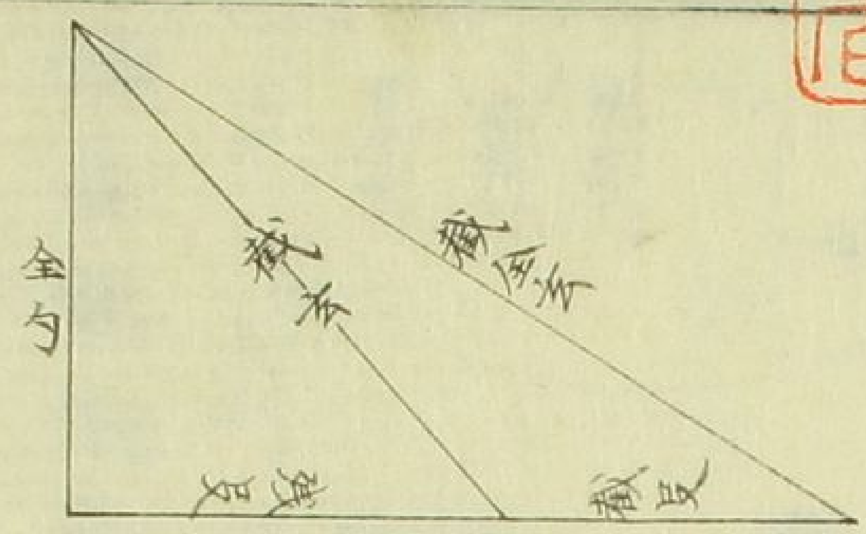
和算叢書

截積之傳

截積之傳



有勾殳如圖截之乃全勾與殘股等截全玄一尺三寸只云截股截玄和一尺四寸〇七厘問全勾若干

答曰全勾四寸八分二厘四毫餘

術曰立天元一為全勾自乘倍之為截玄冪

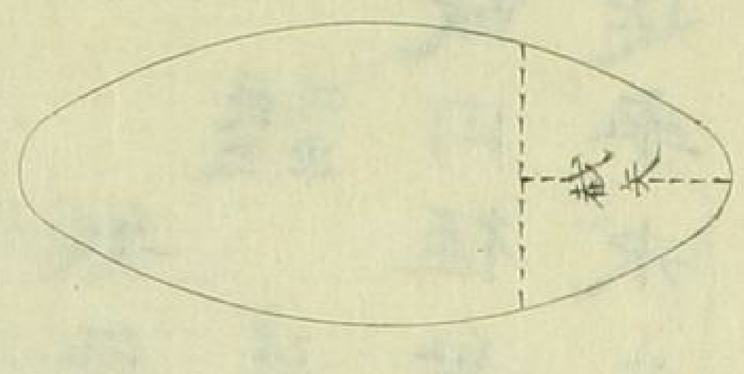
○列全勾加只云數為寄位自乘之加勾冪一段得數內減截全玄冪餘自乘之為截玄冪因寄位冪四段寄左

列寄位自乘之以截玄冪相乘四之與寄左相消得開方式三乘方飜法開之合問

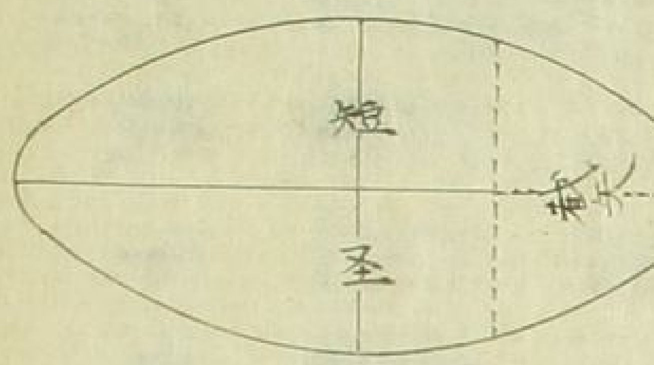
演段 有全勾 本術天元 依之有截玄巾 有残殳

假立一為截玄○ —— 以截只云數為截殳 只 —— 加
勺為全股 只 勺 —— 実級拈之為寄位自之為股巾得
寄位巾 寄位 —— 加勺巾為玄巾得 寄位巾 勺巾 寄位 —— 寄左
列玄巾相消廉級乗截玄巾加実級得式
勺巾 寄位
定式
寄位巾 玄巾 截玄巾

今有側円 短径若干 長径若干
截矢若干 問截之截積幾何
答曰得截積
術曰列長径以短径除之為延率 列截矢以
延率除之為全欠矢 列短径為全円径依之
得全弦求弧積以延率乗之得數為側円截積合問



解義



截矢以延率
除之視者

故求全円欠積而乗延率還源側円欠積成理也
側円者全円横引伸者也故全円径與短径等全円横径
長直為長径

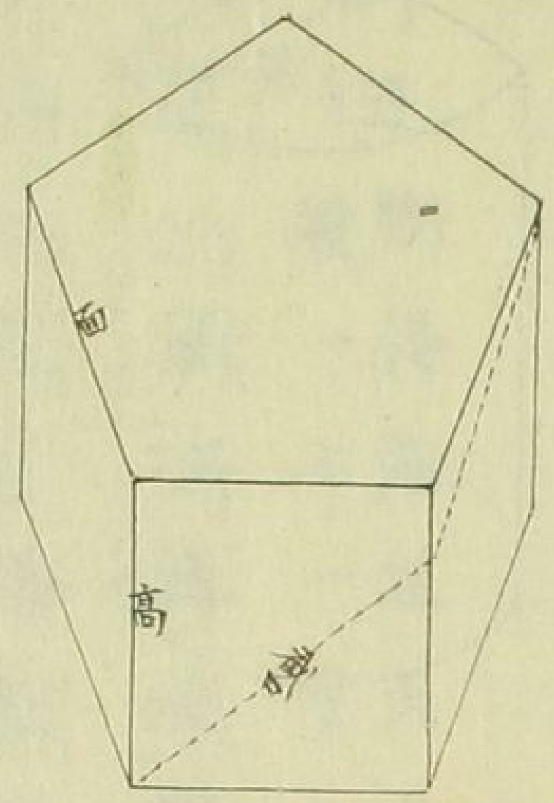
故 長至 短至 延率形

短径者円至也故変之 長至 円至 延率形

故円径乗延率則得長径也側円截矢云者全円欠矢乗
延率求之也

今有五角壔面三寸高五寸只云従
上角至下角斜截之問上下截積幾
何

答曰上截積三十四寸六分二四強

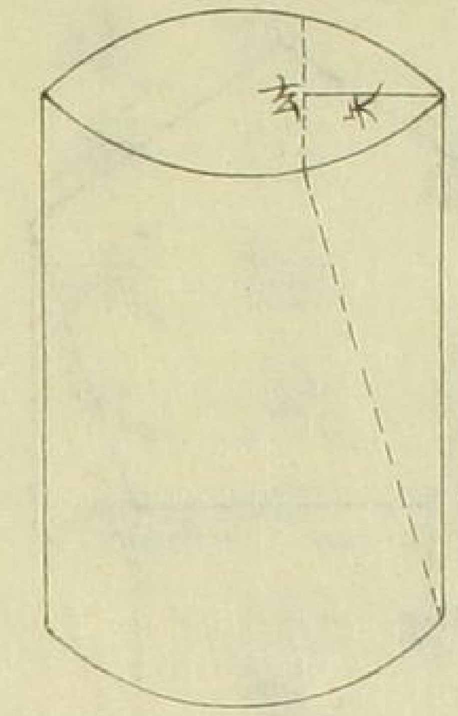


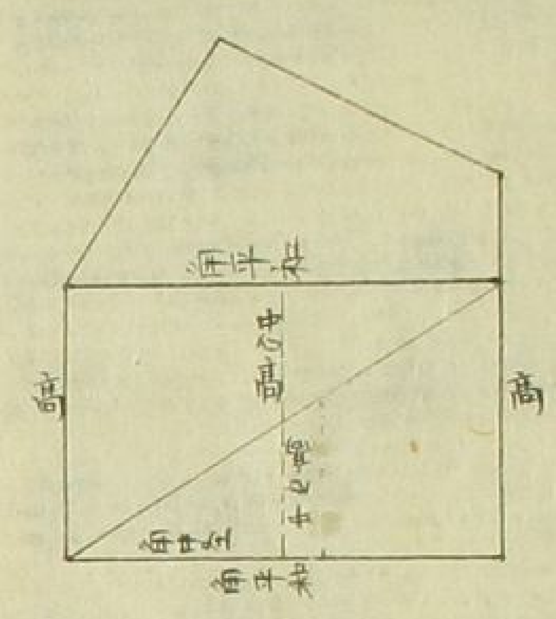
別术平中径角中至

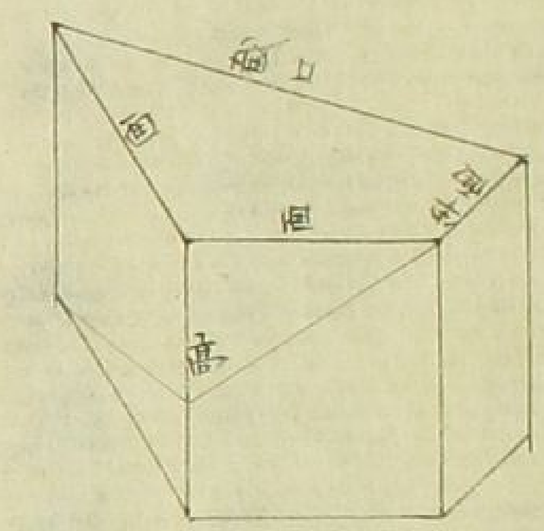
術曰角中径平中径相併得数寄位　列五角平積以高
相乗之以寄位除之得数寄再位　列再位乗平中径為
上截積　列再位乗角中至為下截積

