

叢書集成新編

四一

新文豐出版公司印行

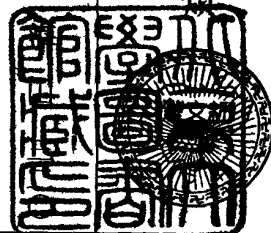
叢書集成新編 第四一冊目錄

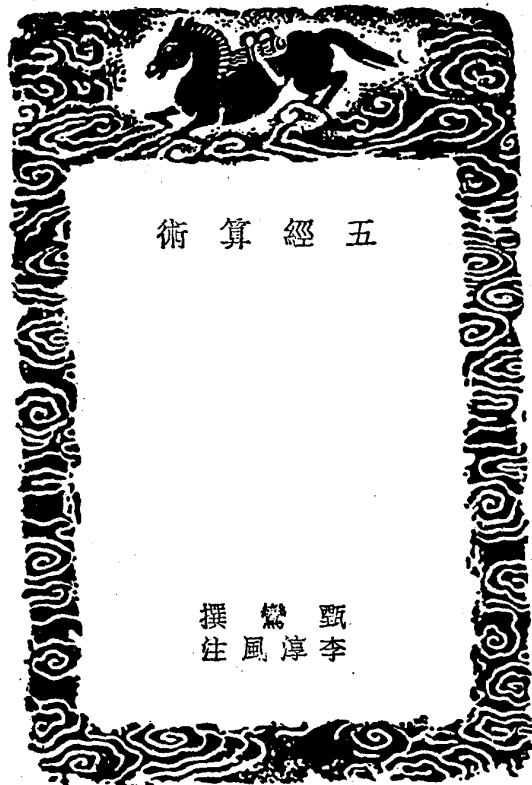
自然科學類

算學

五經算術二卷	北周甄鸞撰	聚珍	一
唐李淳風注			
張丘建算經三卷	唐李淳風注釋	知不足	一二
唐劉孝孫細草			
五曹算經五卷附四庫提要、辨證、補正	唐李淳風注	知不足	二七
孫子算經三卷附四庫提要、辨證	唐李淳風注	知不足	三六
緝古算經三卷附細草	唐王孝通撰注	知不足	四八
清張敦仁細草			
數書九章十八卷附考	宋秦九韶著	宜稼	六六
數書九章札記四卷	清宋景昌撰	宜稼	一八八
田畝比類乘除捷法二卷	宋楊輝集	宜稼	二二七
續古摘奇算法一卷	宋楊輝集	宜稼	二四二
詳解九章算法一卷附彙類	宋楊輝撰	宜稼	二四八
詳解九章算法札記一卷	清宋景昌撰	宜稼	二八九
丁巨算法一卷	元丁巨撰	知不足	二九八
同文算指前編二卷	泰西利瑪竇授 明李之藻演	海山	三〇三

同文算指通編八卷	泰西利瑪竇授 明李之藻演	嶺南	三九〇
算迪八卷	清何夢瑤撰	嶺南	五五六
算略一卷	清馮經撰	嶺南	五五六
楊輝算法札記一卷	清宋景昌撰	宜稼	五五九
務民義齋算學十一卷	清徐有壬學	尺進	五六五
禮記義疏算法解一卷	清談泰著	金陵	五九四
算術			
夏侯陽算經三卷	隋夏侯陽撰	聚珍	五九五
算法通變本末一卷	宋楊輝編集	宜稼	六〇五
乘除通變算寶一卷	宋楊輝編集	宜稼	六〇九
法算取用本末一卷	宋楊輝編集	宜稼	六一四
透簾細草一卷	宋史仲榮撰 史仲榮編集 撰人不詳	知不足	六二一
對數表			
對數簡法二卷	清戴煦撰	粵雅	六二七
續對數簡法一卷	清戴煦撰	粵雅	六四一
假數測圓二卷	清戴煦撰	粵雅	六五二
幾何			
幾何原本六卷	泰西利瑪竇口譯 明徐光啓筆受	海山	六六四





五經算術

甄李
撰注 鳳淳

五經算術目錄

- 卷上
- 尙書定閏法
- 推日月合宿法
- 求一年定閏法
- 求十九年七閏法
- 尙書孝經兆民注數越次法
- 詩伐檀毛鄭注不同法
- 詩豐年毛注數越次法
- 周易策數法
- 論語千乘之國法
- 周官車蓋法
- 儀禮喪服經帶法
- 五經算術 目錄

五經算術 目錄

- 喪服制食米溢數法
- 禮記王制國及地法
- 求經云古者百里當今一百二十一里六十步四尺二寸二分法
- 求鄭氏注云古者百畝當今一百五十六畝二十五步依鄭計之法
- 求鄭注云古者百一當今一百二十五里法
- 卷下
- 禮記月令黃鍾律管法
- 禮記禮運注始于黃鍾終于南呂法
- 禮運一本注始于黃鍾終于南事法
- 漢書終于南事算之法
- 禮記投壺法
- 推春秋得傳公二年正月辛亥朔法
- 推積日法
- 求次月朔法
- 推傳公五年正月辛亥朔且冬至法
- 求次氣法
- 推文公元年歲在乙未閏當在十月下而失在三月法
- 推閏餘十三在何月法
- 推文公六年歲在庚子是歲無閏而置閏法
- 推襄公二十七年歲在乙卯再失閏法
- 推絳縣老人生經四百四十五甲子法
- 推文公十一年歲在乙巳夏正月甲子朔絳縣老人生月法
- 推積日法
- 推昭公十九年閏十二月後而以閏月爲正月故以正月爲二月法
- 推積日法
- 推昭公十九年歲在戊寅閏在十二月下法
- 推昭公二十年歲在己卯月朔法
- 推昭公二十年歲在己卯正月己丑朔且冬至而失云閏二月己丑冬至法
- 推哀公十二年歲在戊午應置閏而不置故舊十二月有舊法
- 五經算術 目錄

求十二年閏月法

五經算術二卷。北周甄鸞撰。唐李淳風為之注。鸞長于步算。仕北周為司隸校尉。漢中郡守。嘗撰周天和年歷及注九章五曹孫子周髀等算經。不聞其有是書。而隋書經籍志有五經算術一卷。五經算術一卷。皆不著撰人姓名。唐藝文志則有李淳風注五經算術二卷。亦不言其書為誰撰。今按是書。與舊唐書經籍志三禮春秋之待算乃明者列之。而推算之術。悉加甄鸞按三字。下上則是甄鸞所撰。又攷淳風當貞觀初。奉詔與算學博士梁述。助教王真。等。判定算經。立于學官。唐書甄鸞志及百官志。甄列五經算術為算經十書之一。與周髀共限一年。甄及甄士各舉一條。為此。此書注。甄有臣淳風等撰。按字。然則唐開算科之五經算。即是甄矣。是書世無傳本。惟散見于水滸大典。雖割裂失次。尚屬完帙。據淳風注。于尚書推定閏條。自言其解釋之例。則知發端于此。又如論語千乘之國。周官蓋弓。字曲。並用開方之術。詳于前而略于後。循其義例。以各經之敘推之。五經算術。尚可以攷也。謹依唐書甄志所載之數。釐為上下二卷。其中探摭經史。多唐以前舊本。如引司馬彪志。序論十二律各統一月。當月者各自為宮。今本後漢志。統訛作終。月訛作日。草木之生。今志訛作草木。陽下生陰。陰上生陽。始於黃鍾。終于中呂。今志脫始於黃鍾四字。律為寸。于準為尺。律為分。于準為寸。下文承準寸言。不說者十之所得為分。今志脫律為分于準為寸二句。禮記疏疏引志。脫然又兩引上生不得過黃鍾之濁。下生不得不及黃鍾之清。中呂之口。是則上生不得過九寸。下生不得減四寸五分。則應置月令章句。謂黃鍾少宮管長四寸五分。管合。且足證中呂土律中黃鍾之宮。乃黃鍾清律。不得偏同于仲冬月律中黃鍾為最長之濁律。呂氏春秋。先製黃鍾之宮。次製十有二。亦黃鍾清律之說。今志作上生不得過黃鍾之清。濁。下生不得及黃鍾之濁。實因尚字訛衍在上。後人改竄其下。按諸律法。遂不可通。蓋是書不特為算家所不廢。實足以發明經史。厥疑。疑于致證之學。尤為有功焉。乾隆三十九年十月恭校上。

魏晉書待讀以紀 陶

待讀臣陸錫爵

纂修官舉人巨獻 震

五經算術卷上

周 甄鸞

唐 李淳風注

尚書定閏法

帝曰。咨汝羲和。和。三百有六旬有六日。以閏月定四時。成歲。孔氏注云。咨。嗟。與也。而四時日期。一歲十二月。月三十日。今本以本說一月字。正三百六十日。除小月六為六日。是為一歲。本本注。今本注。一有餘。十二日。未盈三歲。足得一月。則置閏月。以定四時之氣。節成一歲之脈象。甄鸞按。一歲之閏。惟有十日。九百四十分日之八百二十七。而云餘十二日者。理則不然。何者。十九年七閏。今古之通軌。以十九年。整得七閏。更餘分。故以十九年為一章。今若一年有餘。十二日。則十九年二百二十八日。若七月皆小。則股二十五日。若七月皆大。納餘十八日。先推日月台宿。以定一年之閏。則十九年七閏可知。

推日月台宿法

置周天三百六十五度于上。四分度之一于下。又置月行十三度十九分度之七。除其日一度。餘十二度。以月分母十九乘十二度。積二百二十八。內子七。案內即謂子。得二百三十五。為章月。以度分母四乘章月。得九百四十。為日法。又以四分乘度三百六十五。內子一。得一千四百六十一。乃以月行分母十九乘之。得二萬七千七百五十九。為周天分。以日法九百四十除之。得二十九日。不盡四百九十九。即是一月二

三百一十六里六十八步一十八萬九千七百三十七步之六萬二千五百七十六術... 三百一十六里六十八步一十八萬九千七百三十七步之六萬二千五百七十六術... 三百一十六里六十八步一十八萬九千七百三十七步之六萬二千五百七十六術...

周官車蓋法

卷分弓長以其一爲之倍注云符高也六尺之弓近部平者二尺... 卷分弓長以其一爲之倍注云符高也六尺之弓近部平者二尺... 卷分弓長以其一爲之倍注云符高也六尺之弓近部平者二尺...

臣淳風等謹按其間宜云車蓋之弓長六尺近上二尺連部而平... 臣淳風等謹按其間宜云車蓋之弓長六尺近上二尺連部而平... 臣淳風等謹按其間宜云車蓋之弓長六尺近上二尺連部而平...

儀禮夾版經帶法

直經大端左本在下... 直經大端左本在下... 直經大端左本在下...

之經齊之帶也去五分一以爲帶小功之經大功之帶也去五分一以爲帶... 之經齊之帶也去五分一以爲帶小功之經大功之帶也去五分一以爲帶... 之經齊之帶也去五分一以爲帶小功之經大功之帶也去五分一以爲帶...

朝一溢米夕一溢米注云二十兩曰溢... 朝一溢米夕一溢米注云二十兩曰溢... 朝一溢米夕一溢米注云二十兩曰溢...

衰服制米溢數法

升之一法置一斛米重一百二十斤以十六乘之爲積一千九百二十兩... 升之一法置一斛米重一百二十斤以十六乘之爲積一千九百二十兩... 升之一法置一斛米重一百二十斤以十六乘之爲積一千九百二十兩...

臣淳風等謹按其間宜云... 臣淳風等謹按其間宜云... 臣淳風等謹按其間宜云...

禮記王制國及地法

凡四海之內有九州大界方三千里三三而九計方一千里者有九也... 凡四海之內有九州大界方三千里三三而九計方一千里者有九也... 凡四海之內有九州大界方三千里三三而九計方一千里者有九也...

萬里七十國之國一國得積四千九百里。總積二十九萬四千里。五十里之國一國得積二千五百里。總積三十萬里。都令積八十九萬四千里。開田積十萬六千里。術宜云置方里各自乘爲一國之積。里各以本國數乘之得當方總數并之即都令積里以減一州方里自乘大數餘即開田也。

畿內方百里國九一國萬里九國合九萬里。方七十里國二十一國四千九百里。二十一國合十萬二千九百里。方五十里國六十三國二千五百里。六十三國合十五萬七千五百里。上法畿內有九十三國。計地三十五萬四百里以減一百萬里餘六十四萬九千六百八十里。以八州之地七百一十五萬二千里并畿內三十五萬四百里九州之國。計地七百五十二萬四千九百九十里。以減九州之地大數九百萬里。餘一百四十九萬七千六百八十里爲開田此商制也。

臣淳風等謹按其間宜云今有畿內方千里其中封百里之國九十七里之國二十一。五十里之國六十三。開三等國別及當色總數并畿內都令積里餘爲開田各幾何。曰百里之國一國得積萬里。總九萬七千五百里。都令積三十五萬四千里。開田積六十四萬九千六百八十里。其術宜云方里各自乘爲一國之積里各以本國數乘之得當方總數并之即都令積里以減畿內方里自乘大數餘即開田也。

鄭注云周公制禮九州大界方七千里七七四十九即四千九百里。計方一千里者四十九也。分方千里爲畿內餘爲八州各得一千里者六一州。計地六百萬里。方五百里國四一國二十五萬里。四國合一百萬里。方四百里國六一國十六萬里。六國合九十六萬里。方三百里國十一國九萬里。十一國合九十九萬里。方二百里國二十五國四萬里。二十五國合一百萬里。方一百里國一百六十四國一萬里。一百六十四國合一百六十四萬里。上法一州二百一十國計地五百五十九萬里以減一州之地大數六百萬里餘四十一萬里爲附庸田。按周禮據千里法則公國四侯國六伯國十一子國二十五男國一百六十四合二百一十國者非周之數。據地方一千里爲地一百萬里。五國合爲地五百萬里。方百里者五十九方百里爲地一萬里。五十九國合爲地五十九萬里。上法計得地五百五十九萬里。容前二百一十國餘方百里者四十一方百里爲地一萬里。百里之國四十一。爲地四十一萬里。上據地以下三法合地六百萬里一州之大數。

臣淳風等謹按其間宜云今有一州方千里者六。其中封方五百里之國四。四百里之國六。三百里之國十一。二百里之國二十五。一百里之國一百六十四。開五等國別及當色總數并都令積里餘爲附庸田。各幾何。曰五百里之國四一國得積二十五萬里。總積一百萬里。四百里之國六。一國十六萬里。總九十六萬里。三百里之國十一。一國九萬里。總九十九萬里。二百里之國二十五。一國四萬里。總一百萬里。一百里之國一百六十四。一國一萬里。總一百六十四萬里。都令二百一十國總積五百五十九萬里。附庸田積四十一萬里。術宜云置五等方里各自乘得一國之積里各以本國數乘之得當方總數并之得都令積里以減一州方里自乘積一百萬里餘四十一萬里。即附庸田。

古者以周尺八尺爲步。今以周尺六尺四寸爲步。古者百畝當今東田百四十六畝三十步。古者百里當今百二十一里六十步四尺二寸二分。法云周尺之數未之詳。開按制周制以十寸爲尺。蓋六國時多變亂。法度或言周尺八寸。則步更爲八八六十四寸。以此計之。古者百畝當今百五十六畝二十五步。古者百里當今百二十一里五十步。術宜云置古者以周尺八尺爲步。今以周尺六尺四寸爲步。古者一百畝當今東田一百四十六畝三十步。計之法置古步八尺以八寸乘之。爲六十四寸。自相乘得四千九十六。爲古步法。又置今步六尺以八寸乘之內四寸得五十二寸。自相乘得二千七百四寸。爲今步法。置田一百畝以百步乘之得一萬步。以古步法乘之得四千九十六萬寸爲實。以今步法二千七百四寸除之得一步除積步得一百五十一畝。餘四十七步及分。以經中東田一百四十六畝三十步減之計贖五畝一十七步及分。此即經自不合。

臣淳風等謹按其間宜云古者以周尺八尺爲步。今以周尺六尺四寸爲步。周制八寸爲尺。開古者百畝當今幾畝。又與經中當今畝數所較幾何。曰一百五十一畝四十七步一百六十九分步之一百五十七多子。經中五畝二十七步一百六十九分步之一百五十七。術宜云置古步尺數以八寸乘之。又自相乘爲古步法。又置今步尺數以八寸乘之內子自相乘爲今步法。列田百畝步數以古步法乘之。今步法除之所得以經中當今畝數減之餘即所多之數。

求經云古者百里當今一百二十一里六十步四尺二寸二分。法云置百里以三百步乘之得三萬步。以古一步六十四寸乘之得一百九十二萬寸。以今步法五十二寸除之得三萬六千九百二十三步。除四寸以里法三百步除積步得一百二十三里。不盡二十三步四寸。以經中一百二十一里六十步四尺二寸二分減之計贖一里二百六十二步一尺三寸八分亦經自不合。

臣淳風等謹按其間宜云周制八寸爲尺。古以周尺八尺爲步。今以周尺六尺四寸爲步。問古者百里當今幾里。又與經中當今里數所較幾何。曰一百二十三里二十三步四寸多子。經中一里二百六十二步一尺三寸八分。術宜云置百里步數以古步寸數乘之。以今步寸數除之。以里法三百步除之。即得。以經中當今里數減之餘即所多之數。

求鄭氏注云古者百畝當今一百五十六畝二十五步。依鄭計之法。置經中古者八十寸今六十四寸。和約古步率得五。今步率得四。古步率五。自乘得二十五。爲古步法。今步率四。自乘得十六。爲今步法。置田一百畝。以古步法二十五乘之得二十五萬。以今步法十六除之得一萬五千六百二十五步。以畝法一百步除之得一百五十六畝。不盡二十五步。

臣淳風等謹按其間宜云鄭注云王制周制以十寸爲尺。或言周尺八寸。則步更爲八八六十四寸。以此計之。古者百畝當今一百五十六畝二十五步。欲求其旨。趣如何。術宜云置古步寸數與今步寸數相約所得各自爲率。二率各自乘爲步法。又列田百畝步數。以古步法乘之。今步法除之。即得。

求鄭注云古者百里當今一百二十五里法

置一百里以三百步乘之得三萬步以古步率五乘之得十五萬為實以今步率四乘里法三百步得一千二百為法實如法而一得一百二十五里按經自不合鄭注又不與經同未詳所以

臣淳風等謹按其問宜云鄭意以周納以十寸為尺或謂周尺八寸以此計之古者百里當今一百二十五里求其旨趣如何倘宜云以今步寸數等約古步寸數各自為率古步率得五今步率得四置百里步數以古步率乘之以今步率四而一以里法三百步除之即得

五經算術卷下

禮記月令黃鍾律管法

黃鍾律口置一算以三九個因之為法置一算以三因之得三又三因之得九又三因之得二十七又三因之得八十一又三因之得二百四十三又三因之得七百二十九又三因之得二千一百八十七又三因之得六千五百六十一又三因之得一萬九千六百八十三為法即是黃鍾一寸之積分重張其位于上以三再因之為黃鍾之實以法除之得黃鍾十一月管長九寸

置黃鍾一寸積分一萬九千六百八十三以三因之得五萬九千九百四十九又置五萬九千九百四十九以三因之得十七萬七千一百四十七為黃鍾之實以寸法一萬九千六百八十三除之得黃鍾之管長九寸律管之法隔八相生子午巳東為上生子午巳西為下生上生者三分益一下生者三分損一益者四乘三除損者二乘三除黃鍾下生林鍾六月管長六寸置黃鍾管長九寸以二乘之得十八以三除之得林鍾管長六寸

