新中華教科書

代數教本

初級中學用

下冊

新中華教科書

初級中學代數教本下冊

目次

新中華教科書

代數教本下冊

初級中學用

第五編

平立方根

第一章 平立方根之基礎

1. 求整小數之平方根位數.

$+1$或-1之平方冪爲$+1$, $+9$或-9之平方冪爲$+81$, 則一位或二位正整數之平方根皆爲一位正負整數;仿此可知三位或四位正整數之平方根皆爲二位正負整數,五位或六位正整數之平方根皆爲三位正負整數,……. $+.1$或$-.1$之平方冪爲$+.01$, $+.9$或$-.9$之平方冪爲$+.81$,則

二位正純小數之平方根皆爲一位正負純小數;仿此可知四位正純小數之平方根皆爲二位正負純小數,六位正純小數之平方根皆爲三位正負純小數,…….

凡正負整小數或絕對整小數之平方根位數,普通依下方法求之:

(一)從底之小數點起,分向左右,以二位爲一部;惟最左一部,亦可僅含一位.

(二)以所分之部數,爲平方根位數.

第一習題 A.

1. 求下各數平方根之位數及其首位數:

(1)121. (2)169. (3)225. (4)261.

(5)1152. (6)1245. (7)1369. (8)1600.

(9)2518. (10)9025. (11)9604. (12)18632.

(13)34225. (14)40401. (15)46225. (16)241081.

2. 求下各數平方根之位數及其首位數:

(1)2·25. (2)13·69. (3)·1369. (4)20·25.

(5)·000325. (6)3306·25. (7)1436·41 (8)1436·4.

2. 求整式,整小數之平方根.

【整式】

例題一：$(10^2+2\times10\times1+1^2)$之平方根＝？

（解）

$(10^2+2\times10\times1+1^2)$之平方根

$=\underline{(10+1)\text{或}-(10+1)}.$

$$\begin{array}{r|l} & 10^2 \\ 2\times10\overline{+1} & 2\times10\times1+1^2 \\ \times1 & \underline{2\times10\times1+1^2} \end{array}$$

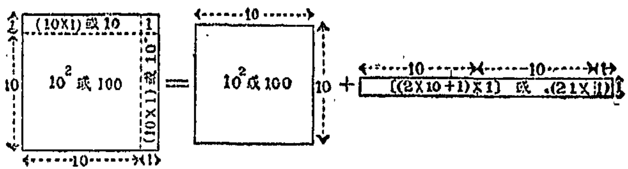
【整小數】

例題一：$\sqrt{121}=?$

（解）

$\sqrt{121}=\underline{11}.$

$$\begin{array}{r|l} & 1^2=1 \\ 2\times10+1=\overline{21} & 21 \\ \times1 & \underline{21} \end{array}$$



例題二：(a^2+b^2+2ab)之平方根$=?$

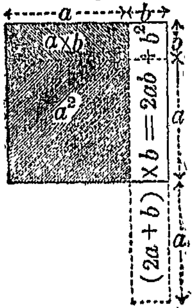
（解）

$a^2+b^2+2ab=a^2+2ab+b^2$.

$(a^2+2ab+b^2)$之平方根

$=\underline{(a+b)}$或$\underline{-(a+b)}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^2 \\
2a+\overline{b} & 2ab+b^2 \\
\times b & \underline{2ab+b^2}
\end{array}
$$



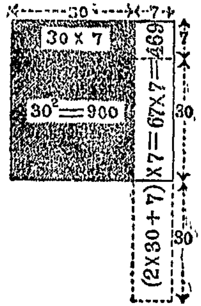
例題二：$\sqrt{1.69}=?$

（解）

$\sqrt{1369}=\underline{37}$

$3^2=9$

$$
\begin{array}{r|l}
2\times30+7=\overline{67} & 469 \\
\times 7 & \underline{469}
\end{array}
$$



例題三：$(a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc)$之平方根 $=$?

（解）

$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2.$

$(a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2)$之平方根

$=\underline{(a+b+c)\text{ 或 }-(a+b+c).}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^2 \\
2a+b & 2ab+b^2 \\
\times b & 2ab+b^2 \\
\hline
2(a+b)+c=2a+2b+c & 2ac+2bc+c^2. \\
\times c & \underline{2ac+2bc+c^2.}
\end{array}
$$

例題三：$\sqrt{1436.41}=$?

（解）

$\sqrt{1436.41}=\underline{37.9}$

$3^2=9$

$$
\begin{array}{r|l}
2\times30+7=67 & 536 \\
\times 7 & 469 \\
\hline
2\times370+9=749 & 6741 \\
\times 9 & \underline{6741}
\end{array}
$$

例題四：$\sqrt{1436.40}=?$

（解）

$\sqrt{1436.40}=37.89\cdots\cdots$

$=\underline{37.9}$（略）

$$
\begin{array}{r|l}
 & 9 \\
\hline
67 & 536 \\
\times 7 & 469 \\
\hline
748 & 6740 \\
\times 8 & 5984 \\
\hline
7569 & 75600 \\
\times 9 & 68121 \\
\hline
 & 6479
\end{array}
$$

例題四：$(a^2+2ab+b^2+4ac+2bc+c^2)$之平方根 $=?$

（解）

$(a^2+2ab+b^2+4ac+2bc+c^2)$之平方根

$=\underline{(a+b+2c)\text{（略）或}-(a+b+2c)\text{（略）}}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & a^2 \\
\hline
2a+b & 2ab+b^2 \\
\times b & 2ab+b^2 \\
\hline
2a+2b+2c & 4ac+2bc+c^2 \\
+2c & 4ac+4bc+4c^2 \\
\hline
 & -2bc-3c^2
\end{array}
$$

整式之平方根,普通依下方法求之:

(一) 整理底式.

(二) 求整理後底式首項之平方根,得全根之首項式. 自整理後底式減其平方,得差爲第一餘式.

(三) 求根式首項

正負整小數或絕對整小數之平方根,普通依下方方法求之:

(一) 用第1節之法分底.

(二) 視底之首部末位及根之首位皆爲一位. 在一至九各整數中,求其平方冪不大於首部數目極相近者,得全根之首位數. 自底數減其平方,得差爲第一餘數.

(三) 視底之次部

之二倍除第一餘式首項之商,得根之次項式. 以此乘其與根式首項二倍之和;自第一餘式減去此積,得差爲第二餘式.

(四) 求根式首次項和之二倍除第

末位及根之次位皆爲一位. 求根數首位數之二倍除第一餘數之整商(商之整數部),得根之次位數;若整商大於九,則以九爲根之次位數. 以此乘其與根數首位數二倍之和;自第一餘數減去此積(若不足減,須改小根之次位數);得差爲第二餘數.

(四) 視底之第三部末位及根之第

二餘式首項之商,得根之第三項式. 以此乘其與根式首次項和二倍之和;自第二餘式減去此積,得差爲第三餘式.

(五) 根之第四,第五等各項,皆可仿

三位皆爲一位. 求根數首次二位數和之二倍除第二餘數之整商,得根之第三位數;若整商大於九,則以九爲根之第三位數. 以此乘其與根數首次二位數和二倍之和;自第二餘數減去此積(若不足減,須改小根之第三位數,). 得差爲第三餘數.

(五) 根之第四,第五,等各位數,皆可

上求之.　|　仿上求之.

【注意一】121之平方根為 $+11$ 及 -11，而 $+11$ 為主根. $\sqrt{121}$，即求121之主平方根 $+11$；若不僅求主根，可記為 $\pm\sqrt{121}$. 其餘仿此.

【注意二】任一絕對數之平方根或立方根，皆限於一.

第一習題 B

1. 求第一習題A中第1題各數之平方根.

2. 求第一習題A中第2題各數之平方根.

3 求下各式之平方根：

(1) a^2x^4.　(2) b^2y^2.

(3) x^2+2x+1.　(4) x^2-2x+1.

(5) x^2+6x+9.　(6) $x^2-x+\cdot25$.

(7) $x^2+3x+2\cdot25$.　(8) $t^2+\cdot05t+\cdot000625$.

(9) $x^2-115x+3306\cdot25$.　(10) $t^2-10\cdot05\,t+25\cdot250625$.

4. 有直角三角形：(1) 勾長 $2mn$ 尺，股長 (m^2-n^2) 尺；(2) 勾長 $4n$ 尺，股長 (n^2-4) 尺；(3) 勾長 $2n$ 尺，股長 (n^2-1) 尺. 弦長若干？

3. 求整小數之立方根位數.

$+1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9$之立方冪順次爲 $+1, +8, +27, +64, +125, +216, +343, +512, +729$, $-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9$ 之立方冪順次爲 $-1, -8, -27, -64, -125, -216, -343, -512, -729$, 則一位或二位或三位正整數,有立方根爲一位正整數者,一位或二位或三位負整數,有立方根爲一位負整數者;倣此可知四位或五位或六位,七位或八位或九位,……正整數,順次有立方根爲二位,三位,……正整數者,四位或五位或六位,七位或八位或九位,……負整數,順次有立方根爲二位,三位,……負整數者. $+.1, +.2, \ldots\ldots, +.8, +.9$ 之立方冪順次爲 $+.001, +.008, \ldots\ldots, +.512, +.729$, $-.1, -.2, \ldots\ldots, -.8, -.9$ 之立方冪順次爲 $-.001, -.008, \ldots\ldots, -.512, -.729$, 則三位正純小數,有立方根爲一位正純小數者,三位負純小數,有立方根爲一位負純

小數者;倣此可知六位,九位,……正純小數,順次有立方根爲二位,三位,……正純小數者,六位,九位,……負純小數,順次有立方根爲二位,三位,……負純小數者.

凡正負整小數或絕對整小數之立方根位數,普通依下方法求之:

(一)從底之小數點起,分向左右,以三位爲一部;惟最左一部,亦可僅含一位或二位.

(二)以所分之部數,爲立方根位數.

第一習題 C.

1. 求下各數立方根之位數及其首位數:

(1) 1331. (2) 3375.

(3) 50653. (4) 941192.

2. 求下各數立方根之位數及其首位數:

(1) 50.653. (2) ·941192.

(3) 54439.939. (4) 54439.93.

4. 求整式.整小數之立方根.

