

始



回路計算の入門

—下巻—

電験受験研究会
著

電気書院



回路計算の入門

—下 卷—

遞試受験研究會
著

電氣書院

特254
662



回路計算の入門

—下 卷—

電試受驗研究會
著



電 氣 書 院



緒 言

本書上巻に於て、初級回路計算の基礎となる智識を徹底的に説明した従つて本書では其等を驅使して幾多の應用問題を解いて見たい。

然し、其の前に注意して頂かねばならないことは、やゝもすると回路計算を數學問題の如くに心得へ、實際電氣工學と遊離して單なる紙上學問に終り易いことである。申す迄もなく、回路計算は送配電線の設計に建設に、機器の諸特性の計算に其の根本となるものであつて、決して實際工學から遊離したものでない。

此の点に諸氏の活眼を大きく開いて頂くやう、先づ前部に於て、電氣回路の實相を説明することとした。

本部に依つて、第一部以下の回路計算問題を解く際、實在回路へと聯想し、悉くを修得せられたなら、其の智識で手近な電氣回路を等價回路に直して、其の特性を研究して見られたい。

又、オームの法則以下、上巻で述べた處を夫々簡単に今一應説明を加へて、記憶の強化と理解の明確を計つた。

講者等も學習時代にはキルヒホッフの法則は何回異つた本で讀んだか判らない。其の結果、明瞭に其の根本思想を把握することが出来た。

従つて、本書上下二巻に於ても、根本となる事項は煩を厭はず、異つた方法で何回となく説明を加へることとした。

此の回路計算の根本思想と實際との關聯性を徹底的に教へた處に本書独自の新生面がある。心して讀まるゝなら、今後に於ける諸氏の學問は無限の深みと實際性を以て、顯著なる進歩を示そう。

少くも、再讀三思、講者の述べんとする眞意義を確實に把握せらるゝやう切に希望申上ぐる次第である。

昭和十六年一月

遞試受験研究會識

本書の學修法

鉋を逆にかけて少しもけずれないと愚痴を云つたとすれば、云ふ方が笑はれるに相違ない。そう極端でなくとも、道具は夫れ自身のよいことも必要だが、使用法に左右されることが多い。書も亦、同様であつて、學修法の巧拙如何で著しく其の効能が異つて来る。本書の學修に當つては、次の心得の下に最大の効果を擧げられたい。

(一) 豫習工作

回路計算に於ける最大の武器は數學であるから、上巻の學習が終つたなら今一應「選試用初等數學」及「電氣技術用基礎學」第一部で、代數幾何、三角を復習してから本書に入られたい。尙上記の書と「電氣理論と電氣測定法」で電氣理論を深く學習し、第二部、交流回路に入る前に「交流理論の入門」及「初等ベクトル明解」を學習されたい。

(二) 學修法

❶ 前部を通讀して大意を得（強ひて悉くを理解しなくともよい）漠然と判れば、第一部から一步一步研究する（途中判らぬ處があれば結果のみを棒暗記して一先づ先きにと進み、二讀目の時に研究する）

❷ 一通り終れば前部を十分に理解し、第一部から、例題も一々解きながら全巻を精讀する。

❸ 三讀目は綱要を引き合して、要点の暗記に努める。

❹ 種々と實在回路を考へ、之れを問題化して其の數量的取扱ひに馴れる。

(三) 本書學修後の指針

第三種一次「選試受験讀本」の新問題を解き、更らに智識の要約化を計り、次で有名な選試受験「テキスト」計算篇で豊富な例題に依り受験上のコツを教はる。尙問題を數多く解くことが回路計算上達の捷徑であるから、「選試一次縦横解答集」「新撰模擬試験問題解答集」等で毛色の變つた幾多の問題を解いて見る。最後に計算問題に對する考へ方を確立する爲めに「電氣工學計算問題解説講義」を學修する。本書は特に實務上の多くの問題に對し其の解決方法を懇説してゐる。

回路計算の入門(下)

目次

前部 電氣回路の實相

(I) 實在の直流回路	(II) 實在の交流回路
(1) 接續抵抗其の他…………… 1	(1) 實在交流回路の一般…………… 7
(2) 漏洩電流に就て…………… 3	(2) r, l, c の吟味…………… 8
(3) 定常状態と過渡状態…………… 5	(3) T回路と π 回路…………… 9
(4) 實在回路への聯想 及實在回路の簡約化…………… 7	(4) 實在回路の等價回路 及實在回路への聯想…………… 10

第一部 直 流 回 路

(I) 直流回路の基礎解法	(13) 並列回路の電流…………… 26
(1) オームの法則…………… 12	(14) 分流器の問題…………… 27
(2) 電氣抵抗…………… 13	(15) 電線路の電壓降下…………… 27
(3) 抵抗の合成…………… 14	(16) キルヒホッフの法則…………… 28
①直列接續 ②並列接續 ③直並列接續	(17) キルヒホッフ法則の應用…………… 30
(4) 複雑な回路の合成抵抗…………… 16	(18) 重疊の理…………… 33
(5) 抵抗の Y- Δ 換算法…………… 18	(19) テブナンの定理…………… 35
(II) 電池の接續	(III) 回路の電力
(6) 電池の内部抵抗…………… 20	(20) 電流の熱作用…………… 35
(7) 電池の直列結合…………… 21	(21) 電力の計算問題…………… 36
(8) 電池の並列結合…………… 22	(22) 電力損失の計算…………… 38
(9) 電池の直並列結合…………… 23	(V) 蓄電器を含む回路
(10) 最大電流を得る 電池群の結合法…………… 24	(23) 平行板蓄電器…………… 38
(III) 複雑な回路の電壓電流	(24) 蓄電器の接續…………… 39
(11) 直列回路の電壓…………… 25	(25) 蓄電器回路の電壓分布…………… 40
(12) 倍率器の問題…………… 25	(26) 蓄電器の Y- Δ 換算…………… 41
	(27) 蓄電器の電荷計算…………… 42

(VI) 電磁回路
 (28) 磁気回路……………43
 ①磁気抵抗 ②起磁力 ③磁束密度

第二部 交流回路

(VII) 交流の周数類と波形
 (32) 極数と周波数……………49
 (33) 正弦波の平均値及び実効値…50
 (34) 波形率と波高率……………52
 (VIII) 交番電圧電流の相差
 (35) ベクトル的な扱ひ方……………53
 (36) 電圧或は電流の和……………54
 (37) 電圧或は電流の差……………56
 (IX) 単相回路の計算
 (38) 直列回路の計算……………57

(29) 電流に依つて生ずる磁界……………44
 (30) 自己誘導係数……………46
 (31) 相互誘導係数……………47

① R のみの回路
 ② L のみの回路
 ③ C のみの回路
 ④ R L C の直列回路
 (39) 並列回路の計算……………60
 (40) 回路の力率に關する計算 ……63
 ①直列回路の力率 ②並列回路の力率
 (41) 平衡三相交流回路の計算……………65
 (42) 簡単な不平衡
 三相回路の計算……………67

回路計算の入門 下巻

前 部

電氣回路の實相

はしがき……本部は後半に於てやゝ程度が高くなつてゐるから、先づ通讀して其の大意を得、第一部、第二部を修め、再轉して本部を詳細に研究されたい。

(I) 實在の直流回路

(1) 接續抵抗其他

直流回路で電流を制限するものは抵抗のみであつて、電壓、電流、抵抗の間には

$$\text{電流} = \frac{\text{電壓}}{\text{抵抗}} \quad I = \frac{E}{R} \quad \text{オームの法則}$$

の成立することは既に述べた通りである。このことは、液体空氣の生ずるやうな極度の低溫度に於ける超電導現象、或は瓦斯体に於ける傳導現象以外に於て、等しく成立する事柄である。

然しながら、之れを實在の回路に適用するに當つては、上巻で述べた、單なる計算の他に種々考へねばならないことがある。以下、先づ一例に就て其の一般を説明しやう。

【例】 引込口より 250 米 (m) の点に 100 V, 50 W の電燈 20 燈あり、此の端子電壓を 100V に維持する爲めには、引込口の電壓を何 V とすべきや。但し使用電線 100m の抵抗を 0.1Ω とす。

【解 答】 電線片線の抵抗 $r = 0.1 \times \frac{250}{100} = 0.25\Omega$

往復二線の抵抗 $2r = 2 \times 0.25 = 0.5\Omega$

電燈 1 箇の電流 $i = \frac{\text{電力(ワット)}}{\text{電壓(ボルト)}} = \frac{50}{100} = 0.5\text{A}$

全電流 $I = 20i = 20 \times 0.5 = 10 \text{ A}$

故に 引込口電壓 $E_s = 100 + 2Ir = 100 + 10 \times 0.5 = 105 \text{ V}$

之れを圖示すると、Fig 1 の如くであつて、上記の解答で理論上、少しも支障はなく、問題として出題せられたなら、此の解答で満足である。又次の如くにも



Fig 1

$$20 \text{ 燈を並列とした合成抵抗 } R = \frac{R'}{20} = \frac{200}{20} = 10 \Omega$$

$$E_s = I(R + 2r) = 10(10 + 0.5) = 105 \text{ V}$$

然し、本問を一度び、實際問題として考ふるなら（換言すると實際斯様な場合此の要求に應ずる爲めには）引込口電圧 E_s の値は 105V では不満足である。何となれば、100 米の抵抗が 0.1Ω であるなら、理論上、250 m では 0.25Ω となるが、實際の場合には之れよりも大きく、多くの場合、少くとも 2 割は大きく取らねばならない。之れは往復 500m が一本の電線で架線せらるゝものでなく、接続しなければならぬから、接続に依る抵抗増加も考へられるし、機器の端子に於ける接觸抵抗、開閉器端子の接続抵抗、同、刃の接觸抵抗、積算計器の電流線輪の抵抗等をも考へねばならない。

尙、電流も負荷電流ばかりとは限らない。電線被覆を通じて、他方に漏洩する電流もあれば、積算計器の電圧線輪に流れる電流もある。然し是等は負荷電流の何百分の一、何千分の一と云ふのであるから、計算上、之れを無視しても一向差支へはない（引込口電圧を求める計算には、省略してもよいと云ふ意味であつて申す迄もなく、漏洩電流から絶縁抵抗を求める……絶縁抵抗 = 電圧 ÷ 漏洩電流……場合には之れが計算の主體となる）

従つて、本例のやうな回路を實在回路として取扱ふ場合には少くとも上記の種々の理由に依る抵抗増加を考へねば満足な實際の結果が得られない。（即ち $E_s = 105 \text{ V}$ とすると E_n は 100V 以下とならう）

之れは、問題の實際的吟味の一つの例であるが、100m で 0.1Ω の抵抗と云へば、其の電線の太さは

$$\text{抵抗} = \text{固有抵抗} \times \frac{\text{長さ}}{\text{切斷面積}}$$

今、軟銅線にて、切斷面積 1 平方耗、長さ 1 米の抵抗を $\rho = \frac{1}{58} \Omega$ とすると

$$\text{切斷面積 } S = \text{圓周率} \times (\text{半徑})^2 = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

之れが長さが 1 米であると

$$\text{抵抗 } R = \rho \times \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi d^2}$$

計算せられる。

電燈 1 箇の抵抗

$$R' = \frac{\text{電力}}{(\text{電流})^2} = \frac{(\text{電壓})^2}{\text{電力}}$$

$$= \frac{50}{0.5^2} = \frac{100 \times 100}{50} = 200 \Omega$$

$$d^2 = \rho \frac{4l}{\pi R} \quad d = 2 \sqrt{\frac{\rho l}{\pi R}} = 2 \sqrt{\frac{\frac{1}{58} \times 100}{3.14 \times 0.1}} \approx 4.7 \text{ mm}$$

之れに近似した 5mm の電線 (0.09Ω) が用ひられたものとする安全電流は（第一種及第二種絶縁電線で 90A, 同じく第三種及第四種で 65A）であつて 10A に對し十分に餘裕がある。斯様に問題を深く掘り下げて實際的に考慮する態度を保持すれば、回路計算の學習が直ちに諸氏の實務に用ひられ、エンヂニヤとしての活眼が開かれるであらう。

② 漏洩電流に就て

先きにも述べたやうに、電線に流るゝ全電流は負荷電流の他に、電線被覆、絶縁碍子、造管材、大地等を通じて漏洩して他の線にと流れる漏洩電流がある。之れは回路の電圧が低い場合には極く微小なもので問題ではないが、電圧が高くなり、負荷電流の小さい場合には無視し得ないものとなる。此の漏洩回路の抵抗が即ち回路の絶縁抵抗である。話は傍道に入るが、電力傳送の苦心は、なるべく損失を少く送電することであつて、之れが爲めには導体抵抗を少くしなければならない。従つて電氣回路用の電線としては、抵抗の少い銅線が廣く一般的に採用される（銀線の方が抵抗が少いが高價である……即ち産出量が少い……から一般的でない）然し、近來、戦時下重要物資不足の折柄、銅材を節約して、アルミニウム線が廣く採用されつゝある。但し、アルミニウム線は抵抗が銅線よりも大きく、接続に困難な缺點がある。一方、漏洩電流は何の役にも立たない。否、却つて感電火災の原因、其の他金屬体の侵蝕原因となり、有害であるから、極力之れを小さくしなければならない。従つて高壓となる程絶縁抵抗を大とする。之れを要するに電力傳送に於て、導体抵抗の低下が重要である半面に於て、絶縁抵抗を大としなければならない半面を有し、何れも同等に緊要なる問題である。然るにやゝもすると、前者を重視して後者を輕視する。例へば回路計算の問題でも導体抵抗の計算を主として絶縁抵抗の計算問題が少い。之れは導体抵抗は一定であるが、後述するやうに、絶縁抵抗は不定であり不安定であることも計算問題に不向きな原因である。然し、夫れだからと云つて、絶縁抵抗に関する計算問題を粗略に取扱つてはならない。此處で、回路の絶縁抵抗の取扱ひをやゝ詳しく述べたのも、此の点を思ふ講者の老婆心の表はれである。

扱、話は元に戻つて、漏洩回路を含んだ實在の直流回路を圖示すると、Fig 2 の如くである。圖に於て r は電線單位長（1 米とか 1 耗とか 1 耗）の抵抗であり、 R は負荷抵抗を示し、 ρ は電線單位長の漏洩抵抗を表はして居る。此の回路の互長を l とすると、

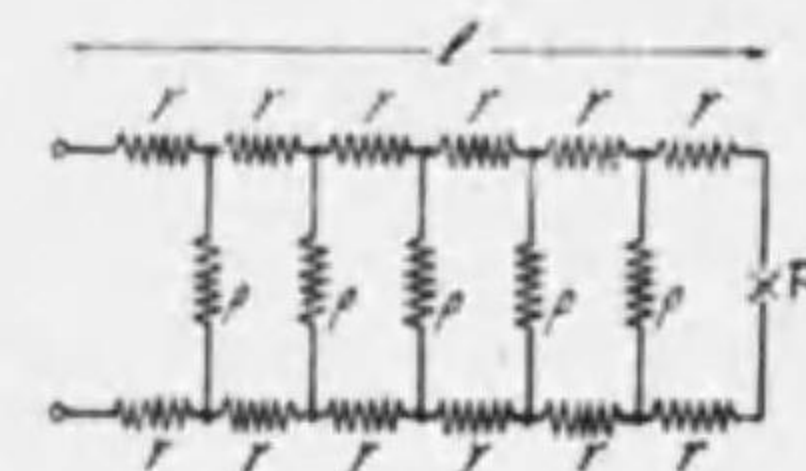


Fig 2

電線の全抵抗 r_0 は r をひとまとめにして

$$\text{電線の全導体抵抗 } r_0 = 2rl \Omega$$

漏洩抵抗 ρ をひとまとめにする、単位長で ρ であるから長さ l では……単位長を米とすれば l も米で表すこと…… ρ が l 本並列にあることなるから

$$\text{電線の全漏洩抵抗 } \rho_0 = \frac{\rho}{l} \Omega$$

斯く實在する電気回路を其のまゝに解くには、微分方程式を用ひねばならないから、其の詳細は「選試用高等数学」を修め「電気用数学講義」を修得されてから「送電線の建設と保守」P40 第 3.2.5 圖の一般の場合に就て研究して頂くこととする。

此の漏洩電流が電線上に分布する有様の概略は、Fig 3 の如くに直線的になると考へてよい。即ち、単位長毎の漏洩電流を i_x とすると、送電端では全漏洩電流 i_g が流れ、受電端では零となり、線路上に於ける分布は下圖の如くに直線的となる。

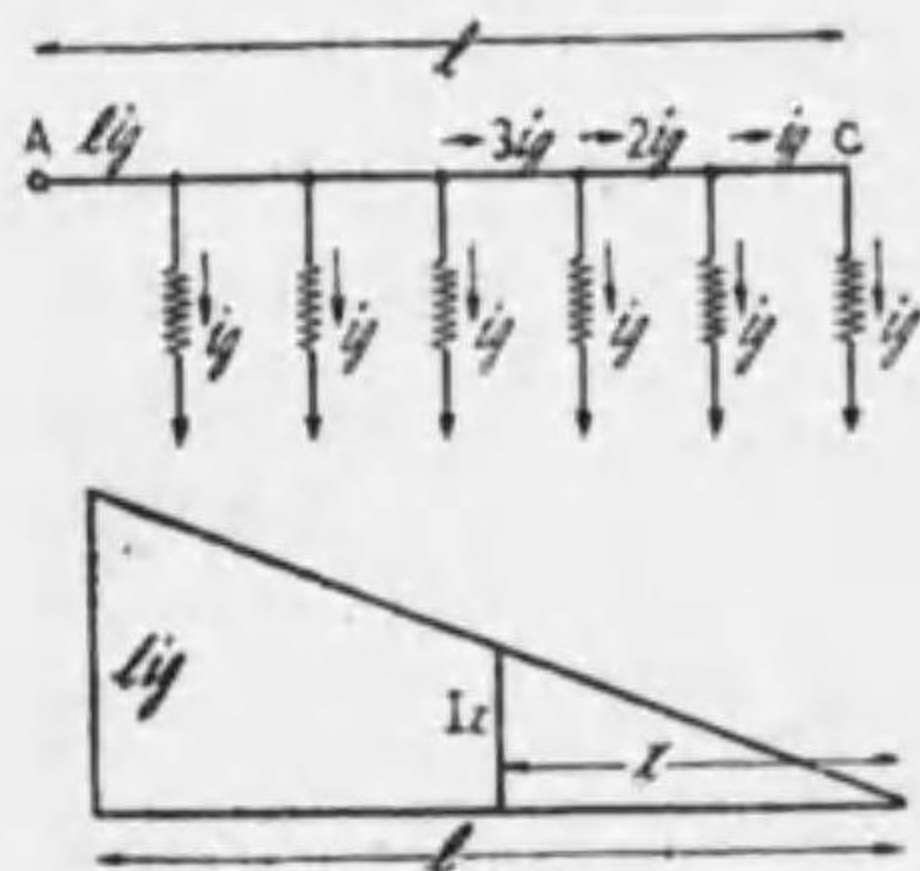


Fig 3

實際、線路上には此の漏洩電流と負荷電流が流れるのである。然し此の取扱ひを簡単とする爲めに、Fig 4 の如くに、電線互長の中央点に全漏洩抵抗 ρ_0 が集るものとする。此の場合の負荷端の電圧を E_R 、負荷電流を I_R とすると、送電端の電圧 E_S 及電流 I_S は

$$\text{線路中央点の電圧 } E_m = E_R + I_R \times \frac{r_0}{2} \quad \text{但し } r_0 = 2rl$$

$$\begin{aligned} \text{漏洩回路の電流 } I_m &= E_m \times \frac{1}{\rho_0} = g_0 E_m & \rho_0 &= \frac{\rho}{l} \\ &= g_0 E_R + \frac{g_0 r_0}{2} I_R & g_0 &= \frac{1}{\rho_0} = \frac{l}{\rho} \end{aligned}$$

$$\text{全電流 } I_S = I_R + I_m = \left(1 + \frac{g_0 r_0}{2}\right) I_R + g_0 E_R$$

$$\text{送電端の電圧 } E_S = E_m + I_S \times \frac{r_0}{2} = E_R \left(1 + \frac{g_0 r_0}{2}\right) + I_R r_0 \left(1 + \frac{g_0 r_0}{4}\right)$$

但し、上記した如くに r_0 は電線の全抵抗であり、 g_0 は全漏洩コンダクタンスである。

(註) 此處の處は高等数学を用ふるから、強ひて理解しなくともよく、唯 Fig 4 の如くに全漏洩抵抗が線路の中央に集中するものとする考へても、漏洩電流に依る全電圧降下に就ては、少しも支障がないと

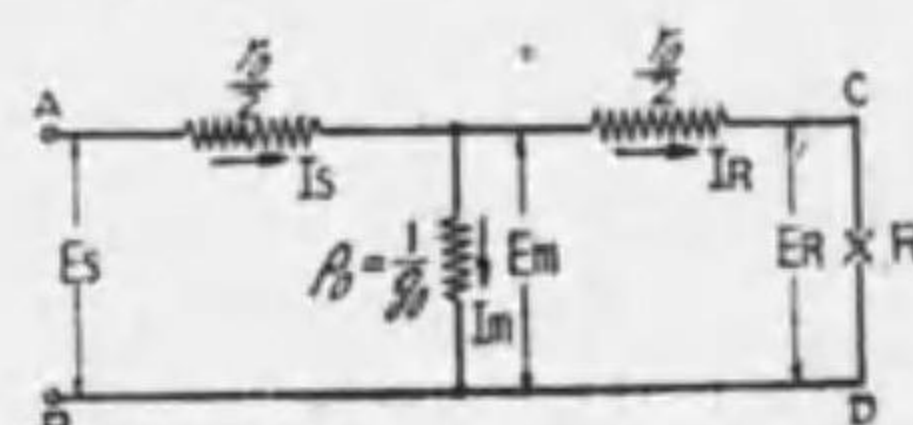


Fig 4

云ふことを了解して頂けばよい。

Fig 3 に於て、負荷端より x なる距離の線上に於ける漏洩電流 i_x の大きさは

$$i_x = i_g \times \frac{x}{l} = i_g \frac{x}{l} \quad \text{電線単位長の抵抗を } r \text{ とすると}$$

$$\text{之れに依り } dx \text{ 間 } \quad \text{二線の電圧降下 } e = 2i_x r dx$$

$$\text{全電圧降下 } e_0 = \int_0^l e dx = 2i_g r \int_0^l \frac{x}{l} dx = 2i_g r \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^l = 2i_g l \times \frac{l}{2} r$$

即ち全漏洩電流 $i_g l$ が $\frac{l}{2}$ 即ち線路の中央点に集つたと考へてよいから Fig 4 の如く

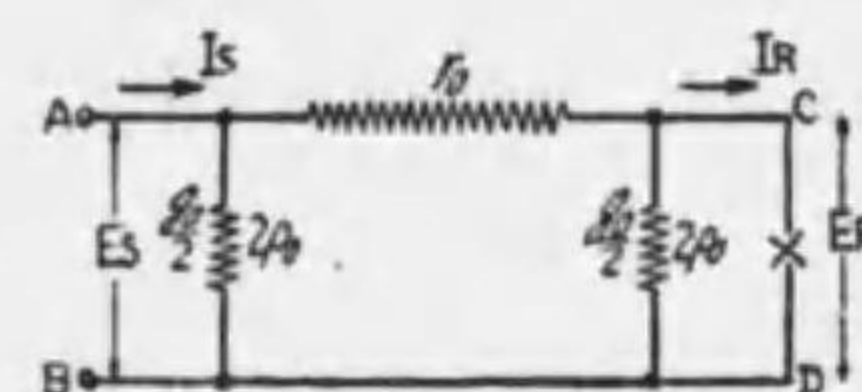


Fig 5

に取扱つても電圧降下の点からは支障がない。斯様に、 ρ を中央に集めた等価回路を T 回路 (回路の形が T の字に似て居る) と云ひ $\frac{g_0}{2}$ ($= 2\rho_0$) が線路の両端に分れて存在すると考へた Fig 5 の如きを π 回路 (回路の形が π の字に似て居る) と稱する。此の場合の E_R I_R E_S I_S 間の關係を参考の爲めに求めると次の如くである。

$$E_S = E_R + \left(I_R + \frac{g_0}{2} E_R\right) r_0 = E_R \left(1 + \frac{g_0 r_0}{2}\right) + I_R r_0$$

$$I_S = I_R + \frac{g_0}{2} E_R + \frac{g_0}{2} E_S = I_R \left(1 + \frac{g_0 r_0}{2}\right) + E_R g_0 \left(1 + \frac{g_0 r_0}{4}\right)$$

以上に依つて、實在直流回路には、目に見える負荷抵抗回路の外に、漏洩抵抗回路のあることを理解せられたものと思ふ。又漏洩抵抗即ち絶縁抵抗は導体抵抗とは反對に、線路互長に反比例する (線路互長が 2 倍となれば $\frac{1}{2}$, 3 倍となれば $\frac{1}{3}$) となることが明瞭に理解せられたことであらう。

然るに、此の絶縁抵抗は前にも述べたやうに、導体のやうに一定値でない (尤も導体抵抗も温度と共に抵抗を變化するが、其の變化量は極めて微小なものである) 即ち、温度、湿度等に依つて相當に變化する。殊に配電線等では、晴天の日と降雨、降雪の日では著しく相違する (此のことは、交流配電線に於ける静電容量に就ても同様に云へる)

従つて、明確に數量的に取扱ふことは困難である。又直流電気鐵道に於ける電車線回路はマイナス線は軌條を用ひて居るから其の漏洩電流は廣く大地各方面に向ひ、之れを數量的に取扱ふことは一層に困難である。

然し、實際工学と云ふものは、不可能に近い精密を追ふものでなく、實用上許し得る概算の程度を以て設計をすゝめるのであるから、常に實在回路を簡單なる電気回路で表はし得るやうに練習を積まねばならない。

(3) 定常状態と過渡状態

直流回路に於ては、如何なる部分、如何なる時に於てもオームの法則が成立す

ると云つた。これは純抵抗のみの回路であれば正しいのであるが、上巻、第二章で述べたやうな自己インダクタンスや静電容量を有する回路では、回路を投入した瞬間と開放した瞬間に於ては一時的ではあるがオームの法則が成立しない。斯様なオームの法則の成立しない過渡期を回路の過渡状態と稱し、其の瞬間が過ぎてオームの法則が正しく成立するやうになつた状態を定常状態と云ふ。

如何なる電線にせよ、電流が通ると其の周圍に磁力線を生ずるから、大なり小なり、自己インダクタンスを有することになる。又電線間は必ず蓄電器を形成するから、静電容量を有する。従つて如何なる直流回路でも必ず此の過渡状態が存在する譯である。今其の一例を圖示すると Fig 6 の如くである。

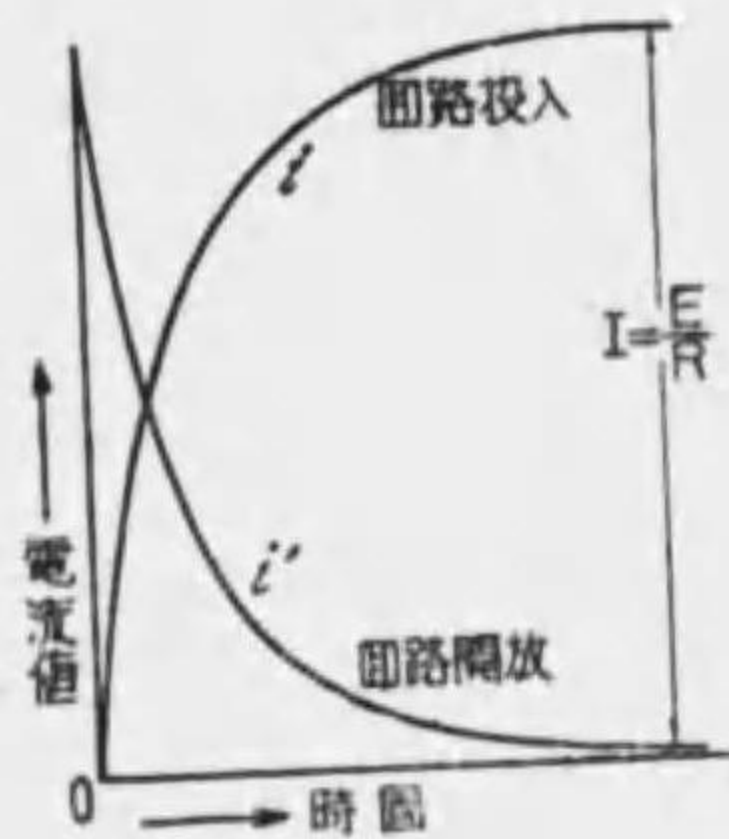


Fig 6

即ち、回路を投入した時の電流を i とすると、時間 t に對して圖の如くに遂次増加して、或る時間を経て、オームの法則が示す一定値 $I = \frac{E}{R}$ に達する。其の理由は上巻第二章 (P29) を参照) に於て述べたやうに、今迄回路に電流がなかつたのが、或る値の電流が流れやうとすると、之れに應ずる磁力線が生ずる。之れが回路を切つて回路に電壓を誘導する。其の誘導電壓は上巻の第 2.8 圖 (P31 参照) で説明したやうに、供給電壓と反對

即ち、電流の増加を妨げやうとする方向にあるから、電流は直ちに一定値に達し得ないで、遂次増加して、 $I = \frac{E}{R}$ に達する。回路を開く場合も同様で、圖の i' の如くに直ちに零とはならない。これは、今迄通つて居つた電流が急にならうとするから、之れに依つて回路に作られて居つた磁力線も消滅しやうとして回路を切り、之れに誘導電壓を發生する。其の方向も前と同様に電流の變化を妨げんとする方向 (電流を持続して流そうとする方向) にあるから、電流は急に零にならない。これは丁度、慣性のある物体を急に動かそうとしても直ちに其の速度とならずに、遂次に速度を上昇して一定値に達し、停めやうとする場合も直ちに停止せずに次第に減速して一定値に達するのと同様である。即ちインダクタンスは回路の慣性に相當する。

又、蓄電器回路に直流電壓を加へたときも、此の i' と同様に $Q = EC$ に相當する電荷を蓄へる迄は電流が流れるが、 $Q = EC$ になると電流は流れない。

以上、要するに回路開閉の瞬間は、オームの法則が成立しない。此の過渡状態の長短は回路の自己インダクタンスが大きい程、静電容量が大きい程長い。例へば、鐵心を含む直流發電機の勵磁回路の如く、インダクタンスの大きい回路、或

は電線回路のやうに静電容量の大きい回路では過渡時間が長くなる。故に斯様な回路の抵抗を測定する際には、電壓を加へて直ちに測定せずに或時間を置いてから測定しなければならない。尙過渡状態の取扱ひは、微分方程式の力を借りねばならないから此處では述べない。將來、諸氏が「電氣用應用數學講義」P 100 以下に就て學習せらるゝ日を待つこととする。

(4) 實在回路への聯想及實在回路の簡約化

回路計算問題を解くに當つては、上述した實在の回路を聯想し、其の問題の回路が如何なる性質の實在回路に相當するものであるかを考へ、又實在回路を取扱ふに際しては、之れを如何なる等價回路に導けば比較的簡単に其の數量的關係が求められるかを考察しなければならない。回路計算の大乗的目的は實に此處に存するのであつて、數式變化とか小手先きの計算は小乗的演練に過ぎないのである

例へば、Fig 7 の回路に於て (i) の如き回路は R が負荷抵抗、 r が線路抵抗を表はすのだと聯想され、(ii) は負荷抵抗が $R_1 R_2$ と二つ並列にある回路と考へられ、(iii) は ρ が絶縁抵抗 (漏洩抵抗) を表はすと想像され (iv) は抵抗を測定するホイートストーン・ブリッジ回路であると推察せられるのである。

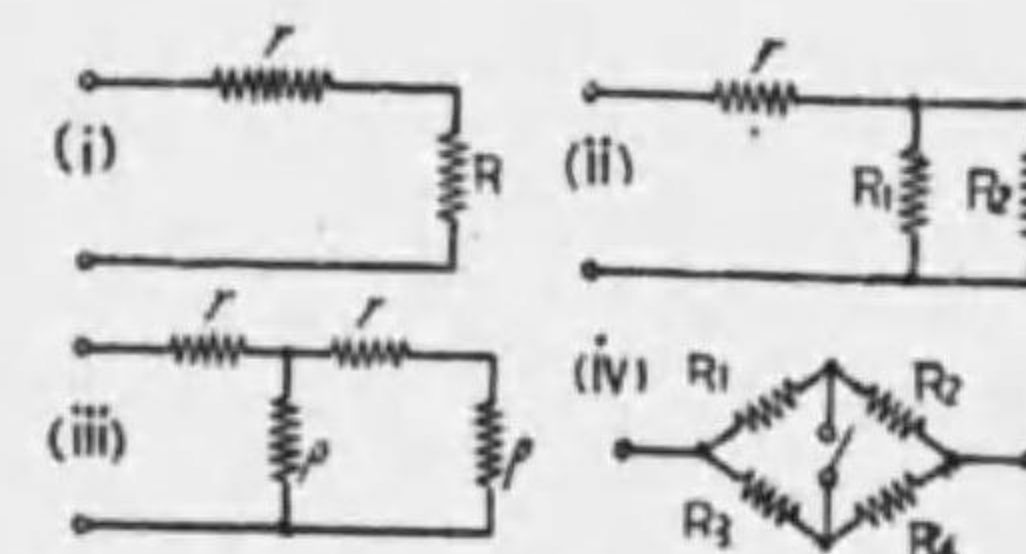


Fig 7

尙、實在回路を等價回路とするには、何が何に比較して小さいから省略されるかをよく判断する。等價回路を自由に驅使したのはスタインメツツであつて、彼の偉業の半以上は此の省略の巧みなる處に所來して居つた。(例へば、電氣技術講座第三卷「電氣機器一般と取扱法」P124 以下、變壓器の等價回路を参照)

(II) 實在の交流回路

(1) 實在交流回路の一般

既に前節に述べた處より、交流の場合の實在回路も略々想像せられる。然し上巻第二章で述べたやうに、直流の場合と異つて電流を制限するものは抵抗 R の

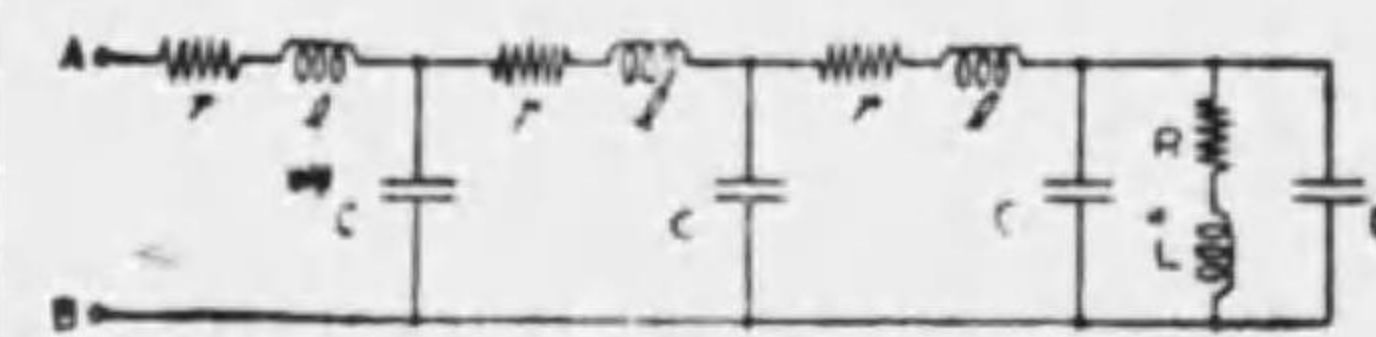


Fig 8

のみでなく、誘導リアクタンス ($2\pi fL$) もあれば、静電リアクタンス ($1/2\pi fC$) もあつて、是等の R, L, C が回路に分布せられてゐる其の一例を圖示すると Fig 8 の如くであつて、回路の各部分には夫々の抵抗 r 及インダクタンス l 、線間静

電容量 c が分布して居る。其の先端に負荷が結ばれて居つて、其の抵抗を R 、インダクタンスを L 、静電容量を C で表はして居る。上圖では回路の r, l, c を別々に書いたが、實際は圖の様に分れて存在して居るのでない。即ち導体のどの部分でも r を有すると同時に l も c も有するのであつて、 r, l, c は同一点に同時に存在して居る。夫れを正直に圖に表はし得ないから便宜上分けて書いたのである。又圖では線間の静電容量のみ考へて漏洩抵抗を無視して居るが、實際は c と並列に前節で述べた漏洩コンダクタンス g (漏洩抵抗 ρ) を加へねばならない。

扱、吾々が交流回路を取扱ふに當つて、回路各部分の電圧、電流を知りたいと云ふやうなことは減多になく、大抵の場合は送電端の電圧、電流と受電端の電圧電流の關係を知れば足るのである。故に 前圖に於ける線路各部分の r, l, c を r は r だけ集めて r_0 とし、 l は l だけを集めて l_0 とし、 c は c だけ集めて c_0 とし、之れを Fig 9 の如くに 1 箇所に集中した回路としても實用上、支障はなく、送受兩端の電圧及電流の關係が簡單に求められる (但し、綿密な計算だの回路任意点の電圧、電流は之れでは求められない之れを求めるには「送電線の建設と保守」P 40 以下で説明された手法を用ひねばならない)

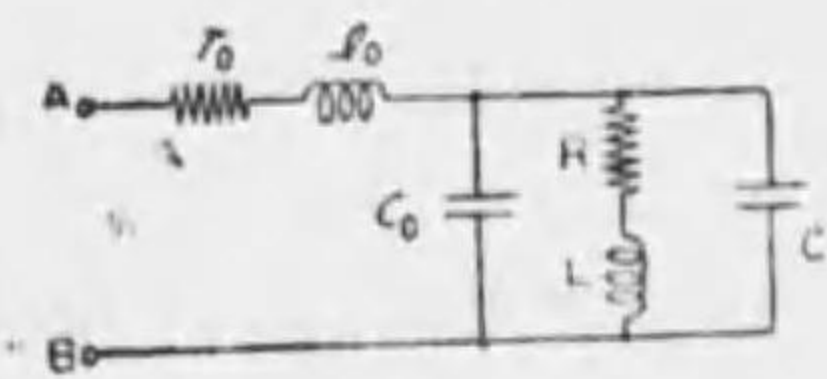


Fig 9

再言するに r_0 は無誘導抵抗であつて、電界も磁界も作らないもの、 l_0 は抵抗が全然なく磁界のみを作るもので純インダクタンスであり c_0 は抵抗は少しもなく、電界のみを作る純静電容量である。是等は何れも假想であつて、便宜上の取扱ひに過ぎない。交流回路となる導体は、 r, l, c の三つを大なり小なり有するのである。従つて

抵抗 R 、とインダクタンス L の直列回路あり……

と云ふ問題では、 R と L が別々に存在するのでなく、全体としての抵抗が R 、全体としてのインダクタンスが L で、静電容量は甚だ小さく無視し得るやうな R, L の回路を意味するのである。

(2) r, l, c の吟味

抵抗 r は直流回路で述べたのと同様に、實際の回路では單なる導体抵抗ばかりでなく、電線接続に依る抵抗増加がある外に交流の場合に限つて表皮作用とか誘電体作用とか渦流作用とか (特高回路ではコロナ損等) に依る抵抗増加がある (『送電線の建設と保守』P12 以下を参照) 従つてオームの法則で測定した電線の抵抗よりも實際は大きくなる。此の交流の場合の抵抗を實効抵抗と稱してゐる。

又インダクタンスも自己インダクタンスの外に他の線路より受ける相互インダクタンスがあり、電線の對地静電容量 (電線と大地とで蓄電器を形成する、之れ

を云ふ) 回路にも漏洩抵抗回路を加へねばならない。

尙、線路に接続せらるゝ機器の抵抗、インダクタンス、静電容量も考へに入れねばならない。特に變壓器に於ける諸定数が大きな影響を持つやうになる。

斯く考へると、實在交流回路は實に複雑な形となつて容易に之れを等價回路で表はし得ないやうに考へられるが、實際の場合には一つの定数は他に比して殆んど無視されて實用的には簡単な回路として取扱ひ得る。