林鍾上生太簇正月管長八寸置林鍾管長六寸以四乘之得二十四以三除之得太簇管長八寸太簇下生商呂八月管長五寸三分寸之一置太簇之管八寸以二乘之得十六以三除之得商呂之管

長五寸三分寸之一

南呂上生姑洗三月管長七寸九分寸之一置南呂管長五寸以分母三乘之內子一得十六以四乘之得六十四以三乘法三得九為法以除之得姑洗之管長七寸九分寸之一

姑洗下生應鍾十月管長四寸二十七分寸之二置姑洗管長七寸以分母九乘之內子一得六十四以二乘之得一百二十八以分母九乘法三得二十七為法以除之得應鍾之管長四寸二十七分寸之二

應鍾上生蕤賓五月管長六寸八十一分寸之二十六置蕤賓管長四寸以分母二十七乘之內子二十得一百二十八以四乘之得五百一十二以分母二十七乘法三得八十一為法除之得蕤賓管長六寸八十一分寸之二十六

蕤賓上生大呂十二月管長八寸二百四十三分寸之一百四置蕤賓管長六寸以分母八十一乘之內子一十六得五百一十二以四乘之得二千四十八為實以分母八十一乘法三得三百四十三為法除之得大呂之管長八寸二百四十三分寸之一百四

大呂下生夷則十月管長五寸七百二十九分寸之四百五十一置大呂管長八寸以分母二百四十三乘之內子一百四得二千四十八以二乘之得四千九十六為實以分母二百四十三乘法三得七百二十九為法除之得夷則管長五寸七百二十九分寸之四百五十一

夷則上生夾鍾三月管長七寸二千二百八十七分寸之一千七百七十五置夷則管長五寸以分母七百二十九乘之內子四百五十一得四千九十六以四乘之得一萬六千三百八十四為實以分母七百二十九乘法三得二千二百八十七為法除之得夾鍾管長七寸二千二百八十七分寸之一千七百七十五

夾鍾下生無射九月管長四寸六千五百六十一分寸之六千五百二十四置夾鍾管長七寸以分母二千一百八十七乘之內子一千七百七十五得一萬六千三百八十四以二乘之得三萬二千七百六十八為實以分母二千一百八十七乘法三得六千五百六十一為法除之得無射管長四寸六千五百六十一分寸之六千五百二十四

無射上生中呂四月管長六寸一萬九千六百八十三分寸之一萬二千九百七十四置無射管長四寸以分母六千五百六十一乘之內子六千五百二十四得三萬二千七百六十八以四乘之得十三萬一千七十二為實以分母六千五百六十一乘法三得一萬九千六百八十三為法除之得中呂之管長六寸一萬九千六百八十三分寸之一萬二千九百七十四

禮記運注始於黃鍾終於南呂法

五行之動迭相為五行四時十二月運相為本五聲六律十二管運相為宮五味六和十二食運相為清濁五時之運迭相為五時四時十二月運相為本五聲六律十二管運相為宮五味六和十二食運相為清濁五時之運迭相為五時四時十二月運相為本五聲六律十二管運相為宮五味六和十二食運相為清濁

相為始。五經宮商角徵羽其管。曰曰律。曰呂。布在十二辰。始於黃鍾九寸。下生者三分去一。上生者三分益一。終于南呂。更相為宮。凡六十律。雖按五聲六律十二管。還相為宮。終于南呂。

黃鍾為宮。林鍾為徵。太簇為商。南呂為羽。姑洗為角。林鍾為宮。太簇為徵。南呂為商。姑洗為羽。應鍾為角。太簇為宮。南呂為商。姑洗為羽。應鍾為角。南呂為宮。姑洗為徵。應鍾為商。太簇為羽。大呂為角。姑洗為宮。應鍾為徵。太簇為商。大呂為羽。夷則為角。應鍾為宮。蕤賓為徵。大呂為商。夷則為羽。夾鍾為角。蕤賓為宮。大呂為徵。夷則為商。夾鍾為羽。無射為角。大呂為宮。夷則為徵。夾鍾為商。無射為羽。中呂為角。夷則為宮。夾鍾為徵。無射為商。中呂為羽。黃鍾為角。夾鍾為宮。無射為徵。中呂為商。黃鍾為羽。林鍾為角。無射為宮。中呂為徵。黃鍾為商。林鍾為羽。太簇為角。中呂為宮。黃鍾為徵。林鍾為商。太簇為羽。南呂為角。

甄鸞按司馬彪律歷志黃鍾下生林鍾。林鍾上生太簇。太簇下生南呂。南呂上生姑洗。姑洗下生應鍾。應鍾上生蕤賓。蕤賓上生大呂。大呂下生夷則。夷則上生夾鍾。夾鍾下生無射。無射上生中呂。中呂上生執始。執始下生去滅。去滅上生時息。時息下生結躬。結躬上生變庚。變庚下生運內。運內上生盛變。盛變上生分否。分否下生解形。解形上生開時。開時下生閉掩。閉掩上生南中。南中上生丙盛。丙盛下生安度。安度上生屈齊。屈齊下生歸期。歸期上生路時。路時下生未育。未育上生離宮。離宮上生凌陰。凌陰下生去南。去南上生族嘉。族嘉下生鄰齊。鄰齊上生內負。內負上生分動。分動下生歸嘉。歸嘉上生隨期。隨期下生未卯。未卯上生形始。形始下生運時。運時上生制時。制時上生少出。少出下生分積。分積上生爭南。爭南下生保保。保保上生物物。物物上生智末。智末下生否與。否與上生形竹。形竹上生形竹。形竹下生夷汗。夷汗上生依行。依行上生色色。色色下生謙待。謙待上生未知。未知下生白呂。白呂上生南授。南授下生分島。分島上生南事。南事不生。

一本注始於黃鍾終于南事法

甄鸞按司馬彪律歷志黃鍾下生林鍾。林鍾上生太簇。太簇下生南呂。南呂上生姑洗。姑洗下生應鍾。應鍾上生蕤賓。蕤賓上生大呂。大呂下生夷則。夷則上生夾鍾。夾鍾下生無射。無射上生中呂。中呂上生執始。執始下生去滅。去滅上生時息。時息下生結躬。結躬上生變庚。變庚下生運內。運內上生盛變。盛變上生分否。分否下生解形。解形上生開時。開時下生閉掩。閉掩上生南中。南中上生丙盛。丙盛下生安度。安度上生屈齊。屈齊下生歸期。歸期上生路時。路時下生未育。未育上生離宮。離宮上生凌陰。凌陰下生去南。去南上生族嘉。族嘉下生鄰齊。鄰齊上生內負。內負上生分動。分動下生歸嘉。歸嘉上生隨期。隨期下生未卯。未卯上生形始。形始下生運時。運時上生制時。制時上生少出。少出下生分積。分積上生爭南。爭南下生保保。保保上生物物。物物上生智末。智末下生否與。否與上生形竹。形竹上生形竹。形竹下生夷汗。夷汗上生依行。依行上生色色。色色下生謙待。謙待上生未知。未知下生白呂。白呂上生南授。南授下生分島。分島上生南事。南事不生。

漢書終于南事之法

甄鸞按司馬彪志序云漢興北平侯張敖首治律歷。孝武正樂。徵傅律之官。至元始中。博徵通知律者。及其意。劉典與傅奏前史班固取以爲志。而元帝時郎中京房知五聲之管六律之數。上使太子太傅元成。諫議大夫韋雍。試問房于樂府。房對受學。故小黃令焦延壽六十律相生之法。以上生下。皆三生

二以下生上。皆三生四。陽下生陰。陰上生陽。始於黃鍾。黃鍾長九寸。下生林鍾。林鍾長八寸四分。下生應鍾。應鍾長八寸二分。下生蕤賓。蕤賓長八寸。下生大呂。大呂長七寸八分。下生夷則。夷則長七寸六分。下生夾鍾。夾鍾長七寸四分。下生無射。無射長七寸二分。下生中呂。中呂長七寸。下生執始。執始長六寸八分。下生去滅。去滅長六寸六分。下生時息。時息長六寸四分。下生結躬。結躬長六寸二分。下生變庚。變庚長六寸。下生運內。運內長五寸八分。下生盛變。盛變長五寸六分。下生安度。安度長五寸四分。下生屈齊。屈齊長五寸二分。下生歸期。歸期長五寸。下生路時。路時長四寸八分。下生未育。未育長四寸六分。下生離宮。離宮長四寸四分。下生凌陰。凌陰長四寸二分。下生去南。去南長四寸。下生族嘉。族嘉長三寸八分。下生鄰齊。鄰齊長三寸六分。下生內負。內負長三寸四分。下生分動。分動長三寸二分。下生歸嘉。歸嘉長三寸。下生隨期。隨期長二寸八分。下生未卯。未卯長二寸六分。下生形始。形始長二寸四分。下生運時。運時長二寸二分。下生制時。制時長二寸。下生少出。少出長一寸八分。下生分積。分積長一寸六分。下生爭南。爭南長一寸四分。下生保保。保保長一寸二分。下生物物。物物長一寸。下生智末。智末長八分。下生否與。否與長六分。下生形竹。形竹長四分。下生夷汗。夷汗長二分。下生依行。依行長一分。下生色色。色色長一分。下生謙待。謙待長一分。下生未知。未知長一分。下生白呂。白呂長一分。下生南授。南授長一分。下生分島。分島長一分。下生南事。南事長一分。

色育實十七萬六千七百七十六律八寸九分。小分八。下生謙待。執始實十七萬四千七百六十二律八寸八分。小分七。下生去滅。丙盛實十七萬二千四百一十律八寸七分。小分六。下生安度。

分動實十七萬八千九百八十八分小分四下生歸焉。
 曾未實十六萬七千八百八十八分小分二下生否與。
 丑大呂實十六萬五千八百八十八分小分三下生夷則。
 分否實十六萬三千六百五十四分小分一下生解形。
 凌陰實十六萬一千四百五十二分小分二下生去南。
 少出實十五萬九千二百八十八分小分九下生分積。
 寅太簇實十五萬七千四百六十四分小分八下生南呂。
 未知實十五萬七千一百三十四分小分九下生白呂。
 時息實十五萬五千三百四十四分小分九下生結躬。
 屈齊實十五萬三千二百五十三分小分九下生歸期。
 隨期實十五萬一千二百九十分小分八下生未朔。
 刑竹實十四萬九千一百五十六分小分六下生無射。
 卯夾鍾實十四萬七千四百五十六分小分九下生無射。
 開時實十四萬五千四百七十七分小分九下生閉掩。
 族嘉實十四萬三千五百一十三分小分九下生鄉齊。
 爭南實十四萬一千五百八十二分小分九下生期保。
 辰姑洗實十三萬九千九百六十八分小分一下生噴鐘。
 南得實十三萬九千六百七十四分小分七下生進內。
 變虞實十三萬八千八十四分小分二下生進內。
 路時實十三萬六千二百二十五分小分九下生木育。
 形始實十三萬四千三百九十二分小分八下生進時。
 依行實十三萬二千五百八十二分小分七上生色育。
 巳中呂實十三萬一千七十二分小分六上生執始。
 南中實十二萬九千三百八十八分小分六上生丙盛。
 內負實十二萬七千五百六十七分小分八上生分動。
 物應實十二萬五千八百五十六分小分三上生未末。
 午蕤賓實十二萬四千四百一十六分小分三上生大呂。
 南畢實十二萬四千一百五十四分小分三上生大呂。
 又應按以下兩引以漢志正。不生。
 而動之。以漢志正。不生。

盛鍾實十二萬二千七百四十一分小分三上生分否。
 離宮實十二萬一千八百一十九分小分二上生凌陰。
 制時實十一萬九千四百六十六分小分一上生少出。
 未林鍾實十一萬八千九百八十八分小分九上生未知。
 謙待實十一萬七千八百五十一分小分九上生時息。
 去滅實十一萬六千五百八十八分小分八上生屈齊。
 安度實十一萬四千九百四十分小分四上生隨期。
 歸嘉實十一萬三千三百九十三分小分七上生隨期。
 否與實十一萬一千八百六十七分小分六上生形始。
 申夷則實十一萬五百九十二分小分六上生夾鍾。
 解形實十萬九千一百三十三分小分三上生開時。
 去南實十萬七千六百三十五分小分五上生族嘉。
 分積實十萬六千一百八十七分小分七上生南呂。
 西南呂實十萬四千九百七十六分小分三上生姑洗。
 白呂實十萬四千七百五十六分小分三上生南得。
 結躬實十萬三千五百六十三分小分二上生變虞。
 歸期實十萬二千一百六十九分小分一上生路時。
 未卯實十萬七千九百九十四分小分五上生依行。
 夷汗實九萬九千四百三十七分小分五上生中呂。
 戌無射實九萬八千三百四十四分小分九上生南中。
 閉掩實九萬六千九百八十四分小分九上生南中。
 鄉齊實九萬五千六百七十五分小分八上生內負。
 期保實九萬四千三百八十八分小分七上生物應。
 亥應鍾實九萬三千三百一十二分小分七上生變虞。
 分島實九萬三千一百一十六分小分六上生變虞。
 進內實九萬二千五百六十七分小分八上生變虞。
 未育實九萬八千一百一十七分小分四上生離宮。
 遲時實八萬九千五百九十五分小分五上生制時。
 案：以上小分。以漢志正。不生。以上有奇。
 案：以上小分。以漢志正。不生。以上有奇。

今本後... 鐘之濁... 長六寸七分... 鍾終于南事注云... 濁乃注云不生此乃荷欲充六十之數其于義理未之前聞

登頸脩七寸... 鐘之濁... 長六寸七分... 鍾終于南事注云... 濁乃注云不生此乃荷欲充六十之數其于義理未之前聞

禮記投壺法

登頸脩七寸... 鐘之濁... 長六寸七分... 鍾終于南事注云... 濁乃注云不生此乃荷欲充六十之數其于義理未之前聞

臣淳風等謹按其間... 周徑各幾何... 周徑三約之即得徑數

推春秋傳公五年正月辛亥朔法

經云... 南極... 以爲... 度而知之... 公視則遂登觀... 以象雲氣而審禮也... 凡分至啓閉必審雲物... 爲備故也... 經而不詳... 注... 正... 已... 據... 矣...

臣淳風等謹按此... 置積月一萬一千九百八十五... 六百一十五... 爲小餘以六十餘積日得五千八百九十八... 求次月朔法... 置正月朔大小餘加朔大餘二十九... 除之命以甲子算外即次月朔如是加得一... 推傳公五年正月辛亥朔日冬至法... 臣淳風等謹按其間... 年元餘行九百六十九... 亥朔日... 四除之得五千八百七十七... 命以甲子算外辛亥冬至... 臣淳風等謹按其間... 名餘數即與四爲度法也... 求次氣法... 加大餘十五小分二十一... 子算外次氣日如是加得一氣... 臣淳風等謹按一年之中有二十四氣... 有四以四乘之二十四氣得九十六... 得三十二分之七也... 術曰小分二十一... 滿氣法從小餘小餘滿四從大餘者乃是不約其分不出分母

雖有其數無所由來。若求次氣者宜云加大餘十五。小分七。小分滿三十二。案原本此句脫。從大餘一始。是一加得一氣。

推文公元年歲在乙未。閏當在十月而下。失在三月法。

經云。文公元年。于是閏三月。非禮也。光王之正時也。履端于始。舉正于中。歸餘于終。履端于始。序則不愆。舉正于中。民則不惑。歸餘于終。事則不悖。案此亦在。文。

臣淳風等謹按術意。問宜云從周歷上元丁巳。至魯文公元年歲在乙未。積二百七十五萬九千七百九十八算。中十二。閏餘七。問其年有閏以不若有。閏復在何月下。曰。其年有閏。在十月。術曰。從周歷上元丁巳。至魯文公元年歲在乙未。積二百七十五萬九千七百九十八算。以元法四千五百六十除之。得六百五乘之。重不盡九百九十八。以章月二百二十五乘之。得二十三萬四千五百三十。以章歲十九除之。得一萬二千三百四十三。為積月。不盡十三。為閏餘。經云。閏餘十二。已上。其歲有閏。今有十三。即知文公元年有閏也。

推閏餘十三在何月法

既章歲十九。以閏餘十三。較之不盡六。以歲中十二。乘之。得七十二。以章月七。除之。得十。合從正月。起算。外閏十月而下。盡閏三月者。非也。

推文公元年歲在庚子。是歲無閏而置閏法

經云。文公六年。閏月不告朔。猶朝于廟。傳曰。閏月不告朔。非禮也。閏以正時。時以作事。事以厚生。生民之道。于是乎在矣。不告閏朔。兼時正也。何以爲民。

臣淳風等謹按術意。問宜云從周歷上元。至文公元年。元餘九百九十八算。問文公六年。合有閏不曰無閏。術曰。置文公元年。算九百九十八。更加五。得一千三算。以章月二百三十五乘之。得二十三萬五千七百五。以章歲十九除之。得一萬二千四百五。為積月。不盡十。為閏餘。經云。閏餘十二。已上。其歲有閏。今止有十。即知六年無閏也。

推歲公二十七年歲在乙卯。再失閏法

歲公二十七年歲在乙卯。九月乙亥朔。是建申中之月也。魯史。書十二月乙亥朔。日有食之。案左傳注。建申中之月。即乙卯朔。傳曰。冬十一月乙亥朔。日有食之。于是辰在申。司歷過也。再失閏矣。言時實以爲十一月也。不察其建。不考之于天也。

臣淳風等謹按術意。問宜云從文公十一年。至歲公二十七年。合七十七年。以何術推求。得知再失閏。術曰。置文公十一年歲在乙巳。會于承匡之歲。至歲公二十七年歲在乙卯。合七十七年。閏餘七。即以七乘七十一。年得四百九十七。以章歲十九除之。得二十六。閏以長歷校之。正二十四。閏故云再失閏。

推絲縣老人生經四百四十五甲子法
歲公三十年歲在戊午。二月癸未。注二月一日丁卯朔。癸未十七日也。晉悼夫人食與人之城杞者。絲縣

人年長矣。無子而往與于食。有與疑年。使之年。曰。臣小人也。不知紀年。臣生之歲。正月甲子朔。四百有四五甲子矣。其季于今。三之一也。史。史問諸朝。師曠曰。魯叔仲惠伯曾孫成子于承匡之歲也。七十三。年矣。趙曰。亥有二首六身。下二如身。是其日數也。士文伯曰。然則二萬六千六百有六句也。甄鸞按。四百四十五甲子。其季于今。三之一者。計四百四十五甲子。有二萬六千七百七十。其季三之一者。謂不滿四百四十五甲子。于未滿一甲子六十日之中。三分取一。謂去四十日。止留二十日也。是以注云。三分六甲之一。得甲子甲戌。盡癸未。謂止有四百四十四甲子。奇二十日。合二萬六千六百六十日。以應史趙亥有二首六身之數也。術曰。置積日三萬六千六百六十日。以四乘之。得十萬六千六百四十日。為實。又置周天三百六十五日四分日之一。以四乘之。內子。得一萬四千六百六十一。為一歲之日法。以除實。得七十二歲。一千四百四十八。少十三分。不滿法。計四分爲一日。更少三日。不終季年。算法半法以上。收成一。爲七十三。年。據多而計也。

