

教育部審定

新課程標準世界中學教本

初級中學學生用

王氏

初中算術



世界書局印行



第五編 分數.....1

第一章 緒論1

(116) 分數 (117) 分數與除法 (118) 分數的種類 習題三十一 (119) 分數的基本原則 (120) 約分 (121) 通分 (122) 分數的大小 習題三十二

第二章 分數基本四法13

(123) 分數加法 習題三十三 (124) 分數減法 習題三十四 (125) 整數乘分數法 (126) 分數乘整數法 (127) 分數乘分數法 (128) 帶分數乘法 習題三十五 (129) 用整數除分數法 (130) 除數是分數的除法 (131) 帶分數除法 習題三十六 (132) 繁分數 習題三十

七

第三章 循環小數33

(133) 循環小數 (134) 純循環小數化做

分數法 (135) 混循環小數化做分數法

(136) 循環小數的基本四法 習題三

十八

第四章 應用問題39

(137) 分數基本四法應用問題 (138) 工

作問題 (139) 時鐘問題 (140) 寒暑表

問題 (141) 比重問題 習題三十九

第六編 比與比例51**第一章 比**51

(142) 比 (143) 比與分數或除法的關係

(144) 比值是不名數 (145) 比的化法

(146) 比的大小 (147) 正比反比

(148) 複比 (149) 連比 習題四十

第二章 比例60

(150) 比例 (151) 比例定理 (152) 比例

的變形 (153) 比例的未知項 (154) 比

例的解法 習題四十一

第三章 單比例.....65

(155) 正比例和反比例 (156) 正反比例
的實例 (157) 比例應用問題的解法

習題四十二

第四章 複比例.....72

(158) 複比例 (159) 複比例的解法

(160) 複比例應用問題的解法 習題四
十三

第五章 連鎖比例77

(161) 連鎖比例 (162) 連鎖比例問題的
解法 習題四十四

第六章 配分比例80

(163) 配分比例 (164) 配分比例問題的
解法 習題四十五

第七章 混合比例85

(165) 混合 (166) 混合法的種類 (167)
第一種混合問題的解法 習題四十六

(168) 第二種混合問題的解法 (169)
第三種混合問題的解法 (170) 第四種

混合問題的解法 習題四十七

第七編 百分法97

第一章 百分法97

(171) 百分法 (172) 百分法的符號與項

(173) 子數,母數和百分率的關係式

習題四十八 (174) 母子和與母子差

習題四十九

第二章 百分法的應用105

(175) 折扣 (176) 連折扣 (177) 賺賠

(178) 佣金 習題五十 (179) 租稅

(180) 保險 (181) 匯兌 習題五十一

第八編 利息121

(182) 利息

第一章 單利息123

(183) 單利法 (184) 單利法公式 (185)

單利問題計算法 習題五十二

第二章 複利息130

(186) 複利法 (187) 複利法公式 (188)

複利問題計算法 (189) 複利表 習題

五十三

第三章 利息算法的應用139

(190) 股票 (191) 債券 (192) 銀行 習

題五十四

第九編 開方法149

(193) 乘法和方根 (194) 開方符號

(195) 用析因數法求方根 習題五十五

第一章 開平方法152

(196) 基數平方表 (197) 平方根的位數

(198) 二數和的平方 (199) 整數開平

方法 (200) 小數開平方法 習題五十

六 (201) 近似平方根 (202) 分數開平

方法 (203) 直角三角形三邊的關係

(204) 已知三邊求三角形的面積 習題

五十七

第二章 開立方法166

(205) 基數立方表 (206) 立方根的位數

(207) 二數和的立方 (208) 整數開立

方法 (209) 小數開立方法 (210) 近似
立方根 (211) 分數開立方法 習題五
十八

第十編 統計圖表177

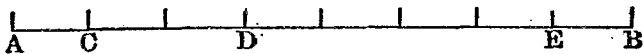
(212) 統計學 (213) 統計表 (214) 統計
圖 (215) 平均數 (216) 百分法的應用
(217) 物價指數 習題五十九 下冊
總習題

第五編 分數

第一章 緒論

116. 分數

把一個單位分成若干等分,取其中一個或幾個等分,就成一個分數(Fraction).



如上圖,設 AB 是一單位的長,把 AB 分做八等分,每一等分就等於這單位的八分之一,如 AC 的長就是,又 AD 含有三個等分,AE 含有七個等分,所以 AD 是三個八分之一,叫做八分之三,AE 是七個八分之一,叫做八分之七。

以上 AC, AD, AE 所代表的三個分數,用符號表示如下:

八分之一寫作 $\frac{1}{8}$,

八分之三寫作 $\frac{3}{8}$,

八分之七寫作 $\frac{7}{8}$.

分數中橫線上的數叫分子 (Numerator), 橫線下的數叫分母 (Denominator), 總稱叫分數的項 (Terms).

117. 分數與除法

分數的值相當於一除式的商: 分子和被除數相當, 分母和除數相當.

例如用尺做單位, 4寸是一尺的 $\frac{4}{10}$; 如化做小數,

4寸就等於0.4尺. 即 $\frac{4}{10}$ 尺 = 4尺 \div 10 = 0.4尺.

又如用呎做單位, 3吋是一呎的 $\frac{3}{12}$; 如化做小數,

3吋就等於0.25呎. 即 $\frac{3}{12}$ 呎 = 3呎 \div 12 = 0.25呎.

反轉來講, 一個除式也可化做分數.

如 $5 \div 8 = \frac{5}{8}$, $12 \div 7 = \frac{12}{7}$.

根據上述理由, 得下列分數與小數

互化的二法則:

分數化做小數時,用分母去除分子即得。

小數化做分數時,用原數去小數點做分子,用10的乘方做分母,但方次數要等於小數的位數。

例一: 把 $\frac{35}{125}$ 化做小數。

$$\text{【解】 } \frac{35}{125} = 35 \div 125 = 0.28.$$

例二: 把0.6與0.027化做分數。

$$\text{【解】 } 0.6 = 6 \div 10 = \frac{6}{10},$$

$$0.027 = 27 \div 1000 = \frac{27}{1000}.$$

118. 分數的種類

分數分做三種:(1)真分數,(2)假分數,
(3)帶分數。

分數中分子比分母小的,叫真分數
(Proper Fraction)。如 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{28}$ 等。

分數中分子比分母大的,或分子和分母相等的,叫假分數 (Improper Fraction).

如 $\frac{21}{8}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{18}{3}$ 等.

整數與分數合成的數叫做帶分數 (Mixed Fraction). 如 $3\frac{2}{5}$ 表示 3 與 $\frac{2}{5}$ 所合成的數,與 $3 + \frac{2}{5}$ 的意義相同,讀作三又五分之二.

凡假分數都可以化做帶分數或整數;凡帶分數或整數,都可以化做假分數. 如下例:

例一: 把 $\frac{21}{8}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{18}{3}$ 化做帶分數或整數.

$$\text{【解】 } \frac{21}{8} = 21 \div 8 = 2 + (5 \div 8) = 2 + \frac{5}{8} = 2\frac{5}{8},$$

$$\frac{5}{5} = 5 \div 5 = 1,$$

$$\frac{18}{3} = 18 \div 3 = 6.$$

例二：把 $4\frac{3}{5}$ ，8 化做假分數。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 4\frac{3}{5} &= 4 + (3 \div 5) = (4 \times 5 + 3) \div 5 \\ &= (20 + 3) \div 5 = \frac{23}{5}, \\ 8 &= 8 \div 1 = 16 \div 2 = 24 \div 3 = \dots\dots\dots \\ &= \frac{8}{1} = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} = \dots\dots\dots \end{aligned}$$

習 題 三 十 一

1. 把下列各分數化做小數：

$$\frac{7}{8}, \quad \frac{3}{10}, \quad \frac{13}{25}, \quad \frac{15}{32}, \quad \frac{36}{125}$$

2. 把下列各小數化做分數：

$$0.7, \quad 0.39, \quad 0.03, \quad 0.00101.$$

3. 下列各帶分數或整數試化做假分數：

$$2\frac{3}{4}, \quad 70\frac{5}{32}, \quad 9, \quad 105.$$

4. 化下列各假分數試化做帶分數或整數：

$$\frac{31}{4}, \quad \frac{312}{19}, \quad \frac{5131}{100}, \quad \frac{256}{16}.$$

5. 三尺七寸是一丈的幾分之幾？五兩是一

斤的幾分之幾？

6. 下列各名數，試化做分數的名數：

0.73 圓， 3.1416 尺， 6.418 里。

119. 分數的基本原則

(1) 分數的分子分母，同用一數去乘，他的值不變。

(2) 分數的分子分母，同用一數去除，他的值不變。

例如：
$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$$

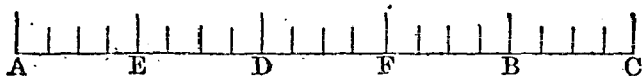
【證】 $\because \frac{4}{5} = 4 \div 5 = (4 \times 4) \div (4 \times 5)$

$$= 16 \div 20 = \frac{16}{20}$$

又 $\frac{16}{20} = 16 \div 20 = (16 \div 4) \div (20 \div 4)$

$$= 4 \div 5 = \frac{4}{5}$$

上式又可用圖證明如下：



設 AC 線是一單位,把 AC 分做 5 等分,如 B 是最近於 C 的一點,那麼 AB 是 AC 的 $\frac{4}{5}$.

又每一等分再分做 4 小等分, AC 就含有 20 小等分, AB 就含有 16 小等分,所以 AB 也是 AC 的 $\frac{16}{20}$.

從上二結果,知 $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$.

120. 約分

分數的分子分母如有公因數時,可用最大公因數去除,使成互質數.這個方法叫約分,所得的分數叫最簡分數 (Fraction in its Lowest Terms).

根據上節原則,知分數的分子分母,同用一數去除,分數的值不變.所以分數的分子分母,可用他們的公因數去除,化成簡單.如用 H. C. F. 除過後,分子分母除 1 以外沒有公因數,即成互質數.這求得的分數,就是最簡分數.如原分數的分子分母是互質數時,這分數本身就是最簡

分數.

例一：把 $\frac{18}{81}$ 與 $\frac{25}{500}$ 化做最簡分數。

【解】從觀察知 9 是 18 與 81 的最大公因數，

$$\therefore \frac{18}{81} = \frac{18 \div 9}{81 \div 9} = \frac{2}{9}.$$

又從觀察知 5 是 25 與 500 的公因數，

$$\therefore \frac{25}{500} = \frac{25 \div 5}{500 \div 5} = \frac{5}{100}.$$

又 5 與 100 的公因數是 5，

$$\therefore \frac{5}{100} = \frac{5}{100} = \frac{5 \div 5}{100 \div 5} = \frac{1}{20}.$$

爲便利計，計算時常寫作下式：

$$\frac{18}{81} = \frac{2}{9}, \quad \frac{25}{500} = \frac{1}{20}$$

例二：把 $\frac{1653}{1767}$ 化做最簡分數。

【解】上例分子分母的 H.C.F. 不易察出，所以要
用輾轉相除法求出 H.C.F. 是 57，再用上法化簡。

$$\text{即 } \frac{1653}{1767} = \frac{1653 \div 57}{1767 \div 57} = \frac{29}{31}.$$

例三：把 $\frac{3186}{708}$ 化做最簡分數。

$$\begin{array}{r} 531 \\ \cancel{1593} \\ 3186 \\ \cancel{708} \\ 351 \\ \cancel{118} \\ 118 \end{array} \quad \frac{3186}{708} = \frac{531}{118} = \frac{531 \div 59}{118 \div 59} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

【註】約分後如分母是 1，這個 1 可以省去，這分數就成整數，如 $\frac{52}{13} = \frac{4}{1} = 4$ 。但分子是 1，如例一，這個 1 決不能省寫。

121. 通分

分母相同的幾個分數，叫相似分數 (Similar Fractions)，把兩個或幾個分數化做相似分數的方法，叫通分 (Reduction)。

通分的法則如下：

先求幾個分母的最小公倍數，用各分母去除這最小公倍數，再用除得各商依次乘各分子，把各積做各分數的新分子，求得的最小公倍數做各分數的新分母，就成相似分數。

這新分母叫最小公分母 (Least Common Denominator), 簡寫作 (L.C.D.).

例一: 把 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{4}{7}$ 化做相似分數.

【解】二分數分母 8 與 7 的 L.C.M. 是 56.

用 8 與 7 各除 56 得 7 與 8.

所以新分子是 $3 \times 7 = 21$ 與 $4 \times 8 = 32$.

$$\therefore \frac{3}{8} = \frac{21}{56}, \quad \frac{4}{7} = \frac{32}{56}.$$

例二: 把 $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{25}$ 化做相似分數.

【解】16, 20, 25 的 L.C.M. 是 400.

各商是 25, 20, 16.

各新分子是 125, 140, 144.

$$\therefore \frac{5}{16} = \frac{125}{400}, \quad \frac{7}{20} = \frac{140}{400}, \quad \frac{9}{25} = \frac{144}{400}.$$

【註】如用各分母較大的公倍數做公分母, 也可以把各分數化成相似分數. 例如 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{4}{7}$ 可化做 $\frac{42}{112}$ 與 $\frac{64}{112}$ 或 $\frac{63}{168}$ 與 $\frac{96}{168}$ 等. 但是所得的相似分數, 比上例一所求得的分數繁複, 所以通分時總是用各分母的 L.C.M. 做公分母.

122. 分數的大小

比較兩個或幾個分數的大小,須先把各分數通分,化做相似分數.分子大的,分數值也大;分子小的,分數值也小.

因爲分數的值,就等於用分母去除分子所得的商.除數相等時,被除數大的,商數也大;所以相似分數中,分子大的,分數值也大.

例: 比較 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ 與 $\frac{5}{7}$ 的大小.

【解】 把上列三分數化做相似分數,得:

$$\frac{56}{84}, \frac{63}{84}, \frac{60}{84}$$

$$63 > 60 > 56.$$

所以 $\frac{63}{84} > \frac{60}{84} > \frac{56}{84}$

即 $\frac{3}{4} > \frac{5}{7} > \frac{2}{3}$.

【註一】 $>$ 是“大於”的符號, $<$ 是“小於”的符號.

【註二】 有時各分子的 L.C.M. 很容易求出, 那麼

要比較分數的大小,也可以把各分數的分子化做相同,看分母大的,分數值反小.

例: 比較 $\frac{3}{5}$, $\frac{27}{31}$ 與 $\frac{81}{95}$ 的大小.

$$\text{【解】 } \frac{3}{5} = \frac{81}{135}, \quad \frac{27}{31} = \frac{81}{93}, \quad \frac{81}{95} = \frac{81}{95}.$$

$$93 < 95 < 135,$$

$$\therefore \frac{27}{31} > \frac{81}{95} > \frac{3}{5}.$$

習 題 三 十 二

下列各分數化做最簡分數: [1-6]

1. $\frac{72}{280}$

2. $\frac{192}{576}$

3. $\frac{1680}{1920}$

4. $\frac{319}{5687}$

5. $\frac{9495}{15615}$

6. $\frac{3178}{5221}$

下列各分數化做相似分數: [7-12]

7. $\frac{4}{9}, \frac{5}{18}, \frac{7}{27}$

8. $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{11}$

9. $\frac{5}{12}, \frac{13}{20}, \frac{17}{80}, \frac{19}{120}$

10. $\frac{4}{7}, \frac{15}{17}, \frac{26}{51}, \frac{65}{102}$

11. $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{1}{6}, \frac{5}{18}$

12. $\frac{3}{10}, \frac{5}{27}, \frac{7}{90}, \frac{11}{360}$

比較下列各分數的大小: [13-16]

13. $\frac{9}{11}, \frac{13}{15}, \frac{17}{21}$.

14. $\frac{3}{20}, \frac{7}{40}, \frac{11}{70}$.

15. $\frac{7}{33}, \frac{9}{43}, \frac{11}{53}$.

16. $\frac{2}{17}, \frac{5}{34}, \frac{7}{51}$.

17. 說明同分子的分數中,分母大的,分數值反小的理由.

第二章 分數基本四法

123. 分數加法

分數相加的法則如下:

(1) 若加數都是相似分數,加時用各分子的和做和的分子,用公分母做和的分母.

(2) 若加數是不相似分數,須先通成相似分數,再照(1)法相加.

(3) 若加數中有帶分數或整數,可將整數部分與分數部分各自相加,再合併成一帶分數.

例一: 求 $\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}$ 的和.

$$\text{【解】 } \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{7}{8} = \frac{3+1+7}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}.$$

【說明】 $\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}$ 都用 $\frac{1}{8}$ 做單位; $\frac{3}{8}$ 是 3 個 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$ 是 1 個 $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$ 是 7 個 $\frac{1}{8}$. 總數是 $3+1+7=11$ 個 $\frac{1}{8}$, 即 $1\frac{11}{8}$. 所以相似分數相加, 就用各分子相加即得.

例二: 求 $\frac{5}{6}, \frac{11}{12}, \frac{8}{15}, \frac{7}{20}$ 的和.

【解】 先求 6, 12, 15, 20 的 L.C.M. 得 60.

$$\frac{5}{6} = \frac{50}{60}, \quad \frac{11}{12} = \frac{55}{60}, \quad \frac{8}{15} = \frac{32}{60}, \quad \frac{7}{20} = \frac{21}{60}.$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{8}{15} + \frac{7}{20} &= \frac{50}{60} + \frac{55}{60} + \frac{32}{60} + \frac{21}{60} \\ &= \frac{50+55+32+21}{60} = \frac{158}{60} = \frac{79}{30} \\ &= 2\frac{19}{30}. \end{aligned}$$

【說明】 $\frac{5}{6}$ 是 5 個 $\frac{1}{6}$, $\frac{11}{12}$ 是 11 個 $\frac{1}{12}$, $\frac{8}{15}$ 是 8 個 $\frac{1}{15}$, $\frac{7}{20}$ 是 7 個 $\frac{1}{20}$. 各數的單位都不同, 所以不能把各分子相加, 必須先通成相似分數, 各數的單位都是 $\frac{1}{60}$, 然後依前法去求.

例三: 求 $3\frac{2}{5}, 4\frac{2}{3}, 1\frac{5}{6}, 2$ 的和.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } 3\frac{3}{5} + 4\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} + 2 &= 3 + 4 + 1 + 2 + \frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \\
 &= 10 + \frac{18 + 20 + 25}{30} = 10 + \frac{63}{30} \\
 &= 10 + 2\frac{3}{10} = 12\frac{1}{10}.
 \end{aligned}$$

【說明】 $3\frac{3}{5}$ 就等於 $3 + \frac{3}{5}$, $4\frac{2}{3}$ 就等於 $4 + \frac{2}{3}$, $1\frac{5}{6}$ 就等於 $1 + \frac{5}{6}$. 所以 $3\frac{3}{5} + 4\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} + 2 = 3 + \frac{3}{5} + 4 + \frac{2}{3} + 1 + \frac{5}{6} + 2$, 依加法交換定律, 知 $3 + \frac{3}{5} + 4 + \frac{2}{3} + 1 + \frac{5}{6} + 2 = 3 + 4 + 1 + 2 + \frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$.

習 題 三 十 三

求下列各題的結果: [1-8]

1. $\frac{7}{12} + \frac{5}{12} + \frac{11}{12}$.

2. $\frac{7}{16} + \frac{3}{19} + \frac{1}{19} + \frac{9}{19}$.

3. $\frac{4}{9} + \frac{5}{14} + \frac{5}{42}$.

4. $\frac{5}{13} + \frac{2}{39} + \frac{25}{78} + \frac{7}{156}$.

5. $\frac{5}{11} + \frac{2}{27} + \frac{7}{55} + \frac{4}{135}$.

6. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$.

7. $3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{8} + \frac{14}{15} + 5\frac{5}{18}$.

8. $4\frac{1}{9} + 3\frac{2}{9} + 7\frac{2}{3}$.

下列二題的結果,用分數與小數表示:

$$9. \quad 3.8 \text{ 圓} + 2.35 \text{ 圓} + 4\frac{3}{25} \text{ 圓}.$$

$$10. \quad 2\frac{3}{8} \text{ 日} + 2.36 \text{ 日} + 1\frac{2}{5} \text{ 日}.$$

$$11. \quad \text{黑龍江省面積約當日本本國面積的 } 1\frac{21}{41},$$

吉林省當 $\frac{14}{19}$, 遼寧省當 $\frac{19}{28}$, 熱河省當 $\frac{11}{24}$. 問兩年來日本

侵佔我國領土面積,當其本國面積的幾倍?

124. 分數減法

分數相減的法則如下:

(1) 若被減數與減數是相似分數,減時用被減數分子減減數分子得較做較的分子,用公分母做較的分母.

(2) 若被減數與減數是不相似分數,須先通成相似分數,再照(1)法相減.

(3) 若被減數與減數都是帶分數,可將整數部分與分數部分各自相減,再合併成一帶分數或真分數,如被減數分數

部分比減數分數部分小時,可從被減數的整數部分取 1,加入分數部分,化成假分數再減。

若被減數是整數,須從整數部分取 1,化成假分數再減。

例一: 求 $\frac{8}{15} - \frac{2}{15}$ 的結果。

$$\text{【解】 } \frac{8}{15} - \frac{2}{15} = \frac{8-2}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

【說明】 理由同上節例一。

例二: 求 $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$ 的結果。

【解】 先求 8, 12 的 L.C.M. 得 24。

$$\frac{7}{8} = \frac{21}{24}, \quad \frac{5}{12} = \frac{10}{24}$$

$$\therefore \frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{21-10}{24} = \frac{11}{24}.$$

【說明】 理由同上節例二。

例三: 求 $8\frac{8}{15} - 4\frac{3}{10}$ 的結果

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 8\frac{8}{15} - 4\frac{3}{10} &= 8 - 4 + \left(\frac{8}{15} - \frac{3}{10}\right) = 4 + \frac{16-9}{30} \\ &= 4 + \frac{7}{30} = 4\frac{7}{30}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{【說明】 } 8\frac{8}{15} - 4\frac{3}{10} &= 8 + \frac{8}{15} - \left(4 + \frac{3}{10}\right) \\
 &= 8 + \frac{8}{15} - 4 - \frac{3}{10} \\
 &= 8 - 4 + \left(\frac{8}{15} - \frac{3}{10}\right).
 \end{aligned}$$

例四：求 $5\frac{1}{6} - 2\frac{3}{4}$ 的結果。

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } 5\frac{1}{6} - 2\frac{3}{4} &= 4 - 2 + 1\frac{1}{6} - \frac{3}{4} \\
 &= 2 + \frac{7}{6} - \frac{3}{4} \\
 &= 2 + \frac{14 - 9}{12} \\
 &= 2\frac{5}{12}.
 \end{aligned}$$

【說明】因 $\frac{1}{6}$ 比 $\frac{3}{4}$ 小不敷減，所以在被減數整數部分 5 中取 1，使整數部分成 4，分數部分成帶分數 $1\frac{1}{6}$ 化成假分數 $\frac{7}{6}$ ，再照上法相減。

例五：求 $5 - 2\frac{3}{7}$ 的結果。

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } 5 - 2\frac{3}{7} &= 4 + 1 - 2\frac{3}{7} = 4 - 2 + \frac{7}{7} - \frac{3}{7} \\
 &= 2\frac{4}{7}.
 \end{aligned}$$

【說明】因為被減數沒有分數部分，不能減去減數的分數部分，所以在被減數中取 1，化成假分數 $\frac{7}{7}$ ，再照上法相減。

習題三十四

求下列各題的結果：(1-10)

1. $\frac{7}{16} - \frac{3}{16}$

2. $\frac{19}{23} - \frac{8}{23} - \frac{7}{23}$

3. $\frac{15}{19} - \frac{3}{7}$

4. $\frac{11}{12} - \frac{10}{11}$

5. $\frac{146}{273} - \frac{268}{637}$

6. $\frac{835}{1998} - \frac{347}{1242}$

7. $12\frac{5}{42} - 10 + 7\frac{16}{21} - \frac{4}{9}$

8. $6 - 1\frac{7}{12} - 3\frac{9}{15}$

9. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{7}{8} - 1$

10. $20 - 2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{5} - 6$

11. 某人家用支出的分配：伙食費佔進款的 $\frac{3}{16}$ ，房租佔 $\frac{1}{5}$ ，教育費佔 $\frac{1}{12}$ ，書報費佔 $\frac{1}{24}$ ，零用費佔 $\frac{1}{12}$ ，其餘是儲蓄費，問儲蓄費佔進款幾分之幾？

12. 農人有田地一方，內 $\frac{3}{8}$ 種稻， $\frac{5}{16}$ 種菜， $\frac{1}{32}$ 種豆， $\frac{1}{64}$ 是房屋基地，其餘是荒地，問荒地佔全田地幾分之

幾?

13. 什麼數加於 $2\frac{3}{4}$, $5\frac{7}{8}$, $4\frac{3}{16}$, $9\frac{2}{3}$ 的和上, 就等於 $5\frac{7}{12}$, $9\frac{5}{8}$, $12\frac{1}{3}$, $8\frac{11}{24}$ 的和?

125. 整數乘分數法

整數去乘分數時, 用整數乘分子的積做積的分子, 用原分母做積的分母.

例一: 求 $\frac{2}{7} \times 3$ 的積.

$$\text{【解】 } \frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}.$$

【說明】 $\frac{2}{7}$ 表示 2 個 $\frac{1}{7}$ 的單位, $\frac{2}{7} \times 3$ 表示 2 個 $\frac{1}{7}$ 的 3 倍, 即 2×3 的 $\frac{1}{7}$, 或 $\frac{6}{7}$.

例二: 求 $\frac{3}{4} \times 6$ 的積.

$$\text{【解】 } \frac{3}{4} \times 6 = \frac{3 \times 6}{4} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

【說明】 整數與分數的分母, 如有公因數, 則在求積以前, 先用二數的最大公因數去除二數, 這樣求得的積, 便成最簡分數, 如積是假分數, 再化做帶分數.

