0046560000

0046560-000

特246－641

算術科教材研究

矢野建治・著

成美堂書店

高1　3

昭和12

AHF

この著作物は、著作権者不明のため、著作権法
第６７条の規定に基づき、平成１２年５月１５日
付けで文化庁長官の裁定を受け使用するものです。

新高等小學講座

算術科教材研究

(高一)

三

矢野建治

成美堂書店

特246
641

算術科教材研究

（高　一）

三

矢野　建治

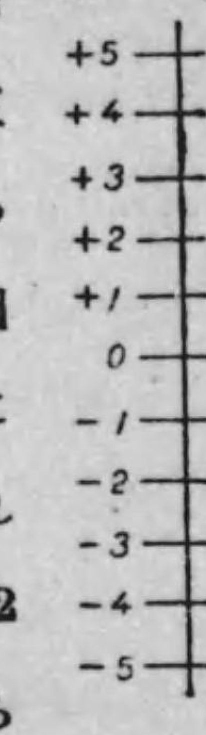
帝國圖書館藏
昭和十二.十一.九.納本.
帝圖

目　次

5. 問題 (1), (2), (3) について

問題 (1) は數直線を利用して正數，負數，零の間の大小を考へしめ，問題 (2) は數直線の圖を畫かしめて數の大小關係を一層明瞭にせんとし，問題(3)は以上の問題から得たる知識によつて，正數から正數を引くこと（但し其の差は零又は負數となるもののみ）並に負數に正數を加へることを練習せしめんとするもので，ここでは數直線が大いなる役割を演ずる。

算術書に於ては寒暖計の目盛の觀念を用ひて負數を導入してゐるが故に數直線も之に關聯する樣に畫かれてゐる。即ち問題 (1) に於ては縦に直線を引き，其の上に等間隔に（6 mm 置きに）點をとり，其の中の一點に 0 を對應せしめ，此の點より上方にある點に順次に正の整數 $+1, +2$ 等を對應せしめ，又 0 を表はす點より下方にある點に順次に負の整數 $-1, -2$ 等を對應せしめてゐる。此の圖によれば 0 に 1 を加へて $+1$ になり，$+1$ に 1 を加へて $+2$ になり，以下次々に 1 づつ加へて行けば總ての正の整數が得られる如く，0 より 1 を引けば -1 となり，-1 より 1 を引けば -2 となり，以下次々に 1 づつ引いて行けば總ての負の整數が得られることが判る。而して此の數直線から數の大小關係を明瞭にすることが出來る。數直線上の或る點に對應する數はそれより上方にある點に對應する數よりも小にして，それより下方にある點に對應する數よりも大である。此のことについては說明を待たずして生徒は容易に了解することと思ふ。此の數直線の圖を用ひることにより問題 (1) は立ちどころに解決される。

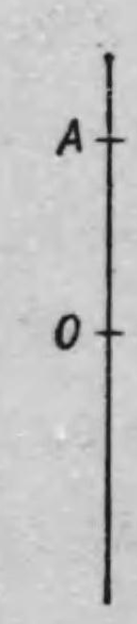


前款に述べた正數負數の絶對値とは數直線上では 0 を表はす點と其の數を表はす點との（方向を考へに入れない）距離に外ならぬ。從つて正數は絶對値が大になる程大になり，之に反して負數は絶對値が大になる程小になる。又 0 の絶對値を 0 と規約することは數直線の上から誠に至當なるこ

とが判る。

問題(2)に於ては生徒自ら數直線の圖を作ることによつて正數，負數の觀念を一層明瞭にすることが出來る。教師用書には「−10より+10までの數を表はす數直線の圖をカードに書かしめ，其の中に，簡單なる小數，分數をも適度に記入せしめ，後に簡單なる負數計算をなさしむる際に適宜參照せしむべし」とあつて整數のみならず小數，分數にも及んでゐる。然るに遺憾乍ら以下の問題からは問題(4)を除けば小數，分數の取扱がなされてゐない。

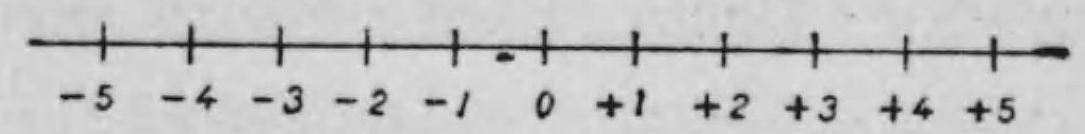
ここで數直線について一言せねばならぬ。數については生徒の知つてゐるもの（即ち有理數）だけでも無數にあり，而して大なる方にも小なる方にも限りがない。又直線上には無數の點があつて，直線は双方に限りなく伸びてゐる。そこで今抽象的の數を具體的な直線上の點と一對一の對應がなさしめられる樣にせんには如何にすべきか。その方法は無數にあるであらうが，今日吾々の最も普通に用ひる方法の一つは次の如くである。上下に伸びたる直線上に一點Oを定め，これに數0を對應せしめる。次に單位の長さを適當に定めて，數aに對して單位の長さの$|a|$倍の線分に等しく，直線上にOAをとり，點Aに數aを對應せしめる。但しaが正數ならばAはOより上方にとり，aが負數ならばAはOより下方にとる。斯くの如くすれば如何なる(實)數に對しても直線上に唯一點が定められ，逆に直線上の如何なる點に對しても唯一つの數が定められる。即ち直線上の點の全體と(實)數の全體とは上記の方法により一對一の對應がなさしめられたことになる。



斯かる直線のことを**數直線**といふ。但し本章では實數の中の有理數とこれに對する直線上の點とのみ考へれば充分であつて，而も上記の如く數直線上の小數，分數に對する點は生徒に是非考へさせねばならぬ。

上下に伸びたる數直線に於ては必ずしもOより上方に正數を，下方に負

數を表はす點をとらずとも，Oより下方に正數を，上方に負數を表はす點をとるも差支へなく，現に統計法に於ける相關圖形といふものに對しては後者の方法が選ばれてゐる。併し解析幾何學では專ら前者の方法が選ばれ，又高等科に於て寒暖計の目盛などを參考にして數直線を作る場合には前者の方法が適當であらう。又左右に伸びたる直線に於ては下圖の如く一般に0を表はす點より左方に負數を，右方に正數を表はす點を選ぶ習慣に



なつてゐる。以上の如く數直線としては通常上下又は左右に伸びたる直線を用ひるけれども，斜めに引かれた直線を用ひることもある。又對數目盛の如き目盛の施された數直線も考へられる筈である。

問題(3)は問題(2)にて作製せる數直線の圖を用ひて計算するがよい。今問題(2)に於ても問題(1)に示されたる如き數直線を作つたとする。然るときは5に3を加へることは數直線上では5を表はす點より單位の長さの3倍だけ上方にある點に對應する數を求めることであり，5より3を引くことは5を表はす點より單位の長さの3倍だけ下方にある點に對應する數を求めることである。一般に正數を加へることは上記の數直線上では下から上に測ることに相當し，正數を引くことは上から下に測ることに相當するので加法と減法とは運動の觀念に支配される。此の理を會得すれば問題(3)は極めて容易に解決される。而して慣れるに從ひ成るべく數直線を離れて計算する樣に導びきたい。尚問題(3)に於ては

（負數）−（正數），（零）−（正數）

の問題も取扱ふことが望ましい。

6. 例題 1，2 について

問題(3)に於ては數直線の圖の助けを借りて差が零又は負數となる如き正數間の引き算並に負數に正數を加へることを行つたのであるが，正數又

は負數に負數を加減することは數直線だけでは明快なる說明を與へることは出來ぬ。そこで「これから負數の計算を考へてみやう」とて例題 1, 2 に於て所持金と借金との觀念を巧みに使用してこれを解決せんとする算術書の取扱法に對しては申分がない。ひとたび

$$10+(-2)=10-2,\quad (-10)-(-2)=(-10)+2$$

なることを了解したる上は，これらの左邊は問題 (3) に於けると同樣の方法によつて計算することが出來る。此の種の練習問題に習熟したる上は，負數の加減に對する計算の規則を與へて例題 1 及び例題 2 のしめくくりをなし，「負數*を足すと絕對值だけ減り，負數を引くと絕對值だけ增す」と述べて置くことは適切である。而して更に吾々は「正數を足すと絕對値だけ增し，正數を引くと絕對値だけ減る」ことと對照して負數と正數とが反對の性質を有することを强調するがよい。

瑣細なこと乍ら練習 (1) に於て $(-4)+12$ は問題 (3) に編入すべきである。又例題 1, 例題 2 の逆に相當する問題をも此の邊で取扱つては如何であらうか。其のためには問題 (3) の始めの四題

$$3-3,\quad 3-4,\quad 5-10,\quad 8-12$$

を加法の問題に直し，後の四題

$$(-2)+1,\quad (-2)+2,\quad (-2)+5,\quad (-4)+8$$

を減法の問題に直さしめるも一方法である。斯くの如き練習を行はせれば負數加減の規則を一層明瞭に會得せしめることが出來る。

最後に問題 (3)，例題 1 及び例題 2，練習 (1) に於ては零ならざる二數の加減に對する殆んど總ての場合を網羅してゐる。卽ち

(正數)＋(正數)，(正數)＋(負數)，(正數)－(正數)，(正數)－(負數)，

(負數)＋(正數)，(負數)＋(負數)，(負數)－(正數)，(負數)－(負數)

の 8 個の場合の中，最初の，旣によく計算に慣れてゐる(正數)＋(正數)の

* ここに負數とは負の整數，負の小數，負の分數を含めたるものである。

場合が省かれてゐるに過ぎない。併し

(零)＋(負數)，　(零)－(負數)