【整式】

例題一：

$$\sqrt[3]{10^3+3\times10^2\times1+3\times10\times1^2+1^3}=?$$

（解）

$$\sqrt[3]{10^3+3\times10^2\times1+3\times10\times1^2+1^3}$$
$$=\underline{10+1.}$$

$$10^3$$

$$3\times10^2\ \overline{+3\times10\times1+1^2}\ \big|\ 3\times10^2\times1+3\times10\times1^2+1^3$$
$$\times1\ \big|\ \underline{3\times10^2\times1+3\times10\times1^2+1^3}$$

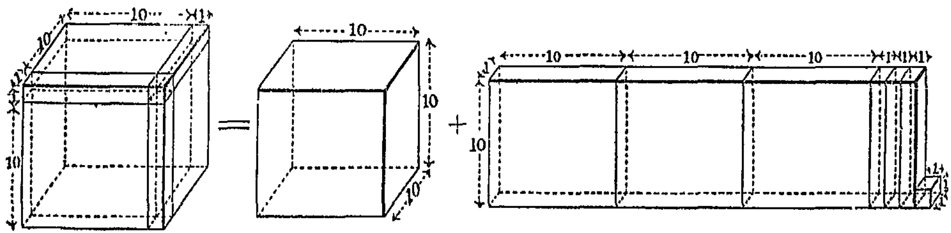
【整小數】

例題一：$\sqrt[3]{1331}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{1331}=\underline{11.}$$

$$1^3=1$$
$$3\times10^2=\overline{300}\ \big|\ 331$$
$$3\times10\times1=30$$
$$\underline{1^2=1}$$
$$331$$
$$\times1\ \big|\ \underline{331}$$



例題二：$\sqrt[3]{a^3+b^3+3a^2b+3ab^2}=?$

（解）

$$a^3+b^3+3a^2b+3ab^2=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$$

$$\sqrt[3]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}=\underline{a+b}.$$

$$\begin{array}{r|l}
 & a^3 \\
3a^2+3ab+b^2 & 3a^2b+3ab^2+b^3 \\
\times b & \underline{3a^2b+3ab^2+b^3}
\end{array}$$

例題三：

$$\sqrt[3]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3}=?$$

（解）

$$\sqrt[3]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3}$$

$$=\underline{a+b+c}.$$

$$\begin{array}{r|l|l}
 & a^3 & \\
3a^2+3ab+b^2 & 3a^2b+3ab^2+b^3 & \\
\times b & \underline{3a^2b+3ab^2+b^3} & \\
3(a+b)^2=3a^2+6ab+3b^2 & & 3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3 \\
3(a+b)c=\qquad 3ac+3bc & & \\
c^2=\qquad c^2 & & \\
\hline
3a^2+6ab+3b^2+3ac+3bc+c^2 & & \\
\times c & & \underline{3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3}
\end{array}$$

例題二：$\sqrt[3]{50653}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{50653}=\underline{37}.$$

$$\begin{array}{r|l}
3^3=27 & \\
3\times30^2=2700 & 23653 \\
3\times30\times7=630 & \\
7^2=\ \ 49 & \\
\hline
3379 & \\
\times 7 & \underline{23653}
\end{array}$$

例題三：$\sqrt[3]{54439.939}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{54439.939}$$

$$=\underline{37.9}.$$

$$\begin{array}{r|l}
3^3=27 & \\
3\times30^2=2700 & 27439 \\
3\times30\times7=630 & \\
7^2=\ \ 49 & \\
3379 & \\
\times 7 & 23653 \\
3\times370^2=410700 & 3786939 \\
3\times370\times9=9990 & \\
9^2=\ \ 81 & \\
\hline
420771 & \\
\times 9 & \underline{3786939}
\end{array}$$

例題四：

$$\sqrt[3]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3a^2c+6abc+3b^2c+4ac^2+3bc^2+c^3}=?$$

（解）

$$\sqrt[3]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3a^2c+6abc+3b^2c+4ac^2+3bc^2+c^3}$$

$$=\underline{a+b+c(略)}.$$

$$\begin{array}{r|l}
 & a^3 \\
3a^2+3ab+b^2 & 3a^2b+3ab^2+b^3 \\
\times b & 3a^2b+3ab^2+b^3 \\
\hline
3(a+b)^2=3a^2+6ab+3b^2 & 3a^2c+6abc+3b^2c+4ac^2+3bc^2+c^3 \\
3(a+b)c=\qquad 3ac+3bc & \\
c^2=\qquad c^2 & \\
\hline
3a^2+6ab+3b^2+3ac+3bc+c^2 & \\
\times c & 3a^2c+6abc+3b^2c+3ac^2+3bc^2+c^3 \\
\hline
\end{array}$$

例題四：$\sqrt[3]{54439.93}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{54439.930}=37.8\cdots\cdots$$

$$=\underline{38(略)}.$$

$$\begin{array}{r|l}
 & 27 \\
2700 & 27439 \\
630 & \\
49 & \\
\hline
3379 & \\
\times 7 & 23653 \\
\hline
410700 & 3786930 \\
8880 & \\
64 & \\
\hline
419644 & \\
\times 8 & 3357152 \\
\hline
 & 429778
\end{array}$$

整式之立方根,普通依下方法求之:

(一) 整理底式.

(二) 求整理後底式首項之立方根,得全根之首項式. 自整理後底式減其立方,得差爲第一餘式.

(三) 求根式首項

正負整小數或絕對整小數之立方根,普通依下方法求之:

(一) 用第 3 節之法分底.

(二) 視底之首部末位及根之首位皆爲一位. 在一至九各整數中,求其立方冪不大於首部數且極相近者,得全根之首位數. 自底數減其立方,得差爲第一餘數.

(三) 視底之次部

平方之三倍除第一餘式首項之商,得根之次項式.
以此乘其平方及根式首項平方之三倍,根式首次項積之三倍,三者之和;自第一餘式減去此積,得差爲第二餘式.

末位及根之次位皆爲一位. 求根數首位數平方之三倍除第一餘數之整商,得根之次位數;若整商大於九,則以九爲根之次位數. 以此乘其平方及根數首位數平方之三倍,根數首次二位數積之三倍,三者之和;自第一餘數減去此積(若不足減,須改小根之次位數),得差爲第二餘數.

(四) 求根式首次項和平方之三倍除第二餘式首項之商,得根之第三項式. 以此乘其平方及根式首次項和平方之三倍,根式首次項和與第三項之積之三倍,三者之和;自第二餘式減去此積,得差爲第三餘式.

(四) 視底之第三部末位及根之第三位皆爲一位.

求根數首次二位數和平方之三倍除第二餘數之整商,得根之第三位數;若整商大於九,則以九爲根之第三位數. 以此乘其平方及根數首次二位數和平方之三倍,根數首次二位數和與第三位數之積之三倍,三者之和;自第二餘數減去此積(若

	不足減,須改小根之第三位數),得差爲第三餘數.
(五) 根之第四,第五,等各項,皆可仿上求之.	(五) 根之第四,第五,等各位數,皆可仿上求之.

【注意】1331之立方根爲 $+11$, $+11\times\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $+11\times\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$,而 $+11$ 爲主根; -1331 之立方根爲 -11, $-11\times\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $-11\times\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$,而 -11 爲主根.

$\sqrt[3]{1331}$ 卽求 1331 之主立方根 $+11$, $\sqrt[3]{-1331}$ 卽求 -1331 之主立方根 -11; 若不僅求主根,可記爲 $\sqrt[3]{1331}$, $\sqrt[3]{-1331}$.

第一習題 D.

1. 求第一習題 C 中各數之立方根.

2. 求下各式之立方根:

(1) a^3x^6.　　(2) b^3y^3.

(3) $1+2r+3r^2+r^3$.　　(4) $x^3+9x^2+27x+27$.

(5) $8+12r+6r^2+r^3$.　　(6) $8x^3+36x^2+54x+27$.

第二章　平立方根之要法

5. 求分式,分數之平方根法.

【分式】

例題一: $\sqrt{\dfrac{x^2}{y^2}}=?$

(解)

$$\sqrt{\frac{x^2}{y^2}}=\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{y^2}}$$

$$=\frac{x}{y}\text{或}-\frac{x}{y}.$$

例題二: $\sqrt{\dfrac{x}{y^2}}=?$

(解)

$$\sqrt{\frac{x}{y^2}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{y}.$$

例題三: $\sqrt{\dfrac{x}{y}}=?$

(解)

$$\sqrt{\frac{x}{y}}=\sqrt{\frac{xy}{y^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{y^2}}$$

【分數】

例題一: $\sqrt{\dfrac{143641}{100}}=?$

(解)

$$\sqrt{\frac{143641}{100}}=\frac{\sqrt{143641}}{\sqrt{100}}$$

$$=\frac{379}{10}$$

$$=37\frac{9}{10}.$$

例題二: $\sqrt{\dfrac{143643}{100}}=?$

(解)

$$\sqrt{\frac{143643}{100}}=\frac{\sqrt{143643}}{\sqrt{100}}$$

$$=\frac{379.0\ldots.}{10}$$

$$=37\frac{9}{10}\text{(略)}.$$

例題三: $\sqrt{\dfrac{14364}{10}}=?$

(解)

$$\sqrt{\frac{14364}{10}}=\sqrt{\frac{14364\times10}{10\times10}}$$

$$=\frac{\sqrt{143640}}{\sqrt{100}}$$

$$=\frac{\sqrt{xy}}{y}.$$

求一項分式之平方根,常求底母之平方根及底子之平方根,而以前者爲根母,後者爲根子. 遇底母非一式之平方冪時,先取適當之式乘其母子,使底母爲一式之平方冪而後求平方根.

$$=\frac{378.9....}{10}$$

$$=37\frac{9}{10}(\text{略}).$$

求正負純分數或絕對純分數之平方根,常與求一項分式之平方根同法. 遇底母非一數之平方冪時,先取適當之數乘其母子,使底母爲一數之平方冪而後求平方根.

第二習題 A.

1. 求下各數之平方根:

(1) $2\frac{1}{4}$.　(2) $20\frac{1}{4}$.　(3) $3\frac{13}{36}$.

(4) $4\frac{25}{36}$.　(5) $\frac{1}{1600}$.　(6) $\frac{1}{9604}$.

(7) $3306\frac{1}{4}$.　(8) $8556\frac{1}{4}$.　(9) $25\frac{401}{1600}$.

(10) $25\frac{981}{9604}$.　(11) $13\frac{71}{100}$.　(12) $13\frac{7}{10}$.

2. 求下各式之平方根:

(1) $\frac{a^2x^4}{b^2y^2}$.　(2) $\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$.

(3) $x^2+3x+\frac{9}{4}$.　(4) $x^2-x+\frac{1}{4}$.

(5) $x^2-3\frac{2}{3}x+3\frac{13}{36}$.　(6) $x^2-115x+3306\frac{1}{4}$.

(7) $t^2+\frac{1}{20}t+\frac{1}{1600}$.　(8) $t^2+\frac{1}{49}t+\frac{1}{9604}$.

(9) $t^2-10\frac{1}{20}t+25\frac{401}{1600}$.　(10) $t^2-10\frac{1}{49}t+25\frac{981}{9604}$.

6. 求分式,分數之立方根法.

