實用統計方法

楊娛天著

東北新華書店印行

實用統計方法

楊 娛 天 著

東北新華書店印行

實用統計方法

著　者　楊　娛　天
出版發行者　東　北　新　華　書　店
印刷者　東北新華書店印刷廠

總　店　瀋陽市馬路灣
分　店　瀋陽、哈爾濱、長春、大連、齊齊哈爾、吉林、牡丹江、佳木斯、安東、四平、錦州、承德、北安、營口、內蒙。

1949. 8.　初版　長. 1－5,000.

前　　言

統計是對自然現象與社會問題，以典型調查或大量觀察的方法，取得材料，進而從數量上研究事物發展變化的一種科學。質變是由量變引起的，所以它的應用範圍非常廣泛，舉如生理、天文、新量子論、經濟科學、社會科學的研究，統計都佔有很重要的位置。

統計是一種計算技術的科學，但從爲誰服務的意義上看，它也同樣是有階級性的。資產階級的統計學，它的觀點和方法是機械唯物論和形式邏輯，而在實際運用中，由於爲資產階級服務的立場，常常是歪曲事實的。例如在１９３０年資本主義空前大恐慌的時期，全世界失業人數約爲三千五百萬乃至四千萬人，但據國際聯盟勞動局材料，僅是二千萬人。日本的實際失業人數，垂二百萬，而官方統計僅三十六萬一千人。法官方統計謂法國１９３０年１２月的失業人數不過兩萬人，但１９３１年１月法代表在國際聯盟勞動局會議上報告稱，據工場監督調查材料，法國有失業者三十五萬人，半失業者一百萬人云云。又如美國製造業工人，在１９４1年１月每週名義工資平均爲26.64元，１９４５年４月每週平均爲 47.12元，增加７７％，但以物價高漲及繳納所得稅之故，每週實得工資不過３1.47元，即僅增18％。戰爭結束後，趕工費取消了，每週名義工資降爲33.96元，除繳納所得稅及物價高漲所受損失外，每週實得23.95元反較１９４１年減少10％。若只看官方名義工資的統計，並發現不了問題的實質。

資產階級統計學的階級性，難道還不明顯嗎？而我們的統計學則是從實際出發，以眞實的統計數字，毫無慈悲地暴露地主、資產階級的罪惡；生動具體地繪畫出勞動人民如何挖窮根，如何栽富根的形象，並結合階級分析的方法，從數字上顯示出事物發展的規律，指導着我們的革命工作，順利前進。所以我們研究統計學，同樣是首先要確立爲人民服務的立場，並學習辯證唯物論與歷史唯物論的思想方法，才能發揮統計的效能，單純的技術觀點，必須予以廓清。

統計工作的步驟，首先是調查材料，搜集材料，然後是製成圖表，進行分析(代表數、差異數、相關數式等等)，本書就按這個步驟，分別予以說明。在內容方面，因以實用爲目的，所以側重於方法的介紹和說明，只要把做法熟練了，進一步研究統計理論，亦非難事。在題材方面，主要是根據解放區財經工作的材料，但以時間倉卒，典型材料一時無法找到，所以個別地方，也採用了一些非現實的材料，讀者諒之。

倘數學程度較差的同志，可先參考本書附錄一、統計所需數學知識，然後學習正文。

實用統計方法目錄

前　言

第一章　調　查

第二章　整　理

第三章 統計表

第四章 統計圖

第五章 代表數

第六章 指 數

第七章 差異數

第八章 偏態差誤

第九章 相互關係

第十章 結束語

附 錄

第一章　調　查（搜集材料）

§ 1　調查的羣衆路綫問題

要了解情況，唯一的方法是向社會作調查，調查社會各階層的生動情況。普遍調查是不可能也不需要的，有意識有計劃的抓住幾個城市，幾個鄉村，用馬克思主義的根本觀點——階級分析的方法，作幾次周密的調查，乃是了解情況的最基本方法。

我們的調查工作，不是只依靠幾個專業的調查員。每個革命同志，都有了解情況，調查研究的義務，因而全體革命同志，都是我們可靠的調查員。我們的調查材料，不是來自天空，而是要向廣大羣衆作調查，所以，工人、農民、基層幹部都是我們最可敬愛的先生。要做這件事，第一是眼睛向下，不要只是昂首望天，第二是開調查會，不要東張西望，道聽塗說。總之，沒有滿腔熱忱，沒有求知渴望，沒有眼睛向下的決心，沒有放下臭架子甘當小學生的精神，是一定不能做，也一定做不好的。必須明白，羣衆是真正的英雄，而我們自己往往是幼稚可笑的，不了解這一點，就得不到起碼的知識。

§ 2　大量觀察與典型調查

大量觀察法是對所有統計集團中的單位，一一觀察。此法所得結果，雖很正確，但因受人力、物力和時間的限制，實施起來，非常困難，反不如使用典型調查為佳。典型調查是從大量事物中，抽出一部份作為標準，突破一點，概括一般。具體的說，就是調查一鄉、一區、一縣、一城、一鎮、一軍、一師、一工

廠、一商店、一學校、一問題（例如土地問題、勞動問題、遊民問題、會門問題、………）的典型。從典型着手是最切實的辦法。另一方面，所謂大量觀察並不可能事無巨細都做普遍調查，而典型調查也是要從一個典型再及另一個典型，從一個問題再及另一個問題，並非以特殊概括全體。所以兩者並無本質的矛盾，僅僅是形式上的不同。

§ 3　典型調查的可靠性

不論從統計理論上看，或從事物發展上看，典型調查都是相當可靠的，因為統計集團有三種性質：

一、現象齊一性

譬如我們去作農村調查，只要我們不故意選擇貧農、僱農最多的村莊，或地主、富農最多的村莊，那末調查少數村莊土地和階級關係，與調查多數村莊土地和階級關係的結果，大都相差無幾。茲舉例如下：

太行老區土地改革後階級土地關係變化表

階級別	11村調查		409村調查	
	人口%	土地%	人口%	土地%
地主（經營地主在內）	6.09	2.64	5.65	2.88
富農	8.11	7.14	9.00	8.80
農民（中農以下）	85.80	89.94	85.35	88.04

註：（1）409村是平順、壺關、襄垣、黎城四縣的，11村縣份不詳。

（2）土地數因有社地及外村地，故不是100％。

（3）多數村與少數村的富農，人口與人口，土地與土地的百分比，雖有某些距離，但每個富農的平均土地數，仍相差無幾。

二、小數永存性

由統計集團中，任意選取兩部份作比較，常互相類似。因爲這一部份雖有少數的特殊，而另一部份也有少數的特殊。譬如任何有羣衆運動的地方，都是中間狀態的人佔絕大部份，但也一定有少數的積極份子和少數的落後份子。

三、大數不變性

在條件不變的情况下，如觀察範圍，非常廣泛，則相當期間的統計數量，常常相似。例如在醫藥衛生條件不變的情况下，就整個世界看，死於瘟疫的人，相差無幾。但就一縣一村來看，就不一定如此了。

§4 搜集材料的方法（摘錄中共中央調查研究決定）

（一）搜集各方面關於政治、經濟、軍事、文化及社會階級關係的各種報紙、刊物、書籍、加以摘錄，編輯與研究。

（二）邀集有經驗的人開調查會，每次三五人至七八人。必須有調查提綱，必須自己口問手寫，並同到會人展開討論。

（三）在農村中應着重對於地主、富農、商人、中農、貧農、僱農、手工業工人、游民等各階級生活情况，政治需要及其相互關係的詳細調查。在城市中應着重對於大資產階級、民族資產階級、小資產階級、無產階級、貧民羣衆、游民羣衆的生活情况，政治需要及其相互關係。

（四）利用各種幹部會代表會搜集材料。

（五）個別口頭訪問、或派人去問、或調人來問，問幹部、問工友、問農民、問文化人、問同情者，問商人，問官吏，問流氓、問俘虜、均屬之。

（六）搜集縣誌、府誌、省誌、家譜、地圖等加以研究。

§5 調查提綱及調查表

在調查之前，首先要確定調查目的及調查範圍，統計單位也

要明白規定。最好製成簡單扼要，眉目清楚的調查提綱。對所要求的統計數字，則製成調查表。調查表的格式，應注意下述幾點：

（一）　分格的綫要十分明顯，以免填錯。

（二）　有關問題要排在一起，整個排列，要有系統。

（三）　每一答案，要與以充分空位。

（四）　最重要事項列在最前面，例如工廠調查要先列廠名。

§ 6　間接材料的使用問題

在調查研究工作中，除了自己或派專人搜集的材料以外，常常要使用間接材料，如果是我們自己的政府、機關、團體、或無產階級學者的統計調查，是足資信賴的，但也要鑑定它有無疏漏之處以及編製技術如何。除此之外，就需要嚴格審查材料的來源，分析編者的立場、觀點、方法，研究其編製技術是否合理，然後加以批判接受。要知道，不同的人去調查同樣事物，由於立場不同，看問題的角度各異，因而取得的材料，每有分歧，何況有的人還在故意的歪曲事實呢！（如前言中所述失業數字）

§ 7　如何補插過去的未知數字

統計材料的來源是調查，但調查工作，因時間、人力、物力的限制，每不能經常連續。例如人口統計，慣例是每十年或每五年一次，而調查時間和標準，也不見得一致。其他調查，也是不免間斷。因此，要做比較時，必須就現有數字估計補插。例如甲地在１９４０、１９４２年做了兩次工資調查，而乙地則在１９４１、１９４３年做的。那末，要比較兩地工資，就必需在甲地插入１９４１年的工資，或在乙地插入１９４２年的工資才行。在實行補插時，須先考察補插前後的趨勢，參考同一時間與它有關的數列變化，注意了解當時情況，有無非常變動，以免錯誤。

第二章　整　理

§1　統計集團的種類

我們常常說無產階級、資產階級、地主、富農、中農、貧農、僱農、像這樣一般的指出這些集團時，在統計學上叫做基本集團。但若指出某一個集團的大小或特性，就必須加時間、地點或條件的限定，這種集團叫做特定集團。以某一特殊性質爲標識，將這個特定集體分作幾個部分時，各個部分，便叫部分集團。原來的整個集團，則叫全體集團，或高次集團。劃分部分集團時只要選取非常重要的一個或幾個屬性，來分解全體集團，就可以把它的重要構造，顯示出來。至於那些屬性才算是重要的？則須由觀察者的具體目的來規定。

§2　部分集團的劃分標準

統計集團的標識就是集團的異質性。在質的方面又分爲時間、空間，性質三者，劃分時是按統計單位有無某種標識，來確定它是屬於某一部分集團。在量的方面又分爲連續與間斷兩種，考察時要看統計單位的某種量的程度差別，以發現其中的一定秩序。所以在把統計單位分別歸類時，可以時間標識作歷史的分類；可以空間標識作地理的分類，亦可以性質或數量標識，作性質的或數量的分類。

例如統計我國近十年的輸出額，可按輸出年代分類，可按輸出所向國別分類，亦可按輸出貨品的種類或輸出數額的大小來分類。又如鷄的輸出數量，若以斤爲數量單位，那便是連續數

量，若以隻爲單位，便是間斷數量。

§3 劃分部分集團的注意點

在劃分部分集團時，亦即將統計單位分類時，要注意兩點：

一、所分的部分集團要互相排斥而不混淆。

即每一部分集團的大小要能確定。每一統計單位只能屬於某一部分集團。

二、各個部分集團的總和，要等於全體集團。

即每一統計單位都要有類可歸。每個統計單位必需屬於一個部分集團。

§4 劃分部分集團的方式

有簡單及綜合兩種。例如僅將工廠按照資本的多少分類，或僅按營業性質分類等等都是簡單劃分，也叫一次劃分。但若按資本分類之後，將所得的部分集團，按照另一標識再度劃分爲更小的部分集團，便是綜合劃分，也叫多次劃分。劃分次數愈多，手續愈繁，但對統計集團的了解，則愈爲詳盡。如僅做一次劃分，雖手續較簡，則對統計集團的了解，則較差。

§5 統計資料的整理

先確定劃分統計集團爲若干部分集團，再將同類統計單位，集合起來，確定各個部分集團的大小。若採取多次劃分方式，則需多次整理。若按數量分類，則需經過下列兩個步驟，才能整理就序。

一、序列，即將同類數字按照大小次序排列。

二、歸類，將相同數值的發現次數，記在原數值的左近便得。

§6 分組歸類法

若數值很多，而相同的又很少，按照上法歸類，還不能把原來的事實化得簡單時，便需採用分組歸類法。這個方法，在序列之後，還要經過下列幾個步驟：

一、找出最大數值和最小數值的差額。

這個數值，叫全距或兩極差。

二、確定組距。

組距便是組的間隔，也就是同一組中最高數值和最低數值的差。事實的損失和組距的大小關係很大，組距越大，損失越大，組距越小，損失也越小。但組距愈小，組數愈多，又太麻煩。所以要適宜地規定組距，使所得組數在10與25之間。

三、書寫組限。

組限就是組的兩端的最高數值和最低數值，分別叫做上限和下限。組正中的一個數值，叫作組中點。組限以能使組中點成為簡單的數為原則。

四、點數各組中的次數。

經過這樣的簡縮，可以很迅速地了解事實的秩序化的情況，但另一方面，卻只能了解事實的大概，即不像原來材料那樣清楚了。

§7　按照數量分類的實際用例

林縣三屆蠶坡各坡所養蠶數的原始記載如下：

80, 30, 20, 25, 10, 15, 20, 70, 25, 65, 20, 55, 20, 55, 15, 90, 20, 25, 45, 25, 20, 50, 35, 100, 40, 50, 350（單位千個）

序列之，得

10, 15, 15, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 50, 55, 55, 65, 70, 80, 90, 100, 350

列成次數表，便得表1。若以10為組距，製成分組次數表，便得表2。

表1 普通次數表

可容躉數（單位千）	躉坡數（次數）
10	1
15	2
20	6
25	4
30	1
35	1
40	1
45	1
50	2
55	2
65	1
70	1
80	1
90	1
100	1
350	1

表2 分組次數表

可容躉數（單位千）	躉坡數（次數）
5 —— 15	1
15 —— 25	8
25 —— 35	5
35 —— 45	2
45 —— 55	3
55 —— 65	2
65 —— 75	2
75 —— 85	1
85 —— 95	1
95 —— 105	1
105以上	1

（單位千便是說這里的個位就是普通的千位）

又如按照振華工藝社工資的原始記載表3，將各數分別以5及以10爲組距歸類，便得表4及表5。

表 3

工資（單位飫）	人數（次數）
13	3
16	2
18	4
20	7
23	2
25	2
27	3
30	3
32	1
34	6
36	3
38	5
40	1

表4（組距5）

工資	人數
10 —— 15飫	3
15 —— 20‥	6
20 —— 25‥	9
25 —— 30‥	5
30 —— 35‥	10
35 —— 40‥	8
40 —— 45‥	1

（單位每行中都寫一次也可以）

表5（組距10）

工資	人數
10 —— 20飫	9
20 —— 30‥	14
30 —— 40‥	18
40以上	1

（單位只寫在第一個數字的後邊也可以

圖　一

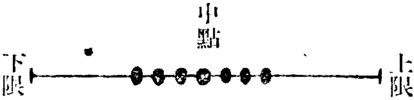
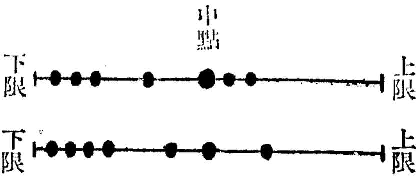


圖　二



§8　組限的幾種寫法

上節例題表2中的組限，前一組的上限和後一組的下限相同，那麼在那個表中容鑑一萬五千的鑑坡，究竟應該算入那一組呢？普通的規定是，凡小於一萬五千的（縱然是14999也好，）一律歸入前一組。到了15的，便算後一組。組限的寫法，除§7例題當中所用的以外，還有很多種，現在選擇比較流行的表列如下：

Ⅰ（文字敘述法）	Ⅱ（文字敘述法）	Ⅲ（同限簡法）	Ⅳ（同限詳法）	Ⅴ（異限法）	Ⅵ（中點法）	Ⅶ 共限直書法
0—較小於10	0—10以下	0—10	0— 9.99	0— 9	5	0 |— 10
10—⋯⋯20	10—20⋯⋯	10—20	10—19.99	10—19	15	|— 20
20—⋯⋯30	20—30⋯⋯	20—30	20—29.99	20—29	25	|— 30
30—⋯⋯40	30—40⋯⋯	30—40	30—39.99	30—39	35	|— 40
40—⋯⋯50	40—50⋯⋯	40—50	40—50.00	40—50	45	|— 50

Ⅳ爲同限詳法，這裏的9．99是表示9．9各法以Ⅲ最爲流行，以Ⅵ最爲合理，因爲每組中有顯明的終點，如第一組爲不及於10的數，將二數中間的聯綫折爲相等二段，折斷處便是組中點，由中點引一綫至本組次數所在處，又顯明了中點代表一組

的假定，堪稱完善。但此法尚未流行，為了和大家一致起見，還是採取Ⅱ法較好。

§9　統計數列

記述統計集團中各個部分集團大小的一系列數字，或就某一標識，記述其各個單位狀況的一系列數字，便叫統計數列。前一種情形中的統計單位、後一種情形中的特殊標識，都叫變量。這些數值叫變量數值，簡稱變值。每個數值叫做數列中的一項。例如記述各省的人口，可以得出一個統計數列，人口便是變量，一省的人口，便是一項。又如記述各個時期的米價，也可得出一個統計數列，米價便是變量，每一時期的米價，便是一項。

由各個不同空間所得的變值構成底數列，叫做空間數列。由各個不同時間所得的變值構成底數列，叫做時間數列。由各種不同性質及某種性質程度上之參差所得的變值構成底數列，叫做質量數列。

質量數列又分兩種：

一、為普通質量數列

二、為次數數列。

例如記述因各種原因失事工人的數目，以及各個工人工資的原始記述，叫做普通質量數列。若將工人工資分類，記述各類工資人數的多少，叫做次數數列。各類中次數的多少，叫做次數散佈或次數分配。

研究時間數列，可以明瞭過去趨勢，並預測將來變動，研究次數數列，可以知道集團的大概情況和秩序，所以這兩種數列，在統計學中特別重要。

按數列中數字的性質來分，又可分作連續數列和間斷數列。例如人的年齡、樹的高度等，在變量的兩個不同數值間，可能存在無限不同的數值。這樣的變值組成的數列，便叫連續數列。

反之，像帽子、鞋、襪以及利率等的變更，都有一定的限度，即兩個變値間存在一定的距離，雖搜集盈千累萬的變値，其變化還是按照一定的間隔，跳躍前進，這樣的變値組成的數列，便叫間斷數列。

§10 數列中各項間的相互關係

擇其中最重要的，簡述如下：

一、總計關係。

當數列爲空間數列時，叫合併關係。當數列爲時間數列時，則叫累積關係。這種關係，有時並不存在。例如就某大公司經營情況的統計來講，各個分公司的資本間存在合併關係，因爲合併以後，有它的一定意義，——公司的資本總額。而各分公司的成立年代間，則並不存在合併關係，因爲合併起來，毫無意義可言。又它的各月份的交易額間，存在累積關係，累積所得，便是幾個月的交易總額。而各月的雇用人員數目間，卻沒有累積關係。有總計關係的數列，我們應該求出它的合計數或累積數來。

數列經過序列以後，有些數列的各項間，相隣兩項的數字底差，總是差不多，即數列逐項增加一定的絕對數値，整個數列近似於等差級數，我們便說，數列的各項間存在近似等差關係，如各級工人的工資數列。

又有一種數列，各項大概增加其前一項的百分之幾、或百分之幾十、幾百………，即整個數列近似於等比級數，我們便說，數列的各項間，存在近似等比關係。例如一個地區的歷年人口總數所構成的數列。

在時間數列中，各項常常分別構成段落，由增而減，由減而增，增而又減，減而又增，往復不已，循環前進，這個叫做循環關係。例如由許多年的糧食價格數列，可以看出每年先高後低，再高再低。

第三章　統計表

§ 1　為什麼要製表

統計材料，經過整理之後，雖已較有秩序，但記述散漫，不便了解、比較，所以要編製成表，以更有系統的姿態，顯示各個數列自己的構造，以及和其它數列間的關係。這樣可便於檢閱、記憶、比較。且眉目清楚，材料集中，篇幅縮小，免去了文字的重複說明，對讀者是很需要的。再者去求代表數，去求相關數，也必須經過這一步驟，對統計者本身也是很需要的。當然、目的不同，表的內容、形式，便不會一致。適於計算用的，不見得就適於記憶之用。不過各種表的基本製法，則是一致的。

§ 2　記載各種不同內容的表式

按照表中內容的不同，也可說按照表的不同目的可以將統計表分為三種：

一、調查表。

是填寫某一統計單位或部分集團的各種情況底表格。這種表的製法及注意點見前，現舉一例如表 1 。

二、原始記載表。

也可以叫做總表，或詳表。只要把調查表集合在一起，把各個單位的同類事實，羅列一塊，便成功了。這種表的優點可以保存事實的原始情況，而且記載詳盡。所以最適合於詳細研究之用，但另一方面，有篇幅繁多，檢閱麻煩，印費浩鉅的缺點。這種表常編製專冊，單獨發表，供人多方研究，現舉一個最簡單

的例子如表2。

表1　　工廠調查表

廠名		地址		省	縣	村	號	
產品		性質		開辦日期	年	月	日	
經理		工人	名	機器	架	主要機器	名稱 / 架數	
日出產品		件	產品商標					
資本		元	房	間	其它設備			
備考								

表2　一九四五太行紡業工廠情況表

名	類別	性質	地址 分區	縣	村	資金(單位千元)
裕記棉織廠	棉紡織	聯營	一	贊皇	楔　底	100
光華棉織廠	〃〃〃	〃〃	二	武鄉		40
二區聯合社棉織廠	〃〃〃	〃〃	二	〃〃		6
鴻記紡織廠	〃〃〃	〃〃	六	武安	柏　林	
工建合作社毛織廠	毛紡織	〃〃	四	平順	上南梯	150
德記毛織廠	〃〃〃	〃〃	三	武鄉	石　板	300
裕太絲織廠	絲　織	公營	五	涉縣	清泉寺	300
晉源絲織廠	〃　〃	〃〃	八	陵川	附　城	1000

三、摘要表。

又分分類表、摘錄表、和分析表三種。

（一） 分類表

這種表中不再出現原來的某一個統計單位，而只是記載着統一於各種標識之下的單位數目。簡單明瞭，最爲常見，尤其是在文章的引證中。如表3，它是表示那個村子有造紙池幾個，而不是說某某池子如何如何。

表3 一九四四年十二月底中心造紙區之一（林湯區）造紙廠經營概況

村別＼池別	原有池	現開池 合夥造	現開池 獨造	準備開工池	停工不造
合計	87	51	14	12	10
將軍墓	16	10	6	2	
水峪	30	12	8	1	10
大寬河	7	5			
小寬河	6	5			
唐莊	9			9	
輝家溝	5	5			
盤石頭	3	3			
野猪泉	11	11			

（二） 摘錄表

在表3中，我們若以村爲統計單位，原來調查的材料記入原始記載表的，假如還有各村造紙工人的多少、產紙數量的多少，以及其它各種有關紙業的記載，那麼這個表3便又可叫做摘錄表。因爲它只是從原始記載中，抽取了一部分，像這樣抽取原始記載表的一部分，重新製成的表，便叫摘錄表。在研究某一問題時，常從原始記載表中，抽取一兩種與本問題有關的個項，製成摘錄表。這種表要選擇得當，有關事項一定要選取出來，沒有關係的，絕對不要。

（三）分析表

即記載各種統計分析計算結果底表。例如下列表4；另外記載某種事實的最低和最高數值的表，也很常見，如下列表5。

表4　××學校1946年第一學期第一班
學生各科考試成績分析表

學科	均數	中位數	衆數	標準差	四分位差
政治					
國文					
算學					
歷史					
地理					
衛生					

表5　某某利民公司
（1946年5月）各種工人工資表
（按小米斤數計算）

工資 / 工人	最高	最低	平均
技術工人	465斤	260斤	367斤
幫工學徒	290	180	201
雜工	320	190	243

§3　表的項數

一種表中只就各統計單位作一種標識比較，只顯示統計集團的一種異質性的，叫一項表。作二種標識比較的，叫二項表。三項表、四項表等以此類推。現在各舉一例：

表6　一項表

一九四四年太行區印刷業所需紙量概況表

（單位以同新華日報報紙大，1000張爲一塊）

印刷單位	需紙量
合計	23200塊
工商局印刷廠	1000
邊府印刷廠	1200
職校	2000
新華報社	3000
新華書店	4000
其它印刷廠	2000
民用紙張估計	10000

表7　二項表

一九四二年太行各個地區各種

放款原分配數額比較表

地區＼用途	各種用途	農業	水利
各個地區	60.0萬元	60.0萬元	
一分區	8.5	8.5	
二〃〃	6.0	6.0	
三〃〃	19.0	15.0	4.0萬元
四〃〃	8.0	8.0	
五〃〃	20.0	15.0	5.0
六〃〃	5.5	5.5	
左權縣	2.0	2.0	

表 8　　三項表

××學校學員家庭成份文化程度籍貫統計表

成份＼文化程度＼地區	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	一切地區			本解放區			其他解放區			蔣管區		
	合計	高中	初中	合計	高中	初中	合計	高中	初中	合計	高中	初中
I. 總數												
II. 地主												
III. 富農												
IV. 中農												
V. 貧農												
VI. 僱農												
VII. 工人												
VIII. 小資產階級												
IX. 資產階級												
X. 其他												

在項數爲二以上的表中，應將最重要的一種標識，放在同一直行內來比較，次要的放在同一橫列中比較，再次的放在同一直行內隔列比較，或同一橫列內隔行比較。但另一方面，還要看數值的多少，紙面的大小。例如精兵簡政政策實施前後公營工廠廠數的變化（表 9）雖然着重在比較簡政前後的變化，但簡政前後只有二個數字，而類別則有十一種，要將簡政前後數字列於同一行中比較，又不美觀，一方十一種類別，列在同一橫列中，又列不下，所以做成表 9 的形狀排列。總之，這個規則，是要靈活運用的。

表的項數不可過多，因爲過多既不易於記憶；又不便於比較，常常令人討厭，所以在比較事實過多時，可分作兩個表或幾

個表，每個表的項數最好不超過三項。至於原始記載表，目的在求詳盡，又當別論。

表 9　　精兵簡政政策實施前後

太行公營工廠廠數變化表

時期／類別	簡政前	簡政後	簡政後佔以前%
合　計	29	17	58.7
煤　礦	6	1	16.7
紡　織	5	2	40.0
毛　織	4	3	75.0
造　紙	5	3	60.0
藥　廠	2	1	50.0
油　廠	2	0	
化　學	1	1	100.0
烟　廠	1	1	100.0
印　刷		1	
皮　革	2	2	100.0
鐵　業	1	2	200.0

附註：　煤礦五個停業。紡織廠一個轉讓私人，二個合併。造紙停業一個，合併一個。油廠完全停業，印刷廠新成立，鐵業原爲一廠，分爲農具廠與鐵工廠兩個。

§ 4　簡單表與綜合表

原來材料若爲綜合分類時，可製簡單表或綜合表。若爲簡單分類時，則只能製簡單表。綜合表顯示統計集團的構造，更爲顯明，但製作、觀察，都較麻煩。簡單表醒目易解，但不够詳細。下邊就某市人口，製成各種表來比較。在綜合表當中，縱橫兩方所作比較的種數叫做級，縱橫兩方之中，級之最高的，便是表的級。原材料綜合一次的，可得一級綜合表。綜合四次的，可得二級綜合表或三級綜合表。綜合五次的，最高可得四級表。餘類推。縱橫兩方的級數相加，等於表的項數。

表10 簡單表

某市人口年別國別性別婚別統計表

合計	年別		國別		性別		婚別	
	滿廿歲	不滿廿歲	華人	外人	男	女	已婚	未婚

表11 一級綜合表

（同前）

年別	合計	國別		性別		婚別	
		華人	外人	男	女	已婚	未婚
總數							
滿廿歲者							
不滿廿歲者							

表12 二級綜合表（同前）

	婚別	年別 ＼ 國別 性別	1	2	3	4	5	6	7	8	9
			華人與外人			華人			外人		
			兩性	男	女	兩性	男	女	兩性	男	女
I	已婚及未婚	總數									
II		滿廿歲									
III		不滿廿歲									
IV	已婚	總數									
V		滿廿歲									
VI		不滿廿歲									
VII	未婚	總數									
VIII		滿廿歲									
IX		不滿廿歲									

表12 三級綜合表（同前）

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
國別	華人與外人									華人									外人								
性別	男性與女性			男性			女性			男性與女性			男性			女性			男性與女性			男性			女性		
年齡別 ＼ 婚別	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚	總數	已婚	未婚
合計																											
滿廿歲																											
不滿廿歲																											

§5 次數表

這種表在計算中很有用處，如求代表數、相關係數等，都要用它。在記載事物的各種自然性質時，利用此種表式，常可顯現一定的秩序，使人了解它的規律，例如比較一羣學生智力的高低，將見智商極大者，即聰明絕頂之人，必居少數，智商極小者，即所謂白癡，亦屬絕無僅有，兩種人的數量差不多相等，而普通人佔大多數。