推文公十一年歲在乙巳。夏正月甲子朔。絲縣老人生月法

歲公三十年。絲縣人曰。臣小人也。不知紀年。臣生之歲。正月甲子朔。四百四十五甲子矣。其季于今。三之一也。

臣淳風等謹按術意。問宜云。案原本此句脫。從周歷上元。至絲縣老人生年。元餘有一千八百算。正月既甲子朔。問正月以前十二月十一月大小。又各是何朔。及大餘小餘之數。當月各有幾何。曰。夏之十一月。小乙丑朔。大餘一。小餘一百一十三。十二月。大甲午朔。大餘三十。小餘六百一十二。正月。小甲子朔。大餘一百一十七。術曰。置文公元年九百九十八算。更加十。得一萬八算。以章月二百三十五乘之。得二十三萬六千八百八十。以章歲十九除之。得一萬二千四百六十七。為積月。不盡七。為閏餘。

推積日法

置積月一萬二千四百六十七。以周天分二萬七千七百五十九乘之。得三億四千六百七萬一千四百五十三。為朔積分。以日法九百四十除之。得三十六萬八千一百六十一。為積日。不盡一百一十三。為小餘。以六十除積日。不盡一。為大餘。命以甲子算外。乙丑。推次月朔法。如前傳公五年中術。

臣淳風等謹按。此術所推得乙丑朔者。是夏之十一月朔也。欲求十二月朔者。置前月小餘一百一十三。加朔小餘四百九十九。又置前月大餘一。加朔大餘二十九。命以甲子算外。十二月。大甲午朔。次求正月朔者。置前月小餘六百一十二。加朔小餘四百九十九。又置前月大餘三十。加大餘二十九。小餘滿日法。從大餘。滿六句。除之。適得盡。命以甲子算外。正月。小甲子朔。是老人所生之歲也。

推昭公十九年閏十二月後而以閏月爲正月。故以正月爲二月法

臣淳風等謹按術意。問宜云。從周歷上元。至昭公十九年歲在戊寅。積二百七十。五萬九千九百一算。問此年合有閏。以不并正月。復是何朔。曰。有閏。正月乙丑朔。術曰。置周歷上元丁巳。至昭公十九年歲

在戊寅積二百七十五萬九千九百一十一。以元法四千五百六十除之。得六百五乘之。取不盡一千一百一。以章月二百三十五乘之。得二十五萬八千七百三十五。以章歲十九除之。得一萬三千六百一十七。為積月。不盡十二。為閏餘。經云閏餘十二已上。其歲有閏。今閏餘有一十二。則知十九年有閏也。

推積日法

推積日法。推昭公十九年歲在戊寅閏在十二月下法。推昭公十九年歲在戊寅閏在十二月下法。臣淳風等謹按術意。問。宣昭公十九年。閏餘十二。既有閏。當在何月下。曰。在十二月下。術曰。置章歲十九。以閏餘十二減之。不盡七。以十二乘之。得八十四。以章閏七除之。得十二。命從正月起算外。即閏在十二月下也。

推昭公十九年歲在戊寅閏在十二月下法。臣淳風等謹按術意。問。宣昭公十九年。閏餘十二。既有閏。當在何月下。曰。在十二月下。術曰。置章歲十九。以閏餘十二減之。不盡七。以十二乘之。得八十四。以章閏七除之。得十二。命從正月起算外。即閏在十二月下也。

推昭公十九年歲在戊寅閏在十二月下法

臣淳風等謹按昭公十九年依前求之。正月大。乙丑朔。大餘一。小餘五百六十三。閏其年十二月及閏月大小。月朔甲子。并當月大小。各幾何。曰。正月大。乙丑朔。大餘一。小餘三百六十三。二月小。乙未朔。大餘三十一。小餘一百二十二。三月大。甲子朔。大餘六十二。四月小。甲午朔。大餘三十三。小餘一百八十五。五月大。癸亥朔。大餘五十九。小餘六百七十九。六月小。癸巳朔。大餘二十九。小餘二百三十八。七月大。壬戌朔。大餘五十八。小餘七百三十七。八月小。壬辰朔。大餘二十八。小餘二百九十六。九月大。辛酉朔。大餘五十七。小餘七百九十五。十月小。辛卯朔。大餘二十七。小餘三百五十四。十一月大。庚申朔。大餘五十六。小餘八百五十三。十二月小。庚寅朔。大餘二十六。小餘四百一十二。閏月大。己未朔。大餘五十五。小餘九百一十一。淳風等推求朔甲乙。及月大小。并當月大小。餘之法。術曰。置前月大小。各加朔大小。餘滿日法。從大餘一。大餘滿六十去之。餘命起甲子算外。即次月朔。如是一加得一。月朔。若小餘滿四百四十一以上。其月大。不滿者。小其昭公二十年推月朔法。亦準此。

推昭公二十年歲在己卯月朔法

推昭公二十年歲在己卯月朔法。正月大。己丑朔。大餘二十五。小餘四百七十二。二月小。己未朔。大餘五十五。小餘二十九。三月大。戊子朔。大餘二十四。小餘五百二十八。

推昭公二十年歲在己卯正月己丑朔且冬至而失云閏二月己丑冬至法

臣淳風等謹按術意。問。宣昭公二十年。己卯。積二百七十五萬九千九百二十。欲求此正月朔且冬至。及大小。餘各幾何。曰。大餘二十五。小餘二。術曰。置周歷上元丁巳。至昭公二十年歲在己卯。積二百七十五萬九千九百二十。以元法四千五百六十除之。得六百五乘之。取不盡一千一百一。以二十一乘之。得二萬三千一百四十二。以度分母除之。得五千七百八十五。不盡二。為

小餘。以六十除積日。得九十六。乘之不盡二十五。為大餘。命以甲子算外。己丑冬至。與正月朔且同。孰按周歷昭公十九年歲在戊寅。其年閏十二月。其月大。己未朔。二十年歲在己卯。正月大。己丑朔。即以己丑朔且為冬至。而昭公十九年不置閏。乃以閏十二月為正月。故以為二月也。

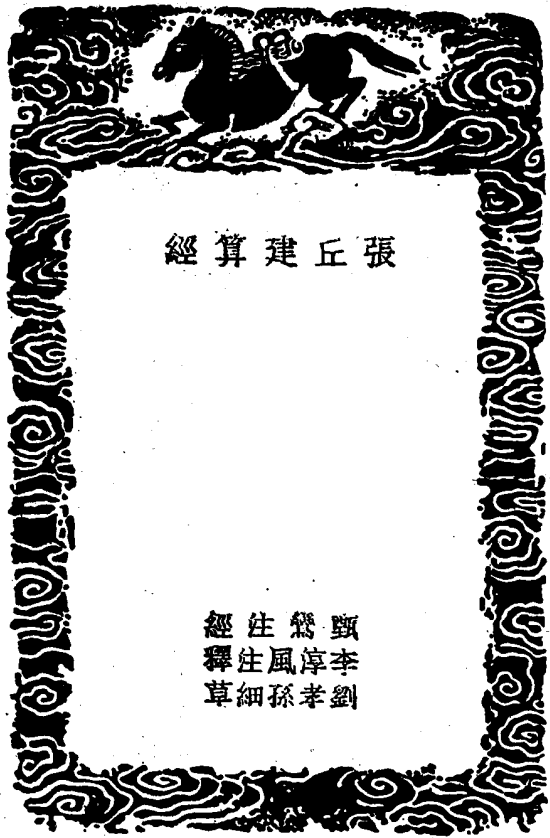
推哀公十二年歲在戊午應置閏而不置故書十二月有盡法

經云。哀公十二年。冬。十有二月。盡。季孫聞諸仲尼。仲尼曰。丘聞之。火伏而後。於者。畢。今火猶西流。司歷過也。

臣淳風等謹按術意。問。宣昭公二十年。歲在戊午。積二百七十五萬九千九百四十二。算有閏。以不。若有閏。復在何月之下。曰。有閏。在八月之下。術曰。置周歷上元丁巳。至哀公十二年歲在戊午。積二百七十五萬九千九百四十二。算以元法四千五百六十除之。得六百五乘之。取不盡一千一百四十二。以章月二百三十五乘之。得二十六萬八千三百七十。以章歲十九除之。得一萬四千一百二十四。為積月。不盡十四。為閏餘。經云。閏餘十二已上。有閏。其歲有餘十四。則知十二年有閏也。

求十二年閏月法

置章歲十九。以閏餘十四減之。不盡五。以歲中十二乘之。得六十。以章閏七除之。得八。命從正月起算外。即閏在八月下。孰按周歷十二月。夏之十月也。哀公十二年。閏在夏八月下。當時實是夏之九月。而失以閏月為九月。以九月為十月。故書冬十有二月。盡也。



張丘建算經

甄鸞注
李淳風釋

張丘建算經序

夫學算者不患乘除之爲難而患通分之爲難。是以序列諸分之本元。宜明約通之要法。上實有餘爲分子。下法從而爲分母。可約者約以命之。不可約者因以名之。凡約法高者下之。稠者半之。奇者商之。副置其子及其母。以少減多。求等數而用之。乃若其通分之法。先以其母乘其全。然後內子母不同者。母互乘子母亦相乘爲一母。諸子共之。約之通分而母入者出之。則定其夏候陽之方。孫子之蕩杯。此等之術。皆未得其妙。故更造新術。推盡其理。附之於此。余爲後生好學。有無由以至者。故舉其大概而爲之法。不復煩重。庶其易曉云耳。滑河張丘建謹序。

張丘建算經卷上

漢中郡守前司隸甄鸞注

以九乘二十一五分之三。問得幾何。

答曰。一百九十四五分之二。

草曰。置二十一。以分母五乘之。內子三。得一百八。然以九乘之。得九百七十二。卻以分母五而一。得

合所問。

以二十一七分之三。乘三十七九分之五。問得幾何。

答曰。八百四十一分之十六。

草曰。置二十一。以分母七乘之。內子三。得一百五十。又置三十七。以分母九乘之。內子五。得三百三

十八。二位相乘得五萬七百爲實。以二分母七九相乘得六十三。而一得八百四十四。六十三分之四

十八。各以三約之。得二十一。一十六。合前問。

以三十七三分之二。乘四十九五分之三七分之四。問得幾何。

答曰。一千八百八十九。一百五分之八十三。

草曰。置三十七。以分母三乘之。內子二。得一百一十三。又置四十九於下。別置五分於下。右之三。在

孫丘建算經 卷上

左。又於五分之下。別置七分。三分之下置四。維乘之。以右上五乘左下四。得二十。以右下七乘左上三。得二十一。併之。得四十一。以分母相乘。得三十五。以三十五除四十一。得一餘六。以六加上四十九。得五十五。又以分母三十五乘之。內子六。得一千七百五十六。以乘上位一百一十三。得一百九萬八千四百二十八。為實。又以分母三母相乘。得一百五。為法。除實。得一千八百八十九。餘一百五。分母相乘。為法。若州有分母。各乘其全。內子令相乘。為實。分母為法。實如法而得一。

以十二除二百五十六。九分之八。問得幾何。

答曰。二十一。二十七分之十一。

草曰。置二百五十六。以分母九乘之。內子八。得二千三百一十二。為實。又置除數十二。以九乘之。得一百八。為法。除實。得二十一。法與除俱半之。得二十七分之十一。台所問。

以二十七分之三。除一千七百六十八。七分之二。問得幾何。

答曰。六十四。四百八十三分之三十八。

草曰。置一千七百六十八。以分母七乘之。內子四。得一萬二千三百八十。又以除分母五乘之。得六萬一千九百。為實。又置除數二十七。以分母五乘之。內子三。得一百三十八。又以分母七乘之。得九百六十六。為法。除之。得六十四。法與除各折半。得四十八。三十三分之三十八。得台所問。

以五十八二分之二。除六千五百八十七。三分之二。四分之三。問得幾何。

答曰。一百一十二。七百二分之二。四百三十七。

草曰。置六千五百八十七。於上。又別置三分於下右。之二於左。又置四分於三下。之三於左。維乘之。分母得十二。子得一十七。以分母除子。得一餘五。加一上。位得六千五百八十八。以分母十二乘之。內子五。得七萬九千六十一。又以除數分母二因之。得一十五萬八千一百二十二。又置除數五十八。於下。以二因之。內子一。得一百一十七。又以乘數分母十二乘之。得一千四百四。為法。以除實。得一百一十二。法與除俱半之。得七百二分之二。四百三十七。

今有官獵鹿。賜園兵。初園三人。中賜鹿五頭。次園五人。中賜鹿七頭。次園七人。中賜鹿九頭。併三園。鹿一十五萬二千三百三十三頭。少半頭。問園兵幾何。

答曰。三萬五千人。

術曰。以三賜人數。互乘三賜鹿數。併以為法。三賜人數相乘。并賜鹿數為實。實如法而得一。草曰。置三人於右上。五鹿於左上。五人於右中。七鹿於左中。七人於右下。九鹿於左下。以右中乘左上五。得二十五。又以右下乘左上二十五。得一百七十五。又以右上乘左中七。得二十一。又以右下乘左中二十一。得一百四十七。又以右上乘左下九。得二十七。又以右中乘左下二十。

孫丘建算經 卷上

孫丘建算經 卷上

七。得一百三十五。將左三位併之。得四百五十七。為法。以右三位相乘。得一百五。別置一十五萬二千三百三十三頭。少半頭。位於上。先以三乘之。內子一。得四十五萬七千。以一百五乘之。得四千七百九十八萬五千。置除法四百五十七。以三因之。得一千三百七十一。為法。除之。得三萬五千人。合問。

今有獵園。周四百五十二里。一百八十步。布圍兵十步一人。今欲縮令通身得地四尺。問園內縮幾何。

答曰。三十里五十二步。

術曰。置園里步數一退。以四因之。為尺。以步除法。之。即得縮數。草曰。置四百五十二里。以里法三百步乘之。內子一百八十。得一十三萬五千七百八十步。退一等。得一萬三千五百七十八尺。四因之。得五萬四千三百一十二尺。以六尺除之。為步。得九千五百二十步。以里法三百除之。得三十里五十二步。台問。

今有園兵二萬三千四百人。以布圍。周各相去五步。今園內縮除一十九里一百五十步而止。問兵相去幾何。

答曰。四步四分步之三。

術曰。置人數。以五乘之。又以十九里一百五十步減之。餘以人數除之。不盡平約之。草曰。置園兵二萬三千四百人。以五乘之。得一十一萬七千步。置一十九里。以三百通之。內子一百五十步。得五千八百五十步。以減上位。得一十一萬一千一百五十步。以園兵二萬三千四百除之。得四步。餘以園兵數再折除。得三。除法得四。

今有封山。周棧三百二十五里。甲、乙、丙三人。同遠周棧行。甲日行一百五十里。乙日行一百二十里。丙日行九十里。問周行幾何日會。

答曰。十日六分日之五。

術曰。置甲、乙、丙。內行里數。求等數為法。以周棧里數為實。實如法而得一。草曰。置甲、乙、丙。內行里數。甲行一百五十。乙行一百二十。丙行九十。各求等數。得三十。為法。除周棧數。得十日。法餘二十五。各以五除之。法得六。餘得五。各以三十約之。甲、乙、丙。內行數。乃甲得五。乙得四。丙得三。台所問。

今有內營。周七百二十步。中營。周九百六十步。外營。周一千二百步。甲、乙、丙三人。直夜。甲行內營。乙行中營。丙行外營。俱發南門。甲行九。乙行七。丙行五。問各行幾何。周俱到南門。

答曰。

- 甲行十二周。
- 乙行七周。
- 丙行四周。

孫丘建算經 卷上

術曰：以內、中、外、周步數，互乘甲、乙、丙行率，求等數，約之，各得行周。

草曰：置內營七百二十步於上，中營九百六十步於中，外營一千二百步於下，又各以二百四十約之，內營得四，外營得三，中營得五，別置甲行九於右，上乙行七於右，中丙行五於右，以求等數，以右位再倍，上得三十六，中得二十八，下得二十，以上三除右，上三十六得十二，周以左中四除，右中二十八得七，周以左下五除，右二十得四，周是甲、乙、丙行數，合前問。

今有津，不知其廣，東岸高一丈，坐岸東，去岸五十步，遙望岸上及津西畔，適與人目參合，人目去地二尺四寸，問津廣幾何。

答曰：二百八十三步之一。

術曰：以岸高乘人去岸為實，以人目去地為法，實如法而一。
草曰：置岸高一丈，又別置五十步於上，以六乘之，得三百尺，又以十尺乘之，得三千尺，為實，以人眼去地二尺四寸為法，除三千尺，得一千二百五十尺，又以六尺為步，除之，得二百八十三步，法六除二，各折半，得三十分之一，合前問。

今有覆生於池中，出水三尺，去岸一丈，引葭趨岸不及一尺，問葭長及水深各幾何。

答曰：葭長一丈五尺，水深一丈二尺。

術曰：置葭去岸尺數，以不及尺數減之，餘自相乘，以出水尺數而一，所得加出水而半之，得葭長，減出水尺數，即得水深。
草曰：置去岸一丈，減不及一尺，餘有九尺，自乘之，得八十一尺，以出水三尺除之，得二十七尺，加出水三尺，其得三丈半之，得葭長一丈五尺，減出水三尺，餘水深一丈二尺，合問。

今有木不知遠近，高下立一表高七尺，人去表九步，立望表頭，適與木邪平，人目去地七尺二寸，又去表三十步，薄地遙望表頭，亦與木端邪平，問木去表及高幾何。

答曰：去表三百一十五步，木高八丈五寸。

術曰：以表高乘人立去表為實，以表高減人目去地為法而一，得木去表，以表高乘木去表為實，以人目薄地去表為法，實如法而一，所得加表高，即木高。
草曰：置表高七尺，以去表九步乘之，得六十三為實，以表高七尺，減人目去地七尺二寸，餘二寸，為法，除實，得去表三百一十五步，又以表高七尺，乘去表三百一十五步，得二千二百五，以去表三十步除之，得七丈三尺五寸，加入表高七尺，得木高八丈五寸，合問。

張丘建算經 卷上

今有城，不知大小，去人遠近，於城西北隅而立四表，相去各六丈，令左兩表與城西北隅南北望，參相直，從右後表望城西北隅，入右前表一尺二寸，又望西南隅，亦入右前表四寸，又望東北隅，亦入右後表二丈四尺，問城去左後表及大小各幾何。

答曰：城去左後表一里二百步，東西四里四十步，南北三里一百步。

術曰：置表相去自乘，以望城西北隅入數而一，得城去表，又以望城西南隅入數而一，所得減城去表，餘為城之南北，以望城東北隅入左後表數，減城去表，餘以乘表相去，又以入左後表數而一，即得城之東西。
草曰：置表相去六丈，自乘之，得三十六百尺，以西北隅入表一尺二寸除之，得三千尺，以六尺除之，得五百步，又以里三百步除之，得一里餘二百步，為城去表步數，又別置三千六百尺，以望城西南隅入表四寸除之，得九千尺，以減城去表三千尺，餘有六千尺，以六除之，得一千里，法而一，得三里，餘有一百步，為城南北步數，又置望城東北隅入左後表二丈四尺，以減城去表三十尺，餘有二千九百七十六尺，以表相去六丈乘之，得一十七萬八千五百六十尺，以入左後表二丈四尺除之，得七千四百四十尺，以六尺除之，得一千二百四十步，里法而一，得四里，餘四十步，為城東西步，合問。

今有甲日行疾於乙日行二十五里，而甲發洛陽，七日至鄴，乙發鄴，九日至洛陽，問鄴洛陽相去幾何。

答曰：七百八十七里半。

術曰：以甲、乙所至日數相乘，又以甲日行疾里數乘之為實，以甲至日減乙至日數，餘為法，實如法而一。
草曰：置甲、乙所至七日、九日，相乘得六十三，又以甲疾行二十五里乘之，得一千五百七十五為實，以甲至七日減乙至九日，餘有二日為法，除實，得七百八十七里半，合問。