126. 分數乘整數法

分數去乘整數時,用分子乘整數的積做積的分子,用原分母做積的分母。

例一: 求 $7 \times \frac{2}{3}$ 的積。

$$\text{【解】 } 7 \times \frac{2}{3} = \frac{7 \times 2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}.$$

【說明】 $7 \times \frac{2}{3}$ 表示 7 的 $\frac{2}{3}$ 的意思,把 7 分做 3 份,每份是 $\frac{7}{3}$,而 7 的 $\frac{2}{3}$ 就是 $\frac{7}{3}$ 的 2 倍,所以 $7 \times \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \times 2 = \frac{7 \times 2}{3}$.

例二: 某人有銀二百圓,用 $\frac{2}{5}$ 買書,問書價共多少?

$$\text{【解】 } 200 \text{ 圓} \times \frac{2}{5} = \frac{200 \times 2}{5} = \frac{400}{5} = 80 \text{ 圓}.$$

答書價共八十圓。

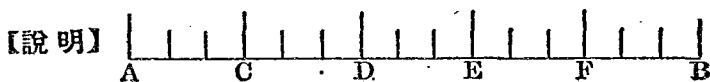
【說明】 200 的 $\frac{2}{5}$ 就等於 $200 \times \frac{2}{5}$,依本節乘法計算即得。

127. 分數乘分數法

分數乘分數時，用各分子的積做積的分子，用各分母的積做積的分母。

例一：求 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ 的積。

【解】 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$ 。



上圖 AB 線在 C, D, E, F 各點分成 5 等分，所以 AF 等於 AB 的 $\frac{4}{5}$ 。每等分再分做 3 等分，所以每小等分等於 AB 的 $\frac{1}{15}$ 。

$$\frac{1}{5} \text{ 的 } \frac{1}{3} \text{ 等於 AB 的 } \frac{1}{15}。$$

$$\frac{4}{5} \text{ 的 } \frac{1}{3} \text{ 等於上數的 4 倍，即 } \frac{4}{15}。$$

$$\text{而 } \frac{4}{5} \text{ 的 } \frac{2}{3} \text{ 等於 } \frac{4}{15} \text{ 的 2 倍，即 } \frac{8}{15}。$$

$$\text{所以 } \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \text{ 的 } \frac{2}{3} = \frac{8}{15}。$$

例二：求 $\frac{14}{25} \times \frac{35}{51} \times \frac{17}{49}$ 的連乘積。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } \frac{14}{25} \times \frac{35}{51} \times \frac{17}{49} &= \frac{\overset{2}{14} \times \overset{7}{35} \times \overset{1}{17}}{\underset{5}{25} \times \underset{3}{51} \times \underset{7}{49}} = \frac{2 \times 1}{5 \times 3 \times 1} \\ &= \frac{2}{15}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【說明】 } \frac{14}{25} \times \frac{35}{51} \times \frac{17}{49} &= \frac{14 \times 35 \times 17}{25 \times 51 \times 49} \\ &= \frac{2 \times 7 \times 5 \times 7 \times 17}{5 \times 5 \times 3 \times 17 \times 7 \times 7}. \end{aligned}$$

上式消去分子分母的公因數，即等於 $\frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$ 。

消去分子分母的公因數，是簡便的方法。

123. 帶分數乘法

乘式中被乘數或乘數是帶分數的，可先化做假分數，再照上法相乘。

例一：求 $5\frac{3}{4} \times 8$ 的積。

$$\text{【解】 } 5\frac{3}{4} \times 8 = \frac{23}{4} \times \frac{2}{1} = 23 \times 2 = 46.$$

例二：求 $8 \times 7\frac{5}{6}$ 的積。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 8 \times 7\frac{5}{6} &= 8 \times \frac{47}{6} = \frac{4 \times 47}{3} \\ &= \frac{188}{3} = 62\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

例三：求 $1\frac{4}{9} \times 1\frac{1}{26}$ 的積。

$$\text{【解】 } 1\frac{4}{9} \times 1\frac{1}{26} = \frac{13}{9} \times \frac{27}{26} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

習 題 三 十 五

求下列各題的積：(1-10)

1. $432 \times \frac{7}{48}$.

2. $500 \times \frac{11}{48}$.

3. $\frac{11}{16} \times 110$.

4. $\frac{15}{64} \times 192$.

5. $\frac{17}{84} \times \frac{21}{38}$.

6. $\frac{100}{161} \times \frac{35}{72} \times \frac{33}{40}$.

7. $14 \times 3\frac{2}{21}$.

8. $9\frac{4}{15} \times 19\frac{2}{7} \times 5$.

9. $\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} \times 3\frac{4}{5}$.

10. $\frac{5}{76} \times 14\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 2\frac{2}{15}$.

11. 房屋租金每月 $12\frac{3}{4}$ 圓，問六個月租金共多

少?

12. 煤價每噸18圓,問 $3\frac{5}{8}$ 噸煤共價多少?

13. 一市尺是一公尺的 $\frac{1}{3}$,問 $16\frac{3}{4}$ 市尺合公尺多少?

14. 鉛筆一打價銀 $1\frac{1}{4}$ 圓,問買鉛筆 $3\frac{1}{2}$ 打,須銀幾圓?

15. 鋼筆半打價銀 $\frac{3}{5}$ 圓,問買鋼筆 $8\frac{1}{6}$ 打,須銀幾圓?

16. 某學校每星期食米 $1\frac{2}{5}$ 石,問一月份食米多少石?(一月份計 $4\frac{3}{7}$ 星期)

17. 某人每星期織布 $1\frac{3}{4}$ 疋,問四月份織布多少疋?

18. 輪船航行速率平均每時 $16\frac{7}{8}$ 哩,今航行 $21\frac{3}{4}$ 時,問共行多少哩?

19. 算術書每冊厚 $\frac{5}{8}$ 寸,英文書每冊厚 $1\frac{1}{8}$ 寸,今有書一堆,計算術十二冊,英文九冊,問共厚幾寸?

20. 某人買布 $3\frac{2}{5}$ 疋,已知每疋長 $3\frac{5}{8}$ 丈,每丈

價 $1\frac{5}{6}$ 圓,問共付布價多少?

129. 用整數除分數法

用整數除分數時,如整數能整除分數的分子,就用整數除分子的商做商的分子,用原分母做商的分母.

如整數不能整除分數的分子,就用原分子做商的分子,用整數乘分母的積做商的分母.

例一: 求 $\frac{8}{9} \div 4$ 的商.

【解】 $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{8 \div 4}{9} = \frac{2}{9}$.

【說明】 因 $\frac{8}{9}$ 是 8 個 $\frac{1}{9}$,

$$\begin{aligned} \text{同樣 } \frac{8}{9} \div 4 &= 8 \text{ 個 } \frac{1}{9} \div 4 \\ &= 2 \text{ 個 } \frac{1}{9} = \frac{2}{9}. \end{aligned}$$

例二: 求 $\frac{5}{8} \div 3$ 的商.

【解】 $\frac{5}{8} \div 3 = \frac{5}{8 \times 3} = \frac{5}{24}$.

【說明】 $\frac{5}{8} \div 3$ 就是 $\frac{5}{8}$ 的 $\frac{1}{3}$ 的意思，但 $\frac{5}{8}$ 的 $\frac{1}{3}$ 等於 $\frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{8 \times 3}$ ，所以 $\frac{5}{8} \div 3 = \frac{5}{8 \times 3}$ 。

130. 除數是分數的除法

一分數的分子分母互相交換，成另一分數，這二分數互稱倒數 (Reciprocals)。

例如 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{3}{2}$ 的倒數， $\frac{3}{2}$ 是 $\frac{2}{3}$ 的倒數，又如 2 可當作 $\frac{2}{1}$ ，所以 $\frac{1}{2}$ 是 2 的倒數，2 是 $\frac{1}{2}$ 的倒數。

用分數去除一數（整數或分數）時，可用分數的倒數去乘這一數。

例一. 求 $9 \div \frac{4}{5}$ 的商。

$$\text{【解】 } 9 \div \frac{4}{5} = 9 \times \frac{5}{4} = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4}.$$

【說明】除法是乘法的逆運算，所以求 $9 \div \frac{4}{5}$ 的商，就是要求一數，使與 $\frac{4}{5}$ 的積等於 9，但 9 的 $\frac{5}{4}$ 與 $\frac{4}{5}$ 的積適等於 9，所以所求的商是 9 的 $\frac{5}{4}$ 。

$$\text{即 } 9 \div \frac{4}{5} = 9 \times \frac{5}{4} = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4}.$$

例二：求 $\frac{12}{49} \div \frac{16}{35}$ 的商。

$$\text{【解】 } \frac{12}{49} \div \frac{16}{35} = \frac{12}{49} \times \frac{35}{16} = \frac{15}{28}.$$

【說明】理由同上例。

131. 帶分數除法

除式中被除數或除數是帶分數的，可先化做假分數，再照上法相除。

例一：求 $8\frac{3}{5} \div 6$ 的商。

$$\text{【解】 } 8\frac{3}{5} \div 6 = \frac{43}{5} \div 6 = \frac{43}{5 \times 6} = \frac{43}{30} = 1\frac{13}{30}.$$

例二：求 $7 \div 6\frac{8}{15}$ 的商。

$$\text{【解】 } 7 \div 6\frac{8}{15} = 7 \div \frac{98}{15} = 7 \times \frac{15}{98} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}.$$

例三：求 $4\frac{2}{7} \div 3\frac{7}{9}$ 的商。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 4\frac{2}{7} \div 3\frac{7}{9} &= \frac{30}{7} \div \frac{34}{9} = \frac{30}{7} \times \frac{9}{34} = \frac{135}{119} \\ &= 1\frac{16}{119}. \end{aligned}$$

習 題 三 十 六

求下列各題的商：(1-8)

1. $15 \div 6\frac{1}{4}$.

2. $3\frac{5}{9} \div 8$.

3. $\frac{25}{39} \div \frac{10}{13}$.

4. $\frac{85}{256} \div \frac{51}{64}$.

5. $\frac{16}{261} \div \frac{4}{27}$.

6. $\frac{38}{275} \div \frac{133}{385}$.

7. $8\frac{3}{5} \div 6\frac{1}{7}$.

8. $104\frac{2}{9} \div 53\frac{7}{13}$.

9. 一數與 $2\frac{1}{3}$ 的積是 $5\frac{5}{6}$, 求這數.

10. 買綢緞 $3\frac{3}{4}$ 尺, 共價 $7\frac{1}{32}$ 圓, 問綢緞每尺價多少?

11. 某人每月儲蓄 18 圓, 恰是進款的 $\frac{2}{15}$, 問某人每月進款多少?

12. 乙所有銀是甲的 $\frac{3}{5}$, 丙所有銀是乙的 $\frac{5}{7}$. 已知丙有銀 1750 圓, 求甲, 乙二人各有銀多少圓?

13. 用 130 節的法則, 證明 129 節的法則.

132. 繁分數

分數的分子或分母也是分數的, 叫

繁分數 (Complex Fraction), 例如:

$$\frac{\frac{3}{4}}{7}, \frac{2}{\frac{5}{9}}, \frac{4\frac{2}{7}}{5\frac{3}{8}} \text{ 等都是繁分數.}$$

繁分數可依 117 節的法則, 化做除式, 再依分數除法法則, 化成簡式.

$$\text{例一: } \frac{\frac{3}{4}}{7} = \frac{3}{4} \div 7 = \frac{3}{4 \times 7} = \frac{3}{28}.$$

$$\frac{2}{\frac{5}{9}} = 2 \div \frac{5}{9} = 2 \times \frac{9}{5} = \frac{2 \times 9}{5} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}.$$

$$\frac{4\frac{2}{7}}{5\frac{3}{8}} = 4\frac{2}{7} \div 5\frac{3}{8} = \frac{30}{7} \div \frac{43}{8}$$

$$= \frac{30}{7} \times \frac{8}{43} = \frac{240}{301}.$$

【說明】 $\frac{\frac{3}{4}}{7}$ 中 $\frac{3}{4}$ 是分子, 7 是分母, 所以可以寫成

除式 $\frac{3}{4} \div 7$. $\frac{2}{\frac{5}{9}}$ 中 2 是分子, $\frac{5}{9}$ 是分母, 所以可以寫成

除式 $2 \div \frac{5}{9}$ ， $\frac{4\frac{2}{7}}{5\frac{3}{8}}$ 中 $4\frac{2}{7}$ 是分子， $5\frac{3}{8}$ 是分母，所以可

以寫成除式 $4\frac{2}{7} \div 5\frac{3}{8}$ 。

例二：把 $\frac{1}{4 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2 - \frac{9}{16}}}}$ 做簡分數。

【解】 上式化做除式如下：

$$\begin{aligned} 1 \div \left[4 + 1 \div \left\{ 1 - 1 \div \left(2 - \frac{9}{16} \right) \right\} \right] &= 1 \div \left[4 + 1 \div \left\{ 1 - 1 \div \frac{23}{16} \right\} \right] \\ &= 1 \div \left[4 + 1 \div \left\{ 1 - \frac{16}{23} \right\} \right] = 1 \div \left[4 + 1 \div \frac{7}{23} \right] \\ &= 1 \div \left[4 + \frac{23}{7} \right] = 1 \div \frac{51}{7} = \frac{7}{51}. \end{aligned}$$

繁分數化簡時，又可依下法計算：

例一：把 $\frac{5}{2 + \frac{3}{7}}$ 化做簡分數。

【解】 $\frac{5}{2 + \frac{3}{7}}$ 的分子分母都用 7 乘，得

$$\frac{35}{14 + 3} = \frac{35}{17} = 2\frac{1}{17}.$$

【說明】依第 119 節的原則,知分數的分子分母,同用一數去乘,分數的值不變.現在用 7 乘分子,得

$$5 \times 7 = 35;$$

用 7 乘分母,得

$$\left(2 + \frac{3}{7}\right) \times 7 = 2 \times 7 + \frac{3}{7} \times 7 = 14 + 3 = 17.$$

例二: 把 $\frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{7}}{\frac{5}{6} - \frac{5}{14}}$ 化做簡分數.

【解】上式分子分母都用 42 乘,得 $\frac{28-18}{35-15} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

【說明】分子分母的分母是 3, 7, 6, 14, 這四數的最小公倍數是 42, 所以用 42 去乘分子分母, 可使分子分母內各項, 恰能都成整數, 這樣就成簡分數了.

習 題 三 十 七

化簡下列各分數:

1. $\frac{6}{5 + \frac{3}{4}}$

2. $\frac{7}{19 - \frac{3}{11}}$

3. $\frac{\frac{4}{5}}{7 - \frac{2}{9}}$

4. $\frac{\frac{6}{7}}{11 - \frac{5}{13}}$

$$5. \frac{\frac{4}{5} - \frac{3}{20}}{\frac{7}{10} - \frac{9}{40}}$$

$$6. \frac{\frac{11}{16} - \frac{5}{24}}{\frac{7}{12} + \frac{3}{4}}$$

$$7. \frac{2}{5 + \frac{6}{9 + \frac{3}{4}}}$$

$$8. \frac{3}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}}$$

$$9. \frac{5}{2 - \frac{1}{4 - \frac{2}{5}}}$$

$$10. \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}}}$$

$$11. \frac{(2 + \frac{1}{5}) \div (3 + \frac{1}{7})}{(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \times (4 - 3\frac{3}{7})} \quad 12. \frac{(3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}) \div \frac{5}{6} \times \frac{3}{8}}{2\frac{2}{3} - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})}$$

$$13. \frac{5}{7} \text{ 是不是等於 } \frac{5}{9} \text{? 如不等, 試求出相差多少?}$$

少?

第三章 循環小數

133. 循環小數

分數的分母所含的質因數, 如果不

都是 2 與 5 兩種,那麼化做小數時,位數必定無限,但是每隔一位或幾位,必能重複循環的,這種小數叫循環小數 (Recurring Decimals).

$$\text{例如: } \frac{1}{3} = 0.3333 \dots\dots\dots;$$

$$\frac{5}{11} = 0.454545 \dots\dots\dots;$$

$$\frac{3}{22} = 0.1363636 \dots\dots\dots.$$

0.3333……寫作 $0.\dot{3}$; 0.454545……寫作 $0.\dot{4}\dot{5}$; 0.1363636……寫作 $0.1\dot{3}\dot{6}$. 如 $0.\dot{3}$ 和 $0.\dot{4}\dot{5}$ 的小數部分都是循環的,叫純循環小數 (Pure Recurring Decimals); $0.1\dot{3}\dot{6}$ 的小數部分有一位是不循環的——凡小數前一位或幾位不循環而以後都是循環的,叫混循環小數 (Mixed Recurring Decimals).

循環小數中的循環部分叫循環節 (Recurring Period); 循環節首末兩位上面的

點叫循環點 (Recurring Point). 例如 $0.\dot{3}1\dot{5}$ 的循環節是 315; $0.30\dot{4}1\dot{3}$ 的循環節是 413.

134. 純循環小數化做分數法

純循環小數化做分數時,用循環節的整數做分子,照循環節的位數連寫幾個 9 做分母,如能化簡,再約成最簡分數.

例一: 把 $0.\dot{4}5$ 化做分數.

$$\text{【解】 } 0.\dot{4}5 = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}.$$

$$\text{【說明】 } 0.\dot{4}5 = 0.454545\cdots,$$

$$0.\dot{4}5 \times 100 = 45.454545\cdots$$

$$0.\dot{4}5 \times 1 = 0.454545\cdots$$

兩式相減,得:

$$0.\dot{4}5 \times (100 - 1) = 45,$$

$$\text{即 } 0.\dot{4}5 \text{ 的 } 99 \text{ 倍} = 45,$$

$$\therefore 0.\dot{4}5 = \frac{45}{99}.$$

例二: 把 $5.\dot{0}0\dot{7}2$ 化做分數.

$$\text{【解】 } 5.\dot{0}0\dot{7}2 = 5\frac{72}{9999} = 5\frac{8}{1111}.$$

【說明】整數部分仍舊，循環小數部分可照上法化得。

135. 混循環小數化做分數法

混循環小數化做分數時，用小數全部當做整數，減去不循環部分的整數，求出較數做分子；照循環節的位數連寫幾個 9，再照不循環部分的位數接寫幾個 0 做分母；如能化簡，再約成最簡分數。

例一：把 $0.\dot{2}4\dot{5}$ 化做分數。

$$\text{【解】 } 0.\dot{2}4\dot{5} = \frac{245-2}{990} = \frac{243}{990} = \frac{27}{110}$$

$$\text{【說明】 } 0.\dot{2}4\dot{5} = 0.2454545\cdots\cdots,$$

$$0.\dot{2}4\dot{5} \times 1000 = 245.4545\cdots\cdots,$$

$$0.\dot{2}4\dot{5} \times 10 = 2.4545\cdots\cdots$$

兩式相減得：

$$0.\dot{2}4\dot{5} \times (1000 - 10) = 245 - 2 = 243,$$

$$\text{即 } 0.\dot{2}4\dot{5} \text{ 的 } 990 \text{ 倍} = 243,$$

$$\therefore 0.\dot{2}4\dot{5} = \frac{243}{990} = \frac{27}{110}$$

例二：把 $0.00\dot{4}7\dot{3}$ 化做分數。

$$\text{【解】 } 0.004\dot{7}\dot{3} = \frac{473-4}{99000} = \frac{469}{99000}$$

【說明】不循環部分 004 有 3 位,所以分母末三位是零,計算理由同上例.

136. 循環小數的基本四法

循環小數既可化做分數,所以循環小數的加減乘除,都可化成分數計算.

例一: 求 $5.\dot{6} + 1.2\dot{1}\dot{5}$ 的和

$$\text{【解】 } 5.\dot{6} = 5\frac{6}{9} = 5\frac{2}{3}$$

$$1.2\dot{1}\dot{5} = 1 + \frac{215-2}{990} = 1\frac{213}{990} = 1\frac{71}{330}$$

$$\begin{aligned} \therefore 5.\dot{6} + 1.2\dot{1}\dot{5} &= 5\frac{2}{3} + 1\frac{71}{330} \\ &= 5 + 1 + \frac{220+71}{330} \\ &= 6\frac{291}{330} = 6\frac{97}{110} \end{aligned}$$

例二: 求 $8.\dot{0}\dot{5}\dot{9} - 5.24\dot{7}$ 的較.

$$\text{【解】 } 8.\dot{0}\dot{5}\dot{9} = 8\frac{59}{999}$$

$$5.24\dot{7} = 5 + \frac{247-24}{900} = 5\frac{223}{900}$$

$$\begin{aligned}\therefore 8.\dot{0}\dot{5}\dot{9} - 5.2\dot{4}\dot{7} &= 8\frac{59}{999} - 5\frac{223}{900} = 7 - 5 + \frac{1058}{999} - \frac{223}{900} \\ &= 2 + \frac{105800 - 24753}{99900} = 2\frac{81047}{99900}\end{aligned}$$

例三：求 $4.\dot{5} \times 3.\dot{7}$ 的積。

$$\text{【解】 } 4.\dot{5} = 4\frac{5}{9} = \frac{41}{9}.$$

$$3.\dot{7} = 3\frac{7}{9} = \frac{34}{9}.$$

$$\therefore 4.\dot{5} \times 3.\dot{7} = \frac{41}{9} \times \frac{34}{9} = \frac{1394}{81} = 17\frac{17}{81}.$$

例四：求 $0.0\dot{5} \div 0.04\dot{2}$ 的商。

$$\text{【解】 } 0.0\dot{5} = \frac{5}{90}.$$

$$0.04\dot{2} = \frac{42-4}{900} = \frac{38}{900}.$$

$$\begin{aligned}\therefore 0.0\dot{5} \div 0.04\dot{2} &= \frac{5}{90} \div \frac{38}{900} = \frac{5}{90} \times \frac{900}{38} \\ &= \frac{5 \times 10}{38} = \frac{25}{19} \\ &= 1\frac{6}{19}.\end{aligned}$$

【註】循環小數的基本四法，也可以不必化做分數，而直接計算的，但這種方法較繁，故不列入，如要用

循環小數表示結果,可以用除法求得.

習 題 三 十 八

下列各分數,試化做循環小數: (1-4)

1. $\frac{1}{7}$. 2. $\frac{9}{11}$. 3. $7\frac{5}{28}$. 4. $2\frac{9}{148}$.

下列各循環小數,試化做分數: (5-10)

5. $0.3\dot{6}7$. 6. $0.47\dot{5}9$. 7. $4.25\dot{3}$.
 8. $0.004\dot{2}6$. 9. $7.20\dot{1}1$ 10. $1.00\dot{2}4\dot{3}$.

求下列各式的結果:

11. $2.5\dot{7}+0.04\dot{3}+13.\dot{2}$.
 12. $14.7\dot{6}\dot{2}+3.5\dot{4}9+2.20\dot{4}$.
 13. $15.0\dot{2}\dot{5}-13.\dot{2}4\dot{7}$. 14. $0.02\dot{4}6-0.00\dot{3}9\dot{7}$.
 15. $3.\dot{7}\times 5.\dot{4}9$. 16. $0.007\dot{2}\times 0.\dot{4}5$.
 17. $3.\dot{4}\div 4.09$. 18. $0.07\dot{4}\div 0.\dot{5}9$.

第四章 應用問題

137. 分數基本四法應用問題

分數應用問題的解法,大致和整數

應用問題相同。現在把幾種特殊的分數應用問題的性質和解法，在下數節內說明：

例一：某人財產的 $\frac{3}{7}$ 值 1500 圓，問他的財產共值多少？又他財產的 $\frac{4}{5}$ 值多少？

【解】財產的 $\frac{3}{7}$ 值 1500 圓，

即 財產的 $\frac{1}{7}$ 值 $\frac{1500}{3}$ 圓；

∴ 財產共值 $\frac{1500}{3}$ 圓 $\times 7 = 1500$ 圓 $\times \frac{7}{3}$ ，

但 $1500 \times \frac{7}{3} = 3500$ 圓。

即 某人的財產 $= 1500$ 圓 $\div \frac{3}{7} = 1500$ 圓 $\times \frac{7}{3}$
 $= 3500$ 圓。

又 3500 圓的 $\frac{4}{5} = 3500$ 圓 $\times \frac{4}{5}$ ，

所以 某人財產的 $\frac{4}{5} = 3500$ 圓 $\times \frac{4}{5} = 2800$ 圓。

例二：甲乙丙三人合股經商，甲認股本全數的 $\frac{2}{5}$ ，乙認 $\frac{3}{7}$ ，丙認 1200 圓，問股本全數多少？

【解】 假定股本的全數是 1。

甲認 $\frac{2}{5}$ ，乙認 $\frac{3}{7}$ ，所以丙所認的是股本全數的

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \right).$$

但 $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \right) = 1 - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$,

即股本全數的 $\frac{6}{35}$ 是 1200 圓。

$$\begin{aligned} \therefore \text{股本全數} &= 1200 \text{ 圓} \div \frac{6}{35} = 1200 \text{ 圓} \times \frac{35}{6} \\ &= 7000 \text{ 圓}. \end{aligned}$$

138. 工作問題

例一：有一工程，甲 5 日可以完工，乙 12 日可以完工，問甲乙二人合作，幾日可以完工？

【解】 甲 5 日可以做完一工程，所以

甲每日做全工程的 $\frac{1}{5}$ ，同樣

乙每日做全工程的 $\frac{1}{12}$ 。

∴ 甲乙二人每日共做全工程的 $\frac{1}{5} + \frac{1}{12} = \frac{17}{60}$.

∴ 甲乙二人合做一工程須 $1 \div \frac{17}{60} = \frac{60}{17} = 3\frac{9}{17}$ 日.