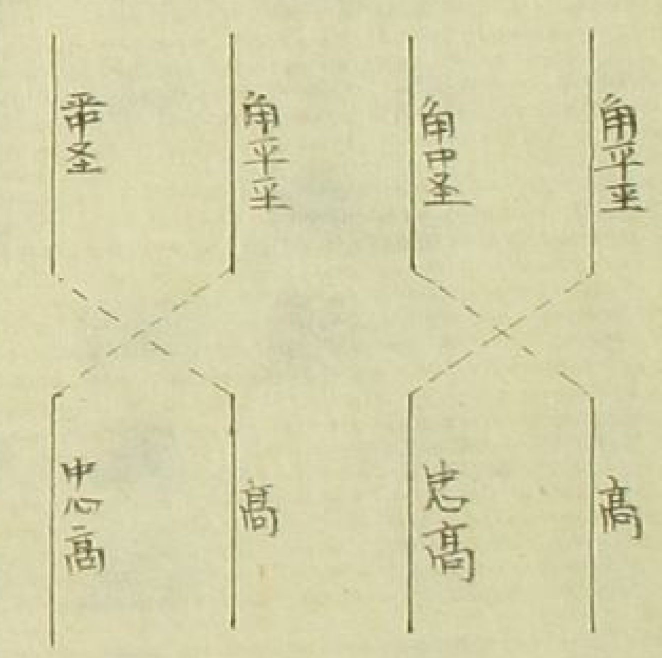
解義

記左









故得中心高発術

今有円壔円径一尺高一尺二寸上矢二寸只云従上矢至下径至右旁斜截之問截積

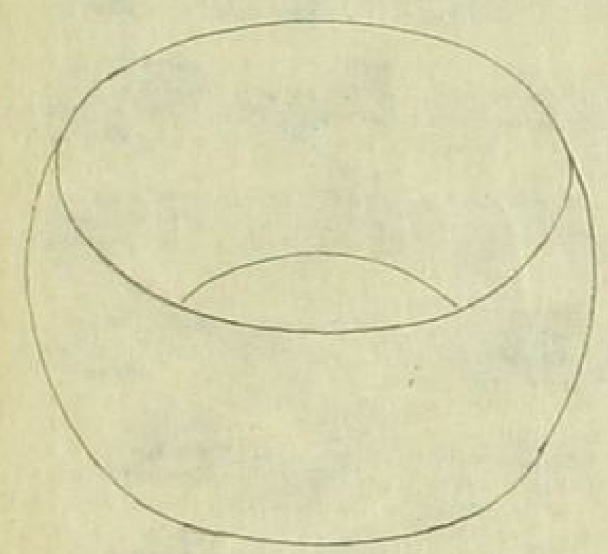
答曰截積五十四寸七一五

術曰別得離径六十弦八十寸弧積一十一寸一八二五列弧積以離径相乗得数六之以截玄再乗冪餘以高相乗為実以一十二個矢為法除実得截積合問

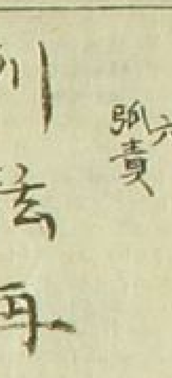
若従半径斜截之則者列壔径冪乗高六除之得截積也

解義

弦為高得外正弧環視之

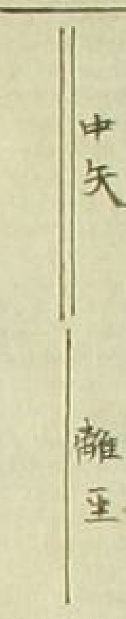


外正弧環中心径内心円截積之中心高有之状矢則題云矢也



外正弧環中心径形

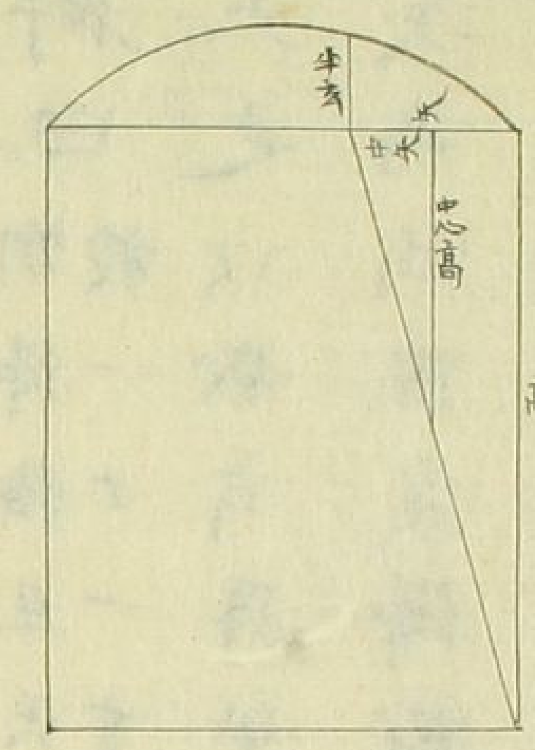
列弦再乗寿以弧積六段除之得数為外正弧環中心径

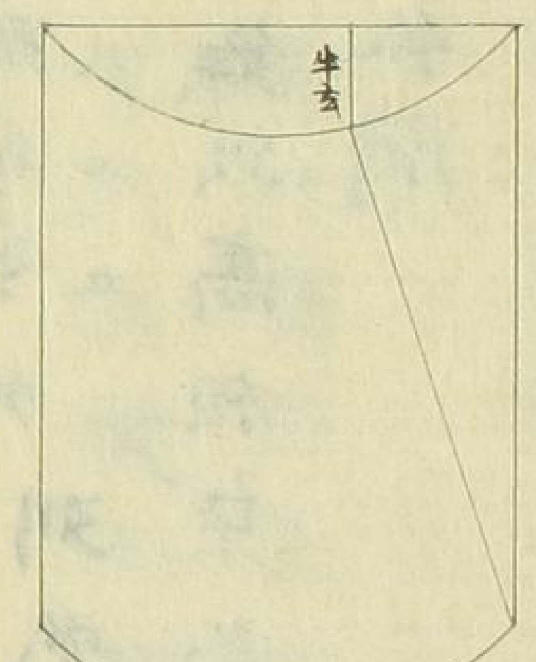


外正孤環中心径形

列外正弧環中心径内減離径止餘折半之為中矢乗高

以截矢除之為中心高乗孤積得数截積也





總用中心高諸術通者也以矢除高得矩率以乗中矢得

中心高也是則雖乗適等也

従半径截之解

列円径再乗寿以円積三段除之得数半之為中矢

列中矢乗高以半円径除之得中心高

列半円積乗中心高得数即截積也

上下矢有之則如左術得截積

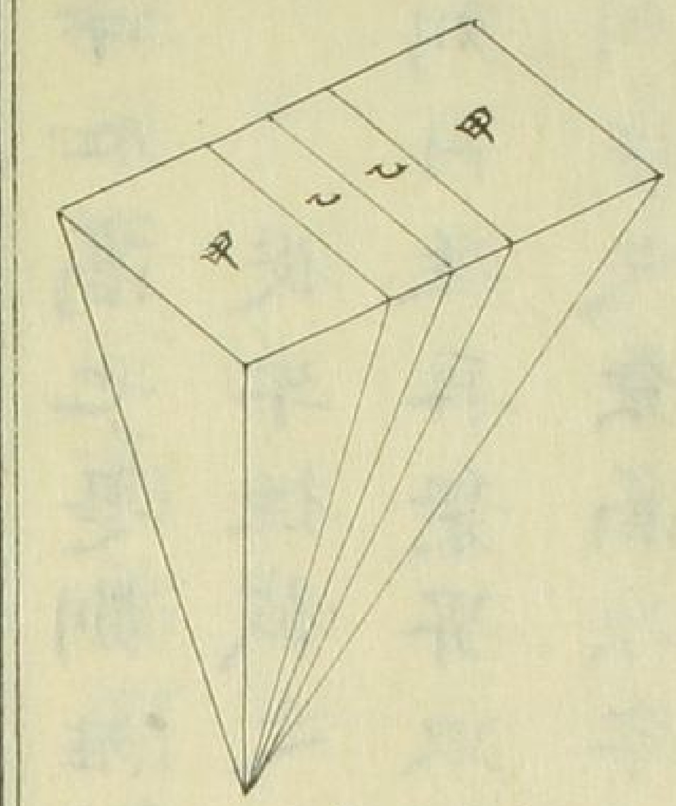
列上矢乗高得数以上下矢差除之得数為虚実共高

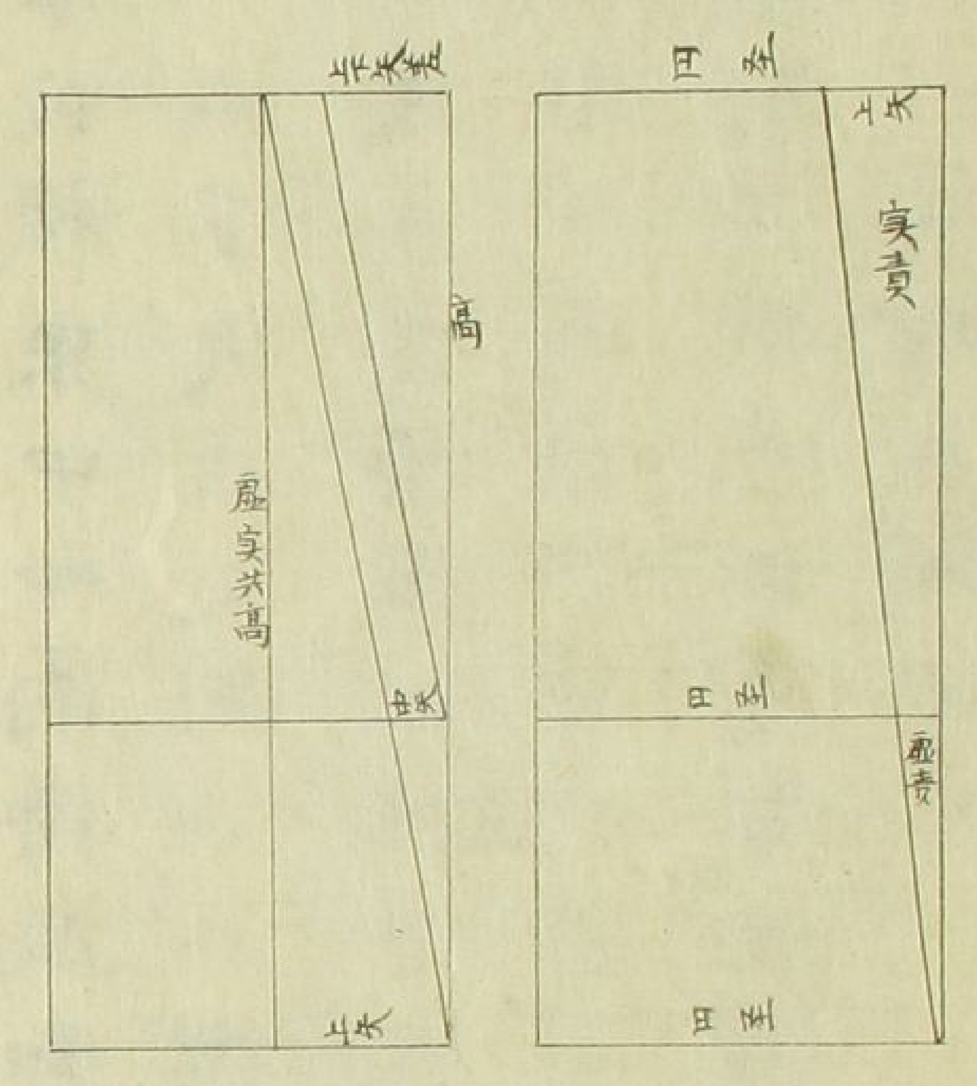
列虚実共高依前傳得虚実共截積寄位

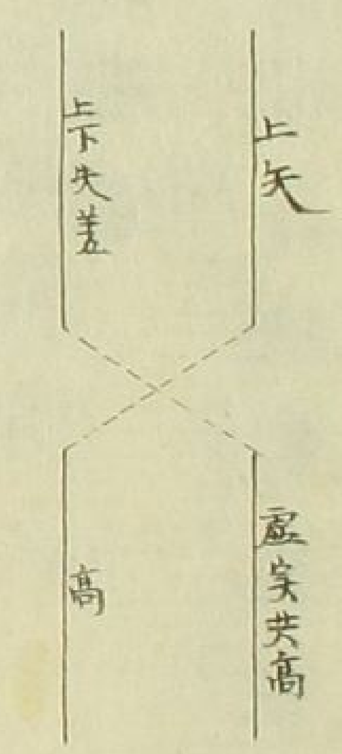
列虚実共高内截高餘為定高如前傳得虚截積以之減

寄位止餘即為截積也

解義







錐幅一尺二寸　原九寸　高一尺五寸　又云甲幅二寸　間左右積若干

答曰左右積百八十寸

術曰列甲幅乘厚得數倍之為左右平積以錐高相乘以三除之得左右積

解曰

全積之形 高全厚全幅 三 寄位

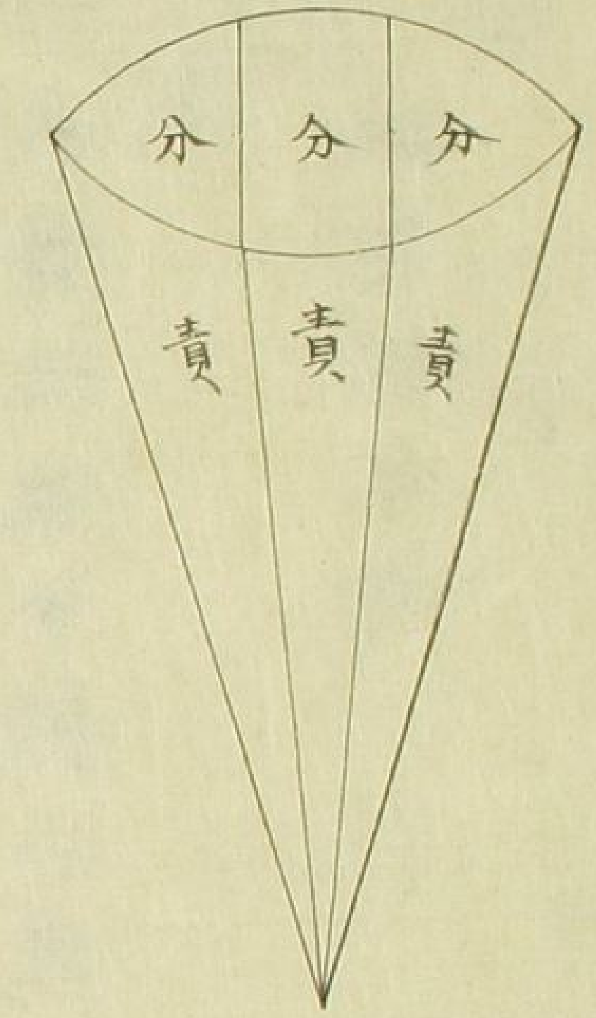
列全幅內減甲幅二段為乙幅二段得 全幅 甲幅 乘全厚

又高得數三除之為中乙虛積二段 高全厚全幅 三 高全厚甲幅 三

以減寄位為甲積二段 高全厚甲幅 三

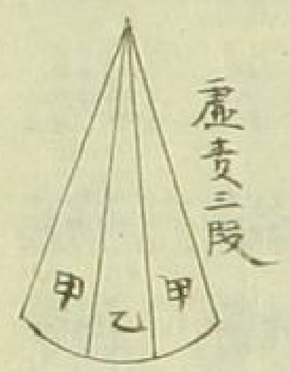
於是起本術

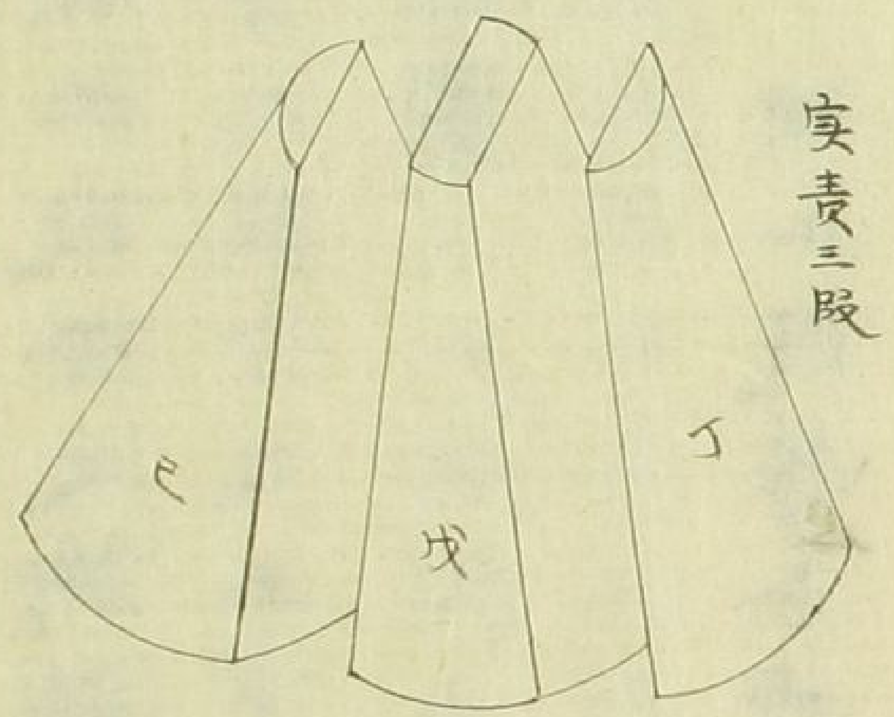
円錐径若干　高若干
積等分三段分之問矢弦各
答曰依左術得各
術曰列錐径自之桀円積法得錐
平積三除之為弧積依錐径得矢弦合問



解曰
円錐全積形
三 端弧高責
中虚積形
三 中平高責
三 中高責
変之
三 中弧高責
以截円錐全積餘為両端分積
半之為端弧積一段
三 端弧高責

円錐積等分三段分之一段式
視之端弧積桀高得数三除之得分積一段也故円錐
平積三除之為端弧積而得矢及去
円臺上得虚長為大錐





以大錐積三段分之則依前條術以円臺下平円責三段

分之術得矢及玄又上虚錐積三段分之則是又依前條
術円臺上平円積三段分之術得矢及玄此上下矢弦則
所問円臺積等分三段分之上下矢弦也

又曰大錐積形者

甲丁和積

乙戊和積　此三段等分積也

丙己和積

又曰虚錐積者

甲積

乙積　此三段等分積也

丙積

大錐積内有甲乙丙積　此甲乙丙積藏之餘者

丁積

戊積　此三段又各等分積也

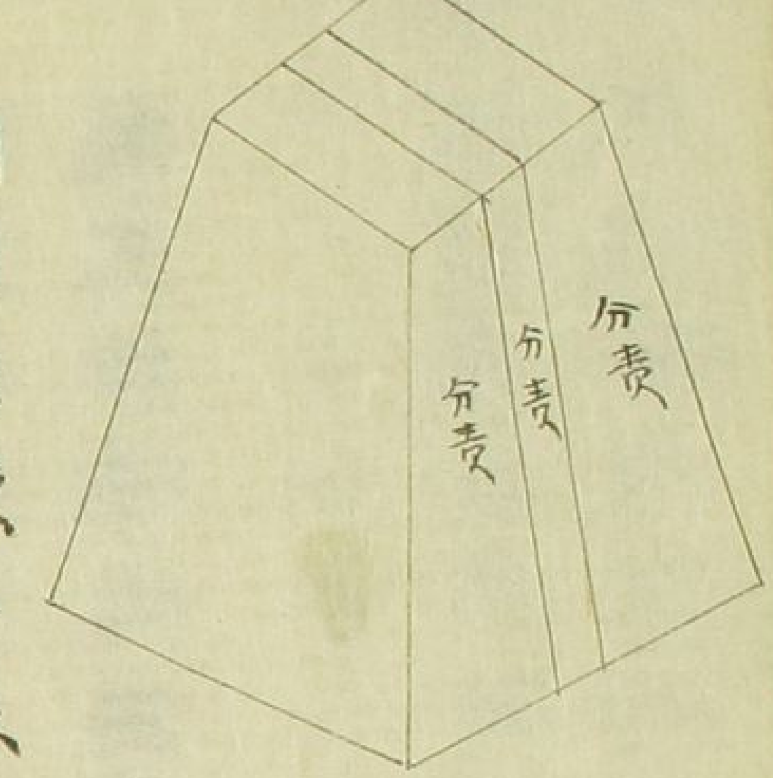
己積

故虚錐平円矢弦與円臺上矢弦同数也案之円臺上
設虚錐依之円臺上矢弦得之也

今有方臺上方四寸下方七寸髙九寸積等三分之問上
下矢及中厚若干

上矢各一寸。六厘餘
丁矢二寸五分六厘餘
中厚一寸八分八厘餘
分積九十三寸

答曰



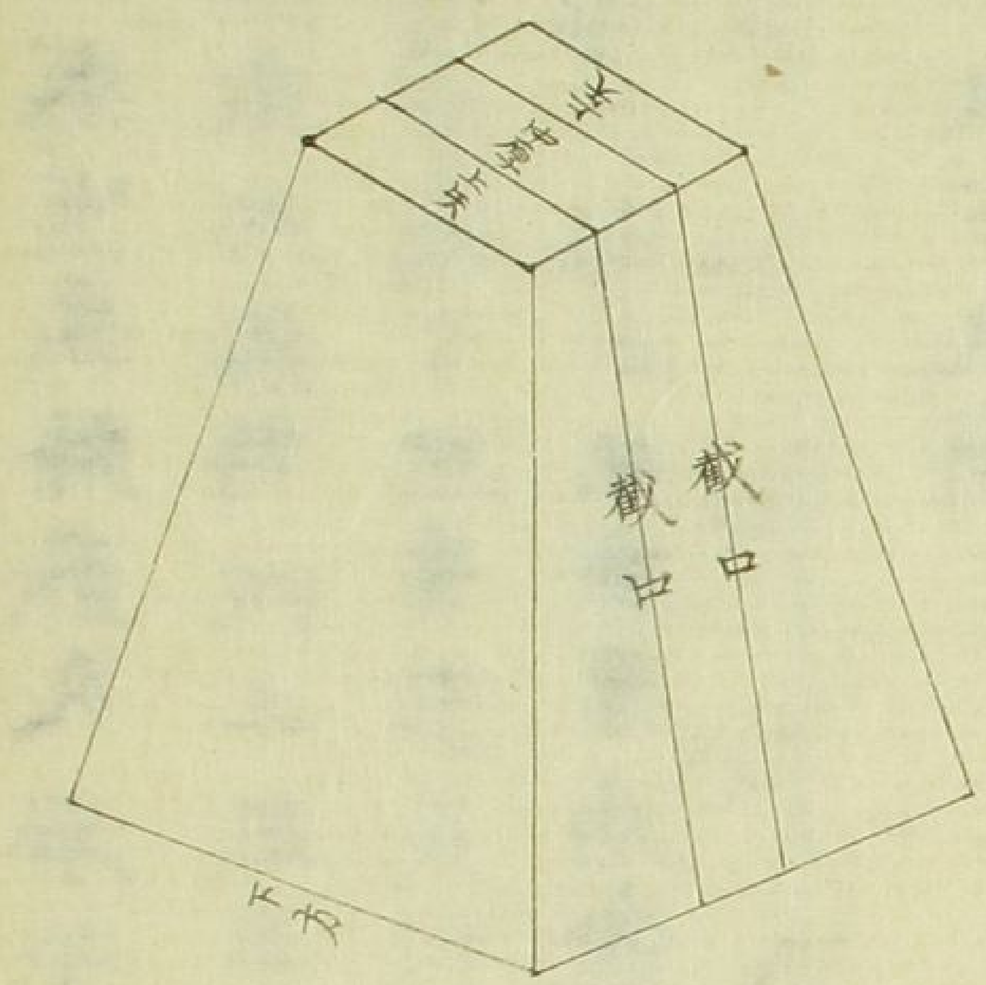
別列總積三條之得分積九十三寸

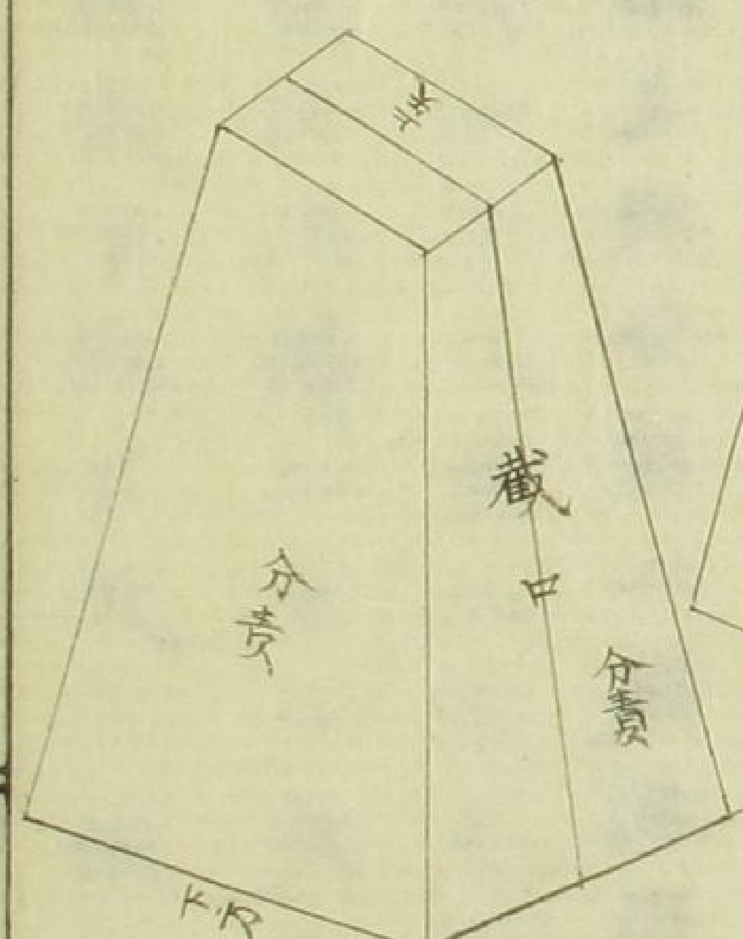
求中厚術曰列分積為実　列併上下方折半之乗高得四十九寸五分為法実如法而一得中厚

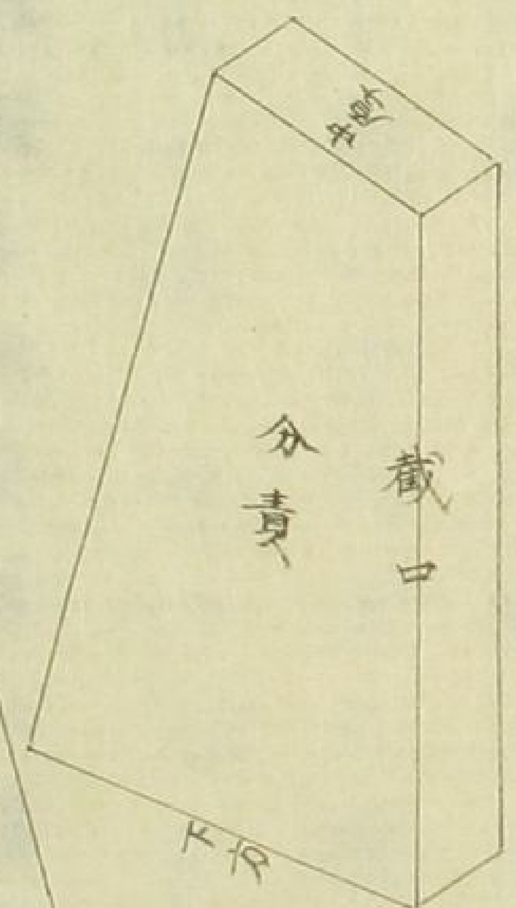
求上矢術曰列併上下方乗上方及高得内減分積二段止餘得二百一十為実　列併上下方倍之乗高得百九十八為法実如法而一得上矢

求下矢術曰列併上下方乗下方及高得内減分積二段餘五百。七寸為実　列併上下方倍之乗高得百九十八為法実如法而一得下矢

解義

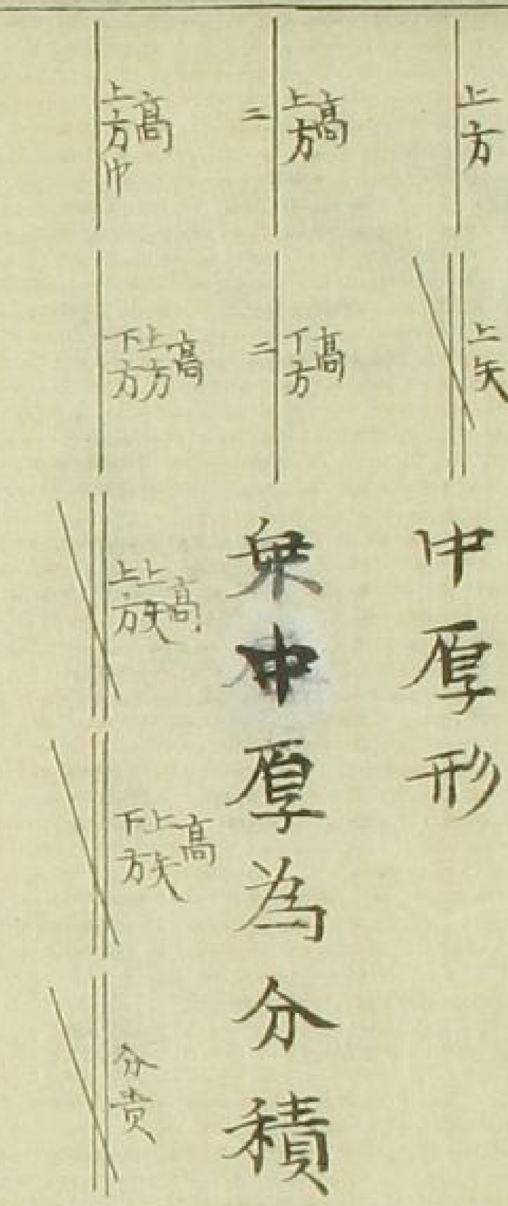






求中厚解不及

求上矢解



中厚形

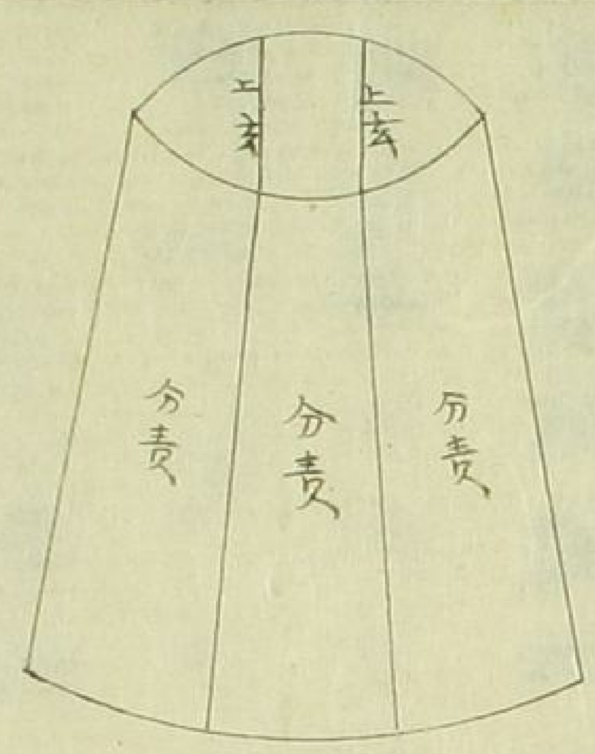
巣中厚為分積倍之與分積二段相消

求下矢解

中厚形

巣中厚為分積倍之與分積二段相消

今有円臺上径四寸下径八寸高九寸積等三分之問上
下矢及上下中径玄若干



答曰
上矢一寸三分九厘余　下矢二寸八分五餘
上弦三寸八歩〇九毫餘
下弦七寸六分六厘二毫餘
上中径一寸二分二　下中径二寸三

円法七五　弧積法三

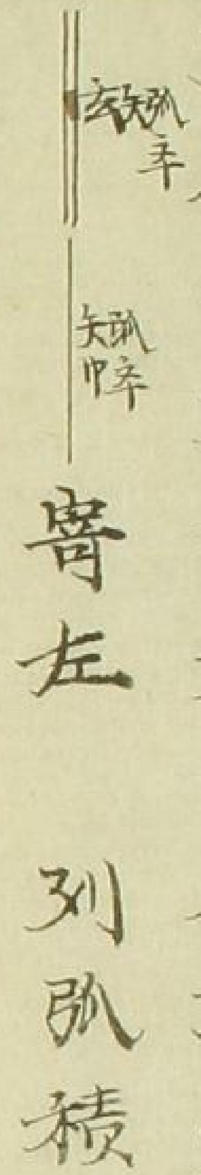
術曰列下径自之巣円法得四十八歩三除之得十六歩
為下弧積　列上径自之巣円法得二十二歩三除之得
四歩為上弧積　依下弧積求下弦下矢　依上弧積求

