The image shows a book's title slip pasted onto marbled paper. The marbled paper features a complex, swirling pattern of colors including red, yellow, blue, and white. The title slip is a light pink rectangular piece with a decorative black border of repeating scrollwork. The text on the slip is centered and reads "A. M." followed by a horizontal line, and then "Ex Bibliothecâ Presbyterorum Seminarij S^{ti} Sulpitij." in a cursive script.

A. M.

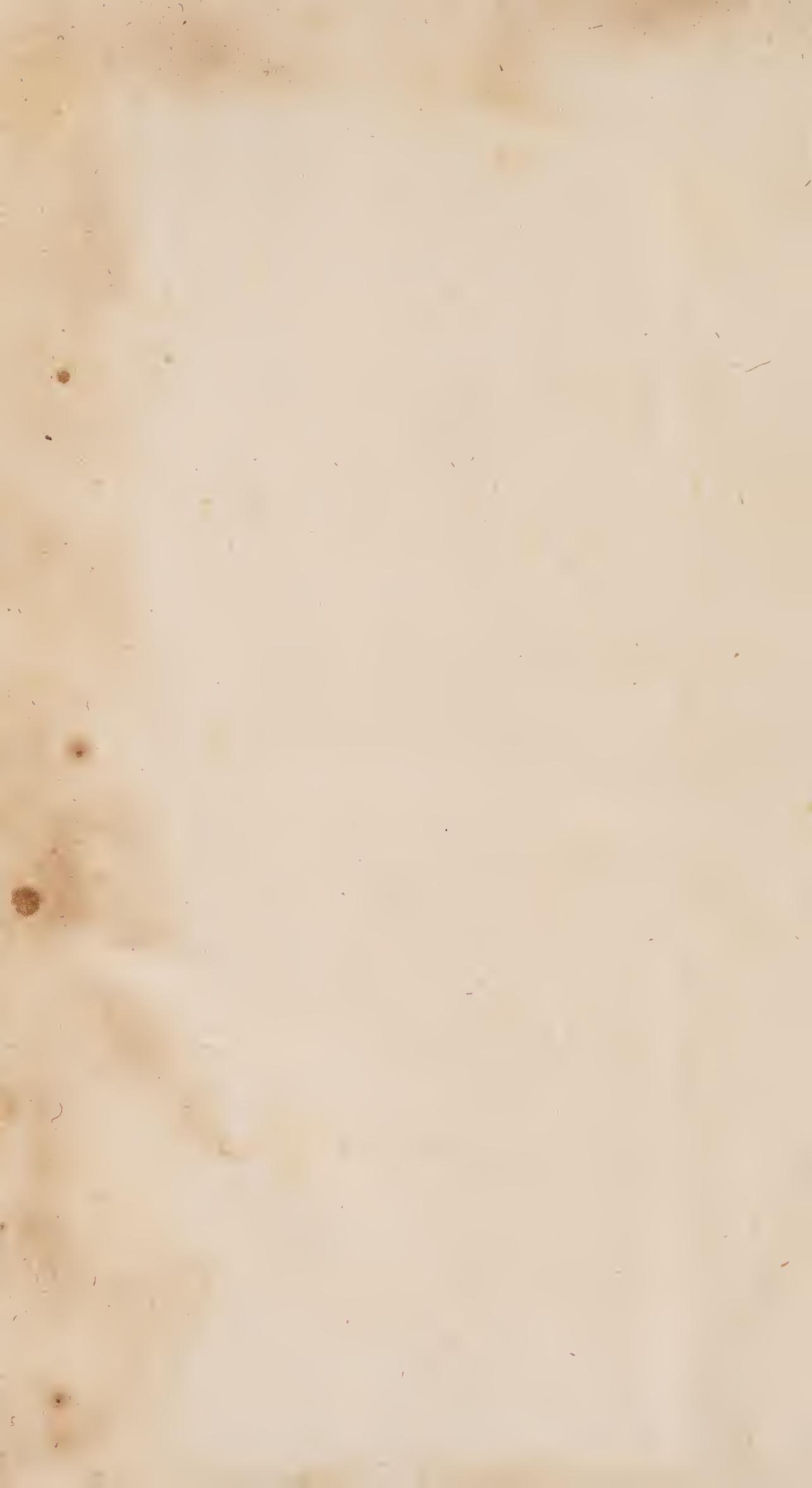
*Ex Bibliothecâ Presbyterorum Seminarij
S^{ti} Sulpitij.*



39649/B

PARA DU PHANJAS, F.

vol 4



THÉORIE

DES ÊTRES SENSIBLES,

OU

COURS COMPLET

DE PHYSIQUE.

THÉORIE
DES ÊTRES SENSIBLES,
O U
COURS COMPLET
DE PHYSIQUE,
SPÉCULATIVE, EXPÉRIMENTALE,
SYSTEMATIQUE ET GÉOMÉTRIQUE,
MISE A LA PORTÉE DE TOUT LE MONDE :

Avec une Table alphabétique des matieres , qui
fait de tout cet Ouvrage un vrai DICTIONNAIRE
DE PHYSIQUE.

Par M. l'Abbé PARA DU PHANJAS.

TOME QUATRIEME.
THÉORIE DU CIEL, OU ASTRONOMIE
GÉOMÉTRIQUE ET ASTRONOMIE
PHYSIQUE.


A PARIS , RUE DAUPHINE ,
Chez CHARLES - ANTOINE JOMBERT , pere ,
Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie ,
à l'Image Notre-Dame.

M. D C C. L X X I I.

Avec Approbation , & Privilège du Roi.

318332





THÉORIE
DES ÊTRES SENSIBLES,
OU
COURS COMPLET
DE PHYSIQUE.

SEPTIEME TRAITÉ.

THÉORIE DU CIEL

OU L'ASTRONOMIE.

1108. DÉFINITION I. L'ASTRONOMIE est la science des Corps célestes, opaques & lumineux. Nous la diviserons en *astronomie géométrique* ou spéculative, qui aura pour objet la théorie des phénomènes; & en *astronomie physique*, qui aura pour objet la théorie des causes. Dans la première, nous nous attacherons à faire connoître le mouvement, l'arrangement, la grandeur, la figure, la distance des astres. Dans la seconde,

nous examinerons quelle cause physique donne le branle à l'univers, & produit les grands phénomènes que nous y observons.

S'il n'est donné qu'à un très-petit nombre de génies supérieurs, de pénétrer toutes les profondeurs de l'astronomie; nous osons assurer aussi que les connoissances intéressantes auxquelles nous allons borner ce traité, n'excede la portée d'aucune personne éclairée & capable d'une attention philosophique.

Corps célestes, opaques & lumineux.

1109. DÉFINITION II. Abstraction faite du soleil, qui semble faire un astre à part, on divise les astres en étoiles fixes, en planetes, en cometes.

I°. On nomme *étoiles fixes*, les astres qui sont lumineux par eux-mêmes, & qui conservent toujours entre eux un même rapport de distance. Un groupe ou un certain nombre d'étoiles, s'appelle *constellation*.

II°. On nomme *planetes*, certains astres opaques, qu'on voit errer constamment dans la région du ciel, tantôt s'approchant & tantôt s'éloignant de différentes étoiles fixes: delà le nom de planetés, du mot grec *πλανητης*, qui signifie errant: *astra errantia*.

III°. On nomme *cometes*, certains astres opaques, comme les planetes, qui paroissent dans le ciel pendant un tems plus ou moins considérable, & qui disparoissent ensuite pendant un tems beaucoup plus long, pour reparoître encore & disparoître selon l'exigence de leur révolution régulière & périodique autour du soleil.

Ces astres, qui ne sont pas toujours visibles comme les planetes, traînent communément dans le ciel une grande queue en forme de chevelure, qui leur a fait donner le nom de cometes : de κομητης, *cometa* : astre à chevelure. *Astra comata.*

Plan & axe d'un cercle.

IIIIO. DÉFINITION III. Comme nous aurons souvent à parler dans tout ce traité, & de l'axe & du plan d'un cercle, il est important d'en donner auparavant une idée exacte & lumineuse, qu'on puisse facilement concevoir & retenir.

I°. On nomme *plan d'un cercle*, sa double surface, plane & sans profondeur. Une ligne ou un point est dans le plan d'un cercle, quand cette ligne ou ce point se confond avec une partie de la surface de ce cercle. Par exemple, si je conçois un cercle immense qui passe par le centre de la terre; le centre de la terre & toutes les parties de la terre qui toucheront ce cercle & qui se confondront avec sa surface, seront dans le plan de ce cercle.

II°. On nomme *axe d'un cercle*, une ligne droite, qui enfile le centre de ce cercle, & qui est de part & d'autre, perpendiculaire à sa surface. Par exemple, si par le centre d'un cercle horizontal, je fais passer une ligne verticale; cette ligne sera l'axe de ce cercle.



Origine & histoire de l'astronomie.

III. OBSERVATION. L'Astronomie a dû commencer avec le monde, dont elle mesura le tems & régla les saisons. Mais ses progrès ont dû nécessairement être fort lents, à cause de la difficulté qu'il y a toujours eu, sur-tout avant l'invention des télescopes, à observer avec assez de précision, des objets si éloignés de notre globe, si compliqués dans leurs mouvements, si peu en prise à nos regards.

Parmi les peuples chez qui cette science a été anciennement en honneur, on peut compter les *Chaldéens*, qui avoient fait un grand nombre d'observations que nous n'avons plus; les *Egyptiens*, dont il nous reste quelques observations assez exactes; & les *Chinois*, chez qui on ne trouve aucune observation ancienne, qui mérite quelque attention, & chez qui l'astronomie étoit encore dans une espece d'enfance au commencement du seizieme siecle (520, 521, 523). Cette science se soutint chez les Romains, chez les Arabes, chez les successeurs de ces différents peuples, dans cet état de médiocrité où l'avoient portée les Chaldéens & les Egyptiens, peuples incomparablement plus éclairés en ce genre, que les Chinois leurs contemporains. Ses brillants progrès ont pour époque l'invention des lunettes, qui sembla nous rapprocher du ciel ou rapprocher le ciel de nous. (1026.)

Trois grands hommes, dans ces derniers siecles, ont principalement contribué à porter l'astronomie à ce point de perfection où elle se trouve au-

jourd'hui en Europe; *Copernic*, qui trouva le vrai systême du monde, ou le vrai arrangement des corps célestes; *Kepler*, qui découvrit les vraies loix de leurs mouvements; *Newton*, qui dévoila les vraies causes physiques de ces révolutions & de ces mouvements.

I°. Avant Copernic, on faisoit tourner bisarrement le soleil, les planetes, les étoiles, autour de la terre immobile au centre du firmament: delà résultoit dans les astres, une marche révoltante, une marche diamétralement opposée à toute théorie du mouvement. Copernic mit la terre à sa vraie place, au rang des planetes; plaça le soleil immobile au centre du monde planétaire; fit des étoiles, tout autant de soleils immobiles, destinés à éclairer d'autres planetes, ou d'autres astres opaques errants autour de chacun d'eux.

II°. Avant Kepler, même depuis Copernic, on ne connoissoit point, ou on ne connoissoit que fort mal la marche des planetes, que l'on supposoit circulaire. Kepler découvrit que les planetes, tantôt plus voisines & tantôt plus éloignées du soleil, faisoient leurs révolutions périodiques autour de cet astre, non dans des cercles, mais dans des ellipses, selon deux loix générales qui soumettoient au calcul tous leurs mouvements. Nous parlerons ailleurs de ces deux fameuses loix de Kepler.

III°. Avant Newton, même depuis Copernic & Kepler, on ignoroit la cause ou le principe physique qui retient les planetes dans leur orbite, pendant leur révolution autour du soleil. Newton découvrit que c'étoit leur pesanteur, ou leur gra-

vation vers le soleil , centre de leurs mouvements ; démontra que cette gravitation ou pesanteur dans une même planète , par exemple , dans la terre ou dans Jupiter , étoit toujours en raison inverse des quarrés des distances de la planète au soleil ; & que de l'influence de cette pesanteur ou gravitation des planetes vers le centre du soleil , naissoient & découloient tous les grands phénomènes célestes.



PREMIERE SECTION

DE L'ASTRONOMIE.

ASTRONOMIE GÉOMÉTRIQUE, O U THÉORIE DES PHÉNOMENES CÉLESTES.

SPHERE ASTRONOMIQUE : sa nature & ses usages.

CORPS CÉLESTES : étoiles , planetes principales & secondaires , cometes , paralaxe , réfraction astronomique , irrégularités de la lune , éclipses.

LOIX DE KEPLER : ou explication & démonstration des deux fameuses loix de la Nature dans le Ciel.

SYSTÈMES DU MONDE : explication & démonstration du système de Copernic.

TERRE - PLANETE : sa figure , sa position dans le Ciel , ses trois mouvements : mesures du Temps & de l'Espace , &c.



THÉORIE DU CIEL.

PREMIÈRE SECTION.

L'ASTRONOMIE GÉOMÉTRIQUE OU SPÉCULATIVE.

III 2. OBSERVATION. IL suffit d'être doué d'une intelligence & d'une raison, pour être frappé d'admiration, à la vue de ces globes brillants qui roulent ou paroissent rouler sur nos têtes; & pour être empressé d'en observer & d'en connoître la marche harmonieuse, qui mesure nos jours & nos années, qui guide le voyageur & sur la terre & sur la mer, qui apprend au cultivateur quel est le tems convenable à ses travaux, qui intéresse à tant d'autres égards & la vie privée & la vie sociale. Mais quelle hardiesse, quelle sublimité, quelle sagacité de génie ne fallut-il pas à celui qui le premier osa embrasser l'immensité des cieux, dans la vue de les soumettre à ses observations & à ses calculs! Osons nous mettre à sa place, & chercher l'origine & les *fondements* de cette science. Deux points fixes ou immobiles, ou qui dûrent paroître tels aux premiers observateurs, vont servir de base à toutes nos connoissances en ce genre: ces deux points sont le *centre de la terre* & le *pole visible*.

Quoique ces deux points ne soient pas réel-

lement fixes & immobiles ; leur déplacement ou leur mobilité ne nuit en rien à la théorie que nous allons d'abord établir sur leur immobilité ; comme on le verra par la suite de ce traité. Regardons donc d'abord avec les premiers observateurs & avec les premiers astronomes , la terre comme immobile au centre de l'univers ; & le ciel comme faisant chaque jour sa révolution , d'orient en occident , autour de la terre & autour de deux points fixes dans le ciel , dont l'un est toujours visible & l'autre toujours invisible pour nous ; qu'on a nommé *poles du monde* , parce que tout le ciel paroît tourner chaque jour autour d'eux. Le nom de poles $\pi\omicron\lambda\omicron\varsigma$ vient du mot grec $\pi\omicron\lambda\epsilon\omega$, *verto* , *je tourne*.

POLES DU MONDE ET DE LA TERRE.

III 3. OBSERVATION. I^o. En contemplant dans une belle nuit le firmament , ou cette voûte azurée & parfemée de corps lumineux , qui de toute part termine & enchante ma vue ; j'aperçois qu'il y a du côté du nord à une certaine hauteur , près de la dernière étoile d'une petite constellation qu'on nomme la petite ourse ou le petit charriot , un point fixe & immobile P , qui ne se leve ni ne se couche , qui reste toujours également élevé au-dessus de mon horizon , qui ne paroît tourner que sur lui-même , & autour duquel tourne ou paroît tourner chaque jour toute la machine céleste d'orient en occident. Ce point immobile P est le *pole septentrional* du monde : on le nomme aussi *pole arctique* , parce qu'il est au voisinage de la grande & de la petite ourse , en grec $\alpha\rho\kappa\tau\omicron\varsigma$; & *pole*

boréal, parce que le vent de bise souffle du nord au midi. (*fig. 1.*)

II°. Je mene par la pensée une ligne droite de ce pôle P au centre de la terre T, & je la prolonge indéfiniment au-delà du centre de la terre. Cette ligne droite PTM, que je nomme *l'axe du monde*, prolongée indéfiniment au-delà du centre de la terre, aboutira dans le firmament à un autre point fixe & immobile M, autour duquel doit tourner aussi chaque jour toute la machine céleste, d'orient en occident. Ce point M est l'autre pôle du monde, ou le *pôle méridional*, qu'on nomme aussi pôle antarctique & pôle austral.

III°. La partie *pm* de l'axe du monde qui enfile la terre, est *l'axe de la terre*; & les deux points par où cette ligne sort de la terre, sont *les deux poles de la terre*: l'un *p* au nord, est le pôle arctique ou septentrional; & l'autre *m*, au midi, est le pôle antarctique ou méridional.

FONDEMENTS DE L'ASTRONOMIE.

III 14. HYPOTHESE. Pour faire sentir comment & par quelle marche l'esprit humain a pu s'élever à des connoissances astronomiques, je me place par la pensée dans les tems les plus reculés; & abandonné aux seules lumieres de ma raison, je vais observer les astres, & tracer dans le ciel & sur la terre différents cercles, qui doivent me servir à prendre des points fixes & à former des divisions exactes dans toute l'immensité de l'univers. (*fig. 1.*)

Soit dans une grande plaine bien découverte, le point *n*, que je prends pour théâtre de mes

observations. Ma vue s'étendra en liberté dans toute la partie du ciel HPCR, placée au-dessus de mon horizon HTR. Je découvrirai la moitié de la voûte céleste qui roule autour de moi : le point Z sera au-dessus de ma tête.

I°. Du pôle toujours visible & toujours immobile P, je mene par le centre de la terre, la ligne droite PTM : c'est l'axe de la terre & du monde, sur lequel tourne ou paroît tourner chaque jour tout le ciel d'orient en occident. Cette ligne me donne *deux points fixes* dans le ciel, les deux poles P & M. (1113.)

II°. Du centre de la terre, je mene par la pensée une ligne droite Tn, qui passe par le lieu même où je fais mes observations, & que je prolonge indéfiniment & au-dessus de ma tête en Z, & au-dessous de mes pieds en N. Cette ligne droite me donne *deux autres points fixes* dans la voûte céleste ; le *zénith* Z sur ma tête, & le *nadir* N dans la partie opposée sous mes pieds.

Les deux lignes PTM & ZTN, qui aboutissent aux quatre points fixes dans la voûte céleste, & qui s'entre-coupent au centre de la terre, sont ou peuvent être dans un même plan : puisqu'elles forment au centre de la terre, deux angles opposés au sommet ; & que deux angles opposés au sommet peuvent toujours être dans un même plan, par exemple, dans un cercle qui s'applique à leurs lignes ou qui se confonde en partie avec leurs lignes. Je vais donc mettre les deux lignes qui aboutissent aux quatre points fixes dans le ciel, dans un même plan, dans un même cercle. Pour cela,

III°. Ayant mené par la pensée, une ligne droite du pôle septentrional P à mon zénith Z, une

une autre ligne droite de mon zénith au pôle méridional M, une autre ligne droite du pôle méridional à mon nadir N, une autre ligne droite de mon nadir au pôle septentrional P; je conçois une ligne menée du centre de la terre à l'un des quatre points fixes, comme faisant une révolution le long des lignes qui unissent les quatre points fixes. Cette ligne ou ce rayon TP, par exemple, décrira par sa révolution, un cercle PZAMNBP, dont le plan passera par mon zénith Z, par mon nadir N, & par les deux pôles de la terre & du monde: c'est le *méridien*, qui partage le ciel & la terre en deux parties égales, dont l'une est à mon orient & l'autre à mon occident; & sous lequel je verrai passer chaque jour tout le ciel en revue.

IV°. Du centre de la terre, je mene une autre ligne TA, égale au rayon du méridien, & perpendiculaire à l'axe du monde; & je la conçois comme faisant une révolution autour de cet axe du monde. Cette ligne décrira un nouveau cercle ATB, dont l'axe PM passera par les pôles de la terre, & aboutira aux pôles du monde; & dont le plan fera à égale distance des pôles opposés: ce sera l'*équateur*, qui divisera la terre & le ciel en deux parties égales, l'une au nord & l'autre au midi; & que je verrai coupé par le milieu sous différents angles, par l'orbite que décrivent ou la route que parcourent les planètes dans leur révolution annuelle.

V°. Du centre de la terre encore, je mene une autre ligne TH, égale au rayon du méridien, & perpendiculaire à la ligne ZTN qui atteint mon zénith & mon nadir; & je la conçois comme faisant une révolution autour de la

ligne ZTN. Cette ligne TH décrira un troisieme cercle HTR, dont l'axe ZTN aboutira à mon zénith & à mon nadir, & dont le plan fera partout à égale distance de ces deux points opposés : ce sera *mon horison*, dans le plan duquel je verrai chaque jour le soleil & les planetes se lever & se coucher en différents points, tantôt plus au nord & tantôt plus au midi. Ce cercle, ainsi que les deux précédents, divise le ciel & la terre en deux *hémispheres égaux*.

VI°. Il me fera facile de tracer dans le ciel par la pensée, tant d'autres cercles que je voudrai, selon la même méthode : delà naîtra la *sphere astronomique*, qu'on nomme *sphere armillaire* quand elle est représentée ou exécutée en carton ou en telle autre matiere solide. (*fig. 58.*)

La sphere armillaire, image de la sphere astronomique, est composée de *six grands cercles*, qui sont le méridien MN, l'équateur AB, l'horison HH, le zodiaque DE & les deux colures (1133); & de *quatre petits cercles*, qui sont les deux tropiques CD, EF, & les deux polaires M & N. Les grands cercles ont leur centre, dans le centre même de la terre : les petits cercles ont leur centre hors du centre de la terre, par exemple, sur l'axe du monde, ou sur telle autre ligne menée du centre de la terre au firmament.

Après avoir montré ou indiqué comment & par quelle marche l'esprit humain a pu s'élever à des connoissances astronomiques; il nous reste à exposer plus en détail les connoissances intéressantes qu'il a acquises en ce genre; & c'est ce que nous allons faire dans tout ce traité, où l'ordre & la lumiere sont encore plus nécessaires; que dans tous les précédents. La théorie de la

sphere, des différents corps célestes, des loix de Kepler, du vrai systême du monde, de la terre-planete, tel sera l'objet de cette premiere section, divisée en cinq articles.

A R T I C L E P R E M I E R.

THÉORIE DE LA SPHERE.

III 5. DÉFINITIONS. **U**NE *sphere* est un solide réel ou apparent, formé par la révolution d'un demi-cercle PBM sur son axe PTM : tel est ou tel paroît être le monde visible, que nous allons considérer comme divisé par plusieurs cercles. (*fig. 1.*)

Dans ce globe immense, qui roule ou qui paroît rouler chaque jour autour de notre globe terrestre, on nomme *poles du monde*, les deux points immobiles P & M autour duquel se font les révolutions journalieres; *axe du monde*, une ligne droite PTM, qui enfile le centre de la terre, & atteint les deux poles; *zénith*, le point du ciel Z ou C ou A sur nos têtes, où aboutit une droite TnZ, menée du centre de la terre à nos pieds, & de nos pieds jusques dans ciel; *nadir*, le point du ciel sous nos pieds, où aboutit une ligne ngN ou cfF, menée de nos pieds au centre de la terre, & du centre de la terre dans le ciel sous nos pieds; *antipodes*, le point de la surface terrestre g ou f, où cette derniere ligne sort de la terre sous nos pieds pour aller aboutir au nadir; *firmament*, cette voûte réelle ou apparente, à laquelle paroissent être attachés les corps célestes;

espaces célestes, tout l'espace intercepté de toute part entre la terre & le firmament.

On voit par ces définitions, qu'il n'y a pour tout l'univers que deux points dans le ciel qui méritent le nom de poles, savoir, les points P & M; mais qu'il y a autant de différents zéniths & autant de différents nadirs, qu'il y a de points sur la surface terrestre où pourroit être supposé l'observateur. L'observateur, placé en n , a pour zénith le point Z, & pour nadir le point N: placé en p , il a pour zénith le point P, & pour nadir le point M. Il en est de même pour les antipodes: l'observateur, placé en b , a pour antipodes le point a : placé en a , il a pour antipodes le point b ; placé en c , il a pour antipodes le point f ; placé en m , il a pour antipodes le point p ; & ainsi du reste. Il résulte de là que le zénith, le nadir, & les antipodes de Paris, par exemple, n'ont rien de commun avec ceux de Rome ou de Madrid ou de Petersbourg.

GRANDS CERCLES DE LA SPHERE.

Le Méridien.

1116. DÉFINITION (*fig. 2*). Le *méridien* d'un lieu quelconque, est un grand cercle P t M s P, dont le plan passe par le zénith & le nadir de ce lieu, par le centre de la terre, & par les poles de la terre & du monde. On a donné à ce cercle le nom de *méridien*: parce que lorsque le centre du soleil atteint le plan de ce cercle dans sa révolution sur l'horison, il est midi pour cet endroit; le soleil étant alors également éloigné & du point de l'horison où il se leve, & du point de l'horison où il se couche. Il est égale-

ment midi pour tous les autres points de la surface terrestre, qui se trouvent placés dans le plan de ce cercle au-dessus de l'horison.

Il est clair qu'il y a tout autant de différens méridiens, qu'il y a de points dans la circonférence *s t s* de la terre : puisque le méridien passe toujours & par-tout par le zénith ; & qu'il y a autant de zéniths différens dans la circonférence *s t s* de la terre, qu'il y a de points. Ainsi le méridien d'un lieu, n'est point le méridien d'un autre lieu situé à l'orient ou à l'occident de ce lieu : mais le méridien d'un lieu peut être le méridien d'un autre lieu situé au nord ou au midi de ce lieu ; parce que le plan du méridien est dirigé du midi au nord, & non de l'orient à l'occident.

L'Horison.

III 17. DÉFINITION. On doit distinguer deux sortes d'horison (*), l'horison rationel ou astronomique, & l'horison sensible. (*fig. 1.*)

I°. *L'horison rationel* d'un lieu quelconque, est un grand cercle dont l'axe aboutit au zénith & au nadir de ce lieu, & dont le plan passant par le centre de la terre, est par-tout également éloigné & du zénith & du nadir de ce lieu (III 14, V°). Le plan de ce cercle divise la terre & le ciel en deux portions égales, ou en deux hé-

(*) ETYMOLOGIE. Horison, d'*οριζων*, *finis*, *termino* : *οριζων*, cercle qui termine notre hémisphere, qui termine la vue dans le ciel ; ou qui divise le ciel en deux parties égales, dont l'une est toujours successivement visible.

misphères égaux , dont l'un est au-dessus & l'autre au-dessous de ce plan. La circonférence de ce cercle est par-tout éloignée de 90 degrés du zénith & du nadir. L'horison rationel du point n est le cercle HTR.

II°. L'*horison sensible* du même lieu quelconque , est un cercle qui a le même axe que l'horison rationel dont nous venons de parler ; & dont le plan, parallele au plan de ce dernier , au lieu de passer par le centre de la terre , passe par sa surface , dans le point même dont il est l'horison. L'horison sensible , un peu moindre que l'horison astronomique , en est par-tout éloigné de tout le rayon terrestre ; c'est-à-dire , d'environ 1430 lieues : différence qui devient nulle dans le ciel , où ces deux horisons se confondent sensiblement. Si la ligne hnr faisoit une révolution autour du point n , en demeurant toujours perpendiculaire à la ligne TZ , elle décrirait un cercle qui seroit l'horison sensible du point n ; horison parallele à l'horison astronomique HTR du même lieu.

Quand on passe d'un lieu à un autre , on change & d'horison sensible & d'horison rationel : parce qu'on a un autre zénith & un autre nadir , & que l'axe de l'horison passe toujours par ces deux points.

Ligne méridienne.

III8. DÉFINITION. Le plan du méridien & le plan de l'horison sensible s'entre-coupent à angles droits ; puisque l'axe de l'horison est dans le plan du méridien ; & leur commune intersection donne une ligne droite : *cette ligne droite* ,

ou toute autre ligne qui lui fera parallele dans le plan du méridien au-dessus de l'horifon, est la *méridienne de ce lieu.*

L'Equateur.

1119. DÉFINITION. L'*équateur* (fig. 2) est un grand cercle ANB & AT , dont l'axe PTM passe par le centre de la terre, par les poles de la terre & du monde; & dont le plan est par-tout également éloigné & des deux poles de la terre & des deux poles du monde. La partie de ce cercle qui atteint la surface de la terre, est l'*équateur terrestre* *st*: c'est ce qu'on nomme *la ligne*. Par exemple, *passer la ligne*, c'est passer du nord au midi, ou du midi au nord de l'*équateur*. (494. IV^o.)

I^o. L'*équateur* se nomme aussi *cercle équinoxial*; parce que, quand le soleil l'atteint, les jours sont égaux aux nuits dans toute la terre: ce qui arrive deux fois chaque année; au commencement du printems, quand le soleil passe ou paroît passer du midi vers le nord; & au commencement de l'automne, quand le soleil passe du nord vers le midi.

II^o. L'*équateur*, par sa révolution journaliere autour de la terre, d'orient en occident, mesure le jour. Or comme l'*équateur*, ainsi que tout cercle, est divisé en 360 degrés, & que le jour ne renferme que 24 heures; en divisant 360 par 24, on trouvera que 15 degrés de l'*équateur* répondent à une heure du jour. Ainsi il faut une heure, pour qu'un point de l'*équateur* passe de l'horifon, à 15 degrés au-dessus ou au-dessous de l'horifon; deux heures, pour que ce même point

de l'équateur, se porte à 30 degrés au-dessus ou au-dessous de l'horison; & ainsi du reste. On peut dire la même chose des cercles KN, RS, & des autres cercles paralleles à l'équateur.

1120. REMARQUE I. L'horison est toujours déterminé par le zénith; & le zénith est toujours éloigné de 90 degrés, de la circonférence de l'horison (1117). Par conséquent (fig. 1),

I°. *Quand le zénith A ou B est dans l'équateur; le plan de l'horison atteint les poles de la terre & du monde P & M: dans ce cas seulement, l'équateur ABA & l'horison PMP s'entre-coupent à angles droits.*

II°. *Quand le zénith est entre les poles & l'équateur, par exemple en Z; l'horison HTR s'abaisse au-dessous d'un pole P, s'élève au-dessus de l'autre pole M, s'incline à l'équateur ATB; & l'arc PH ou RM, intercepté entre le pole visible & le plan de l'horison, est toujours égal à la hauteur du pole visible P au-dessus de l'horison.*

III°. *Quand le zénith est dans les poles mêmes, en P ou en M; le plan de l'horison se confond avec le plan de l'équateur: l'équateur & l'horison sont un même cercle ATB, dont le plan est par-tout éloigné des poles, de 90 degrés.*

1121. REMARQUE II. Le zénith d'un lieu quelconque, & le pole visible, sont toujours dans le plan du méridien de ce lieu (1116). Or comme le pole est à 90 degrés de l'équateur, & le zénith à 90 degrés de l'horison (1117); il est clair qu'autant que le zénith Z s'approche du pole visible P, autant l'horison TH s'abaisse au-dessous de ce pole visible P; & que la hauteur PH du pole, est égale à l'éloignement ZA du zénith à l'équateur. $HPZ = 90$ degrés; $PZA = 90$

degrés : ôtez la partie commune PZ ; reste de part & d'autre $HP = ZA$, (*fig. 1.*)

D'où il s'enfuit que l'éloignement du zénith à l'équateur est égal à la hauteur du pole ; & que l'éloignement ou la distance du zénith au pole est égale au complément de la hauteur du pole. Par exemple , si dans le méridien , le pole P est élevé de 30 degrés au-dessus de l'horison H ; le zénith Z est à 30 degrés de l'équateur A , & à 60 degrés du pole P.

L'Ecliptique.

1122. DÉFINITION. *L'écliptique est proprement la courbe que décrit le centre de la terre pendant sa révolution annuelle autour du soleil, vue du centre du soleil immobile, & rapportée dans le firmament ; ou bien, si l'on juge par les apparences, l'écliptique est le cercle que paroît décrire le centre du soleil pendant sa révolution annuelle du midi au nord, & du nord au midi dans le firmament. Cette courbe de la terre, ce cercle du soleil, ne sont qu'une même chose, qu'une même ligne $R a N n R$, dans le firmament. (*fig. 2.*)*

En supposant ici la terre immobile, si l'on observoit exactement pendant toute une année, à quel point du firmament répond chaque jour le centre du soleil à une même heure, par exemple, à midi ; on trouveroit que ce centre du soleil, au lieu de répondre chaque jour à un même point a du firmament, se trouve chaque jour à midi dans un point plus avancé d'environ un degré vers l'orient, aujourd'hui en a , demain en r , après-demain en b , ensuite en c , en N , en d , en e , en n , en f , en g , en R , en h , en k , en a ; & que la somme de tous ces points, observés à

midi pendant toute une année, fait dans le firmament la circonférence d'un cercle RTN, dont le plan passeroit par le centre de la terre, & seroit incliné d'environ 23 degrés & 28 minutes sur le plan de l'équateur ATB: ce cercle RTN est l'*écliptique*, dans le plan de laquelle se trouvent toujours, & le centre du soleil, & le centre de la terre. Le nom d'écliptique lui vient, de ce que toutes les éclipses de soleil & de lune ont lieu ou arrivent dans son plan.

I°. Le plan de l'écliptique RTN (11110), n'est ni parallèle, ni perpendiculaire au plan de l'équateur ATB: le premier est oblique au second. Cette *obliquité de l'écliptique* relativement à l'équateur, est mesurée par l'angle RTB ou NTA, qui est cette année 1770, d'environ 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces. Nous examinerons ailleurs si cette obliquité est variable; si l'angle NTA augmente ou diminue, ou s'il reste persévéramment de même grandeur. (1381.)

II°. L'axe DTE de l'écliptique, & l'axe PTM de l'équateur, font entr'eux le même angle que leurs plans qui s'entre-coupent par leurs centres au centre de la terre: ces deux axes ont donc entr'eux la même obliquité que leurs plans. Les deux points du ciel où aboutit l'axe de l'écliptique, sont *les deux poles de l'écliptique*: ces deux points, ou ces deux poles D & E, sont donc éloignés cette année 1770, d'environ 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces, des deux poles du monde P & M.

III°. Comme l'écliptique & l'équateur s'entre-coupent par leurs centres au centre de la terre; il est clair qu'une moitié TN de l'écliptique est au nord, & l'autre moitié TR, au midi de l'équateur.

Le soleil, qui dans une année parcourt la circonférence de l'écliptique, en avançant chaque jour d'environ un degré d'occident en orient, se trouvera donc tantôt au nord & tantôt au midi de l'équateur, passant deux fois par an dans le plan de l'équateur ATB.

Paralleles à l'Equateur.

1123. OBSERVATION. I°. Quand le soleil est en *a*, dans l'interfection de l'écliptique & de l'équateur, au commencement du printems; ce jour-là il fait sa *révolution diurne* dans l'équateur, avec le point *a* qu'il occupe dans l'écliptique céleste. (*fig. 2.*)

II°. Quand le soleil, avançant ou paroissant avancer chaque jour d'environ un degré dans l'écliptique, & passant successivement chaque jour de *a* en *r*, de *r* en *b*, de *b* en *c*, est arrivé en *N*, au solstice d'été & au commencement de l'été; ce jour-là il fait sa *révolution diurne* autour de la terre, au nord de l'équateur, dans le cercle *NKN*, avec le point *N* qu'il occupe ou qu'il paroît occuper dans le firmament & dans l'écliptique.

III°. Quand le soleil avançant toujours chaque jour d'environ un degré d'occident en orient dans l'écliptique, après avoir successivement passé par tous les points *d e n f g* de l'écliptique, sera parvenu en *R*, au commencement de l'hiver; ce jour-là il fera sa *révolution diurne* autour de la terre, au midi de l'équateur, dans le cercle *RSR*, avec le point *R* qu'il paroît occuper dans le ciel, & qui paroît tourner conjointement avec le soleil autour de la terre, d'orient en occident,

dans le cercle RSR, parallèle à l'équateur AB.

IV. Si le soleil, dans sa révolution autour de l'écliptique d'occident en orient, passoit par bords d'un degré à l'autre, s'arrêtant un jour entier sur le même point, & sautant le lendemain tout à coup à un autre point plus éloigné d'environ un degré; il décriroit dans ses différentes révolutions diurnes autour de la terre, tout autant de cercles RS, AB, NK, *parallèles à l'équateur*, qu'il y a de jours dans l'an. Mais comme le mouvement annuel du soleil dans l'écliptique, est successif & permanent; il est clair que le soleil, dans son mouvement annuel combiné avec son mouvement diurne, au lieu de décrire dans le ciel environ 365 circonférences isolées & parfaitement parallèles à l'équateur, ne décrit que *deux spires continues*; dont l'une commence en R & finit en N, & dont l'autre commence en N & finit en R.

Ainsi, en regardant comme réel le mouvement apparent du soleil; chaque révolution diurne de cet astre autour de la terre, est réellement une révolution spirale, un peu inclinée à l'équateur, mais que l'on peut regarder comme un cercle sensiblement parallèle à l'équateur, à cause de son inclinaison insensible. Le soleil, par ses révolutions diurnes réelles ou apparentes, décrit donc dans une année, environ 365 spires & demi, qu'on peut prendre pour tout autant de cercles parallèles à l'équateur: delà tout autant de *cercles sensiblement parallèles à l'équateur*, dans la sphere astronomique.



Poles de l'Ecliptique.

1124. PROBLÈME. *Trouver à peu près, sans instruments astronomiques, la position du pole boréal de l'écliptique. (fig. 2.)*

SOLUTION. Il résulte de ce que nous venons d'observer & d'expliquer au sujet de l'écliptique, que si on décrit dans le ciel autour du pole du monde P, un cercle DGD, dont le rayon νG parte de l'axe du monde & embrasse 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces de la circonférence céleste autour du pole P; le pole de l'écliptique se trouvera dans la circonférence de ce cercle DGD. Mais quel est le point de cette circonférence DGD, qui est le pole de l'écliptique? C'est ce qu'il s'agit ici de déterminer. (*fig. 3.*)

Tout le monde connoît cette belle constellation du nord, composée de sept étoiles brillantes de perpétuelle apparition, qu'on nomme la *grande ourse*, ou le *charriot de David*. Elle a en effet quelque apparence de charriot: quatre étoiles ABCD en forment le train ou les quatre roues: trois autres FGT en représentent pour ainsi dire le timon.

1°. Si, par les deux étoiles A & B, on tire par la pensée une ligne droite indéfinie BAX vers le nord; cette ligne passera fort près de l'étoile polaire P, laquelle est autant éloignée de l'étoile A, que l'étoile A l'est de l'étoile T. Cette étoile polaire forme la queue d'une autre constellation composée, comme celle-ci, de sept étoiles, mais moins brillantes: elle porte le nom de *petite ourse*, en grec *αρκτος*; d'où est venu au

pole voisin, le nom de pole arctique. Les deux étoiles *a* & *b* de la petite ourse, les plus éloignées de la polaire qui termine le timon *cP*, se nomment les *gardes de la petite ourse*.

II°. Si on mene une autre ligne indéfinie *CDZ*; cette ligne passera fort près du *pole boréal de l'écliptique*, lequel se trouve sur la ligne *DZ*, & sur une ligne menée par les deux gardes de la petite ourse, c'est-à-dire, par les deux étoiles *a* & *b*. Ce pole sera donc en *Z* dans le ciel.

III°. Une ligne droite, menée de ce pole boréal de l'écliptique au centre de la terre, & prolongée indéfiniment vers la partie opposée du firmament, atteint le *pole austral de l'écliptique*, lequel n'est point visible pour nous.

Ces deux poles de l'écliptique *D* & *E* (*fig. 2*), qui sont deux points déterminés dans le firmament, & qui servent à mesurer la latitude des astres, font chaque jour avec tout le ciel, une révolution réelle ou apparente autour des poles *P* & *M* de l'équateur & du monde, d'orient en occident. L'étoile polaire *P* (*fig. 1*) n'est pas au pole même, mais elle en est fort près, & sert à le faire trouver. (1355.)

Le Zodiaque & les douze signes.

1125. DÉFINITION. Le *zodiaque* est une zone ou une bande circulaire *DTED* dans le firmament, d'environ 16 degrés de largeur, coupée par le milieu dans toute sa circonvolution, par l'écliptique, qui la divise en deux portions égales (*fig. 58*). Cette bande, ou zone circulaire, renferme, outre l'écliptique ou l'orbite annuelle du soleil ou de la terre, l'orbite annuelle de toutes

les planetes principales, qui y coupent chacune obliquement l'écliptique en deux portions égales, sous différents angles; & qui tantôt s'approchant & tantôt s'éloignant un peu, semblent faire dans le ciel, ce que font sur la terre différentes ornières tantôt paralleles & tantôt un peu inclinées les unes aux autres, un assez large chemin dont la largeur les contient & les circonscrit toutes. La circonvolution du zodiaque embrasse ou renferme dans sa largeur, douze constellations célebres, ou douze groupes d'étoiles, qu'on nomme *les douze signes du zodiaque*. Voici les noms qu'on leur donne, & les caracteres par lesquels on les distingue: le Bélier γ ; le Taureau τ ; les Gemeaux H ; l'Écrevisse ♋ ; le Lion ♌ ; la Vierge ♍ ; la Balance ♎ ; le Scorpion ♏ ; le Sagittaire ♐ ; le Capricorne ♑ ; le Verseau ♒ ; les Poissons ♓ . Les deux vers latins suivans serviront à mieux fixer le nom & l'ordre de ces signes, dans la mémoire.

*Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo,
Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora,
Pisces.*

1°. Quoique ces douzes constellations, qui occupent toute l'étendue ou toute la circonvolution du zodiaque, ne soient pas également espacées dans le ciel; les anciens astronomes leur attribuerent à chaque un espace égal, trente degrés de la circonférence de l'écliptique, en commençant par la constellation du bélier, dont le premier point répondoit alors assez exactement à l'équinoxe du printems. On prit donc ce premier point de la constellation du bélier, pour le

premier point de l'écliptique & du zodiaque, ou pour le point de départ, en allant d'occident en orient de signe en signe, dans la direction $aNnRa$: ainsi l'ordre des signes va d'occident en orient : le bélier ab est plus occidental que le taureau bc ; le taureau est plus à l'occident que les gemeaux cN ; & ainsi de suite. (*fig. 2.*)

II°. Mais les douze constellations, qui servirent de point fixe aux anciens astronomes, ne sont plus placées aujourd'hui dans le ciel, relativement à l'équateur & aux équinoxes, comme elles l'étoient au tems de ces astronomes, il y a environ deux mille ans : car la constellation du bélier, qui étoit alors toute en ab , est maintenant toute en bc ; & la constellation des poissons, qui étoit alors en ka , est maintenant toute en ab . Ces constellations, mobiles à l'égard de l'équateur $AaBnA$, dont elles s'approchent ou s'éloignent sans cesse par un mouvement très-lent, ne peuvent donc pas servir de point fixe relativement à l'équateur. C'est pour cette raison que les astronomes modernes, sans faire attention à ces constellations mobiles à l'égard de l'équateur, prennent, pour *premier signe*, les 30 premiers degrés ab de l'écliptique au nord de l'équateur, à compter depuis le point équinoxial du printems ; pour *second signe*, les 30 degrés suivans bc , en allant de l'occident vers l'orient ; & ainsi de suite.

On a conservé à ces douze divisions de l'écliptique, les anciens noms astronomiques. Par exemple, on appelle toujours *signe du bélier*, la premiere division ab ; quoique toute la constellation du bélier soit maintenant dans la seconde division bc . On appelle toujours *signe du taureau*, la

la seconde division bc ; quoiqu'il n'y ait plus rien en bc de la constellation du taureau, laquelle est toute entiere dans la troisieme division cN ; & ainsi de suite. Ainsi le nom de signe du bélier ou de la balance, par exemple, n'a plus aucun rapport aux constellations qu'il exprime: il ne signifie autre chose que la premiere & la septieme division du zodiaque en 30 degrés chacune.

III°. Comme l'écliptique & le zodiaque sont coupés par l'équateur en deux parties égales; il est clair qu'une moitié du zodiaque est au nord & l'autre moitié au midi de l'équateur. Les six premiers signes, exprimés par le premier vers, sont toujours dans la partie boréale aNn du zodiaque; & s'appellent *signes septentrionaux*: les six derniers signes, exprimés par le second vers, sont toujours dans la partie australe du même zodiaque; & s'appellent *signes méridionaux*.

IV°. Comme le centre du soleil, toujours placé dans le plan de l'écliptique, parcourt la circonférence de l'écliptique dans une année; le soleil se trouve successivement un mois dans chaque signe, ou dans chaque division de 30 degrés. Quand on dit que *le soleil est dans tel signe*, par exemple, dans telle étoile du bélier; cela signifie que le soleil, vu de la terre, paroît être dans le même point du ciel que cette étoile; ou que le soleil, placé entre la terre & cette étoile, se trouve dans une ligne droite qui enfileroit les centres de la terre, du soleil, de cette étoile.

V°. Comme le soleil, dans sa révolution annuelle, parcourt successivement dans l'éclip-

tique tous les signes du zodiaque ; & que ces signes font les uns plus élevés & les autres moins élevés au-dessus de notre horison ; on nomme *signes ascendants* , ceux que parcourt le soleil en s'élevant chaque jour de plus en plus au-dessus de notre horison ; & *signes descendants* , ceux que parcourt le soleil en s'élevant chaque jour de moins en moins au-dessus du même horison. Les signes ascendants R a N , font le capricorne , le verseau , les poissons , le bélier , le taureau , les gemeaux : les signes descendants N n R , font le cancer , le lion , la vierge , la balance , le scorpion , le sagittaire. (*fig. 2.*)

1126. REMARQUE. Si l'année n'avoit que 360 jours , comme la circonférence de l'écliptique & de tout cercle n'a que 360 degrés ; le soleil , dans sa révolution annuelle autour du zodiaque , parcourroit chaque jour un degré d'un signe. Mais comme l'année renferme 365 jours 5 heures 48 minutes & environ 45 secondes ; il y a plus de jours dans l'année , que de degrés dans l'écliptique. Le soleil ne parcourra donc pas un degré entier de l'écliptique par jour , mais un peu moins d'un degré.

Quant aux dénominations des douze constellations du zodiaque , il est fort peu important , du moins pour l'astronomie , de deviner pourquoi les anciens astronomes Grecs & Egyptiens donnerent tels & tels noms à ces constellations. Nous nous bornerons donc à observer ici , que comme la plupart de ces constellations portent des noms d'animaux , on a donné à la zone qu'elles occupent , le nom de zodiaque ζωδιακός ; nom dérivé du mot grec ζῷον , *animal* : zodiaque , *animalium cœlestium zona.*

Points cardinaux , équinoxiaux , solstitiaux.

1127. DÉFINITION I. Les quatre points cardinaux sont le nord & le midi, le levant & le couchant des équinoxes. (*fig. 2.*)

Soit PTM le plan du méridien ; & ANB le plan de l'équateur : les axes de ces deux cercles (1110) donnent les quatre points cardinaux. L'axe PTM de l'équateur atteint & donne dans le ciel le nord P & le midi M . L'axe ANB du méridien atteint & donne dans le ciel le vrai orient A & le vrai occident B : c'est le levant & le couchant des équinoxes, différent de celui des solstices. Au solstice d'hiver le soleil se leve & se couche plus au midi, en SR .

1128. DÉFINITION II. Les points équinoxiaux sont les deux points a & n , où les circonferences de l'écliptique & de l'équateur s'entrecoupent dans le ciel : l'un a , est le point équinoxial du printemps ; & l'autre n , est le point équinoxial d'automne.

Quand le centre du soleil est dans l'un ou dans l'autre de ces deux points, le jour est égal à la nuit dans toute la terre ; *ubique est æquinoctium* : delà leur dénomination. Les points équinoxiaux sont variables, comme nous l'expliquerons bientôt : ils ne répondent pas constamment aux mêmes points du ciel. (*fig. 2.*)

1129. DÉFINITION III. Les points solstitiaux sont les deux points N & R de l'écliptique, les plus voisins ou les moins éloignés des deux poles du monde P & M . Le point N de l'écliptique, point le moins éloigné du pole arctique P , est le point solstitial d'été : le point R de l'écliptique,

point le moins éloigné du pôle antarctique M, est le *point solsticial d'hiver*.

Les points solstitiaux sont toujours éloignés de 90 degrés, des points équinoxiaux : ils sont donc par conséquent variables & mobiles, ainsi que ces derniers.

1130. DÉFINITION IV. Les équinoxes & les solstices demandent une définition à part qui en donne une idée exacte & précise. (*fig. 2.*)

I°. On nomme *équinoxe*, l'instant où le centre du soleil se trouve dans le plan de l'équateur AB : ce qui arrive deux fois l'an. En passant du midi au nord de l'équateur, le soleil donne en *a* l'équinoxe du printems, qui arrive vers le 20 de mars : le jour & le moment où se fait ce passage, est le jour & le moment de l'équinoxe. En passant ensuite du nord au midi de l'équateur, le soleil donne en *n* l'équinoxe d'automne, qui arrive vers le 23 de septembre : le jour & le moment où se fait ce passage, est le jour & le moment du nouvel équinoxe.

II°. On nomme *solstice*, l'instant où le centre du soleil se trouve dans les deux points solstitiaux N & R. Quand le centre du soleil atteint le point solsticial N, au premier point du cancer ou du quatrième signe, on a le solstice d'été, qui arrive vers le 21 de juin. Quand le soleil atteint le point solsticial R, au premier point du capricorne ou du dixième signe, on a le solstice d'hiver, qui arrive vers le 21 de décembre. (*fig. 2.*)

En parcourant l'écliptique R a N n R dans sa révolution annuelle, le soleil s'approche & s'éloigne successivement de l'équateur AB. Mais il y a deux tems, où pendant quelques jours il paroît comme *stationnaire*, où il semble ne point

s'approcher & ne point s'éloigner de l'équateur : ce qui arrive au tems des solstices, tems qui embrasse les deux ou trois jours qui précèdent & les deux ou trois jours qui suivent le moment de chaque solstice. Delà le nom de solstice; *solstitium : quasi solis statio.*

Précession des équinoxes.

1131. OBSERVATION. Supposons d'abord dans la circonférence de l'écliptique $a N n R a$, 25740 étoiles, toutes éloignées l'une de l'autre d'une même quantité, de 50 secondes & 20 tierces de degré. Supposons ensuite, au centre de la terre diaphane & transparente T, un œil occupé à observer exactement chaque année l'équinoxe du printems; ou l'instant auquel le centre du soleil passe du midi au nord, dans le plan de l'équateur ATB. Cet œil observera ce qui suit : (*fig. 2.*)

1^o. Si cette année, au moment de l'équinoxe du printems, le centre du soleil répond dans le firmament à l'étoile a ; l'année prochaine, au moment du même équinoxe, le centre du soleil répondra à l'étoile voisine & plus occidentale x , laquelle se trouvera dans le plan de l'équateur au moment de l'équinoxe. D'où il s'ensuit que les points équinoxiaux & solstitiaux actuels rétrogradent chaque année contre l'ordre des figures, d'environ 50 secondes & un tiers; & par conséquent, que les points équinoxiaux & solstitiaux modernes précèdent dans la révolution diurne, soit en se levant, soit en se couchant, soit en arrivant au méridien, les points équinoxiaux & solstitiaux antérieurs: c'est ce qu'on nomme *la précession des équinoxes*, précession qui affecte également les

solstices qui sont toujours à 90 degrés des points équinoxiaux de l'année actuelle.

Selon le célèbre abbé de la Caille, la précession moyenne des équinoxes, est de 50 secondes & 20 tierces de degré : ce qui fait un degré de rétrogradation, dans l'espace de 71 ans & six mois ; deux degrés en 143 ans ; 360 degrés en 25740 ans. (*fig. 2.*)

II°. L'étoile *a*, qui l'année dernière étoit dans le plan de l'équateur au moment de l'équinoxe du printems, fera cette année un peu au nord de l'équateur au moment du même équinoxe : puisque dans ce moment du nouvel équinoxe du printems, l'étoile *x* se trouve dans le plan de l'équateur, & que l'étoile *a* est plus avancée d'environ 50 secondes de degré vers l'orient, dans la partie boréale de l'écliptique. D'où il s'ensuit que l'écliptique & par-là même tout le firmament, outre la *révolution diurne d'orient en occident* autour de l'axe PTM du monde, a une autre *révolution très-lente d'occident en orient* autour de l'axe DTE de l'écliptique. Nous ferons voir ailleurs que ces deux mouvements du firmament, ne sont qu'apparens ; & que tout le ciel étoilé est persévérément immobile.

III°. Comme, en vertu de la révolution de l'écliptique autour de son axe d'occident en orient, tous les points *h k y x* de l'écliptique, vont devenir successivement points équinoxiaux du printems ; il s'ensuit que *certaines étoiles méridionales h k y x, s'approchent sans cesse de l'équateur ; & que certaines étoiles septentrionales a r b c, s'éloignent sans cesse de l'équateur.* Ce qui fait qu'après un certain nombre de siècles tout le firmament doit paroître avoir changé de position ;

comme la chose est en effet. Car la constellation des poissons, qui étoit en $k y x a$, au midi de l'équateur, il y a environ 2000 ans, est maintenant en $a r b$ au nord de l'équateur. Elle avance d'un degré, d'occident en orient, en 71 ans & demi.

Ainsi si l'étoile a est à présent dans l'équateur, au point équinoxial du printems; cette même étoile a fera en N , dans l'espace de 6435 ans; fera en n , dans 12870 ans; fera en R , dans 19305 ans; fera de nouveau en a au point équinoxial du printems, dans 25740 ans.

Quand l'étoile a est dans l'interfection de l'écliptique & de l'équateur, en a ou en n ; elle fait ses révolutions diurnes dans le plan de l'équateur. Quand cette même étoile a est en N , au point solstital d'été, elle fait ses révolutions diurnes dans le tropique du cancer NKN , au nord de l'équateur. Quand cette même étoile a est en R , au point solstital d'hiver, elle fait ses révolutions diurnes dans le tropique du capricorne RSR , au midi de l'équateur; & ainsi du reste.

IV°. Comme les points équinoxiaux & solstiaux fixent le commencement & la fin de chaque saison, & que ces points sont rétrogrades & vont pour ainsi dire au-devant du soleil dans sa route annuelle; il s'ensuit que *le soleil ne parcourt pas entièrement toute l'écliptique, en passant d'un point équinoxial du printems, au point équinoxial du printems suivant*: il n'en parcourt que 359 degrés 59 minutes 9 secondes & deux tiers de seconde.

Par exemple, soit cette année l'équinoxe du printems au point a . Le soleil, pour arriver à

l'équinoxe du printems prochain, n'aura à parcourir que la partie $a N n R x$ de l'écliptique : parce que le point x fera l'an prochain dans le plan de l'équateur, quand le centre du soleil passera de la partie méridionale, dans la partie septentrionale de l'écliptique. Le soleil aura donc, pendant cette révolution annuelle, parcouru toute l'écliptique, moins l'arc xa de 50 secondes & 20 tierces de degré. Cette observation nous servira bientôt à rendre raison pourquoi l'année tropique est plus courte que l'année syddérale.

1132. DÉFINITION. Il résulte de cette observation, que la *précession des équinoxes* n'est autre chose qu'un mouvement réel ou apparent dans le firmament, autour de l'axe DTE de l'écliptique, d'occident en orient : mouvement qui fait que les points équinoxiaux & solstitiaux modernes font chaque année dans un point plus occidental de l'écliptique, contre l'ordre des signes ; & que les points équinoxiaux & solstitiaux antérieurs devancent d'autant les postérieurs selon l'ordre des signes, en allant de l'occident vers l'orient : on prend toujours pour premier point de l'écliptique, le point équinoxial du dernier printems. Depuis Hyparque jusqu'à nous, les points équinoxiaux & solstitiaux ont rétrogradé d'environ 27 degrés.

Les deux colures.

1133. DÉFINITION. 1^o. On nomme *colure des équinoxes*, un cercle dont le plan passe, & par les deux poles du monde P & M, & par les deux points équinoxiaux a & n . (*fig. 2.*)

Le plan de ce cercle rétrograde sans cesse

contre l'ordre des signes, d'orient en occident, ainsi que les points équinoxiaux, auxquels il est toujours fixé : l'arc de sa rétrogradation est de 50 secondes & un tiers par an. (1131.)

II°. On nomme *colure des solstices*, un cercle dont le plan passe, & par les deux poles du monde P & M, & par les deux points solsticiaux N & R : ce cercle rétrograde chaque année contre l'ordre des signes, comme le précédent.

Ces deux cercles s'entre-coupent perpendiculairement par leurs centres, au centre de la terre ; & ils coupent chaque année l'écliptique en des points *axyk*, plus avancés vers l'occident contre l'ordre des signes. On les nomme *colures*, ce qui signifie tronqué ou mutilé : parce que ces deux cercles ne sont point vus en entier au-dessus de l'horison, par ceux qui habitent en-deçà ou en-delà de l'équateur ; ils paroissent donc comme tronqués dans leur partie la plus éloignée de l'observateur. Colures : de *κολος*, *mutilus*, & de *ουρα*, *cauda* : *circuli in caudâ suâ truncati & mutili*.

Petits cercles de la sphere.

1134. DÉFINITIONS. I°. On nomme *tropique du cancer*, un cercle NKN, parallele à l'équateur ABA, qui a pour axe l'axe du monde, & dont le plan passe par le premier point du cancer, ou par le point du solstice d'été N. (*fig. 2.*)

II°. On nomme *tropique du capricorne*, un cercle RSR, parallele à l'équateur, qui a pour axe l'axe ATM du monde, & dont le plan passe par le premier point du capricorne, ou par le point du solstice d'hiver R. (494.)

Ces deux cercles, paralleles à l'équateur & paralleles entr'eux, sont éloignés chacun de 23 degrés 28 minutes 7 secondes & 7 tierces de l'équateur. L'arc NAS ou RBK mesure le mouvement annuel, réel ou apparent du soleil, du midi au nord, & du nord au midi : la moitié de cet arc mesure la plus grande obliquité actuelle de l'écliptique sur l'équateur.

III°. On nomme *cercles polaires*, deux cercles DGD & FEF, paralleles à l'équateur & paralleles entr'eux, qui ont pour axe l'axe du monde; qui ont pour rayon une perpendiculaire menée des poles de l'écliptique sur l'axe du monde; & dont la circonférence est par-tout éloignée des poles du monde P & M, autant que les points solstitiaux N & R le sont de l'équateur AB, c'est-à-dire, d'environ 23 degrés 28 minutes 7 secondes & 7 tierces.

Ces quatre petits cercles, paralleles à l'équateur & paralleles entr'eux, servent à diviser le ciel & la terre en six zones, dont nous avons déjà parlé ailleurs (494) : en voici de nouveau la formation, dans les principes astronomiques.

Zones terrestres & célestes.

1135. HYPOTHESE (*fig. 1*). Si un diametre CTF de la sphere céleste, fait une révolution autour de l'axe du monde PTM, en conservant toujours la même inclinaison CTP sur cet axe; il est clair que ce diametre CTF décrira deux cônes CTDC & FTEF, qui seront opposés par leurs sommets au centre de la terre. Examinons ces cônes, & dans la surface céleste, & sur la surface terrestre.

I°. Tandis que le point C décrit dans le ciel la circonférence CDC, le point *c* du même rayon TC décrit sur la surface terrestre la circonférence *cdc*. Ces deux circonférences CDC & *cdc*, sont parallèles entr'elles & parallèles à l'équateur : l'angle CTP ou *cTp*, qui les sépare des poles, est le même pour l'une & pour l'autre ; aussi bien que l'angle CTA ou *cTa*, qui les sépare de l'équateur.

II°. Tandis que le point F décrit dans le firmament la circonférence FEF, le point *f* décrit sur la surface terrestre la circonférence *fef*. Ces deux circonférences FEF & *fef* sont parallèles entr'elles & parallèles à l'équateur : la circonférence céleste est éloignée des poles du monde & de l'équateur céleste, précisément comme la petite circonférence est éloignée des poles de la terre & de l'équateur terrestre.

III°. Comme les deux grandes circonférences CDC & FEF sont par-tout également éloignées de l'équateur ATB, sont par-tout également éloignées des poles célestes P & M ; de même les petites circonférences terrestres *cdc* & *fef* sont par-tout également éloignées de l'équateur terrestre *aba*, sont par-tout également éloignées des deux poles terrestres *p* & *m*.

D'où il s'enfuit que *la révolution d'un diametre ou d'un rayon de la sphere céleste autour de l'axe du monde, opere les mêmes divisions, & dans la surface céleste, & sur la surface terrestre.* Ce résultat, ou ce corollaire, mérite d'être remarqué & retenu : il est souvent une source de lumiere dans l'astronomie & dans la géographie.

1136. PROBLÈME. *Expliquer la formation & déterminer la grandeur des zones célestes & terrestres.* (fig. 2.)

SOLUTION. En supposant encore ici la terre immobile au centre du firmament, comme elle paroît toujours l'être; concevons différents rayons menés du centre de la terre dans le ciel, & faisant leurs révolutions sous certains angles fixes & constants, autour de l'axe du monde PTM: nous aurons le ciel & la terre, divisés proportionnellement en différentes zones ou bandes circulaires d'occident en orient. (494.)

I°. Un rayon TB, perpendiculaire à l'axe du monde, en faisant une révolution autour de cet axe, formera l'équateur céleste BAB, & l'équateur terrestre *est*: il divisera le ciel & la terre en deux hémisphères égaux, l'un au nord & l'autre au midi.

II°. Un autre rayon TN, mené du centre de la terre au point solsticial d'été, en faisant une révolution autour de l'axe du monde, décrira, & dans le ciel, & sur la terre, la circonférence du tropique du cancer; circonférence par-tout éloignée de l'équateur, de 23 degrés 28 minutes 7 secondes & 7 tierces. L'espace intercepté entre l'équateur & le tropique du cancer, soit dans le ciel, soit sur la terre, est la *zone torride septentrionale*.

III°. Un autre rayon TR, mené du centre de la terre au point solsticial d'hiver, en faisant une révolution autour de l'axe du monde, décrira, & dans le ciel, & sur la terre, la circonférence du tropique du capricorne; circonférence éloignée de l'équateur, précisément comme celle du

tropique du cancer. L'espace intercepté entre l'équateur & le tropique du capricorne, soit dans le ciel, soit sur la terre, est la *zone torride méridionale*.

IV°. L'axe de l'écliptique DTE, en faisant une révolution autour de l'axe du monde, décrira, dans le ciel & sur la terre, les deux circonférences des deux cercles polaires; circonférences par-tout éloignées, soit dans le ciel, soit sur la terre, d'environ 23 degrés & 28 minutes des poles, d'environ 66 degrés & 32 minutes de l'équateur.

L'espace intercepté entre le tropique du cancer & le cercle polaire boréal, soit dans le ciel, soit sur la terre, est la *zone tempérée septentrionale*, d'environ 43 degrés 4 minutes de largeur.

L'espace intercepté entre le tropique du capricorne & le cercle polaire austral, soit dans le ciel, soit sur la terre, est la *zone tempérée méridionale*, de même largeur précisément que la précédente.

V°. L'espace intercepté entre les poles & les cercles polaires, soit dans le ciel, soit sur la terre, forme encore deux zones, qu'on nomme *zones glaciales*, à cause de la rigueur du froid auquel elles sont exposées dans notre globe: elles s'étendent chacune à 23 degrés 28 minutes 7 secondes & 7 tierces en-deçà & en-delà des poles, l'une autour du pole arctique, & l'autre autour du pole antarctique. La largeur des deux zones glaciales, en allant des cercles polaires aux poles, est précisément égale, en nombre de degrés & de minutes & de secondes, à la largeur des deux zones torrides. Le nom de ces dernières leur vient des excessives chaleurs aux-

quelles elles sont exposées pendant presque toute l'année.

Année astronomique & civile.

1137. DÉFINITION. L'année astronomique est une révolution réelle ou apparente du soleil autour de l'écliptique $R a N n R$: on la divise principalement en année sydérale & en année tropique. (*fig. 2.*)

I°. L'année astronomique sydérale est une révolution entière du soleil autour de l'écliptique, d'occident en orient, selon l'ordre des signes ; à compter depuis le passage du centre du soleil par une étoile quelconque a , jusqu'au retour du centre du soleil dans cette même étoile a . Cette année est, selon l'abbé de la Caille, de 365 jours 6 heures 8 minutes 58 secondes : elle est un peu plus longue que la suivante, qui règle les saisons.

II°. L'année astronomique tropique, est une révolution réelle ou apparente du soleil autour de l'écliptique ; à compter depuis le passage du centre du soleil par un des points équinoxiaux ou solstitiaux, jusqu'au retour du centre du soleil au même point équinoxial ou solstitial de l'année suivante. Cette année est, comme nous l'avons marqué ailleurs (527), de 365 jours 5 heures 48 minutes & 43 ou 45 secondes : elle est plus courte que la précédente d'environ 20 minutes, à cause de la rétrogradation des points équinoxiaux & solstitiaux.

Par exemple, pour donner l'année sydérale, le soleil doit parcourir en entier toute l'écliptique ; au lieu que pour donner l'année tropi-

que, le soleil doit parcourir l'écliptique, moins l'arc xa de rétrogradation. Pour parcourir cet arc xa , ou pour achever de parcourir l'écliptique toute entière, il lui faut encore environ 20 minutes de tems. (1131, IV°.)

Comme la révolution tropique ramène les différentes saisons de l'année, elle est plus propre que la révolution sydérale, pour régler les tems dans l'ordre civil & politique. C'est pour cela qu'on assujettit les calculs astronomiques à la révolution tropique, plutôt qu'à la révolution sydérale; & qu'on prend cette révolution tropique, pour mesure de l'année astronomique.

III°. *L'année civile* est un espace périodique de tems, déterminé par l'usage & par les loix d'une nation: la plus parfaite est celle qui s'accorde le mieux avec l'année astronomique tropique. L'année civile commence & finit pour nous, quelques jours après le passage du soleil dans le point solsticial d'hiver. (528.)

Jour naturel, jour civil.

1138. DÉFINITION. Le *jour naturel* est une révolution réelle ou apparente du soleil autour de la terre, d'orient en occident; à compter depuis le passage du centre du soleil par un méridien quelconque, jusqu'au retour du centre du soleil dans le même méridien. Cette révolution renferme une durée de 24 heures, divisée également ou inégalement en jour & en nuit, dont l'ensemble forme le jour naturel.

Le *jour civil* est pour nous, & pour la plupart des peuples, la même chose que le jour naturel.

Nous comptons le jour civil, depuis minuit, où le centre du soleil est dans la partie inférieure de notre méridien; jusqu'au retour du centre du soleil dans cette même partie inférieure de notre méridien. La plupart des astronomes comptent le jour, d'un midi à l'autre; où ils observent le passage du soleil dans le plan du méridien au-dessus de l'horison.

Arc diurne, arc nocturne.

1139. OBSERVATION. Le soleil, en parcourant l'écliptique du midi au nord & du nord au midi, fait chaque jour une révolution réelle ou apparente autour de l'axe du monde PM, deux fois par an dans le plan de l'équateur; pendant le reste de l'année, dans le plan d'un cercle CDC ou FEF, sensiblement parallèle à l'équateur AB. (fig. 1.)

Supposons l'observateur placé en n : il aura pour horison le cercle HTR, qui coupe obliquement, & l'équateur AB, & tous les parallèles à l'équateur, savoir FEF, CDC. Une partie de l'équateur & des cercles parallèles à l'équateur, est au-dessus de l'horison HTR: l'autre partie des mêmes cercles est au-dessous du même horison. La partie tCx ou vEs de ces cercles, qui est placée au-dessus de l'horison, est l'*arc diurne*, & mesure le *jour*: l'autre partie xDt ou sFv de ces mêmes cercles, qui est placée sous l'horison, est l'*arc nocturne*, & mesure la *nuit*.

1°. Le rapport du jour à la nuit, est toujours égal au rapport de l'arc diurne à l'arc nocturne du cercle CDC, par exemple, que parcourt le soleil dans sa révolution diurne autour de l'axe
PM

PM du monde. Quand l'arc diurne cAf est égal à l'arc nocturne fBc , le jour est égal à la nuit. Quand l'arc diurne tCx est plus grand que l'arc nocturne xDt , le jour est plus grand que la nuit. Quand l'arc diurne vEs est plus petit que l'arc nocturne sFv , le jour est plus petit que la nuit.

II°. Quand le cercle parcouru par le soleil est tout entier au-dessus de l'horison; il n'y a point d'arc nocturne, il n'y a point de nuit: & quand ce même cercle est tout entier sous l'horison, il n'y a point d'arc diurne, il n'y a point de jour.

Dans ces deux cas, qui n'ont lieu, comme nous l'expliquerons bientôt, que pour les peuples qui habitent au-delà des cercles polaires, le jour naturel consiste en un jour sans nuit, & en une nuit sans jour, de 24 heures.

Hiver, été, printems, automne.

1140. OBSERVATION. L'année astronomique & civile est divisée en quatre saisons, différenciées entre elles par la révolution annuelle du soleil autour de l'écliptique, & par les conséquences qui résultent de ce mouvement. (*fig. 1.*)

Depuis le point solstital d'hiver F , jusqu'au point solstital d'été C , le soleil s'éleve chaque jour de plus en plus sur notre horison HTR , & nous donne des jours toujours croissants. Depuis le point solstital d'été C , jusqu'au point solstital d'hiver F , le soleil dans ses différentes révolutions diurnes, s'éleve chaque jour de moins en moins au-dessus de notre horison, & nous donne des jours toujours décroissants. Delà la différence des saisons, ou la différence de température sur la

terre, que le soleil échauffe tantôt plus & tantôt moins; & qu'il mene alternativement de l'inertie à la fécondité, & de la fécondité à l'inertie.

I°. Nous nommons *hiver*, le tems qu'emploie le soleil à passer du point solstital d'hiver R, au point équinoxial α du printems. Cette saison nous mene des plus petits jours aux équinoxes. (*fig. 2.*)

II°. Nous nommons *printems*, le tems qu'emploie le soleil à passer du point équinoxial α du printems, au point solstital d'été N; ou du premier point du bélier, au premier point du cancer. Cette saison nous mene des équinoxes aux plus longs jours.

III°. Nous nommons *été*, le tems qu'emploie le soleil à passer du point solstital d'été N, au point équinoxial d'automne n ; ou du premier point du cancer, au premier point de la balance. Cette saison nous mene des plus longs jours aux équinoxes. Nous expliquerons ailleurs pourquoi ces deux saisons, le printems & l'été, sont plus longues d'environ huit jours que les deux autres. (1321.)

IV°. Nous nommons *automne*, le tems qu'emploie le soleil à passer du point équinoxial d'automne n , au point solstital d'hiver R; ou du premier point de la balance, au premier point du capricorne. Cette saison nous mene des équinoxes aux plus petits jours, où le soleil demeurant peu de tems sur notre horison, & dardant très-obliquement ses rayons sur nos contrées, y produit nécessairement très-peu de chaleur.

On verra par ce qui suit, que les saisons sont

relatives ; & que ce qui est hiver pour une contrée , peut être été pour une autre. La même saison que nous nommons été, est nommée hiver par les peuples qui habitent nos antipodes , si nos antipodes sont habités.

TROIS POSITIONS DE LA SPHERE.

1141. OBSERVATION. L'équateur peut être ou perpendiculaire , ou oblique , ou parallèle à l'horison ; selon les différentes contrées où l'on prendra le zénith & l'horison. Delà trois différentes positions de la sphere , relatives aux différentes contrées & aux différents habitants de la terre. (*fig. 1.*)

I°. *La sphere est droite* , quand l'équateur & ses paralleles sont perpendiculaires à l'horison. Telle est la sphere pour les habitants *a* de l'équateur , dont l'horison PMP est coupé perpendiculairement par l'équateur AB & par ses différents paralleles FEF , CDC.

II°. *La sphere est parallele* , quand l'équateur & l'horison sont dans un même plan , ou se confondent en un même cercle. Telle est la sphere pour les habitants *p* & *m* des poles , si les poles sont habités : parce que leur horison astronomique est l'équateur lui-même ; & leur horison sensible , un cercle parallele à l'équateur ; les poles du monde étant leur zénith & leur nadir.

III°. *La sphere est oblique* , quand l'équateur & ses paralleles sont coupés obliquement par l'horison. Telle est la sphere pour tous les peuples *n* , situés entre les poles & l'équateur : parce que leur horison HTR , dont le plan est abaissé au-dessous d'un pole & élevé au-dessus de l'autre

pole, est nécessairement oblique à l'équateur AB & à ses parallèles CDC , EFE .

Sphere droite.

1142. OBSERVATION. Les peuples qui habitent précisément sous l'équateur, ont la sphere droite : l'équateur ATB est perpendiculaire à l'horison PTM , dont le plan passe par les poles de la terre & du monde. Dans la sphere droite, par exemple, en *a* (*fig. 1*) :

I°. On a un équinoxe perpétuel ; les jours sont égaux aux nuits pendant toute l'année : parce que tous les cercles EFE , CDC , que décrit le soleil autour de l'axe du monde pendant toute l'année, sont, ainsi que l'équateur ABA , perpendiculaires à l'horison PMP , par lequel ils sont coupés en deux parties égales ; dont l'une est l'arc diurne & mesure le jour, & dont l'autre est l'arc nocturne & mesure la nuit. (1139.)

II°. On a deux étés, deux hivers, deux printemps, & deux automnes. Un habitant *a* de l'équateur a l'hiver, quand le soleil est dans sa plus petite élévation au-dessus de son horison PMP : ce qui arrive deux fois l'an, savoir, quand le soleil parcourt le tropique du cancer CDC ; & quand six mois après il parcourt le tropique du capricorne FEF . Le même habitant *a* de l'équateur a l'été, quand le soleil se trouve dans sa plus grande élévation au-dessus de son horison PMP : ce qui arrive encore deux fois l'an, savoir, quand le soleil passe du tropique du cancer CD , dans l'équateur AB ; & quand il passe ensuite du tropique du capricorne FE , dans le même équateur.

teur AB. Par la même raison ce même habitant aura également deux printems & deux automnes.

Il compte *premier hiver*, quand le soleil passe de E en K; *premier printems*, quand le soleil s'élevant toujours de plus en plus sur son horison, passe de K en A; *premier été*, quand le soleil passe de A en L; *premier automne*, quand le soleil s'éloignant toujours de plus en plus de son zénith, passe de L en C. Après quoi, le retour du soleil de C en E, lui donne encore les quatre mêmes saisons, second hiver en CL, second printems en LA, second été en AK, second automne en KE. Mais les saisons, qui pour nous sont de trois mois chacune, ne sont que d'un mois & demi pour un habitant de l'équateur.

III°. On voit les deux poles du monde P & M rasés l'horison PMP; & toutes les étoiles du firmament passer successivement sur l'horison: ce qui n'a point lieu pour nous, qui placés en *n* en deçà de l'équateur, ne voyons jamais ni le pole austral M, ni les étoiles RMN qui font leurs révolutions diurnes autour de ce pole austral M.

Sphere parallele.

1143. OBSERVATION. Sous l'un & l'autre pole céleste, en *p* ou en *m*, on a la sphere parallele: l'horison AB est confondu avec l'équateur AB. Dans la sphere parallele, par exemple, en *p*, sous le pole arctique P (*fig. 1*):

I°. On a un pole P pour zénith, & l'autre pole M pour nadir, l'un & l'autre éloignés de 90 degrés de l'équateur AB, qui est l'horison des poles. On voit pendant toute l'année, les mêmes

étoiles faire leurs révolutions diurnes autour de l'axe du monde : ce sont celles qui sont dans l'hémisphère septentrional BPA. Pour celles qui sont dans l'hémisphère méridional BMA, elles restent cachées pendant toute l'année sous l'horison AB. Tout arrive en sens contraire sous l'autre pole M.

II°. Comme le soleil, en parcourant l'écliptique, est six mois en-deçà & six mois en-delà de l'équateur, qui est l'horison des poles p & m ; il s'ensuit que le soleil est six mois de suite au-dessus & six mois de suite au-dessous de leur horison : ce qui fait que leur année n'est composée que d'un jour & d'une nuit, de six mois chacun. (*fig. 1.*)

III°. Suivons le soleil dans les six signes septentrionaux, en nous supposant placés en p sous le pole arctique P. Le jour où le soleil se trouve dans l'intersection de l'écliptique & de l'équateur, au point équinoxial du printems; la révolution diurne de cet astre se fait dans le plan de l'équateur AB, qui est l'horison astronomique du pole p . Pendant tout ce jour, l'habitant du pole p voit le centre du soleil faire sa révolution dans toute la circonférence de son horison ABA. Le lendemain il voit le centre du soleil décrire autour de son horison un cercle parallèle au précédent, mais un peu rapproché du pole & un peu élevé au-dessus de l'horison. Pendant trois mois de suite, il voit incessamment le soleil rouler autour de lui dans des cercles toujours parallèles à l'horison ABA, mais qui s'élevent chaque jour de plus en plus au-dessus de l'horison; jusqu'au moment du solstice d'été, où le soleil décrit le parallèle

CDC, à 23 degrés & environ 28 minutes au-dessus de l'horison ABA.

Quand le soleil a atteint le point solstitial d'été C; il cesse de s'approcher du pole P, & il commence à s'approcher de l'équateur AB: il décrit chaque jour, pendant trois mois, des cercles paralleles à l'équateur; mais qui s'approchant chaque jour de plus en plus de l'équateur, vont enfin se confondre avec l'équateur à l'équinoxe d'automne. Pendant tout ce tems l'habitant du pole *p* voit incessamment le soleil rouler autour de lui parallèlement à son horison qui est l'équateur ABA.

Après l'équinoxe d'automne, le soleil pendant trois mois décrit des cercles diurnes, paralleles à l'équateur, en s'éloignant de plus en plus de l'équateur vers le tropique du capricorne FEF; & ensuite, pendant trois autres mois, il décrit ses paralleles diurnes en s'approchant chaque jour de l'équateur, jusqu'au jour où l'équateur devient encore son cercle diurne. Pendant tout ce tems, le soleil est incessamment caché sous l'horison du pole *p*, lequel se trouveroit enseveli pendant six mois dans les plus profondes ténèbres, si de brillants crépuscules ne le dédommageoient de la longue absence de cet astre.

IV°. La même chose arrive en sens contraire à l'habitant du pole *m*: celui-ci ne voit jamais que le pole M, qui est son zénith; & que les étoiles A M B, qui font persévérément leurs révolutions diurnes au-dessus de son horison ABA, dans des cercles paralleles à cet horison. Le pole *m* a ses six mois de nuit, quand le pole *p* a ses six mois de jour: il a ses six mois de jour, quand le pole opposé a ses six mois de nuit.

1144. REMARQUE. Nous avons observé ailleurs, que le crépuscule commence le matin & finit le soir, quand le soleil est à environ 18 degrés sous l'horison; & qu'à mesure qu'on approche des poles de la terre, la durée du crépuscule devient plus longue. (1046.)

D'où il s'ensuit, que puisque le soleil ne s'enfonce que d'environ 23 degrés 28 minutes sous l'horison des poles, qui est l'équateur; chaque pole p ou m doit avoir dans sa nuit de six mois, un crépuscule plus ou moins brillant de quatre ou cinq mois de durée.

Sphere oblique.

1145. OBSERVATION. Dans toutes les contrées situées entre l'équateur & les deux poles, on a la sphere oblique: puisque l'horison HTR y est coupé plus ou moins obliquement par les 365 paralleles CD, AB, EF, que décrit le soleil chaque année dans ses révolutions diurnes autour de l'axe du monde PTM. Comme cette position de la sphere regarde toute la terre, moins une ligne qui est l'équateur, & deux points qui sont les poles, elle mérite un développement assez détaillé. Nous allons donc l'examiner relativement aux phénomènes qui en dépendent. (fig. 1.)

1^o. Dans toute la zone torride $c d f e$, ou dans toute l'étendue qu'interceptent les deux cercles tropiques (1136); on a deux fois par an le soleil dans son zénith: ce qui donne à ces contrées, ainsi que sous l'équateur ab , deux hivers, deux printems, deux étés, deux automnes; avec cette différence que sous l'équateur

(1142), ces quatre faisons font d'un mois & demi chacune; au lieu que dans les contrées des deux zones torrides, qui font au nord ou au midi de l'équateur, ces quatre faisons font d'inégale longueur: il n'y a, près des tropiques, d'un été à l'autre, que quelques jours d'intervalle.

II°. *Dans les zones tempérées & glaciales* (1136), on n'a jamais le soleil dans son zénith: puisque le zénith Z ou P ou H de ces contrées, est par-tout plus éloigné de l'équateur AB; que le soleil ne s'avance en-deçà de l'équateur vers le pole visible, en parcourant l'écliptique. (1122.)

III°. *Dans toute la terre*, on a équinoxe ou égalité de jour & de nuit, les deux jours où le soleil se trouve dans l'interfection de l'équateur & de l'écliptique; ou les deux jours où cet astre fait sa révolution diurne dans le plan de l'équateur. La raison en est, que l'équateur ATB est coupé par tous les horifons quelconques HTR, PTM, CTF, DTE, ZTN, en deux portions égales, dont l'une, qui est au-dessus de l'horifon, est l'arc diurne, & mesure le jour; & dont l'autre, qui est au-dessous de l'horifon, est l'arc nocturne, & mesure la nuit (1139): ces deux arcs de l'équateur étant égaux, il s'ensuit qu'il y a par-tout égalité de jour & de nuit, quand le soleil fait sa révolution diurne dans le plan de l'équateur ATB.

Il s'ensuit encore delà, que *si le soleil faisoit pendant toute l'année sa révolution diurne dans le plan de l'équateur, on auroit un équinoxe perpétuel, un printems perpétuel, une permanente immutabilité de faisons dans toute la terre.* Or le soleil feroit toujours sa révolution diurne dans le plan de l'équateur (*fig. 2*); si le plan de l'éclip-

tique RTN, cessant d'être incliné à l'équateur ATB, devenoit parallèle à l'équateur, ou se confondoit sensiblement avec l'équateur : donc, si l'écliptique & l'équateur étoient parallèles & sensiblement confondus en un même cercle, on auroit sur la terre un printems perpétuel.

IV°. Dans toute la terre, l'équinoxe ou l'égalité de jour & de nuit cesse en-deçà & en-delà de l'équateur (*fig. 1*), dès que le soleil fait sa révolution diurne hors du plan de l'équateur. La raison en est, que l'horison HTR, par exemple, n'est pas coupé en deux parties égales par le cercle diurne CDC ou FEF, que parcourt le soleil en-deçà ou en-delà de l'équateur. Ces deux parties inégales tCx , xDt , dont l'une est l'arc diurne, & l'autre l'arc nocturne, donnent nécessairement une inégalité de jour & de nuit (1139), à toutes les contrées qui ne sont pas immédiatement dans le plan de l'équateur. Le cercle diurne CDC, par exemple, coupera de même en deux parties inégales tous les autres horisons quelconques ZTN, horison du point R & du point H; à l'exception de PTM, horison de l'équateur où l'équinoxe est permanent. (*fig. 1.*)

V°. Dans les zones torride & tempérée septentrionales, depuis le jour où le soleil parcourt le tropique du capricorne FEF, jusqu'au jour où il parcourt l'équateur ABA; les jours vEs sont plus courts que les nuits sFv (1139). Ensuite, depuis le jour où le soleil parcourt l'équateur ABA, jusqu'au jour où il parcourt le tropique du capricorne CDC; les jours tCx sont plus longs que les nuits xDt . Les jours qui ont augmenté depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice

d'été dans une certaine progression, diminuent ensuite selon la même progression depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver.

VI°. *Dans les zones torride & tempérée méridionales*, le contraire arrive. En *g*, par exemple, depuis le jour où le soleil parcourt le tropique du capricorne FEF, jusqu'au jour où il parcourt l'équateur ABA, les jours *sFv* sont plus longs que les nuits *vEs*. Ensuite, depuis le jour où le soleil parcourt l'équateur & donne l'équinoxe, jusqu'au jour où il parcourt le tropique du cancer CDC, les jours *xDt* sont plus courts que les nuits *tCx*. Au retour du soleil vers l'équateur & vers le tropique du capricorne, les jours augmentent comme ils ont diminué, pour le point *g* qui a son zénith en *N*.

VII°. *Sous les cercles polaires* (*fig. 2*), tous les zéniths DGFE, sont, ainsi que les poles de l'écliptique *D* & *E* (1136), à environ 23 degrés & 28 minutes des poles du monde *P* & *M*. Tous les horizons RTN ou KTS couperont donc l'équateur ABA sous un angle égal à l'angle NTA intercepté entre l'équateur & l'écliptique : tous ces horizons atteindront donc d'une part, le tropique du cancer NKN ; & de l'autre, le tropique du capricorne RSR ; puisque ces deux cercles sont éloignés de l'équateur, précisément comme les cercles polaires sont éloignés des poles du monde. (*fig. 2.*)

Un homme qui habite précisément les cercles polaires, aura RTN pour horizon, s'il a pour zénith le point *D* ; aura pour horizon KTS, s'il a pour zénith le point *G*. Il est clair que ces deux horizons RTN & KTS sont en entier au-dessous du tropique du cancer NKN ; & en entier au-

dessus du tropique du capricorne RSR. Donc, sous le cercle polaire boréal, on aura un jour de 24 heures, quand le soleil parcourra le tropique du cancer; & une nuit de 24 heures, quand le soleil parcourra le tropique du capricorne. Le contraire arrivera à un habitant du cercle polaire austral.

VIII°. *Au-delà des cercles polaires*, par exemple, à 80 degrés de l'équateur, l'horizon n'est éloigné de l'équateur que de 10 degrés. Donc, tant que le soleil est à plus de 10 degrés en-deçà de l'équateur vers le pôle arctique, le soleil est persévérément au-dessus de l'horizon des peuples qui habitent au-delà du cercle polaire boréal, à 80 degrés de l'équateur: donc, tant que le soleil est à plus de 10 degrés au-delà de l'équateur vers le pôle antarctique, le soleil est persévérément sous l'horizon des peuples dont nous venons de parler: ce qui leur donne chaque année, & un jour de quelques mois, & une nuit de quelques mois.

La même chose arrive en sens contraire, aux peuples qui habitent à 80 degrés de l'équateur, dans la partie méridionale de la terre: la continuité de jour commence pour ceux-ci, quand la continuité de nuit commence pour ceux-là; & réciproquement. (*fig. 2.*)

On conçoit aisément que cette continuité de jour & de nuit commence d'autant plutôt & dure d'autant plus long-tems, qu'on est plus près des poles de la terre, où cette alternative est de six mois (1143). Plus on est près du pôle arctique, par exemple, moins l'horizon est éloigné de l'équateur; & par conséquent, plutôt & plus long-tems cet horizon se trouve tout entier au-

deffous des paralleles que décrit le soleil en-deçà de l'équateur, & au-deffus des paralleles que décrit le même astre en-delà de l'équateur.

Longitude & latitude terrestre.

1146. OBSERVATION. Dans une sphere, telle que la terre ou le ciel, tout est également large; tout est également long. Cependant on a nommé *longitude*, une dimension prise d'occident en orient; *latitude*, une autre dimension prise du midi au nord.

Au tems des premiers géographes, la terre habitée & connue avoit plus d'étendue d'orient en occident, depuis les Indes jusqu'aux extrémités de l'Espagne, que du midi au nord, depuis la mer des Indes jusqu'aux plages connues dans la grande Tartarie, ou depuis la Lybie jusqu'au fond de la Germanie. C'est ce qui détermina sans doute ces premiers géographes à donner le nom de longitude à la premiere dimension, & le nom de latitude à la seconde dimension.

I°. L'équateur a servi de point fixe, de point de départ, pour mesurer & pour compter la *latitude terrestre sur le méridien*, en allant de l'équateur au nord, ou de l'équateur au midi.

II°. Un *premier méridien* déterminé a servi de point fixe, de point de départ, pour mesurer & pour compter la *longitude terrestre sur l'équateur*, en allant d'occident en orient. Mais comme il n'y a rien de premier & rien de dernier dans la circonférence de l'équateur; il a fallu déterminer sur l'équateur, le point qu'on prendroit à volonté & d'un commun accord, pour premier méridien, pour premier point de l'équateur, &

d'où l'on commenceroit à compter les degrés en allant d'occident en orient.

Ce point fixe, ce point de convention sur l'équateur, n'est pas le même pour tous les peuples du monde. Les Anglois prennent pour premier méridien, celui qui passe par Londres; les Hollandois, celui qui passe par le Pic de Ténériffe; les François, celui qui passe par le milieu de l'*Isle de Fer*, la plus occidentale de toutes les Canaries.

Le point de l'équateur où passe le *méridien de l'Isle de Fer*, sera donc pour nous le premier point de l'équateur; & delà, en allant d'occident en orient, nous compterons les degrés de longitude, depuis zéro jusqu'à 360 degrés. Nous allons faire voir dans les deux définitions suivantes, quelles divisions operent sur la surface terrestre, la longitude & la latitude.

1147. DÉFINITION I. Si, ayant divisé la circonférence de l'équateur céleste ou terrestre en 360 degrés, on fait passer un méridien par chaque point de division (1116); on aura la surface terrestre divisée d'occident en orient & d'un pôle à l'autre, en 360 parties égales. Ces divisions, menées du midi au nord & d'un pôle à l'autre, seront les unes à l'orient des autres, ainsi que les contrées interceptées entre chaque division. Delà la différence de longitude.

Ainsi la longitude d'un lieu terrestre quelconque, par exemple, de Paris, est l'arc de l'équateur, intercepté entre le méridien de l'*Isle de Fer*, & le méridien de Paris. Si cet arc est de 20 degrés précisément, Paris & tous les points de la terre d'un pôle à l'autre, qui sont sous le même demi-cercle du méridien de Paris, ont 20 degrés de

longitude ; ou font de 20 degrés plus à l'orient , que les points de la surface terrestre situés dans le plan du demi-cercle qui forme le méridien de l'Isle de Fer.

1148. DÉFINITION II. Si, ayant divisé un demi-cercle d'un méridien quelconque, d'un pole à l'autre, en 180 degrés, on fait passer par chaque point de division un cercle parallèle à l'équateur ; on aura la surface terrestre, d'un pole à l'autre, divisée en 180 parties, dont 90 seront au nord, & 90 au midi de l'équateur. Ces divisions parallèles étant d'occident en orient ; tous les points de la terre qui seront sur une même division seront également éloignés de l'équateur, ou auront une égale latitude. Les lieux terrestres qui seront sur la même division en-deçà de l'équateur, du côté du pole arctique, auront une même *latitude septentrionale* ; & ceux qui seront sur la même division en-delà de l'équateur, auront la même *latitude méridionale*. (fig. 1.)

Ainsi la *latitude d'un lieu terrestre quelconque*, par exemple, de la ville *n*, est un arc *an* ou *AZ* du méridien de ce lieu, intercepté entre l'équateur terrestre & ce lieu, ou entre l'équateur céleste & le zénith de ce lieu. Si cet arc *an* ou *AZ* est de 40 degrés, ce lieu est à 40 degrés de latitude. La latitude s'étend jusqu'à 90 degrés, où est le pole. La longitude & la latitude d'un lieu déterminent sa position sur la surface terrestre.

1149. PROBLÈME. *Trouver en degrés & en minutes, la latitude d'un lieu terrestre, ou la distance de ce lieu à l'équateur.* (fig. 1.)

SOLUTION. Soit la ville ou le point quelconque n , sous le méridien PAM, & sous le zénith Z: il s'agit de déterminer la grandeur de l'arc an , qui le sépare de l'équateur.

I°. L'angle PTA, intercepté entre le pole céleste P & l'équateur céleste ABA, est de 90 degrés: l'angle pTa , intercepté entre le pole terrestre p , & le point a de l'équateur terrestre, est aussi de 90 degrés: puisque ces deux angles sont droits; l'équateur étant formé par la révolution d'un rayon TB ou TA perpendiculaire à l'axe de la terre & du monde PTM. (1136.)

II°. Il est évident que la ligne TnZ , menée du centre de la terre au zénith de la ville ou du point n , opere la même division dans l'arc du méridien céleste PZA, & dans l'arc du méridien terrestre pna : la grandeur de l'arc ZA étant connue, on connoîtra donc la grandeur de l'arc na qui lui est égal en nombre de degrés, de minutes & de secondes; puisque les arcs na & ZA sont des arcs semblables de circonférences concentriques. (*Math.* 340.)

III°. Il est facile de connoître la grandeur de l'arc ZA, ou le nombre de degrés, de minutes & de secondes, intercepté sur le méridien entre le zénith Z & l'équateur A. Il ne s'agit que de mesurer exactement avec un quart de cercle placé dans le plan du méridien (*Math.* 736), la hauteur du pole visible P, ou l'arc PH du méridien, intercepté entre le pole P & l'horison H: cet arc PH est égal à l'arc ZA. Car,

L'arc HPZ, intercepté entre le zénith & l'horison, est de 90 degrés: l'arc PZA, intercepté entre le pole & l'équateur, est de 90 degrés: à ces deux tous égaux, ôtez la partie PZ qui
leur

leur est commun, les restes HP & ZA seront égaux. Donc si la hauteur du pole, ou l'arc PH est de 30 degrés 20 minutes, par exemple; l'arc ZA , qui lui est égal, est aussi de 30 degrés 20 minutes.

IV°. L'arc intercepté entre le zénith d'un lieu & l'équateur céleste, est semblable à l'arc intercepté entre ce lieu & l'équateur terrestre: donc l'arc na est semblable à l'arc ZA : donc si l'arc ZA est de 30 degrés 20 minutes, l'arc na est aussi de 30 degrés 20 minutes.

On voit par là qu'il est facile de déterminer la latitude, ou de trouver la position d'un lieu quelconque n ou c relativement à l'équateur ab , & aux poles pm : puisque ce lieu quelconque n ou c , a toujours dans la circonférence du méridien terrestre anp , la même position qu'a son zénith dans la circonférence du méridien céleste AZP .

V°. Il résulte delà, que la latitude d'un lieu terrestre quelconque, est toujours égale à la hauteur du pole, ou à l'arc PH , pris sur le méridien, & intercepté entre le pole visible & l'horison. Nous verrons ailleurs comment il faut s'y prendre pour trouver exactement la hauteur du pole (1355). La latitude de ce lieu n est boréale, si ce lieu est du côté du pole arctique: la latitude de ce lieu e est australe, si ce lieu est du côté du pole antarctique.

Longitude & latitude célestes.

1150. OBSERVATION. Tous les points ab , cd , ef , mp , ng , de la surface terrestre (fig. 1), conservent toujours la même position relative-

ment à l'équateur *aba* ou *ABA* ; lequel est toujours formé par la révolution d'un rayon *TA* perpendiculaire à l'axe de la terre & du monde, au centre de la terre.

La même immobilité, relativement à l'équateur, n'a point lieu de même dans les étoiles ; qui, à cause de leur lente révolution autour des pôles de l'écliptique, se trouvent sensiblement, après un certain nombre d'années ou de siècles, tantôt plus ou moins au nord, tantôt plus ou moins au midi de l'équateur *ABA* (1131). L'équateur, qui sert de point fixe pour mesurer invariablement la *latitude des lieux terrestres*, ne peut donc pas servir de point fixe pour mesurer de même la *latitude des étoiles*.

C'est pour cette raison que les astronomes se sont déterminés à prendre la latitude & la longitude des étoiles, des planetes, des cometes, de tout point remarquable dans le ciel, sur l'écliptique ; comme nous allons l'expliquer dans les deux définitions suivantes. (*fig. 2.*)

1151. DÉFINITION I. Si on divise la circonférence de l'écliptique *RTN* en 360 degrés ; & qu'en prenant chaque année pour premier point de division le commencement du bélier ou le point équinoxial *a* du printems, on fasse passer par chaque point de division un demi-cercle dont le plan *DTE* aboutisse aux pôles *DE* de l'écliptique ; on aura le ciel divisé en 360 parties égales, situées les unes à l'orient des autres : ce qui donnera leur différente longitude, en allant selon l'ordre des signes d'occident en orient, & en prenant le premier point *a* du bélier pour point de départ, d'où l'on commencera à compter les degrés depuis zero jusqu'à 360. Tous les

points du ciel , qui seront dans la même division ou dans le plan d'un même demi-cercle , d'un pôle à l'autre de l'écliptique , auront la même longitude.

Ainsi la *longitude d'un astre* ou d'un point quelconque pris dans le ciel , est l'arc de l'écliptique compris entre le premier point du bélier , & la rencontre d'un grand demi-cercle mené de l'astre aux pôles de l'écliptique. Elle se compte par signes , par degrés , par minutes , par secondes ; en partant du premier point du bélier qui est le point équinoxial du dernier printems , & en allant d'occident en orient selon l'ordre des signes. On dira , par exemple , telle planète ou telle comete est à 4 signes 13 degrés 35 minutes 40 secondes de longitude : ce qui marque qu'elle est dans le plan d'un grand demi-cercle perpendiculaire à l'écliptique , & qui est éloigné de toute cette quantité du grand demi-cercle qui passe par le premier point du bélier , ou par le dernier point équinoxial du printems , perpendiculairement à l'écliptique.

1152. DÉFINITION II. Si on divise en 180 degrés un grand demi-cercle dont le plan aboutisse aux pôles de l'écliptique ; & qu'on fasse passer par chaque point de division un cercle parallele à l'écliptique , on aura le ciel divisé en 180 parties , situées les unes plus ou moins au nord , & les autres plus ou moins au midi de l'écliptique RTN : ce qui donnera leur différente latitude.

Ainsi la *latitude d'un astre* , ou d'un point quelconque pris dans le ciel , est l'arc d'un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique , compris entre l'astre & l'écliptique. La latitude est ou *boréale*

ou *australe*, selon que l'astre se trouve hors du plan de l'écliptique, du côté du pôle boréal *D*, ou du côté du pôle austral *E*: elle se compte par degrés, par minutes, par secondes. On dira, par exemple, telle étoile ou telle comete est à 26 degrés 13 minutes 45 secondes de latitude boréale: ce qui marque qu'elle est dans le plan d'un grand cercle qui passe par les poles de l'écliptique; & que l'arc de ce cercle, intercepté entre l'astre & l'écliptique, du côté du nord, est de 26 degrés 13 minutes 45 secondes. Les astres qui sont dans le plan même de l'écliptique, n'ont aucune l'atitute, soit en *N*, soit en *R*; ou ils ont une déclinaison dont nous allons parler. (*fig. 2.*)

Déclinaison & ascension droite d'un astre.

1153. OBSERVATION. Les étoiles dans leur révolution diurne, parcourent persévéramment chaque jour, du moins pendant un tems assez long, le même cercle *NKN* ou *RSR*, parallele à l'équateur *ABA*; sans avancer sensiblement d'un jour à l'autre vers le nord ou vers le midi. Il leur faut des siecles entiers, sur-tout à celles qui ont ou près de 90 ou près de 270 degrés de longitude, pour qu'elles paroissent s'être ou approchées ou éloignées sensiblement de l'équateur. (1172.)

Il n'en est pas de même pour le soleil & pour les planetes, qui s'éloignent ou s'approchent sans cesse de l'équateur, d'une quantité assez considerable pour qu'en peu de jours ces astres paroissent faire leurs révolutions diurnes dans des paralleles à l'équateur totalement différents

des précédents. Par exemple , si le soleil fait maintenant ses révolutions diurnes en RSR ; dans trois mois il les fera en ABA ; dans trois mois après , en NKN : tandis que l'étoile qui fait maintenant ses révolutions diurnes en RSR , ne les fera en ABA que dans 6435 ans ; en NKN , que dans 12870 ans (1131). Ainsi le soleil parcourt l'arc SAN d'environ 47 degrés , dans l'espace de six mois ; tandis qu'une étoile met 12870 ans à parcourir ce même arc , au midi & au nord de l'équateur. (*fig. 2.*)

Delà la différente déclinaison des astres , déclinaison sensiblement *constante dans les étoiles* , pendant un tems assez long ; déclinaison sensiblement *variable dans le soleil & dans les planètes* , d'un jour à l'autre. On peut prendre cette déclinaison ou dans le méridien de l'observateur , ou dans tout autre méridien.

1154. DÉFINITION I. La *déclinaison actuelle d'un astre* , est dans le méridien où se trouve l'astre , l'arc intercepté entre le centre de l'astre & l'équateur.

La déclinaison est ou *boréale* ou *australe* , selon que l'astre est ou en-deçà ou en-delà de l'équateur. Par exemple , si l'astre est en N , sa déclinaison boréale est égale à la valeur de l'arc NA du méridien PAM : si l'astre est en S , sa déclinaison australe est égale à la valeur de l'arc AS , intercepté entre le centre de l'astre & l'équateur.

1155. DÉFINITION II. Pour déterminer & pour fixer la position d'un astre dans le ciel , on observe aussi son *ascension droite* , qui n'est autre chose que la distance de cet astre au premier point du bélier , prise en degrés & en minutes sur l'équateur.

Ainsi l'*ascension droite* d'un astre est l'arc de l'équateur, compris entre le méridien qui passe par le premier point du bélier *a*, & le méridien qui passe par le centre de l'astre. Par exemple, Si l'astre est en *S* dans le méridien *PAM*, son ascension droite est l'arc *aA* de l'équateur; & si l'astre est en *K* dans le méridien *PBM*, son ascension droite est l'arc *aAnB* de l'équateur.

Azimuth & amplitude des astres.

1156. DÉFINITION I. Du zénith d'un lieu quelconque à la circonférence de l'horison de ce lieu, il y a par-tout une égale distance, mesurée par un arc de 90 degrés. Un arc de cercle, mené perpendiculairement du zénith à un point quelconque de la circonférence de l'horison, s'appelle *un vertical*.

Il est clair qu'il peut y avoir un nombre infini de *verticaux*. On nomme *premier vertical*, celui qui du zénith aboutit à l'intersection de l'équateur & de l'horison : il coupe à angles droits le méridien au zénith. Le premier vertical est indifféremment ou à l'orient ou à l'occident du méridien.

1157. DÉFINITION II. On nomme *azimuth* d'un astre, l'arc de l'horison compris entre le méridien du lieu où se fait l'observation, par exemple, & le vertical qui passe par le centre de l'astre.

1158. DÉFINITION III. On nomme *amplitude* d'un astre, l'arc de l'horison compris entre le premier vertical & le point où le parallèle de l'astre rencontre l'horison. L'amplitude d'un astre est ou *ortive* ou *accuse*, selon que l'astre est observé du côté où il se leve, ou du côté où il se couche.

Ces différentes définitions sont nécessaires pour embrasser toutes les questions qu'on peut faire sur la position d'un astre, en vertu de son mouvement diurne & annuel. La netteté des idées en ce genre a exigé qu'on donnât différents noms aux cercles, aux demi-cercles, aux arcs de cercle, qui servent à déterminer & à fixer cette position de l'astre.

ARTICLE SECOND.

THÉORIE DES CORPS CÉLESTES.

LES étoiles, les planetes en général, les planetes en particulier, les éclipses de soleil & de lune, la paralaxe & la réfraction astronomiques; tel sera l'objet de cet article, divisé en cinq paragraphes.

PARAGRAPHE PREMIER.

LES ÉTOILES OU LES FIXES.

1159. OBSERVATION. Il y a de grandes différences parmi les corps célestes : nous allons indiquer ici les plus générales, qui serviront à faire distinguer les étoiles, du reste des corps parsemés dans l'immensité des cieux.

1°. Parmi les corps célestes, les uns sont opaques & les autres lumineux. Les *corps lumineux* sont le soleil & les étoiles : les *corps opaques* sont les planetes principales, les planetes subalternes, & les cometes.

Les étoiles, qui sont tout autant de soleils immensément éloignés de nous, se distinguent des planetes & des cometes, par une lumiere de *scintillation*, qui jaillit par élancement, de leur sein. Les planetes & les cometes, qui sont tout autant de globes opaques, comme la terre, n'ont d'autre lumiere que celle qu'elles empruntent du soleil; lumiere sans scintillation & sans élancement, plus uniforme & plus tranquille, qu'elles réfléchissent inégalement vers nous, tantôt avec plus & tantôt avec moins d'abondance, selon que leur partie éclairée nous regarde directement ou obliquement.

II°. Parmi les corps célestes, les uns sont fixes & les autres errants. Les *astres fixes*, sont ceux qui conservent toujours entre eux un même rapport de distance : tels sont les étoiles. L'arc intercepté entre deux étoiles quelconques, est aujourd'hui précisément le même qu'il étoit au tems d'Hiparque, il y a environ deux mille ans. Les *astres errants* sont ceux qui changent sans cesse de position dans le ciel, qui s'approchent ou s'éloignent incessamment des astres fixes, des étoiles : telles sont les planetes, telles sont aussi les cometes.

Une lumiere de scintillation, caractérisée par des élancements vifs & fréquents, une immutabilité de position & de distance respectives, tels sont les deux signes auxquels on peut toujours distinguer dans le ciel une étoile, d'une planète ou d'une comete.

Quel spectacle ravissant & pour le peuple & pour le philosophe, que celui du firmament dans une belle nuit ! & quel empire doit avoir sur nos esprits l'habitude, qui vient à bout d'affoiblir ou

de détruire l'impression d'étonnement que devoit produire persévéramment en nous la vue de tant de merveilles ! Nous ne ferons attention ici qu'aux étoiles.

LEUR NOMBRE.

1160. OBSERVATION. I°. Dans une belle nuit, nous nous imaginons voir dans le ciel, des millions & des millions d'étoiles. Cependant avec le ciel le plus découvert, & sous l'équateur où l'on découvre la moitié entière du firmament (1142), la meilleure vue n'en peut compter qu'environ onze ou douze cents dans l'hémisphère visible : ce qui fait environ deux mille deux cents étoiles visibles à la simple vue, dans tout le ciel.

Cette illusion, ou cette fausse apparence, vient vraisemblablement, de ce que ces lumières vives & scintillantes, qui jaillissent par des élancements sans cesse répétés du sein de différentes étoiles visibles, font des impressions trop ferrées & trop fréquentes au fond de l'œil, pour faire naître des idées ou des images distinctes. Dans cet état de sensations vives, fréquentes, confuses, l'âme inattentive multiplie le nombre des objets, pour ainsi dire, en proportion du nombre des sensations qu'elle reçoit à la fois ; & comme ces sensations sont innombrables, elle juge innombrable le nombre des objets qui les occasionnent.

II°. Comme il eût été trop difficile de fixer & de retenir la position de chaque étoile en particulier, les astronomes ont partagé les étoiles en plusieurs groupes ou assemblages, qu'on a

nommés *constellations*, & auxquels on a donné arbitrairement différents noms, dont il est très-peu important de découvrir l'origine.

L'astronome Ptolomée divisa le ciel étoilé en 48 constellations, auxquelles les astronomes modernes en ont ajouté douze du côté du pôle austral, dans la partie du ciel qui étoit sous l'horizon de Ptolomée, qui faisoit ses observations en Egypte. Parmi ces constellations, les plus dignes d'attention sont les douze qui sont répandues dans le zodiaque (1125), avec la grande & la petite ourse du côté du pôle boréal. (1124.)

III°. L'invention des télescopes de réflexion & de réfraction (1032), a fait découvrir encore un grand nombre d'étoiles qu'on n'appercevoit point à la simple vue. Flamstéed, astronome Anglois, a porté à 3000 le nombre de celles dont la position étoit connue au commencement de ce siècle; & le fameux abbé de la Caille a encore considérablement augmenté ce nombre.

IV°. Outre les étoiles qu'on découvre ou à la simple vue ou avec le secours des télescopes, on apperçoit encore dans le ciel certaines taches blanchâtres qu'on nomme *étoiles nébuleuses*, & une grande zone de couleur laiteuse qu'on a nommé *voie lactée*.

Quelques astronomes ont pensé que ces taches blanchâtres & cette zone laiteuse n'étoient autre chose que des amas d'étoiles ou immensément plus petites ou immensément plus éloignées que celles qui brillent avec éclat à nos yeux. Huygens observa une de ces taches blanchâtres dans la constellation d'Orion, & y apperçut en effet quelques petites étoiles, mais qui ne lui parurent

pas capables de causer sa blancheur. De fix autres taches semblables, dont cinq ont été observées avec un télescope de réflexion de huit pieds, il il ne s'en est trouvé qu'une qui puisse être prise pour un amas de petites étoiles. D'où il résulte qu'on n'a encore rien de bien certain sur la nature de ce qu'on nomme voie lactée & étoiles nébuleuses.

LEUR NATURE.

1161. OBSERVATION. Il est plus que vraisemblable que les étoiles sont tout autant de soleils, semblables au nôtre, placés à différentes distances dans le vuide infini, & destinés à éclairer & à échauffer des planetes ou des mondes opaques, qui font leurs révolutions périodiques autour de leur centre; comme nos planetes font leurs révolutions périodiques autour du centre du soleil. Seroit-il naturel de penser que le Créateur, dont les vues sont toujours infiniment grandes & infiniment fécondes, ait borné la destination de ces globes immenses à embellir les nuits d'un point de l'immensité, tel qu'est notre petit globe terrestre? Reconnoître que tout l'univers sert à l'embellissement de la terre & au bien de l'homme, c'est penser d'après l'Écriture & d'après la raison. Mais vouloir que l'univers entier soit uniquement relatif à la terre & à l'homme, c'est circonscire la sagesse & la puissance du Créateur; c'est heurter la raison, pour donner à l'Écriture un sens forcé & paradoxal qu'elle n'a pas.

Quant à la voie lactée & aux taches blanchâtres, dont nous venons de parler, ne pourroit-on pas soupçonner dans ces plages célestes, de grands amas d'une lumière primordiale, non en-

core formée en corps lumineux ? C'est le soupçon du célèbre Halley , qui regarde ces phénomènes comme propres à rendre raison d'un fait important de la Genese , où il est dit que la lumière fut créée avant le soleil (881). De grandes traînées de cette matière qui forme le soleil & les étoiles , éparse dans ces plages , & privée de cette condensation & de cette fermentation qu'elle a dans les corps lumineux , occasionneroit une blancheur plus ou moins éclatante , selon qu'elle feroit plus ou moins tranquille , plus ou moins raréfiée.

LEUR GRANDEUR.

1162. OBSERVATION. Les étoiles , comparées entr'elles , nous paroissent de différente grandeur : ce qui fait qu'on les distribue communément en sept classes décroissantes. On nomme *étoiles de la première grandeur* , celles qui se montrent à nous avec le plus grand éclat. On nomme les autres étoiles visibles à la simple vue , *étoiles de la seconde* , de la *troisième* , de la *quatrième* , de la *cinquième* , de la *sixième grandeur* , selon qu'elles paroissent plus petites & moins éclatantes. On nomme *étoiles de la septième grandeur* , celles qu'on ne découvre qu'à l'aide des télescopes : & comme parmi celles-ci il y en a encore de plus brillantes les unes que les autres , on pousse encore quelquefois la division plus loin ; & on les partage en étoiles de la septième , de la huitième , de la neuvième grandeur.

Il ne s'agit ici , comme on voit , que de la grandeur apparente des étoiles : leur grandeur absolue nous est absolument inconnue. Il peut se faire

que celles qui nous paroissent les plus petites, soient réellement les plus grandes, mais placées dans un éloignement plus considérable, qui fait décroître leur petit disque apparent comme les quarrés des distances augmentent; en telle sorte que si une étoile est quatre fois plus éloignée de nous que sa voisine, l'étoile plus éloignée nous paroîtra 16 fois plus petite qu'elle ne paroîtroit à la distance de sa voisine. (919.)

Rien ne démontre que les étoiles soient toutes d'égale grandeur: rien ne démontre qu'elles soient de grandeur inégale. Mais la diversité de figure & de grandeur, que la nature a répandue dans tous les êtres soumis à nos observations, depuis les planetes jusqu'aux cirons, nous fait conjecturer que la même diversité a lieu dans les étoiles, qui seront toutes des soleils plus ou moins grands que le nôtre.

LEUR DISTANCE.

1163. OBSERVATION. Les étoiles, comparées entr'elles, nous paroissent toujours sensiblement à la même distance les unes des autres: c'est-à-dire, que si l'espace intercepté entre deux étoiles, est aujourd'hui un arc de 10 degrés, ces deux étoiles nous paroîtront toujours séparées par le même arc de 10 degrés, plus ou moins quelques secondes; petite différence occasionnée par leur mouvement apparent d'aberration, dont nous parlerons bientôt. Cet arc de 10 degrés, qui sépare ces deux étoiles, ne détermine point leur éloignement absolu: puisque nous ne connoissons point la longueur du rayon qui les sépare de nous. Tout ce que l'on

fait sur la *distance des étoiles à la terre*, c'est qu'elle est immense. Une observation & deux suppositions vont nous donner quelque idée de cette immensité de distance. (*fig. 5.*)

1^o. Que deux observateurs, placés aux deux extrêmités de la terre, l'un en A & l'autre en B sous l'équateur, à 180 degrés l'un de l'autre, observent au même instant la même étoile, la polaire P, par exemple. Ces deux observateurs auront un triangle APB, dont la base AB est le plus grand diamètre de la terre, c'est-à-dire, d'environ 3000 lieues, & dont les deux côtés AP & BP leur paroîtront toujours deux lignes sensiblement parallèles entr'elles : de sorte que l'angle P sera comme infiniment petit. Or il conște par la trigonométrie (*Math. 701*), que dans ce triangle isocèle APB, le sinus de l'angle P est à la base AB ; comme le sinus de l'angle A ou B est au côté opposé BP ou AP, qui est la distance de l'étoile P à la terre. D'où il résulte que la base AB, d'environ 3000 lieues, est comme infiniment petite, comme *un simple point*, en comparaison des côtés AP ou BP qui sont infiniment grands. Par exemple, si l'angle P étoit de deux secondes, on trouvera que les côtés AP ou BP sont de 535,478,197 lieues. Mais comme cet angle P est incomparablement plus petit qu'un angle de deux secondes, il s'ensuit que les côtés AP ou BP sont immensément plus grands que 535,478,197 lieues. (*Math. 718.*)

Plus l'étoile P sera éloignée de la terre ou de la base AB, plus l'angle P deviendra petit (916) : mais quand la distance de la base au sommet du triangle est immense, la diminution de l'angle P devient totalement insensible. C'est pour cette

raison que les étoiles plus ou moins éloignées de la terre, observées avec les meilleurs instrumens astronomiques, nous paroissent toutes à la même distance, à une distance où tous les secours de l'optique & de la géométrie n'ont plus de prise; à une distance dont l'esprit humain ne peut estimer l'immensité que d'après quelques conjectures ou quelques suppositions, telles que les deux suivantes.

II°. On fait que l'intensité ou la densité de la lumière diminue, comme le quarré de la distance augmente (898). Donc, en supposant que les étoiles sont des soleils à peu près aussi grands & aussi lumineux que celui qui éclaire & chauffe notre globe, on pourra faire cette analogie : l'intensité de lumière que répand telle étoile, est à l'intensité de lumière que répand le soleil; comme le quarré de la distance du soleil à la terre (1221), est au quarré de la distance de l'étoile à la terre. Les trois premiers termes connus tellement quellement, feront connoître le quatrieme, dont la racine quarrée exprimera l'immense distance de l'étoile à la terre.

III°. On fait que les distances de deux objets égaux sont en raison inverse de leurs diametres apparents (918). Donc, en supposant les étoiles égales au soleil, on pourra encore faire cette analogie : le diametre apparent de telle étoile (lequel n'est jamais qu'un point plus ou moins lumineux, lors même qu'on l'observe avec les plus grands télescopes), est au diametre apparent du soleil; comme la distance du soleil à la terre, est à la distance de l'étoile à la terre. Les trois premiers termes connus donneront le quatrieme, dont la grandeur immense exprimera

encore l'immense distance de l'étoile à la terre.

IV°. Par cette théorie, & sur-tout par la théorie de la parallaxe de l'orbe annuel (1340), le célèbre abbé de la Caille a trouvé que les étoiles de la première grandeur, celles que l'on doit préférer les plus voisines de la terre, en sont à une distance qui excède au moins 2,800,000,000,000 de nos lieues. Il est vraisemblable que les étoiles de la sixième & de la septième grandeur en sont encore immensément plus éloignées.

Présomption contre l'immobilité de la terre.

1164. OBSERVATION. Si la terre est immobile, il est évident que toutes les étoiles font chaque jour une révolution autour de la terre, en décrivant une courbe BAB, NKN, GDG, SRS, EFE, dont le rayon TA, sous l'équateur, est au moins de 2,800,000,000,000 lieues. (fig. 2.)

Si on applique le calcul à la vitesse que devroient avoir les étoiles qui font leur révolution diurne dans le plan de l'équateur ABA, on sera pleinement convaincu du mouvement de la terre, & de l'immobilité du ciel étoilé. Car, en supposant à ces étoiles la vitesse constante d'un boulet de canon qui bat en breche (391), on trouvera qu'il faudroit aux étoiles les plus voisines de la terre, plus de 11349000 ans, plus de 4,142,385,000 jours, pour faire une simple révolution diurne autour de la terre dans le plan de l'équateur. Il faudroit donc que les étoiles qui font leurs révolutions diurnes dans le plan de l'équateur, celles qui sont les plus voisines de la terre, celles qui ont le mouve-
ment

ment le plus lent, eussent une vitesse au moins 4,142,385,000 fois plus grande que celle d'un boulet de canon qui bat en breche.

Que penser d'une vitesse aussi révoltante, & pour l'imagination, & pour la raison; quand il est évident qu'une simple révolution de la terre autour de son axe, d'occident en orient, peut produire tous les phénomènes qu'on voudroit faire découler de la révolution diurne des étoiles autour de notre globe, d'orient en occident? Quelle force centrale peut-on imaginer, pour déterminer ces étoiles à se mouvoir en ligne courbe autour de la terre, contre l'exigence de tout mouvement qui tend à s'effectuer en ligne droite? Comment arrive-t-il que toutes les étoiles, en décrivant chaque jour des cercles les uns plus grands BAB, les autres plus petits NKN, GDG, SRS, EFE, parcourent toutes des arcs semblables de leurs cercles inégaux, en tems égaux; commencent & finissent toutes leur révolution diurne précisément en 23 heures 56 minutes & 4 secondes de tems? Comment arrive-t-il sur-tout, que les étoiles qui parcourent aujourd'hui un plus grand cercle BAB, décroissent en vitesse en passant dans un plus petit cercle NKN; & que celles qui parcourent aujourd'hui un plus petit cercle NKN, augmentent en vitesse en passant dans un plus grand cercle BAB? Il est clair que si cette révolution diurne des étoiles est réelle, & non simplement apparente, on ne conçoit encore rien dans la théorie du mouvement, qui est cependant si rigoureusement démontrée. Commençons donc ici à soupçonner de l'illusion dans tous les mouvements que nous observons dans

les étoiles ; puisque leur mouvement le plus simple & le plus frappant, ne peut être réel, sans révolter la raison, sans être incompatible avec toutes les loix du mouvement & de la physique.

LEURS MOUVEMENTS.

1165. OBSERVATION. On découvre dans les étoiles plusieurs mouvements différents, réels ou apparents, qu'il est important de connoître & de remarquer, & dont nous rendrons raison en détail dans l'exposition du système de Copernic (*fig. 2*) :

1^o. Un *mouvement diurne, d'orient en occident*, par lequel elles paroissent décrire chacune autour de l'axe du monde PTM, un cercle parallèle à l'équateur, dans l'espace d'un peu moins de 24 heures ; ou plus précisément, dans l'espace de 23 heures 56 minutes & environ 4 secondes : ce qui fait que l'étoile *x*, qui passoit hier dans le méridien avec le centre du soleil, y arrive aujourd'hui environ 4 minutes plutôt que le soleil ; lequel en est encore éloigné d'environ un degré vers l'orient : ce qui fait encore que cette même étoile *x*, avançant chaque jour d'environ un degré plus que le soleil, au bout de trois mois se couche, quand le soleil arrive au méridien ; au bout de neuf mois se leve, quand le soleil arrive au méridien ; au bout d'un an a passé 366 fois par le méridien, quand le soleil n'y a passé que 365 fois.

La même chose arrive à toutes les autres étoiles, soit qu'elles parcourent l'équateur, soit qu'elles parcourent les tropiques, ou les cercles

polaires, ou d'autres cercles paralleles à l'équateur. Toutes leurs révolutions diurnes se font en tems égaux, dans les plus grands paralleles ABA, comme dans les plus petits paralleles GDG; & ces révolutions diurnes sont toutes plus courtes que celle du soleil, de 3 minutes & environ 56 secondes.

II°. Un mouvement parallele à l'écliptique, d'occident en orient; mouvement fort lent, en vertu duquel elles paroissent parcourir un degré de l'écliptique ou d'un cercle parallele à l'écliptique, d'occident en orient, dans l'espace de 71 ans & six mois; & toute l'écliptique, ou tout un cercle parallele à l'écliptique, dans l'espace de 25740 ans. C'est ce qu'on nomme la *précession des équinoxes* (1131): soit parce que les points équinoxiaux modernes devancent & précèdent dans la révolution diurne, les points équinoxiaux anciens; soit parce que les points équinoxiaux anciens devancent & précèdent dans la suite des signes, les points équinoxiaux modernes. (*fig. 7.*)

En vertu de ce mouvement de tout le ciel autour de l'axe de l'écliptique DTE, l'étoile R fait sa grande révolution dans l'écliptique RaSnR; l'étoile G fait sa grande révolution dans un cercle GHG, parallele à l'écliptique; le pole du monde lui-même P fait sa grande révolution dans un cercle PqrsP, encore parallele à l'écliptique. On doit entendre la même chose de toute autre étoile K & M: chacune fait, en 25740 ans, une révolution autour de l'axe de l'écliptique, dans un cercle parallele à l'écliptique & dont le plan KKK est plus ou moins éloigné du centre de la terre.

III°. Un mouvement d'aberration, par lequel

les étoiles sont presque toujours écartées de quelques secondes de degré, du vrai lieu qu'elles occupent dans le ciel : le période de ce mouvement embrasse une année, & rien de plus. En vertu de ce mouvement, qui n'est qu'apparent, ainsi que les deux précédents ;

D'abord les étoiles C, qui sont placées *dans le plan de l'écliptique*, paroissent décrire chaque année, une ligne ou un arc *gh* d'environ 40 secondes de degré ; allant de *g* en *h* selon l'ordre des signes pendant six mois ; revenant de *h* en *g* contre l'ordre des signes pendant les six autres mois ; & ne se montrant que deux fois par an dans leur vrai lieu C.

Ensuite les étoiles qui sont *dans les poles mêmes de l'écliptique* D & E, semblent décrire chaque année autour de leur vrai lieu, un petit cercle D, dont le diametre est d'environ 40 secondes de degré ; allant aussi selon l'ordre des signes pendant six mois, & contre l'ordre des signes pendant les autres six mois : celles-ci ne sont jamais vues dans leur vrai lieu ; elles en sont toujours écartées d'environ 20 secondes de degré. (*fig. 7.*)

Enfin celles qui sont placées *entre l'écliptique & les poles*, en *v* par exemple, semblent décrire chaque année autour de leur vrai lieu, une ellipse 1, 2, 3, 1, dont le grand axe, parallele au plan de l'écliptique, est d'environ 40 secondes de degré ; & dont le petit axe est d'autant moindre, que l'étoile est plus près du plan & plus loin des poles de l'écliptique : celles-ci ne sont jamais vues dans leur vrai lieu, dont elles s'écartent tantôt plus & tantôt moins ; allant, ainsi que les précédentes, pendant six mois selon l'ordre

des signes 1, 2, & pendant six mois contre l'ordre des signes 3, 2.

Nous ferons voir ailleurs que ce mouvement d'aberration annuelle, qui seroit si bisarre s'il étoit réel, & qui n'est connu que depuis un peu moins d'un siècle, est une suite ou une dépendance du mouvement annuel de la terre autour du soleil dans le plan de l'écliptique. (1331.)

IV°. Comme notre soleil a un mouvement de rotation autour de son axe au centre de notre monde planétaire, mouvement en vertu duquel il fait une révolution sur lui-même dans l'espace de 25 jours & demi (1181); il est assez probable que les étoiles ont un semblable *mouvement de rotation*, en vertu duquel elles tournent sur leur axe, les unes plus & les autres moins rapidement: ce qui doit leur donner des figures différentes, plus ou moins éloignées de la figure sphérique. L'hypothèse de cette rotation des étoiles sert en partie à rendre raison du phénomène suivant.

DISPARITION DE CERTAINES ÉTOILES.

1166. OBSERVATION. Un grand phénomène astronomique, qui a toujours excité la surprise des physiciens, c'est l'*apparition* de certaines étoiles nouvelles, la *disparition* de certaines étoiles anciennes.

I°. Dans la constellation du taureau, qui est une des douze constellations du zodiaque; il y a un amas de six étoiles, que le vulgaire appelle *la poussiniere*, & que les astronomes nomment *les pléyades*. Tout le monde fait que les pléyades

étoient autrefois composées de sept étoiles, dont une a totalement disparu.

II°. On observa en 1572, dans la constellation de Cassiopée, une nouvelle étoile, qui pendant quatre mois l'emportoit en lumière sur les étoiles de la première grandeur, & qui après avoir passé par tous les degrés décroissans des étoiles visibles, disparut enfin au bout de deux ans. On avoit déjà observé un semblable phénomène dans la même région du ciel, en 945, en 1264; & ces trois étoiles pourroient assez vraisemblablement n'être que la même, qu'on verra probablement reparoître dans environ 120 ans.

III°. On observe aussi dans quelques autres constellations, des étoiles dont la lumière semble avoir des périodes réglées d'augmentation & de diminution. Tous ces phénomènes dépendent vraisemblablement de la même cause, qui depuis plusieurs années excite la curiosité des observateurs, & qui ne sera peut-être jamais démonstrativement connue. En attendant des démonstrations, voici des conjectures sur ce phénomène.

1167. EXPLICATION I. Ne pourroit-on pas supposer ou soupçonner avec Newton, que ces étoiles qui ont des alternatives d'apparition & de disparition, d'accroissement & de diminution de lumière, au lieu d'être des soleils parfaits, des soleils lumineux dans tous les points de leur surface, sont des corps mixtes, en partie opaques & en partie lumineux; par exemple, *opaques dans un hémisphere & lumineux dans l'autre*? Pourquoi la nature, qui ordinairement ne fait rien par bonds, qui semble affecter d'établir presque partout des points de communication & de réunion

en passant comme par degrés d'une espece à l'autre, d'un regne à l'autre, de l'animal au végétal, du végétal au minéral (545, VIII°), n'auroit-elle pas pu suivre la même marche dans les corps célestes, & passer des corps lumineux aux corps opaques, par des corps en partie opaques & en partie lumineux?

Dans cette hypothese, qui n'a certainement rien d'anti-philosophique, ces *soleils mixtes*, en partie opaques & en partie lumineux, en faisant leur révolution sur eux-mêmes, comme notre soleil & nos planetes (1181), révolution dont le période peut être plus ou moins long indéfiniment, seroient visibles pour nous, quand leur hémisphere lumineux seroit tourné vers la terre; & deviendroient ensuite invisibles pendant un plus ou moins long-tems, quand leur hémisphere opaque auroit succédé à l'hémisphere lumineux & seroit dirigé à son tour vers la terre.

Ces mêmes *soleils mixtes* nous paroïtroient tantôt plus & tantôt moins grands & moins lumineux, selon que leur hémisphere lumineux seroit dirigé en plus ou moins grande partie vers la terre: comme nos planetes en quadrature nous paroissent moins lumineuses & moins grandes, que lorsque tout leur disque éclairé est dirigé vers la terre.

1168. EXPLICATION II. Si on a de la peine à adopter cette idée de *soleils mixtes*, supposons avec l'illustre de Maupertuis, que ces étoiles qui ont des alternatives d'apparition & de disparition, sont des soleils fixes comme le nôtre, doués d'un mouvement de rotation immensément rapide autour de leur axe, & éclairant

des planetes & des cometes mobiles autour de leur centre. Dans cette hypothese ,

I°. Un mouvement de rotation immensément rapide autour de leur axe (1182) doit donner à ces soleils un très-grand aplatissement vers leurs poles , aplatissement qui peut augmenter à l'infini ; & leur donner une figure qui approchera plus du cercle que de la sphere ; une figure assez semblable à celle des verres convexes , qui forment nos grandes lentilles de lunette : puisque le mouvement de toutes les parties étant incomparablement plus grand vers l'équateur que vers les poles ; il est clair que toutes les parties doivent tendre à s'écarter du centre , mais incomparablement plus vers l'équateur que vers les poles.

II°. Il est évident que quand un tel soleil sera placé dans le ciel en telle sorte que l'axe de son équateur soit dirigé vers la terre , il devra se montrer sous une grande surface , sous un disque très-lumineux & très-sensible ; & que quand le plan de son équateur sera dirigé vers la terre , il n'offrira à l'œil qu'une surface incomparablement moindre , qu'une espece de ligne qui peut devenir totalement imperceptible , à raison de l'infiniment petit angle qui mesure sa largeur. (921.)

III°. Les planetes & les cometes qui circulent autour d'un tel soleil , peuvent-elles manquer de déranger de tems en tems sa situation ou sa position dans le ciel ? Non : car comme ce soleil attire ces astres errants & les retient dans leur courbe ; il en est attiré à son tour , & il doit céder plus ou moins aux attractions qu'ils exercent sur lui.

Pour simplifier ici les choses , autant qu'il est possible ; supposons l'équateur de ce soleil lenticulaire , dirigé vers quelque grande planète ou comète , qui fasse obliquement sa lente révolution autour de lui , dans l'espace d'un siècle. Il est clair que la partie de cet équateur la plus voisine de la planète ou comète , sera plus attirée que le centre & que toutes les parties placées au-delà du centre (1420) ; & que cet équateur , plus attiré d'un côté que de l'autre par la planète ou comète , doit tendre à faire une révolution sur lui-même , tandis que l'astre errant fera une révolution autour de ce soleil lenticulaire. De là il arrivera que ce soleil tournant à la fois & avec un mouvement très-rapide autour de son équateur , & avec un mouvement très-lent autour de ses poles , aura successivement & périodiquement son équateur ou son grand disque , tantôt plus en prise , tantôt moins en prise à nos regards ; comme nous venons de l'expliquer.

STATIONS DU SOLEIL ET DES ÉTOILES.