例二：有一水槽，如從進水管進水，40分鐘可以加滿；如從放水管放水，一時可以流完。問兩管同開時，幾分鐘可以加滿空槽？

【解】進水管每分鐘進水是全水槽的 $\frac{1}{40}$ ，

放水管每分鐘放水是全水槽的 $\frac{1}{60}$ ，

∴ 兩管同開時，每分鐘進水是全水槽的

$$\frac{1}{40} - \frac{1}{60} = \frac{1}{120}$$

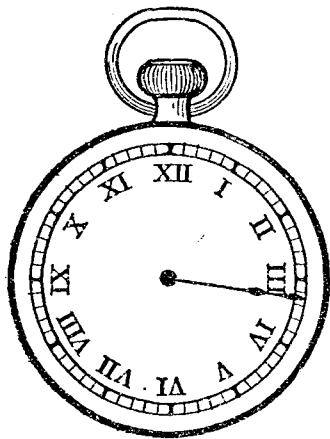
∴ 兩管同開加滿空槽，須

$$1 \div \frac{1}{120} = 120 \text{ 分鐘.}$$

139. 時鐘問題

例一：求三點鐘與四點鐘間，長短兩針相疊的時刻。

【解】三點鐘時，長針



在 XII 處,短針在 III 處,兩針相距 15 小格.兩針相疊時,長針要追過短針 15 小格.今長針走一周時,短針走 $\frac{1}{12}$ 周,所以長針走一小格,即經一分鐘時,長針可追及短針 $(1 - \frac{1}{12})$ 小格,即 $\frac{11}{12}$ 小格.

現在長針要追過 15 小格,所要的時間如下:

$$15 \div (1 - \frac{1}{12}) = 15 \div \frac{11}{12} = 15 \times \frac{12}{11} = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}$$

答兩針在 3 點 $16\frac{4}{11}$ 分時相疊.

例二: 求兩點與三點鐘間兩針成直角的時刻.

【解】 兩點鐘時,長針在 XII 處,短針在 II 處,兩針相距 10 小格.而兩針成直角時,長針要追過短針 10 + 15 小格 (鐘面上一直角是 15 小格) 即 25 小格.同上題理由,知所要的時間如下:

$$25 \div (1 - \frac{1}{12}) = 25 \div \frac{11}{12} = 25 \times \frac{12}{11} = 27\frac{3}{11}$$

答兩針在 2 點 $27\frac{3}{11}$ 分時成直角.

140. 寒暑表問題

測量溫度的器械,叫寒暑表(Thermometer). 常用的寒暑表有兩種:一種叫攝

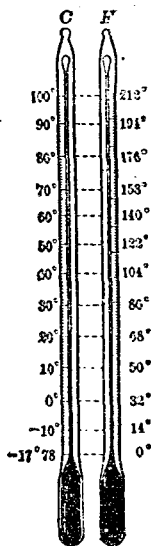
氏表 (Centigrade), 又叫百度表;
一種叫華氏表 (Fahrenheit).

水的結冰溫度是寒暑表的冰點 (Freezing Point), 水的沸騰溫度是寒暑表的沸點 (Boiling Point).

攝氏表的冰點是零度, 沸點是 100 度; 華氏表的冰點是 32 度, 沸點是 212 度. 所以攝氏表 100 度的距離, 等於華氏表 $212 - 32 = 180$ 度的距離, 即攝氏表一度和華氏表一度的 $\frac{9}{5}$ 相當, 華氏表一度和攝氏表一度的 $\frac{5}{9}$ 相當 (見圖).

根據上述的關係, 得二表度數互化的公式如下:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32).$$



$$F = \frac{9}{5}C + 32.$$

C 表攝氏度數, F 表華氏度數.

例一: 人體溫度大約是攝氏37度,是華氏幾度?

【解】 代入公式得:

$$\begin{aligned} F &= \frac{9}{5}C + 32 = \frac{9}{5} \times 37 + 32 \\ &= 66.6 + 32 = 98.6. \end{aligned}$$

答華氏 98.6 度.

例二: 華氏零下 8 度,是攝氏幾度?

【解】 華氏零下 8 度是冰點下 $32 + 8 = 40$ 度.

$$\text{華氏 } 40 \text{ 度相當於攝氏 } 40 \times \frac{5}{9} = 22\frac{2}{9} \text{ 度.}$$

答攝氏零下 $22\frac{2}{9}$ 度.

141. 比重問題

某物質的重量,和同體積水的重量的比,叫此物質的比重 (Specific Gravity). 即

$$\text{比重} = \frac{\text{物體的重量}}{\text{同體積水的重量}}$$

依亞基默德定律 (Law of Archimedes),

知物體在水中失去同體積水的重量。

$$\begin{aligned} \therefore \text{比重} &= \frac{\text{物體的重量}}{\text{物體在水中失去的重量}} \\ &= \frac{\text{物體的重量}}{\text{物體的重量} - \text{物體在水中的重量}} \end{aligned}$$

例一：8.5 立方公分的純金重 164.05 公分，求金的比重：

【解】1 立方公分的水重 1 公分，

即 8.5 立方公分的水重 8.5 公分。

$$\therefore \text{金的比重} = \frac{164.05}{8.5} = 19.3.$$

例二：鋼球一個，重 234 公分，放在水中來稱，重 204 公分，求鋼的比重。

【解】鋼球在水中失去的重量是 $234 - 204 = 30$ 公分，即與鋼球同體積水的體積是 30 立方公分，代入公式得：

$$\text{鋼的比重} = \frac{234}{234 - 204} = \frac{234}{30} = 7.8.$$

習 題 三 十 九

1. 36 分 40 秒是一點鐘的幾分之幾？
2. 3 斤 8 兩 4 錢是一斤的幾分之幾？

3. 某人旅行,第一日走全程的 $\frac{1}{3}$,第二日走全程的 $\frac{2}{5}$,第三日走完全程,問第三日走全程的幾分之幾?

4. 甲乙二人,同走一路程,甲 5 時走 12 哩,乙 4 時走 9 哩,兩人同時出發,但知出發時乙在甲的前面 $1\frac{1}{2}$ 哩,問出發後幾小時,甲追及乙?

5. 某人財產的 $\frac{3}{5}$ 值 7520 圓,問他財產的 $\frac{5}{8}$ 值多少圓?

6. 某人與人合資經商,投資是全額的 $\frac{3}{8}$,但知投資數的 $\frac{2}{3}$ 值 1260 圓,求全額多少圓?

7. 某人每月家用佔收入的 $\frac{3}{4}$,餘款的 $\frac{2}{3}$ 作為儲蓄,尚餘 12 圓,問此人每月收入多少圓?

8. 父年 44 歲,子年 20 歲,問幾年以前,子年是父年的 $\frac{1}{3}$?

9. 姊年 19 歲,妹年 13 歲,問幾年以後,妹年是姊年的 $\frac{3}{4}$?

10. 有一工程,A 35 日可以做完;B 40 日可以做完;C 45 日可以做完,問三人同做,幾天可以做完?

11. A 於 14 日做了工程的 $\frac{7}{10}$; 餘由 B 續做, 2 日完畢. 問 B 一人獨做, 幾天可以完工?

12. A, B 二人共做一工程, 4 時完工; A, C 二人共做, $3\frac{3}{5}$ 時完工; B, C 二人共做, $5\frac{1}{7}$ 時完工. 問甲一人獨做, 幾時可以完工?

13. 一水槽有二進水管與一放水管. 一管進水, 18 分鐘可以充滿; 他管進水, 20 分鐘可以充滿; 放水管在 40 分鐘可以放完. 問三管齊開 10 分鐘後, 水槽中有水幾分之幾?

14. 求六點七點鐘間兩針相疊的時刻.

15. 求九點十點鐘間兩針相疊的時刻.

16. 求七點八點鐘間兩針成直角的時刻.

17. 求八點九點鐘間兩針成一直線的時刻.

18. 華氏零度時合攝氏零下幾度?

19. 水銀的沸點是 357°C , 冰點是零下 39°C , 試化做華氏度數.

20. 酒精的沸點是 $172\frac{2}{5}^{\circ}\text{F}$, 冰點是零下 $70\frac{1}{5}^{\circ}\text{F}$. 試化做攝氏度數.

21. 體積 900 立方公分的冰, 重 828 公分. 求冰

的比重.

22. 重 1.78 公斤的銅板,在水中稱得重 1.76 斤.
求銅的比重.

23. 有一銀器,重 350 公分,在水中稱得重 315
公分,已知銀的比重是 10.5. 問此銀器是不是純銀?

第六編 比與比例

第一章 比

142. 比

表明甲數是乙數的幾倍或幾分之幾的關係,叫甲數對於乙數的比 (Ratio). 甲數叫比的前項 (Antecedent), 乙數叫比的後項 (Consequent), 幾倍或幾分之幾的數目叫比值.

比的符號是 $:$, 寫在前後項中間.

例如 18 與 6 的比, 寫成 $18:6$. 18 是前項, 6 是後項, 比值是 3, 即 $18:6=3$.

143. 比與分數或除法的關係

比的前項, 相當於分數的分子, 或除式的被除數; 比的後項, 相當於分數的分

母,或除式的除數;比值相當於分數的值,或除式的商.

$$\text{因爲 } 18 : 6 = 3, \quad \text{但 } \frac{18}{6} = 18 \div 6 = 3.$$

$$\therefore 18 : 6 = \frac{18}{6} = 18 \div 6.$$

$$\begin{aligned} \text{即 } \quad \text{前項} : \text{後項} &= \frac{\text{前項}}{\text{後項}} \\ &= \text{前項} \div \text{後項}. \end{aligned}$$

依上式關係,可以寫出下列三式:

$$(1) \text{前項} \div \text{後項} = \text{比值}.$$

$$(2) \text{前項} = \text{後項} \times \text{比值}.$$

$$(3) \text{後項} = \text{前項} \div \text{比值}.$$

144. 比值是不名數

比的前項與後項,必同是同名數或同是不名數.比值必是不名數.

比是表明二量或二數的倍數或分數的關係.二量是同名數,如 6 尺 : 5 尺,

這裏 6 尺是 5 尺的 $\frac{6}{5}$, 有倍數的關係, 所以可以相比。又如 6:5, 當然可以相比。如說 6 尺: 5 斤, 這裏尺與斤沒有倍數或分數的關係, 所以不能相比; 同樣 6 尺: 5, 這裏尺與一數也沒有倍數或分數的關係, 所以也不能相比。比值表示倍數或分數, 所以是不名數。

【註】同種類的異名數, 或單名數與複名數不能直接成比, 必先化做同名數纔能成比。如 6 尺不能與 5 寸成比, 如化做寸, 就可寫成比式 60 寸: 5 寸。學者試說明理由。

145. 比的化法

比的兩項, 同用一數去乘, 或同用一數去除, 比值不變。

根據第 143 節, 知比值即等於用前項做分子, 用後項做分母的分數。而分子分母同用一數去乘或去除, 分數的值不

變。(見第 119 節)。

例： $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$ 試化成最簡整數的比。

$$\text{【解】 } 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = \frac{5}{2} : \frac{10}{3}.$$

前後兩項各用 L.C.M. 6 去乘，得 $15 : 20$ 。但這二項又可用 H.C.F. 5 去約，成 $3 : 4$ 。

$$\text{即 } 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = 15 : 20 = 3 : 4.$$

【說明】 如用 2, 3 的其他公倍數去乘，也能化成整數的比，但非最簡。

$$\text{如 } 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = 30 : 40 = 45 : 60 = \dots\dots\dots.$$

146. 比的大小

比較二比的大小，只要比較所成二分數的大小。

比都可以化成分數，所以要比較二比的大小，只要依第 122 節方法，比較二分數的大小。

例一：比較 $3 : 8$ 與 $4 : 11$ 的大小。

$$\text{【解】 } 3:8 = \frac{3}{8}, \quad 4:11 = \frac{4}{11}.$$

$$\text{但 } \frac{3}{8} = \frac{33}{88}, \quad \frac{4}{11} = \frac{32}{88}.$$

$$\text{而 } \frac{33}{88} > \frac{32}{88},$$

$$\text{即 } \frac{3}{8} > \frac{4}{11}.$$

$$\therefore 3:8 > 4:11.$$

例二：證明 $18:21=42:49$ 。

$$\text{【解】 } 18:21 = \frac{18}{21},$$

$$42:49 = \frac{42}{49}.$$

約分得

$$\frac{18}{21} = \frac{6}{7}, \quad \frac{42}{49} = \frac{6}{7}.$$

$$\text{即 } \frac{18}{21} = \frac{42}{49}.$$

$$\therefore 18:21 = 42:49.$$

147. 正比反比

甲數對於乙數的比,就叫甲數對於乙數的正比 (Direct Ratio). 甲數的倒數對

於乙數的倒數的比,叫甲數對於乙數的反比 (Inverse Ratio).

例如: 3 與 4 的正比是 3 : 4;

3 與 4 的反比是 $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$,

但 $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times 12 : \frac{1}{4} \times 12 = 4 : 3$.

由上例知 3 與 4 的反比,等於 4 與 3 的正比.

所以甲對於乙的反比,就是乙對於甲的正比.

148. 複比

兩比或幾個比所表示的分數相乘,其積再化成比式,這比叫兩比或幾個比的複比 (Compound Ratio).

由複比的定義,知複比的前項,等於各比前項的積,複比的後項,等於各比後項的積.

例一: 求 2 : 3, 5 : 11, 7 : 9 三比的複比.

【解】 $2:3 = \frac{2}{3}$,

$5:11 = \frac{5}{11}$,

$7:9 = \frac{7}{9}$.

但 $\frac{2}{3} \times \frac{5}{11} \times \frac{7}{9} = \frac{70}{297}$;

即 $2:3, 5:11, 7:9$ 的複比是 $70:297$.

計算各比的複比時,算式可簡寫如下:

$$\left. \begin{array}{l} 2:3 \\ 5:11 \\ 7:9 \end{array} \right\} = 2 \times 5 \times 7 : 3 \times 11 \times 9 = 70 : 297.$$

例二: 男工15人,每人每日工資8角女工20人,每人每日工資5角,求每日男工與女工共得工資的比.

【解】 男女工人數的比是15人:20人;

男女工每日每人工資的比是8角:5角,

用複比計算得

$$\left. \begin{array}{l} 15:20 \\ 8:5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \quad 2 \quad 1 \\ = 15 \times 8 : 20 \times 5 = 6 : 5. \end{array}$$

答男女工人每日所得工資總數的比是6:5.

149. 連比

三個或幾個數所成的比叫做連比
(Continued Ratio).

例如: $A : B = 3 : 5$, $B : C = 5 : 7$, 那麼 $A : B : C = 3 : 5 : 7$. 這個比式就是 A, B, C 三個數的連比.

如已知 A 與 B 的比和 B 與 C 的比, 但第一比的後項與第二比的前項不相等時, 欲寫成連比, 須先化成相等.

例: 已知 $A : B = 5 : 6$, $B : C = 8 : 9$, 求 A, B, C 的連比.

$$\text{【解】 } A : B = 5 : 6,$$

$$B : C = 8 : 9.$$

要使第一比的後項 6 與第二比的前項 8 化成同數, 先求 6 與 8 的 L.C.M. 得 24. $24 \div 6 = 4$, $24 \div 8 = 3$.

用 4 乘第一比的前後二項, 用 3 乘第二比的前後二項, 得

$$A : B = 5 : 6 = 5 \times 4 : 6 \times 4 = 20 : 24,$$

$$B : C = 8 : 9 = 8 \times 3 : 9 \times 3 = 24 : 27.$$

(根據第 145 節)

$$\therefore A : B : C = 20 : 24 : 27.$$

習 題 四 十

1. 求下列各比的比值:

$$3 : 5, \quad 5 : 3, \quad 1.5 : 0.9.$$

$$0.9 : 3, \quad 1\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3}, \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{5}.$$

2. 比較下列各比的大小:

$$2 : 5, 4 : 9, 17 : 39, 19 : 41, 4 : 7, 8 : 15, 13 : 24.$$

3. 試證明兩比的前項相等時,後項小的比值
反大,又後項相等時,前項大的比值也大.

4. 下列各比,試化成最簡整數的比:

$$3\frac{2}{5} : 2\frac{1}{4}, \quad 1\frac{5}{6} : 1\frac{7}{8}, \quad 0.32 : 0.48.$$

$$3 : 2\frac{2}{7}, \quad 5\frac{1}{3} : 4.2, \quad 3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} : 5\frac{3}{4}.$$

5. 求下列二題的複比:

$$(1) 5 : 7, 13 : 5. \quad (2) 9 : 8, 4 : 3, 16 : 15.$$

6. 計算下列各題:

(1) 已知後項 = 3, 比值 = 7, 求前項.

(2) 已知前項 = 5, 比值 = $\frac{2}{3}$, 求後項.

(3) 甲乙二人體重的比是 $\frac{7}{8}$. 已知甲的體重

是 105 磅,求乙的體重.

(4) 男女工工資的比是 $\frac{5}{3}$. 已知女工每日工資 7 角 2 分,求男工每日工資多少?

7. 兩三角形面積的比,等於底邊的比與高的比的複比.設兩三角形底邊的比是 7:8; 高的比是 4:3. 求其面積的比.

8. 下列各比,試化做連比:

(1) $A : B = 4 : 9, B : C = 15 : 8.$

(2) $A : B = 2 : 3, B : C = 5 : 8, C : D = 6 : 5.$

第二章 比例

150. 比例

相等的二比寫成等式,叫比例 (Proportion).

例如: $4 : 8 = 6 : 12.$ 4, 8, 6, 12 四數就成比例.

4, 12 二項叫外項 (Extremes); 8, 6 二項叫內項 (Means).

151. 比例定理

凡四數成比例時,外項的乘積,必等

於內項的乘積。

例如： $4:8=6:12$,

則： $4 \times 12 = 8 \times 6$ 。

【說明】把原比例式寫成分數式得：

$$\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$$

因 $\frac{4 \times 12}{8 \times 12} = \frac{4}{8}$,

$$\frac{6 \times 8}{12 \times 8} = \frac{6}{12}$$

$$\therefore \frac{4 \times 12}{8 \times 12} = \frac{6 \times 8}{12 \times 8}$$

但上式二分數相等,而二分母又等,所以二分子必相等,

即 $4 \times 12 = 6 \times 8$ 。

所以要試驗比例式有沒有錯誤,只要看外項的乘積,是不是等於內項的乘積。

152. 比例的變形

四數中有二數的乘積,適等於其他二數的乘積時,此四數必能成各種的比

例式.

例: 3, 5, 9, 15 四數中 $3 \times 15 = 5 \times 9$.

所以 (1) $3 : 5 = 9 : 15$, (2) $3 : 9 = 5 : 15$,

(3) $15 : 5 = 9 : 3$, (4) $15 : 9 = 5 : 3$,

(5) $9 : 15 = 3 : 5$, (6) $5 : 15 = 3 : 9$,

(7) $9 : 3 = 15 : 5$, (8) $5 : 3 = 15 : 9$.

【說明】上例八式中,外項的乘積和內項的乘積都等於45,所以都成比例,所以從一個比例式,可變成另外七個比例式.

153. 比例的未知項

比例式的四項,有一項是未知數,其他三項都是已知數,就可以從三個已知項,求出另一未知項.法則見下節.

【註】比例式中的未知項,普通用 x 代表.

154. 比例的解法

未知項是外項的一項時,用另一外項去除兩內項的乘積即得;未知項是內項的一項時,用另一內項去除兩外項的

乘積即得。

例一：已知一比例式的前三項是 3, 15, 7. 求比例第四項。

【解】設 x 代比例第四項, 得

$$3 : 15 = 7 : x.$$

$$\therefore x = \frac{15 \times 7}{3} = 35.$$

答第四項是 35.

【說明】根據第 151 節定理, 知

$$3 \times x = 15 \times 7,$$

兩邊都用 3 去除, 得

$$x = \frac{15 \times 7}{3} = 35.$$

例二：已知一比例式的第一第二項是 $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, 第四項是 $\frac{10}{21}$. 求比例第三項。

【解】設 x 代比例第三項, 得

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = x : \frac{10}{21}.$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{\frac{2}{3} \times \frac{10}{21}}{\frac{4}{7}} = \frac{2}{3} \times \frac{10}{21} \div \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{21} \times \frac{7}{4} \\
 &= \frac{5}{9}.
 \end{aligned}$$

答第三項是 $\frac{5}{9}$.

【說明】根據第 151 節定理,知

$$\frac{4}{7} \times x = \frac{2}{3} \times \frac{10}{21}.$$

同例一理由,得

$$x = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{10}{21}}{\frac{4}{7}} = \frac{5}{9}.$$

習 題 四 十 一

1. 從下列各組數中,選出能成比例的,寫成比例式:

10, 12, 15, 18; 1, 2, 3, 4; 3, 6, 6, 9;

7, 8, 21, 24; 6, 10, 15, 27; 2, 2, 4, 8.

2. 下列的比例式,試變成別種比例式:

3 : 6 = 8 : 16; 5 : 15 = 15 : 45.

3. 同樣的四個數如 3, 3, 3, 3, 能成比例麼?

4. 在比例式中,第一項比第二項小時,第三項和第四項那個小? 第一項比第三項小時,第二項和第四項那個小? 第一項和第三項相等時,第二項和第四項怎樣?

求下列各式中 x 的值:

5. $3 : 8 = 9 : x$. 6. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{6} : x$.

7. $x : 12 = 12 : 36$. 8. $10 : x = 15 : 45$.

9. $0.8 : 0.5 = x : 0.1$. 10. $1\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4} = x : \frac{1}{3}$.

第三章 單比例

155. 正比例和反比例

甲比和乙比相等時,甲比和乙比成 正比例 (Direct Proportion).

例如: $2 : 5 = 4 : 10$, 所以 $2 : 5$ 和 $4 : 10$ 成正比例.

甲比和乙比的反比相等時,甲比和乙比成 反比例 (Inverse Proportion).

例如: $10 : 4$ 的反比是 $4 : 10$, 但 $2 : 5 = 4 : 10$, 即

2:5和10:4的反比相等,所以2:5和10:4成反比例.

156. 正反比例的實例

日常遇到的問題中,常有二量依正比例或反比例的變化的:如一量增進幾倍,他量也依他增進幾倍,這二量就成正比例;如一量增進幾倍,他量反減成幾份之一,這二量就成反比例.

茲將日常遇見的事物,成正比例的和反比例的,略舉數則於下,以便計算應用問題時的參攷:

成正比例的:

(1) 依長度,重量,容積,或個數論價的物件,如布,肉,米,蛋等的價格,和其長度,重量,容積,或個數成正比例.

(2) 用一定的人數做事,工資總額的多少,和做事的日數成正比例.

(3) 用一定的人數做事,做事的多少,

和做事的日數成正比例。

(4) 在一定的時間內行路，行路的距離和速度成正比例。

(5) 依一定的速度行路，所經的距離和所費的時間成正比例。

(6) 依一定的人數食物，食物的多少和日數成正比例。

成反比例的：

(1) 用一定的銀錢買物，所買貨物的數量和價格成反比例。

(2) 做一工程，做工的人數和工作所需的時間成反比例。

(3) 走一定距離的路程，所需的時間和速度成反比例。

(4) 面積一定的平行四邊形或三角形，高和底邊成反比例。

(5) 依物理學中氣體的定律，壓力和

體積成反比例。

157. 比例應用問題的解法

(1) 正比例問題的解法：

二種量成正比的變化時，取一種量中前後二數的比，等於他種量中前後二數的正比，寫作正比例式，並令 x 代四數中的一個未知數，依第 154 節的方法來解決。

例一：米五斗價銀四圓五角，米一石二斗，價銀多少？

【解】設米一石二斗的價是 x 角，那麼前後二米價的比是 $45 : x$ ，前後二米量的比是 $5 : 12$ 。

因米量和米價成正比例，

所以 $5 : 12 = 45 : x$ 。

$$\therefore x = \frac{12 \times 45}{5} = 108 \text{ 角} = 10 \text{ 圓 } 8 \text{ 角}。$$

答米一石二斗價十圓八角。

(2) 反比例問題的解法：

二種量成反比的變化時,取一種量中前後二數的比,等於他種量中前後二數的反比,寫作反比例式,並令 x 代四數中的一個未知數,依第 154 節的方法來解決。

例二: 一事五人同做,十五日可以做完;三人同做,幾日做完?

【解】 設三人合做所要的日數是 x ,那麼前後日數的比是 $15 : x$,前後人數的比是 $5 : 3$ 。

因人數和日數成反比例,即 $5 : 3$ 的反比和 $15 : x$ 相等,

所以 $3 : 5 = 15 : x$ 。

$$\therefore x = \frac{5 \times 15}{3} = 25 \text{ 日。}$$

答三人合做要二十五日。

【註】 上式也可改作 $5 : 3$ 和 $15 : x$ 的反比相等,

即 $5 : 3 = x : 15$ 。

求得的結果和上式相同。

習題四十二

【注意】下列各題，計算時須先區別是正比例或反比例的變化，再用相當方法解決：

1. 第 157 節中的例一，例二，試用計算基本四法應用問題的方法解決，再驗其結果，是不是和用比例法所求得的相同？
2. 試任舉一個正比例和一個反比例的事例。
3. 布一丈二尺，值一圓五角六分，問二丈五尺，值銀多少？
4. 米三斗六升價二圓五角二分，問八圓六角八分可買米多少？
5. 一事十二人同做，十五日可成，問九人同做，幾日可成？
6. 每圓 8 尺 5 寸的布 3 丈 5 尺，可換每圓 1 丈 3 尺 3 寸的布多少？
7. 甲走 5 里的時間，乙走 6 里，某路程乙走 12 時，問甲要走多少時？
8. 大洋五角換銅圓一百五十枚，問大洋三圓四角七分換銅圓幾枚？

9. 本金 320 圓,每年利息 19 圓 2 角,問本金 1500 圓,每年利息多少?

10. 房屋一所,三十六人建築,二十日可以完工,今要十五日完工,問要添工人幾名?

11. 貯 30 人 1 月的糧,如過十五日走去 10 人,問餘糧可供幾日的用?