上弦上矢　依上下矢求上下中径各合問

解義

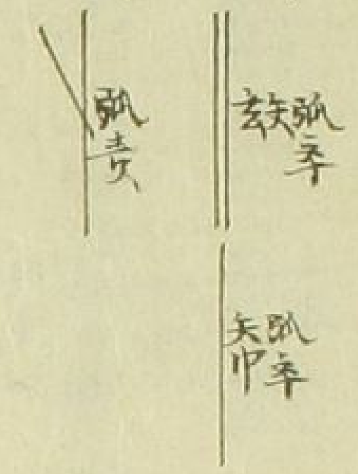
弧積為有物求弧積術起之

弦倍之加矢乗天得数乗弧積法為弧積得式

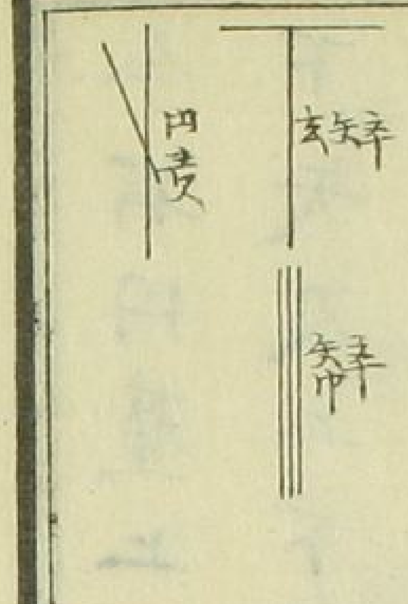


寄左　列弧積相消

得式



弧積者円積三分之一也故三之変之



左右分之

右

左　掛之

依矢雖有弦巾弦無之故左右各自之得弦巾為定式

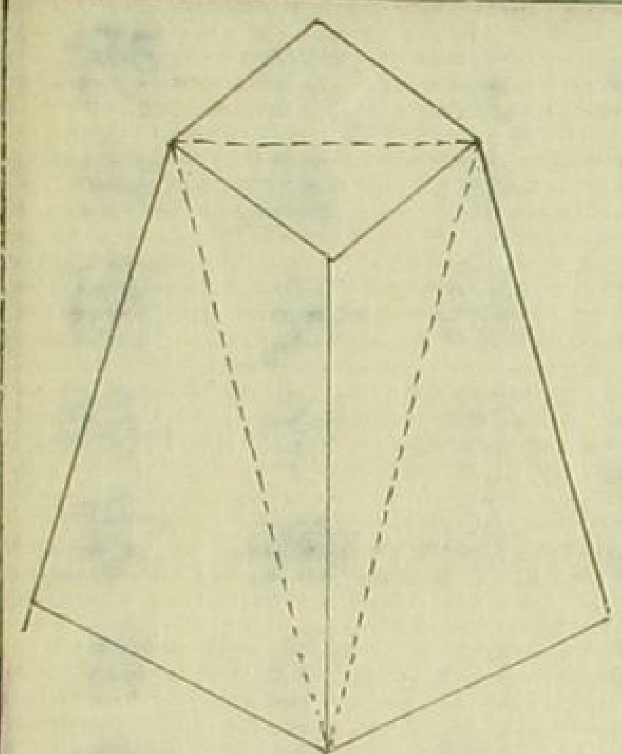
定式

以此意下径為円至以下弧責術之得下矢及下弦也

今有方臺上方六寸下方八寸高九寸

如圖截之間半方錐積若干

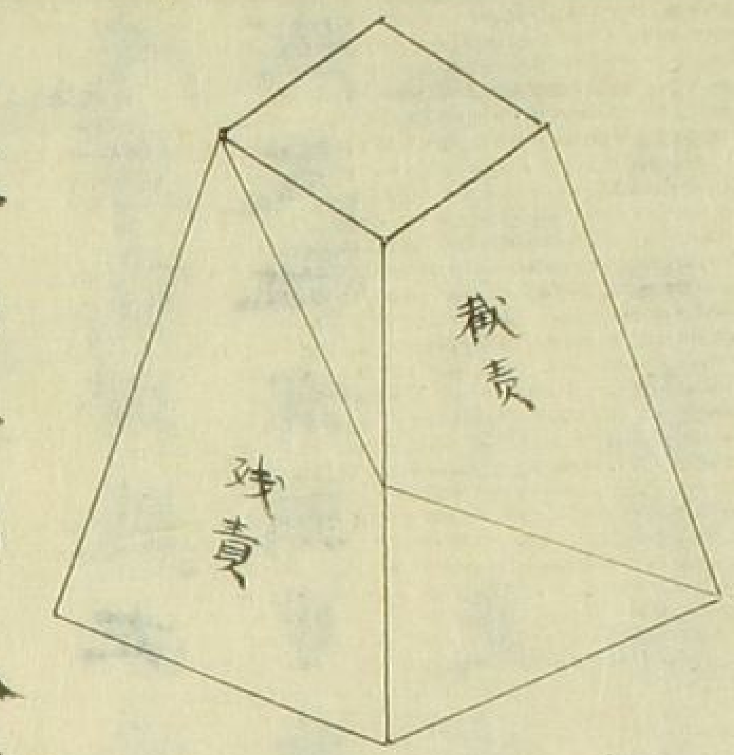
答曰半方錐積五十四寸



術曰列上方自乗以高相乗六除之為半方錐積合問
不及干解乃此術為次術記之

今有方臺上方六寸下方九寸高五寸如図従左上角到
右下角斜截之問截積若干

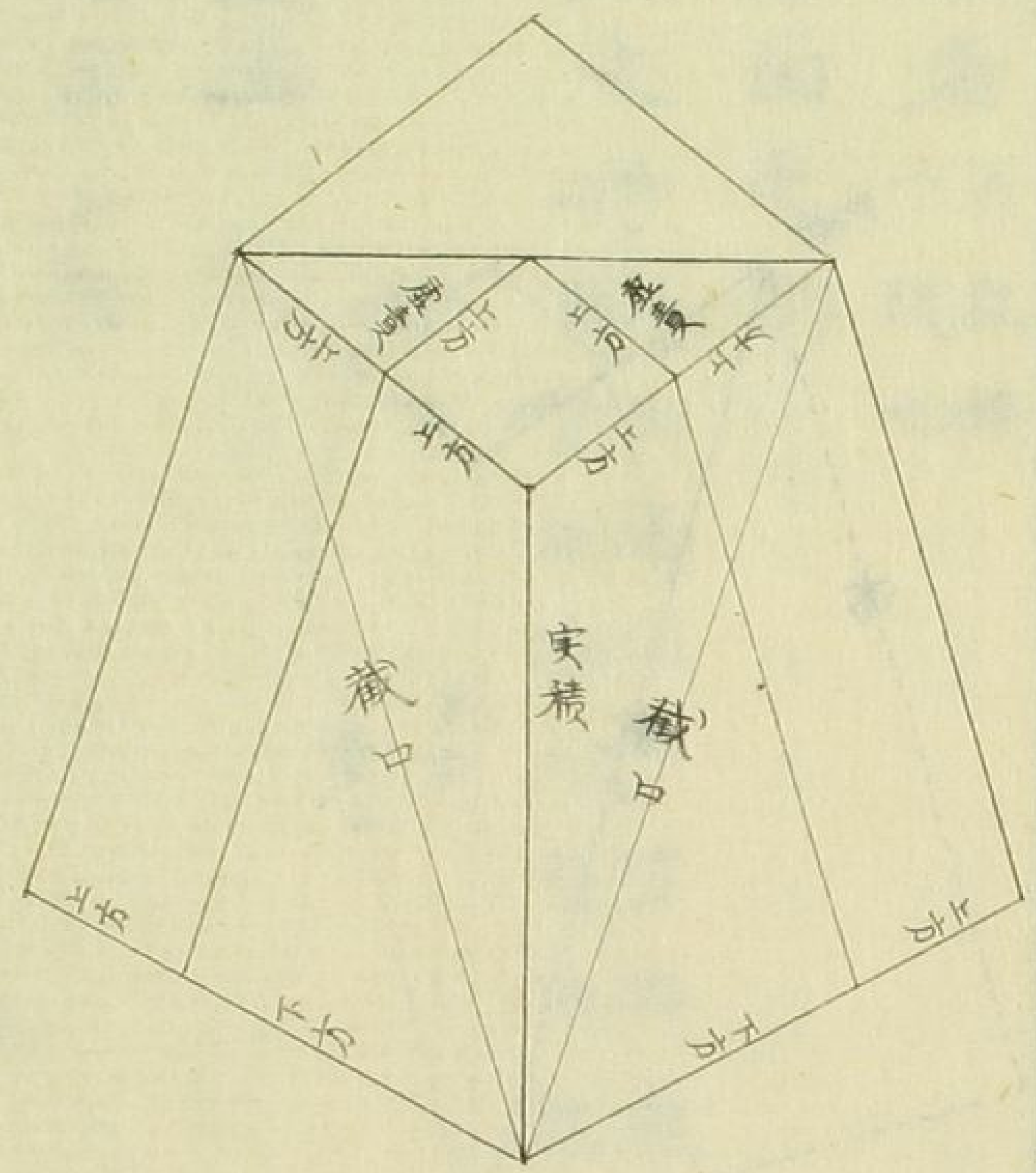
答曰



術曰列下方倍之加上方得数以上方
乗之以高相乗為実　列從上下方
以錐法三相乗得数為法実如法而一得上截積合問

解義

大方臺
之圖



求大方臺積従其方斜到下角截之得大半方錐積為虚
実共積寄位　別求小半方錐積倍之以截寄位止餘即
截積也
大方臺積者

上方
大上方之形

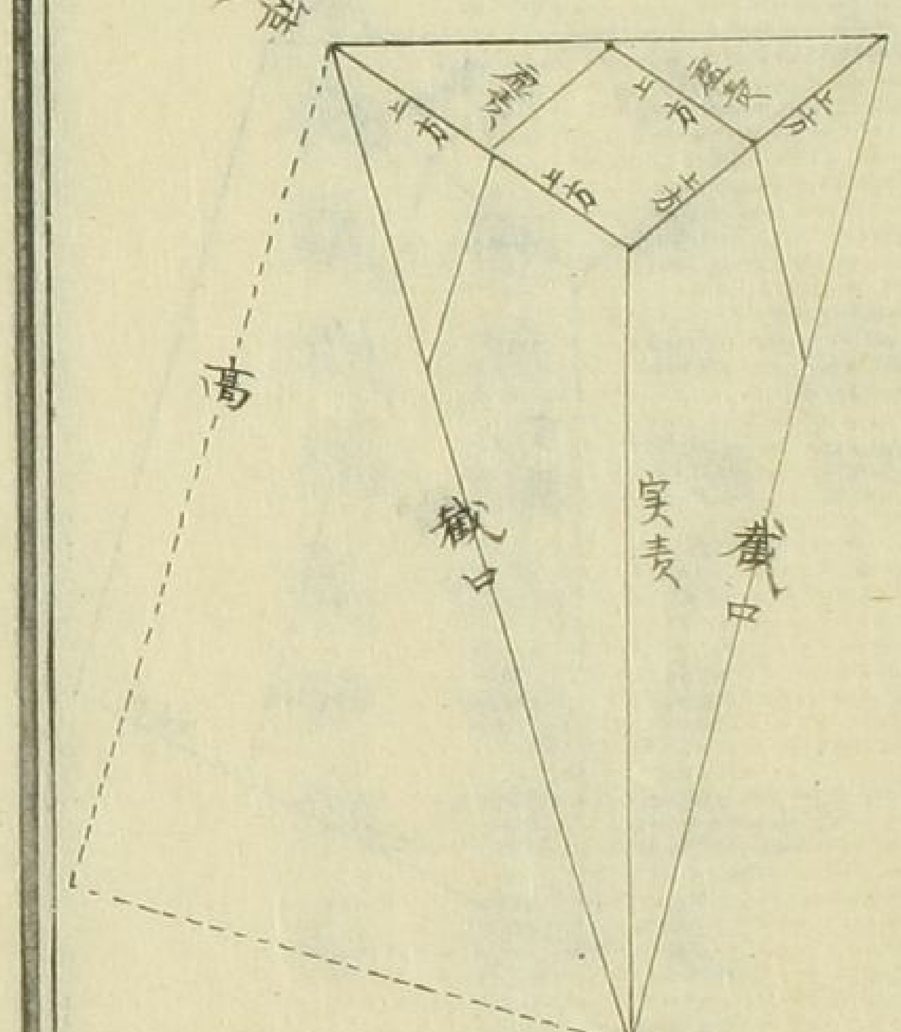
上方 下方
大下方形

高
大高乃臺高直大高用之

大半方錐者

上方
錐方面之形

大高
錐竪也



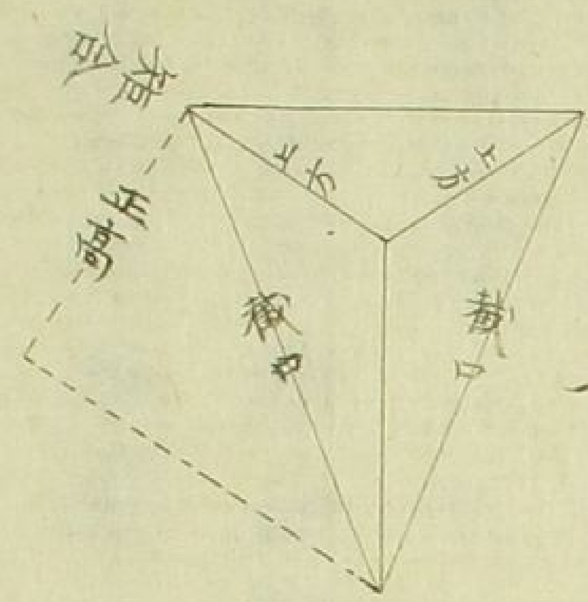
大半方錐之図

小半方錐者乃盈積一段也

上方
錐方面之形

高 上方
上下方和
錐竪之形故列高因上方得数以上下方和除之得錐竪也

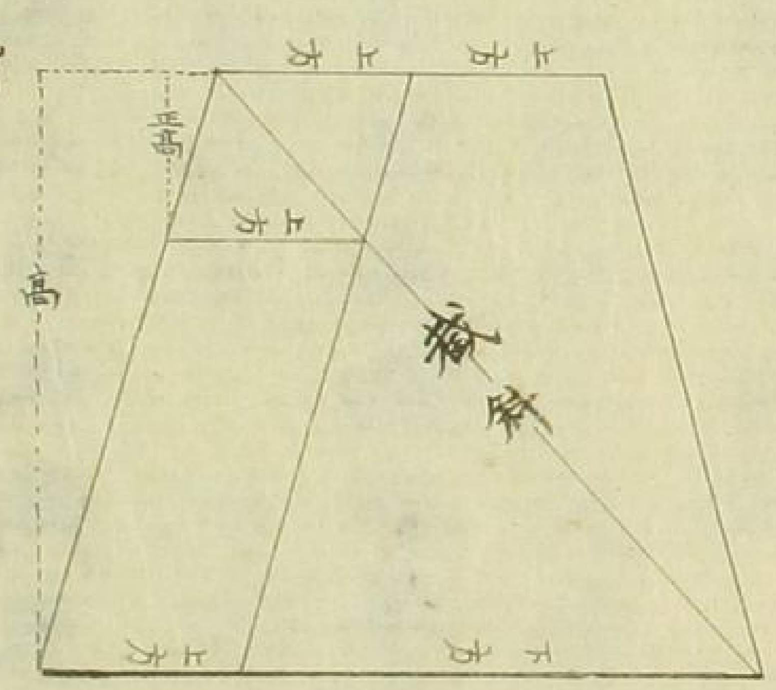
小半方錐図



依之

上方
正高

上下方和
高



大方臺一面之圖

於是以點竄得之

列大方面 上方 自之乘高六除之為大半方錐積得 三 上方巾高

名甲

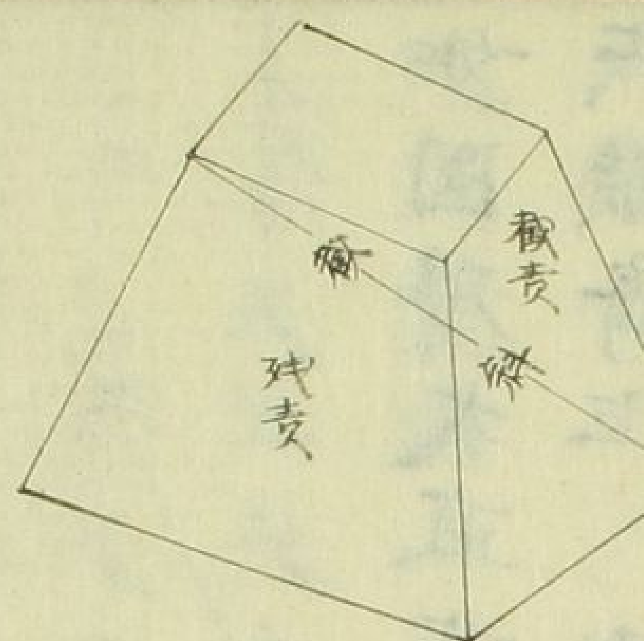
列上方自之乘小錐竪三除之為小半方錐積 是則大右虚責也

得 三 上下方末 上方再高

以之減甲餘為截積得 三 上方巾高 三 上下方末 上方再高

以上下方和三段相乘之正負分之得 上下方巾高 上方巾 上方再高

即 截責 上下方和



今有直臺上積六寸上長一尺下横九寸下長一尺五寸高一尺二寸如圖從左上角到右下角斜截之問截積若干

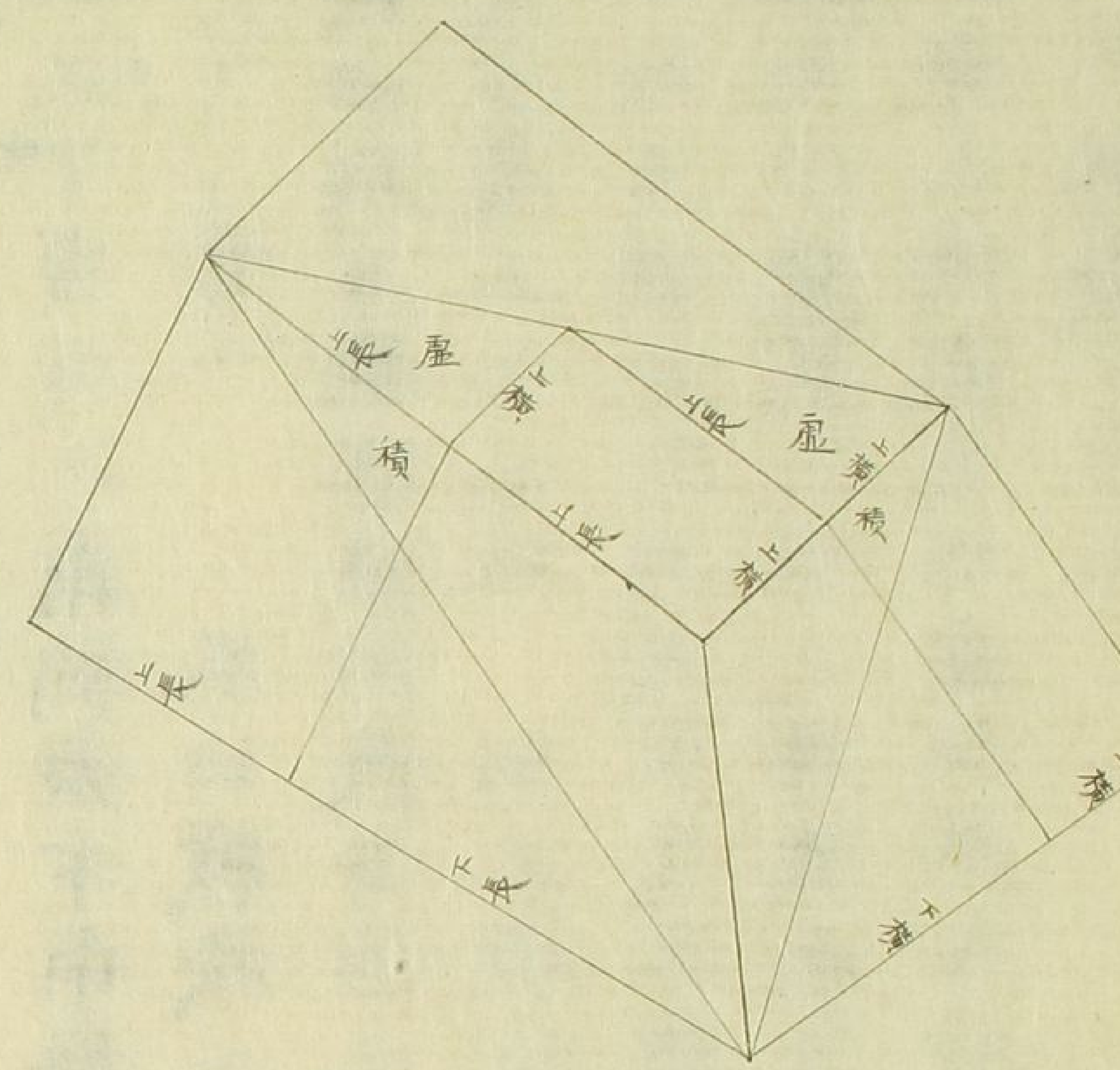
答曰截積二百八十四寸

術曰列上横畀乘上長畀倍之甲位 列上横畀乘上長及下長三之乙位 列上横乘上長畀及下横三之丙位

〇列上横乘上長及下長下横四之下位 甲乙丙丁四位相併乘高六除之得數為実 列上下横和以上下長和乘之得數為法実如法而一得截責合問

解義

如図得大直臺從上角到下角截之得大半直錐為虛実共積寄位　別得左右小半直錐積以之減寄位餘則截



大直臺之圖

上横也

大直臺者

上長　大上長之形

上横　下横　大下横之形

上横　大上横之形

下長　上長　大下長之形

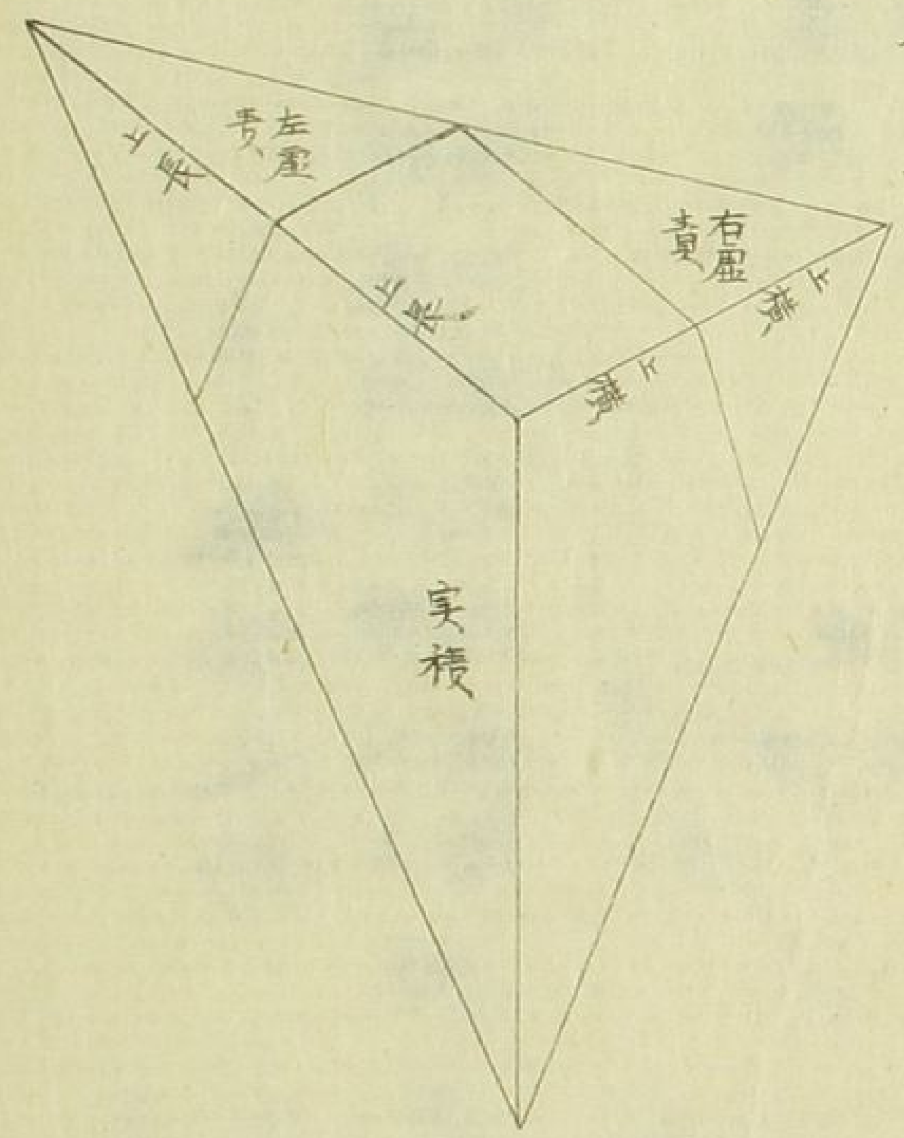
大半直錐者

高　大高之形　乃高者其假用之

大上横　錐厚之形

大上長　錐幅之形