次數表除了普通次數表和分組次數表的差別以外，還有簡單次數表和累積次數表的差別，以前的那些次數表，都是簡單次數表，下邊說明什麼是累積次數表。

要表現大於某數值的事象有多少次，或小於某數值的事象有多少次，便要用累積次數表。

累積分正累積和倒累積兩種，正累積中的次數為小於某數值的次數總和，所以

也叫較小制，又因爲是不及於某數值的次數總和，所以也叫不及式。這種表中數值由小到大排列，叫向上累積。倒累積則與此相反，它的每一次數是大於某數值的次數總和，所以也叫較大制，又因爲是某數值以上的次數總和，因之也叫以上式。這種表中數值由大到小排列，叫做向下累積。這種表在死亡統計和機器折舊中，應用最多。下列二表係按電桿生存年數製成，由表１４我們知道生存年數在１０年以下的，有１４３、９３２株。由表１５又可知道生存年數在１０年以上的，有104、775株。累積次數表除了這種實際的意義以外，計算上也還非常有用。到了後邊，便會知道。

下邊將同一事實的普通次數表附錄出來，以便參考、比較。

由簡單次數表和累積次數表的比較，我們可以看出在不及式累積表中只要寫出上限便行，在以上式累積表中，只要寫出下限便可。又如第１５表將次數化成百分數，則更顯明。尤其是在作兩個總次數大小懸殊的統計底比較時，此種需要，更爲迫切，因爲不然就不能得到切實眞確的了解。

表14　不及式累積次數表
電燈桿生存年數正累積散佈表

生存年數不及年數	電燈桿數
1	1,150
2	5,371
3	16,063
4	30,029
5	46,662
6	64,873
7	83,884
8	103,144
9	124,053
10	143,932
11	164,696
12	180,150
13	194,387
14	208,166
15	217,930
16	226,464
17	234,123
18	241,041
19	245,632
20	247,430
21	248,245
22	248,558
23	248,660
24	248,707

表15　以上式累積次數表

電燈桿生存年數倒累積散佈表

生存年數超過年數	電燈桿數	佔總數%
24	0	0.00
23	47	0.02
22	149	0.06
21	462	0.20
20	1,277	0.50
19	3,075	1.20
18	7,666	3.10
17	14,584	5.90
16	22,243	8.90
15	30,777	12.40
14	40,541	16.30
13	54,320	21.80
12	68,557	27.60
11	84,011	33.80
10	104,775	42.10
9	124,654	50.60
8	145,563	58.50
7	164,823	66.30
6	183,834	73.80
5	202,045	81.20
4	218,678	88.00
3	222,644	93.60
2	243,336	97.80
1	247,557	99.50
0	248,707	100.00

表16　簡單次數表

電燈桿生存年數次數散佈表

生存年數	電燈桿數
合　計	248,707
0 — 1	1,150
1 — 2	4,224
2 — 3	10,692
3 — 4	13,966
4 — 5	16,633
5 — 6	18,244
6 — 7	19,014
7 — 8	19,260
8 — 9	20,909
9 — 10	19,879
10 — 11	20,764
11 — 12	15,454
12 — 13	14,237
13 — 14	13,779
14 — 15	9,764
15 — 16	8,534
16 — 17	7,659
17 — 18	6,918
18 — 19	4,591
19 — 20	1,798
20 — 21	815
21 — 22	313
22 — 23	102
23 — 24	47

累積次數和簡單次數間的關係，可用下列算式表明。

$f'_1=f$　第一組的累積次數＝第一組的簡單次數

$f'_2=f_1+f_2$　第二組的累積次數＝第一組的簡單次數＋第二組的簡單次數

$f'_k = f'_{k-1} + f_k$ 第k組的累積次數＝前一組的累積次數＋本組的簡單次數

$f_k = f'_k - f'_{k-1}$ 第K組的簡單次數＝本組的累積次數－前一組的累積次數

正累積中與倒累積中同組限的累積次數和$=\Sigma f$

$f'_n = \Sigma f$ 最後一組的累積次數＝各組的簡單次數底總和

§6 製表的規則和注意點

一、排 列

（1） 標題及號數，應記在表的上邊。

（2） 總數要放在一開始或前邊，因爲普通讀者所希望知道的，只是大概情況。

（3） 表的位置要和同它有關係的文章接近，若文章只是對統計表的說明，則可先列統計表，若只是引用統計表來說明文章，則需放在文章下邊或附錄於篇後。

（4） 表中資料之來源甚爲重要時，要寫在標題下邊，普通則寫在表下。

（5） 表中數字要排列整齊，以便閱讀、計算。

二、格 綫

（1） 表中行列間所畫分格的綫，要分出粗細多少來。普通項間用一細綫，重要項間要用粗綫或雙綫，上下兩端亦需畫雙綫或粗綫，以便和文章區別。總之，要和各項重要性的大小相對應，以清眉目。

（2） 表的左、右兩邊，最好不要畫綫，可較美觀。

（3） 格綫不可太多，同類數字之間，一律不再畫綫，因爲格綫太多，反易擾亂目光。

（4） 項目與數字之間，可用點綫………引導，既便觀察，且又美觀。

三、數字形式

(1) 某項數字需特別表現，以資比較或加解釋時，則此項目及該項目的數字，可用特別字體、或加粗、或着色、或於其下加畫粗綫，或用星標★、三角標△等，置於其傍，以顯明之。

(2) 表內各直行中，如果數字甚多，那麼需要分作四個一組或五個一組，組和組間留出空白，以便休息目力。

(3) 表中數字一律用阿剌伯數字，

(4) 四位以上的大數，要加分節點。

(5) 數量過小時，可用0・0或0表示。

(6) 零的事實以——表示。

(7) 未調查的事實，以………表示。

(8) 數字不確實的，後邊要加一個問號？。

(9) 字體不可太小，以防讀者眼倦。

四、數字內容

(1) 摘要表中所用單位不宜過小，因爲單位過小，位數必多，可以四捨五入法捨棄去一部分數字。

(2) 所用單位或註明於項目之下，或列於數字之前，或附於數字之後。總之，必須讓讀者清楚地知道。

(3) 如某項數字甚多，一二數字缺少時，普通還是要把總數求出來的。但可於其後附？或於其下加……。至總數確實知道時，則無需如此。

(4) 如總數與分類數字不合時，宜加★號，後附註釋，如某地某年死亡總數35，內男性14，女性20，與總數差1，可於35上加★號，後註內一人性別不明。

五、標目

(1) 標題要簡明扼要，且能完全顯示表中記載事項。

(2) 各行列需有適當的小標題。

（3） 行列甚多時，行列之首可加數字、字母或天干、地支以便引用、參考。

（4） 各種難以歸類的數字，可列入雜項一欄，但愈少愈佳。並且還要在備考中說明理由才好。

（5） 表很大，一頁列不完時，第二頁可不列標題，而寫續前兩字，外加括號。原表號數則仍需寫明，表中各小標題，也要重寫一遍，不然來回翻閱，要浪費時間或產生誤會。

第四章　統計圖

§1　爲什麼要作統計圖

統計數字排列成表以後，已經井然有序，但終嫌分立繁多，檢視起來，旣感麻煩，又覺枯燥。如果製成統計圖給大家看，便不會發生這些現象。

在統計圖上，統計事像的相互關係和大概趨勢，活現紙上，顯而易見，一望便知，一看便懂，人人得而明之。原來繁複非常的統計表，作成圖後，轉瞬之間，攝入瞳孔，決不會感覺沈悶，乏味。因爲人類的眼睛和腦筋，對於圖畫的感應，快而且深，其興趣遠在數字以上。總之，統計圖是表現統計數字最顯明、最具體、最通俗的科學方法。

§2　統計圖的種類

就它們形式的不同，可以分作條形圖、面積圖、體積圖、形像圖、統計地圖、綫圖等，下邊便按照這個次序，逐一說明它們的作法和功用。

§3　條形圖

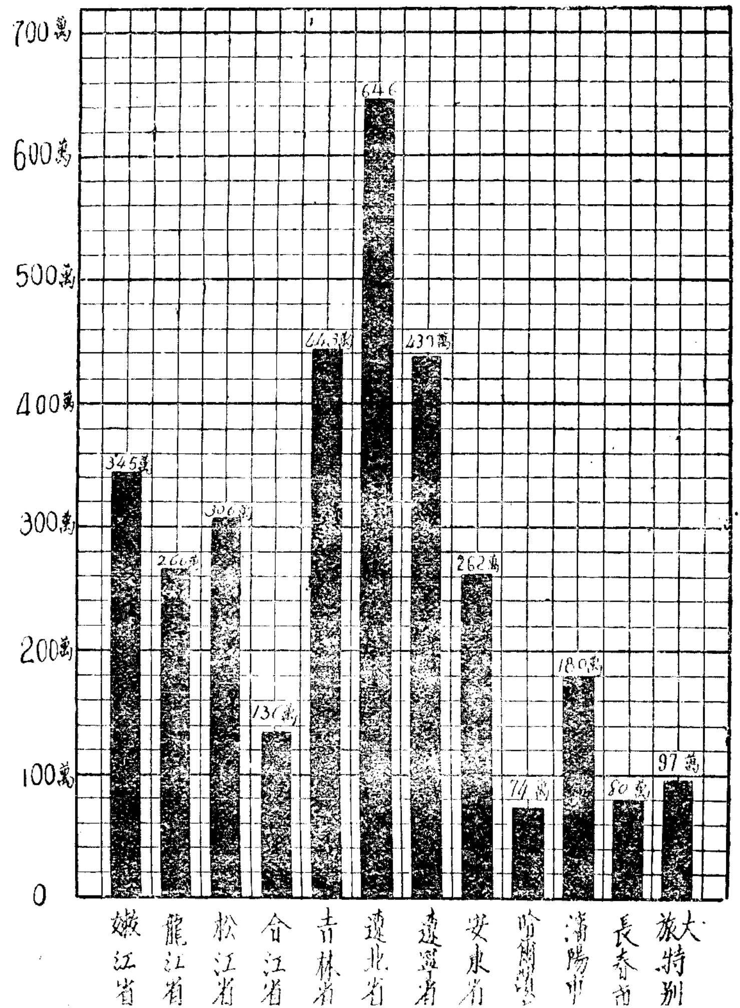
並列寬條數條，拿它們的長短來代表比較統計事像的數量或百分比的圖，便叫條形圖。寬條橫着排列，自左而右的，叫橫條形圖，縱着排列，自下而上的叫縱條形圖，這是形式上的區別。按照內容來分，則有下列四種：

一、只作一種比較的，叫簡單條形圖。

如圖1，以寬條的長短比較東北解放區人口的多少。圖2以各橫條比較實驗前後太行紡織工廠成本構成的百分比。這些寬條

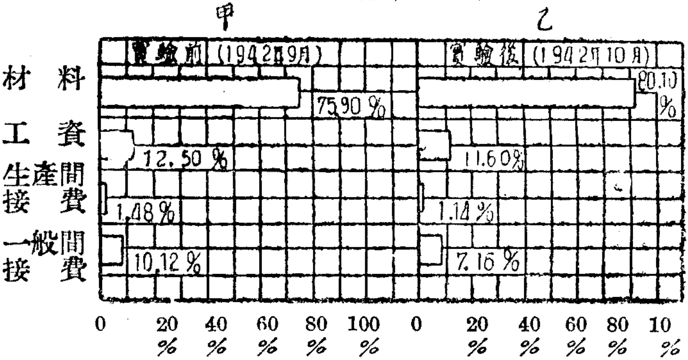
圖1

東北解放區人口統計圖



可以實心，也可以空心，可以着色，也可以不着，可以畫上各式斜綫，也可以不畫。在比較事像甚多時，可以直綫代寬條。

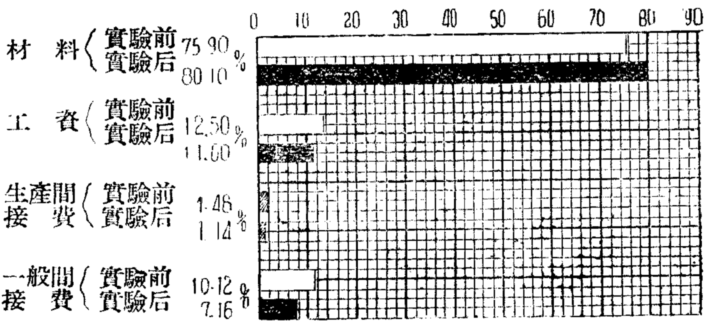
圖2 太行紡織廠實驗前後成本構成百分比



二、作多種比較的，叫分組條形圖。

如圖3，把圖2的甲乙二圖合在一起，一個實驗前，配一個實驗後，合成一組。這樣在一個圖中既作了各種費用所佔百分比的比較，又作了實驗前後的比較。有時用三條或四條構成一組，如就四個同業工廠來比較成本時，便可以那樣作。但若超過四條，比較即不明顯。在這種圖中，不同意義的寬條，要加上不同的標識。這種圖的記載，都是二項表。

圖3 太行紡織工廠實驗前后成本百分比比較圖



三、分段條形圖。

如將圖2中甲圖各項合併到一個寬條裏邊，乙圖各項合併到另一寬條裏邊，排在一起，便得一個分段條形圖。又如圖4太行各分行貸款分配數圖，也是分段條形圖。在此圖中，作了三種比較，

（1） 以各條整個長短，比較各分行總額。

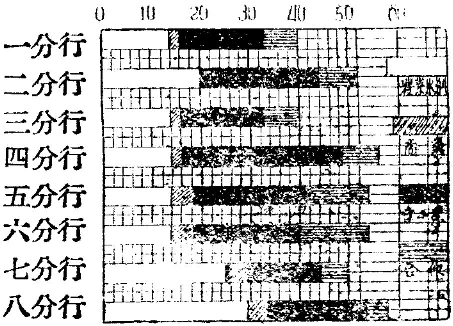
（2） 以條內各段，比較農業水利、商業、手工業、合作各項所佔數量多少。

（3） 以各條的第一段比較各分行農業水利貸款的多少，同樣以第二段等比較其它各項。第三種比較因爲起點是不一致的，所以較不顯明。要想更清楚一些，可將各段起點用虛綫聯結，若那一段的首尾兩條虛綫平行，那麼一定相等，否則就不相等。

四、分組分段條形圖。

如就昔東、和東、平東三縣比較其一九四四年各種成份貸款分佈概況，一縣要作兩條，一條比較戶數的百分比，一條比較貸款數額的百分比，而在每一條內都分赤貧、貧農、中農三段，所以叫做分組分段條形圖。這種圖所表示的事實，可用三項表記載。

圖4 一九四五年太行各分行貸款分配比較圖(單位十萬元)



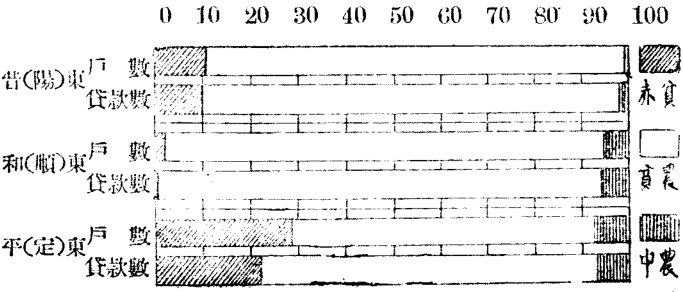
一九四五年太行各分行貸款分配表（單位十萬元）

分行＼種類	總數	農業水利	商業	手工業	合作
合計	403	150	23	160	70
一	40	15	2	16	7
二	52	20	2	20	10
三	40	15	2	16	7
四	56	15	2	30	9
五	54	15	4	23	12
六	54	15	4	20	15
七	49	25	4	15	5
八	58	30	3	20	5

昔東和東平東一九四四年貸款成份分佈概況百分比表

縣別／百分比／成份	昔東		和東		平東	
	戶數	貸款數	戶數	貸款數	戶數	貸款數
赤貧	10.7	10.0	2.5	0.2	28.7	22.0
貧農	88.9	87.2	92.0	94.0	64.2	71.1
中農	0.4	2.8	5.5	5.8	7.1	6.9
合計	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

圖5昔東和東平東一九四四年貸款成份分佈概況百分比圖



最後談談繪製條形圖時的注意點：

一、横條形圖左邊排齊，縱條形圖下邊排齊。

二、横條形圖上端要帶有分度點（指示數量多少的點。），縱條形圖，普通將分度點列在左方。

三、圖中要附加適當的指綫(指示分度點的直綫。)，這種綫不可太多，亦不可太少，太多則圖形模糊，太少則圖形中數量的大小、不易了解。

四、分度點所用的單位，要在圖上註明。

五、圖中所用數字要自下而上，或自左而右書寫。

六、分組分段條形圖中，要附圖例，顯明各條各段所代表的事實。

七、各條寬度要相等，條間的距離也要相等，分組條形圖中同一組的條形，可密接一起，或間隔稍小。

八、次數數列要用縱條形圖表示。

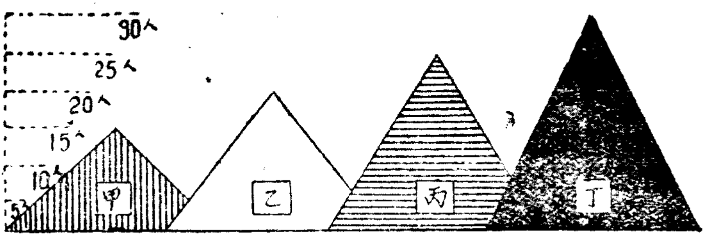
九、各條的代表數量，横條形圖中寫在左邊，縱條形圖中，寫在頂端。

§ 4　面積圖

用面積的大小，表示數量的多少，便得面積圖，因為面積的決定，要由長和寬兩方。單憑用眼觀察，很難得出準確的比較，所以以少用為妙。而在使用它的時候，最好讓它的長或寬有一方相等，使可化作一方面的比較了。面積圖中常見到的，有下列幾種。

一、三角形圖，用三角形代替條形圖中的條形，或用並列的幾個三角形，比較數量的多少，如下圖，表示某校四個班人數的多少。

圖6　某校四班人數比較圖



二、長方形圖，以長方形作數量的比較，其特例的正方形，使用較多，如圖7。

圖7A　武鄉韓壁戰前各階級土地佔有圖

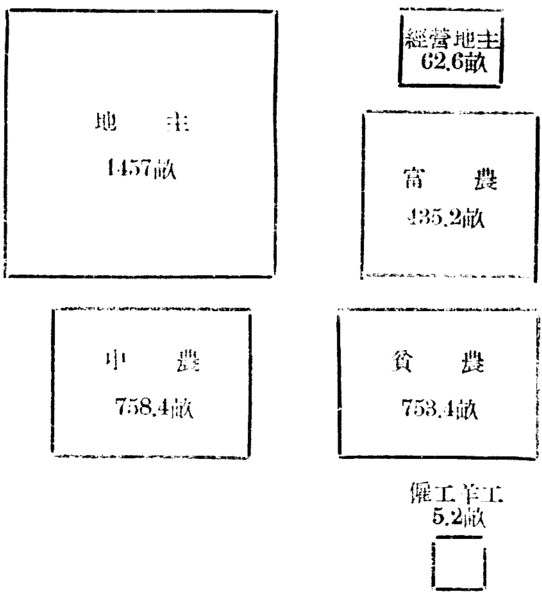
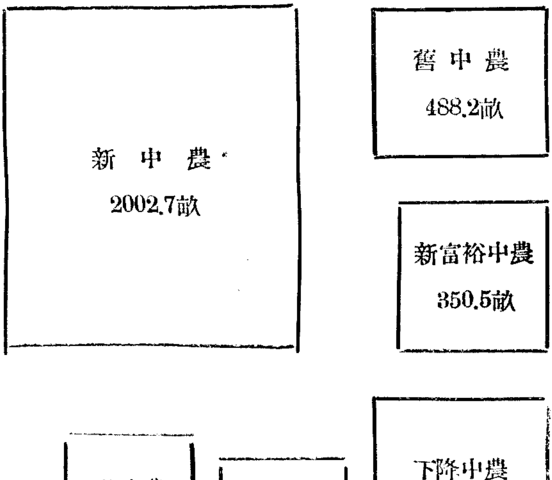


圖 7B 武鄉韓壁戰前各各階級土地佔有圖

（1947年3月）



三、圓形圖，常常用來顯示百分比，雖不如條形圖顯示得清楚，但較爲美觀，所以這種情況普通使用它的較多，製作手續如下：

（1） 各項相加、求得總和。

（2） 以總和分別除各項，得商再乘以１００，便得各項在總和中所佔的百分比。

（3） 以各項的百分比乘$\frac{360°}{100}=3.6°$（百分之一應佔的度數）得各項在圓內應佔的度數。

（4） 作圓。過圓心引若干半徑，依照求得的角度，將全圓劃分爲若干部。

（5） 以不同的標識綫（彩色或交叉綫）區分各部。（這一步不作也可以，不是必須的。）

（6） 將各部分的項目，實數，百分比，塡寫進去。

圖8便是按照這個辦法作成的，把兩個同類的圓圖，合併在一個圓中，可製成複式百分比圖。即將圖外加大一圈，畫進另一圖情況便得。

在作圓形圖時，當中最好留出一個空白小圈，可較爲美觀，其它半圓圖，四分之一圓圖的作法，可照此類推。

又所用度數不要寫在圖上，因爲那些數字對於作圖者來講，雖然是必要的，但看圖的，却並不希望知道它。

圖 8 A

戰前武鄉韓壁各階級人數

階級	人數	百分比
地主（包括經營地主）	38	4.86
富農	95	12.25
中農	255	32.86
貧農	373	48.07
僱工羊工	15	1.93
合計	776	100.00

戰　　前

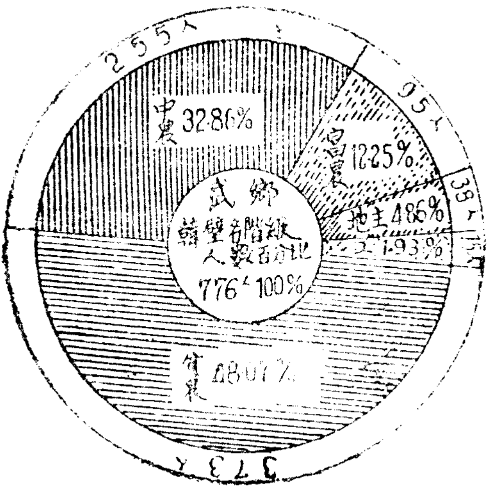
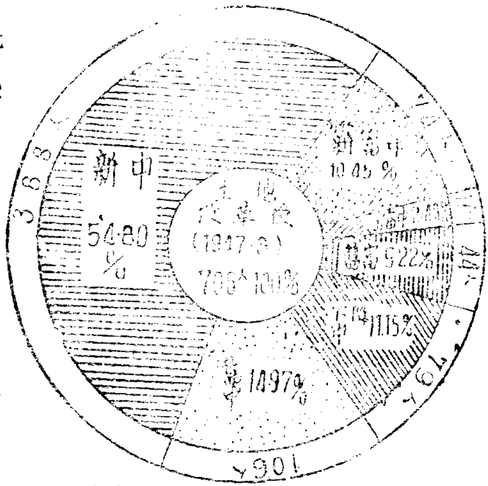


圖 8 B　土地改革以後武鄉韓壁各階級人數

階級	人數	百分比
舊富農	44	6.22
舊富裕中農	17	2.40
新富裕中農	74	10.45
新中農	388	54.80
舊中農	106	14.97
下降中農	79	11.16
合計	708	100.00



（附註：製表時所用度數如下

戰前　17·6°. 44·0°. 118·3°. 173·1°. 7·0°.

土地改革後　22°·4. 8°·6. 37°·6. 197°·3, 53°·9. 40°·2.）

§ 5　體積圖

用體積的大小，顯示數量的多少底圖便是。體積圖因爲體積的大小由長、寬、高三方決定，所以更不宜用，事實上也就不常見到。較爲普通的爲正立方體圖、球形圖等。

§ 6　形像圖

例如以紡車的大小，代表紡車的多少，來比較各地紡織情形。拿各種穀物桿數的多少，來比較種植畝數的多少等都是。就是用實際物體的形像來作各種比較的圖，這種圖多用於宣傳或廣告中，因爲它對人的吸引力較強，看時容易明白，看後印象深刻。這種圖都可以用條形圖表示，而它在精確方面，要比條形圖

差些，所以在正式報告中，不如用條形圖。但若繪製得當，亦未始不可一用，以調劑興趣。

§7 統計地圖

顯示統計事項在空間的散佈，簡單顯明，最爲有効。依如表示人口密度、農產、畜產、礦產、雨量、機器、車輛、電報局以及其它機關在各地的多少，都可用統計地圖顯示。

在統計地圖中表示數量多少的方法，有三種；

一、用各種不同顏色。

二、用不同種類的交叉綫條。

三、用各種形式的點。採用這些不同方法所製的地圖，分別叫做彩色統計地圖，交叉綫統計地圖，點式統計地圖。彩色統計地圖印費過昂，因而多用後兩種。點式統計地圖又因所用點的不同，分爲三種：

（一）單點式，一個地區，只畫一點。用點的大小，表示量的多少。

（二）密點式，每一小點代表一定的同大的數量，於各區域內，以點的多寡，表示量的多少。

（三）四分點式，用形狀不同的點，表示不同的數量。所用的點共有五種○◔◑◕●。例如我們在調查鷄的隻數以後，便可作出這種四分點式統計地圖來。我們可以用○代表一萬隻以下，◔代表一萬隻以上，二萬隻以下，◑代表二萬隻以上，三萬隻以下。◕代表三萬隻以上，四萬隻以下。●代表四萬隻以上，五萬隻以下。如某分區的鷄數爲十三萬二千隻。便可在那個地區畫上兩個●，一個◕。作過圖後，把自己所用的數量作爲圖例，附在圖上。那麼別人一看，便會很迅速地估計出來那 個 地區鷄的多少。密點式統計地圖，就理論上講也很清楚，但事實上是不如四分點式的。因爲各個地區的數量常相差懸殊，所以一個點的代表

數量，不能規定得太大，否則數量較少的地區，將會連一點都不够。這樣一來，一點的數量既然不能很大，那麼數量很多的地區，便必然密佈小點，只見一片漆黑，無法點數。再者點數起來，所費時間，亦屬不貲。

§8　綫　圖

利用綫的升降，表示統計事項的差别、變動底圖便叫綫圖。

綫圖因其所表示的統計數列不同，分爲兩種：

一、表示時間數列的叫歷史綫圖，用X軸表示時間的先後，Y軸表示數量的多少，如圖9。

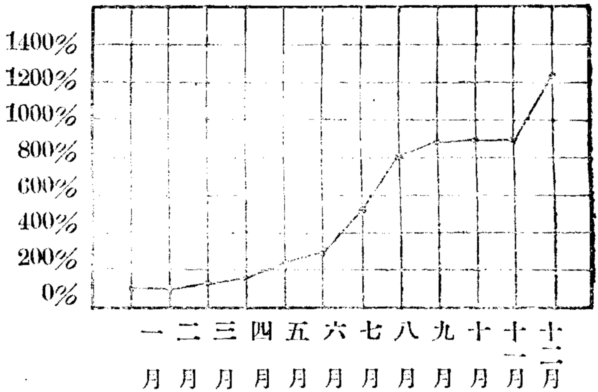
圖9　一九四八年哈爾濱市金價表

以1947年12月金價爲基期＝100

月	金額（近似值）	指數
一月份	490,000	100.0
二月份	490,000	100.0
三月份	582,000	118.7
四月份	700,000	142.9
五月份	1,172,000	239.1
六月份	1,470,000	299.9
七月份	2,554,400	521.3
八月份	3,198,000	799.5
九月份	4,262,000	869.8
十月份	4,400,000	898.0
十一月份	4,400,000	898.0
十二月份	6,000,000	1,224.5

（註12月份金價係13日價格）

一九四八年哈爾濱市金價指數圖



二、表示次數散佈的，叫做次數綫圖。用 x 軸表變量，用 y 軸表示次數。

按照 y 軸分度點的距離底不同，分爲下列兩種：

一、眞數圖，在這種圖上，等長的距離，代表等大的數量，平常所見的綫圖都是，因爲它所表示的是眞實的數量，所以叫做眞數圖。

二、單對數圖，在這種圖上，升高或下降等長的垂直距離，代表增加或減少等大的倍數，因爲用的是對數尺度，並且只是 y 軸用，所以叫做單對數圖。除此以外，還有於 x 軸上使用對數尺度，于 y 軸上使用眞數尺度的單對數圖。還有 x 、 y 二軸都使用對數尺度的雙對數圖，但都不常見故從略。

按照圖示事實的簡單和累積來分，又分簡單圖和累積圖兩種。累積歷史綫圖用以表示各個時期終結時的累積數額，累積次數圖則是累積次數表的圖示，和累積次數表一樣，分作向上累積

