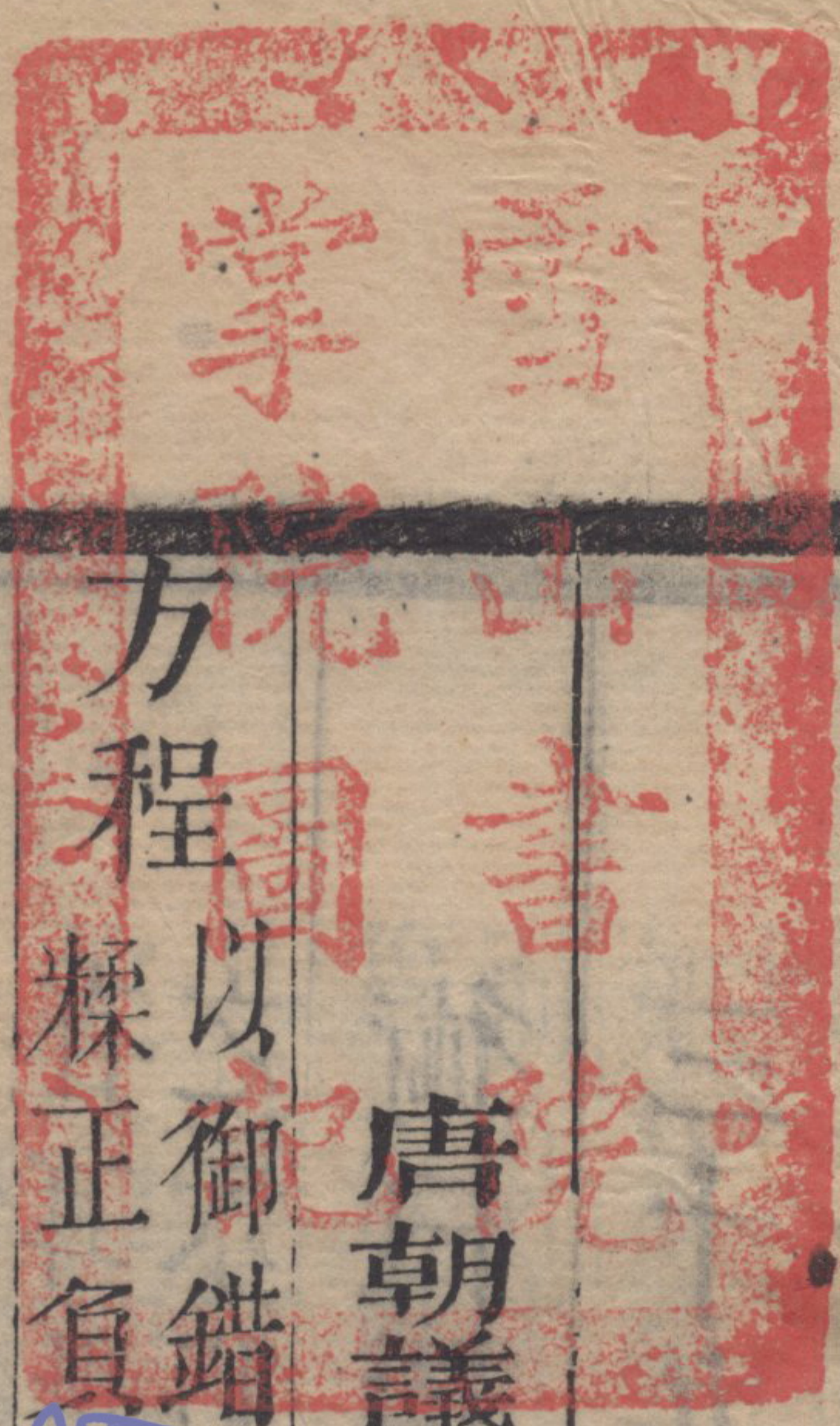


算真經十書



九章算術卷第八

算經十書之二

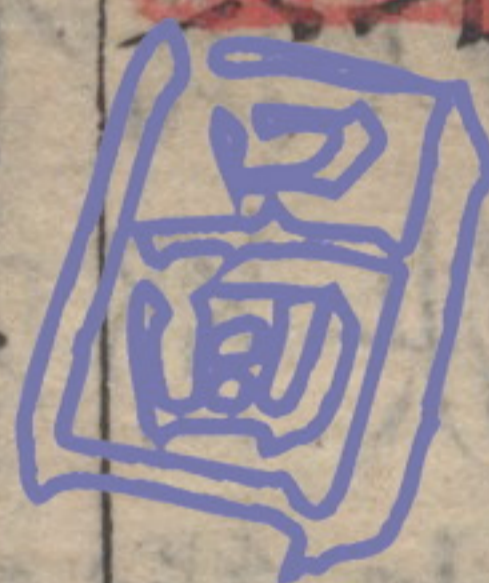


唐朝議大夫行尚書令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋

魏劉徽注

方程

以御錯糅正負



今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九

斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗

上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問

上中下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉九斗四分斗之一

中禾一秉四斗四分斗之一

下禾一秉二斗四分斗之三

方程

程課程也羣物總雜各列有數總言其令每行爲率二物者再程三物

者三程皆如物數程之並列爲行故謂之

方行左右無所同存且爲有所據而

言耳此術也以空言難曉故特繫

之禾以決之又列中行如右行也

術曰置上禾一秉中禾二秉下禾一秉實
三十九斗於右方中左禾列如右方以右
行上禾徧乘中行而以直除爲術之意令少行減多行

反覆相減則頭位必先盡上無一位則此行亦闕一物矣然而舉率以相減不害餘數之課也若消去頭位則下去一物之實如是疊令左右行相減審其正負則可得而知先令右行上禾乘中行為齊同之意為齊同者謂上行上禾亦乘右行也從簡易雖不言齊同以齊同之意觀其義然矣又乘其次亦以直除復去左然以中行中禾不盡者左行而以直除亦令兩行相乘左方下禾不盡者

上為法下為實實即下禾之實上中禾皆去故餘數

是下禾實非但一乘欲約眾乘之實當以禾秉數為法列此下禾之秉實乘兩行以直除則下禾之位自決矣各以其餘一位之秉除其下實即斗數矣用算繁而不省

所以別為法約也然猶不求中禾以法乘如自用其舊廣異法也

中行下實而除下禾之實

此謂中下兩禾實下禾一秉實

數先見將中禾求中禾其列實以減下實而左方下禾不唯一秉下禾實既以法為

母則中禾下實不以法為母於率不通故先以法約其實而同一之俱令法為母而除

下禾實以下禾先見之實令乘下禾秉數即得下禾一位之實減於下實則其數

是中禾餘如中禾秉數而一即中禾之實之實也

餘中禾一位之實也故以一位秉數約之乃得一秉之實也求上禾亦

以法乘右行下實而除下禾中禾之實此右

行三禾共實合三位之實故以二位秉數約之乃得上禾一秉之實此右行三禾共

實合中下禾之實其數並見以中下禾先
見之實合乘右行中下禾秉數以減之故
亦如前各求列餘如上禾秉數而一卽上
實以減下實也

禾之實實皆如法各得一斗

三實同用不
滿法者以法

命之毋實
皆當

今有上禾七秉損實一斗益之下禾二秉而實

十斗下禾八秉益實一斗與上禾二秉而實十

斗問上下禾實各幾何

答曰

上禾一秉實一斗五十二分斗之十

下禾一秉實五十二分斗之四十一

術曰如方程損之曰益益之曰損

問者之辭雖以

損益

說今按實去上禾七秉下禾二秉

實十

損之

言損

一斗

餘當

實當加所損也益之曰損言益實一斗乃

滿十

當減所加即得也

損實一斗者其實過

十斗也

益實不滿十斗也

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

損益數者各以損

益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿

十斗者其實不滿十斗也

重諭

斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問

上中下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉實二十五分斗之九

中禾一秉實二十五分斗之七

下禾一秉實二十五分斗之四

術曰如方程各置所取

置上禾二秉為右行之上中禾三秉

為中行之中下禾四秉為左行之下所取一秉及實一斗各從其位諸行相借取之

物皆依此例以正負術入之

正負術曰

今兩算得失相反要令正負以名之正算赤負算黑否則以邪

正為異方程自有赤黑相取左右數相推

求之術而其并減或勢不得交通故使赤

黑相消奪或於算或減或益同行異位殊

為二品各有并減之差見於下焉著此二

條特或之天以成此二條之意故赤黑相

雜足以或定上下之程減益雖殊足以通左

右之數差實雖分足以應同異之率然則

其正無入負之天負無八正之其率不妄也

同名或相減者為法頭位也然則頭位

同名者當用此條頭或異名相益當各行減行

位異名者當用下條或異名相益當各行減行

類矣其異名者非其類也非其類者猶無

對也非所得減也故赤用黑對則除黑無

對則除赤赤黑并於本數此為相益之皆

所以為消奪消奪之與減益成一實也術

本取要必除行首至於他位不嫌多少正
故或令相減或令相并理無同異一也

無人負之負無人正之無人為無對也無
所得減則使消奪

者居位也其當以實或減下實而中行

正負雜者亦此條此條者同名減實異

名益實正無人負其異名相除同名相益

之負無正之也其異名相除同名相益

正無人正之負無人負之此條異名相除
為例故亦與上

條互取正負所以記其同異使二品互

相取而矣言負者未必負於少言正者

未必正於多故每一行之中雖復赤黑異

算無傷然則得使頭位常相與異名此

條之實兼通矣遂以二條反覆一率觀其

每與上下互相取位則隨算而言耳猶一

術也又本設諸行欲因減數以相去耳故

其多少無限令上下相命而已若以正負

相減如數有舊增法者每行可均之不但數物左右之也

今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上

禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾

實一秉各幾

答曰

上禾一秉五升

下禾一秉二升

術曰如方程置上禾五秉正下禾七秉負

損實一斗一升正

言上禾五秉之實多減其一斗一升餘是與下

天雨流芳

禾七秉相當數也故互其算令相折除以
一斗一升為差為差者上禾之餘實也

次置上禾七秉正下禾五秉負損實二斗

五升正以正負術按正負之術本設
列行物程之數不

限多少必令與實上下相次而以每行各
自為率而或減或益同行異位殊為二

品并減之差
見於下也

天雨流芳

今有上禾六秉損實一斗八升當下禾十秉下

禾十五秉損實五斗當上禾五秉問上下禾實

一秉各幾何

答曰

上禾一秉實八升

下禾一秉實三升

術曰如方程置上禾六秉正下禾十秉負

損實一斗八升正次置上禾五秉負下禾

十五秉正損實五升正以正負術入之

禾六秉正實多減損其一斗八升餘是與
下禾十秉相當之數故亦互其算而以一

斗八升為差實差
實者下禾之餘實

今有上禾三秉益實六斗當下禾十秉下禾五

秉益實一斗當上禾二秉問上下禾實一秉各

幾何

答曰

上禾

一乘實六斗

下禾

一乘實三斗

術曰如方程置上禾三秉正下禾十秉負

益實六斗正次置上禾二秉負下禾五秉

正益實一斗正以正負術入之

言上禾三秉之實少

益其六斗然後與下禾十秉相當也故亦互其算而以六斗為差實差實者下禾之

實餘

今有牛五羊二直金十兩牛二羊五直金八兩

問牛羊各直金幾何

答曰

牛一兩二分兩之十三

羊一直金一分兩之二十

術曰如

假令為同齊頭位為牛左右

金二十兩左行牛十兩羊二十五直金四十

兩牛數等同金多二十兩者羊差二十一

使之然也以少行減多行則牛數盡惟羊
與直金之數見可得而知也以小推大雖
四五行不異也

今有賣牛二羊五以買十三豕有餘錢一千賣
牛三豕三以買九羊錢適足賣羊六豕八以買
五牛錢不足六百問牛羊豕價各幾何

答

牛價一千二百

羊價五百

豕價三百

術曰如方程置牛二羊五正豕十三負餘
錢數正次置牛三正羊九負豕三正次置

牛五負羊六正豕八正不足錢負以正負

術入之

此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已

此行如方程法先令牛二徧乘左行而以右行直除之是終於下實虛缺矣故注曰

正無實負無實正方為類也方將以別實加不^圖之數^方與實物作實盈不足章黃

金白銀與此相^雨當假令黃金九白銀十一稱之重適等^天易其一金輕十三兩問金

銀一枚^圖重幾何與此同

今有五雀六燕集^圖稱之衡雀俱重燕俱輕一雀

一燕交而處衡適平并燕雀重一斤問燕雀一

枚各重幾何

答曰

雀重一兩十九分兩之十三

燕重一兩十九分兩之五

術曰加方程交易質之各重八兩 此四雀一燕與

一雀五燕衡適平并重一斤故各八兩列

兩行程數左行頭位其數是一可省乘合

右行徧乘左行而取其法實於左左行數

多以右行取其數左頭位減盡中法下實

即每枚當重宜可知也按此四雀一燕與

一雀五燕其重等是三雀四燕重相當雀

率重四燕率重三也諸再程之

率皆可異術求之即其數也

今有甲乙二人持錢不知其數甲得乙半而錢

五十乙得甲太半而亦錢五十問甲乙持錢各

幾何

答曰

甲持三十七錢半

乙持二十五錢

術曰如方程損益之

此問者言一甲半乙而五十太半甲一乙

亦五十也各以分母乘其全內子行定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一百五

十於是乃如方程諸物有分者倣此

今有二馬一牛價過一萬如半馬之價一馬二

天雨流芳

牛價不滿一萬如半牛之價問牛馬價各幾何

答曰

馬價五十四錢十一分錢

牛價一千八百一十八錢十一分錢

術曰如方程積益之此一馬半與一牛價

一馬亦直一萬也一馬半與一牛通分內

子右行為三馬二牛直錢二萬二牛半於

一馬通分內子左行為

二馬五牛直錢二萬也

今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至阪皆不能上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆上問武中下馬二匹各力引幾何

答曰

武馬一匹力引二十二石七分石之

六

中馬一匹力引十七石七分石之一

下馬一匹力引五石七分石之五

天雨流芳

術曰如方程各置所借以正負術入之

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆

不足如丙一綆丙四綆不足如丁一綆丁五綆

不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆各得所

不足一綆皆逮問井深綆長各幾何

答曰井深七丈二尺一寸

甲綆長一丈六尺五寸

乙綆長一丈九尺一寸

丙綆長一丈四尺八寸

天雨流芳

丁綆長一丈二尺九寸

戊綆長七尺六寸

術曰如方程以正負術入之

此率初如方程為之名各

一逮井後法得七百二十一實七十六是為七百二十一綆而七十六逮井而戊

一綆逮之數定逮七百二十一為井深七十六為戊

綆之長數率以言之

今有白禾二步青禾三步黃禾四步黑禾五步

實各不滿斗白取青黃青取黃黑黃取黑白黑

取白青各一步而實滿斗問白青黃黑禾實一

步各幾何

答曰

白禾一畝實一百一十一分斗之三

十

青禾一畝實一百一十一分斗之二

十

黃禾一畝實一百一十一分斗之十

今有甲禾七

畝曰黑禾一畝實一百一十一分斗之十

方

術曰如方程各置所取以正負術入之

今有甲禾二秉乙禾三秉丙禾四秉重皆過於

石甲二重於乙一三三重如丙一丙四重如甲

一問甲乙丙各重幾何

答曰

甲禾一秉重二十三分石之十七

乙禾二秉重二十三分石之十一

丙禾一秉重二十三分石之十

術曰如方程置重過於石之物為負

此問者言

甲禾二秉之重過於一石也其過者幾何
如乙一秉重矣互其算令相折除以石為
之差實差實者如甲禾以正負術入之此
餘實故置算相與同也
頭位異名相除者正無
入正之負無負之也

今有令一人吏五人從者十人食雞十令十人

吏一人從者五人食雞八令五人吏十人從者

一人食雞六令吏從者食雞各幾何

答曰

令一人食一百二十二分雞之四十

五

吏一人食一百二十二分雞之四十

一

從者一人食一百二十二分雞之九

十

術曰如方程以正負術入之

天雨流芳

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十

六四羊二犬六雞三兔直錢一千一百七十五

三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八二羊三

犬五雞一兔直錢八百六十一問羊犬雞兔價

各幾何

答曰

羊價一百二十七

犬價一百二十一

雞價二十九

兔價二十九

術曰如方程以正負術入之

今有麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直

錢一百四十麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍

三斗直錢一百二十八麻三斗麥五斗菽七斗
 荅六斗黍四斗直錢一百一十六麻二斗麥五
 斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二麻
 一斗麥三斗菽二斗荅八斗黍五斗直錢九十
 五問一斗直幾何

荅曰

麻一斗七錢

麥一斗四錢

菽一斗三錢

天雨流芳

答一斗五錢

黍一斗六錢

術曰如方程以正算術入之

此麻麥與均輸少廣章之

重衰積分皆為大事其拙於精理徒按本

術者或^圖算而布^瓊方好煩而喜誤曾不

知其非反欲以^多為^貴故其算也莫不闇

於設通而專於^{一端}至於此類苟務其成

然或失之不可謂要約更有異術者庖丁

解牛游^理間故能^歷久其刃如新夫數

猶刃也易簡用之則動中庖丁之理故能

和神愛刃速^算凡九章為大事按法

皆不盡一百算也雖布算不多然足以算

多世人多以方程為難或盡布算之象在

綴正負而已未暇以論其設動無方斯膠

柱調瑟之類聊復恢演為作新術著之於

此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之空言

記其施用之例著策之數每舉一隅焉

方程新術日以正負術入之令左右相減

先去下實又轉去物位求其一行二物正

負相借者易其相當之率又令二物與他

行互相去取轉其二物相借之數即皆相

當之率各據二物相當之率對易其數

即各當之率也若置減行及其下實各以

其物本率今有天雨流求其所同并以為法其

當相并而行中正負雜者同名相從異名

相消餘以為法以下實為實實如法即合

所問也一物各以本率今有之即皆合所

問也率不通齊之其一術日置羣物

通率為列衰更置減行羣物之數各以其

率乘之并以為法其當相并而行中正負

雜者同名相從異名相消餘為法以減行

下實乘列衰各自為實實如法而一即得

以舊術為之凡應置五行今欲要約先置

以舊術為之凡應置五行今欲要約先置

第三行以減第四行及減第三行次置第
 二行以第二行減第三行去其頭位次置
 右行去其頭位次以第四行減左行頭位
 次以左行去第四行及第二行頭位次以
 第五行減第二行頭位餘可半次以第二
 行去第四行頭位餘約之為法實如法而
 一得空即有黍價以法減第二行得荅價
 左行得價第三行麻價右行得菽價如
 此凡用七七七算以新術為此先以第四
 行減第三行次以第三行去右行及第二
 行第四行下位又以減右行下位不足減
 乃止次以左行減第三行下位次以第三
 行去左行下位訖廢去第三行次以第四
 行去左行下位右行當左行下位次以右
 行去第二行及第四行下位次以第二行
 減第四行及左行願位次以第四行減右
 行菽位不足減乃止次以左行減第二行
 頭位餘可再半次以第四行去右行及第

圖

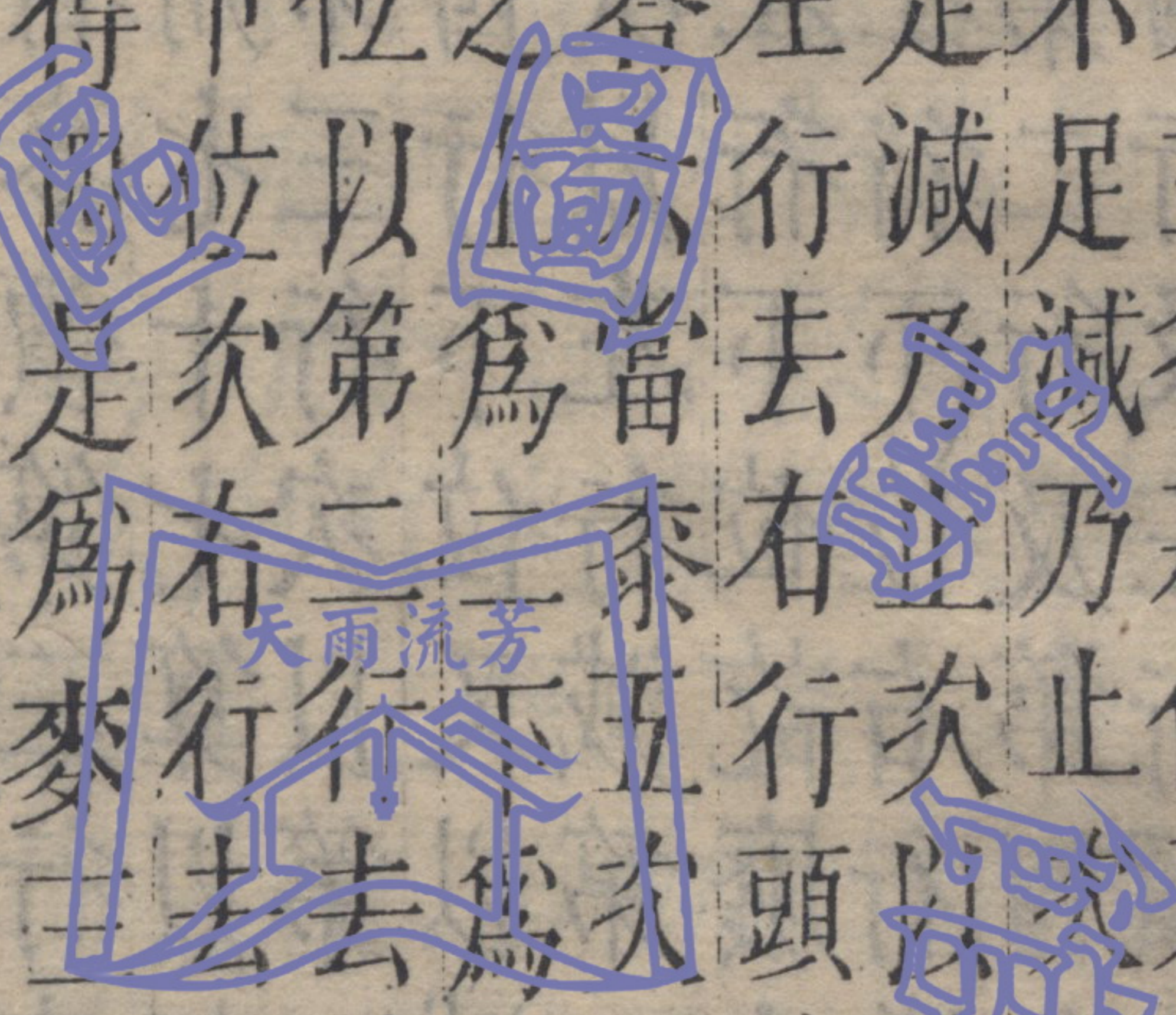
天雨漢芳

行

行

行

二行頭位次以第二行去右行頭位餘約
 之上得五下得三是菽五當荅三次以左
 行去第三行菽位又以減第四行及右行
 菽位不足減乃止以右行減第二行頭
 位不足減乃止以第三行去左行頭位
 次以左行去右行頭位餘上得六下得五
 是為荅當黍五次以右行去左行荅位
 餘約之為一為三以左行去第一
 行下位以第二行去第四行下位又以減
 左行下位次右行去第二行下位餘上得
 三下得四為麥三當菽四次以第二行
 減第四行下位次以第四行去第二行下
 位餘上得四下得七是為麻四當麥七是
 為相當之率舉矣據麻四當麥七即為麻
 價率七而麥價率四又麥三當菽四即為
 麥價率四而菽價率三又荅六當黍五即
 為荅價率五而黍價率六而率通矣更置
 第三行以第四行減之餘有麻一斗菽四