大高　錐堅之形



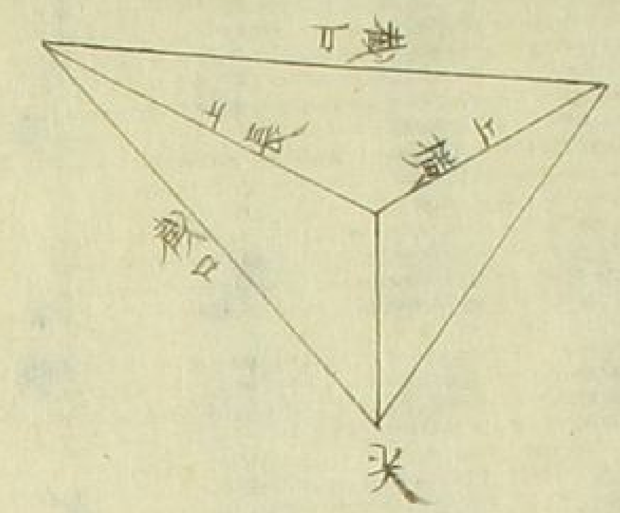
大半直錐之図

右小牟直錐者

上横 錐厚之形

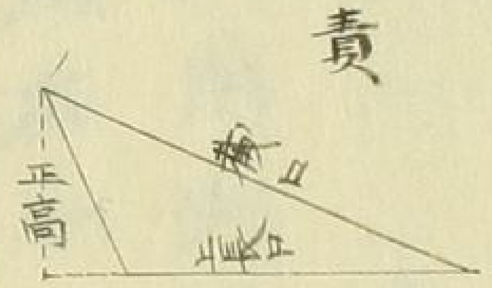
高上横 上下横末 錐堅之形故列高因上横以上下横和除之為錐堅

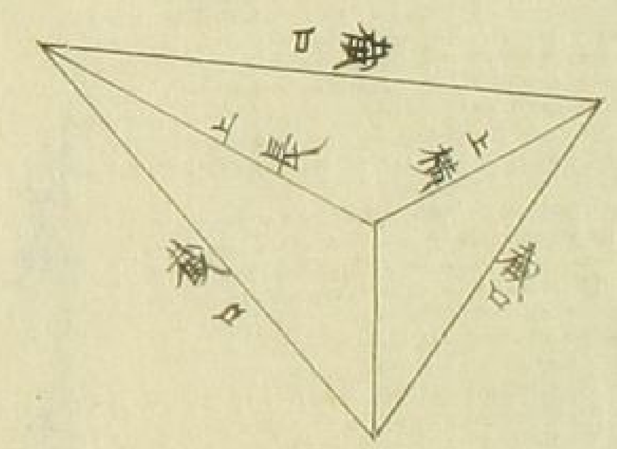
上長 錐幅之形



右虚積之形

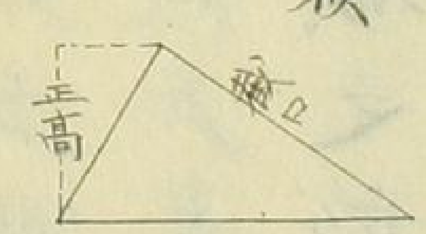
右責





左虚積之形

左積



平積為下尖為上視之得錐堅

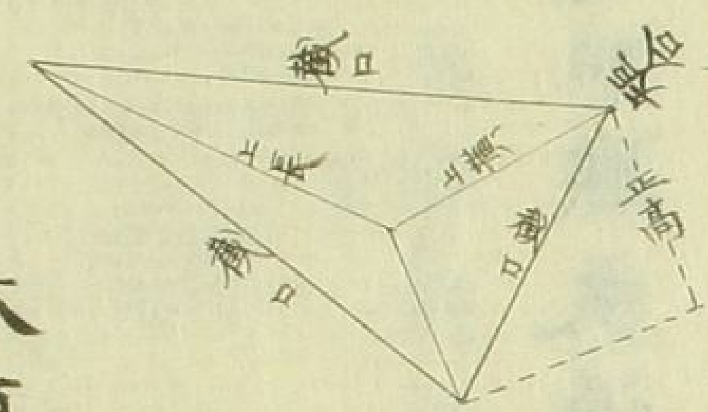
麥未記之

左右小牟直錐者

上横 錐厚之形

高上横 上下横末 右錐堅之形

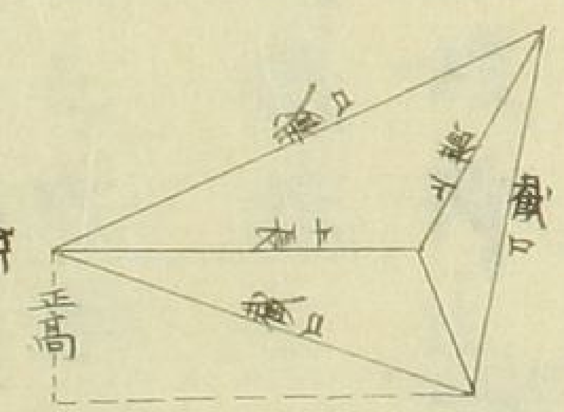
右虚責之形



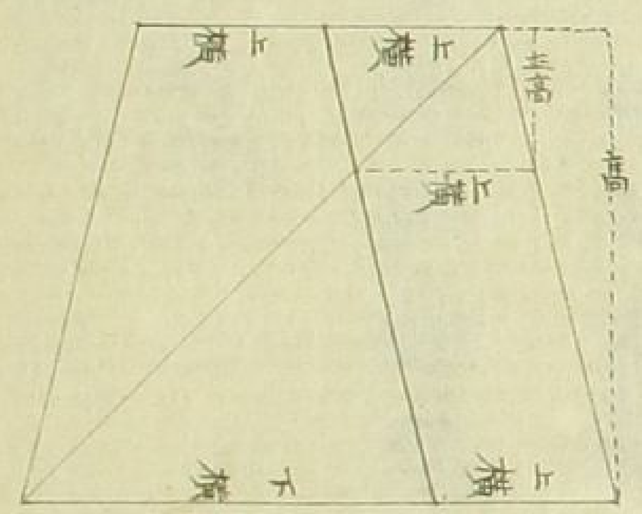
上長 錐幅之形

高上長 上下長和 左錐堅之形

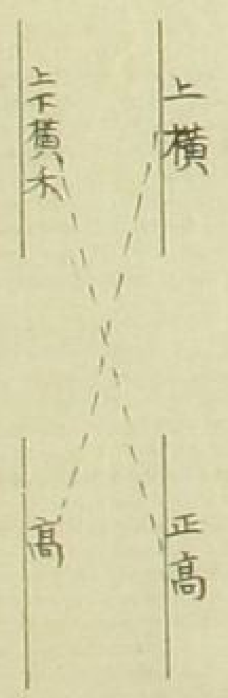
左虚責之形



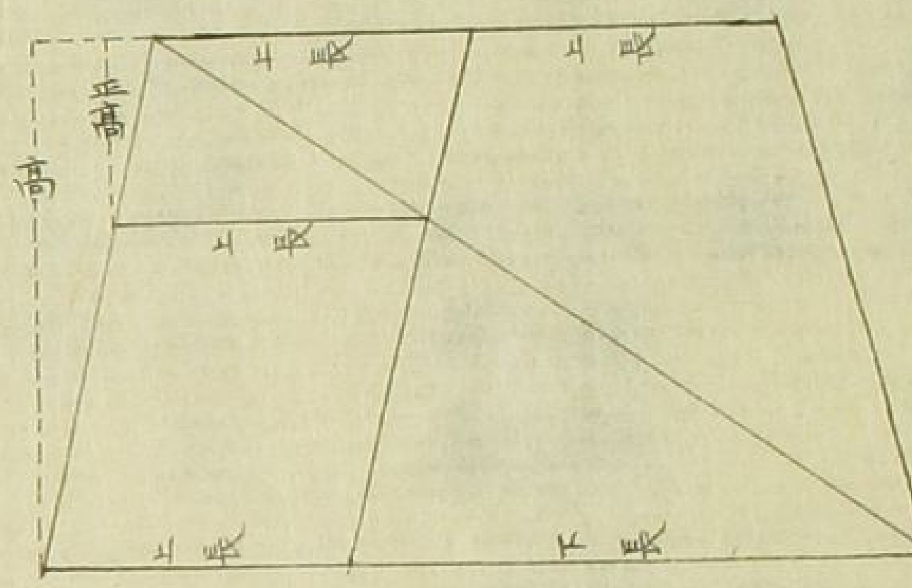
大直壔従横視図

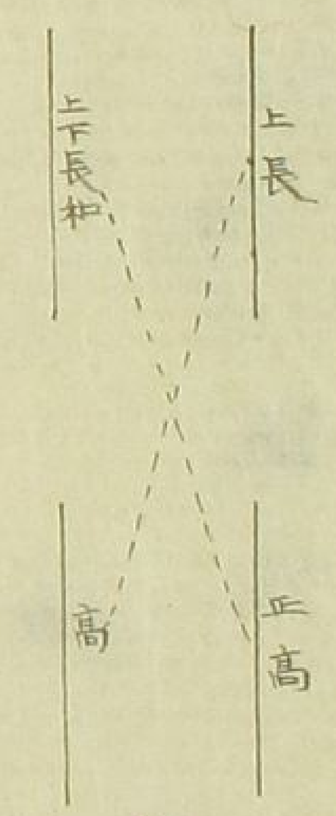


依之



大直臺從長視圖





左錐竪之觧

於是以點角得之

列大錐幅（上長）乘大錐厚及高六除之為大半直錐積（高 上横 上長 三）

列小錐幅（上長）乘小錐高（上横 上長）角位

右錐竪之形（高 上横 上下横和）者（上下横和 錐竪）

左錐竪之形（高 上長 上下長和）者（上下長和 錐竪）

各以圖可考

列角位乘右竪六除之為右半直錐積（高 上横巾 上長 上下横和 六）

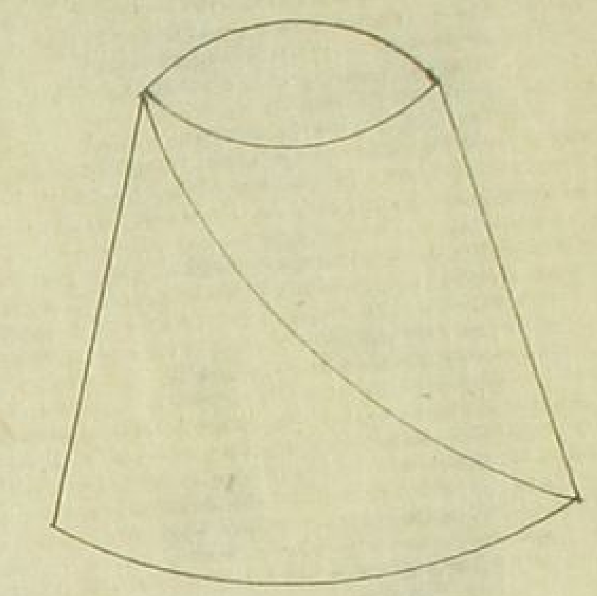
列角位乘左竪六除之為右半直錐積得（高 上横 上長巾 上下長和 六）

列大半直錐積內減左右虛積餘為截積（高 上横 上長 三）（高 上横巾 上長 上下横和 六）（高 上横 上長巾 上下長和 六）（八）（截積）

乃從殘責求之術者以此式

減直臺惣責止餘可為招術

遍以上下横和及上下長和相乘之正負分之得六之（高 上横巾 上長巾）（高 上下横 上長巾）（高 上下長 上横巾）（高 上下横 上下長）（八）（上下長和 上下横和 截積）



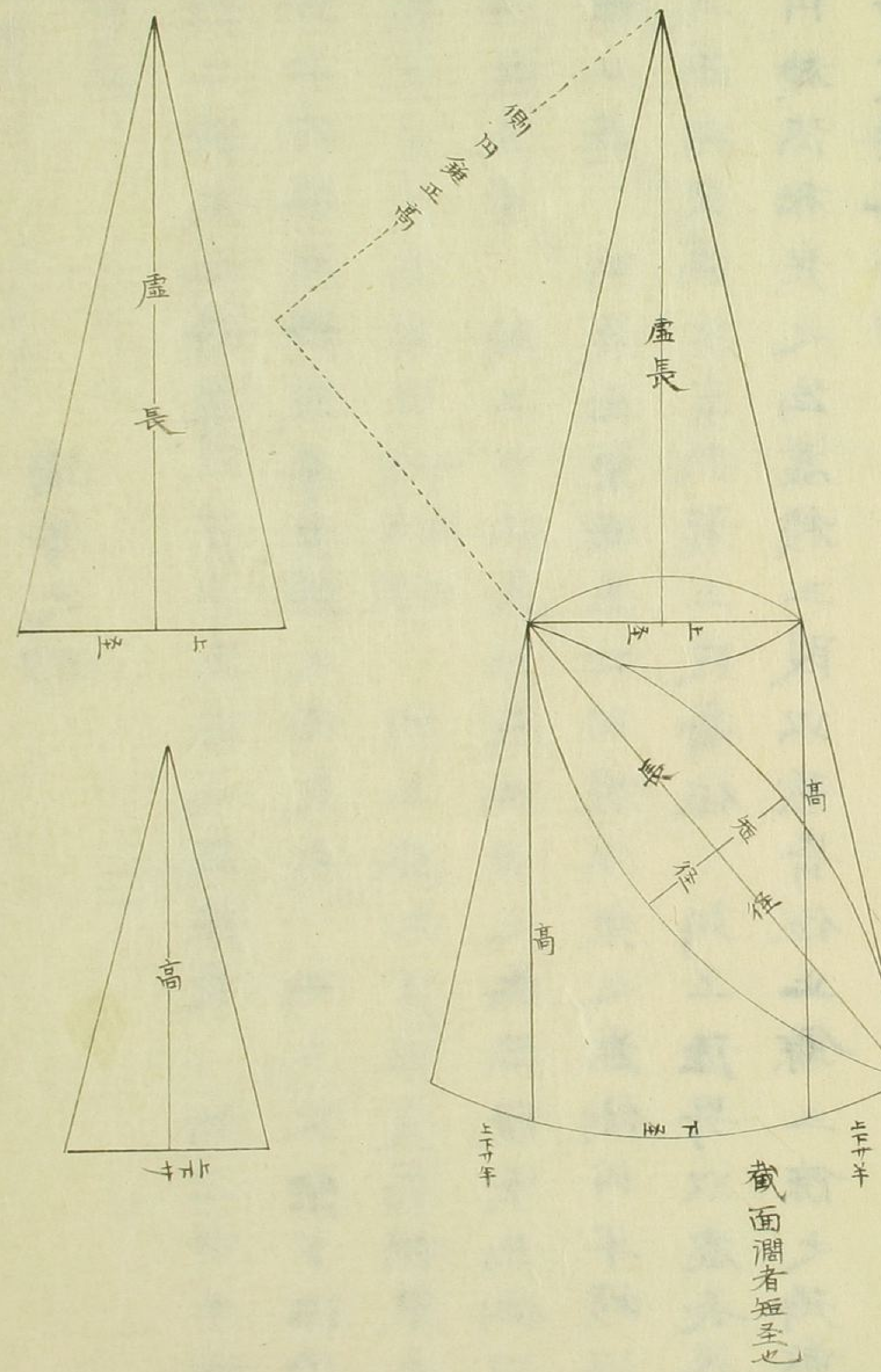
今有圖臺上径一尺下径二尺高一尺二寸只云從上径左角到下径右角斜截之問所截周及截積若干

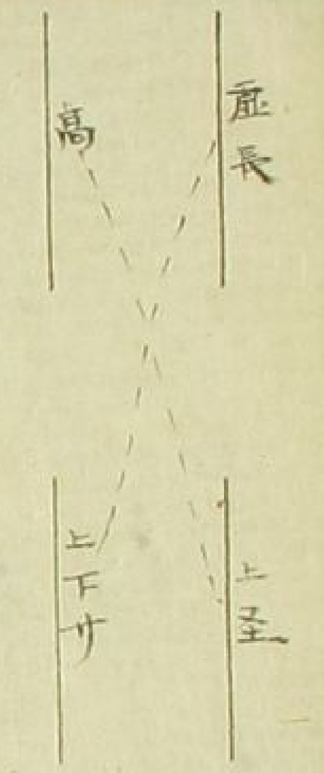
答曰

術曰別得截面濶是則短径也列下径以截面濶相乗内截上径冪餘以上径乗之得数以高及円積法乗之為実　列上下径差三之為法実如法而一得截積

得截周術別得長径為側円長径以截面濶為側円短径而求側円周為截周

解義

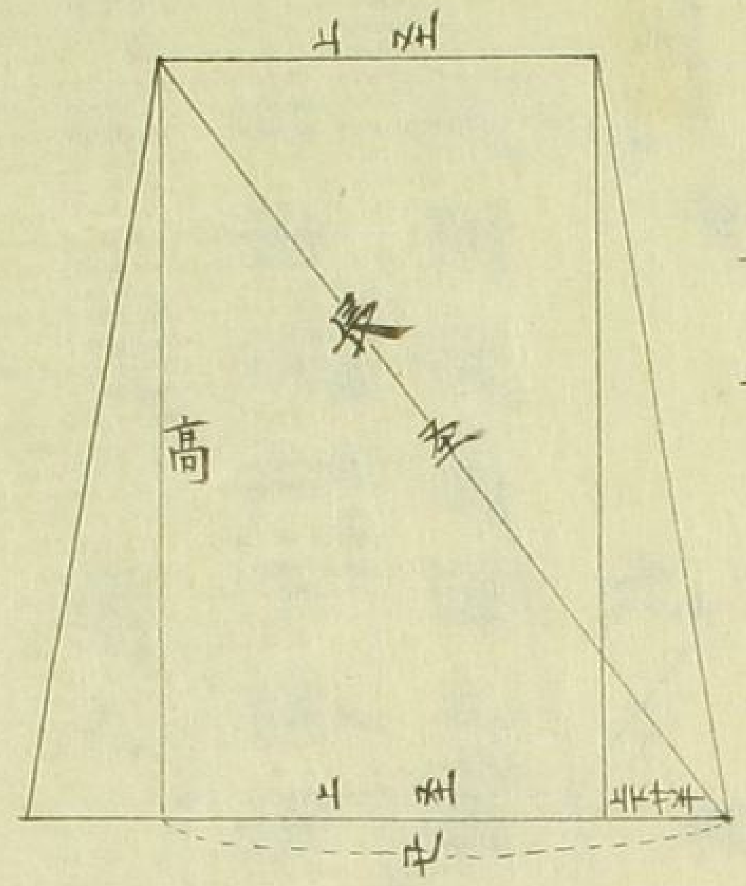




適等之形

列上径乗高得數以下上差除之為虚長　列上下半径和冪加高巾得數平方開之為長至　列上至乗下径得數開平方為短径是則截面濶也　列上径以下径及高相乗之得數為実　列上下径差以長径乗之為法除実為側円錐正高　列長至乗短至以円積法乗之為側円平積以正高相乗為虚実共積三段寄位　列上径冪以虚長及円積法相乗之為虚積三段以減寄位止餘三除之得數即截積也