等の場合は含まれてゐないから補充して置く樣にしたい。讀者はこれに對する適當なる問題を作製されるがよい。

7. 例題 3, 4, 5 について

負數と正數，正數と負數，負數と負數の掛算が取扱はれてゐる。其の取扱法は敎材の槪觀に於ても述べた樣に，具體的量から離れて全く數學的に考察の試みられてゐる點に注意を要する。例題 3 の $(-2)\times 3$ に於ては「3 人の者が各ゝ借金を 2 圓づつ有するときは此の 3 人の借金は合せて幾圓なるか」又は「或人が 3 人の者から各ゝ 2 圓づつ借金してゐる。此の人の借金は合計幾圓なるか」などとして具體的に考へ，其の計算法を說明することが出來る。併し乍ら此の方法をどこまでも固執せんとすれば，例題 4 の $3\times(-2)$ の計算法を如何に說明すべきか，更に例題 5 の $(-2)\times(-3)$ は如何にして計算せらるべきかにつき忽ち困難を來すであらう。又强いて何等かの方法でこれらの例題について，上記の如き計算法の說明を與へたにしても，それは說明者の自己滿足に終り，生徒には充分なる滿足を與へ得ないであらう。故にこれらの例題に對しては算術書の說明又はこれに類似の說明を以て賢明の方法なりと信ずる。

扨て例題 3 に於ては累加の思想を用ひ，$(-2)\times 3$ は -2 が 3 個加へ合せられたるものと見て計算すれば

$$(-2)\times 3=(-2)+(-2)+(-2)=-6$$

であつて，これで $(-2)\times 3$ の計算は終へたのであるが，更に進んで考へれば $6=2\times 3$ なる故

$$(-2)\times 3=-(2\times 3)$$

と書くことが出來る。これは $(-2)\times 3$ に對する簡單な計算法を與へるものである。斯かる幾つかの例によつて「負數に正數を掛けるには其の絕對

値の積に負號(−)を附すればよい」ことを知らしめねばならぬ。

次に例題4は正數に負數を掛ける問題で前記の如く之を例題3の樣に說明することは出來ないが，乘法に於ける交換の法則を用ひて(生徒は正數と負數との間に交換の法則を適用するも異議を唱へないであらう)，$3\times(-2)$は其の因數の順序を交換したる$(-2)\times3$に等しいとし，次の如く計算することが出來る。

$$3\times(-2)=(-2)\times3=-(2\times3)=-6$$

併し交換の法則を用ひないならば，例題5の樣に，正數と負數とは性質相反する數なることを用ひてもよい。卽ち$3\times(-2)$を3×2と比べて考へ，3×2の答と正負が異なる樣にする。然るときは

$3\times(-2)=$(3×2の符號を變へたるもの)

$=-6$

例題4の計算に對する以上の二つの方法の中，生徒には何れが自然的なるかといへば恐らく前者であると思ふ。

例題5は$(x-2)(x-3)$の展開式を用ひて$(-2)\times(-3)=2\times3$なることを導びく，所謂ヂオフアントスの方法によるもよいが，ここでは尙早であつて，これこそ正數と負數とが性質の相反する數なることに注意して，算術書の如く取扱ふが適切であらう。卽ち$(-2)\times3$に於て3の代りに-3と置けば其の積の符號は$(-2)\times3$の答の符號と反對になる筈である。故に

$(-2)\times(-3)=$[$(-2)\times3$の符號を變へたるもの]

$=2\times3=6$

以上例題3,4,5の結果を通覽するに「二數間の乘法に於ては，その二數の絕對値間の乘法によつて得たる答に適當の符號を與ふべきこと」を知らしめねばならぬ。卽ち$(-2)\times3$又は$3\times(-2)$に於ては2と3との積に負號(−)を附し，又$(-2)\times(-3)$に於ては2と3との積に正號(+)を附

することである。

尙これらの例題を終へたならば乘法に關する練習問題を課するがよい。又斯かる練習問題に慣れたならば，其の逆に相當する「一つの整數を二因數に分解すること」を行はせるがよい。例へば

$$-6=1\times(-6)=2\times(-3)=3\times(-2)=6\times(-1)$$

又 $6=1\times6=2\times3=(-1)\times(-6)=(-2)\times(-3)$

の如くである。

8. 例題 6, 7, 8 について

例題6に於ける$(-6)\div3$は「借金6圓を3人に等しく分擔させるとき，各人の借金は幾圓なるか」といふ問題として解決される。併し例題7及び例題8に於ける$(-6)\div(-2)$及び$6\div(-2)$は斯くの如き方法では說明が六ケ敷い。そこで算術書では，あつさり除法を乘法の逆算として取扱はせんとするのである。先づ$(-6)\div3$に於ては$-6=(-2)\times3$なることを利用してゐる。-6を一因數が3となる樣に二因數の積に分解することは前款の終りに練習問題として注意してあるから容易に出來る筈である。然るときは

$$(-6)\div3=(-2)\times3\div3$$

に於て右邊は-2に3を掛け之を3で割るのであるから結局もとの-2が得られる。$(-6)\div(-2)$及び$6\div(-2)$に於ては-6及び6を一因數が-2となる樣に二因數の積に分解することを考慮せしめればよい。

以上例題6,7,8の結果を通覽して「二數間の除法は其の二數の絕對値間の除法によつて得たる答に適當の符號を與ふべきこと」を悟らしめねばならぬ。卽ち$(-6)\div3$は6を3で割つた商に負號(−)を附し，$(-6)\div(-2)$は6を2で割つた商に正號(+)を附し，又$6\div(-2)$は6を2で割つた商に負號(−)を附することである。

斯くして例題3より例題8に至る6個の例題並に正數間の乘除につき，

教師用書第48頁にある乘除に關する符號の規則

$(+)\times(+)=(+)$,　$(-)\times(-)=(+)$,　$(+)\times(-)=(-)$,

$(-)\times(+)=(-)$,　$(+)\div(+)=(+)$,　$(-)\div(-)=(+)$,

$(+)\div(-)=(-)$,　$(-)\div(+)=(-)$

を與へて置く順序である。ここに例へば $(+)\times(+)=(+)$ は正數と正數の積は亦一つの正數なることを示すもので，其の正數は整數でも小數でも分數でもよいことに注意を要する。未だ小數，分數の乘除を取扱はないで上記の一般的法則を與へることは大膽の樣であるが，生徒は之に對して少しも不審を抱かないと思ふ。負數の加減に對する計算の規則についても同斷である。

次に分數を掛ける計算が習得されるならば $(-6)\div3$ の如きは $(-6)\times\frac{1}{3}$ となし得る故，除法は總て乘法に直すことが出來，從つて上記の乘法並に除法に關する符號の規則は，單に乘法に關する符號の規則のみで充分となる。此のことを參照して上記8個の規則を纒めて述べれば「乘除に於ては同符號の結果は正となり，異符號の結果は負となる」といふ一言に盡きる。

練習(2)は二數並に其の積又は商が悉く整數なる場合の乘除であるが，ここには小數又は分數の場合をも加へて乘除に關する符號の規則を成るべく一般的に知らしめたい。

【注意】 高等科に於ては二數の積に於てその一方又は双方が零なる場合を取扱つてゐない樣である。而も生徒は往々にして斯かる積について誤まれる考へを抱くが故に，ここに一言して置きたい。例へば 0×3 は $0+0+0$ に等しいから0であり，3×0 は 0×3 に等しいから0であるとすることが出來る。後者に於ては配分の法則を利用して

$$3\times0=3\times(2-2)=3\times2-3\times2=0$$

などとしてもよい。又 $0\times(-3)$ 或は $(-3)\times0$ はそれぞれ 0×3 或は 3×0 の答の符號をかへて得られるから0であるとすればよい。斯くして「二數

の積はその中の少くとも一方が0ならば常に0である」ことが判る。

9. 問題(4),(5),について

問題(4)は5°.5から7°.2を引けばよいが，此の引き算は寒暖計の目盛をたどることによつては相當面倒である。そこで斯くの如き計算卽ち差が負數となる如き二正數間の引き算に對する規則を作らせると便利である。今問題(3)の3個の問題 $3-4$, $5-10$, $8-12$ について考へるに

$3-4=-1=-(4-3)$,　$5-10=-5=-(10-5)$,

$8-12=-4=-(12-8)$

である。これを言葉で述べれば「被減數が減數より小なる二つの正數の差は減數より被減數を減じたる差に負號(−)を附すればよい」ことになる。此のことは敢へて二つの正數の場合に限らず，二つの任意の數で差支へない。* 扨て此の規則を用ひて計算すれば次の如くである。

$5°.5-7°.2=-(7°.2-5°.5)=-1°.7$

尙一日中の氣溫の變化を見るに，一般に午後二時頃最も高く，それより溫度は次第に降り夜間より翌朝の日出頃までは降り續けてここに最低溫度を示し，日出頃より午後二時頃までは溫度は次第に昇り續けるのである。故に問題(4)と類似の問題を作製せんには此のことに注意せねばならぬ。成るべくは實驗の結果に基いて問題を作る樣にしたい。

問題(5)に於ては或地點から北への距離と南への距離とは性質相反する二量と考へ得るから，其の何れか一方を正量で表はせば他方は負量で表はされる。故に或地點から北へ $3\,km$ の距離を $+3\,km$ で表はせば，其の地點から南へ $3\,km$ の距離は $-3\,km$ で表はされ，逆に又其の符號を交換して考へることも出來る。併し地圖に表はす場合には北を上方に，南を下方に撰ぶが故に此の點よりすれば算術書にある如く前者の表はし方が適切である