斗荅三斗負下實四正求其同為麻之數
以菽率三荅率五各乘菽荅斗數如麻率

七而一菽得一斗七分斗之五正荅得二
斗七分斗之一負則菽荅化為麻以并之

令同名相從異名相消餘為定麻七分斗
之四以為法置下實四為實以分母乘之

實得二十八而分子化為法矣以法除得
七即麻斗之價置麥率四菽率三荅率

五黍率六皆以其斗數乘之各自為實以
麻率七為法所得即同為麻之數亦可使

置本行實與物同通之各以本率今有之
求其本率所得并以為法如此則無正負

之異矣擇異同而已又可以一術為之置
五行通率為麻七黍四荽三荅五黍六以

為列衰減行麻一斗菽四斗正荅三斗負
各以其率乘之訖令同名相從異名相消

餘為法又置下實乘列衰所得各為實此
可以實約法則不復乘列衰各以列衰如

所約知其價如此則凡
用一百二十四算也

九章算術卷八

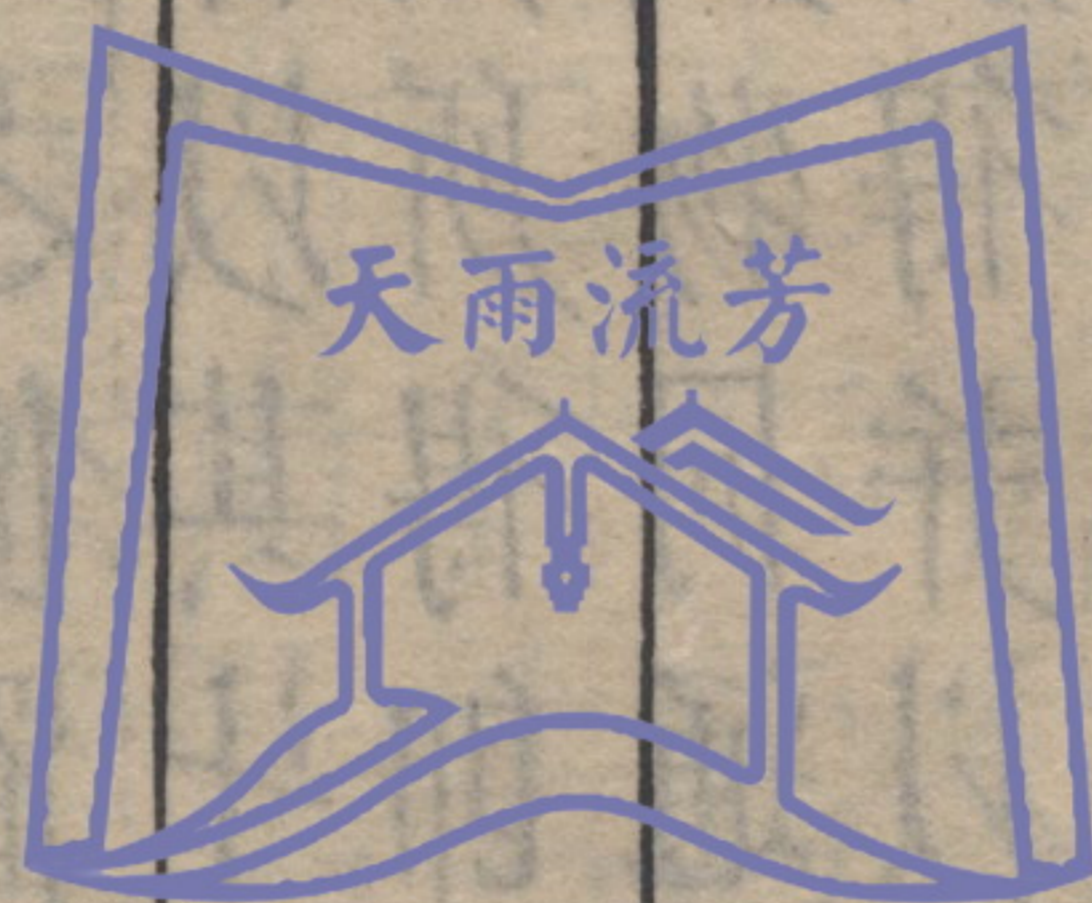
圖

區

率

算

天雨流芳



算

區

九章算術卷八訂訛

休甯

戴

震

東原

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十

九斗如右方圖左禾列如右方以右行上禾徧

乘中行而以直除古流芳直值通用直除猶言對

復以中行上禾徧乘右行減也然後可相

又乘其次亦以直除此謂右行上禾徧乘左行

亦相對減古復以左行上禾徧乘右行

然以中行中禾不盡者古人單用然字不日徧

然後者然猶乃也

乘左行

此以中行左行所減之餘如前徧乘文亦從省

用算繁而不省所以別為法約也然猶不如自

用其舊廣異法也

用法繁而不省以下訛舛衍文

益行減行各實以其類矣其異名者非其類也

非其類者猶無對也天雨流芳非所得減也故赤用黑對

則除黑無對則除赤赤黑并於本數此為相益

之皆所以為消奪消奪之與減益成一實也

此注

多訛舛據方術無論物有幾品遞減至一物乃止又以赤黑別正負首位赤減赤黑減黑者同名相除也次位以下遇赤用黑對則相益此條是也首位赤減黑黑減赤者異名相除也次

位以下遇皆赤皆黑則相益後條是也由此言之注之謬顯然蓋傳寫失真後人復妄加改竄遂不可通

正無入負之

入字原本誤作人下文及注並同據注云無入為無對也無對之說

亦未分曉釋方程者專為遇空位起例而左右

兩行相對減當正宜變為負或負宜變為正往

往不得其義例今考雨流考同名相除異名相益者如

下實左右俱正所減天之餘屬左行則去右行屬

右行則去左行其物品以正減正餘在所去之

行為正無入減負餘在所去之行為負無

入以正從負為正無入以負從正為負無入負

對空位而負數在所去之行與以負減負同例

正對空位而正數在所去之行與以正從負同

例此皆所謂正無入負之負無入正之也異名

相除同名相益者如下實左右俱正并為一數

則無分於左右其物品以負減正餘或左或右

爲正無入以正減負餘或左或右爲負無入以
正從正爲正無入以負從負爲負無入正對空
位與以負減正同例負對空位與以負從負同
例此皆所謂正無入正負無入負之也由是
言之在所去之符刻其數無入而或左或右以
與無分於左右合爲一行因亦謂之無入人字
乃傳寫之誤圖矣今悉改正

無入爲無對也無所得天雨流芳減則使消奪者居位也

其當以列實或減下實此句訛舛據後注內方

又以列衰乘羣物之數並爲法其當相并而行
中正負雜者同名相從異名相消似卽此所舉

此條異名相除爲例故亦與上條互取凡正負

所以記其同異使二品互相取而已矣言負者

未必負於少言正者未必正於多故每一行之
中雖復赤黑異算無傷然則可得使頭位常相
與異名此條之實兼通矣遂以二條反覆一率
觀其每與上_圖互相取位則隨算而言耳猶一
術也又本設諸行欲_{天雨流芳}因減數以相去耳故其多
少無限令上_圖相命而已若以正負相減如數
有舊增法者每行可_圖均之不但數物左右之也
此注皆不分曉當由傳寫失真
後人又妄加改竄遂不可通

此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已故

下無錢直也設欲以此行如方程法先令牛二

徧乘左行而以右行直除之是終於下實虛缺

矣故注曰正無實負負無實正方為類也方將

以別實加不^當之數與實物作實此注訛脫不分曉據術意

應列三行先令右行牛二徧乘中行復令中行

牛三徧乘右行而以直除得羊三十三正豕四

十五負餘錢三千正此同名相除異名相益正

無入負之負無入正之也次令右行牛二徧乘

左行復令左行牛二徧乘右行而以直除得羊

三十七正豕四十九負餘錢三千八百正此異

名相除同名相益正無入正之負無入負之也

重列為左右兩行先令右行羊三十三徧乘左

行復令左行羊三十七徧乘右行而以直除得

豕四十八正以為法錢一萬四千四百正為實

實如法而一得豕價三百轉減而上得羊價五百牛價一千二百此亦同名相除異名相益正無入負之負無入正之也中行下實虛缺本無庸論蓋注文傳寫失真後人又妄加改竄遂不通可

此四雀一燕與一雀五燕衡適平并重一斤故

各八兩列兩行程數左行頭位其數是一可省

乘合右行徧乘左行而取其法實於左左行數

多以右行取其數左頭位減盡中法下實即每

枚當重宜可知也按此四雀一燕與一雀五燕

其重等是三雀四燕重相當雀率重四燕率重

三也諸再程之率皆可異術求之即其數也

此即末條所言新術以下實俱重八兩徧乘上

雀燕以左雀入減右雀十二餘二十四以右

燕入減左燕四十餘三十二是為二物正負相

借因而約之雀得三燕得四乃三雀當四燕也

對易其數即率重四而燕率重三

注於此突入異術幾無解其所謂

今有五家共井甲一繩乙三繩

不足如丙一繩丙四繩不足如丁一繩丁五繩

不足如戊一繩戊六繩不足如甲一繩各得所

不足一繩皆逮問井深繩長各幾何答曰井深

七丈二尺一寸甲繩長二丈六尺五寸乙繩長

一丈九尺一寸丙綆長一丈四尺八寸丁綆長

一丈二尺九寸戊綆長七尺六寸此問不言丈尺無由知井

深綆長於丈尺幾何使井深半之為三丈六尺

有半寸則甲綆一丈三尺二寸半乙綆九尺五

寸半丙綆七尺四寸丁綆六尺四寸半戊綆三

尺八寸使井深倍之為十四丈四尺二寸則甲

綆五丈三尺乙綆三丈八尺二寸丙綆二丈九

尺六寸丁綆二丈五尺八寸戊綆一丈五尺二

寸皆合所問由是言之問既不定以丈尺依術

推求先得七百二十一無以定百為丈十為尺

也問井深綆長之率各幾何答以井深之率七

百二十一甲綆長率二百六十五乙綆長率一

百九十一丙綆長率一百四十八丁綆長率

一百二十九戊綆長率七十六於義乃通

此率初如方程為之名各一逮井其後法得七

九章算術卷八訂訛

百二十一實七十六

此上訛舛不可通據術先得七百二十一為所列五

行之通率即并深率也以此率列各行下為各

行之下實重求之法得四百二十一實得五萬

四千七百九十六

實得用逮之數七十六

此麻麥與均籌少廣章之重衰積分皆為大事

其拙於精理徒按本天雨流芳術者或用算而布壇方好

煩而喜誤會不知其非反欲以多為貴故其算

也莫不闇於設通術專於一端至於此類苟務

其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁

解牛游刃理間故能歷久其刃如新夫數猶刃

也易簡用之則動中庖丁之理故能和精神愛刃
速而寡尤凡九章為大事按法皆不盡一百算
也雖布算不多然定以算多世人多以方程為
難或盡布算畫圖象在綴正負而已未暇以論其
設動無方斯膠柱調瑟之類聊復恢演為作新
術著之於此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之

芳流雨天

空言記其施用之例著筭之數每舉一隅焉以上

字句多誤又皆屬虛辭非有實義可考無從訂正姑仍之

其一術曰置羣物通率為列衰更置減行羣物

之數各以其率乘之并以爲法其當相并而行
中正負雜者同名相從異名相消餘爲法以減
行下實乘列衰各自爲實實如法而一卽得以
舊術爲之凡應置五行今欲要約先置第三行
以減第四行及減第三行次置第二行以第二
行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次
以第四行減左行頭位次以左行去第四行及
第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可
半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實

如法而一得空即有黍價以法減第二行得荅

價左行得麥價第三行麻價右行得菽價如此

凡用七十七算

上方上術凡五物及總價求其各

物之價者應列五行行五位及價直以上一位

互乘因徧乘位以下及價直兩兩相對減去

其頭位所減之餘重列之減至一物一價乃止

物為法價為實實如法而一得一物之價轉減

而上以知各價先化五為四次化四為三次化

三為二次化二為一凡用十算兼乘減除言之

則一百四十五算凡上一位互乘其數必同可

省乘若遇上一位數同則省徧乘或上一位遇

一則省其與對行徧乘考問意左行上一位是

一先以左行減右行次減第二行次減第三行

次減第四行所減之餘重列為四行其左行上

一位又是一以左行減右行次減第二行次減

第三行所減之餘重列為三行其上一位數皆同卽以本數減之餘列為兩行依術得荅價轉而上求得菽價及麥價以新術為此先以第四麻價凡用九十及算

行減第三行次以第三行去右行及第二行第

四行下位右圖減右行下位不足減乃止次以

左行減第三行下位天雨流芳次以第三行去左行下位

訖廢去第三行次以第四行去左行下位右行

當左行下位次以右圖第四行去第二行及第四行下

位次以第二行減第四行及左行頭位次以第

四行減右行菽位不足減乃止次以右行減第

二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第
二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上
得五下得三是菽宜當三次以左行去第三
行菽位又以減宜當第四行及右行菽位不足減乃
止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以
第三行去左行頭位次以左行去右行頭位餘
上得六下得五是滿宜當六當黍五次以右行去
左行荅位餘約之上為二下為三次以左行去
第二行下位以第二行去第四行下位又以減

左行下位次右行去第二行下位餘上得三下

得四是為麥三當菽四次以第二行減第四行

下位次以第四行去第二行下位餘上得四下

得七是為麻當麥七是為相當之率舉矣上以

所言新術亦訛舛不可通據其術求之先以左

行減第三行去其次位次并右行左行亦并第

三行第四行減之去其次位次倍左行以第

二行減之去其次位次所減之餘重列之為三行

次以第四行減第二行去其次位次及下位次以重

列之中行減右行去其次位次以重列之左行

減右行去其下位所減之餘又重列之為三行

次以此右行減中行去其頭位次以此右行減

左行去其頭位所減之餘兩行兩物減去下實

餘約之上得五下得三是菽五當荅三前云合

餘約之上得五下得三是菽五當荅三前云合

左右相減先去下實又轉去物位求其一行二
物正負相借者易其相當之率謂菽五當荅三
即菽價率三荅價率五也或先減下實乃減物
位或先減物位乃減下實各從省便本無一定
之先後其先求菽與荅相當之率次求麥與黍
相當之率次求麥與菽相當之率次求麻與麥
相當之率亦無一定之先後然非遇正負相借
者則二物相當之率不可得往往窮而復推輾
轉滋繁遠不若舊術之究歸易簡也

區

天雨流芳

家
子

九章算術卷八終

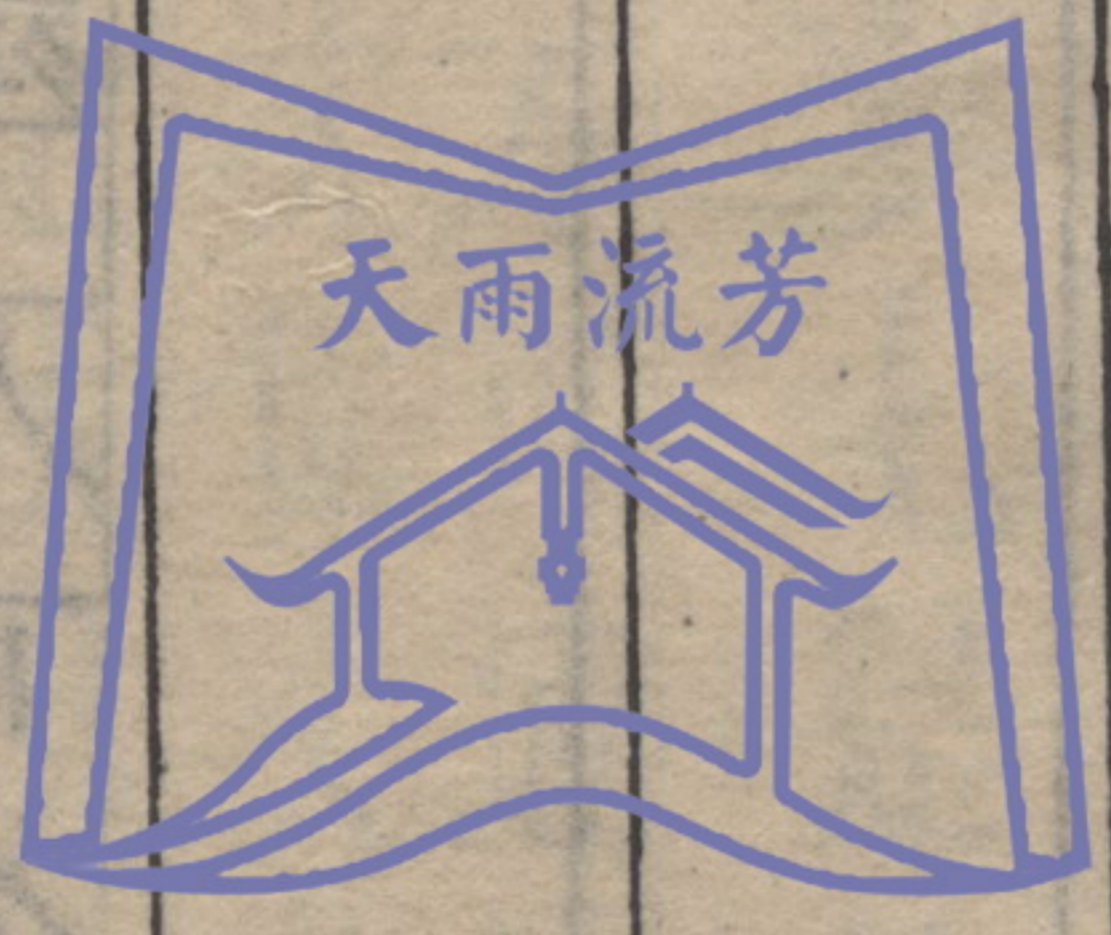
圖

區

率

法

以



解

九章算術卷九

算經十書之二

唐朝議大夫行中書令上柱國車都尉臣李淳風等奉 勅注釋

魏 劉 徽 注

句股

以御高深廣遠



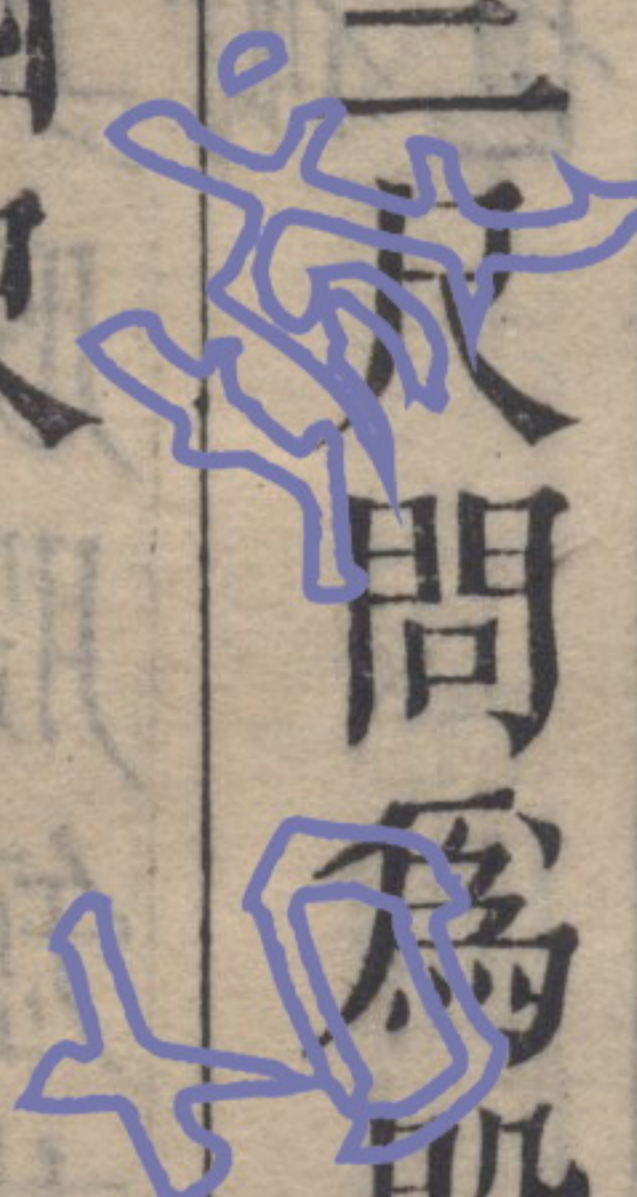
今有句三尺股四尺問為弦幾何

天雨流芳

答曰五尺



今有弦五尺句三尺問為股幾何



答曰四尺

今有股四尺弦五尺問為句幾何

答曰三尺

句股 短面曰句長面曰股相與結角曰弦

故先具此術 以見其源也

術曰句廣各自乘并而開方除之即弦 句自

乘為朱方股自乘為青方令出入相補各 從其類因就其餘不 移動也合成弦方之

之即弦也

又股自乘以減弦自乘其餘開方除之即

句 臣淳風等謹按此術以句股累合成弦

也 減弦自乘餘者即句累 故開方除之即句也

又句自乘以減弦自乘其餘開方除之即

股句股纂合以成弦纂合去其一則餘在者皆可得而知之

今有圓材徑二尺五寸欲為方版令厚七寸問

廣幾何

答曰二尺四寸五分

術曰令徑二尺五寸自乘以七寸自乘減

之其餘開方除之即廣此以圓徑二尺五寸為弦版厚七寸

為句所求廣為股也

今有木長二丈圍之三尺葛生其下纏木七周

上與木齊問葛長幾何

答曰二丈九尺

術曰以七周乘三圍為股木長為句為之

求弦弦為之長

據圍廣木長求葛之長其形葛卷裏表以筆管

青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每

周之內自有相間成句股弦則其間木長

為股圍為句葛長為弦弦七周乘三圍

是并合眾句以為一句則句長而股短故

術以木長謂之句圍之謂之股言之倒互

句與股求弦亦如前圖句三自乘為朱羃

股四自乘為青羃合朱青二十五為弦五

日乘羃出上第一圖句股羃合為弦羃明

矣然二羃之數謂倒在於弦羃之中而已

可更相裏者則成方羃其居表者則成矩

纂二表裏形訛而數均又按此圖句纂之
矩青卷白表是其纂以股弦差為廣股弦
并為表而股纂方其裏股纂之矩青卷白
表是其纂以句弦差為廣句弦并為表而
句纂方其裏是故差之與
并用除之短長互相乘也