得長径解



高巾
乇巾
八
長至

上至
二　上下サ

変之

二　上至
二　下至
八
乇

得短径解

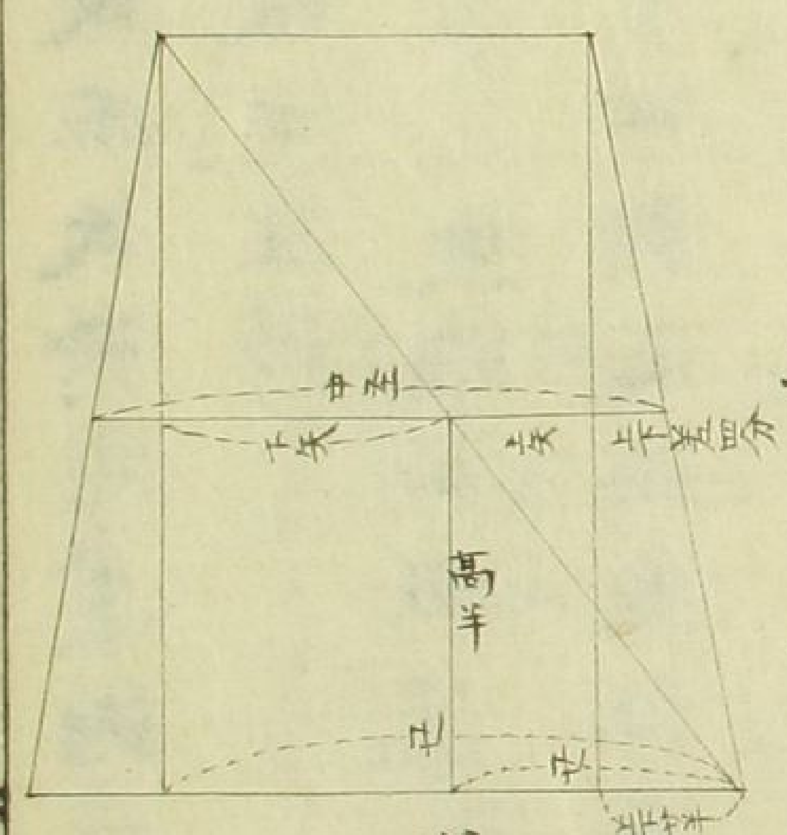
乇
上至
二　上下差

又

中至

倍之

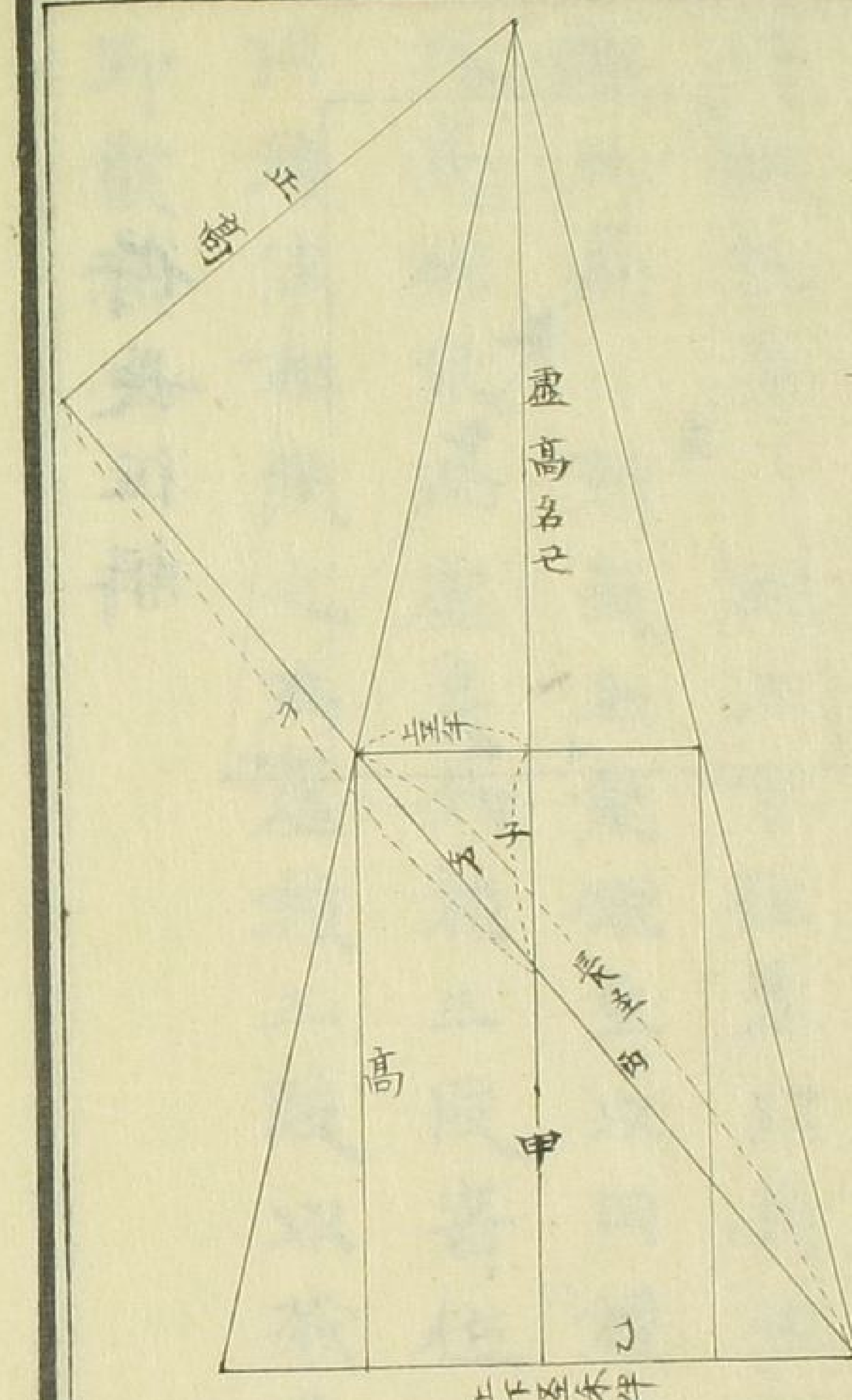
上
下
八
乇
乙



中至之形

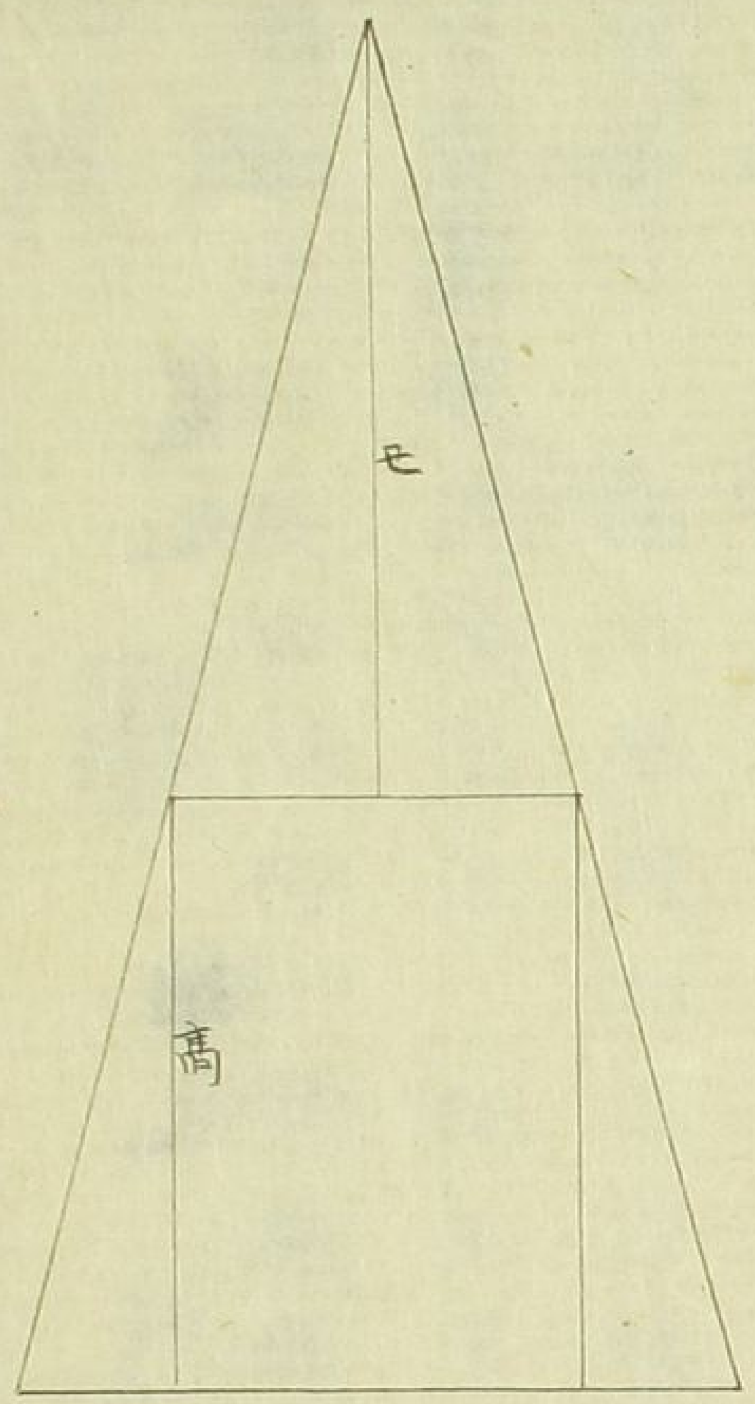
二　上
二　下

下矢 八 乜二 上下千 四
四之為四段下矢得 下丑 丙
列甲 上二 下二 四之為四段中径得 上 下 丁
列丁以減丙為四段上矢 上 巣丙 四段下 矢也 為四段玄冪
則側円短巫冪四段也 上下 四約之為短径冪 上下 、
得円錐正高之解



十 正高 子巳木
高 上下至和 二 長至
子 上至半 卯

高 上至半 八 上下至和半 子
角
上下至木半 乜
九 相併得 上下至木半 子巳木 弖
故列併高因上径半段共巳因上下径和半段得數子
乜和因上下径和半段也名弖
列弖 上下至木半 子乜木 変之 正高 長至 変弖位



高 上至 八 上下至廿 巳
故
高 上至 上下至和半 八 上下至木半 上下至廿 巳
名房

列上径半因高巣上下径差為上下径差因角位
上下冪半 高 上至半

加入房位為上下径差因氏位

(イ) 上下径サ 上径高半

変之 上下径サ 上下平未半 子壬未

拈之 上下径サ 也

変之 上下径サ 長径 正高

(ロ) 上下径未半 上径高

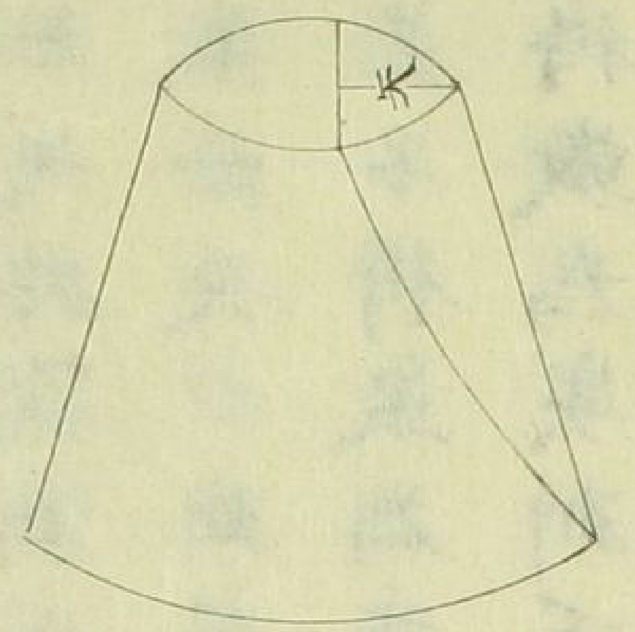
(イ)(ロ) 変之

(イ) 上径 上径高半 下径 上径高半

(ロ) 上径 上径高半 上径 下径高半

正負相截得 下径 上径高半 上径 下径高半 変之 下径 上径高 二 上径 下径高 拈之 高 下径 上径

故 高 下径 上径 為実 上下径サ 長径 為法而一得正高



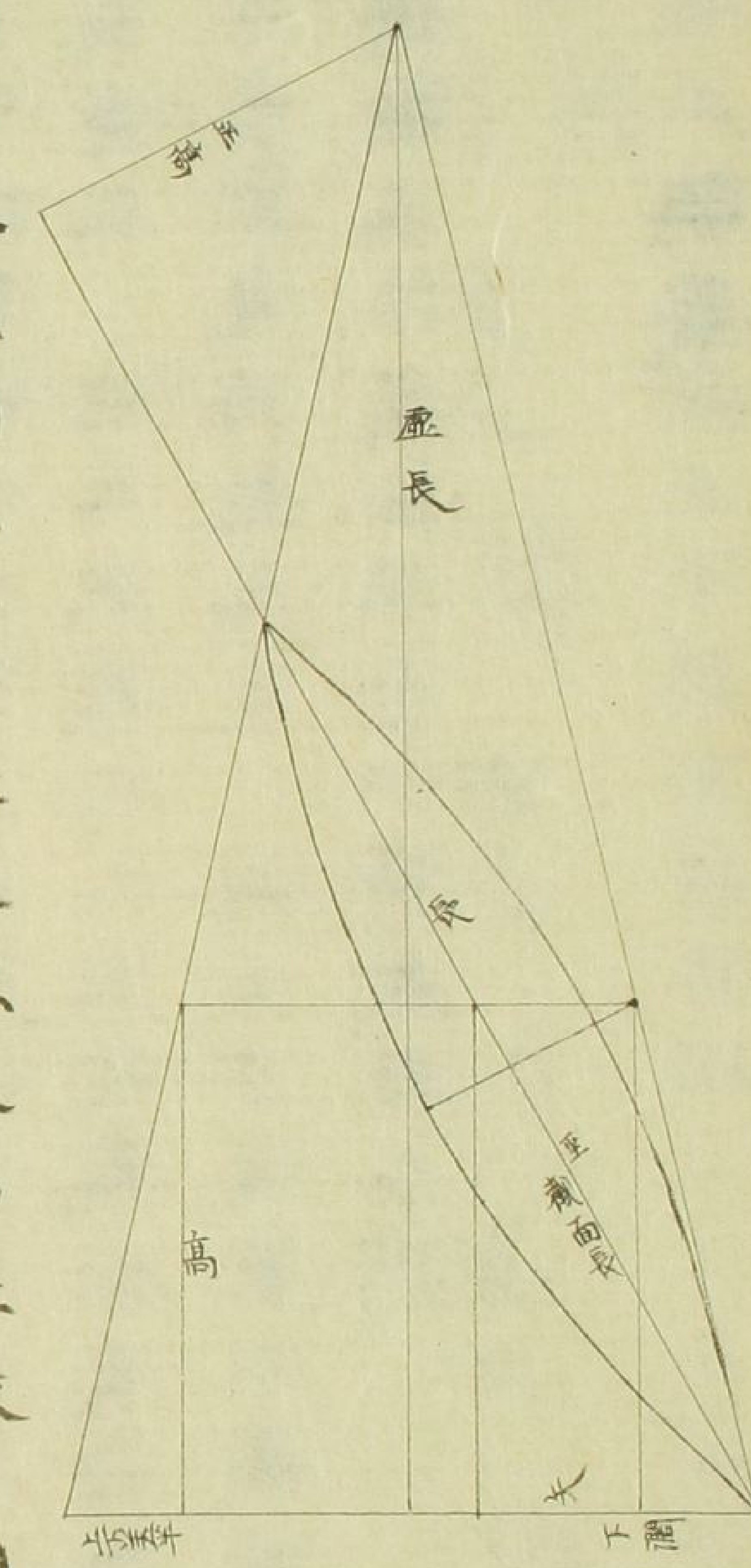
今有円臺上径一尺下径一尺五寸高六寸矢二寸従上径至下径右旁斜截之問截積

答曰截積二十九寸三分六六六四

術曰別得截面長上弧背側円欠積列側円欠積以下径及矢相乗之得数寄位列上弧積以上径及截面長得内截寄位正餘以高相乗得数為実列上下径差以截面長相乗三之得数為法実如法而一得截積合問

解義

列上径乗高以上下径差除之為虚長　列上下径差半
加矢得数為下濶　列下濶冪加高冪得数平方開之為
截面長　列下径乗截面長得数為実列下濶加上下径
差半得数為法除之為側円長径　列下径冪以矢乗之
得数為実列下濶加上下差半為法以除実得数開平方



為側円短径　列下径以矢及高相乗得数為実列截面
長以上下径差乗之為法実如法而一為錐正高　列截
面長以短径乗之得数以長径除之為欠矢　列短径為
円径依術得弧積乗長径以短径除之得側円欠積　列
側円欠積以錐正高相乗為虚実共積三段寄位　列上
弧積以虚長乗之得数為虚積三段以之減寄位餘三約
之得数即截積也