【分式】

例題一: $\sqrt[3]{\frac{x^3}{y^3}}=?$

(解)

$$\sqrt[3]{\frac{x^3}{y^3}}=\frac{\sqrt[3]{x^3}}{\sqrt[3]{y^3}}$$

$$=\frac{x}{y}.$$

【分數】

例題一: $\sqrt[3]{\frac{54439939}{1000}}=?$

(解)

$$\sqrt[3]{\frac{54439939}{1000}}=\frac{\sqrt[3]{54439939}}{\sqrt[3]{1000}}$$

$$=\frac{379}{10}$$

$$=37\frac{9}{10}.$$

例題二：$\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}}=\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y^3}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{x}}{y}.$$

例題三：$\sqrt[3]{\frac{x}{y}}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{\frac{x}{y}}=\sqrt[3]{\frac{xy^2}{y^3}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{y^3}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{xy^2}}{y}.$$

求一項分式之立方根,常求底母之立方根及底子之立方根,而以前者爲根母,後者爲根子. 遇底母

例題二：$\sqrt[3]{\frac{54439941}{1000}}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{\frac{54439941}{1000}}=\frac{\sqrt[3]{54439941}}{\sqrt[3]{1000}}$$

$$=\frac{379.0\cdots\cdots}{10}$$

$$=37\frac{9}{10}\text{(略)}.$$

例題三：$\sqrt[3]{\frac{5443993}{100}}=?$

（解）

$$\sqrt[3]{\frac{5443993}{100}}=\sqrt[3]{\frac{5443993\times10}{100\times10}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{54439930}}{\sqrt[3]{1000}}$$

$$=\frac{378.9\cdots}{10}$$

$$=37\frac{9}{10}\text{(略)}.$$

求正負純分數或絕對純分數之立方根,常與求一項分式之立方根同法. 遇底母非一數之立方冪

非一式之立方冪時,先取適當之式乘其母子,使底母爲一式之立方冪而後求立方根.

時,先取適當之數乘其母子,使底母爲一數之立方冪而後求立方根.

【注意一】求多項分式,帶分數之平方根或立方根,可先化爲一項分式,純分數而後求之.

【注意二】求分數之平方根或立方根,可得小數;亦可先化爲小數而後求之.

第二習題 B.

1. 求$1124\frac{108}{125}$, $1157\frac{5}{8}$, $1191\frac{2}{125}$之立方根.

2. 求$\frac{a^3x^3}{b^3y^3}$, $\frac{(a-b)^3}{(a+b)^3}$, $x^3+4\frac{1}{2}x^2+6\frac{3}{4}x+3\frac{3}{8}$之立方根.

3. $(\sqrt{2\times3})^2$, $(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=?$ $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2=?$

4. $(\sqrt[3]{2\times3})^3$, $(\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{3})^3=?$ $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right)^3$, $\left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^3=?$

5. 前期之利,在後期中,與前期本共同生利,則其利爲複利. 設有本銀P圓,每期利率爲r,則

第 1, 2, 3 期末之本利和爲 $P(1+r)$, $P(1+r)^2$, $P(1+r)^3$;第 n 期末之本利和爲 $P(1+r)^n$. 試言其故。

6. 本銀 1000 圓,第 2 期末得本利(複利)和$1081\frac{3}{5}$圓, $1102\frac{1}{2}$圓, $1123\frac{3}{5}$圓者,其每期利率各若何?
本銀 1000 圓,第 3 期末得本利(複利)和 $1124\frac{103}{125}$圓, $1157\frac{5}{8}$圓, $1191\frac{2}{125}$圓者,其每期利率各若何?

第三章　平立方根之討論

7. 求平立方根與數之關係.

絕對整數除絕對整數時,若除數大於被除數,則所得爲分數或小數;絕對數減絕對數時,若減數大於被減數,則所得爲負數. 求一數之平方根或立方根時,若不能得全根,如$\sqrt{1436.4}$, $\sqrt[3]{54439.93}$, ……, 或不能求其根,如 $\sqrt{-1436.4}$, $\sqrt{-\frac{143643}{100}}$, ……, 則又出前數種之外,以無理數,虛數名之; $\sqrt{1436.4}$, $\sqrt[3]{54439.93}$,……爲無理數, $\sqrt{-1436.4}$,

$\sqrt{-\frac{143643}{100}}$,……,爲虛數. 非無理數之整,分:小數,對無理數言之,皆爲有理數;非虛數之有,無理數,對虛數言之,皆爲實數.

8. 求平立方根之變律一.……一項式之變律.

(甲)二正有理數平方根之積,可併爲一正有理數之平方根;一正有理數之平方根,可析爲二正有理數平方根之積:如$\sqrt{2}\times\sqrt{3}\rightleftarrows\sqrt{2\times3}\rightleftarrows\sqrt{6}$,……,或$2^{\frac{1}{2}}\times3^{\frac{1}{2}}\rightleftarrows(2\times3)^{\frac{1}{2}}\rightleftarrows6^{\frac{1}{2}}$,……….

(乙)二有理數立方根之積,可併爲一有理數之立方根;一有理數之立方根,可析爲二有理數立方根之積:如$\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{3}\rightleftarrows\sqrt[3]{2\times3}\rightleftarrows\sqrt[3]{6}$,……,或$2^{\frac{1}{3}}\times3^{\frac{1}{3}}\rightleftarrows(2\times3)^{\frac{1}{3}}\rightleftarrows6^{\frac{1}{3}}$,……….

(丙)二正有理數平方根之商,可併爲

一正有理數之平方根;一正有理數之平方根,可析爲二正有理數平方根之商:如 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\rightleftarrows\sqrt{\frac{2}{3}}$, ..., 或 $\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}$即$2^{\frac{1}{2}}\times3^{-\frac{1}{2}}\rightleftarrows\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$即$(2\times3^{-1})^{\frac{1}{2}}$, ...

(丁)二有理數立方根之商,可併爲一有理數之立方根;一有理數之立方根,可析爲二有理數立方根之商:如 $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}\rightleftarrows\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$, ..., 或$\frac{2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}}$即$2^{\frac{1}{3}}\times3^{-\frac{1}{3}}\rightleftarrows\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$即 $(2\times3^{-1})^{\frac{1}{3}}$,........

第三習題 A.

1. $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=2\times?$　　2. $\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\times?$

3. $\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}\times3}=\frac{1}{2}\times?$　　4. $\sqrt{\frac{5}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}\times5}=\frac{1}{2}\times?$

5. $\sqrt[3]{.4}=2\times?$　　6. $\sqrt[3]{40}=2\times?$

7. $\sqrt[3]{\frac{3}{8}}=\frac{1}{2}\times?$　　8. $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}=\frac{1}{2}\times?$

9. 求平立方根之變律二。........一普通等式之變律.

一普通等式之左右式,其二平方根

或二立方根,可成第二等式:如自 $x^2+3x+\frac{9}{4}=\frac{81}{4}$,得 $x+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$,或 $x+\frac{3}{2}=-\frac{9}{2}$;自 $x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{81}{4}$,得 $x-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$,或 $x-\frac{3}{2}=-\frac{9}{2}$;自 $x^3+\frac{9}{2}x^2+\frac{27}{4}x+\frac{27}{8}=\frac{729}{8}$,得 $x+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$;自 $x^3-\frac{9}{2}x^2+\frac{27}{4}x-\frac{27}{8}=-\frac{729}{8}$,得 $x-\frac{3}{2}=-\frac{9}{2}$;……。

第三習題 B.

1. 取 $x^2=225$, $x^2=361$ 之左右式平方根,成他等式.

2. 取下各等式之左右式平方根,成他等式:

(1) $x^2+60x+900=4900$.

(2) $x^2+\frac{190}{3}x+\frac{9025}{9}=\frac{46225}{9}$.

(3) $x^2-\frac{11}{3}x+\frac{121}{36}=\frac{169}{36}$.

(4) $x^2-115x+\frac{13225}{4}=\frac{34225}{4}$.

(5) $t^2+\frac{1}{20}t+\frac{1}{1600}=\frac{40401}{1600}$.

(6) $t^2+\frac{1}{49}t+\frac{1}{9604}=\frac{241081}{9604}$.

(7) $t^2-\frac{201}{20}t+\frac{40401}{1600}=\frac{1}{1600}$.

(8) $t^2-\frac{491}{49}t+\frac{241081}{9604}=\frac{1}{9604}$.

第六編

約式及倍式

第一章　約式倍式之基礎

1. 約式,倍式.

除無餘式,且商爲非零非正負一不與實同之整式者,即二式之整除. 整除之法實皆爲整式,則法曰實之約式,實曰法之倍式.

如$\frac{1}{4}$, π, x, $\frac{1}{4}\pi$, πx, x^2,……皆爲$\frac{1}{4}\pi x^3$之約式,而$\frac{1}{4}\pi x^3$爲$\frac{1}{4}$, π, x, $\frac{1}{4}\pi$, πx, x^2,……之倍式; $(t+8u)$及$(2t+5u)$皆爲$2t^2+21tu+40u^2$之約式,而$2t^2+21tu+40u^2$爲$(t+8u)$及$(2t+5u)$之倍式.

【注意】凡係皆表整數之整式,其約式及倍式,亦常以係皆表整數者爲限:如$3x^2-11x-4$之約式爲$(x-4)$及$(3x+1)$,而不爲$(x+\frac{1}{3})$,……; $x-4$之倍

式為$3x^2-11x-4$,……而不為$x^2-\frac{11}{3}x-\frac{4}{3}$,…….

2. 無理式,有理式.

$\sqrt{a}$, $\frac{a+\sqrt{b}}{2}$, $\frac{1}{2}(-a+\sqrt{a^2-4b})$,……,有含字母之底而不能求其全根之數式,皆無理式也. 非無理式之整,分式,對無理式言之,皆有理式也.

3. 質式,合式.

t, $3x+1$, $2t+5u$,……,各項係皆表整數之有理整式,且無此種式為其約式者,皆質式也. $2t$, $3x^2-11x-4$, $2t^2+21tu+40u^2$,……,亦為此種有理整式,而有此種式為其約式者,皆合式也.

4. 析有理整式之一項約式.

例題一:析$2t^2+5tu$之一項質約式.

(解)

$$2t^2+5tu=2t\times t+5u\times t=(2t+5u)t,$$

故知 t 爲 $2t^2+5tu$ 之一項質約式.

例題二:析 $-a^2b+2ab^2-b^3$ 之一項質約式.

(解)

$$-a^2b+2ab^2-b^3=-a^2\times b+2ab\times b-b^2\times b$$
$$=(-a^2+2ab-b^2)b.$$

故知 b 爲 $-a^2b+2ab^2-b^3$ 之一項質約式.

