin{array}{r} 3 \text{甲} \text{天}^2 \overline{) 9 \text{甲}^2 \text{天}^3 - 12 \text{甲}^3 \text{天}^5 + 6 \text{甲} \text{天}^4} \\ \underline{3 \text{甲} \text{天} - 4 \text{甲}^2 \text{天}^3 + 2 \text{天}^2} \end{array}$$

釋曰、3甲天²除9甲²天³、得3甲天、3甲天²除-12甲³天⁵、得-4甲²天³、3

甲天除6甲天⁴、得2天²、故全商爲3甲天-4甲²天³+2天²、

法術 實之各項,以法除之,如左,

法之係數除實之各項係數,爲新係數,綴以元生,各元之新指數,等於實之指數減法之指數,法實號同,則商之項爲正,法實號異,則商之項爲負,

一 法實有公生數,則可棄去,以其與商無涉也,

二 商非爲整數,則當以命分表之,

問 4, $3 \text{ 甲 } \overline{6 \text{ 甲}}$

問 5, $3 \text{ 甲}^2 \text{ 天 } \overline{-12 \text{ 甲}^2 \text{ 天}}$

問 6, $-5 \text{ 甲地 } \overline{15 \text{ 甲}^2 \text{ 地}^2}$

問 7, $-5 \text{ 天}^2 \text{ 地 } \overline{-20 \text{ 天}^3 \text{ 地}^2}$

問 8, $-8 \text{ 地}^2 \text{ 人 } \overline{24 \text{ 地}^2 \text{ 人}^3}$

求下諸問之商,

問 9, $-25 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2 \text{ 人}^3 \div 5 \text{ 天地人}^2,$

問 10, $2 \text{ 甲}^5 \text{ 乙}^5 \text{ 丙} \div 10 \text{ 甲乙丙},$

問 11, $30 \text{ 丙丁}^2 \text{ 己} \div 15 \text{ 丙丁}^2,$

問 12, $36 \text{ 甲天}^2 \text{ 地} \div 18 \text{ 甲地},$

問 13, $-18 \text{ 天}^2 \text{ 地人} \div 9 \text{ 天地},$

問 14, $-21 \text{ 亥物人}^2 \div 7 \text{ 亥人}^2,$

問 15, $-33 \text{ 未}^2 \text{ 申人}^2 \div 11 \text{ 未申},$

- 問 16, $35 \text{寅}^2 \text{卯天} \div 5 \text{寅}^2 \text{天}$,
- 問 17, $20 \text{天}^3 \text{地}^3 \text{人}^3 \div 10 \text{天}^3 \text{地} \text{人}^3$,
- 問 18, $-14 \text{甲}^2 \text{天}^3 \text{地}^4 \div 7 \text{甲} \text{天} \text{地}^2$,
- 問 19, $32 \text{未}^2 \text{申}^2 \text{午} \div 8 \text{未}^2 \text{申} \text{午}$,
- 問 20, $-18 \text{亥}^2 \text{天}^2 \text{地} \div \text{亥}^2 \text{天} \text{地}$,
- 問 21, $24 \text{甲}^2 \text{卯} \text{乙} \text{丙}^2 \div -1 \text{甲}^2 \text{卯} \text{乙} \text{丙}^2$,
- 問 22, $36 \text{卯}^2 \text{卯} \text{天} \text{地}^3 \div -4 \text{卯} \text{卯} \text{天} \text{地}^2$,
- 問 23, $25 \text{天} \text{地} \text{人}^2 \div -5 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人}$,
- 問 24, $-28 \text{地}^2 \text{人}^2 \text{寅} \div 4 \text{地}^2 \text{人}^3 \text{天}$,
- 問 25, $-30 \text{卯}^2 \text{天}^2 \div 6 \text{寅}^2 \text{天}^2$,
- 問 26, $28 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人}^2 \div 7 \text{天} \text{地} \text{人}$,
- 問 27, $\text{甲} \text{天}^2 \text{地} - 2 \text{天} \text{地}^2 \text{分} \text{天} \text{地}$,
- 問 28, $3 \text{天} \text{地}^2 - 3 \text{天}^2 \text{地} \text{分} \text{天} \text{地}$,
- 問 29, $4 \text{天}^3 \text{地}^2 + 2 \text{天}^2 \text{地}^3 \text{分} 2 \text{天}^2 \text{地}^2$,
- 問 30, $3 \text{甲}^2 \text{乙}^2 - 6 \text{甲} \text{乙}^3 \text{分} 3 \text{甲} \text{乙}$,
- 問 31, $\text{甲} \text{乙} \text{丙}^2 - \text{甲}^2 \text{乙}^2 \text{丙} \text{分} - \text{甲} \text{乙} \text{丙}$,
- 問 32, $9 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人} + 3 \text{天} \text{地} \text{人}^2 \text{分} 3 \text{天} \text{地} \text{人}$,
- 問 33, $\text{甲}^2 - 3 \text{甲} \text{乙} + \text{甲} \text{丙}^2 \text{分} \text{甲}$,
- 問 34, $\text{天}^2 \text{地} - \text{天} \text{地}^2 + \text{天}^2 \text{地}^3 \text{分} \text{天} \text{地}$,

- 問 35, $天^2 - 2天地 + 地^2$ 分 天,
- 問 36, $人^2 - 3天人 + 3人^2$ 分 人,
- 問 37, $寅^2卯 + 2寅卯 - 3寅^2$ 分 寅卯,
- 問 38, $丙^2丁 - 3丙丁^2 + 4丁^3$ 分 丙丁,
- 問 39, $甲(乙 + 丙)^2 + 乙(乙 + 丙)^3$ 分 $-(乙 + 丙)$,
- 問 40, $9(甲 - 丙) - 6(甲 - 丙)^3$ 分 $3(甲 - 丙)$,
- 問 41, $6甲^3天^2 - 15甲^4天^2 + 30甲^3天^3$ 分 $-3甲^3天^2$,
- 問 42, $20天^2地^4 - 14天地^3 + 8天^2地^2$ 分 $2天^2地^2$,
- 問 43, $28甲乙^3天^5 + 36甲^2乙^4天^4 - 32甲^3乙^5$ 分 $4甲^2乙^2$,
- 問 44, $18丙^2丁天^3 + 24丙^3丁^2天^2 - 30丙^4丁^3$ 分 $6丙^2丁^2天$,
- 問 45, $天地^2 + 丙天^2地^3 + 丁天^3地^4$ 分 $天地^3$,
- 問 46, $甲(乙 - 丙)^3 + 乙(乙 - 丙)^4 - 丙(乙 - 丙)^2$ 分 $(乙 - 丙)$,

爲 2 天地倍,故 2 天地爲商之次項,以之乘法得 2 天²地 + 2 天地²,自實減去,餘天地²,綴以實之後項,又爲新實,法之首項除新實之首項,得商之三項,既天地²含天爲地²倍,故地²爲商之三項,以之乘法,得天地² + 地³,自實減去,無餘,而全商爲天² + 2 天地 + 地²,

法術 書法於實之右得按元字之方次,向左或向右列之,

法之首項除實之首項,得商之首項,

以所得商之一項乘實,自實減去,有餘續以實之後項,使成新實,

迭除新實之法如前,迨新實之首項,不復包含法之首項而止,

末次除後有餘,則書於法之上,令成命分,而以合宜之號聯於商後,

$$\begin{array}{r}
 \text{問 2, } \quad \begin{array}{r}
 \text{天}^4 - \text{甲}^2\text{天}^2 + 2 \text{甲}^3\text{天} - \text{甲}^4 \\
 \text{天}^4 + \text{甲天}^3 - \text{甲}^2\text{天}^2 \\
 \hline
 - \text{甲天}^3 + 2 \text{甲}^3\text{天} - \text{甲}^4 \\
 - \text{甲天}^3 - \text{甲}^2\text{天}^2 + \text{甲}^3\text{天} \\
 \hline
 \text{甲}^2\text{天}^2 + \text{甲}^3\text{天} - \text{甲}^4 \\
 \text{甲}^2\text{天}^2 + \text{甲}^3\text{天} - \text{甲}^4 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 \text{天}^2 + \text{甲天} - \text{甲}^2 \\
 \hline
 \text{天}^2 - \text{甲天} + \text{甲}^2
 \end{array}
 \right.$$

$$\begin{array}{r}
 \text{問 3, } \quad \text{天}^4 - 1 \qquad \qquad \qquad \left| \begin{array}{l} \text{天} - 1 \\ \hline \text{天}^3 + \text{天}^2 + \text{天} + 1 \end{array} \right. \\
 \underline{\text{天}^4 - \text{天}^3} \qquad \qquad \qquad \\
 \text{天}^3 - 1 \\
 \underline{\text{天}^3 - \text{天}^2} \\
 \text{天}^2 - 1 \\
 \underline{\text{天}^2 - \text{天}} \\
 \text{天} - 1 \\
 \underline{\text{天} - 1} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{問 4, } \quad \text{甲}^3 - \text{天}^3 \qquad \qquad \qquad \left| \begin{array}{l} \text{甲} - \text{天} \\ \hline \text{甲}^2 + \text{甲天} + \text{天}^2 \end{array} \right. \\
 \underline{\text{甲}^3 - \text{甲}^2\text{天}} \qquad \qquad \qquad \\
 \text{甲}^2\text{天} - \text{天}^3 \\
 \underline{\text{甲}^2\text{天} - \text{甲天}^2} \\
 \text{甲天}^2 - \text{天}^3 \\
 \underline{\text{甲天}^2 - \text{天}^3} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{問 5, } \quad 4 \ 8 \ \text{天}^3 - 7 \ 6 \ \text{甲天}^2 - 6 \ 4 \ \text{甲}^2\text{天} + 1 \ 0 \ 5 \ \text{甲}^3 \\
 \underline{4 \ 8 \ \text{天}^3 - 7 \ 2 \ \text{甲天}^2} \qquad \qquad \qquad \left| \begin{array}{l} 2 \ \text{天} - 3 \ \text{甲} \\ \hline 24 \ \text{天}^2 - 2 \ \text{甲天} - 35 \ \text{甲}^2 \end{array} \right. \\
 - \quad 4 \ \text{甲天}^2 - 6 \ 4 \ \text{甲}^2\text{天} \\
 - \quad 4 \ \text{甲天}^2 + \quad 6 \ \text{甲}^2\text{天} \\
 \underline{\hspace{10em}} \\
 - \quad 7 \ 0 \ \text{甲}^2\text{天} + 1 \ 0 \ 5 \ \text{甲}^3 \\
 - \quad 7 \ 0 \ \text{甲}^2\text{天} + 1 \ 0 \ 5 \ \text{甲}^3 \\
 \underline{\hspace{10em}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{問 6, } \quad \begin{array}{l} \text{天}^4 + 4 \text{甲}^4 \\ \text{天}^4 + 2 \text{甲天}^3 + 2 \text{甲}^2 \text{天}^2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{天}^2 + 2 \text{甲天} + 2 \text{甲}^2 \\ \text{天}^2 - 2 \text{甲天} + 2 \text{甲}^2 \end{array} \right. \\
 \hline
 \quad \quad \quad - 2 \text{甲天}^3 - 2 \text{甲}^2 \text{天}^2 + 4 \text{甲}^4 \\
 \quad \quad \quad - 2 \text{甲天}^3 - 4 \text{甲}^2 \text{天}^2 + 4 \text{甲}^3 \text{天} \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2 \text{甲}^2 \text{天}^2 + 4 \text{甲}^3 \text{天} + 4 \text{甲}^4 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{2 \text{甲}^2 \text{天}^2 + 4 \text{甲}^3 \text{天} + 4 \text{甲}^4}
 \end{array}$$

求下諸問之商,

問 7, $\text{甲}^2 - 2 \text{甲乙} + \text{乙}^2$ 分 $\text{甲} - \text{乙}$,

問 8, $\text{天}^2 + 4 \text{天} + 4$ 分 $\text{天} + 2$,

問 9, $9 + 6 \text{天} + \text{天}^2$ 分 $3 + \text{天}$,

問 10, $\text{天}^3 + \text{天}^2 \text{地} + \text{天地}^2 + \text{地}^3$ 分 $\text{天} + \text{地}$,

問 11, $\text{甲}^4 + \text{甲}^3 \text{地} + \text{甲地}^3 + \text{地}^4$ 分 $\text{甲} + \text{地}$,

問 12, $\text{天}^3 + 3 \text{天}^2 \text{地} + 3 \text{天地}^2 + \text{地}^3$ 分 $\text{天} + \text{地}$,

問 13, $\text{未}^3 + 3 \text{未}^2 \text{申} + 3 \text{未申}^2 + \text{申}^3$ 分 $\text{未}^2 + 2$

$\text{未申} + \text{申}^2$

問 14, $\text{天}^4 + 4 \text{天}^3 \text{地} + 6 \text{天}^2 \text{地}^2 + 4 \text{天地}^3 + \text{地}^4$

分 $\text{天} + \text{地}$,

問 15, $\text{丙}^4 + 4 \text{丙}^3 \text{丁} + 6 \text{丙}^2 \text{丁}^2 + 4 \text{丙丁}^3 + \text{丁}^4$

分 $\text{丙}^2 + 2 \text{丙丁} + \text{丁}^2$,

問 16, $\frac{\text{天}^4 - 3\text{天}^3 - 36\text{天}^2 - 71\text{天} - 21}{\text{天}^2 - 8\text{天} - 3}$

問 17, $\frac{\text{甲}^3 + 5\text{甲}^2\text{天} + 5\text{甲}\text{天}^2 + \text{天}^3}{\text{甲}^2 + 4\text{甲}\text{天} + \text{天}^2}$

問 18, $\frac{\text{甲}^2 + 2\text{乙}\text{丙} - \text{乙}^2 - \text{丙}^2}{\text{甲} - \text{乙} + \text{丙}}$

問 19, $\frac{\text{甲}^4 - 4\text{甲}^3\text{地} + 6\text{甲}^2\text{地}^2 - 4\text{甲}\text{地}^3 + \text{地}^4}{\text{甲}^2 - 2\text{甲}\text{地} + \text{地}^2}$

問 20, $\frac{\text{甲}\text{天}^3 - \text{甲}^2\text{天}^2 - \text{乙}\text{天}^2 + \text{乙}^2}{\text{甲}\text{天} - \text{乙}}$

問 21, $\frac{20\text{甲}\text{乙} - 25\text{甲}^3 - 18\text{乙}^3 + 27\text{甲}\text{乙}^2}{6\text{乙} - 5\text{甲}}$

問 22, $\frac{3\text{天}^4 - 8\text{天}^2\text{地}^2 + 3\text{天}^2\text{人}^2 + 5\text{地}^4 - 3\text{地}^2\text{人}^2}{\text{天}^2 - \text{地}^2}$

問 23, $\frac{4\text{甲}^4 - 9\text{甲}^2 + 6\text{甲} - 1}{2\text{甲}^2 + 3\text{甲} - 1}$

問 24, $\frac{2\text{甲}\text{地} + 3\text{乙}\text{地} + 10\text{甲}\text{乙} + 15\text{乙}^2}{\text{地} + 5\text{乙}}$

問 25, $\frac{\text{乙} - 6\text{乙}^3 - 2\text{甲} + 5}{4\text{甲}^3 - 3\text{甲}\text{乙} + 2\text{甲} - \text{乙}}$

- 問 26, $25 \text{甲}^5 - \text{甲}^3 - 8 \text{甲} - 2 \text{甲}^2$ 分 $5 \text{甲}^2 - 4 \text{甲}$,
- 問 27, $\text{天}^3 + \text{地}^3 + \text{人}^3 - 3 \text{天地人}$ 分 $\text{天} + \text{地} + \text{人}$,
- 問 28, $18 \text{天}^4 - 45 \text{天}^3 + 82 \text{天}^2 - 67 \text{天} + 40$
分 $3 \text{天}^2 - 4 \text{天} + 5$,
- 問 29, $16 \text{天}^4 - 72 \text{甲}^2 \text{天}^2 + 81 \text{甲}^4$ 分 $2 \text{天} - 3 \text{甲}$,
- 問 30, $\text{甲}^4 + 4 \text{甲}^2 \text{天}^2 + 16 \text{天}^4$ 分 $\text{甲}^2 + 2 \text{甲} \text{天} + 4 \text{天}^2$,
- 問 31, $\text{天}^4 + \text{天}^2 \text{人}^2 + \text{人}^4$ 分 $\text{天}^2 - \text{天} \text{人} + \text{人}^2$,
- 問 32, $\text{天}^4 - \text{地}^4$ 分 $\text{天} - \text{地}$,
- 問 33, $\text{天}^5 + \text{地}^5$ 分 $\text{天} + \text{地}$,
- 問 34, $\text{天}^7 + 1$ 分 $\text{天} + 1$,
- 問 35, $\text{天}^4 - 81 \text{地}^4$ 分 $\text{天} - 3 \text{地}$,
- 問 36, $81 \text{甲}^4 - 16 \text{乙}^4$ 分 $3 \text{甲} + 2 \text{乙}$,
- 問 37, $\text{天}^{\text{卯}} - \text{地}^{\text{卯}}$ 分 $\text{天} + \text{地}$, 至三項而止,
- 問 38, $\text{甲}^4 + 2 \text{甲}^2 \text{乙}^2 + 9 \text{乙}^4$ 分 $\text{甲}^2 - 2 \text{甲} \text{乙} + 3 \text{乙}^2$,
- 問 39, $8 \text{天}^3 + 27 \text{地}^3$ 分 $2 \text{天} + 3 \text{地}$,

問 40, $\text{天}^4 - \text{甲}^2 \text{天}^2 + 2 \text{甲}^3 \text{天} - \text{甲}^4 \text{分} \text{天}^2 - \text{甲} \text{天} + \text{甲}^2,$

問 41, $\text{甲}^4 - 4 \text{甲}^3 \text{天} + 6 \text{甲}^2 \text{天}^2 - 4 \text{甲} \text{天}^3 + \text{天}^4 \text{分} \text{甲}^2 - 2 \text{甲} \text{天} + \text{天}^2,$

問 42, $\text{天}^4 + 11 \text{天}^2 - 12 \text{天} - 5 \text{天}^3 + 6 \text{分} 3 - 3 \text{天} + \text{天}^2,$

問 43, $8 \text{寅}^3 - 27 \text{卯}^6 \text{分} 2 \text{寅}^3 - 3 \text{卯}^2,$

問 44, $6 \text{天}^2 \text{地}^2 - 4 \text{天} \text{地}^3 - 4 \text{天}^3 \text{地} + \text{地}^4 + \text{天}^4 \text{分} \text{天} - \text{地},$

問 45, $\text{天}^6 + \text{天}^3 - \text{天}^2 + 2 \text{天} - \text{天}^4 - 1 \text{分} \text{天}^2 + \text{天} - 1,$

問 46, $\text{甲}^5 - \text{乙}^5 \text{分} (\text{甲}^3 + \text{乙}^3)(\text{甲} + \text{乙}) + \text{甲}^2 \text{乙}^2,$

問 47, $\text{甲}^6 - \text{乙}^6 \text{分} \text{甲}^3 - 2 \text{甲}^2 \text{乙} + 2 \text{甲} \text{乙}^2 - \text{乙}^3,$

指 數 爲 0 與 負 數

92, 問 1, 甲^2 內包含 甲^2 幾次, 甲^3 包含 甲^3 若干次,

問 2, 相似之幾何俱有指數, 其除法如何,

問 3, 然則如 甲^2 爲 甲^3 所除乃指數相減其

商如何,又 $甲^3 \div 甲^3$,又 $甲^{\text{實}} \div 甲^{\text{實}}$,商各如何、

問 4、 既 $甲^2 \div 甲^2$,又 $甲^3 \div 甲^3$,又 $甲^{\text{實}} \div 甲^{\text{實}}$,皆等於 $甲^0$,且又等於 1,則 $甲^0$ 之同數爲若干,且凡有定幾何之以 0 爲指數者,其同數皆如何、

問 5、 甲³爲甲⁵所除,其指數相減,所得之商爲何、 又 $甲^5 \div 甲^7$,又 $甲^6 \div 甲^9$,各得其商爲何、

問 6、 如 $甲^3 \div 甲^5$ 而指數不減,則其商爲何、 又 $甲^6 \div 甲^9$ 所得之商爲何、

問 7、 既 $甲^3 \div 甲^5 = 甲^{-2}$ 及 $\frac{1}{甲^2}$,又 $甲^3 \div 甲^6 = 甲^{-3}$ 及 $\frac{1}{甲^3}$,由此可知幾何之有負指數者,與何者相等、

93、 一幾何之倒數卽以本幾何除 1 而得者也、

如甲之倒數爲 $\frac{1}{甲}$,天+地之倒數,爲 $\frac{1}{天+地}$ 、

94、 總理 一 凡幾何之指數爲 0,則等於 1、

二 凡幾何之指數爲負,卽等於此幾何

有正指數之倒數，

方 程 與 問 題

95. 問 1, 有方程 $甲天 + 4 = 甲^2 - 2天$,

求天之同數,

解 $甲天 + 4 = 甲^2 - 2天$,

遷其項 $甲天 + 2天 = 甲^2 - 4$,

是則 $(甲 + 2)天 = 甲^2 - 4$,

以 $(甲 + 2)$ 除之 $天 = 甲 - 2$,

問 2, 有方程 $乙天 - 乙^2 = 4天 - 9乙 + 2$

0, 求天之同數,

解 $乙天 - 乙^2 = 4天 - 9乙 + 20$,

遷項 $乙天 - 4天 = 乙^2 - 9乙 + 20$,

則 $(乙 - 4)天 = 乙^2 - 9乙 + 20$,

以 $(乙 - 4)$ 除之, $天 = 乙 - 5$,

求下諸方程內天之同數

問 3, $丙天 - 9 = 丙^2 + 6丙 - 3天$,

問 4, $甲天 + 16 = 甲^2 - 4天$,

問 5, $3天 - 12甲 = 4甲^2 - 2甲天 + 9$,

問 6, $丁天 + 9甲^2 = 丁^2 - 3甲天$,

問 7, $甲天 - 甲^2 = 2甲乙 + 乙^2 - 乙天$,

- 問 8, $甲天 - 5甲乙 = 2甲^2 + 3乙^2 - 乙天,$
- 問 9, $甲天 - 丙^2 = 甲^3 + 甲丙 + 甲^2丙 - 丙天,$
- 問 10, $2甲天 - 6甲^2 = 13甲乙 + 6乙^2 - 3乙天,$
- 問 11, $2甲天 - 10甲乙 - 15乙 = 14甲 + 21 - 3天,$
- 問 12, $甲天 + 乙天 = 5甲^2 + 7甲乙 + 2乙^2 + 5甲丙 + 2乙丙 - 丙天,$
- 問 13, $2丙天 - 4丙^3 + 丁^2 = 2丙^2丁 - 2丙丁 - 丁天,$
- 問 14, $乙^2天 + 3乙^2丙 + 6丙^3 = 乙^3 + 2乙丙^2 - 2丙^2天,$
- 問 15, $4寅^4 - 2寅^2天 - 3寅天 = 1 - 6寅 + 9寅^2 - 天,$
- 問 16, $甲^3 + 3天 - 9甲^2 = 甲天 - 27甲 + 27,$
- 問 17, $2寅^2天 + 3寅卯^3 + 7寅^2卯^2 - 4寅^4 = 3寅卯天,$

- 問 18, $5 \text{ 甲天} = 15 \text{ 甲}^3 - 5 \text{ 甲乙} + 5 \text{ 甲乙}^2 + 2 \text{ 乙天} - 6 \text{ 甲}^2 \text{乙} + 2 \text{ 乙}^2 - 2 \text{ 乙}^3,$
- 問 19, 或問一人有銀圓若干, 答曰, 三倍吾所有而再增 25 圓, 則爲 355 圓, 其所有若干,
- 問 20, 富人以洋 10500 圓, 分與四子, 仲倍於伯, 叔倍於仲, 季爲三兄共有之半, 則四子各得若干,
- 問 21, 或遇乞丐一羣, 每人與銀 3 分, 則囊中可餘 4 分, 如每人與之 5 分, 則不敷 6 分, 問乞丐若干人, 其囊中銀錢若干,
- 問 22, 一人有六子, 自幼至長, 遞差四歲, 長子之年爲幼子之三倍, 則各年若干,
- 問 23, 器內貯水, 再注入四十二斗令滿, 則爲原有者之 7 倍, 問原貯若干斗,
- 問 24, 一人初次借銀, 等於己所原有, 用去一圓之後, 二次借銀, 等於所餘者, 又用去一圓, 三次借銀, 亦等於當時所餘者, 再用去一圓, 則無餘銀, 其原有若干,

- 問 25, 甲乙丙三人分洋 3400 圓, 甲多於乙 100 圓, 少於丙 200 圓, 則各得若干,
- 問 26, 二羣羊共 360 隻, 取次羣 40 隻, 和於首羣, 則首羣之數, 倍於次羣, 各羣有羊若干,
- 問 27, 二人出等資本經營, 此人盈 252 圓, 彼人虧 174 圓, 此人現有之數為彼人之倍, 則各原有若干,
- 問 28, 三人共有洋 152 圓, 甲較乙少 20 圓, 丙等於甲乙之和, 則各有若干,
- 問 29, 將 37 分作三分, 次分較首分多 3, 第三分較次分少 5,
- 問 30, 舟自香港起行, 共載客 1215 人, 內有至上海者若干人, 至烟台之客數, 較上海多十位, 至天津之客數, 三倍烟台而復加 5, 至旅順之客數, 二倍天津, 則客之至各處者若干位,
- 96, 習問 問 1, 加 6 甲天 - 140 + 3 $\sqrt{\text{天}}$,
5 天² + 4 甲天 + 9 天², 7 甲天 + 4 $\sqrt{\text{天}}$ + 16

- 0, $\sqrt{\text{天} + 3\text{甲天} - 4\text{天}^2}$,
- 問 2, 加 $3\text{甲寅} + 2\text{天} - 3\sqrt{\text{地} - \text{人}}$, $2\sqrt{\text{地} + 3\text{人} - 2\text{天}^2} + 3\text{甲寅}$, $4\text{天}^2 - 3\text{人} + 2\sqrt{\text{地} + 3\text{天}}$, $2\sqrt{\text{地} - 4\text{甲寅} + 2\text{人} - 3\text{天}^2}$,
- 問 3, 自 $\sqrt{\text{甲}^2 - \text{乙}^2} - 2(\text{天} + \text{地}) - 6$ 減 $4(\text{天} + \text{地}) - 3\sqrt{\text{甲}^2 - \text{乙}^2}$, 餘若干,
- 問 4, 自 $\sqrt{\text{天} + 2\sqrt{\text{地} - \text{人}}} + 6$ 減 $3\sqrt{\text{地} - 2\sqrt{\text{天} - \text{地}}} + 2\text{人} - 16$, 餘若干,
- 問 5, 自 $\text{甲}^2\text{天}^2 + 2\text{甲地} - 3\text{地}^5 + \text{人}^6$ 減 $\text{乙}^2\text{天}^2 + 3\text{甲地} - \text{丙地}^5 + 4\text{人}^6$, 餘若干,
- 問 6, 自 $\text{天}^{2\text{卯}} + 3\text{天}^2\text{地}^{\text{卯}} - 3\text{地人} + \text{甲人}$ 與 $4\text{天寅} - 3\text{地人} + 2\text{人} + 3\text{天}^2\text{地}^{\text{卯}}$ 之和, 減去 $5\text{天}^{2\text{卯}} - 4\text{人} + 6\text{天}^2\text{地}^2 - 3\text{甲人}$, 餘若干,
- 問 7, $\text{天}^4 + 2\text{天}^2\text{地} + \text{天地}^3$ 乘 $\text{天}^2 + 2\text{天地} - \text{地}^2 =$ 若干,
- 問 8, $\text{天}^{\text{卯}} + 2\text{天}^{\text{卯}}\text{地}^{\text{卯}} + \text{地}^{\text{卯}}$ 乘 $\text{天}^{\text{卯}} + 2\text{天}^{\text{卯}}\text{地}^{\text{卯}} + \text{地}^{\text{卯}} =$ 若干,
- 問 9, $3\text{天}^{\text{卯}} + 2\text{天}^{2\text{卯}}\text{地}^{2\text{卯}} - \text{地}^{\text{卯}}$ 乘 $\text{天}^{\text{卯}} - \text{地}^{2\text{卯}} + \text{天}^{\text{卯}}\text{地}^{\text{卯}} =$ 若干,

問 10, $3\text{天}^{\text{卯}+2} + 2\text{地}^{\text{卯}+\text{寅}} + \text{人}^{\text{寅}}$ 乘 $3\text{天}^2 - 2$
 $\text{地}^{\text{寅}-\text{寅}} + \text{人}^2 =$ 若干,

展下列諸括弧式,

- 問 11, $(\text{天} - 1)(\text{天} - 2)$,
 問 12, $(\text{天} - 2)(\text{天} + 3)$,
 問 13, $(\text{天} + 3)(\text{天} - 6)$,
 問 14, $(\text{天} - 10)(\text{天} + 9)$,
 問 15, $(\text{甲} - 7)(\text{甲} + 4)$,
 問 16, $(\text{天} - 3)(\text{天} - 2)$,
 問 17, $(\text{天} - 5)(\text{天} + 6)$,
 問 18, $(\text{甲} - 1)(\text{甲} + 2)$,
 問 19, $(\text{地}^2 - 7)(\text{地}^2 + 4)$,
 問 20, $(\text{丙} + 11)(\text{丙} - 4)$,
 問 21, $(\text{寅} - 1)(\text{寅} + 4)$,
 問 22, $(\text{巳} + 12)(\text{巳} + 11)$,
 問 23, $(\text{地} - 2)(\text{地} + 9)$,
 問 24, $(\text{丁} + 20)(\text{丁} + 15)$,
 問 25, $(18 - 4\text{天})(18 + 4\text{天})$,
 問 26, $(10 + 1)(10 - 1)$,

- 問 27, $(天 + 2地)(天 + 2地)$,
- 問 28, $(甲卯 - 乙卯)(甲卯 + 乙卯)$,
- 問 29, $(3寅^2 - 2寅)(3寅^2 + 2寅)$,
- 問 30, $(天卯 + 天)(天卯 - 天)$,
- 問 31, $(甲 + 乙 + 丙)(甲 + 乙 - 丙)$,
- 問 32, $(天 - 地)(天 + 地)(天^2 - 地^2)$,
- 問 33, $(1 + 天)(1 - 天)(1 + 天^2)(1 + 天^4)(1 + 天^8)$,
- 問 34, $(天 + 地)(天 + 地)(天 + 地)(天 + 地)(天 + 地)$,
- 問 35, $(甲 + 2)(甲 + 2)(甲 - 2)(甲 - 2)$,
- 問 36, $(3甲 - 6)(3甲 - 6)(3甲 + 6)(3甲 + 6)$,
- 求下諸式之平方,
- 問 37, $巳^2 - 午$,
- 問 38, $天^3 + 地^2$,
- 問 39, $20 + 5$,
- 問 40, $60 + 4$,
- 問 41, $15 + 3$,
- 問 42, $2天 + 5地$,

問 43, $3\text{天}^2 - 2\text{地}^2,$

問 44, $3\text{甲} - 2\text{乙},$

問 45, $2\text{甲天} + 3\text{甲地},$

問 46, $4\text{甲}^2 - 3\text{甲地},$

問 47, $2\text{甲寅} + \text{乙}^2\text{卯},$

問 48, $\text{天}^2\text{卯} + 2\text{地}^2\text{卯},$

問 49, $\text{天}^{2+\text{卯}} - \text{地}^2,$

問 50, $\text{甲} + \text{乙} + \text{丙},$

問 51, $\text{甲} - \text{乙} + \text{丙},$

問 52, $\text{甲} + \text{乙} - \text{丙},$

直書下諸問之合,

問 53, $(2\text{天} + \text{地})(2\text{天} - \text{地}),$

問 54, $(3\text{天} + 7\text{地})(3\text{天} - 7\text{地}),$

問 55, $(4\text{天}^2 - 2\text{地}^2)(4\text{天}^2 + 2\text{地}^2),$

問 56, $(3\text{甲}^2\text{乙} + 2\text{乙}^2)(3\text{甲}^2\text{乙} - 2\text{乙}^2),$

問 57, $(7\text{甲}^2 + 2\text{乙})(7\text{甲}^2 - 2\text{乙}),$

問 58, $(5\text{乙}^2 + 6\text{丙}^2)(5\text{乙}^2 - 6\text{丙}^2),$

問 59, $(8\text{天地} + 3\text{天}^2)(8\text{天地} - 3\text{天}^2),$

問 60, $(9\text{甲寅} + 8\text{天地})(9\text{甲寅} - 8\text{天地}),$

- 問 61, $(甲天^{2卯} + 地^{2卯})(甲天^{2卯} - 地^{2卯})$,
- 問 62, $(甲天^{2卯} + 甲地^{2卯})(甲天^{2卯} - 甲地^{2卯})$,
- 問 63, $(甲 + 天)(甲 - 天)(甲^2 + 天^2)(甲^4 + 天^4)$,
- 問 64, $(天^2 + 地^2)(天^2 - 地^2)(天^4 + 地^4)(天^8 + 地^8)$,
- 問 65, $(2天 + 3)(2天 - 3)(4天^2 + 9)(16天^4 - 81)$,
- 求下諸問之商,
- 問 66, $4甲^4 - 5甲^2乙^2 + 乙^4$ 分 $2甲^2 - 3甲乙 + 乙^2$,
- 問 67, $5天^2地 + 天^3 + 地^3 + 5天地^2$ 分 $天^2 + 地^2 + 4天地$,
- 問 68, $寅^4 - 6寅^3 + 7寅^2 - 4寅 - 12$ 分 $寅^2 - 2寅 + 3$,
- 問 69, $天^5 + 2天^4 + 7天^3 + 6天^2 - 46天 - 120$ 分 $天^2 + 4天 + 5$,
- 問 70, $天^5 + 天^4 - 4天^3 - 天^2 + 天$ 分 $天^2 - 天 - 1$,
- 問 71, $甲^6 - 甲^4 + 甲^3 - 甲^2 + 2甲 - 1$ 分 $甲^2 +$

甲 — 1,

問 72, $\text{天}^5 - 5\text{天}^4\text{地} + 10\text{天}^3\text{地}^2 - 10\text{天}^2\text{地}^3 + 5\text{天地}^4 - \text{地}^5$ 分 $\text{天}^2 + \text{地}^2 - 2\text{天地}$,

問 73, $6\text{天}^3 - 16\text{天}^2\text{地} + 14\text{天地}^2 - 4\text{地}^3 - 2\text{天}^2 + 4\text{天地} - 2\text{地}^2$ 分 $3\text{天} - 2\text{地} - 1$,

問 74, $\text{天}^7 - 6\text{天}^6\text{地} + 21\text{天}^5\text{地}^2 - 31\text{天}^4\text{地}^3 + 23\text{天}^3\text{地}^4 + 3\text{天}^2\text{地}^5 - 8\text{天地}^6 + 6\text{地}^7$ 分 $\text{天}^2 - 2\text{天地} + 2\text{地}^2$,

問 75, $\text{甲}^2\text{丙} - \text{甲乙}^2 + \text{甲丙丁} - \text{甲丁}^2 - \text{甲乙丙} + \text{乙}^3 - \text{乙丙丁} + \text{乙丁}^2 - \text{甲丙}^2 + \text{丙乙}^2 - \text{丙丁}^2$ 分 $\text{甲丙} - \text{乙}^2 + \text{丙丁} - \text{丁}^2$,

去下諸問之括弧,且并合其相似項,

問 76, $(\text{甲}^2 - \overline{2\text{甲天} - \text{天}^2}) - \{ \text{甲}^2 - (2\text{甲天} - \overline{\text{天}^2 + 7}) \}$,

問 77, $\text{甲}^5 - \{ (-\text{甲}^3 - \text{甲}^2\text{乙} + \text{甲乙}^2 - \text{乙}^3) - \{ \text{甲}^2\text{乙} - (\text{甲乙}^2 - \overline{\text{乙}^3 - \text{甲}^2\text{乙}}) \} \}$,

問 78, $4\text{甲}^2 - (\text{甲}^2 - \text{乙}^2) - \{ -\{ \text{乙}^2 - (\text{甲}^2 - \overline{\text{乙}^2 - \text{甲}^2}) \} \}$,

- 問 79, $1 - [4 - \{7 - (2 - \{3 - \overline{4 - 甲}\})\}],$
- 問 80, $14 - \{-7 + (3 - \overline{4 + 天}) - 天\} - \{-\{-\overline{(-天 - 4)}\}\},$
- 問 81, 甲 $- [2乙 - (3丙 + 2乙) - 甲],$
- 問 82, 甲 $- \{2甲 - [3乙 - (4丙 - 2甲)]\},$
- 問 83, $7天 - [3天 - (4天 - \overline{5天 - 2天})],$
- 問 84, $- [5甲 - (11乙 - 3甲)] - [5乙 - (3甲 - 6乙)],$
- 問 85, 天 $- \{2天 + 3天 - [4天 - 5天 - (6天 - 7天)]\},$
- 問 86, $8天 - \{16地 - [3天 - (12地 - 天) - 8地] + 天\},$
- 問 87, 甲 $- 2乙 + \{3丙 - [3甲 - (甲 + 乙 + 2甲 - 乙)]\},$
- 問 88, $2天 - \{2天 - [2天 - (2天 - \overline{2天 - 天})]\},$
- 問 89, 甲 $- \{2乙 - [3丙 - 2甲 - (甲 + 乙 + 2甲)]\},$
- 問 90, $2天 - \{3地 + (2地 - 人) - 4人 + [2天 - (3地 - \overline{人 - 2地})]\},$

將下諸問內天地人之係數,納於括弧之內,

問91, 甲天 - 乙地 + 乙人 - 甲地 - 丙天 - 丙人,

問92, 2甲天 - 3乙人 + 4丙地 + 3甲人 - 5天 - 地,

問93, 丙地 + 4甲天 - 3丁人 + 3甲人 - 5乙天 + 乙地,

問94, 3甲天 - 6乙天 + 2甲地 - 4地 + 5甲人 - 3乙人,

問95, 4乙地 + 2丙人 - 3乙天 - 4丙地 + 甲人 - 2丙天 - 甲地,

問96, 甲天 - 2乙地 + 3丙人 - 4乙天 - 3丙地 + 甲人 - 2丙天 - 甲地,

問97, 6甲天 + 5甲地 + 2乙地 - 6乙人 - 5丙天 + 6丙地 + 3丙人,

問98, 3甲天 - 2乙地 - 4丙人 - 2乙天 - 2乙天 + 8丙人 - 2丙天 - 2丙地,

展下諸式,

- 問 99, $(天^3 + 地^3)^2$,
問 100, $(天^5 - 地^5)^2$,
問 101, $(2天 + 1)^2$,
問 102, $(3天^2 + 4地^3)^2$,
問 103, $(5甲^{\text{卯}} - 2丙^2)^2$,
問 104, $(2甲丁 + 3丙丁)^2$,
問 105, $(6天^2 - 3地^3)^2$,
問 106, $(3甲^2地^{\text{卯}} + 2丙^3天^{\text{卯}})^2$,
問 107, $(2天^2 + 3地^2)(2天^2 - 3地^2)$,
問 108, $(2甲^3 + 乙^2)(2甲^3 - 乙^2)$,
問 109, $(3天 + 2甲)(3天 - 2甲)$,
問 110, $(5天^2 + 3)(5天^2 - 3)$,
問 111, $(7乙丙 + 丁^2)(7乙丙 - 丁^2)$,
問 112, $(2天 + 6)(2天 + 1)$,
問 113, $(2天 - 5)(2天 - 3)$,
問 114, $(甲天 + 3乙)(甲天 - 2乙)$,
問 115, $(天 + 地 + 人)^2$,
問 116, $(天 + 2地 - 3人)^2$,
問 117, $(天 - 3地 + 2人)^2$,

問 118, (寅 - 卯 + 巳 - 午)²,

求下諸方程天之同數,

問 119, $7\text{天} - 36 - 10\text{天} + 12 = 80 - 33$
 $\text{天} + 46,$

問 120, $6\text{天} - 2(9 - 4\text{天}) + 3(5\text{天} - 7) = 1$
 $0\text{天} - 4 - 16\text{天},$

問 121, $3\text{天} - 6(\text{天} - 5) + 2\text{天} = 2(\text{天} + 5)$
 $+ 5(\text{天} - 4),$

問 122, $\text{天} - 7(4\text{天} - 11) + 30 = 14(\text{天} -$
 $5) - 19(8 - \text{天}) - 31,$

問 123, $17\text{天} - (8\text{天} - 9) - [4 - 3\text{天} - (2$
 $\text{天} - 3)] = 30,$

問 124, $(\text{天} + 12)(\text{天} - 8) = (\text{天} + 1)(\text{天} - 6),$

問 125, $4(\text{天} - 3) - 3(\text{天} - 2) + 2(\text{天} - 1)$
 $+ 2 = 0,$

問 126, $(\text{天} - 1)(2\text{天} + 1) + 14 = (2\text{天} + 3)$
 $(\text{天} + 3),$

問 127, $(\text{天} + 2)(\text{天} + 1)(\text{天} + 6) - 9\text{天}^2 = \text{天}^3$
 $+ 4(7\text{天} - 1),$

- 問 128, $\text{甲}(\text{天} - \text{甲}) - 2\text{甲乙} = -\text{乙}(\text{天} - \text{乙}),$
- 問 129, $(\text{甲}^2 + \text{天})(\text{乙}^2 + \text{天}) = (\text{甲乙} + \text{天})^2 + \text{天}^2,$
- 問 130, $\text{甲天} + \text{乙}^2 = \text{甲}^2 + \text{乙天},$
- 問 131, $\text{乙天} + 3\text{乙}^2 = 7\text{乙丙} + 3\text{丙天},$
- 問 132, $\text{甲}(\text{天} + \text{甲}) + \text{乙}(\text{乙} - \text{天}) = 2\text{甲乙},$
- 問 133, $2\text{甲天} + 12\text{甲乙} - 4\text{甲}^2 = 9\text{乙}^2 + 3\text{乙天},$
- 問 134, $3\text{天} - 9 - 3\text{丙} = 12\text{甲} - 2\text{甲天} + 4\text{甲}^2 + 2\text{甲丙},$
- 問 135, $2\text{甲天} + 9\text{丙}^2 + 3\text{丙丁} = 4\text{甲}^2 + 3\text{丙天} + 2\text{甲丁},$

代 數 學

第 六 章 劈 生



代 數 劈 生

- 97、問 1、 4×5 甲之合若干 4 與 5 甲
為其合數之何、
- 問 2、5、天、6、4 甲之整生為何、
- 問 3、既 5 與天除本幾何與一之外、不可
劈為別箇整生、則稱之為何等幾何、
- 問 4、既 6 與 4 甲、除本幾何與一之外、尙可
劈分為別生、則稱之為何等之幾何、
- 問 5、既 6 之二生 3 與 2、皆為質數、則稱之
為何等之生、
- 98、幾何之諸生者、即相乘而得此幾何之
諸幾何也、
- 如甲、乙與(天 + 地)為甲乙(天 + 地)之諸生、

一幾何之諸生，即適能除盡之者，

99、質幾何者，幾何之除本幾何與1以外，
更無別箇整生者也，

100、合幾何者，幾何之除本幾何與1以外，
尚有別箇整生者也，

101、質生者，一生而為質幾何也，

102、劈生法者，分一幾何為諸生也，

103、劈獨項式為諸生，

問 1、 2^4 天²地³人之質生為何，

解 $天^2地^3人 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 天 \cdot 天 \cdot 地 \cdot 地 \cdot 地 \cdot 人$ ，

法術 分其係數為質生數，

分元幾何為質生，法按其指數而書其元
字若干次，

求下諸式之質生，

問 2、8甲乙，

問 3、10天²地³，

問 4、15甲³地²人，

問 5、20甲天³地，

問 6、42甲天地³，

問 7, $36 \text{天}^2 \text{人}^3$,

問 8, $28 \text{甲}^2 \text{丙}^2 \text{天}$,

問 9, $35 \text{天}^2 \text{人}^2 \text{丙}^3$,

104. 劈多項式爲獨項與多項之諸生、

問 1, $5 \text{甲}^2 \text{乙} \text{丙} + 10 \text{甲}^2 \text{丙} - 20 \text{甲}^2 \text{乙} \text{丙}$ 之諸生爲何、