解圖記左

三斜適等圖

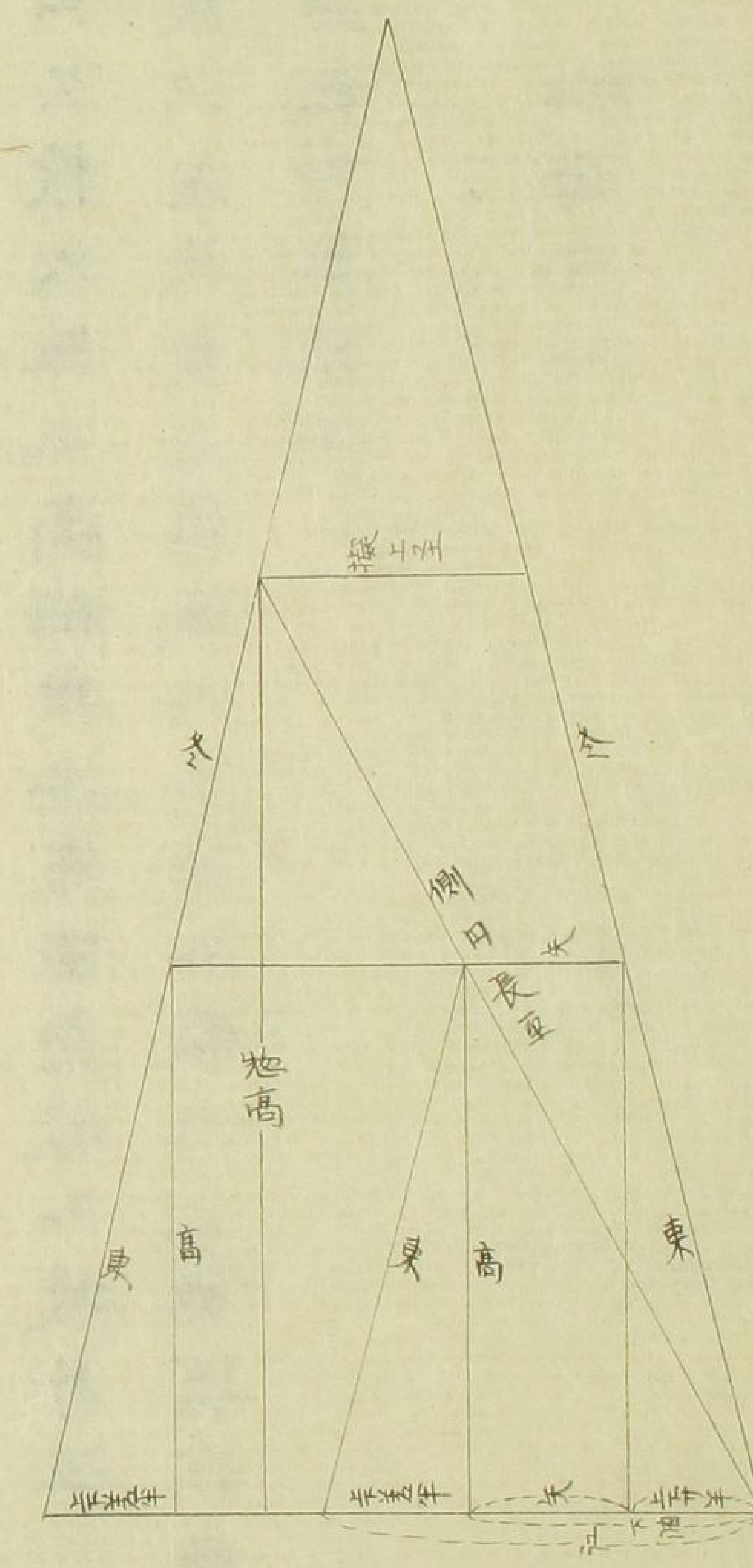
小斜擬	冬	東
中斜擬	長径	截面長
大斜擬	下径	江

得長径之解

故

下濶 二 上下至差 江形

長江至 八 截面長下至



梯形適等圖

大頭擬	下径	江
小頭擬	假上径	矢
玄擬	冬	東

故

下矢至巾 八 假上至 下江径

下闊 假上至 下至 江變之

上下至差半 假上至 下至

下闊 短至巾 變之

上下至差半 短至巾

括之

下闊上下差半來 短至巾 八 下矢至巾

上下至 八 短至巾

也

得正高之解

推前條可知之也

截面長 高至

惣高之形名甲

惣高 矢 高

假上径之形名乙

平至

名丙

惣高

假上径下径差之形名丁

高 截長 下濶

惣高 長至 又

假上至 惣高 下至

矢 高 江

勾股玄適等之形

梯形適等之形

惣高 假上下至サ

高 上下至サ

圭形適等之形

甲乙丙相乘為実丁長径相乘為法而一為正高乃此術前條等

故畧之

下高至 惣矢高 高長至 截面長 高

実之形

長至 上下至サ 惣高 高

法之形

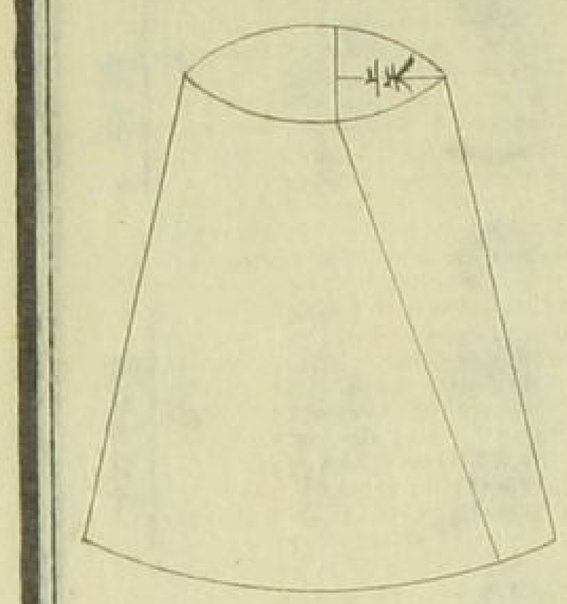
実如法而一視之

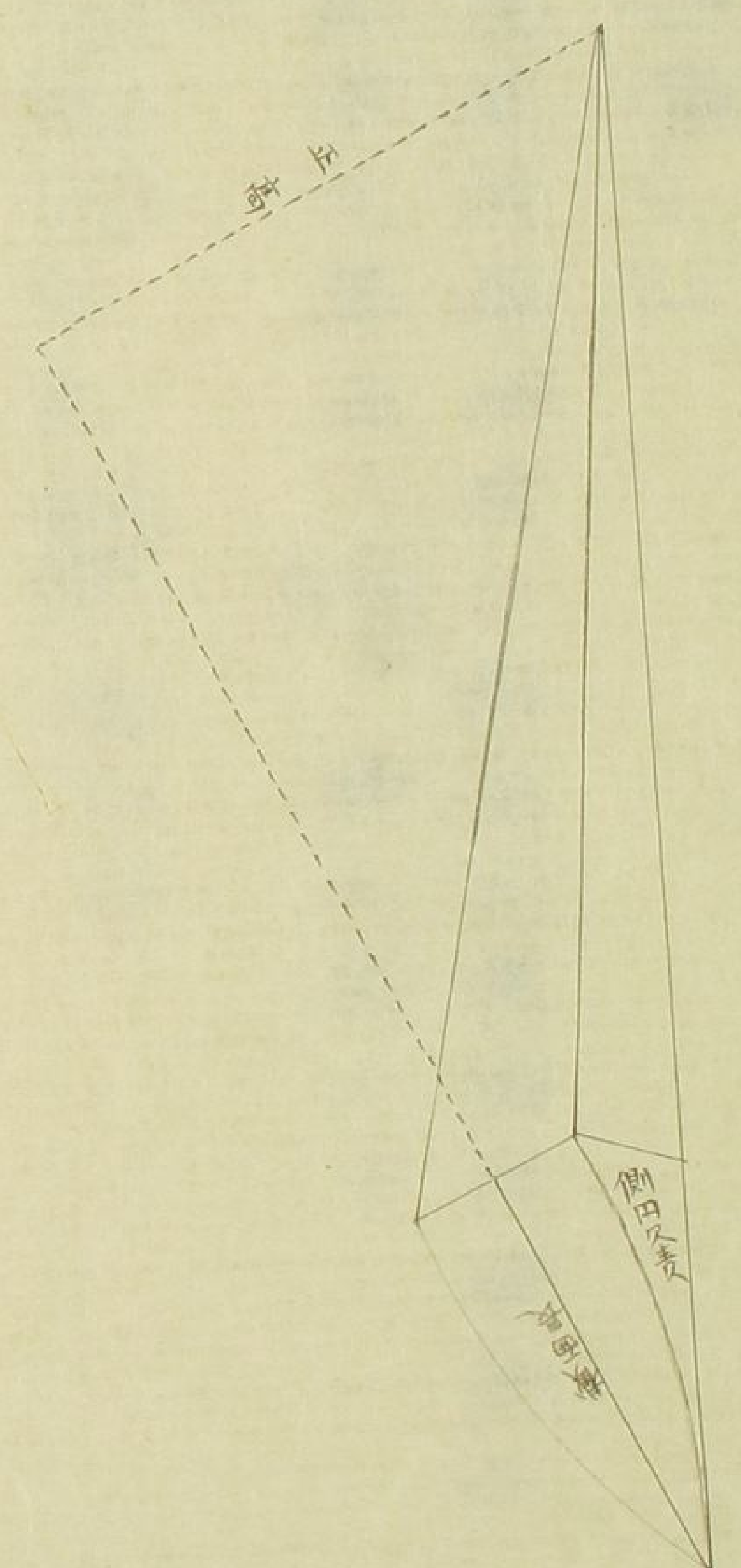
高至 下矢 截面長 上下至サ

錐正高之形

側円欠積乘正高三除之得數有即側円錐積也

如左圖





今有円臺上径若干下径若干高若干上矢若干下矢若干從上径至下径如図截之問截積

答曰得截積

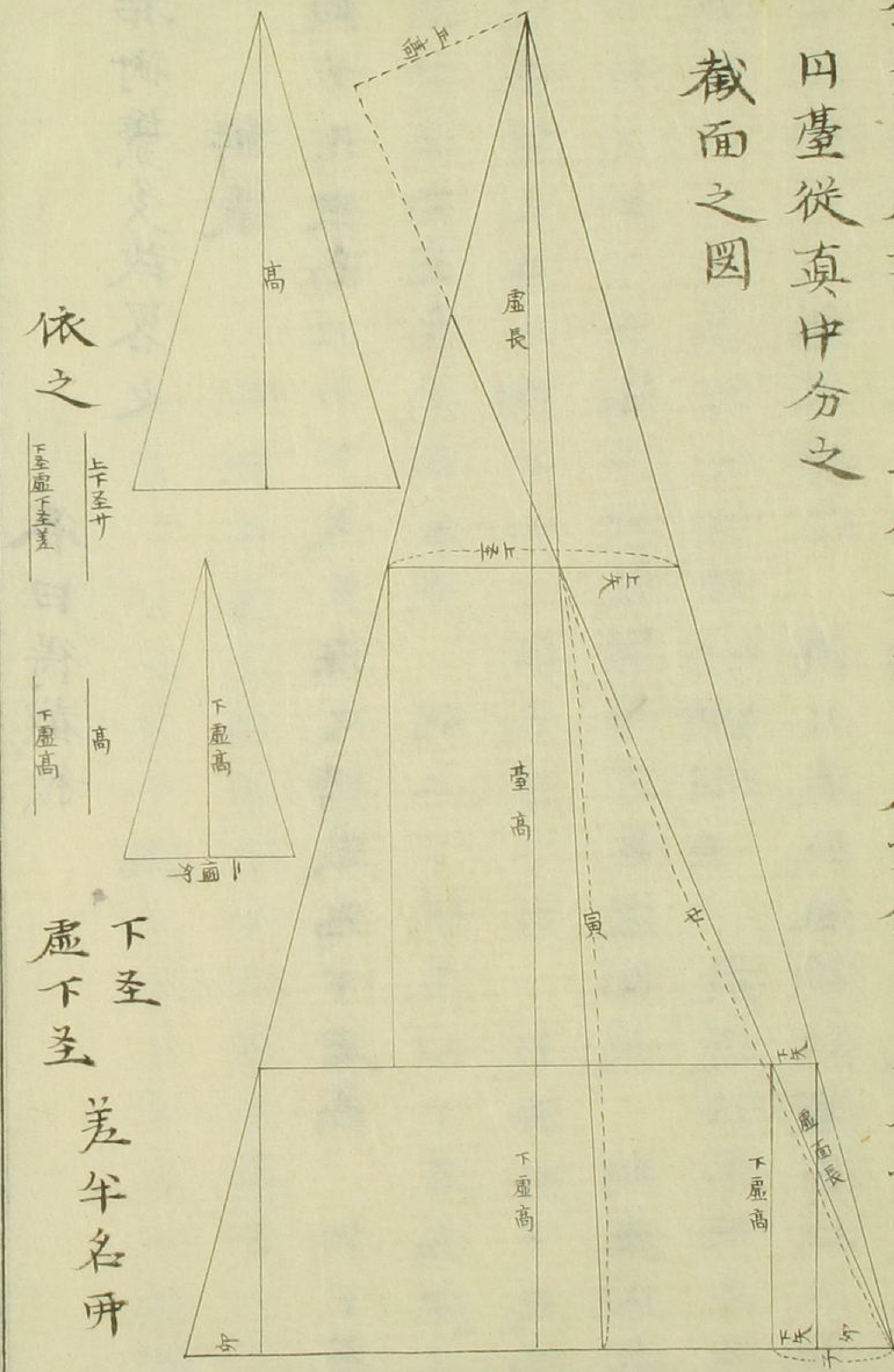
拈術繁多故畧之

解義

列下矢乗高以上下矢差除之得数為下虚高　列下虚高加高為虚実共高名寅　列上下径差以下虚高乗之以高除之為二個卯加下径為虚下径　列卯加下矢為子自之加下虚高乗得数開平方為虚面長　列虚面長乗寅以下虚高除之為巳乃側円錐欠矢也　於是如前條名求之得側円欠錐積寄位　得上虚弧錐積以截寄位止餘為虚実共積再位　列下側円欠錐積内減中虚弧錐積