和向下累積兩種。

按照圖的外表形式來分；分作下列兩種：

一、折綫圖，即僅由直綫聯結各點所得的圖。

二、曲綫圖。由前者加以修整，削去稜角所得轉折緩和的綫圖。前者表所調查的事實底特殊情況，後者顯明一般的狀態。

按照圖中所作的比較底多少來分，分作下列二種：

一、單式綫圖，只是比較一件事情的前後盛衰狀況或一件事情的次數散佈，圖上只有一條代表綫。

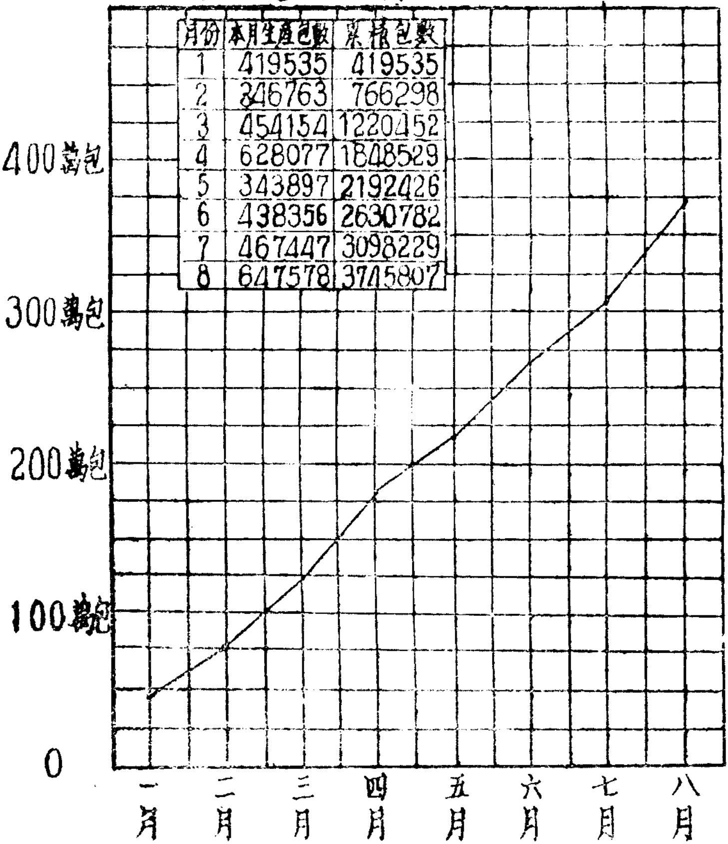
二、複式綫圖。於一張圖上作幾個數列的圖示，有二條或二條以上的代表綫。

§9 歷史綫圖

普通歷史綫圖已見于前，現在在下邊舉示一個累積歷史綫圖的樣子，如圖10。

圖 10

1945年太行煙廠生產累積綫圖



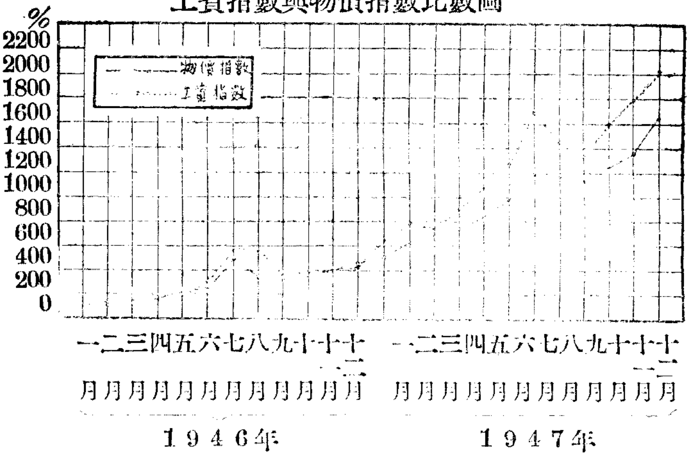
月份	本月生產包數	累積包數
1	419535	419535
2	346763	766298
3	454154	1220452
4	628077	1848529
5	343897	2192426
6	438356	2630782
7	467447	3098229
8	647578	3745807

以前綫圖都是單式綫圖，現再據下表，舉一複式綫圖，如圖11。

華豐機器製造廠1946—1947年
工資指數與物價指數比較表

年	月	工資額(元)	工資指數(%)	物價總指數(%)
1946年	1月	1,650.00	100.00	100.00
	2月	1,752.00	106.10	121.70
	3月	2,438.55	147.50	141.04
	4月	3,183.11	198.00	168.48
	5月	3,183.11	198.00	215.78
	6月	4,948.00	300.00	299.24
	7月	9,801.85	594.00	507.63
	8月	9,100.00	552.00	360.31
	9月	5,768.00	349.00	333.74
	10月	6,230.00	378.00	363.00
	11月	6,500.00	394.00	397.05
	12月	6,942.00	421.00	454.22
1947年	1月	10,358.85	629.00	519.68
	2月	12,877.00	782.00	629.91
	3月	12,231.95	742.50	677.77
	4月	14,784.85	897.50	748.00
	5月	17,619.35	1,068.00	833.92
	6月	19,133.10	1,158.00	986.61
	7月	28,097.55	1,700.00	1,197.33
	8月	24,220.00	1,468.00	1,170.62
	9月	22,118.00	1,339.00	1,144.03
	10月	26,487.75	1,605.00	1,237.38
	11月	29,437.50	1,785.00	1,322.33
	12月	35,208.50	2,138.00	1,461.34

圖11 太行解放區華豐機器製造廠
工資指數與物價指數比數圖



又、假如我們研究某一變量，得其前後兩期各年數值如下表1。若用眞數圖表示，則得前期圖綫甚平，後期圖綫甚陡(圖12)人們看了這圖，很容易想像前期變動微小，後期變動激劇。但實際後期數值正爲前期十倍，而其各年間的比例，與前期完全相同。但我們若用單對數圖表示它(圖13)，則所得綫的起伏，便完全相同。這便是單對數圖的長處。這個道理在什麼地方呢？在於前後兩期每兩年的對數底差，完全相等。請看下邊表2

表1

年＼期	前期	後期
第一年	10	100
第二年	15	150
第三年	20	200
第四年	25	250

表2

年＼對數＼期	前期	後期
第一年	log10＝1	log100＝2
第二年	log15＝1.176	log150＝2.176
第三年	log20＝1.301	log200＝2.301
第四年	log25＝1.398	log250＝2.396

圖 12

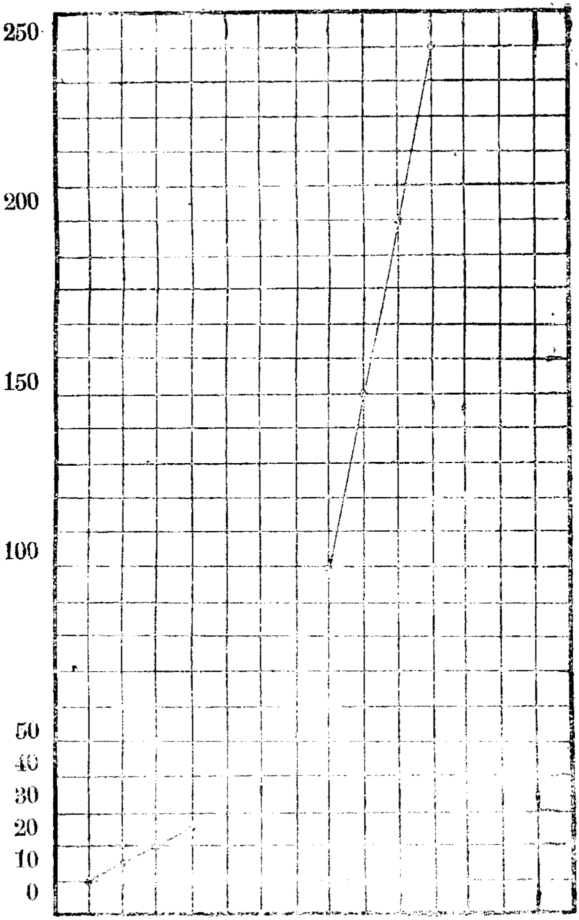
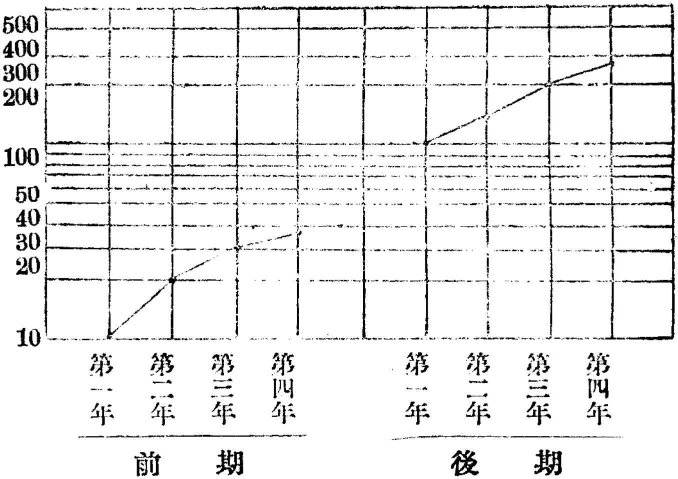


圖 13



觀察單對數圖時，除前記基本事項外，還有下列幾點：

一、若曲綫幾近於直綫，則統計事像前後比率無變動。

二、若曲綫離開直綫向上彎曲，則統計事像的增加率加大。若向下彎曲，則它的增加率減少。

三、曲綫中同方向的兩段，變動的百分比相同，反之，若兩段斜度不等，則傾斜愈甚的，百分比的變動也較快。

在作這種圖時，要注意下列幾點：

一、不畫零綫，因爲零沒有對數。

二、若目的只在比較曲綫的相對變動，可將曲綫上下移動，使之接近，以便比較。

三、可於圖中附加百分比比例尺，以便度量和比較百分比。

四、各橫綫要畫在數值爲十的乘方的地方。

§10　次數綫圖

簡單次數表的圖示，只要用直綫聯結圖上記錄表中數值所得的各點便得。如果原表是分組次數表時，如圖14，要把代表數值的點作到那一組的當中。就是說，要以組中點來定橫座標，最後聯結第一點於 x 軸上第一組的下限所在點，聯結末一點於最後一組的上限所在點，這樣所得的折綫形，叫做次數多邊形。而對於向上累積次數表，即應以各組的上限爲橫座標，（圖15A）對於向下累積次數表，則應以各組的下限爲橫座標。（圖15B）

又、次數分佈的圖示，又常利用一種叫做直方圖的圖。這種圖以各組的次數爲高，於每組的上邊作一矩形，因爲其形如柱，所以也叫柱形圖，如圖14A.

圖14　1917美國威士康辛州新娘年齡散佈圖

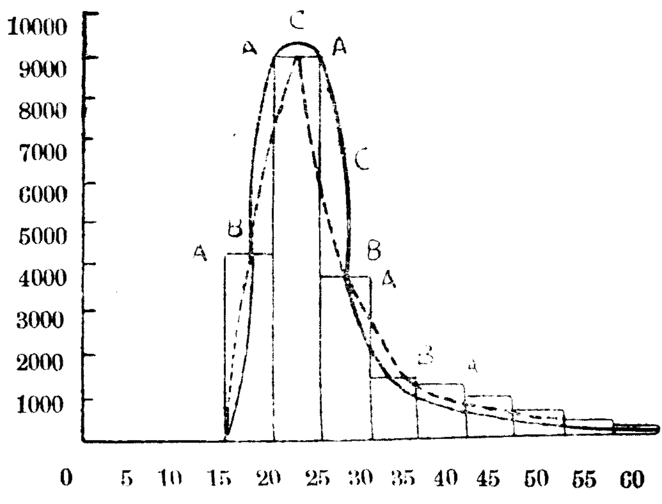
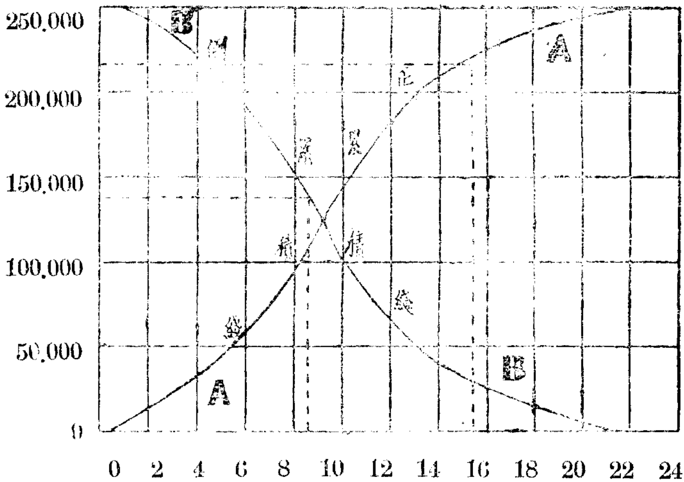


圖15 累計綫圖

電桿累積額數圖



我們普通據以製表繪圖的統計材料，常常是由典型調查法得來的，要從一點，了解一般，便需設法消除典型調查中因特殊單位所呈現的不規則現象。根據經驗，調查範圍愈大，事實愈多，組數愈多，所得的多邊形邊數愈多，轉折便愈和緩，幾近於曲綫。於是我們得到一個辦法，由典型調查顯示全體情況，便是將多邊形的棱角修去，轉折變緩，讓它成功曲綫，這曲綫便是代表全體集團的情況的。在修整多邊形成功曲綫時，要注意下列三點：

一、所得曲綫下的面積，應與直方圖各矩形面積的和相等。

二、各組上曲綫下所含的面積，應盡可能使它和原來組中矩形的面積相等。

三、曲綫的轉折，一定要圓滑曲綫。

美國威士康辛州新娘年齡散佈表

新娘年齡	新娘人數
15—20	4,292
20—25	9,121
25—30	3,568
30—35	1,144
35—40	488
40—45	321
45—50	245
50—55	118
55—60	80
60—80	67
年齡不明者	80

註（1）新娘年齡可有兩種假定，第一種假定爲上次生日時的年齡；第二種假定爲年齡皆由四捨五入法而得。圖14係根據前一種假定而作，否則橫綫上的組限便需要改成14·5, 19·5, …………

註（2）60—80一組的組距，四倍於其它各組，若也畫在圖上時，則應以其次數的¼爲其矩形之高。

曲綫作成以後，第一、可以大概知道各種年齡的新娘有多少。第二、可以推測各種年齡的新娘佔總數的百分之幾？藉以推測一般。第三、組距不等，組限不同，範圍相同的兩種調查可以比較了。若我們用百分比代替實際次數作圖，再估計全體情況時，更簡捷一些。另外，當作複式次數綫圖比較幾個典型調查，即比較幾個總次數不等的次數散佈時，也以化成百分比來作，更適宜一些。因爲這樣一來，可把幾條曲綫更靠近一些，去掉總次數大小懸殊時的各綫間的距離。

以上所說將折綫修整成曲綫的方法，叫做修勻曲綫法。而修勻曲綫法則有好多種，上述的那種辦法，叫做隨手修勻法。現在另外再說一種平均修勻法。設以 A、B、C、D……代原來第一、二、三、四、……組的次數，A'、B'、C'、D' 代其新次數，則新

次數之求法如下：

$$A'=\frac{2A+B}{3}\quad B'=\frac{A+B+C}{3}\quad C'=\frac{B+C+D}{3}\quad D'=\frac{C+D+E}{3}$$

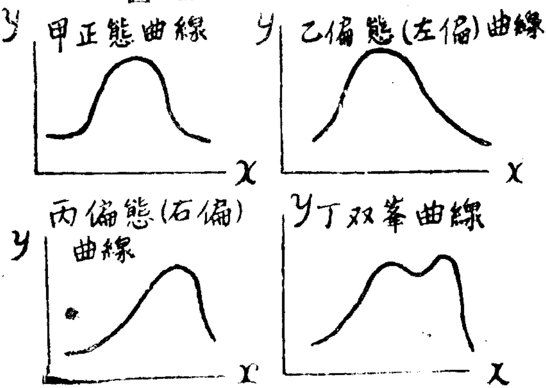
聯結由新次數所定的各點，便得轉折和緩，角度不猛變的綫。但若還不能達到這個目的，可以仿照上法求 A"B"C"D"，直到得出意想中的曲綫爲止。

我們很容易這樣想像，把組距減小，次數增多到一定限度時，便會得出曲綫。對的，但却有兩個困難。

一、次數的增多，必由於調査範圍的擴大，然而這常是難以實現的。

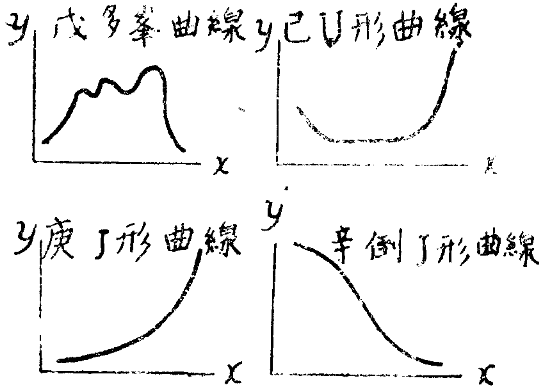
二、如材料不够多，而把組距弄得過小，那末許多組裏將要沒有次數，於是所得的綫圖，時斷時續，成爲幾段，更無法顯現眞實情況。因此我們常常不得不就有限的材料，加以一種適當的調整，去窺測全體的概況。

圖 16



次數曲綫的形式有許多種，如圖16，但最常見的（即一般次數散佈所取的共通形式），則爲其中的甲、乙、丙三種形式。它們的差別很小，只是甲的最高點在正中，乙的稍偏於左，丙的稍偏於右。換句話說，甲是左右對稱的，乙、丙則不然。至於丁

種圖形和前三種又都不相同，甲、乙、丙只有一個高出附近的點，而丁圖則有兩個。戊更多。己、庚、辛則更和這些圖完全不同。



由曲綫的最高點向下引一垂綫，這垂綫與x軸的交點底x軸上指示的數值，叫數列的衆數。由此可知衆數便是數列中次數最多的一數。因之，它也就是在統計集團中存在最多，最普通，最易遇到的事像。

由累積次數圖圖15A可以找出生存年限在15年半以下的電燈桿數爲222000。法如下：於x軸上15・5的一點，立一垂綫，設與曲綫交於P點，則讀出P點的縱座標便得。同樣可自圖15B得知生存在8・5年以上的有135000株。又由一個圖的兩次觀察，求得一個差數，便可得出某一期間的剷除桿數。

§11　繪圖規則及注意點

除散見於前邊的以外，尙需注意下列各點：

一、最好將零度橫綫畫出，如所與數量甚大，均超過○甚多時，可於零度綫上，留出空白間斷部分，其上自必要之部分開始，以示略去一部。

二、零度橫綫要畫得粗大一些。

三、曲綫圖若以百分爲標準，則百分綫亦需較爲粗大，其它作爲標準用來比較的綫，都要如此。

四、圖上曲綫要用特殊標識（着色或加粗或用特別形式，如點綫………，鎖綫·——·——·——，圈綫○○○○等）。與紙上的分格綫區別。如爲複式綫圖，則同一圖中的各個曲綫，也要適當地加以區別。

五、時間數列的圖示，左右兩傍的界綫，不要加粗，因爲時間的起始和終了，都沒有限制。

六、不必要的格綫，盡量少畫。

七、如曲綫表示若干調查數值，那麼代表調查數值的各點，要一一標明。用○、或×、或●、或＋。

八、尺度上的數字，要列在左方和下方。

九、橫尺度自左而右，縱尺度自下而上，逐漸加大數值。

十、曲綫所代表的數字或公式，要記入圖中。

十一、統計資料或者列在圖上，或於圖後附表記入。

十二、文字、數字要由下向上，或由左向右，書寫，如１９３６或1936。

十三、標題要詳備明晰，必要時不妨加小標題或另加註釋說明。

第五章　代表數

§1　兩個難題

如果有人問，中國人身長多少尺多少寸？我們拿張三的高度回答呢？還是拿李四的高度回答呢？或者列舉全國人每一個人的高度呢？前兩個答案是不大準確的，後一個答案雖然對，但也行不通。如果更進一步問，中國人比蘇聯人那一國人高？高多少？更是無法回答。把那個中國人和那個蘇聯人比較好呢？或者有人會想把中國人身長總和同蘇聯人身長總和比較一下吧，但可惜兩國人數不等，所以此路又是不通。

又如有人問，甲地物價高呢？還是乙地物價高呢？高多少？這個問話中沒有指明某種物，更沒有說明數量單位，怎麼回答呢？至於高多少，更是無從回答。因爲各種東西中，有些甲地貴，但也有幾種乙地貴。並且各種物品種類不同，單位不同，價值差別多少決難一致，所以此時就有必要用一種簡明的數字，指示比較多種事項的大概共同趨勢。

§2　代表數的作用

從中國人的高度當中找出一個代表高度來，便可以解決§1第一段中的困難。因爲有了這個代表高度，在想像上有了明確的概念，在比較上有了具體的數字，非常方便、經濟。再者這個代表高度，可以由部分集團求出，而結果足以代表全體，這樣又省卻了多少麻煩。這個代表高度，便叫中國人身長數列的代表數，或模型數，或平均數。因爲它仍使用原數列的數量單位，所以精

密地來講，它應該叫做絕對代表數。在作兩個時期不同長短的各種事項底絕對數量比較時也要用它。

要解決上節第二段中的困難，就是要顯示物價的大概共同趨勢，此則需引用相對數字，——百分比來指明。因爲只有百分比，能突破兩類不同性質、不同單位之事物比較的困難。這種百分比，便叫指數。因爲它只表示相對的大小，必需和另一個數字比較才有意義，所以可叫相對代表數。

§3　絕對代表數

絕對代表數常簡稱爲代表數，爲什麼又叫模型數呢？例如在製造玻璃杯時，設以容量250C. C. 爲標準，製成模型，再去複製，那麼精密地度量起來，所製得的玻璃杯，雖不見得一個一個都是250C. C.，一個一個都符合於標準數量，但大多數都與模型的數值相同。其餘多一點、少一點，也差不多少。所以這個250C. C.，便叫由同一模型，製得許多玻璃杯容量的模型數。至於平均數的意思，則是將數值不等的各個單位截長續短，填平補齊，所得的數值，本來它不足以包括全部代表數，只能算是相加平均數的，但因這個名詞沿用已久，所以附記於此，以供參考。本章說明代表數有那幾種？如何計算等。至於指數，則在下章說明。

§4　代表數一、相加平均數

這是最常見的一種代表數，普通所說的平均數便是指它，可簡稱爲均數。由於以項數除各項總和而得，又因在求這種代表數時，我們設想原數列項數無限增多時可得算術級數，另一方面，在原數列爲算術級數或近似算術級數時，這種代表數的代表性最大，所以又叫做算術平均數。現在按照材料的不同，分述計算方法如下：

方法 I　普通數列的均數求法

公式1　$A=\frac{\Sigma X}{N}$（普通法）平均數$=\frac{\text{各項的總和}}{\text{項　數}}$

公式2 $A=A'+C$(簡捷法)平均數＝假定平均數＋校正數

$$C=\frac{\Sigma(X-A')}{N}$$ 校正數＝$\frac{\text{各項與假定平均數的差底總和}}{\text{項　數}}$

用例1、根據下表求1942年一至六月贊皇小麥每斤的平均價格

時　期	小麥價格	$X''=X-A'$ $(A'=1.50)$		$X'=X-A$ $A=1.45\frac{1}{2}$	
1942年	X(元)	＋	－	＋	－
一　月	1.10		0.40		$0.35\frac{1}{2}$
二　月	1.30		0.20		$0.15\frac{1}{2}$
三　月	1.43		0.07		$0.02\frac{1}{2}$
四　月	1.50	0		$0.04\frac{1}{2}$	
五　月	1.65	0.15		$0.19\frac{1}{2}$	
六　月	1.75	0.25		$0.29\frac{1}{2}$	
合　計	8.73	0.40	0.67	$0.53\frac{1}{2}$	$0.53\frac{1}{2}$

普通法（1）$\Sigma X=8.73$　　　$N=6$

（2）$\therefore A=\frac{8.73}{6}=1.45\frac{1}{2}$元

簡捷法（1）$A'=1.50$

（2）$\Sigma(X-A')=0.40-0.67=-0.27$

（3）求$X-A'=X''$　記入表中

（4）$C=\frac{\Sigma(X-A')}{N}=\frac{-0.27}{6}=-0.04\frac{1}{2}$

（5）$A=A'+C=1.50-0.04\frac{1}{2}=1.45\frac{1}{2}$

上例中各月價格有比代表數大的，也有比代表數小的，它們和代表數的差叫做離中差，對於平均數來講，各項離中差的總和等

於0，即$\Sigma X'=0$。就上例來講$\Sigma X'=0.53\frac{1}{2}-0.53\frac{1}{2}=0$。利用這一點，可以檢驗平均數的正確與否。

方法II　所與材料已製成普通次數表時，可用下列公式。或所與材料項數甚多，且其中不少項數值相同時，則可先製普通次數表，再求平均數。

公式3　$A=\frac{\Sigma(fX)}{\Sigma f}$（普通法）

$$平均數=\frac{各項與次數的積底總和}{次數總和}$$

公式4　$A=A'+C$（簡捷法）平均數＝假定平均數＋校正數

$$C=\frac{\Sigma(fX'')}{f\Sigma}$$

$$校正數=\frac{次數與各項同假平定均數差的積底和}{次數總和}$$

用例2、1944年棉花價格如下表，求出它們的均數來。

（每一例題，這裏都用兩種方法計算，是爲了說明方法，在實際計算中，只用一種方法算出結果便行了。）

每斤價格 X（元爲單位）	月數 f（次數）	普通法 f X	簡捷法 X''＝X－A' A'＝120	f X'' +	f X'' －
70	1	70	－50		50
80	2	160	－40		80
100	2	200	－20		40
110	2	220	－10		20
120	1	120	0		0
150	3	450	30	90	
160	1	160	40	40	
Σ	12	1380		130	190

普通法（1）計算 fX 列入表中

（2）$\Sigma(fX) = 1380$　$\Sigma f = 12$

（3）$A = \frac{1380}{12} = 115$

簡捷法（1）$A' = 120$

（2）求 fX" 列入表中

（3）$\Sigma(fX'') = 130 - 190 = -60$

（4）$C = \frac{\Sigma(fX'')}{\Sigma f} = \frac{-60}{12} = -5$

（5）$A = A' + C = 120 - 5 = 115$

方法III　所與材料已製成分組次數表時，或所與材料項數繁多，相同項甚少時，可先製分組次數時，再按下列公式計算。

公式5　$A = \frac{\Sigma(fm)}{\Sigma f}$（普通法）

$$平均數 = \frac{各組次數與組中點的積底總和}{次數總和}$$

公式6　$A = A' + C$（簡捷法）平均數＝假定平均數＋校正數

$C = \frac{\Sigma\{f(m - A')\}}{\Sigma f}$（簡捷法之一）

$$校正數 = \frac{次數與各組中點同假定平均數之差的積底總和}{次數總和}$$

公式7　$C = \frac{\Sigma(fd')}{\Sigma f} \times i$（簡捷法之二）

校正數

$$= \frac{次數與各組同假定平均數所在組相差組數的乘積底總和}{次數總和} \times 組距$$

用例3　就下表計算振華工藝社工資的平均數

每月每人工資(飲)	人數(次數) f	組中點 m	普通法 f m	簡捷法 第一法 m−A' (A=27.5)	f(m−A') +	f(m−A') −	第二法 d'	fd' +	fd' −
10—15	3	12.5	37.5	−15		45	−3		9
15—20	6	17.5	105.0	−10		60	−2		12
20—25	9	22.5	202.5	−5		45	−1		9
25—30	5	27.5	137.5	0			0		
30—35	10	32.5	325.0	5	50		1	10	
35—40	8	37.5	300.0	10	80		2	16	
40—45	1	42.5	42.5	15	15		3	3	
			1150		145	150		29	30

普通法（1）記出組中點

（2）求 fm填入表中

（3）$\Sigma(fm)=1150 \quad \Sigma f=42$

（4）$\frac{1150}{42}=27\frac{8}{21}$

簡捷法：

第一法（1）$A'=27.5$

（2）求各組的m填入表中

（3）求m−A' 記入表中

（4）求 f(m−A')記入表中

（5）$\Sigma f(m-A')=145-150=-5$

（6）$C=\frac{\Sigma[(fm-A')]}{\Sigma f}=\frac{-5}{42}$

（7）$A=27.5-\frac{5}{42}=27\frac{8}{21}$

第二法（1）定$A'=27.5$

（2）求各組的d'即於A'所在組寫0，較小組寫-1 -2,……較大組寫1, 2……便得表中d'一行

（3）求fd'記入表中

（4）$\Sigma(fd')=29-30=-1$

（5）$C=\frac{\Sigma(fd')}{\Sigma f}=\times i=\frac{-1}{42}\times 5=\frac{-5}{42}$

（6）$A=A'+C=27.5-\frac{5}{42}=27\frac{8}{21}$

如上所記平均數的計算，以用表格較爲清楚，列好表後，按照公式，一步一步計算，非常方便。使用簡捷法，數字化簡，省時省力，迅速而不易錯誤，要盡量使用。惟有一點需要注意，在使用簡捷法之二時，若發現組距不等的組，要把它折合成標準組距計算。至於假定平均數的選擇，要注意盡可能地使校正數成功一個數值不大的數，如選取次數較多，地位在數列中部的某一個數，作爲假定平均數，常可達到這個目的。在分組次數表中，假定平均數要在組中點內選擇一個。

