

御製麻象考成後編

冊二第

83/200
18054
215



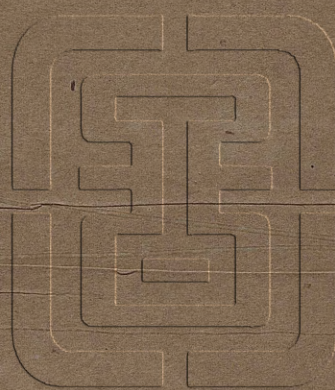
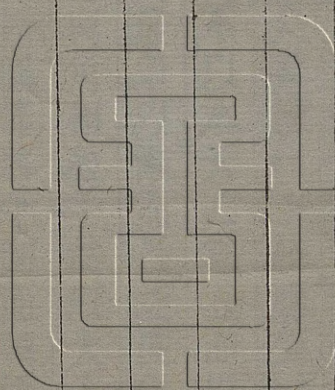
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38

御製歷象考成後編卷一下

求橢圓大小徑之中率

橢圓角度與面積相求

求均數

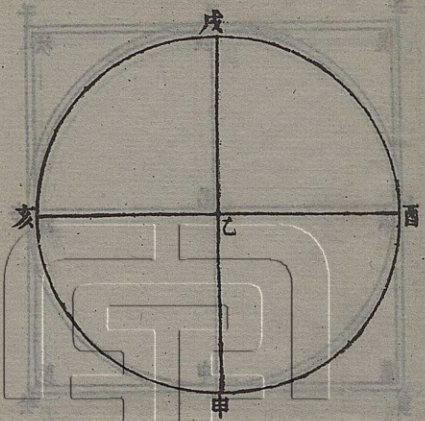
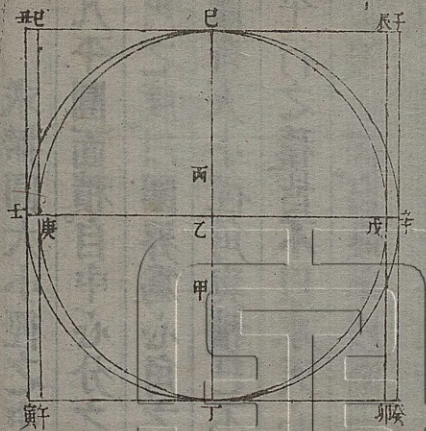


求橢圓大小徑之中率

凡平圓面積。自中心分之。其所分面積之度。卽其心角之度。以圓界爲心角之規。而半徑俱相等也。若橢圓有大小徑。角與積已不相應矣。見前篇。况實行之角。

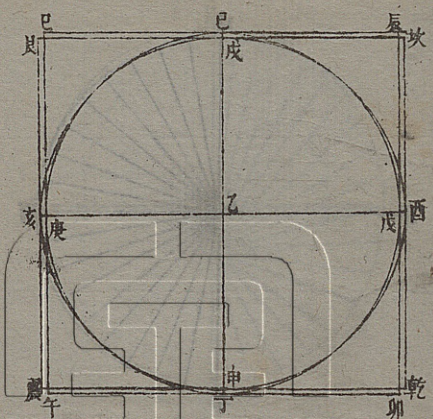
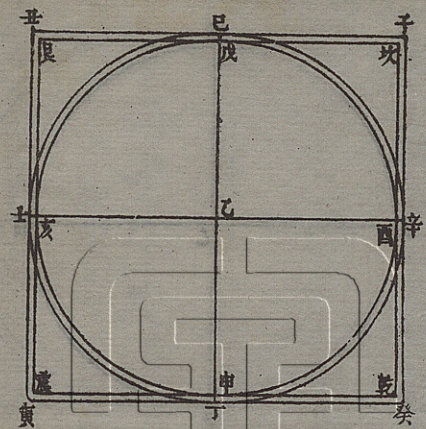
平行之積。皆不以本天心爲心。而以地心爲心。太陽距地心線。自最卑以漸而長。逐度俱不等。又何以知積之爲度。而與角相較乎。然以大小徑之中率作平圓。其面積與橢圓等。將平圓面積逐度遞析之。則度分秒皆可按積。而稽橢圓之全積。旣與平圓全積等。

則其遞析之面積亦必相等。故分橢圓面積雖非度。亦可以度命之。而度分秒亦可按積而稽也。



如圖。甲為地心。乙為本天
 心。乙甲為兩心差。丙甲為
 倍差。丁戊巳庚。橢圓為本
 天。乙丁為大半徑一千萬。
 乙戊為小半徑九九九八
 五七一。小餘八四八。試以

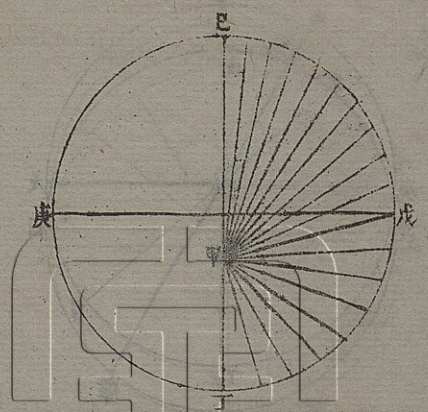
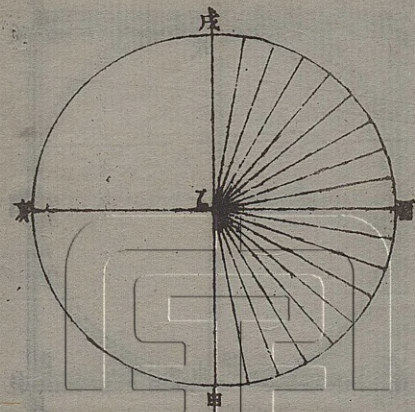
乙丁大半徑作丁辛巳壬
 平圓。則平圓與橢圓二面
 積之比例。同於平圓外切
 癸子丑寅。正方積與橢圓
 外切卯辰巳午。長方積之
 比例。又試以乙丁大半徑
 為首率。乙戊小半徑為末
 率。求得乙申中率九九九
 九二八五。小餘八九。作平圓。則
 大半徑所作丁辛巳壬平



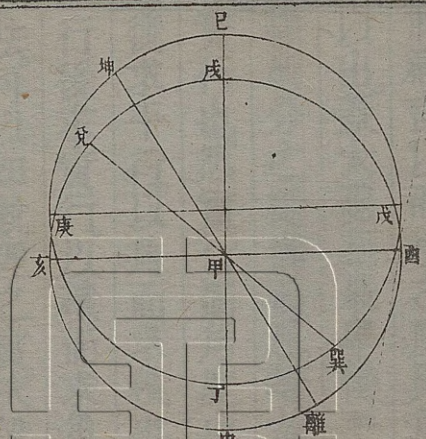
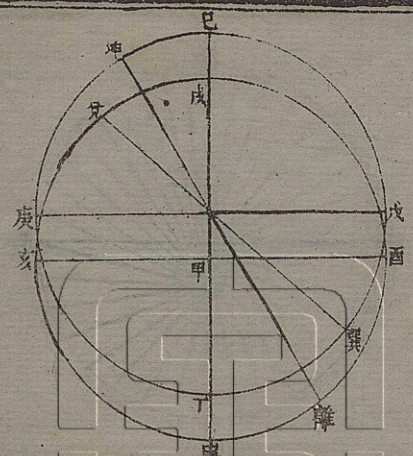
圓與中率所作申酉戌亥
 平圓二面積之比例亦同
 於大徑平圓外切癸子丑
 寅正方積與中率平圓外
 切乾坎艮震正方積之比
 例此二比例既同而乾坎
 艮震正方積原與卯辰巳
 午長方積等首率末率相乘與中率自
 乘則申酉戌亥平圓積亦
 必與丁戌巳庚攢圓積相

等矣乃以巳丁大徑二千
 萬與戊庚小徑一九九九
 七一四三小餘六九六相
 乘得卯辰巳午長方積與
 乾坎艮震正方積等以方
 與圓之比例定率七八五
 三九八一六二五通之得
 三一四一一四三九八二

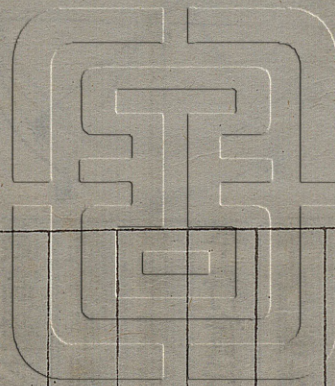
求積圓大小徑之中率



八二二三三七為申酉戌亥
 平圓面積。與丁戊己庚擴
 圓面積等。將申酉戌亥平
 圓面積以三百六十度除
 之。得八七二五三九九
 五二二九為一度之面積。
 其形為分平圓面。其兩腰
 皆為中率半徑。與乙申等。
 其弧其角皆為一度。若將
 丁戊己庚擴圓面積自甲
 心亦平分為三百六十分。
 則其形為分擴圓面。其兩
 腰自甲丁極短以漸而長。
 逐度俱不等。其弧其角亦
 不等。然其每分之面積。則
 皆與一度之面積等。故凡
 分一段擴圓面積。以一度
 之面積為法而一。則面積



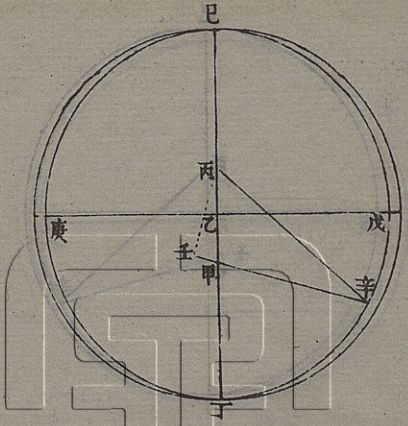
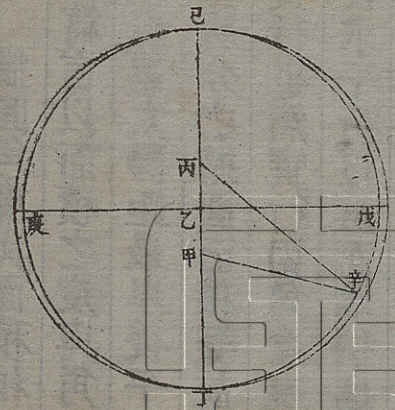
即可以度分命之。然後以面積之度與角度相較。而平行實行之差出焉。如以甲為心。以中率為半徑作平圓。則甲巽丁分橢圓面積為太陽距最卑後之平行度。與甲離申分平圓面積等。亦即與離甲申角等。巽甲離角為平行實行之差。其實行在平行前。甲坤已分橢圓面積為太陽距最高後之平行度。與甲兌戊分平圓面積等。亦即與兌甲戌角等。兌甲坤角為平行實行之差。其實行在平行後也。



橢圓角度與面積相求

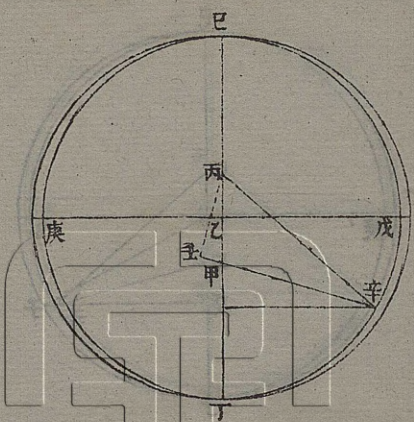
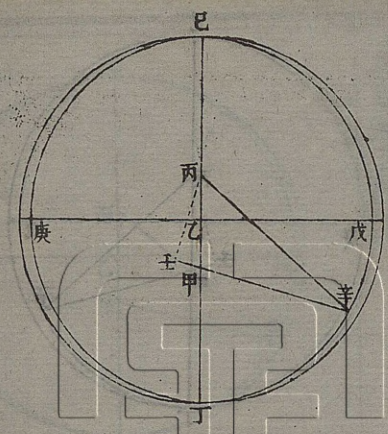
前篇言以面積之度與角度相較而平行實行之差以出。蓋太陽距最卑後平行之度必與太陽距地心線所分之橢圓面積等。故可以平行度爲面積而求實行也。然實行固角度也。以實測言之。則先得實行後求平行。以角而求積也易。以推步言之。則先設平行後求實行。以積而求角也難。故先設以角求積之法。可以知數理之實。次設以積求角之法。可以知比例之術。次設借積求積借角求角之法。可以知巧合。

補湊之方。反覆參稽而數之離合乃纖悉畢呈焉。圖說詳著於左。



先設以角求積法。如圖。甲為地心。乙為本天心。甲乙為兩心差。丙甲為倍差。丁戊已庚為本天。丁為最卑。已為最高。設太陽在辛。辛甲丁角為實行距最卑。後六十度求甲辛丁分。積圓面積平行若干度分。先將

甲辛線引長至壬。作丙壬垂線。成甲丙壬辛丙壬兩勾股形。乃以半徑一千萬為一率。甲角六十度之正弦八六六〇二五四為二率。丙甲壬角與辛甲丁角為對角。其度相等。丙甲倍兩心差三三八〇〇〇為三率。求得四率二九