有理整式之一項約式,普通依下方法析之:

(一)化此有理整式,成 $(ad+bd+cd+\cdots\cdots)$ 之形.

(二)析出 d 爲此式之一項約式.

【注意一】 $-t$ 亦爲 $2t^2+5tu$ 之質約式,$-b$ 亦爲 $-a^2b+2ab^2-b^3$ 之質約式. 但普通取 t,b,而不取 $-t,-b$.

【注意二】 凡析有理整式之質約式,宜先析出其一項者.

第一習題 A.

1. 析下各式之質約式:

(1) $3a^2b$. (2) $3ab^2$.

(3) $21tu$. (4) $40u^2$.

2. 析下各式之一項質約式:

(1) $3x-18$. (2) $-12x-4$.

(3) x^2+xy. (4) $3a^2b+3ab^2$.

(5) x^3-11x^2+121x. (6) $11x^2-121x+1331$.

5. 析二項有理整式之多項約式.

例題一:析 x^2-225 之多項約式.

(解)

$$x^2-225=x^2-15^2=x^2+15x-15x-15^2$$
$$=(x^2+15x)-(15x+15^2)$$
$$=x(x+15)-15(x+15)$$
$$=(x+15)(x-15).$$

故知 $\underline{x+15, x-15}$ 皆爲 x^2-225 之多項約式.

例題二:析 x^3+1331 之多項約式.

(解)

$$x^3+1331=x^3+11^3=x^3-11x^2+11^2x+11x^2$$

$$-11x^2+11^3$$

$$=(x^3-11^2x+11^2x)+(11$$

$$x^2-11^2x+11^3)$$

$$=x(x^2-11x+11^2)+$$

$$11(x^2-11x+11^2)$$

$$=(x+11)(x^2-11x+11^2)$$

$$=(x+11)(x^2-11x+121)$$

故知 $x+11, x^2-11x+121$ 皆爲 x^3+1331 之多項約式.

例題三:析 x^3-1331 之多項約式.

$$x^3-1331=x^3-11^3=x^3+11x^2+11^2x-11x^2$$

$$-11^2x-11^3$$

$$=(x^3+11x^2+11^2x)-(11$$

$$x^2+11^2x+11^3)$$

$$=x(x^2+11x+11^2)-11$$

$$(x^2+21x+11^2)$$

$$=(x-11)(x^2+11x+11^2)$$
$$=(x-11)(x^2+11x+121).$$

故知 $x-11, x^2+11x+121$ 皆爲 x^3-1331 之多項約式.

二項有理整式之多項約式,普通依下方法析之:

(一)若此有理整式含一項約式,則析出一項約式時,即得多項約式.

(二)若不含一項約式,而可化成 a^2-b^2,或 a^3+b^3,或 a^3-b^3 之形,則化成 a^2-b^2,或 a^3+b^3,或 a^3-b^3 之形,析得 $a+b$ 及 $a-b$,或 $a+b$ 及 a^2-ab+b^2,或 $a-b$ 及 a^2+ab+b^2 爲此式之多項約式.

(三)若不含一項約式,且不能化成此三形中之任一形,亦可添項

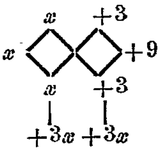
分部,仿上求之.

6. 析三項有理整式之多項約式.

例題一:析 x^2+6x+9 之多項約式.

(解)

$$x^2+6x+9=x^2+2\times\ \ x+3^2=x^2+3x+3x+3^2$$



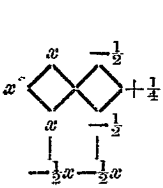
$$=(x^2+3x)+(3x+3^2)$$
$$=x(x+3)+3(x+3)$$
$$=(x+3)^2.$$

故知 $x+3,x+3$ 皆爲 x^2+6x+9 之多項約式.

例題二:析 $x^2-x+\frac{1}{4}$ 之多項約式.

(解)

$$x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-2\times\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$



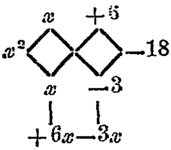
$$=\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)-\left[\frac{1}{2}x-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$$
$$=x\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)$$
$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2.$$

故知$x-\frac{1}{2}, x-\frac{1}{2}$皆爲$x^2-x+\frac{1}{4}$之多項約式.

例題三:析$x^2+3x-18$之多項約式.

(解)

$$x^2+3x-18=x^2+6x-3x-18$$



$$=(x^2+6x)-(3x+18)$$
$$=x(x+6)-3(x+6)$$
$$=(x+6)(x-3).$$

故知$x+6, x-3$皆爲$x^2+3x-18$之多項約式.

三項有理整式之多項約式,普通依下方法析之:

(一)若此有理整式含一項約式,則析出一項約式時,即得多項約式.

(二)若不含一項約式,而可化成$a^2+2ab+b^2$,或$a^2-2ab+b^2$,或x^2+px+

$q(p=a+b, q=ab)$之形,則化成$a^2+2ab+b^2$,或$a^2-2ab+b^2$,或x^2+px+q之形,析得$a+b$及$a+b$,或$a-b$及$a-b$,或$x+a$及$x+b$爲此式之多項約式.

(三)若不含一項約式,且不能化成此三形中之任一形,亦可添項分部,仿上求之.

【注意】知p, q,求a, b,在此處無定法;初學者可屢試屢改,勿憚煩也.

第一習題 B.

1. 析下各式之質約式:

(1) x^2-121. (2) $(x^2)^2-121^2$.

(3) x^2-361. (4) $(x^2)^2-361^2$.

(5) x^3+3375. (6) $(x^3)^2+3375^2$.

(7) x^3-3375. (8) $(x^3)^2-3375^2$.

2. 析下各式之質約式:

(1) $(2x)^2-121$. (3) $4x^2-361$.

(3) $(2x)^3+3375$. (4) $8x^3-3375$.

3. 析下各式之約式:

(1) $x^2-2\times\frac{11}{6}x\times\left(\frac{11}{6}\right)^2$. (2) $x^2-115x+\left(\frac{115}{2}\right)^2$.

(3) $t^2+\frac{1}{20}t+\left(\frac{1}{40}\right)^2$. (4) $t^2+\frac{1}{49}t+\left(\frac{1}{98}\right)^2$.

(5) $x^2+(3+6)x+18$. (6) $t^2-(6+5)t+30$.

(7) $x^2-3x-18$. (8) $t^2+(6-5)t-30$.

(9) $x^2+6x-40$. (10) $x^2-(150-35)x-5250$.

4. 析下各式之約式:

(1) $(3x)^2-\frac{11}{3}(3x)+\frac{121}{36}$. (2) $(20t)^2+\frac{1}{20}(20t)+\frac{1}{1600}$.

(3) $9x^2-11x+\frac{121}{36}$. (4) $400t^2+t+\frac{1}{1600}$.

(5) $(5x)^2+15x-18$. (6) $(5x)^2+30x-40$.

(7) $25x^2-45x+18$. (8) $25x^2-30x-40$.

7. 析任若干項有理整式之多項約式.

例題一:析 x^5+y^5 之多項約式.

(解)

$$x^5+y^5=x^5-x^4y+x^3y^2-x^2y^3+xy^4+x^4y-x^3y^2+x^2y^3-xy^4+y^5$$

$$=x(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4)+y(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4)$$

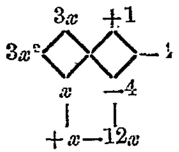
$$=(x+y)(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4).$$

故知 $x+y, x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4$ 皆為 x^5+y^5 之多項約式.

例題二:析 $3x^2-11x-4$ 之多項約式.

(解)

$$3x^2-11x-4=3x^2-12x+x-4$$



$$=3x(x-4)+(x-4)$$

$$=(3x+1)(x-4).$$

故知 $3x+1, x-4$ 皆為 $3x^2-11x-4$ 之多項約式.

例題三:析 $x^4+x^2y^2+y^4$ 之多項約式.

(解)

$$x^4+x^2y^2+y^4=x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2$$

$$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$$

$$=(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2).$$

故知 $\underline{x^2+xy+y^2, x^2-xy+y^2}$ 皆爲 $x^4+x^2y^2+y^4$ 之多項約式.

例題四:析 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 之多項約式.

(解)

$$\begin{aligned}a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 &= a^3+b^3+3a^2b+3ab^2\\ &=(a+b)(a^2-ab+b^2)\\ &\quad +3ab(a+b)\\ &=(a+b)(a^2+2ab+b^2)\\ &=(a+b)^3.\end{aligned}$$

故知 $\underline{a+b, a+b, a+b}$ 皆爲 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 之多項約式.

例題五:析 $ac-bc-ab+b^2$ 之多項約式.

(解)

$$\begin{aligned}ab-bc-ab+b^2 &= (ac-bc)-(ab-b^2)\\ &= c(a-b)-b(a-b)\end{aligned}$$

$$=(a-b)(c-b)$$

$$=-(a-b)(b-c).$$

故知$a-b, b-c$皆爲$ac-bc-ab+b^2$之多項約式.

任若干項有理整式之多項約式,普通依下方法析之:

(一)若此有理整式含一項約式,則析出一項約式時,即得多項約式.

(二)若不含一項約式,而可化成前二節各形中之一形,則化成此形而得多項約式.

(三)若不含一項約式,且不能化成此各形中之任一形,亦可添項分部,或就原式分部,仿上求之.

【注意一】$b-c, c-b$皆爲$ac-bc-ab+b^2$之多項約式.但普通取$b-c$而不取$c-b$.

【注意二】第 5, 6, 7 各節之原式分部或添項分部，皆無定法可言；初學者勿憚煩，多練習，即不誤。

第一習題 C.

1. 析下各式之質約式：

(1) x^2-y^2.　(2) x^7-y^7.

(3) $x^8+x^4y^4+y^8$.　(4) $a^3-b^3-3a^2b+3ab^2$.

2. 析下各式之質約式：

(1) $20t^2+(101-100)t-505$.　(2) $20t^2-201t+505$.

(3) $49t^2+(246-245)t-1230$.　(4) $49t^2-491t+1230$.

(5) $160x^2+8x-4040$.　(6) $160x^2-1608x+4040$.

(7) $490x^2+10x-12300$.　(8) $490x^2-4910x+12300$.

(9) $3x^2+180x-12000$.

(10) $3x^2+(310-120)x-12400$.

(11) $2t^2+21tu+40u^2$.　(12) $2t^2-21tu+40u^2$.

3. $1+r+r^2+r^3+r^4=\frac{(?)}{1-r}$, $1+r+r^2+\cdots\cdots+r^{n-2}+r^{n-1}=\frac{(?)}{1-r}$, $a+ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-2}+ar^{n-1}=a\times\frac{(?)}{1-r}$.