以上所說的平均數，都是簡單平均數，各項在數列中佔同樣的地位，但有時各項的重要性不同，便需要權衡一下它們的輕重，再去計算。權衡所得表示各項重要性的數字，叫做權數（或重數）。各項加權以後所得的平均數，叫做加權平均數。它的計算公式如下：

公式8　$W.A.=\frac{\Sigma(WX)}{\Sigma W}$

$$\text{加權平均數}=\frac{\text{各項與自己的權數乘積的總和}}{\text{權數總和}}$$

把公式5和公式8比較一下，可以看出把公式5內的f換作

W便得公式8，而各項的次數或次數的比，也可看作權數，因爲它們是以比較和顯示各項重要性的大小，所以二者是二而一的，這裏就不再舉例了。

權數如何規定？換句話說，如何確定各項重要性的大小？那要看具體情形，一般地講，拿某種事項出現的次數多少作爲權數，最合道理。但有時也有憑主觀認識來指定的。在工商統計中加權平均數，多在指數中應用，請參看下章。

§5 平均數的特性和功用

一、知道了平均數和項數，可以求出總和。這一點最爲有用，可由典型調查推測全體情況。例如要求某縣每年需用土布數量，可以抽取一千個人調查，求得它們的平均數，再拿這平均數乘全縣的人數，便可得其大概。

二、在有總和同項數時，便可計算出來它，不必要一項一項的都知道。但另一方面，在不知道總和時，如缺少一項，即不可能計算。

三、和數列的每一項，都有關係，這樣不可避免地常受數列中最大項和最小項的影響，增減一項甚大數值或甚小數值，便生顯著的改變。

四、雖數列項數甚少，亦可決定。

五、意義通俗，人所共曉。計算簡易，人人皆能。

六、不能由次數分配圖圖解得出

七、它的數值在間斷數列所代表的事實中有時並不存在，即無實際意義，例如求某校各級平均人數，得22.3人，便不合實際，因爲人是沒有小數的。

§6 代表數二、相乘平均數

把數列中所有各項連乘起來，再把它的項數作爲方根指數，開這個積的方，所得的方根便是數列的相乘平均數。又因在求它

時，我們設想數列項數無限增多時，可得幾何級數，同時在數列為幾何級數或近似幾何級數時，它最適用，所以又叫幾何平均數。它的計算過程中使用對數，所以也叫對數平均數。計算公式如下：

公式1 $G=\sqrt[N]{X_1X_2X_3\cdots\cdots X_n}$ （普通法）

相乘平均數 $=\sqrt[\text{項數}]{\text{各項的連乘積}}$

公式2 $\log G=\frac{1}{N}\Sigma(\log X)$ （對數法）

相乘平均數的對數 $=\frac{1}{\text{項數}}\times$（各項的對數底總和）

公式3 $W.G.=\sqrt[\Sigma W]{X_1^{W_1}X_2^{W_2}X_3^{W_3}\cdots\cdots X_n^{W_n}}$ （普通法）

加權相乘平均數

$=\sqrt[\text{權數總和}]{\text{各項按自己的權數乘方以後連乘所得的積}}$

公式4 $\log W.G.=\frac{1}{\Sigma W}\Sigma(W\log X)$ （對數法）

加權相乘平均數的對數

$=\frac{1}{\text{權數總和}}\times$（權數與各項之對數的積底總和）

使用起來，以公式2、4為便。但要記好由公式2、4所得的結果，只是相乘平均數的對數，要由對數表上找出它的真數才行。

相乘平均數的主要用途如下：

一、計算近似於等比級數數列的中間一數。例如求前後五年人口的相乘平均數，便可得出當中一年的人口數目。

二、用作各種比率數列的代表數。主要應用在指數的編製

中，它的優點是減低大數的影響，缺點是計算麻煩，普通沒有數學知識的人，不易了解。

計算中要注意它在加權時，是以權數作爲各項的指數，而以權數總和作爲最後所得乘積的根指數。它的計算在指數章中可以見到，這裏不再舉例了。

假如數列中有一項是〇，則必然得出〇的結果，便毫無意義。又如有負數項存在，便可能得出虛數結果，亦無實際意義。

§7 代表數三、倒數平均數

求出數列各項的倒數，再求這個倒數數列的均數，最後找出那個均數的倒數，便是原數列的倒數平均數。計算公式如下：

公式1

$$\frac{1}{H}=\frac{1}{N}\Sigma\frac{1}{X}\quad \frac{1}{\text{倒數平均數}}=\frac{1}{\text{項數}}\times(\text{各項的倒數底總和})$$

它的應用範圍很狹：

一、用在以不同速度作等量工作時求平均速度。例如一人作襪子一百雙，前50雙的速度爲每時40雙，作後50雙時的速度爲每時50雙，則其平均速度爲每時

$$1\div\left[\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{40}+\frac{1}{50}\right)\right]=1\div\left[\frac{1}{2}\times\frac{9}{200}\right]=1\div\frac{9}{400}$$

$$=1\times\frac{400}{9}=44\frac{4}{9}$$ 雙，不當用平均數作爲平均速度。但若是第一小時每時40雙、第二小時每時50雙，求二小時的平均速度時，則應以平均數作爲平均速度。即在以不同速度工作同樣長的時間時，應以平均數爲平均速度。

二、對各種異價（定價爲某定額若干，例如一千元五件等，）貨物購買量相同時，用以求定額貨幣的平均購買量。例如一商人對他的貨物定價爲每元四件，每元五件及每元廿件，設三種貨物所買的件數相同，則一元可買貨物平均件數爲

$$1\div\left[\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)\right]=1\div\left[\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right]$$

$=1\div\frac{1}{6}=6$件。但若在將買物的錢分爲數等分購買各種貨物時，則其平均數量爲各數量的平均數。

倒數平均數的計算，可以利用本書後邊所附的倒數表，因爲它計算麻煩，意義晦澀，所以除了屬於必需，不得不用外，很少使用。

§8 代表數四、中位數

於數列中找出某一數值，讓數列中在它前邊的項數，和在它後邊的項數相同，這個數值便叫中位數。現在分述它的求法如下：

方法 I 普通數列的中位數的求法。

公式 1 $O_M=\dfrac{n+1}{2}$ 中位數在數列中的項次$=\dfrac{項數+1}{2}$

例如據調查七個人所得工資數列如下：１００分、１２０分、１４０分、１６０分、１８０分、２００分、２２０分、則由公式１得知中位數應該在第$\dfrac{7+1}{2}=4$項，就原數列中檢出它的第四項，得工資的中位數１６０分。若數列的項數是偶數，那麼可將當中的兩項加在一起，除以二作爲中位數，例如上例中若所調查的是八個人，第八人工資２４０分，則中位數應該在第$\dfrac{8+1}{2}=\dfrac{9}{2}=4.5$項，所以把第四項和第五項加起來，除以2，得$\dfrac{160+180}{2}=$１７０分。

方法 II 分組次數數列的中位數的求法。

公式 2 $O_M=\dfrac{N}{2}$ 中位數的位置$=\dfrac{項數}{2}$

公式3 $M = L + \dfrac{\frac{N}{2} - l}{f_M} \times i_M$

$$\text{中位數} = \text{中位數所在組下限} + \dfrac{\dfrac{\text{項數}}{2} - \text{小於M各組的次數和}}{\text{所在組次數}} \times \text{M所在組組距}$$

公式4 $M = U - \dfrac{\frac{n}{2} - u}{f_M} \times i_M$

$$\text{中位數} = \text{中位數所在組上限} + \dfrac{\dfrac{\text{項數}}{2} - \text{大於M各組的次數和}}{\text{所在組次數}} \times \text{M所在組組距}$$

用例1　就後邊§12用例1計算出中位數來。

（1）先作各組的累積次數

（2）按公式2得 $\dfrac{N}{2} = \dfrac{767}{2} = 383.5$，

（3）於是知中位數在310—320組中知 $l = 367$

$\therefore \dfrac{N}{2} - l = 383.5 - 367 = 16.5$

（4）$\dfrac{\frac{N}{2} - l}{f_M} = \dfrac{16.5}{32} = 0.52$

（5）$0.52 \times i_M = 0.52 \times 10 = 5.2$

（6）$L + 5.2 = 310 + 5.2 = 315.2 = M$

以上係按公式3計算，現在再按公式4計算一下：

（1）作各組的倒累積次數

（2）$\dfrac{N}{2} = \dfrac{767}{2} = 383.5$

（3）$\dfrac{N}{2} - u = 383.5 - 368 = 15.5$

$$(4)\ \frac{\frac{N}{2}-u}{f_M}=\frac{15.5}{32}=0.48$$

$$(5)\ 0.48\times i_M=0.48\times10=4.8$$

$$(6)\ U-4.8=320-4.8=315.52=M$$

使用公式3、4的時候，每次都要先作正、倒累積次數，才能決定中位數在那一組，才能決定 l 和 u，又兩個公式使用一個即可得出答案。但若兩個都使用了，則可互相檢驗、

§9 四分位數、十分位數、百分位數

將數列分作四等分、十等分、一百等分、那麼位於$\frac{1}{4}$、$\frac{2}{4}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{1}{10}$、$\frac{2}{10}$、……$\frac{9}{10}$，及$\frac{1}{100}$、$\frac{2}{100}$、$\frac{3}{100}$、……$\frac{99}{100}$的數值，便分別叫做第一四分位數，第二四分位數，第三四分位數；第一十分位數，第二十分位數………第九十分位數；第一百分位數，第二百分位數，………第九十九百分位數。它們的求法和中位數的求法類似。

公式1 $O_{QK}=\frac{KN}{4}$ 第K個四分位數的位置$=\frac{K\times\text{項數}}{4}$

公式2 $O_{DK}=\frac{KN}{10}$ 第K個十分位數的位置$=\frac{K\times\text{項數}}{10}$

公式3 $O_{PK}=\frac{KN}{100}$ 第K個百分位數的位置$=\frac{K\times\text{項數}}{100}$

公式4 $$Q_K=L+\frac{\frac{KN}{4}-l}{f_{QK}}\times i_{QK}$$

第K個Q＝所在組下限

$$+\frac{\frac{K\times\text{項數}}{4}-\text{小於}Q_K\text{的各組次數總和}}{\text{所在組次數}}\times\text{所在組組距}$$

公式5 $$D_K=L+\frac{\frac{KN}{10}-l}{f_{DK}}\times i_{DK}$$

第K個D＝所在組下限

$$+\frac{\frac{K\times\text{項數}}{10}-\text{小於}D_K\text{的各組次數總和}}{\text{所在組次數}}\times\text{所在組組距}$$

公式6　$P_K=L+\dfrac{\frac{KN}{100}-l}{f_{PK}}\times i_{PK}$

第K個P＝所在組下限

$$+\frac{\frac{K\times\text{項數}}{100}-\text{小於}P_K\text{的各組次數總和}}{\text{所在組次數}}\times\text{所在組組距}$$

用例2　求§12用例1的Q_3

（1）$O_{Q3}=\dfrac{3\times767}{4}=575\cdot3$

（2）於是知Q_3在370—380組中

（3）$\dfrac{KN}{4}-l=575\cdot3-560=15\cdot3$

（4）$\dfrac{\frac{KN}{4}-l}{f_{QK}}\times i_{QK}=\dfrac{15\cdot3}{58}\times10=2\cdot64$

（5）$Q3=370+2\cdot64=372\cdot64$

其它求法可以類推。

第二四分位數、第五十分位數、第五十百分位數，都和中位數是一個數。

第一四分位數也叫下四分位數，第三四分位數也叫上四分位數。

§10　中位數、四分位數等的圖解法

它們都可自修整後的累積次數曲綫圖求出。中位數的求法如下：

一、求出O_M，

二、在y軸上找得數值Ｏm的一點，自此點引x軸的平行綫與曲綫交於p點。

三、過p點引y軸的平行綫，交x軸於M點，

四、在x軸上讀出M點所代表的數值，便得中位數。按照上述辦法求得電桿生存年齡（參看第四章圖15）的中位數爲8•5年，餘可類推。

§11 中位數、四分位數的特性和功用

一、就已經整理過了的材料來講，計算簡便、迅速，因之在急需代表數的場合，使用它最爲合宜。

二、數列當中缺少位置不在中部的多少項，都不影響它的計算，只要知道項數就行。

三、不受最大數和最小數的影響。

四、在數列次數散佈特殊時，中位數不足以作爲全數列的代表，例如兩端次數甚多，中部次數甚少，或爲O時。

五、根據分組次數表計算所得的中位數，常常不存在於事實中，一如平均數之不存在。

六、設欲按成績將某校考取新生，分成甲乙丙丁四班，則$Q_1Q_2Q_3$適足作爲分班標準。

七、就同一數列按§8公式3、4求得之二中位數如數值不等，而計算又無錯誤時，可將二者相加平均，以所得平均數爲所求的中位數，不過此種中數不足以取作代表。

§12 代表數五、衆數。

什麼叫做衆數？前邊已經說過了，因爲它是次數散佈最密的一點，所以也叫做密集數。如次數散佈非常正規，呈現常態，那麼一看便以決定。因爲只要找着次數最大的一組，求出組中點便得。若想更精密一些，可應用下列公式：

公式1 $$M_O = L + \frac{f_g\, i}{f_l + f_g}$$

$$眾數=所在組下限+\frac{較大組次數\times組距}{較小組次數+較大組次數}$$

用例　就第二章鐵坡容鐵數分組表計算它的衆數。

$f_l+f_g=1+5=6$

$\dfrac{f_g i}{f_l+f_g}=\dfrac{5\times10}{6}=8\cdot33$

$MO=15+8\cdot33=23\cdot33$

但若表中次數，有許多差不多等大的極大值，或有許多差不多等大的數值分散出現，則需以併組法計算，手續如下：

第一步把兩組兩組的次數加在一起，得一行新次數。再從第二組起，如前處理，又得一行新次數。由這兩行新次數，若能發現一組或兩組所對的兩行新次數是最大時，則那一組或兩組的中點，便是衆數。若找不到這樣的組，衆數仍無法確定。則可進行三組合併，即自第一組、第二組、第三組起，分別將每三組的次數，加在一起，得出三行新次數。再看是不是有一組二組或三組所對的三行新次數，都是最大的，若有，衆數便可確定。否則，仍需繼續進行四組合併以至五組合併。但普通較不精確的辦法，則是看那一組所對的新次數中最大數值最多，便把它作爲衆數。又在次數中一切極大值所對着的數值，都可算是衆數。若發現這樣的情形，那個數列便叫多衆數列。但習慣上則仍在這許多衆數中，選擇一個所對次數最大的，作爲全數列的唯一衆數。又，嚴格講來，實行併組法後，若所得結果是兩組或三組所對的次數最大，那麼只能說衆數在這兩組或這三組。可是習慣上仍以兩組或三組的中點，作爲衆數。下頁的例題中 2 3 5 便是按照這些習慣所求得的衆數。

至於衆數的圖解方法，前邊已經說過。只要作好次數曲綫圖，讀出最高點的橫座標便得。

若平均數和中位數都已求出，則可按照下列公式去求衆數。這個公式叫做皮爾生經驗公式，是皮爾生自經驗中得出來的，在次數曲線圖呈現常態或者近似常態時，是足夠正確的。

公式 2　$MO = A - 3(A - M)$

衆數＝平均數－3(平均數－中位數)

用例 1　按表求 1946 年六河溝煤礦工資衆數

工資(斤)(按小米計算)	人數(組距i＝10)	兩組合併(組距i＝20)		三組合併(組距i＝30)			正累積人數	倒累積人數
180—190	5	11		26			5	767
190—200	6		21		31		11	762
200—210	15	25				38	26	75
210—220	10		23	93			36	741
220—230	13	83			$\boxed{127}$		49	731
230—240	$\boxed{70}$		$\boxed{114}$			$\boxed{149}$	119	718
240—250	44	79		100			163	648
250—260	35		56		93		198	604
260—270	21	58				110	219	569
270—280	37		89	102			256	548
280—290	52	65			111		308	511
290—300	13		58			91	321	459
300—310	46	78		92			367	446
310—320	32		46		70		399	400
320—330	14	38				87	413	368
330—340	24		73	108			437	354
340—350	49	84			123		486	330
350—360	35		74			132	521	281
360—370	39	$\boxed{67}$		$\boxed{133}$			560	246
370—380	58		94		114		618	207
380—390	36	56				69	654	149
390—400	20		33	47			674	113
400—410	13	27			34		687	93
410—420	14		21			46	701	80
420—430	7	32		48			708	66
430—440	25		41		59		733	59
440—450	16	34					749	34
450—460	18						767	18

最多次數有四個共含230－240組故235為所求衆數

用例2　求第二章§7中振華工藝社工資的衆數

A＝27•38　M＝25•65　A－M＝27•38－25•65＝1•73　3(A－M)＝3×1•73＝5•19

MO＝A－3(A－M)＝27•38－5•19＝22•19

§13　衆數的特性和功用

一、和其它的代表數比較起來，最為穩定。數列兩端增加幾項甚大的數或甚小的數，並無影響。

二、在組距不等，組限不同的情況下，同一數列有時得出不同的衆數，難以確定究竟那個對。

三、在統計資料甚少又不集中的時候，衆數不能作為數列的代表。例如某次考試成績50人中，除2人得0外，其餘全不相同，但皆在60分以上，那麼若拿0這個數（衆數）作為代表分數，豈非笑話。

四、如用以作為代表的數，必須由兩極端數量均衡。讓兩極端數量起一定作用時，不宜採用衆數。例如測驗某學生成績，得出各科分數，若用衆數作為代表分數，則最多及最少分數，完全不能發生影響。若用均數或對數均數，便沒有這種毛病。

§14　五種代表數，間的關係

一、在次數散佈完全對稱時，平均數，中位數，衆數三者完全一致，圖解中全在一點。

二、在次數散佈，略不對稱時，中位數位於平均數與衆數之間。平均數與中位數的距離，約等於平均數與衆數距離的三分之一，這是就次數曲綫，圖上的位置來講。就數值來講，把距離改作差就對了，但只計絕對值，不問正負號。

三、數列中各項如完全相同，則平均數，對數平均數，倒數三者完全一致。

四、數列中若無數值為O或負項時，則平均數＞對數平均數＞倒數。

五、同上條件且數列只由二項構成時，對數平均數 $=\sqrt{平均數\times倒數}$。例如就2與8講，對數平均數 $=4$，平均數 $=5$，倒數 $=3\frac{1}{5}$，則 $\sqrt{5\times3\frac{1}{5}}=4$。

六、原數列若近似等差級數，則它的衆數和中位數距離平均數較距離對數平均數爲近。數列若近似等比級數，則它的衆數和中位數距離對數平均數較距離平均數爲近。這是就次數曲線圖來講，若就數值來講，則距離近就是相差小，距離遠就是相差大。

§15　代表數的應用

一個數列的幾種代表數，很少完全一致，一個數不能既是平均數，又是倒數，也是對數平均數，中位數，衆數，所以要看當時的需要和數列的具體情況，來求出一種適當的代表數來作爲代表。

平均數是受每項的影響的，並且受極端數量的影響很大。對數平均數也受每項的影響，但受極端數量的影響較小。中位數呢，只是地位適當中部便行，不受極端數量的影響，但在數列增減一二極端數量時，則會受到波動。而衆數則既不受極端數量的影響，又不爲一二項極端數量增減所動搖，他們各自有各自的擁護者，各有各所代表的意義。

除了客觀條件的限定之外，統計者的主觀認識，也有關係。

以前曾經說過的那些各種代表數的性質和功用，在求代表數時應該一一注意，例如就各縣求出每人所得土地的平均數，可以了解各縣人口與土地的比例適稱不適稱。求得每人已得土地的衆數，可以了解大多數人每人有了多少土地。拿衆數和平均數比較，又可看出土地改革的澈底不澈底。找出每人所得土地的中位數，則可了解究竟那些人分得的土地佔中等。反之，有了一定的目的，便要找出一定的代表數。

除此以外，數列的次數散佈，也要考慮。

如要對某些數列（也就是數列所代表的那些事實），作詳盡的比較底話，要求出各種有意義的，必需的代表數來，多方比較，方可得出週詳的結果。

第六章　指　數

§1　指數的意義和應用

指數就是以某一時期某一地域的平均數爲一百，再求其他各個時期各個地域與它的百分比。這樣便能把複雜事實相對變異，用簡單的數字表示出來，同時能把所欲研究的特殊事物，做通盤比較，了解其趨勢變化。指數的應用，以用於物價者爲最多，但並不止此，還有貿易指數、金融證券指數、生活費指數、工資指數、生產指數等等。

§2　物價調查

指數的應用並不限於物價，然以物價指數最爲普通，最關重要，因此從物價調查和編製物價指數談起，或可收舉一反三之效。市場物價，變化多端，商品種類，盈千累萬，要想做精密的調查研究，殊非易事。但今天的解放區已經是國家規模了，完全有條件進行物價調查，只是一個主觀努力問題。

§3　選擇典型城市

面向每個地區每個城市做全面調查是不可能的，也是不必要的。在一省範圍內主要是抓住幾個中心縣城，在全國範圍講，主要是抓住每個省份內的一二經濟中心城市。例如在東北、如以哈爾濱、佳木斯、吉林、牡丹江、北安、齊齊哈爾、長春、四平、瀋陽、錦州、安東、等城市爲典型，就可以代表東北全貌了！

§4　如何選擇商品種類與品數

這也是看按各個地區的具體條件而定，茲以東北解放區爲

例，東北銀行採用了六類七十二種商品，即：

類別	品名	等級牌號	單位
主食品類（九）	大米	中	斤
	頭號水磨麵	雙合盛	袋
	本地麵	中	斤
	高粮米	〃	〃
	小米	〃	〃
	苞米面	〃	〃
	高粮	〃	〃
	苞米	〃	〃
	小麥	120尼克	〃
副食品類（十）	大豆	中	斤
	豆腐	小塊	塊
	土豆	中	斤
	白菜	〃	〃
	紅蘿蔔	〃	〃
	粉條	〃	〃
	猪肉		〃
	牛肉		〃
	羊肉		〃
	鷄蛋		個
調味嗜好品類（十三）	豆油		斤
	猪油		〃
	粒鹽	海鹽	〃
	硝鹽		〃
	醬油		〃
	大醬		〃
	大葱		〃
	白糖		〃
	燒酒	50度	〃
	啤酒		瓶
	黃煙		斤
	煙捲	十支	盒
	茶柴	毛峰	斤

類別	品名	牌號規格	單位
衣著類（十八）	十六支棉紗	天女	捆
	二十支〃	〃	〃
	大尺布	13×50	尺
	白粗布	22×100	〃
	白細布	24×100	〃
	藍士林布	雙飛龍布	〃
	青斜文布	三友	〃
	老太紡布	22×108	〃
	解放布	26×108	〃
	麻線布	南城宮	〃
	雙飛龍布		〃
	五福布		〃
	土紗		〃
	白線	細三股	〃
	紡花		〃
	布鞋	普通	双
	皮鞋	〃	〃
	襪子	〃	〃
燃料燈火類（七）	松木柈		斤
	雜木柈		〃
	木炭		〃
	原煤		〃
	塊煤		〃
	缶斯		〃
	火柴	紅頭小盒	盒
雜品類（十五）	肥皂	4兩	塊
	土鹼		斤
	毛巾		條
	洗臉盆	銅	個
	磁飯碗		〃
	麻袋		條
	線麻		斤
	毛筆	中楷羊毫	支
	鉛筆	便	〃
	白報紙		張
	窗戶紙	大張	〃
	顏料（元青）	1 8 輕重	桶
	木板	寸板	付台
	洋釘	一寸	斤
	豆餅		〃

如果這裏面再加上生產手段類如機器五金器材類就更加完備了。

各國經濟機關或學術團體，做物價統計時所包括的商品，多寡不一，有多至二、三百種的，有少至十幾種的，但以在五十種以下，含商品四十五種左右的最受推獎，採用二十幾種商品的也相當流行。據各國統計學家的研究，包含二十五種商品的指數，與十倍於此的指數，其波動趨向，大體相同，不過大指數易於令人相信而已。因此我們不必津津於商品種類的多寡，主要應該注意兩個問題：

一、用以編製物價指數的若干種商品，其本身性質越遠越好（如糧食與紡織品），相互間的物價關係，越沒有聯系越好，免得因此物漲價，也引起另物的漲價。這樣調查了很多物價和調查了一種物價的結果相同。

二、反過來說，採用了的物價與未採用的物價，其本身性質和價格，越密接越好。使被採用了的物價，眞正達到典型的代表的作用。

§5 如何搜集材料與塡製物價表

做物價調查一個最重要的問題，就是對一個地區一定貨物的價格作長期的連續不斷的調查統計，這樣，才能從長期變化中發現規律，找出趨勢。這一工作可分下列幾步來作。

一、確定時間、地點、單位、貨幣種類。

二、搜集現實的物價，可到交易所或商店去問，或搜集其他部門的間接材料。搜集過去的物價，除找現成材料外，可找過去的報紙、雜誌、政府檔案、商店流水賬、家庭開支賬等零碎的書面材料；還可詢問過去的商人、老人、管家婦女等。

三、搜集來的材料，塡寫物價報告表內，以免遺忘或遺失。

四、統計機關搜集起材料以後，應即做初步的整理并編製統計表，根據不同要求，統計表可以分三種：

第一種：時間數列表（以時間爲主）

哈爾濱市歷年黃金

年	月	黃金(兩)	豆油(斤)	食鹽(斤)	棉布(尺)
1931		115	0.101	0.070	0.073
1932		120	0.147	0.068	0 080
1941		2 000	1.50	0.38	1.60
1942		5 000	2.20	0.40	2.00
1945.	7	22.000	15.00	1.00	40.00
1945.	8	17,000	13.00	2.00	17.00
1945.	12	16 000	7.00	3.00	15.00
1946.	1	17.000	12.00	3 00	40.00
	2	17,500	20.00	5.00	50.00
	3	17,500	18.00	12.00	80.00
	4	19,300	21.00	15.00	120.00
	5	19,000	20.50	21.50	120.00
	6	21,000	19.50	18.70	110.00
	7	23,300	18.00	19.50	95.00
	8	29,000	20.00	34.00	120.00
	9	38,500	23.50	47.50	123.80
	10	43,000	26.00	67.00	162.50
	11	45,000	34.20	65.00	170.85
	12	56,000	52.35	106.25	201.00
1947.	1	97,000	167.50	166.50	243.00
	2	180 000	157.50	161.50	349.80
	3	170,000	103.50	170.00	427.90
	4	235,000	215.00	178.50	765.60
	5	297,500	274.00	230.00	793.10
	6	370,000	423.00	230.00	1,100.00
	7	415,413	363.00	223.00	996.60
	8	580,000	343.00	224.50	998.80
	9	541,330	367.00	254.50	1,237.50
	10	505,333	446.00	324.00	1,500.00
	11	490,000	812.00	360.00	1,818.00
	12	490 000	810.00	355.00	2,047.00
1948.	1	490,000	878.00	417.00	1,722.00
	2	490,000	915.00	543.00	1,758.00
	3	582,000	1,761.00	601.00	2,263.00
	4	618,000	2,548.00	1,046.00	3 085.00
	5	1,172,000	3,231.00	1,754.00	3,519.00
	6	1,470,000	3,492.00	2,144.00	4,185.00

工業品與粮穀價格表

火柴（包）	高糧米(斤)	小米（斤）	包米（斤）	大豆(斤)
0.05	0.031	0.035	0.020	0.029
0.05	0.035	0.041	0.026	0.041
1.56	0.28	0.32	0.24	0.30
2.00	0.50	0.40	0.38	0.35
25.00	1.00	1.20	0.70	1.30
15.00	0.85	0 95	0.75	0.60
30.00	1.50	2.00	1.10	1.60
50.00	2.50	2.50	2.00	1.80
120.00	4.50	5.00	3.10	2.50
120.00	4.00	4.50	2.30	2.50
130.00	5.00	6.00	2.80	3.00
150.00	5.20	5.70	2.80	3.10
185.00	7.20	7,00	3.20	3.55
160.00	7.50	6.60	3.40	3.00
210.00	9.50	7.70	3.60	2.80
310.00	10.30	9.30	4.50	3.70
312.00	10.50	9.30	4.90	4.70
350.00	11.50	10.60	5.60	5.40
315.00	18.85	18.23	9.60	8.50
325.00	35.65	33 00	20.00	18.00
365.00	26.00	26.00	20.00	21.00
225.00	38.00	37.50	34.00	21.50
235.00	53.50	58.00	45.00	39.00
230.00	54.50	52.50	44.00	40.00
290.00	115.00	107.50	104.00	102.00
435.00	117.50	114.00	113.00	93.50
460.00	120.50	114.50	96.00	80.50
450.00	126.00	120.00	100.00	80.00
450.00	174.00	150.00	100.00	80.00
500.00	229.00	187.00	142.00	136.00
500.00	263.00	225.00	164.00	136.00
500.00	191.00	176.00	124.00	121.00
500.00	189.00	184.00	120.00	129.00
700.00	275.00	269.00	146.00	205.00
1,000.00	521.00	514.00	215.00	393.00
1,490.00	644.00	625.00	342.00	521.00
2,000.00	1,004.00	874 00	729.00	750.00