12. 有甲乙二人,其工作能力的比是 5:4,今甲每日工資是七角半,問乙每日應得工資多少?

13. 圓周與直徑的比,約等於 22:7,現知直徑長 2 尺 8 寸,問圓周長多少?

14. 一人行路,四時能行十五里,問行路三十二里半,要幾時幾分鐘?

15. 一事甲獨做五日可成,乙獨做八日可成,問這事甲做三日後,由乙接做,共要幾日可成。

16. 二三角形面積相等,若一三角形的高六公寸,底四公寸,而他三角形的高八公寸,求底的長。

17. 有一工程,十二個人做,六十日可以完工,今用工人十二人,做了工程的一半後,再添工人六人,問共要幾日可以完工?

18. 商人買綢 5 丈 6 尺,原價 60 圓,後來售出 4

丈 2 尺，賣價 50 圓，問餘綢仍照賣價售出後，共可獲利多少圓？

19. 上海在東經 121 度 27 分，巴黎在東經 2 度 20 分，試用比例法求兩地的時差。（參看上册 97 節）

29. 黃銅的比重是 8.4，純銀的比重是 10.5。用比例法求下二題的結果：

- (1) 求和 70 公分純銀同體積的黃銅重量；
- (2) 求和 35 立方公分黃銅同重量的純銀體積。

第四章 複比例

158. 複比例

幾個比的複比和一個單比相等，就成複比例 (Compound Proportion)。

例如：
$$\left. \begin{array}{l} 4 : 3 \\ 5 : 2 \end{array} \right\} = 10 : 3.$$

上式 $\left. \begin{array}{l} 4 : 3 \\ 5 : 2 \end{array} \right\}$ 的值等於 $4 \times 5 : 3 \times 2$ ，或

20 : 6。但 $20 : 6 = 10 : 3$ ，所以 $\left. \begin{array}{l} 4 : 3 \\ 5 : 2 \end{array} \right\} = 10 : 3.$

這個比例式叫複比例,對於複比例而言, $20 : 6 = 10 : 3$ 叫單比例,所以複比例都可化做單比例;複比例的問題,都可依單比例解法來解。

159. 複比例的解法

複比例式中諸外項的乘積,必等於諸內項的乘積,所以解複比例的方法,和第 154 節的解單比例的方法相同。

$$\text{例: 解 } \left. \begin{array}{l} 5 : 8 \\ 4 : 5 \\ 14 : 9 \end{array} \right\} = 42 : x.$$

$$\text{【解】 } x = \frac{8 \times 5 \times 9 \times 42}{5 \times 4 \times 14} = 2 \times 1 \times 9 \times 3 = 54.$$

【說明】 因諸外項的乘積,等於諸內項的乘積,即

$$5 \times 4 \times 14 \times x = 8 \times 5 \times 9 \times 42.$$

兩邊都用 $5 \times 4 \times 14$ 去除,得

$$x = \frac{8 \times 5 \times 9 \times 42}{5 \times 4 \times 14}.$$

【註】 複比例式中的未知數 x ,總是在右邊單比

裏的一項；而在應用問題裏，普通常作單比的後項。

160. 複比例應用問題的解法

用 x 代所求的未知數，做比例式第四項，用同類的已知數做第三項。在其餘各類的已知數中，看他與第三第四項成正比例或反比例的，寫成正比或反比，再用上節方法求得未知數。

例：兵士 6 人掘一戰壕，長 100 尺，闊 9 尺，深 6 尺，5 日可以掘成。今要掘一長 60 尺，闊 8 尺，深 9 尺的戰壕，用 8 人去掘，問幾日可以掘成？

【解】設所求的日數是 x ，和同單位的 5 日寫成 $5 : x$ 。

由題意得比例式：

$$\left. \begin{array}{l} 100 : 60 \\ 9 : 8 \\ 6 : 9 \\ 8 : 6 \end{array} \right\} = 5 : x.$$

$$\therefore x = \frac{60 \times 8 \times 9 \times 6 \times 5}{100 \times 9 \times 6 \times 8} = 3 \text{ 日.}$$

答三日可以掘完。

【說明】戰壕開掘的長,闊,深和日數都成正比例,

所以寫下三個正比 $\left. \begin{array}{l} 100 : 60 \\ 9 : 8 \\ 6 : 9 \end{array} \right\}$; 但人數和日數成反比

例,所以再寫下人數的反比 $8 : 6$,寫成複比例式如上式。

習 題 四 十 三

1. 矩形地長25丈,闊12丈,值銀1500圓,問同等的矩形地,長34丈,闊19丈,值銀多少?

2. 10人每日做工8時,9日可以做完,若15人每日做工6時,幾日可以完工?

3. 牛12頭,六日可耕田96畝,問要8日耕田64畝,需牛多少頭?

4. 7人20日食米一石2斗,問有米7石2斗,可供15人幾日的食?

5. 8人5日的工資共24圓,問32人24日的工資共多少圓?

6. 農人5人,每日工作16時, $3\frac{1}{2}$ 日可耕田 $12\frac{1}{2}$ 畝,問7人每日工作12時,幾日可耕田15畝?

7. 大礮44尊,每日每礮放3時,每時開30礮,5日共費火藥300桶,今有火藥400桶,可供大礮66尊,每礮放5時,每時開40礮,幾日的用?

8. 長15公分,闊4公分,厚3公分的銅條,重1.584公斤,問長7公分,闊6公分,厚5公分的銅塊,重多少公斤?

9. 甲乙二齒輪,互相銜接,甲有齒16個,乙有齒14個;若甲轉35次,要1分30秒鐘,問乙在1分12秒鐘,共轉幾次?

10. 排字工人6人,排每頁28行的字,7時排好36頁,現在每頁少排一行,每行字數不變,工作減少1時,要排48頁,問需添工人幾名?

11. 甲乙兩地,長的比是7:6,闊的比是15:7,同面積地價的比是3:5,現在乙地值1800圓,問甲地值多少圓?

12. 男工3人所做的事,女工要5人纔可以同時做完,現在男工12人每日做工9時,8日間做好全工的 $\frac{1}{3}$;餘下的事,改用女工15人去做,每日做工8時,問還要幾工纔能完工?

13. 工兵6人掘一戰壕,長85尺,闊8尺,深9尺,

4日可成，今又用16人，另外掘一戰壕，闊10尺，深8尺，10日始成，問這戰壕的長幾尺？

14. 一建築物限35日完工，今用工人7名，每日工作6時，至24日纔做成全工的 $\frac{2}{5}$ ，現在恐怕誤期，所以每日增加2時，問還要再添用工人多少名，恰能到期完工？

15. 男女工能力的比是3:2，有一事用男工10人，每日做工9時，24日可以做完，若用男工2人，女工5人，每日做工8時，問幾日纔能做完？

第五章 連鎖比例

161. 連鎖比例

知道甲量和乙量的關係，乙量和丙量的關係，丙量和丁量的關係等等，要求最後一量和甲量的關係的方法，叫連鎖比例法 (Continued Proportion)。

162. 連鎖比例問題的解法

先將有關係的同值二量，橫列在一行，同種類的量斜列在下一行，把未知數

列在最上行的左面,將右列各項的連乘積,用左列各已知數的連乘積去除,即得未知數的值。

例: 米 3 升的價,等於麥 4 升的價;麥 9 升的價等於豆 1 斗 2 升的價;豆 6 升的價和布 3 尺的價相等。問米 2 斗 7 升,可換布幾尺?

【解】 設布的尺數是 x , 依上法可寫成下式:

布 x 尺	—————	米 27 升
米 3 升	/	麥 4 升
麥 9 升	/	豆 12 升
豆 6 升	/	布 3 尺

$$x = \frac{\overset{3}{27} \times \overset{2}{4} \times \overset{1}{12} \times \overset{1}{3}}{\underset{1}{3} \times \underset{1}{9} \times \underset{1}{6}} = 24 \text{ 尺.}$$

答可換布 2 丈 4 尺。

【說明】 上題如用基本四法計算,可以逐步推求如下:

豆 1 斗 2 升 (相當於麥 9 升) 相當於布的尺數是 $3 \times \frac{12}{6}$ 尺,

麥 4 升（相當於米 3 升）相當於布的尺數是
 $3 \times \frac{12}{6} \times \frac{4}{9}$ 尺，

米 2 斗 7 升相當於布的尺數是 $3 \times \frac{12}{6} \times \frac{4}{9} \times \frac{27}{3}$ 。

而 $3 \times \frac{12}{6} \times \frac{4}{9} \times \frac{27}{3} = \frac{27 \times 4 \times 12 \times 3}{3 \times 9 \times 6} = 24$ 尺。

和連鎖比例法所得的結果相同，不過連鎖比例法卻比基本四法簡便。

【註】凡同種類的量，如單位有高低的不同，該先化做同一單位再計算。

習 題 四 十 四

1. 鴿子 9 隻的價等於雞 5 隻的價，雞 7 隻的價等於鴨 4 隻的價，鴨 9 隻的價等於鵝 7 隻的價，如鵝 3 隻值銀 4 圓 8 角 6 分，問鴿子 6 隻值銀多少？

2. 甲乙丙三工人能力的比，甲與乙是 3 比 4，乙與丙是 3 比 5。設甲一月的工資是 22 圓 5 角，問丙一月的工資多少？

3. 甲 6 日可做成的事，乙要做 9 日；乙 3 日可做成的事，丙要做 4 日；丙 5 日可做成的事，丁要做 4 日。問甲 10 日可做成的事，丁要做幾日？

4. 海關尺 1 尺合營造尺 1.12 尺,營造尺 6.25 尺合公尺 2 尺,公尺 1 尺合市尺 3 尺,問海關尺 1 尺合市尺多少?(算到小數二位).

5. 甲與乙所有銀錢的比是 27 比 16;乙的 11 倍等於丙的 12 倍,丙與丁所有銀錢的比是 3 : 4,若丁有銀 132 圓,問甲有銀多少圓?

6. 香蕉 5 枚的價等於柿子 3 枚的價,柿子 7 枚的價等於蘋果 2 枚的價,蘋果 3 枚的價等於西瓜一枚的價,今西瓜一枚的價是 4 角 2 分,問香蕉一枚的價是多少?

7. 馬 3 匹換羊 16 頭,羊 7 頭換牛 2 頭,牛 5 頭值銀 210 圓,問 640 圓可買馬幾匹?

8. 汽車行 6 里時,馬車行 1 里,馬車行 5 里時,人力車行 4 里,如自由車的速率是人力車的兩倍,問汽車行 45 里時,自由車行幾里?

第六章 配分比例

163. 配分比例

將一數依照一定的比或連比,分成

二份或幾份的方法,叫配分比例 (Division into Proportional Parts).

例如36可依照1:2:3分成6,12,18三數是。

164. 配分比例問題的解法

將連比各項相加做分母,用各項做分子,將這分數各乘總數,就得各份的數。

例一: 甲乙丙三人合股經商,資本共4200圓,現知甲,乙,丙三人投資的比是8:7:6,問三人投資各多少?

【解】把8:7:6的三項相加,即 $8+7+6=21$ 做分母,用比的各項做分子,得三分數: $\frac{8}{21}$, $\frac{7}{21}$, $\frac{6}{21}$. 用這三分數各乘總數得:

$$4200 \text{ 圓} \times \frac{8}{21} = 1600 \text{ 圓.}$$

$$4200 \text{ 圓} \times \frac{7}{21} = 1400 \text{ 圓,}$$

$$4200 \text{ 圓} \times \frac{6}{21} = 1200 \text{ 圓.}$$

答甲投資1600圓,乙投資1400圓,丙投資1200圓。

【說明】將總數分成 $8+7+6=21$ 份,甲的投資和

總數的比是 $8 : 21$; 或甲的投資是總數的 $\frac{8}{21}$.

設甲數是 x_1 , 乙數是 x_2 , 丙數是 x_3 , 則可寫出下列的比例式:

$$4200 : x_1 = 21 : 8,$$

$$4200 : x_2 = 21 : 7,$$

$$4200 : x_3 = 21 : 6.$$

或 $x_1 = \frac{4200 \times 8}{21} = 4200 \times \frac{8}{21} = 1600$ 圓,

$$x_2 = \frac{4200 \times 7}{21} = 4200 \times \frac{7}{21} = 1400$$
 圓,

$$x_3 = \frac{4200 \times 6}{21} = 4200 \times \frac{6}{21} = 1200$$
 圓.

【註】各份數值的和,必等於總數,如上例 $1600 + 1400 + 1200 = 4200$. 這個關係,可做配分比例的覆驗.

例二: 甲,乙,丙三人分銀 1050 圓,所得的比,甲與乙是 $5 : 4$, 乙與丙是 $3 : 2$. 求三人各得多少?

【解】先求甲,乙,丙的連比:

$$\text{甲} : \text{乙} = 5 : 4 = 15 : 12,$$

$$\text{乙} : \text{丙} = 3 : 2 = 12 : 8;$$

$$\therefore \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} = 15 : 12 : 8.$$

$$15 + 12 + 8 = 35.$$

$$1050 \text{ 圓} \times \frac{15}{35} = 450 \text{ 圓},$$

$$1050 \text{ 圓} \times \frac{12}{35} = 360 \text{ 圓},$$

$$1050 \text{ 圓} \times \frac{8}{35} = 240 \text{ 圓}.$$

答甲分得 450 圓,乙分得 360 圓,丙分得 240 圓.

習 題 四 十 五

1. 三人依照 3, 5, 7 的比,分銀 1275 圓,問每人分得銀多少?
2. 三人依照 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ 的比分銀 837 圓,問每人分得銀多少?

【提示】上題的連比,須先化做整數比.

3. 分 8470 做四份,使成 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$ 的比,求各數.
4. 火藥的成分含硝石 75 份,硫黃 10 份,木炭 15 份,問製造 1200 公斤火藥,要硝石,硫黃,木炭各幾公斤?
5. 甲,乙,丙三人分銀 640 圓,但知甲所得是乙的三倍,丙所得是甲,乙所得的和,問三人各得銀多少圓?

6. 甲,乙,丙三童子,分果子 100 枚,所得的比,甲與乙是 7 : 8,乙與丙是 5 : 4,問三人各得多少?

7. 甲乙二人合資經商:甲投資 2000 圓,經 9 個月;乙投資 2500 圓,經 12 個月,共獲利 840 圓,問甲乙二人應各得多少?

【解】分配利益的多少,是和投資數及時間成正比例的.

現在把甲乙二人的投資數和時間寫成複比如下:

$$\left. \begin{array}{l} 2000 : 2500 \\ 9 : 12 \end{array} \right\} = 18000 : 30000 = 3 : 5.$$

$$3 + 5 = 8.$$

$$840 \text{ 圓} \times \frac{3}{8} = 315 \text{ 圓} \cdots \cdots \text{甲所得的銀,}$$

$$840 \text{ 圓} \times \frac{5}{8} = 525 \text{ 圓} \cdots \cdots \text{乙所得的銀.}$$

答甲應得 315 圓,乙應得 525 圓.

8. 甲乙合資經商:甲出 400 圓,經 3 個月;乙出 750 圓,經 4 個月,共獲利 350 圓,問甲乙各分得多少圓?

9. 甲,乙,丙三人合資經商:甲出 500 圓,經 7 個

月;乙出 600 圓,經 8 個月;丙出 900 圓,經 9 個月;共虧本 410 圓,問每人應攤派多少圓?

10. 甲乙二人,在一月一日合資經商,甲出 400 圓,乙出 300 圓;二月後,甲添資本 500 圓,乙添資本 600 圓,到年終共獲利 470 圓,問甲乙二人應各分得多少圓?

第七章 混合比例

165. 混合

將幾種價值不同,份量不同的同類物品,混合後再研究混合物中所有各種關係的計算方法,叫混合法 (Alligation).

166. 混合法的種類

混合法依問題的性質,大致可分為四種:

(1) 知道各種物品的價格和份量,或份量的比,求混合後的平均價。

(2) 預定混合作品的平均價,求各種

物品份量的比。

(3) 預定混合物品的平均價和總量，求各種物品所佔的份量。

(4) 預定混合物品的平均價，已知其中一種物品的份量，求其他各種物品的份量。

167. 第一種混合問題的解法

把混合的各物品份量或份量的比的和，除各種物品價格的總和，即得混合後的平均價。

例一：每石價十圓的米七石，和每石價八圓五角
的米八石混合，求混合後每石的米價。

$$\begin{array}{r}
 \text{【解】} \quad 10 \text{ 圓} \times 7 = 70 \text{ 圓} \\
 \quad \quad 8.5 \text{ 圓} \times 8 = 68 \text{ 圓} \\
 \hline
 \quad \quad 7+8=15 \quad 138 \text{ 圓} \quad (9.2 \text{ 圓}) \\
 \quad \quad \quad \quad 135 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 30 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 30 \\
 \hline
 \end{array}$$

答平均每石價九圓二角。

【說明】每石 10 圓的米 7 石共價 70 圓，每石 8.5

圓的米 8 石共價 68 圓。總價共 $70+68=138$ 圓，總量共 $7+8=15$ 石，所以平均每石價 $138 \text{ 圓} \div 15 = 9.2$ 圓。

例二：上等茶每斤價 1 圓 6 角，中等茶每斤價 1 圓 2 角，下等茶每斤 8 角，今上，中，下三種茶份量的比是 5:7:8。求混合後平均每斤的價。

$$\begin{array}{r}
 \text{【解】} \quad 1.6 \text{ 圓} \times 5 = 8 \text{ 圓} \\
 \quad \quad 1.2 \text{ 圓} \times 7 = 8.4 \text{ 圓} \\
 \quad \quad 0.8 \text{ 圓} \times 8 = 6.4 \text{ 圓} \\
 \hline
 5+7+8=20 \quad 22.8 \text{ 圓} (1.14 \text{ 圓}) \\
 \quad \quad \quad 22.8
 \end{array}$$

答平均每斤價一圓一角四分。

【說明】上題計算時，假定上，中，下三種茶的量是 5 斤，7 斤，8 斤，求得每斤的平均價是 1.14 圓。今上，中，下三種茶依 5:7:8 的份量混合，所得每斤的平均價，是應和所假定的量混合後的結果相同。

習 題 四 十 六

1. 每升 1 角的米和每升 1 角 2 分的米，依 2:3 的比混合，求混合後每升的平均價。

2. 每斤 1 角 4 分的酒 5 斤，每斤 1 角 7 分的酒 6 斤，和每斤 2 角的酒 4 斤混合，問每斤平均價多少？

3. 每圓 7 斤的酒 2 圓,和每圓 8 斤的酒 3 圓混合,問每圓可買混合後的酒幾斤?

4. 四種啤酒每磅的價是 1 圓 4 角,1 圓 2 角,7 角和 5 角,今依 4:2:3:5 的比混合,求平均每磅的價.

5. 上題四種啤酒,如依 6:4:5:8 的比混合,求平均每磅的價.

6. 每升 7 角 2 分的酒,同每升 6 角 5 分的酒,及每升 4 角的酒,依 $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{5}{12}$ 的比混合,求每升的平均價.

7. 甲種糖每斤價 2 角,乙種糖每斤價 1 角 5 分,丙種糖每斤價 1 角 3 分,但知甲乙二種糖份量的比是 4:3,乙丙二種糖的比是 2:1,求混合後平均每斤的價.

8. 每斤 2 角 5 分的酒 8 斤,和每斤 2 角的酒 9 斤混合後,再加水 3 斤混合,問平均每斤價只有多少?

【提示】 假定水是不值錢的.

168. 第二種混合問題的解法

把混合物品的單位價格和預定平均單位的價格比較,求出損益相差數,再作反比,即得各物品混合量的比。

例一： 每石價七圓的上米,和每石價六圓的下米混合,平均每石價六圓六角,求二種米混合量的比。

【解】 平均價	原 價	損益比較	混合量的比
6.6 圓	上7圓	損 0.4 圓	0.6 3
	下6圓	益 0.6 圓	0.4 2

答上米和下米混合量的比是3:2。

【說明】 依平均價每石價6圓6角出售時,上米每石損失 $7-6.6=0.4$ 圓,即4角;下米每石得利 $6.6-6=0.6$,即6角,所以上下二種米量依4:6的反比,即3:2 售出時,損失和利益恰可相消。

例二： 上茶每斤價二圓,中茶每斤價一圓五角,下茶每斤價一圓二角,現在把三種茶混合,得平均每斤價一圓六角,求三種茶混合量的比。

【解】 平均價	原 價	損益比較	混合量的比
16 角	上20角	損 4 角	4 1 1+1=2
	中15角	益 1 角	4 4 4
	下12角	益 4 角	4 1 1

答上中下三種茶混合量的比是2:4:1.

【說明】依例一先求得上茶和下茶混合量的比是4:4,或1:1,即用上茶下茶各一份時,損益恰可相消.再求得上茶和中茶混合量的比是1:4,即用上茶一份,中茶四份時,損益恰可相消.所以用上茶兩份的損失,恰可與中茶四份,下茶一份的利益相消.即上中下三種茶混合量的比是2:4:1.

【註】上例的算式中,如上下二種茶混合量的比4:4,不化簡成1:1,可得三種茶混合量的連比是4+1:4:1,即5:4:1.上下二種茶混合量的比又可化成2:2,3:3,5:5,……等,而上中二種茶混合量的比又可化成2:8,3:12,4:16,……等,那麼從種種的比,可做成無數的連比如下:

$$2+3:12:2, \quad \text{即} \quad 5:12:2;$$

$$\text{或} \quad 3+2:8:3, \quad \text{即} \quad 5:8:3;$$

……………等等.

這無數的連比,都是上題的正確答數.所以有三種或三種以上的量,知平均價要求各量的混合比,答數不止一個.這種問題叫做不定的問題.

169. 第三種混合問題的解法

如第 168 節問題中,已知各種物品的總量,則先用前法求得各物品混合量的比,再依配分比例法求各物品的量。

例: 上酒每斤六角,中酒每斤四角五分,下酒每斤三角,混合後平均每斤價四角二分,已知三種酒總量是二十斤,問三種酒各幾斤?

【解】 依前節例,先求上中下三種酒的混合比如下:

平均價	原 價	損益比較	混合量的比	
42 分	上60分	損 18 分	12 2	2 1
	中45分	損 3 分		12 4
	下30分	益 12 分	18 3	3 13+1=4 2

∴ 上中下三種酒量的比 = 1 : 2 : 2.

再依第 164 節的解法計算如下:

$$1+2+2=5.$$

$$20 \text{ 斤} \times \frac{1}{5} = 4 \text{ 斤} \dots\dots\dots \text{上酒}$$

$$20 \text{ 斤} \times \frac{2}{5} = 8 \text{ 斤} \dots\dots\dots \text{中酒}$$

$$20 \text{ 斤} \times \frac{2}{5} = 8 \text{ 斤} \dots\dots\dots \text{下酒}$$

答上酒四斤,中酒八斤,下酒八斤.

170. 第四種混合問題的解法

如第 168 節問題中,已知某一種物品的量,則先用前法求得各物品混合量的比,再依正比例法求其他各物品的量.

例: 上茶每兩三角五分,中茶每兩三角,下茶每兩二角.已知上茶有六十兩,問中茶下茶各要幾兩,那麼混合後平均每兩恰是二角六分?

【解】 依第 168 節,先求上中下三種茶的混合比如下:

平均價	原 價	損益比較	混合量的比		
26 分	上35分	損 9 分	6	2	2
	中30分	損 4 分		6	3
	下20分	益 6 分	9	3	4
			3	2	3+2=5

∴ 上茶:中茶:下茶=2:3:5.

現在已知上茶是 60 兩,依比例法得:

$$2:3:5=60:90:150.$$

答中茶要九十兩,下茶要一百五十兩.

【註】 第三第四種混合問題中,各混合物品不止

兩種,所以也是不定的問題,有無數的答數.普通計算時,常用最簡的一組.

習 題 四 十 七

1. 每磅 3 角的酒和每磅 1 角 6 分的酒混合,得平均每磅價 2 角 2 分.求混合量的比.

2. 上米每石 8 圓,中米每石 6 圓 5 角,下米每石 6 圓.混合後平均每石價 7 圓 2 角.求三種米混合量的比.

3. 上米每圓可買 1 斗,中米每圓可買 1 斗 1 升 5 合,下米每圓可買 1 斗 2 升.混合後每圓可買 1 斗 1 升.求三種米混合量的比.寫出任意四組答數.

4. 茶葉四種,每斤的價是 1 圓 2 角,1 圓,7 角,6 角.今混合之使平均每斤價 9 角.求四種茶葉混合量的比.寫出任意四組答數.

5. 上酒每斤價 5 角,中酒每斤價 4 角 2 分,下酒每斤價 2 角 8 分.今欲混合使成平均每斤價 3 角 6 分的酒七十二斤.問三種酒各幾斤?

6. 某學校分高中,初中,小學三部,學生總數共四百人,共募集愛國捐三百圓.高中部每人捐銀一圓,

初中部每人捐銀八角,小學部每人捐銀六角,問三部學生各幾人?

7. 雞兔共五十頭,足數共一百六十隻,用混合法求雞兔各幾頭.

8. 某人有銀六百九十三圓,計有十圓,五圓,一圓紙幣三種,共二百三十一張,問三種紙幣各有幾張?

9. 上茶每兩三角,下茶每兩一角六分,今有上茶一斤八兩,問要下茶多少,混合後可得平均每兩二角二分的茶?

10. 上酒每斤價四角,中酒每斤價三角五分,下酒每斤價二角二分,今混合使成平均每斤價三角二分,已知中酒是三十斤,問上酒下酒各幾斤?

11. 上糖每磅價九分,中糖每磅價七分五釐,下糖每磅價七分,混合後平均每磅價八分二釐,已知上中二糖混合量的比是3:2,求和下糖混合量的連比,若下糖是五十磅,求上中二種糖的重量.