1169. OBSERVATION. Le soleil & les étoiles n'essuient aucun changement sensible de latitude (1152) : mais ils souffrent de continuel changements de déclinaison (1153) ; avec cette différence que les étoiles mettent incomparablement plus de tems que le soleil , à s'approcher ou à s'éloigner de l'équateur , d'une quantité déterminée de degrés ou de minutes. Car pour passer du point équinoxial du printems , où il est sans déclinaison , au point solstitial d'été , où il a environ 23 degrés & 28 minutes de décli-

naison boréale , le soleil ne met que trois mois ; tandis que les étoiles , pour effuyer le même changement de déclinaison , ont besoin de 6435 ans. (1131.)

Mais quoique le soleil , en passant d'un point équinoxial au point solstitial voisin , acquiere de jour en jour plus de déclinaison ; il y a cependant quelques jours où l'augmentation & la diminution de déclinaison sont insensibles ; où le soleil ne s'approche ni ne s'éloigne sensiblement de l'équateur ; où il est comme *stationnaire* par rapport au plan de l'équateur. La même chose arrive aussi aux étoiles : elles sont *stationnaires* pendant quelques siècles , dans les mêmes circonstances où le soleil est stationnaire pendant quelques jours ; comme nous allons l'expliquer.

1170. LEMME. *Quand deux cercles , tels que l'équateur ATB & l'écliptique RTS , s'entre-coupent par leurs centres T (fig. 7) :*

I°. Il est clair que depuis leur commune intersection nT a , leurs arcs Aa S vont en s'écartant jusqu'à 90 degrés ; qu'à 90 degrés leurs arcs An S cessent de s'écarter & commencent à se rapprocher.

II°. Il est clair que près des points d'intersection , les arcs correspondants ad & ac , sont deux lignes divergentes : un corps qui parcourra l'arc ad d'un ou deux degrés , s'éloignera donc de l'autre cercle , de la quantité dc .

III°. Il est clair également qu'à 90 degrés de leur intersection , leurs arcs correspondants mAm & mSm , d'un ou deux degrés chacun , sont des lignes sensiblement parallèles. Si on prend deux cercles de carton qui s'entre-coupent par leurs

centres sous un angle de 20 à 25 degrés, on verra ce sensible parallélisme dans les arcs correspondants, au-delà de 88 degrés & demi de leur commune intersection de part & d'autre.

Stations du soleil.

1171. EXPLICATION I. Observons d'abord la révolution annuelle du soleil dans l'écliptique : sa marche nous fera mieux sentir la marche des étoiles : ses stations connues nous feront connoître ce que nous devons entendre par les stations des étoiles. (*fig. 7.*)

Le soleil, au point équinoxial *a* du printems, est sans déclinaison : puisque son centre est dans le plan de l'équateur, où il n'y a aucune déclinaison. Mais en passant du point équinoxial du printems, au point solsticial d'été *S*, il s'éloigne de plus en plus du plan de l'équateur *ABA* : & acquiert d'un jour à l'autre, une déclinaison boréale toujours croissante jusqu'en *S*, où elle est d'environ 23 degrés 28 minutes. Mais cette déclinaison toujours croissante n'augmente pas d'un jour à l'autre, d'une quantité égale & constante : dans les premiers degrés *ad*, la déclinaison augmente dans un grand rapport : dans les degrés intermédiaires *dm*, elle augmente dans un rapport toujours moindre : dans les derniers degrés *mSm*, l'augmentation est insensible & comme nulle. Par exemple,

I°. Quand le soleil parcourt à peu près en deux jours les deux premiers degrés *ad* de l'écliptique ; il s'éloigne de l'équateur de la quantité *dc* : parce que les deux arcs correspondants *dac* de ces deux cercles, sont divergents de toute la quantité *dc*.

II°. Quand environ trois mois après l'équinoxe du printems, le soleil parcourt le 90° & le 91° degré de l'écliptique mSm ; il ne s'éloigne point sensiblement de l'équateur: parce que les deux arcs correspondants mSm & mAm , au lieu d'être deux lignes divergentes, sont deux lignes sensiblement paralleles. La même chose arrive, le même parallélisme a lieu, quand le soleil est en R , entre le 269° & le 271° degré de l'écliptique.

Delà les stations du soleil vers les points solsticiaux, vers le 90° & le 270° degré de longitude: c'est le tems des solstices. Un ou deux jours avant, & un ou deux jours après le moment de chaque solstice, le soleil a sensiblement la même déclinaison, ou le même éloignement de l'équateur. L'arc AS ou BR , qui mesure cette déclinaison, est sensiblement de même grandeur, d'environ 23 degrés & 28 minutes; soit qu'on le prenne au point solstitial, soit qu'on le prenne un degré en-deçà ou en-delà du point solstitial.

Stations des étoiles.

1172. EXPLICATION II. Observons maintenant la grande révolution des étoiles autour de l'axe DTE de l'écliptique, d'occident en orient; révolution qui ne s'acheve que dans une durée de 25740 ans (1131), & qui est 25740 fois plus lente que celle du soleil, à laquelle elle ressemble d'ailleurs. Les étoiles font à la fois, ainsi que le soleil, & leurs révolutions diurnes dans un parallele à l'équateur, & leur grande révolution dans un parallele à l'écliptique. (*fig. 7.*)

I°. Prenons d'abord une étoile quelconque dans le plan de l'écliptique. L'étoile a , qui se

trouve actuellement dans le plan de l'écliptique, au point équinoxial du printems, est sans déclinaison; puisqu'elle est dans le plan de l'équateur: elle est aussi sans longitude, puisqu'elle est dans le premier point du bélier.

Cette étoile, tendant de a en S , en vertu de sa grande révolution autour de l'axe DTE de l'écliptique, parcourt l'arc ad d'un degré en 70 ans & demi; & s'éloigne du plan de l'équateur de la quantité dc , qui est l'arc de sa déclinaison: parce que les arcs correspondants ad & ac de l'écliptique & de l'équateur, sont des lignes divergentes. Cette étoile n'acquiert en 70 ans, qu'autant de déclinaison qu'en acquiert le soleil en environ un jour.

Quand cette étoile a fera en mSm , entre 89 & 91 degrés de longitude; elle parcourra en 143 ans, deux degrés de l'écliptique, sans s'éloigner sensiblement de l'équateur AB pendant tout ce tems: parce que les arcs correspondants mSm & mAm de l'écliptique & de l'équateur, au lieu d'être des lignes divergentes, sont des lignes sensiblement parallèles (1170). La même chose arrivera à cette étoile, quand elle fera en R . Delà la *longue station de cette étoile*, qu'on pourroit nommer *stellifice*, vers le 90^e & vers le 270^e degré de longitude; *stellifice* 25740 fois plus long que le tems du solstice.

II°. Prenons maintenant une autre étoile quelconque hors du plan de l'écliptique. Que l'étoile k se trouve actuellement dans le plan du cercle de latitude qui passe par le premier point du bélier: elle fera sans longitude; & elle fera ses révolutions diurnes dans le parallèle TST , qui règle sa déclinaison, ou sa distance à l'équateur.

Mais cette déclinaison ira en croissant de plus en plus, depuis le point k où elle est sans longitude, jusqu'au point H où elle aura 90 degrés de longitude.

Quand cette étoile parcourt les premiers degrés kd de son parallèle à l'écliptique, elle augmente notablement en déclinaison : parce que les arcs correspondants kd & kc du parallèle à l'écliptique & du parallèle à l'équateur, sont des lignes divergentes. Mais quand elle parcourt l'arc mHm , de deux ou trois degrés, elle ne change point sensiblement de déclinaison : parce que les deux arcs correspondants mHm & mAm sont des lignes sensiblement parallèles. La même chose arrivera à cette étoile, quand elle sera en G .

On peut appliquer la même théorie à toute autre étoile, en comparant son parallèle à l'écliptique, avec son parallèle à l'équateur. Les mêmes stations ont lieu pour toutes, vers leur 90° & vers leur 270° degré de longitude. On voit par là que ces étoiles servent plus facilement que les autres, de points fixes dans le ciel ; quand il s'agit de faire ou de comparer des observations qui embrassent une certaine étendue de tems.

LUMIERE ZODIACALE.

1173. DÉFINITION. La *lumière zodiacale* est une clarté ou une blancheur souvent assez semblable à celle de la voie lactée, que l'on apperçoit dans le ciel en certains tems de l'année avant le lever ou après le coucher du soleil, en forme de lance ou de fuseau, le long du zodiaque où elle

est toujours renfermée par sa pointe & par son axe, appuyée obliquement sur l'horison par sa base.

Ce phénomène, découvert & décrit par le célèbre Cassini, a fait l'objet des savantes spéculations de l'ingénieur de Mayran, lequel pense avec assez de vraisemblance, que ce n'est autre chose que l'atmosphère même du soleil, fort aplatie vers les poles de cet astre, & fort allongée vers son équateur. C'est, selon cet auteur, une matière très-fluide, lumineuse par elle-même, ou peut-être seulement éclairée par les rayons du soleil, laquelle environne cet astre en forme d'anneau lenticulaire. Cet anneau est vu dans le ciel en forme de fuseau, dont les pointes interceptent un angle de 26, de 45, & quelquefois de 100 degrés, selon que le fuseau se présente à nous, ou plus directement, ou plus obliquement. (919.)

PARAGRAPHÉ SECOND.

LES PLANETES EN GÉNÉRAL.

1174. OBSERVATION. Autour du soleil, immobile au centre de notre monde planétaire, roulent *six planetes principales*, à différentes distances de cet astre. (*fig. 4.*)

Voici les noms qu'on leur donne, les caractères par lesquels on les distingue, & l'ordre de leur position: *Mercuré* ☿; *Vénus* ♀; la *Terre* ♂; *Mars* ♂; *Jupiter* ♃; *Saturne* ♄. La courbe que décrit chaque planète autour du soleil, centre de son mouvement, n'est point un cercle, mais une ellipse. (1276.)

Parmi les planetes principales, il y en a trois qui ont des *planetes secondaires* ou *subalternes*, savoir la terre, qui a la lune; jupiter, qui a quatre satellites, ou quatre lunes; saturne, qui a cinq satellites, ou cinq lunes. Les planetes secondaires font leur révolution autour de leur planete principale, centre de leur mouvement; pendant que la planete principale fait elle-même sa révolution autour du soleil. Le centre de mouvement des planetes secondaires change incessamment de place: puisque la planete principale, en faisant sa révolution autour du soleil, entraîne avec elle sa planete secondaire ou subalterne. La courbe que décrivent les planetes subalternes autour de leur planete principale, est aussi une ellipse.

Comme la courbe que parcourent, & les planetes principales autour du soleil immobile, & les planetes secondaires autour de leur planete mobile, est une ellipse; il est important de donner ici une notion de cette espece de courbe, qu'on pourra connoître plus en détail dans la partie mathématique. (*Math.* 749, 765.)

LEUR COURBE.

1175. DESCRIPTION. Soit, sur un plan indéfini (*fig.* 11), une droite indéfinie TE, sur laquelle on prendra arbitrairement deux points R & S, auxquels on fixera les deux extrêmités d'un fil d'une longueur quelconque. Soit ensuite un crayon qui tienne toujours le fil également tendu; & qui restant toujours perpendiculaire au plan, fasse une révolution autour des points R & S. La courbe TCEGT, qui sera décrite par ce

ce crayon, est une *ellipse* (*Math.* 756). Telle est la courbe que décrivent toutes les planètes autour du soleil S. (1276.)

I°. On nomme *grand axe*, le plus grand diamètre TE, qu'on puisse mener dans cette courbe; *petit axe*, le plus grand diamètre CG qu'on puisse mener perpendiculairement sur le milieu du grand axe.

II°. On nomme *foyers*, les deux points R & S du grand axe; *centre*, le point O du grand axe, également éloigné des deux foyers; *excentricité*, la distance RO ou SO, interceptée entre l'un des foyers & le centre.

III°. En supposant le soleil ou le centre de mouvement dans l'un des foyers déterminément S, on nomme *abscides* le point le plus éloigné & le point le plus voisin de ce foyer S; *abscide supérieure*, le point le plus éloigné T; *abscide inférieure*, le point le plus voisin E; *ligne des abscides*, le grand axe qui aboutit à ces deux points ou à ces deux abscides; *moyenne distance*, le point C ou G, également éloigné & des deux foyers & des deux abscides.

1176. COROLLAIRE. Il est évident, par la construction de l'ellipse, que la somme de deux lignes quelconques, menées des foyers à un point quelconque de la circonférence, est toujours égale au grand axe: puisque la somme de ces deux lignes est toujours égale au fil uniformément tendu. Par conséquent, $CR + CS = TE$; de même, $DR + DS = TE$ ou RCS : de même encore, $RIS = TE$ ou RDS .

Il est évident encore, par la construction de l'ellipse, que la différence entre le grand axe TE, & le petit axe CG, peut varier à l'infini;

selon que l'on prendra les foyers R & S à une plus ou moins grande distance l'un de l'autre : l'excentricité peut également & conséquemment varier à l'infini. L'excentricité est peu considérable dans l'ellipse que décrivent les planetes ; elle est immense dans l'ellipse que décrivent les cometes, autour du soleil.

LEUR RÉVOLUTION DIURNE.

1177. OBSERVATION. Les planetes, ainsi que les étoiles, semblent faire chaque jour, une révolution autour de la terre, d'orient en occident, dans un cercle parallele à l'équateur ; avec cette double différence :

I°. Que le parallele où une étoile quelconque fait sa révolution diurne, est sensiblement le même pendant un très-long tems ; au lieu que le parallele où une planete quelconque fait sa révolution diurne, change très-sensiblement en peu de jours ; ce parallele-se trouvant tantôt confondu avec l'équateur, tantôt plus ou moins en-deçà ou en-delà de l'équateur.

II°. Que les étoiles mettent un tems uniforme & toujours sensiblement égal à faire leur révolution diurne ; au lieu que les planetes mettent tantôt autant de tems, tantôt plus & tantôt moins de tems que les étoiles, à faire leur révolution diurne.

LEUR RÉVOLUTION ANNUELLE.

1178. OBSERVATION. Outre leur mouvement diurne qui n'est qu'apparent, les planetes principales ont un *mouvement réel & permanent*, tan-

tôt un peu plus & tantôt un peu moins rapide, qui les emporte perfévéramment d'occident en orient, selon l'ordre des signes, autour du soleil & dans le plan du zodiaque. En vertu de ce mouvement réel & permanent, le centre de chaque planete principale décrit autour du soleil, dans l'enceinte du zodiaque, une courbe à part, une courbe rentrante sur elle-même, une courbe qui ne peut être qu'un cercle ou une ellipse, mais qui n'est point un cercle. (*fig. 4 & 2.*)

I°. On nomme *révolution annuelle* d'une planete, la courbe que son centre, vu du soleil immobile, décrit dans le plan du zodiaque; à compter du point de cette courbe où la planete, vue du soleil, répond à telle étoile quelconque, jusqu'au retour de la planete dans le même point de sa courbe, ou à la même étoile. Cette révolution répond, dans ce qui concerne la terre, à la révolution sydérale, qu'il est aisé de réduire, si l'on veut, à la révolution tropique. (1137.)

II°. On nomme *tems périodique* d'une planete, le tems qu'elle emploie à faire sa révolution annuelle autour du soleil; à compter d'un point déterminé de sa courbe, jusqu'au retour au même point. Cette courbe, où le centre de la planete fait son trajet, se nomme *trajectoire*. Les tems périodiques sont constants & toujours les mêmes pour chaque planete isolée: mais ils sont différents pour les différentes planetes, comme nous le marquerons bientôt.

III°. Les *six courbes* des planetes principales, vues de la terre ou du soleil: sont toutes renfermées dans les limites du zodiaque: mais il n'y a que l'écliptique, ou la courbe de la terre, qui soit parallele au zodiaque, qu'elle divise dans

toute sa circonvolution , en deux parties égales. Toutes les autres, celles de mercure, de venus, de mars, de jupiter, de saturne, coupent obliquement l'écliptique en deux parties égales, sous différents angles que nous déterminerons bientôt.

IV°. On nomme *nœuds d'une planete*, les deux points où sa courbe coupe l'écliptique ; *nœud ascendant*, le point de l'écliptique où la planete passe de la latitude australe à la latitude boréale ; *nœud descendant*, le point de l'écliptique où la planete passe de la latitude boréale à la latitude australe. Dans les nœuds, la planete est sans latitude. (1152.)

Leur tems périodique, leur moyenne vitesse.

1179. OBSERVATION. I°. Le *tems périodique* de chaque planete est plus ou moins long, selon que la planete est plus ou moins éloignée du soleil, centre de son mouvement réel & permanent.

I°. Voici, selon M. de la Caille, le tems périodique de chaque planete, ou le nombre de jours, d'heures, de minutes, de secondes, qu'elle emploie à parcourir en entier sa courbe ou sa trajectoire.

Planetes.	Jours.	Heures.	Minutes.	Secondes.	Environ.
Mercure	87	23	15	30	== 3 mois.
Vénus	224	16	48	20	== 8 $\frac{1}{2}$ mois.
La Terre	365	6	8	58	== 1 an.
Mars	686	23	30	30	== 2 ans.
Jupiter	4332	12			== 12 ans.
Saturne	10759	8			== 30 ans.

Kepler, Cassini, Newton, de la Hire, & plusieurs autres astronomes, ont marqué de même

les tems périodiques ; avec quelques différences comme infiniment petites, qu'il est inutile de faire connoître.

II°. Quant à la *vitesse réelle & absolue* de chaque planete dans son orbite, elle varie d'un jour à l'autre d'une petite quantité régulièrement croissante & décroissante dans chaque révolution autour du soleil : nous assignerons ailleurs la cause physique de ce phénomène (1275). Cette vitesse réelle & absolue de chaque planete est dans sa moyenne grandeur, entre les aphélies & les périhélies ; & c'est ce qu'on nomme la *moyenne vitesse des planetes*.

III°. Cette moyenne vitesse réelle & absolue des différentes planetes, ou la quantité d'espace réel qu'elles parcourent dans un même tems, par exemple dans un jour, est plus grande dans les planetes moins éloignées du soleil ; plus petite dans les planetes plus éloignées du soleil. Il conste par les observations & par les inductions astronomiques, que *cette moyenne vitesse des différentes planetes est en raison inverse des racines quarrées de leurs moyennes distances au soleil* : par exemple, que le nombre de lieues que parcourt mercure en un jour, est au nombre de lieues que parcourt mars en un jour ; comme la racine quarrée de la moyenne distance de mars au soleil, est à la racine quarrée de la moyenne distance de mercure au soleil. (1301.)

On voit ici selon quelle singulière proportion mercure va plus vite que venus ; venus, que la terre ; la terre, que mars ; mars, que jupiter ; jupiter, que saturne le plus lent de tous dans son mouvement réel.

Inclinaison de leur orbite.

1180. OBSERVATION. L'orbite ou la *trajectoire* de chaque planète est diversement inclinée sur l'écliptique, ou coupe l'écliptique sous différents angles que nous allons marquer ici d'après l'abbé de la Caille. L'orbite de mercure est la plus inclinée; l'orbite de jupiter est la moins inclinée, sur le plan de l'écliptique. Le plan de toutes les orbites passe par le centre du soleil, centre commun de toutes les révolutions périodiques: nous ferons voir ailleurs que cette orbite est elliptique, & non circulaire. (1276.)

<i>Inclinaison,</i>	<i>Degrés.</i>	<i>Minutes.</i>	<i>Secondes.</i>
De Saturne	. 2 . .	30 . .	36.
De Jupiter	. 1 . .	19 . .	30.
De Mars 1 . .	50 . .	54.
De la Terre	. 0 . .	0 . .	0.
De Venus . .	. 3 . .	23 . .	20.
De Mercure	. 7 . .	0 . .	0.

LEUR MOUVEMENT DE ROTATION.

1181. OBSERVATION. Les planètes principales ont, ainsi que la terre, deux mouvements réels & permanents, un *mouvement de révolution* autour du soleil, & un *mouvement de rotation* autour de leur propre centre. Le soleil lui-même, qui n'a point de mouvement de révolution, a un mouvement de rotation, par lequel il tourne sur lui-même en 25 jours & demi. Ce mouvement de rotation nous est manifesté dans le soleil & dans les planètes, par les taches qu'on y observe, & dont on y suit la marche. Par exemple (*fig. 4*):

1°. Si on examine attentivement les planètes

les plus visibles, avec d'excellents télescopes ; on y remarquera des endroits plus obscurs que d'autres, qu'on appelle *taches* : on verra ces taches changer de place ; passer d'un bord de la planete à l'autre bord ; se cacher derriere elle ; reparoître ensuite au premier bord ; & garder toujours leur même position sur la planete. D'où l'on conclura que ces taches sont adhérentes au corps de la planete, qui a en même tems, ainsi que la terre, deux mouvements réels & permanents, l'un plus court, par lequel elle tourne autour d'elle-même ; l'autre plus long, par lequel elle tourne autour du soleil. Le premier forme le *jour de la planete*, ou la durée du tems où paroît se faire une révolution du ciel à un observateur placé sur la surface de la planete. Le second forme l'*année de la planete*, ou la durée du tems où le soleil, immobile au centre du monde planétaire, paroît au même observateur faire une révolution dans le zodiaque autour de la courbe décrite par la planete : c'est le tems périodique de cette planete. (931, 932.)

II°. Quant à la *nature de ces taches*, il est évident qu'elles ne peuvent être autre chose, que des parties de la surface de la planete, moins propres à réfléchir la lumiere du soleil. Par exemple, il est facile de concevoir que la terre, vue du soleil ou de la lune, devroit nous paroître couverte de taches, disposées de la même maniere que les parties du monde sont dessinées sur un globe terrestre ; que les mers absorbant presque toute la lumiere, nous paroïtroient comme de grandes plages obscures ; les petites isles ou les rochers nuds qui y sont répandus, comme des points brillants ; les grands continents,

comme de grands espaces clairs , parfemés de lieux obscurs , dans les endroits couverts de lacs ou de forêts ; & de points ou de lieux plus lumineux , dans les endroits où se trouvent des terres blanches , des rochers arides , des montagnes couvertes de neige. Ces taches , vues du soleil , nous paroîtroient faire une révolution autour de la terre , précisément dans le même tems où la terre fait une révolution sur elle-même autour de son axe.

III°. Le soleil a ses taches , ainsi que les planètes ; & ces taches solaires ont une révolution successive & permanente autour de cet astre , laquelle s'acheve en 25 jours & demi : c'est le tems qu'emploie le soleil à tourner sur lui-même , comme la terre tourne sur elle-même en un jour. Selon les observations de M. l'abbé de la Caille , le mouvement de rotation dure ,

	<i>Jours.</i>	<i>Heures.</i>	<i>Minutes.</i>	<i>Secondes.</i>
Dans le Soleil	25	12	0	0
Dans Jupiter		9	56	0
Dans Mars		24	40	0
Dans la Terre		23	56	4 (1324.)
Dans Venus		23	20	0
Dans la Lune	27	7	43	5

IV°. L'éloignement de Saturne & la foiblesse de sa lumière , la petitesse de Mercure & sa grande proximité du soleil , ont empêché d'y reconnoître des taches ; & par conséquent , de déterminer le tems de leur rotation. Cependant on peut juger par analogie , que ces deux planètes tournent sur leur axe , comme les autres. La lune a aussi un mouvement de rotation , ou une révolution autour de son centre , dont nous parlerons ailleurs. (1243.)

1182. COROLLAIRE. *Le soleil & les planetes doivent être plus ou moins aplatis vers leurs poles, plus ou moins renflés vers leur équateur.*

EXPLICATION. Dans le soleil & dans les planetes, les poles sont les deux points de leur surface, autour desquels se fait leur rotation ou la révolution de toute leur surface; l'axe, est une droite menée par les poles & par le centre; l'équateur, est un cercle perpendiculaire à l'axe & qui passe par le centre. (494.)

Le soleil & les planetes ayant un mouvement de rotation autour de leur axe, comme la terre; il est clair qu'ils doivent être, de même que la terre (1373), aplatis vers leurs poles & renflés vers leur équateur: puisqu'ils ont en eux-mêmes, dans un degré plus ou moins grand, la même cause qui produit cet aplatissement des poles & ce renflement de l'équateur dans la terre, savoir, la révolution autour de leur axe.

Dans jupiter, la plus grande des planetes, & celle où le mouvement de rotation est le plus rapide, cet aplatissement des poles & ce renflement de l'équateur sont très-sensibles. Selon les observations les plus exactes, le diametre de son équateur est plus grand d'un douzieme, que l'axe qui passe par ses poles. Dans les autres planetes, l'aplatissement n'est point sensible: comme l'aplatissement de la terre ne seroit point sensible, si des planetes on observoit la terre.

LEURS DIRECTIONS, STATIONS,
RÉTROGRADATIONS.

1183. OBSERVATION. Toutes les planetes ont un mouvement réel & permanent autour du so-

leil, d'occident en orient, en vertu duquel elles parcourent le zodiaque, saturne en 30 ans, jupiter en 12 ans, mars en 2 ans, la terre ou le soleil en un an, venus en 8 mois & un tiers, mercure en trois mois (1179). Si la terre, immobile au centre de l'univers, étoit le centre de toutes ces révolutions ; tandis que le soleil parcourt chaque jour environ un degré de l'écliptique, saturne devroit parcourir chaque jour un trentieme de degré dans le zodiaque ; jupiter, un douzieme de degré ; mars, un demi-degré ; venus, un degré & demi ; mercure, quatre degrés. (*fig. 2.*)

Mais la chose n'est point ainsi : les planetes ne paroissent pas avancer constamment & persévérément dans le zodiaque, selon l'ordre des signes, comme l'exige leur révolution périodique. Pendant un tems elles semblent avancer dans le zodiaque, plus que n'exige leur mouvement : pendant un autre tems elles semblent n'avancer, ni ne reculer : pendant un autre tems enfin elles paroissent rétrograder ou se mouvoir dans le zodiaque en un sens contraire à leur révolution périodique. Par exemple, si pendant deux ans on observe chaque jour le passage de mars par le méridien, dont il devroit s'éloigner chaque jour en avançant de plus en plus vers l'orient, on trouvera :

I°. Que pendant un tems, mars & telle étoile reviennent chaque jour ensemble au méridien. Dans ce cas, *la planete est stationnaire* : parce qu'elle semble ne point avancer & ne point reculer dans le zodiaque. Son mouvement de révolution annuelle autour du zodiaque, selon l'ordre des signes, d'occident en orient, paroît

suspendu pendant un certain nombre de jours.

II°. Que pendant un autre tems, quelques jours après le tems des stations, mars arrive chaque jour au méridien, plutôt & en moins de tems que telle étoile. Dans ce cas, *la planete est rétrograde* : parce qu'elle semble avoir un mouvement opposé à celui de sa révolution annuelle, un mouvement qui l'emporte chaque jour de plus en plus vers l'occident & contre l'ordre des signes dans la région du zodiaque.

III°. Que pendant un autre tems, six ou sept mois après le tems des stations, mars & telle étoile à laquelle il paroît répondre dans le ciel, n'arrivent point ensemble au méridien : mars met chaque jour plus de tems que l'étoile à arriver au méridien. Dans ce cas, *la planete est directe* : parce qu'elle avance chaque jour dans le zodiaque, selon l'ordre des signes, d'occident en orient, autant ou plus que ne l'exige son mouvement de révolution annuelle autour du zodiaque. Son mouvement de révolution annuelle, au lieu d'être suspendu comme auparavant, paroît notablement augmenté au-delà de son exigence.

On observera les mêmes stations, les mêmes rétrogradations, les mêmes directions, dans saturne, dans jupiter, dans venus & dans mercure ; avec certaines différences dont nous rendrons compte, quand nous expliquerons ce phénomène, qui est si absurde dans l'hypothese de la terre immobile, & qui est si simple & si naturel dans l'hypothese de la terre planete.
(1316.)

LEUR PÉRIHÉLIE ET LEUR APHÉLIE.

1184. OBSERVATION. Si les planetes, dans leur révolution annuelle autour du soleil, décrivoient un cercle dont le soleil occupât le centre; elles en feroient toujours & par-tout également éloignées: elles n'auroient ni aphélie, ni périhélie. Mais il conste par les observations, qu'elles font leurs révolutions dans une ellipse, dont le soleil occupe un foyer: elles doivent donc être tantôt périhélie ou plus près du soleil, tantôt aphélie ou plus loin du soleil. Soit l'ellipse TCEGT, décrite par la révolution annuelle de la planete quelconque T, autour du soleil S, qui occupe immobilement l'un des foyers de l'ellipse S. Dans cette courbe (*fig. 23*):

I°. On nomme *périhélie*, le point E, où la planete est dans sa plus grande proximité du soleil. Ainsi la planete est périhélie en E.

II°. On nomme *aphélie*, le point T, où la planete est dans son plus grand éloignement du soleil. Ainsi la planete est aphélie en T.

III°. On nomme *excentricité d'une planete*, la moitié de la différence qui se trouve entre la plus grande & la plus petite distance de la planete au soleil; différence mesurée par la partie du grand axe interceptée entre les deux foyers R & S. Par exemple RO ou SO est l'excentricité de la planete T.

1185. COROLLAIRE On voit ici que *la distance d'une même planete quelconque au soleil, augmente ou diminue incessamment pendant toute la durée de sa révolution périodique autour de cet astre, lequel se trouve toujours placé dans le plan, mais*

hors du centre de la courbe elliptique dans un des foyers S. (*fig. 23.*)

Cette distance diminue depuis l'aphélie T, jusqu'au périhélie E : elle augmente depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie : elle est dans sa moyenne grandeur en C & en G, à égale distance de l'aphélie & du périhélie. Ainsi la plus grande distance de la planete T, est en T : sa plus petite distance est en E : sa *distance moyenne* est en C & en G. Dans chaque révolution périodique, la planete est deux fois dans sa distance moyenne, laquelle est égale à la moitié du grand axe.

Quand on parle des distances des planetes au soleil, il faut toujours entendre les *distances moyennes*, à moins qu'on ne désigne expressément la grande ou la petite distance.

LEURS MOYENNES DISTANCES.

1186. OBSERVATION. Les six ellipses ou les six trajectoires des planetes principales, sans être exactement paralleles entr'elles (1180), vont toutes dans le même sens, d'occident en orient, dans le plan du zodiaque, autour du soleil qui se trouve immobilement placé dans le plan de chaque ellipse & dans un foyer commun à chaque ellipse. (*fig. 23.*)

Parmi ces courbes elliptiques, toutes placées à différentes distances du soleil, les unes ont plus & les autres ont moins d'excentricité : les unes s'éloignent plus & les autres s'éloignent moins de la figure circulaire. Par exemple, la courbe de venus a très-peu d'excentricité : son grand axe TE differe peu de son petit axe CG.

La courbe de mercure au contraire a proportionnellement beaucoup plus d'excentricité : son grand axe TE differe notablement de son petit axe CG. La courbe de vénus approche plus du cercle : la courbe de mercure , plus aplatie d'un côté & plus alongée de l'autre , s'en éloigne davantage.

Voici , d'après l'abbé de la Caille , les *dimensions des six ellipses* des planetes , comparées au grand axe de l'ellipse que décrit la terre , & que l'on suppose de 20000 parties égales d'une grandeur quelconque.

Dimensions de l'orbite ,	Grand axe.	Petit axe.	Excen- tricité.	Distance moyenne
De Mercure.	7742	7570	810	3872
De Venus.	14466	14465	52	7233
De la Terre.	20000	19997	168	10000
De Mars.	30474	30342	1415	15203
De Jupiter.	104020	103899	2505	51980
De Saturne.	190758	190448	5430	95302

1187. REMARQUE I. La paralaxe du soleil a servi à faire trouver la distance de cet astre à la terre , ou la *distance de la terre au soleil* (1221). Après quoi , par la seconde loi de Kepler , on a trouvé & déterminé la distance de toutes les autres planetes au soleil (1263). Delà les connoissances que nous avons sur les distances des planetes au soleil ; centre commun de toutes leurs révolutions. (*fig. 4.*)

I°. On exprime communément en parties proportionnelles , les dimensions des six orbites des planetes : soit pour simplifier les calculs ; soit parce qu'on n'a pas avec assez de précision la distance absolue de la terre au soleil , distance qui

doit fervir de terme de comparaifon pour toutes les autres diftances.

II°. Quand on a les dimenfions des fix orbites des planetes *en parties proportionnelles*, telles qu'on vient de les affigner ; il eft facile d'avoir ces mêmes dimenfions *en parties abfolues*, par exemple, en lieues communes. Car, par le moyen de la paralaxe du foleil, on trouve la *diftance moyenne de la terre au foleil* ; diftance qui eft d'environ 30 millions de nos lieues communes, & qui prife deux fois eft égale au grand axe de l'orbite terreftre. Ce grand axe de l'orbite terreftre, lequel fert de mefure commune ou de terme de comparaifon pour toutes les orbites des planetes, eft donc d'environ 60 millions de nos lieues communes.

Comme dans la proportion donnée, ce grand axe de l'orbite terreftre eft fupposé de vingt mille parties ; pour avoir la valeur abfolue de chacune de ces 20000 parties, il faut divifer 60000000 lieues communes par 20000 : on aura pour quotient 3000 lieues communes. Chacune de ces vingt mille parties du grand axe terreftre vaut donc environ trois mille de nos lieues communes. On pourra donc déterminer à peu près de combien de lieues eft la *diftance moyenne* de chaque planete au foleil ; en multipliant cette diftance donnée en parties proportionnelles, par 3000 lieues : comme on le voit ici.

<i>Distance</i>	<i>En parties</i>	<i>En lieues</i>	
<i>moyenne, proportionnelles.</i>		<i>d'environ . .</i>	2287
De Mercure	= 3,872	= 11,616,000	ou
De Venus	= 7,233	= 21,699,000	2140
De la Terre	= 10,000	= 30,000,000	ou
De Mars	= 15,203	= 45,609,000	2645
De Jupiter	= 51,980	= 155,940,000	toises
De Saturne	= 95,302	= 285,906,000	chacune.

III°. Si la *distance moyenne* de la terre au soleil est de moins ou de plus de trente millions de lieues communes (1221); il faudra supposer plus petites ou plus grandes les lieues que nous venons de marquer. Par exemple, si cette distance moyenne de la terre au soleil est d'environ 28 millions de lieues communes, de 2287 toises chacune; les lieues que nous venons de marquer ne feront que d'environ 2140 toises chacune. Si la distance moyenne de la terre au soleil est d'environ 34 millions & demi de lieues communes; les lieues que nous venons de marquer, feront d'environ 2645 toises chacune.

IV°. Quand on a la *distance moyenne* d'une planète, avec son excentricité, il est aisé de trouver & sa plus grande & sa plus petite distance. (*fig. 13.*)

Car la distance moyenne CS ou GS est égale à la moitié du grand axe TOE. La distance moyenne est donc égale à EO ou à TO: donc la *petite distance* est égale à la distance moyenne, moins l'excentricité SO: donc la *grande distance* est égale à la distance moyenne, plus l'excentricité RO: donc pour avoir la grande distance, il faut ajouter l'excentricité à la distance moyenne; & pour avoir la petite distance, il faut retrancher

cher l'excentricité , de la distance moyenne.

1188. REMARQUE II. Comme ces *distances moyennes* des planetes au soleil , reviennent assez fréquemment dans les calculs ; il est à propos de les réduire à de moindres termes , en les divisant toutes proportionnellement par mille. Dans ce cas on trouvera un *nouveau rapport* de ces distances entre elles , ou le même rapport exprimé en moins de chiffres , lequel fera ,

Pour Mercure = 3 + $\frac{4}{5}$ & un peu plus.

Pour Vénus = 7 + $\frac{1}{5}$ & un peu plus.

Pour la Terre — 10

Pour Mars = 15 + $\frac{1}{5}$ environ.

Pour Jupiter = 52 & un peu moins.

Pour Saturne = 95 + $\frac{1}{3}$ & un peu plus.

LEUR APOGÉE ET LEUR PÉRIGÉE.

1189. OBSERVATION. Autour du soleil , immobile dans un foyer commun à toutes les orbites elliptiques (*fig. 4*) , roulent , d'occident en orient , dans le plan du zodiaque & selon l'ordre des signes , six globes opaques ; savoir , d'abord *Mercury* dans l'ellipse *m a m* ; plus loin du soleil , *Vénus* dans l'ellipse *V X V* ; plus loin encore du soleil , la *Terre* avec sa lune , dans l'ellipse *T B D A* ; toujours plus loin du soleil , *Mars* dans l'ellipse *M N M* ; plus loin encore du soleil , *Jupiter* avec ses quatre satellites , dans l'ellipse *I K I* ; enfin toujours plus loin du soleil , *Saturne* avec ses cinq satellites , dans l'ellipse *S Z S*.

Comme la terre met moins de tems que les planetes plus éloignées , & plus de tems que les planetes moins éloignées du soleil ; à faire sa

révolution périodique autour de cet astre (1179); il s'ensuit qu'elle doit tantôt s'approcher & tantôt s'éloigner de ces différentes planetes, qui deviennent par-là tour à tour périgées & apogées (*).

I°. Une *planete est périgée*, quand elle est dans sa plus grande proximité de la terre. Par exemple, quand Saturne est en S & la terre en T, Saturne est périgée. De même si la terre étant en T, Mercure se trouve en a; Mercure sera périgée. De même encore, quand la terre sera en A & Venus en X; Venus sera périgée. (fig. 4.)

II°. Une *planete est apogée*, quand elle est dans son plus grand éloignement de la terre. Par exemple, la terre étant en D & Saturne en S, Saturne sera apogée en S, tandis que Jupiter sera périgée en J.

III°. En supposant que les points F & f soient les foyers des ellipses, & que le soleil soit placé en F hors du centre C de toutes les ellipses; le *soleil sera périgée*, quand la terre sera en T; le *soleil sera apogée*, quand la terre sera en D. Les périgées & les apogées du soleil arrivent précisément dans les mêmes points où la terre est périhélie ou aphélie; c'est-à-dire, quand elle est dans l'abside supérieure & dans l'abside inférieure. (1175.)

LEUR GRANDEUR ABSOLUE ET RESPECTIVE.

1190. OBSERVATION. Les planetes different

(*) ETYMOLOGIE. Périhélie, périgée : de περι, *propè*, *circum*; de ήλιος, *sol*; & de γη, *terra*. Aphélie, apogée : de ἀπό, *longè ab*; & de ήλιος & γη, *sol, terra*.

entre elles en grosseur : Mercure est la plus petite & Jupiter la plus grande de toutes les planetes principales : la terre & Vénus sont à peu près égales. On fait que pour connoître la surface & la solidité d'une sphere , il suffit de connoître son diametre. (*Math.* 577, 605.)

Nous verrons ailleurs comment on a pu venir à bout de mesurer le diametre des différentes planetes (1226) : en attendant voici les mesures & les rapports de ces diametres , tels que les donne d'après les observations astronomiques , l'illustre de Maupertuis, en nombres ronds & sans fraction. On suppose le diametre du soleil, qui sert de terme de comparaison , divisé en 300 parties égales , dont chacune équivaut à un tiers du diametre terrestre , ou à environ un millier de lieues communes (1225). Le diametre de la lune est un quart de celui de la terre. Selon ces rapports, trouvés par observation, on a

	<i>En parties égales.</i>	<i>En lieues d'environ</i>	
Le diametre du Soleil	$= 300 \dots$	$= 300000$	ou 2180
Le diametre de Mercure	$= 1 \dots \dots$	$= 1000$	2287
Le diametre de Vénus	$= 3 \dots \dots$	$= 3000$	toises
Le diametre de la Terre	$= 3 \dots \dots$	$= 3000$	cha-
Le diametre de la Lune	$= \frac{3}{12} \dots \dots$	$= 750$	cune.
Le diametre de Mars	$= 1 + \frac{13}{17} \dots$	$= 1664$	
Le diametre de Jupiter	$= 33 + \frac{1}{3} \dots$	$= 33333$	
Le diametre de Saturne	$= 27 + \frac{1}{4} \dots$	$= 27250$	

II°. Si on compare maintenant entre elles les solidités de ces différents globes , en prenant le globe terrestre pour terme de comparaison , & en supposant le volume de ce globe $= 1$; on trouvera les rapports suivans , qui sans être peut-être rigoureusement exacts en tout point , ont à peu près toute la précision qu'on peut

attendre & defirer en ce genre : ce font les rapports des cubes des diametres (*Math.* 622); rapports qui ne font fufceptibles d'autre erreur, que de celle qui pourroit fe trouver dans les diametres donnés. Ainfi, en élevant ces diametres à leurs cubes, & en divifant ces cubes par 27, pour réduire le cube de la terre à l'unité; on aura la folidité

Du globe de la Terre	= 1
Du globe de la Lune	= $\frac{1}{64}$
Du globe de Mercure	= $\frac{1}{27}$
Du globe de Venus	= 1
Du globe de Mars, environ	= $\frac{3}{9}$
Du globe de Jupiter	= 1331
Du globe de Saturne	= 730
Du globe du Soleil	= 1000000

On conçoit que nous n'entendons ici par folidité, qu'un volume de matiere déterminé dans fes trois dimenfions, en faifant pleinement abstraction de la denfité de ces divers globes; denfité qui eft vraifemblablement différente dans chacun, & qu'il ne nous eft pas donné de connoître.

LEUR OPPOSITION ET LEUR CONJONCTION.

1191. OBSERVATION. Deux planetes, comme mars & jupiter, vues de la terre pendant leur révolution autour du foleil, paroiffent être fucceffivement dans différents points du zodiaque; tantôt dans le même cercle de latitude mené d'un pole de l'écliptique à l'autre; & alors *elles font en conjonction*; tantôt dans des cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de 180 degrés de l'écliptique; & alors *elles font en opposition*;

tantôt dans des cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de 90 degrés ; & alors elles sont en quadrature ; tantôt dans des cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de plus ou de moins de 90 ou de 180 degrés ; & alors elles sont opposées de telle quantité , par exemple de 4 signes & 13 degrés ; de 10 signes 17 degrés 49 minutes. Ainsi ,

I°. On nomme *conjonction* , l'aspect de deux astres , qui vus de la terre répondent dans le ciel à un même cercle de latitude , ayant l'un & l'autre la même longitude (1551) : soit que ces deux astres soient vus dans le même point du ciel ; soit qu'ils soient vus dans des points du ciel différents , l'un plus au nord & l'autre plus au midi.

II°. On nomme *opposition* , l'aspect de deux astres vus dans le ciel dans la circonférence de deux cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de 180 degrés de l'écliptique. En général l'opposition & la conjonction se nomment aussi *syzygies* ; & on dit qu'un astre est dans les syzygies , quand il est en conjonction ou en opposition.

III°. On nomme *quadrature* , l'aspect de deux astres qu'on voit dans le ciel dans la circonférence de deux cercles de latitude éloignés l'un de l'autre d'un quart de l'écliptique ou de 90 degrés.

Dans l'opposition , la terre est placée entre les deux astres : dans la conjonction , l'un des deux astres est placé entre la terre & l'astre plus éloigné : dans les quadratures , deux lignes menées du centre de la terre aux deux astres , forment un angle droit qui embrasse dans le ciel un arc de 90 degrés. (*fig. 4.*)

1192. REMARQUE. Parmi les six planetes principales, il y en a trois, mars, jupiter, saturne, qui sont toujours plus éloignées du soleil, que la terre; ou dont l'orbite embrasse l'orbite de la terre: on les nomme *planetes supérieures*. Il y en a deux, vénus & mercure, qui sont toujours plus près du soleil que la terre; ou dont l'orbite est embrassée par l'orbite de la terre: on les nomme *planetes inférieures*. Ces six orbites sont assez éloignées les unes des autres, pour ne jamais se rencontrer: puisque les plus voisines sont toujours éloignées l'une de l'autre de huit ou dix millions de lieues. (1187.)

I°. Les *trois planetes supérieures* peuvent être & en conjonction & en opposition & en quadrature avec le soleil: parce qu'elles font leur révolution autour de l'orbite de la terre, d'où elles sont vues tantôt dans le même cercle de latitude que le soleil, tantôt dans des cercles de latitude qui peuvent s'éloigner de celui qu'occupe le soleil, jusqu'à 360 degrés où elles reviendront en conjonction.

II°. Les *deux planetes inférieures*, vénus & mercure, ont deux conjonctions, & n'ont ni opposition ni quadrature. Elles sont en *conjonction supérieure* avec le soleil, quand le soleil est placé entr'elles & la terre: elles sont en *conjonction inférieure* avec le soleil, quand elles sont placées entre le soleil & la terre. (*fig. 4.*)

La terre étant supposée en T, mercure fera en conjonction supérieure en *m*, & en conjonction inférieure en *a*. Les deux planetes inférieures n'ont ni opposition ni quadrature à l'égard du soleil: parce que dans leur plus grande digression du lieu où est vu le soleil dans le zodiaque, mercure

n'en paroît jamais éloigné que d'environ 28 degrés, & vénus d'environ 47 degrés.

LEURS PHASES.

1193. OBSERVATION. La lune se montre à nous sous différents aspects; tantôt illuminée dans tout son disque qui est dirigé vers la terre; tantôt privée de lumière, ou illuminée dans une simple partie plus ou moins grande de ce disque: ces différentes apparences ont été nommées *phases de la lune*. Ces mêmes apparences, ces mêmes alternatives de lumière & d'obscurité, ont lieu dans le disque des planètes visibles de la terre: delà le nom de *phases des planètes*.

I°. La lune, la terre, les différentes planètes, vues du soleil, n'auroient point de phases: parce que leur partie éclairée, c'est-à-dire environ la moitié de leur surface, seroit toujours dirigée vers l'observateur placé dans le soleil. (*fig. 16.*)

II°. Mais un observateur placé dans la terre T, doit voir des phases dans les planètes: parce que la partie éclairée de la lune ABCD, ou de mercure MNPR, & ainsi du reste, est tantôt exposée en plein à l'œil de l'observateur T, & tantôt dirigée dans un sens qui la soustrait en tout ou en partie à l'œil de l'observateur T. Ces phases sont très-sensibles dans vénus, dans mars, dans mercure, quand on les observe avec de bonnes lunettes.



PARAGRAPHE TROISIÈME.

LES PLANETES EN PARTICULIER.

APRÈS avoir observé les planetes dans ce qu'elles ont de commun, il est important de les considérer dans ce qu'elles ont de particulier, dans ce qui les caractérise. Nous joindrons à cette théorie des planetes, celle des *cometes* qui nous sont connues, & qui ne different guere des planetes, qu'en ce que leur orbite elliptique, dans laquelle elles font persévérément leurs révolutions périodiques autour du soleil, centre commun de leurs mouvements, est plus excentrique & autrement posée dans le ciel, que celle des globes auxquels est spécialement affecté le nom de planetes.

LE SOLEIL.

1194. OBSERVATION. Le *soleil* est un globe lumineux, gros environ un million de fois comme la terre. Quoiqu'il soit fixe & immobile au centre de notre monde planétaire, nous allons le considérer comme planete, comme astre errant autour de la terre & autour de l'écliptique, comme il paroît l'être en effet : il sera facile de passer de l'apparence à la réalité des phénomènes qui concernent cet astre, image visible de l'invisible divinité; puisqu'il nous éclaire & nous vivifie; qu'il est tout lumiere & tout bienfaisance. (*fig. 10.*)

1°. Le soleil S, immobile au centre du monde planétaire, paroît faire chaque jour en 24

heures, une révolution autour de la terre P, d'orient en occident: parce que dans le même tems la terre elle-même fait une révolution d'occident en orient, autour de son axe DPB. (932.)

II°. Le soleil, immobile au centre du monde planétaire T (*fig. 2*), paroît faire en un an une révolution autour de l'écliptique $RaNnR$, d'occident en orient, selon l'ordre des signes: parce que dans le même tems, la terre fait elle-même dans le même sens, une révolution autour du soleil, dans le plan de l'écliptique. Quand la terre est en R, le soleil est vu en N: quand la terre a passé de R en a , en trois mois de tems, le soleil est vu en n , & paroît avoir passé de N en n : quand la terre arrive en N, le soleil paroît arriver en R: quand la terre passe de N en n , le soleil paroît passer de R en a : quand la terre acheve sa révolution en R, le soleil paroît achever sa révolution en N. Ainsi le soleil immobile paroît faire une révolution autour de l'écliptique; parce que la terre fait elle-même une révolution autour du soleil dans le plan de l'écliptique. (931.) (*fig. 2.*)

III°. Le soleil, en parcourant le zodiaque, n'a pas une vitesse toujours égale & toujours uniforme: puisqu'il met environ huit jours de plus à parcourir les six signes septentrionaux aNn ; ou huit jours de moins à parcourir les six signes méridionaux nRa . La raison en est, que le soleil n'est pas exactement au centre de l'écliptique, & que la vitesse de la terre dans l'écliptique autour du soleil, n'est pas toujours égale & toujours uniforme: cette vitesse de la terre, tantôt accélérée & tantôt ralentie, fait que le mouvement apparent du soleil T, paroît s'accé-

lérer & se ralentir alternativement dans la même proportion.

Ces mêmes phénomènes, & les autres phénomènes qui concernent le mouvement apparent du soleil, seront expliqués ailleurs dans le plus grand détail : ce que nous venons d'en dire ici, est simplement destiné à préparer & à accoutumer le lecteur, à passer de l'apparence à la réalité des mouvements, dans la théorie du ciel.

MERCURE ET VENUS.

1195. OBSERVATION. La planète la plus petite & la plus voisine du soleil, c'est *mercure*, dont le globe est environ 27 fois plus petit que la terre, & 27 millions de fois plus petit que le soleil. (*fig. 4.*)

I°. Mercure *m* est rarement visible : parce qu'il est presque toujours enveloppé dans la lumière du soleil, duquel il ne s'écarte jamais à plus de 27 ou 28 degrés. Sa révolution périodique est d'environ trois mois ; & dans chaque révolution, il a deux conjonctions ; une conjonction supérieure, quand le soleil est placé entre la terre & lui ; & une conjonction inférieure, quand il est placé entre la terre & le soleil.

II°. L'orbite *m a m* de mercure est une ellipse dont le plan passe par le centre du soleil placé dans un des foyers F : cette orbite coupe l'écliptique sous un angle de 7 degrés. Mercure, dans sa révolution périodique de trois mois, se trouve donc tantôt au nord de l'écliptique & tantôt au midi de l'écliptique, embrassant dans sa révolution, presque toute la largeur du zodiaque ; & quand dans ses conjonctions inférieures, il a moins

de 16 minutes de latitude , il paroît passer sur le disque du soleil , comme une tache ronde & fort noire : ce qui démontre évidemment que c'est un corps opaque. La même chose arrive à venus , quand dans ses conjonctions inférieures , elle est moins écartée du centre du soleil , que de 16 minutes de degré , qui mesurent le demi-diametre de cet astre.

III°. Mercure a ses directions , ses stations , ses rétrogradations , dans chaque révolution périodique (1183). Il est *rétrograde* , dans sa conjonction inférieure *n* , où il se trouve péricée : il est *direct* , dans sa conjonction supérieure *m* , où il se trouve apogée : il est *stationnaire* , quelque tems après ses rétrogradations. La même chose arrive à venus , qui est aussi directe dans son apogée ; rétrograde , dans son péricée ; stationnaire , quelque tems après sa rétrogradation. (1318.)

IV°. Mercure paroît plus petit , quand il est péricée , entre la terre & le soleil : parce qu'alors sa partie éclairée étant tournée vers le soleil , il ne nous envoie que très-peu de lumière. Il paroît plus grand , quand il est apogée , & qu'il a plus de latitude que le demi-diametre du soleil n'a de largeur : parce qu'alors sa partie éclairée se trouve tournée & dirigée vers la terre , & se montre toute entière à nos regards. Il se montre en forme de croissant vers le milieu du tems qui sépare ses deux conjonctions , comme la lune dans ses quadratures : la même chose arrive aussi à venus. Comme mercure est de deux tiers environ plus près du soleil que la terre , il s'ensuit que la lumière qu'il reçoit du soleil est 9 fois plus dense , que celle qui éclaire & chauffe la terre. (898.)

V°. Entre mercure & la terre, à peu près à égale distance de l'un & de l'autre (1187), est placée *venus*, la seconde planete en allant du soleil aux étoiles. Son volume est à peu près égal à celui de la terre : sa révolution VXV est d'environ 8 mois & un tiers ; sa rotation, d'environ 23 heures & un quart : son orbite, la moins aplatie de toutes. (*fig. 4.*)

L A T E R R E.

1196. OBSERVATION. Le troisieme globe, en allant du soleil vers les étoiles, est la *terre*, qu'on ne peut plus se dispenser de ranger au nombre des planetes. Cette planete, à peu près égale à *venus*, environ 27 fois plus grosse que mercure, à peu près un million de fois plus petite que le soleil (1190), captive autour d'elle & entraîne à sa suite un satellite, qui est la lune. Tandis que la terre fait une révolution autour du soleil immobile, la lune fait douze ou treize révolutions autour du centre de la terre.

La *terre-planete* a trois mouvements réels qui, par une foule d'illusions optiques, paroissent donner, & aux étoiles immobiles, & aux planetes mobiles, les mouvements les plus bizarres & les plus absurdes : (*fig. 10.*)

I°. Un mouvement de révolution diurne, d'occident en orient, autour de l'axe de l'équateur & du monde DPF : mouvement constant & uniforme, lequel s'acheve en 23 heures 58 minutes 4 secondes (1181). Ce premier mouvement de la terre, ou cette révolution de toutes ses parties & de tous ses habitants autour de son axe DTF, axe toujours sensiblement parallele à lui-même

d'un jour à l'autre, fait que tout le ciel paroît tourner en un sens opposé, d'orient en occident, autour de la terre jugée immobile (932) : c'est la révolution diurne, ou le jour naturel.

II°. Un mouvement de révolution annuelle, d'occident en orient, dans le plan de l'écliptique autour du soleil immobile au centre du monde planétaire; mouvement PQ RTP qui s'acheve en 365 jours 6 heures 8 minutes 58 secondes. Ce transport, ou ce passage successif de la terre par tous les points d'une courbe prise dans le plan immobile de l'écliptique, à environ trente millions de lieues du soleil, fait que le soleil paroît chaque jour en conjonction avec le point diamétralement opposé à celui où se trouve la terre; ou que le soleil, quoiqu'immobile en S, paroît parcourir l'écliptique toute entière, dans le même tems que l'écliptique est parcourue toute entière par la terre jugée immobile (931) : c'est la révolution syddérale du soleil, ou l'année syddérale, plus longue de quelques minutes que l'année tropique (1137).

III°. Un mouvement de révolution rétrograde, d'orient en occident, autour de l'axe DTE de l'écliptique (fig. 6), ou d'un axe terrestre dTe, toujours perpendiculaire au plan de l'écliptique FTG : mouvement très-lent, qui ne produit une révolution entière de toutes les parties de la terre autour des deux points terrestres d & e, ou autour de l'axe terrestre dTe, toujours parallèle à l'axe de l'écliptique DTE, que dans une durée de 25740 ans.

En vertu de ce mouvement rétrograde, différent du mouvement diurne & du mouvement annuel, chaque point de la surface terrestre

décrit ou parcourt autour de l'axe dTe , d'orient en occident, en 25740 ans, la circonférence d'un cercle parallele au plan de l'écliptique. Par exemple, en faisant chaque jour sa révolution diurne, d'occident en orient, autour de l'axe terrestre pTm toujours perpendiculaire à l'équateur; en faisant chaque année sa révolution annuelle autour du soleil & de l'écliptique; le point a , en 25740 ans, parcourt autour de l'axe dTe perpendiculaire au plan de l'écliptique, le cercle $acAg a$, parallele au plan de l'écliptique; rétrogradant chaque année, dans ce cercle, d'orient en occident, d'environ 50 secondes de degré. De même le point b parcourt le cercle $bfBhb$, parallele à l'écliptique. De même encore les poles terrestres p & m , ou les deux points autour desquels se font toutes les révolutions diurnes, parcourent les deux cercles $pqrsp$, $maokm$: de sorte que le pole terrestre p , qui répond maintenant dans le ciel au point P , fera dans 12870 ans en r , & répondra à un autre point du ciel R , lequel sera éloigné d'environ 47 degrés du point P qui est le pole céleste actuel. (*fig. 6.*)

Ce troisieme mouvement de la terre, ou cette révolution rétrograde de toutes ses parties & de tous ses habitans autour de l'axe de l'écliptique, ou d'un axe terrestre toujours parallele à l'axe de l'écliptique, fait que tout le firmament, quoiqu'immobile en tout sens dans toutes ses parties, paroît tourner dans le même tems, en un sens opposé, d'occident en orient, autour de l'axe & des poles de l'écliptique (932). Delà le grand phénomène de la *précession des équinoxes* (1131); phénomène qui semble déplacer bisarrement tout

le ciel, & qui n'est autre chose qu'une illusion optique, produite par la révolution conique de l'axe terrestre pTm , autour des poles de l'écliptique D & E. Nous donnerons ailleurs un plus grand développement sur ces trois mouvements de la terre, & sur-tout sur ce dernier qui est un peu plus difficile à concevoir. (1327.)

MARS, JUPITER, SATURNE.

1197. OBSERVATION. Au-dessus de l'orbite de la terre, en allant du soleil vers les étoiles, se trouvent à différentes distances, les orbites de mars M, de jupiter I, de saturne S, qui sont les trois *planetes supérieures*, de différente grosseur (1190). Ces orbites, ainsi que celles de la terre & des deux *planetes inférieures*, ne sont autre chose que les différents points de l'espace infini, où passent les centres des différentes planetes, dans leur révolution périodique autour du soleil. (fig. 4.)

Les trois planetes supérieures, ainsi que les planetes inférieures, ont leurs *directions*, leurs *stations*, leurs *rétrogradations* (1183) : de sorte que pendant le cours de leur révolution plus ou moins longue autour du soleil (1178), d'occident en orient & selon l'ordre des signes, elles paroissent tantôt aller plus vite que n'exige leur mouvement réel; tantôt suspendre totalement leur mouvement réel; tantôt aller d'orient en occident, contre l'ordre des signes & contre leur mouvement réel : bisarrerie singulière, si elle n'étoit pas une simple illusion optique.

Les trois planetes supérieures sont *stationnaires*, vers le tems de leur périégée & de leur opposition avec le soleil (1191); *rétrogrades*, pendant

un tems plus ou moins long après leurs stations ; *directes* , principalement vers leur apogée & vers le tems de leur conjonction avec le soleil.

Quand mars , jupiter & saturne se trouvent à la fois périégées , ils rétrogradent tous les trois à la fois : mais l'*arc de rétrogradation* est plus grand dans mars que dans jupiter , dans jupiter que dans saturne. D'un autre côté , mars cesse plutôt d'être rétrograde que jupiter ; jupiter plutôt que saturne.

LES PLANETES SECONDAIRES.

1198. OBSERVATION. Parmi les planetes principales , il y en a trois qui roulent seules & isolées autour du soleil ; il y en a trois autres qui traînent à leur suite une ou plusieurs planetes subalternes , qu'on nomme *planetes secondaires*. De tout tems on a connu la lune , qui est la planete secondaire de la terre : mais ce n'est que depuis l'invention des lunettes, qu'on a connu les *satellites* ou les lunes de jupiter & de saturne ; jupiter en a quatre ; saturne en a cinq. Ces satellites de jupiter & de saturne font leurs petites révolutions périodiques autour de leur planete , qui est le centre de leur mouvement ; tandis que la planete elle-même , qui les entraîne à sa suite & les emporte avec elle , fait sa grande révolution périodique autour du soleil : comme la lune fait ses douze ou treize révolutions autour de la terre , centre de son mouvement ; tandis que la terre qui l'entraîne à sa suite , fait elle-même sa grande révolution annuelle dans l'écliptique autour du soleil. (*fig. 4.*)

La marche de la nature est la même , dans le
petit

petit comme dans le grand, dans le système particulier d'une planète isolée, comme dans le système général du monde planétaire. Chaque planète principale est pour ses satellites, à peu près ce que le soleil est pour les planètes principales.

I°. Comme les six planètes principales font leurs révolutions périodiques autour du soleil, centre de leurs mouvements, avec des distances inégales & en des tems inégaux; de même les satellites de jupiter & de saturne font leurs révolutions périodiques autour de leur planète principale, centre de leurs mouvements, avec des distances inégales & dans des tems inégaux. Ceux qui sont plus près de la planète, achevent en moins de tems leur révolution.

II°. Comme les orbites des planètes principales, sont des ellipses dont le plan passe par le centre du soleil, & dont le centre du soleil occupe un foyer commun à toutes; de même les orbites des satellites de jupiter ou de saturne, sont des ellipses dont les circonférences sont placées à différentes distances les unes au-dessus des autres; dont le plan passe par le centre de la planète; & dont le centre de la planète occupe un foyer commun à toutes les ellipses.

III°. Comme toutes les planètes vont dans le même sens autour du soleil dans des orbites plus ou moins inclinées sur l'écliptique, qui est l'orbite apparente du soleil; de même les satellites roulent dans le même sens autour de leur planète principale, dans des orbites plus ou moins inclinées sur l'orbite de leur planète.

IV°. Comme il y a un rapport général entre les distances moyennes & les tems périodiques des différentes planètes (1261); il y a aussi un

rapport entre les distances moyennes & les tems périodiques des différens fatellites d'une même planete. Par exemple , le quarré du tems périodique du premier fatellite de jupiter , est au quarré du tems périodique du second ; comme le cube de la distance moyenne du premier au centre de jupiter , est au cube de la distance moyenne du second au même centre de jupiter.

1199. REMARQUE I. On nomme *premier fatellite* de telle planete , celui qui est le moins éloigné du centre de sa planete ; *second fatellite* , celui qui est le moins éloigné après le premier ; & ainsi de suite. Ces fatellites , en faisant leurs révolutions autour de leur planete , qu'ils éclipsent & par laquelle ils sont éclipsés assez fréquemment , s'écartent plus ou moins du centre de leur planete.

Voici , d'après l'abbé de la Caille , & la quantité de leur plus grande digression orientale & occidentale , mesurée en diametres de leur planete ; & le tems qu'ils emploient chacun à retourner à leur plus grande digression du même côté , par exemple , au point O , en supposant qu'ils sont vus & observés du centre du soleil immobile. (*fig. 4.*)

Satel- lites		Tems des révolutions.				Leur plus grande di- gression orient. & occ. en demi-diametres			
		jours.	heures.	min.	sec.				
de Jupiter.	I.	1	18	28	36	5	+	$\frac{2}{3}$	de Jupiter,
	II.	3	13	18	52	9			
	III.	7	3	59	40	14	+	$\frac{1}{3}$	
	IV.	16	18	5	6	25	+	$\frac{1}{3}$	
de Saturne.	I.	1	21	18	27	8	+	$\frac{7}{8}$	de Saturne.
	II.	2	17	41	22	11	+	$\frac{1}{4}$	
	III.	4	12	25	12	15			
	IV.	15	22	41	14	36			
	V.	79	7	48	0	108			

Anneau de Saturne.

1200. OBSERVATION. Ce qu'il y a de plus singulier dans la planete de saturene, c'est un large anneau AS, dont il est environné : merveille unique dans les cieux, aucune planete, aucune comete, n'offre rien de semblable. (*fig. 34.*)

La nature de cet anneau nous est totalement inconnue : on pourroit soupçonner que c'est une athmosphere annulaire, une grande zone d'une matiere semblable à nos nuages, & qui persévérément répandue autour de saturene à une très-grande élévation, ne se dissiperoit point comme nos nuages.

La figure de cet anneau est elliptique : son grand axe est incliné sur le plan de l'orbite de saturene, d'environ 30 degrés. Le grand axe de cet anneau est au diametre du globe de saturene (1190), environ comme 9 est à 4 : son petit axe varie toujours, tantôt en s'élargissant & tantôt

en se rétrécissant. Comme saturne est tantôt plus près & tantôt plus loin de la terre, tantôt dans une position & tantôt dans une autre, à l'égard de la terre; on conçoit que son anneau *AS*, doit se montrer à nos regards de bien des façons différentes.

L E S C O M E T E S.

1201. OBSERVATION. Outre les six planetes principales, dont nous venons d'expliquer les révolutions périodiques autour du soleil, centre commun de leurs mouvements; il y a encore dans le ciel, entre le soleil & les étoiles, un grand nombre d'autres globes opaques, qui font leurs révolutions périodiques autour du soleil, centre commun de leurs mouvements, dans des ellipses immensément excentriques, les uns d'occident en orient, les autres d'orient en occident, ceux-ci du midi au nord, ceux-là du nord au midi. Par exemple (*fig. 9*):

Tandis que la terre & les planetes principales font leurs révolutions d'occident en orient, autour du soleil *S*, dans le zodiaque *ABCD*A; d'autres globes opaques font leurs révolutions autour du même soleil, les uns d'occident en orient & selon l'ordre des signes, dans l'ellipse *MNOP*M; les autres d'orient en occident & contre l'ordre des signes, dans l'ellipse *mno* *p* *m*; ceux-là du midi vers le nord, dans l'ellipse *GHL*G; ceux-ci du nord vers le midi dans l'ellipse *ghk* *l* *g*; & ainsi du reste. Le soleil *S*, sensiblement immobile dans l'espace infini, occupe un point de cet espace qui est un foyer commun à toutes ces ellipses des cometes & des

planetes principales : mais il y a d'ailleurs de grandes différences entre ces astres, tous opaques & errants.

I^o. Toutes les planetes font leurs révolutions périodiques autour du soleil, d'occident en orient & selon l'ordre des signes, dans l'enceinte du zodiaque d'où elles ne sortent jamais. Les cometes au contraire font leurs révolutions périodiques autour du même soleil, les unes dans une direction, les autres dans une direction totalement différente, dans le zodiaque ou hors du zodiaque, selon l'ordre des signes ou contre l'ordre des signes. L'orbite de chaque comete est fixe & constante; elle conserve toujours sensiblement la même position dans le ciel ou dans l'espace infini : mais les différentes orbites des cometes sont différemment posées dans le ciel relativement à l'équateur.

De 43 cometes, sur lesquelles on a des observations assez exactes, & dont M. de la Caille donna une table en 1755; il y en a 21 qui vont selon l'ordre des signes, & 22 qui vont contre l'ordre des signes, dans des orbites plus ou moins inclinées sur le plan de l'équateur, depuis 2 degrés, jusqu'à 88 : ce qui embrasse à peu près tout le ciel. Depuis lors on en a découvert plusieurs autres, les unes directes, les autres rétrogrades.

II^o. Les planetes sont de perpétuelle apparition, quand elles sont sur notre horison hors des rayons du soleil : parce que périhélies ou aphélies (1184), elles sont assez près de la terre, pour se montrer à nos regards sous un angle sensible (921); & pour réfléchir dans nos yeux une quantité de lumiere capable de s'y faire sentir. Les cometes au contraire ne

font visibles à la terre que lorsqu'elles sont pres de leur périhélie , ou de leur abscide inférieure , vers les points de leur courbe M, m, G, g . Loin de leurs périhélies & plus ou moins près de leurs aphélies O, o, K, k , immensément éloignées du soleil , elles ont trop peu de lumiere (898), elles se présentent sous un angle optique trop petit (918), pour être apperçues de la terre ABCDA. (921.)

III°. Les planetes dans leurs révolutions autour du soleil , décrivent une orbite peu excentrique (1186) : périhélies ou aphélies , elles sont toujours à peu près également éclairées & échauffées par cet astre. Les cometes au contraire décrivent autour du soleil des orbites MNOPM , $m n o p m$, immensément excentriques : périhélies en g ou en m , elles sont les unes cent fois , les autres mille fois , ou peut-être un million de fois plus près du soleil , que lorsqu'elles sont aphélies en k ou en o .

IV°. Les courbes des planetes sont toutes régulièrement placées les unes au-dessus des autres ; & les planetes qui les décrivent ou les parcourent , ne peuvent jamais se rencontrer & s'entre-choquer les unes les autres. Les cometes au contraire décrivent & parcourent des courbes dont la plupart s'enfoncent dans la région des planetes , ayant leur abscide inférieure g ou m entre le soleil & les planetes ABCDA. Car selon M. de Maupertuis , « presque toutes les cometes » dont on a les meilleures observations , lorsqu'elles sont venues dans ces régions du ciel , » se sont beaucoup plus approchées du soleil , » que la terre n'en est proche. Elles ont presque » toutes traversé les orbites de sature , de

» jupiter, de mars, & de la terre ». *Maupertuis*,
tome III, page 232.

Leur action, leur chaleur, leur froidure.

1202. OBSERVATION. Selon le calcul de Halley, la comete de 1680 passa si près du soleil dans son périhélie, qu'elle n'en fut éloignée que d'environ un fixieme du diametre de cet astre, c'est-à-dire, d'environ 50000 lieues : & après son périhélie, elle passa le 11 novembre si près de l'orbe de la terre, qu'elle s'en trouva à la distance d'un demi-diametre du soleil, c'est-à-dire, d'environ 150000 lieues. Delà deux réflexions à faire sur les cometes. (*fig. 9.*)

1°. Si une comete & une planete, animées l'une & l'autre d'une vitesse au moins cent fois supérieure à celle d'un boulet de canon, venoient à se rencontrer & à se heurter en des sens plus ou moins opposés dans leur route, ce qui n'est pas absolument impossible; il est clair que le choc de ces énormes masses produiroit dans l'une & dans l'autre, selon les loix du mouvement, d'étranges révolutions.

Mais il est très-vraisemblable que l'auteur de la nature, qui en a voulu & discerné la stabilité dans l'ordre des choses par lui établi, a tellement arrangé & combiné les mouvements des planetes & des cometes (ce qui est évidemment très-possible), que ces différents corps, dans leurs révolutions périodiques autour du même soleil, centre commun de leurs mouvements, ne doivent ni se rencontrer pour se détruire, ni même s'approcher assez pour se troubler dans leur marche. Par exemple, quand la comete de

1680 passa si près d'un point B de l'orbite terrestre, la terre se trouvoit alors fort loin de ce point B, & par là même de la comete, dont l'attraction ne causa aucune altération sensible, ni à son mouvement diurne, ni à son mouvement annuel, ni à la position de son équateur sur le plan de l'écliptique, ni à aucune de ses parties.

II°. Comme les cometes sont toutes immensément plus près du soleil dans leur périhélie, que dans leur aphélie; il paroît que *dans leur aphélie*, elles doivent essuyer un degré de froid excessivement grand; & que *dans leur périhélie*, elles doivent être en proie à une chaleur dévorante: chaleur qui peut aller peut-être jusqu'à embraser leur surface exposée à la lumière extrêmement dense & active que leur darde le soleil. Selon les calculs de Newton, calculs que chacun peut faire aisément d'après la théorie de la raréfaction de la lumière (898); la comete de 1680, qui passa si près du soleil, en éprouva dans son périhélie une chaleur vingt-huit mille fois plus grande que celle que la terre en éprouve en été.

De là la production d'une immense quantité de vapeurs qui, exaltées entre la comete & le soleil, formeront une *grande traînée de matiere fluide*, propre à réfléchir la lumière du soleil. Telle est très-vraisemblablement la cause physique de cette lumière plus ou moins resplendissante, qui accompagne si souvent les cometes dans leur périhélie; qui tantôt les précède en forme de *barbe*; tantôt les environne en forme de *chevelure*; tantôt les suit en forme de *queue*, selon la différente position de la comete à l'égard

de la terre & du soleil. Toutes les cometes ne traînent pas à leur suite une queue semblable, ou également brillante : soit parce qu'elles ne passent pas toutes également près du soleil ; soit parce qu'elles ne sont toutes composées d'une matiere également propre à s'exalter en vapeurs.

Nature des cometes : astrologie judiciaire.

1203. OBSERVATION. Il y a eu de tout tems des philosophes intimément persuadés que *les cometes sont des globes opaques, assez semblables à nos planetes.* Ce fut le sentiment des anciens Chaldéens, des pythagoriciens, & de plusieurs autres, tels qu'Apollonius le Myndien, Hypocrate de Chio, Eschyle, Diogene, Démocrite, Sénèque. Mais on doit à ce dernier ce témoignage, qu'aucun auteur ancien n'a parlé des cometes d'une maniere aussi sublime & aussi philosophique. Dans le sixieme livre de ses questions naturelles, il s'exprime sur cet objet précisément comme parleroient dans ce siecle, les la Caille, les de Lalande, les Maupertuis, les de Buffon.

Mais le sort de la vérité chez les humains, est d'être presque toujours long-tems rejetée & combattue, avant d'être généralement adoptée. Aristote regarda les cometes comme des *météores d'une existence fortuite & passagere.* L'opinion d'Aristote prévalut ; & cette opinion, adoptée par les Ptolomée, par les Bacon, par les Galilée, par les Tychobrahé, par les Kepler, par les Riccioli, par les de la Hire, a régné jusques dans ces derniers tems.

Il n'y a guere plus d'un siecle que l'ancienne

opinion a osé reparoître ; & ce n'est que depuis le commencement de 1759, que cette opinion s'est changée en vérité démontrée. Auparavant on regardoit communément les comètes, d'après l'idée d'Aristote, comme des *météores mal-faisants*, ignés ou lumineux ; qui se formoient de vapeurs ou d'exhalaisons très-subtiles dans la plus haute région de notre atmosphère ; & qui après y avoir fermenté & brillé pendant un tems plus ou moins long, s'y dissipoient, & répandoient sur notre globe les venimeux principes dont ils étoient composés. Delà, selon le préjugé alors reçu, les guerres, les pestes, l'intempérie des saisons, la désolation des villes & des campagnes, la fermentation des esprits, la stérilité de la terre, les différents fléaux qui affligoient le monde sublunaire, pendant & après l'apparition de ces aîtres sinistres, l'épouvantail du genre humain.

Delà vraisemblablement l'origine de l'*astrologie judiciaire*, science inepte & extravagante, l'opprobre éternel de l'esprit humain, laquelle faisoit absurdement dépendre les vertus & les vices, la vie & la mort, le bonheur & le malheur des différents humains, de certaines chimériques influences des corps célestes ; influences alternativement malignes ou bienfaisantes, selon la différente position de ces corps à l'égard du sujet sur lequel ils fluoient au commencement de son existence. Mais la folie & le préjugé n'ont qu'un tems, & la raison est éternelle. Aujourd'hui, aux yeux du philosophe & du peuple même, les différents corps célestes, les comètes même, ne causent plus d'alarmes à la terre, vers laquelle ils n'envoient absolument aucune partie de leur substance bienfaisante ou mal-faisante, vers la-

quelle ils se bornent à réfléchir quelques molécules de lumière solaire, aussi pure que celle qui est réfléchie par nos rochers ou par nos miroirs.

1204. ASSERTION. *Les cometes, ainsi que la terre & les planetes principales, sont des globes opaques, aussi anciens que le monde, qui font paisiblement leurs révolutions périodiques autour du soleil, centre de leur mouvement, sans faire ni bien ni mal à la terre; visibles, quand ils sont près de la terre; invisibles, quand ils en sont à une immense distance; soumis aux mêmes loix de force centrifuge & centripete, que les planetes; & se mouvant en différents sens au sein de l'espace immense, dans des courbes régulières plus ou moins excentriques, dont le plan passe par le centre du soleil situé dans un des foyers. (fig. 9.)*

DÉMONSTRATION. Il est clair que les cometes, au lieu d'être des météores accidentels & d'une existence passagere, sont des corps stables & permanents, d'une nature & d'une origine assez semblables à celles de nos planetes, si elles se montrent à nous dans le ciel, comme se montreroient nos planetes plus ou moins grandes, mises en leur place; si elles ont des mouvements aussi réguliers, & des révolutions aussi périodiques autour du soleil, que nos planetes. Or il conste par les observations astronomiques, que les cometes ont tout cela de commun avec nos planetes principales.

1°. Le mouvement de nos planetes autour du soleil, n'est pas égal & uniforme dans toute la durée de leur révolution autour de cet astre: il est dans sa plus grande vitesse au périhélie: il va en décroissant depuis le périhélie, jusqu'à l'aphé-

lie : il recommence à croître à l'aphélie, & il va toujours en croissant jusqu'au périhélie.

La même chose arrive aux comètes. Dans la partie de leur orbite qui les ramène vers le soleil, on les voit d'abord paroître dans un grand éloignement, fort petites, fort obscures, mal terminées, ayant un mouvement assez lent. Successivement elles augmentent en grosseur, en lumière, en vitesse, jusqu'au point où elles sont le plus près du soleil. On les voit ensuite dans la partie opposée de leur courbe qui les éloigne du soleil, diminuer successivement en grosseur, en lumière, en vitesse, à peu près de la même manière qu'elles avoient augmenté; jusqu'à ce qu'enfin elles disparoissent totalement dans la partie de leur orbite trop éloignée de nous, comme nous l'avons déjà expliqué. (1201.)

II°. Les planètes principales emploient chacune un tems fixe, mais différent, à faire leur révolution périodique autour du soleil; à passer d'un point déterminé de leur orbite au même point, par exemple, du périhélie au même périhélie. Mais il a fallu un nombre suffisant d'observations exactes de ces retours périodiques de chaque planète à un même point de son orbite, pour fixer avec précision la durée de leurs différentes révolutions, ou leurs différents tems périodiques. (1178.)

La même chose a également lieu dans les comètes: elles emploient chacune un tems fixe & constant, à passer du périhélie au même périhélie; & ce tems périodique est plus long pour les unes, plus court pour les autres. Mais ce tems périodique des différentes comètes, déjà déterminé pour deux ou trois, sur lesquelles on

a eu des observations suffisamment exactes, reste encore à déterminer pour les autres, sur lesquelles on n'a pas encore des observations suffisantes.

Tems périodiques des cometes.

1205. OBSERVATION. La cause qui a empêché les progrès de l'astronomie sur le fait des cometes, c'est principalement la persuasion où l'on a été pendant plus de deux mille ans, que ces astres effrayants n'étoient que des exhalaisons enflammées dans la plus haute région de l'air; exhalaisons dont les mouvements, réputés bisarres & irréguliers, ne méritoient pas qu'on se donnât la peine de les observer. Depuis un siecle, où l'on a soupçonné ces astres d'être des globes opaques de différente grandeur & assez semblables à nos planetes, on a observé avec le plus grand soin, la marche des cometes qui ont paru; & ces observations ont fait connoître démonstrativement que les cometes sont réellement des globes opaques, errants régulièrement autour du soleil.

Parmi les cometes, il n'y en a encore que deux dont le tems périodique soit connu avec quelque exactitude: l'une dont la dernière apparition arriva en 1759; l'autre dont la dernière apparition arriva en 1680. (*fig. 9.*)

1^o. La première comete, celle de 1759, avoit été observée en 1531, en 1607, en 1682. Le fameux Halley, qui venoit d'observer avec tout le soin possible cette comete en 1682, faisant usage de la théorie de Newton sur les forces centrifuges & centripetes des corps dans les

courbes elliptiques, osa le premier, plus de 70 ans avant l'événement, prédire le retour de cette comete pour l'année 1757 ou 1758.

M. Clairaut, par des méthodes plus exactes & par des calculs plus détaillés, fixa le retour de cette même comete vers la fin de 1758 ou vers le commencement de 1759. L'événement justifia la prédiction: cette comete fut apperçue à Paris, le 21 janvier 1759, dans la région du ciel où elle étoit attendue: son tems périodique est d'environ 76 ans. Cet événement, qui fera époque dans l'astronomie, a détruit de fond en comble l'opinion d'Aristote sur les cometes, & a démonstrativement établi l'opinion contraire.

II°. La seconde comete fut observée à la fin de 1680. Elle parut extrêmement grosse, soit parce qu'elle est telle en effet, soit parce qu'elle passa très-près de la terre & du soleil (1202). En rapprochant différentes circonstances de l'histoire, on a conclu avec assez de vraisemblance, qu'elle devoit être la même que celles qu'on a vues en 1106, en 531, & à la mort de Cesar: de sorte que le tems de sa révolution périodique, marqué par l'intervalle de ces quatre apparitions, doit être d'environ 575 ans.

III°. On connoîtra de même dans la suite, le tems périodique de toutes les cometes visibles, en tenant un registre exact de leurs apparitions, de leur route dans le ciel, de leur passage par le périhélie. L'intervalle entre les tems de leur passage par le périhélie, donne leur *tems périodique*; & ce passage par le périhélie est marqué par leur plus grande vitesse réelle.

IV°. M. Halley a soupçonné aussi que les cometes de 1661 & de 1532 n'étoient que la même,

qui emploieroit 129 ans à faire sa révolution autour du soleil. Le fondement de ce soupçon, c'est que les comètes de 1661 & de 1532 ont tenu à peu près la même route dans le ciel, & ont eu des symptomes de mouvement assez semblables : ce qui suffiroit pour établir l'identité de ces deux comètes, si on pouvoit compter sur les observations grossières & peu scrupuleuses qu'on a sur ces deux apparitions ; parce qu'il n'est point vraisemblable que deux comètes se meuvent précisément dans les mêmes points du ciel, avec les mêmes phénomènes de lumière, de grandeur, de mouvement.

Il y a déjà, au commencement de cette année 1772, un nombre de 59 comètes, directes ou rétrogrades, dont on connoît plus ou moins exactement la marche dans le ciel : nous en parlerons encore ailleurs. (1399.)

V°. La postérité fera peut-être un jour surprise, qu'il y ait eu encore, après l'accomplissement de l'astronomique prophétie de Halley, des philosophes qui se sont efforcés de ressusciter l'opinion d'Aristote sur les comètes ; & de faire de ces astres, des météores d'une existence fortuite & passagère. La postérité aura tort : elle doit favoir qu'il y a en tout tems quelques *esprits singuliers & bisarres*, obstinément décidés pour les paradoxes les plus infoutenables & les plus révoltans, hautement conjurés contre les vérités les plus certaines & les mieux démontrées.

Vitesse des comètes.

1206. OBSERVATION. Il faut distinguer dans les comètes, & une vitesse réelle, & une vitesse apparente. (*fig. 9.*)

I°. La *vitesse réelle d'une comete*, est l'espace parcouru dans sa courbe, divisé par le tems employé à parcourir cet espace. Par exemple, que la comete M parcoure en un jour l'arc $M\nu$ ou Mx de sa courbe MNOPM: cet arc mesurera sa vitesse réelle, incomparablement plus grande dans le périhélie, que dans l'aphélie.

II°. La *vitesse apparente d'une comete*, est l'arc du firmament qu'elle paroît parcourir dans un tems déterminé, étant vue de la terre. Par exemple, soit la terre en A & la comete en M: la comete fera vue dans le ciel, en F.

Que la comete & la terre aient leur mouvement dans la même direction; & qu'elles parcourent en un jour, l'une l'arc Mx , l'autre l'arc Aa : la comete fera vue en I, & paroîtra avoir parcouru dans le firmament, l'arc FI. Mais si la comete, mue dans une direction opposée à celle de la terre, va en un jour de M en ν , tandis que la terre va dans le même tems de A en a ; la comete, au bout d'un jour, fera vue en E, & paroîtra avoir parcouru l'arc immense FE; quoiqu'elle n'ait réellement parcouru dans sa courbe que l'arc $M\nu$, égal à l'arc Mx .

On voit par-là que les cometes peuvent avoir, ainsi que les planetes, des directions, des stations, des rétrogradations (1183); quoique leur mouvement, tantôt plus & tantôt moins rapide, les emporte toujours dans la même direction autour du soleil.

Conjecture sur les planetes & sur les cometes.

1207. OBSERVATION. « La terre, qui est la
» planete que nous connoissons le mieux, peut
» nous

» nous faire croire, dit le célèbre de Mauper-
 » tuis, que toutes les autres, qui paroissent de
 » même nature qu'elle, ne sont pas des globes
 » deserts, suspendus dans le ciel; mais qu'elles
 » sont habitées comme elle, par quelques êtres
 » vivants. Quelques auteurs ont hasardé sur ces
 » *habitants des planetes*, des conjectures qui ne
 » sauroient être ni prouvées, ni démenties. Mais
 » tout est dit, du moins tout ce qui peut être
 » dit avec quelque probabilité; lorsqu'on a fait
 » remarquer que ces vastes corps des planetes
 » (1190), ayant déjà tant de choses communes
 » avec la terre, peuvent encore avoir de com-
 » mun avec elle d'être habitées. Quant à la na-
 » ture de leurs habitants, il seroit bien témé-
 » raire d'entreprendre de la deviner. Si l'on ob-
 » serve déjà de si grandes variétés entre ceux
 » qui peuplent les différents climats de la terre
 » (537); que ne peut-on pas penser de ceux
 » qui habitent des planetes si éloignées de la
 » nôtre? Leurs variétés passent vraisemblable-
 » ment toute l'étendue de notre imagination».

I°. En vain voudroit-on armer la religion
 contre cette conjecture philosophique: la reli-
 gion ne nous enseigne rien, ni pour, ni contre,
 en ce genre. Si les planetes & les cometes sont
 habitées par des *êtres intelligents*; par des hommes
 plus ou moins semblables à nous; la Providence,
 toujours sage & conséquente, leur aura fourni,
 pour les conduire à leur fin totale, un ordre
 de choses convenable, ou semblable au nôtre,
 ou différent du nôtre. Quant à ce qui concerne
 le divin Messie, source de toute grace & de tout
 mérite; ou ces êtres intelligents n'ont point eu
 besoin de rédempteur, comme nous; ou s'ils

en ont eu besoin, les mérites leur sont appliqués, ainsi qu'à nous, en telle manière qu'il aura plu à l'éternelle Sageffe de déterminer.

II°. La raison ne dit rien non plus contre cette idée des planetes & des cometes peuplées, ainsi que la terre; idée qui semble aggrandir, perfectionner, rendre plus conséquents & plus raisonnables, les desseins & les ouvrages du Créateur; idée qui animant & vivifiant l'immenfité de la nature, en bannit l'inutile qu'elle paroît en tout abhorrer. Si les différentes planetes & cometes font peuplées d'êtres vivants, les uns doués & les autres privés d'intelligence, ainsi que ceux qui habitent notre globe; la nature leur aura donné une constitution analogue à leur féjour: celle des habitants de mercure exigera plus de chaleur: celle des habitants de sature aura besoin de plus de froid: celle des habitants des cometes fera propre à passer insensiblement & peu à peu, des plus grandes chaleurs du périhélie aux plus grands froids de l'aphélie; à peu près comme nous sommes faits à passer des plus grandes chaleurs de l'été aux plus grands froids de l'hiver; avec cette seule différence, que leur nature sera capable de souffrir de plus grands extrêmes que la nôtre.

III°. L'imagination est effrayée des *excessives chaleurs* que devroient effuyer les habitants de mercure, & sur-tout les habitants de certaines cometes, qui dans leur périhélie font incomparablement plus près du soleil, que mercure. Selon les calculs de Newton, la comete de 1680, dut éprouver dans son périhélie une chaleur environ deux mille fois plus grande que celle d'un fer rougi au feu.

Mais les calculs de Newton supposent ici que la lumière & la chaleur du soleil agissent en plein & sans obstacle sur la comete : ce qui peut n'avoir point lieu. Est-il improbable que ces immenses torrents de vapeurs exaltées au-dessus de la comete en forme de nuages très-épais, & qui vraisemblablement forment ce que nous nommons sa queue, la garantissent en grande partie des dévorantes ardeurs du soleil ? Si les nuages qui enveloppent quelquefois notre globe dans les plus grandes chaleurs de l'été, produisent sur nos têtes un degré de froid capable d'y congeler l'eau (794) avec plus de célérité que les plus grands froids de nos hivers ; pourquoi ces immenses nuages des cometes périhéliees, ne pourront-ils pas produire autour d'elles, un phénomène assez semblable ?

D'ailleurs, comme dans notre globe les entrailles de la terre ont toujours, à une certaine profondeur, une même température, soit en été, soit en hiver (501) ; pourquoi les entrailles des cometes ne pourroient-elles pas avoir la même propriété à peu près ? Dans cette supposition, les habitants des cometes s'enseveliroient dans des villes souterraines, pour se garantir des chaleurs qui pourroient leur être funestes sur la surface de leur globe, pendant le petit nombre de jours ou de mois où leur globe, mu avec une immense vitesse, se trouve trop près du soleil.

PARAGRAPHE QUATRIÈME.

PARALLAXE ET RÉFRACTION
ASTRONOMIQUES.

1208. OBSERVATION. Comme la terre paroît sensiblement le centre immobile de tous les mouvements célestes ; nous allons considérer ces mouvements , comme vus & du centre & de la surface de la terre immobile. La parallaxe & la réfraction astronomiques causent dans ces mouvements célestes, deux especes opposées d'*illusions optiques* ; qu'il est important de connoître , pour pouvoir en tenir compte dans les observations.

CHAPITRE PREMIER.

PARALLAXE D'UN ASTRE.

1209. EXPLICATION. Soit A , la terre immobile & transparente au centre sensible du firmament ; AK , le rayon terrestre ; A & K , deux observateurs qui contemplant au même instant un même astre , par exemple , la lune , ou le soleil , ou mars , ou saturne ; HAG , l'horison rationnel de l'observateur K ; RKO , l'horison sensible du même observateur. (*fig. 12.*)

I°. Soit LML l'orbite de la lune autour de la terre. La lune , placée en L , fera vue dans le ciel en deux lieux fort différents , par les deux observateurs A & K : vue du centre de la terre A , elle répondra dans le firmament à l'étoile T ; vue du point K , elle répondra dans le firmament à l'étoile ou au point R. L'angle RLT , ou l'angle égal KLA , est la *parallaxe de la lune*.

II°. Soit SPF l'écliptique , ou l'orbite appa-

rente du soleil. Le soleil, placé en S, sera vu aussi en deux lieux différents dans le ciel, par les deux observateurs A & K : vu du centre de la terre A, il répondra dans le ciel au point *a* ; vu du point K, il répondra dans le ciel au point *k*. L'angle *aSk*, ou l'angle opposé au sommet & égal ASK, est la *parallaxe du soleil*.

III°. Soit FPS l'orbite d'une planète quelconque, par exemple, de venus ou de jupiter. Jupiter, placé en F, sera vu encore dans le firmament en deux lieux différents, par les deux observateurs A & K : vu du centre de la terre, il sera rapporté en T : vu du point K, il sera rapporté en V. L'angle VFT, ou l'angle opposé au sommet AFK, est la *parallaxe de cette planète*.

La parallaxe, selon son étymologie, est une espèce de changement de lieu. De *ἀλλοξίς*, *permutatio*, échange ; & de *παρά*, préposition qui fait ici la fonction de diminutif. Parallaxe d'un astre : *apparitio astri in loco non vero*.

DIFFÉRENTS LIEUX D'UN ASTRE.

1210. DÉFINITION. Il faut distinguer dans un même astre, par exemple, dans la lune, dans le soleil, dans une planète quelconque, dans une comète périégée, trois sortes de lieux différents (*fig. 12.*) :

I°. Son *lieu réel* : c'est le point de l'espace immense, où l'astre est réellement placé au tems où on l'observe. Par exemple, L est le lieu réel de la lune ; S, le lieu réel du soleil ; F, le lieu réel de la planète ou comète F.

II°. Son *lieu optique vrai* : c'est le point du firmament, où l'astre seroit vu du centre de la terre, à l'extrémité d'une ligne droite menée

du centre de la terre au centre de l'astre, & prolongée indéfiniment jusqu'à la région des étoiles. Le point T est le vrai lieu optique de la lune L : le point *a* est le vrai lieu optique du soleil S.

III°. Son *lieu optique apparent* : c'est le point du firmament où l'astre est vu de la surface de la terre. Le point R est le lieu optique apparent de la lune L, observée du point K : le point *k* est le lieu optique apparent du soleil S, observé du point K : le point V est le lieu optique apparent de la planète ou comète F, observée du point K.

L'arc intercepté entre le lieu optique vrai & le lieu optique apparent d'un astre, mesure la grandeur de l'angle parallaxique, ou de la parallaxe de cet astre.

DIVERS COROLLAIRES.

1211. COROLLAIRE I. Il résulte de cette théorie, que *la parallaxe d'un astre, est l'angle à l'astre, compris entre deux lignes droites, menées du centre de l'astre au centre de la terre & à l'œil de l'observateur K; ou l'angle à l'astre opposé au sommet à ce dernier, & compris entre ces deux mêmes lignes prolongées jusqu'au firmament.* Cet angle est mesuré par l'arc d'un grand cercle céleste, intercepté entre les deux lieux optiques, où l'astre seroit vu du centre de la terre & du point de la surface terrestre où est placé l'observateur.

1212. COROLLAIRE II. *Plus un astre est éloigné de la terre, toutes choses étant égales d'ailleurs, plus sa parallaxe est petite.* La raison en est que dans un triangle KLA, ou KFA; un côté AK restant le même, l'angle opposé à ce côté devient

d'autant plus petit, que les deux autres côtés deviennent plus grands. (*fig. 12.*)

1213. COROLLAIRE III. *Les étoiles ne doivent avoir aucune parallaxe sensible.* La raison en est, que le rayon AK de la terre étant comme nul en comparaison des deux côtés qui aboutissent du centre & de la surface de la terre à une même étoile; l'angle opposé à ce côté AK, à une distance comme infinie (1163, IV^o), doit être sensiblement nul. Ainsi, si le point F est une étoile comme infiniment éloignée de la terre; dans le triangle parallactique AFK, l'angle KFA ou VFT, sera comme infiniment petit, & par là même insensible (921); & les deux côtés AF & KF de ce triangle, seront sensiblement parallèles.

1214. REMARQUE. I^o. Le plan d'un triangle parallactique LKA, SKA, FAK, est toujours perpendiculaire à l'horison de l'observateur: puisque le côté AK répond au zénith & au nadir du même observateur. Le plan d'un triangle parallactique est donc toujours dans le plan d'un centre vertical. (*fig. 12.*)

II^o. L'effet de la parallaxe est d'éloigner l'astre du zénith, & de le rapprocher de l'horison. Par exemple, le vrai lieu optique de la lune L, est le point T, du vertical ZTH: la parallaxe la fait voir en R, plus loin du zénith Z, & plus près de l'horison HAG. De même le vrai lieu optique du soleil S est le point *a*; & la parallaxe le fait voir en *k*.

III^o. Un astre n'a point de parallaxe, quand il est au zénith de l'observateur: parce que vu du point K & du point A, il répond toujours au point Z, qui est son vrai lieu optique.

VARIATION DE LA PARALLAXE.

1215. ASSERTION. *La distance d'un astre au centre de la terre restant la même, sa parallaxe est la plus grande qu'il soit possible, quand l'astre est dans l'horison; & à mesure que l'astre s'élève vers le zénith, sa parallaxe diminue comme les sinus des angles du complément de ses différentes hauteurs.*
(fig. 13.)

EXPLICATION. Soit AC, le rayon de la terre; CV, l'horison rationnel; AH, l'horison sensible, confondu dans le ciel avec l'horison rationnel; A, le lieu de l'observateur; Z, son zénith; ZV, un vertical mené du zénith sur le point de l'horison où l'astre doit se lever, & tournant avec l'astre autour de la terre; HIK, l'orbite de l'astre qu'on va observer, & qui est supposé faire sa révolution diurne, réelle ou apparente, autour de la terre, d'orient en occident, dans le plan de ce vertical ZV. Il conște par les observations astronomiques & par des démonstrations géométriques,

I°. Que la parallaxe de cet astre est la plus grande qu'il soit possible, quand l'astre est dans l'horison en H; & que cette parallaxe diminue de plus en plus, à mesure que l'astre passe de H en I, de I en K, de K en L, où elle est nulle au zénith Z.

II°. Que cette parallaxe décroissante est en H, comme XC ou HC, sinus de l'angle droit HAC; en I, comme IM, sinus de l'angle ICZ; en K, comme KN, sinus de l'angle KCZ. De sorte que si on suppose la valeur ou la grandeur de l'angle AHC ou a Hc, qui mesure la parallaxe

horizontale, de 100000 parties, comme le sinus total (*Math.* 646); on trouvera la diminution de cette parallaxe, à mesure que l'astre s'éloigne de l'horison & s'approche du zénith, en comparant le sinus du complément de hauteur, au sinus total.

Par exemple, on trouvera que l'astre étant à 60 degrés de hauteur au-dessus de l'horison en K, sa parallaxe est de moitié plus petite que dans l'horison en H: parce que sa parallaxe en H est comme le sinus total $XC = 100000$ parties; & que sa parallaxe en K n'est que comme le sinus KN de l'angle KCZ de 30 degrés; sinus = 50000 parties.

Comme cette assertion est un point fondamental dans l'astronomie & dans toute la physique, il est important d'en donner ici une démonstration géométrique, que pourront omettre ceux qui la trouveront trop difficile à saisir; quoiqu'elle ne suppose que la plus simple théorie des proportions & des sinus, telle qu'on la trouve dans nos éléments de mathématiques.

DÉMONSTRATION. On fait que dans tout triangle, les différents côtés sont entre eux, comme les sinus des angles opposés à ces côtés (*Math.* 701). Comparons donc entre eux les trois triangles HCA, ICA, KCA, qui tous ont deux côtés égaux, & qui représentent les différentes positions de l'astre relativement au zénith & à l'horison de l'observateur placé en A.

1°. Comparons d'abord le triangle HCA qui atteint l'astre dans l'horison, avec le triangle ICA qui atteint le même astre à une certaine hauteur au-dessus de l'horison.

Dans le triangle HCA, terminé à l'astre dans

l'horifon , le finus de l'angle droit HAC , est au finus de l'angle AHC qui mesure la parallaxe horifontale ; comme le côté CH qui mesure la distance de l'astre à la terre , est au côté CA qui est le rayon de la terre.

De même dans le triangle ICA , terminé à l'astre au-dessus de l'horifon , le finus de l'angle obtus IAC , est au finus de l'angle AIC qui mesure la parallaxe de l'astre placé au-dessus de l'horifon ; comme le côté IC = HC , est au côté CA. Voici ces deux proportions rapprochées , & comparées entre elles :

Sinus HAC . finus AHC :: côté CH . côté CA.

Sinus IAC . finus AIC :: côté CI = CH . côté CA.

Comme dans ces deux proportions, la dernière raison est commune & la même ; il s'ensuit que les deux premières raisons sont égales entre elles ; & que leur égalité donne cette autre proportion (*Math.* 166) :

Sinus HAC . finus AHC :: finus IAC . finus AIC.

Et alternando ,

Sinus AHC . finus AIC :: finus HAC . finus IAC .

Selon cette dernière proportion , le finus de l'angle AHC qui mesure la grandeur de la parallaxe horifontale , est au finus de l'angle AIC qui mesure la parallaxe au-dessus de l'horifon ; comme le finus de l'angle droit HAC , est au finus de l'angle obtus IAC. Or il confte par la théorie des finus , que le finus de l'angle droit est plus grand que le finus de tout autre angle , obtus ou aigu (*Math.* 643) : donc la parallaxe horifontale , exprimée par le finus total CX = CH , est plus grande que la parallaxe au-dessus de l'horifon , exprimée par un finus IM moindre que le finus total CX.

II°. Comparons ensuite le triangle ICA terminé à l'astre à une certaine hauteur au-dessus de l'horison, avec le triangle KCA terminé au même astre à une plus grande hauteur quelconque au-dessus de l'horison; la distance de l'astre au centre de la terre restant toujours la même. Nous aurons, de la même manière & par la même théorie, les deux proportions suivantes, qui ayant une raison commune, donneront d'abord une troisième, & ensuite une quatrième proportion, d'où résultera la démonstration à donner.

Sinus IAC. sinus AIC :: côté IC. côté CA.

Sinus KAC. sinus AKC :: côté KC = IC. côté CA.

Sinus IAC. sinus AIC :: sinus KAC. sinus AKC.

Et alternando,

Sinus AIC. sinus AKC :: sinus IAC. sinus KAC.

Selon cette dernière proportion, le sinus de l'angle AIC qui mesure la grandeur de la parallaxe en I, est au sinus de l'angle AKC qui mesure la grandeur de la parallaxe en K; comme le sinus de l'angle IAC, est au sinus de l'angle KAC. Or le sinus de l'angle obtus IAC, est le même que celui de l'angle aigu ICZ, qui est le complément de la première hauteur I; & le sinus de l'angle obtus KAC est le même que le sinus de l'angle aigu KCZ, qui est le complément de la seconde hauteur K. Donc les différentes parallaxes d'un même astre placé à différentes hauteurs au-dessus de l'horison & toujours également éloigné de la terre, sont entre elles comme les sinus IM, KN, des angles ICZ, KCZ, qui complètent la hauteur de l'astre au zénith.
C. Q. F. D.

1216. COROLLAIRE. *Etant donnée ou trouvée la parallaxe d'un astre à une hauteur quelconque, on aura aisément sa parallaxe horisontale. (fig. 13.)*

Car cette parallaxe donnée ou trouvée à telle hauteur K , est à la parallaxe plus grande dans l'horison H ; comme le sinus KN , est au sinus total. Par exemple, supposons que l'astre ait été placé à 53 degrés au-dessus de l'horison, au moment où l'on a observé sa parallaxe; & qu'on lui ait trouvé une parallaxe de 17 secondes: quelle est sa parallaxe horisontale? On la trouvera par cette analogie: la parallaxe à 53 degrés de hauteur = 17, est à la parallaxe dans l'horison; comme le sinus de l'angle de 37 degrés qui complètent la hauteur de l'astre, est au sinus total; & en chiffres, $17 \cdot x :: 60182 \cdot 100000$.

En divisant le produit des deux extrêmes 1700000, par le moyen connu 60182, on aura pour quotient $28 \frac{1}{4}$, qui est la parallaxe horisontale de cet astre, de 28 secondes & environ 15 tierces.

1217. REMARQUE. Quand on veut avoir exactement la parallaxe d'un astre, il faut la prendre à une assez grande élévation; pour éviter les inconvénients de la réfraction astronomique, qui est trop grande dans l'horison ou près de l'horison, comme nous l'observerons bientôt.

Après avoir trouvé la parallaxe d'un astre à une hauteur quelconque, où elle est moindre que la parallaxe horisontale; on cherche & on trouve exactement par le calcul sa parallaxe horisontale, qui étant plus grande, est plus propre à donner avec précision la distance de cet astre à la terre, comme nous l'expliquerons dans peu.

PARALLAXE DE LA LUNE ET DU SOLEIL.

1218. PROBLÈME. *Trouver la parallaxe d'un astre, par exemple, de la lune & du soleil. (fig. 13.)*

SOLUTION. Pour simplifier & pour faciliter la solution de ce problème intéressant, supposons l'observateur A dans le plan de l'équateur terrestre & céleste; & l'astre faisant sa révolution diurne, réelle ou apparente, autour de la terre, dans l'orbite XHIKL, orbite placée dans le plan de l'équateur dont ZVXC représente une portion: nous allons observer la parallaxe de l'astre en I.

1°. Il faut savoir avec la plus grande précision, combien d'heures, de minutes, de secondes, de tierces, emploie l'astre dont on cherche la parallaxe, pour passer du méridien ZLC, dans le même méridien; ou la durée précise de sa révolution diurne autour de la terre, à compter depuis l'instant où le centre de l'astre est dans le plan du méridien, jusqu'au retour du centre de l'astre dans le même méridien. Supposons que ce tems soit de 24 heures précises.

Comme le mouvement d'un astre, dans un même jour, est très-sensiblement uniforme, il est clair qu'il faudra à l'astre, 6 heures pour aller du méridien se coucher dans l'horison; 6 heures pour aller du couchant dans le méridien vers le nadir; 6 heures pour aller du méridien inférieur se lever dans l'horison; 6 heures pour aller de l'horison dans le méridien en L. Si la durée de la révolution diurne de l'astre est de plus ou de moins de 24 heures, cette durée répond toujours aux 360 degrés du grand cercle céleste.

que semble parcourir l'astre vu du centre de la terre : on trouvera donc toujours en quel instant précis il doit être au point où on l'observe.

II°. Supposons qu'on ait trouvé par ce calcul, qu'au moment où l'on observe l'astre en I, son centre doit répondre au point n , à 50 degrés du zénith Z ; & que ce même centre de l'astre, vu du point A, ne réponde qu'au point m , à 10 secondes plus loin du zénith Z : l'angle mIn , ou l'angle opposé au sommet AIC, donnera la parallaxe de l'astre en I, laquelle sera de 10 secondes ; & cette parallaxe de l'astre en I, égale à 10 secondes, fera trouver sa parallaxe horifontale en HX, qui est plus grande. (1216.)

Par cette méthode, ou par d'autres méthodes semblables, on trouvera la parallaxe du soleil, de la lune, des différentes planetes, des cometes périhélies & périgées. La parallaxe horifontale du soleil & de la lune est toujours, à peu de chose près, la même : parce que la lune & le soleil dans leur périgée ne sont pas bien considérablement plus près de la terre, que dans leur apogée. Il n'en est pas de même pour la parallaxe horifontale des planetes, qui dans leur périgée sont très-considérablement moins éloignées de la terre, que dans leur apogée : leur parallaxe est très-notablement plus grande dans le premier cas, que dans le second. (1212.)

III. Comme la réfraction astronomique diminue l'effet de la parallaxe & la fait paroître plus petite qu'elle n'est en effet, ainsi que nous l'observerons bientôt ; il faut avoir égard à cette diminution, & ajouter à la parallaxe trouvée mIn , ce que la réfraction doit lui ôter dans la hau-

teur IM (1231). Par exemple, si l'astre est observé en I, à 43 ou 44 degrés d'élévation au-dessus de l'horison ; on trouvera par la table des réfractions, que sa parallaxe mIn est diminuée d'environ une seconde ; & si cette parallaxe est trouvée égale à 10 secondes de degré, elle est de 11 secondes.

1219. REMARQUE. Pour trouver la parallaxe d'un astre, il n'est pas nécessaire que l'astre & l'observateur soient dans le plan de l'équateur ; comme nous venons de le supposer, pour faciliter l'intelligence de ce problème. On peut observer & déterminer la parallaxe d'un astre dans toute contrée, quelle que soit la latitude de cet astre, par des méthodes plus compliquées dont nous nous dispenserons de donner une connoissance. Il nous suffira ici d'avoir fait connoître qu'on peut trouver cette parallaxe, par le moyen de laquelle on détermine la distance des astres à la terre & au soleil.

I°. Selon le dernier volume de connoissance des tems, pour l'année 1770 ; la *parallaxe horizontale de la lune*, dans ses distances moyennes, est à Paris, de 47 minutes 3 secondes.

II°. Selon l'abbé de la Caille, la *parallaxe horizontale du soleil*, dans ses distances moyennes, est d'environ 10 ou 11 secondes : quelques astronomes, antérieurs à l'abbé de la Caille, la font, les uns un peu plus grande ; les autres, un peu plus petite. Dans des observations aussi délicates & aussi compliquées que celles de la parallaxe d'un astre, il est impossible d'avoir toujours une précision entière & parfaite.

Dans ces dernières années, une foule d'astronomes célèbres ont été envoyés dans toutes les

parties du monde, par les différents souverains de l'Europe, pour y observer le *passage de venus sur le soleil*, & pour fixer définitivement, autant qu'il est naturellement possible, la grandeur précise de cette parallaxe du soleil. Selon le résultat de ces différentes observations, tel que l'a fixé & déterminé le célèbre de la Lande, la *parallaxe horisontale du soleil*, dans la moyenne distance de cet astre à la terre, est d'environ 8 secondes & demie, au plus de 8 secondes & 42 tierces.

Ainsi on peut regarder comme un point décidé en astronomie, que cette parallaxe horisontale du soleil, dans sa moyenne distance de la terre, n'est ni de plus de 10 secondes de degré, ni de moins de 8 secondes & demie. On verra dans le second problème suivant, quelle est, d'après cette parallaxe, la distance de la terre au soleil. Nous emploierons, pour résoudre les deux problèmes suivants, une *méthode de notre création*, dont on trouvera & l'explication & la démonstration dans nos éléments de mathématiques. (*Math.* 709 & 718.)

USAGE DE LA PARALLAXE.

1220. PROBLÈME I. *Étant données, la grandeur du rayon de la terre & la parallaxe horisontale de la lune, trouver la distance de la lune au centre de la terre.* (fig. 13.)

SOLUTION. Soit le centre de la lune en H, précisément dans l'horison; & l'angle cHa ou AHC , mesuré par l'arc céleste ac , égal à 57 minutes 3 secondes, comme on vient de le déterminer. Soit aussi le rayon terrestre donné AC , égal à 3269985 toises, tel qu'il est à peu près en

en France; comme nous le ferons voir ailleurs.
(1377.)

I°. Dans le triangle parallaxique HACH, on connoît l'angle A, qui est droit; puisque le centre de la lune est supposé dans l'horifon: on connoît aussi l'angle H, qui est l'angle de la parallaxe donnée: on connoît enfin le côté AC, qui est le rayon terrestre de 3269985 toises. On connoitra donc les trois côtés de ce triangle, & par conséquent le côté CH qui mesure la distance de la lune à la terre, en faisant cette simple analogie: le sinus connu de l'angle H, est au côté opposé & connu AC; comme le sinus connu de l'angle droit A, est au côté opposé & inconnu CH.
(*Math.* 702.)

II°. Pour soumettre cette proportion au calcul arithmétique, il faut supposer tous les sinus augmentés de deux zéros, comme nous l'expliquons dans nos éléments de mathématique (*Math.* 717). Ainsi le sinus total sera de 1000000000 parties; le sinus d'une minute, de 290900 parties; le sinus d'une seconde, de 4848 parties.

Je prends d'abord le sinus de 57 minutes, qui est de 16579900 parties, auquel j'ajoute le sinus de trois secondes, ou 14545 parties: ces deux sommes, converties en une seule, me donnent le sinus de l'angle H, & j'ai la proportion suivante:
 $16594445 \cdot 3269985 :: 1000000000 \cdot x.$

En divisant le produit des deux moyens, par le premier extrême, on aura un quotient 197,053,050, qui exprimera en toises, la grandeur du côté CH, ou la distance moyenne de la lune au centre de la terre.

RÉSULTAT. Cette *distance moyenne de la lune au centre de la terre*, est, selon ce calcul, de

197053050 toises, qui font environ 86162 lieues communes, qui font environ 60 moyens rayons de la terre, plus un quart de rayon.

Le calcul fera beaucoup plus court & plus facile, dans ce problème & dans le problème suivant, si on prend le rayon terrestre en lieues, au lieu de le prendre en toises : ce rayon terrestre est de 1430 lieues communes. On aura donc la même proportion en cette manière : $16594445 \cdot 1430 :: 1000000000 \cdot x$. En divisant le produit des deux moyens, par le premier extrême, on aura un quotient qui exprimera en lieues communes, la moyenne distance du centre de la terre au centre de la lune : car dans la parallaxe donnée, on suppose la lune dans sa moyenne distance de la terre.

En prenant le rayon de la terre en toises, soit dans ce problème, soit dans le suivant, on ne gagne qu'un peu plus de précision ; précision dont on n'a pas besoin.

REMARQUE. La ligne AH représente l'horison sensible, comme la ligne CV représente l'horison rationnel : ces deux horisons se confondent dans le ciel V, & l'on peut prendre l'un pour l'autre.

Si l'on veut cependant que la lune ou le soleil soient placés en X dans l'horison rationnel, alors l'angle VXr fera l'angle de la parallaxe donnée ; & dans le triangle parallactique XACX, on connoîtra l'angle X qui est donné, l'angle C qui est droit, & le côté AC qui est le rayon terrestre : par ces trois choses connues, on trouvera le côté AX, qui est la distance de l'observateur A à l'astre X dans l'horison rationnel ; distance sensiblement égale à la distance CX, en telle sorte que l'on puisse prendre l'une pour

l'autre, sans erreur sensible. Cette remarque regarde, comme on voit, & le problème qui précède, & le problème qui suit.

1221. PROBLÈME II. *Étant données, la grandeur du rayon terrestre & la parallaxe horisontale du soleil, trouver la distance du soleil à la terre.* (fig. 13.)

SOLUTION. Soit le centre du soleil en H, précisément dans l'horison où il se trouve nécessairement une fois chaque jour, & où il est supposé dans ce problème. Soit aussi l'angle parallactique cHa ou CHA , égal à 10 secondes (1219). La solution de ce problème est la même que celle du précédent : il ne s'agit que de mettre le sinus de la parallaxe du soleil, à la place du sinus de la parallaxe de la lune.

1^o. Supposons d'abord la parallaxe du soleil, égale à 10 secondes : pour avoir le sinus de cet angle parallactique, il faut prendre le sinus de 10 secondes (*Math.* 717). On aura donc encore, dans le triangle parallactique AHC , la proportion suivante (*Math.* 702) : le sinus connu de l'angle H, est au côté opposé & connu AC , comme le sinus connu de l'angle droit A, est au côté opposé & inconnu CH ; & en chiffres, $48483.3269985 :: 1000000000 . x.$ (*Math.* 718.)

En divisant le produit des deux moyens par le premier extrême, on aura un quotient qui exprimera en toises, la grandeur du côté CH , ou la distance moyenne du soleil à la terre; puisque dans la parallaxe donnée, le soleil est supposé être dans sa moyenne distance de la terre.

Cette distance moyenne du soleil à la terre est, selon ce calcul, d'environ 67,464,573,355 toises;

qui font environ 29,499,157 lieues communes.

II°. Si l'on suppose la parallaxe du soleil égale à 10 secondes & demie, on aura l'angle H égal à 10 secondes & 30 tierces, dont le sinus fera $48483 + 2424 = 50907$ parties du sinus total (*Math.* 717). En faisant la proportion suivante, $50907 . 3269985 :: 10000000000 . x$; on trouvera le côté CH, de 64,234,486,416 toises, qui font environ 28,086,789 lieues communes.

On voit ici combien il est important d'avoir dans la plus grande précision la parallaxe du soleil: puisqu'une *demi-seconde* de plus ou de moins dans cette parallaxe, donne une différence d'environ un million & demi de lieues en plus ou en moins, dans la distance de la terre au soleil.

III°. Supposons maintenant la parallaxe horizontale, égale à 8 secondes & demie: nous aurons l'angle H égal à 8 secondes 30 tierces, dont le sinus est $38787 + 2424 = 41211$ (*Math.* 717). Dans le triangle parallaclique ACH, nous aurons la proportion suivante: le sinus connu de l'angle H est au côté opposé & connu AC; comme le sinus connu de l'angle droit A, est au côté opposé & inconnu CH (*Math.* 702); & en chiffres, $41211 . 3269985 :: 10000000000 . x$. En divisant le produit des moyens par le premier extrême, 41211, on aura un quotient qui exprimera en toises la grandeur du côté CH, ou la distance moyenne de la terre au soleil: puisque dans la parallaxe donnée, le soleil est toujours supposé dans sa moyenne distance de la terre. Selon ce calcul, la *distance moyenne de la terre au soleil*, est de 79,347,382,903 toises, qui font 34,694,964 lieues communes.

RÉSULTAT. Ainsi la distance moyenne de la terre au soleil, est au moins de 28,086,789 lieues communes; au plus de 34,694,903 lieues communes; & en prenant la parallaxe de 10 secondes, de 29,499,157 lieues communes. On peut réduire ces trois dimensions à un même nombre de lieues, qu'on supposera d'un inégal nombre de toises chacune. Supposons cette *distance moyenne* de la terre au soleil, égale à 30 millions de lieues.

Selon la parallaxe de 10 secondes & demie, qui est trop grande; cette distance moyenne fera de 30 millions de lieues, de 2140 toises chacune.

Selon la parallaxe de 10 secondes, cette distance moyenne fera de 30 millions de lieues, d'environ 2250 toises chacune.

Selon la parallaxe de 8 secondes & demie, qui est la plus exacte; cette distance moyenne fera de 30 millions de lieues, de 2645 toises chacune.

En prenant un certain milieu entre ces deux dernières parallaxes, on auroit vraisemblablement avec plus de précision cette distance.

DISTANCES DE LA TERRE AU SOLEIL.

1222. OBSERVATION. La distance moyenne du soleil à la terre, est la distance moyenne de la terre au soleil, dans l'ellipse que cette planète décrit chaque année autour de cet astre.

Supposons que la courbe CEGT représente l'orbite de la terre planète autour du soleil immobile en S; orbite dont l'excentricité OS est de 168 diamètres de la terre (1186), qui font environ 404000 lieues, un peu plus ou un peu moins grandes. (*fig. 23.*)

1°. La terre en C ou en G fera dans sa

moyenne distance du soleil, éloignée de cet astre d'environ 30 millions de lieues. Telle est la terre, vers le commencement du printems & de l'automne, sous la balance & sous le bélier.

II°. La terre en E fera dans sa petite distance du soleil, moins éloignée de cet astre qu'en C, d'environ 404000 lieues. Telle est la terre en hiver, placée au nord de l'équateur céleste, sous les signes septentrionaux, comme nous l'expliquerons bientôt. (1224.)

III°. La terre en T fera dans sa grande distance du soleil, plus éloignée de cet astre qu'en E, d'environ 808000 lieues. Telle est la terre en été, où elle se trouve au midi de l'équateur céleste & sous les signes méridionaux, un peu plus loin du soleil qu'en hiver.

IV°. La distance moyenne CS ou GS, prise deux fois, est égale au grand axe TOE de l'orbite terrestre (1176) : ce grand axe est donc égal à environ 20000 diamètres de la terre ; c'est-à-dire, à environ 60 millions de lieues.

1223. REMARQUE I. La parallaxe des planètes & de certaines comètes donnera, par la même méthode & par le même calcul, leur distance actuelle de la terre ; mais elle ne donnera pas leur distance du soleil, qu'il faut chercher & déterminer par une théorie différente.

La distance moyenne de la terre au soleil étant trouvée par le moyen de la parallaxe de cet astre, on trouvera la *distance moyenne des planètes principales & des comètes* au soleil, par la seconde loi de Kepler, que nous expliquerons bientôt. Cette distance moyenne de la terre au soleil, une fois fixée & déterminée avec pré-

cision, donne aisément par le calcul, la distance moyenne de tous les globes, planetes ou cometes, dont on connoît les révolutions périodiques autour de cet astre. (1263.)

1224. REMARQUE II. Il conste par les observations astronomiques (*) que le *diametre apparent* du soleil, de la lune, des différentes planetes, est tantôt plus grand & tantôt plus petit. Par exemple, le diametre apparent du soleil, toutes choses étant égales d'ailleurs, est le plus grand sous le capricorne, le plus petit sous le cancer, d'une grandeur moyenne sous le bélier & sous la balance. La raison de ces phénomènes, est que le diametre apparent d'un même objet est d'autant plus grand, que cet objet se trouve plus près du spectateur (918); & que le soleil, la lune, les planetes, sont tantôt périgées & tantôt apogées.

On voit ici la raison de ce que nous venons d'affirmer, qu'en été le soleil est un peu plus loin de la terre qu'en hiver. Car, puisque le diametre apparent du soleil, selon les observations astronomiques, est plus grand sous le capricorne en hiver, que sous le cancer en été; donc le soleil sous le capricorne en hiver est plus près de la terre, que sous le cancer en été: donc le grand axe de l'orbite terrestre, est dirigé du nord vers le midi: donc le soleil, qui occupe un foyer de cette orbite, occupe le foyer boréal, comme le représente à peu près la figure quatrieme.

Selon les tables astronomiques de M. de la Hire, le diametre apparent du soleil, dans sa

(*) Wolfe, tome III, page 442, numero 554.

grandeur moyenne, est de 32 minutes 10 secondes : celui de la lune varie depuis 29 minutes & 30 secondes, jusqu'à 33 minutes & 30 secondes.

Quant aux diametres apparents des planetes inférieures & supérieures; ils varient trop, selon la différente position de ces planetes à l'égard de la terre, pour qu'on puisse en déterminer la grandeur dans sa généralité.

DIAMETRE APPARENT ET RÉEL DU SOLEIL.

1225. PROBLÈME. *Étant données la distance du soleil à la terre, & la grandeur de son diametre apparent, trouver la grandeur de son diametre réel.* (fig. 21.)

SOLUTION. Soit SA, la distance du soleil à la terre, égale à 30,000,000 lieues; CAB, l'angle qui mesure le diametre apparent du soleil, angle égal à 32 minutes & 10 secondes.

1^o. Du point A, où je suppose observé & mesuré le diametre apparent du soleil, je mene par la pensée la ligne AS au centre du soleil. Cette ligne AS, perpendiculaire au diametre CSB du soleil, divise en deux parties égales, & le diametre réel CB du soleil, & l'angle donné CAB qui intercepte ce diametre. Par ce moyen, j'ai le triangle CSA, rectangle en S, dans lequel je connois le côté SA, qui est la distance donnée; l'angle CSA, qui est droit; l'angle CAS, qui est la moitié de l'angle donné; & l'angle ACS, qui est le supplément à deux angles droits. J'ai donc, par la plus simple théorie des sinus (*Math.* 702), la proportion suivante: le sinus connu de l'angle CAS est au côté opposé & inconnu CS; comme le sinus connu de l'angle ACS, est au côté opposé

& connu AS. Le côté CS est la moitié précise du diamètre réel du soleil.

II°. Il est facile de soumettre cette proportion au calcul arithmétique, par le moyen des sinus augmentés de deux zéros (*Math.* 718). Le sinus de l'angle CAS, qui est de 16 minutes & 5 secondes, est égal à 4654200 + 24242 parties, qui font 4678442 parties : le sinus de l'angle ACS, qui est de 89 degrés 43 minutes & 55 secondes, est de 999,989,100 parties : le côté AC, qui est la distance de la terre au soleil, est d'environ 30000000 lieues. Ainsi $4678442 . x :: 999,989,100 . 30000000$.

En divisant le produit des deux extrêmes par le moyen connu, on aura un quotient 140355, qui exprimera en lieues, la grandeur réelle du côté SC ; & ce côté SC, pris deux fois, donnera le diamètre entier CSB du soleil. Selon ce calcul, le rayon ou le demi-diamètre solaire SC est de 140355 lieues ; & le diamètre total CSB est de 280710 lieues.

Si l'on suppose la distance de la terre au soleil, égale à 30 millions de lieues de 2340 toises chacune, comme elle l'est à peu près (1221) ; les 280710 lieues qui mesurent le diamètre du soleil, seront aussi de 2340 toises chacune : ce qui fera environ 100 moyens diamètres de la terre ; le moyen diamètre de la terre étant d'environ 2860 lieues communs de 2287 toises chacune. Le diamètre du soleil est donc environ 100 fois plus grand que le diamètre de la terre, comme nous l'avons annoncé ailleurs. (1190.)

1226. REMARQUE. I°. Si l'on suppose que l'angle MDN soit l'angle plus ou moins grand, mais connu, qui embrasse le diamètre apparent

MN ou de la lune, ou de jupiter, ou de venus, ou d'une comete (*fig. 21*):

Étant donnée la distance LD de la planete ou de la comete à la terre, on trouvera par la même méthode, & par le même calcul, le diametre réel de la planete ou de la comete. C'est ainsi qu'on est venu à bout de trouver le diametre réel des différentes planetes, par le moyen de leur diametre apparent MLN mesuré avec les meilleurs instruments astronomiques. Nous avons marqué ailleurs la grandeur réelle de ces différents diametres des planetes (1190), telle qu'on peut la trouver d'après des observations qui exigent tant de précision, & dans lesquelles la plus petite erreur cause des différences assez notables dans les résultats du calcul.

Le diametre réel d'un globe, tel que le soleil, tel qu'une planete ou comete, étant connu; il est aisé d'en trouver à très-peu près, & la circonférence, & la surface, & la solidité. (*Math. 480, 577, 608.*)

II°. Par la même méthode & par le même calcul, on pourra aussi trouver à peu près la distance d'un satellite au centre de sa planete. Par exemple, quand le satellite *n* fait sa révolution dans une courbe *n m n* perpendiculaire au rayon LT; l'angle DL*n* est droit. En mesurant l'angle LD*n*; on aura cette proportion: le sinus connu de l'angle LD*n*, est au côté opposé & inconnu Ln; comme le sinus connu de l'angle LnD, est au côté opposé & connu LD. On trouvera par là la valeur du côté Ln, qui est la distance du satellite au centre de sa planete.

Si l'angle DL*n* n'est pas droit, il faudra par des observations très-déliçates & très-réfléchies, en connoître la valeur; & alors la même théorie

& la même proportion auront lieu, en y faisant les changements qu'exige la différence de l'angle DLn . On se borne ordinairement à marquer la distance d'un satellite au centre de sa planète, en diamètres de cette planète, comme nous l'avons marquée ailleurs. (1199.)

CHAPITRE SECON D.

RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

1227. OBSERVATION. Nous avons vu ailleurs (1044), que les rayons de lumière qui tombent obliquement sur l'atmosphère terrestre, s'infléchissent & s'inclinent vers le centre de la terre : ce qui occasionne une illusion optique, à laquelle il faut avoir égard, & dont il faut tenir compte dans les observations. Par exemple (*fig. 95 du tome précédent*) :

En supposant l'œil de l'observateur en a ; le rayon de lumière Dda , parti du point D , s'infléchit & se coude vers la terre, en entrant dans l'atmosphère terrestre $dmvnd$: d'où il arrive que l'objet lumineux ou illuminé D , est vu en P (912), plus près du zénith qu'il ne l'est en réalité.

1228. COROLLAIRE. Il résulte de là que l'effet de la réfraction astronomique est opposé à l'effet de la parallaxe.

EXPLICATION. La parallaxe & la réfraction astronomique font voir un objet céleste hors de son vrai lieu optique ; la parallaxe, en le rapprochant de l'horizon (1214) ; la réfraction astronomique, en le rapprochant du zénith. Par exemple, (*fig. 13*) :

L'astre qu'on observe, étant en I , son vrai lieu optique (1210) sera en n : la parallaxe le fera

voir en m , plus près de l'horifon; la réfraction astronomique le fera voir en R un peu au-dessus de m , plus près du zénith. Donc, pour avoir la vraie parallaxe d'un astre qu'on observe, il faut ajouter à la parallaxe trouvée, la quantité Rm dont la réfraction astronomique doit diminuer cette parallaxe: puisque cette parallaxe trouvée seroit plus grande mn , si les rayons partis de l'astre I , ne s'infléchissoient pas dans l'athmosphère terrestre.

VARIATION DANS LA RÉFRACTION.

1229. OBSERVATION. Il conste par les observations astronomiques de tous les tems & de tous les lieux (*fig. 13*):

I°. Qu'il n'y a point de réfraction pour un astre qui est précisément au zénith Z de l'observateur. La raison en est, que le rayon par lequel l'observateur voit cet astre, est perpendiculaire à l'athmosphère terrestre; & que la lumière n'essuie aucune réfraction, quand elle tombe perpendiculairement sur un milieu quelconque. (987.)

II°. Que la réfraction est la plus grande, quand l'astre est dans l'horifon H de l'observateur. La raison en est, que le rayon par lequel l'observateur voit cet astre, essuie pendant un plus long trajet, le pouvoir réfractant qui l'incline vers le centre de la terre. (1045, V°.)

III°. Que la réfraction va en décroissant, depuis l'horifon jusqu'au zénith de l'observateur. La raison en est, que le rayon par lequel l'observateur voit cet astre s'élever de l'horifon au zénith, traverse une d'autant moindre portion de l'athmosphère, que l'astre est plus près du zénith. On trouvera dans la table suivante, la quantité dont diminue la réfraction astronomique, depuis l'horifon jusqu'au zénith, avec toute

la précision qu'on peut avoir en ce genre.

IV°. Que la réfraction est la même pour tous les astres, plus ou moins lumineux ou illuminés, plus ou moins voisins ou éloignés de la terre, qui ont une même hauteur sur l'horison. La raison en est, que la réfraction ne dépend, ni de l'éloignement de l'astre, ni de la quantité de sa lumière; mais simplement & uniquement de l'atmosphère qui exerce son pouvoir réfractant sur le rayon quelconque qui la pénètre, quelles que soient la source & la densité de ce rayon.

V°. Que la réfraction d'un même astre, au même point du ciel, n'est point parfaitement constante, ou égale à elle-même. La raison en est qu'elle doit participer à toutes les variations de la cause réfractante, qui est l'air tantôt plus ou moins dense, tantôt plus ou moins chargé d'exhalaisons & de vapeurs.

1230. COROLLAIRE. La réfraction étant plus grande dans l'horison qu'au-dessus de l'horison, il s'ensuit que *le soleil & la lune doivent avoir, en sortant de l'horison, une figure un peu ovale, dont le petit diamètre sera le diamètre vertical*: puisque les rayons partis du limbe inférieur, sont plus réfractés & plus rapprochés du zénith, que les rayons partis du limbe supérieur. On voit ici que si ces astres paroissent plus grands dans l'horison, qu'au-dessus de l'horison; cet effet ne doit point être attribué à la réfraction astronomique: puisque la réfraction astronomique doit produire un effet précisément contraire. Cet effet dépend donc d'une autre cause, que nous avons exposée ailleurs. (936.)

La parallaxe contrarie un peu cette diminution apparente dans le diamètre vertical d'un astre placé près de l'horison: puisque la paral-

laxe horifontale étant plus grande que toutes les autres (1215), le limbe inférieur est fousmis à une plus grande parallaxe, que le limbe fupérieur ; ce qui éloigne néceffairement un peu l'un de l'autre, ces deux limbes.

1231. REMARQUE. Comme la connoiffance de la réfraction aftronomique eft abfolument néceffaire pour avoir des obfervations exactes fur les aftres ; un grand nombre d'aftronomes modernes ont employé toute l'attention & toute la fagacité de leur génie, à obferver & à fuivre dans le plus grand détail, cette partie de la physique, ignorée des anciens. L'expérience leur a fait connoître,

I°. Que la réfraction dans l'horifon eft fujette à de très-grandes variations d'un jour à l'autre ; étant tantôt de 32 ou de 33 minutes, tantôt de 36 ou 37 minutes. (1045 , 1229.)

II°. Que la réfraction eft fujette à varier encore très-irrégulièrement, d'un jour à l'autre, jufqu'à la hauteur de dix ou douze ou quinze degrés au-deffus de l'horifon : ce qui fait que l'on tient pour fufpectes, la plupart des obfervations qui ont été faites lorsque l'aftre étoit fort près de l'horifon.

III°. Qu'à 45 degrés de hauteur au-deffus de l'horifon, la réfraction n'eft que d'environ une minute ; & qu'au-delà elle décroît affez uniformément jufqu'au zénith, où elle eft nulle.