第二種：地區數列表（以地區爲主）

一九四八年十一月份東北各地工薪物價表

地區	混合糧（斤）	煤（斤）	豆油（斤）	海鹽（斤）	白解放布（方尺）
哈爾濱	1133元	180元	6300元	2400元	6667元
吉林	1150	170	6000	3200	4823
佳木斯	1400	180	7500	3200	5401
北安	1000	193	7000	2800	7083
牡丹江	1350	175	6800	3500	5833
齊齊哈爾	1133	180	6300	2300	5417
雞西	850	115	6000	3500	7083

第三種：商品數列表（以商品種類爲主）

1948.12.8

瀋陽市物價表

商品	單位	價格
高粱米	斤	2,800
小米	斤	3,000
苞米	斤	2,400
豆油	斤	9,000
粒鹽	斤	3,100
16支紗	綑	1,100,000
解放布	疋	1,300,000
黃金	兩	5,300,000
銀元(大頭)	元	48,000

編製物價統計表時，應該注意以那一天來代表一年、一月或一旬的物價？有主張用每月十五日，或每年六七月的平均價的；也有主張用每月或每年平均價格的，但以後者的主張爲多。

§6 如何選定基期

編製指數，首先要選擇一個標準時期定爲基期，以基期的平均價（基價）爲１００%，再以其他各期爲指數期，進而求出指數價（即指數期的物價）與基價的百分比。基價有採用一天的物

價的，也有採用一月、或數月，一年或數年的平均價的，這要看具體情況來決定。

本來任意抽出一天、一月，一年，都可以做爲基期，但最好是採取一有歷史意義的時期，如九一八之前，七七事變前，八一五後等等，這樣可便於將來做歷史性的研究。至觀察一般商號變化，則可用頭年十二月或本年一月的平均價。

§7　編製指數法一、綜合比率法

綜合比率法計算所得指數分下列兩種：

一、簡單綜合指數

計算步驟　（一）綜合基期物價

（二）綜合指數期的物價

（三）以基價之和除指數價之和，其結果即爲簡單綜合指數。把這三步總括起來，便得公式如下：

$$\text{簡單綜合指數}=\frac{\text{指數期物價之和}}{\text{基期物價之和}}\times 100$$

用例1

太行區山貨價格簡單綜合指數

商　品	單位	1942年價格	1944年價格
花　椒	斤	3.50	12.60
桃　仁	斤	3.00	24.10
蘇　皮	斤	3.00	44.60
植物油	斤	3.98	63.00
羊　毛	斤	4.62	31.60
柿　餅	斤	.50	40.10
瓜　子	斤	1.10	15.60
藥　材	斤	3.58	23.20
合　計		23.28	254.80

$$\frac{254.80}{23.28}\times 100=195.00\%$$

此法每因某一貨物的暴漲、暴跌，或一二過大單位的影響，而使指數喪失正確性，故以少用爲佳。

二、加權綜合指數

（一）將基期及指數期物價分別加權（即以權

數乘價格，權數或爲產量，或爲銷售量，詳後）

（二）分別綜合第一步所得基期及指數期之乘積。

（三）以基期各乘積之和，除計算指數期的乘積之和，再以１００乘之，其結果即爲加權綜合指數。

加權綜合指數爲實際應用中的善良指數。

用例２　**太行區出口山貨綜合加權指數**

商品	單位	1942年價格	1944年價格	權數	1442年合值	1944年合值
花椒	斤	3.50	12.60	1 880,784	6 582,744	23,697,878
桃仁	斤	3.00	24.10	3,222,072	9,666,216	77,651,935
蔴皮	斤	3.00	44.60	629,621	1,888,863	28,081,097
植物油	斤	3.98	63.00	437,598	1,741,640	27,568,674
羊毛	斤	4.62	31.60	125,263	578,715	3,958,311
柿餅	斤	.50	40.10	3,027,947	1,513,974	121,420,675
瓜子	斤	1.10	15.60	163,553	179,908	2,551,427
藥材	斤	3.58	23.20	482,461	1,727,210	11,193,095
合計					23 879,270	296,123,092

$$\frac{1944年合值}{1942年合值}\times 100=\frac{296,123,092}{23,879,270}\times 10.0=1240.00\%$$

§８　編製指數法二、簡單比率法

甲、簡單比率算術式指數

（一）計算指數期各物價的百分數——即以基期物價除計算期物價，再以１００乘之。（此等百分數即爲比率）

（二）綜加第一步所得各百分比

（三）以物品的項數除第二步所得百分比之和，其結果即爲簡單比率算術式指數。

用例1 長治市物價簡單比率算術式指數

商品	單位	1946年12月下旬價格	1947年1月上旬價格	1947年1月上旬價格百分比
小米	斤	23.00	23.00	100.00
小麥	斤	33.00	41.65	126.21
棉花	斤	254.00	270.00	106.30
土布	尺	170.00	193.00	113.53
植物油	斤	225.00	235.00	104.44
海鹽	斤	137.25	138.75	101.09
羊皮	斤	153.75	182.00	118.21
合計				769.78

1947年1月上旬合計價比，以商品項數除之，769.78÷7=109.42此即簡單比率算術式指數。

此法易於計算，但亦易受不重要數量的影響，且具有偏上性。因爲物價上漲，可漲至十倍百倍（即一千分、一萬分）；然物價下跌至一倍（即一百分）時，物價已經等於零了。

乙、簡單比率中位數式指數

（一）計算指數期中各數的百分比——將各物價以基價除之，再以一百乘之。

（二）將第一步所得的百分比，按大小順序排列起來。

（三）檢查中位數，此即簡單中數式指數。

依前節簡單算術式指數之例，將其百分比序列如下：

１００.００ １０１.０９ １０４.４４ １０６ ３０ １１３.５３ １１８.２１ １２６.２１	因三數大於１０６.３０，而三數小於１０６.３０，故１０６.３０爲所求之中位數式指數。

此種計算法，亦受偏上性的影響，但不受非常大小數量的影響。若欲了解極端數量即變化甚大之數量如何影響於指數時，此法即不適用。又、包括物價不及五十種時，中位法即不可靠。

丙、簡單比率幾何式指數

（一）計算指數期中各數的百分比——將各物價以基期同物之基價除之，再以１００乘之。

（二）檢查第一步所得各百分比率的對數。

（三）求第二步所得各對數之和。

（四）將第三步求得之和，以項數除之，亦即求得對數平均數。

（五）檢查第四步求得數的眞數，此即簡單比率幾何式指數。

用例 2　長治市物價簡單比率幾何式指數

商　品	單位	1946年12月下旬價格	1947年1月上旬價格	1947年1月上旬百分比	百分比對數
小　米	斤	23.00	23.00	100.00	2.00000
小　麥	斤	33.00	41.56	126.21	2.10109
棉　花	斤	254.00	270.00	106.30	2.02653
土　布	尺	170.00	193.00	113.53	2.05511
植物油	斤	225.00	235.00	104.44	2.01887
海　鹽	斤	137.25	138.75	101.09	2.00471
麻　皮	斤	153.75	182.00	118.21	2.07266
合　計					14.27897

（一）百分比的對數之和，以商品項數除之。

１４・２７８９７÷７＝２・０３９８５

（二）求２・０３９８５的眞數得１０９・６１，即所求之簡單比率幾何式指數。

幾何式指數計算比較複雜，然就數學理論講，最爲完善，無偏上趨勢，不受一二物價狂漲暴跌的影響。

§９ 編製指數法三、加權比率法

甲、加權比率算術式指數

（一）計算指數期中各數的百分數——將指數期中各物價以基期物價除之，以１００乘之。

（二）以各物價的權數乘此等百分數（加權種類見後）

（三）將第二步中所得之乘積綜加起來。

（四）將第三步綜計之和，以權數之和（１００）除之，即爲加權比率算術式指數。

此法改正了簡單比率算術式指數的偏上性，對各物的代表程度，視各物權數的大小而定。

加權比率算術式指數

商品	單位	1942年價格	1944年價格	1944年百分比	指定權數	權數乘百分比
花椒	斤	3.50	12.60	360.00	27.6	9936.00
桃仁	斤	3.00	24.10	803.30	40.5	32533.65
蔴皮	斤	3.00	44.60	1486.70	7.9	11744.93
植物油	斤	3.98	63.00	1582.90	7.3	11555.17
羊毛	斤	4.62	31.60	683.90	2.4	1641.36
柿餅	斤	0.50	40.10	8020.00	6.3	50526.00
瓜子	斤	1.10	15.60	1418.20	.8	1134.56
藥材	斤	3.58	23.20	648.00	7.2	4665.60
合計					100.00	123737.29

123737.29÷100＝1237.37（即所求加權比率算術式指數）

乙、加權比率幾何式指數

(一)將計算指數期中的各數,以基期同數的百分數表示之。

(二)檢查第一步求得所有百分比率的對數。

(三)以權數,分乘所有的對數。

(四)將第三步所得之各積數綜計起來。

(五)將第四步所得各對數之和,以權數之和(100)除之。

(六)檢查第五步所得數之眞數,即爲加權比率幾何式指數。

此法就數理而論,是計算指數最完善的方法,但以計算繁雜至今未被常用。

加權比率幾何式指數

商品	單位	1942年價格	1944年價格	1944年百分比	百分比的對數	指定權數	權數乘百分比的對數
花椒	斤	3.50	12.60	360.0	2.55630	27.6	70.55388
桃仁	斤	3.00	34.10	803.3	2.90488	40.5	117.64764
蘇皮	斤	3.00	44.60	1486.7	3.17229	7.9	25.06109
植物油	斤	3.98	63.00	1582.9	3.19945	7.3	23.35599
羊毛	斤	4.62	31.60	683.9	2.83499	2.4	6.80398
柿餅	斤	0.50	40.10	8020.0	3.90417	6.3	24.59627
瓜子	斤	1.10	15.60	1418.2	3.15174	.8	2.52139
藥材	斤	3.58	23.20	648.0	2.81158	7.2	20.24338
合計						100.0	290.78362

290.78362÷100=2.90784,其眞數爲308.8(即所求加權比率幾何式指數)

§10　指數加權的方法

編製指數所應用的權數有三種：

（一）物量權——對於每種物價，以其基期的生產量、銷售量、或消費量做爲權數，適用於綜合比率法。

（二）價值權——將各商品的價格，以基期的物量乘之，再綜加第一步求得各數，然後將基期各貨值，以合計貨值的百分數表示之。(附表）

（三）指定權——僅可用於粗作的指數，隨編者的意圖指定。

指數加權必須有相當大量，相當精確的調查工作才行，如果用『假定』，或『差不多』來加權，反不如採用簡單法了。一般的說，若能採用簡單比率幾何式指數就很有可觀了。

價　值　權　計　算

商　品	單位	1942年價格	出口量	1942年貨值	貨值百分比
花　椒	斤	3.50	1,880,784	6,582,744	27.6
桃　仁	斤	3.00	3 222 072	9,666,216	40.5
蘇　皮	斤	3.00	629,621	1,888 863	7.9
植物油	斤	3.98	437,598	1.741,640	7.3
羊　毛	斤	4.62	125,263	578.715	2.4
柿　餅	斤	0.50	3,027.947	1.513,974	6.3
瓜　子	斤	1.10	163,553	179.908	.8
藥　材	斤	3.58	482,461	1,727,210	7.2
合　計				23.879,270	100.0

§11 生活費指數編製法

編製生活費指數相當麻煩，玆以東北銀行編製的哈爾濱市市民生活費指數為例，說明如下：

甲、選擇對象

1. 工人私營企業中的鐵工，機械修理、製粉、製油、木工、泥瓦工、印刷、染織、被服、捲煙、等工人共一〇五戶。

公營企業中的鐵路、郵政、電話、電業、電車、汽車、自來水等工人共七八戶。

2. 職（店）員及小商人

機關團體公營企業學校之職教員共七四戶。

小商人及私營商店各行業之店員共五十戶。

3. 貧 民

貧苦下層市民包括街頭小販、車夫、無固定僱主之零工，及其他無職業之貧民共三十戶。

4. 中等階層

包括中小商業主，大學教授，醫生，及其他收入富裕的自由職業者計二十七戶。

乙、各階層人口比重

工人二三•二七%職店員小商人 四二•八五% 貧民二六•八三%中等階層七•〇五%。

丙、標準家庭之規定

戶主男三十歲——四十歲消費單位一•〇
妻二十五歲——三十歲消費單位〇•九
子 八歲——十歲 消費單位〇•七
女 二歲——四歲 消費單位〇•四
計 三•〇

丁、消費品目及比重（權數）之判定

根據各家庭生活費調查（家計簿法）衣著費及雜費，參照最低定量消費理論上的方法制定之。

戊、各階層的總平均指數

按各階層各品消費比重之人口數加權，

已、指數計算方法

算術加權綜合平均法計算公式如下：

$$\frac{\Sigma\text{（計算期各品價格}\times\text{比量）}}{\Sigma\text{（基期各品價格}\times\text{比量）}}\times 100$$

庚、加權方法

各家庭月間平均消費比量加權。各階層每月平均消費比量詳見後表。

辛、消費品類

五類，九分類，七四項，佔各家庭消費總付出百分之九十六。未加入者爲交際負担等雜費及其他比例微小之品目。選入品類細目如後表。

壬、基 期

以一九四七年七月至同年十二月六個月平均爲一〇〇，

癸、物品採用價格

以市場零售價格計算，（電費、房租、報紙、郵費、車費例外。）

哈爾濱市民生活月間

(1947年7月至

類別	品名	單位	各階層平均 消費比量	各階層平均 消費金額	工人 消費比量	工人 消費金額
主食品類	大米	斤	4.1	1,221.47	5.2	1,549.18
	白面	斤	5.3	1,490.20	7.0	1,968.19
	高粱米	斤	61.9	10,626.37	71.9	12,343.07
	苞米面	斤	27.5	4,338.13	28.0	4,417.00
	小米	斤	14.8	2,245.90	14.6	2,215.55
	苞米糌子	斤	5.5	807.57	3.7	543.27
	綠豆	斤	1.6	263.33	1.3	213.95
	小豆	斤	2.0	251.34	0.7	87.97
	饅頭	斤	0.5	192.5	0.4	154.00
	面包	斤	0.3	101.45	0.2	67.63
	尖餅	斤	0.6	84.00	0.9	126.00
	面條	斤	0.2	89.17	0.3	133.75
	小計			21,711.43		23,819.56
副食品類	猪肉	斤	2.09	1,237.38	2.33	1,379.48
	牛肉	斤	0.73	355.33	0.58	282.32
	白菜	斤	14.23	519.40	12.75	465.38
	土豆	斤	11.05	506.09	9.33	426.85
	蘿蔔	斤	11.72	474.66	15.42	624.51
	雞蛋	個	2.70	163.57	1.92	116.33
	粉條	斤	0.86	274.19	0.92	293.33
	豆付	塊	13.80	388.75	15.00	422.50
	大豆	斤	4.93	497.93	4.50	454.50
	鹹菜	斤	13.20	1,881.00	16.17	2,305.89
	小計			6,298.30		6,770.99

消費數量金額表　（1）

12月平均)　　　　　　標準家庭消費人口 3.0,

職（店）員		貧民		中等階層	
消費比量	消費金額	消費比量	消費金額	消費比量	消費金額
4.8	1.430.02	1.4	417.09	6.7	1,996.06
6.3	1.771.37	1.4	393.64	8.6	2,418.06
63.2	10.849.54	53.1	9.115.68	54.3	9.421.68
24.2	3 817.55	34.7	5.473.93	18.8	2.965.70
17.2	2,610.10	10.7	1,623.73	15.8	2 397.65
4.6	675.42	9.8	1,438.93	1.0	416.83
2.3	378.53	—	—	3.9	641.86
3.4	427.28	—	—	4.9	615.78
0.7	269.50	—	—	1.3	500.50
0.5	169.09	—	—	0.8	270.54
0.3	42.00	0.6	84.00	1.2	168.00
0.4	178.33	—	—	0.7	312.08
	22,618.73		18,547.00		21,754.74
24.2	1,432.76	0.67	396.67	4.92	2,912.89
0.75	365.06	0.25	121.69	2.92	1,421.31
14.50	529.25	5.25	191.63	51.50	1.879.75
13.00	594.75	8.50	388.88	14.50	663.38
10.83	438.62	9.58	387.99	13.17	533.39
3.50	212.04	0.42	25.45	9.08	550.20
1.08	344.34	0.25	79.71	1.50	478.25
14.50	408.42	7.00	197.17	30.83	868.38
4.08	412.08	7.58	765.58	1.25	126.25
13.58	1,935.15	11.17	1591.73	8.17	1,164.23
	6,672.47		4,146.50		10,598.03

哈爾濱市民生活月間

(1947年7月至

類別	品名	單位	各階層平均 消費比量	各階層平均 消費金額	工人 消費比量	工人 消費金額
調味嗜好品類	豆油	斤	2.30	1,199.45	2.17	1,136.00
	食鹽	斤	3.00	870.51	2.92	847.29
	醬油	斤	1.50	228.87	1.75	267.02
	大葱	斤	11.00	577.50	12.83	673.58
	白糖	斤	0.10	149.27	0.10	149.27
	燒酒	斤	0.44	302.87	0.58	399.23
	黃菸	斤	0.57	313.79	0.92	506.46
	烟捲	盒10支	3.59	957.35	4.17	1,112.00
	大醬	斤	2.21	363.17	2.33	382.89
	茶葉	斤	0.02	152.28	0.0008	6.09
	面鹼	斤	0.22	23.03	0.2	20.93
	小計			5.138.09		5,500.76
衣著類	白細布	尺	1.33	1,905.86	1.49	2,135.14
	白粗布	尺	0.54	435.72	0.26	209.79
	青細布	尺	1.11	1,794.50	1.39	2 247.17
	青粗布	尺	1.04	1,012.26	1.64	1,596.26
	青斜文布	尺	0.30	699.75	—	—
	藍士林布	尺	0.55	1,332.79	0.61	1,418.13
	蔴線布	尺	0.03	125.00	—	—
	棉花	斤	0.30	1.344.55	0.28	1,254.91
	線	斤	0.05	613.25	0.05	613.25
	皮鞋	雙	0.02	351.90	—	—
	布鞋	雙	0.33	2,678.50	0.38	3,084.33
	襪子	雙	0.36	453.84	0.36	453.84
	小計			12,747.92		13.012.87
光熱費	原煤	斤	172	2,292.76	167	2 226.11
	塊煤	斤	82	1,763.00	109	2.343.50
	松木柈	斤	90	1,323.90	92	1,813.32
	雜木柈	斤	42	582.54	45	624.15
	火柴	小盒	44	204.95	4	186.32
	電燈	度	40	600.00		600.00
	小計			6,767.15		7,793.40

消費數量金額表 （2）

12月平均） 標準家庭消費人口 3.0,

職（店）員		貧民		中等階層	
消費比量	消費金額	消費比量	消費金額	消費比量	消費金額
2.25	1,177.88	1.50	785.25	6.00	3,141.00
2.83	721.18	3.25	943.05	3.00	870.50
1.83	279.22	0.33	50.35	3.08	469.96
11.42	599.55	9.83	516.08	6.33	332.33
0.10	149.27	0.008	11.94	0.40	597.07
0.42	289.10	0.16	110.13	1.25	860.42
0.33	181.67	0.75	412.88	0.17	93.59
3.33	888.00	9.50	133.33	15.00	4,000.00
1.92	315.52	2.17	438.78	1.75	587.58
0.017	129.44	—	—	0.167	1,271.51
0.26	27.21	0.10	10.47	0.47	50.86
-	4,758.04		3 412.26		11,974.82
1.70	2,436.07	0.54	773.81	1.54	2,206.79
0.21	169.45	1.37	1,105.44	0.19	153.31
1.55	2,505.84	0.17	274.83	1.12	1,810.67
0.62	603.46	1.47	1,430.80	—	—
0.49	1,142.93	—	—	1.37	3,195.53
0.71	1,720.51	—	—	1.44	3,489.48
—	—	—	—	0.81	1,687.50
0.32	1,434.18	0.24	1,075.64	0.39	1,747.91
0.04	490.60	0.07	858.55	0.03	367.95
0.02	351.90	—	—	0.18	3,167.10
0.35	2,840.83	0.29	2,353.83	0.22	1,785.67
0.39	491.66	0.19	239.53	0.75	945.50
	14,187.43		8 112.43		20,557.41
180	2 399.40	1.42	1,892.86	261	3,476.13
87	1,870.50	35	752.50	136	2,924.00
101	1,485.71	74	1 088.54	78	1,147.38
31	429.97	34	471.58	126	1,747.62
4.7	218.93	0.9	135.08	9.1	423.88
	600.00		600.00		600 00
	7,004.51		4,940.56		10,319.01

哈爾濱市民生活月間

(1947年7月至

類別	品名	單位	各階層平均		工人	
			消費比量	消費金額	消費比量	消費金額
房居什器類	房租	平方米	10	333.33	12	400.00
	飯鍋	口	0.07	13.42	0.06	11.50
	飯盌	個	0.20	129.77	0.22	142.74
	水桶	個	0.03	19.00	0.02	12.66
	水壺	把	0.02	9.33	0.02	9.33
	爐子	個	0.03	24.00	0.03	24.00
	煙筒	節	0.17	86.42	0.15	76.25
	炕席	領	0.03	122.50	0.03	122.50
	笤箒	把	0.15	105.00	0.17	119.00
	小計			842.77		917.98
雜費	理髮	次	1.64	533.00	1.67	542.75
	洗澡	次	0.55	137.50	0.50	125.00
	肥皂	塊	0.69	207.00	0.83	249.00
	毛巾	條	0.14	202.37	0.13	187.92
	牙粉	包	0.37	9.87	0.33	8.80
	門診	次	1.36	181.33	2.00	366.66
	阿斯匹林	一月量	1.02	323.00	1.50	475.00
	健胃劑	一月量	2.04	544.00	3.00	800.00
	影劇票	次	0.66	148.50	0.58	130.50
	報紙	月費	0.03	30.00	0.02	20.00
	鉛筆	支	0.28	71.63	0.25	63.96
	白紙	張	3.88	38.49	3.08	30.55
	車費	次	8.11	373.06	8.08	371.68
	郵費	次	0.60	6.00	0.67	6.70
	小計			2,865.75		3,378.52
	總計			56,311.41		61,194.08

消費數量金額表 （3）

12月平均） 標準家庭消費人口 3.0,

職（店）員		貧民		中等階層	
消費比量	消費金額	消費比量	消費金額	消費比量	消費金額
10	400.00	8	250.00	18	600.00
0.03	5.75	0.04	7.66	0.10	19.16
0.10	64.88	0.08	51.91	0.42	272.51
0.01	6.33	0.02	12.66	0.04	25.33
0.09	42.00	0.02	9.33	0.04	15.50
0.01	8.00	0.02	16.00	0.06	48.00
0.08	40.66	0.10	50.83	0.39	198.25
0.01	40.83	0.02	81.66	0.06	245.00
0.07	49.00	0.08	56.00	0.25	175.00
	657.45		536.05		1,598.75
1.67	542.75	1.33	432.25	2.5	812.50
0.67	167.50	0.08	20.00	1.83	457.50
0.83	249.00	0.17	51.00	1.33	399.00
0.17	245.74	0.08	15.46	0.25	361.38
0.50	13.34	0.08	2.13	0.83	22.14
1.33	177.33	0.67	89.33	2.00	366.66
1.00	316.67	0.50	158.34	1.50	475.00
2.00	533.34	1.00	266.67	3.00	800.00
0.38	186.75	0.17	38.25	1.75	393.75
0.05	50.00	—	—	0.02	20.00
0.42	107.45	—	—	0.67	171.41
4.67	46.33	1.58	15.67	10.50	104.16
11.78	509.68	1.17	53.82	16.50	759.00
0.77	7.50	0.17	1.70	1.17	11.70
	3,153.38		1,244.80		5,154.20
	59,052.01		40,939.60		81,956.96

哈爾濱市民生活

年	月	各階層平均 消費金額	各階層平均 指數	工人 消費金額	工人 指數
一九四七	7月—12月平均	56,311.41	100.00	61,194.08	100.0
	7月	44,121.12	78.35	47,278.84	77.26
	8月	44,310.63	78.69	47,678.21	77.91
	9月	47,727.57	84.76	51,492.50	84.15
	10月	55,734.33	98.92	59,874.87	97.84
	11月	69,143.96	122.78	74,467.41	121.69
	12月	76,919.06	136.60	83,190.69	135.95
一九四八	1月	70,817.05	125.76	76,733.65	125.39
	2月	74,139.62	131.66	80,506.34	131.56
	3月	95,017.14	168.74	103,419.91	169.00
	4月	143,535.04	254.90	156,993.01	256.55
	5月	187,651.95	333.24	202,447.74	330.83
	6月	265,263.70	471.60	287,569.67	669.93
	7月	350,146.07	621.80	387,688.80	633.54
	8月	498,898.00	870.00	539,359.00	881.40
	9月	672,745.00	1,194.70	731,274.00	1,195.00
	10月	774,119.00	1,374.70	830,129.00	1,356.60

費指數統計表

貧民		職（店）員		中等階層	
消費金額	指數	消費金額	指數	消費金額	指數
40,939.60	100.00	59,052.01	100.00	81,956.96	100.00
13,654.76	77.33	46,236.16	78.30	66,022.20	80.56
31,380.83	76.65	46,656.02	79.01	66,676.49	81.36
33,658.66	82.22	50,296.34	85.17	71,677.82	87.46
41,377.52	101.07	58,526.52	99.11	80,175.18	97.83
51,907.79	126.30	72,065.90	122.04	97,927.20	119.49
56,567.50	138.17	82,705.47	140.06	108,645.36	132.57
49,946.05	122.00	75,882.55	128.42	165,072.70	128.20
51,573.31	125.97	79,216.86	134.15	111,428.14	135.96
66,932.40	163.49	102,652.34	173.83	141,686.44	172.88
103,272.42	252.26	162,155.51	274.60	208,531.08	254.44
132,427.26	323.47	199,903.95	338.52	274,669.49	335.14
200,935.68	490.81	276,907.55	468.92	364,277.76	444.47
264,188.54	645.31	369,127.67	625.09	474,441.29	578.90
369,582.00	902.70				
492,010.00	1,201.80				
545,456.00	1,332.30				

第七章　差異數

§1　什麼叫差異數

有了代表數，我們可以迅速明確地了解一個數列的情況。但數列的每一項，決不能都和代表數一致，只是大多數密集在它的傍邊，數值和它近似罷了。若這些數量愈和它靠近，和它相差愈小，它的代表性就越大；反之密集在它傍邊的數量愈小，各項和它相差越大，它的代表性就越小。所以要測定代表數代表性的大小，就必須考查各項與代表數之間的差異，就整個數列計算所得表示這種差異的數字，便叫差異數。就下例便可很清楚地看出這種需要：甲、乙、丙三工人的工資爲每月49元、50元、51元，丁、戊、已三工人爲10元、50元、90元，若只就平均數，中位數來看，兩組情形相同，都是50元。但實際第一組高低相差無幾，而第二組則大小懸殊太甚。由此可見，要更進一步清晰地顯示一個數列的構造，亦即要更進一步使人了解事實的眞實情况時，差異數——這種新工具，是如何迫切的需要了。又、這種新工具，不僅可以考驗代表數代表性的大小，並且還可以使人了解次數散佈的大體情況，因之也有人把差異數叫做散佈度。

§2　差異數的分類

用原有單位表示的叫做絕對差異數；用百分比表示的叫相對差異數或差異係數，在兩數列單位不同、性質不同、或單位雖同而代表數相差甚遠的時候，要作比較，便必須使用它。例如比較身長數列和體重數列那個差異較大，那麼身長以尺計，體重以斤

計，無法比較。又如身長數列和鼻長數列的差異數，假如都是一分，能夠就算二者的差異程度相同麼？要想解決這些困難，便非借重差異係數不可。

根據各項和代表數的差求出的差異數，有平均差和標準差兩種。用其它數字間接顯示差異數的大小的，有全距和四分位差兩種。

拿代表數去除差異數，便得差異係數。四分位係數則以Q與Q_1的平均數作分母。下邊便從差異數中最簡單的開始，逐一說明他們的求法。

§3　全距與四分位差

拿全距來測定差異，最爲簡單，但最不可靠。因爲一兩個最大數或最小數的增減，都能使它發生劇烈的變動，所以有時可用D_9-D_1來代替它。再者、由此不能了解數列的次數散佈情形。

計算四分位差的公式如下：

$$Q.\,D. = \frac{Q_3-Q_1}{2}$$

$$\text{四分位差} = \frac{\text{上四分位數}-\text{下四分位數}}{2}$$

$$Q'.\,D'. = \frac{Q.\,D.}{\frac{Q_3+Q_1}{2}} = \frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}$$

$$\text{四分位係數} = \frac{\text{四分位差}}{\frac{\text{上下四分位數的和}}{2}} = \frac{\text{上下四分位數的差}}{\text{上下四分位數的和}}$$