* 尙趣は異なるが一般には「負數の和は其の絶對値の和に負號(−)を附し，正數と負數との和は其の絶對値の差に絶對値の大なる方の符號を附すればよい」。

かも知れぬ。

敎師用書の問題4は兒童用書の問題(4)の類題ならずして寧ろ問題(5)の類題とするが適當であらう。海面よりの高さと深さとは性質相反する二量と考へられ，而も此の二つを對立して考察するときは誰しも海面よりの高さを正量で表はすであらう。又量を測る單位を省けば正量は正數に直して考へることが出來る。「海面よりの高さを正數で表はす」とは此の意味に解すべきである。尙山の高さは山の頂上の鉛直下にある海面を基準として測り，海の深さは海面を基準として測るが故に，山の高さを正數で表はせば海の深さは負數で表はされる。

次に同じく問題4に於て財產と負債とは性質相反する二量にして，而も算術書に於ける如く，常識的に財產は正量で負債は負量で表はされる。併し今から10年前と10年後とを對立して考へるときは其の何れを正量で表はすも他は負量で表はされ，場合によつて其の何れもが採用される。此のことは實際問題について考へれば明瞭である。

10. 問題(6),(7),(8)について

此の三問題は相關聯して考へることが出來る。先づ問題(6)に於て所求の所有金は正數のみの計算により次の如くして簡單に得られる。

1000圓−700圓+300圓=600圓

併しこれを正數，負數を用ひて解決せんには如何にすべきか。斯くするも本問は必ずしも簡單にはならぬけれども本章の目的から見て止むを得ぬ。

問題(7)に於て「所有金1000圓を+1000で表はすと，損した700圓は何で表はされるか。又まうけた300圓は何で表はされるか。」とあるが，所有金と損した金とまうけた金とは如何樣に考ふべきか。損した金とまうけた金とは性質相反する二量なる故，一方を正量で表はせば他方は負量で表はされるけれども，所有金は此の儘では他の二つとは密接な關係はない樣である。故に此の三者の間に關係を持たせんとすれば，例へば所有金1000圓

を財產1000圓とし，損した700圓を負債700圓とし，又まうけた300圓を新らしく得た財產300圓として正量と負量とを定めるがよい。然るときは所有金とまうけた金とは共に財產で之を正量で表はすならば，損した金は負量として表はされる。これによつて問題(7)は解決される。

問題(8)は正量，負量を問題(7)にて述べた意味に解釋し，所有金1000圓を+1000圓として式を立てるがよい。其の式は圓を單位として

(+1000)+(−700)+(+300)

となり，書き直せば

1000+(−700)+300

としてよい。これを計算すれば+600にして答は財產600圓又は所有金600圓である。但し算術書の表はし方

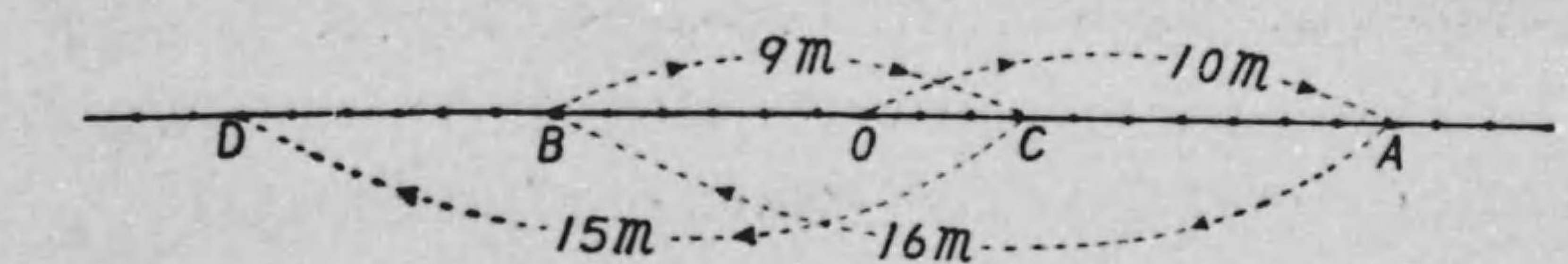
1000+(−700)+(+300)

によれば所有金1000圓は一見他の二つとは關係なからしめてゐる樣に見ゆるが果して如何であらうか。

要するに正數，負數を問題の解方に用ひんには正量と負量とを何等かの基準によつて明確に定めねばならぬ。

11. 問題6,7,8について

問題6は算術的に解くならば相當手數を要する問題であるが，左右に伸



びた直線上に目盛を設けたものを用ひて幾何學的に解けば比較的簡單で，答は「出發點から左へ12mのところにゐることになる」。併しこれは問題中に顯はれてゐる數字が簡單なるがためで，此の問題こそ正數，負數の觀念によれば極めて容易に解決される。卽ち問題8に示されたる如く右へ進ん

だ距離を正量で表はせば左へ進んだ距離は負量で表はされ，且つメートルを單位にとれば

$$(+10)+(-16)+(+9)+(-15)=-12$$

となる。ここに負數は出發點より左への距離を表はす故答は「出發點より左へ12mのところにゐる」ことになる。尙問題6は左へ進んだ距離を正數で表はして解くことも試みさせるがよい。此の場合には

$$(-10)+(+16)+(-9)+(+15)=+12$$

となり，矢張り答は「出發點より12m左にゐる」ことになる。

12. 問題(9), 9について

問題(9)に於ける $(+8)+(+5)+(-7)$, $(-3)-(-6)-(+4)$ 及び問題9に於ける $(+6)+(+4)+(-8)$, $(-6)+(-4)-(-8)$ の計算については，第一項が正數ならば正數のみの加減に直し，第一項が負數ならば第二項以下を正數のみの加減に直して

$$8+5-7,\quad (-3)+6-4,\quad 6+4-8,\quad (-6)-4+8$$

とし簡單にするがよい。

又問題(9)に於ける $(+7)\times(-5)\times(-6)$, $(-6)\times(+8)\div(-4)$ 及び問題9に於ける $(-6)\times(+20)\div(-5)$, $(-10)\div(+2)\times(+7)$ の計算に際しては因數が三個以上の場合の乘除に關する符號の規則を因數が二個の場合の乘除から擴張して與へて置く樣にしたい。そこで初の中は

$$(+7)\times(-5)\times(-6)=\{-(7\times5)\}\times(-6)=7\times5\times6=210,$$

$$(-6)\times(+8)\div(-4)=\{-(6\times8)\}\div(-4)=6\times8\div4=12$$

の如く次々に計算し，然る後一般の規則に達せしめる。例へば $(+7)\times(-5)\times(-6)$ なる積に於ては先づ $(+)\times(-)\times(-)=(+)$ によつて積の符號を定め，次に $7\times5\times6$ によつて其の絕對値を定める。之を式にて書けば

$$(+7)\times(-5)\times(-6)=+(7\times5\times6)=210$$

而して一般に正數負數の乘除に關する符號の規則は次の如くである。「多くの正數と負數とを含む乘除に於ては負數の數が一個，三個等奇數個ならば答の符號は$(-)$で，負數の數が零個，二個，四個等偶數個ならば答の符號は$(+)$である。」

問題(9)に於て $3x-5x$, $(-2x)+7x$, $(-4x)-6x$ は如何に取扱ふべきか。第一の式は例へば

$$3x-5x=3x-(3x+2x)=3x-3x-2x=-2x$$

又は $3x-5x=(5x-2x)-5x=5x-2x-5x=-2x$

として計算することが出來やう。併し此の方法を第三の式に適用せんとするには相當の無理が伴ふものと思ふ。そこでこれらの式を簡單にする一般的方法を，算術書第37頁例題5の同類項を括弧に括ることから導びくがよい。今 $3x-5x$ を x で括つて計算すれば

$$3x-5x=(3-5)x=(-2)x=-2x$$

を得て上記の結果と同一となり，此の方法が一般に正しいことを知らしめねばならぬ。上記の第二，第三の式に此の方法を適用すれば

$$(-2x)+7x=(-2)x+7x=\{(-2)+7\}x=5x$$

$$(-4x)-6x=(-4)x-6x=\{(-4)-6\}x=(-10)x=-10x$$

となる。ここに注意すべきは $-2x$, $-4x$ 等に於ける x の係數のことである。これは $(-2)x$, $(-4)x$ 等と書き直して -2 と x との積，-4 と x との積と同一の意味なることを明瞭にし，然る後同類項を括弧に括る樣にせねばならぬ。

又問題(9)の $(-2x)\times(-1)$, $(-3x)\div3$, $(-4x)\div(-4)$ の如きは如何に計算すべきか。此の場合にも $-2x$ は $(-2)x$ と考へ，之に (-1) を掛けんには數字の計算を初にする樣にすればよい。式にて示せば

$$(-2x)\times(-1)=(-2)x\times(-1)=(-2)\times(-1)\times x=2x$$

又第二，第三の式の計算は次の如くすることが出來る。

$$(-3x)\div3=(-3)x\div3=\frac{-3}{3}x=(-1)x=-x,$$

$$(-4x)\div(-4)=(-4)x\div(-4)=\frac{-4}{-4}x=(+1)x=x$$

ここに x は正の數でも負の數でも，或は零でも差支へなく一般に任意の數値を取り得る變數なることに注意を要する。

以上は x を含む式の加減乘除を統一的に考へたのであるが，乘除だけを截りはなして考へれば，次の如くも計算出來る。例へば $(-2x)\times(-1)$ に於ては乘除に關する符號の規則を適用して，先づ $(-)\times(-)=(+)$ により符號を定め，次に $2x\times1$ によつて積の絶對値に相當するものを定めるのである。式にて書けば

$$(-2x)\times(-1)=+(2x\times1)=2x$$

同様に $(-3x)\div3=-(3x\div3)=-x$

又 $(-4x)\div(-4)=+(4x\div4)=x$

三個以上の因數を有する乘除についても同様である。

13. 問題 (10), 10 について

問題 (10) は算術書第40頁例題 10 の如くにして括弧を解き同類項を簡約して計算すればよい。即ち

$$\begin{aligned}2(x-12)+3(13-x)&=2x-24+39-3x\\&=(2x-3x)+(39-24)\\&=-x+15\end{aligned}$$