例へば、低壓單相配電線で、電燈負荷に配電するやうな回路では、静電容量等は極く小さく、無視してよく、インダクタンスも小さいから抵抗のみの回路として直流の場合の等價回路と同様に取扱ひ得る。

低壓、高壓電動機に供給する三相三線式回路では、インダクタンスは考慮に入れるとしても静電容量は無視され r と l の直列回路で表はし得る。特高三相三線式架空送電線になると r, l, c は相當の値となるが、概算的には對地静電容量 (對地アドミタンス) は無視しても支障はない。然し之れが地下電纜回路となると静電容量の影響は無視し得なくなる。

又、電線材料に依つても此の定数が異つて来る。即ち鐵線であると抵抗が増加するばかりでなく、インダクタンスが著しく増大する。

(3) T 回路と π 回路

直流の處の Fig 4 で述べたことを、交流回路に適用すると漏洩抵抗の外に、静電容量が加はる。之れをアドミタンス Y で表はすと Fig 10 の如くなる

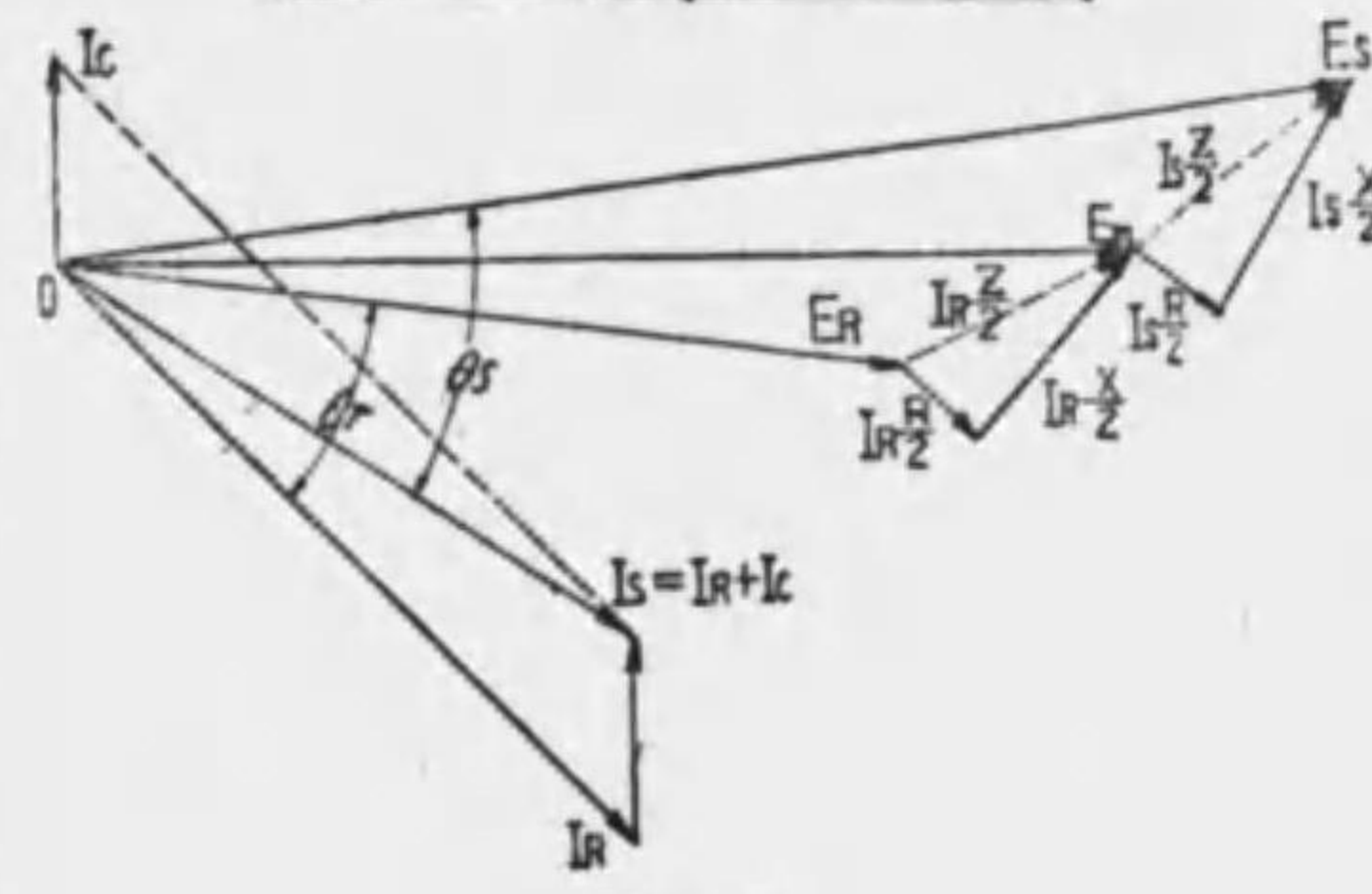
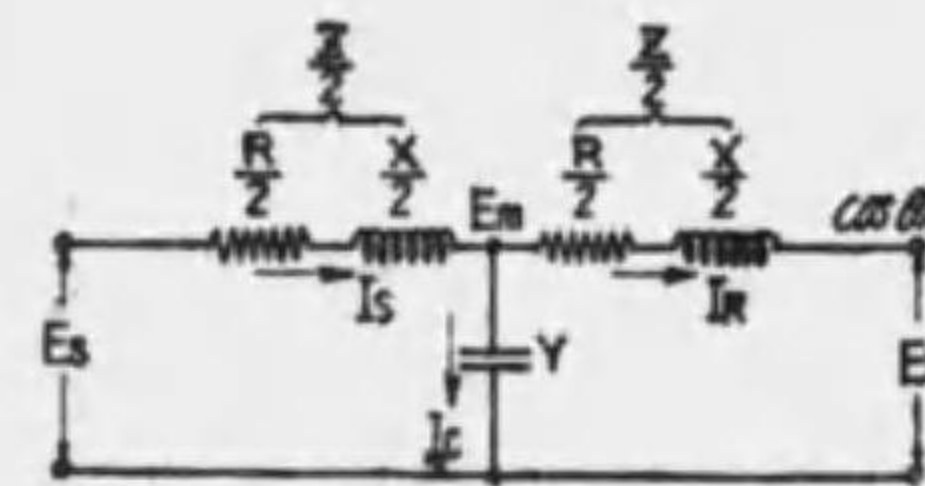


Fig 10

圖では對地静電容量に流れる電流 I_c にし漏洩電流は一般に極めて小さいから夫れを無視して静電容量のみとした (尙圖は單相回路とも三相回路の一相を表はすものとも解釋される)

扱斯様に全線の中央に全回路の對地アドミタンスが集中したものとすると次の諸式を得る。

$$E_m = E_R + I_R \frac{Z}{2}$$

$$I_c = E_m Y$$

$$E_s = E_m + (I_R + I_c) \frac{Z}{2}$$

$$I_s = I_R + I_c$$

以上の関係より E_s 及 I_s を求めると

$$E_s = E_R \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) + I_R Z \left(1 + \frac{ZY}{4} \right)$$

$$I_s = I_R \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) + E_R Y$$

直流の場合と同様な形を得たが、此の式は上圖の如くにベクトルの(複素數的)に計算されねばならない。

次に π 回路は全回路の對地アドミッタンス Y が送電端と受電端に $Y/2$ づつ分布されたとして取扱つたもので Fig 11 の如くである。此の場合を計算すると次の如くなる。

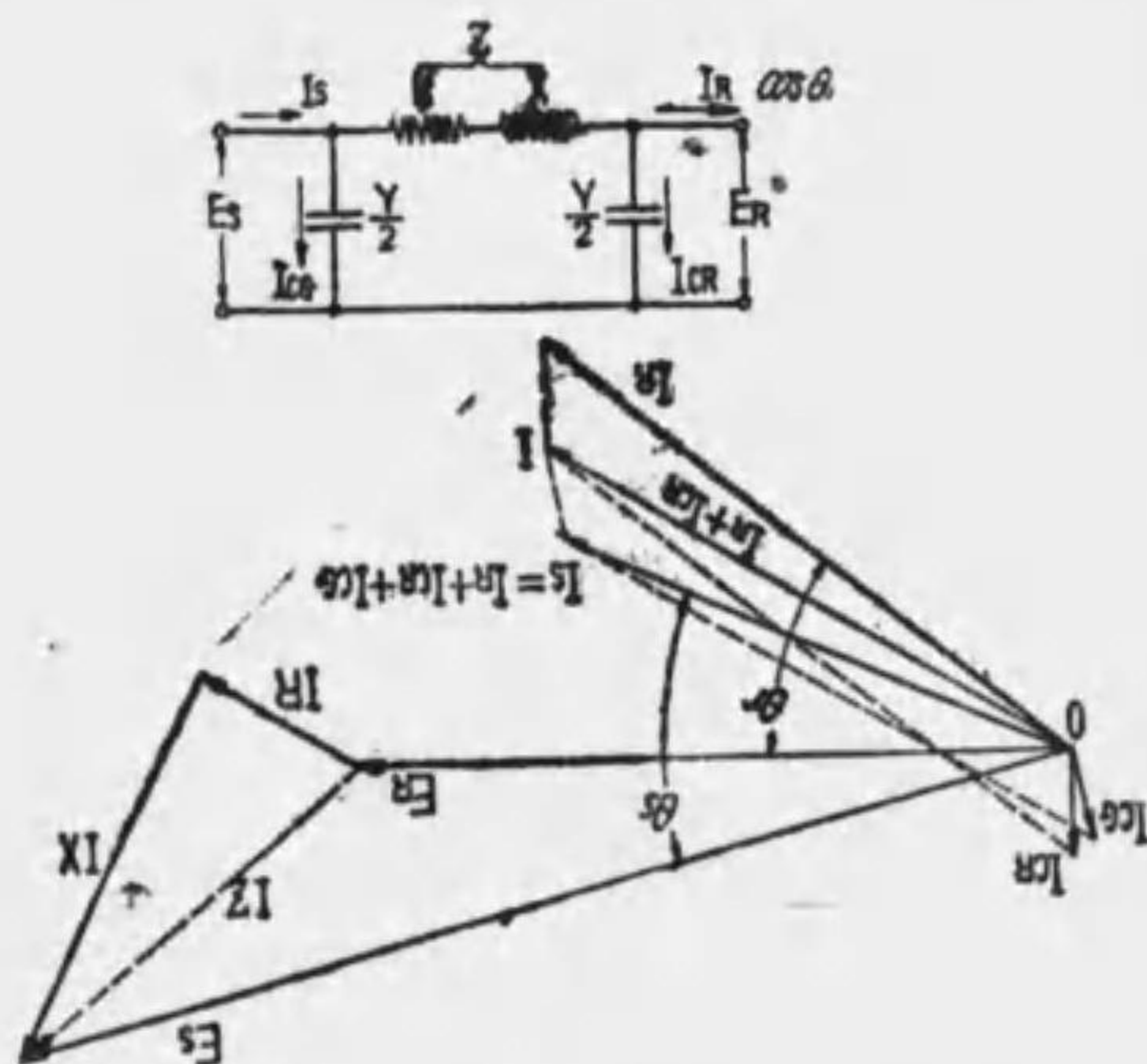


Fig 11

同様な形となるが、計算は上圖の如くにベクトル的には行はねばならない。

各定数が線路上に一線に分布せられた場合に就ては「電氣用應用數學講義」を修めてから「送電線の建設と保守」P40 以下に依つて習得されたい。

尙非常に長い交流回路に於て、交流の半波が乗るやうな周波數とすると、 l も c も其の作用がなくなる。之れが同調送電方式であつて、上記の書の P6, 1.5 以下を一讀せられよ。此の説明は上巻を學習された諸氏の頭を練る上によい問題である。

4) 實在回路の等價回路及實在回路への聯想

例へば、變壓器の巻線回路を取つて考へると、線輪には抵抗 r があり、インダクタンス l があり、更らに巻線間に静電容量 C_c があり、巻線と大地間にも静電容量 C_g があるので、之れを圖示すると Fig 12 の如くなる。之れが實際に近い状態である。巻線各部の電位分布を研究するやうな場合には此のやうな等

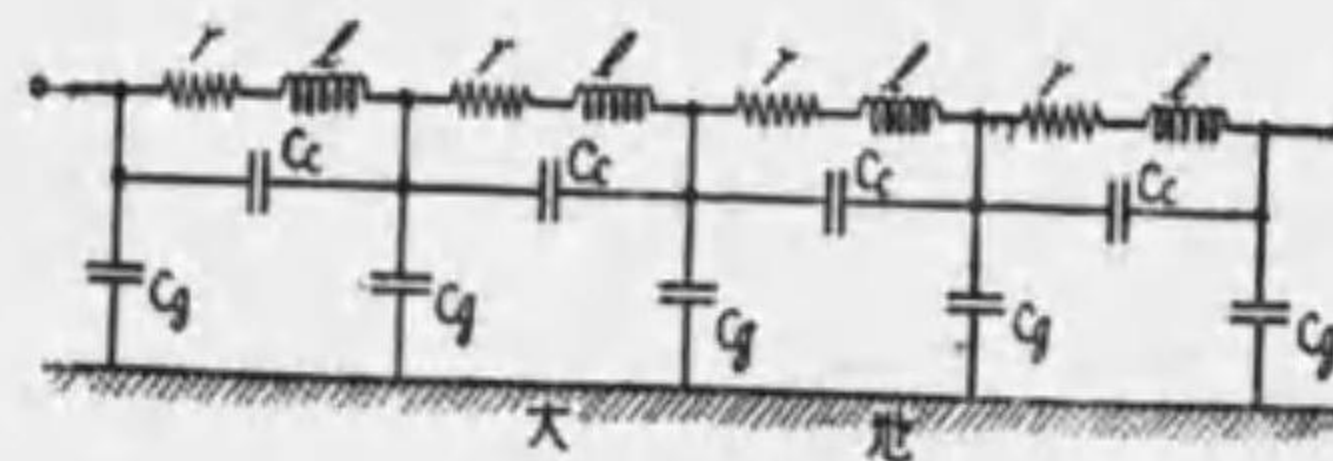


Fig 12

價回路に依らねばならない尤も雷電壓のやうな高周波數 (f が甚だ大) の電壓が浸入したときの電位分布は $2\pi fl$, $1/2\pi fC$ の影響が大いから r を無視して l と C_c 及 C_g の回路として考へてよい。

又、單に端子電壓とか電壓變動率を計算するやうな場合には、巻線の抵抗及インダクタンスが一ヶ所に集つたものとし、普通の使用状態では周波數は小さいから、静電容量の影響を無視して、所謂、變壓器の等價回路(上巻 P63 参照)として簡単に計算される。

又 Fig 13 の如き蓄電器に純静電容量 C と漏洩抵抗 ρ の並列回路として取扱ひ得るし、更らに、之れを抵抗 ρ' と静電容量 C' の直列回路に直すことも出来る。

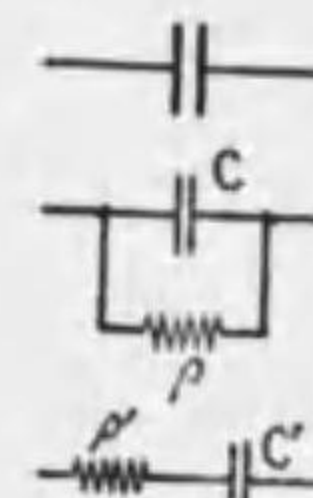


Fig 13

或は又 Fig 14 の如き回路計算問題があるとすれば、之れを實在回路として聯想すれば、(i) は抵抗とインダクタンスからなる誘導負荷回路とも考へられ、(ii) は之れが二つ並列にある場合とも考へられる(力率及容量の異なる二つの誘導負荷の並列) (iii) は誘導負荷と無誘導負荷の並列回路、(iv) は誘導負荷に静電蓄電器を並列として、力率を改善する回路とも考へられ、(v) は (i) の負荷に線路抵抗 r を通じて電力を供給する回路、(vi) は (iv) の負荷に抵抗 r 、インダクタンス l なる線路を通じて給電する場合とも考へられる。

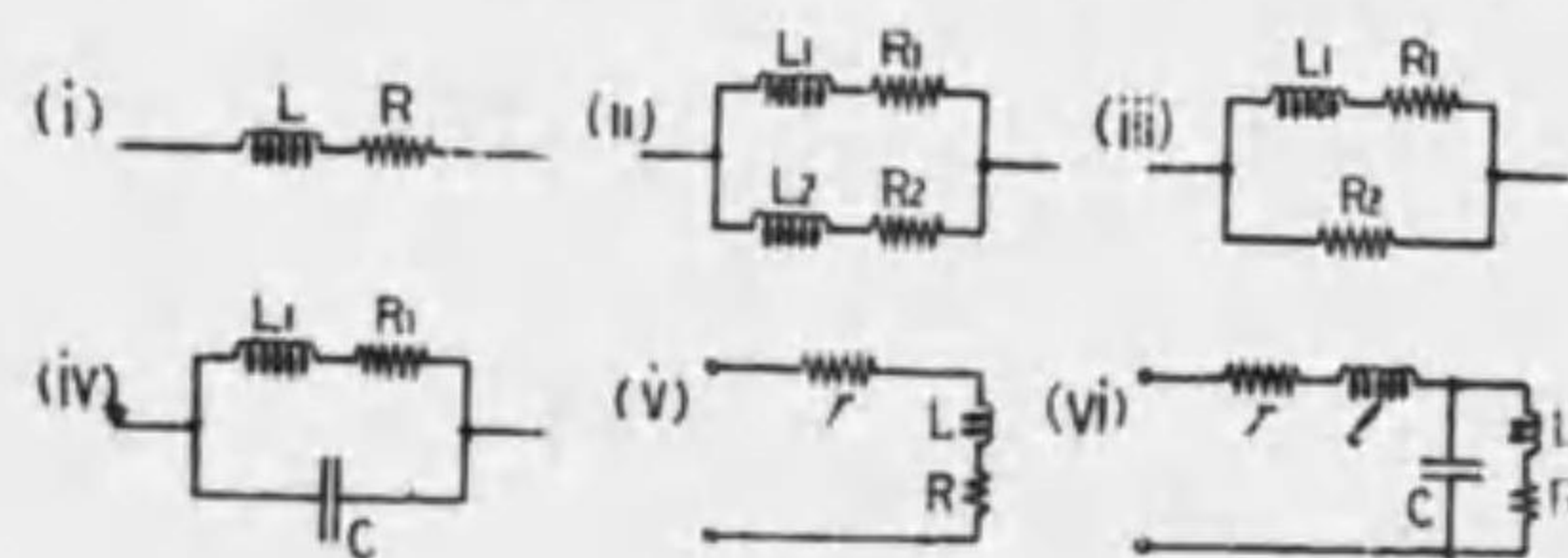


Fig 14

斯様に、回路計算問題を解くに當つては、實在回路を聯想し、其の取扱ひに習熟して置けば實在回路を容易に等價回路に導き得る手腕が自然と具備されるやうになり、直流回路の處で述べたやうに、活眼ある實際エンジニアとなられやうに活學習を祈つて止まない。

第一部 直流回路

(I) 直流回路の基礎解法

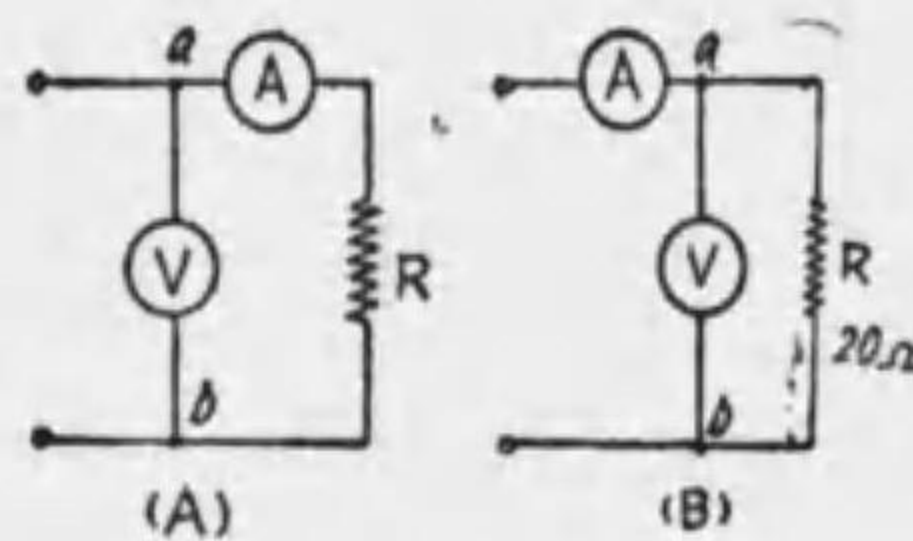
(1) オームの法則

電気計算の根本となるべきもので、1827年、^{ゲオルグ ジョゼフ オーム} Georg Simon Ohm 氏が発見したものである。即ち抵抗 (R オーム) を有する回路に電圧 (E ヴォルト) を加へたる時流れる電流 (I アンペア) は

$$I = \frac{E}{R} \dots\dots\dots (1)$$

従つて $E=IR$ 又 $R=E/I$ で表はされる事になる。實用上電圧は電圧計にて電流は電流計で測定し得られるから、電気抵抗はこの兩計器の読みから求める事が出来る。

〔例〕 第1圖 (A) の如く電圧計及び電流計を接続し R の抵抗を測定せんとしたるに、電流計の読み 5A、電圧計の読み 102.5V なる時、R は何オームであるか。但し電流計電圧計の抵抗を夫々 0.5 及び 500 オーム (Ω) とする。



第1圖

〔解答〕 簡単に計器の読みから考へると

$$R = \frac{102.5}{5} = 20.5 \Omega$$

となる。然し注意深く考察すると電圧計は R なる抵抗及び電流計に於ける電圧降下の和を指示するので、正確に R を求めるには

$$R = [\text{ab 間の抵抗}] - [\text{電流計の抵抗}] \\ = \frac{102.5}{5} - 0.5 = 20 \Omega$$

となる。

〔例〕 次に第1圖 (B) の様に結線した時電圧計は丁度 100V を指示したといふ。電流計の指示は幾アンペアか。

〔解答〕 これも單純に考へると

$$I = \frac{E}{R} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

となる。然し正確に云ふと電流計は抵抗 (R) に流れる電流と電圧計に流れる電流との和を示す譯である。それで電圧計を通ずる電流は $\frac{100}{500} = 0.2 \text{ A}$ 従つて電流計の読みは $5 + 0.2 = 5.2 \text{ A}$ となる筈である。

(2) 電気抵抗

回路計算に導入の途に電気抵抗の性質を少しく調べてみよう。

① 導体の電気抵抗は ρ を導体物質の固有抵抗、L を長さ、S を切断面積とすれば

$$R = \rho \frac{L}{S} \dots\dots\dots (2)$$

で表はされる。吾人が最も多く使用する銅線の固有抵抗 (長さ 1m 切断面積 1mm²) は標準軟銅線では $\frac{1}{55} \Omega$ 、配電線等に使用する硬銅線は $\frac{1}{55} \Omega$ と考へればよい

〔註〕 固有抵抗を表はすに 1cm² に対する抵抗即ち L=1cm, S=1cm² とした時、換言すれば 1cm 立方の兩對面間の抵抗を以てする場合も多い。

〔例〕 4mm 硬銅線の長さ 300m に対する抵抗を求む。

〔解答〕 直徑 d=4mm の切断面積は

$$[\text{圓周率}] \times [\text{半徑}]^2$$

$$\therefore A = \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.1416 \times 16}{4} = 12.6 \text{ mm}^2$$

$$\therefore R = \frac{1}{55} \times \frac{300}{12.6} = 0.433 \Omega$$

② 導体の抵抗は温度によつて多少増減するものである。即ち温度 1°C の變化に對して抵抗の増減する割合を表はす率を、抵抗の温度係數と稱する。或る金屬線があつて 0°C に於ける抵抗は R₀ Ω とすると、t°C に於ける抵抗 R_t は

$$R_t = R_0(1 + \alpha t) \dots\dots\dots (3)$$

〔註〕 正確に云ふと温度係數 α の値は其の温度にても幾分違つてくる。

〔例〕 銅線の温度係數 α=0.00427 (0°C に於て) である。0°C に於て 100 Ω を有する銅線の 20°C に於ける抵抗は何程か。

〔解答〕 $R = 100(1 + 0.00427 \times 20) = 108.54 \Omega$

上例の様に金屬類の抵抗は温度の上昇と共に増加するが (タングステン電球の纖維の如く非常に高温度のものは (3) の如き一次式では表はせない) 電解液や炭素等は温度の上昇と共に抵抗は減するものである。金屬の様に温度上昇と共に抵抗の増加するものを温度係數が正 (+) であるといひ、減するものを温度係數は負 (-) であると稱する。又コンスタンタン、マンガン等の合金の温度係數は大體零と見做し得る。

③ 電気機器の捲線の温度上昇は其の抵抗の増加を測定し、之より間接的に求め得る。茲に 0°C に於て R₀ の抵抗を有する銅線があるとす。今 t₁°C に於ける抵抗を R₁ とし温度上昇後の温度を t₂°C 其の抵抗を R₂ とすれば

$$R_1 = R_0(1 + 0.00427 t_1)$$

$$R_2 = R_0(1 + 0.00427 t_2)$$

兩式の比をとつて

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1+0.00427 t_2}{1+0.00427 t_1} \quad \frac{R_2-R_1}{R_1} = \frac{0.00427(t_2-t_1)}{1+0.00427 t_1}$$

$$\therefore t_2-t_1 = \frac{R_2-R_1}{R_1} \times \frac{1+0.00427 t_1}{0.00427} = \frac{R_2-R_1}{R_1} \times (234.5+t_1) \dots (4)$$

(3) 抵抗の合成

① 直列接続 各抵抗が r_1, r_2, r_3 なる場合これを直列 (Series) に接続すればその合成抵抗 (R) は各抵抗の和となる。即ち

$$R = r_1 + r_2 + r_3 \dots (5)$$

② 並列接続 次に第2圖の様に並列 (parallel) に接続し、両端 AB 間に E V を加へたならば、電流は各抵抗に分流して流れる。圖から明かな様に

$$i_1 = \frac{E}{r_1} \quad i_2 = \frac{E}{r_2} \quad i_3 = \frac{E}{r_3}$$

であつて、回路全体の電流 I A となるから

$$I = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{E}{r_1} + \frac{E}{r_2} + \frac{E}{r_3} = E \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) \dots (a)$$

他方合成抵抗を R とすれば

$$I = \frac{E}{R} = E \frac{1}{R} \dots (b)$$

そこで (a) と (b) を比較して見ると

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \dots (6)$$

書き替へると

$$\therefore R = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

而して、回路計算に於て抵抗が 2 個或は 3 個位が並列にある場合、これが合成抵抗は (6) 式に一々當嵌めて計算する様では實戦裡では遲鈍の謗を免れぬ。即ち 2 個のときは

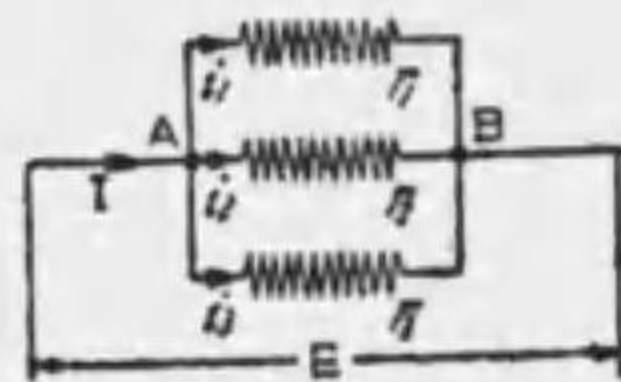
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{r_1+r_2}{r_1 r_2}$$

$$\therefore R = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2} = \frac{[2 \text{ 抵抗の積}]}{[2 \text{ 抵抗の和}]} \dots (c)$$

3 個の場合は

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{r_2 r_3 + r_3 r_1 + r_1 r_2}{r_1 r_2 r_3}$$

$$\therefore R = \frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1} = \frac{[3 \text{ 抵抗の相乗積}]}{[任意の 2 つ宛の積の和]} \dots (d)$$



第 2 圖

となる。さて、(c) (d) に於て各抵抗が相等しければ合成抵抗は夫々

$$\frac{r^3}{2r} = \frac{1}{2} r, \quad \frac{r^3}{3r^2} = \frac{1}{3} r \quad \text{となるから}$$

之を推し擴げて $r \Omega$ の抵抗が n 個並列に接続される時の合成抵抗は $r/n \Omega$ となる。

③ 直並列接続 第 3 圖の如く $r_1=10 \Omega, r_2=15 \Omega, r_3=14 \Omega, r_4=30 \Omega, r_5=13 \Omega$ を直並列 (Series-parallel) に接続した場合、その合成抵抗を求めて見やう。

第 3 圖に示す様に段々網状回路を簡単しなければならぬ。

先づ r_1 と r_2 は並列であるからこの合成抵抗 (R_1) は

$$R_1 = \frac{10 \times 15}{10+15} = 6 \Omega$$

R_1 と r_3 は直列に結ばれてゐるから、此の部分の合成抵抗 (R_2) は

$$R_2 = R_1 + r_3 = 6 + 14 = 20 \Omega$$

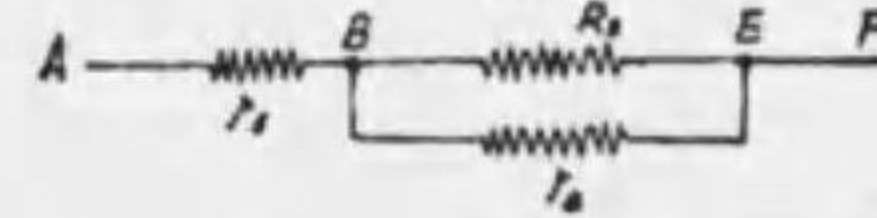
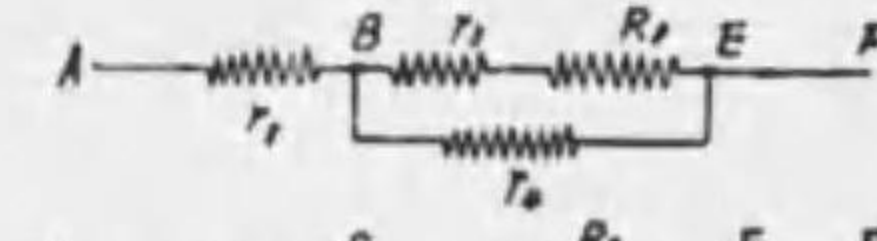
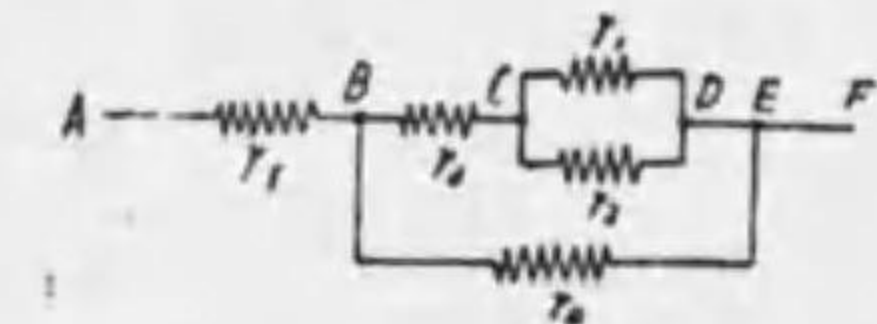
R_2 と r_4 は並列にあるので、これが合成抵抗 (R_3) は

$$R_3 = \frac{20 \times 30}{20+30} = 12 \Omega$$

最後に全体の合成抵抗 r_5 と R_3 の和であるから

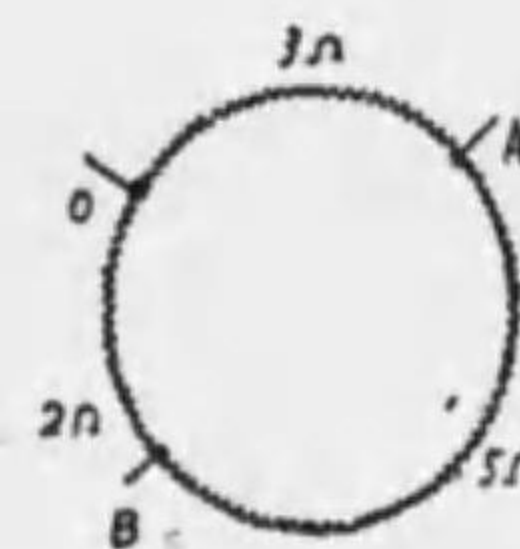
$$R = 13 + 12 = 25 \Omega$$

となる。



第 3 圖

〔例〕 第 4 圖の如き環状回路に於て O-A, O-B 端子間より見たる合成抵抗を求めよ。



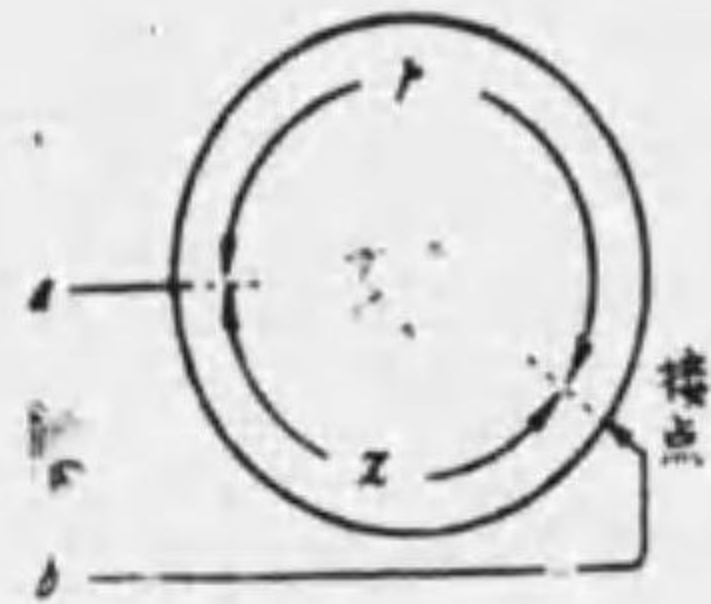
第 4 圖

解答 $R_{OA} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5+2}}$

$$= \frac{3 \times 7}{3+7} = \frac{21}{10} = 2.1 \Omega$$

$$R_{OB} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5+3}} = \frac{2 \times 8}{2+8} = \frac{16}{10} = 1.6 \Omega$$

〔例〕 第 5 圖の如く一様な抵抗を有する環状抵抗線がある。a 端子は固定され b 端子が可動なる場合、b を動かして此の回路の全抵抗を最大ならしめる爲には b 点をどの位置に置くべきか。



第5図

解答 環状抵抗線の全抵抗 (R) を圖の様に r と x とに分けると、端子 ab 間の抵抗 R_{ab} は

$$R_{ab} = \frac{1}{\frac{1}{r} + \frac{1}{x}} = \frac{rx}{x+r} = \frac{rx}{R}$$

然るに代数学に於て "2 数の和が常に一定なる場合、2 数が相等しい時其の積は最大となる" との理に基き (「電気技術用基礎」P131 以下参照)

$x=r$ 換言すれば、R を半分する中央に接点を置

けば合成抵抗は最大となるを知る。

而して此の時の合成抵抗は $R/2$ が 2 個並列になつたのであるから結局 $R/4$ となる。

例 R_1, R_2 なる 2 つの未知抵抗がある。今これを直列にして 18V の電源に結びたるに 2A が流れ、次に之を並列にして同一電源に結びたるに 9A 流れたと云ふ R_1, R_2 の値を求めよ。

解答 直列に結んだ時の合成抵抗は (オームの法則から)

$$R_1 + R_2 = \frac{18}{2} = 9 \dots\dots\dots (a)$$

並列に結んだ時の合成抵抗は

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18}{9} = 2 \dots\dots\dots (b)$$

(a) 式から $R_2 = 9 - R_1$ これを (b) に代入すると

$$\frac{R_1(9 - R_1)}{R_1 + (9 - R_1)} = 2 \quad \frac{9R_1 - R_1^2}{9} = 2$$

$$\therefore -R_1^2 + 9R_1 - 18 = 0$$

この一元二次方程式を解けば

$$\begin{aligned} \therefore R_1 &= \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times (-1) \times (-18)}}{-2} \\ &= \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 72}}{-2} = \frac{-9 \pm 3}{-2} = 3 \text{ or } 6 \end{aligned}$$

即ち R_1 が 3Ω なる時は R_2 は 6Ω 、若し R_1 が 6Ω とすれば R_2 は 3Ω である。

註 二次方程式によらずに、解く方法は「電気用数学講義」P17~18 を参照されたい。

(4) 複雑な回路の合成抵抗

合成抵抗を求める場合、大抵は直並列法を活用する事によつて求め得られる課

だが、此の要領で計算をなす場合、複雑な手数と長い時間を要し、時には解答さへも求め難い場合も起る。そこで何等かの別手段によつて解決を圖らねばならぬ

網状回路に於て同電位点を連結するも合成抵抗は變化しない。

合成抵抗が變化しないと云ふ事は結局回路の電流分布にも何等の變化を來たさないと云ふ事である。第6圖に示す如くホイートストン・ブリッジの回路の形成するものに於て、開閉器 S を閉ぢても電流計の指示が零なれば、D 兩点の電位は相等しいことになる。

註 圖に於ける電流分布は後述するが回路の抵抗に反比例して流れるものである。

扱て、圖に於て、AC 間の電壓降下 ($i_1 P$) は

$$8 \times 4 = 32 \text{ V}$$

AD 間の電壓降下も當然

$$4 \times 8 = 32 \text{ V}$$

となり、CD 点は同電位となる事が知れる。即ち、S なる開閉器を閉ぢても開いても、AB 間の合成抵抗は變らぬ筈である。



第6図

● S を開いた場合 (第7圖 (A) 参照)

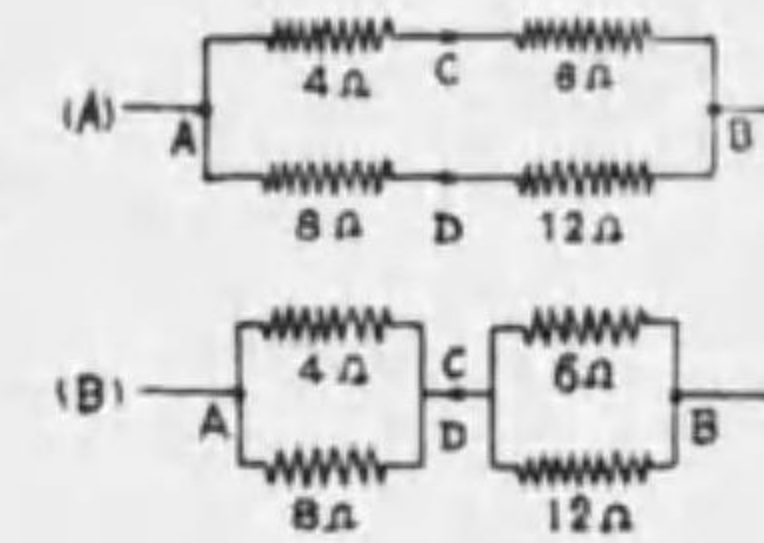
$4+6=10\Omega$ と $8+12=20\Omega$ とが並列にある故に

$$R_{AB} = \frac{10 \times 20}{10 + 20} = \frac{200}{30} = 6.67\Omega \dots\dots\dots (a)$$

● S を閉じた場合 (第7圖 (B) 参照)

4Ω と 8Ω の並列回路と 6Ω と 12Ω とが並列になつた回路の夫々が直列に結ばれた事になるから

$$\begin{aligned} R_{AB} &= \frac{4 \times 8}{4 + 8} + \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{32}{12} + \frac{72}{18} \\ &= \frac{96 + 144}{36} = 6.67\Omega \dots\dots\dots (b) \end{aligned}$$



第7図

即ち (a) と (b) が相等しい結果から同一電位点を結んでも差支へない事が知れる。之が應用は回路計算を簡單にし得る有力な武器である。

註 ホイートストンブリッジの原理は各方面に應用されるもので、前述の様に CD 点と同電位となるためには $P \times S = Q \times R$ ($4 \times 12 = 8 \times 6$) の關係が必ず成立する。詳細は受験「テキスト」測定篇或は技術講座第二巻 P226 を参照されたい。