4. $p(1+r)^4+p(1+r)^3+p(1+r)^2+p(1+r)+p=p\times\frac{(?)}{(1+r)-1}$, $p(1+r)^{n-1}+p(1+r)^{n-2}+\cdots\cdots+p(1+r)+p=p\times$

$\frac{(?)}{1+r)-1}$.

5. $p(1+r)^5+p(1+r)^4+p(1+r)^3+p(1+r)^2+p(1+r)=p(1+r)\times\frac{(?)}{(1+r)-1}$, $p(1+r)^n+p(1+r)^{n-1}+\cdots\cdots+p(1+r)^2+p(1+r)=p(1+r)\times\frac{(?)}{(1+r)-1}$.

6. 凡與等差級數相似之一羣數,除首數外,其餘各數與其前數之比均相等者,稱為等比級數;即以成此級數之各數為項,各項與其前項之比為遞比. 首項為1遞比為r,首項為a遞比為r,首項為$p(1+r)^{n-1}$遞比為$\frac{1}{1+r}$,及首項為$p(1+r)^n$遞比為$\frac{1}{1+r}$之n項等比級數,其總和各若何?

7. 若某年初存銀x圓,年利率為r釐,且依複利法算,自此每年終可取銀p圓,至第n年終為止,則$x(1+r)^n=p(1+r)^{n-1}+p(1+r)^{n-2}+\cdots\cdots+p(1+r)+p$. $x=?$

8. 若每年初存銀p圓,年利率為r釐,且依複利法算,第n年終可得本利和x圓,則$x=p(1+r)^n+p(1+r)^{n-1}+\cdots\cdots+p(1+r)^2+p(1+r)=?$

【註】依第7題法存銀取銀,謂之整存零取;依第

8 題法存銀取銀,謂之零存整取.

8. 最高公約式,最低公倍式.

凡諸整式公有之約式,或其一式爲餘諸式之約式者,皆爲此諸整式之公約式. 在此一切公約式中,其最高次者,曰此諸整式之最高公約式.

原式	公約式	最高公約式
$60a^2, 20a^3x$	$2, 4, \cdots, 20, a, 2a, \cdots, 20a, a^2, 2a^2, \cdots 20a^2.$	$20a^2$

凡諸整式公有之倍式,或其一式爲餘諸式之倍式者,皆爲此諸整式之公倍式. 在此一切公倍式中,其最低次者,曰此諸整式之最低公倍式.

原式	公倍式	最低公倍式
$4a^2, 8a^3, 36a^2x^2$	$72a^3x^2, 144a^3x^2, \cdots, 72a^4x^2, 72a^3x^3, \cdots$	$72a^3x^2$

【注意】 任若干個一項整式,其最高公約式係所表之數,常爲此諸整式係所表諸數之最大公約數;最低公倍式係所表之數,常爲此諸整

式係所表諸數之最小公倍數

9. 求諸有理整式之最高公約式.

例題一:求 a^4-b^4, a^6-b^6 之最高公約式.

(解)

$$a^4-b^4=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$$
$$=(a^2+b^2)(a+b)(a-b),$$
$$a^6-b^6=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$$
$$=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a+b)(a-b).$$

故知 a^4-b^4, a^6-b^6 之最高公約式為 $(a+b)(a-b)$,卽 $\underline{a^2-b^2}$.

例題二:求 $5x-20, 3x^2-11x-4$ 之最高公約式.

(解)

$$5x-20=5(x-4),$$
$$3x^2-11x-4=(3x+1)(x-4).$$

故知 $5x-20, 3x^2-11x-4$ 之最高公約式爲 $\underline{x-4}$.

<u>求諸有理整式之最高公約式,普通先析此諸整式之約式而後求之,與求諸不名整數之最大公約數相似.</u>

10.<u>求諸有理整式之最低公倍式.</u>

例題一:求 a^4-b^4, a^6-b^6 之最低公倍式.

(解)

$(a^4-b^4)=(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$,

$(a^6-b^6)=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a+b)(a-b)$.

故知 a^4-b^4, a^6-b^6 之最低公倍式爲 $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$,　　即 $\underline{a^8+a^6b^2-a^2b^6-b^8}$.

例題二:求 $5x-20, 3x^2-11x-4$ 之最低公倍式.

(解)

$$5x-20=5(x-4),$$

$$3x^2-11x-4=(3x+1)(x-4).$$

故知 $5x-20, 3x^2-11x-4$ 之最低公倍式為 $5(3x+1)(x-4)$,即 $\underline{15x^2-55x-20}$.

求諸有理整式之最低公倍式,普通先析此諸整式之約式而後求之,與求諸不名整數之最小公倍數相似.

【注意】諸一項有理整式之最高公約式,最低公倍式,大抵一見而知,且其求法順次與第 9 節,第 10 節同;故均從略,不復舉例.

第一習題 D.

1. 求下諸式之最高公約式,最低公倍式:

(1) $3a^2b, 3ab^2$.　　(2) $21tu, 40u^2$.

(3) $20t^2, -100t$.　　(4) $-100t, -505$.

(5) $-x^4y, x^3y^2, -x^2y^3$.　　(6) $2xy, 4x^2y^2, 8x^4y^4$.

2. 求下諸式之最高公約式,最低公倍式:

(1) a^5+b^5, a^7+b^7.　　(2) $x^4+x^2y^2+y^4, x^3+y^3$.

(3) $20t^2+t-505, 49t^2-245t, 240t+1212$.

(4) $20t^2-201t+505, 49t^2-245t, 240t-1212$.

(5) $x^4-y^4, x^6+y^6, x^4+2x^2y^2+y^4$.

(6) $x^4-y^4, x^6-y^6, x^4-2x^2y^2+y^4$.

第二章　約式倍式之討論

11. 約式與分式之關係.

約式與分式之關係,可自約數與分數之關係比較得之. 以一分式母子之最高公約式除其母子,卽約爲最簡分式;以諸分式母之最低公倍式代其諸母而變其子,卽通爲最簡之同母分式.

第二習題 A.

1. 約下各式爲最簡式:

(1) $\frac{3ab^2}{3a^2b}$.　　(2) $-\frac{450x}{360x}$.

(3) $\frac{8x^4y^4}{4x^2y^2}$.　　(4) $-\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2)}$.

2. 約下各式爲最簡式:

(1) $\frac{49t^2-245t}{20t^2+t-505}$.　　(2) $\frac{240t+1212}{20t^2+t-505}$.

(3) $\frac{49t^2-245t}{20t^2-201t+505}$.　　(4) $\frac{240t-1212}{20t^2-201t+505}$.

3. $\dfrac{1}{3a^2b}+\dfrac{1}{3ab^2}=?$　　$\dfrac{1}{360x}-\dfrac{1}{450x}=?$

4. $\dfrac{49t}{20t-101}+\dfrac{12}{t-5}=?$　　$\dfrac{49t}{20t+101}-\dfrac{12}{t-5}=?$

12. 約式與平立方冪,平立方根之關係.

約式與平立方冪,平立方根之關係,可自約數與平方冪根之關係比較得之

第二習題 B.

1. 用約式求下各式之平方根:

(1) x^2+2x+1.　(2) x^2-2x+1.

(3) x^2+6x+9.　(4) $4x^2-4x+1$.

(5) $36x^2-132x+121$.　(6) $4x^2-460x+13225$.

2. 試增下各數之質約數,使各成為一數之平方冪:

(1) 8.　(2) 12.　(3) 180　(4) 2100.

3. 試增下各式之質約式,使各成為一式之平方冪:

(1) $x^2-3x-18$.　(2) x^2-x-20.

(3) $x^2+6x-40$.　(4) $x^2-115x-5250$.

4. 試增下各式之項,使各成爲一式之平方冪:

(1) x^2+1.

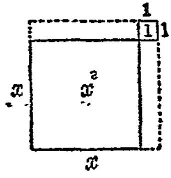
(2) x^2+9

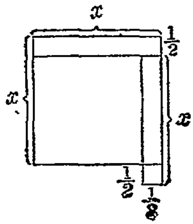
(3) x^2+6x.

(4) x^2-x.

(5) $x^2-\frac{11}{5}x$.

(6) x^2-115x.





第七編

一元二次方程式

第一章　一元二次方程式之基礎

1. 解一元二次方程式一.

例題一:鋪正方地,共用正方磚 121 塊. 每邊用磚幾塊?

(解)

設 $x=$ 每邊用磚塊數.

依題得方程式　　$x^2=121$.

由是　　$\sqrt{x^2}=\sqrt{121}$,

而　　$x=+11$ 或 -11.

故知每邊用磚 11 塊.

例題二: 722 塊正方磚,鋪成同大二正方地. 各地每邊用磚幾塊?

(解)

設 $x=$ 各地每邊用磚塊數.

依題得方程式　$2x^2=722$,

則　$x^2=361$.

由是　$\sqrt{x^2}=\sqrt{361}$,

而　$x=+19$或-19.

故知各地每邊用磚<u>19 塊</u>.

例題三: 225 塊正方磚,鋪成同大四正方地. 各地每邊用磚幾塊?

(解)

設 $x=$ 各地每邊用磚塊數.

依題得方程式　$4x^2=225$.

則　$x^2=\frac{225}{4}$,

由是　$\sqrt{x^2}=\sqrt{\frac{225}{4}}$,

而　$x=+\frac{15}{2}$或$-\frac{15}{2}$.

故知各地每邊用磚 <u>$7\frac{1}{2}$塊</u>.

<u>解一元二次方程式,其左右式皆爲</u>

最簡無括整式,且左式僅含二次項,右式僅含零次項者,普通先移左式二次項中之係除右式,後求左右式之平方根.

【注意一】例題一,二,三中之地,每邊用磚塊數,不能為負:故例題一之答為11塊,不能為-11塊;例題二之答為19塊,不能為-19塊;例題三之答為$7\frac{1}{2}$塊,不能為$-7\frac{1}{2}$塊. 若遇他題,可得負數之答,則不能僅取正數而弃其負數也.

【注意二】算術應用問題,其曲折稍多者,用代數法解之,固較算術為簡易;曲折少者,仍以用算術法解之為便. 例題一,二,三,即宜用算術法解之者;今用一元二次方程式解之,反不免於累贅. 故此種含二次項無一次項之一元二次方程式,實際皆自他方程式變化而得,直接用之以解題者甚少.

第一習題 A.

1. 糊正方牆,共用正方紙225張. 每邊用紙幾張?

2. 今有燈光,照離燈 4 尺之物,其强度爲16,則 4 倍其强度,須移燈於何處?

3. 今聽離此 9 尺處所發之音而不淸晰,欲 4 倍其强度,須立何處聽之?

4. 今有直角三角形之布旗一;勾長 8 尺,股長 15 尺. 弦長幾何?