或は $=15-x$

併し教師用書問題 10 の $5(x+3)-2(x-5)$ の第二項は括弧を解く際に少しく面倒が伴ふ。ここには算術書第 39 頁例題 9 の括弧を解くことを參照せしめねばならぬ。例へば

$$\begin{aligned}5(x+3)-2(x-5)&=5x+15-(2x-10)\\&=5x+15-2x+10\\&=(5x-2x)+(15+10)\\&=3x+25\end{aligned}$$

要するに括弧に包まれた式の何倍か，例へば $3(13-x)$ を加減する場合には，先づ括弧の外の因數を括弧內の各項に掛けて $(39-3x)$ とし，然る後括弧を解く様にするのが計算を誤まらぬ所以であらう。本問に於ても x は任意（正，負又は零）の數値を取り得る變數と考へる。

第六章 公　　式

1. 公　　式

共通の性質を有する多くの事項から一つの法則又は公式を作り上げんとすることは學を修めるもの一般の欲望であらう。公式を數學や其他の學問上に應用すれば知識が整頓せられ，更に其の發展の基礎が作られる。又これを實際問題に應用すれば時間を經濟的にし結果を正確ならしめる。本章の目的も恐らくここにあるので，既に習得せる種々の知識を整頓し，又前諸章で學べる計算上の規則を公式の形で與へて秩序あるものとせんとするのである。而して算術書第51頁には「一般に，公式は或數量間の關係を簡明正確に表し，これを記憶し易くし，且問題の解方を考へ易くする」とあり，又第53頁には「計算の方法を，一般にどうすればよいかを述べたのが，計算の規則であつて，これを文字式で表したのが，計算方法の公式である」とて公式の定義と其の效用とを述べてゐる。

上記の如く算術書にも既に二種の公式を掲げてゐるが，筆者は公式といふものを大別して代數學上の或る種の恒等式と，變量間の對應關係を示すものとの二種としたい。而して變量間の對應關係を示す公式の中には圓周と直徑との關係の如く數學的に嚴正なる公式と，溫度一定なる場合の壓力と體積との關係の如く物理學，化學其他應用數學上の實驗公式とがある。吾が算術書にて取扱ふ公式は代數學上の或る種の恒等式と，幾何學上の面積，體積等に關する定理，商業算術上の所謂公式と稱するものとで，後の二つは變量間の對應關係を示す公式である。

扨て公式とは言葉で表はされた法則又は規則を簡明に式で示したものであるが，式で表はす際には必ずしもローマ字で表はさねばならぬことはない。新教科書には此の邊のことが明瞭にされてゐるけれども，舊教科書は

ローマ字で表はされたものを以て公式としてゐる樣である。例へば舊教師用書第48頁を見るがよい。そこには「斯く文字に如何なる數を與ふるも常に成立する式を公式といふことを敎ふべし」とある。序でながら斯くの如き公式の定義は極めて狹義なるのみならず，新算術書に於ける公式の全部を總稱するものでなくて，單に代數學上の恒等式のみに限られたものと見るべきであらう。前述の如く公式には此の外に變量間の對應關係を示すもののあることを忘れてはならぬ。

次に變量間の對應關係を示す方の公式について一考しやう。算術書第5頁例(3)に於ける我が國昭和十年の月々の輸出入額を見るに月と輸出入額との間には一定の關係は見出し得ないが，とにかく此の間には對應の關係がある。一般に統計的事項は此の種に屬するものであるが，之に反して例へば圓周と其の直徑とを比較するに，直徑の長さが如何に變化するも圓周と直徑との比は一定數πに等しい。今πの値を3.14と假定すれば

$$(\text{圓周})=3.14\times(\text{直徑})$$

なる公式が得られる。此の公式は二つの變量即ち圓周と直徑との間の對應關係を表はす式である。然るに前述の如く二つの變量たる月次と輸出入額との間には定まれる關係なきが故に，此の關係を一つの式で表はすことは出來ぬ。これに依つて「幾つかの變量間の對應關係が或る定まつた法則によつて支配されるとき，其の法則を示す式が其等の變量間の關係を表はす公式である」といふことが出來る。物理學，化學其他應用數學などでいふ實驗公式とは實驗の結果得られた公式であつて，これは數學上の公式と異なり，一般に正しいか否かを證し得ないのが普通で，斯くの如き公式は，全然法則に支配されぬ統計的事實と，一定の法則に支配される數學的公式との中間に位するものと見ればよい。

2. 教材の概觀

算術書第50頁，第51頁の諸教材は變量間の對應關係を示す公式を取扱

ひ，ここにはローマ字を用ひることを避けてゐる。之に反して第52頁，第53頁では計算の規則をローマ字を用ひて公式化し，計算方法の統一を計らんとしてゐる。而して實驗公式が本章から省かれてゐることは少しく遺憾である。

扨て第50頁の例題は複利法の具體的問題を解かんとするに當り，他の具體的問題から先づ公式を導入し，次に其の主格を變じて問題を解決せんとするものである。而も途中の計算には或る種の省略算を實施して實用的色彩を濃厚にしてゐる。併し，かかる，比較的不精密なる省略算を行ふ代りに，複利表を利用せしめることが更に賢明な方法ではなからうか。表を用ひれば計算が至極簡單となるに拘はらず，其の使用法に慣れない間は，表を利用することを非常に恐れてゐることが入學試驗などの結果から明瞭である。これは恐らく指導者の罪で表の使用には絶えず注意を拂はねばならぬ。殊に複利の問題は公式と表と相待つて初めて實用に供せられるに拘はらず，進歩的な新算術書に複利表などの載つてゐないのは遺憾である。謄寫版刷で結構であるから，教師諸君は複利表を印刷して分配し，其の使用法には成るべく馴れさせるがよい。

問題(1)の8個の關係を公式に表はすは易からんも，これらの公式を用ひて解き得る問題の構成を要求する問題(2)は比較的内容の多きを思はしめる。殊に兒童の構成したる問題につき教師と他の兒童とが批評を加へるに當つては充分の用意と時間とがなければならぬ。

羃指數の使用は本章が始めての様に思はれるから，これについては適切なる指導が望ましい。

次に算術書第52頁，第53頁の計算に關する諸公式は負數の章に於て與へたいところであるが，算術書では先きに計算の規則を言葉で述べて統一を計り，相當の時日を置いて本章にて再び公式を作らせることにより，特に計算規則の了解に對して重きを置いた跡が伺はれる。斯くして生徒は，

左程困難を感ぜずに，一次方程式の一般的解方などに入ることが出來る筈である。

尚 a, b, c 等の文字を用ひるのも本章が始めての様であり，教師用書にある補充問題は總て文字を含む式の計算なるが故に，文字 a, b, c 等の表はす數の意味については未知數 x の表はす意味と異なる所以を充分悟らしめねばならぬ。

3. 例題について

先づ公式

$$(\text{元金})\times(1+\text{利率})^{(\text{期間數})}=(\text{元利合計})$$

を作らねばならぬ。此の公式はローマ字を用ひて表はす方が更に便利であるかも知れぬが，未だローマ字を知らない生徒には寧ろ上記の方法が適切であらう。此の公式を作らんには羃指數を導入せねばならぬ。其の一つの導入法を次に示さう。

$3+3=3\times2$，$3+3+3=3\times3$，$3+3+3+3=3\times4$ 等，同じ數を幾つか加へ合はせるとき其の手數を省くために掛算の形式を用ひた様に，同じ數を幾つか掛け合はせるときにも其の手數を省くために**乘羃**といふ形式を用ひる。例へば 3×3 は 3^2 と書き，$3\times3\times3$ は 3^3，$3\times3\times3\times3$ は 3^4 などと書く。此の時3の肩に小さく書かれた數字（即ち掛算に於ける因數の個數を示す數字）を**指數**といふ。3^4 に於ては4が指數である。斯くの如き意味の指數は，物價指數などの指數と區別するために特に**羃指數**といふこともあるが，前後の關係によつて意味の明瞭なる場合には通常單に指數といふ。指數を用ひれば $(1+0.02)\times(1+0.02)$，$(1+0.02)\times(1+0.02)\times(1+0.02)$ の如きも簡單に $(1+0.02)^2$，$(1+0.02)^3$ と書き得て便利なることを生徒に對し注意して置きたい。

扨て前記の複利法の公式を作らんには，指數の練習を兼ねて次の如くするがよい。教師用書に示されてゐる如く「元金100圓を，年利率4分で，

半年毎に利を元に繰入れる約束で，二箇年間預けると，元利合計いくらになるか」といふ問題に於て二箇年間の代りに二箇年半，三箇年，三箇年半等として元金，利率，期間，元利合計の間の關係式を書かせ，期間數5, 6, 7等を單に「期間數」といふもので代表させれば上記の公式が得られる。此の場合には前述の如く期間數に重點を置きこれを變量と考へて公式を導びいたのであるが，他の何れの量を變量と考へるも同様の公式が得られる。此のことは公式の主格を變換する場合に大切である。

前記の公式は元金，利率，期間，元利合計四箇の變量の間の關係を示すもので，理論的には，算術書に示されてある通り，四箇の變量中三箇の變量の數値を與へれば殘りの變量の數値は此の公式から求め得られる筈である。併し利率又は期間以外の三箇の變量の數値が與へられたとき，利率又は期間數を求めんには，一般に冪根又は對數の計算を要し，高等科の生徒の程度を超えるものといはねばならぬ。類似の問題構成に當つては此のことに注意を要する。