【提示】	平均價	原價	損益比較	混合量的比
		上90釐	損 8 釐	3
	82 釐	中75釐	益 7 釐	2
		下7 釐	益 12 釐	x

$$12 \text{ 釐} : (8 \text{ 釐} \times 3 - 7 \text{ 釐} \times 2) = 1 : x.$$

12. 豆四種,甲種每石三圓九角,乙種三圓六角,丙種三圓三角,丁種三圓.甲,乙,丙三種混合量的比是3:2:1,而丁種的容量是四石八斗,混合後的平均每石價三圓四角.問甲,乙,丙三種豆各多少斗?

第七編 百分法

第一章 百分法

171. 百分法

實用計算中,往往有用 100 做分母的分數,表示二數或二量的比的,叫百分法 (Percentage).

$$\text{例如: } 1:5 = \frac{20}{100}, \quad 1.2 \text{ 圓}:50 \text{ 圓} = \frac{2.4}{100},$$

$$10 \text{ 公分}:2\frac{1}{2} \text{ 公分} = \frac{400}{100}, \quad \text{等,都是百分法.}$$

172. 百分法的符號與項

百分法式中的比值叫百分率 (Rate), 百分率的單位是 $\frac{1}{100}$, 用符號 % 來表示, 讀做百分 (Per cent).

百分法式中,比的前項叫子數,後項叫母數.

例如: $1.2 \text{ 圓} : 50 \text{ 圓} = \frac{2.4}{100} = 2.4\%$.

上式中 1.2 圓是子數,50 圓是母數, 2.4% 是百分率,讀做 2.4 個百分.

173. 子數,母數和百分率的關係式

子數,母數,百分率和比的前項,後項,比值相當.所以百分法可依比的關係式(見第 143 節)寫成下列三式:

(1) 子數 \div 母數 = 百分率.

(2) 子數 = 母數 \times 百分率.

(3) 母數 = 子數 \div 百分率.

例一: 分析 500 立方公分空氣,得 104 立方公分養氣.問空氣中含養氣百分之幾?

【解】空氣 500 立方公分是母數,養氣 104 立方公分是子數,所以空氣中含養氣的百分數是:

$$104 \div 500 = \frac{20.8}{100} = 20.8\%.$$

例二：某人出資 5400 圓經營商業，一年後獲利 25.4%，問獲利多少圓？

【解】 5400 圓是母數，25.5% 是百分率，獲利圓數是子數。

$$\therefore 5400 \text{ 圓} \times \frac{25.5}{100} = 1377 \text{ 圓.}$$

答某人獲利 1377 圓。

例三：某校女生共一百九十六人，佔全校學生數的 35%，問全校學生共多少人。

【解】 196 人是子數，35% 是百分率，全校人數是母數。

$$\therefore 196 \text{ 人} \div \frac{35}{100} = 196 \times \frac{100}{35} = 560 \text{ 人.}$$

答全校學生共五百六十人。

習 題 四 十 八

1. 用百分法表示下列各數：

(1) $\frac{1}{2}$. (2) $\frac{9}{20}$. (3) $\frac{1}{16}$. (4) $\frac{4}{5}$.

(5) $3\frac{3}{5}$. (6) 0.7. (7) 0.125. (8) $0.5\frac{1}{4}$.

(9) $0.3\frac{1}{3}$, (10) $0.006\frac{2}{3}$.

2. 下列各題,已知母數與子數, (前數是母數, 後數是子數) 試求百分率:

- (1) 76, 3.8. (2) 97, 6.79.
 (3) 48.36, 8.06. (4) 387, 15.48.
 (5) 33.3, 10.989. (6) 426, 38.34.
 (7) 21.36, 8.01. (8) 1555, 373.2.

3. 下列各題,已知母數與百分率,試求子數:

- (1) 75 的 22%. (2) 86 的 35%.
 (3) 78 的 41%. (4) 3.4 的 26%.
 (5) 0.7 的 28%. (6) 8.4 的 $2\frac{3}{4}\%$.
 (7) 6.8 的 1.9%. (8) 0.72 的 622%.

4. 下列各題已知子數與百分率,試求母數:

- (1) 165, 15%. (2) 578, 34%.
 (3) 7999, 25%. (4) 32.86, 106%.
 (5) 48.72, $33\frac{1}{3}\%$. (6) 96.54, $66\frac{2}{3}\%$.
 (7) 3113, $5\frac{1}{2}\%$. (8) 55.55, 125%.

5. 分析火藥 140 公分,得硝石 105 公分,硫黃 14 公分,木炭 21 公分.問硝石,硫黃,火藥各佔百分之幾?

6. 某大學共有學生 1500 人,內男生 1020 人,問男女生各佔全校學生人數百分之幾?

7. 某農夫有田若干畝,豐年可收米九十六石,麥五十二石,今因受水災,只有豐年時收成的 75%,問可收米,麥各多少石?

8. 某學校招考新生,共錄取 175 人,佔考生全數的 14%,問投考人數共有多少?

9. 我國遼寧省面積約二十五萬平方公里,吉林省約二十八萬平方公里,黑龍江省約五十八萬平方公里,問三省各佔東三省全面積的百分之幾?(小數不計)

10. 我國熱河省的面積約十七萬平方公里,問熱河省的面積,是東三省全面積的百分之幾?(小數不計)

174. 母子和與母子差

母數與子數的和叫母子和,母數與子數的差叫母子差.

母子和與母子差的公式如下:

從第 173 節公式(3),得:

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 母子和} &= \text{母數} + \text{子數} \\
 &= \text{母數} + \text{母數} \times \text{百分率} \\
 &= \text{母數} \times (1 + \text{百分率}).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \text{ 母子差} &= \text{母數} - \text{子數} \\
 &= \text{母數} - \text{母數} \times \text{百分率} \\
 &= \text{母數} \times (1 - \text{百分率}).
 \end{aligned}$$

從上二式得:

$$(6) \text{ 母數} = \text{母子和} \div (1 + \text{百分率}).$$

$$(7) \text{ 母數} = \text{母子差} \div (1 - \text{百分率}).$$

例一：米每石現價九圓五角，若漲價百分之八，問每石價多少？

【解】米的原價是母數，漲價後的米價是母子和，依公式(4)得：

$$\begin{aligned}
 \text{母子和} &= 9.5 \text{圓} \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) = 9.5 \text{圓} \times 1.08 \\
 &= 10.26 \text{圓}.
 \end{aligned}$$

答漲價後米一石價十圓另二角六分。

例二。上題米價若減百分之八，問每石價多少？

【解】米的原價是母數，減價後的米價是母子差，依公式(5)，得：

$$\begin{aligned}\text{母子差} &= 9.5 \text{ 圓} \times \left(1 - \frac{8}{100}\right) = 9.5 \text{ 圓} \times 0.92 \\ &= 8.74 \text{ 圓}.\end{aligned}$$

答減價後米一石價八圓七角四分。

例三：麥粉每袋價四圓七角七分，比上月漲百分之六，問上月麥粉每袋價多少？

【解】麥粉現價是母子和，上月價是母數，依公式(6)，得：

$$\begin{aligned}\text{母數} &= 4.77 \text{ 圓} \div \left(1 + \frac{6}{100}\right) = 4.77 \text{ 圓} \div 1.06 \\ &= 4.5 \text{ 圓}.\end{aligned}$$

答上月麥粉每袋價四圓五角。

例四：麥粉每袋價四圓三角七分，比上月減百分之五，問上月麥粉每袋價多少？

【解】麥粉現價是母子差，上月價是母數，依公式(7)，得：

$$\begin{aligned}\text{母數} &= 4.37 \text{ 圓} \div \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 4.37 \text{ 圓} \div 0.95 \\ &= 4.6 \text{ 圓}.\end{aligned}$$

答上月麥粉每袋價四圓六角。

習題四十九

1. 米每石價 9.5 圓,後漲 12%. 問每石價多少?
2. 某書原價二圓六角,現減去 15%, 出售,問某書售價多少?
3. 糙米舂成白米,消耗 4%. 某米商購進糙米 100 石,每石價七圓,用工人舂成白米,出售時每石價八圓五角,設舂工每石一角五分,問某商人獲利多少?
4. 某公司資本共 35000 圓,一年後獲利 16%. 現提資本及利益總數的 8% 作股東紅利及職員酬勞金,問某公司第二年資本共多少?
5. 在廉價期間,某物品比原價減百分之二十,只售四圓八角,問原價多少?
6. 本年煤價比去年漲 12%. 去年煤價每噸二十五圓,問今年煤價每噸多少圓?
7. 價值 1400 圓的田地漲價 25% 後售於甲,甲依售價再漲 25% 售於乙,問乙用去多少圓? 又甲淨餘多少圓?
8. 某中學校高中人數佔全數的 36%, 而女生人數是初中人數的 $33\frac{1}{3}\%$. 已知全校人數共 450 人.

問女生多少人？

第二章 百分法的應用

175. 折扣

貨物售價比定價減少幾成出售，叫折扣 (Discount)。所減收的百分率叫折扣率，折扣後所得的價叫現價。

依我國習慣，折扣指折後餘下的百分數。歐美各國則指折去的百分數。例如定價 100 圓的貨物，實售 90 圓，我國叫九折，歐美叫 10% 扣；如實售 85 圓，則我國叫八五折，歐美叫 15% 扣。

例一：定價一圓二角的書，照八折出售，問售價多少？

$$\text{【解】 } 1.2 \text{ 圓} \times \frac{80}{100} = 1.2 \text{ 圓} \times 0.8 = 0.96 \text{ 圓。}$$

答售價九角六分。

例二：某書照定價 15% 扣出售，售價二圓三角五分，問定價多少？

$$\text{【解】 } 2.38 \text{ 圓} \div \frac{85}{100} = 2.38 \text{ 圓} \times \frac{100}{85} = 2.8 \text{ 圓.}$$

答定價二圓八角。

【說明】售價照定價的15%扣，即售價是定價的85%，定價是母數，售價是子數，85%是百分率，依第173節公式(3)計算，即得上式。

176. 連折扣

貨物照定價打折扣後，就折扣價再打折扣，照這樣打兩次或多次的折扣，叫連折扣 (Discount Series)。

例一：某店貨物照定價打八折後再打九五折，問實合多少折？

$$\text{【解】 } 80\% \times 95\% = \frac{80}{100} \times \frac{95}{100} = \frac{76}{100} = 76\%.$$

答實合七六折。

例二：書一部定價八圓，實售八五折，預約時照實價再打八折，問預約價多少？

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 8 \text{ 圓} \times 85\% \times 80\% &= 8 \text{ 圓} \times \frac{85}{100} \times \frac{80}{100} \\ &= 8 \text{ 圓} \times \frac{68}{100} = 5.44 \text{ 圓.} \end{aligned}$$

答預約價五圓四角四分。

177. 賺賠

經營商業所得的盈餘叫賺 (Gain), 所受的損失叫賠 (Loss). 賺賠數常用對原資本的百分率表示, 叫賺賠率.

例一: 某商進貨一宗, 計銀一千五百圓, 出售時共得銀一千八百七十五圓, 求賺賠率。

【解】 $1875 \text{ 圓} - 1500 \text{ 圓} = 375 \text{ 圓}$ 。

即某商賺 375 圓。

$$\frac{375}{1500} = \frac{25}{100} = 25\%$$

答賺 25%。

例二: 某公司資本共一千股, 每股五十圓, 到年終虧本七千五百圓, 求賺賠率。

【解】 $50 \text{ 圓} \times 1000 = 50000 \text{ 圓}$ 。

即原資本 50000 圓。

$$7500 \div 50000 = \frac{15}{100} = 15\%$$

答某公司賠 15%。

178. 佣金

代人賣買貨物或介紹某種交易所得的酬勞叫佣金 (Commission). 佣金常用百分法計算.

例一：住宅一所，售價 5400 圓，經某人介紹成交，依習慣佣金出二進三，即賣主出 2%，買主出 3%。問某人共得佣金多少圓？賣主得多少圓？買主出多少圓？

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 5400 \text{ 圓} \times (2\% + 3\%) &= 5400 \text{ 圓} \times \frac{5}{100} \\ &= 270 \text{ 圓.} \end{aligned}$$

答某人共得佣金 270 圓.

$$\begin{aligned} 5400 \text{ 圓} \times \left(1 - \frac{2}{100}\right) &= 5400 \text{ 圓} \times \frac{98}{100} \\ &= 5292 \text{ 圓.} \end{aligned}$$

答賣主得 5292 圓.

$$\begin{aligned} 5400 \text{ 圓} \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) &= 5400 \text{ 圓} \times \frac{103}{100} \\ &= 5562 \text{ 圓.} \end{aligned}$$

答買主出 5562 圓.

例二：某人託人購貨一宗，連佣金 4%，共付銀 6240 圓。問原價多少？

$$\begin{aligned} \text{【解】 } 6240 \text{圓} \div \left(1 + \frac{4}{100}\right) &= 6240 \text{圓} \times \frac{100}{104} \\ &= 6000 \text{圓}. \end{aligned}$$

答原價 6000 圓。

【說明】上題原價是母數，原價連佣金是母子和，4% 是百分率，依第 174 節公式(6)計算，即得原價。

習 題 五 十

1. 下列各題貨物原價，依右列折扣計算，求出實價：

- | | |
|---------------------|----------------------|
| (1) \$4.2, 5% 扣. | (2) \$86, 9% 扣. |
| (3) \$375.50, 8% 扣. | (4) \$296.80, 15% 扣. |
| (5) \$275, 11% 扣. | (6) 8.2 圓, 八五折. |
| (7) 62.3 圓, 九折. | (8) 37.5 圓, 七五折. |
| (9) 826.5 圓, 八八折. | (10) 896.5 圓, 八六折. |

2. 風琴一架，依九二折出售，計洋四十一圓六角。問原價多少？

3. 貨物一宗，定價四十七圓二角，今售得四十圓一角二分。問折扣率多少？

4. 鉛筆每百枝值洋十二圓，廉價時打八折後

再打九折，問廉價時鉛筆八十枝售價多少？

5. 字典一冊，定價六圓，甲書店打八折後再打九折出售，乙書店打雙八五折出售，問兩店售價孰廉？售價相差多少？

6. 某商購進洋刀三十六打，定價每打八圓四角，依打七五折後再打九折付款，今每把照七角五分售出，問售完後，某商可獲利多少？

7. 原價三十一圓四角的貨物，出售後賺 25%，問售價多少？

8. 鋼琴一架，原價三百二十圓，今以四百圓出售，求賺率。

9. 商人購進國貨一宗，值 1500 圓，購進洋貨一宗，值 1200 圓，售出後國貨賺 8%，洋貨賠 12%，問總計賺賠多少？

10. 某人購進房屋兩所，各計九千六百圓，售出時一所賺 20%，一所賠 20%，問此人共計有無賺賠？賺賠多少？

12. 今有地 540 畝售出，每畝價 50 圓，佣金 2.5%，問佣金共多少？

13. 某人購房屋一所，連佣金 3% 共付 \$12360.

問屋價多少？佣金多少？

14. 某商人託經紀人代購貨物一宗，佣金 4%，共用銀 8840 兩，求貨物的原價。

15. 某商人託經紀人買進麵粉一百袋，每袋價銀二圓五角，後來仍託原經紀人賣出，每袋價銀三圓，買賣的佣金都是 5%。問商人獲利多少？佣金共多少？

179. 租稅

政府向人民徵收的銀錢，以供國家和地方應用的叫租稅 (Tax)。租稅分國稅和地方稅兩大類。

國稅中最重要收入是關稅；地方稅中最重要收入是田賦。

(1) 關稅 關稅是外貨進口和國貨出口時所徵收的稅，徵收機關設在通商口岸，叫海關。徵收進口稅的稅率，根據輸入的價格計算，依貨物的性質而有大小的不同，大概必需應用品稅率最低，消耗

品較高,奢侈品最高.我國現行進口稅率,除去免稅的以外,從 5% 起,到 50% 止,共分十三級:從 5% 到 20% 每加 $2\frac{1}{2}\%$ 進一級;從 20% 到 50% 每加 5% 進一級.如貨物進口後再轉運到別一口岸,就在進出口岸再各徵轉口稅 2.5%.

貨物輸出時徵收的出口稅,稅率只有 5% 和 $7\frac{1}{2}\%$ 兩級,免稅的物品也較多.

(2) 田賦 就田地所徵收的稅叫田賦.田賦以前本收糧米,後來改收銀錢,所以田賦又叫錢糧.徵收的數目,依田地的肥瘠來定,分上中下三等,每年分上下忙兩期徵收.徵收機關附屬於縣政府,徵收的方法和制度,因習慣而不同.又地方興辦各種事業,多有在錢糧中附帶徵收的,如教育附捐等.

我國租稅除上二種外，鹽稅也是一種重要的國稅。釐金本是我國的舊稅，在內河各處，遍設關卡，專收往來商貨的稅。同時因關稅不能自主，歷年來進口稅都只有 5%，所以外貨所納的稅，反比國貨爲少，以致外貨充斥，國貨不振，每年對外貿易的入超，數量極巨。自民國二十年起關稅自主後，增加進口稅稅率，同時政府並明令裁撤全國釐卡，另辦特種消費稅，營業稅，所得稅等，以補裁釐後的不足。

180. 保險

承保水火死亡等災害所發生的損失的，叫保險 (Insurence)。承保的機關叫保險公司，受保的人叫受保人。受保人按期付保險費 (Premium) 給公司，在期限內如有遇險或死亡，公司要賠償預定的金額，這金額叫保險額 (Face of Policy)。保險費

對於保險額的百分比叫保險率。

保險中最普通的是人壽保險和財產保險。

(1) 人壽保險 人壽保險也有多種：有長期保險，由受保人按期付保險費，到受保人死亡時，由公司賠償保險額於其家屬。有短期保險，其保險的期限有一定，在期限內死亡，則公司賠償保險費，過此期限，則公司不負賠償責任。但是也有於滿期後仍償還原本的，保險率沒有一定，須看保險的期限，受保人的年齡等而定，往往不依百分法計算，另製賠償表檢查。

(2) 財產保險 財產保險，普通有火險水險兩種：火險承保房屋貨物等遭火災的損失；水險保貨物水漬或船舶沉沒的損失。保險額常比受保財產的價值略小，又如遇災後財產並未全部損失，則公

司得賠償保險額的一部分。

除上列幾種外，尚有：兵災險保交戰時陸地海上所受兵災的損失，盜匪險保盜劫的損失，意外險保意外的災害等。

如依百分法計算，則保險額是母數，保險費是子數，保險率是百分率。

例一：房屋一所，價值三千五百圓，向保險公司保火險。保險額是原價值的 $\frac{4}{5}$ ，每年保險率是1.5%，問一年的保險費多少？

$$\text{【解】 保險額} = 3500 \text{ 圓} \times \frac{4}{5} = 2800 \text{ 圓。}$$

保險額是母數，保險費是子數，保險率是百分率。依百分法公式計算，得：

$$\text{保險費} = 2800 \text{ 圓} \times \frac{1.5}{100} = 42 \text{ 圓。}$$

答保險費一年四十二圓。

例二：上題房屋，若在一年內被焚，問保險公司損失多少？屋主損失多少？

【解】保險公司賠償的款是母數，收到的保險費是子數，所以保險公司的損失是母子差。依百分法公

式計算,得:

$$\begin{aligned} \text{保險公司的損失} &= 2800 \text{ 圓} \times \left(1 - \frac{1.5}{100}\right) \\ &= 2800 \text{ 圓} \times \frac{98.5}{100} = 28 \times 98.5 \\ &= 2758 \text{ 圓.} \end{aligned}$$

房主收到保險額 2800 圓,付出保險率 1.5% 的保險費,但是房屋的價值是 3500 圓,所以

$$\begin{aligned} \text{屋主的損失} &= 3500 \text{ 圓} - 2800 \text{ 圓} \times \left(1 - \frac{1.5}{100}\right) \\ &= 3500 \text{ 圓} - 2758 \text{ 圓} \\ &= 742 \text{ 圓.} \end{aligned}$$

答公司損失二千七百五十八圓;屋主損失七百四十二圓.

181. 匯兌

從甲地匯銀到乙地叫匯兌 (Exchange). 匯兌時所付的手續費叫匯費,通稱匯水.匯費對於匯款的百分率,各時各地都不能一律,須視兩地的金融,交通和時局的情形來定.銀行和郵局是兼營匯兌

的機關，大概大數匯款，託銀行較省，而小數匯款或偏僻地域，託郵局爲便。

(1) 銀行匯兌 匯銀人將匯款交給銀行，換取銀行匯票 (Draft) 寄與收銀人，收銀人收到匯票後，到當地銀行支取。匯費由匯銀人交納，匯費每千圓自一二圓起至數十圓不等，也有免費平匯的。

如收銀人需款很急，匯款須立即寄到的，可由匯款人請銀行電告收銀人所在地點的銀行，立刻付款，叫做電匯 (Telegraphic Transfer)。電匯的匯費較大，電費也由匯銀人交納。

(2) 郵匯 匯銀人在郵局購買郵政匯票寄與收銀人，由收銀人到當地郵局支取。匯費由匯款人交納，本埠每圓半分，外埠（新疆蒙古以外之各行省）每圓一分，每張匯票自五分起算，匯票普通附

在掛號信內寄去,以免遺失。

習題五十一

1. 上海某公司向英國購買機器一架,納進口稅 5%,計 225 圓,問機器價值多少?

2. 漢口某百貨公司向外國購到綢緞一宗,原價 3200 圓,納進口稅及轉口稅共 800 圓;香皂一宗,原價 1200 圓,納進口稅及轉口稅共 420 圓;啤酒一宗,原價 1500 圓,納進口稅及轉口稅 825 圓。已知轉口稅每種共稅原價的 5%。求各貨的進口稅率。

3. 外商運進紙烟十箱,每箱五百聽,到上海照 50% 稅率納稅,又運到南京出售,共納進口稅及轉口稅 2750 圓。設運費不計,問每聽售銀多少,方可獲利 2 角 5 分?

4. 奸商購到劣貨磁器一宗,進口稅率 40%,計納洋 480 圓,運到內地銷售,除納轉口稅外,再加運費 55 圓,但全無銷路,問某奸商連本共損失多少圓?

5. 某地主有田 360 畝,每年每畝可收租米折洋六圓五角,完錢糧一圓七角五分,另納附捐三角二分,問某地主每年收入多少圓?

6. 某水險公司承保某輪船,保險額 68000 圓,是造價的 $\frac{4}{5}$,保險率 4.5%. 在第三年內遇險沉沒,問水險公司和輪船公司損失各多少?

7. 某日由上海各銀行到各埠的匯兌,每千圓收匯費如下:

南京 2 圓; 漢口 3 圓; 北平 3 圓;

福州 4 圓 5 角; 成都 6 圓; 西安 8 圓.

求各地的匯率.

8. 蘭州匯水每千圓二十二圓,今匯款到蘭州,計納匯水 55 圓.問共匯款多少圓?

9. 某人電匯 3200 圓到長沙,共納匯費和電費 40 圓.但知電報共十六字,每字報費一角,問每千圓匯水多少?

10. 某人匯款 150 圓回家,匯率是 1%,掛號信郵費 1 角 3 分.今付郵局 2 圓,問可找回郵票多少分?

第八編 利息

182. 利息

銀若干圓借給他人或存在銀行內，經多少日，所得的酬報叫利息 (Interest)。所借或所存的銀叫本金 (Principal)。借款或存款到一定的時期，付息一次，這一定時期叫期 (Period)。普通用一年或一月作一期，也有用一日作一期的。每期的利息對於本金的百分數叫利率 (Rate)。用一年作一期的叫年利率，用一月或一日作一期的叫月利率或日利率。借款或存款到預定期限屆滿時，即到末一期，本金和末期利息同時取出。

銀行計算年利時，通用週息計算，如

本金一圓，一年可得利息八分，即年利率是八分，但通稱週息八釐。所以週息六釐表示年利率六分，即 6%；週息一分，表示年利率十分，即 10%。這一點應該要特別注意的。

用週息計算利息時，如期只有半年或三個月的，每期的利率，就是週息的一半或四分之一。

用一年做期的，如有不滿一年的零數，普通不給息。如先議定要付息的，一年概作 12 月或 365 日計算。用一月做期的，如有不滿一月的零數，如議定要付息的，一月概作 30 日計算。

日利率數目過小，普通多用 100 圓的利息作標準。如 100 圓每日的利息 2 分，通常簡稱日息 2 分，如化做日利率，就是二絲，即 0.02%。

第一章 單利息

183. 單利法

在一定的期限內,每期的利息都用本金計算,利息不併入本金計算利息的,叫單利法 (Simple Interest).

單利法的計算,和百分法同:本金和母數相當,利息和子數相當,利率乘期數和百分率相當.

例一: 本金 1200 圓,存在銀行,週息六釐,依單利計算,問四年後利息共多少?

【解】 週息六釐,即年利率是 6%. 四年的全利率是 $6\% \times 4$.

$$\begin{aligned} \text{利息} &= 1200 \text{ 圓} \times 6\% \times 4 = 1200 \text{ 圓} \times 0.06 \times 4 \\ &= 288 \text{ 圓}. \end{aligned}$$

答利息共二百八十八圓.

本金同利息的和叫本利和,本利和與百分法中的母子和相當.

例二: 本金 360 圓,月利率八釐,依單利法計算,問一年八月的本利和多少?

【解】月利率是 0.8%，一年八月的全利率是
 $0.8\% \times 20$.

$$\begin{aligned} \text{本利和} &= 360 \text{圓} \times (1 + 0.8\% \times 20) \\ &= 360 \text{圓} \times 1.16 = 417.6 \text{圓}. \end{aligned}$$

答本利和共四百十七圓六角。

184. 單利法公式

觀察上節二例，可得單利法的公式如下：

利息 = 本金 × 利率 × 期數；

本利和 = 本金 × (1 + 利率 × 期數)。

設用 P 代本金， I 代利息， r 代利率， n 代期數，則

第一式可寫作：

$$I = P \times r \times n \dots\dots\dots(1)$$

從上式得：

$$P = \frac{I}{r \times n} \dots\dots\dots(2)$$

$$r = \frac{I}{P \times n} \dots\dots\dots(3)$$

$$n = \frac{I}{P \times r} \dots\dots\dots(4)$$

設用 A 代本利和，則

$$A = P \times (1 + r \times n) \dots\dots\dots(5)$$

從上式得:

$$P = \frac{A}{1 + r \times n} \dots\dots\dots(6)$$

【註】照代數寫法,二文字相乘,乘號可以省略,如
(1)式寫作 $I = Prn$. (5)式寫作 $A = P(1+rn)$.