算 草

$$5 \text{甲}^2 \text{丙} \overline{) 5 \text{甲}^2 \text{乙} \text{丙} + 10 \text{甲}^2 \text{丙} - 20 \text{甲}^2 \text{乙} \text{丙}}$$

$$\text{乙} + 2 - 4 \text{乙}$$

$$5 \text{甲}^2 \text{丙} (\text{乙} + 2 - 4 \text{乙})$$

釋曰、查多項式之各項、俱含 $5 \text{甲}^2 \text{丙}$ 爲生、故以此公生除之、即得餘一生、而此式之二生、爲 $5 \text{甲}^2 \text{丙}$ 與 $(\text{乙} + 2 - 4 \text{乙})$ 、

法術 以諸項之最大公生除本式、則法與得式卽爲本式之二生、

求下列多項式之諸生、

問 2, $5 \text{甲}^2 \text{乙} + 6 \text{甲}^2 \text{丁}$ 、

問 3, $8 \text{天}^2 \text{地}^2 + 12 \text{天}^2 \text{人}^2$ 、

問 4, $6 \text{天} \text{地} \text{人} + 12 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人}$ 、

問 5, $9 \text{天}^3 \text{地}^2 \text{人} + 18 \text{天} \text{地}^2 \text{人}^2$ 、

- 問 6, $甲^2天^2地^2人 + 甲^2天地人^2,$
- 問 7, $甲^2丙 + 乙^2丙 + 丙^2丁^2,$
- 問 8, $4天^2地 + 丙天地^2 + 3天地^3,$
- 問 9, $4甲乙天 + 6甲^2天^2 + 8甲天,$
- 問 10, $3甲^3地 - 6甲^2地^2 + 9甲地^3,$
- 問 11, $2甲^2丙 - 2甲^2丙^2 + 3甲丙,$
- 問 12, $5甲丙丁 - 2丙^2丁^2 + 乙丙丁,$
- 問 13, $4乙^2丙^2 - 12甲乙丙 - 9丙^2,$
- 問 14, $3甲^2乙 + 甲乙丙 - 甲乙丁,$
- 問 15, $5甲^3天^2 - 5甲^2天^3 + 10甲^2天^2人,$
- 問 16, $6天^2地^3人 - 3天地^2人^2 + 天地,$
- 問 17, $12甲^2丙天 + 15甲丙^2天 - 12甲丙$
天,
- 問 18, $6甲^4乙^5 + 21甲^3乙^3 - 24甲^2乙^4,$
- 問 19, $20丙^3天^2 - 15丙^4天 + 5丙^2天^2,$
- 問 20, $56天^3地^3 + 112天^4地^3 - 216天^6地^3,$
- 問 21, $65天^5地^6 - 85天^7地^6 + 255天^4地^8,$
- 問 22, $75甲^3地^4 + 150甲^2地^6 - 225甲地^7,$
- 問 23, $48乙^2丙^6 - 144乙^6丙^3 - 192乙^5丙^3,$

105, 劈三項式之爲平方者之二生,

$$(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙}) = \text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2,$$

$$(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2,$$

問 1, $(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙})$ 之合爲何, 是則
 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之二生爲何,

問 2, $(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} - \text{乙})$ 之合爲何, 是則
 $\text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之二生爲何, 三項式
 內何項之號乃以定二項生中間之號,

一幾何有二個等根者, 任取其一俱曰平方根

法術 將三項式之諸項, 按一元之次數
 或順列之, 或倒列之, 取其首末二項之平方
 根連以中項之號, 即爲其二個等生之一,

求下諸三項式之二等生,

問 1, $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2,$

問 2, $\text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2,$

問 3, $\text{乙}^2 - 2\text{乙丙} + \text{丙}^2,$

問 4, $\text{未}^2 + 2\text{未申} + \text{申}^2,$

問 5, $\text{天}^2 + 2\text{天} + 1,$

- 問 6, $天^2 + 4天 + 4,$
問 7, $地^2 - 2地 + 1,$
問 8, $4地^2 - 4地 + 1,$
問 9, $9天^2 + 6天 + 1,$
問 10, $16天^2 + 16天 + 4,$
問 11, $9地^2 - 18地 + 9,$
問 12, $人^6 + 16人^3 + 64,$
問 13, $16甲^2乙^4 - 8甲乙^3丙^2 + 乙^2丙^4,$
問 14, $9寅^2 + 18寅卯 + 9卯^2,$
問 15, $9 + 6天 + 天^2,$
問 16, $1 - 2天^2 + 天^4,$
問 17, $16卯^2 - 8卯 + 1,$
問 18, $16 + 16甲 + 4甲^2,$
問 19, $36 + 12甲^2 + 甲^4,$
問 20, $49 - 14天^3 + 天^6,$
問 21, $81天^2 - 18甲天 + 甲^2,$
問 22, $4甲^{2卯} + 12甲卯乙卯 + 9乙^{2卯},$
問 23, $天^2 - 30天 + 225,$
問 24, $4天^4 - 64天^2 + 256,$

問 25, $49\text{天}^2 - 112\text{天地} + 64\text{地}^2$,

問 26, $196\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2 + 112\text{甲乙}^2\text{丙}^2\text{丁} + 16\text{乙}^2\text{丙}^2\text{丁}^2$,

平方之項有在括弧內者,亦可仿此劈其二生,

問 27, 劈 $\text{天}^2 + 2\text{天}(\text{天} - \text{地}) + (\text{天} - \text{地})^2$ 爲二生,

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \text{天}^2 + 2\text{天}(\text{天} - \text{地}) + (\text{天} - \text{地})^2 \\ & = (\text{天} + (\text{天} - \text{地}))(\text{天} + (\text{天} - \text{地})) \\ & = (\text{天} + \text{天} - \text{地})(\text{天} + \text{天} - \text{地}) \\ & = (2\text{天} - \text{地})(2\text{天} - \text{地}) \end{aligned}$$

問 28, 劈 $(\text{甲} + \text{乙})^2 - 2(\text{甲} + \text{乙})(\text{乙} - \text{丙}) + (\text{乙} - \text{丙})^2$ 爲二生,

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (\text{甲} + \text{乙})^2 - 2(\text{甲} + \text{乙})(\text{乙} - \text{丙}) + (\text{乙} - \text{丙})^2 \\ & = ((\text{甲} + \text{乙}) - (\text{乙} - \text{丙}))((\text{甲} + \text{乙}) - (\text{乙} - \text{丙})) \\ & = (\text{甲} + \text{乙} - \text{乙} + \text{丙})(\text{甲} + \text{乙} - \text{乙} + \text{丙}) \\ & = (\text{甲} + \text{丙})(\text{甲} + \text{丙}), \end{aligned}$$

求下諸式之二等生,

問 29, $\text{天}^2 + 4\text{天}(\text{天} - \text{地}) + 4(\text{天} - \text{地})^2$,

問 30, $4 + 4(\text{天} - \text{地}) + (\text{天} - \text{地})^2$,

- 問 31, $(甲 + 乙)^2 + 6(甲 + 乙) + 9,$
- 問 32, $16 + 8(甲 - 乙) + (甲 - 乙)^2,$
- 問 33, $4天(天 - 地) + 4天^2 + (天 - 地)^2,$
- 問 34, $9天^2 - 6天(天 + 地) + (天 + 地),$
- 問 35, $4天^2 + 9(天 - 地)^2 + 12天(天 - 地)^2,$
- 問 36, $12地(天 - 地) + 4(天 - 地)^2 + 9地^2,$
- 問 37, $(甲 + 2乙)^2 - 4(甲 + 2乙)(乙 - 丙)$
 $+ 4(乙 - 丙)^2,$
- 問 38, $4(甲 + 乙)^2 - 4(甲 + 乙)(2乙 - 丙)$
 $+ (2乙 - 丙)^2,$
- 問 39, $(天 + 地)^2 - 2(天 + 地)(地 - 人) +$
 $(地 - 人)^2,$
- 問 40, $9(天 + 地)^2 - 6(天 + 地)(3地 - 人)$
 $+ (3地 - 人)^2,$
- 問 41, $(甲 + 5乙)^2 - 10(甲 + 5乙)(乙 - 丙)$
 $+ 25(乙 - 丙)^2,$
- 問 42, $4(甲 + 3乙)^2 - 24(甲 + 3乙)(乙 - 丙)$
 $+ 36(乙 - 丙)^2,$
- 問 43, $16(甲 + 天)^2 - 32(甲 + 天)(天 - 地)^2$

$$+16(\text{天}-\text{地})^2,$$

問 44, $25(\text{天}+\text{地})^2 - 50(\text{天}+\text{地})(\text{地}-\text{人})$
 $+25(\text{地}-\text{人})^2,$

二項式之爲兩平方較者,劈爲兩二項生,

$$(\text{甲}+\text{乙})(\text{甲}-\text{乙}) = \text{甲}^2 - \text{乙}^2,$$

$$(\text{天}^2+\text{地}^2)(\text{天}^2-\text{地}^2) = \text{天}^4 - \text{地}^4,$$

問 1, $(\text{甲}+\text{乙})(\text{甲}-\text{乙})$ 之合何也, 然則 $\text{甲}^2 - \text{乙}^2$ 之二生爲何, 此二生何異,

問 2, $(\text{天}^2+\text{地}^2)(\text{天}^2-\text{地}^2)$ 之合何也, 然則 $\text{天}^4 - \text{地}^4$ 之二生爲何, 此二生何異,

法術 求二項式各項之平方根,取其和卽爲一生,又取其較另爲一生,

時或有一幾何之二生,尙有可劈生者,

$$\text{天}^4 - \text{地}^4 = (\text{天}^2 + \text{地}^2)(\text{天}^2 - \text{地}^2) = (\text{天}^2 + \text{地}^2)(\text{天} + \text{地})(\text{天} - \text{地})$$

劈下諸式爲最簡之生,

問 1, $\text{甲}^2 - \text{乙}^2,$

問 2, $\text{丙}^2 - \text{丁}^2,$

問 3, $\text{寅}^2 - \text{卯}^2,$

- 問 4, $4\text{天}^2 - 4\text{地}^2$,
- 問 5, $9\text{天}^2 - \text{地}^2$,
- 問 6, $\text{天}^2 - 9\text{地}^2$,
- 問 7, $16\text{天}^2 - 16\text{地}^2$,
- 問 8, $9\text{丙}^2 - 16\text{丁}^2$,
- 問 9, $25\text{甲}^2 - 9\text{乙}^2$,
- 問 10, $9\text{地}^2 - 1$,
- 問 11, $25\text{天}^4 - 16\text{地}^6$,
- 問 12, $36\text{地}^2 - 49\text{人}^6$,
- 問 13, $4\text{天}^4 - 9\text{地}^2$,
- 問 14, $\text{天}^2\text{地}^2 - 4\text{地}^3\text{人}^2$,
- 問 15, $\text{寅}^4 - \text{卯}^4$,
- 問 16, $\text{甲}^8 - \text{乙}^8$,
- 問 17, $\text{寅}^{2\text{卯}} - \text{卯}^{2\text{寅}}$,
- 問 18, $9\text{甲}^{2\text{卯}} - 4\text{乙}^{4\text{卯}}$,
- 問 19, $\text{甲}^{16} - \text{乙}^8$,
- 問 20, $6\text{甲}^2\text{乙}^2 - 4\text{丙}^4$,
- 問 21, $\text{甲}^4\text{天}^4 - 9\text{丙}^3\text{丁}^4$,
- 問 22, $\text{天}^{12} - \text{地}^{10}$,

- 問 23, $4乙^2丙^4 - 25丁^3$,
 問 24, $81乙^4 - 16$,
 問 25, $121甲^2 - 36乙^4$,
 問 26, $169丙^4 - 49丁^6$,
 問 27, $100甲^2丁^4 - 64$,
 問 28, $64 - 25天^4地^4$,
 問 29, $49 - 36天^2地^4$,
 問 30, $16寅^{2卯} - 卯^4寅$
 問 31, $289天^6 - 地^{6卯}$,
 問 32, $256甲^4 - 36人^5$,
 問 33, $196天^{4卯} - 9$,
 問 34, $225天^2地^{2卯} - 121人^4$,
 問 35, $324天^2地^4人^6 - 81$,
 問 36, $225天^2地^8 - 144$,
 問 37, 劈 $9甲^2 - (2甲 + 乙)^2$ 爲二生,

解 一生爲 $3甲 + (2甲 + 乙)$, 又一生爲 $3甲 - (2甲 + 乙)$,

$$3甲 + (2甲 + 乙) = 5甲 + 乙,$$

$$又 3甲 - (2甲 + 乙) = (甲 - 乙),$$

$$\therefore 9甲^2 - (2甲 + 乙)^2 = (5甲 + 乙)(甲 - 乙),$$

問 38, 劈 $(5\text{天} + 3\text{地})^2 - (3\text{天} - 2\text{地})^2$ 爲
二生,

解 其一生爲 $(5\text{天} + 3\text{地}) + (3\text{天} - 2\text{地})$ 又一生爲

$$(5\text{天} + 3\text{地}) - (3\text{天} - 2\text{地}),$$

$$(5\text{天} + 3\text{地}) + (3\text{天} - 2\text{地}) = 8\text{天} + \text{地},$$

$$\text{又 } (5\text{天} + 3\text{地}) - (3\text{天} - 2\text{地}) = 2\text{天} + 5\text{地},$$

$$\therefore (5\text{天} + 3\text{地})^2 - (3\text{天} - 2\text{地})^2 = (8\text{天} + \text{地})(2\text{天} + 5\text{地}),$$

劈下諸式之生,

問 39, $\text{丙}^2 - (\text{甲} + \text{乙})^2,$

問 40, $\text{乙}^2 - (\text{天} + \text{地})^2,$

問 41, $4\text{丙}^2 - (\text{天} + \text{地})^2,$

問 42, $9\text{丙}^2 - (\text{天} - \text{地})^2,$

問 43, $\text{天}^2 - (\text{甲} + 2\text{乙})^2,$

問 44, $\text{丙}^3 - (3\text{甲} - \text{乙})^2,$

問 45, $\text{乙}^2 - (2\text{甲} - 3\text{丙})^2,$

問 46, $4\text{丙}^2 - (2\text{甲} + 3\text{乙})^2,$

問 47, $9\text{丙}^2 - (2\text{甲} - 3\text{乙})^2,$

問 48, $(\text{甲} + \text{乙})^2 - (\text{甲} - \text{乙})^2,$

問 49, $(\text{天} + \text{地})^2 - (2\text{天} + 3)^2,$

問 50, $(\text{天} + \text{地})^2 - (2\text{天} - 4)^2,$

問 51, $(2\text{天} + 3)^2 - (3\text{天} - 4)^2,$

問 52, $(2\text{天} + 3\text{地})^2 - (3\text{天} - 4\text{地})^2,$

問 53, $(5\text{天} + 2\text{地})^2 - (4\text{天} - 3\text{地})^2,$

問 54, $(7\text{天} - 3\text{地})^2 - (2\text{天} + \text{地})^2,$

問 55, $(8\text{天} + 5\text{地})^2 - (3\text{天} - 2\text{地})^2,$

問 56, $(9\text{天} + 3\text{地})^2 - (2\text{天} - 5\text{地})^2,$

多項式有時可寫爲二平方之較、而以上法劈其生、

問 57, 劈 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2$ 之生、

解 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 = (\text{甲} + \text{乙})^2 - \text{丙}^2,$

$$(\text{甲} + \text{乙})^2 - \text{丙}^2 = ((\text{甲} + \text{乙}) + \text{丙})((\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}))$$

$$\text{即} (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙})(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}),$$

$$\therefore \text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 = (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙})(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙}),$$

問 58, 劈 $2\text{丙丁} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 - 2\text{甲乙} - \text{丁}^2 + \text{甲}^2$ 之生、

解 $2\text{丙丁} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 - 2\text{甲乙} - \text{丁}^2 + \text{甲}^2,$

重行排列 $= \text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 + 2\text{丙丁} - \text{丁}^2$

$$= \text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 - (\text{丙} - 2\text{丙丁} + \text{丁}^2),$$

$$= (\text{甲} - \text{乙})^2 - (\text{丙} - \text{丁})^2,$$

$$= ((甲-乙) + (丙-丁)) ((甲-乙) - (丙-丁)),$$

$$= (甲 - 乙 + 丙 - 丁)(甲 - 乙 - 丙 + 丁),$$

劈下諸式之生、

- 問 59, $乙^2 + 2乙丙 + 丙^2 - 丁^2,$
- 問 60, $甲^2 + 2甲天 + 天^2 - 4地^2,$
- 問 61, $4甲^2 - 天^2 + 2天地 - 地^2,$
- 問 62, $甲^2 - 6甲天 + 9天^2 - 4丙^2,$
- 問 63, $4天^2 + 4天地 + 地^2 - 4人^2,$
- 問 64, $天^2 - 乙^2 - 2天地 + 地^2,$
- 問 65, $天^2 + 4天地 - 4人^2 + 4地^2,$
- 問 66, $天^2 - 9地^2 + 6天 + 9,$
- 問 67, $4天^2 + 12天地 = 9丙^2 + 9地^2,$
- 問 68, $4甲^2 + 9乙^2 - 16丙^2 - 12甲乙,$
- 問 69, $9天^2 - 25人^2 + 16地^2 + 24天地,$
- 問 70, $甲^2 + 2乙丁 + 丙^2 - 乙^2 + 2甲丙 - 丁^2,$
- 問 71, $4乙^2 - 天^2 + 4天地 + 甲^2 + 4甲乙 - 4地^2,$
- 問 72, $丁^2 - 甲^2 + 4甲天 - 4丙丁 + 4丙^2 - 4丙^2,$

107. 劈二次三項式之生

$$(\text{天} + 3)(\text{天} + 4) = \text{天}^2 + 7\text{天} + 12,$$

$$(\text{天} - 3)(\text{天} + 4) = \text{天}^2 + \text{天} - 12,$$

$$(\text{天} + 3)(\text{天} - 4) = \text{天}^2 - \text{天} - 12,$$

$$(\text{天} - 3)(\text{天} - 4) = \text{天}^2 - 7\text{天} + 12,$$

$$(\text{天} - 2)(\text{天} + 6) = \text{天}^2 + 4\text{天} - 12,$$

問 1, 前四式之諸生, 各有何異,

問 2, 合之何項, 各爲相似,

問 3, 生之首項, 如何自合得之,

問 4, 生之末項, 如何自合得之,

問 5, 合之次項係數, 如何自生之末項得之,

108. 二次三項式者, 三項式如 $\text{天}^2 + \text{乙}\text{天} + \text{丙}$, 其丙爲二幾何之合, 乙爲此二幾何之代數和, 且乙與丙同爲正或負,

問 1, 劈 $\text{天}^2 - 9\text{天} - 36$ 爲二生,

釋曰, 此二生之首項各當爲天明矣, 又 36 可爲下各對幾何之合, 卽 6 與 6, 4 與 9, 3 與 12, 36 與 1, 12 與 2, 故二生之次項必在此諸對之內,

然此二幾何之代數和爲 -9 、故必爲 3 與 -12 、因此外更無別對幾何、可得此答、

故本式之二生、即 $(天+3)$ 與 $(天-12)$ 、

法術 將三項式按一元之次數或順或倒列之、

取三項式首項之平方根爲生之首項、繼查何二幾何之合、等於本式之末項、而其代數和乘生之首項等於本式次項者、即取之爲生之次項、

劈下諸式爲簡生、

問 2, $天^2 + 3天 + 2,$

問 3, $天^2 + 7天 + 12,$

問 4, $天^2 - 4天 - 21,$

問 5, $天^2 - 7天 - 18,$

問 6, $天^2 + 6天 + 8,$

問 7, $天^2 + 12天 + 32,$

問 8, $乙^2 - 8乙 + 15,$

問 9, $乙^2 + 乙 - 12,$

問 10, $乙^2 - 乙 - 12,$

- 問 11, $乙^2 + 2乙 - 35,$
問 12, $地^2 + 地 - 56,$
問 13, $地^2 + 3地 - 40,$
問 14, $乙^2 + 19乙丙 + 48丙^2,$
問 15, $丙^3丁^4 + 7丙^4丁^2 + 12,$
問 16, $天^2地^2 + 7天地人 + 10人^2,$
問 17, $天^2 + 9天 - 36,$
問 18, $天^2 - 57天 + 56,$
問 19, $天^2 - 10天 - 39,$
問 20, $天^2 - 12天 - 64,$
問 21, $4天^2 - 10天 + 6,$
問 22, $9天^2 - 27天 + 18,$
問 23, $4天^2 + 16甲天 + 12甲^2,$
問 24, $9甲^2 + 30甲乙 + 24乙^2,$
問 25, $4甲^2 + 4甲 - 3,$
問 26, $4乙^2 + 10乙 - 14,$
問 27, $9甲^2 - 15甲 - 14,$
問 28, $16丙^2 - 48丙 + 35,$
問 29, $9天^2 + 6天地 - 15地^2,$

問 30, $16 \text{ 地}^2 + 24 \text{ 地 人} - 7 \text{ 人}^2$,

問 31, $4 \text{ 天}^2 - 14 \text{ 天 地} + 10 \text{ 地}^2$,

問 32, $25 \text{ 地}^2 - 25 \text{ 地 人} + 6 \text{ 人}^2$,

問 33, $49 \text{ 天}^6 + 14 \text{ 天}^3 \text{ 地} - 15 \text{ 地}^2$,

109. 劈他種三項式爲兩項生,

第一端 首項非平方數,

問 1, 劈 $8 \text{ 天}^2 + \text{天} - 7$ 之生,

算 草

$$\begin{aligned} 8 \text{ 天}^2 + \text{天} - 7 &= (8 \text{ 天}^2 + \text{天} - 7) \times \frac{8}{8} \\ &= \frac{64 \text{ 天}^2 + 8 \text{ 天} - 56}{8} = \frac{(8 \text{ 天} + 8)(8 \text{ 天} - 7)}{8} \\ &= \frac{(8 \text{ 天} + 1)(8 \text{ 天} - 7)}{8} = (\text{天} + 1)(8 \text{ 天} - 7) \end{aligned}$$

釋曰：式之首項非平方，故可以 8 乘之，使爲正方，如乘 $\frac{8}{8}$ ，幾何之同數不改，

既乘 $\frac{8}{8}$ 後按百零八節，劈而化簡之，得二生爲 $(\text{天} + 1)$

$(8 \text{ 天} - 7)$ 、

第二端 次項非適含首項之平方根，

問 1, 劈 $4 \text{ 天}^2 - 7 \text{ 天} + 3$ 之生，

算 草

$$\begin{aligned}
 4天^2 - 7天 + 3 &= (4天^2 - 7天 + 3) \times \frac{4}{4} \\
 &= \frac{16天^2 - 28天 + 12}{4} = \frac{(4天 - 4)(4天 - 3)}{4} \\
 &= \frac{4(天 - 1)(4天 - 3)}{4} = (天 - 1)(4天 - 3)
 \end{aligned}$$

釋曰式之首項、雖爲平方數、而其方根非爲次項之整生、故必以4乘全式、令次項可含首項之方根、且乘 $\frac{4}{4}$ 則式之同數不改、

既以 $\frac{4}{4}$ 乘之、次按百零八節、劈生而化簡之、得二生爲
(天 - 1)(4天 - 3)、

求下諸式之二項生、

- 問 2, $2天^2 + 3天 - 2,$
 問 3, $3天^2 + 6天 + 3,$
 問 4, $3天^2 - 17天 + 10,$
 問 5, $5天^2 - 38天 + 21,$
 問 6, $3天^2 - 天 - 2,$
 問 7, $3天^2 + 7天 - 6,$
 問 8, $3天^2 + 11天 - 20,$
 問 9, $2天^2 + 11天 + 12,$

- 問 10, $4\text{天}^2 + \text{天地} - 3\text{地}^2,$
 問 11, $4\text{天}^2 - 5\text{天地} + \text{地}^2,$
 問 12, $5\text{天}^2 - 29\text{天地} + 36\text{地}^2,$
 問 13, $7\text{天}^2 + 123\text{天} - 54,$
 問 14, $10\text{天}^2 + 3\text{天地} - \text{地}^2,$
 問 15, $3\text{天}^2 + 7\text{天地} - 6\text{地},$
 問 16, $4\text{天}^2 + 7\text{天} - 15,$
 問 17, $6\text{天}^2 - \text{天地} - 2\text{地},$

110. 集項劈生法.

問 1, 劈天地 + 甲地 + 乙天 + 甲乙之生、

解 $\text{天地} + \text{甲地} + \text{乙天} + \text{甲乙} = \text{地}(\text{天} + \text{甲}) + \text{乙}(\text{天} + \text{甲}) = (\text{地} + \text{乙})(\text{天} + \text{甲}),$

問 2, 劈甲天 - 乙天 - 甲地 + 乙地之生

解 $\text{甲天} - \text{乙天} - \text{甲地} + \text{乙地} = \text{甲天} - \text{乙天} - (\text{甲地} - \text{乙地})$

$$= \text{天}(\text{甲} - \text{乙}) - \text{地}(\text{甲} - \text{乙})$$

$$= (\text{天} - \text{地})(\text{甲} - \text{乙}).$$

劈下諸式之生、

問 3, $\text{天}^2 + \text{乙天} + \text{丙天} + \text{乙丙},$

問 4, $\text{甲天} - \text{乙地} + \text{乙天} - \text{甲地},$

- 問 5, $乙^2 - 乙丙 + 甲乙 - 甲丙,$
- 問 6, $甲地 - 乙地 + 甲乙 - 地^2,$
- 問 7, $乙地 - 乙天 + 3甲天 - 3甲地,$
- 問 8, $甲乙丙 + 甲丙丁 + 乙丁 + 甲^2丙^2,$
- 問 9, $2甲 + 乙天^2 + 2乙 + 甲天^2,$
- 問 10, $天^2 - 天地 + 3地 - 3天,$
- 問 11, $乙天 - 丙天 + 乙丙 - 天^2,$
- 問 12, $丁天地 - 丙天地 + 丙丁天^2 - 地^2,$
- 問 13, $甲乙天^2 - 甲天地 + 乙天地 - 地^2,$
- 問 14, $乙丁^2天 - 乙^2丁地 + 甲乙丙地 - 甲丙丁天,$
- 問 15, $3乙丙 - 4甲丁 + 6甲丙 - 2乙丁,$
- 問 16, $15甲天 - 20甲地 + 9乙天 - 12乙地,$
- 問 17, $36甲乙 - 18甲丙 - 18乙^2 + 9乙丙,$
- 問 18, $12甲天 - 9甲地 - 8乙天 + 6乙地,$
- 問 19, $甲丙天 + 乙丙天 + 甲丁天 + 乙丁天 + 甲丙地 + 乙丙地 + 甲丁地 + 乙丁地,$

問 20, 2 甲天人 $- 2$ 甲亥天 $+ 3$ 乙亥天 $- 3$ 乙天人 $- 4$ 甲亥地 $+ 4$ 甲地人 $- 6$ 乙地人 $+ 6$ 乙亥地,

111. 劈三項式之如 $甲^4 + 甲^2乙^2 + 乙^4$ 者,

問 1, 劈 $天^4 + 天^2地^2 + 地^4$ 之生,

釋曰 $天^4 + 天^2地^2 + 地^4$ 加 1 $天^2地^2$, 即成平方, 如同時於式內, 加 1 $天^2地^2$, 又減 1 $天^2地^2$, 全式之同數不改, 惟所加減者, 必當能令原來三項式成正方, 既加減之後, 則式變為

$$\begin{aligned} 天^4 + 天^2地^2 + 地^4 &= 天^4 + 2地^2天^2 + 地^4 - 天^2地^2, \\ &= (天^2 + 地^2)^2 - 天^2地^2 \\ &= ((天^2 + 地^2) + 天地) ((天^2 + 地^2) - 天地) \\ &= (天^2 + 地^2 + 天地) (天^2 + 地^2 - 天地) \\ &= (天^2 + 天地 + 地^2) (天^2 - 天地 + 地^2) \end{aligned}$$

問 2, 劈 $甲^4 + 甲^2 + 1$ 之生,

$$\begin{aligned} 解 \quad 甲^4 + 甲^2 + 1 &= 甲^4 + 2甲^2 + 1 + 甲^2 \\ &= (甲^2 + 1)^2 - 甲^2 = ((甲^2 + 1) + 甲) ((甲^2 + 1) - 甲) \\ &= (甲^2 + 1 + 甲) (甲^2 + 1 - 甲) = (甲^2 + 甲 + 1) (甲^2 - 甲 + 1) \end{aligned}$$

劈下諸式之生,

問 3, $乙^4 + 乙^2丙^2 + 丙^4$,

問 4, $天^4 + 天^2 + 1$,

問 5, $9乙^4 + 21乙^2丙^2 + 25丙^4,$

問 6, $9乙^4 + 3乙^2天^2 + 4天^4,$

問 7, $25天^4 - 9天^2地^2 + 16地^4,$

問 8, $16甲^4 - 17甲^2乙^2 + 乙^4,$

問 9, $36天^4 + 23天^2地^2 + 16地^4,$

問 10, $49乙^4 - 11乙^2丙^2 + 25丙^4,$

問 11, $64甲^4 + 128甲^2乙^2 + 81乙^4,$

問 12, $49天^4 + 34天^2地^2 + 25地^4,$

問 13, $9丙^4 + 38丙^2丁^2 + 49丁^4,$

問 14, $36甲^4 - 16甲^2乙^2 + 49乙^4,$

問 15, $25乙^4 + 31乙^2丙^2 + 64丙^4,$

問 16, $25乙^4 - 乙^2丙^2 + 64丙^4,$

問 17, $81天^4 + 20天^2地^2 + 4地^4,$

問 18, $81天^4 - 64天^2地^2 + 4地^4,$

112. 劈二幾何等次方較之生,

$$(甲^2 - 乙^2) \div (甲 - 乙) = 甲 + 乙,$$

$$(甲^3 - 乙^3) \div (甲 - 乙) = 甲^2 + 甲乙 + 乙^2,$$

$$(甲^4 - 乙^4) \div (甲 - 乙) = 甲^3 + 甲^2乙 + 甲乙^2 + 乙^3,$$

問 1, 商之首項與實之首項相比何如,

商之次項所含何元，其三項含何元，其四項含何元，

問 2, 各項之號如何，

問 3, 二幾何等次方較，爲二幾何較所除，各項內甲與乙之指數何如，

113, 總理 二幾何等次方較，恆可爲此二幾何之較除盡，

寫出下諸問之商，

問 1, $(天^8 - 地^8) \div (天 - 地)$ ，

問 2, $(天^9 - 地^9) \div (天 - 地)$ ，

問 3, $(天^4 - 1) \div (天 - 1)$ ，

問 4, $(天^4 - 16) \div (天 - 2)$ ，

問 5, $(天^8 - 地^8) \div (天^2 - 地^2)$ ，

劈下諸式之生，

問 6, $(甲 - 27)^3$ ，

問 7, $(天^6 - 64)$ ，

問 8, $(8甲^3 - 乙^3)$ ，

問 9, $(27天^3 - 地^3)$ ，

問 10, $(343 - 天^3)$ ，

114. 證者,表所言之是非也,

115. 一百十三節之總理,證之如左,

設天與地爲二幾何,卯爲方之指數,則
 $天^卯 - 地^卯$ 爲二幾何之等次方較,而天一地
 爲二幾何較,

算 草

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 天^卯 - 地^卯 \\
 天^卯 - 天^{卯-1}地
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 天 - 地 \\
 \hline
 天^{卯-1} + 天^{卯-2}地
 \end{array} \right. \\
 \hline
 \text{首次餘} \quad 天^{卯-1}地 - 地^卯 \\
 \quad \quad \quad 天^{卯-1}地 - 天^{卯-2}地^2 \\
 \hline
 \text{二次餘} \quad \quad \quad 天^{卯-2}地^2 - 地^卯 \\
 \text{卯次餘} \quad \quad \quad 天^{卯-卯}地^卯 - 地^卯 \\
 \quad \quad \quad 天^0 \quad 地^卯 - 地^卯 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 地^卯 - 地^卯 = 0
 \end{array}$$

證曰除 $天^卯 - 地^卯$ 得其諸餘,見其首次餘之首項爲 $天^{卯-1}$ 地,二次餘之首項爲 $天^{卯-2}地^2$,三次餘爲 $天^{卯-3}地^3$,四次餘爲 $天^{卯-4}地^4$,故卯次餘爲 $天^{卯-卯}地^卯$,但 $天^{卯-卯}$ 爲 $天^0$ 而等於 1, (九十四節一)故卯次餘之首項剩爲 $地^卯$,

夫既卯次餘之次項爲 $-地^卯$,故卯次餘全式爲 $地^卯 - 地^卯$ 即 0,是則無餘而除盡也,故設天地爲二幾何,卯爲任次方指數, $天^卯 - 地^卯$,必可爲天一地除盡,如總理云云,

116, 上節已明證二幾何等次方之較,必可爲二幾何較除盡,今考其有可爲二幾何和除盡之時否,

$$(\text{天}^2 - \text{地}^2) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天} - \text{地},$$

$$(\text{天}^3 - \text{地}^3) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^2 - \text{天地} + \text{地}^2,$$

餘 $- 2 \text{地}^3$,

$$(\text{天}^4 - \text{地}^4) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^3 - \text{天}^2 \text{地} + \text{天地}^2 - \text{地}^3,$$

$$(\text{天}^5 - \text{地}^5) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^4 - \text{天}^3 \text{地} + \text{天}^2 \text{地}^2 - \text{天地}^3 + \text{地}^4 \quad \text{餘} - 2 \text{地}^5,$$

問 1, 二幾何等次方較爲二幾何和所除, 商之諸項各有何號,

問 2, 商之指數有何定例,

問 3, 二幾何等次方較適爲二幾何和除盡時,其天與地之指數爲何,

117, 總理 二幾何等次方較,若其指數爲雙數,可爲二幾何之和除盡,寫下諸問之商,

問 1, $(\text{天}^6 - \text{地}^6) \div (\text{天} + \text{地}),$

問 2, $(天^{10} - 地^{10}) \div (天 + 地),$

問 3, $(天^4 - 1) \div (天 + 1),$

問 4, $(天^4 - 16) \div (天 + 2),$

問 5, $(天^8 - 地^8) \div (天^2 + 地^2),$

劈下諸式之生,

問 6, $天^4 - 81,$

問 7, $天^6 - 64,$

問 8, $16甲^4 - 16乙^4,$

問 9, $甲^6天^6 - 地^6,$

問 10, $甲^8乙^8 - 丙^8丁^8,$

問 11, 證上總理之實,

算 草

$天^{\text{卯}} - 地^{\text{卯}}$	$天 + 地$
$天^{\text{卯}} + 天^{\text{卯}-1}地$	$天^{\text{卯}-1} - 天^{\text{卯}-2}地 + 天^{\text{卯}-3}地^2 - 天^{\text{卯}-4}地^3$
首次餘 $- 天^{\text{卯}-1}地 - 地^{\text{卯}}$	
$- 天^{\text{卯}-1}地 - 天^{\text{卯}-2}地^2$	
二次餘	$天^{\text{卯}-2}地^2 - 地^{\text{卯}}$
	$天^{\text{卯}-2}地^2 + 天^{\text{卯}-3}地^3$
三次餘	$- 天^{\text{卯}-3}地^3 - 地^{\text{卯}}$
	$- 天^{\text{卯}-3}地^3 - 天^{\text{卯}-4}地^4$
四次餘	$天^{\text{卯}-4}地^4 - 地^{\text{卯}}$

解 既每次所餘之次項爲負數,則必首項爲正,而後餘可化爲0,學者當指明何次之餘,可化爲0,

118. 劈二幾何等次方和之生,

$$(\text{天}^2 + \text{地}^2) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天} - \text{地} \quad \text{餘 } 2\text{地}^2,$$

$$(\text{天}^3 + \text{地}^3) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^2 - \text{天地} + \text{地}^2,$$

$$(\text{天}^4 + \text{地}^4) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^3 - \text{天}^2\text{地} + \text{天地}^2 - \text{地}^3, \quad \text{餘 } 2\text{地}^4,$$

$$(\text{天}^5 + \text{地}^5) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^4 - \text{天}^3\text{地} + \text{天}^2\text{地}^2 - \text{天地}^3 + \text{地}^4,$$

問 1、商之諸項,各有何號,

問 2、指數有何定例,

問 3、當二幾何等次方和,爲此二幾何和²

除盡時,其天與地之指數爲何,

119. 總理 二幾何等次方和必其指數爲單數,方可爲二幾何和除盡,

寫下諸問之商,

問 1、 $(\text{天}^7 + \text{地}^7) \div (\text{天} + \text{地}),$

問 2、 $(\text{天}^9 + \text{地}^9) \div (\text{天} + \text{地}),$

問 3、 $(\text{天}^5 + 1) \div (\text{天} + 1),$

- 問 4, $(天^3地^3 + 甲^3乙^3) \div (天地 + 甲乙)$
 問 5, $(天^{10} + 地^5人^5) \div 天^2 + 地人,$
 問 6, $(天^{10} + 1) \div (天^2 + 1),$

劈下諸式之生

- 問 7, 甲⁵ + 乙¹⁰丙¹⁰, 劈生爲何,
 問 8, 天⁷ + 地⁷人⁷,
 問 9, 寅⁵卯⁵ + 未⁵申⁵
 問 10, 甲⁵乙¹⁰ + 丙⁵丁¹⁰,
 問 11, 甲⁵天¹⁰ + 乙¹⁰地¹⁰,
 問 12, 天¹⁰地⁵ + 人⁵地¹⁰,
 問 13, 證本節之總理

120, 劈生法習問

- 問 1, $甲^2 - 2甲 - 8,$
 問 2, $9甲^2 - 乙^2,$
 問 3, $(甲 + 乙)^2 - (甲 - 乙)^2,$
 問 4, $地^2 + 2地寅 + 寅^2,$
 問 5, $乙^2 - 12乙 - 45,$
 問 6, $天^4 - 地^4,$
 問 7, $卯^2 + 2卯 - 80,$

- 問 8, $\text{寅}^4 + \text{卯}^4,$
- 問 9, $\text{甲丙} + \text{乙丙} - \text{甲丁} + \text{乙丁},$
- 問 10, $\text{午}^2 - 4\text{午未} + 4\text{未}^2,$
- 問 11, $9\text{天}^2 - 24\text{天丙} + 16\text{丙}^2,$
- 問 12, $\text{天}^5 + \text{地}^5,$
- 問 13, $\text{甲}^2 - 7\text{甲} - 30,$
- 問 14, $\text{甲}^2 - 9\text{甲} + 14,$
- 問 15, $\text{天}^{18} - \text{地}^9,$
- 問 16, $\text{甲天} - \text{甲地} - \text{乙天} + \text{乙地},$
- 問 17, $\text{甲人} - \text{人} + 2\text{甲} - 2,$
- 問 18, $\text{巳}^2 - 4\text{巳} - 5,$
- 問 19, $\text{甲}^{12} - \text{乙}^{12},$
- 問 20, $6\text{甲}^2 - 31\text{甲} + 35,$
- 問 21, $(\text{天} - \text{地})^2 - \text{人}^2,$
- 問 22, $\text{天}^2 + 13\text{天地} + 36\text{地}^2,$
- 問 23, $\text{甲}^{2\text{寅}} - \text{乙}^{2\text{卯}},$
- 問 24, $4\text{甲}^2\text{丙}^2 - 12\text{甲丙}^3 + 9\text{丙}^4,$
- 問 25, $\text{丙}^2 + 5\text{丙} - 14,$
- 問 26, $\text{地}^2 + 6\text{地} + 8,$

- 問 27, $天^6 - 1,$
- 問 28, $天地 - 地^2 + 三人 - 地人,$
- 問 29, $9 甲^2 + 12 甲 人^2 + 4 人^4,$
- 問 30, $4 甲^6 - 4 乙^6,$
- 問 31, $天^{2寅} + 2 天^{寅} + 1,$
- 問 32, $4 天^{6寅} + 4 天^{3寅} 地^{寅} + 地^{2寅},$
- 問 33, $4 巳^2 - 8 巳 未 + 4 未^2,$
- 問 34, $16 天^{4卯} - 81 地^{卯},$
- 問 35, $寅^2 - 寅 - 90,$
- 問 36, $天^2 + 2 天 - 35,$
- 問 37, $甲 丙 - 甲 丁^2 + 乙 丙 - 乙 丁^2,$
- 問 38, $寅^2 - 3 寅 - 28,$
- 問 39, $天^2 + 14 天 + 40,$
- 問 40, $85 + 12 地 - 地^2,$
- 問 41, $4 天^2 + 8 天 + 3,$
- 問 42, $天^4 + 天^2 + 1,$
- 問 43, $甲^2 + 乙^2 - 丙^2 - 2 甲 乙,$
- 問 44, $4 丙^4 - 25 丙^2,$
- 問 45, $丙^4 - 8 丙^2 + 16,$

- 問 46, $丙^4 - 丙^2 - 12,$
- 問 47, $地^3 - 3地 + 2,$
- 問 48, $人^4 - 10人^2 - 24,$
- 問 49, $巳^2 + 7巳 + 10,$
- 問 50, $天^3 - 地^3,$
- 問 51, $6乙^2 - 7乙 - 3,$
- 問 52, $100天^2 - (10天 + 地)^2$
- 問 53, $6甲^2 - 3甲寅 - 2甲卯 + 寅卯,$
- 問 54, $4丙^2 + 40丙丁 + 100丁^2,$
- 問 55, $4天^3 - 9地^4,$
- 問 56, $2甲^2 + 4甲 + 甲乙 + 2乙,$
- 問 57, $天^2 - 2天 - 360,$
- 問 58, $25巳寅 - 36天^2巳,$
- 問 59, $12丙^2 + 7丙 - 12,$
- 問 60, $人^2 + (天 - 地)^2 - 2人(天 - 地),$
- 問 61, $(天^2 - 天地)^2 - 2(天^2 - 天地)(天地 - 1) + (天地 - 1)^2,$
- 問 62, $(3天 - 4地)^2 + (2天 - 3地)^2 - 2(3天 - 4地)(2天 - 3地),$

- 問 63, $(甲 + 乙 + 丙 + 丁)^2 - (甲 - 乙 + 丙 - 丁)^2$,
- 問 64, $(天^2 + 地^2 + 人^2 - 2天地 + 2天人 - 2地人) - (地 + 人)^2$,
- 問 65, $天^2地 - 天^2人 - 天地^2 + 天地人$,
- 問 66, $天^2人^2 + 甲天^2 - 甲^2人^2 - 甲^3$,
- 問 67, $甲乙天地 + 乙^2地^2 + 甲丙天 - 丙^2$,
- 問 68, $地^3 - 2甲地^2 - 乙地^2 + 2甲乙地 + 甲^2地 - 甲^2乙$.
- 問 69, $2寅卯 - 寅^2 - 卯^2 + 甲^2 + 乙^2 - 2甲乙$,
- 問 70, $甲^2 - 2丙丁 + 乙^2 - 丙^2 - 丁^2 - 2甲乙$,
- 問 71, $(甲^2 - 乙^2)^2 - 寅^2 - 2寅卯 - 卯^2$,
- 問 72, $3甲^2 - 6甲乙 + 3乙^2 + 6甲丙 - 6乙丙$,
- 問 73, $(天^2 - 1)^2 - 2(天^2 - 1)(地^2 - 1) + (地^2 - 1)^2$,
- 問 74, $(甲^2 + 乙^2 + 2甲乙)^2 - (甲^2 + 乙^2 - 2$

甲乙)²

問 75. 2 甲天 + 2 甲地 - 2 甲人 + 2 乙天 +
 2 乙地 - 2 乙人,

代 數 學

第 七 章 生 倍



代 數 生 倍

121. 大公生

問 1、試求一幾何,適能除盡 3 甲²與 2 甲天者,

問 2、共有若干幾何,能除盡 12 甲²天地與 18 甲天²地,且於諸公生內,孰爲最大,

問 3、 24 甲²乙²丙與 48 甲²乙丙²之最大公生爲何,

問 4、 24 甲²乙²丙與 48 甲²乙丙²有何公用之質生,

問 5、 24 甲²乙²丙與 48 甲²乙丙²之大公生如何可自二幾何之生得之,

122、公生者，能將二幾何或數幾何並除盡之法數也，

如 12 甲、 24 甲² 丙、 30 甲² 地之公生為 6 甲、

123、一幾何之生，即能除盡此幾何之幾何也，

124、大公生者，能將二幾何或數幾何並除盡之最大法數也，

如 4 甲² 天地為 12 甲³ 天地與 8 甲² 天² 地之大公生、

125、諸幾何除 1 以外，無有公生，則稱之曰互相為質，

如 5 天、 3 地、 8 人乃互相為質、

126、總理 二幾何或數幾何之大公生，即為其諸公用質生之合，

127、求大公生，幾何之生之易知者問 1、 8 甲² 乙² 丙³ 與 12 甲 乙² 丙² 之大公生為何，

算 草

$$\begin{array}{r} 8 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^3 = 2 \times 2 \times 2 \times \text{甲甲} \times \text{乙乙} \times \text{丙丙丙} \\ 12 \text{ 甲 乙}^2 \text{ 丙}^2 = 2 \times 2 \times 3 \times \text{甲} \times \text{乙乙} \times \text{丙丙} \\ \hline \text{大公生} = 2 \times 2 \times \text{甲} \times \text{乙乙} \times \text{丙丙} = 4 \text{ 甲 乙}^2 \text{ 丙}^2 \end{array}$$