今有池方一丈葭生其中央出水一尺引葭赴

岸適與岸齊問水深葭長各幾何

答曰

水深一丈二尺

葭長一丈三尺

術曰半池方自乘

此以池方半之得五尺為句水深為股葭長為

弦以句及股弦差求股弦以出水一尺自

故令句自乘先見矩羈也此差羈於矩羈

乘減之出水者股弦差乘股長之矩羈

餘倍出水除之即得水深倍差為矩羈之

先見葭長者出水一尺自乘以加於半池

方自乘倍出水除之即得令此羈得出水

一尺為表故為加出水數得葭長臣淳風

矩而得葭長也故加出水尺數而得葭長也

今有立木繫索其索委地三尺引索卻行去本

八尺而索盡問索長幾何

答曰一丈二尺二十一分尺之一

術曰以去本自乘

此以去本八尺為句所求索者弦也引而索盡

與開門去闕者句及股弦差求股

弦同一術去本自乘者先張矩纂令如委

數而一

委地者股弦差也以除

所得加委

地數而一之即索長

子不可半者倍其母加差於并則成兩索

長故又半之其差於

并而半之得本長也

今有垣高一丈倚木於垣高與垣齊引木卻行

一尺其木至地問木幾何

答曰五丈五尺

術曰以垣高十尺自乘如卻行尺數而一

所得以加卻行尺數而半之即木長數以此

垣高一丈為句所求倚木者為弦引卻行
一尺為股弦差其為術之意與繫索問同

也

今有圓材埋壁中不知大小以鑿鑿之深一

寸鑿道長一尺問徑幾何

答曰材徑二尺六寸

術曰半鑿道自乘此術以鑿道一尺為句

股弦差之一半故鑿長亦半之也臣淳
風等謹按下鑿深得一寸為半股弦差注

云為股弦差如深尺而一以深寸增之即
者鑿道也

材徑亦以半增之如上術去本當半
之今此皆同半差不復半也

今有開門去闌一尺不合二寸問門廣幾何

答曰一丈一尺

術曰以法闌一尺自乘所得以不合二寸

半之而一所得增不合之半即得門廣此

闌一尺為句門廣為股不合二寸以半之

得一寸為股弦差求弦故當半之今即以

兩弦為廣數故

不復半之也

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈

問戶高廣各幾何

答曰

廣二尺八寸

高九尺六寸

術曰令自乘為實半相多令自乘倍

之減實半其餘以開方除之所得減相多

之半即戶廣加相多之半即戶高令戶廣為句高

為股兩隅相去一丈為弦高多於廣六尺八寸為句股差按圖為位弦幕適滿萬寸

倍之減句股差幕開方除之其所得即高廣并數以差減并而半之即戶廣加相多

之數即戶高也今此術先求其半一丈自乘為朱幕四黃幕一半差自乘又倍之為

黃冪四分之二減實半其餘有朱冪二黃
冪四分之二其於大方棄四分之三適得
四分之二故開方除之得高廣并數之半
減差半得廣加得高又按此圖冪句股
并自乘加差冪為兩弦冪半之開方得弦
今倍弦冪減差冪求句股并蓋先見其弦
然後知其句與股也句股適等者并而自
乘即為高廣冪皆各為方先見其弦然後
知其句與股者倍弦冪即為句股適等者
并而自乘之冪半相多自乘倍之又半股
并自乘亦倍之合為弦冪其無差數者句
股各自乘并之為實與句股相乘倍之為
實皆開方得弦弦冪半之為實開方即得
句股及股長句短同源而分流焉假令句
股各五弦冪五十開方除之得七尺有餘
一不盡假令弦十其冪有百半之為句股
二冪各得五十當亦不可開故日圓三徑
一方五斜七雖不正得盡理亦可言相近

九章算術句股

六

耳其句股合而自乘之其句自乘倍之
 為兩弦冪以減之其餘開方除之為句股
 差加差於合而半之為股減差於合而半
 之為句股即高廣表其出此圖也其倍
 弦為廣表合句即為冪得廣即句股差
 其矩句之冪倍為從法開之亦句股差其
 餘以句股冪減半其餘差
 為從法開方除之即句也

今有戶不知高廣等不知長短橫之不出四尺
 從之不出二尺邪之適出問戶高廣表各幾何

答曰

廣六尺

高八尺

對... 十表一丈... 東... 會... 甲... 乙... 各...

術曰從橫不出相乘倍而開方除之所得

加從不出即戶廣股戶表為弦凡并句股

之冪即為弦冪或矩於表或方於裏連之

者舉表而方之又從句方裏令為青矩

之表未滿黃方此方則兩端之廉重於

隅中各以股弦差為廣句弦差為表故兩

端差相乘又倍之則成黃方之冪開方除

之得黃方之外之青知亦以股弦差

為廣故以股弦差加橫不出即戶高兩不

出加之得戶表

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高

九章算術卷九 句股

七

幾何

答曰四尺二寸一分尺之十一

術曰以去本自乘此去本三尺為句折之餘高為股末折抵地為

故先令依自乘是矩故先令依自乘是矩為股弦并以所得以減竹高而半其餘即

折者之高也此術與繫索者之類更相反

為股弦并累本自乘為矩累減之餘為實倍高為法則得折之高數也

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行

甲南行十步而邪東北與乙會問甲乙行各幾

何

答曰

乙東行十步

甲邪行十四步半及之

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以為

甲邪行率邪行率減於七自乘餘為南行

率以三乘七為乙東行率此以南行為句

為弦句弦并七欲知弦者當以股自乘為

半之為弦以弦減差餘為句如是或有分

為分子故令句弦并自乘為朱黃相連之
方股自乘為青纂之矩令其矩引之直加
損同之以句弦并為袤差為廣其圖大體
以兩弦為袤句弦為廣引黃斷其半為
弦率七自乘者句弦并之率故弦減之餘
為句率同立處是申停也列用率皆句弦
并為袤與句各為之廣置南行十步以
故亦以廣率同其表也

甲邪行率乘之副置十步以乙東行率乘

之各自為實實如南行率而一各得行數

南行十步者所有句求見弦
股故以弦股率如句率而一

今有句五步股十二步問句中容方幾何

答曰方三步十七分步之九

術曰并句股為法句股相乘為實實如法

而一得方一步

句股相乘為朱青黃羃各

各以類合共成修中方黃為廣并句股

為表故并句股為法羃圖方在句中則方

之兩廉各自乘小句股而其相與之勢不

失本率句面之小股股面之小句從橫

相連合而成中方率并句股

為廣率據見句五步而今有之得中方也

復令句為中方率以并句股為表率據股

十二步而今有之則中方又可知此則雖

不效而法實有法由生矣不容圓

率以今有表之言之可以見之也

今有句八步股十五步問句中容圓徑幾何

答曰六步

術曰八步為句十五步為股為之求弦三

位并之為法以句乘股倍之為實實如法

得徑一步句數相乘為圖之本體朱青黃

於小紙分裁邪正之會令顛倒相補各以

類合成備幕圖方經為廣并句股弦為衰故

并句股弦以為法又以圖之大體言之股

中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均

而復連規從橫量度句股必合而成小方

矣又畫中弦以觀其會則句股之中成小

句股弦者四句面之之小股股面之小句皆

小方之面皆圓徑之半其數故可衰以句

股弦為列衰副并為法以小句乘未并者

各自為實實如法而一得句面之小股可

知也以股乘列衰為實則得股面之小句

可知言雖異矣及其所以成法之實則同

歸矣則圓徑又可以用句乘之差并句弦差
減股為圓徑又弦減句股并餘為圓徑以
句弦差乘股弦差而倍
之開方除之亦圓徑也

今有邑方二百步中開門出東門十五步有

木問出南門幾何步而見木

答曰六百六十六步太半步

術曰出南門步數為法

以句率半邑方自為法也

乘為實實如法得一步

此以出東門十五步為句率東門南

至隅一百步為股率南門東至隅一百步
為見句步欲以見句求股以為出南門數

正合半邑方自乘者股率
當乘見句此二者數同也

今有邑東西七里南北九里各中開門出東門
十五里有木問出南門幾何步而見木

答曰三百一十五步

術曰東開南至隅步數以乘南門東至隅

步數為實以木去門步數為法實如法而

一此以東門南至隅四里半為句率出東
門十五里為股率南門東至隅三里半

為見股所問南門即見股
之句為術之意與上同也

今有邑方不知大小各中開門出北門三十步

有木出西門七百五十步見木問邑方幾何

答曰一里

術曰令兩出門步數相乘因而四之為實

開方除之即得邑方

按前術半邑方自乘出東門步數除之即

出南門步數今兩出門相乘為半方邑自

乘居一積分因而四之即得四隅之

積分故以為實開

方除之即邑方也

今有邑方不知大小各由開門出北門二十步

有木出南門十四步折而西行一千七百七十

五步見木問邑方幾何

答曰二百五十步

術曰以出北門步數乘西行步數倍之為

實此以折而西行為股自木至邑南十四

至西隅為股率即半廣數故以出北門句

率乘西行股得半廣股率乘句之累然此

累居半句以西故又并出南門步數為從法

開方除之即邑方此術之累東西廣如邑

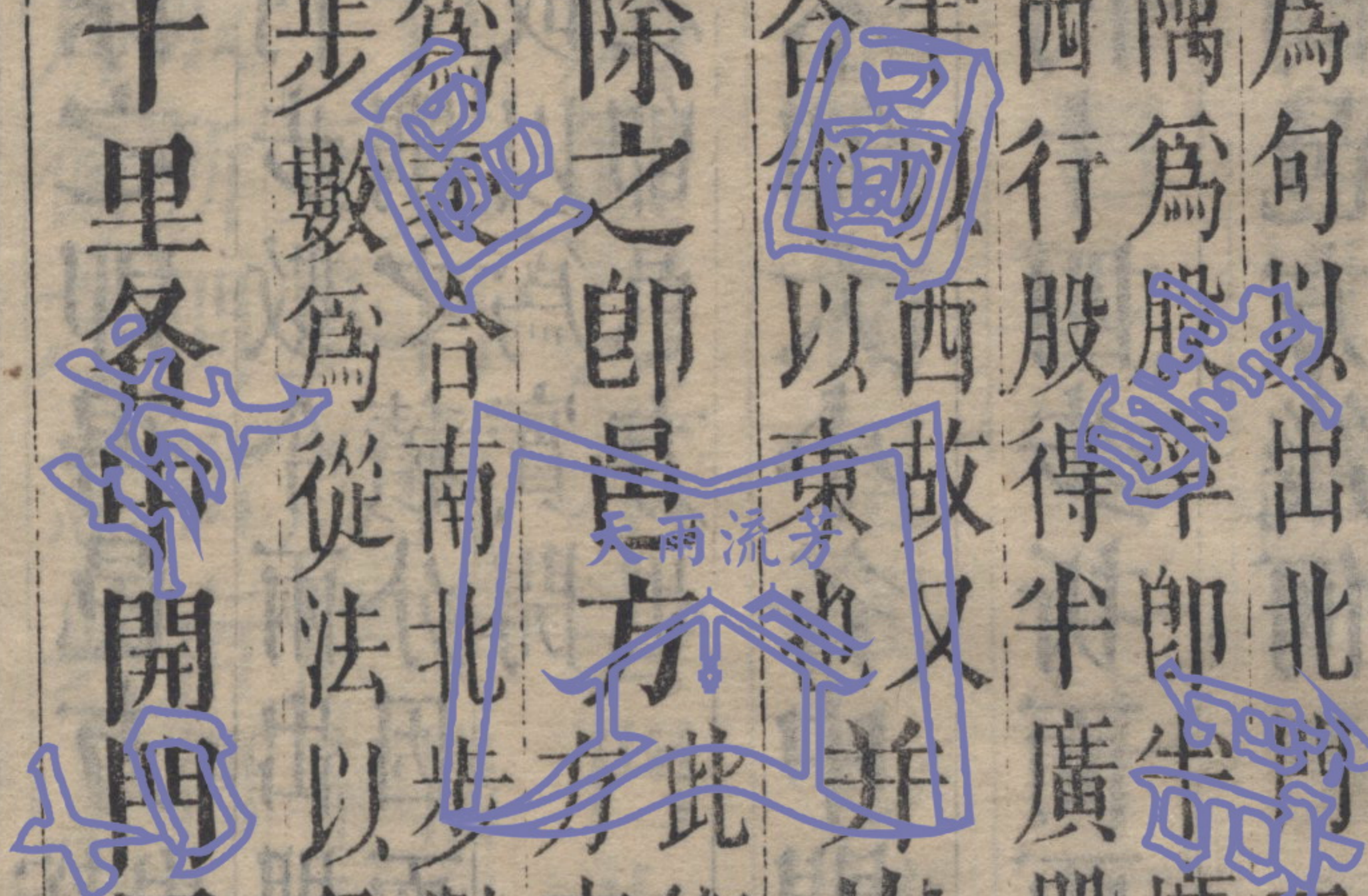
四步為句合南北步數為廣表差故連

并兩步數為從法以為隅外之累也

今有邑方十里各開門甲乙俱從邑中央而

出乙東出甲南出門不知步數邪向東門磨

邑適與乙會率甲行五乙行三問甲乙行各幾



何

答曰

甲出南門八百步邪東北行四千八

百八十七步半及乙

乙東行四百三十三步半

術曰令五自乘三亦自乘并而半之為邪

行率邪行率減於五自乘者餘為南行率

以三乘五為乙東行率

求三率之意置邑與上甲乙同

方半之以南行率乘之如東行率而一即

得出南門步數

邑半方自南門至東隅五里以爲小股求出南門步

數爲小股之句以東行爲股率南行爲句率故置邑方半之

率而以增邑方半即南行邑半邑者謂從置

南行步數弦者以耶行率乘之求東者以

東行率乘之各自爲實實如南行率得一

步

此術與上甲乙同

有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左

兩表與所望參相直從後右表望之入前右表

三寸問木去人幾何

答曰三十三丈三尺三寸少半寸

木末術曰令一丈自乘為實以三寸為法實如

法而一

此以人前表三寸為句率右兩表相去一丈為股率左右兩表相

去一丈為見句所問木去人者見句之股

股率當見句此二率俱一丈故曰自乘

以三寸為法實

如法得一寸

天雨流芳

有山居木西不知其高山去木五十三里木高

九丈五尺人立木東三望木末適與山峯斜

平人目高七尺問山高幾何

答曰一百六十四丈九尺六寸太半

寸

術曰置木高減人目高七尺餘以乘五十

三里為實以人去木三里為法實如法而

一所得木高即山高

此術句股之義以木高減人目高七

尺餘有八丈八尺為句率去人目三里為

股率山去木五十二里為見股以句率乘

見股如股率而一得句

加木之高故為山高也

今有井徑五尺不知其深立五尺木於井上從

木末望水岸八徑四寸問井深幾何

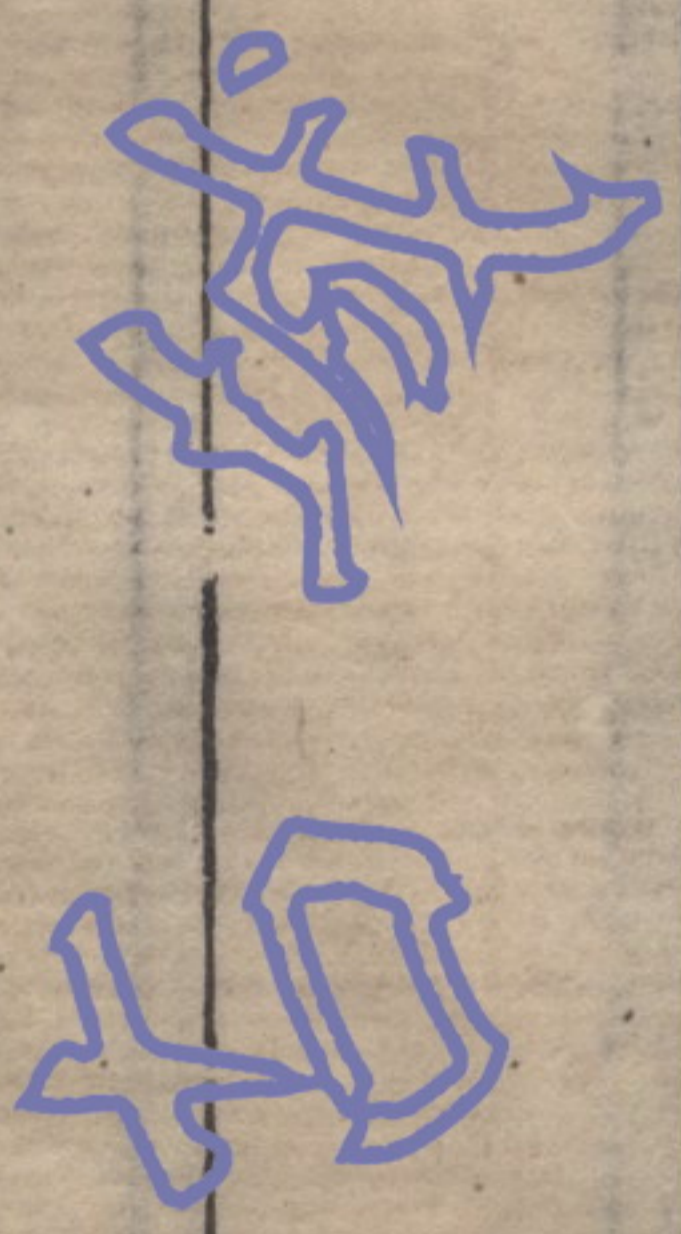
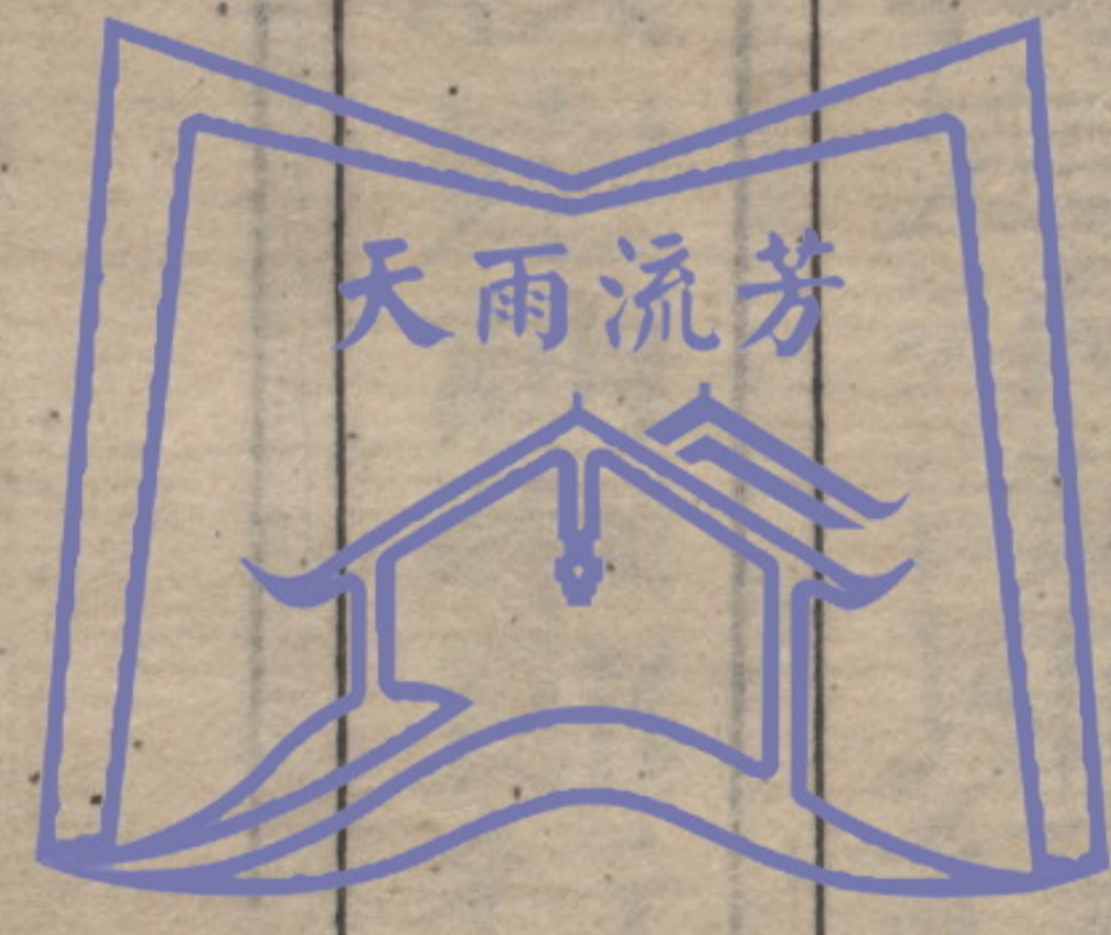
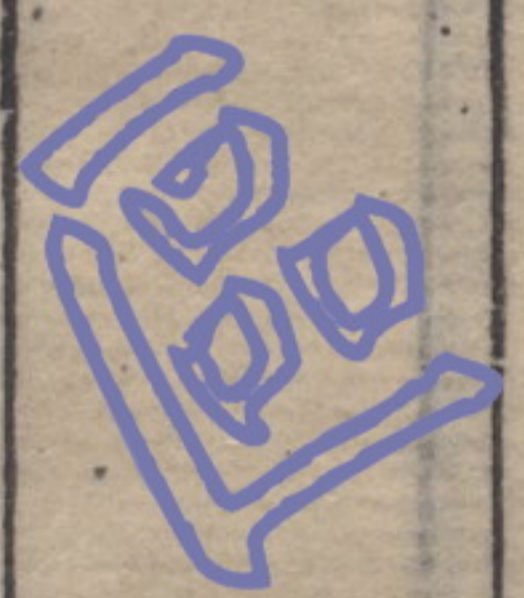
答曰五丈七尺五寸