二七一六小餘五九為丙壬邊

又以半徑一千萬為一率

甲角六十度之餘弦五〇

〇〇〇〇〇〇為二率丙甲

邊為三率求得四率一六

九〇〇〇〇為甲壬邊次以

丙壬為勾自乘以甲壬與

甲辛丙辛兩邊和二千萬

相加得二〇一六九〇〇

〇為股弦和除之得四二

四八小餘二五為股弦較與股

弦和相加折半得一〇〇

八六六二四小餘一三為丙辛

邊與二千萬相減餘九九

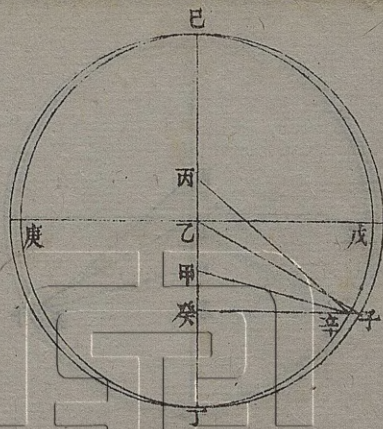
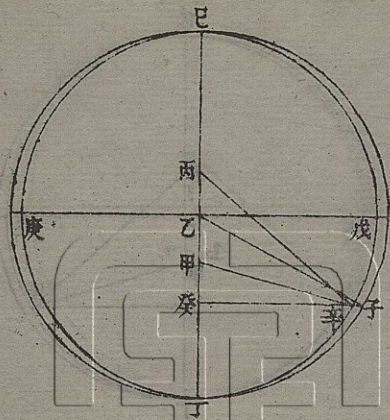
一三三七五小餘八七為甲辛

邊即太陽距地心線次以

半徑一千萬為一率甲角

六十度之正弦八六六〇

橢圓角與面積相求



二五四爲二率。甲辛邊爲

三率。求得四率八五八五

二三五小餘三〇。卽辛癸邊次

以橢圓小徑九九九八五

七一小餘八五。爲一率。大徑一

千萬爲二率。辛癸邊爲三

率。求得四率八五八六四

六一小餘五八。卽子癸邊檢正

弦得五十九度九分五十

三秒小餘六九。卽乙角度亦卽

子丁弧度。次以半周天一

百八十度化作六十四萬

八千秒爲一率半圓周定

率三一四一五九二六小餘五

爲二率。乙角度分化作

二十一萬二千九百九十

三秒小餘六九爲三率。求得四

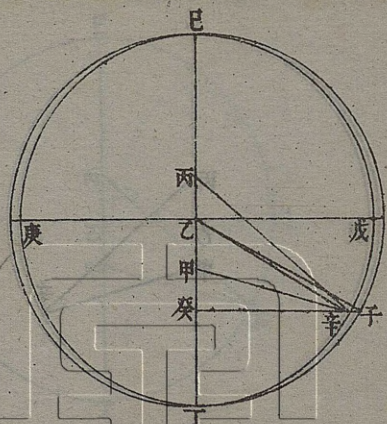
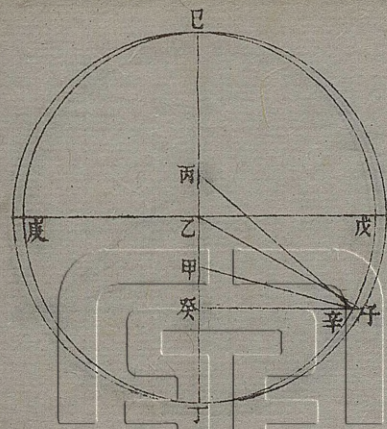
率一〇三二六二二五小餘

橢圓角度與面積相求

御製珠算考成後

卷一

十



四七八四 爲子丁弧線與

乙丁半徑一千萬相乘折

半得五一六三一一二七

三九二〇〇五爲乙子丁

分半圓面積次以擴圓大

徑一千萬爲一率小徑九

九九八五七一小餘八五爲二

率乙子丁積爲三率求得

四率五一六二三七五三

六九二五四六爲乙辛丁

分擴圓面積次以乙甲一

六九〇〇〇與辛癸入五

八五二三三五小餘三〇相乘折

半得七二五四五二八八

二八五〇爲辛乙甲三角

積辛乙甲三角積以乙甲

爲底辛癸爲高故與同

底同高折半之積等與乙辛丁積相

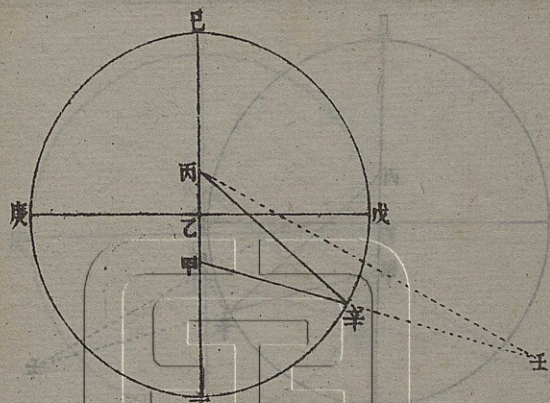
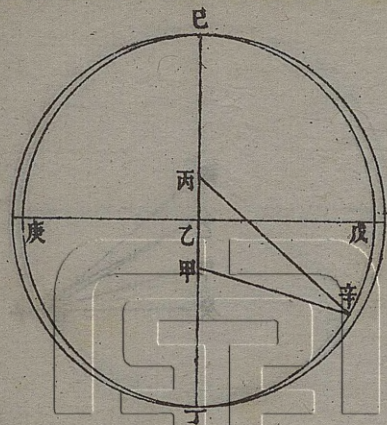
減餘五〇八九八三〇〇

橢圓角度與面積相求

即製示象弓戊後

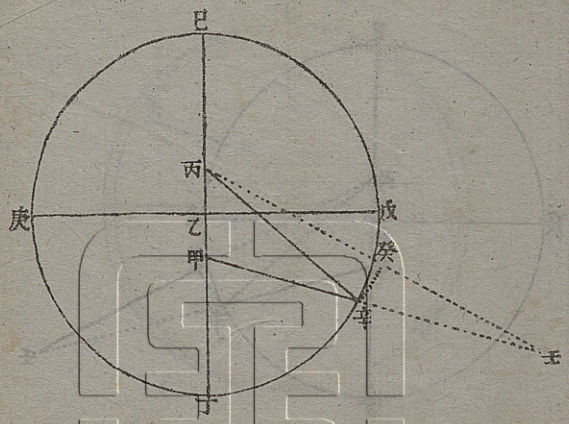
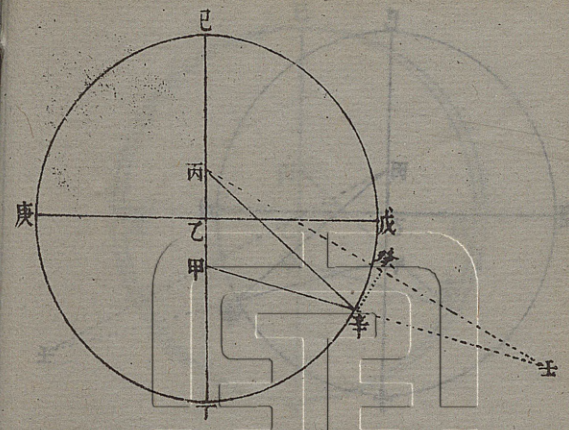
卷一

上



八〇九六九六卽甲辛丁
 分橢圓面積以一度之面
 積定率八七二五三九九
 九五二二九除之得五十
 八度三三三四小餘八七收作
 五十八度二十分〇秒三
 十三微卽實行距最卑後
 六十度時之平行度也。
 又法求甲辛太陽距地心
 線將甲辛線引長至壬使
 辛壬與丙辛等又自丙至
 壬作丙壬線成甲丙壬三
 角形此形知丙甲倍兩心
 差三三八〇〇知甲壬
 二千萬甲辛丙辛共二千
 萬辛壬既與丙辛
 等故甲壬知甲外角六十
 度用切線分外角法求得
 壬角四十九分五十三秒

橢圓度與面積相求



小餘
三六。又求得丙壬邊二〇
一七一〇八〇小餘二九。次將

丙壬邊折半於癸。作辛癸
垂線。成壬癸辛直角形。以

半徑一千萬為一率。壬角
正割線一〇〇〇一〇五

三。小餘三五為二率。癸壬邊一
〇〇八五五四〇小餘四五

為三率。求得四率一〇〇
八六六〇二小餘六一為辛壬

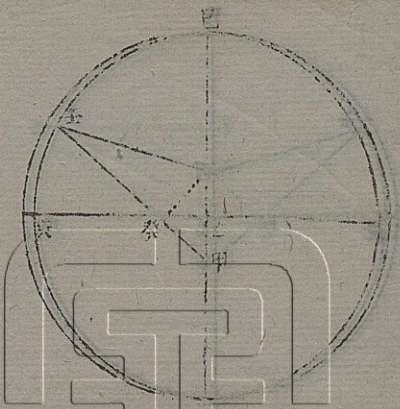
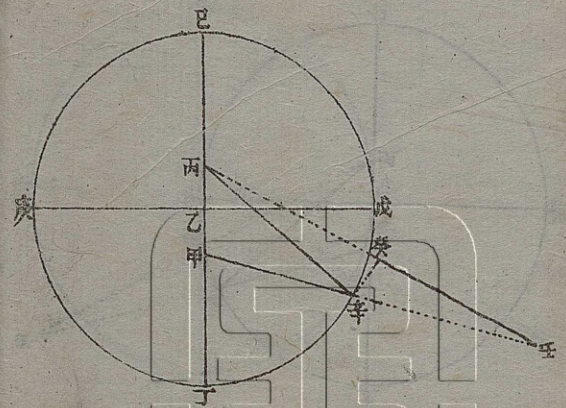
邊與甲壬二千萬相減餘
九九一三三九七小餘三九。即

甲辛太陽距地心線也。此
法所得甲辛線較前法多

二十二。蓋因壬角甚小。比
例易差耳。然其角度自不

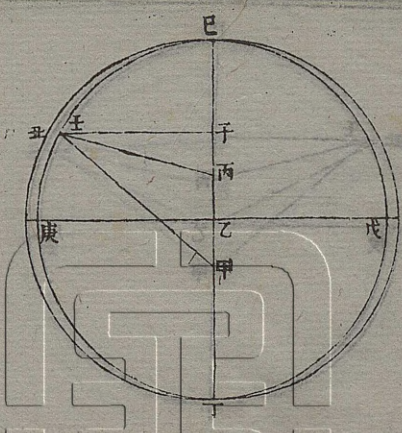
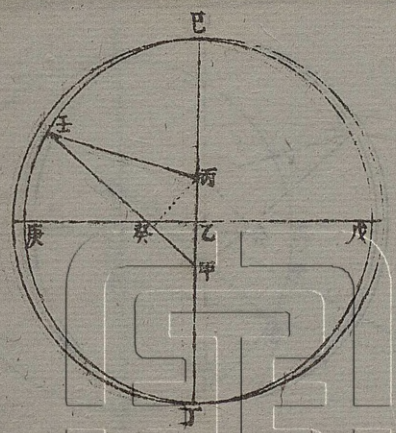
爽。故後借角求角之法則
用之。且以甲為心。以二千

橢圓角度與面積相求



萬為半徑作圓。如甲又取
 兩心差之倍度截直徑於
 丙。自丙出線至圓周。如丙
 折半。作垂線。如癸所抵圓
 徑之點。即指圓界。如辛依
 法逐度作點連之。即成指
 圓周。以此發明指圓之理。
 最為精巧。故附於此。
 又設太陽在壬。壬甲巳角

為實行距最高後六十度。
 求甲壬巳分指圓面積平
 行若。于度分。則以半徑一
 千萬為一率。甲角六十度
 之正弦八六六〇二五四
 為二率。丙甲三三八〇〇
 為三率。求得四率二九
 二七一六。小餘為丙癸垂
 線。又以半徑一千萬為一



率。甲角六十度之餘弦五

○○○○○爲二率。丙

甲邊爲三率。求得四率一

六九○○○爲甲癸分邊。

次以丙癸爲勾自乘。以甲

癸與甲壬丙壬兩邊和二

千萬相減餘一九八三一

○○○爲股弦和除之。得

四三三一○小餘爲股弦較。

與股弦和相加折半得九

九一七六六○小餘爲丙

壬邊。與二千萬相減餘一

○○八二三三九小餘爲

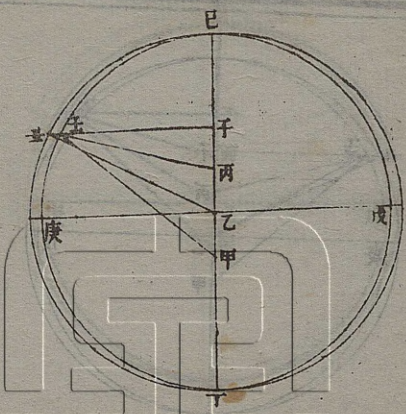
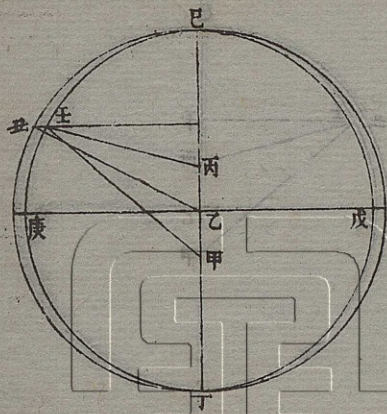
甲壬邊。卽太陽距地心線。

次以半徑一千萬爲一率。

甲角六十度之正弦八六

六〇二五四爲二率。甲壬

邊爲三率。求得四率八七



三一五六二小餘二五即壬子

邊次以橢圓小徑九九九

八五七一小餘八五為一率大

徑一千萬為二率壬子邊

為三率求得四率八七三

二八〇九小餘四二即丑子邊

檢正弦得六十度五十分

三十一秒小餘八三即乙角度

亦即巳丑弧度次以半周

天一百八十度化作六十

四萬八千秒為一率半周

率三一四一五九二六小餘五

為二率乙角度分化作

二十一萬九千零三十一

秒小餘八三為三率求得四率

一〇六一八九六二小餘七六

六一九為巳丑弧線與巳

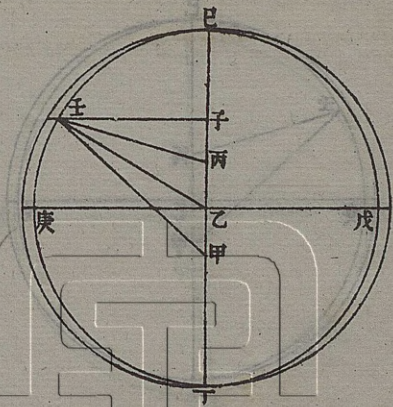
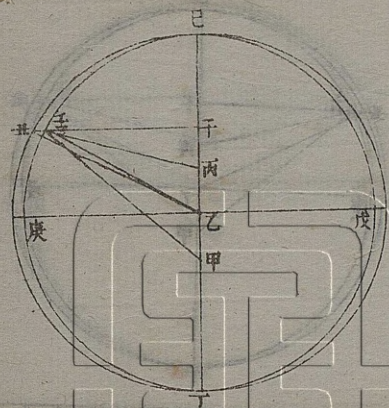
乙半徑一千萬相乘折半