釋曰大公生等於凡公用質生之合(總理),故將二幾何劈生,其公用之質生爲2,2,甲、乙、乙、丙、丙,其合爲4 甲 乙² 丙²,即大公生。

問 2, 求甲(天²-地²)與甲(天²+2天地+地²)之大公生,

算 草

$$\begin{array}{rcl} \text{甲}(\text{天}^2 - \text{地}^2) & = & \text{甲}(\text{天} + \text{地})(\text{天} - \text{地}) \\ \text{甲}(\text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2) & = & \text{甲}(\text{天} + \text{地})(\text{天} + \text{地}) \\ \hline \text{大公生} & = & \text{甲} \times (\text{天} + \text{地}) = \text{甲}(\text{天} + \text{地}) \end{array}$$

釋曰,如上問,劈二幾何爲質生,取其公用者之合,即大公生公用之生爲甲與(天+地),故大公生爲甲(天+地),

法術 劈幾何爲質生,取其公用者之合,即大公生,

求下諸問之大公生,

問 3, 12寅²卯³天²與18寅²卯天²,

問 4, 16未⁴申³天²與20未²申²天²,

問 5, 21天⁴地²人³與14天²地³人³,

問 6, 15天⁵地²人⁵與20天⁶地人²,

問 7, 11甲²天地, 8甲天²地與9甲天地,

- 問 8, $15 \text{甲}^3 \text{天}^2 \text{地}^2, 9 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{地}^3$ 與 $8 \text{甲}^2 \text{天} \text{地}^3,$
- 問 9, $18 \text{乙}^2 \text{丙}^2 \text{丁}^3, 8 \text{乙}^2 \text{丙}^2 \text{丁}^2$ 與 $12 \text{甲} \text{乙}^2 \text{丙},$
- 問 10, $10 \text{丙}^3 \text{天}^3 \text{地}^3, 8 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{地}^3$ 與 $12 \text{甲}^2 \text{天} \text{地}^2,$
- 問 11, $18 \text{未}^2 \text{申}^2 \text{酉}^2, 10 \text{未}^2 \text{申}^3 \text{酉}$ 與 $16 \text{未}^2 \text{申}^2$
酉,
- 問 12, $20 \text{甲}^3 \text{天}^3 \text{地}^3, 15 \text{甲}^2 \text{天}^2 \text{地}^3$ 與 $10 \text{甲}^2 \text{天}$
地²,
- 問 13, $12 \text{天}^3 \text{地}^2 \text{人}^2, 18 \text{天}^4 \text{地}^3 \text{人}^3$ 與 $15 \text{天}^2 \text{地}^4$
人²,
- 問 14, $\text{甲}^2 - \text{乙}^2$ 與 $\text{甲}^2 - 2 \text{甲} \text{乙} + \text{乙}^2,$
- 問 15, $\text{天}^2 - 2 \text{天}$ 與 $2 \text{天} \text{地}^2 - 4 \text{地}^2,$
- 問 16, $16 \text{天}^2 - \text{地}^2$ 與 $16 \text{天}^2 - 8 \text{天} \text{地} + \text{地}^3,$
- 問 17, $\text{天}^2 - 2 \text{天} - 15$ 與 $\text{天}^2 + 9 \text{天} + 18,$
- 問 18, $\text{天}^3 + 9 \text{天} + 20$ 與 $\text{天}^2 + 2 \text{天} - 15,$
- 問 19, $\text{天}^2 + \text{天} - 30$ 與 $\text{天}^2 + 12 \text{天} + 36,$
- 問 20, $\text{天}^2 - \text{天} - 12$ 與 $\text{天}^3 - 4 \text{天} - 21,$
- 問 21, $\text{天}^2 + 9 \text{天} + 14$ 與 $\text{天}^2 + 2 \text{天} - 35,$
- 問 22, $\text{天}^2 + \text{天} - 30$ 與 $\text{天}^2 + 9 \text{天} + 18,$
- 問 23, $\text{甲}(\text{天}^4 - \text{地}^4)$ 與 $\text{天}^4 + 2 \text{天}^3 \text{地} + \text{天}^2 \text{地}^2,$

問 24, $4甲^2 - 9天^2$ 與 $4甲^2 - 12甲天 + 9天^2$,

問 25, $乙^4 - 27甲^3乙$ 與 $(乙 - 3甲)^3$,

問 26, $4甲乙^3 - 4甲乙丙^2$ 與 $12甲^2乙^2 - 12甲^2丙$,

問 27, 地人一人與地⁴人一地人,

問 28, $5甲^2 - 2甲 - 3$ 與 $5甲^2 - 11甲 + 6$,

問 29, $9地^2 - 4$ 與 $9地^2 - 15地 - 14$,

問 30, $甲^2 - 乙^2$, $甲^2 - 甲乙$, 與 $甲^2 - 2甲乙 + 乙^2$,

問 31, $8(天 - 地)^4$, $10(天^2 - 地^2)^2$ 與 $12(天 - 地^4)$,

問 32, $甲^2 - 乙^2$, $甲^2 - 2甲乙 + 乙^2$ 與 $甲^2乙 - 甲乙^2$,

問 33, $人^2 + 人 - 6$, $人^2 + 7人 + 12$ 與 $人^2 - 2人 - 15$,

問 34, $天^2 + 5天 + 6$, $天^2 + 7天 + 10$ 與 $天^2 + 12天 + 20$,

問 35, $1 - 甲^2$, $1 + 甲^3$ 與 $甲^2 + 5甲 + 4$,

128, 求大公生 幾何之生之不易

知者,

問 1, 何幾何可除盡甲天², 何幾何可除盡甲天²之二倍即 2 甲天², 何幾何可除盡甲天²之丙倍即丙甲天²,

問 2, 一幾何可除盡別幾何, 則別幾何任加若干倍, 此幾何仍可除盡之乎,

問 3, 甲爲 2 甲乙與 3 甲乙之公生, 則仍爲此二幾何和與較之公生否,

問 4, 求 2 甲²與 6 甲³之大公生, 2 甲²與 6 甲³之乙倍即 6 甲³乙, 2 甲²與 6 甲³之 5 乙丙倍即 30 甲³乙丙, 2 甲²與 6 甲³之 $\frac{1}{3}$ 即 2 甲³, 2 甲²之 12 倍即 24 甲²與 6 甲³,

問 5, 二幾何或數幾何之大公生, 在何時雖將此諸幾何或倍之或分之而仍不變

129, 總理 1, 凡幾何任加若干倍, 原幾何之一生, 仍爲其一生,

2, 二幾何或數幾何之公生, 仍爲此諸幾何和較之生,

3, 二幾何或數幾何之一, 爲別幾何所

乘所除，苟此幾何非爲他幾何之一生，則大
公生不變。

問 1、求 $2\text{天}^2 - 5\text{天} + 2$ 與 $4\text{天}^3 + 12\text{天}^2 -$
 $\text{天} - 3$ 之大公生。

算 草

$$\begin{array}{r}
 2\text{天}^2 - 5\text{天} + 2 \quad | \quad 4\text{天}^3 + 12\text{天}^2 - \text{天} - 3 \quad (2\text{天} + 11) \\
 \underline{4\text{天}^3 - 10\text{天}^2 + 4\text{天}} \\
 22\text{天}^2 - 5\text{天} - 3 \\
 \underline{22\text{天}^2 - 55\text{天} + 22} \\
 25) 50\text{天} - 25 \\
 \underline{2\text{天} - 1) 2\text{天}^2 - 5\text{天} + 2 \quad (\text{天} - 2)} \\
 \underline{2\text{天}^2 - \text{天}} \\
 -4\text{天} + 2 \\
 \underline{-4\text{天} + 2} \\
 \hline
 \end{array}$$

∴ $2\text{天} - 1$ 爲大公生

釋曰：察之，易見大公生必不能大於 $2\text{天}^2 - 5\text{天} + 2$ ，如
以 $2\text{天}^2 - 5\text{天} + 2$ 除 $4\text{天}^3 + 12\text{天}^2 - \text{天} - 3$ 而能無餘，則
此卽大公生。試除之，不盡，餘 $50\text{天} - 25$ ，故知 $2\text{天}^2 - 5\text{天}$
 $+ 2$ ，非大公生。

夫 $2\text{天}^2 - 5\text{天} + 2$ 含大公生，則 $(2\text{天} + 11)$ 倍 $(2\text{天}^2 - 5$
 $\text{天} + 2)$ 亦含大公生也。(總理 1)，且此合與 $4\text{天}^3 + 12\text{天}^2$
 $- \text{天} - 3$ 同含大公生，則其較 $50\text{天} - 25$ 亦必含其大公
生矣。(總理 2)，故知大公生不能大於 $50\text{天} - 25$ 。

天 + 15 之一生也、

問 3、求 $2天^4 - 12天^3 + 17天^2 + 6天 - 9$
與 $4天^3 - 18天^2 + 19天 - 3$ 之大公生、
算 草

$$4天^3 - 18天^2 + 19天 - 3 \quad 2天^4 - 12天^3 + 17天^2 + 6天 - 9$$

$$\begin{array}{r} 4天^4 - 24天^3 + 34天^2 + 12天 - 18 \quad (天) \\ \underline{4天^4 - 18天^3 + 19天^2 - 3天} \\ -3) - 6天^3 + 15天^2 + 15天 - 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2天^3 - 5天^2 - 5天 + 6 \quad (1) \\ \underline{4天^3 - 18天^2 + 19天 - 3} \quad (2) \\ 4天^3 - 10天^2 - 10天 + 12 \\ - 8天^2 + 29天 - 15 \end{array}$$

$$2天^3 - 5天^2 - 5天 + 6$$

$$-8天^2 + 29天 - 15 \quad 8天^3 - 20天^2 - 20天 + 24 \quad (-天 - 1)$$

$$8天^3 - 29天^2 + 15天$$

$$9天^2 - 35天 + 24$$

$$8天^2 - 29天 + 15$$

$$天^2 - 6天 + 9 \quad -8天^2 + 29天 - 15 \quad (-8)$$

$$-8天^2 + 48天 - 72$$

$$-19) - 19天 + 57$$

$$\begin{array}{r} 天 - 3) 天^2 - 6天 + 9 \quad (天 - 3) \\ \underline{天^2 - 3天} \end{array}$$

$$-3天 + 9$$

$$-3天 + 9$$

∴ 大公生爲天 - 3

釋略曰,以2乘大幾何,使之包含小幾何之倍數爲整,其首次除,以-3除之,因-3非爲法之一生,故亦不爲大公生所含也,次法式以4乘之,又一法式,以-19除之,

法術 以小幾何除大幾何,有餘,以除小幾何,又有餘,以除前法,如是遞除,至無餘而止,末次之法卽爲大公生,

求數幾何之大公生,則先求其中二幾何之大公生,而後以此大公生遞與餘幾何一一求大公生,末所得者,卽衆幾何之大公生,

(一) 如一幾何含之一生爲別幾何所無者,則未演之前,可先棄之,

(二) 諸幾何公用之生,可先劈分存之,而爲大公生之一生,

(三) 其法或實,可以非爲別幾何一生之幾何或乘或除,而大公生不變,

(四) 其法或實,或法實兼有各項之號同改,而大公生不變,

求下諸問之大公生,

- 問 4, $2\text{天}^2 - 16\text{天} + 14$ 與 $\text{天}^2 - 5\text{天} - 14$,
- 問 5, $3\text{天}^2 + 14\text{天} + 8$ 與 $4\text{天}^2 + 19\text{天} + 12$,
- 問 6, $6\text{天}^2 - 23\text{天} + 15$ 與 $2\text{天}^2 - 12\text{天} + 18$,
- 問 7, $4\text{天}^2 + 21\text{天} - 18$ 與 $2\text{天}^2 + 15\text{天} + 18$,
- 問 8, $21\text{天}^2 - 26\text{天} + 8$ 與 $6\text{天}^2 - \text{天} - 2$,
- 問 9, $\text{天}^2 - 6\text{天地} + 8\text{地}^2$ 與 $\text{天}^2 - 8\text{天地} + 16\text{地}^2$,
- 問 10, $\text{天}^3 - \text{地}^3$ 與 $\text{天}^2 - 2\text{天地} + \text{地}^2$,
- 問 11, $\text{天}^4 - 2\text{天}^2 + 1$ 與 $\text{天}^4 - 4\text{天}^3 + 6\text{天}^2 - 4\text{天} + 1$,
- 問 12, $2\text{天}^3 + 6\text{天}^2 + 6\text{天} + 2$ 與 $6\text{天}^3 + 6\text{天}^2 - 6\text{天} - 6$,
- 問 13, $3\text{天}^3 + 3\text{天}^2 - 15\text{天} + 9$ 與 $3\text{天}^4 + 3\text{天}^3 - 21\text{天}^2 - 9\text{天}$,
- 問 14, $20\text{天}^4 + \text{天}^2 - 1$ 與 $25\text{天}^4 + 5\text{天}^3 - \text{天} - 1$,
- 問 15, $\text{天}^2 - 9$, $\text{天}^2 - 3\text{天} - 18$ 與 $\text{天}^2 + 11\text{天}$

+ 24,

問 16, $x^2 - 3x - 28, x^2 - 11x + 28$ 與 $x^2 - 15x + 56,$

問 17, $x^2 + 6x + 9, x^3 - x^2 - 12x$ 與 $x^2 - 4x - 21,$

問 18, $a^4 - b^4, a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$ 與 $a^4 - 2a^2b^2 + b^4,$

問 19, $x^4 + 5x^3 + 6x^2, x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ 與 $3x^3 + 8x^2 + 5x + 2,$

問 20, $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, 4a^2b^2 + 12ab^3 + 8b^4$ 與 $a^2 - b^2,$

問 21, $9x^4 + 12x^3 + 10x^2 + 4x + 1$ 與 $3x^4 + 8x^3 + 14x^2 + 8x + 3,$

問 22, $x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 12x + 20$ 與 $x^5 + 6x^3 + 6x^2 + 8x + 24,$

問 23, $3a^2x^2 + a^2x + 2a^2 + 12x^3 + 4x + 8$ 與 $a^2x^2 + 3a^2x + 4a^2 + 4x^2 + 12x + 16,$

問 24, $15x^3 + 9x^2 - 3x + 3$ 與 $40x^3 - 2$

$$1 \text{天}^2 + 10 \text{天} - 1,$$

問 25, $16 \text{甲} \text{天}^3 - 20 \text{甲} \text{天}^2 + 10 \text{甲} \text{天} - 6 \text{甲}$
與 $3 \text{甲} \text{天}^2 - 15 \text{甲} \text{天} + 12 \text{甲},$

問 26, $2 \text{甲}^3 \text{天} - 2 \text{甲}^2 \text{乙} \text{天} - 2 \text{甲} \text{乙}^2 \text{天} + 2 \text{乙}^3$
天與 $4 \text{甲}^3 + 4 \text{甲}^2 \text{乙} - 4 \text{甲} \text{乙}^2 - 4 \text{乙}^3,$

問 27, $2 \text{天}^2 - 14 \text{天} + 20$ 與 $4 \text{天}^3 - 25 \text{天}^2 +$
 $20 \text{天} + 25,$

問 28, $3 \text{天}^2 + 21 \text{天} - 132$ 與 $6 \text{天}^3 \text{地} + 54 \text{天}^2$
地 $- 138 \text{天地} - 66 \text{地},$

問 29, $\text{天}^5 - \text{天}^4 - 3 \text{天}^3 + \text{天}^2 + 3 \text{天} + 1$ 與 天^4
 $- \text{天}^3 - 3 \text{天}^2 + 2 \text{天} + 2,$

問 30, $\text{甲}^3 - 5 \text{甲}^2 - 99 \text{甲} + 40$ 與 $\text{甲}^3 - 6 \text{甲}^2$
 $- 86 \text{甲} + 35,$

問 31, $14 \text{天}^4 + \text{天}^3 + 8 \text{天}^2 - \text{天} + 2$ 與 $6 \text{天}^4 +$
 $7 \text{天}^3 + 7 \text{天}^2 + 3 \text{天} + 1,$

問 32, $3 \text{天}^3 - \text{天}^2 - 2 \text{天} - 16$ 與 $2 \text{天}^3 - 2 \text{天}^2$
 $- 3 \text{天} - 2,$

131. 小公倍

問 1, 求適合 2, 3, 甲與乙之幾何, 此諸幾

何與合有何連絡,

問 2, 求適合 3 甲與 4 甲乙之最小幾何,

問 3, 3 甲之生有不為 4 甲乙所含者何數,

3 乘 4 甲乙之合為何,

問 4, 是以數幾何之最小公倍,即係云何,

132, 適能含某幾何之幾何,為此幾何之倍幾何,

如 $甲^2$ 天為甲、 $甲^2$ 與天之倍幾何,

133, 公倍者,適能包含二幾何或數幾何之幾何也,

如 4 乙 2 丙為 2 乙與丙之公倍,

134, 小公倍者,適能包含二幾何或數幾何之最小幾何也,

如 2 乙丙為 2 乙與丙之小公倍,

135, 總理 二幾何或數幾何之小公倍即為其凡不相似質生之合,然必按其於任一幾何內之次數最大者,

136, 問 1, 求 3 天 2 地 2 人亥與 5 天 2 地 3 人 2 之小公倍,

算 草

$$3\text{天}^2\text{地}^2\text{人}^2\text{亥} = 3 \times \text{天}^2 \times \text{地}^2 \times \text{人} \times \text{亥}$$

$$5\text{天}^2\text{地}^3\text{人}^2 = 5 \times \text{天}^2 \times \text{地}^3 \times \text{人}^2$$

$$\text{小公倍} = 5 \times 3 \times \text{天}^2 \times \text{地}^3 \times \text{人}^2 \times \text{亥} = 15\text{天}^2\text{地}^3\text{人}^2\text{亥}$$

釋曰、小公倍爲諸幾何所含不相似質生之合、故劈二幾何之生、夫凡質生必爲小公倍之一生、而按其在任一幾何內最大之次數(總理)、故小公倍之諸生爲5及3、天²、地³、人²亥、其合爲15天²地³人²亥、卽小公倍、

問 2、求甲² - 甲 - 12 與 甲² - 4甲 - 21 之小公倍

算 草

$$\frac{(\text{甲}^2 - \text{甲} - 12)(\text{甲}^2 - 4\text{甲} - 21)}{\text{甲} + 3} = (\text{甲} - 4)(\text{甲}^2 - 4\text{甲} - 21)$$

$$= \text{甲}^3 - 8\text{甲}^2 - 5\text{甲} + 84$$

釋曰、夫二幾何之合、卽二幾何之公倍、故自此合內去其公生、卽得小公倍、且二幾何之公生、卽爲大公生、故二幾何之合、以其大公生除之所得者、卽其小公倍也、

如本問二幾何之大公生爲甲 + 3、自法與實去之、得(甲 - 4)(甲² - 4甲 - 21)、卽等於甲³ - 8甲² - 5甲 + 84、

爲小公倍。

法術 取諸幾何所含之不相似質生，各按其在任一幾何內最大之次數，而求得其合。

二幾何之合，以其大公生除之，得其小公倍。

求下諸問之小公倍。

問 3, $8\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^3$ 與 $10\text{甲}^2\text{乙丙}$,

問 4, $10\text{天}^2\text{地}^2\text{人}$, $20\text{天}^3\text{地}^2\text{人}$ 與 $25\text{天}^2\text{地}^3\text{人}^3$,

問 5, $14\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2$, $7\text{乙}^2\text{天}^2\text{地}$ 與 35甲乙丙天 ,

問 6, $12\text{寅}^2\text{卯}^2\text{地}^2$, 18寅卯地^3 與 $24\text{寅}^2\text{卯}^3\text{地}$,

問 7, $18\text{未}^2\text{申}^2\text{人}^3$, $9\text{未}^3\text{申人}^2$ 與 $36\text{未申}^3\text{人}^4$,

問 8, $\text{天}^2 - \text{地}^2$ 與 $\text{天}^2 - 2\text{天地} + \text{地}^2$,

問 9, $\text{天}^2 - \text{地}^3$ 與 $\text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2$,

問 10, $\text{天}^2 - \text{地}^2$, $\text{天}^2 - 2\text{天地} + \text{地}^2$, 與 $\text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2$,

問 11, $\text{天}^2 - \text{地}^2$ 與 $\text{天}^3 - \text{地}^3$,

問 12, $\text{甲}^2(\text{天} - \text{人})$ 與 $\text{地}^2(\text{天}^2 - \text{人}^2)$,

- 問 13, $天^2 - 1, 天^2 + 1$ 與 $天^4 - 1,$
- 問 14, $2天(天 - 地), 4天地(天^2 - 地^2)$ 與 $6天地^2(天 + 地),$
- 問 15, $天^2 - 天, 天^3 - 1$ 與 $天^3 + 1,$
- 問 16, $天^2 - 1, 天^2 - 天$ 與 $天^3 - 1,$
- 問 17, $4(1 + 天), 4(1 - 天)$ 與 $8(1 - 天^2),$
- 問 18, $天^2 + 5天 + 6$ 與 $天^2 + 6天 + 8,$
- 問 19, $甲^2 - 甲 - 20$ 與 $甲^2 + 甲 - 12,$
- 問 20, $天^2 - 9天 - 22$ 與 $天^2 - 13天 + 22,$
- 問 21, $天^2 - 8天 + 15$ 與 $天^2 + 2天 - 5,$
- 問 22, $天^3 + 天^2地 + 天地^2 + 地^3$ 與 $天^3 - 天^2地 + 天地^2 - 地^3,$
- 問 23, $天^3 - 天^2地 + 天地^2 - 地^3$ 與 $天^3 + 天^2地 - 天地^2 - 地^3,$
- 問 24, $甲^3 - 2甲^2 + 4甲 - 8$ 與 $甲^3 + 2甲^2 - 4甲 - 8,$
- 問 25, $天^2 + 地^2, 天^3 - 天地^2$ 與 $天^3 + 天地^2 + 天^2地 + 地^3,$
- 問 26, $天^2 - 4, 天^2 + 天 - 6$ 與 $天^3 - 3天^2 - 4$

天 + 12,

問 27, 天 - 5, 天² - 2 甲 天 + 甲², 天² - 10 天
+ 25 與 天² + 5 甲 - 5 天 - 甲 天,

問 28, 天⁴ - 16, 天³ + 4 天 + 4 與 天² - 4,

問 29, 寅² - 3 寅 + 2 與 寅² - 4 寅 + 4,

問 30, 巳² - 7 巳 + 10 與 巳² - 巳 - 20,

問 31, 5 丙 - 丙² - 4 與 3 - 4 丙 + 丙²,

問 32, 1 - 巳 + 巳², 1 + 巳 - 巳² 與 1 - 巳²,

問 33, 4 甲 丙 - 4 丙 - 4 丙² 與 2 甲 乙 - 2 乙
丙 - 2 乙,

問 34, 3 天² - 19 天 + 6 與 天² - 10 天 + 24

問 35, 寅² - 寅 - 90, 寅² - 13 寅 + 30 與 寅²
- 100,

問 36, 地² - 2 地 - 35, 地² - 8 地 + 7 與 地²
+ 4 地 - 5,

問 37, 2 天³ - 12 天² + 19 天 - 12 與 2 天³ -
6 天² + 7 天 - 3,

問 38, 甲⁴ + 2 甲³ - 2 甲² - 2 甲 + 1 與 甲⁴ - 1

問 39, 丙² - 5 丙 + 4, 丙³ - 6 丙 + 8 與 丙² - 8

丙 + 16。

問 40, $甲^2 + 3甲 - 4$, $甲^2 - 6甲 + 5$ 與 $甲^2 - 甲 - 20$,

問 41, $天^2 - (地 + 人)^2$, $地^2 - (天 + 人)^2$ 與 $人^2 - (天 + 地)^2$,

問 42, $甲^3 - 8甲^2 + 19甲 - 12$, $甲^3 - 9甲^2 + 26甲 - 24$ 與 $甲^3 - 6甲^2 + 11甲 - 6$,

問 43, $4丙^2 - 9$, $6丙^2 - 5丙 - 6$, 與 $6丙^2 + 13丙 + 6$,

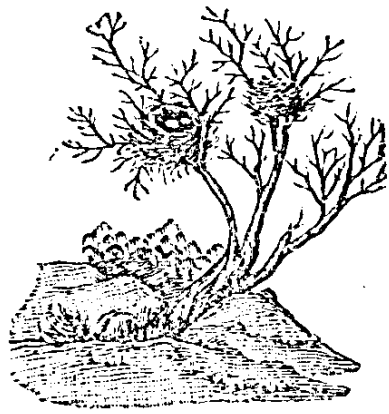
問 44, $1 - 天 + 天^2$, $1 + 天 + 天^2$ 與 $1 + 天^2 + 天^4$,

問 45, $天^3 + 3天^2地 + 3天地^2 + 地^3$ 與 $天^3 - 天地^2 + 天^2地 - 地^3$,

問 46, $(甲 + 乙)(甲 + 丙)$, $(甲 + 乙)(乙 + 丙)$ 與 $(甲 + 丙)(乙 + 丙)$,

問 47, $甲^2 + 甲乙 + 乙^2$, $甲^3 - 乙^3$ 與 $甲 - 乙$,

問 48, $4甲^3(甲 + 天)$, $4甲^3(甲 - 天)$ 與 $2甲^2(甲^2 + 天^2)$,



代 數 學

第 八 章 命 分



代 數 命 分

137、問 1、凡物分作二等分,其一分何名 以何法表明之、

問 2、 $\frac{\text{甲}}{2}$ 所表何意、 $\frac{2\text{甲}}{5}$ 、 $\frac{2\text{甲}}{7}$ 、 $\frac{3\text{甲}}{9}$ 、各表何意、

問 3、天之五分一、何法表明之、乙之三分二、地之七分三、人之十一分八、各以何法表之、

138、命分者、準箇所分等分之一分、或若干分也、

139、夫命分既爲一物等分之一分或多分、則必用二幾何乃能表明之一以表此準

箇所分爲若干分，一以表今所取者爲若干分也，此二數或幾何，上下(或左右)書之，中間一線，

140, 分母者，指準箇共分若干分之數或幾何也，書於線之下，(或左)

如 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}}$ 爲命分，乙爲分母，指準箇共分乙分也，

141, 分子者，指今所取之爲若干分也，書於線之上，(或右)

如命分 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}}$ 甲爲分子，指今所取者爲甲分也，

142, 分子分母合稱，曰命分之項，

143, 除法可寫作命分以指明之，分子爲實，分母爲法，

144, 整幾何者，幾何之不帶命分式者也，

如 2 甲、3 丙、2 天 + 地 等，俱爲整幾何，

145, 雜幾何者，幾何之帶命分者也，

如 $2 \text{ 甲} + \frac{3}{7} \text{ 乙}$ 、 $2 \text{ 天} + 2 \text{ 地} - \frac{3 \text{ 人} + 2}{\text{天} + 7}$ 爲雜幾何，

146, 命分之號，書於分線之前，此號屬全命分，並不偏屬分母或分子，

如 $-\frac{\text{天} + \text{地}}{2 \text{人}}$ 命分之號爲負，而天地與 2 人各項之號

俱爲正，此分線前之號，指明命分當加或減。

命分化法

147. 展分、約分、

問 1, 一半內有若干四分之一、

問 2, $\frac{\text{乙}}{2}$ 、 $\frac{\text{天}}{2}$ 、 $\frac{\text{地}}{2}$ 各有若干四分之一、

問 3, $\frac{\text{乙}}{3}$ 有若干六分之一、又含若干九分

一、自命分 $\frac{\text{乙}}{3}$ 如何可得命分 $\frac{2\text{乙}}{6}$ 之式、

問 4, 何法可改命分之項、而不改其同數、

問 5, $\frac{2\text{乙}}{6}$ 、 $\frac{3\text{乙}}{9}$ 、 $\frac{4\text{乙}}{12}$ 、各有若干三分之一、

自此三命分、如何可得相等之命分、 $\frac{\text{乙}}{3}$

問 6, 用一幾何同乘命分二項之外、更有

何法、可改命分之項、而不改其同數、

148. 分子分母無公生時、則命分之項最小、

149. 總理 以一幾何同乘或同除命分之

二項、命分之同數不改、

法問 1, 展 $\frac{3}{2乙}$ 使其分母爲 $6乙^2$,

算 草

$$\frac{3}{2乙}$$

$$6乙^2 \div 2乙 = 3乙$$

$$\frac{3 \times 3乙}{2乙 \times 3乙} = \frac{9乙}{6乙^2}$$

釋曰、命分欲展爲大項之相等命分、則必以一幾何同乘二項、令其同數不改(總理)、今欲得所定之分母、則必以 $3乙$ 乘原分母、故亦當以之乘原分子、

法問 2, 約 $\frac{15天^4地^2}{25天^5地}$ 爲最小項、

算 草

$$\frac{15天^4地^2}{25天^5地} = \frac{3地}{5天}$$

釋曰、命分約爲小項之相等命分、必以一幾何適可除盡其二項者除之(總理)、本式以 $5天^4地$ 除之、二項即爲最小、以二項互相爲質也、又法以二項之大公生同除二項、則命分約盡、

150、展命分令變大項、

法術 查得一幾何,可使已有之項,變爲所求之項,卽以此幾何乘命分之母子,

151, 約命分爲最小項,

法術 以母子之各公生,一一除母子,迨無公生而止,

又 以母子之大公生除母子,

問 3, 展 $\frac{3\text{甲}}{7}$ 使其分母爲 28,

問 4, 展 $\frac{5\text{天}^2}{6}$ 使其分母爲 36,

問 5, 展 $\frac{2\text{甲} + 4\text{乙}}{3}$ 使其分母爲 15,

問 6, 展 $\frac{3\text{天} + 7}{6}$ 使其分母爲 30,

問 7, 展 $\frac{2\text{天}}{6\text{天} + 3}$ 使其分子爲 6 天,

問 8, 展 $\frac{3\text{天}}{6\text{天} - 8}$ 使其分子爲 9 天,

問 9, 展 $\frac{2\text{甲天}}{3 + 2\text{地}}$ 使其分子爲 4 甲天²,

問 10, 展 $\frac{2\text{甲} + \text{天}}{\text{甲} + \text{乙}}$ 使其分母爲 甲² - 乙²,

問 11, 展 $\frac{3\text{天} - \text{地}}{\text{甲} + \text{乙}}$ 使其分母爲 甲² + 2 甲乙

+ 乙²,

約盡下諸命分式,

- 問 12, $\frac{15 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人}}{75 \text{天} \text{地}^2 \text{人}}$,
- 問 13, $\frac{21 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人}^2}{28 \text{天}^2 \text{地}^3 \text{人}^2}$,
- 問 14, $\frac{10 \text{甲} \text{乙} \text{天}^2 \text{地}}{25 \text{甲} \text{乙} \text{天}^3 \text{地}^2}$,
- 問 15, $\frac{16 \text{天} \text{地} \text{人}^3 \text{寅}}{24 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人} \text{寅}^2}$,
- 問 16, $\frac{21 \text{寅}^2 \text{卯}^2 \text{人}^3}{12 \text{寅}^2 \text{人}^4}$,
- 問 17, $\frac{24 \text{天}^3 \text{地}^2 \text{人}^5}{12 \text{天}^3 \text{地}^3 \text{人}^4}$,
- 問 18, $\frac{35 \text{天}^5 \text{地}^4 \text{人}^7}{49 \text{天}^4 \text{地}^5 \text{人}^8}$,
- 問 19, $\frac{22 \text{甲}^5 \text{天}^2 \text{地} \text{人}^4}{33 \text{甲}^4 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{人}^2}$,
- 問 20, $\frac{\text{甲}^2 - \text{乙}^2}{\text{甲}^2 - 2 \text{甲} \text{乙} + \text{乙}^2}$,
- 問 21, $\frac{\text{甲}^2 - \text{乙}^2}{\text{甲}^2 + 2 \text{甲} \text{乙} + \text{乙}^2}$,
- 問 22, $\frac{2 \text{天}^2}{6 \text{天} - 4 \text{天}^2}$,
- 問 23, $\frac{2 \text{甲}^2 - 2}{\text{甲}^2 - 2 \text{甲} + 1}$,
- 問 24, $\frac{3 \text{甲}^2 - 4 \text{甲} \text{乙} + \text{乙}^3}{\text{甲}^2 - \text{甲} \text{乙}}$,
- 問 25, $\frac{\text{天}^2 - \text{人}^2}{\text{天}^3 - \text{人}^3}$,

$$\text{問 26, } \frac{\text{甲}^2 - 2\text{甲乙}}{\text{甲}^2 - 4\text{甲乙} + 4\text{乙}^2},$$

$$\text{問 27, } \frac{2\text{天}^4\text{地}^4 + 2}{3\text{天}^8\text{地}^8 - 3},$$

$$\text{問 28, } \frac{18\text{甲}^2\text{丙} - 6\text{乙丙}}{42\text{甲}^2\text{丁} - 14\text{乙丁}},$$

$$\text{問 29, } \frac{(\text{天} + \text{地})^2}{\text{天}^2 - \text{地}^2},$$

$$\text{問 30, } \frac{\text{寅}^3 + \text{卯}^3}{(\text{寅} + \text{卯})^3},$$

$$\text{問 31, } \frac{(1 - \text{天}^2)^2}{(1 + \text{天})^3},$$

$$\text{問 32, } \frac{\text{甲}^2 - 4\text{甲} - 12}{\text{甲}^2 + 5\text{甲} + 6},$$

$$\text{問 33, } \frac{\text{天}^2 - 5\text{天} + 6}{\text{天}^2 + 4\text{天} - 21},$$

$$\text{問 34, } \frac{\text{甲}^2 + \text{甲} - 90}{\text{甲}^2 + 8\text{甲} - 20},$$

$$\text{問 35, } \frac{2\text{天}^2 - 5\text{天} + 3}{\text{天}^2 + \text{天} - 2},$$

$$\text{問 36, } \frac{\text{寅}^2 - 12\text{寅} + 32}{\text{寅}^2 + 2\text{寅} - 24},$$

$$\text{問 37, } \frac{3\text{甲}^2 - 6\text{甲}}{2\text{甲天} - 4\text{天}},$$

$$\text{問 38, } \frac{7\text{甲}^2\text{乙} + 7\text{甲乙天}}{\text{甲}^2 - \text{天}^2},$$

$$\text{問 39, } \frac{\text{天}^2 - 1}{\text{天}^2 + 2\text{天} + 1},$$

- 問 40, $\frac{\text{天}^2 - 1}{2\text{天地} + 2\text{地}}$,
- 問 41, $\frac{\text{天}^3 - \text{甲}^2\text{天}}{\text{天}^2 - 3\text{甲天} + \text{甲}^2}$,
- 問 42, $\frac{\text{天}^5 - \text{天}^3\text{地}^2}{\text{天}^4 - \text{地}^4}$,
- 問 43, $\frac{\text{天}^2 + 6\text{天} + 9}{\text{天}^3 - \text{天}^2 - 12\text{天}}$,
- 問 44, $\frac{\text{天}^2 - 3\text{天} - 28}{\text{天}^2 - 11\text{天} + 28}$,
- 問 45, $\frac{\text{寅}^2 - \text{卯}^2}{\text{寅}^3 - \text{卯}^3}$,
- 問 46, $\frac{\text{甲}^6 + \text{乙}^6}{\text{甲}^4 - \text{乙}^4}$,
- 問 47, $\frac{\text{寅}^2 - \text{卯}^2}{\text{寅}^3 + \text{卯}^3}$,
- 問 48, $\frac{\text{寅}^8 - \text{卯}^8}{\text{寅}^6 - \text{卯}^6}$,
- 問 49, $\frac{9\text{甲}^2\text{乙} + 9\text{甲乙}^2}{3\text{甲}^2 + 6\text{甲乙} + 3\text{乙}^2}$,
- 問 50, $\frac{\text{天}^3 - \text{地}^3}{\text{天}^2 - 2\text{天地} + \text{地}^2}$,
- 問 51, $\frac{\text{地}^3 - \text{乙}^2\text{地}}{\text{地}^2 + 2\text{乙地} + \text{乙}^2}$,
- 問 52, $\frac{\text{甲}^2 - 4\text{乙}^2}{(\text{甲} - 2\text{乙})^2}$,
- 問 53, $\frac{\text{甲}^2 + 2\text{甲} - 3}{\text{甲}^2 + 5\text{甲} + 6}$,

$$\text{問 54, } \frac{\text{甲}^2 + 5\text{甲} + 6}{\text{甲}^2 + 7\text{甲} + 12},$$

$$\text{問 55, } \frac{6\text{丙}^2 - 5\text{丙} - 6}{8\text{丙}^2 - 2\text{丙} - 15},$$

$$\text{問 56, } \frac{\text{甲}^2 - (\text{乙} + \text{丙})^2}{\text{甲}^2 + \text{甲}\text{乙} + \text{甲}\text{丙}},$$

$$\text{問 57, } \frac{15\text{天}^2 + \text{天地} - 2\text{地}^2}{9\text{天}^2 + 3\text{天地} - 2\text{地}^2},$$

$$\text{問 58, } \frac{\text{甲}^2 - 12\text{甲} + 35}{\text{甲}^2 - 15\text{甲} + 56},$$

$$\text{問 59, } \frac{\text{天}^3 + 5\text{天}^2 + 5\text{天} + 1}{\text{天}^3 + 1},$$

152. 整幾何或雜幾何化爲命分.