今有官出庫金五十九斤一兩，賜王九人，公十二人，侯十五人，子十八人，男二十一人，王得金各多公五兩，公得金各多侯四兩，侯得金各多子三兩，子得金各多男二兩，問王、公、侯、子、男各得金幾何。

答曰：王一斤六兩，公一斤一兩，侯十三兩，子十兩。

張丘建算經 卷上

勇八兩

術曰置十公候子男數十位十四之公位九之候位五之子位二之併之以找出金兩數餘以凡人數而一所得各以本差之數加之得十公候子男各所得金之數不加卯男之得金

草曰置千九入公十二人候十五人子十八人以王位十四之得一百二十六公位九之得一百八候位五之得七十五子位二之併之得三百四十五以減出金五十九斤一兩餘六百寫實併五等人數得七十五寫法除實得八兩乃加十四兩為王加九得十七兩為公加五得十三兩為候加二得十兩為子男不加如數如滿斤法而一不滿者命為兩合問

今有十等人大官甲等十人官賜金依等次差降之上三人先入得金四斤持出下四人後入得金三斤持出中央三人未到者亦依等次更給問各得金幾何及未到三人復應得金幾何

答曰

甲一斤七十八分斤之三十三

乙一斤七十八分斤之二十六

丙一斤七十八分斤之十九

丁一斤七十八分斤之十二

戊一斤七十八分斤之五

己七十八分斤之七十六

庚七十八分斤之六十九

辛七十八分斤之六十二

壬七十八分斤之五十五

癸七十八分斤之四十八

未到三人共得三斤七十八分斤之十五

術曰以先入人數分所持金數為上率以後入人數分所持金數為下率二率相減餘為差實併先後入人數而半之以減凡人數餘為差法實如法而一得差數併一二三以差數乘之以減後入人所持金數餘以後入人數而一又置十八減一餘乘差數併之即第一人所得金數以次每減差數各得之矣并中央未到三人得應持金數

草曰置先入人數於左上置得金數於右上又置後入人數於左下置後得金數於右下以後入人數乘先得金數得十六以先入人數乘後得金數得九以九直減十六得七為差實又併先後入人數七半之得三半以減十人數餘六半又以先後人數率分母三與分母四相乘得十二以乘六半得七十八為差法也置後入所得金數三以乘差法得二百三十四又置一二三得差以七因之得四十二直減二百三十四餘有一百九十二以後入四人數除之人得四十八乃是得之

數累加差七乃合前問

今有園村徑頭二尺一寸欲以為方問各幾何

答曰一尺五寸四分四寸二十五分之二

術曰置徑尺寸數以五乘之為實以七為法實如法而一

草曰置二尺一寸以五乘之得一百五寸以七除之得二尺五寸合前問

今有泥方一尺欲為彈丸令徑一寸問得幾何

答曰一千七百七十七枚九分枚之七

術曰置泥方寸數再自乘以十六乘之為實以九為法實如法得一

草曰置一尺為十寸再自乘得一千以十六乘之得一萬六千為實以九為法除實得一千七百七十七九分之二合前問

今有客不知其數兩人共盤少兩盤三人共盤長三盤問客及盤各幾何

答曰客三十人

十三盤

術曰以二乘少盤三乘長盤併之為盤數倍之又以二乘少盤數增之得人數

草曰置二人於右上少兩盤於右下置三人於左上置剩三盤於左下各以人乘盤右得四左下得九併之得十三盤數別置少盤二以剩盤三乘之得六更併少剩盤乘之得三十人合前問

今有女善織日益功疾初日織五尺今一月日織九匹三丈問日幾幾何

答曰五寸二十九分寸之十五

術曰置今織尺數以一月日而一所得倍之又倍初日尺數減之餘為實以一月日數初一日減之餘為法實如法得一

草曰置九匹以匹法乘之內三丈得三百九十尺以一月三十日除之每日得一丈三尺倍之得二十六尺又倍初日尺數得一丈六尺之餘一丈六尺為實又置一月三十日減一日得二十九日為法除之得五寸二十九分寸之十五合前問

今有女子不辭織日減功初日織五尺末日織一尺今三十日織訖問織幾何

答曰二匹一丈

術曰併初末日織尺數半之餘以乘織訖日數即得

草曰置初日五尺訖日一尺併之得六半之得三以三十日乘之得九十尺合前問

今有絹一匹，買紫草三十斤，染絹二丈五尺，今有絹七匹，欲減買紫草，還自染餘絹，問減絹買紫草各幾何。

答曰：

減絹四匹一丈二分三寸，買紫草一百二十九斤三兩一十三分九厘。

術曰：從今有絹匹數，以本絹一匹尺數乘之，為減絹實，以紫草三十斤乘之，為買紫草實，以本絹尺數并染尺為法，實如法得一，其一術，盈不足術為之，亦得。

草曰：置絹七匹，以匹法乘之，得二百八十尺，又以買紫草一匹四十四尺乘之，得一萬一千二百尺，為減絹實，以本絹尺數六十五尺為法，除實得一百七十二尺，法與餘實倍之，得一十三分尺之四，又置二百八十尺，以紫草三十斤乘之，得八千四百斤，為買紫草實，亦以六十五尺為法，除之，得一百二十九斤，餘不盡者十六乘之，得二百四十，又以法除之，得三兩，餘與法皆倍之，得一十三分九厘之九，合前問。

今有生絲一斤，練之折五兩，練絲一斤，染之出三兩，今有生絲五十六斤八兩七分兩之四，問染得幾何。

答曰：四十六斤二兩四百四十八分兩之二百二十三。

術曰：置一斤兩數，以折兩數減之，餘乘今有生絲斤兩之數，又以出兩數併一斤兩數乘之，為實，一斤兩數自乘為法，實如法得一兩數。

草曰：置五十六斤，以兩法十六乘之，內子八兩，得九百四十四，又以分母七乘之，內子四，得六千三百三十二兩為實，又以練率十一染率十九相乘得二百九，以乘其實得一百三十二萬三千三百八十八為積，以十六相乘得二百五十六，又以分母七乘之，得一千七百九十二，為法，除積得七百三十八兩，餘與法皆再折得四十八分兩之三十二，若求練絲折法，置積兩以十六乘，以十一除，得絲數。

今有錢十斤，一經入爐得七斤，今有錢三經入爐，得七十九斤一十一兩，問未入爐本錢幾何。

答曰：二百三十三斤五兩四錢三百四十三分錢之二百八十四。

術曰：置錢三經入爐得斤兩數，以十斤再自乘，乃乘上為實，以七斤再自乘為法，實如法而得一，草曰：置三經入爐得七十九斤，以十六乘之，內一兩，得一千二百七十五兩，以十斤再自乘，得一千，以乘之，得一百二十七萬五千為實，以七斤再自乘得七兩，得三百四十三，為法，以除實得三千七百一十七兩，餘六十九，以二十四乘之，得一千六百五十六，又以法除之，得四錢三百四十三分，餘之二百八十四，又以十六除所得兩數，得二百三十三斤五兩，併前錢，合前問。

今有錢一斤八兩，直絹一匹，今持錢一斤，得錢五十，得絹三丈，今有錢一千，問得絹幾何。

答曰：一匹二丈六尺六寸太半寸。

術曰：置絲一斤兩數，以一匹尺數乘之，以絲一斤八兩數而一，所得以減得絹尺數，餘以一千錢乘之，為實，以五十錢為法，實如法得一。

草曰：置絲一十六兩，以四十尺乘之，得六百四十，以一斤八兩通為二十四兩為法，除之，得二丈六尺六寸太半寸，為絲所得之絹，以減三丈餘三尺三寸少半寸，為錢之所直，以三尺三寸三因之，內子一，得十尺，以乘一千錢，得一萬尺，又以神錢五十，以三因之，得一百五十為法，除實得六丈六尺六寸太半寸，合前問。

今有甲貨乙絹三匹，約限至不還，四日息三尺，今過限七日，取絹二匹，價錢三百，問一匹值錢幾何。

答曰：七百五錢十七分錢之十五。

術曰：以過限日息尺數，減取絹匹尺數，餘為法，以價錢乘一匹尺數為實，實如法而一，草曰：置七日三匹絹，日息三尺，共九尺，以乘七日，得六十三尺，以減八十尺，餘一十七尺，為法，又置價錢三百，以四十尺乘之，得一萬二千錢，以一十七為法，除之，得七百五錢十七分錢之十五，合前問。

今有金方七，銀方九，秤之適相當，交易其一，金輕七兩，問金銀各重幾何。

答曰：

金方重十五兩十八錢。

銀方重十二兩六錢。

術曰：金銀方數相乘，各以半輕數乘之，為實，以超方數乘金銀方數，各自為法，實如法而一，草曰：置金方七，銀方九，相乘得六十三，以半輕數三兩半乘得二百二十兩半，又以金銀超方數二，以乘金方數，得一十四為法，除實得一十五兩，餘不盡者，以二十四乘之，得二百五十二錢，再以前法除之，得一十八錢，若求銀方，又置兩二百二十兩半，以銀方九，二因得一十八為法，除之，得一十二兩，餘二十四乘之，得一十八，以法除之，得六錢，為銀方，合前問。

今有器容九斗，中有米不知其數，滿中粟春之，得米五斗八升，問滿粟幾何。

答曰：八斗。

術曰：置器容九斗，以米數減之，餘以五之二而一，得滿粟斗數。

草曰：置九斗，以米五斗八升減之，得三斗二升，以粟數五因之，得一石六斗，以糠率二斗除之，得八斗，為粟，合前問。

今有七百人，造浮橋九日，成，今增五百人，問日幾何。

答曰：五日四分日之一。

術曰：置本人數，以日數乘之，為實，以本人數今增人數併之，為法，實如法而一，草曰：置七百人，以九日因之，得六千三百，又以增五百人，加七百人，得一千二百人，為法，除之，得五

戶除四分日之一合前問。今有與人錢初一人與三錢次一人與四錢次一人與五錢以次與之轉多一錢與訖還欲聚與均分之人得一百錢問人幾何。

答曰一百九十五人。

術曰置人得錢數以減初人錢數餘倍之以轉多錢數加之得人數。草戶從人得錢一百減初人錢三文得九十七倍之加初人得一百九十五合前問。

張丘建算經卷中

今有戶出銀一斤八兩一十二銖今以家有貧富不等令戶別作差品通融出之最下戶出銀八兩以次戶差各多三兩問戶幾何。

答曰一十二戶。

術曰置一戶出銀斤兩銖數以最下戶出銀兩銖數減之餘倍之以差多兩銖數加之為實以差兩銖數為法實如法而一。

草曰置二十四兩以二十四乘之內一十二銖得五百八十八銖減最下戶八兩數一百九十二銖餘三百九十六倍之得七百九十二又加差多三兩數七十二銖共得八百六十四為實以差多兩銖數七十二為法除實得一十二戶合前問。

今有人盜馬乘去已行三十七里馬主乃覺追之一百四十五里不及二十三里而還今不還追之問幾何里及之。

答曰二百三十八里一十四分里之三。

術曰置不及里數以馬主追里數乘之為實以不及里數減已行里數餘為法實如法而一。草曰置馬不及里數二十三里以馬主追去一百四十五里乘之得三千三百三十五為實以不及

二十三里減已行三十七里餘一十四為法除實得二百三十八里一十四分里之三合前問。今有馬行轉過次日減半疾七日行七百里問日行幾何。

答曰。

初日行三百五十二里一百二十七分里之九十六。

次日行一百七十六里一百二十七分里之四十八。

次日行八十八里一百二十七分里之二十四。

次日行四十四里一百二十七分里之一十二。

次日行二十二里一百二十七分里之六。

次日行十一里一百二十七分里之三。

次日行五里一百二十七分里之六十五。

術曰置六十四三十二一十六八四二一為差調併為法以行里數乘未併者各自為實實如法而一。

草曰置七日為七位以次倍之得一二四八六三二六六十四為差以調併之得一百二十七為法以七日行七百里乘未併者初日得四百四十八里次得二百二十四里次得一百一十二里次得五十六里次得二十八里次得十四里次得七里各自為實實如法而一各合問。

今有駕馬日初發家良馬日以七分之一發家日乃五分之一行四十五里及駕馬問良馬日不止各行幾何。

答曰。

良馬日行一百七十五里。

駕馬日行一百一十二里一百五十步。

術曰置五分之二十七之一相減餘為良馬行率增七分日之一為駕馬行率各以為法以及里數乘二得實實如法而一。

草曰置七分於右上一於左上半分於右下半於左下以右上乘左下得十四以右乘左上得五減十四得九為良馬率法以五加九得十四為駕馬率法以七分五分相乘得三十五以乘追及四十五里得一千五百七十五里為實以良馬九法除之得一百七十五里為良馬行又以十四除實得一百一十二里餘七里以里法三百通之得二千一百步再以十四除之得一百五十步合前問。今有過行者五十步疾行者七十步過行者以先發疾行者以後發行八十七里一百五十步乃及之問過行者先發行幾何里。

答曰二十五里。

術曰以過行步數減疾行步數餘以乘及步數為實以疾行步數為法實如法而一。

草曰以過行步數減疾行步數餘以乘及步數為實以疾行步數為法實如法而一。

甲。答曰：一百四十七里。
術曰：以五分日之一，減三分日之二，餘以甲日行里數乘之，又以乙日行里數乘之，為實。以甲乙行里數相減，餘以乘二分母為法，實如法而一。
草曰：置五分於右，上置之一於左，又置三分於右，下之二於左，以右上五乘左下二，得一十，以右下三乘左上一，得三，以減十，餘七，以甲行七十里乘之，得四百九十，又以乙行九十里乘之，得四萬四千一百，以甲行里數減乙行里數，餘二十里，以二分母乘之，得三百，以除實，得一百四十七里，乃合前問。

今有甲日行七十步，乙日行九十步，甲日以五分之一，乃發，乙日以三分之一，乃發，問乙行幾何里及

術曰：置上方尺數，以高乘之為實，以上方尺數減下方尺數，餘為法，實如法而一。
草曰：置上方十尺，以高二十五尺乘之，得二百五十尺，以上方一丈減下方三尺，餘二丈為法，除實，得一丈二尺五寸，乃合前問。

今有優場方四丈，高二丈，欲以垣四面單墼之，垣一枚廣五寸，長一尺一寸，厚二寸，問用垣幾何？
答曰：一萬四千七百二十七塊，一十一分塊之三。

術曰：置優場方丈數，以垣廣增之，而以四乘之，以高乘之為實，以垣長厚相乘為法，實如法而一。
草曰：置四百寸，加五寸，以四因之，得一千六百二十寸，又以高二百寸乘之，得三十二萬四千寸，以垣長厚相乘，得二十二寸為法，除之，得一萬四千七百二十七枚，一十一分塊之三，合前問。

今有築城上廣一丈，下廣三丈，高四丈，今已築高一丈五尺，問已築上廣幾何？
答曰：二丈二尺五寸。
術曰：置城下廣，以上廣減之，又置城高，以減築高，餘相乘，以城高而一，所得加城上廣，即得。
草曰：置城下廣三十尺，以上廣減之，餘二十尺，別以城高四十尺，以築高一丈五尺減之，得二丈五尺，以乘二十尺，得五百尺，以城高四十尺為法，除之，得一丈二尺五寸，所得加城上廣一丈，得二丈二尺五寸，合前問。

今有築城上廣二尺，下廣六尺，高二丈，今已築上廣三尺六寸，問已築高幾何？
答曰：一丈二尺。
術曰：置已築上廣及下廣，各減城上廣，以築上廣減餘，以減下廣減餘，餘乘築高為實，以城上廣減下所餘為法，實如法而一。
草曰：置城下廣六尺，以築高上廣三尺六寸減之，餘二尺四寸，以城高二十尺乘之，得四十八尺，又以城上廣二尺減下廣六尺，餘四尺為法，除之，得一丈二尺，合前問。

今有方雉，下方二丈，高三丈，欲斬末為方亭，令上方六尺，問斬高幾何？
答曰：九尺。
術曰：令上方尺數乘高尺數為實，以下方尺數為法，實如法而一。
草曰：置上方六尺，以乘高三丈，又得一百八十尺，以下方二十尺為法，實得九尺，合前問。

今有方亭，下方三尺，上方一丈，高二丈五尺，欲接築為方雉，問接築高幾何？
答曰：一丈二尺五寸。

今有率戶出絹三匹，依貧富欲以九等出之，令戶各差除二丈，今有上上三十九戶，上中二十四戶，上下五十七戶，中上三十一戶，中中七十八戶，中下四十三戶，下上二十五戶，下中七十六戶，下下一十三戶，問九等戶各應出絹幾何？
答曰：
上上戶出絹五匹，
上中戶出絹四匹二丈，
上下戶出絹四匹，
中上戶出絹三匹二丈，
中中戶出絹三匹，
中下戶出絹二匹二丈，
下上戶出絹二匹，
下中戶出絹一匹二丈，
下下戶出絹一匹。

術曰：置上八等戶，各求積差，上上戶十六，上中戶十四，上下戶十二，中上戶十，中中戶八，中下戶六，下上戶四，下中戶二，各以其戶數乘而併之，以出絹匹丈數乘凡戶所得，以併數減之，餘以凡戶數而一，所得即下下戶，遞加差，各得上八等戶所出絹匹丈數。

今有率戶出絹三匹，依貧富欲以九等出之，令戶各差除二丈，今有上上三十九戶，上中二十四戶，上下五十七戶，中上三十一戶，中中七十八戶，中下四十三戶，下上二十五戶，下中七十六戶，下下一十三戶，問九等戶各應出絹幾何？
答曰：
上上戶出絹五匹，
上中戶出絹四匹二丈，
上下戶出絹四匹，
中上戶出絹三匹二丈，
中中戶出絹三匹，
中下戶出絹二匹二丈，
下上戶出絹二匹，
下中戶出絹一匹二丈，
下下戶出絹一匹。

術曰：置上八等戶，各求積差，上上戶十六，上中戶十四，上下戶十二，中上戶十，中中戶八，中下戶六，下上戶四，下中戶二，各以其戶數乘而併之，以出絹匹丈數乘凡戶所得，以併數減之，餘以凡戶數而一，所得即下下戶，遞加差，各得上八等戶所出絹匹丈數。

術曰：置上方尺數，以高乘之為實，以上方尺數減下方尺數，餘為法，實如法而一。
草曰：置上方十尺，以高二十五尺乘之，得二百五十尺，以上方一丈減下方三尺，餘二丈為法，除實，得一丈二尺五寸，乃合前問。

今有優場方四丈，高二丈，欲以垣四面單墼之，垣一枚廣五寸，長一尺一寸，厚二寸，問用垣幾何？
答曰：一萬四千七百二十七塊，一十一分塊之三。

術曰：置優場方丈數，以垣廣增之，而以四乘之，以高乘之為實，以垣長厚相乘為法，實如法而一。
草曰：置四百寸，加五寸，以四因之，得一千六百二十寸，又以高二百寸乘之，得三十二萬四千寸，以垣長厚相乘，得二十二寸為法，除之，得一萬四千七百二十七枚，一十一分塊之三，合前問。

今有築城上廣一丈，下廣三丈，高四丈，今已築高一丈五尺，問已築上廣幾何？
答曰：二丈二尺五寸。
術曰：置城下廣，以上廣減之，又置城高，以減築高，餘相乘，以城高而一，所得加城上廣，即得。
草曰：置城下廣三十尺，以上廣減之，餘二十尺，別以城高四十尺，以築高一丈五尺減之，得二丈五尺，以乘二十尺，得五百尺，以城高四十尺為法，除之，得一丈二尺五寸，所得加城上廣一丈，得二丈二尺五寸，合前問。