在次數散佈對稱或略不對稱時，數列中約有50%的項底數值在M－Q. D.至M＋Q. D.這個範圍內，其餘的50%項底數值，一半在Q_1以下，一半在Q_3以上。所以Q. D.愈小，密集在代表數傍的數值就愈和代表數近似，代表數的代表性就愈大，反之代表性就小。

全距常用來表示股票價格的漲落，利率的升降等。又、我們的目的若僅在于測度各類事物主要部分的差異，而不注意它們兩

端的變化時，使用四分位差最爲適宜。

用例1　求振華工藝社工資的四分位差及四分位係數：

（1）　按第二章§7表3得 $Q_1=20$　$Q_3=34$

（2）　$Q_3-Q_1=14$

（3）　$Q.D.=\frac{14}{2}=7$ 皓

（4）　$Q_3+Q_1=54$

（5）　$Q'.D'.=\frac{7}{\frac{54}{2}}=\frac{7}{27}=25.92\%$

用例2　比較振華工藝社與六河溝煤礦工人工資差異底大小：

六河溝工資以米折斤計算，和前者性質不同，單位不同，所以必須用 Q'.D' 來比較。

（1）　按第五章§12六河溝工資表

$Q_1=258.21$　Q_3　372.64

（2）　$Q_3-Q_1=114.43$

（3）　$Q_3+Q_1=630.85$

（4）　$Q'.D'.=\frac{114.43}{630.85}=18.14\%$

$25.92\%>18.14\%$

故振華工藝社工資差異較大。

§4　平均差和標準差

平均差是各項和代表數之差的絕對值底平均數，因爲中位數比較容易求，並且以它爲標準求得的結果最小，所以多以中位數爲標準。但也有以平均數爲標準，而求各項和它的差去計算的。標準差也叫均方差，求法如下：將各項同平均數的差平方起來加在一起，除以項數再開方便得。在注意事物的極端差異時，要求這兩種差異數，而後者尤爲合式，現在說明它們的計算方法如下：

方法 I　普通數列平均差及標準差的求法

公式 1　$A.D.=\frac{\Sigma \overline{d}}{N}$　平均差 $=\frac{\text{各項與中數相差的絕對值底總和}}{\text{項　數}}$

公式 2　$A'.D'.=\frac{A.D.}{M}$　平均差係數 $=\frac{\text{平均差}}{\text{中位數}}$

公式 3　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma X'^2}{N}}$　（普通法）

標準差 $=\sqrt{\frac{\Sigma\text{（各項與平均數的差底平方）}}{\text{項　數}}}$

公式 4　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma X''^2}{N}-C^2}$　（簡捷法）

$$C=A-A'=\frac{\Sigma X''}{N}$$

標準差 $=\sqrt{\frac{\Sigma\text{（各項與假定平均數的差底平方）}}{\text{項　數}}-\text{校正數}^2}$

校正數 $=$ 平均數 $-$ 假定平均數 $=\frac{\text{各項假定平均數的總和}}{\text{項　數}}$

公式 5　$S'.D'.=\frac{S.D.}{A}$　標準差係數 $=\frac{\text{標準差}}{\text{平均數}}$

例題 1　求下列工人工資的平均數和標準差

工人	工資米 X（升）	平均差 (A.D.) $\overline{d}$ (M＝9)	標準差 (S.D.) 普通法 X' (A＝9)	普通法 X'²	簡捷法 (A'＝12) X''	簡捷法 (A'＝12) X''²
張	3	6	－6	36	－9	81
王	6	3	－3	9	－6	36
李	9	0	0	0	－3	9
趙	12	3	3	9	0	0
劉	15	6	6	36	3	9
合計	45	18		90	－15	135

平均差的計算

（1） $\frac{N+1}{2}=3 \quad M=9$

（2） 求各項的$\overline{d}$填入表中

（3） $\Sigma\overline{d}=18$

（4） 平均差$=\frac{18}{5}=3\cdot6$升

（5） 平均差係數$=\frac{3\cdot6}{9}=40\%$

標準差的計算

普通法

（1） $A=\frac{45}{5}=9$

（2） 求各項的 X' X'^2 填入表中

（3） $\Sigma X'^2=90$

（4） $\frac{\Sigma X'^2}{N}=\frac{90}{5}=18$

（5） 標準差$=\sqrt{18}=4\cdot24$

簡捷法

（1） $A'=12$

（2） 求各項的 X'' X''^2 填入表中

（3） $\Sigma X''=-15 \qquad C=\frac{-15}{5}=-3 \qquad C^2=9$

（4） $\Sigma X''^2=135$

（5） $\frac{\Sigma X''}{N}=\frac{135}{5}=27$

（6）　$\frac{\Sigma X''^2}{N}-C^2=27-9=18$

（7）　標準差$=\sqrt{18}=4\cdot24$

（8）　$A=A'+C=12-3=9$

（9）　標準差係數$=\frac{4\cdot24}{9}=47\cdot11\%$

簡捷法要先假定一個不帶小數的，使用簡便的數作平均數，在最後予以校正。本例的眞正平均數，原來就是整數，本無使用此法的必要，這裏所以這樣作，只是爲了說明這個辦法的程序而已。

方法 II　次數數列平均差及標準差的求法：

公式6　$A.D.=\frac{\Sigma(f\bar{d})}{N}$

$$平均差=\frac{\Sigma(次數同各項與中位數之差的絕對值底積)}{項\quad數}$$

公式7　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma(fX'^2)}{N}}$　　$N=\Sigma f$

$$標準差=\sqrt{\frac{次數同各項與平均數相差之平方的積底總和}{項\quad數}}$$

項數＝次數總和

公式8　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma(fX''^2)}{N}-C^2}$　（簡捷法）

$$C=\frac{\Sigma(fX'')}{N}\qquad N=\Sigma f$$

$$標準差=\sqrt{\frac{\Sigma(次數\times X''^2)}{項\quad數}-校正數^2}$$

用例1　就下表求振華工藝社工資的平均差、標準差及平均差係數、標準差係數

工資 X (單位飲)	人數 f	f'	平均差 (A, D) (M=27) $\overline{d}$	$f\overline{d}$	標準差 (S. D.) 普通法 fX	X' (A=26.76)	fX'²	簡捷法 X" (A'=27)	fX"	fX"²
40	1	1	13	13	40	13.24	177.30	13	13	169
38	5	6	11	55	190	11.24	631.70	11	55	605
36	3	9	9	27	108	9.24	256.14	9	27	249
34	6	15	7	42	204	7.24	314.52	7	42	294
32	1	16	5	5	32	5.24	27.46	5	5	25
30	3	19	3	9	90	3.24	31.50	3	9	27
27	3	22	0	0	81	0.24	0.17	0	151	0
25	2	24	2	4	50	1.76	6.20	−2	−4	8
23	2	26	4	8	46	3.76	28.28	−4	−8	32
20	7	33	7	49	140	6.76	319.88	−7	−49	343
18	4	37	9	36	72	8.76	306.95	−9	−36	324
16	2	39	11	22	32	10.76	231.55	−11	−22	242
13	3	42	14	42	39	13.76	568.02	−14	−42	588
	42			312	1124		2897.67		−161	2900

求A.D. （1） $\Sigma f=42$ $M=27$

（2） 求 $\bar{d}$ 及 $f\bar{d}$ 塡入表中

（3） $\Sigma(f\bar{d})=312$

（4） $A.D.=\frac{312}{42}=7.43$

（5） $A'D'=\frac{7.43}{27}=27.4\%$

求S.D. 普通法

（1） 求 fX. X'. fX' 塡入表中

（2） $\Sigma(fX)=1124$ $A=\frac{1124}{42}=26.76$

（3） $\Sigma(fX'^2)=2897.67$

（4） $\frac{\Sigma(fX'^2)}{N}=\frac{2897.67}{42}=68.99$

（5） $S.D.=\sqrt{68.99}=8.31$

簡捷法 （1） $A'=27$

（2） 求 X''. fX''. fX''^2 塡入表中

（3） $\Sigma(fX')=151-161=-10$

$C=\frac{-10}{42}=-0.24$ $C^2=(-0.24)^2=0.0576$

（4） $\Sigma(fX''^2)=2900$

（5） $\frac{\Sigma(fX''^2)}{N}=\frac{2900}{42}=69.0476$

（6） $\frac{\Sigma fX''^2}{N}-C^2=69.0476-0.0576=68.99$

（7） $S.D.=\sqrt{68.99}=8.31$

（8） $S'.D'.=\frac{8.31}{26.76}=31.0\%$

由上計算，可見利用假定平均數，能省却許多麻煩，單是計算標準差時，就用不着找出平均數，只要得出校正數來就行了。

方法 III　所與材料已製成分組次數表或需先製成分組次數表時，則按下列公式計算：這種材料計算的普通法，只要以中點代替各組去計算，其餘便完全和方法II相同，而且計算起來非常麻煩，所以這裏不再介紹它了。按公式10求出的標準差本不甚準確，需要再加校核，但所差甚微，而計算繁重，故一般即以此為止。

公式9　$A.D.=\frac{i\Sigma(fd')+(N_b-N_a)C}{N}$　$C=M-M'$

$$\text{平均差}=\frac{\text{組距}i\ \Sigma(\text{次數}\times\text{各組同M所在組相差組數})+(\text{小於M的總項數}-\text{大於M的總項數})\text{校正數}}{\text{項數}}$$

其中 M' 必須是M所在組中點

公式10　$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma(fd'^2)}{N}-C^2}\times i$　$C=\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}$

$$\text{標準差}=\sqrt{\frac{\Sigma(\text{次數}\times\text{各組同A' 所在組相差組數}^2)}{\text{項數}}-\text{校正數}^2}\times\text{組距}$$

用例2　就下表計算 A. D. 及 S. D.

G（死亡人數）	f（村數）		A. D. d'	A. D. f d'	S. D. d'	S. D. fd'	S. D. fd'^2
40—50	2		6	12	−6	−12	72
50—60	3		5	15	−5	−15	75
60—70	5		4	20	−4	−20	80
70—80	4	57=	3	12	−3	−12	36
80—90	8	N_b	2	16	−2	−16	32
90—100	10		1	10	−1	−10	10
100—110	25		0	0	0	−85	

110—120	16		1	16	1	25	16
120—130	12		2	24	2	24	48
130—140	7		3	21	3	21	63
140—150	8	51 =	4	32	4	32	128
150—160	4	Na	5	20	5	20	100
160—170	2		6	12	6	12	72
170—180	1		7	7	7	7	49
180—190	1		8	8	8	8	64
	108			225		140	845

此表係某省108村一年內一千人中死亡數

求 A. D. (1) $M=108.8 \quad M'=105$

$C=M-M'=108.8-105=3.8$

(2) $Nb-Na=57-15=6$

(3) $(Nb-Na)C=6\times3.8=22.8$

求 $\overline{d'}$ $f\overline{d'}$ 填入表中

(4) $\Sigma(f\overline{d'})=225 \quad i\Sigma=(f\overline{d'})=2250$

(5) $A.D.=\frac{2250+22.8}{108}=\frac{2272.8}{108}=21.04$

求 S. D. (1) $A'=105$

(2) $\Sigma(fd^2)=845$

求 d' f d' 填入表中 $N=108$

(3) $\frac{845}{108}=7.824$

(4) $C=\frac{140-85}{108}=\frac{55}{108}=.51 \qquad C^2=.2601$

(5) $\frac{\Sigma(fd^2)}{N}-C^2=7.824-.2601=7.5639$

(6) $S.D.=\sqrt{7.5639}\times10=2.75\times10=27.5$

在常態次數散佈或近似常態次數散佈的數列中，自M—A.D.

至M+A.D.的範圍內，約含有整個項數的57•5%，自A−S.D.至A+S.D.的範圍內，約含有整個項數的68•26%，自A−2S.D.至A+2 S.D.的範圍內，約含有整個項數的95%，自A−3 S.D.至A+3 S.D.的範圍內約含有整個項數的99%，所以6 S.D.約等於全距，在普通的計算中，根據這一點，可以驗算。A.D.和S.D.比較起來，前者受極端數量變化的影響較大，是其缺點，但計算較後者要簡易得多。

§5 差異數的應用

一、比較某種事項變動的大小，例如考察製造價賤的生活必需品的工廠和製造價值昂貴的奢侈品的工廠的歷年純益，可以發見前者的差異數甚小，後者的差異數甚大，就是說前者每年收益出入甚微，而後者則或多或少，捉摸不定。這種考察，對於一個工廠的製造方針的決定，很有幫助。又如要比較兩個地區那裏市場穩定一些，可以就它們近幾年來的物價指數，算出各自的差異數來比較。

二、比較某種事項差異的大小，例如比較兩個地區土地改革成績的優劣時，可以求出每人所得土地的差異數來，一看便知。又如和其它工廠比較之後，若本廠工資差異數太大，便當及時調整適當，以免影響工作進行。

§6 各種差異數的性質和關係

全距及四分位差，既易計算，且易了解，但不精確。平均差尚易爲一般人了解，計算已稍麻煩，標準差就精確與數學性質的完善來講，首屈一指，但計算太繁，且不易爲一般人所了解。就常態次數散佈講，各差異數間存在下列換算關係：

Q.D. =.6745　　S.D. =.8453 A.D.

S.D. =1.2533　　A.D. =1.4826 Q.D.

A.D. =.7979　　S.D. =1.1843 Q.D.

普通的次數散佈，完全符合於常態的很少，所以按照這種關係計算和直接計算，所得結果，常有差別。

§7 表示差異的洛倫式曲綫

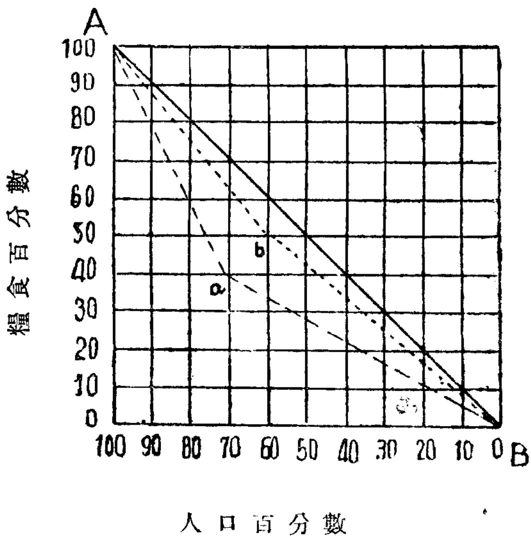
洛倫氏研究出來一種曲綫，可以顯示全體事物的差異，用來表示或研究人民土地以及其它財富的分配，工人間工資的分配，最爲有用。

這綫的作法如下：將人數求出總和，計算每組的人數佔總人數的百分比，把這些數字累積起來。再將人數同組中點相乘，求得各組應有物量，求物量的總和，及各物物量佔總物量的百分比，然後把這些百分比也累積起來。根據這兩行對應的累積百分數作圖便得。在作這圖時，要注意的是橫座標的尺度，和普通的畫法相反，0在右邊，往左邊去，按次遞增。若分配完全平均，各人所得相等，那麼圖示出來，便得以100爲邊的正方形底對角直綫AB，假如不是這樣，那麼便得曲綫a或b，曲綫離直綫愈遠，差異愈大，愈和直綫相近，差異愈小。

用例： **昌圖縣台子溝土改後每年收粮洛倫式差異計算表**

分得土地每人每年收穫量	人數	人數百分比	累積人數百分比	每組人共收糧數	每組人共收糧百分比	累計共收糧百分比	備考
500斤以下	9	1.8	1.8	3,600	.6	.6	實際上每人多收400斤
500— 700斤	22	4.5	6.3	13,200	2.1	2.7	
700— 900斤	36	7.3	13.6	28,800	4.6	7.3	
900—1100斤	92	18.7	32.3	92,000	14.6	21.9	
1100—1300斤	85	17.2	49.5	102,000	16.2	38.1	

1300—1500斤	111	22.5	72.0	155,400	24.7	62.8
1500—1700斤	102	20.7	92.7	163,200	25.9	88.7
1700—1900斤	21	4.3	97.0	37,800	6.1	94.8
1900—2100斤		0	0	0	0	0
2100—2300斤	14	2.8	99.8	308,00	4.8	99.6
2300—2500斤		0	0	0	0	0
2500—2700斤	1	.2	100.0	2,600	.4	100.0



第八章　偏態、差誤

§ 1　差異數的兩個聯帶問題

上章中講過了差異數，有了它，可以估計數列當中一項和代表數大體相差多少，但若再進一步追問另一方面，即這個由典型調查所得的代表數，和集團全體的代表數相差多少呢？還不能解答，又數列各項密集的區域，有了差異數也可想像，但次數散佈的對稱與否，也還不得而知。解決這兩個問題，就要靠偏態與差誤的助力。廣義的講，這兩種數字都算是差異數。前者顯示曲綫與常態的差異，後者顯示部分與全體的差異。本章便講述這兩種東西。

§ 2　什麼叫偏態？

偏態就是次數曲綫最高點不在正中，左右不對稱的那種狀態。現在看如何確定它的性質和大小。

從前曾經說過，在對稱的常態曲綫中，也就是說在次數散佈對稱的數列中，中位數，衆數，平均數三者合一。但在不對稱時，就不會是這樣。所以按照這幾個數在 x 軸上的相對位置，便可測知偏態的大小。

在平均數大於衆數時，叫做正的偏態。反之，衆數大於平均數時，則叫負的偏態。換句話說，次數散佈偏向左方，曲綫向右傾斜，叫做正的偏態，與此相反時，則叫負的偏態。

§ 3　什麼叫偏態係數？

正如差異數和差異係數一樣，偏態的測定也分偏態和偏態係

數。偏態用以測定偏態的絕對大小，和原數列單位相同。偏態係數用以測定偏態的相對大小，拿百分數來表示。偏態用來記述一個數列的偏態，偏態係數用來比較兩個不同性質、不同單位或差異數相差懸殊的數列的偏斜程度。不過差異係數是以代表數爲分母，而偏態係數則以差異數爲分母。

§4　偏態的計算

一、利用上述關於的皮爾生公式。

公式1　$K = A - MO$　　偏態＝平均數－衆數

公式2　$K' = \dfrac{K}{S.D.}$　　偏態係數＝$\dfrac{偏態}{標準差}$

但有時衆數很難確定，所以又根據平均數，中位數，衆數，三者間的關係，將公式1轉換爲下列形式，以便應用：

公式3　$K = 3(A - M)$　　偏態＝3（平均數－中位數）

除此以外，還有一種猶爾公式，利用四分位差計算偏態，因爲在完全對稱的次數散佈中，中位數和 Q_1、Q_3 的距離相等，否則就不相等。

公式4　$K = Q_3 + Q_1 - 2M$

偏態＝上四分位數＋下四分位數－2×中位數

公式5　$K' = \dfrac{K}{Q.D.} = \dfrac{2(Q_3 + Q_1 - 2M)}{Q_3 - Q_1}$

偏態係數＝$\dfrac{偏態}{四分位差} = \dfrac{2(上四分位數＋下四分位數－2\times中位數)}{上四分位數－下四分位數}$

而在公式5中，分子的2常被省掉，因爲偏態係數多用在兩個數列的比較，因之有2也好，去掉也滿可以，沒有什麼差別。

用列1　按前述振華工藝社工資表計算其工資數列底偏態。

（1）　$A = 26.76$　　$M = 27$

（2）　$A - M = -0.24$

（3）　$K = 3(-0.24) = -0.72$

（4） S.D. =8.31

（5） $K' = \frac{-0.72}{8.31} = -0.0866 = -8.66\%$

用例2 #按前述六河溝工資表，計算其工資數列的偏態和偏態係數。

（1） $Q_3 = 372.64$ $Q_1 = 258.21$ $M = 315.2$

（2） $K = 372.64 + 258.21 - 2 \times 315.2 = 0.45$

（3） $Q_3 - Q_1 = 372.64 - 258.21 = 114.43$

（4） $K' = \frac{0.45}{114.43} = 0.39\%$

§5 差誤的意義

我們在調查章裏，曾經說過普通所使用的調查方法，是典型調查法。以這種材料爲根據，計算所得的結果，和全體事實的眞實數值，不免有所出入，差誤就是這個計算數和眞正數的差，它的數值越小，二者愈相近，計算結果愈有價值，愈可靠。反之，它越大，便越無價值，越不可靠，因之也有人把它叫做可靠度。

§6 差誤的分類

差誤有兩種計算公式：一類根據標準差算出，叫做標準誤。一類再把前得結果乘以 0.6745，叫做機誤。德國人常用標準誤，英美多用機誤。比較起來，標準誤少乘一個 0.6745，簡便一些。

§7 差誤的計算

一、以標準差表示的標準誤

（一） 平均數的差誤

公式1. $\sigma_A = \frac{S.D.}{\sqrt{N}}$

$$平均數的標準誤 = \frac{標準差}{\sqrt{次數總和}}$$

用例　根據振華工藝社的工資均數估計長治市一般紡織工人的工資平均數。

（1）　$A=26.76$　$S.D.=8.31$　$N=42$

（2）　$\sigma_A=\dfrac{8.31}{\sqrt{42}}=1.28$　故知長市一般紡紗工人工資平均數，大概在 $26.76-1.28$ 至 $26.76+1.28$ 之間。

範圍再擴大一點，眞正平均數不在所求範圍內的機會就更少一些，在 $\pm3\sigma_A$ 的範圍，眞正平均數存在的可能，便近於必率。就上例來講，$3\sigma_A=3.84$，故長市紡織工人平均工資一定在 26.79 ± 3.84 飲的範圍內。不過這需要振華工藝社的工資確能代表全體，就是說，原來所取材料，必須是適當的典型，這個估計才會準確。

由上公式可見差誤的大小，和次數的多少很有關係，N 愈大差誤愈小，也就是說調查範圍愈廣，事實便愈顯明，所以次數是多多益善的。但反之，N 愈小，差誤愈大，一般說來，N 若小於 30，即不足以作爲估計的根據。

下邊那些公式的用法和意義，與此相同，不再一一舉例了。

公式 2　$\sigma_M=\dfrac{1.25\,S.D.}{\sqrt{N}}$

$$\text{中位數的標準誤}=\frac{1.25\times\text{標準差}}{\sqrt{\text{次數總和}}}$$

公式 3　$\sigma_{S.D.}=\dfrac{S.D.}{\sqrt{2N}}$

$$\text{標準差的標準誤}=\frac{\text{標準差}}{\sqrt{2\times\text{次數總和}}}$$

二、以 0.6745 S.D. 所表示的機誤

公式4 $p.E._A=0.6745\,\sigma_A$

平均數的機誤＝.6745× 平均數的標準誤

公式5 $p.E._M=0.6745\,\sigma_M$

中位數的機誤＝0.6745×中位數的標準誤

公式6 $p.E._{S.D.}=0.6745\,\sigma_{S.D.}$

標準差的機誤＝ .6745×標準差的標準誤

公式2，3，4，5，6 的計算，是假定次數散佈在常態條件下完成的。所以在使用它們時，要看事實的次數散佈是否常態，若非常不正常的話，準確就要差了。而公式1．則不受這種限制。

§8 事實與估計機率

在前節用例中，估計長治市全體紡織工人工資平均數，大概在26.76 ±1.28 這個範圍內，要想更明確地說明它究竟有多少可能性，在這個範圍內，則需使用機率。這些估計所得數字符合於事實的機率如下表：

根據σ估計所得機率表

範圍		±σ以內	±2σ以內	±3σ以內	±4σ以內	±5σ以內
機率	在此範圍內	$\frac{2.15}{3.15}$	$\frac{21}{22}$	$\frac{369}{370}$	$\frac{12819}{12820}$	$\frac{174398}{174399}$
	不在此範圍內	$\frac{1}{3.15}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{370}$	$\frac{1}{12820}$	$\frac{1}{174399}$

根據P.E.估計所得機率表

範圍		±P.E.以內	±2P.E.以內	±3P.E.以內	±4P.E.以內	±5P.E.以內
機率	在此範圍內	$\frac{1}{2}$	$\frac{4.6}{5.6}$	$\frac{22}{23}$	$\frac{142}{143}$	$\frac{1315}{1316}$
	不在此範圍內	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5.6}$	$\frac{21}{23}$	$\frac{141}{143}$	$\frac{1}{1316}$

註：

統計數字有時不能十分準確，但是却可知道這個數和實際情況比較起來，相差最大不超過某數。但究竟是高於實際，還是低於實際，則無從察知，這時可如下書寫：

統計數± 統計數與實際數相差最大限度

例如求得某村人數爲 427 名，但其中據說有二人到外村去了，也有人說，沒有人到外村去，但却有兩個外村親戚，也計算在內了。此時便可寫爲427±2.

第九章　相互關係

§ 1　數列各項間相互關係的圖解

假如數列的各項間，存在着等差關係或近似等差關係，那麼圖解出來，會得到一條直綫或近似直綫。反之，數列的圖解若是直綫，便可推知它的各項間存在着等差關係。假如數列的各項間存在着等比關係或近似等比關係，那麼在單對數紙上圖解出來，會得到一條直綫或近似直綫的曲綫；反之，在對數紙上圖解出來得到直綫的話，我們便可以推知數列的各項之間，存在着等比關係。

§ 2　兩個數列間相互關係的圖解

假如兩個數列的各項之間，維持着一定的差數時，圖解出來便得兩平行直綫，或等距曲綫，假如兩個數列的各項之間，存在着一定的和數時，圖解出來所得兩條曲綫，必然對稱於位於二曲綫之正中的那條直綫。假如兩個數列的各項之間成功一定的比例時，在單對數紙上圖解出來，必得兩條平行直綫或等距曲綫。翻過來說，在得到平行直綫的圖解時，可以推知二數列存在差數關係，若是這個圖是單對數圖的話，那麼便可推知存在倍數關係，在得到兩條對稱於位於其中的一綫底二代表綫時，可以推測出來二數列之間，存在和數關係。

§ 3　有關係和沒有關係

如上所述數列當中，項與項間，此一數列與彼一數列之間，可存在種種關係，但上邊所說的那些並沒有把一切情形包羅淨盡，除了那些以外，還有項與項間，數列與數列間存在着複雜的

函數關係，也有毫無關係的。此時數列中的各項，或大或小，沒有定則，兩數列的增，減，進，退，全不相干。

§ 4　相關的分類

一個數列的變動和其它數列的變動間底相互關係，簡稱相關。相關有如下幾種：

甲、按相關的數值性質來分，可以分作三種：

（一）零相關，就是不相關的意思。

（二）正相關，就是一個數列增加或減少時，其它數列也對應地增加或減少。也就是說一個數列跟着另一個數列正變。

（三）負相關，一個數列增加或減少時，它一數列對應地但反對地減少或增加，便叫負相關。也就是說一個數列跟着另一個數列反變。

乙、按相關的變動性質來分：可以分作兩種：

（一）直綫相關，二數列間的變動比例，爲一定數。

（二）曲綫相關，二數列間的變動比例，時時變動，沒有定數。前者如工人人數與生產量，後者如人的身長與年齡。工人人數增加一倍，生產量便可增加一倍，但身長之增加，則顯然在童年甚速，而至青壯則增加數量逐漸減少，終至停止。

曲綫相關應用較少，計算較難，所以本書予以省略，僅僅講述直綫相關。

§ 5　相關的考察方法

考察數列是否相關，有兩種辦法，一圖表法，二計算法。前者簡便易行，但無法求得形容相關大小的數字，後者用相關係數指示相關程度的高低，較爲精確，而計算較繁。相關係數最大值是＋1和－1，普通則在這兩個限度之間，至全不相關，則以0表示。

§ 6　工商統計中的相關

例如金融業務與一般營業的關係，銀行準備與利率的關係，物價與工資的關係，貨物供求與物價升降的關係等，都需應用統計研究。考察相關的原因，測定它的程度，推測它們變動的先後，在工商統計中都是非常重要的。然而計算相關，相當繁難，所以只就重要而且簡易的辦法，說明一下。

§7　就歷史綫圖考察相關

研究經濟現象的相關，常就歷史曲綫考察，而不借重計算（因為數學計算，過於強硬，缺少彈性，不僅非常麻煩，有時亦不符合事實）。歷史曲綫法，即將一個歷史曲綫，置於另一歷史曲綫之上，比較兩者的升降起伏，而其間相關，不難瞭如指掌。普通的紙，如嫌太厚，則可使用透明紙。二曲綫增減趨勢符合的，是正相關。相反的，是負相關；沒有顯明對應的，是0相關。若必需將乙曲綫前移若干時期，才可以和甲曲綫對比關聯時，則可說乙曲綫落後若干時期。

§8　散播圖

下圖將二事實作於兩個軸上，按照二數列中對應的數值，定出各點。這樣的圖，便叫散播圖。在作這種圖時，要慎重規定縱橫尺度的大小，否則就不會得出合宜的圖形。什麼是合宜的圖形呢？第一、通過點羣當中的一條直綫，要和 x 軸成 45° 的交角。第二、點羣要密集在一個狹窄地帶。當然，這還要看原來的事實如何。要使所得的圖形符合於第一條件，有一個簡便方法可取，即依兩種事實全距的反比，定兩尺度的大小。例如 x 軸所表事實為棉花出產額，全距為四百萬斤，而 y 軸所表事實為棉花價格，全距為 500 元，兩個數列全距的反比為 $500 : 4\times10^6 = 1 : 8000$，故若於 y 軸上以一單位表 5 元，則 x 軸上的一單位應表 $5\times8000 = 4\times10^4$ 斤。若圖上黑點非常散漫，則表明相關程度很低，或 0 相關，至若散播帶成功平行於 x 或 y 軸的條形，則更清晰顯示二者