問 1, 3, 4, 10, 甲, 丙 各有若干五分一,

問 2, 2, 4, 乙² 丙 各有若干七分一,

問 3, $2\frac{1}{4}$, $3\frac{3}{4}$, 甲 + $\frac{\text{甲}}{4}$, 各有若干四分一,

法問 1, 化甲 + $\frac{\text{乙}}{\text{丙}}$ 爲命分,

算 草

$$\text{甲} = \frac{\text{甲}\text{丙}}{\text{丙}}$$

$$\text{甲} + \frac{\text{乙}}{\text{丙}} = \frac{\text{甲}\text{丙}}{\text{丙}} + \frac{\text{乙}}{\text{丙}} = \frac{\text{甲}\text{丙} + \text{乙}}{\text{丙}}$$

釋曰 1 等於 $\frac{\text{丙}}{\text{丙}}$ 故甲 = $\frac{\text{甲}\text{丙}}{\text{丙}}$ 而甲 + $\frac{\text{乙}}{\text{丙}} = \frac{\text{甲}\text{丙}}{\text{丙}} + \frac{\text{乙}}{\text{丙}}$

$$= \frac{\text{甲丙} + \text{乙}}{\text{丙}},$$

法術 以分母乘整幾何,若命分爲正,即加分子,爲負,即減去分子,而後書爲分母之新分子,

如命分之號爲負,則減分子時,當先改其分子各項之號,

化下諸幾何爲命分,

問 2, $2\text{天} + \frac{4\text{地}}{5},$

問 3, $5\text{天} - \frac{3\text{地}}{4},$

問 4, $4\text{天} - \frac{6\text{人}}{2},$

問 5, $\text{天} + \frac{4\text{地} + 3}{4},$

問 6, $2\text{甲} + \frac{3\text{天} + 4}{4},$

問 7, $2\text{天} + \frac{3\text{地} - 4}{8},$

問 8, $3\text{天} - \frac{2\text{地} + 3}{6},$

問 9, $5\text{甲} - \frac{3\text{天} + 4}{2},$

問 10, $6\text{甲} - \frac{3\text{地} + 7}{4},$

$$\text{問 11, } 3 \text{ 丙} + \frac{4 \text{ 甲} + \text{乙}}{\text{丁}},$$

$$\text{問 12, } 4 \text{ 甲} + \frac{3 \text{ 丙} - \text{丁}}{\text{丙丁}},$$

$$\text{問 13, } 3 \text{ 天} + \frac{6 \text{ 甲} - \text{天}}{\text{甲天}},$$

$$\text{問 14, } \text{天} + 4 + \frac{2 \text{ 丙} - \text{丁}}{5},$$

$$\text{問 15, } \text{甲} - \frac{2 \text{ 甲丙} - \text{丙}^2}{\text{甲}},$$

$$\text{問 16, } 2 \text{ 天} - 5 - \frac{\text{天}^2 + 4}{\text{天} - 2},$$

$$\text{問 17, } \text{甲} + \text{天} + \frac{\text{甲}^2 + \text{天}^2}{\text{甲} - \text{天}},$$

$$\text{問 18, } \text{甲} + \text{丙} + \frac{2 \text{ 甲丙} - \text{丙}^2}{\text{甲} - \text{丙}},$$

$$\text{問 19, } \text{天} - \text{地} + \frac{\text{天}^2 - \text{地}^2}{\text{天} + \text{地}},$$

$$\text{問 20, } \text{天} + 4 - \frac{\text{天}^2 - 2}{\text{天} - 4},$$

$$\text{問 21, } \text{甲} + \text{天} - \frac{4 \text{ 甲天} - 5 \text{ 天}^2}{\text{甲} - \text{天}},$$

$$\text{問 22, } \text{甲} - \text{乙} - \frac{\text{甲}^2 + \text{乙}^2}{\text{甲} - \text{乙}},$$

$$\text{問 23, } \text{寅} + \text{卯} - \frac{2 \text{ 寅卯} + \text{卯}^2}{\text{寅} - \text{卯}},$$

153. 命分化爲整幾何或雜幾何。

問 1, $\frac{8}{3}, \frac{25}{9}, \frac{31}{7}$, 各含若干準箇,

問 2, $\frac{6甲+6乙}{6}, \frac{8天-4}{4}, \frac{5寅+卯}{5}$, 各含若干準箇,

法問 1, 化 $\frac{乙天+丁}{乙}$ 爲雜幾何,
算 草

$$\frac{乙天+丁}{乙} = 天 + \frac{丁}{乙}$$

釋曰、夫命分即表未演之除法、故若按除法算之、即可變命分爲雜幾何矣、

化下列諸式爲整幾何或雜幾何、

問 2, $\frac{甲^2+丙^2}{甲}$,

問 3, $\frac{乙天+丙丁}{乙}$,

問 4, $\frac{2甲乙+乙^2}{甲+乙}$,

問 5, $\frac{甲^2-天^2}{甲-天}$,

問 6, $\frac{甲^2-天^2}{甲+天}$,

問 7, $\frac{天^3+1}{天+1}$,

問 8, $\frac{天^3+1}{天-1}$,

- 問 9, $\frac{1}{1-天}$,
- 問 10, $\frac{天^3}{天+地}$,
- 問 11, $\frac{7 甲^2}{甲-乙}$,
- 問 12, $\frac{天-地}{天+地}$,
- 問 13, $\frac{2 天^2+7}{天-4}$,
- 問 14, $\frac{乙^4- 甲^2}{乙^2+ 甲}$,
- 問 15, $\frac{天^8- 地^8}{天^3- 地^3}$,
- 問 16, $\frac{天^2+ 2 甲天 + 天^2}{甲+天}$,
- 問 17, $\frac{甲^3+ 乙^3}{甲-乙}$,
- 問 18, $\frac{5 甲地+ 甲天+ 天}{甲天}$,
- 問 19, $\frac{2 甲^2- 2 乙^2}{甲+乙}$,
- 問 20, $\frac{天^2+ 2 天地+ 2 地^2+ 天}{天+地}$,
- 問 21, $\frac{甲^3- 乙^3}{甲-乙}$,
- 問 22, $\frac{天^2+ 天地+ 地^2}{天+地}$,

問 23, $\frac{(\寅+卯)^3}{\寅^2-\卯^2},$

問 24, $\frac{\天^3-\地^3-\人^3}{\天-\人},$

問 25, $\frac{4\天^3+4\天^2\地^2-6\地^4}{2\天-\地^2},$

問 26, $\frac{\天^4+2\天^3-\天^2-4\天-6}{\天^2-2},$

問 27, $\frac{5\甲^3-\甲^2+5}{5\甲^2+4\甲-1},$

問 28, $\frac{\甲^2+\乙^2+\甲\乙+\甲}{\甲+\乙+1},$

問 29, $\frac{\甲^3-3\甲^2\乙+3\甲\乙^2+\乙^3}{\甲^2-2\甲\乙+\乙^2},$

154. 不相似命分化爲相似項,

問 1, 化 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ 爲同用一準箇之命分,

問 2, 化 $\frac{1}{2\甲}$ 與 $\frac{1}{5\甲}$ 爲同用一準箇之命分,

問 3, 化 $\frac{1}{2\甲}, \frac{1}{5\甲}, \frac{1}{10\甲}$ 爲公母最小之相等命分,

155. 相似命分其分母相等,

156. 不相似命分其分母不相等,

故相似命分有公分母,

157、相似命分之項、約為最小、則有小公母、

158、總理 (一) 二命分或數命分之公母、為諸分母之公倍、

(二) 二命分或數命分的小公母、為諸分母之小公倍、

問 1、化 $\frac{丁}{2甲丙}$ 與 $\frac{2丙}{3甲^2丁}$ 為有小公母、而相似之命分、

算 草

$$\frac{丁}{2甲丙} = \frac{丁 \times 3甲丁}{2甲丙 \times 3甲丁} = \frac{3甲丁^2}{6甲^2丙丁}$$

$$\frac{2丙}{3甲^2丁} = \frac{2丙 \times 2丙}{3甲^2丁 \times 2丙} = \frac{4丙^2}{6甲^2丙丁}$$

釋曰、夫諸命分的小公母、為諸公母之小公倍(總理二)、故求得 $2甲丙$ 與 $3甲^2丁$ 之小公倍為 $6甲^2丙丁$ 、次以各命分之母除 $6甲^2丙丁$ 所得之商、各乘己之母子、即皆展得母為 $6甲^2丙丁$ 之命分(149節)、 $6甲^2丙丁 \div 2甲丙 = 3甲丁$ 、以之乘第一命分、 $6甲^2丙丁 \div 3甲^2丁 = 2丙$ 、以之乘第二命分、

法術 求諸分母之小公倍為小公母、

以各分母除小公母所得之數乘其各分子，

(一) 凡小公母之倍幾何，即為諸分母之一倍幾何，

(二) 凡雜幾何宜先化為命分，凡命分宜先約盡而後求其小公母。

化下諸命分為有小公母而相似之項，

問 2, $\frac{3\text{天}}{4}$ 與 $\frac{5\text{天}}{6}$,

問 3, $\frac{7\text{甲}}{8}$ 與 $\frac{5\text{甲}}{6}$,

問 4, $\frac{3\text{天}^2\text{地}}{4}$ 與 $\frac{2\text{天地}^2}{16}$,

問 5, $\frac{2\text{天}}{3\text{甲}}$ 與 $\frac{4\text{地}}{6\text{甲}}$,

問 6, $\frac{2\text{乙}}{3\text{地}}$ 與 $\frac{2\text{丙}}{6\text{地}^2}$,

問 7, $\frac{3\text{甲丙}}{2\text{天}^2\text{地}}$ 與 $\frac{2\text{乙丁}}{2\text{天}^2\text{人}}$,

問 8, $\frac{2\text{天}-4\text{地}}{5\text{天}^2}$ 與 $\frac{3\text{天}-8\text{地}}{10\text{天}}$,

問 9, $\frac{4\text{甲}+5\text{乙}}{3\text{甲}^2}$ 與 $\frac{3\text{甲}+4\text{乙}}{4\text{甲}}$,

問 10, $\frac{3\text{天}-2\text{地}}{5\text{甲丙}}$ 與 $\frac{4\text{天}-3\text{地}}{10\text{甲}^2\text{丙}}$,

- 問 11, $\frac{3}{2\text{天地}}, \frac{4\text{甲}}{4\text{天}^2\text{地}}, \frac{5\text{丙}}{3\text{天}^2\text{地人}},$
- 問 12, $\frac{\text{丙}}{4\text{天}}, \frac{\text{丁}}{4\text{天地}}, \frac{\text{丁}}{8\text{天}^2\text{地}^2},$
- 問 13, $\frac{\text{丁}}{\text{甲}^2\text{丙}}, \frac{\text{丙}}{3\text{甲丙}^2}, 4,$
- 問 14, $\frac{\text{天}+\text{地}}{4}, \frac{\text{天}-\text{地}}{2\text{丙}}, \frac{\text{天}^2+\text{地}^2}{2\text{甲}},$
- 問 15, $\frac{\text{天}+2}{\text{天}-1}, \frac{\text{天}-2}{\text{天}+1}, \frac{\text{天}+3}{\text{天}^2-1},$
- 問 16, $\frac{\text{天}^2\text{地}}{\text{甲}+\text{乙}}, \frac{\text{天地}}{\text{甲}-\text{乙}}, \frac{\text{天地}^2}{\text{甲}^2-\text{乙}^2},$
- 問 17, $\frac{\text{天}+\text{地}}{\text{天}-\text{地}}, \frac{\text{天}-\text{地}}{\text{天}+\text{地}}, \frac{\text{天}^2+\text{地}^2}{\text{天}^2-\text{地}^2},$
- 問 18, $\frac{\text{天}^2-1}{\text{天}^2+1}, \frac{\text{天}^2+1}{\text{天}^2-1}, \frac{\text{天}^4+1}{\text{天}^4-1},$
- 問 19, $\frac{1}{(\text{甲}-\text{乙})(\text{乙}-\text{丙})}, \frac{1}{(\text{甲}-\text{乙})(\text{甲}-\text{丙})},$
- 問 20, $\frac{\text{甲}}{\text{甲}+1}, \frac{1}{\text{甲}+3}, \frac{2}{\text{甲}^2-9}, \frac{\text{甲}-1}{\text{甲}-3},$
- 問 21, $\frac{3\text{天}-1}{\text{天}+2}, \frac{2\text{天}+5}{2\text{天}+4}, \frac{4\text{天}-1}{6\text{天}+12},$
- 問 22, $\frac{8}{\text{天}-5}, \frac{25}{4\text{天}^2-25}, \frac{3\text{天}}{2\text{天}+5},$
- 問 23, $\frac{1}{\text{寅}-\text{卯}}, \frac{2\text{寅}}{\text{寅}^2-\text{卯}^2}, \frac{\text{寅}+\text{卯}}{\text{寅}^3-\text{卯}^3},$
- 問 24, $\frac{\text{天}+3}{\text{天}^2+\text{天}-2}, \frac{\text{天}+1}{\text{天}^2-\text{天}-6}, \frac{\text{天}-2}{\text{天}^2-4\text{天}-3},$

去 方 程 之 命 分

- 159.** 問 1, 十爲何數之半,
- 問 2, 何數之三分之一爲 12,
- 問 3, 如 $\frac{1}{2}$ 天爲 4, 則天之同數若干,
- 問 4, 如 $\frac{1}{4}$ 天 = 8, 則天之同數若干,
- 問 5, 如方程之二端, 以一幾何同乘之, 則方程失其相等乎,
- 問 6, 有方程 $\frac{\text{天}}{3} = 6$, 如二端同以 3 乘之, 則方程變爲何如, 乘以 6, 9, 12, 15, 各有何變狀,
- 問 7, 有命分之方程, 何法可變之爲不帶命分,
- 160.** 去方程之命分者, 變之爲另一方程, 不帶命分也,
- 161.** 總理 以方程內諸分母之倍幾何乘二端, 則命分可去, (見 57 節自理四)
- 問 1, 有方程 $\text{天} + \frac{\text{天}}{5} = 12$, 求天之同數,

算 草

$$\text{天} + \frac{\text{天}}{5} = 12$$

去其分 $5\text{天} + \text{天} = 60$

并合諸項 $6\text{天} = 60$

故 $\text{天} = 10$

釋曰、此方程內含有命分、故必以其分母乘二端以去之(總理)、分母爲5、乘二端、方程變爲 $5\text{天} + \text{天} = 60$ 故 $\text{天} = 10$ 、

問 2、有方程 $\text{天} + \frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{天}}{5} + \frac{\text{天}}{6} = \frac{153}{10}$ 、求天之

同數

算 草

$$\text{天} + \frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{天}}{5} + \frac{\text{天}}{6} = \frac{153}{10}$$

去其分 $30\text{天} + 10\text{天} + 6\text{天} + 5\text{天} = 459$

故 $51\text{天} = 459$

而 $\text{天} = 9$

釋曰、此方程必以諸公母之倍幾何乘之、以去其命分(總理)、故可以3、5、6、10遞乘之、或以其合、或其任一倍幾何乘之、

夫既諸公母之小公倍、即爲最小之倍幾何、故因求簡、取3、5、6、10小公倍30乘方程之二端、并諸項而除之、得天

= 9,

法術 以諸母之小公倍乘方程之二端、

(一) 以諸母遞乘方程之二端、亦可去其命分、

(二) 如命分之前有負號、去其分母時、分子之各項須改號、

(三) 以一命分之母乘之、即去其分母、

求下諸方程內天之同數而覆驗之、

問 3, $\text{天} + \frac{\text{天}}{5} = 24,$

問 4, $\frac{\text{天}}{6} + \text{天} = 21,$

問 5, $2\text{天} + \frac{\text{天}}{3} = 28,$

問 6, $4\text{天} + \frac{\text{天}}{5} = 42,$

問 7, $3\text{天} - \frac{\text{天}}{7} = 40,$

問 8, $\text{天} - \frac{\text{天}}{6} = 25,$

問 9, $\frac{4\text{天}}{6} - \text{天} = -24,$

問 10, $\frac{3\text{天}}{5} + 7\text{天} = 38,$

問 11, $\frac{\text{天}}{2} + \frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{天}}{4} = 26,$

- 問 12, $\frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{天}}{4} + \frac{\text{天}}{6} = 18,$
- 問 13, $\text{天} + \frac{2\text{天}}{3} + \frac{3\text{天}}{4} = 29,$
- 問 14, $2\text{天} + \frac{\text{天}}{3} - \frac{\text{天}}{4} = 50,$
- 問 15, $3\text{天} - \frac{2\text{天}}{3} - \frac{5\text{天}}{6} = 18,$
- 問 16, $4\text{天} + \frac{\text{天}}{3} - \frac{\text{天}}{9} = 74,$
- 問 17, $3\text{天} - \frac{\text{天}}{6} + \frac{\text{天}}{12} = 70,$
- 問 18, $\frac{\text{天}}{4} + \frac{\text{天}}{6} + \frac{\text{天}}{8} = 26,$
- 問 19, $\frac{\text{天}+9}{4} + \frac{2\text{天}}{7} = \frac{3\text{天}-6}{5} + 3,$
- 問 20, $\frac{3\text{天}+4}{7} + \frac{4\text{天}-51}{47} = 0,$
- 問 21, $\frac{3\text{天}}{4} + \frac{180-5\text{天}}{6} = 29,$
- 問 22, $\frac{1}{4}\text{天} + \frac{1}{10}\text{天} + \frac{1}{8}\text{天} = 19,$
- 問 23, $\frac{\text{天}+3}{2} + \frac{3\text{天}}{5} = 2 + \frac{4\text{天}-5}{3},$
- 問 24, $\frac{\text{天}+2}{5} + \frac{\text{天}-1}{7} = \frac{\text{天}-2}{2},$
- 問 25, $\frac{7\text{天}+2}{10} - 12 = \frac{3\text{天}+3}{5} - \frac{\text{天}}{2}$

- 問 26, $\frac{3\text{天}}{4} + \text{甲} - \frac{\text{天}}{5} = \text{甲} + \frac{\text{天}}{5} + 5\frac{1}{2},$
- 問 27, $\frac{2\text{天}+4}{3} - 3\frac{1}{3} = \frac{\text{天}-3}{4} + \frac{\text{天}+2}{3},$
- 問 28, $\frac{3\text{天}-4}{2} = \frac{6\text{天}-5}{8} + \frac{8\text{天}-1}{16},$
- 問 29, $\frac{2\text{天}-5}{6} + \frac{6\text{天}+3}{4} = 5\text{天} - 17\frac{1}{2},$
- 問 30, $\frac{5-3\text{天}}{4} + \frac{3-5\text{天}}{3} = \frac{3}{2} - \frac{5\text{天}}{3},$
- 問 31, $\frac{\text{天}+3}{2} + \frac{\text{天}+4}{3} + \frac{\text{天}+5}{4} = 16,$
- 問 32, $\frac{2\text{天}-1}{5} + \frac{6\text{天}-4}{7} = \frac{7\text{天}+12}{11},$
- 問 33, $\frac{\text{天}+1}{3} - \frac{4\text{天}-2}{6} = \text{天} - 2,$
- 問 34, $\frac{\text{天}-3}{4} - \frac{\text{天}-1}{9} = \frac{\text{天}-5}{6},$
- 問 35, $\frac{\text{天}}{2} + 3 = \frac{\text{天}}{4} - \frac{\text{天}-2}{5},$
- 問 36, $\frac{\text{天}-1}{2} + \frac{\text{天}-3}{4} - \frac{\text{天}-2}{3} = \frac{2}{3},$
- 問 37, $\frac{1-2\text{天}}{3} - \frac{4-5\text{天}}{4} = -\frac{13}{42},$
- 問 38, $\frac{\text{天}+3}{2} - \frac{\text{天}-2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{3\text{天}-5}{12},$
- 問 39, $\frac{4\text{天}-2}{11} + 4 - \frac{3\text{天}-5}{13} = 5,$

問 40, $\frac{3\text{天}-3}{4} - \frac{3\text{天}-3}{3} = \frac{15}{3} - \frac{27+4\text{天}}{9}$

問 41, 甲用其銀之四分之一,而收入二圓,又用去當時所有之二分一,尙餘七圓,原有若干,

解 設 天 = 原有之數,

則 $\frac{\text{天}}{4}$ = 初次所用之數,

$\frac{3}{4}\text{天} + 2$ = 收二圓後之數,

$\frac{1}{2}\left(\frac{3\text{天}}{4} + 2\right) = \frac{3\text{天}}{8} + 1$ = 二次所用之數,

故 $\frac{\text{天}}{4} + \frac{3\text{天}}{8} + 1 + 7 = \text{天} + 2$,

去命分 $2\text{天} + 3\text{天} + 8 + 56 = 8\text{天} + 16$,

移項 $2\text{天} + 3\text{天} - 8\text{天} = -48$,

$$-3\text{天} = -48,$$

$$\text{天} = 16,$$

問 42, 何數加本數之四分之一爲 15,

問 43, 何數之二分一與三分一相并爲 15,

問 44, 甲之歲數之三分一又加五分二爲二十二歲,甲之年若干,

問 45, 三子共分遺產,伯得三分之二,仲得五分之一,季得 200 圓,伯仲各得若干,

- 問 46, 甲之資本爲乙之四分三,如甲之數少 500 圓,則爲乙之二分一,二人各有資本若干,
- 問 47, 馬與馬車共值 420 圓,如馬值爲車值之四分三,則各值若干,
- 問 48, 甲有錢倍於乙,丙之所有,爲甲一零三分之一倍,丁之所有,爲甲之四分一,如四人共有 50 圓,則各有若干,
- 問 49, 何數之五分一,較其六分一多 3,
- 問 50, 江海關供事某,以其薪水之三分一爲膳宿費,其餘之三分一爲雜用,如是每年積洋 280 圓,其人年俸若干,
- 問 51, 何數之五分一,自 50 減去,餘爲 4 所乘,則較原數少 70,
- 問 52, 試以 100 分爲二數,使首數之三分一,自次數四分之一減去,餘爲 11,
- 問 53, 今有二數,次數較首數多 1,又首數之二分一加五分一等於次數之三分一加四分一,則二數若干,

- 問 54、 五年前,甲之年爲乙年之二零三分之一倍,一年之後,甲年將爲乙年之一零九分之四倍,二人今年各若干,
- 問 55、 求何二數之較爲 20,且此數之七分一等於彼數之三分一,
- 問 56、 何數之四分一加其五分一與十分一,自 33 減之,適可無餘,
- 問 57、 求何二數之 爲 8,且小數除大數之商爲 3,

命 分 加 減 法

- 162 問 1、 求 $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ 、 $\frac{2}{3}$ 甲 + $\frac{1}{6}$ 甲 之諸同數,
- 問 2、 何等命分,或加或減,不必改其形狀,
- 問 3、 不相似之命分,未加或減之先,宜以何法,變爲相似,
- 163 總理 (一) 惟相似之命分,可相加或減,并成一項,
- (二) 不相似之命分,必先化爲相似,而後

可相加或減，并成一項，

法問 1，自 $\frac{6乙}{11甲}$ 減 $\frac{2甲}{7乙}$ ，

算 草

$$\frac{6乙}{11甲} - \frac{2甲}{7乙} = \frac{42乙^2}{77甲乙} - \frac{22甲^2}{77甲乙} = \frac{42乙^2 - 22甲^2}{77甲乙}$$

釋曰，諸命分既不相似，故未減之前，必先化為相似，其小公母為 77 甲乙，故 $\frac{6乙}{11甲} = \frac{42乙^2}{77甲乙}$ 而 $\frac{2甲}{7乙} = \frac{22甲^2}{77甲乙}$ 自原式之分子減減式之分子得餘式為 $\frac{42乙^2 - 22甲^2}{77甲乙}$ 。

法問 2，求 $甲 + \frac{2甲天}{7}$ 與 $3甲 + \frac{3天}{人}$ 之和，

解 $甲 + 3甲 = 4甲$ ，

$$\frac{2甲天}{7} + \frac{3天}{人} = \frac{2甲天人}{7人} + \frac{21天}{7人} \text{ 或 } \frac{2甲天人 + 21天}{7人}$$

$$\text{和} = 4甲 + \frac{2甲天人 + 21天}{7人}$$

法問 3，自 $3甲 + \frac{甲^2 + 乙^2}{甲乙}$ 減 $甲 - \frac{甲^2 - 乙^2}{甲乙}$ ，

$$\text{解 } 3甲 + \frac{甲^2 + 乙^2}{甲乙} - \left(甲 - \frac{甲^2 - 乙^2}{甲乙} \right)$$

$$= 3甲 + \frac{甲^2 + 乙^2}{甲乙} - 甲 + \frac{甲^2 - 乙^2}{甲乙}$$

$$= 2甲 + \frac{甲^2 + 乙^2 + 甲^2 - 乙^2}{甲乙}$$

$$= 2甲 + \frac{2甲^2}{甲乙}$$

$$= 2甲 + \frac{2甲}{乙}$$

加法 化所有命分爲相似，

加其分子，書於公母之上，

如有整幾何或雜幾何，將整幾何與命分各自相加，而後并合所得者，

減法 化所有之命分爲相似，自原式之分子減去減式之分子，書其餘於公母之上

如有雜幾何或整幾何，則整幾何與命分各自減，而後并合所得者，

求下諸問之和，

問 4, $\frac{\text{甲}}{\text{甲}+\text{天}}$ 與 $\frac{\text{人}}{\text{甲}-\text{人}}$

問 5, $\frac{1+\text{天}}{1-\text{天}}$ 與 $\frac{1-\text{天}}{1+\text{天}}$

問 6, $\frac{1+\text{天}^2}{1-\text{天}^2}$ 與 $\frac{1-\text{天}^2}{1+\text{天}^2}$

問 7, $\frac{4\text{天}^2}{1-\text{天}^4}$ 與 $\frac{1-\text{天}^2}{1+\text{天}^2}$

問 8, $\frac{\text{天}}{\text{天}^2-\text{地}^2}$ 與 $\frac{\text{地}}{\text{天}+\text{地}}$

問 9, $\frac{2}{1+\text{甲}}$ 與 $\frac{\text{甲}^2+1}{\text{甲}+\text{甲}^2}$

求下諸問之較，

問 10, $\frac{5\text{甲丁}}{2\text{天地}}$ 減 $\frac{2\text{甲乙}}{3\text{天地}}$

$$\text{問 11, } \frac{2 \text{ 寅卯}}{4 \text{ 地}} \text{ 減 } \frac{3 \text{ 寅卯}}{4 \text{ 地}^2},$$

$$\text{問 12, } \frac{\text{甲}-\text{乙}}{2} \text{ 減 } \frac{\text{甲}+\text{乙}}{3},$$

$$\text{問 13, } \frac{2}{\text{甲}-\text{乙}} \text{ 減 } \frac{3}{\text{甲}+\text{乙}},$$

$$\text{問 14, } \frac{5}{\text{天}+1} \text{ 減 } \frac{4}{\text{天}-1},$$

$$\text{問 15, } \frac{\text{天}-1}{\text{天}+1} \text{ 減 } \frac{\text{天}+1}{\text{天}-1},$$

以下諸式化而簡之,

$$\text{問 16, } \frac{\text{天}^2}{\text{天}^2-1} + \frac{\text{天}}{\text{天}-1} - \frac{\text{天}}{\text{天}+1},$$

$$\text{問 17, } \text{甲} + \frac{1}{\text{甲}^2} - \text{乙}^2 + 2\text{甲} - \text{乙}$$

$$\text{問 18, } \frac{\text{甲}}{\text{甲}-\text{乙}} + \frac{\text{乙}}{\text{甲}+\text{乙}} - \frac{\text{甲}-\text{乙}}{\text{甲}+\text{乙}},$$

$$\text{問 19, } \frac{\text{地}^2-2\text{天地}-\text{天}^2}{\text{天}^2-\text{天地}} + \frac{\text{天}}{\text{天}-\text{地}},$$

$$\text{問 20, } \frac{1}{2(\text{天}-1)} - \frac{1}{2(\text{天}+1)} + \frac{1}{\text{天}^2},$$

$$\text{問 21, } \frac{1+\text{天}}{1+\text{天}+\text{天}^2} + \frac{1-\text{天}}{1-\text{天}+\text{天}^2},$$

$$\text{問 22, } \frac{(\text{甲}+\text{乙})^2}{\text{甲}-\text{乙}} - \frac{(\text{甲}-\text{乙})^2}{\text{甲}+\text{乙}},$$

$$\text{問 23, } \left(6\text{天} + \frac{2\text{甲}-3\text{乙}}{5\text{甲}}\right) - \left(3\text{天} - \frac{3\text{甲}+2\text{乙}}{6\text{甲}}\right),$$

- 問 24, $(7 \text{天} + \frac{2 \text{天}}{\text{地}}) - (3 \text{天} - \frac{\text{天} - 3 \text{人}}{\text{地}})$,
- 問 25, $(3 \text{乙} + \frac{\text{甲}}{\text{甲天}}) - (2 \text{乙} - \frac{\text{乙}}{\text{甲天}})$,
- 問 26, $(5 \text{天} + \frac{\text{天} + 2}{8}) - (2 \text{天} - \frac{2 \text{天} - 3}{4})$,
- 問 27, $(\text{甲} + \frac{\text{甲} + \text{天}}{\text{甲} - \text{天}}) - (\text{乙} + \frac{\text{甲} - \text{天}}{\text{甲} + \text{天}})$,
- 問 28, $\frac{2 \text{天} + 5 \text{地}}{\text{天}^2 \text{地}} + \frac{4 \text{天地} - 3 \text{地}^2}{\text{天地}^2} - \frac{5 \text{天地} - 2 \text{地}^2}{\text{天}^2 \text{地}^2}$,
- 問 29, $\frac{3 \text{甲乙} - 4}{\text{甲}^2 \text{乙}^2} - \frac{6 \text{甲}^2 - 1}{\text{甲}^3 \text{乙}} - \frac{5 \text{乙}^2 + 7}{\text{甲乙}^3}$,
- 問 30, $\frac{\text{天}}{1 - \text{天}} - \frac{\text{天}^2}{1 - \text{天}^2} + \frac{\text{天}}{1 + \text{天}^2}$,
- 問 31, $\frac{1}{\text{天} - \text{甲}} + \frac{4 \text{甲}}{(\text{天} - \text{甲})^2} - \frac{5 \text{甲}^2}{(\text{天} - \text{甲})^3}$,
- 問 32, $\frac{3}{\text{天}} - \frac{5}{2 \text{天} - 1} - \frac{2 \text{天} - 7}{4 \text{天}^2 - 1}$,
- 問 33, $\frac{\text{天}^2 + \text{地}^2}{\text{天地}} - \frac{\text{天}^2}{\text{天地} + \text{地}^2} - \frac{\text{地}^2}{\text{天}^2 + \text{天地}}$,
- 問 34, $\frac{1}{\text{天} + 1} + \frac{2}{\text{天} + 2} + \frac{3}{\text{天} - 3}$,
- 問 35, $\frac{\text{甲} - \text{乙}}{\text{甲乙}} + \frac{\text{乙} - \text{丙}}{\text{乙丙}} + \frac{\text{丙} - \text{甲}}{\text{甲丙}}$,
- 問 36, $\frac{3}{2 \text{天}^2 - 2 \text{天}} + \frac{6}{3 \text{天}^2 + 6 \text{天}}$,
- 問 37, $\frac{\text{天} - 3}{\text{天}^2 - 1} + \frac{4}{\text{天} + 2} + \frac{5}{\text{天} - 1}$,

- 問 38, $\frac{\text{甲}+1}{\text{甲}^2+\text{甲}+1} + \frac{1-\text{甲}}{\text{甲}^2-\text{甲}+1}$
- 問 39, $\frac{1}{\text{天}^2-\text{地}^2} - \frac{1}{\text{天}^2+\text{地}^2} + \frac{2\text{地}^2}{\text{天}^4-\text{地}^4}$
- 問 40, $\frac{\text{甲}-\text{乙}}{\text{甲}^2+\text{甲}\text{乙}+\text{乙}^2} + \frac{2}{\text{甲}-\text{乙}} + \frac{\text{甲}^2-3\text{乙}^2}{\text{甲}^3+\text{乙}^3}$
- 問 41, $\frac{\text{天}^3+2\text{天}^2\text{地}}{\text{天}^4-\text{地}^4} + \frac{\text{天}-\text{地}}{\text{天}^2+\text{地}^2} - \frac{1}{\text{天}+\text{地}}$
- 問 42, $\left(2 - \frac{4}{\text{天}+2}\right) - \left(\text{天}+4 - \frac{3\text{天}}{\text{天}-1}\right)$
- 問 43, $\frac{\text{天}+2}{\text{天}^2-9\text{天}+18} - \frac{\text{天}-1}{\text{天}^2+\text{天}-12}$
- 問 44, $\left(\text{寅} - \frac{4\text{卯}-\text{巳}}{3}\right) - \left(4\text{寅} - \frac{2\text{卯}+3\text{巳}}{2}\right)$
- 問 45, $\frac{\text{天}+1}{\text{天}^2+\text{天}+1} - \frac{\text{天}-1}{\text{天}^2-\text{天}+1}$
- 問 46, $\text{甲}+\text{天} - \frac{2\text{甲}^2-2\text{天}^2}{2\text{甲}+\text{天}}$
- 問 47, $\frac{\text{甲}+2}{\text{甲}^2-2\text{甲}-3} - \frac{\text{甲}+1}{\text{甲}^2-\text{甲}-6}$
- 問 48, $\frac{3\text{寅}}{\text{寅}^2-5\text{寅}-14} - \frac{2\text{寅}}{\text{寅}^2-3\text{寅}-10}$
- 問 49, $\frac{1}{\text{天}+2} - \frac{9\text{天}-13-\text{天}^2}{\text{天}^2+5\text{天}+6}$
- 問 50, $\frac{\text{天}^2-\text{地}}{\text{天}^2-\text{地}^2} - \frac{\text{天}^2+\text{地}}{\text{天}^2+\text{地}^2}$
- 問 51, $\frac{(\text{天}^2-\text{地}^2)^2}{(\text{天}-\text{地})^2\text{天地}} - \left(\frac{\text{地}}{\text{天}} + 2 + \frac{\text{天}}{\text{地}}\right)$

$$\text{問 52, } \frac{\text{天}^2 + \text{天} - 1}{2\text{天}^2 - \text{天} - 3} - \frac{\text{天}^2 - \text{天} - 1}{3\text{天}^2 - \text{天} - 4}$$

$$\text{問 53, } \frac{\text{天} - 2}{\text{天}^2 + 4\text{天} - 21} + \frac{2 - \text{天}}{\text{天}^2 + 2\text{天} - 15} + \frac{2}{\text{天}^2 + 12\text{天} + 35}$$

$$\text{問 54, } \frac{\text{天} - 2}{2\text{天}^3 - 6\text{天}^2 - 4\text{天} + 12} + \frac{\text{天} + 6}{4\text{天}^3 + 2\text{天}^2 - 8\text{天} - 4}$$

$$\text{問 55, } \frac{1}{\text{天} + \text{地}} + \frac{1}{\text{天} - \text{地}} + \frac{\text{天} - \text{地}}{(\text{天} + \text{地})^2} + \frac{\text{天}}{\text{天}^2 - \text{地}^2} +$$

$$\frac{\text{天} + \text{地}}{(\text{天} + \text{地})^2}$$

命 分 乘 法

$$\text{問 1, } 2 \times \frac{3}{5}, 3 \times \frac{4}{7}, 5 \times \frac{2}{3} \text{ 甲, 各爲若干,}$$

$$\text{問 2, } 2 \times \frac{3}{6}, 3 \times \frac{4}{9}, 4 \times \frac{5}{8} \text{ 甲, 各約盡之,}$$

問 3, 上諸式之合, 如何得之,

問 4, 整數乘命分, 有何二法,

$$\text{問 5, } \frac{4}{5} \text{ 之 } \frac{1}{2} \text{ 即 } \frac{4}{5} \div 2, \frac{3}{7} \text{ 甲 之 } \frac{1}{3} \text{ 即 } \frac{3}{7} \text{ 甲 } \div 3,$$

各爲若干,

$$\text{問 6, } \frac{1}{2} \text{ 之 } \frac{1}{2} \text{ 即 } \frac{1}{2} \div 2, \frac{\text{甲}}{2} \text{ 之 } \frac{1}{3} \text{ 即 } \frac{\text{甲}}{2} \div 3, \text{ 各}$$

爲若干,

問 7, 由此可見, 整數除命分, 有何二法,

165 總理 (一) 任一幾何乘分子或除分母,命分即爲此幾何所乘,

(二) 任一幾何除分子或乘分母,命分即爲此幾何所除,

法問 1, $\frac{甲}{乙}$ 爲 $\frac{丙}{丁}$ 所乘,其合若干,

算 草

$$\frac{甲}{乙} \times \frac{丙}{丁} = \frac{甲丙}{乙丁}$$

釋曰,以 $\frac{丙}{丁}$ 乘 $\frac{甲}{乙}$,即求 $\frac{甲}{乙}$ 之 $\frac{1}{丁}$ 之丙倍也,夫 $\frac{甲}{乙}$ 之 $\frac{1}{丁}$ 即 $\frac{甲}{乙丁}$ (總理二) 而 $\frac{甲}{乙丁}$ 之丙倍,即 $\frac{甲丙}{乙丁}$ (總理一) 是即分子乘分子,爲合之分子,分母乘分母,爲合之分母,

法術, 分子乘分子,爲合之分子,分母乘分母,爲合之分母,

一 整幾何,雜幾何,必先化爲命分然後相乘,

二 整幾何書 1 爲其分母,則可作爲命分,如甲可寫 $\frac{甲}{1}$,

三 分子分母之等生數,當先消去,

法問 2, 求 $\frac{甲^2 - 2甲}{甲^2 - 2甲 - 3} \times \frac{甲^2 - 9}{甲^2 - 甲} \times \frac{甲^2 + 甲}{甲^2 + 甲 - 6}$ 之合,

解
$$\frac{甲^2 - 2甲}{甲^2 - 2甲 - 3} \times \frac{甲^2 - 9}{甲^2 - 甲} \times \frac{甲^2 + 甲}{甲^2 + 甲 - 6}$$

$$= \frac{\text{甲}(\text{甲}-2)}{(\text{甲}+1)(\text{甲}-3)} \times \frac{(\text{甲}+3)(\text{甲}-3)}{\text{甲}(\text{甲}-1)^2} \times \frac{\text{甲}(\text{甲}+1)}{(\text{甲}+3)(\text{甲}-2)}, \text{消去}$$

等生、即得合爲 $\frac{\text{甲}}{\text{甲}-1}$

求下諸問之合

- 問 3, $\frac{3}{4} \frac{\text{甲丙}}{\text{乙}} \times \frac{4}{2} \frac{\text{天}}{\text{甲地}}$
- 問 4, $\frac{5}{\text{甲}^2 \text{天}^2} \frac{\text{天}^2 \text{地}^2}{\text{天}^2} \times \frac{3}{2} \frac{\text{甲天}^2}{\text{甲地}^2}$
- 問 5, $\frac{\text{甲}^4 \text{乙}^4}{2 \text{甲}^2 \text{地}^2} \times \frac{\text{甲}^2 \text{天}}{\text{天地}^2}$
- 問 6, $\frac{\text{天}-\text{地}}{\text{甲}^2} \times \frac{\text{甲}^3 \text{地}}{2 \text{天}}$
- 問 7, $\frac{\text{天}+\text{地}}{10} \times \frac{\text{甲天}}{3(\text{天}+\text{地})}$
- 問 8, $\frac{2\text{甲}+3\text{乙}}{2 \text{天}} \times \frac{2}{4} \frac{\text{天}}{\text{乙}}$
- 問 9, $\frac{\text{天}^2-\text{甲}^2}{\text{天地}} \times \frac{\text{天地}}{\text{天}+\text{甲}}$
- 問 10, $\frac{\text{甲}}{\text{天}-\text{地}} \times \frac{\text{乙}}{\text{天}+\text{地}}$
- 問 11, $\frac{\text{天}^2-\text{天地}}{\text{甲}+\text{丙}} \times \frac{\text{甲}+\text{丙}}{\text{天}-\text{地}}$
- 問 12, $\frac{\text{天}+\text{地}}{\text{天}-\text{地}} \times \frac{\text{天}^2-\text{地}^2}{(\text{天}+\text{地})^2}$
- 問 13, $\frac{\text{天}^4-\text{地}^4}{\text{甲}^2 \text{天}^2} \times \frac{\text{甲天}^3}{\text{天}^2+\text{地}^2}$

$$\text{問 14, } \frac{\text{丙}}{\text{天}^2 - \text{地}^2} \times \frac{\text{丁}}{\text{天}^2 + \text{地}^2}$$

$$\text{問 15, } \frac{3\text{甲}^2}{5\text{天} - 15} \times \frac{15\text{天} - 45}{2\text{甲}}$$

$$\text{問 16, } \frac{4\text{甲天}}{2 + 3\text{天}} \times \frac{12 + 18\text{天}}{8\text{天}^2}$$

$$\text{問 17, } \frac{(\text{甲} - \text{天})^2}{2\text{丙}} \times \frac{3\text{甲天}}{\text{甲} - \text{天}} \times \frac{2}{\text{甲}(\text{甲} - \text{天})}$$

$$\text{問 18, } \frac{\text{天} + \text{地}}{(\text{天} - \text{地})^2} \times \frac{\text{天} - \text{地}}{(\text{天} + \text{地})^2} \times \frac{\text{天} - \text{地}}{\text{天} + \text{地}}$$

$$\text{問 19, } \frac{\text{天}^2 + 4\text{天}}{\text{天}^2 - 3\text{天}} \times \frac{6\text{天}^2 - 18\text{天}}{4\text{天}^2 + 16\text{天}}$$

$$\text{問 20, } \frac{\text{天}^2 - 11\text{天} + 30}{\text{天}^2 - 6\text{天} + 9} \times \frac{\text{天}^2 - 3\text{天}}{\text{天}^2 - 5\text{天}}$$

$$\text{問 21, } \frac{\text{天}^2 + \text{天} - 2}{\text{天}^2 - 7\text{天}} \times \frac{\text{天}^2 - 13\text{天} + 42}{\text{天}^2 + 2\text{天}}$$

$$\text{問 22, } \frac{\text{天}^2 + 3\text{天} + 2}{\text{天}^2 - 5\text{天} + 6} \times \frac{\text{天}^2 - 7\text{天} + 12}{\text{天}^2 + \text{天}}$$

$$\text{問 23, } \left(\text{天} + \frac{\text{天地}}{\text{天} - \text{地}} \right) \times \left(\text{地} - \frac{\text{天地}}{\text{天} + \text{地}} \right)$$

$$\text{問 24, } \left(4 + \frac{2\text{天}}{3\text{丙}} \right) \times \left(2 - \frac{2\text{天}}{6\text{丙}} \right)$$

$$\text{問 25, } \frac{\text{地}^2 - 2\text{地} + 1}{\text{地}^2 - 4} \times \frac{\text{地} - 2}{\text{地}^2 + 9\text{地} + 10}$$

$$\text{問 26, } \left(\text{甲}^2 - \text{甲} + 1 \right) \left(\frac{1}{\text{甲}^2} + \frac{1}{\text{甲}} + 1 \right)$$

$$\text{問 27, } \frac{\text{天}^2 - 6\text{天} - 16}{\text{天}^2 + 4\text{天} - 21} \times \frac{\text{天}^2 - 8\text{天} + 15}{\text{天}^2 + 9\text{天} + 14}$$

問 28, $\left(\frac{\text{天}}{\text{地}} + 1\right) \times \left(\frac{\text{天}}{\text{地}^2} - \frac{1}{\text{地}} + \frac{1}{\text{天}}\right)$

問 29, $\frac{\text{天}^2 + \text{天} - 2}{\text{天}^2 - 3\text{天}} \times \frac{\text{天}^2 + 9\text{天} - 36}{\text{天}^3 + 2\text{天}^2}$

命分除法

166. 問 1, 1 含 $\frac{1}{8}$ 若干次, 1 含 $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ 各若干次,

問 2, 命分之子爲 1, 則其爲 1 所含之次數與分母有何相關,

問 3, 1 含 $\frac{1}{丁}$ 若干次, 又含 $\frac{1}{4\text{甲}}$, $\frac{1}{\text{天} + \text{地}}$ 各若干次;

問 4, 1 含 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{丁}$, $\frac{3}{丁}$ 各若干次,

法問 1, $\frac{\text{甲}}{\text{丙}} \div \frac{\text{乙}}{\text{丁}}$ 得式若干,

算 草

$$\frac{\text{甲}}{\text{丙}} \div \frac{\text{乙}}{\text{丁}} = \frac{\text{甲}}{\text{丙}} \times \frac{\text{丁}}{\text{乙}} = \frac{\text{甲丁}}{\text{丙乙}}$$

釋曰, 1 含 $\frac{1}{丁}$ 計丁倍, 而 1 含 $\frac{\text{乙}}{\text{丁}}$ 爲丁倍之 $\frac{1}{\text{乙}}$, 即 $\frac{\text{丁}}{\text{乙}}$ 倍,

夫 1 含 $\frac{\text{乙}}{\text{丁}}$, 既爲 $\frac{\text{丁}}{\text{乙}}$ 倍, 故 $\frac{\text{甲}}{\text{丙}}$ 含之必爲 $\frac{\text{丁}}{\text{乙}}$ 之 $\frac{\text{甲}}{\text{丙}}$ 倍, 即 $\frac{\text{甲丁}}{\text{丙乙}}$,

倍, 是卽命分除命分, 等於法式顛倒乘實式之合,

法術 顛倒法之母子,與實相乘,

- (一) 整幾何雜幾何,當先化命分,
- (二) 整幾何書1爲分母,而視之同命分,
- (三) 如有公生,宜先消去,

法問 2, 以 $\frac{\text{天}^2+2\text{天}-3}{\text{天}^2-25}$ 除 $\frac{\text{天}^2-1}{\text{天}^2-4\text{天}-5}$,

解 $\frac{\text{天}^2-1}{\text{天}^2-4\text{天}-5} \div \frac{\text{天}^2+2\text{天}-3}{\text{天}^2-25} = \frac{(\text{天}+1)(\text{天}-1)}{(\text{天}-5)(\text{天}+1)} \times \frac{(\text{天}-5)(\text{天}+5)}{(\text{天}+3)(\text{天}-1)}$.