今有築城上廣二尺，下廣六尺，高二丈，今已築上廣三尺六寸，問已築高幾何？
答曰：一丈二尺。
術曰：置已築上廣及下廣，各減城上廣，以築上廣減餘，以減下廣減餘，餘乘築高為實，以城上廣減下所餘為法，實如法而一。
草曰：置城下廣六尺，以築高上廣三尺六寸減之，餘二尺四寸，以城高二十尺乘之，得四十八尺，又以城上廣二尺減下廣六尺，餘四尺為法，除之，得一丈二尺，合前問。

今有方雉，下方二丈，高三丈，欲斬末為方亭，令上方六尺，問斬高幾何？
答曰：九尺。
術曰：令上方尺數乘高尺數為實，以下方尺數為法，實如法而一。
草曰：置上方六尺，以乘高三丈，又得一百八十尺，以下方二十尺為法，實得九尺，合前問。

今有方亭，下方三尺，上方一丈，高二丈五尺，欲接築為方雉，問接築高幾何？
答曰：一丈二尺五寸。

今有率戶出絹三匹，依貧富欲以九等出之，令戶各差除二丈，今有上上三十九戶，上中二十四戶，上下五十七戶，中上三十一戶，中中七十八戶，中下四十三戶，下上二十五戶，下中七十六戶，下下一十三戶，問九等戶各應出絹幾何？
答曰：
上上戶出絹五匹，
上中戶出絹四匹二丈，
上下戶出絹四匹，
中上戶出絹三匹二丈，
中中戶出絹三匹，
中下戶出絹二匹二丈，
下上戶出絹二匹，
下中戶出絹一匹二丈，
下下戶出絹一匹。

術曰：置上八等戶，各求積差，上上戶十六，上中戶十四，上下戶十二，中上戶十，中中戶八，中下戶六，下上戶四，下中戶二，各以其戶數乘而併之，以出絹匹丈數乘凡戶所得，以併數減之，餘以凡戶數而一，所得即下下戶，遞加差，各得上八等戶所出絹匹丈數。

今有率戶出絹三匹，依貧富欲以九等出之，令戶各差除二丈，今有上上三十九戶，上中二十四戶，上下五十七戶，中上三十一戶，中中七十八戶，中下四十三戶，下上二十五戶，下中七十六戶，下下一十三戶，問九等戶各應出絹幾何？
答曰：
上上戶出絹五匹，
上中戶出絹四匹二丈，
上下戶出絹四匹，
中上戶出絹三匹二丈，
中中戶出絹三匹，
中下戶出絹二匹二丈，
下上戶出絹二匹，
下中戶出絹一匹二丈，
下下戶出絹一匹。

術曰：置上八等戶，各求積差，上上戶十六，上中戶十四，上下戶十二，中上戶十，中中戶八，中下戶六，下上戶四，下中戶二，各以其戶數乘而併之，以出絹匹丈數乘凡戶所得，以併數減之，餘以凡戶數而一，所得即下下戶，遞加差，各得上八等戶所出絹匹丈數。

今有率戶出絹三匹，依貧富欲以九等出之，令戶各差除二丈，今有上上三十九戶，上中二十四戶，上下五十七戶，中上三十一戶，中中七十八戶，中下四十三戶，下上二十五戶，下中七十六戶，下下一十三戶，問九等戶各應出絹幾何？
答曰：
上上戶出絹五匹，
上中戶出絹四匹二丈，
上下戶出絹四匹，
中上戶出絹三匹二丈，
中中戶出絹三匹，
中下戶出絹二匹二丈，
下上戶出絹二匹，
下中戶出絹一匹二丈，
下下戶出絹一匹。

術曰：置上八等戶，各求積差，上上戶十六，上中戶十四，上下戶十二，中上戶十，中中戶八，中下戶六，下上戶四，下中戶二，各以其戶數乘而併之，以出絹匹丈數乘凡戶所得，以併數減之，餘以凡戶數而一，所得即下下戶，遞加差，各得上八等戶所出絹匹丈數。

草曰：置上上戶三十九以十六乘之得六百二十四列於上。又置上中戶二十四以十四因之得三百三十六併上。又置上下戶五十七以十二因之得六百八十四併上。又置中上戶三十一以十因之得三百一十併上。又置中中戶七十八以八因之得六百二十四併上。又置中下戶四十三以六因之得二百五十八併上。又置下上戶二十五以四因之得一百一十二併上。又置下中戶七十六以二因之得一百五十二併上。又置下下戶八十八又併九等戶三百八十六以十二因之得四千六百三十二丈以減三千八十八丈餘一千五百四十四丈以爲平率以乘戶數三百八十六而一除之得四丈爲一匹是景下之戶所出緇以次各加二丈至上上戶出五匹併合前問。

今有粟三千斛六百八食之其一百八日食糜米八斛二百八日食糲米十四斛三百八日食糲米十八斛。問粟得幾何日食之。

答曰：四十一日四十九分日之一十六。

術曰：置粟數爲實以三等日食米積數各求爲粟之數併以爲法實如法得一。

草曰：置粟八斛以五十乘之以糲米二十四除得一十六餘一十六以二十四約之得三餘得二又置糲米十四斛以五十乘之得七十併以糲米率二十七除得二十五餘二十七分之二十五又置糲米十八斛以五十乘之三十除之得三十併三位得七十一併又置餘分三於右二於左上下二十七於右下二十五於左上下三乘於左下二十五得七十五以右二十七乘左二得五十四併之得一百二十九又以分母三乘二十七得八十一爲法除得一併加上位七十七得七十二餘四十八分母八十一各三約之得二十七分之十六又以二十七乘七十二併內子一十六得一千九百六十爲法乃置粟三千斛以母二十七乘之得八萬一千爲實以一千九百六十爲法除得四十一日法與除俱得折得四十九分日之十六併前問。

今有三女各刺文一方長女七日刺訖中女八日半刺訖小女九日太半刺訖今令三女共刺一方問幾何日刺訖。

答曰：二日一千二百五十六分日之九百三十九。

術曰：置日數以互乘方數併爲法日數相乘爲實實如法得一。

草曰：置大女七日於右上一於左。中女八日半是三分之二以分母通分內子一得十七於右中一於左。小女九日太半以分母三因之內子二得二十九於右下一於左。乃互乘之以右中十七乘左上一得十七又以右下二十九乘之得四百九十三又以右七乘左中一得七又以右七乘左上一得七又以右二十九乘之得四百六又以上七乘左下一又以右十七乘之又以分母三因之得三百五十七併之得一千二百五十六爲法又以右十七乘中一十七得一百一十九又以右二十九乘之得三千四百五十一爲實以法除之得二日一千二百五十六分日之九百三十九併前問。

今有車運麥輸太倉去三十七里十六分里之十一重車日行四十五里七日五返。問空車日行幾何。

答曰：日行六十七里。

術曰：置麥去太倉里數以返數乘之以重車日行里數而一所得爲重行日數以減凡日數餘爲空行日數以爲法以返數乘麥去太倉里數爲實實如法得一。

草曰：置去太倉里數三十七里以十六乘之內子一十一得六百三十三里又以返數五乘之得三千一百五十五以重車日行四十五以分母十六乘之得七百二十爲法除三千一百五十五得四十四不盡二因九約約得十六分日之三爲重車日行里又置七日以十六乘之得一百一十二又置四日以十六乘之內子三得六十七以減一百一十二餘四十五爲法以法除太倉里數三千一百五十五得六十七里併前問。

今有人持錢之洛買利五之初返歸一萬六千第二返歸一萬七千第三返歸一萬八千第四返歸一萬九千第五返歸二萬凡五返歸本利俱盡。問本錢幾何。

答曰：三萬五千三百二十六錢一萬六千八百七十七錢之五千九百一十八。

術曰：置後返歸錢數以五乘之以七乘第四返歸錢數加之以五乘之以四十九乘第三返歸錢數加之以五乘之以三百四十三乘第二返歸錢數加之以五乘之以二千四百一乘初返歸錢數加之以五乘之以一萬六千八百七十一得本錢數一法盈不足術爲之亦得。

草曰：置最後返歸錢數以五乘之得十萬又以第四返歸一萬九千以七乘之得十三萬三千併上位得二十三萬三千又以五因之得一百一十六萬五千又置第三返一萬八千以四十九乘之得八十八萬二千又加上位得二百四萬七千又以五乘之得一千二百三萬五千又置第二返一萬七千以三百四十三乘之得五百八十三萬一千加上位得一千六百六萬六千又以五乘之得八千三百三十三萬又置初返歸一萬六千以二千四百一乘之得三千八百四十一萬六千加上位得一億一千八百七十四萬六千又以五乘之得五億九千三百七十三萬萬實又以一萬六千八百七十七爲法除實得三萬五千三百二十六錢一萬六千八百七十七錢之五千九百一十八併前問。

今有清酒一斛直粟十斛醋酒一斛直粟三斛今持粟三斛得酒五斛。問清酒醋酒各幾何。

答曰：清酒二斛八升七分升之四。醋酒二斛一升七分升之三。

術曰：置得酒斛數以清酒直數乘之減去持粟斛數餘爲醋酒實又置得酒斛數以醋酒直數乘之以減持粟斛數餘爲清酒實各以二直相減餘爲法實如法而一即得以盈不足爲之亦得。

草曰：置得五斛以清酒十量乘之得五斛減去粟三斛餘二斛爲醋酒實又置五斛以醋酒三量乘之得一斛五斛以減三斛餘一斛五斛爲清酒實以三減十餘七爲法除醋酒實得一斛八升九合前問。

今有清酒一斛直粟十斛醋酒一斛直粟三斛今持粟三斛得酒五斛。問清酒醋酒各幾何。

答曰：清酒二斛八升七分升之四。醋酒二斛一升七分升之三。

術曰：置得酒斛數以清酒直數乘之減去持粟斛數餘爲醋酒實又置得酒斛數以醋酒直數乘之以減持粟斛數餘爲清酒實各以二直相減餘爲法實如法而一即得以盈不足爲之亦得。

草曰：置得五斛以清酒十量乘之得五斛減去粟三斛餘二斛爲醋酒實又置五斛以醋酒三量乘之得一斛五斛以減三斛餘一斛五斛爲清酒實以三減十餘七爲法除醋酒實得一斛八升九合前問。

七分升之四。又以法除清酒實。得二斛一升七分升之三。合前問。
今有田積一十二萬七千四百四十九步。問爲方幾何。

答曰三百五十七步。

術曰以開方除之即得。

草曰置前積步數於上。借一算子於下。常超一位步至百止。以上商置三百於積步之上。又置三萬於積步之下。下法之上名曰方法。以方命上商三三如九。除九萬。又倍方法一退。下法再退。又置五十於上商之下。又置五百於下法之上。名曰開法。以方開二法除實餘有四千九百四十九。又倍開法以併方得七千。退一等。下法再退。又置七於上商五十之下。又置七於下法之上。名曰開法。以方開二法除實。得合前問。

今有田方一百二十一步。欲以爲圓。問周幾何。

答曰四百一十九步八百二十九分步之一百三十一。

術曰方自相乘。又以十二乘之爲實。開方除之即得。

草曰以一百二十一步自相乘。得一萬四千六百四十一。又以十二乘之。得一十七萬五千六百九十二。借一算子於下。常超一位步至百止。上商得四百。下置四萬爲方法。命上商除一十六萬。倍下方法。退一位得八千。下法退二等。又置上商得一十。又置下法之一百。名曰開法。以方開除實八千一百。又置倍開法。從方法退一等得八百二十。又置九於一十之下。又置九於下法之上。名曰開法。以方命上商八九七十二。除七千二百。又以方法二命上商九除一百八十。又以開法九命上商九除八十一。餘一百三十一。即四百一十九步八百二十九之一百三十一。合前問。

今有圓田周三百九十六步。欲爲方。問得幾何。

答曰一百一十四步二百二十九分步之七十二。

術曰周自相乘十二而一。所得開方除之即得方。

草曰欲三百九十六自相乘。得一十五萬六千八百一十六。以十二而一。得一萬三千六十八。以開方法除。借一算子於下。常超一位至百止。上商置一百。下置一萬於下法之上。名曰方法。以方法命上商除實一萬。退方法倍之。下法再退。又置一十於上商之下。又置一百於下法之上。名曰開法。以方開二法皆命上商除實二千一百。又開法倍之。以從方法退一位。下法再退。又置四於上商一十之下。又置四於下法之上。名曰開法。以方開二法皆命上商除實八百九十六。餘得合前問。

今有弧田弦六十八步五分步之三。爲田二畝三十四步四十五分步之三十二。問矢幾何。

答曰矢一十二步三分步之二。

術曰欲田積步倍之爲實。以弦步數爲從。(此下原缺)

張丘建算經卷下

(以上原缺二葉。每葉十八行。每行十八字。)

甲得一鹿四分鹿之二。

乙得一鹿四分鹿之一。

丙得一鹿。

丁得四分鹿之三。

戊得四分鹿之二。

術曰列置甲六、乙五、丙四、丁三、戊二。各自爲差。謂併爲法。以鹿數乘未併者。各自爲實。實如法得一。草曰置六五四三二并之得二十爲法。又以甲六乘五鹿得三十。復以二十除之。得一鹿除一。與法俱倍之。得四分鹿之二。以乙五乘五鹿得二十五。復以二十除得一鹿四分之一。又以丙四乘五鹿得二十。爲一鹿。又以丁三乘五鹿得一十五鹿。乃得四分鹿之三。又以戊二乘五鹿得一十。乃得四分鹿之二。合前問。

今有鹿直西走。馬獵追之。未及三十六步。鹿回直北走。馬俱斜逐之。走五十步。未及一十步。斜直射之。得鹿。若鹿不迴。馬獵追之。問幾何里而及之。

答曰三里。

術曰置斜逐步數以射步數增之自相乘以追之未及步數自相乘減之餘以開方除之所得以減斜逐步數餘為法以斜逐步數乘未及步數為實實如法得一

草曰置斜逐步步五十增未及步數十步共六十步自乘得三千六百又置追之未及步數三十六步自相乘得一千二百九十六以減斜自乘步二千三百四步以開方除之得四十八步以減斜逐步數五十餘二為法又置未及三十六以斜逐步數五十乘之得一千八百以法除之得九百步乃合前問

今有垣高一丈三尺五寸材長二丈二尺五寸倚之於垣末與垣齊問引材卻行幾何材末至地

答曰四尺五寸

術曰垣高以減材長自乘餘以開方除之所得以減材餘即卻行尺數

草曰置垣高數自相乘得一百八十二尺二分五分又以材長數自相乘得五百六尺二分五分以垣高自乘減之餘三百二十四以開方法除之得一丈八尺以減材長二丈二尺五分餘四尺五分合前問

今有倉東西袤一丈二尺南北廣七尺南壁高九尺北壁高八尺問受粟幾何

答曰得四百四十斛二十七分斛之二十

術曰併南北壁高而半之以廣乘之為實實如解法而一得斛數

草曰置南北壁高併之得一十七半之得八尺五寸又置長一十二尺以廣七尺因之得八十四尺又以高八尺五寸乘之得七百一十四尺以解法一尺六寸二分除之得四十四斛餘一十二并法各以六除之得二十七分之二十合前問

今有圓圖上一丈八尺下周二丈七尺高一丈四尺問受幾何

答曰三百六十九斛四斛九分斛之四

術曰上下周相乘又各自乘併以高乘之以三十六而一所得為實實如解法而一得斛數

草曰置上一丈八尺自相乘得三百二十四尺以下周二丈七尺自相乘得七百二十九尺又上下周相乘得四百八十六尺併三位得一千五百三十九尺又以高一丈四尺乘之得二萬一千五百四十六尺以三十六除之得五百九十八尺五寸為實以解法除之得三百六十九斛四斛餘與法各折半皆以九除之法得九餘得四即合前問

今有窖上廣四尺下廣七尺上袤五尺下袤八尺深一丈問受粟幾何

答曰得二百二十五斛三斛八十一分斛之七

術曰倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之併以深乘之六而一所得為實實如解法而一得斛數

孫丘建算經 卷下

答曰一丈五尺

術曰置上長五尺倍之得十尺加下長八尺倍下長八尺得十六尺加上長五尺為二十一尺以上廣四尺乘上長一十八尺得七十二尺又以廣七乘下長二十一尺得一百四十七尺併之得二百一十九尺又以深十尺乘之得二千一百九十尺以六除之得三百六十五尺以解法除之得二百二十五斛三斛法餘各半之得八十一分斛之七即合前問

今有窖上方五尺下方八尺深九尺問受粟幾何

答曰二百三十八斛九分斛之八

術曰上下方相乘又各自相乘併以深乘之三面一所得為實實如解法而一得斛數

草曰置上方五尺自相乘得二十五尺置下方八尺自相乘得六十四尺又以上下方相乘得四十四尺併三位得一百二十九尺又以深九尺乘之得一千一百六十一尺又以三而一得三百八十七尺以解法除得二百三十八斛餘與法皆半之九約得九分斛之八合前問

今有倉東西袤一丈四尺南北廣八尺南壁高一丈受粟六百二十二斛九分斛之二問北壁高幾何

答曰八尺

術曰置粟積尺以倉廣乘相乘而一所得倍之減南壁高尺數餘為北壁高

草曰置六百二十二斛以九因之得五千六百又以解法一尺六寸二分乘之得九千七十二尺是粟積數以九除之得一千八尺以長廣相乘得一百一十二尺以除一千八尺得九尺倍之得一十八尺減南壁高一丈餘即北壁高數合前問

今有圓圖上一丈五尺高一丈二尺受粟一百六十八斛五斛二十七分斛之五問下周幾何

答曰一丈八尺

術曰置粟積尺以三十六乘之以高而一所得以上周自相乘減之餘以上周尺數從而開方除之所得即下周

草曰置粟一百六十八斛五斛以分母二十七乘之內子五得四千五百五十尺又以解法乘之得七千三百七十一尺又以三十六乘得二十六萬五千三百五十六尺又以二十七除之得九千三百二十八尺又以高一丈二尺除之得八百一十九尺又以上周自乘得二百二十五尺以減上數餘五百九十四尺又以上周一丈五尺為從法開方合前問

今有窖上方八尺下方一丈二尺受粟九百三十八斛八十一分斛之二十二問深幾何

答曰一丈五尺

術曰置粟積尺以三乘之為實上下方相乘併又各自乘併以為法實如法而一

草曰置粟九百三十八斛以分母八十一乘之內子二十二得七萬六千以解法乘之得七十二萬三千一百二十尺又以三因之得三十六萬九千三百六十尺以八十一除之得四千五百六十尺為實又以上方自相乘得六十四尺以下方自相乘得一百四十四尺以上下方自相乘得九十六尺三位併之得

孫丘建算經 卷下

甲三除之得甲六十合前問。

今有甲乙懷錢各不知其數。甲得乙十錢。多乙餘錢五倍。乙得甲十錢。適等。問甲乙懷錢各幾何。

答曰：甲三十八錢。

乙十八錢。

術曰：以四乘十錢。又以七乘之五而一。所得半之。以十錢增之。得甲錢數。以十錢減之。得乙錢數。草曰：置多錢五倍除十錢。餘四因之得四十。又以七乘之。得二百八十。卻以五除之。得五十六。半之。得二十八。加得乙十錢。共三十八錢。為甲懷錢。又以二十八錢減十錢。為乙懷錢。合前問。