185. 單利問題計算法

利息算法中,含有本金,利息,利率,期數四要項,四項中知道任意三項,其他一項一定可以在上節(1) - (4)中的一個公式求出.如已知本金,利率,期數而求本利和;或已知本利和,利率,期數而求本金,則從(5)或(6)式直接計算爲便.

計算借款或存款的日數,普通從借款或存款的第二日算起,到還本的一日爲止.

例一: 銀行存款一宗,週息八釐,四年後共得利息九圓六角,問本金多少?

【解】本題已知利息,利率,和期數求本金,可依公式(2)計算.

$$\text{即 } I = 9.6 \text{ 圓}, \quad r = 8\%, \quad n = 4.$$

代入公式(2),得:

$$P = \frac{9.6 \text{ 圓}}{0.08 \times 4} = 9.6 \text{ 圓} \div 0.32 = 30 \text{ 圓}.$$

答本金三十圓.

例二: 某人向人借款二百五十圓,依月利計算,一年四月後共付利息二十四圓,問月利率多少?

【解】本題已知本金,利息和期數,求利率,可依公式(3)計算.

$$\text{即 } P = 250 \text{ 圓}, \quad I = 24 \text{ 圓}, \quad n = 12 + 4 = 16.$$

代入公式(3),得:

$$r = \frac{24 \text{ 圓}}{250 \text{ 圓} \times 16} = \frac{24}{4000} = \frac{0.6}{100} = 0.6\%.$$

答月利率六釐.

例三: 銀行利率週息七釐半,問存款幾年後,單利息總數是本金的五分之三.

【解】本題本金假定是 1,利息就是 $\frac{3}{5}$.所以本金,利息,利率是已知數,求期數,可依公式(4)計算.

$$\text{即 } P=1, \quad I=\frac{3}{5}, \quad r=7.5\%.$$

代入公式(4),得:

$$\begin{aligned} n &= \frac{\frac{3}{5}}{1 \times 0.075} = \frac{3}{5} \div \frac{7.5}{100} = \frac{3}{5} \times \frac{100}{7.5} \\ &= 3000 \div 375 = 8. \end{aligned}$$

答八年.

例四: 某人借款一宗,言明月利率一分二釐,九月後本利一併歸還,期滿時計還本利共六百二十圓四角八分,問借銀多少?

【解】 本題已知本利和,利率和期數,求本金,可依公式(6)計算.

$$\text{即 } A=620.48 \text{ 圓}, \quad r=1.2\%, \quad n=9.$$

代入公式(6),得:

$$\begin{aligned} P &= \frac{620.48 \text{ 圓}}{1+0.012 \times 9} = 620.48 \text{ 圓} \div 1.108 \\ &= 560 \text{ 圓}. \end{aligned}$$

答借款五百六十圓.

習 題 五 十 二

下列各題如有日數,則一日作一年的 $\frac{1}{360}$ 利息

只要算到分位:

1. 下列各題,已知本金,年利率和期限,求利息:

(1) \$460, 6%, 二年.

(2) \$925, 5%, 五年.

(3) \$725, $4\frac{1}{2}\%$, 三年.

(4) \$425.50, 6%, $2\frac{1}{2}$ 年.

(5) \$2450, 4%, $3\frac{3}{4}$ 年.

(6) \$760, 5%, 四年六月十五日.

(7) \$1250, 5%, 一年十月五日.

(8) \$2275, $5\frac{1}{2}\%$, 三年十一月二日.

2. 下列各題,已知利息,年利率和期限,求本金:

(1) \$42, 4%, 二年.

(2) \$152.40, 6%, 四年.

(3) \$367.50, 4%, 三年八月.

(4) \$20, 6%, 二年八月.

(5) $93\frac{1}{3}$, 5%, 三年四月.

(6) \$3.64, 6%, 五月十八日.

3. 下列各題,已知本金,期限,利息,求年利率:

- (1) \$525, 三年, \$55.
- (2) \$2450, 四年八月, \$367.50.
- (3) \$68.50, 三年六月 \$9.59.
- (4) \$87.50, 二年八月二十四日, \$14.35.

4. 下列各題,已知本金,年利率,利息,求期限:

- (1) \$425, 5%, \$63.75.
- (2) \$835, $3\frac{1}{2}\%$, \$58.45.
- (3) \$625, 4%, \$56.25.
- (4) \$1250, 6%, \$187.50.

5. 下列各題,已知本金,年利率和期限,求本利

和:

- (1) \$350, 8%, 三年.
- (2) \$460, 6.5%, 七年.
- (3) \$7680, 5.5%, 四年三月.
- (4) \$875, 6%, 三年七月十六日.

6. 下列各題,已知本利和,利率和期限,求本金:

- (1) \$286.20, 4%, 二年.
- (2) \$822.88, $4\frac{1}{2}\%$, 三年.
- (3) \$4066.56, 5%, 二年八月.

- (4) \$1250, 5%, 二年三月八日。
7. 十六年後本利和恰是本金的二倍,求週息。
8. 將銀 400 圓分借給甲乙二人,甲依週息一分二釐計算,乙依週息八釐計算,二年後共得利息 76 圓,問二人各借多少圓?
9. 週息一分和月利率八釐的利率,相差多少? 設本金是 5000 圓,問利息相差多少?
10. 商人向銀行借款 5000 圓經營商業,週息九釐,三年後共賺銀 3150 圓,問淨賺銀多少?
11. 日利每百圓是 2 分 5 釐,求日利率。
12. 用日利率三毫二絲借到銀二千圓,共付利息四十一圓六角,求所借日數。

第二章 複利息

186. 複利法

在利息算法中,每期的利息到期不取,仍併入本金,繼續重複生利的叫複利法 (Compound Interest)。

例: 本金 1200 圓,週息八釐,每年計算複利,求三

年終的本利和及利息。

【解】依單利法先求第一年末的本利和，得：

$$1200\text{圓} \times (1+0.08) = 1200\text{圓} \times 1.08;$$

用上式結果當作本金，再求第二年末的本利和，得：

$$\begin{aligned} 1200\text{圓} \times 1.08 \times (1+0.08) \\ = 1200\text{圓} \times 1.08 \times 1.08 \\ = 1200\text{圓} \times 1.08^2; \end{aligned}$$

再用上式結果當作本金，再求第三年末的本利和，得：

$$\begin{aligned} 1200\text{圓} \times 1.08^2 \times (1+0.08) \\ = 1200\text{圓} \times 1.08^2 \times 1.08 \\ = 1200\text{圓} \times 1.08^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{三年的本利和} &= 1200\text{圓} \times 1.08^3 \\ &= 1200 \times 1.259712 \\ &= 1511.65\text{圓}。(\text{算到分位}) \end{aligned}$$

答本利和共一千五百一十一圓六角五分。

$$\begin{aligned} \text{利息} &= 1200\text{圓} \times 1.08^3 - 1200\text{圓} \\ &= 1511.65\text{圓} - 1200\text{圓} \\ &= 311.65\text{圓}。 \end{aligned}$$

答利息三百一十一圓六角五分。

187. 複利法公式

觀察上節的例,可得複利法的公式如下:

$$\text{本利和} = \text{本金} \times (1 + \text{一期利率})^{\text{期數}};$$

$$\begin{aligned} \text{複利息} &= \text{本金} \times (1 + \text{一期利率})^{\text{期數}} - \text{本金} \\ &= \text{本金} \times [(1 + \text{一期利率})^{\text{期數}} - 1]. \end{aligned}$$

用第 184 節的記號代表,則上式可寫作:

$$A = P \times (1 + r)^n \dots\dots\dots(1)$$

$$I = P \times [(1 + r)^n - 1] \dots\dots\dots(2)$$

從上二式得:

$$P = \frac{A}{(1 + r)^n} \dots\dots\dots(3)$$

$$P = \frac{I}{(1 + r)^n - 1} \dots\dots\dots(4)$$

【註】 以上公式中, r 是代表每一期的利率, n 代表期數,如週息八釐,每半年計算複利,經過五年,那麼 $r = \frac{0.08}{2} = 0.04$, $n = 5 \times 2 = 10$. 銀行結算利息,大都是半年一次,所以每期的利率是週息的一半.

188. 複利問題計算法

和第 185 節條件一樣,複利問題中

知道任意三項,其他一項,應可求出,不過要求期數或每期利率,須用對數法,不能用四則計算,這可在代數學裏再去研究。如求其他各項,則可用上列的公式計算。

例一：週息一分,每年複利一次,四年終本利和是 4392.3 圓。求本金。

【解】本題已知本利和,利率和期數,求本金,可依公式(3)計算。

即 $A = 4392.3$ 圓, $r = 10\%$, $n = 4$ 。代入公式(3),得:

$$\begin{aligned} P &= \frac{4392.3 \text{ 圓}}{(1+0.1)^4} = \frac{4392.3 \text{ 圓}}{(1.1)^4} \\ &= 4392.3 \text{ 圓} \div 1.4641 = 3000 \text{ 圓。} \end{aligned}$$

答本金三千圓。

例二：週息八釐,每年複利一次,三年終利息是 3895.68 圓。求本金。

【解】本題已知利息,利率和期數,求本金,可依公式(4)計算。

即 $I = 3895.68$ 圓, $r = 8\%$, $n = 3$ 。代入公式(4),得:

$$\begin{aligned} P &= \frac{3895.68 \text{ 圓}}{(1+0.08)^3 - 1} = \frac{3895.68 \text{ 圓}}{1.259712 - 1} \\ &= 3895.68 \text{ 圓} \div 0.259712 = 15000 \text{ 圓。} \end{aligned}$$

答本金一萬五千圓。

189. 複利表

計算複利時，如期數太多，那麼計算 $(1+r)^n$ 的數值，很煩複而且容易錯誤，所以有人預定各種利率和期數，做成複利表。在計算複利時，只要檢表，即得 $(1+r)^n$ 的數值，這數值也就是本金一的本利和。列表於下：

複 利 表

利率 期數	2 釐	2釐5毫	3 釐	3釐5毫	4 釐	4釐5毫
1	1.02	1.025	1.03	1.035	1.04	1.045
2	1.0404	1.05063	1.0609	1.07123	1.0816	1.09203
3	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486	1.14117
4	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16986	1.19252
5	1.10408	1.13141	1.15927	1.18769	1.21665	1.24618
6	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532	1.30226
7	1.14869	1.18869	1.22987	1.27228	1.31593	1.36086
8	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857	1.42210
9	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331	1.48610
10	1.21899	1.28009	1.34392	1.41060	1.48024	1.55297
11	1.24337	1.31209	1.38423	1.45997	1.53945	1.62285
12	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103	1.69588
13	1.29361	1.37851	1.46853	1.56396	1.66507	1.77220
14	1.31948	1.41297	1.51259	1.61869	1.73168	1.85194
15	1.34587	1.44830	1.55797	1.67535	1.80094	1.93528

利率 時期	5 釐	6 釐	7 釐	8 釐	9 釐	1 分
1	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.1
2	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.21
3	1.15763	1.19102	1.22504	1.25971	1.29503	1.331
4	1.21551	1.26248	1.31080	1.36049	1.41158	1.4641
5	1.27628	1.33823	1.40255	1.46933	1.53862	1.61051
6	1.34010	1.41852	1.50073	1.58687	1.67710	1.77156
7	1.40710	1.50363	1.60578	1.71382	1.82804	1.94872
8	1.47746	1.59385	1.71819	1.85093	1.99256	2.14359
9	1.55133	1.68948	1.83846	1.99900	2.17189	2.35795
10	1.62889	1.79085	1.96715	2.15893	2.36736	2.59374
11	1.71034	1.89830	2.10485	2.33164	2.58043	2.85312
12	1.79586	2.01220	2.25219	2.51817	2.81266	3.13843
13	1.88565	2.23293	2.40985	2.71962	3.06580	3.45227
14	1.97993	2.36090	2.57853	2.93719	3.34173	3.79750
15	2.07893	2.49656	2.75903	3.17217	3.64248	4.17725

表中利率所用分釐的意義,和週息同。即 4 釐 5 毫是 4.5%, 或 0.045; 1 分是 10%, 或 0.1。

表中上列是每期的利率,左行是期數。行列相交的格裏,就是相當於利率和期數的 $(1+r)^n$ 的數值。

例一: 某人有銀若干圓,存在儲蓄銀行,五年滿期,週息七釐,每半年複利一次。滿期後本利共計七百零五元三角。問原存銀多少?

【解】 $A=705.3$ 圓, $r=0.07 \div 2=0.035$, $n=5 \times 2=10$.

代入第 187 節公式(3)得:

$$P = \frac{A}{(1+r)^n} = \frac{705.3 \text{ 圓}}{(1.035)^{10}}$$

檢表在 3 釐 5 毫一行和 10 期一列的交格內的數值是 1.41060, 即 $(1.035)^{10}=1.41060$. 代入上式得

$$P = \frac{705.3 \text{ 圓}}{1.4106} = 500 \text{ 圓}.$$

答本金五百圓.

例二: 某銀行十年存款,週息一分,每半年複利一次,今存入 100 圓,問十年滿期,可得本利多少?

【解】 $P=100$ 圓, $r=0.1 \div 2=0.05$, $n=10 \times 2=20$.

代入第 187 節公式(1)得:

$$A=P \times (1+r)^n = 100 \times (1.05)^{20}.$$

但上表期數最多只有 15,所以 $(1.05)^{20}$ 不能直接檢出.

$$\text{因 } (1.05)^{20} = (1.05)^{10} \times (1.05)^{10} = (1.05^{10})^2,$$

$(1.05)^{10}$ 的值檢表得 1.62889.

$$\therefore (1.05)^{20} = 1.62889 \times 1.62889$$

$$= 2.6533 \quad (\text{用省略乘法})$$

$$\therefore A = 100 \text{ 圓} \times 2.6533 = 265.33 \text{ 圓}.$$

答十年末本利和是二百六十五圓三角三分。

例三：某銀行五年存款，週息九釐，每半年複利一次，今預定滿期時得本利一千圓，問應存銀多少？

【解】 $A=1000$ 圓， $r=0.09 \div 2=0.045$ ， $n=5 \times 2=10$ 。

$$\begin{aligned} \text{同例一， } P &= \frac{1000 \text{ 圓}}{(1.045)^{10}} \quad (\text{檢表}) \\ &= \frac{1000 \text{ 圓}}{1.55297} \quad (\text{用省略除法}) \\ &= 643.93 \text{ 圓。} \end{aligned}$$

答一次應存入六百四十三圓九角三分。

習 題 五 十 三

1. 下列各題，週息四釐，一年複利一次，已知本金及期限，求本利和：（不用複利表計算）

(1) \$250，三年。

(2) \$375，四年。

(3) \$1250， $2\frac{1}{2}$ 年。

(4) \$1500，三年四月。

【提示】 (3)題 $A=1250 \times (1+0.04)^2 \times (1+0.02)$ 。

2. 某銀行存款定期一年，週息八釐，定期二年，週息九釐，每半年複利一次，若滿期時要得本利一千圓，問定期一年存款多少？定期二年存款多少？（不用複利表計算）

3. 有銀 1000 圓借與商店定期三年,依週息九釐五毫,單利計算;若存於銀行,則依週息九釐,半年一期複利計算,問二處的利息誰多? 相差多少?

4. 銀 3500 圓,週息一分,依複利法計算,十年滿期,問利息半年一結和一年一結,相差多少?

5. 銀一百圓,長期儲蓄二十五年,週息一分,每年複利一次,問滿期時可得利息多少? 比本金多幾倍?

【提示】 $(1.1)^{25} = (1.1)^{15} \times (1.1)^{10}$

6. 某人以 100 圓存於銀行,週息一分,半年複利一次,到期後本利合計 134 圓,問共存幾年?

【解】 先求一期的本利和 $= \frac{134\text{圓}}{100}$
 $= 1.34\text{圓}.$

一期利率 $= \frac{0.1}{2} = 0.05$, 即 5 釐.

在複利表 5 釐直行內檢得 1.34010 一數和 1.34 相近,這數在時期 6 橫列內,所以共須 6 期,即 3 年.

答存款三年.

7. 某人以 500 圓存於銀行,週息九釐,半年複利一次,到期後本利合計 711 圓 5 分,照上法求存款

的年數。

8. 複利存款,一年複利一次,設週息是八釐,九釐或一分時,問最少各須幾年,利息比本金為多?

9. 本金 1000 圓存於銀行,半年複利一次,六年滿期,本利合計 2012 圓 2 角,問週息多少?

【提示】照第 6 題法檢表。

10. 一年複利一次,十年滿期,利息要比本金略多,問週息要比幾釐略大? 若要在九年或八年滿期,則週息要各比幾釐略大?

第三章 利息算法的應用

190. 股票

經營工商事業,設立公司時,其資本平均分成許多股,由投資人分擔,這投資人叫股東,股東所得的股份證券,叫股票(Stock-certificate)。公司每年或每半年按股發給官利和紅利一次,官利利率普通自週息六釐起到一分,紅利沒有一定,要看

公司贏餘的多少而定。官紅利的算法，和單利算法相同。

股票的原價值，叫票面值(Face Value)；在市場的價值叫市價(Market Value)。市價因公司的獲利或虧本而有漲落，時有變更。

191. 債券

政府因興辦事業而向人民募借的款叫公債(Bond)。公債於一定期間分期還本，其利息亦依單利計算，按期發給。公債的票面值和市價也不相同。市價的漲落，依政府的信用，時局的情形和買賣的需要，逐日不同。經營公債買賣的機關叫證券交易所。我國政府所發行的內國公債，因還本的方法不同，分爲公債券及庫券兩種：

(1) 公債券 公債券每半年還本一

次,用抽籤法決定。凡中籤號碼的債券,本金一次還清,沒有抽到的則付利息。抽籤的次數,各種公債不同,如全數償清的期限是十年,則共抽籤二十次,每次抽還全數的二十分之一。公債的利率按週息計算,也各有不同,大概自六釐至八釐,但自民國二十一年一月二十八日日本人侵襲上海後,利息一律改做六釐。

(2) 庫券 庫券每月還本一次,依全數償清的期限,按月平均拔還,每月還百分之一二不等,利息則隨本減少。自民國二十一年二月起,各種庫券每月減少還本成數,增加償清年限;利率也一律減到月息五釐。

例一: 某人購進裁兵公債百圓票五十張,計用銀二千四百圓,求百圓票的市價,又公債利率是週息五釐,問實在的利率多少?

【解】 百圓票市價 = $\frac{2400\text{圓}}{50} = 48\text{圓}$;

$$\begin{aligned} \text{百圓票每張每年的利息} &= 100\text{圓} \times 0.06 \\ &= 6\text{圓}, \end{aligned}$$

即資本 48 圓, 每年可得利息 6 圓, 年利率是:

$$\frac{6}{48} = 12.5\%.$$

答百圓票市價四十八圓, 折合週息一分二釐半.

例二: 某人於民國二十二年五月購進二十年關稅庫券一千圓, 該項庫券每百圓尚結欠本金八十四圓, 每月拔還四角, 月息五釐, 依結欠本金計算, 問過三個月後, 共收到本利多少?

【解】 一千圓券計結欠本金 840 圓,

$$\text{第一月利息} = 840\text{圓} \times 0.005 = 4.20\text{圓};$$

$$\text{一月後結欠本金} = 840\text{圓} - 4\text{圓} = 836\text{圓},$$

$$\text{第二月利息} = 836\text{圓} \times 0.005 = 4.18\text{圓};$$

$$\text{二月後結欠本金} = 836\text{圓} - 4\text{圓} = 832\text{圓},$$

$$\text{第三月利息} = 832\text{圓} \times 0.005 = 4.16\text{圓}.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{三個月的利息} &= 4.20\text{圓} + 4.18\text{圓} + 4.16\text{圓} \\ &= 12.54\text{圓}. \end{aligned}$$

又 三個月共還本 $4\text{圓} \times 3 = 12\text{圓}$.

$$12 \text{ 圓} + 12.54 \text{ 圓} = 24.54 \text{ 圓}$$

答三個月共收到本利二十四圓五角四分。

192. 銀行

流通金融的機關叫銀行 (Bank)。銀行的重要任務，除匯兌外，尚有存款，貸款，貼現，儲蓄等幾種：

(1) 存款 現金存在銀行而按期生息的叫存款 (Deposit)。存款分活期存款和定期存款兩種：活期存款隨時可以存入或支取，週息普通四五釐。存戶並可使用支票，即由銀行發給支票簿，存戶需款時，只須填寫支票，隨時到銀行支取。定期存款有一定的期限，期限愈長的利率也愈大。普通一年期限週息約自七釐到八釐。利息可以按期支付，也有按期計算複利到滿期後本利一併付清的。

(2) 儲蓄 銀行中多附有儲蓄部，以

便人民隨時儲蓄和小數存款的。儲蓄分爲活期、定期、零存整付、整存零付四種：活期儲蓄和活期存款相似，不過自一圓起的小款，也可存取，普通不能用支票。週息約四釐，半年一結，複利計算。定期儲蓄和定期存款相似，惟利息用複利計算，滿期後本利一併取出。零存整付是按月或按期存入預定的數目，到最後一期，本利一併取出。整存零付是最初存儲一宗款項，以後每期支取預定的數目，到最後一次，本利恰好取完。以上兩種儲蓄，也都用複利計算。計算的方法較繁，銀行中都有製就的表，檢查很便。

(3) 貸款 向銀行借款叫貸款。貸款普通要有抵押品，叫抵押借款。有時因經營的事業，很有信用，也可不用抵押品，叫信用借款。利息用單利計算，到期時和貸

款同時償還。

(4) 貼現 限期到銀行領款的憑證，叫期票。期票也可以提前領款，不過銀行扣除從付銀日起到期票滿期日止的利息，叫貼現。扣餘的銀額叫現值。貼現對於期票銀額的利率叫折扣率。

貼現的算法，可用百分法計算：期票銀額和母數相當，貼現銀數和子數相當，折扣率和百分率相當，現值和母子差相當。

例：今有銀額 2250 圓三月無息期票一紙，過一月後向銀行兌現，照週息六釐貼現，問淨得多少？

【解】三個月期票已過一個月，尚餘二個月。

$$2 \text{ 月的折扣率} = 6\% \times \frac{2}{12} = 1\% = 0.01.$$

$$\begin{aligned} 2250 \text{ 圓} \times (1 - 0.01) &= 2250 - 22.50 \\ &= 2227.5 \text{ 圓}. \end{aligned}$$

答淨餘二千二百二十七圓五角。

習 題 五 十 四

1. 某人在銀行有存款 1200 圓,週息九釐,半年一結,後來提出購鐵路股票,市價和票面值相同,官利六釐,一年末又分到紅利四釐五毫,問某人所得利益,比銀行存款多多少?

2. 某公司股票市價是票面值的 80%. 某人買進五十股,每股票面值 100 圓,年終計得官利 240 圓,紅利 80 圓,問官利紅利各幾釐? 又實合週息幾釐?

3. 十九年關稅公債在十九年一月發行,週息八釐,每年六月三十日及十二月三十一日抽籤還本和發給利息,某人在發行時購進 1000 圓票五張,市價照八五折計算,後來到二十二年六月三十日抽中還本,惟利息從二十一年起改為週息六釐,問此人投資共獲利益多少?

4. 某人於二十一年九月初購進十九年關稅庫券千圓券一張,已拔還 26%, 月利率 5 釐,每月拔還 8 圓,問到二十一年年底,此人共收到本息多少?

5. 某人每月底儲金十圓,月息六釐,用單利法計算,問一年末共得本利多少?(算到釐位)

6. 某銀行活期存款週息四釐,結算利息依半年內結餘最少的存款計息,某人有活期存款摺如下,試填寫每次的結餘,和半年的利息:(利息註在七月一日一列)

日 期	存 款	利 息	支 款	結 餘
一 月 一 日	85000			
一 月 二 十 日			5000	
三 月 十 八 日	12000			
四 月 二 十 一 日			10000	
六 月 五 日	3000			
七 月 一 日				

7. 某人在九月底把年底到期的期票 2500 圓,向銀行貼現,折扣依週息九釐計算,問貼現多少?

8. 設上題期票原有利率週息四釐,問可淨得銀多少?

第九編 開方法

193. 乘方和方根

一數自乘幾次的積叫幾次乘方 (Power); 這數叫積的幾次方根 (Root).

例如: $5^2=25$, $4^3=64$, $3^4=81$,…………

25是5的二次乘方,64是4的三次乘方,81是3的四次乘方,……。而5是25的二次方根,4是64的三次方根,3是81的四次方根……。

二次乘方通稱平方 (Square); 二次方根通稱平方根 (Square Root). 三次乘方通稱立方 (Cube); 三次方根通稱立方根 (Cube Root).

求一數的方根的方法,叫開方 (Evolution).

194. 開方符號

開方用符號 $\sqrt{\quad}$ 表示,叫 根號 (Radical Sign). 在根號左上角,寫一較小的數字,表示所開方的次數,這叫 根指數 (Radical Index).

例如: $\sqrt[2]{25}=5$, $\sqrt[3]{64}=4$, $\sqrt[4]{81}=3$.

平方根的根指數,通常省略不寫.如

$$\sqrt{9}=3, \quad \sqrt{16}=4.$$

195. 用析因數法求方根

整數的平方數叫 完全平方,整數的立方數叫 完全立方.完全平方數的平方根和完全立方數的立方根,可用析因數法求出.