5. 設三個連續正整數各平方之和爲50。 求此三數各爲若干.

6. 設三個連續整數各平方之和爲50. 求此三數各爲若干.

2. 解一元二次方程式二.

例題一:原有正方地一塊,今放成長方形;一邊長增60尺,面積增至4000平方尺. 長闊各爲若干尺? (以短邊之長爲闊)

(解)

設 x=未放前正方地每邊之長之尺數,即放後地闊之尺數,

則　$x+60$=放後地長之尺數.

依題得方程式 $x(x+60)=4000$,

即 $x^2+60x=4000$.

因60之半之平方羃爲900,

加900於此方程式之左右式,得

$$x^2+60x+900=4000+900$$
$$=4900.$$

由是 $\sqrt{x^2+60x+900}=\sqrt{4900}$,

而 $x+30=+70$或-70.

解此一元一次方程式,得

$$x=(70-30)\text{或}(-70-30)$$
$$=40\text{或}-100,$$

而 $x+60=100$或-40.

故知放後地長100尺,闊40尺.

例題二:再放前題之地闊,至原闊之3倍;其面積增至12000平方尺. 長闊各爲若干尺?

(解)

設 x=未放前正方地每邊之長之尺數,

則　$3x$=再放後地闊之尺數,

$x+60$=再放後地長之尺數,

依題得方程式

$$3x(x+60)=12000,$$

即　$$3x^2+180x=12000.$$

以 3 除此方程式,得

$$x^2+60x=4000.$$

由是　$$x+30=+70\text{或}-70,$$

而　$$x=40\text{或}-100,$$

$$3x=120\text{或}-300,$$

$$x+60=100\text{或}-40.$$

故知再放後地長 100 尺,闊 120 尺.

例題三:若前題之地長,又增 $\frac{10}{3}$ 尺;其面積增至 12400 平方尺. 長闊各為若干尺?

(解)

設x=未放前正方地每邊之長之尺數,

則 $3x$=三放後地闊之尺數,

$x+\frac{190}{3}$=三放後地長之尺數.

依題得方程式

$$3x\left(x+\frac{190}{3}\right)=12400,$$

即 $$3x^2+190x=12400.$$

以3除此方程式,得

$$x^2+\frac{190}{3}x=\frac{12400}{3}.$$

因$\frac{190}{3}$之半之平方冪爲$\frac{9025}{9}$,

加$\frac{9025}{9}$於此方程式之左右式,得

$$x^2+\frac{190}{3}x+\frac{9025}{9}=\frac{12400}{3}+\frac{9025}{9}$$

$$=\frac{46225}{9}.$$

由是 $$\sqrt{x^2+\frac{190}{3}x+\frac{9025}{9}}=\sqrt{\frac{46225}{9}},$$

而 $$x+\frac{95}{3}=+\frac{215}{3}\text{或}-\frac{215}{3}.$$

解此一元一次方程式,得

$$x=\left(\frac{215}{3}-\frac{95}{3}\right)或\left(-\frac{215}{3}-\frac{95}{3}\right),$$

$$=40或-\frac{310}{3},$$

而 $$3x=120或-310,$$

$$x+\frac{190}{3}=\frac{310}{3}或-40.$$

故知三放後地長$103\frac{1}{3}$尺,闊120尺.

解一元二次方程式,其左右式皆為最簡無括整式,且左式僅含二次項及一次項,右式僅含零次項者,普通先以二次項係除全式,並以除後一次項係之半之平方冪加於除後之左右式,後取此左右式之平方根成一元一次方程式,再用解一元一次方程式法解之.

【注意一】用一元二次方程式解應用問題,一根合題者多,二根全合者少.

【注意二】用方程式解應用問題,不必以x,……代所求數:如例題二以x代非所求之未知

數,以 $3x$ 及 $x+60$ 代所求之二未知數;例題三亦以 x 代非所求之未知數,以 $3x$ 及 $x+\frac{190}{3}$ 代所求之二未知數.

【注意三】 解例題一時,若以 x 代放後地闊之尺數,y 代放後地長之尺數,即得二元二次方程組 $\begin{cases} y=x+60, \\ xy=4000. \end{cases}$ 解例題二,例題三時亦然.

凡求二未知數之應用問題,可用一元方程式解之者,亦可用二元方程組解之.

【注意四】 解一元二次方程式時,遇無理數,亦可取其略數代之;如 2 之平方根為 $+1.414$ 或 -1.414, 3 之平方根為 $+1.732$ 或 -1.732.

第一習題 B.

1. 有若干(x)人聚餐,人備盛 2 兩酒之杯 1 隻. 各為餘人斟酒一巡(即各斟 $x-1$ 杯),計飲 2 斤 8 兩. 共若干人? 人飲幾何?

2. 設 1 英噸煤佔 40 立方英尺之空間. 今有長方柱形之箱,容煤 6 英噸;其長等於深與闊(x 英尺)之和,而深為 6 英尺. 此箱長闊若何?

3. 設 1 英噸煤佔 40 立方英尺之空間. 今有長方柱形之箱,容煤 6 英噸;其長等於深之$\frac{1}{3}$與闊之 2 倍之和,而深為 6 英尺. 此箱長闊若何?

4. 設 1 英噸煤佔 40 立方英尺之空間. 今有長方柱形之箱,容煤 6 英噸;其深等於長與闊之差,而長為 10 英尺. 此箱深闊若何?

5. 自距地面 123 公尺之塔頂,向地面拋球,何時可至地面? 但第 1 秒共降 500 公分,以後逐秒遞增 980 公分.

【暗示】設 t 時可至地面,則

$$\frac{\{500+[500+980(t-1)]\}t}{2}=12300.$$

6. 自距地面 404 英尺之塔頂,向地面拋球,何時可至地面? 但第 1 秒共降 16.8 英尺,以後逐秒遞增 32 英尺.

7. 自地面,向距地面 123 公尺之塔頂拋球,何時可至塔頂? 但第 1 秒共升 4420 公分,以後逐秒遞減 980 公分.

【暗示】設 t 時可至塔頂,則

$$\frac{\{4420+[4420-980(t-1)]\}t}{2}=12300.$$

8. 自地面，向距地面404英尺之塔頂拋球，何時可至塔頂？但第1秒共升144.8英尺，以後逐秒遞減32英尺。

9. 解下各方程式：

(1) $49t(t-5)-12(20t+101)=54t-2682$.

(2) $49t(t-5)+12(20t-101)=258-54t$.

(3) $22.5[(x+3)-x]=3.75x(x+3)$.

(4) $22.5[x-(x-3)]=3.75x(x-3)$.

(5) $87\frac{1}{2}[x+(x+60)]=x(x+60)$.

(6) $87\frac{1}{2}[x+(x-60)]=x(x-60)$.

(7) $450[2(x+1)-2(x-1)]=5(x+1)(x-1)$.

(8) $160[(25+x)+(25-x)]=20(25+x)(25-x)$.

(9) $x^2+60x=-900$. (10) $9x^2+570x=-9025$.

10. 解下各方程式：(以附 * 之字母爲元)

(1) $\underset{*}{x}^2=c$. (2) $a\underset{*}{x}^2=c$.

(3) $\underset{*}{x}^2+bx=c$. (4) $a\underset{*}{x}^2+bx=c$.

第二章 一元二次方程式之要法

3. 用約式解一元二次方程式法.

例題一：解 $x^2=121$.

(解)

$$x^2=121,$$

則 $$x^2-121=0,$$

即 $$(x-11)(x+11)=0,$$

而 $$x-11=0,\text{ 或 } x+11=0.$$

解此二個一元一次方程式,得

$$x=\underline{11\text{ 或 }-11}.$$

例題二:解 $4x^2=225$.

(解)

$$4x^2=225,$$

則 $$4x^2-225=0,$$

即 $$(2x-15)(2x+15)=0,$$

而 $$2x-15=0,\text{ 或 } 2x+15=0.$$

解此二個一元一次方程式,得

$$x=\underline{7\tfrac{1}{2}\text{ 或 }-7\tfrac{1}{2}}.$$

例題三:解 $x^2+60x=4000$.

(解)

$$x^2+60x=4000,$$

則 $x^2+60x-4000=0,$

即 $(x-40)(x+100)=0,$

而 $x-40=0$, 或 $x+100=0$.

解此二個一元一次方程式,得

$$x=40\text{或}-100.$$

例題四:解 $3x^2+190x=12400$.

(解)

$$3x^2+190x=12400,$$

則 $3x^2+190x-12400=0,$

即 $(x-40)(3x+310)=0,$

而 $x-40=0$, 或 $3x+310=0$.

解此二個一元一次方程式,得

$$x=40\text{或}-103\frac{1}{3}.$$

解一元二次方程式,其左式爲最簡無括整式,而右式爲 0 者,常先取左式之一次約式爲左式,零爲右式,成二個一元

一次方程式.

第二習題 A.

1. 用第 3 節之法,解下各方程式:

(1) $x^2=361$.　　(2) $x^2=1225$.

(3) $2x^2=722$.　　(4) $9x^2=1225$.

(5) $x^2+9x=-18$.　　(6) $x^2-9x=-18$.

(7) $x^2+3x=18$.　　(8) $x^2-3x=18$.

(9) $x^2+x=20$.　　(10) $x^2-x=20$.

(11) $x^2+115x=5250$.　　(12) $x^2-115x=5250$.

(13) $49t^2+t=1230$.　　(14) $20t^2+t=505$.

(15) $491t-49t^2=1230$.　　(16) $201t-20t^2=505$.

2. 以 10 除 $12300=10t+490t^2$ 及 $12300=4910t-490t^2$ 而解之.

3. 以 10 乘 $404=.8t+16t^2$ 及 $404=160.8t-16t^2$ 而解之.

4. 用第 3 節之法,解下各方程式: (以附 * 之字母爲元)

(1) $\underset{*}{x}^2=a^2$.　　(2) $a^2\underset{*}{x}^2=b^2$.

(3) $\underset{*}{x}^2+(a+b)x=-ab$.　　(4) $\underset{*}{x}^2-(a+b)x=-ab$.

(5) $\underset{*}{x}^2+(a-b)x=ab$.　　(6) $\underset{*}{x}^2-(a-b)x=ab$.

(7) $abx^2+(ad+bc)x=-cd.$

(8) $abx^2-(ad+bc)x=-cd.$

(9) $abx^2+(ad-bc)x=cd.$

(10) $abx^2-(ad-bc)x=cd.$

4. 用約式解一元分方程式法.