橢圓角與面積相求

御製周象考成後

卷一

七



得五三〇九四八一三八

三〇五五九爲乙丑已分

平圓面積次以橢圓大徑

一千萬爲一率小徑九九

九八五七一小餘八五爲二率

乙丑已積爲三率求得四

率五三〇八七二三一〇

九四七二二爲乙壬已分

橢圓面積次以甲乙一六

九〇〇〇與壬子八七三

一五六二小餘二五相乘折半

得七三七八一七〇一〇

一二五爲壬乙甲三角積

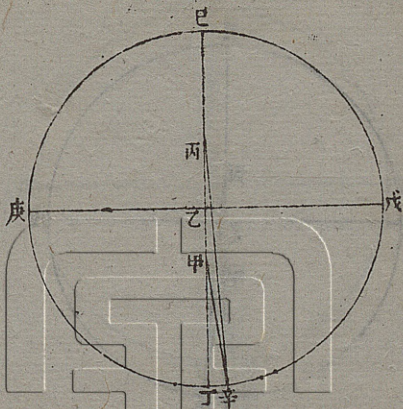
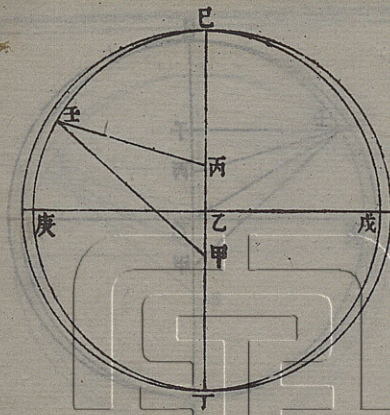
與乙壬已積相加得五三

八二五〇四八一〇四八

四七卽甲壬已分橢圓面

積以一度之面積定率八

七二五三九九五二二



九除之得六十一度六八
七七。小餘收作六十一度

四十一分一十五秒五十

八微。卽實行距最高後六

十度。時之平行度也。若設

平行求實行。亦可以所得

之平行轉相比例。然必累

求累較。方得恰合。一率兩

較。二率兩設實行較。三率

行。設平行較。四率合求實行

較。法屬繁難。故茲不載。

次設以積求角之法。如太

陽在辛甲辛丁分摺圓面

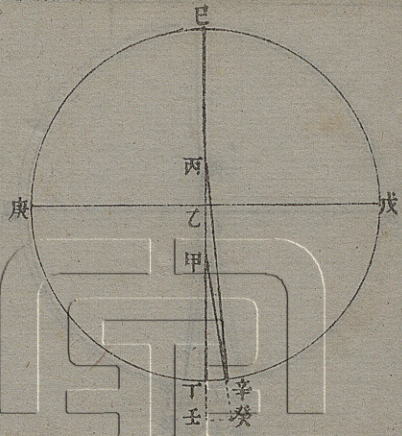
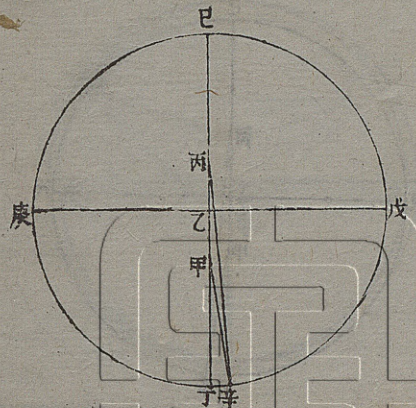
積爲平行距最卑後一度。

求甲角實行若干度分。法

以甲丁最卑距地心九八

三一〇〇〇。減甲乙兩心

差一六九。自乘得九六
〇。餘甲丁。六四八五六一〇〇〇



〇〇爲一率。中率半徑九

九九九二八六自乘。得九

九九八五七一八四八〇

一九一即大徑與小徑相乘之數爲二

率。甲辛丁一度之面積八

七二五三九九九五二二

九爲三率。求得四率九〇

二六六七七四二〇〇三

以一度之面積八七一五

三九九九五二一九除之

得一度二分四秒小餘三〇爲

甲角度。即平行距最卑後

一度時之實行度也。蓋以

甲爲心。以中率爲半徑作

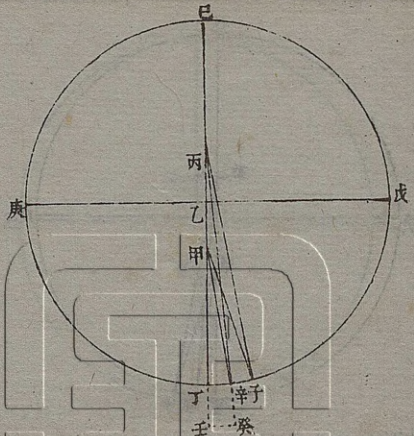
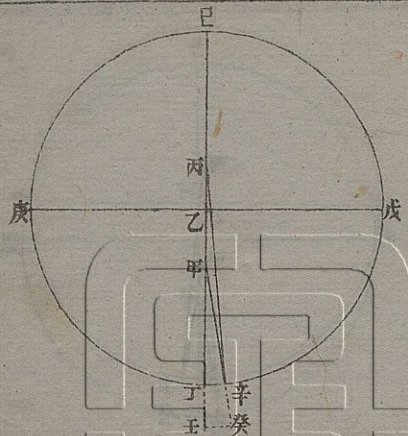
弧。將甲丁線引長至壬。甲

辛線引長至癸。則甲壬。甲

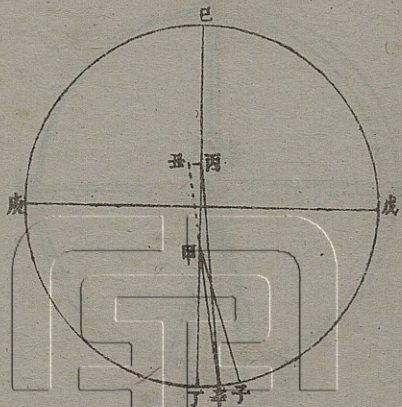
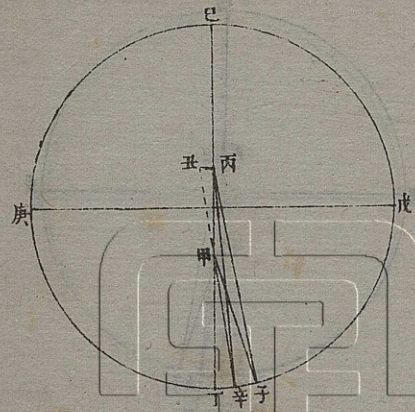
癸。皆爲中率。甲壬癸分平

圓面積。與一度之面積爲

擴圓角度與面積相求



比例。即得甲角。而甲辛丁
 分。指圓面積與甲壬癸分平
 圓面積為同式形。甲辛長於甲丁。然為
 數無多。故以甲丁自乘正
 方積與甲壬自乘正方形積
 之比。即同於甲辛丁積與
 甲壬癸積之比。凡同式形。兩面積之比。同於相當界所作正方形之比。見幾何原本八卷第九。
 故先比例得甲壬癸積。以一度之面積除之。而
 得甲角也。捷法以甲丁自乘。方積除甲壬自乘。方積。即得甲角。蓋以一度面積為三率。與二率相乘。又以一度面積除。今省一乘。則并省一除也。
 又如太陽在子。甲子丁分
 指圓面積為平行距最卑
 後二度。求子甲丁角實行
 若干度分。則先求平行距
 最卑後一度時日距地心



之甲辛線。將甲辛線引長

至丑。自丙作丙丑垂線。成

甲丑丙辛丑丙。兩勾股形。

以半徑一千萬為一率。甲

角一度二分四秒小餘三〇之

正弦一八〇五四九小餘五五

為二率。甲丙邊三三八〇

〇〇為三率。求得四率六

一〇二小餘為丙丑邊又

以半徑一千萬為一率。甲

角一度二分四秒小餘三〇之

餘弦九九九八三七〇小餘

三為二率。甲丙邊為三率。

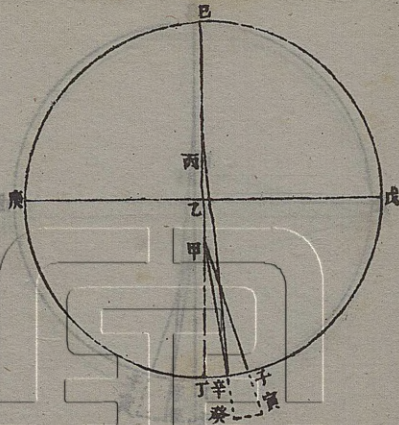
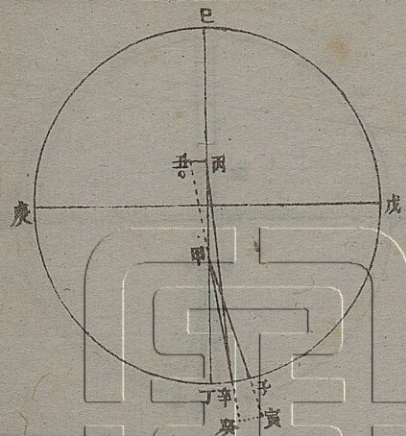
求得四率三三七九四四

小餘九一為甲丑邊。乃以丙丑

為勾自乘。以甲丑與丙辛

甲辛兩邊和二千萬相加。

得二〇三三七九四四小餘



九為股弦和除之得一餘小

三為股弦較與股弦和相

加折半得一〇一六八九

七三小餘為辛丙弦與丙

辛甲辛兩邊和二千萬相

減餘九八三一〇二六小餘

大為甲辛日距地心線次

以甲辛子形與甲癸寅形

為比例以甲辛邊自乘得

九六六四九〇八四五九

九七六九為一率甲癸中

率自乘得九九九八五七

一八四八〇一九一為二

率甲子辛一度之面積八

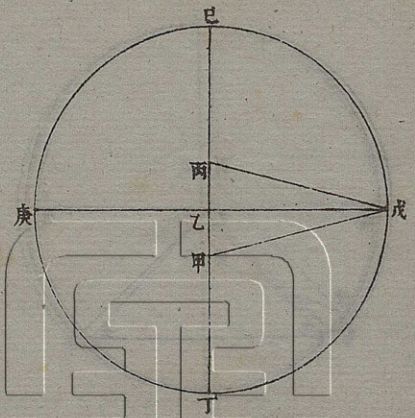
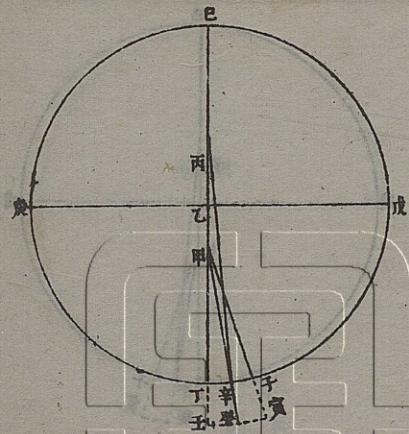
七二五三九九九五二二

九為三率求得四率九〇

二六六二八五一七六九

為甲癸寅分平圓面積以

為甲癸寅分平圓面積以



一度之面積除之得一度

二分四秒小餘二八即癸甲寅

角與先得之癸甲壬角一

度二分四秒小餘三〇相加得

二度四分八秒小餘五八為子

甲丁角即平行距最卑後

二度時之實行度也此所

求之實行用求積法反求

之少半秒強因日距地心

線自最卑丁以漸而長中

距戌為適中至最高已而

止今所甲一率微小故所

得四率微大若每分遞算

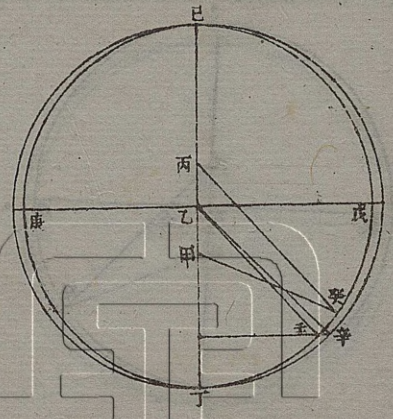
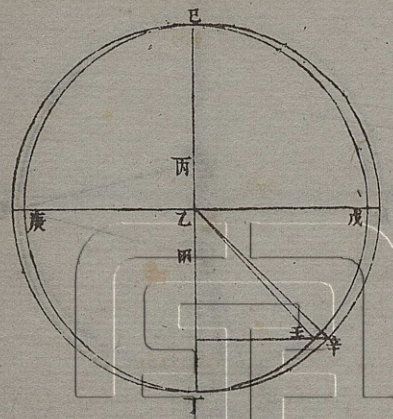
自得密合然須逐一先求