去公生得 $\frac{\text{天}+5}{\text{天}+3}$,

求下諸問之商,

問 3, $\frac{4\text{甲}^3\text{天}}{6\text{丁地}^2} \div \frac{2\text{甲}^2\text{天}^2}{8\text{甲}^2\text{地}}$

問 4, $\frac{7\text{天}^2\text{地}}{3\text{甲丁}} \div \frac{2\text{天地}^2}{3\text{甲}^2\text{丁}}$

問 5, $\frac{5\text{天}^2\text{地}^2\text{人}}{6\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}} \div \frac{10\text{天地}^3\text{人}^2}{8\text{甲乙}^2\text{丙}^2}$

問 6, $\frac{4\text{甲地人}}{8\text{乙丙丁}} \div \frac{6\text{甲}^2\text{地}^2\text{人}^2}{16\text{乙丙丁}}$

問 7, $\frac{\text{甲天地人}}{\text{丙寅卯}} \div \frac{8\text{甲天}^2\text{地}}{\text{丁寅卯}}$

問 8, $\frac{\text{寅卯地}^2}{\text{甲乙丙}} \div \frac{\text{寅}^3\text{卯}^2\text{地}^2}{\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2}$

問 9, $\frac{5\text{天地}}{\text{甲}-\text{天}} \div \frac{10\text{天地}}{\text{甲}^2-\text{天}^2}$

問 10, $\frac{2\text{甲天}+\text{天}^3}{\text{甲}^3-\text{天}^3} \div \frac{\text{天}}{\text{甲}-\text{天}}$

- 問 11, $\frac{\text{寅}^2 - \text{卯}^2}{6} \div \frac{3\text{寅} + \text{卯}}{12}$
- 問 12, $\frac{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}{1 + \text{天}} \div (\text{甲} + \text{丙})$
- 問 13, $\frac{\text{甲}^2 + 4\text{天} + 4}{\text{丁} + \text{丙}} \div (\text{甲} + \text{人})$
- 問 14, $\frac{5(\text{天} + \text{地})^2}{\text{天} - \text{地}} \div (\text{天} + \text{地})$
- 問 15, $\frac{\text{甲乙} + \text{丙丁}}{\text{甲} + \text{丙}} \div (\text{甲} - \text{丙})$
- 問 16, $\frac{3 \text{甲卯} + \text{丙寅}}{\text{天}^2 - \text{地}^2} \div (\text{天}^2 + \text{地}^2)$
- 問 17, $\frac{4\text{甲天} + 4\text{乙地}}{\text{丙}^2 + \text{丁}^2} \div (\text{甲} + \text{乙})$
- 問 18, $\frac{5\text{天地} + 5\text{天人}}{\text{甲} + \text{卯}} \div 5(\text{天} + \text{人})$
- 問 19, $\frac{1}{\text{天}^2 - 17\text{天} + 30} \div \frac{1}{\text{天} - 15}$
- 問 20, $\frac{\text{甲}}{\text{天}^2 - 5\text{天} - 6} \div \frac{\text{乙}}{\text{天}^2 + \text{天}}$
- 問 21, $\frac{\text{乙}^2\text{巳} + \text{巳天地}}{\text{甲}^2\text{寅}} \div \frac{\text{乙}^2\text{丙} + \text{丙天地}}{\text{甲寅}^2}$
- 問 22, $16 \div \left(\frac{(\text{甲} - \text{丙})^2}{\text{甲}} - \text{甲} + 2\text{丙} \right)$
- 問 23, $\frac{\text{甲}^3 - \text{乙}^3}{\text{甲}^2 + \text{甲乙} + \text{乙}^2} \div \frac{\text{甲} - \text{乙}}{\text{甲} + \text{乙}}$
- 問 24, $\frac{\text{甲}^2 + \text{乙}^2}{\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2} \div \frac{\text{甲} - \text{乙}}{\text{甲} + \text{乙}}$

$$\text{問 25, } \frac{\text{甲}^2 + \text{甲乙} + \text{乙}^2}{\text{甲} + \text{乙}} \div \frac{\text{甲}^2 - \text{甲乙} + \text{乙}^2}{\text{甲} - \text{乙}}$$

$$\text{問 26, } \frac{\text{天}^2 + 6\text{天} + 8}{\text{天}^2 - 9} \div \frac{\text{天}^2 - 2\text{天} - 8}{\text{天} - 3}$$

$$\text{問 27, } \frac{\text{甲}^2 - 3\text{甲} + 2}{\text{甲}^2 - 7\text{甲} + 10} \div \frac{\text{甲}^2 - 1}{\text{甲}^2 - 4\text{甲} + 4}$$

$$\text{問 28, } \frac{\text{天}^2 - 4\text{天} - 12}{\text{天}^2 + 3\text{天} - 28} \div \frac{\text{天}^2 - 3\text{天} - 18}{\text{天}^2 + 6\text{天} - 40}$$

$$\text{問 29, } \frac{(\text{天} + \text{地})^2 - \text{人}^2}{\text{人}^2 - (\text{天} - \text{地})^2} \div \frac{\text{人} + \text{地} + \text{天}}{\text{人} - \text{地} + \text{天}}$$

$$\text{問 30, } \frac{\text{天}^6 - \text{地}^6}{\text{天}^4 - \text{地}^4} \div \frac{(\text{天}^3 - \text{地}^3)(\text{天} + \text{地})}{\text{天}^2 - \text{地}^2}$$

$$\text{問 31, } \frac{\text{甲}^4 - 1}{\text{甲}^3 + 1} \div \frac{\text{甲}^2 + 1}{\text{甲} + 1} \text{ 又 } \div \frac{\text{甲} - 1}{\text{甲}^2 - \text{甲} + 1}$$

$$\text{問 32, } \frac{\text{寅}^2 - 7\text{寅} - 12}{\text{卯}^2 - 11\text{卯} + 18} \div \frac{\text{寅}^2 - 5\text{寅} - 14}{\text{卯}^2 - 8\text{卯} - 9} \text{ 又 } \div \frac{\text{甲卯} - \text{甲}}{6\text{卯} - 12}$$

167 疊分者、命分之母或子、或母與子俱
為命分者也、

問 1, 求 $\frac{\text{甲}}{\frac{\text{乙}}{\frac{\text{丙}}{\text{丁}}}}$ 之同數若干、

算 草

$$\frac{\text{甲}}{\frac{\text{乙}}{\frac{\text{丙}}{\text{丁}}}} = \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \div \frac{\text{丙}}{\text{丁}} = \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \times \frac{\text{丁}}{\text{丙}} = \frac{\text{甲丁}}{\text{乙丙}}$$

釋曰、疊分祇爲命分之除式、故可將此式書爲 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} \div \frac{\text{丙}}{\text{丁}}$ 、

按前法除之、得商爲 $\frac{\text{甲丁}}{\text{乙丙}}$ 、

求下諸式之同數、

$$\text{問 2, } \frac{\text{天} + \frac{\text{甲}}{\text{丙}}}{\text{天} + \frac{\text{乙}}{\text{丁}}}$$

$$\text{問 3, } \frac{\text{甲}^2 + \frac{\text{天}}{3}}{4 + \frac{\text{天}}{5}}$$

$$\text{問 4, } \frac{3 \text{甲}^2 - 3 \text{地}^2}{\frac{\text{甲} + \text{地}}{3}}$$

$$\text{問 5, } \frac{\frac{4 \text{天} - 4 \text{地}}{5} \frac{\text{甲乙}}{\text{天}}}{\frac{5 \text{天} - 3 \text{地}}{5} \frac{\text{天地}}{\text{天}}}$$

$$\text{問 6, } \frac{\frac{\text{天} + \text{地}}{4} \frac{\text{甲天}}{\text{天}}}{\frac{\text{天}^2 - \text{地}^2}{8} \frac{\text{甲天}^2}{\text{天}}}$$

$$\text{問 7, } \frac{\frac{4 \text{甲}^2 - 4 \text{天}^2}{\text{甲} + \text{天}}}{\text{甲} - \text{天}}$$

$$\text{問 8, } \frac{\text{天} + \frac{2 \text{丁}}{3} \frac{\text{甲丙}}{\text{天}}}{\text{天} + \frac{3 \text{丁}}{2} \frac{\text{甲丙}}{\text{天}}}$$

- 問 9,
$$\frac{\frac{\text{天}^2 - \frac{\text{地}^2}{2}}{\text{天} - 3\text{地}}}{2}$$
- 問 10,
$$\frac{\frac{\text{天地} - \frac{3\text{天}}{\text{甲丙}}}{\text{甲丙} + 2\text{丙}}}{\text{天}}$$
- 問 11,
$$\frac{\frac{\frac{\text{甲}}{\text{乙}} + \frac{\text{天}}{\text{地}}}{\text{甲} - \frac{\text{天}}{\text{丙}}}}{\text{丙}}$$
- 問 12,
$$\frac{1 + \frac{\text{天}}{\text{地}}}{1 - \frac{\text{天}^2}{\text{地}^2}}$$
- 問 13,
$$\frac{\frac{\text{天} + \frac{2\text{天}}{\text{天} - 3}}{\text{天} - \frac{2\text{天}}{\text{天} - 3}}}{\text{天} - \frac{2\text{天}}{\text{天} - 3}}$$
- 問 14,
$$\frac{\frac{\text{天} + \frac{\text{天} - \text{地}}{1 + \text{天地}}}{1 - \frac{\text{天地} - \text{天}^2}{1 + \text{天地}}}}{1 - \frac{\text{天地} - \text{天}^2}{1 + \text{天地}}}$$
- 問 15,
$$\frac{\frac{\text{甲} + 5 + \frac{1}{\text{甲} - 5}}{\text{甲} - 5 + \frac{1}{\text{甲} + 5}}}{\text{甲} - 5 + \frac{1}{\text{甲} + 5}}$$
- 問 16,
$$\frac{\frac{4}{\text{天} + 1} - \frac{3\text{天} - 1}{\text{天} + \frac{\text{天}}{2}}}{\text{天} + 1 - \frac{3\text{天} - 1}{\text{天} + \frac{\text{天}}{2}}}$$
- 問 17,
$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\text{甲}}}$$

$$\text{問 18, } \frac{1}{\text{甲} + \frac{1}{\text{甲} + \frac{1}{\text{甲}}}}$$

$$\text{問 19, } \frac{\frac{\text{天} + \text{地}}{\text{地}} + \frac{\text{地}}{\text{天} + \text{地}}}{\frac{1}{\text{天}} + \frac{1}{\text{地}}}$$

$$\text{問 20, } \frac{(\frac{\text{甲}}{\text{乙}} + \frac{\text{乙}}{\text{甲}})(\frac{\text{甲}}{\text{乙}} - \frac{\text{乙}}{\text{甲}})}{1 - \frac{\text{乙} - \text{甲}}{\text{乙} + \text{甲}}}$$

$$\text{問 21, } \frac{3\text{天} - 2 + \frac{1}{\text{天}}}{\frac{3\text{天} - 1}{\text{天}}}$$

$$\text{問 22, } 1 + \frac{\text{丙}}{1 + \text{丙}} + \frac{2\text{丙}^2}{1 - \text{丙}}$$

命分習問

168, 約盡下列諸式

$$\text{問 1, } \frac{\text{天}^3 - 6\text{天}^2 + 11\text{天} - 6}{\text{天}^3 - 2\text{天}^2 - \text{天} + 2}$$

$$\text{問 2, } \frac{\text{寅}^3 + \text{寅}^2 + \text{寅} - 3}{\text{寅}^3 + 3\text{寅}^2 + 5\text{寅} + 3}$$

$$\text{問 3, } \frac{\text{天}^5 - 2\text{天}^2 + 4\text{天} - 3}{\text{天}^3 - 5\text{天}^2 + 13\text{天} - 9}$$

$$\text{問 4, } \frac{\text{甲}^3 - \text{甲}^2 - \text{甲} - 2}{\text{甲}^3 + 3\text{甲}^2 + 3\text{甲} + 2}$$

$$\text{問 5, } \frac{\text{丙}^2 + 8\text{丙} + 15}{\text{丙}^3 - 3\text{丙}^2 - 10\text{丙} + 24}$$

$$\text{問 6, } \frac{\text{天}^4 - \text{天}^3 - 4\text{天}^2 - \text{天} + 1}{4\text{天}^3 - 3\text{天}^2 - 8\text{天} - 1}$$

$$\text{問 7, } \frac{\text{甲}^3 - 7\text{甲}^2 + 16\text{甲} - 12}{3\text{甲}^3 - 14\text{甲}^2 + 16\text{甲}}$$

$$\text{問 8, } \frac{\text{天}^3 + 3\text{天}^2 + 3\text{天} + 1}{3\text{天}^3 - \text{天}^2 - 11\text{天} - 7}$$

$$\text{問 9, } \frac{2\text{天}^3 - 3\text{天}^2 + 5\text{天} - 2}{2\text{天}^4 - \text{天}^3 + 2\text{天}^2 + \text{天} - 1}$$

$$\text{問 10, } \frac{2\text{甲}^3 - 4\text{甲}^2 - 13\text{甲} - 7}{6\text{甲}^3 - 11\text{甲}^2 - 37\text{甲} - 20}$$

求下列諸式之同數,

$$\text{問 11, } \frac{\text{天}}{\text{天} + 1} - \frac{\text{天}}{1 - \text{天}} + \frac{\text{天}^2}{\text{天}^2 - 1}$$

$$\text{問 12, } \frac{3 + 2\text{天}}{2 - \text{天}} - \frac{2 - 3\text{天}}{2 + \text{天}} + \frac{16\text{天} - \text{天}^2}{\text{天}^2 - 4}$$

$$\text{問 13, } \frac{1}{(\text{天} - \text{地})(\text{地} - \text{人})} + \frac{1}{(\text{地} - \text{天})(\text{天} - \text{人})} + \frac{1}{(\text{天} - \text{人})(\text{天} - \text{地})}$$

釋器 次項命分以 -1 除之變為 + $\frac{-1}{(\text{天} - \text{地})(\text{天} - \text{人})}$ 即 -

$$\frac{1}{(\text{天} - \text{地})(\text{天} - \text{人})}$$

$$\text{問 14, } \frac{1}{\text{甲}(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} - \text{丙})} + \frac{1}{\text{乙}(\text{乙} - \text{甲})(\text{乙} - \text{丙})} +$$

$$\frac{1}{\text{丙}(\text{丙}-\text{甲})(\text{丙}-\text{乙})}$$

問 15, $\left(1 + \frac{\text{天}+\text{地}}{\text{天}-\text{地}}\right) \times \left(1 - \frac{\text{天}-\text{地}}{\text{天}+\text{地}}\right)$

問 16, $\left(\text{天}-\text{地} + \frac{\text{天}^2+\text{地}^2}{\text{天}+\text{地}}\right) \times \left(\text{天}-\text{地} + \frac{\text{天}^2+\text{地}^2}{\text{天}+\text{地}}\right)$

問 17, $(\text{甲}^2+1+\text{甲}) \times \left(1 - \frac{1}{\text{甲}} + \frac{1}{\text{甲}^2}\right)$

問 18, $\left(\frac{\text{甲}+1}{\text{甲}-1} - \frac{\text{甲}-1}{\text{甲}+1}\right) \div \frac{\text{天}}{\text{甲}-1}$

問 19, $\left(\frac{2\text{天}}{\text{天}-1}\right) \times \left(1 + \frac{\text{天}-1}{\text{天}+1}\right) \div \left\{\left(1 + \frac{\text{天}-1}{\text{天}+1}\right) \times \left(1 + \frac{\text{天}+1}{\text{天}-1}\right)\right\}$

問 20, $\frac{1 + \frac{\text{甲}-\text{天}}{\text{甲}+\text{天}}}{1 - \frac{\text{甲}-\text{天}}{\text{甲}+\text{天}}} \div \frac{1 + \frac{\text{甲}^2-\text{天}^2}{\text{甲}^2+\text{天}^2}}{1 - \frac{\text{甲}^2-\text{天}^2}{\text{甲}^2+\text{天}^2}}$

問 21, $\frac{\frac{\text{甲}-1}{6} - \frac{2\text{甲}-7}{2}}{\frac{3\text{甲}}{4} - 3}$

問 22, $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\text{天}}}}$

問 23, $\frac{4}{1 + \frac{4}{1 + \frac{4}{1 + \frac{4}{\text{天}}}}}$

$$\text{問 24, } \frac{\frac{\text{天}^2 + \text{地}^2}{\text{天}^2 - \text{地}^2} - \frac{\text{天}^2 - \text{地}^2}{\text{天}^2 + \text{地}^2}}{\frac{\text{天} + \text{地}}{\text{天} - \text{地}} - \frac{\text{天} - \text{地}}{\text{天} + \text{地}}}$$

$$\text{問 25, } \frac{\text{天}^2 + \text{天地} + \text{地}^2 + \frac{\text{天}^3 + \text{地}^3}{\text{天} - \text{地}}}{\text{天} - \frac{(\text{天}^2 + 2\text{地})^2}{\text{天}^2 - \text{地}^2} - 4}$$

$$\text{問 26, } \frac{\frac{\text{天}^2 + 2\text{天}}{\text{天}^3 - 8\text{天} + 12} - \frac{3\text{天}^2 - 1}{3\text{天}^2 - 20\text{天} + 12}}{\frac{3}{3\text{天}^2 - 8\text{天} + 4} - \frac{1}{\text{天}^2 + 3\text{天} - 10}}$$

$$\text{問 27, } \frac{1 + \frac{\text{甲} - \text{丙}}{\text{甲} + \text{丙}}}{1 - \frac{\text{甲} - \text{丙}}{\text{甲} + \text{丙}}} \div \frac{1 + \frac{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}{\text{甲}^2 + \text{丙}^2}}{1 - \frac{\text{甲}^2 - \text{丙}^2}{\text{甲}^2 + \text{丙}^2}}$$

$$\text{問 28, } \frac{\text{天} - 5 - \frac{3\text{天} - 15}{\text{天} + 3}}{\text{天} - 1} \times \frac{\text{天} + 4 - \frac{\text{天}^2 - 13}{\text{天} - 1}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{\text{天}}}$$

$$\text{問 29, } \left\{ 1 - \frac{\frac{\text{天}^2 - \text{地}^2}{\text{天}^2} - \frac{\text{地}^2}{\text{天}^2}}{\frac{\text{天}^2}{\text{地}^2} + \frac{\text{地}^2}{\text{天}^2}} \right\} \times \left(\frac{\text{天}^3}{\text{地}} + \frac{\text{地}^3}{\text{天}} \right)$$

$$\text{問 30, } \left(\frac{\text{天}^2 \text{地}^2}{(\text{天} - \text{地})^2 + 2\text{天地}} - \text{地}^2 \right) \left(\frac{\text{地}^4 - \text{天}^4}{\text{地}^6} - \frac{2\text{天地} - 3\text{地}^2}{\text{地}^2} \right)$$

$$\text{問 31, } \frac{(\text{甲}^2 - \text{乙}^2)(2\text{甲}^2 - 2\text{甲乙})}{4(\text{甲} - \text{乙})^2 \div \frac{\text{甲乙}}{\text{甲} + \text{乙}}}$$

$$\text{問 32, } \frac{\frac{\text{甲}-1}{\text{甲}} - \frac{\text{乙}+1}{\text{乙}} - \frac{1}{\text{丙}}}{\frac{\text{甲}}{\text{乙丙}} - \frac{\text{乙}}{\text{甲丙}}} + \frac{\text{乙}}{\text{甲丙} + \text{丙乙}} + \left(\frac{\text{乙}}{\text{甲} + \text{乙}} \times \right.$$

$$\left. \frac{\text{乙}^2}{\text{甲}-\text{乙}} \times \frac{1}{\text{乙丙}} \right)$$

$$\text{問 33, } \frac{\text{天}^2 - 14\text{天} + 24}{\text{地}^2 + 9\text{地} - 36} \div \left(\frac{\text{天}^2 + 4\text{天} - 12}{\text{地}^2 + 2\text{地} - 15} \times \frac{\text{天地} + 5\text{天}}{\text{天地} + 6\text{地}} \right)$$

$$\text{問 34, } \frac{\text{甲}^4 - \text{甲}^3\text{乙} + \text{甲}^2\text{乙}^2 - \text{甲乙}^3 + \text{乙}^4}{\text{甲} - \text{乙}} \div \left(\frac{\text{甲} - \text{乙}}{\text{甲} + \text{乙}} \times \right.$$

$$\left. \frac{\text{甲}^5 + \text{乙}^5}{\text{甲}^2 + \text{乙}^2} \right)$$

$$\text{問 35, } 1 \div \left\{ \left(\frac{1 + \text{甲}}{1 + \text{甲} + \text{甲}^2} + \frac{1 - \text{甲}}{1 - \text{甲} + \text{甲}^2} \right) \times \frac{2}{\text{甲}} \right\}$$

$$\text{問 36, } \left(1 + \frac{\text{天}}{\text{天} - 2} \right) \times \frac{4 - \text{天}^2}{1 - \text{天}^2} \times \frac{\text{天}^2 - 3\text{天} - 4}{\text{天}^2 + \text{天} - 2} - \frac{2\text{天}}{\text{天} - 4}$$

$$\text{問 37, } \left(\frac{\text{天} - 2}{\text{天}^2 - 4} + \frac{\text{天} - 3}{\text{天} - 2} - \frac{\text{天}}{\text{天} + 2} \right) \times \left(\frac{\text{天}^2}{2} - 2 \right) \div$$

$$\frac{\text{天}^2 - 36}{6\text{天}}$$

$$\text{問 38, } \frac{\text{甲} + \text{天}}{\text{天}} - \frac{2\text{甲}}{\text{甲} + \text{天}} + \frac{\text{甲}^2\text{天} - \text{甲}^3}{\text{天}(\text{甲}^2 - \text{天}^2)}$$

$$\text{問 39, } \frac{\text{天} + \text{地}}{\text{天地}} \times \frac{\text{天}^2 - \text{地}^2}{3(\text{天}^2 + \text{地}^2)} \times \frac{3\text{天}^2\text{地} + 3\text{天地}^3}{(\text{天} - \text{地})^2(\text{天} + \text{地})^2}$$

$$\text{問 40, } \frac{2\text{天}^2\text{地}}{\text{天}^3 + \text{地}^3} - \frac{2\text{天地}^2}{\text{天}^3 - \text{地}^3} + \frac{\text{天}^2 + \text{地}^2}{\text{天}^2 - \text{地}^2}$$

$$\text{問 41, } \frac{\text{甲天}}{\text{甲天} + \text{丙}} - \frac{\text{丙}}{\text{甲天} - \text{丙}} + \frac{\text{甲天}(3\text{丙} - \text{甲天})}{\text{甲}^2\text{天}^2 - \text{丙}^2}$$

- 問 42, $\frac{10甲天+3甲^2+3天^2}{10甲天-3甲^2-3天^2} \div \left(\frac{3甲+天}{天-3甲} \times \frac{天}{甲} \right)$
- 問 43, $\frac{甲^2-乙^2}{甲^3+乙^3} \times \left(\frac{甲^2+乙^2}{乙} - 甲 \right) \div \left(\frac{1}{乙} - \frac{1}{甲} \right)$
- 問 44, $\left(\frac{1-甲^2}{1-甲^3} + \frac{1-甲}{1-甲+甲^2} \right) \div \left(\frac{1+甲}{1+甲+甲^2} - \frac{1-甲^2}{1+甲^3} \right)$
- 問 45, $\frac{甲-天^2-地^2}{甲天-天^2-天地} \times \left(\frac{(甲+天)^2-地^2}{甲^2+甲天-甲地} \div \frac{(甲+地)^2-天^2}{甲} \right)$
- 問 46, $\frac{甲^2-乙^2}{甲乙^2天} \times \frac{乙(甲-乙)}{甲^2+2甲乙+乙^2} \times \frac{乙(甲+乙)}{甲^2-2甲乙+乙^2}$
- 問 47, $\left(\frac{甲-天}{甲+天} - \frac{甲^3-天^3}{甲^3+天^3} \right) \div \left(\frac{甲+天}{甲-天} + \frac{甲^2+天^2}{甲^2-天^2} \right)$

代 數 學

第九章 一次方程

溫 習

169, (一) 述方程之界說,

(二) 述方程二端之界說,

(三) 述上端下端之界說,

(四) 述去命分之界說并法術,

(五) 述遷項之界說及法術,

(六) 述自理之界說,并述自理,

(七) 述題語之界說,

(八) 述題解之界說,

170, 方程內未知幾何不爲命分,亦不在根號下,則方程之次數,按其任一項內未知幾何最高之次數,

如 天 + 乙 = 丙, 3 甲天 + 地 = 卯, 4 乙²天 + 3 甲³天 = 甲,

皆爲一次方程。

天² + 甲 = 丙、乙天² + 3地 = 丁、天 + 天地 = 7、甲天地 + 3地² = 卯、皆爲二次方程。

天³ = 甲、天²地 = 甲、天地² = 甲、天 + 天² + 天³ = 甲、皆爲三次方程。

171. 簡方程者、一次方程也。

172. 平方程者、二次方程也。

173. 立方程者、三次方程也。

174. 數方程者、方程之已知幾何、俱以數表之者也。

175. 元方程者、方程之已知幾何、俱以元字表之者也。

解下列諸方程。

問 1, $4天 - \frac{天+2}{2} = 3天 + 3$

問 2, $天 - \frac{3天+4}{3} = \frac{天}{9} + \frac{天-12}{6}$

問 3, $\frac{6天-8}{2} + 2 = 天 - \frac{5-2天}{4}$

問 4, $天 - 3 - \frac{天+2}{8} = \frac{天}{3}$

- 問 5, $\frac{15\text{天}}{4} = 2\frac{1}{4} - \frac{3-\text{天}}{2}$
- 問 6, $\frac{\text{天}}{3} - \text{天} = \frac{\text{天}-1}{11} - 9$
- 問 7, $\frac{9\text{天}}{7} - \frac{\text{天}+3}{5} = 2\text{天} - 21$
- 問 8, $\frac{\text{甲}\text{天}-\text{乙}}{\text{丙}} + \text{甲} = \frac{\text{天}+\text{甲}\text{丙}}{\text{丙}}$
- 問 9, $\text{甲}\text{天} - \frac{3\text{甲}-\text{乙}\text{天}}{2} = \frac{1}{4}$
- 問 10, $\frac{\text{天}}{\text{甲}} - \text{乙} = \frac{\text{丙}}{\text{丁}} - \text{天}$
- 問 11, $\frac{3\text{天}-5}{2} - 12 = \frac{4-2\text{天}}{3} - \text{天}$
- 問 12, $\frac{\text{天}}{\text{甲}-1} - \frac{\text{天}}{\text{甲}+1} = \text{乙}$
- 問 13, $\frac{\text{天}^2+2\text{甲}\text{天}+\text{甲}^2}{\text{天}+\text{甲}} = \frac{4\text{甲}\text{乙}}{16\text{乙}}$
- 問 14, $2 - 2\text{天} = \frac{\text{天}+8}{4} - \frac{\text{天}+6}{3}$
- 問 15, $\frac{4\text{天}}{5} + \frac{3\text{乙}}{2} = \frac{\text{甲}}{6} + \frac{12\text{乙}}{2}$
- 問 16, $\frac{\text{天}}{\text{甲}} - \text{甲} = \frac{\text{甲}}{\text{丙}} - \frac{\text{天}}{\text{丙}-\text{甲}}$
- 問 17, $\frac{2\text{天}-8}{4} + \frac{\text{天}}{3} = 30 - \frac{\text{天}+32}{2}$
- 問 18, $10 - \frac{3\text{天}+4}{3} = 2\text{天} - 3\frac{1}{3}$

$$\text{問 19, } 4 + 10\text{天} + 5 - 6\text{天} \left(\frac{1}{\text{天}} - \frac{1}{3} \right) = 27$$

$$\text{問 20, } \text{天} - \frac{\text{天} - 2}{3} + \frac{\text{天} - 4}{5} = 7 + \frac{\text{天} - 5}{6}$$

$$\text{問 21, } \frac{\text{天}}{3} - \frac{\text{天}^2 - 5\text{天}}{3\text{天} - 7} = \frac{2}{3}$$

$$\text{問 22, } \frac{3}{\text{天} + 1} - \frac{\text{天} + 1}{\text{天} - 1} = \frac{\text{天}^2}{1 - \text{天}^2}$$

$$\text{問 23, } \frac{2\text{天}^4 + 2\text{天}^3 - 9\text{天}^2 + 12}{\text{天}^2 + 3\text{天} - 4} = 2\text{天}^2 - 4\text{天} - 3$$

$$\text{問 24, } \frac{2}{3} + \frac{3\text{天} - 3}{4} - \frac{3\text{天} - 4}{3} = 6 - \frac{27 + 4\text{天}}{9}$$

$$\text{問 25, } \frac{9\text{天} + 20}{36} - \frac{\text{天}}{4} = \frac{4\text{天} - 12}{5\text{天} - 4}$$

解畧 此方程可變之爲 $\frac{9\text{天}}{36} + \frac{20}{36} - \frac{\text{天}}{4} = \frac{4\text{天} - 12}{5\text{天} - 4}$,

$$\text{簡之, } \frac{5}{9} = \frac{4\text{天} - 12}{5\text{天} - 4},$$

$$\text{問 26, } \frac{2\text{天} + 8}{5} + \frac{\text{天}}{2} - 8 = \frac{\text{天} - \frac{4\text{天} - 9}{3}}{6} - 8 \frac{5}{6}$$

$$\text{問 27, } \frac{\text{甲} + \text{乙}}{\text{天} - \text{丙}} = \frac{\text{甲}}{\text{天} - \text{甲}} + \frac{\text{乙}}{\text{天} - \text{乙}}$$

$$\text{問 28, } \frac{6\text{天} + 13}{15} - \frac{9\text{天} + 15}{5\text{天} - 25} + 3 = \frac{2\text{天} + 15}{5}$$

解畧 同問二十五、

$$\text{問 29, } \frac{\text{天} - \text{甲}}{\text{甲} - \text{乙}} - \frac{\text{天} + \text{甲}}{\text{甲} + \text{乙}} = \frac{2\text{甲天}}{\text{甲}^2 - \text{乙}^2}$$

$$\text{問 30, } \quad \text{天} + 3 + \frac{3(\text{天}+3)}{7} = \frac{3(\text{天}+3)}{2} - \frac{1}{2}$$

解畧 未去命分之前,先并合諸項,

$$\text{問 31, } \quad \text{天} + 6 - \frac{3(\text{天}+6)}{4} = \frac{1}{3}(\text{天} + 6) - 6$$

$$\text{問 32, } \quad \text{天} - 7 + \frac{\text{天} - 7}{2} + \frac{3(\text{天} - 7)}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

$$\text{問 33, } \quad \frac{3(\text{天}+4)}{2} + \frac{\text{天} + 4}{4} - \frac{3(\text{天}+4)}{5} = 11 \frac{1}{2}$$

$$\text{問 34, } \quad \frac{2(\text{天}-3)}{3} + 2(\text{天} - 3) = 5 - \frac{\text{天} - 3}{4}$$

$$\text{問 35, } \quad \frac{21-3\text{天}}{3} - \frac{2(2\text{天}+3)}{9} = 6 - \frac{5\text{天}+1}{4}$$

$$\text{問 36, } \quad \text{天} - 4 - \frac{3\text{天} - 5}{2} = 8 - \frac{2\text{天} - 4}{3}$$

$$\text{問 37, } \quad \frac{4\text{天}+3}{9} + \frac{7\text{天}-29}{5\text{天}-12} = \frac{8\text{天}+19}{18}$$

解畧 同問二十五、

$$\text{問 38, } \quad \frac{9\text{天}+5}{14} + \frac{8\text{天}-7}{6\text{天}+2} = \frac{36\text{天}+15}{56} + \frac{10}{14}$$

$$\text{問 39, } \quad \frac{6\text{天}+7}{15} - \frac{2\text{天}-2}{7\text{天}-6} = \frac{2\text{天}+1}{5}$$

$$\text{問 40, } \quad \frac{6\text{天}+1}{15} - \frac{2\text{天}-4}{7\text{天}-16} = \frac{2\text{天}-1}{5}$$

$$\text{問 41, } \quad \frac{6\text{天}+13}{15} - \frac{3\text{天}+5}{5\text{天}-25} = \frac{2\text{天}}{5}$$

$$\text{問 42, } \frac{\text{天}-12}{\text{天}-7} + \frac{\text{天}-4}{\text{天}-12} = 2 + \frac{7}{\text{天}-7}$$

$$\text{問 43, } \frac{2\text{天}-10}{4} - \frac{\text{天}-8}{5} - \frac{\text{天}-5}{2} = \text{天} - 14$$

$$\text{問 44, } \frac{2\text{天}-5}{3} - \frac{\text{天}-3}{4} = \text{天} - 2 - \frac{\text{天}-1}{2}$$

$$\text{問 45, } \frac{\text{天}}{5} - \frac{2\text{天}-14}{3} = 4\frac{1}{3} - \frac{\text{天}}{2}$$

$$\text{問 46, } \frac{3\text{天}}{4} - \frac{3\text{天}-11}{2} = 6\text{天} - \frac{20\text{天}+13}{4}$$

$$\text{問 47, } \frac{7\text{天}+8}{3\text{天}-1} - 8 = \frac{27\text{天}-36}{3\text{天}-1} + 4$$

$$\text{問 48, } \frac{3\text{天}-3}{4} - \frac{3\text{天}-4}{3} = \frac{16}{3} - \frac{27+4\text{天}}{9}$$

$$\text{問 49, } \frac{6\text{天}+48}{18} - \frac{11-3\text{天}}{36} = 5\text{天} - 43\frac{1}{6} - \frac{13-\text{天}}{12}$$

$$- \frac{21-2\text{天}}{18}$$

$$\text{問 50, } \frac{4\text{天}+3}{9} = \frac{8\text{天}+19}{18} - \frac{7\text{天}-29}{5\text{天}-12}$$

$$\text{問 51, } \frac{\text{甲乙}+\text{天}}{\text{乙}^2} - \frac{\text{乙}^2-\text{天}}{\text{甲}^2\text{乙}} = \frac{\text{天}-\text{乙}}{\text{甲}^2} - \frac{\text{甲乙}-\text{天}}{\text{乙}^2}$$

$$\text{問 52, } (\text{甲} + \text{天})(\text{乙} + \text{天}) - \text{甲}(\text{乙} + \text{丙}) =$$

$$\frac{\text{甲}^2\text{丙}}{\text{乙}} + \text{天}^2$$

$$\text{問 53, } \frac{4\text{天}-8}{8} + \frac{3\text{天}-15}{12} - \frac{2\text{天}-16}{16} = 0$$

$$\text{問 54, } \frac{4\text{天}-16}{24} - \frac{2\text{天}+6}{60} + \frac{9\text{天}}{12} = \text{天} - \frac{\text{天}}{4} + \frac{5}{6}$$

$$\text{問 55, } \frac{13-4\text{天}}{15} - \frac{3+4\text{天}}{3} + 6\text{天} - 8 = \frac{12\text{天}}{5} + \frac{58}{15}$$

$$\text{問 56, } \frac{\text{地}+1}{\text{地}-1} - \frac{\text{地}-1}{\text{地}+1} = \frac{3}{\text{地}-1}$$

$$\text{問 57, } \frac{3}{\text{天}-4} + \frac{7}{\text{天}+6} = \frac{80}{\text{天}^2+2\text{天}-24}$$

$$\text{問 58, } \frac{3\text{天}+2}{3} - \frac{6\text{天}-3}{\text{天}+4} - \frac{3\text{天}}{5} - \frac{2\text{天}}{5} - \frac{101}{24}$$

$$\text{問 59, } \frac{2\text{天}}{\text{天}+3} + \frac{\text{天}}{\text{天}-5} - 3 = \frac{1}{2\text{天}-10}$$

$$\text{問 60, } \frac{\text{天}-1}{\text{甲}} + \frac{\text{天}-1}{\text{乙}} + \frac{\text{天}-1}{\text{丙}} = 0$$

$$\text{問 61, } \text{甲}^2\text{地} - 2\text{甲乙} - \text{甲}^2 = \text{乙}^2\text{地} + \text{乙}^2$$

$$\text{問 62, } (\text{天}-\text{甲})^2 - (\text{天}-\text{乙})^2 = (\text{甲}-\text{乙})^2$$

$$\text{問 63, } \frac{\text{甲}(\text{乙}^2-\text{人}^2)}{\text{丙人}} + \frac{2\text{人}}{\text{丙}} - \text{丙人} = \frac{\text{甲乙}^2}{\text{丙人}} - \frac{8\text{甲}}{\text{丙}}$$

$$\text{問 64, } \frac{1}{\text{寅}+\text{卯}} - \frac{2\text{寅卯}}{(\text{寅}+\text{卯})^3} - \frac{\text{寅}}{(\text{寅}+\text{卯})^2} = \frac{\text{天}-\text{寅}}{(\text{寅}+\text{卯})^2}$$

$$\text{問 65, } \frac{3\text{甲天}-2\text{乙}}{3\text{乙}} - \frac{\text{甲天}-\text{甲}}{2\text{乙}} = \frac{\text{甲天}}{\text{乙}} - \frac{2}{3}$$

$$\text{問 66, } \frac{\text{天}}{\text{甲}-\text{乙}} - \frac{2+\text{天}}{\text{甲}+\text{乙}} = \frac{\text{丙}}{\text{甲}^2-\text{乙}^2} + \frac{\text{丁}}{\text{甲}-\text{乙}}$$

$$\text{問 67, } \frac{\text{天}-\text{甲乙}}{3} + \frac{5\text{乙}^2}{6} + \frac{\text{天}-\text{乙}^2}{4} = \frac{7\text{甲}^2}{12} + \frac{11\text{甲乙}}{6} -$$

$$\frac{\text{天}-\text{甲}^2}{2}$$

問 題

176. 解方程總訣 以天代未知幾何之一、次按題意而得餘各未知幾何之式、自題意求得相等二式、列之爲方程、

解此方程、

問 68、 何數之半加本數、其過於 60 之數、正等於 65 減本數之餘、

問 69、 今知二數之較爲 8、小數除大數得商爲 3、求此二數若干、

問 70、 一人命以遺產之半與其妻、六分之一與子女、十二分一與弟、尙餘 600 圓、以作善舉、則此人有產若干圓、

問 71、 何二數之和爲 70、而以小數除大數、則得商爲 2 而餘 1、

問 72、 有酒一桶、漏其五分之一、繼而舀出十斗、桶中尙存三分之二、則原貯酒若干斗、

問 73、甲五日作工一件、令乙作之、則須六日、苟二人合作、則須若干日、

解 設 天 = 二人合作之日數、

$$\frac{1}{\text{天}} = \text{二人每日所作之分數、}$$

$$\frac{1}{5} = \text{甲每日所作之分數、}$$

$$\frac{1}{6} = \text{乙每日所作之分數、}$$

$$\text{故 } \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{1}{\text{天}}、$$

$$\text{而 } \text{天} = 2\frac{8}{11}、$$

問 74、甲九日作工一件、乙須十日完工、則二人合作、須若干日、

問 75、甲五日作工一件、乙須七日畢之、丙須九日畢之、如三人合作、則須若干日、

問 76、二管通入一水池、一管八小時滿之、一管九小時滿之、如二管齊流、則若干小時滿之、

問 77、一水池有進水管一、三小時可滿之、又放水管一、四小時可放盡、如二管齊開、則若干小時後、水池方滿、

問 78. 捕獲大魚一尾、其尾重九斤、其頭之重等於尾及其身之半、其身之重、正等首尾之和則魚全重若干、

問 79. 有兵一營、其三分之二作工、八分之一患病、五分之一告假出營、餘 380 名私逃、則全營兵數若干、

問 80. 一人以年俸四分之一作食宿費、三分之一置衣服、十二分之一作雜用、尙餘 500 圓、則年俸若干、

解 推此類題、欲免命分之繁、則可設天有係數、正等諸分母之倍數、以代所求之數、如此問內、則以 12 天代年俸、

設 12 天 = 其人之年俸、

3 天 = 其人之食宿費、

4 天 = 衣服之費、

天 = 雜用之費、

故 $3 \text{天} + 4 \text{天} + \text{天} + 500 = 12 \text{天}$

$4 \text{天} = 500、$

$\text{天} = 125、$

$12 \text{天} = 1500、$ 即其人之年俸、

- 問 81, 有田 392 畝、分與四人、甲所得爲乙五分之四、丙所得者爲甲與乙之和、丁所得者爲甲與丙和之半、則各得若干畝、
- 問 82, 農人以粗麥、玉米、雀麥三種、共三百斗、合作飼畜料、欲使雀麥之數爲玉米三分二、粗麥爲雀麥二分一、則各當若干斗、
- 問 83, 試將 204 分作二分、使其大分之五分二、自小分減去、適等於大分減小分之七分三之餘、
- 問 84, 一人用其所有洋銀之七分三又多十四圓、尙餘原有之三分一卅六圓、則原有若干、
- 問 85, 商人首年虧本五分之一、次年賺其餘本之八分三、第三年又賺新本之十一分三、則共有 7000 圓、其原有若干、
- 問 86, 武員列其兵丁爲平方、第一次排之、餘 39 人、次乃每邊加一人、則知須再加 50 人、乃成正方、求共有兵丁若干、

解 設 x = 第一次排列每邊人數、

則 $天^2 =$ 第一平方人數、

則 $天 + 1 =$ 第二次排列每邊人數、

而 $(天 + 1)^2 =$ 第二平方人數、

$天^2 + 39 =$ 共有人數、

$(天 + 1)^2 - 50 =$ 共有人數、

故 $(天 + 1)^2 - 50 = 天^2 + 39、$

$天^2 + 2天 + 1 - 50 = 天^2 + 39、$

$天 = 44、$

$天^2 + 39 = 1975、$

問 87、 兵丁一營、列成正方、尙餘 295 人、如每邊加五人、則無餘、營兵之數若干、

問 88、 有參將試列其屬下兵丁爲正方、餘 31 人、如每邊加 1 人、則尙少 24 人、其兵數若干、

問 89、 有人買糖、計如糖值每磅一角一分、則其囊中尙缺銀三角、故讓價至每磅一角零半分、則餘銀一角五分、其人購糖若干磅、

問 90、 試將 56 分爲二分、使二分相比、如 3 比 4、

解 夫二數相比、如 3 比 4、則此爲彼之四分三明矣、故
避用命分之法、可令

$$\begin{array}{l} \text{則} \\ \text{故} \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \text{天} = \text{此分、} \\ 3 \text{天} = \text{彼分、} \\ 4 \text{天} + 3 \text{天} = 56、 \\ \text{天} = 8、 \\ 4 \text{天} = 32 \text{爲此分、} \\ 3 \text{天} = 24 \text{爲彼分、} \end{array}$$

問 91、 何二數相比如 5 比 7、而其和爲 72、

問 92、 甲之年比乙之年如 3 比 8、二人年數之和爲 44、則二人年各若干、

問 93、 有兄弟二人、分遺產 15000 圓、伯之所得比仲之所得、如 8 比 7、則各得若干、

問 94、 甲乙二人共分銀洋、甲所得比乙所得、如 5 比 3、又甲所得比原數之九分五多 50 圓、則各得若干、

問 95、 甲乙二人同出、所攜銀洋之數相等、

乙付還甲前負20圓,後甲向乙購物,其值等於甲當時共有之半,買後,甲見己之洋數適等於乙之半,則二人原有若干,

問 96, 有善婦以洋252圓分與貧人,男各12圓,女各6圓,小孩各3圓,祇知女之數較男數之二倍少2,小孩之數,較女數之三倍少4,則此善婦共贖貧人若干,

問 97, 我購蘋果若干枚,每五枚值二分,次乃售去其半,每二枚價一分,又一半每三枚價一分,如是賺洋一分,則所購蘋果若干枚,

問 98, 商人經營,首年獲利,較原本少1000圓,次年獲利,較新本少1000圓,第三年又獲利,較二次新本少1000圓,是則共有資本較原本三倍,其原本果若干圓,

問 99, 甲乙各營貿易,資本相等首年甲贏利為原本之三分之一,乙虧本四分之一,次年甲虧72圓,乙賺36圓,當時乙之資本,正等於甲之四分三,則二人原本若干,

- 問 100, 有一水池,可貯水 648 斗,以二管於十八分時滿之,祇知此管流水每分時較彼管多 6 斗,則每分時,二管各流若干斗,
- 問 101, 農人有羊九十頭,分置四田,第一田內之數加 2,第二田內之數,減 2,第三田內之數乘 2,第四田內之數分 2,則俱相等,四田各有羊若干,
- 問 102, 一人有洋萬圓,用若干以造居第,餘者存息其三分之一,年利六分,三分之二,年利五分,每年共得利銀 320 圓,則居第之值若干,
- 問 103, 有庭一方,鋪以石板,環以木籬,其資正同,祇知鋪石之資,每方碼洋四角,結籬之資,每碼(三尺為碼)一圓,則庭之邊長若干,
- 問 104, 二兵同時起行,往一礮臺,甲日行 12 哩,九日之後,有事回行原路,等於乙於九日共行之路,然後再前行至臺,起行後十八日,二人同至礮臺,則乙每日行路若干,
- 問 105, 某童買蘋果若干,每四枚價洋五分,

以後賣去、每三枚洋四分、共賺洋六角、則所賣買蘋果若干、

問 106、某君遺洋 315 圓、以贈四僕、乙所得者、等於甲之數外再加此數之半、丙所得者、等於甲與乙之和再加此數之三分之一、丁所得者、等於甲乙丙三人之和又加其數之四分之一、則各得若干、

問 107、何二數相比、如 2 比 3、且各減 50、則此餘為彼餘之二分之一、

問 108、一婦賣蘋果與蛋、蛋每打 (十二枚為一打) 之值、較蘋果每打之值、多洋五分、且八打蛋正等於 $13\frac{5}{7}$ 打蘋果之值、則蛋與蘋果、每打各值若干、

問 109、甲乙丙三工人、築垣 318 丈、甲每日築 7 丈、乙 6 丈、丙 5 丈、乙作工日數較甲之日數加倍、丙之日數為甲乙二人日數和之半、則三人各築若干日、

問 110、一人有一車二馬、共值 360 圓、劣馬與車之共值為良馬之倍、良馬與車之共

值爲劣馬之三倍,二馬各值若干,

問 111, 一人購布二疋,此疋之碼數四倍彼疋,而少 12 碼,此疋每碼值 5 圓,彼疋每碼值 4 圓,此疋剪去二十三碼,彼疋剪去五碼,後將餘者賣去,每碼之價較原值多一圓,則其人共得 142 圓,二疋布原來各若干碼,

問 112, 二點鐘後,何時鐘之長短二針相并,

解 設 天 = 長針於未并合前所行過之鐘面分數,

則 $\frac{天}{12}$ = 短針於未并合前所行過之鐘面分數,

既當二點鐘時,二針相距十分,則有

$$天 - \frac{天}{12} = 10,$$

$$\frac{11天}{12} = 10,$$

$$11天 = 120,$$

$$天 = 10\frac{10}{11}, \text{爲二點鐘後之時分數.}$$

問 113, 五點鐘後,何時二針合并,

問 114, 八點鐘後,何時二針合并,

問 115, 四點鐘後,何時二針成直線,

- 問 116, 五點鐘後,何時二針相背成直線,
- 問 117, 六點鐘後,何時二針相距十五分,
- 問 118, 八點半後,何時二針相距十五分,
- 問 119, 一人有二馬,共值 460 圓,一車值 210 圓,駕良馬於車上,則其共值為劣馬之三倍加良馬值之十分一,求二馬各值若干,
- 問 120, 一廠雇巧匠二,拙工一,首匠每日工資二倍工人,次匠三倍之,計工人十日,首匠七日,次匠四日,共得工資 72 圓,求三人每日各得工資若干,
- 問 121, 一童清晨七點鐘自家乘自由車,每小時行 8 哩,行若干路,車機損壞,祇可步行還家,至家已為下午六點半鐘,如其每小時步行三哩半,則其所至之距若干,
- 問 122, 求何二數之和為 80,其較為 6,
- 問 123, 甲語乙曰,吾等二人離家時,攜銀洋之數相等,但汝與吾 60 圓,我與汝 10 圓,今我所有者,三倍於汝,求二人原有若干,
- 問 124, 今有三數之和為 230,其第二數等