Voici, d'après les Bradley & les de Lalande, une table où l'on trouvera en minutes, en fécondes & en tierces, la grandeur de la réfraction aftronomique, relativement aux différentes hauteurs d'un aftre quelconque ; table tracée fur les obfervations les plus exactes & les plus uniformes qu'on puiiffe avoir en ce genre.

Hauteur
apparente.

TABLE de la Réfraction astronomique, depuis
l'horison jusqu'au zénith.

Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.		
D.	M.	M.	S.	T.	D.	M.	M.	S.	T.	D.	M.	M.	S.	T.
0	0	33	0	0	5	0	9	54	3	11	0	4	46	6
0	5	32	10	4	5	10	9	38	2	11	15	4	40	3
0	10	31	22	2	5	20	9	22	8	11	30	4	34	3
0	15	30	35	4	5	30	9	8	0	11	45	4	28	6
0	20	29	49	7	5	40	8	54	0	12	0	4	23	2
0	30	28	22	3	5	50	8	40	6	12	20	4	16	1
0	32	28	4	8	6	0	8	27	8	12	40	4	9	4
0	36	27	30	3	6	10	8	14	9	13	0	4	3	0
0	40	26	59	7	6	20	8	2	8	13	20	3	56	9
0	50	25	41	8	6	30	7	51	1	13	40	3	51	1
1	0	24	28	6	6	40	7	40	3	14	0	3	45	5
1	10	23	19	8	6	50	7	30	2	14	20	3	40	1
1	20	22	15	2	7	0	7	20	5	14	40	3	34	9
1	30	21	14	7	7	10	7	11	1	15	0	3	29	9
1	40	20	17	9	7	20	7	2	1	15	30	3	23	7
1	50	19	24	8	7	30	6	53	4	16	0	3	16	9
2	0	18	35	0	7	40	6	45	1	16	30	3	10	5
2	10	17	48	4	7	50	6	37	1	17	0	3	4	5
2	20	17	4	5	8	0	6	29	4	17	30	2	58	9
2	30	16	23	8	8	10	6	22	0	18	0	2	53	6
2	40	15	45	4	8	20	6	15	2	18	30	2	48	6
2	50	15	9	4	8	30	6	8	0	19	0	2	43	9
3	0	14	35	6	8	40	6	1	3	19	30	2	39	4
3	10	14	3	9	8	50	5	54	8	20	0	2	35	1
3	20	13	34	1	9	0	5	48	5	20	30	2	31	0
3	30	13	6	2	9	10	5	42	4	21	0	2	27	2
3	40	12	39	6	9	20	5	36	5	21	30	2	23	6
3	50	12	14	6	9	30	5	30	9	22	0	2	20	3
4	0	11	51	1	9	40	5	25	5	23	0	2	13	7
4	10	11	28	9	9	50	5	20	0	24	0	2	7	4
4	20	11	7	9	10	0	5	14	8	25	0	2	1	6
4	30	10	48	0	10	15	5	7	3	26	0	1	56	2
4	40	10	29	2	10	30	5	0	1	27	0	1	51	2
4	50	10	11	3	10	45	4	53	2					

Hauteur
apparente.*Suite de la même Table.*

Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.		
D.	M.	M.	S.	T.	D.	M.	M.	S.	T.	D.	M.	M.	S.	T.
28	0	1	46	6	50	0	0	47	6	72	0	0	18	4
29	0	1	42	4	51	0	0	45	9	73	0	0	17	3
30	0	1	38	4	52	0	0	44	2	74	0	0	16	2
31	0	1	34	6	53	0	0	43	6	75	0	0	15	1
32	0	1	31	0	54	0	0	41	1	76	0	0	14	0
33	0	1	27	6	55	0	0	39	6	77	0	0	13	0
34	0	1	24	4	56	0	0	38	2	78	0	0	12	0
35	0	1	21	4	57	0	0	36	8	79	0	0	11	0
36	0	1	18	5	58	0	0	35	5	80	0	0	10	0
37	0	1	15	7	59	0	0	34	2	81	0	0	9	0
38	0	1	13	0	60	0	0	33	0	82	0	0	8	0
39	0	1	10	4	61	0	0	31	7	83	0	0	7	0
40	0	1	7	9	62	0	0	30	4	84	0	0	6	0
41	0	1	5	5	63	0	0	29	1	85	0	0	5	0
42	0	1	3	3	64	0	0	27	8	86	0	0	4	0
43	0	1	1	1	65	0	0	26	5	87	0	0	3	0
44	0	0	59	3	66	0	0	25	3	88	0	0	2	0
45	0	0	57	0	67	0	0	24	1	89	0	0	1	0
46	0	0	55	0	68	0	0	23	9	90	0	0	0	0
47	0	0	53	1	69	0	0	21	7					
48	0	0	51	2	70	0	0	20	6					
49	0	0	49	4	71	0	0	19	5					

PARAGRAPHE CINQUIEME.

LA LUNE ET LES ÉCLIPSES.

1232. OBSERVATION. L'astre qui éclaire nos nuits, la *Lune*, est une des planetes subalternes, celle sans contredit qui nous intéresse le plus. Elle fait douze ou treize révolutions autour de la terre, centre de son mouvement, d'occident en orient & selon l'ordre des signes, dans la direction

rection ABCDA; tandis que la terre, qui l'emporte avec elle, fait une révolution autour du soleil, centre de son mouvement, dans l'écliptique & dans la direction TVXZT. (*fig. 22.*)

La théorie de la lune a donné plus de peine aux astronomes, que tout le reste du ciel ensemble. Le grand Newton a découvert le premier, le principe physique de tous ses mouvements, si irréguliers en apparence, mais qui découlent tous du principe général de l'attraction: de sorte que la théorie de la lune est aujourd'hui en prise à toute la précision & à toute la rigueur du calcul, autant que celle des astres dont les mouvements sont les plus simples & les plus réguliers. Nous allons faire connoître ici ce qu'il y a de plus intéressant & de plus digne d'attention dans cette théorie de la lune.

DIFFÉRENTES PHASES DE LA LUNE.

1233. DÉFINITION. On nomme *phases de la lune*, les différents aspects sous lesquels elle se montre à nos regards, en faisant ses révolutions ABCDA, autour de la terre T. (*fig. 22.*)

I°. Quand la lune est en A, entre la terre T & le soleil S, c'est *nouvelle lune*. La partie éclairée de la lune est toute tournée vers le soleil, & invisible à la terre.

II°. Quand la lune est en B, à 90 degrés STF du soleil, c'est le *premier quartier*, ou la *première quadrature* (1191). On voit de la terre, la moitié de son disque éclairé, celle qui est tournée vers l'occident.

III°. Quand la lune est en C, à 180 degrés STF + FTG du soleil, c'est *pleine lune*. Si la

Lune C est hors de l'ombre de la terre T, tout son disque éclairé est visible de la terre.

IV°. Quand la lune est en D, à 90 degrés STH du soleil, c'est le *dernier quartier*, ou la *seconde quadrature*. On voit de la terre, la moitié de son disque éclairé, celle qui est tournée vers l'orient.

On nomme *disque de la lune*, la moitié de sa surface sphérique, laquelle à cause du grand éloignement qui nous empêche de saisir sa convexité, se montre à nos regards sous l'image d'un plan circulaire, obscur ou éclairé, ou en partie éclairé & en partie obscur.

INCLINAISON DE SON ORBITE.

1234. OBSERVATION. Si l'orbite ABCDA de la lune étoit couchée sur le plan de l'écliptique TVXZT; le centre de la lune seroit toujours dans le plan de l'écliptique, aussi bien que le centre de la terre & le centre du soleil. La lune dans chaque révolution ABCDA, éclipseroit le soleil en A; & seroit éclipsée par la terre en C; parce que dans sa conjonction A & dans son opposition C, elle seroit dans la ligne droite qui enfile les trois centres, du soleil, de la terre, de la lune. (*fig. 22.*)

Mais la chose n'est point ainsi. L'orbite ABCDA de la lune, est toujours inclinée sur l'écliptique TVXZT. Le plan de la première coupe le plan de la seconde, sous un angle tantôt un peu plus & tantôt un peu moins grand; sous un angle qui varie depuis 5 degrés, 0 minutes, jusqu'à 5 degrés & 18 minutes, & dont la grandeur moyenne est de 5 degrés & 9 minutes (*fig. 18.*)

Si ATB est le plan de l'écliptique ; ATM fera l'angle d'inclinaison de l'orbite lunaire MNM .

La courbe $ABCD$ que parcourt la lune dans chaque révolution autour de la terre , coupe le plan de l'écliptique en deux points ; & ces deux points d'interfection , s'appellent les *nœuds de la lune*. Ces deux nœuds , ou ces deux points de l'orbite lunaire , sont toujours dans le plan de l'écliptique : le reste de cette orbite est hors du plan de l'écliptique , une moitié au nord & l'autre moitié au midi de l'écliptique. (*fig. 22.*)

La lune , dans chaque révolution $ABCD$, $abcd$, est donc tantôt au nord & tantôt au midi de l'écliptique ; & dans chaque révolution autour de la terre , elle passe deux fois par le plan de l'écliptique , une fois du midi au nord de l'écliptique , dans son *nœud ascendant* ; & une autre fois du nord au midi de l'écliptique , dans son *nœud descendant*. Ces deux nœuds de l'orbite lunaire sont mobiles & rétrogrades ; comme nous l'expliquerons bientôt.

SA FORCE PERTURBATRICE.

1235. OBSERVATION. Les planetes principales , dans leur révolution périodique autour du soleil , ne sont sensiblement animées que de deux forces ; d'une *force de projection* , qui tend à les emporter par la tangente à leur courbe ; & d'une *force de gravitation* ou de pesanteur vers le soleil , qui tend à les emporter par le rayon de leur courbe vers le centre du soleil , centre unique & commun de leurs mouvements : comme nous l'avons déjà expliqué ailleurs (360) , &

comme nous l'expliquerons encore plus au lo: g dans la suite. (1285.)

La lune , dans sa révolution périodique autour de la terre , est animée de deux forces semblables ; d'une *force de projection* AP , qui tend à l'emporter par la tangente à sa courbe ; & d'une *force de gravitation* ou de pesanteur AT , qui tend à l'emporter par le rayon de sa courbe vers le centre de la terre , centre particulier de son mouvement ABCDA autour de la terre T. (*fig. 22.*)

Si la lune , pendant ses révolutions autour de la terre , n'étoit en prise qu'à ces deux forces ; son mouvement seroit régulier , ainsi que celui des planetes principales : sa courbe ABCDA , *abcd a* , seroit toujours également aplatie ou allongée dans le même sens & dans la même direction ; toujours également inclinée sur le plan de l'écliptique. Mais la chose n'est point ainsi. La lune , ainsi que toutes les planetes principales , a une gravitation ou une pesanteur ou une tendance vers le centre du soleil. Cette planete , dans ses révolutions autour de la terre , est donc persévérément en prise à une *troisième force* qui agit sur elle , à l'attraction du soleil qui tantôt favorise & tantôt contrarie l'attraction de la terre. Delà une *force perturbatrice* , une cause permanente d'irrégularités dans son mouvement.

I°. Il est clair , par la théorie du mouvement , que la lune ne décrit une courbe autour de la terre , qu'en vertu d'une force centrale qui la fait tendre sans cesse vers la terre , & qui l'empêche sans cesse de s'enfuir par la tangente à sa courbe.

II°. Ainsi que les planetes principales, la lune a une tendance vers le soleil : mais cette tendance de la lune vers le soleil étant moindre que la tendance de la lune vers la terre, la force supérieure l'emporte sur la force inférieure ; & la lune reste captive autour de sa planete principale.

III°. L'action attractive du soleil sur la lune, pour être vaincue, n'est pas anéantie : elle doit donc avoir son effet, qui est ou d'augmenter ou de diminuer ou d'infléchir la tendance de la lune vers la terre, selon la différente position qu'a la lune à l'égard du soleil & de la terre.

IV°. L'action attractive du soleil sur la lune augmente ou diminue en raison inverse du quarré de la distance de la lune au soleil (84) : la lune, tantôt plus près & tantôt plus loin de cet astre, doit donc essuyer fort irrégulièrement son action attractive.

V°. L'action attractive de la terre sur la lune est toujours à peu près perpendiculaire au mouvement qui tend à l'emporter par la tangente : l'attraction de la terre agit donc toujours en plein & selon toute son étendue sur la lune.

Il n'en est pas de même pour l'action attractive du soleil, laquelle est tantôt perpendiculaire, tantôt parallele, tantôt oblique au mouvement projectile de la lune, ou au mouvement qui tend à l'emporter par la tangente à son orbite : cette action attractive du soleil sur la lune, doit donc encore produire des effets fort différents sur la lune, selon qu'elle agit d'une façon plus ou moins favorable ; comme nous allons l'expliquer en considérant la lune dans deux positions différentes, dans le plan de l'écliptique & hors du plan de l'écliptique.

La force perturbatrice dans l'écliptique.

1236. EXPLICATION. Considérons d'abord la lune dans le plan de l'écliptique, où elle se trouve deux fois dans chaque révolution autour de la terre; & supposons que l'orbite LOPC, soit placée toute entière dans le plan de l'écliptique, & confondue avec ce plan. (*fig. 15.*)

I°. Quand la lune est en conjonction en C, dans le plan de l'écliptique & sans latitude; elle est plus près du soleil que la terre, d'une quantité égale à environ 30 diamètres terrestres (1220). La lune en C est donc plus fortement attirée que la terre T vers le soleil, par l'action attractive de cet astre; laquelle est toujours & par-tout en raison inverse du quarré de sa distance aux corps attirés C & T (1273). Ce plus de tendance qu'à la lune C vers le soleil S, devient nécessairement dans elle un moins de tendance vers la terre T; & la tendance ou la pesanteur de la lune C vers la terre T, est diminuée d'autant.

II°. Quand la lune est en opposition en O, dans le plan de l'écliptique & sans latitude; elle est plus loin du soleil que la terre, d'une quantité égale à environ 30 diamètres terrestres. La lune en O est donc moins fortement attirée que la terre T vers le soleil S; & ce plus de tendance qu'à la terre T vers le soleil S, soustrait d'autant la terre à l'effet de la tendance qu'à la lune vers la terre; ou devient réellement dans la lune un moins de tendance ou de pesanteur dans la direction OTS vers la terre T.

III°. Quand la lune est en L dans sa première quadrature, dans le plan de l'écliptique & sans latitude; elle est en prise à l'action attractive LS du soleil. Cette action attractive LS, qui

est oblique à l'égard de la lune L, & qui est représentée par la diagonale du parallélogramme LTSEL, se décompose ici en deux parties inégales (351): la première LE tend à porter la lune en E; la seconde LT, tend à porter la lune en T. Cette action attractive LS du soleil, est donc employée en partie à presser la lune L vers le centre T de la terre; & par conséquent, à augmenter la tendance ou la pesanteur de la lune vers la terre. La même chose arrive, & pour la même raison, à la lune en P, dans sa seconde quadrature dans le plan de l'écliptique.

1237. REMARQUES. De cette théorie générale sur l'action attractive du soleil à l'égard de la lune, résultent les vérités suivantes, qui doivent servir de base à l'explication de plusieurs grands phénomènes de la nature. (*fig. 15.*)

I°. *L'action attractive du soleil sur la lune, doit diminuer sa pesanteur vers la terre, quand elle est dans les syzigies; l'augmenter, quand elle est dans les quadratures.* Puisque dans les quadratures L & P, l'action attractive LS du soleil se décompose en deux forces LT & LE, dont l'une LT est employée à presser & à pousser la lune L vers la terre T: ce qui n'a point lieu de même, quand la lune est dans les syzigies C & O; comme on vient de l'expliquer & de le faire voir.

II°. *En vertu de cette action attractive du soleil, la pesanteur de la lune est plus diminuée dans les syzigies, qu'elle n'est augmentée dans les quadratures.* Car l'augmentation de la pesanteur de la lune vers la terre dans les quadratures, est représentée par la ligne LT ou PT: au lieu que dans les syzigies, la diminution de la pesanteur est représentée par la différence entre les carrés

des distances TS & CS , ou TS & OS . Or on fait & on trouvera par le calcul, que la distance TS est à la distance CS , à peu près comme 333 est à 332 : on fait aussi que la différence entre les quarrés de deux nombres qui different d'une unité, est environ le double de la différence de ces deux nombres (*Math.* 127), laquelle est ici TC ou TO : par conséquent, la différence entre les quarrés des lignes ou des distances CS & TS , ou OS & TS , est à très-peu près $2TC$ ou $2TO$.

Il résulte delà, que *la diminution de la pesanteur de la lune vers la terre, dans les syzigies, est à peu près double de l'augmentation de cette même pesanteur dans les quadratures.* Ainsi, à tout prendre, la pesanteur de la lune vers la terre, pendant une révolution entière, est plus diminuée qu'elle n'est augmentée, par l'action attractive du soleil ; & dans chaque révolution, la lune est plus attirée vers le soleil, qu'elle n'est pressée vers la terre, par cette action du soleil : delà une cause toujours subsistante, propre à altérer son mouvement autour de la terre. Selon les calculs, l'action du soleil sur la lune augmente sa pesanteur naturelle vers la terre, dans les quadratures, d'environ un cent-soixante-dix-huitième ; la diminue dans les quadratures d'une quantité double, ou d'un quatre-vingt-neuvième.

III°. *L'action attractive du soleil doit tantôt retarder & tantôt accélérer la vitesse de la lune.* Car lorsque la lune va de C en L , son plus de tendance vers le soleil, occasionné par un moindre éloignement de cet astre, doit opposer un plus de résistance à sa vitesse ; & lorsque la terre va de L en O , son moins de tendance vers le

soleil, occasionné par un plus grand éloignement de cet astre, doit opposer un moins de résistance à sa vitesse. Ainsi en ne considérant ici que l'effet de l'action du soleil sur la lune, la vitesse de cette planète doit diminuer depuis la conjonction C, jusqu'à la première quadrature L, pendant le premier quart de son mois; doit augmenter ensuite depuis la quadrature L, jusqu'à l'opposition O, pendant le second quart de son mois; doit diminuer de nouveau depuis l'opposition O, jusqu'à la seconde quadrature P, pendant le troisième quart de son mois; doit augmenter de nouveau depuis la seconde quadrature P, jusqu'à la conjonction C, pendant le dernier quart de son mois.

IV°. Quoique la pesanteur de la lune vers la terre, soit plus grande dans les quadratures que dans les syzigies; il ne s'ensuit pas que l'orbite lunaire doive être aplatie vers les quadratures & allongée vers les syzigies; il s'ensuit même le contraire. Car la pesanteur de la lune vers la terre étant plus grande en L qu'en O; il est clair qu'elle doit infléchir, & avec plus de force, & avec plus de fréquence, le mouvement projectile LV, de la lune, vers le centre de la terre. Ainsi le mouvement projectile LV, plus fortement & plus fréquemment infléchi, au lieu de prendre la direction Lx, prendra une direction plus courbe Lr, & rapprochera la lune de la terre. Donc, en supposant que la lune ait commencé à se mouvoir dans un cercle LOPC; la force attractive du soleil l'aura fait mouvoir dans une ellipse La Pb, dont le grand axe seroit toujours dirigé vers les quadratures, si elle étoit immobile.

V°. La lune en B est attirée par le soleil, avec

plus de force que la terre plus éloignée : mais cet excès d'attraction qu'essuie la lune en B, n'est pas employé tout entier à l'éloigner de la terre & à la rapprocher du soleil. Car la force attractive BS qui attire la lune vers le soleil, est oblique à l'égard de la lune ; & se décompose en deux forces, qu'il faut analyser.

Si l'on exprime par TS la pesanteur de la terre vers le soleil, il faudra prolonger BS jusqu'en D, afin que BD représente la pesanteur de la lune vers le même astre ; & former le parallélogramme BRDFR, dont BD fera la diagonale. On verra alors que la force BD qui tire obliquement la lune vers le soleil, se décompose en deux forces ; l'une BF, égale & parallèle à TS pesanteur de la terre vers le soleil, laquelle agit dans le même sens, & ne produit par conséquent aucune variation dans le mouvement projectile de la lune ; l'autre BR, qui est proprement la *force perturbatrice*, & dont l'effet est le même que celui des deux forces BM & BN agissant conjointement (346). De cette force perturbatrice BR, divisée en deux forces BM & BN, naît dans la lune en B, & une diminution de pesanteur, égale à BM ; & une augmentation de vitesse ou de mouvement projectile, égale à BN, en supposant que la lune va de P en C.

VI°. Si on forme sur tous les points de l'orbite lunaire une figure semblable à celle que nous venons de construire sur le point B ; on verra que la vitesse de la lune sera altérée dans tous ces points par une force semblable à BN, mais tantôt plus & tantôt moins grande, toujours en conséquence de l'obliquité de l'action du soleil. Cette force BN favorise le mouve-

ment projectile de la lune, quand elle va de B en C : elle lui nuirait, si la lune alloit de B en P : elle favorise ou contrarie d'autant plus ce mouvement projectile, qu'elle est plus grande ; & réciproquement.

VII°. *Il n'en est pas de même de la force BM : il y a quatre points dans l'orbite lunaire où elle est nulle : dans tous les autres points, elle augmente ou diminue la pesanteur de la lune vers la terre.* En effet, plus la lune sera près de la quadrature P, plus la ligne BF, qu'on doit toujours faire égale à TS, sera élevée vers TP ; moins l'angle TBF sera grand. La ligne BR, qui représente la force perturbatrice, & qui fait ici un angle obtus RBT, a fait auparavant un angle droit avec BT, entre P & B : elle fera dans d'autres positions, un angle aigu avec le même rayon vecteur de la lune. (*fig. 15 & 17.*)

Quand la force BN qui influe sur la vitesse, & la force BM qui influe sur la pesanteur de la lune, nées l'une & l'autre de l'attraction du soleil sur la lune, font entr'elles un angle droit en A r ; il est clair que ces deux forces ne se nuisent en rien & ne se favorisent en rien, pour rapprocher ou pour éloigner la lune du centre T de son orbite (348) : la diagonale entre ces deux forces conspirantes tombe sur l'orbite même de la lune. C'est ce qui arrive dans quatre points de l'orbite lunaire, savoir, en A, en B, en D, en F, à 54 degrés & 44 minutes des syzigies de part & d'autre. (*fig. 17.*)

Quand les deux mêmes forces BN & BM font entr'elles un angle obtus en BR, il est clair que la diagonale BR porte la lune en R hors de son orbite ; & alors la force BM diminue la pesanteur

de la lune vers la terre. C'est ce qui arrive à la lune dans tout l'arc ACB , & dans tout l'arc DOF de son orbite.

Quand les deux mêmes forces BN & BM font entr'elles un angle aigu en Lr ; la diagonale entre ces deux forces conspirantes pénètre dans le plan de l'orbite lunaire, & y porte la lune; & alors la force BM augmente la pesanteur de la lune vers la terre. C'est ce qui arrive à la lune dans tout l'arc BLD , & dans tout l'arc FPA de son orbite. (*fig. 17.*)

Ces deux arcs BLD & FPA sont plus petits que les deux arcs DOF & ACB : puisque les deux premiers ne renferment que 141 degrés & 4 minutes, tandis que les deux derniers renferment 218 degrés & 56 minutes. D'où il résulte que l'action attractive du soleil est employée, & plus long-tems & plus fortement, à presser la lune vers le soleil, qu'à la presser vers la terre; & par conséquent, que *la tendance de la lune vers le soleil, pendant chaque révolution entière, est réelle & positive.*

La force perturbatrice hors de l'écliptique.

1238. EXPLICATION. Considérons ensuite la lune hors du plan de l'écliptique, soit dans ses syzigies, soit dans ses quadratures, soit dans les tems intermédiaires. (*fig. 14.*)

Il est clair que la lune en A ou en B , hors du plan de l'écliptique NRM , tant dans les syzigies que dans les quadratures, reste encore en prise à la force perturbatrice, à l'action attractive du soleil S ; laquelle favorise ou contrarie l'action attractive de la terre sur la lune. Cette attrac-

tion du soleil, toujours oblique à l'égard de la lune placée hors du plan de l'écliptique, se décompose en deux forces, dont l'une tend à attirer la lune vers le soleil; & dont l'autre tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique. Par exemple, soit la lune en A dans son opposition, à quatre ou cinq degrés au-dessus ou au-dessous du plan de l'écliptique STMRN, dans lequel plan se trouvent toujours les centres de la terre & du soleil. Que l'orbite AMBNA de la lune coupe le plan de l'écliptique, en deux points M & N, qui seront ses nœuds.

I°. Si la lune en A, hors du plan de l'écliptique, étoit dépouillée, & de son mouvement projectile AC, & de son mouvement centripète AT, n'étant livrée qu'à la seule attraction du soleil représentée par la ligne AS; il est clair que la lune parcourroit la ligne AS, s'approchant à la fois, & du soleil S, & du plan de l'écliptique NRM. Cette action du soleil sur la lune en A, produiroit donc sur cette planète un mouvement équivalement double; savoir, une tendance vers le soleil, & une tendance vers le plan de l'écliptique. Cette action du soleil sur la lune placée en A, équivaut donc à deux forces conspirantes AZ & AT, en vertu desquelles le mobile A parcourroit la diagonale AS du parallélogramme ATSZ. Cette action AS du soleil sur la lune A, se décompose donc en deux forces; dont l'une, représentée par le côté AZ, tendroit à rapprocher la lune du soleil; & dont l'autre, représentée par le côté AT, tendroit à rapprocher la lune du plan de l'écliptique, d'où elle est supposée écartée de quelques degrés.

II°. Mais la lune en A est en prise à la fois, &

à sa force de projection qui tend à l'emporter par la tangente AC, & à l'attraction de la terre qui tend à l'emporter par le rayon AT, & à l'attraction du soleil qui tend à l'emporter dans la direction AS: de ces trois forces combinées résulte sa courbe AMBNA, qui coupe maintenant l'écliptique en MN. Les deux premières forces, toujours opposées à angles droits, luttent toujours perpendiculairement l'une contre l'autre selon toute l'étendue de leur activité: la troisième, presque toujours oblique aux deux premières, décompose son action, & n'agit pas toujours selon toute l'étendue de son activité.

Supposons que ces trois forces combinées, en employant chacune toute l'étendue de leur action contre la lune A, doivent la conduire de A en M dans un tems déterminé. Il est clair que si l'une des trois forces conspirantes, au lieu d'être employée en plein à voiturer la lune dans l'arc AM, étoit employée en partie à infléchir le mouvement de la lune vers MRN; la lune, pendant ce tems déterminé, se porteroit vers *m*, & non en M: puisqu'une partie des forces qui devoient contribuer à la porter en M, est employée à la détourner de M, & à l'infléchir vers *m*.

III°. Or l'une des trois forces conspirantes, la force perturbatrice ou l'attraction du soleil, est employée en partie à rapprocher la lune A du plan de l'écliptique MRN; savoir, dans la force perturbatrice représentée par ZAT, la partie AT, laquelle luttant de concert avec l'attraction de la terre contre la force projectile AC, infléchit sans cesse de plus en plus cette force projectile vers le plan de l'écliptique MRN; & porte la lune dans le plan de l'écliptique en

un point m , moins éloigné & plus occidental que le point M . La force perturbatrice fera donc que la lune, placée hors du plan de l'écliptique, tendra sans cesse à se rapprocher de ce plan.

IV°. La même chose arrive à la lune *en conjonction* au point B , à quatre ou cinq degrés au-dessus ou au-dessous du plan de l'écliptique. Si la lune en B étoit livrée à la seule force perturbatrice, à la seule attraction du soleil; elle parcourroit la diagonale BS du parallélogramme $BTSVB$, s'approchant à la fois, & du soleil S , & du plan de l'écliptique $NRTS$. Donc la force perturbatrice étant représentée par les deux côtés VBT du parallélogramme; une partie BT de cette force est employée à lutter de concert avec l'attraction de la terre, contre la force projectile BD : donc ces deux forces réunies, infléchissant de concert la courbe de la lune, porteront cette planète vers le plan de l'écliptique en un point n , moins éloigné & plus occidental que le point N .

V°. Il est clair encore que la même décomposition de la force perturbatrice auroit lieu, si les points A & B , au lieu d'être dans les syzigies, étoient dans les quadratures. L'action du soleil AS ou BS , seroit employée en partie à attirer la lune vers le soleil, & en partie à rapprocher la lune du plan de l'écliptique. Et c'est en effet dans les quadratures, qu'une plus grande partie de la force perturbatrice est employée à infléchir le mouvement de la lune vers le plan de l'écliptique, & à faire rétrograder ses nœuds d'une plus grande quantité.

VI°. Il ne s'ensuit pas de ce que nous venons de dire sur la décomposition & sur l'action de

la force perturbatrice, que l'orbite de la lune doive à la fin se placer toute entière dans le plan de l'écliptique. La raison en est, qu'autant que l'orbite lunaire est infléchie en un sens dans sa partie MAN, autant elle est à peu près infléchie en un sens opposé dans sa partie NBM : l'inclinaison reste donc toujours à peu près la même.

Nous aurions pu donner sur cet objet des lumières plus géométriquement analysées & détaillées : mais elles auroient intéressé un trop petit nombre de lecteurs. On ne desire communément des connoissances sur la lune, qu'autant qu'elles ont un rapport prochain avec les grands phénomènes de la nature, tels que les éclipses, la grande révolution du zodiaque, le mouvement rétrograde de la terre, le flux & le reflux de la mer.

RÉTROGRADATION DE SES NŒUDS.

1239. COROLLAIRE I. *La force perturbatrice, ou l'attraction du soleil, doit faire rétrograder les nœuds de l'orbite lunaire. (fig. 14.)*

EXPLICATION. Pour simplifier les choses, pour ne pas embrasser trop de difficultés à la fois; supposons la terre immobile en T, & la lune faisant ses révolutions autour de la terre. L'orbite lunaire AMBNA, est inclinée sur le plan de l'écliptique d'environ cinq degrés en A & en B; & elle coupe le plan de l'écliptique en deux points M & N, qui sont ses nœuds.

1^o. Si la lune n'avoit aucune force perturbatrice qui altérât sa révolution AMBNA autour de la terre persévéramment immobile en T; l'orbite lunaire conserveroit toujours la même position

position dans le ciel. La lune passeroit toujours, dans chaque révolution autour de la terre, dans les mêmes points *AMBNA* : puisqu'elle seroit toujours livrée aux mêmes forces, à son mouvement projectile par la tangente, & à son mouvement centripète par le rayon. Son orbite couperoit donc toujours l'écliptique aux mêmes points *M* & *N*, lesquels vus de la terre seroient rapportés dans le zodiaque *PQXY*, aux points *Q* & *N*.

II°. Mais la lune, hors du plan de l'écliptique, en *B*, par exemple, est livrée à l'action oblique du soleil, qui tend en partie à la rapprocher du plan de l'écliptique; & qui, au lieu de la conduire en *N*, la presse & l'infléchit vers l'écliptique en un point moins éloigné & plus occidental *n* (1238). Ce nouveau nœud *n*, observé de la terre, sera vu dans le zodiaque en *P*, plus à l'occident que le nœud précédent *N*, qui étoit vu en *Q* : ce nœud *n* paroîtra donc avoir rétrogradé contre l'ordre des signes, en comparaison du nœud précédent *N*.

En vertu de cette action oblique & décomposée, la lune, au lieu de tendre vers l'écliptique par l'ancienne route *BNAMB*, y tend par une nouvelle route *bnamb*, & passe par des points différents de l'espace infini répandu autour de la terre, que nous supposons toujours immobile au point *T*.

III°. De même la lune en *B*, hors du plan de l'écliptique, soit dans les syzigies, soit dans les quadratures, soit dans les tems intermédiaires, est en prise à la force perturbatrice, dont une partie tend sans cesse à la rapprocher du plan de l'écliptique, & lui fait atteindre ce plan dans un

point *m* moins éloigné & plus occidental que le précédent *M*: d'où il arrive qu'au bout d'un certain nombre de révolutions, la lune a coupé le plan de l'écliptique en une foule de points qui, vus de la terre, embrassent toute l'étendue du zodiaque, en rétrogradant d'orient en occident contre l'ordre des signes.

On voit par là que la lune, dans la même région du ciel, ne passe pas toujours par les mêmes points de l'espace infini; & que si son orbite laissoit des traces permanentes & visibles dans cet espace, on verroit ces traces *AMBNA*, *ambna*, s'entre-couper les unes les autres, en passant les unes sur les autres d'orient en occident.

1240. COROLLAIRE II. *Si toute l'orbite lunaire, toujours inclinée de même sur le plan de l'écliptique, étoit remplie de globes contigus, semblables à la lune; tous ces globes rétrograderaient à la fois avec l'orbite qui les porte. (fig. 14.)*

EXPLICATION. Si l'orbite lunaire étoit remplie de globes contigus semblables à la lune, chaque globe placé hors du plan de l'écliptique, seroit en prise à la force perturbatrice (1238), & seroit déterminé à rétrograder par cette force: donc, dans chaque révolution, chacun de ces globes atteindroit l'écliptique sur un point plus occidental, en rétrogradant autour du zodiaque contre l'ordre des signes. Cet anneau de globes *AMBNA* seroit donc périodiquement une révolution rétrograde, d'orient en occident, autour des poles de l'écliptique, en vertu de la force perturbatrice, ou de l'attraction du soleil: *image sensible du mouvement rétrograde de l'équateur terrestre autour des poles de l'écliptique, ou autour*

d'un axe terrestre qui se confond sensiblement avec l'axe de l'écliptique. (1328.)

La terre, renflée vers son équateur, présente à l'attraction du soleil, comme un anneau failant & incliné au plan de l'écliptique ; chaque partie de cet anneau est déterminée par l'action oblique du soleil , à rétrograder ; de la même manière , mais non avec la même vitesse que l'anneau lunaire dont nous venons de parler.

1241. REMARQUES. I°. Pour simplifier les choses , nous avons supposé la terre immobile en T , & la lune errante autour de ce point immobile de la terre , toujours exposée à peu près de la même manière à l'action du soleil. Mais comme la terre , dans sa révolution annuelle autour du soleil , emporte avec elle sa planète secondaire ; la lune change sans cesse de position à l'égard de la force perturbatrice : ce qui fait que cette force perturbatrice , plus grande dans le périhélie , plus petite dans l'aphélie , toujours en raison inverse du quarré de la distance du soleil à la lune , tantôt plus & tantôt moins oblique à l'égard de cette planète , y opere successivement des effets différents qui paroissent d'abord tout autant d'irrégularités dans son mouvement , & qui ne sont que la suite d'une différente action ou application de la même cause.

II°. Pour simplifier encore les choses , nous avons paru supposer que la force attractive du soleil fait sans cesse rétrograder les nœuds de la lune : ce qui n'a lieu cependant dans chaque révolution , que dans la majeure partie de l'orbite lunaire , où l'action du soleil sur la lune opere dans cette planète une tendance réelle & positive vers le soleil (1237, VII°). Ainsi l'action

attractive du soleil opere une rétrogradation réelle dans les nœuds de la lune, pendant chaque révolution de cette planete autour de la terre : mais cette rétrogradation, quoique périodique, n'est point uniforme & permanente pendant tout le mois lunaire. Les nœuds de la lune, dans leur révolution rétrograde & périodique, sont quelquefois stationnaires, quelquefois plus & quelquefois moins rétrogrades. Cette révolution rétrograde des nœuds de la lune, tantôt suspendue, & tantôt plus ou moins accélérée, s'acheve en près de 19 ans; ou plus précisément en 18 ans 224 jours 5 heures, à l'égard du premier point du bélier. (*fig. 22.*)

III°. Cette même force perturbatrice, cette même action du soleil sur la lune, opere aussi une révolution dans le grand axe de l'orbite lunaire : mais une révolution directe & selon l'ordre des signes ; comme nous l'expliquerons ailleurs. Cette révolution *BTD*, *bVd*, *bXd*, *bZd*, s'acheve en près de 9 ans ; ou plus précisément, en 8 ans 309 jours 8 heures 20 minutes, à l'égard du premier point du bélier.

IV°. Cette même force perturbatrice, cette même action du soleil sur la lune, fait varier aussi l'inclinaison de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique, d'une quantité qui va jusqu'à 18 secondes (*fig. 18*). Cette inclinaison de l'orbite lunaire change quatre fois à chaque révolution ; elle augmente deux fois & diminue deux fois. Elle est la plus grande, quand la ligne des nœuds concourt avec celle des quadratures : elle est la plus petite, lorsque la ligne des nœuds concourt avec celle des syzigies.

V°. La même force perturbatrice, la même action attractive du soleil, a prise sans doute

sur les fatellites de saturne & de jupiter : mais comme elle est toujours en raison inverse des quarrés de sa distance ; il est clair qu'elle doit produire sur ces fatellites, des effets beaucoup moindres que sur la lune ; des effets trop peu considérables pour être apperçus de la terre.

SES PRINCIPALES RÉVOLUTIONS.

1242. OBSERVATION. On distingue dans la lune, outre la révolution de ses nœuds & de ses absides, dont nous venons de parler, deux principales révolutions autour de la terre ; une révolution périodique à l'égard du premier point du bélier, & une révolution synodique à l'égard du soleil. (*fig. 22.*)

I°. La *révolution périodique* de la lune est le mouvement ABCDA autour de la terre, par lequel elle parcourt toute son orbite, à compter depuis son passage par le premier point du bélier, jusqu'à son retour dans le premier point du bélier. Par exemple,

Supposons que le premier point du bélier soit en L, dans le demi-cercle de latitude KLE : la lune en A, observée de la terre, est vue en L, sans longitude & dans le premier point du bélier. Quand la lune aura fait sa révolution ABCDA, elle fera encore sans longitude & dans le premier point du bélier : elle aura achevé sa révolution autour du premier point du bélier ; révolution qui dure 27 jours 7 heures 43 minutes 5 secondes, c'est son *tems périodique*.

II°. La *révolution synodique* de la lune est une révolution de cet astre autour de la terre, à compter depuis une conjonction avec le soleil, jusqu'à la nouvelle conjonction avec le soleil : elle

est de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes. C'est le *mois lunaire*, plus long que le tems périodique. Par exemple,

Supposons la lune en A, en conjonction avec le soleil. Si la terre restoit immobile en T, pendant tout le tems de la révolution lunaire ABCDA; la lune arrivée en A, seroit encore en conjonction avec le soleil; & le mois lunaire seroit égal au tems périodique.

Mais pendant que la lune fait sa révolution périodique autour de la terre, la terre passe de T en M dans l'écliptique: ce qui change la position de la lune à l'égard du soleil. Car après avoir fait sa révolution périodique ABCDA ou *abcd a*; la lune en *a*, observée de la terre M, est vue en *k* dans le cercle de latitude KLE qui passe par le premier point du bélier L: la lune en *a k*, a donc fait une révolution à l'égard du premier point du bélier, sans avoir fait une révolution à l'égard du soleil, dont elle est encore éloignée de tout l'espace intercepté dans l'angle xMa ou NMk . Pour achever sa révolution à l'égard du soleil, la lune est obligée de parcourir encore l'arc ax de son orbite: ce qui exige encore 2 jours 5 heures 58 secondes.

On voit par-là pourquoi le mois périodique est plus court que le mois synodique. Le premier est égal simplement au tems employé à parcourir toute l'orbite lunaire: le second est égal au tems employé à parcourir toute l'orbite lunaire *abcd a*, plus l'arc ax . La lune en x , sera dans la ligne ou dans le plan MS, qui passe par le centre du soleil; & paroîtra avoir fait simplement une révolution autour de cet astre.

SON MOUVEMENT DE ROTATION.

1243. OBSERVATION. La lune, dans sa révolution périodique autour de la terre, nous présente toujours la même face. Par exemple, supposons au milieu du disque de la lune, qui est actuellement tourné vers la terre, une tache sensible & remarquable : cette tache fera toujours à peu près au milieu du disque tourné vers la terre, dans la nouvelle lune, dans le premier quartier, dans la pleine lune, dans le dernier quartier, dans la nouvelle lune suivante, & ainsi de suite. D'où il résulte que *la lune fait une révolution sur elle-même & autour de son axe, précisément dans le même tems qu'elle fait une révolution périodique autour de la terre.*

Car il est clair qu'une personne qui tourne autour de moi en me regardant toujours, fait une révolution sur une ligne menée de ses pieds à sa tête, *ou sur son axe*, à mesure qu'elle fait une révolution autour de moi. Il est évident que la même chose doit arriver à tout objet qui tourne autour d'un autre en le regardant toujours, ou en tournant toujours vers lui la même face.

1244. REMARQUE. Quoique la lune nous présente toujours les mêmes taches ; ces taches paroissent cependant, dans chaque révolution de cette planète, avoir un petit mouvement particulier à l'égard de son centre. Elles paroissent s'en approcher tant en longitude qu'en latitude ; puis s'en écarter & se rétablir à peu près dans le même état : ce qui prouve que l'axe dont nous venons de parler, l'axe autour duquel tournent

toutes les parties de la lune dans chaque révolution périodique , a une petite vacillation qui l'incline alternativement d'une quantité très-petite , au nord , au midi , au levant , au couchant ; & qui lui fait décrire irrégulièrement une espece de petit cône de part & d'autre sur le centre de la lune. Ce mouvement s'appelle *libration de la lune* ; parce qu'il affecte tout le corps & toutes les parties de cette planete.

ECLIPSES DE SOLEIL ET DE LUNE.

1245. DÉFINITION I. On nomme *éclipse de soleil* , une disparition de lumiere dans cet astre , causée par l'interposition de la lune entre la terre & le soleil : elle ne peut arriver que dans les conjonctions , c'est-à-dire , dans les nouvelles lunes. Par exemple (*fig. 22*) ,

La terre étant en T & la lune en A ; il y aura éclipse de soleil , si la lune A est dans le plan ou très-près du plan de l'écliptique TVXZ. Mais si la lune A est à environ 34 minutes ou plus , hors du plan de l'écliptique ; il n'y aura point d'éclipse de soleil : parce que la terre T verra le soleil S , par des rayons qui passent à côté de la lune , placée hors du plan de l'écliptique , & hors de la route qu'ils doivent suivre pour atteindre la terre T.

1246. DÉFINITION II. On nomme *éclipse de lune* , une cessation de lumiere dans cette planete , occasionnée par l'interposition de la terre entre le soleil & la lune : elle ne peut arriver que dans les oppositions , c'est-à-dire , dans les pleines lunes. Par exemple (*fig. 22*) ,

La terre étant en T & la lune en C ; il y aura

éclipse de lune , si la lune C est dans le plan ou très-près du plan de l'écliptique TVXZT. Mais si la lune C est hors du plan de l'écliptique d'une quantité d'environ 34 minutes ou plus , il n'y aura point d'éclipse de lune : parce qu'alors la lune C fera éclairée par des rayons solaires qui passent à côté de la terre toujours placée dans le plan de l'écliptique , & qui vont se rendre sur la surface de la lune alors placée hors du plan de l'écliptique.

Dans les éclipses de soleil , l'astre éclipsé ne perd point réellement sa lumière : mais cette lumière , toujours la même dans le soleil , n'arrive point jusqu'à la partie de la terre qu'elle iroit éclairer ; parce qu'elle est arrêtée dans sa route , par la surface impénétrable de la lune placée entre le soleil & la terre. Dans les éclipses de lune , l'astre éclipsé perd réellement sa lumière : parce que la lune n'a de lumière qu'autant qu'elle en reçoit du soleil ; & qu'elle n'en peut recevoir du soleil , quand elle est placée dans l'ombre de la terre.

1247. DÉFINITION III. On nomme *cône ombreux* d'une planète , l'ombre que le disque de la planète , moindre que le disque du soleil , forme & traîne toujours derrière elle à l'opposite du soleil , en forme d'un cône dont la base est un cercle de la planète , & dont l'axe est une ligne droite qui enfile & le centre de la planète & le centre du soleil. L'axe du cône ombreux de la terre est toujours dans le plan de l'écliptique : l'axe du cône ombreux des autres planètes principales ou secondaires n'est dans le plan de l'écliptique , que lorsque le centre de ces planètes se trouve dans le plan de l'écliptique. (*fig. 20, 19.*)

Par exemple, AVB est le cône ombreux de la terre : LTH est le cône ombreux de la lune. Il est clair que ces deux cônes ombreux auront d'autant moins de longueur, que leur planète sera placée plus près du soleil ; & que le corps qui traversera ces cônes ombreux, essuiera une éclipse d'autant plus grande & plus longue, qu'il passera plus près & de l'axe & de la base du cône qui lui ravit la lumière du soleil.

1248. DÉFINITION IV. Les éclipses prennent différents noms, selon les différences qui les caractérisent :

I°. On nomme *éclipses centrales*, celles où le centre de l'astre éclipsé passe dans l'axe du cône ombreux : dans ce cas, le centre du soleil, du globe éclipsé, & du globe éclipsant, se trouvent dans une même ligne droite, au milieu de l'éclipse. Par exemple (*fig. 20*), l'éclipse de lune est centrale en L : de même (*fig. 19*), l'éclipse de soleil est centrale en N .

II°. Dans les éclipses de soleil, on nomme *éclipses annulaires*, celles où le milieu de cet astre est caché par la lune ; tandis qu'on voit paroître encore dans la circonférence de son disque, un anneau de lumière. Ces sortes d'éclipses ont lieu, quand la lune M se trouve apogée au tems où elle éclipse centralement le soleil.

III°. On nomme *éclipses totales*, celles où la lumière de l'astre éclipsé disparoît entièrement. Une éclipse de lune est totale (*fig. 20*), quand la lune, en L ou en P , est plongée toute entière dans le cône ombreux de la terre. Une éclipse de soleil est totale pour un lieu N (*fig. 19*), quand la lune LH cache totalement la vue du soleil à ce lieu. Si la lune est périgée & sans

latitude en LH, l'éclipse de soleil qu'elle occasionne, sera, & centrale, & totale, & avec demeure. Si la lune est apogée & sans latitude en M, cette éclipse sera centrale & annulaire.

IV°. On nomme *éclipses partiales*, celles où la lumière de l'astre éclipsé ne disparoît que dans une partie de son disque. Quand, dans une éclipse de lune, le disque visible de la lune est en partie dans le cône ombreux, & en partie hors du cône ombreux pendant tout le tems de l'éclipse; cette éclipse est partiale. Quand, dans une éclipse de soleil, la lune, en passant sur cet astre, ne cache toujours qu'une portion plus ou moins grande du disque solaire, cette éclipse est partiale.

1249. DÉFINITION V. On nomme *pénombre* dans les éclipses des planetes, une diminution plus ou moins grande de lumière dans leur disque éclairé; ou la partie de ce disque qui est hors de la lumière, & qui est en même tems privée d'une partie de la lumière solaire. Par exemple (*fig. 20*),

La lune en M n'est pas encore éclipsée : parce qu'elle est encore éclairée par une certaine portion de rayons solaires FAM. Mais elle est déjà dans la pénombre; parce que le globe terrestre T intercepte une grande portion des rayons solaires qui iroient l'éclairer. De même (*fig. 19*):

Quand le lieu N est totalement plongé dans l'ombre de la lune, les lieux voisins C & D sont dans la pénombre; parce qu'ils ne sont plus éclairés que par une portion plus ou moins grande du disque solaire. Dans une éclipse de soleil, les lieux qui sont dans la pénombre ne

voient qu'une portion du disque solaire.

1250. REMARQUE I. Dans une éclipse de soleil, la lune passe, d'occident en orient, devant le soleil; dans une éclipse de lune, la lune passe derrière la terre & dans le cône ombreux de la terre. Et comme la lune parcourt douze ou treize fois le zodiaque d'occident en orient, tandis que le soleil ne fait dans le même zodiaque qu'une seule révolution réelle ou apparente dans le même sens; c'est aussi dans ce sens, c'est-à-dire, d'occident en orient, que la lune gagne le soleil de vitesse: d'où il arrive que l'on voit toujours le soleil RSV commencer à s'éclipser par son bord occidental R; & la lune mn , par son bord oriental n . (fig. 19 & 20.)

I°. Dans chaque éclipse de soleil & de lune, ou de telle autre planète, on observe principalement trois choses; savoir, l'*immersion*, ou l'entrée de l'astre dans l'ombre; le *milieu de l'éclipse*; & l'*émersion*, ou la sortie de l'astre éclipse hors de l'ombre. Quand le soleil est éclipse, le cône ombreux LTH de la lune, paroît prolongé indéfiniment au-delà du soleil; & le soleil, observé d'un point N, semble entrer dans ce cône ombreux R T V par le côté R, pour en sortir ensuite par le côté V.

II°. Pour déterminer la grandeur d'une éclipse, on suppose divisé en douze parties égales, qu'on nomme *doigts écliptiques*, le diamètre de l'astre éclipse qui passe par le centre de l'ombre au milieu de l'éclipse: puis, en comptant combien de parties de ce diamètre sont couvertes par l'ombre, on dit que telle éclipse a été ou fera de 4, ou de 6, ou de 9, ou de 11 doigts; & ainsi du reste.

1251. REMARQUE II. Les *éclipses de soleil* ne sont point universelles, & ne commencent point à la même heure pour toutes les contrées où elles sont observées. Par exemple (*fig. 19*):

I°. L'éclipse de soleil RLTHV, que nous supposerons centrale & totale, commencera en C; passera de C en N, de N en D; & ira finir en D: mais elle finira en C, quand elle commencera plus loin en N ou en D.

II°. Cette éclipse ne sera point visible pour toute la terre, mais seulement sur une petite zone terrestre où se promènera le cône ombreux de la lune. Les contrées situées en-deçà ou en-delà de cette zone, que semble balayer le cône ombreux de la lune, resteront librement exposées aux rayons du soleil, & ne souffriront aucune éclipse.

1252. REMARQUE III. Les *éclipses de lune* au contraire sont universelles, commencent & finissent au même instant, pour toutes les contrées où le disque éclairé de la lune seroit visible, s'il n'y avoit point d'éclipse. (*fig. 20.*)

I°. Elles sont universelles, en ce sens qu'elles s'aperçoivent également & de la même manière, par-tout où le disque de la lune seroit vu, s'il n'étoit pas éclipsé par la terre. Par exemple, le commencement de l'éclipse en M, le milieu de l'éclipse en L, la fin de l'éclipse en N, sont vus indifféremment, & du point A, & du point D, & du point B, & de tous les points de la surface terrestre qui est tournée vers la lune éclipsée. Cette éclipse de lune est donc universelle pour tous les peuples qui habitent cette partie de la surface terrestre.

II°. Elles commencent & finissent au même

instant pour tous les peuples qui l'observent ; savoir, à l'instant où commence l'immersion M, & où finit l'émerfion N : puisque ces instants font ceux où la planete éclipsée entre dans le cône ombreux, & sort du cône ombreux AVB.

Cette identité de tems dans le commencement, dans le milieu, & dans la fin des éclipses de lune, sert à déterminer les longitudes terrestres ; ou à faire connoître de combien de degrés, de minutes, de secondes, un lieu est plus à l'orient que l'autre. Par exemple, supposons que ADB représente l'équateur ou un cercle parallele à l'équateur. L'immersion commence au même instant pour la ville *d* & pour la ville D. Supposons que cet instant de l'immersion soit minuit pour la ville D, & onze heures pour la ville *d*. Il est clair que la ville D est plus orientale que la ville *d* ; & que leur différence de longitude est l'arc que parcourt le soleil dans sa révolution diurne en une heure de tems, c'est-à-dire, un arc de 15 degrés : donc la ville *d* & la ville D different en longitude, de 15 degrés : donc l'arc terrestre *dD*, semblable à l'arc que parcourt ou semble parcourir le soleil dans le ciel en une heure de tems, est de 15 degrés : & ainsi du reste.

1253. REMARQUE IV. Si l'orbite de la lune, au lieu d'être inclinée d'environ 5 degrés sur le plan de l'écliptique, étoit couchée sur ce plan de l'écliptique & confondue avec lui ; chaque révolution synodique de la lune (1242) donneroit une éclipse de soleil dans la conjonction, & une éclipse de lune dans l'opposition (1234). Mais comme il n'y a jamais que deux points de cette orbite qui soient dans le plan de l'éclip-

tique ; & que ces deux points , qu'on nomme les nœuds de la lune ou de l'orbite lunaire , sont souvent très-éloignés des conjonctions & des oppositions ; il doit arriver très-souvent que dans les conjonctions & dans les oppositions de la lune avec le soleil , la lune écartée tantôt d'un degré , tantôt de deux , de trois , de quatre ou de cinq degrés du plan de l'écliptique , ne donne & ne souffre aucune éclipse. En général (*fig. 19, 20*) :

I°. Il y a *éclipse de soleil* , toutes les fois que la latitude de la lune en conjonction , est moindre que le demi-diametre apparent du soleil , plus le demi-diametre apparent de la lune. Et comme la somme de ces deux demi-diametres fait au plus 33 ou 34 minutes , & au moins 30 ou 31 minutes (1224) ; il n'y aura point d'éclipse de soleil , quand la lune en conjonction aura plus de 34 minutes de latitude. Il y aura toujours éclipse de soleil , quand la lune en conjonction aura moins de 30 minutes de latitude ; & cette éclipse de soleil sera d'autant plus grande , que la latitude actuelle de la lune approchera plus de zéro.

II°. Il y a *éclipse de lune* , toutes les fois que la latitude de la lune en opposition , est moindre que le demi-diametre apparent de la lune , plus le demi-diametre apparent de l'ombre terrestre , pris dans l'endroit où la lune traverse le cône ombreux.

1254. REMARQUE V. On conçoit , d'après tout ce que nous venons de dire , & sur la lune , & sur les éclipses , comment il est possible de calculer les éclipses de soleil & de lune à l'infini , soit pour le passé , soit pour l'avenir. Il

s'agit pour cela de combiner ensemble, le mouvement périodique de la lune autour de la terre & du zodiaque, le mouvement périodique & rétrograde des nœuds de la lune autour de l'écliptique, le mouvement périodique du soleil ou de la terre autour de la même écliptique.

Quand la lune & un de ses nœuds, vus de la terre, coïncident sur le lieu de l'écliptique où doit être le soleil; il doit y avoir pour ce tems, éclipse de soleil. Quand la lune & un de ses nœuds, vus de la terre, coïncident sur un point du ciel diamétralement opposé au lieu où doit être au même instant le soleil; il doit y avoir pour ce tems, éclipse de lune. En suivant, & en déterminant successivement la différente position des nœuds de la lune à l'égard de la lune & du soleil; on trouvera, soit pour le passé, soit pour l'avenir, toutes les positions possibles qui ont dû, ou qui devront donner éclipse plus ou moins grande de soleil ou de lune.

Comme le calcul des eclipses passées & futures est nécessairement très-difficile & très-complicqué; nous nous abstiendrons ici de le développer, nous contentant d'avoir fait entrevoir les principes d'où il doit dépendre. Les personnes qui voudront se donner la peine, ou le plaisir de ce calcul, pourront consulter l'astronomie des Cassini ou des de la Lande: elles y trouveront, non des méthodes aveugles & fautives, mais des méthodes scientifiques & aussi lumineuses que le souffre la difficulté de la matière.

ARTICLE TROISIEME.

THÉORIE DES LOIX DE KEPLER.

1255. OBSERVATION I. **A**VANT Kepler, on se bornoit à observer soigneusement les divers mouvements de chaque planete en particulier dans les différents points de son orbite; sans penser que ces mouvements fussent soumis à aucune loi commune, & que la connoissance de l'un pût mener à la connoissance de l'autre. Ce grand astronome, voyant que les planetes mettoient d'autant plus de tems à faire leur révolution autour du soleil, qu'elles en étoient plus éloignées; & s'étant bien assuré que la vitesse réelle d'une même planete, plus ou moins éloignée du soleil, de mars par exemple, croît de plus en plus depuis l'aphélie jusqu'au périhélie, décroît ensuite de moins en moins depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie; osa soupçonner que ce mouvement de chaque planete, dans les différents points de son orbite, devoit avoir *quelque rapport*, & avec la durée de sa révolution, & avec son éloignement du soleil. Il chercha donc ce double rapport; &, après mille & mille fausses suppositions, il trouva enfin la véritable; c'est-à-dire, qu'il découvrit le grand secret de la nature, ou les *deux loix générales* selon lesquelles tous les astres errants font leurs révolutions périodiques autour de leur centre de mouvement.

Ces deux loix, auxquelles la postérité a conservé le nom du grand homme qui les découvrit, constatées par les observations astronomiques, appuyées sur des principes physiques, suscep-

tibles de toute la rigueur des démonstrations & des calculs mathématiques, sont regardées par tous les astronomes, comme deux vérités fondamentales, comme deux axiomes qui doivent servir de base à toute la théorie astronomique. Avant de les exposer & de les développer, il est à propos de donner quelques définitions & quelques connoissances, d'où dépend nécessairement leur intelligibilité.

1256. OBSERVATION II. Il consiste par les observations astronomiques, qu'une même planète quelconque, mars par exemple, en faisant sa révolution périodique autour de son centre de mouvement, a une vitesse réelle d'autant plus grande, qu'elle est plus près de son centre de mouvement; d'autant plus petite, qu'elle est plus loin de son centre de mouvement. Par exemple (*fig. 23*):

La planète quelconque T, en faisant sa révolution périodique autour de son centre de mouvement S, a sa plus petite vitesse réelle en T; & cette vitesse augmente successivement & continuellement de T en A, de A en B, de B en C, de C en D, de D en E, où elle est dans son plus grand point d'accroissement. Ensuite, depuis le point E, cette vitesse diminue successivement & continuellement dans la même proportion, de E en F, de F en G, de G en H, de H en I, de I en T, où la vitesse cesse de diminuer pour recommencer à croître.

1^o. Comme la planète, principale ou secondaire, dans les différents points de son orbite, se trouve toujours à l'extrémité d'un rayon plus ou moins long, qui semble la porter & qui aboutit à son centre de mouvement; on nomme ces

différents rayons $ST, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI$, rayons vecteurs.

II°. Comme la planete, en passant du point T à un autre point A de son orbite, semble toujours portée par son rayon; ce rayon, tantôt croissant & tantôt décroissant, étant supposé laisser des traces de lui-même dans tous les points où il passe, forme un triangle mixtiligne $TSAT$. L'espace renfermé entre deux rayons vecteurs & l'arc qu'ils interceptent dans l'orbite de la planete, se nomme *aire du triangle*. L'espace $TSAT$ est l'aire d'un triangle : l'espace $DSED$ est l'aire d'un autre triangle.

1257. OBSERVATION III. Il est clair que la planete, principale ou secondaire T , ne peut décrire une courbe rentrante sur elle-même autour de son centre de mouvement S , sans avoir dans chaque point de son orbite, une force TM dans la direction de la tangente, & une autre force TN dans la direction du rayon. Si la planete en T n'avoit que la force TM , elle se mouvroit à l'infini dans la direction TM prolongée, sans se détourner vers les points A & B . Si la même planete en T n'avoit que la force TN , elle tendroit uniquement vers le centre de son mouvement S , sans s'écarter vers les points A & B . En vertu de ces deux forces conspirantes TM & TN , la planete parcourt à chaque instant dans un point quelconque de son orbite, la petite diagonale TA d'un petit parallélogramme formé sur la direction & sur la proportion actuelle de ces deux forces, comme nous l'avons déjà expliqué ailleurs. (362.)

I°. La force TM , en vertu de laquelle la planete en un point quelconque T de sa courbe,

tend à s'enfuir par la tangente, se nomme *force projectile*.

II°. La force TN , par laquelle la planete en un point quelconque T de sa courbe, tend vers le centre S de son mouvement, se nomme *force centrale*, ou *force centripete*.

III°. La force par laquelle la planete, en un point quelconque T de sa courbe, tend à s'éloigner de son centre de mouvement, se nomme *force centrifuge*. On va voir quelle différence il y a entre la force projectile & la force centrifuge.

1258. ASSERTION I. *La force centrifuge naît de la force projectile, mais elle n'est pas la même chose que la force projectile. (fig. 24.)*

EXPLICATION. Soit AB la force projectile de la planete A pour un jour, ou la quantité d'espace qu'elle parcourroit en un jour par la tangente à sa courbe, si elle n'étoit détournée de cette direction par aucune force centrale. La planete A , en vertu de son mouvement projectile AB , iroit en un jour de A en B , & s'éloigneroit de son centre C , de la quantité DB : cette quantité DB exprime la valeur de la *force centrifuge*, née de la force projectile AB , mais moindre que cette force projectile qui n'est pas employée toute entiere à éloigner le mobile A de son centre C .

I°. Un mobile qui décrit un cercle autour de son centre de mouvement, est par-tout à égale distance de ce centre de mouvement: donc dans un mobile qui décrit un cercle, la force centrifuge est constamment & persévéramment égale à la force centripete; puisque si l'une de ces

deux forces opposées prévaloit sur l'autre, le mobile s'approcheroit ou s'éloigneroit de son centre de mouvement.

Le mobile A, livré à la force projectile AB, ne peut aller en D, toujours à égale distance de son centre de mouvement C, sans avoir sur chaque point de sa courbe, une force centripete AX, précisément égale à la force centrifuge DB. Autant que la force DB tend à éloigner le mobile de son centre; autant précisément la force égale & opposée AX tend à l'en rapprocher; & l'égalité de distance au centre subsiste.

II°. Un mobile qui décrit une ellipse Am ou An autour de son centre de mouvement, s'approche ou s'éloigne successivement de ce centre de mouvement: donc *dans un mobile qui décrit une ellipse, la force centrifuge est tantôt plus grande & tantôt plus petite que la force centripete.*

Quand le mobile va de A en n, il s'éloigne de son centre de mouvement, de la quantité Dn: donc la force centrifuge l'emporte sur la force centripete, d'une quantité égale à Dn. Quand le mobile va de A en m, il s'approche de son centre de mouvement de la quantité Dm: donc la force centripete l'emporte sur la force centrifuge, d'une quantité égale à Dm.

III°. Nous ferons voir ailleurs que ces deux forces variables croissent & décroissent selon différentes proportions; que la *force centripete* est toujours en raison inverse des quarrés des distances (1273); & que la *force centrifuge* est toujours en raison inverse des cubes des distances (1298). Par exemple,

Si on compare la *force centripete* d'un mobile

en A , à la force centripete du même mobile en m ; cette force est en A , comme le quarré de la distance mC ; & en m , comme le quarré de la distance AC . Si on compare ensuite la *force centrifuge* du même mobile en A , à la force centrifuge du même mobile en m ; cette force fera en A , comme le cube de la distance où du rayon vecteur mC ; & en m , comme le cube du rayon vecteur AC . Dans le cercle, ou les distances, mesurées par les rayons vecteurs AC & DC , sont toujours égales; la force centrifuge & la force centripete une fois égales, restent toujours égales.

1259. ASSERTION II. *La planete A, livrée à la force projectile AB & à la force centrale AX, soit qu'elle décrive un cercle, soit qu'elle décrive une ellipse, reste toujours dans un plan formé sur les deux directions de la force projectile & de la force centrale; & ce plan passe par le centre C de mouvement. (fig. 24.)*

EXPLICATION. La raison en est, que la force projectile & la force centrale, égales ou inégales, qui voiturent la planete dans son orbite, n'ont aucune impulsion qui tende hors d'un plan qui passeroit par leurs deux directions. La planete, livrée à ces deux forces, dont l'une se convertit en partie en force centrifuge, n'a donc rien qui puisse la porter hors de ce plan: elle doit par conséquent rester toujours dans ce plan, plus ou moins loin de son centre de mouvement.

I°. Si la planete A existoit seule dans la nature plus ou moins loin du soleil, sa courbe, vue du centre du soleil, répondroit éternellement

aux mêmes points du ciel MNOP, pendant chaque révolution: elle feroit toujours dans un même plan indéfini, qui passeroit par le centre du soleil C, & par les points FAB *n* D *m*.

II°. Mais si la même planète A est alternativement attirée vers le nord ou vers le midi par d'autres planetes ou cometes; elle pourra sortir de son plan primitif, tantôt s'éloignant & tantôt se rapprochant de son plan primitif. Delà résultera une courbe variable & plus ou moins irrégulière.

III°. Mais comme l'action attractive qu'ont les planetes les unes sur les autres, est très-peu considérable en comparaison de l'action attractive immensément plus grande du soleil (1445); il s'ensuit que chaque planète principale, aussi bien que chaque comete, doit rester sensiblement dans le même plan primitif, ou ne s'en écarter que d'une quantité comme infiniment petite qui ne pourra point être apperçue: delà l'immobilité sensible de leurs plans, & l'inclinaison fixe & constante de leurs orbites sur le plan de l'écliptique. (1180.)

P R E M I E R E L O I.

1260. *Les aires des triangles que décrivent les rayons vecteurs d'une même planète, pendant sa révolution périodique autour de son centre de mouvement, sont proportionnelles aux tems employés à les parcourir. (fig. 23.)*

EXPLICATION. Cette loi signifie que, quoiqu'une planète ait tantôt plus & tantôt moins de vitesse dans son orbite, & que les arcs que décrit ou parcourt son centre dans un tems

donné, soient tantôt plus & tantôt moins grands; les aires des triangles que décrivent ses rayons vecteurs, sont toujours comme les tems employés à les parcourir; égales dans des tems égaux, doubles dans un tems double, quadruples dans un tems quadruple; & ainsi du reste. Par exemple,

Supposons que la courbe TCEGT, représente l'orbite que décrit autour du soleil le centre de jupiter en douze ans: l'aire TSAT, parcourue dans la premiere année, fera égale à l'aire ASBA, parcourue dans la seconde année: l'aire BSDCB, parcourue en deux ans, fera précisément double de chacune des deux précédentes: l'aire DSED, parcourue en un an, fera précisément la moitié de la précédente. Ce que nous disons ici des aires parcourues en une année, on peut le dire de même des aires parcourues en un mois, en un jour, en une heure, en une minute, en une seconde: la grandeur des aires est toujours & par-tout proportionnelle à la grandeur des tems. De sorte qu'en connoissant la durée de la révolution périodique d'une planete, & la grandeur de l'aire qu'elle parcourt en un tems déterminé; on connoît la grandeur entiere de toute son aire, ou de l'espace renfermé dans toute son orbite.

Selon cette loi, les deux triangles mixtilignes TSAT, ASBA, que nous supposerons parcourus en tems égaux, sont égaux entre eux en surface; & cependant l'arc TA du premier est plus petit que l'arc AB du second: parce que la vîtesse de la planete est plus petite en TA, qu'en AB. Il faut donc, pour que l'égalité de surface subsiste entre ces deux triangles, que l'un gagne par

l'aggrandissement de son arc, autant qu'il perd par la diminution de ses côtés ; & que la planète s'approche d'autant plus de son centre, qu'elle acquiert plus de vitesse, & qu'elle parcourt un plus grand arc dans un même tems.

Telle est la première des deux fameuses loix de Kepler ; loi constatée par l'expérience, & que tous les astronomes reconnoissent unanimement avoir lieu, non seulement dans les mouvements des planètes & des comètes autour du soleil, mais encore dans les mouvements des planètes secondaires autour de leur planète principale, par exemple, de la lune autour de la terre.

Cette première loi de Kepler est le fondement inébranlable de toute la théorie de Newton sur l'attraction. Ce grand géometre, après avoir démontré par la voie des observations que la pesanteur des corps étoit toujours en raison inverse des quarrés de leurs distances, fit voir par un enchaînement de démonstrations géométriques, également lumineuses & profondes, que cette première loi de Kepler ne pouvoit avoir lieu, sans que la *force centrale* d'une même planète ou comète quelconque augmentât & diminuât alternativement en raison inverse des quarrés des distances ; sans que la *force centrifuge* de la même planète ou comète augmentât ou diminuât alternativement en raison inverse des cubes des distances, ou des cubes de ses différents rayons vecteurs, tantôt plus & tantôt moins longs : de sorte que la théorie géométrique de Newton sur le mouvement des planètes & des comètes autour de leur centre de mouvement, n'est qu'une dépendance ou un

corollaire d'une loi que l'expérience & l'observation avoient fait connoître ; & que cette loi , manifestée par l'expérience & par les observations astronomiques , n'est qu'une conséquence nécessaire de la théorie du mouvement , tel que nos yeux nous le montrent dans les astres errants. Quel triomphe pour Kepler , s'il avoit pu découvrir ou prévoir que ses observations n'étoient qu'une dépendance des principes géométriques & des causes physiques !

S E C O N D E L O I .

1261. *Les planetes principales , placées à différentes distances du soleil , font chacune leur révolution périodique autour de cet astre , centre commun de leur mouvement ; en telle sorte que les quarrés de leurs tems périodiques sont entre eux , comme les cubes de leurs distances , lesquelles seront exprimées par les racines cubiques de ces cubes. $tt : TT :: d^3 . D^3$.*

EXPLICATION. Kepler , après avoir déterminé la durée précise de la révolution de chaque planète principale , après avoir cherché par le moyen de la parallaxe la distance moyenne des différentes planetes au soleil , découvrit qu'il y avoit un rapport général & constant entre la durée des révolutions & la distance moyenne des différentes planetes ; & ce rapport est celui qu'énonce cette seconde loi : loi célèbre & fondamentale , qui constatée , ainsi que la précédente , & par les observations astronomiques & par des démonstrations géométriques , soumet à la lumière & à la précision du calcul , tous les mouvements des planetes & des cometes dont on connoît les tems périodiques.

Soit que l'on compare les tems périodiques connus, aux distances moyennes, dont l'une seroit inconnue; soit que l'on compare les distances moyennes connues, aux tems périodiques dont l'un seroit inconnu; on trouve toujours la quantité inconnue, par le moyen d'une simple regle de trois, en prenant pour un des termes de la proportion, la distance moyenne de la terre, qui est la plus facile à connoître & la mieux connue de toutes (1221), en cette maniere: le quarré du tems périodique de la terre, est au quarré du tems périodique de sature, par exemple; comme le cube de la distance moyenne de la terre, est à x qui sera le cube de la distance moyenne de sature. Les trois premiers termes connus font trouver aisément le quatrieme, dont il faudra extraire la racine cubique; & cette racine cubique exprimera la distance moyenne de sature, qu'on cherchoit. On trouvera dans nos éléments de mathématique, une méthode facile pour extraire, & les racines cubiques, & les racines quarrées d'un nombre quelconque. (*Math.* 129, 145.)

Cette seconde loi de Kepler s'observe & se vérifie dans toutes les planetes principales, pendant leur révolution périodique autour du soleil; comme on peut aisément s'en convaincre, en l'appliquant successivement aux différentes planetes dont le tems périodique & la distance moyenne étoient connus antécédemment à cette loi. Depuis qu'on a analysé & développé cette loi, & qu'on a reconnu qu'elle convient généralement à tout corps qui décrit autour d'un centre une courbe rentrante sur elle-même; on l'a appliquée aussi aux cometes, qui décrivent

des ellipses immensément excentriques autour du soleil ; & aux planetes secondaires , qui décrivent des ellipses plus ou moins excentriques autour de leur planete principale ; & les observations ont démontré que la théorie étoit exacte , que l'application étoit juste , & que cette loi avoit lieu non-seulement à l'égard des planetes principales , mais encore à l'égard des cometes , & à l'égard des différents satellites d'une même planete.

1262. COROLLAIRE. *Dans les révolutions des planetes & des cometes autour du soleil , les tems périodiques sont entre eux , comme les racines quarrées des cubes des distances moyennes ; & les distances moyennes sont entre elles , comme les racines cubiques des quarrés des tems périodiques.*

DÉMONSTRATION. On fait que toute grandeur mathématique peut être considérée , ou comme une racine , qui n'est produite par rien ; ou comme un quarré , qui est produit par sa racine quarrée ; ou comme un cube , qui est produit par sa racine cubique : ainsi tt , par exemple , peut être considéré , ou comme une racine ; ou comme un quarré , dont la racine est t ; ou comme un cube , dont la racine x , multipliée par elle-même , & multipliant son produit , donneroit une grandeur égale à tt .

On fait aussi que toute proportion géométrique donne toujours un rapport permanent entre les racines $a . b :: c . d$; entre les quarrés $aa . bb :: cc . dd$; & entre les cubes $aaa . bbb :: ccc . ddd$; & réciproquement (*Math.* 225, 228). Ainsi ,

1°. Puisque selon la loi précédente , $tt = d^3$; en divisant ces deux grandeurs égales , que nous considérerons ici comme deux quarrés , par la

grandeur qui les produit & qui est leur racine quarrée, on aura \sqrt{tt} ou $t = \sqrt{d^3}$: donc puisqu'on a $tt : TT :: d^3 : D^3$; on aura $t : T :: \sqrt{d^3} : \sqrt{D^3}$. Donc les tems périodiques sont entre eux, comme les racines quarrées des cubes des distances.

Cette regle induit quelquefois en erreur les commençants, qui s'imaginent que les racines quarrées des cubes des distances sont les distances elles-mêmes. Ils se trompent : ces racines sont des quantités proportionnelles qu'il faut élever à leurs quarrés, pour en extraire les racines cubiques, lesquelles exprimeront les distances respectives. Par exemple, dans cette proportion, le tems périodique de la terre 1, est au tems périodique de mars 2; comme 1000000, racine quarrée du cube de 10000 distance moyenne de la terre, est à x ou à 2000000, qui sera la racine quarrée du cube de la distance moyenne de mars. Elevez ces deux racines 1000000 & 2000000 à leurs quarrés : vous aurez les cubes des deux distances moyennes. Extrayez la racine cubique des 2 cubes 1000000000000 & 40000000000000 : ces deux racines cubiques 10000 & 15874 environ, exprimeront en moyens diametres de la terre, les distances moyennes de la terre & de mars au soleil.

Mais la distance moyenne de mars, 15874, est un peu trop grande : parce qu'on a supposé son tems périodique égal à deux ans, quoiqu'il ne soit pas même de 23 mois : le nombre 2, trop grand, a donné, & une racine quarrée, & un cube trop grands. En prenant le tems de la terre & de mars en heures, on trouvera par la même méthode, la distance moyenne de mars, juste & précise. (1186.)

II°. Puisque selon la loi précédente $tt = d^3$; en considérant ces deux grandeurs égales comme deux cubes, on verra que la racine cubique de la première est nécessairement égale à la racine cubique de la seconde, laquelle exprime une distance. Donc, en réduisant ces deux cubes égaux à leur racine cubique, on aura $\sqrt[3]{d^3}$ ou $d = \sqrt[3]{tt}$: donc puisque $tt : TT :: d^3 : D^3$, on aura $d : D :: \sqrt[3]{tt} : \sqrt[3]{TT}$. Donc les distances moyennes sont entre elles, comme les racines cubiques des quarrés des tems périodiques.

Donc, par exemple, la distance moyenne de la terre 10000, est à la distance moyenne de saturne x ; comme la racine cubique du quarré du tems périodique de la terre, est à la racine cubique du quarré du tems périodique de saturne.

1263. PROBLÈME. *Étant donnés le tems périodique de la terre, la distance moyenne de la terre au soleil, le tems périodique d'une planete ou comete quelconque; trouver la distance moyenne de cette planete ou comete.*

SOLUTION. On peut résoudre ce problème indifféremment, ou par le rapport du quarré des tems aux cubes des distances, ou par le rapport des tems aux racines quarrées des cubes des distances, ou par le rapport des distances aux racines cubiques des quarrés des tems. Nous allons donner un exemple relatif à chacun de ces rapports: le premier & le dernier nous paroissent plus simples ou moins embarrassants que le second.

I°. PREMIER RAPPORT. Les tems périodiques étant donnés, ou en années, ou en jours, ou en

heures, ou en minutes, selon qu'on voudra avoir plus de précision; on élèvera séparément chacun des tems donnés, à son quarré. On prendra ensuite la distance moyenne de la terre, ou en parties proportionnelles 10000, qui expriment chacune environ un moyen diametre de la terre (1187); ou en parties absolues 30000000, qui répondent chacune à environ une lieue (1221). Enfin, d'après la seconde loi de Kepler, on fera la proportion suivante: le quarré du tems périodique de la terre, est au quarré du tems périodique de telle planete ou comete; comme le cube de la distance moyenne de la terre, est à x , qui fera le quatrieme terme dont la racine cubique exprimera la distance cherchée.

Par exemple, soit le tems périodique de la terre en heures 8766, dont le quarré est 76842756; le tems périodique de mercure en heures 2111, dont le quarré est 4456321; la distance moyenne de la terre 10000 parties ou moyens diametres terrestres, dont le cube est 1000000000000: on aura les trois premiers termes de la proportion suivante, 76842756. 4456321 :: 1000000000000. x . Divisez le produit des deux moyens par le premier extrême: vous aurez pour quotient 57992698534, qui fera le quatrieme terme de la proportion, ou le cube de la moyenne distance de mercure. Extraitez la racine cubique de ce quatrieme terme: vous trouverez pour racine cubique le nombre 3872, qui exprimera en parties proportionnelles ou en moyens diametres de la terre, la moyenne distance de mercure au soleil. (1186.)

Par exemple encore, soit le tems périodique de la terre, égal à 1 an; le tems périodique de

la comète de 1759, égal à 76 ans, dont le quarré est 5776 : vous aurez de même la proportion suivante; $1 . 5776 :: 1000000000000 . x$. Le quatrieme terme 5776000000000000 est le cube de la distance moyenne de cette comete; & la racine cubique de ce quatrieme terme, racine égale à 179420 moyens diametres de la terre, exprimera la distance moyenne de cette comete au soleil.

II°. SECOND RAPPORT. En prenant le rapport des tems périodiques aux racines quarrées des cubes des distances, on aura cette proportion: le tems périodique de la terre, est au tems périodique de telle planete ou comete; comme la racine quarrée du cube de la moyenne distance de la terre, est à un quatrieme terme qu'il faudra élever à son quarré pour en extraire la racine cubique, qui exprimera la distance cherchée. Par exemple, soit en nombre ronds le tems périodique de la terre 1 an; le tems périodique de sature 30 ans; la racine quarrée du cube de la moyenne distance de la terre 1000000: on aura cette proportion; $1 . 30 :: 1000000 . x$. Elevez le quatrieme terme à son quarré, & extrayez la racine cubique de ce quarré: vous aurez en parties proportionnelles, ou en moyens diametres de la terre, la distance moyenne de sature. Mais pour avoir avec plus de précision cette distance moyenne de sature, il faut exprimer les deux tems périodiques en jours ou en heures: parce que le tems périodique de sature n'est pas tout-à-fait 30 fois plus grand que celui de la terre.

III°. TROISIEME RAPPORT. En prenant le rapport des distances moyennes aux racines cubiques

cubiques des quarrés des tems périodiques, on aura encore la proportion fuivante : la distance moyenne de la terre, est à la distance moyenne de telle planete ou comete; comme la racine cubique du quarré du tems périodique de la terre, est à la racine cubique du quarré du tems périodique de telle planete ou comete. Par exemple, les quarrés des tems périodiques de la terre & de mercure étant donnés en heures, comme nous venons de les marquer, on aura :
 $10000 . x :: \sqrt[3]{76842756} . \sqrt[3]{4456321}$. Ex-
 trayez les racines cubiques des quarrés des tems périodiques : ces deux racines seront 425 & 164. Substituez ces deux racines à leurs nombres respectifs dans la proportion précédente, & vous aurez : $10000 . x :: 425 . 164$. En divi-
 fant le produit des deux extrêmes par le moyen connu, vous aurez le quatrieme terme qui exprimera la distance moyenne de mercure.

Quand, en extrayant les racines cubiques des quarrés des tems périodiques, on a dans les deux nombres, des restes proportionnellement trop iné-
 gaux; il faut ajouter à chacun des quarrés des tems, trois ou six ou neuf zéros, & extraire la racine cubique de ces nombres ainsi augmentés proportionnellement (*Math.* 135). Par exemple, dans le cas présent où la racine cubique 164 a un trop grand reste; en ajoutant trois zéros aux quarrés des tems de la terre & de mercure, on aura respectivement pour racines cubiques 4251 & 1646; & la proportion $10000 . x :: 4251 . 1646$, donnera assez exactement la vraie distance de mercure 3872.

1264. REMARQUE. Comme cette seconde loi

de Kepler a lieu à l'égard de tous les corps qui décrivent une courbe rentrante sur elle-même autour d'un même centre de mouvement ; étant donnés la distance moyenne d'un satellite à sa planète, le tems périodique de ce satellite A, le tems périodique d'un autre satellite B, on trouvera de même la distance moyenne du satellite B, qu'on suppose inconnue, en faisant l'une des trois proportions précédentes ; par exemple, le quarré du tems périodique du satellite A, est au quarré du tems périodique du satellite B, comme le cube de la distance du premier, est au cube de la distance inconnue du second. Nous avons fait voir ailleurs comment on peut trouver la distance d'un satellite à sa planète. (1226.)

Il n'a manqué à la gloire de Kepler, en découvrant ces deux fameuses loix de la nature, que de démontrer qu'elles découloient de la théorie du mouvement & de la théorie de la pesanteur des corps. Ce qu'il ne fit pas, plusieurs géometres l'ont fait, d'après le grand Newton. Nous nous bornerons ici à poser les principes les plus lumineux & les plus sensibles de cette théorie.

PARAGRAPHE PREMIER.

THÉORIE DE LA PREMIERE LOI.

1265. THÉORÈME I. *Un corps qui se meut dans une courbe, est persévérément animé de deux forces ; l'une projectile & dans la direction de la tangente, l'autre centrale & dans la direction du rayon. (fig. 23.)*

DÉMONSTRATION. I°. Comme les corps sont indifférents par leur nature au mouvement & au repos; il est clair que si le corps T tend du point T au point A, il faut qu'il ait eu une impulsion ou l'équivalent d'une impulsion, capable de le tirer du point T, où par lui-même il resteroit éternellement en repos.

II°. Comme un corps ne peut se mouvoir dans une courbe, sans passer d'un point T de cette courbe au point suivant & contigu, & que deux points contigus d'une courbe forment nécessairement une ligne droite; il est clair que tout corps qui se meut dans une courbe, a un mouvement qui commence à chaque instant en ligne droite, dans la direction AM.

III°. Comme le mouvement tend par sa nature à suivre sa direction primitive en ligne droite; il est clair que le mouvement qui s'effectue en ligne courbe, exige une force permanente, qui détourne à chaque instant le mobile de la ligne droite que forment nécessairement deux points contigus, pour le faire passer à un troisième point qui ne sera plus dans la direction des deux précédents. (308.)

IV°. Il faut donc que le mobile T, qui se porte de T en A, ait une force projectile TM dans la direction de la tangente, & une force centrale TN dans la direction du rayon; & que ces deux forces subsistent & se contre-balancent persévéramment dans le centre du mobile sur chaque point TCEGT de sa courbe, & pendant toute la durée de sa révolution: soit que ces deux forces demeurent toujours constantes, soit qu'elles aient des variations dans leur intensité ou dans leur grandeur absolue. C. Q. F. D.

1266. THÉORÈME II. *Un corps livré à deux forces, l'une projectile & l'autre centrale, doit décrire une courbe concave, dont le plan passera par le centre de mouvement. (fig. 23.)*

DÉMONSTRATION. I°. Selon la théorie du mouvement composé (345), tout mobile livré à deux forces conspirantes doit décrire la diagonale d'un parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion des deux forces conspirantes. Donc le mobile T, tendant à s'enfuir par la tangente TM, & attiré vers S par une force centrale TN, doit décrire dans un tems infiniment court, la diagonale TA du parallélogramme TNAM. Donc le même mobile, sur un point quelconque de sa courbe, livré aux deux mêmes forces, doit décrire la diagonale d'un semblable parallélogramme, comme nous l'avons déjà fait voir ailleurs (361, 362). Or il est clair que la somme de toutes ces diagonales infiniment petites, forme une courbe continue, dont la concavité est dirigée vers le centre de mouvement S.

II°. Le plan de cette courbe passera par le centre de mouvement S. Car quelle que soit la direction de la force projectile TM, soit qu'elle tende plus ou moins vers le nord, soit qu'elle tende plus ou moins vers le midi ou vers tel autre point quelconque; il est clair que du centre de mouvement S, on peut faire passer un plan par cette direction TM; & que la force centripète TN du mobile, fera toujours dans ce plan. Donc le mobile T se trouvera toujours dans ce plan; puisque le mobile n'a aucune force qui le porte hors de ce plan: donc la courbe plus

ou moins infléchie, qui fera décrite par le centre du mobile, fera toujours dans un plan qui passe par le centre de mouvement, où tend toujours l'impulsion de la force centrale. C. Q. F. D.

1267. REMARQUE. Avant de développer les effets que doivent produire la *force projectile* & la *force centrale* par leur action combinée sur le mobile; il est nécessaire d'observer & de connoître quelles variations souffrent ces deux forces dans les différentes positions qu'elles donnent au mobile, en le voiturant dans sa courbe plus ou moins loin du centre de mouvement. Tels sont les deux objets que nous allons tâcher de mettre à la portée de tout lecteur qui possède les plus simples éléments de la géométrie & de la physique.

VARIATIONS DANS LA FORCE CENTRALE.

1268. OBSERVATION. On a su de tout tems, que les corps terrestres ont une *pesanteur*, & que cette pesanteur tend par-tout vers le centre de la terre. Mais il n'y a pas encore un siecle, qu'on fait que cette pesanteur est *variable*; & qu'un même corps pese moins sous l'équateur qu'en France, moins en France que sous le cercle polaire. (251, 1417.)

Cette découverte, qui fut faite en 1672, & qui a été confirmée & constatée depuis lors par une infinité d'expériences & d'observations toutes d'accord les unes avec les autres, apprit au monde surpris & étonné, que la pesanteur absolue d'un même corps quelconque, alloit en décroissant depuis l'équateur jusqu'aux poles; mais elle ne lui apprenoit pas selon quelle pro-

portion se faisoit cette diminution de pesanteur.

Dans un tems où l'on ignoroit encore si la terre étoit sphérique, ou si elle étoit alongée ou aplatie vers les poles, Newton découvrit & démontra que la pesanteur absolue d'un même corps qui gravite vers le centre de la terre, est d'autant plus petite, que ce corps est plus loin du centre de la terre; d'autant plus grande, que ce corps est plus près du centre de la terre; & que cette pesanteur absolue d'un même corps est toujours & par-tout en raison inverse du quarré de ses distances au centre de la terre. Il résultoit de cette théorie de Newton sur la pesanteur, que la terre devoit être aplatie vers les poles, où les corps pesent plus; & alongée ou renflée vers l'équateur, où les corps pesent moins: les observations & les découvertes de ce siecle ont démontré que cette conséquence étoit vraie (1373); & que la théorie d'où elle découle, étoit la théorie même de la nature.

Pour décider si la pesanteur des corps étoit variable à différentes distances de leur centre, Newton entreprit de *peser la lune*, ou de comparer la pesanteur qu'a la lune dans son orbite, avec la pesanteur qu'auroit la lune sur la surface de la terre; & il trouva que la lune, éloignée du centre de la terre d'environ 60 demi-diametres terrestres, pese environ 3600 fois moins, qu'elle ne peseroit sur la surface de la terre, où elle ne seroit éloignée du centre de sa pesanteur que d'un demi-diametre terrestre; ou que la pesanteur de la lune à la distance de 60 rayons terrestres, est à la pesanteur qu'auroit la lune à la distance d'un seul rayon; comme le quarré de 1 = 1, est au quarré de 60 = 3600.

Nous allons faire voir comment Newton s'y prit pour découvrir & pour démontrer cette loi fondamentale de la pesanteur & de l'attraction des corps : mais nous aurons soin de dépouiller ses idées de cette trop sublime profondeur, qui les mettroit au-dessus de la portée du commun des lecteurs.

1269. LEMME. *Le sinus verse d'un arc infiniment petit, est égal au quarré de cet arc divisé par le diamètre du cercle. (fig. 27.)*

DÉMONSTRATION. Soit ACB un angle à la circonférence, formé par le diamètre & par une corde, & mesuré par l'infiniment petit arc AB. Il est clair que BS fera le sinus droit, que SA fera le sinus verse de cet arc (*Math.* 635). Il s'agit de faire voir que ce sinus verse SA est égal à $\frac{AB^2}{AC}$.

I°. L'arc AB étant supposé infiniment petit ; il est clair que cet arc ne diffère point ou ne diffère qu'infiniment peu de la ligne droite : la ligne AB peut donc être considérée comme une ligne droite, & le triangle ABCA, comme un triangle rectiligne inscrit au cercle. Ce triangle est rectangle en B : puisque l'angle ABC est appuyé sur le diamètre AC, & qu'il a pour mesure la moitié de la circonférence. (*Math.* 368.)

II°. Le triangle ABCA étant rectangle en B, la ligne ou le sinus BS est une perpendiculaire menée de l'angle droit sur l'hypothénuse AC. On a donc ici deux triangles rectangles, savoir, ABC rectangle en B ; & ABS rectangle en S. Or par la propriété fondamentale du triangle rectangle (*Math.* 516), on a cette proportion : le petit

côté SA du petit triangle, est à son hypothénuse AB; comme le petit côté AB du grand triangle, est à son hypothénuse AC; ou plus simplement $SA . AB :: AB . AC$. D'où il résulte que $SA = \frac{AB^2}{AC}$; ou que le sinus verse SA est égal au quarré de l'arc AB divisé par le diametre AC du cercle. C. Q. F. D.

1270. COROLLAIRE. *Ce même sinus verse, est proportionnel au même quarré de l'arc divisé par le rayon AT: puisque le rayon est la moitié du diametre, & qu'une même grandeur AB^2 , divisée par un tout & par une moitié, donne deux quotients évidemment proportionnels.*

1271. REMARQUE. Cette propriété ne se borne pas uniquement au cercle: elle convient également à toute courbe telle que par les points A & B on puisse faire passer un cercle de même courbure. Car alors l'arc AB appartiendra tout entier à ces deux courbes; & la valeur de AB restera la même. Mais alors AC fera le diametre du cercle, & non le diametre de la courbe décrite par le mobile. Plus l'arc AB de l'orbite décrite par le mobile aura de courbure, moins le diametre AC du cercle qui passera par les deux mêmes points, aura de longueur: moins l'arc AB, aura de courbure, plus le diametre AC du cercle qui passera par les deux mêmes points, aura de longueur.

Dans les deux propositions suivantes, nous supposerons que l'arc AB est pris dans les moyennes distances du mobile; c'est-à-dire, dans une portion de la courbe elliptique, où le rayon de la courbe est à peu près égal au rayon du cercle dont nous parlons, en telle sorte qu'on puisse

prendre indifféremment pour diviseur du quarré de l'arc AB commun à l'ellipse & au cercle, ou le diametre du cercle, ou le diametre de la courbe elliptique que décrit le mobile.

P R O P O S I T I O N I.

1272. *La pesanteur qu'a la lune dans son orbite à la distance de 60 rayons terrestres du centre de la terre, est à la pesanteur qu'auroit la lune sur la surface terrestre à la distance d'un rayon du centre de la terre; comme le quarré de la dernière distance, est au quarré de la première; ou comme le quarré de 1 = 1, est au quarré de 60 = 3600.*

DÉMONSTRATION. Il est clair que tout corps qui décrit une courbe, fait effort à tout moment pour s'échapper par la tangente à cette courbe (1257): il faut donc que ce corps soit persévérément animé d'une tendance vers son centre, ou d'une force centrale, qui le détourne plus ou moins de la tangente à chaque instant. Il est clair que la lune décrit une courbe autour de la terre; & que la force centrale qui produit cette courbe dans le mouvement de la lune, n'est autre chose que la tendance ou la gravitation ou la pesanteur de la lune vers le centre de la terre: comme la force centrale qui détourne à chaque instant une bombe ou un boulet de canon ou tel autre mobile quelconque de la direction horifontale, n'est autre chose que leur tendance ou leur gravitation ou leur pesanteur vers le centre de la terre. Il s'agit donc ici uniquement de faire voir que la force qui infléchit à chaque instant le mouvement projectile de la lune dans son orbite, est 3600 fois

moindre qu'elle ne feroit sur la surface ou près de la surface de la terre. (*fig. 27.*)

I°. La *force centrale* ou la pesanteur de la lune dans son orbite MAN, est exprimée par le *sinus versé* de l'arc AB qu'elle décrit dans un tems donné, par exemple, dans une minute: puisque ce sinus versé SA représente de combien la lune s'éloigne de la tangente AV, pendant le tems employé à parcourir l'arc AB, ou de combien la lune s'approcheroit du centre T de la terre, pendant le même tems, en tombant librement le long de son rayon vecteur TA. Car il conște par l'expérience, & tout le monde fait, que la quantité de chute est la même, soit qu'un corps tombe perpendiculairement ou par le rayon; soit qu'il tombe par la ligne circulaire, ou elliptique, ou parabolique. Par exemple, un boulet de canon qui dans une seconde parcourt quinze pieds en tombant verticalement en vertu de sa seule pesanteur, tombe dans le même tems de quinze pieds en vertu de cette même pesanteur, étant lancé dans une direction parallèle ou oblique à l'horison. D'où il résulte qu'en connoissant la valeur du sinus versé de l'arc que parcourt la lune dans un tems déterminé, on connoitra la quantité de pesanteur qu'a la lune dans son orbite; & qu'en comparant la valeur ou la grandeur de ce sinus versé, avec la valeur ou la grandeur de l'espace que parcourent les corps en tombant librement sur la surface de la terre, on pourra juger si la pesanteur est variable & selon quelle proportion elle varie.

II°. Il est facile d'évaluer le *sinus versé* SA, de l'arc AB, que parcourt la lune dans un tems donné, par exemple, dans une minute. Car en

supposant que l'orbite de la lune est égale à un cercle dont le rayon est de 60 demi-diametres terrestres ; on peut comparer cette circonférence à celle de l'équateur : ces deux circonférences feront entre elles comme leurs diametres (*Math.* 475.) Or selon les mesures les plus récentes & les plus exactes, la circonférence de l'équateur terrestre, plus grande que celle du méridien, est d'environ 123249600 pieds de roi (1377) : donc puisque la lune, dans sa moyenne distance, est éloignée de nous d'environ 60 demi-diametres terrestres (1220) ; l'orbite de la lune est de $123249600 \times 60 = 7394976000$ pieds. En cherchant par le rapport d'Archimede le diametre d'une circonférence de 7394976000 pieds, on trouvera 2352946909 pieds, qui exprimeront le diametre de l'orbite lunaire. (*Math.* 480.)

Puisque l'on connoît, & la valeur de l'orbe entier ANCMA que décrit la lune, & le tems qu'elle met à faire sa révolution dans tout cet orbe, tems qui est de 39343 minutes ; il est clair qu'en divisant par 39343, l'orbe entier de la lune ou 7394976000 pieds, le quotient qui est 187964 pieds environ, fera l'arc AB que parcourt la lune dans une minute de tems. Et cet arc peut passer pour infiniment petit ou insensible ; puisqu'il n'est qu'environ la quarante millieme partie de l'orbe entier,

Si donc on divise le quarré de 187964 qui est 35330465295, par le diametre de l'orbite lunaire lequel est 2352946909 pieds ; le quotient qui est 15 pieds exprimera le *sinus versé* SA de l'arc AB d'une minute, ou la quantité d'espace dont la pesanteur détourné la lune de la tangente AV pendant une minute. La pesanteur

ou la gravitation ou l'attraction de la lune (car tous ces termes sont parfaitement synonymes), lui fait donc parcourir environ 15 pieds en une minute, dans la direction du rayon au-deffous de la tangente AV, en tendant vers le centre de la terre.

III°. Il conſte par les obſervations, que les graves quelconques, qui tombent librement près de la ſurface de la terre, parcourent environ 15 pieds en une ſeconde, ou s'approchent de 15 pieds du centre de la terre (248): donc la peſanteur eſt incomparablement moindre à la diſtance de la lune, que près de la ſurface de la terre. Il reſte à faire voir que la peſanteur ſur la ſurface ou près de la ſurface de la terre, eſt à la peſanteur à la diſtance de la lune; comme le quarré de la diſtance de la lune au centre de la terre, eſt au quarré de la diſtance des corps qui ſont ſur la ſurface de la terre, à ce même centre de la terre.

Les corps parcourant 15 pieds en une ſeconde près de la ſurface de la terre, & les eſpaces parcourus étant ſelon la théorie de Galilée (371) comme les quarrés des tems; il ſ'enſuit qu'un corps quelconque, qui livré librement à ſa gravité tomberoit ici pendant une minute entiere vers le centre de la terre, parcourroit 15×3600 pieds dans l'eſpace d'une minute ou de 60 ſecondes. Par conſéquent, l'eſpace que la peſanteur fait parcourir à la lune dans une minute, eſt à l'eſpace que la peſanteur feroit parcourir ici aux corps graves quelconques, & par là même à la lune, ou à un corps ſemblable à la lune; comme 15 eſt à 15×3600 , ou comme 1 eſt à 3600: ce qui eſt juſtement la raiſon inverſe des

quarrés des distances ; 1 exprimant le quarré de la distance de la surface de la terre à son centre, & 3600 exprimant le quarré de la distance de la lune au même centre. Donc la pesanteur des corps qui gravitent vers un même centre de la terre, suit la raison inverse des quarrés de leurs différentes distances à ce centre.

IV°. Il ne paroît pas qu'on puisse objecter rien de solide contre cette théorie. La grandeur du diametre terrestre est assez bien connue (1377), pour qu'on puisse en déduire la grandeur de la circonférence terrestre : la distance de la terre à la lune est assez bien connue (1220), pour qu'on puisse en déduire & le diametre & la circonférence de l'orbite lunaire. D'ailleurs si cette distance de la terre à la lune, est un peu plus grande ou un peu plus petite, par exemple, de 100 lieues, l'orbite lunaire fera plus grande ou plus petite d'environ 300 lieues : la courbure de cette orbite fera un peu plus petite ou un peu plus grande ; & le *sinus versé* dont on vient de parler, fera d'un peu moins ou d'un peu plus de 15 pieds, exprimant toujours la pesanteur de la lune vers la terre ; pesanteur toujours sensiblement, & par là même réellement en raison inverse des quarrés de la distance, comme on vient de l'expliquer & de le démontrer. Il sera facile d'appliquer cette même observation à la proposition suivante. C. Q. F. D.

P R O P O S I T I O N I I.

1273. *La pesanteur ou l'attraction des différents corps qui gravitent vers un même centre, tel que le soleil, suit aussi la raison inverse des quarrés de leurs distances à ce centre.*

DÉMONSTRATION. I°. Comme la pesanteur est une propriété commune à tous les corps terrestres & célestes, il est clair qu'on peut généraliser la découverte de Newton; & que par un jugement d'analogie le mieux fondé (*Mét.* 135), on peut conclure que tous les corps gravitent vers leur centre quelconque, de la même manière que la lune & les corps terrestres gravitent vers le centre de la terre. La pesanteur fera donc toujours & par-tout, selon cette loi, la masse gravitante divisée par le quarré de la distance, ou $\frac{M}{DD}$. Par exemple (*fig.* 27):

En supposant le soleil en T, & la terre en A, on trouvera la pesanteur de la terre vers le soleil; pesanteur qui sera exprimée par le sinus versé SA. Car le diamètre ATC de l'orbite terrestre autour du soleil étant d'environ 900,000,000,000 pieds (1221, III°.); la circonférence, ou l'orbite entière ANCMA, fera d'environ 2,828,500,000,000 pieds; & le tems employé à parcourir cette orbite, d'environ 525968 minutes (1179). En divisant d'abord, comme dans la proposition précédente, l'orbe terrestre ou 2828500000000 pieds, par 525968 minutes; on aura pour quotient 5376750 pieds qui exprimeront l'arc AB que parcourt la terre en une minute de tems. En divisant ensuite le quarré de cet arc AB par le diamètre ATC, ou 28909440562500 par 900000000000; on aura pour quotient environ 32. pieds; & ce quotient exprimera la valeur du sinus versé SA, ou la quantité dont la pesanteur de la terre vers le soleil placé en T, détourne cette planète de la tangente AV pendant une minute de tems.

II°. En supposant toujours le soleil immobile en T; si on applique la même théorie du sinus versé aux différentes planetes qui font leurs révolutions périodiques autour de cet astre, centre commun de leur gravitation ou de leur pesanteur; on trouvera que le sinus versé SA d'un arc infiniment petit, par exemple d'une seconde ou d'une minute de degré, pris dans l'orbite de vénus, est au sinus versé d'un arc semblable pris dans l'orbite de la terre; comme le quarré de la distance de la terre au soleil, est au quarré de la distance de vénus au même soleil (1186): ensuite, que le sinus versé SA de l'arc décrit par jupiter en une minute, par exemple, est au sinus versé de l'arc décrit par sатурne dans le même tems; comme le quarré de la distance de celui-ci, est au quarré de la distance de celui-là. Or tous les sinus versés expriment la pesanteur de ces différents corps vers le soleil, ou la quantité d'espace dont la pesanteur les rapproche ou tend à les rapprocher de cet astre dans un tems donné: donc dans tous ces corps, la pesanteur ou la tendance vers leur centre de mouvement, est en raison inverse des quarrés de leurs distances à ce centre de leur mouvement, qui est le soleil. La même loi a lieu aussi dans les satellites de jupiter & de sатурne, à l'égard de leur planete principale qui est leur centre commun de gravitation.

III°. Nous ferons voir bientôt que les planetes décrivent des ellipses autour du soleil, dont elles s'approchent & s'éloignent alternativement; & qu'elles ne peuvent décrire des ellipses autour du soleil, sans être persévérément animées d'une force centrale ou d'une

pesanteur qui croisse comme le quarré de la distance diminue ; qui diminue comme le quarré de la distance augmente. Ainsi tous les genres de preuves concourent à établir & à généraliser cette loi fondamentale de la pesanteur ou de l'attraction en raison inverse des quarrés des distances. C. Q. F. D.

1274. REMARQUE. Dans la courbe MABN, que décrit, ou la lune, ou une planete quelconque autour de son centre de gravitation T (*fig. 27*) ; l'arc AB exprime la vîtesse du mobile, ou l'espace qu'il parcourt dans un tems déterminé : le sinus verse AS exprime la force centrale du même mobile dans le même tems déterminé. Or, puisque $\frac{AB^2}{AC}$ donne l'expression de la force centrale AS (1272) ; en nommant V la vîtesse égale à AB, & en nommant R le diametre ou le rayon du cercle AC, on aura une autre expression de la force centrale, qui sera $\frac{VV}{R}$, c'est-à-dire, le quarré de la vîtesse divisé par le diametre du cercle, ou par le rayon qui lui est proportionnel. Nous ferons souvent usage de cette expression de la force centrale dans la suite de cet article.

Comme dans un cercle la force centripete AS est toujours égale à la force centrifuge BV ; l'expression $\frac{VV}{R}$ de la force centripete, est aussi l'expression de la force centrifuge.

VARIATIONS DANS LA FORCE PROJECTILE.

1275. ASSERTION. *La vîtesse d'un corps qui décrit une courbe en vertu d'une force projectile & d'une force*

force centrale, est accélérée, quand le rayon vecteur fait un angle aigu avec la direction de la force projectile; retardée, quand cet angle est obtus; uniforme, quand cet angle est droit. (fig. 29.)

DÉMONSTRATION. Soit AHBMA une courbe décrite autour d'un centre de mouvement S, en vertu d'une force projectile dans la direction de la tangente, & d'une force centrale dans la direction du rayon. Les directions plus ou moins opposées de ces deux forces, font toujours un angle au centre du mobile qui décrit cette courbe ou une portion quelconque de cette courbe ou de telle autre courbe qu'on voudra.

I°. Quand l'angle intercepté entre les directions des deux forces conspirantes est aigu, ces deux forces se favorisent; & leur effet commun augmente d'autant plus, que l'angle est plus aigu (349): donc le mobile en M, livré à la force centrale MS, & à la force projectile MP, doit accélérer sa vitesse. La force centrale MS, étant exprimée par MN, se décompose en deux parties (346); l'une Nn, ou mM, perpendiculaire à la tangente de la courbe, & qui exprime l'effort réel par lequel la force centrale retient le corps dans la courbe & le presse vers le centre S; l'autre nM ou Nm, parallèle à la tangente & à la direction de la force projectile, & qui exprime un effort de la force centrale dans la direction de la force projectile MP: cet effort nM de la force centrale doit donc contribuer à augmenter la vitesse du mobile en M.

II°. Quand l'angle intercepté entre les directions des deux forces conspirantes est obtus, les deux forces se nuisent; & leur effet commun

diminue d'autant plus, que l'angle est plus obtus (349) : donc le mobile en H, livré à la force centrale HS, & à la force projectile HP, doit retarder sa vitesse. La force centrale HS, étant exprimée par HR, se décompose également en deux parties, dont l'une Hh, ou Rr est employée à retenir le mobile dans son orbite & à le presser vers son centre S; & dont l'autre Rh ou rH agit sur le mobile dans un sens diamétralement opposé à la direction HP de la force projectile : cet effort Rh de la force centrale doit donc contribuer à retarder la vitesse du mobile en H.

III°. Quand l'angle intercepté entre les directions des deux forces conspirantes est droit; les deux forces ne se nuisent ni ne se favorisent, & chacune produit précisément la quantité d'effet qu'elle produiroit en agissant seule & isolée (348). La force centrale AS ou BS, étant perpendiculaire à la tangente & par-là même à la force projectile ou à la direction du mobile AP & BP, ne se décompose point, comme dans les deux cas précédents : elle est donc employée toute entière dans les points A & B où l'angle est droit, à retenir le mobile dans sa courbe, & à le presser vers son centre S; sans faire aucun effort pour le porter dans la direction AP qui est la direction de la force projectile, ou dans la direction AV qui est diamétralement opposée à la direction de la force projectile.

Donc la vitesse d'un mobile qui décrit une courbe en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, doit être accélérée, quand l'angle intercepté entre le rayon vecteur & la force projectile, est aigu; retardée, quand cet angle est

obtus ; uniforme , fans accroissement & fans diminution , quand cet angle est droit. C. Q. F. D.

1276. COROLLAIRE. Il résulte delà que si les planetes se meuvent dans un cercle , elles doivent avoir une vîtesse *toujours uniforme* ; & que si elles se meuvent *dans des ellipses* , leur vîtesse doit être *retardée* depuis leur périhélie A , jusqu'à leur aphélie B ; *accélérée* depuis leur aphélie B , jusqu'à leur périhélie A ; *moyenne* , à égale distance du périhélie & de l'aphélie. (*fig. 29.*)

I°. Il conste par les observations astronomiques , que les planetes ont tantôt plus & tantôt moins de vîtesse réelle ; & nous démontrerons bientôt que cette vîtesse réelle d'une même planete dans son orbite , est toujours en raison inverse de ses rayons vecteurs (1281) : donc *les planetes ne décrivent point un cercle , concentrique ou excentrique , autour du soleil.*

II°. Il conste également par les observations , que les courbes décrites par le centre des planetes autour du soleil , rentrent sur elle-mêmes : donc *l'orbite des planetes , qui n'est point un cercle , est nécessairement une ellipse.* (Math. 769.)

ACTION COMBINÉE DES DEUX FORCES PROJECTILE ET CENTRALE.

1277. THÉORÈME I. *La ligne que décrit le centre d'un mobile animé d'une force projectile & d'une force centrale , est plus ou moins courbe , toutes choses étant égales d'ailleurs , selon que la force centripete est plus ou moins grande par rapport à la force projectile.* (*fig. 24.*)

DÉMONSTRATION. Plus la force projectile sera
Q ij

grande, & la force centripete petite ; moins le mobile fera détourné de sa direction projectile, moins l'arc décrit par le mobile différera de la tangente ou de la ligne droite. Plus au contraire la force centripete sera grande, & la force projectile petite ; plus le mobile fera infléchi dans la direction de la force centrale ; plus l'arc décrit par le mobile s'éloignera de la tangente. C. Q. F. D.

1278. THÉORÈME II. *La différente combinaison de la force projectile & de la force centrale peut faire décrire au mobile ou un cercle, ou une ellipse, ou telle autre courbe qu'on voudra. (fig. 30, 31.)*

DÉMONSTRATION. I°. Le mobile, animé d'une force projectile AV & d'une force centrale AS, décrira une courbe : puisque son mouvement projectile fera à chaque instant infléchi & détourné de la ligne droite, par la force centrale. Si l'inflexion VB est toujours & par-tout égale à l'effet de la force centrale AS ; la courbe décrite par le centre du mobile fera un cercle. Si l'inflexion VB est plus grande ou plus petite que l'effet de la force centrale AS ; le mobile s'approchera ou s'éloignera du centre S ; & la courbe qu'il décrira, sera différente du cercle.

II°. Le mobile pourra décrire telle courbe qu'on voudra, par la différente combinaison de la force projectile & de la force centrale. Car la nature d'une courbe dépend d'un certain degré d'inflexion dans un certain point donné, & d'un nouveau degré d'inflexion suivant certaine loi fixe, dans les points suivants : or la force projectile peut être infléchie en toute maniere & selon toute loi assignable, par la force centrale : donc la force centrale, qui par sa combinaison

actuelle avec la force projectile fait décrire des ellipses aux planetes & aux cometes , auroit pu sous d'autres loix & par le moyen d'une direction & d'une combinaison différentes , leur faire décrire toute autre espece de courbe. C. Q. F. D.

1279. THÉORÈME III. *Quelque courbe que décrive un mobile en vertu d'une force projectile & d'une force centrale ; son rayon vecteur parcourra toujours des aires égales en tems égaux , & par conséquent des aires proportionnelles aux tems. (fig. 25.)*

DÉMONSTRATION. Ce théorème renferme , comme on voit , la premiere loi de Kepler : il renferme par conséquent la plus intéressante théorie de toute la physique ; théorie que nous allons tâcher de rendre sensible & palpable à toute personne qui connoît & les plus simples loix du mouvement & les plus simples éléments de la géométrie.

Soit un mobile A , qui en vertu d'une force projectile AP & d'une force centrale Aa , ait déjà parcouru l'arc AB ; & décrit par son rayon vecteur l'aire du triangle ASBA , dans un tems donné. Je dis & je démontre que ce mobile , en vertu de sa force projectile & de sa force centrale , décrira par son rayon vecteur l'aire du triangle BSCB , dans un second tems égal ; l'aire du triangle CSDC , dans un troisieme tems égal ; l'aire du triangle DSE D ou DSFD , dans un quatrieme tems égal ; & ainsi de suite à l'infini ; & que tous ces triangles sont égaux entre eux en surface.

Comme dans un tems fort court , les arcs AB & BC , décrits par le centre du mobile , ne different qu'infiniment peu de la ligne droite ; il est

clair qu'on peut considérer les deux triangles mixtilignes ASBA, BSCB, comme deux triangles rectilignes. J'ai à démontrer que ces deux triangles sont égaux en surface, quelque excès de grandeur qu'ait l'arc ou le côté BC du second, sur l'arc ou le côté AB du premier : la même démonstration aura lieu pour tous les triangles suivants.

I°. Le mobile A, dont le rayon vecteur a d'abord parcouru l'aire du triangle ASBA dans un tems donné, par exemple, dans une minute, se trouve enfin en B au bout d'une minute. Si ce mobile en B n'avoit que sa force projectile $BR = AB$, il iroit de B en R dans une minute; & son rayon vecteur parcourroit l'aire du triangle BSRB. Ces deux triangles ASBA, BSRB, sont égaux en surface : parce qu'ils ont une même base $AB = BR$; & qu'ils ont aussi une même hauteur, étant compris l'un & l'autre entre les deux paralleles AR & MN. (*Math.* 494.)

Mais le mobile en B, au lieu d'être livré à sa seule force projectile BR, est animé aussi d'une force centrale plus ou moins grande Bb, qui lui donne une impulsion dans la direction du rayon BS, & dont l'effet sera RC parallele à BS. En vertu de ces deux forces conspirantes BR & Bb, le mobile parcourt la diagonale BC; & son rayon vecteur parcourt l'aire du triangle BSCB. Les deux triangles BRSB & BCSB sont égaux en surface : parce qu'ils ont une même base BS; & qu'ils ont aussi une même hauteur, étant compris l'un & l'autre entre les deux paralleles BS & RV. Si l'on demande pourquoi la ligne RCV est parallele à la ligne BS; la raison en est que le mobile en B a reçu une impulsion de la part de

la force centrale Bb ; & que cette impulsion doit avoir son effet RC dans la direction Bb , pendant que le mobile , dans un tems fort court , passe de B en C .

Maintenant , puisque l'aire du triangle $ABSA$ est égale à l'aire du triangle $BRSB$; puisque l'aire du triangle $BCSB$ est égale à l'aire du même triangle $BRSB$; il est clair que les deux premières grandeurs $ABSA$ & $BCSB$, qui sont égales chacune à une troisième $BRSB$, sont égales entre elles : donc les deux premiers triangles , décrits par le rayon vecteur du mobile en deux tems égaux , sont égaux en surface.

II°. La même théorie a lieu pour les triangles suivans. Dans un troisième tems égal à l'un des deux précédents , le mobile en vertu de sa force projectile $CX = BC$, iroit en X ; en vertu de sa force centrale plus ou moins grande Cc , iroit en c dans la direction du rayon vecteur ; en vertu de ces deux forces combinées ensemble , ira en D . Les deux triangles $BCSB$ & $CXSC$ sont égaux en surface : parce qu'ils ont même base $BC = BX$; & même hauteur , étant renfermés l'un & l'autre entre les paralleles BX & nM . Les deux triangles $CXSC$ & $CDSC$ sont aussi égaux en surface : parce qu'ils ont une même base CS ; & qu'ils ont aussi une même hauteur , étant compris l'un & l'autre entre les deux paralleles CS & XD . Les deux triangles $BCSB$ & $CDSC$, décrits en tems égaux par le rayon vecteur du mobile , sont donc égaux entre eux en surface : puisque l'un & l'autre est égal en surface au triangle de comparaison $CXSC$.

III°. Le mobile en D , en vertu de sa force projectile $DZ = DC$, iroit en Z ; en vertu de sa

force centrale plus ou moins grande Dd , iroit en d dans la direction du rayon vecteur, ou dans toute direction ZE parallèle à l'impulsion Dd ; en vertu de ces deux forces conspirantes & combinées ensemble, ira en E . Les deux triangles $CDSC$ & $DESD$ sont égaux entre eux en surface: parce qu'ils sont égaux chacun à un troisieme triangle $DZSD$.

Une augmentation ou une diminution dans la force centrale, ne détruit point l'égalité des surfaces triangulaires décrites par le rayon vecteur en tems égaux. Par exemple, une force centrale Dd portera le mobile en E , en une minute; une force centrale plus grande le porteroit dans le même tems en F ; une force centrale plus grande encore le porteroit dans le même tems en G . Le rayon vecteur du mobile, en vertu de ces trois différents degrés de force centrale dans la direction DS , parcourroit ou le triangle $DESD$, ou le triangle $DFSD$, ou le triangle $DGSD$. Or ces trois triangles sont égaux en surface: puisqu'ils ont tous une même base DS ; & qu'ils ont une même hauteur, étant tous compris entre les deux paralleles DS & ZG . Donc quelle que soit l'intensité de la force centrale, le rayon vecteur du mobile décrira toujours des aires égales en des tems égaux.

IV°. Il est clair qu'il est inutile de suivre le mobile dans le reste de sa révolution autour du point central S , pendant le tems où le mobile s'approche de plus en plus de ce point central. Mais il ne fera peut-être pas inutile de donner quelque attention à la marche du même mobile pendant le tems où il s'éloigne du point central S . Dans le premier cas, la vitesse du mobile est

accélérée de plus en plus ; parce que l'angle formé par les deux forces conspirantes est aigu : dans le second cas , la vitesse du mobile est retardée de plus en plus ; parce que l'angle formé par les deux forces conspirantes, est obtus. (1275.)

Que le mobile , au lieu d'aller dans la direction ABCDE , aille dans la direction EDCBA , toujours animé d'une force projectile & d'une force centrale. Dans un premier tems , son rayon vecteur parcourra l'arc ED , & l'aire du triangle ESDE. Dans un second tems égal , sa force projectile $DH = ED$, le porteroit en H : mais sa force centrale infléchira sa direction & retardera sa vitesse , & il ira en C. Dans un troisieme tems égal , sa force projectile $CK = CD$, le porteroit en K : mais sa force centrale , infléchissant sa direction & retardant encore sa vitesse , le portera en B , & ainsi du reste. Tous ces triangles ESDE , DSCD , CSBC , BSAB , feront égaux en surface ; pour les mêmes raisons que nous venons d'exposer & de développer.

Puisqu'en vertu des deux forces , projectile & centrale , le rayon vecteur d'un mobile parcourt toujours nécessairement des aires égales en des tems égaux ; il est clair que dans un tems double , triple , quadruple , ce même rayon vecteur décrira des aires doubles , triples , quadruples , & ainsi de suite : donc ce rayon vecteur décrira des aires proportionnelles aux tems. C. Q. F. D.

1280. COROLLAIRE. *Un mobile parcourant des aires égales en tems égaux ; il est clair que son tems périodique sera en raison directe de l'aire entière de son orbite , & en raison inverse de l'aire décrite dans un tems donné :*

C'est-à-dire que le mobile mettra autant de tems égaux à faire sa révolution, qu'il y a dans son aire de triangles égaux à celui qu'il parcourt dans un tems donné; & qu'il mettra à faire sa révolution un tems d'autant plus grand, que l'aire du secteur décrit dans un tems donné, se trouve plus petite.

1281. THÉORÈME IV. *Les vîteses d'un même mobile qui décrit une ellipse autour d'un centre de mouvement en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, croissent & décroissent en raison inverse des rayons vecteurs. (fig. 25.)*

DÉMONSTRATION. Il est clair que les vîteses d'une même planete dans les différents points de son orbite, en tems égaux, sont comme les lignes AB, BC, CD, DE, qui terminent les triangles égaux ASB, BSC, CSD, DSE: puisque ces lignes sont les espaces parcourus par la planete en des tems égaux. Or ces lignes AB, BC, CD, DE, qui expriment les vîteses & qui vont évidemment en croissant à mesure que le mobile s'approche de plus en plus de son centre S, croissent & décroissent dans tout le cours de la révolution elliptique, en raison inverse des rayons vecteurs. Par exemple, si on compare la vîtesse de la planete en B, avec la vîtesse de la planete en C; on trouvera que la vîtesse en B est comme le rayon vecteur CS; & que la vîtesse en C, est comme le rayon vecteur BS. Pour le démontrer (fig. 28):

I°. Dans les deux triangles ASB & BSC, égaux & parcourus en tems égaux, considérons SB comme base du triangle BSA; & SC comme base du triangle CSB; & abaïssons sur ces bases,

les perpendiculaires AM & BN. Les deux triangles étant égaux en surface, il est clair que $SB \times AM$ est égal à $CS \times BN$: d'où il s'ensuit que $SB . SC :: BN . AM$. (*Math.* 173.)

II°. Dans les deux mêmes triangles, considérons les deux lignes AB & BC, décrites chacune dans un tems égal & infiniment court, comme deux lignes droites : ces deux lignes AB & BC, qui expriment les vîteses de la planete, feront les hypothénuses des deux triangles rectangles AMB, BNC, qu'on peut regarder comme deux triangles semblables, étant décrits dans un tems infiniment court : on aura donc $AB . BC :: AM . BN$. (*Math.* 516.)

III°. Dans les deux triangles égaux ASB, BSC, les rayons vecteurs SB & SC sont en raison inverse des hauteurs AM, BN ; selon la premiere proportion : ces mêmes rayons vecteurs feront donc aussi en raison inverse des lignes AB & BC, qui sont entr'elles comme les hauteurs, selon la seconde proportion.

Donc dans le mouvement d'une planete ou de tel autre mobile autour d'un centre S ; les vîteses, exprimées par les bases AB & BC interceptées entre les rayons vecteurs, sont en raison inverse des rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1282. REMARQUE. Il y a deux fortes de vîtesse à distinguer dans le mouvement des planetes ; savoir, une vîtesse absolue, & une vîtesse angulaire.

I°. La *vîtesse absolue* d'une planete, est l'espace qu'elle parcourt, divisé par le tems employé à le parcourir. Cette vîtesse augmente & diminue, en raison inverse des rayons vecteurs, selon le théorème précédent.

II°. La *vitesse angulaire* d'une planète, est l'arc d'un grand cercle céleste, intercepté entre deux rayons vecteurs de la planète indéfiniment prolongés au-delà de la planète. Les tems étant supposés égaux, la *vitesse angulaire* augmente ou diminue, *en raison inverse des quarrés des rayons vecteurs*. Car (fig. 26),

Soit autour du soleil S, un grand cercle céleste VXDE, dans le plan duquel se trouve l'orbite *ab* AB d'une planète; en telle sorte que la distance SA de la planète au soleil, soit double de l'autre distance Sa. Les angles VSX & DSE, opposés au sommet, sont égaux : supposons-les d'un degré chacun. D'abord, que la planète, placée en *a*, parcoure dans un jour l'espace *ab* : elle paroîtra, étant vue du soleil, parcourir l'arc VX d'un degré. Ensuite, que la même planète, placée en A, eût la même vitesse : l'espace AB étant double de l'espace *ab*, il faudroit un tems double à la planète, pour parcourir l'espace AB. Mais la vitesse réelle de la planète étant de moitié plus petite en A qu'en *a*, selon le théorème précédent; il lui faudra un tems quadruple pour parcourir l'arc AB, qui est d'un degré, comme l'arc *ab*. La *vitesse angulaire* de la planète en AB est donc d'abord en raison inverse de la distance, à cause de son moins de vitesse : elle est encore une fois en raison inverse de la distance, à cause du plus d'espace intercepté entre les rayons vecteurs : ce qui donne précisément la raison inverse du quarré des rayons vecteurs. Ainsi la *vitesse angulaire* de la planète en *ab*, est à la *vitesse angulaire* de la planète en AB, comme SA^2 , est à Sa^2 .

APPLICATION DE CETTE THÉORIE AUX
MOUVEMENTS DES PLANETES ET DES
COMETES.

1283. HYPOTHESE. Pour concevoir le mouvement curviligne des planetes & des cometes autour de leur centre quelconque de gravitation, plaçons-nous par la pensée à l'origine des tems & des choses, antécédemment à toutes loix de la nature & du mouvement ; & fixons nos regards sur une planete ou comete quelconque, placée dans un point quelconque de l'espace infini dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, indifférente par sa nature au mouvement & au repos, mais capable de se mouvoir en tout sens & selon toute direction. (*fig. 23.*)

I°. Il est clair que cette planete ou comete T restera éternellement immobile au point T, si aucune cause ne la sollicite à se déplacer : que par sa nature elle ne tend ni à s'approcher ni à s'éloigner du soleil S, ou de tel autre corps quelconque : qu'étant par sa nature parfaitement indifférente au mouvement & au repos, si elle reçoit une impulsïon dans un sens quelconque, elle doit se mouvoir dans la direction de cette impulsïon, jusqu'à ce que quelque cause l'en détourne : que monter & descendre sont des termes totalement étrangers à cette planete ; puisqu'il n'y a ni haut ni bas dans l'espace infini, avant la création du mouvement, avant l'établissement des loix du mouvement.

II°. Que l'Auteur de la nature, parfaitement libre dans le choix des loix de mouvement qu'il lui plaira d'établir, décerne que cette planete

tendra constamment & persévéramment vers le soleil S, avec une force centrale qui soit toujours en raison inverse des quarrés de ses distances à cet astre. La planete T, auparavant indifférente à s'approcher ou à s'éloigner du soleil S, aura désormais, en vertu de cette loi ou volonté du Créateur, une tendance permanente vers cet astre; tendance que nous nommerons indifféremment, ou pesanteur, ou attraction, ou gravitation.

III°. Que le même Auteur de la nature, donne une fois pour toutes une impulsïon à cette planete, dans une direction quelconque capable de l'éloigner du soleil S; & que de cette impulsïon naisse une force centrifuge (1258), qui soit toujours en raison inverse des cubes de ses distances au soleil. La planete T, auparavant indifférente à s'éloigner du soleil, aura désormais, en vertu de cette action & de cette nouvelle loi du Créateur, une tendance permanente à s'éloigner du soleil; tendance que nous nommerons force centrifuge, & qui sera toujours opposée à la force centrale ou centripete.

De cette hypothese, qui n'est très-vraisemblablement que l'histoire même des premières loix de la nature & du mouvement, découlera la révolution permanente de cette planete ou comete T, en ligne courbe & rentrante sur elle-même, autour du soleil S; comme nous allons le faire voir, en l'appliquant simplement aux différentes combinaïsons que peuvent prendre la force projectile & la force centrale dans un même mobile ou dans différents mobiles.

1284. APPLICATION I. Soit, au commencement des tems, une planete ou comete A, à laquelle le Créateur imprime une fois pour

toutes, & une force centrale An , & une force projectile AV , de laquelle naît une force centrifuge $VB = An$. Que la ligne de projection AV & la ligne de gravitation An soient opposées à angles droits au centre du mobile; & que la force centrifuge BV se trouve parfaitement égale à la force centripète An : je dis que *le centre de cette planète décrira éternellement un cercle autour du point central S , que nous supposons être notre soleil: telle n'est point la courbe décrite par les planètes & par les comètes, autour de leur centre de gravitation.* (*fig. 30.*)

EXPLICATION. I°. Dans un premier instant infiniment court, en vertu des deux forces conspirantes AV & An , la planète qui n'a que ces deux forces, décrira la diagonale d'un infiniment petit parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion de ces deux forces: le centre de la planète parcourra donc dans ce premier tems, le petit arc AB , sans s'être ni approché ni éloigné du centre de gravitation S ; puisque, par la supposition, la force centrifuge tend persévéramment à l'éloigner de ce point central S , précisément autant que la force centripète tend à l'en rapprocher. A la fin de ce premier tems, la planète se trouvera donc en B , à l'extrémité du rayon BS .

II°. Comme les deux forces conspirantes AV & An sont opposées à angles droits, elles ne se nuisent point, elles ne se favorisent point: leur effet commun AB répond précisément, & à l'action de la force projectile AV , & à l'action de la force centrale An ; ainsi que nous l'apprend & nous le démontre l'expérience (348). D'où

il résulte qu'en B, la force projectile & la force centrale, qui n'ont ni augmenté ni diminué en rien, seront précisément telles qu'elles étoient en A. Ainsi en B, la planete fera encore animée d'une force projectile $BM = AV$, & d'une force centrale $Bm = An$; & ces deux forces seront comme auparavant opposées à angles droits. Par conséquent, dans un second tems infiniment court, la planete, en vertu de ces deux forces conspirantes, décrira la diagonale $BC = AB$, sans s'approcher & sans s'éloigner de son centre de gravitation S; sans qu'aucune des deux forces qui l'animent acquiere dans ce trajet BC, aucun avantage sur l'autre: puisqu'elles continuent toujours à ne se nuire & à ne se favoriser en rien. (448.)

III°. Dans un troisieme tems infiniment court, & ainsi de suite à l'infini; la planete en C, toujours également sollicitée dans la direction de la tangente & du rayon, toujours également tirée vers son centre de gravitation par la force centripete, & dans une direction diamétralement opposée par la force centrifuge, décrira par son centre une infinité de diagonales infiniment petites, dont la somme fera la circonférence d'un cercle.

Comme la planete est supposée se mouvoir ou dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant; il est clair que la force projectile & la force centrale, qui ne rencontrent aucun obstacle capable de les altérer, doivent éternellement rester les mêmes qu'elles ont été au premier instant de projection & de gravitation, ou au premier instant de mouvement: donc le centre de cette planete, toujours porté sur un rayon de

de cercle, doit décrire éternellement un cercle autour du centre de gravitation S , en vertu des deux forces qui ont commencé à le mouvoir en ligne circulaire. $C. Q. F. D.$

1285. APPLICATION II. Que dans le mouvement initial de la même planète ou comète, la ligne de projection AV & la ligne de gravitation Ab soient opposées à angles droits au centre de la planète; mais que la force centrifuge, née de la force projectile AV , soit beaucoup plus grande que la force centripète. Je dis que dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, la planète ou comète décrira éternellement autour de son centre de gravitation S , une courbe rentrante sur elle-même & qui n'est point un cercle: telle est la courbe des planètes & des comètes. (*fig. 31.*)

EXPLICATION. 1°. Le mobile étant supposé en A , & l'angle des deux forces projectile & centrale étant droit; si la force centrifuge & la force centripète étoient égales, le mobile dans un premier tems iroit en a , & continueroit sa révolution dans la circonférence d'un cercle; comme nous venons de l'expliquer & de le démontrer. (1284.)

Mais comme la force centrifuge, née de la force projectile AV , l'emporte sur la force centripète Ab , dans la supposition présente; dans un premier tems infiniment court, le mobile, malgré la force centripète qui le presse vers son centre de gravitation, s'éloignera de ce centre de gravitation selon l'excès de la force centrifuge sur la force centripète; ainsi qu'un boulet de canon, tiré de bas en haut dans une direction perpendiculaire ou oblique à l'horison, s'éloigne du centre de la terre, malgré l'action permanente de sa pesanteur, qui le

follicite incessamment à tomber vers le centre de la terre. La planete ou comete A, au bout d'un premier tems donné, se trouvera donc plus loin de son centre de gravitation, dans un point B; & aura parcouru, en vertu des deux forces conspirantes AV & Ab, la diagonale ou l'arc AB. (345.)

II°. La planete ou comete en B, est encore livrée à sa force projectile par la tangente BT, & à sa force centrale par le rayon vecteur BS: en vertu de ces deux forces conspirantes, elle parcourra dans un second tems égal au premier, l'arc BC. Sur quoi il faut remarquer,

En premier lieu, que l'angle SBT des deux forces conspirantes étant obtus, l'effet commun BC de ces deux forces sera moindre que dans le premier tems: parce que l'action de l'une de ces deux forces conspirantes est employée en partie à détruire l'action de sa rivale (349). Or cet effet commun BC est la vîtesse du mobile: donc la vîtesse du mobile sera moindre dans le second tems que dans le premier. (1275.)

En second lieu, que la force centrifuge décroissant en raison inverse des cubes des rayons vecteurs (comme nous l'avons supposé & comme nous le démontrerons bientôt), tandis que la force centripete ne décroît qu'en raison inverse des quarrés des mêmes rayons vecteurs; la force centrifuge doit avoir en B un moins grand excès qu'en A, sur la force centripete. Le mobile, en passant de B en C, s'éloignera donc encore du centre S de sa gravitation pendant ce second tems; mais il s'en éloignera d'une moindre quantité que dans le premier tems.