兩端子間に於ける電壓降下と回路の全電流より合成抵抗を求め得る。

これはオームの法則を云ひ換へただけであつて、別段目新しいものではない。

第6圖に於て ACB 回路の電壓降下 (V_{AB}) は

$$V_{AB} = i_1 P + i_1 R = 8(4+6) = 80 \text{ V} \dots\dots\dots(a)$$

他方回路の合成抵抗を R_{AB} とし、この R_{AB} に流れる電流を I とすれば、

$I R_{AB} = V_{AB}$ なる関係がある筈である。

$$V_{AB} = I R_{AB} = 12 \times R_{AB} \dots\dots\dots(b)$$

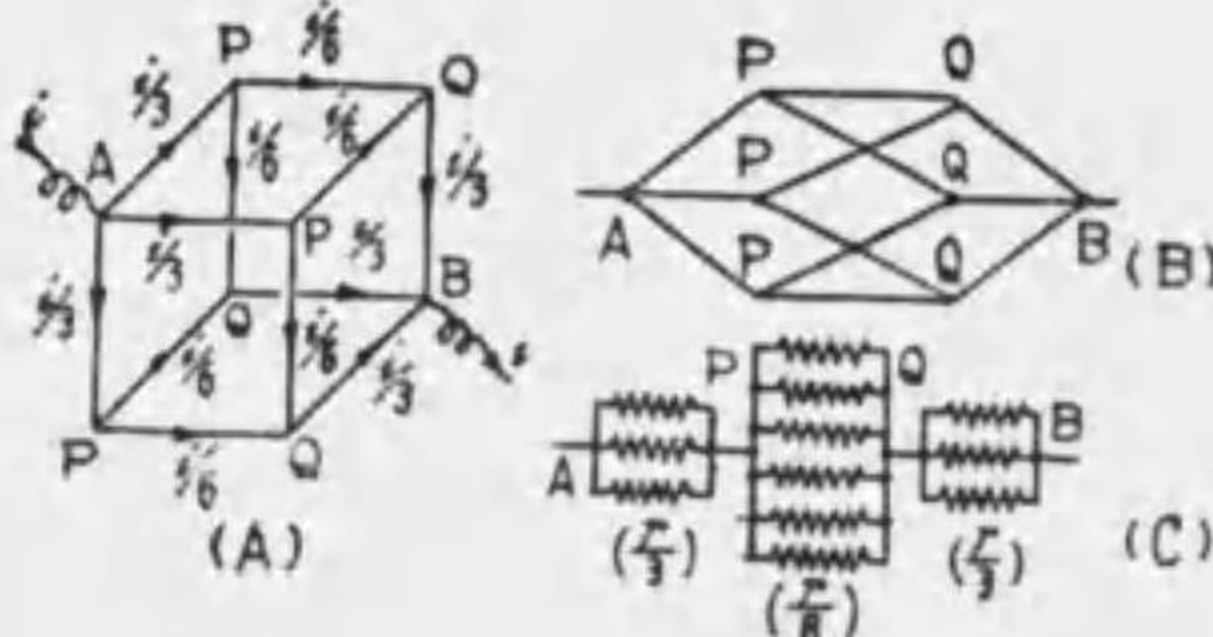
而して、(a)=(b) であるから

$$80 = 12 \times R_{AB}$$

$$\therefore R_{AB} = \frac{80}{12} = 6.67 \Omega$$

即ち回路の局部部分に於ける電流及び抵抗が判つて居れば斯様な手段に依つても求め得られる。

【例】第8圖の如く $r \Omega$ を有する相等しき 12 本の導体を正立方体に組合した場合、AB 間に於ける合成抵抗を計算せよ (昭和9年3種一次)



第8圖

【解答】 ① 判り易い様に (A) 圖を (B) 圖の様に書直す。然して電流の分布状態から P 及び Q 点の電位は夫々相等しいから、之を結ぶと (C) 圖の様に書き直し得る。故に合成抵抗 R_{AB} は

$$R_{AB} = \frac{r}{3} + \frac{r}{6} + \frac{r}{3} = \frac{2r+r+2r}{6} = \frac{5}{6} r \Omega$$

となる。

② 次に端子 A より B に至る任意の回路 APQB 間に起る電圧降下 (結尾端子電位に相等しい) は

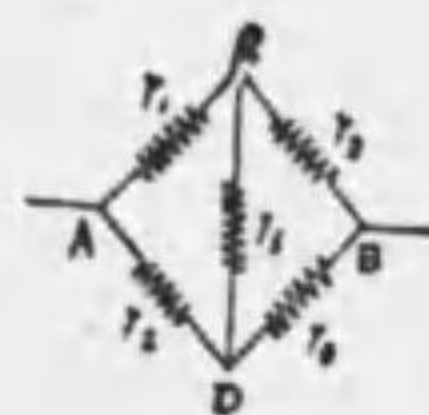
$$E = \frac{i}{3} r + \frac{i}{6} r + \frac{i}{3} r = \frac{2i+i+2i}{6} = \frac{5}{6} ir$$

合成抵抗を R_{AB} とすれば

$$R_{AB} = \frac{E}{i} = \frac{5}{6} ir / i = \frac{5}{6} r \Omega$$

(5) 抵抗の $\bar{Y} - \Delta$ 換算法

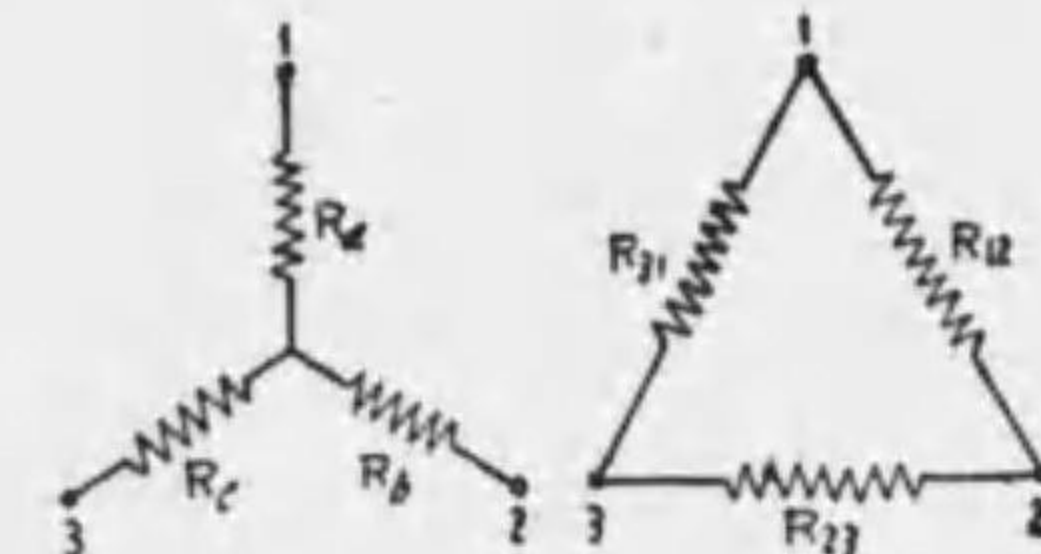
第9圖に於て前節に述べた様に $r_1 r_4 = r_2 r_3$ の関係があれば、CD 兩点とは同電位にあるから其の合成抵抗の計算は容易に出来る。然し r_5 なる抵抗が橋絡されて CD 兩点が同一電位でない場合、その合成抵抗を直並列法で求める事は困難である。



第9圖

そこで若し三角形に接続された抵抗 (交流の場合のインピーダンスでも) を之と等価な星形接続に置き換へ得れば後は直並列法によつて計算を進め得る。

扱て此の等価と云ふ意味は、第10圖に示す様に星形三角形接続の何れに於ても 1, 2, 3 の各端子間に於ける抵抗 (インピーダンスでも) が全く同一であると云ふことである。今三角形に結ばれた R_{12}, R_{23}, R_{31} の抵抗が星形結線の R_a, R_b, R_c の抵抗に等価である爲には次の関係が成立しなければならぬ。



第10圖

端子 1-2 間に於ける合成抵抗は ① 星形の場合は、 R_a と R_b とが直列にあり、② 三角形の場合は R_{12} と $(R_{23} + R_{31})$ とが並列にある。故に

$$R_a + R_b = \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23} + R_{31}}} = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \dots\dots\dots(1)$$

端子 2-3 間では

$$R_b + R_c = \frac{1}{\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{31} + R_{12}}} = \frac{R_{23}(R_{31} + R_{12})}{R_{23} + R_{31} + R_{12}} \dots\dots\dots(2)$$

端子 3-1 間では

$$R_c + R_a = \frac{1}{\frac{1}{R_{31}} + \frac{1}{R_{12} + R_{23}}} = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{31} + R_{12} + R_{23}} \dots\dots\dots(3)$$

即ち上の 3 つの聯立方程式を解き、 R_a, R_b, R_c を求むればよい。

(電氣應用數學講義 P19~21 を参照されたい)

$$R_a = \frac{(1) - (2) + (3)}{2} = \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_b = \frac{(2) - (3) + (1)}{2} = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_c = \frac{(3) - (1) + (2)}{2} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

この換算式を記憶する場合、各自が端子 1, 2, 3 と各抵抗の取り方、順序を明確に決めておくことと非常に便利である。上式からも知れる様に分母は何れも

$R_{12} + R_{23} + R_{31}$ (三角形に結ばれた抵抗の總和) である。然して (1) (2) (3) の如く全く對稱な循環形をなした方程式の答は當然對稱なる循環形をなした値をとるから R_a を先づ求めたならば R_b, R_c は計算せずとも脚標 (R_{12}, R_{23} 等の小文字) を間違へない様に循環的に變へればよい。若し三角形に結ばれた抵抗が相等

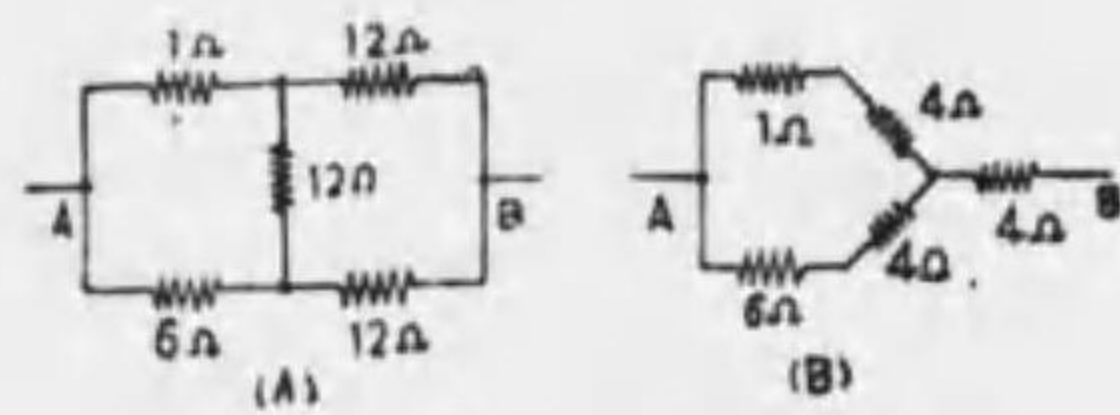
しい場合之を等価な星形に換算すると

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta} \quad R_a = R_b = R_c = R_Y \quad \text{とすれば}$$

$$R_Y = \frac{R_{\Delta}^2}{3R_{\Delta}} = \frac{R_{\Delta}}{3}$$

即ち同じ抵抗が三角形に結ばれた時、之を星形に換算するには其の $\frac{1}{3}$ をとればよい。

【例】 5つの抵抗が第11圖の如く結ばれたる場合の合成抵抗を求めよ。



第11圖

解答 (A) 圖を見る時、 12Ω の抵抗が三角形に結ばれてゐる。之を星形に換算 ($12/3=4\Omega$) すれば同圖 (B) の様になる。

従つて AB 間の合成抵抗 R_{AB} は

$$R_{AB} = \frac{(1+4)(6+4)}{(1+4)+(6+4)} + 4 = \frac{5 \times 10}{5+10} + 4 = \frac{50}{15} + 4 = 7.33 \Omega$$

【例】 第12圖の如き回路に於て、① AB 間に於て測定せる抵抗と、② ab 間に於て測定せる抵抗と何れが大きいか。

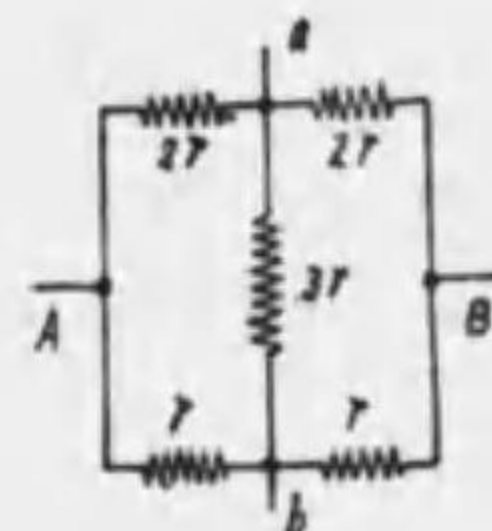
解答 ① AB 間の抵抗を求める場合無条件に Y- Δ 換算法を用ひる必要はない。よく吟味すると回路はホイートストン・ブリッジの原理に依る平衡状態にあるから $3r$ は考へる必要がない。従つて

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{2r} + \frac{1}{4r}} = \frac{2r \times 4r}{2r + 4r} = \frac{8r^2}{6r} = \frac{4}{3} r \Omega$$

② 次に ab 間に於ては、 $3r$ が3つ並列になつてゐるのであるから

$$R_{ab} = \frac{3r}{3} = r \Omega$$

となる。従つて AB 間に於て測定したる抵抗が ab 間に於て測定したものより $\frac{1}{3}$ だけ大きい。



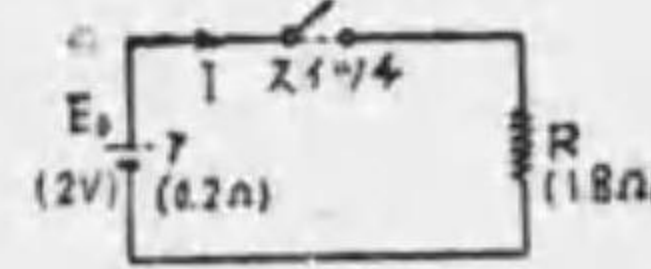
第12圖

(I) 電池の接続

(6) 電池の内部抵抗

第13圖の如く起電力 E_0 (V)、内部抵抗 $r \Omega$ を有する電池の端子に抵抗 $R \Omega$ を結ぶ時、この回路に通ずる電流を I (A) とすれば、 R にはオームの法則により $IR = E$ (V) の電圧が消費され、又電池にも内部抵抗により Ir (V) (内部降下)

が消費される。従つて此の回路に必要な電圧は $E+Ir$ で、これだけの電圧が電池で起される所謂起電力に等しくなければならぬ。



第13圖

$$E_0 = E + Ir$$

$$\therefore E = E_0 - Ir \dots \dots \dots (a)$$

即ち電池の起電力が E_0 (V) あつても電流が流れ出すと Ir (V) だけ電圧が降下し外部には E (V) しか作用しないことになる。此の関係は直流発電機の誘導起電力と端子電圧の相互関係にも同様に當嵌め得る。

今 $E_0 = 2$ (V) $r = 0.2 \Omega$ $R = 1.8 \Omega$ とすれば、回路の電流 I は

$$I = \frac{2}{1.8 + 0.2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ A}$$

電池の端子電圧即ち R の両端に働く電圧は (a) 式より次の様になる。

$$E = 2 - 1 \times 0.2 = 1.8 \text{ V}$$

従つて又 $I = E/R = 1.8/1.8 = 1 \text{ A}$

からも電流を求め得る譯である。

(註) 電池の内部抵抗とは、陽極板—電解液—陰極板の間にある抵抗の事で、この値は一次電池、蓄電池の別により異なり、又電池容量の大きさ等によつても相違するものであるが出来るだけ小さい値でなければならぬ。

(例) 起電力 2V の蓄電池がある。5A を取出す時、その端子電圧は 1.8V となる。今端子電圧を 1.6V 以上に保持して出来るだけ大きな電流を取出さんとする。この時の最大許容電流は幾アムペアか。

解答 内部抵抗を r とすれば (a) 式から

$$1.8 = 2 - 5 \times r \quad \therefore r = \frac{2 - 1.8}{5} = 0.04 \Omega$$

又 (a) 式を變形すると

$$I = \frac{E_0 - E}{r} \quad \text{となるから之に數値を代入すると、流し得る最大電流 (I}_m\text{) は}$$

$$I_m = \frac{2 - 1.6}{0.04} = 10 \text{ A} \quad \text{となる。}$$

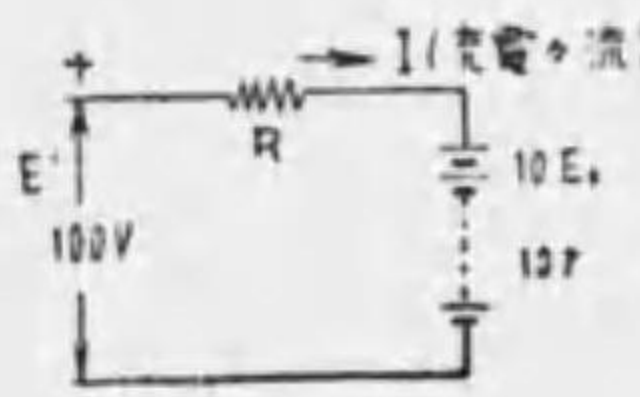
(7) 電池の直列結合

電池 1 個の起電力を E_0 、内部抵抗を r とし n 個の電池を直列に接続すれば全起電力は nE_0 、而して全内部抵抗は nr となる。故に此の組合せたる電池群を起電力 nE_0 、内部抵抗 nr なる 1 個の假想的電池と考へると前節の (a) 式はその儘に用出来る。

この電池群の両端を外部抵抗 $R \Omega$ に連結すると、流れる電流 I は次の如くなる。

$$I = \frac{nE_0}{R + nr} \dots\dots\dots (a')$$

(例) 起電力 1.8V, 内部抵抗 0.02Ω の蓄電池 10 個を直列に接続し、100V の電源より 5A の電流を以てこの電池を充電しようとする。電池に直列に接続すべき抵抗の値は何程か。



第 14 圖

解答 電池を充電する場合は電池の起電力に打勝つて電流を流すのであるから

$$I = \frac{E' - (10 \times E_0)}{R + 10r}$$

$$E' = 10 \times E_0 + I(R + 10r)$$

$$\therefore IR = E' - 10 \times E_0 - 10rI$$

$$\therefore R = \frac{E' - 10 \times E_0 - 10rI}{I} = \frac{100 - 18 - 1}{5} = 16.2 \Omega$$

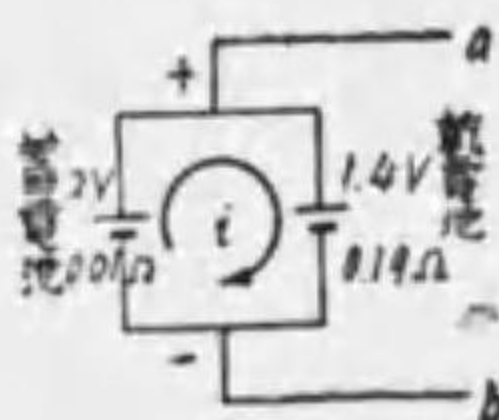
(8) 電池の並列結合

起電力 E_0 , 内部抵抗 r の電池 n 個を並列に結べば、端子 (+) (-) 間の起電力は矢張り E_0 であるが、内部抵抗は r が n 個並列に結ばれた事となるので合成内部抵抗は r/n となる。依つてこの組合せ電池は起電力 E_0 , 内部抵抗 r/n なる 1 個の假想的電池と見做し得るので、此の電池群の (+) (-) 両端に外部抵抗 $R\Omega$ を連結すると回路の電流 I は

$$I = \frac{E_0}{R + r/n} \quad \text{又は} \quad \frac{nE_0}{nR + r} \dots\dots\dots (b)$$

となる。

(例) 起電力及び内部抵抗が夫々 2(V), 0.01Ω の電池を並列に結んだ場合、端子 1.4(V), 0.19Ω ab に現はれる電位差何程か。



第 15 圖

解答 兩電池の起電力の差により矢の方向に i なる循環電流が通ずる。

$$i = \frac{2 - 1.4}{0.01 + 0.19} = \frac{0.6}{0.2} = 3 \text{ A}$$

従つて蓄電池の端子電圧 (E_1)— ab 間の電位差—

$$E_1 = 2 - 3 \times 0.01 = 1.97 \text{ V}$$

となり、乾電池と並列に結ばざる方が寧ろ外部に對して

大なる電流を流し得ることになる。 ab 端に外部抵抗を結びたる時の各部に流れる電流に就ては後節で詳述するとしやう。

一方乾電池には逆方向の電流が流れるので

$$E_2 = 1.4 + 3 \times 0.19 = 1.97 \text{ V}$$

となり(これは兩電池の (+) (-) が結合されてゐるから當然なことである) 乾電池は遂に破損するに至るであらう。依つて起電力の違ふ電池を並列に結ぶことは避けな

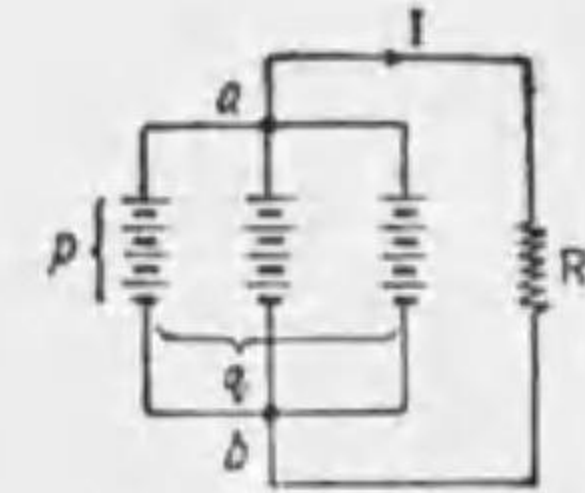
ければならぬ。

(9) 電池の直並列結合

前と同じく起電力 E_0 , 内部抵抗 r の電池群を p 個直列に、 q 組を並列に接続し之を外部抵抗 R なる導線を以て結べば R に流れる電流 I は

$$I = \frac{pE_0}{R + \frac{p}{q}r} \dots\dots\dots (c)$$

にて表はされる。何故なれば電池群の ab 端子に於ける起電力は pE_0 で、内部抵抗は pr のものが q 個並列になつてゐるから合成内部抵抗は pr/q となるによる。



第 16 圖

今電池總数を n とすれば $n = pq$ であるから (c) 式は

$$I = \frac{nE}{qr + pr} \dots\dots\dots (c')$$

となる。

(讀者各位はペンを以て (c) より (c') を導いて戴きたい)

(例) 蓄電池 90 個を直列に接続し、外部抵抗 2Ω を有する電路に使用する場合と、之を 30 個直列にしたるものを 3 組並列に接続して同電路に使用する場合は、其の電路に流るゝ電流は後者の方が前者の 1.5 倍なりと云ふ。蓄電池 1 個の内部抵抗幾オーームか。(選試既往問題)

解答 90 個直列の場合の電流 I_1 は

$$I_1 = \frac{90E_0}{2 + 90r}$$

(但し電池 1 個の起電力を E_0 V, 内部抵抗を $r\Omega$ とする)

次に 30 個直列のもの 3 組並列の場合の電流を I_2 とすれば

$$I_2 = \frac{30E}{2 + \frac{30}{3}r}$$

然るに $I_2 = 1.5 I_1$ であるから

$$1.5 \times \frac{90E_0}{2 + 90r} = \frac{30E_0}{2 + \frac{30}{3}r} = \frac{90E_0}{6 + 30r}$$

$$1.5 \times \frac{1}{2 + 90r} = \frac{1}{6 + 30r} \quad 1.5 \times \frac{6 + 30r}{2 + 90r} = 1$$

$$1.5 \times (6 + 30r) = 2 + 90r$$

$$9 + 45r = 2 + 90r \quad 7 = 45r$$

$$\therefore r = \frac{7}{45} = 0.156 \Omega$$

(10) 最大電流を得る電池群の結合法

電池の総数 n 、起電力 E_0 、内部抵抗 r 及び外部抵抗 R が既知の場合、外部回路に最大電流を通ぜんとするには p (直列の数) 及び q (並列の組) を如何に選ぶべきかを考察しよう。さて (c') 式の

$$I = \frac{nE_0}{qR + pr}$$

に於て分子 nE_0 は一定であるから I を最大にするには分母の $qR + pr$ を最小としなければならぬ。

而して、代数学に於て "2 数の積が常数なる時、その和が最小なるためには、2 数の値は相等しくなければならぬ"

(詳細は電氣技術講座第 1 巻第 1 部第 2 章 P131~133 を参照されたい)

従つて分母の積 $qR \times pr = (pq)Rr = nRr$ は一定である。

故に $qR = qr$ でなければならぬから

$$\therefore R = \frac{p}{q}r \text{ (外部抵抗=電池全体の内部抵抗) (d) の関係が導き得られる。}$$

さて (d) 式より $p = \frac{R}{r}q = \frac{R}{r} \times \frac{n}{p}$ ($n = pq$ より)

$$\therefore p^2 = \frac{R}{r}n \quad \therefore p = \sqrt{\frac{R}{r}n} \dots\dots (e)$$

又 $q = n/p = \frac{n}{\sqrt{\frac{R}{r}n}}$

$$\therefore q^2 = \frac{n^2}{\frac{R}{r}n} = \frac{nr}{R}$$

$$\therefore q = \sqrt{\frac{r}{R}n} \dots\dots (e')$$

となる。されば

① 外部抵抗が内部抵抗に比し遙かに大にして $R > nr$ なる時は直列に結合すれば最大電流が得られる。(直列に結合したる全内部抵抗 nr は R に最も近くなる)

② 外部抵抗が内部抵抗に比し極めて小にして $R < r/n$ なる時は並列に結合すれば最大電流が得られる。(並列に結合すると全内部抵抗 r/n は R に最も近くなる)

③ $r/n < R < nr$ の場合は (e) (e') 式の與ふる様に、 p 及び q を選べば最大電流が得られる。けれども p 及び q は常に整数を與へるものでないから、若し分數を與へる時は $n = pq$ を満足する整数にし、而かも (e) (e') 式を満足するに最も近い p, q を選ぶべきである。

(註) 電池群から最大電流を得る事は電池を経済的に且つ有利に使用する意味ではない。

(II) 複雑な回路の電壓電流

(11) 直列回路の電壓

直列にされた各導線の両端間の電壓は其の抵抗に比例する。

何んでも無いことであるが、第 17 圖の如く抵抗 r_1, r_2, r_3 が直列に接続され、之に一定電流 (I) が通ずるとき、オームの法則から

$$\frac{V_1}{r_1} = I, \quad \frac{V_2}{r_2} = I, \quad \frac{V_3}{r_3} = I$$

$$\therefore \frac{V_1}{r_1} = \frac{V}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{V_3}{r_3}$$

であるから

$$V_1 : V_2 : V_3 = r_1 : r_2 : r_3$$

となり、題意の條件を説明する事が出来る。

【例】100V, 20W 電球を 200V の回路に使用する場合、規定燭にて点する爲には何 Ω の抵抗を直列に挿入すべきか。

【解答】挿入した抵抗によつて當然 100V が費され無ければならぬ。換言すれば電球と同値の抵抗が必要な譯である。然るに電球の抵抗は

$$20 = 100 \times I \quad \therefore I = 0.2 \text{ A}$$

従つて求める抵抗値 $R = \frac{100}{0.2} = 500 \Omega$ となる。

(註) $R = E/I = \frac{E \times E}{I \times E} = \frac{E^2}{W}$ であるから $R = \frac{100^2}{20} = 500 \Omega$ としても求められる。

(12) 倍率器の問題

倍率器 (multiplier) は電壓計の測定範圍を擴大する爲に使用されるもので、第 18 圖の如く電壓計に直列に接続する。併して

$$i = \frac{E}{R+r}$$

$$\therefore e = ir = E \frac{r}{R+r} \dots\dots (a)$$

又 (a) より $E = e \frac{R+r}{r} \dots\dots (b)$

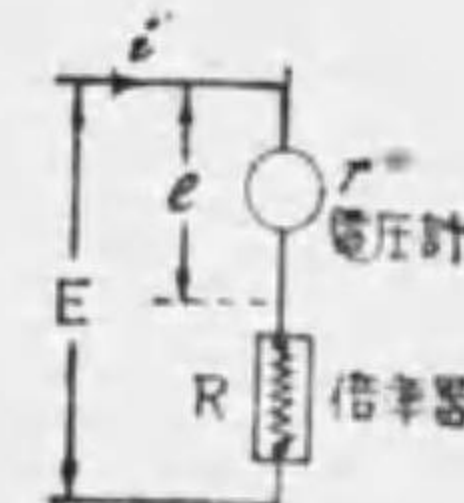
$$\therefore \frac{E}{e} = \frac{R+r}{r} = m \text{ (常数であつて之れを倍率と云ふ)}$$

従つて $R+r = mr$

$$\therefore R = mr - r = r(m-1) \dots\dots (c)$$



第 17 圖



第 18 圖

【例】最大指示 150 V の電圧計を 600 V 回路に使用する際必要な倍率器の抵抗を求めよ。但し電圧計の抵抗は 3000 Ω とする。

解答 公式を其の儘用ひると

$$R = 3000 \times \left(\frac{600}{150} - 1 \right) = 9000 \Omega$$

となるが、公式の丸暗記は余り感心出来ぬ、そこで 150 V の場合 電圧計を通る電流 (i) は

$$i = \frac{150}{3000} = 0.05 \text{ A}$$

なる故 600 - 150 = 450 V だけの電圧が倍率器にて降下しなければならぬから

$$\therefore R = \frac{450}{0.05} = 9000 \Omega \text{ となる。}$$

(13) 並列回路の電流

並列回路に流れる電流は各回路の抵抗に逆比例する。

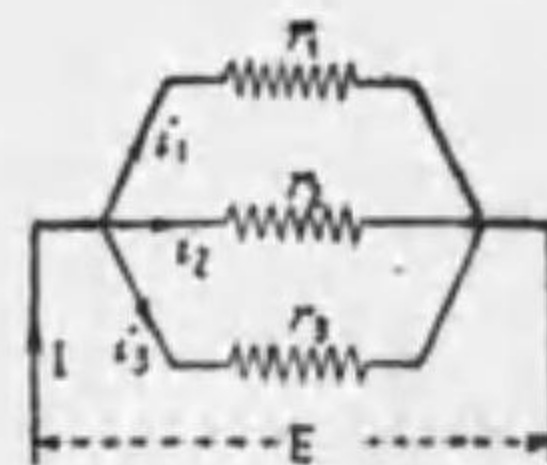
第 19 圖に於て、各導線の両端子間の電圧を E, 抵抗を夫々 r₁, r₂, r₃ とすれば

$$i_1 r_1 = E, \quad i_2 r_2 = E,$$

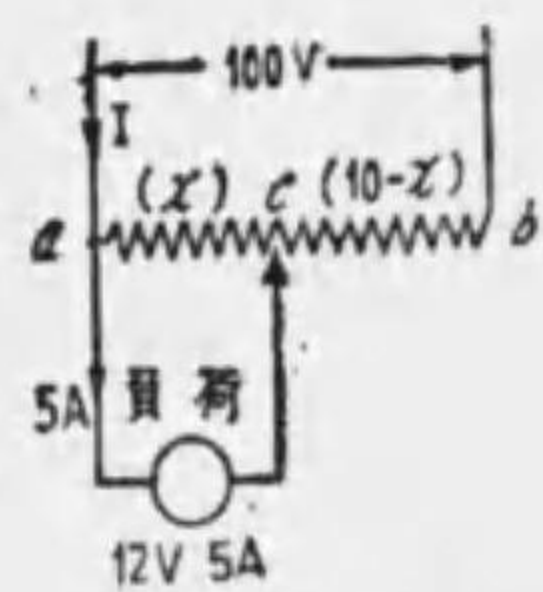
$$i_3 r_3 = E \quad \therefore i_1 r_1 = i_2 r_2 = i_3 r_3$$

$$\therefore i_1 : i_2 : i_3 = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2} : \frac{1}{r_3}$$

となる譯である。



第 19 圖



第 20 圖

【例】端子電圧 12V, 5 A を必要とする負荷がある。今 100V の電源に 10Ω の抵抗を圖の如く接続してその目的を達せんとする。この場合 ac 間の抵抗を何オームとすべきか。(既往選試問題改題)

解答 ac 間の抵抗を xΩ とすると bc 間の抵抗は (10-x)Ω である、又 bc 間の電圧降下は當然、100 - 12 = 88 V であるから

$$\text{bc 間の電流は } \frac{88}{(10-x)} \text{ A}$$

となるが、これは ac 間及び負荷電流 (5 A) の和であるから

$$\frac{88}{10-x} = \frac{12}{x} + 5 \quad \text{整理して}$$

$$5x^2 + 50x - 120 = 0$$

一元二次方程式であるから之を解いて

$$x = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 - 4 \times 5 \times (-120)}}{2 \times 5} = \frac{-50 \pm 70}{10} = 2 \text{ or } -12$$

負値は適當でないから、結局求める抵抗 x は 2Ω である。

(14) 分流器の問題

分岐回路に於て電流が抵抗に逆比例 (反比例) して流れると云ふ原理を應用して電流計や檢流計 (galvanometer) の測定範圍を擴大する爲に用ひられるものを分流器 (shunt) と云ふ。第 21 圖の如く、電流計 (檢流計でも同様) に並列に接続されるもので、今電流計に通ずる電流を i A とすると

$$i = I \frac{R}{R+r} \quad \therefore I = \frac{R+r}{R} i \dots\dots\dots (a)$$

$$\therefore \frac{I}{i} = \frac{R+r}{R} = m \quad (m \dots \text{常數で之れを倍率と云ふ})$$

$$\text{然るに } m = \frac{R+r}{R} = 1 + \frac{r}{R} \quad m-1 = \frac{r}{R}$$

$$\therefore R = \frac{r}{m-1} \dots (b) \quad \left(\text{分流器抵抗} = \frac{\text{計器の抵抗}}{\text{倍率} - 1} \right)$$

として計算される。

【例】最大指示 10A, その内抵抗 0.02 Ω を有する電流計がある。今 0.005 Ω の抵抗を分流器として使用すれば何 A 迄測定出来るか。

解答 上の式をその儘用ひると

$$0.005 = \frac{0.02}{x-1} \quad 0.005(x-1) = 0.02$$

$$\therefore x = \frac{0.02 + 0.005}{0.005} = 5$$

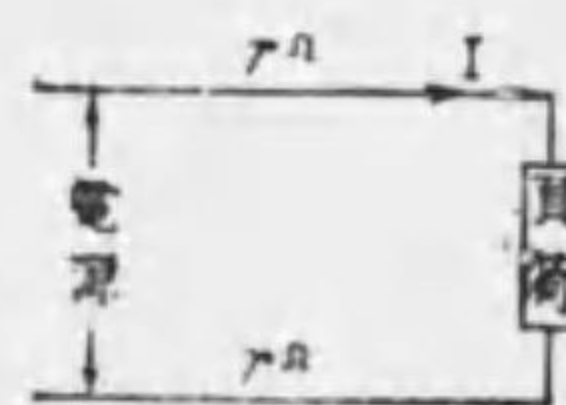
即ち倍率は 5 倍であるから 50A 迄測定出来る。併して電流計が最大目盛 10 A を指示するから分流器には 40A 流れる勘定である。

【註】測定し得る全電流を I とし、電流計は分路の抵抗に逆比例するから次の關係が成立する。

$$10 = I \times \frac{0.005}{0.02 + 0.005}$$

$$\therefore I = \frac{0.02 + 0.005}{0.005} \times 10 = 50 \text{ A}$$

(15) 電線路の電壓降下



第 22 圖

第 22 圖の如く、1 條の抵抗 rΩ の電線を以て、負荷 (電流 = I) に供給する場合、電線路中の電壓降下 e は

$$e = 2Ir$$

$$\text{然るに } r = \rho \frac{L}{S} \quad (\text{第 2 節電氣抵抗參照})$$

で表はされる。然るに硬銅線の固有抵抗 (長さ 1m,



第 21 圖

切断面積 1mm^2) は $\frac{1}{56} \sim \frac{1}{55} Q$ であるから次式の様になる。

【注】軟銅線なれば固有抵抗は約 $1/58 \Omega$ でよい

$$e = \frac{1}{5.5} \frac{2lL}{S} \dots\dots\dots (a)$$

逆に最大許容電圧 e なる場合電線の所要太さ S は

$$S = \frac{1}{5.5} \frac{2lL}{e} \dots\dots\dots (b)$$

但 L …直長(m) S …切断面積(mm^2)

例へば電源の電圧 103V にして、これより 60m 離れたる位置に 4kW の負荷 (端子電圧 100V , 電流 40A) あり、今硬銅線 2 條を用ひて供給する場合必要なる電線の太さを決定せよ。

許容電圧降下は $103 - 100 = 3\text{V}$

これを上式に代入すると

$$S = \frac{1}{5.5} \frac{2 \times 40 \times 60}{3} = 28.55 \text{ mm}^2$$

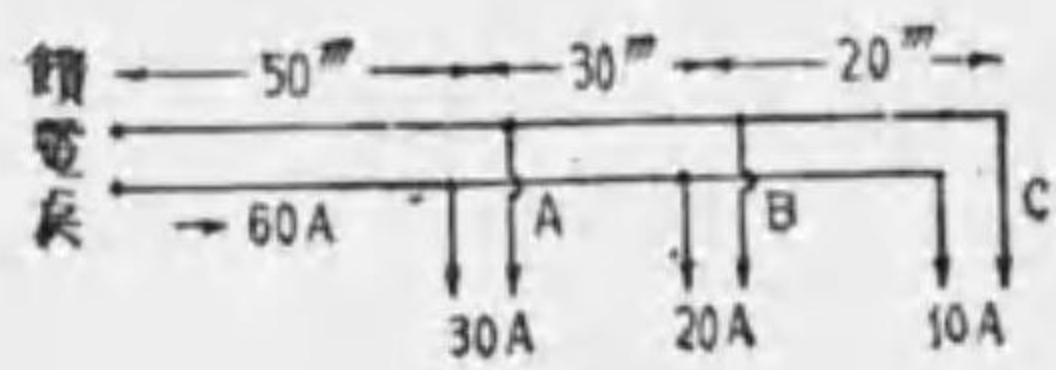
然るに電線の直径を d とすれば

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \text{ より } d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 28.55}{3.14}} = \sqrt{36.37} = 6 \text{ mm}$$

【例】直流 2 線式配電線路あり、電源の電圧 105V ならば A 及び C 点に於ける線間電圧何程となるか。但し電線は 8mm (1km 當りの抵抗は 0.3536Ω) の硬銅線を使用するものとする。

【解答】 ① A 点迄の電圧降下

$$e_A = 2lr = 2 \times (30 + 20 + 10) \times \frac{0.3536}{1000} \times 50 = 2.1 \text{ V}$$



第 23 圖

② C 点迄の電圧降下 e_C は

$$e_C = 2 \times \frac{0.3536}{1000} \times (50 \times 60 + 30 \times 30 + 20 \times 10) = 2.9 \text{ V}$$

故に

$$A \text{ 点の線間電圧} = 105 - 2.1 = 102.9\text{V}$$

$$C \text{ 点の線間電圧} = 105 - 2.9 = 102.1 \text{ V}$$

【註】 A 点迄の電圧降下率は $2.1/102.9 \approx 0.02 = 2\%$

C 点迄の電圧降下率は $2.9/102.1 \approx 0.028 = 2.8\%$

(16) キルヒホッフの法則

複雑な電気回路の電流の分配 (大きさと方向) を求めるにはキルヒホッフの法則 (Kirchhoff's Law) を用ふるのが便利で、これに第 1, 及び第 2 の法則がある。これはオームの法則を敷衍したに過ぎないのであるが、初心者の中には本法則を