於第一數減20所餘之三分二,第三數等於第一數之二倍少50,求此三數各爲若干,

問 125, 木匠某每日得工資三圓半,付食宿費一圓,越二十四日,共積洋39圓,求其工作日數,

問 126, 有田一方,長倍於廣,如長增一步,廣減一步,則其面積減6方步,求其長廣若干,

問 127, 一人往某處,每小時行5里,步行6小時後,有人乘馬追之,每小時行8里,則乘馬者必行若干里,乃能追及前人,

問 128, 某人共有銀洋值28.70圓,其大洋圓之數,等於一角小洋圓之數四倍,則二種各有若干,

問 129, 一人每年用去銀行存洋之五分之一,而增入年俸4000圓,祇知第四年之首,該人共存銀行洋13600圓,則其原存若干,

問 130 有王傳密令至七十哩外之軍營,使

者每小時行三哩半、既去六小時、王又遣次使、追收成命、次使每小時行五哩、再越七小時、又遣使者乘馬傳令、每小時行10哩、則第三使追及前二使、當在何時、

問 131、童子初次用去所有銀洋之半加半分、二次用去所餘之半加半分、三次用去所餘之半加半分、則尙餘二分、原有洋若干、

問 132、吾付出所有銀洋之寅分一與卯分一、尙餘乙圓、我原有若干、

解 設 天 = 吾原有之數、

則 $\frac{\text{天}}{\text{寅}} + \frac{\text{天}}{\text{卯}} = \text{吾所用之數、}$

故 $\frac{\text{天}}{\text{寅}} + \frac{\text{天}}{\text{卯}} + \text{乙} = \text{天}$

$$\text{寅天} + \text{卯天} + \text{寅卯乙} = \text{寅卯天}$$

$$\text{寅卯天} - \text{寅天} - \text{卯天} = \text{寅卯乙}$$

$$(\text{寅卯} - \text{寅} - \text{卯})\text{天} = \text{寅卯乙}$$

$$\text{天} = \frac{\text{寅卯乙}}{\text{寅卯} - \text{寅} - \text{卯}}$$

177. 凡題內含元字者，是曰公題。

公題所可得之數答，其數無限，因可以各數遞代元字也。

如上問若寅 = 4、卯 = 5、乙 = 66，則天之同數為 120，如

寅 = 5、卯 = 8、乙 = 54，則天之同數為 80。

問 133. 一馬與鞍共值洋寅圓，而馬之值卯倍於其鞍，當寅 = 200，卯 = 9 時，各值若干。

問 134. 一人共與二僕洋乙圓，與呖僕之數為呖僕之甲倍，則二僕各得若干，如乙 = 75，甲 = 4，則各若干。

問 135. 試分乙為二分，使此分為彼分之甲倍，當乙 = 24，甲 = 7 時，二分各為若干。

問 136. 呖卯日作工一件，呖於寅日可畢之，二人合作，則幾日可畢，如卯 = 5，寅 = 7，則為幾日，又如卯 = 10，寅 = 8，則為幾何。

問 137. 甲人同賃一車，如再增乙人，則各人所出車資，可減丁圓，則各付車資若干，如甲為 8，乙為 4，丁為 1 圓，則各付車資若干。

問 138、今有一數爲乙所除，則法實商三者之和等於丙，問此是何數，如乙爲 16，丙爲 84，則此是何數。

代 數 學

第十章 同局方程

二 未 知 幾 何

178. 問 1, 何二數之和爲 12, 此問可有若干答,

問 2, 設天地代二數, 則有方程 天 + 地 = 12, 其天之同數若干, 地之同數若干,

問 3, 一方程內含二未知幾何, 則此未知幾何各有答若干, 此等方程, 可稱以何名,

問 4, 如二方程 天 + 地 = 6, 與 天 - 地 = 2 相加, (自理二) 則所得之方程爲何, 得天之同數若干, 又地之同數若干,

問 5, 含二未知幾何之方程若干, 乃可定

幾何之同數，

問 6、以方程 天 + 地 = 6、自 2 天 + 2 地 = 12 減去，所得方程如何，各未知幾何可得若干同數，

問 7、夫方程 2 天 + 2 地 = 12、既為 2 乘 天 + 地 = 6 而得，則可以何名稱之，

問 8、如有含二未知幾何之二方程其一為引伸方程，則不能由之求得幾何之同數，故求幾何之同數，必需何等方程，

179. 同局方程者，二方程或多方程中，其相當元字之同數相同者也，

如 $\begin{cases} \text{天} + \text{地} = 12 \\ \text{天} - \text{地} = 2 \end{cases}$ 為同局方程，其天 = 7，而地 = 5，

180. 引伸方程者，聯合或改變別方程而成之方程也，

如方程 2 天 + 2 地 = 8、為 2 乘 天 + 地 = 4 而成，又如 2 天 + 3 地 = 7、乃由 天 + 地 = 3 及 天 + 2 地 = 4 相并而成，皆引伸方程也，

181. 獨立方程者，不自別方程引伸而出，

亦不能變爲同式者也、

如 $2\text{天} + \text{地} = 5$ 、及 $\text{天} + 2\text{地} = 6$ 、爲獨立方程、

182. 無定方程者、方程之未知幾何可有無窮同數者也、

如 $\text{天} + \text{地} = 12$ 、爲無定方程、因其未知幾何各有無窮同數也、

183. 總理 (一) 凡一方程而含二未知幾何者、爲無定方程、故

(二) 解含二未知幾何之方程、則必需有二獨立方程、各含此一或二未知幾何、

184. 革法者、自同局諸方程而推得含未知幾何較少之方程也、

185. 加減而革、

問 1、如 $\text{天} + 2\text{地} = 10$ 、又 $\text{天} - 2\text{地} = 6$ 、則革去地之法如何、

問 2、如 $3\text{天} + 4\text{地} = 16$ 、又 $5\text{天} - 4\text{地} = 16$ 、革去地之法如何、

問 3、何時則幾何宜用加法革之、

問 4, 如天 + 2 地 = 6, 又天 + 地 = 4, 則革去天之法如何,

問 5, 何時則幾何宜用減法革之,

186. 總理 幾何之係數相等者, 可以加法或減法革之,

問 1, 設有 2 天 + 3 地 = 13, 又 3 天 + 2 地 = 12, 求天與地之同數,

算 草

$$2 \text{天} + 3 \text{地} = 13 \quad (1)$$

$$3 \text{天} + 2 \text{地} = 12 \quad (2)$$

$$\underline{6 \text{天} + 9 \text{地} = 39} \quad (3)$$

$$\underline{6 \text{天} + 4 \text{地} = 24} \quad (4)$$

$$5 \text{地} = 15 \quad (5)$$

$$\text{地} = 3 \quad (6)$$

$$2 \text{天} + 9 = 13 \quad (7)$$

$$2 \text{天} = 4 \quad (8)$$

$$\text{天} = 2 \quad (9)$$

釋曰所有之方程, 其幾何之係數俱無同者, 故以 3 乘 (1) 式, 2 乘 (2) 式得 (3) (4) 二式, 天之係數相同, 而有同號, 故可以減法革之, (總理) 自 (3) 減 (4), 得 (5), 以地之係數除之, 即

得(6)、以地之同數代入(1)內、得(7)式、移項而并合之得
 $天 = 2$ 、

法術 二同局方程之一或二、以合宜之數乘之或除之、使其一未知幾何之係數相同、

此相同係數之號、若同則相減、異則相加、求下諸問內未知幾何之同數、

$$\text{問 2, } \begin{cases} 天 + 2地 = 7 \\ 天 + 地 = 5 \end{cases}$$

$$\text{問 3, } \begin{cases} 4天 + 3地 = 7 \\ 2天 - 3地 = -1 \end{cases}$$

$$\text{問 4, } \begin{cases} 4天 - 5地 = 3 \\ 3天 + 5地 = 11 \end{cases}$$

$$\text{問 5, } \begin{cases} 2天 + 6地 = 10 \\ 3天 + 2地 = 8 \end{cases}$$

$$\text{問 6, } \begin{cases} 8天 + 3地 = 22 \\ 4天 + 5地 = 18 \end{cases}$$

$$\text{問 7, } \begin{cases} 3天 + 4地 = 25 \\ 4天 + 3地 = 21 \end{cases}$$

$$\text{問 8, } \begin{cases} 5天 + 6地 = 61 \\ 4天 + 5地 = 50 \end{cases}$$

$$\text{問 9, } \begin{cases} 4天 + 3地 = 32 \\ 7天 - 6地 = 11 \end{cases}$$

$$\text{問 10, } \begin{cases} 5天 + 6地 = 40 \\ 8天 - 4地 = 4 \end{cases}$$

$$\text{問 11, } \begin{cases} 3 \text{天} + 6 \text{地} = 39 \\ 5 \text{天} - 3 \text{地} = 13 \end{cases}$$

$$\text{問 12, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{2} + \frac{\text{地}}{3} = 3 \\ \frac{\text{天}}{5} + \frac{\text{地}}{2} = \frac{23}{10} \end{cases}$$

$$\text{問 13, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{6} - \frac{\text{地}}{3} = -\frac{1}{3} \\ \frac{2 \text{天}}{3} - \frac{3 \text{地}}{4} = 1 \end{cases}$$

$$\text{問 14, } \begin{cases} \frac{5 \text{天}}{6} + \frac{2 \text{地}}{5} = 14 \\ \frac{3 \text{天}}{4} - \frac{2 \text{地}}{5} = 5 \end{cases}$$

$$\text{問 15, } \begin{cases} \frac{3 \text{天}}{4} + \frac{2 \text{地}}{3} = 12 \\ \frac{3 \text{天}}{5} - \frac{\text{地}}{2} = \frac{3}{10} \end{cases}$$

$$\text{問 16, } \begin{cases} \frac{4 \text{天}}{5} + \frac{2 \text{地}}{3} = 6 \\ \frac{2 \text{天}}{3} + \frac{3 \text{地}}{4} = 5 \frac{7}{12} \end{cases}$$

$$\text{問 17, } \begin{cases} \frac{3 \text{天}}{5} + \frac{7 \text{地}}{4} = 10 \\ \frac{2 \text{天}}{7} - \frac{\text{地}}{5} = \frac{22}{35} \end{cases}$$

$$\text{問 18, } \begin{cases} \frac{2 \text{天}}{5} + \frac{3 \text{地}}{4} = 13 \frac{1}{2} \\ \frac{5 \text{天}}{6} + \frac{3 \text{地}}{5} = 13 \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{問 19, } \begin{cases} \frac{3\text{天}}{4} + \frac{5\text{地}}{8} = 23\frac{1}{4} \\ \frac{7\text{天}}{12} - \frac{2\text{地}}{9} = 5\frac{1}{3} \end{cases}$$

187. 相比而革,

問 1, 有二同局方程 $\text{天} + 2\text{地} = 8$, 與 $\text{天} - \text{地} = 5$, 將前方程之 2 地, 與後方程之地俱遷至下端, 所得方程如何,

問 2, 既其下端各等於天, 則其相比如何,

問 3, 如以此二下端合爲一方程, 則所含未知幾何若干,

問 4, 二同局方程之未知幾何, 如何可相比而革其一,

習 問

問 1, 設有同局方程 $\text{天} + 2\text{地} = 8$, 又 $3\text{天} + 2\text{地} = 12$, 求天與地之同數,

算 草

$$\text{天} + 2\text{地} = 8 \quad (1)$$

$$3\text{天} + 2\text{地} = 12 \quad (2)$$

$$\underline{\text{天} = 8 - 2\text{地}} \quad (3)$$

$$\text{天} = \frac{12-2\text{地}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{12-2\text{地}}{3} = 8 - 2\text{地} \quad (5)$$

$$12 - 2\text{地} = 24 - 6\text{地} \quad (6)$$

$$4\text{地} = 12 \quad (7)$$

$$\text{地} = 3 \quad (8)$$

$$\text{天} + 6 = 8 \quad (9)$$

$$\text{天} = 2 \quad (10)$$

釋曰、相比而革法、乃於二方程同求一幾何之同數、連之爲新方程、故移(1)式之²地而爲(3)、移(2)之²地且以3除之得(4)、此二式皆爲天之同數而相等、故有(5)、(自理一)去命分得(6)、移項、并合之、得(7)、以4除之、得(8)、用此地之同數代入(1)、得(9)、并之得(10)、

法術 自二方程內各求一未知幾何之同數式、

以此二同數成一方程而解之、

用相比之革法、解下諸問、

$$\text{問 2, } \begin{cases} 3\text{天} + \text{地} = 9 \\ \text{天} + 2\text{地} = 8 \end{cases}$$

$$\text{問 3, } \begin{cases} 2\text{天} - \text{地} = 3 \\ \text{天} + 3\text{地} = 19 \end{cases}$$

$$\text{問 4, } \begin{cases} 4\text{天} + 2\text{地} = 26 \\ 3\text{天} + 4\text{地} = 39 \end{cases}$$

$$\text{問 5, } \begin{cases} 2\text{天} - 3\text{地} = -14 \\ 3\text{天} + 2\text{地} = 44 \end{cases}$$

$$\text{問 6, } \begin{cases} 3\text{天} + 4\text{地} = 18 \\ \text{天} + 2\text{地} = 8 \end{cases}$$

$$\text{問 7, } \begin{cases} \text{天} + 6\text{地} = 13 \\ 5\text{天} + 2\text{地} = 9 \end{cases}$$

$$\text{問 8, } \begin{cases} 4\text{天} + 2\text{地} = 26 \\ 3\text{天} - 4\text{地} = 3 \end{cases}$$

$$\text{問 9, } \begin{cases} 2\text{天} - 3\text{地} = -7 \\ 4\text{天} - 5\text{地} = -9 \end{cases}$$

$$\text{問 10, } \begin{cases} 3\text{天} + 2\text{地} = 33 \\ 9\text{天} - 4\text{地} = 9 \end{cases}$$

$$\text{問 11, } \begin{cases} 6\text{天} + \text{地} = 45 \\ 3\text{天} - 2\text{地} = 15 \end{cases}$$

$$\text{問 12, } \begin{cases} 4\text{天} - 5\text{地} = -34 \\ 2\text{天} - 3\text{地} = -22 \end{cases}$$

$$\text{問 13, } \begin{cases} \text{天} + 4\text{地} = 11 \\ 5\text{天} - 2\text{地} = 11 \end{cases}$$

$$\text{問 14, } \begin{cases} 2\text{天} - 3\text{地} = 3 \\ 3\text{天} + 5\text{地} = 39 \end{cases}$$

$$\text{問 15, } \begin{cases} 7\text{天} - 4\text{地} = 81 \\ 5\text{天} - 3\text{地} = 57 \end{cases}$$

$$\text{問 16, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{2} + \frac{\text{地}}{3} = 5 \\ \frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{地}}{2} = 5 \end{cases}$$

$$\text{問 17, } \begin{cases} \frac{3\text{天}}{5} + \frac{2\text{地}}{3} = 17 \\ \frac{2\text{天}}{3} + \frac{3\text{地}}{4} = 19 \end{cases}$$

$$\text{問 18, } \begin{cases} \frac{2\text{天}}{7} + \frac{2\text{地}}{3} = 5\frac{1}{3} \\ \frac{6\text{天}}{5} + \frac{3\text{地}}{5} = 7\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\text{問 19, } \begin{cases} \frac{3\text{天}}{5} - \frac{\text{地}}{4} = 4\frac{3}{4} \\ \frac{2\text{天}}{7} - \frac{2\text{地}}{5} = 3\frac{5}{14} \end{cases}$$

$$\text{問 20, } \begin{cases} \frac{4\text{天}}{5} + \frac{2\text{地}}{3} = 24\frac{4}{5} \\ \frac{3\text{天}}{7} - \frac{5\text{地}}{6} = -9 \end{cases}$$

$$\text{問 21, } \begin{cases} \frac{5\text{天}}{6} + \frac{4\text{地}}{5} = 28\frac{1}{2} \\ \frac{8\text{天}}{9} + \frac{5\text{地}}{8} = 25\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\text{問 22, } \begin{cases} \frac{4\text{天}}{5} - \frac{\text{地}}{7} = 7\frac{3}{5} \\ \frac{7\text{天}}{12} + \frac{2\text{地}}{3} = 16\frac{1}{3} \end{cases}$$

188, 相代而革,

問 1, 一方程內含二未知幾何、如一幾何之同數已知、則又一幾何之同數何法得之、

問 2, 有二同局方程、天十地 = 5、與天十2地 = 7、試將地移至下端、而求天於首方

程內之同數,

問 3, 以前問所得天之同數, 代入次方程內, 則所含未知幾何若干,

問 4, 如何於同局方程內, 以相代而革其未知幾何,

習 問

問 1, 設有二方程, $3\text{天} + 2\text{地} = 12$, 又 $2\text{天} + 3\text{地} = 13$, 求天與地之同數,

算 草

$$3\text{天} + 2\text{地} = 12 \quad (1)$$

$$2\text{天} + 3\text{地} = 13 \quad (2)$$

$$\text{天} = \frac{12 - 2\text{地}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{24 - 4\text{地}}{3} + 3\text{地} = 13 \quad (4)$$

$$24 - 4\text{地} + 9\text{地} = 39 \quad (5)$$

$$5\text{地} = 15 \quad (6)$$

$$\text{地} = 3 \quad (7)$$

$$\text{天} = \frac{12 - 6}{3} = 2 \quad (8)$$

釋曰, 夫於一方程內, 求一未知幾何之同數, 而代入又一方程內, 則可革去一未知幾何, 故自(1)求天之同數而

得(3)、代入(2)內、乃得(4)、去其命分得(5)、除之得地 = 3、以此同數代入(3)、得天 = 2、

法術 自一方程求得任一未知幾何之同數式、

用此同數式代入次方程而解之、

用相代法解下列諸問、

$$\text{問 2, } \begin{cases} \text{天} + 2 \text{地} = 10 \\ 2 \text{天} - 3 \text{地} = -1 \end{cases}$$

$$\text{問 3, } \begin{cases} 3 \text{天} - 2 \text{地} = 1 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 19 \end{cases}$$

$$\text{問 4, } \begin{cases} \text{天} - 2 \text{地} = 6 \\ 2 \text{天} - \text{地} = 27 \end{cases}$$

$$\text{問 5, } \begin{cases} 9 \text{天} - \text{地} = 6 \\ \text{天} + \text{地} = 4 \end{cases}$$

$$\text{問 6, } \begin{cases} 3 \text{天} + 5 \text{地} = 2 \\ 6 \text{天} + 5 \text{地} = 3 \end{cases}$$

$$\text{問 7, } \begin{cases} 7 \text{天} - 5 \text{地} = 13 \\ 2 \text{天} + 3 \text{地} = 21 \end{cases}$$

$$\text{問 8, } \begin{cases} 6 \text{天} + \text{地} = 60 \\ 3 \text{天} + 2 \text{地} = 39 \end{cases}$$

$$\text{問 9, } \begin{cases} 2 \text{天} + 5 \text{地} = 29 \\ 2 \text{天} - 5 \text{地} = -21 \end{cases}$$

$$\text{問 10, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{5} + \frac{\text{地}}{6} = 18 \\ \frac{\text{天}}{2} - \frac{\text{地}}{4} = 21 \end{cases}$$

$$\text{問 11, } \begin{cases} \text{天} + 5 \text{地} = 41 \\ 3 \text{天} - 2 \text{地} = 21 \end{cases}$$

$$\text{問 12, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{2} + \frac{\text{地}}{3} = 7 \\ \frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{地}}{4} = 5 \end{cases}$$

$$\text{問 13, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{3} + \frac{\text{人}}{4} = 8 \\ \text{天} - \text{人} = -3 \end{cases}$$

$$\text{問 14, } \begin{cases} \frac{\text{天} + \text{地}}{3} = 5 \\ \frac{\text{天} - \text{地}}{2} = 2 \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{問 15, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{7} + 7 \text{地} = 251 \\ \frac{\text{地}}{7} + 7 \text{天} = 295 \end{cases}$$

任用何法,解下列諸問。

$$\text{問 16, } \begin{cases} \frac{1}{\text{天}} + \frac{2}{\text{地}} = 10 \\ \frac{4}{\text{天}} + \frac{3}{\text{地}} = 20 \end{cases}$$

$$\text{問 17, } \begin{cases} \frac{7}{\text{天}} + \frac{5}{\text{地}} = 19 \\ \frac{8}{\text{天}} - \frac{3}{\text{地}} = 7 \end{cases}$$

$$\text{問 18, } \begin{cases} \frac{5}{3}\text{天} + \frac{2}{5}\text{地} = 7 \\ \frac{7}{6}\text{天} - \frac{1}{10}\text{地} = 3 \end{cases}$$

$$\text{問 19, } \begin{cases} \frac{\text{甲}}{\text{天}} + \frac{\text{乙}}{\text{地}} = \text{寅} \\ \frac{\text{甲}}{\text{天}} - \frac{\text{乙}}{\text{地}} = \text{卯} \end{cases}$$

$$\text{問 20, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{4} + 8 = \frac{\text{地}}{2} - 12 \\ \frac{\text{天} + \text{地}}{5} + \frac{\text{地}}{3} = \frac{2\text{天} - \text{地}}{4} + 35 \end{cases}$$

$$\text{問 21, } \begin{cases} \frac{2\text{天} - \text{地}}{7} + 3\text{天} = 2\text{地} - 6 \\ \frac{\text{地} + 3}{5} + \frac{\text{地} - \text{天}}{6} = 2\text{天} - 8 \end{cases}$$

$$\text{問 22, } \begin{cases} \frac{\text{天} - 2}{5} - \frac{10 - \text{天}}{3} = \frac{\text{地} - 10}{4} \\ \frac{2\text{地} + 4}{3} = \frac{4\text{天} + \text{地} + 13}{8} \end{cases}$$

$$\text{問 23, } \begin{cases} \frac{\text{天} + 1}{\text{地} - 1} - \frac{\text{天} - 1}{\text{地}} = \frac{6}{7} \\ \text{天} - \text{地} = 1 \end{cases}$$

$$\text{問 24, } \begin{cases} \frac{1 - 3\text{天}}{7} + \frac{3\text{地} - 1}{5} = 2 \\ \frac{3\text{天} + \text{地}}{11} + \text{地} = 9 \end{cases}$$

$$\text{問 25, } \begin{cases} 4\text{天} + \text{地} = 11 \\ \frac{\text{地}}{5\text{天}} = \frac{7\text{天} - \text{地}}{3\text{天}} - \frac{23}{15} \end{cases}$$

$$\text{問 26, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{\text{甲}} + \frac{\text{地}}{\text{乙}} = 2 \\ \text{乙天} - \text{甲地} = 0 \end{cases}$$

$$\text{問 27, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{\text{丙}} + \frac{\text{地}}{\text{丙}} = 1 \\ \frac{\text{甲天} - \text{乙地}}{\text{甲} - \text{乙}} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 28, } \begin{cases} \frac{\text{甲}}{\text{乙} + \text{地}} = \frac{\text{乙}}{3\text{甲} + \text{天}} \\ \text{甲天} + 2\text{乙地} = \text{丁} \end{cases}$$

$$\text{問 29, } \begin{cases} \frac{\text{甲}}{\text{天}} + \frac{\text{乙}}{\text{地}} = \text{丙} \\ \frac{\text{寅}}{\text{天}} + \frac{\text{卯}}{\text{地}} = \text{戊} \end{cases}$$

$$\text{問 30, } \begin{cases} \text{甲天} + \text{乙地} = \text{未} \\ \text{甲天} + \text{丙地} = \text{申} \end{cases}$$

$$\text{問 31, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{\text{寅}} + \frac{\text{地}}{\text{卯}} = 2 \\ \frac{\text{天}}{\text{寅}} - \frac{\text{地}}{\text{卯}} = 1 \end{cases}$$

$$\text{問 32, } \begin{cases} \text{甲乙天} + \text{丙丁地} = 2 \\ \text{甲天} - \text{丙地} = \frac{\text{丁} - \text{乙}}{\text{乙丁}} \end{cases}$$

$$\text{問 33, } \begin{cases} \text{甲天} - \text{丁地} = \text{丙} \\ \text{寅天} - \text{卯地} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 34, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{\text{甲}} + \frac{\text{地}}{\text{乙}} = 2 \text{ 甲乙} \\ \frac{\text{天}}{\text{甲乙}} + \frac{\text{地}}{\text{甲乙}} = \text{甲} + \text{乙} \end{cases}$$

189. 同局方程帶命分而分母爲未知幾何,不必去其命分,亦可解之。

$$\text{問 1, 解下列二方程 } \begin{cases} \frac{3}{\text{天}} + \frac{2}{\text{地}} = \frac{7}{4} & (1) \\ \frac{5}{\text{天}} + \frac{7}{\text{地}} = \frac{19}{4} & (2) \end{cases}$$

$$\text{解 以 } 5 \times (1), \text{ 得 } \frac{15}{\text{天}} + \frac{10}{\text{地}} = \frac{35}{4} \quad (3)$$

$$\text{以 } 3 \times (2), \text{ 得 } \frac{15}{\text{天}} + \frac{21}{\text{地}} = \frac{57}{4} \quad (4)$$

$$\text{自(4)減(3),得 } \frac{11}{\text{地}} = \frac{22}{4} \quad (5)$$

$$\text{以 } 11 \text{ 除(5),得 } \frac{1}{\text{地}} = \frac{2}{4} \text{ 即 } \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{地} = 2$$

$$\text{代入(1), } \text{天} = 4$$

$$\text{問 2, } \begin{cases} \frac{2}{\text{天}} + \frac{4}{\text{地}} = 14 \\ \frac{6}{\text{天}} - \frac{2}{\text{地}} = 14 \end{cases}$$

$$\text{問 3, } \begin{cases} \frac{1}{\text{天}} + \frac{3}{\text{地}} = 11 \\ \frac{5}{\text{天}} + \frac{4}{\text{地}} = 22 \end{cases}$$

$$\text{問 4, } \begin{cases} \frac{2}{\text{天}} + \frac{1}{\text{地}} = \frac{4}{3} \\ \frac{3}{\text{天}} + \frac{5}{\text{地}} = \frac{19}{6} \end{cases}$$

$$\text{問 5, } \begin{cases} \frac{1}{\text{天}} + \frac{3}{\text{地}} = \text{甲} \\ \frac{5}{\text{天}} + \frac{2}{\text{地}} = \text{乙} \end{cases}$$

$$\text{問 6, } \begin{cases} \frac{8}{\text{天}} + \frac{6}{\text{地}} = 3 \\ \frac{6}{\text{天}} + \frac{15}{\text{地}} = 4 \end{cases}$$

$$\text{問 7, } \begin{cases} \frac{5}{\text{天}} + \frac{6}{\text{地}} = 7 \\ \frac{7}{\text{天}} + \frac{9}{\text{地}} = 10 \end{cases}$$

$$\text{問 8, } \begin{cases} \frac{9}{\text{天}} + \frac{8}{\text{地}} = \frac{43}{6} \\ \frac{3}{\text{天}} + \frac{10}{\text{地}} = \frac{29}{6} \end{cases}$$

$$\text{問 9, } \begin{cases} \frac{\text{甲}}{\text{天}} + \frac{\text{乙}}{\text{地}} = \text{丙} \\ \frac{\text{乙}}{\text{天}} + \frac{\text{甲}}{\text{地}} = \text{丁} \end{cases}$$

$$\text{問 10, } \begin{cases} \frac{6}{\text{天}} + \frac{8}{\text{地}} = 1 \\ \frac{7}{\text{天}} - \frac{11}{\text{地}} = -9 \end{cases}$$

$$\text{問 11, } \begin{cases} \frac{4}{2\text{天}} + \frac{6}{3\text{地}} = 14 \\ \frac{3}{3\text{天}} + \frac{10}{5\text{地}} = 11 \end{cases}$$

$$\text{問 12, } \begin{cases} \frac{3}{\text{天}+3} + \frac{6}{\text{地}-2} = 7 \\ \frac{5}{\text{天}+3} + \frac{4}{\text{地}-2} = \frac{17}{3} \end{cases}$$

$$\text{問 13, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{\text{甲}} + \frac{\text{地}}{\text{乙}} = \text{巳} \\ \frac{\text{天}}{\text{乙}} + \frac{\text{地}}{\text{甲}} = \text{午} \end{cases}$$

問 題

190, 問 1, 設茶 7 磅, 咖啡 5 磅, 共值洋 5.50 圓, 又茶 6 磅, 咖啡 3 磅, 共值洋 4.20 圓, 則二物每磅之值各若干,

解 設

天 = 茶葉每磅之價,

地 = 咖啡每磅之價,

$$7\text{天} + 5\text{地} = 5.50, \quad (1)$$

$$6\text{天} + 3\text{地} = 4.20, \quad (2)$$

$$\text{天} = 0.50, \quad (3)$$

$$\text{地} = 0.40, \quad (4)$$

問 2, 今有一命分, 其子加 1, 則分數爲 1, 其母加 3, 則分數爲二分一, 求此命分爲何,

解 設

$$\text{天} = \text{分子},$$

$$\text{地} = \text{分母},$$

即

$$\frac{\text{天}}{\text{地}} = \text{分數},$$

$$\frac{\text{天}+1}{\text{地}} = 1, \quad (1)$$

$$\frac{\text{天}}{\text{地}+3} = \frac{1}{2}, \quad (2)$$

$$\text{天} = 4, \quad (3)$$

$$\text{地} = 5, \quad (4)$$

$$\frac{\text{天}}{\text{地}} = \frac{4}{5} \quad (5)$$

問 3, 求何二位之數, 如以二位之和除之, 得商爲 4, 如本數加 36, 則二位倒置,

解 設

$$\text{天} = \text{十位之數},$$

$$\text{地} = \text{箇位之數},$$

$$10\text{天} + \text{地} = \text{此數},$$

$$10\text{地} + \text{天} = \text{此數倒列},$$

$$\frac{10\text{天} + \text{地}}{\text{天} + \text{地}} = 4, \quad (1)$$

$$10\text{天} + \text{地} + 36 = 10\text{地} + \text{天}, \quad (2)$$

$$\text{天} = 4, \quad (3)$$

$$\text{地} = 8, \quad (4)$$

$$10\text{天} + \text{地} = 48, \quad (5)$$

問 4、何二數之和爲 24,較爲 8,

問 5、何二數之和爲 29,較爲 5,

問 6、何二數之和爲 2 所除得 24,其較爲 2 所除得 17,

問 7、一人賃男人六,小孩二,一日工費共 28 圓,又賃男人三,小孩四,一日工費共 20 圓,每人工費數與前同,則每人每日工費若干,

問 8、今有分數,其子加 3,則爲 $\frac{1}{3}$,其母減 1,則爲 $\frac{1}{5}$,求此是何分數,

問 9、一人有二馬一鞍,鞍值十圓,祇知置鞍於良馬,則共值爲劣馬所值之倍,置鞍於劣馬,則共值不及良馬尙十三圓,問二馬之值各若干,

- 問 10、二人共有洋 300 圓，取此人之 30 圓以與彼人，則彼此相等，則各有洋若干。
- 問 11、甲與乙共有洋 570 圓，如甲所有之三倍，加乙之五倍，則二人共有 2350 圓，則各有洋若干。
- 問 12、今有一分數，其子加 4，則等於 $\frac{1}{2}$ ，其母加 7，則等於 $\frac{1}{5}$ ，問此是何分數。
- 問 13、今有二位之數，等於二位相并數之四倍，又本數加 18，則二位顛倒，問此是何數。
- 問 14、一人有小銀錢二種，一則十枚抵大洋一圓，一則二枚抵大洋一圓，今付別人洋一圓，只知共給小洋 6 枚，問二種各若干枚。
- 問 15、羣友出游，合雇一車，計若再多 3 人，則每人可少出 1 圓，再少 2 人，則每人必多出 1 圓，問人數若干，各付車資若干。
- 問 16、酒家一次賣出波打酒 20 打，舍釐酒 30 打，共得洋 120 圓，又一次賣出波打酒

- 30 打,舍釐酒 25 打,共得洋 140 圓,問二酒各打之值若干,
- 問 17, 今有二位之數,其二位之和加 7, 則等於左位之三倍,如本數減 18, 則二位顛倒,求此是何數,
- 問 18, 甲、乙二商,共有資本 9800 圓,甲存貯其本之六分一,乙存貯其本之五分一,則所餘之洋數相等,求二人各原有若干,
- 問 19, 農人購田 100 畝,用洋 2450 圓,內有每畝 20 圓者,亦有每畝 30 圓者,求二種各若干畝,
- 問 20, 父子之年共 80 歲,如子之年加倍,則長於父 10 齡,問父子年各若干,
- 問 21, 甲語乙曰,汝與吾洋 2 角,則吾之所有,爲汝之四倍,乙語甲曰,汝給吾洋 2 角,則吾之所有,爲汝之一倍半,問二人各有若干,
- 問 22, 農人購地 100 畝,共付洋 4220 圓,內有 37 圓一畝者,亦有 45 圓一畝者,則二種

各有若干畝,

問 23, 一童以洋三角購蘋果與梨, 蘋果每四枚值一分, 梨每五枚值一分, 既而照原價賣出蘋果之二分一, 梨之三分一, 共得洋一角三分, 則其所購二果各若干枚,

問 24, 農人售與一人玉米 47 斗, 小麥 18 斗, 共得洋 45.26 圓, 又以同價售與一人玉米 3 斗, 小麥 63 斗, 共得洋 64.74 圓, 則二穀每斗之值若干,

問 25, 今有二數, 此數之二分一加彼數之三分二則為 38, 又此數加 3, 則等於彼數與 8 之較之八分三, 求此二數為何,

問 26, 甲童語乙童曰, 汝若以所有銀洋之半另加五角與我, 則我所有者, 為汝所有者之四倍, 但若我與汝五角, 則汝較我多二圓五角, 問二童各有若干,

問 27, 此田內羊數之四分之一, 等於彼田羊數之六分一, 如十羊自此田躍至彼田, 則彼田之數四倍此田, 問二田內羊數各若

干,

- 問 28, 三年前張生之年如其妹之三倍, 三年以後, 則三倍其年, 方爲妹年之五倍, 求生與妹之年,
- 問 29, 有分數二, 其子俱爲 3, 二分數之和等於小分數之三倍, 又大分數之二倍減小分數之三倍, 則得 $\frac{3}{8}$, 求此二分數爲何,
- 問 30, 吾借出銀一注, 年利六分, 經若干時, 得利洋 720 圓, 苟時期加長三年, 則利洋可爲 1800 圓, 問銀洋之數, 及出借之期,
- 問 31, 有一長方形, 長廣各加一尺, 則其面積加 14 方尺, 如其長減一尺, 廣加半尺, 則全面積不改, 求此形之長廣,
- 問 32, 童子衣有二袋, 共貯石丸 39 枚, 如此袋貯丸較彼袋所貯之三分二多九枚, 則二袋各貯若干,
- 問 33, 今有二位之數, 較二位和之八倍尙多 2, 又如本數減 54, 則二位顛倒, 問此是何數,

問 34、 甲與丙六日合成一工,乙與丙則八日成之,如甲之所作,爲乙所作之二分三,則三人合作之,祇需若干日可竣,

問 35、 一人存貯四千四百圓,以若干買鐵路股票,年利三分,餘者買國債股票,年利二分半,所得利洋相等,問二項各存洋若干,

釋略 鐵路年利三分故利洋等於存項之百分三,而國債之利洋爲百分之二分半,即二百分之五,

問 36、 乙較甲先奔一百碼,甲於四分時追及之,且甲每奔九千呎時,則追近乙七百五十呎,求二人之速率各若干,

問 37、 火車行一小時後停止三十分,乃再前行,速率爲前數之五分六,然到站已遲十分時,如所停之處,在前十二哩,則火車到站,祇遲六分時已可矣,求此車未停之前之速率及全路之長,

三個或多個未知幾何

- 191, 問 1, 有方程 $2\text{天} + 3\text{地} + 4\text{人} = 26$, 又 $\text{天} + 4\text{地} + 5\text{人} = 18$, 何法革去人元,
- 問 2, 一幾何革去, 則方程內尚餘若干幾何,
- 問 3, 求二未知幾何之同數, 則必需若干獨立方程,
- 問 4, 連合問一之方程, 可成若干獨立方程, 內含相同之二未知幾何,
- 問 5, 夫既必先有二獨立方程, 然後可求二未知幾何之同數, 且按一問之二方程, 祇可引得一方程, 內含相同之幾何, 故必有若干方程, 乃可求得其未知幾何之同數,
- 192, 既求二未知幾何之同數, 必需二獨立方程, 求三未知幾何之同數, 必需三獨立方程, 故可得總理如左,
- 193, 總理 解方程之含未知幾何者, 如方程內有若干未知幾何, 則亦當有若干獨立方程式,

習 問

問 1、有方程 $\begin{cases} \text{天} + 2\text{地} + 3\text{人} = 14 \\ 2\text{天} + \text{地} + 2\text{人} = 10 \\ 3\text{天} + 4\text{地} - 3\text{人} = 2 \end{cases}$ ，求天地人之

同數，

解	$\text{天} + 2\text{地} + 3\text{人} = 14,$	(1)
	$2\text{天} + \text{地} + 2\text{人} = 10,$	(2)
	$3\text{天} + 4\text{地} - 3\text{人} = 2,$	(3)
(1) $\times 2$	$2\text{天} + 4\text{地} + 6\text{人} = 28,$	(4)
(2)	$2\text{天} + \text{地} + 2\text{人} = 10,$	
(4) $-$ (2)	$3\text{地} + 4\text{人} = 18,$	(5)
(1) $\times 3$	$3\text{天} + 6\text{地} + 9\text{人} = 42,$	(6)
(3)	$3\text{天} + 4\text{地} - 3\text{人} = 2,$	
(6) $-$ (3)	$2\text{地} + 12\text{人} = 40,$	(7)
(5) $\times 3$	$9\text{地} + 12\text{人} = 54,$	(8)
	$7\text{地} = 14,$	(9)
	$\text{地} = 2,$	(10)
	$4 + 12\text{人} = 40,$	(11)
	$12\text{人} = 36,$	(12)
	$\text{人} = 3,$	(13)

$$\text{天} + 4 + 9 = 14, \quad (14)$$

$$\text{天} = 1, \quad (15)$$

求下諸問內未知幾何之同數

$$\text{問 2,} \quad \begin{cases} \text{天} - 2\text{地} + 2\text{人} = 5 \\ 5\text{天} + 3\text{地} + 6\text{人} = 57 \\ \text{天} + 2\text{地} + 2\text{人} = 21 \end{cases}$$

$$\text{問 3,} \quad \begin{cases} 7\text{天} - 4\text{地} + 3\text{人} = 35 \\ 4\text{天} - 5\text{地} + 2\text{人} = 6 \\ 2\text{天} + 3\text{地} - \text{人} = 20 \end{cases}$$

$$\text{問 4,} \quad \begin{cases} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 6 \\ 5\text{天} + 4\text{地} + 3\text{人} = 22 \\ 3\text{天} + 4\text{地} - 3\text{人} = 2 \end{cases}$$

$$\text{問 5,} \quad \begin{cases} \text{天} - 4\text{地} + 3\text{人} = 2 \\ 4\text{天} - 3\text{地} + \text{人} = 9 \\ 2\text{天} + 6\text{地} - 4\text{人} = 14 \end{cases}$$

$$\text{問 6,} \quad \begin{cases} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 35 \\ \text{天} - 2\text{地} + 3\text{人} = 15 \\ \text{地} - \text{天} + \text{人} = -5 \end{cases}$$

$$\text{問 7,} \quad \begin{cases} \text{天} + 22 = \text{地} + \text{人} \\ \text{地} + 22 = 2\text{天} + 2\text{人} \\ \text{人} + 22 = 3\text{天} + 3\text{地} \end{cases}$$

$$\text{問 8, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 12 \\ \text{天} - \text{地} = 2 \\ \text{天} - \text{人} = 4 \end{cases}$$

$$\text{問 9, } \begin{cases} \text{戌} + \text{地} + \text{人} = 2 \text{ 天} \\ \text{戌} + \text{天} + \text{人} = 3 \text{ 地} \\ \text{戌} + \text{天} + \text{地} = 4 \text{ 人} \\ \text{戌} + \text{天} = \text{地} + 36 \end{cases}$$

$$\text{問 10, } \begin{cases} \text{天} + 2 \text{ 地} + 3 \text{ 人} = 34 \\ 2 \text{ 天} - 3 \text{ 地} + 4 \text{ 人} = 19 \\ 3 \text{ 天} + 4 \text{ 地} - 5 \text{ 人} = -6 \end{cases}$$

$$\text{問 11, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 90 \\ 2 \text{ 天} - 3 \text{ 地} = -20 \\ 2 \text{ 天} + 3 \text{ 人} = 145 \end{cases}$$

$$\text{問 12, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} = 35 \\ \text{天} + \text{人} = 40 \\ \text{地} + \text{人} = 45 \end{cases}$$

$$\text{問 13, } \begin{cases} 2 \text{ 天} + 4 \text{ 地} - 3 \text{ 人} = 22 \\ 4 \text{ 天} - 2 \text{ 地} + 5 \text{ 人} = 18 \\ 6 \text{ 天} + 7 \text{ 地} - \text{人} = 63 \end{cases}$$

$$\text{問 14, } \begin{cases} 8 \text{ 天} - 4 \text{ 地} = 24 - \text{人} \\ 6 \text{ 天} + \text{地} = \text{人} + 84 \\ \text{天} + 80 = 3 \text{ 地} + 4 \text{ 人} \end{cases}$$

$$\text{問 15, } \begin{cases} \text{天} + 3 \text{地} - \text{人} = 10 \\ 5 \text{天} - 2 \text{地} + 2 \text{人} = 6 \\ 3 \text{天} + 2 \text{地} + \text{人} = 13 \end{cases}$$

$$\text{問 16, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 18 \\ \text{天} - \text{地} + \text{人} = 6 \\ \text{天} + \text{地} - \text{人} = 4 \end{cases}$$

$$\text{問 17, } \begin{cases} 2 \text{天} - 4 \text{地} + 3 \text{人} = 10 \\ 3 \text{天} + \text{地} - 2 \text{人} = 6 \\ \text{天} + 3 \text{地} - \text{人} = 20 \end{cases}$$

$$\text{問 18, } \begin{cases} 5 \text{天} - 3 \text{地} + \text{人} = 16 \\ 9 \text{天} + 2 \text{地} - 3 \text{人} = 14 \\ \text{天} - 4 \text{地} - 5 \text{人} = 10 \end{cases}$$

$$\text{問 19, } \begin{cases} \text{天} + \text{甲} = \text{地} + \text{人} \\ \text{地} + \text{甲} = 2 \text{天} + 2 \text{人} \\ \text{人} + \text{甲} = 3 \text{天} + 3 \text{地} \end{cases}$$

$$\text{問 20, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} + 2 \text{人} = 2 (\text{乙} + \text{丙}) \\ \text{天} + \text{人} + 2 \text{地} = 2 (\text{甲} + \text{丙}) \\ \text{地} + \text{人} + 2 \text{天} = 2 (\text{甲} + \text{乙}) \end{cases}$$

$$\text{問 21, } \begin{cases} \text{甲天} + \text{乙地} = \text{未} \\ \text{乙地} + \text{丙人} = \text{申} \\ \text{甲天} + \text{丙人} = \text{亥} \end{cases}$$

$$\text{問 22, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} + 2\text{人} + \text{物} = 18 \\ \text{天} + 2\text{地} + \text{人} + \text{物} = 17 \\ \text{天} + \text{地} + \text{人} + 2\text{物} = 19 \\ 2\text{天} + \text{地} + \text{人} + \text{物} = 16 \end{cases}$$

$$\text{問 23, } \begin{cases} \text{戌} + \text{亥} + \text{天} + \text{地} = 14 \\ \text{戌} + \text{亥} + \text{天} + \text{人} = 15 \\ \text{戌} + \text{亥} + \text{地} + \text{人} = 16 \\ \text{戌} + \text{天} + \text{地} + \text{人} = 17 \\ \text{亥} + \text{天} + \text{地} + \text{人} = 18 \end{cases}$$

$$\text{問 24, } \begin{cases} \frac{1}{\text{天}} + \frac{1}{\text{地}} = 5 \\ \frac{1}{\text{地}} + \frac{1}{\text{人}} = 7 \\ \frac{1}{\text{天}} + \frac{1}{\text{人}} = 6 \end{cases}$$

$$\text{問 25, } \begin{cases} \text{天} + \frac{1}{3}\text{地} = 5 \\ \text{天} + \frac{1}{3}\text{人} = 6 \\ \text{地} + \frac{1}{3}\text{人} = 9 \end{cases}$$

$$\text{問 26, } \begin{cases} \frac{\text{天}}{\text{甲}} + \frac{\text{地}}{\text{乙}} = 2 \\ \frac{\text{天}}{\text{甲}} + \frac{\text{人}}{\text{丙}} = 2 \\ \frac{\text{地}}{\text{乙}} + \frac{\text{人}}{\text{丙}} = 2 \end{cases}$$

$$\text{問 27, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} = \text{甲} \\ \text{天} + \text{人} = \text{乙} \\ \text{地} + \text{人} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 28, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} = 9 \\ \text{地} + \text{人} = 11 \\ \text{人} + \text{物} = 13 \\ \text{物} + \text{戊} = 15 \\ \text{戊} + \text{天} = 12 \end{cases}$$

$$\text{問 29, } \begin{cases} \frac{\text{天} \text{地}}{\text{天} + \text{地}} = \frac{1}{5} \\ \frac{\text{地} \text{人}}{\text{天} + \text{人}} = \frac{1}{6} \\ \frac{\text{天人}}{\text{天} + \text{人}} = \frac{1}{7} \end{cases}$$

$$\text{問 30, } \begin{cases} \frac{1}{\text{天}} + \frac{1}{\text{地}} = \text{甲} \\ \frac{1}{\text{天}} + \frac{1}{\text{人}} = \text{乙} \\ \frac{1}{\text{地}} + \frac{1}{\text{人}} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 31, } \begin{cases} 3 \text{天} + 4 \text{地} + \text{人} = 35 \\ 3 \text{人} + 2 \text{地} - 3 \text{酉} = 4 \\ 2 \text{天} - \text{地} + 2 \text{酉} = 17 \\ 3 \text{人} - 2 \text{酉} + \text{戊} = 9 \\ \text{酉} + \text{地} = 13 \end{cases}$$

$$\text{問 32, } \begin{cases} \text{天} - \text{地} = \text{甲} \\ \text{地} + \text{人} = 3 \text{甲} \\ 5 \text{人} - \text{天} = 2 \text{甲} \end{cases}$$

$$\text{問 33, } \begin{cases} \text{地} + \text{人} - \text{天} = \text{甲} \\ \text{天} + \text{地} - \text{人} = \text{乙} \\ \text{人} + \text{天} - \text{地} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 34, } \begin{cases} \text{天} - \text{人} + \text{地} = \text{甲} \\ \text{人} + \text{地} - \text{亥} = \text{乙} \\ \text{亥} - \text{天} + \text{人} = \text{丙} \\ \text{天} - \text{地} + \text{亥} = \text{丁} \end{cases}$$

$$\text{問 35, } \begin{cases} \frac{\text{甲}}{\text{天}} + \frac{\text{乙}}{\text{地}} + \frac{\text{丙}}{\text{人}} = \text{甲} \\ \frac{\text{乙}}{\text{地}} - \frac{\text{丙}}{\text{人}} + \frac{\text{甲}}{\text{天}} = \text{乙} \\ \frac{\text{甲}}{\text{天}} - \frac{\text{乙}}{\text{地}} - \frac{\text{丙}}{\text{人}} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 36, } \begin{cases} \text{天} + 2 \text{地} = \text{甲} \\ \text{地} + 2 \text{人} = \text{乙} \\ 2 \text{人} + \text{天} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 37, } \begin{cases} 3 \text{天} + 4 \text{地} + \text{人} = \text{甲} \\ 3 \text{地} + 4 \text{人} + \text{天} = \text{乙} \\ 3 \text{人} + 4 \text{天} + \text{地} = \text{丙} \end{cases}$$

$$\text{問 38, } \begin{cases} \text{天} + \text{地} = \text{甲} + \text{乙} \\ \text{地} + \text{人} = \text{乙} + \text{丙} \\ \text{人} + \text{亥} = \text{甲} - \text{乙} \\ \text{亥} - \text{天} = \text{丙} - \text{乙} \end{cases}$$

$$\text{問 39, } \begin{cases} \frac{\text{甲}}{\text{天}} - \frac{\text{丙}}{\text{人}} + \frac{\text{乙}}{\text{地}} = \text{甲乙} \\ \frac{\text{乙}}{\text{地}} - \frac{\text{丙}}{\text{人}} + \frac{\text{甲}}{\text{天}} = \text{乙丙} \\ \frac{\text{甲}}{\text{天}} + \frac{\text{丙}}{\text{人}} - \frac{\text{乙}}{\text{地}} = \text{甲丙} \end{cases}$$