III°. La planete ou comete en C, est encore livrée à l'action des deux forces conspirantes,

dont l'angle SCT devient de plus en plus obtus : sa vitesse CD devient donc de plus en plus petite (1275). La force centrifuge, qui naît ici à chaque instant d'une vitesse ou d'une force projectile toujours décroissante, diminue sans cesse, ainsi que la force centripete, à mesure que le rayon vecteur devient plus grand : mais la première diminue dans un plus grand rapport que la dernière. Le mobile, toujours en prise à ces deux forces, continue donc à s'éloigner de son centre S de gravitation, selon l'excès toujours décroissant de la force centrifuge sur la force centripete.

IV°. La planete ou comete arrive enfin à un point tel que D, où la force centrifuge est précisément égale à la force centripete. Si l'angle SDT des deux forces conspirantes étoit droit ; la planete commenceroit au point D à décrire un cercle, & ne cesseroit plus de décrire ce cercle. (1284.)

Mais comme l'angle SDT est obtus, une partie considérable de la force centripete est employée simplement à retarder la vitesse du mobile (1275) ; tandis que la force centrifuge est employée toute entiere à éloigner le même mobile de son centre de gravitation. La force centripete se décompose en deux parties, dont l'une ne lutte point contre sa rivale & son égale, la force centrifuge, laquelle ne se décompose point. Le mobile, malgré l'égalité des forces centripete & centrifuge, dont la première perd ici une partie considérable de son action, continuera donc encore à s'éloigner de son centre de gravitation S ; & il s'en éloignera pour la même raison, jusqu'à ce qu'il arrive à son apside supérieure en F. (1175.)

V°. Quand la planète ou comète atteint son apside supérieure F, sa force centripète est diamétralement opposée à sa force centrifuge : cette force centripète ne se décompose donc plus comme auparavant. Et comme depuis le point D, où la force centripète & la force centrifuge sont devenues égales, ces deux forces ont successivement diminué, la première en raison inverse des carrés, & la seconde en raison inverse des cubes des rayons vecteurs; il s'ensuit qu'en F, la force centripète doit l'emporter notablement sur la force centrifuge : la force centripète va donc forcer le mobile, par son excès sur la force centrifuge, à se rapprocher de plus en plus de son centre de gravitation S, autant qu'il s'en est éloigné dans la moitié précédente de sa courbe, que nous venons de suivre & d'observer.

VI°. En F, où la force projectile FT & la force centrale Fx sont opposées à angles droits; la planète décrirait un cercle, si la force centrifuge & la force centripète étoient égales (1284). Mais comme la force centrifuge, qui se trouve dans son plus grand affoiblissement, est beaucoup moindre que la force centripète; celle-ci, par son excès d'action sur sa rivale, rapproche incessamment & persévéramment de plus en plus le mobile du centre de gravitation S; & force ce mobile à décrire successivement les infiniment petites diagonales FG, GH, HI, IK, KL, LA. Sur quoi il faut remarquer, comme auparavant, qu'à mesure que le mobile s'approche de son centre de gravitation; sa courbe s'applatit comme dans la partie opposée, & que tous les angles SIT des deux forces conspirantes,

sont plus ou moins aigus depuis l'abside supérieure F, jusqu'à l'abside inférieure A. D'où il résulte que le mobile doit accélérer de plus en plus sa vitesse (1275), en passant de l'abside supérieure F, à l'abside inférieure A.

VII°. Comme la force centripète & la force centrifuge, depuis l'abside supérieure jusqu'à l'abside inférieure, augmentent selon différents rapports, la première en raison inverse des carrés, & la seconde en raison inverse des cubes des rayons vecteurs; le mobile arrive enfin à un point I ou K, où les forces centripète & centrifuge sont précisément égales. Si l'angle SIT, formé par la force projectile & par la force centrale, étoit droit; le mobile commenceroit & continueroit à décrire un cercle. Mais comme cet angle SIT est aigu, & que les angles suivants SKL sont encore aigus; une partie considérable de la force projectile tend à rapprocher le mobile de son centre de gravitation S, & par là favorise & fortifie la force centrale au détriment de la force centrifuge (1275). La force centripète, malgré les accroissements successifs & en plus grand rapport de la force centrifuge, conserve par ce moyen sa prépondérance sur sa rivale; & continue à rapprocher de plus en plus le mobile de son centre de gravitation S, jusqu'à ce que le mobile arrive au point A dans son abside inférieure.

VIII°. Enfin en A, la force centripète & la force projectile étant opposées à angles droits, cessent de se favoriser. La force centrifuge, qui depuis l'abside supérieure jusqu'à l'abside inférieure, a augmenté sans cesse en raison inverse des cubes des rayons vecteurs, tandis que sa

rivale n'a augmenté qu'en raison inverse des quarrés de ces mêmes rayons, se trouve en A dans son plus grand accroissement. Notablement supérieure à sa rivale, elle emploie de nouveau l'excès de son action, à éloigner la planete ou comete de son centre de gravitation S; & elle recommence à lui faire parcourir de nouveau la même courbe précisément, que nous venons d'observer & d'expliquer, depuis son origine au point A, jusqu'à son retour sur elle-même, au même point A. La planete ou la comete en question, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale variables selon certaines loix fixes & connues, décrira donc autour de son centre de gravitation, une courbe rentrante sur elle-même, & qui ne fera point un cercle. C. Q. F. D.

1286. APPLICATION III. Dans la théorie que nous venons de donner sur l'action combinée de la force projectile & de la force centrale au centre de la planete ou comete A; le mobile est supposé se trouver dans son périhélie ou dans son abside inférieure au premier instant de sa projection AV. Il nous reste à faire voir qu'*au premier instant de sa projection, ce même mobile a pu se trouver indifféremment en un point quelconque de la même courbe ou d'une courbe semblable, sous d'autres combinaisons de mouvement qui reviennent toutes à celle que nous venons de développer.* (fig. 31.)

EXPLICATION. 1°. Que la force projectile & la force centrale, au premier instant où le mobile commence à se mouvoir, soient opposées à angles droits; mais que la force centripete l'emporte sur la force centrifuge: le mobile placé en un point F qui sera son abside supérieure, parcourra la courbe FGHKLA, en s'approchant sans cesse.

de son centre jusqu'au point A, où a commencé l'explication précédente. Dans ce cas, si le mobile est une comete ou une planete principale, la projection FT de ce mobile aura commencé à l'aphélie.

II°. Que la force projectile & la force centrale, au premier instant de projection soient égales, mais opposées à angles obtus: le mobile placé en un point D, entre l'abside inférieure & l'abside supérieure de sa courbe, se mouvra en s'éloignant sans cesse de son centre de gravitation S, jusqu'à ce qu'il arrive enfin à son abside supérieure F, où il commencera à se rapprocher de son centre de gravitation; comme nous l'avons expliqué. Dans ce cas, la projection du mobile aura commencé sur un point de sa courbe, pris entre l'abside inférieure & l'abside supérieure, en allant selon la direction du mobile, de la premiere à la derniere.

III°. Que la force projectile & la force centrale, au premier instant de projection, soient encore égales, mais que l'angle de leur direction soit aigu: le mobile, placé en un point I de sa courbe, se mouvra en s'approchant sans cesse de son centre de gravitation, jusqu'en A, où il commencera à s'en éloigner (1285). Dans ce cas, la projection du mobile aura commencé sur un point de sa courbe, pris entre l'abside supérieure & l'abside inférieure, en allant de la premiere à la derniere, selon la direction du mobile.

IV°. Que la projection commence à angles droits au périhélie A, & que la force centrifuge l'emporte immensément sur la force centripete: la courbe qui sera décrite par le mobile autour

du centre de gravitation S , aura une immense excentricité : ce sera la courbe d'une comete. Que la force centrifuge, dans le même cas, ne l'emporte que médiocrement sur la force centripete : la courbe qui sera décrite par le mobile autour du centre de gravitation S , n'aura pas beaucoup d'excentricité : ce sera la courbe d'une de nos planetes.

V°. Quant à la direction du mouvement projectile, on conçoit sans peine qu'elle peut avoir lieu indifféremment en tout sens, d'orient en occident, d'occident en orient, du midi au nord, du nord au midi, & ainsi du reste ; & que le mobile quelconque, dans le vuide ou dans un milieu sans résistance, doit se mouvoir persévéramment & sans fin, dans la direction quelconque du mouvement projectile qui fut primitivement imprimé à sa masse. Delà les différents mouvements des planetes & des cometes : celles-là ont toutes reçu une impulsion d'occident en orient, sans que ces impulsions aient été paralleles : celles-ci ont reçu des impulsions en différents sens, d'orient en occident, d'occident en orient, du midi vers le nord, du nord vers le midi ; & elles continuent toutes à se mouvoir autour de leur centre de gravitation, en décrivant des courbes dont le plan embrasse la primitive direction de leur mouvement projectile. (1266.)

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1287. OBJECTION I. Quand la planete ou comete A commence à se mouvoir dans une courbe différente du cercle ; la force centripete est, ou plus grande, ou plus petite que la force

centrifuge. Si la force centrifuge est *plus grande* que la force centripete ; le mobile, livré à ces deux forces opposées & inégales, doit décrire éternellement des spires autour de son centre de gravitation ; en telle sorte qu'à chaque révolution, le mobile s'éloigne toujours de plus en plus, & à l'infini, de ce centre de gravitation. Si la force centrifuge est *plus petite* que la force centripete ; le mobile, livré encore à ces deux forces opposées & inégales, doit se mouvoir autour de son centre de gravitation, en décrivant des spires qui le rapprocheront sans cesse de ce centre de gravitation, dans lequel il ira enfin se perdre & s'engloutir. Donc la planète ou comète, dont nous avons suivi & tracé la courbe, ne doit point, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, décrire une ellipse fixe & constante autour de son centre de gravitation. (*fig. 31.*)

RÉPONSE. Si la force centrifuge & la force centrale étoient, ou deux forces constantes, ou deux forces qui augmentassent ou diminuassent dans la même proportion, à mesure que le mobile qu'elles emportent, s'approche ou s'éloigne de son centre de gravitation ; il est certain que celle des deux forces qui auroit été prédominante au premier instant de la projection, conserveroit persévéramment son excès d'action sur l'autre ; & qu'elle forceroit le mobile, à décrire persévéramment les spires qu'on objecte.

Mais si ces deux forces croissent & décroissent selon différentes proportions, à mesure que le mobile qu'elles animent toujours, s'approche ou s'éloigne de son centre de gravitation ; par exemple, si pendant que le mobile passe de A en F,

la force centrifuge diminue comme les cubes des rayons vecteurs augmentent, tandis que la force centripete ne diminue que comme augmentent les quarrés des mêmes rayons vecteurs; il est clair que la force centrifuge, qui décroît sans cesse dans un beaucoup plus grand rapport que la force centripete, sera au bout d'un certain tems plus ou moins long, d'abord égalee, & ensuite surpassée par cette dernière: il est clair que la force qui a prévalu au périhélie A, ne doit plus prévaloir dans l'aphélie F; & réciproquement, que celle des deux forces qui sera supérieure & prédominante dans l'aphélie F, ne sera plus supérieure & prédominante au périhélie A. Or parmi ces deux forces, toujours rivales dans le mobile qu'elles voient, l'une, la force centripete, croît ou décroît sans cesse en raison inverse des quarrés des rayons vecteurs ou des distances (1273); l'autre, la force centrifuge, croît ou décroît sans cesse en raison inverse des cubes des rayons vecteurs ou des distances (1298): donc ces deux forces ne doivent point faire décrire au mobile, des spires qui puissent, ou l'éloigner à l'infini de son centre de gravitation, ou le conduire & le précipiter dans ce centre de gravitation.

Si on demande pourquoi l'Auteur de la nature a discerné que ces deux forces croîtroient & décroîtroient selon deux rapports si différents; la raison en est, que l'Auteur de la nature a librement voulu & établi l'ordre de choses que nous y voyons; & que cet ordre de choses, ce mouvement elliptique des planetes & des cometes autour du soleil, exigeoit que la force centrale & la force centrifuge variaissent selon

les deux rapports différents que nous y observons, l'une en raison inverse des quarrés des distances, l'autre en raison inverse des cubes des distances. Un autre rapport entre ces deux forces, eût produit un tout autre ordre de choses dans la nature, par exemple, un mouvement circulaire ou un mouvement spiral dans les révolutions des corps célestes.

1288. OBJECTION II. L'ellipse, la trajectoire qu'on attribue aux planetes & aux cometes, doit être également courbe aux deux bouts de son grand axe, & dans tous les points également éloignés d'une des extrêmités de ce grand axe: Or cela seul fait voir qu'une telle courbe ne peut point être décrite par le moyen d'une force projectile & d'une force centrale, telles qu'on vient de les supposer & de les expliquer. Car (*fig. 26*),

Pour que la courbure fût égale en ab & en Am ; il faudroit que la force centrale qui produit l'inflexion dans ces deux arcs égaux, fût égale en a & en A : or cette force centrale, qui croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances, est beaucoup plus grande en ab , beaucoup plus petite en Am : donc elle ne peut point produire dans ces deux arcs égaux, placés aux deux extrêmités du grand axe, une égale courbure: donc la courbe des planetes & des cometes, n'est point une ellipse.

RÉPONSE. Pour faire évanouir cette difficulté, qui est plus spécieuse que solide, simplifions les choses. Soit le rayon vecteur $Sa = 1$; le rayon vecteur $SA = 2$; l'arc ab , égal à l'arc Am ; la force centrale en a , $= 4$; la force centrale en A , $= 1$. D'après cette supposition, qui sert de fon-

dement à l'objection que nous allons résoudre, je dis que la courbure Am doit être égale à la courbure ab .

I°. Il consiste, & par les observations astronomiques, & par la théorie de la première loi de Kepler, que les vitesses de la planète, en A & en a , sont en raison inverse des rayons vecteurs (1281) : donc la vitesse de la planète en a , sera deux fois plus grande qu'en A : donc l'arc ab sera parcouru dans la moitié du tems qui sera employé à parcourir l'arc Am : donc la planète, en parcourant l'arc ab , recevra deux fois moins de coups de la part de la pesanteur ou de la force centrale, qu'elle n'en recevra en parcourant l'arc Am , sur lequel elle reste un tems double.

II°. Il est clair que l'action de la force centrale sur la planète, doit s'estimer, & par le nombre de ses impulsions, & par l'activité ou l'intensité de chaque impulsion. En ab , le nombre des impulsions est $= 1$; l'intensité ou l'activité de chaque impulsion est $= 4$: l'action totale est $1 \times 4 = 4$. En Am , le nombre des impulsions est $= 2$: l'intensité ou l'activité de chaque impulsion est $= 1$; l'action totale est $1 \times 2 = 2$. L'action de la force centrale sur la planète est donc deux fois plus grande en a , qu'en A .

S'ensuit-il delà que la planète doive être deux fois plus détournée de la tangente en a , qu'en A ? Non : parce que si la force centrale a deux fois plus d'action en a , la force projectile deux fois plus grande en a qu'en A , lui oppose deux fois plus de résistance. Ainsi en a , une force projectile, dont la résistance à la courbure est $= 2$, doit être infléchie par une force centrale $= 2$; autant qu'en A , une autre force projectile, dont

la résistance à la courbure fera $= 1$, fera inflé-
 chie par une force centrale $= 1$. Donc la cour-
 bure, ou l'inflexion du mouvement de la pla-
 nete, inflexion qui est l'effet de la force centrale
 sur la force projectile, sera égale dans l'arc ab &
 dans l'arc Am : donc la courbe décrite par le
 centre de la planete, en vertu d'une force pro-
 jectile & d'une force centrale, peut & doit être
 une ellipse.

1289. OBJECTION III. Je conçois comment un
 mobile, en vertu d'une force projectile & d'une
 force centrale, peut aller en ligne courbe, ellip-
 tique ou circulaire, de mon zénith à mon nadir.
 Mais comment faire remonter ce même mobile
 de mon nadir à mon zénith, contre sa gravita-
 tion? L'imagination est révoltée de cette marche:
 la raison peut-elle l'avouer?

RÉPONSE. Habitués dès notre plus tendre en-
 fance à voir les corps terrestres graviter vers le
 centre de la terre, nous généralisons cette idée;
 nous l'étendons, sans nous en appercevoir, au-
 delà de ses bornes: nous nous imaginons, sans
 fondement & sans motif, que tous les corps gra-
 vitent vers le centre de la terre; & qu'ils gra-
 vitent indéfiniment au-delà de ce centre, vers
 ce que nous appellons le nadir. Tel est le pré-
 jugé qu'enfante insensiblement & comme invin-
 ciblement en nous, l'habitude de voir & de
 juger sans examen; & que ne détruit pas tou-
 jours aisément la réflexion, dans les personnes
 chez qui l'imagination a un peu plus d'empire
 que la raison; ou, ce qui revient à la même
 chose, dans les personnes dont l'ame est plus
 propre à enfanter ou à adopter des images &
 des persuasions, qu'à les comparer, qu'à les ju-

ger, qu'à les apprécier. Ne séparons point ces deux puissances de l'homme, ces deux bienfaits du Créateur, l'imagination & la raison; mais fixons les l'une & l'autre à leur destination: la première est souvent aveugle & trompeuse, sans la seconde; la seconde est toujours aride & languissante, sans la première: dans la carrière des connoissances humaines, celle-là élève, transporte, & quelquefois égare le génie; celle-ci l'éclaire, le guide, le régit & le rectifie. Or si l'imagination nous induit en quelque erreur sur la gravitation des corps, que nous apprend sur ce même objet la raison? Elle nous apprend, d'après les expériences & les observations,

I°. Que tous les corps terrestres gravitent vers le centre de la terre, & non au-delà de ce centre: puisque les corps qui occupent nos antipodes quelconques, tendent vers nous, comme nous tendons vers eux; & que leur centre commun de gravitation est le centre de la terre, ainsi que le nôtre.

II°. Que la lune a pour centre de gravitation le centre de la terre, ainsi que les corps terrestres: puisqu'en tout point de sa courbe, soit au-dessus de nos têtes, soit au-dessous de nos pieds, elle quitte la tangente pour infléchir son mouvement vers le centre de la terre.

III°. Que la lune & les corps terrestres ne tendent pas plus vers le nadir que vers le zénith, vers le bélier que vers la balance, vers le pôle arctique que vers le pôle antarctique. Il est donc absurde d'imaginer dans la lune au zénith, une force accélératrice qui la précipite vers le nadir; dans la lune au nadir, une force retardatrice qui s'oppose à son mouvement vers

le zénith : puisque la lune n'a aucune tendance spéciale vers l'un de ces deux points, plutôt que vers l'autre ; & que *monter vers le zénith ou descendre vers le nadir*, sont deux idées totalement étrangères au mouvement de la lune dans l'espace infini, où il n'y a ni haut ni bas absolu.

IV°. Que la terre, les planetes principales, les cometes, ont pour centre de gravitation le soleil, autour duquel elles décrivent leurs courbes ; sans avoir aucune tendance spéciale vers le nadir plutôt que vers le zénith, vers le bélier plutôt que vers la balance ; & ainsi du reste. D'où il s'ensuit qu'il n'y a pas plus de difficulté à concevoir, d'après la raison, le mouvement d'un corps autour de son centre de gravitation, dans son passage du nadir au zénith, que dans son passage du zénith au nadir. (1283.)

1290. OBJECTION IV. S'il est vrai que la lune décrive une courbe elliptique autour de la terre, en vertu d'une force projectile & centrale ; pourquoi un boulet de canon, tiré horizontalement, ne décrit-il pas une courbe semblable autour de la terre ?

RÉPONSE. Un boulet de canon ne décrit point une courbe elliptique autour de la terre ; parce que sa force centripete est trop grande en comparaison de sa force centrifuge.

I°. Un boulet de canon qui bat en breche, ne parcourt qu'environ 100 toises en une seconde de tems (391) ; & cette force projectile ne lui donne qu'une force centrifuge égale à environ une ligne & un tiers ; comme il conste par les observations, par la théorie du nivellement (*Math.* 534), & par la théorie du sinus verse

appliquée à cet objet (1269). Donc ce boulet de canon, qui dans une seconde, s'approche de 15 pieds du centre de la terre, en vertu de sa force centripete; & qui dans le même tems, ne tend à s'éloigner du centre de la terre que d'une ligne & un tiers, en vertu de sa force projectile horifontale d'où naît sa force centrifuge, doit bientôt atteindre la surface de la terre, où cesse son mouvement.

II°. Si ce boulet de canon avoit une vîtesse ou une force projectile 45 ou 50 fois plus grande; il pourroit, dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, décrire la courbe qu'on objecte: parce qu'en parcourant près de 5000 toises en une seconde, il tendroit à s'éloigner de plus de 15 pieds du centre de la terre (*Math.* 391), en vertu de sa force projectile; tandis que dans ce même tems, il ne tendroit qu'à s'en approcher de 15 pieds, en vertu de sa force centrale. Mais dans un milieu aussi résistant que l'air (302), sa force projectile, fût-elle immensément plus grande que nous venons de la supposer, seroit bientôt détruite & anéantie; & sa force centrale le rameneroit bientôt sur la surface de la terre.

III°. Ces deux raisons, qui détruisent la possibilité du mouvement elliptique dans un corps lancé près de la surface terrestre, ne détruisent point la possibilité du mouvement elliptique dans la lune, dont la *force centrale* est environ 3600 fois moindre que dans le boulet de canon (1272); dont la *force projectile* égale à 187264 pieds par minute (1272), est environ six fois plus grande que celle d'un boulet de canon qui bat en breche; & dont la révolution produite
par

par l'action conjointe de la force projectile & de la force centrale, s'effectue, ou dans le vuide, ou dans un milieu sans résistance.

PARAGRAPHÉ SECONDE.

THÉORIE DE LA SECONDE LOI.

1291. OBSERVATION. Nous venons de faire voir, dans le paragraphe précédent, que les planetes & les cometes, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, doivent décrire persévérément des ellipfes autour de leur centre de mouvement; & que ces révolutions ellip-tiques ne sont qu'une suite & une dépendance de la théorie du mouvement. Mais comment dé- duire de la théorie du mouvement, le rapport entre les distances & les tems périodiques de ces différents corps, mus comme au hasard autour d'un centre commun?

Comme cette théorie, qui n'intéresse que très-peu de lecteurs, exige nécessairement des calculs assez compliqués, pour être parfaitement déve- loppée dans toute son étendue; nous nous bor- nerons à montrer les principes sur lesquels elle est fondée, & à faire voir qu'en comparant en- semble les vîteses, les forces centrales, les rayons vecteurs, les tems périodiques, on peut en déduire le rapport marqué par la seconde loi de Kepler. (1261.)

Pour simplifier, autant qu'il est possible, la théorie que nous allons donner, nous nous bor- nerons à comparer entr'elles, dans différentes hypotheses, les révolutions périodiques de deux planetes A & a ; & nous supposerons que ces

deux planetes font leurs révolutions dans deux circonferences de cercles concentriques, dont les rayons font entr'eux comme 2 est à 1. Il sera facile de transporter dans l'ellipse, les résultats que nous allons chercher dans le cercle: puisque l'ellipse a des rapports fixes & connus avec le cercle. (*fig. 30.*)

Dans cette théorie, qui exige nécessairement & des expressions & des calculs algébriques, nous nommerons les deux planetes A & a; leurs vitesses ou leurs forces projectiles, V & v; leurs distances ou leurs rayons vecteurs, R & r; la durée de leurs révolutions ou leurs tems périodiques, T & t; leurs forces centrale, centripete & centrifuge, $\frac{VV}{R}$ & $\frac{vv}{r}$. (1274.)

L'axiome suivant servira à faire entendre ce que les calculs & les équations que nous allons employer, pourroient présenter d'obscur & d'embarrassant. Ces calculs, plus effrayants en apparence que difficiles dans la réalité, ne supposent & n'exigent d'autres connoissances, que celles de la plus simple multiplication & division d'une fraction, telles qu'on les trouvera dans nos éléments de mathématiques.

1292. AXIOME. *Un nombre est égal à une fraction qui a ce nombre pour numérateur, & l'unité pour dénominateur.* Par exemple, $4 = \frac{4}{1}$; $10 = \frac{10}{1}$: De même, $R = \frac{R}{1}$; $RR = \frac{RR}{1}$; & ainsi du reste.

EXPLICATION. Dans les équations suivantes, on suppose deux corps quelconques, par exemple, deux planetes, le premier éloigné du centre de son mouvement comme 4, & le second seulement comme 2. (*fig. 30.*)

I°. Si les vîteſſes de ces deux corps ſont en raiſon inverſe des diſtances ou des rayons vecteurs ; on aura cette *premiere proportion*, $V . v :: 2 . 4$; ou bien $V . v :: \frac{1}{4} . \frac{1}{2}$; ou cette *ſeconde proportion*, $V . v :: r . R$; ou bien $V . v :: \frac{1}{R} . \frac{1}{r}$. (*Math.* 190.)

J'ai dit qu'on avoit d'abord $V = 2 . v = 4 :: \frac{1}{4} . \frac{1}{2}$: cela eſt évident ; puisſque le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyens. Je diſ qu'on a de même $V = 2 . v = 4 :: \frac{1}{R} . \frac{1}{r}$: puisſque 1 diviſé par $R = 4$, donne évidemment un quotient de moitié plus petit que 1 diviſé par 2.

Il réſulte delà que dans la ſeconde proportion, V eſt représenté par $\frac{1}{R}$, ou que $V = \frac{1}{R}$; comme dans la premiere proportion, V eſt représenté par $\frac{1}{4}$, $V = \frac{1}{4}$. Ainſi $V = \frac{1}{R}$, & $v = \frac{1}{r}$.

II°. Puisſque V eſt représenté par $\frac{1}{R}$; ſi on élève les deux membres de l'équation $V = \frac{1}{R}$ à leur quarré, on aura $VV = \frac{1}{RR}$. Si on diviſe les deux membres de cette équation $VV = \frac{1}{RR}$, par R ou par $\frac{R}{1}$ (*Math.* 212) ; on aura $\frac{VV}{R} = \frac{1}{R^3}$.

Or, puisſque dans cette derniere équation le premier membre $\frac{VV}{R}$ eſt l'expreſſion des forces centrales (1274) ; il eſt clair que le ſecond membre $\frac{1}{R^3}$ fera auſſi l'expreſſion des mêmes forces cen-

trales. On pourra donc comparer entre elles les forces centrifuges & centripetes des deux planetes A & a, en les représentant tantôt par $\frac{V V}{R}$

& $\frac{v v}{r}$, tantôt par $\frac{1}{R^3}$ & $\frac{1}{r^3}$.

1293. REMARQUE. La vîteffe ou la force projectile produit dans un mobile une *force centrifuge* (1258); & détruit dans ce même mobile une *force centripete*, ou une portion d'une force centripete. La force centripete d'un mobile est donc indépendante de la vîteffe ou de la force projectile de ce mobile; au lieu que la force centrifuge en est totalement dépendante. Détruisez la force projectile de la lune, ou d'un boulet de canon tiré horifontalement: leur force centripete, ou leur tendance vers le centre de la terre, subsiste en plein. Détruisez dans ces mêmes mobiles la force projectile: leur force centrifuge est totalement anéantie, & ne contrebalance plus en rien leur force centripete toujours subsistante.

Nous avons expliqué & démontré dans quelle proportion croît & décroît dans un mobile la force centripete, force indépendante des vîteffes, mais dépendante des distances: dans un même mobile, quelle que soit la vîteffe ou la force projectile qui l'anime, elle est toujours en raison inverse du quarré des distances. (1272.)

Il nous reste à expliquer & à démontrer dans quelle proportion cette même force centripete est détruite dans un mobile par l'action opposée de la force centrifuge, force dépendante à la fois & des vîteffes & des distances du mobile: & tel fera l'objet des propositions suivantes,

où l'expresssion $\frac{V V}{R}$ des forces centrales aura principalement pour objet les *forces centrifuges*, qu'il s'agit d'évaluer par le moyen de leur rapport avec les forces centripetes déjà préalablement connues. (1273.)

D I V E R S E S H Y P O T H E S E S.

1294. HYPOTHESE I. *Si les tems périodiques des deux planetes A & a étoient égaux, leurs vitesses & leurs forces centrifuges seroient comme leurs distances ou leurs rayons vecteurs. (fig. 30.)*

DÉMONSTRATION. I°. Les vitesses seroient comme les rayons. Car les vitesses sont comme les espaces parcourus en tems égaux (265): or les espaces parcourus en tems égaux, seroient, par la supposition, les arcs concentriques & semblables AB & ab, lesquels dans un cercle sont entre eux comme les rayons AS & aS (*Math.* 474). Donc dans ce cas, on auroit cette proportion: $V . v :: R . r$.

II°. Les forces centrifuges seroient aussi comme les rayons. Car dans un cercle, les forces centrifuges sont égales aux forces centripetes, & leur expression commune est $\frac{V V}{R}$ & $\frac{v v}{r}$ (1274): donc puisque selon la proportion précédente, $V . v :: R . r$; on aura aussi $\frac{V V}{R} . \frac{v v}{r} :: \frac{R R}{R} . \frac{r r}{r}$.

Et en effaçant les termes qui se détruisent dans la seconde raison de cette dernière proportion, on aura $\frac{V V}{R} . \frac{v v}{r} :: R . r$: ce qui signifie que les forces centrales, centrifuge & centripete, des

deux planetes seroient comme leurs rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1295. COROLLAIRE. Il résulte delà, que *si une sphere telle que la terre se meut autour de son axe avec une vitesse quelconque ; tous ses différents points font leur révolution en même tems ; & que les vitesses & les forces centrifuges des points pris dans une même surface circulaire perpendiculaire à l'axe de rotation, sont comme leurs distances à l'axe, ou comme les rayons des cercles qu'ils décrivent.*

EXPLICATION. Tandis que la terre fait une révolution sur son axe ; il est clair que chaque élément de la masse terrestre décrit la circonférence d'un cercle dont le centre est dans l'axe ; & que chaque élément terrestre a une force projectile, qui lui donne nécessairement une force centrifuge plus ou moins grande : puisqu'en vertu de cette force projectile, chaque élément tend à s'échapper par la tangente à sa courbe, dans laquelle il est retenu par sa pesanteur ou par sa force centripete.

1^o. Les éléments ou les portions de la masse de la terre ou de la masse de l'eau ou de la masse de l'air, qui décrivent de plus grandes circonférences, ont évidemment plus de vitesse & plus de force projectile, que ceux qui décrivent des circonférences plus petites : les premiers acquierent donc plus de force centrifuge que les derniers.

Si on suppose la pesanteur ou les forces centripetes des premiers, égales à la pesanteur ou aux forces centripetes des derniers ; il est clair que les premiers doivent perdre plus de leur pesanteur ou de leur force centripete que les

derniers : puisque les premiers ayant plus de force centrifuge que les derniers, ils ont une plus grande cause destructrice de leur pesanteur ou de leur force centripete. Delà l'applatiffement des poles, où les vîtesses, & les forces centrifuges nées des vîtesses, sont nulles ou très-petites : delà le renflement de l'équateur, où les vîtesses, & les forces centrifuges nées des vîtesses, sont très-considérables, & détruisent une partie notable de la pesanteur.

II°. Quoique dans cette révolution uniforme des éléments de la terre, de l'eau & de l'air, chaque élément ait une force centrifuge, opposée directement ou obliquement à sa pesanteur ; il ne s'ensuit pas que cette force centrifuge détruise entièrement la pesanteur : elle n'en détruit qu'une très-petite partie sous l'équateur ; elle n'en détruit point du tout sur l'axe & dans les poles ; elle en détruit une portion toujours de plus en plus petite, en allant de l'équateur vers les poles. Selon les calculs de Huyghens & de quelques autres physiciens ; pour que les corps terrestres perdissent totalement leur pesanteur sur la surface de la terre, il faudroit que la révolution de la terre sur son axe fût environ dix-sept fois plus rapide, ou qu'elle se fît en environ une heure & 25 minutes.

III°. Comment est-il donc vrai que dans cette révolution des corps terrestres, par exemple, du fluide aqueux & du fluide aérien ; les forces centripetes sont égales aux forces centrifuges ? En ce sens, que l'excès de la force centripete sur la force centrifuge, née de la force projectile, est par-tout arrêté & contre-balancé dans chaque colonne, par la pression des colonnes

adjacentes, dont la pesanteur devient une vraie force centrifuge pour les colonnes successivement contiguës, qu'elle tend à élever selon les loix de l'hydrostatique. (621.)

1296. HYPOTHESE II. *Si les vitesses des deux planetes A & a étoient égales, leurs tems périodiques seroient comme leurs rayons; & leurs forces centrifuges, en raison inverse & de leurs rayons & de leurs tems périodiques. (fig. 30.)*

DÉMONSTRATION. I°. Les tems périodiques seroient comme les rayons. Car les vitesses étant supposées égales, il est clair que la révolution du corps A fera plus longue que la révolution du corps a, autant que la circonférence décrite par le corps A est plus grande que la circonférence décrite par le corps a: les tems périodiques seroient donc entr'eux comme ces circonférences, & par là même comme leurs rayons qui leur sont proportionnels. (*Math.* 473). Donc dans ce cas, $T . t :: R . r$.

II°. Les forces centrifuges seroient en raison inverse des rayons. Car ces forces sont $\frac{VV}{R}$ & $\frac{v v}{r}$ (1274): or VV étant égal à $v v$, par la supposition; il est clair que $\frac{VV}{R}$ & $\frac{v v}{r}$ sont en raison inverse de leurs diviseurs, qui sont les rayons des deux circonférences concentriques. (*Math.* 190.)

III°. Les forces centrifuges seroient aussi en raison inverse des tems périodiques. Car ces forces étant en raison inverse des rayons, comme on vient de le démontrer; il est clair qu'elles sont

aussi en raison inverse des circonférences de ces rayons, qui sont proportionnels à leurs circonférences; & par là même, qu'elles sont en raison inverse des tems périodiques, qui sont mesurés par ces circonférences, ou qui sont entr'eux comme ces circonférences. C. Q. F. D.

1297. HYPOTHESE III. Si les vîteses des deux planetes A & a étoient en raison inverse des distances ou des rayons vecteurs, les forces centrifuges seroient en raison inverse des cubes de ces mêmes distances. (fig. 30.)

DÉMONSTRATION. Les vîteses réelles des deux planetes étant supposées en raison inverse des distances ou des rayons vecteurs, on a cette proportion: la petite vîtesse V de la planete plus éloignée, est à la grande vîtesse v de la planete moins éloignée; comme le petit rayon r est au grand rayon R; ou $V \cdot v :: r \cdot R$.

Et par l'axiome précédent, $V \cdot v :: \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{r}$. Par conséquent, $V = \frac{1}{R}$; $VV = \frac{1}{R^2}$; $\frac{VV}{R} = \frac{1}{R^3}$; & $v = \frac{1}{r}$; $vv = \frac{1}{r^2}$; $\frac{vv}{r} = \frac{1}{r^3}$. D'où il résulte que $\frac{VV}{R} \cdot \frac{vv}{r} :: \frac{1}{R^3} \cdot \frac{1}{r^3}$.

Or dans cette dernière proportion, la première raison exprime les forces centrifuges (1274): donc la seconde raison, qui lui est égale, exprime aussi les forces centrifuges.

Mais dans cette dernière raison $\frac{1}{R^3} \cdot \frac{1}{r^3}$, les deux termes que l'on compare ensemble & qui sont deux fractions, sont en raison inverse des

cubes des distances ou des rayons : puisque les numérateurs des deux fractions étant les mêmes, il est clair que ces deux fractions sont en raison inverse de leurs dénominateurs ou de leurs diviseurs (*Math.* 190), qui sont les cubes des rayons vecteurs.

On aura donc, pour l'expression des deux forces centrifuges que l'on cherche à comparer & à évaluer, ou cette proportion $\frac{VV}{R} \cdot \frac{vv}{r} ::$

$\frac{1}{R^3} \cdot \frac{1}{r^3}$; ou cette autre proportion égale à la

précédente, $\frac{VV}{R} \cdot \frac{vv}{r} :: r^3 \cdot R^3$: ce qui signifie

que les forces centrifuges des deux planètes A & a, dans la supposition présente, sont en raison inverse des cubes des rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1298. COROLLAIRE. *Les forces centrifuges d'une planète ou comète qui décrit une ellipse autour de son centre de gravitation, sont sur tous les points de son orbite, en raison inverse des cubes de ses distances, ou de ses rayons vecteurs.*

DÉMONSTRATION. On peut regarder un mobile qui décrit une courbe différente du cercle, comme commençant à chaque instant à se mouvoir dans un nouveau cercle dont le rayon seroit égal au rayon vecteur actuel du mobile: puisqu'il est évident qu'un infiniment petit arc d'une ellipse, peut quadrer & se confondre sensiblement avec un infiniment petit arc d'un cercle de même courbure & de même rayon que cet arc elliptique. (*Math.* 761.)

Le mouvement d'une planète ou d'une comète dans sa courbe elliptique, peut donc être

considéré comme composé de petits mouvements circulaires, variables à chaque instant, & dont les vîteses réelles & absolues sont toujours & par-tout en raison inverse des rayons vecteurs. (1281.)

Or, selon l'hypothese & la démonstration précédente, ces vîteses en raison inverse des rayons vecteurs, produiroient dans le cercle, des forces centrifuges en raison inverse des cubes des rayons vecteurs : donc elles produiront le même effet dans des courbes qui ne different point, ou qui ne different qu'infiniment peu du cercle. Donc les différentes vîteses d'une même planete ou comete, toujours & par-tout en raison inverse des rayons vecteurs alternativement croissants & décroissants, lui donneront des forces centrifuges en raison inverse des cubes de ses rayons vecteurs, dans tous les infiniment petits arcs de sa courbe, lesquels peuvent toujours & par-tout se confondre avec des arcs de cercles qui auroient la même courbure que ces arcs elliptiques, & dont le rayon seroit égal au rayon vecteur actuel de la planete ou comete, en quelque point de son orbite qu'on la suppose.

Donc, comme nous l'avons supposé ailleurs, les forces centrifuges de cette planete ou comete, sont sur tous les points de son orbite elliptique, en raison inverse des cubes de ses distances ou de ses rayons vecteurs. De sorte que quand la distance sera = 1, sa force centrifuge sera = 1 : quand sa distance sera = 2, sa force centrifuge sera = $\frac{1}{8}$: quand sa distance sera = 3, sa force centrifuge sera = $\frac{1}{27}$: & ainsi du reste. C. Q. F. D.

1299. OBJECTION. Si dans le mouvement ellip-

tique des planetes & des cometes, les forces centrifuges croissent & décroissent alternativement en raison inverse des cubes des rayons vecteurs; les forces centripetes devroient croître & décroître aussi selon la même proportion: puisque l'expression des forces centrifuges & centripetes est la même (1274). Comment concilier cette théorie, avec celle que nous avons établie & démontrée ailleurs, savoir, que les forces centripetes d'un corps quelconque croissent & décroissent en raison inverse des quarrés des rayons vecteurs (1272), & non en raison inverse des cubes des rayons vecteurs?

RÉPONSE. Dans le mouvement circulaire d'un même corps, les forces centrifuge & centripete qui l'animent, sont toujours & par-tout nécessairement égales: puisque si l'une de ces deux forces rivales & opposées l'emportoit sur l'autre, le mobile s'approcheroit ou s'éloigneroit de son centre, & cesseroit de décrire un cercle. Ainsi dans le cercle, l'expression de ces deux forces est exactement & persévérément la même.

Mais dans le mouvement elliptique, où ces deux forces sont inégales, & où l'une l'emporte alternativement sur l'autre, leur expression n'est la même, qu'autant qu'on les compare l'une à l'autre dans un cercle appliqué à l'ellipse, & confondu en partie avec un infiniment petit arc de l'ellipse (*Math.* 762). Dans ce cas, l'expression des forces centrifuge & centripete est la même relativement au *cercle de comparaison*: parce que la force centrifuge tend à éloigner le mobile du centre de ce cercle, précisément autant que la force centripete tend à l'en approcher. L'expression n'est pas la même *par rapport à l'ellipse*

ou à la courbe du mobile : parce que sur chaque point de l'ellipse ou de la courbe du mobile, la force centrifuge tend toujours à éloigner le mobile du centre de gravitation, ou plus ou moins que la force centripete ne tend à l'en rapprocher.

Si l'on demande maintenant pourquoi la théorie de l'hypothèse & du corollaire précédents, quadre avec la force centrifuge dans l'ellipse, sans quadrer de même avec la force centripete dans la même ellipse ; la raison en est, que la *force centrifuge* est toujours dans la direction du rayon, soit dans l'ellipse, soit dans le cercle de comparaison ; c'est toujours la quantité dont le mobile tend à s'éloigner de l'arc commun & à l'ellipse & au cercle de comparaison : au lieu que la *force centripete* est dans la direction du rayon de l'ellipse, & non dans la direction du rayon du cercle appliqué à l'ellipse ; c'est la quantité dont le mobile tend à s'approcher du foyer central de l'ellipse, & non du centre du cercle de comparaison. Le cercle de comparaison peut donc servir à faire trouver l'expression de la force centrifuge dans l'ellipse ; sans que cette expression soit en même tems l'expression de la force centripete dans la même ellipse : celle-ci est déjà supposé trouvée d'une autre manière & par d'autres voies. (1272.)

1300. REMARQUE. Les trois hypothèses précédentes sont trois fausses suppositions, qui ne quadrent point, comme on voit, avec le système planétaire. La dernière hypothèse, par exemple, ne quadre pas avec les vitesses réelles de nos planètes : puisque ces vitesses réelles de nos planètes sont entr'elles en raison inverse des ra-

cines quarrées des distances, & non en raison inverse des distances. Mais cette hypothese quadre avec les différentes vîteffes réelles d'une même planete, dont les vîteffes réelles & variables sur les différents points de son orbite, sont toujours en raison inverse de ses distances au soleil (1281); & l'objet de cette hypothese, c'est de déterminer la quantité de force centrifuge qui anime cette unique planete sur chaque point de son orbite, à différentes distances de son centre de mouvement.

1301. HYPOTHESE IV. *Si les forces centripètes des deux planetes A & a sont en raison inverse des quarrés des distances, comme elles le sont en effet (1273); leurs vîteffes réelles seront entr'elles, comme les racines quarrées de leurs distances inverses. (fig. 30.)*

C'est-à-dire, que la vîteffe de la planete plus éloignée, fera à la vîteffe de la planete moins éloignée; comme la racine quarrée de la petite distance, est à la racine quarrée de la grande distance. Sur quoi il faut observer que cette hypothese n'est point, comme les précédentes, une fausse supposition destinée, ou à préparer à la véritable, ou à conduire à quelque utile lumiere: c'est l'hypothese même de la nature; c'est la seconde loi observée par Kepler dans le moyen mouvement des planetes.

DÉMONSTRATION. 1°. Dans cette hypothese, on a la proportion suivante: la force centripete de la planete plus éloignée, est à la force centripete plus grande de la planete moins éloignée, comme le quarré du petit rayon, est au quarré

du grand rayon ; ou $\frac{VV}{R} \cdot \frac{vv}{r} :: rr \cdot RR$: &

par l'explication de l'axiome précédent , $\frac{VV}{R}$.

$$\frac{vv}{r} :: \frac{I}{RR} \cdot \frac{I}{rr}$$

II°. Il s'agit maintenant de démêler dans cette équation $\frac{VV}{R} = \frac{I}{RR}$, la valeur de V qui exprime la vitesse, & la valeur de R qui exprime le rayon. D'abord en multipliant les deux membres de cette équation par R, on aura $VV = \frac{R}{RR}$; & en effaçant dans le dernier membre les termes qui se détruisent, on a $VV = R$, ou le quarré de la vitesse proportionnel au rayon.

Ensuite, puisque $\frac{VV}{R} = \frac{I}{RR}$, en effaçant dans cette équation les termes qui se détruisent, c'est-à-dire R de part & d'autre, on aura $VV = \frac{I}{R}$; & en extrayant la racine quarrée de cette dernière équation, on aura $V = \sqrt{\frac{I}{R}}$.

Dans cette dernière équation, le premier membre exprime la vitesse de la planète plus éloignée; le second membre exprime la racine quarrée du rayon de la planète moins éloignée. Donc, en faisant la même opération sur l'autre force centripète, on trouvera que la vitesse réelle de la planète la plus éloignée, est à la vitesse réelle de la planète la moins éloignée, comme la racine quarrée de la petite distance, est à la racine quarrée de la grande distance; ou que ces vitesses sont entr'elles comme les ra-

cines quarrées des distances inverfes. C. Q. F. D.

1302. REMARQUE. Puisque la vîteffe est l'espace parcouru, divisé par le tems employé à le parcourir (262); que l'on divise la courbe de la terre & de mars, par exemple, par les tems périodiques respectifs de ces deux planetes: on trouvera que la vîteffe réelle de mars, est plus petite que celle de la terre; & que la moyenne vîteffe de mars, est à la moyenne vîteffe de la terre, comme la racine quarrée de la moyenne distance de la terre, est à la racine quarrée de la moyenne distance de mars: & ainsi des autres planetes.

1303. COROLLAIRE I. *Les vîteffes réelles des deux planetes A & a étant entr'elles comme les racines quarrées de leurs distances inverfes, les quarrés des tems périodiques seront entr'eux comme les cubes des distances respectives. (fig. 30.)*

DÉMONSTRATION. Les tems sont comme les espaces parcourus, divisés par les vîteffes: ces espaces parcourus sont les circonferences qui sont proportionnelles aux rayons; les tems seront donc $T = \frac{R}{V}$, & $t = \frac{r}{v}$.

Puisque $T = \frac{R}{V}$, il s'enfuit que $T_2 = \frac{R_2}{V_2}$: or, par la démonstration de l'hypothese précédente, $VV = \frac{1}{R}$. Donc dans l'équation $T_2 = \frac{R_2}{V_2}$, qui représente le rapport des quarrés des tems aux distances, on peut substituer $\frac{1}{R}$, à V_2 : donc $T_2 = R_2$ divisé par $\frac{1}{R}$: donc $T_2 = R_3$: ce qui

qui signifie que les quarrés des tems sont entre eux, comme les cubes des distances ou des rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1304. COROLLAIRE II. *Et réciproquement, si les quarrés des tems sont comme les cubes des distances propres; les forces centripetes seront en raison doublée des distances inverses, ou en raison inverse des quarrés des distances respectives.*

DÉMONSTRATION. D'abord, $T = \frac{R}{V}$: donc

si $T_2 = R_3$, on aura aussi $\frac{R_2}{V_2} = R_3$; & $V_2 =$

$\frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{R}$, comme dans la dernière hypothese

(1301). D'où il s'ensuit que $\frac{VV}{R} = \frac{1}{RR}$, & que

$\frac{vv}{r} = \frac{1}{r}$: ce qui signifie que les forces centripetes

sont en raison inverse des quarrés des distances ou des rayons vecteurs; comme nous l'avons déjà expliqué & démontré ailleurs. (1273.)

C. Q. F. D.

1305. REMARQUE. Quoique les planetes se meuvent dans des ellipfes, & non dans des cercles; la même théorie que nous venons de développer, peut s'appliquer à leurs mouvements: parce que dans chaque point de leur courbe, & sur-tout dans leur moyenne distance, on peut les considérer comme commençant à se mouvoir dans un cercle dont le rayon seroit égal au rayon actuel de leur courbe; & que la petite portion de cette courbe, qu'elles parcourent dans un tems très-court, par exemple dans une seconde

ou dans une minute, ne diffère qu'infiniment peu du cercle dont nous parlons. (*Math.* 762.)

RÉFLEXIONS SUR CES LOIX, OU

1306. CONCLUSION. Après avoir exposé & développé dans ces deux fameuses loix de Kepler, le plus grand & le plus intéressant mécanisme de la nature; il nous reste à faire observer, comme en passant, qu'il ne faut rien de plus que l'existence & la permanence de ces deux loix, pour établir démonstrativement & pour faire sentir par-tout efficacement, & l'invisible présence & l'ineffable action d'un Être incréé & créateur, seul auteur, seul conservateur, seule cause efficiente du mouvement qui anime parfaitement les globes célestes.

1^o. Ces loix de la nature sont arbitraires: puisqu'il est évident qu'il n'y a rien dans la matière & dans les corps, qui exige essentiellement qu'ils tendent les uns vers les autres; qu'ils tendent plutôt vers le soleil, par exemple, que vers Sirius; qu'ils tendent vers certains centres, *en raison inverse des quarrés des distances*, plutôt qu'en raison directe, ou des distances, ou des racines quarrées ou cubiques de ces distances. De même, il est évident que dans la nature du mouvement, si on l'envisage antécédemment à toute loi positive & arbitraire; il n'y a rien qui exige essentiellement que les corps tendent à s'éloigner de certains centres, *en raison inverse des cubes de leurs distances*, plutôt qu'en raison inverse des distances ou des quarrés des distances; plutôt qu'en raison directe des distances, ou de leurs quarrés, ou de leurs

cubes, ou de leurs racines; & ainsi du reste. Ces loix doivent donc leur établissement & leur conservation à un Principe libre, à un Arbitre suprême de la nature, auquel il a plu de donner à la nature telles loix de mouvement, relativement à l'ordre de choses par lui choisi & déterminé; plutôôt que telles & telles autres loix de mouvement évidemment possibles, qu'il auroit pu également choisir & établir. Ce peu de mots semble suffisant pour décider la fameuse question, si souvent agitée: *si les loix de la nature sont libres ou nécessaires.*

II°. Ces loix, pour être arbitraires, n'en sont pas moins constantes & immuables. La raison en est, qu'elles ont pour auteur & pour conservateur, un Être dont l'immutabilité est l'apanage essentiel; un Être absolument incapable de changer jamais de dessein & de volonté; un Être qui veut & décerne toujours, ce qu'il a une fois voulu & décerné (*Mét.* 431). Ainsi on peut compter sur les résultats de ces loix, primitivement libres & arbitraires, avec autant d'assurance que si elles étoient nécessaires en elles-mêmes.

III°. Ces loix arbitraires, mais infiniment sages, exigent nécessairement, pour subsister dans la nature, l'action permanente d'un Principe moteur, infini & dans ses lumieres & dans sa puissance. Quel autre, qu'un génie illimité dans son intelligence, pourroit saisir à chaque instant, tous les rapports infiniment compliqués & toujours variables que doivent prendre les forces centripetes & centrifuges de chaque élément de matiere, pour faire persévéramment subsister & pour ne jamais altérer en rien

l'ordre de choses une fois établi ? Quelle autre puissance, qu'une puissance infinie dans son essence & dans son action, pourroit donner incessamment & persévéramment à chaque élément & à chaque masse de matière, sans excès & sans défaut, le degré précis de vitesse, de force centrifuge ou centripète, qu'il lui faut pour rester persévéramment dans la même courbe qu'il a une fois commencé à décrire ? Le roi prophète l'a dit : la sagesse & la puissance du Créateur sont empreintes dans les cieux en caractères si sensibles & si lumineux, qu'il faut manquer à la fois & de lumière & de sentiment, pour ne pas les y appercevoir. O aveugle & stupide athéisme, tu n'habitas certainement jamais dans un cœur droit & dans un esprit éclairé !

IV°. On peut dire de toutes les loix de la mécanique, ce que nous venons de dire de la force centrifuge & centripète : elles sont toutes arbitraires, mais immuables ; & elles supposent toutes l'action permanente du Créateur. Il est clair qu'on ne conçoit rien dans la nature de la matière ou du mouvement, qui exige essentiellement & par soi-même, qu'un levier double donne une force double ; qu'une très-petite masse, animée d'une immense vitesse, fasse équilibre avec une immense masse animée d'une très-petite vitesse. Les choses ne sont ainsi, que parce qu'il a plu au suprême Législateur de la nature qu'elles fussent telles ; & que parce qu'il les rend persévéramment telles par son action toujours permanente, seule cause efficiente de tout mouvement dans la nature : preuve sensible & démonstrative de son existence & de sa

présence sur la terre & autour de nous, ainsi que loin de nous & dans l'immensité des cieux.

1207. REMARQUE. Des deux loix de la nature que nous venons d'examiner & de développer dans tout cet article, naît un *mouvement elliptique*, durable & permanent dans les corps célestes. Pour que ces mêmes loix donnassent aux mêmes corps célestes un mouvement circulaire, qu'auroit-il fallu? Il auroit fallu que la force projectile, imprimée à chaque mobile dans une direction perpendiculaire à son rayon vecteur, eût le degré précis de force, sans excès & sans défaut, qu'il faut pour produire dans ce mobile une force centrifuge précisément égale à la force centripète: dans ce cas, le mobile eût décrit un cercle (1284), & non une ellipse.

Mais le Créateur, essentiellement indépendant dans ses volontés, dans les fins qu'il se propose, dans le choix des moyens qu'il lui plaît d'employer, a voulu & décerné librement & d'après son bon plaisir, un mouvement elliptique, & non un mouvement circulaire, dans les corps célestes: & ce mouvement elliptique, en mettant plus de variété dans l'ordre des choses, n'y met pas moins de puissance & de sagesse.

Le mouvement circulaire eût exigé que le Créateur imprimât primitivement à chaque mobile, une impulsion déterminée & proportionnelle à sa force centripète. Le mouvement elliptique n'exige de la part du Créateur, pour chaque planète ou comète en particulier, qu'une impulsion libre & indéterminée, plus ou moins grande, en un sens quelconque différent de la direction du rayon vecteur: ce qui semble plus propre à étaler sans cesse à nos yeux le spectacle

de sa sagesse & de sa puissance, uni & assorti au spectacle de sa liberté. *Cœli enarrant gloriam Dei.*

ARTICLE QUATRIÈME.

SYSTÈMES DU MONDE.

1308. DÉFINITION. **U**N système du monde est un arrangement des corps célestes, qui puisse quadrer avec les différents phénomènes qu'on observe dans les mouvements des astres; ou d'où puisse découler une satisfaisante explication de ces différents phénomènes.

Il est plus que vraisemblable qu'un système du monde, qui s'accorde en tout & par-tout avec les phénomènes célestes, qui renferme dans sa théorie toutes les évolutions des astres dans toute leur généralité & dans toutes leurs particularités, qui quadre à la fois & avec les principes physiques & avec les observations astronomiques, est le vrai système ou le vrai arrangement de la nature. Il est certain, il est évident, que tout système du monde qui ne s'accorde ni avec les principes physiques, ni avec les observations astronomiques, ni avec la théorie connue du mouvement, n'est point le vrai système ou le vrai arrangement de la nature. Nous allons examiner, d'après cette idée ou d'après ce principe, les systèmes de Ptolomée, de Copernic, de Tycho-Brahé.

SYSTÈME DE PTOLOMÉE.

1309. SYSTÈME I. Ptolomée, natif de Peluse en Égypte, le plus grand astronome de son siècle & peut-être de toute l'antiquité, donna son système du monde à Alexandrie vers le milieu du second siècle; & ce système fut regardé, avec raison, comme un chef-d'œuvre de génie, dans un tems où le peu de connoissances qu'on avoit & sur la physique & sur l'astronomie, ne permettoit pas à l'esprit humain d'imaginer rien de mieux. Dans ce système, que les observations & les découvertes des siècles postérieurs ont démontré faux, ruineux, absurde, dans toutes ses parties (*fig. 32*):

I°. La terre est immobile au centre de l'univers: l'élément de l'air enveloppe la terre: l'élément du feu domine & enveloppe l'élément de l'air: un ciel de crystal, c'est-à-dire, une immense couche sphérique d'une matiere solide & transparente, embrasse & enveloppe le tout; & sert de siege à la lune, qui s'y trouve placée comme un diamant dans son chaton.

II°. Au-dessus de la région de l'air & du feu, qui enveloppent la terre immobile au centre de l'univers, se trouvent à différentes distances, onze cieus de crystal, ou onze couches sphériques & concentriques d'une matiere solide & transparente, telle que celle dont nous venons de parler. Le premier est destiné à soutenir & à porter la lune autour de la terre: le second rend le même service à mercure; le troisieme, à venus; le quatrieme, au soleil; le cinquieme, à mars; le sixieme, à jupiter; le septieme, à

faturne ; le huitieme , aux étoiles , qui s'y trouvent toutes enchâssées au hasard , & qui y brillent d'un éclat différent , quoique placées à la même distance de la terre.

Parmi les autres cieux plus éloignés du centre de la terre , le neuvieme engraine le ciel des étoiles , & les fait avancer chaque jour d'environ un degré sur la révolution du soleil , d'orient en occident : il engraine aussi les cieux inférieurs des différentes planetes , & les fait aller incessamment d'occident en orient , contre leur mouvement diurne , avec des vitesses inégales. Le dixieme imprime au même ciel des étoiles un autre petit mouvement parallele au plan de l'écliptique , d'occident en orient , & le fait tourner autour des poles de l'écliptique. Le onzieme , surnommé le *premier mobile* , imprime à toute la machine le grand mouvement , qui est le mouvement diurne , d'orient en occident , sans altérer & sans déranger le mouvement particulier des deux cieux inférieurs , dont nous venons de parler.

III°. Les stations , les directions , les rétrogradations des planetes , étoient connues de Ptolomé. Pour les expliquer dans son systéme , il adapte un *épicycle* (*) au ciel de chaque planete , c'est-à-dire , un cercle dont l'axe est comme adhérent & dont le plan est à peu près perpendiculaire au ciel de chaque planete. Dans cette

(*) ETYMOLOGIE. Epicycle , cercle ayant son centre sur la circonférence d'un autre cercle. D'*ἐπι* , *super* , & de *κύκλος* , *circulus*. Il n'y a point d'épicycle réel dans la nature.

hypothese, le ciel de saturene, par exemple, est échancré en *ac*: un axe ou un effieu d'une matiere solide & indestructible enfile le centre du cercle *abcd*, & repose de part & d'autre par ses extrêmités sur deux rainures *S* du ciel échancré. Saturne n'occupe pas le centre *S* de son épicycle; mais il est fixé immobilement dans un point *a* de la circonférence.

Le centre de l'épicycle a les mêmes mouvements que le ciel auquel il est adhérent: mais sa circonférence a un mouvement propre & permanent d'occident en orient, un mouvement *abcd*, qui fait que saturene est tantôt direct, tantôt rétrograde, tantôt stationnaire. Il est direct, quand allant selon l'ordre des signes, il parcourt l'arc *abc*: il est rétrograde, quand allant contre l'ordre des signes, il parcourt l'autre partie *cda* de son orbite: il est stationnaire vers les points *a* & *c*.

Les autres planetes, excepté la lune, ont également leurs stations, leurs directions, leurs rétrogradations: c'est pourquoi Ptolomée les plaça dans la circonférence de semblables épicycles *rstr*, hormis la lune qu'il fixa simplement dans son ciel, sans épicycle.

SYSTÈME DE COPERNIC,

OU LE VRAI SYSTÈME DU MONDE.

1310. SYSTÈME II. Aristarque de Samos, Pythagore, & quelques autres philosophes de l'antiquité, avoient soupçonné que le soleil devoit être immobile au centre du monde planétaire, & que la terre devoit être une planete

errante autour du soleil. Mais cette opinion, mal présentée, mal développée, mal combinée, avoit paru un simple rêve, & en avoit eu le sort, un oubli total. Un grand homme l'examina, l'approfondit, la mit dans son vrai jour, au commencement du seizieme siecle; & ce qui avoit été anciennement dédaigné comme un rêve, a été enfin généralement adopté dans ces derniers siecles, comme le vrai systême du monde. Ce grand homme fut *Copernic*, né à Thorn dans la Prusse royale, & ensuite chanoine de Varmie. Voici, en peu de mots, son idée, qui sera plus amplement développée dans toute la suite de cet article. (*fig. 4.*)

I°. *Au centre sensible du monde planétaire*, est situé le soleil immobile F, centre commun de tous les mouvements des planetes. Les étoiles sont tout autant de soleils immobiles, autour desquels tournent vraisemblablement des planetes semblables à celles qu'éclaire & qu'échauffe notre soleil.

II°. *Autour du soleil immobile F*, se fait la révolution des six planetes principales, qui sont mercure, venus, la terre, mars, jupiter, saturne. La terre a une lune, jupiter en a quatre, saturne cinq, qui font leurs révolutions à part autour de leur planete; tandis que la planete qui les entraîne avec elle, fait sa révolution plus ou moins lente autour du soleil.

III°. *La terre-planete* a trois mouvements différens, dont nous avons déjà donné ailleurs une idée (1196); un *mouvement diurne*, d'occident en orient, autour de son axe toujours sensiblement parallele à lui-même; en vertu duquel tout le ciel paroît tourner en un sens contraire,

d'orient en occident, dans l'espace de 24 heures : un *mouvement annuel*, dans l'écliptique & selon l'ordre des signes; en vertu duquel le soleil immobile paroît parcourir l'écliptique selon l'ordre des signes, dans l'espace d'un an : un *mouvement rétrograde* dans tous les points de sa masse, d'orient en occident & parallèlement à l'écliptique; mouvement fort lent, en vertu duquel toutes les étoiles, quoiqu'immobiles, paroissent avancer chaque année selon l'ordre des signes, s'approcher ou s'éloigner d'une petite quantité de l'équateur, & faire une révolution entiere selon l'ordre des signes, autour des poles de l'écliptique, dans l'espace de 25740 ans.

Copernic pensoit que les orbites *man*, TDT, KIK, des planetes étoient des cercles : les observations postérieures ont démontré que ce sont des *ellipses*. Mais le même arrangement ou le même ordre de choses, qu'il avoit supposé dans des cercles, reste & subsiste dans les ellipses qu'on leur a substituées.

SYSTÈME DE TYCHO-BRAHÉ.

1311. SYSTÈME III. Un noble Danois, une des grandes lumieres de l'astronomie, *Tycho-Brahé*, fut alarmé, ainsi que bien d'autres sages & savants personnages, du systême de Copernic, qu'il crut opposé à l'écriture sainte, & par-là même à l'indéfectible vérité. Dans cette persuasion, il s'empressa de réformer l'ancien systême de Ptolomée, en l'adaptant aux découvertes que la moderne astronomie avoit faites dans le ciel, telles entre autres que les apogées & les périgées, les aphélies & les périhélies, dont on n'avoit

aucune connoissance ou dont on n'avoit que des connoissances fort imparfaites au tems de Ptolomée. De cette réforme, naquit vers la fin du seizieme siecle, un nouveau systême astronomique, qui porte encore le nom de son auteur, dans un tems où il n'a plus de partisans. Voici, en peu de mots, ce systême. (*fig. 33.*)

I°. Après avoir abandonné la révoltante absurdité des cieux solides & transparents de Ptolomée, Tycho-Brahé place la terre au centre du firmament : autour de la terre en tout sens immobile, tournent chaque jour la lune, le soleil, les planetes & les étoiles ; en telle sorte cependant que la terre n'est le vrai centre que du mouvement des étoiles, qui seules sont toujours à égale distance du centre de la terre, sans jamais s'en approcher ou s'en éloigner.

II°. La terre, immobile au centre du firmament, n'a proprement que deux planetes, ou deux astres errants, qui fassent leur révolution autour d'elle, savoir les deux grands luminaires célestes, le soleil & la lune. Ces deux astres font leur révolution diurne & annuelle autour de la terre, dans des circonferences de *cercles excentriques* ; ou dont le centre est à une distance déterminée, au-delà & à côté de la terre. Delà les apogées & les périgées de la lune & du soleil.

III°. Tandis que la terre est le centre excentrique du mouvement de la lune & du soleil ; le soleil est à son tour le centre excentrique du mouvement de mercure, de venus, de mars, de jupiter, de saturene ; qui sont comme cinq satellites du soleil, lequel les entraîne incessamment après lui dans sa double révolution, diurne & annuelle. L'orbite de mercure & de venus

embrasse uniquement le soleil, sans embrasser la terre : l'orbite de mars, de jupiter, de saturne, embrasse à la fois & le soleil & la terre ; mais le centre de cette orbite est plus ou moins près du soleil, & fort loin de la terre. La révolution diurne & annuelle du soleil déplace incessamment & persévéramment ces cinq planetes, qui participent nécessairement à tous les mouvements de leur centre mobile & errant avec le soleil autour de la terre.

IV°. Sans admettre les épicycles solides de Ptolomée, Tycho-Brahé fait mouvoir les cinq planetes qui ont le soleil pour *centre excentrique* de leurs révolutions, comme si elles étoient réellement portées sur des épicycles, dont le centre fût adhérent à la circonférence d'un *cercle vecteur ou déférent* ; cercle dont le centre a les mêmes mouvements que le soleil, & dont la circonférence a un mouvement propre d'occident en orient. Par exemple, selon Tycho-Brahé, mars est fixé à la circonférence de son épicycle ; & le centre de cet épicycle est toujours sur un point du même cercle déférent MVRM : mais le centre de cet épicycle a un mouvement d'occident en orient, dans la direction MVRM. Ainsi mars se trouve avoir à la fois, outre le mouvement diurne & annuel du soleil qui entraîne toujours & par-tout avec lui le centre de tous les cercles déférents, un mouvement propre d'occident en orient, dans la direction épicycloïdale *abcdbn* : saturne se meut de même, par son mouvement propre & épicycloïdal, dans la direction *efgh*, & ainsi du reste de la courbe, d'occident en orient, sur la circonférence du cercle déférent. Delà, selon Tycho-Brahé, les

stations, les rétrogradations & en partie les apogées & les périées des planetes. Mars est direct, quand il parcourt l'arc *abc* de son épicycle mobile: il est rétrograde, quand il parcourt contre l'ordre des signes, l'autre partie *cd* du même épicycle: il est stationnaire, quand le centre de son épicycle avance autant selon la suite des signes, qu'il recule lui-même contre la suite des signes dans la circonférence de son épicycle.

V^o. Quoique le cercle vecteur de mars paroisse couper en R le cercle vecteur du soleil; il ne s'enfuit pas que mars doive ou puisse jamais être placé entre la terre & le soleil, & se trouver à portée d'éclipser le soleil: parce que quand le soleil sera en R, le centre du cercle déferent de mars aura passé de S en R, & placera mars toujours considérablement au-delà du soleil. Ainsi ceux qui font cette objection contre le systême de Tycho-Brahé, n'ont point faisi l'idée de ce célèbre astronome.

Tel est le fameux systême qu'entreprit d'opposer au vrai systême du monde, un génie également sublime & religieux, mais qui immola peut-être un peu trop légèrement la physique & l'astronomie aux vaines alarmes d'une religiosité mal entendue. Quelque défectueuse que soit son idée, il faut cependant reconnoître que l'esprit humain n'a encore pu, & ne pourra vraisemblablement jamais rien imaginer de plus ingénieux ou de moins déraisonnable, dans l'hypothese de la terre immobile.

1312. REMARQUE. Le systême de Ptoloméé est si absurde, si contraire aux observations astronomiques, si opposé à toute la saine physique, qu'il n'est & ne peut être aujourd'hui adopté par

personne. Le système de Tycho-Brahé est-il plus philosophique, plus satisfaisant, plus admissible? Non, sans doute. Car quelle bifarrerie, que ce double centre excentrique de mouvement dans le monde planétaire! Quelle absurdité, que ces révolutions épicycloïdales des planetes; révolutions auxquelles on ne peut assigner aucune cause physique; révolutions diamétralement opposées à toute théorie du mouvement! Quelle chimere, que ces révolutions diurne & annuelle de tout le ciel, autour d'un point de l'univers; révolutions dont la vitesse est inconcevable & révoltante (1164); révolutions qui heurtent directement toutes les loix de la physique, toutes les loix du mouvement; révolutions antipathiques & inconciliables entr'elles, renfermant un mouvement simultanément d'orient en occident, d'occident en orient, du midi au nord, du nord au midi, sans qu'on puisse assigner aucune cause physique qui puisse donner lieu à cette diversité de mouvements opposés! D'où il résulte évidemment, ou que le vrai système du monde reste encore à connoître, ou que ce vrai système du monde est le système de Copernic.

P R O P O S I T I O N I.

Si on transforme le mouvement circulaire en mouvement elliptique, le système de Copernic quadre parfaitement avec tous les phénomènes astronomiques.

La démonstration de cette proposition dépend, comme on voit, de l'explication de ces différents phénomènes. Il s'agit donc ici uniquement de donner cette explication; explication si simple &

si naturelle dans le systême de Copernic, si absurde & si révoltante dans tout autre systême.

P R E M I E R P H É N O M È N E.

1313. *Le mouvement diurne de tout le ciel; ou la vicissitude périodique du jour & de la nuit.*
(fig. 10.)

EXPLICATION. Pour que ce phénomène ait lieu, il faut nécessairement, ou que dans l'espace de 24 heures, tous les corps célestes fassent une révolution entière d'orient en occident, autour de la terre immobile; ou que dans le même tems, tous les corps célestes étant regardés comme immobiles, la terre fasse une simple révolution sur elle-même, d'occident en orient, autour de son axe toujours confondu avec l'axe du monde: il est clair que dans l'une & dans l'autre supposition, les apparences de mouvement dans les corps célestes, seront parfaitement les mêmes.
(932.)

Dans le systême de la terre immobile, ce phénomène exige dans tous les corps célestes, & sur-tout dans les étoiles, un mouvement réel dont la vitesse est plus qu'inconcevable, dont l'uniformité & la précision sont encore infiniment plus surprenantes. Dans le systême de la terre mobile autour de son axe, ces mouvements, dont la rapidité révolte, dont la précision & l'uniformité paroissent tenir du miracle, ne sont que de simples apparences, de pures illusions optiques: il n'y a d'autre mouvement diurne, qui soit réel, que celui de la terre autour de son axe, d'occident en orient. Pour rendre sensible l'explication de ce phénomène,

Soient,

Soient, le soleil immobile en S; une étoile immobile en Y; une planète considérée comme immobile pendant 24 heures en Z. Que la terre placée en P, dans le plan de l'écliptique, fasse une révolution sur son axe DPF, dans la direction ABA, d'occident en orient. Comme une moitié de la surface terrestre est toujours éclairée par le soleil; il est clair qu'un homme placé en A, tandis que la terre fait une révolution sur elle-même & sur son axe, se trouvera successivement *au commencement du disque éclairé*, & alors le soleil S, la planète Z, l'étoile Y, seront dans son horizon oriental, & paroîtront se lever pour lui; *au milieu du disque éclairé*, & alors les trois mêmes corps, quoiqu'immobiles, sembleront avoir passé de l'orient à son méridien; *à l'extrémité du disque éclairé*, & alors les trois mêmes corps, toujours immobiles, auront passé de son méridien à son couchant; *au milieu du disque ombreux ou ténébreux en A*, & alors les trois mêmes corps, encore immobiles, seront réputés être vers son nadir, pour reparoître six heures après, dans son horizon (932). Donc le système de Copernic rend raison, de la manière la plus simple & la plus satisfaisante, de la révolution diurne du ciel; révolution inconcevable & révoltante dans le système de la terre immobile. (1164.)

SECOND PHÉNOMÈNE.

1314. *La vicissitude périodique des saisons; ou la révolution annuelle & périodique du soleil dans le zodiaque. (fig. 2.)*

EXPLICATION. Si la terre est immobile; il est

évident que le soleil fait chaque jour une révolution spirale autour de la terre, avançant tantôt du midi au nord, tantôt du nord au midi, toujours selon l'ordre des signes. Ces spires, commencées au signe du capricorne, par exemple, passent successivement par tous les degrés suivans de l'écliptique, du midi au nord, jusqu'au commencement du signe du cancer: là le soleil change de direction, sans qu'on puisse soupçonner, ni pourquoi, ni comment: il reprend ses spires journalières en un sens opposé, du nord au midi, en passant sur tous les degrés suivans de l'écliptique, depuis le cancer jusqu'au commencement du capricorne, où il est de nouveau arrêté & répercuté du midi au nord, contre toutes les loix du mouvement, en vertu desquelles il devoit continuer à l'infini à se mouvoir, ou vers le pôle boréal, ou vers le pôle austral; selon la direction du mouvement qui le porte du capricorne au cancer, ou du cancer au capricorne. Tout est absurde & révoltant dans ces mouvements, dans le système de la terre immobile: tout est simple & naturel dans ces mêmes mouvements, dans le système de la terre planète. Pour rendre sensible l'explication de ce phénomène dans toutes ses dépendances (*fig. 10*):

Soit PQ RTP, l'écliptique; CSX, l'équateur sur le plan duquel tombe toujours perpendiculairement l'axe de la terre prolongé: que les circonferences de ces deux cercles, de l'écliptique & de l'équateur, s'entre-coupent en deux points P & R; & que le plan de l'écliptique décline au nord & au midi de l'équateur, en telle sorte que les arcs CE & MX, qui séparent ces deux cercles, soient chacun d'environ 23 degrés & demi.

Que la terre planete, en vertu de ses deux forces conspirantes, de sa force projectile & de sa force centrale, fasse sa révolution annuelle PQ RTP autour du soleil S (1285), d'occident en orient, ayant toujours son axe prolongé hh , mm , nn , oo , rr , parallele à lui-même & perpendiculaire au plan de l'équateur CSX. Cet axe de la terre, indéfiniment prolongé dans le ciel, décrira autour du soleil & autour des poles du monde, un immense cylindre dont le diametre sera égal à la distance de la terre au soleil, prise deux fois. Il sera facile, d'après ces idées & d'après ces images, qu'il faut bien saisir & ne point perdre de vue, de rendre raison du phénomène dont il s'agit. (931.)

I°. Quand la terre est en P sous la balance, le soleil est vu en X dans le bélier: on a le commencement du printems. Que la terre en P, placée dans l'interfection de l'écliptique & de l'équateur, & par là même dans le plan de l'équateur, fasse une révolution sur son axe DFh: l'axe du cône lumineux qui l'éclaire, sera perpendiculaire à l'axe DPF: les deux poles terrestres D & F seront atteints par le cône lumineux DSF: tous les points de la surface terrestre seront successivement éclairés, seront exposés pendant douze heures à la lumiere du soleil, & privés pendant douze heures de cette même lumiere. Les jours seront égaux aux nuits dans toute la terre.

II°. Quand la terre sera en Q sous le capricorne E, le soleil sera vu en M sous le cancer: on aura le commencement de l'été. Dans cette position de la terre, l'axe du cône lumineux qui l'éclaire, est oblique à l'axe terrestre DFm: le pole boréal D est toujours dans la lumiere; & le

pole méridional F, toujours dans les ténèbres. Que la terre dans cette position, fasse une révolution sur son axe AFm toujours perpendiculaire à l'équateur : tout le cercle polaire boréal KHK sera incessamment exposé aux rayons du soleil : tout le cercle polaire méridional NGN sera incessamment enseveli dans les ténèbres, ou privé des rayons du soleil : toutes les contrées comprises entre le cercle polaire boréal & l'équateur terrestre ABA , auront l'arc diurne plus grand que l'arc nocturne, ou plus de jour que de nuit : toutes les régions placées entre le cercle polaire austral & le même équateur terrestre, auront l'arc diurne plus petit que l'arc nocturne, ou plus de nuit que de jour. (1139.)

III°. Quand la terre, allant toujours dans l'écliptique d'occident en orient, & conservant toujours son axe, que rien n'infléchit & ne peut infléchir, parallèle à lui-même, sera arrivée en R sous le bélier X, dans l'autre intersection de l'écliptique & de l'équateur ; le soleil sera vu en C dans la balance : on aura le commencement de l'automne. L'axe du cône lumineux, qui éclaire la terre dans cette position, est encore perpendiculaire à l'axe terrestre DFn , & produit les mêmes phénomènes qu'au printemps.

IV°. Quand la terre parviendra en T sous le cancer M, le soleil sera vu en E dans le capricorne : on aura le commencement de l'hiver. Là les rayons du soleil tombent tous obliquement sur l'axe autour duquel se fait la révolution diurne ; atteignent toujours le pole austral F, & jamais le pole boréal D. Que la terre, dans cette position, fasse une révolution sur son axe DFo : le cercle polaire austral GNG sera tout entier

dans le cône lumineux ; le cercle polaire boréal KHK, tout entier dans les ténèbres : les arcs diurnes seront plus petits dans les zones tempérée & torride boréales, plus grands dans les zones torride & tempérée australes, que les arcs nocturnes.

L'hiver, l'été, le printems & l'automne.

1315. RÉSULTAT. La différence des jours plus ou moins longs, l'inégalité des hauteurs où le soleil s'éleve sur l'horison, donnent successivement aux diverses contrées de la terre, une inégalité de température, une *différence de saisons*.

I°. Quand le soleil est dans le tropique opposé au pôle visible, il s'éleve peu sur l'horison, & il y demeure peu de tems : donc la chaleur de ses rayons doit s'y faire peu sentir ; tant parce qu'ils frappent très-obliquement les contrées placées sur cet horison, que parce qu'ils n'ont pas le tems d'échauffer vivement la masse de l'air répandue sur ces contrées : delà *l'hiver* dans ces contrées. (1063.)

II°. Quand au contraire le soleil est dans le tropique du pôle visible, par exemple, dans le tropique du cancer pour les contrées septentrionales, il s'éleve à sa plus grande hauteur sur l'horison de ces contrées ; il darde ses rayons, ou perpendiculairement, ou beaucoup moins obliquement sur elles ; il échauffe, & plus long-tems, & plus puissamment la masse de l'air qui les couvre & les enveloppe : delà *l'été* dans ces contrées. (976, IV°.)

III°. Quand le soleil se trouve dans les points équinoxiaux ; ces deux causes, la quantité de

son élévation & la durée de son apparition sur l'horifon, font dans un état moyen : delà les deux faifons du *printems* & de l'*automne*.

Le commencement de la premiere est plus froid que le commencement de la seconde : parce qu'au printems, l'action des rayons folaires est contrariée par l'intensité du froid que l'hiver a fucceffivement accumulé & concentré sur les plages terrestres, & qui ne peut pas être fubitement & tout à coup diffipée ; & qu'en automne, l'action des rayons folaires est favorifée par l'intensité de la chaleur dont les mêmes plages terrestres ont été fucceffivement imprégnées pendant l'été, & qui ne fe diffipe qu'infensiblement & peu à peu.

TROISIÈME PHÉNOMÈNE.

1316. *Les stations, les directions, les rétrogradations des planetes.*

REMARQUE. Il confte par les observations astronomiques, que toutes les planetes, fupérieures & inférieures, paroiffent dans leur orbite, tantôt avancer d'occident en orient felon l'ordre des signes, plus ou moins que n'exige leur tems périodique ; tantôt reculer d'orient en occident avec plus ou moins de vîteffe, contre l'ordre des signes & contre l'exigence de leur mouvement propre qui est d'occident en orient ; tantôt s'arrêter fixement, pendant un tems plus ou moins long, dans un même point variable de leur orbite, contre l'exigence de toutes les loix de la nature & du mouvement (1183). Phénomene remarquable, qui ne fouffre aucune explication raifonnable dans le fyftème de la

terre immobile, & qui n'est qu'une simple & nécessaire dépendance du mouvement de la terre planete; comme il est facile de le faire voir, soit à l'égard des planetes supérieures, soit à l'égard des planetes inférieures; & comme on le verra dans les deux explications suivantes. Mais il faut auparavant observer (*fig. 4*):

I°. Que les *planetes supérieures* sont toutes, directes dans le tems de leur conjonction avec le soleil; rétrogrades, dans celui de leur opposition; stationnaires, quelque tems avant & quelque tems après leur opposition. (1191.)

II°. Que les *planetes inférieures*, venus & mercure, sont directes dans leurs conjonctions supérieures; rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures; stationnaires, quelque tems avant & quelque tems après leurs conjonctions inférieures.

III°. Que l'arc de rétrogradation, dans les planetes supérieures & inférieures, est d'autant plus grand, que la planete rétrograde est plus voisine ou moins éloignée de la terre. Ainsi l'arc de rétrogradation est plus grand dans mars que dans jupiter ou saturne; dans venus, que dans mercure.

IV°. Que les rétrogradations des planetes supérieures arrivent d'autant plus fréquemment, que la terre se trouve plus souvent placée entre elles & le soleil; & que les rétrogradations des planetes inférieures arrivent aussi d'autant plus fréquemment, qu'elles se trouvent plus souvent placées entre la terre & le soleil. Mercure est rétrograde trois fois par an; venus, une fois en environ 19 mois; saturne, une fois en un an & 12 jours; jupiter, une fois en un an & un mois;

mars, une fois en deux ans environ : ce qui quadre parfaitement avec la révolution de la terre, comparée à la révolution de chaque planète.

Stations & rétrogradations des planetes supérieures.

1317. EXPLICATION I. Que la terre & une planète supérieure quelconque, livrées l'une & l'autre à leur force projectile & à leur force centrale (1286), se meuvent persévérément dans leur orbite, d'occident en orient. La terre fera une révolution entière dans son orbite, tandis que mars ne parcourra qu'une moitié, jupiter qu'un douzième, saturne qu'un trentième, de la sienne. La terre doit donc tantôt suivre, tantôt atteindre, tantôt précéder ces différentes planetes, toutes plus tardives qu'elle; & en les supposant toutes placées dans une même ligne au moment où la terre les atteint & les dépasse, elle doit atteindre de nouveau, après une révolution, saturne plutôt que jupiter, jupiter plutôt que mars. Par exemple (fig. 35):

I°. Soit la terre en a ; & mars périégée & non loin de son opposition, en m : mars sera vu en K (912). Que la terre passe de a en b ; tandis que mars qui a moins de vitesse, passe de m en n : mars paroîtra rétrograde. Quoiqu'il ait réellement avancé dans son orbite de m en n , selon l'ordre des signes, d'occident en orient; il paroîtra avoir reculé de K en X , contre l'ordre des signes, d'orient en occident. Donc quoique le mouvement des planetes supérieures soit toujours réellement direct & selon la suite des signes, ce mouvement doit paroître rétrograde, quand ces planetes sont vers leur opposition.

II°. Que la terre passe de b en c , tandis que mars plus tardif passe de n en o : mars paroîtra *stationnaire*. Quand la terre étoit en b , mars étoit vu en X : quand la terre se trouve en c & mars en o , mars est encore vu en X : il paroît donc n'avoir ni avancé ni reculé ; quoiqu'il ait réellement parcouru d'un mouvement direct, l'arc no . Donc, quoique les planetes supérieures aient toujours un mouvement direct selon l'ordre des signes, *elles doivent paroître suspendre ce mouvement direct, ou être stationnaires, quelque tems après leurs rétrogradations.*

III°. Soit une autre position ; la terre en c , & mars apogée en s : mars fera vu en H . Que la terre passe de c en d : si mars restoit immobile en s ; la terre étant en d , mars s seroit vu en h , & paroîtroit avoir parcouru d'un mouvement direct, l'arc Hh . Mais comme mars, pendant ce tems, se porte de s en t ; il fera vu en I , & paroîtra avoir parcouru selon l'ordre des signes, tout l'arc HI ; arc beaucoup plus grand que celui qui répond à son mouvement réel. Donc quoique les planetes supérieures se meuvent toujours selon l'ordre des signes avec une vîtesse réguliere qui croît & décroît en raison inverse des distances ou des rayons vecteurs dans chaque planete en particulier (1281) ; *cette vîtesse réguliere & directe doit paroître plus grande qu'elle ne l'est en effet, quand ces planetes sont apogées & en conjonction avec le soleil* : telles sont leurs *directions*, du moins pendant un certain tems, après lequel leur vîtesse apparente devient moindre que leur vîtesse réelle.

IV°. La terre se trouvant en f , & mars en v ; celui-ci fera vu en X . Que la terre passe en a ,

tandis que mars plus tardif ne va qu'en x : mars fera encore vu en X , & paroîtra *stationnaire*. Donc, quoique les planetes supérieures aient toujours un mouvement direct selon la fuite des signes, *elles doivent paroître stationnaires quelque tems avant leurs oppositions & leurs rétrogradations.*

V°. L'arc de rétrogradation est plus petit pour les planetes plus éloignées, plus grand pour les planetes plus voisines de la terre : ce qui est encore une fuite & des loix de l'optique & de la théorie des mouvements célestes. Car soit la terre en d , mars en p , jupiter en i : mars & jupiter seront vus en Z . Que la terre passe de d en e , tandis que mars plus tardif passe de p en r , tandis que jupiter encore plus tardif passe de i en k : mars paroîtra avoir rétrogradé de Z en Y ; jupiter de Z en V . Donc, quoique toutes les planetes supérieures rétrogradent dans leur opposition avec le soleil, *l'arc de rétrogradation doit être plus grand dans les planetes moins éloignées de la terre.*

Stations & rétrogradations des planetes inférieures.

1318. EXPLICATION II. Que la terre & une *planete inférieure*, venus ou mercure, livrées à leur force projectile & centrale, fassent chacune leurs révolutions périodiques autour du soleil ! Tandis que la terre fera une révolution, mercure en fera environ quatre, venus environ une & demie (1179). Ces deux planetes doivent donc tantôt suivre, tantôt atteindre, tantôt devancer & précéder la terre. (*fig. 36.*)

Pour donner sur cet objet des idées générales qui puissent convenir à toutes les positions

possibles, suivons à l'infini la marche d'une planète inférieure, de mercure, par exemple. Soit la terre en A, & mercure dans sa conjonction inférieure en a. Comme mercure fait environ quatre révolutions, pendant que la terre en fait une seule; divisons l'orbite de mercure en huit parties égales, & celle de la terre en quatre fois huit parties égales: mercure parcourra toute son orbite, pendant que la terre parcourra l'arc AB de la sienne. L'une & l'autre planète a son mouvement réel selon l'ordre des signes, dans la direction 1, 2, 3, 4, 5.

I°. La terre étant en A & mercure en a, mercure sera vu en M (912). Que mercure passe de 1 en 2 dans son orbite, tandis que la terre plus tardive passe aussi de 1 en 2 dans son orbite: mercure sera vu en V. *Il paroîtra avoir rétrogradé contre l'ordre des signes*, de la grandeur de l'arc MV; quoiqu'il se soit réellement mû sans cesse selon l'ordre des signes.

II°. Que mercure passe de 2 en 3 dans son orbite, tandis que la terre passe de 2 en 3 dans la sienne: mercure sera encore vu en V dans le ciel. *Il paroîtra stationnaire* ou immobile; quoiqu'il ait réellement avancé persévéramment de 2 en 3, selon la suite des signes.

III°. Que mercure passe en 4, & la terre en 4: mercure est vu en M; il redevient direct. Quand mercure & la terre dans leurs orbites respectives, sont en 5, en 6, en 7, en 8, en 1, mercure est vu successivement direct ou allant selon l'ordre des signes, en N, en O, en P, en Q, en R. *Mercure est dans sa conjonction supérieure vers le point O; & là il est direct*; comme nous l'apprennent les observations. (1316.)

IV°. Pendant que la terre parcourt le second quart de son orbite, ou l'arc BC, mercure fait une nouvelle révolution entière dans la sienne. Tandis que la terre passe de B en 2, mercure passe de a en 2; & il est vu en S, toujours direct. Mercure devient stationnaire vers le point 3.

V°. Mercure devient rétrograde entre 3 & 4, un peu avant sa conjonction inférieure. Par exemple, quand la terre sera en 4 & mercure en 4; celui-ci sera vu en q , & paroîtra avoir rétrogradé de tout l'arc S q . Il rétrogradera encore jusques vers p , en allant de 4 en 5: après quoi il redeviendra stationnaire, & ensuite direct, comme nous l'avons d'abord expliqué; & ainsi de suite à l'infini.

VI°. On pourra appliquer la même théorie aux stations & aux rétrogradations de venus, en divisant l'orbite de venus en 12 parties, & celle de la terre en 18 environ. On aura ainsi les phénomènes des stations & des rétrogradations de ces deux planetes, telles que les donnent les observations astronomiques.

Le phénomène que nous venons d'expliquer est comme la pierre de touche des systêmes du monde: il démontre la réalité de celui de Copernic, & la chimere de celui de Tycho-Brahé.

QUATRIEME PHÉNOMÈNE.

1319. *Les apogées & les périgées; les aphélies & les périhélies; les différentes phases des planetes & des cometes. (fig. 4.)*

EXPLICATION. Comme les planetes & les cometes, ainsi que la terre, font leurs révolutions périodiques dans des ellipses plus ou moins ex-

centriques autour du soleil , centre commun de leur gravitation , dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant ; il est clair que ces différents corps , mus avec des vîtesses inégales , doivent tour à tour s'approcher & s'éloigner du soleil , s'approcher & s'éloigner de la terre. Soit le soleil immobile en F , autour duquel se fassent toutes les révolutions elliptiques des cometes & des planetes principales : le soleil sera hors des centres C des différentes orbites des planetes & des cometes.

I°. En regardant toutes ces orbites comme des ellipfes dont le soleil occupe le foyer commun F ; la terre est périhélie en T , aphélie en D : saturene est périhélie en S , aphélie en Z : mercure est périhélie en *a* , aphélie en *m* ; & ainsi du reste.

II°. Quand la terre est en T , que saturene se trouve en S , jupiter en I , mercure en *m* , mars vers M : saturene sera périgee ; jupiter & mercure , apogées ; mars , vers une de ses quadratures ; & ainsi du reste.

III°. Les planetes & les cometes étant des astres opaques , & n'ayant , ainsi que la terre , d'autre lumiere que celle qu'elles empruntent du soleil ; il est clair qu'elles ne sont lumineuses ou plutôt illuminées que dans la partie de leur surface qui regarde cet astre ; & que cette partie éclairée , qui n'excede guere la moitié de leur surface (903) , & qui seule peut être apperçue par un habitant de la terre , se trouve tantôt plus & tantôt moins éloignée de la terre , tantôt plus & tantôt moins exposée à l'œil de l'observateur. Par exemple , soit la terre en *t* :

Mars périgee en M paroît fort grand & fort lumineux : parce que son disque éclairé est dirigé

tout entier vers la terre t . Mars apogée en N paroît moins grand & moins lumineux : parce que quoiqu'alors son disque éclairé soit encore dirigé tout entier vers la terre t ; sa lumière s'affoiblit dans l'éloignement , & le montre sous un moindre angle optique (918). Mars en quadrature paroît en forme de croissant : parce qu'alors son disque éclairé est en partie visible & en partie invisible à l'observateur terrestre ; à peu près comme celui de la lune en quadrature.

De même la terre étant supposée en A , venus apogée en V est dans son plus grand éclat ; venus périgée en X n'a plus ou presque plus de lumière : parce que dans le premier cas , tout son disque éclairé V est exposé à l'œil de l'observateur A ; & que dans le second cas , son disque éclairé X est dirigé à l'opposite du même observateur.

CINQUIÈME PHÉNOMÈNE.

1320. *Les solstices , ou les stations du soleil dans les deux tropiques.*

EXPLICATION. Le phénomène des solstices consiste en ce que le soleil , deux fois par an , dans sa révolution réelle ou apparente autour de l'écliptique , cesse pendant quelques jours de s'éloigner ou de s'approcher sensiblement de l'équateur. Nous avons fait voir comment ce phénomène doit arriver , dans l'hypothèse où le soleil parcourt réellement l'écliptique (1171). Le même phénomène aura lieu dans l'hypothèse du soleil immobile au centre du monde planétaire : puisqu'alors la terre parcourra précisément

la même courbe qu'on attribuoit au soleil; & que selon les loix de l'optique, le soleil sera toujours vu à l'opposite de cette courbe, s'éloignant ou s'approchant de l'équateur précisément comme la terre s'en approche ou s'en éloigne. Or la terre-planete, en parcourant l'écliptique, dont le plan coupe l'équateur sous un angle d'environ 23 degrés & demi, s'éloigne & s'approche alternativement de l'équateur; de telle sorte cependant qu'il y a deux petits arcs dans sa courbe, les deux arcs les plus éloignés de l'équateur vers le nord & vers le midi, où son mouvement est sensiblement parallele à l'équateur (1170). Par exemple (*fig. 10*),

I°. Quand la terre passe de R en T, du midi au nord, elle s'éloigne de l'équateur vers le nord, d'une quantité XM; & le soleil, toujours vu à l'opposite du point où se trouve la terre, paroît s'éloigner de l'équateur d'une égale quantité CE vers le pole austral.

Quand la terre est en T, à près de 90 degrés du point équinoxial du printems R; l'arc qu'elle parcourt dans sa courbe est sensiblement parallele à l'arc correspondant de l'équateur (1170): le soleil, vu en E, à l'opposite du point T, paroîtra donc de même ne s'approcher ni ne s'éloigner de l'équateur, & il sera stationnaire à cet égard.

II°. Quand, six mois après, la terre sera en Q, à près de 90 degrés du point équinoxial de l'automne P; l'arc qu'elle parcourra dans sa courbe, sera encore sensiblement parallele à l'arc correspondant de l'équateur: la terre, en parcourant cet arc, ne s'approche & ne s'éloigne point sensiblement de l'équateur; & le soleil,

vu en M, paroîtra de même avancer selon l'ordre des signes, fans s'approcher & fans s'éloigner sensiblement de l'équateur, pendant quelques jours. Delà le *phénomène des solstices*; phénomène si absurde & si révoltant dans l'hypothèse de la terre immobile (1314); phénomène si simple & si naturel dans l'hypothèse de la terre planète, où il n'exige, pour avoir lieu périodiquement, que la continuation du mouvement projectile & du mouvement central de la terre autour du soleil immobile, dans le vuide ou dans un milieu sans résistance. (1285.)

SIXIÈME PHÉNOMÈNE.

1321. *Le séjour du soleil dans les signes septentrionaux plus long d'environ huit jours, que dans les signes méridionaux. (fig. 4.)*

EXPLICATION. Soit ATBDA, l'orbite que décrit le centre de la terre, dans sa révolution annuelle autour du soleil placé hors du centre C, & dans un des foyers F de cette orbite elliptique. Pendant que la terre planète parcourt l'arc septentrional ATB de sa courbe, le soleil F, toujours à l'opposite du point où se trouve la terre dans son orbite, est vu dans les différents signes méridionaux; & pendant que la terre parcourt l'arc méridional BDA de sa courbe, le soleil F est vu successivement dans les différents signes septentrionaux. Delà l'explication simple & facile du phénomène dont nous avons à rendre ici raison.

Il conste par les observations astronomiques, ou il résulte évidemment de ces observations, que l'orbite elliptique ATBDA de la terre, a son
grand

grand axe dirigé du nord au midi, & que le soleil occupe le foyer boréal F de cette ellipse (1224): la terre est donc périhélie en T, & aphélie en D.

Deux raisons doivent concourir à faire paroître le soleil plus long-tems dans les signes septentrionaux, que dans les signes méridionaux. La *premiere*, c'est que l'arc ATB, qui est la partie de l'écliptique placée en-deçà de l'équateur sous les signes septentrionaux, est plus petit que l'arc BDA, qui est la partie de l'écliptique placée en-delà de l'équateur sous les signes méridionaux. La *seconde*, c'est que la vitesse de la terre dans l'arc BDA, qu'elle parcourt depuis l'équinoxe du printems jusqu'à l'équinoxe d'automne, tems pendant lequel le soleil est vu dans les différents signes septentrionaux, est moindre que dans l'arc ATB qu'elle parcourt depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à l'équinoxe du printems; les vitesses absolues d'une planete quelconque, dans les différents points de son orbite, étant toujours en raison inverse de ses rayons vecteurs. (1281.)

Ainsi, en deux mots, le soleil paroît plus long-tems dans les signes septentrionaux: parce que la partie australe BDA de l'orbite terrestre est un peu plus grande que la partie boréale ATB; & que la vitesse réelle de la terre est un peu plus petite dans la premiere que dans la derniere.

SEPTIEME PHÉNOMENE.

1322. *L'inégal accroissement des jours & des nuits, en-deçà & en-delà de l'équateur.*

EXPLICATION. En-deçà de l'équateur, en France par exemple, les jours vont en croissant, depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été: ils vont ensuite en décroissant depuis le solstice d'été, jusqu'au solstice d'hiver: delà l'inégalité des jours & des nuits (1145). Mais cette augmentation, ou cette diminution des jours & des nuits, n'est pas égale & uniforme d'un jour à l'autre. (*fig. 10.*)

En général, entre l'équateur & les cercles polaires, les jours sont d'autant plus longs que les nuits, que le soleil paroît faire sa révolution diurne plus loin de l'équateur du côté du pôle visible. Si chaque jour, en parcourant une portion de son orbite elliptique, la terre s'approchoit ou s'éloignoit de l'équateur d'une égale quantité, par exemple, d'un dixième de degré, le soleil paroîtroit s'approcher ou s'éloigner de l'équateur de la même quantité; & l'augmentation des jours ou des nuits, seroit uniforme d'un jour à l'autre. Mais deux causes s'opposent à cette uniformité.

La première, c'est que la vitesse de la terre dans son orbite, n'est point égale: elle diminue depuis le périhélie T en hiver, jusqu'à l'aphélie Q en été: elle augmente ensuite dans une proportion correspondante, depuis l'aphélie Q en été, jusqu'au périhélie T en hiver (1224, 1281). La terre parcourt donc, d'un jour à l'autre, un arc de son orbite tantôt plus & tantôt moins grand, un arc qui l'éloigne ou l'approche tantôt plus & tantôt moins de l'équateur.

La seconde, c'est que la vitesse de la terre, sur les différents points de son orbite, n'a pas toujours la même direction relativement à

l'équateur CX : par exemple, vers les solstices, cette vitesse de la terre est sensiblement parallèle à l'équateur ; au lieu que vers les équinoxes elle est oblique à l'équateur & propre à l'éloigner notablement d'un jour à l'autre, de l'équateur. (1170.)

HUITIÈME PHÉNOMÈNE.

1323. *Le retour des étoiles au méridien, plus prompt que celui du soleil. (fig. 42.)*

EXPLICATION. Soit ABCDEA, l'orbite de la terre sous les douze signes du zodiaque, à environ trente millions de lieues du soleil, & à une immense distance des douze signes du zodiaque & du reste des étoiles. Que l'on conçoive l'axe de la terre, autour duquel elle fait ses révolutions diurnes, comme enfilant obliquement le plan de cette orbite terrestre, sous un angle toujours égal de 66 degrés & 32 minutes : cet axe restera toujours parallèle à lui-même, du moins sensiblement, pendant une révolution de la terre autour du soleil. Soit un observateur placé en n sur la surface de la terre : la ligne An , Bn , Cn , Dn , En , représentera le méridien de cet observateur.

I°. Que la terre en A fasse une révolution sur elle-même, d'occident en orient, dans la direction $mnom$, autour de son axe saillant de part & d'autre hors du plan de l'écliptique : le méridien An indéfiniment prolongé atteindra conjointement & au même instant, le soleil S & l'étoile Z. Si la terre faisoit toujours ses révolutions diurnes au point A, sans avancer dans l'écliptique ; le soleil S & l'étoile Z se trouve-

roient toujours ensemble dans le méridien An de l'observateur placé & fixé en n .

II°. Mais tandis que la terre fait une seconde révolution autour de son axe, elle avance de A en B dans l'écliptique, selon la suite des signes. Au bout d'une révolution entière de la terre sur son axe, le méridien Bn de l'observateur, parallèle au méridien An , atteint l'étoile Z , qui se montre indifféremment au point Z ou au point z ; l'espace zZ , égal à l'espace AB que parcourt la terre en un jour, étant nul à l'infinie distance des étoiles. Ce même méridien Bn , qui atteint déjà l'étoile Z , n'atteint pas encore le soleil S immobile comme l'étoile: pour atteindre le soleil S , il faudra que le méridien Bn parcoure encore l'arc nx ; & alors le soleil sera vu en V , & l'étoile Z paroîtra devancer le soleil vers l'occident, de toute la quantité ou de tout l'arc VZ , qui est d'environ un degré par jour.

On voit ici déjà que la longueur du jour naturel & civil est un peu plus grande que la durée d'une révolution de la terre sur son axe: la durée du jour naturel & civil est de 24 heures; la durée de la révolution de la terre sur son axe, est de 23 heures 56 minutes & 4 secondes.

III°. Que la terre, en passant de A en C , ait fait 90 révolutions sur son axe: au bout de la dernière révolution, le méridien Cn de l'observateur atteindra l'étoile Z , qui, à une distance comme infinie, paroît toujours sensiblement au même point du ciel; l'espace zZ , égal à l'espace CS , étant nul dans une infinie distance. Mais le même méridien Cn , pour atteindre le soleil S , sera obligé de parcourir encore l'arc nx ,

ou de faire encore le quart d'une révolution: & alors le soleil S fera vu en X à midi, & l'étoile Z fera vue au couchant, ou à 90 degrés du méridien vers l'occident.

IV°. Par la même raison, la terre étant en D & ayant fait 180 révolutions sur son axe, le méridien Dn atteindra l'étoile Z; & sera obligé de faire encore, pour atteindre le soleil, une demi-révolution *nox*. La terre étant ensuite en E, le méridien En de l'observateur atteindra l'étoile Z, & sera obligé de faire encore les trois quarts d'une révolution *nomx*, pour atteindre le soleil qui sera vu en Y. Enfin la terre étant de nouveau en A, le méridien An atteindra à la fois, & l'étoile Z, & le soleil S: mais l'étoile Z aura passé 366 fois par le méridien, tandis que le soleil n'aura passé que 365 fois par le même méridien.

1324. COROLLAIRE. On voit ici pourquoi la révolution de la terre sur son axe n'étant que de 23 heures 56 minutes & 4 secondes, le jour naturel ou astronomique est cependant de 24 heures.

EXPLICATION. La raison en est, que le jour naturel ou astronomique se compte d'un midi à l'autre, ou d'un minuit à l'autre; & qu'une révolution entière de la terre sur son axe, pendant qu'elle avance incessamment dans son orbite, ne suffit pas pour ramener le méridien d'un même lieu quelconque sur le soleil. Par exemple, quoiqu'en A & en B les révolutions diurnes *mnom* de la terre soient parfaitement égales en durée & de 23 heures 56 minutes 4 secondes chacune; en B une révolution entière de la terre sur son axe, ne suffit pas pour ramener le méridien Bn sur le so-

leil S: il faut que ce méridien parcoure, au-delà d'une révolution entiere, & par conséquent au-delà de tout l'équateur, l'arc nx : ce qui exige encore environ 3 minutes & 56 secondes de tems.

Je dis environ 3 minutes & 56 secondes: car il faut tantôt quelques secondes de plus, tantôt quelques secondes de moins, pour que le centre du soleil retourne dans le méridien où il passa la veille. Il est clair que l'inégale vîtesse de la terre dans son orbite, que l'inégale inflexion de cette orbite, que l'inégale distance du soleil, que l'inégalité entre les arcs de l'écliptique & les arcs correspondants de l'équateur, causée par l'obliquité de ces deux cercles, doivent mettre nécessairement quelques petites différences dans la longueur des jours naturels, comptés d'un midi à l'autre, ou d'un minuit à l'autre: delà une distinction à mettre entre le jour vrai & le jour moyen.

TEMPS VRAI, TEMPS MOYEN.

1325. DÉFINITION. I°. On nomme *jour vrai* ou *tems vrai*, le tems qui s'écoule entre l'instant réel du passage du centre du soleil par le méridien, & l'instant du retour du centre du soleil dans le même méridien. Ce tems est tantôt plus court & tantôt plus long, de quelques secondes.

II°. On nomme *jour moyen* ou *tems moyen*, le tems qui s'écoule entre l'instant réel du passage du centre du soleil par le méridien, & l'instant où le centre du soleil auroit passé de nouveau par le méridien, si le mouvement de cet astre en ascension droite & parallèlement à l'équateur étoit toujours uniforme & toujours égal à son moyen mouvement.

1326. REMARQUES. I^o. *La révolution de la terre sur son axe, est toujours & doit toujours être parfaitement uniforme & de même durée : puisque cette révolution s'effectuant dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, elle ne trouve rien qui augmente ou qui diminue ou qui altere en aucune manière son mouvement. Cette révolution de la terre sur son axe est d'ailleurs indépendante de l'action des forces centrifuge & centripete : puisque ces forces exercent chacune également leur action sur toutes les parties du globe terrestre, sans avoir plus de prise sur une partie circulante que sur l'autre, sans altérer en rien l'équilibre de leur révolution diurne ; laquelle s'effectue de même, soit à une plus grande, soit à une plus petite distance du soleil, sous un plus grand comme sous un plus petit mouvement projectile, centrifuge, centripete.*

II^o. *Le jour naturel, vrai & moyen, est plus long que la révolution réelle de la terre sur son axe, que la révolution apparente des étoiles autour de la terre : puisque les étoiles arrivent chaque jour au méridien, en moins de tems que le soleil (1323). La révolution de la terre & des étoiles est égale en durée à la révolution du méridien céleste : donc un jour naturel, vrai ou moyen, répond à plus d'une révolution du méridien.*

III^o. *Pendant un jour moyen, les 360 degrés de l'équateur passent sous le méridien, plus 59 minutes & 8 secondes du même équateur : ces 59 minutes & 8 secondes de degré répondent au mouvement diurne moyen du soleil en ascension droite, ou à la quantité moyenne de son mouvement diurne parallèlement à l'équateur. Ce*

mouvement apparent du soleil répond au mouvement réel de la terre dans l'écliptique, d'un jour à l'autre.

IV°. *Le jour vrai ne peut s'accorder au jour moyen, que lorsque le mouvement diurne du soleil en ascension droite, est de 59 minutes & 8 secondes de degré: ce qui arrive vers le 11 février, le 14 mai, le 26 juillet, & le premier novembre. Dans tous les autres tems, il doit y avoir une différence entre le midi vrai & le midi moyen: par exemple, quand le soleil est apogée, vers le commencement de l'été, le jour vrai est plus grand de 13 secondes, que le jour moyen.*

V°. *On voit par là qu'une pendule exacte, dont le mouvement seroit parfaitement uniforme, ne doit presque jamais donner 24 heures justes, d'un midi à l'autre; une pendule exacte devant nécessairement être réglée sur le tems moyen.*

La page suivante renferme une table où l'on trouvera pour toute l'année, la différence du tems vrai & du tems moyen; ou la quantité de secondes, dont une pendule ou une montre parfaitement exacte doit avancer ou reculer chaque jour sur le soleil, d'un midi au midi suivant. Par exemple, une pendule bien réglée, mise à l'heure du soleil à midi le premier jour de janvier, marquera midi le lendemain avant que le centre du soleil soit dans le méridien, ou avant qu'il soit réellement midi: elle *avancera* de 28 secondes; & le sixième jour du même mois elle avancera de $28 + 27 + 27 + 26 + 26$ secondes, ou de 2 minutes 14 secondes. La même pendule, mise à l'heure du soleil à midi, le premier jour de septembre, marquera midi le lendemain, 19 secondes après que le centre du soleil aura
passé

EQUATIONS des horloges, ou TABLE du nombre des secondes des tems, dont une pendule bien réglée doit avancer ou retarder chaque jour.

Jours du mois.	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Jun.	Juillet.	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.	Décembre.
	A	A	R	R	R	A	A	R	R	R	A	A
1	28	7	13	18	8	9	12	3	19	19	0	23
2	28	6	13	18	7	9	11	4	19	18	0	24
3	27	6	13	18	6	10	11	5	19	18	1	24
4	27	5	14	18	6	10	11	5	19	18	2	25
5	26	4	14	18	5	10	10	6	20	17	3	25
6	26	3	15	18	5	11	10	7	20	17	4	26
7	25	2	15	17	4	11	10	7	20	16	4	27
8	25	1	16	17	4	11	9	8	20	16	5	27
9	24	1	16	17	3	11	9	8	20	16	6	28
10	24	*R	16	16	2	12	8	9	20	15	7	28
11	23	1	17	16	2	12	8	10	21	15	8	28
12	23	2	17	16	1	12	8	10	21	14	9	28
13	22	2	17	16	1	12	7	11	21	14	9	29
14	21	3	17	15	*A	13	7	11	21	13	10	29
15	21	4	17	15	1	13	6	12	21	12	11	29
16	20	5	18	15	1	13	6	12	21	12	12	29
17	19	5	18	14	2	13	5	13	21	11	13	30
18	18	6	18	14	2	13	5	13	21	11	14	30
19	18	7	18	13	3	13	4	13	21	10	15	30
20	17	7	18	13	3	13	3	14	21	9	15	30
21	15	8	18	12	4	13	3	14	21	9	16	30
22	15	8	18	12	4	13	2	15	21	8	17	30
23	14	9	19	12	5	13	2	15	20	7	18	30
24	14	10	19	11	5	12	1	16	20	7	18	30
25	13	11	19	11	6	12	1	16	20	6	19	30
26	12	11	19	10	6	12	*R	17	20	5	20	30
27	11	12	19	10	7	12	1	17	20	4	20	30
28	10	12	19	9	7	12	1	17	19	4	21	29
29	10		19	9	8	12	2	18	19	3	22	29
30	9		18	8	8	12	2	18	19	2	23	29
31	8		18		8		3	18		1		29

passé par le méridien ; elle retardera de 19 secondes : & le 10 du même mois elle retardera de $19 + 19 + 19 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20$ secondes, ou de 2 minutes 57 secondes ; & ainsi du reste. Du premier jour de novembre jusqu'au dixième jour de février, une pendule parfaitement exacte doit avancer sur le soleil, de 31 minutes ; ou marquer midi, à 11 heures 29 minutes.

NEUVIÈME PHÉNOMÈNE.

1327. *La précession des équinoxes, ou la grande révolution du firmament ou du ciel étoilé, autour des poles de l'écliptique, selon l'ordre des signes, dans l'espace de 25740 ans. (fig. 6.)*

EXPLICATION. Voici sans contredit le plus grand phénomène de la nature, un phénomène qui n'est susceptible d'aucune explication raisonnable dans le système de la terre immobile, & qui seul suffiroit pour démontrer l'immobilité du soleil & le mouvement de la terre. Comment & par quel mécanisme physique arrive-t-il que tout le ciel, en faisant chaque jour une révolution d'orient en occident autour des poles de l'équateur céleste, fait une autre révolution d'occident en orient autour des poles de l'écliptique dans l'espace de 25740 ans (1131, 1165) ? Nous allons d'abord donner l'explication de ce phénomène, en nous bornant à en indiquer la cause : après quoi nous ferons connoître quelle est la cause toujours subsistante & toujours agissante qui doit produire persévéramment ce grand phénomène, selon les loix de la nature qui nous sont indéfectiblement connues.

La même cause qui fait rétrograder l'orbite

de la lune contre l'ordre des signes , doit contribuer aussi à faire rétrograder l'équateur terrestre contre ce même ordre des signes (1240) : puisque l'équateur terrestre , renflé & comme fail-
lant au-delà du globe , est incliné au plan de l'é-
cliptique , ainsi que l'orbite lunaire ; & que cha-
que corpuscule de cette espece d'anneau fail-
lant a un mouvement d'occident en orient autour du
centre de la terre , de même que la lune dans son
orbite. Chaque corpuscule de cet anneau fail-
lant est donc en prise à la même force perturbatrice
qui agit sur la lune , qui la fait passer sur un point
plus occidental de l'écliptique pendant chaque
révolution (1238) : ainsi en supposant à la terre ,
outre son mouvement diurne & annuel , un troi-
sieme mouvement (1196) , qui fait rétrograder
très-lentement toutes ses parties contre l'ordre
des signes , parallèlement au plan de l'écliptique ;
nous ne supposerons qu'une conséquence & une
dépendance nécessaires des loix de la nature.
Nous examinerons bientôt quelle est la cause
physique , entiere & complète , de ce troisieme
mouvement de la terre : bornons-nous ici à en
supposer l'existence , & à en considérer les dé-
pendances. (*fig. 6.*)

1°. Soit donc $A p b m A$, le globe de la terre ;
 $p T m$, l'axe terrestre autour duquel se font const-
amment & persévéramment les révolutions
diurnes de toutes les parties de la terre , d'occi-
dent en orient ; $d T e$, un autre axe terrestre au-
tour duquel se fait la grande révolution de
toutes les parties de la terre , d'orient en occi-
dent , parallèlement à l'écliptique dans l'espace
de 25740 ans.

L'axe $p T m$ reste toujours perpendiculaire à
l'équateur terrestre $A T b$; l'axe $d T e$ reste tou-

jours perpendiculaire à l'écliptique FTG , en quelque point F , T , G , de l'écliptique que se trouve la terre, pendant sa révolution annuelle autour du soleil. La raison en est, que dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, rien ne peut infléchir l'un ou l'autre de ces deux axes en un nouveau sens : puisque les forces centrifuges & centripètes, auxquelles seules ces deux axes sont en prise, ont une égale action sur toutes les parties de ces axes également éloignées du centre de la terre ; & que ces parties se trouvant une fois en équilibre, doivent y demeurer constamment pendant les révolutions diurnes & annuelles de la terre. Si pendant six mois le point m , un peu moins éloigné du soleil, est plus attiré par cet astre que le point p ; pendant les six mois suivants, le point p a le même avantage sur le point m , & l'équilibre subsiste ou se rétablit persévéramment.

II°. Sous l'équateur renflé & saillant AbA , & formant comme une espece d'anneau autour de l'axe terrestre pTm , soit une ville A : cette ville, en faisant chaque jour ses révolutions diurnes autour de l'axe terrestre pTm , a successivement pour zénith toutes les étoiles & tous les points du grand cercle VTV . Si cette ville A n'avoit d'autre mouvement que le mouvement diurne & annuel de la terre, elle auroit toujours les mêmes étoiles & les mêmes points pour zénith, comme elle les a sensiblement pendant plusieurs mois.

Mais cette ville A se trouve avoir un troisieme mouvement, en vertu duquel elle doit faire en 25740 ans, une révolution $AgacA$, d'orient en occident, autour de l'axe $DdeE$ de l'écliptique. Cette ville A se trouvera donc en a ,

dans 12870 ans ; & alors , toujours placée sur l'équateur terrestre , & faisant ses révolutions diurnes $a B a$ d'occident en orient , elle aura successivement pour zénith toutes les étoiles & tous les points du grand cercle céleste ZTZ .

III°. Comme toutes les parties de la masse terrestre sont adhérentes les unes aux autres , il est clair que tandis que la ville A fait une révolution rétrograde $AgacA$ autour des poles de l'écliptique ; l'axe terrestre pTm , doit faire une révolution rétrograde $pqrsp$, $mnokm$, autour de l'axe dTe de l'écliptique. Cet axe terrestre pTm , indéfiniment prolongé de part & d'autre , décrit donc en 25740 ans , autour des poles D & E de l'écliptique , deux cônes opposés par leur sommet ou par leur pointe en T , savoir PTR & MTO : ce qui ne change point son inclinaison sur le plan de l'écliptique , inclinaison égale à 90 degrés moins DP ou DQ ou DR ou DS , qui sont quatre rayons égaux d'un même cercle $PQRS$.

Tel est le *mouvement conique* de l'axe terrestre pTm ou de l'axe du monde PTM ; mouvement qui n'est point sensible d'un jour à l'autre , d'un mois à l'autre , & qui n'est que d'environ 50 secondes de degrés d'une année à l'autre ; mouvement qui ne détruit point le sensible parallélisme que nous avons supposé à l'axe terrestre , pendant chaque révolution isolée autour du soleil. (1314.)

IV°. Ce mouvement conique de l'axe terrestre , d'orient en occident , autour des poles de l'écliptique , doit nécessairement , dans un certain nombre de siècles , déplacer en apparence tout l'immobile firmament ou tout le ciel étoilé. Par exemple , que maintenant l'axe terrestre ait la direction & la position pTm : les

points célestes P & M feront les poles du monde : les étoiles V & V feront dans l'équateur.

Que dans 12870 ans, l'axe terrestre pTm ait passé en rTo : le pole céleste boréal, qui étoit en P, fera en R ; le pole céleste austral, qui étoit en M, fera en O : l'équateur céleste, qui étoit en VTV, fera en ZTZ : les étoiles Z & Z, qui étoient l'une au nord & l'autre au midi de l'équateur, se trouveront dans l'équateur : toutes les autres étoiles auront de même changé de place à l'égard de l'équateur, s'étant les unes approchées & les autres éloignées des nouveaux poles du monde R & O.

V°. Comme tout l'équateur terrestre rétrograde sans cesse contre l'ordre des signes, il est clair que le diametre de cet équateur ATb , en faisant sa révolution rétrograde $AgacA, bfBhb$, entrecoupe le plan de l'écliptique 1 2 3 4 sur des points chaque année plus occidentaux, maintenant en 1, & dans la suite en 2 d'une part ; & de l'autre, maintenant en 3, & dans la suite en 4. Or, comme l'équateur terrestre donne & détermine l'équateur céleste, il s'ensuit que l'équateur céleste doit paroître rétrograder aussi contre l'ordre des signes, entrecoupant l'écliptique sur des points toujours plus à l'occident.

Delà il arrive que les étoiles paroissent avancer chaque année, parallèlement à l'écliptique & selon l'ordre des signes, de toute la quantité dont l'équateur terrestre & céleste rétrograde chaque année contre l'ordre des signes ; c'est-à-dire, d'environ 50 secondes & 20 tierces de degré par an. Par exemple, l'étoile qui étoit vue, il y a environ 71 ans, dans l'interfection de l'écliptique & de l'équateur au moment de l'équinoxe du printems, doit paroître environ

un degré au-delà du point équinoxial du printemps, maintenant que l'équateur entrecoupe l'écliptique sur un point plus occidental d'environ un degré. Delà le phénomène de la précession des équinoxes dans toutes ses dépendances, tel que le donnent les observations astronomiques & que nous l'avons fait connoître ailleurs. (1131.)

VI°. Il est évident que ce mouvement rétrograde de la terre & de toutes ses parties autour de l'axe de l'écliptique, exige nécessairement une cause physique toujours subsistante & toujours agissante, qui le produise & l'entretienne sans cesse. Cette cause est l'attraction conjointe du soleil & de la lune sur la portion protubérante de matière qui forme le renflement de l'équateur terrestre; comme nous allons l'expliquer dans les deux assertions suivantes.

CAUSES PHYSYQUES DE CE PHÉNOMÈNE.

1328. ASSERTION I. *L'action attractive du soleil sur la matière protubérante de l'équateur terrestre, doit faire rétrograder cet équateur.*

EXPLICATION. On fait que la terre est un sphéroïde aplati vers ses poles & renflé vers son équateur; & que le diamètre de l'équateur a douze ou quinze lieues de plus que l'axe d'un pole à l'autre (*fig. 50*). Si dans un tel sphéroïde on conçoit un cercle, qui ait pour centre le centre de la terre, & pour diamètre l'axe même de la terre; ce cercle, en faisant une révolution sur son diamètre confondu avec l'axe de la terre, embrassera un solide sphérique; & laissera autour de ce solide sphérique, une couche de matière dont l'épaisseur, nulle sous les poles, ira

en augmentant de part & d'autre jusques sous l'équateur : telle est la matiere protubérante de l'équateur , qui occasionne la révolution de la terre autour des poles de l'écliptique , contre l'ordre des signes. Soit donc la terre TAMBNA , faisant autour de son axe incliné à l'écliptique , ses révolutions diurnes AMBNA d'occident en orient (*fig. 14*) :

I°. Cette couche de matiere AMBNA forme une espece d'anneau faillant & incliné de part & d'autre sur le plan NRM de l'écliptique ; qu'elle entrecoupe en M & en N. Chaque molécule B de cet anneau faillant , est en prise à trois forces ; à une force projectile BD par la tangente ; à une force centripete BT vers le centre de la terre ; à une autre force centripete BS vers le centre du soleil. Cette derniere force BS agit ici sur la molécule B placée hors du plan de l'écliptique , comme nous avons fait voir ailleurs qu'elle agissoit sur la lune placée hors du plan de l'écliptique (1238). Ainsi ,

II°. Cette derniere force , ou l'attraction du soleil , est oblique à l'égard de toutes les molécules de l'anneau faillant , qui ne sont pas dans l'axe STR de l'écliptique : la force BS se décompose donc en deux parties BV & BT (1238, IV°), dont l'une BV tend à rapprocher du soleil la molécule B ; & dont l'autre BT tend à rapprocher la même molécule B , du plan de l'écliptique NRM.

III°. Cette molécule B , en vertu de sa force projectile BD & de sa pesanteur BT vers le centre de la terre , iroit atteindre & couper le plan de l'écliptique en M. Mais en vertu de l'action BT du soleil , qui tend à la rapprocher aussi du plan de l'écliptique , elle atteindra plutôt & moins loin

loin ce plan en n ; au lieu de l'aller atteindre plus tard & plus loin en N.

IV°. Supposons au centre de la terre diaphane & transparente, un œil occupé à observer la molécule B, ou une ville placée en B, dans son passage par le plan de l'écliptique. Quand cette molécule ou cette ville passe par le plan de l'écliptique en N, elle est vue dans le ciel en Q : quand dans les révolutions suivantes elle passera par le plan de l'écliptique en n , elle sera vue dans le ciel en P, sur un point plus occidental ; & elle paroîtra avoir rétrogradé de l'arc QP contre l'ordre des signes PQXY.

V°. Cette molécule B, dans chaque révolution autour de la terre, dont le centre est toujours dans le plan de l'écliptique, atteindra donc ce plan de l'écliptique sur un point toujours plus occidental ; & à force de répéter & de multiplier ses révolutions autour de la terre, elle coupera le plan de l'écliptique en une infinité de points différents, qui vus du centre de la terre, répondront en rétrogradant contre l'ordre des signes, à tous les points de l'écliptique céleste YXQPO.

Tout l'espace que parcourt la terre, en faisant sa révolution annuelle autour du soleil, est comme un point en comparaison de l'infinie distance des étoiles OPQXY : ainsi on peut considérer la terre comme étant toujours en T ; & la molécule B, comme faisant ses révolutions diurnes BNAMB, en coupant successivement l'écliptique en N, en n , en b , en M, en m , & ainsi de suite.

VI°. La même chose arrivera à chaque molécule N, A, M, de cet anneau saillant & incliné

au plan de l'écliptique : puisque l'action oblique du soleil se décompose pour chaque molécule A en deux parties AZ & AT, dont la dernière AT est employée à rapprocher la molécule A du plan de l'écliptique, à l'infléchir vers ce plan en *m*, au lieu de la laisser aller plus loin en M. Donc en vertu de l'action oblique du soleil, chaque molécule de cet anneau faillant qui forme ou qui enveloppe l'équateur terrestre, doit tendre à rétrograder : donc tout l'équateur terrestre, qui n'est autre chose que tout cet assemblage de molécules rétrogradantes, doit rétrograder en vertu de l'action ou de l'attraction du soleil, & entraîner la rétrogradation de toute la masse de la terre à laquelle il est adhérent.

1329. ASSERTION II. *L'action attractive de la lune sur la matiere protubérante de l'équateur terrestre, doit contribuer aussi à faire rétrograder cet équateur.*

EXPLICATION. L'équateur terrestre est aussi incliné sur l'orbite de la lune; & en vertu de la loi générale de l'attraction, chaque molécule de cet anneau faillant, a une tendance vers la lune, ainsi que vers le soleil & vers le centre de la terre. Pendant que la lune fait ses révolutions autour du centre de la terre, elle attire donc à elle chaque molécule B, N, A, M, de cet anneau faillant : mais son action se décompose, ainsi que celle du soleil. La théorie que nous venons de donner sur l'action attractive du soleil, peut donc s'appliquer aussi à l'action attractive de la lune. (*fig. 14.*)

1°. Soit donc la lune en un point quelconque S de son orbite NRMSN : la lune en S attire la

molécule terrestre B dans la direction BS. Mais cette action BS se décompose en deux parties, dont l'une BV tend à rapprocher la molécule B de la lune; & dont l'autre BT tend à rapprocher la même molécule B du plan de l'orbite lunaire, hors duquel cette molécule est placée.

II°. Cette partie BT de l'attraction de la lune, fera donc que la molécule B ira couper en n , au lieu d'aller couper plus loin en N, l'orbite lunaire; & que cette molécule B atteindra plutôt le plan de l'écliptique, vers lequel tend toujours la lune placée hors de ce plan. On peut dire la même chose des molécules M, A, N, de l'équateur terrestre.

Selon les calculs de Newton, la quantité de rétrogradation qui résulte de l'action de la lune sur l'anneau de la terre, est environ quatre fois & demi plus grande, que celle qui résulte de l'action du soleil.

1330. OBJECTION. La révolution rétrograde des nœuds de la lune, produite par la seule action du soleil, s'acheve en environ 19 ans: pourquoi la révolution rétrograde de l'équateur terrestre, produite par l'action conjointe du soleil & de la lune, ne s'acheveroit-elle qu'en 25740 ans?

RÉPONSE. La rétrogradation de l'équateur terrestre est incomparablement plus lente que celle de l'orbite lunaire, pour quatre principales raisons (*fig. 14*):

I°. La force perturbatrice qui fait rétrograder la lune en B, est représentée par BT, qui est égal à la distance de la lune au centre de la terre, ou à environ 60 rayons de la terre; au lieu que la force perturbatrice qui fait rétrograder une

molécule, ou une ville, ou une montagne B de l'équateur terrestre, est représentée par BT, qui n'est ici égal qu'à la distance de cette ville ou montagne au centre de la terre, ou à un rayon de la terre. L'action du soleil qui fait rétrograder la lune (1238), est donc d'abord 60 fois plus grande, que l'action du soleil qui fait rétrograder une partie de l'équateur terrestre.

II°. La partie saillante & protubérante de l'équateur terrestre ne peut rétrograder, sans entraîner la rétrogradation de toute la masse de la terre. Or, comme la masse de la terre est environ 64 fois plus grande que la masse de la lune (1190); il est clair que la quantité d'action qui imprime une vitesse rétrograde & déterminée à la lune, doit imprimer une vitesse rétrograde beaucoup moindre, à une masse beaucoup plus grande, telle que la terre.

III°. La matière protubérante de la terre, répandue depuis l'équateur jusqu'aux poles, ne forme point un vrai anneau, ramassé & saillant sous l'équateur: elle est par là même moins en prise à l'action perturbatrice du soleil & de la lune.

IV°. La rétrogradation est d'autant plus grande, que la cause qui la produit agit plus long-tems; ou, ce qui revient à la même chose, que le tems périodique est plus long: or le tems de la révolution de l'anneau terrestre n'est que de 23 heures 56 minutes, tandis que la révolution de la lune est de 27 jours 7 heures 43 minutes. Donc, pour toutes ces raisons, l'équateur terrestre doit rétrograder avec incomparablement moins de vitesse, que l'orbite lunaire. Donc on ne doit pas trouver étrange, que les points équinoxiaux em-

ploient 25740 ans à faire une révolution rétrograde autour des poles de l'écliptique, tandis que les nœuds de la lune n'y emploient qu'environ 19 ans.

RÉSULTAT. Telle est l'explication physique du plus grand phénomène de la nature; du phénomène de la *précession des équinoxes*, qui n'est susceptible d'aucune explication raisonnable dans le système de la terre immobile; & qui dans le système de la terre-planete n'est qu'une dépendance des principes de la gravitation réciproque des corps.

On voit ici comment tout est lié dans la nature; comment les causes physiques quadrent avec les phénomènes, & les phénomènes avec les causes physiques: comment un phénomène particulier, qui semble d'abord être isolé & n'avoir aucune influence, est souvent connexe avec tout l'enchaînement des choses: comment le renflement de l'équateur terrestre, par exemple, qui paroît n'être qu'une simple dépendance des loix générales de l'impulsion & de l'attraction, se trouve essentiellement lié au plus frappant des phénomènes célestes; & comment l'explication de ce grand phénomène céleste, confirme & consolide toutes les autres preuves démonstratives qu'on a déjà de ce renflement de l'équateur.

DIXIEME PHÉNOMÈNE.

1331. *L'aberration des fixes; ou le petit mouvement apparent, qui semble leur faire décrire chaque année, autour de leur vrai lieu, une courbe dont le rayon est d'environ 20 secondes de degré. (1165, III^o.)*

LEMME. L'explication que nous allons donner, explication adoptée aujourd'hui par tous les astronomes du monde, est due pour le fond des choses au célèbre Bradley, astronome du dernier siècle & Anglois de nation. Cette explication est fondée sur deux principes généralement reçus, dont l'un a trait à la décomposition des forces; & l'autre, à la théorie de la vision.

I°. Le premier principe est, que *si un corps frappe un plan qui se meut, la percussion suit, non la simple direction du corps frappant, mais une diagonale entre la direction du corps frappant & la direction du corps frappé.* Par exemple (*fig. 39*):

Soit un corps C, qui tombe sur un plan AB. Si ce plan est sans mouvement, la percussion se fera simplement dans la direction AR. Mais si ce plan se meut en même tems dans la direction AB; ce plan, en vertu des deux forces conspirantes AB & AR, tendra à se mouvoir dans la direction AP; & la percussion, résultante des deux forces AB & AR, équivaldra à une percussion produite par une seule force AP représentée par la diagonale du parallélogramme construit sur la direction & sur le rapport des deux forces conspirantes. (346.)

II°. Le second principe est, que *nous voyons les objets dans la direction de la percussion produite par le rayon lumineux, au moment où ce rayon atteint notre œil* (912); soit que le corps qui darde ou qui réfléchit ce rayon, se trouve réellement dans cette ligne; soit qu'il se trouve totalement hors de cette ligne. (*fig. 41.*)

Ainsi, si un rayon dardé ou réfléchi par le corps C, frappe un œil placé en A, dans la direction AP; cet œil verra en Z l'objet C. Et

si cet œil A tourne sur lui-même, toujours frappé par le même rayon dans la direction AP; l'objet C paroîtra décrire autour de son vrai lieu C, le cercle ZYZ.

Il est facile, d'après ces deux principes incontestables, de rendre raison de l'apparente aberration des fixes; phénomène qui n'a été apperçu que dans le dernier siècle; qui sembla d'abord devoir rendre incertaines & douteuses la plupart des observations astronomiques; & qui immortalisera le nom de celui dont la sagacité a su en découvrir la vraie cause physique, & le soumettre à la précision des calculs. (*fig. 41.*)

1332. EXPLICATION. Du mouvement successif de la lumière, du mouvement annuel de la terre dans l'écliptique, découle l'apparente aberration des fixes. Car,

I°. Tandis que l'œil A d'un observateur est frappé par le rayon CA qui émane d'une étoile C; cet œil est emporté d'un mouvement AB avec la terre autour de l'écliptique: la percussion de l'œil se fait donc, non dans la direction AR du rayon qui le frappe, non dans la direction AB de la terre qui l'emporte, mais dans la direction d'une diagonale AP construite sur la direction & sur le rapport des deux forces conspirantes AR & AB. Donc si la vitesse du corps frappant, ou du rayon lumineux CA, se trouve avoir un rapport fini avec la vitesse AB qui emporte l'œil avec la terre dans l'écliptique; le point rayonnant C fera vu, non dans son vrai lieu C, mais à l'extrémité de la ligne de percussion PAZ; tant que les deux directions CA & AB feront un angle dans l'œil placé en A.