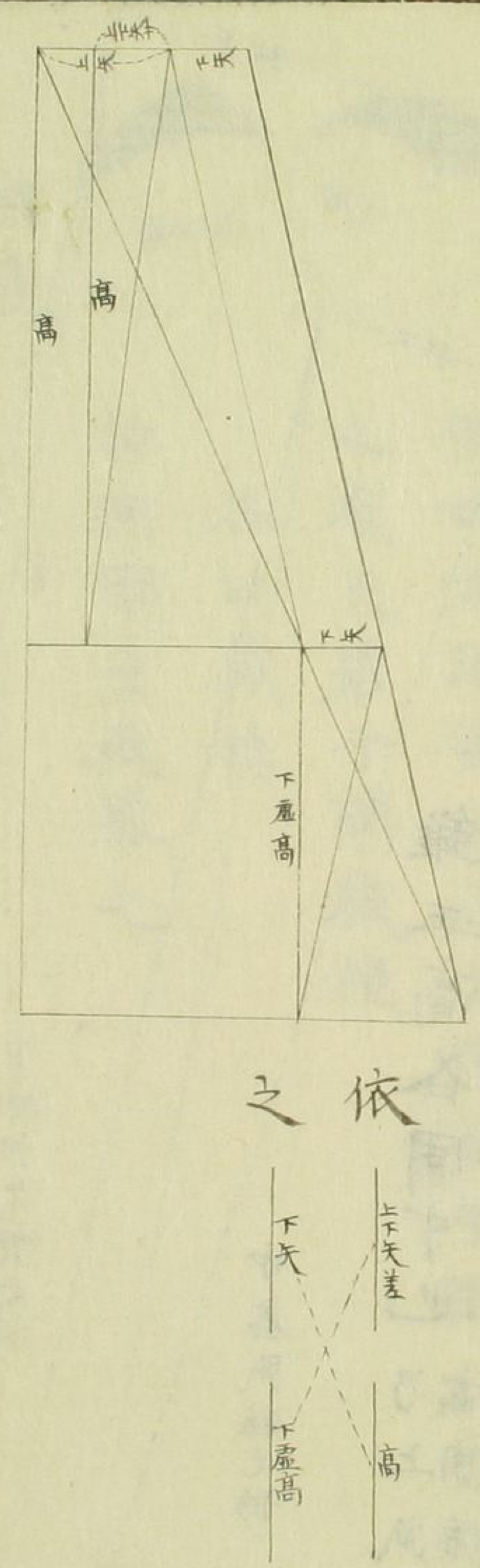
餘為下虚積　則再位内截下虚積餘卽為截積也

円臺従眞中分之截面之図

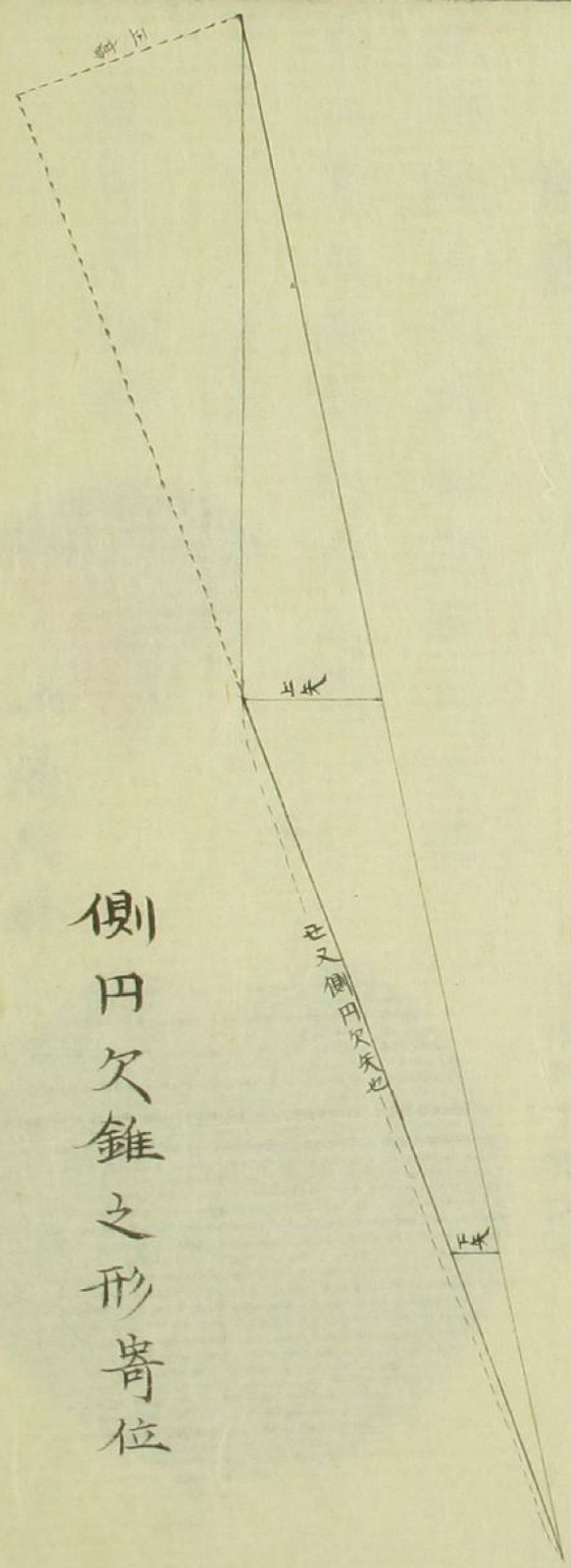


依之

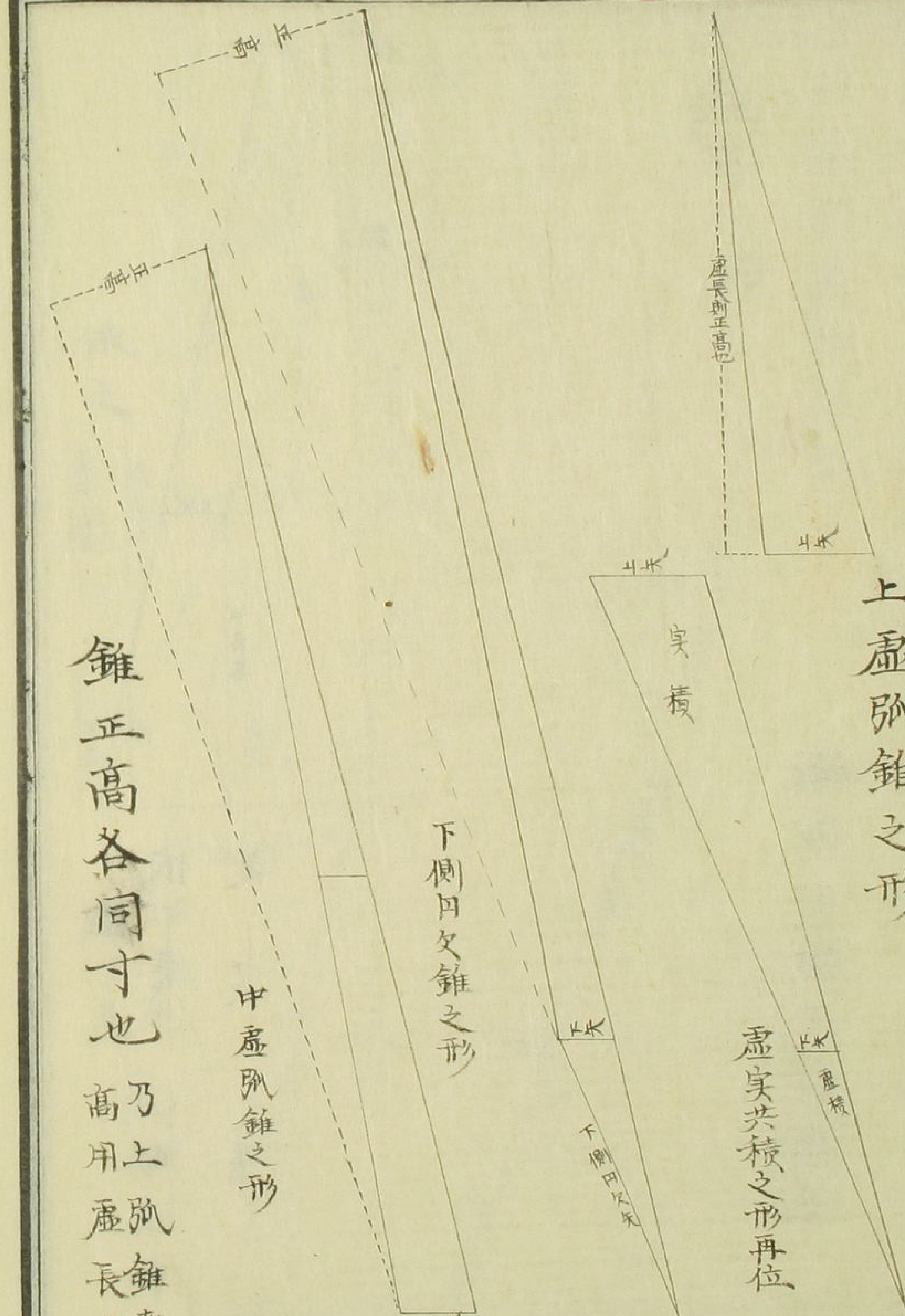
下径
虚下径
差半名冊



依之



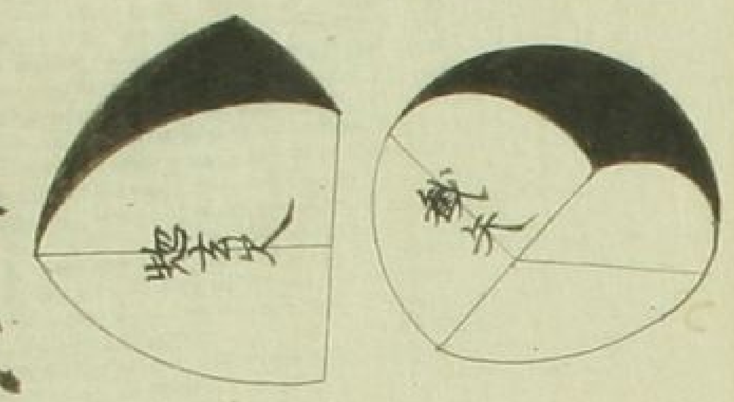
側円欠錐之形寄位



錐正高各同寸也

乃上弧錐者高用虚長也

假如有球缺矢若干弦若干従右旁如図截之截矢若干問截積



答曰截積

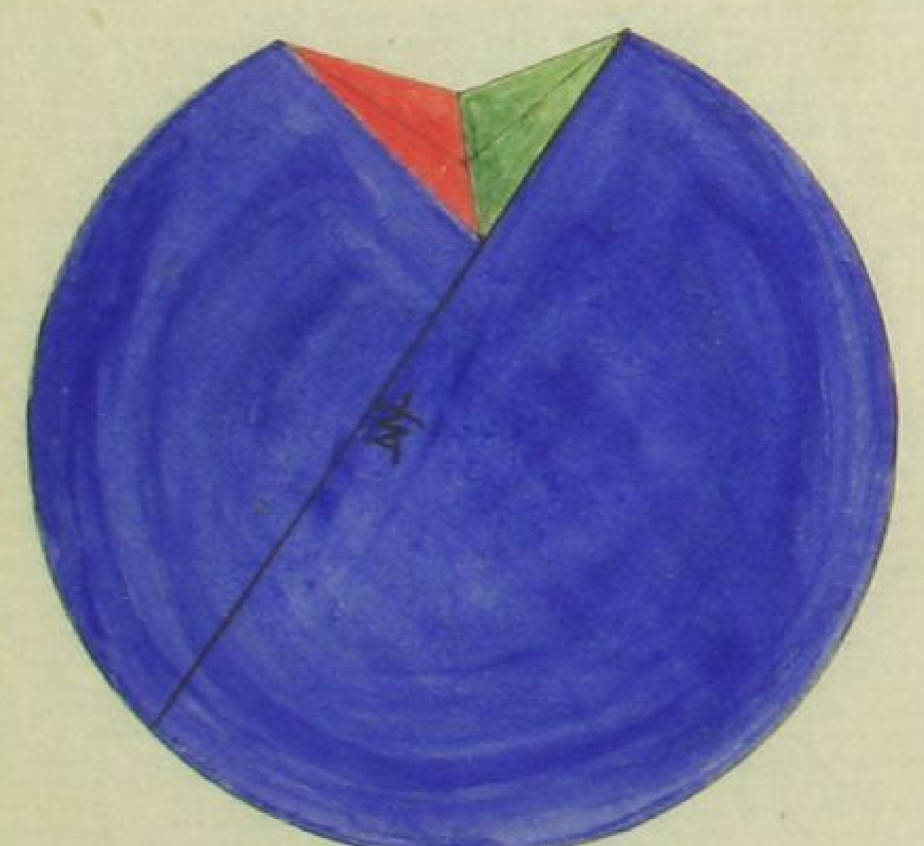
拾術繁多故畧之

解義

立円積之内得錐積則為平積

半玉貫為錐高引枝之形

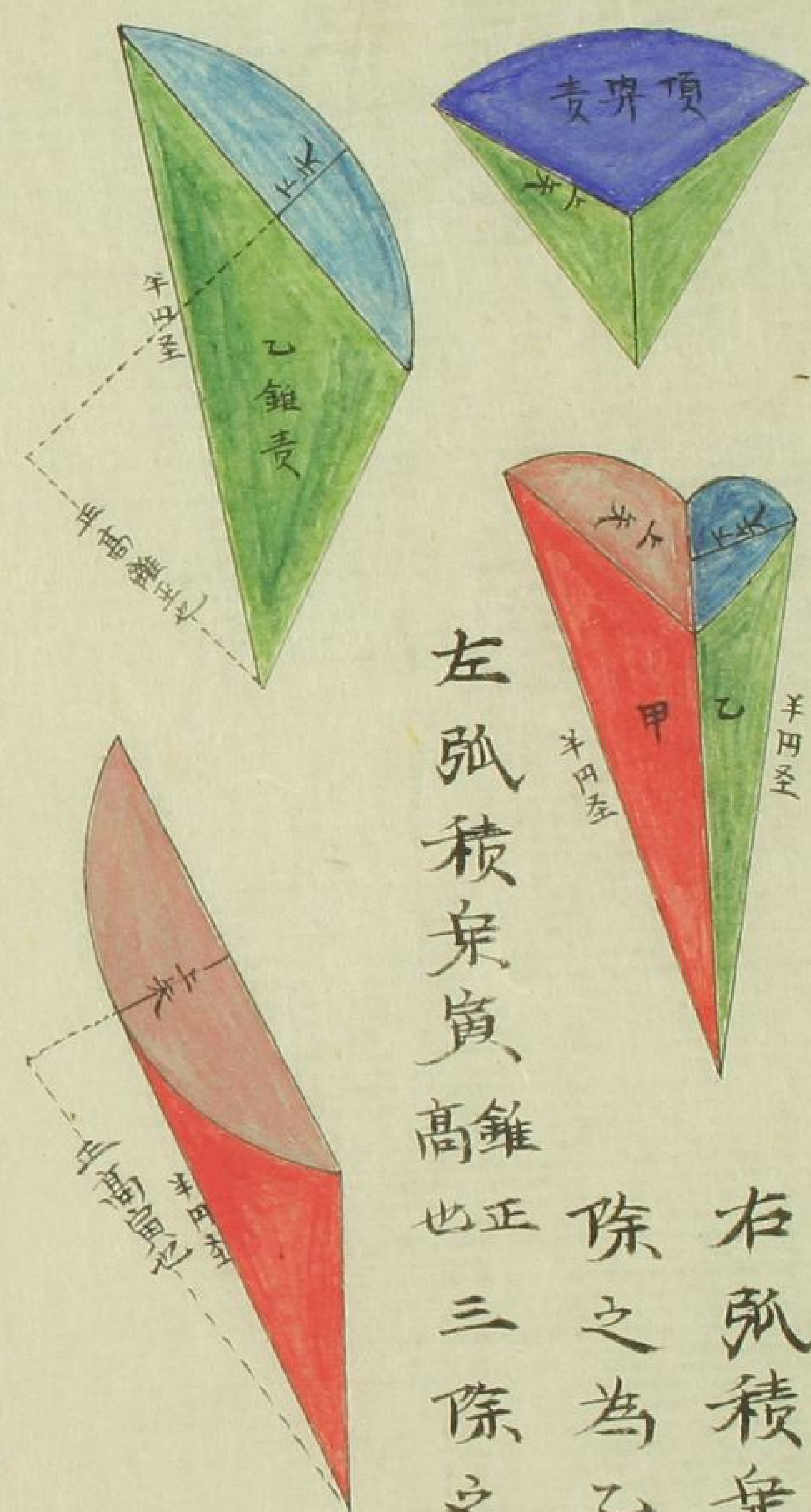
虚実共錐積



得頂界積為錐平積以半球径乘之三除之為虚実共錐

積胥位

虚実共錐積分之視

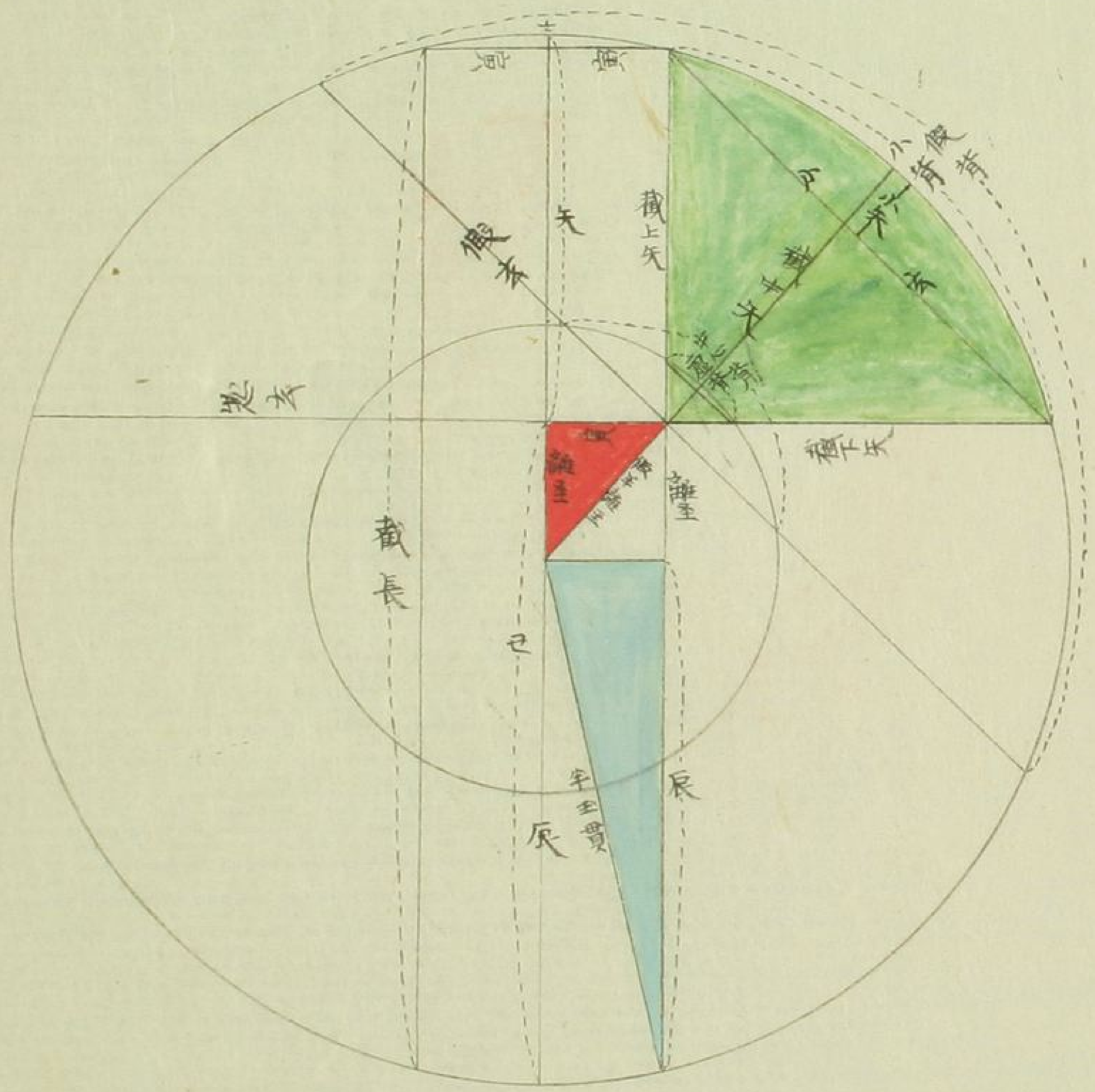


右弧積乘離径錐正高也三除之為乙虚錐積

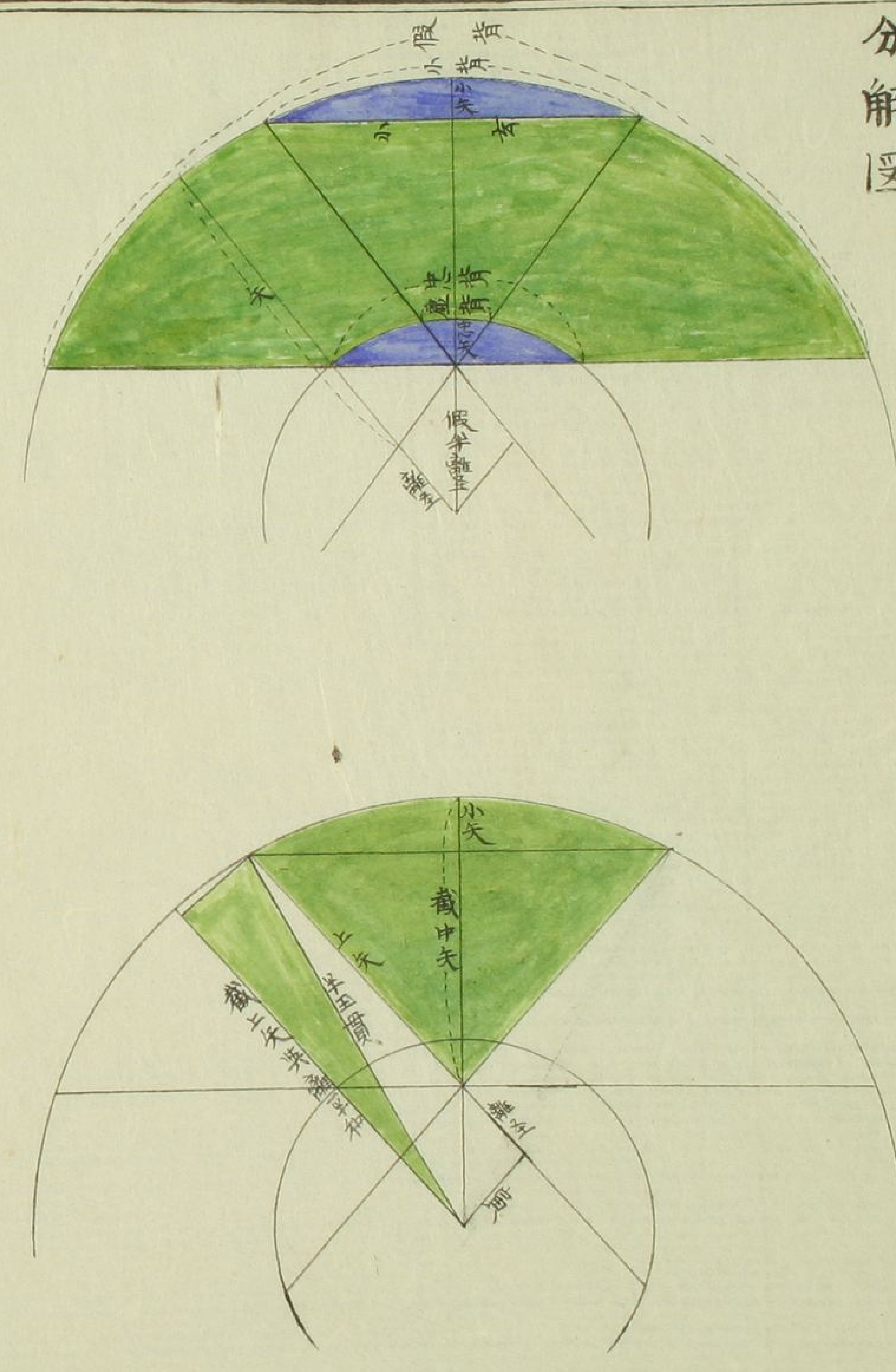
左弧積乘寅錐正高也三除之為甲虚錐積

甲乙虚積相併得數以截胥位止餘即截積也

總解圖

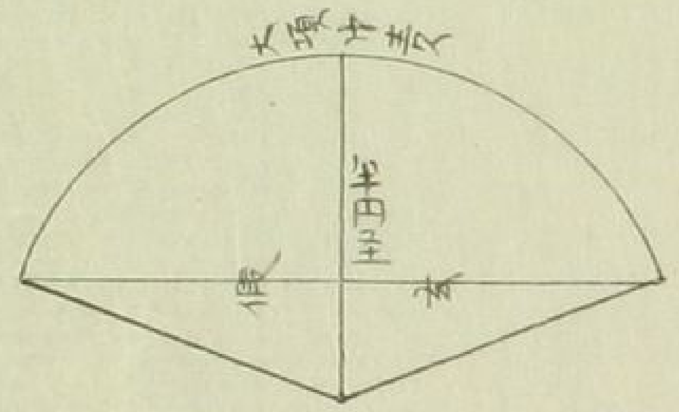


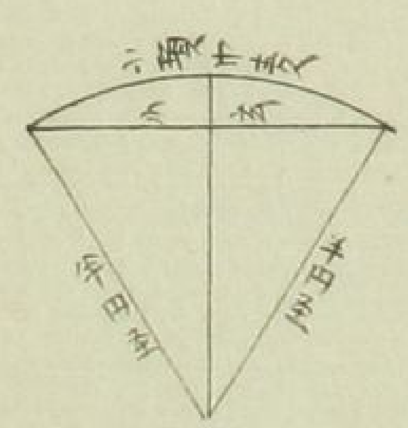
分解図



小背虚背至為多數假背中心背至微少則小背極數

也





故

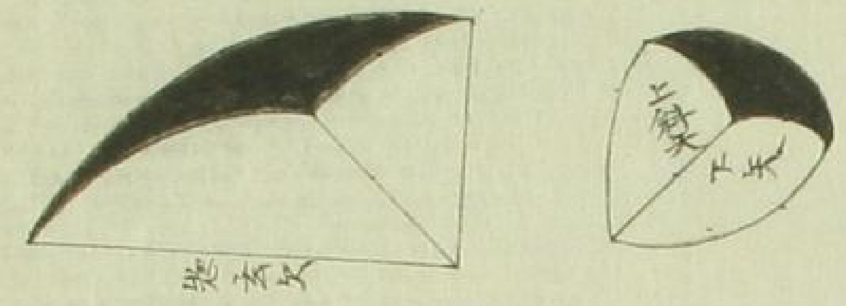
以假背中心背為法列頂界積除之得矩泉小背虚背和

得數者則小頂界積也

依之如本術而得之頂界積者是則以小背所為弧錐頂

界積也乃大錐之平高是也

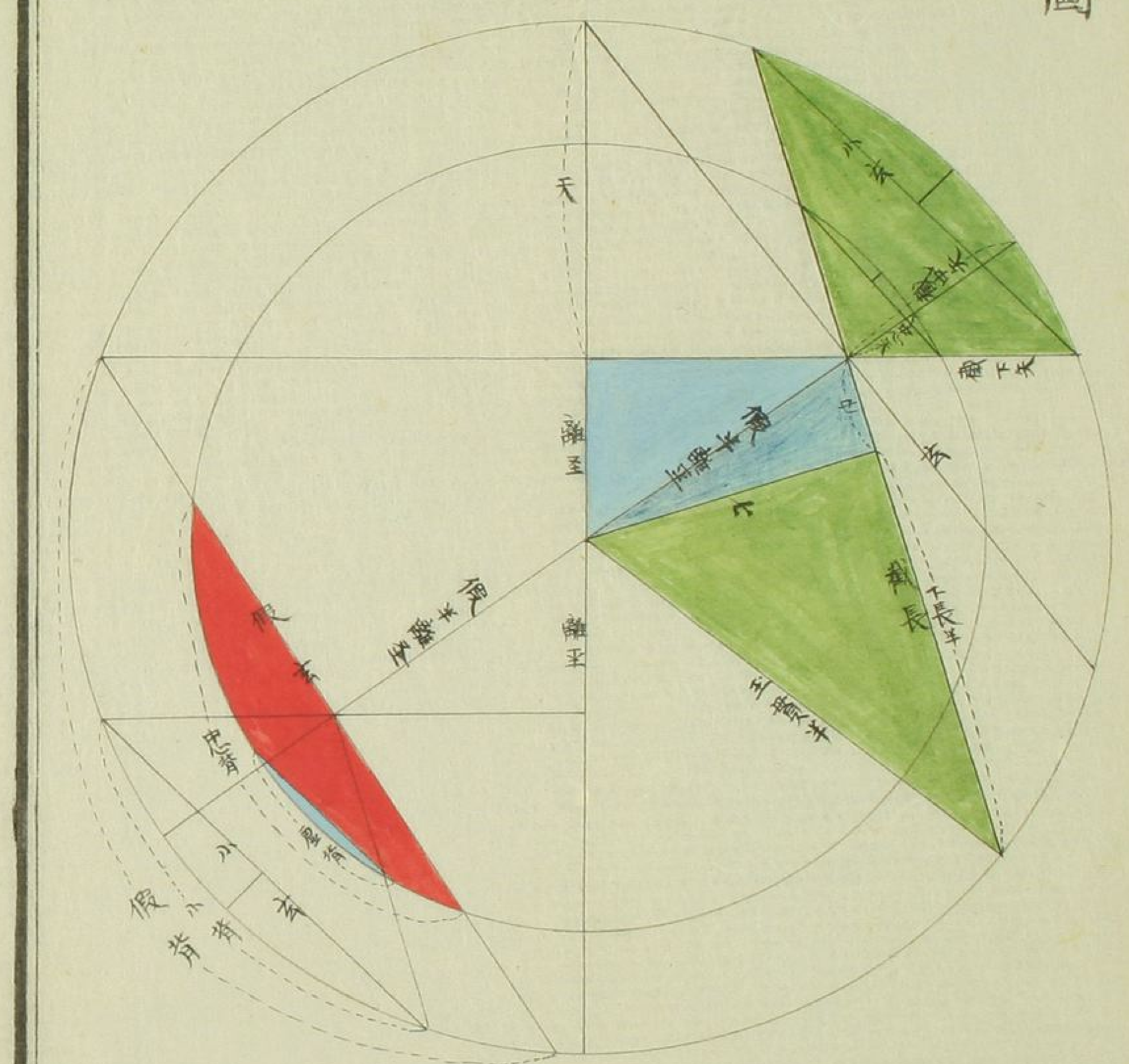
今所得頂奔積列之以半玉貫是大錐正高也相乘得数三除之
為大錐積寄位
截上矢為欠矢　截長為円責　依弧法得玄及弧積是前図甲錐平責也
乘寅三除之為甲錐積寅者甲錐之正高也
乃上下矢等則者円径則弦也
截下矢為欠矢　弦為円至　依弧法得玄及弧積是前図乙錐平責也
乘離丞乃正高也三除之得数為乙錐積
乃上下矢等則弦及弧責曰錐弦弧積用之
列保甲乙錐積共得数以減寄位正餘即為截積