複雑なもの、面倒なものと考え、其の考案演算に未熟で電戦裡に臨んで失敗する人が多々あると聞く。何れにしても計算解法の巧拙は問題の正確な考案と數式運用の熟練に俟つものであることを附言する。

(A) 第 1 法則 分岐電路の一点に會する電流の代數的和は零である。

即ち電流は点に蓄積されること絶対に無く、流入する電流と流出する電流とは常に相等しいことを表はして居る。今流れ込む電流を正

(+) と考へ、流出する電流を負 (-) の電流と考へると、各電流の總和は零となる。(第 24 圖参照)

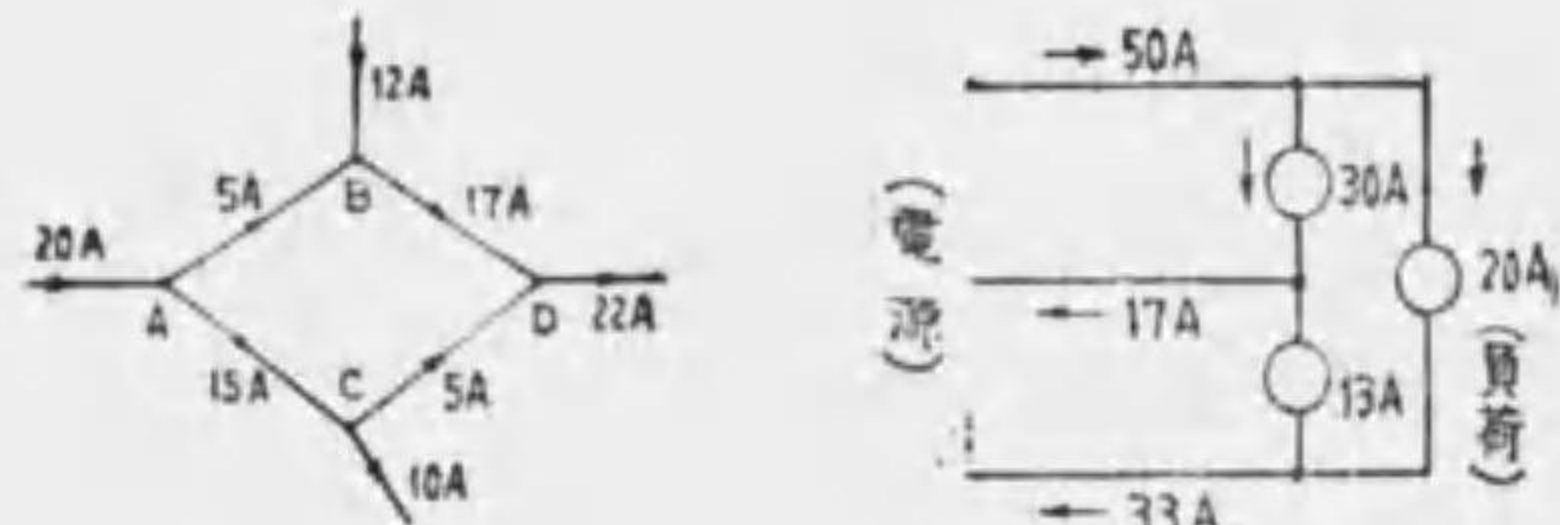
$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

$$\therefore i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5 \dots\dots\dots (a)$$



第 24 圖

例へば第 25 圖の様な電路の電流分布も第 2 法則を活用することにより決定出来る。



(A)

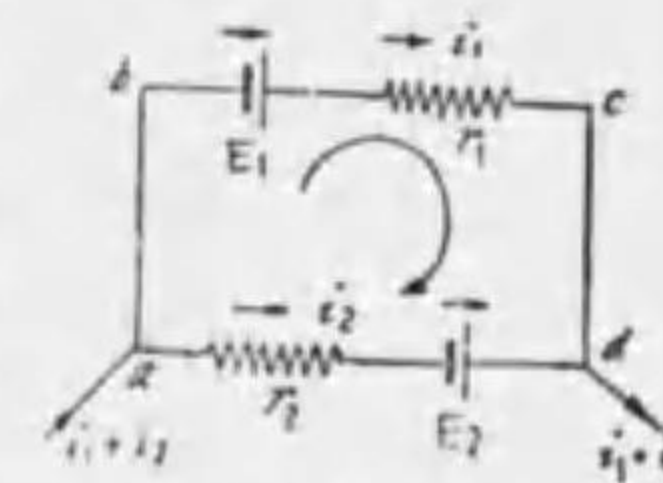
(B)

第 25 圖

(B) 第 2 法則 任意の一閉回路に於て同一方向に取つた起電力の代數的總和は、電壓降下の代數的總和に等しい。

第 26 圖の a, b, c, d の閉電路に於て、起電力及び電壓降下の正の方向を矢の如く右廻りと假定する

(左廻りとしてもよい。然しどの閉電路でも同じ方向に考へねばならぬ) 先づ起電力 E_1 は矢と同方向に働く故に正、 E_2 は反對方向に作用するから負となる。即ち起電力の代數的和は $E_1 - E_2$ である。



第 26 圖

次に、 r_1 に通ずる電流 i_1 は矢の方向と同じであるから r_1 による電壓降下 $i_1 r_1$ は正、 i_2 は矢と反對方向であるから電壓降下 $i_2 r_2$ は負としなければならぬ。それで電壓降下の代數的和は $(i_1 r_1 - i_2 r_2)$ となり結局第 2 法則は

$$E_1 - E_2 = i_1 r_1 - i_2 r_2 \dots\dots\dots (b)$$

の如く書き表はされる。

キルヒホッフ法則の原理及應用に就ては、既に上巻で懇説した通りであつて、今更らに云ふことはないのだが、夫れでも尙、幾多の誤つた答案を拜見するので今一應、第一歩から述べることにした。同一方向にとると云ふことを常に念頭に置いて解答されたい。

(17) キルヒホッフ法則の應用

(i) 第 27 圖の如き回路に於て、各部の電流 i_1 , i_2 , I の値を求めて見る。

先づ i_1 , i_2 , I の電流分布を圖の様に假定する。さうすれば未知電流数は 3 つであるから 3 つの方程式が必要である。

第 1 法則を A 点に適用すると

$$i_1 + i_2 = I \dots\dots\dots (a)$$

第 2 法則を適用するとき、閉回路は 3 つあるから、各々に就て考へてみる。

$$A r_1 B E R A \text{ 回路} \quad r_1 i_1 + IR = E \dots\dots\dots (b)$$

$$A r_2 B E R A \text{ 回路} \quad r_2 i_2 + IR = E \dots\dots\dots (c)$$

$$A r_1 B r_2 A \text{ 回路} \quad r_1 i_1 - r_2 i_2 = 0 \dots\dots\dots (d)$$

となり、4 つの方程式が出来たが適當なもの 3 つだけを選ばよ。計算を簡単にする爲には方程式の数は出来るだけ少い事が肝要だ。

茲に於て、 I は $(i_1 + i_2)$ であるから、 I を用ひずに、 $(i_1 + i_2)$ で表はすと未知数は i_1, i_2 の 2 つとなる。従つて 2 つの聯立方程式を解けばよいことになる。

〔註〕 第 1 法則は假定電流の数を少なくするのに必要である。又 (d) は (b)-(c) から誘出されるから (b) (c) (d) の内何れか 2 つを選ばよ。

それで (b) 式を書直して

$$r_1 i_1 + R(i_1 + i_2) = E \dots\dots\dots (b')$$

(d) 式をもう 1 つの方程式に撰定して、各式に抵抗並に電壓の数値を代入すると

$$6i_1 + 2(i_1 + i_2) = 12 \quad \text{書換へて}$$

$$8i_1 + 2i_2 = 12 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$(d) \text{ より } 6i_1 - 3i_2 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

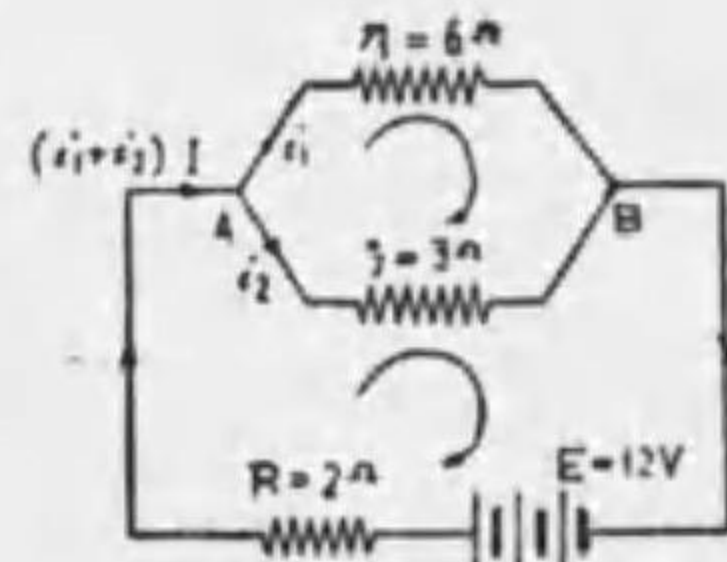
結局この ① ② の聯立方程式を解けばよいのであつて、

$$\textcircled{2} \text{ 式より } i_2 = \frac{6}{3} i_1 = 2i_1$$

これを ① に代入すると

$$8i_1 + 2(2i_1) = 12 \quad \text{即ち } 12i_1 = 12 \quad \text{となるから } i_1 = 1 \text{ A}$$

$$\text{従つて } i_2 = 2i_1 \text{ より } i_2 = 2 \text{ A} \quad \text{更に } I = i_1 + i_2 \text{ より } I = 3 \text{ A}$$



第 27 圖

となる。併して i_1, i_2, I は何れも正值であるから電流は最初假定した方向に流れる事が判る。

〔註〕 キルヒホッフの第二法則はオームの法則を廣い範圍に延ばして考へたもので、只各部の電流が相違する場合、直接オームの法則を以て計算出来ないで此の法則を用ひるのである。上例に就て AB 間の並列部分の合成抵抗は 2Ω であるから

$$I = \frac{12}{2+2} = 3 \text{ A}$$

と直ちに知れる。而して此の 3A は抵抗に逆比例して並列回路に分流するから、 r_1 側即ち $i_1 = 1 \text{ A}$, r_2 側の電流 $i_2 = 2 \text{ A}$ となる事は暗算からも求め得る。

(ii) 第 28 圖の如き回路に於て

(イ) 各部の電流 i_1, i_2, i_0 を求め

(ロ) 若し R_2 が可變なるとき、之を調節して i_0 を零とならしめる時の r_2 の値は何程か。(但し E_1 の接続を反對とする) 但し電池の内部抵抗は無視するものとす。

(イ) 未知電流は 3 つであるから 3 つの聯立方程式が必要な譯である。

先づ第 1 法則を a 点に適用すると

$$i_1 + i_2 = i_0 \dots\dots\dots (a)$$

第 2 法則を $a r_0 b r_1 E_1 a$ 回路及び $a r_0 b r_2 E_2 a$ 回路に夫々適用すると

$$i_0 r_0 + i_1 r_1 = E_1 \dots\dots\dots (b)$$

$$i_0 r_0 + i_2 r_2 = E_2 \dots\dots\dots (c)$$

然るに i_0 は $(i_1 + i_2)$ で表示し得るので、未知電流は i_1, i_2 の 2 つとなる。従つて 2 つの聯立方程式でよい筈である。今 (a) を (b) 及び (c) に代入すると

$$(i_1 + i_2)r_0 + i_1 r_1 = E_1$$

$$i_1(r_0 + r_1) + i_2 r_0 = E_1 \dots\dots\dots (b')$$

$$(i_1 + i_2)r_0 + i_2 r_2 = E_2$$

$$i_1 r_0 + i_2(r_0 + r_2) = E_2 \dots\dots\dots (c')$$

之に數値を代入すれば

$$3.5i_1 + i_2 = 40 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$i_1 + 2i_2 = 20 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

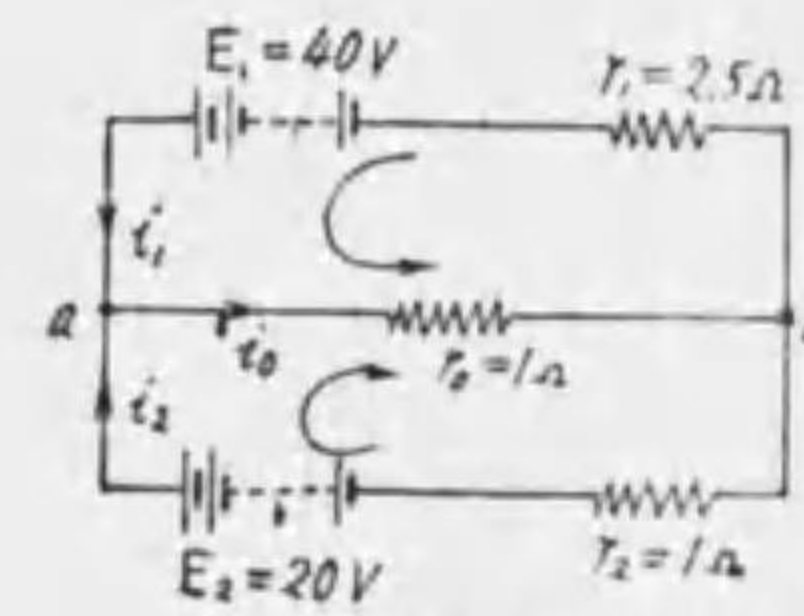
となるから、これより i_1, i_2 を計算すればよい。

〔①×2〕-〔②×1〕を求めると

$$7i_1 + 2i_2 = 80$$

$$- 1i_1 + 2i_2 = 20$$

$$\hline 6i_1 = 60 \quad \therefore i_1 = 10 \text{ A}$$



第 28 圖

②式に $i_1=10A$ を挿入すると $10 \times 1 + 2i_2 = 20 \quad \therefore i_2 = 5A$
 然るに (a) 式に於て $i_0 = i_1 + i_2$ である故 $i_0 = 10 + 5 = 15A$ となる。

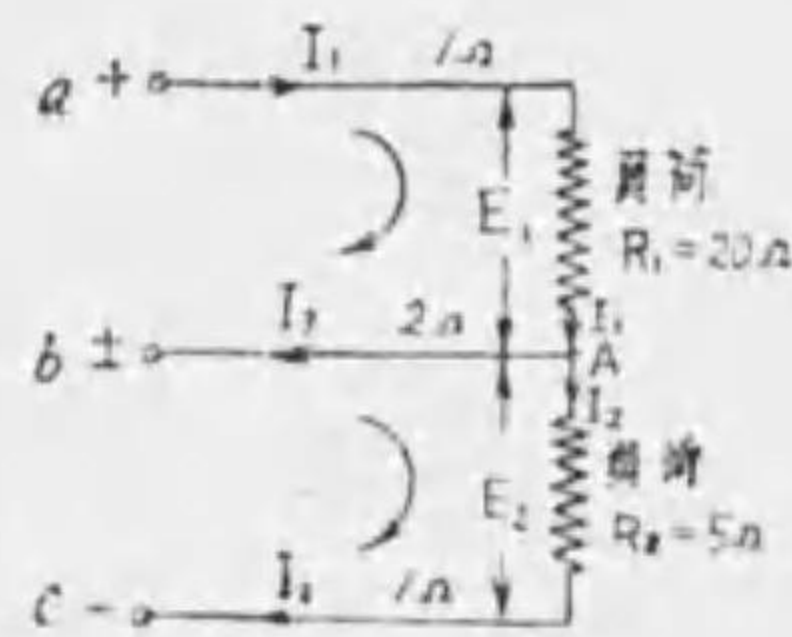
(口) 次に $i_0=0$ なるを以て $-i_1 = i_2$ となるから之を i とすれば, (b) (c) 式は次の様になる。

$$-ir_1 = E_1 \quad ir_2 = E_2$$

$$\text{然るに } i = \frac{E_1}{r_1} = \frac{40}{2.5} = 16A \quad \text{となるから} \quad r_2 = \frac{E_2}{i} = \frac{20}{16} = 1.25 \Omega$$

でなければならぬ。

(iii) 次に第 29 圖の如き直流 3 線式配電線に於て, 各線に流れる電流と各負荷の端子電圧を求めて見やう。



第 29 圖

各線の電流を圖の如く假定すると, 未知電流は 5 つなる故に, 3 つの方程式が必要である。……ab, bc 間電圧は 210V

$$\text{先づ第 1 法則を A 点に適用して} \quad I_1 = I_2 + I_3 \quad \dots\dots\dots (a)$$

第 2 法則を aR1Ab 回路, bAR2c 回路に夫々適用すると

$$1 \times I_1 + 20I_2 = 210 \quad \dots\dots\dots (b)$$

$$-2I_2 + 5I_3 + 1 \times I_3 = 210 \quad \dots\dots\dots (c)$$

(a) 式より $I_3 = I_1 - I_2$, 之を (b) (c) 式に代入すれば,

$$23I_1 - 2I_2 = 210 \quad \dots\dots\dots (b')$$

$$-2I_1 + 8I_2 = 210 \quad \dots\dots\dots (c')$$

即ち (b') (c') の 2 つの聯立方程式を解けば I_1, I_2 が決定される。

(註) 最初から $I_3 = I_1 - I_2$ として式を立てれば 2 つの方程式でよい。

それで (b') 式に 4 を乗じて (c') と相加へると I_2 は消去される。即ち

$$92I_1 - 8I_2 = 840$$

$$-2I_1 + 8I_2 = 210$$

$$\hline 90I_1 = 1050 \quad \therefore I_1 = \frac{1050}{90} = 11.7A$$

(c') 式に $I_1 = 11.7A$ を代入すれば

$$-23.4 + 8I_2 = 210 \quad \therefore I_2 = \frac{233.4}{8} = 29.2A$$

然るに $I_3 = I_1 - I_2 = 11.7 - 29.2 = -17.5A$

この I_3 は負値をとるが, これは最初假定した方向と逆に流れる事を意味するのである。

次に各負荷の端子電圧は

$$E_1 = I_1 R_1 = 11.7 \times 20 = 234V \quad E_2 = I_2 R_2 = 29.2 \times 2 = 146V \quad \text{となる。}$$

(註) ① 3 線式に就ては中性線に流れる電流は兩外線の電流差であるから, 一般に外線に較べて細い電線でよいから経済的となる。

② 但上例の如く負荷が甚だしく不平衡であると折角電源電圧を一定に保持しても, 時には E_1 の如く電源電圧より上昇するが如き不平衡さへ起る。もし負荷が電燈であればその光度は電圧変化の 3.6 乗に比例し, 壽命は 13.5 乗に逆比例するからその影響は極めて大きい

③ 兩側の負荷が完全に平衡して居れば中性線に電流は流れない。電氣工作物規程に於て 3 線式の中性線に自動遮断器 (可熔片) を設けてはならぬとあるがその理由は如何

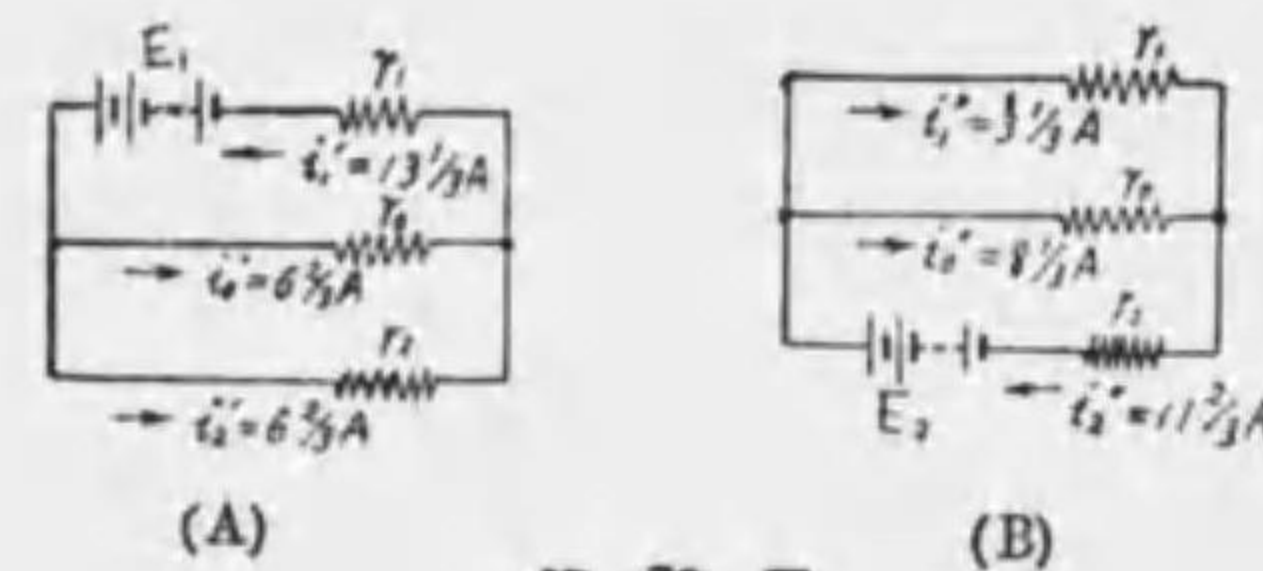
④ 中性線の負荷電流に幾許以上の不平均が起ると受電端電圧が電源の電圧より高くなるかを吟味されたい。

さて, キルヒホッフ法則の運用も回路が複雑になればなる程, その解法も繁雜になるから聯立方程式の組立にマックスウェルの規則を適用するとか, その方程式解法に行列式 (Determinant) を用ひるとかの手段を採らねばならぬ。

(18) 重疊の理

2 個以上の起電力が同時に回路に結ばれてゐる様な場合に於て, 或る起電力 E_1 のみによる電流の分布を求め次で別の起電力 E_2 のみによる電流の分布 (以下同様) を求め, これ等を重疊すれば求むる回路の電流分布が得られる。之を重疊の理 (principle of superposition) と云ふ。前節の例 (ii) に之を適用してみる。

第 28 圖に於て E_2 を取り去り E_1 のみが存在するものとし各部の電流を求めると (A 圖参照)



第 30 圖

$$r_1 \text{ を通ずる電流} \quad i_1' = \frac{E_1}{r_1 + \frac{r_0 r_2}{r_0 + r_2}} = \frac{40}{2.5 + \frac{1 \times 1}{1+1}} = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3} A$$

$$r_2 \text{ を通ずるものは} \quad i_2' = 13 \frac{1}{3} \times \frac{1}{1+1} = 6 \frac{2}{3} A$$

(E_2 の起電力の方向とは逆である)

r_0 を流れるものは同じく $i_0' = 6 \frac{2}{3} A$ である。次に E_1 を除き E_2 のみ回路に存在する時の電流分布は (B 圖参照)

$$r_0 \text{ を通ずる電流 } i_2'' = \frac{E_1}{r_2 + \frac{r_0 r_1}{r_0 + r_1}} = \frac{20}{1 + \frac{2.5 \times 1}{3.5}} = 11\frac{2}{3} \text{ A}$$

$$r_1 \text{ の電流は } i_1'' = 11\frac{2}{3} \times \frac{1}{2.5+1} = 3\frac{1}{3} \text{ A}$$

にして流れる方向は i_1' と反対である。

$$r_0 \text{ の電流は } r_0'' = 11\frac{2}{3} \times \frac{2.5}{2.5+1} = 8\frac{1}{3} \text{ A}$$

にして流れる方向は i_0' と同方向である。

故に之等の電流を重疊すれば求める答を得る。

$$r_1 \text{ を通ずる電流は } i_1 = i_1' - i_1'' = 13\frac{1}{3} - 3\frac{1}{3} = 10 \text{ A}$$

$$r_2 \text{ を通ずる電流は } i_2 = i_2'' - i_2' = 11\frac{2}{3} - 6\frac{2}{3} = 5 \text{ A}$$

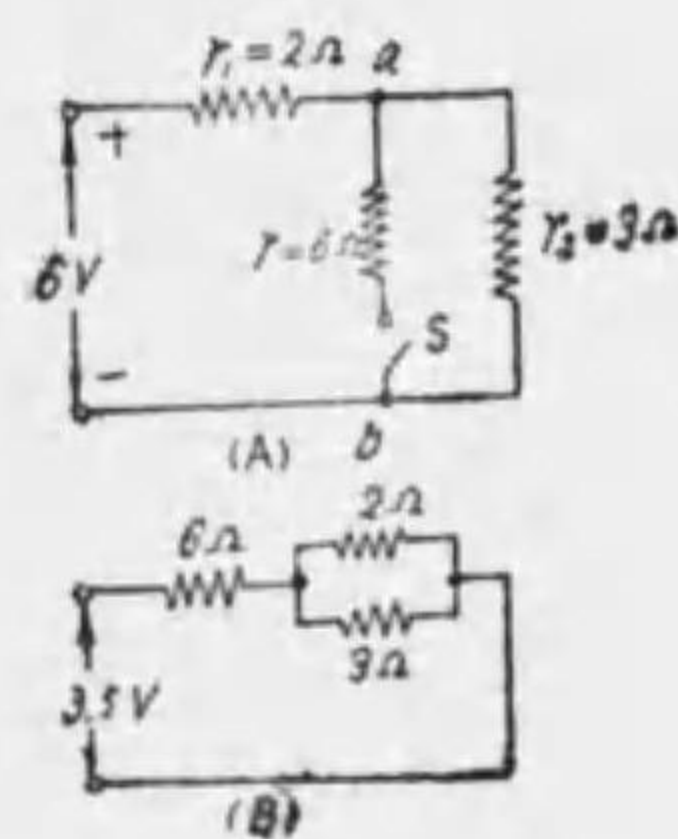
$$r_0 \text{ を通ずる電流は } i_0 = i_0' + i_0'' = 6\frac{2}{3} + 8\frac{1}{3} = 15 \text{ A}$$

斯様に重疊の理に依つて解くと、聯立方程式を解く面倒がない。起電力が三つある場合にも、同様に各起電力が夫々ある場合の三つを重疊すればよい。但し、起電力を有する電池に内部抵抗があれば、其の起電力を除いた場合でも、此の内部抵抗は残して置かねばならない。此の点を初學者は誤り易い。又、電圧、電流の重疊は出来るが、電力の重疊の出来ないことに注意されたい。

(19) テブナンの定理

この定理を用ひるとキルヒホッフ法則の助けを借らずに解ける妙味もあるが、總ての回路に應用することは先づ困難である。茲には二三の簡単な例を示すしやう。

“導線網内の任意の2点間に抵抗 r を接ぐ時、 r に流れる電流は接続する以前に2点間に存在した電位差 E を、この2点から見たる導線網全体の合成抵抗 R と接続された抵抗 r との和で除したものである。”



第31圖

【註】 分枝回路の電流計算法から検算を試みられよ。

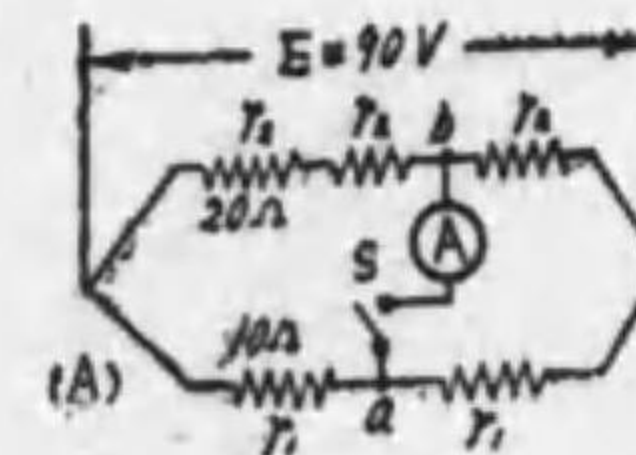
【例】 テブナンの定理を用ひる迄も無いが、その原理を納得するために掲げる。第31圖に於て ab 間に表はれる電位差を 3.6V とすれば、スイッチ S を閉ぢたる時 r に流れる電流を求めてみる。

【解答】 定理により ab 2点間から見たる合成抵抗 (R) は圖(B) の様になるを以て

$$R = 6 + \frac{2 \times 3}{2+3} = 7.2 \Omega$$

$$\text{故に } r \text{ を通ずる電流は } I = \frac{3.6}{7.2} = 0.5 \text{ A}$$

【例】 第32圖(A)の如き回路に於て、スイッチ S を閉ぢる場合電流計を通ずる電流何程か。但し電流計の抵抗は無視するものとす。



(B)

第32圖

【解答】 S を開いた場合 a 点の電位は $\frac{1}{2}E$, b 点の電位は $\frac{1}{3}E$ である。故に ab 間の電位差は $\frac{1}{2}E - \frac{1}{3}E = \frac{1}{6}E = 15 \text{ V}$

次に ab 点から見た合成抵抗は同圖(B) の様になるから

$$R = \frac{10 \times 10}{10+10} + \frac{40 \times 20}{40+20} = \frac{55}{3}$$

従つて電流計を流れる電流は定理により

$$I = \frac{15}{R} = 15 \times \frac{3}{55} = 0.82 \text{ A} \quad \text{となる。}$$

(III) 回路の電力

(20) 電流の熱作用

① 抵抗 $R \Omega$ の両端に E ヴオルトの電圧を加へれば電流 (I) は $I = E/R \text{ A}$, 従つて $E = IR$

なるを以て、此の抵抗に供給される電力 (P) は

$$P = EI = IR \times I = I^2 R \quad \text{ワット} \quad \text{である。}$$

【例】 100V , 250W の電気アイロンの使用中に於ける電気抵抗 (R) は何 Ω か

【解答】 この時の電流

$$I = \frac{P}{E} = \frac{250}{100} = 2.5 \text{ A}$$

$$\text{故に電熱抵抗線のオーム数は } R = \frac{100}{2.5} = 40 \Omega$$

$$\text{また前式から } 250 = I^2 R \text{ なるを以て } R = \frac{250}{(2.5)^2} = 40 \Omega$$

からも計算し得る。

【註】 特に使用中と断つたのは、抵抗線のオーム数とその温度係数に關係して常温の場合、(使用しない時) と使用中とで異なるからである。

② ジュールの法則 に依れば、抵抗に依り消費される電力量 (電力 \times 時間) は總て熱エネルギーに變換されるもので次の關係がある。

$$W = I^2 R t \quad \text{ジュール}$$

茲に W は電力量にして、 I は電流 (A), R は抵抗 (Ω) を示し、 t は時間を (秒) で表したものである。然るに熱量の單位は一般にカロリーで表されるから發生熱量 (H) は

$$H = 0.24I^2Rt \text{ カロリー}$$

【註】 1 ジュール = 0.239 ≈ 0.24 カロリー

【例】 1 kWh (キロワット時) が 860 瓩カロリーに相当する事を証明せよ。

【解答】 [ジュール] = [ワット] × [秒] なるを以て 1 kWh = 1000 Wh = 1000 × 3600 = 3,600,000 (ジュール)

故に 3,600,000 × 0.239 = 860,400 (カロリー) ≈ 860 (瓩カロリー)

【例】 電熱器 (能率70%) を用ひて 15°C の水 4 立を 20 分間に 90°C に熱せんとする場合、何 kW の電熱器を使用すべきか。

【解答】 電力量 = $\frac{\text{質量(kg)} \times \text{比熱} \times \text{上昇温度差}}{860 \times \text{能率}}$ なるを以て (水の比熱は 1 である)

$$P = \frac{4 \times (90 - 15)}{860 \times 0.7} = \frac{300}{602} \approx 0.5 \text{ kWh}$$

然るに [電力量] = [電熱器容量] × [時間] から

$$[\text{電熱器容量}] = \frac{[\text{電力量}]}{[\text{時間}]} = \frac{0.5}{20/60} = \frac{0.5 \times 60}{20} = 1.5 \text{ kW}$$

【例】 250 W, 2 kg の電気アイロンあり、使用温度 150°C なる時通電後何分にして使用温度に達するか。但し室温は 20°C とする。

【解答】 電気アイロンは全部鉄より成るものとし、又熱の放散なきもの (従つて能率は 100%) と假定する。

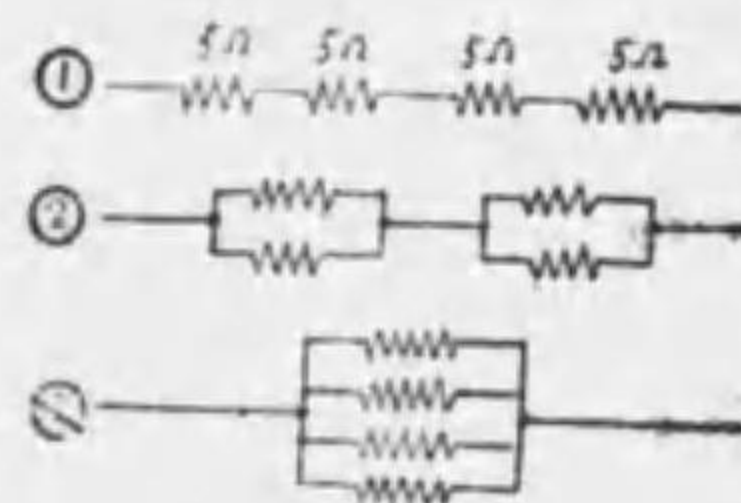
所要電力量は前の式から $P = \frac{2 \times 0.11 \times (150 - 20)}{860 \times 1} = 0.0333 \text{ kWh}$

この電力量を消費する迄の時間 t は

$$t = \frac{\text{電力量(kWh)}}{\text{電力(kW)}} = \frac{0.0333}{0.25} = 0.1332 \text{ (時)} = 0.1332 \times 60 = 7.992 \approx 8 \text{ (分)}$$

(21) 電力の計算問題

【例】 100 V 回路に使用される電気爐あり、發熱体は 5Ω の抵抗線 4 條より成り、切替スイッチに依つて圖の如く結線が變化する。各々の場合に於ける全電力を求めよ。



第 33 圖

電流 (.) は

$$I = \frac{100}{5} = 20 \text{ A}$$

【解答】 ① $I = \frac{100}{4 \times 5} = 5 \text{ A}$

$$P = I^2 R = 5^2 \times 20 = 500 \text{ W} = 0.5 \text{ kW}$$

$$(P = E \times I = 100 \times 5 = 500 \text{ W})$$

② 5Ω を 2 箇並列にすれば 2.5Ω となるから、回路の合成抵抗は 2.5 × 2 = 5Ω となる。故に

$$P = 20^2 \times 5 = 2000 \text{ W} = 2 \text{ kW} \quad (P = 100 \times 20 = 2000 \text{ W})$$

③ 合成抵抗は $\frac{5}{4} = 1.25 \Omega$ となる。

$$\therefore I = \frac{100}{1.25} = 80 \text{ A}$$

$$P = 80^2 \times 1.25 = 8000 \text{ W} = 8 \text{ kW} \quad (P = 100 \times 80 = 8000 \text{ W})$$

【例】 圖の如き回路に於ける全消費電力を求めよ。但し電流計の読みは 5A にして其の抵抗は無視する。

【解答】 ab 間の電圧は $I_3 r_3 = 5 \times 10 = 50 \text{ V}$

従つて r_2 を通ずる電流 I_2 は

$$I_2 = \frac{50}{5} = 10 \text{ A}$$

故に $I_1 = I_2 + I_3 = 10 + 5 = 15 \text{ A}$

次に r_1, r_2, r_3 に消費される消費電力を、夫々 P_1, P_2, P_3 とすれば

$$P_1 = I_1^2 r_1 = 15^2 \times 4 = 900 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2^2 r_2 = 10^2 \times 5 = 500 \text{ W}$$

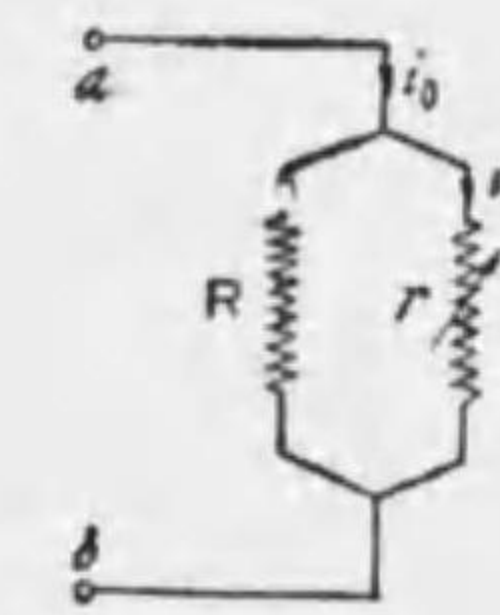
$$P_3 = I_3^2 r_3 = 5^2 \times 10 = 250 \text{ W}$$

全回路の電力は $P_1 + P_2 + P_3 = 900 + 500 + 250 = 1650 \text{ W} = 1.65 \text{ kW}$

【別解】 AB 間の電圧は $50 + (I_1 \times r_1) = 50 + 15 \times 4 = 110 \text{ V}$

従つて全電力は $110 \times 15 = 1650 \text{ W} = 1.65 \text{ kW}$

【例】 第 35 圖の如く一定抵抗 R が ab 間に接続され、之と並列に可變抵抗 r がある。今全回路の電流 i_0 が一定なる時如何なる r の値の時此の r 中に消費される電力最大となるか。



第 35 圖

【解答】 r を通ずる電流を i とすれば r 中に消費される電力 P は $P = i^2 r$

然るに分岐回路に於ては

$$i = i_0 \times \frac{R}{R+r}$$

それで $P = \left(\frac{i_0 R}{R+r} \right)^2 r = \frac{r R^2 i_0^2}{(R+r)^2} \dots \dots \dots (a)$

(a) 式で $R^2 i_0^2$ は一定値であるから $r/(R+r)^2$ が最大となれば、消費電力 P が最大となる譯である。さて計算を容易にするために分母を轉倒して $(R+r)^2/r$ が最小となる條件を求めてもよい筈である。そこで

$$\frac{(R+r)^2}{r} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2}{r} = \frac{R^2}{r} + 2R + r \dots (b)$$

(b) 式で定數の項を除去すると次の様になる。

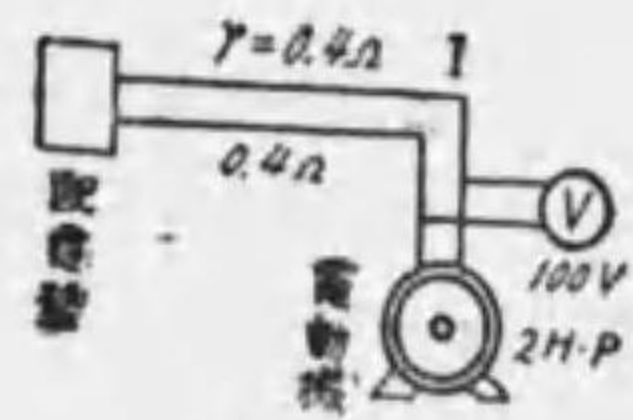
$$\frac{R^2}{r} + r \dots \dots \dots (c)$$

それで結局 (c) 式の値が最小となればよい。然るに代数学に於て "2 数の積が常數なる時、2 数が相等しい場合其の和は最小となる" との理に基き

$$\frac{R^2}{r} \times r = R^2 \text{ (常數)} \quad \text{なるを以て} \quad \frac{R^2}{r} = r \quad \therefore R^2 = r^2 \quad R = r$$

の條件が成立つてくる。即ち可變抵抗 r が一定抵抗 R に相等しい場合 r 中の消費電力は最大となる。

(22) 電力損失の計算



第 36 圖

【例】圖の如き結線にて 100V 2 馬力の電動機が運轉されてゐる。電動機の能率は 80% 電線一條の抵抗 0.4Ω なる時、配電盤より供給さるべき電力は何程か。

【解/答】電動機出力 (2H.P) は、ワットに直すと $2 \times 746 = 1492 \text{ W}$

従つて電動機の入力 P は

$$P = \frac{1492}{0.8} = 1865 \text{ W} \quad (\text{電動機の損失 } 1865 - 1492 = 373 \text{ W})$$