又たとへ利率と期間との數値が與へられてゐる場合にも，期間數が大となるに從ひ

$$(1+\text{利率})^{(\text{期間數})}$$

の計算を正確に行はんとすれば急激に面倒となる。故に教師用書にも「$(1+0.02)^4$ を求むる計算の中途にても終にても，これを小數第三位に止め，以下を切捨てしむべし」とて或る種の省略算を示唆してゐる。併し實際問題に當つては恐らく此の省略算にて充分なりといふことは出來ないであらう。何となれば正しい計算によれば

$$1.02^4=1.08243216$$

にして，計算を小數第三位に止め以下を切捨てれば

$$1.02^4=1.081$$

なる故，(元金)＝200圓÷$(1+0.02)^4$ より元金を求めるに

(元金)＝184.77圓弱（前者による）

＝185.01圓强（後者による）

となり，元利合計200圓に對して24錢より多くの差を生ずるからである。切捨ての代りに四捨五入とすれば幾分よい結果が得られるであらうが，とにかく上記の如き省略算は之を奬勵することは出來ぬ。併し强いて省略算を行はんとすれば，二項定理などを知らぬ生徒には大體上記の如き方法で滿足するの外なかるべく，省略算に代る有效適切なる方法としては複利表の利用あるのみと信ずる。

4. 問題 (1), (2) について

教師用書第51頁の欄外には問題 (1) の解答として

1. (短形の面積)＝(縱)×(横)
2. (三角形の面積)＝(底邊)×(高さ)÷2
3. (直方體の體積)＝(縱)×(横)×(高さ)
4. (圓周)＝3.14×(直徑)
5. (圓の面積)＝0.785×(直徑)^2
6. (球の體積)＝0.52×(直徑)^3
7. (元高)×(步合)＝(步合高)
8. (元金)×(利率)×(期間)＝(利息)

が揭げられてゐるが，此の外に球に關聯して

(球の表面積)＝3.14×(直徑)^2

なる公式を附け加へて置きたい。上記1, 2, 3, 7の公式についてはいふことがない。4, 5, 6の公式には何れも直徑（半徑にあらず）の用ひられてゐることに注意を要する。而して圓周率πは4の場合の樣に直接3.14として顯はれてゐる場合もあるが，5では$\frac{\pi}{4}$, 6では$\frac{\pi}{6}$が用ひられ，而も

$$\frac{\pi}{4}\text{として}\frac{3.14}{4}=0.785\ \text{（小數點以下第三位まで計算）}$$

$\frac{\pi}{6}$として$\frac{3.14}{6}$≒0.52（小數點以下第二位まで計算）

を採用してゐる。π, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{6}$ の近似値として小數點以下の桁數を何故に異にしてゐるのか明白でない。又8の場合には單利法によることを明瞭にして置きたい。

次に上記の公式は陳述を簡單にしたもので嚴密には，例へば

（矩形の面積を表はす數値）=（縱の長さを表はす數値）×（橫の長さを表はす數値）

とすべく，從つて括弧にて示されたる（矩形の面積），（縱），（橫）等は何れも不名數を表はすこと教師用書に示されてゐる通りである。故に實際これらの公式を使用する場合には單位に注意せねばならぬ。

問題2は問題(1)の結果なる公式を用ひて解き得る問題を構成するのであるが，圓の面積，球の表面積，體積等を與へて直徑を求めるには平方根，立方根を求める計算が必要であるから，斯くの如き直徑を求める問題は成るべく避ける樣にするが無難であらう。若し生徒が斯かる問題を構成したならば直徑の長さの簡單な近似値を數値の當嵌によつて示す程度で充分である。尙問題の構成に當つては架空的のものでなしに，成るべく生徒の周圍にあるものを材料として選ばせる樣にしたい。

5. 負數の加減

負數の加減については算術書第46頁例題1，例題2に計算法が示され，併せて其の計算の規則が言葉で述べられてゐる。卽ち「負數を足すと絕對値だけ減じ，負數を引くと絕對値だけ增す」と。此の規則を文字を用ひて述べ換へれば如何，或は文字を用ひて公式にて表はせば如何といふことがここで硏究されてゐる。生徒は −2を足すには2を引き，−3，−4等を足すにはそれぞれ3，4等を引けばよいことを知つてゐる。此の2，3，4等の代りにこれを代表して a といふ文字を用ひれば，如上の事實は統一されて

「$-a$を足すにはaを引く」と一言に述べることが出來て便利である。算術書には「文字は，どんな數でも表すから，都合がよい」と述べてゐるが，實はどんな數でも表はさしめるために文字を借用し來つたことを上記の例によつて知らしめねばならぬ。同樣に負數減法の規則は「$-a$を引くにはaを足す」といへば充分で，これらを式にて書けば

$$+(-a)=-a,\quad -(-a)=+a$$

となり，これが負數加減に對する公式である。但し各公式に於て左邊の第一の符號は加法，減法を示す計算の符號で，左邊の第二の符號及び右邊の符號は正數，負數を表はす性質の符號である。ここに注意すべきはaが正の數ならば整數でも分數でも小數でも差支へないことである。併し上記の公式はaが負數の場合にも成立つので，其の他の文字についても同樣である。算術書にはaの取り得る數値に對して何等の制限をも與へてゐないのは，aが正數の場合のみならず，負數の場合にも上記の公式の成立つことを，いはず語らずに，認めさせんがためであらう。

教師用書第52頁問題1，2，3に於ける計算は第49頁問題(9)の $3x-5x$，$(-2x)+7x$ などと同樣に行はれるが故に，ここには特記しない。

最後に問題3の

$$5ab-(3ab-2bc)-3bc$$

に於ける$5ab$，$2bc$等の意味と記法とを明瞭にして置く必要がある。$5b$は$5\times a\times b$又は$a\times5\times b$或は$a\times b\times5$等の略にして，斯くの如き積の場合には數字を左端に置き數字と文字，文字と文字との間にある乘號を省く。從つて何等かの理由により數字を中間又は最後に置く必要のある場合には$a5b$, $ab5$などとせずに必ず$a\times5b$, $ab\times5$と書かねばならぬ。

6. 負數の乘除

負數の乘除も算術書第47頁例題3より例題8に至る諸問に於て取扱はれ，教師用書には其の直後に8個の乘除に關する符號の規則にて之を總括

してゐる。これらの規則を，正數と正數との乘除を除き，文字を用ひて公式化したものが第53頁の結果に他ならぬ。即ち

$$(-a)b=-ab,\ a(-b)=-ab,\ (-a)(-b)=ab$$

$$(-a)\div b=-\frac{a}{b},\ (-a)\div(-b)=\frac{a}{b},\ a\div(-b)=-\frac{a}{b}$$

これらの公式に於ても a,b は必ずしも正數なるを要せず，負數にても差支へないのである。又數字と文字，文字と文字との間の乘號を省くやうに，數字と文字，文字と文字との間の除號は之を省き其の商を分數の形で書くのが普通である。

次に教師用書第53頁問題1, 2, 3, 4について一言しやう。

問題1に於て $5a\times3a$ を計算せんには，先づ數字5と3との積15を作り，次に文字 a と a との積 a^2 を作つて，$15a^2$ とすればよい。計算の順序を式にて示せば

$$5a\times3a=(5\times3)\times(a\times a)=15a^2$$

又 $(-6a)\times3b$ に於ては，先づ積の符號を定め，次に前問の如く

$$(-6a)\times3b=-(6\times3)\times(a\times b)=-18ab$$

なる順序によるがよい。

問題2に於て $(-15ab)\div3b$ の場合にも，先づ商の符號を定め，次に被除數の數係數15を除數の數係數3で割つて5とし，最後に ab を b で割つて a を求め，これらの積を作つて $-5a$ とすればよい。式にて示せば次の如き順序による。

$$(-15ab)\div3b=-\frac{15}{3}\times\frac{ab}{b}=-5a$$

但し除數は零に等しからずとする。

問題3に於ける $(a+b)c,(a-b)c$ の展開は代數學上では所謂配分の法則として知られてゐる。展開を式で示せば

$$(a+b)c=ac+bc,\quad (a-b)c=ac-bc$$

同様に $c(a+b)=ca+cb,\quad c(a-b)=ca-cb$

を得る。これらの公式は c が正の整數の場合に累加の方法によつて證明し，然る後一般の場合を認めさせる樣にすることも出來る。併し例へば第一の公式は算術書第40頁例題10について本講で述べた樣に a,b,c を正數として，$a+b$ を底邊とし c を高さとする矩形の面積が a 及び b を底邊とし c を高さとする二つの矩形の面積の和に等しいことから證明出來る。而して後 a,b,c が任意の數値を取る場合にも上記の公式の成立つことを認めさせればよい。他の公式についても類似の取扱が許される。

問題4の $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ なる等式の成立つことを示す方法は澤山あるであらう。第一式を實際の乘法を用ひないで，代數的に示さんには $(a+b)c=ac+bc$ に於て c の代りに $a+b$ と置けばよい。然るときは

$$(a+b)(a+b)=a(a+b)+b(a+b)$$

を得，これを書き直せば $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ を得る。他の等式についても同樣である。此の方法で證明するときは a,b,c は全く任意の數を表はすものとしてよい。又幾何學の圖形を借りて a,b が正數（但し第二，第三の等式に於ては $a>b$）なる場合に上の三つの等式の證明出來ることは讀者周知のことである。これより a,b,c が任意の數値を取る場合にも等式の成立つことを認めさせればよい。尙特に第一並に第二の等式は數又は式の平方根を求める場合に極めて重要なる公式である。