術曰置井徑五尺以八徑四寸減之餘以

乘立木五尺為實以八徑四寸為法實如

法得一寸尺此以八徑四寸為句率立木五

句問井深者見句之



九章算術卷九

木本乘之立木正以爲實以入筭四十七爲其實以

見其之

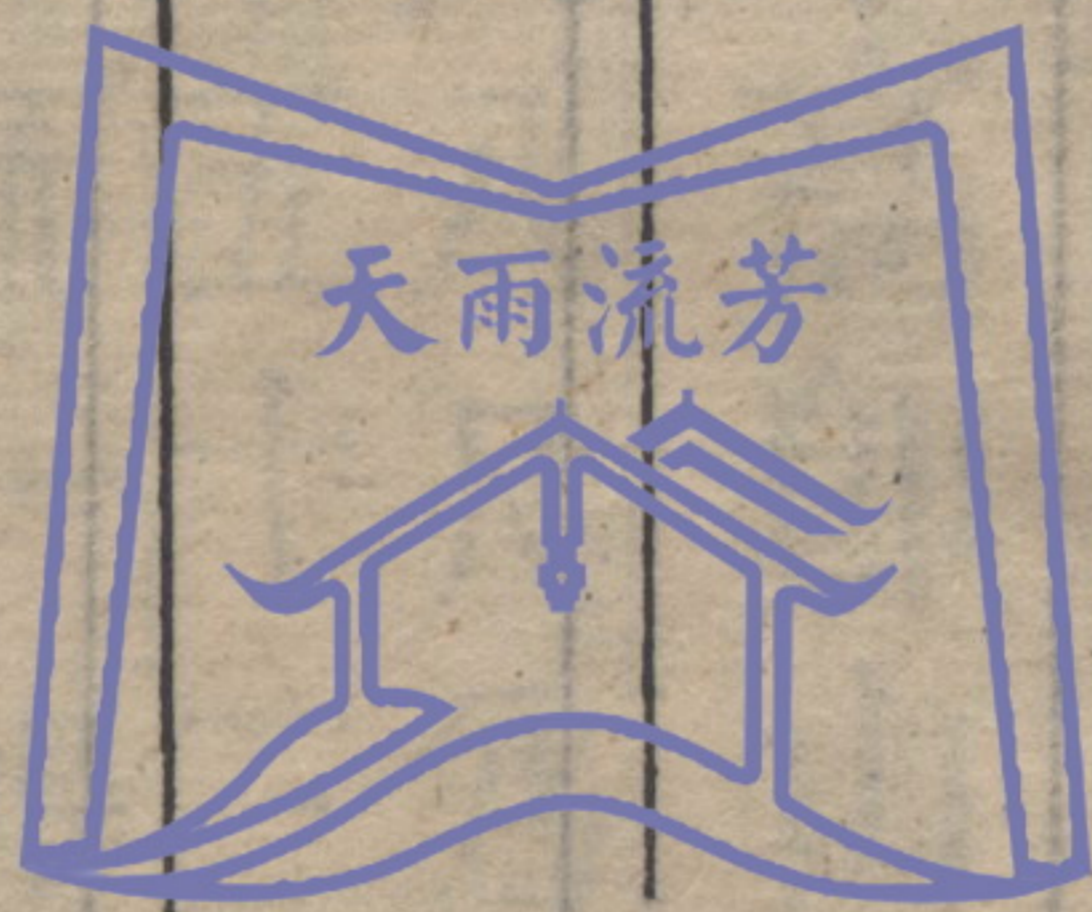
區

圖

家

家

家



天雨流芳

秘書省

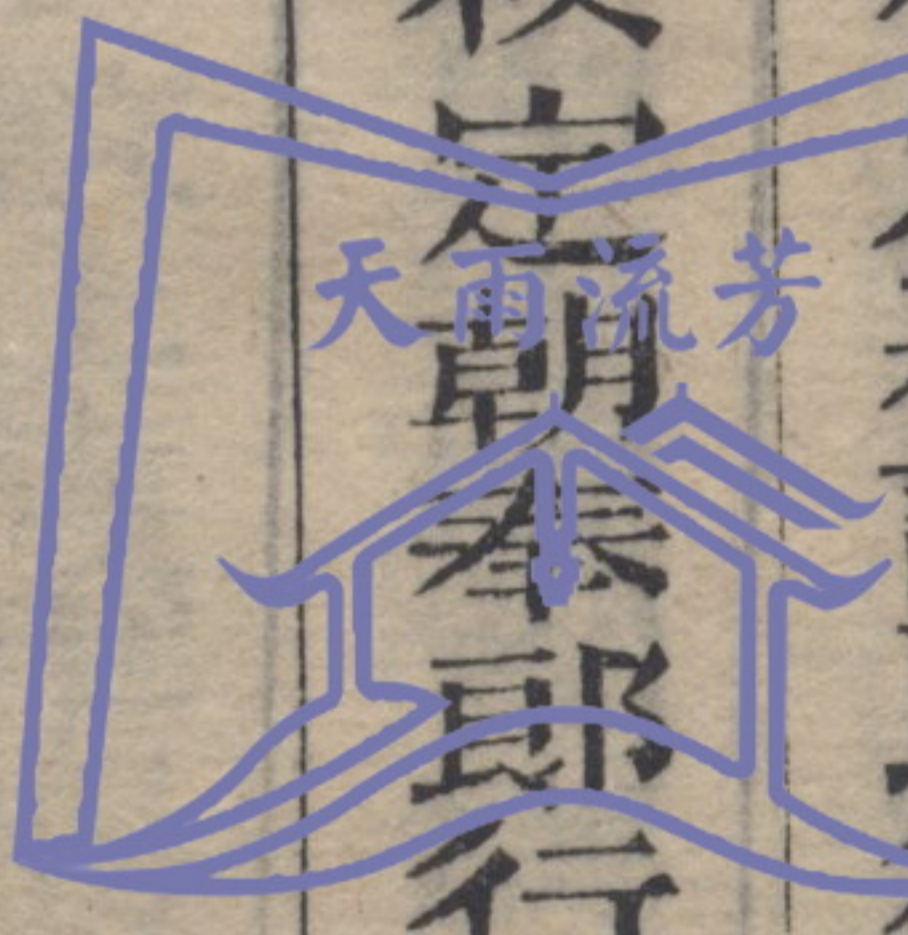
九章算術一部共九册

元豐七年九月

日校定承議郎行秘書省校書郎臣葉祖洽上進

校定承議郎行秘書省校書郎臣王仲脩

校定朝奉郎行秘書省校書郎臣錢長卿



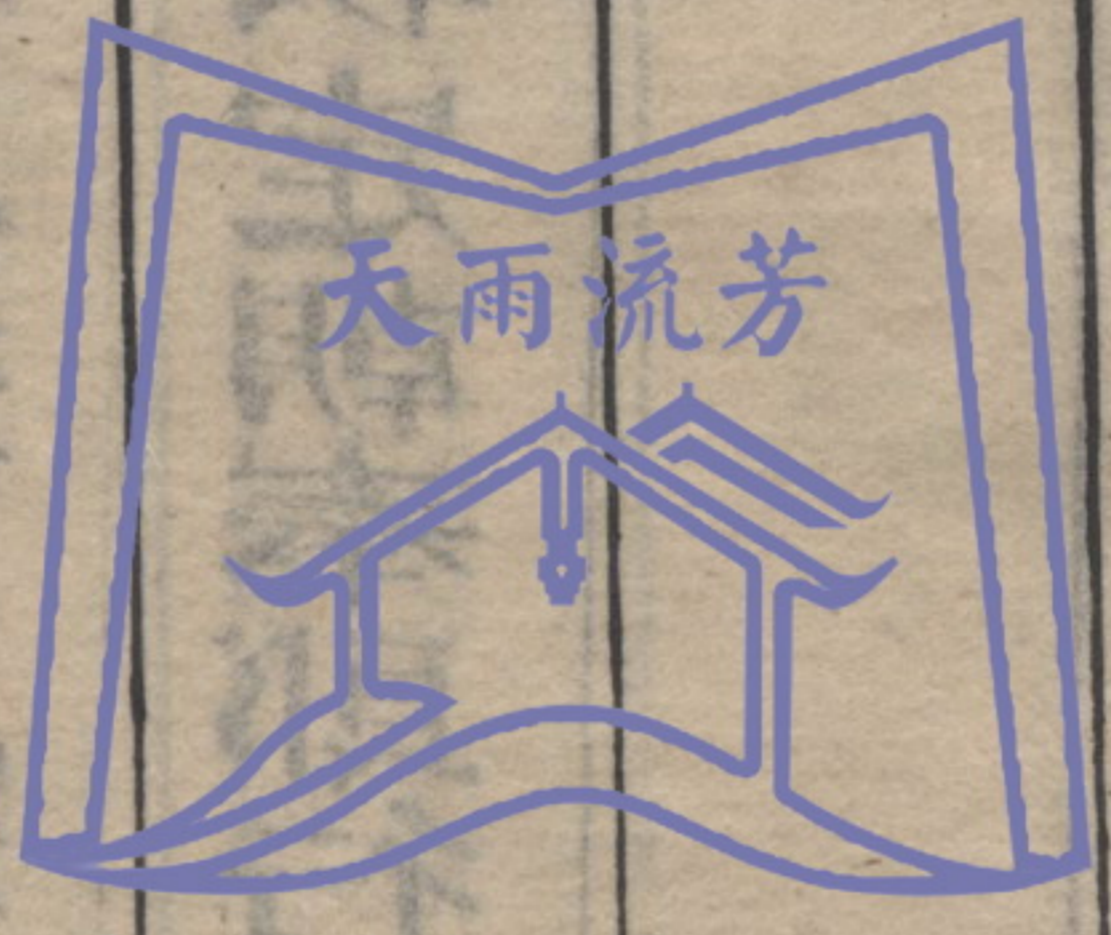
奉議郎守秘書郎丞 臣韓宗古

朝請郎 臣試秘書少監 臣趙彥若

臣 臣 臣

圖

題



臣 臣 臣

九章算術一

九章算術卷九

元豐七年九月二十八日

進呈奉

御寶批宜依已校定鏤板

朝奉郎秘書丞上騎都尉賜緋魚袋臣韓治

朝散郎試秘書少監天雨流芳上騎都尉賜緋魚袋臣顧臨

朝議大夫秘書少監上護軍賜紫金魚袋臣劉攽

欽定

中大夫守尚書右僕射兼中書侍郎上柱國

中大夫守尚書右僕射兼中書侍郎上柱國東平郡開國侯食邑貳千叁百戶賜紫金魚袋 臣呂大防

通議大夫守尚書左丞上柱國平原郡開國公食邑貳千捌百戶食實封伍百戶 臣李清臣

正議大夫守中書侍郎上柱國馮翊郡開國公食邑貳千叁百戶食實封伍百戶 臣張璪

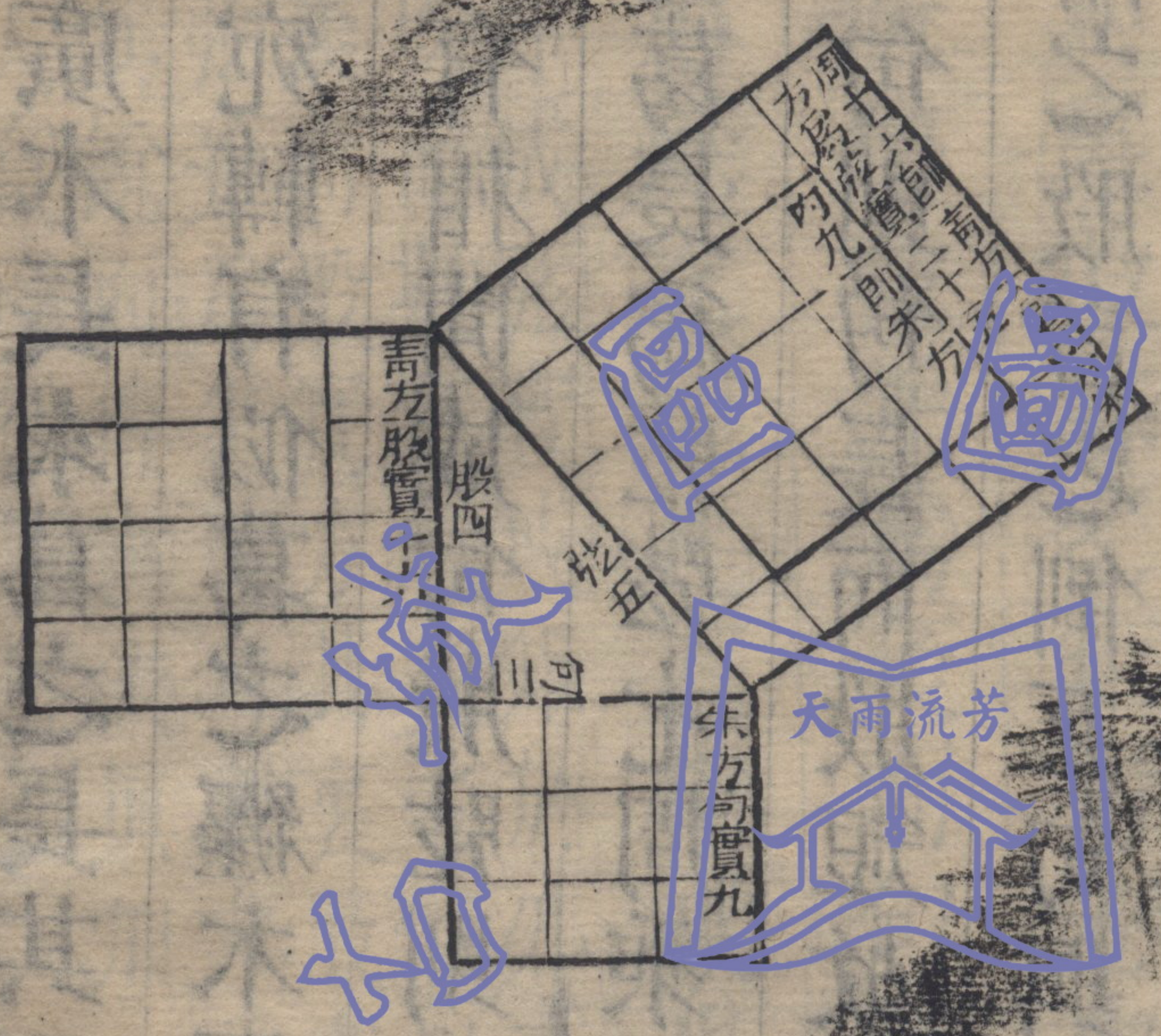
正議大夫守門下侍郎上柱國南陽郡開國公食邑貳千壹百戶食實封壹千戶 臣韓維

金紫光祿大夫守尚書右僕射兼中書侍郎上柱國東平郡開國公食邑陸千貳百戶食實封壹千玖百戶 臣呂公著

止議大夫守尚書左僕射兼門下侍郎上柱國河內郡開國公食邑肆千壹百戶食實封壹千伍百戶 臣司馬光

九章算術卷第九訂訛補圖

句股弦互求圖



休甯 戴 震 東原

注云句自乘為
 朱方股自乘為
 青方令出入相
 補合成弦方之
 累又李淳風等
 釋云句方於內
 則句短於股據
 此則劉徽注此
 章舊有圖而缺
 今並按注補圖

九章算術卷九訂訛補圖十七

算經十書之二

據圍廣木長求葛之長其形葛卷裏表以筆管
青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之
間自有相閒成句股弦則其閒木長為股圍之
為句葛長為弦此周乘三圍是并合眾句以
為一句則句長而股短故術以木長謂之句圍
之謂之股言之倒互句與股求弦亦如前圖句
三自乘為朱纂四自乘為青纂合朱青二十
五為弦五自乘纂出上第一圖句股纂合為弦
纂明矣然二纂之數謂倒在於弦纂之中而已