問 題

194. 問 1, 今有三數和爲 60, 第一數之二分一加第二數之三分一與第三數之五分一爲 19, 第一數之二倍加第二數減第三數所餘之三倍, 則爲 50, 求此三數.
- 問 2, 今有三數, 第一數加第二數第三數和之半爲 119, 又第二數加第三數減第一數所餘之三分一則爲 68, 三數和之半爲 94, 求此三數.
- 問 3, 甲乙丙三人共有洋 1500 圓, 如乙與甲 200 圓, 則甲較乙多 280 圓, 但設丙與乙 180 圓, 則乙與丙相等, 求其各有之數.
- 問 4, 三人以同值購糖咖啡茶葉, 甲購糖七磅, 咖啡五磅, 茶葉三磅, 共付洋 4.20 圓, 乙購糖九磅, 咖啡四磅, 茶葉二磅, 共付洋 3.40 圓, 丙購糖五磅, 咖啡二磅, 茶葉三磅, 共付洋 3.25 圓, 問三貨每磅各值若干.
- 問 5, 試將 125, 分爲四分, 第一分加 4, 第

二分減4, 第三分被4乘, 第四分被4除, 得數俱同,

問 6, 甲乙合作, 八日可成一工, 甲與丙合作, 則九日成之, 乙與丙合作, 則十日成之, 求三人獨作, 各用若干日,

問 7, 有三位之數, 其三位之和為10, 首末二位之和為中位之三分二, 如自此數減去198, 則三位倒置, 求此是何數,

解畧 設天 = 首位, 卽百位, 地為中位即十位, 人為末位即箇位, 則 $100\text{天} + 10\text{地} + \text{人} = \text{此數}$,

問 8, 農夫共有馬牛羊80隻, 馬數之四分之一, 羊之六分之一, 牛之二分一, 共為19, 又馬牛之共數, 自羊數之半減去, 則餘10, 求三種畜牲各為若干,

問 9, 商人結帳, 核己所有之銀圓, 及對開四開小洋, 共八十四枚, 值洋42圓, 又知對開小洋數之三分之一, 加四開數之四分之一, 則值6.50圓, 求三種銀洋各若干枚,

問 10, 甲乙丙三人相聚論年, 甲曰, 如吾年

之數二倍加乙之年、則較丙長二十年、又吾年之半加乙年之二倍、則較丙少二十年、但吾與丙之年、共爲乙年之六倍、求三人之年各若干、

問 11, 店中有花金表一、素金表一、明表一、金鍊一、如置金鍊於花金表上、則共值較餘二表尙多 40 圓、如置金鍊於素表、則共值較明表值二倍尙多 20 圓、如置金鍊於明表、則共值爲花表之五分一與素表之三分一、如四件共值洋四百圓、求各值若干、

問 12, 今用洋 2500 圓、購馬八匹、羊一百頭、牛若干頭、只知牛之頭數爲一羊值數之四倍、又一馬一羊之共值、較羣牛共價之五分一少 5 圓、如牛每頭值 40 圓、求馬羊每頭之值、及牛之頭數、

問 13, 甲乙丙三童各有粟一袋、如各童取己粟之五分一遞次分與二童、則甲童有 740、乙有 580、丙有 380、求三童原有各

若干,

問 14, 今有同母之命分二, 如小命分之子減 1, 則其同數等於大命分之三分之一, 但如大命分之子減 1, 則其同數等於小命分之二倍, 又知二者之較為三分之一, 求此二命分,

問 15, 一人分產與其四子, 長子所得, 為餘三子共數之二分之一, 次子所得, 為餘三子共數之三分之一, 第三子所得, 為餘三子共數之四分之一, 且長子較幼子多 14 圓, 求四子各得若干,

問 16, 農人數己之羊, 知其數較牛馬之總數多 26, 又羊數之五分之一, 等於馬數加牛數之四分之一, 又牛數之八分之一, 馬數之二分一, 羊數之五分之一, 共為 12, 則三種畜牲各若干,

問 17, 今有銀囊三, 取第一囊之 20 圓, 以納之第二囊內, 則次囊之數為首囊餘數之四倍, 取次囊之 60 圓, 以納之第三囊內, 則

第三囊之數爲次囊之一零四分之三倍、取第三囊之40圓而納之首囊內、則第三囊之數爲首囊之二零四分之一倍、求三囊各有若干、

問 18、 甲乙丙三人合購木料、值洋900圓、甲所付之半數加乙所付之四分一加丙所付之五分一、共計279圓、又甲所付者加乙所付之三分二減丙所付之二分一、則爲320圓、求三人各付若干、

問 19、 今有三整數、只知第一數之二分一、第二數之三分一、第三數之四分一、共爲115、第一數之三分一、第二數之四分一、第三數之五分一、共爲86、第一數之四分一、第二數之五分一、第三數之六分一、共爲69、求此三數、

問 20、 甲予乙丙二人之洋圓、等於二人當時所有之數、乙予甲丙之洋圓、亦等於二人當時所有之數、丙予甲乙之數、又等於二人當時所有者、是則各有洋8圓、求三

人原有之數，

問 21、甲乙丙三人，各有銀洋，如乙予甲 350 圓，則甲有乙所餘之二倍，如丙予乙 700 圓，則丙所餘爲乙當時所有之三分之一，如甲予丙 210 圓，則丙有甲所餘之五倍，求三人各有洋若干。



代 數 學

第 十 一 章 乘 方



乘 方

- 195、問 1、甲爲生若干次,乃成甲²、甲³、
甲⁴、甲⁵、甲⁶、甲⁷、
- 問 2、幾何爲生若干次,乃成其平方、立
方、四次方、五次方、卯次方、
- 問 3、十甲之平方何號、其立方、四次
方、任幾次方、各有何號、
- 問 4、一甲之平方何號、其立方、四次
方、五次方、六次方、各有何號、
- 問 5、負幾何之方,何次爲正,何次爲負、
- 問 6、甲³之立方爲何、甲³爲生若干次、
- 問 7、甲³之四次方爲何、甲⁴、甲⁵之四次

方各爲何，

問 8, 甲³之五次方爲何, 甲⁵, 甲⁴之五次方各爲何,

問 9, 方之指數何以定之,

問 10, 甲^卯之卯次方爲何,

196, 指數 (17 節) 方 (18 節) 方之名 (18 節)

197, 乘方者, 求一幾何之方也,

198, 總理 (一) 凡正幾何之方皆爲正
(二) 凡負幾何之偶次方爲正, 奇次方爲負,

(三) 凡幾何之方之指數, 等於本幾何之指數乘所求之方次數,

199, 獨項式乘方

問 1, 求 $6甲^2乙$ 之立方,

$$\text{解 } (6甲^2乙)^3 = 6甲^2乙 \times 6甲^2乙 \times 6甲^2乙 = 216甲^6乙^3,$$

問 2, 求 $-2甲^2乙^3$ 之五次方,

$$\text{解 } (-2甲^2乙^3)^5 = -2甲^2乙^3 \times -2甲^2乙^3 \times -2甲^2乙^3 \times -2甲^2$$

$$乙^3 \times -2甲^2乙^3 = -32甲^{10}乙^{15}$$

法術 將係數按所求方次自乘、各元之指數以所求方次乘之、乃於其前加應得之號、

求下諸式之方

- 問 3, 求 $(6天^2地)^2$
 問 4, 求 $(-4甲^2乙^2)^5$
 問 5, 求 $(-3甲乙^3)^3$
 問 6, $(-3丙^2丁^4)^2$
 問 7, $(2甲天^3地^2)^6$
 問 8, $(2天^2地人^3)^6$
 問 9, $(4甲乙^4丁^3)^4$
 問 10, $(-甲^5乙^2丙^6)^7$
 問 11, $(-4甲^2乙^3丙^4)^4$
 問 12, $(2天^2地人^4)^5$
 問 13, $(-5甲^3乙丙^2)^3$
 問 14, $(甲^4乙^2丙^3)^5$
 問 15, $(-4甲^2乙^3丙^4)^4$
 問 16, $(2甲^2乙^2丙^3)^9$

- 問 17, $(2 \text{天}^2 \text{地}^3 \text{人})^4$
 問 18, $(3 \text{天}^2 \text{地}^4)^3$
 問 19, $(-4 \text{甲}^3 \text{人}^2 \text{地})^3$
 問 20, $(2 \text{天}^3 \text{地}^4 \text{人}^3)^5$
 問 21, $(-2 \text{甲}^2 \text{地}^3)^5$
 問 22, $(2 \text{甲} \text{天}^2 \text{地}^3)^4$
 問 23, $(\text{天}^4 \text{地}^2 \text{人}^{\text{卯}})^3$
 問 24, $(\text{天}^{\text{寅}} \text{地}^{\text{卯}} \text{人}^{\text{寅}})^5$
 問 25, $(\text{甲}^{\text{卯}} \text{人}^{\text{卯}} \text{物}^{\text{寅}})^4$
 問 26, $(\text{甲}^4 \text{地}^{\text{卯}} \text{人}^{\text{卯}})^2$
 問 27, $(-\text{天}^4 \text{地}^3 \text{人}^{\text{卯}})^{\text{卯}}$
 問 28, $(-\text{甲}^4 \text{乙}^2 \text{丙}^{\text{卯}} \text{丁}^{\text{卯}})^{\text{卯}}$
 問 29, $(\text{甲}^3 \text{乙}^4 \text{丙}^3 \text{丁}^{\text{卯}-2})^{\text{卯}-2}$
 問 30, 求 $\frac{2 \text{天}^2 \text{地}}{3 \text{甲}^2 \text{乙}}$ 之三次方,

算

草

$$\left(\frac{2 \text{天}^2 \text{地}}{3 \text{甲}^2 \text{乙}}\right)^3 = \frac{2 \text{天}^2 \text{地}}{3 \text{甲}^2 \text{乙}} \times \frac{2 \text{天}^2 \text{地}}{3 \text{甲}^2 \text{乙}} \times \frac{2 \text{天}^2 \text{地}}{3 \text{甲}^2 \text{乙}} = \frac{8 \text{天}^6 \text{地}^3}{27 \text{甲}^6 \text{乙}^3}$$

解曰、命分乘方、當以子母各按所求方次而自乘、

求下諸式之同數、

問 31, $\left(\frac{2 \text{甲}}{3 \text{乙}}\right)^2$

問 32, $\left(\frac{2 \text{天}^2}{3 \text{地}}\right)^2$

問 33, $\left(-\frac{6 \text{天地}}{5 \text{甲乙}}\right)^3$

問 34, $\left(\frac{8 \text{甲}^2 \text{乙}}{7 \text{天}^2 \text{地}}\right)^4$

問 35, $\left(\frac{\text{甲}^2 \text{乙}^2}{\text{丙}^4 \text{丁}^3}\right)^6$

問 36, $\left(\frac{\text{天}^{\text{甲}} \text{地}^{2\text{甲}}}{\text{甲}^{\text{甲}} \text{人}^4}\right)^7$

問 37, $\left(\frac{\text{甲}^2 \text{乙}^2 \text{丙}^{\text{甲}-1}}{\text{天}^{\text{甲}-2} \text{地}^{\text{甲}-3}}\right)^{\text{甲}}$

問 38, $\left(\frac{\text{甲}^2 \text{乙}^3 \text{丙}^4}{\text{天}^4 \text{地}^4 \text{人}^4}\right)^{2\text{甲}}$

問 39, $\left(\frac{\text{甲}^3 \text{天}^4}{\text{乙}^4 \text{地}^3}\right)^{3\text{甲}}$

問 40, $\left(\frac{\text{甲乙}^2 \text{丙}^{\text{甲}+1}}{\text{天}^{\text{甲}} \text{地}^{\text{甲}-1}}\right)^{\text{甲}}$

問 41, $\left(\frac{\text{甲}^4 \text{乙}^3 \text{丙}^2}{\text{天}^2 \text{地}^4}\right)^4$

問 42, $\left(\frac{\text{甲乙}^3 \text{丙}^{\text{甲}}}{\text{天}^5 \text{地}^2 \text{人}^{3\text{甲}}}\right)^{2\text{甲}}$

200. 多項式乘方,

$$(\text{天} + \text{地})^2 = \text{天}^2 + 2 \text{天地} + \text{地}^2$$

(75 節)

$$(\text{天}-\text{地})^2 = \text{天}^2 - 2 \text{天地} + \text{地}^2 \quad (75\text{節})$$

$$(\text{天}+\text{地}-\text{人})^2 = \text{天}^2 + \text{地}^2 + \text{人}^2 + 2 \text{天地} - 2 \text{天人} - 2 \text{地人} \quad (81\text{節})$$

求下諸式之方，

- 問 1, $(2 \text{甲} + \text{乙})^2$
 問 2, $(3 \text{甲} - 2 \text{丙})^2$
 問 3, $(2 \text{甲} + 3 \text{乙})^2$
 問 4, $(4 \text{甲} - 2 \text{乙})^2$
 問 5, $(3 \text{甲} + 4 \text{丙})^2$
 問 6, $(5 \text{甲} - 4 \text{丙})^2$
 問 7, $(2 \text{天}^2 - \text{地})^2$
 問 8, $(3 \text{天}^2 + 2 \text{地})^2$
 問 9, $(3 \text{天}^2 - 3 \text{地}^2)^2$
 問 10, $(4 \text{天}^2 + 5 \text{地})^2$
 問 11, $(5 \text{天}^3 - 3 \text{地}^2)^2$
 問 12, $(3 \text{天}^2 + 6 \text{地}^2)^2$
 問 13, $(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} - \text{丁})^2$
 問 14, $(2 \text{天} - 3 \text{地} + 2 \text{人})^2$

問 15, $(\text{天}^2 - \text{地}^2 + 2 \text{人}^2)^2$

問 16, $(\text{天}^2 + 2 \text{地} + 3 \text{人}^2)^2$

問 17, $(2 \text{天} + 3 \text{地}^2 - \text{人}^2)^2$

問 18, $(2 \text{天}^2 - 3 \text{地}^2 - 2 \text{人}^2)^2$

幾何可任成多次方, 惟令此幾何自乘之
次數與所求方次數相等之而已。

求下諸式之方,

問 19, $(\text{天} + \text{地})^8$

問 20, $(\text{甲} - \text{乙})^6$

問 21, $(\text{甲} + \text{乙})^4$

問 22, $(\text{天} + \text{地})^6$

問 23, $(\text{甲} - \text{丙})^7$

問 24, $(2 \text{乙} + \text{丙})^4$

問 25, $(2 \text{甲} - \text{乙})^8$

問 26, $(3 \text{甲} + \text{乙})^4$

問 27, $(4 \text{天} - \text{地})^4$

問 28, $(5 \text{天} + \text{人})^6$

問 29, $(2 \text{天}^2 - 3 \text{地}^2)^8$

問 30, $(3 \text{天}^2 + 2 \text{地}^2)^6$

問 31、 $(4 \text{ 天}^2 + 3 \text{ 地})^4$

問 32、 $(5 \text{ 天}^2 - 2 \text{ 地}^2)^3$

問 33、 $(4 \text{ 天}^2 - 2 \text{ 地}^2)^4$

201、按二項例而求兩項式之諸方

$$(\text{甲} + \text{乙})^2 = \text{甲}^2 + 2 \text{ 甲乙} + \text{乙}^2,$$

$$(\text{甲} + \text{乙})^3 = \text{甲}^3 + 3 \text{ 甲}^2 \text{乙} + 3 \text{ 甲乙}^2 + \text{乙}^3,$$

$$(\text{甲} + \text{乙})^4 = \text{甲}^4 + 4 \text{ 甲}^3 \text{乙} + 6 \text{ 甲}^2 \text{乙}^2 + 4 \text{ 甲乙}^3 + \text{乙}^4,$$

$$(\text{甲} + \text{乙})^5 = \text{甲}^5 + 5 \text{ 甲}^4 \text{乙} + 10 \text{ 甲}^3 \text{乙}^2 + 10 \text{ 甲}^2 \text{乙}^3 + 5 \text{ 甲乙}^4 + \text{乙}^5,$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^2 = \text{甲}^2 - 2 \text{ 甲乙} + \text{乙}^2,$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^3 = \text{甲}^3 - 3 \text{ 甲}^2 \text{乙} + 3 \text{ 甲乙}^2 - \text{乙}^3,$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^4 = \text{甲}^4 - 4 \text{ 甲}^3 \text{乙} + 6 \text{ 甲}^2 \text{乙}^2 - 4 \text{ 甲乙}^3 + \text{乙}^4,$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^5 = \text{甲}^5 - 5 \text{ 甲}^4 \text{乙} + 10 \text{ 甲}^3 \text{乙}^2 - 10 \text{ 甲}^2 \text{乙}^3 + 5 \text{ 甲乙}^4 - \text{乙}^5,$$

學者當詳察以上所列(甲+乙)與(甲-乙)之諸方,

- 問 1, 此兩項式諸方之項數, 與方指數有何相關,
- 問 2, 兩項式之諸方內, 何項含原式之首元,
- 問 3, 何項含原式之次元,
- 問 4, 諸方之首項含原式之首元, 指數爲何數, 次項三項等內各爲何數,
- 問 5, 諸方之次項含原式之次元, 其指數爲何, 三項四項等內各爲何數,
- 問 6, 諸方之首末二項係數爲何,
- 問 7, 諸方次項之係數與方次比較何如,
- 問 8, 如其次項之係數以本項首元之指數乘之, 又以本項之次數或本項次元指數加 1 除之, 則得何數, 且爲何項之係數,
- 問 9, 以下各項之係數, 各仿此爲之, 則得何項之係數,
- 問 10, $(甲+乙)$ 之諸方, 其號爲何,
- 問 11, $(甲-乙)$ 之諸方, 其號爲何,

202. 總理 (一) 凡兩項式之正整次方, 其項數較方次多一,

(二) 方之諸項, 除末項外, 俱含原式首元, 除首項外, 俱含原式次元,

(三) 首元之指數, 在方之首項等於方次, 以後每項遞減一, 次元之指數, 在方之次項爲一, 以後每項遞加一,

(四) 方之首項係數爲一, 次項之係數等於方次,

(五) 方內任一項之係數, 以首元指數乘之, 又以次元指數加一除之, 即得其下一項之係數,

(六) 如兩項式之二項皆正, 則諸方之各項皆正,

(七) 如兩項式之次項爲負, 則其諸方自左向右數之, 奇項爲正, 偶項爲負,

任一項內指數之和恆等於方次之數,

習 問

問 1. 按二項例, 求(天一地)之五次方,

解	元字	天	天地	天地	天地	天地	地
	指數	天 ⁵	天 ⁴ 地	天 ³ 地 ²	天 ² 地 ³	天地 ⁴	地 ⁵
	係數	1	5	10	10	5	1
	號		-	+	-	+	-

合之爲天⁵ - 5天⁴地 + 10天³地² - 10天²地³ + 5天地⁴ - 地⁵

展下諸式，

問 2, (天+地)³

問 3, (甲-乙)³

問 4, (甲+丙)³

問 5, (甲+天)⁴

問 6, (甲-天)³

問 7, (甲+乙)³

問 8, (天-地)³

問 9, (乙+丙)⁴

問 10, (天+1)³

問 11, (天-1)³

問 12, (1+甲)³

問 13, (1-甲)⁴

問 14, (天+甲)⁴

- 問 15, $(天+乙)^8$
問 16, $(天-丙)^4$
問 17, $(天-地)^4$
問 18, $(甲+乙)^4$
問 19, $(甲-丙)^5$
問 20, $(甲-天)^4$
問 21, $(甲+天)^6$
問 22, $(甲-丙)^9$
問 23, $(天-地)^7$
問 24, $(天+地)^{10}$
問 25, $(天+1)^5$
問 26, $(天-1)^6$
問 27, $(1+甲)^5$
問 28, $(1-甲)^7$
問 29, $(天+甲丙)^4$
問 30, $(天+乙丙)^5$
問 31, $(天-甲丙)^6$

如二項式之二項有係數,則可依左法展之、

問 32, 求 $2甲^2 - 3乙$ 之三次方,

解 設	$2甲^2 = 天$, 而 $3乙 = 地$,
則	$2甲^2 - 3乙 = 天 - 地$,
	$(天 - 地)^3 = 天^3 - 3天^2地 + 3天地^2 - 地^3$,
以 $2甲^2$ 代還天	$8甲^5$ $4甲^4$ $2甲^2$
以 $3乙$ 代還地	$3乙$ $9乙^2$ $27乙^3$
係數	1 3 3 1
號	+ - + -
合	$8甲^5 - 36甲^4乙 + 54甲^2乙^2 - 27乙^3$

展下列諸式,

- 問 33, $(甲 + 2乙)^3$
 問 34, $(3甲 - 乙)^3$
 問 35, $(2甲 + 3乙)^3$
 問 36, $(3甲 - 3丙)^3$
 問 37, $(3甲 + 2丙)^4$
 問 38, $(2甲^2 - 丙)^3$
 問 39, $(2甲 + 丙^2)^3$
 問 40, $(3天^2 + 2地^2)^3$
 問 41, $(4甲^2 - 丙)^4$

問 42, $(3\text{甲}^2 + 4\text{丙}^2)^3$

問 43, $(3\text{天}^2 - 5\text{丙}^2)^4$

問 44, $(5\text{甲}^2 + 4\text{丙}^2)^4$

問 45, 展 $(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙})^3$

解 $(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙})^3 = ((\text{甲} + \text{乙}) - \text{丙})^3$ 即為二項式,

$$\begin{aligned} ((\text{甲} + \text{乙}) - \text{丙})^3 &= (\text{甲} + \text{乙})^3 - 3(\text{甲} + \text{乙})^2\text{丙} + 3(\text{甲} + \text{乙})\text{丙}^2 - \text{丙}^3 \\ &= \text{甲}^3 + 3\text{甲}^2\text{乙} + 3\text{甲乙}^2 + \text{乙}^3 - 3(\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} \\ &\quad + \text{乙}^2)\text{丙} + 3\text{甲丙}^2 + 3\text{乙丙}^2 - \text{丙}^3 \\ &= \text{甲}^3 + 3\text{甲}^2\text{乙} + 3\text{甲乙}^2 + \text{乙}^3 - 3\text{甲}^2\text{丙} - 6\text{甲} \\ &\quad \text{乙丙} - 3\text{乙}^2\text{丙} + 3\text{甲丙}^2 + 3\text{乙丙}^2 - \text{丙}^3 \end{aligned}$$

問 46, 展 $(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} - \text{丁})^3$

解 答 $(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} - \text{丁})^3 = ((\text{甲} + \text{乙}) + (\text{丙} - \text{丁}))^3$ 為二項式,

展下諸式,

問 47, $(\text{天} - \text{地} + \text{人})^3$

問 48, $(\text{天} - \text{地} - \text{人})^3$

問 49, $(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙})^3$

問 50, $(\text{甲} - \text{乙} - \text{丙} - \text{丁})^3$

問 51, $(\text{甲} + \text{乙} - \text{丙} + \text{丁})^3$

問 52, $(1 + \text{天} - \text{地} - \text{人})^3$

203, 左列展有係數之二項式甚爲合用、
問 1, 求 5 甲 + 4 乙 之三次方、

算 草

$$(5\text{甲} + 4\text{乙})^3 = 125\text{甲}^3 + 300\text{甲}^2\text{乙} + 240\text{甲}\text{乙}^2 + 64\text{乙}^3$$

$$(5\text{甲})^3 = 125\text{甲}^3 \quad \text{首項}$$

$$\frac{125 \times 4 \times 3}{5} = 300 \quad \text{次項之係}$$

$$\frac{300 \times 4 \times 2}{5 \times 2} = 240 \quad \text{三項之係}$$

$$\frac{240 \times 4 \times 1}{5 \times 3} = 64 \quad \text{四項之係}$$

釋曰、首項爲 5 甲 之立方、即 125 甲³、

天方之次項、含首元之平方乘次元、其係數有首元之係數 5 之平方及次元之係數 4 爲二生數、因求簡捷、故取首元之係數除其立方、即以代其平方、故 $\frac{125}{5} \times 4$ 爲次項係數之二生、

當二項式二項之係數爲一時、求其方之各項係數、法取前項之係數、以首元之指數乘之、以次元之指數加一除之、故合求本題之方次項全係數、其 $\frac{125 \times 4}{5}$ 必再乘以主元之指數 3、除以次元之指數加一即 1、(因次元在首項內之指數爲 0) 是則次項係數爲 $\frac{125 \times 4 \times 3}{5} = 300$ 、

其下各項之係數俱可仿此得之、而有左列之術、

法術 方之首項爲原式首項按方次所成之方、

任一項之係數、等於前項之係數爲原式首項之係所除、再以原式次項之係乘之、又以元之指數乘之、次元之指數加一除之、

(一) 二項式方之項數、恆較方次多一、故其任一項首元之指數、等於其項距末之項數、

(二) 又次元之指數、等於其項距首項之數、

(三) 元字指數記號之例與前同、

問 2, 求 $2甲 + 3乙$ 之四次方、

解 $(2甲)^4 = 16甲^4$ 爲首項、

$$\frac{16 \times 3 \times 4}{2} = 96 \text{ 爲次項之係、而次項爲 } 96甲^3乙、$$

$$\frac{96 \times 3 \times 3}{2 \times 2} = 216 \text{ 爲三項之係、而三項爲 } 216甲^2乙^2、$$

$$\frac{216 \times 3 \times 2}{2 \times 3} = 216 \text{ 爲四項之係、而四項爲 } 216甲乙^3、$$

$$\frac{216 \times 3 \times 1}{2 \times 4} = 81 \text{ 爲五項之係、而五項爲 } 81乙^4、$$

$$\therefore (2甲 + 3乙)^4 = 16甲^4 + 96甲^3乙 + 216甲^2乙^2 + 216甲乙^3 + 81乙^4、$$

展下諸式、

問 3, $(2甲 + 3丙)^4$

問 4, $(2\text{甲} - 4\text{乙})^8$

問 5, $(3\text{甲} + 2\text{天})^4$

問 6, $(2\text{甲} - 5\text{天})^5$

問 7, $(5\text{甲} + 3\text{丙})^4$

問 8, $(4\text{甲} + 3\text{天})^5$

問 9, $(3\text{甲} - 5\text{天})^5$

問 10, $(7\text{甲} - 4\text{丙})^4$

問 11, $(6\text{甲} + 5\text{天})^6$

問 12, $(3\text{天} - 1)^5$

問 13, $(2\text{天} + 5)^4$

問 14, $(\text{甲} + \frac{1}{2\text{甲}})^5$

問 15, $(1 - \frac{3}{2}\text{天})^5$

問 16, $(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\text{丙})^4$

問 17, $(\text{甲}^2 + 2\text{丙}^2)^5$



代 數 學

第 十 二 章 開 方

開 方

- 204, 問 1, 16, 36, 49, 81, 121, 劈
爲二等生爲何,
- 問 2, $甲^2$, $4甲^2$, $16甲^2$, $25甲^4$, $36甲^4$ 之
二等生之一即其二次根爲何,
- 問 3, $甲^3$, $8甲^3$, $27甲^3$, $8甲^6$, $64甲^6$ 之
三等生之一即其三次根爲何,
- 問 4, $+2$ 之平方何號, 其立方, 四五六次
等方, 各有何號,
- 問 5, -2 之平方何號, 立方四五六次方,
各有何號,
- 問 6, 正幾何之何次方爲正, 負幾何之何
次方爲正, 其何次方爲負,

問 7、夫方之有負號者、既必爲奇箇相等負幾何之合、則凡負幾何之奇次根、當有何號、

問 8、正幾何之奇次根何號、

問 9、夫方之有正號者、可爲偶箇相等負幾何或正幾何之合、則凡正幾何之偶次根、當有何號、

問 10、何種幾何二次爲生、則合爲負、何種幾何四次爲生、則合爲負、何種幾何六次爲生、則合爲負、

問 11、負幾何之偶次根、當有何號、

205、開方法者、求一幾何之根也、

206、幻幾何者、指明負幾何之偶次根式也、如 $\sqrt{-4}$ $\sqrt{-甲}$

此外皆曰真幾何、如 $\sqrt{25}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $甲^{\frac{1}{5}}$ 、 4 、

207、總理 (一) 一幾何之奇次根號、與原幾何同、

(二) 正幾何之偶次根、可正可負、

208. 獨項式開方

問 1, 求 $25 \text{天}^8 \text{地}^6$ 之平方根,

算 草

$$\sqrt{25 \text{天}^8 \text{地}^6} = \pm 5 \text{天}^4 \text{地}^3$$

釋曰、夫獨項式成平方之法、乃以係數自乘、2 乘元之指數、故開方之法、當開係數之方、又以 2 除元之指數、

又既正幾何之偶次根、或正或負、(總理二)故根可有二號、是則此幾何之根為 $\pm 5 \text{天}^4 \text{地}^3$ 、

法術 按根次而開係數之方、并以根次除各元之指數、前加以合宜之號、

開命分之方、即開其子與母之方也、

如數之根不易得、則可劈之為質生、按根次而分為若干副、取其一副之合、即其根也、

如求 1296 之四次根、則劈之為質生、得 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3、而 2×3 得 6、即其四次根也、

求下諸式之同數、

問 2, $\sqrt{16 \text{甲}^2 \text{乙}^4 \text{丙}^4}$

問 3, $\sqrt[3]{-8 \text{甲}^3 \text{乙}^6 \text{丙}^3}$

問 4, $\sqrt{4 \text{甲}^4 \text{丙}^4 \text{天}^2}$

- 問 5, $\sqrt[3]{27\text{天}^3\text{地}^5\text{人}^3}$
- 問 6, $\sqrt[4]{16\text{甲}^4\text{乙}^8\text{丙}^8}$
- 問 7, $\sqrt[3]{-8\text{甲}\text{乙}^3\text{丙}^2}$
- 問 8, $\sqrt[5]{-\text{甲}^5\text{丙}^{10}\text{天}^2\text{地}}$
- 問 9, $\text{寅}\sqrt{\text{甲}^{\text{寅}}\text{天}^{\text{寅}}\text{地}^{\text{寅}}}$
- 問 10, $\sqrt[3]{\text{甲}^3\text{天}^3\text{地}^2\text{人}^5}$
- 問 11, $\sqrt[4]{\text{天}^4\text{地}^8\text{人}^3\text{物}^2}$
- 問 12, $\sqrt[4]{16\text{天}^4\text{地}^2\text{人}}$
- 問 13, $\sqrt{\text{甲}^4\text{天}^2\text{地}^4\text{人}^3}$
- 問 14, $\text{卯}\sqrt{\text{甲}^{2\text{卯}}\text{天}^{4\text{卯}}\text{地}^{8\text{卯}}}$
- 問 15, $\sqrt{\frac{16\text{甲}^2}{25\text{地}^4}}$
- 問 16, $\sqrt[3]{\frac{8\text{天}^3}{27\text{地}^5}}$
- 問 17, $\sqrt[8]{\frac{125\text{天}^3\text{地}^3}{216\text{甲}^5\text{地}^3}}$
- 問 18, $\sqrt{\frac{81\text{天}^{10}}{289\text{地}^4\text{人}^6}}$
- 問 19, $\sqrt[3]{-\frac{27\text{甲}^6\text{乙}^9}{343\text{天}^{12}\text{地}^{18}}}$
- 問 20, $\sqrt[5]{\text{天}^8\text{地}^5\text{人}^{\text{五}}}$
- 問 21, $\sqrt[7]{\text{天}^7\text{地}^{14}\text{人}^{21}}$

問 22, $\sqrt[3]{\text{甲}^{\text{天}} \text{天}^{2\text{天}} \text{地}^{2\text{天}} \text{人}^{4\text{天}}}$

問 23, $\sqrt[5]{-32 \text{甲}^{10} \text{天}^{15} \text{地}^{10}}$

209. 多項式開平方

問 1, 夫 $(\text{甲} + \text{乙})$ 之平方為 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$, 則 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之平方根為何,

問 2, $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之平方根, 首項何法得之,

問 3, 根之次項, 如何可自方之次項 2甲乙 得之,

問 4, $2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之諸生為何,

問 5, $2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 既等於 $\text{乙}(2\text{甲} + \text{乙})$, 則凡二項式平方末二項之二生為何,

問 6, 是則 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之末二項, 必以何幾何除之, 乃得平方根之次項,

習 問

問 1, 求 $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 之平方根,

算 草

$$\begin{array}{r} \text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 \quad \text{甲} + \text{乙} \\ \underline{\text{甲}^2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{廉法 } 2\text{甲} & 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 \\ \text{全法 } 2\text{甲} + \text{乙} & 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 \end{array}$$

釋曰 式依甲之次數列之、

首項爲甲²、其方根爲甲、即根式之首項、亦曰初商、自原式減之、餘 $2甲乙 + 乙^2$ 、

餘式之首項爲 $2甲乙$ 、如以 $2甲$ 除之、則得乙爲根式之次項、又曰次商、故 $2甲$ 即初商之二倍、名曰廉法、以之加次商乙、得 $2甲 + 乙$ 、爲全法、以乙乘而減之、適盡、

故甲 + 乙爲此式之平方根、

按前可求甲 + 乙 + 丙之平方、法可設天代甲 + 乙、而得其平方如 $天^2 + 2天丙 + 丙^2$ 之式、故可知凡幾何之根多於二項者、可仍如前問開之、祇設其已得之商爲一項可也、問 2、求 $天^4 + 4天^3 - 6天^2 - 20天 + 25$ 之平方根、

$$天^4 + 4天^3 - 6天^2 - 20天 + 25 \mid 天^2 + 2天 - 5$$

$$天^4$$

$$\begin{array}{r|l} 2天^2 + 2天 & 4天^3 - 6天^2 \\ & 4天^3 + 4天^2 \\ \hline 2天^2 + 4天 - 5 & -10天^2 - 20天 + 25 \\ & -10天^2 - 20天 + 25 \\ \hline \end{array}$$

釋曰 如前問法得根之首二項、爲 $天^2 + 2天$ 、

求後一項，則可視 $x^2 + 2x$ 爲一幾何，又爲初商，乘 2 爲廉法，以其首項除餘式之首項，

得次商，即根之第三項，爲 -5 ，如前加次商於廉法之後，得全法爲 $2x^2 + 4x - 5$ 又以 -5 乘之，其合式自 $-10x^2 - 20x + 25$ 減去，無餘，

故此式之根爲 $x^2 + 2x - 5$ ，

法術 將多項式各項，按任一元之方次排列之，

開首項之方根，書爲根之首項，亦曰初商，然後方之，自原式減去，得餘式，二倍初商曰廉法，以除餘式之首項，得根之次項，亦曰次商，書之初商之後，且與廉法相并，以成全法，

次商乘全法，得式自餘式減去，又得餘式，仿此直開至盡或至項數已足而止，

求下諸式之平方根，

問 3, $x^2 + 4x + 4$

問 4, $y^2 + 2y + 1$

問 5, $4x^2 + 4x + 1$

問 6, $a^2 + ab + \frac{1}{4}b^2$

- 問 7, $9\text{甲}^2 - 12\text{甲乙} + 4\text{乙}^2$ 、
- 問 8, $\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2 - 2\text{甲丙} - 2\text{乙丙} + \text{丙}^2$ 、
- 問 9, $4\text{天}^4 - 12\text{天}^3 + 13\text{天}^2 - 6\text{天} + 1$ 、
- 問 10, $4\text{甲}^4 + 4\text{甲}^3 - 7\text{甲}^2 - 4\text{甲} + 4$ 、
- 問 11, $\text{天}^6 - 4\text{天}^5 + 10\text{天}^4 - 12\text{天}^3 + 9\text{天}^2$ 、
- 問 12, $16\text{甲}^4 - 24\text{甲}^3\text{天} + 49\text{甲}^2\text{天}^2 - 30\text{甲}\text{天}^3 + 25\text{天}^4$ 、
- 問 13, $\text{甲}^2 + \text{乙}^2 + \text{丙}^2 - 2\text{甲乙} - 2\text{甲丙} + 2\text{乙丙}$ 、
- 問 14, $40\text{天}^2 - 12\text{天}^3 + 9\text{天}^4 - 24\text{天} + 36$ 、
- 問 15, $4\text{天}^6 + 5\text{天}^4 + 12\text{天}^5 - 5\text{天}^2 - 10\text{天}^3 + 2\text{天} + 1$ 、
- 問 16, $49\text{天}^4 - 28\text{天}^3 - 17\text{天}^2 + 6\text{天} + \frac{9}{4}$ 、
- 問 17, $9\text{甲}^2 + 6\text{甲丙} + \text{丙}^2 + 1 - 2\text{丙} - 6\text{甲}$ 、
- 問 18, $4\text{寅}^2 + 9\text{天}^2 - 12\text{寅天} + 8\text{寅} - 12\text{天} + 4$ 、
- 問 19, $\text{甲}^3 + \text{乙}^2 - 12\text{甲丙} + 12\text{乙丙} - 2\text{甲乙} + 36\text{丙}^2$ 、

問 29, $甲^2 - 2乙$,

問 30, $甲^2 + 乙$,

問 31, $4 + 3甲$,

問 32, $4甲^2 + 3$,

問 33, $4天^2 - 1$,

問 34, $1 - 2地^2$,

問 35, $甲^2 + \frac{1}{2}乙$,

數目開方

$$1^2 = 1, \quad 10^2 = 100, \quad 100^2 = 10000,$$

$$9^2 = 81, \quad 99^2 = 9801, \quad 999^2 = 998001,$$

210. 問 1, 凡箇位數之平方,必以幾位數表之,

問 2, 凡十位數平方所需之位數,與十位數所需位數比較何如, 凡百位數平方所需之位數,與百位數所需位數比較何如,

問 3, 如有一數之平方為三位數,則此數有若干位,如平方為四位五位七位,則其

數各有若干位，

問 4. 是故平方根之位數，可以何法得之，

211. 總理 (一) 一數之平方，其位數必為原數之二倍，或二倍少一。

(二) 一數自箇位起分頓，每二位一頓，則其頓數，必等於其平方根之位數。

212. 如數之十位，以甲代之，箇位以乙代之，則凡十位數之平方，即為(甲+乙)之平方，即 $甲^2 + 2甲乙 + 乙^2$ ，

如 $35 = 30$ 加 5 ，亦可書作 $30 + 5$ ，而 $35^2 = 30^2 + 2(30 \times 5) + 5^2 = 1225$ 。

習 問

問 1. 1225 之平方根若干，

第一算草

$$\begin{array}{r}
 1225 \overline{)30+5} \\
 \underline{甲^2 = 900} \\
 325 \\
 \underline{2甲 = 60} \\
 乙 = 5 \\
 \hline
 2甲 + 乙 = 65325
 \end{array}$$

而後開之、

開下諸數之平方、

- | | |
|-------|----------|
| 問 3、 | 2809、 |
| 問 4、 | 3969、 |
| 問 5、 | 4356、 |
| 問 6、 | 9216、 |
| 問 7、 | 2209、 |
| 問 8、 | 1681、 |
| 問 9、 | 65536、 |
| 問 10、 | 54289、 |
| 問 11、 | 42849、 |
| 問 12、 | 70756、 |
| 問 13、 | 118336、 |
| 問 14、 | 674041、 |
| 問 15、 | 784996、 |
| 問 16、 | 776161、 |
| 問 17、 | 107584、 |
| 問 18、 | 234.09、 |
| 問 19、 | 17.3056、 |

- 問 20, 576.4801,
問 21, 938961,
問 22, 5875776,
問 23, 12574116,
問 24, 30858025,
問 25, 1.338649,
問 26, .000729,
問 27, 1034.2656,
問 28, 29635.6225,
問 29, .00720801,

求下諸數之方根,至四位小數,

- 問 30, 5,
問 31, 11,
問 32, 13,
問 33, 15,
問 34, 7.2,
問 35, 5.3,
問 36, .07,

問 37, $\sqrt[3]{0.07}$,

問 38, $\frac{4}{7}$,

問 39, $\frac{3}{8}$,

問 40, $\frac{5}{9}$,

問 41, $\frac{6}{11}$,

問 42, $\frac{4}{3}$,

問 43, $\frac{3}{5}$,

問 44, $\frac{7}{15}$,

問 45, $\frac{10}{15}$

213. 多項式開立方,

問 1, (甲+乙)之立方若干,

問 2, (甲+乙)之立方,既爲 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$, 則 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之立方根若干,

問 3, 自 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$, 如何可得根之首項,

問 4, 自方之次項 $3甲^2乙$, 如何可得根之次項,

問 5, $3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之二生爲何,

問 6, 夫 $3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 既等於乙 ($3甲^2 + 3甲乙 + 乙^2$), 則凡二項式立方末三位之二生爲何,