II°. Or la vitesse du rayon qui frappe l'œil, &

la vitesse de la terre qui emporte l'œil, ont un rapport fini entr'elles. Car tandis que la lumière parcourt environ 30 millions de lieues en un demi-quart d'heure (895), la terre parcourt un arc d'environ 19 secondes de degré dans une orbite dont le diamètre est d'environ 60 millions de lieues, & dont la circonférence est d'environ 188 millions de lieues (*Math.* 480). Or, dans une telle circonférence, un arc de 19 secondes est d'environ 2755 lieues : comme on le trouvera en divisant 188000000 de lieues par 1296000 secondes de degré que renferme cette circonférence. Il y a donc un rapport fini entre la vitesse du rayon qui frappe l'œil, & la vitesse de la terre qui emporte l'œil ; puisqu'il y a évidemment un tel rapport entre 30000000 & 2755 lieues. Ce rapport est celui de 10526 à 1 : c'est-à-dire que la vitesse de la lumière est environ 10526 fois plus grande, que celle qui emporte la terre dans l'écliptique. (*fig.* 41.)

Si la vitesse AR du rayon lumineux étoit simplement égale à la vitesse AB de la terre, l'étoile C seroit vue en Z à 45 degrés hors de son vrai lieu. Si la vitesse AR étoit infiniment grande par rapport à la vitesse AC, l'étoile C seroit vue en C dans son vrai lieu : parce que la terre seroit comme en repos par rapport à une vitesse infinie ; & qu'alors le côté AB qui représente la vitesse de la terre, étant comme nul par rapport au côté AR qui représente la vitesse du rayon de lumière ; la diagonale PA, à l'extrémité de laquelle est vu l'objet, se confondroit sensiblement avec le côté RA. Mais si la vitesse AR du rayon est incomparablement plus grande, dans un rapport fini, que la vitesse AB de la terre ;

l'étoile C, d'où part ce rayon, sera vue dans la ligne PAZ, à une petite distance de son vrai lieu, tant que la direction du rayon & la direction de la terre feront un angle dans l'œil placé en A.

III°. On voit ici que, si le phénomène que nous expliquons suppose la propagation successive de la lumière, ce phénomène devient à son tour une preuve irréfragable de cette propagation successive ; puisqu'il ne peut s'expliquer sans cette supposition.

IV°. Nous avons fait voir ailleurs que la lumière vient du soleil à nous en environ un demi-quart d'heure : d'où il résulte qu'elle parcourt environ 30 millions de lieues en 7 minutes & demie ; & environ 66666 lieues par seconde. (895 & 1221.)

V°. Si l'on divise l'orbite de la terre, ou 188 millions de lieues, par le tems qu'elle emploie à décrire cette orbite, ou par 365 jours & demi environ, ou par 31557600 secondes, on trouvera qu'elle doit parcourir à peu près 6 lieues par seconde. D'où il résulte que *le mouvement annuel de la terre dans son orbite, est environ 130 fois plus rapide que celui d'un boulet de canon qui bat en breche* (391) : puisqu'en supposant 130 fois plus rapide le mouvement de ce boulet de canon, il ne parcourroit qu'environ six lieues par seconde, comme la terre.

Des principes que nous venons de poser & d'appliquer généralement à l'aberration des fixes, découlent trois corollaires qui acheveront de développer les différents phénomènes de cette aberration, tels que les ont fait connoître les observations astronomiques. (1165, III°.)

1333. COROLLAIRE I. *Les étoiles qui sont dans le plan de l'écliptique, doivent paroître décrire une ligne droite dans ce plan, laquelle les écarte tantôt vers l'orient, tantôt vers l'occident, & ne les montre dans leur vrai lieu que deux fois par an. (fig. 37.)*

DÉMONSTRATION. Autour du soleil S, soit $abcd$ l'écliptique ou l'orbe annuel que décrit la terre. Soit aussi, à une distance immense, une étoile immobile A, dans le plan de l'écliptique.

I°. Que l'œil de l'observateur, emporté avec la terre, & toujours dirigé vers l'étoile A, parcoure le petit arc an , qui fera sensiblement une ligne droite ou un plan; tandis que le rayon lumineux, émané de l'étoile A, parcourt une partie de l'espace Aa , & atteint l'œil mobile en a . L'œil, frappé par le rayon dans la direction ax , emporté par la terre dans la direction an , verra l'étoile A, non dans la ligne aA , mais dans la ligne diagonale raB : l'étoile fera donc vue hors de son vrai lieu, en B.

II°. Que le même œil, toujours emporté par la terre, & toujours dirigé vers l'étoile A, arrive en b . Là, le mouvement de la terre qui emporte l'œil, & le mouvement du rayon qui frappe l'œil, sont dans la même direction bh , ne font plus d'angle, ne donnent plus de diagonale: l'œil est donc, ou comme sur un plan immobile, ou comme sur un plan qui se meut dans la direction du corps frappant. La percussion qu'il reçoit est donc toute entière dans la direction du corps frappant ou du rayon Ab : l'étoile A fera donc vue simplement dans la ligne que suit le rayon Ab qu'elle darde dans l'œil en b : elle sera donc vue dans son vrai lieu A.

III°. Que l'œil passe de b en c . Là, l'œil emporté dans la direction cm , & frappé par le rayon lumineux dans la direction cg , verra l'étoile A , non dans la ligne cSA , mais dans la ligne diagonale vcC : l'étoile A fera donc vue hors de son vrai lieu, en C .

IV°. Que l'œil passe de c en d . Là, l'œil est emporté par la terre dans la direction dk , est frappé par le rayon dans la direction df : ces deux directions coïncident & forment une même ligne kdf . L'œil en d , toujours dirigé vers l'étoile A , est, ou comme sur un plan immobile, ou comme sur un plan qui se meut contre la direction du corps frappant: il n'y a donc plus de diagonale; & la percussion que l'œil reçoit, est toute entière dans la direction dA du rayon. L'étoile A est donc encore vue dans son vrai lieu A .

1334. REMARQUE. Il est très-vraisemblable que le rayon qui frappe actuellement mon œil, quand je regarde une étoile, est sorti du sein de cette étoile depuis plus d'un an; puisque la propagation de la lumière est successive; & qu'un rayon qui parcourt environ 30 millions de lieues en un demi-quart d'heure, doit mettre plus d'un an à franchir l'intervalle qui sépare de nous les étoiles les moins éloignées. Mais la durée plus ou moins longue du tems employé par le rayon à passer de l'étoile à mon œil en d & en b , ne change en rien la position de cette étoile: parce que cette étoile A étant immobile, se trouve aujourd'hui précisément au même point où elle se trouvoit il y a dix mois, il y a trente ans, il y a mille ans. Il est donc indifférent que le rayon Ad , qui la peint dans mon œil & me la rend visible en A , quand je me

angle qui est toujours sensiblement droit. Cette courbe $mnom$ fera sensiblement un cercle : puisque toutes les diagonales qui la forment, ont la même inclinaison sur le plan de l'écliptique ; ou plutôt, puisqu'elle est formée par la révolution d'une même diagonale, toujours inclinée d'environ 20 secondes de degré sur la circonférence & sur le plan de l'écliptique.

II°. La distance de la terre au soleil étant comme nulle en comparaison de la distance des étoiles à la terre (*fig. 40*) ; on peut considérer un œil qui se meut autour de l'écliptique $adbca$, comme se mouvant sur lui-même au centre c de l'écliptique ; ou comme se mouvant sur lui-même en A (*fig. 41*), toujours animé d'une tendance AB au mouvement, & toujours frappé dans la direction AR par un rayon parti d'une étoile C . Il est clair que cet œil, en tournant sur lui-même en A , verroit toujours l'étoile C à l'extrémité de la diagonale PAZ , laquelle diagonale décrirait dans le ciel le cercle ZYZ , autour du vrai lieu C de l'étoile.

1336. COROLLAIRE III. *Les étoiles placées entre le plan & les poles de l'écliptique paroîtront décrire autour de leur vrai lieu, une ellipse dont le grand axe sera parallele à l'écliptique.*

EXPLICATION. Les étoiles qui sont dans le plan de l'écliptique, décrivant une petite ligne d'aberration ; celles qui sont dans les poles de l'écliptique, décrivant un petit cercle d'aberration ; on conçoit facilement que les étoiles situées entre les poles & le plan de l'écliptique, doivent conserver la même grandeur d'aberration parallèlement à l'écliptique, vers l'orient

& vers l'occident ; mais que la quantité d'aberration vers les poles & vers le plan de l'écliptique , doit être d'autant plus petite , que l'étoile est plus près du plan de l'écliptique , où l'aberration est nulle en latitude ou vers les poles ; d'autant plus grande , que l'étoile est plus près des poles de l'écliptique , où l'aberration en latitude est égale à l'aberration en longitude. Ce dernier corollaire est , comme on voit , une suite & une dépendance des deux précédents.

Nous ne nous arrêterons pas ici à examiner comment , selon les loix de l'optique , l'aberration dans ces trois cas doit être projetée & vue dans le ciel considéré comme un plan : parce que cette recherche est indifférente & étrangère au fond de l'explication que nous avons à donner.

PARALLAXE DE L'ORBE ANNUEL.

1337. OBSERVATION. Nous avons remarqué ailleurs , que les étoiles vues du centre ou de la surface de la terre , sont toujours rapportées au même point du ciel ; & qu'en ce sens & sous ce point de vue , elles n'ont aucune parallaxe. La raison en est , que la parallaxe d'un astre est d'autant plus petite , que l'astre est plus éloigné du centre de la terre (1212) ; & que la distance des étoiles au centre de la terre étant comme infiniment grande en comparaison de la distance de la surface terrestre au centre de la terre , la parallaxe des étoiles ne peut être qu'infiniment petite ; & qu'une quantité infiniment petite , est toujours & doit toujours être sensiblement nulle.

Mais si le rayon ou le demi-diametre de la terre est une quantité nulle ou infiniment petite ,

par rapport à l'éloignement des étoiles ; le rayon & le diamètre de l'orbite terrestre font-ils aussi une quantité absolument nulle ou infiniment petite par rapport à l'éloignement des étoiles les plus voisines de notre globe ? Non : comme nous allons l'expliquer & le faire entendre. (*fig. 37.*)

1338. EXPLICATION. Autour du soleil S, soit *abcd* l'orbite annuelle de la terre, dont le diamètre *dSb* est d'environ 60 millions de lieues (1221). Soit aussi une étoile A de la première grandeur, dans le plan de cette orbite qui est l'écliptique. Soient encore un œil en *b*, un autre œil en S, un troisième œil en *d*, dirigés tous les trois vers l'étoile A. Nous avons fait voir que l'œil en *b* & en *d* voit l'étoile A, comme s'il étoit en repos. (1333.)

Comme il y a un espace infini au-delà de l'étoile A, ces trois yeux, équivalement immobiles, verront la même étoile A en trois points différents de cet espace infini (912) : l'œil S la verra en Y ; l'œil *b* la verra en X ; l'œil *d* la verra en Z. Delà la parallaxe de cette étoile dans l'orbite annuel ; parallaxe très-petite, qui avoit échappé à tous les observateurs des siècles antérieurs, mais qui a été enfin découverte par les modernes observateurs, lesquels ont trouvé que l'angle parallaxique XAZ ou *dAb*, au centre des plus belles étoiles, qu'on juge les moins éloignées de la terre, est d'environ 3 ou 4 secondes.

1339. DÉFINITION. On nomme *parallaxe de l'orbite annuel*, la différence entre le vrai lieu d'un astre vu du soleil, & son lieu apparent vu de la terre. Ainsi,

1°. L'étoile A, immobile dans le plan de l'é-

cliptique, n'aura point de parallaxe, quand la terre sera en a & en c : alors elle sera vue en Y , comme du centre du soleil.

II°. Mais quand la terre étant en b ou en d , l'étoile A se trouve en quadrature avec le soleil ou à 90 degrés du soleil; cette étoile a sa plus grande parallaxe. Par exemple, la terre étant en b , sa parallaxe est l'angle XAY , ou l'angle opposé au sommet & égal SAb : cet angle, au centre des plus belles étoiles, est d'environ 2 secondes.

III°. Si l'étoile A , toujours également éloignée de la terre, au lieu de se trouver dans le plan, se trouvoit dans les poles de l'écliptique; elle auroit toujours la même parallaxe, en quelque point de son orbite que se trouvât la terre.

IV°. Si cette étoile A s'éloignoit de la terre; sa parallaxe deviendroit d'autant plus petite, que son éloignement deviendroit plus grand. Ainsi la parallaxe n'est point la même pour toutes les étoiles.

1340. PROBLÈME. *Étant donnée la parallaxe d'une étoile en quadrature avec le soleil, trouver sa distance à la terre.*

SOLUTION. La terre étant en b , & l'étoile en A dans le plan ou dans les poles de l'écliptique, à 90 degrés du soleil; on aura le triangle rectangle ASb , dans lequel on connoît l'angle ASb , qui est de 90 degrés; l'angle SAb , qui est donné & que je suppose de 2 secondes; & le côté Sb , qui est la distance de la terre au soleil, distance connue & qui est d'environ 30 millions de lieues.
(1221.)

La même méthode qui fait trouver la distance de la lune ou du soleil à la terre (1220), fera trouver la distance de l'étoile à la terre, par le moyen de cette proportion : le sinus connu de l'angle SAb de 2 secondes, est au côté opposé & connu Sb de 30 millions de lieues ; comme le sinus connu de l'angle droit ASb , est à un quatrième terme qui exprimera la grandeur du côté bA , ou la distance de la terre à l'étoile en question ; & en chiffres, $9697.30000000 :: 1000000000 . x.$ (*Math.* 718.)

En divisant le produit des deux moyens par le premier extrême ; on aura un quotient qui donnera le quatrième terme inconnu, ou la distance de l'étoile à la terre : ce quatrième terme sera d'environ 3,000,000,000,000 lieues.

Si l'étoile A se trouve plus éloignée, l'angle parallactique sera plus petit, & donnera un diviseur moindre ; d'où résultera un plus grand quotient, qui exprimera une plus grande distance. Si l'étoile A se trouve un peu moins éloignée, l'angle parallactique sera un peu plus grand ; & si cet angle est de 2 secondes & 6 tierces, on trouvera que la distance de cette étoile est d'environ 2,800,000,000,000 lieues ; à peu près comme nous l'avons marquée ailleurs (1163, IV°.)

P R O P O S I T I O N I I.

1341. *La terre est une vraie planete, qui en faisant ses révolutions diurnes autour de son axe, fait ses révolutions annuelles autour du soleil immobile ou comme immobile au centre du monde planétaire.*

DÉMONSTRATION, Une foule de raisons, dont
Tome IV. Z

les unes ont plus & les autres moins de force , mais dont l'ensemble forme une démonstration complète , concourent à établir le mouvement de la terre & le repos du soleil. Quoique ces raisons aient déjà été exposées & développées successivement en différents endroits de cet ouvrage , il ne sera pas inutile de les rassembler ici en précis sous un même point de vue , pour porter comme un torrent concentré de lumière & d'évidence sur un fait fondamental qui doit servir de base à toute saine physique. Nous ferons voir bientôt que l'écriture sainte ne dit rien d'inconciliable avec le mouvement de la terre , soit autour de son axe , soit autour du soleil. Les raisons , dont l'ensemble établit invinciblement le mouvement de la terre , sont principalement :

I°. Les *vicissitudes périodiques du jour & de la nuit*. Une simple révolution de la terre autour de son axe , dispense le soleil , les planetes , & sur-tout les étoiles , de se mouvoir autour de la terre en 24 heures , avec une vitesse plus qu'inutile , plus qu'inconcevable , plus que révoltante. (1164 , 1313.)

II°. Le *retour périodique des saisons*. Une simple révolution de la terre autour du soleil (1314) , dispense le soleil de se porter bisarrement du midi au nord & du nord au midi , par le moyen d'une foule de révolutions spirales dont la cause est inconcevable , dont le mécanisme heurte toutes les loix du mouvement , dont l'explication doit être évidemment cherchée hors de toutes les loix connues de la nature : en sorte que si le soleil se meut réellement autour de la terre & de l'écliptique , il faut nécessairement

que l'Auteur de la nature le meuve par un soin spécial & persévéramment miraculeux , par un mécanisme & selon des loix qui n'ont rien de commun avec le mécanisme du reste des corps.

III°. *La précession des équinoxes.* Un simple mouvement coniquement rétrograde dans l'axe de la terre , mouvement dont la cause physique toujours subsistante & toujours agissante n'est autre chose que l'attraction ou la gravitation réciproque des corps (1327), dispense tout le firmament , toute l'innombrable multitude des étoiles visibles & invisibles , de faire une révolution autour des poles de l'écliptique , d'occident en orient , dans le même tems qu'elles font une infinité de révolutions autour des poles du monde , d'orient en occident : deux mouvements qui feroient de l'univers , s'ils étoient réels , au lieu d'être simplement apparents , la machine la plus grotesquement construite , la plus bisarrement compliquée , qu'il soit possible de concevoir. Quelle admirable simplicité rend à la nature entière , l'hypothese de la terre-planete , s'il est encore permis de donner le nom d'hypothese à la vérité la mieux établie de toute la physique !

IV°. *L'aberration des fixes.* Quelle nouvelle bisarrerie , quelle nouvelle complication dans le mouvement des étoiles , si la terre est immobile ! Au milieu de leur mouvement diurne , d'orient en occident , parallèlement à l'équateur ; au milieu de leur mouvement rétrograde , d'occident en orient , parallèlement à l'écliptique ; elles auront encore chaque année un mouvement d'aberration périodique autour de leur vrai lieu : les unes décriront annuellement une petite ligne , les autres un petit cercle , les autres

une petite ellipse; & le tout, pour quelle fin? L'hypothese de la terre-planete bannit de la nature tous ces mouvements inutilement convulsifs, qui ne ressentent point la majestueuse simplicité qui doit régner & qui regne en effet dans tous les ouvrages du sage Architecte de l'univers. Dans cette hypothese, l'aberration des fixes n'est qu'une simple illusion optique, occasionnée par le mouvement de la terre autour du soleil & dans l'écliptique. (1332.)

V°. *Les stations & les rétrogradations des planetes.* Une simple révolution de la terre autour du soleil, avec plus de vitesse que n'en ont les planetes supérieures, avec moins de vitesse que n'en ont les planetes inférieures, dispense toutes les planetes des ineptes & révoltantes contorsions qu'elles sont obligées de prendre persévéramment pendant tout le cours de leurs révolutions, dans l'hypothese de la terre immobile; & rend leurs mouvements aussi simples, aussi naturels, aussi dépendants les uns des autres, que l'est le mouvement d'une bombe ou d'un boulet de canon, dont une combinaison de force projectile & de force centrale détermine la courbe. Dans le système de la terre-planete, les planetes supérieures & inférieures sont toujours directes, jamais stationnaires, jamais rétrogrades: leurs stations & leurs rétrogradations ne sont que de simples apparences, que de simples illusions optiques, dont on assigne & dont on démontre la cause physique. (1317.)

VI°. *Les fameuses loix de Kepler.* Selon la théorie des forces centrales, selon la seconde loi de Kepler, qui n'est autre chose qu'une loi générale & fondamentale de la nature; tous les corps

qui se meuvent autour d'un même centre, ont les quarrés de leurs tems périodiques proportionnels aux cubes de leurs moyennes distances. (1261, 1303.)

Or si la terre est immobile, il est clair que la lune & le soleil se meuvent autour de la terre: donc le quarré du tems périodique de la lune, devroit être au quarré du tems périodique du soleil, comme le cube de la moyenne distance de la lune, est au cube de la moyenne distance du soleil: ce qui est évidemment faux & totalement opposé à la réalité, comme il est facile de s'en convaincre par un fort simple calcul. Car si les cubes des moyennes distances de la lune & du soleil à la terre, étoient entr'eux comme les quarrés des tems périodiques; les moyennes distances de ces deux globes devroient être entre elles, comme les racines cubiques des quarrés des tems périodiques (1262). Mais d'abord la lune fait sa révolution périodique en un mois: le quarré de cette période 1 est 1; & la racine cubique de ce quarré est 1. Ensuite le soleil fait sa révolution périodique en 12 mois: le quarré de cette période 12 est 144; & la racine cubique de ce quarré est 5 & un peu plus. D'où il s'ensuit que la moyenne distance de la lune à la terre, devroit être à la moyenne distance du soleil à la terre, environ comme 1 est à 5: tandis qu'il conste par les observations astronomiques, que la moyenne distance de la lune à la terre, est à la moyenne distance du soleil à la terre, à peu près comme 60 est à 20000, ou comme 30 est à 10000, ou comme 1 est à 333. (1220.)

Il est certain que cette seconde loi de Kepler s'observe & se vérifie à l'égard de tous les corps,

planetes ou cometes, qui font leurs révolutions autour du soleil; à l'égard de tous les satellites qui tournent autour d'une même planète principale (1261); & il consiste par la théorie des forces centrales, qu'elle doit avoir lieu à l'égard de tous les corps quelconques, qui décrivent une courbe rentrante sur elle-même autour d'un même centre de mouvement (1303). On demande donc aux partisans de la terre immobile, pourquoi cette loi générale ne s'observe pas dans les mouvements de la lune & du soleil autour de la terre, si un mouvement réel emporte ces deux astres autour de la terre immobile? Quelle raison a pu avoir l'Auteur de la nature, pour soustraire le soleil à une loi commune à tous les corps; à une loi générale, à laquelle un physicien ne peut attribuer une exception dans un cas particulier, qu'en vertu d'une démonstration irréfragable qui établisse nécessairement une telle exception? Ainsi en deux mots, le soleil ne peut avoir un mouvement diurne & annuel autour de la terre, sans déroger aux loix générales de la nature & du mouvement: donc le soleil n'a point un tel mouvement autour de la terre.

VII°. *L'analogie de la terre avec les planetes.* Opaque comme elles, sensiblement sphérique comme elles, plus petite que quelques-unes d'entr'elles, pourquoi auroit-elle été choisie de préférence pour être le centre de tous les mouvements célestes? Tandis que les autres planetes roulent sur leur axe pour se procurer l'aspect successif du soleil, la vicissitude des jours & des nuits; pourquoi la terre sera-t-elle exempte de la loi commune aux corps de son espèce?

Pourquoi faudra-t-il que le soleil, que toutes les planetes, que toutes les cometes visibles, que toutes les étoiles, fassent chaque jour comme leur ronde autour de la terre; pour procurer successivement à ses différents points, n'étant elle-même qu'un point insensible dans l'univers, le pompeux spectacle d'une si inconcevable & si étrange révolution? L'Auteur de l'univers, qui assortit les choses dans la nature, qui rapporte les parties au tout & non le tout aux parties, qui produit de grands effets à peu de frais & non de petits effets à très-grands frais, auroit-il donc en ce point renversé, & l'ordre des choses, & l'ordre de nos idées? Auroit-il assorti & rapporté un tout, & un tout comme infiniment grand, à une partie & à une partie comme infiniment petite de ce tout? Auroit-il voulu mouvoir une infinité de machines, avec des mouvements infiniment rapides & infiniment compliqués, pour procurer à un atome de l'univers un spectacle dont cet atome peut jouir par une simple révolution autour de lui-même & autour d'un astre, autour duquel tournent tous les atomes voisins de son espece?

VIII^o. *L'applatissment des poles & le renflement de l'équateur* (1372). Si la terre est immobile, pourquoi les eaux de la mer sont-elles élevées de six ou sept lieues de plus sous l'équateur, que sous les poles; tandis que, selon les loix de l'hydrostatique, elles doivent se mettre par-tout de niveau? Ce phénomène, qui ne souffre aucune explication dans le systême de la terre immobile, n'est qu'une simple conséquence du mouvement diurne de la terre autour de son axe. Car la terre, en roulant sur son axe d'occident

en orient, imprime à toutes ses parties une force centrifuge opposée à la pesanteur ou à la force qui fait tendre les corps vers le centre de la terre. Cette force centrifuge est d'autant plus grande, que chaque partie a plus de vitesse; & chaque partie a une vitesse proportionnelle à sa distance à l'axe sur lequel, ou autour duquel se font les révolutions diurnes de toute la masse terrestre (1295). Donc la force centrifuge doit être très-grande sous l'équateur, plus petite dans les zones tempérées, nulle sous les poles. Donc, pour qu'il y ait équilibre entre les mers de l'équateur & les mers des poles, il faut que les colonnes d'eau aient plus de hauteur sous l'équateur, où la force centrifuge diminue la pesanteur de toutes les parties aqueuses; & qu'elles aient moins de hauteur sous les poles, où la force centrifuge étant nulle, ne diminue aucunement la pesanteur des parties aqueuses. Donc le renflement de l'équateur démontre le mouvement de la terre autour de son axe; comme une foule d'autres phénomènes démontrent le mouvement de la terre autour du soleil.

Telles sont les principales raisons qui ont enfin fait évanouir le préjugé populaire qui fixoit aveuglément la terre immobile au centre de l'univers, & qui ont procuré à l'univers le mérite de paroître un ouvrage digne de l'infinie Sageffe qui le forma. Le mouvement de la terre n'est plus un problème chez les astronomes, chez les physiciens de quelque réputation: c'est un point fixe & décidé, sur lequel le doute semble même n'être plus permis, dès qu'on aspire à ne point paroître entièrement novice en genre de physique. Une hypothese est démontrée vraie &

réelle, quand il est évident qu'elle quadre avec tous les phénomènes de la nature, & que ces phénomènes de la nature deviennent absurdes hors de cette hypothèse. Or telle est l'hypothèse de la terre-planète. S'il faut d'autres preuves pour démontrer que l'hypothèse de la terre-planète est vraie & réelle; on demande au plus obstiné pyrrhonisme, quelles autres preuves pourroient en établir & en constater la réalité.

On peut faire, contre les trois mouvements de la terre (1196), quelques objections dont la solution achevera de mettre en évidence la théorie des Copernic, des Kepler, des Newton, de tous les astronomes modernes, sur le système ou l'arrangement de l'univers.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1342. OBJECTION I. Si la terre tournoit chaque jour sur son axe; tous les corps posés sur sa surface & détachés de sa masse, tels que les eaux, les sables, les cailloux, les navires, les hommes, les brutes, devroient s'échapper par la tangente, & se dissiper au loin dans l'immensité des cieux. Car soit, par exemple, un homme assis tranquillement dans son fauteuil sur l'équateur terrestre. Si la terre tourne chaque jour sur son axe; cet homme, indépendamment de son mouvement annuel autour du soleil, a un mouvement diurne qui lui fait parcourir environ 9000 lieues par jour, 375 lieues par heure, 6 lieues & un quart par minute, environ 238 toises par seconde. Donc cet homme a une vitesse au moins deux fois & un tiers plus grande, que celle d'un boulet de canon qui bat en breche (391): donc cet

homme, en vertu de cette étonnante vîtesse, devroit avoir une force centrifuge capable de le jeter par la tangente, bien loin de la surface terrestre dans l'immensité des cieux.

Ce même homme est d'ailleurs animé d'un mouvement qui l'emporte annuellement autour du soleil; d'un mouvement 130 fois plus rapide (1332) que celui d'un boulet de canon qui bat en breche: cet homme devroit donc être jetté bien loin de la terre, par la force centrifuge qui doit naître des deux mouvements qui l'animent.

RÉPONSE. Il n'est pas rare de trouver des personnes peu conséquentes & peu philosophes, dont l'imagination est effrayée de ces deux mouvements de la terre, sans être aucunement effrayée des mouvements immensément plus rapides qu'elles sont obligées d'attribuer au soleil, aux planetes, & sur-tout aux étoiles, dans leur persuasion sur l'immobilité de la terre. Qu'y faire?

I°. Le mouvement diurne de la terre autour de son axe ne doit point dissiper au loin les corps terrestres par la tangente à la terre. Car les corps qui ont le plus de vîtesse, ne parcourent que 238 toises par seconde: ce qui ne leur donne qu'une force centrifuge capable de les éloigner pendant une seconde de tems, de sept ou huit lignes, du centre de la terre (*Math.* 534); tandis que leur force centripete ou leur pesantueur tend à les rapprocher du centre de la terre d'environ 15 pieds en une seconde (248). Ces corps doivent donc rester appliqués à la surface terrestre, en vertu de leur force centripete incomparablement plus grande que leur force centrifuge.

II°. Le mouvement annuel de la terre autour

du soleil, ne doit point dissiper au loin dans l'immensité des cieux les corps terrestres, par la tangente à l'orbite terrestre : parce que le centre de la terre a le même mouvement annuel que les corps posés sur sa surface ; & que le centre & la surface de la terre sont animés d'une force centripète vers le soleil, qui contrebalance toujours la force centrifuge née du mouvement par la tangente. (1285.)

1343. OBJECTION II. Si la terre tournoit sur son axe avec la vitesse que nous lui attribuons, nous devrions nous appercevoir de ce mouvement : nous devrions éprouver sans cesse de ces tournoiemens de tête qu'occasionne un mouvement de rotation rapide : nous devrions être continuellement en butte à la résistance de l'air, à une résistance semblable mais immensément supérieure à celle que produisent les plus violents ouragans. Un oiseau qui s'élance de son nid dans l'air vers l'occident, devoit ne plus retrouver son nid, qui s'enfuit avec une immense vitesse vers l'orient. Une balle de fusil, tirée verticalement vers notre zénith, devoit retomber, non perpendiculairement sur notre tête, mais obliquement sur un point fort éloigné vers l'occident. Un boulet de canon devoit foudroyer un mur placé à l'orient, & ne produire aucun ravage sur un mur placé à l'occident : puisque dans le premier cas ce boulet de canon frapperoit le mur avec la vitesse de la terre, plus la vitesse que lui imprime la poudre ; au lieu que dans le second cas, ce même boulet de canon ne tendroit contre le mur qu'avec la vitesse que lui imprime la poudre, moins la vitesse plus grande & opposée que lui donne la révolution de la terre. Or rien de tout cela n'arrive : donc

mouvement de la terre autour de son axe & autour du soleil, est une pure fable, que détruisent les plus simples observations.

RÉPONSE. La révolution de la terre autour de son axe & autour du soleil, ne doit produire aucun des effets qu'on objecte : comme il est facile de le démontrer & de le faire sentir.

I°. Nous ne devons point nous appercevoir du mouvement de rotation de la terre : parce que tous les corps qui terminent & qui fixent notre vue pendant cette révolution, tournent avec nous, & conservent toujours la même position à notre égard : n'ayant aucune sensation qui nous avertisse de notre déplacement continu, nous sommes sans cesse déplacés, sans nous en appercevoir. Tel un homme enfermé dans les entrailles d'un vaisseau ténébreux ou éclairé, pendant un tems de tempête, fait cent lieues en un jour du nord au midi ou du levant au couchant, sans savoir si la tempête le déplace, ou si elle se borne à le tourmenter dans la même plage : parce que dans le petit espace qui l'enferme, rien ne lui occasionne des sensations qui puissent l'instruire de la route qu'il suit, & du mouvement qui l'emporte loin du lieu ou du point de l'espace où il se trouvoit avant la tempête.

II°. Nous ne devons point éprouver de ces *tournoiements de tête*, qu'occasionne une révolution rapide & soutenue autour d'un même centre pris dans notre corps ou non loin de notre corps. Quand nous tournons rapidement sur un même point ou autour d'un même point peu éloigné ; il est clair, que notre sang, que nos humeurs, que nos esprits vitaux, doivent prendre nécessairement un mouvement centrifuge propor-

tionnel à la rapidité de la révolution ; & que ce mouvement centrifuge, en vertu duquel tous nos fluides tendent par-tout à s'échapper avec violence hors de notre corps comme par autant de tangentes à notre révolution, doit déranger leur cours naturel, renverser l'économie animale, altérer toute l'harmonie de la nature, troubler tout le jeu régulier des organes d'où dépendent les fonctions de l'ame. Mais rien de semblable ne doit naître du mouvement diurne de la terre : puisque nous ne faisons qu'une simple révolution autour de nous-mêmes en 24 heures ; & que pendant cette révolution, dont toutes les petites portions sont sensiblement des lignes droites (*Math.* 534), toutes les parties de notre corps sont modérément & uniformément infléchies & détournées de la tangente par un simple mouvement de gravitation qui leur est naturel & commun, qui n'a rien de brusque & de violent, qui ne peut par conséquent interrompre & altérer en aucune maniere l'harmonie & le jeu naturel des organes.

III°. Nous ne devons point éprouver de résistance sensible de la part de la masse de l'air : parce que dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, l'athmosphère qui environne la terre, quelle que soit sa hauteur (743), tourne avec la terre & avec nous d'un mouvement commun. Tel, sur un vaisseau, un poisson placé dans un petit bassin plein d'eau, est emporté par le mouvement rapide du vaisseau, sans que l'eau dans laquelle il nage en liberté, lui fasse éprouver aucune résistance insolite & sensible.

IV°. Si l'athmosphère ne tournoit pas avec la terre, un oiseau qui s'élance de son nid dans

l'air, se trouveroit en moins d'une minute, à plusieurs lieues de son nid. Mais comme l'atmosphère a précisément le même mouvement de révolution que la terre, l'oiseau ne s'éloigne de son nid, que de la quantité que son vol ajoute ou retranche au mouvement de l'atmosphère qui l'entraîne & l'emporte avec elle. Tel, sur l'immense fleuve des Amazones, un sauvage s'élançe de son canot dans le milieu de l'eau, & nage ou dans la direction du fleuve, ou contre la direction du fleuve. S'il nage dans la direction du fleuve, son effort aboutit à devancer son canot qui le suit emporté par le fleuve : s'il nage contre la direction du fleuve, son effort aboutit à se soustraire à une partie du mouvement du fleuve qui l'emporte avec son canot ; & à s'éloigner d'autant de son canot qui le précède. Si ce sauvage ne s'apperçoit pas du mouvement du fleuve, il croira n'avoir fait d'autre trajet que celui qui le sépare de son canot ; tandis qu'un autre mouvement qui échappe à son attention, l'a emporté lui & son canot, bien loin de l'endroit où il s'est précipité dans l'onde.

V°. Une balle, tirée verticalement vers le zénith par un fusil immobile & perpendiculaire à l'horison, ne doit point tomber en arriere, mais dans la bouche même du fusil : parce que cette balle part du fusil, animée d'un double mouvement, du mouvement de la terre par la tangente, & du mouvement que lui imprime la poudre enflammée perpendiculairement à cette tangente ; & que ce double mouvement doit la conduire par une double diagonale ou plutôt par une double parabole au point même d'où elle est partie. (350.)

Quoique cette balle , en montant & en descendant dans l'athmosphère , parcoure réellement une double parabole ; elle paroîtra toujours monter & descendre perpendiculairement , à un œil placé sur la bouche du fusil : parce qu'en montant & en descendant obliquement par une infinité de diagonales , elle se trouve toujours dans le zénith de l'œil , qui change à chaque instant de zénith , ainsi que la balle. Si cette balle est élastique , & qu'elle tombe sur un plan horizontal capable de la réfléchir ; ce plan en mouvement lui imprimera de nouveau un mouvement semblable à celui qu'elle tenoit du fusil , quand la poudre l'en a chassée ; & ce mouvement sera encore vertical sensiblement & en apparence , quoiqu'il ne soit point tel mathématiquement & en réalité. On peut dire la même chose de la chute perpendiculaire de tous les corps sur la surface terrestre.

VI°. Un boulet de canon doit produire le même effet contre un mur placé à l'orient ou à l'occident. Le boulet qui bat un *mur placé à l'orient* , a le mouvement de la terre , plus le mouvement que lui imprime la poudre : mais le mur s'enfuit devant lui & se soustrait à la percussion , selon toute la vitesse de la terre ; il ne doit donc recevoir qu'une percussion proportionnelle au mouvement imprimé par la poudre. Le boulet qui bat un *mur placé à l'occident* , a le mouvement que lui imprime la poudre , moins le mouvement de la terre : mais le mur avance & se porte contre lui avec tout le mouvement de la terre ; & la percussion est encore , comme dans le cas précédent , proportionnelle au mouvement imprimé par la poudre. (323.)

Dans l'un & dans l'autre cas, l'air opposé au boulet une égale résistance, & fait entendre un même sifflement : parce que le boulet se mouvant ou avec un plus de vitesse dans la direction de l'air, ou avec un moins de vitesse contre la direction de l'air, le traverse & le déplace de même; infléchit ses molécules élastiques, & leur occasionne la vibration & le frémissement d'où résulte & d'où naît le son. (753.)

1344. OBJECTION III. Si la terre tourne chaque jour sur son axe, dans la direction ABCDA; dans 12 heures, l'homme B aura la position de l'homme D: & alors comment ne tombera-t-il pas à l'infini de D en V dans l'immensité des cieux? (*fig. 11.*)

RÉPONSE. Nous avons déjà observé qu'il n'y a proprement ni haut ni bas absolu dans l'espace infini (1289): que les corps terrestres ont une tendance vers le centre de la terre, sans tendre autrement ou à s'approcher du nadir ou à s'éloigner du zénith. Ainsi un homme ou un corps quelconque, placé sur la surface de la terre, tend toujours efficacement vers le centre de la terre, en vertu de sa gravitation ou de sa pesanteur AT, BT, CT, DT, sans être exposé en aucun point supérieur ou inférieur de la surface terrestre, à être emporté dans la région des étoiles, vers lesquelles il n'a aucune tendance sensible.

Tout le monde fait qu'un vaisseau parti de Londres ou de Brest, & destiné à faire le tour du monde, va côtoyant l'Amérique méridionale, passe par le détroit de Magellan, traverse l'immense mer du Sud sous les antipodes de la France ou de l'Angleterre, arrive en Chine &

aux

aux Indes orientales, revient par le Cap de Bonne-Esperance à Brest ou à Londres. Pendant toute cette révolution autour du globe terrestre; sa gravitation ou sa pesanteur l'enfonce dans les eaux, & tend à le précipiter vers le centre de la terre, à l'orient comme au couchant, aux antipodes de Londres, comme à Londres même. Ainsi ce vaisseau en *D*, loin de tendre en *V*, tend vers un point diamétralement opposé, en *T*.

1345. OBJECTION IV. Si la terre tournoit chaque année autour du soleil dans l'écliptique, nous devrions avoir incessamment un nouveau pôle dans le ciel. Par exemple, supposons un œil placé de part & d'autre à l'extrémité de l'axe sur lequel la terre fait ses révolutions diurnes, pendant que cet axe, toujours perpendiculaire au plan de l'équateur, parcourt l'écliptique. (*fig. 10.*)

Quand la terre est en *Q*, cet œil *D* aura pour pôle céleste le point *m*: quand, six mois après, la terre est en *T*, ce même œil *D* aura pour pôle céleste le point *o*. Or ces deux points sont éloignés l'un de l'autre d'environ 60 millions de lieues, qui sont la mesure du grand axe de l'orbite terrestre, ou la double distance moyenne de la terre au soleil.

RÉPONSE. La terre, en parcourant l'écliptique, a réellement à chaque instant un nouveau point du ciel pour pôle: puisque son axe *mm*, indéfiniment prolongé de part & d'autre, décrit dans le ciel chaque année, un cylindre *mo m* d'environ 60 millions de lieues de diamètre. Mais comme le diamètre *mVo* de ce cylindre ne soutend dans le ciel qu'un arc d'environ 3 ou 4 secondes, selon les observations & les calculs

des plus célèbres astronomes de ces derniers tems ; il s'enfuit que ce diametre mVo doit paroître comme un point dans le ciel ; & que l'axe terrestre qui fait sa révolution annuelle autour de ce diametre , doit paroître aboutir toujours sensiblement au même point du ciel.

Tout le monde fait que , selon les loix de l'optique , deux lignes paralleles mm & oo , doivent paroître converger & coïncider en un même point , dans une immense distance (929). Donc , soit que la terre se trouve en Q , soit qu'elle se trouve en T , son axe mm & oo doit paroître aboutir sensiblement aux mêmes points du ciel V & V .

Il n'a rien moins fallu que toute la sagacité du génie des astronomes modernes , pour découvrir que l'axe terrestre n'aboutit pas toujours aux mêmes points précis du ciel ; & que dans un espace de six mois , il y a une différence de 3 ou 4 secondes : *différence insensible* , qui échappe nécessairement aux yeux les mieux constitués & munis des plus excellents instrumens astronomiques , s'ils ne sont pas dirigés par les subtiles & profondes lumieres de la géométrie & de l'astronomie. Ainsi l'axe de la terre , pendant chaque révolution annuelle autour du soleil , doit donner toujours sensiblement le même pole.

1346. OBJECTION V. Si la terre tourne chaque année autour du soleil , le pole du monde doit alternativement s'abaisser & s'élever relativement à l'horison d'un habitant de la terre. Car , que je parcoure du midi au nord , sous le même méridien , un espace de 25 lieues ; je vois le pole boréal s'élever d'environ un degré !

Que je parcoure du nord au midi, sous le même méridien, un espace de 50 lieues; je vois le même pôle s'abaisser d'environ deux degrés! A combien plus forte raison la terre ne devrait-elle pas changer de hauteur de pôle, en passant d'un tropique à l'autre, en s'approchant alternativement de l'un & de l'autre pôle céleste, de plusieurs millions de lieues?

RÉPONSE. La hauteur du pôle est le plus petit arc qu'on puisse mener du pôle sur l'horison d'un lieu. Cet arc est toujours le même pour un même lieu, soit que la terre soit placée sous le tropique du cancer, soit qu'elle soit placée sous le tropique du capricorne: parce que l'axe terrestre, qui donne le pôle céleste, reste toujours sensiblement parallèle à lui-même, & conserve toujours la même inclinaison sur l'horison de ce lieu. La grande révolution conique de l'axe terrestre autour des pôles de l'écliptique, ne change pas non plus la hauteur du pôle pour un même lieu: parce que l'horison de ce lieu a la même révolution que l'axe terrestre; & que cet axe terrestre, pendant sa révolution conique, reste toujours incliné sur le plan de l'équateur de la même quantité, d'environ 66 degrés & 32 minutes.

Si on demande maintenant pourquoi en allant du midi au nord ou du nord au midi, sous un même méridien, on a une différente hauteur de pôle; tandis qu'en allant d'un tropique à l'autre, on conserve la même hauteur de pôle: il est facile d'en rendre raison. En allant du midi au nord ou du nord au midi, sur la surface terrestre, on change d'horison: au lieu qu'en allant d'un tropique à l'autre, sur le même point de la

surface terrestre, on conserve toujours le même horizon. Dans le premier cas, l'horizon s'abaisse ou s'élève à l'égard du pôle: dans le second, l'horizon conserve la même position à l'égard du pôle. Par exemple (*fig. 8*):

I°. Si sur un lieu quelconque A de la surface terrestre étoit posé un plan ASR parallèle à l'horizon FTP, & qu'on marchât sur ce plan, du midi au nord ou du nord au midi, pendant dix ans ou pendant cent ans; on auroit toujours sensiblement le même zénith M, & par conséquent la même hauteur de pôle: parce que l'espace parcouru AS étant considéré comme la base de l'angle AMS formé par deux lignes menées du zénith M aux deux extrêmités de cet espace, on auroit un triangle dont la base AS seroit comme nulle en comparaison des côtés. Donc l'angle M, opposé à la base AS, seroit sensiblement nul en comparaison des deux autres angles (*Math. 701*): donc les deux angles formés sur la base seroient toujours sensiblement de 90 degrés chacun: donc le point M seroit toujours vu sensiblement au même endroit.

II°. Mais quand on va du midi au nord ou du nord au midi sur la surface de la terre; on marche sur une surface courbe, qui s'incline sans cesse, qui donne un nouveau zénith & un nouvel horizon à chaque instant. Par exemple, soient R & V les poles du monde. Un homme en C sous l'équateur a pour zénith le point N, & pour horizon un cercle RTV dont le plan aboutit aux deux poles. (*fig. 11.*)

Que cet homme passe de C en f: il aura pour zénith le point S; & pour horizon, un cercle HTG, cercle éloigné des poles de tout l'arc

céleste RG . Quoique l'espace parcouru Cf , de quelques centaines de lieues, ne soit rien en comparaison de l'arc céleste $NXSR$, il est considérable dans l'arc terrestre $CkfB$; & il donne un angle CTf , qui, prolongé jusqu'au firmament, embrasse tout l'arc NXS , & élève le pôle R d'une quantité égale RG .

III°. Ce n'est donc pas précisément l'espace parcouru du midi au nord ou du nord au midi, qui occasionne un changement sensible de zénith & de hauteur de pôle, mais l'inflexion ou la courbure de cet espace. Ainsi, un homme qui passe d'un tropique céleste à l'autre, toujours placé sur un même point de la surface terrestre, ne change sensiblement ni de zénith ni de hauteur de pôle: parce que la terre se meut dans l'écliptique comme sur un plan; & que l'espace parcouru par la terre du nord au midi ou du midi au nord, est comme infiniment petit en comparaison de l'espace qui sépare la terre des étoiles.

1347. OBJECTION VI. Le grand vice du système de Copernic, c'est d'attribuer à la terre deux mouvements incompatibles; un mouvement d'occident en orient, autour de l'axe de l'équateur; & un mouvement d'orient en occident, autour de l'axe écliptique. Or n'est-il pas évident que ces deux mouvements doivent se détruire réciproquement; que le mouvement d'occident en orient ne peut subsister dans un même mobile, avec le mouvement d'orient en occident? Donc le système de Copernic est totalement ruineux en ce point fondamental.

RÉPONSE. Si les deux mouvements en question sont incompatibles dans la terre, feront-ils

plus compatibles dans le firmament ? Or il est certain & évident que les deux mouvements qu'on dit incompatibles, existent nécessairement, ou dans le globe terrestre, ou dans le globe céleste. Ainsi cette objection attaque également & Ptolomée & Copernic & Tycho-Brahé & la nature elle-même. Montrons-en la futilité dans le système de Copernic, que nous avons à défendre.

Il répugne qu'un mobile ait à la fois un mouvement d'occident en orient & un mouvement d'orient en occident, autour des mêmes points, autour du même axe : mais il ne répugne point que ces deux mouvements aient lieu à la fois dans un même mobile, autour de deux axes différents. Il est facile de rendre sensible la possibilité & la compatibilité des trois mouvements de la terre, par un seul exemple connu de tout le monde.

Au milieu d'un grand vestibule pavé en marbre, soit un jeune nourrisson des muses & des arts, qui en attendant le travail & l'ennui, s'occupe tout entier du tumultueux plaisir de poursuivre & de tourmenter sa toupie. Une longue ficelle, spiralement entortillée autour de la toupie, lui imprime un mouvement de rotation sur son axe : un grand coup de fouet l'éleve en l'air, & lui imprime un mouvement projectile, sans détruire son mouvement de rotation. Observons dans cette toupie, les trois mêmes mouvements qu'on dit incompatibles dans la terre.

1°. La toupie, élevée en l'air, & élancée d'occident en orient, par exemple, continue à rouler sur son axe, en retombant vers le centre de sa gravitation : image sensible du *mouvement diurne*

& du *mouvement annuel* de la terre, laquelle au milieu de ces deux mouvements ne cesse point de tendre continuellement vers son point central.

(1285.)

II°. Si on prend subitement la toupie tourbillonnante sur un plan de carton ou de cuivre, & qu'on observe attentivement son mouvement de rotation; on appercevra que son axe, en roulant toujours sur lui-même, n'est pas toujours perpendiculaire au plan qui le soutient: que cet axe, autour duquel tous les points de la toupie décrivent toujours des cercles paralleles, a lui-même, du moins assez souvent, un *mouvement conique*, tantôt plus & tantôt moins considérable: que ce mouvement conique de l'axe ne détruit point le mouvement de rotation qui emporte toujours circulairement toutes les parties de la toupie autour de l'axe, & assez souvent en un sens opposé à la révolution conique de l'axe: qu'en supposant que cette toupie est un petit monde, un œil placé à l'extrêmité de cet axe, auroit successivement dans le ciel différents poles, selon ses différentes positions; & que les différents points du ciel où aboutiroit cet axe prolongé, seroient les poles mobiles de toutes les révolutions circulaires autour de l'axe.

On voit donc ici une image sensible du mouvement conique de la terre, dont l'axe, en roulant toujours sur lui-même, s'infléchit successivement d'orient en occident; sans que cette inflexion réguliere, dont nous avons fait connoître & le mécanisme & la cause physique (1328), nuise en aucune maniere au mouvement qui emporte toujours circulairement autour de lui toutes les parties de la terre, d'occident en orient.

1348. REMARQUE. Après avoir fait sentir la compatibilité de ces trois mouvements dans un même mobile, il ne sera pas inutile de faire sentir plus spécialement comment ces trois mouvements se concilient dans la terre. Nous aimons mieux nous exposer au reproche qu'on pourra nous faire, de nous trop étendre & peut-être de nous répéter à certains égards sur cet objet, que de manquer de nous faire suffisamment entendre. (fig. 10.)

I°. Que dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, la terre ait reçu primitivement un mouvement de rotation autour de son axe hPh : il est clair que, dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, ce mouvement de rotation doit subsister éternellement; puisqu'un mouvement que rien ne détruit & que rien n'altère, doit rester toujours le même. (307.)

II°. Que dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, la terre ait reçu primitivement par la volonté ou par l'action du Créateur, & un mouvement centripete vers le soleil, & un mouvement projectile dans la tangente d'une courbe tracée ou imaginée autour du soleil: la terre, en vertu de ces deux forces conspirantes, doit, selon les loix générales du mouvement, tourner persévéramment & autour de son axe & autour du soleil. (1285.)

III°. L'axe terrestre mm, nn, oo, rr, hh , en tournant chaque jour sur lui-même pendant qu'il tourne en un an autour du soleil, peut ou être toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, ou être insensiblement & peu à peu infléchi vers différents points du ciel par l'action toujours

subsistante de quelque cause physique : puisqu'il n'est pas essentiel à cet axe d'être toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, pendant qu'il fait ses révolutions & sur lui-même & autour du soleil ; puisqu'il est clair que les mêmes révolutions de cet axe & sur lui-même & autour du soleil auront lieu, soit que cet axe regarde toujours les mêmes points du ciel, soit qu'il s'infléchisse insensiblement & peu à peu vers d'autres points du ciel. (*fig. 6.*)

IV°. Comme l'espace que parcourt la terre autour du soleil, n'est rien en comparaison de l'espace intercepté entre la terre & le firmament ; faisons abstraction de la révolution de la terre autour du soleil, & considérons la terre comme fixée au point T, où elle reste animée & du mouvement qui produit la révolution diurne autour de l'axe pTm , & du mouvement rétrograde autour de l'axe dTe .

Que faut-il pour que toutes les parties de la terre aient un mouvement d'occident en orient autour de l'axe PTM de l'équateur, tandis qu'elles ont un mouvement d'orient en occident autour de l'axe DTE de l'écliptique ? Il faut uniquement que l'axe pTm de l'équateur ATb , en faisant chaque jour une révolution sur lui-même d'occident en orient, s'infléchisse insensiblement & peu à peu, d'un jour à l'autre, vers l'occident & contre l'ordre des signes : en sorte que la somme de toutes ces inflexions successives $pqrsp, mnokm$, donnent en 25740 ans, deux cônes $TPQRSP, TMNOKM$, autour de l'axe DTE de l'écliptique FTG .

Or il est clair que la révolution diurne de l'axe pTm subsistant toujours uniformément ;

cet axe , que rien ne nécessite à être toujours dirigé vers les mêmes points du ciel , qu'une cause physique toujours subsistante & toujours agissante tend sans cesse à infléchir d'orient en occident dans la direction $pqrsp$ & $mnokm$ (1328), peut & doit s'infléchir & s'incliner sans cesse par un mouvement conique vers un point du ciel plus occidental : ce qui donne à la terre le mouvement rétrograde d'orient en occident , qu'attribue & à l'équateur terrestre & à toutes les parties de la terre , le système de Copernic. Donc il est clair que le mouvement conique & rétrograde de l'axe terrestre pTm ou PTM autour des poles de l'écliptique , n'est nullement incompatible avec le mouvement diurne de ce même axe autour des poles de l'équateur.

1349. OBJECTION VII. Le système de Copernic , système qui s'accorde si bien avec les loix du mouvement , avec les observations astronomiques , avec toute la théorie de la physique , avec toutes les lumieres de la saine raison , est malheureusement contredit & démenti par l'écriture sainte , qui attribue le mouvement au soleil & le repos à la terre : donc ce système , qui a toute l'apparence d'une vérité démontrée , n'est au fond qu'une ingénieuse imposture , qu'une vaine hypothese , dont le faux est la base (*).

RÉPONSE. Le plus grand outrage qu'on puisse

(*) REMARQUE. Voici quelques-uns des textes sacrés qu'on fit valoir sérieusement dans un tems d'ignorance & de déraison , contre le système de Copernic , & qui n'ont certainement rien de commun avec aucun système astronomique.

1°. *Oritur sol & occidit , & ad locum suum revertitur ; ibi-*

faire à l'écriture sainte , c'est de la mal interpréter ; c'est de lui donner un sens qu'elle n'a pas. Tout édifice humain , implanté sur l'édifice de l'esprit saint , lui est étranger , s'écroule tôt ou tard sur lui & l'accable du poids de sa ruine : en voici un exemple qui fera à jamais mémorable.

L'écriture sainte rappelle aux hommes que le soleil dans sa marche majestueuse passe régulièrement de l'orient à l'occident , du midi au nord , du nord au midi , sans s'écarter de la route que lui a assigné & tracé l'Arbitre suprême de la nature : que cette marche fixe & régulière du soleil , a été cependant quelquefois miraculeusement interrompue , par une bienfaisance spéciale du tout-puissant Dieu d'Israël ; & que ces bienfaits miraculeux méritent de la part de la nation sainte , une éternelle reconnoissance. Tel est le sens général des différents textes de l'écriture , où il est fait mention du mouvement du soleil & de la miraculeuse interruption de ce mouvement.

Mais n'est-il pas évident que ces différents textes de l'écriture peuvent avoir indifférem-

que renascens , gyrat per meridiem , & flectitur ad aquilonem. Eccles. cap. 1.

II°. *Sol , contra Gabaon ne movearis ; & luna , contra vallem Aïalon ! Steteruntque sol & luna , donec ulcisceretur se gens de inimicis suis. Stetit itaque sol in medio cœli , & non festinavit occumbere spatio unius diei. Josue , cap. 10.*

III°. *Invocavit itaque Isaias propheta Dominum ; & reduxit umbram per lineas , quibus jam descenderat in horologio Achas , retrorsum decem gradibus. Reg. IV. cap. 20.*

IV°. *Firmavit orbem terræ , qui non commovebitur. Ps. 92. Generatio præterit & generatio advenit : terra autem in æternum stat. Eccles. cap. 1.*

ment pour objet , ou le *mouvement réel* , ou le *mouvement apparent* du flambeau du monde ; puisque l'une & l'autre espece de mouvement est également propre à faire sentir aux hommes & la puissance & la bienfaisance de l'Éternel , dans l'économie de la nature & de la religion ? Pourquoi donc restreindre tout à coup & sans examen , leur signification au seul mouvement réel ? Pourquoi exclure témérairement & sans raison , de leur signification , le mouvement apparent ? L'unique objet des auteurs sacrés dans ces différents textes , c'est de rappeler aux hommes les bienfaits naturels & surnaturels de la Providence ; de leur faire admirer la sagesse & chérir la bienfaisance de l'Être suprême , soit dans l'ordre de la nature , soit dans l'ordre de la religion ; & non de dogmatifer séchement sur des points de physique & d'astronomie (881) : ce dernier objet étant totalement étranger à la religion & aux mœurs , l'écriture sainte en fait & en doit faire totalement abstraction. L'écriture sainte , en parlant des merveilles de la nature , ou des miracles qui ont du rapport avec les merveilles de la nature , n'en parle donc & n'en doit parler à la généralité des hommes , que d'après les apparences , qu'en se conformant à la maniere dont voit & entend la multitude , qui n'est rien moins que philosophe & astronome. Il est donc clair que le sens des textes sacrés , qu'on objecte contre le système de Copernic , n'est pas plus affecté au mouvement réel , qu'au mouvement apparent. Il est donc clair qu'on peut entendre indifféremment par ces textes , ou le mouvement apparent ou le mouvement réel ; & dès-lors toute la force de l'objection cesse & s'évanouit. Après cette observation générale,

dont la vérité se fait sentir à tout esprit que n'aveugle point le fanatisme , je dis :

I°. Que dans les textes sacrés qui attribuent au soleil un mouvement d'orient en occident , du midi au nord , du nord au midi , il ne s'agit que d'un *mouvement apparent* ; & que rien ne prouve qu'il s'y agisse d'un mouvement réel. Que ces expressions , *le soleil se leve , passe au méridien , se couche* , ne signifient autre chose dans l'écriture , ainsi que dans la bouche des astronomes de profession , sinon que le soleil , mobile ou immobile , commence à éclairer l'horison , est dans sa plus grande élévation sur l'horison , finit d'éclairer l'horison ; & ainsi du reste.

II°. Que dans le texte où il est rapporté qu'à l'ordre de Jofué , le soleil suspendit son mouvement pendant 24 heures , il ne s'agit non plus que d'une suspension de *mouvement apparent*. Que le miracle conigné dans les livres saints est le même , soit que le mouvement réel qui fut alors interrompu , se trouve dans le soleil lui-même ; soit que ce mouvement n'existe que dans la terre. Qu'en supposant même que Jofué eût été instruit du mouvement de la terre & de l'immobilité du soleil , il ne devoit point s'exprimer autrement : parce que , s'il eût dit simplement que la terre avoit miraculeusement suspendu son mouvement , personne n'eût compris le miracle mémorable qu'il vouloit conigner & éterniser dans la mémoire de sa nation. Que ce miracle mémorable consista en ce que , contre l'ordre de la nature , la terre cessa pendant un jour entier de se mouvoir & autour de son axe & dans l'écliptique : ce qui fit que le soleil , contre le cours naturel des choses , parut pendant un jour entier

ou pendant une durée de tems égale à un jour , répondre constamment & persévéramment au même point du ciel ; ce qui n'étoit jamais arrivé auparavant , & ce qui n'est jamais arrivé depuis lors.

III°. Que la rétrogradation miraculeuse du soleil sous le regne d'Ezechias , ne fut non plus qu'une *rétrogradation apparente* ; & que ce miracle consista en ce que la terre , au lieu de continuer à rouler sur son axe d'occident en orient selon le cours naturel des choses , roula miraculeusement sur son axe en un sens opposé d'orient en occident ; & parcourut , en rétrogradant , un arc de dix degrés : ce qui donna nécessairement au soleil un semblable mouvement rétrograde dans son apparente révolution diurne. Le miracle est le même , soit que le mouvement miraculeusement interrompu se trouve dans le soleil , soit qu'il se trouve dans la terre. (932.)

IV°. Que les textes que l'on cite pour établir le repos ou l'immobilité de la terre , n'ont nullement le sens qu'on leur attribue. Par exemple , le texte de l'Ecclésiaste, *terra autem in æternum stat*, met en contraste la déplorable caducité de la vie humaine , avec l'inaltérable durée de la terre : il s'agit là , non du repos ou de l'immobilité de la terre , mais de sa permanence. Le texte du psalmiste , *firmavit orbem terræ qui non commovebitur* , oppose la fragilité des ouvrages humains , à l'indestructibilité des ouvrages de l'Éternel. Les ouvrages des hommes tendent toujours à leur ruine par quelque endroit ; mais le globe terrestre , qui est l'ouvrage du Créateur , n'a dans lui aucune cause qui l'altère , qui le décompose , qui doive en entraîner la destruction , qui s'op-

pose à son éternelle existence : il s'agit encore là, dans le sens du psalmiste, non du repos, mais de l'inaltérabilité de la terre.

1350. OBJECTION VIII. L'interprétation qu'on donne ici à l'écriture, en substituant par-tout l'apparence à la réalité des mouvements, ne tend à rien moins qu'à renverser de fond en comble toute la religion. Car, en généralisant cette manière d'interpréter les livres saints, on pourra dire, par exemple, que le Verbe s'est incarné ou est mort pour les hommes, en apparence, & non en réalité : & alors que devient tout le dépôt de la révélation ? Il faut donc, selon l'axiome généralement reçu, prendre le sens naturel & obvie dans les textes de l'écriture : il faut donc renoncer à un système, qu'on ne peut soutenir qu'en altérant le sens naturel de l'écriture ; à un système que le tribunal de l'inquisition, composé ou assisté d'un grand nombre de cardinaux, a frappé de ses anathèmes, dans les ouvrages de Galilée.

RÉPONSE. I^o. Sans entrer ici dans aucune discussion métaphysique sur la manière d'expliquer les textes sacrés qui paroissent susceptibles de différents sens ; il est certain qu'on ne doit jamais donner à ces textes un sens absurde, un sens évidemment faux, un sens diamétralement opposé aux vérités incontestablement établies, ou par la raison, ou par la révélation. Interpréter ainsi l'écriture, ce seroit fournir des armes à l'impiété ; ce seroit imprimer aux livres saints, un caractère de mensonge & d'absurbité, incompatible avec la source divine que leur attribue la religion. Cet axiome suffit pour justifier authentiquement l'interprétation qu'on attaque.

Car voici comment raisonne l'incrédulité, en supposant avec Tycho-Brahé, que l'écriture attribue réellement le mouvement au soleil, & le repos à la terre. *La Divinité n'est ni absurde, ni ignorante* : donc la Divinité n'a point inspiré des livres qui combattent deux vérités certaines & démontrées chez les physiciens & chez les astronomes, le mouvement de la terre, & le repos du soleil. Ce raisonnement devient évidemment sans réplique, si l'on convient que l'écriture, dans les textes en question, a réellement le sens que lui donne & qu'est intéressée à lui donner l'incrédulité. Donc le sens que nous venons de donner à l'écriture, dans les textes où il est fait mention du mouvement réel ou apparent du soleil, loin d'être un attentat contre l'écriture, est le seul sens dont elle soit raisonnablement susceptible.

II°. Il ne s'en suit pas delà qu'on puisse arbitrairement substituer par-tout dans l'écriture, l'apparence à la réalité : parce qu'il n'y a peut-être dans toute l'écriture, que le mouvement du soleil, où l'apparence & la réalité donnent les mêmes prodiges, les mêmes points de croyance, les mêmes motifs d'affection & de reconnoissance envers l'Être suprême. Il n'y a donc aucune induction à tirer, du mouvement du soleil à l'incarnation du Verbe. La réalité de l'incarnation du Verbe est un dogme fondamental, qui est la base de toute la religion, & qu'aucune démonstration physique, qu'aucune observation astronomique ne détruit. La réalité du mouvement du soleil est un point totalement indifférent à la religion, & inconciliable avec la théorie du mouvement, avec les loix de la physique, avec les observations

observations astronomiques. Donc les raisons qui nécessitent à fixer le sens de l'écriture au mouvement apparent dans les textes qui concernent le soleil, n'autorisent pas à substituer l'apparence à la réalité dans les textes qui concernent l'incarnation & une infinité d'autres objets. Nous adoptons donc l'axiome général, qu'il faut toujours entendre l'écriture dans le sens naturel & obvie, quand aucune raison solide & triomphante ne nécessite à l'entendre dans un sens différent.

III°. Qu'importe que le tribunal de l'inquisition ait condamné autrefois le système de Copernic, dans les ouvrages de l'immortel Galilée? Le tribunal de l'inquisition n'est certainement ni l'église assemblée, ni l'église dispersée : sa décision surannée, qu'aucun souverain pontife n'a approuvée, que l'église n'a jamais adoptée, ne gêne donc en rien la façon de penser des Fideles sur cet objet.

Mais doit-on faire un crime à ce tribunal, assisté alors de plusieurs cardinaux, d'avoir pros crit le système de Copernic, d'avoir défendu de le soutenir comme une réalité, comme une vérité physique? Non : parce qu'au tems où ce système fut pros crit, on le regardoit comme contraire à l'écriture, comme un sujet de scandale dans l'église; & qu'il est toujours à propos d'arrêter le cours du scandale, lors même que le scandale est mal fondé & n'affecte que les esprits foibles. C'est ainsi que dans les premiers siècles du christianisme, quelques pieux évêques pros crivirent le culte des saintes images, dans un tems où ce culte mal compris devenoit une occasion d'idolatrie pour des fideles tout récemment arrachés au culte des idoles.

Dans notre siècle, dans un siècle plus éclairé & moins fanatique que celui qui mit avec Galilée la raison & la vérité dans les fers, le système de Copernic n'alarme plus les âmes pieuses; ne présente plus rien d'opposé à l'écriture, entendue comme elle doit l'être; & les plus religieux personnages, dès-lors qu'ils ont des lumières & sur la physique & sur l'astronomie, l'adoptent purement & simplement comme le seul vrai système du monde.

1351. OBJECTION IX. Ne pourroit-on pas concilier en partie ces systèmes opposés, en attribuant à la terre un mouvement de révolution diurne sur son axe, dans le même point de l'espace infini; au soleil, un mouvement de révolution annuelle autour de la terre; aux planètes & aux comètes, une révolution périodique plus ou moins longue autour du soleil; & aux étoiles, un mouvement de révolution autour des pôles de l'écliptique? Dans cette hypothèse, la terre auroit une suffisante immobilité; & le soleil, les planètes, les étoiles, seroient délivrés de ce mouvement diurne, qui paroît, & qui est en effet si révoltant.

RÉPONSE. Il n'est pas rare de trouver, dans la physique comme dans la société, de ces malhabiles conciliateurs, de ces maître-Jacques de Molière dans l'Avare, qui fertiles en ressources mal imaginées, en expédients mal concertés, n'ont d'autre mérite que de révolter également les deux partis opposés. L'hypothèse, dont il est ici question, en est un riche modèle.

1^o. Cette hypothèse est hautement rejetée par les partisans de la terre immobile, s'il en reste encore quelques-uns: parce qu'il est évident que

si les textes de l'écriture, qui en font l'unique base & l'unique soutien, attribuent réellement l'immobilité à la terre; le mouvement diurne de la terre est aussi opposé à ces textes, que le mouvement annuel.

II°. Cette hypothèse est hautement rejetée par tous les partisans de Copernic, par tous les physiciens & par tous les astronomes: parce qu'il est évident qu'il n'est pas moins absurde de faire tourner autour de la terre, contre toutes les loix de la physique & du mouvement, le soleil avec ses planètes & ses comètes, le firmament avec toutes ses étoiles, dans l'espace d'un an ou de 25740 ans, que dans l'espace d'un jour. Ainsi cette hypothèse n'est autre chose qu'une rêverie anti-philosophique à toute sorte d'égards.

ARTICLE CINQUIÈME.

LA TERRE-PLANÈTE.

1352. OBSERVATION. **I**L conste par tout ce que nous venons de dire, d'expliquer, & de démontrer dans l'article précédent, que la terre est une vraie planète, constamment & persévérément animée de trois mouvements différents, d'un *mouvement diurne* autour de l'axe de l'équateur, d'occident en orient; d'un *mouvement annuel* autour du soleil dans le plan & dans l'orbite de l'écliptique, d'occident en orient & selon l'ordre des signes; d'un *mouvement rétrograde* & très-lent autour de l'axe de l'écliptique, d'orient en occident & contre l'ordre des signes. Il

nous reste à observer & à déterminer dans la terre-planete, quelle est sa position dans le ciel; quelle est sa figure & sa grandeur, qu'il faudra chercher dans le ciel; quelle est & la direction & la position de son axe à l'égard du ciel & de l'équateur. Tel sera l'objet des trois paragraphes suivants, dans lesquels viennent naturellement se placer les principes fondamentaux de la gnomonique, la théorie des longitudes & des latitudes, les dimensions géométriques de la terre, & une foule d'autres choses également utiles & intéressantes.

PARAGRAPHE PREMIER.

POSITION DE LA TERRE DANS LE CIEL.

1353. ASSERTION. *La terre est toujours sensiblement placée au centre du firmament. (fig. 40.)*

DÉMONSTRATION. En quelque point de son orbite annuelle *adbc a*, que se trouve la terre, soit dans le plan de l'équateur, soit sous le tropique du cancer ou du capricorne :

1°. L'horison d'un observateur quelconque, d'un habitant ou de l'équateur ou des zones tempérées ou des zones glaciales, partage toujours le ciel ou le firmament en deux hémispheres égaux : puisque cet observateur a toujours précisément six signes du zodiaque au-dessus, & six autres signes du même zodiaque au-dessous de son horison ; ce qui évidemment n'auroit point lieu, si la terre *a* étoit sensiblement plus près de la balance *A* que du bélier *B*, du cancer que du capricorne.

II°. Dans toute la terre, dans les zones tempérées & glaciales, comme dans les zones torrides & sous l'équateur; les étoiles qui font leur révolution diurne dans le plan de l'équateur, mettent toujours précisément douze heures moins deux minutes & deux secondes, à passer de l'orient à l'occident; & douze heures moins deux minutes & deux secondes (1324), à passer de l'occident à l'orient: ce qui ne pourroit avoir lieu, si la terre *b* n'étoit pas toujours sensiblement placée au centre du firmament, à égale distance du levant *B*, du couchant *A*, du zénith & du nadir.

III°. Si la terre *d* étoit sensiblement plus près d'un pôle que de l'autre; les peuples qui habitent la sphaere oblique n'auroient pas l'équinoxe, le jour où le soleil fait sa révolution diurne réelle ou apparente dans le plan de l'équateur céleste, qui divise le ciel en deux hémisphères égaux: puisque l'horison de ces peuples ne coupant pas le cercle solaire par le centre, auroit nécessairement une inégalité dans l'arc diurne & dans l'arc nocturne. Or il conste, & tout le monde fait que deux fois par an, on a l'équinoxe dans toute la terre, les deux jours où le cercle solaire est sensiblement confondu avec l'équateur céleste (1314): donc la terre n'est point sensiblement hors du plan de l'équateur céleste: donc la terre n'est point sensiblement plus près d'un pôle que de l'autre.

Donc la terre *adb*, qui n'est jamais sensiblement plus près ou plus loin du pôle austral que du pôle boréal, de la balance que du bélier, du zénith que du nadir, & ainsi de tous les autres points du firmament, est toujours sensiblement

placée au centre du firmament. C. Q. F. D.

1354. COROLLAIRE. *Le diamètre de l'orbite terrestre, d'environ 60 millions de lieues, est comme un point en comparaison de la distance des étoiles : puisqu'en quelque point de son orbite $adbca$ que la terre se trouve placée dans sa révolution annuelle autour du soleil dans le plan de l'écliptique céleste, on observe toujours les mêmes phénomènes par lesquels nous avons démontré qu'elle paroît toujours sensiblement placée au centre du firmament. (fig. 40.)*

I°. A plus forte raison, le rayon de la terre ne fera-t-il que comme un point par rapport à la distance des étoiles. D'où il résulte que, dans un angle mené de la terre à deux étoiles, on peut prendre indifféremment pour sommet de l'angle, ou le centre de la terre, ou le point de la surface terrestre qu'occupe l'observateur : puisque les deux côtés de cet angle, menés du centre ou de la surface de la terre, ne peuvent différer que d'une quantité égale au rayon terrestre ; quantité comme infiniment petite, par rapport à l'immense distance des étoiles les moins éloignées de la terre. (1340.)

II°. Pendant que le soleil fait ou semble faire une révolution autour de la terre ; l'ombre projetée par un corps qu'éclaire cet astre, a sensiblement les mêmes mouvements qu'auroit cette même ombre, si le soleil étoit réellement à la distance des étoiles : puisque l'étoile qui ce jour là se trouve en conjonction avec le soleil, en supposant qu'elle fît sa révolution diurne dans le même tems précis que le soleil, donneroit sensiblement la même révolution à cette ombre. Ainsi, on peut à cet égard & relativement à la gnomo-

nique, regarder le soleil comme à une distance infinie de la terre.

Je dis que le soleil & l'étoile en conjonction projetteroient l'ombre d'un corps terrestre, *au même lieu sensiblement* : car la différence ne peut être que de la grandeur de la parallaxe du soleil, parallaxe qui n'est au plus que de 9 secondes de degré dans l'horison (1219); qui va en diminuant jusqu'au zénith, où elle est nulle (1215); & qui sur une montre solaire plus ou moins grande, ne peut jamais être sensible. (921.)

1355. PROBLÈME I. *Trouver ou déterminer la hauteur du pôle visible.* (fig. 11.)

SOLUTION. Nous avons vu ailleurs, comment on peut trouver à peu près le point du ciel autour duquel se font les révolutions du soleil, des planètes, des étoiles (1124). Il nous reste à faire voir comment on peut trouver & déterminer la quantité dont ce point du ciel, qu'on nomme le pôle, est élevé au-dessus de l'horison d'un lieu quelconque de la surface terrestre, en-deçà ou en-delà de l'équateur : car sous l'équateur, l'un & l'autre pôle est dans le plan même de l'horison. (1142.)

1°. Soit f le lieu terrestre, où l'on cherche la hauteur du pôle R : ce lieu a pour zénith, le point S ; pour horison, le cercle GTH ; pour méridien encore inconnu, le demi-cercle RNV .

Parmi les étoiles de perpétuelle apparition, telles que celles de la grande ourse ou de la petite ourse, on en choisira une à volonté, par exemple, l'étoile a . Avec un quart de cercle astronomique, perpendiculaire à l'horison (*Math.* 421, 733), on observera exactement & la plus

grande & la plus petite élévation de l'étoile a au-dessus de l'horison G , pendant une ou plusieurs révolutions diurnes : la plus petite hauteur de l'étoile a au-dessus de l'horison G , plus la moitié de l'excès de la plus grande hauteur sur la plus petite, fera la hauteur du pôle. Par exemple, soit la plus petite hauteur $aG = 40$ degrés ; la plus grande hauteur $bG = 50$ degrés ; la différence entre ces deux hauteurs de la même étoile au-dessus de l'horison, est $= 10$ degrés, dont la moitié est 5 degrés ; ainsi la hauteur du pôle fera $40 + 5$ degrés en R .

II^o. Comme l'étoile a décrit chaque jour un cercle autour de l'axe du monde, qui aboutit nécessairement aux deux pòles ; il est clair que cette étoile passe chaque jour & au-dessus & au-dessous de cet axe : il est clair que dans sa plus grande & dans sa plus petite élévation, elle est dans le plan du méridien connu ou inconnu : il est clair que dans sa plus petite élévation, elle est autant au-dessous de l'axe & du pòle du monde, que dans sa plus grande élévation elle est au-dessus du même axe & du même pòle : il est clair que si on mène une ligne droite du point a au point b , ou du point de la plus petite au point de la plus grande élévation ; cette ligne fera un diamètre du cercle diurne que décrit cette étoile ; & que le milieu R de cette ligne, fera un point de l'axe du monde VTR , autour duquel se font les révolutions diurnes de tout le ciel. Ce point R , ou un point indéfiniment plus éloigné dans la ligne TR , mais toujours élevé d'un même nombre de degrés & de minutes au-dessus de l'horison G , fera donc le pòle du monde dont il falloit trouver & la position &

la hauteur précises. Cette position & cette hauteur du pole R au-dessus de l'horison G, fera donc la plus petite hauteur, plus la moitié de la différence entre la plus grande & la plus petite hauteur de l'étoile observée, au-dessus de l'horison.

III°. Un grand cercle dont le plan passera par le centre de la terre T, par le zénith S, & par le pole R, fera *le méridien du lieu terrestre* f. Ce cercle coupe perpendiculairement l'horison GTH; & le point d'intersection G est autant au-dessous du pole visible R, que le point d'intersection H est au-dessus du pole invisible V.

IV°. Le *pole boréal* est maintenant au voisinage de l'étoile polaire P: il n'en est éloigné au commencement de cette année 1772, que d'un degré 54 minutes 44 secondes. (*fig. 4.*)

Mais la position du pole boréal n'est point persévérément la même à l'égard de cette étoile polaire P: puisqu'en conséquence de la grande révolution du ciel étoilé autour des poles de l'écliptique (1131, 1365), la polaire P doit alternativement ou s'approcher ou s'éloigner du pole du monde considéré comme immobile. Cette polaire P s'approche maintenant de plus en plus du pole boréal du monde; & la quantité dont elle s'en approche actuellement, est de 20 secondes par an.

Si on considère le ciel étoilé comme immobile, ainsi qu'il l'est en effet & en réalité; ce fera le *pole mobile du monde*, qui actuellement s'approche de 20 secondes par an, de la polaire P. Nous avons suffisamment expliqué ailleurs & la cause & les effets du *mouvement conique* (*fig. 7*), qui affecte persévérément & l'axe & les poles de la terre & du monde. (1327 & 1348.)

1356. PROBLÈME II. *Tracer une méridienne sur un plan horifontal.*

SOLUTION. Une méridienne est une ligne parallèle à l'horifon , & renfermée dans toute sa longueur indéfinie , dans le plan du méridien (1118). On peut la tracer selon plusieurs méthodes : nous nous bornerons à en faire connoître deux.

1357. MÉTHODE I. Ayant trouvé le pole visible pendant la nuit , par le problème précédent : on laissera l'instrument astronomique dans la position qui le dirige & le fixe vers le pole : après quoi il ne fera pas difficile de donner la même direction à la ligne qu'on veut mener sur un plan horifontal ; puisqu'il ne s'agira que de poser sur ce plan horifontal un plan perpendiculaire , qui ait la même direction que l'axe de l'instrument astronomique dirigé vers le pole. Les points où le plan horifontal sera touché par le plan vertical , donneront une ligne méridienne sur ce plan horifontal. Ainsi ,

1^o. Pour *tracer une méridienne* sur un plan horifontal ; aux deux bouts de l'axe de l'instrument astronomique dirigé vers les deux poles , suspendez deux fils tendus chacun par un plomb terminé en pointe , & placez au-dessous le plan horifontal : les deux points du plan horifontal , où aboutissent les deux fils tendus chacun par un plomb terminé en pointe , feront les deux extrêmités de la méridienne à tracer : une ligne droite , menée d'un point à l'autre , fera cette méridienne.

Les deux fils eux-mêmes feront dans le plan du méridien : puisqu'ils ont chacun leur direction

& vers le zénith & vers le centre de la terre ; & que le premier & le second fil sont dans un plan dirigé vers les poles du monde & vers le zénith & le nadir de ce lieu , ainsi que le méridien de ce lieu (1116). Ainsi , un rayon visuel , auquel un fil cache l'autre , a sa direction dans le plan du méridien ; & tous les corps placés dans un plan indéfini qui passe par la direction de ces deux fils , sont dans le plan du méridien. Cette méthode apprend donc à *trouver & la méridienne & le méridien d'un lieu quelconque.*

II°. Vers l'extrémité de cette ligne méridienne, du côté du midi , élevez sur le plan horizontal , un *style perpendiculaire* , cylindrique & fort mince : ce style sera dans le plan du méridien ; & quand son ombre couvrira précisément la ligne méridienne , il sera midi précis : puisqu'alors le centre du soleil sera précisément dans le plan du méridien.

Si du sommet de ce style perpendiculaire on abaisse sur la méridienne indéfiniment prolongée du côté du midi , une *ligne droite* qui fasse sur le plan parfaitement horizontal un angle égal à l'angle intercepté entre le pole & l'horison , ou un angle égal à la hauteur du pole ; cette ligne droite, indéfiniment prolongée de part & d'autre, sera parallèle à l'axe du monde : elle se confondra sensiblement dans le ciel avec l'axe du monde (1354) ; & pendant la révolution réelle ou apparente du soleil autour de la terre , elle projettera une ombre toujours parallèle à celle que projetteroit l'axe même du monde : ce sera le *style d'une montre solaire horizontale.*

III°. Si à un plan vertical , tel que la façade ou le mur quelconque d'une maison , on fixe

immoblement une *baguette cylindrique de fer*, parallèlement à la ligne oblique du style dont on vient de parler, ou parallèlement à l'axe de l'instrument astronomique dirigé vers le pôle; l'ombre de cette baguette, pendant la révolution solaire, aura les mêmes révolutions qu'auroit l'axe même de la terre: elle fera toujours sensiblement, ainsi que l'axe même de la terre & du monde, dans le plan de tous les méridiens qu'occupe successivement le centre du soleil. Cette baguette pourra donc être propre à marquer les différentes heures sur le plan auquel elle est fixée, sur le mur dirigé indifféremment ou vers le midi ou vers l'orient ou vers l'occident.

Comme on n'a pas toujours & par-tout des instruments astronomiques propres à faire trouver & la méridienne & le méridien d'un lieu, par la méthode que nous donnons ici; & qu'on a presque toujours & par-tout besoin d'une méridienne, soit pour régler les montres & les pendules, soit pour connoître les principaux aspects du ciel; il est à propos de donner sur ce même objet, une seconde méthode, qui soit indépendante du secours de ces instruments astronomiques.

1358. MÉTHODE II. Si le plan sur lequel on veut tracer une méridienne, est un simple cadran solaire, de marbre ou d'ardoise ou de métal; on tracera sur ce cadran, avec un compas, deux ou trois circonférences concentriques; & on élèvera, au centre commun de toutes ces circonférences, un style perpendiculaire au cadran. On donnera ensuite à ce cadran une position horizontale; & on s'assurera de cette position par le moyen de la ligne d'à-plomb ou du niveau. (*Math.* 532, 422.)

I°. Le *style vertical* du cadran est tout entier dans le plan du méridien : puisqu'il a sa direction & vers le zénith & vers le centre de la terre. Donc l'ombre de ce cadran fera aussi toute entière dans le plan du méridien , quand le centre du soleil , soit en été , soit en hiver , sera dans le plan de ce cercle ; puisque l'ombre d'un corps est toujours dans un plan qui passe & par le point rayonnant & par le corps qui intercepte la lumière du point rayonnant. L'ombre que donnera ce *style vertical* à midi , sera dans sa plus grande longueur au solstice d'hiver , où le soleil s'éleve le moins sur l'horison ; & dans sa plus petite longueur au solstice d'été , où le soleil s'éleve le plus sur l'horison : de sorte que la longueur de cette ombre à midi , peut marquer à peu près le tems des solstices.

II°. L'ombre de ce *style vertical* sera dirigée le matin vers le couchant ; & le soir vers le levant ; & dans le tems des solstices , où le soleil ne change point sensiblement de déclinaison (1320), ces ombres du matin & du soir feront d'égale longueur , quand le soleil sera également éloigné du méridien , ou à égale hauteur au-dessus de l'horison vers le levant & vers le couchant. Si donc , au tems des solstices , du solsticé d'été , par exemple , un jour avant ou un jour après , on observe la longueur des ombres le matin sur les neuf ou dix heures , & le soir sur les deux ou trois heures , on pourra aisément trouver la méridienne cherchée. (*fig. 43.*)

Car , que l'on observe le matin , les points où l'extrémité de l'ombre toujours décroissante aboutit successivement sur les différentes circonférences concentriques ; & que l'on marque ces

points. Le soir, on observera de même les points où l'extrémité de l'ombre toujours croissante aboutit sur les mêmes circonférences concentriques; & on marquera exactement ces points. Après quoi on divisera en deux parties égales, l'arc intercepté entre les deux points aa , bb , cc , marqués par l'extrémité de l'ombre sur chaque circonférence concentrique; & la ligne MS , menée du point de division au pied du style, qui est le centre commun de toutes ces circonférences, fera la *méridienne* qu'il falloit trouver. On ne prend sur le cadran, plusieurs circonférences concentriques, que pour mieux s'affurer de l'exactitude de la méridienne à tracer.

III°. Il est clair que si trois heures avant midi, par exemple, l'ombre du style S aboutit en a du côté du couchant; l'ombre du même style aboutira en a du côté du levant, trois heures après midi: puisque dans ces deux positions le soleil fera également éloigné du méridien, également éloigné de l'horison vers l'orient & vers l'occident. Ainsi le milieu M de l'arc aMa fera dans le plan du méridien, aussi bien que le style S : donc, puisque le cadran est parallèle à l'horison, la ligne MS fera une ligne méridienne.

1359. PROBLÈME III. *Mesurer la hauteur méridienne du soleil, par le moyen d'un grand gnomon.* (fig. 46.)

SOLUTION I. Soit AB un grand gnomon, c'est-à-dire, un grand style de plusieurs toises de hauteur, élevé perpendiculairement à l'horison, du moins du côté du nord. Soit aussi BCD une ligne méridienne, menée du pied du gnomon parallèlement à l'horison, & dans le plan du méridien.

vers le nord. Soit encore VZ un arc du méridien; & Z ou z , le zénith du gnomon.

I°. Il est clair que ce gnomon est dans le plan du méridien dans toute sa hauteur AB ; & que quand le centre du soleil S , pendant son apparente révolution diurne, fera dans le plan du méridien, l'ombre de ce gnomon sera aussi dans le plan du méridien, & par conséquent dans la méridienne BD .

Comme l'extrémité de l'ombre est toujours difficile à saisir avec précision, on placera à l'extrémité du gnomon, une grande plaque de fer-blanc, plane & perpendiculaire au plan du méridien, au milieu de laquelle se trouvera un trou circulaire de quelques lignes de diamètre; & la hauteur du gnomon AB se comptera du milieu de ce trou. Cette ouverture circulaire, dirigée vers le soleil dans le méridien, donnera sur la méridienne BD un petit cercle lumineux dont le centre C fera l'extrémité de l'ombre BC du gnomon.

II°. Avec un instrument exactement divisé en degrés, en minutes & en secondes, on mesurera soigneusement l'angle ACB : après quoi, dans le triangle ABC , on connoîtra l'angle B , qui est droit; l'angle C , qu'on vient de mesurer; & l'angle A , qui est le supplément à deux angles droits.

III°. Abstraction faite de la parallaxe & de la réfraction astronomique dont il faudra tenir compte à part; l'angle BAC connu est égal à l'angle VAz opposé au sommet. Or l'angle VAz mesure la distance du soleil au zénith Z : donc l'angle égal & connu BAC , mesure aussi la distance du soleil au zénith Z ou z .

IV°. La hauteur méridienne du soleil est toujours égale à 90 degrés, moins l'arc VZ, intercepté entre le zénith & le vrai lieu optique du soleil : donc, en connoissant la valeur de l'arc plus ou moins grand VZ, ou la valeur de l'angle plus ou moins grand VAZ, on connoitra la hauteur méridienne du soleil, qu'il falloit trouver.

1360. SOLUTION II. On peut aussi résoudre le même problème par le simple rapport de la longueur de l'ombre horifontale, à la hauteur perpendiculaire du style, en faisant cette analogie : la longueur de l'ombre BC, est à la hauteur du gnomon BA ; comme le sinus total, est à la tangente de la hauteur du soleil au-dessus de l'horison. Les trois premiers termes connus donnent le quatrieme inconnu, qui exprime la hauteur méridienne du soleil.

Il est évident que les deux triangles CAB & CTH sont semblables ; étant formés l'un & l'autre par la ligne horifontale, par une perpendiculaire à cette ligne horifontale, & par un même rayon solaire CAST. Donc $CB . AB :: CH . TH$ (*Math.* 403). Il est évident de même & pour la même raison, que $cB . AB :: CH . tH$. Dans ces deux proportions, on connoît les trois premiers termes, qui sont la longueur variable de l'ombre qu'on mesure, la hauteur constante du gnomon, la grandeur constante du sinus total (*Math.* 646) : ces trois premiers termes connus donnent le quatrieme terme inconnu, qui est la grandeur variable de la tangente. Cette tangente croît dans la même proportion que l'ombre diminue ; & réciproquement : ce qui donne toujours un produit égal au produit des deux moyens constants.

Si on a des tables des tangentes, on cherchera dans ces tables à quel angle appartient la tangente trouvée; & cet angle fera l'angle de la hauteur du soleil dans le méridien, au-dessus de l'horison. Par exemple, si ayant supposé le sinus total de 100000 parties, la tangente trouvée est de 97586 parties; on verra que cette tangente répond à un angle de 44 degrés & 18 minutes, qui fera l'angle de la hauteur du soleil, ou l'angle intercepté par un arc du méridien pris entre le soleil & l'horison. Si on n'a pas des tables des tangentes, on cherchera cet angle par la méthode précédente.

LA GNOMONIQUE.

1361. DÉFINITION. La *gnomonique* est la science qui apprend à mesurer & à diviser le tems, par le moyen de l'ombre d'un style ou d'un gnomon parallèle à l'axe de la terre & du monde, & toujours perpendiculaire au plan de l'équateur. Cette science est fondée sur la théorie de l'ombre toujours dirigée à l'opposite du corps lumineux & du corps opaque qui intercepte les rayons du corps lumineux. De *γνομων*, style qui marque les heures.

1362. EXPLICATION. Le soleil parcourt ou semble parcourir chaque jour, d'orient en occident, dans le firmament, un cercle sensiblement parallèle à l'équateur & perpendiculaire à l'axe du monde. Cet axe du monde enfile sensiblement le centre de tous les cercles diurnes décrits par le soleil, pendant toute l'année; & les rayons de ces cercles solaires, plus ou moins grands en apparence, sont tous des quantités infiniment grandes en comparaison du rayon de la

terre. Sur ces principes, connus & avoués de tout le monde,

I°. La circonférence d'un cercle diurne quelconque, étant divisée en 360 degrés, & étant parcourue uniformément par le soleil en 24 heures; il est clair que le soleil parcourt ou semble parcourir dans cette circonférence, 15 degrés par heure; un degré en 4 minutes de tems; une minute de degré, en 4 secondes de tems.

II°. Si on conçoit l'axe du monde, comme un grand cylindre opaque, terminé aux deux poles célestes, & enfilant le centre de la terre; il est clair que ce cylindre doit projeter une ombre qui fera toujours à l'opposite du soleil, mais dans le plan du même méridien où se trouve successivement le soleil pendant sa révolution diurne autour de la terre. L'ombre de ce cylindre, indéfiniment prolongée, parcourra donc 15 degrés par heure, un degré en 4 minutes de tems, dans la partie du firmament opposée à celle où se trouve le soleil.

III°. Si la terre étoit transparente, l'ombre de son axe opaque feroit sur sa surface, la même révolution de 15 degrés par heure, d'un degré en 4 minutes, que nous venons d'observer dans le firmament: puisque la surface de la terre & la surface du firmament, sont deux surfaces de sphères sensiblement concentriques. (1353.)

IV°. Comme le rayon de la terre est une quantité nulle par rapport au rayon du firmament (1354); si on suppose sur la surface de la terre, un globe de verre d'un ou deux pieds de diamètre, traversé par un axe opaque & parallèle à l'axe de la terre & du monde; l'ombre de

ce petit axe opérera sur la surface de son petit globe, les mêmes divisions qu'opere l'axe de la terre & du monde sur la surface de la terre & sur la surface du firmament : elle parcourra donc, comme le soleil, 15 degrés par heure, un degré en 4 minutes, sur la partie de la surface du petit globe opposée à celle sur laquelle tombent les rayons du soleil.

V°. Si sur l'équateur de ce petit globe de verre, en partant du méridien, on fait une exacte division de 15 en 15 degrés ; & que des poles du même petit globe, on mene des lignes circulaires à chaque point de division ; l'axe de ce petit globe fera un style qui marquera les heures dans la plus grande précision ; & la partie inférieure de la surface de ce même globe, divisée & subdivisée en parties égales, fera une très-exacte montre solaire.

VI°. Si ce globe de verre restant le même & conservant toujours la même position, on reçoit sur un plan fixe quelconque les ombres que son axe projette sur chaque division de sa surface inférieure ; ces ombres, prolongées hors du globe & tracées en lignes indéfinies sur le plan, donneront sur ce plan un cadran solaire qui divisera encore en tems égaux la révolution diurne du soleil au-dessus de l'horison.

Cette théorie présente, comme on voit, une *méthode générale pour construire des cadrans solaires* sur un plan quelconque, horizontal, vertical, équinoxial, déclinant. Toute la difficulté consiste uniquement, à donner à l'axe qui doit servir de style, une direction vers le pole visible : ce que l'on peut faire assez aisément, en traçant une méridienne sur un plan horizontal ; & en

donnant à l'axe du globe en question, une inclination sur le plan horizontal égale à la hauteur du pôle dans le plan du méridien (1357). Par exemple, si le pôle visible est élevé de 46 degrés & demi au-dessus de l'horison, il faut que l'axe du globe, placé dans le plan du méridien, fasse sur le plan horizontal, un angle de 46 degrés & demi.

VII°. Si l'axe du même globe restant le même & dans sa même position parallèle à l'axe de la terre & du monde, le globe de verre vient à s'évanouir; l'ombre de l'axe aura les mêmes révolutions qu'auparavant, & sera projetée de même sur différents points des surfaces quelconques qu'elle rencontrera. Il ne s'agira donc que d'espacer ces ombres, relativement à la position des surfaces sur lesquelles elles sont reçues, hors du globe de verre qui s'est évanoui, & sur la surface duquel elles opéroient des divisions égales en tems égaux. Delà l'origine des cadrans solaires quelconques: delà une méthode simple & facile, pour construire des cadrans solaires sur une surface quelconque, par le moyen d'un globe artificiel de deux ou trois pieds de diametre, composé uniquement, & d'un équateur divisé en parties égales dans sa circonférence, & d'un axe parallèle à l'axe de la terre & du monde.

1363. REMARQUE. D'après ces mêmes principes, on peut construire en cette maniere une *montre solaire singuliere*, dont Kirker a donné la premiere idée; mais dont nous allons donner une théorie toute différente de celle de Kirker. (*fig. 44.*)

I°. Sur un mur librement exposé aux rayons du soleil, choisissez à volonté un point fixe A;

& élevez au-dessus de ce point, une grande plaque de tôle ou de fer-blanc GBHD, dont le plan fasse sur ce mur un angle égal à celui que feroit sur le même mur l'axe de la terre & du monde: après quoi, sur cette plaque oblique à l'horison, tracez du nord au midi, une ligne MN ou BD ou GH ou EF, parallele à l'axe du monde (1357). Cette ligne EF, par exemple, fera comme la directrice de toute la montre à construire.

II°. Ayez une regle mobile *mm*, *nn*, *rr*, qui aboutisse de la partie supérieure à la partie inférieure de cette plaque; qui déborde de part & d'autre, & qui puisse être fixée à la plaque par le moyen de deux vis, selon différentes directions BD, MN, GH; selon que le mur sera dirigé vers le midi, ou vers le levant, ou vers le couchant. Ayez aussi, à votre voisinage, une montre solaire, préexistante & exacte; & dans un beau jour quelconque, quand la montre solaire marquera 8 heures du matin, par exemple, disposez la regle sur la plaque à laquelle elle est mobilement fixée; en telle sorte que la regle *mm* étant parallele à la directrice EF, les extrémités *m* & *m* de l'ombre de la regle, donnent sur le mur une ligne droite qui passera par le point A.

Il est clair qu'à huit heures du matin, le centre du soleil est dans un méridien dont le plan passe sensiblement par le point A (1354); & que pendant toute l'année, le centre du soleil, à huit heures du matin, est dans le plan du même méridien, soit plus au midi, soit plus au nord. Ainsi, en traçant sur la plaque, une grande ligne *mm*, parallele à la regle, & en faisant une incision d'environ une ligne & demie de

large à la plaque dans toute la longueur de cette ligne *mm*, on ouvrira à la lumière du soleil, un passage pour se porter sur le point A, à huit heures du matin, pendant toute l'année. Cette trace de lumière s'éloignera du point A, en allant vers l'orient, à mesure que le soleil avancera vers le méridien & vers l'occident.

III°. Quand la montre solaire préexistante marquera midi, les deux extrémités de la règle mobile, placée dans la direction EF, donneront sur le mur une ombre EAF, qui passera par le point A, lequel se trouve & se trouvera toute l'année dans le plan du méridien. Ainsi, en traçant sur la plaque une grande ligne EF, & en faisant une incision dans toute cette ligne, on donnera passage à une ligne lumineuse, qui à midi couvrira le point A pendant toute l'année; & qui avant & après midi, se portera à l'occident & à l'orient du point A.

IV°. Quand la montre solaire marquera trois heures du soir, on conduira la règle mobile en *rr* ou en *ss*, parallèlement à la directrice EF; en telle sorte que les deux extrémités saillantes de la règle donnent une ombre qui passe par le point A. Il est clair qu'à trois heures du soir, le soleil est dans le plan d'un méridien qui passe sensiblement par le point A; & qu'une incision *rr* ou *ss* faite sur la plaque, donnera passage à une ligne lumineuse qui se portera toujours sur le point A, quand le centre du soleil atteindra ce même méridien à trois heures du soir, plus au nord ou plus au midi.

V°. On fera de la même manière les autres divisions & les autres incisions *nn*, *vv*, sur la même plaque; en prenant toujours pour guide

les heures marquées par la montre solaire préexistante, qui sert de règle & qui doit être parfaitement exacte. Après quoi, on marquera au haut ou au bas de la tôle, en *mm, nn, EF, rr, ss, vv*, les heures qui conviennent à chaque division; & on découpera les points de la tôle où les heures sont marquées, afin qu'elles puissent se tracer en points lumineux sur le mur. Un ange, ou un génie, peint sur le mur & sous la tôle, marquera par le bout de son doigt terminé au point *A*, *l'heure présente*, qu'il fera distinguer des autres heures également tracées sur le mur & dans l'ombre en traits mobiles de lumière, mais toutes placées hors du point *A*.

PARAGRAPHE SECOND.

FIGURE DE LA TERRE.

1364. ASSERTION. *La terre est sensiblement sphérique.* (fig. 11.)

DÉMONSTRATION. I^o. Portons nos regards sur la surface de la terre, d'occident en orient, ou d'orient en occident. Si la terre étoit plane, il est évident que le même astre se leveroit & se coucheroit au même instant, pour tous les peuples qui habitent la même surface: puisqu'un point rayonnant, dont rien n'intercepte les rayons, ne peut éclairer quelques points d'une surface plane, sans éclairer en même tems tous les autres points de cette même surface. Or il conște que le contraire arrive: car tout le monde fait que le soleil, par exemple, se leve & se couche plutôt à Constantinople qu'à Paris; que

quand il est midi à Paris, on ne compte que onze heures dans un lieu plus occidental de 15 degrés; & que l'on compte déjà une heure, dans un lieu plus oriental de 15 degrés; & ainsi du reste. (1362.)

II°. Observons maintenant la terre du midi au nord, ou du nord au midi: la même figure courbe & sensiblement sphérique s'y fait appercevoir. Car à mesure que l'on avance sur un même méridien terrestre, du midi vers le nord, ou du nord vers le midi; on voit le pôle vers lequel on tend s'élever, & le pôle opposé s'abaisser: ce qui évidemment n'auroit point lieu, si la terre étoit plane, si la terre n'étoit pas sensiblement sphérique.

III°. Cette même sphéricité de la terre se fait sentir d'une manière bien frappante, sur la mer. Qu'un vaisseau parti de Londres ou de Brest, s'avance au vaste sein de l'océan, ou parallèlement à l'équateur ou parallèlement au méridien. Un observateur placé sur ce vaisseau, en faisant le tour du monde, apperçoit au loin les montagnes des contrées où il aborde successivement, avant d'en appercevoir les plaines & les ports; & les habitants de ces contrées, qui des bords de leur rivage observent au loin la surface de leurs mers, découvrent les mâts & les voiles du vaisseau qui tend vers leurs côtes, avant d'en voir la carcasse encore cachée derrière la convexité des eaux: ce qui évidemment ne pourroit avoir lieu, si la terre n'étoit pas sensiblement sphérique. Par exemple, un œil placé en B ne peut voir un objet placé en k: parce qu'entre le point B & le point k, se trouve une éminence ou un renflement f de terre

ou d'eau, qui empêche les rayons réfléchis par le point *k*, de se porter en B.

IV°. Les montagnes dont la terre est hérissée ne détruisent point la sphéricité sensible de sa figure : soit parce que les inégalités qu'elles y causent, n'occupent qu'une très-petite portion de sa surface solide & liquide ; soit parce que ces inégalités, vues d'un certain éloignement, deviennent presque insensibles à l'œil, & qu'elles sont toujours sensiblement nulles en comparaison de la masse entière à laquelle elles sont adhérentes. Car la hauteur des montagnes les plus élevées au-dessus du niveau de la mer, & qui sont en fort petit nombre, est à peine la deux millième partie du diamètre de la terre ; & la hauteur du commun des montagnes remarquables, n'est qu'environ la dix millième ou la quinze millième partie de ce même diamètre. (498, 1063, IX°.)

De tout cela il résulte que la terre est réellement ou un vrai globe, ou un corps dont la figure envisagée en grand ne s'éloigne point sensiblement de la figure d'un globe. C. Q. F. D.

1365. REMARQUE. Quoique la terre soit réellement un peu aplatie vers les poles & un peu renflée vers l'équateur, comme nous le ferons voir bientôt ; nous allons la considérer ici comme un vrai globe, comme parfaitement sphérique ; telle qu'elle se montreroit à nos regards, étant vue d'un certain éloignement, par exemple, d'un point placé à la distance de la lune, ou à la moitié ou au quart de cette distance : nous ferons voir ensuite pourquoi & comment il faut rectifier cette supposition.

DIMENSIONS DU MÉRIDIEN TERRESTRE.

1366. PROBLÈME. *Mesurer la circonférence d'un méridien terrestre. (fig. 11.)*

SOLUTION. Soit MTN, l'équateur céleste; R & V, les deux poles célestes; RNVM, un méridien céleste, correspondant au méridien terrestre BCDA qu'il faut mesurer.

I°. Il conste par les observations faites dans toutes les contrées du monde, que les corps terrestres gravitent toujours & par-tout vers le centre de la terre; & que la ligne de leur gravitation est toujours & par-tout perpendiculaire au point de la surface terrestre qu'elle atteint, & à l'horison sensible & astronomique de ce point de la surface terrestre: que cette ligne de gravitation, indéfiniment prolongée dans le ciel, donne les différents zéniths de tous les points de la surface de la terre; zéniths toujours & par-tout éloignés de 90 degrés de l'horison sensible & astronomique. De cette observation, qu'on doit regarder comme un axiome fondamental dans la matière présente, il résulte que l'homme A a son zénith en M; l'homme B, en R; l'homme C, en N; l'homme D, en V: que si l'homme C passe de C en *k*, il aura pour zénith le point X; que s'il passe en *f*, il aura pour zénith le point S; que s'il passe en B, il aura pour zénith le point R; & ainsi du reste, quelle que soit sa route, du midi au nord ou du nord au midi, du levant au couchant ou du couchant au levant.

II°. La terre étant supposée sphérique, il est évident que le méridien terrestre ABCD & le

méridien céleste MRNV, font deux circonferences concentriques, dont les arcs quelconques fk & SX, interceptés entre les mêmes rayons TS & TX, font semblables. Donc si l'arc céleste SX est d'un degré, l'arc terrestre semblable fk fera aussi d'un degré: donc si l'arc céleste SX est la trois-cent-soixantieme partie du méridien céleste, l'arc terrestre fk fera aussi la trois-cent-soixantieme partie du méridien terrestre ABCDA: donc si l'arc fk est de 25 lieues, par exemple, tout le méridien terrestre ABCDA contiendra 360 fois 25 lieues. Il ne s'agit donc ici que de mesurer avec précision, l'espace fk , intercepté entre deux rayons qui embrassent un degré du méridien céleste.

III°. Comme le zénith s'approche sans cesse du pole, à mesure qu'on avance sur un même méridien terrestre, en s'éloignant de l'équateur; si de k je passe en f , mon zénith aura passé de X en S; par l'axiome dont nous venons de parler. Soient donc k & f , deux stations sur le même méridien terrestre, par exemple, Paris & Amiens, ou un lieu quelconque au nord ou au midi de Paris sous le même méridien céleste qu'il est facile de trouver. (1357.)

Avec un quart de cercle exactement divisé en degrés, en minutes & en secondes (*Math.* 421), je mesure en k la hauteur du pole R (1355): supposons que l'arc RX, qui mesure la distance du pole à mon zénith, soit de 42 degrés. J'avance ensuite de k en f , sur le même méridien, du midi au nord; & avec le même instrument je mesure encore en f , la hauteur du pole R: supposons que l'arc RS, qui mesure la distance du pole à mon nouveau zénith, soit de 41 degrés.

Il est clair que dans le triangle STX , les arcs semblables SX & fk sont chacun d'un degré.

IV°. Je mesure la perche à la main, ou par le secours de la trigonométrie, l'espace fk , intercepté entre les deux stations dont les zéniths interceptent précisément un degré du méridien céleste; & l'espace trouvé est la trois-cent-soixantième partie du méridien $ABCD A$. Si l'espace fk est exactement mesuré, si l'arc céleste SX est pris avec précision, si la surface de la terre est parfaitement sphérique; il est évident que j'aurai la longueur de toute la circonférence du méridien terrestre, avec la même exactitude & la même précision, que la distance interceptée entre les deux stations: puisque cette distance est exactement & précisément la trois-cent-soixantième partie de la circonférence à mesurer.

1367. REMARQUE. Par cette méthode, qui est fort simple en apparence, & qui ne laisse pas de renfermer bien des difficultés dans la pratique, on a trouvé qu'un degré du méridien, entre Paris & Amiens, renferme environ 57072 toises; ce qui donneroit pour toute la circonférence du méridien terrestre, 57072×360 toises, ou 20545920 toises, qui font à peu près 8984 lieues communes de France.

Je dis environ 57072 toises: car ce même degré du méridien terrestre, entre Paris & Amiens, ayant été mesuré successivement par les plus célèbres géomètres & astronomes, les résultats de ces mesures ne se sont pas trouvés en tout parfaitement les mêmes. Selon les mesures de M. Picard, l'arc kf d'un degré, entre Paris & Amiens, est de 57060 toises: selon les mesures de M. de Maupertuis, fondées en partie sur

celles de M. Picard, ce même arc est de 57183 toises : selon les mesures de M. Cassini, l'arc moyen d'un degré du méridien en France, est de 57061 toises. M. de Lalande, dans son excellent traité d'astronomie, fixe ce même degré du méridien entre Paris & Amiens, à 57072 toises ; & c'est la mesure que nous adoptons.

On ne doit pas être surpris qu'il se trouve toujours quelques petites différences entre les résultats des mesures géométriques. Car tout le monde fait que les mesures géométriques sont toujours fondées sur les mesures physiques, dans lesquelles il est impossible d'atteindre toujours la rigoureuse précision. Par exemple, si dix ou douze personnes mesurent séparément une étendue de 40 ou 50 toises sur le terrain le plus solide & le plus uni ; il arrivera toujours que leurs mesures, prises avec le plus grand soin, différeront de quelques lignes. Ces petites différences, répandues proportionnellement sur une très-grande étendue, donneront à la fin des résultats qui différeront de quelques toises, mais qui doivent être censés équivalement les mêmes dans la réalité. Pour corriger, autant qu'il est possible, ces erreurs inévitables, on prend une mesure moyenne entre les plus grands & les plus petits résultats ; comme a fait sans doute, dans le cas présent, M. de Lalande.

Inégalité des degrés du méridien terrestre.

1368. OBSERVATION. Les degrés du méridien terrestre ne sont pas de même longueur dans toute la terre : cette longueur va en croissant insensiblement d'un degré à l'autre, depuis l'équateur

jusqu'aux poles de la terre : ce qui prouve, comme nous le ferons voir bientôt, que la terre, quoique sensiblement sphérique, est réellement un peu aplatie vers les poles, & un peu renflée vers l'équateur.

Nous avons fix différents degrés du méridien terrestre, mesurés géométriquement par les plus habiles astronomes de notre siècle. Voici, d'après M. de Lalande, les mesures de ces différents degrés, les lieux & les latitudes où ces mesures ont été prises, & les noms des hommes célèbres par lesquels ces degrés ont été mesurés :

I°. Au Pérou, entre Cotchesqui & Tarqui, par MM. Bouguer & de la Condamine. Leurs deux observatoires, dont l'un étoit précisément sous l'équateur & sans aucune latitude, embrassoient une étendue de 176950 toises, ou d'environ 80 lieues, sur le même méridien terrestre. Le premier degré du méridien, en allant de l'équateur vers le pole austral, fut trouvé de 56750 toises.

II°. Au Cap de Bonne-Espérance, au-delà de l'équateur, entre le Cap & Klipfonteyn, à 33 degrés & 18 minutes de latitude australe, par M. l'abbé de la Caille. Les deux stations extrêmes de cette observation, embrassoient une étendue de 69669 toises, sur le même méridien terrestre ; & le degré de ce méridien, à cette latitude, fut trouvé de 57037 toises.

III°. En Italie, entre Rome & Rimini, à 43 degrés de latitude boréale, par les PP. Boscovik & Maire : là le degré du méridien fut trouvé de 56979 toises.

IV°. Au midi de la France, à 45 degrés de latitude, par MM. de la Caille & Thuri : là le

degré du méridien terrestre est de 57028 toises.

V°. Au nord de la France, entre Paris & Amiens, à 49 degrés & 23 minutes de latitude, par MM. Picard, de Maupertuis, &c : là le degré du méridien terrestre est de 57072 toises.

(1367.)

VI°. En Lapponie, sous le cercle polaire, entre Torneo & Kitis, à 66 degrés & 20 minutes de latitude, par MM. de Maupertuis, Clairaut, le Camus, le Monnier, & Celsius professeur d'astronomie à Upsal : là le degré du méridien fut trouvé de 57422 toises.

Ces mesures, les plus exactes qu'on puisse jamais attendre, parce qu'elles ont été prises, & par les plus grands maîtres, & avec les plus excellents instruments, dans un siècle où l'astronomie est à peu près portée au plus haut point de perfection où elle puisse atteindre, s'accordent toutes à donner une plus grande étendue aux degrés du méridien terrestre, en allant de l'équateur aux poles de la terre. Ces mêmes mesures ont été soumises aux plus rigoureux examens, depuis qu'elles ont été rendues publiques; & après avoir été comparées les unes aux autres, par les Euler, par les de Lalande, par une foule d'autres grands géometres, elles ont subi quelques petites corrections nécessaires, qui ont ajouté ou retranché quelques toises aux dimensions primitives, données par les grands hommes qui ont présidé aux opérations géométriques & astronomiques d'où elles résultent.

LATITUDE ET LONGITUDE TERRESTRES.

1369. PROBLÈME I. *Trouver la latitude d'un lieu terrestre.* (fig. 11.)

SOLUTION. La latitude d'un lieu terrestre, par exemple, de Paris ou de Londres, est l'arc du méridien intercepté entre l'équateur & le zénith de ce lieu. Soit donc f le lieu terrestre dont on cherche la latitude, sur le méridien GSH terminé par l'horison GTH.

I°. Avec un quart de cercle exactement divisé en minutes & en secondes (*Math.* 421); je mesure en f , la distance du zénith S au pôle R (1355): supposons la distance RS du pôle au zénith, égale à 42 degrés. Le pôle étant partout éloigné de l'équateur, de 90 degrés; il est clair que l'arc RS de 42 degrés, est le complément de l'arc SN qui sera de 48 degrés.

II°. L'angle STN & l'angle f TC sont égaux; puisqu'ils ne sont qu'un même angle: donc l'arc SN, ou l'arc f C, peuvent être pris indifféremment pour la mesure de cet angle. Donc l'arc SN étant de 48 degrés, l'arc f C sera aussi de 48 degrés: donc le zénith S étant à 48 degrés au nord de l'équateur céleste N; le lieu f , qui a la même latitude que son zénith, sera aussi à 48 degrés au nord de l'équateur terrestre C: donc la latitude du lieu ou du point f sera trouvée. Nous avons déjà donné ailleurs une solution spéculative & générale de ce même problème, en supposant le pôle céleste donné & connu. (1149.)

On conçoit qu'en faisant la même opération astronomique dans toutes les villes du monde, on trouvera, & leur latitude absolue, & leur latitude relative, qu'il sera facile de transporter dans les cartes géographiques.

1370. PROBLÈME II. *Trouver la différence de longitude entre deux lieux terrestres.* (fig. 45.)

SOLUTION.

SOLUTION. La longitude d'un lieu terrestre, par exemple de Paris ou de Constantinople, est l'arc de l'équateur ou d'un cercle parallèle à l'équateur, intercepté entre le méridien qui passe par l'Isle-de-Fer, & le méridien qui passe par le lieu dont on cherche la longitude. Cet arc se mesure par le moyen des éclipses de lune, ou plus commodément encore, par les éclipses presque journalières du premier satellite de jupiter (1199); comme nous allons l'expliquer.

Soit ABC une portion de la surface terrestre, sur laquelle sont placées trois villes A, B, C; la première plus à l'occident, les deux autres plus à l'orient. Supposons la ville B dans le milieu de l'Isle-de-Fer, où nous plaçons le premier méridien & le commencement de l'équateur, en comptant de ce premier méridien, les degrés de longitude d'occident en orient sur l'équateur & sur tout cercle parallèle à l'équateur. (1146.)

I°. Le soleil, en faisant sa révolution diurne réelle ou apparente autour de la terre, passe avec un mouvement uniforme par tous les méridiens dans l'espace de 24 heures; & donne toujours & par-tout midi, sous le méridien dans le plan duquel il se trouve. Donc, quand le centre du soleil se trouve dans le plan du méridien de Constantinople, il donne midi à Constantinople; tandis qu'on ne comptera midi à Paris que longtemps après, quand le centre du soleil sera dans le plan du méridien de Paris.

II°. En supposant l'équateur & tous les cercles parallèles à l'équateur, divisés en parties égales par autant de méridiens qu'il y a de degrés; on aura la terre & le ciel divisés d'un pôle à l'autre par 360 méridiens, que le soleil parcourt

uniformément dans l'espace de 24 heures: le soleil parcourt donc 15 de ces méridiens, ou 15 degrés de l'équateur & de tout cercle parallèle à l'équateur, par heure. Donc, quand on compte midi à Paris, on compte déjà une heure sous un méridien plus oriental de 15 degrés; tandis qu'on ne compte encore que onze heures, sous un méridien plus occidental de 15 degrés. Donc une pendule, réglée sur le méridien de Paris, diffère d'une heure, d'une autre pendule réglée sur le méridien d'un lieu plus oriental ou plus occidental de 15 degrés; & ainsi du reste.

III°. Soient maintenant deux villes A & C, l'une plus à l'orient & l'autre plus à l'occident, à une égale latitude, ou à une latitude différente, où deux astronomes vont observer une même éclipse d'un satelite de jupiter. Le satelite L, en faisant sa révolution autour de sa planete principale I, se perd dans l'ombre IL de sa planete, & ne commence à être éclairé qu'à l'instant où il sort de l'ombre. Cette émerfion est apperçue au même instant par l'observateur placé dans la ville A, & par l'observateur placé dans la ville C; & donne la différence de longitude entre ces deux villes.

Car supposons que cette émerfion instantanée arrive au moment, où en A une pendule réglée sur le méridien du lieu marque minuit; & où en B une autre pendule réglée sur le méridien du lieu marque deux heures après minuit. Il est clair que ces deux villes different en longitude, de tout le nombre de degrés que parcourt le soleil, en deux heures de tems: or le soleil, en deux heures de tems, parcourt 30 degrés de l'équateur ou d'un cercle parallèle à l'équateur: donc

ces deux villes A & C sont éloignées l'une de l'autre en longitude, de 30 degrés.

IV°. Supposons qu'un troisième astronome observe la même éclipse, du milieu de l'Isle-de-Fer B, où nous plaçons le premier méridien; & que cette même émerfion du fatellite L arrive, quand une pendule réglée sur le méridien du lieu marque onze heures avant minuit. Il est clair que l'Isle-de-Fer B différera de 15 degrés en longitude, de la ville A & de la ville C; & qu'en commençant à compter les longitudes depuis le point B, où la longitude est nulle, la ville C aura 15 degrés, & la ville A, 345 degrés de longitude.

Telle est la méthode qui donne la différente longitude absolue & relative de tous les lieux terrestres, telle que la marquent les cartes géographiques qui sont exactes. En place des éclipses d'un fatellite de jupiter, on peut employer de la même maniere les éclipses de lune. Il ne s'agit dans ces observations, que d'avoir l'instant précis auquel l'éclipse finit ou commence, l'instant précis de l'émerfion ou de l'immerfion; & de comparer cet instant avec l'heure marquée par une pendule exactement réglée sur le soleil. Si l'heure marquée par deux pendules exactes est la même en B & en V; ces deux villes ont la même longitude. Si l'heure marquée par deux pendules exactes, en C & en D, est différente; ces deux villes different en longitude, proportionnellement à la différence des heures marquées.

1371. REMARQUE. Pour avoir les *longitudes sur mer*, il faudroit deux choses qui rencontrent de très-grandes difficultés; *une pendule bien exacte*, dont le roulis du vaisseau ne dérangerait point les

mouvements; & un *quart de cercle* qui donnât exactement le méridien du lieu où l'on se trouve, malgré le mouvement d'oscillation qu'a toujours le vaisseau.

Il est clair, par ce que nous venons de dire dans le problème précédent, que cette pendule, réglée une fois pour toutes sur le méridien d'un lieu dont la longitude est connue, sur le méridien de Brest, par exemple, marqueroit une heure, quand le soleil passeroit par le méridien du vaisseau porté à 15 degrés plus à l'occident; marqueroit trois heures, quand le soleil passeroit par le méridien du vaisseau porté à 45 degrés plus à l'occident; marqueroit ensuite deux heures, quand le soleil passeroit par le méridien du vaisseau rapproché de 15 degrés du méridien de Brest, par un mouvement d'occident en orient; & ainsi du reste.

Un artiste célèbre a eu le mérite & la gloire, dans ces dernières années, de construire en Angleterre la pendule en question; & par ce moyen, on a eu sur mer les longitudes, avec autant de précision que les latitudes; avec toute la précision nécessaire pour diriger & pour conduire sûrement un vaisseau ou une flotte dans sa route.

APPLATISSEMENT DES POLES.

1372. OBSERVATION. Avant le dernier siècle, on regardoit la terre comme un globe parfait, dont tous les rayons étoient égaux, dont tous les méridiens étoient des circonférences de cercles, égales à la circonférence de l'équateur. Dans cette hypothèse, chaque degré du méridien de-

voit renfermer un espace égal, un même nombre précis de lieues, de toises, de pieds.

Le célèbre Cassini, qui venoit de tracer la fameuse méridienne de la France, & de mesurer tous les arcs du méridien qui passe par Paris, depuis Dunkerque jusqu'à Colioure au fond du Roussillon, annonça au public, que selon le résultat de ses mesures, les différents degrés du méridien terrestre ne contenoient pas exactement un même espace, un même nombre de toises; & que cet espace, compris entre les différents degrés d'un même méridien, alloit en décroissant du midi au nord: ce qui donnoit à la terre, une figure ellipsoïdale, alongée vers les poles, aplatie vers l'équateur.

La théorie de Newton & de Huyghens sur les forces centrifuges (255), la découverte de Richer sur la pesanteur plus petite sous l'équateur que loin de l'équateur (251), s'accordoient à combattre la théorie & la découverte de M. Cassini; mais la question restoit toujours indécise.

Ce fut donc pour décider définitivement quelle est la *figure de la terre*, que le plus puissant monarque de l'Europe fit partir à grands frais en 1735 & en 1736, deux corps d'académiciens François, l'un pour aller mesurer un degré du méridien terrestre au Pérou sous l'équateur, l'autre pour aller mesurer un semblable degré du méridien terrestre sous le cercle polaire. Quelque tems après, le célèbre abbé de la Caille fut chargé d'aller faire la même opération, au Cap de Bonne-Espérance, au-delà de l'équateur. Par ce moyen, on a eu la mesure géométrique, la plus exacte qu'on puisse avoir,

d'un degré du méridien terrestre, au-delà de l'équateur, sous l'équateur, en France, sous le cercle polaire (1368); & toutes ces mesures géométriques s'accordent à faire voir que la longueur des degrés du méridien terrestre va en croissant de l'équateur vers les poles, au lieu d'aller en diminuant dans le même sens, comme l'avoit annoncé M. Cassini. Quel homme osera se croire infallible, depuis que le grand Cassini s'est trompé!

1373. ASSERTION. *La terre, quoique sensiblement sphérique, est réellement un sphéroïde un peu aplati vers les poles, un peu renflé vers l'équateur.*

DÉMONSTRATION. Trois principes incontestables concourent à établir définitivement ce point de physique; savoir, la *révolution diurne de la terre* autour de son axe, la *diminution de pesanteur* en allant des poles vers l'équateur, & l'*augmentation de longueur* dans les degrés du méridien terrestre en allant de l'équateur vers les poles. Nous allons confronter séparément ces trois principes, avec le point fondamental de physique, qu'il s'agit ici d'établir.

PRINCIPE I. Il consiste que la terre fait chaque jour une révolution sur son axe (1341). D'où il résulte que toutes les parties de la terre décrivent chaque jour autour de cet axe, des cercles parallèles à l'équateur; que les corps placés sous l'équateur, décrivent de plus grands cercles, ont plus de vitesse, acquièrent plus de force centrifuge, perdent plus de leur pesanteur absolue, que les corps placés plus près des poles. Donc les corps placés sous l'équateur ne peuvent faire équilibre avec les corps qui sont sous les poles,

fans gagner en volume & en masse, autant qu'ils perdent en pesanteur. Donc pour qu'il y ait équilibre entre les mers situées sous l'équateur & les mers situées près des poles, il faut que les premières s'élevent & que les dernières s'abaissent. (1295). Donc il faut que les mers des poles soient plus près du centre de la terre, que les mers de l'équateur. Donc le globe terrestre doit être aplati vers les poles, & renflé vers l'équateur.

PRINCIPE II. Il conste par toutes les observations faites dans toutes les contrées du monde, que la pesanteur d'un même corps est plus grande vers les poles qu'en France, en France que sous l'équateur (251, 1417) : il conste d'ailleurs que la pesanteur d'un même corps croît & décroît en raison inverse du quarré de sa distance au centre de son mouvement (1272). D'où il résulte que la pesanteur des corps étant plus grande près des poles que sous l'équateur & près de l'équateur ; il faut que les poles soient moins éloignés du centre de la terre, que l'équateur ; il faut que la terre, quoique sensiblement sphérique, soit réellement un sphéroïde un peu renflé vers l'équateur, un peu aplati & surbaissé vers les poles.

PRINCIPE III. Si la terre étoit une vraie sphere, il est clair que la circonférence du méridien terrestre seroit égale à celle de l'équateur terrestre ; & que tous les arcs d'un degré, par exemple, auroient précisément la même étendue, le même nombre de toises, dans ces deux circonférences : puisque dans une même sphere, tous les grands cercles sont en tout parfaitement égaux. Mais il conste par les mesures astronomiques & géométriques, prises en France, en

Laponie , en Italie , sous l'équateur , & au-delà de l'équateur , que *les degrés du méridien terrestre ont moins d'étendue sous l'équateur que vers les poles* ; & que les degrés vont en croissant de plus en plus , depuis l'équateur jusques au-delà des cercles polaires , jusques sous les poles (1368). D'où il résulte non-seulement que la surface de la terre n'est point sphérique , mais que cette surface de la terre s'applatit de plus en plus , perd de plus en plus de sa courbure , s'approche de plus en plus de la tangente , à mesure qu'elle s'éloigne de l'équateur vers les poles ; comme il est aisé de le démontrer & de le faire sentir , à quiconque est capable de saisir & de sentir une démonstration physico-mathématique très-solide & très-simple. (*fig. 8.*)

Soit ATE , le diametre de l'équateur renflé ; dTp , le diametre des poles applatis ; MNOP , une portion de la circonférence du méridien céleste ; ABCDEF , une sphere circonscrite à la terre applatie vers les poles ; $abcd$, un arc du méridien terrestre intercepté entre l'équateur A & le pole boréal d . Il faut ici se rappeler & ne point perdre de vue un fait certain & constant , que nous apprennent les observations faites dans toutes les contrées du monde , savoir , que *la ligne de gravitation des corps terrestres est par-tout perpendiculaire à l'horison & à la tangente du point de la surface terrestre qu'elle atteint.*

I°. Delà il résulte d'abord que si un homme parcouroit sur la surface de la terre , un plan ou une tangente RAS de cent lieues ou de mille lieues ; *cet homme ne changeroit point sensiblement de zénith* : parce que la ligne de gravitation étant toujours perpendiculaire au point sur lequel il

marche, cette ligne de gravitation, indéfiniment prolongée dans le ciel, aboutiroit toujours sensiblement au même point M ; dans le triangle MRSM, la base RS étant nulle en comparaison des côtés SM & RM qui sont infiniment grands.

II°. Delà il résulte ensuite que le zénith d'un homme qui marche sur un méridien terrestre, *change d'autant plus promptement & d'autant plus sensiblement*, que la surface sur laquelle il marche, s'éloigne plus de la tangente ; & réciproquement, que ce zénith change d'autant moins, que la surface s'éloigne moins de la tangente.

III°. Delà il résulte enfin, que si la terre étoit parfaitement sphérique, le changement de zénith seroit toujours proportionnel à l'espace parcouru sur la surface terrestre : parce que dans une sphere, la tangente étant toujours perpendiculaire au rayon, le zénith seroit toujours à l'extrémité du rayon prolongé. Ainsi, si la terre avoit la sphéricité ABCD du midi au nord, un homme en A, en B, en C, en D, en parcourant des espaces égaux, auroit des zéniths également éloignés, M, N, O, P.

IV°. Delà il résulte encore que si la terre est aplatie vers les poles, le changement de zénith, en allant du midi au nord sur le même méridien, *ne sera point proportionnel à l'espace parcouru sur la terre.* Car soient dans le méridien céleste MNOP, quatre zéniths éloignés l'un de l'autre de 30 degrés. En partant de l'équateur terrestre A, il faudroit sur une surface sphérique, parcourir l'espace AB, pour atteindre le nouveau zénith N, qui se trouve à l'extrémité du rayon TBN : il faudroit ensuite parcourir l'espace BC = AB, & l'espace CD = AB, pour atteindre

les nouveaux zéniths O & P , placés à l'extrémité des rayons TCO & TDP . Mais sur une surface surbaissée, qui s'éloigne davantage de la tangente à la sphere, il ne faudra d'abord parcourir que l'espace Ab , pour atteindre le nouveau zénith N , qui se trouve dans la ligne de gravitation mbN , perpendiculaire à la tangente au point b : il faudra ensuite parcourir un espace plus grand bc , pour atteindre le nouveau zénith O , qui se trouve placé dans la ligne de gravitation ncO , perpendiculaire à la tangente au point c : il faudra enfin parcourir un espace encore plus grand cd , pour atteindre le dernier zénith ou le pole céleste P , qui est placé dans la perpendiculaire à la tangente au pole terrestre d .

On conçoit facilement par la même théorie, tout ce qui doit arriver dans la révolution entière d'un homme autour d'un même méridien terrestre, dans l'hypothese où sa marche s'effectue sur une courbe surbaissée vers les poles d & p . Parti de l'équateur A , il marche sur un même méridien terrestre $abcd$, vers un pole quelconque, par exemple, vers le pole boréal P : 56750 toises suffisent d'abord pour l'avancer d'un degré, de l'équateur vers le pole boréal: il lui faut ensuite un peu plus de 56750 toises, pour parcourir un second degré (1368). Arrivé à Paris, il lui faut parcourir 57072 toises, pour que son zénith avance d'un degré vers le pole: arrivé enfin sous le cercle polaire, il ne lui suffit pas de faire autant de chemin qu'en France, du midi au nord, pour que son zénith avance d'un degré vers le pole; il lui faut parcourir pour cet effet, 57422 toises.

V°. Delà il résulte enfin, que si la terre étoit

un sphéroïde surbaissé vers son équateur dTp , & alongé vers ses poles A & E; tout le contraire arriveroit à un homme qui parcourroit un méridien terrestre, en allant de l'équateur vers les poles. Parti de l'équateur d , il parcourroit d'abord un grand espace dc , pour atteindre le zénith O: il parcourroit ensuite un espace moindre cb , pour atteindre le zénith N: il parcourroit enfin un espace encore moindre bA , pour atteindre le zénith ou le pole P. On suppose ces différents zéniths, éloignés l'un de l'autre, d'un même nombre de degrés.

De l'ensemble des trois principes fondamentaux que nous venons d'exposer & de développer, & dont le dernier peut former seul une démonstration complète & rigoureuse, il résulte évidemment que la terre n'est point un globe parfait; que la terre, quoique sensiblement sphérique, est réellement un sphéroïde un peu aplati vers ses poles, un peu renflé vers son équateur. C. Q. F. D.

Un auteur moderne a osé contester l'applatiffement des poles, & défier les savantes académies de l'Europe, de répondre aux frivoles objections qu'il fait contre ce point fondamental de toute la physique moderne. Que lui ont répondu ces académies? Ce que répondit Archimede à quelques pyrrhoniens qui révoquèrent en doute l'égalité de surface entre la sphere & la partie convexe du cylindre circonscrit; rien.

Noyau de gravitation dans le globe terrestre.

1374. COROLLAIRE. De la théorie que nous venons de donner sur la gravitation des corps

terrestres, gravitation toujours perpendiculaire à l'horison & à la tangente du point de la surface terrestre où elle a lieu, il s'ensuit que *si la terre étoit parfaitement sphérique, tous les corps graviteroient précisément au centre de la terre*, dans les directions AT, BT, CT, DT: mais que *la terre étant un sphéroïde un peu renflé vers l'équateur & un peu applati vers les poles, les corps terrestres doivent graviter, non précisément au centre de la terre, mais sur différents points de l'axe terrestre peu écartés du centre T.* (fig. 8.)

EXPLICATION. Par exemple, un corps en A, gravite en T: un corps en *b*, gravite en *m*: un corps en *c*, gravite en *n*: un corps en *d*, gravite en T: un corps en *h*, gravite en *m*: un corps en *k*, gravite en *v*. Toutes ces lignes de gravitation s'entre-coupent autour du centre de la terre; & tous ces points d'intersection forment autour du centre de la terre, une espece de noyau *Tmnrvsn*, qui est comme le centre commun de la gravitation des corps. Nous montrerons ailleurs la cause physique de ce phénomène. (1420.)

Quantité du renflement de l'équateur.