可更相裏者則成方冪其居表者則成矩冪二

表裏形訛而數均又按此圖句冪之矩青卷白

表是其冪以句股弦差為廣股弦并為表而股

冪方其裏股冪之矩青卷白表是其冪以句弦

差為廣句弦并為表而句冪方其裏是故差之

與并用除之長互相乘也據趙君卿注周髀

之實即成弦實或矩於外或方於內形詭而量

均體殊而數齊句實之

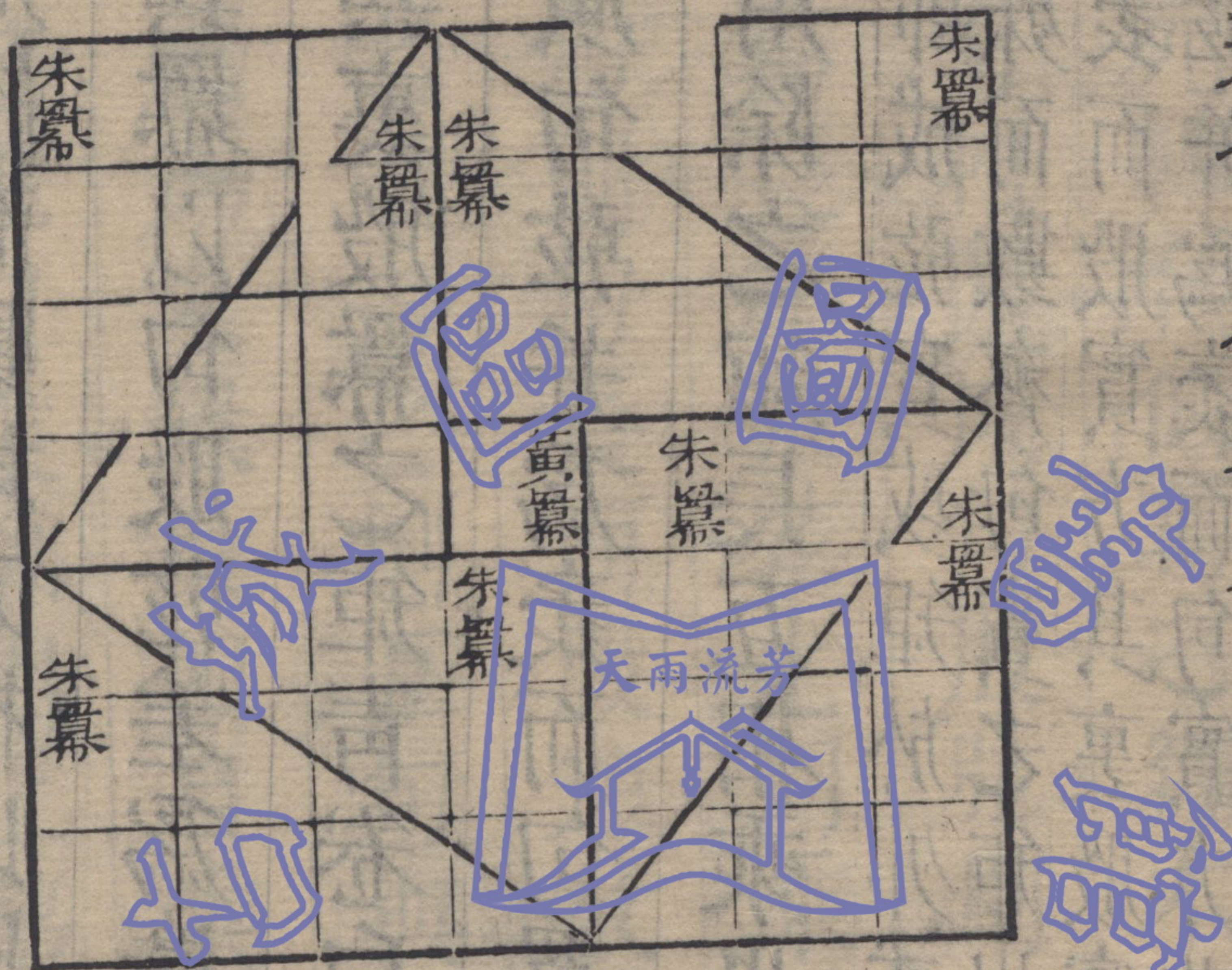
并為表而股實方其裏股實之矩以句弦差為

廣句弦并為表而句實方其裏君卿漢人此注

蓋用其說而傳寫失真加

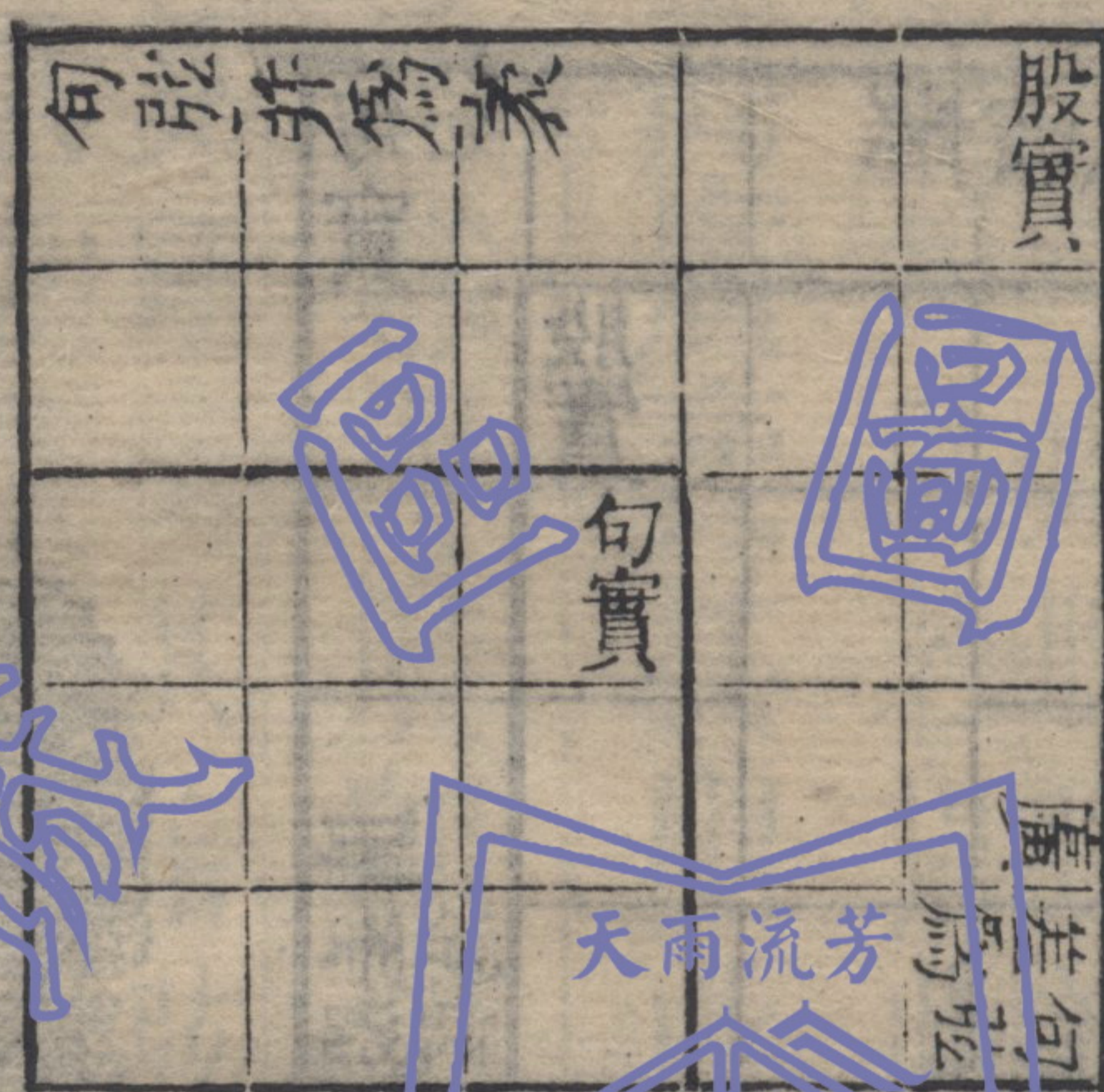
以後人竄改遂不可通

句股差句股并與弦互求之圖



據注意滿大方卽句股并自乘之纂有朱纂八黃纂一內小方卽弦實有朱纂四黃纂一倍弦實滿外大方而多一黃纂於弦實內減黃纂四分之二半其餘實得外大方四分之二朱纂者句股積也黃纂之面卽句股差

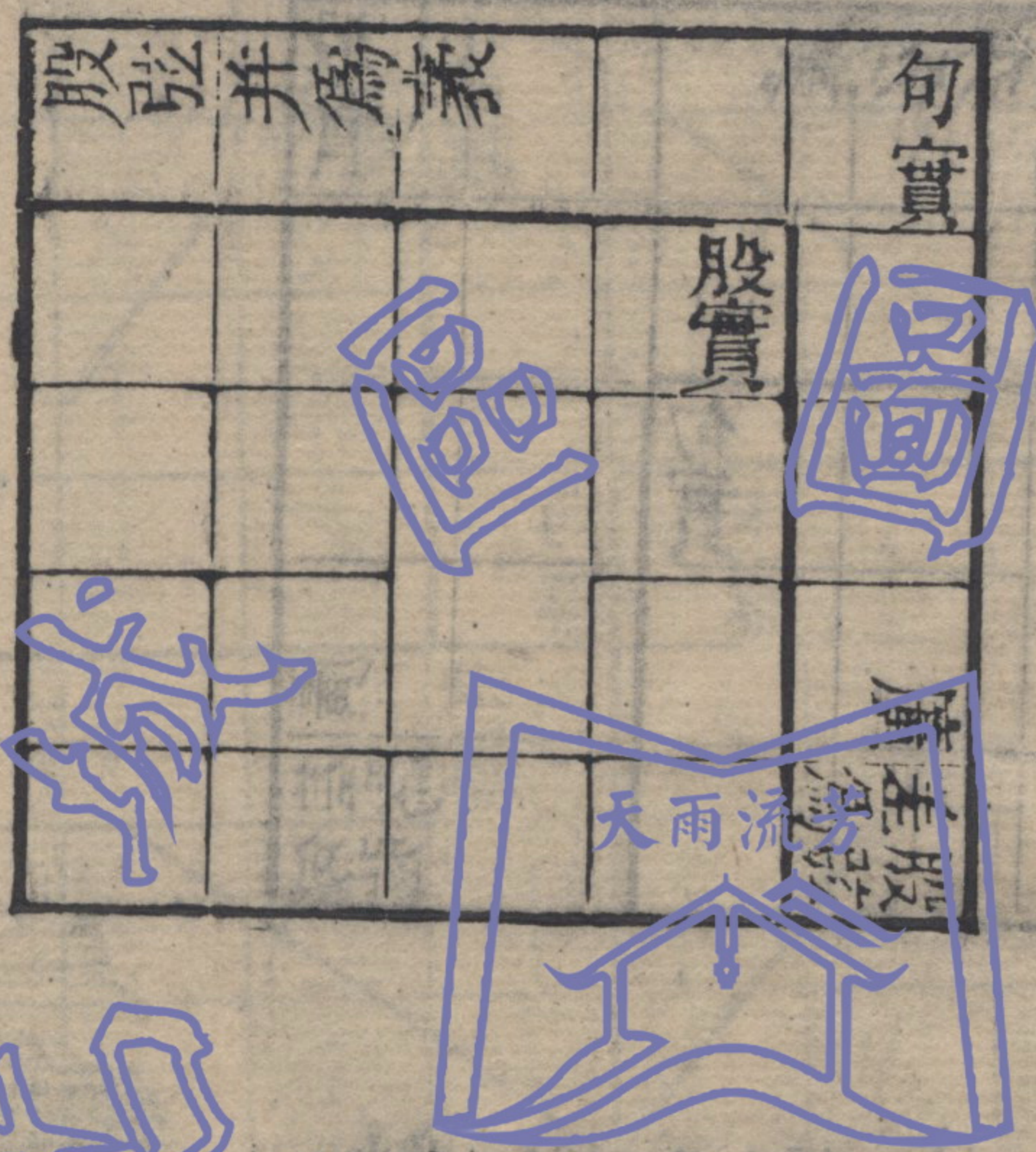
股實之矩圖



矩
圖
句
實

趙君卿云股實之
 矩以句弦差為廣
 句弦并為袤而句
 實方其裏劉注用
 句弦差句弦并與
 句股弦互求本此

句實之矩圖



趙君卿云句實之
 矩以股弦差為廣
 股弦并為袤而股
 實方其裏劉江用
 股弦差股弦并與
 句股弦互求本此



句實之矩圖

句實之矩圖

臣淳風等謹按下鑿深得一寸為半股弦差注

云為股弦差者鑿道也

案此言下鑿深得一寸為半股弦差即注所謂

鑿深一寸為股弦差之

半也更綴注云為股

弦差者鑿道也

十寸舛誤不可通據割圓術鑿

深一寸即可為股弦差半鑿道五寸為

句材半徑為

若以此言之尤合術意

股弦即高廣袤其出此圖也其倍差為廣袤合

矩句即為繫得廣即句股差

股弦即高廣袤以下訛舛據趙君卿

注周髀算經云其倍弦為廣袤合而令句股見

者自乘其為實四以減之開其餘所得為差

以差減合半其餘為廣減廣於弦即所求也此

注似用其說而傳寫舛訛後人又妄加改竄遂

不可通就君卿說考之倍弦自乘得弦實四內

有句實股實各四減四句實餘即四股實開之

訂訛補圖

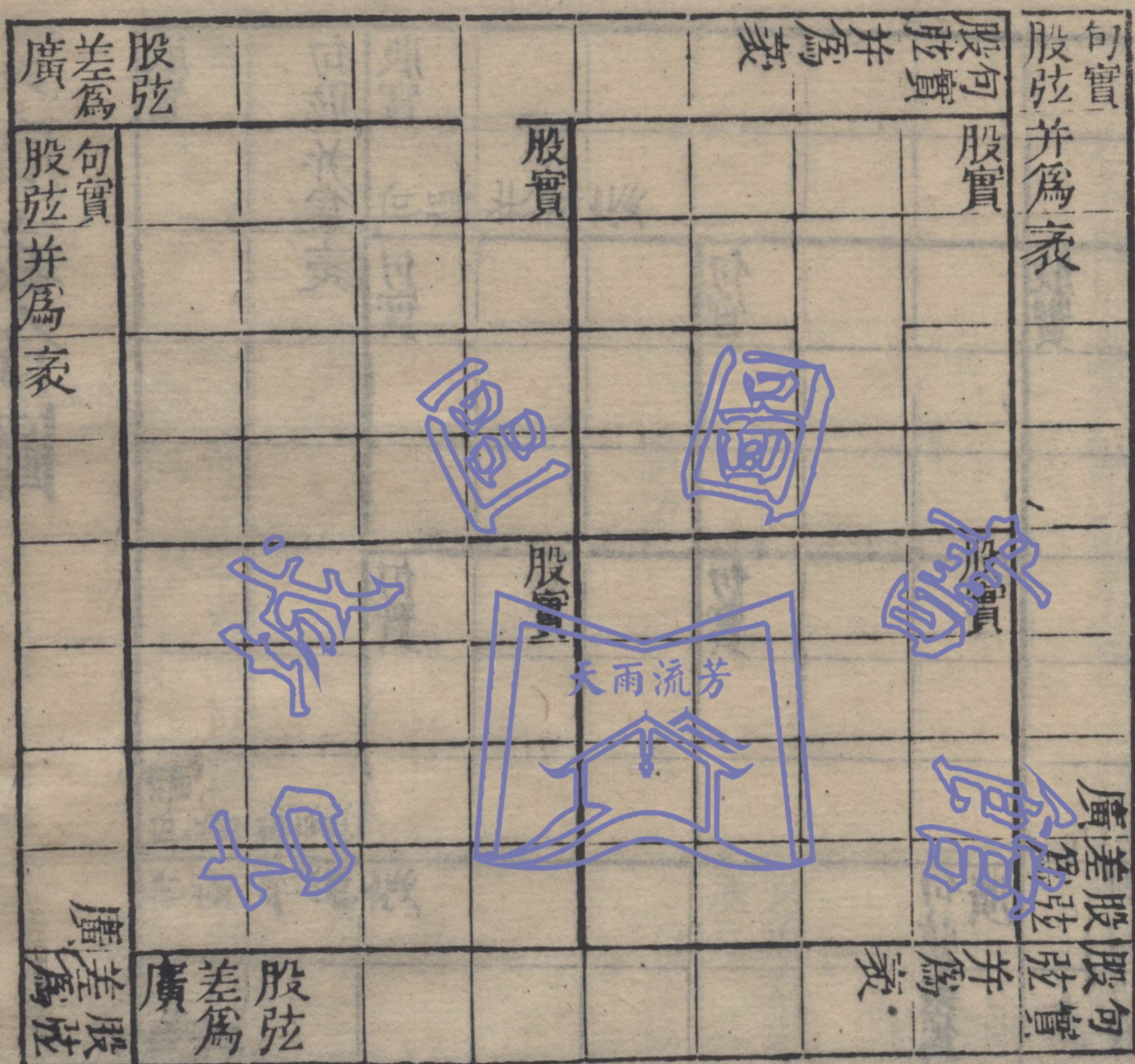
得倍股減四股實餘即四句實開之得倍句所
 謂開其餘所得為差也減倍股於倍弦半其餘
 為股弦差減倍句於倍弦半其餘為句弦差所
 謂以差減合半其餘為廣也減股弦差於弦即
 股減句弦差於弦即所謂減廣於弦即所求
 也凡股弦差為廣股弦并為袤其累即句累句
 弦差為廣句并為袤其累即股累合廣袤皆
 成倍弦故曰倍弦為廣表合而倍句倍股即廣
 袤其矩句之累倍為從法開之亦句股差其餘
 以句股累減半其餘差為從法開方除之即句

也 據趙君卿云減矩句之實於弦實開其餘即
 股倍股在兩邊為從法開矩句之角即股弦

差減矩句之實於弦實開其餘即句倍句在兩
 邊為從法開矩股之角即句弦差此注亦用其

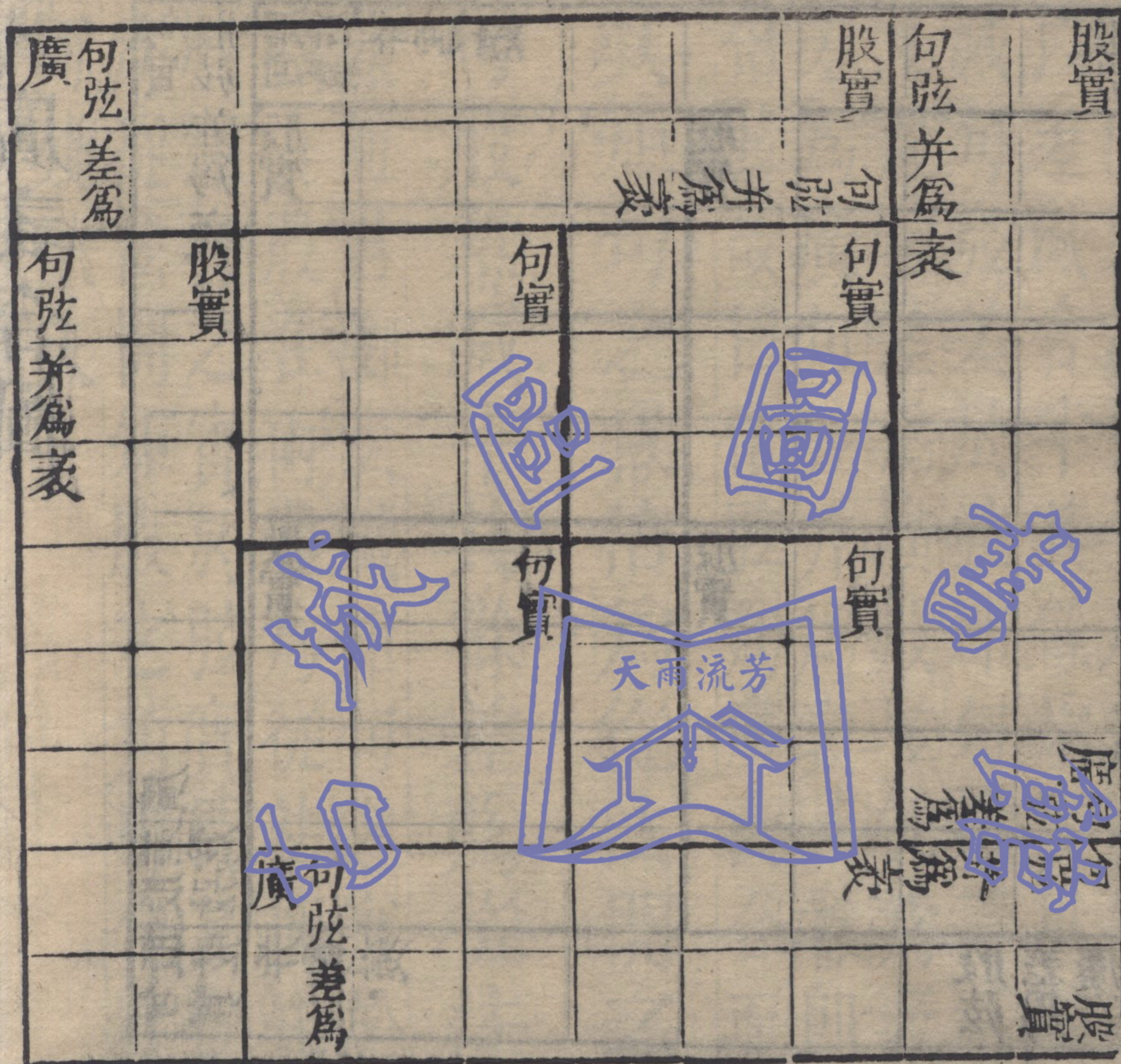
說而殘缺失次遂不可通

句實廣表合圖



據注意句實以股弦差為廣股弦并為表廣表合亦即倍弦減四句實於倍弦自乘之幕餘為四股實開方得倍股即句實之廣表差也

股實廣袤合圖



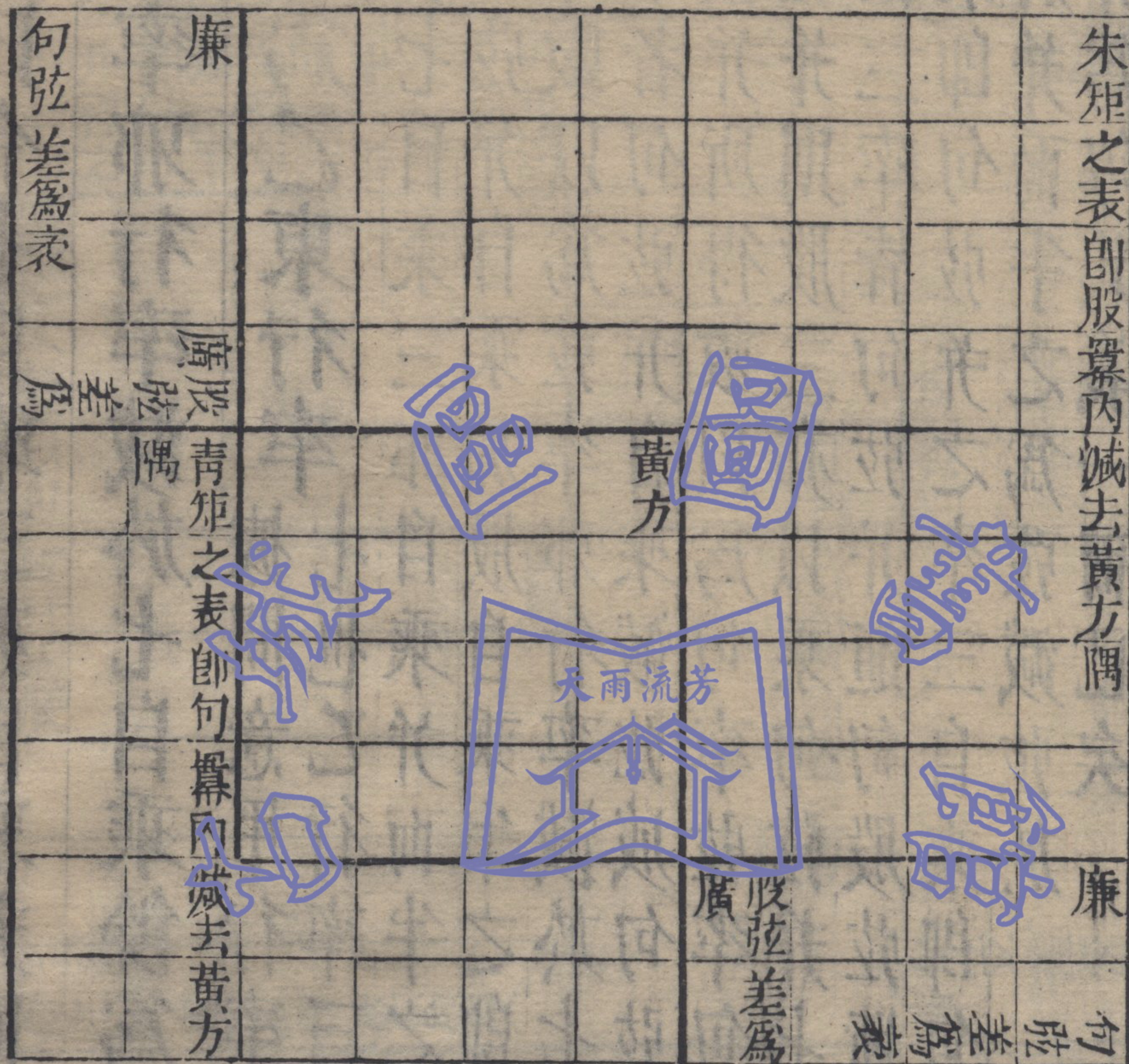
據注意倍弦
 自乘之幕容
 句實股實各
 四股實以句
 弦差爲廣句
 弦并爲袤廣
 袤合卽倍弦
 減四股實於
 倍弦自乘之
 幕餘爲四句
 實開方得倍
 句卽股實之
 廣袤差也