今有車五乘。行道三十里。雇錢一百四十五。今有車二十六乘。雇錢三千九百五十四。四十五分錢之十。問行道幾何。

答曰：一百五十七里少半里。

術曰：置今有雇錢數。以行道里數乘之。以本車乘數乘之為實。以本雇錢數乘今有車數為法。實如法得一。

草曰：置今雇錢三千九百五十四。四十五分錢之十四。通分內子。得一十七萬七千九百四十四。又以三十里乘之。得五百三十三萬八千三百二十。又以本車五乘之。得二千六百六十九萬一千六百為實。又以本雇錢一百四十五乘今有車二十六。得三千七百七十。又分母四十五乘之。得一十六萬九千六百五十。為法除實。得一百五十七里餘五萬六千五百五十。與法各約之。得三分里之一。合前問。

今有惡粟一斛五斗。春之。得糲米七斗。今有惡粟二斛。問為糲米幾何。

答曰：八斛四升。

術曰：置糲米之數。求為糲米所得之數。以乘今有惡粟為實。以本粟為法。實如法得一。按此糲米三斗。以糲米九乘之。以十而一。得六斗十分之三。是為惡粟十五斗。得糲米六斗十分之三。草曰：置糲米七斗。以九因。得六十三。又以一十除。得六斗十分之三。御通分內子。得六十三。又以二斛因。得一萬二千六百為實。又置一斛五斗。以十分因之。得一十五斛為法。除之。得八斗四升。合前問。

今有好粟五斗。春之。得糲米二斗五升。今有御米十斗。問為好粟幾何。

答曰：二斛二斗八升七分升之四。

術曰：置糲米數。求御米之數為法。臣淳風等按。同立宜。置糲米數。求御米。以本粟乘之。實如法得一。按此糲米三斗。以糲米九乘之。以十而一。得六斗十分之三。是為惡粟十五斗。得糲米六斗十分之三。草曰：置糲米七斗。以九因。得六十三。又以一十除。得六斗十分之三。御通分內子。得六十三。又以二斛因。得一萬二千六百為實。又置一斛五斗。以十分因之。得一十五斛為法。除之。得八斗四升。合前問。

草曰：置糲米二斗五升。以御米率七因之。得一百七十五八而一。得二斗十六分之二。又御通分內子。得三十五為法。又置一十斗。以十六乘之。得一百六十為實。以法除之。得二斛二斗八升七分升之四。合前問。

今有差丁夫五百人。合共重車一百一十三乘。問各共重幾何。

答曰：六十五乘。乘各四人共重。

四十八乘。乘各五人共重。

術曰：置人數為實。車數為法。而一得四人共重。又置一於上方。命之實餘。返減法訖。以四加十一。方一得五人共重。法餘即四人共重。車數實餘即五人共重。車數。

草曰：置五百人。以一百一十三乘除之。得四人。餘四十八。以法除。餘六十五。為四人共一車。以四因。六十五。人得二百六十。減五百。餘二百四十。以四十八除之。得五人。共重一車。合前問。

今有甲持錢二十。乙持錢五十。丙持錢四十。丁持錢三十。戊持錢六十。凡五人。合本治生。得利二萬五千六百三十五。欲以本錢多少分之。問各人得幾何。

答曰：甲得二千五百六十三錢四分錢之二。

乙得六千四百八錢四分錢之三。

丙得五千一百二十七錢。

丁得三千八百四十五錢四分錢之一。

戊得七千六百九十錢四分錢之二。

術曰：各列置本持錢數。副併為法。以利益乘未併者。各自為實。實如法得一。草曰：置甲等五人所持錢。併之。得二百為法。又以甲持錢二十。乘利錢二萬五千六百三十五。得五十一萬二千七百。以法除之。得二千五百六十三。餘與法皆五。除。得法四餘二。是四分錢之二。求乙錢。以乙五十乘利錢。得一百二十八萬一千七百五十。又以法除之。得六千四百八錢。餘與法皆倍。之得四分錢之三。求丙持錢。以四十乘利錢。得一百六十二萬五千四百。以法除之。得五千一百二十七錢。求丁錢。以三十乘利錢。得七十六萬九千五百。以法除之。得三千八百四十五錢四分錢之一。求戊錢。以六十乘利錢。得一百五十三萬八千一百。以法除之。得七千六百九十錢四分錢之二。乃合前問。

今有甲乙丙三人。共出一千八百錢。買車一量。欲與親知乘之。為親不取。還賣得錢一千五百。各以本錢多少分之。甲得五百八十三錢三分錢之一。乙得五百錢。丙得四百一十六錢三分錢之二。問本出錢各幾何。

答曰

甲出錢七百

乙出錢六百

丙出錢五百

術曰置甲乙丙分得之數。副併爲法。以置車錢數乘未併者。各自爲實。實如法得一。

草曰置甲得錢五百八十三。以分母三乘之內子一。得一千七百五十。又以本置車錢一千八百乘之。得三百一十五。又置求分錢一千五百。以分母三因之。得四千五百。爲法。以除實。得七百。是甲。求乙。置分得錢數五百。以一千八百乘之。得九百。以一千五百爲法。除之。得六百。求丙。置分得錢數四百一十六。以錢分母三因之內子二。得一千二百五十。又以八百乘之。得二百二十五。又置未分錢一千五百。三因之。得四千五百。爲法。除實。得五百。合前問。

今有雀一隻重一兩九銖。燕一隻重一兩五銖。有雀燕二十五隻。併重二斤一十三銖。問燕雀各幾何。

答曰

雀十四隻

燕十一隻

術曰置假令雀一十五隻。燕十隻。置四銖於右行。又置假令雀十二隻。燕十三隻。不足八銖於左行。以盈不足維乘之。併以爲實。併盈不足爲法。實如法得一。

草曰置雀一十五隻於右。上置盈四銖於右。下又置雀一十二隻於左。上置不足八銖於左。下維乘之。以右行四乘左上一十二。得四十八。以左下八乘右上一十五。得一百二十。併之。得一百六十八。以盈不足併之。得一十二。爲法。除實。得一十四。雀求燕。置燕十於右。上置四於右。下又置燕十三於左。上置八於左。下以左下八乘右上一十。得八十。以右行四乘左上一十三。得五十二。併之。得一百三十二。併盈不足爲法。除實。得一十一。燕。合前問。

今有七人。九日造成弓十二張。半今有十七人。造弓十五張。問幾何日訖。

答曰四日八十五分日之三十八

術曰置今造弓數。以弓日數乘之。又以成弓人數乘之爲實。以今有人數乘本有弓數爲法。實如法得一。

草曰置今造弓十五張。以成弓日數九乘之。得一百三十五。又以成弓人數七乘之。得九百四十五。爲實。又置本造弓十二張。以今造弓十七人乘之。得二百一十二。半爲法。除之。得四日。法與除皆退位四。得八十五分之三十八。合前問。

今有城周二十里。欲三尺安鹿角一枚。五重安之。問凡用鹿角幾何。

答曰六萬一百枚

城若圓。凡用鹿角六萬六十枚。

術曰置城周里尺數三面。一所得五之。又置五以三乘之。又自相乘。以三自乘而一。所得四之。併上位。即得九數。城若圓者。置城周里尺數三面。一所得五之。又併一二三四。凡得一十。以六乘之。併之。得凡數。

草曰置二十里。以三百步乘之。得六千步。六因之。得三萬六千。以三尺除之。得一萬二千。以重數五乘之。得六萬。於上位。又以五乘三。得一十五。又自相乘。得二百二十五。又以三自乘。得九。爲法。以除二百二十五。得二十五。四因之。得一百。若求圓者。置城周尺數三面。一得一萬二千。所得五因之。爲六萬。於上位。又以一二三四併之。得一十。以六因之。得六十。從上位。得六萬六十。是圓也。

今有粟二百五十斛。委注平地。下周五丈四尺。問高幾何。

答曰五尺

術曰置粟積尺。以三十六乘之爲實。以下周自乘爲法。實如法得一。

草曰置粟二百五十。以斛法一尺六寸二分乘之。又以三十六乘之。得一萬四千五百八十。置下周五丈四尺。自相乘。得二千九百一十六。爲法。除實。得五尺。合前問。

今有客歲作。臣淳風等撰。開。要與粟一百五十斛。已與之粟先五十八日訖。問折粟與粟各幾何。

答曰

折粟二十四斛五斗五十九分斛之四十五

與粟一百二十五斛四斗五十九分斛之十四

術曰置歸作日數。以與粟乘之。各自爲實。以一歲三百五十四日爲法。實如法得一。

草曰置歸作日五十八日。以粟一百五十斛乘之。得八千七百。又以歲三百五十四除。得二十四斛五斗。除與法。皆六除之。得五十九分斛之四十五。求與粟數。以作日二百九十六。以一百五十斛乘之。得四萬四千四百。以歲三百五十四除之。得一百二十五斛四斗五十九分斛之十四。合前問。

今有廩人。日食米六升。今三十五日。食米七千四百九十二斛八斗。問人幾何。

答曰三千五百六十八人

術曰置米數爲實。以六升乘三十五日爲法。實如法得一。

草曰置米七千四百九十二斛八斗。以六乘三十五日。得二斛一斗。爲法。以除實。得三千五百六十八人。合前問。

今有五十八人。二十九日。食麩九十五斛三斗一升少半升。問人食幾何。

答曰五升大半升

術曰置麩斛斗升數爲實。以八日食相乘爲法。實如法得一。

草曰置麩數。以三因之內子一。得二萬八千五百九十四。置人數五十八。以二十九乘之。得一千六

百八十二又以三因之得五千四十六爲法除得五升餘皆三約之得三分之二爲太平升合前問
今有二人三日鋼銅得一斤九兩五銖今一月日鋼銅得九十八百七十六斤五兩四銖少半銖 問人
功幾何

答曰一千二百五十三人三百六十三分之二百六十二

術曰置二人三日所得鋼銅斤兩銖通之作銖以二人三日相乘除之爲一人一日之銖二十四兩
一還以一人一日所得兩銖通分內子復以一月三日乘一人積分所得復以銖分母三通之爲法
又以今鋼銅斤兩通爲銖以少半銖者三分之一以三通內子一以六乘之爲實實如法而一得人
數不盡利之爲分

草曰置二人三日所得鋼一斤九兩以十六通斤得二十五兩又以銖數二十四乘之人五銖得六
百五以二人乘三日得六爲法除得一百銖六分之五是一日所得之數以二十四除之一人所
四兩四銖六分銖之五卻通分內子得六百五以一月三十日乘之得一萬八千一百五十五又以通
分母三因之得五萬四千四百五十爲法置今鋼銅以十六兩乘之內五兩得一十五萬八千二百
一兩又以二十四銖乘之內四銖得二百七十九萬二千五百八銖又以通分母三因之內子一得
一千一百三十七萬七千五百二十五又以法分母六因之得六千八百一十六萬五千一百五十
爲實以法除之得一千二百五十三人法與餘皆一百五十約之法得三百六十三餘得二百六十
二合前問

今有立方九十六尺欲爲立圓 問徑幾何

答曰一百一十六尺四萬三百六十九分之二萬一千九百六十八

術曰立方再自乘又以十六乘之九而一所得開立方除之得九徑

草曰置九十六再自乘得八千八百四十七百三十六又以十六乘之得一千四百一十五萬五千
七百七十六以九除之得一百五十七萬二千八百六十四以立方方法除借一算子於下常超二位
步至百而上商置一百下置一百萬於法之上名曰方法以法命上方一百除置一百萬方法三因
之得三百萬又置一百萬於法之下名曰廉法三因之方法一洪廉法再退下法三退又置一十
於上商一百之下又置一十於下法之上名曰隅法以方廉三法皆命上商一十除十畢又倍廉法
三因之隅法皆從方法又置一百二十於方法之下三因之名曰廉法方法一退廉法再退隅法三
洪又置六於上商之下又置六於下法之上名曰隅法乃自乘得三十六又以六乘廉法得一千九
百八十五方廉隅三法皆命上商六除之除實畢倍廉法三因隅法皆從方得一百一十六尺四萬
三百六十九分之二萬一千九百六十八合前問

今有立圓徑一百三十二尺 問爲立方幾何

答曰二百八尺三萬四千九百九十三分之三萬四千二十

術曰令徑再自乘九之十六而一開立方除之得立方

草曰置徑一百三十二尺再自乘得二百二十九萬九千九百六十八又以九因之得二千六十九
萬九千七百一十二又以十六除之得一百二十九萬三千七百三十二以開立方除之得合前
問

今有立方材三尺爲方枕一百二十五枚 問一枚爲立方幾何

答曰一枚方六寸

術曰以材方寸數再自乘以枚數而一所得開立方除之得枕方

草曰以三十寸再自相乘得二千七千寸以枕一百二十五枚除之得二百一十六以開方除之置
上商六於上借一算子於下置六於下法之上以自乘得三十六名曰方法以方法命上商除之得
六寸乃合前問

今有等一區五十八人七日築訖今有三十人 問幾何日築訖

答曰十一日三分日之二

術曰以木人數乘築訖日數爲實以今有人數爲法實如法得一

草曰置七以五十八人乘之得三百五十五以三十人爲法除得十一日三分之二合前問
今有負何錢轉利債之初去轉利得二倍還錢一百第二轉利得三倍還錢二百第三轉利得四倍還錢
三百第四轉利得五倍還錢四百得畢凡轉利倍數皆通本錢今除初本有錢五千九百五十 問初本
幾何

答曰本錢一百五十

術曰置初利還錢以三乘之併第二還錢又以四乘之併第三還錢又以五乘之併第四還錢訖併
餘錢爲實以四轉利得倍數相乘得一百二十減一餘爲法實如法得一

草曰置初還錢一百以三乘之得三百又併第二還錢得五百以四乘之得二千又併第三還錢得
二千三百以五乘之得一萬一千五百又併第四還錢并今有錢得五千九百五十共得一萬七千
八百五十以四轉利二三四五相乘得一百二十除一餘一百一十九爲法除實得一百五十本合
前問

今有三人四日客作得麥五斛今有七人一月日客作 問得麥幾何

答曰八十七斛五斗

術曰以七人乘一月三十日又以五斛乘之爲實以三人乘四日爲法實如法而得一

草曰以七人乘三十日得二百一十又五斛乘之得一千五十爲實以三人乘四日得一十二爲法
除實得八十七斛五斗即合前問

今有人舉取他籍重作券要過限一日息緡一尺二日息二尺如是息緡日多一尺今過限一百日 問

答曰一百二十六匹一丈。

術曰併一百一尺以乘百匹而半之即得。

草曰置一百一尺以一百匹乘之得一萬一百尺半之得五千五十尺以匹法四十尺除之得一百二十六匹一丈合前問。

今有婦人於河上海杯津吏問曰杯何以多婦人答曰家中有客不知其數但二人共斟三人共飲四人共飯凡用杯六十五問人幾何。

答曰六十八。

術曰列置其杯人數於右方又置其杯數於左方以人數互乘杯數併以為法令人數相乘以乘杯數實實如法得一。

草曰置人數二三四列於右行置一一一杯數左行以右中三乘左上一得三又以右下四乘之一十二又以右上一乘左中一得二又以右下一乘左下二得二又以右中三乘左下二得六三位併之得二十六為法又以二三四相乘得二十四以乘六十五杯得一千五百六十以二十六除之得六十八人數合前問。

答曰。

雞翁四直錢二十。

雞母十八直錢五十四。

雞雛七十八直錢二十六。

又答。

雞翁八直錢四十。

雞母十一直錢三十三。

雞雛八十一直錢二十七。

又答。

雞翁十二直錢六十。

雞母四直錢十二。

雞雛八十四直錢二十八。

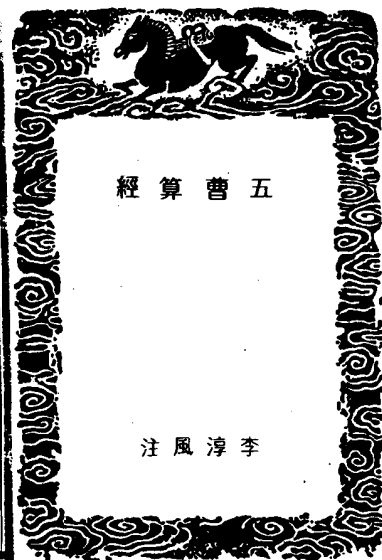
術曰雞翁每增四雞母每減七雞雛每益三即得所以為者其多少互相通也此問若依上術推算難以通曉然較之諸本較同其從來脫漏闕文蓋流傳既久無可考證自漢唐以來樂甄然李淳風注釋未見詳辨今將算學教授并附察微擬立術草粗新添入。

其術曰置錢一百在地以九為法除之得九除之得三直錢一則每直三得九得雞母之數不盡者減下法為雞翁之數別列雞母數一百在地減去雞翁母數餘即雞雛得合前問若雞翁每增四雞母每減七雞雛每益三或雞翁每減四雞母每增七雞雛每損三即各得又答之數。

草曰置錢一百在地為實又置雞翁一雞母一各以雞雛三因之雞翁得三雞母得三并雞雛三併之共得九為法除得十一為雞母數不盡一返減下法九餘八為雞翁數別列雞母數一百隻在地減去雞翁八雞母一十一餘八十一為雞雛數置翁八以五因之得四十即雞翁直錢又置雞母一十一以三因之得三十三即雞母直錢又置雞雛八十一以三除之得二十七即雞雛直錢合前問。