然るに電動機の電流は端子電壓 100V であるから

$$I = \frac{1865}{100} = 18.65 \text{ A}$$

故に電線に消費される電力損失は

$$2 \times I^2 \times r = 2 \times 18.65^2 \times 0.4 = 278 \text{ W}$$

故に、配電盤より供給される電力は

$$1865 + 278 = 2143 \text{ W} \quad 2.143 \text{ kW}$$

即ち、先づ線路電流を求め、各線路の $I^2 r$ を線路數倍するか、又は各電流なり抵抗が異れば其等の和を取ればよく、問題としては別に難しいものでない。

(V) 蓄電器を含む回路

(23) 平行板蓄電器

平行板蓄電器は最も多く用ひられる蓄電器 (condenser) であつて、其の静電容量 (static capacity) は次式で求められる。

$$C = \frac{KS}{4\pi d} \times \frac{1}{9 \times 10^{11}} \text{ フアラッド}$$

茲で C は静電容量 (ファラッド) K は誘電率 (空氣は 1 である) S は極板の有効面積 (cm²) d は兩極板間の距離 (cm) である。而してファラッドなる單位は實用上大き過ぎる嫌ひがあるのでファラッドの 10⁻⁶ (百万分の 1) なるマイクロフ

アラッドを用ふる。

(24) 蓄電器の接続

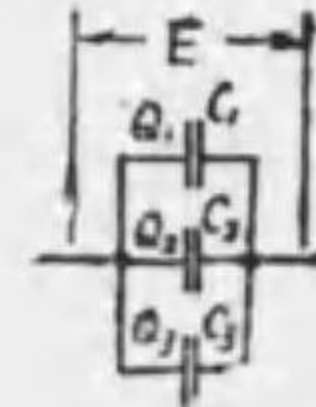
① 並列接続 第 37 圖の如く C₁ C₂ C₃ を並列に接続すれば、各蓄電器に充電される電氣量 Q₁ Q₂ Q₃ は Q₁ = C₁E Q₂ = C₂E Q₃ = C₃E

故に、全蓄電器に蓄積される電氣量 Q は

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1 E + C_2 E + C_3 E = (C_1 + C_2 + C_3) E$$

さて (C₁ + C₂ + C₃) は合成容量であるから之を C と置けば

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3) E}{E} = C_1 + C_2 + C_3 \dots \dots (1)$$



第 37 圖

② 直列接続 直列に接続された蓄電器の電氣量は必ず相等しいものである。第 38 圖に於て

$$Q_1 = C_1 E_1 \quad Q_2 = C_2 E_2$$

$$Q_3 = C_3 E_3$$

然るに Q₁ = Q₂ = Q₃ = Q なるを以て

$$E_1 = Q/C_1 \quad E_2 = Q/C_2 \quad E_3 = Q/C_3$$

故に E = E₁ + E₂ + E₃ = Q (1/C₁ + 1/C₂ + 1/C₃)

$$\therefore \text{合成容量 } C = \frac{Q}{E} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

$$\text{これは又 } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \dots \dots (2)$$

〔註〕蓄電器の直列又は並列の合成容量を求める式は、抵抗の合成値を求める式と全く反對である事に留意されよ。

【例】平行板空氣蓄電器あり、其の容量 0.02 マイクロファラッドなりと云ふ今平行板間に空隙の 1/2 の厚さを有する硝子板を挿入すると、蓄電器容量は何程となるか。但し硝子の誘電率を 8 とする。

【解/答】距離 d の時の容量が 0.02 であるから d/2 の空氣部分の静電容量は (第 39 圖参照)

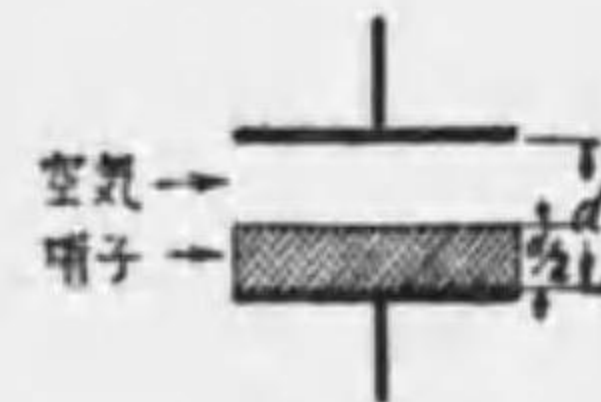
$$0.02 \times 2 = 0.04 \mu f$$

(何故なれば前の式で p が 1/2 となるから ε は 2 倍となる事は容易に知れやう。)

又硝子部分の静電容量は空氣に較べて K の値が 8 倍となるから次の様になる。

$$0.04 \times 8 = 0.32 \mu f$$

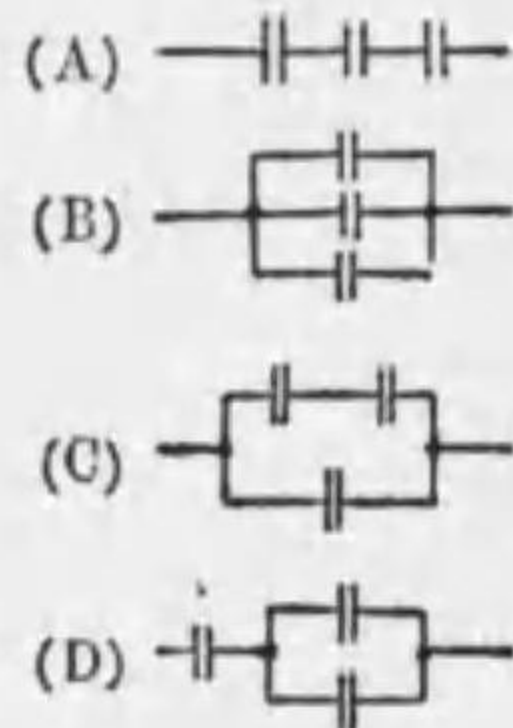
併して、空氣の部分と硝子の部分との容量が直列に接続されて居るものと考へられるから、合成容量 C は



第 39 圖

$$C = \frac{1}{\frac{1}{0.04} + \frac{1}{0.32}} = \frac{0.04 \times 0.32}{0.04 + 0.32} = 0.04 \mu f \text{ (マイクロファラッド)}$$

【例】 0.03 マイクロファラッドなる蓄電器 3 箇あり、種々なる接続法を表示し且つ夫々の静電容量を計算せよ。



第 40 圖

【解答】 接続圖を示すと、第 40 圖の如く 4 種類ある筈である。

(A) 3 箇を全部直列にすると

$$C = \frac{0.03}{3} = 0.01 \mu f$$

(B) 全部を並列に結ぶと

$$C = 0.03 \times 3 = 0.09 \mu f$$

(C) 2 箇直列の合成容量は、 $0.03/2 = 0.015 \mu f$ となるから全体の合成容量は $C = 0.015 + 0.03 = 0.045 \mu f$

(D) 2 箇並列にすれば合成容量は $0.03 \times 2 = 0.06 \mu f$ である。而して圖の如く $0.03 \mu f$ と $0.06 \mu f$ が直列になつてゐるのであるから全体の合成容量は

$$C = \frac{0.03 \times 0.06}{0.03 + 0.06} = \frac{0.0018}{0.09} = 0.02 \mu f$$

故に合成容量の大きい順に並べると、(B) (C) (D) (A) の順序となる。

(25) 蓄電器回路の電圧分布

前節からも知る様に、直列に接続された蓄電器端子の電圧は容量に逆比例する事が知れやう。即ち第 38 圖に於て

$$E_1 : E_2 : E_3 = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3} \dots\dots\dots(3)$$

の関係がある。

【例】 2000 V 以上の電圧を加へ得ざる C_1 C_2 の蓄電器あり、今之を直列に接続し、其の兩端の電圧を徐々に上げたるに 2800 V を超過した瞬間、破壊放電せりと云ふ。而して蓄電器の容量は $C_1 > C_2$ にして C_1 は 0.1 マイクロファラッドなる場合 C_2 の容量何程か。

【解答】 容量の小なる方 (C_2) が分擔する最大電圧は、最大限度たる 2000 V である故、容量の大なるもの

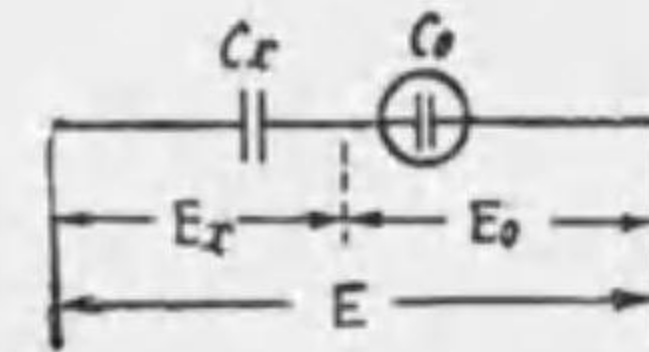
(C_1) が分擔する電圧は $2800 - 2000 = 800V$

而して、直列にある各蓄電器の端子に加はる電圧は容量に逆比例するから

$$800 : 2000 = \frac{1}{0.1} : \frac{1}{C_2}$$

$$\therefore \frac{1}{C_2} = \frac{2000 \times 10}{800} = 25 \quad \therefore C_2 = 0.04 \mu f$$

【例】 静電電圧計に直列に蓄電器を接続すれば、其の測定範囲を擴大し得る理由を説明せよ。(既往選試問題)



第 41 圖

【解答】 静電電圧計の静電容量を C_0 、直列に結びたる蓄電器の容量を C_x とし、其の電圧の分布を圖の如く假定すれば各蓄電器上の電量 Q は相等しい。

$$Q = C_0 E_0 = C_x E_x \quad E = E_0 + E_x$$

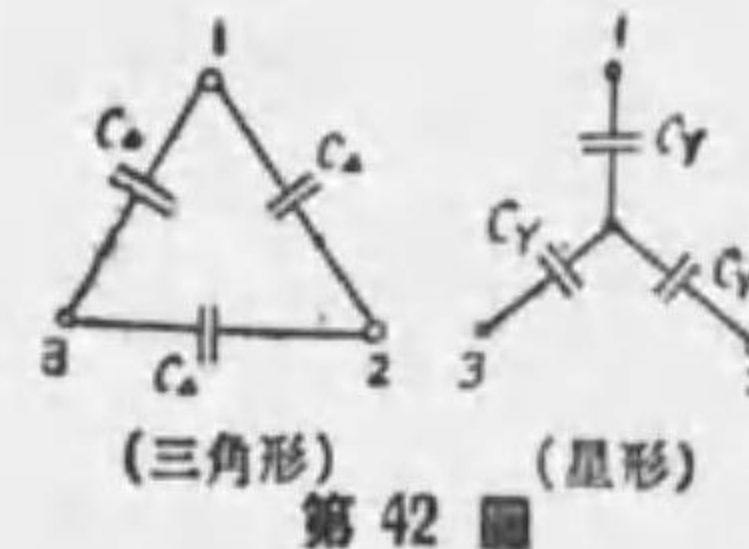
$$E = \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_x} \right) Q = \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_x} \right) C_0 E_0 = \frac{C_x + C_0}{C_x} E_0$$

故に測定範囲は $\frac{C_x + C_0}{C_x}$ 倍に擴大せられる譯で、例へば $C_x = C_0/9$ とすれば 10 倍に擴大される。

(26) 蓄電器の Y-Δ 換算

前に述べた抵抗の場合と同様に、各端子間 1-2, 2-3, 3-1 に於て容量相等しと置き 3 つの聯立方程式を解けばよい。

さて、容量の相等しい 3 つの蓄電器を三角形に接続したるものを星形に換算する場合を考へて見る。そこで任意の端子 1-2 間で測つた静電容量が夫々



第 42 圖

$$\textcircled{1} C_{\Delta} + \frac{C_{\Delta}^2}{C_{\Delta} + C_{\Delta}} = \frac{3C_{\Delta}^2}{2C_{\Delta}} = \frac{3}{2} C_{\Delta} \dots\dots(\text{三角形})$$

$$\textcircled{2} \frac{C_Y^2}{C_Y + C_Y} = \frac{1}{2} C_Y \dots\dots(\text{星形})$$

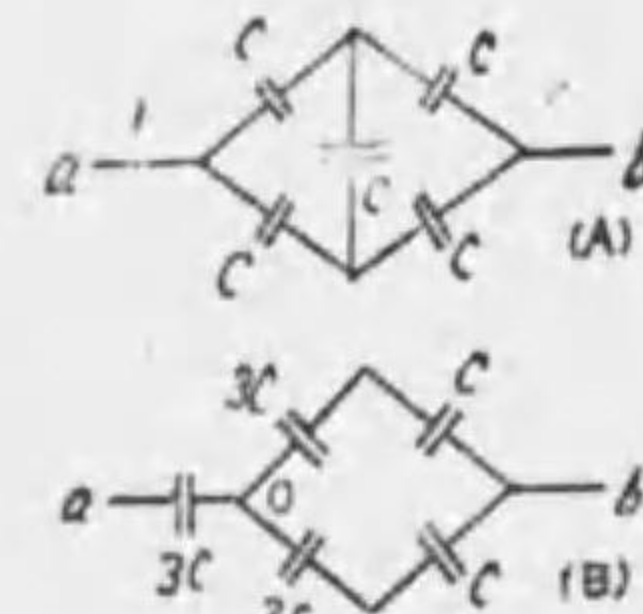
の様になる。而して兩者が等價なるために之を相等しいと置くと

$$\frac{1}{2} C_Y = \frac{3}{2} C_{\Delta} \quad \therefore C_Y = \frac{3}{2} C_{\Delta} / \frac{1}{2} = 3C_{\Delta}$$

となり、三角形に結ばれたものを星形に換算するには其の 3 倍を取ればよい。抵抗換算の場合とは全く反対である事に注意すべきである。

【例】 相等しい静電容量を有する、蓄電器を第 43 圖 (A) の如く結びたる場合、端子 ab 間に於ける合成容量を求めよ。

【解答】 三角形に接続された部分の静電容量を星



第 43 圖

形結線に換算して書換へると (B) 圖のようになる。而して ab 間の合成容量は

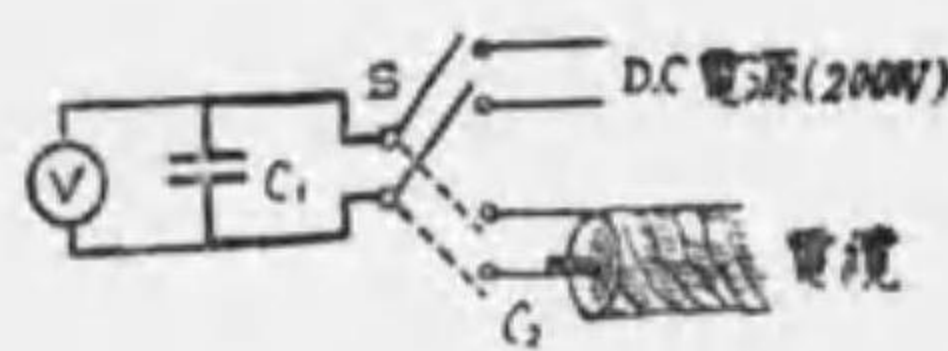
$$2 \times \frac{1}{\frac{1}{3C} + \frac{1}{C}} = 2 \times \frac{3C^2}{3C+C} = \frac{6C^2}{4C} = \frac{3}{2}C$$

故に全合成容量 C_0 は

$$C_0 = \frac{1}{\frac{1}{3C} + \frac{1}{\frac{3}{2}C}} = \frac{3C \times \frac{3}{2}C}{3C + \frac{3}{2}C} = \frac{\frac{9}{2}C^2}{\frac{9}{2}C} = C$$

となる。

(27) 蓄電器の電荷計算



第 44 圖

【例】第44圖の如く $C_1=0.2$ マイクロファラッドなる蓄電器を 2000 V の電圧にて充電し置き、次に S なる切替開閉器により蓄電器を電線に接続したるに、 C_1 の端子電圧は 500 V に減少せりといふ。電線の静電容量 C_2 を求めよ。

最初 C_1 の電荷を Q とすれば、S を切替へた時、 Q が夫々 $C_1 C_2$ の上に分配せられる。これを $q_1 q_2$ とすれば

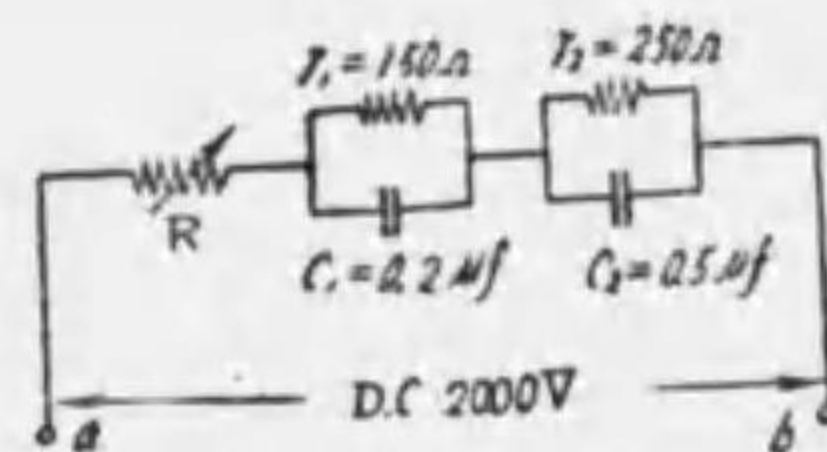
$$Q = q_1 + q_2$$

而して、端子電圧は相等しい譯であるから

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad \text{従つて} \quad C_2 = C_1 \frac{q_2}{q_1} = C_1 \left(\frac{Q - q_1}{q_1} \right) = C_1 \left(\frac{Q}{q_1} - 1 \right)$$

$$\text{然るに} \quad \frac{Q}{q_1} = \frac{2000 \times 0.2}{500 \times 0.2} = 4 \quad \therefore C_2 = 0.2 \times (4 - 1) = 0.6 \mu f$$

【例】許容最大電圧 1000V なる $C_1 (0.2 \mu f)$, $C_2 (0.5 \mu f)$ なる蓄電器を圖の如く抵抗と並列に接続し、直流 2000 V の回路に結線せり、今蓄電器が放電破壊せざる範囲内に於て最も多く充電をなさんとするには、可變抵抗 R の値を何オームとなすべきや。又、 $C_1 C_2$ に充電される電氣量を計算せよ。



第 45 圖

回路に流れる電流は専ら抵抗によつて制限せられる。

今假りに、可變抵抗 R を零とすれば電流 i は

$$i = \frac{2000}{150 + 250} = \frac{2000}{400} = 5 \text{ A}$$

従つて C_1 の端子電圧は $5 \times 150 = 750 \text{ V}$

C_2 の端子電圧は $5 \times 250 = 1250 \text{ V}$ となり C_2 が破壊する。それ故 C_2 の端子電圧を 1000 V にする爲には電流は 4 A ($1000/250$) に制限しなければならぬ

$$4 = \frac{2000}{150 + 250 + R} \quad \therefore R = 100 \Omega$$

それで C_1 の端子電圧は $4 \times 150 = 600 \text{ V}$ なるを以て、

C_1 の充電電氣量は $q_1 = 0.2 \times 10^{-6} \times 600 = 120 \times 10^{-6} \text{ クーロム}$

同様にして C_2 の充電電氣量は $q_2 = 0.5 \times 10^{-6} \times 1000 = 500 \times 10^{-6} \text{ クーロム}$

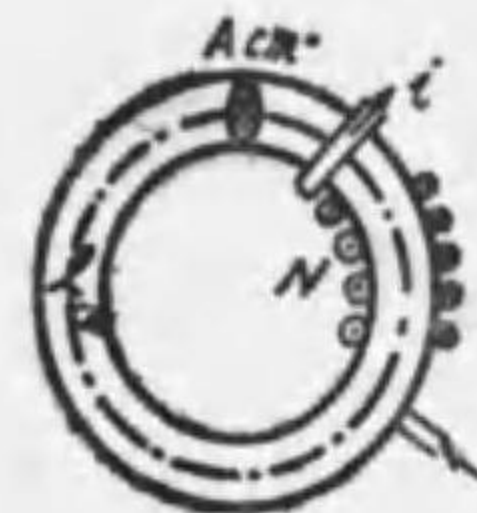
(VI) 電磁回路

(28) 磁氣回路 (Magnetic circuit)

① 磁氣抵抗 切斷面積 $A \text{ cm}^2$, 平均長 $l \text{ cm}$ なる環狀鐵心の、磁氣抵抗 (magnetic reluctance) R は $R = \frac{l}{\mu A}$ で表はされる。 μ は導磁率 (Permeability) で鐵の場合は大きな値であるが、空氣、銅、アルミニウム等では 1 と考へよ。

【註】従來磁氣抵抗の單位としてエルステッドを用ひてゐたが之は磁界の強さを表はす單位に採用されることになつたので、現在のところ磁氣抵抗の單位はない。

② 起磁力 今第 46 圖の如き回路に於て N 回巻の線輪に i アンペアを通すれば鐵心に磁束を通ずる。この磁束を生ずる原因を、起磁力 (magnet motive force 略 m. m. f.) と云ひ、單位にギルバート (Gilbert) を用ふ。



第 46 圖

$$F = \frac{4\pi}{10} Ni \text{ ギルバート}$$

而して、起磁力は實用上 $N \times i$ (巻數 \times 電流) で表はし、之をアンペアターン (ampere turns) と呼んでゐる。

$$1 \text{ アンペアターン} = \frac{4\pi}{10} = 1.257 \text{ ギルバート}$$

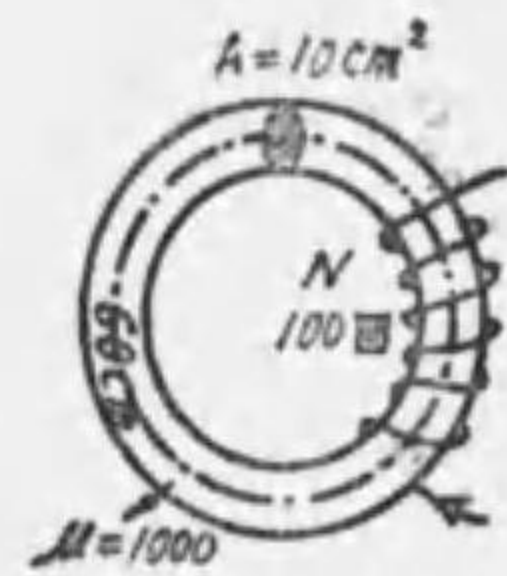
の關係がある。

③ 磁束密度 さきの 46 圖に於て、電流を流しける時、鐵心内を通る總磁束 (漏れ磁束なしと假定) ϕ は次の様になり、磁束の位にはマックスウェル (Maxwell) を用ふ。

$$\text{磁束}(\phi) = \frac{\text{起磁力}(F)}{\text{磁氣抵抗}(R)} = \frac{\frac{4\pi}{10} Ni}{\frac{l}{\mu A}} \quad \text{マックスウェル}$$

で示される。さて、 1 cm^2 當りの磁束數を、磁束密度 (magnetic fluxdensity) と云ひ單位にガウス (Gauss) を用ふ。

こゝで一應注意を喚起したい事柄は、或る定つた構造の磁気回路に於て電流を増加して行けば上式より知れる如く、これに比例して磁束即ち束密度は増して行く。然し磁束密度が或る程度以上になれば所謂磁気飽和の現象を起して比例しない様になる。発電機に於ける飽和曲線(無負荷特性曲線)などはこれに原因するのである。



第 47 圖

【例】第 47 圖に於て磁束密度を計算せよ。若し鐵心に 0.2 cm の空隙を作れば磁束数は如何になるか。

【解答】①

$$\text{起磁力} = \frac{4\pi}{10} Ni = \frac{4\pi}{10} \times 100 \times 5 = 628 \text{ ギルバート}$$

$$\text{磁気抵抗} = \frac{1}{1000} \times \frac{60}{10} = 0.006$$

$$\text{磁束} = \frac{628}{0.006} = 104,666 \text{ マックスウェル}$$

$$\text{磁束密度} = \frac{104666}{10} = 10466.6 \text{ ガウス} = 10.47 \text{ キロガウス}$$

② 鐵心に $d=0.2 \text{ cm}$ の空隙があるとすれば

$$\text{磁気抵抗 } R = \frac{1}{\mu} \frac{l-d}{A} + \frac{d}{A} = \frac{1}{1000} \frac{60-0.2}{10} + \frac{0.2}{10} = 0.02598$$

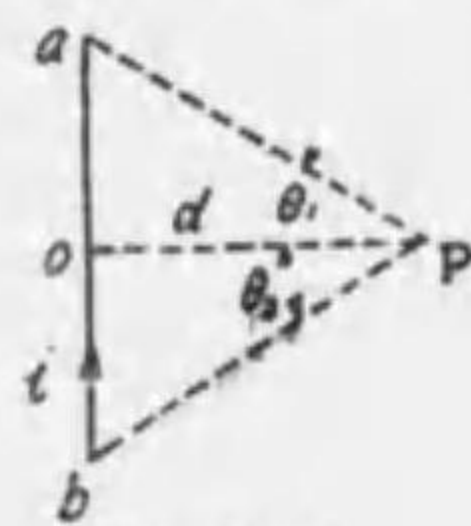
$$\text{従つて 磁束 } (\Phi) = \frac{628}{0.02598} = 24172 \text{ マックスウェル}$$

即ち前に較べて通過磁束は僅か 23% 程度となる。

【註】起磁力、磁束、磁気抵抗の相互間には電気回路に於けるオームの法則と全く同じ関係にある。

(29) 電流によつて生ずる磁界

電流によつて生ずる磁界を表はす式を誘導するには多くの場合高等数学に頼らねばならぬ。然し第三種受験にもこの程度の式は記憶しておかねばならない。



第 48 圖

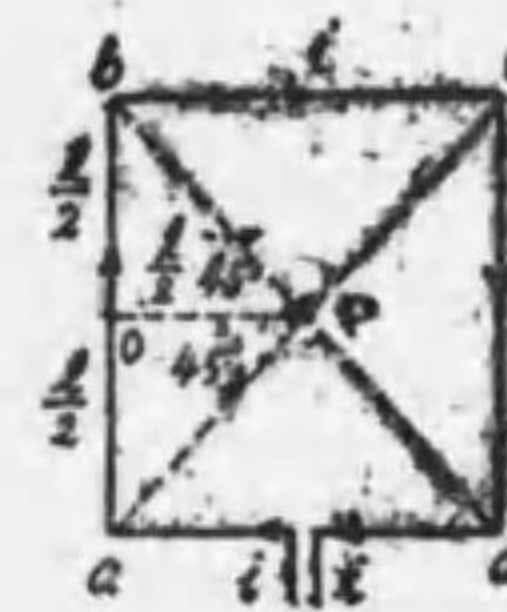
① 直線電流による磁界 電流 i アンペアが直線導体 ab を流れる時、 ab 外の一点 P に作用する磁界の大きさ H は

$$H = \frac{i}{10d} (\sin\theta_1 + \sin\theta_2) \text{ ガウス}$$

を以て表はされる。若し直線導体 ab が無限に長い時は θ_1, θ_2 も 90° に近づくから $\sin\theta_1 = 1, \sin\theta_2 = 1$ となり、上式から $H = \frac{2i}{10d}$ ガウス となる。而して磁界の方向は右ネジの法則により紙面から下方へ力が作用する。

【註】電流の強さを電磁単位で表はすと一電磁単位の電流の大きさは實用単位の 10A に等し。

【例】一邊の長さ $l \text{ cm}$ なる正方形をなす導体を圖の如く電流 (10 アンペア) が流れる場合、その正方形の中心の磁場の強さを求めよ



第 49 圖

【解答】 ab なる部分の電流が中心 P に及ぼす磁界の強さは

$$H_{ab} = \frac{10}{10 \times \frac{l}{2}} \times (\sin 45^\circ + \sin 45^\circ)$$

$$= \frac{1}{l} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{l} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{l} \text{ ガウス}$$

故に全体の電流が中心に及ぼす磁界の強さは H_{ab} の 4 倍即ち

$$H_0 = 4 \frac{2\sqrt{2}}{l} = \frac{8\sqrt{2}}{l} \text{ ガウス}$$

となる。而して磁場の方向は中心 P に於て紙面に直角で紙面の下方に向ふ。

② 圓電流による磁界 圓状に流れてゐる電流がある場合、その中心に於ける磁界の強さは

$$H = \frac{2\pi i}{10r} \text{ ガウス}$$

にして導体の巻数が n なる時は磁界の強さも n 倍となる。

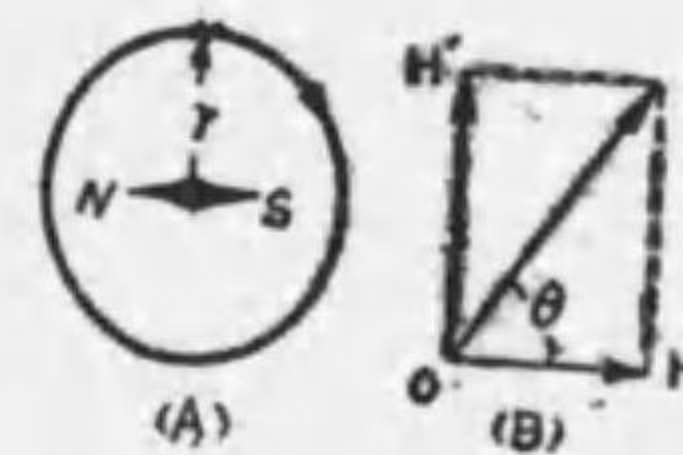
【例】半径 5 cm, 100 回巻きの圓形線輪を作り、之に 5 アンペアを通じたる時その中心に於ける磁界の大きさを求めよ。



第 50 圖

$$\text{【解答】 } H = \frac{2\pi \times 100 \times 5}{10 \times 5} = 62.83 \text{ ガウス}$$

【例】針金を半径 r なる圓形となし、その面が地球磁界の方向に平行なる如く垂直に置き、その中心に小なる磁針をピポットを以て支へ、導体に I アンペアの電流を通する時は磁針のフレ (Deflection) 幾何なるか。但し地球磁界の水平分力 (Horizontal component) を H とす。



第 51 圖

(既往試験問題三種)

【解答】 前の式により、圓形針金の中心に於ける磁界の強さ $H' = \frac{2\pi I}{10r}$ にして、其の方向は圓の

中心にて面、即ち地球磁界の水平分力に對し垂直である。故に磁針がこの圓形に比して充分小なれば磁針は H 及び H' の合成磁界の方向を指示する筈である。

第 51 圖 (B) に於て

$$\tan\theta = \frac{H'}{H} = \frac{2\pi l}{10rH} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{2\pi l}{10rH}$$

の偏角となる。この原理を應用したものに正切檢流計がある。

(30) 自己誘導係數

或る一つの回路があつて、その中を流れる電流が變化すると、回路自身の作る磁束に變化が起り、回路中に誘導起電力を生ずるものである。斯様な現象を自己誘導作用と稱する。而して電流の變化によつて線路自身に何程の起電力を生ずるかを示す係數に自己誘導係數或は自己インダクタンス (Self inductance) なる言葉を用ひ、單位をヘンリ (Henry) と呼んでゐる。

〔註〕 1 ヘンリとは電流の變化率が 1 秒間 1 アンペアの割合なるとき生ずるところの誘導起電力が 1 ボルトなる場合の自己インダクタンスの大きさである。

さて L ヘンリの自己インダクタンスを有する線路に電流が一様な變化率を以て t 秒間に i アンペア變化するとき

$$e = -L \times \frac{i}{t} \text{ ボルト} \dots\dots\dots ①$$

の電圧が t 秒時間だけ誘導され、又一方この線路に i アンペアが通するときの鎖交數 (巻數×磁束數) を N とすれば

$$e = -\frac{N}{t} \times 10^{-8} \text{ ボルト} \dots\dots\dots ②$$

従つて當然 ① 及び ② 式は相等しくなければならぬ。即ち自己インダクタンス L は次の様になる。

$$-L \times \frac{i}{t} = -\frac{N}{t} \times 10^{-8} \quad \therefore L = \frac{N}{i} \times 10^{-8} \text{ ヘンリ}$$

〔註〕 起電力の符號に負とあるはレンツの法則から明かな様に起電力の方向は磁束の變化を妨げる方向に誘導するからである。

【例】 鐵心上に 1000 回巻かれたる界磁極があり、之に 10 アンペアが通する時 10^6 本の磁束を生ずるといふ今此の回路を $\frac{1}{100}$ 秒間に遮斷すれば線路に何ボルトの電壓を發生するや。但し全磁束は巻線の總てと鎖交するものとす。

【解答】 鎖交數 $N = 1000 \times 10^6 = 10^9$

$$\therefore L = \frac{N}{i} \times 10^{-8} = \frac{10^9}{10} \times 10^{-8} = 1 \text{ ヘンリ}$$

$$\therefore e = L \times \frac{i}{t} = 1 \times \frac{10}{0.01} = 1000 \text{ ボルト}$$

〔註〕 自己誘導のある電氣機器とか電氣回路のスイッチを急速に遮斷すると豫想外の高電壓を發生し、時には絶縁さへ破壊する虞がある。

【例】 半径 r cm なる圓形切斷面を有する環狀鐵心の上に密接して巻かれたる

ソレノイドの自己インダクタンスを計算せよ。但し中心の平均鐵長 l cm, その導磁率を μ とし、全回數を n とする。

【解答】 ソレノイド内の磁界の強さ H は

$$H = \frac{4\pi\mu ni}{10l} \quad \text{エルステッド}$$

全磁束を ϕ , 切斷面積を $A = \pi r^2$ とすれば

$$\phi = HA = \frac{4\pi\mu ni}{10l} \pi r^2 = \frac{4\pi^2\mu r^2 ni}{10l} \quad \text{マックスウエル}$$

次に磁束は總ての巻回數に鎖交するものとすれば、鎖交數 $N = n\phi$ となる。

$$\therefore L = \frac{N}{i} \times 10^{-8} = \frac{n\phi}{i} \times 10^{-8} = \frac{4\pi^2\mu r^2 n^2}{l} \times 10^{-9} \text{ ヘンリ}$$

(31) 相互誘導係數

2 つの線路又は 2 つの電氣回路が互ひに接近するとき其の何れか一方に流れる電流の強さ、従つて、生ずる磁束が變化すれば、其の瞬間必ず他方に起電力が誘導される。これは勿論電磁誘導作用の一種であるが、2 回路相互間に其の作用を及ぼすものであるから、特に相互誘導 (mutual induction) といふ。然し、2 線路間の相互誘導作用に基く起電力は電流の變化率のみに據つて定まるのでなく、兩線路の形狀及び巻數、兩者間の關係位置或は鐵心の有無により異なるもので、之等に關係する比例常數を相互誘導係數、或は、相互インダクタンス (mutual inductance) と稱し、單位は矢張りヘンリである。

今 A, B 兩線路があつて、A に i アンペアを通じたる時、この電流による磁束と B 線路との鎖交數を N とし、A 線路の電流が一様な變化率を以て變化すれば、B 線路の誘導起電力は

$$e = -\frac{N}{t} \times 10^{-8} \text{ ボルト} \dots\dots\dots ①$$

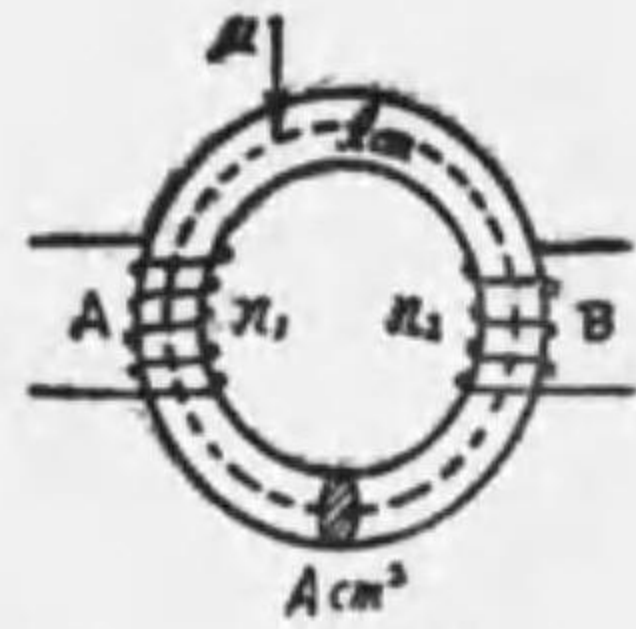
又兩線路間の相互インダクタンスを M ヘンリとすれば

$$e = -M \frac{i}{t} \text{ ボルト} \dots\dots\dots ②$$

① と ② は相等しい筈だから

$$-\frac{N}{t} \times 10^{-8} = -M \frac{i}{t} \quad \therefore M = \frac{N}{i} \times 10^{-8} \text{ ヘンリ}$$

【例】 第 52 圖の如き相互誘導回路の相互インダクタンスを計算せよ。但し鐵



第52圖

心の導磁率を μ とする。

解答 A線路に i アンペアを通すれば鉄心中の磁束 ϕ は

$$\phi = \frac{4\pi n_1 \mu A i}{10l} \quad \text{マックスウェル}$$

この磁束が兩線輪を全部貫くものとすれば B 線輪との鎖交数は

$$N = \frac{4\pi n_1 \mu A i}{10l} \times n_2 = \frac{4\pi n_1 n_2 \mu A i}{10l}$$

$$\text{従つて } M = \frac{N}{i} \times 10^{-8} = \frac{4\pi n_1 n_2 \mu A}{l} \times 10^{-9} \quad \text{ヘンリ}$$

今度は B 線輪に i アンペアが流れたとき生ずる磁束は

$$\phi = \frac{4\pi n_2 \mu A i}{10l} \quad \text{マックスウェル}$$

よつて此の磁束と A 線輪との鎖交数は

$$N = \frac{4\pi n_2 \mu A i}{10l} \times n_1 \quad \therefore M = \frac{N}{i} \times 10^{-8} = \frac{4\pi n_1 n_2 \mu A}{l} \times 10^{-9} \quad \text{ヘンリ}$$

となり、先に求めたる A 線輪の電流変化が、B 線輪に相互誘導を及ぼす場合の相互インダクタンスと全く同一となる譯である。

【註】 完全に磁束と巻回数とが鎖交するものとすれば

$M = \sqrt{L_1 L_2}$ の関係がある。 L_1, L_2 は A, B 線輪の自己インダクタンスであるから讀者自ら計算されたい。

【例】 500 回の一次線輪が切断面積 10cm^2 、平均長さ 60cm の環状鉄心上に巻かれ、其の上に 1000 回の二次線輪を巻く。今一次線輪の電流が $\frac{1}{100}$ 秒間に零から 5A に増加したとき、二次線輪に幾ボルトの起電力を生ずるか。但し鉄心の導磁率を 1000 とし洩漏磁束なきものとす。