日距地心線若積度多者

則須合前法而兼用之故

又設後法。

次設借積求積之法如平



行距最卑後四十五度。求

實行若干度分。先從本天

心設辛乙丁角為四十五

度。則乙壬丁積即為分摺

圓四十五度之面積三九

二六四二九九七八五二

九二。將摺圓全積入分

之得乙壬丁積數。求

得壬乙丁角為四十四度

五十九分四十五秒。

小餘

前 次與乙壬平行作丙

癸線使丙角與壬乙丁角

等。自甲至癸作甲癸線。此

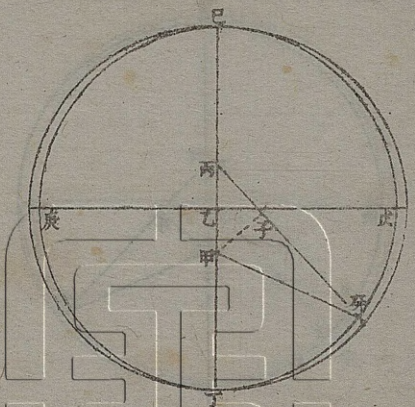
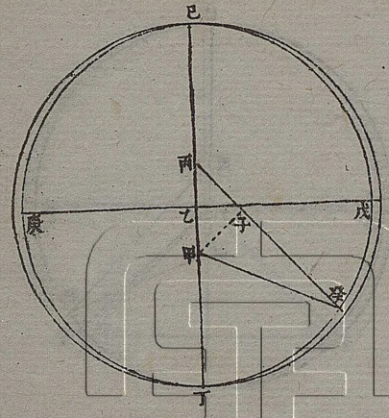
甲癸線所截甲癸丁分摺

圓面積若與乙壬丁積等。

則癸甲丁角即為平行距

最卑後四十五度之實行
度。乃用甲丙癸三角形。求
癸甲丁角。以半徑一千萬

摺圓角度與面積相求



爲一率丙角正弦七〇七

〇五六二小餘七六爲二率甲

丙三三八〇〇〇爲三率

求得四率二三八九八五

小餘〇二爲甲子垂線又以半

徑一千萬爲一率丙角餘

弦七〇七一五七二小餘七七

爲二率甲丙邊爲三率求

得四率二三九〇一九小餘六

爲丙子分邊次以甲子

爲勾自乘以丙子與丙癸

甲癸兩邊和二千萬相減

餘一九七六〇九八小餘

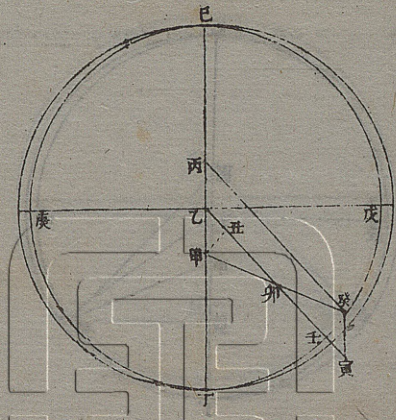
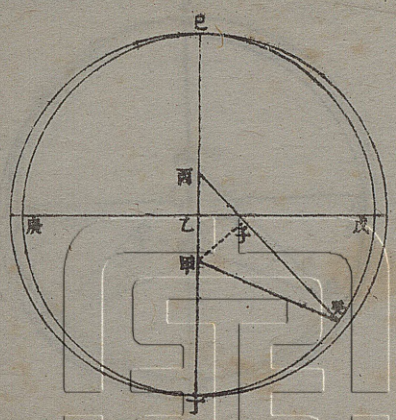
四爲股弦和除之得二八

九〇小餘二三爲股弦較與股

弦和相加得一九七六三

八七一小餘〇七折半得九八

八一九三五小餘五四爲甲癸



邊次以甲癸邊為一率。甲子垂線為二率。半徑一千

萬為三率。求得四率二四

一八四〇。小餘二九檢正弦得

一度二十三分八秒。小餘七九

即癸角度與丙角相加得

四十六度二十二分五十

四秒。小餘六即癸甲丁角度

用切線分外角法得數較捷。因癸角度小。此例得甲

癸線難得確準。然甲癸線故用垂線法。

所截甲癸丁分擔圓面積。

比所設乙壬丁四十五度

之面積。小一甲乙丑積。與

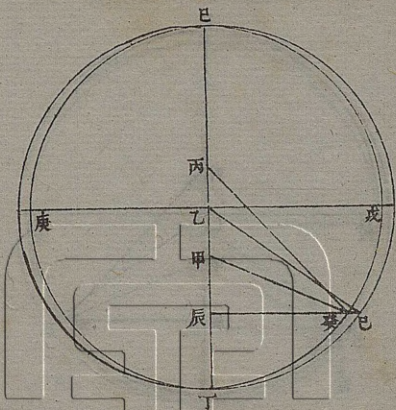
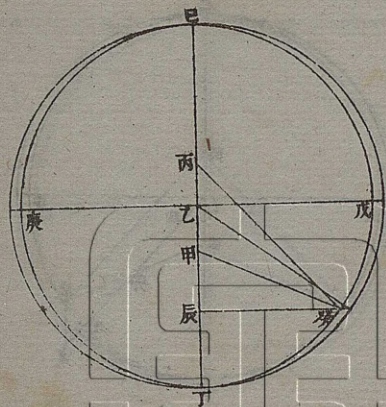
寅壬癸積等。甲癸丁積比乙壬丁積多

一卯壬癸積。少一甲乙卯積。而甲乙與寅癸等。甲卯

與卯癸等。乙卯與卯寅等。卯壬與卯丑等。故甲乙卯

積與寅癸卯積等。卯壬癸積與卯甲丑積等。以多補

少。尚少一甲乙丑積。乃用與寅壬癸積相等也。



前角求積法以半徑一千

萬爲一率。甲角四十六度

二十二分五十四秒。小餘六

之正弦七二三九五。一三

小餘六。爲二率。甲癸邊爲三

率。求得四率七一五四〇

四〇。小餘六七。卽癸辰邊。次以

橢圓小半徑九九九八五

七一。小餘。爲一率。大半徑

一千萬爲一率。癸辰邊爲

三率。求得四率七一五五

〇六二。小餘五二。卽巳辰邊。檢

正弦得四十五度四十一

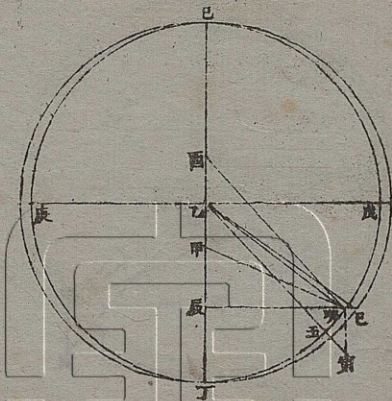
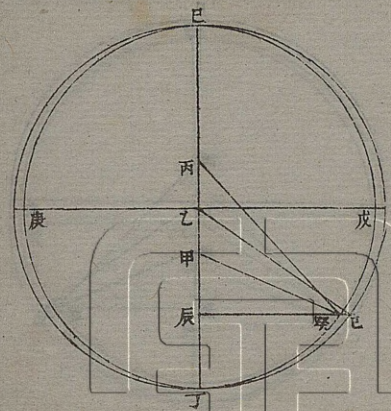
分四秒。小餘九四。卽巳乙丁角

度。亦卽巳丁弧度。次以半

周天一百八十度化作六

十四萬八千秒爲一率。半

周率三一四一五九二六



小餘 爲二率。巳丁弧度分
 化作一十六萬四千四百

六十四秒小餘 爲三率。求

得四率七九七三四八五

小餘二八八爲巳丁弧線

三七四八與半徑一千萬相乘折半

得三九八六七四二六四

四一八七四爲乙巳丁分

平圓面積欠以隋圓大半

徑一千萬爲一率。小半徑

九九九八五七一小餘 爲

二率。乙巳丁分平圓面積

爲三率。求得四率三九八

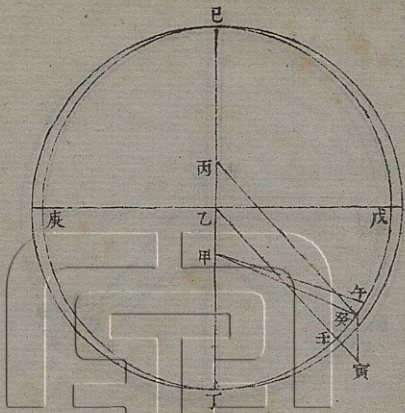
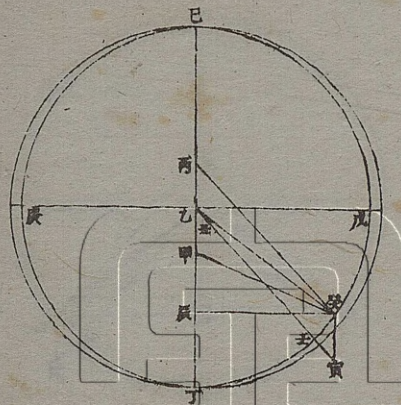
六一七三二七七五三六

七爲乙癸丁分橢圓面積

內減所設乙壬丁分橢圓

四十五度之面積。餘五九

七四三二九九〇〇七五



為乙癸壬積。次以癸辰邊

七一五四〇四〇小餘與

癸寅邊一六九〇〇〇相

乘折半得六〇四五一六

四三六六一五為乙癸寅

積內減乙癸壬積餘七〇

八三四四六五四〇為寅

壬癸積與甲乙丑積等即

甲癸丁積小於乙壬丁積

之較減甲乙癸積得甲癸

丁積再與乙壬丁積相減得數亦同夫甲癸

丁積既小於乙壬丁積則

是甲癸丁積不足四十五

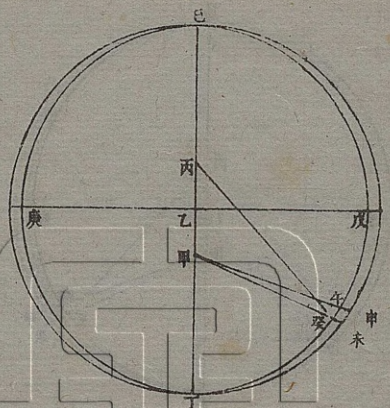
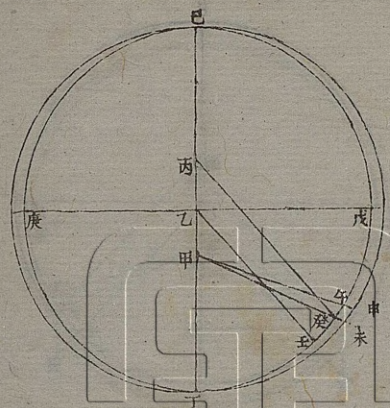
度而平行距最卑後四十

五度時太陽必仍在癸點

之前如午則甲癸午積與

寅壬癸積等甲午丁為分

橢圓四十五度之面積與



乙壬丁積等。實行午甲丁

角。比癸甲丁角尚大一午

甲癸角。乃用前積求角法。

將甲癸線引長至未。甲午

線引長至申。甲未甲申。皆

為中率半徑。成甲未申分

平圓面。與甲癸午為同式

形。以甲癸自乘。得九七六

五二六五〇〇一六七

五為一率。甲未中率自乘

得九九九八五七一八四

八〇一九一為二率。甲癸

午積七〇八三四四六五

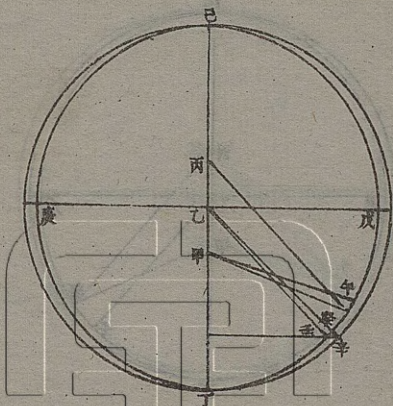
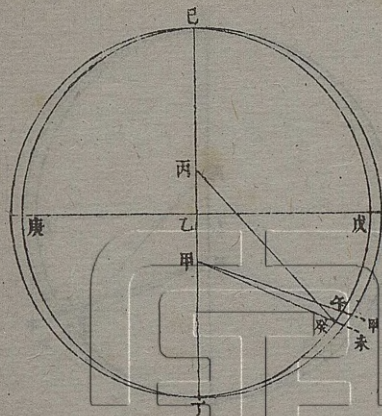
四〇為三率。求得四率七

二五二六八〇七一六為

甲未申積。以橢圓一秒之

面積二四二三七二二二

一除之。得二十九秒小餘九二



為未甲申角。即癸甲午角。與癸

甲丁角四十六度二十二

分五十四秒。小餘六。相加得

四十六度二十三分二十

三秒。小餘九八。為午甲丁角。即

平行距最卑後四十五度

時之實行度也。此法乃合

前二法而兼用之。而午甲

癸角止三十秒甲癸甲午

二線相差無多。得數為密

其所以先設辛乙丁角為

四十五度。乙壬丁積為四

十五度。而求壬乙丁角以

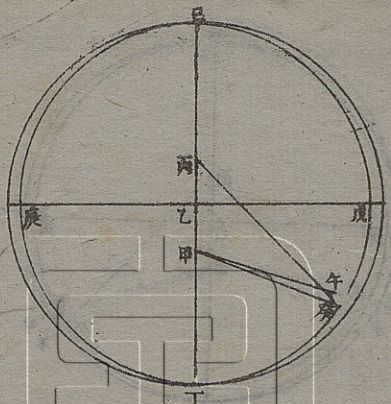
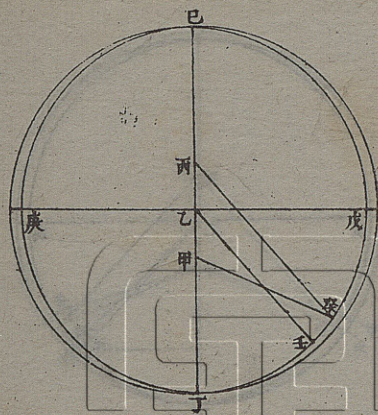
為丙角者。第借積以比其