【注意】 公式（特に恒等式）の證明には上記の如く理論的方法を與へる前に，其の公式中に含まれる文字に正數又は負數の具體的數値を與へて其の等式の成立つことを驗せしめ，然る後一般的證明法に移るがよい。

第七章　方程式の解方 2

1. 本章の目的

先に方程式の解方 1 に於て，未知數の値が負數とならず，解くにも，負數計算を用ひずして解き得る方程式のみに就いて一通りの取扱を終つた。次いで前章に於て生徒は負數の計算法を充分會得した筈である。故に今ここに算術的解方から全然離れて，移項と四則の計算とのみにより，一次方程式の解方を統一し機械化して置くことは意義深いことである。從つて本章の主眼點は移項することと，前章にて總括したる諸公式の使用とにあり，併せて次章以下の準備たらしめんとするにある。

扨て正（の有理）數のみを含む一次方程式の解方には正數のみでは不充分でここに負數の必要を認めるに至つた。勿論負數は二次方程式の解方に負根を導入するの必要上考へ始められたらしいことは負數の章に於て述べたところである。而して正の有理數の外に負の有理數も根として許すことにすれば，任意の有理數を含む一次方程式は完全に解くことが出來る。依つて，一次方程式を解くに前述の如き機械的方法を用ひることにすれば，これは高等一年に於ける，一次方程式取扱の最高を行くものである。教師諸君は此の間の消息を詳かにした上，本章の教授に遺憾なからしめんことを切望する。

2. 例題 1 について

本例題は「$3x-15=5x+20$ を解け」といふにあり，其の解方は方程式の解方 1 の例題 6 以下に於て示されてゐる樣に，適當の項を方程式の兩邊に加へ又は兩邊から引くといふ形式を用ひてゐる。併し方程式の解方に於て常に斯くの如き算術的にして冗長な態度をとることは，相當計算に熟達せる生徒のとるべきところではない。故に教師用書第 54 頁にも「例題 1 の

解方は先づ兒童用書に記載せる如く教へ，然る後，これを移項して解く考へ方を知らしむべし」とある。そこで前款にも述べた樣に移項するといふことを生徒に徹底し利用せしめねばならぬ。方程式 $3x-15=5x+20$ の兩邊に 15 を足して $3x=5x+20+15$ とすることは左邊にある -15 の符號を變へて $+15$ とし之を右邊に移したると同樣の結果である。但し暫らく計算の符號と性質の符號とを混同する，適當に解釋せられたい。以下も同樣である。又 $3x=5x+35$ の兩邊から $5x$ を引いて $3x-5x=35$ とすることは右邊の $5x$（實は $+5x$）の符號を變へて $-5x$ とし左邊に移したると同樣の結果である。一般に「等式の一邊にある項の符號を變へて他の邊に移すも等式の成立つことに變りがない」。何となれば等式の兩邊に其の項の符號を變へたものを加へたるに他ならぬからである。吾々は簡單のために上記の如き方法により項を一邊より他の邊に移すことを**移項する**といふ。故に移項することは何等の思考も要せず全く機械的計算である。移項するといふ術語を用ひて例題 1 を解けば次の如くであらう。

例題 1.　$3x-15=5x+20$　を解け。

解方　未知數の項を左邊に，既知數の項を右邊に移項すれば

$$-2x=35$$

故に　$$x=-17.5$$

ここに斯くの如き問題に於ては特に驗算に注意せねばならぬ。答の正否を驗めると同時に生徒は負數の計算は恐らく不得手であらうから，驗算によつて其の力を增すやうにしたい。

次に瑣細のこと乍ら一つの注意を與へて置かう。教師用書第 54 頁には「(前略) 此の處にては，未知數の値が負數となるもの，解くに負數計算を要するものをも含めて取扱ひ，且習慣に從ひ，未知數を含む項を左邊に集めて解くことを教ふべし。」とあり。これによれば練習 (1) の方程式

$8+3x=14x-91$ の如きも未知數の項を左邊に，既知數の項を右邊に集めて $-11x=-99$ とすべき樣であるが，これ計算を困難にするのみにして何等の効果も認められない。未知數の項を右邊に既知數の項を左邊に集めて $99=11x$ とするに若かないと思ふ。故に筆者が先に方程式の解方1の章にて述べた樣に，算術書の注意に拘泥せずに，適當の方法にて移項する樣にしたい。

尙例題 2，教師用書の問題 2 等については別段特記すべきことはないが，唯方程式

$$6(8-3x)=4(x+1) \text{ 及び } 3(21-2x)=9(3x-4)$$

に於てはそれぞれ兩邊を 2 及び 3 で割つて置いて解方を進めるもよい。

第八章 應用問題5

1，教材の概觀

本章の諸問題卽ち兒童用書，教師用書の問題合せて6題は一次方程式の解方に負數の取扱を許すことを學べる前章の應用問題としては必ずしも適當と思はぬ。題意に從つて方程式を作るとき負根の顯はれるものとしては僅かに問題(2)があるのみの樣である。而して此の問題も其の陳述を少しく變更すれば負根を有しない樣にすることが出來る。從つて本章の問題は悉く應用問題4に屬せしめるも差支へなく，或は又比例の問題と考へるならば更に其の取扱を早め尋常六年の教材の復習として，果た又第一編の統計教材を利用せる點より見て，第一編の適當な箇所に挿入するも穩當を缺くものではなからう。而も尙此の教材をここに取扱はしめんとする所以のものは，恐らく，全書を通じて問題の數を少くして生徒の負擔を輕からしめ，且つ其の內容を精選せんとするところにあるのであらう。故にこれらの問題を前章の方程式の解方2の應用とするならば比較的輕く取扱ふがよい。併し乍ら他方よりこれらの問題を檢討すれば，其の內容は生徒の國民的教養を高める上に極めて當を得た問題である。卽ち內地，朝鮮，臺灣等の面積，人口並に主食物たる米を教材とし人口問題，食糧問題を考究し，又日本帝國，滿洲國，南アメリカ洲の人口問題に觸れてゐるところに深い意義を有する。生徒は地理教材と聯携を保ち，更に多くの問題を構成し，常識の涵養に資せんとするであらう。教師諸君は此の機會を逸せず最近の人口，物資の產額其他必要の事項について統計材料を蒐集し，生徒の知識を確實にすることに努めねばならぬ。

次に本章に取扱はれてゐる面積の比，人口，米の產額等は概數なるが故に答も亦概數たるを免れぬ。從つて答を精密に計算せんとて無闇に多くの

有效數字を求めることは何等の價値もないことを生徒に認めしめねばならぬ。而して土地の面積の如きは年の經過に伴ひ極めて僅かの變化はあるかも知れぬが殆んど變化なしと見て大差はない（之とて出典により多少の相違はある）。之に反して物資の產額は年々變化あり，特に年と共に增加の傾向又は減少の傾向にあることもあるべく，此の邊の事情を成るべく參照して教材を取扱ふ必要がある。又一般に米の產額の如きは，豐作と凶作とでは相當の開きがあるであらうから，目的によつては最近幾年間かの平均を用ひるが宜しかるべく，人口の如きは成るべく最近のものを用ひるがよい。

算術書の問題に於ては，例へば或二つの地方の人口の比は前述の如く極めて概數にて與へられてゐるが，さて兩地方の精密なる人口を知つて其の人口の比に成るべく近く而も出來るだけ簡單な比を作らんには如何にすべきかといふ問題が起る。これは數學上では連分數論の問題であるが，本章の研究に於て教師は多少心得て置く必要があると思ふから次章に必要の程度だけ連分數を取扱ふことにする。故に讀者は先づ次章の連分數を讀破の上，本章第2款以下の問題の解說を讀む樣にして戴きたい。

倘負根の解釋については多くを述べないことにする。

2. 問題（1）について

本問の計算には人口は1萬人を單位とし，2300萬人の如きは23,000,000人などとしないこと，又答も1萬人未滿は四捨五入する樣にしたい。本章の他の問題についても同斷である。

朝鮮の人口は約2300萬人，臺灣の人口は約520萬人といふのであるが，これは算術書第4頁によれば昭和十年十月一日の國勢調査に於ける概數で精しくは

朝鮮の人口	22,899,000 人
臺灣の人口	5,212,000 人

である。又算術書第3頁に朝鮮の面積は約220,700方粁，臺灣及び澎湖島

の面積は合計約36,000方粁とあるが，これも精しくは（第五十四回日本帝國統計年鑑による）

朝鮮の面積	220,776.00 方粁
臺灣（澎湖島を含む）の面積	35,973.55 方粁

である。今朝鮮と臺灣との面積の比を連分數に展開すれば

$$\frac{220{,}700}{36{,}000}=6+\frac{1}{7+}\frac{1}{1+}\frac{1}{1+}\cdots\cdots$$

$$\frac{220{,}776.00}{35{,}973.55}=6+\frac{1}{7+}\frac{1}{3+}\frac{1}{2+}\cdots\cdots$$

となり，此の何れより計算するも

$$\frac{P_1}{Q_1}=\frac{6}{1},\quad \frac{P_2}{Q_2}=\frac{43}{7}$$

を得る。故に朝鮮と臺灣との人口密度を等しくせんには，兩地の人口の比が極めて大體ならば6:1に等しくすべく，又少しく精密には43:7に等しくすればよい。而してこれ以上精密な近似分數は本問の如き概數を取扱ふ場合には採用する必要はあるまい。