解答 前問の數式を使用すれば

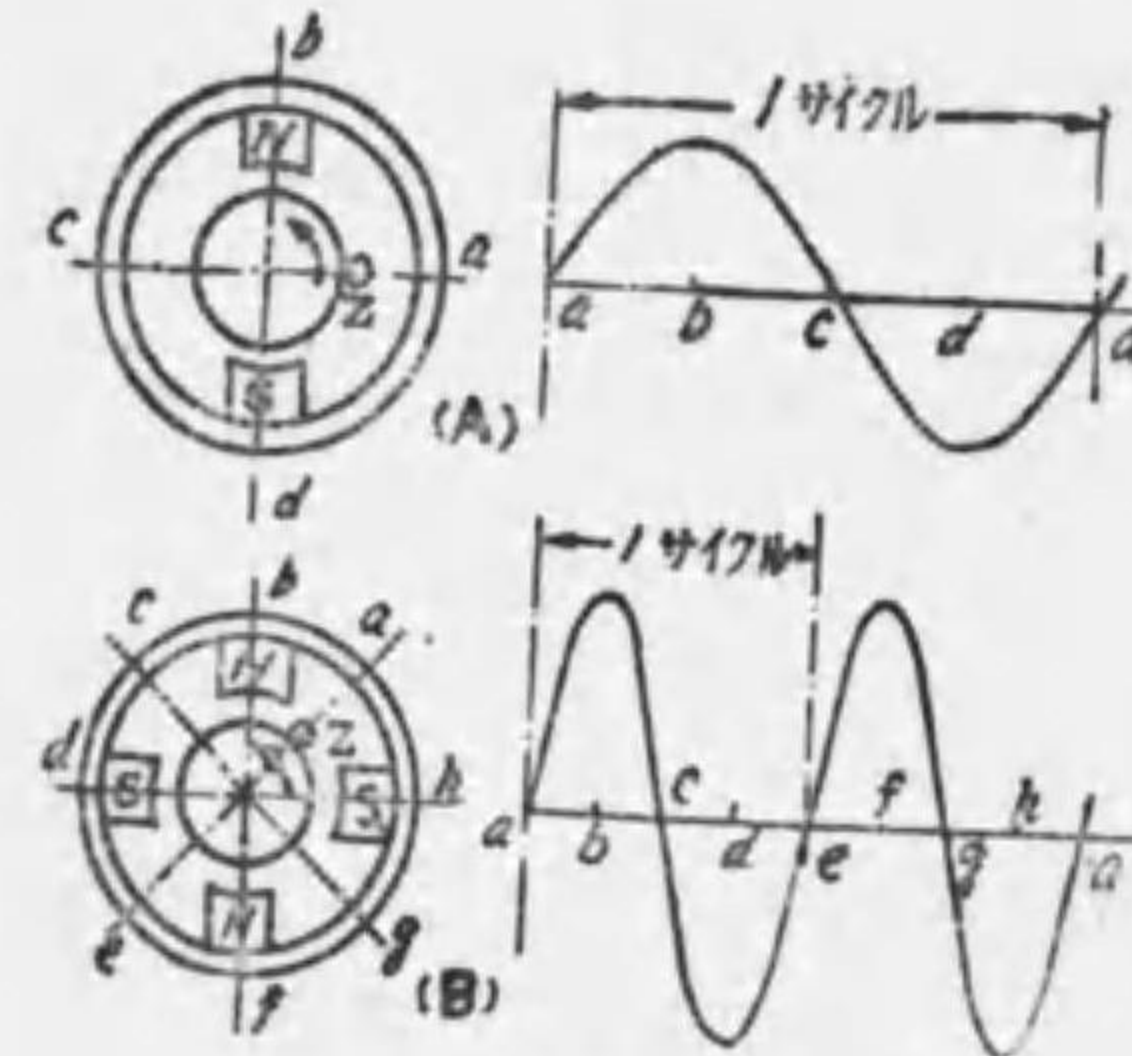
$$M = \frac{4\pi n_1 n_2 \mu A}{l} \times 10^{-9} = \frac{4\pi \times 500 \times 1000 \times 1000 \times 10}{60} \times 10^{-9} = 1.047 \quad \text{ヘンリ}$$

$$\text{然るに起電力 } e \text{ は } e = M \frac{di}{dt} = 1.047 \times \frac{5}{\frac{1}{100}} = 523.5 \quad \text{ボルト}$$

第二部 交流回路

(VII) 交流の周波數と波形

(32) 極數と周波數



第53圖

第53圖(A)の如く2極即ち、NS兩極のみに於て、一つの導体Zが回轉すると、1回轉に1サイクル、又1秒間に n 回轉すれば周波數 $f = n$ サイクルとなる。然るに極數が4極となると一つのNからS、Sから次のNに至るとき1サイクルを完成するのであるから $\frac{1}{2}$ 回轉の間に1サイクルを、1回轉の間に2サイクルを發生することが諒得されやう。

即ち P を以て極數とすれば、1秒間に $f = Pn/2$ サイクルを發生する。普通發電機や電動機の回轉數は毎分何程かと表はされる故

$$f = \frac{Pn}{2} = \frac{PN}{2 \times 60} = \frac{PN}{120} \quad \text{サイクル}$$

にて計算される。但し N は1分間の回轉數 (r.p.m) である。また回轉數 N は

$$N = \frac{120f}{P} \quad (\text{r.p.m})$$

となる。斯様にして表はされたる回轉數を特に同期速度 (synchronous speed) と云ふ。

【例】 50 サイクル 4 極の A 交流發電機あり、今これと並列運轉する 12 極の B 發電機がある、夫々の回轉數何程か。

$$\text{解答} \quad \text{A 機} \text{ の回轉數 } N_A = \frac{120 \times 50}{4} = 1500 \quad \text{r.p.m}$$

$$\text{B 機} \text{ の回轉數は } N_B = \frac{120 \times 50}{12} = 500 \quad \text{r.p.m}$$

【例】 我國に於ける電燈並に動力用電源としての同期交流發電機の最高速度は何程か。

解答 回轉數は極數に反比例するが、極數の限度は NS 2 極の場合が最小である。従つて

$$60 \text{ サイクルに對しては } N = \frac{120 \times 60}{2} = 3600 \quad \text{r.p.m}$$

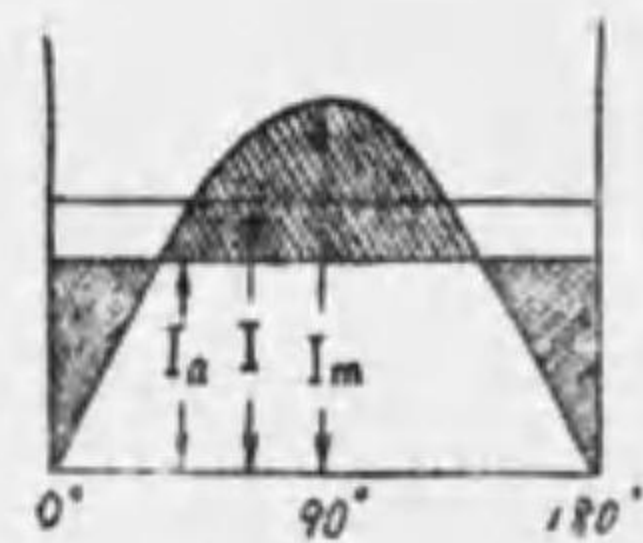
同様に 50 サイクルでは $N = \frac{120 \times 50}{2} = 3000$ r.p.m

である。最近の蒸気タービン発電機は斯様な高速度のものが採用されてゐる。この事例は電動機の場合にも當嵌り得る。

(註) 實際に使用される周波数は、電燈電力用として 25~60 有線電話用として數百~數千、無線電信電話用としては數十萬~數百萬サイクルの範圍である。我國に於ける電燈並動力用電源は 50 及 60 サイクルに二分され、中部以東は主として 50 中部以西には 60 サイクルが採用される。全国的に見て 60 サイクル 57%, 50 サイクル 41%, 其の他 2% となつてゐる。

(33) 正弦波の平均値及び實効値

現在實用に供する交流は前に示した如き正弦波 (sine wave) である。正弦波は理論が簡單であり又研究し易い上に實際取扱ふ点からも甚だ都合よいのである。交流電圧或は交流は時々刻々其の大きさを變へるから其の大きさを表はすのに種々の方法がある。時々刻々の値を瞬時値 (instantaneous value) と云ひこの瞬時値



第 54 圖

中最大の値を最大値 (maximum value)……圖の I_m ……と稱し、瞬時値を半波の間で平均したものを、平均値 (mean value)……圖の I_a ……と呼んでゐる。

正弦波交流及び起電力では最大値 I_m 或は E_m と、平均値 I_a , E_a の間には次の關係がある。

$$I_a = \frac{2}{\pi} I_m \quad \text{或は} \quad E_a = \frac{2}{\pi} E_m$$

$$\text{(平均値} = \frac{2}{\pi} \times \text{最大値)}$$

次に、交流と同一時間に同量の仕事 (導体に通ずる場合は發熱量) をなす直流の値を、其の交流の實効値 (effective value) と云ひ、一般交流電壓計電流計は實効値を指示する。吾人も交流回路ではこの實効値を使用するのである。今或る抵抗に正弦波交流を通じた時を考ふるに其の電力は

$$[(\text{電流の瞬時値})^2 \times \text{抵抗}] \text{の平均} \dots\dots\dots ①$$

にして、此の交流の實効値と等しき直流が流れる時の電力は

$$[(\text{實効値})^2 \times \text{抵抗}] \dots\dots\dots ②$$

この両者は實効値の定義から考へて等しかるべきであるから

$$(\text{實効値})^2 \times \text{抵抗} = [(\text{瞬時値})^2 \times (\text{抵抗})] \text{の平均}$$

$$\therefore \text{實効値} = \sqrt{(\text{瞬時値})^2 \text{の平均}}$$

即ち實効値は瞬時値の自乗の平均の平方根 (root-mean-square value) と云ひ表はし得る。斯様な定義から、正弦波交流の最大値 (I_m) と實効値 (I) との間には次の關係が成立する。

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad I_m = \sqrt{2} I \quad \text{或は} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad E_m = \sqrt{2} E$$

$$\text{(實効値} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \text{最大値)}$$

【例】電燈回路の周波数 60 サイクル、電壓 (實効値) 100 V なる交番起電力の瞬時値を示す式を作れ。

【解答】 $e = E_m \sin \omega t$ (但し $\omega = 2\pi f$ t : 時間)

$$\therefore e = \sqrt{2} \times 100 \times \sin(2\pi \times 60)t = 141.4 \times \sin(120\pi)t$$

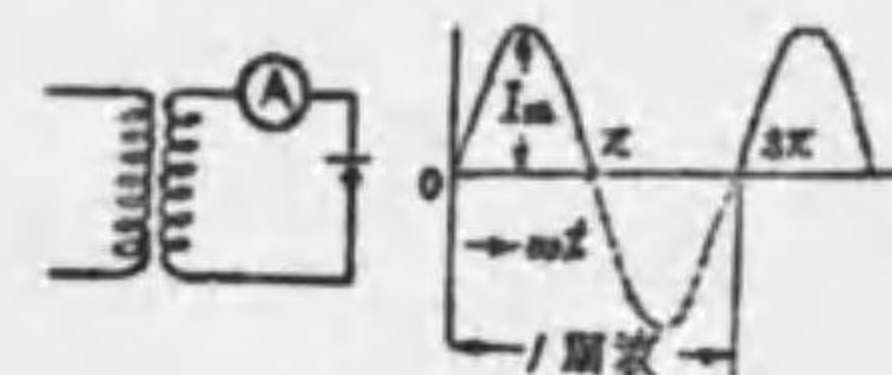
(註) $\sqrt{2} = 1.414$ (1.414 人々よと暗記されたい)

【例】 $i = I_m \sin \omega t$ なる正弦波交流に於て、 $\omega t = 45^\circ$ の瞬時値が丁度實効値に相等することを證明せよ。

【解答】 $\sin 45^\circ = 1/\sqrt{2}$ であるから

$$i = I_m \sin \omega t = I_m \sin 45^\circ = I_m / \sqrt{2}$$

即ち實効値 (I) は $I_m / \sqrt{2}$ である故に證明し得る。

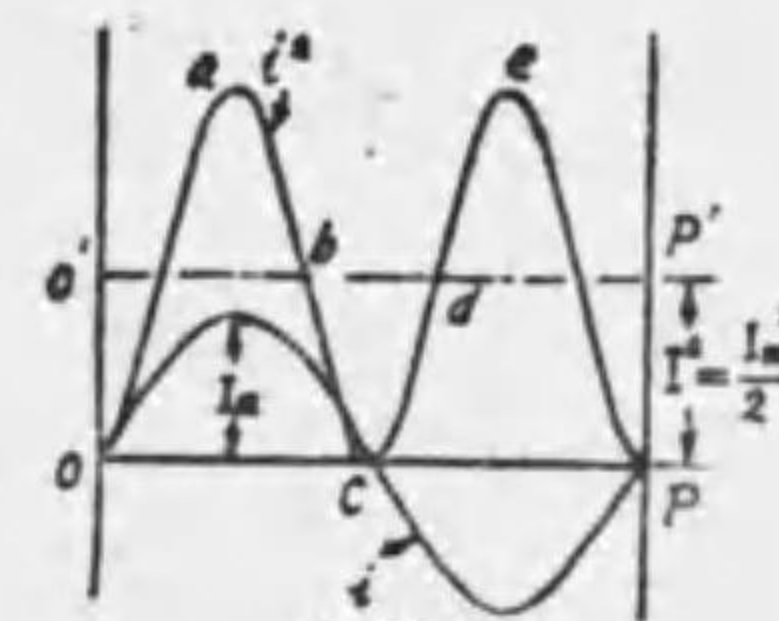


第 55 圖

【例】1 箇の整流器を用ひて正弦波半波整流をなした電流の實効値を求めよ。

【解答】正弦波の瞬時値の自乗の平均は $I_m^2/2$ となる。然し此の場合には正弦のみで負波は存在しないのであるから、1 周波間の平均は $I_m^2/4$ となる。従つて

$$\text{實効値} = \sqrt{\frac{I_m^2}{4}} = \frac{I_m}{2}$$

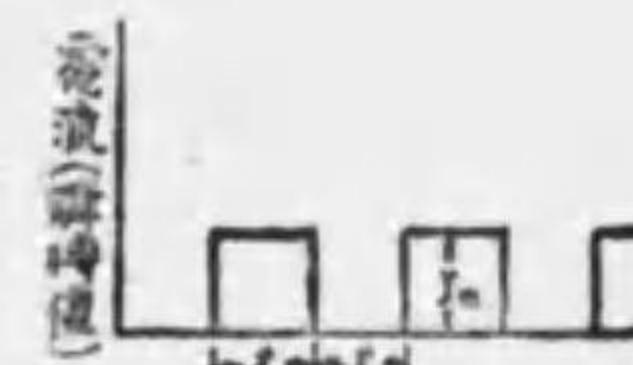


第 56 圖

(註) 何故に正弦波の瞬時値の自乗の平均が $I_m^2/2$ であるかを一應考察して見やう。今第 56 圖に於て、 i^2 の曲線に目を移して、新軸線 $O'Y'$ に就て考察するとき、 $Oabcdp$ の如き正しい正弦波をなすことが知れやう。然るとき i^2 の曲線が含む面積と矩形 $OO'Y'PO$ の面積と相等しい事が知れる。即ち OO' は瞬時値の自乗の平均 (實効値の 2 乗) を示す事が瞭解されやう。之等は高等數學の力をかりれば容易に證明し得ることを附言する

【例】第 57 圖の如き波形の脈動電流を熱線型電流計を以て測定したるに 10 アンペアを指示したりと云ふ。今この電流を可動線輪型電流計を以て測定せば其の指示幾何となるか。(既往第三種選考試問題)

【解答】脈動電流の最大値 (矩形の高さ) を I_m とすれば、實効値 I 及び平均値 I_a は夫々



第 57 圖

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2 \times t}{2t}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad I_a = \frac{I_m \times t}{2t} = \frac{I_m}{2}$$

さて、熱線型電流計は実効値を示すから

$$I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \times 10 = 14.14 \text{ A}$$

となる。然るに可動線輪型電流計は平均値を指示するからその求むる指示は

$$I_a = \frac{I_m}{2} = \frac{14.14}{2} = 7.07 \text{ A}$$

【例】第 58 圖の如き正弦波全波整流電流が通ずる無誘導回路あり、今電圧計は熱線型にして、22.2 ボルトを示し、電流計は可動線輪型にて 5 アンペアを指示せりといふ。無誘導抵抗の値何程か。

【解答】全波整流の時は正弦波の場合と全く同様に扱つてよい。従つて整流波の最大値を I_m とすれば

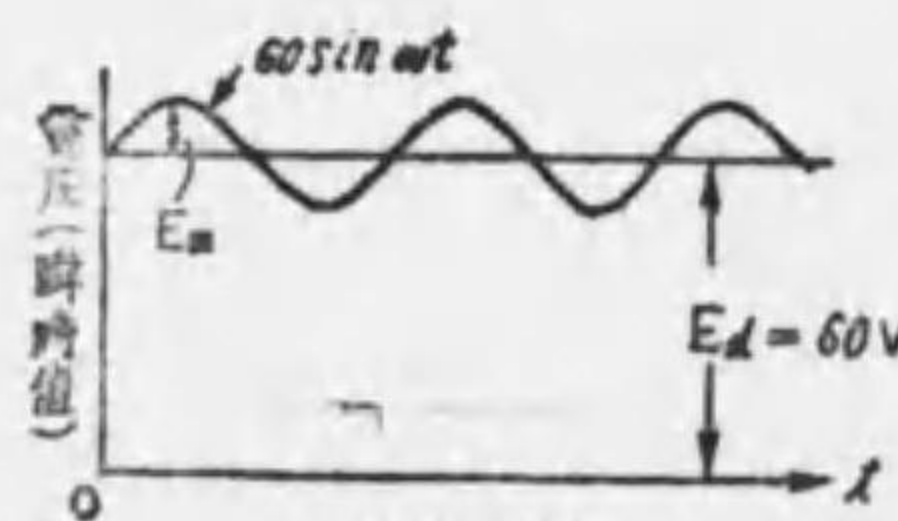
$$\text{実効値 } I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{平均値 } I_a = \frac{2}{\pi} I_m$$

である。然るに可動線輪型計器は平均値を指示する故に意により

$$I_a = \frac{2}{\pi} I_m = 5 \quad \therefore I_m = \frac{5\pi}{2}$$

これを実効値の関係式に代入すれば $I = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5\pi}{2} = 5.55 \text{ A}$

熱線型計器は実効値を指示するから抵抗 R は $R = \frac{22.2}{5.55} = 4 \Omega$



第 59 圖

【例】第 59 圖の如く直流電圧 $E_d = 600\text{V}$ に $e = 60 \sin \omega t$ なる交番起電力が重疊されたものゝ電圧(実効値)は何程か。

【解答】斯様な場合の合成電圧の実効値は

$$\sqrt{(\text{直流電圧})^2 + (\text{交流電圧の実効値})^2}$$

で示される。

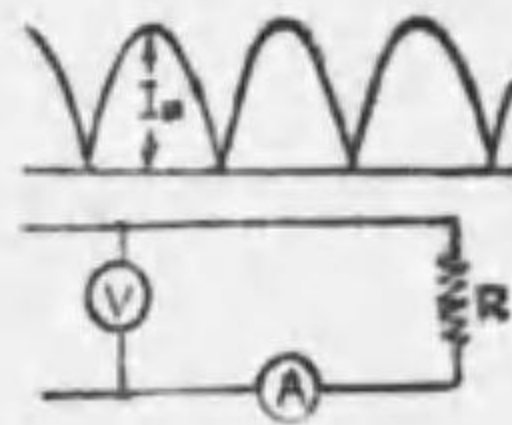
$$\therefore E = \sqrt{E_d^2 + \left(\frac{E_m}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{600^2 + \left(\frac{60}{\sqrt{2}}\right)^2} = 601.5\text{V}$$

(註) 正弦波にあらざる波形については「高級電気工学計算の基礎」P 46 以下参照

(34) 波形率と波高率

一般交流に於て、実効値を平均値で除したものを波形率 (form factor) と稱してゐる。従つて正弦波電流に対しては

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{及び} \quad I_a = \frac{2}{\pi} I_m$$



第 58 圖

であるから次の様になる。

$$\text{波形率} = \frac{I_m/\sqrt{2}}{\frac{2}{\pi} I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11$$

又最大値を実効値で除したものを波高率 (crest factor) と稱する。同様に正弦波では

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \therefore I_m = \sqrt{2} I \quad \text{なる故} \quad \text{波高率} = \frac{I_m}{I} = \frac{I_m}{I_m/\sqrt{2}} = \sqrt{2} = 1.414$$

となる。而してこの兩者の値は波形が尖鋭になるに従ひ増大するものである。

【例】正弦波半波整流電流の波形率及び波高率を求めよ。

【解答】実効値は既に求めた様に $I_m/2$ で表はされる。平均値は正弦波交流の半分であるから

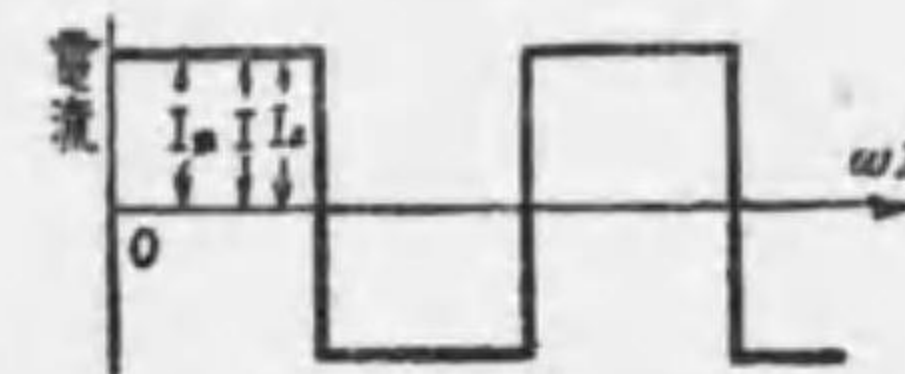
$$\frac{2}{\pi} I_m \times \frac{1}{2} = \frac{I_m}{\pi} \quad \text{である。故に}$$

$$\text{波形率} = \frac{I_m/2}{I_m/\pi} = \frac{I_m}{2} \times \frac{\pi}{I_m} = \frac{\pi}{2} = 1.571$$

$$\text{波高率} = \frac{I_m}{I_m/2} = I_m \times \frac{2}{I_m} = 2$$

【例】波形率及び波高率が 1 なる交流の波形を吟味せよ。

【解答】波形率 = $\frac{\text{実効値}}{\text{平均値}} = 1$
波高率 = $\frac{\text{最大値}}{\text{実効値}} = 1$



第 60 圖

を満足するが如き波形は第 60 圖の如き矩形波である。

(Ⅷ) 交番電圧電流の和差

(35) ベクトル的な扱ひ方

ベクトル量とは、例へば、力、速度等の如く、大きさだけで無く、方向及び向き (sense) の三要素を有する量である。併して方向と云へば普通 2 方的 (例へば上下、左右等) の意味を有するを以て其の 2 方的の何れの向きなるか (例へば上下の方向で下に向ふとか、東西の方向で東に向ふ等) を明かにするために、方向に加へるに更に向きを與へたものである。それでベクトル (vector) の向きを方向の中に入れて考へ單にベクトルは大きさと方向の 2 要素を有するものと考へても差支へない

それで交番電圧或は電流も大きさと方向を常に變化するものであるから、其の和或は差を求めるには簡単に代數的和或は差によつて求める事は出来ず、従つてベクトル的に和差を求めなければならぬ。勿論、方向が全く同じか、或は正反対

(180° の位相差) の時のみはベクトルの求めたものと、代数的に求めたものとは同値である。

交流に於けるベクトルの大きさは交流の瞬時値との関係で、最大値を以て示すのが妥當かも知れぬが、吾々が交流の諸現象を取扱ふ上に瞬時値の必要は殆んど無く、寧ろ實効値が便利であるから、凡てベクトル圖 (vector diagram) は實効値と位相角を以て描くのが通例である。ベクトルの回轉方向は、反時計式を以て正 (+) とするのが規約である。

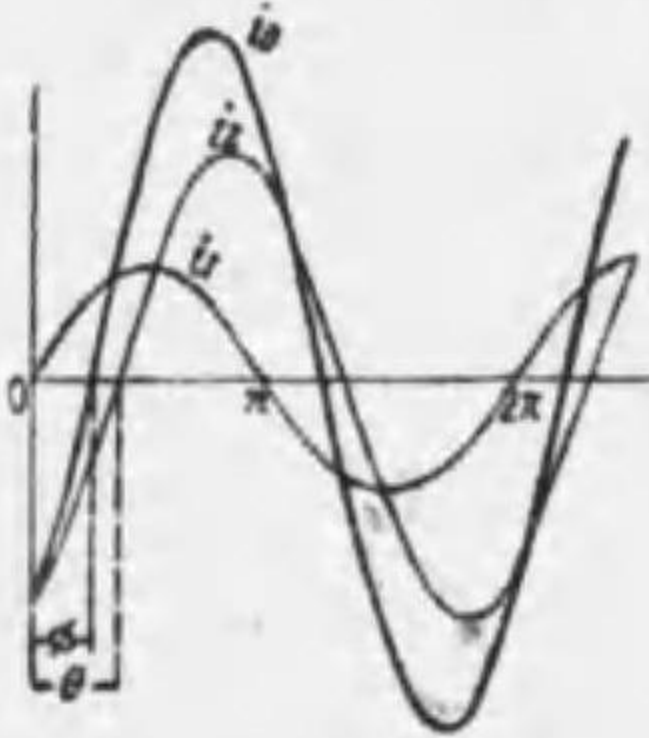
さて、同一ベクトル圖で取り扱ひ得るベクトルは總て同一角速度即ち同一周波數である事が必要條件である。即ち相異なる角速度又は周波數であれば、刻々に兩者の相边角を異にして行くから兩者間の關係は $t=0$ 直後直ちに亂れてしまふそれ故、斯様なものを同一ベクトル圖上に表はし得ない事は明白で、老婆心から一言申添へる。

(36) 電壓或は電流の和

【例】 $i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin \omega t$ $i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin (\omega t - \theta)$ なる電流に對する瞬時値の和及び合成電流の實効値を求めよ。

解 兩電流の和の瞬時値を i_0 とすれば

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2} I_1 \sin \omega t + \sqrt{2} I_2 \sin (\omega t - \theta) \\ &= \sqrt{2} I_1 \sin \omega t + \sqrt{2} I_2 (\sin \omega t \cos \theta - \cos \omega t \sin \theta) \\ &= (\sqrt{2} I_1 + \sqrt{2} I_2 \cos \theta) \sin \omega t - (\sqrt{2} I_2 \sin \theta) \cos \omega t \\ &= \sqrt{2} \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \sin (\omega t - \phi) \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$



第 61 圖

これは瞬時値の和にして、圖に示すと、第 61 圖の様になる。

(註) 参考 三角法公式

$$\begin{aligned} \bullet \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \bullet A \sin \theta - B \cos \theta &= \sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \theta - \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \theta \right) \\ \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} &= \sin \phi \quad \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \cos \phi \end{aligned}$$

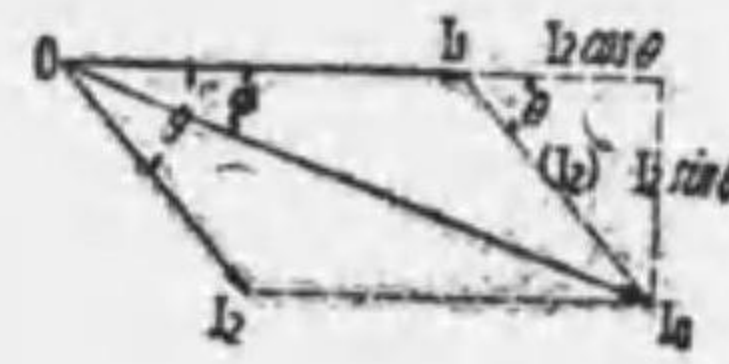
とすれば

$$\therefore A \sin \theta - B \cos \theta = \sqrt{A^2 + B^2} (\sin \theta \cos \phi - \cos \theta \sin \phi) = \sqrt{A^2 + B^2} \sin (\theta - \phi)$$

さて ① 式より電流の實効値を求めると

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \dots\dots ②$$

$$\text{又 } \tan \phi = \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 + I_2 \cos \theta} \quad \therefore \phi = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 + I_2 \cos \theta} \dots\dots ③$$



第 62 圖

次にベクトル圖より合成電流の實効値を求めてみる。併して、正弦波交流に於ては、實効値は最大値の $1/\sqrt{2}$ なるを以て、實効値は夫々 I_1, I_2 となる。第 62 圖より

$$I_0 = \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \dots\dots\dots ②'$$

$$\tan \phi = \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 + I_2 \cos \theta} \quad \therefore \phi = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 + I_2 \cos \theta} \dots\dots ③'$$

となり、前方法と合致することが知れる。

【例】 實効値 $E_1 = 80 \text{ V}$ の電壓あり、今 $E_2 = 60 \text{ V}$ にして之が E_1 と

① 同位相するとき、② 90° の位相差を有するとき、③ 180° の位相差 (反対方向) を有するとき、夫々 E_1, E_2 の合成電壓 E_0 を求めよ。

解 ベクトル圖より

- ① の場合 $E_0 = 80 + 60 = 140 \text{ V}$
- ② の場合 $E_0 = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ V}$
- ③ の場合 $E_0 = 80 - 60 = 20 \text{ V}$

【例】 $i_1 = \sqrt{2} \cdot 16 \sin \omega t$ 及び

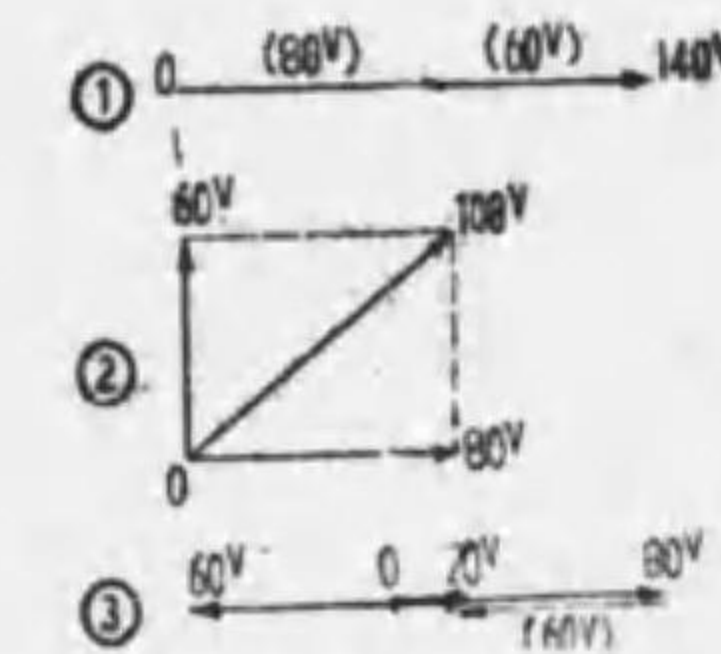
$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 10 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{6} \right)$$

の合成電流の實効値を求めよ。

解 i_1 及び i_2 の實効値は夫々

$I_1 = 16 \text{ A}$ $I_2 = 10 \text{ A}$ となり $\pi/6$ (ラヂアン) は 30° に等しき故、ベクトル圖を畫くと第 64 圖の如くなる。

$$\begin{aligned} \therefore I_0 &= \sqrt{(I_1 + I_2 \cos 30^\circ)^2 + (I_2 \sin 30^\circ)^2} \\ &= \sqrt{\left(16 + 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(10 \times \frac{1}{2} \right)^2} \\ &= \sqrt{(16 + 8.66)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{608 + 25} = \sqrt{633} \approx 25.2 \text{ A} \end{aligned}$$



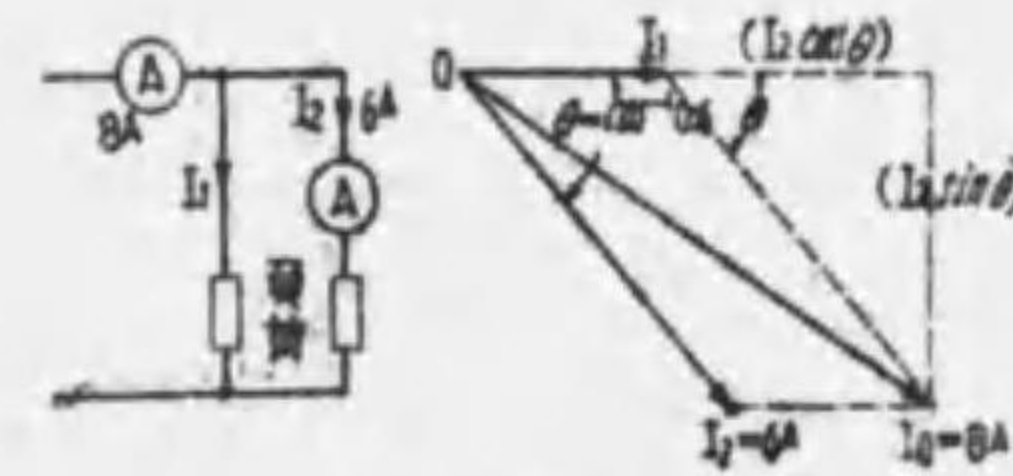
第 63 圖



第 64 圖

【例】 圖の様な並列回路があり、その合成電流は 8 A である。今、 I_2 は 6 A にして I_1 より $\theta = \cos^{-1} 0.6$ (餘弦の値が 0.6 を有する様な角度、三角函數の表によれば約 53.1° となる) 遅れてゐる I_1 の實効値を求めよ。

解 $\cos \theta = 0.6$



第 65 圖

$$\therefore \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8$$

ベクトル図から合成電流は

$$I_0 = \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} = \sqrt{(1 + 6 \times 0.6)^2 + (6 \times 0.8)^2} = 8$$

$$\therefore (I_1 + 3.6)^2 + 4.8^2 = 8^2 \quad I_1^2 + 7.2I_1 - 28 = 0 \quad (\text{一元二次方程式を解く})$$

$$\therefore I_1 = \frac{-7.2 \pm \sqrt{7.2^2 - 4 \times 1 \times (-28)}}{2} = \frac{-7.2 \pm 12.8}{2} = 2.8 \text{ 或は } 10A$$

但し合成電流が 8A なる故 $I_1 = 10A$ は題意に外れる。故に $I_1 = 2.8A$ が求むるものである。

【例】 $e_1 = \sqrt{2}E \sin \omega t$ $e_2 = \sqrt{2}E \sin(\omega t - 120^\circ)$ $e_3 = \sqrt{2}E \sin(\omega t - 240^\circ)$ の如く、互ひに 120° の相差を有する所謂 相起電力の合成は零になる事を證明せよ

$$e_1 + e_2 + e_3 = \sqrt{2}E \{ \sin \omega t + [\sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t - 240^\circ)] \}$$

$$= \sqrt{2}E \left\{ \sin \omega t + \left[2 \sin \frac{(\omega t - 120^\circ) + (\omega t - 240^\circ)}{2} \cos \frac{(\omega t - 120^\circ) - (\omega t - 240^\circ)}{2} \right] \right\}$$

$$= \sqrt{2}E \left\{ \sin \omega t + \left[2 \sin \frac{2\omega t - 360^\circ}{2} \cos \frac{120^\circ}{2} \right] \right\}$$

$$= \sqrt{2}E \{ \sin \omega t + [2 \sin(\omega t - 180^\circ) \cos 60^\circ] \} = \sqrt{2}E \left\{ \sin \omega t + \left[2 \sin(\omega t - 180^\circ) \times \frac{1}{2} \right] \right\}$$

$$= \sqrt{2}E \{ \sin \omega t + \sin(\omega t - 180^\circ) \}$$

$$= \sqrt{2}E \{ \sin \omega t + (\sin \omega t \cos 180^\circ - \cos \omega t \sin 180^\circ) \}$$

$$= \sqrt{2}E \{ \sin \omega t + [\sin \omega t \times (-1) - \cos \omega t \times 0] \} = \sqrt{2}E \{ \sin \omega t - \sin \omega t \} = 0$$

となり證明し得る。次にベクトル図を用ひると簡便に之を證明する事が出来る。

e_1, e_2, e_3 の實効値は夫々 E にして、之をベクトル図に示すと第 66 圖の如くなる。而して圖より明かな如く $(E_1 + E_2)$ のベクトル

和は E_3 と大き相等しく、且つ 180° の位相差を有する

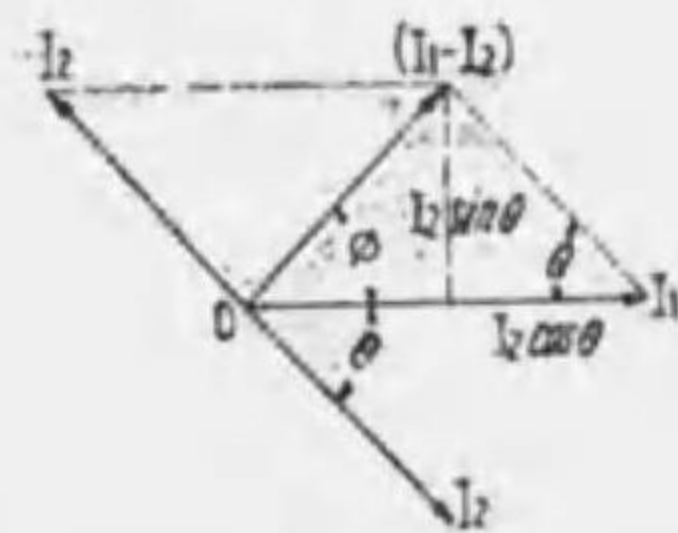
から、兩者の合成は零になる事が知れる。

(註) 参考 三角法公式

$$\bullet \sin(\alpha \pm \beta) = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

(37) 電圧或は電流の差

實効値 I_1, I_2 なる 2 電流の相差が θ なる場合、その



第 67 圖

差を求めてみる。さて、 I_1 より I_2 を減することは I_1 と $(-I_2)$ の和を求めるに等しい。換言すれば、差引く方のベクトルの方向を反対にして前同様其の和を求むればよい。

$$\therefore I_1 - I_2 = \sqrt{(I_1 - I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2}$$

$$\tan \phi = \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 - I_2 \cos \theta} \quad \therefore \phi = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 - I_2 \cos \theta}$$

【例】 $e_1 = \sqrt{2}E \sin \omega t$ と $e_2 = \sqrt{2}E \sin(\omega t - 120^\circ)$ の



第 66 圖

差を求めよ。

【解答】 $e_1 - e_2 = \sqrt{2}E \sin \omega t - \sqrt{2}E \sin(\omega t - 120^\circ)$

$$= \sqrt{2}E \{ \sin \omega t - \sin(\omega t - 120^\circ) \}$$

$$= \sqrt{2}E \left\{ 2 \sin \frac{\omega t - (\omega t - 120^\circ)}{2} \cos \frac{\omega t + (\omega t - 120^\circ)}{2} \right\}$$

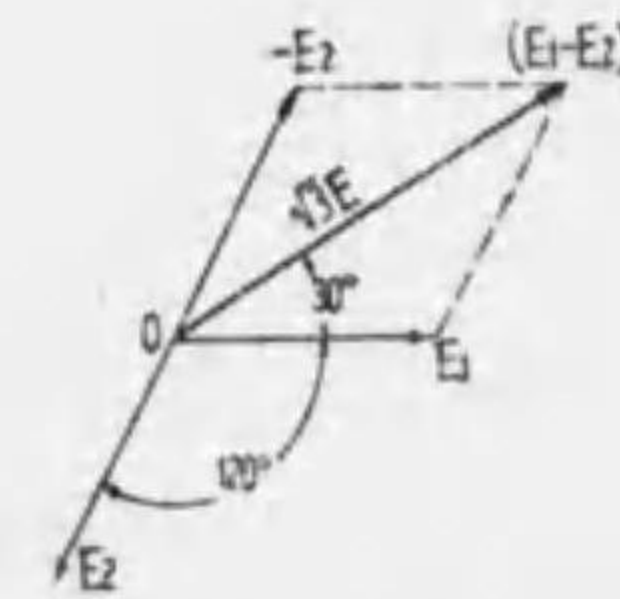
$$= \sqrt{2}E \{ 2 \cos(\omega t - 60^\circ) \sin 60^\circ \}$$

$$= \sqrt{2}E \left\{ 2 \cos(\omega t - 60^\circ) \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{2}E \cos(\omega t - 60^\circ)$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{2}E \sin(\omega t + 30^\circ)$$

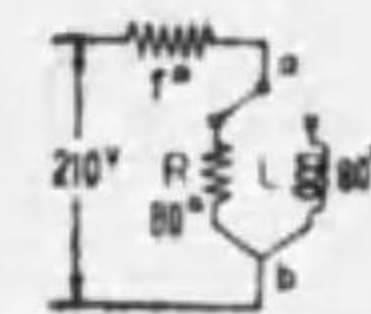
これを實効値にて表はせば、電圧の差は $\sqrt{3}E$ となる。ベクトル図に表はすと第 68 圖の様になる。それ故最初よりベクトル図に描くと容易に求め得られる事が諒解されよう。



第 68 圖

(IX) 単相回路の計算

(38) 直列回路の計算



【基本問題】 電圧 210 ボルトなる一定電圧交流電源より直列無誘導抵抗 r オームを通じて 80 オームの無誘導抵抗に電流を通じたるに端子 a, b 間の電圧 120 ボルトなりと云ふ。今此の 80 オームの抵抗の代りに、80 オームの誘導リアクタンスを接続せば、端子 a, b 間の電圧幾何なるや。(昭 9)