句弦差股弦差求句股弦之圖

朱矩之表即股羃內減去黃方隅

廉

句弦差爲羃



句弦差乘股
 弦差倍之爲
 兩廉其羃與
 黃方相等故
 開方除之得
 黃方之面加
 股弦差即句
 加句弦差即
 股加兩差即
 弦

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以為甲邪

行率邪行率減於七自乘餘為南行率以三乘

七為乙東行率

據等意用行率七者設句弦并七也乙行率三者設股三也術

令七自乘三

句

自乘并而半之為甲邪行率者

句弦并自乘加

股

自乘半之即弦乘句弦并所

得數以為弦率邪行率減於七自乘餘為南行

率者句弦并自乘減弦成句弦并餘即句乘句

弦并所得數

以

為句率弦率句率皆通之以句

弦并則股三亦以乘句弦并七乃為股率句股

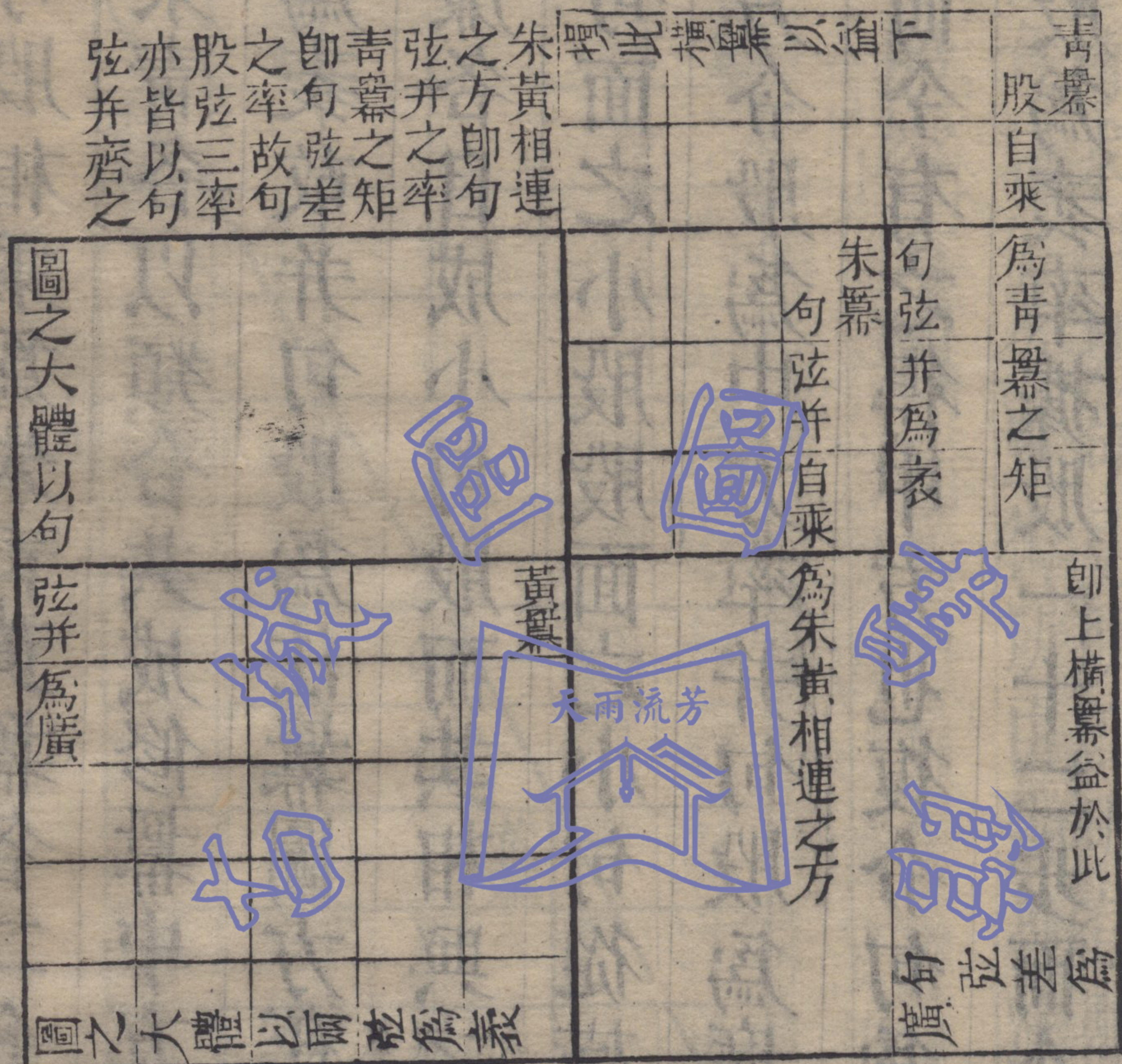
弦三率皆句弦并通句弦所得數然則七自

乘即句弦并之率三自乘即句弦差之率合差

於并而半之為弦減弦於

并為句其義一而已矣

股與句弦并求句弦之圖



據注意句弦并自乘加股自乘成長方以兩弦為表句弦并為廣故半之為弦率減股自乘於弦率餘為之矩損上橫纂益於下以句弦并為表差為廣

朱黃相連之方即句弦并之率青纂之矩即句弦差之率故句弦三率亦皆以句弦并齊之

訂訛補圖

句股相乘為朱青黃冪各二令黃冪連於下隅

朱青各以類合共成修冪中方黃為廣并句股

為表故并句股為法冪圖方在句中則方之兩

廉各自成小冪股而其相與之勢不失本率也

句面之小股股面之小句從橫相連合而成中

方令股為中方率并句股為廣率據見句五步

而今有之得中方也復令句為中方率以并句

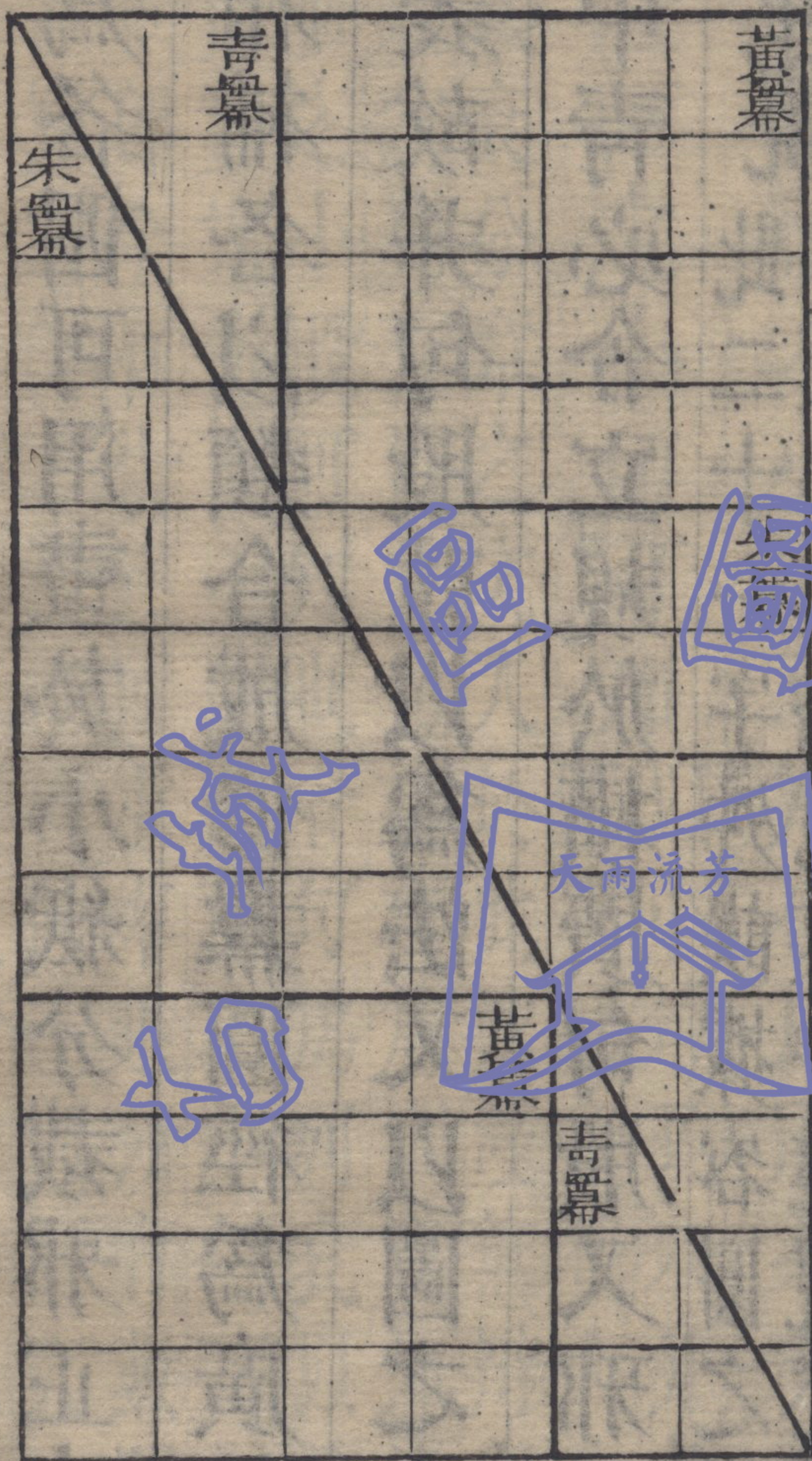
股為表率據股一十二步而今有之則中方又

可知此則雖不效而法實有法由生矣

此十三字舛誤

據上以粟米章今有術及衰分章列衰之意解此術大小句股互求并句股即所有率中方率即所求率見句見股即所有數於事雖不同而意相倣效實術所由生也注意當是如此

句股容方圖



據注意句股相乘得兩黃纂兩朱纂兩青纂令黃纂從黃纂朱纂從朱纂青纂從青纂兩朱在上兩黃在中兩青合而橫之在下則句股并為纂容方之面為廣其朱纂青纂各成小股皆如大句股本率互求

句股相乘為圖之本體朱青黃冪各二則倍之

為各四可用畫於小紙分裁邪正之會令顛倒

相補各以類合成修冪圓徑為廣並句股弦為

表故并句股圖以為法又以圖之大體言之股

中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復

連規此二十字外誤據容圓之徑即減弦於

句股其餘并之適為弦是截句股弦各為二

三半徑均而復連於規之中央注意蓋以此為

言而殘缺失從橫量度句股必合而成小方矣
次遂不可通又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股弦

四者句面之小股股面之小句皆小方之面皆

圓徑之半其數故可衰以句股弦為列衰副并

為法以小句乘去并者各自為實實如法而一

得句面之小股可知也以股乘列衰為實則得

股面之小句可知以句乘未并者至此訛舛

援衰分章之文人於此遂漫無辨別當是言令

股為列衰以句乘之為實實如法而一則句

面之小股可知也句為列衰以見股乘之為

實實如法而一則句面之小句可知此在粟米

章即今有術以所求率乘所有數所有率除之

九章算術卷九 訂訛補圖 五

言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓

徑又可以句乘之差并

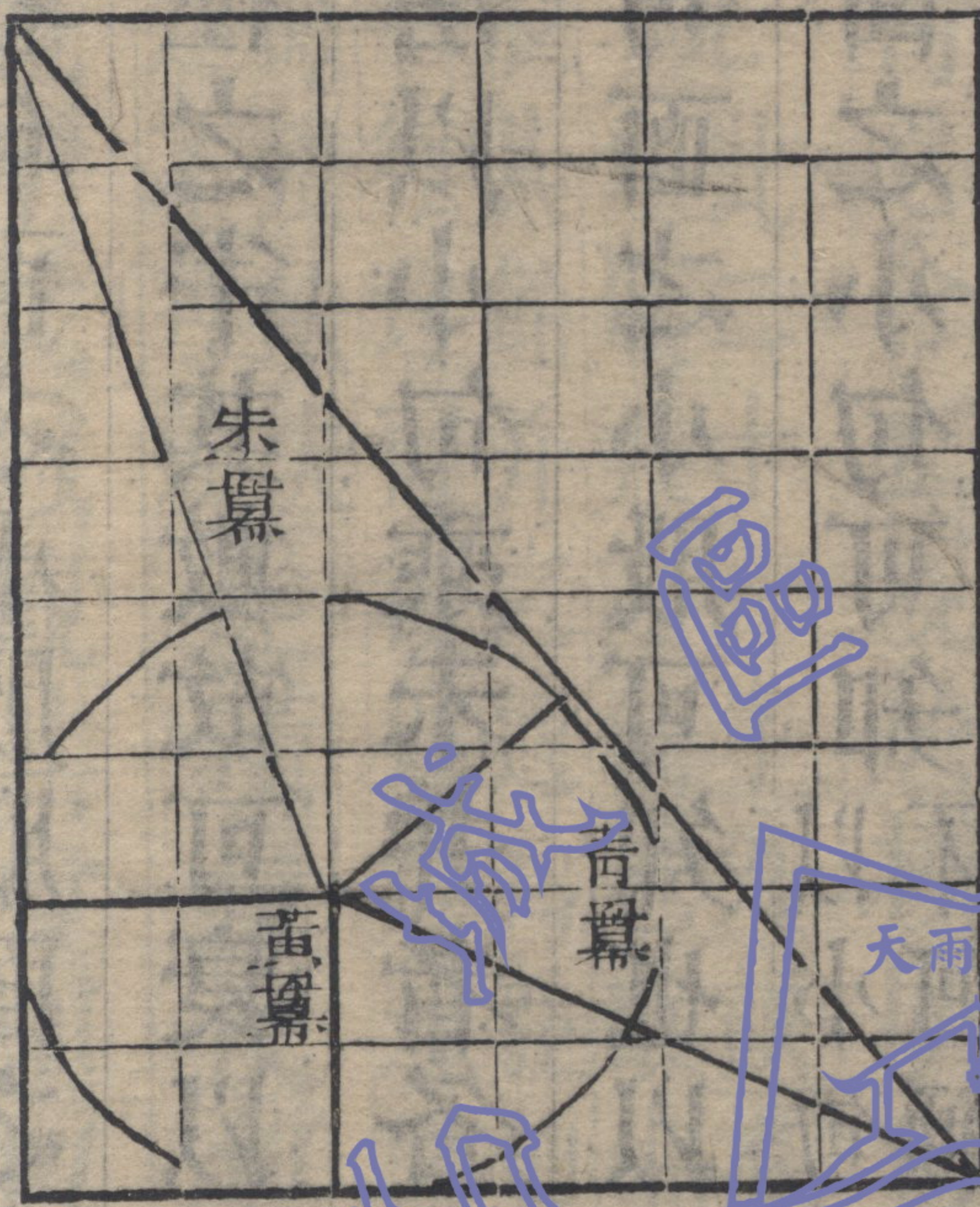
此句亦訛舛當云則又

徑句弦差減股為句徑

此句下有脫文當補云句

弦餘為圓徑

句股容圓圖



據術意句股相乘半
 之為句股積有朱青
 黃纂各一則倍之有
 朱青黃纂各四截朱
 青纂各成小句股者
 二令倒順相補各成
 小長方合四朱四青
 四黃而成大長方以
 容圓半徑為廣并句
 股弦為袤

九章之術乃算術之鼻祖囊括後賢胥不能度越範圍焉猶六經之臨百氏也周官保氏九數鄭君以九章之方田粟米衰分少廣商勳均輸方程贏不足旁要釋之綴曰今有重差夕桀句股也錢曉徵學士以爲夕桀互桀之脫誤良然蓋九章句股篇末有望遠度高測深七術或析之名曰九章重差互桀卽方程術所謂維桀是也句股卽旁要疏所云今九章以句股替旁

天雨流芳

要旁要云者不必實有是形可自旁假設
以要取之祖冲之謂之綴術疏又引馬氏
融注今有重差夕桀馬氏不連及句股者
以句股補旁要故不重舉劉徽序云漢張
蒼耿壽昌因天雨流芳舊文遺殘各稱刪補故校其
目與古或異而所論多近語所謂目與古
異者則句股替旁要是也至唐王孝通云
校其條目頗與古術不合則妄而敢矣夫
古今豈有異術哉劉徽因其有望遠諸術

遂造重差綴於句股之下卽今海島算引
而伸之觸類而長之事之宜也舊有圖今
缺余友休甯東原戴先生補之今分附諸
篇之末亦猶劉徽之綴重差於句股焉乾
隆癸巳闕里孔繼涵識於京師壽雲簃之
敏事齋

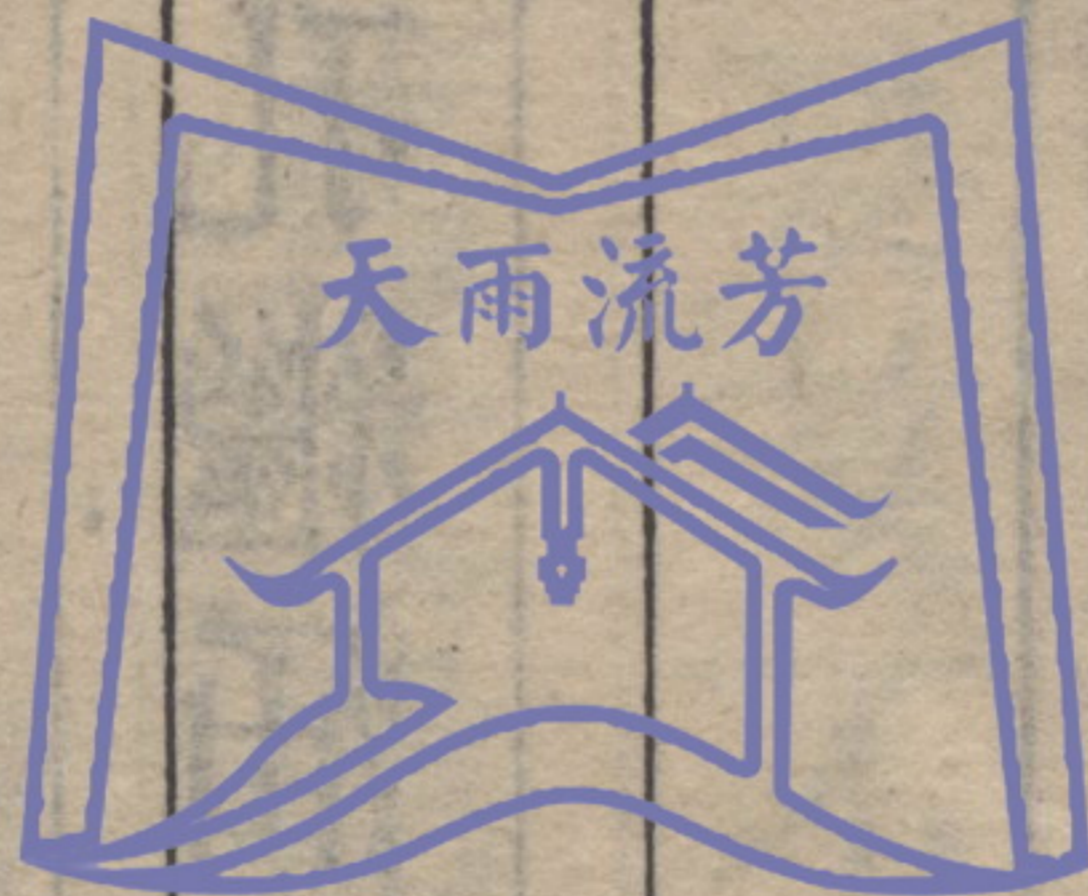
敏事齋

九子不...

國

區

學



館

家

印

Vertical text on the far left edge, mostly illegible due to fading.

Vertical text in the second column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the third column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the fourth column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the fifth column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the sixth column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the seventh column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the eighth column from the left, mostly illegible.

Vertical text in the ninth column from the left, mostly illegible.