例一: 求 225 的平方根.

【解】 依析因數法求得:

$$225=3 \times 3 \times 5 \times 5=(3 \times 5) \times (3 \times 5).$$

$$\therefore \sqrt{225}=3 \times 5=15. \quad \text{答}$$

例二: 求 1728 的立方根.

【解】 依析因數法求得：

$$\begin{aligned}1728 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3).\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad \text{答}$$

算術中所討論的開方，限於求平方根和立方根兩種。若完全平方或立方的質因數很大而不易分析的，上法不便應用；若原數不是完全平方數或立方數，上法也不能應用。一般的開平方法和開立方方法，在下兩章分別詳論。

習 題 五 十 五

1. 求下列各數的平方根：

(1) 196. (2) 625. (3) 1225.

(4) 441. (5) 729. (6) 1089.

(7) 1024. (8) 1296. (9) 3136.

2. 求下列各數的立方根：

(1) 1331. (2) 3375. (3) 4096.

(4) 5832. (5) 9261. (6) 10648.

3. 已知正方形的面積,用什麼方法可以求出一邊的長? 若一正方形地的面積是 576 方尺,問一邊長幾尺?

4. 已知立方體的體積,用什麼方法可以求出一邊的長? 若一立方體的體積是 512 立方尺,問一邊長幾尺?

第一章 開平方

196. 基數平方表

從 1 到 10 各基數的平方,列表於下:

$$1^2 = 1, \quad 2^2 = 4, \quad 3^2 = 9, \quad 4^2 = 16,$$

$$5^2 = 25, \quad 6^2 = 36, \quad 7^2 = 49, \quad 8^2 = 64,$$

$$9^2 = 81, \quad 10^2 = 100.$$

以上各平方數,在學乘法時,已經熟習,所以應當能立刻寫出他們的平方根.

例如 49 的平方根是 7, 81 的平方根是 9, 容易立即寫出,又如求 56 的平方根,因 56 在 49 和 64 兩數之間,即知 56 的平方根在 7 和 8 兩數之間.

197. 平方根的位數

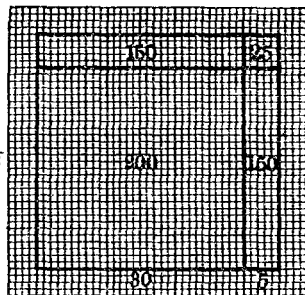
從 $1^2 = 1$, $10^2 = 100$, $100^2 = 10000$, $1000^2 = 1000000$, …… 知一位整數和二位整數的平方根,在 1 和 10 之間,所以是一位數;三位整數和四位整數的平方根,在 10 和 100 之間,所以是二位整數;五位整數和六位整數的平方根,在 100 和 1000 之間,所以是三位整數;依此類推,可知從整數的個位起,向左每隔二位,分做一段,所得的段數,就是平方根整數的位數.

例如 433568 可分做 43' 35' 68 三段,所以他的平方根有三位整數; 2365430 可分做 2' 36' 54' 30 四段,所以他的平方根有四位整數.

198. 二數和的平方

二位整數可以當作十位數和個位數的和,如 $35 = 30 + 5$. 他的平方,也可以照下法求出:

$$\begin{array}{r}
 30 + 5 \\
 \times 30 + 5 \\
 \hline
 (30 \times 5) + 5^2 \\
 30^2 + (30 \times 5) \\
 \hline
 30^2 + 2 \times (30 \times 5) + 5^2 \\
 = 900 + 2 \times 150 + 25 \\
 = 900 + 300 + 25 \\
 = 1225.
 \end{array}$$



【說明】35的平方，可當作每邊35單位的面積數。右圖的正方形，可分成每邊30的大正方形和每邊5的小正方形各一塊，及長30闊5的矩形兩塊。大正方形的面積是 30^2 ，小正方形的面積是 5^2 ，兩塊矩形的面積是 $2 \times (30 \times 5)$ 。但是全面積是 35^2 。

$$\text{所以 } 35^2 = 30^2 + 2 \times (30 \times 5) + 5^2.$$

設 a, b 代表任意二數，同上理由可得下列的二項平方公式：

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

199. 整數開平方法

下列各例題，說明整數開平方的方法：

例一：求 1225 的平方根。

【解】先把 1225 分做 12'25 二段，知平方根是二位整數。

$$\begin{array}{r}
 12'25 \overline{) 35} \\
 \underline{9} \\
 2 \times 30 + 5 = 65 \overline{) 325} \left(\begin{array}{l} \div 60 = 5 \cdots \cdots \\ = 65 \times 5 \end{array} \right) \\
 \underline{325} \\
 0
 \end{array}$$

答 $\sqrt{1225} = 35$ 。

【說明】原數第一段是 12，所以根的十位數是 3，即根的數值在 30 和 40 之間，這十位數 3 叫初商。

從上節公式，知：

$$\begin{aligned}
 1225 &= (30 + \text{個位數})^2 \\
 &= 30^2 + 2 \times 30 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2.
 \end{aligned}$$

$$\therefore 1225 - 900 = 60 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2.$$

$$\text{即} \quad 325 = (60 + \text{個位數}) \times \text{個位數}.$$

$$\text{或} \quad \text{個位數} = 325 \div (60 + \text{個位數}).$$

因個位數還沒有求出，所以暫用 $325 \div 60$ 的略數 5 當作個位數，叫次商。

但是 $(60 + 5) \times 5$ 的積恰等於 325。

所以 1225 的平方根是 35。

上例開平方法，用下圖說明，更易明瞭。

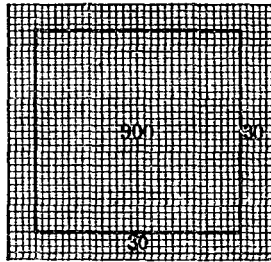


圖 1

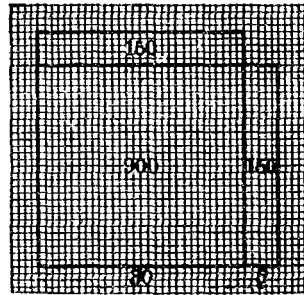


圖 2

第 198 節的圖,說明每邊 $30+5$ 的正方形面積,現在正方形全面積(見圖 3)內取出十位數的平方,即每邊是 30 或面積是 900 的正方形(見圖 1),剩下的面積,

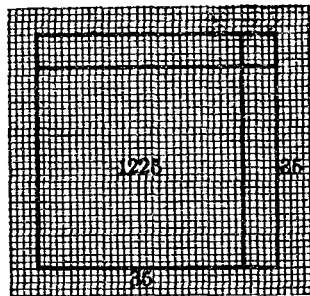


圖 3

積,是兩塊矩形和一塊小正方形(見圖 3)。這每個矩形的長和圖 1 正方形的長相同,等於 30,所以剩下的面積用 2×30 去除,可得矩形闊的略值(如剩下的面積減去小正方形的面積,用 2×30 去除,則得矩形闊的真值,)這就是平方根的個位數。

假使用十位數的二倍加個位數即 $2 \times 30 + 5 = 65$,得兩矩形和小正方形的全長,用個位數 5 就是矩形

三商時，應當用 $2 \times 280 = 560$ 試除 504，但是 560 比 504 爲大，所以三商是 0。最後把 50481 用 $2 \times 2800 = 5600$ 試除，得略數 9，而 $(5600 + 9) \times 9$ 適等於 50481，所以末商是 9，即所求的平方根是 2809。

200. 小數開平方法

一數的平方根，如含有小數部分，則其平方數的小數部分位數是平方根小數部分位數的兩倍。

例如： $0.25^2 = 0.0625$ ，即 $\sqrt{0.0625} = 0.25$ 。所以純小數和帶小數開平方時，小數部分，從小數點起，向右每隔二位分做一段，如末段只有一位小數，就在後面添一個 0，使成一段。整數部分仍舊照前法向左分段。

小數開平方的方法，和整數開平方法相同。

例：求 52.2729 的平方根。

【解】先依上法把 52.2729 分做 52' . 27' 29 三段。

$$\begin{array}{r}
 52'.27'29 \mid 7.23 \\
 \underline{49} \\
 2 \times 70 + 2 = 142 \mid \begin{array}{l} 3 \ 27 \\ 2 \ 84 \end{array} \\
 2 \times 720 + 3 = 1443 \mid \begin{array}{l} 4329 \\ 4329 \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

答 $\sqrt{52.2729}=7.23$.

【說明】上例整數兩位,小數四位,如果是平方數,他的平方根必是一位整數和兩位小數,依第 199 節方法,求得平方根整數部分是 7,小數部分是 0.23.

習 題 五 十 六

求下列各數的平方根: 1-10

1. 190969.
2. 401956.
3. 117649.
4. 194481.
5. 174724.
6. 1036.84.
7. 0.063001.
8. 2.6244.
9. 462.25.
10. 0.182329.

11. 正方形的面積是 12321 平方寸,求一邊的長.

12. 正方形地的面積是 1944.81 平方尺,問周圍長多少?

13. 立方體的全面積是 355.74 平方寸,求一邊的長和立方體的體積.

201. 近似平方根

不是平方數開平方後總有剩餘,如繼續計算,則所得平方根小數位數永無

盡止,叫不盡根 (Surd). 求到小數幾位的值,叫近似根.

求不盡根的小數部分,可在剩餘後每次加兩個 0,再照第 199 節方法計算.

【註】不盡根的小數位數無窮,也不循環.

例. 求 19 的平方根到小數三位.

$$\begin{array}{r}
 \text{【解】} \qquad 19.00'00'00 \mid \underline{4.3588+} \\
 \qquad \qquad \qquad 16 \\
 2 \times 40 + 3 = 83 \mid \begin{array}{l} 3 \ 00 \\ 2 \ 49 \end{array} \\
 2 \times 430 + 5 = 865 \mid \begin{array}{l} 5100 \\ 4325 \end{array} \\
 2 \times 4350 + 8 = 8708 \mid \begin{array}{l} 77500 \\ 69664 \end{array} \\
 2 \times 43580 + 8 = 87168 \mid 783600
 \end{array}$$

答 $\sqrt{19} = 4.359$ 弱.

【說明】平方根求到三位小數,所以在原數後添小數點加六個 0.照第 199 節方法,求得三位小數近似根是 4.358. 爲較精密起見,再多求一位是 8. 所以答數應是 4.359 弱.

202. 分數開平方法

分數開平方時,依分母的性質,可分

爲下列二法：

(1) 分母是平方數，開平方時只要把分子分母各自開方。

(2) 分母的平方根是不盡根時，可先化做小數再開方，或把分子分母同乘一相當數，使分母成平方數，再照(1)法開方。

例一：求 $\frac{81}{225}$ 的平方根。

$$\text{【解】 } \sqrt{\frac{81}{225}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{225}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}.$$

【說明】開方是乘方的逆運算，而分數的平方，等於分子分母各別平方的分數，所以分數的平方根，等於分子分母各別開平方的分數。

$$\text{即 } \left(\frac{9}{15}\right)^2 = \frac{9^2}{15^2} = \frac{81}{225},$$

$$\text{所以 } \sqrt{\frac{81}{225}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{225}} = \frac{9}{15}.$$

例二：求 $\frac{1}{3}$ 的平方根到小數三位。

$$\text{【解】 } \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{0.333333\cdots} = 0.577\cdots.$$

【說明】平方根求到小數三位，所以分數化小數

時，須化到六位。

$$\begin{aligned} \text{【又法】 } \sqrt{\frac{1}{3}} &= \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{1.732\cdots}{3} = 0.577\cdots \end{aligned}$$

【說明】 $\frac{1}{3}$ 的分母 3 不是平方數，如依第一法做，應當是

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{1.732\cdots}$$

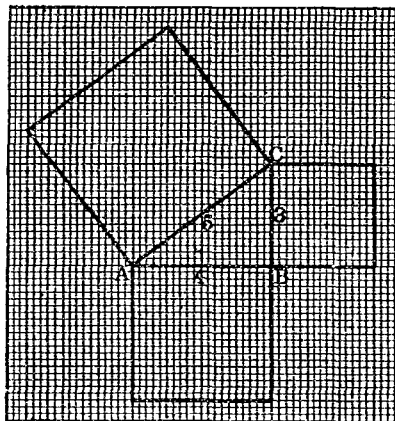
分母是不盡根，除時很繁，所以不便計算。

203. 直角三角形三邊的關係

三角形中一角是直角的叫直角三角形 (Right triangle).
直角的對邊叫斜邊.

幾何學裏證明直角三角形三邊的關係如下：

直角三角形



斜邊上的正方形,等於其他二邊上正方形的和。

如圖ABC是直角三角形,AB是斜邊,用公式表示其關係如下:

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2,$$

或 $AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}.$

【註】上面直角三角形的定理,叫畢氏定理(Pythagoras' Theorem),是二千三百餘年前希臘人畢氏所發見的。我國古算學裏,直角三角形的斜邊叫弦,其他二邊叫勾股。在周髀算經裏,已知勾三股四弦五的關係,即 $5^2 = 4^2 + 3^2$ (如圖)。所以實在說起來,我國發明這定理,還比畢氏早一千多年。

例: 直角三角形中,斜邊長13尺,一邊長12尺,問第三邊長幾尺?

【解】 $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5.$

答第三邊長5尺。

【說明】斜邊的平方等於其他二邊平方的和,所以第三邊的平方,等於斜邊的平方減其他一邊的平方的較。

$$\begin{aligned} \text{即 } (AB)^2 &= (AC)^2 - (BC)^2 \\ &= 13^2 - 12^2 = 25, \\ \therefore AB &= \sqrt{25} = 5. \end{aligned}$$

204. 已知三邊求三角形的面積

已知任意三角形三邊的長,可從下列公式求出面積.這公式已在幾何學中證明.

設 a, b, c 代表三角形三邊的長, S 代表三邊和的半, 即 $S = \frac{a+b+c}{2}$. A 代表面積, 則

$$A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}.$$

例: 三角形三邊的長是 5 尺, 6 尺, 7 尺, 求面積.

【解】 $a=5, b=6, c=7$.

$$S = \frac{5+6+7}{2} = 9.$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} \\ &= \sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} \\ &= \sqrt{216} \\ &= 14.696 \cdots \end{aligned}$$

答 三角形面積是 14.696 平方尺.

習題五十七

1. 求下列各分數的平方根:

(1) $\frac{225}{361}$ (2) $\frac{441}{625}$ (3) $\frac{961}{1089}$

(4) $\frac{1369}{1681}$ (5) $\frac{2209}{2601}$ (6) $\frac{2809}{3025}$

2. 求下列各數的平方根到小數二位:

(1) 2. (2) 7. (3) 30.

(4) 15.6. (5) 620. (6) 1325.

3. 下列分數,先化小數,再開平方到小數二位:

(1) $\frac{5}{8}$. (2) $\frac{4}{7}$. (3) $\frac{5}{12}$. (4) $\frac{11}{12}$.

4. 下列各分數,先化分母成平方數,再開平方到小數二位:

(1) $\frac{2}{5}$. (2) $\frac{2}{3}$. (3) $\frac{3}{8}$. (4) $\frac{7}{8}$.

5. 已知直角三角形夾直角的二邊,求斜邊:

(1) 39 尺, 52 尺. (2) 21 尺, 72 尺. (3) 51 尺, 68 尺.

6. 已知直角三角形的斜邊和其他一邊,求第三邊:

(1) 10 公分, 6 公分. (2) 17 寸, 15 寸.

(3) 23 尺, 12 尺.

7. 已知三角形三邊的長, 求面積:

(1) 5 尺, 7 尺, 8 尺. (2) 4 尺, 3 尺, 6 尺.

(3) 12 寸, 13 寸, 15 寸. (4) 9 寸, 10 寸, 11 寸.

8. 正方形的一邊長 20 尺, 問對角線長多少尺?

第二章 開立方方法

205. 基數立方表

從 1 到 10 各基數的立方, 列表於下:

$$\begin{array}{llll}
 1^3 = 1, & 2^3 = 8, & 3^3 = 27, & 4^3 = 64, \\
 5^3 = 125, & 6^3 = 216, & 7^3 = 343, & 8^3 = 512, \\
 9^3 = 729, & 10^3 = 1000. & &
 \end{array}$$

以上各立方數應當熟記.

例如: 512 的立方根是 8, 729 的立方根是 9, 須能立即寫出. 又如求 635 的立方根, 因為 635 在 512 和 729 兩數之間, 即知 635 的立方根在 8 和 9 兩數之間.

206. 立方根的位數

從 $1^3 = 1, 10^3 = 1000, 100^3 = 1000000 \dots\dots$
 知一位到三位整數的立方根,在 1 和 10 之間,所以是一位數;四位到六位整數的立方根,在 10 和 100 之間,所以是二位數;依此類推,可知從整數的個位起,向左每隔三位分做一段,所得的段數,就是立方根整數的位數。

例如: 42875 可分做 42' 875 二段,所以他的立方根的整數是二位; 34645976 可分做 34' 645' 976 三段,所以他的立方根的整數是三位。

207. 二數和的立方

依第 198 節,知 $35^2 = (30+5)^2 = 30^2 + 2 \times (30 \times 5) + 5^2$.
 而 $35^3 = 35^2 \times 35$. 所以 35 的立方可照下法求出:

$$\begin{array}{r}
 (30+5)^2 = 30^2 + 2 \times (30 \times 5) + 5^2 \\
 \hline
 + 5^2 \\
 \\
 \hline
 30^3 + 2 \times (30^2 \times 5) + (30 \times 5^2) \\
 \hline
 35^3 = 30^3 + 3 \times (30^2 \times 5) + 3 \times (30 \times 5^2) + 5^3 \\
 = 27000 + 13500 \quad + 2250 \quad + 125 \\
 = 42875.
 \end{array}$$

設 a, b 代表任意二數,同樣可得下列的二項立

方公式:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3 \times a^2 \times b + 3 \times a \times b^2 + b^3.$$

203. 整數開立方方法

下列各例題,說明整數開立方的方法:

例一: 求 42875 的立方根.

【解】 先把 42875 分做 42'875 二段,知立方根是二位整數.

$$\begin{array}{r}
 42'875 \overline{) 35} \\
 (3^3 =) \quad 27 \\
 \underline{3 \times 30^2 = 2700} \quad 15875 \quad (\div 2700 = 5 \dots\dots) \\
 3 \times (30 \times 5) = 450 \\
 \underline{5^2 = 25} \\
 3175 \quad \underline{15875} \quad (= 3175 \times 5) \\
 0
 \end{array}$$

答 $\sqrt[3]{42875} = 35$.

【說明】 原數第一段是 42,所以根的十位數是 3,即根的數值在 30 和 40 之間,這十位數 3 叫初商.

從上節公式,知:

$$\begin{aligned}
 42875 &= (30 + \text{個位數})^3 \\
 &= 30^3 + 3 \times 30^2 \times \text{個位數} \\
 &\quad + 3 \times 30 \times \text{個位數}^2 + \text{個位數}^3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 42875 - 27000 &= 2700 \times \text{個位數} \\ &\quad + 90 \times \text{個位數}^2 + \text{個位數}^3, \\ \text{即 } 15875 &= (2700 + 90 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2) \\ &\quad \times \text{個位數}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{或 } \text{個位數} &= 15875 \\ &\div (2700 + 90 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2). \end{aligned}$$

因個位數還沒有求出,所以暫用 $15875 \div 2700$ 的略數 5 當作個位數,叫次商.

但是 $(2700 + 90 \times 5 + 5^2) \times 5$ 的積恰等於 15875, 所以 42875 的立方根是 35.

上例開立方方法,用下圖說明,更易明瞭.

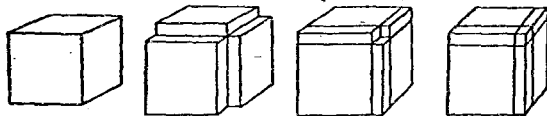


圖 1

圖 2

圖 3

圖 4

照第 207 節,35 的立方可寫成下式:

$$35^3 = (30 + 5)^3 = 30^3 + 3 \times (30^2 \times 5) + 3(30 \times 5^2) + 5^3.$$

30^3 代表每邊 30 單位的立方體積 (見圖 1).

$3 \times (30^2 \times 5)$ 代表三塊長 30, 闊 30, 厚 5 單位的薄長方體體積的和, 加在圖 1 成圖 2.

$3 \times (30 \times 5^2)$ 代表三條長 30, 闊 5, 厚 5 單位的狹

長方體體積的和,加在圖 2 成圖 3.

5^3 代表每邊 5 單位的小立方體積,加在圖 3 成一完全立方體,每邊 35 單位 (見圖 4), 即全體積是 42875.

42875 開立方時,先開出每邊 30 單位的大立方,從原體積減去這立方的體積,即 $42875 - 27000$, 餘 15875.

所餘的體積 15875 是三塊薄長方體,三條狹長方體和一小立方體積的和,而三塊薄長方體的體積佔大部分.

這三塊薄長方體的正方面積是 $3 \times 30^2 = 2700$, 用 2700 除 15875 可得薄長方體厚的略數 5.

假定厚是 5, 則

$$\text{三塊薄長方體體積} = 3 \times (30 \times 30) \times 5$$

$$\text{三條狹長方體體積} = 3 \times (30 \times 5) \times 5$$

$$\text{小立方體積} = (5 \times 5) \times 5$$

$$\begin{aligned} \text{相加} &= (3 \times 30^2 + 3 \times 30 \times 5 + 5^2) \times 5 \\ &= (2700 + 450 + 25) \times 5 \\ &= 3175 \times 5 \\ &= 15875. \end{aligned}$$

所以厚恰好是 5.

即原立方體每邊是 35, 或 $\sqrt[3]{42875} = 35$.

例二: 求 14832537993 的立方根.

【解】

$$\begin{array}{r}
 14'832'537'993 \mid 2457 \\
 \begin{array}{l}
 (2^3 =) \quad 8 \\
 3 \times 20^2 = 1200 \\
 3 \times (20 \times 4) = 240 \\
 4^2 = 16 \\
 \hline
 1456 \mid 5824 \\
 3 \times 240^2 = 172800 \\
 3 \times (240 \times 5) = 3600 \\
 5^2 = 25 \\
 \hline
 176425 \mid 882125 \\
 3 \times 2450^2 = 18007500 \\
 3 \times 2450 \times 7 = 51450 \\
 7^2 = 49 \\
 \hline
 18058999 \mid 126412993 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

(÷172800 = 5. ...)

(÷18007500 = 7. ...)

答 $\sqrt[3]{14832537993} = 2457$.

【說明】 求根的次商, 用 $6832 \div 1200$ 的略數 5 時, 除數是 $3 \times 20^2 + 3 \times (20 \times 5) + 5^2 = 7625$, 比被除數 6832 大, 所以次商用 4. 餘同例一方法.

209. 小數開立方方法

一數的立方根, 如含有小數部分, 則其平方數的小數部分位數, 是立方根小數部分位數的三倍.

例如: $0.25^3 = 0.015625$, 即 $\sqrt[3]{0.015625} = 0.25$. 所

求次商時，應當用 3×10^2 去除 250，得次商的略數，但是不盡除，所以次商是 0，在 250 後移下小數第一段 689，再求三商，求出的 7 是根的小數第一位。

211. 分數開立方

分數開立方時，依分母的性質，可分為下列二法：

(1) 分母是立方數，開立方時，只要把分子分母各自開方。

(2) 分母的立方根是不盡根時，可先化做小數再開方，或把分子分母同乘一相當數，使分母成立方數，再照(1)法開方。

例一：求 $\frac{1331}{1728}$ 的立方根。

$$\text{【解】 } \sqrt[3]{\frac{1331}{1728}} = \frac{\sqrt[3]{1331}}{\sqrt[3]{1728}} = \frac{11}{12}$$

例二：求 $\frac{1}{4}$ 的立方根到小數三位。

$$\text{【解】 } \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0.25.$$

$$\begin{array}{r}
 0.250'000'000 \mid 0.630 \text{ 弱} \\
 \underline{216} \\
 3 \times 60^3 = 10800 \mid 34000 \\
 3 \times (60 \times 3) = 540 \mid \\
 \quad \quad \quad 3^2 = 9 \mid \\
 \hline
 11349 \mid 34047
 \end{array}$$

答 $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0.630$.

【說明】上題求次商時， $11349 \times 3 = 34047$ ，比剩餘 34000 稍大些，所以求三位小數應是 0.630 弱。

【又法】 $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{2}{8}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2} = \frac{1.260}{2} = 0.630$.

習題五十八

1. 求下列各數的立方根：

- (1) 2197. (2) 4913. (3) 13824.
 (4) 110592. (5) 132651. (6) 857375.
 (7) 884736. (8) 941192.

2. 求下列各數的立方根到小數二位：

- (1) 71.296. (2) 7.1296. (3) 37.487.
 (4) 0.75475. (5) 0.1234. (6) 81.492.

3. 求下列各數的立方根到小數三位：

(1) 4. (2) 5. (3) $\frac{3}{8}$.

(4) $\frac{5}{12}$. (5) $\frac{1}{7}$. (6) $2\frac{3}{8}$.

4. 一立方體的體積和長81寸,闊3寸,厚3寸的長立方體的體積相等,求立方體一邊的長.

5. 立方形水槽的容量,和一長18尺,闊9尺,深 $4\frac{1}{2}$ 尺的水槽的容量相等,問這立方形水槽一邊長幾尺?