大小耳。究之橢圓面積。逐

度皆有成數。原不待求。且

先求壬乙丁角為丙角。而

求甲癸丁積。又與所設之



乙壬丁積相差。不遠則併先求壬乙丁角。亦屬可省。

詳後法

又法。逕設丙角為四七五度。依前法求得甲癸線九

八八一九四四。小餘二八癸甲

丁角四十六度二十三分

九秒。小餘一四甲癸丁積三九

二六〇七九四六七九三

四八與四十五度。擲圓積

三九二六四二九九七八

五二九二相減。餘三五〇

五一〇五九四四。為甲癸

丁積。小於四十五度。平行

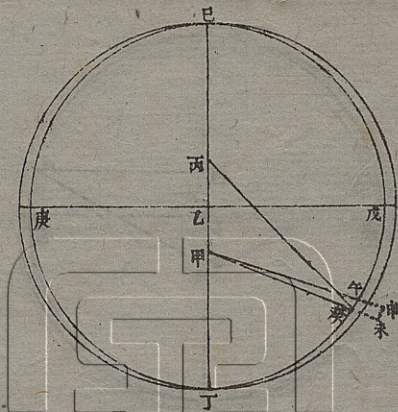
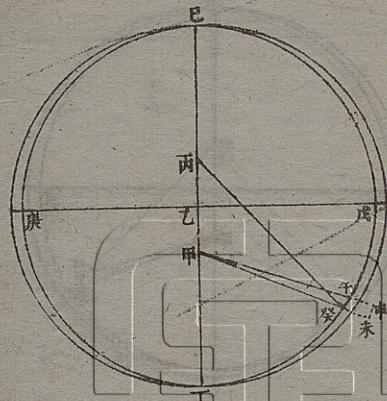
積之較。即知平行四十五

度時。太陽在癸點之前如

午。乃以甲癸自乘得九七

六五二八二二七五三〇

精圖角與面積相求



二五爲一率。中率自乘方

九九八五七一八四八

○一九一爲二率。積較爲

三率。卽甲癸午積。求得四率三

五八八八四一八四一爲

甲未申分平圓面積以一

秒之面積二四二三七二

二二一除之。得一十四秒

小餘爲未甲申角。卽癸甲

與癸甲丁角四十六度二

十三分九秒。小餘一四。相加得

午甲丁角爲四十六度二

十三分二十三秒。小餘九五。卽

平行距最卑後四十五度

時之實行度。此法得數與

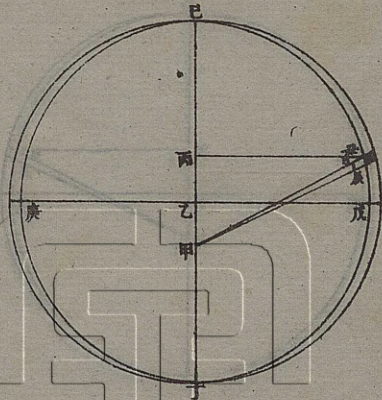
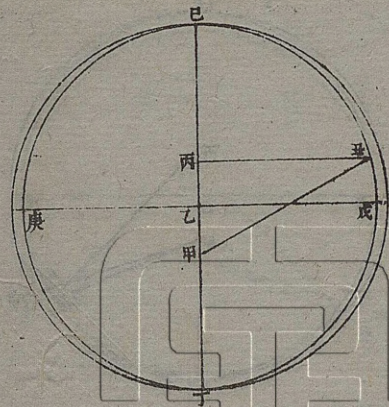
前同。而卽以平行積度爲

丙角較前法爲省便也。

又如平行距最卑後九十

繪圖角度量面積相求

印則其法



度求實行若干度分則先

設丙角為九十度作丙丑

甲丑二線成甲丙丑勾股

形依法求得甲丑線一〇

〇〇二八五六小餘丑甲

丁角九十一度五十六分

一十一秒小餘甲丑丁積

七八五二八七六〇一八

積七八五二八度五九九五度

七〇五八四相減餘一六

〇六一三一一為甲丑

丁積大於九十度平行積

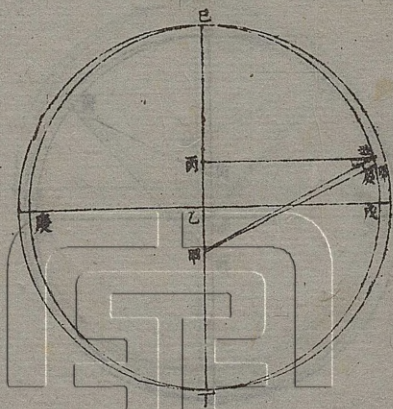
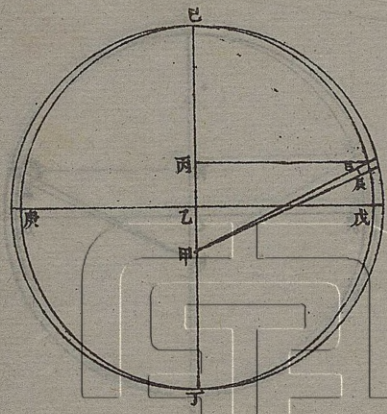
之較即知平行九十度時

太陽在丑點之後如卯乃

依中率半徑截甲卯線於

辰截甲丑線於巳成甲辰

巳分平圓面與甲卯丑為



同式形。以甲丑自乘。得一

〇〇〇五七一三〇一五

七三〇七為一率。中率自

乘方九九九八五七一八

四八〇一九一為二率積

較為三率。卽丑甲卯積。求得四

率一六〇四九八四八〇

為甲辰巳分平圓面積。以

一秒之面積二四二三七

二二二一除之。得百分秒

之六六為辰甲巳角。卽丑甲卯

角。與丑甲丁角九十一度

五十六分一十一秒。小餘九

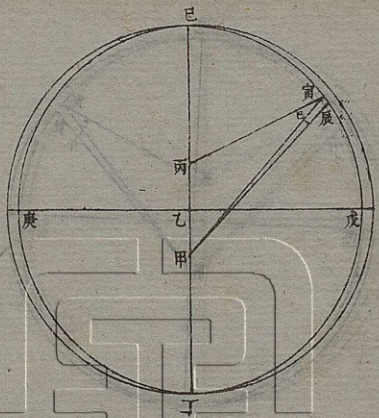
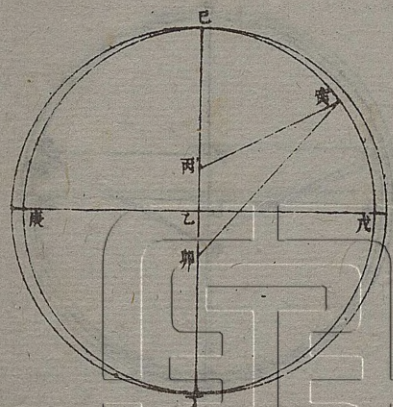
相減餘九十一度五十六

分一十秒。小餘四三為卯甲丁

角。卽平行距最卑後九十

度時之實行度也。

又如平行距最卑後一百



二十度。求實行若干度分。則先設丙角為一百二十

度。作丙寅甲寅二線成甲

丙寅三角形。依法求得甲

寅線一〇〇八六六二四。

小餘寅甲丁角一百二十

一度三十九分四十六秒。

小餘甲寅丁積一〇四七

六九。〇七九九〇六四九二五〇

六與一百二十度之橢圓

積一〇四七〇四七九九

四二七四四六相減。餘三

一九一三二二〇六〇。為

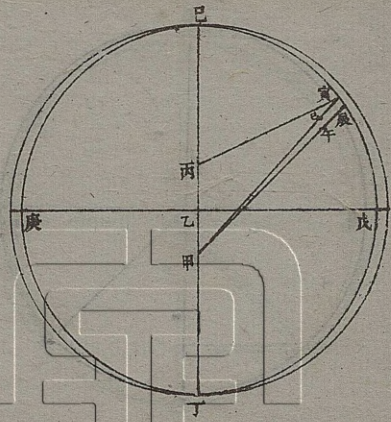
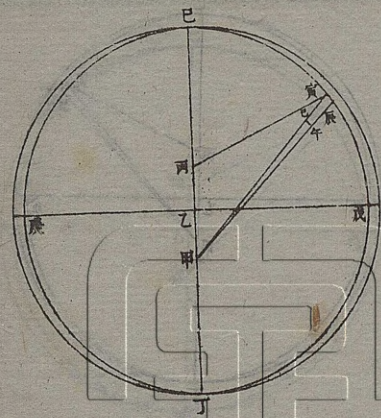
甲寅丁積大於一百二十

度平行積之較。即知平行

一百二十度時。太陽在寅

點之後如辰。乃依中率半

徑截甲寅線於巳。截甲辰



線於午。成甲巳午分平圓

面。與甲寅辰為同式形。以

甲寅邊自乘。得一〇一七

三九九八六三三九九八九

八為一率。中率自乘方九

九九八五七一八四八〇

一九一為二率。積較為三

率。即甲寅 求得四率三一

三六一九九七八九一為甲

巳午和以一和之面積二

四二三七二二二一除之。

得一十二秒小餘九四為巳甲

午角。即寅甲 與寅甲丁角

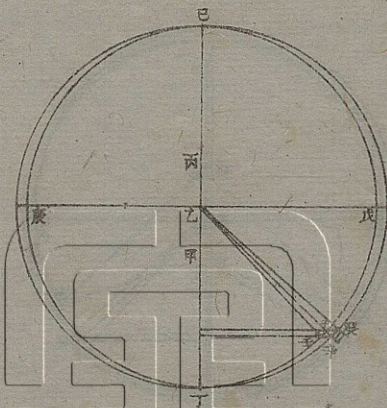
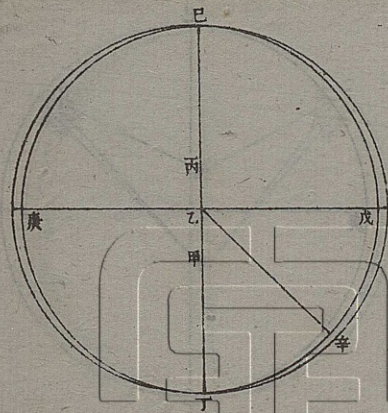
一百二十一度三十九分

四十六秒小餘六九相減。餘一

百二十一度三十九分三

十三秒小餘七五為辰甲丁角。

即平行距最卑後一百二



十度時之實行度也。右借積求積之法。最為精密。而理亦易曉。然須乘除比例十數次。推算則屬繁難。故又設後法。

次設借角求角之法。如太陽平行距最卑後四十五度。求實行若干度分。先從

本天心。設丁乙辛角為四十五度。則乙壬丁分橢圓

面積亦為四十五度。次將

丁乙辛角加癸乙子橢圓

差角。九十度以內。大一橢圓差角。九十度以外。

小一橢圓差角。解見後。以橢圓小半

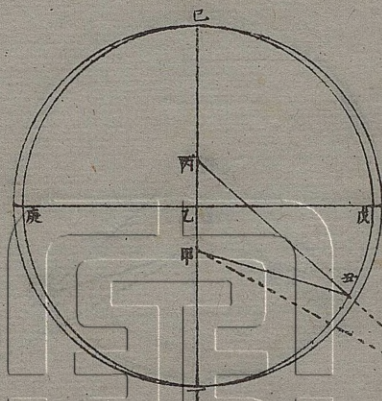
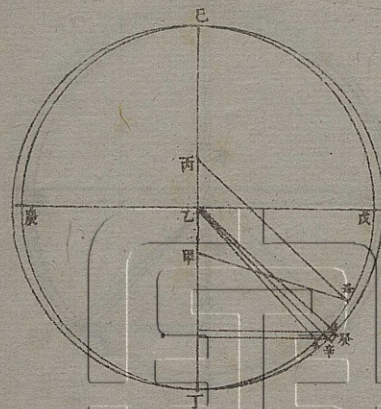
徑九九八五七一八五

為一率。大半徑一千萬為

二率。所設丁乙辛角四十

五度之正切一千萬為三

橢圓角與度面積相求



率求得四率一〇〇〇一

四二八小餘三五為丁乙癸角

之正切檢表得四十五度

〇分一十四秒小餘七三即丁

乙癸角度次與乙癸平行

作丙丑線自甲作甲丑線

則丙角與丁乙癸角等而

甲丑丁積為分橢圓四十

五度之面積與乙壬丁積

等是為平行丑甲丁角即

為實行乃將丙丑線引長

至寅使丑寅與甲丑等則

丙寅為二千萬甲丑丙丑共二千萬

丑寅既與甲丑等又自甲

故丙寅亦二千萬至寅作甲寅線成甲寅丙

三角形用切線分外角法

求得寅角四十一分三十

四秒小餘七四倍之得一度二

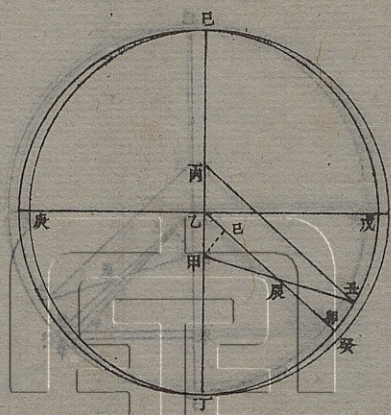
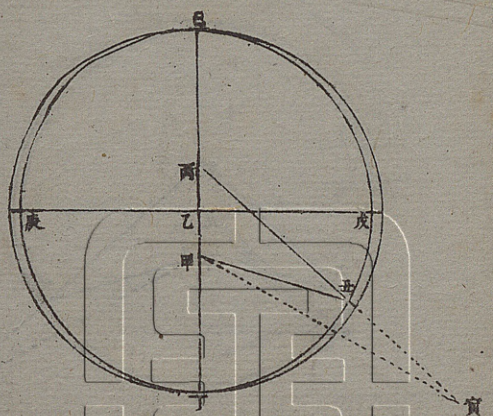
橢圓角度與面積相求