又草曰置雞翁八增四得一十二雞母一十一減七得四雞雛八十一益三得八十四得百錢之數如前求之得百錢之數亦合前問。

又草曰置雞翁八減四得四雞母一十一增七得一十八雞雛八十一損三得七十八如前求之各得百錢百錢之數亦合前問。



秘書省

五曹算經一部五卷共一冊

元德七年九月 日校定陸探微鄭鑿男孫齊郎葉 和冷蓮

校定承議郎行秘書省校書郎王 仲椿

校定朝奉郎行秘書省校書郎長 長卿

奉議郎守秘書丞臣韓 崇吉

朝請郎試秘書少監臣孫 覺

降授朝散郎試秘書監臣趙 彥若

大清乾隆四十二年正月 仿汲古閣影宋鈔本重雕

五曹算經

五曹算經卷第一

唐初議大夫守中書令陸探微鄭鑿男孫齊郎葉 和冷蓮 校注釋

田曹 生人之上用天道下 分地制故田曹為首

今有方田廣從各五十六步問為田幾何

答曰一十三畝奇十六步

術曰列田五十六步自相乘得三千一百

三十六步以畝法除之即得

今有方田廣從各六十八步問為田幾何

答曰一十九畝奇六十四步

術曰列田六十八步自相乘得四千六百

二十四步以畝法除之即得

今有直田廣八十步從一百九十步問為田幾

何

答曰六十三畝奇八十步

術曰列廣八十步以從一百九十步乘之

得一萬五千二百步以畝法除之即得

今有圭田從三十步一頭廣二十四步一頭無

步問為田幾何

答曰一畝奇一百二十步

術曰列一頭廣二十四步半之得二十二

步以從三十步乘之得三百六十步以畝

法除之即得

今有腰鼓田從八十二步兩頭各廣三十步中

央廣十二步問為田幾何

答曰八畝奇四十八步

術曰并三廣得七十二步以三除之得二

十四步以從八十二步乘之得一千九百

六十八步以畝法除之即得

今有鼓田兩頭各廣四十步中央廣五十二步

從八十五步問為田幾何

答曰一十五畝奇一百四十步

術曰并三廣得一百三十二步以三除之

得四十四步以從八十五步乘之得三千

七百四十步以畝法除之即得

今有弧田弦八十步矢五步問為田幾何

答曰二百步

術曰列弦八十步半之得四十步以矢五

步乘之即得

今有蛇田頭廣三十三步胸廣五十七步尾廣

十八步從九十步問為田幾何

答曰一十三畝奇一百九十二步

術曰并三廣得一百八步以三除之得三

十六步以從九十二步乘之得三千三百

一十二步以畝法除之即得

今有瀟田方周一千步問為田幾何

答曰二頃六十畝奇一百步

術曰列田方周一千步以四除之得二百

五十步自相乘得六萬二千五百步以畝

法除之即得

今有蕭田從四十八步一頭廣二十五步一頭

廣三十五步問為田幾何

答曰六畝

術曰并二廣得六十步半之得三十步以

從四十八步乘之得一千四百四十步以

畝法除之即得

今有田桑生中央從隅至桑一百四十七步問為田幾何

答曰一頃八十三畝奇一百八十步

術曰列一百四十七步以二乘之得二百九十四步以五乘之得一千四百七十步

以七除之得二百一十步自相乘得四萬四千一百步以畝法除之即得

今有邱田周六百四十步徑三百八十步問為田幾何

答曰二頃五十三畝奇八十步

術曰列周六百四十步半之得三百二十步又列徑三百八十步半之得一百九十九步二位相乘得六萬八千八百步以畝法除之即得

今有箕田一頭廣八十六步一頭廣四十步從九十步問為田幾何

答曰二十三畝奇一百五十步

術曰并二廣得一百二十六步半之得六十三步以從九十步乘之得五千六百七十步以畝法除之即得

今有四不等田東三十五步西四十五步南二十五步北一十五步問為田幾何

答曰三畝奇八十步

術曰并東西得八十步半之得四十步又并南北得四十步半之得二十步二位相乘得八百步以畝法除之即得

五曹算經卷一

五知不足齋藏

五曹算經卷一

今有覆月田從三十步徑十步問為田幾何

答曰一百五十步

術曰列徑十步半之得五步以從三十步乘之即得

今有田形如牛角從五十步口廣二十步問為田幾何

答曰二畝奇二十步

術曰列口廣二十步半之得十步以從五十步乘之得五百步以畝法除之即得

今有圓田周七十八步徑二十六步問為田幾何

答曰二畝奇二十七步

術曰先列周七十八步半之得三十九步又列徑二十六步半之得一十三步二位相乘得五百七步以畝法除之即得

今有環田外周三十步內周一十二步徑三步問為田幾何

答曰六十三步

術曰并內外周得四十二步半之得二十一步以徑三步乘之即得

今有田從一百步廣四十二步中有圓池周三十步徑一十步問池占外為田幾何

答曰一十七畝奇四十五步

術曰列從一百步以廣四十二步乘之得四千二百步為田積又列池周三十步半之得一十五步列徑一十步半之得五步二位相乘得七十五步為池積以減田

餘四千一百二十五步以畝法除之即得

五曹算經卷第一

五曹算經卷第二

唐嗣讓奏行突令七輕軍都尉李淳風等奉 敕注釋

兵曹 既有田疇必資人

功故以兵曹次之

今有丁二萬三千六百九十二人實兵五千九百二十三人問幾何丁出一兵

答曰四丁出一兵

術曰列二萬三千六百九十二人以五千

九百二十三除之即得

今有丁八千九百五十八人凡三丁出一兵問出兵幾何

答曰二千九百八十六人

術曰列八千九百五十八人以三除之即

得

今有兵九百七十人給米七升問計幾何

答曰六十七斛九斗

術曰列兵九百七十人以七升乘之即得

今有兵三千八百三十七人給錢五百五十六文問計幾何

答曰二千一百三十三貫三百七十

二文

術曰列兵三千八百三十七人以五百五

十六文乘之即得

今有兵三千一百四十八人給布一丈二尺三寸問計幾何

答曰七百七十四端二丈四寸

術曰列兵三千一百四十八人以布一十

三尺三寸乘之得三萬八千七百二十尺

三寸問計幾何

答曰一千五百六十四貫九百九十

斛直錢四百八十二文問計幾何

四寸以五十尺除之即得

今有兵一千三百六十二人給絹二丈八尺

五寸問計幾何

答曰九百七十匹一丈七尺

術曰列兵一千三百六十二人以絹二十

八尺五寸乘之得三萬八千八百一十七

尺以四十尺除之即得

今有一萬人大將十人裨將二十人隊將一百

人散兵九千八百七十人給絹有差大將人給

三丈裨將人給二丈隊將人給一丈五尺散兵

人給九尺問計幾何

答曰二千二百七十五匹奇三丈

術曰列大將十人以三十尺乘之得三百

尺又列裨將二十人以二十尺乘之得四

百尺又列隊將一百人以一丈五尺乘之

得一千五百尺又列散兵九千八百七十

人以九尺乘之得八萬八千八百三十尺

并四位得九萬一千三十尺以匹法除之

即得

今有城周四十八里欲令禦賊每三步置一兵

問用兵幾何

答曰四千八百人

術曰列城周四十八里以三百步乘之得

一萬四千四百步以三步除之即得

今有軍糧米三千二百四十六斛八斗七升每

斛直錢四百八十二文問計幾何

答曰一千五百六十四貫九百九十

一文三分四釐

術曰列米三千二百四十六斛八斗七升

以四百八十二文乘之即得

今有車二萬三千九百乘欲作方營每乘占地

三步問計幾何

答曰七萬一千七百步

術曰列車二萬三千九百乘以三步乘之

即得

今有馬六千二百四十三匹給粟五升三合

問計幾何

答曰三百三十斛八斗七升九合

術曰列馬六千二百四十三匹以粟五升

三合乘之即得

今有牛六千五百頭給芻七束問計幾何

答曰四萬五千五百束

術曰列牛六千五百頭以七束乘之即得

五曹算經卷第二

五曹算經卷第三

唐劉孝安行奉令上輩都尉星漢感等奉 敕注釋
集曹 既有人眾必用食
飲故以集曹次之

今有粟七百五十斛問為糲米幾何

答曰四百五十斛

術曰列粟七百五十斛以三十乘之得二

萬二千五百斛以五十除之即得

今有粟二百九十斛問為糲米幾何

答曰一百五十六斛六斗

術曰列粟二百九十斛以二十七乘之得

七千八百三十斛以五十除之即得

今有粟五百六十斛問為粟米幾何

答曰二百六十八斛八斗

術曰列粟五百六十斛以二十四乘之得

一萬三千四百四十斛以五十除之即得

今有粟三百六十二斛問為御米幾何

答曰一百五十二斛四升

術曰列粟三百六十二斛以二十一升乘

之得七千六百二斛以五十除之即得

今有粟五百六十斛凡粟八斗易麥五斗問得

麥幾何

答曰三百五十斛

術曰列粟五百六十斛以五十乘之得二

萬八千斛以八十除之即得

今有豆八百四十九斛凡豆九斗易麻七斗問

得麻幾何

答曰六百六十斛三斗三升三合奇

五曹算經卷第三

三

術曰列豆八百四十九斛以七十乘之得

五萬九千四百三十斛以九十除之即得

今有錢二十七貫八百三十三文凡五文買梨

三枚問幾何

答曰一萬六千六百九十九枚奇四

文

術曰列錢二十七貫八百三十三文以三

乘之得八萬三千四百九十九以五除之

即得

今有米一千五百七十七斛斛別加八斗三升

問計幾何

答曰二千八百八十五斛九斗一升

術曰列米一千五百七十七斛以加米一

斛八斗三升乘之即得

今有席一領坐客一十二人有席一千五百三

十八領問客幾何

答曰一萬八千四百五十六人

術曰列席一千五百三十八領以一十二

人乘之即得

又有席一領坐客二十三人有席一千五百領

問客幾何

答曰三萬四千五百人

術曰列席數一千五百領以二十三人乘

之即得

今有席一領坐客二十三人有客五十三萬三

千六百八十八人問席幾何

答曰二萬三千二百三領奇十一人

術曰列五十三萬三千六百八十人以二

十三人除之即得

又有席一領坐客一十五人有四萬四千六百

二十五人問席幾何

答曰二千九百七十五領

術曰列四萬四千六百二十五人以一十

五人除之即得

今有凡醬二升餽五人有醬三百二十斛問人

幾何

答曰八萬人

術曰列三百二十斛每上十之得三萬二

千升以五人乘之得一十六萬升以二升

除之即得

今有凡錢五文買雉三隻有錢一萬七千五百

二十五文問得雉幾何

答曰一萬五百一十五隻

術曰列錢數一萬七千五百二十五文以

雉三隻乘之得五萬二千五百七十五文

以五文除之即得

五曹算經卷第三

五曹算經卷第四

唐劉義士行太史令輕重都尉畢澤厚等奉 敕注釋

倉曹 衆既會集必務儲蓄故倉曹次之

今有二千七百戶戶責租米一十五斛問計幾何

答曰四萬五百斛

術曰列二千七百戶以一十五斛一之即得

今有官田九百畝凡一步收粟三升二合問計幾何

答曰六千九百一十二斛

術曰列田九百畝以二百四十步乘之得二十一萬六千步以三升二合乘之即得

今有粟七百斛欲雇車運之每一斛雇七升問車主粟主各幾何

答曰

車主四十九斛

粟主六百五十一斛

術曰列粟七百斛以雇粟七升乘之得四十九斛為車粟以減本粟七百斛餘為主粟

今有粟九百斛斛別加二斗五升問加幾何

答曰二百二十五斛

術曰列九百斛以二十五升乘之即得

今有圓囷周三丈高一丈六尺問受粟幾何

答曰七百四十斛奇一尺二寸

術曰列周三丈自相乘得九百尺以高一

丈六尺乘之得一萬四千四百尺以十二除之得一千二百尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有方窖從一丈三尺廣六尺深一丈問受粟幾何

答曰四百八十一斛四斗奇一寸三分

術曰列從一丈三尺以廣六尺乘之得七十八尺以深一丈乘之得七百八十尺以斛法除之即得

今有倉從一丈三尺廣六尺高一丈中有從牽二枚方五寸從一丈三尺又橫牽三枚方四寸從六尺又柱一枚周三尺高一丈問受粟幾何

答曰四百七十一斛奇一百寸

術曰列從一丈三尺上十之得一百三十寸以廣六十寸乘之得七千八百寸又列高一丈上十之為一百寸以乘之得七十八萬寸為都積又列從牽二枚方五寸自相乘得二十五寸以從一百三十寸乘之得三千二百五十寸以從牽二枚乘之得六千五百寸又列橫牽三枚方四寸自相乘得十六寸以從六十寸乘之得九百六十寸以橫牽三枚乘之得二千八百八十寸又列柱一枚周三尺上十之得三十寸自相乘得九百寸以高一百寸乘之得九萬寸以十二除之得七千五百寸并從橫牽及柱等三位得一萬六千八百八十寸

以減都積餘七十六萬三千一百二十寸
為實以斛法一千六百二十寸除之即得
又有倉從一丈九尺廣一丈五尺高一丈三尺
問受粟幾何

答曰二千二百八十七斛三升奇一
分一釐四毫

術曰列從一丈九尺以廣一十五尺乘之
得二百八十五尺又以高一十三尺乘之
得三千七百五尺以斛法一尺六寸二分
除之即得

今有平地聚粟下周三丈高四尺問米幾何

答曰六十一斛七斗二升奇一分三
釐六毫

術曰列周三十尺自相乘得九百尺以高
四尺乘之得三千六百尺以三十六除之
得一百尺以斛法一尺六寸二分除之即
得

今有內角聚粟下周五十四尺高五尺問粟幾
何

答曰一千斛

術曰列下周五十四尺自相乘得二千九
百一十六尺以高五尺乘之得一萬四千
五百八十八尺以九除之得一千六百二十
尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有半壁聚粟下周三十六尺高四尺五寸問
粟幾何

答曰二百斛

五曹算經卷第四

五知不足齋藏書

術曰列下周三十六尺自相乘得一千二
百九十六尺以高四尺五寸乘之得五千
八百三十二尺以十八除之得三百二十
四尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有外角聚粟下周四十八尺高六尺問粟幾
何

答曰三百一十六斛奇八分

術曰列下周四十八尺自相乘得二千三
百四十四尺以高六尺乘之得一萬三千八百
二十四尺以二十七除之得五百一十二
尺以斛法一尺六寸二分除之即得

五曹算經卷第四

五曹算經卷第五

唐劉晏奏行史令監正部置算學奉 敕注釋
金曹 倉廩貨幣交質變
易故金曹次之

今有五百六十五戶戶責絲一斤十一兩八銖
問計幾何

答曰八石五斤三兩八銖

術曰列一斤通作十六兩內十二兩得二
十七兩以二十四銖乘之內八銖得六百
五十六銖以乘戶五百六十五得三十七
萬六千四百銖以二十四銖除之得一萬
五千四百四十三兩奇八銖又以十六兩
除之得九百六十五斤奇三兩以三十斤
除之得三十二鈞奇五斤又以四鈞除之
即得

今有五百六十五戶共責絲八石五斤三兩八
銖問戶出絲幾何

答曰一斤十一兩八銖

術曰列絲八石五斤三兩八銖以四乘八
石得三十二鈞以三十斤乘之內五斤得
九百六十五斤以十六兩乘之內三兩得
一萬五千四百四十三兩以二十四銖乘
之內八銖得三十七萬六千四百銖以五
百六十五戶除之得一戶六百五十六銖
以二十四銖除之得二十七兩奇八銖又
以十六兩除之即得

今有七百三十八戶共請絲二十七斤五兩問
戶得幾何

五曹算經卷第五

五知不足齋藏書

答曰一十四銖二糸一黍奇一銖二

黍

術曰列絲二十七斤以十六兩乘之內五兩得四百三十七兩又以二十四銖乘之得一萬四百八十八銖以七百三十八戶除之即得

今有絲一兩直錢五文有絲一百八十八斤一十兩問計直幾何

答曰一十五貫九十文

術曰列絲一百八十八斤以一十六兩乘之內十兩得三千一十八兩以五文乘之即得

今有絲九兩得絹一匹有絲三百二十四斤問計得幾何

答曰五百七十六匹

術曰列三百二十四斤以十六兩乘之得五千一百八十四兩以九兩除之即得

今有生絲一斤為練絲一十二兩有練絲一千五百八十七兩問生絲幾何

答曰二千一百一十六兩

術曰列練絲一千五百八十七兩以十六兩乘之得二萬五千三百九十二兩以十二兩除之即得

今有貴絲一兩直錢五十六文賤絲一兩直錢四十二文有錢一百三十一貫八百一十文問各得幾何

答曰各二鈞二十四斤一兩

術曰列錢一百三十一貫八百一十文為

實并絲貴賤價得九十八文為法以法除實得絲一千三百四十五兩以十六兩除之得八十四斤餘一兩次置之以三十斤除之即得

今有錦一匹直錢八貫文問一丈一尺一寸各直幾何

答曰一丈二貫文一尺二貫文一寸

二十文

術曰列錢八貫以四十尺除之即尺價進位即丈價退位即寸價

今有金二斤令九十六人分之問人得幾何

答曰八銖

術曰列金二斤以十六兩乘之得三十二兩又以二十四銖乘之得七百六十八銖以九十六人除之即得

今有錢二百三十八貫五百七十三文足欲為九十二陌問得幾何

答曰二百五十九貫三百一十八文

奇足錢四分四釐

術曰列錢二百三十八貫五百七十三文足以九十二除之即得

宋林德撰

右五曹算經五卷唐太史令李淳風注而博士梁述助教王直備等校定之書也地利生人之本故首田曹田時必資人功故次兵曹人來必用食飲故次集曹會事必務儲蓄故次倉曹倉廩必資貿易故以金曹終焉相傳其法出于孫武然孫子別有算經考古者存其說可爾

五曹算經五卷

案隋書經籍志有九章六曹算經一卷而無五曹之目其六曹篇題亦不傳唐書藝文志始有甄鸞五曹算經五卷韓延五曹算經五卷李淳風註五曹孫子等算經二十卷魯靖新集五曹時要術三卷甄鸞二家皆註是書者也其作者則不知為誰考漢書梅福傳福上書言臣聞齊桓之時有以九九見者顏師古註云九九算術若今九章五曹之輩蓋算學雖多不出乘除二者而乘除不出自一至九因而九之之數故舉九九為言而師古即以是時所有九章五曹等書實之非梅福時有是書也朱彝尊曝書亭集有五曹算經跋云相傳其法出於孫武然彝尊第曰相傳無所引證益不足據觀唐書選舉志稱孫子五曹其限一歲既曰其限則五曹不出孫子明矣姑斷以甄鸞之註則其書確在北齊前耳自元明以來久無刻本藏書家傳寫為舛殆不可通今散見永樂大典內者甄鸞延李淳風之註雖亦散佚而經文則逐條完善謹參互考校俾遺舊觀遂為絕無僅有之善本考其侯陽算經引田曹倉曹者二引金曹者一而此書皆無其文然此書首尾完具脈絡通貫不似有所亡佚疑隋志之九章六曹其目亦同陽所引田曹倉曹金曹等名乃別為一書而非此書之文故不敢據以補入以溷其真焉

余嘉錫撰

五曹算經五卷

案隋書經籍志有九章六曹算經一卷而無五曹之目其六曹篇題亦不傳唐書藝文志始有甄鸞五曹算經五卷韓延五曹算經五卷李淳風注五曹孫子等算經二十卷魯靖新集五曹時要術三卷甄鸞二家皆注是書者也其作者則不知為誰朱彝尊曝書亭集有五曹算經跋云「相傳其法出於孫武」然孫武第曰相傳無所引證益不足據觀唐書選舉志稱孫子五曹共限一歲既曰共限則五曹不出孫子明矣考夏侯陽算經引田曹倉曹者一引金曹者一而此書皆無其文然此書首尾完具脈絡通貫不似有所亡佚疑隋志之九章六曹其目亦同陽所引田曹倉曹金曹等名乃別為一書而非此書之文故不敢據以補入以溷其真偽

嘉錫案玉海卷四十四引中興書目云「五曹算經五卷或云五曹法出於孫武」朱氏所謂相傳出於孫武者蓋本於此初非無稽之談也夫所謂孫子者是否即為孫武孫子五曹是否出於一人誠無顯據未敢斷言第提要據唐書選舉志以證五曹必非孫子所作則殊

五曹算經

不然選舉志云「凡算學孫子五曹共限一歲九章海島共三歲張丘建夏侯陽各一歲周髀五經算各一歲綴術四歲緝古三歲」他算書皆言各若干歲惟九章海島孫子五曹言共限考九章算術為魏劉徽注海島算經亦微所作本附九章之後唐制限令共習蓋以二書本出一人互相表裏故令共習以期貫徹孫子五曹亦同斯例推此而言適足證五曹與孫子為一人所作不能因其共限反謂必不出於孫子也舉以詢孫子叙錄云「中興書目云或云五曹算經出於孫武按此所說是也五曹者一為田曹地利為先也既有田疇必資人力故次兵曹業必用食飲次集曹業既會集必務儲蓄次倉曹倉廩貨幣相交質次金曹按以上皆與孫子目之說見玉海而其意則以兵為要田疇食幣皆為兵用也又按夏侯陽算經曰田曹云度之所起起於忽倉曹云量之所起起於粟以孫子算經之文而謂之五曹按夏侯陽所引田曹倉曹之於孫子算經下亦云夏後氏則固知其為一人之書也書目之言信有徵矣畢氏深信五曹孫子同出孫武余未敢斷其必然然其說證五曹孫子為一人之書固自有理故併錄之