3. 問題1について

算術書第3頁によれば內地の面積は約382,500方粁，朝鮮の面積は約220,700方粁である。而して精密な値としては（第五十四回日本帝國統計年鑑による）

內地の面積	382,545.42 方粁
朝鮮の面積	220,776.00 方粁

である。依つて內地と朝鮮との面積の比を連分數に展開すれば

$$\frac{382{,}500}{220{,}700}=1+\frac{1}{1+}\frac{1}{2+}\frac{1}{1+}\frac{1}{2+}\frac{1}{1+}\frac{1}{20+}\cdots\cdots$$

$$\frac{282{,}545.42}{220{,}706.00}=1+\frac{1}{1+}\frac{1}{2+}\frac{1}{1+}\frac{1}{2+}\frac{1}{1+}\frac{1}{7+}\cdots\cdots$$

で，此の何れより計算するも近似分數は

$$\cdots\frac{P_1}{Q_1}=\frac{1}{1},\ \frac{P_2}{Q_2}=\frac{2}{1},\ \frac{P_3}{Q_3}=\frac{5}{3},\ \frac{P_4}{Q_4}=\frac{7}{4},\ \frac{P_5}{Q_5}=\frac{19}{11},\ \frac{P_6}{Q_6}=\frac{26}{15},\cdots$$

である。故に本問の 19:11 は內地と朝鮮との面積の比としては相當精密なもので，吾々は此の比の代りに 5:3 又は 7:4 を採用するも略近的には差支へない。

4. 問題(2)について

本問に於て，朝鮮から內地に移入すべき米を x 萬石として方程式を立てれば，1萬石を單位として

$$6000+x:1600-x=3:1$$

これを解けば　　　　$x=-300$

を得る。これは朝鮮から內地に −300 萬石移入すべきを示す，從つて實は內地から朝鮮に 300 萬石移出すべきことを示す。而して答は丁度 300 萬石と出たが，米の產額は概數なる故，此の 300 萬石も亦概數たるを免れぬ。

本章第1款にも述べた樣に，順當に方程式を作れば，本章では本問が負根を有する唯一のものであるから，ここに負根を如何に解釋すべきかを充分に指導せねばならぬ。

次に本問に於て內地と朝鮮との米の量の比を 3:1 とするにはいはれがあ

米の產額（單位千石）

	內地	朝鮮	臺灣
昭和3年	....	13512	....
〃 4 〃	....	13702	....
〃 5 〃	66876	19181	7371
〃 6 〃	55215	15873	7480
〃 7 〃	60390	16346	8949
〃 8 〃	70829	18193	8360
〃 9 〃	51840	....	9089
〃 10 〃	57456	....	9122
平均	60434	16135	8396

る。それは略兩地の人口の比に等しくせんとするものである。今算術書第4頁に從ひ，昭和十年十月一日の國勢調査の結果により兩地の人口の概數をそれぞれ 6900 萬人，2300 萬人と見做せば，其の比が 3:1 となるからである。ここに米の產額は極めて概數なるが故に人口の比も上記のものより精密な値を採用する必要はあるまい。最後に內地，朝鮮及び臺灣に於ける最近數年間の米の產額と其の平均とを示して置かう。（前頁の表參照）。

此の表によつて見れば米產額の平均は內地約 6000 萬石，朝鮮約 1600 萬石と見做すも差支へないが臺灣は寧ろ 840 萬石と見做すが至當ではなからうか。

5. 問題2について

本問については三つの缺點を擧げることが出來る。

缺點の第一，臺灣の米の年產額は約 830 萬石とするを許すも，朝鮮の米の年產額は問題 (2) に於ける樣に何故約 1600 萬石としないか。これを約 1700萬石とした理由が明白でない。

缺點の第二，臺灣と朝鮮との人口を問題(1)によりそれぞれ約 520 萬人，2300 萬人とするならば，その比を連分數に展開して近似分數を求めれば

$$\frac{520}{2300}=0+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{3}$$

より　$\frac{P_2}{Q_2}=\frac{1}{4},\ \frac{P_3}{Q_3}=\frac{2}{9},\ \frac{P_4}{Q_4}=\frac{5}{22},\ \frac{P_5}{Q_5}=\frac{7}{31},\ \frac{P_6}{Q_6}=\frac{26}{115}$

となり，此の中には $\frac{3}{14}$ は含まれてゐないし，又 $\frac{3}{14}$ は中間近似分數*でもない。故に臺灣と朝鮮との人口の比の略近値としては $\frac{2}{9}$ 又は $\frac{5}{22}$ などを採用するがよい。何となれば，$\frac{5}{22}$ が $\frac{3}{14}$ よりも $\frac{520}{2300}$ の値に近いことは其の分母22が14よりも大なることから明瞭で，又 $\frac{2}{9}$ が $\frac{3}{14}$ よりも $\frac{520}{2300}$ に近い

* 次章參照。

ことは容易に驗證し得るからである。次に算術書第4頁より，上記の人口よりも精密に，朝鮮の人口を22,899,000人，臺灣の人口を5,212,000人とすれば，其の比の略近値の二つは$\frac{2}{9}$及び$\frac{3}{13}$となる。故に何れにしても$\frac{3}{14}$は兩地の人口の比の略近値としては適當でない。

缺點の第三，今假りに算術書の問題2に與へられた數値を用ひ，臺灣から朝鮮に移入すべき米をx萬石とすれば，方程式

$$1700+x:830-x=14:3$$

より　$$x=\frac{6520}{17}=383.5\cdots\cdot$$

を得，臺灣から朝鮮へ移入すべき米の量は約384萬石となつて教師用書の答の如く約288萬石とはならぬ。

以上の缺點あるが故に本問は次の如く訂正しては如何であらうか。

米の年產額を朝鮮約1610萬石，臺灣約840萬石とすれば，臺灣から朝鮮に米を約何萬石移入すると臺灣と朝鮮との米の量の比が2:9（又は3:13）となるか。

〔2:9（又は3:13）は兩地の人口の比の略近値である。〕

答約395萬石（又は約381萬石）

6. 問題(3), 3について

第五十四回日本帝國統計年鑑より引用して次の表を揭げる。

國名	調査年次	面積（方粁）	人口
世界總數	1930頃	129,900,000	2,009,000,000
亞細亞洲	〃	42,000,000	1,1 4,400,000
歐羅巴洲	〃	9,500,000	484,800,000
北亞米利加洲	〃	21,800,000	167,200,000
南亞米利加洲	〃	18,800,000	81,000,000
阿弗利加洲	〃	28,800,000	142,100,000
大洋州	〃	9,000,000	9,500,000
日本帝國	1935.10.1	675,385	99,456,512
滿洲國	1932	1,416,093	29,606,117

ここに人口は日本帝國を除き總て推計人口である。又帝國の人口は算術書第1頁による。

問題(3)及び3については面積の比の略近値のみを上の表から計算するに止める。アジヤ洲と南アメリカ洲との面積の比は

$$\frac{42,000}{18,800}=\frac{105}{47}=2+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ \frac{P_1}{Q_1}=\frac{2}{1},\ \frac{P_2}{Q_2}=\frac{9}{4},\ \frac{P_3}{Q_3}=\frac{29}{13},\ \frac{P_4}{Q_4}=\frac{38}{17},\ \frac{P_5}{Q_5}=\frac{105}{47}$$

依つて兩洲の面積の比は上の結果よりすれば$\frac{5}{2}$よりも寧ろ$\frac{9}{4}$ぐらいが適當である。

次に日本帝國と滿洲國との面積の比を連分數に展開し，其の近似分數の二，三を求めれば

$$\frac{675,385}{1,416,093}=0+\frac{1}{2}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{18}+\cdots\cdot$$

$$\therefore\ \frac{P_2}{Q_2}=\frac{1}{2},\ \frac{P_3}{Q_3}=\frac{10}{21},\ \frac{P_4}{Q_4}=\frac{21}{44},\ \frac{P_5}{Q_5}=\frac{31}{65},\ \cdots\cdot$$

依つてここでも兩國の面積の比は$\frac{7}{13}$の代りに$\frac{10}{21}$ぐらいとしてはどうであらうか。

但し本問に於ける如き世界各洲の面積，人口等は其の出典により多少の相違あるにより，必ずしも筆者の算出せる近似値を以て適當とすることは出來ぬ。恐らく算術書に於ける近似値も亦用ひた材料の如何によつて相當信賴するに足るものと思ふ。

第九章 連 分 數

1. 定 義

前章第1款に於て述べた様に本章に於ては教材研究に必要な程度に於て連分數の理論を進める。

今 X を任意の實數とし，a_1 を X を超えない最大の整數として之を $a_1=[X]$ にて表はさう。例へば

$X=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$ ならば　　$[X]=3,$

$X=\sqrt{5}=2.2\cdots$ ならば　　$[X]=2,$

$X=4$ ならば　　$[X]=4,$

$X=-\frac{8}{3}=-3+\frac{1}{3}$ ならば　　$[X]=-3$

の如くである。扨て X が整數（正，負の整數及び零を含む）でないときは上記の a_1 を用ひて X を

$$X=a_1+\frac{1}{X_1},\qquad a_1=[X]$$

の如く表はせば，a_1 は正，負の整數又は零であり，$\frac{1}{X_1}$ は1より小なる正數，從つて X_1 は1より大なる數である。而も a_1 及び X_1 は一意的に定まる。次に順次に

$$X_1=a_2+\frac{1}{X_2}\qquad a_2=[X_1]$$

$$X_2=a_3+\frac{1}{X_3}\qquad a_3=[X_2]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\qquad\cdots\cdots\cdots$$

$$X_{n-1}=a_n+\frac{1}{X_n}\qquad a_n=[X_{n-1}]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\qquad\cdots\cdots\cdots$$

とすれば，$a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$ は正の整數，X_n は1より大なる數（必ずしも整數と限らず）にして且つこれらの數は一意的に定まるを見る。而して

$$X=a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+\cdots\cfrac{1}{a_n+\cfrac{1}{X_n}}}}$$