御製算學考成後

卷一

一

一



十三分九秒小餘九即甲丙

丑形之丑角度甲丑寅形之丑角以

甲丑丙角為外角與甲寅二內角等丑寅既與甲丑等則甲角必與寅角等故倍寅角即得甲丑丙角

與丙角四十五度〇分一

十四秒小餘七三相加得四十

六度二十三分二十四秒

小餘二二為丑甲丁角度丑甲丁角

為丑甲丙角之外角與丙丑二內角等故以丑角與

丙角相加得即平行距最

單後四十五度時之實行

度也然則何以設丙角比

平行積度大一橢圓差角

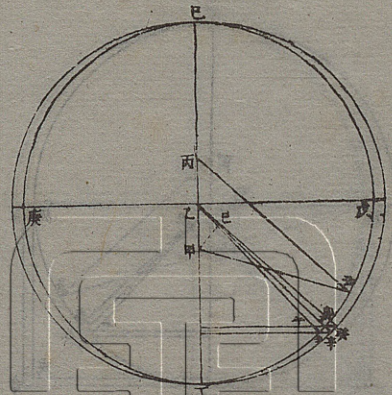
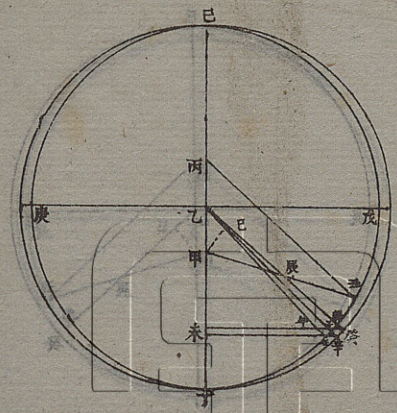
而甲丑丁積即與平行積

度相等也蓋與丙丑平行

之乙癸線截本天於卯所

截之乙卯丁積比甲丑丁

積多一甲乙巳形乙卯丁積比甲

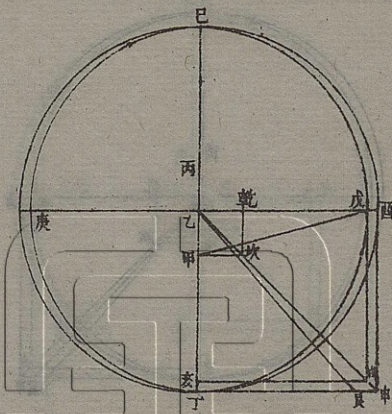
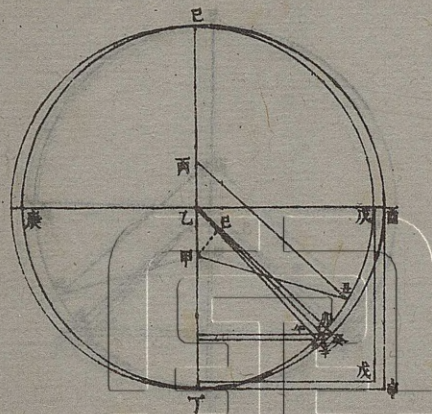


丑丁積少一辰丑卯形多
 一甲乙辰形辰丑與甲辰
 等辰卯與巳辰等辰丑卯
 積與辰甲巳積等以多補
 少尚多一甲 此甲乙巳形
 乙巳積也 之積與癸午倍橢圓差乘
 乙未餘弦折半之乙癸午
 三角形積等 癸子辛壬皆
 橢圓差而辛
 壬微小於癸子子午又微
 小於辛壬然為數無多故
 謂癸午 亦即與乙卯壬積
 為倍差 以卯癸子補子壬午弧
 內弧外所差無多故謂
 等 夫乙卯丁積比乙壬丁
 積多一乙卯壬形比甲丑
 丁積多一甲乙巳形甲乙
 巳積既與乙卯壬積等則
 甲丑丁積必與乙壬丁積
 等而乙壬丁為分橢圓四
 十五度之面積辛乙丁角
 為四十五度之角癸乙丁
 角比辛乙丁角原大一擴

卯... 庚... 丙... 巳...

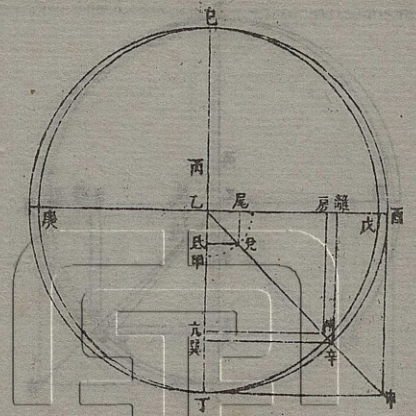
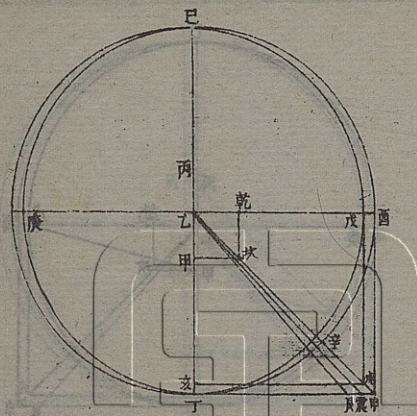
一擴圓角度與面積積求

三



圓差角。丑丙丁角又原與
 癸乙丁角等。故設丙角比
 平行積大一橢圓差角。而
 甲丑線所截橢圓積。即與
 平行積相等也。然則又何
 以知甲乙巳積與乙癸午
 積相等也。試以乙丁大半
 徑作乙丁申酉正方形。又
 以乙丁小半徑作乙丁戌
 亥正方形。兩積相減。餘酉
 申丁亥戌戊磬折形積。與
 兩心差自乘之甲乙乾坎
 正方形積等。乙丁與甲戌等
 為弦。乙戌為股
 甲乙為勾。股弦兩
 方相減。與勾方等。斜分而
 半之。則乙甲坎勾股積。即
 與酉申戌戊斜尖長方積
 等。而申艮倍橢圓差。與酉
 申相乘折半之乙申艮三

即引長求 廣考成 後 卷一 一 橢圓角度與面積相求 四三



角積原與酉申震戌長方

積等。乙申艮三角形與酉

酉申為高。而申艮為申震

之一倍。以申艮與酉申相

乘折半。得乙申艮三角積

故與酉申震戌長方積等。

比酉申戌戌斜尖長方積

僅多申震戌一小勾股積

則借乙申艮三角積為與

乙甲坎勾股積相等可也。

又以方為斜。截丁辛弧為

四十五度。乙辛與乙丁等

辛離為四十五度之正弦。

依乙戌小徑截乙辛線於

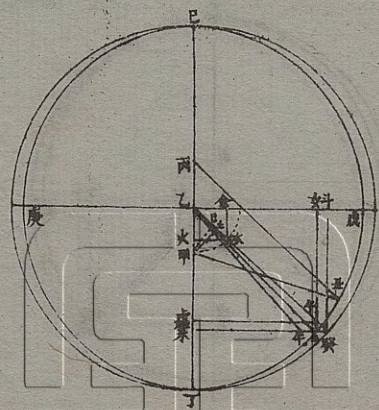
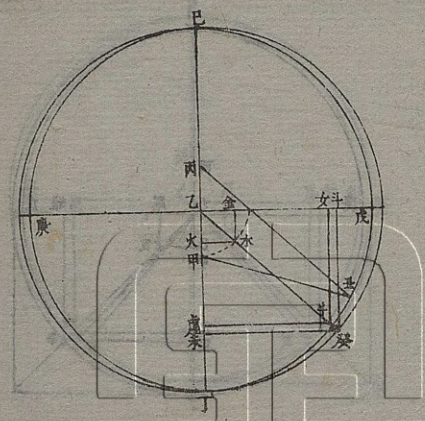
坤。依乙甲兩心差截乙辛

線於兌。與辛巽平行。作坤

亢兌巽二線。與辛離平行

作坤艮兌尾二線。所成正

方。各為前圖正方形積之一



皆同。試自與丙丑平行之

乙癸線所截之癸點作癸

未正弦。癸斗餘弦。又依乙

戊小徑。截乙癸線於牛。作

牛女半虛二線。又依甲乙

兩心差。截乙癸線於水。作

水火。水金二線。皆相平行。

則於斗癸未乙長方形內。

減去女牛虛乙長方形。餘

斗癸未虛牛女磬折形積。

亦與金水火乙長方形積等。

乙水火勾股積。亦與斗癸

牛女斜尖長方積等。而癸

午倍橢圓差乘癸斗餘弦。

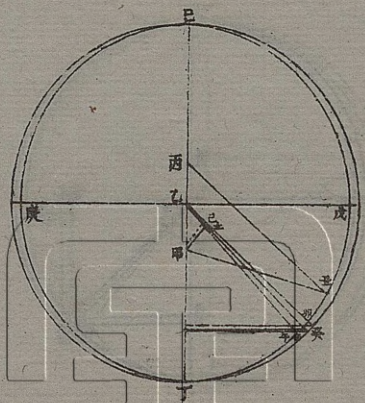
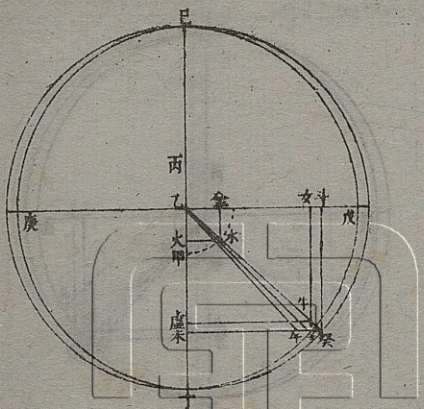
與乙折半之乙癸午三角

積原與斗癸子女長方積

等。癸子為橢圓差。癸午為

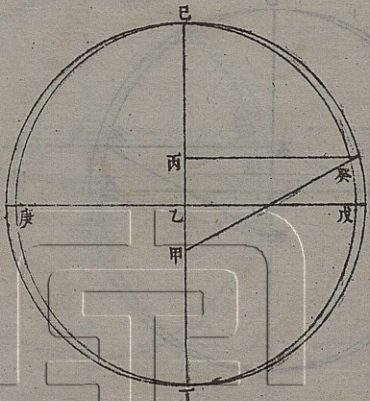
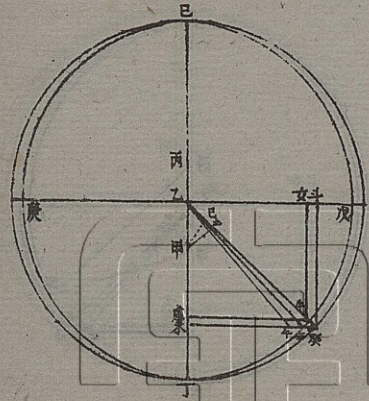
折半。得乙癸午積。故與比

斗癸子女長方積等。



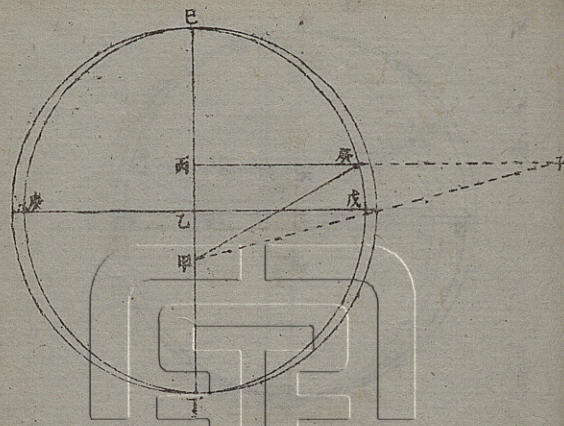
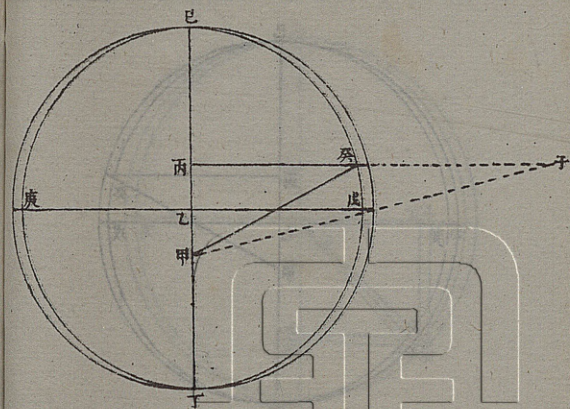
斗癸牛女斜尖長方積謹
 多癸牛子一小勾股積則
 借乙癸午積為亦與乙水
 火勾股積等。而甲乙土勾
 股與乙水火勾股為相等
 形。同用一乙角土角與火
 角同為直角。而甲乙與
 乙水等。故三邊
 及面積皆相等。比甲乙巳
 積。僅多甲巳土一小弧矢
 積。其差只在微截之間故

謂甲乙巳積與乙癸午積
 相等也。此法所得實行較
 前法多百分秒之二十四。
 蓋乙卯丁積。比乙壬丁積
 多乙卯壬積。實與甲乙土
 積等。而比甲丑丁積僅多
 甲乙巳積。則是甲丑丁積
 比乙壬丁四十五度積為
 稍大。故所得實行丑甲丁



角亦稍大計其所大之數
 適與甲巳土弧矢積度相
 去不遠至於以乙癸午三
 角積為與斗癸牛女斜尖
 長方積等其數微多多癸
 勾股積以癸午為倍揣圓差
 其數微少然其多少之差
 約足相抵可不計也

又如太陽平行距最卑後
 九十度求實行若干度分
 先從本天心設丁乙戊角
 九十度則乙戊丁分揣圓
 面積亦為九十度次與乙
 戊平行作丙癸線自甲至
 癸作甲癸線則丙角與戊
 乙丁角等而甲癸丁分揣
 圓面積即為九十度與乙
 戊丁積等九十度無揣
圓差解見後是