毫不相關。但若散佈帶非希狹窄，且從原點伸展至右上隅，則爲正相關，反之若自左上隅向下伸展至右下隅則爲負相關。

圖1 高度正相關畝數與產麥量之關係

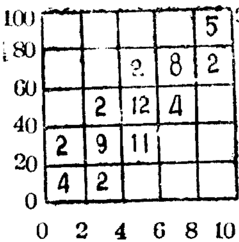


圖2 高度相關麥價與產量之關係

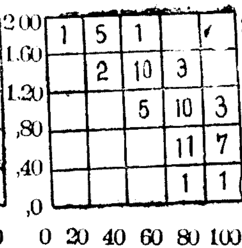


圖3低度或零相關每畝產麥量與戶口之關係

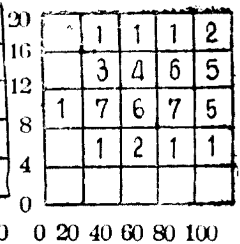


表1　畝數與產麥量的相關

產額	畝數		（百萬畝）		
（百萬斗）	0—2	2—4	4—6	6—8	8—10
80—100					5
60—80			2	8	2
40—60		2	12	4	
20—40	2	9	11		
0—20	4	2			

表2　麥價與產量的相關

麥價（每斗幾元）	麥產量		（百萬元）		
	0—20	20—40	40—60	60—80	80—100
160—200	1	5	1		
120—160		2	10	3	
80—120			5	10	3
40—80				11	7
0—40				1	1

§9　相關表

將二數列記載於同一表中，便得相關表。如何規定這種表的尺度比例，換句話說，如何確定兩數列組距的比例，答案是和前節尺度比例的定法相同。下列三表表明三種相關，表1爲高度正相關，表2爲高度負相關，表

3爲低度相關或0相關。這三表的材料，和前節三個圖的材料相同。這種表的行上所記組距與由大到小排列。

表3　每畝麥產量與人口的相關

麥產量	人口（百萬人）				
（每畝幾斗）	0—20	20—40	40—60	60—80	80—100
16—20		1	1	1	2
12—16		3	4	6	5
8—12	1	7	6	7	5
4—8		1	2	1	1
0—4					

§10　數理計算法　　方法I，相應增減法。

公式1　$R=\pm\sqrt{\pm\frac{2e-n}{n}}$

$$相應相關係數=\pm\sqrt{\pm\frac{2\times 相應分數-n}{n}}$$

當 $\frac{2e-n}{n}$ 爲正時，取正號，爲負時，則取負號。

相應法適用於時間數列時，若某一項比前一項大，則在增減行下記一"十"號，若比前一項小，則記一"一"號。二數列的增減行下，如果同時記"十"或"一"，則記相應一分。一"十"、一"一"則記不相應一分。而在某項數值和前邊一項相同的時候，則在增減行下記0，然後在相應與不相應內各記半分。

相應法適用於它種數列時，則拿數列中的各項同平均數比較，較大的記"十"，較小的記"一"，相同的記0，以下按照上述辦法處理便得。

本法簡單容易，但只可供決定相關的正負用，數值不够精確。

用例1

年份	工人數		生產總數		相應分數	不相應分數
	實數	增減	實數	增減		
1941	135	—	500箱			
1942	124		300	—	1.0	
1943	124	○	350	+	0.5	
1944	130	+	310	—		0.5
1945	145	+	400	+	1.0	1.0
合計					2.5	1.5

(1) 填寫增減欄下之"十""—"號

(2) 記出相應不相應分數

(3) $c=2.5$

(4) $n=2.5+1.5=4$

(5) $\frac{2c-n}{n}=\frac{5-4}{4}=\frac{1}{4}$

(6) $R=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}=0.5$

用例2 一九四五年太行區農業合作貸款的相關

分區	農業貸款 實數	農業貸款 比較 (A＝18.75)	合作貸款 實數	合作貸款 比較 (A＝8.75)	相應分數	不相應分數
一	15十萬	—	7十萬	—	1	
二	20	+	10	+	1	
三	15	—	7	—	1	
四	15	—	9	+		1
五	15	—	12	+		1
六	15	—	15	+		1
七	25	+	5	—		1
八	30	+	5	—		1
合計	150		70		3	5

(1) 求農貸合作貸款的總數

(2) 農貸的 $A=\frac{150}{8}=18.75$ 合作貸的 $A=\frac{70}{8}=8.75$

(3) 將各數同 A 比較填寫比較欄下的"十""—"號

(4) 填記相應與不相應分數

(5) $c=3$

（6）　$n=3+5$

（7）　$\frac{\Sigma c-n}{n}=\frac{2\times 3-8}{8}=\frac{-2}{8}=-\frac{1}{4}$

（8）　$R=-\sqrt{-\left(-\frac{1}{4}\right)}=-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}=-0.5$

由用例1的結果可知工人和生產總額之間存在正相關，而由用例2的結果，則知農業貸款和合作貸款是負相關。

方法11　皮爾生相關係數法。

公式2　$\gamma=\frac{\Sigma X'Y'}{\sqrt{\Sigma X'^2\Sigma Y'^2}}$

$$相關係數=\frac{\Sigma（X數列各項與其A的差XY數列各項與其他A的差）}{\Sigma(X數列各項與其A的差間平方)\Sigma(Y數列各項與其A的差底平方)}$$

用例　按下表計算甲乙兩種運動分數的相關

姓氏	甲種運動分數 X	乙種運動分數 Y	$X-A_X$ ($A_X=19$) Y'	$Y-A_Y$ ($A_Y=13$) Y'	X'^2	Y'^2	X' Y' +	X' Y' −
趙	15.0	10.0	−4.0	−3 0	16 00	9.00	12.0	
錢	15.5	10.0	−3.5	−3.0	12.25	9.00	10.5	
孫	16.0	6.0	−3.0	−7.0	9.00	49.00	21.0	
李	17.5	10.0	−1.5	−3.0	2.25	9.00	4.5	
周	17.5	11.0	−1.5	−2.0	2.25	4.00	3.0	
吳	17.5	18.5	−1.5	+5.5	2.25	30.25		8.25

鄭	18.5	11.0	−0.5	−2.0	0.20	4.00	1.0	
王	19.5	13.0	0.5	0.0	0.25	0.00		
馮	20.5	10.0	1.5	−3.0	2.25	9.00		4.50
陳	20.5	13.0	1.5	0.0	2.25	0.00		
褚	20.5	20.0	1.5	+7.0	2.25	49.00	10.5	
魏	22.0	17.5	3.0	+4.5	9.00	20.25	13.5	
姜	23.5	16.0	4.5	+3.0	20.25	9.00	13.5	
沈	24.0	18.0	5.0	+5.0	25.00	25.00	25.0	
合計	268.0	184.0			105.50	226.50	11.45	12.15
平均	19	13						

（1） $\Sigma X = 268 \quad \Sigma Y = 184$

（2） $A_X = \frac{268}{14} = 19 \quad A_Y = \frac{184}{14} = 13$

（3） 求 X', Y'. $X'^2, Y'^2\ X'Y'$ 記入表中

（4） $\Sigma X'^2 = 105.5 \quad \Sigma Y'^2 = 226.50$

$\Sigma X'Y' = 114.5 \quad -12.75 = 101.75$

（5） $r = \frac{101.75}{\sqrt{105.5 \times 226.5}} = \frac{101.75}{154.6} = 0.66$。

這個公式比較簡捷適用。

又在時間數列的相關計算中，XY兩個數列常為原來數値與其繼動均數之差，現以抗日時期棉花與土布相關為例，說明如下：

抗戰中涉縣索堡鎮棉花土布相關計算

年　月	棉花 指數	棉花 繼動均數 X	棉花 繼動均數與原值差 X'	棉花 X'^2	土布 指數	土布 繼動均數 Y	土布 繼動均數與原值差 Y'	土布 Y'^2	X' Y'
1937.12	110				133				
1938. 4	110	117	— 7	49	200	222	—22	484	+154
12	130	147	—17	289	333	289	+44	1936	—784
1939. 5	200	243	—43	1849	333	344	—11	121	+473
12	400	333	+67	4489	367	790	—423	178929	—28341
1940. 3	400	466	—66	4356	1670	1401	+269	72361	—17754
12	600	733	—133	17689	2165	2278	—118	13924	+15694
1941. 3	1200	1033	+167	27889	3000	2833	+167	27889	+27889
12	1300	1300	0	0	3333	3388	—55	3025	0
1942. 5	1400	1433	—33	1089	3830	3774	+56	3136	— 1843
12	1600	1667	—67	4489	4160	5163	—1003	1006009	+67201
1943. 6	2000	7867	—5867	34421789	7500	17753	—10253	105124009	+60154351
12	20000	14733	+5267	27561289	41600	33033	+8567	73393489	+45122389
1944. 4	22200	19067	+3133	9815689	50000	42200	+7800	60840000	+24437400
12	15000	18400	—3400	11560000	35000	45000	—10000	100000000	+34000000
1945. 2	18000	19667	—1667	2778889	50000	46100	+3900	15210000	— 6501300
4	26000				53300				
合　計				86199844				355875312	+163825551

（1） 求每期的繼動均數

（2） 求繼動均數與原數值的相差 X' Y'

（3） 求 X'^2 Y'^2 $X'Y'$ 并求其合計

（4） 因 $r=\dfrac{\Sigma(X'Y')}{\sqrt{\Sigma X'^2\,\Sigma Y'^2}}$

故 $r=\dfrac{16825551}{\sqrt{86199844\times355875312}}=0.96$

由此可見棉花上布價格之相關，極爲密切。

若 A_X 及 A_Y 帶有小數，則使用上列公式計算，非常麻煩。在上列中採取了四捨五入的辦法，雖然方便，但就精確方面來講，就未免差些，要想省事而且精確，可使用下列公式。

公式3 $$r=\frac{\Sigma(X''Y'')-NC_X C_Y}{\sqrt{(\Sigma X''^2-NC_X^2)(\Sigma Y''^2-NC_Y^2)}}$$

$$相關係數=\frac{\Sigma(\text{X數列各項同它的 A' 的差}\times\text{Y數列各項同它的 A' 的差})-\text{N}\times\text{二數列的C底積}}{\sqrt{(\Sigma\text{X數例各項同}A'_X\text{的差}^2-\text{項數}\times\text{X數列的校正數}^2)(\Sigma Y''^2-NC_Y^2)}}$$

用例　按公式4計算下列七個縣紡婦同織婦的相關係數

縣名	紡婦 X （單位100人）	織婦 Y （單位100人）	$X''=X-A'_X$ （$A'_X=65$）	$Y''=Y-A'_Y$ （$A'_Y=41$）	X''^2	Y''^2
武安	158	134	93	93	8649	8649
偏城	61	4	－4	－37	16	1369
沙河	150	128	85	87	7225	7569
邢西	27	3	－38	－38	1444	1444
贊皇	29	7	－36	－34	1296	1156
臨城	17	6	－48	－35	2304	1225
內邱	16	4	－49	－37	2401	1369
合計	458	286			23335	22781

（1）$\Sigma X=458$　$\Sigma Y=286$　$N=7$

（2）$A_X=\frac{458}{7}=65.4$　$A_Y=\frac{286}{7}=40.9$　$A'_X=65$　$A'_Y=41$　$C_X=0.4$

$C_Y=-0.1$　$C_X^2=0.16$　$C_Y^2=0.01$　$NC_XC_Y=-0.28$

(3) 求 $X''\ Y''\ X''^2\ Y''^2$ 記入表中

(4) $\Sigma X''Y''=21353 \quad \Sigma X''^2=23335 \quad \Sigma Y''^2=22781$

(5) $$r=\frac{21353+0.28}{\sqrt{(23335-1.12)(22781-0.07)}}$$

$$=\frac{21353.28}{\sqrt{23333.88\times22780.93}}=.91$$

若二數列的數值散佈非常散漫，即各數值的大小懸殊而不集中時可應用下列公式，自數列各項直接計算。

公式4 $$r=\frac{\Sigma(XY)-NA_X A_Y}{\sqrt{(\Sigma X^2-NA_X^2)(\Sigma Y^2-NA_Y^2)}}$$

相關係數＝

$$\frac{\Sigma(\text{二數列對應項的積})-N\times X\text{數列的}A\times Y\text{數列的}A}{\sqrt{(\Sigma X\text{數列各項}^2-N\times X\text{數列的平均數}^2)(\Sigma Y^2-NA_Y^2)}}$$

用例　仍就前例按本公式計算之

縣名	X	Y	X^2	Y^2	XY
武安	158	134	24964	17956	21172
偏城	61	4	3721	16	244
沙河	150	128	22500	16384	19200
邢西	27	3	729	9	81
贊皇	29	7	841	49	203
臨城	17	6	289	36	102
內邱	16	4	256	16	64
	458	286	53500	34472	41066

（1）　$\Sigma X=458$　$\Sigma Y=286$　$N=7$

（2）　$A_X=65.4$　$A_Y=40.9$　$NA_X^2=29940.12$

$NA_Y^2=1170967$　$NA_X A_Y=18724.02$

（3）　求 X^2　Y^2　XY 各數記入表中

（4）　$\Sigma X^2=53500$　$\Sigma Y^2=34472$　$\Sigma XY=41066$

（5）　$$r=\frac{41066-18724.02}{\sqrt{(53500-29940.12)(34472-11709.67)}}=0.94$$

若數列過長，要組成或已組成分組次數表，則可按下列公式計算：

公式5　$$r=\frac{\Sigma(d'_X d'_Y)-NC'_X C'_Y}{\sqrt{(\Sigma f d'^2_X-NC'^2_X)(\Sigma f d'^2_Y-NC'^2_Y)}}$$

$$\text{相關係數}=\frac{\Sigma(\text{X數列各組與其A'所在組相差組數}\times d'_Y)-N\times\text{以組距爲單位的二數列的C底積}}{\sqrt{(\Sigma\text{X數列各組與A'}_X\text{所在組相差組數}-NC'^2_X)(\Sigma d'^2_Y-NC'^2_Y)}}$$

用例　假如在某地測量一羣人的身長與體重，得下表，計算二者間的相關。

（1）　將表中的對應數量製成相關表，然後按照此表，再如下製表計算：

（2）　另製一表，第一列和第一行同上表。

（3）　第二列第二行內寫各組的次數和。

（4）　指定假定均數，$A'_X=69$　$A'_Y=125$。

（5）　各組與假定均數所在組相差的組數 d'，屬於 X數列的

身長(吋)	體重(磅)	身長(吋)	體重(磅)	身長(吋)	體重(磅)
68.5	153.0	66 9	113.2	66.1	125.0
69.6	157.0	67.2	125.5	64.1	120.8
68.8	155.5	65.2	112.5	68.8	135.6
73.8	172.0	65.7	126.5	69.0	152.6
66.3	120.8	65.4	136.2	68.3	135.0
68.0	124.5	67.0	119.5	68.1	136.6
65.1	112.5	72.0	174.0	64.5	104.3
64.0	121.5	67.8	140.3	68.0	134.0
71.2	162.0	67.8	129.5	66.1	129.5
71.7	131.2	69.3	128.0	67.3	124.5
70.5	153.5	70.0	136.0	70.3	137.2
67.2	125.2	69.0	123.0	65.7	133.0
64.7	116.2	69.0	122.0	69.2	145.6
73.5	140.5	66.5	128.5	66.1	147.6
65.4	124.0	66.8	138.8	64.3	135.5
67.7	131.5	68.2	147.5	69.7	150.5
69.2	140.5	64.7	125.0	67.9	128.0
73.7	156.5	69.1	138.0	65.6	133.0
65.5	130.0	70.5	142.3	65.0	126.5
38.4	146.0	65.8	132.5	63.4	107.0
71.0	151.0	70.8	146.7	71.0	151.0
64.0	117.0	68.7	171.0	69.5	150.0
73.0	142.5	67.2	129.7	68.8	145.0
66.4	128.4	72.2	161.0	70.3	141.5
70.2	140.2	68.1	146.4	70.8	152.0
66.7	129.0	64.7	117.6	70.0	153.0
70.0	158.5	72.7	153.2	66.8	102.0
69.6	125.5	68.8	136.5	66.4	117.4
66.2	118.5	66.2	134.5	68.5	131.0

體重＼身長	62—64	64—66	66—68	68—70	70—72	72—74
170—180				1	1	1
160—170					1	1
150—160				6	6	2
140—150			2	6	4	2
130—140		6	4	8	4	
120—130		6	12	5		
110—120		5	4			
100—110	1	1	1			

體重＼身長					62—64	64—66
	f				1	18
		d'			—3	—2
			fd'		—3	—36
				fd'^2	9	72
170—180	3	5	15	12		
160—170	2	4	8	9		
150—160	14	3	42	0		
140—150	14	2	28	22		
130—140	22	1	22	56		—2 (6) —12
120—130	23	0	0	126		0 (6) 0
110—120	9	—1	—9	32		2 (5) 10
100—110	3	—2	—6	75	6 (1) 6	4 (1) 4
合 計	90		100	332		
$d'_X d'_Y$					6	2

66—68	68—70	70—72	72—74	合　計	$d'_X d'_Y$
23	26	16	6	90	
—1	0	1	2		
—23	0	16	12	34	
23	0	16	42	144	
	0 (1) 0	5 (1) 5	10 (1) 10		15
		4 (1) 4	8 (1) 8		12
	0 (6) 0	3 (6) 18	6 (2) 12		30
—2 (2) —4	0 (6) 0	2 (4) 3	4 (2) 4		12
—1 (4) —4	0 (8) 0	1 (4) 4			—12
0 (12) 0	0 (5) 0				0
1 (4) 4					14
2 (1) 2					12
—2	0	39	38		83

寫在第四列，屬於Y數列的寫在第四行。

（6） 求$f\,d'^2$，寫在第五列及第五行內。

第五行之右，第五列之下的塡寫法，同（1），在第二步中就要塡好，但外邊加上括號。以前各步，都是以此爲根據計算的。

（7） 在各方格次數之上記入d'_X與d'_Y的積。

（8） 把$d'_X d'_Y$與次數相乘，記於其下。

（9） 將各方格中的$f\,d'_X d'_Y$橫着相加，記入$d'_X d'_Y$行內，直着相加，記入$d'x\,d'y$列內。

（10） 求$d'x\,d'y$的總和，記於表右下角小方格內。

（11） $C'_X = \frac{-34}{90} = -0.378 \quad C'^2_X = .1428$

$$C'_X = \frac{100}{90} = 1.111 \qquad C'^2_X = 1.234$$

$$C'_X C_Y = .378 \times 1.111 = -.42$$

（12） $\Upsilon = \dfrac{83-90(-4.2)}{\sqrt{(144-90\times0.1428)(332-90\times1.234)}}$

$$= \frac{120.8}{\sqrt{131.4\times221.3}} = .71$$

§11 Υ的差誤

Υ的計算，就時間數列來講，所根據的僅是一個時期的材料，若將所研究的時間加長，Υ就未必還是原來那個數值，或者加大，或者減小，都未可定。就次數數列來講因爲所根據的僅是所有現象的一部份，所以若把所研究的範圍擴大，Υ就未必是原來那個數值，增大、減小，亦未可知。但是這個變動的範圍，却大體可以確定，就是計算出來它的機誤，公式如下。Υ的眞值在$\Upsilon \pm p.E.\Upsilon$的範圍內底機率爲1/2。

公式7　$P.E.\gamma = 0.6745 \dfrac{1-r^2}{\sqrt{N}}$

γ的機誤 $= 0.6745 \dfrac{1-\text{相關係數}^2}{\sqrt{\text{項數}}}$

用例　就前例兩種運動分數相關係數來講

$$P.E.\gamma = 0.6745\left(\frac{1-.66^2}{\sqrt{14}}\right) = 0.6745\left(\frac{1-.4356}{3.742}\right)$$

$$= 0.6745\left(\frac{.5644}{3.742}\right) = 0.1017$$

故γ的眞值大概在0.66± 0.1017這個範圍內。

γ之值若小於P. E. γ，則表示全不相關，反之若大於6 P E γ，則必密列相關。又就γ的數值來看，也可決定相關的高低。

1. γ大於0.85，表示高度相關，可由一變量準確估計他一變量。

2. γ在0.70至0.85之間，相關明晰，可由已知變量，明晰估計未知變量。

3. γ在0.40至0.60之間，相關僅屬確定，所作估計，無實用價値。

4. γ在0.40以下表示相關甚低。

至於如何估計，請看下節。

§12　消長係數與消長方程式

研究相關係數可以得知二種事實相關的程度，然而一種事實若發生了某種程度的變化，他一事實是否相應而起若干變化，則還無法解答。要解決這個問題，需要利用消長方程式。這種方程式的形式如下：

公式8　$X = \gamma \dfrac{S.D._x}{S.D._y}(Y - A_y) + A_x$

$$X = 相關係數 \times \frac{X數列的標準差}{Y數列的標準差}(Y-A_y)+A_x$$

公式9 $$Y = r\frac{S.D._y}{S.D._x}(X-A_x)+A_y$$

$$Y = 相關係數 \times \frac{X數列的標準差}{Y數列的標準差}(X-A_x)+A_y$$

公式10 $$X' = r\frac{S.D._x}{S.D._y}Y'. \quad X - A_x = r\frac{S.D._x}{S.D._y}(Y-A_y)$$

公式11 $$Y' = r\frac{S.D._y}{S.D._x}X' \quad Y - A_y = r\frac{S.D._y}{S.D._x}(X-A_x)$$

上列公式中的 $r\frac{S.D._y}{S.D._x}$ 叫做消長係數。

現在就一個最簡單的例題，說明如下：

姓	身長吋 X	X−A X' A=64	X'^2	體重磅 Y	Y−A Y' A=110	Y'^2	X'Y'
張	58	−6	36	80	−30	900	180
王	62	−2	4	100	−10	100	20
李	64	0	0	110	0	0	0
趙	66	2	4	120	+10	100	20
劉	70	6	36	140	+30	900	180
合計	320		80	550		2000	400

（1） $S.D._x = 4$ $S.D._y = 20$ $r = 1$

（2） 按公式8，$X = 1 \times \frac{4}{20}(Y-110)+64.$

即　$X=.2(Y-110)+64$，亦即$X=.2Y-22+64$
$=.2Y+42$。

按這個方程式可以由體重估計身長，例如一人重80磅，代入方程式得　$X=.2\times80+42=58$，即為其身長。

$$按公式9，Y=1\times\frac{20}{4}(Y-64)+110，$$

化簡之，得　$Y=5(X-64)+110$，
$Y=5X-320+110=5X-210$。

例如已知一人身長66寸，代入方程式得
$Y=5\times66-210=120$磅。

按公式10. 11　$X'=.2\,Y'\ Y'=5X'$

這兩個方程式顯明消長係數的意義，第一式的意思是：當體重有一單位變化時，身長有0.2單位變化。第二式的意思是：當身長有一單位變化時，則體重有5單位變化。第一式中體重是自變數，身長是因變數，第二式中與此相反。所以兩個數列之間，有兩個消長係數，例如在本例中0.2是X隨Y變動的消長係數，5是Y隨X變動的消長係數。但相關係數却只有一個，用來表示數列間的相互關係，沒有對於那一個的區別。

此例的相關係數為1，所以估計數和實數完全一致，但實際很少這樣情形，估計數和實數常有差別，當r在0.6以下時所作估計，實際已無多大價値。

根據消長方程式，所作估計，在r較1為小時，雖不能和實數完全符合，但是它的差誤，則可按下列公式計算。

公式12　$\sigma Y=\sqrt{\dfrac{Y-yc}{N}}$　$數列的標準誤=\sqrt{\dfrac{實數數-估計數}{項數}}$

這個數値愈小，實際數値便愈緊密地散佈在消長方程式代表直綫的上下，估計比較可靠。反之，則散佈地帶較寬，估計即不可靠。

§13　各種相關顯示法比較

由圖解觀察相關的大小，雖不精密，但却不會有大錯誤，而相關係數却很容易受一兩項極大數字的影響，相關表的好處，在於可以一項一項清楚地了解，但和圖解比較起來，却較不顯明，不具體。上述的兩種相關係數，以皮爾生的爲精確，但對於曲綫相關，却還不適合。顯示曲綫相關，要用相關比，消長方程式要用二次方程式，計算較繁，本書不再講述了。至於多種事項的相關，如何計算，也以同一原因，予以割愛。

§14　時間數列的先行調整與修正

計算時間數列的相關要先淘汰長期趨勢，季節變動，因爲所謂二時間數列的相關，實際就是指循環差異的相關。除此以外，還要消除價格變更，這個只要拿適當的物價指數，去除實際數字便可完成。另外還要施行時間落後的調整，即先決定一數列較它數列落後若干時，將先進數列和落後數列的對應期【即先進數列的第 n 期對落後數列的第（n－落後數）期】底數值，對應起來去計算才行。

第十章　結束語

統計學是以統計數字爲中心，綜合、分析、比較統計集團，並顯明其相互間經驗的數量關係的一種科學。關於如何由典型調查，推測全體，前已談過。這裏再來談談如何由過去估計未來。統計所賴以估計未來的方法，一是曲綫投射法，一是消長方程式法。前者是將數列做出圖解，加以修整，然後按着趨勢，延長至所要預測的時間，便可在 Y 軸上讀出預測的數值。後者是確定數列的先進與落後，然後計算二數列的相關係數，得出消長方程式，依式預測落後數列的變化。但是我們知道事物的發展，並不是一成不變的歷史重演，若是機械的迷信公式解決問題，我們的統計工作者將會深陷在教條主義的泥沼裏。尤其應該强調指出的是：統計數字只能告訴我們數量變化的現象，並不能告訴我們爲什麽如此變化的本質。譬如採用同樣的資本主義經濟發展的統計數字，由史大林或瓦爾加來做分析，得出一種結論，由資本主義國家的官方或學者做分析，得出的是另一種結論，顯然，問題的本質的說明，是立場、觀點、方法問題，而不是統計數字或公式本身。再小一點說，事物的變化也不是純數學所能說明的。例如某醫院開張伊始，受診者僅二人，但不幸重病死亡一人，如果我們說某醫院的死亡率是50%，這不是鑄成大錯了嗎？又如我們做一件衣服，一個女工需時一週（這是統計數字），若純數學的計算起來，7 個女工只要一天，168個女工只要一點鐘，10080個女工只要一分鐘，604800個女工只要一秒鐘，換句話說，如果人

數足够的話，一人一針就可以做成一件衣服，這不是滑天下之大稽嗎？而且社會上的事物，虛虛實實，千變萬化，孫臏以減灶取勝，諸葛亮以增灶退兵，純統計數字，是不能說明這些問題的。因此，要再一次指出，想做一個為人民服務的統計工作者，必須從實際出發，了解情況，掌握階級分析的分法，從取得材料中，去偽存眞，去粗取精，由此及彼，由表及裏的反覆研究，然後統計才能成為有用的武器。

附　　錄

一、統計所需數學知識

1. 整數小數加減乘除的計算。

2. 小數、分數、百分數的互變。

3. 開平方：(可以利用對數計算)

4. 負數的各種計算：在被減數比減數小時，所得的差便是負數。前邊要加"—"號，叫做負號。

例如 $3-5=3-3-2=-2$，和它相對，普通的數，便叫正數。不論正負，只計數值時，叫數的絕對值。"+""—"可以用來指示兩個相反方向，如今後三年，若記爲+3年，則三年前，可記作—3年。含有負數的式，計算法如下：

$3+(-5)=3-5=-2$　　$5+(-3)=5-3=2$　　正+負=正—正　　$5-(-3)=5+3=8$　　正—負=正+正

$3\times(-2)=-6$　$(-2)(-3)=6$　正×負=負　負×負=正

$\frac{-6}{3}=-2$　　$\frac{負}{正}=負$

5. 代數習慣：(1)字母和字母或數字間沒有運算符號時，便是乘。例如 $ab=a\times b$　$3a=3\times a$　(2) $X_1\,X_2\cdots X_k\cdots X_N$ 等表示同類數字，字母右下角的小字，指示它的次序。N指示最後一個。………代表許多X。X_k 代表X當中的任何一個。K是第任何的意思。