が得られる。便宜のため之を

$$X=a_1+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}+\frac{1}{X_n}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

と書くことにする。若し X_{n-1} が一つの整數ならば (1) 式の右邊は a_n できれて

$$a_1+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}$$

となり，又何れの X_n も整數となることがなければ (1) 式の右邊は

$$a_1+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}+\cdots$$

となる。前者を**有限連分數**と名づけ，後者を**無限連分數**と名づける。ここに a_1 は正負の整數又は零にて可なれども，$a_2, a_3, \cdots$ は悉く正の整數なることに注意を要する。

連分數の名稱は元來

$$a_1+\cfrac{b_2}{a_2+\cfrac{b_3}{a_3+\cfrac{b_4}{a_4+\cdots}}}\qquad(a_1, a_2, \cdot\cdot\text{ 及び } b_2, b_3, \cdot\cdot\text{ は任意の整數})$$

なる形の式に與へられたもので，之を通常

$$a_1+\frac{b_2}{a_2}+\frac{b_3}{a_3}+\frac{b_4}{a_4}+\cdots$$

と書く。此の一般の連分數に對して上記 (1) の形の連分數を**單純連分數**といふことがある。本章に於ては專ら單純連分數を研究し，單に連分數とい

へば單純連分數を指すものとする。

例 1. $X=\frac{73}{30}$ を連分數に展開せよ。

$$X=\frac{73}{30}=2+\frac{13}{30}=2+\frac{1}{X_1},\qquad a_1=2$$

$$X_1=\frac{30}{13}=2+\frac{4}{13}=2+\frac{1}{X_2},\qquad a_2=2$$

$$X_2=\frac{13}{4}=3+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{X_3},\qquad a_3=3$$

$$X_3=4,\qquad a_4=3$$

$$\therefore\ \frac{73}{30}=2+\frac{1}{2\,+}\frac{1}{3\,+}\frac{1}{4}$$

例 2. $X=-\frac{31}{7}$ を連分數に展開せよ。

$$X=-\frac{31}{7}=-5+\frac{4}{7}=-5+\frac{1}{X_1},\qquad a_1=-5$$

$$X_1=\frac{7}{4}=1+\frac{3}{4}=1+\frac{1}{X_2},\qquad a_2=1$$

$$X_2=\frac{4}{3}=1+\frac{1}{3}=1+\frac{1}{X_3},\qquad a_3=1$$

$$X_3=3,\qquad a_4=3$$

$$\therefore\ -\frac{31}{7}=-5+\frac{1}{1\,+}\frac{1}{1\,+}\frac{1}{3}$$

例 3. $X=\frac{11}{43}$ を連分數に展開せよ。

$$X=\frac{11}{43}=0+\frac{11}{43}=0+\frac{1}{X_1},\qquad a_1=0$$

$$X_1=\frac{43}{11}=3+\frac{10}{11}=3+\frac{1}{X_2},\qquad a_2=3$$

$$X_2=\frac{11}{10}=1+\frac{1}{10}=1+\frac{1}{X_3},\qquad a_3=1$$

$$X_3=10,\qquad a_4=10$$

$$\therefore\ \frac{11}{43}=0+\frac{1}{3\,+}\frac{1}{1\,+}\frac{1}{10}\quad 又は\ =\frac{1}{3\,+}\frac{1}{1\,+}\frac{1}{10}$$

例 4. $X=\sqrt{3}$ を連分數に展開せよ。

$$X=\sqrt{3}=1+(\sqrt{3}-1)=1+\frac{1}{X_1},\qquad a_1=1$$

$$X_1=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}=1+\frac{\sqrt{3}-1}{2}=1+\frac{1}{X_2},\qquad a_2=1$$

$$X_2=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1=2+(\sqrt{3}-1)=2+\frac{1}{X_3},\qquad a_3=2$$

X_3 は X_1 に等しいのであるから，以下同樣の計算によつて $a_4=1$, $a_5=2$, $a_6=1$, $a_7=2$, ...となり，數 1, 2 が循環することを知る。依つて

$$\sqrt{3}=1+\frac{1}{1\,+}\frac{1}{2\,+}\frac{1}{1\,+}\frac{1}{2\,+}\frac{1}{1\,+}\frac{1}{2\,+}\cdots\cdots$$

である。此の連分數に於ては $1+\frac{1}{2}$ が循環する。斯くの如き連分數を**循環連分數**といひ，$1+\frac{1}{2}$ を其の**循環節**といふ。而して之を表はすに循環節の兩端の數字の下に *印を附して次の如くする。

$$\sqrt{3}=1+\frac{1}{\underset{*}{1}\,+}\frac{1}{\underset{*}{2}}$$

例 5. 次の循環連分數の値を求めよ。

$$\frac{1}{\underset{*}{1}\,+}\frac{1}{2\,+}\frac{1}{\underset{*}{3}}=\frac{1}{1\,+}\frac{1}{2\,+}\frac{1}{3\,+}\frac{1}{1\,+}\frac{1}{2\,+}\frac{1}{3\,+}\cdots\cdots$$

此の連分數の値を x にて表はせば x は明らかに正數にして且つ此の x の値は第二の循環節より始まる連分數の値に等しい。依つて

$$x=\frac{1}{1\,+}\frac{1}{2\,+}\frac{1}{3+x}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+x}}}$$

即ち　$x=\frac{7+2x}{10+3x}$

となる。これは二次方程式 $3x^2+8x-7=0$ と同値にして其の根は

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{37}}{3}$ である。然るに x は正の數なるべきにより，與へられた循環連分數の値は $\dfrac{-4+\sqrt{37}}{3}$ である。

【注意】 一般に循環連分數の値は整係數二次方程式の根となり，逆に整係數二次方程式を滿足する無理數（これを**二次無理數**といふことがある）は循環連分數にて表はされることが證明出來る。これ二次無理數の特徴である。有理數を小數にて表はせば有限小數と循環小數との二種あり，而も無理數は非循環無限小數となるに反し，連分數展開を用ひれば後に示す樣に，有理數は常に有限連分數にて表はされ，無理數は無限連分數となり，無理數の中の二次無理數のみが循環連分數にて表はされる。

2. 有限連分數展開

前款の例1及び例3に於ける分數を連分數に展開する計算を見るに，分數の分子，分母の最大公約數を求める所謂ユークリツド法式と呼ばれる計算法を行へばよいことが判る。例へば

例1の $X=\dfrac{73}{30}$ に於ては

$$\begin{array}{l}
30)73(2=a_1\\
\quad 60\\
\quad 13)30(2=a_2\\
\qquad 26\\
\qquad 4)13(3=a_3\\
\qquad\quad 12\\
\qquad\quad 1)\,4\,(4=a_4\\
\qquad\qquad 4\\
\qquad\qquad 0
\end{array}$$

$$\frac{73}{30}=2+\frac{1}{2+}\frac{1}{3+}\frac{1}{4}$$

又例3の $X=\dfrac{11}{43}$ に於ては

$$\begin{array}{l}
43)11(0=a_1\\
\quad 0\\
\quad 11)43(3=a_2\\
\qquad 33\\
\qquad 10)11(1=a_3\\
\qquad\quad 10\\
\qquad\quad 1)10(10=a_4\\
\qquad\qquad 10\\
\qquad\qquad 0
\end{array}$$

$$\frac{11}{43}=0+\frac{1}{3+}\frac{1}{1+}\frac{1}{10}$$

の如くである。此のユークリツド法式を顧みるとき，有理數は常に有限連分數にて表はされることが判る。故に次の定理を得る。

【定理 1】 有理數は必ず有限連分數にて表はされ，逆に有限連分數は一つの分數を表はす。故に連分數が有理數を表はすために必要にして且つ充分なる條件は此の連分數が有限連分數なる事である。

此の定理の直接の結果として，無理數は有限連分數では表はされず，又無限連分數は有理數を表はさない。

【練習問題】

1. 次の連分數の値を求めよ。

$$3+\frac{1}{4+}\frac{1}{1+}\frac{1}{5},\qquad \frac{1}{1+}\frac{1}{1+}\frac{1}{3+}\frac{1}{10+}\frac{1}{12}$$

2. 圓周率 π の近似値 3.14159 を連分數に展開せよ。

3. 次の數を連分數にて表はせ。

$$\frac{457}{56},\qquad \sqrt{17}$$

4. 次の循環連分數の値を求めよ。

$$\frac{1}{\underset{*}{2}+}\frac{1}{1+}\frac{1}{\underset{*}{3}},\qquad 3+\frac{1}{4+}\frac{1}{\underset{*}{5}+}\frac{1}{\underset{*}{2}}$$

答 1. $\dfrac{93}{29}$,　$\dfrac{496}{871}$

2. $3+\dfrac{1}{7+}\dfrac{1}{15+}\dfrac{1}{1+}\dfrac{1}{25+}\dfrac{1}{1+}\dfrac{1}{7+}\dfrac{1}{4}$

3. $8+\dfrac{1}{6+}\dfrac{1}{4+}\dfrac{1}{2}$,　$4+\dfrac{1}{8}$

4. $\dfrac{-5+\sqrt{37}}{3}$,　$\dfrac{129-\sqrt{35}}{38}$

昭和十二年十一月十三日印刷
昭和十二年十一月十八日發行

新高等小學講座（第三回配本）

著作者　矢野建治

東京市日本橋區通三丁目一
發行兼印刷者　河出孝雄

東京市牛込區早稻田鶴巻町一〇七
印刷所　株式會社康文社印刷所

寺田製本

發行所　東京市日本橋區通三丁目一番地　成美堂書店

版權所有

特246
641