假如有球缺半矢若干　弦若干　截下矢若
從右旁截之截上斜矢若干
干　問截積
答曰得截積
括術繁多故畧之

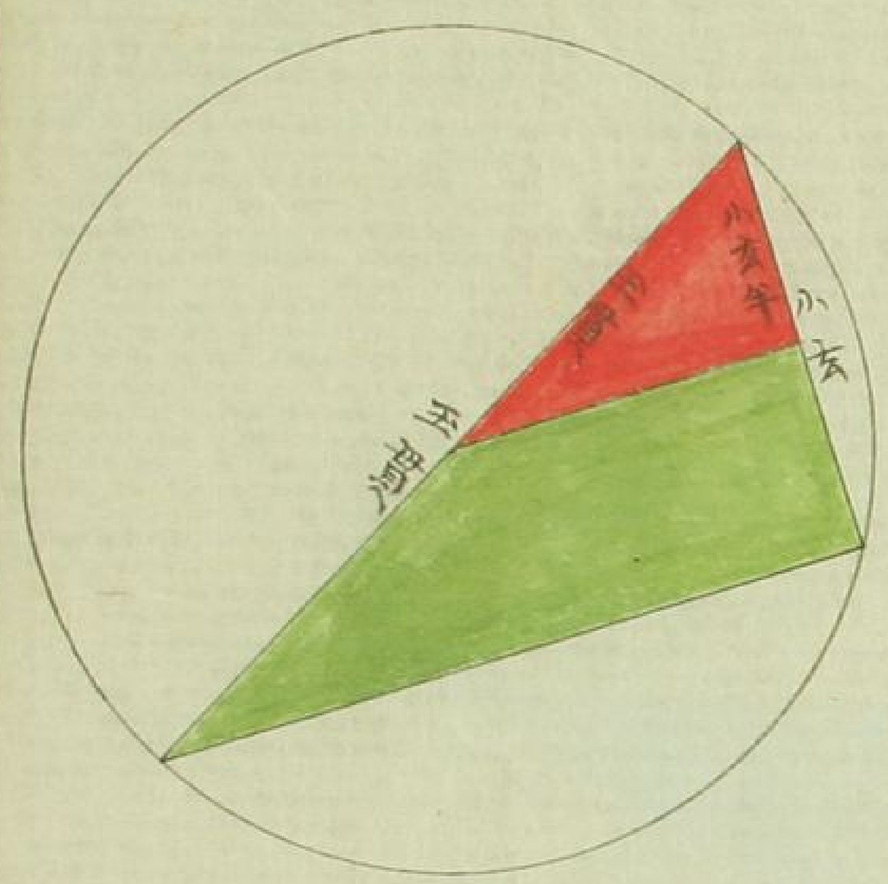
解義
前條之解所同者不詳
列球缺半倍之視之者全球缺也

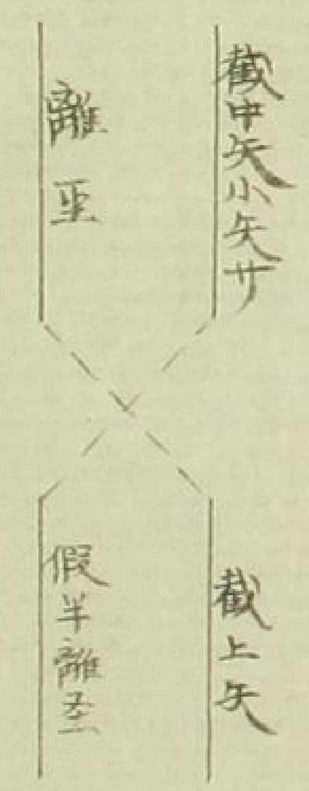
總解圖



列中心径半之内截假半離径餘為中心矢
中心矢為欠矢中心径為円径依弧法得中心背
列併截上矢界截下矢界共得數為小玄界以截玉貫界
餘平方開之得數以截玉貫餘半之為小矢乃上下矢等則者列上矢
因離至以假半離至除之得
數以截截中矢正餘為小矢

解圖

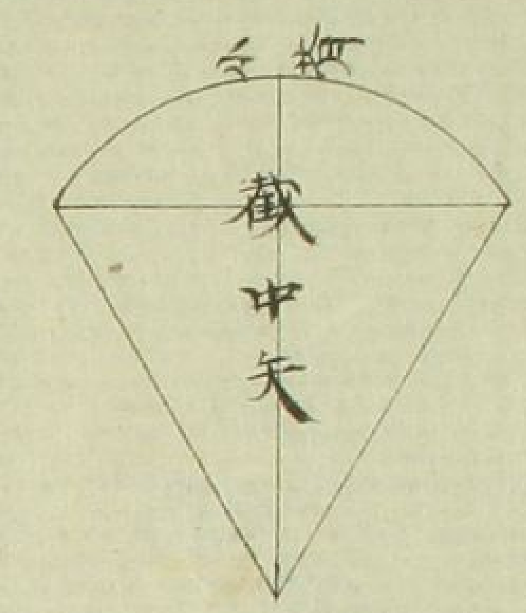


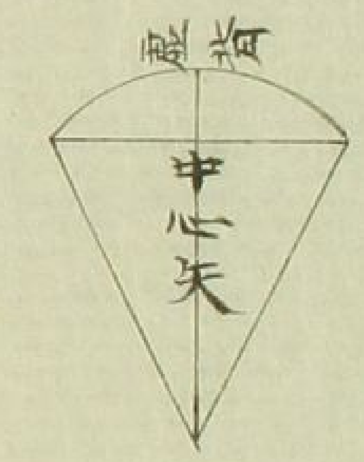


上下矢等則者上篇不用
之故五条之通等可用之

小矢為欠矢玉貫為円径依弧法得小背

列小背以中心矢乗之得數以截中矢除之為虚背





列併小背虚背得數乗頂界積為実　列併假背中心背

得數為法而一得小背之頂界積是則大錐責之平責也

解曰

假背中心背至為多數小背虚背至微少之則者假背

極數也

列併弦界四除與矢界得數以矢除之為玉貫

列玉貫内減倍矢折半之得數為離径

列截矢為截上矢以減矢餘為子以減玉貫以子相乗為

寅界平方開之得寅

列半弦内減寅餘為截下矢

列併寅界離径界開平方為假半離径

列截上矢加離径得數倍之掊之為截長乃上下矢等則者以弦為截長

列半玉貫内減假半離径餘為截中矢

截中矢為欠矢玉貫為円径依弧法得假背假玄及假弧

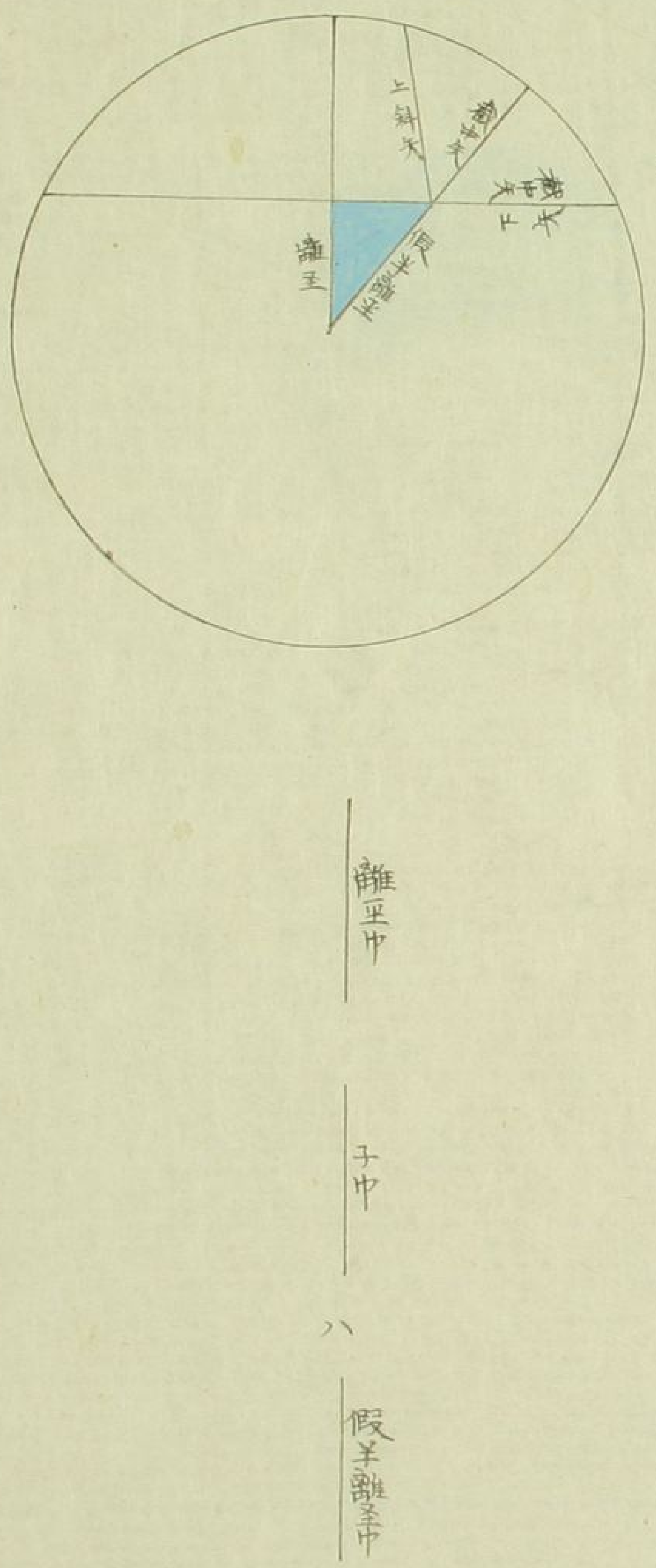
積

列玉貫以截中矢及周法乘之得數為頂界積
乃以假背為弧其錐之頂界積也頂界積之解別傳有之
列假玄再乘界以假弧積六段除之得中心徑
假玄為高得外正弧環中心徑則
者虚径則二個假半離径也

依之

中心径之形

列佚弦界四除與矢界得數以矢除之為玉貫
列玉貫内減倍矢餘半之為離徑
列半弦内減截下矢餘自之加離径界得數開平方為假
半離径



列半玉貫内減假半離径餘為截中矢

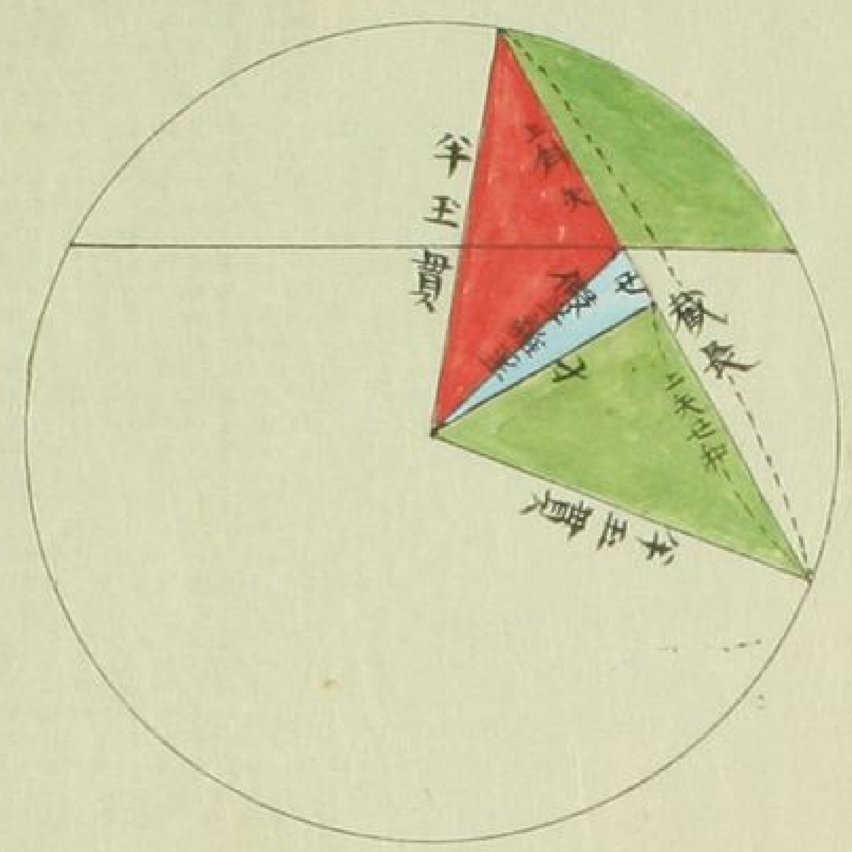
截中矢為欠矢 玉貫為円径 依弧法得假背假玄及假弧積

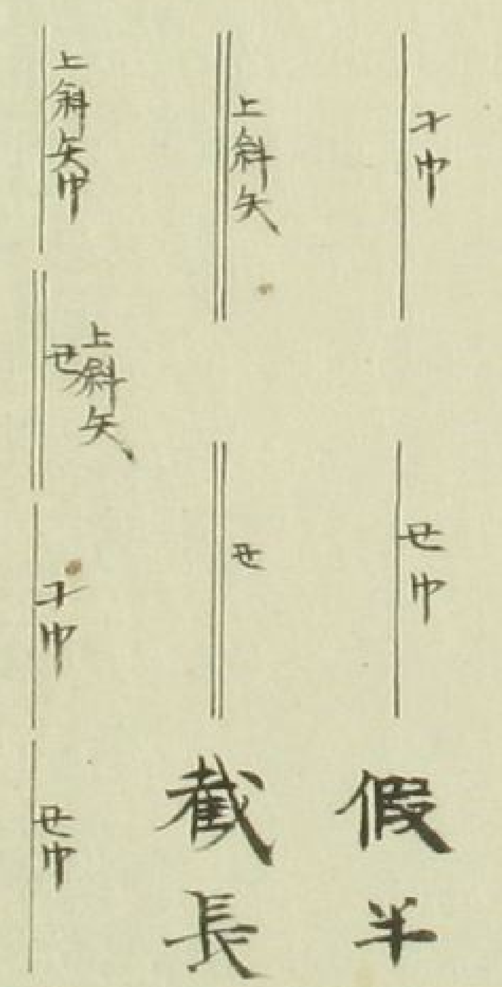
列玉貫以截中矢及周法乗之為頂冪積 乃以假背所為弧大雖頂中責

列假玄再乗冪以假弧積六段除之得中心径半之内截假半離径餘為中心矢

中心矢為欠矢 中心径為円径 依弧法得中心背

列従半玉貫巾與上斜矢冪得内截假半離径冪止餘以上斜矢除之得為截長

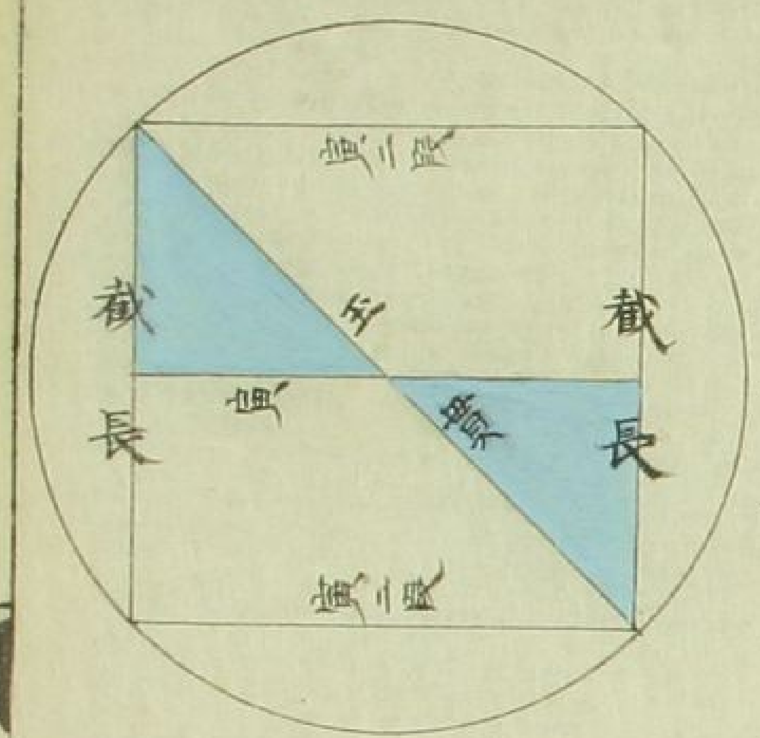




假半離径冪形

截長形

半玉貫巾形

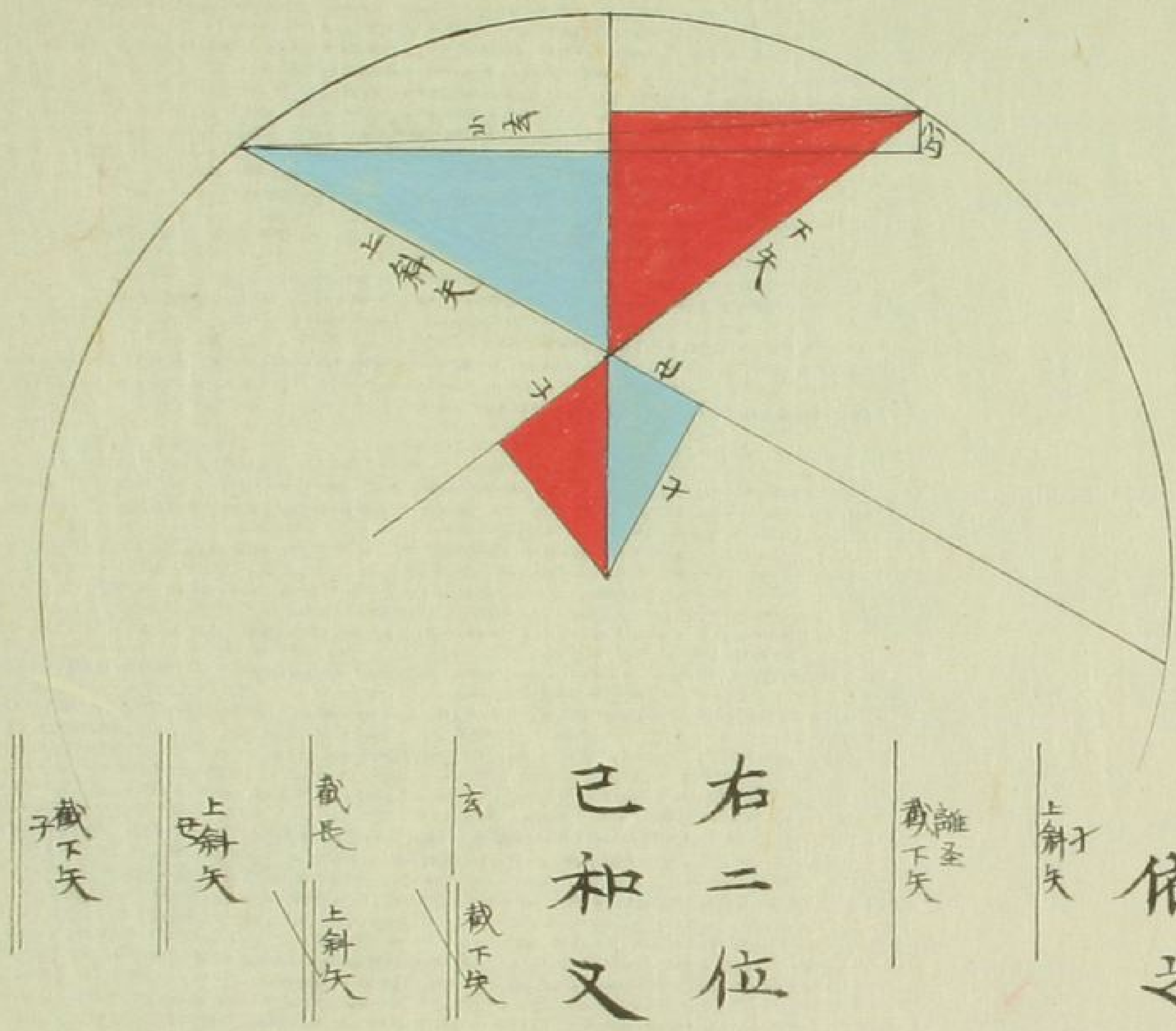


列玉貫冪内截截長冪餘平方開之得数半之得寅

列上斜矢以寅相乗加截下矢因離巠共得数以假午離径除之得数自乗之寄位
列併玄因截下矢一段上斜矢冪二段得内併截截下矢冪二段上斜矢因截長一段餘午之以假午離径除之得数自之加寄位為小弦冪

解義

勾擬	丑	午	離巠	巳
股擬	寅	辰	子	卯
玄擬	假午離巠	上斜矢	假半離巠	截下矢



依之
假半離径因辰形
假午離径因巳形
右二位相併以假午離径除之為辰巳和又為小股自之寄位
二個子形
二個丑形
假半離径因午二段形
假午離径因卯二段形
右二位相減餘為假午離径因小勾二段子丑変之得

截下矢本
截下矢截下矢
上斜矢截長
上斜矢上斜矢

括之

截下矢本
上斜矢巾
上斜矢截長
截下矢巾

再括之

假半離至小勾

列玉貫畀内截小玄畀餘平方開之得数以截玉貫餘半
之得数為小矢
小矢為欠矢小弦玉貫為円径依弧法得小背
列小背以中心矢乗之得数以截中矢除之得数為虚背
列併小背虚背得数乗頂畀責為実
列併假背中心背

為法除実得小背頂畀積以玉年貫乗之三除之為錐責
寄位
上斜矢為欠矢截長為円径依弧法得弧積乗寅錐高正三
除之為左弧錐積
截下矢為矢弦為円径依弧法得弧積乗離径錐高正三除
之為右弧錐積
右二位相併得数以截寄位餘半之即截積也

右原稿者余師赫々先生所藏也明治八年十二月
廿八月於東京常盤橋畔之旅店河村季佐寫之