(3) Σ是總和的意思，指示後邊那些數字應該相加。例如

$$X_1+X_2+X_3+\cdots\cdots+X_N=\sum_{K=1}^{K=N}X_K=\Sigma X$$

1及N是指示範圍的、普通常可不寫。

（4）公式應用　例如 $A=\frac{\Sigma X}{N}$　已知N=18　ΣX=36

那麼把公式中的 ΣX 換作36，N換作18，便得

$$A=\frac{36}{18}=2$$

6. 對數：它的好處在於把一切數化作10的乘方後，以加、減、乘、除代替乘法、除法、乘方、開方。

原來的普通數字叫做眞數，按照眞數找得的它的以10爲乘數的乘方指數，便叫它的對數。例如

$10^3=1000$　$log\ 1000=3$　log 是對數略號

但一般不是10的整數次乘方的數的對數，常帶有小數。整數部的定法如下：一、題數字爲大於1的數時，對數的整數部等於它的整數位數減1。反之小於一，即是純小數時，整數部是負數數値等於它的小數點及第一位非零數字當中的零底數目加1。小數部要查表，例如534的對數的小數部可在表傍第一直行找53，表上第一橫列找4，由53向右畫一橫綫，由4向下畫一直綫，在二綫的交點的那個數7275，便是小數部。在表上所有數字之前，本應都有一個小數點，但却一概省略了。534的對數是2.7275，又眞數若是一位或兩位數字，可在後邊補0去找。如找12的小數部，在表上可查120，找4的可找400代替，但整數部却要按原來的眞數規定。於是 $log4=0.6021$。如若眞數是四位數，可利用比例部分，例如找3458的對數，先得整數部4—1=3，再找345的對數的小數部得5378，再由34往右畫一橫綫，自比例部分的第一橫行8字往下畫一直綫把在二綫的交點的那個數10，加在5378上便得

整個小數部5388。於是$log3458=3.5388$。加時要對齊末位。眞數若是五位以上的數，可以把第五位數四捨五入，其餘一概棄而不計，即當作0看。但它的整數部却要先定好，又$log0.00303=\overline{3}.4814$。即眞數是純小數時，整數部雖是負的（要在上邊寫一負號），但定値部却還是正的。

有了對數，要找眞數，可在表中先找它的小數部。例如找3.2648的眞數。在表中找得0.2648，往右畫一橫綫，往上畫一直綫，都一直畫到最靠邊的一欄，在右邊得18，在上邊得4，於是得這個數的數值，是184。再按整數部定它的位數。這個定法如下：若整數部是正數，那麼它必然有整數，並且位數等於那個數值加1，在本例便是$3+1=4$，因知3.2648的眞數是1840。凡在眞數位數多時，都可用零補足。又如找$\overline{4}.6553$的眞數，在表上找6553沒有，找比它略小的6551，看它比6551多幾？得$6553-6551=2$，再看6553比下一個數6561少幾？得$6561-6551=10$，拿10去除2，得0.2，把這個2附在6551的眞數452的後邊，便得眞數的數値4522。至於它的位數的定法，則需按下規則，凡整數部是負數的，眞數必是純小數，小數點後要先寫比它的數値少一那樣多位的0，再寫它的數値。故本例得0.0004522。

以對數計算乘法，步驟如下：找得各因數的對數，把這些對數相加，由所得的和去求眞數，便是所求的積。

以對數計算除法，步驟如下：找得被除數及各除數的對數，由被除數的對數，減去各除數的對數和，找得這個差的眞數便是商。

以對數計算某數乘方的步驟如下：找得某數的對數，用指數乘它，按這個積找出眞數，便是某數的乘方。

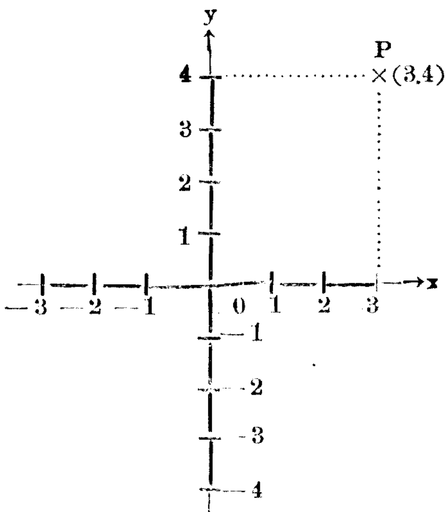
以對數計算開方的步驟如下：找得原數的對數，用根指數除它，按這個商求出眞數，便是方根。

但在除的當中，若碰到 $\frac{\bar{4}.4650}{3}$ 這樣的情形，可以變作

$\frac{0.4650+30-30}{3}=\frac{26.4650-30}{3}=8.8217-10=\bar{2}.8217$ 再去找真數。即是加上幾十，再減去幾十，以便相除。若原來負數是幾十的，可加上幾百，減去幾百。

7. 倒數：拿某數去除1，所得的商，便叫它的倒數。

8. 座標：畫兩條互相垂直的綫，把平面分成四部分，每一部分叫做一個象限。按着反對方向來看，依次是第一象限、第二象限，第三象限、第四象限。二條直綫叫做軸，橫的叫x軸，直的叫y軸。二軸的交點叫原點，自原點向右，x軸上的數值是正的，自原點向上，y軸上的數值是正的，與此相反則是負的。圖中P點的數值，就x軸看是3，就y軸看是4。



9. 機率：一件事情可能性的大小，叫做機率。例如袋中有一個黑球，一個白球，那麼隨便在袋中取出一個球來，這球是白球的機率是 $\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$。由此可見機率也就是機遇的比率的意思。又如袋中有二個黑球，一個白球，那

麼隨便取出一個球來，它是白球的機率 $=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3}$ 假如袋內只是黑球兩個那麼所取球是黑球的機率是1，叫做必率。

10. 級數：

（1） 等差級數：數列當中前後兩項的差爲一定數值時叫等差級數，也叫算術級數。例如：

3, 6, 9, 12, 15　各項相差3

（2） 近似等差級數：數列中的前後項之間的差，雖不完全相等，但却近似相等，這便叫近似等差級數。例如：

685, 784, 884, 985, 1086, 1184

前後項相差或爲99，或爲100，或爲101，或爲98皆甚相近。

（3） 等比級數：前一項和緊挨着它的後一項間的比值相等的數列，即後項常爲前項若干倍的級數，叫做等比級數。

但這倍數可以是小數分數，不一定都是整數。例如：

3, 12, 48, 192, 768　　後邊一項常爲前邊一項的4倍。

（4） 近似等比級數：前項和後項之間雖不維持一定的比，但各比都相差甚微，幾近相等時叫近似等比級數。例如：

1000　1100　1209　1331

各項間的比如下：

110%, 109%, 110.1%　雖不相等但相差甚微。

11. 極值：在一列數字當中某一個較其前後的數字都小時，叫做極小；較其前後的數字都大時，叫做極大。極小與極大合稱極值。

12. 變數：

（1） 正變：x, y同時變動，x變大，y也跟着變大，便叫正變。

（2） 反變：x, y同時變動，x變大、y反變小，x變小、y反

變大，便叫反變。

（3） 自變數：原始變動的數字，例如 $y=x+3$ 中的 X

（4） 因變數受自變數變動的影響而變動的數，例如前例中的 y。

（註： 此處所舉數學知識，係就本書使用範圍而言，並未包括了統計所需數學的全部。）

二、四位對數表（一）

眞數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部份 1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13

四位對數表　（二）

眞 整	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部份 1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5515	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8

四位對數表 (三)

眞數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部份 1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	8	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7335	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	8	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6

四位對數表 (四)

真數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部份 1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	5	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9026	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4

四位對數表 (五)

眞數	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	比例部份 1	2	3	4	5	6	7	8	9
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9980	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

三、平方、立方、倒數表 (一)

數目	平方	立方	倒數	數目	平方	立方	倒數
1.0	1.00	1.00	1.00	4.0	16.0	64.0	.250
1.1	1.21	1.33	0.909	4.1	16.8	68.9	.244
1.2	1.44	1.73	.833	4.2	17.6	74.1	.238
1.3	1.69	2.20	.769	4.3	18.5	79.5	.233
1.4	1.96	2.74	.714	4.4	19.4	85.2	.227
1.5	2.25	3.38	.667	4.5	20.3	91.1	.222
1.6	2.56	4.10	.625	4.6	21.2	97.3	.217
1.7	2.89	4.91	.588	4.7	22.1	104	.213
1.8	3.24	5.83	.556	4.8	23.0	111	.208
1.9	3.61	6.86	.526	4.9	24.0	118	.204
2.0	4.00	8.00	.500	5.0	25.0	125	.200
2.1	4.41	9.26	.476	5.1	26.0	133	.196
2.2	4.84	10.6	.455	5.2	27.0	141	.192
2.3	5.29	12.2	.435	5.3	28.1	149	.189
2.4	5.76	13.8	.417	5.4	29.2	157	.185
2.5	6.25	15.6	.400	5.5	30.3	166	.182
2.6	6.76	17.6	.385	5.6	31.4	176	.179
2.7	7.29	19.7	.870	5.7	32.5	185	.175
2.8	7.84	22.0	.357	5.8	33.6	195	.172
2.9	8.41	24.4	.345	5.9	34.8	205	.169
3.9	9.00	27.0	.333	6.0	36.0	216	.167
3.1	9.61	29.8	.323	6.1	37.2	227	.164
3.2	10.2	32.8	.313	6.2	38.4	238	.161
3.3	10.9	35.9	.303	6.3	39.7	250	.159
3.4	11.6	39.3	.294	6.4	41.0	262	.156
3.5	12.3	42.9	.286	6.5	42.3	275	.154
3.6	13.0	46.7	.278	6.6	43.6	287	.152
3.7	13.7	50.7	.270	6.7	44.9	301	.149
3.8	14.4	54.9	.263	6.8	46.2	314	.147
3.9	15.2	59.3	.256	6.9	47.6	329	.145

平方、立方、倒數表　（二）

數目	平方	立方	倒數	數目	平方	立方	倒數
7.0	49.0	343	.143	8.5	72.3	614	.118
7.1	50.4	358	.141	8.6	74.0	636	.116
7.2	51.8	373	.139	8.7	75.7	659	.115
7.3	53.3	389	.137	8.8	77.4	681	.114
7.4	54.8	405	.135	8.9	79.2	705	.112
7.5	56.3	422	.133	9.0	81.0	729	.111
7.6	57.8	439	.132	9.1	82.8	754	.110
7.7	59.3	457	.130	9.2	84.6	779	.109
7.8	60.8	475	.128	9.3	86.5	804	.108
7.9	62.4	493	.127	9.4	88.4	831	.106
8.0	64.0	512	.125	9.5	90.3	857	.105
8.1	65.6	531	.123	9.6	92.2	885	.104
8.2	67.2	551	.122	9.7	94.1	913	.103
8.3	68.9	572	.120	9.8	96.0	941	.102
8.4	70.6	593	.119	9.9	98.0	970	.101

四、計算尺使用法

第一、計算尺的構造

計算尺是把複雜計算變成了簡便計算的一種工具，雖然它的構造原理比較高深(應用對數理論)，但它的使用並不怎樣困難，只要有高小的數學程度，就可以自由運用了。要理解計算尺的構造，首先應理解兩個道理：

1. 一個單位，可以用一個任意長的間隔來代表，一個數含兩個單位以上時，可以用一段含同樣幾個間隔的距離來代表。

2. 對數是把一連串的等差級數（1, 2, 3, 4, ……）與另外一連串的等比級數（1, 2, 4, 8, ……）相對應。

把這兩種級數寫在一起則爲：

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

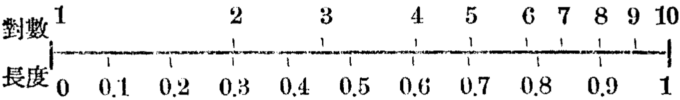
計算尺的由來，就是根據對數的四條原則，即把乘、除、乘方、開方順序用加、減、乘、除來計算，所以非常簡便。

做一條計算尺，第一步手續，就是把1到10的對數抄下來，列成一表如〔I〕行：

	〔I〕	〔II〕	〔III〕
log 1	=0.0000	0.00 cm.	0.00 cm.
log 2	=0.3010	30.10 cm.	7.53 cm.
log 3	=0.4771	47.70 cm.	11.93 cm.
log 4	=0.6021	60.21 cm.	15.05 cm.
log 5	=0.6990	69.90 cm.	17.48 cm.
log 6	=0.7782	77.82 cm.	19.46 cm.
log 7	=0.8451	84.51 cm.	21.13 cm.

log 8	＝0.9031	90.31 cm.	22.58 cm.
log 9	＝0.9542	95.42 cm.	23.86 cm.
log 10	＝1.0000	100.00 cm.	25.00 cm.

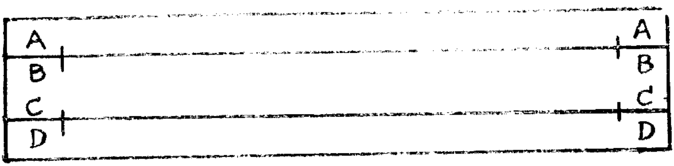
第（II）行的各個長度與第（I）行的各個對數相對應，照樣記下來，就成爲一條對數尺。



這條尺子的妙處，就是把抽象的各個尺的對數，用一定的長度（第II行是log10＝100cm）和一個共同的起點，變成了具體的一個一個的尺寸。

普通嫌1m長的對數尺不便利，所以往往把長度縮短，祇用四分之一，因此，每分段的長度，該用4除，而對應的長度就成爲上表第〔III〕行所列數字。這樣，我們就可以用這一條簡單的尺子做乘除法了。

計算尺主要分爲固定尺與活尺兩部分，即A, B, C, D, 四尺，其簡圖如下：



一般的計算尺，其CD兩尺的構造，即按上表第III行的長度，至AB尺的長度，則適爲CD尺的一半。因此，A尺上諸數，恰爲D尺上相對各數的平方；反之，D尺上諸數，亦即A尺上相對各數的平方根。

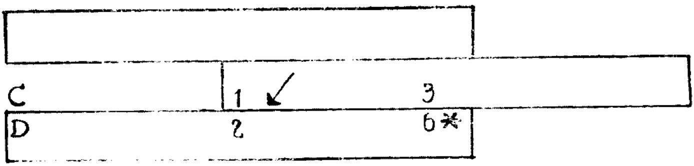
尺上各分段的數值，應直接按起綫的假定值來定，但我們也

應了解，尺上所刻數字是任意假定的，所以起綫雖然刻的是1，但可以把它做 10, 100, 1000, 或 0. 1, 0. 01，0.001 等來看。但每次將一個數值，給了起綫之後，其餘各數值就和它有一定的同比，不能再變了。例如假定 D1 爲 10，則它的主分綫 2, 3, 4 ……等，應讀爲 20, 30, 40……等；在12段內的次分綫應讀爲 11, 12, 13, 14 ……等。餘類推。

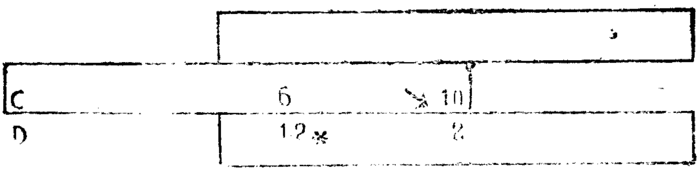
第二、計算尺的應用

一、乘法

例 1. $2\times3=6$



例 2. $2\times6=12$



公式：

C	起1	在另一個因數的下面
D	於一個因數之上	得他們的積

手續：

（1） 在D尺上尋到一個因數的所在，

（2） 推活尺，置C尺的起綫在那個因數的位置上，

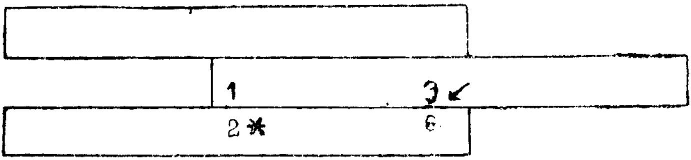
（3） 移推片(玻璃片)，使黑綫於C尺上另一個因數之處，

（4） 在D尺的同一綫上，即所求之積。

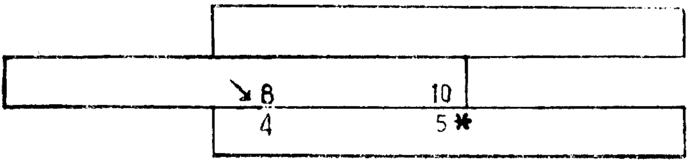
注意：使用 CD 尺解乘法而第二個因數不在 D尺上時，則可以活尺的末綫（10）代替它的起綫（1），置於第一個因數之上。這樣的辦法，叫做『反推』。

二、除法

例1.　6÷3=2



例2.　40÷8=5



公式：

C	移置除數於	在1的下面
D	被除數之上	找到所求的商

手續：

（1）　在D尺上尋到被除數的所在，

（2）　推動活尺，置C尺上的除數於被除數之處，

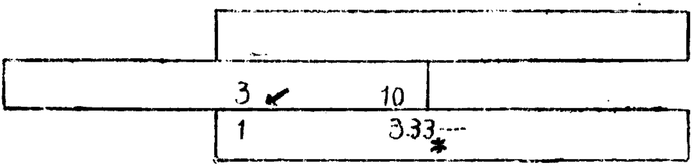
（3）　移推片，置黑綫於C尺的起綫（1）上，

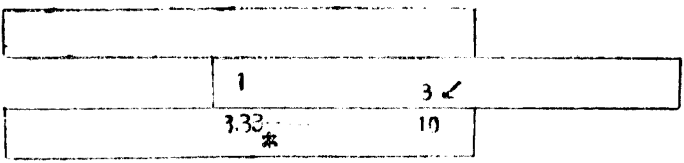
（4）　在D尺的同一綫下，即所求之商。

注意：除法亦當用反推法，即在C尺的起綫（1）的下面，不能求到商數時，則應以末綫（10）代之。

三、倒數

例：$\frac{1}{3}=3.33$





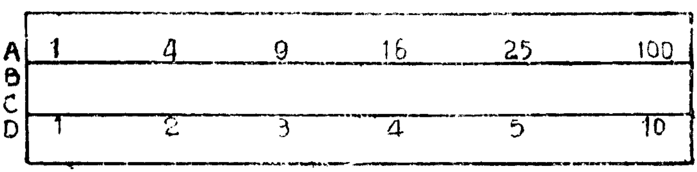
移活尺的起綫於D尺的任意一個數上，在 D 10 上面，就是那數的倒數。

反之，將已知數放在 D 10 上，D 尺上對 C 1 的數字，就是所求的倒數。

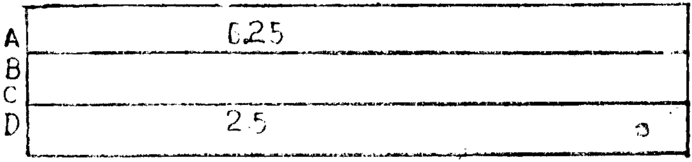
一般計算尺，每在活尺的中間，列一紅字的倒數尺，叫做 C 1 尺，此時則D尺（或C尺）上諸數，與倒數尺相對應的數字，就是 D 尺的倒數。

四、平方及平方根

把推片放在任意的位置之上，推片綫下的 A 尺（或 B 尺）數字，恰爲D尺（或 C尺）數字的平方。所以D尺（或C尺）相當於A尺（或B尺）的平方根。



例 1.　求 2.5 的平方

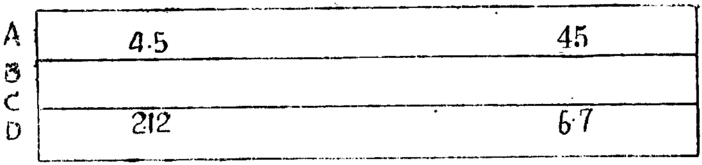


例 2.　試求 450, 4500, 45000, 450000的平方根。

依開方時應將平方數每二位區分爲一段，即：

4|50,　　45|00,　　4|50|00,　　45|00|00

因而其平方根爲下列兩種：



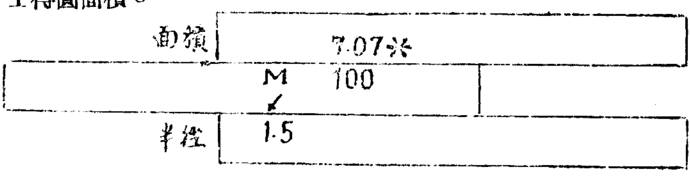
$\sqrt{450} = 21.2$　　　$\sqrt{4500} = 67$

$\sqrt{45000} = 212$　　　$\sqrt{450000} = 670$

五、圓的半徑、直徑與面積的關係

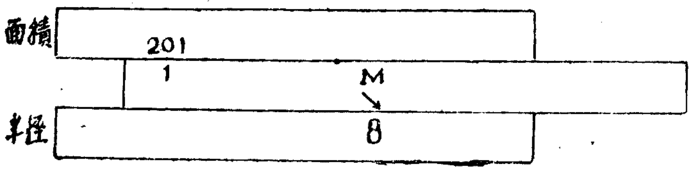
例 1.　求半徑 1.5糎的圓面積。（7.07平方糎）

以 B 尺的刻綫M對住 D 尺的1.5，則在對着 B 尺之100的A尺上得圓面積。



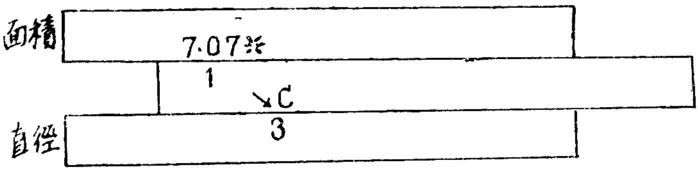
例 2.　求半徑 8 糎的圓面積。(201 平方糎)

此時在對着B尺之 1 的A尺上得答案。



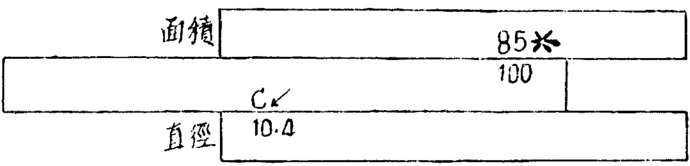
例3. 求直徑3糎的圓面積。

以C尺的刻綫C對住D尺的3，則在對着B尺之1的A尺上得圓面積。(7.07平方糎)



例4. 求直徑10.4糎的圓面積(85平方糎)

此時在對着B尺之100的A尺上得答案。



已知圓面積求直徑或半徑時，依上法反而求之可也。

六、立方及立方根

把推片放在任意的位置之上，則推片綫下K尺上的數字，恰爲尺C,D尺的立方。所以C,D尺是K尺的立方根。

例1. 求3.5, 5.5的立方。

K	43	166
C		
D	3·5	5·5

例2. 求4500, 45000, 450000, 4500000的立方根。

開立方時，須區分每三位數為一段，即：

4|500,　45|000,　450|000,　4|500|000

因而其立方根如下列三種：

K	4·5	45	450
D	1·65	3·555	7·66

$\sqrt[3]{4500}=16.5$　　$\sqrt[3]{45000}=35.55$

$\sqrt[3]{450000}=76.6$　　$\sqrt[3]{4500000}=165$

七、三角函數

1. 正弦（sine）

例：　SinA $30^{\circ}=0.5$

把活尺的背面翻過來置於正面，使A S兩尺對齊，則對着S尺的30^{0}的A尺上得50，即0.5。（有的測量尺用S D兩尺，理同）

2. 正切（tangent）

例：　tanA $30^{\circ}=0.578$

把活尺的背面翻過來置於正面，使D.T兩尺對齊，在對着T的尺30°D尺上得5.78，即0.578。

其他三角函數，均與正弦、正切有一定之關係，故不多談。

八、Stadia 計算

例：　Stadia ——538尺，角度 12°30'，求高低差及水平距離。（高低差 11.36 尺，水平距離 153 尺）

依日本造逸見式 Stadia 測量用計算尺，以M_2尺的右端起綫對住C_1尺的 538，與 M_2 尺左半部 12°30' 相對的 C_1 尺 113.6 即高低差。活尺不動，再於 M_2尺右半部 12°30' 相對的 C_1 尺上得 513 尺，即水平距離。（M_1 M_2 尺的左半部分用以求高低差，M_1M_2尺的右半部分用以求水平距離。）

九、對數

計算尺上的對數尺即 L 尺，L 尺的數目即與D尺相對各數的對數。例如 2 的對數爲 3010,52 的對數爲7160等。

十、定位

（一）乘　　倘所得積在第一個因數的左方（即活尺向左伸），則積的前數爲兩因數的前數之和。倘積在第一個因數的右方（即活尺向右伸），則積的前數爲兩因數的前數之和減一。（表整數位數的數目叫前數）

例 1.　$18 \times 3.5 = 63$

兩因數的前數之和	$2+1=+3$
積居右，應減 1	-1
故積的前數爲	$+2$

例 2.　$60 \times 35 = 2100$

兩因數的前數之和	$2+2=+4$
積居左，不減	-0
故積的前數爲	$+4$

例 3.　$0.0014 \times 1.7 = 0.00238$

兩因數的前數之和	$-2+1=-1$
積居右，應減1	-1
故積的前數爲	-2

（二）除　倘所得的商在被除數的右方（即活尺向左伸），則商的前數爲被除數的前數，減除數的前數。倘商在左方（即活尺向右伸），則商的前數爲被除數的前數，減除數的前數，再加一。

例1.　$1440\div32=45$

兩前數之差	$4-2=+2$
商居右，不加	$+0$
故商的前數爲	$+2$

例2.　$600\div32=18.75$

兩前數之差	$3-2=+1$
商居左，應加1	$+1$
故商的前數爲	$+2$

例3.　$0.0765\div51=0.0015$

兩前數之差	$-1-2=-3$
商居左，應加1	$+1$
故商的前數爲	-2

倘活尺伸於 左　　　　　　右 結果的前數應爲	
乘：兩因數的前數之和	兩因數的前數之和減一
除：被除數的前數減除數的前數	被除數的減除數的前數再加一

許多計算尺，在D尺的右端刻有$\frac{\text{Prfd}}{-1}$或P—1，即表示（積—1）。在左端刻有$\frac{\text{Quot}}{+1}$或Q+1，即表示（商+1）。此記號只限於C D尺用之。

五、計算器使用法

計算器的種類很多，構造很複雜，能算加、減、乘、除，尤以算多位乘除法爲最好，比用珠算省好多時間，因爲不用念口訣，定準位一搖就成了，又快又省腦子，只要定位不錯，就一定得出正確結果。茲將常見的一種計算器介紹如下，首先談談使用前應該注意的幾點：

一：上面的加、減、乘、除機扭必須記準，計算時加乘機扭搬成一致，減除機扭搬成一致，否則加和除或減和乘搬成一致時，則右邊搖把搖不動，若用勁去搖，就要搖壞了。

二：搖把時務須看清是加乘或減除。若是加乘號就由裏往外搖，若是減除號就由外往裏搖。不循此規律就易搖壞。

三：若有被阻礙不能回到原處的半個碼字時，搖把也搖不動，要仔細檢查一下，把碼撥正再搖。

四：搖把未回到原處，對準下面空字時，上下搬機都不動。

其次談談四種計算法：

「加法」：先把被加數在右上方按定好，機扭撥到＋×號上，然後搖右邊的搖把，由裏往外搖一圈，搖把歸原處後，右下方即出現此被加數。接着搬左上方搬機，右上方原定被加數即一掃而光。再於右上方定好加數（須注意對準位），再搖一圈右面的搖把，此時右下方的數字即是得數。

「減法」：先把被減數在右上方定好，開始機扭仍按在＋×號上，然後搖搖把一圈，右下方即出現了此被減數，繼搬動左上方搬機，掃除右上方被減數，把機扭撥向減除號上，再於右上方定好減數（要與被減數對準位），由外往裏搖一圈，右下方的數字即爲得數。

「乘法」：先把被乘數在右上方定好，然後把搬機扭按在＋

×號上，先搖一圈右下方即出現被乘數，再繼搖下去，直到左下方出現乘數時，右下方數字即是乘得之數。在搖乘數時務須注意移位。例如乘數是一二五，先搖五次（加乘搖法）然後由左向右錯一位，繼搖兩次，再往右錯一位，最後再搖一次，此時左下方即出現乘數 125，右下方即出現得數。

「除法」：除法與乘法相反，先把被除數在右上方定好，把機扭按在＋×號上，由裏往外搖一圈，右下方即出現了被除數，撥左上方搬機，則右上方數字一掃而光。再於右上方定好除數，和右下方的被除數的位數對正，把機扭按在－÷號上，然後把搖從外往裏搖，每搖一次則除數由被除數中減去一次。按此法繼續的搖下去，搖不動時就會聽到鈴響，此係表示成為負數，不能再除，此時就不要強搖，而是向相反的方向由裏往外搖，等聽到第二次鈴響，則是表示已退回原地，錯一位再除。一般用計算器算除法，像筆算除法時一樣，先得大數，由左而右。當鈴響表示不够減而退回原地再度鈴響後，就搬動左右活動機扭，右退一位，照此法繼續搖下去，直到右下方的被除數退完或直到不能再除時，左下方出現的紅字即為商數。

跋

本書是我在華北解放區時，與北方大學杜思湘先生合著的。到東北後，一些同志覺得本書對東北也還適用，促令再版。本想搜集材料，另行編著，乃以工作繁忙，無暇執筆，只好加以修改補充，即行付印了。至希讀者多加批評敎正，爲幸！

又、杜思湘先生遠在關內，此次修改時，未得共同磋商，爲了表示個人負責，故只以鄙人名義發表，謹此聲明。

一九四九年元旦娛天寫於遼北省政府研究室

實用統計方法

1949. 8. 初版 長. 1—5000.

基本定價： 405元