為平行。癸甲丁角即為實

行。乃將丙癸線引長至子

使癸子與甲癸等。則丙子

為二千萬。又自甲至子作

甲子線。成甲丙子三角形。

求得子角五十八分五秒。

小餘倍之得一度五十六

分一十一秒。小餘一。即甲丙

癸形之癸角度與丙角九

十度相加得九十一度五

十六分一十一秒。小餘一。為

癸甲丁角度即平行距最

卑後九十度時之實行度

也。蓋乙戊丁為橢圓四分

之一。其積為九十度戊乙

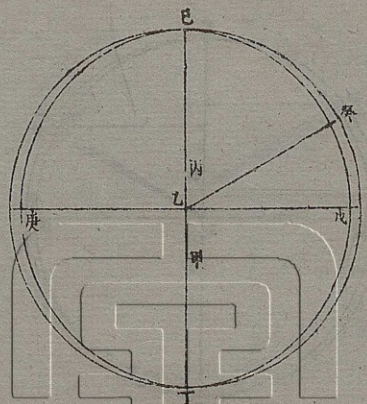
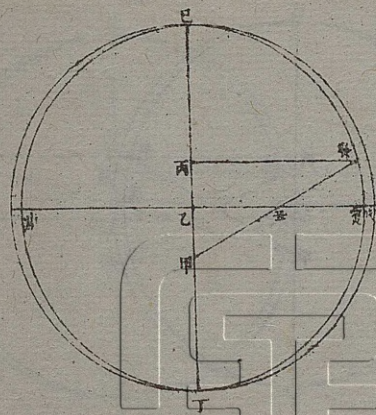
丁角亦九十度。積度與角同為一

線故無。丙角既與乙角等

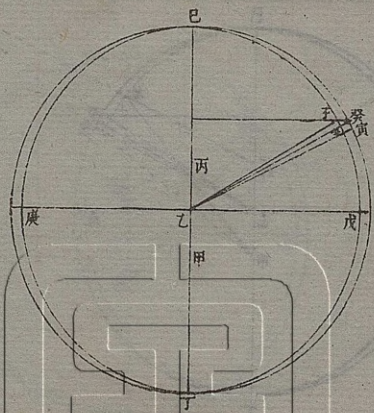
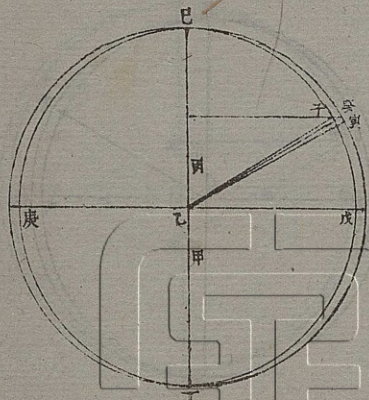
甲癸丁積又與乙戊丁積

橢圓角度與面積相求

尺



等。甲癸丁積比乙戊下積多一丑癸戊形。少一甲乙丑形。而甲乙丑積與丑癸寅積等。是丑癸戊形比甲乙丑形僅多癸戊寅一小弧矢積。故謂丑癸戊積與甲乙丑積等。而甲癸丁積亦謂與乙戊丁積等。故即以平行積度為丙角而求甲角為實行度也。此法所得實行較前法多百分秒之六十七。蓋甲癸丁積比乙戊丁積多癸戊寅弧矢積九十度稍大。故實行亦稍大。又丙角至九十度則弧矢之癸寅半弦與甲乙兩心差相等。是為最長。積亦最大。故所差最多。過此則所差又漸少矣。又如太陽平行距最卑後一百二十度求實行若干度分。先從本天心設丁乙



癸角一百二十度則乙子

丁分橢圓面積亦為一百

二十度次將丁乙癸角減

丑乙寅橢圓差角九十九度以外小

一橢圓差角故減則癸乙己外角

大一橢圓差角以橢圓小

半徑九九八五七一餘小

入為一率大半徑一千萬

為二率所設癸乙己外角

六十度之正切一七三二

〇五〇八為三率求得四

率一七三二二九八一餘小

九為己乙寅外角之正切

檢表得六十度〇分一十

二秒小餘七六即己乙寅外角

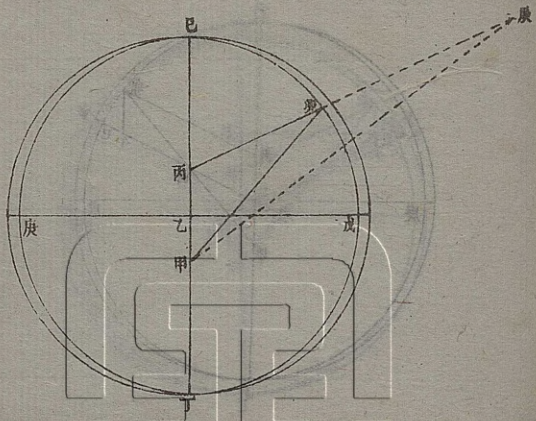
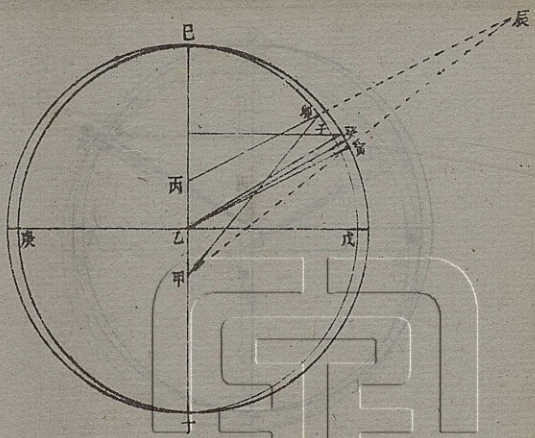
度與一百八十度相減餘

一百一十九度五十九分

四十七秒小餘二即寅乙丁

橢圓角度與面積相求

刊列表天象考成卷一後



丙角度。次與乙寅平行。作

丙卯線。自甲作甲卯線。則

丙角與寅乙丁角等。甲卯

丁積為分擔圓一百二十

度之面積。與乙子丁積等。

是為平行。卯甲丁角即為

實行。乃將丙卯線引長至

辰。使卯辰與甲卯等。則丙

辰為二千萬。又自甲至辰

作甲辰線。成甲丙辰三角

形。求得辰角四十九分五

十三秒。小餘四六。倍之。得一度

三十九分四十六秒。小餘九二。

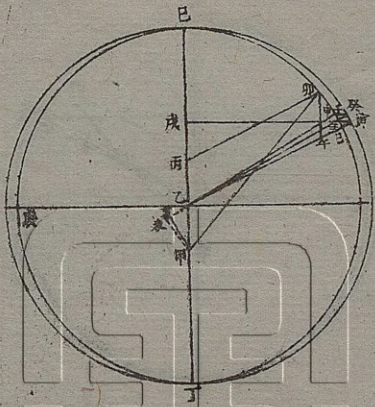
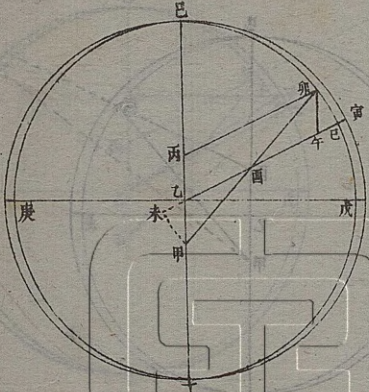
即甲丙卯形之卯角度。與

丙內角一百一十九度五

十九分四十七秒。小餘二四。相

加。得一百二十一度三十

九分三十四秒。小餘一六。為卯



甲丁角度，卽平行距最卑

後一百二十度時之實行

度也。蓋與丙卯平行之乙

寅線，截本天於巳。所截之

乙巳丁積，比甲卯丁積小

一卯巳午形，與甲乙未形

等。乙巳丁積比甲卯丁積

少一卯巳酉形。多一甲

乙酉形。而甲乙酉形與卯

午酉形等，以多補少。仍少

一卯巳午形。又將乙巳線

等長至未，使西未與西卯

午原與甲乙等。故作甲未

弧，則卯巳午積卽此甲乙

未形之積，與寅申倍擔圓

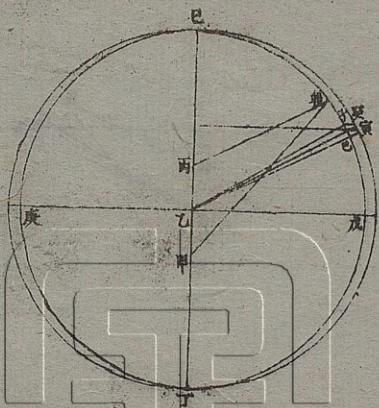
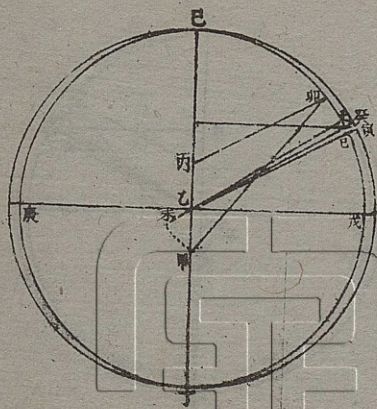
差乘乙戌餘弦折半之乙

寅申三角形積等。

寅丑癸子皆擔圓差。而癸子微小於寅丑。丑申又微小於癸子。然爲數無多，故謂寅申爲倍差。與乙戌餘弦相乘折半，得積。與甲乙亥勾股積等。比甲乙未積僅小甲未亥一小弧矢積。故借甲乙未積爲與乙寅申積等。

擔圓角度與面積相求

卷一



卽與乙子巳積等。與前法同夫

乙巳丁積比乙子丁小一

乙子巳積比甲卯丁積小

一甲乙未積甲乙未積既

與乙子巳積等則甲卯丁

積必與乙子丁積等而乙

子丁爲分橢圓一百二十

度之面積癸乙丁角爲一

百癸乙丁角原小一橢圓

差角卯丙丁角又原與寅

乙丁角等故於平行一百

二十度內減一橢圓差角

爲丙角其甲卯線所截橢

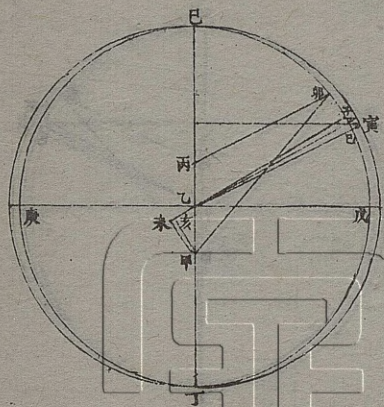
圓積卽與平行度相等而

求得甲角爲實行度也此

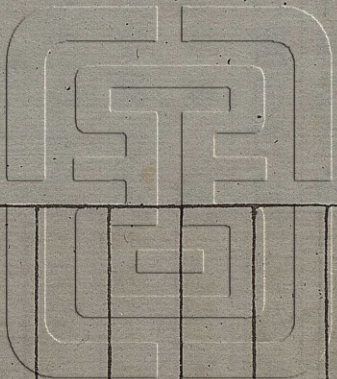
法所得實行較之前法多

百分秒之四十一蓋乙巳

積圓角度與面積相求

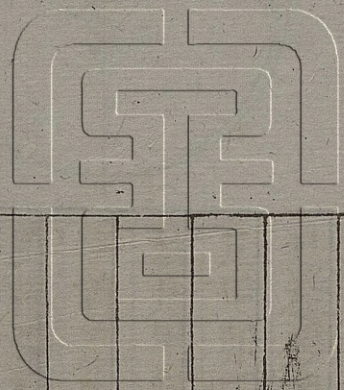


丁積比乙子丁積少乙子
 巳積僅與甲乙亥積等而
 此甲卯丁積則少甲乙未
 積是甲卯丁積比乙子丁
 一百二十度積為稍大故
 所得實行卯甲丁角亦稍
 太然所差最大者不過半
 秒有奇不為不密而法最
 為簡便故日墨求實行用

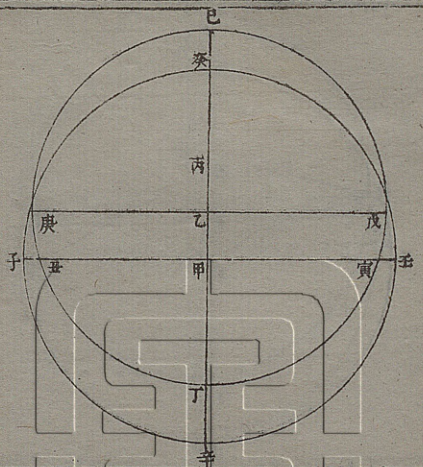
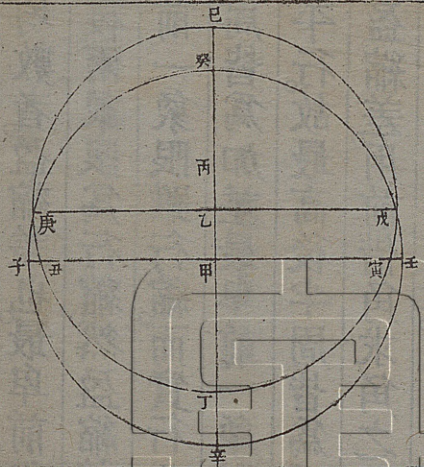


求均數

均數者。盈縮差也。最卑前後兩象限為行盈。最高前後兩象限為行縮。然盈縮差自最卑最高起算。最高前一象限雖行縮。而實行仍大於平行。故最卑後半周皆為加差。最卑前一象限雖行盈。而實行仍小於平行。故最高後半周皆為減差。上編言之詳矣。今求盈縮差。用前借角求角之法。與不同心天之法畧同。但多一橢圓差耳。故先以平行求得對倍兩心差之角。又以平行求得橢圓差角。與對倍兩心差之角相