【基礎智識】 先づ上記の問題を解くに必要なる直列回路計算の基礎智識を解説しよう。

① 抵抗 R のみの回路

右圖 (A) の如く、抵抗 R オームに電流 I アンペアを通ずるに要する電圧は

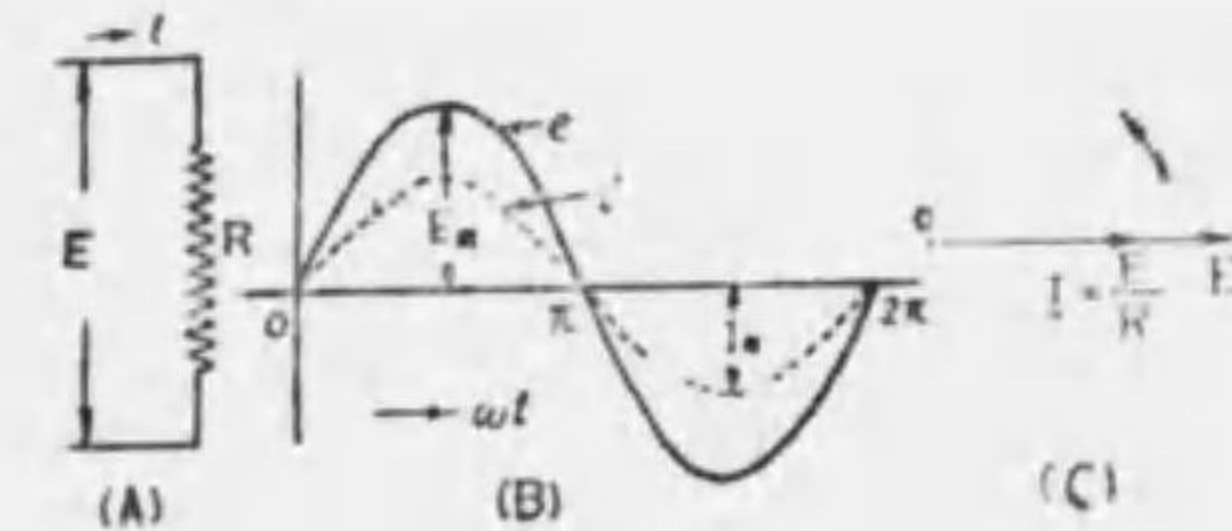
$$E = IR \text{ ボルト}$$

$$\therefore I = \frac{E}{R} \text{ アンペア}$$

にして E と I は同相である。

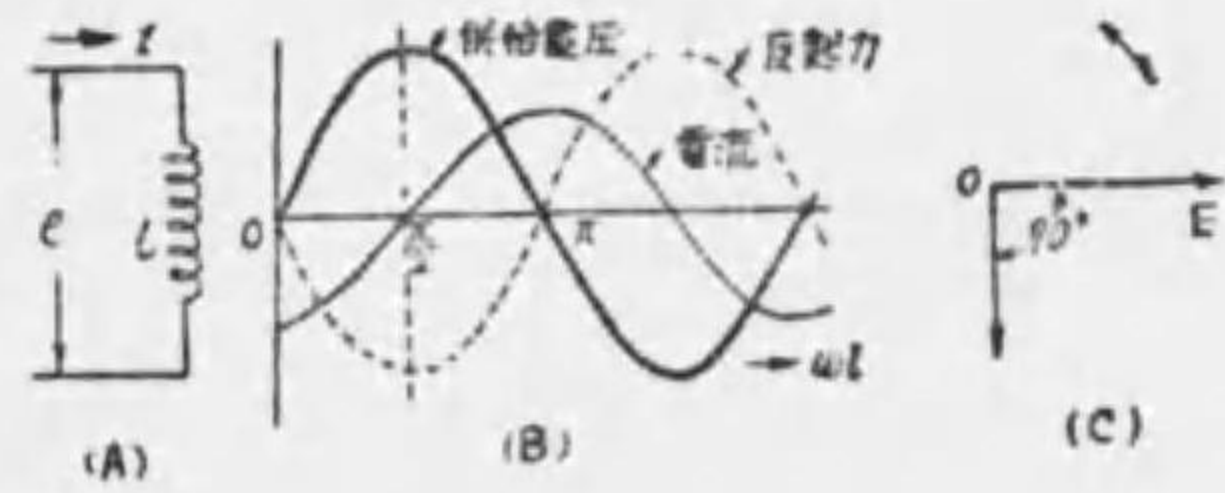
此の關係をベクトル図に示すと (C) の様になる。即ち E と I は同相であるから同一線上にとる。尙之を波形で表はせば (B) の如くなる。

② 誘導係数 (インダクタンス) L のみの回路 次圖 (A) の如く自己誘導係数 L ヘンリに電流 I アンペアを通ずるために加ふべき電圧は



$E = I\omega L = I \times 2\pi f L$ ボルト $\therefore I = \frac{E}{\omega L} = \frac{E}{2\pi f L}$ アンペア (ω は $2\pi f$ である)

となり、 E は I より 90° 進むのである。換言すれば I は E より 90° 遅れるのである。此の E が I より進み或は I が E より遅れる角を相差角といふ。



此の関係をベクトル圖に示すと (C) の様になる。進み角は左廻りに取るから I を水平

平に取れば E は上の方向に I と直角に書けばよい。之を波形で表はすと (B) の様になる。

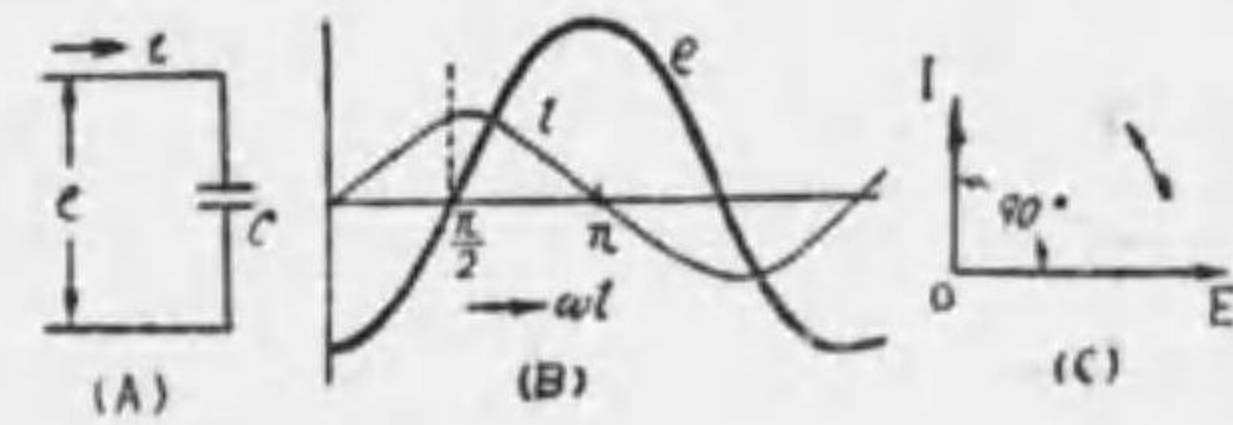
④ 静電容量 C のみの回路 次圖(A)の如く静電容量 C フアラドに I アンペアを通ずるために加ふべき電圧は

$E = I \frac{1}{\omega C} = I \times \frac{1}{2\pi f C}$ ボルト

$\therefore I = \frac{E}{1/2\pi f C} = 2\pi f C E$ アンペア

となり E は I より 90° 遅れるのである。云ひ換へれば、電流 I の位相は電圧 E より 90° 進むのである。

ベクトル圖は (C) の様になる遅れ角は右廻りに取るから、 E を基準にとれば I は E と直角に上向に書けばよい。又波形で示すと (B) の通りである。



(註) 此の様に L のみの回路に於ては I が E より 90° 遅れ C のみの回路に於ては I は E より 90° 進む理由に就ては第三種一次選試受験讀本 P44~P46 を参照されよ。

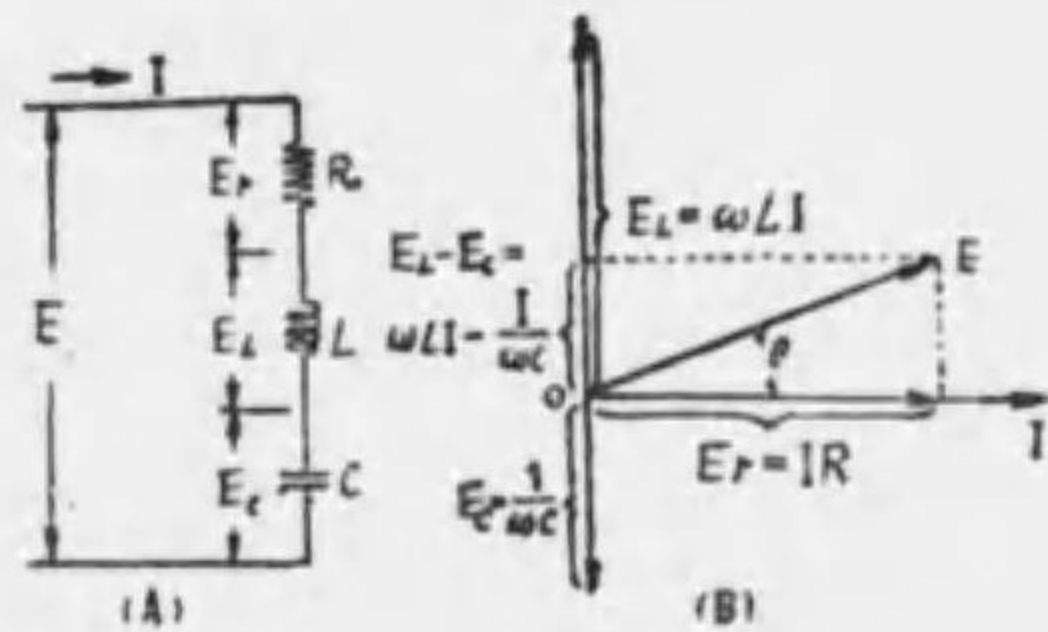
⑤ R, L, C の直列回路 以上の

三つが直列にある左圖の如き回路に I アンペアの電流を通ずるとき、抵抗 R 、インダクタンス L 、静電容量 C に要する電圧 E_r, E_L, E_C は前に述べた様に $E_r = IR$ ボルト E_L は I と同相 $E_L = I\omega L$ ボルト

E_L は I より 90° 進む

$E_C = I \frac{1}{\omega C}$ ボルト E_C は I より 90° 遅れる

此の関係をベクトル圖に示すと (B) 圖の如くで、供給電圧 E は E_r, E_L, E_C のベクトル和で



$E = \sqrt{E_r^2 + (E_L - E_C)^2}$

$= \sqrt{(IR)^2 + (I\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = I \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ ボルト

$\therefore I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$ アンペア

となり、電圧と電流の相差角 θ は

$\tan \theta = \frac{E_L - E_C}{E_r} = \frac{I\omega L - \frac{1}{\omega C} I}{IR} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

であるから $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ にして

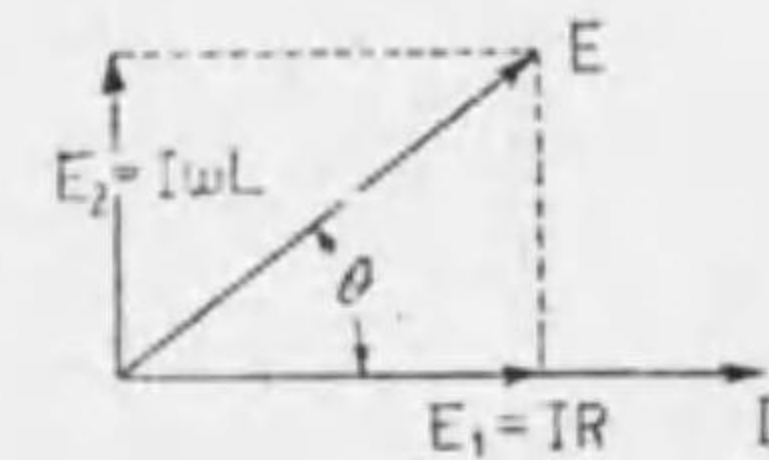
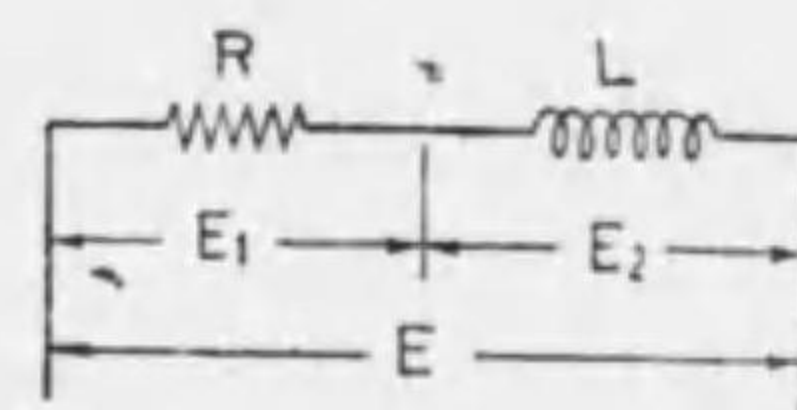
(イ) $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ のときは電流を遅らしめる L の作用の方が大であるから電流が電圧より遅れる。

(ロ) $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ のときは電流を進ましめる C の作用の方が大であるから電流は電圧より進む。

(ハ) $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ のときは L の作用と C の作用が打消し合ふから R のみとなり、電流と電圧は同相となる。

而して $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ をインピーダンスと云ひ、 ωL を誘導リアクタンス、 $1/\omega C$ を容量リアクタンスと云ふ。 $(\omega L - \frac{1}{\omega C})$ は誘導リアクタンスと容量リアクタンスの合成リアクタンスである。

又静電容量 C の存在せざるとき、即ち抵抗 R とインダクタンス L の直列回路に於ては $\frac{1}{\omega C} = 0$ と考へ $E = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ ボルト $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$



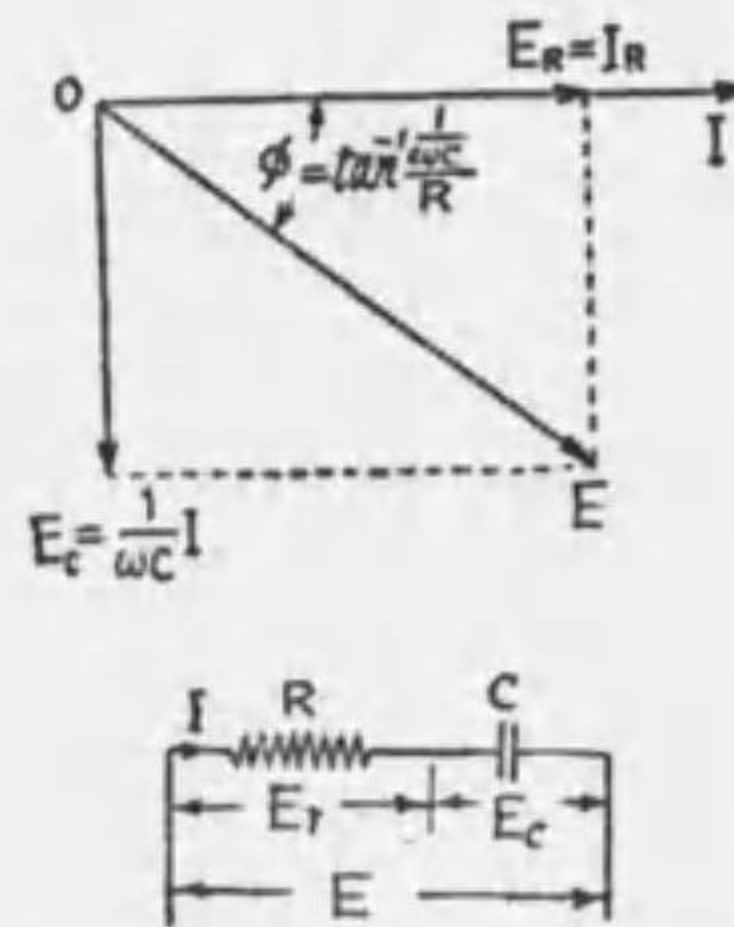
アンペアとなり、 I は E より $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$ 遅れると考へればよい。

又インダクタンス L のないとき、即ち抵抗 R と静電容量 C の直列回路に於ては $\omega L=0$ と考へ

$$E = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{ボルト}$$

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{アンペア}$$

となり、 I は E より $\phi = \tan^{-1} \frac{1/\omega C}{R}$ だけ進む事となる。



(註) 此處で特に注意上げたいのはインダクタンス

L と誘導リアクタンス ωL 、或は静電容量 C と容量リアクタンス $1/\omega C$ を混同する者が多い事である。これは特に初學者に多い。インダクタンス L の単位は「ヘンリ」であり、誘導リアクタンス ωL の単位は「オーム」である。又静電容量 C の単位は「ファラド」で、容量リアクタンス $1/\omega C$ の単位は「オーム」である。此の區別を判然とされ度いのである。

そして上の基本問題の如く、80 オームの誘導リアクタンスと言ふ如く、最初からオーム単位の誘導リアクタンスで與へられれば、すぐその儘計算を進めてよいが、インダクタンス 5 ヘンリ等の如く與へられた時は、誘導リアクタンス $= \omega L = 2\pi f \times 5$ オームとして回路計算を進めねばならぬ。又、静電容量 $C = 3$ マイクロファラド等で與へられたときは

容量リアクタンス $= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \times 3 \times 10^{-6}} = \frac{10^6}{2\pi f \times 3}$ オームとして回路計算を進めねばならぬ。特に C と $1/\omega C$ を混同する事が多いから注意され度い。

尚直列回路の計算に就ては選考試験テキスト P15 以下及第三種一次選考試験本 P99 以下を参照研究されよ。

解答 a, b 間に無誘導抵抗を入れた時、抵抗 80Ω の端子 a, b 間の電圧が 120 V であるから、回路の電流は

$$I = \frac{120}{80} = 1.5 \quad \text{アンペア}$$

$$\text{依つて } r \text{ の値は } r = \frac{210 - 120}{1.5} = 60 \quad \text{オーム}$$

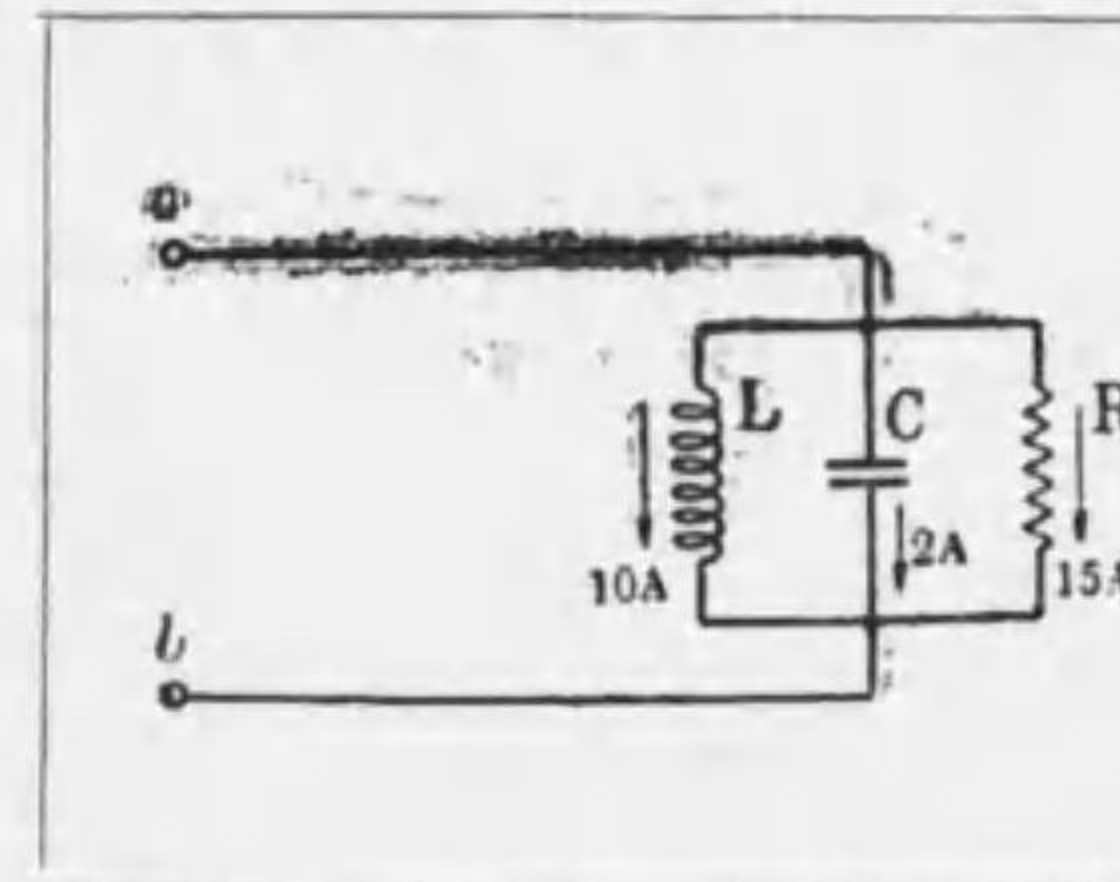
(此のときは r と R の直列回路であるから直列回路と同様で r に加はる電圧は $210 - 120 = 90V$ である)

次に a, b 間に誘導リアクタンスを入れた時の電流 I' は

$$I' = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{210}{\sqrt{60^2 + 80^2}} = 2.1 \quad \text{アンペア}$$

故に此のときの a, b 間の電圧 V は $V = I' \times 80 = 2.1 \times 80 = 168$ ボルト

(39) 並列回路の計算



【基本問題】 圖の如くインダクタンス L 、静電容量 C 及無誘導抵抗を並列に接続したる閉路に於て、 L に 10A、 C に 2A、 R に 15A の電流通ずるとき、端子 a, b に通ずる合成電流何程なるか。但しインダクタンス L 及静電容量 C は共に損失なきものとす。(昭13)

【基礎智識】 次圖の如く抵抗 R オーム、インダクタンス L ヘンリ及静電容量 C ファラドの並列回路の端子に電圧 E ボルトを加へるとき、 R, L 及 C に通ずる電流を I_R, I_L 及 I_C とすると

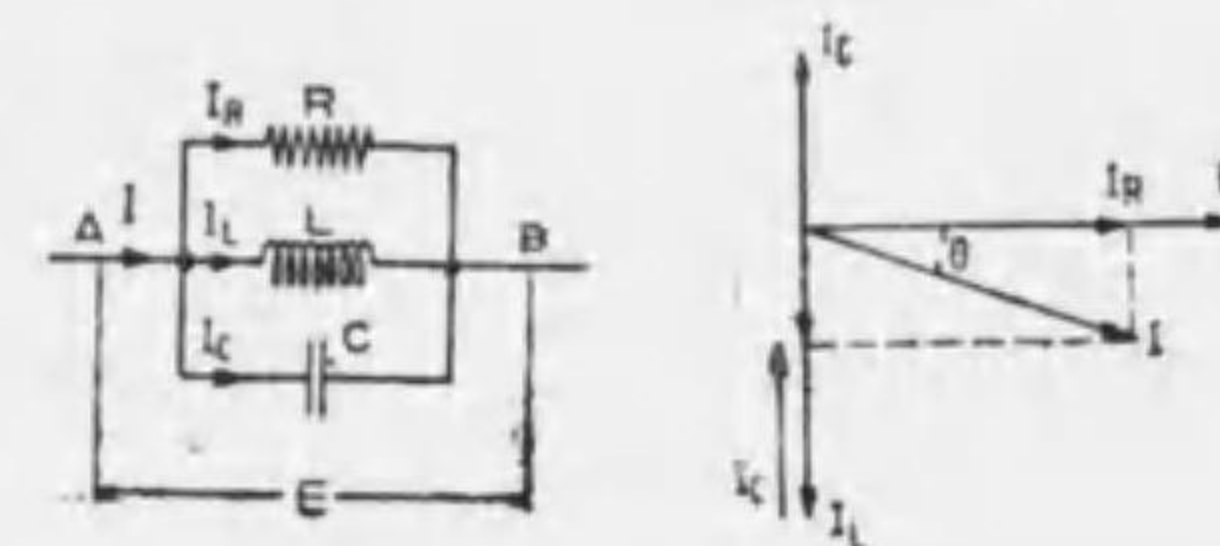
$$I_R = \frac{E}{R} \quad \text{アンペア} \quad E \text{ と同相}$$

$$I_L = \frac{E}{\omega L} = \frac{E}{2\pi f L} \quad \text{アンペア} \quad E \text{ より } 90^\circ \text{ 遅れる}$$

$$I_C = \frac{E}{1/\omega C} = \omega C E = 2\pi f C E \quad \text{アンペア} \quad E \text{ より } 90^\circ \text{ 進む}$$

此のベクトル圖は次の如くで

ある。即ち I_R は E と同一線上にあり、 I_L は E より 90° 遅れるのであるから下向に E と直角方向にあり、 I_C は E より 90° 進むから上向に E と直



角方向にある。従つて I_L と I_C は全く反対位相にあるから互に打消し合ふ事となり、合成電流の E と直角分は $(I_C - I_L)$ となる。

故に合成電流 I は $I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$ アンペア

I と E の相角 θ は $\theta = \tan^{-1} \frac{I_C - I_L}{I_R}$ で

(イ) $I_L > I_C$ のときは I は E より遅れ

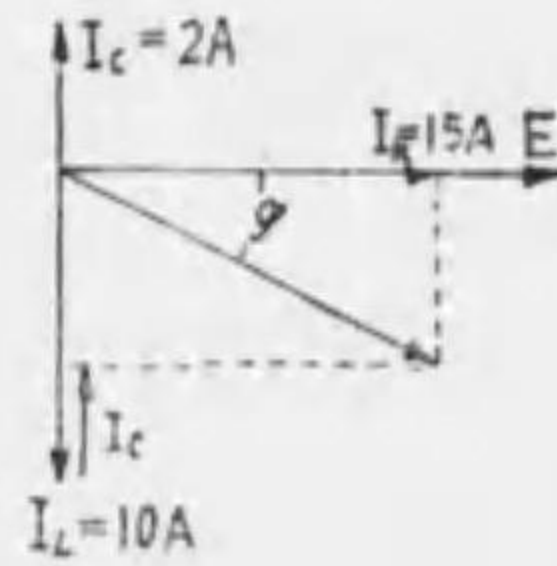
(ロ) $I_C > I_L$ のときは I は E より進み

(ハ) $I_L = I_C$ のときは I と E は同相となる。

若し静電容量 C の存在せぬとき即ち R と L の並列回路では $I_C = 0$ であるから $I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$ となり常に I は E より遅れる。

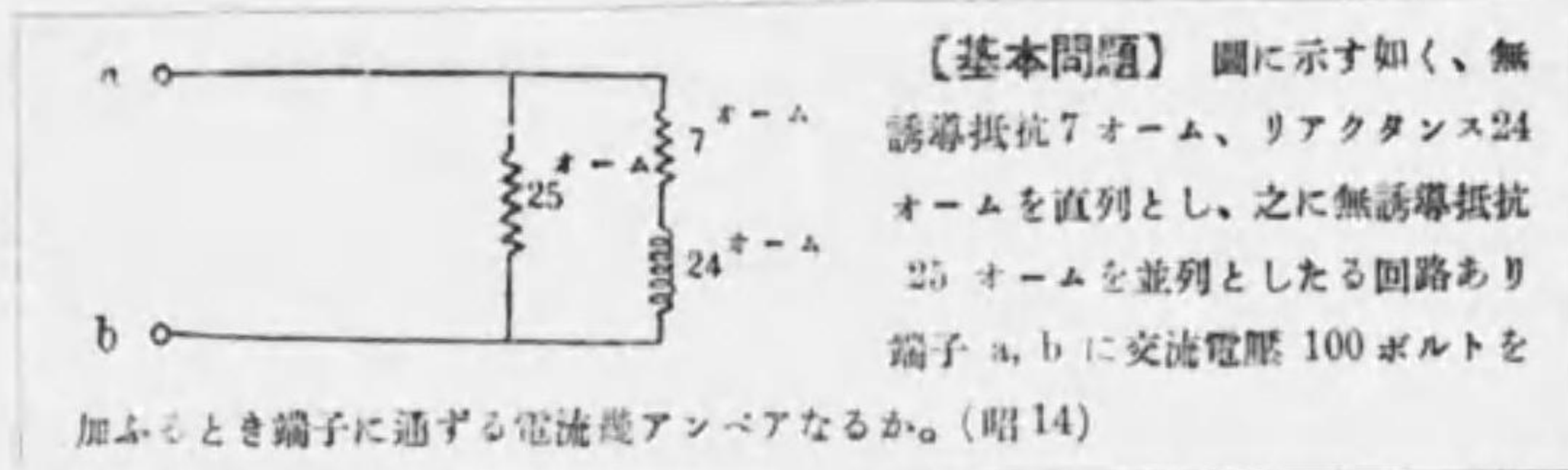
又、インダクタンス L のないとき即ち R と C の並列回路では $I_L = 0$ として $I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$ となり常に I は E より進むと考へればよい。

尚テキスト計算篇 P18 以下、選試受験讀本 P100 以下を参照研究されたい。



解答 L は a, b 間の電圧より 90° 遅れ、C の電流は 90° 進み、R の電流は電圧と同相である。之の関係をベクトル圖に示せば左の如くであるより合成電流 I は

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{15^2 + (10 - 2)^2} = 17 \text{ アンペア となる。}$$



【基本問題】 圖に示す如く、無誘導抵抗 7 オーム、リアクタンス 24 オームを直列とし、之に無誘導抵抗 25 オームを並列としたる回路あり端子 a, b に交流電圧 100 ボルトを加ふるとき端子を通ずる電流幾アンペアなるか。(昭 14)

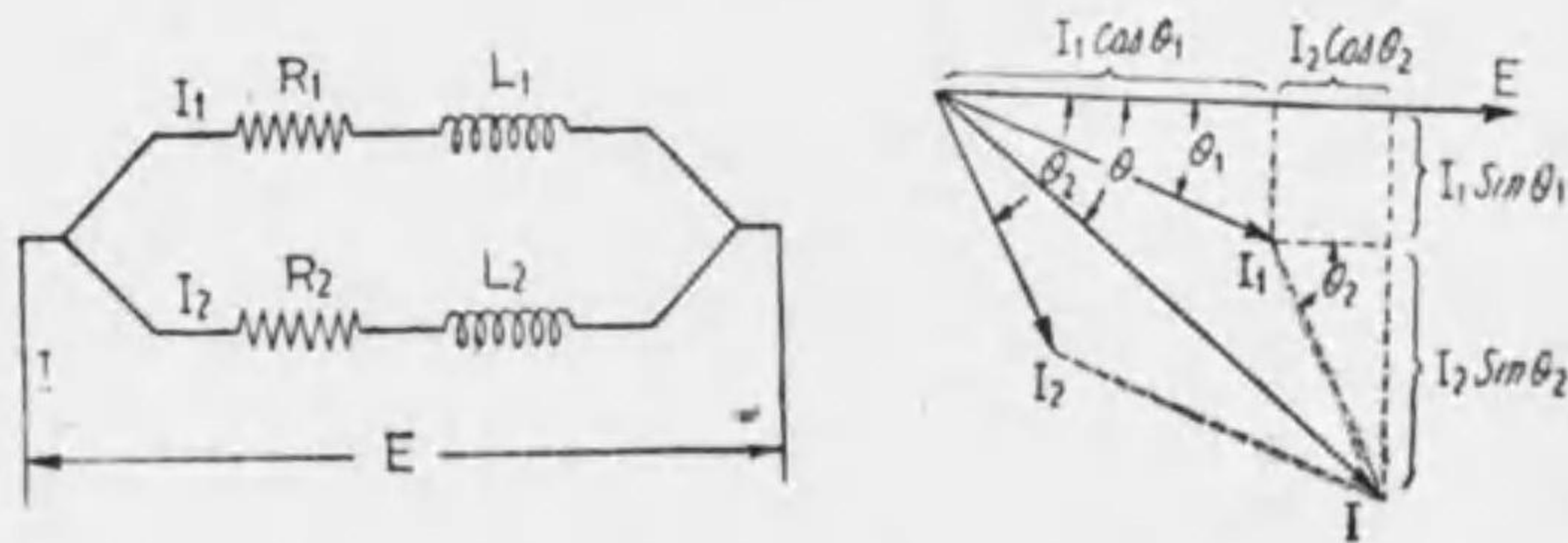
【基礎智識】 下圖の如き並列回路の端子に E ボルトを加へたとき R₁ に通ずる電流を I₁, R₂ に通ずる電流を I₂ とすれば直列回路の計算に於て述べた様に

$$I_1 = \frac{E}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}} \text{ アンペア}$$

で I₁ は E より $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\omega L_1}{R_1}$ 遅れる。

$$\text{同様に } I_2 = \frac{E}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} \text{ アンペア}$$

で I₂ は E より $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{\omega L_2}{R_2}$ 遅れる。



此の關係を、ベクトル圖に示すと上圖の如くで、I₁ は E より θ_1 , I₂ は E より θ_2 遅れてゐる。即ち E より右廻りに θ_1 及 θ_2 角位置に I₁ 及 I₂ がある。而して合成電流 I は I₁ と I₂ のベクトル和である。I₁ と I₂ のベクトル和を求めるとは、I₁ と I₂ を二邊とする平行四邊形を畫けばその對角線が I₁ と I₂ のベクトル和となるのである。I の大きさを求めるにはベクトル I₁ 及 I の尖

端より OE に垂線を下し、その足を a, b とし、又 I₁ より OE に並行線を引き bd との交点を c とすれば、三角法より

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{Oa}{I_1} \quad \therefore Oa = I_1 \cos \theta_1 & \cos \theta_2 &= \frac{ab}{I_2} \quad \therefore ab = I_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 &= \frac{bc}{I_1} \quad \therefore bc = I_1 \sin \theta_1 & \sin \theta_2 &= \frac{cd}{I_2} \quad \therefore cd = I_2 \sin \theta_2 \end{aligned}$$

故に合成抵抗 I は

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{(Oa+ab)^2 + (bc+cd)^2} \\ &= \sqrt{(I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2)^2 + (I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2)^2} \\ &= \sqrt{(\text{各分路の有効電流の和})^2 + (\text{各分路の無効電流の和})^2} \end{aligned}$$

として求められる。

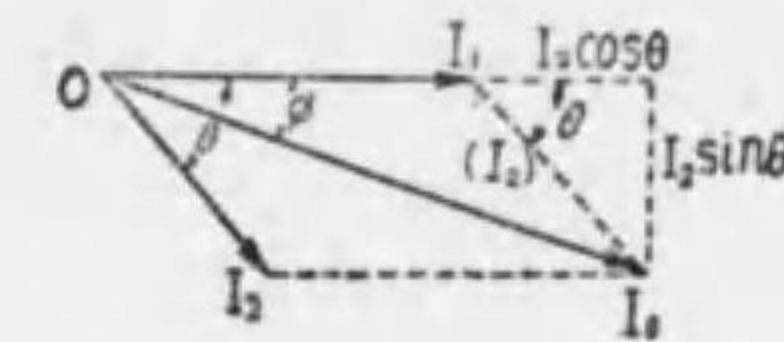
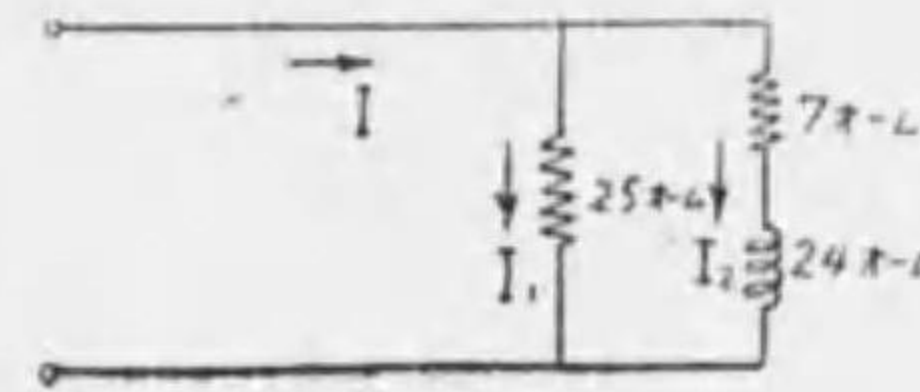
而して上式に於ける $\cos \theta_1, \cos \theta_2$ 及 $\sin \theta_1, \sin \theta_2$ の値は次節の回路の力率に関する計算に説明する如く

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{R_1}{Z_1} = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}} & \sin \theta_1 &= \frac{\omega L_1}{Z_1} = \frac{\omega L_1}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}} \\ \cos \theta_2 &= \frac{R_2}{Z_2} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} & \sin \theta_2 &= \frac{\omega L_2}{Z_2} = \frac{\omega L_2}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} \end{aligned}$$

で、此の値を上式に代入して計算すればよい。

尚 R, L と R, C の並列回路の解法等に就ては選試受験讀本 P105 及テキスト計算篇 P21 を参照されよ。

解答 基本問題に於ては I₁ は抵抗のみであるから E と同相で



$$I_1 = \frac{100}{25} = 4 \text{ A}$$

I₂ は抵抗とインダクタンスの直列であるから E より θ 遅れ

$$I_2 = \frac{100}{\sqrt{7^2 + 24^2}} = 4 \text{ アンペア} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{24}{7}$$

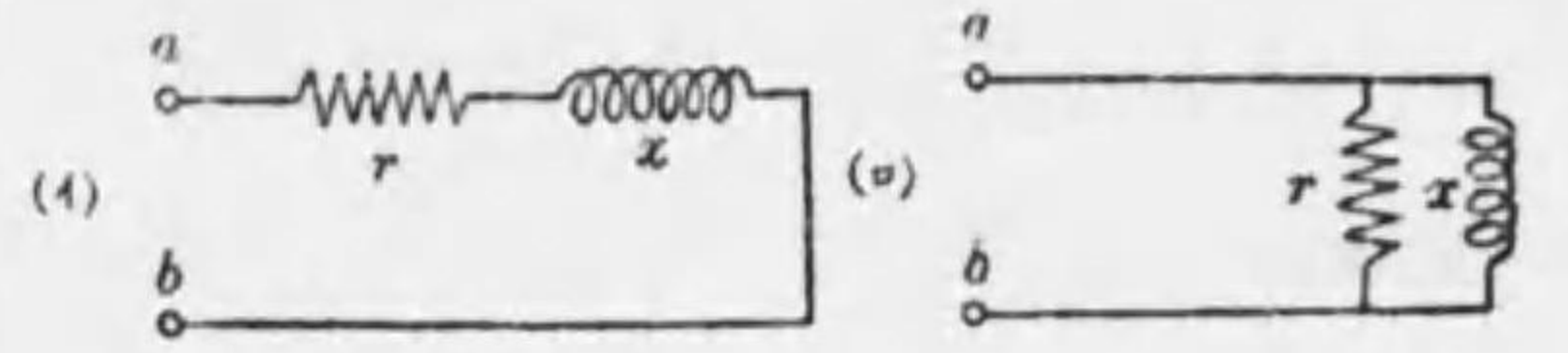
$$\therefore \cos \theta = \frac{7}{\sqrt{7^2 + 24^2}} = \frac{7}{25} \quad \sin \theta = \frac{24}{\sqrt{7^2 + 24^2}} = \frac{24}{25}$$

合成電流 I は

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \\ &= \sqrt{\left(4 + 4 \times \frac{7}{25}\right)^2 + \left(4 \times \frac{24}{25}\right)^2} = 6.4 \text{ アンペア となる。} \end{aligned}$$

(40) 回路の力率に関する計算

【基本問題】 下図(イ)及(ロ)に示した交流回路の端子 a, b に於ける



力率を求めよ。但し r は 3 オームの無誘導抵抗、x は 4 オームのリアクタンスとす(昭10)

【基礎智識】 ① 直列回路の力率 回路

の力率とは電圧と電流との相差角 θ の餘弦 ($\cos\theta$) の事である。

右圖の如き直列回路に於ては前に述べた如く $E = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ であり、力率とは上記の如く E と I の相差角 θ の餘弦であるから

$$\cos\theta = \frac{V_r}{E} = \frac{IR}{I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