1375. OBSERVATION. Il n'est pas facile de déterminer *la quantité précise* de ce renflement de l'équateur, ou la quantité précise dont le diametre ATE de l'équateur excède l'axe terrestre *dTp*: parce que les mesures de la terre, prises sous le cercle polaire, en France, en Italie, sous l'équateur, & au-delà de l'équateur (1368), en s'accordant toutes à faire le diametre de l'équateur plus grand que l'axe terrestre, ne s'accordent pas de même à donner une même grandeur fixe & précise à ce renflement de l'équateur. (fig. 8.)

I°. Selon les mesures prises sous le cercle polaire, & comparées avec les mesures prises en France, le diamètre de l'équateur est à l'axe terrestre, dit M. de Maupertuis, environ comme 178 est à 177: ce rapport est vraisemblablement un peu trop grand. Selon les mesures prises sous l'équateur, & comparées encore aux mesures prises en France, le diamètre de l'équateur est à l'axe terrestre, à peu près comme 216 est à 215: selon les mesures prises au Cap de Bonne-Espérance, comme 241 est à 240: selon les spéculations de Newton, antérieures à ces mesures, comme 230 est à 229. Les figures de la terre qui résultent de ces différentes mesures comparées entre elles, s'éloignent si peu les unes des autres, qu'on pourroit plutôt s'étonner de leur rapport, qu'en exiger un plus grand & plus parfait.

Un grand géometre, M. Euler, après avoir fait de toutes ces mesures un examen équitable, & après avoir supposé sur chacune les moindres erreurs nécessaires pour les concilier, conclut le rapport de l'axe terrestre au diamètre de l'équateur, tel que l'avoit déterminé Newton, de 229 à 230; & il ne paroît pas que la terre puisse beaucoup s'écarter de cette figure.

II°. En supposant exact ce dernier rapport, en supposant aussi le diamètre de l'équateur égal à 3000 lieues, on aura la proportion suivante: le diamètre de l'équateur est au diamètre mené d'un pôle à l'autre, comme 230 est à 229; ou $230 \cdot 229 :: 3000 \cdot x = 2987$ environ; & on trouvera que le diamètre de l'équateur a environ 13 lieues de plus que l'axe terrestre; & par conséquent que les mers sous l'équateur, sont plus élevées ou plus éloignées du centre de la

terre, de six ou sept lieues que sous les poles.

III°. Le lecteur ne seroit pas assez satisfait, si, en lui donnant le rapport du diametre de l'équateur à l'axe de la terre, on ne lui faisoit pas du moins entrevoir comment & sur quels principes on a pu chercher & trouver ce rapport si intéressant, qui est une dépendance & des expériences sur la pesanteur des corps & de la théorie des forces centrifuges.

EXPLICATION I. Il consiste par les expériences faites sur la pesanteur des corps dans toutes les contrées de la terre, que la pesanteur d'un même corps va en croissant depuis l'équateur jusqu'aux poles (251); & que la pesanteur d'un même corps sous l'équateur, par exemple, d'un pied cube d'eau sous l'équateur, est à la pesanteur d'un pied cube de la même eau sous les poles, environ comme 200 est à 201; ainsi que nous l'avons marqué ailleurs. (252.)

Donc, en supposant que le globe que nous habitons a été d'abord tout fluide, les colonnes aqueuses sous l'équateur ont dû avoir d'autant plus de hauteur, qu'elles y ont moins de pesanteur: sans quoi les eaux de l'équateur plus légères n'auroient pas pu faire équilibre avec les eaux des poles plus pesantes (502, IV.). Donc, en prenant ces colonnes aqueuses du centre de la terre à la surface, la hauteur de ces colonnes sous l'équateur, a dû être à la hauteur de ces colonnes sous les poles, comme 201 est à 200. Supposons que les colonnes d'eau sous l'équateur aient eu 1500 lieues de hauteur: on aura cette proportion, $1500 \cdot x :: 201 \cdot 200$: ce qui donnera pour l'inconnue x , qui est le rayon du pole comparé au rayon de l'équateur, environ

1492 lieues & demie; quelle que soit la longueur de ces lieues. Le rayon terrestre sous l'équateur fera donc au rayon terrestre sous les poles, comme 1500 est à 1492 & demi; & la différence est d'environ 7 ou 8 lieues.

Après avoir supposé que la terre a été d'abord toute fluide ou mollasse, & que toutes ses parties se sont ramassées autour d'un centre commun, selon les loix de l'équilibre hydrostatique (652), en vertu de leur mutuelle attraction; supposons que son intérieur se soit durci insensiblement selon les loix de la crystallisation (120): la même proportion restera; & les mers posées sur les différentes couches solides & concentriques, s'éleveront vers l'équateur & vers les poles, comme dans l'hypothese où toutes les parties de ce globe étoient dans un état de mollesse & de fluidité. La hauteur des mers sous l'équateur fera donc à la hauteur des mers sous les poles, comme 201 est à 200, ou comme 1500 est à 1492 & demi.

EXPLICATION II. On peut aussi déterminer la figure de la terre, & trouver à peu près la quantité de son aplatissement vers les poles, par la théorie des forces centrifuges, qui diminuent d'autant plus la pesanteur de chaque élément de matiere, que ces éléments de matiere décrivent de plus grandes circonférences autour de l'axe terrestre (1295). Ceux qui voudroient chercher la quantité d'aplatissement par la théorie des forces centrifuges, pourront consulter, ou les ouvrages de Newton, ou les institutions Newtonniennes de l'abbé Sigorgne, depuis la page 243 jusqu'à la page 280.

DIMENSIONS DE LA TERRE.

1376. OBSERVATION. Puisque le rayon TE est plus grand que le rayon Td ; il est clair qu'un rayon TV , pris à peu près à égale distance entre l'équateur & le pôle, sera plus petit que le premier, & plus grand que le dernier; & que ce rayon TV tiendra à peu près un juste milieu entre le rayon de l'équateur & le rayon des pôles. (*fig. 8.*)

I°. Si ce rayon TV fait une révolution sur lui-même dans le plan du méridien, il décrira une circonférence $XVYZ$, qui dépassera celle du méridien terrestre sous les pôles, qui sera dépassée par celle du méridien terrestre sous l'équateur, & qui dans sa totalité fera à peu près égale à celle du méridien terrestre $AdEpA$. On peut donc prendre ce rayon TV , pour le moyen rayon de la terre; & ce rayon TV est le rayon terrestre en France, ou dans une latitude quelconque égale à celle de la France.

II°. Puisqu'en France, le rayon terrestre est un rayon moyen entre le rayon des pôles & le rayon de l'équateur; on peut regarder la terre dans sa totalité, comme un vrai globe qui auroit pour rayon le rayon terrestre de la France. Or un globe qui auroit pour rayon le rayon terrestre en France, auroit un méridien d'environ 8984 lieues communes de circonférence (1367): donc la circonférence du méridien terrestre, renflé vers l'équateur & surbaissé vers les pôles, est aussi d'environ 8984 lieues communes.

III°. Le rayon TE de l'équateur étant plus grand

grand d'environ sept lieues que le rayon Td des poles (1375); il est clair que ce rayon TE doit être plus grand que le rayon moyen TV , d'environ trois lieues & demie. La circonférence du méridien terrestre fera donc à la circonférence de l'équateur terrestre, à peu près comme la circonférence décrite par la révolution du rayon TV , fera à la circonférence décrite par la révolution du même rayon TV alongé d'environ trois lieues & demie. (*Math.* 755.)

1377. COROLLAIRE I. *Le rayon terrestre en France, est d'environ 1430 lieues communes.*

DÉMONSTRATION. I°. En supposant que le rayon terrestre de Paris fasse une révolution circulaire autour du centre de la terre dans le méridien de Paris, ce rayon décrira une circonférence concentrique au méridien céleste; & un arc d'un degré de cette circonférence, se confondra sensiblement au nord de Paris, avec l'arc terrestre mesuré entre Paris & Amiens (1368). Or cet arc d'un degré entre Paris & Amiens, donne une circonférence d'environ 20545920 toises (1367): donc le rayon terrestre de Paris donneroit aussi une circonférence d'environ 20545920 toises. (1366.)

II°. Quand on connoît la circonférence d'un cercle, il est facile d'en trouver à très-peu de chose près le rayon (*Math.* 479), en prenant le rapport du diamètre à la circonférence donné par Metius. On aura par là, cette simple regle de trois, dans laquelle les trois premiers termes connus donnent le quatrieme, qui sera le diamètre de la terre sous Paris, ou le double du rayon terrestre de Paris: 355, 113 :: 20545920.

$x = 6539969$ toises. Le rayon de la terre sous Paris, est donc d'environ 3269985 toises; qui font 19619910 pieds de roi; qui font 1430 lieues communes, moins 43 toises.

III°. Le rayon de la terre sous les poles, a trois ou quatre lieues de moins (1375); il a trois ou quatre lieues de plus sous l'équateur. En supposant le diametre de l'équateur égal à 2867 lieues communes, on trouvera par le rapport de Metius, que la circonférence de l'équateur terrestre est d'environ 9000 lieues communes, en cette maniere & par cette regle de trois : 113 . 355 :: 2867 . $x = 9000 + \frac{1}{3}$. La circonférence de l'équateur terrestre est donc plus grande que celle du méridien, d'environ 16 lieues communes de France. (1367.)

IV°. En supposant la terre égale en surface à une sphere dont le rayon auroit 1430 lieues communes de longueur (c'est le moyen rayon de la terre); on trouvera sa surface en lieues quarrées, en toises quarrées, en pieds quarrés, telle que nous l'avons marquée ailleurs (496). On trouvera aussi, si l'on veut, sa solidité, qui est le produit de sa surface par le tiers de son rayon. (*Math.* 754.)

V°. Le moyen rayon de la terre fera d'environ 1500 lieues, si on suppose la lieue de 2180 toises, plus petite de 107 toises que la lieue commune de France qui est de 2287 toises. Cette observation sert quelquefois à simplifier les calculs; & on en peut quelquefois faire usage, en traçant les rapports ou des distances ou des grandeurs des corps célestes. (1187.)

PARAGRAPHE TROISIEME.

POSITION ET DIRECTION DE L'AXE
TERRESTRE.

1378. OBSERVATION. Nous avons fait voir & sentir, en différents endroits de ce traité (*fig. 6*):

I°. Que la terre fait chaque jour une révolution, d'occident en orient, autour de son axe pTm ; & que cet axe de la terre, indéfiniment prolongé dans le ciel, donne les deux poles célestes P & M , autour desquels tout le ciel paroît faire chaque jour une révolution en un sens opposé à la révolution diurne de la terre.

II°. Que cet axe du monde PTM , en vertu du mouvement rétrograde de l'équateur terrestre autour d'un autre axe dTe , décrit dans le ciel, en 25740 ans, un double cercle $PQRSP$, $MNOKM$, d'environ 47 degrés de diamètre. (1327.)

III°. Que cet axe du monde PTM ou RTO , répond successivement à différents points du ciel, en demeurant toujours perpendiculaire à l'équateur terrestre & céleste, qui a les mêmes mouvements réels ou apparents que cet axe de la terre & du monde.

IV°. Que la révolution conique $Tpqrsp$, $Tmnokm$, de l'axe terrestre sur le plan de l'écliptique, ne change point, du moins sensiblement, l'inclinaison de cet axe à l'égard du plan de l'écliptique: parce que cet axe, pendant sa révolution conique d'orient en occident contre l'ordre des signes, fait toujours sensiblement un angle PTG

$Eeij$

ou RTF d'environ 66 degrés & 32 minutes sur le plan fixe de l'écliptique FTG.

Après ces suppositions, on demande ici, si les révolutions diurnes de la terre se font toujours autour des mêmes points terrestres pTm ; & si la ligne ou l'axe pTm , a toujours la même inclinaison sur le plan de l'écliptique. Tel sont les deux problêmes que nous allons examiner, & résoudre autant qu'il est possible, en finissant cet article.

[IMMUTABILITÉ DES POLES TERRESTRES.

1379. ASSERTION. *La terre paroît avoir toujours les mêmes points terrestres pour poles & pour axe, dans ses révolutions diurnes. (fig. 6.)*

EXPLICATION. I°. Supposons que la terre fasse maintenant ses révolutions diurnes autour des points p & m , qui seront ses poles; & que ces deux points p & m soient deux villes ou deux objets quelconques remarquables. On ne connoît dans la nature, aucune cause qui doive ou qui puisse déterminer la terre à cesser de tourner autour des points p & m , pour commencer à tourner sur deux autres points différents des points p & m : donc la terre doit tourner toujours autour des deux mêmes points ou des deux mêmes villes p & m , selon l'exigence du mouvement qui lui fut primitivement imprimé, & que rien ne change & n'altère. (307.)

II°. Si la terre faisoit ses révolutions diurnes, tantôt autour des deux points ou des deux villes p & m , tantôt autour de deux autres points ou de deux autres villes r & o ; il est évident que les contrées A & b , qui sont sous l'équateur au

tems où les révolutions diurnes se font autour des points ou des villes p & m , ne feroient plus sous l'équateur au tems où les révolutions diurnes se feroient autour de deux autres points ou de deux autres villes r & o : il est évident que les contrées qui sont sous le même méridien dans le premier cas, ne feroient plus sous le même méridien dans le second cas. Or il conste par les observations & par l'histoire, que les villes & les contrées ont aujourd'hui la même position à l'égard des poles de la terre, qu'elles avoient au tems d'Hyparque & de Ptolomée: donc les poles terrestres sont aujourd'hui les mêmes, qu'ils étoient au tems de ces anciens observateurs: donc l'équateur est aussi le même.

III°. Nous avons dit ailleurs, & il est vrai, que les points polaires p & m ont un mouvement de révolution rétrograde à l'égard du ciel, autour des poles de l'écliptique. Mais ce mouvement de révolution rétrograde autour des poles de l'écliptique, n'empêche pas les révolutions diurnes de se faire toujours autour des mêmes points p & m , qui terminent l'axe terrestre autour duquel fut primitivement imprimé à la terre le mouvement de rotation. Cet axe peut être successivement infléchi vers différents points du ciel, par l'action d'une cause physique toujours subsistante (1329), sans qu'il cesse d'être le centre commun des révolutions diurnes de toutes les parties de la terre. Ainsi les points p & m sont & seront toujours les poles de la terre, vers quelque point du ciel R & O , qu'ils soient dirigés; & si le point p , par exemple, est une ville, cette ville fera toujours l'extrémité boréale de l'axe terrestre, en p , en q , en r , en s ,

en p , pendant sa révolution parallèle à l'écliptique en 25740 ans.

IV°. Il peut arriver de tems en tems à la terre, quelques petits changements de centre de gravité; comme nous l'avons observé & expliqué ailleurs (510). Mais ces changements de centre de gravité ne changent point sensiblement l'axe terrestre: parce que, soit que le centre de gravité reste fixe en T , soit qu'il se transporte à quelques toises au nord ou au midi, au levant ou au couchant du point T ; les révolutions diurnes des parties terrestres conservent toujours leur même direction primitive, & se font toujours, ou autour de l'axe pTm , ou autour d'un axe qui lui est parallèle & qui en est très-peu éloigné.

1380. OBJECTION. Un célèbre astronome François, M. Picard, traça en 1671, une méridienne dans les ruines de l'observatoire de Tycho-Brahé à Uranisbourg; & il trouva avec surprise, que sa méridienne s'écartoit de 18 minutes de la méridienne de Tycho-Brahé: donc, depuis Tycho-Brahé jusqu'à M. Picard, dans l'espace d'environ un siècle, la position des poles a effuyé un changement de 18 minutes.

RÉPONSE. I°. M. de Chazelles a observé en géometre & en astronome, la position de la plus grande pyramide d'Egypte, comme on peut le voir dans les mémoires de l'académie des sciences pour l'année 1710; & il a trouvé que les quatre faces de cette pyramide répondoient précisément aux quatre points cardinaux actuels, au vrai nord, au vrai midi, au vrai orient, au vrai occident. Comme on ne peut raisonnablement penser que cette position de la principale pyramide d'Egypte soit un effet du hasard; il est évi-

dent que dans une durée d'environ 3000 ans, les poles de la terre n'ont effuyé aucun changement sensible.

II°. La fameuse méridienne tracée par le célèbre Cassini dans l'église de saint Pétronne à Boulogne en 1655, est encore aujourd'hui dirigée précisément au vrai nord & au vrai midi : donc dans un espace 117 ans, les poles de la terre n'ont souffert aucun changement sensible.

III°. Il résulte delà, ou que la méridienne de Tycho-Brahé n'étoit point exacte; ou, ce qui est plus vraisemblable, que l'observatoire de Tycho-Brahé, placé dans une petite isle au sein de la mer Baltique, a effuyé quelque dérangement, soit à l'occasion d'un terrain trop mouvant, soit par l'action de quelque tremblement de terre.

OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

1381. OBSERVATION. L'écliptique est la courbe décrite par le centre de la terre dans sa révolution annuelle autour du soleil. Le plan de cette courbe, indéfiniment prolongé dans le ciel, coupe obliquement le plan de l'équateur terrestre & céleste; & leur commune intersection fait cette année 1770, selon M. de Lalande, un angle de 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces. On demande si cette obliquité est constante ou variable; & si elle varie, quelle est la quantité de sa variation chaque année. (*fig. 6.*)

Quelques célèbres astronomes, tels que les Wolfe & les Maupertuis, n'ont osé décider cette question, qui leur paroît exiger, pour être définitivement & infailliblement résolue, de nouvelles observations, faites avec le plus grand

soin pendant un très-grand nombre de siècles. Un astronome non moins célèbre & non moins profond, l'illustre de Lalande, la décide d'après les observations qu'on a sur cet objet depuis Hyarque jusqu'à nous. Selon cet auteur, le plan de l'écliptique s'approche incessamment du plan de l'équateur : l'angle ATF ou BTF, devient continuellement plus petit ; & la quantité moyenne de sa diminution est d'environ une minute par siècle : de sorte que dans environ cent quarante mille ans, l'écliptique se confondra avec l'équateur, & toute la terre jouira d'un printemps perpétuel, du moins pendant un nombre de siècles (1145, III^o). De sorte encore que la terre, outre les trois mouvements que nous lui connoissons, auroit un quatrième mouvement par lequel son axe tourneroit du nord au midi & du midi au nord, dans une période d'environ 2160000 ans : ce qui ne mettroit cependant pas la Lapponie dans la zone torride, comme l'ont dit quelques auteurs ; puisque la Lapponie auroit toujours plus de 60 degrés de latitude. (1779.)

La cause de cette tendance du plan de l'écliptique vers le plan de l'équateur, ou du plan de l'équateur vers le plan de l'écliptique, selon M. de Lalande, est l'action des planetes sur la terre, lesquelles par leur attraction, inclinent & infléchissent sans cesse l'équateur terrestre vers le plan de l'écliptique.

I^o. Nous avons démontré ailleurs (508), qu'il peut arriver des changements considérables dans l'obliquité de l'écliptique ; changements dont la cause n'a rien de commun avec celle dont parle M. de Lalande. La cause dont nous faisons mention, n'auroit aucune influence périodique ; & elle pourroit indifféremment aug-

menter ou diminuer l'angle d'inclinaison qui sépare l'écliptique & l'équateur.

II°. En comparant entre elles les observations faites sur l'obliquité de l'écliptique, depuis Hyparque jusqu'à nous, on trouve que l'écliptique paroît s'être réellement un peu rapprochée de l'équateur. Mais en supposant aux anciennes observations une exactitude & une précision que peut-être elles n'ont pas, il est difficile de les faire quadrer avec la diminution périodique qu'établit M. de Lalande, d'environ une minute par siècle; comme on l'observera dans la table suivante, qui met sous les yeux les principales observations qu'on a faites sur cet objet depuis plus de deux mille ans, & qui est extraite en partie des Wolfe & en partie des de Lalande. Cette obliquité fut trouvée,

	degr.	min.	second.	L'AN.	AVANT
Par Pytheas,	23	52	41	324	J. C.
Erathostene,	23	51	20	230	
Hyparque,	23	51	20	140	
Ptolomée,	23	50	22	140	APRÈS
Pappus, à peu près comme à présent,				340	J. C.
Albategnius,	23	35	0	880	
Regiomontanus,	23	30	0	1460	
Walterus,	23	30	0	1476	
Copernic,	23	28	0	1525	
Rormannus & Byrgius,	23	30	0	1570	
Tychobrahé,	23	31	30	1587	
Kepler,	23	30	0	1627	
Gassendi,	23	31	0	1636	
Riccioli,	23	30	20	1646	
Cassini,	23	30	0	1672	
De la Hire,	23	29	0		
De Louville,	23	28	0	1714	
De la Condamine.	23	28	24	1736	
De la Caille,	23	28	19	1750	tiere.
De Lalande,	23	28	7	1770	7

III°. Suivant ces observations, dans l'espace de 2094 ans, le plan de l'écliptique se feroit rapproché du plan de l'équateur, d'environ 24 minutes & 34 secondes. Mais Riccioli, dans son astronomie réformée, prétend que selon les quatre premières observations, soumises à un nouvel examen & au calcul, l'obliquité de l'écliptique ne devoit être alors que d'environ 23 degrés & demi; & que ces premiers astronomes se sont trompés dans les résultats de leurs observations, qui sont d'ailleurs assez exactes. Gafsendi, après avoir vérifié l'observation faite par Pytheas à Marseille, conclut l'obliquité de l'écliptique, de 23 degrés 31 minutes. Dans ce conflit d'observations & d'opinions, sans adopter & sans combattre le sentiment de l'illustre de Lalande, nous pensons avec MM. Wolfe & de Maupertuis, que ce point d'astronomie n'a pas encore toute la certitude nécessaire.

IV°. Ne pourroit-il pas se faire que l'obliquité de l'écliptique eût réellement changé tantôt en plus, tantôt en moins, par des révolutions arrivées au globe terrestre, ou par de petits changements de centre de gravité (510)? Cette idée, si simple & si naturelle, concilieroit entre elles toutes les observations discordantes que nous venons de rapporter.

NUTATION DE L'AXE TERRESTRE.

1382. OBSERVATION. Nous avons vu que l'axe de la terre & du monde fait une révolution conique autour de l'axe de l'écliptique, contre l'ordre des signes, en 25740 ans; & que la cause physique de cette révolution conique & rétrograde, est principalement l'action de la lune sur

l'équateur terrestre renflé & faillant (1329). Cette même action de la lune produit un autre petit phénomène qui a trait à l'obliquité de l'écliptique, & dont nous allons rendre compte : elle donne à l'axe terrestre un petit balancement régulier & périodique, qui alternativement l'approche & l'éloigne des poles de l'écliptique, & qui est indépendant de l'obliquité générale de l'écliptique dont nous venons de parler. (*fig. 6.*)

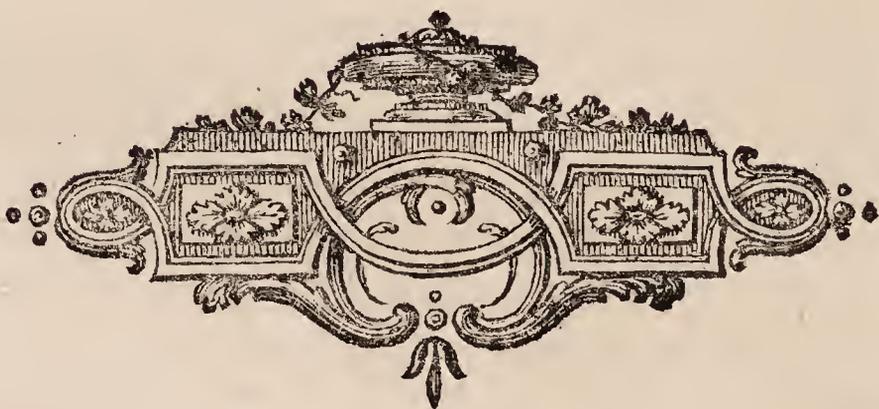
I°. Si l'axe de la terre & du monde PTM étoit toujours parfaitement à la même distance des poles de l'écliptique, il décriroit en 25740 ans, la circonférence PQRSP, fans jamais sortir de cette circonférence.

II°. Mais il conſte par des obſervations certaines, que dans un période d'environ 19 ans, cet axe PTM s'approche & s'éloigne alternativement des poles de l'écliptique : enforte que l'obliquité de l'écliptique, quelle que ſoit cette obliquité actuelle, va en croiſſant pendant neuf ans & en décroiſſant pendant neuf ans ; & ainſi de ſuite, toujours périodiquement. La différence entre la plus grande & la plus petite obliquité de l'écliptique, pendant ce période, eſt, ſelon l'abbé de la Caille, d'environ 18 ſecondes. La plus grande obliquité arrive, quand le nœud aſcendant de la lune eſt dans le point équinoxial du bélier : la plus petite obliquité de l'écliptique a lieu, quand le nœud aſcendant de la lune eſt dans le point équinoxial de la balance.

III°. Il réſulte delà que l'axe PTM, outre le mouvement diurne qui le fait chaque jour tourner ſur lui-même, outre le mouvement annuel qui lui fait décrire chaque année un grand cylindre autour du ſoleil, outre le mouvement rétrograde

qui lui fait décrire autour des poles de l'écliptique deux cônes opposés par leur sommet au centre de la terre, se trouve avoir encore un quatrieme mouvement qui le fait tourner coniquement autour de lui-même en 19 ans; & qui fait qu'au lieu de décrire la circonférence PQR-SP, il décrit autour des différents points de cette circonférence une foule d'épicycles, s'approchant & s'éloignant alternativement des poles de l'écliptique. Tel est son mouvement périodique de *nutation*, dont nous avons à donner une idée, & dont l'arc SP présente une image.

A la théorie des phénomènes, va succéder enfin la théorie des causes; théorie également intéressante & pour l'esprit qu'elle éclaire, & pour l'imagination qu'elle amuse. *Felix, qui potuit rerum cognoscere causas.*



SECONDE SECTION DE L'ASTRONOMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE, O U

THÉORIE DES CAUSES D'OU NAISSENT
LES PHÉNOMENES CÉLESTES.

*FABLE OU ROMAN DU SYSTÈME ANCIEN
ET MODERNE DU PLEIN ET DES
TOURBILLONS ; quelques modifications
qu'on fasse subir à ce système.*

*EXISTENCE DU VUIDE ET D'UN VUIDE
IMMENSE DANS LA NATURE ; sur-tout
dans les espaces célestes , où l'impulsion évi-
demment n'a point lieu.*

*NATURE , EXISTENCE , ET LOIX D'UNE
ATTRACTOIN RÉCIPROQUE ET UNI-
VERSELLE , en raison directe des masses
& en raison inverse des quarrés des distances.*

*INFLUENCE DE CETTE LOI D'ATTRAC-
TION , dans le grand phénomène de la
pesanteur des corps , dans le mouvement cur-
viligne des planetes & des cometes , dans le
permanent phénomène du flux & du reflux
de la mer.*



THÉORIE DU CIEL.

SECONDE SECTION.

ASTRONOMIE PHYSIQUE.

1383. DÉFINITION. **L'**ASTRONOMIE *physique* est la science des causes primitives qui produisent ou qui perpétuent dans les corps célestes, les divers mouvements qui les animent. Ces causes primitives, qui donnent le branle à toute la nature, qui produisent tous les grands phénomènes que nous observons dans le monde planétaire, sont, selon Descartes, *l'impulsion dans le plein*; selon Newton, *l'attraction dans le vuide*.

Il seroit difficile d'imaginer deux systèmes plus diamétralement opposés; deux systèmes où la fausseté de l'un entraîne plus palpablement la vérité de l'autre. Le regne du premier a été brillant, mais peu durable: les plus beaux génies de l'Europe ont fait d'inutiles efforts pour le garantir de la ruine inévitable, où l'entraîne de toute part le défaut de simplicité, de vraisemblance, de conformité avec les phénomènes. Le regne du second a commencé avec moins d'éclat: mais le tems, destructeur des romanesques hypothèses, cimente, consolide, accrédite de plus en plus, de jour en jour, de siècle en siècle, les heureuses découvertes qui dévoilent le jeu & le mécanisme de la nature, Si pendant un

tems le monde savant a été partagé entre ces deux systêmes, il est certain que les choses ont bien changé: aujourd'hui Descartes n'a plus ou presque plus de sectateurs en ce genre; & tout physicien est sectateur de Newton.

Descartes & Newton ne different en rien, sur la cause primitive du mouvement, sur le vrai systême du monde, sur les divers phénomènes célestes. Ils s'accordent unanimement à reconnoître, que l'inertie est le partage de la matiere; que Dieu est l'unique cause efficiente de tout mouvement; que le soleil & les étoiles sont immobiles, ou ne se déplacent qu'infiniment peu; que la terre est une vraie planete, animée d'un mouvement permanent qui l'emporte dans une courbe elliptique autour du soleil, tandis qu'elle roule chaque jour sur son axe toujours sensiblement parallele à lui-même; & ainsi du reste. Ainsi ces deux grands hommes, d'accord sur l'action du Créateur, action toujours nécessaire pour produire & pour perpétuer le mouvement dans les corps, ne different que dans la maniere dont ils la font influencer dans les phénomènes.

Selon Descartes, le Créateur ne conserve & ne perpétue le mouvement dans les globes célestes, que conséquemment à la présence & à l'impulsion d'un courant de matiere fluide qui les heurte. Selon Newton, le Créateur conserve & perpétue le mouvement dans les globes célestes, sans la présence & sans l'impulsion d'un tel courant de matiere fluide. Tout est plein, dit Descartes, & tout mouvement naît d'une impulsion. Il y a des vuides & des vuides immenses dans les espaces célestes, dit Newton; & les grands mouvements des corps célestes ont
pour

pour cause, non l'impulsion, mais l'attraction.

L'examen du plein & du vuide, la théorie de l'attraction & de ses dépendances, tel sera l'objet de cette section, que nous diviserons en deux articles.

ARTICLE PREMIER.

EXAMEN DU PLEIN ET DU VUIDE.

SYSTÈME DE DESCARTES.

1384. EXPLICATION. **D**ESCARTES, après avoir imaginé ses trois éléments comme nous l'avons expliqué ailleurs (163), destine la matiere rameuse, à se convertir en globes solides, en planetes & en cometes; la matiere globuleuse, à rouler en torrent circulaire ou elliptique, autour d'un soleil ou d'une planete; la matiere subtile, à remplir tous les interstices répandus entre les deux premiers éléments.

1°. Tout est plein, selon Descartes : de sorte que si le Tout-Puissant vouloit aujourd'hui créer & placer entre le soleil & les étoiles voisines, un pouce cubique de matiere, il lui faudroit reculer proportionnellement toutes les limites de l'univers. L'espace immense, intercepté de toute part entre le soleil & les étoiles, est rempli d'un mélange de matiere globuleuse & de matiere subtile, dont l'ensemble forme un fluide qu'il nomme *Éther* ou *matiere éthérée*. Dans cette matiere éthérée, dans ce fluide sans cohésion & sans pesanteur, nagent quelques globes solides, les planetes & les cometes, avec leurs petites athmos-

pheres. Selon Descartes, les globules du second élément, qui forment principalement l'éther, sont des corps d'une dureté & d'une inflexibilité infinies : selon Malebranche & Privat de Moliere, ces mêmes globules sont flexibles & élastiques, sont de petits tourbillons farcis indéfiniment d'autres tourbillons plus petits.

II°. Le Créateur, au commencement des tems, divisa la matiere éthérée qui emplit l'immensité de l'univers, en autant de grandes portions qu'il y a d'étoiles, c'est-à-dire de soleils, car chaque étoile est un soleil semblable au nôtre ; & il imprima en différents sens à chaque grande portion ou division de cette matiere éthérée, un mouvement circulaire ou elliptique autour du soleil voisin. De là les *grands tourbillons*, qui renferment eux-mêmes dans leur sein différents *tourbillons subalternes* ; comme nous l'expliquerons bientôt. Le même mouvement qui fut imprimé à la matiere éthérée au commencement des tems, est sans cesse reproduit, conservé, perpétué par le Créateur : parce que cette matiere éthérée, selon Descartes, ne rencontre aucun obstacle qui puisse occasionner une interruption ou une altération dans son mouvement. (*fig. 59.*)

III°. Ces *grands tourbillons* ne circulent pas tous dans le même sens. Par exemple, tandis que notre grand tourbillon solaire fait sa révolution *in omni* d'occident en orient autour de son soleil T ; les grands tourbillons des étoiles voisines, qui le pressent & le captivent, circulent d'orient en occident chacun autour de leur étoile S, dans la direction *abca* : & tandis que le grand tourbillon IKC circule du midi au nord dans le méridien, le grand tourbillon VXZ circule du

nord au midi : par là leurs évolutions font plus analogues & moins propres à s'entre-détruire. Par la même raison, les grands tourbillons des étoiles plus éloignées doivent être disposés & arrangés d'une manière à peu près semblable, relativement aux grands tourbillons supérieurs & inférieurs qu'ils pressent, & par lesquels ils sont pressés : en telle sorte que chaque grand tourbillon intermédiaire fasse ses évolutions en un sens différent du tourbillon supérieur & du tourbillon inférieur. Telle une roue dentée, placée entre deux roues dentées qu'elle engrene, tourne en un sens différent des deux roues qu'elle meut.

Comme la dernière couche de chaque tourbillon tend toujours à s'enfuir par la tangente, selon les loix du mouvement (308); & que cette couche n'a, selon Descartes, aucune pesanteur qui lui soit propre, & qui puisse infléchir son mouvement; il faut dans ce système, des tourbillons toujours plus éloignés à l'infini, pour captiver & pour infléchir les tourbillons inférieurs. Delà le monde indéfini de Descartes, qui revient à un monde infini, à un monde chimérique. (*Mét.* 439 & 442.)

IV°. Au milieu de notre grand tourbillon solaire sont placés à différentes distances du soleil, les planètes & les comètes, qui ont chacune leur tourbillon à part, lequel fait ses révolutions sur lui-même, tandis qu'il est emporté dans le courant du grand tourbillon solaire : delà les *tourbillons subalternes*. Le tourbillon d'une planète principale peut renfermer encore dans son sein d'autres moindres tourbillons, dont les évolutions se feront dans l'enceinte du tourbillon

propre à la planète principale. Tel est le tourbillon de la terre, qui contient le tourbillon de la lune : tel est le tourbillon de jupiter, qui renferme les différents tourbillons de ses quatre satellites.

V°. Tout mouvement, selon Descartes, commence ou finit, augmente ou diminue, se communique en un sens ou en un autre, par voie d'impulsion : de sorte que l'impulsion est l'unique cause de tous les mouvements que nous observons dans la nature. De là la nécessité d'un *fluide moteur* qui emplisse tout l'univers ; qui puisse voiturer les planètes & les comètes, transmettre à nos yeux l'action des corps lumineux, établir un moyen de communication entre toutes les parties du grand tout de la nature. Ce fluide moteur est la matière éthérée.

VI°. Cette matière éthérée, par sa force impulsive, emporte dans son courant nos planètes d'occident en orient autour du soleil ; & ne retarde point par cette même force impulsive, certaines comètes qui vont contre son courant d'orient en occident. La même chose doit avoir lieu, selon Descartes, dans les tourbillons des autres soleils, relativement à leurs planètes & à leurs comètes.

VII°. Cette matière éthérée, selon les Cartésiens, n'a par elle-même aucune pesanteur, & rien ne lui donne de la pesanteur : ainsi elle n'a absolument aucune tendance, ni vers le soleil autour duquel elle circule, ni vers les corps solides qu'elle entraîne dans son courant. Les corps solides, tels que les planètes & les comètes, n'ont aussi aucune pesanteur par eux-mêmes ; mais la matière éthérée, par son im-

pulsion, leur imprime un mouvement vers certains centres; & ce mouvement vers certains centres est leur pesanteur. Ainsi la matière éthérée, sans avoir en elle-même aucune pesanteur, devient la cause générale de toute pesanteur dans la nature.

Pour prendre une idée générale de ce mouvement central d'un corps solide au sein de l'éther CARTHÉSIEEN, supposons une bombe à 30 toises de hauteur: là elle ne tend pas plus par elle-même & par les loix de la nature, à descendre qu'à monter. Mais la matière éthérée qui circule autour de la terre, a d'autant plus de vitesse, qu'elle est plus éloignée du centre de la terre: d'où il arrive que la partie supérieure de cette bombe reçoit des impulsions plus fortes que la partie inférieure; & que cet excès de percussion dans la partie supérieure de cette bombe, doit la déterminer à tendre avec un mouvement qui s'augmente sans cesse, vers la partie où les percussions sont toujours plus foibles & plus inefficaces.

Tel est, pour le fond des choses, le système déjà suranné des tourbillons; système dont nous dévoilerons bientôt plus en détail les principaux vices.

SYSTÈME DE NEWTON.

1385. EXPLICATION. Tout est plein, selon Descartes: tout est presque vuide, selon Newton. Dans l'espace immense qui sépare le soleil des étoiles, il n'y a d'autre matière, que celle qui compose les six planètes principales, les planètes secondaires, & un certain nombre encore

peu connu de comètes (1201). A l'exception de ce petit nombre de points solides, entourés de leurs petites atmosphères; à l'exception de quelques rayons de lumière, éparpillée dans l'immensité des espaces célestes, & qui ne doit être comptée pour rien à cause de son inconcevable division; tout est vuide dans notre monde planétaire. Ensorte que dans l'espace immense, intercepté entre le soleil & les étoiles, le plein n'est que comme un infiniment petit, en comparaison du vuide; & il est vraisemblable que la même chose a lieu dans l'espace qui sépare les unes des autres les différentes étoiles, lesquelles sont tout autant de soleils destinés à éclairer un petit nombre de planètes & de comètes éparfées dans le vuide & errantes autour d'elles. Ainsi, selon Newton,

I°. Les planètes & les comètes se meuvent autour de leur soleil immobile, dans un espace vuide ou comme vuide, dans lequel rien ne s'oppose à leurs mouvements quelconques, qui s'y effectuent par conséquent en toute liberté & sans aucune altération.

II°. Tous les corps ont une pesanteur ou une tendance vers le centre de leur mouvement; & cette pesanteur a pour cause, non l'impulsion d'un fluide quelconque; non une qualité inhérente à la matière, mais une loi générale & primitive du Créateur, qui a librement décerné au commencement des tems que tous les corps existants tendroient ou graviteroient les uns vers les autres, avec une force égale au produit de leur masse, divisé par le quarré de leur distance.

(1273.)

Selon Descartes, il n'y a qu'une seule cause

de mouvement dans la nature, favoir, l'impulsion. Selon Newton, outre l'impulsion, il y a une autre cause de mouvement, favoir, l'attraction ou la pesanteur, dont l'existence n'exige l'impulsion d'aucun corps.

III°. Si le Créateur, après avoir formé au commencement des tems, tous les globes opaques & lumineux, les avoit simplement abandonnés à leur pesanteur réciproque, ou à leur tendance les uns vers les autres; les globes opaques se feroient allé précipiter & engloutir successivement dans le soleil voisin. Pour parer à cet inconvénient, qu'a-t-il fallu? Il a fallu simplement que le Créateur au commencement des tems, en laissant dans le repos tous les globes lumineux, imprimât à chaque globe opaque un mouvement projectile quelconque, dont la direction fît un angle quelconque avec la direction de la pesanteur. Du repos dans le globe lumineux, de la loi de gravitation réciproque entre tous les corps, d'un mouvement projectile en un sens quelconque dans chacun des globes opaques, s'ensuivent tous les mouvements permanents des planetes & des cometes autour de leur soleil ou de leur centre de mouvement dans le vuide. (1286.)

Telle est en précis, la sublime idée de Newton sur le mécanisme de l'univers: idée dont la simplicité sympathise si bien avec la marche de la nature; dont les principes, en mettant toujours la nature dans la plus grande dépendance de son Auteur, s'accordent si bien avec les vrais principes de la religion; dont les conséquences quadrent toujours parfaitement avec les observations astronomiques; rendent raison dans la

plus rigoureuse précision, des phénomènes connus ; préparent & anticipent souvent des découvertes, dont les observations subséquentes constatent & vérifient de jour en jour la réalité.

IDÉE EXACTE ET PRÉCISE DU VUIDE.

1386. REMARQUE. Selon Descartes, non-seulement le vuide n'existe point dans la nature, mais le vuide répugne absolument en lui-même. Selon Newton, le vuide ne répugne point ; le vuide, & un vuide immense, existe dans la nature. Comme le plein & le vuide sont la base fondamentale de ces deux systêmes diamétralement opposés ; la décision de cette intéressante question, si le vuide ou le plein a lieu dans la nature, va préparer la ruine de l'un, & le triomphe de l'autre.

I°. Nous avons démontré dans notre métaphysique, que le vuide est possible, que le vuide, & un vuide infini, existe hors de la nature (*Mét.* 127). Il ne nous reste donc plus ici qu'à examiner la question de fait, savoir si le vuide existe réellement dans la nature, dans l'espace intercepté entre le soleil & les étoiles plus ou moins éloignées.

II°. Il est important de se former une exacte idée du vuide dont il est ici question. Le terme de *vuide* présente une idée fort différente au peuple & au philosophe. Le peuple entend par ce terme, un espace où n'existe aucun corps propre à affecter les sens : le philosophe entend un espace où n'existe absolument aucune matière quelconque, sensible ou insensible. Une bouteille dans laquelle il y auroit une grande quantité

d'air condensé, une grande quantité de matiere ignée, lumineuse, électrique, magnétique, seroit pour le peuple une bouteille vuide. Pour que la capacité de cette bouteille fût un vrai vuide, tel que l'entend le philosophe, il faudroit qu'il n'y eût ni air, ni feu, ni lumiere, ni aucune autre matiere quelconque. Le vuide dont nous allons parler, est une privation de toute matiere quelconque sensible ou insensible, dans l'espace ou dans une immensément grande partie de l'espace intercepté entre le soleil & les étoiles.

III°. Nous allons faire voir en premier lieu, que les divers mouvements des corps qui nous environnent, ne peuvent s'effectuer, sans laisser entr'eux quelques vuides plus ou moins grands : en second lieu, que les mouvements des planetes & des cometes autour du soleil, ne peuvent s'effectuer, sans supposer un vuide presque parfait dans les espaces célestes. Delà découlera l'existence, & des petits vuides, & des grands vuides que suppose le systême Newtonien, & que combat le systême Carthésien.

PARAGRAPHE PREMIER.

EXISTENCE DES PETITS VUIDES.

PROPOSITION.

1387. *Les mouvements des corps qui nous environnent ne peuvent s'effectuer, sans laisser une infinité de vuides plus ou moins grands dans la nature.*

DÉMONSTRATION. Il y a du mouvement dans la nature ; il y a des corps dont les parties s'ap-

prochent ou s'éloignent les unes des autres : donc il y a du vuide dans la nature, où les Carthéfiens veulent que tout soit plein. Je démontre la conséquence.

I°. Comme la matiere n'est & ne peut être infiniment divisée (67), de l'aveu même des Carthéfiens; je prends dans la matiere deux éléments de l'espece la plus petite, & je les suppose contigus: sur quoi je raisonne ainsi. Il conște par les mouvements que nous observons dans la nature, que ces deux éléments, ou deux autres éléments semblables, se séparent, s'écartent l'un de l'autre: or ces deux éléments ne peuvent se séparer, sans laisser entr'eux un vuide qu'aucun corps ne peut occuper & remplir. Je le démontre. L'un de ces deux éléments ne peut s'éloigner de l'autre de toute la longueur de son diametre, qu'après s'en être éloigné auparavant de la longueur de son demi-diametre: or dans cet instant où ces deux éléments, les plus petits qui soient dans la nature, ne sont encore écartés l'un de l'autre que de la moitié d'un de leurs diametres, il y a entr'eux un vuide qu'aucune matiere ne peut occuper & remplir. Je le démontre. Pour que l'espace en question pût être occupé & rempli par une autre matiere, il faudroit qu'il y eût dans la nature, des éléments dont le diametre entier fût égal à la moitié du diametre des plus petits éléments; c'est-à-dire, qu'il faudroit qu'il y eût des éléments de beaucoup plus petits, que les plus petits de tous les éléments; ce qui entraîne une palpable contradiction.

II°. Si un des plus petits éléments se trouve contigu à un autre élément d'une espece plus grosse, ces deux éléments ne peuvent non plus

se séparer, sans laisser entr'eux un vuide qu'aucune matiere ne peut occuper. Car il est évident que le plus petit élément doit s'écarter de l'élément contigu, d'une quantité égale à la moitié de son diametre, avant de s'en écarter d'une quantité égale à tout son diametre : donc le petit élément ne peut s'écarter & se séparer du grand, sans laisser un vuide dans la nature.

III°. Si un nombre immense d'éléments de différente espece & de différente grosseur se trouvent unis en une seule masse solide ou liquide sans vuides, je dis encore que ces éléments ne peuvent se séparer, sans laisser entr'eux une infinité de vuides dans l'instant de leur séparation. Car soit cette masse, un mélange d'eau, de farine, d'argile, de différents sels, de différentes huiles, & de tous les fluides invisibles qui s'insinuent dans les corps. Pour que le vuide soit banni de cette masse, il faut que les interstices que laissent entr'eux les éléments plus grossiers, soient remplis par d'autres éléments d'une espece plus petite; il faut que les vuides que laissent encore entr'eux ces derniers, soient encore remplis par d'autres éléments plus subtils; & ainsi de suite, jusqu'à la totale contiguïté de tous les éléments dans tous les points de leur surface. Or dans ce cas de contiguïté totale, les plus petits éléments de toute cette masse sont contigus, ou à des éléments aussi petits qu'eux, ou à des éléments plus grands qu'eux : dans l'une & dans l'autre supposition, la séparation ne peut se faire, sans laisser des vuides; comme on vient de le démontrer.

IV°. Il résulte delà qu'il faut nécessairement, ou que les éléments qui composent une goutte

d'eau, par exemple, ne puissent jamais se séparer & s'écarter les uns des autres; ou que la séparation successive des éléments qui composent cette goutte d'eau, donne lieu successivement à l'existence d'une infinité de petits vuides. Or il est évident que le mouvement de séparation a lieu constamment & persévéramment, dans l'élément de l'eau, dans l'élément de l'air, dans l'élément du feu, dans tout le mécanisme du regne animal & du regne végétal, en un mot, dans toute la nature exposée à nos observations: donc, sans examiner encore si les grands vuides de Newton existent, il est certain qu'il y a dans la nature du moins une infinité de petits vuides; & que le plein des Carthésiens est une vraie chimere, que détruisent les phénomènes de mouvement qui se montrent de toute part à nos yeux. C. Q. F. D.

1388. OBJECTION. La matiere subtile de Descartes, destinée à remplir les interstices répandus entre les deux autres éléments, peut être supposée d'une ductilité sans bornes. Quel inconvénient y auroit-il donc à dire que, tandis que deux éléments contigus de matiere subtile s'écarterent d'un quart ou d'une moitié de leur diametre, une autre matiere subtile, en vertu de sa ductilité, se subtilise davantage pour remplir toujours l'espace qui produit la séparation dans son commencement & dans ses progrès?

RÉPONSE. Cette infinie ductilité, qu'on est obligé d'attribuer à la matiere subtile dans l'hypothese du plein, est la plus grande chimere d'une hypothese toute composée de chimeres.

I°. Nous avons prouvé ailleurs, que les éléments primitifs de la matiere, que les principes des corps ont reçu du Créateur une masse fixe

que rien ne peut entamer, une figure déterminée qui n'est sujette à aucune altération ; sans quoi il n'y auroit plus de stabilité, plus d'uniformité, plus de permanence pour la nature, que nous voyons cependant toujours semblable à elle-même (145). Pourquoi la matiere subtile auroit-elle été soustraite à la loi qui affecte tous les autres éléments ? Par quel mécanisme physique, ou plutôt par quelle vertu magique, la matiere subtile, ce Protée plus merveilleux que celui de la fable, peut-elle prendre en un seul instant, une infinité de formes différentes, sans altérer sa nature primitive ?

II°. Mais supposons pour un moment la réalité de cette chimere, de cette infinie ductilité de la matiere subtile ; & examinons-en les conséquences. Soient deux globules de lumiere contigus, globules d'une inconcevable petitesse. Dans l'hypothese d'un plein parfait, pour que ces deux globules puissent s'écarter l'un de l'autre de la longueur d'un de leurs diametres, il faut qu'une matiere infiniment moindre vienne remplir par une infinité de couches successives l'espace qui se forme successivement entre eux, espace égal à un de leurs diametres. Ce n'est pas tout : il faut maintenant que ce nombre infini de couches interposées entre ces deux globules de lumiere, dans un espace égal à un de leurs diametres, se séparent les unes des autres : sans quoi la nature entiere seroit bientôt une masse privée de tout mouvement. Or il est clair qu'une couche ne peut se séparer de l'autre d'une quantité égale à toute son épaisseur, sans s'en être auparavant écartée d'une quantité égale au quart, à la moitié, aux deux tiers, aux trois quarts de son

épaisseur; & ainsi de suite. Il faudra donc, pour éviter l'existence du vuide dans cette séparation, qu'une infinité de nouvelles couches d'une matiere subtile, infiniment plus atténuée que la précédente, viennent encore remplir les infiniment petits interstices que laisseront entre elles les couches en question, en s'écartant successivement du quart, de la moitié, de la totalité de leur épaisseur, laquelle n'est déjà qu'une infiniment petite partie du diametre d'un globule comme infiniment petit. Ce n'est pas tout encore: pour séparer les unes des autres ces dernieres couches, dont l'épaisseur est déjà infiniment moindre que celle des premieres, laquelle est déjà infiniment petite, il faudra imaginer une infinité de nouvelles couches d'une matiere toujours infiniment plus atténuée, pour les intercaler successivement entre les couches qu'on veut écarter & séparer sans qu'elles laissent des vuides entre elles; & ainsi de suite à l'infini. Quelle rêverie! Quelle chimere!

PARAGRAPHE SECOND.

EXISTENCE DES GRANDS VUIDES.

1389. OBSERVATION. Selon Newton, les espaces interceptés entre le soleil & les étoiles, sont des vuides immenses, où ne se trouve aucune matiere, à l'exception des planetes, des cometes, de leurs petites athmospheres, & de quelques rayons d'une lumiere infiniment raréfiée, laquelle doit être regardée comme une quantité nulle; parce que si elle étoit réunie en une masse continue, elle n'occuperoit qu'une infiniment

petite portion de l'espace où elle se trouve divisée & dispersée en infiniment petites molécules.

Selon Descartes, ces mêmes espaces sont remplis d'une matière infiniment dense, mais infiniment fluide, dans laquelle nagent les mêmes planètes, les mêmes comètes, avec leurs petites atmosphères.

Avant de prendre aucun parti pour ou contre ces deux grands hommes, il est nécessaire d'établir quelques vérités préliminaires, d'où doit découler le jugement à porter sur ce point fondamental de la physique moderne.

THÉORÈMES PRÉLIMINAIRES.

1390. THÉORÈME I. *Dans le système carthésien, tous les corps sont d'égale densité.*

DÉMONSTRATION. Selon les carthésiens, il n'y a point de vuide dans l'univers : tout est plein d'une matière qui a été créée homogène ; d'une matière qui, en se divisant & en se broyant, n'a point changé intrinséquement de nature : donc il y a autant de matière dans un pied cube d'air, que dans un pied cube de marbre. La conséquence est avouée par Descartes & par ses disciples.

Dans le système carthésien, un pied cube d'air est moins pesant qu'un pied cube de marbre, quoique d'égale densité absolue l'un & l'autre : parce que le pied cube d'air est presque tout composé de matière subtile & de matière globuleuse, qui n'ont point de pesanteur ; au lieu que le pied cube de marbre contient peu de matière subtile

& de matiere globuleuse, & beaucoup de matiere rameuse & canelée, qui seule, selon eux, a de la pesanteur. Delà l'inégalité de poids, malgré l'égalité de matiere ou de densité, dans ces deux pieds cubes d'air & de marbre. C. Q. F. D.

1391. THÉORÈME II. *Un corps ne peut traverser un fluide, sans perdre une partie plus ou moins grande de son mouvement.*

DÉMONSTRATION. Il est évident qu'un corps ne peut traverser un fluide, sans en déplacer une partie, sans imprimer son mouvement à la partie qu'il déplace : or, selon une loi générale & constante de la nature, selon une loi que nous voyons s'observer toujours & par-tout dans le choc des corps ; un corps ne peut être heurté & déplacé par un autre, sans que le corps choquant perde une quantité de mouvement égale à celle qu'acquiert le corps choqué (310) : donc un corps qui traverse un fluide, qui en choque & en déplace une partie, doit nécessairement perdre une partie plus ou moins grande de son mouvement. C. Q. F. D.

1392. THÉORÈME III. *Dans un fluide quelconque, la force d'inertie, ou la force par laquelle tout corps résiste à son déplacement (286), est en raison composée de la densité du fluide qui résiste, de la surface du corps qui le traverse, & du quarré de la vitesse qui emporte ce corps.*

DÉMONSTRATION. Quoique nous ayons déjà traité ailleurs de la résistance des milieux (295) ; nous ne craindrons pas d'en rappeler ici l'idée en peu de mots, en supposant avec les carthésiens, que les milieux dans lesquels se meuvent les corps

corps célestes, n'ont absolument aucune résistance de cohésion.

I°. Il est clair qu'un milieu plus dense présente au mobile qui le traverse, une plus grande quantité de matière à déplacer; & qu'une plus grande quantité de matière déplacée, absorbe une plus grande quantité de mouvement dans le corps qui la heurte & la déplace: donc la résistance d'un milieu est proportionnelle à sa densité.

II°. Il est clair qu'un corps, en se mouvant dans un fluide, déplace une d'autant plus grande quantité de ce fluide, qu'il a plus de volume & de surface: donc la résistance d'un fluide, dont toutes les parties résistent à leur déplacement, est proportionnelle à la surface du corps qui le traverse.

III°. Un mobile qui se meut dans un fluide, communique au fluide qu'il déplace, un mouvement proportionnel au quarré de sa vitesse (302). Or le fluide ne peut acquérir un mouvement proportionnel au quarré de la vitesse du mobile qui le traverse, sans enlever à ce mobile une quantité de mouvement proportionnelle à ce même quarré de la vitesse; & le fluide ne peut enlever à ce mobile une quantité de mouvement proportionnelle au quarré de la vitesse, sans opposer à ce mobile une résistance proportionnelle à ce quarré de la vitesse: donc la résistance du fluide est proportionnelle au quarré de la vitesse du corps qui le traverse. C. Q. F. D.

1393. THÉORÈME IV. *Un cylindre qui se mouvrait avec une vitesse quelconque dans un fluide de même densité que lui, perdrait la moitié de sa vitesse, dans le tems qu'il parcourroit dans le fluide un espace égal à la longueur de son diamètre.*

DÉMONSTRATION. Il est clair qu'un cylindre ne peut parcourir dans un fluide, un espace égal à la longueur de son diamètre dans la direction de ce diamètre, sans déplacer une masse de matière égale à sa masse; la densité étant supposée égale de part & d'autre, dans le cylindre & dans le fluide. Or, c'est une loi générale & fondamentale du mouvement, une loi qu'attestent tous les principes & toutes les expériences qui fondent la mécanique, qu'un corps ne peut déplacer & mouvoir une quantité de matière égale à la sienne, sans lui communiquer la moitié de sa vitesse (322) : donc un cylindre qui se mouvrait parallèlement à son diamètre avec une vitesse quelconque dans un fluide de même densité que lui, doit perdre la moitié de sa vitesse, dans le tems qu'il parcourt la longueur de son diamètre. C. Q. F. D.

1394. **THÉORÈME V.** *Si une sphere, & un cylindre dont la base & la hauteur seroient égales au diamètre de la sphere, se meuvent avec une même vitesse dans un fluide quelconque, la sphere & le cylindre essuieront de la part du fluide, une égale résistance.*

DÉMONSTRATION. En supposant ce cylindre mu parallèlement à son diamètre, il est clair que sa base supérieure & inférieure n'imprime aucun mouvement au fluide, & n'en reçoit aucune résistance. Dans cette supposition, à laquelle nous bornons ce théorème, la surface résistante du cylindre est sa surface convexe, laquelle est égale à la surface de la sphere en question (*Math.* 573). Or la densité du fluide & la vitesse des mobiles étant les mêmes, la résistance qu'oppose

Le fluide , est proportionnelle aux surfaces des mobiles qui le traversent & le heurtent : donc la sphere & le cylindre en question , heurtant & déplaçant un égal volume de fluide dans le même tems , effuieront une égale résistance. Donc si la sphere avoit la même somme de mouvement que le cylindre , elle perdrait précisément la moitié de son mouvement & de sa vitesse , en parcourant dans le fluide un espace égal à son diametre. (1393.) C. Q. F. D.

1395. THÉORÈME VI. *Mais la masse de la sphere n'étant que les deux tiers de la masse du cylindre ; la sphere aura perdu la moitié de son mouvement , quand elle aura parcouru un espace égal aux deux tiers de son diametre.*

DÉMONSTRATION. Les vitesses de la sphere & du cylindre en question étant égales , il est clair que les sommes de mouvement dans ces deux corps , sont entr'elles comme les masses (273) : or la masse d'une sphere n'est que les deux tiers de la masse d'un cylindre de même base & de même hauteur que l'axe de la sphere (*Math.* 624) : donc la somme de mouvement est moindre d'un tiers dans la sphere , que dans le cylindre. Donc , pour que la sphere perde la moitié de son mouvement , il suffit qu'elle déplace une colonne du fluide , égale aux deux tiers du cylindre , égale en longueur aux deux tiers de son axe. C. Q. F. D.

1396. THÉORÈME VII. *Si le cylindre est supposé en repos & le fluide en mouvement ; le cylindre acquerra dans un tems donné , autant de mouvement qu'il en eût perdu dans le même tems , en se*

mouvant dans le fluide avec la même vitesse qu'a le fluide.

DÉMONSTRATION. Quand un mobile heurte un fluide, il perd une quantité de mouvement proportionnelle à la résistance du fluide qu'il déplace : quand au contraire un mobile est heurté par un fluide, il acquiert une quantité de mouvement proportionnelle à la percussion du fluide par lequel il est déplacé. Or, en supposant la vitesse égale dans l'un & dans l'autre cas, dans le fluide heurtant & dans le fluide heurté; il est clair que la résistance & la percussion doivent être égales dans le fluide. Donc les effets de la résistance & de la percussion seront égaux. Donc la percussion du fluide contre le cylindre en repos, lui imprimera une quantité de mouvement égale à celle qu'eût perdu le cylindre en heurtant le fluide en repos. C. Q. F. D.

1397. COROLLAIRES. Il s'enfuit de toute cette théorie, & en particulier de celle de ce dernier théorème :

I°. Que si un cylindre est supposé d'abord en repos dans le courant d'un fluide d'égale densité, *le cylindre aura bientôt la même vitesse que le fluide.*

II°. Que si une sphere est aussi supposée d'abord en repos dans le courant du même fluide, *la sphere acquerra encore plutôt la même vitesse que le cylindre ; puisqu'elle oppose au fluide un tiers moins de résistance que le cylindre.*

III°. Que si une sphere se meut contre la direction d'un tel fluide, *cette sphere sera bientôt forcée de se mouvoir, & dans le même sens, & dans le même plan que le fluide : puisque le fluide, enle-*

vant sans cesse à la sphere la moitié restante de son mouvement pendant qu'elle parcourt un espace égal aux deux tiers de son diametre, doit bientôt lui enlever tout son mouvement, & lui imprimer le sien.

Tel est, pour le fond des choses, le philosophique arsenal, par le moyen duquel le grand Newton attaque & foudroye le plein de Descartes. La démonstration de quelques-uns des théorèmes précédents, par exemple, du quatrième, est susceptible d'une plus grande rigueur géométrique. Mais dans une matiere où la vérité fondamentale des choses se fait suffisamment sentir sans le secours d'une plus grande rigueur géométrique, nous avons cru devoir en épargner au lecteur & la peine & l'ennui.

IV°. Que si on substituoit au plein de Descartes, un *plein imparfait*, un plein parfemé d'une infinité de petits vuides, une espece de demi-plein; *les mêmes effets devroient encore avoir lieu*, avec la différence du plus ou moins de tems nécessaire pour les produire. Par exemple, une sphere sans vuides, qui se mouvroit contre la direction d'un fluide à demi vuide, au lieu de perdre la moitié de son mouvement, ne perdrait que le quart de son mouvement, en parcourant dans ce fluide un espace égal aux deux tiers de son diametre. Mais elle ne perdrait pas moins réellement tout son mouvement, & elle ne prendrait pas moins inévitablement la direction du fluide, en fort peu de tems.

P R O P O S I T I O N I.

1398. *Les phénomènes de mouvement que nous*

observons autour de nous dans les corps terrestres, détruisent le plein de Descartes, & démontrent l'existence des grands vuides de Newton.

DÉMONSTRATION I. Si tout est plein, s'il n'y a point de vuide dans la nature ; il est évident que les milieux dans lesquels se meuvent les corps solides, égalent en densité ces corps solides (1390) : donc aucun globe ne peut se mouvoir dans ces milieux, par exemple, dans l'air, qu'il ne perde la moitié de son mouvement, en parcourant un espace égal aux deux tiers de son diametre (1395). Or l'expérience démontre évidemment le contraire : car un boulet de canon, loin de perdre la moitié de son mouvement en parcourant dans l'air un espace égal aux deux tiers de son diametre, paroît à peine avoir ralenti son mouvement, après avoir parcouru dans l'air douze ou quinze cents fois la longueur de son diametre. Donc il faut nécessairement qu'un boulet, que lance dans l'air la poudre enflammée, se meuve dans un milieu de très-peu de densité ; dans un milieu qui ait une très-grande quantité de vuide ; dans un milieu qui contienne incomparablement moins de matiere que n'en contient le boulet lui-même, qui a cependant déjà beaucoup de vuide, beaucoup plus de vuide que de solide. (199.)

En vain diroit-on que l'éther carthésien, qui compose en grande partie l'athmosphere terrestre, selon Descartes & ses disciples, n'ayant point de pesanteur, n'oppose point de résistance au boulet de canon. Vain subterfuge, dont on sent, & dont nous ferons remarquer bientôt & la fausseté & l'inconséquence ! (1400.)

DÉMONSTRATION II. Newton a observé & démontré par une foule d'expériences, que des spheres qui se meuvent dans l'air, éprouvent toujours une résistance proportionnelle à leurs surfaces, quelle que soit leur densité : par exemple, qu'un globe de carton d'un demi-pied de diametre, essuie dans l'air précisément la même résistance, qu'un globe de plomb de même diametre. Or si tout étoit plein, comme le prétendent les carthésiens, ces spheres devroient éprouver, non simplement une résistance proportionnelle à leurs surfaces, mais une résistance proportionnelle & à leur surface & à leur densité. Car la matiere subtile étant d'une inconcevable subtilité, selon les carthésiens eux-mêmes, il est clair qu'elle doit s'insinuer à travers les pores de ces spheres; & opposer une résistance, non-seulement aux parties solides extérieures, mais à toutes les parties solides tant intérieures qu'extérieures : donc elle doit opposer au mouvement de ces spheres, non simplement une résistance proportionnelle à leur surface, mais une résistance proportionnelle & à leur surface & à leur densité; ce qui cependant n'a point lieu. Donc l'hypothese du plein est encore ici diamétralement opposée à l'expérience.

DÉMONSTRATION III. Quand par le moyen d'une machine pneumatique, on a soutiré l'air contenu dans un long tube de verre; une plume légère, un petit brin de duvet, livrés à leur pesanteur, tombent au sein de ce tube, avec la même vitesse qu'une petite plaque d'or ou de plomb (245). Donc, en soutirant l'air de ce tube, on diminue immensément la densité du milieu où ces petits corps se meuvent : sans quoi

ces petits corps, après l'exercice de la pompe, éprouveroient comme auparavant, une résistance proportionnelle à leurs volumes, qui les feroit tomber avec des vîtesses inégales. Donc après qu'on a pompé l'air de ce tube, il y a incomparablement moins de matiere dans ce tube. Donc l'éther carthésien, qu'on ne soutire point en pompant l'air de ce tube, ne produit rien moins qu'un plein parfait dans la nature; puisqu'il n'a pas assez de densité pour opposer une résistance sensible aux corps qui le traversent & le déplacent.

RÉSULTAT. Il s'enfuit de ces différentes expériences, que l'athmosphere qui nous environne, n'a rien moins que la densité que lui suppose gratuitement & sans preuve le carthésianisme: que cette athmosphere renferme du vuide, & une très-grande quantité de vuide; quantité qui peut être soumise au calcul, & déterminée d'après des principes fixes & certains. Car on fait que la densité de l'air est proportionnelle au poids qui le comprime (691); & que l'air est d'autant moins comprimé, que ses différentes couches s'éloignent plus de la surface de la mer (738): d'où il s'enfuit que l'air, qui est un corps déjà environ 800 fois moins dense que l'eau auprès de la surface terrestre (736), diminue en densité & augmente en vuide, à mesure que ses couches s'éloignent de plus en plus de notre globe.

Newton a trouvé par le calcul, qu'à la hauteur de 40 milles d'Angleterre, c'est-à-dire d'environ treize lieues & demie de France, l'air doit être environ mille fois plus rare & moins dense, qu'auprès de la terre: qu'à la hauteur de 80

I°. Si le grand tourbillon de matiere éthérée qui circule autour du soleil , emporte dans son courant les planetes d'occident en orient ; pourquoi mercure fait-il environ quatre révolutions , tandis que la terre n'en fait qu'une ? Pourquoi la terre fait-elle environ trente révolutions , tandis que mars n'en fait que quinze ; jupiter que deux & demie ; saturne qu'une seule ? Sans doute parce que les différentes couches de ce grand tourbillon solaire font leur révolution en d'autant moins de tems , qu'elles sont plus près du soleil.

Mais conçoit-on comment les couches inférieures peuvent faire persévérément leurs révolutions en moins de tems que les couches supérieures , sans rien perdre de leur vitesse dans le frottement qu'elles essuient continuellement contre les couches qu'elles devancent ; sans rien communiquer de leur vitesse aux couches contre lesquelles elles heurtent sans cesse ; sans que les différents petits tourbillons flexibles & élastiques , dont elles sont nécessairement composées selon tous les modernes carthésiens , se détruisent & se décomposent parmi tant d'inflexions sans cesse renaissantes , qui à chaque instant allongent & raccourcissent alternativement leurs poles & leurs équateurs ? Si tel est réellement le mécanisme de la nature , il faut avouer que l'explication qu'on en donne est elle-même le plus inconcevable de tous les mysteres de la nature ; & que le grand tout de la nature , infiniment fragile & infiniment compliqué dans les ressorts qui le meuvent , ne peut subsister & se conserver que par un perpétuel enchaînement de miracles employés à maintenir dans leur état & dans leur

jeu primitif contre toutes les loix du mouvement, le nombre infini de petits tourbillons dont est composée chaque couche du grand tourbillon solaire.

II°. Si le grand tourbillon solaire entraîne dans son courant elliptique, les planetes autour du soleil placé dans un foyer & hors du centre du tourbillon, comment ce torrent ne déplace-t-il pas le soleil? Comment ne le précipite-t-il pas ou tout à coup ou peu à peu au centre de l'ellipse, à égale distance des deux foyers & des deux abscides? Par exemple (*fig. 23*):

Quand la grande largeur TS du tourbillon solaire vient à passer dans la petite largeur SE; il est clair que ce torrent de matiere TS, porté en SE, doit accélérer son mouvement, & augmenter sa force impulsive contre le soleil S. Comment arrive-t-il que le soleil S, heurté avec d'autant plus d'effort & de violence, que le fluide contigu a plus de vitesse, se soutient en S, au lieu de se porter en O au centre de tout le tourbillon? Comment arrive-t-il que toutes les couches ST de ce grand tourbillon solaire, passent dans le petit espace SE, sans se confondre, sans déranger l'économie des infiniment petits tourbillons flexibles & élastiques dont elles sont composées; sans jamais altérer le rapport de leurs révolutions périodiques autour du soleil, lesquelles sont toujours entre elles en durée, à la distance des différentes planetes, comme les racines quarrées des cubes des distances de chaque couche concentrique (1262)? A qui persuadera-t-on qu'un mécanisme aussi compliqué, aussi ruineux, aussi inconcevable, aussi révoltant, soit l'éternel mécanisme de la simple nature?

III°. Si le grand tourbillon solaire emporte les planetes dans son courant d'occident en orient ; il est clair que les planetes doivent suivre la direction du tourbillon qui les meut & les entraîne. Comment arrive-t-il donc que les planetes, dans leurs révolutions périodiques autour du soleil, ont toutes une direction différente, dans un tourbillon dont toutes les parties semblent devoir décrire nécessairement des courbes paralleles entre elles ? Comment & pourquoi l'orbite de la terre est-elle coupée du midi au nord & du nord au midi, sous différents angles inégaux, par l'orbite de mercure, de venus, de mars, de jupiter, de sатурne (1180) ? En vain, pour rendre raison de ce phénomène, imaginera-t-on dans le grand tourbillon solaire, des directions différentes pour les différentes couches concentriques qui entraînent chaque planete principale. Car il est évident que ces directions entre-coupées des différentes couches du grand tourbillon solaire, doivent nécessairement se détruire les unes les autres dans le plein ; & qu'imaginer une telle ressource pour rendre raison d'un phénomène permanent de la nature, c'est uniquement se creuser un abyme, pour se tirer d'un autre.

IV°. Il résulte de tout cela, que les tourbillons carthésiens, quelque forme & quelque nature qu'on leur suppose, ne sont point la cause mécanique des mouvements que nous observons dans les planetes ; que ces tourbillons n'existent point dans la nature ; que ces tourbillons, s'ils existoient, ne pourroient long-tems subsister sans se détruire & se confondre ; que ces tourbillons, s'ils pouvoient exister & sub-

fister , devroient produire dans les planetes , des mouvements tout différents de ceux que nous y observons ; que ces mouvements que nous observons dans les planetes , sont totalement incompatibles avec l'existence & des tourbillons & de toute matiere qu'on voudra substituer aux tourbillons ; que ces mouvements persévérément réguliers & uniformes des planetes , sous différentes vîtesses & sous différentes directions , ne peuvent s'effectuer que dans un espace libre , que dans un espace vuide , où aucune matiere quelconque n'oppose un obstacle sensible à la marche libre & périodique de ces différents corps. C. Q. F. D.

Seconde preuve , tirée des cometes.

DÉMONSTRATION II. Il est certain que les cometes sont des globes opaques , aussi anciens que le monde , assez semblables à nos planetes (1204). Il consiste par les observations astronomiques , que ces globes-cometes , en faisant leurs révolutions périodiques autour du soleil , se meuvent dans les espaces célestes en toute sorte de sens & selon toute sorte de directions , les uns d'occident en orient , les autres d'orient en occident , ceux-là du midi au nord , ceux-ci du nord au midi. (1201.)

Mais s'il est vrai que l'impulsion du grand torrent de matiere éthérée emporte les planetes d'occident en orient autour du soleil ; n'est-il pas évident que l'impulsion de ce même torrent doit arrêter la marche des cometes qui vont d'orient en occident ; doit détourner de leur route , les cometes qui vont du nord au midi ou du midi

au nord ; doit emporter dans sa direction & avec une vitesse égale à la sienne, les comètes qui vont d'occident en orient ? Donnons quelque développement à ces conséquences.

1°. Parmi les cinquante-neuf comètes différentes, dont la marche a été observée avec plus de soin par les astronomes modernes, ne faisons ici attention qu'aux quarante-trois dont l'illustre abbé de la Caille, en 1755, a marqué la marche & donne la table dans son *Astronomie*, page 254, numero 571. Parmi ces quarante-trois comètes, dont vingt-une sont directes & vingt-deux rétrogrades ; il y en a vingt-deux qui se mouvoient contre l'ordre des signes, & par-là même contre la direction du grand tourbillon solaire qui est supposé emporter les planètes d'occident en orient selon l'ordre des signes. Si ce grand tourbillon solaire étoit réel, & non purement imaginaire, comment & par quel mécanisme ces vingt-deux comètes rétrogrades auroient-elles pu se mouvoir dans son sein contre sa direction ? Comment & par quel mécanisme, tandis que les percussions de ces tourbillons impriment un mouvement si rapide aux planètes d'occident en orient, ces mêmes percussions n'ont-elles aucun effet contre des globes de même figure & de même nature que les planètes, contre les comètes rétrogrades, auxquelles elles permettent de se mouvoir toujours librement d'orient en occident ? Que l'on conçoive un vaisseau sans rames & sans voiles, qui totalement englouti au sein d'un fleuve immense & très-rapide, se meut en pleine liberté contre la direction du fleuve, accélère régulièrement son mouvement à travers & contre la direction du

courant, à mesure & à proportion qu'il avance vers un certain terme fixe; retarde ensuite avec la même régularité & dans la même proportion son mouvement, dès qu'il a dépassé ce terme: on aura conçu le singulier phénomène mécanique qu'introduit dans la nature le carthésianisme ancien & moderne.

II°. De ces quarante-trois comètes, il y en a vingt-une qui se mouvoient selon l'ordre des signes, ainsi que les planètes, d'occident en orient; mais dans des orbites qui s'entre-coupent les unes les autres, & qui embrassent presque toute l'étendue du ciel. Car on a observé que parmi ces comètes directes, les unes déclinoient du midi au nord, & les autres du nord au midi, en coupant le zodiaque sous différents angles, depuis 2 degrés jusqu'à 88 degrés (1201). Or il est évident que cette marche des comètes directes est aussi inconciliable avec l'hypothèse du plein & des tourbillons, que la marche des comètes rétrogrades. Car tandis que le courant du grand tourbillon solaire a sa direction générale du couchant au levant parallèlement au zodiaque; comment des globes plongés dans ce tourbillon se mouvraient-ils du midi au nord ou du nord au midi, dans des directions les unes plus & les autres moins obliques à l'écliptique, au milieu d'un torrent qui doit nécessairement tout entraîner dans sa direction; & auquel il est absurde d'attribuer des directions différentes, qui se détruiraient nécessairement, si elles existoient.

Que ces comètes soient des globes de feu, d'une existence passagère, ou des globes opaques, d'une existence permanente, la chose est ici fort indifférente: il est clair que ces globes,

quelle que soit leur nature , ne peuvent avoir dans l'hypothese du plein & des tourbillons , les mouvements qu'on observe dans leur marche.

III°. Presque toutes les cometes dont on a les meilleures observations , quand elles sont venues dans ces régions du ciel où se meuvent les planetes , se sont beaucoup plus approchées du soleil , que la terre n'en est proche : elles ont presque toutes traversé les orbites de sature , de jupiter , de mars , de la terre (1201). Comment ont-elles pu se plonger & s'enfoncer successivement dans les tourbillons particuliers de ces différentes planetes , tourbillons plus ou moins opposés à leur marche , sans altérer leur mouvement , sans déranger leur direction qui reste toujours la même ? Et après avoir été englouties pendant un tems considérable au sein de ces différents tourbillons , jusqu'au voisinage même du soleil (1202) ; comment ont-elles pu s'en échapper ? Comment & par quel miracle ont-elles résisté persévéramment à la force impulsive des différents tourbillons de sature , de jupiter , de mars , de la terre ; tourbillons qui auroient dû chacun les entraîner dans leur propre direction ? Comment & par quel miracle , étant sorties victorieuses du sein de ces différents abymes , & se trouvant transportées au-dessus du tourbillon de sature , avoient-elles encore quelquefois plus de vitesse que sature & que jupiter ; quoique , selon les carthésiens eux-mêmes , les différentes couches des tourbillons aient une révolution toujours plus lente , à mesure que ces couches s'éloignent du soleil , centre commun de toutes les révolutions ? Que de contradictions & d'absurdités à dévorer dans le système

système du plein & des tourbillons ; contradictions & absurdités , qui ont été successivement reconnues & abandonnées par la plupart des plus illustres partisans de Descartes !

Il résulte évidemment de tout ce que nous venons d'observer sur les mouvements réguliers & périodiques des différentes comètes autour du soleil , centre commun de leurs révolutions ; que ces mouvements en tant de sens si différents & si opposés , ne peuvent s'effectuer que dans un espace parfaitement libre , que dans un espace totalement incapable , & d'impulsion & de résistance ; que dans un espace vuide ou comme vuide. Donc les espaces célestes , où s'effectuent en tout sens & à toute distance , les mouvements des comètes , d'orient en occident , d'occident en orient , du midi au nord , du nord au midi , sont évidemment des vuides immenses , tels que les admet Newton.

IV°. Nous démontrerons bientôt que les tourbillons carthésiens , anciens & modernes , sont tout aussi opposés aux phénomènes de la pesanteur des corps , qu'aux phénomènes du mouvement curviligne des planètes & des comètes (1436 & 1440). Donc le système , du plein & des tourbillons , enfanté par Descartes , réformé par Malebranche , long-tems soutenu & à la fin abandonné par les plus beaux génies des différentes nations , n'est qu'un brillant roman , dont tous les grands phénomènes de la nature attestent & démontrent la chimère ; qui peut flatter & séduire l'imagination , mais qui s'écroule & s'évanouit , quand on le confronte avec l'expérience , avec les observations astro-

nomiques, avec la théorie du mouvement, en un mot, avec la raison éclairée. C. Q. F. D.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1400. OBJECTION I. *L'éther carthésien*, ou la matière globuleuse & subtile qui emplit l'immenfité des cieux, n'a point de pesanteur ; puisqu'il est lui-même la cause de la pesanteur, & que la cause doit être nécessairement distinguée de l'effet : donc cet éther ne peut & ne doit opposer aucune résistance au mouvement des comètes. Je prouve la conséquence. Un globe de cire, posé sur un plan horizontal, exige une certaine quantité de force motrice, pour être mu dans la direction ou contre la direction du plan : parce que ce globe a une pesanteur, par laquelle il tend contre le plan, par laquelle il résiste à tout mouvement opposé à la direction de la pesanteur. Mais que ce même globe de cire soit plongé dans un liquide de même pesanteur spécifique que lui : alors ce globe, en équilibre avec ce liquide, se trouve sans pesanteur ; & l'expérience apprend qu'une force infiniment petite suffit pour le mouvoir en un sens quelconque dans ce liquide. Donc les corps ne résistent au mouvement que par leur pesanteur : donc l'éther carthésien, qui est supposé n'avoir point de pesanteur, ne peut opposer aucune résistance au mouvement des comètes.

RÉPONSE. Il seroit difficile de réunir plus de paradoxes, plus de choses fausses, antipatiques, inconséquentes, en moins de mots. Examinons en détail les différentes parties de l'objection.

I°. Nous ferons voir ailleurs que l'éther carthésien n'est point la cause de la pesanteur (1436) : que toute matiere solide ou liquide ou fluide , a une pesanteur inhérente à sa nature (1440) ; pesanteur qui est toujours le produit de sa masse divisé par le quarré de sa distance au centre où elle tend & où elle est attirée : que cette pesanteur inhérente à tout corps , à toute matiere quelconque , est l'effet d'une loi générale de la nature , en vertu de laquelle tous les corps ont une tendance générale les uns vers les autres ; tendance toujours proportionnelle à la masse du corps attirant , divisée par le quarré de la distance du corps attiré (1418).

II°. Quand même l'éther carthésien seroit sans pesanteur , il ne s'ensuivroit pas qu'il fût sans résistance. Car il y a dans les corps une force d'inertie , une résistance au mouvement , indépendante de leur pesanteur. Je le démontre Soient deux globes d'un demi-pied de diametre , l'un de plomb & l'autre de carton , l'un très-pesant & l'autre très-léger. Si livrant successivement ces deux globes à leur gravité , & les laissant tomber perpendiculairement à l'horison , je les frappe l'un & l'autre d'un grand coup de marteau pendant cette chute verticale ; j'éprouve une résistance qui évidemment ne peut venir de leur pesanteur ; puisque la pesanteur , loin de m'opposer une résistance , soustrait au contraire le globe frappé , au coup que je lui porte : donc ce globe a une résistance indépendante de sa pesanteur.

En vain diroit-on que la résistance que j'éprouve , a pour cause la pesanteur de l'air dans lequel se meut le globe frappé. Car si l'air étoit

la cause unique de la résistance que j'éprouve, le globe de carton & le globe de plomb, déplaçant une égale colonne d'air, m'opposeroient une égale résistance : ce qui est évidemment contraire à l'expérience, qui m'apprend que le globe de plomb résiste plus que le globe de carton. Donc les corps ont une résistance indépendante de leur pesanteur, une résistance inhérente à leur nature, une résistance proportionnelle à leur densité, une résistance née de leur force d'inertie (286). Donc, quand même l'éther carthésien seroit sans pesanteur, comme on le suppose gratuitement, il ne s'ensuivroit pas que cet éther fût sans résistance.

III°. L'expérience du globe de cire est-elle décisive ? Ce globe, plongé dans un liquide d'égale pesanteur, est-il réellement sans pesanteur ? Non : car sa pesanteur est actuellement employée à soutenir à une certaine élévation, un volume du liquide égal au volume du globe. La pesanteur du globe & la pesanteur du liquide qu'il déplace, se détruisent dans leurs effets égaux & opposés, mais non dans leur nature toujours réciproquement en action contre la force opposée. Cette pesanteur du globe plongé dans le liquide, agit sans cesse : donc elle subsiste ; donc elle n'est point détruite.

IV°. Mais supposons encore, si l'on veut, ce globe sans pesanteur dans son liquide ; & avec une ficelle, tirons-le très-rapidement dans une direction horizontale ou verticale au sein du liquide : on éprouvera une résistance qui croîtra comme le carré de la vitesse, quoique la pesanteur du liquide n'oppose aucune résistance au mouvement horizontal ou vertical de ce globe

en équilibre avec le liquide. Donc il y a dans les corps une résistance indépendante de la pesanteur : donc , quand même l'éther carthésien seroit sans pesanteur , supposition qui ne peut quadrer avec les loix établies par le Créateur dans l'ordre présent de la nature , cet éther n'en seroit pas moins propre à opposer une immense résistance aux globes célestes qui se meuvent dans son sein dans un sens plus ou moins opposé à sa direction.

V^o. Il est clair qu'il ne peut pas y avoir une percussion réelle & proprement dite entre deux corps , sans une *résistance réciproque* , entre le corps frappé & le corps frappant. Car le corps frappé a une résistance au mouvement , qui ne peut être vaincue que par une résistance supérieure & opposée dans le corps qui tend à le déplacer. Comment le corps frappant déplacera-t-il le corps frappé , si ce corps frappant ne résiste pas efficacement à l'action & à la résistance que lui oppose le corps frappé ? Donc si l'éther carthésien entraîne les planetes par son impulsion , comme le prétendent Descartes & ses disciples ; il faut nécessairement que cet éther ait une résistance opposée à la force d'inertie des planetes , & supérieure à cette force d'inertie. Donc si l'éther carthésien est la cause mécanique dont l'action toujours subsistante meut les planetes dans sa direction ; cette même action plus ou moins grande , plus ou moins efficace , doit évidemment produire un semblable effet sur les cometes.

Les cometes sont la vraie *pierre-de-touche* du système carthésien. Car , ou les tourbillons sont la cause physique des mouvements célestes , &

alors leur influence mécanique doit être la même, & pour les planetes, & pour les cometes; ou ces tourbillons sont sans action contre les cometes, & alors ils doivent être également sans action contre les planetes. Si les tourbillons sont sans action, ils sont parfaitement inutiles dans la nature: s'ils ont une action, elle est opposée aux phénomènes de la nature; elle doit en mille & mille manieres se troubler, se confondre, s'altérer, se détruire. Donc les tourbillons ne sont qu'une vaine & brillante chimere: donc la vraie cause physique des mouvements célestes, n'est point l'impulsion des tourbillons.

1401. OBJECTION II. Est-il donc impossible de concilier le phénomène des cometes, avec l'hypothese des tourbillons? Est-il d'abord bien décidé que les cometes soient réellement des globes d'une durée permanente, soumis à des révolutions périodiques autour du soleil, assez semblables, pour leur origine & pour leur nature, à nos planetes? Est-il bien décidé ensuite que ces cometes, si ce sont des globes errants autour du soleil, aient eu réellement un mouvement rétrograde; & leur mouvement rétrograde ne seroit-il point semblable aux rétrogradations des planetes, qui ne sont qu'apparentes (1317)? Est-il bien décidé encore que ces cometes, directes ou rétrogrades, n'aient pas fait leur révolution au-dessus & au-delà des limites du tourbillon solaire? Est-il bien décidé enfin que les cometes directes ou rétrogrades, ne puissent pas avoir leur tourbillon particulier, au sein de tous les différents tourbillons des planetes & au travers de tout le grand tourbillon solaire? Ne voit-on pas souvent dans un même

fleuve, des courants particuliers qui n'ont point la direction générale du fleuve, qui même ont quelquefois une direction toute opposée? Pourquoi donc regarder avec les Newton, avec les Halley, avec les de Maupertuis, avec les de la Caille & les de Lalande, avec presque tous les physiciens & astronomes modernes, comme décisive contre l'hypothese des tourbillons, la théorie des cometes, que quelques physiciens modernes se sont efforcés de concilier avec l'hypothese carthésienne dans plus d'un ouvrage connu du public?

RÉPONSE. La théorie des cometes n'est pas le seul phénomène qui détruise l'hypothese des tourbillons & du plein; hypothese qui s'écroule de toute part sur elle-même; hypothese qui fait de la nature, la machine la plus compliquée & la plus ruineuse qu'il soit possible de concevoir; hypothese qui ne peut se concilier ni avec les mouvements que nous observons autour de nous, ni avec les mouvements que nous observons dans les différentes planetes, que nous voyons constamment faire leurs révolutions avec nous autour du soleil. Mais comme la théorie des cometes est la preuve la plus triomphante & la plus démonstrative contre l'hypothese des tourbillons, examinons séparément les vains subterfuges par lesquels on cherche à l'é luder.

I°. Est-on fondé à former des doutes sur l'existence & sur la nature de ces globes cometes, depuis qu'on a calculé leur marche & prédit leur retour dans les mêmes régions du ciel; & que l'événement a justifié le calcul & vérifié la prédiction (1205)? Il est aujourd'hui

aussi certain & aussi démontré que les comètes sont des globes opaques & permanents, errants dans des courbes rentrantes sur elles-mêmes autour du soleil; qu'il est certain & démontré que saturne, jupiter, mars, vénus, mercure, sont des globes opaques & permanents, soumis à des révolutions périodiques autour de cet astre.

II°. Est-il permis d'attribuer à une pure illusion optique, le mouvement rétrograde de plusieurs de ces comètes, depuis que tous les astronomes, qui ne méconnoissent certainement pas les rétrogradations apparentes des planètes, s'accordent unanimement à reconnoître que la moitié des planètes observées avec le plus grand soin, avoit un mouvement réel & très-rapide contre l'ordre des signes, indépendamment & déduction faite de tout ce qu'il pouvoit y avoir d'illusion optique dans ces mouvements? Il est aussi certain que telles & telles comètes se mouvoient réellement d'orient en occident, qu'il est certain que toutes les planètes se meuvent réellement d'occident en orient. On peut dire la même chose de l'inclinaison de leurs orbites sur l'écliptique: les mêmes règles astronomiques qui servent à mesurer & à déterminer l'inclinaison des orbites des planètes, servent également à mesurer & à déterminer l'inclinaison des orbites des comètes.

III°. Il est certain & démontré que du moins quelques-unes des comètes, pendant le tems de leur apparition, se sont trouvées dans la région des planètes, & plus près du soleil que plusieurs des planètes: ce que l'on a pu constater ou par le moyen de leur parallaxe; ou par des observations correspondantes, faites en un même tems en différents lieux (*fig. 45*). Leur orbite n'étoit

donc pas placée dans sa totalité, au-dessus & au-delà du tourbillon solaire qui est supposé entraîner les planetes. On ne peut donc pas supposer, pour sauver l'hypothese des tourbillons, que toutes les cometes fassent leur révolution périodique dans un tourbillon supérieur au tourbillon solaire & mu dans une direction différente de celle du tourbillon solaire.

IV°. Comme il est certain que plusieurs des cometes observées dans ces derniers siècles, pendant le tems de leur apparition, ont dû se faire jour à travers les tourbillons de saturne, de jupiter, de mars, de la terre (1201); nous pensons que toutes les explications physiques qu'on peut donner sur cet objet, doivent se réduire à peu près à celle qui suppose des courants particuliers destinés à voiturer ces cometes au travers du grand tourbillon solaire & des tourbillons subalternes dont il est composé.

Mais ces courants particuliers, qu'on suppose aux cometes, ne sont-ils pas évidemment fabuleux, évidemment chimériques? Comment concevoir, dans un torrent immense qui va elliptiquement d'occident en orient, un torrent particulier qui aille d'orient en occident, un autre torrent particulier qui aille du midi au nord, un autre torrent particulier qui aille du nord au midi, cinquante ou soixante, & peut-être mille autres torrents particuliers qui s'entre-coupent en toute sorte de sens entre ces quatre directions générales?

Quand on apperçoit des courants particuliers dans une rivière ou dans un lac, on observe aussi que ces petits courants doivent leur existence à quelque cause physique qui communément se

montre ; que leur cours ne s'étend jamais à une bien grande distance ; que leur mouvement, toujours décroissant à mesure qu'il s'éloigne de son origine, s'altère sans cesse & finit bientôt totalement. Il est clair que tout cela n'a rien de commun avec les courants immenses, permanents, inaltérables, que l'on suppose aux comètes au travers du grand tourbillon solaire.

Les courants maritimes ne different de ceux des lacs & des rivières, que du plus au moins : ils ont peu d'étendue ; leur mouvement s'affoiblit & se détruit en se communiquant ; ils ont une cause physique qui leur donne naissance ; ils cessent d'exister, dès que cette cause cesse de les produire. Pour que les courants maritimes pussent fonder les courants qu'on imagine en faveur des comètes ; il faudroit que ces courants maritimes fissent leur révolution constante & périodique au sein des mers, d'orient en occident, du midi au nord, dans toutes sortes de directions, sans détruire & sans altérer leur mouvement ; mouvement alternativement accéléré & retardé, mais toujours semblable à lui-même, & n'ayant d'autre cause & d'autre principe de son existence ou de sa permanence, que lui-même.

V^o. Quelle rêverie, quelle chimere, quelle absurdité n'a pas eu quelques partisans ? Il est évident qu'il n'y auroit rien de certain chez les hommes, si la certitude étoit fondée, non sur l'évidence intrinsèque ou extrinsèque des choses, mais sur l'unanimité des jugements humains (1205). Nous avons lu & médité les principaux ouvrages qui ont tenté de concilier la théorie des comètes avec l'hypothèse des tourbillons ; & après un examen sans prévention & sans par-

tialité, il nous a paru que ces ouvrages, plus ou moins ingénieux, ne renferment que des suppositions arbitraires & discordantes, toutes inconciliables avec les loix & avec les phénomènes de la nature, toutes incapables de remplir leur objet, de persuader un lecteur judicieux, de rendre probable ou soutenable le ruineux système des tourbillons.

Les plus célèbres partisans de l'opinion surannée qui faisoit consister les comètes dans des globes ignés d'une existence passagère, conviennent aujourd'hui que les comètes ont des *retours périodiques* qu'on peut prévoir & prédire, comme on prédit les éclipses. Mais ils prétendent que ces comètes, loin d'être des globes opaques assez semblables à nos planètes (1204), ne sont que des *feux électriques*, occasionnés par la pression & par le frottement des différents tourbillons entre eux : que le tourbillon de vénus & de la terre, par exemple, quand ces deux planètes se trouvent à la fois périhélies, dans leur plus grande vitesse & dans leur canal le plus étroit, doivent s'électrifier plus fortement, & produire des feux électriques plus ou moins volumineux, plus ou moins durables, qui, voiturés par des courants directs ou rétrogrades, feront des comètes rétrogrades ou directes. Quelle rêverie ! Nous croirions manquer à nos lecteurs, si nous nous arrêtions ici à la réfuter sérieusement. On cite, pour l'appuyer, des observations plus que suspectes, qui attestent qu'on a vu une planète se diviser en deux parties ; jeter un grand feu très-lumineux ; & s'évanouir sans retour en un instant. Mais si cette observation est réelle, il est plus que vraisemblable que l'observateur, dans un

tems où régnoit encore l'opinion d'Aristote, & où l'on donnoit très-peu d'attention aux comètes, aura pris pour une comète quelqu'un de nos météores ignés, quelqu'un de nos globes de feu (1100): car les vraies comètes ne sont pas plus sujettes à se diviser & à se détruire, que nos planètes elles-mêmes.

1402. OBJECTION III. Les espaces célestes sont remplis d'une immense quantité de matière lumineuse: car en quelque point du ciel qu'on suppose un œil placé, cet œil en recevra une impression sensible qui lui tracera l'image du soleil. Or cette immense quantité de matière lumineuse, qui existe évidemment dans les espaces célestes, n'est autre chose que l'éther carthésien: donc l'éther carthésien existe.

RÉPONSE. La lumière répandue dans les espaces célestes, n'a rien de commun avec le plein de Descartes, n'a rien d'opposé aux vuides immenses de Newton, n'a rien d'incompatible avec la liberté & la régularité des mouvements célestes: comme il est facile de le démontrer & de le faire sentir.

1°. Cette lumière n'a rien de commun avec les tourbillons de Descartes. Car les tourbillons de Descartes se meuvent dans une direction commune, à peu près parallèle à une surface de sphère: au lieu que cette lumière se meut en ligne droite, en tout sens, dans une direction parallèle aux rayons d'une sphère dont le soleil est le centre. Les tourbillons de Descartes conservent toujours & par-tout la même densité: au lieu que cette lumière décroît en densité, comme le carré de la distance au point lumineux augmente. (898.)

II°. Cette lumiere n'a rien d'incompatible avec les grands vuides de Newton. Car quoique dans l'immensité des cieux on ne puisse assigner aucun espace, où un œil placé ne reçoive un nombre de rayons capable de lui tracer l'image plus ou moins grande, plus ou moins sensible du soleil & des différentes étoiles; il ne s'ensuit pas delà qu'il y ait une bien grande quantité de matiere dans les espaces célestes. Pour concevoir comment ces infiniment petits jets de lumiere, qui se croisent & s'entre-couper en mille & mille sens dans chaque point sensible des espaces célestes, ne détruisent point les vuides immenses de Newton; il faut se rappeler ici ce qui a été dit ailleurs, & sur la division, & sur la divisibilité de la matiere. En parlant de cette division & de cette divisibilité de la matiere, nous avons fait voir par une foule d'expériences, que la matiere est divisée au-delà de tout ce que notre imagination peut concevoir: nous avons fait voir par le raisonnement, que la divisibilité de la matiere n'a point de bornes assignables; & qu'une portion quelconque de matiere, par exemple un grain de sable ou une aile de mouche, divisée & subdivisée à volonté en molécules toujours plus petites, peut être distribuée dans un espace d'une grandeur quelconque, dans tout l'espace qui sépare le soleil & les étoiles; en telle sorte que les vuides qui resteront dans cet espace, entre une molécule & la molécule voisine, soient moindres chacun qu'un millionieme, qu'un cent millionieme de ligne. (61.)

Que l'on suppose la matiere lumineuse ainsi divisée, ainsi atténuée, comme elle l'est en effet

(41); & l'on concevra fans peine comment elle peut être répandue dans tous les points sensibles de l'immenfité des cieux, fans nuire aux grands vuides de Newton : puisqu'une quantité de matiere lumineuse, égale en masse à un grain de sable ou à une aile de mouche, peut être divisée en des portions & en des molécules si petites, qu'on en pourra supposer plusieurs dans chaque point sensible de l'immenfité des cieux, fans que la somme de toutes ces parties réunies ou dispersées cesse d'être une quantité égale à un grain de sable ou à une aile de mouche; quantité évidemment nulle en comparaison de l'immenfité de l'espace qui reste vuide de toute part autour de ce nombre comme infini de molécules répandues par-tout dans son sein.

III°. Cette lumiere n'a rien d'incompatible avec la liberté & avec la régularité des mouvements célestes. Car en premier lieu, la masse ou la quantité de cette lumiere infiniment divisée & atténuée, est comme nulle à chaque instant, en comparaison de la masse des globes célestes qu'elle heurte : elle ne peut donc leur opposer à chaque instant qu'un obstacle infiniment petit & insensible. En second lieu, comme cette lumiere est une irradiation permanente, elle est toujours dardée du sein du corps lumineux, dans la direction d'une infinité de rayons divergents d'une même sphere : donc si à la longue elle est capable d'exercer quelque action sensible contre une planete qui fait sa révolution & sur son axe & autour du point rayonnant ; cette action de la lumiere favorise le mouvement quelconque de la planete pendant un tems, précisément autant qu'elle lui nuit dans un autre ; & la somme

de mouvement resté parfaitement la même dans la planète, qui se meut au sein de cette lumière immensément raréfiée, comme elle se mouvroit dans un vuide parfait. Par exemple (*fig. 10*):

Soit la terre en P sous la balance. Si l'impulsion du cône lumineux DSFP, étoit capable de pousser la terre vers la balance C; l'impulsion d'un autre cône lumineux DSFR, éloigneroit la terre de la balance, quand la terre seroit placée à l'opposite en R sous le bélier. De même, si l'action de la lumière solaire étoit capable de nuire au mouvement de rotation de la terre P dans la partie occidentale de l'hémisphère éclairé; cette même action de la lumière favoriseroit le mouvement de rotation de la terre dans la partie orientale de l'hémisphère éclairé. La régularité & l'uniformité des mouvements des planètes & des comètes, ne peuvent donc en aucune façon imaginable, être altérés par l'infiniment petite quantité de matière lumineuse qui se meut en tout sens en ligne droite à travers les espaces immenses où les planètes & les comètes font leurs révolutions périodiques, & autour de leurs axes, & autour du soleil: puisque cette lumière ne peut altérer ni leur force projectile ni leur force centrale, d'où dépendent uniquement ces mouvements. (1285.)

1403. OBJECTION IV. Quelle richesse, quelle abondance, quelle grandeur dans les ouvrages du Créateur, dans l'hypothèse du plein! Quelle pénurie, quelle petitesse dans ces mêmes ouvrages, dans l'hypothèse des grands vuides! Selon Descartes, Dieu a créé un monde immense, un monde plein, un monde où tout est être. Selon Newton, Dieu n'a créé dans l'espace éternel

& infini comme lui (*Mét.* 127), que quelques petits points solides, séparés par des vuides immenses; qu'un monde à peine comparable à un squelette décharné; qu'un ouvrage où l'être est infiniment petit, & le néant infiniment grand.

RÉPONSE. L'ouvrage du Créateur est assez grand & assez magnifique par lui-même, pour n'avoir pas besoin d'une fabuleuse boursofflure qui l'enrichisse & qui l'agrandisse. Dans l'espace éternel & infini, où rien n'existoit que Dieu, la voix féconde du Tout-Puissant fit sortir du néant un nombre immense de globes opaques ou lumineux, de différente nature & de différente grandeur. Il commanda aux *globes lumineux*, de rouler sur leur axe & sur eux-mêmes; de fermenter dans toute leur substance; & de darder incessamment de leur sein en rayons divergents, dans l'espace vuide & incréé, une matière infiniment subtile, animée d'une inconcevable vitesse que rien ne détruit. Il commanda aux *globes opaques*, de rouler sur leur axe & sur eux-mêmes; de rouler encore en différents sens autour d'un globe lumineux, en vertu d'un mouvement projectile & d'un mouvement centripète qu'il leur imprima (1283), & que rien ne détruit dans l'espace vuide & incréé. Tel est dans sa généralité, l'ouvrage du Créateur; ouvrage infiniment simple, infiniment grand, infiniment digne & de la sagesse & de la puissance de son auteur.

La brillante & féconde imagination de Descartes osa entreprendre de remplir les vuides de cette admirable machine; osa lui prêter une infinité de chimériques ressorts, dont elle n'a pas besoin, qui l'embarrassent, qui ne peuvent
que

que la ruiner & la détruire. Le sublime génie de Newton a fait main-basse sur tous ces reffors postiches, sur tout cet échafaudage étranger à la nature; & a réduit l'Ouvrage du Créateur à n'être dans nos idées, que ce qu'il est en lui-même. Tel est l'honorable reproche qu'on ose faire à Newton, dans un ouvrage qui eût rétabli le regne des tourbillons, si le génie pouvoit réaliser la fable.

ARTICLE SECON D.

THÉORIE DE L'ATTRACTION.

L'ATTRACTION *réci-proque* ou mutuelle des corps dans le vuide, tel est le fondement de toute la sublime & profonde théorie de Newton sur le mouvement des différents globes qui composent l'univers. Dans l'attraction, nous examinerons son existence, ses loix, son influence: trois objets dont l'exposition & le développement va terminer cet ouvrage.

PARAGRAPHE PREMIER.

EXISTENCE DE L'ATTRACTION.

1404. DÉFINITION. *L'attraction* est une tendance permanente des corps les uns vers les autres; un mouvement par lequel ils tendent sans cesse à s'approcher les uns des autres: quelle que soit la cause de cette tendance ou de ce mouvement.

En vertu de cette *attraction mutuelle* des corps, attraction qu'on nomme aussi gravitation ou pesanteur, la lune tend sans cesse à s'approcher de la terre; & si rien ne s'opposoit à cette attraction ou à cette tendance de la lune vers la terre, la lune se précipiteroit avec un mouvement accéléré vers la terre, par une ligne droite menée du centre de la lune au centre de la terre.

En vertu de cette attraction mutuelle des corps, la terre tend aussi sans cesse vers la lune; & si rien ne s'opposoit à cette attraction ou à cette tendance de la terre vers la lune, la terre se porteroit sans cesse avec un mouvement accéléré vers la lune, par une ligne droite menée du centre de la terre au centre de la lune.

Il y a une semblable attraction entre la terre & le soleil, entre le soleil & la terre. Si rien ne s'opposoit à l'attraction mutuelle de ces deux globes, ils tendroient réciproquement l'un vers l'autre, par une ligne droite menée du centre du soleil au centre de la terre. On peut dire la même chose de l'attraction réciproque entre la terre & mars, entre mars & la terre; & ainsi de tous les autres corps.

1405. DIVISION. L'attraction d'un corps à l'égard de l'autre, par exemple, de la terre à l'égard de la lune, est à la fois & active & passive.

I°. On nomme *attraction active* d'un corps, l'action qu'il exerce contre le corps attiré, le mouvement qu'il imprime vers soi au corps attiré. Par exemple, la terre a une vertu attractive à l'égard de la lune, en vertu de laquelle la terre fait naître dans la lune une tendance vers la terre. Cette action de la terre sur la

lune, ce mouvement imprimé à la lune par l'action de la terre, est l'attraction active de la terre à l'égard de la lune.

II°. On nomme *attraction passive* d'un corps, l'action qu'il essuie de la part du corps attractif, le mouvement qui tend à l'emporter vers le corps qui l'attire. Par exemple, la terre, en attirant la lune vers soi, est en même tems attirée par la lune vers le centre de la lune. Cette tendance de la terre vers la lune, ce mouvement vers la lune imprimé à la terre par l'action attractive de la lune, est l'attraction passive de la terre à l'égard de la lune.

On conçoit par là que la lune a aussi & son attraction active, par laquelle elle attire la terre; & son attraction passive, par laquelle elle est attirée vers la terre. On peut dire la même chose de deux autres corps quelconques, dont on compare entr'elles les attractions mutuelles & réciproques.

Nature & cause de l'attraction.

1406. OBSERVATION. L'unique chose qui révolte communément dans l'attraction, c'est la fautive idée qu'on se forme & de sa nature & de sa cause: éclaircissions ce double objet; & l'attraction n'aura plus rien qui puisse prévenir contre elle; qui puisse empêcher un amateur de la physique, d'examiner & d'apprécier paisiblement les preuves qui la fondent & qui l'établissent.

I°. Il ne faut point se figurer l'attraction active des corps, comme une qualité intrinsèque à leur nature, comme une vertu active & effi-

cace de la matiere, comme une influence occulte des corps eux-mêmes, comme une force ou une action indépendante de l'action libre & permanente du Créateur. Envisager ainsi l'attraction des corps, ce seroit rendre à la physique la *chimere des qualités occultes*, dont l'a heureusement purgé la raison dans ces derniers siècles.

II°. Quelque parti qu'on prenne sur la cause occasionnelle de la gravitation des corps, soit qu'on l'attribue à l'impulsion avec Descartes, soit qu'on la fasse naître de l'attraction avec Newton; il est certain que le mouvement de gravitation a pour *cause efficiente*, non l'action même de la matiere, non l'action de quelque qualité créée inhérente à la matiere, mais l'action efficace & permanente du Créateur, unique cause efficiente de tout mouvement dans la nature (76). Descartes & Newton n'ont aucun différend sur cet objet: ils conviennent l'un & l'autre, & tous leurs sectateurs conviennent de concert avec eux de part & d'autre, que la gravitation des corps, ainsi que tout autre mouvement de la nature, a pour cause efficiente l'action permanente du Créateur: mais ils ne s'accordent pas de même sur la cause occasionnelle de ce mouvement de gravitation.

Descartes prétend que la gravitation des corps a pour cause occasionnelle, *l'impulsion d'une matiere*; ou que le Créateur n'imprime aux corps ce mouvement qui les fait tendre les uns vers les autres, qu'à l'occasion du contact, du choc, de l'impulsion d'une matiere élançée contre ces corps. Newton prétend au contraire, que la gravitation des corps a pour cause occasionnelle, non l'impulsion d'aucune matiere quelconque;

mais *la simple co-existence de ces corps* ; ou que le Créateur imprime à tous les corps co-existants, soit dans le vuide, soit hors du vuide, un mouvement qui les fait tendre les uns vers les autres, selon certaines loix, sans qu'aucun contact, qu'aucun choc, qu'aucune impulsion lui en fournisse l'occasion.

III°. Quelle est donc, dans le systême newtonien, la cause occasionnelle qui engage le Créateur à imprimer & à conserver persévéramment aux corps, ce mouvement qui les fait tendre les uns vers les autres, & que nous nommons indifféremment attraction, pesanteur, gravitation ? La cause occasionnelle de ce mouvement de gravitation, est une *loi primitive de la nature*, ou une volonté efficace & permanente du Créateur, lequel a voulu & décerné que tous les corps co-existans autour du soleil, eussent une tendance réciproque & permanente les uns vers les autres. La simple co-existence de ces corps, sans le secours d'aucune impulsion reçue dans ces corps, suffit au Créateur pour l'engager, conformément à la loi par lui établie, à produire persévéramment dans ces corps, le mouvement qui les porte sans cesse les uns vers les autres. Telle est, selon Newton, la cause occasionnelle de l'attraction mutuelle des corps dans la nature.

PROPOSITION FONDAMENTALE.

1407. *L'attraction existe : l'attraction est une loi générale de la nature.*

DÉMONSTRATION. I°. L'attraction, ou la pesanteur ou la gravitation, n'est autre chose

qu'une *tendance permanente* des corps les uns vers les autres, vers certains centres communs : or une telle tendance existe évidemment dans les planetes & dans les cometes à l'égard du soleil, dans les satellites à l'égard de leur planete principale : donc l'attraction existe évidemment & se manifeste également dans ces différents corps.

II°. Cette *tendance permanente* des globes célestes vers le centre de leur mouvement, n'a point pour cause l'impulsion d'une matiere qui les heurte & qui les presse vers ce centre de leur mouvement ; puisque ces corps se meuvent incontestablement dans des espaces vuides (1399) ; dans des espaces où il n'y a aucune matiere propre à leur imprimer une impulsion sensible & efficace ; dans des espaces où la seule matiere qui puisse les heurter, la matiere lumineuse, tendroit plutôt à les éloigner du centre vers lequel ils gravitent, du centre du soleil. Donc il y a dans ces corps une *attraction indépendante de l'impulsion*, une attraction qui n'a pour cause occasionnelle que leur co-existence & la loi primitive du Créateur, une attraction telle que l'admet Newton.

III°. L'ensemble de ces différents corps, des planetes & des cometes, forme toute la nature soumise à nos observations en ce genre : donc toute la nature soumise à nos observations, est assujettie à l'attraction. Donc, par un jugement d'analogie, on doit présumer le même regne de l'attraction, dans la partie de la nature qui échappe à nos observations ; par exemple, dans les cometes encore inconnues, à l'égard de notre soleil ; dans les planetes & dans les cometes qui vraisemblablement font leurs révolutions au-

tour des différentes étoiles. Donc l'attraction est une loi générale de la nature. C. Q. F. D.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1408. OBJECTION I. L'attraction, sous quelques belles couleurs qu'on la montre, n'est au fond qu'une qualité occulte, qu'un principe douteux, qu'un être obscur & inconcevable, qu'une cause abstraite & sans aucune influence physique. Un système de physique qui a pour base l'attraction, est donc un système très-peu philosophique.

RÉPONSE. I°. Nous avons déjà observé, & il est facile de faire sentir que l'attraction n'a rien de commun avec les *qualités occultes* du péripatétisme, qualités qu'on ne peut ni concevoir, ni définir : puisque l'attraction se conçoit & se définit très-lumineusement. L'attraction est un mouvement imprimé par le Créateur à deux corps l'un vers l'autre : l'occasion de ce mouvement est la co-existence de ces deux corps : l'effet de ce mouvement est de rapprocher sans cesse ces deux corps l'un de l'autre, ou de s'opposer à quelque mouvement qui tendroit à les éloigner l'un de l'autre. Quelle obscurité peut-on trouver & dans ces idées & dans l'objet de ces idées ? Il est donc absurde de reprocher un vice d'obscurité, à un principe où tout est lumière.

II°. Un principe qui s'annonce persévérément par ses effets dans toute la nature exposée à nos observations, n'est point un principe dont l'existence puisse être révoquée en doute : or telle est évidemment l'attraction générale des corps. Nous voyons les corps célestes, les planetes &

les comètes, tendre perfévéramment vers le centre de leur mouvement : nous voyons les corps terrestres tendre toujours & par-tout vers le centre de la terre. Ces effets annoncent évidemment l'existence d'une cause : nous avons démontré que cette cause n'est point l'impulsion : d'où il résulte que cette cause ne peut être que l'attraction. L'attraction n'est donc point un principe équivoque & douteux.

De la nature & des loix de l'attraction découle l'explication de presque tous les grands phénomènes de la nature : l'explication de ces mêmes phénomènes ne peut découler de l'impulsion : quel préjugé, ou plutôt quelle démonstration en faveur de l'attraction, telle que nous l'avons déjà montrée, & telle que nous la montrerons dans la suite de cet ouvrage ! Peut-on, sans une prévention plus qu'aveugle, ne pas voir l'existence de l'attraction, dans la simple convenance de l'attraction avec le mécanisme général de l'univers ? En découvrant le principe de l'attraction, Newton a fourni à la physique un fil secourable, qui la conduit avec toute la certitude & toute la précision possibles, dans le dédale de la nature ; un flambeau lumineux, qui éclaire sa marche, qui lui dévoile avec la plus parfaite exactitude les phénomènes avant l'observation ; une règle sûre & infallible, qui soumet toute la théorie du ciel à la rigueur du calcul le plus précis, en telle sorte que les observations les plus soigneuses & les plus exactes ne donnent pas des résultats plus justes & plus conformes aux phénomènes. Si malgré tout cela l'attraction peut encore être regardée comme un principe équivoque & douteux, quel principe pourra

être regardé comme certain dans la physique ?

III°. Que veut-on dire, quand on reproche à l'attraction d'être une cause abstraite ? L'attraction, ainsi que la vitesse, ainsi que l'étendue, ainsi que l'impulsion, ainsi que toute autre cause physique, peut être envisagée dans un état d'abstraction : s'enfuit-il delà que l'attraction ne soit qu'un être imaginaire ? Non sans doute : sans quoi il s'ensuivroit également delà, que la vitesse, que l'étendue, que l'impulsion, que toutes les causes physiques, ne sont que des êtres imaginaires ; ce qui est une absurdité manifeste.

IV°. S'entend-on beaucoup mieux, quand on accuse l'attraction de n'être pas une cause mécanique, un principe d'une influence physique ? Je dis que l'attraction est une cause aussi mécanique, un principe aussi physique, que l'impulsion. Car en quoi consiste le *mécanisme de l'impulsion*, selon Descartes, selon Malebranche, selon Privat de Moliere, selon tous les carthésiens anciens & modernes ? En ce que, à l'occasion du choc entre deux corps, Dieu produit dans le corps choqué, une quantité de mouvement égale à celle que perd le corps choquant. En quoi consiste le *mécanisme de l'attraction*, selon Newton & selon presque tous ses sectateurs ? En ce que, à l'occasion de la co-existence de deux corps, Dieu produit dans eux une certaine quantité de mouvement qui les fait tendre l'un vers l'autre. Comme le choc n'est point la cause efficiente, mais simplement la cause occasionnelle, du mouvement produit dans l'impulsion ; de même la co-existence n'est point la cause efficiente, mais simplement la cause occasionnelle, du mouvement produit dans l'attrac-

tion. D'où il résulte, ou que l'impulsion n'est point une cause physique & mécanique; ou que l'attraction est une cause tout aussi physique & tout aussi mécanique.

V°. Il est facile d'adapter les mêmes réponses à de semblables objections qu'on pourroit faire contre les affinités chymiques ou l'attraction spéciale des corps; attraction dont la nature est susceptible d'une définition très-lumineuse; attraction dont l'existence se fait sentir dans mille & mille phénomènes (93); attraction dont le mécanisme consiste en dernière analyse, dans une tendance réciproque entre certains corps, occasionnée par la contiguité plus ou moins parfaite de ces corps, & produite par l'action du Créateur, seule cause efficiente de tout mouvement, seul exécuteur de toutes les loix par lui établies dans la nature.

1409. OBJECTION II. Quelle différence sensible entre le mécanisme qui se montre dans l'impulsion, & le prétendu mécanisme qu'on imagine dans l'attraction! Le premier est un mécanisme fondé sur la nature du mouvement, qui tend à subsister toujours en même somme; sur la nature de la matière, qui étant mobile & impénétrable, doit se mouvoir & se déplacer, pour ne pas détruire le mouvement du corps frappant; sur la nature de la plupart des corps, qui étant destinés à se former & à se détruire par l'acquisition & par la déperdition continue d'une foule de différentes substances, exigeoient une impulsion entre ces substances différentes. Le second au contraire est un mécanisme qui n'est fondé ni sur la nature du mouvement, ni sur la nature de la matière, ni sur la

nature des corps ; un mécanisme obscur & ténébreux , qui ne porte que sur une volonté arbitraire du Créateur , & où tout se réduit à dire très-peu philosophiquement , que les corps s'attirent parce qu'il a plu à l'Auteur de la nature qu'ils s'attirassent ainsi.

RÉPONSE. Dès-lors que l'on convient de part & d'autre , comme en conviennent les carthésiens & les newtoniens , que le mouvement n'est point l'absurde effet d'une qualité occulte de la matière ; que *tout mouvement a pour cause efficiente l'action du Créateur* , seul auteur & moteur & conservateur de la nature ; comment peut-on trouver un mécanisme si différent entre l'impulsion & l'attraction ? La cause efficiente du mouvement d'impulsion & du mouvement d'attraction , est la même. La cause déterminatrice de ce double mouvement , est la volonté primitive & toujours subsistante du Créateur , qui a librement établi la loi d'impulsion & la loi d'attraction ; la première à l'occasion du choc des corps ; la seconde à l'occasion de la co-existence des mêmes corps. Où est donc la différence frappante de mécanisme entre l'impulsion & l'attraction ! Il faut avouer , ou qu'il n'y a point de mécanisme dans l'impulsion ; ou qu'un semblable mécanisme existe dans l'attraction.

I°. Le *mouvement d'impulsion* , ne doit rien essentiellement , ni à sa nature , ni à la nature de la matière , ni à la nature des corps : il doit tout uniquement à la volonté du Créateur , qui a librement porté telles loix de mouvement , relatives à l'ordre qu'il lui a plu d'établir dans la nature. Pourquoi , par exemple , un corps sans ressort ne peut-il heurter un autre

corps fans ressort , fans lui communiquer la moitié de son mouvement , si les masses sont égales ; fans lui communiquer les deux tiers de son mouvement , si le corps choqué est double en masse ? Pourquoi un corps à ressort ne peut-il heurter un autre corps à ressort , fans perdre tout son mouvement , si les masses sont égales ; fans rétrograder , si la masse heurtée est plus grande ? Il est clair qu'on ne peut donner d'autre raison physique de ces phénomènes d'impulsion , que la volonté primitive du Créateur. Il est clair que l'Auteur de la nature , qui a librement établi telles loix de choc entre les corps , auroit pu établir des loix toutes différentes ; auroit pu décider , par exemple , qu'après le choc , les deux corps, ou s'arrêteroient totalement l'un & l'autre, ou se mouvroient l'un & l'autre dans le même sens avec la vitesse primitive , ou rétrograderaient l'un & l'autre avec des vitesses égales ou inégales à la vitesse primitive. Il n'y a donc dans l'impulsion , ainsi que dans l'attraction , d'autre mécanisme physique , que celui qu'y met & l'action & la loi de l'Auteur & du Moteur de la nature.

II°. Si l'ordre de la nature , si l'éternel renouvellement des êtres , exigeoit une *loi d'impulsion* ; ce même ordre de la nature , ce même renouvellement des êtres , exigeoit-il moins une *loi d'attraction* ? Est-il démontré que l'attraction joue un moins brillant rôle dans la nature , que l'impulsion ? Il est démontré d'abord que la seule attraction , fans le secours d'aucune impulsion , soumet à des mouvements éternellement périodiques & réguliers , les globes célestes au sein du vuide immense. Il est certain ensuite que si

l'impulsion influe pour beaucoup dans l'action qui anime, qui vivifie, qui éternise la nature des êtres autour de nous; l'attraction, soit générale, soit spéciale, a aussi une influence très-sensible & très-frappante dans cette même action de la nature & dans les phénomènes qui en découlent: comme nous l'avons fait remarquer en différents endroits, dans le premier traité de cet ouvrage. (93, 220, 228, 241.)

III°. Si la seule impulsion suffisoit pour rendre raison de tous les phénomènes de la nature, l'attraction devroit être rejetée comme une cause inutile, comme une cause dont rien ne prouveroit l'existence. Mais l'impulsion ne pouvant avoir lieu dans les espaces célestes où ne se trouve aucune matière impulsive; mais l'impulsion ne pouvant se concilier avec une infinité de phénomènes que nous observons en petit dans les opérations chimiques, & qui se montrent en grand dans la formation & dans la décomposition de presque tous les corps terrestres; pourquoi refuser d'associer à l'impulsion, une cause qui par ses effets constants & permanents annonce son existence & son influence dans toute la nature ?

IV°. Si on fait un crime au Newtonianisme, d'attribuer le mouvement des corps qui s'attirent, à l'action du Créateur; on peut faire le même reproche au Carthésianisme, qui attribue également le mouvement de deux corps qui se choquent, non à quelque qualité ou vertu occulte de la matière, selon l'antique préjugé qui n'existe plus que dans les idées de l'ignorance, mais à l'action efficace & permanente de l'Auteur de la nature.

Mais un tel reproche ne peut raisonnablement avoir lieu, ni contre Descartes, ni contre Newton. Quelque parti que l'on prenne entre ces deux grands hommes, entre ces deux restaurateurs de la philosophie, on est forcé de reconnoître & un premier auteur & un éternel conservateur de la nature, qui seul a établi & qui seul effectue les loix de mouvement qu'il lui a librement données. Une physique dans laquelle on ne supposeroit point de Dieu, ou dans laquelle on ne supposeroit qu'un Dieu oisif & sans action, seroit une physique plus digne d'un stupide épicurien, que d'un philosophe éclairé.

V°. Attribuer à l'action du Créateur, le mouvement des corps qui se heurtent ou qui s'attirent, ce n'est point détruire le mécanisme de l'impulsion ou de l'attraction: ce n'est point réduire la physique à dire simplement que tel phénomène arrive, parce que Dieu le produit; comme l'ignorance ou la prévention le reprochent quelquefois à Descartes & à Newton, c'est-à-dire, aux deux princes de la philosophie moderne, aux deux maîtres du monde philosophe.

Que l'on demande à un newtonien, par exemple, pourquoi les graves accélèrent leur mouvement selon la suite des nombres impairs (366), en tombant librement & sans aucun obstacle vers leur centre! Il ne répondra pas stupidement que ce mouvement s'accélère ainsi, parce que Dieu le veut: mais il répondra que ce phénomène est une *dépendance de la loi d'attraction*; qu'étant donnée cette loi générale & primitive, qu'a fait découvrir & connoître l'observation des mouvements célestes, le phénomène de l'accélération des graves doit arriver

tel qu'on l'observe. Une telle réponse est évidemment une réponse très-digne d'un physicien : car en quoi consiste & en quoi peut consister la physique, sinon à observer à quelles loix générales & primitives est soumise la nature, & quelle influence peuvent & doivent avoir ces loix dans telles & telles circonstances ?

Pour ce qui concerne ces loix générales & primitives de la nature, il seroit évidemment absurde d'en demander aucune explication physique, d'en chercher aucune cause ultérieure : puisque par la supposition, ces loix sont la cause générale & primitive de tous les effets de la nature ; & qu'il est évident qu'on ne peut & qu'on ne doit donner aucune raison des loix & des causes primitives de la nature, sinon la *volonté libre & toujours subsistante du Créateur*, lequel ayant voulu & décerné un tel ordre de choses dans la nature, a dû nécessairement établir quelques causes primitives, quelques causes indépendantes de toute cause ultérieure, pour mouvoir & pour animer la nature conformément à ses vues & à ses desseins.

1410. OBJECTION III. Newton n'a admis l'attraction, que comme une hypothèse propre à rendre raison des phénomènes ; que comme une théorie, d'où l'on déduit facilement par le calcul, tous les mouvements des corps célestes : pourquoi réaliser une hypothèse, une théorie, que n'a point réalisé son auteur ?

RÉPONSE. 1°. Il importe très-peu de savoir quelle idée Newton avoit de l'attraction : puisque ce n'est point sur son autorité, que nous en établissons l'existence & la réalité. Ce qu'il importe uniquement de savoir sur cet objet, c'est

quelle idée doit nous en donner l'observation de la nature, exposée à nos regards, comme à ceux de Newton. Or l'observation de la nature nous démontre que l'impulsion n'est point l'unique cause primitive de son action; & qu'à l'impulsion il faut nécessairement associer une autre cause primitive, savoir, l'attraction: donc l'existence & la réalité de l'attraction est aussi démontrée, que l'existence & la réalité de l'impulsion.

II°. De l'aveu de tous les physiciens & de tous les astronomes, carthésiens ou newtoniens, l'hypothèse de l'attraction quadre parfaitement avec tous les grands phénomènes de la nature, avec toutes leurs dépendances, avec toutes leurs particularités, avec toutes leurs apparentes irrégularités. Comment pourroit-il se faire qu'une hypothèse qui est en tout l'image & l'expression de la nature, ne fût pas une réalité dans la nature? Soupçonner après tout cela l'attraction de n'être qu'une vaine supposition, ce seroit donner droit de former le même soupçon sur l'impulsion; soupçon qui seroit évidemment déraisonnable & absurde. Aussi Newton, dans sa théorie de l'attraction, déclare qu'il ne fait point de système, qu'il ne travaille point sur une hypothèse; & *ego hypothesim non fingo*: sans doute parce qu'il étoit persuadé que cette théorie n'étoit autre chose que la théorie même de la nature.



PARAGRAPHE SECOND.

LOIX DE L'ATTRACTION.

1411. LOI I. *L'attraction active & passive des corps, est réciproque : ou tout corps attire le corps par lequel il est attiré.*

DÉMONSTRATION. Soient, par exemple, la terre & la lune, placées à une grande distance l'une de l'autre dans le vuide immense des cieux (1398). Nous avons à prouver que la terre exerce une attraction sur la lune ; & la lune, une attraction sur la terre.

I°. Il est certain que la lune & toutes les parties de la lune ont une tendance permanente vers le centre de la terre : puisqu'il n'y a aucune autre cause qui puisse captiver & retenir la lune dans son orbite ; qui puisse infléchir sans cesse son mouvement, & l'empêcher de s'effectuer à chaque instant dans la direction de la tangente à sa courbe, selon l'exigence naturelle du mouvement (308). Or, cette tendance ou cette gravitation de la terre, n'a & ne peut avoir pour cause dans le vuide des espaces célestes, que l'attraction active de la terre : donc *la terre exerce une attraction active sur la lune.*

II°. Il n'est pas moins certain que les différentes parties de la lune ont une tendance permanente vers le centre de la lune : sans quoi, tandis que la lune tourne sur son centre & sur son axe en un mois (1243) ; toutes les parties qui composent sa surface & qui sont détachées de cette surface, telles que les eaux, les sables, l'air, &

autres substances semblables , s'échapperoient nécessairement par la tangente à sa courbe de rotation , en vertu de la force centrifuge que leur donne ce mouvement de rotation. Or cette tendance ou cette gravitation des parties de la lune vers le centre de cet astre , n'a & ne peut avoir pour cause dans le vuide des espaces célestes , que l'attraction active de la lune elle-même : donc *la lune exerce une attraction active sur ses différentes parties.*

Mais si cette attraction active de la lune s'étend depuis son centre jusqu'à sa surface , pourquoi ne s'étendrait-elle pas avec plus ou moins de force jusqu'à la terre , qui dans ce cas souffrira une attraction passive de la part de la lune ; & alors *la terre sera attirée par la lune* , ainsi que la lune est attirée par la terre ?

L'attraction active de la terre ne se borne pas à empêcher que les mers , que les rivières , que toutes les parties détachées de la surface terrestre , que toute la masse de l'athmosphère , ne s'échappent par la tangente , en vertu de la force centrifuge que leur imprime la révolution diurne de la terre autour de son axe : cette attraction de la terre étend son action décroissante jusqu'à la lune (1272) , dont elle infléchit sans cesse le mouvement vers le centre de la terre. Pourquoi l'attraction active de la lune seroit-elle restreinte à sa sphère & limitée dans sa sphère ? On ne peut assigner aucunes limites à l'action attractive de la terre : sur quel principe & sur quel fondement assigneroit-on des limites à l'action attractive de la lune ; attraction dont nous montrerons ailleurs des effets surprenants , dans le grand & permanent phénomène du flux

& du reflux de la mer ? Il résulte delà qu'il y a une attraction mutuelle & réciproque entre la terre & la lune : que la terre attire la lune , & est attirée par la lune ; & réciproquement.

III°. On peut appliquer la même théorie, au soleil & à une planète ou comète quelconque. Le soleil roule sur son axe (1181) ; & sa vertu attractive, qui captive & retient autour de son centre les différentes parties qui le composent, va captiver & retenir jupiter dans son orbite. Jupiter roule sur son axe (1181) : pourquoi la vertu attractive de jupiter, qui empêche toutes ses parties de céder à leur force centrifuge & de s'enfuir par la tangente, ne s'étendrait-elle pas hors de sa sphère & jusqu'au soleil ?

Et comme nous sommes forcés d'attribuer la même vertu attractive à tous les corps célestes, planètes ou comètes, sur lesquels nous pouvons faire des observations ; nous devons, par une induction ou par un jugement d'analogie que rien ne dément, la regarder comme appartenante à toute la matière. Il faut donc reconnoître que l'attraction des corps est par-tout réciproque ; ou que tout corps attire le corps par lequel il est attiré. C. Q. F. D.

1412. LOI II. *L'attraction active, ou la force par laquelle un corps attire un autre corps, est proportionnelle à la masse du corps attirant.*

DÉMONSTRATION. L'attraction active des corps étant réciproque, il est clair qu'elle doit convenir à toutes les parties d'un corps ; il est clair que chaque partie doit avoir une attraction active qui lui soit propre. Donc la force attractive d'un corps doit être d'autant plus

grande ou d'autant plus petite, que ce corps a plus ou moins de parties attractives : donc la force attractive d'un corps doit être proportionnelle à sa masse. C. Q. F. D.

1413. COROLLAIRE. *Si deux corps, par exemple la terre & la lune, étoient livrés à l'unique force de leur attraction réciproque ; ils s'approcheroient l'un de l'autre, en parcourant des espaces qui seroient en raison inverse de leurs masses ; & le point où ils se rencontreroient, doit être regardé comme le centre commun de leur action attractive, relativement à un troisieme corps qui seroit attiré conjointement par les deux premiers. (fig. 47.)*

DÉMONSTRATION. I°. Soit la masse du corps A, égale à 10 ; la masse du corps B, égale à 1. Selon la démonstration précédente, le corps A exerce sur le corps B, une force attractive comme 10 ; tandis que le corps B n'exerce sur le corps A, qu'une force attractive comme 1. Donc les effets étant nécessairement comme les causes qui les produisent, le corps B se mouvra vers le corps A, avec une vitesse comme 10 ; tandis que le corps A ne se mouvra vers le corps B, qu'avec une vitesse comme 1. Donc les espaces parcourus feront en raison inverse des masses ; & ces deux corps, en tendant l'un vers l'autre, se rencontreront en un point C, dix fois plus près du corps A que du corps B.

II°. Si on suppose maintenant que le corps A & le corps B, immobiles chacun en leur place malgré leur attraction réciproque, attirent conjointement vers eux un troisieme corps D ; il est clair que ce corps D, livré à l'action de ces deux forces conspirantes, doit tendre vers l'une &

vers l'autre, en suivant la diagonale DC d'un parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion des deux forces qui agissent sur lui (345). Ce corps D s'approchera donc d'autant plus du corps A, que le corps A a plus de masse & de vertu attractive que le corps B.

1414. LOI III. *L'attraction passive d'un corps, ou la quantité de mouvement que reçoit un corps en vertu de l'attraction active qu'il essuie, est proportionnelle à la masse du corps attiré.* (fig. 47.)