問 7, 是則必以何幾何除 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之末三項, 乃可得根之次項,

習 問

問 1, 求 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之立方根,

算 草

$$\begin{array}{r}
 甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3 \quad \underline{甲 + 乙} \\
 甲^3 \\
 \hline
 廉法 3甲^2 \quad \quad \quad | 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3 \\
 全法 3甲^2 + 3甲乙 + 乙^2 \quad | 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3
 \end{array}$$

釋曰, 如幾何爲立方, 其一項必爲立方, 其根之首項爲 $甲^3$ 之立方根, 即甲, 是曰初商, 以 $甲^3$ 自原式減去, 餘 $3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$,

夫既根之次項, 可以三倍初商之方, 除餘實之首項得之, 故以廉法 $3甲^2$ 除 $3甲^2乙$, 得乙, 爲根之次項, 是曰次商, 又因凡二項式立方之末三項, 等於三倍初商之方, 及三倍

初次商之合、及次商平方之和乘次商、故有 $3\text{甲}^2 + 3\text{甲乙} + \text{乙}^2$ 爲全法、以乙乘之、得 $3\text{甲}^2\text{乙} + 3\text{甲乙}^2 + \text{乙}^3$ 、自餘實減去、適盡、是以甲 + 乙爲 $\text{甲}^3 + 3\text{甲}^2\text{乙} + 3\text{甲乙}^2 + \text{乙}^3$ 之立方根、

夫甲 + 乙 + 丙成立方、其甲 + 乙可以天代之、則得式爲 $\text{天}^3 + 3\text{天}^2\text{丙} + 3\text{天丙}^2 + \text{丙}^3$ 、由此可見凡幾何之根多於二項者、其開法與前同、惟視已得之諸項如一項耳、

問 2、求 $\text{天}^6 - 3\text{天}^5 + 5\text{天}^3 - 3\text{天} - 1$ 之立方根、

算 草

$$\frac{\text{天}^6 - 3\text{天}^5 + 5\text{天}^3 - 3\text{天} - 1}{\text{天}^6} \quad \underline{\text{天}^2 - \text{天} - 1}$$

廉法	3天^4	$- 3\text{天}^5 + 5\text{天}^3$
全法	$3\text{天}^4 - 3\text{天}^3 + \text{天}^2$	$- 3\text{天}^5 + 3\text{天}^4 - \text{天}^3$
廉法	$3\text{天}^4 - 6\text{天}^3 + 3\text{天}^2$	$- 3\text{天}^4 + 6\text{天}^3 - 3\text{天} - 1$
全法	$3\text{天}^4 - 6\text{天}^3 + 3\text{天} + 1$	$- 3\text{天}^4 + 6\text{天}^3 - 3\text{天} - 1$

釋曰、初商次商、循前法得之、求三商時、視 $\text{天}^2 - \text{天}$ 爲一項、自乘而乘以3爲廉法、除餘實得三商爲-1、加諸廉法、而又以-1乘之、則得全法、以三商乘之、自 $- 3\text{天}^4 + 6\text{天}^3 - 3\text{天} - 1$ 減去、無餘、故此式之立方根爲 $\text{天}^2 - \text{天} - 1$ 、

法術 將多項式按其一元之方次列之、
開首項之立方根，書爲根式之首項爲初商，並三方之，自原式減去，得餘實、

初商自乘，三倍之爲廉法，除餘實之首項，
得根之次項，爲次商、

次商乘初商，而三倍之、并將次商方之皆
與廉法相并，而得全法、

次商乘全法，自餘實減去，復得餘實，仿此
向下開，迨根之各項俱得而止、

根之各項，可遞次以根之首項平方三倍除餘實之首
項而得之、

求下諸數之立方根、

問 3, $天^3 + 6天^2地 + 12天地^2 + 8地^3,$

問 4, $27甲^3 + 27甲^2 + 9甲 + 1,$

問 5, $8天^3 - 36天^2 + 54天 - 27,$

問 6, $27天^3 + 108天^2 + 144天 + 64,$

問 7, $甲^3 + 3甲 + \frac{3}{甲} + \frac{1}{甲^3},$

問 8, $甲^3 - 12甲^2 + 48甲 - 64,$

問 9, $8甲^3 + 12甲^2 + 6甲 + 1,$

問 10, $27 \text{天}^6 - 54 \text{天}^5 + 63 \text{天}^4 - 44 \text{天}^3 + 21 \text{天}^2 - 6 \text{天} + 1,$

問 11, $8 \text{寅}^6 + 36 \text{寅}^5 + 66 \text{寅}^4 + 63 \text{寅}^3 + 33 \text{寅}^2 + 9 \text{寅} + 1,$

問 12, $1 - 3 \text{甲} + 6 \text{甲}^2 - 7 \text{甲}^3 + 6 \text{甲}^4 - 3 \text{甲}^5 + \text{甲}^6,$

問 13, $\text{寅}^3 - 3 \text{寅}^2 + 5 - \frac{3}{\text{寅}^2} - \frac{1}{\text{寅}^3},$

問 14, $\text{天}^5 - 3 \text{天}^2 \text{地} - \text{地}^3 + 8 \text{人}^3 + 6 \text{天}^2 \text{人} - 12 \text{天地人} + 6 \text{地}^2 \text{人} + 12 \text{天人}^2 - 12 \text{地人}^2 + 3 \text{天地}^2,$

問 15, $8 \text{甲}^3 - 84 \text{甲}^2 \text{乙} + 294 \text{甲} \text{乙}^2 - 343 \text{乙}^3,$

問 16, $\text{地}^6 - 6 \text{地}^5 + 21 \text{地}^4 - 44 \text{地}^3 + 63 \text{地}^2 - 54 \text{地} + 27,$

問 17, $1 - 9 \text{甲} + 39 \text{甲}^2 - 99 \text{甲}^3 + 156 \text{甲}^4 - 144 \text{甲}^5 + 64 \text{甲}^6,$

問 18, $66 \text{丙}^4 + 1 - 63 \text{丙}^3 - 9 \text{丙} + 8 \text{丙}^6 - 36 \text{丙}^5 + 33 \text{丙}^2,$

問 19, $\text{甲}^6 + 3 \text{甲}^4 + 6 \text{甲}^2 + 7 + \frac{6}{\text{甲}^2} + \frac{3}{\text{甲}^4} + \frac{1}{\text{甲}^6},$

問 20, $天^6 - 12天^5地 + 60天^4地^2 - 192天地^3$
 $+ 240天^2地^4 - 160天^3地^3 + 64地^6,$

214. 多項式開多次方,

開多項式之四次五次六次或任幾次根, 求全法祇以(甲+乙)成所求之方, 而將其首項以下諸項, 分爲二生, 其一卽根式次項之一方, 而其一卽全法也, 如

$$(甲+乙)^5 = 甲^5 + 5甲^4乙 + 10甲^3乙^2 + 10甲^2乙^3 + 5甲乙^4 + 乙^5$$

廉法 $5甲^4$

全法 $(5甲^4 + 10甲^3乙 + 10甲^2乙^2 + 5甲乙^3 + 乙^4)$

$$(甲+乙)^7 = 甲^7 + 7甲^6乙 + 21甲^5乙^2 + 35甲^4乙^3 + 35甲^3乙^4 + 21甲^2乙^5 + 7甲乙^6 + 乙^7$$

廉法 $7甲^6$

全法 $(7甲^6 + 21甲^5乙 + 35甲^4乙^2 + 35甲^3乙^3 + 21甲^2乙^4 + 7甲乙^5 + 乙^6)$

四次方爲二次方之二次方, 又六次方爲二次方之三次方, 餘倣此, 要之凡根次之以2與3或2或3爲生數者, 均可遞開二次方三次方, 以得其根,

如四次根、可開其二次根之二次根而得之、又六次根、則可開其二次根之三次根以得之、又八次根、可開二次根之二次根之二次根以得之、

問 1、求 $1 - 8甲 + 24甲^2 - 32甲^3 + 16甲^4$ 之四次根、

問 2、求 $天^5 + 5天^4 + 10天^3 + 10天^2 + 5天 + 1$ 之五次根、

問 3、求 $天^6 + 6天^5 + 15天^4 + 20天^3 + 15天^2 + 6天 + 1$ 之六次根、

問 4、求 $甲^4 + 8甲^3乙 + 24甲^2乙^2 + 32甲乙^3 + 16乙^4$ 之四次根、

問 5、求 $天^5 - 5天^4地 + 10天^3地^2 - 10天^2地^3 + 5天地^4 - 地^5$ 之五次根、

問 6、求 $甲^5 - \frac{5甲^4天}{地} + \frac{10甲^3天^2}{地^2} - \frac{10甲^2天^3}{地^3} + \frac{5甲天^4}{地^4} - \frac{天^5}{地^5}$ 之五次根、

問 7、求 $丙^6 + 15丙^4人 + 15丙^2人^2 + 6丙人^3 + 6丙^3人 + 20丙^2人^2 + 人^6$ 之六次根、

數目開立方

$$1^3=1, \quad 10^3=1000, \quad 100^3=1000000,$$

$$3^3=27, \quad 36^3=46656, \quad 361^3=47045881,$$

$$9^3=729, \quad 99^3=970299, \quad 999^3=997002999,$$

215, 問 1, 凡箇位數之立方數, 須以數碼若干表之,

問 2, 凡十位數之立方, 其數碼之數與十位數碼之數比較如何, 凡百位數之立方, 其數碼之數與百位數碼之數比較如何,

問 3, 如一數之立方爲四位數, 則其根有若干位, 五位數之根有若干位, 六位數八位數之根各爲若干位,

問 4, 任一數之立方根之位數, 如何定之,

216, 總理 (一) 凡數之立方, 必以三倍位數之數表之, 或較之少一與二,

(二) 凡數自箇位起分頓, 每頓三位, 則其根之位數正等於其頓數,

217, 如一數之十位, 以甲字代之, 其箇位以乙字代之, 其數之立方, 卽爲(甲 + 乙)之立方, 卽 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$,

如 $35 = 3$ 拾 + 5 箇即 $30 + 5$ 而 $35^3 = 30^3 + 3(30^2 \times 5) + 3(30 \times 5^2) + 5^3 = 42875$,

習 問

問 1, 求 13824 之立方根,

算 草 第 一

$$\begin{array}{r}
 13824)20 + 4 \\
 \hline
 \text{甲}^3 = \quad \quad 8000 \\
 \text{廉法} \quad 3\text{甲}^2 = 1200 \quad 5824 \\
 \quad \quad 3\text{甲乙} = \quad 240 \\
 \quad \quad \quad \text{乙}^2 = \quad 16 \\
 \hline
 \text{全法} \quad \quad = 1456 \quad 5824
 \end{array}$$

釋曰,按 216 節總理二,將數分頓,每頓三位,即可定根之位數,故將 13824 分頓,得二頓,即知根為二位數,即十位與箇位,

夫既十之立方為千,而方之千數小於 27 即 3^3 ,大於 8 即 2^3 ,故知根之十位數為 2,次以 2 拾即 20 成立方,得 8000,自 13824 減去,餘 5824,此即等於三倍拾數之平方 \times 箇位 + 三倍拾位 \times 箇位平方 + 箇位之立方,

夫三倍十位之方,較三倍十位 \times 箇位平方為大,5824 較三倍十位之方 \times 箇位微大,故如 5824 為三倍十位之方 \times 即 1200 (廉法) 所除,得商 4 為根之箇位,祇加合宜之

數,以得其全法可也,

欲得全法,必加以三倍拾位之平方與三倍拾位 × 箇位及箇位之平方,(217節)故有全法為 $1200 + 240 + 16$ 即 1456 ,此數以 4 乘之,得合 5824 ,自餘實 5824 減之,無餘是則 13824 之立方根為 24 ,

算 草 第 二

$$\begin{array}{r}
 13824 \overline{)24} \\
 \hline
 \begin{array}{l}
 \text{甲}^3 = \quad \quad 8 \\
 3 \text{甲}^2 = 1200 \\
 3 \text{甲乙} = \quad 240 \\
 \text{乙}^2 = \quad \quad 16 \\
 \hline
 1456
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 8 \\
 \hline
 5824 \\
 \hline
 5824
 \end{array}
 \end{array}$$

釋曰 演算之時,每將數排列成行,而置合之右旁之圈於不間,

既凡數俱可作為十位與箇位合成者,故上文所列之法,可以通用,

如 $468 = 46 \text{ 拾} + 8 \text{ 箇}$ 又 $3829 = 382 \text{ 拾} + 9 \text{ 箇}$,

問 2、 48228544 之立方根若干,

算 草

$$\begin{array}{r}
 48228544 \overline{)364} \\
 27 \\
 \hline
 \text{廉法} = 3(30)^2 = 2700 \quad \overline{)21228} \\
 3(30 \times 6) = 540 \\
 6^2 = 36 \\
 \hline
 \text{全法} = 3276 \quad \overline{)19656} \\
 \text{廉法} = 3(360)^2 = 388800 \quad \overline{)1572544} \\
 3(360 \times 4) = 4320 \\
 4^2 = 16 \\
 \hline
 \text{全法} = 393136 \quad \overline{)1572544}
 \end{array}$$

法術 自箇位起,將數分頓,每頓三位,求上頓最大之立方根,書於根之首位,爲初商,並三方之,自上頓減去,次乃以下頓移綴餘數之尾,爲新實,

將初商尾加一圈,平方而三倍之,爲方廉法,以除新實,得數書於根之次位,爲次商,

初商尾加一圈,乘以次商而三倍之,及次商之平方,同加於方廉法,爲全法,亦曰廉隅共法,

以次商乘全法，自實數減去，仿此往下推算，直開至終。

(一) 開至末頓，尚有餘數，則加小數圈於其後成一頓，開得小數。

(二) 小數分頓之法，乃自小數點起，向右分之。

(三) 求分數之立方根，法以分子分母各開立方，或先化為小數而後開之。

(四) 按217節之公理，可得開任何方之公法。

求下諸數之立方根。

問 3, 74088,

問 4, 262144,

問 5, 166375,

問 6, 34965783,

問 7, 130323843,

問 8, 704969,

問 9, 185193,

問 10, 250047,

問 11, 0.015625,

問 12, 12.812904,

- 問 13, 5545233,
 問 14, 2000376,
 問 15, 153990656,
 問 16, 60236.288,
 問 17, 0.000064,

開下諸數之立方根至三位,

- 問 18, 3,
 問 19, 0.27,
 問 20, 6.4,
 問 21, 0.00465,
 問 22, $\frac{5}{6}$,
 問 23, $\frac{7}{8}$,
 問 24, $\frac{3}{11}$,
 問 25, $\frac{4}{15}$,

218. 開數之任一方根

按 214 節所列求方廉法及全法之術、可求一數之任何方根、

較立方爲高之數、罕有求其根者、苟欲求之、亦可用對

數法開之,其法見後文,

指 數 之 理

219、 以上所用之指數,俱爲正整數,然算學內屢有用分指數及負指數者,粗視之似不合理,且不合指數之界說,蓋按界說則指數者,表一幾何爲生之次數也,然如 $a^{\frac{3}{4}}$ 及 a^{-2} 所有之指數,並非表明此意,

夫正整指數既已立有定例,故因求簡捷,則必將分指數與負指數之理說明,以求其合於此例

220、 自指數之界說而可立下列正整指數之定例

$$\text{一 } a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\text{二 } a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\text{三 } (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\text{四 } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

221、 分指數之義

問 1、 a^6 之立方根若干, 何法得之, 試祇書指數之受除,以表其根式

問 2, 上問得式 $\sqrt[6]{a^3}$, 其 6 字表明何意, 3 字表明何意,

問 3, a^3 之四方根若干, 試祇書指數之受除, 以表其根式,

問 4, 上問得式 $\sqrt[8]{a^4}$, 其 8 字表明何意, 4 字表明何意,

問 5, 分指數之子, 表明何意, 其母表明何意,

222, 總理 如分指數之二項為正整數, 子則表方數, 母表根數,

223, 總理之真實, 可以下法證之, 夫已定指數之例, 必可同用於分指數與整指數,

$$(一) \quad a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{3}{4}} = a^{\frac{12}{4}} = a^3,$$

$$(二) \quad a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} \text{ 至爲生卯次} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\text{卯}} \text{ 爲正}$$

整數,

$$(三) \quad a^{\frac{m}{n}} \times a^{\frac{m}{n}} \times a^{\frac{m}{n}} \text{ 至爲生卯次} = a^{\frac{m^2}{n}} = a^{\text{寅}}, \text{寅}$$

與卯爲正整數,

是即 $\sqrt[3]{\text{甲}}$ 或 $\sqrt[4]{\text{甲}^3}$ 爲 甲^3 之四等生之一, $\sqrt[1]{\text{甲}}$ 或 $\sqrt[2]{\text{甲}}$ 爲 甲 之卯等生之一, $\sqrt[2]{\text{甲}}$ 或 $\sqrt[3]{\text{甲}^2}$ 爲 甲^2 之卯等生之一,

故正整指數之例, 既可用於正分指數, 其子表一幾何之方, 母表其根,

習 問

試以根號表下列諸數,

問 1, $\text{甲}^{\frac{1}{2}} \text{乙}^{\frac{1}{3}}$,

問 2, $3 \text{甲}^{\frac{1}{3}}$,

問 3, $(3 \text{甲})^{\frac{1}{3}}$,

問 4, $2 \text{甲}^{\frac{1}{4}} \text{乙}^{\frac{2}{5}}$,

問 5, $3 \text{天}^{\frac{1}{2}} \text{地}^{\frac{2}{3}}$,

問 6, $\text{甲} \text{天}^{\frac{1}{2}}$,

問 7, $4 \text{甲}^{\frac{1}{2}} \text{乙}^{\frac{1}{3}}$,

問 8, $\text{甲}^{\frac{1}{3}} \text{乙}^{\frac{1}{4}} \text{丙}^{\frac{1}{5}}$,

試以分指數表下列諸數,

問 9, $\sqrt{\text{甲乙}}$,

問 10, $\sqrt[3]{\text{甲}^2}$,

問 11, $(\sqrt[3]{\text{甲}})^4$,

問 12, $\sqrt[7]{\text{天}^6}$,

問 13, $\sqrt[6]{\text{甲}^2\text{乙}^3}$,

問 14, $\sqrt[3]{\text{天}^2\text{地}^3}$,

問 15, $\sqrt[5]{\text{甲}^2\text{乙}^3}$,

問 16, $3\sqrt[3]{\text{甲}^2\text{天}^3\text{地}^4}$,

求下諸數之同數,

問 17, $16^{\frac{3}{2}}$,

問 18, $25^{\frac{1}{2}}$,

問 19, $(-27)^{\frac{4}{3}}$,

問 20, $-27^{\frac{4}{3}}$,

問 21, $36^{\frac{3}{2}}$,

問 22, $9^{\frac{5}{2}}$,

問 23, $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$,

問 24, $\left(\frac{81}{256}\right)^{\frac{3}{4}}$,

先求其根,則推演之法可簡,

224. 有限幾何以 0 爲指數者之義,

按 92 節,凡有限幾何以 0 爲指數者,即等於 1,此理可以下法證之,

按已立指數之定例,有 $甲^m \div 甲^m = 甲^0$,

又 $甲^m \div 甲^m = 1$,

$$\therefore 甲^0 = 1,$$

225. 負指數之義,

按 92 節,凡幾何有負指數者,等於其有正指數之倒數,此例可以下法證之,

設已定之例,可施於凡指數,則

$$甲^m \times 甲^{-m} = 甲^0 = 1,$$

以 $甲^m$ 除之,

$$甲^{-m} = \frac{甲^0}{甲^m} = \frac{1}{甲^m},$$

226. 總理 分數任一項內之生,可自分母遷至分子,或分子遷至分母,祇須改其指數之號,

習 問

書下列諸數爲正指數

- 問 1, 3 甲^{-2} ,
 問 2, 4 乙^{-3} ,
 問 3, $\text{甲}^{-2} \text{ 乙}^{-3}$,
 問 4, $\text{天}^{-1} \text{ 地}^{-2}$,
 問 5, $6 \text{ 甲}^{-3} \text{ 地}$,
 問 6, $\text{天}^3 \text{ 地}^{-2}$,
 問 7, $\text{甲}^2 \text{ 乙}^{-5}$,
 問 8, $4 \text{ 天}^3 \text{ 地}^{-7}$,
 問 9, $3 \text{ 丙}^{-1} \text{ 丁}^{-3} \text{ 天}$,
 問 10, $2 \text{ 甲} \text{ 乙}^{-\text{卯}} \text{ 丙}$,
 問 11, $7 \text{ 甲}^{-1} \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^{-3}$,
 問 12, $5 \text{ 甲}^{-3} \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^{\text{卯}}$,

遷分數之元生至分子

- 問 13, $\frac{2 \text{ 天}}{\text{地}^2}$,
 問 14, $\frac{\text{甲}^2 \text{ 天}}{\text{地}^3}$,
 問 15, $\frac{3 \text{ 甲} \text{ 天}}{\text{地}^{-4}}$,

問 16, $\frac{\text{丙}}{\text{天地}}$

問 17, $\frac{\text{甲乙丙}}{\text{天}^{-1}\text{地}^2}$

問 18, $\frac{5 \text{天}^2}{\text{地}^2 \text{人}^2}$

問 19, $\frac{3 \text{甲}^2 \text{天}^3}{\text{地}^2 \text{人}^3}$

問 20, $\frac{2 \text{乙丙}}{\text{丁}^{-2}}$

227, 夫因已定指數之例,可通用於各等指數,故得分指數與負指數之解是則甲^寅 × 甲^卯 = 甲^{寅+卯},無問寅與卯為整為分,為正為負,此式恆真,

$$\text{甲}^{\text{寅}} \times \text{甲}^{\text{卯}} = \text{甲}^{\text{寅}+\text{卯}},$$

$$\text{甲}^3 \times \text{甲}^{-6} = \text{甲}^{3-6} = \text{甲}^{-3},$$

$$\text{甲}^{-\frac{2}{3}} \times \text{甲}^{-\frac{3}{4}} = \text{甲}^{-\frac{2}{3}-\frac{3}{4}} = \text{甲}^{-\frac{17}{12}}, \text{餘仿此,}$$

習 問

求下諸問之合,

問 1, $2 \text{甲}^5 \times 3 \text{甲}^{\frac{2}{3}}$,

問 2, $5 \text{天}^{-1} \times 3 \text{天}^4$,

- 問 3, $3 \text{甲}^3 \times 2 \text{甲}^{\frac{1}{2}}$,
- 問 4, $4 \text{乙}^{-2} \times 2 \text{乙}^3$,
- 問 5, $5 \text{丙}^4 \times 2 \text{丙}^{\frac{2}{3}}$,
- 問 6, $7 \text{甲}^5 \times \text{甲}^{-4}$,
- 問 7, $3 \text{乙} \times \text{甲} \text{乙}^{-\frac{3}{4}}$,
- 問 8, $2 \text{甲} \times \text{甲}^{-\frac{2}{3}} \text{乙}^2$,
- 問 9, $3 \text{天} \times \text{甲} \text{天}^{-\frac{2}{3}}$,
- 問 10, $4 \text{甲} \text{天} \times \text{甲}^{\frac{2}{3}} \text{天}$,
- 問 11, $2 \text{丙}^3 \times 4 \text{丙}^{-\frac{3}{5}} \text{天}$,
- 問 12, $5 \text{甲} \text{丁} \times 2 \text{丁}^{-\text{卯}}$,
- 問 13, $2 \text{甲}^{-\frac{2}{3}} \times 3 \text{乙}^4 \sqrt{\text{甲}^2}$,
- 問 14, $\text{乙}^{-\frac{3}{4}} \times \text{甲} \sqrt{\text{乙}^2}$,
- 問 15, $3 \text{丙}^{-\frac{2}{3}} \times 5 \text{甲} \text{乙} \sqrt{\text{丙}}$,
- 問 16, $\text{甲} \text{乙}^{\frac{1}{2}} \times \text{丙}^4 \sqrt{\text{乙}^3}$,
- 問 17, $\text{甲}^{\frac{2}{3}} \text{乙}^{\frac{1}{4}} \text{丙}^{-\frac{1}{2}} \times \text{甲}^{\frac{1}{3}} \text{乙}^{-\frac{3}{4}} \text{丙}^2$,
- 問 18, $\text{天}^{\frac{5}{8}} \text{地}^{\frac{2}{3}} \text{人} \times \text{天}^{-\frac{1}{8}} \text{地}^5 \sqrt{\text{人}^3}$,

問 19, $(\text{天}^{\frac{2}{3}} - \text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{2}{3}}) \times (\text{天}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{1}{3}}),$

$$\text{天}^{\frac{2}{3}} - \text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{天}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{天} - \text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{\frac{1}{3}} + \text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{2}{3}}$$

$$+ \text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{\frac{1}{3}} - \text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{2}{3}} + \text{地}$$

天

+ 地

問 20, $(\text{甲}^2\text{乙}^{-2} - 2 + \text{甲}^{-2}\text{乙}^2) \times (\text{甲}^2\text{乙}^{-2} + 2 + \text{甲}^{-2}\text{乙}^2),$

$$\text{甲}^2\text{乙}^{-2} - 2 + \text{甲}^{-2}\text{乙}^2$$

$$\text{甲}^2\text{乙}^{-2} + 2 + \text{甲}^{-2}\text{乙}^2$$

$$\text{甲}^4\text{乙}^{-4} - 2\text{甲}^2\text{乙}^{-2} + \text{甲}^0\text{乙}^0$$

$$+ 2\text{甲}^2\text{乙}^{-2} - 4 + 2\text{甲}^{-2}\text{乙}^2$$

$$+ \text{甲}^0\text{乙}^0 - 2\text{甲}^{-2}\text{乙}^2 + \text{甲}^{-4}\text{乙}^4$$

$$\text{甲}^4\text{乙}^{-4} + 2\text{甲}^0\text{乙}^0 - 4 + \text{甲}^{-4}\text{乙}^4$$

$$= \text{甲}^4\text{乙}^{-4} + 2 - 4 + \text{甲}^{-4}\text{乙}^4$$

$$= \text{甲}^4\text{乙}^{-4} - 2 + \text{甲}^{-4}\text{乙}^4$$

問 21, $(\text{甲}^{\frac{1}{2}} + \text{乙}^{\frac{1}{2}}) \times (\text{甲}^{\frac{1}{2}} + \text{乙}^{\frac{1}{2}}),$

問 22, $(\text{天}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{1}{3}}) \times (\text{天}^{\frac{2}{3}} + \text{地}^{\frac{2}{3}}),$

問 23, $(\text{天}^{\frac{1}{3}} + \text{天}^{\frac{1}{6}} \text{地}^{\frac{1}{6}} + \text{地}^{\frac{1}{3}}) \times (\text{天}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{1}{3}}),$

問 24, $(2 \text{天}^{\frac{1}{3}} + \text{天} + 3 \text{天}^{\frac{2}{3}}) \times (\text{天}^{\frac{2}{3}} + 2),$

問 25, $(\text{天}^{\frac{1}{4}} + \text{天}^{\frac{1}{2}} \text{地}^{\frac{1}{2}} + \text{地}^{\frac{1}{4}}) \times (\text{天}^{\frac{1}{4}} - \text{地}^{\frac{1}{4}}),$

問 26, $(\text{甲}^{\frac{2}{3}} + \text{甲}^{-\frac{1}{3}} \text{乙}^{\frac{1}{3}} + \text{乙}^{\frac{2}{3}}) \times (\text{甲}^{-\frac{1}{3}} - \text{乙}^{-\frac{1}{3}}),$

問 27, $(\text{天}^2 + \text{天} + 1) \times (\text{天} - \text{天}^{-1} - 1),$

問 28, $(\text{天}^3 \text{地}^{-3} - 3 + \text{天}^{-3} \text{地}^3) \times (\text{天}^3 \text{地}^{-3} + 3 + \text{天}^{-3} \text{地}^3),$

問 29, $(\text{天}^2 \text{地}^{-2} - \text{天} \text{地} + \text{天}^{-2} \text{地}^2) \times (\text{天} + \text{天} \text{地} - \text{地}),$

問 30, $(\text{天}^{-3} - \text{地}^{-3} + \text{天}^{-\frac{3}{2}} \text{地}^{-\frac{3}{2}}) \times (\text{天}^3 + \text{地}^3),$

228, 除法內指數之例, 可以通用, 故 $\text{甲}^{\text{寅}} \div \text{甲}^{\text{卯}} = \text{甲}^{\text{寅}-\text{卯}}$ 一式, 無問寅與卯之爲分爲整, 爲正爲負俱合,

$$\text{甲}^{\text{寅}} \div \text{甲}^{\text{卯}} = \text{甲}^{\text{寅}-\text{卯}},$$

$$\text{甲}^3 \div \text{甲}^{-6} = \text{甲}^{3+6} = \text{甲}^9,$$

$$\text{甲}^{-\frac{2}{3}} \div \text{甲}^{-\frac{3}{4}} = \text{甲}^{-\frac{2}{3} + \frac{3}{4}} = \text{甲}^{\frac{1}{12}}, \text{餘仿此,}$$

習 問

求下諸問之商,

- 問 1, $甲^5 \div 甲^3,$
 問 2, $甲^3 \div 甲^{-2},$
 問 3, $甲^{-3} \div 甲^{-1},$
 問 4, $甲^{-5} \div 甲^{-9},$
 問 5, $甲^{\frac{3}{4}} \div 甲^{-\frac{2}{3}},$
 問 6, $丙^{-\frac{4}{5}} \div 丙^{-\frac{2}{3}},$
 問 7, $天^{-\frac{3}{4}} \div 天^{\frac{1}{3}},$
 問 8, $人^{\frac{3}{7}} \div 人^{\frac{2}{3}},$
 問 9, $乙^{\frac{5}{6}} \div 乙^{\frac{1}{3}},$
 問 10, $乙^2丙^{-\frac{2}{3}} \div 乙丙^{\frac{1}{4}},$
 問 11, $甲^{\frac{1}{2}}天^{\frac{3}{4}} \div 甲^{\frac{1}{4}}天^{\frac{2}{3}},$
 問 12, $天^{-\frac{3}{5}}地^{\frac{3}{4}} \div 天^{\frac{3}{4}}地^{\frac{3}{5}},$
 問 13, $(甲-乙) \div (甲^{\frac{1}{3}}-乙^{\frac{1}{3}}),$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l|l}
 甲 - 乙 & 甲^{\frac{1}{3}} - 乙^{\frac{1}{3}} \\
 甲 - 甲^{\frac{2}{3}}乙^{\frac{1}{3}} & 甲^{\frac{2}{3}} + 甲^{\frac{1}{3}}乙 + \frac{2}{3}
 \end{array} \\
 \hline
 甲^{\frac{2}{3}}乙^{\frac{1}{3}} - 乙 \\
 甲^{\frac{2}{3}}乙^{\frac{1}{3}} - 甲^{\frac{1}{3}}乙^{\frac{2}{3}} \\
 \hline
 甲^{\frac{1}{3}}乙^{\frac{2}{3}} - 乙
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{\text{甲}^{\frac{1}{3}}\text{乙}^{\frac{2}{3}} - \text{乙}}}}$$

問 14, $(2\text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{-1} - 20 + 18\text{天}^{-\frac{2}{3}}\text{地}) \div (\text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{-\frac{1}{2}} + 2\text{天}^{\frac{1}{3}} - 3\text{地}^{\frac{1}{2}}),$

$$\begin{array}{r} 2\text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{-1} - 20 + 18\text{天}^{-\frac{2}{3}}\text{地} \quad \left| \begin{array}{l} \text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{-\frac{1}{2}} + 2\text{天}^{\frac{1}{3}} - 3\text{地}^{\frac{1}{2}} \\ 2\text{天}^{\frac{2}{3}}\text{地}^{-1} + 4\text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{-\frac{1}{2}} - 6\text{地}^{-\frac{1}{2}} - 4\text{天}^{-\frac{1}{3}} - 6\text{天}^{-\frac{2}{3}}\text{地}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \\ \hline \end{array}$$

$$-4\text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{-\frac{1}{2}} - 14 + 18\text{天}^{-\frac{2}{3}}\text{地}$$

$$-4\text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{-\frac{1}{2}} - 8 + 12\text{天}^{-\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{1}{2}}$$

$$- 6 - 12\text{天}^{-\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{1}{2}} + 18\text{天}^{-\frac{2}{3}}\text{地}$$

$$- 6 - 12\text{天}^{-\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{1}{2}} + 18\text{天}^{-\frac{2}{3}}\text{地}$$

問 15, $(\text{天} + 2\text{天}^{\frac{1}{2}}\text{地}^{\frac{1}{2}} + \text{地}) \div (\text{天}^{\frac{1}{2}} + \text{地}^{\frac{1}{2}}),$

問 16, $(\text{天} - \text{地}) \div (\text{天}^{\frac{1}{3}} - \text{地}^{\frac{1}{3}}),$

問 17, $(\text{甲}^{\frac{4}{3}} + 2\text{甲}^{\frac{2}{3}}\text{乙}^{\frac{2}{3}} + \text{乙}^{\frac{4}{3}}) \div (\text{甲}^{\frac{1}{3}} + \text{乙}^{\frac{2}{3}}),$

問 18, $(\text{甲} + 3\text{甲}^{\frac{2}{3}}\text{天}^{\frac{1}{3}} + 3\text{甲}^{\frac{1}{3}}\text{天}^{\frac{2}{3}} + \text{天}) \div$

$$(\text{甲}^{\frac{1}{3}} + \text{天}^{\frac{1}{3}}),$$

問 19, $(\text{天} - \text{地}) \div (\text{天}^{\frac{2}{3}} + \text{天}^{\frac{1}{3}}\text{地}^{\frac{1}{3}} + \text{地}^{\frac{2}{3}}),$

問 20, $(\text{天}^{-3} + \text{天}^{-2}\text{地}^{-1} + \text{天}^{-1}\text{地}^{-2} + \text{地}^{-3}) \div$

$$(\text{天}^{-1} + \text{地}^{-1}),$$

問 21, $(\text{天}^{-5} - 3\text{天}^{-4}\text{地}^{-2} + 3\text{天}^{-2}\text{地}^{-4} - \text{地}^{-5})$
 $\div (\text{天}^{-2} - \text{地}^{-2}),$

問 22, $(\text{甲}^{-2}\text{乙}^2 + \text{甲}^{-1}\text{乙} + \text{甲}\text{乙}^{-1} - \text{甲}^2\text{乙}^{-2}) \div$
 $(\text{甲}^2 + \text{乙}^2),$

問 23, $(\text{丙}^{\frac{4}{3}} + \text{丙} + \text{丙}^{\frac{1}{3}} + 1) \div (\text{丙}^{\frac{2}{3}} + 2\text{丙}^{\frac{1}{3}} + 1),$

229, 乘方法所有指數之定例,可以通用
 故 $(\text{甲寅})^{\text{卯}} = \text{甲寅}^{\text{卯}}$ 一式,無問寅與卯爲正或負
 爲整或分俱合,

按此例,則 $(\text{甲寅})^{-\text{卯}} = \text{甲}^{-\text{寅卯}}$,證之如左,

一 證 $(\text{甲寅})^{-\text{卯}} = \text{甲}^{-\text{寅卯}}$
 $(\text{甲寅})^{-\text{卯}} = \frac{1}{(\text{甲寅})^{\text{卯}}} = \frac{1}{\text{甲寅}^{\text{卯}}} = \text{甲}^{-\text{寅卯}}$

二 證 $(\text{甲寅})^{-\frac{\text{巳}}{\text{午}}} = \text{甲}^{-\frac{\text{寅巳}}{\text{午}}}$

$$\begin{aligned} (\text{甲寅})^{-\frac{\text{巳}}{\text{午}}} &= \frac{1}{(\text{甲寅})^{\frac{\text{巳}}{\text{午}}}} = \frac{1}{(\text{甲寅巳})^{\frac{1}{\text{午}}}} = \frac{1}{\sqrt{\text{甲寅巳}}} \\ &= \frac{1}{\frac{\text{寅巳}}{\text{甲午}}} = \text{甲}^{-\frac{\text{寅巳}}{\text{午}}} \end{aligned}$$

餘可仿此證之, 求下諸式之同數,

- 問 1, $(\text{甲}^{\frac{1}{2}})^4$,
- 問 2, $(\text{甲}^{-\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}$,
- 問 3, $(\text{丙}^{\frac{1}{3}})^{-5}$,
- 問 4, $(\text{乙}^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$,
- 問 5, $(\text{丁}^{\frac{2}{5}})^{\frac{1}{2}}$,
- 問 6, $(\text{天}^{\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{4}}$,
- 問 7, $(\text{天}^{-\frac{3}{5}})^{-\frac{2}{5}}$,
- 問 8, $(\text{人}^{-\frac{1}{2}})^4$,
- 問 9, $(\text{丙}^{-\frac{2}{3}})^6$,
- 問 10, $(9 \text{丙}^{-\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{2}}$,
- 問 11, $(\text{甲}^{-3} 8)^{-\frac{2}{3}}$,
- 問 12, $(36 \text{天}^4)^{-\frac{3}{2}}$,
- 問 13, $(\text{人}^{\frac{2}{5}})^{-\frac{1}{2}}$,
- 問 14, $(\text{天}^{\frac{3}{4}} \text{地}^{\frac{1}{2}})^{-\frac{2}{3}}$,
- 問 15, $(16 \text{天}^2)^{-\frac{7}{2}}$,
- 問 16, $(\frac{9 \text{天}^4}{25 \text{地}^{-3}})^{-\frac{3}{2}}$,

230. 雜問

展下諸式,

問 1, $(\text{甲}^{\frac{1}{3}} + \text{乙}^{\frac{1}{3}})^2,$

問 2, $(\text{天}^{\frac{2}{3}} - \text{地}^{\frac{2}{3}})^2,$

問 3, $(\text{丙}^{\frac{5}{6}} + \text{天}^{\frac{5}{6}})^2,$

問 4, $(\text{天}^{\frac{2}{3}} + \text{地}^{-\frac{2}{3}})(\text{天}^{\frac{2}{3}} - \text{地}^{-\frac{2}{3}}),$

問 5, $(\text{天}^{-\frac{1}{2}} + \text{地}^{\frac{1}{2}})^2 (\text{天} - \text{地}),$

問 6, $(\text{天}^{\frac{3}{4}} + \text{人}^{\frac{3}{4}})^2 (\text{天}^{\frac{3}{2}} - \text{人}^{\frac{3}{2}}),$

求下諸合,

問 7, $(\text{甲}^{\frac{2}{3}} + \text{甲}^{\frac{1}{3}} \text{乙}^{\frac{1}{3}} + \text{乙}^{\frac{2}{3}}) \times (\text{甲}^{\frac{1}{3}} - \text{乙}^{\frac{1}{3}}),$

問 8, $(\text{丙}^{\frac{3}{4}} - 2 \text{丙}^{\frac{1}{4}} + 4) \times (\text{丙}^{\frac{1}{4}} - 1),$

問 9, $(4 \text{甲}^{\frac{3}{5}} + 2 \text{甲}^{\frac{2}{5}} \text{乙}^{\frac{1}{5}} + 3 \text{甲}^{\frac{1}{5}} \text{乙}^{\frac{2}{5}} + 9) \times (2 \text{甲}^{\frac{2}{5}} - \text{乙}),$

問 10, $(\text{天}^{2\text{E}} - \text{天}^{\text{E}} \text{地}^{\text{E}} + \text{地}^{2\text{E}}) \times (\text{天}^{\text{E}} + \text{地}^{\text{E}}),$

求下諸商,

問 11, $(21 \text{丙} + \text{丙}^{\frac{2}{3}} + \text{丙}^{\frac{1}{3}} + 1) \div (3 \text{丙}^{\frac{1}{3}} + 1),$

問 12, $(\text{甲}^2 \text{乙}^{-2} + 2 + \text{甲}^{-2} \text{乙}^2) \div (\text{甲} \text{乙}^{-1} + \text{甲}^{-1} \text{乙}),$

問 13, $(\text{天}^{5\text{卯}} - \text{地}^{5\text{卯}}) \div (\text{天}^{\text{卯}} - \text{地}^{\text{卯}}),$

問 14, $(甲^{\frac{4}{3}} + 甲 + 甲^{\frac{1}{3}} + 1) \div (甲^{\frac{2}{3}} + 2甲^{\frac{1}{3}} + 1)$,

開下諸式之方根,

問 15, $(9丙 - 4丙^{-\frac{1}{2}} + 10 - 12丙^{\frac{1}{2}} + 丙^{-1})$,

問 16, $4甲 + 12甲^{\frac{1}{2}}乙^{\frac{1}{3}} + 4甲^{\frac{1}{2}}丙 + 9乙^{\frac{2}{3}} + 6乙^{\frac{1}{3}}丙 + 丙^2$,

問 17, $天^{-\frac{2}{3}} + 4天^{\frac{1}{3}} - 10天^{-\frac{1}{3}} + 4天^{\frac{4}{3}} - 20天^{\frac{2}{3}} + 25$,

問 18, $天 + 2天^{\frac{3}{4}} + 3天^{\frac{1}{2}} + 2天^{\frac{1}{4}} + 1$,

問 19, $4天^{\frac{1}{2}} - 20天^{\frac{3}{8}}地^{\frac{1}{8}} + 37天^{\frac{1}{4}}地^{\frac{1}{4}} - 30天^{\frac{1}{8}}地^{\frac{3}{8}} + 9地^{\frac{1}{2}}$,

開下諸式之立方根,

問 20, $天 + 12天^{\frac{2}{3}} + 48天^{\frac{1}{3}} + 64$,

問 21, $天^2 - 3天^{\frac{5}{3}} + 5天 - 3天^{\frac{1}{3}} - 1$,

問 22, $天^{\frac{1}{8}} - 天^{\frac{3}{2}}地^{\frac{1}{2}} + 6天地 - 8地^{\frac{3}{2}}$,

問 23, $8甲^3 + 12甲^2 - 30甲 - 35 + 45甲^{-1} + 27甲^{-2} - 27甲^{-3}$,

商 務 印 書 館 * 戊 申 新 書 預 告

法制經濟通論	二元四角
日本明治學制沿革史	五元
歐美教育實際	一元二角
行政法各論	六角
商業簿記教科書	八角
統計通論	一元四角
十六國議院典例	一元五角
地理讀本 <small>甲編 歐洲</small>	一元五角
地理讀本 <small>乙編 美洲</small>	一元二角
立體幾何學新教科書	三角
初等算術書 <small>教員用</small>	五角
平面幾何學新教科書	八角
林中學國文讀本第二冊	每冊一角五分

簡明國文教科書第三冊	每冊一角
女子國文教科書第三冊	每冊一角
歷代名人書札二冊	四角
光學	八角
新撰礦物學教科書	四角
博物教授指南	五角
實驗化學教科書	四角
中學動物學教科書	六角
初等小學手工教科書	一元
新體英語教科書	三角五分
英華大辭典	十五元

以上各書均已排畢五個月內出版

商務印書館出版 體育操游戲各書

舞蹈游戲 每册四角

上卷詳舞踏之名稱下卷詳舞踏之種類附錄術語表一覽了然教師學生皆適用焉

唱歌游戲 每册二角半

是書所言游戲方法饒有興味歌詞活潑適合兒童之心理

小學體操詳解 每册九角

第一為體操總義第二為體操之種類第三為體操之演習第四為各種演習

小學體操教科書 每册五角

按課遞授周詳審慎實為經驗有得之作上冊為初等小學之用下冊為高等小學之用

兵式體操 每册五角

是書分兩類第一類為教練詳言步位姿勢之方法第二類為體操詳示徒手用器之方法

第三十七號

商務

小學唱歌新教科書 三册每册三角

女子新唱歌 二册每册三角

一册二角五分

此歌一和所以陶寫性情於德育
絕大關係本館特編成是書
以供小學之用所列歌詞皆足養
成兒童優美之德性并列歌譜及
教授法以便教者之應用

第七十號

光緒三十年五月七初版
光緒三十四年七版

(最新中學代數學上冊)
(每冊定價大洋壹元貳角)

翻印必究

原譯者

山陰謝洪賚

發行者

商務印書館

印刷所

上海北河南路北首寶山路
商務印書館

總發行所

上海棋盤街中市
商務印書館

分售處

京師 奉天 天津 開封 漢口 濟南 成都
長沙 重慶 廣州 福州 潮州 太原
商務印書分館