第十編 統計圖表

212. 統計學

要詳悉一國的土地,人口,財政,教育,兵備,和人民的生計,健康等,必先從大量的觀察和調查入手。根據觀察和調查所得的材料和推算出來的數目,加以整理分析,而研究自然現象或社會現象的方法和學問,叫統計學 (Statistics)。

統計學的應用範圍很廣,除上述的幾種外,如氣候的變遷,物價的漲落,工商業的盈虧,和農產物的多寡等,都可以用統計學作有系統的研究。

213. 統計表

統計的第一步是觀察和調查,等到

所需要的材料都收齊集合以後，第二步要編製統計表，有了統計表，就可使閱者對於所研究的事實，在極短的時間內，可有清晰的觀念。

統計表可分為一重的，二重的，三重的三種，舉例如下：

(1) **一重的統計表** 又叫單純統計表，只表示一種事實的，如第一表內人數的分配，是以學校類別做標準的。

第一表 全國中等學校學生數表
(教育部十八年度調查)

學校類別	人 數
完全中學	58677
高級中學	3787
初級中學	88608
師範學校	28893
職業學校	11699
總 計	191664

(2)二重的統計表 這種表所表示的事實有二種.如第二表中的學校類別和性質兩種.

第二表 全國中等學校經常臨時費表

(教育部十八年度調查)

類別 性質	完全 中學	高級 中學	初級 中學	師範 學校	職業 學校	總計
國立	72627					72627
省市立	5793044	541352	2370495	2396262	1477593	12578746
縣市立	498313	5183	3395838	931032	273548	5103914
私立	1755214		1020559	93409	60408	2929590
總計	8119198	546535	6786892	3420703	1811549	20684877

(3)三重的統計表 這種表所表示的事實有三種.如第三表中除學校類別,學生教員職員人數外,尚有性別一種.

第三表 全國未備案私立中等學校人

數統計表

(教育部十八年度調查)

學校類別		完全中學	高級中學	初級中學	師範學校	職業學校	總計
學生數	男	14642	277	16228	317	2242	33706
	女	3692	16	2773	260	2700	9441
	計	18334	293	19001	577	4942	43147
教員數	男	1587	51	1724	52	379	3793
	女	273	5	139	14	152	583
	計	1860	56	1863	66	531	4376
職員數	男	594	15	800	23	189	1621
	女	106	2	80	4	50	242
	計	700	17	880	27	239	1863

【註】複雜的統計表，也有四重，五重的。

214. 統計圖

統計表的記載，固然是精密正確，但是不容易記憶和比較。如將表中各數字繪成統計圖，則各數字的大小升降，可一目了然，即對於一般的閱者，也很易了解。現時各機關，學校，圖書館等，都要把各種重要的記載，繪成統計圖，以便參觀者的

閱覽。

最普通的統計圖，有直線，曲線，扇形三種：

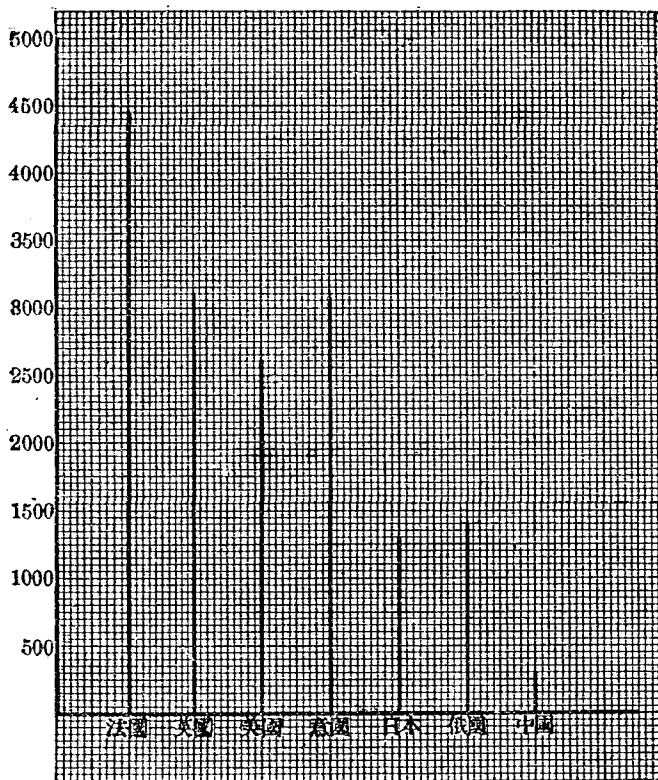
(1)直線統計圖 用長短的直線，代表數字，垂直於一基線上。基線的位置，可橫可直。

例一：將下列統計表（見民國二十一年申報年鑑）用直線圖表示：

國 別	軍 用 飛 機 數
法 國	4450
英 國	3100
美 國	2600
意 國	3081
日 本	1300
俄 國	1400
中 國	300

細看上表和下圖，就可知道我國空軍力量的薄弱程度。

第一圖 各國軍用飛機數統計圖



(2) 曲線統計圖 將直線統計圖的直線上端連接起來，而直線不畫出，便成曲線統計圖。凡是比較許多不同時間的同一現象，用曲線統計圖最適當。曲線統

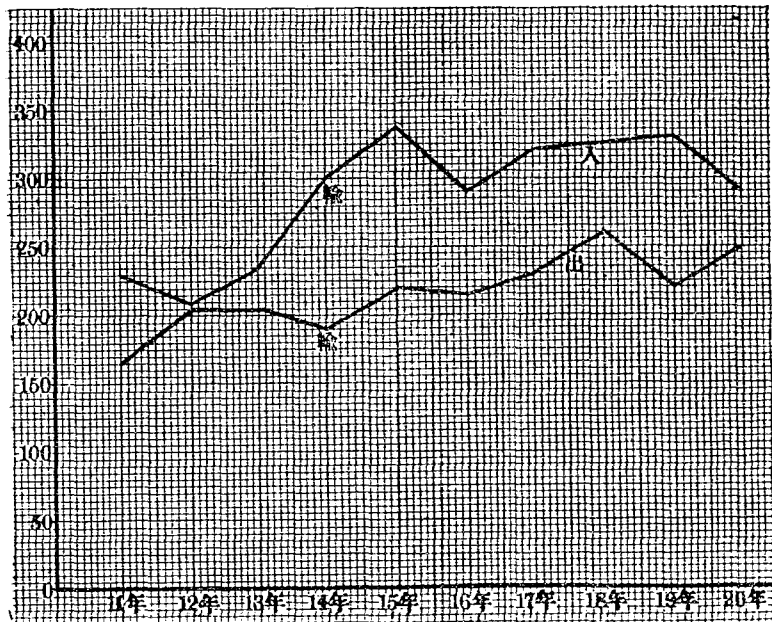
計圖的曲線大致是折線,如要知道大概趨勢,則改畫折線為平滑曲線,更覺明顯。

例二: 下表是歷年我國對日本貿易的輸入輸出總額。(見申報年鑑) 試作曲線統計圖:

年份	十一年	十二年	十三年	十四年	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年
輸入	23143	21102	23476	29976	33691	29379	31929	32314	32717	29019
輸出	16500	20432	20615	18985	21710	21461	23194	26050	22142	24928

(單位萬海關兩)

第二圖 中日貿易輸入輸出統計圖:



曲線統計表中,同時可作幾條曲線,各曲線如用各種不同的顏色畫出,更覺清晰。

從上圖比較對日輸入輸出額,就可見我國歷年入超的數額很大。

(3) 扇形統計圖 用圓的全面積表示全體的數目,用相當的扇形面積表示各分類的數目。

例三: 將下列統計表用扇形統計圖表示:

我國海軍艦艇在國內外建造之噸數比較表

(根據海軍部二十年統計)

國 別	中 國	德 國	英 國	日 本	奧 國	合 計
製造噸數	14616	9131	5333	5204	2305	36589
百分比	39.95	24.96	14.58	14.22	6.29	100.00

【解】繪製扇形統計圖以前,必須先將各分類數目對於全體數目的百分比求出。

每百分之一所表示的扇形弧度,應為

$$360^{\circ} \div 100 = 3.6^{\circ}.$$

表中各百分比用略數計算,求出所表示的扇形弧度如下:

$40 \times 3.6 = 144^\circ$,

$25 \times 3.6 = 90^\circ$,

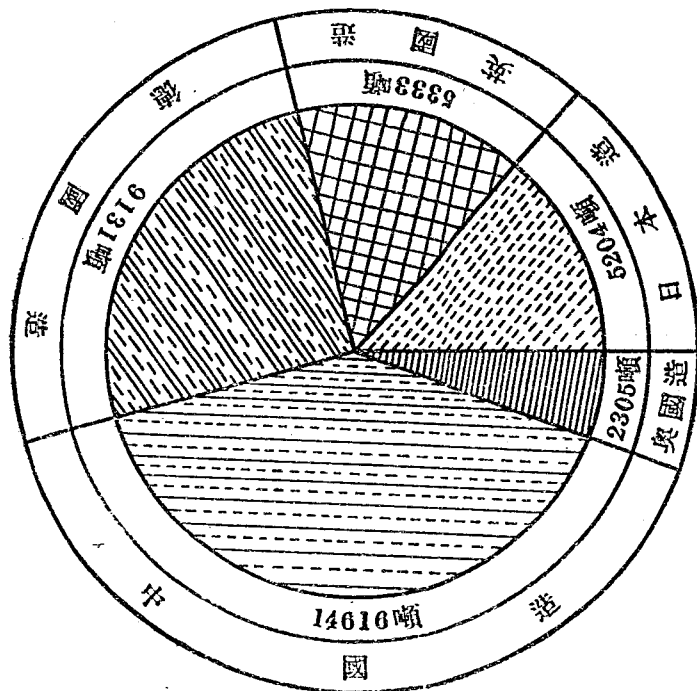
$15 \times 3.6 = 54^\circ$,

$14 \times 3.6 = 50.4^\circ$,

$6 \times 3.6 = 21.6^\circ$.

依上列各度數作圖如下:

第三圖 海軍艦艇在國內外建造之噸數比較統計圖:



實際作圖時,各扇形面積,可用各種不同的顏色,畫滿,以示區別。

215. 平均數

統計調查的結果,總是許多大小不一的數目,這大量的數目,如用一平均數表示,則極易記憶而又便於比較。例如求全級學生的年齡,如不用平均數,則必須將每人的年齡列出;如用平均數,則只要說明全級人數是多少,和平均年齡是多少就彀了。

統計學中最常用的平均數有兩種:

(1) 簡單平均數,又叫算術平均數; (2) 加權平均數。

例一: 上等工人每日工資一圓二角,中等工人每日工資九角,下等工人每日工資七角五分,求平均工資每日多少?

$$\text{【解】 平均數} = \frac{12+9+7.5}{3} = 9.5 \text{ 角。}$$

上例的結果是簡單平均數。

例二：上例中設上等工人10人，中等工人20人，下等工人30人，問每人每日工資多少？

$$\begin{aligned}\text{【解】 平均數} &= \frac{12 \times 10 + 9 \times 20 + 7.5 \times 30}{10 + 20 + 30} \\ &= \frac{525}{60} = 8.75 \text{ 角.}\end{aligned}$$

上例的結果是加權平均數。

【註】加權平均數的計算法，和比例中第一種混合法相同，參考第167節。

216. 百分法的應用

百分法在統計中極佔重要，有許多統計結果，如不用百分法計算，則毫無價值。例如比較各國受義務教育的人數，如只調查人數而不算出每百人或每千人中受義務教育的人數，則無從比較其教育發達的程度。

例：中國人口約四萬六千五百萬人，中學校學生約三十四萬一千人；日本人口約八千三百五十萬人，中學校學生約七十七萬七千人，問每萬人中有中學生各多少？

$$\text{【解】 } \frac{341000}{465000000} \times 10000 = \frac{3410}{465} = 7.3;$$

$$\frac{777000}{83500000} \times 10000 = \frac{77700}{835} = 93.1.$$

答中國每萬人中只有 7.3 人；日本每萬人中有 93.1 人。

【說明】 上題如比較總數，則日本中學生人數，不過是中國的二倍有餘；如用同樣人數比較，則日本中學生人數是中國的十三倍有餘。

217. 物價指數

欲比較歷年貨物價格的漲落，須先用某一年的價格做比較的標準。這一年叫基年；基年的貨物價格叫基價。定基價是 100，而用他年的同樣貨物價格和基價求百分比；把各種貨物價格的百分比求平均數，就得他年的物價指數。所以物價指數是表示各種貨物的相對價格的平均數。

物價指數中所包括的貨物，以重要

的貨物爲主。駐滬調查貨價處所公布的指數中所包貨物，共有一百四十七種。

【註】計算指數，普通用加權平均法，也有用其他的平均法的。

指數除物價指數外，尚有生活費指數，產額指數和工價指數等。

計算價格的標準，不限於年，也可用一月或一時期作基期的。

例一：今年和去年米，麥，絲，茶四種每擔的價格如下表（單位是圓）：

	米	麥	絲	茶
去年	10	6	48	125
今年	12	6.5	54	100

如用去年作基年，用簡單平均法求今年的物價指數。

【解】先求今年各種物價對於基價的百分比如下：

$$\text{米} = \frac{12 \times 100}{10} = 120,$$

$$\text{麥} = \frac{6.5 \times 100}{6} = 108, \text{ (小數不計)}$$

$$\text{絲} = \frac{54 \times 100}{48} = 112,$$

$$\text{茶} = \frac{100 \times 100}{125} = 80.$$

$$\therefore \text{物價指數} = \frac{120 + 108 + 112 + 80}{4} = 105.$$

例二：上題中如米，麥，絲，茶銷路的比是3：1：1：2，試用加權平均法求本年的物價指數。

【解】根據上題所得各種物價的百分比，用加權平均法計算，得

$$\begin{aligned} \text{物價指數} &= \frac{120 \times 3 + 108 + 112 + 80 \times 2}{3 + 1 + 1 + 2} \\ &= \frac{740}{7} = 106. \end{aligned}$$

習題五十九

1. 先調查本校各級人數，再製成統計表和直線統計圖。
2. 先調查本級各種課程每週的時數，再製成統計表和直線統計圖。
3. 根據下表，畫出東北四省和江蘇省的面積

比較直線統計圖：

省名	遼寧	吉林	黑龍江	熱河	江蘇
面積	250813	282332	577964	173966	105605

(根據申報年鑑,單位是平方公里。)

4. 根據 1931 年美國海軍同盟會調查英,美,日三國的海軍實力如下:

英國: 主力艦 15 隻,共 473650 噸;大巡洋艦 19 隻,共 186226 噸;小巡洋艦,40 隻共 188585 噸;航空母艦 6 隻,共 115350 噸;毀滅艦 88 隻,共 101861 噸;潛水艇 67 隻,共 64804 噸。

美國: 主力艦 15 隻,共 453500 噸;大巡洋艦 15 隻,共 150000 噸;小巡洋艦 10 隻,共 70500 噸;航空母艦 6 隻,共 90086 噸;毀滅艦 135 隻,共 140016 噸;潛水艇 75 隻,共 65700 噸。

日本: 主力艦 9 隻,共 269080 噸;大巡洋艦 17 隻,共 108400 噸;小巡洋艦 17 隻,共 81455 噸;航空母艦 4 隻,共 68870 噸;毀滅艦 89 隻,共 107755 噸;潛水艇 71 隻,共 77842 噸。

試計算各國艦數和噸數,再作統計表。

5. 圖書館中的書籍冊數,分類於下:

文學	355 冊	哲學	80 冊
自然	408 冊	美術	65 冊
社會	384 冊	教育	48 冊

試作扇形統計圖.

6. 民國十五年至二十年我國對外貿易額表

如下:

	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年	總計
輸入	112422	101293	119597	126578	130975	143349	
輸出	86429	91862	99135	101569	89484	90947	
入超							

(根據歷年海關報告,單位萬兩.)

先計算入超和總計,再把輸入,輸出,入超畫成曲線統計圖.

7. 先調查本級同學的年齡,再求平均的年齡.

8. 美國勞動統計局調查1920年6月工人各項費用的指數(以1913年做基年)如下:

食物 219.0, 佔支出 38%;

衣服 287.5, 17%;

房屋	134.9,	14%;
燃料	171.9,	5%;
器具	292.7,	5%;
雜項	201.4,	21%.

試用加權平均法計算工人生活費指數。

9. 上海國定稅則委員會編製上海歷年生活費指數如下表：

年份	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年
指數	100	106.7	102.5	107.9	121.8	125.9

試作曲線統計表,並說明大概的趨勢。

【提示】本圖的起點數目,不必用0,可用50或100做起點,這樣所畫出的曲線,變化較顯著。

10. 從民國二十年六月到二十一年六月,裁兵公債票面百圓的最高現貨價格如下：

二 十 年

時期	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
價格	77.50	80.60	75.10	74.00	58.00	58.00	57.00

二 十 一 年

時期	一月	二月	三月	四月	五月	六月
價格	51.80	—	—	—	51.00	52.70

(二十一年,二,三四月因暴日侵佔上海,罷市停業無報告.)

試作曲線統計圖.

二十年九月十八日日本軍隊侵佔瀋陽;二十一年一月二日日本軍隊進佔錦州;一月二十八日,日本陸戰隊襲攻閘北,間三次變端,對於公債市面,有什麼影響?

下冊總習題

以下各題,都是國內各著名中學的高中入學試題和初中插班試題,以便學者複習和升學的參考。

1. 某人的田產佔財產總額的 $\frac{3}{8}$,他所有的股票是田產的 $1\frac{1}{2}$,其餘的是銀行存款 1300 圓.問這人的財產共有幾圓?

2. 本金 500 圓,年利 8 釐 (8%), 期限 3 年.問一年一結的複利比單利可以多得利息幾圓?

3. 製造甲乙二汽船,甲船之價比乙船之價之三倍少 32000 圓,乙船之造價為總造價之 $\frac{3}{7}$.問二船之價值各為若干圓?

4. 求下題之結果:

$$\frac{5\frac{3}{4} + \left(2\frac{2}{35} \div 1\frac{11}{25}\right) - \left(\frac{3}{7} \times 15\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{3}{4} \times 7\frac{3}{7}\right) - \left(5\frac{3}{5} \div 3\frac{4}{15}\right)}.$$

5. 甲出銀 10000 圓買田一方,後賣給乙獲利

15%，乙又轉賣給丙，虧損買價的15%。問丙出銀多少？

$$6. \text{ 求 (a) } 1 - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2}} = ? \quad \text{(b) } 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = ?$$

7. 某數之平方之四分之一，五分之一與六分之一，三數連乘之積為 6075000。問某數為何？

8. 男 5 人每日作工 7 時，經 60 日耕田 9 畝，又女 12 人每日作工 6 時，經 14 日耕田 27 畝。今男 3 人女 5 人，共做 8 日耕田 21 畝。問每日作工幾時？

9. 計算下列各題之結果：

$$(a) 0.\dot{0}53846\dot{1} = ?$$

$$(b) \frac{22}{1 + \frac{13}{\frac{2}{7} + \frac{1}{3}}} = ?$$

$$(c) \sqrt{432.2241} = ?$$

$$(d) \sqrt[3]{12167} = ?$$

10. 有甲乙兩兵士，其放鎗時間之比甲 4 發乙 3 發，其火藥之量甲 7 發等於乙 8 發。今甲 1 時 24 分間用去火藥 2 斤，則火藥 1.5 斤乙可用若干時？

11. 甲乙丙三人於全暑假內溫課，其時數：甲乙

爲 10:9, 乙丙爲 3:4, 今甲溫課 100 小時, 問丙溫課若干小時?

12. 設有泥一堆, 長 13 丈, 闊 96 尺, 厚 9 尺, 以之塑一整尺數之立方體, 再將餘泥塑一小立方體, 問大小兩立方體每邊各長若干尺?

13. 有白米上中下三等, 上等米 8 石, 每石價 11 圓, 中等米 12 石, 每石價 10 圓, 下等米 10 石, 每石價 9.5 圓, 問將三等米混合後, 每石價若干?

14. 證明循環小數 $0.\dot{9}=1$.

15. 大小兩數之比爲 3:1, 其積爲 1323, 求原數.

16. 建屋一所, 雇大工 18 人, 小工 7 人, 共雇 12 日, 共付工資 244 圓 8 角, 已知小工每日工資爲大工三分之二, 問大工小工每人每日之工資若干?

17. 甲乙丙三人合資營業, 甲出資本 600 圓, 經 8 個月; 乙出資本 500 圓, 經 7 個月; 丙出資本 1000 圓, 經 5 個月; 今獲利 332 圓 5 角, 問各人應分得若干?

18. 某書上下兩冊共值銀 2 圓 7 角, 今買上册 7 本下册 10 本, 共用銀 23 圓 4 角, 問上下冊之價各幾何?

19. 男女工人工價之比爲 3:2, 今以雇男工 15

人作工12日之工價,雇男工10人及女工若干人,足支10日.問女工人數若干?

20. 甲乙兩工人能力之比爲4:3,今將甲一人21日能做成之事,令乙一人獨做之,問須遲幾日始能做成?

21. 華氏寒暑表 173° ,問當攝氏若干度?

22. 妹之年歲較其姊之年歲少4歲,但恰等於其姊年之 $\frac{4}{5}$.問妹年若干?

23. 計算下題:

$$\frac{56-8 \times [7+6 \times \{15-4 \times (3+2 \times 1)+5\}]}{1+10000 \times 0.0001}$$

24. 牛力馬力之比如8:7,速度之比如5:8.用牛車8輛馬車20輛5日內能將米280袋運至相隔15市里之地;今用牛車馬車各10輛,10日內運米350袋.問能運至若干市里遠?

25. 求 $\frac{1}{2}$ 的立方根到小數三位止.

26. 某中學校入學試驗錄取的比投考人數的八分之一多25人;落第的比投考的五分之四多35人.求投考人數.

27. 池中插一竹竿,其 $\frac{5}{13}$ 露出水面, $\frac{2}{13}$ 陷入泥中;又量得水浸之長爲9尺,問竿之全長,及陷入泥中之長各爲若干?

28. 甲數與乙數之和爲 $\frac{19}{24}$,而其差爲和之 $\frac{1}{19}$,問兩數各若干?

29. 用夫役5人,9日間可修成48丈之道路;依此比例用夫役6人,10日間可修成道路若干?

30. 依照大小的次序,排列下面各分數:

$$\frac{11}{189}, \quad \frac{6}{85}, \quad \frac{14}{255}$$

31. 某人從甲地至乙地,坐船走 $\frac{3}{4}$,坐火車走餘下的 $\frac{1}{8}$,坐轎走第二次餘下的 $\frac{4}{5}$,再步行15里已到,問甲地同乙地相隔幾里?

32. 由高處落球,其反躍力當原高 $\frac{3}{10}$,今由45尺處落下,問躍5次時,其高幾何?

33. 有價值24000圓之船,海上保險公司保其原價5分之3,約航海一次,保險費按保險金額3釐7毫5絲計算,嗣果遇險,照保險金額賠償,而所餘破

船隻得 5600 圓，問公司及船主各損失幾何？

34. 一人行路，第一日行去全路 $\frac{1}{3}$ ，第二日行去全路 $\frac{1}{4}$ ，尙餘三十五里，求此路之長。

35. 求 21952 之立方根。

36. 放出 300 圓，年利 15%，問 3 年 4 個月可得利息多少？

37. 四時與五時間，時分兩針成直角之時間若何？

38. 解次之分數式：

$$(1) \frac{2\frac{2}{3} + 4\frac{3}{15}}{3\frac{5}{6} + 1\frac{2}{5}} \quad (2) \frac{2}{3 + \frac{5}{6 + \frac{3}{7}}}$$

39. 有一工程，甲作之須 20 日成，甲作 5 日後令乙作之，18 日可成，問甲乙二人合作之，須幾日可成。

40. 男工一人每日價 8 角，女工一人每日價 5 角，今有男工 7 人，女工 8 人，共計工資 19 圓 2 角，問男女工每人各得工資若干？

新課程標準 廿二年新出

世界初中教本

徐 初中公民 徐逸橋 三冊
 龔 初中衛生 龔昂雲 三冊
 朱 初中國文 朱劍芒 六冊
 創造國文讀本 徐蔚南 六冊
 國民英語讀本 陸步青 六冊
 英語讀本 黃梁武明 三冊
 英語標準讀本 林漢達 三冊
 進步英語讀本 進步社 三冊
 朱 初中本國史 朱翊新 四冊
 謝 初中本國史 謝興堯 四冊

朱 初中外國史 朱翊新 三冊
 李 初中外國史 李季谷 二冊
 譚 初中本國地理 譚廉遜 四冊
 譚 初中本國地理 譚亞達 四冊
 譚 初中外國地理 譚廉遜 二冊
 王 初中世界地理 王 謨 二冊
 王 初中算術 龔師曾 二冊
 王 初中算術 王爾森 二冊
 薛 初中代數 薛湊齡 二冊
 薛 初中代數 薛天遊 二冊
 王 初中代數 王爾森 二冊

何 初中幾何 附數值 何時慧 二冊
 黃 初中幾何 附數值 黃 泰 二冊
 徐 初中植物學 徐克敏 一冊
 馬 初中植物學 馬光斗 二冊
 王 初中動物學 王采甫 一冊
 徐 初中動物學 徐 珉 二冊
 錢 初中化學 錢夢渭 二冊
 朱 初中化學 朱吳飛 一冊
 龔 初中物理學 龔昂雲 二冊
 朱 初中物理學 朱吳飛 一冊
 陸 中學水彩畫 陸爾強 四冊
 徐 中學鉛筆畫 徐則安 三冊
 陳 初中國畫 陳抱一 三冊

● 特出二種任意採用

世界書局發行

(數目)

中華民國二十二年九月初版
二十二年一月審定再版

新課程標準世界中學教本

王 氏
初 中
算 術 (全二册)

上册定價大洋七角
下册定價大洋七角

(外埠酌加運費匯費)

編 著 者 王 剛 森

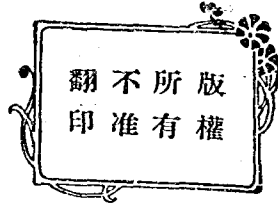
發 行 者 沈 知 方

世界書局有限公司代表人

出 版 者 世 界 書 局

上海大連灣路

發 行 所 世 界 書 局



本書於中華民國二十二年十二月十六日經教育部審定領到教字第十三號審定執照



285

王氏初中算術 下冊 價洋七角