DÉMONSTRATION. L'attraction passive d'un corps n'est autre chose que sa gravitation ou sa pesanteur : or la gravitation ou la pesanteur est proportionnelle à la masse du corps qui gravite. Car il conște par les observations, que dans un espace libre, dans le vuide, tous les corps tombent avec une égale vitesse, en vertu de leur gravitation dont la cause physique est l'attraction active de la terre, laquelle n'imprime pas plus de vitesse à une plume qu'à une bombe, ou à une bombe qu'à une plume (245). Or les vitesses étant égales dans le vuide, où les attractions passives se montrent en liberté & sans obstacle ; il est clair que les quantités de mouvement dans différents corps, sont entr'elles comme les masses de ces corps (273). D'où il résulte que le corps B, par exemple, en vertu de son attraction passive proportionnelle à sa masse, se mouvra vers le corps attirant A, avec une quantité de mouvement ou avec une force motrice comme 1, si la masse de ce corps B est comme 1 ; avec une force motrice comme 100, si la masse de ce même corps B est 100 fois plus grande que 1 ; & ainsi du reste. C. Q. F. D.

1415. REMARQUE. En vain objecteroit-on contre cette troisieme loi d'attraction, qu'une bombe oppose à l'attraction active de la terre, une plus grande résistance, qu'une plume; & que par conséquent une plume devoit céder plus aisément à la force attractive, & se mouvoir avec plus de vitesse qu'une bombe.

Objection frivole, & qui n'est fondée que sur une fausse supposition, qu'il est à propos de faire appercevoir. Prenons ici la terre, pour exemple général des corps attirants, ou des corps qui exercent une vertu attractive sur d'autres corps attirés. Dans le vuide, les corps attirés par la terre, par exemple une plume & une bombe, n'ont d'autre résistance à opposer à l'action attractive de la terre, que leur force d'inertie, force attachée & inhérente à chaque élément de matiere (287). Or cette force d'inertie, inhérente à chaque élément de matiere, est détruite dans chaque élément par l'attraction active de la masse entiere de la terre; attraction toute relative à chaque élément séparément pris, comme s'il existoit seul dans la plume ou dans la bombe dont il fait partie. Chaque élément du corps attiré, quel qu'en soit le nombre, gravite donc vers le corps attirant, par exemple vers le centre de la terre, avec une vitesse proportionnée à la force attractive qu'exerce sur lui toute la masse du corps attirant: donc chaque élément du corps attiré, tend à se mouvoir vers le corps attirant, avec une égale vitesse; soit que le corps attiré renferme une grande quantité d'éléments, soit qu'il n'en contienne qu'une quantité incomparablement moindre. Donc la force motrice du corps attiré ou gravitant, sera comme la somme de ses éléments, ou comme sa masse.

REGLE FONDAMENTALE, OU

1416. LOI IV. *L'attraction active & passive des corps, croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances qui les séparent.*

DÉMONSTRATION. Nous avons observé ailleurs, que la pesanteur des corps est un peu plus grande vers les poles qu'en France, en France que vers l'équateur (251); immensément plus grande sur la surface de la terre, qu'à la distance de la lune; & nous avons démontré que cette pesanteur des corps, toujours moindre à mesure qu'ils sont plus éloignés de leur centre de gravitation, augmente & diminue toujours en raison inverse des quarrés de leur distance à ce centre de gravitation. (1272.)

Donc la gravitation ou la pesanteur des corps, qui n'est autre chose que *l'attraction passive* de ces corps, croît & décroît en raison inverse des quarrés de leurs distances. Donc *l'attraction active* des corps attirants, qui est l'unique cause à laquelle on puisse attribuer la gravitation ou la pesanteur des corps, croît & décroît aussi en raison inverse des quarrés des distances: sans quoi l'effet ne seroit pas proportionné à sa cause; & la cause, à son effet; ce qui est évidemment faux & absurde. C. Q. F. D.

REMARQUE. Depuis près d'un siecle, la loi que nous venons d'exposer & de démontrer, est reçue par tous les astronomes éclairés, newtoniens ou carthésiens, ou comme un *principe physique*, d'où émanent les grands phénomènes célestes; ou comme une *regle géométrique*, qui

quadre parfaitement avec ces phénomènes, sans en être la cause : nous l'admettons à la fois, & comme principe physique, & comme règle géométrique.

1°. Quelques philosophes, pour se former une idée sensible de cette force attractive, toujours croissante & décroissante en raison inverse des quarrés des distances, considèrent le corps attirant, comme dardant de son sein un *torrent de matiere attractive*, en forme d'irradiation permanente. Dans cette supposition, il est clair que la force attractive devoit croître & décroître en raison inverse des quarrés des distances : puisque le corps attiré, toujours plongé dans cette sphere indéfinie d'attraction, seroit en prise à une quantité de matiere attractive dont la densité & l'action seroit toujours évidemment en raison inverse des quarrés de sa distance au centre d'irradiation. (898.)

Quoique cette supposition soit totalement fautive ; quoique le corps attirant ne darde de son sein aucun torrent, aucune irradiation de matiere attractive ; il est évident que l'Auteur de la nature a pu décerner que l'attraction active & passive des corps, suivît la même proportion ; ou qu'elle crût & décrût en raison inverse du quarré de la distance interceptée entre les centres du corps attiré & du corps attirant. Or tel est le phénomène, telle est la modification, que les observations ont fait découvrir dans la loi d'attraction (1273) ; loi générale, qui se montre toujours & par-tout la même, dans tous les corps où nous pouvons l'observer ; & qu'un jugement d'analogie le mieux fondé nous autorise à supposer dans les corps qui se refusent à nos observations.

II°. D'autres philosophes, qui n'aiment pas les découvertes d'outre-mer, comme si la vérité pouvoit être étrangère à aucun pays, ont osé dire dans ces derniers tems, que la loi d'attraction en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, est une *loi arbitrairement supposée*, & non une loi solidement établie & démontrée : que cette loi ne peut être établie & vérifiée, que dans la supposition où nous connoîtrions assez bien les distances des planetes au soleil ; & que ces distances nous sont encore inconnues : que parmi les différentes distances des globes errants autour du soleil, la mieux connue est sans contredit la moyenne distance de la terre à cet astre ; & que cette moyenne distance de la terre au soleil varie, chez les différents astronomes, depuis deux millions jusqu'à cinquante millions de lieues.

Rien n'est moins solide & plus mal fondé, que le reproche qu'on fait ici à l'attraction newtonienne. D'abord, il est faux que la loi d'attraction soit une loi arbitrairement supposée : puisqu'elle est établie & démontrée, relativement aux corps qui gravitent vers le centre de la terre, par la théorie géométrique du sinus versé d'un arc pris dans l'orbite de la lune (1272), planete dont la distance à la terre est assez bien connue (1220). Après une telle découverte, rigoureusement démontrée, pourquoi ne seroit-on pas solidement fondé à supposer la même loi d'attraction dans les différents globes qui font leurs révolutions autour du soleil, comme la lune fait ses révolutions autour de la lune ? Qu'aura-t-on de connu & de certain dans la physique, si l'on en bannit le jugement d'analogie sur lequel elle est toute

fondée (*Mét.* 135)? Ensuite, quelles que soient les distances des planetes au soleil; il conste par les observations astronomiques des deux ou trois derniers siècles, que les planetes font leurs révolutions autour du soleil en telle sorte que les quarrés de leurs tems périodiques sont entr'eux comme les cubes de leurs distances: or de cette observation il résulte, d'après la géométrique théorie du mouvement, que ces planetes sont animées chacune d'une force centripete vers le soleil en raison inverse des quarrés de leurs rayons vecteurs (1261 & 1304): donc encore une fois, la loi d'attraction n'est pas une loi supposée, mais une loi démontrée: donc l'incertitude qu'il peut y avoir sur la grandeur précise des distances des planetes au soleil, ne rend pas incertaine la loi d'attraction qui est démontrée indépendamment de la connoissance précise de ces distances. Enfin, s'il y a eu un tems où la distance moyenne de la terre au soleil, de laquelle on doit déduire toutes les autres distances moyennes (1263), étoit très-mal connue des astronomes; aujourd'hui cette moyenne distance de la terre au soleil est connue avec la plus grande exactitude qu'on puisse jamais attendre en ce genre: que l'on cherche donc cette moyenne distance, par le moyen de la parallaxe de 8 secondes & demie, ou de 8 secondes & 42 tierces (1221); & après l'avoir trouvée, après l'avoir confrontée avec la distance & la courbe des différentes planetes (1273), on cessera de vouloir répandre sur la loi d'attraction, un ridicule absurde dont elle n'est pas susceptible, & qui se réfléchit toujours inévitablement vers la source d'où il est parti. (39.)

Frivoles expériences qu'on oppose à cette loi, ou

1417. OBJECTION. Quoi ! on ose encore montrer au jour, l'*attraction en raison inverse des carrés des distances* ; depuis que tout le monde fait qu'elle a été ensevelie pour jamais au pied & au sommet des Alpes, sous une foule d'expériences également sensibles & décisives (*), qui feront époque dans la physique ! Ignore-t-on que de deux pendules à secondes, parfaitement correspondantes & exactes, celle qui a été placée au sommet de la montagne, a toujours avancé sur celle qui étoit placée au pied ; & que le nombre de secondes battues par la pendule supérieure, a toujours été au nombre de secondes battues par la pendule inférieure, environ comme le rayon terrestre aboutissant à la pendule supérieure, est au rayon terrestre aboutissant à la pendule inférieure ? Cette expérience, ou plutôt cette suite d'expériences toutes uniformes, ne démontre-t-elle pas évidemment (en ne faisant attention ici qu'aux pendules mêmes dont les oscillations marquoient les secondes), que la pesanteur est plus grande dans le pendule supérieur plus éloigné du centre de la terre, que dans le pendule inférieur plus voisin du

(*) On peut voir le détail historique de ces expériences, qui ont été faites sur trois ou quatre montagnes des Alpes, & qui sont toutes d'accord à donner les résultats dont l'objection fait mention, dans le *Journal des beaux Arts & des Sciences*, ci-devant *Journal de Trévoux* : on les trouvera dans le *Journal* de juin 1769, & dans le *Journal* de décembre 1771.

centre de la terre (251); & que cette pesanteur, loin d'être en raison inverse des quarrés des distances au centre de gravitation, est *en raison directe des distances* au centre de gravitation? Qu'auroient à dire les Newton & les Huyghens eux-mêmes, contre des expériences aussi triomphantes, contre des faits aussi palpables & aussi décisifs, qui battent en ruine & renversent de fond en comble toute leur séduisante théorie; théorie trop légèrement adoptée par tout ce qu'il y a eu de plus grands géomètres, de plus profonds physiciens, de plus fameux astronomes, depuis Newton jusqu'à nos jours?

RÉPONSE. Les expériences des Alpes, dont un certain fanatisme antiphilosophique a fait tant de bruit dans ces dernières années, ne doivent leur célébrité qu'aux *fausses conséquences* qu'a eu le malheur d'en tirer une inconsiderée précipitation; conséquences qui ne tendoient à rien moins qu'à renverser toute la géométrique théorie des Newton & des Huyghens sur les forces centrales, toute la géométrique théorie des Galilée sur l'accélération des graves, les deux fameuses loix de Kepler ou les deux loix fondamentales de tous les mouvements célestes, toutes les mesures astronomiques & géométriques qui ont servi de base & de fondement aux plus célèbres géomètres de l'univers, pour déterminer dans ces derniers tems la figure de la terre. Il me semble que, si j'avois été l'auteur de ces expériences, j'aurois mieux aimé suspecter obstinément l'exactitude de toutes les pendules du monde, que de m'inscrire en faux contre des vérités établies & démontrées par tout ce qu'a de plus sublime & de plus pro-

fond la plus rigoureuse géométrie. Mais n'incul-
 pons point les pendules : elles ont eu ou elles ont
 dû avoir, du moins pour le fond des choses, les
 mouvements dont fait mention l'objection. En
 les supposant l'une & l'autre parfaitement exactes
 & correspondantes en un même lieu ; celle qui a
 été portée & placée au sommet de la montagne,
 a dû avancer sur celle qui est restée au pied de la
 même montagne. S'ensuit-il delà que la pesan-
 teur des corps soit plus grande au sommet de la
 montagne, qu'au pied de la même montagne ;
 & que la pesanteur des corps soit en raison di-
 recte de leurs rayons vecteurs ? C'est la fausse
 conséquence qu'on a tirée de cette expérience,
 & le frivole fondement sur lequel on s'est déter-
 miné à reléguer la fameuse *loi d'attraction* dans la
 classe des chimères, d'où elle est, dit-on, sortie.
 Pour dissiper pleinement tous les nuages qu'ont
 pu faire naître les expériences des Alpes ; nous
 allons mettre ici sous les yeux du lecteur, &
 l'histoire de la découverte de cette loi, & les
 fausses inductions qu'on tire de l'expérience des
 Alpes contre cette loi.

DÉCOUVERTE DE NEWTON. Tout le monde
 fait, mais il est à propos de rappeler ici à tout
 le monde, comment fut trouvée & connue la
 fameuse *loi d'attraction en raison inverse des quar-
 rés des distances* : peu de découvertes ont fait au-
 tant d'honneur à l'esprit humain. Un savant aca-
 démicien, M. Richer, porte en Cayenne un pen-
 dule à secondes, qui étoit parfaitement exact à
 Paris ; & ce pendule, sans avoir souffert aucun dé-
 rangement, a besoin d'être raccourci en Cayenne,
 pour redevenir exact (252). La singularité de
 cette expérience fit passer de Paris & de Londres

vers les régions méridionales, une foule de pendules dont l'exactitude étoit bien constatée; & tous ces pendules eurent besoin d'être raccourcis dans les régions plus méridionales, pour y battre exactement les secondes; & d'être d'autant plus raccourcis, qu'ils étoient plus près de l'équateur. Depuis lors on a trouvé que les pendules à secondes, parfaitement exacts à Paris & à Londres, avoient besoin d'être alongés au fond du nord, sous le cercle polaire, pour y être exacts. De la découverte faite en Cayenne & confirmée dans toutes les régions méridionales, que conclut Newton? Il conclut, ce qu'ont toujours conclu & ce que concluront toujours tous les physiciens, que *la pesanteur des corps est plus petite vers l'équateur, qu'en France.* (251.)

Instruit & persuadé que la terre tourne chaque jour sur son axe, & que cette révolution diurne doit donner à la terre un renflement vers l'équateur & un aplatissement vers les poles (1373), que conclut encore Newton? Il conclut que la pesanteur des corps est plus petite, à l'extrémité des rayons plus grands vers l'équateur; plus grande, à l'extrémité des rayons plus petits en France: ou que les corps *diminuent en pesanteur*, en s'éloignant du centre de leur gravitation; *augmentent en pesanteur*, en s'approchant de leur centre de gravitation.

Mais *selon quel rapport se fait cette augmentation & cette diminution de pesanteur dans les corps, à mesure qu'ils s'approchent ou qu'ils s'éloignent de leur centre de gravitation?* C'est ce que Newton se garda bien d'aller chercher au sommet & au pied, ou des Alpes, ou des monts de la Lune, ou du Pic de Ténériffe. Il savoit

trop bien que chercher ainsi selon quel rapport varie la pesanteur des corps, ce seroit comme chercher le rapport du diametre à la circonférence du cercle, à l'aveugle & à tâtons, un fil à la main. Que fit-il donc, pour découvrir cette loi variable de la pesanteur? Il fit une des plus belles opérations qu'ait jamais imaginé le génie: il entreprit & il vint à bout de peser la lune (1272); & il démontra que la lune, éloignée de 60 rayons terrestres du centre de la terre, pesoit 3600 fois moins qu'elle ne peseroit, si, posée sur la surface terrestre, elle n'étoit éloignée du centre de la terre, qui est évidemment son centre de gravitation, que d'un rayon terrestre. Delà résulta, & résulte encore démonstrativement, la *loi de gravitation en raison inverse des quarrés des distances* (1416, II°.). Qu'il y avoit loin de l'expérience faite en Cayenne, à la découverte qu'elle donna occasion de faire au grand Newton!

EXPÉRIENCES DES ALPES. Mais cependant que répondroit Newton aux expériences dont l'objection fait mention, & qui semblent détruire de fond en comble la *loi par lui découverte & démontrée*? Vraisemblablement il ne répondroit rien: mais il pourroit répondre,

I°. Qu'il seroit bien singulier qu'une loi qui n'est qu'une conséquence évidente de toute la théorie physique & géométrique du mouvement (1304); qu'une loi qui n'est qu'une dépendance manifeste de la première loi de Kepler, ou d'une des deux loix fondamentales de toute la nature (1260); qu'une loi qui s'observe & se vérifie constamment & persévéramment dans la révolution de tous les globes célestes qui sont

en prise aux observations astronomiques (1273), fût une loi imaginaire & fabuleuse.

II°. Qu'il ne seroit pas moins singulier, qu'une loi constatée & vérifiée dans le ciel par toutes les observations astronomiques, constatée & vérifiée du moins en gros sur la terre par une infinité d'expériences faites par les plus grands physiciens & par les plus grands géometres du monde depuis le cercle polaire jusques sous l'équateur, depuis les bords de la mer du Pérou jusqu'au sommet des plus hautes montagenes des Cordelieres (*), allât se trouver fausse, comme on dit,

(*) MM. Bouguer & de la Condamine, dans leurs fameux voyages au Pérou, ont observé que le *pendule à secondes* étoit plus court au niveau de la mer sous l'équateur, qu'au niveau de la mer en France : donc la pesanteur de ce pendule étoit moindre sous l'équateur qu'en France (252). Ils ont observé ensuite, qu'à Quito, à environ 1500 toises d'élévation perpendiculaire au-dessus du niveau de la mer du Pérou (1063), ce même pendule à secondes étoit encore plus court qu'au niveau de la mer : donc la pesanteur de ce pendule étoit moindre à Quito, qu'aux bords de la mer. Ils ont observé enfin que sur le sommet pierreux du Pichincha, qui a au moins 2434 toises d'élévation perpendiculaire au-dessus du niveau de la mer, & qui est à peu près la plus haute station où les humains puissent faire des expériences & des observations (1063), le même pendule étoit encore un peu plus court qu'à Quito : donc la pesanteur de ce pendule étoit moindre au sommet de Pichincha qu'à Quito. On peut voir le détail de ces observations dans l'ouvrage de M. Bouguer, intitulé : *Figure de la terre*, & précédé d'une relation du voyage au Pérou, pages xl, 334, 336, 338, 342, &c. Tout le monde fait que MM. de Maupertuis, le Camus, Clairaut, ont observé dans le même tems, que le pendule à secondes étoit plus long sous le

à propos de bottes, au pied & au sommet des Alpes.

III°. Qu'il seroit bien plus singulier encore, que la loi qu'on voudroit substituer à la loi par lui découverte & démontrée, fût vraie & réelle: puisque la pesanteur étant *en raison directe des rayons* ou des distances au centre de gravitation, comme l'ont imaginé ou conclu les auteurs des expériences des Alpes; il faudroit d'abord que la pesanteur de la lune vers la terre, au lieu d'être d'environ 15 pieds par minute, ainsi que l'exige la nature de la courbe qu'elle décrit, fût de 60 fois 15 pieds ou de 900 pieds par seconde, de 3600×900 ou de 3240000 pieds par minute: il faudroit ensuite que la pesanteur de saturne vers le soleil, fût à la pesanteur de mercure vers le soleil, comme la distance de saturne au soleil est à la distance de mercure au soleil; & par conséquent, qu'étant donnée une portion déterminée de l'orbite de saturne & de mercure, par exemple, un arc de dix lieues de longueur, la quantité de courbure fût immensément plus grande dans la courbe de saturne que dans la courbe de mercure: ce qui est évidemment faux & absurde.

cercle polaire qu'en France. Ainsi toutes les observations célestes & terrestres, s'accordent à détruire les fausses conséquences qu'on a trop précipitamment tirées des expériences des Alpes. M. Bouguer se plaint dans l'ouvrage que nous venons de citer, que non-seulement on a défiguré quelques-unes de ses expériences, mais qu'on lui en a attribué qui sont totalement supposées: c'est peut-être ce qui a donné lieu à quelques écrivains modernes de dire fausement, que, selon cet auteur, la pesanteur étoit plus grande à Quito & sur le Pichincha, qu'aux bords de la mer.

Il est clair qu'on ne peut se tirer de cette absurdité palpable, qu'en se jettant dans une autre absurdité, qui consisteroit à dire que la *théorie de Galilée* sur l'accélération des graves, est fausse; & que les espaces parcourus, au bout d'un tems donné, d'une minute par exemple, au lieu d'être comme les quarrés des tems (371), sont on ne fait dans quel absurde rapport diamétralement opposé au rapport vrai & naturel.

IV°. Qu'il n'est pas moins singulier encore qu'on ose donner comme propres à renverser & à détruire de fond en comble la loi par lui découverte & démontrée, des expériences qui dans le fond ne sont qu'une conséquence & une dépendance de cette loi: comme il étoit si facile de l'appercevoir. Car, sans avouer & sans nier l'exactitude des expériences qu'on objecte, exactitude qui dépend d'une infinité d'attentions & de précautions qu'on aura prises sans doute; il est certain que la pesanteur des corps qui gravitent vers le centre de la terre, étant supposée *en raison inverse des quarrés de leurs distances* respectives à ce centre de la terre: le pendule supérieur doit faire plus de vibrations dans un tems donné, que le pendule inférieur: & pourquoi? Le voici.

Prenons dans les Alpes deux stations, l'une au pied & l'autre au sommet d'une montagne; & plaçons successivement dans ces deux stations un même pendule à secondes (251), qui dans ses oscillations décrive des arcs d'une grandeur toujours constante. Que la station supérieure ait en nombres ronds, mille toises de hauteur perpendiculaire au-dessus de la station inférieure; & que la station inférieure soit éloignée du centre de la terre, de 3269985 toises, qui mesurent

la grandeur du moyen rayon terrestre ou du rayon terrestre en France & dans les Alpes (1377). La gravitation ou la pesanteur ou la force accélératrice d'un même pendule étant supposée toujours en raison inverse du quarré de sa distance actuelle au centre de la terre ; la gravitation du pendule placé au sommet de la montagne, sera à la gravitation du même pendule, placé au pied de la montagne, comme le quarré de 3269985 est au quarré de 3269985 + 1000. Si l'on compare l'un à l'autre les quarrés des deux distances ou des deux nombres 3269985 & 3270985 ; on trouvera que le premier quarré est au second, comme $1069 \frac{2801900225}{10000000000}$ est à $1069 \frac{6141885225}{10000000000}$; ou environ comme 3000 est à 3001. La gravitation ou la force accélératrice du pendule supérieur sera donc plus petite que celle du pendule inférieur, d'une trois millieme partie : c'est-à-dire, que le pendule supérieur, qui ne perd à raison de son plus grand éloignement, qu'un trois millieme de sa force accélératrice, devroit faire dans un vuide parfait, toutes choses étant égales d'ailleurs, 3000 oscillations, tandis que le pendule inférieur dans le même vuide parfait, feroit 3001 oscillations.

Mais le pendule supérieur fait ses oscillations dans un air beaucoup moins dense que celui dans lequel fait ses oscillations le pendule inférieur : le premier éprouve donc beaucoup moins de résistance que le dernier. Comparons l'une à l'autre ces deux résistances de l'air ; & faisons voir & sentir que le pendule supérieur, malgré l'infiniment petite diminution de sa force accélératrice, doit achever chacune de ses vibrations plutôt ou en moins de tems que le pendule infé-

rieur ; & par conféquent que le pendule supérieur doit faire en un tems donné , plus de vibrations que le pendule inférieur.

On fait que l'air diminue de plus en plus en densité , à mesure qu'il s'éloigne de plus en plus de la surface de la mer & de la terre (738). Supposons que la colonne aérienne , qui aboutit au pied de la montagne , & dans laquelle le pendule inférieur fait ses oscillations , soutienne une colonne de mercure à 28 pouces de hauteur : la colonne aérienne , qui aboutit au sommet de la montagne de 1000 toises de hauteur perpendiculaire , ne soutiendra plus qu'une colonne de mercure d'un peu moins de 23 pouces de hauteur (739). La densité de l'air dans lequel se font les oscillations du pendule supérieur , est donc à la densité de l'air dans lequel se font les oscillations du pendule inférieur , environ comme 23 est à 28 : c'est-à-dire , que le pendule inférieur éprouve de la densité de l'air une résistance comme 6 , tandis que le pendule supérieur n'éprouve qu'une résistance comme 5 & un peu moins. Le pendule supérieur , qui ne perd qu'un trois millieme de sa force accélératrice , & qui éprouve un sixieme de moins de résistance de la part de l'air environnant , peut donc gagner plus qu'il ne perd en facilité de faire ses oscillations.

Pour que les expériences qu'on objecte contre la *loi de gravitation* en raison inverse des quarrés des distances , fussent concluantes & décisives ; il faudroit qu'elles eussent été faites dans le vuide. Nous n'assurons pas que cette précaution soit suffisante ; mais nous avançons avec certitude qu'elle est absolument nécessaire. Les expériences qu'on a faites sur les pendules à secondes , en Cayenne , en France , sous le cercle polaire ,

sur les bords de la mer du Perou, n'ont point été faites, il est vrai, dans le vuide : mais elles ont été faites ou au niveau de la mer, ou à des hauteurs peu considérables au-dessus du niveau de la mer, dans un air qui soutient par-tout le mercure à environ 28 pouces de hauteur. On peut donc, dans ces expériences, supposer sensiblement égale la résistance de l'air en Cayenne, en France, sous le cercle polaire, aux bords de la mer du Perou sous l'équateur ; & comparer entre elles simplement les vibrations des pendules en ces différentes contrées. Mais quand les expériences des pendules sont faites à des hauteurs notablement différentes au-dessus du niveau de la mer ; il est clair qu'il faut avoir égard au plus & au moins de résistance qu'opposent les milieux où se font les vibrations (*) : puisqu'il

(*) REMARQUE. M. Coultaud, premier auteur des expériences qu'on objecte, & ancien professeur de physique à Turin, nous apprend que dans la station inférieure, le barometre, placé auprès de la pendule, marquoit 27 pouces 6 lignes ; & que dans la station supérieure, le barometre, placé auprès de l'autre pendule, marquoit 19 pouces 8 lignes. La densité & la résistance de l'air, dans ces deux différentes stations, étoient environ comme 4 est à 3 : c'est - à - dire, que dans la station supérieure, le pendule éprouvoit environ un quart de moins de résistance de la part de l'air dans lequel il faisoit ses vibrations.

M. Bouguer ne compte pour rien la résistance de l'air, dans les expériences qu'il fit avec son pendule à secondes. Mais le pendule de cet Académicien étoit un pendule à vibrations décroissantes, qui ne ressembloit en rien aux pendules à vibrations uniformes, qui ont été employés dans les expériences des Alpes. Dans le pendule de l'Académicien François, la résistance plus ou moins grande de l'air n'aboutissoit qu'à rendre plus courts ou plus longs les arcs

est clair , par exemple , qu'une force comme 100 , détruite en partie par une résistance comme 10 , peut l'emporter sur une force comme 101 , en partie détruite par une résistance comme 13 ; & ainsi du reste.

V°. Qu'il ne seroit pas absolument impossible , selon la théorie même de l'attraction en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances , que la pesanteur réelle & absolue se trouvât par hasard plus grande dans le pendule supérieur que dans le pendule inférieur. Car en supposant entre ces deux pendules une montagne très-grande & très-dense ; il est clair que l'attraction isolée de cette montagne , à raison de sa très-grande densité & de sa très-grande proximité , devra augmenter la pesanteur du pendule supérieur , & diminuer la pesanteur du pendule inférieur. En supposant ici ce que nous ne croyons aucunement vraisemblable , savoir , que la pesanteur réelle & absolue eût été plus grande dans le pendule supérieur des expériences des Alpes ; M. d'Alembert , dans un mémoire très-court , a fait voir que si on suppose une chaîne de montagnes de figure quelconque , & dont l'étendue soit beaucoup plus grande que leur hauteur ; la pesanteur sera la même au pied & au sommet de ces montagnes , si leur *densité moyenne* est seulement d'un

ascendans & descendans de chaque vibration toujours décroissante , sans retarder & sans accélérer la durée de chaque vibration dans un arc plus ou moins grand. Dans les pendules des deux horloges des Alpes , un air plus dense devoit rendre plus difficile & plus longue chaque vibration dans un arc ascendant ou descendant toujours de même grandeur.

tiers plus grande que la densité moyenne du globe terrestre : & qu'en supposant que la densité moyenne des montagnes où ont été faites les expériences des Alpes, soit à la densité moyenne du globe terrestre, à peu près comme 8 est à 3 ; les pendules supérieurs devront avoir sur les pendules inférieurs, la quantité d'accélération qu'ont donné ces expériences.

RÉSULTAT. On voit ici que s'il est très-utile de faire des expériences nouvelles ou de répéter des expériences anciennes ; il faut bien se garder d'adopter trop légèrement les conséquences trop précipitées qu'en tirent quelquefois leurs auteurs, éblouis par la nouveauté réelle ou imaginaire de leur découverte. Un auteur moderne, qui a cru voir la ruine complète de l'attraction newtonienne dans les expériences des Alpes, remarque que ces expériences ont ouvert & ouvrent encore tous les jours les yeux à une infinité de défenseurs de l'attraction physique : qu'on voit paroître de tous côtés des écrits, où ceux de ces physiciens qui n'ont pas la petite vanité d'avoir honte de revenir sur leurs pas, se rendent en foule à l'impulsion. La petite exhortation qui suit cette remarque, & dont l'application pourroit être plus heureuse, est tout à fait touchante : « Et de quoi en effet pourroient-ils avoir honte ? Si la première gloire est de ne pas se tromper ; c'en est du moins une de se rétracter, dès qu'on connoît son erreur. Cette première gloire même n'est la première que pour le tems : la seconde remporte deux victoires, l'une sur l'erreur, l'autre sur l'amour propre ». Si quelques partisans de l'attraction newtonienne se sont un peu trop pressés d'ac-

quérir la seconde gloire dont fait mention l'exhortation précédente ; il leur reste à profiter de la même exhortation pour acquérir une troisième gloire qui l'emportera encore sur les deux précédentes , celle de rétracter bien vite leur rétractation.

DIVERS COROLLAIRES.

1418. COROLLAIRE I. *La force attractive d'un corps est sa masse divisée par le quarré de sa distance au corps attiré.*

EXPLICATION. Ce corollaire est une suite évidente & de la première & de la quatrième loi que nous venons de démontrer. Ainsi, quand deux corps en attirent un troisième, on peut comparer entre elles les deux forces attractives, par cette analogie : la force attractive d'un corps, est à la force attractive d'un autre corps, comme la masse du premier divisée par le quarré de sa distance au corps attiré, est à la masse du second divisée par le quarré de sa distance au même corps attiré : $F . f :: \frac{M}{DD} . \frac{m}{dd}$. D'où il s'ensuit,

I°. Qu'un petit corps avec peu de distance, peut avoir plus de force attractive, qu'un corps d'une masse incomparablement plus grande avec une très-grande distance.

II°. Que les distances étant égales, les forces attractives sont entre elles comme les masses.

III°. Que les masses étant égales, les forces attractives sont en raison inverse des quarrés de la distance au corps attiré.

1419. COROLLAIRE II. *L'attraction active de*

chaque élément de matière étant en raison inverse du quarré de la distance ; un corpuscule placé hors d'une sphere , sera attiré au centre de cette sphere ; de la même maniere qu'il le seroit , si toute la matière qui compose la sphere attirante , étoit condensée ou compénétrée dans son centre. (fig. 48.)

EXPLICATION. I°. Supposons d'abord toute la matière de la sphere attractive ABDE , réunie & compénétrée dans le centre C : le corpuscule P sera attiré en C par la somme de tous les éléments , dont toutes les forces attractives seront égales , à cause de l'égalité & de leur masse & de leur distance au corps attiré P.

II°. Supposons ensuite que tous ces éléments , réunis & compénétrés en C , s'épanouissent en une sphere ABDE , autour du centre C : les uns s'approcheront & les autres s'éloigneront du corpuscule attiré P. Autant que les parties antérieures ABD de la sphere , augmenteront en force attractive , en s'approchant du corpuscule ; autant les parties postérieures AED de la même sphere , diminueront en force attractive , en s'éloignant du même corpuscule. Le corpuscule P fera donc encore attiré par la sphere , comme si toute la matière de cette sphere étoit réunie & compénétrée dans le centre C.

III°. Quoique l'action conjointe des éléments nm , AD , rs , soit oblique relativement au corpuscule attiré P ; cependant comme tous ces éléments sont respectivement à égale distance du centre C , à égale distance du corpuscule P , l'attraction PC se fera par une infinité de diagonales qui toutes se confondront avec le diamètre BCE ; & le corpuscule P n'étant pas plus

attiré vers A que vers D, tendra par la diagonale PC, vers le centre C de la sphere.

IV°. Il résulte delà, qu'en estimant la distance de deux globes qui s'attirent, il faut compter les distances, non depuis les surfaces, mais depuis les centres de ces deux globes.

1420. COROLLAIRE III. *Si le corps attirant, au lieu d'être une sphere ou un globe parfait, est un sphéroïde renflé dans un sens & applati dans l'autre; un corpuscule placé hors de ce sphéroïde entre le renflement & l'applatissement, sera attiré vers l'axe du sphéroïde, dans un point placé hors du centre. (fig. 50.)*

EXPLICATION. L'attraction active étant toujours supposée en raison inverse du quarré de la distance dans chaque élément de matiere; si le sphéroïde AB étoit une sphere ou un globe parfait, le corpuscule P graviteroit vers le centre C, comme dans le corollaire précédent, en vertu des forces nn , mm , rr , également éloignées & également obliques relativement à ce corpuscule attiré P.

Mais la portion A & la portion B, faillantes hors du globe, n'exercent pas & ne doivent pas exercer une égale attraction active sur le corpuscule attiré P. Car il est clair que les parties attractives placées en A sont & moins éloignées & plus directes par rapport au corpuscule attiré P, que ne le sont les parties attractives placées en B. Le corpuscule P sera donc plus fortement & plus efficacement attiré du côté de A, que du côté de B: sa gravitation, fruit de cette attraction active, ne le portera donc point au centre C, à égale distance des points A & B;

mais vers un point D hors du centre, & plus près de A que de B.

I°. On voit ici pourquoi *les corps terrestres ne gravitent pas par-tout exactement vers le centre de la terre*; comme nous l'avons déjà observé ailleurs (1374): le renflement de l'équateur & l'applatissage des pôles, qui font de la terre un vrai sphéroïde plus ou moins régulier (1373), en font la cause. La direction de la gravitation ne doit tendre au centre précis du sphéroïde terrestre, que sous l'équateur & sous les pôles: dans toute position entre l'équateur & les pôles du sphéroïde terrestre, la gravitation doit avoir sa direction vers un point de l'axe terrestre, entre l'équateur & le pôle voisin.

II°. Si on demande encore ici pourquoi *la gravitation des corps est par-tout perpendiculaire à l'horizon*; il est facile d'en rendre raison, d'après la théorie de l'attraction active.

Soit vxy une portion très-petite de la surface de la mer, vers laquelle gravite le corpuscule P, qui fera si l'on veut, une bombe livrée à sa seule pesanteur. Les trois éléments aqueux vxy , voisins & contigus, en vertu de l'attraction active qu'exerce sur eux le sphéroïde terrestre, ainsi que sur le corpuscule P, se mettent en équilibre sur la surface des eaux, à une plus ou moins grande distance du centre de la terre, & forment l'horizon sensible du point x qui occupe le milieu de cette petite surface aqueuse.

Maintenant, le corpuscule P, qui se trouve en prise à la même attraction active que l'élément aqueux x , a nécessairement la même tendance vers le sphéroïde terrestre, que cet élément aqueux x : le corpuscule P, en vertu de

la gravitation, tendra donc nécessairement en x ; & la direction de la gravitation fera nécessairement perpendiculaire à l'horison sensible du point x , ou à la petite surface plane que forment les éléments aqueux contigus à l'élément x .

1421. COROLLAIRE IV. *Si un corpuscule est contigu à deux surfaces de spheres inégales & homogenes ; la force avec laquelle ce corpuscule sera attiré de part & d'autre par ces deux spheres, sera comme les rayons de ces spheres. (fig. 54.)*

EXPLICATION. Abstraction faite de la distance, les forces attractives de deux corps, sont proportionnelles aux masses (1412). Or dans deux spheres homogenes & inégales, les masses sont comme les cubes des rayons (*Math.* 622). Donc les forces attractives de ces deux spheres seroient comme les cubes de leurs rayons.

Mais dans deux spheres A & a qui se touchent, ou qui touchent un même corpuscule m placé entr'elles ; le centre d'activité des deux forces attractives est, non la surface, mais le centre des spheres (1419). Donc les forces attractives de ces deux spheres, relativement au corpuscule m contigu à leur surface, seront comme les cubes de leurs rayons respectifs, divisés par les quarrés de ces mêmes rayons (1416) ; & par conséquent, comme ces rayons respectifs : puisqu'il est évident qu'un cube, divisé par sa seconde puissance, donne un quotient égal à sa racine, qui est ici le rayon : $\frac{rrr}{rr} = r.$

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1422. OBJECTION I. S'il est vrai que l'*attraction des corps est mutuelle*, que tous les corps s'attirent réciproquement; deux globes contigus sur un plan horifontal, devroient oppofer une résistance à leur féparation; deux globes posés l'un auprès de l'autre sur le même plan horifontal, devroient tendre l'un vers l'autre jufqu'à leur contiguité. Or les deux premiers globes n'opposent aucune résistance à leur féparation; & les deux derniers ne s'approchent jamais l'un de l'autre, quelque petit que soit l'intervalle qui les fépare. Donc la vertu attractive des corps s'évanouit, quand on la confronte de près avec l'expérience: donc la vertu attractive des corps n'est qu'une cause imaginaire & fabuleuse, qu'il faut bannir de la physique.

RÉPONSE. Nous avons déjà démontré que l'attraction existe; que l'attraction est mutuelle entre tous les corps: démontrons maintenant que l'expérience qu'on objecte, n'a rien d'opposé à l'existence & à la théorie de l'attraction; & qu'une difficulté que Neuwton s'est faite & qu'il n'a point jugé importante, ne doit point inspirer tant de confiance à ses adverfaires.

(*fig. 51.*)

I°. Selon la théorie même qu'on attaque & selon les démonstrations qui l'expliquent & qui l'établissent; la vertu attractive des corps terrestres entr'eux, doit être comme infiniment petite & par-là même comme insensible, en comparaison de la vertu attractive que la masse entière de la terre exerce sur ces mêmes corps.

Pour le faire mieux sentir, concevons le globe terrestre T d'une part, un globe a de même densité que la terre & d'un pied de diametre de l'autre, & un corpuscule b contigu à ces deux globes & attiré par l'un & par l'autre.

Dans cette hypothese, le corpuscule b tendra vers le centre du globe d'un pied de diametre, avec une force qui fera à celle par laquelle il tend vers le centre de la terre, comme le rayon ba du petit globe, est au rayon bT de la terre (1421); c'est-à-dire, comme 1 est à 39239820: puisque le premier nombre exprime le diametre du petit globe; & le second nombre, le moyen diametre de la terre (1377). La tendance de ce corpuscule b vers le globe d'un pied de diametre est donc près de 40 millions de fois moindre, que sa tendance vers le globe terrestre, qui est déjà si petite. Est-il après cela bien étonnant, que nous ne puissions pas l'appercevoir?

On conçoit par là, comment deux globes contigus sur un plan horifontal, ne doivent point, en vertu de leur attraction réciproque, opposer une résistance sensible à leur séparation: comment deux globes posés l'un auprès de l'autre sur un plan horifontal, ne doivent point, en vertu de leur attraction réciproque, tendre comme d'eux-mêmes l'un vers l'autre; tandis qu'une force infiniment supérieure à leur attraction particuliere, la force attractive de la masse terrestre, les attire & les fixe sur les points du plan horifontal qui soutient leur centre de gravité.

II°. Si deux globes A & B de même densité que la terre, & d'un pied de diametre chacun, existoient seuls dans l'espace infini, n'étant éloi-

gnés l'un de l'autre que d'un quart de pouce; on trouvera par le calcul, d'après la théorie démontrée de l'attraction, qu'il faudroit environ un mois à leurs forces attractives, pour les rendre contigus; pour leur faire parcourir l'espace AB d'un quart de pouce, qui sépare leurs surfaces. Le fondement de ce calcul n'est pas bien difficile à saisir. Car on fait, que les forces attractives de deux spheres homogenes, sont entr'elles comme leurs rayons respectifs (1421); & que l'attraction active de la masse entiere de la terre imprime à un corps quelconque placé près de sa surface, une pesanteur ou une attraction passive, en vertu de laquelle ce corps s'approche ou tend à s'approcher du centre de la terre, d'environ 15 pieds en une seconde de tems. (248.)

D'où il résulte, que si la terre étoit un globe dont le rayon fût deux fois plus petit qu'il n'est réellement, l'attraction passive du corps attiré seroit deux fois moindre, ou de sept pieds & demi par seconde: que si la terre étoit un globe dont le rayon fût cent mille fois plus petit qu'il n'est effectivement, l'attraction passive du corps attiré seroit cent mille fois moindre; ou ne seroit que la cent millieme partie de quinze pieds par seconde: qu'enfin, si la terre étoit un globe dont le rayon fût environ 40 millions de fois moindre; ou un globe d'un pied de diametre, sa force attractive & le mouvement imprimé au corps attiré, ne seroit que la quarante millionnieme partie de 15 pieds par seconde. (*fig. 51.*)

Il est évident que le mouvement par lequel les deux globes en question A & B tendroient l'un vers l'autre au sein de l'espace infini où ils

font supposés seuls, seroit totalement insensible, à cause de son infiniment petite vitesse (921); quand même rien ne s'opposeroit à leur attraction réciproque. Mais si on suppose ces deux mêmes globes posés sur un plan, & attirés avec une force comme infiniment grande contre ce plan; n'est-il pas évident que cette dernière force AT & BT doit contrarier, absorber, annuler, la petite tendance mutuelle AB qui auroit pu les porter insensiblement & peu à peu l'un vers l'autre? Tel est le cas de l'expérience qu'on objecte, & qui par conséquent ne prouve rien contre l'attraction dont elle est une dépendance.

III°. Cette attraction mutuelle des corps terrestres entr'eux, pourra se montrer d'une manière sensible, quand on la cherchera dans des corps dont la masse ait quelque proportion sensible avec la masse de la terre. C'est ce que MM. Bouguer & de la Condamine ont observé & vérifié dans leur voyage au Pérou, en y mesurant un degré du méridien terrestre. Ils ont trouvé qu'une grande & haute montagne, nommée Chimborazo, attiroit à elle le plomb qui pend aux fils des quarts de cercle; & par plusieurs observations des étoiles, observations faites successivement & à plusieurs reprises au nord & au midi de cette montagne, ils ont trouvé que l'attraction active de cette énorme masse, comme saillante hors du globe terrestre, écartoit de la ligne verticale le fil à plomb; & que la quantité de déviation, étoit de plus de huit secondes de degré.

1423. REMARQUE. Cette observation, à laquelle l'énorme grosseur & la configuration favorable du mont Chimborazo ont donné lieu, qui a été faite avec le plus grand soin par deux
des

des plus habiles géomètres de ce siècle, & dont on peut voir le détail historique & géométrique dans l'ouvrage que nous avons déjà cité ailleurs (1417), devient une nouvelle *démonstration sensible de l'attraction mutuelle & réciproque* qui regne entre toutes les parties de la nature: en voici l'explication physique. (*fig. 52.*)

Soit M, une énorme montagne, dont la masse ait un rapport sensible avec la masse de la terre; T, le centre de la terre; A, une étoile ou un point du ciel dans le zénith de l'observateur; FP, un fil tendu par un petit globe de plomb P.

I°. Quand le plomb P n'est sensiblement en prise qu'à l'attraction active de la terre; il gravite dans la direction FT, vers le centre de la terre, où réside équivalement toute la force attractive de la masse terrestre sensiblement sphérique (1419): & alors l'étoile A, placée au zénith du plomb & de l'observateur, sera vue dans la direction FP du fil à plomb.

II°. Mais quand le plomb P est en prise à la fois, & à l'attraction PT de la terre, & à l'attraction PM de la montagne saillante; il doit graviter dans la direction PV, qui est la diagonale d'un parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion des deux forces conspirantes, dont l'action attractive PT & PM s'exerce conjointement sur le petit globe de plomb P (345): & alors le fil PF sera dirigé, non vers l'étoile A qu'on fait être dans son zénith, mais vers une autre étoile ou vers un autre point céleste B, placé à sept ou huit secondes à côté du zénith.

Il est indifférent que la montagne saillante M soit, ou un globe, ou un cylindre, ou une pyramide, ou un cube, ou tel autre solide qu'on

voudra ; pourvu que sa masse faillante hors du globe soit assez considérable pour être censée une partie sensible en comparaison de toute la masse de la terre. Telle est la montagne de Chimborazo , l'une des plus hautes & des plus grandes montagnes du monde. (498 & 1063 , IX^o.)

1424. OBJECTION II. Si l'attraction active étoit *en raison directe des masses* (1412), & *en raison inverse des quarrés des distances* (1416); la lune devoit être arrachée à l'attraction de la terre , par l'attraction beaucoup plus grande du soleil : & alors la lune devoit , ou s'aller engloutir dans le soleil , ou faire ses révolutions périodiques autour du soleil , en cessant de les faire autour de la terre. Pour prouver cette conséquence, supposons la lune en conjonction, placée entre la terre & le soleil ; & calculons les forces attractives de la terre & du soleil, que nous considérerons ici comme uniquement appliquées à se disputer la possession & l'enlèvement de l'astre qui éclaire nos nuits. Soit le soleil en S, la terre en T, la lune en A. (*fig. 22.*)

Abstraction faite des distances, les forces attractives sont comme les masses (1418). Or, selon les observations & les calculs des astronomes, le soleil est près d'un million de fois plus grand que la terre (1190) : donc la force attractive du soleil est environ un million de fois plus grande que celle de la terre. Donc si la lune étoit placée à égale distance entre le soleil & la terre, la lune seroit attirée par le soleil avec une force environ un million de fois plus grande, que celle avec laquelle elle seroit attirée par la terre.

Mais, parce que la lune est plus près de la

terre que du soleil, & que l'attraction active est toujours en raison inverse des quarrés des distances; divisons l'action attractive de la terre par le quarré de sa distance à la lune; & l'action attractive du soleil par le quarré de sa distance à la lune. Selon les observations & les calculs des astronomes, la moyenne distance de la terre à la lune est d'environ 60 rayons terrestres (1220); & la moyenne distance du soleil à la lune, d'environ 20000 rayons terrestres. (1187.)

En divisant l'attraction active de la terre = 1, par le quarré de 60, on aura l'expression de cette attraction de la terre sur la lune = $\frac{1}{3600}$. En divisant ensuite l'attraction active du soleil = 1000000, par le quarré de 20000, on aura l'expression de l'attraction du soleil sur la lune = $\frac{1000000}{400000000} = \frac{1}{400}$. Que l'on compare entr'elles les valeurs de ces deux fractions (*Math.* 199): on trouvera que la premiere $\frac{1}{3600}$, qui exprime la force attractive de la terre sur la lune, est 9 fois plus petite que la seconde $\frac{1}{400}$, qui exprime la force attractive du soleil sur la lune. D'où il résulte, d'après la théorie même de l'attraction, que le soleil devoit enlever à la terre son cher satelite: absurdité manifeste, qui ruine de fond en comble la fabuleuse théorie de l'attraction newtonienne.

RÉPONSE. La force de cette objection porte sur deux fausses suppositions, & s'écroule avec elles. La premiere, c'est que le soleil a une masse un million de fois plus grande que la terre: la seconde, c'est que la lune, paisible spectatrice des assauts que lui livrent les deux globes rivaux, le soleil & la terre, n'a rien en elle-même qui s'oppose à l'action attractive du soleil. Devoilons

ces deux fausses suppositions ; & l'objection que quelques anti-newtoniens regardent comme insoluble , s'évanouira avec ses fondemens ruineux.

I°. Il conște à la vérité par les observations & par les calculs des astronomes , que le soleil est près d'un million de fois plus grand que la terre , *en volume* : mais il ne conște pas de même que le soleil soit un million de fois plus grand que la terre , *en masse*. Il est plus que vraisemblable , il est comme certain , que la matiere qui forme le soleil , est beaucoup moins dense & moins compacte , que celle qui compose le globe terrestre. L'attraction du soleil n'est donc point un million de fois plus grande , que celle de la terre : puisque l'attraction , abstraction faite des distances , est proportionnelle aux masses & non aux volumes. Une masse égale en volume à la terre , & mille fois moins dense que la terre , auroit une action attractive mille fois moindre.

La physique n'a aucun principe fixe , d'après lequel elle puisse déterminer avec quelque précision , de combien le soleil est moins dense que la terre. Mais , pour la solution de la difficulté présente , il suffit de sçavoir que l'immense fournaise qui nous darde incessamment & la lumière & la chaleur , doit avoir considérablement moins de densité , que le globe qui nous soutient. La densité du soleil étant considérablement plus petite que celle du globe terrestre ; l'action attractive du soleil sera considérablement plus petite , que ne la suppose l'objection présente. (*fig. 22.*)

II°. La lune , outre son mouvement de rotation par lequel elle tourne sur son axe , outre

son mouvement de révolution par lequel elle tourne autour de la terre, a un *troisième mouvement* par lequel elle fait avec la terre une révolution autour du soleil chaque année. Par ce dernier mouvement, la lune résiste & se soustrait à l'attraction du soleil, de concert avec la terre : puisque la lune, en quelque point de son orbite qu'elle se trouve, est toujours animée d'un mouvement projectile d'occident en orient, lequel l'emporte en un an autour du soleil, ainsi que la terre. Donc la lune, ainsi que la terre, tend incessamment, par le moyen du mouvement qui l'emporte en un an autour du soleil, à s'échapper de sa grande courbe épicycloïdale, par une infinité de tangentes ou de sécantes à cette courbe, qui toutes l'éloigneroient du soleil : donc, quand même le soleil auroit autant de densité que la terre ; la lune ne devrait point être arrachée à la terre par l'action attractive du soleil, laquelle est sans cesse contrebalancée & en grande partie détruite par la force centrifuge que donne à la lune à l'égard du soleil, le mouvement projectile qui emporte incessamment la lune, ainsi que la terre, autour du soleil, d'occident en orient & selon l'ordre des signes, dans la direction TVXZT.

1425. OBJECTION III. Si la force attractive suit la *raison inverse des quarrés des distances* (1416) ; cette force attractive doit être comme infiniment grande, quand la distance est nulle. D'où il s'enfuivroit qu'un caillou détaché, qui touche la surface de la terre, devrait adhérer à cette surface avec une force comme infiniment grande : qu'un grain de sable contigu à ce caillou, devrait s'attacher à lui avec une force infinie :

que tous les éléments contigus qui composent l'eau, la terre, tous les corps, devroient avoir une adhérence & par-là même une dureté infiniment grande. Or toutes ces conséquences sont démenties par l'expérience : donc l'expérience ne s'accorde pas avec la théorie des loix de l'attraction.

RÉPONSE. Il y a peu de principes, qui mal envisagés & mal entendus, ne menent à des absurdités totalement étrangères à la source d'où l'on s'efforce de les faire découler. Il est vrai que la force attractive des corps est proportionnelle aux masses divisées par les quarrés de leurs distances au corps attiré : mais de ce principe vrai ne découle aucune des conséquences qu'on objecte ; comme il est facile de le faire voir & sentir.

(fig. 51.)

I°. Soient deux petits globes égaux & homogènes A & B éloignés l'un de l'autre de trois de leurs diamètres. L'attraction active de chaque globe est sa masse 1 divisée par le quarré de sa distance 3, c'est-à-dire, 1 divisé par 9 = $\frac{1}{9}$. Que ces deux petits globes s'approchent l'un de l'autre, en sorte qu'ils ne soient plus éloignés que de deux de leurs diamètres : la force attractive de chaque globe sera 1 divisé par le quarré de sa distance 2, c'est-à-dire, 1 divisé par 4 = $\frac{1}{4}$. Que ces deux mêmes globes deviennent contigus : leurs forces attractives qui ont pour centre général d'activité, le centre & non la surface de ces globes (1419), seront encore éloignées l'une de l'autre, d'un de leurs diamètres. La force attractive de chaque globe sera 1 divisé par le quarré de sa distance 1, c'est-à-dire $\frac{1}{1} = 1$. Il est clair que rien de tout cela n'annonce & n'exprime une force infinie.

On peut dire la même chose d'un caillou qui touche la surface de la terre, d'un atome qui touche un caillou, d'un atome qui touche un autre atome. Il y a toujours une distance plus ou moins grande entre les centres des forces attractives, lesquelles sont toujours éloignées entre elles, autant que sont éloignés les centres des masses qui s'attirent. Il est donc faux que la distance devienne jamais nulle : puisqu'elle reste toujours au moins égale aux deux distances qui séparent les centres des deux corps dont on évalue les forces attractives, en divisant leurs masses par le quarré de leurs distances respectives.

II°. En vain diroit-on que les deux petits globes dont on vient de parler, peuvent acquérir une proximité plus grande, que celle qu'ils ont en se touchant par leurs surfaces; & que leurs centres d'attraction peuvent se rapprocher de plus en plus jusqu'à la contiguïté, par l'applatiffement de ces mêmes surfaces. Vain subterfuge ! Car alors la matiere qui forme ces deux globes, cesseroit d'avoir un centre commun d'attraction; & chaque portion de cette matiere applatie auroit son centre d'attraction à part; comme nous allons le faire entendre.

1426. ASSERTION. *Il paroît que l'attraction réciproque de deux globes est dans sa plus grande force, quand ces deux globes sont contigus. (fig. 51.)*

EXPLICATION. D'abord il est certain que si deux globes contigus s'éloignent l'un de l'autre, leur action attractive diminue de plus en plus, en raison inverse du quarré de la distance augmentée (1416). Faisons voir maintenant que

L'un de ces deux globes ne peut pénétrer l'autre, sans que leur attraction diminue.

I°. Il paroît qu'un boulet de canon N qui descendroit à une très-grande profondeur dans une cavité souterraine D, doit perdre une partie de sa pesanteur. Car ce boulet placé en P, est attiré vers T par l'action attractive de tout le globe PRMSP, comme si toute la matière de ce globe étoit réunie & compénétrée en T. (1419.)

Mais quand ce même boulet de canon est placé en D, il n'est plus attiré vers le centre de la terre, que par la partie RDSMR de ce globe; & il est en même tems attiré en P, dans un sens opposé, par toute la partie R D S P R du même globe.

Ainsi, si ce boulet de canon D augmente en pesanteur ou en attraction passive, en s'approchant du centre de la terre; il semble devoir perdre une partie de sa pesanteur ou de son attraction passive, à cause de l'attraction opposée qui l'attire vers la surface P de la terre. Mais cette différence de pesanteur ne peut être qu'infinitement petite dans toutes les expériences qu'on peut faire en ce genre: parce qu'une profondeur de quelques centaines de pieds est comme nulle, en comparaison du rayon de la terre.

II°. Si au centre de la terre se trouvoit une cavité sphérique de quelques toises de diamètre: ce boulet de canon, placé au milieu de cette cavité T, n'auroit aucune pesanteur: parce qu'il seroit également attiré en tout sens, par toutes les couches concentriques de matière qui l'environnent; & que toutes ces attractions égales & diamétralement opposées s'annuleroient réciproquement. D'où il résulte que si un homme

étoit placé dans cette cavité *omno*, il pourroit se promener en tout sens sur cette surface concave, comme nous nous promenons en tout sens sur la surface convexe de la terre : avec cette différence, que nous avons une pesanteur qui nous porte toujours vers le centre de la terre ; & que cet homme n'auroit absolument aucune pesanteur ni vers le centre ni vers la surface de la terre.

1427. OBJECTION IV. Si l'attraction mutuelle, en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances (1418), est une loi générale qui affecte indifféremment tous les corps ; il s'en suit que toute la nature tend incessamment à perdre l'ordre & l'arrangement que nous y admirons ; & à rentrer dans l'informe chaos d'où la sagesse de son auteur ne l'a pas tirée vraisemblablement pour un tems limité. La conséquence n'est pas difficile à prouver. Car il est clair que les dernières étoiles, celles au-delà desquelles il n'y a plus ni corps opaques ni corps lumineux, doivent être sans cesse attirées vers les pénultièmes ; les pénultièmes, vers celles qui suivent, & ainsi de suite. D'où il doit nécessairement arriver, que toutes les étoiles, qui sont tout autant de soleils vraisemblablement entourés de planetes & de cometes, en se portant par un mouvement sans cesse accéléré les unes vers les autres avec tous les corps qui leur appartiennent, ne feront bientôt, par leur réunion générale, qu'un lourd & informe amas de matiere concentrée & condensée dans un même espace ; c'est-à-dire, qu'un chaos assez semblable à celui qu'ont imaginé & chanté les poètes.

RÉPONSE. La loi d'attraction, que nous avons expliquée & démontrée, ne menace l'univers

d'aucune ruine, ni prochaine, ni éloignée. Pour nous rendre plus sensibles dans la réponse que nous allons donner à l'objection présente, supposons d'abord qu'il n'y ait dans l'immensité des espaces célestes, que deux étoiles, notre soleil A & Sirius B, captivant chacun autour de soi un certain nombre de globes opaques & errants. Je dis & je démontre que la loi d'attraction n'exige point que le soleil & Sirius se réunissent en une même masse, dans un même espace; & on pourra dire la même chose de toute étoile, à l'égard d'une autre étoile. (*fig. 49.*)

I°. La force attractive du soleil à l'égard de Sirius, & de Sirius à l'égard du soleil, ne peut être qu'infiniment petite, à raison de la distance comme infinie qui sépare ces deux astres, & dont le quarré doit diviser leur attraction active (1418). Pour faire voir que la force attractive du soleil sur Sirius doit être infiniment petite, examinons d'abord la force attractive du soleil sur la terre. La pesanteur de la terre vers le soleil, est la mesure de l'attraction active du soleil, à la distance qui sépare les centres de la terre & du soleil: or cette action du soleil sur la terre, imprime à la terre un mouvement qui tend à l'approcher de cet astre, d'environ 32 pieds en une minute de tems (1273). Cette action attractive du soleil imprimerait le même mouvement à Sirius, si cet astre étoit aussi près du soleil que l'est la terre.

Mais l'action attractive du soleil décroît en raison inverse des quarrés des distances. Ainsi, si la terre étoit à une distance double, sa tendance vers le soleil, fruit de l'action attractive de cet astre, seroit quatre fois moindre: sa tendance vers le

soleil ne feroit que le quart de 32 pieds par minute. Si la terre étoit à une distance mille fois plus grande, sa tendance vers le soleil feroit un million de fois plus petite : elle ne feroit que la millionieme partie de 32 pieds en une minute. Enfin si la terre étoit à la distance de Syrius, distance comme infiniment grande, sa tendance vers le soleil feroit évidemment infiniment petite ; elle ne feroit qu'une infiniment petite partie de 32 pieds en une minute de tems ; & elle auroit besoin d'être exercée pendant une infinité de minutes, pour rapprocher la terre du soleil, d'une quantité de 32 pieds. Donc l'attraction du soleil sur Syrius, & l'attraction de Syrius sur le soleil, fera infiniment petite ; & ne pourra produire que des effets infiniment petits, qui ne doivent être physiquement comptés pour rien.

II°. S'il reste cependant quelque scrupule sur cette quantité infiniment petite de force attractive entre ces deux globes ; si l'on craint qu'à la longue cette quantité infiniment petite ne rapproche sensiblement le soleil & Syrius, & n'altère l'ordre & l'arrangement de la nature ; il est facile de dissiper entièrement ce scrupule. Car je dis que l'infiniment petite quantité de force attractive qui, dans l'hypothese de la gravitation universelle, sollicite ces deux soleils à s'approcher si foiblement & si lentement l'un vers l'autre, peut être détruite & annullée en mille & mille manieres, qui n'auront point échappé à l'indéfectible sagesse du Créateur. Comme nous ne pouvons pas assigner & déterminer celle qu'a choisie le Créateur, prenons - en une indifféremment parmi les possibles, pour nous servir d'exemple.

Soient A & B le soleil & Syrius, que nous regarderons comme les deux points extrêmes du monde créé, & entre lesquels nous supposerons placés d'autre soleils C. Selon les spéculations & les calculs des astronomes modernes, le centre du soleil n'est point parfaitement immobile au centre de notre monde planétaire: ce centre du soleil, réellement mobile, décrit périodiquement un petit orbe *aaa* autour d'un centre A pris non loin du centre du soleil, par une révolution assez semblable à celle des planetes, & qui n'est vraisemblablement que l'effet de l'attraction active que les planetes exercent persévérément sur cet astre en tournant autour de lui. En vertu de cette petite révolution *aaa* autour du centre A, le soleil a nécessairement un petit mouvement centrifuge par les tangentes *at*; & ce petit mouvement centrifuge est évidemment plus que suffisant pour détruire incessamment l'infiniment petite attraction passive qui peut solliciter le soleil A, à tendre vers Syrius en B.

Supposons à Syrius une semblable révolution *bbb*, autour d'un centre B pris non loin du centre de cet astre; & que cette petite révolution *bbb* de Syrius soit parallèle à la petite révolution *aaa* du soleil. Dans cette hypothèse, évidemment possible & évidemment vraisemblable, Syrius aura à son tour une petite force centrifuge par les tangentes *bt*; force qui tend persévérément à l'éloigner du soleil A, force plus que suffisante pour détruire incessamment l'infiniment petite attraction passive qui peut l'attirer vers le soleil A. Les deux soleils A & B, que nous avons supposé être les deux globes.

extrêmes du monde créé & nécessairement fini, n'auront donc rien qui les déplace, qui les rapproche l'un de l'autre, dans l'hypothèse que nous venons de choisir parmi une infinité d'autres possibles.

Un troisième soleil C, placé à égale distance à peu près entre les deux premiers, sera également attiré vers A & vers B, & n'aura rien non plus qui le déplace. Donc dans l'hypothèse d'une attraction universelle en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, l'ordre & l'arrangement primitif, établis par le Créateur, peuvent jouir d'une immutabilité toujours durable, & ne point tendre au chimérique chaos dont s'alarme l'imagination carthésienne.

III°. La théorie de l'attraction n'est établie & constatée que par des observations faites dans notre monde planétaire. Il est démontré par ces observations & par les conséquences qui en découlent, que l'attraction est une loi générale de la nature relativement à tous les corps qui font leurs révolutions périodiques autour de notre soleil, centre commun de tous leurs mouvements : mais il n'est pas absolument démontré que la même loi d'attraction ait lieu dans le système des autres soleils.

L'attraction mutuelle des corps n'étant point une propriété intrinsèque & essentielle de la matière, cette attraction n'étant que l'effet d'une volonté libre du Créateur ; il est clair que l'Auteur de la nature a pu absolument décerner un ordre de choses différent pour chaque soleil & pour les corps qui appartiennent à chaque soleil. Dans cette hypothèse, dont rien ne démontre & dont rien ne combat la réalité, & que peuvent

adopter ceux à qui la perspective du chaos peut inspirer quelque terreur panique, l'attraction active du soleil n'auroit aucune prise quelconque sur les étoiles plus ou moins éloignées.

IV°. Mais comme il est très-possible, & qu'il n'est pas improbable que l'Auteur de la nature ait soumis généralement tout l'univers à la même loi d'une attraction & d'une gravitation universelle; il faut dire que si l'attraction a lieu réciproquement entre les étoiles, le Créateur a tellement arrangé & combiné les choses, que toutes ces attractions infiniment petites dans de telles distances, se contrebalancent & se détruisent réciproquement dans chaque étoile: qu'autant que chaque étoile est poussée dans une direction par une foule de ces attractions conspirantes, autant elle est repoussée dans une direction opposée, par une autre foule d'attractions conspirantes, égales & contraires aux précédentes, mais toutes infiniment petites; comme nous l'avons d'abord expliqué. Delà l'invariabilité de l'arrangement primitivement établi par l'Auteur de la nature, entre les étoiles.

1428. OBJECTION V. Il y a une foule de phénomènes astronomiques, dont l'attraction ne rend point raison. Par exemple, on n'explique point dans le système de l'attraction, pourquoi les planètes ont un mouvement de rotation sur leur axe: pourquoi elles font leurs révolutions autour du soleil d'occident en orient, plutôt que d'orient en occident: pourquoi leurs orbites, toutes renfermées dans l'enceinte du zodiaque, s'entre-coupent sous différents angles; & ainsi du reste. Donc l'attraction de Newton doit être rejetée, comme une cause dont l'insuffisance démontre qu'elle est imaginaire & fabuleuse:

donc il en faut revenir à l'impulsion de Descartes, laquelle rend raison de tous les phénomènes célestes, de toutes leurs dépendances, de toutes leurs modifications quelconques.

RÉPONSE. Nous avouons sans peine, avec tous les newtoniens, que dans tous les principes de l'attraction générale des corps, on n'assigne aucune cause mécanique aux phénomènes qu'on objecte : qu'on n'en rend & qu'on ne peut en rendre d'autre raison, sinon que telle a été primitivement la volonté du Créateur, qui a librement voulu établir l'ordre que nous voyons dans la nature, & non un ordre différent; qui en conséquence de cette volonté libre, a imprimé aux planetes un tel mouvement de rotation plus ou moins rapide sur leur axe, un tel mouvement projectil plus ou moins incliné à l'écliptique, & ainsi du reste.

Au commencement des tems, antécédemment à la volonté & à l'action effectuées du Créateur, les planetes étoient, ainsi que toute autre matière, indifférentes au mouvement & au repos, indifférentes à tel mouvement ou à tel autre : elles se sont mues & se meuvent encore, avec le mouvement propre qui fut imprimé à chacune par le Créateur, & qu'aucune cause n'a détruit & n'a pu détruire dans l'espace vuide où se font leurs révolutions en un sens quelconque.

Demander que l'on assigne à ce mouvement primitif des planetes, une autre cause que la volonté & l'action du Créateur, volonté & action relatives aux effets qu'il vouloit produire dans la nature, c'est évidemment demander une absurdité : c'est demander une cause mécanique, là où il est évident qu'il n'y a & qu'il ne doit y avoir aucune cause mécanique.

Que l'on demande à Descartes, qui veut partout des causes mécaniques, pourquoi le grand tourbillon solaire fait sa révolution d'occident en orient, plutôt que d'orient en occident? Il répondra qu'on ne peut & qu'on ne doit en rendre d'autre raison, sinon qu'il a plu au Créateur de mouvoir ce grand volume de matiere dans ce sens, plutôt que dans un autre: que quand il s'agit des premiers principes des choses, des causes primitives de la nature, il est absurde d'en demander d'autre raison, que la volonté même de l'Auteur de la nature. Telle est la réponse de Descartes, réponse très-philosophique & très-plausible; & telle est aussi la nôtre.

1429. REMARQUE I. Il y a dans la nature deux sortes de phénomènes, qu'il ne faut point confondre. Les uns demandent, pour subsister, une cause toujours agissante, toujours appliquée à produire son effet: telle est, par exemple, la suspension du mercure dans le barometre, l'oscillation d'un pendule, le mouvement d'une planète en ligne courbe. Les autres ne demandent, pour subsister, qu'un défaut total d'obstacle, qu'une absence de toute cause capable de leur nuire, de déranger ou d'altérer leur action primitive: tel est le mouvement de rotation d'une sphere dans le vuide; tel seroit encore le mouvement en ligne droite d'une sphere ou d'un corps quelconque, qui existeroit seul dans le vuide infini.

I°. Les phénomènes du premier genre, les phénomènes qui ont besoin d'une cause toujours subsistante & toujours agissante, exigent d'un physicien, qu'il cherche des forces actives, propres à les produire; qu'il assigne des forces permanentes,

manentes, propres à les conserver; qu'il détermine la manière dont ces forces agissent, & qu'il évalue la quantité de leur action relativement à la différence des circonstances.

C'est précisément ce qu'a fait l'immortel Newton, en expliquant le grand phénomène du mouvement elliptique des planètes & des comètes; phénomène qui exige une cause sans cesse appliquée à infléchir le mouvement projectile, lequel par sa nature tend toujours à être rectiligne; phénomène qui exige une cause sans cesse variable, & dont l'action croisse & décroisse constamment en raison inverse des quarrés des distances. Quelle grandeur, quelle excellence, quelle perfection, dans cette brillante partie de la philosophie newtonienne! Newton ne se borne pas, comme les partisans des tourbillons, à chercher en gros & à peu près les phénomènes dans leurs causes: mais rejetant & dédaignant les vagues approximations, il soumet tout le ciel à la rigueur du calcul; & par le secours de tout ce qu'il y a de plus profond dans les mathématiques, il fait découler du grand principe de l'attraction, tous les phénomènes célestes, toutes leurs dépendances, toutes leurs circonstances, toutes leurs variations, la direction & le degré précis de la force qui convient à chaque corps dans toute position possible, avec une exactitude & une certitude qui feront à jamais & la gloire de Newton & le triomphe de l'attraction.

II°. Les *phénomènes du second genre*, ceux qui n'ont besoin que d'un défaut d'obstacle pour subsister, exigent simplement d'un physicien, qu'il assigne leur cause primitive; & qu'il démontre qu'il n'y a dans la nature, aucune cause phy-

sique dont l'action puisse les détruire ou les altérer. C'est encore ce qu'a fait le grand Newton. En démontrant l'existence du vuide dans l'immensité des cieux, il a fait disparoître tous les obstacles imaginaires qui pourroient détruire & le mouvement de rotation & le mouvement projectile que le Créateur imprima au commencement des tems, aux cometes, aux planetes principales & secondaires.

Ainsi, si l'on demande à un newtonien, pourquoi les planetes ont un mouvement de rotation sur leur axe toujours sensiblement parallele à lui-même, & un mouvement de révolution d'occident en orient dans des plans qui conservent toujours la même inclinaison sur le plan de l'écliptique; pourquoi les cometes se meuvent en tout sens & selon toute direction dans presque toute l'étendue du ciel, dans des orbites qui correspondent toujours aux mêmes étoiles, étant vues du soleil: il répondra très-philosophiquement, que les planetes roulent persévéramment sur leur axe avec une vîtesse constante & uniforme, en vertu du mouvement de rotation que le Créateur leur imprima primitivement, & que rien n'a pu détruire ou altérer dans les vuides célestes: qu'elles se meuvent dans différents plans, d'occident en orient & dans les limites du zodiaque; parce que le Créateur, au commencement des tems, leur imprima à chacune un mouvement projectile dans tel sens, & non dans un autre: que leur axe reste toujours sensiblement parallele à lui-même; parce qu'il n'y a aucune cause qui puisse sensiblement changer sa direction, d'un jour à l'autre, d'une année à l'autre: que leur révolution se fait toujours sensiblement

dans les mêmes points du ciel ; parce que leur mouvement projectile a eu sa direction primitive vers ces points du ciel ; & que ce mouvement projectile , quoique sans cesse infléchi vers le soleil , n'a aucune cause qui le tire & le détourne de son plan primitif (1266). Il répondra de même , que les comètes se meuvent d'occident en orient , d'orient en occident , du midi au nord , du nord au midi , chacune selon la direction du mouvement projectile qui lui fut imprimé par le Créateur au commencement des tems (1283) ; parce que dans le vuide immense des cieus , rien n'altère & ne détruit la direction de leur mouvement primitif , qui , quoiqu'infléchi sans cesse vers le soleil par la vertu attractive de cet astre , n'a rien qui le tire de son plan primitif , & qui puisse empêcher une comète quelconque de répondre toujours aux memes points du ciel , pendant sa révolution périodique autour du soleil.

Il seroit absurde d'aller plus loin , & de demander , outre l'action primitive & toujours subsistante du Créateur , une cause physique , une cause occasionnelle , pour entretenir , pour conserver , pour perpétuer des mouvements qui n'ont besoin d'aucune cause physique , d'aucune cause occasionnelle , pour subsister & pour persévérer toujours. Il faut une cause physique toujours subsistante & toujours agissante , pour perpétuer un mouvement qui est sans cesse détruit par des obstacles : mais il ne faut point de cause physique , pour perpétuer un mouvement qui une fois commencé n'est exposé à l'action d'aucune cause destructrice.

1430. REMARQUE II, Dans les grands phéno:

menes de la nature, dans l'ordre général qui règle & anime l'univers, il y a toujours des choses dont on ne peut rendre d'autre raison, dans quelque systême qu'on adopte, sinon qu'il a plu arbitrairement au Créateur que les choses fussent ainsi. Par exemple, quelle raison peut-on rendre dans le systême des tourbillons, des différences qu'on observe dans les distances, dans les directions, dans l'excentricité, dans les révolutions diurnes & annuelles des planetes ?

I°. La diversité des distances paroît totalement arbitraire : puisqu'elle ne suit ni la raison directe, ni la raison inverse des grandeurs. Mercure est plus petit que vénus ; & il est moins éloigné du soleil : saturne est plus petit que jupiter ; & il est plus éloigné du soleil.

II°. La différente inclinaison des orbites sur le plan de l'écliptique, est aussi arbitraire, soit dans les planetes, soit dans les cometes : puisqu'elle n'a aucun rapport fixe, ni avec les grandeurs, ni avec les distances, ni avec les tems périodiques. (1180.)

III°. La diversité d'excentricité est aussi arbitraire : puisqu'elle n'est assujettie à aucun rapport fixe. L'orbite de mars a proportionnellement plus d'excentricité que l'orbite de saturne & de jupiter, qui sont plus éloignés du soleil ; que l'orbite de la terre & de vénus, qui sont moins éloignées du soleil. (1186.)

IV°. La révolution plus ou moins rapide de chaque planete autour de son axe, n'est pas moins arbitraire : puisqu'elle n'a aucun rapport fixe, ni avec les grandeurs, ni avec les distances, ni avec les tems périodiques. (1181.)

V°. La diversité des tems périodiques n'a

non plus aucun rapport fixe avec les masses ou les grandeurs, soit dans les planetes, soit dans les cometes. (1190.)

Il résulte de tout cela, que ces diversités ne peuvent dépendre que du plus ou moins de mouvement primitif, librement & arbitrairement imprimé par le Créateur aux planetes & aux cometes; que de la direction de ce mouvement primitif, en un sens plutôt qu'en un autre; que du défaut de tout obstacle capable de détruire ou d'altérer ce mouvement primitif dans les espaces célestes. Telle est l'explication que donne Newton de ces diversités; & telle est la seule explication dont elles soient susceptibles.

1431. REMARQUE III. Quoiqu'il y ait dans la nature, bien des choses dont on ne peut rendre d'autre raison, que la volonté libre & arbitraire du Créateur; il ne s'ensuit pas delà que cet ordre de choses soit l'effet d'un aveugle caprice dans le Créateur. Nous pensons avec Léibnitz, que *rien ne se fait dans la nature sans une raison suffisante* (50), sans penser avec lui qu'il résulte delà quelque nécessité conséquente dans l'action du Créateur. (*Mét.* 434 & 436.)

Si l'on demande maintenant quelle peut avoir été la raison ou la *cause finale* qui a pu engager le Créateur à mettre tant de diversité arbitraire dans les révolutions des différents globes qui forment notre monde planétaire; nous répondrons par des conjectures, à une question qui n'est susceptible que de conjectures.

Quoiqu'il ne soit pas donné à l'esprit humain, de pénétrer en tout & par-tout le sanctuaire de la Divinité; de deviner & de saisir toutes ses vues toujours adorables, quelquefois impéné-

trables ; de découvrir toutes les causes finales , infiniment variées , souvent infiniment cachées ; nous ne craignons point de hasarder sur la matière présente , ces deux observations :

I°. Il paroît que le Créateur a soumis l'univers à des loix générales & invariables , quoique libres & arbitraires dans leur principe & dans leur nature (1306 , 1430) ; pour montrer sensiblement aux hommes , que cet ouvrage admirable & inaltérable est soumis en tout & par-tout à une puissance & à une sagesse infinies , à qui il doit essentiellement , & son existence , & sa conservation , sans rien devoir à une aveugle fatalité ou à un aveugle hasard.

II°. Il paroît que le Créateur a mis une diversité arbitraire & indépendante de tout rapport avec les masses , dans les directions , dans les excentricités , dans les distances des planetes & des cometes ; soit pour donner plus de variété & plus de richesse au spectacle de la nature ; soit pour empêcher plus efficacement les hommes de juger que cet ordre de choses ait pour cause , ou quelque exigence intrinsèque de la matière , ou quelque défaut de liberté dans l'Auteur de la nature.

Quoi qu'il en soit de ces observations ou de ces conjectures sur les causes finales , il est certain qu'on ne peut imaginer aucune théorie qui mette l'univers dans une plus grande dépendance du Créateur , que la théorie de Newton ; théorie en tout & par-tout également conforme , & aux principes de la physique , & aux principes de la religion.

PARAGRAPHE TROISIEME.

INFLUENCE DE L'ATTRACTION.

1432. OBSERVATION. L'empire de l'attraction n'a d'autres limites, que celles de la nature elle-même, qu'elle anime & régit en tout & par-tout, du moins dans notre monde planétaire & dans tout notre système solaire. Nous allons observer son influence dans la pesanteur des corps, dans le mouvement curviligne des planetes & des cometes, dans le grand & permanent phénomène du flux & du reflux de la mer.

CHAPITRE PREMIER.

LA PESANTEUR DES CORPS.

1433. Le plus grand phénomène de la nature, c'est celui de la *pesanteur des corps*. Quelle est la cause de cette pesanteur des corps? Problème intéressant, qui a excité la curiosité de tous les plus célèbres physiciens, & qui n'a été résolu d'une manière satisfaisante, que par l'immortel Newton.

En exposant les divers systèmes qu'on a imaginés sur cet objet, nous ne nous arrêterons pas à rapporter & à réfuter l'opinion surannée de la plupart des anciens philosophes, qui regardoient la pesanteur comme l'effet d'une vertu ou qualité occulte de la matiere; qui supposoient l'effet, sans lui donner aucune cause, ou en ne lui donnant qu'une cause fabuleuse & chimérique

qu'a profcrit à jamais la faine phyfique dans ces derniers fiecles.

Opinion de Gaffendi.

1434. SENTIMENT I. Gaffendi imagina un écoulement de corpuscules crochus, dardés en tout fens du fein de la terre, dans la direction de fes rayons prolongés. Ce torrent de corpuscules vient-il à rencontrer une bombe ou un caillou ou tel autre corps ? Il lui imprime un mouvement diamétralement oppofé au sien. Delà la pefanteur de cette bombe ou de ce caillou, qui par fa nature ne tendoit pas plus à descendre qu'à monter par le rayon ; à fe mouvoir par le rayon, que par la tangente. (*fig. 51.*)

RÉFUTATION. Le premier vice de cette hypothefe, ainfi que de l'hypothefe des tourbillons, c'est de manquer totalement de vraifemblance. Mais réalifons pour un moment ce fabuleux écoulement de corpuscules crochus ; & examinons quels effets phyfiques il devroit produire.

I°. Ces corpuscules dardés du fein de la terre dans la direction de fes rayons prolongés TA, TB, TN, doivent néceffairement rencontrer & heurter la furface des corps qui eft tournée vers la terre. Mais, ou ils rencontreront des parties folides ; & alors ils communiqueront à ces parties le même mouvement qu'ils ont ; un mouvement qui, loin de les porter vers le centre de la terre, les en éloignera davantage : ou ils rencontreront des pores ; & alors ils continueront leur route fans communiquer aucun mouvement au corps qu'ils traversent fans obftacle.

II°. Ces corpuscules inceffamment émanés du

sein de la terre, ayant assez de force motrice pour imprimer un si grand mouvement de pesanteur aux corps qu'ils rencontrent, doivent avoir nécessairement une masse fort considérable : sans quoi, quelle que fût leur vitesse, leur impulsion, ainsi que celle de la lumière, seroit insensible, & ne déplaceroit point les corps. Que devient donc cette énorme quantité de matière, qui jaillit sans cesse & de toute part en torrents impétueux, du sein de la terre ? S'échappe-t-elle sans retour, du sein de la terre ? La terre seroit bientôt épuisée par une telle perte. Revient-elle au sein de la terre ? Il lui faut une pesanteur ; & il reste à demander à Gassendi, d'où vient cette pesanteur à la matière qui produit la pesanteur.

Opinion de Descartes.

1435. SENTIMENT II. Selon Descartes & selon tous ses sectateurs, la pesanteur ne réside que dans les corps composés d'une matière rameuse & cannelée ; & cette pesanteur a pour cause l'impulsion de la matière éthérée (1384), qui n'a elle-même aucune pesanteur. Pour faire concevoir ce mécanisme, d'après les idées cartésiennes (*fig. 53*) :

Soit S le centre d'un grand tourbillon, par exemple, du tourbillon solaire ; P, une planète emportée dans la direction MN, par le courant du tourbillon ; *aa*, *cc*, *rr*, *nn*, une foule de petits globules ou de petits tourbillons, contigus à la planète.

1°. Tandis que tout le grand tourbillon fait sa révolution autour du centre S, disent les car-

téfiens, les petits tourbillons plus éloignés aa , cc , ont plus de vîtesse & plus de force centrifuge, que les petits tourbillons moins éloignés rr , nn : donc les petits tourbillons supérieurs aa , cc , tendent avec plus de force à s'éloigner du centre S , que les petits tourbillons inférieurs rr , nn .

II°. Les petits tourbillons supérieurs aa , cc , ne peuvent tendre à s'éloigner du centre S du tourbillon général, fans tendre à se joindre, & fans tendre à pousser la planete P vers le centre S du tourbillon général. De même les petits tourbillons inférieurs rr , nn , ne peuvent tendre par leur mouvement centrifuge à s'éloigner du centre S du tourbillon général, fans tendre à se joindre, & fans tendre à éloigner la planete P du centre S du tourbillon général. Ainsi si les forces centrifuges des petits tourbillons aa & rr étoient égales, la planete, livrée à ces deux forces égales & opposées, ne tendroit ni à s'éloigner ni à s'approcher du centre S du grand tourbillon.

III°. Mais comme la force centrifuge est plus grande dans les petits tourbillons supérieurs aa , que dans les petits tourbillons inférieurs rr ; la planete P , indifférente par elle-même à s'approcher ou à s'éloigner du centre S , fera fans cesse poussée vers ce centre, par l'excès de force impulsive qu'ont les petits tourbillons supérieurs aa , sur les petits tourbillons inférieurs rr . Par cette différence de force centrifuge & impulsive, plus grande en aa qu'en rr , la planete toujours enveloppée de petits tourbillons, fera toujours pressée & poussée par les petits tourbillons supérieurs avec plus de force dans la direction PS ,

qu'elle n'est pressée & poussée par les petits tourbillons inférieurs dans la direction opposée SP. Delà , selon les cartésiens , sa gravitation ou sa tendance vers le centre S ; gravitation qui a pour cause unique l'impulsion des petits tourbillons contigus , lesquels ont plus d'action en *aa* qu'en *rr*.

1436. RÉFUTATION. Quoique nous ayons déjà détruit la chimere des tourbillons (1399), supposons en pour un moment l'existence ; & faisons voir qu'ils ne quadrent pas mieux avec les phénomènes de la pesanteur , qu'avec les phénomènes des mouvements célestes dans les planètes & dans les comètes.

1^o. Il est évident , & les cartésiens eux-mêmes ont été forcés d'en convenir , qu'un globe P , placé dans un torrent de matière étherée élastique ou non élastique , doit nécessairement se mouvoir avec la même vitesse que le torrent qui l'entraîne. Ce globe a donc , soit dans sa partie supérieure , soit dans sa partie inférieure , une force centrifuge précisément égale à celle des petits tourbillons qui le touchent. Donc ce globe a dans sa partie supérieure , de quoi se défendre contre l'excès de force centrifuge que peuvent avoir les petits tourbillons supérieurs *aa* , sur les petits tourbillons inférieurs *rr*. Donc ce globe , s'il est sans pesanteur par lui-même , ne fera poussé en aucune manière vers le centre S du tourbillon général , par l'excès de force centrifuge qu'ont les petits tourbillons plus éloignés *aa* , sur les petits tourbillons moins éloignés *rr* : puisque ce globe , soit en *aa* , soit en *rr* , est animé d'une force centrifuge précisément égale à celle des petits tourbillons qui l'assiègent & qui pourroient le heurter.

Les carthésiens ont senti la force de cette démonstration ; & pour sauver leur théorie qu'elle ruinoit de fond en comble , ils ont imaginé dans les petits tourbillons qui touchent le globe P , une force centrifuge différente de celle qui naît du grand tourbillon ; une *force centrifuge propre* à chaque petit tourbillon , & qui naît d'une révolution rapide que fait incessamment sur lui-même chaque petit tourbillon *a, c, r, n.* Ces petits tourbillons , soit à raison de leur masse plus grande , soit à raison de leur révolution plus rapide sur eux-mêmes , ont d'autant plus de force centrifuge propre , selon les modernes carthésiens , qu'ils sont plus éloignés du centre S de tout le grand tourbillon. Ainsi le globe P , qui a par-tout une force centrifuge égale à la force centrifuge des différentes couches du grand tourbillon dans lesquelles il est placé , sera poussé vers S par l'excès de force centrifuge propre qu'ont les petits tourbillons supérieurs *aa* sur les petits tourbillons inférieurs *rr* : parce que ce globe P , n'ayant que la force centrifuge commune à tout le grand tourbillon , n'a rien qui puisse le soustraire à la force centrifuge particulière des petits tourbillons *aa, rr* , qui l'assiègent. Ces petits tourbillons , farcis eux-mêmes indéfiniment d'autres plus petits tourbillons , satisfont-ils mieux aux phénomènes de la pesanteur ? Non , sans doute : car en leur faisant grace sur leur défaut total de vraisemblance ,

II°. De quelque manière que les tourbillons supérieurs *aa* précipitent la planète vers le centre S , soit par un excès de force centrifuge générale , soit par un excès de force centrifuge propre ; il s'ensuit que la planète P doit se porter

avec un mouvement sans cesse accéléré ou vers le centre ou vers l'axe du grand tourbillon, sans que rien puisse la garantir d'une telle chute PS : puisque la planète ne peut jamais avoir plus de force centrifuge générale, que la couche du grand tourbillon qui l'entraîne ; & qu'elle est toujours en butte à l'excès de force centrifuge qu'ont les petits tourbillons supérieurs *aa*, sur les petits tourbillons inférieurs *rr*. D'où il s'enfuivroit que toutes les planètes & toutes les comètes devroient, selon la théorie carthésienne, aller dans peu s'engloutir dans le soleil.

III°. De quelque manière que naisse l'impulsion qui fait tomber les corps, qu'elle vienne ou de la force centrifuge générale, ou de la force centrifuge propre ; tous les corps devroient tendre dans leur chute, non vers le centre du tourbillon, mais vers un point de l'axe correspondant à leur éloignement de l'équateur du même tourbillon : puisque dans la révolution d'une sphère sur son axe, toutes les tranches parallèles à l'équateur décrivent leurs cercles à part, dont le centre est sur l'axe ; & que les forces centrifuges sont toujours diamétralement opposées aux forces centripètes. Ainsi une pierre qui tombe librement dans une latitude de 45 degrés, devroit avoir sa direction, non vers le centre de la terre, mais vers un point de l'axe terrestre également éloigné & du centre de la terre & du pôle voisin.

L'expérience est conforme à cette théorie. Car si on fait tourner rapidement sur son axe un globe de verre plein d'une eau dans laquelle se trouvent mêlés une goutte d'huile, quelques petits morceaux de cire, ou tels autres corps

plus légers que l'eau ; pendant la révolution du globe , l'eau , par son excès de force centrifuge , gagne par-tout la circonférence , & force les corps plus légers qu'elle , à quitter la circonférence , & à descendre , non dans une direction qui les porte vers le centre du globe , mais dans une direction qui les porte vers l'axe , dans une latitude égale à celle qu'ils avoient au commencement de leur chute. C'est donc en vain qu'on imagineroit des suppositions & des raisonnements , pour établir le contraire de ce que démontre l'expérience. Le globe dont nous parlons , est , autant qu'il est possible de l'effectuer , l'image du mécanisme cartésien : or dans ce globe les corps qui ont moins de force centrifuge , tombent , non vers le centre , mais vers différents points de l'axe : donc la même chose devrait arriver aux corps qu'émporte le tourbillon de la terre , par exemple , à une pierre qui tombe du haut d'un toit. Cette pierre , en France , devrait donc tendre , non vers le centre de la terre , mais vers un point de l'axe terrestre , également éloigné à peu près & du centre de la terre & du pôle boréal de la terre : ce qui est évidemment contraire au phénomène de la gravitation des corps terrestres.

IV°. De quelque manière que l'impulsion des tourbillons fasse descendre les corps , les corps gravitants devraient avoir une pesanteur proportionnelle , non à leurs masses , mais à leurs surfaces : puisque les corps en prise à l'impulsion des tourbillons doivent recevoir un d'autant plus grand nombre de secouffes égales , qu'ils présentent plus de surface à la force centrifuge générale ou particulière des tourbillons qui les

assiégent & qui les forcent à descendre. Or la pesanteur est proportionnelle aux masses, & non aux surfaces : donc la pesanteur n'est point l'effet de l'impulsion des tourbillons.

V°. De quelque maniere que l'impulsion des tourbillons fasse descendre les corps, les corps ne devroient pas accélérer leur mouvement selon la suite des nombres impairs (366). Car à mesure que leur mouvement s'accélere, ce mouvement les soustrait en partie à la percussion des tourbillons, laquelle devenant par-là toujours plus foible, doit produire un effet moindre que celui qu'exprime la suite des nombres impairs : puisque l'effet exprimé par la suite des nombres impairs, exige que la force accélératrice soit constante & uniforme. Donc la théorie des tourbillons ne s'accorde en aucune maniere avec les phénomènes de la pesanteur.

VI°. Il est certain que la matiere éthérée des carthésiens, si elle existe, a elle-même une pesanteur, ainsi que le reste des corps : donc la pesanteur n'est pas l'effet de l'impulsion de cette matiere éthérée. Je démontre l'antécédent. Toutes les hypotheses qu'on peut imaginer en faveur des tourbillons, supposent toujours nécessairement que la matiere éthérée a un mouvement curviligne : or une telle supposition démontre dans la matiere éthérée, une gravitation ou une pesanteur indépendante de l'impulsion. Car tout mouvement curviligne renferme nécessairement deux choses, une force projectile & une force centripete, ou une tendance dans la direction de la tangente & une autre tendance dans la direction du rayon. Donc le Créateur, au commencement des tems, imprima à la fois

à cette matière éthérée, si elle existe, & un mouvement projectile, & un mouvement central, indépendants l'un de l'autre : puisque si la matière éthérée, en commençant à se mouvoir, n'avoit eu que le mouvement projectile par la tangente, elle n'auroit point pu infléchir son mouvement dans la direction du rayon. Or dans la nature, les choses subsistent par les mêmes causes, & demeurent soumises aux mêmes loix, qui leur ont donné commencement : donc la gravitation ayant commencé dans la matière éthérée sans le secours de l'impulsion (puisque'on ne peut supposer aucune impulsion antérieure à la première impulsion dont il s'agit ici), il s'ensuit que la gravitation subsiste dans la matière éthérée, sans le secours de l'impulsion. Donc la matière éthérée, si elle existe, a elle-même une pesanteur dont il faut chercher la cause. Donc l'hypothèse carthésienne n'est propre en aucune manière, à rendre raison du grand phénomène de la gravitation des corps.

1437. OBJECTION. Les preuves par lesquelles on établit ici la pesanteur de l'éther carthésien, pesanteur qui ruinerait de fond en comble toute la théorie des tourbillons, ne paroissent point solides & plausibles. Car supposons que le mouvement projectile de la matière éthérée ait commencé dans une concavité sphérique ou elliptique : ce mouvement projectile, continuellement arrêté par la concavité sphérique ou elliptique, se fera sans cesse infléchi, sans le secours d'une force centrale indépendante de l'impulsion. Or c'est ainsi que les carthésiens supposent le mouvement initial des tourbillons dans le plein, où chaque couche est captivée par la
couche

couche supérieure & captive la couche inférieure : donc ces tourbillons ont pu s'infléchir sans le secours d'une gravité ou d'une pesanteur qui leur soit propre.

RÉPONSE. I°. Nous avons démontré dans notre Métaphysique, que le monde existant n'est point & ne peut point être infini en étendue ; qu'il y a, au-delà des parties extrêmes du monde existant, un espace incréé & infini, vuide de toute matière, & capable de recevoir à l'infini une nouvelle matière (*Mét.* 442). Donc il n'y a au-delà des dernières couches des tourbillons imaginés par les cartésiens, aucune concavité sphérique ou elliptique, capable d'arrêter & d'infléchir le mouvement projectile des dernières couches des tourbillons.

Donc, selon les loix connues & démontrées du mouvement, lequel par sa nature tend toujours à s'effectuer en ligne droite, & qui s'effectue toujours réellement en ligne droite, dès qu'il cesse d'être infléchi par quelque cause, ou par quelque obstacle (309) ; les dernières couches, ensuite les pénultièmes, ensuite toutes les autres successivement & à l'infini, doivent se mouvoir en ligne droite, s'échapper par la tangente, se dissiper & se perdre sans retour au loin dans le vuide infini, si elles n'ont point de gravitation ou de force centripète, qui les infléchisse incessamment, qui les retienne & les captive efficacement autour du centre général du tourbillon. Donc il est réellement & solidement démontré que la matière éthérée, si elle existe, a en elle-même une vraie gravité indépendante de l'impulsion ; ainsi que la flamme, que la fumée, que l'air, que tous les corps solides, liquides

& fluides , qui sont soumis à nos expériences.
(243.)

II°. Quand même on passeroit aux cartésiens la chimérique négation d'espace qu'ils ont imaginée au-delà des dernières couches de leurs grands tourbillons , pour les captiver ; leur hypothèse n'en feroit pas moins ruineuse. Car, outre tous les autres inconvénients que nous avons déjà dévoilés dans cette fabuleuse & chimérique hypothèse & qui la détruisent en mille & mille manières ; quel horrible frottement n'effuieroit pas cette énorme machine en tout sens & dans toutes ses parties ! N'est-il pas évident qu'en vertu du frottement & de la résistance , qu'éprouveroit la dernière couche de chaque grand ou petit tourbillon dans sa concavité sphérique ou elliptique , & qu'elle communiqueroit nécessairement & successivement à toutes les couches plus voisines du centre ; la masse entière du tourbillon perdrait sans cesse une partie notable de son mouvement primitif , & se trouveroit bientôt réduite à une inactivité entière , à une inertie totale & absolue : puisqu'il est démontré que le mouvement cesse & périt dans tout corps , par la résistance qu'il effuie (310) ? Tel est le sort attaché à toutes les fabuleuses hypothèses : elles ne peuvent éviter un abyme , sans se précipiter dans un autre. *Incidit in Syllam , cupiens vitare Charybdim.*

Radiation de Leibnitz.

1438. SENTIMENT III. Un des plus zélés partisans des tourbillons , le fameux Leibnitz , reconnut & avoua que la pesanteur des corps ne pouvoit en aucune façon naître & découler de

la force centrifuge , générale ou particulière des tourbillons. Pour concilier ce grand phénomène de la pesanteur des corps avec la théorie des tourbillons , il attribua à l'éther cartésien , sans détruire son mouvement de révolution générale & particulière , un *nouveau mouvement* , une tendance du centre à la circonférence du tourbillon.

De ce nouveau mouvement , que Leibnitz nomma *radiation* , & auquel M. Vilmot donna pour cause une *ébullition* générale dans tout le grand tourbillon , ils ont tâché l'un & l'autre de faire découler la pesanteur des corps ; en disant que les petits tourbillons ne peuvent tendre partout du centre à la circonférence du grand tourbillon par une infinité de rayons , sans précipiter les corps qu'ils rencontrent , vers le centre commun de tout le tourbillon.

RÉFUTATION. I°. Il est évident que cette *radiation* , que cette *ébullition* , met un nouveau vice dans l'hypothèse des tourbillons , en la rendant encore plus composée , plus compliquée , plus ruineuse , plus inadmissible & plus révoltante. (*fig. 53.*)

II°. Il est évident que le mécanisme de cette radiation revient en grande partie , au mécanisme que nous avons déjà réfuté dans Gassendi ; & que si elle pouvoit avoir quelque effet , ce seroit de pousser les corps vers la circonférence , & non vers le centre du tourbillon. (1434.)

III°. Il est évident qu'un tourbillon ainsi imaginé est comme un fluide qui seroit enfermé de toute part , & qui seroit pressé en tout sens dans son centre vers sa circonférence. Or il est clair qu'un tel fluide , comme l'a démontré & fait sentir le célèbre Jean Bernouilly , doit selon les

loix de l'équilibre, être par-tout en repos : donc un corps placé dans ce fluide, se trouvant également pressé en tout sens par le fluide, doit aussi être en repos, & n'acquérir aucune gravitation, aucune tendance vers le centre du fluide. Donc le grand phénomène de la pesanteur des corps, ne peut en aucune manière naître & découler de l'impulsion des tourbillons ; quelque mouvement que l'on suppose arbitrairement, & communément contre toute vraisemblance, à ces tourbillons.

A T T R A C T I O N D E N E W T O N .

1439. SENTIMENT IV. Selon Newton, la pesanteur des corps est un effet de la loi générale d'attraction en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, soit dans le vuide, soit hors du vuide ; & la pesanteur convient généralement à toute matiere quelconque, solide, fluide, liquide : parce que toute matiere est également en prise à l'action du corps qui l'attire vers lui, avec une force qui est toujours & par-tout le produit de sa masse divisé par le quarré de sa distance au corps attiré ; quelle que soit & la nature & la masse du corps attiré. (1418.)

P R O P O S I T I O N .

1440. *La pesanteur des corps est un effet, non de l'impulsion, mais de l'attraction.*

DÉMONSTRATION. Il est clair que la pesanteur est un effet général dans la nature, où nous voyons tous les corps graviter vers certains centres communs ; & que cet effet général doit

nécessairement découler d'une cause générale de la nature. Or les deux causes générales de la nature, sont l'impulsion & l'attraction: donc la pesanteur doit nécessairement découler de l'une de ces deux causes, si elle ne découle pas de toutes les deux à la fois.

I°. Il est certain que la pesanteur des corps ne découle point de l'impulsion, ou n'a point pour cause l'impulsion: en premier lieu, parce que cette pesanteur existe & agit dans les planètes & dans les comètes, qui sont placées dans des espaces vuides, dans des espaces où il n'y a aucune matière impulsive, dans des espaces où la pesanteur ne peut être produite & perpétuée par aucune impulsion quelconque (1399): en second lieu, parce qu'en réalisant même toutes les fabuleuses hypothèses d'impulsion d'où l'on voudroit faire découler la pesanteur des corps, il n'en peut jamais naître une pesanteur telle qu'elle existe dans la nature, une pesanteur telle que la montrent les phénomènes. (1436.)

II°. Il est certain que la pesanteur est une propriété commune à tous les corps solides, liquides, fluides, à la terre, à l'eau, à l'air, aux vapeurs les plus subtiles, à la fumée & à la flamme, à tous les corps qui peuvent être soumis à nos expériences & à nos observations (243). Il est certain que tous les corps exposés à nos observations, gravitent les uns vers les autres, la lune & les corps terrestres vers la terre, les comètes & les planètes principales vers le soleil, les planètes subalternes vers leur planète principale; même dans des espaces où ne se trouve certainement aucune matière propre à leur donner une impulsion & une pesanteur. Il est certain

que la matière la plus subtile qu'ait pu imaginer & concevoir l'esprit humain, a nécessairement une pesanteur propre, une pesanteur qui infléchit sans cesse son mouvement, si elle existe (1436, 1437). D'où il résulte que la pesanteur est une propriété commune à tous les corps quelconques, du moins dans notre monde planétaire.

III°. Mais s'il est certain & évident que les phénomènes de la pesanteur, de cette propriété commune à tous les corps quelconques, ne peuvent se concilier avec la théorie de l'impulsion (1436); il n'est pas moins certain & évident que les phénomènes de la pesanteur, tels que les montrent par-tout l'expérience & l'observation, autour de nous ou loin de nous, quadrent parfaitement en tout & par-tout avec la théorie de l'attraction mutuelle des corps: car étant donnée la loi d'attraction réciproque, en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, entre tous les corps de notre monde planétaire (1416); on déduira de cette loi démontrée, tous les phénomènes de la pesanteur des corps, tels que l'expérience & l'observation les ont fait découvrir. Par exemple,

Il résulte de cette loi en premier lieu, que tous les corps qui forment le *globe terrestre* ou qui appartiennent de près ou de loin à ce globe, doivent graviter vers son centre (1419): que si ce globe n'est point parfaitement sphérique, la gravitation ne doit pas tendre par-tout précisément au centre (1420); mais vers un point d'un petit noyau pris autour du centre (1374): que la gravitation d'un corps plus éloigné du centre de la terre, doit être moindre que celle d'un

corps plus voisin de ce même centre de la terre (251); & que cette gravitation est toujours & par-tout en raison inverse des quarrés des distances (1272): que dans un même espace vuide & sans résistance, une plume & un boulet de canon doivent tendre avec une même vitesse vers le centre de la terre (245), étant en prise l'une & l'autre à la même force accélératrice qui est l'attraction active de la terre (1415): qu'en vertu de cette force accélératrice, la chute des corps doit s'accélérer dans le vuide selon la suite des nombres impairs (366), pourvu que les espaces parcourus ne soient pas bien considérables; mais que si cette chute s'effectuait dans un très-grand espace & durerait assez long-tems, le mouvement accéléré croîtroit dans un rapport plus grand que celui des nombres impairs, parce qu'alors la force accélératrice cesseroit d'être sensiblement uniforme & iroit en croissant relativement au corps attiré.

Il résulte de cette loi en second lieu, que la terre doit graviter vers la lune, ainsi que la lune gravite vers la terre (1411): que les satellites de saturne & de jupiter doivent graviter vers leur planète principale, ainsi que la planète principale gravite vers le soleil; ainsi que la lune gravite vers la terre: que deux planètes assez voisines, par exemple saturne & jupiter en conjonction, doivent agir réciproquement l'une sur l'autre, altérer la régularité de leur courbe & de leur mouvement, comme la chose arrive en effet (1445): que dans les planètes plus éloignées du soleil, la gravitation ou la pesanteur vers cet astre, doit être moindre que dans les planètes qui en sont plus voisines; &

que les pesanteurs respectives doivent être toujours & par-tout, comme elles le font en effet, en raison inverse des quarrés des distances (1273) : que dans les comètes, qui sont tantôt très-près, & tantôt immensément loin du soleil, la pesanteur doit immensément varier, comme il conste qu'elle varie en effet immensément ; & ainsi du reste.

IV°. A qui pourroit-on persuader que tous les différents phénomènes de la pesanteur des corps puissent s'accorder en tout & par-tout avec la loi d'une attraction universelle entre tous les corps, sans découler de cette loi, sans être un effet de cette loi ? A qui pourroit-on persuader que tous les phénomènes de la pesanteur des corps puissent être en tout & par-tout en opposition avec la théorie de l'impulsion, & naître cependant constamment & universellement de cette loi d'impulsion ? Donc il est certain & démontré par l'observation des phénomènes, que le grand phénomène de la pesanteur des corps a pour cause, non l'impulsion, sous quelque point de vue qu'on l'envisage ; mais l'attraction réciproque & universelle, en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances. C. Q. F. D.



CHAPITRE SECOND.

LE MOUVEMENT CURVILIGNE DES PLANETES
ET DES COMETES.

PROPOSITION I.

1441. *Tous les phénomènes du mouvement curviligne des planetes & des cometes, découlent de la loi générale d'une attraction réciproque entre ces astres & le soleil.*

EXPLICATION. Avant Newton, Kepler avoit trouvé par le moyen des observations astronomiques, que toutes les planetes principales étoient animées d'une force centrale toujours & par-tout en raison inverse des quarrés des distances au soleil; & que cette force centrale, tantôt plus & tantôt moins grande dans chaque planete isolée, infléchissoit tantôt plus & tantôt moins son mouvement projectile sur chaque point de son orbite. Telle est la fameuse découverte de Kepler, qui est devenue la base de toute l'astronomie.

Newton chercha dans la nature, la cause de cette force centrale; force toujours & par-tout variable, force toujours & par-tout en raison inverse du quarré de la distance au soleil: & après avoir démontré que l'impulsion n'en étoit point & ne pouvoit point en être la cause physique, il trouva & il démontra que cette force centrale avoit pour cause physique, l'attraction réciproque qui regne entre tous les corps de la nature, soit dans le vuide, soit hors du vuide.

Newton observa, que la même loi d'une force centrale en raison inverse des quarrés des distances, infléchissoit le mouvement projectile des planetes subalternes autour de leur planete principale, des cometes autour du soleil; & il trouva & démontra que cette force centrale dans les cometes, avoit pour cause physique l'attraction active du soleil; que cette force centrale dans les planetes subalternes ou secondaires, avoit pour cause physique l'attraction active de la planete principale.

En généralisant cette théorie, Newton trouva & démontra, qu'étant donnée la loi d'une attraction mutuelle & réciproque entre tous les corps de la nature, en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances (1412, 1416); la nature devoit nous offrir dans le ciel, tous les phénomènes que nous y observons, avec toutes leurs circonstances, avec toutes leurs dépendances, avec toutes leurs petites irrégularités: & les observations astronomiques qu'on a faites depuis Newton dans toutes les contrées de notre globe, ont démontré que la théorie de ce grand homme étoit en tout & par-tout la théorie même de la nature.

DÉMONSTRATION. Étant donnée la loi d'une attraction mutuelle & universelle en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, s'ensuivent les phénomènes suivants, qui ne sont autre chose que la théorie même de Kepler, développée par Newton, adoptée par tous les astronomes modernes, & confirmée en tout par les observations les plus exactes.

1°. Les planetes & les cometes se mouvront

en ligne courbe autour de certains centres : puisque leur mouvement projectile par la tangente, sera sans cesse infléchi par une force centrale, fruit de l'attraction active du corps qui les attire, par exemple de l'énorme masse du soleil, dont le volume est environ un million de fois plus grand que celui de la terre.

II°. Les planetes & les cometes décriront des courbes différemment excentriques & en un sens quelconque : selon la différente combinaison de la force projectile & de la force centrale, au moment où a commencé leur révolution au sein du vuide immense. (1285.)

III°. La courbe d'une même planete ou comete répondra toujours, du moins pendant un très-long-tems, aux mêmes points du ciel : puisque le mouvement projectile de cette planete ou comete, quoique incessamment infléchi vers le point central par la force attractive de ce point central, n'a rien qui le tire du plan primitif où il a commencé. (1266.)

IV°. Le rayon vecteur d'une même planete ou comete, décrira toujours des aires égales, en des tems égaux ; des aires proportionnelles aux tems, en des tems inégaux : puisque la planete ou comete est toujours & par-tout animée d'une force centrale propre à produire ces effets. (1279.)

V°. Le mouvement d'une même planete ou comete dans sa courbe elliptique, sera alternativement accéléré & retardé, selon qu'elle s'éloignera ou s'approchera du point central qui l'attire (1275) : sa vitesse absolue croîtra & décroîtra toujours en raison inverse des rayons vecteurs (1281) ; & sa vitesse angulaire, en rai-

son inverse des quarrés de ses rayons vecteurs.
(1282.)

VI°. L'axe d'une même planete, l'axe autour duquel s'effectue son mouvement de rotation, restera toujours, du moins pendant un très-long-tems, sensiblement parallele à lui-même : puisque le point central, où réside la force attractive, par exemple le centre du soleil, est toujours sensiblement à la même distance des deux extrémités de cet axe de la planete, & n'exerce pas plus d'action attractive sur une extrémité de cet axe que sur l'autre, pendant la révolution périodique de la planete autour de lui. (1327, I°.)

Cet axe pourra cependant être sensiblement infléchi à la longue ; mais ce sera encore un effet, ou de l'attraction du soleil, ou de l'attraction de quelque planete voisine ; comme la chose arrive en effet, & dans l'axe de la lune, qui a un petit mouvement de libration ; & dans l'axe de la terre, auquel le renflement de l'équateur occasionne un mouvement de révolution conique autour des poles de l'écliptique. (1328.)

VII°. Les vîteses moyennes de deux planetes seront entr'elles en raison inverse des racines quarrées de leurs moyennes distances du centre de leur attraction (1303) : les quarrés de leurs tems périodiques seront entr'eux comme les cubes de leurs moyennes distances à ce même centre de leur attraction, d'où naît dans elles une force centrale toujours & par-tout en raison inverse du quarré de leur rayon vecteur, ou de leur distance actuelle à ce centre de leur attraction & de leur gravitation ; & ainsi du reste de toute la théorie de Kepler. C. Q. F. D.

P R O P O S I T I O N I I.

1442. *Les irrégularités du mouvement de la lune, la révolution rétrograde de l'équateur terrestre, les inégalités du mouvement de saturne & de jupiter, la petite révolution du soleil autour d'un centre pris non loin de son centre, naissent & découlent uniquement de la loi générale d'une attraction réciproque entre tous les corps qui composent notre monde planétaire.*

1443. EXPLICATION I. Il consiste par les observations astronomiques, que la lune décrit autour de la terre une orbite elliptique *AMBNA*, *ambna* (fig. 14) : que cette orbite elliptique est tantôt un peu plus & tantôt un peu moins inclinée sur le plan de l'écliptique *MRN*, *PXY* : que cette orbite elliptique tantôt s'élargit & tantôt se retrécit d'une petite quantité : que les apsides, ou les deux points les plus éloignés du centre de cette orbite elliptique, ont un mouvement de révolution périodique, d'occident en orient & selon la suite des signes : que les nœuds *M* & *N* de cette même orbite, ont un mouvement de révolution périodique, d'orient en occident, contre l'ordre des signes. Or tous ces phénomènes découlent de la loi générale d'une attraction mutuelle & réciproque entre la terre, la lune & le soleil. Car de l'attraction active de la terre & du soleil sur la lune, naît une force composée, que nous avons nommée *force perturbatrice*, & de laquelle proviennent toutes les irrégularités qu'on observe dans le mouvement de cette planète (1235). Par exemple,

I°. *L'attraction active du soleil doit sans cesse altérer la vitesse ou le mouvement projectile de la lune : puisque cette action attractive du soleil , le diminue pendant le premier & le troisieme quart de sa révolution ; l'augmente pendant le second & le dernier quart de cette même révolution.*
(1237 , III°.)

II°. *L'action attractive du soleil doit sans cesse altérer la pesanteur de la lune vers la terre , ou sa force centrale : puisque cette action attractive du soleil , augmente cette pesanteur d'environ $\frac{1}{178}$ dans les quadratures ; la diminue d'environ $\frac{1}{89}$ dans les syzigies ; la diminue plus long-tems , qu'elle ne l'augmente.* (1237 , II°. VII°.)

III°. *L'action attractive du soleil doit produire une révolution rétrograde dans les nœuds de la lune : puisque , à mesure que la lune sort du plan de l'écliptique & s'écarte de ce plan où est toujours placé le soleil , l'action attractive de cet astre produit dans la lune une tendance ou une pesanteur vers le soleil , laquelle doit infléchir son mouvement projectile vers le plan de l'écliptique , & la porter sur un point plus occidental de l'écliptique dans le passage d'un nœud à l'autre ; comme nous l'avons expliqué ailleurs.*
(1239.)

IV°. *L'action attractive du soleil doit produire une révolution directe dans la ligne des absides , ou dans le grand axe de l'orbite lunaire. Car si le soleil cessoit d'agir sur la lune , la pesanteur ou la force centrale de la lune vers la terre , n'étant troublée & altérée par aucune cause , suivroit exactement la raison inverse des quarrés des distances , sur tous les points de sa courbe ; selon la théorie de Kepler , & selon la loi commune à*

tous les corps qui décrivent des courbes rentrantes sur elles-mêmes; & alors, dans tous les points également éloignés du centre de la terre, cette force centrale infléchiroit également le mouvement projectile de la lune: d'où il arriveroit que ce mouvement projectile de la lune, toujours uniformément infléchi dans les différents points correspondants de l'orbite lunaire, produiroit une courbe fixe & constante AMBNA, dont le grand axe ATB seroit toujours dirigé vers les mêmes points du ciel. (*fig. 14.*)

Mais la chose n'est point ainsi. Car l'action attractive du soleil, augmente la pesanteur ou la force centrale de la lune vers la terre, dans les quadratures; la diminue dans les syzigies; l'augmente moins dans les quadratures, qu'elle ne la diminue dans les syzigies (1237): d'où il résulte que, tout compensé, la force centrale de la lune vers la terre, est diminuée pendant chaque révolution entière. Ainsi (*fig. 55*):

En supposant la terre en S au foyer de l'orbite lunaire LAML; en supposant encore que le dernier apogée a été en M: tandis que la lune passe du périgée au nouvel apogée, son mouvement projectile est infléchi avec une force moindre que celle qui répond à la raison inverse des quarrés des distances. Ce mouvement projectile étant moins infléchi, s'écarte moins de la tangente à chaque instant: s'écartant moins de la tangente à chaque instant, il est clair qu'il doit arriver & plus tard & plus loin & sur un point plus oriental *m*, au degré d'inflexion qui donne l'angle droit sur le rayon vecteur. Or ce seul lieu de l'angle droit *m*, est l'apogée de la lune: donc l'apogée de la lune doit devenir continuel-

lement plus oriental, & avoir un mouvement direct selon l'ordre des signes PQRTVXP. Ainsi, si le grand axe de l'orbite lunaire est maintenant LSM; ce grand axe, dans la révolution suivante, fera rSm ; comme nous l'avons annoncé ailleurs. (1241.)

1444. EXPLICATION II. Il consiste par les observations astronomiques, que tout le firmament a un mouvement réel ou apparent, d'occident en orient & selon l'ordre des signes, autour des poles de l'écliptique, lequel s'effectue en 25740 ans (1131). Il consiste par la théorie du vrai système du monde, que ce mouvement n'est qu'apparent dans le firmament; & qu'il est occasionné par un mouvement réel dans la terre, d'orient en occident & contre l'ordre des signes, autour d'un axe terrestre parallèle à l'axe de l'écliptique. (1327.)

Ce mouvement rétrograde de la terre a pour causes physiques, & l'action attractive du soleil sur l'anneau saillant de l'équateur terrestre, lequel est oblique au plan de l'écliptique; & l'action attractive de la lune sur le même anneau saillant, lequel est aussi oblique au plan de l'orbite lunaire; comme nous l'avons déjà expliqué ailleurs. (1329.)

De cette double action attractive du soleil & de la lune sur la partie renflée & saillante de l'équateur terrestre, naît dans la terre un mouvement rétrograde de toutes ses parties autour d'un axe terrestre parallèle à l'axe de l'écliptique; & de ce mouvement rétrograde dans tout le sphéroïde terrestre autour d'un axe parallèle à l'axe de l'écliptique, résulte un mouvement apparent en un sens opposé dans tout le ciel étoilé;

étoilé, & le grand phénomène de la précession des équinoxes.

1445. EXPLICATION III. Il conște par les observations astronomiques, que les orbites des planetes sont sensiblement fixes & immobiles, & que les aphélie de ces orbites répondent constamment aux mêmes points du ciel, pendant un tems assez long: que ces mêmes aphélie, dans les orbites des planetes, placées entre le soleil & saturne, ont cependant un petit mouvement réel selon l'ordre des signes, lequel devient sensible au bout d'un certain nombre de révolutions: que cette lente progression des aphélie, est plus grande dans jupiter, quand il est en conjonction avec saturne; plus petite, quand il est en opposition. Ces phénomènes découlent encore de la loi générale d'une attraction mutuelle & réciproque entre tous les corps de notre monde planétaire, & achevent de lui donner le dernier & le plus haut degré de certitude.

1°. *Les orbites des planetes, dans les principes de Newton, doivent être, comme elles le sont en effet, sensiblement fixes & immobiles dans le ciel, pendant un tems assez long.* Car il est clair que chaque planete, en passant du périhélie à l'aphélie, ou de l'aphélie au périhélie, doit parcourir toujours la même route, décrire la même courbe, avoir ses périhélie & ses aphélie dans les mêmes points du ciel; si dans tous les points également éloignés de l'aphélie, par exemple, elle est toujours uniquement en prise, & à la même force projectile propre à l'emporter par la tangente, & à la même force centrale propre à l'emporter par le rayon, Or dans chaque point

également éloigné de l'aphélie de part & d'autre, soit en montant, soit en descendant, chaque planète est en prise, & à la même force projectile, & à la même force centrale née de l'attraction du soleil; sans qu'aucune autre cause agisse ou puisse agir sur elle dans le vuide immense des cieux: donc son mouvement projectile & central, qu'aucune cause étrangère n'altère, la portera toujours par la même route & lui fera décrire la même courbe, sans qu'on puisse y apercevoir aucun changement pendant un tems assez long.

II°. *Les aphélies des planetes placées entre le soleil & saturne, doivent cependant avoir un très-petit mouvement direct selon l'ordre des signes, lequel pourra être sensible au bout d'un assez grand nombre de révolutions.* Car l'attraction étant mutuelle & réciproque entre tous les corps, il est clair que lorsque la terre est placée entre jupiter & le soleil, elle doit être attirée d'une part par le soleil, & de l'autre par jupiter: ce qui diminue un peu sa pesanteur ou sa tendance vers le soleil; & ainsi des autres planetes. Or, quoique l'attraction active du soleil soit immensément plus grande que celle de chaque planète en particulier, que celle de toutes les planetes prises ensemble; cette attraction active des planetes entre elles, est cependant positive & réelle: puisqu'elle est toujours le produit de leur masse divisé par le quarré de leur distance au corps qu'elles attirent. Ainsi cette attraction active des planetes entr'elles doit toujours avoir un effet réel; & cet effet réel est la lente progression des aphélies & des périhélies, comme nous allons l'expliquer. (*fig. 55.*)

Soit S le soleil; A jupiter; B saturne, en conjonction avec jupiter, étant vus l'un & l'autre du soleil; M l'aphélie précédent de jupiter; N l'aphélie précédent de saturne. Selon la théorie établie & démontrée de l'attraction, jupiter en A, est attiré par saturne; & cette action attractive de saturne sur jupiter, diminue la pesanteur ou la tendance de jupiter vers le soleil: saturne en B, est attiré par jupiter; & cette action attractive de jupiter sur saturne, augmente la pesanteur de saturne vers le soleil. En vertu de cette attraction mutuelle & réciproque, saturne doit s'abaisser au-dessous de son orbite BN; jupiter doit s'élever au-dessus de la sienne AM. Car,

D'abord, si la force centrale de jupiter n'étoit altérée en rien par l'action de saturne, jupiter parcourroit simplement l'arc AM, sans sortir de sa courbe: en M, son mouvement projectile auroit acquis, comme dans la révolution précédente, l'inflexion qui donne l'angle droit sur le rayon vecteur: il seroit dans son aphélie; & cet aphélie M, vu du soleil, seroit rapporté en V. Mais comme la force centrale de jupiter est altérée & diminuée par l'action attractive de saturne placé au-dessus & auprès de lui, le mouvement projectile de jupiter est sans cesse moins infléchi par la force centrale devenue plus foible; & ce mouvement projectile a besoin de durer plus long-tems, d'essuyer un plus grand nombre de secousses, de parcourir un espace ou un arc plus considérable, pour arriver au degré d'inflexion qui donnera & l'angle droit & l'aphélie en *m*: cet aphélie *m*, qui est toujours le point où le mouvement projectile fait un angle droit sur le

rayon vecteur le plus grand, vu du soleil, fera rapporté en X, dans un point du ciel plus oriental & plus avancé selon l'ordre des signes PQ-RTVXP.

On conçoit que jupiter doit produire sur mars, mars & jupiter sur la terre, la terre sur vénus, vénus sur mercure, des effets semblables à celui que nous venons d'expliquer, une progression directe & plus ou moins lente dans les aphélie, & par-là même dans les périhélie de leurs orbites.

Ensuite, par la raison contraire, saturne, au lieu de parcourir l'arc BN, ne parcourra que l'arc Bn, pour arriver à son aphélie n qui sera vu en T. La raison en est, que le mouvement projectile de saturne, qui est sans cesse infléchi avec plus de force par l'attraction conjointe du soleil & de jupiter, a besoin de moins de tems & de moins de secousses, pour acquérir le degré d'inflexion qui donnera, & l'aphélie, & l'angle droit sur le rayon vecteur en n : de sorte que son aphélie, au lieu d'avancé, comme celui de jupiter, aura au contraire rétrogradé.

Si jupiter étant en A, saturne étoit en D, leur attraction réciproque, diminuée en raison inverse des quarrés de leur distance, seroit trop foible pour opérer sur eux le trouble & l'altération que les astronomes y ont observé, & que nous venons d'expliquer.

1446. OBJECTION. Puisque l'attraction de jupiter fait rétrograder l'aphélie de saturne, l'attraction de la terre doit de même, & par la même raison, faire rétrograder l'aphélie de mars; l'attraction de vénus fera aussi rétrograder l'aphélie de la terre; l'attraction de mercure, l'aphélie

de vénus. Donc l'attraction des planetes plus éloignées étant contre-balancée par l'attraction des planetes moins éloignées, leurs aphélie ne doivent ni avancer ni reculer.

RÉPONSE. Si toutes les attractions actives des planetes entr'elles étoient égales, leurs actions attractives se détruiraient réciproquement : elles seroient toutes sans effet, & ne produiroient point la lente progression des aphélie que nous venons d'expliquer. Mais ces attractions mutuelles entre deux planetes quelconques, sont inégales; puisqu'elles sont le produit de deux masses inégales divisé par le quarré de deux distances égales (1418) : elles doivent donc produire un effet réel, l'effet dont nous venons de faire mention. Par exemple, jupiter attire plus saturne qu'il n'est attiré par saturne : parce que jupiter a plus de masse que saturne. De même jupiter est plus attiré par saturne, que par mars plus petit : mars est plus attiré par jupiter plus grand, que par la terre plus petite : la terre est plus attirée par jupiter & par mars, que par vénus & par mercure : vénus est plus attirée par la terre, que par mercure. De là le phénomène de la lente progression des aphélie & des périhélie, qui se fait à la fin remarquer dans les orbites des planetes placées entre le soleil & saturne, au bout d'un nombre plus ou moins grand de révolutions périodiques.

1447. EXPLICATION IV. La loi d'attraction étant mutuelle & réciproque entre tous les corps qui composent notre monde planétaire; il s'ensuit que *les planetes doivent attirer à elles le soleil*, ainsi que le soleil attire à lui les planetes. De là un mouvement de révolution dans le centre

du soleil, autour d'un centre ou d'un foyer pris non loin du centre même de cet astre.

I°. Le soleil étant immensément plus grand que la terre, incomparablement plus grand que toutes les planetes prises ensemble (1190); il s'enfuit que sa vertu attractive à l'égard des planetes, vertu proportionnelle à la masse attirante, est incomparablement plus grande que celle des planetes à l'égard du soleil; & par conséquent, que cette action attractive des planetes, pendant leur révolution autour du soleil, ne peut que très-peu écarter & éloigner cet astre de son centre.

II°. Selon les calculs de Newton, quand même toutes les planetes, pendant leur révolution autour du soleil, seroient toujours rangées dans une même ligne droite menée par leurs centres & par le centre de cet astre; la somme de toutes leurs forces attractives réunies, n'attireroit pas le soleil vers elles, d'une quantité égale à un de ses demi-diametres d'environ 150 mille lieues (1190). Mais comme les planetes, pendant leur révolution autour du soleil, se trouvent presque toujours placées sous des points du ciel tout différents, l'une sous le bélier, l'autre sous la balance, celle-là sous le cancer, celle-ci sous le capricorne, & ainsi du reste; il est clair que leur action attractive sur le soleil, se contrarie presque sans cesse, & doit incomparablement moins éloigner cet astre du centre ou du foyer autour duquel il fait sa très-petite révolution périodique (*fig. 4 & 30.*)

III°. Comme toutes les planetes vont d'occident en orient, selon l'ordre des signes, & que l'action attractive des planetes sur le soleil suit

nécessairement leur marche ; il s'ensuit que ce centre du soleil, où aboutissent toutes les attractions des planetes, doit avoir sa petite révolution & décrire sa petite courbe vraisemblablement fort irréguliere, d'occident en orient & selon l'ordre des signes.

CHAPITRE TROISIEME.

LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

1448. DÉFINITION. Le flux & le reflux de la mer, consiste en un haussement & en un abaissement alternatif des eaux de la mer dans un même lieu terrestre, de six heures en six heures environ. On nomme *flux* le haussement, & *reflux* l'abaissement des eaux. Par exemple (*fig. 56*):

Soit ABCDA, le globe terraquée; B & D, deux rocs élevés à la moyenne hauteur de la mer, & éloignés l'un de l'autre de 180 degrés; L, la lune dans le méridien des deux rocs B & D, que nous supposerons placés, ou sous l'équateur, ou non loin de l'équateur, & au milieu d'une immense mer.

Environ trois heures après que la lune a passé par le méridien des deux rocs B & D, allant d'orient en occident, ou de L en N; les eaux de la mer, que nous supposerons ici dans un calme parfait, s'éleveront à cinq ou six pieds au-dessus des deux rocs B & D. Environ six heures après ce haussement, ou environ neuf heures après le passage de la lune par le méridien du lieu B, les eaux de la mer toujours paisible s'abaisseront de cinq ou six pieds au-dessous des deux rocs B & D. Environ six heures après cet abaissement des

eaux , ou environ trois heures après le passage de la lune par le méridien du lieu D , les mêmes eaux s'éleveront de nouveau au-dessus des rocs B & D , d'environ cinq ou six pieds , pour s'abaisser environ six heures après d'une égale quantité au-dessous des mêmes rocs ; & ainsi de suite après chaque passage de la lune par le méridien des rocs B & D.

Ce flux & ce reflux , ce haussement & cet abaissement alternatifs des eaux dans les lieux où ce phénomène est dans sa plus grande force , produit dans la mer une différence de hauteur d'environ dix ou douze pieds , de six heures en six heures environ : ce qui alonge la mer comme en un double promontoire obliquement dirigé vers la lune ; & lui donne à peu près la figure d'un sphéroïde alongé *abcd a* , dont le grand axe *d T b* suit toujours le cours de la lune N , soit pendant sa révolution diurne & apparente LN d'orient en occident , soit dans sa révolution réelle NLK , d'occident en orient.

CAUSE PRINCIPALE DU FLUX ET REFLUX.

1449. OBSERVATION. Le flux & le reflux de la mer est tellement lié avec le mouvement de la lune , que tous les philosophes l'ont toujours regardé avec raison dans tous les siècles , comme un des effets de la lune sur la terre. Ainsi il est certain que l'action de la lune sur la terre , produit le phénomène du flux & du reflux de la mer ; autant qu'il est certain que la pression de l'athmosphère produit la suspension du mercure dans le barometre : puisque les marées ne sont pas moins liées avec l'action & avec le mouvement de la lune , que la suspension du mercure dans le

barometre, est liée avec l'action de l'air, dont elle suit dans son haussement & dans son abaissement, toutes les variations. (738.)

Et en effet, les *marées*, c'est-à-dire le haussement & l'abaissement alternatifs des eaux de la mer dans un même lieu, sont toujours d'autant plus grandes, que la lune est plus près de la terre; d'autant plus petites, que la lune en est plus éloignée. Elles retardent tous les jours dans un même lieu, de la même quantité que le passage de la lune par le méridien de ce lieu, c'est-à-dire, d'environ 50 minutes de tems; & c'est toujours environ trois heures après que la lune a passé par ce méridien, que le plus haut point de la marée arrive. De sorte que dans l'espace d'un jour lunaire, qui surpasse le jour naturel ou solaire d'environ 50 minutes, les eaux de la mer s'élèvent & s'abaissent alternativement deux fois, dans tous les lieux de la terre, excepté au voisinage des poles & au-delà du soixante-cinquième degré de latitude australe & boréale, où les marées sont insensibles, & où l'action de la lune doit être nulle; comme nous le ferons voir bientôt. Ainsi il n'y a point de doute que *la lune est la cause principale du flux & du reflux des eaux de la mer*: il ne s'agit donc plus que de fixer & de déterminer la nature & la maniere de cette action.

Selon les cartésiens, la lune produit ce phénomène *par voie de pression* dans le plein: selon Newton, la lune & le soleil produisent ce phénomène *par voie d'attraction* dans le vuide; en telle sorte cependant que la lune en est la principale cause. Après avoir déjà pulvérisé en mille manieres la chimere des tourbillons & du plein, il ne nous reste qu'à faire voir avec quelle fa-

cilité Newton déduit de ses principes toutes les particularités & toutes les irrégularités apparentes de ce grand & permanent phénomène de la nature : l'action attractive de la lune sur les eaux de la mer , en produit le fond & la substance : l'action attractive du soleil , en se combinant avec celle de la lune , le modifie en plus & en moins , en produit les principales irrégularités.

*ORIGINE ET CHIMERE DES INFLUENCES
LUNAIRES.*

1450. OBSERVATION. Il est assez vraisemblable que c'est principalement à cette action de la lune sur les eaux de la mer , action réelle & sensible , quelles qu'en soient la cause & la nature , qu'est due l'ancienne & absurde opinion des influences salutaires ou nuisibles de la lune , sur toutes les substances animales & végétales qu'on voit naître , se former , & se détruire , sur la surface du globe terrestre. On a vu la lune agir évidemment sur les eaux de la mer , tantôt avec plus & tantôt avec moins de force ; & cette action , connue dans son existence , inconnue dans sa nature & dans son mécanisme physique , a donné occasion à la multitude , toujours peu philosophe , toujours propre à confondre & à dénaturer les principes , à mal envisager les causes & les effets , à adopter & à répandre obstinément les aveugles préjugés , de penser & de se persuader que la lune avoit une influence réelle & physique , tantôt favorable & tantôt défavorable , selon la diversité de ses aspects , sur toute l'économie animale & végétale , & peut-être morale , de notre globe.