例題:解$\dfrac{49t}{20t+101}-\dfrac{12}{t-5}=\dfrac{54t-2682}{20t^2+t-505}.$

(解 一)

$$\frac{49t}{20t+101}-\frac{12}{t-5}=\frac{54t-2682}{20t^2+t-505},$$

即
$$\frac{49t}{20t+101}-\frac{12}{t-5}=\frac{54t-2682}{(t-5)(20t+101)}.$$

以$(t-5)(20t+101)$乘之,得

$$49t(t-5)-12(20t+101)=54t-2682,$$

而 $49t^2-539t+1470$

(解 二)

$$\frac{49t}{20t+101}-\frac{12}{t-5}=\frac{54t-2682}{20t^2+t-505},$$

則
$$\frac{49t}{20t+101}-\frac{12}{t-5}-\frac{54t-2682}{20t^2+t-505}$$
$$=\frac{49t(t-5)}{(t-5)(20t+101)}-\frac{12(20t+101)}{(t-5)(20t+101)}-\frac{54t-2682}{(t-5)(20t+101)}$$
$$=\frac{49t^2-539t+1470}{(t-5)(20t+101)}$$

$=0,$

即 $49(t-5)(t-6)=0$.

由是 $t=5$ 或 6。

$$=\frac{49(t-5)(t-6)}{(t-5)(20t+101)}$$

$$=\frac{49(t-6)}{20t+101}$$

$=0,$

而 $49(t-6)=0$.

由是 $t=6$.

(驗)

$$\frac{49\times5}{20\times5+101}-\frac{12}{5-5}=\frac{245}{201}-\frac{12}{0},\quad \frac{54\times5-2682}{20\times5^2+5-505}=-\frac{2412}{0}.$$

$$\frac{49\times6}{20\times6+101}-\frac{12}{6-5}=-10\frac{148}{221},\quad \frac{54\times6-2682}{20\times6^2+6-505}=-10\frac{148}{221}.$$

故此分方程式之根為 $\underline{6}$.

<u>解一元分方程式,常先用第三編第12節之法去左右式之母,或先自左右式,各減右式,而使右式為0,並化減後之左式為一項分式,約之為最簡式而去其母.</u>

【注意】用第三編第12節之法解一元分方程式,先去其左右式之母,所得常有非原方程式之根者;皆非一一驗之不可.

第二習題 B.

1. 解下各方程式:

(1) $\frac{49t}{20t-101}+\frac{12}{t-5}=\frac{258-54t}{20t^2-201t+505}$.

(2) $160\left(\frac{1}{25-x}+\frac{1}{25+x}\right)=20$.

(3) $450\left(\frac{2}{x-1}-\frac{2}{x+1}\right)=5$.

(4) $\frac{1}{x+60}+\frac{1}{x}=\frac{1}{87\frac{1}{2}}$.

(5) $22.5\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x}\right)=3.75$.

(6) $22.5\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right)=3.75$.

2. 有一水槽,底具甲乙二栓;其中滿貯以水。若二栓同拔,則水1時$27\frac{1}{2}$分流盡;若僅拔甲栓,則較僅拔乙栓,可先1時流盡. 僅拔甲栓或乙栓,需時幾何?

【暗示】設僅拔甲栓,需x分,則僅拔乙栓,需$(x+60)$分.

3. 每時在靜水中能行25里之某船,今上行160里,即下行至原處,共需20時. 水流每時速率若何?

【暗示】設水每時流 x 里,則此船每時上行?里,每時下行?里.

4. 已載重之某種汽車,與未載重者較,每時少行 5 里. 今此汽車往返相距450里之二地,重去空回,往比返多 1 時. 此車往返共需幾時?

【暗示】設此車往返,共行 x 時:往行$\frac{x+1}{2}$時,每時行?里;返行$\frac{x-1}{2}$時,每時行?里.

5. 多人聚餐;餐費 22.5 圓. 後因少到 3 人,每人多出 3.75 圓. 到若干人? 人出若干?

6. 多人聚餐,餐費 22.5 圓. 後因多到 3 人,每人少出 3.75 圓. 到若干人? 人出若干?

第三章 一元二次方程式之討論

5. 一元二次方程式之根.

凡一元二次方程式,化爲最簡式時,其形如 $ax^2+bx=c$,或 $ax^2+bx-c=0$, ……, 而 $x=\frac{-b+\sqrt{b^2+4ac}}{2a}$.

第三習題 A.

1. 若 $b^2+4ac>0$,則 $ax^2+bx=c$,或 $ax^2+bx-c=0$ 之根若

何?

2. 若 $b^2+4ac=0$,則 $ax^2+bx=c$,或 $ax^2+bx-c=0$ 之根若何?

3. 若 $b^2+4ac<0$,則 $ax^2+bx=c$,或 $ax^2+bx-c=0$ 之根若何?

4. 若 $b^2-4ac>0$,則 $ax^2+bx+c=0$,或 $ax^2+bx=-c$ 之根若何?

5. 若 $b^2-4ac=0$,則 $ax^2+bx+c=0$,或 $ax^2+bx=-c$ 之根若何?

6. 若 $b^2-4ac<0$,則 $ax^2+bx+c=0$,或 $ax^2+bx=-c$ 之根若何?

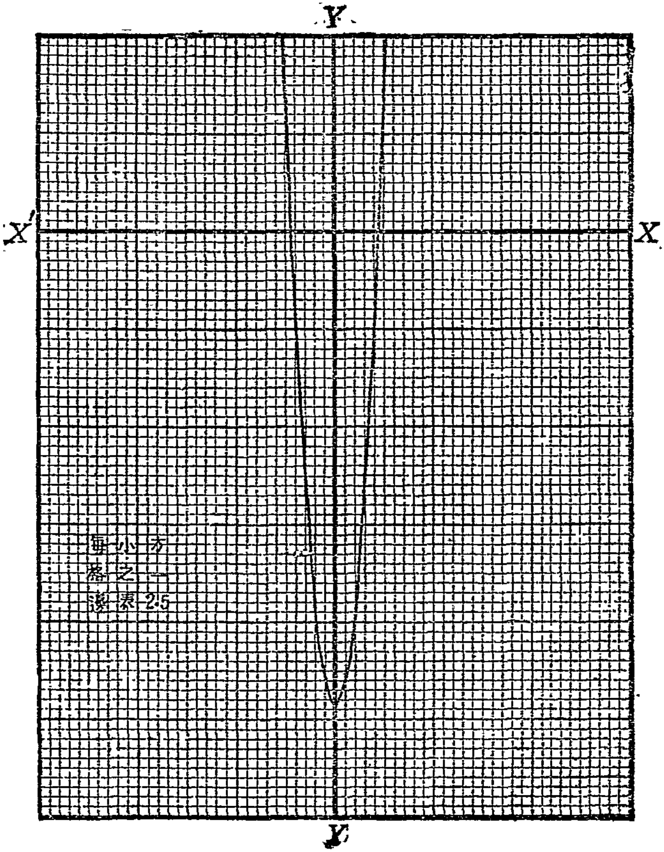
7. 若 $b=0$,則第 1 至第 6 各題若何?

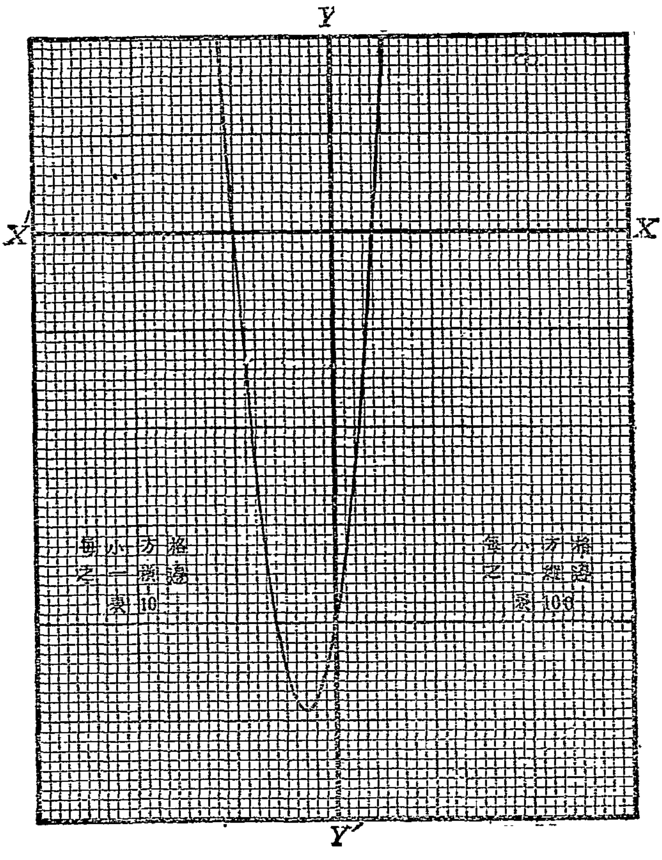
8. 若 $c=0$,則第 1 至第 6 各題若何?

6. 一元二次倚式.

設第 3 節之 $x^2-121=y$,或第 3 節之 $x^2+60x-4000=y$,則 x 所表者,皆與 y 所表者互爲倚數,而 x^2-121 及 $x^2+60x-4000$ 皆爲 x 之倚式,皆爲一元二次倚式.

7. 一元二次倚式圖.


Y
X'
X
Y'
每小方
格之一
邊表2.5



第 1 圖之曲綫,爲 $x^2-121=y$,或 x^2-y

$=121$之跡:自此綫內之任一點至縱橫軸,作橫縱綫段,此二綫段所表之數,即爲其一解答;自此綫與橫軸之各交點至縱軸間之二橫綫段,其所表之數$+11$及-11,即$x^2-121=0$之二根. 第2圖之曲綫,爲$x^2+60x-4000=y$,或$x^2+60x-y=4000$之跡:自此綫內之任一點,皆可仿前得一解答;自其與橫軸之交點,亦可仿前得$x^2+60x-4000=0$之二根爲$+40$及-100. ....

一元二次倚式之跡皆爲曲綫(拋物綫). 當作此跡時,可先求其內之任若干點,而後過此諸點作一曲綫(用曲綫板作之). 用圖解一元二次方程式,自圖易知二根是否相等,是否實數.

【注意一】在一方格紙中,每小方格之一橫邊與一縱邊,可表同數,如第7節之第1圖;亦可不表同數,如第7節之第2圖.

【注意二】凡一元二次方程式,皆有二根.

若$ax^2+bx+c=y$之跡與橫軸交於二點,則$ax^2+bx+c=0$之二根皆爲實數而不等;與橫軸交於一點,則$ax^2+bx+c=0$之二根皆爲實數且相等;與橫軸不相交,則$ax^2+bx+c=0$之二根皆非實數.

〖注意三〗在解析幾何學中,縱橫軸之交點,皆稱爲原點;自任一點至縱橫軸,作橫縱綫段,此二綫段所表之數,爲其點之橫縱座標.

第三習題 B.