九章算術音義

算經十書之二

假承務郎祕書省鈎考算經文字臣李籍撰

序

九九之術

食律切術者有所述也前漢梅福傳

不逆欲以致大也

師古曰九九算術若今九章

五曹之輩

隋書經籍志九九算術二卷楊淑撰

隸首

郎計切世本曰黃九數也色具切即九章是也

九數

以篇言之故曰九章周官保氏教國子以

六藝

一日禮二日樂三日射四日馭五日書六

日數

鄭康成注云九數方田粟米差分少廣商

功均

輸方程贏不足旁要今有重差夕桀句股

隋書

律厯志云一日方田以御田疇界域二日

粟米

以御交質變易三日衰分以御貴賤稟稅

四曰少廣以御積累方圓五日商功以御功程
 積實六曰均輸以御遠近勞費七日盈朒以御
 隱雜互見八曰方程以御錯糅探蹟上吐南切
 正負九曰日句股以御高遠探蹟下土革切
 蹟者含蓄蓄者探探索隱上色白切下於謹切
 之可及故易曰探蹟索隱隱者匿隱匿者索
 之可得故重也上直容切下楚佳切重復率所
 易曰索隱也差齊也句股名也
 切數相與也又可度揆也
 音律約數也
 考論盧敦孤離呂支
 切

九章第一

方田徒年切田者圍周之以為疆橫從之以為
 理平夷著見興作利養之地也方田者田

之正也諸田不等以御牛倨切田疇直畱切
 方為正故曰方田以御理也



田界域兩逼切廣如字從長也即容切幾何上起居

字幾何數相乘食陵切登也登之使其瀉風並

之疑也數多隋書曰乘以散之

字李涪風岐州雍人幼秀通羣書明步天歷

算貞觀初與傅仁均爭歷法議者多附涪風故

以將仕郎直太史局制軍天議詆撫前世得失

著法象書七篇上之擢承務郎遷太常博士改

太史丞與諸儒脩書遷為令於占候吉凶若節

契然當世術家意有鬼神相之非學習可致終

不能測也以勞封昌樂縣男奉詔與算博士梁

述助教王真等是正五曹孫子等書刊定注

解立於學官九畝法莫厚切司馬法六尺為步

章即其一也畝為畝秦孝公之制二

百四十步除之直魚切去也去之使其一頃去

為一畝少隋書曰除以聚之

切百約分於略切約者欲其不煩分之為數煩

畝也則難用設有言四分之二者煩而言

之則可為八分之四約而言之則二分副置上

救切別也雖則異辭至於為數亦同歸耳副置數

也別設算位有所分也設分其不離數非一端

分無定準分子雜羣母參差麤細既殊理難

從一故齊其眾分同其羣母分可相并故曰合

分參差上楚為切下楚宜切不齊也觸音觸所

詩曰童減分古斬切減損也減分者欲知其餘

子佩觸減分諸分子母數各不同以少減多欲

知餘幾以餘為課分苦臥切校也欲知其相多

實故曰減分分各異名理不齊一校其相多之數

相多之數平分符切均諸分參差欲令齊故曰課

故曰課分平分少而至於均諸分參差欲令齊

等減彼之多增此副并算位有所合也別兼經分

之少故曰平分副并算位有所合也別兼經分

如字釋名曰經者徑也經分者欲徑求一人而

至於徑自合分已下皆於諸分相齊此乃徑求

人之分以人數分所乘分如字乘分者欲知

分故曰日經分下經率同乘分其所積分母相乘

為法子相乘為積故曰乘分自合分已下獨乘

言田而皆列於方田者欲其學數者不可後也

故說算者以謂為術者密治諸分大廣田竝如

能治諸分則數學之能事盡矣

術有全步而無餘分次術有餘分而無全步此

術先見全步獨有餘分可以廣兼三術故曰大

廣圭田古攜切圭田者上銳其形上銳有如圭然白

田圭田虎通曰圭者上銳象物皆生見於上也

箕田居之切箕田者有舌有踵其形哆侈圓田

有如其箕然詩曰哆兮哆兮成是南箕

王權切圓田之率有三一曰古率周三徑一是

也二曰徽率周一徑七是也七徑五十是也三曰

密率周二十二徑七是也為算之術有四一曰

半周半徑相乘得積步二曰周徑相乘四而一

三曰日徑自相乘三之四而一

四曰白周自相乘十二而一

九章算術

三

一百五十七而一即徑以一百五十七乘徑密

五十一而一即周此率本於劉徽故曰徽術

率美畢切密率以七乘周二十二而一即徑以

州從事史祖冲之之

周盈數三丈一尺四寸一分五釐九豪二秒七

忽胸數三丈八寸一分五釐九豪二秒六

忽正數在盈胸二限之間密率圓徑一百一十

三圓周三百五十五約率圓徑秒忽上亡沼切

七周二十二此乃率之最密也秒忽下呼骨切

忽者數之始也一蠶所吐謂之忽孫子算術云

蠶所生吐絲為忽十忽為秒十秒為豪十豪為

釐十釐為億於力切十萬曰億萬者物數也以人

為分億之意數為足以勝物數故也或曰萬

萬曰億黃帝為法數有十等及其用也乃有三

焉十等者謂億兆京垓秭壤溝澗正載也三等

者謂上中下之數也下數者十變之若言十

萬曰億十億曰兆十兆曰京中數者萬萬變之

若言萬萬曰億萬萬億曰兆萬萬兆曰京上數
者數窮則變若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰
京詩云不稼不穡不穡胡取禾三百億億曰兆兆曰
萬曰億鄭氏曰十萬曰億據如此言則鄭用下
數毛用嘉量音亮周禮考工記栗氏為量鬴深
中數也尺內有尺而圓其外其實一鬴其
鬻一寸其實一豆其耳三寸其實一升重一鈞
其聲中黃鐘宮栗而不稅其銘曰時文思索
允臻其極嘉量既成以觀四國永啓厥後茲器
維則春秋左氏傳曰齊舊四量豆區鬴鐘四升
曰豆各自其圓以登於鬴六斗四升也鬴十則
鐘六十四斗鄭康成以為方尺積千寸比九
章粟米法少二升六十一分升之二十二祖冲
之以算術考之積一釐八毫其徑一尺四寸一
尺而圓其外減旁一釐八毫其徑一尺四寸一
分四釐七秒二忽有奇而深尺即古斛之制也
王莽作銅斛名曰律嘉量其意蓋本於此銅斛
之法方尺而圓其外旁有虎焉其上為斛其下

九章算術卷

四

為斗左耳為升右耳為合合其狀似爵以糜爵

祿上三下二參天兩地圓而函方左一右二陰

陽之象也圓象規其重二鈞備氣物之數各萬

有一千五百二十也聲等黃鐘始於黃鐘而反

覆焉其斛銘曰律量斛方尺而圓外庀旁九

釐五豪纂百六十二寸深一尺積一千六百二

十寸容十斗圖沖之以圓率考之此斛當徑一

尺四寸三分圖釐一圖豪九圖秒二忽圖庀旁一分九

豪有奇劉歆天雨流庀旁少圖釐四豪有奇歆數術不

精之所致也魏陳留王景元四年劉徽注九章

商功曰當今圖司農斛圍徑一尺三寸五分五

釐深一尺積一千四百四十一寸十分寸之三

王莽銅斛於今尺圖為深圖九寸五分五釐徑一尺

二寸六分八釐七豪以圖術計之於今斛為容九

斗七升四合有奇此魏斛大庀吐雕切不奇居

而尺長王莽斛小而尺短也庀滿之貌也奇宜

切餘圖撫圖撫圖取拾也圖撫圖或作圖摺圖皖圖字之誤也

數也圖撫圖取拾也圖撫圖或作圖摺圖皖圖字之誤也

宛田者中央隆高爾雅曰宛中宛邱又曰弧田

邱上有邱為宛邱皆中央隆高之義也

戶吳切弧田者有環田戶關切環田者有肉有

弧有矢如弧之形好如環之形爾雅曰肉

好若一謂之環或作環

九章第二

粟米



上相玉切下莫禮切粟者禾之米之未春

米者穀實之無殼粟者米之率也諸米不

等以粟為率又如字變易羊益切糲米盧達切

故日粟米又如字變易切

也凡粟五斗得糲米三斗糲米傍卦切精於糲

故粟率五十而糲率三糲米也凡粟五斗得

糲米二斗七升故粟率五十而糲率二十七詩

云彼疏斯糲鄭康成注云米之率糲十糲九糲

八侍糲米音作精於糲也凡粟五斗得糲米二

御七糲米斗四升故粟率二十四春秋左氏傳

九章第二

日粢食不御米也牛倨切精於粢也供王膳之米

進也凡衣服加於身小適大適音適麥屑也細

飲食入於口皆曰御小適大適音適麤曰大

菽音叔大荅音都切切豉是義切鹽豉也廣

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

音孫說文籩說文曰并絲也籩音孫說文籩說文曰并絲也

九章第三

衰分楚宜切衰差也以差稟筆錦切供穀曰大

夫上如字下甫無切爵名也夫以智率不更古

切爵名也次大夫簪裹上側吟切下奴了切爵

取其不與戎更取其不與戎更而居上公士也次上造取

其為士爵數色具切爵數者謂大夫五不更四

而在公爵數等襄三上造二公士一也墨子號

令篇以爵級為賜然則賞之市羊切北鄉算蘇貫

戰國之初有此名也漢律人出一算徭音遙匹音譬

切說文耗呼到切古寒切保音寶傭也如貸

吐代切以物假人也九章第四

少廣

上書沼切不多也下古莽切闊也廣少積

纂

上資昔切下莫狄切積者聚也眾數聚居之稱纂者覆也方單之名積纂之義不嗣

如半

博漫切物中意也凡言半者以二為約省

此景

分母言太半少半者以三為分母

所折法

旨意折法折者屈而有內子既以分母

通之必入其分子故曰內子

中行也下行同丸

所謂齊同以通之也又音納

中行也下行同丸

徑

故官切丸牟合上莫浮切

一作本為渾

胡昆祖暉之古鄧切暉之字景鑠沖

極精微亦有巧思入神之妙般倕無以過也當

其詣微之時電霆不能入嘗行遇僕射徐勉以

頭觸之勉呼乃悟父所改何承天歷時尙未行

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

梁天監初暉之更脩之於是始行焉位至大舟

卿

昭晰

音哲明也

哈晒

上呼開切下式忍切笑也

九章第五

商功

式羊切商度地也以厚穿地

昌緣切掘地也凡穿地四尺為

壤五尺為

堅古賢切堅謂築土

壤如兩切壤謂

堅三尺

為堅古賢切堅謂築土

壤息土書日厥

土惟墟

苦虛切墟垣墉也隄

都奚切防溝古侯

白壤墟謂穿阬

天雨音園

也俗作堤溝切釋

名曰田間之水曰溝

澗也水之遠城者冬程人

溝構也從橫

也水之遠城者冬程人

功程課程也唐六典凡役有輕重功有短長以

四五六七月為長功二三月八月九月為中功

以十十一十二正月為短功中功以渠強如切

十分為率長功加一分短功減一分渠長於澗

也水之表莫侯切礫郎擊切釋名堞塼上音寶

通運者表長也礫日小石口礫堞塼小城也

九章算術卷

七

下音島以方亭特丁切釋名曰亭停也人所停

土擁木也方亭集也方亭者其積之形如亭之

方者圓方錐職誰切方錐者其積之形壅堵當

亭亦然方錐如錐之方錐亦然壅堵其

切壅堵壅上壘也壘立方一邪解得二壅堵其

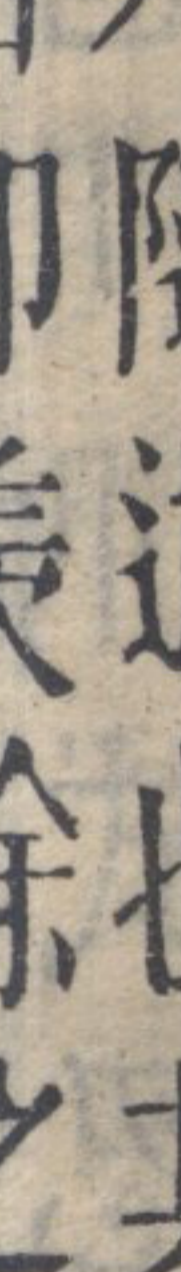
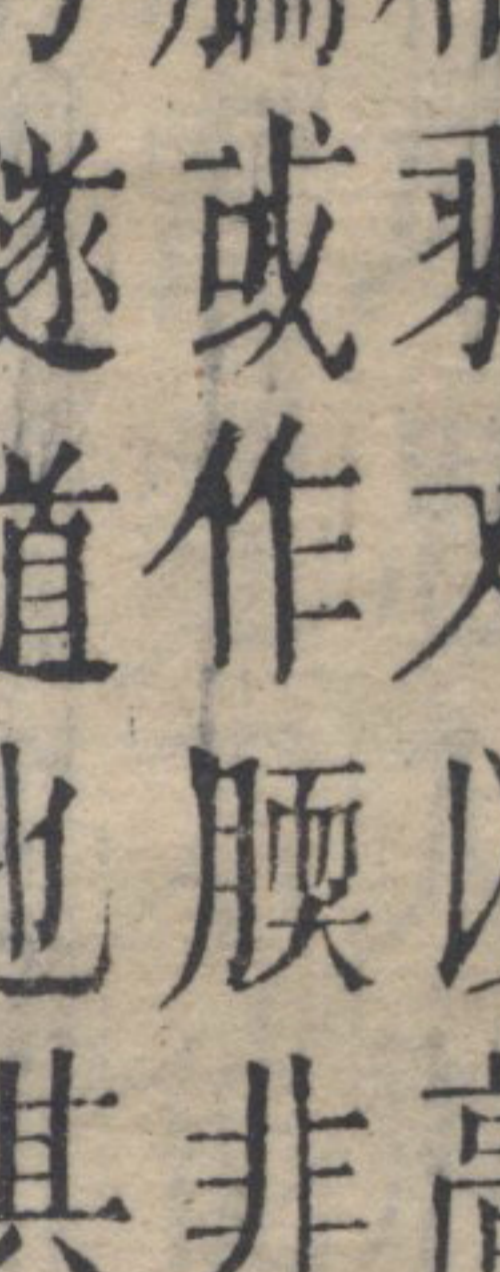
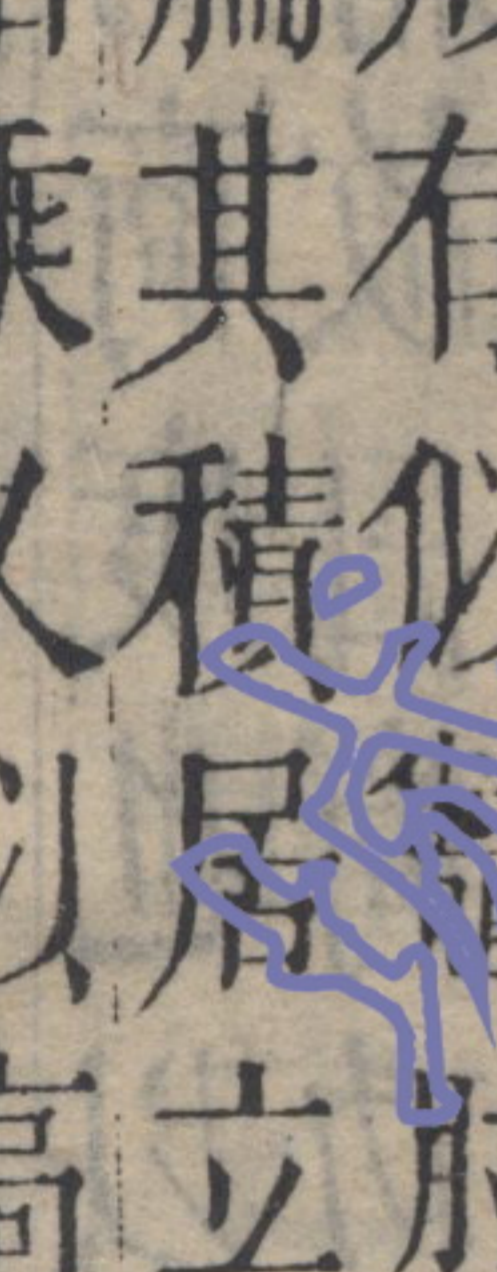
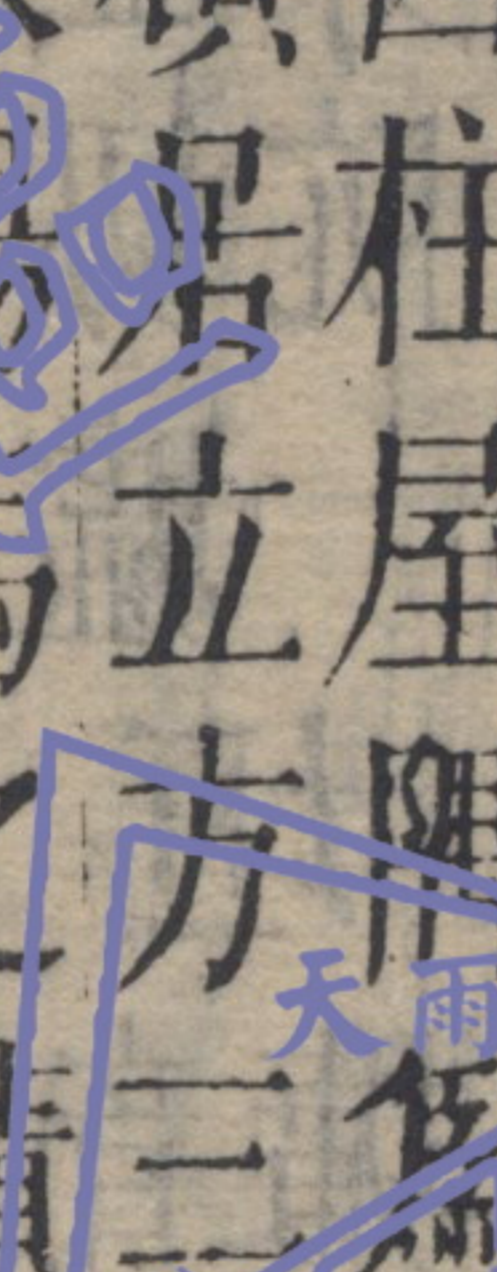
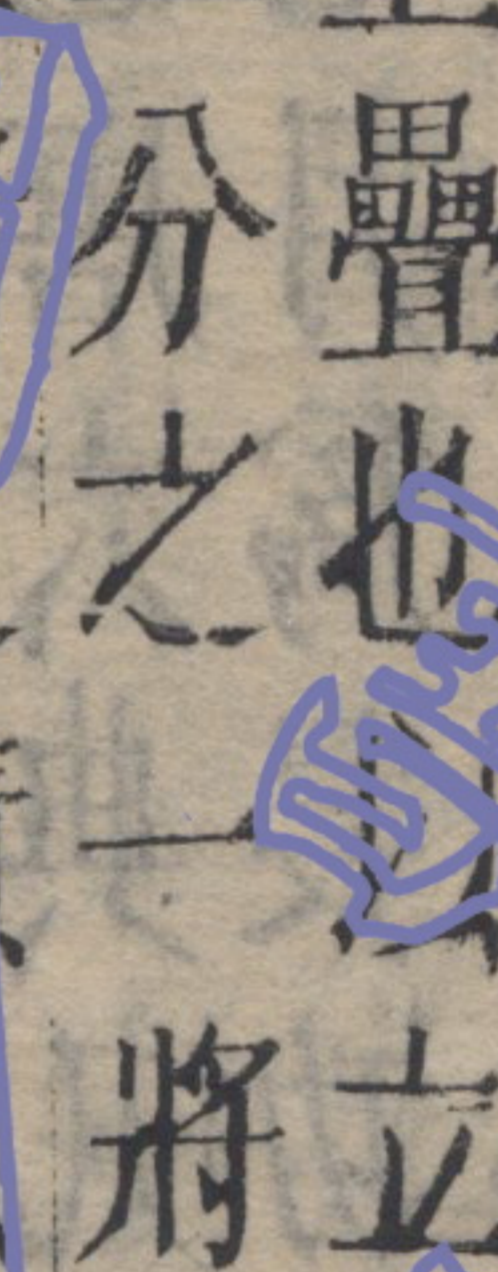
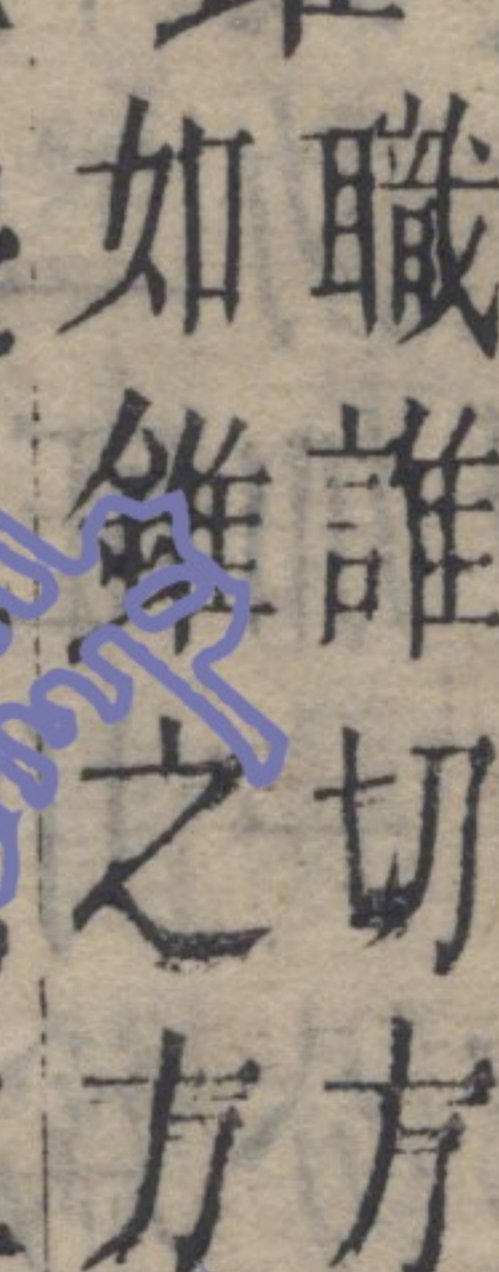
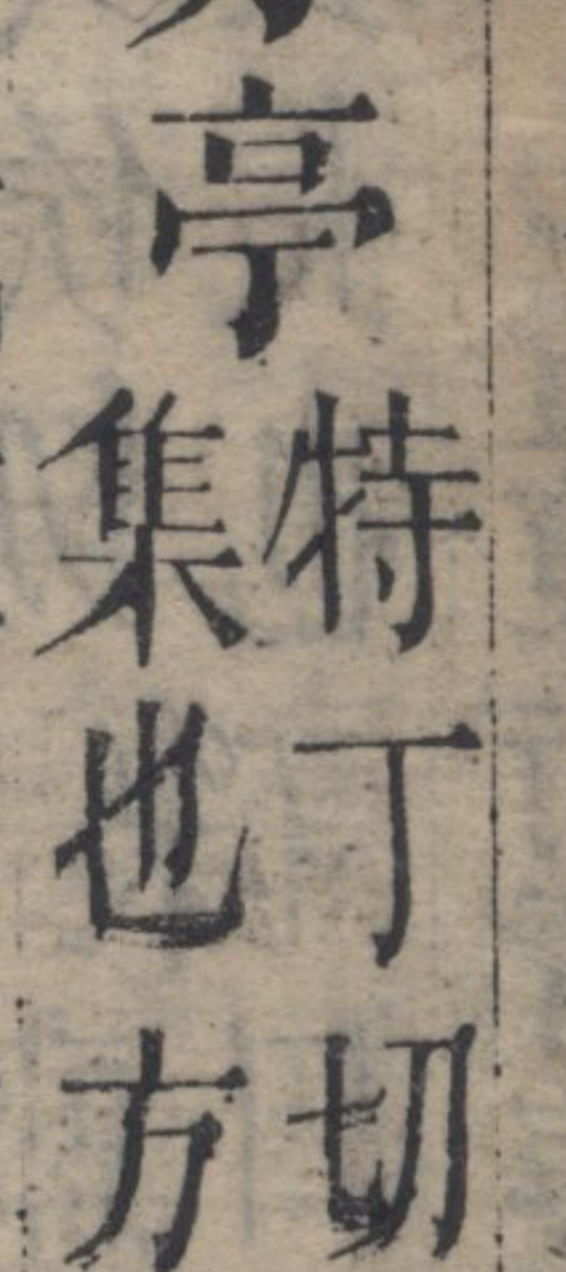
積居立方二分之一將一壅堵邪解得一陽馬