1^o. Les différentes expériences qu'on a faites en plusieurs contrées dans ces derniers siècles sur

ces influences de la lune , ont enfin appris & démontré au monde pensant , que l'action de cette planete sur la terre , n'a rien de commun avec le développement plus ou moins rapide des germes , avec la végétation plus ou moins heureuse des plantes , avec la coupe plus ou moins favorable des bois , avec la conservation plus ou moins longue ou la destruction plus ou moins prompte des êtres animés ou inanimés. On a observé & reconnu , que telles substances , qui doivent être semées ou plantées en telle saison relativement à tel climat , par exemple vers le commencement du printems , viennent toujours également bien , pourvu qu'elles soient semées ou plantées en un tems & en un lieu favorables , au commencement du printems ; soit au tems de la nouvelle lune , soit au tems de la pleine lune , soit au tems du premier ou du dernier quartier : car la lune peut avoir & a en effet toutes ces différentes phases vers le commencement du printems , en différentes années. On a observé & reconnu de même que la coupe des bois étoit totalement indépendante de la lune : que telle espece de bois qui exigeoit d'être coupée en tel climat , dans telle saison convenable , par exemple , vers le commencement de novembre , étoit toujours également bonne ; quoique la coupe eût été faite tantôt dans la nouvelle lune , tantôt dans la pleine lune, tantôt dans le premier, & tantôt dans le dernier quartier , toujours au tems convenable qui répond successivement à toutes les différentes phases de la lune. On peut dire la même chose de tous les autres effets que le préjugé populaire attribue aux influences de la lune, au changement de ses phases : l'expérience a prouvé &

démontré que tous ces effets , sans en excepter aucun , étoient imaginaires & fabuleux ; & que l'action de la lune n'altère & n'améliore en rien l'ordre physique & moral autour de nous , non plus que les comètes & les autres planetes. (1203.)

II°. La physique est en tout parfaitement d'accord avec ces observations : puisque la physique nous apprend que l'action de la lune sur la terre , soit qu'elle agisse par pression , soit qu'elle agisse par attraction , se borne uniquement à produire quelques petites variations dans la pesanteur des corps vers le centre de la terre ; variations qui évidemment ne produisent & ne peuvent produire aucun changement en bien ou en mal dans la constitution , dans l'accroissement , dans le dépérissement des êtres animés ou inanimés. Telle est uniquement toute l'influence lunaire , qu'un aveugle préjugé avoit absurdement transformé en une influence à vertus chimériques ; & que la saine philosophie a enfin réduite à sa juste valeur ; savoir , à une vertu propre à élever de quelques pieds les eaux de la mer placées sous la lune , un peu à l'orient de cette planete : comme nous allons l'expliquer , après avoir fait connoître & les phénomènes généraux & les phénomènes particuliers des marées ou du flux & du reflux.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX DES MARÉES.

1451. OBSERVATION I. Le flux & le reflux de la mer présente & renferme des phénomènes propres à chaque révolution de la terre sur son axe , à chaque révolution de la lune autour de

la terre, à chaque révolution de la terre autour du soleil. (*fig. 56.*)

I°. Les premiers, les *phénomènes diurnes*, consistent en ce que dans l'espace de 24 heures & 50 minutes environ (c'est le tems qui s'écoule entre le passage d'un méridien sur la lune & le retour de ce même méridien sur la lune plus avancée selon l'ordre des signes), les eaux de la mer s'élevent & s'abaissent deux fois, dans les mêmes lieux diamétralement opposés B & D, par exemple : en telle sorte que le plus haut point du flux en B, arrive environ trois heures après le passage de la lune par le méridien de ce lieu ; & le plus bas point du reflux en B, environ neuf heures après le passage de la lune par le même méridien.

On appelle *flux du matin*, celui qui arrive trois heures après le passage de la lune par le méridien au-dessous de l'horison ; & *flux du soir*, celui qui arrive trois heures après le passage de la lune par le méridien au-dessus de l'horison. Le flux du matin & le flux du soir sont toujours éloignés l'un de l'autre, d'environ 12 heures & 25 minutes : on peut dire la même chose du reflux du matin & du soir.

II°. Les seconds, les *phénomènes de mois*, consistent en ce que, tout étant égal d'ailleurs, les marées ont plus de force, plus d'élévation & d'abaissement, quand la lune est dans les syzigies, que quand elle est dans les quadratures : en telle sorte cependant que les plus grandes marées n'arrivent que deux ou trois jours après les nouvelles & les pleines lunes ; & que les marées les plus foibles n'arrivent que deux ou trois jours après le premier & le dernier quartier.

III°. Les troisièmes, les *phénomènes annuels*,

consistent en ce que , toutes choses étant égales d'ailleurs , les marées sont les plus grandes au tems des équinoxes ; les plus petites , au tems des deux solstices.

Variations dans ces phénomènes.

1452. OBSERVATION II. Il consiste par les différentes observations qu'on a faites sur le flux & le reflux pendant un grand nombre d'années , que les phénomènes généraux dont nous venons de donner une idée , sont sujets à certaines variations périodiques , qui les modifient , qu'il faut connoître , & dont il faudra assigner la cause physique. Selon ces observations , toutes choses étant égales d'ailleurs ,

I°. Les marées sont plus grandes & plus fortes , quand la lune est périgée , que quand elle est apogée.

II°. Les marées sont encore plus grandes & plus fortes , quand la lune est dans l'équateur , que quand elle est dans les tropiques.

III°. Dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'été , le flux du jour est plus grand que celui de la nuit : dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'hiver , le flux du jour est plus petit que celui de la nuit.

IV°. Toutes choses étant toujours égales d'ailleurs , les marées sont plus grandes sur les rivages qui regardent l'orient , que sur les rivages qui regardent l'occident , quoique la latitude soit la même ; par exemple , sur les côtes du Brésil , que vers les côtes du Pérou.

P R O P O S I T I O N .

1453. *Tous les phénomènes du flux & du reflux*

de la mer, toutes les particularités & toutes les variations de ces phénomènes, sont une dépendance de la loi générale d'attraction; & ont pour cause l'action combinée de la lune & du soleil sur les eaux de la mer.

DÉMONSTRATION. Cette proposition sera établie & démontrée, si l'on fait voir qu'il n'y a aucun des phénomènes généraux & particuliers qu'on vient d'exposer, qui ne découle de la loi générale d'attraction; qui ne soit une simple dépendance ou de l'action attractive de la lune, ou de l'action attractive du soleil, ou de l'action combinée de ces deux astres, sur les eaux de la mer. Or tels sont les phénomènes en question: comme on le verra par l'explication que nous allons donner de ces différents phénomènes.

Pour simplifier les choses, nous examinerons d'abord la seule attraction de la lune qui est la principale cause de ce phénomène; ensuite l'attraction du soleil, qui le modifie en se combinant avec l'attraction de la lune.

PARAGRAPHE PREMIER.

ATTRACTION DE LA LUNE.

1454. OBSERVATION. En ne considérant ici d'abord que l'attraction de la lune sur les eaux de la mer; il est clair que chaque goutte d'eau, à raison de son infinie mobilité au sein d'une mer immense, est en prise à l'action attractive de la lune, à peu près comme la lune elle-même, en roulant dans son orbite autour de la terre, est en prise à l'action attractive du soleil; qui tantôt accélère & tantôt retarde sa vitesse, tantôt

augmente & tantôt diminue sa pesanteur ou sa tendance vers le centre de la terre. (1237.)

Ainsi on peut considérer chaque goutte d'eau à part, comme un petit globe, comme une petite lune, qui feroit en liberté ses révolutions périodiques dans le vuide autour de la terre, d'occident en orient, dans l'espace de 24 heures, restant toujours plus ou moins en prise à l'action attractive de la lune. (fig. 56.)

Cette goutte d'eau *a*, chaque goutte d'eau *b* ou *d*, pendant sa révolution diurne *abcd a* autour de la terre *T*, obéira persévéramment à l'action attractive de la lune *L*, laquelle tantôt accélérera & tantôt retardera sa vitesse, tantôt augmentera & tantôt diminuera sa pesanteur vers le centre de la terre; selon que la goutte d'eau quelconque *a*, étant vue du centre de la terre, se trouvera ou en conjonction ou en opposition ou en quadrature avec la lune *L* mobile dans son orbite. Par exemple, la lune étant en *L*, la goutte d'eau *a*, fera en conjonction en *b*; en en opposition douze heures après en *d*; en quadrature en *a* & en *c*, environ six heures après l'opposition & la conjonction.

1455. PHÉNOMÈNE I. *En vertu de l'action attractive de la lune, les eaux de la mer doivent s'élever de part & d'autre sous la lune, en forme d'un double petit promontoire, ou d'un sphéroïde alongé.* (fig. 56.)

EXPLICATION. Supposons d'abord la lune en *L* & la terre en *T*, l'une & l'autre immobiles: nous verrons dans l'explication suivante, quel changement opere dans ce phénomène, le mouvement de ces deux globes.

1°. Il est clair que l'action attractive de la lune, toujours

toujours en raison inverse des quarrés des distances , attire plus fortement les eaux B moins éloignées , que les eaux A & C plus éloignées. Il est clair que les eaux A & C , placées à 90 degrés BA & BC de celles qui sont immédiatement sous la lune , doivent être attirées obliquement par cette planete ; tandis que les eaux B sont attirées directement. Cette action oblique LA ou LC , se décompose en deux forces, l'une AL ou CL , qui diminue leur pesanteur vers le centre de la terre ; l'autre AT ou CT , qui augmente leur pesanteur vers le centre de la terre : comme nous l'avons expliqué ailleurs , en parlant de l'action oblique du soleil sur l'orbite lunaire. (1236.)

L'action attractive de la lune sur l'hémisphère aqueux tourné vers elle , est donc employée toute entière & avec toute sa force à élever vers elle les eaux B : ce qui diminue notablement leur pesanteur ou leur tendance vers le centre T de la terre. La même action attractive de la lune , déjà un peu plus foible en A & en C qu'en B , est employée en partie à diminuer & en partie à augmenter la pesanteur des eaux A & C : ces eaux A & C ont donc plus de pesanteur vers le centre de la terre , que les eaux B. Donc , pour que l'équilibre hydrostatique subsiste entre les eaux B moins pesantes , & les eaux A & C plus pesantes , il faut nécessairement que les eaux moins pesantes B prennent plus de hauteur & s'élevent en *b* ; que les eaux plus pesantes A & C prennent moins de hauteur & s'abaissent en *a* & en *c*. (502, IV°.)

II°. La même chose doit arriver dans l'hémisphère aqueux ADC , placé sous le globe terrestre

à l'opposite de la lune L. Les eaux D, plus éloignées de la lune que n'en est éloigné le centre T de la terre, sont attirées vers la lune avec moins de force que ce centre T; & ce moins d'attraction dans les eaux D, devient dans elles un moins de pesanteur ou de tendance vers le centre de la terre, lequel s'approche plus qu'elles, de la lune L. Ainsi les eaux D, devenues plus légères ou moins pesantes que les eaux A & C, que les eaux G & H, seront obligées de s'élever & de se soutenir à une plus grande hauteur Td, pour établir l'équilibre de gravitation entre toutes les colonnes aqueuses TA, TG, Td, TH, TC: ce qui donnera un promontoire aqueux adc, opposé au promontoire aqueux abc.

III°. En supposant toujours la lune & la terre immobiles en tout sens; il résulte de cette théorie de l'action attractive de la lune sur les eaux infiniment mobiles, action ici plus & là moins éloignée, ici directe & là plus ou moins oblique, que les eaux placées immédiatement sous la lune en B & en D, doivent s'élever le plus: que *les eaux collatérales doivent de toute part s'abaisser de plus en plus, jusqu'à 90 degrés des points B & D, où l'action de la lune est dans sa plus grande obliquité possible à l'égard des eaux qui enveloppent le globe terrestre, & qu'on suppose vues du centre de la terre.*

On voit ici comment & pourquoi les mers placées sous les poles, ou près des poles, n'ont point de flux & de reflux sensible, étant toujours dans un état d'affaissement. La raison en est qu'elles sont toujours par rapport à la lune qui ne sort pas du zodiaque, dans la position des eaux a & c, où la lune L presse les eaux, tandis qu'elle les élève en b & d.

1456. PHÉNOMÈNE II. *Le grand axe du sphéroïde ou du double promontoire aqueux doit être dirigé, non directement vers la lune, mais à environ 45 degrés à l'orient de la lune, à peu près dans le plan de son cercle diurne.*

EXPLICATION. Si la terre & la lune étoient parfaitement immobiles en tout sens, le double promontoire aqueux *abcd* seroit toujours dirigé vers le lieu de la lune & vers l'opposite de ce lieu, comme on vient de l'expliquer; & le grand axe prolongé du sphéroïde aqueux passeroit toujours par les centres de la terre & de la lune, & répondroit toujours aux mêmes points du ciel. Mais comme la terre & la lune ont un mouvement réel d'occident en orient; il est clair que le sphéroïde aqueux doit nécessairement participer à ce double mouvement.

Pour simplifier les choses, faisons ici abstraction du mouvement qui emporte conjointement la terre & la lune autour du soleil en un an; & ne considérons que la révolution de la terre sur son axe en un jour, & la révolution de la lune autour de la terre en un mois. Comme la révolution de la lune autour de la terre est fort lente en comparaison de la révolution diurne de la terre autour de son centre, considérons la lune comme immobile en L pendant un jour, tandis que la terre fait une révolution entière autour de son centre dans la direction ABCDA.

1°. Dès que la terre viendra à tourner sur son axe, les lieux B & D des deux promontoires aqueux, passeront de B en C & de D en A, en six heures de tems, s'écartant successivement de plus en plus du méridien LTO de la lune.

Qq ij

II°. Les eaux *b* & *d*, gonflées sous la lune, tendront à prendre le mouvement des lieux ou des bassins où elles sont placées : elles tendront donc à se porter de *b* en *c*, & de *d* en *a*, en six heures de tems. Mais, à cause de leur infinie mobilité dans une immense mer, elles obéiront à l'action de la lune pendant ce trajet ; & leur gonflement s'écartera moins du méridien de la lune qui s'enfuit ou semble s'enfuir vers l'occident, que les bassins ou les lieux qui les soutiennent.

Car semblables à la lune allant de la conjonction au premier quartier (1237, III°.), les eaux *bc* seront retardées par l'action de la lune ; & elles seront contraintes de refluer un peu vers cette planète sous laquelle le grand axe du sphéroïde aqueux tâche toujours de se placer. Pendant ce même tems le mouvement des eaux *ab*, qui viennent de la seconde quadrature, est accéléré. De même les eaux *da* sont retardées, & les eaux *cd* sont accélérées dans leur mouvement.

III°. Il y a donc entre la conjonction B & la première quadrature C, entre l'opposition D & la seconde quadrature A, deux mouvements contraires dans les eaux de la mer, soumises à l'attraction de la lune, à peu près comme nous avons vu que la lune est soumise à l'attraction du soleil : ce qui doit notablement augmenter les deux promontoires formés par l'action attractive de la lune, de manière que le plus haut point de leur élévation arrive, non sous la lune même, mais à peu près dans les octans, ou à 45 degrés à l'orient du méridien où se trouve la lune.

Ainsi quand la lune, pendant son mouvement diurne & apparent d'orient en occident, est en

L; le plus haut point d'élévation des eaux de la mer est en R & en G : quand la lune , trois heures après , a passé en N , le plus haut point d'élévation est en *b* & en *d* : quand la lune , encore trois heures après , a passé au-dessus de A , le plus haut point des eaux est en X & en H : & ainsi de suite. De sorte que le promontoire aqueux *b* & *d* , toujours écarté d'environ 45 degrés à l'orient du méridien de la lune , suit toujours cette planète , pendant qu'elle tourne ou paroît tourner chaque jour autour de la terre , d'orient en occident.

On voit ici comment & pourquoi le double promontoire aqueux *b* & *d* , en tournant chaque jour autour de la terre d'orient en occident à la suite de la lune , doit se faire sentir avec plus de force & s'élever à une plus grande hauteur sur un rivage tourné vers l'orient , où il se porte librement & sans obstacle par son mouvement direct ; que sur un rivage tourné vers l'occident , où il ne peut se porter que par un mouvement indirect & répercuté , en enflant les mers voisines & en refluant le long des côtes.

IV°. Si la lune étoit toujours immobile en N dans le même méridien , le double promontoire aqueux *b* & *d* , toujours dirigé vers les océans de la lune , feroit ses révolutions diurnes autour de la terre d'orient en occident , dans le même tems précis que la terre fait ses révolutions diurnes sur son axe en un sens opposé & d'occident en orient ; & le double promontoire aqueux feroit en B & en D , en D & en B , deux fois en 24 heures.

Mais comme dans cet intervalle de 24 heures , la lune avance sans cesse dans son orbite , d'oc-

cident en orient, de N en M, d'environ 12 degrés ; il s'ensuit que ce double promontoire aqueux doit chaque jour arriver d'autant plus tard en B & en D, que la lune arrive plus tard dans leur méridien : c'est-à-dire, environ 50 minutes plus tard ; puisque chaque lieu terrestre B parcourt environ douze degrés dans la direction BR, en 50 minutes de tems. Delà le retard diurne & périodique des marées dans un même lieu terrestre B ou D, d'un jour à l'autre. (1451.)

PARAGRAPHE SECONDE.

ATTRACTION DU SOLEIL.

1457. OBSERVATION. Chaque goutte d'eau, à raison de son infinie mobilité au sein d'une mer immense, est en prise à l'action attractive du soleil, à peu près comme la lune est en prise à la même action au sein du vuide immense. Or comme l'action attractive du soleil sur la lune, pendant sa révolution périodique autour de la terre, tantôt accélère & tantôt retarde sa vitesse dans son orbite, tantôt augmente & tantôt diminue sa pesanteur vers la terre (1237) : de même l'action attractive du soleil sur une goutte d'eau quelconque, pendant sa révolution diurne & périodique autour de la terre, doit tantôt accélérer & tantôt retarder sa vitesse autour de la terre, tantôt augmenter & tantôt diminuer sa pesanteur vers le centre de la terre. Delà dans le soleil, une force attractive, qui tantôt favorise & tantôt contrarie la force attractive de la lune sur une même portion du fluide aqueux.

I°. Quoique l'action attractive du soleil soit plus grande que l'action attractive de la lune à l'égard de

la terre ; la lune ne laissera pas d'être la principale cause du flux & du reflux. La raison en est, que l'agitation périodique des eaux de la mer dans leur haussement & dans leur abaissement, ne vient pas de la grandeur des forces qui les attirent ou vers la lune ou vers le soleil, mais uniquement des *inégalités qui arrivent aux forces attractives* relativement à la différente position des différentes gouttes d'eau. Par exemple,

Si toutes les parties de la terre & de la mer étoient tirées à la fois par des forces égales & parallèles en un sens quelconque, par exemple, vers Syrius ; ce mouvement commun ne changeroit en rien la figure de la mer : parce que toutes les parties de la terre & de la mer obéiroient également & uniformément aux forces attractives, & conserveroient entr'elles leur même position respective dans un point quelconque de l'espace immense où les porteroient les forces égales & parallèles. Ainsi la mer resteroit sphérique, si elle avoit auparavant cette figure.

Mais si parmi ces forces attractives, les unes restent parallèles & les autres deviennent obliques entr'elles ; les gouttes d'eau en prise aux *forces parallèles* & non affoiblies s'éloigneront plus du centre de la terre ; & les gouttes d'eau en prise aux *forces obliques* & affoiblies s'éloigneront moins du centre de la terre ; & alors la mer prendra une figure allongée d'un côté, & aplatie de l'autre.

II°. Ainsi *les eaux de la mer ne se forment en un double promontoire entre les forces attractives de la lune & du soleil, que parce que, parmi ces forces attractives de la lune ou du soleil, les unes tirent directement & les autres tirent obliquement les eaux,*

ou vers la lune, ou vers le soleil. Or, à cause de l'immense distance du soleil à la terre, les différentes directions selon lesquelles cet astre tire à lui les diverses gouttes d'eau, s'éloignent très-peu du parallélisme; tandis que les différentes directions selon lesquelles la lune incomparablement moins éloignée de la terre, tire à elle les même gouttes d'eau, s'éloignent incomparablement plus du parallélisme.

Une fort grande différence de parallélisme dans les actions attractives de la lune sur les diverses petites portions d'eau de la mer, doit donc produire une grande différence dans leur tendance vers la lune: au lieu qu'une très-petite différence de parallélisme dans les actions attractives du soleil sur les mêmes petites portions d'eau de la mer, ne doit produire qu'une très-petite différence dans leur tendance vers le soleil. Delà beaucoup d'action dans la lune & fort peu d'action dans le soleil, à l'égard du flux & du reflux; lequel naît uniquement, ou d'une inégalité de tendance vers la lune, ou d'une inégalité de tendance vers le soleil, dans les différentes gouttes d'eau qui forment la mer & qui enveloppent la plus grande partie du globe terrestre. De cette théorie ainsi développée découlent les deux corollaires suivants.

1458. COROLLAIRE I. *La lune, nonobstant la grande force attractive du soleil sur la terre, doit avoir beaucoup plus de part aux marées, que cet astre.*

EXPLICATION. Ce qui fait que les eaux de la mer s'élevent en forme d'un double petit promontoire vers l'astre qui les attire; c'est que

dans l'hémisphère tourné vers l'astre, elles sont plus fortement attirées que le centre de la terre; & que dans l'hémisphère opposé, elles sont moins fortement attirées que le même centre.

Or le rayon de la terre étant comme insensible par rapport à la distance du soleil, puisque ce rayon n'est que la vingt millieme partie de cette distance (1186); il est clair que les eaux placées dans l'hémisphère tourné vers le soleil, ne doivent être guere plus attirées que le centre de la terre; & que les eaux placées dans l'hémisphère opposé, ne doivent être guere moins attirées que ce même centre: puisque ces différentes attractions du soleil sont entr'elles comme les quarrés des nombre 20000, 20000 — 1, 20000 + 1, dont les différences sont très-petites.

Au lieu que le rayon de la terre étant fort comparable à la distance de la lune, puisque ce rayon est un soixantieme de cette distance; il est clair que cette planete doit attirer les eaux qui lui répondent, beaucoup plus fortement que le centre de la terre; & attirer ce même centre de la terre, beaucoup plus fortement que les eaux de l'hémisphère opposé: puisque ces différentes attractions de la lune sont entr'elles comme les quarrés de 60, 60 — 1, 60 + 1; & que les quarrés des nombres qui different d'une unité, different d'autant plus entr'eux, que ces nombres sont plus petits: 2 & 3 ont pour quarrés 4 & 9 qui different de plus de moitié; 100 & 101 ont pour quarrés 10000 & 10100 qui ne different que d'environ un centieme.

La lune produira donc un renflement dans les eaux placées sous elle de part & d'autre, & un aplatissement dans les eaux qui vues du centre

de la terre, sont en quadrature avec elle; & ce renflement & cet aplatissement produits par l'action de la lune, seront plus grands que le renflement & l'aplatissement que produiroit sur les mêmes eaux l'action moins inégale du soleil.

1459. COROLLAIRE II. *L'action attractive de la lune & du soleil, diversement combinées entr'elles, doivent produire bien des variations, & toutes les variations périodiques qu'on observe dans les phénomènes du flux & du reflux de la mer.*

EXPLICATION. I°. Cette action du soleil sur les eaux de la mer, pour être moindre que l'action de la lune sur les mêmes eaux, n'est pas totalement nulle, n'est jamais détruite & anéantie: elle a donc toujours un effet réel, qui consiste à favoriser ou à contrarier l'action prédominante de la lune.

II°. Pour établir & pour faire sentir la vérité de ce corollaire, nous allons succinctement faire passer comme en revue les principales particularités qu'on observe dans les marées (1452); & montrer comment elles découlent naturellement de l'attraction combinée de la lune & du soleil sur les différentes portions du fluide aqueux, qui enveloppe la plus grande partie de la surface de notre globe.

1460. PHÉNOMÈNE III. *Les marées doivent être plus grandes, quand la lune est dans les syzigies, que quand elle est dans les quadratures. (fig. 56.)*

EXPLICATION. La raison en est, que dans les syzigies, la lune N ou P, & le soleil S ou T, agissent dans le même sens; augmentent & dimi-

nuent la vitesse & la pesanteur des mêmes eaux (1457); concourent ensemble à produire le plus grand abaissement en *a* & en *c*, le plus grand haussement en *b* & en *d*:

Au lieu que *dans les quadratures*, quand le soleil étant en *S*, la lune est en *I* ou en *K*; la lune élève les eaux que le soleil abaisse; la lune retarde les eaux que le soleil accélère. Ainsi, dans les syzigies, ou dans les nouvelles & pleines lunes, la marée répond à la somme des deux forces attractives; & dans les quadratures, elle répond simplement à leur différence.

1461. PHÉNOMÈNE IV. *Les plus grandes marées n'arriveront pas cependant le jour même de la nouvelle ou pleine lune, mais deux ou trois jours après.*

EXPLICATION. La raison en est, que l'eau ayant de l'inertie, elle n'acquiert pas & ne perd pas subitement & tout à coup, son mouvement: donc, forcée de s'élever de plus en plus en passant de la quadrature à la conjonction, elle continuera de s'élever en vertu de toutes ces impulsions, quelque tems encore après la conjonction.

Par exemple, si l'attraction de la lune *N* & du soleil *S*, venoient à cesser tout à coup; les eaux renflées & accumulées en *b* & en *d*, se porteroient avec un mouvement accéléré sur les eaux plus basses *a* & *c*. Là, comme dans leur confluent, elles s'accumuleroient & formeroient un petit promontoire, d'où elles s'affaïsseroient & se porteroient de nouveau vers *B* & vers *D*, pour refluer de nouveau avec une force toujours décroissante, vers *A* & vers *C*: & ainsi

de suite, jusqu'à l'épuisement de leur mouvement.

Donc, quoiqu'après les syzigies, les forces du soleil & de la lune soient moins conspirantes qu'au moment même des syzigies ; les eaux qu'elles ont conjointement élevées de plus en plus pendant sept à huit jours, doivent continuer encore pendant quelques jours à s'élever, en vertu des impressions répétées & accumulées qu'elles ont reçues en passant des quadratures aux syzigies. Donc la plus grande élévation de la marée, ne doit pas arriver le jour même de la nouvelle ou pleine lune, mais deux ou trois jours après. C'est ainsi, & pour une raison assez semblable, que le plus grand froid n'arrive pas au solstice d'hiver, ni le plus grand chaud au solstice d'été, mais quelque tems après : de même que la plus grande chaleur du jour n'est pas à midi, mais environ deux ou trois heures après midi.

1462. REMARQUE. De même, & pour la même raison aussi, les marées les plus basses n'arrivent pas au moment même du premier ou du dernier quartier de la lune ; mais environ deux jours après. Ainsi le soleil étant en V & la lune en N ou en P ; les marées s'éleveront le moins & s'abaisseront le moins en B & en D, environ deux jours après que la lune sera entrée dans son premier ou dans son dernier quartier. Les marées les plus foibles sont un peu moins éloignées des quadratures, que les marées les plus fortes ne le sont des syzigies : parce que l'agitation étant plus grande dans le second cas que dans le premier, elle conserve plus long-tems son action.

1463. PHÉNOMÈNE V. *Toutes choses étant égales d'ailleurs, les marées doivent être plus grandes quand la lune est périgée, que quand elle est apogée.*

EXPLICATION. La raison en est, que la lune est la principale cause du flux & du reflux (1457); & que cette cause principale a d'autant plus de force pour élever & pour abaisser, pour accélérer & pour retarder les eaux, qu'elle est plus voisine de ces eaux (1416): ce qui arrive lorsqu'elle est périgée, ou dans sa plus grande proximité de la terre.

1464. PHÉNOMÈNE VI. *Les marées doivent être plus grandes aux nouvelles & pleines lunes des équinoxes, qu'aux nouvelles & pleines lunes des solstices.* (fig. 57.)

EXPLICATION. Ce phénomène dépend en partie de deux causes, qu'il faut montrer séparément: la seconde est la principale.

Soit PSP, l'axe du monde; XSL, l'équateur céleste; T, la terre au tems des équinoxes; D, la terre au tems du solstice d'hiver; C, la terre au tems du solstice d'été; HL, la nouvelle ou pleine lune de l'équinoxe; RV, la nouvelle ou pleine lune du solstice d'hiver; MN, la nouvelle ou pleine lune du solstice d'été. Le promontoire aqueux, dans ces différentes positions de la terre, est toujours dirigé vers les deux astres qui l'occasionnent.

1°. Une des causes du phénomène à expliquer, c'est qu'au tems des équinoxes, la terre étant en T; le double promontoire aqueux AB, pendant

les syzigies, est dans le plan de l'équateur terrestre, où les eaux ont le moins de pesanteur (251). Or moins les eaux A & B ont de pesanteur, moins elles doivent résister à l'action conjointe du soleil & de la lune qui les attirent dans le même sens; & par conséquent, plus elles doivent s'élever de part & d'autre, vers ces deux astres.

La même chose n'aura point lieu quand la terre sera en C ou en D, au tems des solstices: car alors le sphéroïde aqueux, au tems des syzigies, sera oblique à l'équateur terrestre AB, & répondra à des eaux plus voisines des poles de la terre, & par conséquent plus pesantes & plus propres à résister à l'action conjointe du soleil & de la lune, qui les élèvera moins qu'elle n'élèveroit les eaux moins pesantes & moins résistantes de l'équateur terrestre AB.

H°. L'autre cause, & la principale cause de ce même phénomène, c'est qu'au tems des nouvelles & pleines lunes des solstices, le soleil & la lune déclinent notablement vers les poles de la terre; & que l'action attractive en vertu de laquelle le soleil & la lune élèvent les eaux, devient d'autant moindre, qu'elle s'éloigne plus de l'équateur.

Car il est évident, comme l'observe Newton, que si la lune & le soleil étoient placés sous le même pole ou sous les deux poles P, alors l'axe pZp du sphéroïde aqueux se confondroit avec l'axe des révolutions diurnes; & que toutes les sections AZB, aba , mnm , du sphéroïde aqueux, parallèles à l'équateur, seroient persévéramment de vrais cercles, où il ne se feroit aucune marée, où il n'y auroit aucune alternative de haussement & d'abaissement.

Mais si la lune & le soleil quittent le pôle & s'avancent vers l'équateur XSH, comme on les voit placés quand la terre est en T ou en D ou en C; il est clair que les alternatives de hauffement & d'abaissement dans les eaux, doivent recommencer : puisque pendant la révolution diurne de la terre sur son axe, les mêmes points terrestres sont tantôt en dedans & tantôt en dehors de la partie saillante du sphéroïde aqueux.

Or comme il n'y auroit point de marée, si la lune & le soleil étoient sous les pôles; & que les marées doivent commencer & s'augmenter, à mesure que ces deux astres s'éloignent des pôles; il s'ensuit que les marées doivent être *d'autant plus grandes*, que ces deux astres sont plus éloignés des pôles; ce qui arrive dans les nouvelles & pleines lunes des équinoxes, la terre étant en T; *d'autant plus petites*, que ces deux mêmes astres sont plus voisins des pôles; ce qui arrive dans les nouvelles & pleines lunes des solstices, la terre étant en D ou en C.

1465. PHÉNOMÈNE VII. *Dans les nouvelles & pleines lunes des équinoxes, les marées du matin sont égales à celles du soir dans le même lieu terrestre. (fig. 57.)*

EXPLICATION. La terre étant en T, le soleil en S, la lune en L ou en H; le sphéroïde aqueux a sa direction & son grand axe dans le plan de l'équateur terrestre AB. Or il est visible qu'alors les points quelconques *a*, *A*, *m*, seront également plongés dans la partie saillante du sphéroïde aqueux, soit en *a* & en *m*, pendant le flux du soir; soit en *b* & en *n*, pendant le flux du matin. La même chose n'aura point lieu, quand la terre sera en D ou en C.

Le flux du soir est celui qui arrive environ trois heures après que la lune a passé par le méridien H , au-dessus de l'horison : le flux du matin est celui qui arrive environ trois heures après que la lune a passé par le méridien L sous l'horison ; ou par un méridien éloigné de 180 degrés, du méridien du lieu où l'on effuie le flux.

1466. PHÉNOMÈNE VIII. *Dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'été, les marées du jour ; en-deçà de l'équateur, sont plus grandes que celles de la nuit.*

EXPLICATION. Dans le solstice d'été, la terre est en C sous le capricorne ; la nouvelle ou pleine lune est en M ou en N : & alors le sphéroïde aqueux a la direction νCm . L'axe de ce sphéroïde répond aux deux tropiques : pendant la révolution diurne de la terre C , le point m , en conjonction avec la nouvelle lune M , parcourt le tropique du cancer ; & le point ν , en conjonction avec la pleine lune N , parcourt le tropique du capricorne.

1°. Si la lune est nouvelle en M , elle est sur l'horison avec le soleil, pendant la révolution diurne de la terre. Alors le point terrestre a , en faisant sa révolution diurne aba , est plongé plus profondément dans le sphéroïde aqueux en am , qu'en bn : or le flux am est celui du jour, qui arrive environ trois heures après que la lune M a passé par le méridien sur l'horison ; comme le flux bn est celui de la nuit, qui arrive environ trois heures après que la lune M a passé par le méridien sous l'horison.

Il est visible que le flux am du jour est plus grand que le flux bn de la nuit, pour le point a

en

en-deçà de l'équateur vers le pôle boréal. Le contraire arrive en e , en-delà de l'équateur, vers le pôle austral : pendant la révolution diurne ede du point e , le flux nocturne dv est plus grand que le flux diurne et .

II°. Si la lune est pleine en N , elle est sous l'horison, quand le soleil est sur l'horison. Alors le point terrestre a est encore plus profondément plongé dans le sphéroïde aqueux en am , qu'en bn : or la lune étant en N , le point a se trouve avoir le flux du jour en am , quand le soleil est sur l'horison ; & le flux de la nuit en bn , quand le soleil est sous l'horison. Le contraire arrive en e , où le flux diurne et est plus petit que le flux nocturne dv .

1467. PHÉNOMÈNE IX. *Dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'hiver, le flux diurne est plus petit que le flux nocturne, en-deçà de l'équateur. (fig. 57.)*

EXPLICATION. Au solstice d'hiver, la terre est en D sous le cancer ; la nouvelle ou pleine lune est en R ou en V : & alors le sphéroïde aqueux a la direction hDk vers les deux tropiques.

I°. Si la lune est nouvelle en R , elle est en conjonction avec le soleil, & fait sa révolution diurne avec cet astre. Alors le point a , en faisant sa révolution diurne aba , éprouve le flux plus grand ak , pendant la nuit ; le flux plus petit bn , pendant le jour.

II°. Si la lune est pleine en V , elle est en opposition avec le soleil ; & le point a éprouve encore le flux plus petit bn , quand le soleil est sur son horison ; le flux plus grand ak , quand

le soleil est sous son horison. Le contraire arrive en-delà de l'équateur, vers le pôle austral.

En regardant la terre comme immobile en D , & la pleine lune V comme faisant une révolution diurne autour de la terre; on remarquera que le promontoire aqueux ak suit toujours la lune d'orient en occident dans son cercle diurne VQV , qui répond au tropique du cancer; & que ce promontoire aqueux ak passe en bn , en 12 heures & 25 minutes, tandis que la partie nb passe en ak : & alors le point immobile a aura le plus grand flux ak , quand la lune fera sur son horison, pendant la nuit; le plus petit flux bn , quand la lune fera sous son horison, ce qui arrivera pendant le jour.

1468. PHÉNOMÈNE X. *Les marées n'ont leur plein & entier effet, que dans les mers qui ont au moins 90 degrés d'étendue d'orient en occident. (fig. 56.)*

EXPLICATION. La raison en est que l'action de la lune L , s'étend dans tout l'arc BXA , pour abaisser les eaux en a & pour les élever en b . Mais si la mer n'a que l'étendue BX , l'action de la lune est en pure perte pour tout l'arc XA : il n'y a point d'eaux en AX , qui par leur abaissement Xa , puissent contribuer au haussement des eaux Xb : ainsi les eaux s'éleveront beaucoup moins en b .

D'ailleurs l'action de la lune étant successive, ainsi que toute action mécanique; il faut que les eaux soient exposées pendant un tems assez long aux impulsions attractives de la lune, pour acquérir successivement & peu à peu, en vertu de toutes ces actions répétées & accumulées, le

degré de mouvement accéléré qui les abaisse d'une part & les élève de l'autre : ce qui ne peut avoir lieu suffisamment & sensiblement, ni dans une petite mer de quelques centaines de lieues d'étendue, ni dans les pleines mers trop voisines des poles, où les eaux doivent être constamment & persévéramment dans un état de compression uniforme. (1455, III°.)

Ainsi les plus grandes marées doivent arriver dans l'immense mer Pacifique, entre la côte occidentale de l'Amérique & la côte orientale de l'Asie. Quant à la mer Atlantique, entre l'Afrique & l'Amérique, les marées doivent être moins grandes dans la zone torride, où la mer a moins d'étendue : elles doivent être plus grandes dans les zones tempérées, où la mer s'étend davantage, sur-tout du côté du midi : & l'expérience apprend que ces conséquences sont très-conformes à la nature en ce genre.

Dans quelques isles situées au milieu de l'Océan & non loin des côtes, les marées ne s'élèvent souvent qu'à trois ou quatre pieds, étant contrariées par le voisinage des rivages, des bancs de sable, des rochers saillants en différents sens au sein des mers, lesquels les détournent de leur direction, & les portent ailleurs : elles s'élèvent trois ou quatre fois plus sur les côtes des grands continents, où elles agissent en pleine liberté.

1469. REMARQUE. Le phénomène permanent du flux & du reflux, dépend toujours en grande partie de la position des mers à l'égard de l'équateur, de la direction de leurs rivages, de la configuration de leurs bassins, de mille & mille causes particulières, qui peuvent ou favoriser ou contrarier le renflement & l'affaissement

alternatifs des eaux en tel & tel lieu. Ainsi on ne doit point s'attendre à voir arriver par-tout uniformément les effets que nous avons annoncés, tels qu'ils arriveroient toujours si le fond de la mer étoit un bassin par-tout parfaitement uni, par-tout également profond, par-tout dirigé parallèlement à l'équateur & aux tropiques. Voici sur cet objet quelques observations générales, dont on pourra faire une foule d'applications particulières.

I°. Les puits, les lacs, les étangs, les rivières, les fleuves, tous les amas d'eau qui ne communiquent point avec la grande mer, n'ont point de flux & de reflux : parce que ces eaux n'ont pas assez d'étendue, pour être pressées d'un côté & exaltées de l'autre par l'action attractive de la lune & du soleil. Les forces attractives qui agissent sur ces petits amas d'eau, soit au milieu, soit aux deux extrémités, sont toutes sensiblement égales & parallèles : elles ne doivent donc produire dans les différentes petites portions d'eau qu'elles affectent, aucune inégalité de pesanteur ; comme nous l'avons expliqué & fait sentir ailleurs. (1457.)

II°. Les petites mers qui communiquent avec la grande mer, devroient toujours participer à son flux & reflux : puisque les eaux alternativement élevées & abaissées par l'action inégalement attractive du soleil & de la lune dans la grande mer, devroient tantôt refluer des grandes mers dans les petites, tantôt des petites dans les grandes. Mais différentes causes peuvent opposer un obstacle invincible à cette communication alternative de flux & de reflux, entre les grandes & les petites mers. Par exemple,

La *mer Baltique* n'a point de flux & de reflux : soit parce qu'elle est dans une latitude de 55 degrés, où le flux & le reflux doit être déjà très-foible (1455); soit parce que le détroit par où elle communique avec l'Océan, est & si étroit & si tortueux & si embarrassé d'une foule de bancs de sable, que dans l'intervalle du flux au reflux, l'accroissement & la diminution des eaux par-tout arrêtées & répercutées en mille manières, ne peut pas s'y faire sentir; à cause de la très-petite quantité qui peut ou y entrer au tems du flux, ou en sortir au tems du reflux.

Dans la *Méditerranée*, le flux & le reflux est très-foible & presque insensible, du moins sur la plus grande partie de ses côtes: d'abord, parce que cette mer entre-coupée d'espace en espace par différentes isles considérables, qui en font comme divers petits bassins isolés, n'est guere plus capable de recevoir le flux & le reflux par elle-même, que les lacs & les autres petits amas d'eau, dont nous venons de parler: ensuite, parce que le détroit de Gibraltar, par lequel elle communique avec l'Océan & qui n'a qu'environ quatre ou cinq lieues de large, est trop petit pour lui donner ou pour lui ôter dans l'intervalle du flux au reflux, un volume d'eau capable d'augmenter ou de diminuer sensiblement sa hauteur, dans une longueur d'environ 900 lieues, sur une largeur moyenne d'environ 130 lieues.

Dans la *mer Rouge*, le flux & le reflux est très-considérable: parce que cette mer assez droite, communiquant avec la grande mer des Indes par une large ouverture tournée vers l'orient, est très propre à recevoir librement les eaux surabondantes que le flux de l'Océan Indien y accu-

mule ; & à laisser échapper librement les eaux enflées & accumulées , que le reflux rappelle dans le même Océan.

Dans le *golfe de Venise* , le flux & le reflux se fait un peu plus sentir que dans le reste de la Méditerranée : parce que ce golfe, formé & situé, à l'égard de la plus grande capacité de la Méditerranée , à peu près comme le golfe de la mer Rouge est formé & situé à l'égard de l'Océan Indien , donne une facile entrée au petit renflement des eaux que la lune élève & entraîne à sa fuite , pendant le flux ; & que les côtes de Tunis , de la Sicile , de la Calabre ultérieure , de la Morée , & de l'Épire , répercutent de toute part , & tendent à accumuler dans son sein.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1470. OBJECTION I. Si l'action attractive du soleil & de la lune augmente la pesanteur des eaux en quadrature , diminue la pesanteur des eaux en conjonction & en opposition , avec ces deux astres ; ces mêmes causes devroient de même , augmenter & diminuer alternativement la pesanteur du reste des corps , de six en six heures ; & cette alternative de pesanteur tantôt augmentée & tantôt diminuée , devroit se faire appercevoir, sur-tout au tems des grandes marées, dans les oscillations ou vibrations des pendules , qui dépendent de la pesanteur , & qui varient , quand la pesanteur souffre des variations (251). Or on n'observe point de changement dans les oscillations ou vibrations d'un pendule , quoique ce pendule , ainsi que les eaux de la mer , soit tantôt en quadrature , tantôt en conjonction &

en opposition , avec les deux astres auxquels nous attribuons le flux & le reflux : donc la lune & le soleil ne produisent aucun changement de pesanteur dans ce pendule : donc ils n'en produisent pas davantage dans les eaux de la mer. Donc toute la théorie de Newton sur le flux & le reflux , est contraire à l'expérience , est fautive & ruineuse.

RÉPONSE. Nous avouons sans peine , avec Newton , que l'action attractive du soleil & de la lune , augmente & diminue alternativement , de six en six heures & quelques minutes , la pesanteur de tous les corps terrestres indifféremment , dans les zones torrides & assez avant dans les zones tempérées : qu'un boulet de canon , qu'un pendule , placés sous la lune en conjonction ou en opposition avec le soleil , ont réellement un peu plus de pesanteur , que quand six heures ou dix-huit heures après , ils seront en quadrature avec ces deux astres.

S'ensuit-il delà qu'un pendule doive donner des vibrations plus rapides sous ces deux astres , des vibrations plus lentes à 90 degrés de ces deux astres ? La conséquence seroit juste , si la quantité réelle de pesanteur que l'action attractive de ces deux astres ajoute ou retranche au pendule , étoit assez considérable pour produire un effet sensible , pour accélérer ou retarder sensiblement les vibrations du pendule.

Mais la chose n'est point & ne doit point être ainsi. Car il conste par l'expérience , que si sur les deux bassins d'une balance la plus exacte & la plus mobile , on met de part & d'autre un poids de 4000 grains , on aura l'équilibre ; & que si l'on ajoute d'un côté , un grain ou un

quatre millieme du poids total , l'équilibre restera encore , sans que ce grain ajouté produise aucun effet sensible dans le poids qu'il augmente. D'où il résulte que l'augmentation de pesanteur dans un corps ne peut se faire appercevoir par ses effets , qu'autant qu'elle excède la quatre millieme partie de la pesanteur naturelle de ce corps.

Or selon les calculs de Newton , la quantité de pesanteur qu'ajoute aux corps terrestres l'action conjointe de la lune & du soleil en conjonction ou en opposition avec eux ; que retranche aux mêmes corps terrestres l'action conjointe de la lune & du soleil en quadrature avec eux , est à leur pesanteur naturelle , comme 1 est à 2032890. Cette quantité de pesanteur ajoutée ou retranchée $= \frac{1}{2032890}$, beaucoup moindre que la quantité ajoutée ou retranchée à la balance $= \frac{1}{4000}$, ne doit donc produire aucun effet qu'on puisse appercevoir dans les vibrations d'un pendule , quoiqu'elle soit toujours une quantité réelle.

Les personnes qui souhaiteroient de connoître comment & sur quels principes physico-mathématiques , Newton a pu fixer & déterminer cette quantité de pesanteur alternativement ajoutée & retranchée à un même corps , pourront trouver de quoi satisfaire leur curiosité en ce point , ou dans les ouvrages même de Newton , ou dans les Institutions Newtoniennes du savant & profond abbé Sigorgne.

1471. OBJECTION II. Pour se tirer ici d'un abyme , ne se précipite-t-on pas dans un abyme opposé ? Comment une si petite différence de pesanteur dans les eaux en conjonction & dans les eaux en quadrature avec la lune , peut-elle

produire un effet aussi sensible & aussi frappant que celui du renflement & de l'affaissement alternatifs de la mer ; renflement & affaissement de dix ou douze pieds, & quelquefois davantage ?

RÉPONSE. On conçoit facilement qu'une force vive (278), quoique très-foible en elle-même, en multipliant comme à l'infini ses impulsions attractives sur des molécules d'eau infiniment mobiles, peut au bout d'un certain tems, produire un effet très-sensible dans ces molécules d'eau. Démontrons que la force trouvée & déterminée par Newton $= \frac{1}{2032890}$, peut élever les eaux de la mer d'environ 10 ou 12 pieds sous la lune.

I°. On fait que la pesanteur des corps quelconques, & par conséquent des eaux de la mer, est plus grande sous les poles, que sous l'équateur ; & que la pesanteur d'un corps quelconque sous les poles, est à la pesanteur du même corps sous l'équateur, à peu près comme 202 est à 201 (252) : la différence de pesanteur sous l'équateur & sous les poles est donc environ $\frac{1}{202}$.

II°. On fait que la terre est renflée vers l'équateur & aplatie vers les poles ; & que les eaux de la mer ont six ou sept lieues de plus en hauteur sous l'équateur, que sous les poles (1375). Une diminution de pesanteur égale à $\frac{1}{202}$, produit donc dans ces eaux sous l'équateur, un renflement égal à environ six lieues, qui font 82332 pieds.

III°. Que l'on cherche maintenant par une regle de trois, quel changement doit produire dans la hauteur naturelle & moyenne des eaux, une augmentation de pesanteur $= \frac{1}{2032890}$: en

faisant cette proportion $\frac{1}{202} \cdot \frac{1}{2032890} :: \frac{82332}{1} \cdot x$;
 on trouvera (*Math.* 212) pour quatrieme terme,
 environ 8 ; & ce quatrieme terme 8 exprimera
 le nombre de pieds dont les eaux de la mer
 doivent s'élever au-dessus de leur hauteur na-
 turelle , quand leur pesanteur est diminuée d'une
 quantité $= \frac{1}{2032890}$.

Telle seroit la quantité dont s'éleveroient
 toujours au-dessus de leur hauteur naturelle ,
 les eaux en conjonction avec la lune & le soleil ,
 en vertu de l'action attractive de ces deux astres ;
 si cette action attractive agissoit toujours en
 plein & sans obstacle sur ces eaux. Telle seroit
 aussi la quantité dont elles s'abaisseroient au-
 dessous de leur hauteur naturelle , environ six
 heures après , si l'action qui les abaisse étoit
 égale à celle qui les élève : mais celle-là n'est
 qu'environ la moitié de celle-ci (1237, II°).
 Delà , dans les plus grandes marées , une diffé-
 rence d'élévation d'environ 12 pieds , entre le
 plus haut point du flux & le plus bas point du
 reflux. S'il arrive quelquefois que la mer s'éleve
 davantage sur les côtes , cela vient de ce que
 frappant le rivage avec force , elle est obligée
 de s'élever davantage par cela même.

IV°. Au reste ce phénomène , produit par une
 cause qui paroît comme infiniment petite , ne
 doit pas être plus surprenant qu'une infinité
 d'autres qui n'étonnent point. Ne voit-on pas
 très-fréquemment les eaux de la mer fort agitées ,
 lors même que le calme regne sur la terre ferme ?
 Cela vient de la grande mobilité des eaux de la
 mer , qui s'agitent par les petites impulsions suc-
 cessives du moindre soufle ; & qui conservant

par leur inertie , par leur résistance au mouvement & au repos , la vitesse qu'elles ont reçue , ont à la fin un mouvement très-sensible ; quoique la cause qui le produit ne soit presque rien dans son origine.

1472. OBJECTION III. Il est certain , & tout le monde éclairé convient unanimement , que le phénomène du flux & du reflux a principalement pour cause l'action de la lune sur les eaux de la mer. Mais cette action de la lune , au lieu d'être une attraction , ne pourroit-elle pas être une pression ? Cette idée accommoderoit beaucoup mieux l'imagination , qu'il sera toujours difficile de reconcilier parfaitement avec l'attraction.

RÉPONSE. L'imagination a droit d'être flattée & courtisée dans un roman , dans un poëme , dans un tableau de fantaisie ; c'est son empire ; & non dans la théorie des causes physiques , où elle ne peut rien mettre du sien , à l'exception peut-être de l'expression & du coloris , sans tout gâter. Ainsi il ne dépend pas du caprice du physicien , d'attribuer le phénomène du flux & du reflux , à la cause qui flatte le plus ou qui révolte le moins l'imagination : puisque ce phénomène ne doit & ne peut être raisonnablement attribué , qu'à la cause qui le produit réellement , & dont l'influence est démontrée par ses effets , soit généraux , soit particuliers. Or il est évident que le phénomène du flux & du reflux , n'est point dû à une pression de la lune sur les eaux de la mer , distinguée de son attraction dans le vuide.

I°. La lune ne peut agir par pression sur les eaux de la mer , sans qu'il y ait entre la mer &

la lune, une matiere compressible, assez dense pour résister puissamment à la pression de la lune; assez réagissante pour transmettre efficacement & très-rapidement la pression de cette planete aux eaux de la mer; une matiere assez semblable à celle des tourbillons cartésiens, dont nous avons démontré tant de fois & la fable & la chimere. Or il conste évidemment, par toute la théorie du mouvement, par toute la théorie des causes physiques, qu'une telle matiere n'existe point entre la terre & la lune (1398): elle ne peut donc transmettre à la mer, une pression de la lune.

II°. S'il y avoit, entre la terre & la lune, une matiere compressible, propre à transmettre à la mer la pression de la lune; il est évident que cette matiere, pressée & affaissée par la lune, devoit principalement presser & affaïsser les eaux qui sont en conjonction & en opposition avec elle; les faire refluer au loin & les élever de toute part vers les points terrestres qui sont en quadrature avec elle, c'est-à-dire, vers les poles de la terre & vers tous les points d'une circonférence terrestre dont le rayon vecteur de la lune seroit l'axe: ce qui est évidemment contraire à toute la théorie expérimentale du flux & du reflux.

Il est donc évident que le phénomène du flux & du reflux n'a point pour cause une pression de la lune; & que la théorie du plein & des tourbillons ne quadreroit pas plus heureusement avec le phénomène du flux & du reflux, qu'avec les phénomènes du mouvement des planetes & des cometes. (1399).

PARAGRAPHE TROISIEME.

DÉPENDANCES DU FLUX ET DU REFLUX.

1473. OBSERVATION. Quelle que soit la cause physique du flux & du reflux, il est certain que le sphéroïde aqueux, toujours principalement dirigé vers la lune, suit persévéramment le mouvement diurne, réel ou apparent, de cette planète; faisant chaque jour une révolution de part & d'autre, d'orient en occident, autour de la terre; élevant & abaissant successivement les mêmes eaux, soit dans l'hémisphère tourné vers la lune, soit dans l'hémisphère opposé. Quand la lune est dans le plan de l'équateur, le sphéroïde aqueux fait sa révolution diurne, d'orient en occident, dans le plan de l'équateur. Quand la lune est hors du plan de l'équateur, la double pointe opposée du sphéroïde aqueux décrit en-deçà & en-delà de l'équateur, une double circonférence sensiblement parallèle au cercle diurne que décrit, ou semble décrire la lune dans le même tems. Sur quoi voici quelques remarques essentielles à faire. (*fig. 56*).

1^o. Quand l'axe du sphéroïde aqueux est dans le plan de l'équateur; le sommet *b* de ce sphéroïde fait en 24 heures & 50 minutes environ, la révolution *badcb*, toujours faillant comme en *b*, toujours éloigné de la lune d'environ 45 degrés vers l'orient, élevant toujours les eaux à la suite de la lune, d'abord en *B*, ensuite en *X*, ensuite en *A*, ensuite en *G*, ensuite en *D*, ensuite en *H*, en *C*, en *R*, & de nouveau en *B*.

Mais il ne s'ensuit pas delà que les eaux indi-

viduelles b suivent le mouvement diurne de la lune, ainsi que la partie saillante du promontoire aqueux. Ces eaux individuelles b , alternativement élevées de B en b , & abaissées de b en B , restent toujours sensiblement dans le même lieu; répondent toujours à peu près aux mêmes points du bassin qui les soutient; sont toujours, du moins dans un tems de calme, placées sur le même rayon vecteur terrestre TB ; sans se porter de B en X à la suite de la lune, par un mouvement progressif d'orient en occident. La raison en est, que si maintenant la lune en N , les attire dans la direction BX ; dans 18 heures, la lune en K , les attirera dans la direction opposée BR : & ainsi du reste. Ces attractions égales & opposées BX & BR se détruisent; & les eaux b ne sont sensiblement attirées ni d'un côté ni de l'autre. Ainsi l'attraction de la lune ne donne aux eaux qu'elle élève & qu'elle abaisse alternativement, ni un mouvement d'orient en occident, ni un mouvement d'occident en orient. On peut & on doit dire la même chose de l'attraction du soleil.

II°. Comme la partie saillante du sphéroïde aqueux est toujours principalement dirigée vers la lune, & que la lune passe alternativement de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur; il s'ensuit que la partie saillante du sphéroïde aqueux doit tantôt se promener sur les mers de l'équateur, tantôt s'écarter plus ou moins de part & d'autre vers les deux tropiques.

Quand cette partie saillante du sphéroïde aqueux fera de part & d'autre dans le plan de l'équateur; les mers des tropiques reflueront vers l'équateur, pour y former ou pour y

augmenter le double promontoire aqueux. Quand ensuite la partie saillante du sphéroïde aqueux fera de part & d'autre sous les tropiques ; les mers de l'équateur seront forcées de refluer vers les tropiques , pour y former ou pour y augmenter de part & d'autre le double promontoire aqueux. *Delà un déplacement alternatif & périodique dans une portion assez considérable des eaux de la mer ;* déplacement qui peut & qui doit opérer nécessairement dans la mer , bien des phénomènes remarquables , parmi lesquels nous ne ferons ici attention qu'aux courants marins.

III°. En vain diroit-on que la partie saillante du sphéroïde aqueux , est peu de chose par rapport à l'immense volume des eaux de la mer. Il est facile de faire sentir que *cette partie saillante & mobile du sphéroïde aqueux , renferme un très-grand volume d'eau.* Car elle consiste de part & d'autre autour de la terre & sous la lune , en une double couche ou calotte aqueuse , dont l'épaisseur , d'environ dix ou douze pieds dans son milieu & dans son plus grand renflement , va en diminuant insensiblement jusqu'à 54 degrés & 44 minutes en tout sens (1237, VII°) ; c'est-à-dire , jusqu'à plus de 1350 lieues vers l'orient , vers le couchant , vers le nord , & vers le midi , autour du lieu où est la plus grande hauteur des eaux saillantes qui la forment. Un tel volume d'eau , au-dessus & au-dessous de la terre , en se transportant alternativement de l'équateur vers les tropiques , & des tropiques vers l'équateur , pourroit-il manquer de produire des effets sensibles & remarquables sur les différentes portions de la mer où il fait constamment & périodiquement ses évolutions ?

LES COURANTS MARINS.

1474. DÉFINITION. On nomme *courants marins* ; certains torrents, constans ou accidentels ; plus ou moins rapides, plus ou moins volumineux, qui ont au sein de la mer, tranquille ou agitée, un mouvement progressif, assez semblable à celui qu'ont nos torrents & nos rivières au sein des continents : avec cette différence, que nos torrents & nos rivières coulent toujours dans le même sens au sein des terres ; au lieu que les mêmes courants marins coulent assez souvent en des sens opposés au sein des mers. Parmi les courants qu'on a observés en différents tems & en différents lieux, au sein de la mer :

I°. Il y en a de constants, qui vont toujours dans le même sens. Tel est le courant qui coule sans cesse de la mer Noire dans la Méditerranée, par le détroit de Constantinople. Tels sont aussi les courants qui coulent sans cesse, à ce qu'on prétend, des côtes d'Afrique vers les côtes d'Amérique.

II°. Il y en a d'accidentels, qui dépendent d'une agitation actuelle dans telle & telle mer, & qui cessent ou changent avec la cause qui les produit.

III°. Il y en a qui sont doubles & qui vont en des sens opposés l'un au-dessus de l'autre : comme on voit deux nuages aller l'un du midi au nord, l'autre du nord au midi, au sein de deux courants aériens mus en des sens opposés l'un au-dessus de l'autre. Tels sont, selon quelques observateurs, les deux courants opposés du détroit de Gibraltar, où le courant supérieur
entre

entre dans la Méditerranée, tandis que le courant inférieur en sort. Ces fortes de courants ne fauroient être constants & permanents.

1475. **ASSERTION.** *Les courants marins paroissent avoir pour cause, ou les eaux des fleuves, qui enflent certaines mers; ou l'impulsion des vents, qui accumule les eaux sur certaines côtes; ou l'attraction de la lune & du soleil, qui transporte un assez grand volume d'eau, tantôt de l'équateur vers les tropiques, tantôt des tropiques vers l'équateur.*

EXPLICATION. I°. Il y a des courants marins qui paroissent avoir uniquement pour cause constante, la surabondance des eaux que les fleuves déchargent au sein de certaines petites mers. Tel est le courant du détroit de Constantinople. La mer Noire, de peu d'étendue, reçoit sans cesse dans son sein une énorme quantité d'eau, qu'y viennent décharger une foule de grands fleuves, tels que le Danube, le Nieper, le Niester, le Don ou le Tanaïs. L'évaporation ne suffit pas pour délivrer & décharger cette mer, de l'immense quantité d'eau qu'elle reçoit incessamment; & qui lui donnant plus de hauteur que n'en a la Méditerranée, la force à décharger sans cesse ses eaux surabondantes dans cette dernière mer.

II°. Il y a des courants marins qui paroissent avoir uniquement pour cause l'impulsion des vents. Car ils n'ont lieu qu'au tems où la mer est agitée & soulevée par certaines tempêtes plus ou moins violentes, qui accumulant les eaux tantôt sur un rivage, tantôt sur un rivage

opposé, leur donnent différentes directions relatives & au vent qui les agite, & au rivage qui les arrête & les répercute.

III°. Il y a des courants qui paroissent avoir principalement & primitivement pour cause physique, l'action constante qui produit & qui promene le flux & le reflux sur les différentes parties de la mer (1473, II°). Car les eaux de la mer, en refluant d'abord de part & d'autre de l'équateur vers les tropiques, en refluant ensuite de part & d'autre des tropiques vers l'équateur, ne peuvent manquer d'être très-fréquemment arrêtées ou détournées dans leur cours, tantôt par de grandes isles, tantôt par les côtes des grands continents, tantôt par les fonds irrégulièrement inégaux des bassins qui les contiennent. Ne doivent-elles donc pas, selon les loix de l'impulsion & de la réaction des liquides, former en une infinité d'endroits, de grands courants marins, qui auront tous pour cause générale & primitive, la cause même du flux & du reflux; mais dont la direction, la force, la durée, l'étendue, dépendront d'une infinité de causes particulières, qui quelquefois se dévoileront au premier coup-d'œil, & quelquefois se cacheront obstinément à toute la sagacité du plus attentif observateur?

Par exemple, on peut rendre raison des courants qui ont leur direction des côtes d'Afrique vers les côtes de l'Amérique, en cette manière. Que l'on conçoive sous l'équateur terrestre, entre l'Afrique & l'Amérique, une longue chaîne de montagnes cachées sous la mer à une assez grande profondeur. Quand le double promontoire aqueux se portera de l'équateur vers les

deux tropiques; les eaux qui refluent de l'équateur vers les tropiques, arrêtées en partie par cette chaîne de montagnes, couleront parallèlement à l'obstacle qui les captive, des côtes de la Guinée où elles sont accumulées & arrêtées de toute part, vers les côtes du Brésil & vers le golfe du Mexique, où les mers s'ouvrent davantage. Quand ensuite le double promontoire aqueux passera des tropiques vers l'équateur, les eaux qui se portent de l'équateur vers les tropiques, après s'être gonflées & accumulées vers les côtes de la Guinée qui les resserrent & les arrêtent, seront obligées de refluer le long de la même chaîne de montagnes, vers l'Amérique où elles peuvent s'étendre en plus grande liberté.

*LE FLUX ET LE REFLUX DANS
L'ATHMOSPHERE.*

1476. ASSERTION. *L'athmosphère terrestre doit essuyer un flux & un reflux assez semblable à celui de la mer.*

EXPLICATION. I°. Il est plus que vraisemblable, il est même absolument certain que l'athmosphère terrestre est en prise à la cause physique qui produit le flux & le reflux dans les eaux de la mer: puisque l'action de cette cause physique affecte indifféremment tous les corps quelconques; & que l'athmosphère terrestre est composée de parties intrinséquement pesantes, de parties séparément mobiles, de parties qui ont une révolution diurne autour de la terre, ainsi que les eaux de la mer. Ainsi,

II°. La portion de l'athmosphère terrestre, qui vue du centre de la terre, est en conjonction ou en opposition avec la lune, doit perdre une partie de sa pesanteur, ainsi que la portion de la mer sur laquelle elle est appuyée : elle tendra donc à s'élever de part & d'autre en un double promontoire aérien, précisément au-dessus du double promontoire aqueux. Au contraire, toutes les portions de l'athmosphère, qui vues du centre de la terre feront en quadrature avec la lune, doivent acquérir une augmentation de pesanteur, ainsi que les eaux qu'elles enveloppent : elles devront donc s'affaïsser de toute part vers le centre de la terre, & former la partie aplatie du sphéroïde aérien, précisément au-dessus de la partie aplatie ou affaïssée du sphéroïde aqueux.

III°. Ce sphéroïde aérien, ayant toujours son grand axe dirigé vers la lune à environ 45 degrés à l'orient de cette planète, suivra ses différents mouvements, de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur ; ainsi que le sphéroïde aqueux : puisqu'il dépend en tout & pour tout, de la même cause.

IV°. Le renflement du sphéroïde aérien sera plus grand que le renflement du sphéroïde aqueux : soit parce que l'athmosphère étant plus près de la lune que la mer, elle souffre une plus grande attraction sous la lune (1416) ; soit parce que le diamètre de l'athmosphère étant plus grand que celui de la mer, elle est exposée par-tout dans ses quadratures à une plus grande obliquité d'attraction, qui fait que l'action de la lune est employée en plus grande partie à la presser vers le centre de la terre. (1457.)

V°. Quand la partie renflée & saillante du

sphéroïde aérien gravite sur un barometre, elle ne doit pas élever davantage la colonne de mercure : parce que, si cette colonne a plus de hauteur que la colonne éloignée de 90 degrés, elle a aussi proportionnellement moins de pesanteur ; & qu'ainsi l'équilibre reste & subsiste entre l'une & l'autre.

VI°. Comme la partie faillante du sphéroïde aérien se porte alternativement de part & d'autre, de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur ; il est visible que ces évolutions permanentes doivent entretenir un petit mouvement perpétuel dans les molécules aériennes ; lesquelles refluant & se portant périodiquement tantôt du midi vers le nord, tantôt du nord vers le midi, peuvent & doivent par cela même, entrer pour quelque chose dans la cause & dans l'origine des vents.

1477. REMARQUE. Comme une moitié de l'athmosphère terrestre est toujours tournée vers le soleil, & que la partie qui regarde cet astre est toujours plus échauffée & plus dilatée que la partie opposée ; il s'ensuit que la révolution diurne réelle ou apparente du soleil, peut & doit occasionner une agitation perpétuelle dans l'athmosphère, qu'il échauffe & qu'il dilate successivement dans ses différentes parties, en tournant chaque jour autour d'elle, d'orient en occident : ce qui pourroit bien produire dans les molécules qui composent cette athmosphère, un petit mouvement d'orient en occident, toujours vers la partie la plus échauffée & la plus dilatée, laquelle a ce mouvement d'orient en occident.

Ce petit mouvement permanent de l'atmosphère, d'orient en occident à la suite du soleil, pourroit bien être la cause de certains vents très-foibles, mais constants, qui se font toujours sentir principalement dans la mer Pacifique; & qui font, comme nous l'apprennent les navigateurs, qu'un vaisseau va plus facilement d'orient en occident, que d'occident en orient.

COROLLAIRE GÉNÉRAL, OU

1478. CONCLUSION. *Tout dépose donc dans la nature, en faveur de l'attraction newtonienne: puisque tout nous dévoile & nous démontre, & son existence, & son influence. Elle se montre & se fait sentir cette loi générale d'attraction, en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, dans le phénomène permanent de la pesanteur des corps, dans les divers mouvements elliptiques des planetes & des cometes, dans les merveilles frappantes du flux & du reflux, dans tout le grand théâtre de la Nature, dont elle est & le ressort secret & le principal mobile.*

Avant Newton, on commençoit à connoître la nature dans ses effets: mais tout y paroissoit bizarre; parce qu'on en ignoroit la principale cause. Newton, d'une main habile, déchira le voile qui nous cachoit le grand ressort moteur de l'univers: & dès-lors toutes les apparentes bifarreries de la nature, telles que les irrégularités de la lune, le mouvement rétrograde de la terre autour d'un axe parallele à l'axe de l'écliptique, les vitesses croissantes & décroissantes

des planetes dans des courbes inégalement excentriques & toutes rentrantes sur elles-mêmes, devinrent de simples dépendances d'une cause également simple & féconde, dont la théorie spéculative mene aussi indéfectiblement à la connoissance du ciel, que les observations les plus exactes. Car plus on parvient à connoître exactement le ciel, plus les observations se rapprochent de la théorie de Newton, de la théorie de l'attraction.

Oseroit-on soupçonner après cela, qu'un principe si simple & si fécond, qu'un principe qui cadre si parfaitement avec toute la théorie de la nature, qui s'accorde en tout & partout avec les phénomènes astronomiques & physiques, avec toutes leurs circonstances, avec toutes leurs particularités, avec toutes leurs variations, pût n'être qu'une heureuse & ingénieuse fiction, qu'une cause idéale & sans réalité, qu'un être purement imaginaire & métaphysique? Ce seroit former un soupçon bien singulier & bien étrange : ce seroit porter le pyrrhonisme à son dernier période ; & établir son absurde empire sur toutes les causes physiques, qui ne se dévoilent & ne se font connoître que par leurs effets, & dont aucune ne démontre plus splendidement & plus universellement son existence & son influence, que l'attraction découverte & développée par Newton.

L'attraction, unie à l'impulsion sur la terre, séparée de l'impulsion dans l'immensité des cieux, est donc la principale *cause physique* des grands phénomènes que nous observons dans la nature

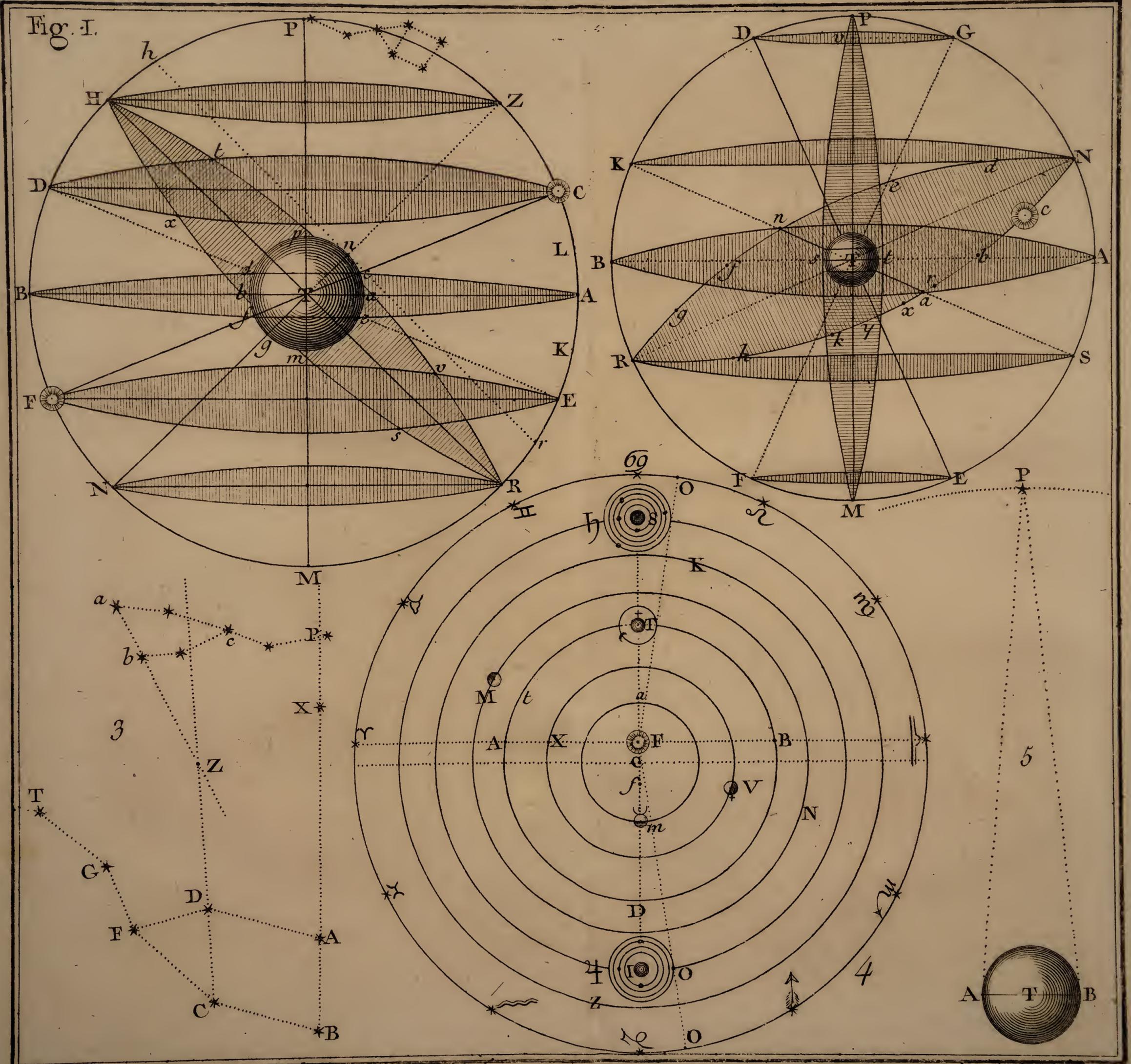
entiere; dans ce *grand Tout*, où se déploie de toute part & la sagesse & la puissance & l'action permanente d'un Être increé & créateur; & dont nous venons de montrer le riche tableau, & de développer l'intéressant mécanisme, dans un *Ouvrage* qui embrasse séparément & en détail toutes les parties de la Physique, & qui n'a d'autres bornes dans son objet, que celles de la Nature elle-même.

F I N.

FAUTES A CORRIGER.

Pages	Lignes	<i>Fautes.</i>	<i>Lisez.</i>
37	5	solstice ; <i>stolstitium</i> :	solstice ; <i>solstitium</i> :
65	1	leur est commun ,	leur est commune ;
96	26	plan indéfini (<i>fig. 11</i>),	plan indéfini (<i>fig. 23</i>).
99	32	ou du soleil : sont toutes	ou du soleil , sont toutes
112	25	petite distance (<i>fig. 13</i>).	petite distance (<i>fig. 23</i>).
121	4	de son axe <i>D P B</i> .	de son axe <i>D P F</i> .
123	12	conjonction inférieure <i>n</i> ,	conjonction inférieure <i>a</i> ,
126	19	<i>m o k m</i> : de sorte	<i>m n k m</i> : de sorte
247	23	même base <i>B C = B X</i> ;	même base <i>B C = C X</i> ;
275	12	que 1 divisé par 2.	que 1 divisé par <i>rr</i> = 2.
450	34	grand tourbillon <i>I K C</i>	grand tourbillon <i>I K L</i>
460	27	l'espace qui produit	l'espace que produit
474	12	près du soleil.	près du soleil. (<i>fig. 54</i>).
604	19	absurdement transformé	absurdement transformée

Fig. I.



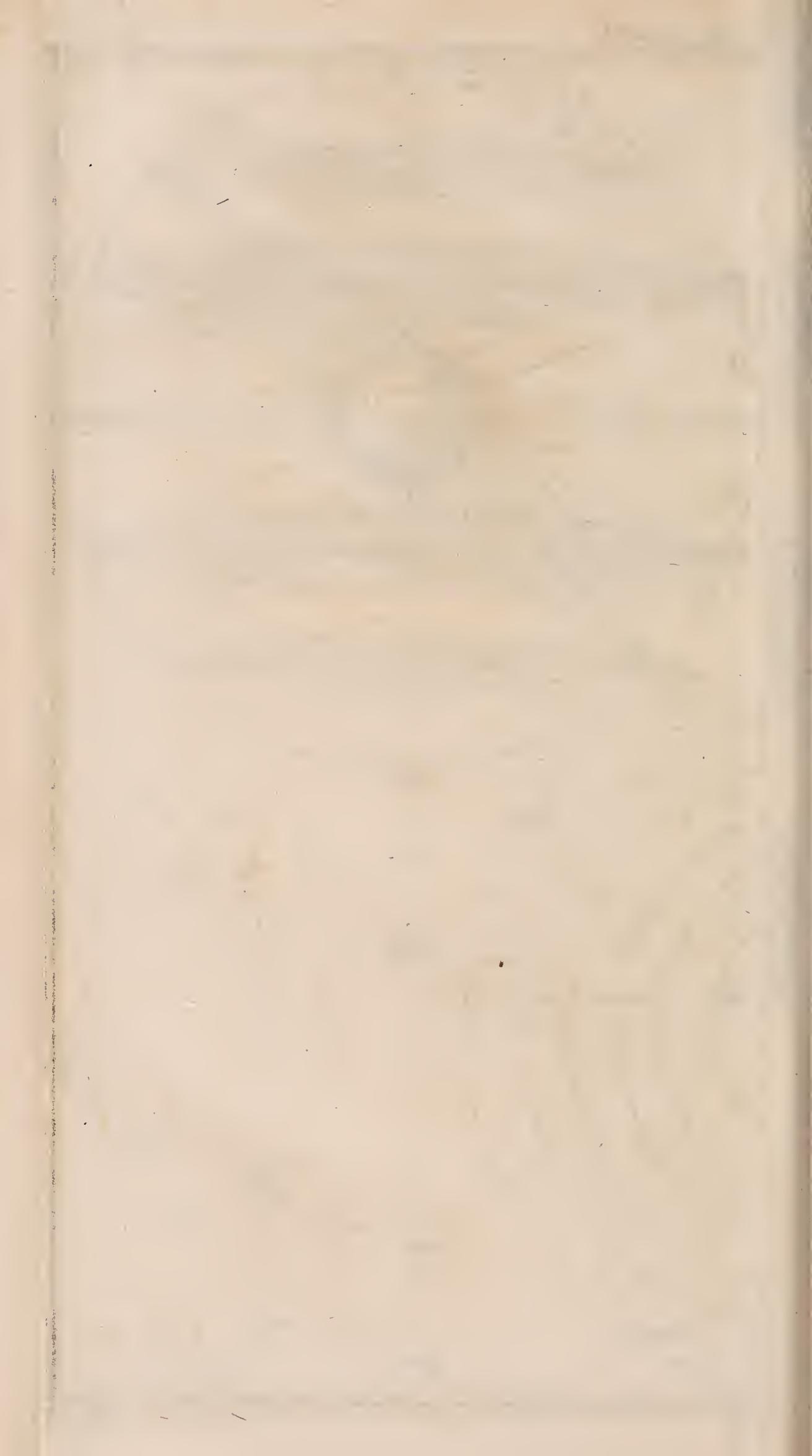
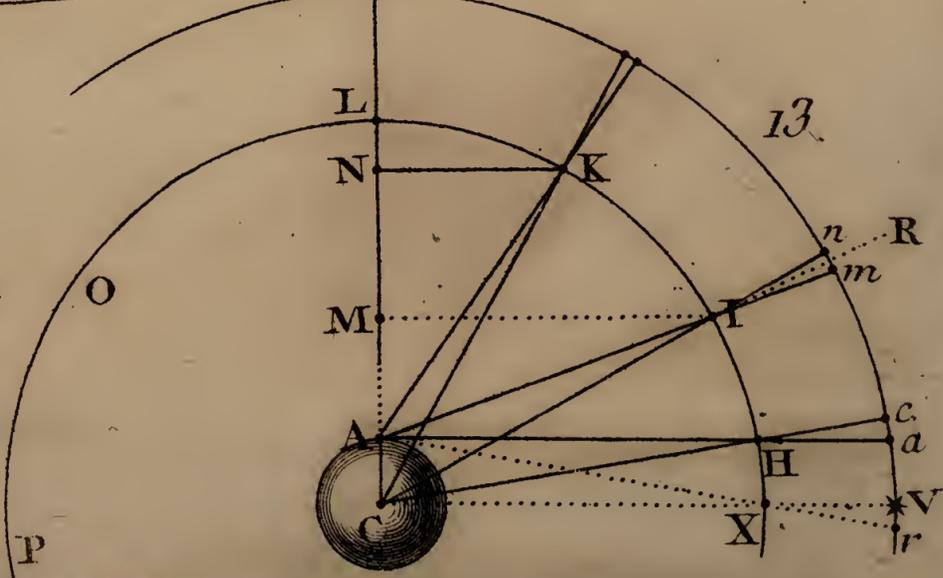
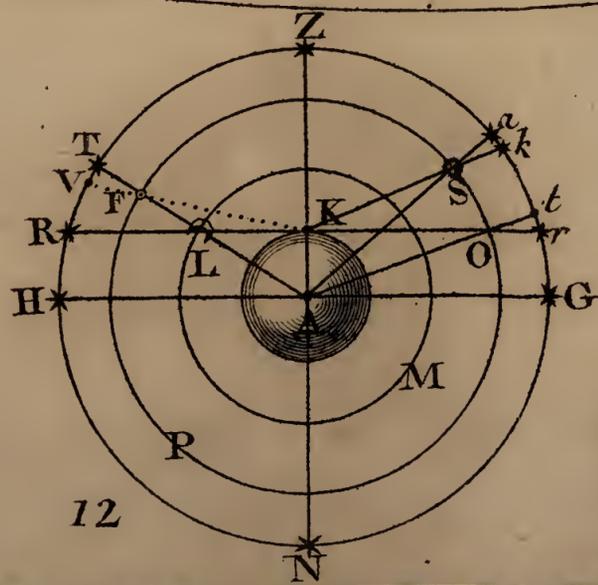
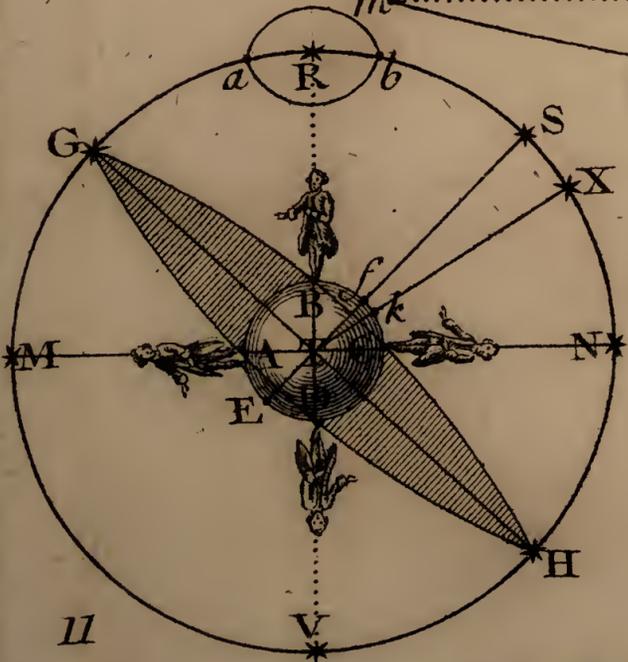
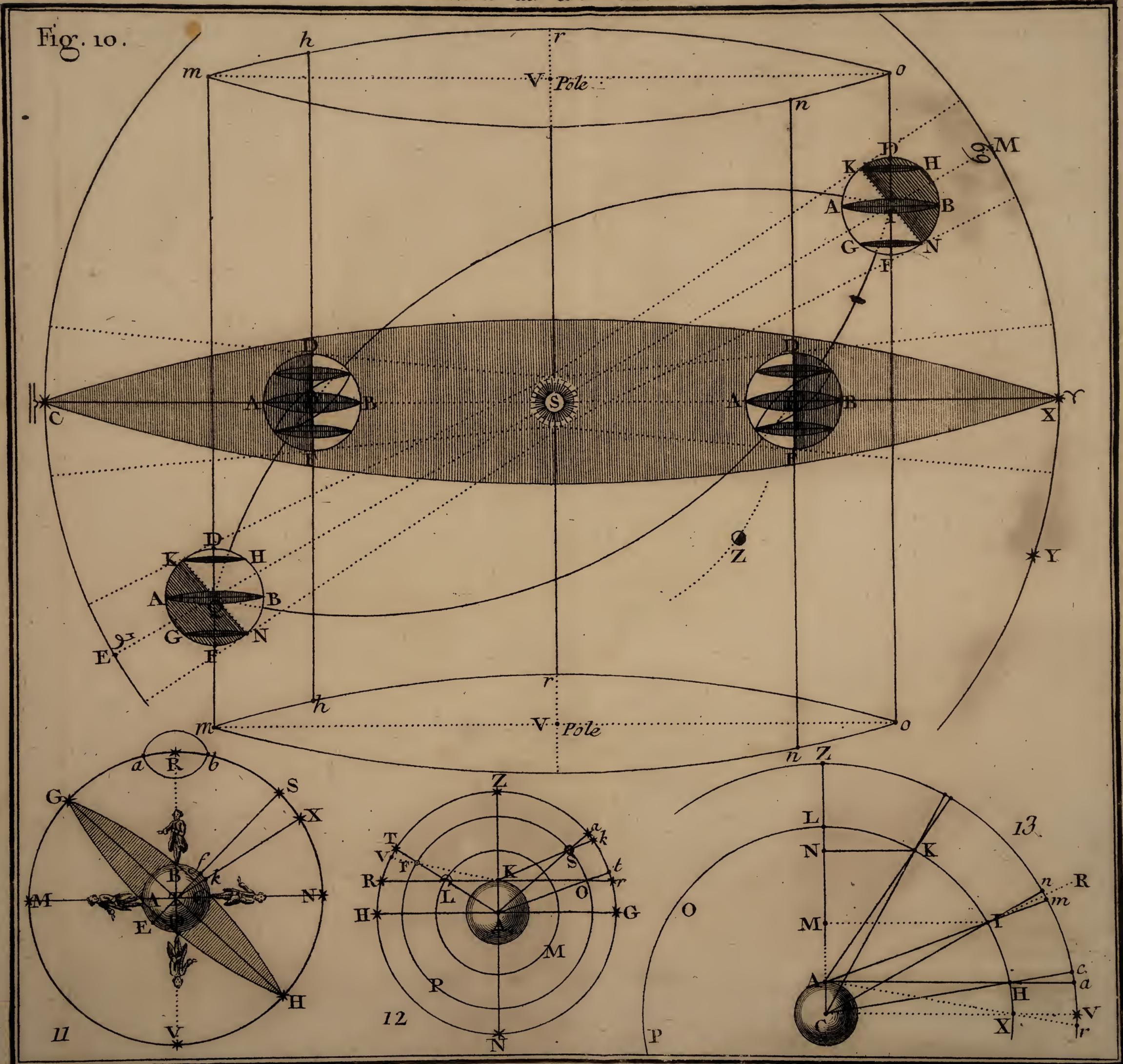




Fig. 10.



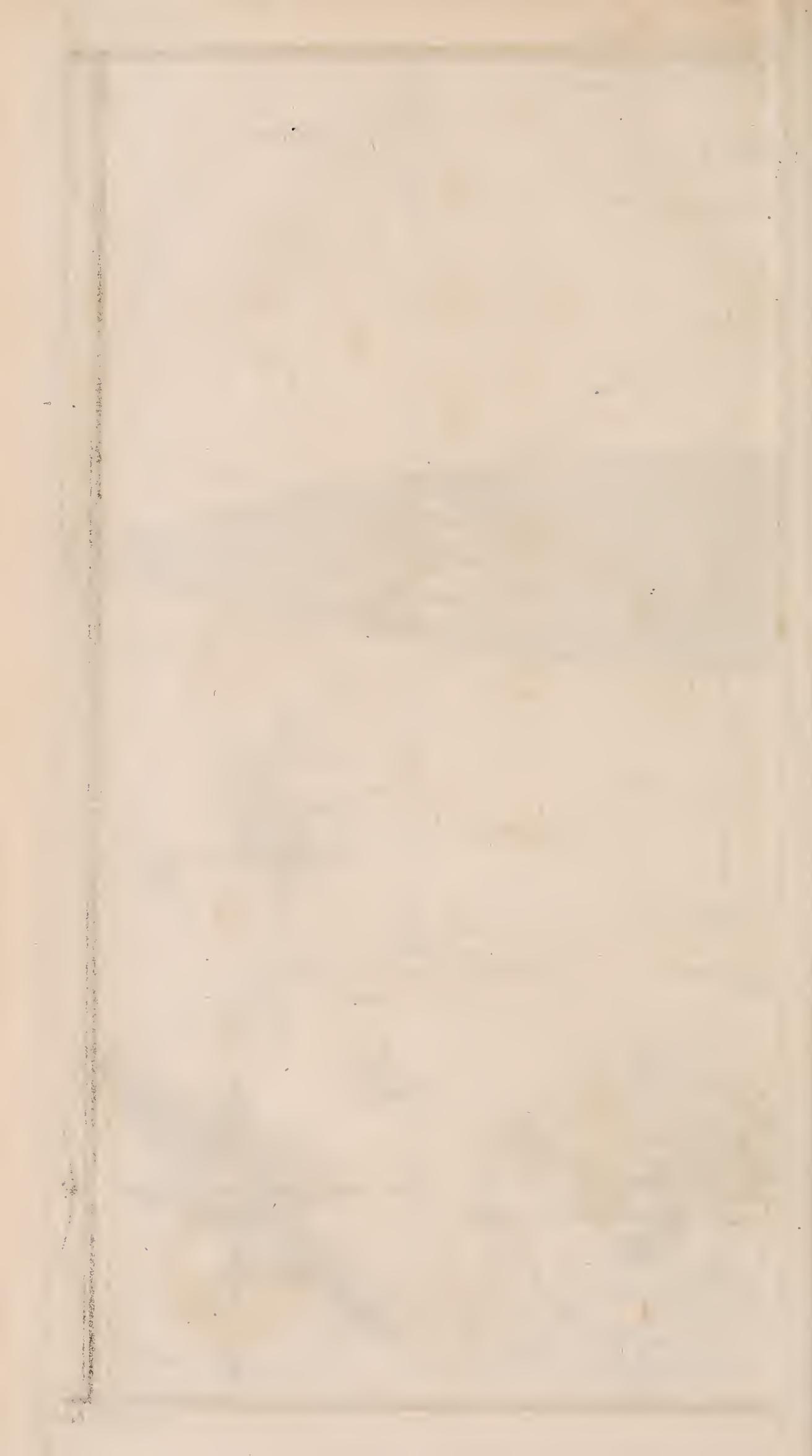
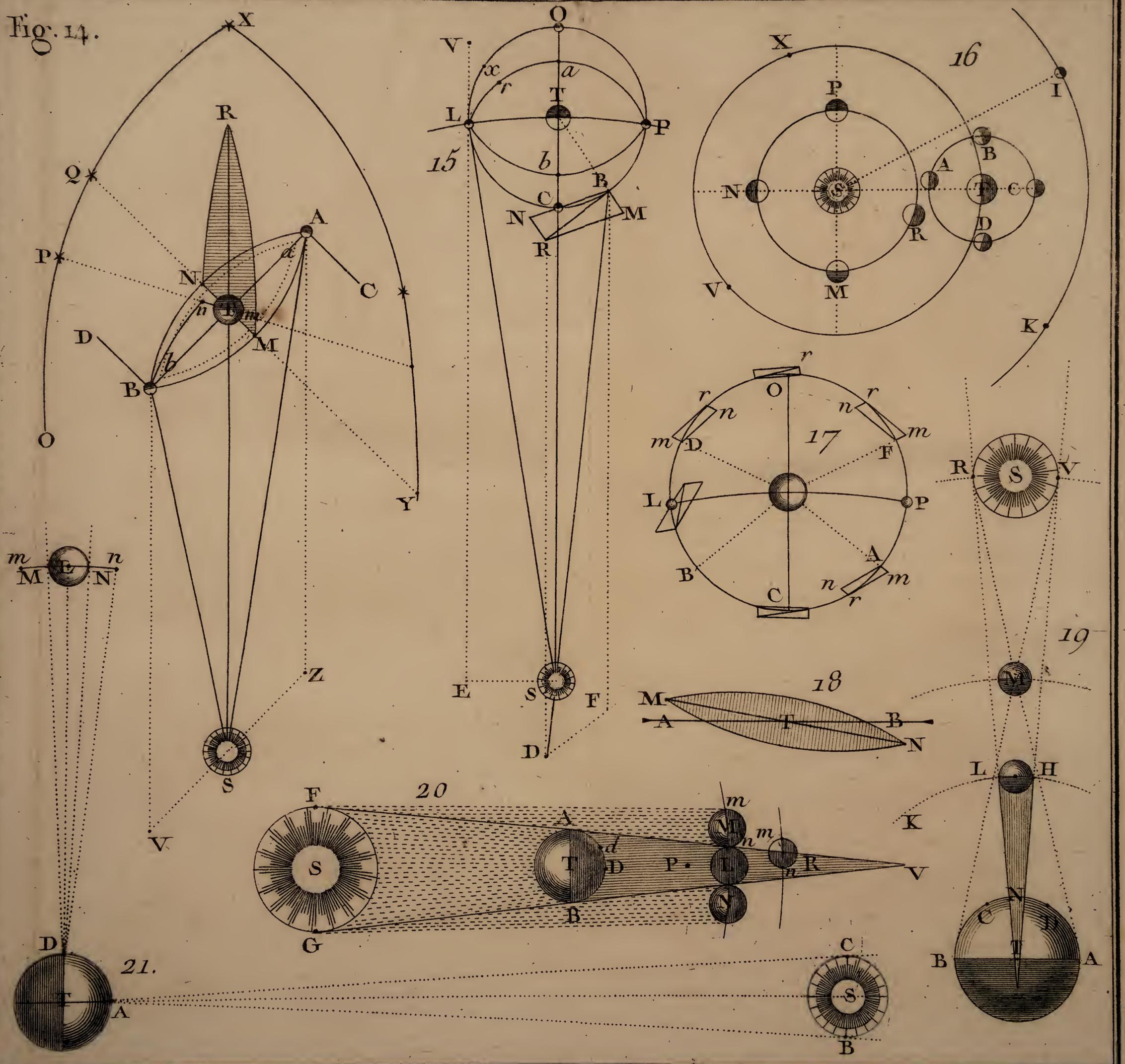


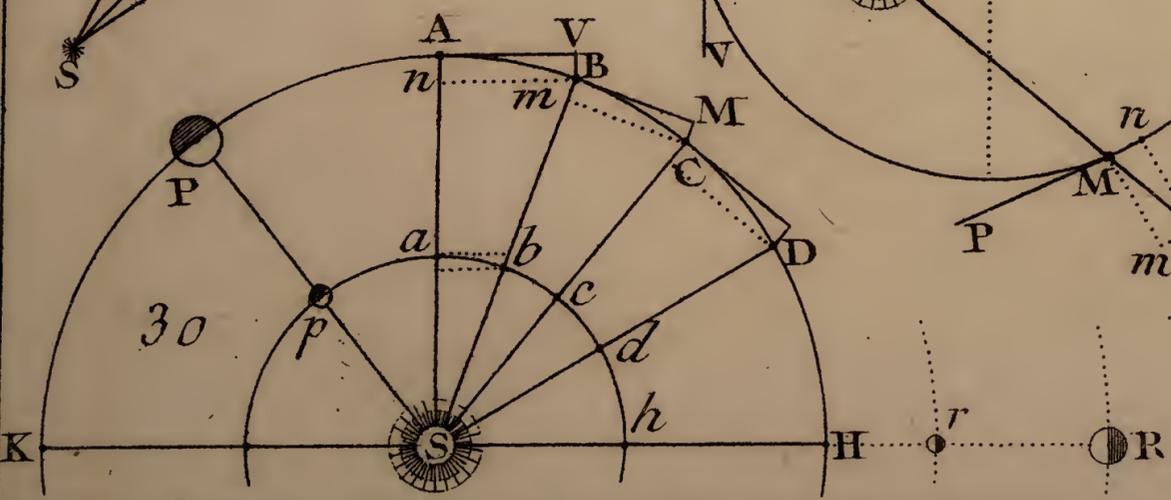
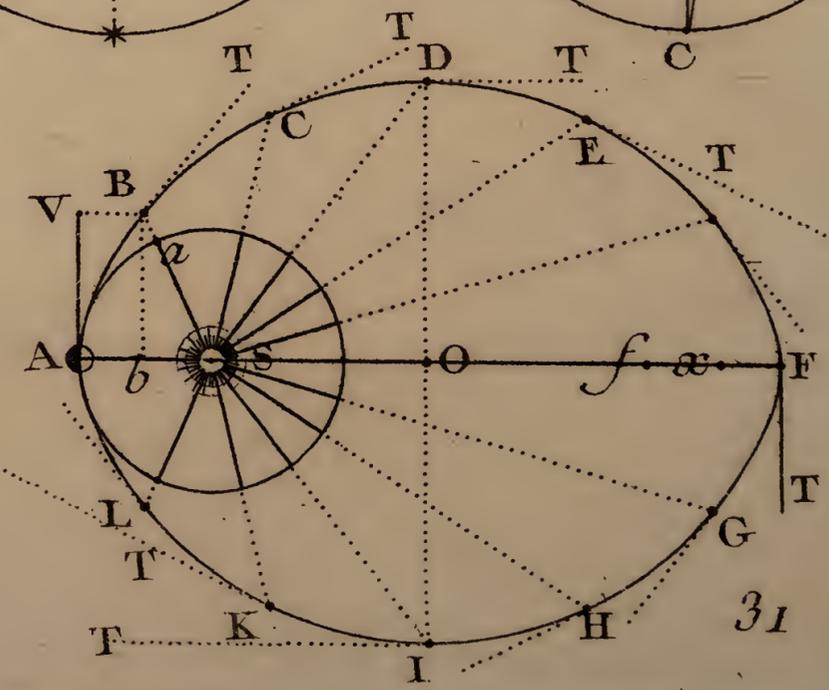
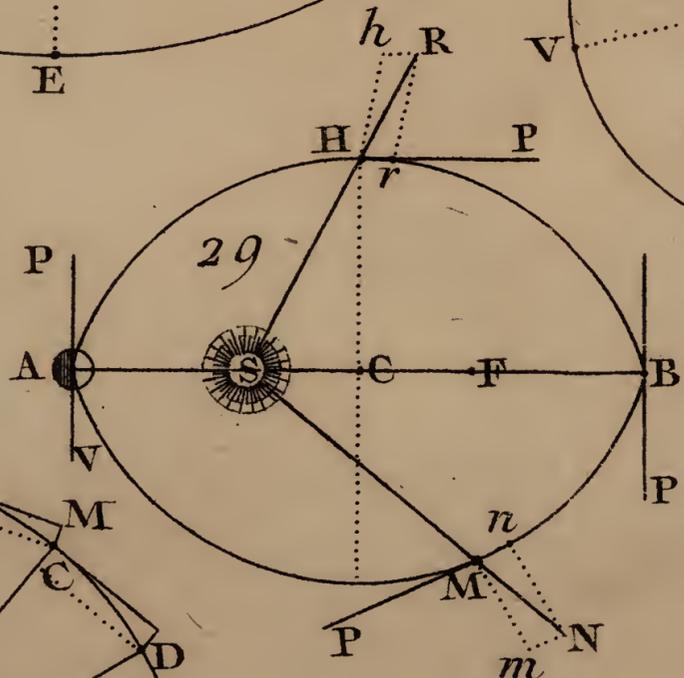
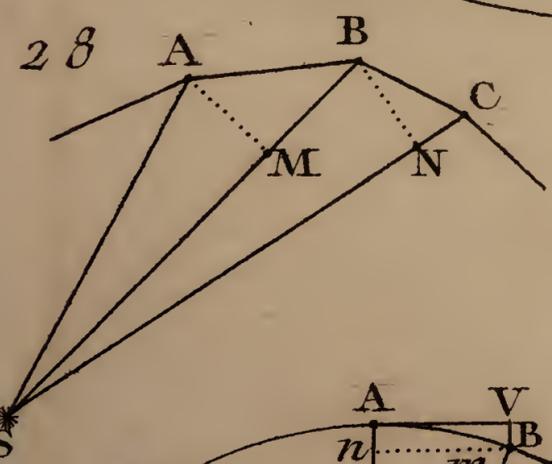
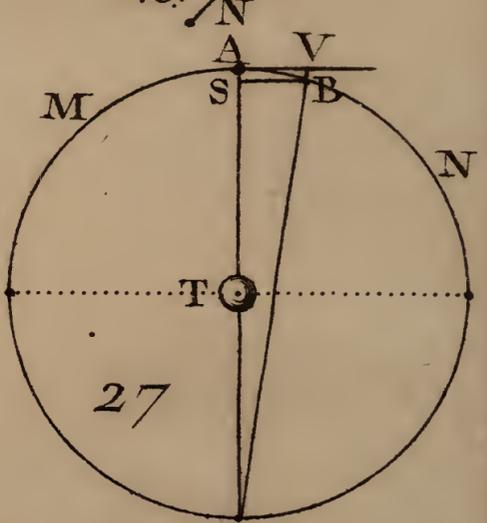
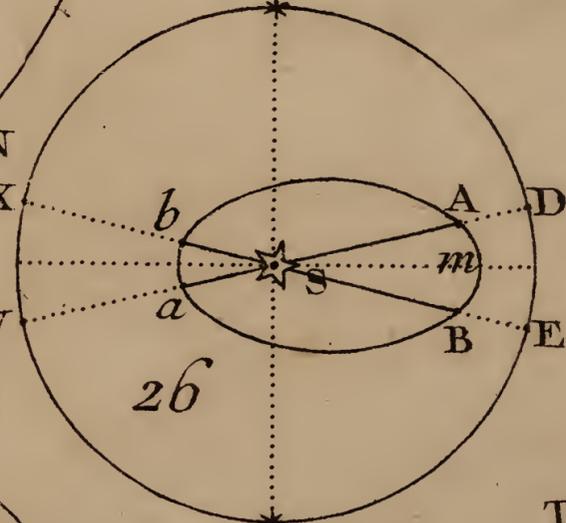
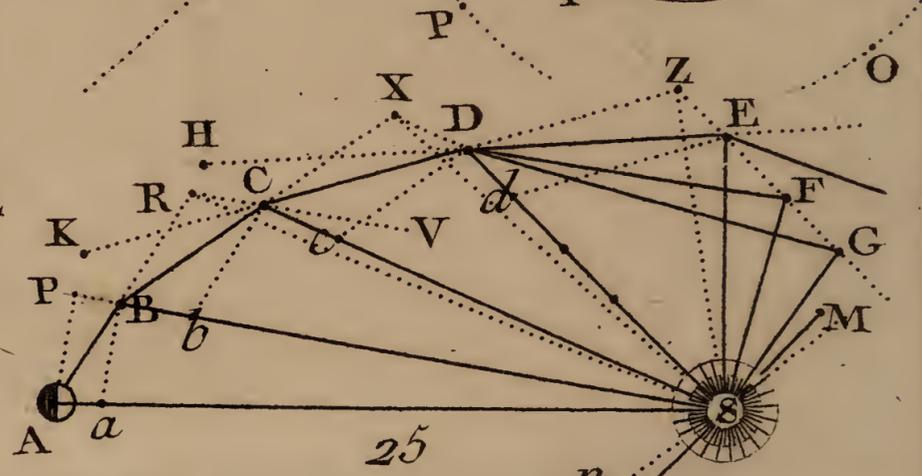
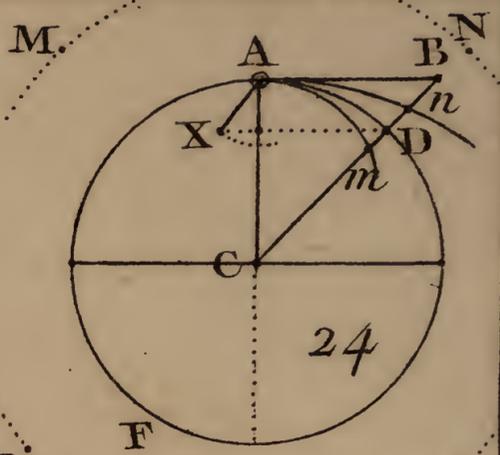
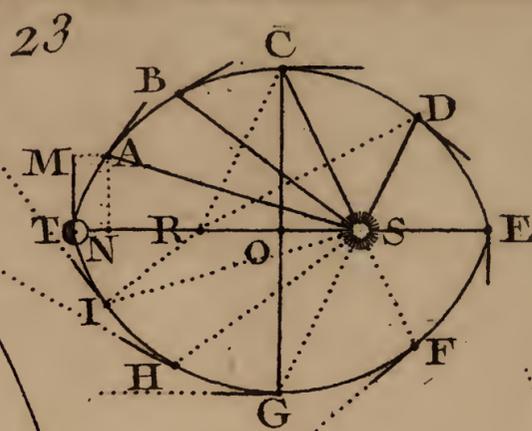
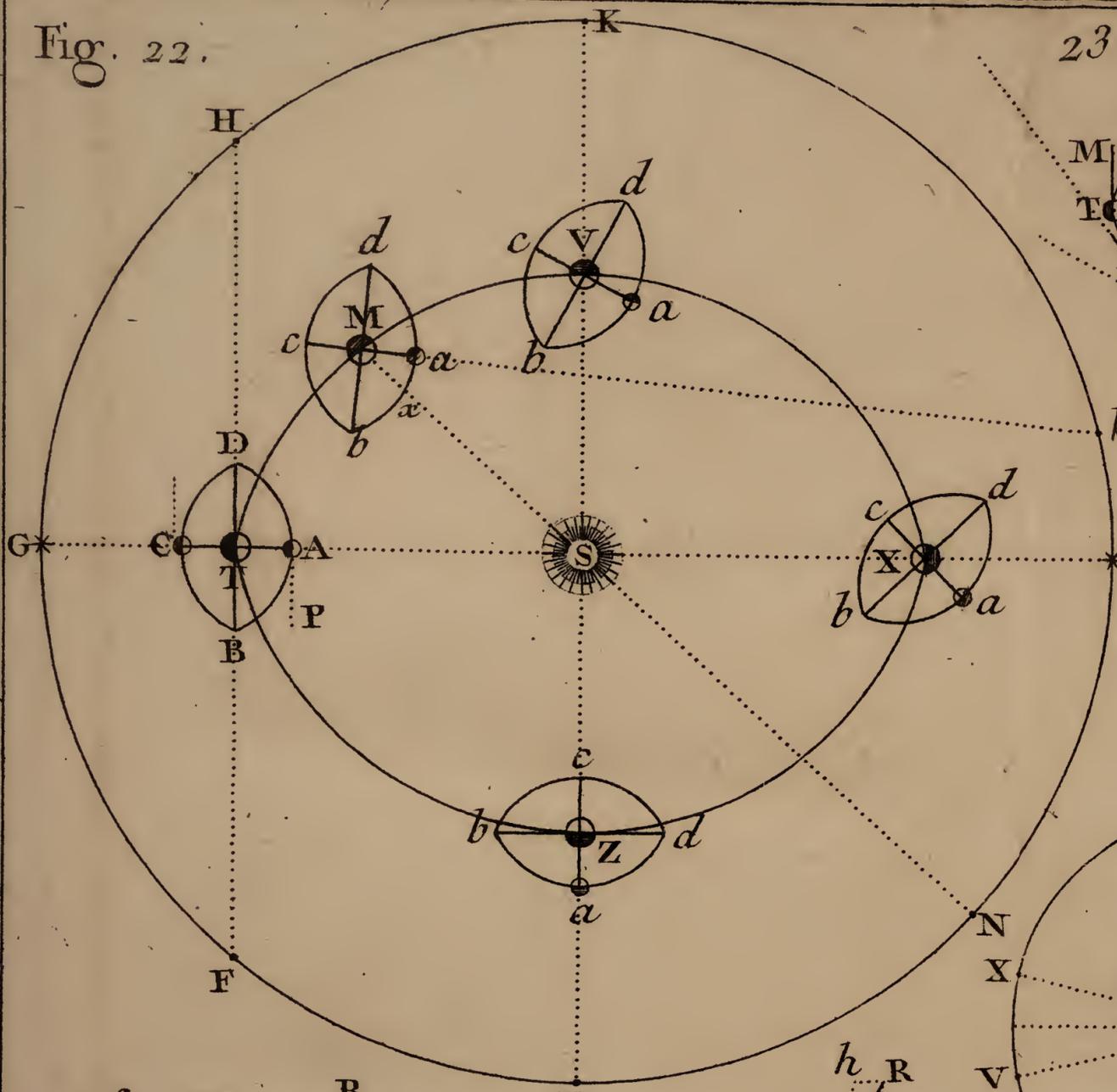
Fig. 14.





Faint, illegible text or markings along the left edge of the page, possibly bleed-through from the reverse side.

Fig. 22.



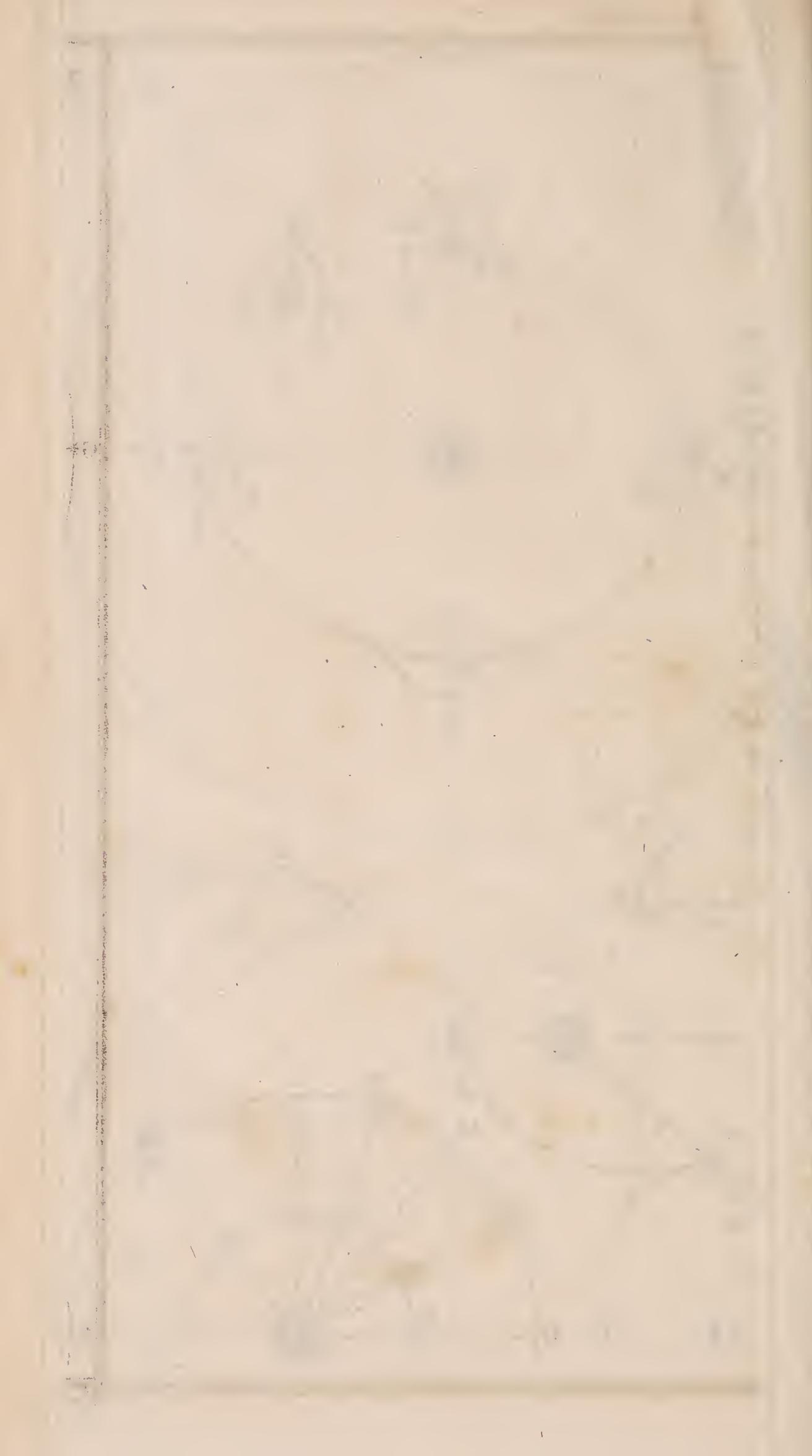
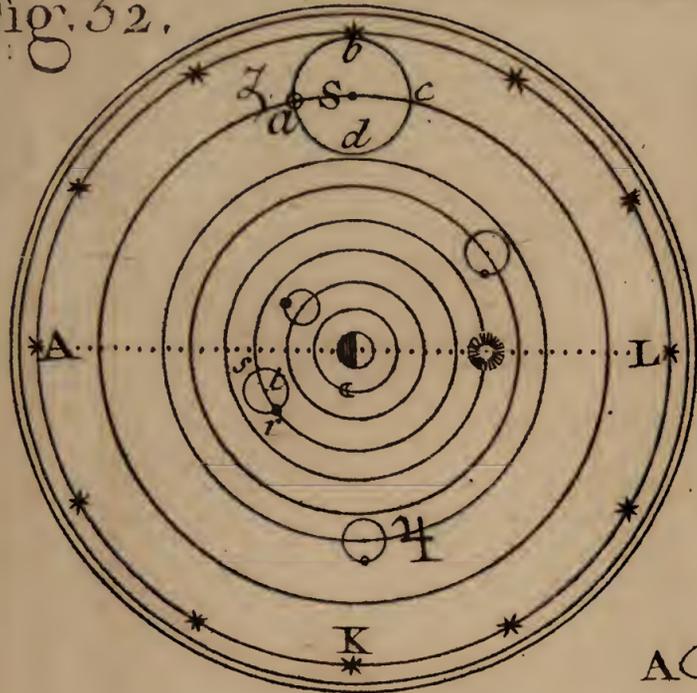
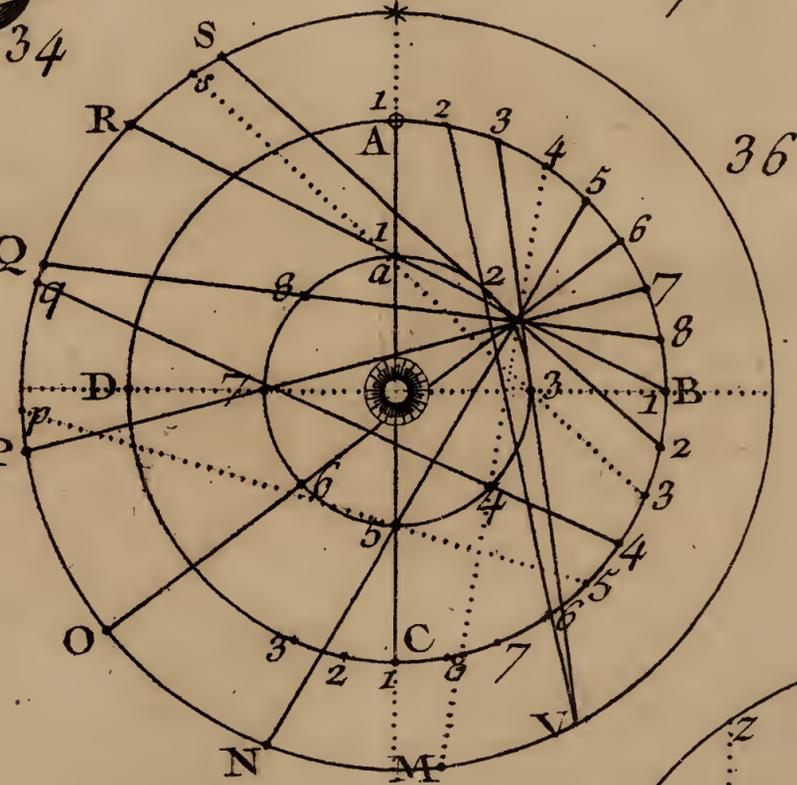


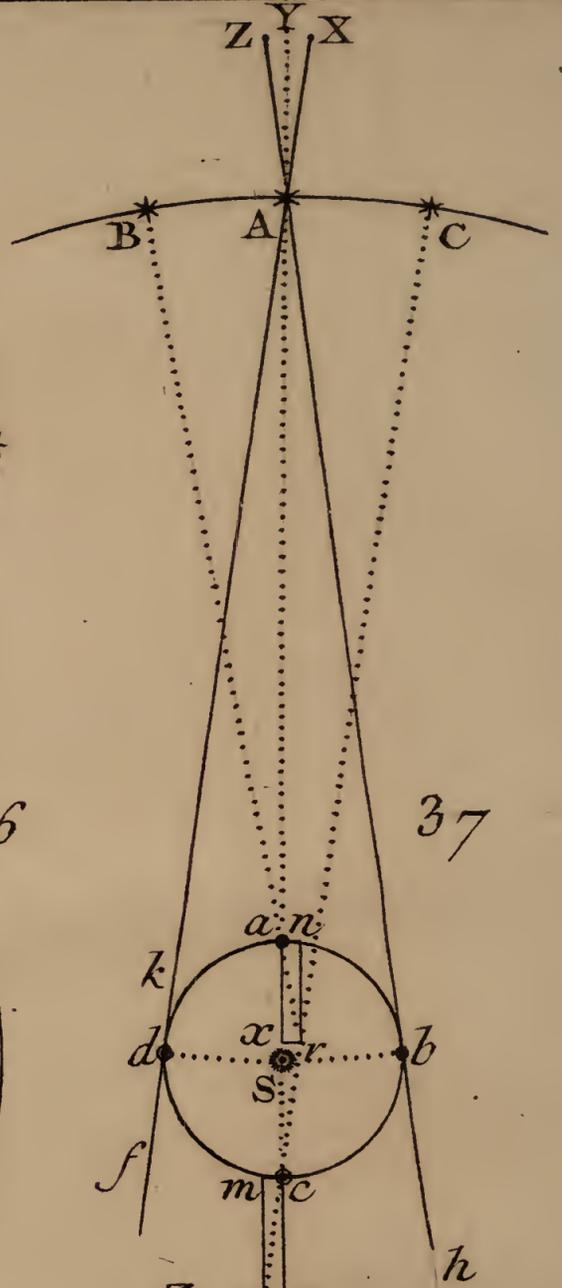
Fig. 32.



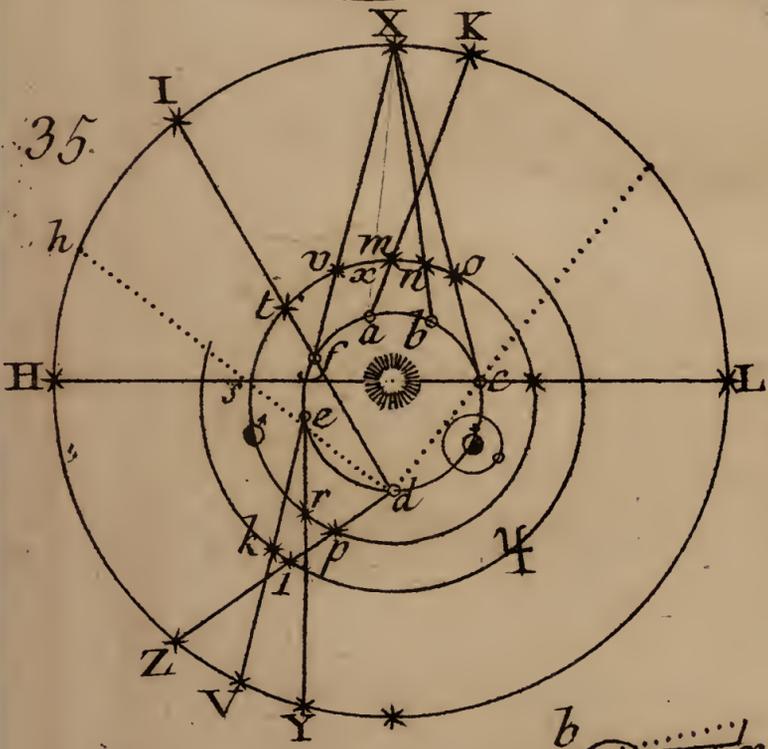
33



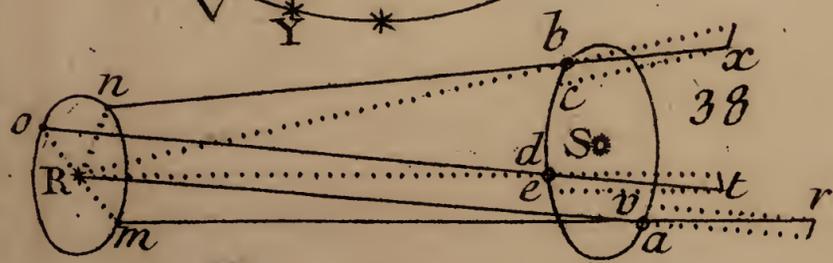
36



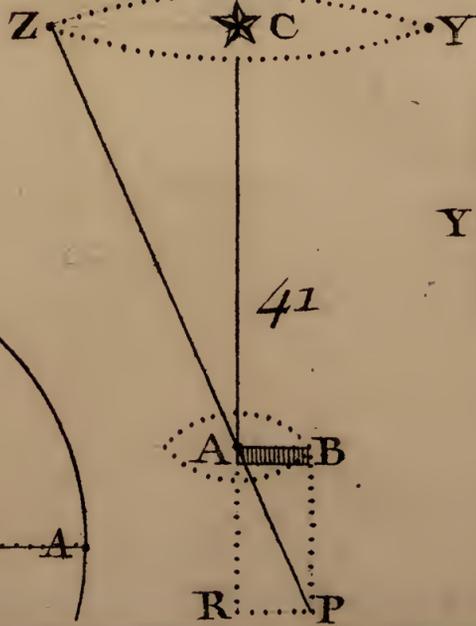
37



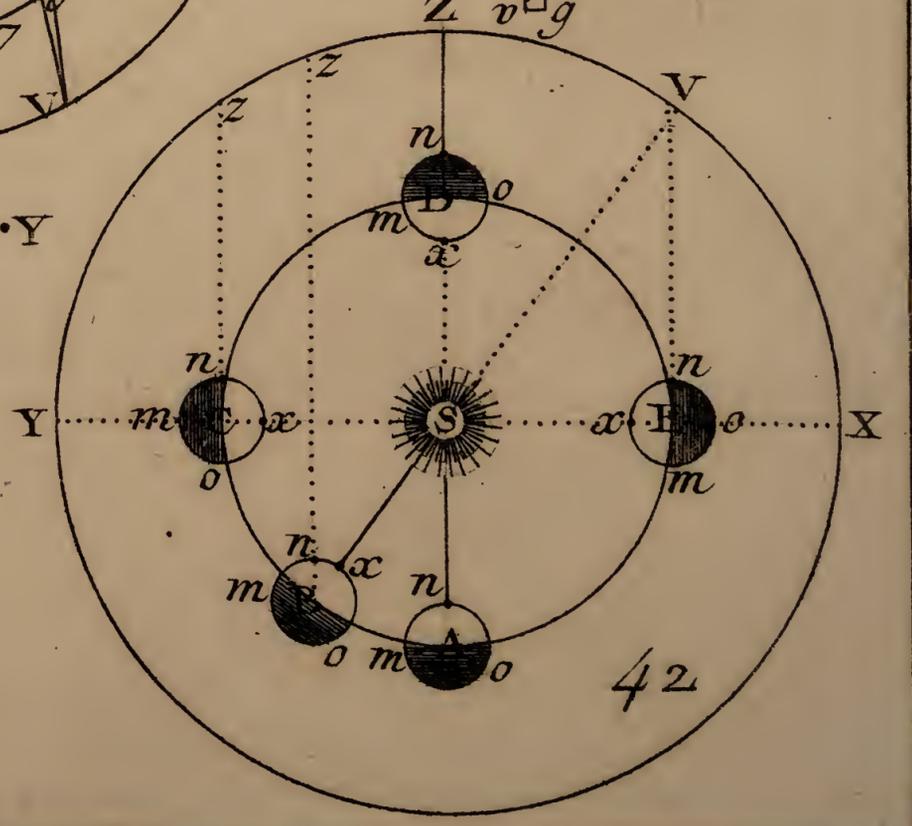
35



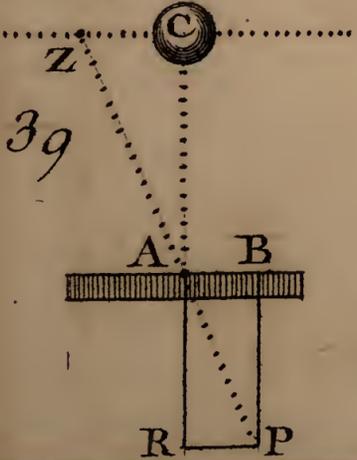
38



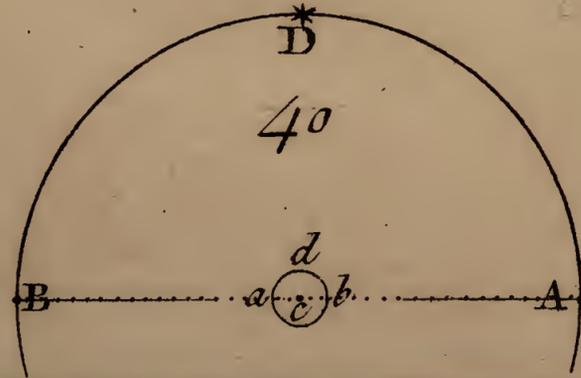
41



42



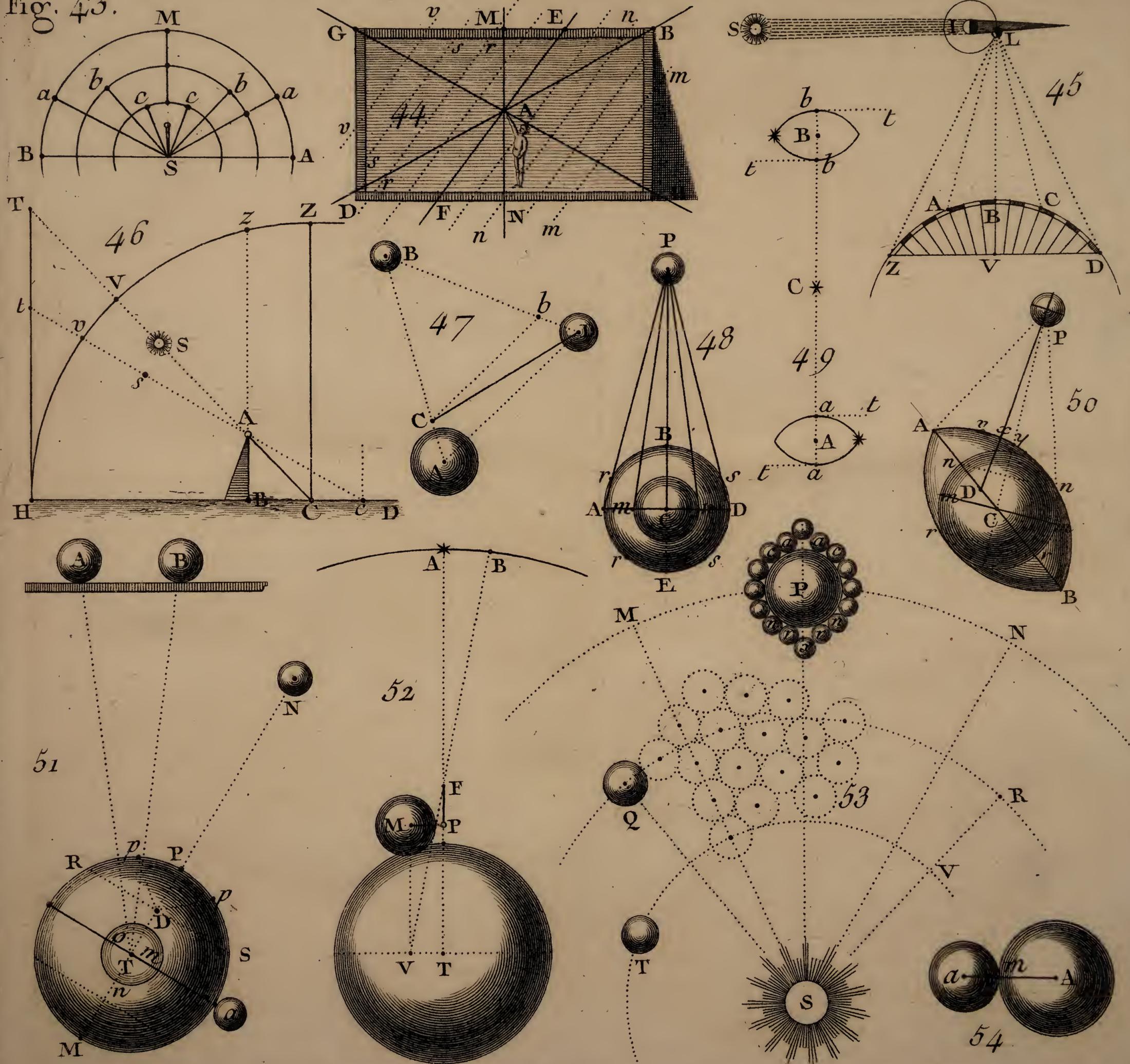
39



40



Fig. 43.



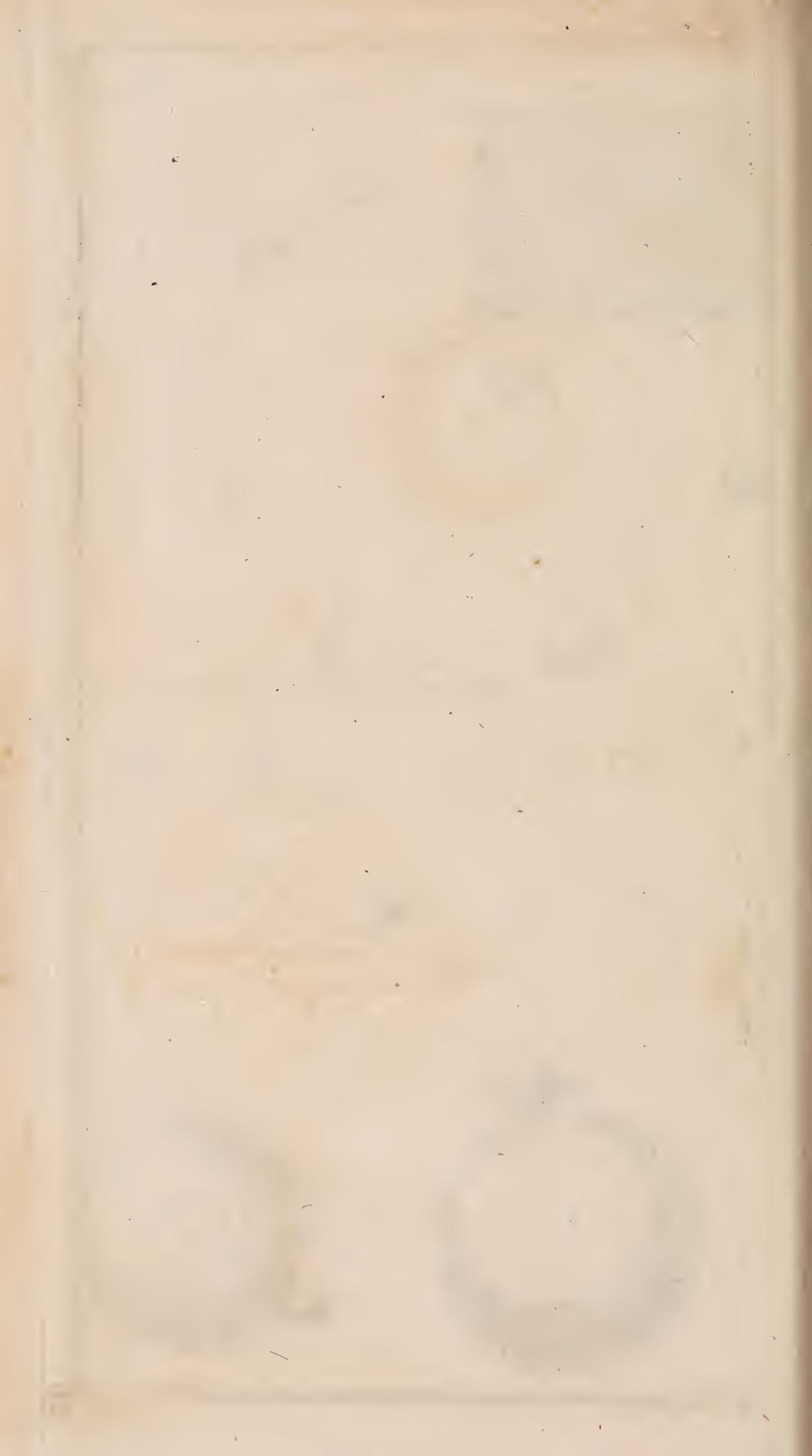


Fig. 55.