となる。即ち直列回路の力率は次式で示される事がわかる。

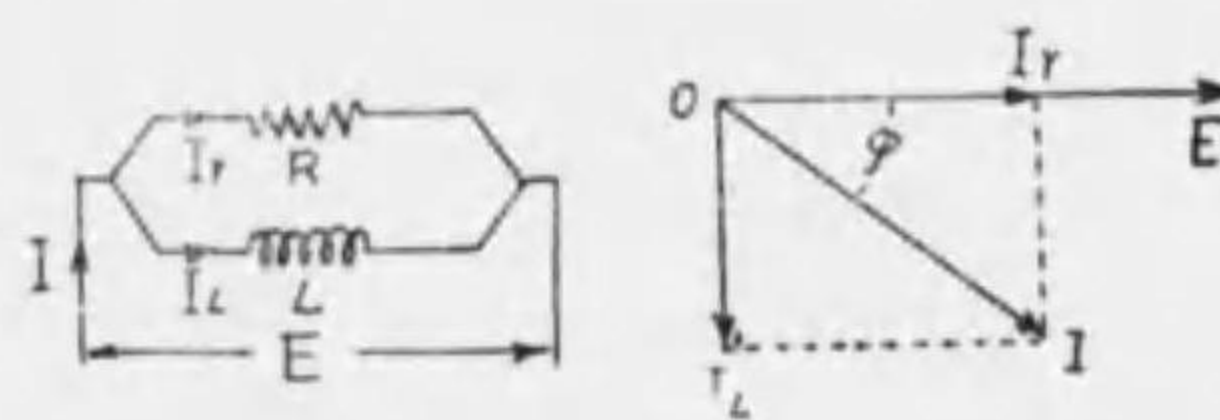
$$\cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\text{抵抗}}{\text{インピーダンス}}$$

又 $\sin\theta$ は次式で示される事もわかる。

$$\sin\theta = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\text{リアクタンス}}{\text{インピーダンス}}$$

$$\left(\because \sin\theta = \frac{E_L}{E} = \frac{I\omega L}{I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\right)$$

② 並列回路の力率 並列回路に於ても力率が電圧と電流の相差角 φ の餘弦 ($\cos\varphi$) である事に變りはない。



下圖に於て a, b 間の力率とは a, b 間の電圧 E と a, b 端子を通ずる此の回路の合成電流 I との相差角 φ の餘弦なのである。既に述べた事より

$$I_R = \frac{E}{R} \text{ アンペア } E \text{ と同相}$$

$$I_L = \frac{E}{\omega L} \text{ アンペア } E \text{ より } 90^\circ \text{ 遅れる}$$

$$\text{故に合成電流 } I \text{ は } I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

従つて a, b 間の力率 $\cos\varphi$ は

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{I_R}{\sqrt{I_R^2 + I_L^2}} = \frac{\text{有効電流}}{\text{合成電流}}$$

として求められるのである。

【解答】 (イ) 圖の直列回路の力率は

$$\cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

即ち a, b 端子の力率は 60% である。

(ロ) 圖の並列回路の力率は

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{I_R}{I} = \frac{E/R}{\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + \left(\frac{E}{\omega L}\right)^2}} \\ &= \frac{E/R}{E\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2}}} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5} = 0.8 \end{aligned}$$

即ち a, b 端子に於ける力率は 80% となる。

【問題】 前述の並列回路の計算に於ける基本問題の各問の a, b 端子の力率を求めよ。

【解答】 (1) R, L, C の並列回路の場合の a, b 間の合成力率は

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{\text{有効電流}}{\text{合成電流}} = \frac{I_R}{I} = \frac{I_R}{\sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}} \\ &= \frac{15}{\sqrt{15^2 + (12 - 2)^2}} = \frac{15}{17} = 0.882 \quad \text{となる。} \end{aligned}$$

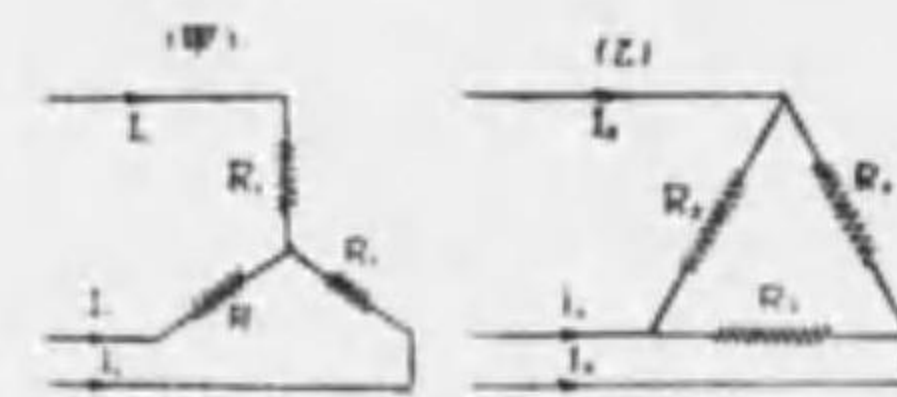
(2) 25 オームの抵抗と抵抗 7 オーム、リアクタンス 24 オームの直列インピーダンスの並列回路の a, b 間の合成力率は

$$\begin{aligned} \cos\varphi &= \frac{\text{有効電流}}{\text{合成電流}} = \frac{I_1 + I_2\cos\varphi_2}{\sqrt{(I_1 + I_2\cos\varphi_2)^2 + (I_2\sin\varphi_2)^2}} \\ &= \frac{4 + 4 \times \frac{7}{25}}{\sqrt{\left(4 + 4 \times \frac{7}{25}\right)^2 + \left(4 + \frac{24}{25}\right)^2}} = \frac{5.12}{6.4} = 0.8 \quad \text{となる。} \end{aligned}$$

(41) 平衡三相交流回路の計算

【基本問題】 抵抗 R_1 、並に抵抗 R_2

を夫々右圖の如く接続し、之に同じ平衡三相電圧を加ふるとき、電線に流るゝ電流 I_1 と I_2 とを相等しからしむるに要する R_1 と R_2 との比を求めよ。(昭5)



【基礎智識】 (1) 星形接続回路 下圖の如く、線間電圧 V_1, V_2, V_3 の三相

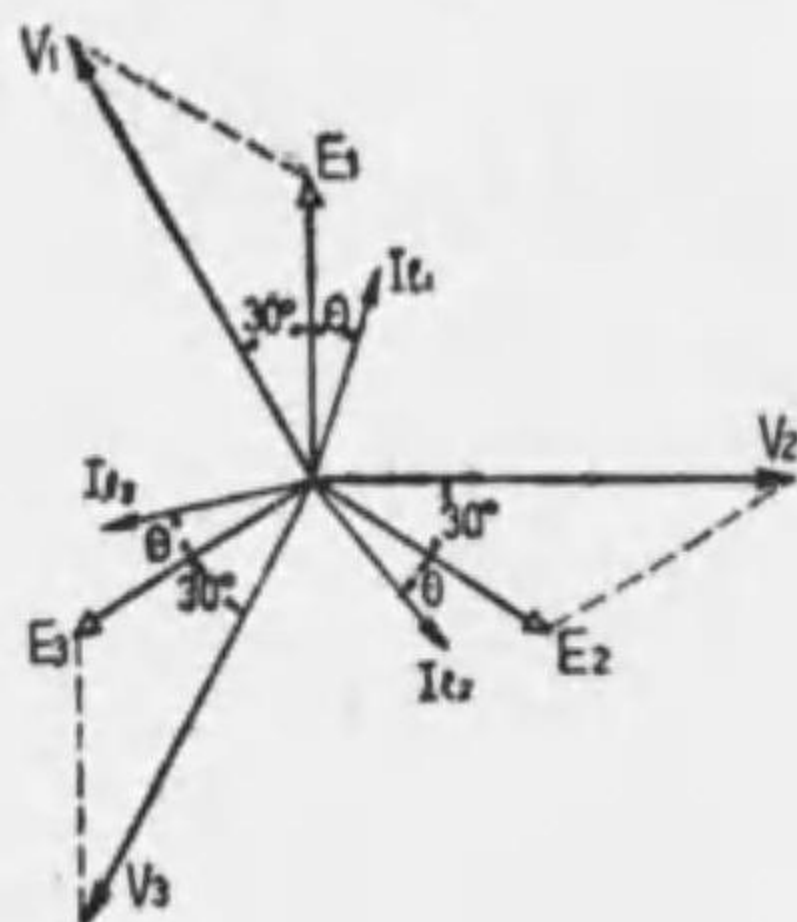
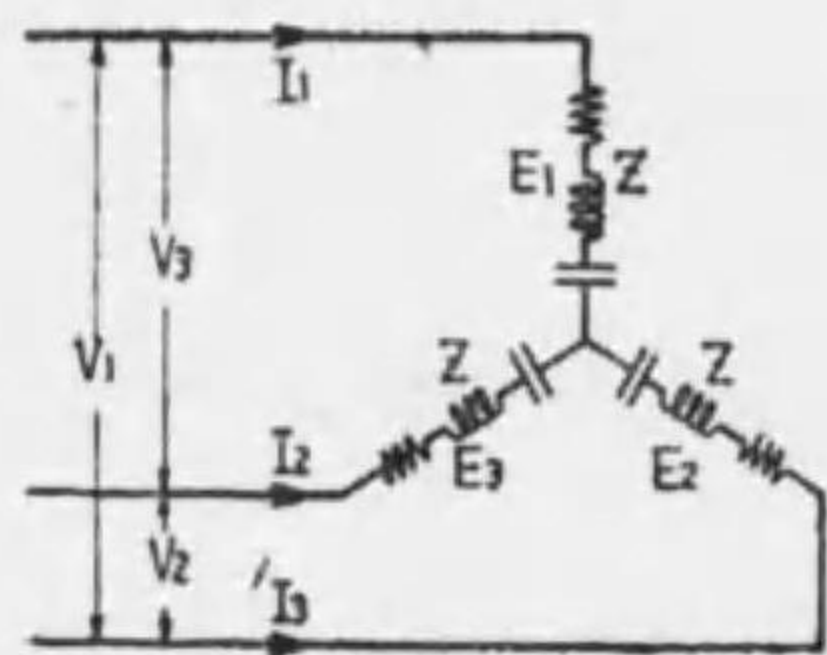
電源に $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ オームの等しいインピーダンス三個を星形に接続した場合、各インピーダンスに加はる相電圧は線間電圧の $1/\sqrt{3}$ である。

各インピーダンスの電流は各相のインピーダンスでそのインピーダンスに加は

る電圧、即ち相電圧を割ればよいのであるから

$$I_1 = \frac{E_1}{Z} = \frac{V_1/\sqrt{3}}{Z} \text{ アンペア} \quad I_2 = \frac{E_2}{Z} = \frac{V_2/\sqrt{3}}{Z} \text{ アンペア}$$

$$I_3 = \frac{E_3}{Z} = \frac{V_3/\sqrt{3}}{Z} \text{ アンペア}$$



であり、各電流は各相電圧より

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \text{ 遅れる。}$$

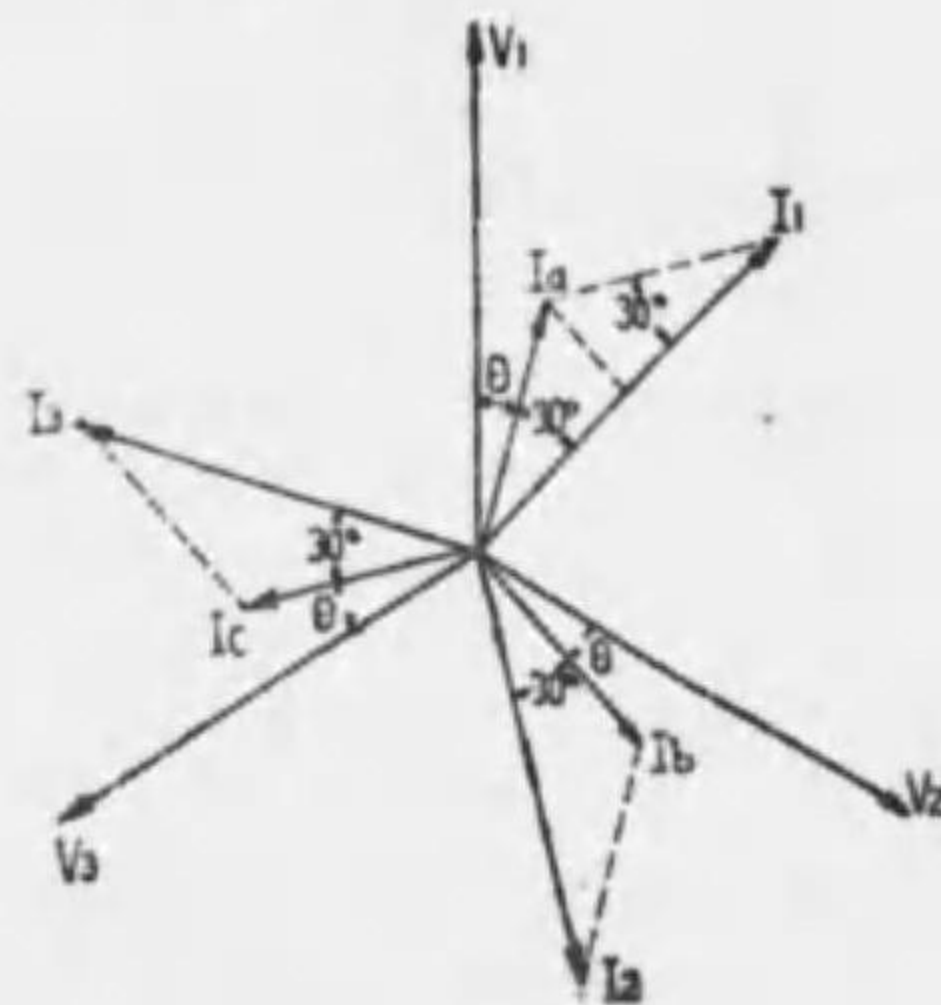
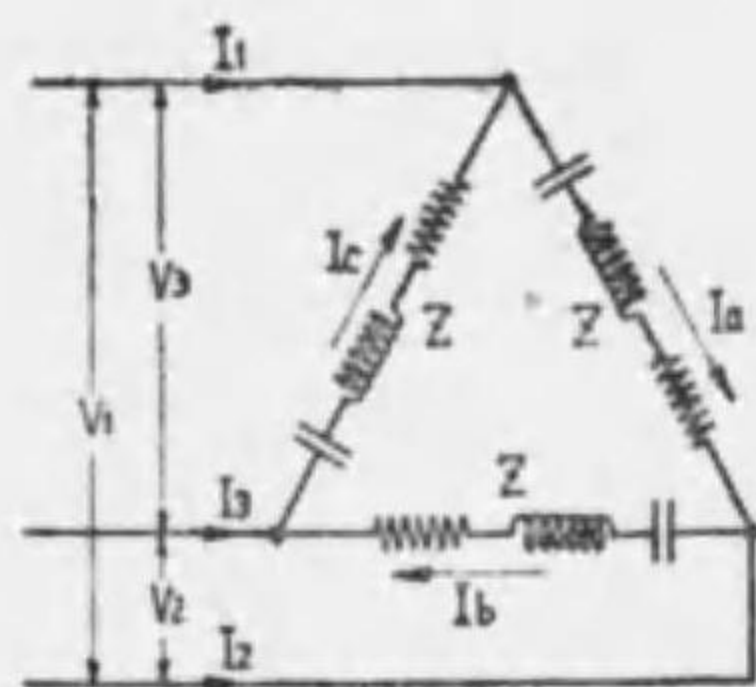
又星形接続回路では線路と各相インピーダンスは直列であるから、線電流と相電流は相等しい。

又 $V_1 = V_2 = V_3$ ならば $I_1 = I_2 = I_3$ である。即ち平衡三相回路に於ては各線の電流は等しい。

尚、星形接続に就ては相電圧は線間電圧の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ となる証明に就てはテキスト計算篇 P28 及選試受験讀本 P109 を研究されよ。

(2) 三角形接続回路 下圖の如く線間電圧 V_1, V_2, V_3 の三相電源に

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ オーム}$$



の等しいインピーダンスを三角形に接続した場合には圖からもすぐわかる様に各インピーダンスには直接線間電圧が加はるから

$$I_a = \frac{V_1}{Z} \text{ アンペア} \quad I_b = \frac{V_2}{Z} \text{ アンペア} \quad I_c = \frac{V_3}{Z} \text{ アンペア}$$

となり、何れも、 V_1, V_2, V_3 より

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \text{ 遅れる。}$$

又、各線電流 I_1, I_2 及 I_3 を求めるに、 I_1 は I_a と I_c のベクトル差、 I_2 は I_b と I_a のベクトル差、 I_3 は I_c と I_b のベクトル差となるから、上のベクトル圖の如くなり

$$I_1 = 2I_a \cos 30^\circ = \sqrt{3}I_a \quad \text{同様に} \quad I_2 = \sqrt{3}I_b \quad I_3 = \sqrt{3}I_c \quad \text{となる。}$$

此の様に、三角形接続に於ては線電流は相電流の $\sqrt{3}$ 倍である。そして、 $V_1 = V_2 = V_3$ ならば $I_1 = I_2 = I_3$ である。

解答 線間電圧を V とすれば

$$I_1 = \frac{V/\sqrt{3}}{R_1} = \frac{V}{\sqrt{3}R_1} \quad I_2 = \sqrt{3} \times \frac{V}{R_2} = \frac{\sqrt{3}V}{R_2}$$

依つて $I_1 = I_2$ とすると R_1 と R_2 の比は

$$\frac{V}{\sqrt{3}R_1} = \frac{\sqrt{3}V}{R_2} \quad \therefore \frac{R_2}{R_1} = 3$$

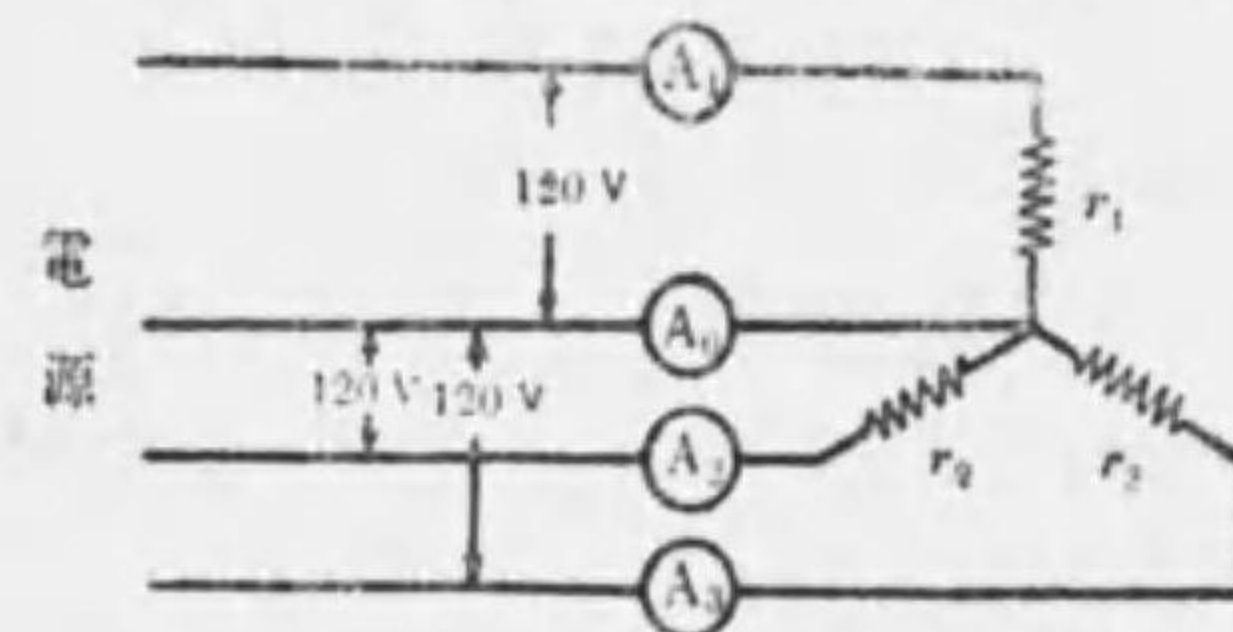
即ち R_2 を R_1 の 3 倍とする。

(42) 簡単な不平衡三相回路の計算

【基本問題】 圖の如き三相四線式回路に於ける各線に通ずる電流を計算せよ。

但し、負荷 r_1, r_2, r_3 は無誘導負荷にして $r_1 = 3$ オーム、 $r_2 = 6$ オーム及び $r_3 = 15$ オームとし、又各線の中性線に對する電圧は 120V とす。

(昭10)



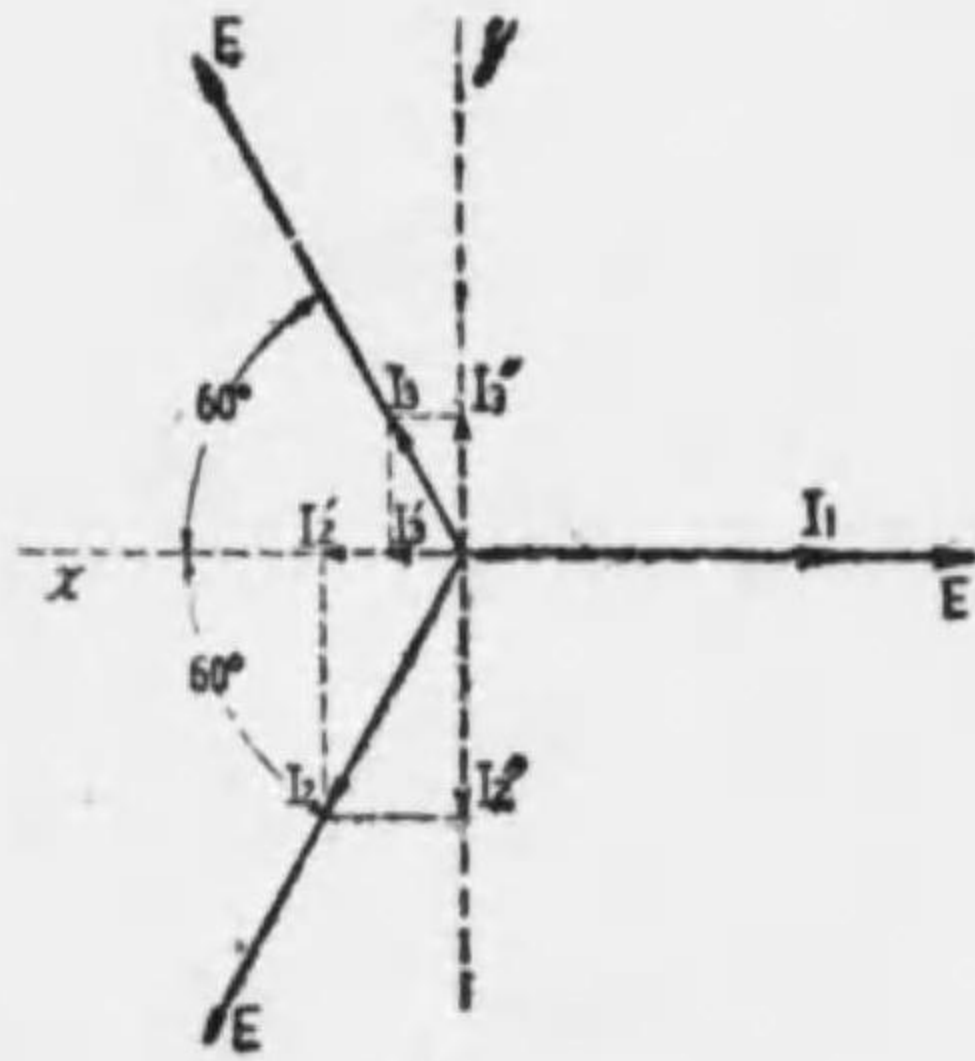
【基礎智識】 上圖の如く、異なる抵抗 R_1 オーム、 R_2 オーム、 R_3 オームを星形に接続し、之を各線と中性線間の電圧 E ボルトの三相四線式の電源に接続するとき各抵抗には夫々 E ボルトが加はるから

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \text{ アンペア } E \text{ と同相 (a 相)} \quad I_2 = \frac{E}{R_2} \text{ アンペア } E \text{ と同相 (b 相)}$$

$$I_3 = \frac{E}{R_3} \text{ アンペア } E \text{ と同相 (c 相)}$$

之等の關係をベクトル圖に示すと次圖の様になり、中性線の電流は I_1, I_2, I_3 のベクトル和である。このベクトル和を求めるには、ベクトル圖の如く I_1, I_2, I_3 を x 軸と y 軸に分解して考へるのが便利である。 I_1, I_2, I_3 を x 軸と y 軸に分解すれば

$$\begin{aligned} x \text{ 軸分力 } I_1' &= I_1 & I_2' &= I_2 \cos 60^\circ & I_3' &= I_3 \cos 60^\circ \\ y \text{ 軸分力 } I_1'' &= 0 & I_2'' &= I_2 \sin 60^\circ & I_3'' &= I_3 \sin 60^\circ \end{aligned}$$



となり、 x 軸分力に於ては、原点 O より右の分力は (+) とし、 O より左方は (-) とし、 y 軸分力に於ても原点 O より上方の分力は (+) 下方は (-) とする。即ち直角座標に於ける正負と同様に考へる。そうすれば中性線の電流 I_0 は

$$\begin{aligned} I_0 &= \sqrt{(x \text{ 軸分力の代数和})^2 + (y \text{ 軸分力の代数和})^2} \\ &= \sqrt{(I_1' - I_2' - I_3')^2 + (I_3'' - I_2'' - I_1'')^2} \end{aligned}$$

として求められるのである。

尙上記は負荷が抵抗のみの場合であるが、負荷がインピーダンスの場合に於ける計算に就ては

遞試受験讀本 P114 を参照されよ。

解答 A_1, A_2 及 A_3 に通ずる電流は

$$A_1 = \frac{120}{3} = 40 \text{ A} \quad A_2 = \frac{120}{6} = 20 \text{ A} \quad A_3 = \frac{10}{15} = 8 \text{ A}$$

にして何れも各相電壓と同相である。次に A_0 に通ずる電流は A_1, A_2 及 A_3 のベクトル和である。之を求めるに A_1, A_2 及 A_3 を x 軸及 y 軸の二分力に分解すれば

$$x \text{ 軸分力 } A_1' = A_1 = 40 \text{ A}$$

$$A_2' = A_2 \cos 60^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ A} \quad A_3' = A_3 \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ A}$$

$$y \text{ 軸分力 } A_1'' = 0$$

$$A_2'' = A_2 \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ A} \quad A_3'' = A_3 \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ A}$$

故に A_0 は

$$\begin{aligned} A_0 &= \sqrt{(A_1' - A_2' - A_3')^2 + (A_2'' - A_3'')^2} = \sqrt{(40 - 10 - 4)^2 + (10\sqrt{3} - 4\sqrt{3})^2} \\ &= 28 \text{ A} \end{aligned}$$

となる。

—(以上)—



回路計算の入門 (下巻)

定價 80 錢

(送料 6 錢)

昭和十六年一月十五日 印刷納下
昭和十六年一月二十日 發行

著者 遞試受験研究會

發行兼印刷人 田中增吉
大阪市西成區南神合町四

印刷所 電氣書院印刷所

發行所

大阪市西成區南神合町四

電氣書院

電話 159 番・振替 大阪 46157 番

電氣技術講座

これぞ選試合格への理想的講座だ！

本講座は第一線エンジニアたる先輩の集り電氣技術研究会と著名な選試受験研究会の綜合作述に成る。その獨特の講義は、獨學者の心理学的確に掴み、理解させずには置かぬ熱意が込る。堂々各巻三百餘頁に他書の五百頁分を優に收容す。その一字一句にも無駄がない。本講座に依つて初めて登龍門選試への大門が豁然として開かれやう

- 1 電氣技術用基礎學
電氣用數學、物理化學、英語、電氣基礎理論
- 2 電氣理論と電氣測定法
實用電氣理論、電氣測定器並測定法
- 3 電氣機器一般と取扱法
14章 139項目に詳論した機器の新体系
- 4 發變電所の建設と運轉
火力發電所、水力發電所、變電所開閉所
- 5 送電線の建設と保守
第一部 送電工學 第二部 配電工學
- 6 電燈電熱と電力應用
電燈照明、電熱、電動機應用
- 7 電鐵と電氣通信ラヂオ
電氣鐵道、電池、有線通信、無線通信
- 8 配電工學と電動機應用

・本講座三大特長・

詳細懇切の講義は
初學者を指導する

新鋭無比の内容は
選試の合格を保証する

受験と實地の完全な連繋は
實地に役立つ手腕を興へる

・定價・ 各巻 2圓50銭
送料 14銭
全巻一時拂 18圓

・特典・ 獎學賞の贈呈、
質疑指導、その他

選試用初等數學
定價 一圓三十銭 (稅六錢)
小學校を出たばかりの人を標準として電氣用代數、幾何、三角を極く平易に説明し、第一歩より懇切した。

選試用高等數學
定價 一圓五十銭 (稅六錢)
第三種に合格した人なら必ず判るやうに解説した。特に複素數計算のコツを教へた高數の名導指書。

選試一次科
會期 一月より三月末まで
會費 第三種 五圓 第二種 六圓

選試二次科
會期 四月より七月末まで
會費 第三種 七圓 第二種 五圓

工人受験部
工人受験指導「テキスト」を教科書とし之れを中心として指導を進めるのである。即ち課程表を興へて、講習生一同が大体一様に學科を修め得るやうにし、尙個人教授は質問に依つて講習生一人一人を指導する。此の個人指導は本會獨特の方法であつて之れがあるから通信教授で先生に就て學ぶより以上の成績が得られるのである。

會費 一回分割 各一圓五十銭
一時拂 八圓

工人受験「指導テキスト」

全五篇 四圓五十銭
送料 二圓十二銭

第一篇 初等電氣の理論と計算

九十銭 (稅六錢)
小學を出ただけの素人にも判かる様に電氣理論の根本を平易に教へ、計算の上達を計る。

第三篇 電氣機器一般と諸材料

九十銭 (稅九錢)
驚異的な多數の實物寫眞を以て、電氣機器諸材料を圖解説明し實地に學術に役立しめる。

第五篇 配線法と配線圖の書き方

九十銭 (稅六錢)
配線圖は斯うして書くものだとな家建住宅から、工場商店ビルディング等まで配線圖を圖解詳述した。

免許試験問題解答の研究

九十五銭 (稅六錢)
全く初歩から説明した、懇切無比の解答は理解容易で記憶に便、更に詳しく註釋で類題を研究し、尙受験に手續の詳しい實例をも附す。

第二篇 配電一般と工作物規程の解説

九十銭 (稅六錢)
發電から配電迄を説明し、屋内配電の常識を養ひ、面白きもの哉工作物規程とその精神を説く臨時特例とX線装置を増補す。

第四篇 工事施行方法と工作物試験法

九十銭 (稅六錢)
基礎理論より説き起し、施工に不可欠な工具類と基礎作業を圖解し施行法、試験法まで詳述して居る。

屋内電氣工事の設計

五十銭 (稅六錢)
先づ設計用器材より見積までを一章とし、次いで正しい配線圖の書き方、吟味訂正法を詳細圖解した。ビルディングの電氣設備を講述す。

検査と試験・故障と対策

五十銭 (稅六錢)
検査試験に用ふる器具類を解説し、故障とその處置を一々例を擧げて詳細に検討した。更に災害防止に關して述べ事故の絶滅を期した。

大阪市西成區南神合町四 通信電氣學校 振替大阪 46157 番
電氣書院内 電話 戎 159 番

選試基礎科 親しく第一歩より指導する

選試一次試験に應ずる基礎知識應用能力を第一歩より指導する。獨學に最も困難なる數學及計算問題に對しては、個人指導問題を以て指導し、科目別試験を行つて學力の増進を計る。更に電氣工學の一般に就て、整備せる教材を以て實際と關聯した懇切な教授を行ふ

講習科目
・選試用數學の基礎と運用
・計算問題の考へ方解き方
・電氣一般の解説

會期 三ヶ月 (入會隨時)
會費 第三種 毎月拂 二圓八十銭
第二種 二圓八十銭
一時拂 第三種六圓 第二種八圓

選試受験科

一次二次試験に應ずる基礎知識、應用能力、答案作製術の三者を深刻に教育する。整備せる講義と細心なる留意を以て長所を伸長せしめ、短所を補ふ個人指導を行ひ、模擬試験に依り答案作製術を學習せしめる。故に本會を終了すれば實戦受験場裡に於て他に先んじて優秀答案を提出し得る。

三ヶ月で合格の實力を興へ、獨特の教授懇切な個人的指導は一人の講習生に對し三人の指導員が三重削減を行ふ。

遂に築けり斯界第一の発行部數

●懇切なる指導・新鮮なる記事・明朗なる編輯

★初學者、學生及び獨學々習者の理解を主眼とした。掲載記事の凡てに亘り、懇切明快にして詳細なる解説をする。

★電氣計算問題は其根本と應用を教へ、所有の部門に及ぶ。計算式の出所を明かにし、應用に資し、活用の力を養ひ、尙之れを數學及物理學の立場より各必要な智識を與ふるに努めた。

★電氣技術上の實際問題を廣く集める。實際に携はる機會の少い技術者の爲めに、又技術者相互の工夫交換の爲めに、實際問題を網羅する。

★日進月歩の電氣工學の發達を速報する。電氣技術者は一寸油斷しても直ぐ時代遅れとなる。本誌には斯界の進歩の状況、或は日々發表される論文の要旨を取つて平易に解説する。

★讀者の獨創的能力の涵養に資する。本誌は初學の學生、學習者及中堅技術者のバイオニアールとしての指導的立場より独自の編輯方針を堅持する。

★選試受驗者を直接指導する。選試受驗者の爲めに本社内「選試受驗研究會」の研究になる最も選試の主旨に合致する記事と懸賞問題を掲げて直接個人的に指導する。

...ly 88 percent voltage; an
controller would cut out the
resistance and auto-transf
rely. The motor
ctly to the motor
he same phases of
aneously the phases of
ut only one is illustrate
learness
The following is the sequ
rations and be follo
controller of auto-starter.
at some time the 70 perc
required the loa
roller, having previously co
uto-transformer to the line
would connect one end
entive resistance, say X, to
he auto-transformer an
ould the resistance the low
he prevent the resistance to
oint and thence to the m
ould the resistance is 70 percent
he motor except for the
ance drop through half the
esistance. The controller
connect the other end, Y,
entive resistance to the po
ng X should be connected to
ould the resistance to the
ays through the preventiv
o its center, and the volt

普通號 35 錢 (稅2錢) 1 月特大號 60 錢 (稅3錢) 6 月特大號 50 錢 (稅3錢)

1 ケ年前拂 (二特大號を含み) 4 圓 30 錢 (稅共) 本社直接にお申込み下さい

御注文の栞

- 御注文は總て前金に願ひます。
- 代金引換便は郵便規則の改正に依つて取扱はれなくなりましたから成るべく振替を御利用下さい。
- 御送金は最も安全確實な振替用紙を御利用下さい。裏面の通信欄に御注文書名其他の通信事項をお忘れなく御記入願ひます
- 弊社専用振替用紙(拂込料金弊社負擔)は御請求次第御送り申上げます。
- 郵便切手で御送金は必ず一割増に願ひます
- 収入印紙は御断りします。
- 送料は必ず御加算願ひます。
- 御住所姓名は勿論書名數量等はすべて楷書で明瞭に御認め下さい。

大阪市西成區南神合町四

電氣書院

電話 戎一五九番
振替 大阪四六一五七番

小包送料	五百瓦迄	10 錢
内地普通	一瓦迄	14 錢
内地普通	二瓦迄	22 錢
内地普通	三瓦迄	30 錢
内地普通	四瓦迄	38 錢
内地普通	五瓦迄	46 錢
内地普通	六瓦迄	54 錢
内地普通	七瓦迄	62 錢
内地普通	八瓦迄	70 錢
内地普通	九瓦迄	78 錢
内地普通	十瓦迄	86 錢
内地普通	十一瓦迄	94 錢
内地普通	十二瓦迄	102 錢
内地普通	十三瓦迄	110 錢
内地普通	十四瓦迄	118 錢
内地普通	十五瓦迄	126 錢
内地普通	十六瓦迄	134 錢
内地普通	十七瓦迄	142 錢
内地普通	十八瓦迄	150 錢
内地普通	十九瓦迄	158 錢
内地普通	二十瓦迄	166 錢
内地普通	二十一瓦迄	174 錢
内地普通	二十二瓦迄	182 錢
内地普通	二十三瓦迄	190 錢
内地普通	二十四瓦迄	198 錢
内地普通	二十五瓦迄	206 錢
内地普通	二十六瓦迄	214 錢
内地普通	二十七瓦迄	222 錢
内地普通	二十八瓦迄	230 錢
内地普通	二十九瓦迄	238 錢
内地普通	三十瓦迄	246 錢
内地普通	三十一瓦迄	254 錢
内地普通	三十二瓦迄	262 錢
内地普通	三十三瓦迄	270 錢
内地普通	三十四瓦迄	278 錢
内地普通	三十五瓦迄	286 錢
内地普通	三十六瓦迄	294 錢
内地普通	三十七瓦迄	302 錢
内地普通	三十八瓦迄	310 錢
内地普通	三十九瓦迄	318 錢
内地普通	四十瓦迄	326 錢
内地普通	四十一瓦迄	334 錢
内地普通	四十二瓦迄	342 錢
内地普通	四十三瓦迄	350 錢
内地普通	四十四瓦迄	358 錢
内地普通	四十五瓦迄	366 錢
内地普通	四十六瓦迄	374 錢
内地普通	四十七瓦迄	382 錢
内地普通	四十八瓦迄	390 錢
内地普通	四十九瓦迄	398 錢
内地普通	五十瓦迄	406 錢
内地普通	五十一瓦迄	414 錢
内地普通	五十二瓦迄	422 錢
内地普通	五十三瓦迄	430 錢
内地普通	五十四瓦迄	438 錢
内地普通	五十五瓦迄	446 錢
内地普通	五十六瓦迄	454 錢
内地普通	五十七瓦迄	462 錢
内地普通	五十八瓦迄	470 錢
内地普通	五十九瓦迄	478 錢
内地普通	六十瓦迄	486 錢
内地普通	六十一瓦迄	494 錢
内地普通	六十二瓦迄	502 錢
内地普通	六十三瓦迄	510 錢
内地普通	六十四瓦迄	518 錢
内地普通	六十五瓦迄	526 錢
内地普通	六十六瓦迄	534 錢
内地普通	六十七瓦迄	542 錢
内地普通	六十八瓦迄	550 錢
内地普通	六十九瓦迄	558 錢
内地普通	七十瓦迄	566 錢
内地普通	七十一瓦迄	574 錢
内地普通	七十二瓦迄	582 錢
内地普通	七十三瓦迄	590 錢
内地普通	七十四瓦迄	598 錢
内地普通	七十五瓦迄	606 錢
内地普通	七十六瓦迄	614 錢
内地普通	七十七瓦迄	622 錢
内地普通	七十八瓦迄	630 錢
内地普通	七十九瓦迄	638 錢
内地普通	八十瓦迄	646 錢
内地普通	八十一瓦迄	654 錢
内地普通	八十二瓦迄	662 錢
内地普通	八十三瓦迄	670 錢
内地普通	八十四瓦迄	678 錢
内地普通	八十五瓦迄	686 錢
内地普通	八十六瓦迄	694 錢
内地普通	八十七瓦迄	702 錢
内地普通	八十八瓦迄	710 錢
内地普通	八十九瓦迄	718 錢
内地普通	九十瓦迄	726 錢
内地普通	九十一瓦迄	734 錢
内地普通	九十二瓦迄	742 錢
内地普通	九十三瓦迄	750 錢
内地普通	九十四瓦迄	758 錢
内地普通	九十五瓦迄	766 錢
内地普通	九十六瓦迄	774 錢
内地普通	九十七瓦迄	782 錢
内地普通	九十八瓦迄	790 錢
内地普通	九十九瓦迄	798 錢
内地普通	百瓦迄	806 錢

特254

662



終