1. 任何圓面積之平方尺數,皆爲其全徑長之市尺數之倚數. 試以一元二次倚式表之.

2. 可求全平方根或不可求全平方根之底,皆爲全根或已得根之一部之倚數. 今設餘數爲0或7·56或爲已得根之一部之$\frac{1}{5}$;試以一元二次倚式表其底.

3. 試作五個二元二次方程式,並作圖以表之.

4. 試作五個一元二次方程式,並作圖以解之.

5. 試舉所知之數式變律.

6. 試舉所知之普通等式變律.

7. 試舉所知之比例等式變律.

8. 用數式變律及等式變律,解一元一次方程式,與用圖解之,孰便?

9. 用數式變律及等式變律,解二元一次方程組,與用圖解之,孰便?

10. 用數式變律及等式變律,解一元二次方程式,與用圖解之,孰便?

(終)

複利表

本銀 1 之本利和

(自 1 期至 30 期)

利率 / 期數	二　釐	二釐半	三　釐	三釐半	四　釐	五　釐
1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1.05000
2	1.04040	1.05063	1.06090	1.07123	1.08160	1.10250
3	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486	1.15763
4	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16986	1.21551
5	1.10408	1.13140	1.15927	1.18769	1.21665	1.27628
6	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532	1.34010
7	1.14869	1.18869	1.22987	1.27228	1.31593	1.40710
8	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857	1.47745
9	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331	1.55133
10	1.21899	1.28008	1.34392	1.41060	1.48024	1.62890
11	1.24337	1.31209	1.38423	1.45997	1.53945	1.71034
12	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103	1.79586
13	1.29361	1.37851	1.46853	1.56396	1.66507	1.88565
14	1.31948	1.41297	1.51259	1.61869	1.73168	1.97993
15	1.34587	1.44830	1.55797	1.67535	1.80094	2.07893
16	1.37279	1.48451	1.60471	1.73399	1.87298	2.18287
17	1.40024	1.52162	1.65285	1.79468	1.94790	2.29202
18	1.42825	1.55966	1.70243	1.85749	2.02582	2.40662
19	1.45681	1.59865	1.75351	1.92250	2.10685	2.52695
20	1.48595	1.63862	1.80611	1.98979	2.19112	2.65330
21	1.51567	1.67958	1.86029	2.05943	2.27877	2.78596
22	1.54598	1.72157	1.91610	2.13151	2.36992	2.92526
23	1.57690	1.76461	1.97359	2.20611	2.46472	3.07152
24	1.60844	1.80873	2.03279	2.28333	2.56330	3.22510
25	1.64061	1.85394	2.09378	2.36324	2.66584	3.38635
26	1.67342	1.90029	2.15659	2.44596	2.77247	3.55567
27	1.70689	1.94780	2.22129	2.53157	2.88337	3.73346
28	1.74102	1.99650	2.28793	2.62017	2.99870	3.92013
29	1.77584	2.04641	2.35657	2.71188	3.11865	4.11614
30	1.81136	2.09757	2.42726	2.80679	3.24340	4.32194

複利表

本銀 1 之本利和

(自 1 期至 30 期)

利率 期數	六釐	七釐	八釐	九釐	一分	一分二釐
1	1.06000	1.07000	1.08000	1.09000	1.10000	1.12000
2	1.12360	1.14490	1.16640	1.18810	1.21000	1.25440
3	1.19102	1.22504	1.25971	1.29503	1.33100	1.40493
4	1.26248	1.31080	1.36049	1.41158	1.46410	1.57352
5	1.33823	1.40255	1.46933	1.53862	1.61051	1.76234
6	1.41852	1.50073	1.58687	1.67710	1.77156	1.97382
7	1.50363	1.60578	1.71382	1.82804	1.94872	2.21068
8	1.59385	1.71819	1.85093	1.99256	2.14359	2.47596
9	1.68948	1.83846	1.99900	2.17189	2.35795	2.77308
10	1.79085	1.96715	2.15893	2.36736	2.59374	3.10585
11	1.89830	2.10485	2.33164	2.58043	2.85312	3.47855
12	2.01220	2.25219	2.51817	2.81266	3.13843	3.89598
13	2.13293	2.40985	2.71962	3.06580	3.45227	4.36349
14	2.26090	2.57853	2.93719	3.34173	3.79750	4.88711
15	2.39656	2.75903	3.17217	3.64248	4.17725	5.47357
16	2.54035	2.95216	3.42594	3.97031	4.59497	6.13039
17	2.69277	3.15882	3.70002	4.32763	5.05447	6.86604
18	2.85434	3.37993	3.99602	4.71712	5.55992	7.68999
19	3.02560	3.61653	4.31570	5.14166	6.11591	8.61276
20	3.20714	3.86968	4.66096	5.60441	6.72750	9.64629
21	3.39956	4.14056	5.03383	6.10881	7.40025	10.80385
22	3.60354	4.43040	5.43654	6.65860	8.14027	12.10031
23	3.81975	4.74053	5.87146	7.25787	8.95430	13.55235
24	4.04893	5.07237	6.34118	7.91108	9.84973	15.17863
25	4.29187	5.42743	6.84848	8.62308	10.83471	17.00006
26	4.54938	5.80735	7.39635	9.39916	11.91818	19.04007
27	4.82235	6.21387	7.98806	10.24508	13.10999	21.32488
28	5.11169	6.64884	8.62710	11.16714	14.42099	23.88386
29	5.41839	7.11426	9.31727	12.17218	15.86309	26.74993
30	5.74349	7.61226	10.06266	13.26768	17.44940	29.95992

整存零取表

整存銀1之零取銀

(自1期至30期)

期數＼利率	四釐	五釐	六釐	七釐	八釐	一分
1	1.040000	1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.100000
2	0.530196	0.537805	0.545437	0.553092	0.560769	0.576190
3	0.360349	0.367209	0.374110	0.381052	0.388034	0.402115
4	0.275490	0.282012	0.288591	0.295228	0.301921	0.315471
5	0.224627	0.230975	0.237396	0.243891	0.250456	0.263797
6	0.190762	0.197017	0.203363	0.209796	0.216315	0.229607
7	0.166610	0.172820	0.179135	0.185553	0.192072	0.205406
8	0.148528	0.154722	0.161036	0.167468	0.174015	0.187444
9	0.134493	0.140690	0.147022	0.153486	0.160080	0.173641
10	0.123291	0.129505	0.135868	0.142378	0.149029	0.162745
11	0.114149	0.120389	0.126793	0.133357	0.140076	0.153963
12	0.106552	0.112825	0.119277	0.125902	0.132695	0.146763
13	0.100144	0.106456	0.112960	0.119651	0.126522	0.140779
14	0.094669	0.101024	0.107585	0.114345	0.121297	0.135746
15	0.089941	0.096342	0.102963	0.109795	0.116830	0.131474
16	0.085820	0.092270	0.098952	0.105858	0.112977	0.127817
17	0.082199	0.088699	0.095445	0.102425	0.109629	0.124664
18	0.078993	0.085546	0.092357	0.099413	0.106702	0.121930
19	0.076139	0.082745	0.089621	0.096753	0.104128	0.119547
20	0.073582	0.080243	0.087185	0.094393	0.101852	0.117460
21	0.071280	0.077996	0.085005	0.092289	0.099832	0.115624
22	0.069199	0.075971	0.082046	0.090406	0.098032	0.114005
23	0.067309	0.074137	0.081278	0.088714	0.096422	0.112572
24	0.065587	0.072471	0.079679	0.087189	0.094978	0.111300
25	0.064012	0.070952	0.078227	0.085811	0.093679	0.110168
26	0.062567	0.069564	0.076904	0.084561	0.092507	0.109159
27	0.061239	0.068292	0.075697	0.083426	0.091448	0.108258
28	0.060013	0.067123	0.074593	0.082392	0.090489	0.107451
29	0.058880	0.066046	0.073580	0.081449	0.089619	0.106728
30	0.057830	0.065051	0.072649	0.080586	0.088827	0.106079

零存整取表

零存銀1之整取銀

(自1期至30期)

期數＼利率	四釐	五釐	六釐	七釐	八釐	一分
1	1.040000	1.050000	1.060000	1.070000	1.080000	1.100000
2	2.121600	2.152500	2.183600	2.214900	2.246400	2.310000
3	3.246464	3.310125	3.374616	3.439943	3.506112	3.641000
4	4.416323	4.525631	4.637093	4.750739	4.866601	5.105100
5	5.632975	5.801913	5.975319	6.153291	6.335929	6.715610
6	6.898294	7.142008	7.393838	7.654021	7.922803	8.487171
7	8.214226	8.549109	8.897468	9.259803	9.636628	10.435888
8	9.582795	10.026564	10.491316	10.977989	11.487558	12.579477
9	11.006107	11.577893	12.180795	12.816448	13.486562	14.937425
10	12.486351	13.206787	13.971643	14.783599	15.645487	17.531167
11	14.025805	14.917127	15.869941	16.888451	17.977126	20.384284
12	15.626838	16.712983	17.882138	19.140643	20.495297	23.522712
13	17.291911	18.598632	20.015066	21.550488	23.214920	26.974983
14	19.023588	20.578564	22.275970	24.129022	26.152114	30.772482
15	20.824531	22.657492	24.670528	26.888054	29.324283	34.949730
16	22.697512	24.840360	27.212880	29.840217	32.750226	39.514703
17	24.645413	27.132385	29.905653	32.999033	36.450244	44.599173
18	26.671229	29.539004	32.759992	36.378965	40.446263	50.159090
19	28.778079	32.065954	35.785591	39.995492	44.761964	56.274999
20	30.969202	34.719252	38.992727	43.865177	49.422921	63.002499
21	33.247970	37.505214	42.392290	48.005739	54.456755	70.402749
22	35.617889	40.430475	45.995828	52.436141	59.896295	78.543024
23	38.082604	43.501999	49.815577	57.176671	65.764760	87.497326
24	40.645908	46.727099	53.864512	62.249037	72.105939	97.347060
25	43.311745	50.113454	58.156383	67.676470	78.954415	108.181765
26	46.084214	53.696126	62.705766	73.483823	86.350768	120.099942
27	48.967583	57.402583	67.528112	79.697691	94.338830	133.209936
28	51.96628	61.322712	72.639798	86.346529	102.965930	147.630930
29	55.084938	65.438848	78.058186	93.460786	112.283211	163.494023
30	58.328335	69.760790	83.801677	101.073041	122.345868	180.943425

(續)

民國十八年四月初版

初級中學用
新中華代數教本教科書（全二冊）
◉【下冊定價銀三角】

編者 江寧張鵬飛
校者 無錫華襄治
出版者 新國民圖書社
發行所 中華書局
分售處 各省中華書局
文明書局
啟新書局
各大書局