加減而得均數。加減之法。具詳於左。



如圖。甲爲也心。乙爲本天

心。甲乙爲兩心差。甲丙爲

倍差。丁戊巳庚爲本天。辛

壬癸子爲黃道。以行度言

之。太陽在最卑前後。當子

辛。壬。兩象限。其本天平

行。丑。甲。寅。丁。面積。未及半

周。而以黃道度計之。已見

自子行至壬。故爲行盈。太

陽在最高前後。當壬癸。癸

子。兩象限。其本天平。行寅

甲。丑。巳。面積。已過半周。而

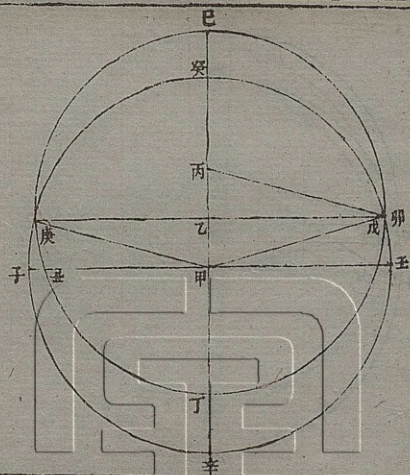
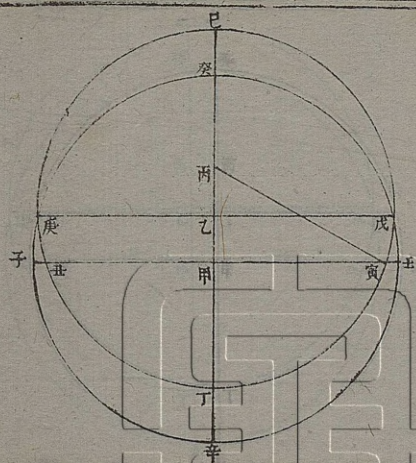
以黃道度計之。止見自壬

行至子。故爲行縮。以盈縮

差言之。太陽在最卑。丁。是

爲初宮初度。當黃道之辛。

甲。丁。辛。成一直線。無盈縮



差。太陽在最高已。是為六

宮初度。當黃道之癸。甲癸

已成一直線。亦無盈縮差。

而自最卑後行丁寅戊己

半周。實行皆大於平行。如

平行至寅。所截甲寅丁平

行積度。畧與寅丙丁角度

等。爭一橢圓差自地心甲

視之。已當黃道之壬。壬甲

辛角。必大於寅丙丁角。又

如平行至戊。所截之甲戊

丁平行積度。畧與戊丙丁

角度等。自地心甲視之。已

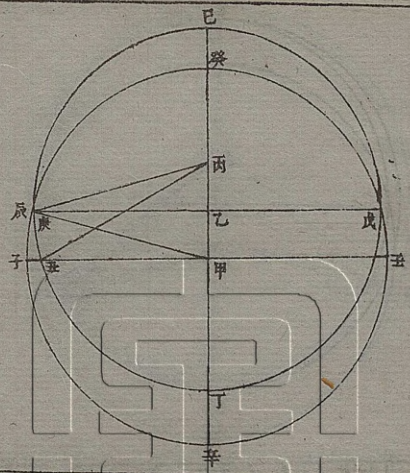
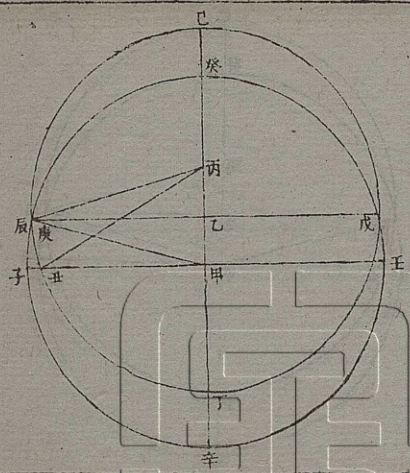
當黃道之卯。卯甲辛角。必

大於戊丙丁角。故皆為加

差。自最高後行己庚丑丁

半周。實行皆小於平行。如

平行至庚。所截甲庚己平



行積度。畧與庚丙巳角度
 等。自地心甲視之。方當黃
 道之辰。辰甲癸角。必小於
 庚丙巳角。又如平行至丑。
 所截甲丑巳平行積度。畧
 與丑丙巳角度等。自地心
 甲視之。方當黃道之子。子
 甲癸角。必小於丑丙巳角。
 故皆為減差。此盈縮之理。

與不同心天之理同。至求
 盈縮差之法。當先以平行
 積度。加減橢圓差角。九十
 丙大一橢圓差角。則加九十
 十度以外。小一橢圓差角
 則減。正九十度。為所設之
 無差角。解見前。

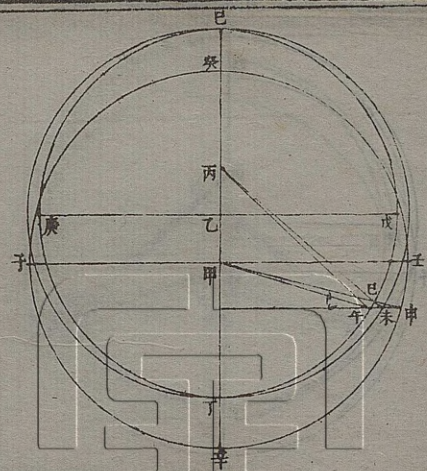
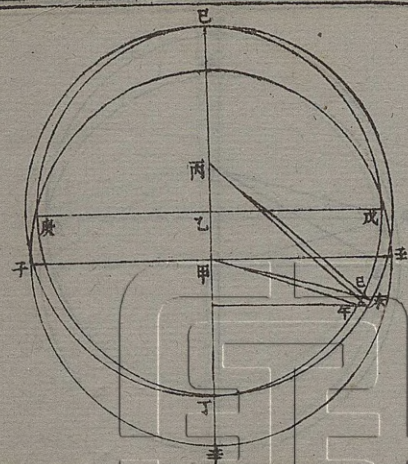
丙角。而求對倍差之角。與
 所設之丙角相加。得實行。
 以平行與實行相減。乃為
 均數。解見前借然其數奇
 角求角法。

卯測天象考卷一後

卷一

求均數

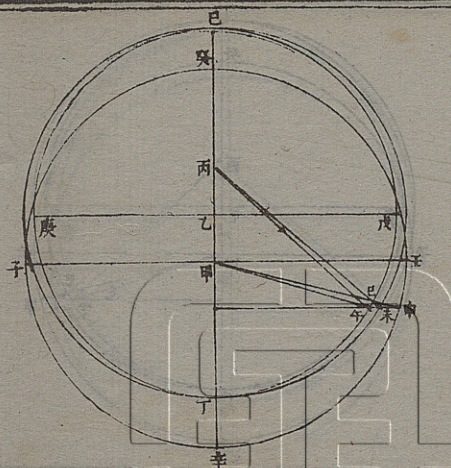
五



零。不便立算。故先以平行
 求得對倍差之角。而後加
 減。擴圓差角為尤便也。如
 設太陽在巳。甲巳丁分擴
 圓面積為平行距最卑後
 六十度。知巳丙甲角度比
 所設之甲巳丁平行積度
 大一擴圓差角。則於巳丙
 甲角內。減未丙午擴圓差
 角。餘午丙甲角。必為六十
 度。而與甲巳丁平行積度
 相等。故先設午丙甲角為
 六十度。用甲丙午三角形。
 求得對甲丙倍差之午角。
 一度四十一分二十九秒。
 與平行午丙甲角相加。則
 得午甲丁角。然太陽原在
 巳。當黃道之申。實行申甲

求均數

五九



辛角即申弧比午甲丁角尚

大一巳甲午角故又求得

未丙午橢圓差角一十三

秒與巳甲午角等巳甲午角與未

丙午角同當巳午弧而甲

午線短於丙午則角畧大

然所差甚微與午角相加

故為相等與午角相加

九十度以內大一得一度

橢圓差角故加

四十一分四十二秒是為

均數為加差以加於平行

而得實行也若太陽在酉

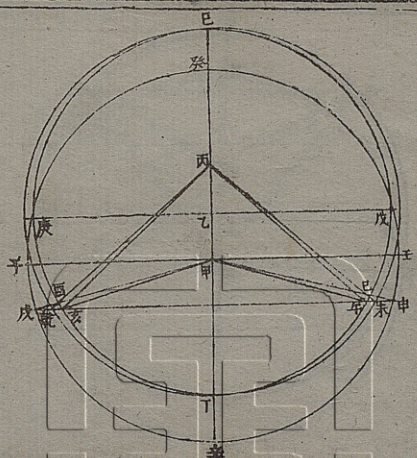
當黃道之戌甲酉已分橢

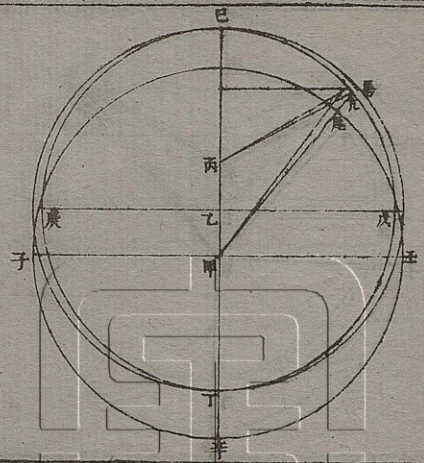
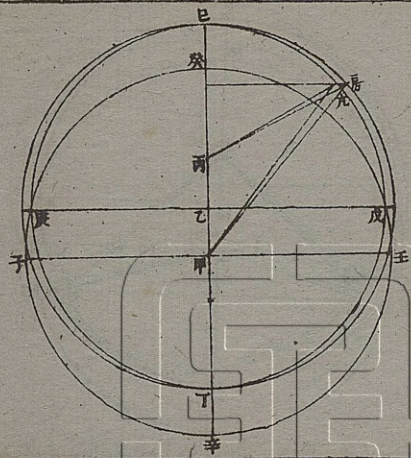
圓面積為平行距最高後

一百二十度而距最卑前

六十度則對甲丙倍差之

亥角與午角等乾丙亥橢
圓差角亦與未丙午角等
但其均數為減差以減於
平行而得實行也





如設太陽在亢。甲亢丁分

橢圓面積為平行距最卑

後一百二十度。知亢丙甲

角度比所設之甲亢丁平

行積度小一橢圓差角。則

於亢丙甲角。加房丙氏橢

圓差角。得氏丙甲角。必為

一百二十度。而與甲亢丁

平行積度相等。故先設氏

丙甲角為一百二十度。用

甲丙氏三角形。求得對甲

丙倍差之氏角。一度三十

九分四十七秒。與平行氏

丙甲角相加。則得氏甲丁

角。然太陽原在亢。當黃道

之尾。實行尾甲辛角。即辛尾弧

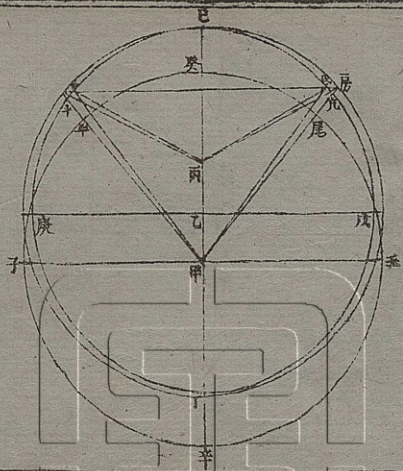
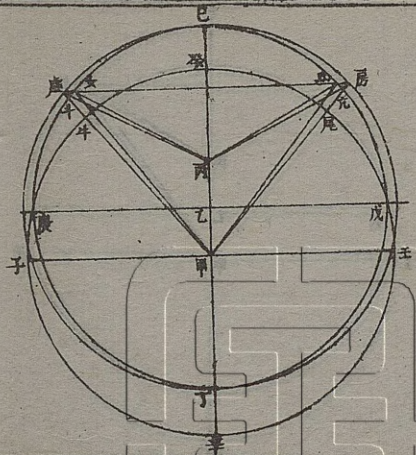
比氏甲丁角尚小一氏甲

亢角。故又求得房丙氏橢

甲則文亦更考後

求均數

三



圓差角一十三秒與氏甲

亢角等。氏甲亢角與房丙

而甲氏線長于丙氏則角

略小。然所差甚微。故為相

等。與氏角相減。九十度以

圓差角。餘一度三十九分

三十四秒。是為均數。為加

差。以加於平行而得實行

也。若太陽在斗。當黃道之

牛甲斗已分。積圓面積為

平行距最高後六十度。則

對甲丙倍差之女角。與氏

角等。女丙虛橢圓差角。亦

與房丙氏角等。但其均數

為減差。以減於平行而得

實行也。用此法求得最卑

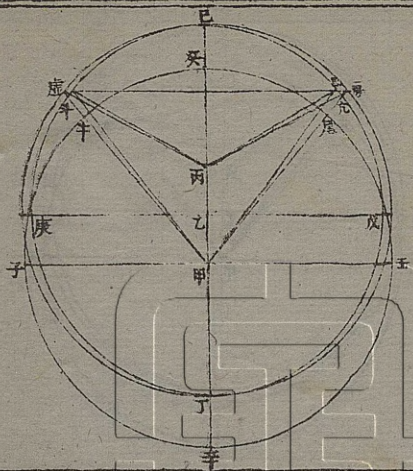
後半周之加差。即得最高

後半周之減差。列為表此

法。與以丙為心作不同心

求均數

三



天之法畧同。但多一橢圓
 差。又平圓之半徑為一千
 萬。橢圓則自甲丙兩心出
 線。合於圓界。共為二千萬
 耳。而太陽距地高卑之差
 止及兩心差之半。與均輪
 之法不謀而合。故橢圓之
 法。正所以合不同心天與
 本輪均輪而一之也。終