一鼈臙求壅之積以廣長陽馬莫下切陽馬

相乘又以以高乘之積以廣長陽馬之形方錐一

隅也今以四柱屋隅為陽馬以立方一邪解得

三陽馬其積居立方三分之一將一陽馬邪解得



乘之又以長 芻費 上側隅切 刈草也 俗作芻下

乘之六而一 芻費 莫耕切 屈棟也 芻費之形似

屋蓋上苦也 求其積倍下長上長從之 又以廣

乘之又以高乘之 六而一 正解方亭兩邊合之

即其芻童 徒紅切 如倒置 石求其積倍上長

形也 芻童 并人下長以上廣乘之又倍下長并

入上長以下廣乘之 并二位以高乘 曲池 邱玉

之六而一曲 瀟盤池冥谷 皆同術 曲池 切

盤池 薄官 冥谷 形莫經切 冥谷 皆同術 棚除 上薄耕切

棲載棚閣 棹也 下遲據切 詩曰 何福不除

傳云 開也 棚閣 棹也 下有物揚之 使高除者 旁有物

開之 踟躕 上直離切 下直載輸 上作代切 一籠

使避 踟躕 誅切 行進也 載輸 下式朱切 一籠

力董 委粟 於詭切 程粟 直誠切 課也 程粟 一斛

切 董 委粟 積也 程粟 積二千七百寸米 一斛

積一千六百二十寸 菽荅麻麥 一斛 積二千四

百三十寸 此據精麤為率 使價齊而 不等其器

百三十寸 此據精麤為率 使價齊而 不等其器

百三十寸 此據精麤為率 使價齊而 不等其器

之積寸也。以米斛為正，則同於漢志。孫子算術曰：六粟為圭，十圭為抄，十抄為撮，十撮為勺，十勺為合，應邵曰：圭者自然之形，陰陽之始，四圭為撮，孟康曰：六寸四分，圭漢志曰：量者，龠合升斗斛也。所以量多少者，本起於黃鐘之龠，用度數審其容，以子穀秬中者，千有二百實其龠，以井水準其量，十龠為合，十合為升，十升為斗，十斗為斛，十斛為石。嘉矣。

九章第六

均輸

式朱切。均，平也。輸，委也。以

勞費

芳未切。乘，耗也。

繩證切。數車曰

衰

出也。楚危切。次也。不齊等

薄塞

乘一本作量

管子曰：相地衰征

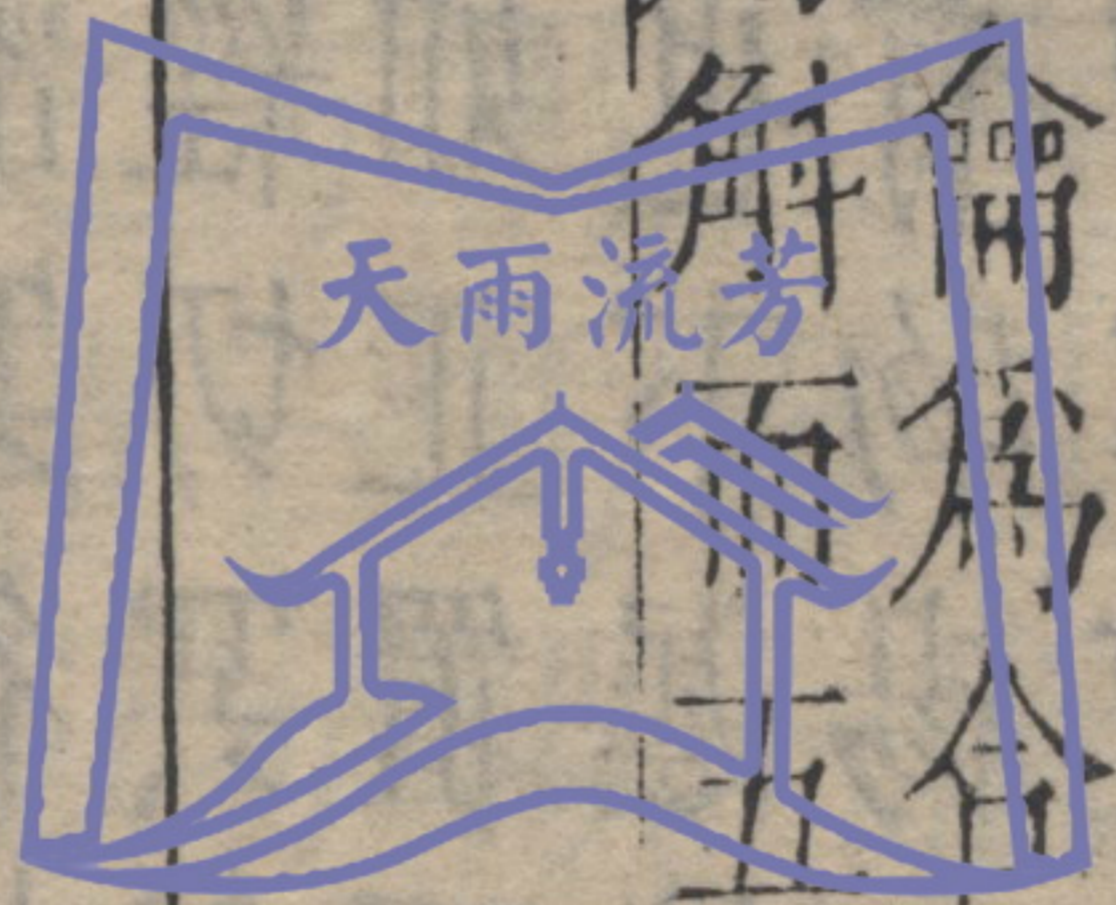
薄塞

上補各切。迫也。下先代

輩之

也。俗作輩。儼，即就

切。邊也。薄，或作博，非是。



也傭餘封切重車直隴切春書容切世本日雍

日赤冀程傳張戀切絡盧各惡鳥各切金箠之

切策四間古閑切也進行多上少如立錐之形

防無切牝瓦壯瓦切莫厚矯矢日居天切說文

野鴨也也括同箭足假田古雅切借也史記北假

官主以田假與發日駿發爾私耕也詩日亦

服爾耰種音憂覆種也孟子

九章第七

盈不足以成切盈者滿也不足者虛也滿胸六

九章第七

九

切不足也或
作臚非是
璉將鄰切美石次玉
適足施隻切恰也

桶他孔瓠瓜屬也
蔓無販也
莞九完切白蒲也

箋小蒲
醇酒常倫切
行酒胡剛切
和漆如字又

易油羊益切
駑馬音奴字林之蜀

賈音古商賈
返府遠也

九章第八

方程直成切方者左右也程者課率也
錯糅救

切雜
正負上之盛切下房久切本數為正非本

名相除則異名者相益異名相除則同名者
相益一正一負相反而相為用術之至也

兵永切刈禾稱昌孕切正斤課苦臥切衡戶庚

盈手為秉也衡武馬莫下切武馬戎馬也戎馬言武馬者猶

也武馬曲禮謂戎車為武車也取其健猛而善行阪府遠切不平也詩曰瞻彼阪田借資者切

物引余忍切引重也纆古杏切令力正切從者

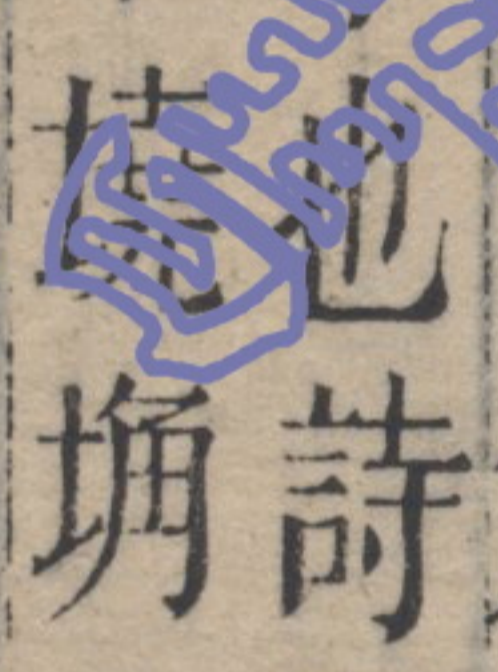
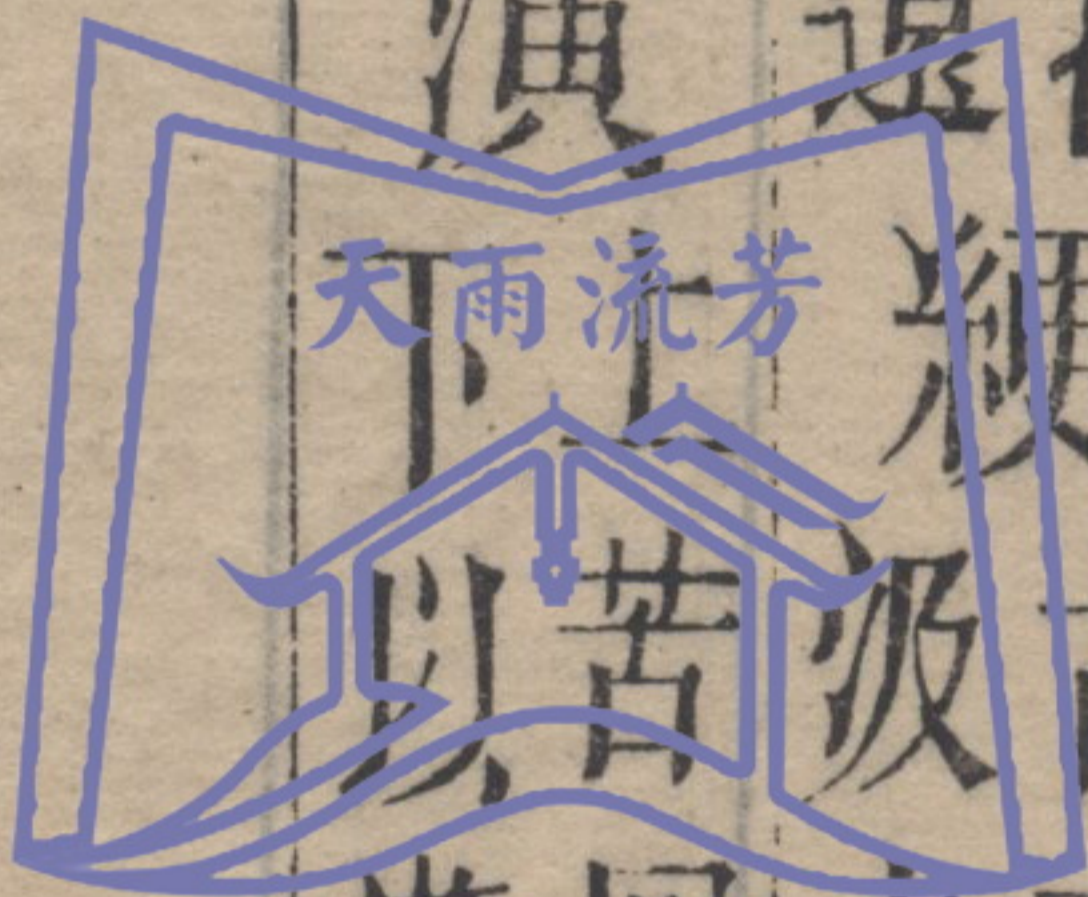
也引易日引引遠也纆汲水索也官名也從者疾用切庖薄交恢演天雨流芳以苦回切大也

九章第九

句股面上苦侯切下公戶切句短面也股長圍之

兩非切纏持碾切纏繞葛長直良葭古牙切說周也纏物也俗作纏葛長切葭文曰葦之

者木秀闌苦本切鑿亦作鋸橫從橫也折斷也



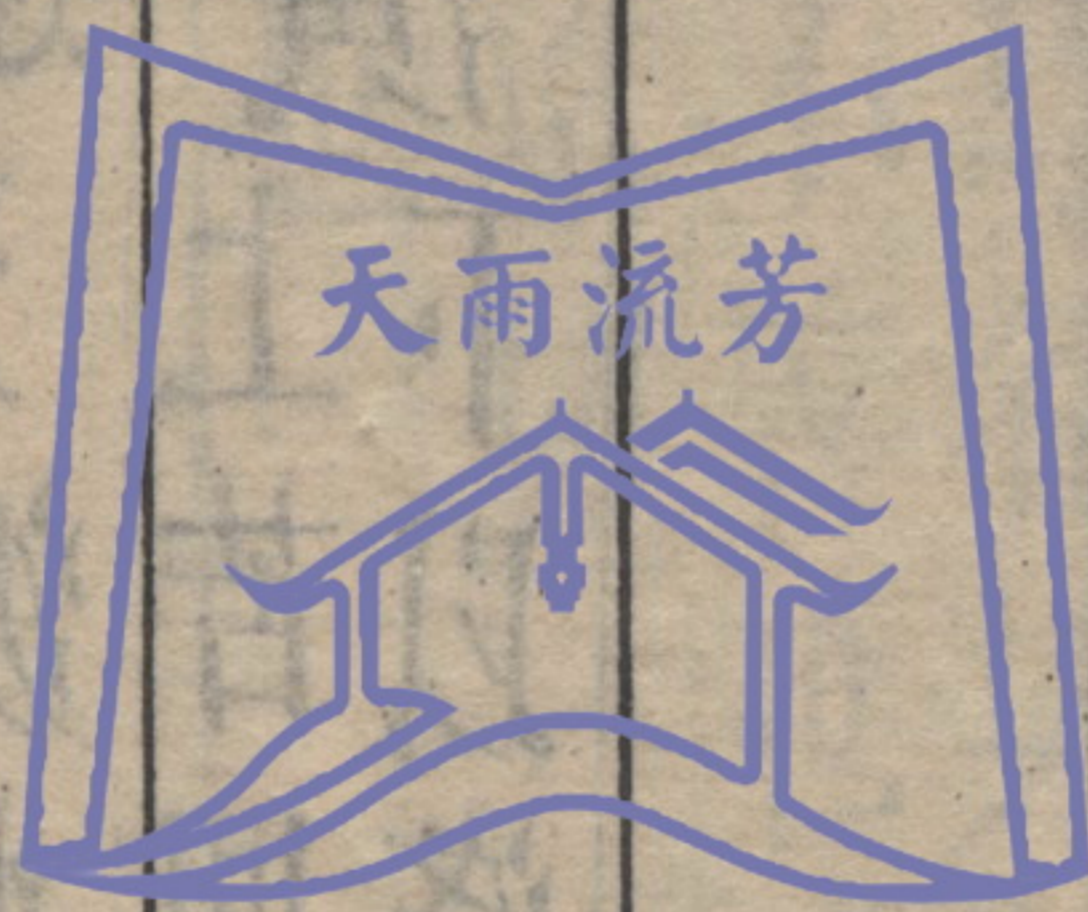
抵 都禮切 磨邑 莫禾切言切近過之 摩靡通春秋

鳥集 倉含切謂三相 參 參列也俗作叅

參

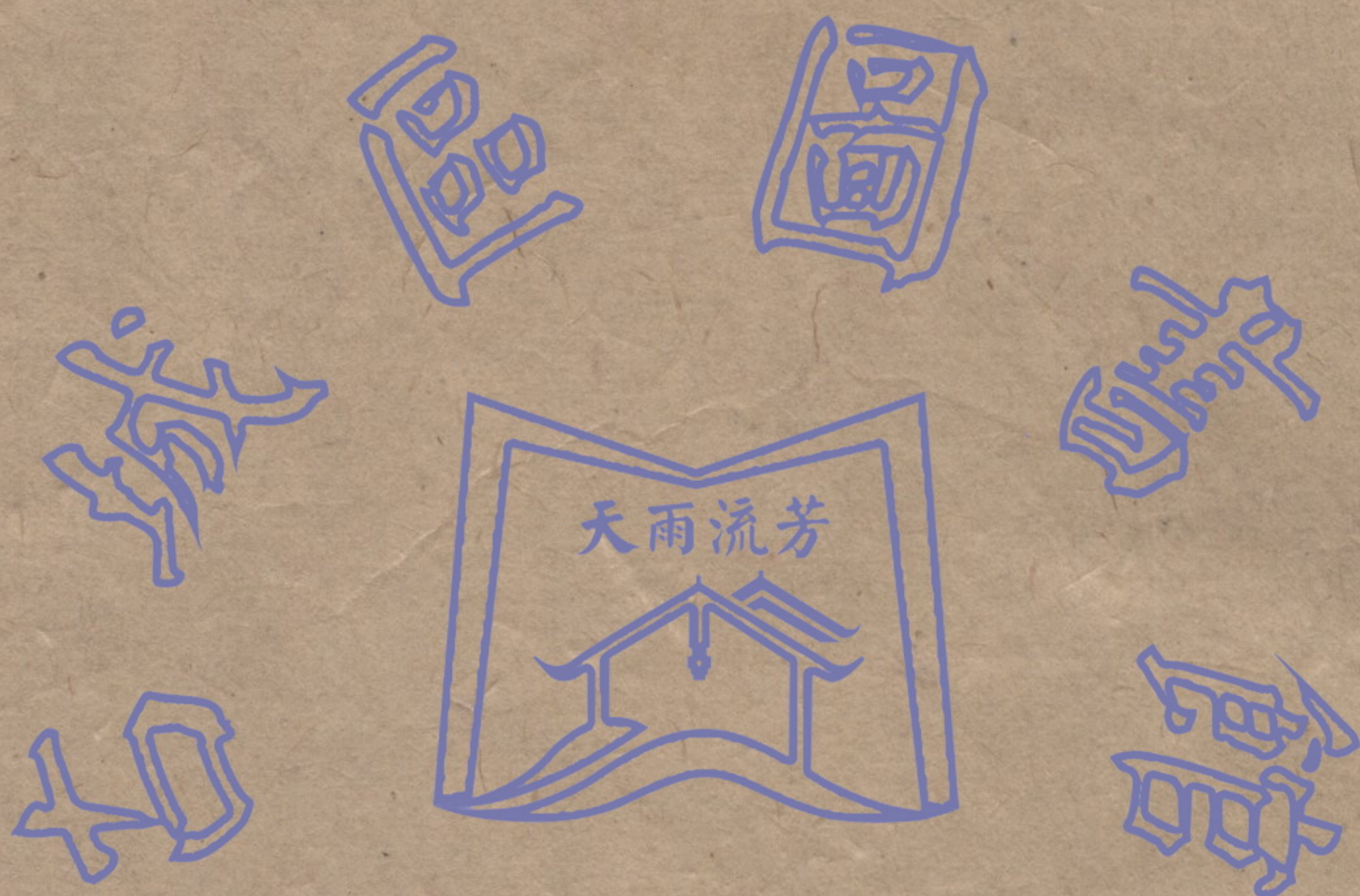
圖

區



家

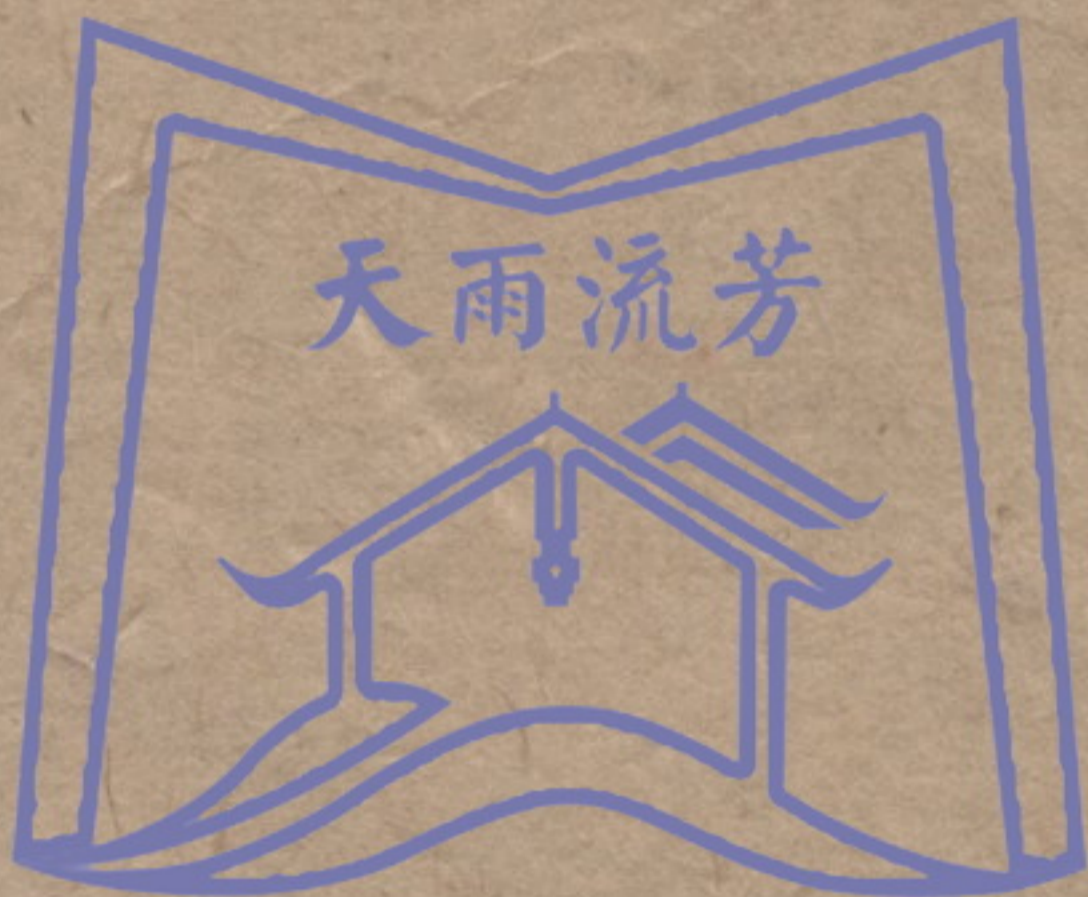
九章算術音義



國

學

堂



芳流雨天

文

文

堂