胡玉縉撰

五曹算經五卷

今散見永樂大典內者甄鸞韓延李淳風之注雖亦散佚而經文則逐條完善

畢氏目錄有影鈔宋本

五曹算經提要補正



孫子算經

李淳風注

孫子算經序

孫子曰夫算者天地之經緯羣生之元首五常之本末陰陽之父母星辰之建號三光之表裏五行之準平四時之終始萬物之祖宗六藝之綱紀稽羣倫之聚散考二氣之升降推寒暑之迭運步遠近之殊同觀天道精微之兆基察地理從橫之長短采神祇之所在極成敗之符驗窮道德之理究性命之情立規矩準方圓謹法度約尺丈立權衡平重輕剖毫釐析黍稬歷億載而不朽施八極而無疆散之不可勝究斂之不盈掌握擲之者富有餘背之者貧且窶心開者幼冲而即悟意閉者皓首而難精夫欲學之者必務量能揆己志在所專如是則焉有不成者哉

祕書省

孫子算經一部上中下共三冊

元豐七年九月

日校定降授寫經郎孫承澤校書郎孫承澤進

校定承議郎行祕書省校書郎臣孫承澤

校定朝奉郎行祕書省校書郎臣孫承澤

奉議郎守祕書丞臣韓宗言

朝請郎試祕書少監臣孫覺

降授朝散郎試祕書監臣趙彥

大清乾隆四十二年二月 做汲古閣影宋鈔本重雕

孫子算經卷上

唐劉禹錫行夏令上經都尉星淳等奉 敕注釋

度之所起起於忽欲知其忽蠶吐絲為忽十忽為一絲十絲為一毫十毫為一釐十釐為一分十分為一寸寸為一尺十尺為一丈十丈為一引五十尺為一端四十尺為一匹六尺為一步二百四十步為一畝三百步為一里稱之所起起於黍十黍為一糸十糸為一銖二十四銖為一兩十六兩為一斤三十斤為一鈞

四鈞為一石

量之所起起於粟六粟為一圭十圭為一撮十撮為一抄十抄為一勺十勺為一合十合為一升十升為一斗十斗為一斛斛得六千萬粟所以得知者六粟為一圭十圭六十粟為一撮十撮六百粟為一抄十抄六千粟為一勺十勺六萬粟為一合十合六十萬粟為一升十升六百萬粟為一斗十斗六千萬粟為一斛十斛六億粟百斛六兆粟千斛六京粟萬斛六溝粟十萬斛六秭粟百萬斛六壤粟千萬斛六澗粟十萬斛六斛為一億斛六澗粟十億斛六正粟百億斛六載粟

凡大數之法萬萬曰億萬萬億曰兆萬萬兆曰京萬萬京曰陔萬萬陔曰秭萬萬秭曰壤萬萬壤曰溝萬萬溝曰澗萬萬澗曰正萬萬正曰載周三徑一方五邪七見邪求方五之七而一

方求邪七之五而一
黃金方寸重一斤 白金方寸重一十四兩
玉方寸重一十二兩 銅方寸重七兩半
鉛方寸重九兩半 鐵方寸重六兩
石方寸重三兩
凡算之法先識其位一從十橫百立千僵千十相望百萬相當
凡乘之法重置其位上下相觀上位有十步至十有百步至百有千步至千以上命下所得之數列於中位言十即過不滿自如上位乘訖者先去之下位乘訖者則俱退之六不積五不隻

上下相乘至盡則已

凡除之法與乘正異乘得在中央除得在上方
假令六為法百為實以六除百當進之二等令
在正百下以六除一則法多而實少不可除故
當退就十位以法除實言一六而折百為四十
故可除若實多法少自當百之不當復退故或
步法十者置於十位百者置於百位上位有空
餘法皆如乘時實有餘者以法命之以法為
母實餘為子

以粟求糲米三之五而一
以糲米求粟五之三而一
以糲米求飯五之二而一
以糲米求糲飯六之四而一
以糲飯求糲米二之五而一
以糲飯求飯八之四而一
十分減一者以二乘二十除減二者以四乘二
十除減三者以六乘二十除減四者以八乘二
十除減五者以十乘二十除減六者以十二乘
二十除減七者以十四乘二十除減八者以十
六乘二十除減九者以十八乘二十除
九分減一者以二乘十八除
八分減一者以二乘十六除
七分減一者以二乘十四除
六分減一者以二乘十二除
五分減一者以二乘十除
九九八十一自相乘得幾何
答曰六千五百六十一

原字算經卷上

四知不足編

孫子算經卷一

術曰重置其位以上八呼下八八式六十
四卽下六千四百於中位以上八呼下一
一八如八卽於中位下八十退下位一等
收上位八十以上位一呼下八一八如八
卽於中位下八十以上一呼下一一一如
一卽於中位下一上下位俱收中位卽得
六千五百六十一

答曰七百二十九

術曰先置六千五百六十一於中位為實
下列九人為法上位置七百以上七呼下
九九六十三卽除中位六千三百退下
位一等卽上位置二十以上二呼下九二
九十八卽除中位一百八十又更退下位
一等卽上位更置九卽以上九呼下九九
九八十一卽除中位八十一中位並盡收
下位上位所得卽人之所得自八八六十
四至一一如一竝準此
八分之人得六百四十八
七人分之人得三千九百六十九
七九六十三自相乘得三千九百六十九
七人分之人得五百六十七
六九五十四自相乘得二千九百一十六
六人分之人得四百八十六
五九四十五自相乘得二千二十五
五人分之人得四百五
四九三十六自相乘得一千二百九十六

四人分之人得三百二十四

三九二十七自相乘得七百二十九
三人分之人得二百四十三
二九一十八自相乘得三百二十四
二人分之人得一百六十二
一九如九自相乘得八十一
一人得八十一
右九九一條得四百五自相乘得一十六
萬四千二十五

九人分之人得一萬八千二百二十五
八八六十四自相乘得四千九十六
八人分之人得五百十二
七八五十六自相乘得三千一百三十六
七人分之人得四百四十八
六八四十八自相乘得二千三百四
六人分之人得三百八十四
五八四十自相乘得一千六百
五人分之人得三百二十
四八三十二自相乘得一千二十四
四人分之人得二百五十六
三八二十四自相乘得五百七十六
三人分之人得一百九十二
二八十六自相乘得二百五十六
二人分之人得一百二十八
一八如八自相乘得六十四
一人得六十四
右八八一條得二百八十八自相乘得八

原字算經卷上

七知不足編

萬二千九百四十四
八八分之人得一萬三百六十八
七七四十九自相乘得二千四百一
七八分之人得三百四十三
六七四十二自相乘得一千七百六十四
六八分之人得二百九十四
五七三十五自相乘得一千二百二十五
五八分之人得二百四十五
四七二十八自相乘得七百八十四
四八分之人得一百九十六
三七二十一自相乘得四百四十一
三八分之人得一百四十七
二七十四自相乘得一百九十六
二八分之人得九十八
一七如七自相乘得四十九
一人得四十九
右七七一條得一百九十六自相乘得三萬八千四百一十六
七八分之人得五千四百八十八
六六三十六自相乘得一千二百九十六
六八分之人得二百一十六
五六三十自相乘得九百
五八分之人得一百八十
四六二十四自相乘得五百七十六
四八分之人得一百四十四
三六一十八自相乘得三百一十四
三八分之人得一百八

二六一十二自相乘得一百四十四
二八分之人得七十二
一六如六自相乘得三十六
一人得三十六
右六六一條得一百二十六自相乘得一萬五千八百七十六
六八分之人得二千六百四十六
五五二十五自相乘得六百二十五
五八分之人得一百二十五
四五二十自相乘得四百
四八分之人得一百
三五十五自相乘得二百二十五
三八分之人得七十五
二五二十自相乘得一百
二八分之人得五十
一五如五自相乘得二十五
一人得二十五
右五五一條得七十五自相乘得五千六百二十五
五八分之人得一千一百二十五
四四一十六自相乘得二百五十六
四八分之人得六十四
三四一十二自相乘得一百四十四
三八分之人得四十八
二四如八自相乘得六十四
二八分之人得三十二
一四如四自相乘得一十六

一人得一十六
右四四一條得四十自相乘得一千六百
四八分之人得四百
三三如九自相乘得八十一
三八分之人得二十七
二三如六自相乘得三十六
二八分之人得一十八
一三如三自相乘得九
一人得九
右三三一條得一十八自相乘得三百二十四
三八分之人得一百八
二二如四自相乘得一十六
二八分之人得八
一一如二自相乘得四
一人得四
右二二一條得六自相乘得三十六
二八分之人得十八
一一如一自相乘得一乘不長
右從九九至一一總成一千一百五十五
自相乘得一百三十三萬四千二十五
九八分之人得一十四萬八千二百二十五
以九乘一十二得一百八
六八分之人得一十八
以二十七乘三十六得九百七十二
一十八八分之人得五十四

孫子算經卷一

十知不足齋叢書

以八十一乘一百八得八千七百四十八
 五十四人分之人得一百六十二
 以二百四十三乘三百二十四得七萬八千七百三十二
 一百六十二人分之人得四百八十八
 六
 以七百二十九乘九百七十二得七十萬八千五百八十八
 四百八十六人分之人得一千四百五十八
 以二千一百八十七乘二千九百一十六得六萬三千七百九十二
 一千四百五十八人分之人得四千三百七十四
 以六千五百六十一乘八千七百四十八得五千七百三十九萬五千六百二十八
 四千三百七十四人分之人得一萬三千一百二十二
 以一萬九千六百八十三乘二萬六千二百四十四得五億一千六百五十六萬六千五百五十二
 一萬三千一百二十二分之人得三萬九千三百六十六
 以五萬九千四十九乘七萬八千七百三十二得四十六億四千九百四萬五千八百六十八
 三萬九千三百六十六分之人得一十一萬八千九百八十八
 以一十七萬七千一百四十七乘二十三萬六千

孫子算經卷上
 志御不足齋藏書

千一百九十六得四百一十八億四千一百四十一萬二千八百一十二
 一十一萬八千九百八十八分之人得三十五萬四千二百九十四
 以五十三萬一千四百四十一乘七十萬八千五百八十八得三千七百六十五億七千二百七十一萬五千三百八
 三十五萬四千二百九十四人分之人得一百六萬二千八百八十二
 孫子算經卷上

孫子算經卷上

孫子算經卷中
 唐劉義安行次史令輕軍都尉墨瀛鳳等奉敕注釋
 今有一十八分之二問約之得幾何
 答曰三分之二
 術曰置十八分在下一十二分在上副置二位以少減多等數得六為法約之即得今有三分之一五分之二問合之二得幾何
 答曰一十五分之二
 術曰置三分五分在右方之一之二在左方母互乘子五分之二得六三分之一得五并之得一十一為實右方二母相乘得一十五為法不滿法以法命之即得
 今有九分之八減其五分之一問餘幾何
 答曰四十五分之三十一
 術曰置九分五分在右方之八之一在左方母互乘子五分之一得九九分之八得四十以少減多餘三十一為實母相乘得四十五為法不滿法以法命之即得
 今有三分之一三分之二四分之三問減多益少幾何而平
 答曰減四分之三者二三分之二者一并以益三分之一而各平於十一分之二
 術曰置三分三分四分在右方之一之二之三在左方母互乘子副并得六十三置右為平實母相乘得三十六為法以列數三乘未并者及法等數得九約訖減四分

孫子算經卷中
 二御不足齋藏書

之三者二減三分之二者一并以益三分之一各平於一十二分之七

今有粟一斗問爲糲米幾何

答曰六升

術曰置粟一斗十升以糲米率三十乘之得三百升爲實以粟率五十爲法除之即得

今有粟二斗一升問爲糲米幾何

答曰一斗一升五十分升之一十七

術曰置粟二十一升以糲米率二十七乘之得五百六十七升爲實以粟率五十爲法除之不盡以法而命分

今有粟四斗五升問爲糲米幾何

答曰二斗一升五分升之三

術曰置粟四十五升以二約糲米率二十四得一十二乘之得五百四十升爲實以二約粟率五十得二十五爲法除之不盡以等數約之而命分

今有粟七斗九升問爲御米幾何

答曰三斗三升一合八勺

術曰置七斗九升以御米率二十一乘之得一千六百五十九升爲實以粟率五十除之即得

今有屋基南北三丈東西六丈欲以甄砌之凡積二尺用甄五枚問計幾何

答曰四千五百枚

術曰置東西六丈以南北三丈乘之得一

千八百尺以五乘之得九千尺以二除之即得

今有圓窖下周二百八十六尺深三丈六尺問受粟幾何

答曰一十五萬一千四百七十四斛

七升二十七分升之一十一

術曰置周二百八十六尺自相乘得八萬一千七百九十六尺以深三丈六尺乘之得二百九十四萬四千六百五十六以十二除之得二十四萬五千三百八十八尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有方窖廣四丈六尺長五丈四尺深三丈五尺問受粟幾何

答曰五萬三千六百六十六斛六斗六升三分升之一

術曰置廣四丈六尺長五丈四尺相乘得二千四百八十四尺以深三丈五尺乘之得八萬六千九百四十尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有圓窖周五丈四尺深一丈八尺問受粟幾何

答曰二千七百斛

術曰先置周五丈四尺相乘得二千九百一十六尺以深一丈八尺乘之得五萬二千四百八十八尺以十二除之得四千三百七十四尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有圓田周三百步徑一百步問得田幾何

答曰三十一畝奇六十步

術曰先置周三百步半之得一百五十步又置徑一百步半之得五十步相乘得七千五百步以畝法二百四十步除之即得又術周自相乘得九萬步以十二除之得七千五百步以畝法除之得畝數又術徑自乘得一萬以三乘之得三萬步四除之得七千五百步以畝法除之得畝數

今有方田桑生中央從角至桑一百四十七步問爲田幾何

答曰一頃八十三畝奇一百八十步

術曰置角至桑一百四十七步倍之得二百九十四步以五乘之得一千四百七十七步以七除之得二百一十步自相乘得四萬四千一百步以二百四十步除之即得

今有木方三尺欲方五寸作枕一枚問得幾何

答曰二百一十六枚

術曰置方三尺自相乘得九尺以高三尺乘之得二十七尺以一尺木八枕乘之即得

今有索長五千七百九十四步欲使作方問幾何

答曰一千四百四十八步三尺

術曰置索長五千七百九十四步以四除之得一千四百四十八步餘二步以六因之得一丈二尺以四除之得三尺通計即

得

今有隄下廣五丈上廣三丈高二丈長六十尺欲以一千尺作一方問計幾何

答曰四十八方

法曰置隄上廣三丈下廣五丈并之得八丈半之得四丈以高二丈乘之得八百尺以長六十尺乘之得四萬八千以一千尺除之即得

今有溝廣十丈深五丈長二十丈欲以千尺作一方問得幾何

答曰一千方

術曰置廣一十丈以深五丈乘之得五千尺又以長二十丈乘之得一百萬尺以一千除之即得

今有積二十三萬四千五百六十七步問為方幾何

答曰四百八十四步九百六十八分步之三百一十一

術曰置積二十三萬四千五百六十七步為實次借一算為下法步之超一位至百而止上商置四百於實之上副置四萬於實之下下法之上名為方法命上商四百除實除訖倍方法一退下法再退復置上商八十以次前商副置八百於方法之下下法之上名為廉方法廉各命上商八十以除實除訖倍廉法上從方法方法一退下法再退復置上商四以次前副置

係字經通卷中

八兩不足滿積步

四於方法之下下法之上名曰隅方法廉

隅各命上商四以除實除訖倍隅法從方法上商得四百八十四下法得九百六十八不盡三百一十一是為方四百八十四步九百六十八分步之三百一十一

今有積三萬五千步問為圓幾何

答曰六百四十八步一千二百九十六分步之九十六

術曰置積三萬五千步以十二乘之得四十二萬為實次借一算為下法步之超一位至百而止上商置六百於實之上副置六萬於實之下下法之上名為方法命上商六百除實除訖倍方法方法一退下法再退復置上商四十以次前商副置四百於方法之下下法之上名為廉方法廉各命上商四十以除實除訖倍廉法從方法方法一退下法再退復置上商八次前商副置八於方法之下下法之上名為隅方法廉隅各命上商八以除實除訖倍隅法從方法上商得六百四十八下法得一千二百九十六不盡九十六是為方六百四十八步二千二百九十六分步之九十六今有邱田周六百三十九步徑三百八十步問為田幾何

答曰二頃五十二畝二百二十五步術曰半周得三百一十九步五分半徑得一百九十步二位相乘六萬七百五步以

畝法除之即得

今有築城上廣二丈下廣五丈四尺高三丈八尺長五千五百五十尺秋程人功三百尺問須功幾何

答曰二萬六千一十一功

術曰并上下廣得七十四尺半之得三十七尺以高乘之得一千四百六尺又以長乘之得積七百八十萬三千三百尺以秋程人功三百尺除之即得

今有穿渠長二十九里一百四步上廣一丈二尺六寸下廣八尺深一丈八尺秋程人功三百尺問須功幾何

答曰三萬二千六百四十五人不盡六十九尺六寸

術曰置里數以三百步乘之內零步六之得五萬二千八百二十四尺并上下廣得二丈六寸半之以深乘之得一百八十五尺四寸以長乘得九百七十九萬三千五百六十九尺六寸以人功三百尺除之即得

今有錢六千九百三十欲令二百一十六人作九分分之八十一人人與二分七十二人人與三分六十三人人與四分問三種各得幾何

答曰二分人得錢二十二

三分人得錢三十三
四分人得錢四十四

術曰先置八十一人於上七十二人於次之

係字經通卷中

十一知不足齋叢書

六十三人在下上位以二乘之得一百六十二次位以三乘之得二百一十六下位以四乘之得二百五十二副并三位得六百三十為法又置錢六千九百三十為三位上位以一百六十二乘之得一百一十二萬二千六百六十又以二百十六乘中位得一百四十九萬六千八百八十又以二百五十二乘下位得一百七十四萬六千三百六十各為實以法六百三十各除之上位得一千七百八十二中位得二千三百七十六下位得二千七百七十二各以人數除之即得

今有五等諸侯共分橘子六十顆人別加三顆問五人各得幾何

答曰
公一十八顆 侯一十五顆
伯一十二顆 子九顆
男六顆

術曰先置人數別加三顆於下次六顆次九顆次一十二顆上十五顆副并之得四十五以減六十顆餘人數除之人得三顆各加不并者上得一十八為公分次得一十五為侯分次得十二為伯分次得九為子分下得六為男分

今有甲乙丙三人持錢甲語乙丙各將公等所持錢半以益我錢成九十七復語甲丙各將公等所持錢半以益我錢成七十丙復語甲乙各

將公等所持錢半以益我錢成五十六問三人元持錢各幾何

答曰

甲七十二 乙三十二

丙四

術曰先置三人所語為位以三乘之各為積甲得二百七十乙得二百一十丙得一百六十八各半之甲得一百三十五乙得一百五丙得八十四又置甲九十七乙七十七丙五十六各半之以甲乙減丙以甲丙減乙以丙減甲即各得元數

今有女子善織日自倍五日織通五尺問日織幾何

答曰

初日織一寸三十一分之二

次日織三寸三十一分之二

次日織六寸三十一分之二

次日織一尺二寸三十一分之二

十八

次日織二尺五寸三十一分之二

十五

術曰各置列衰副并得三十一為法以五尺乘未并者各自為實如法而一即得

今有人盜庫絹不知所失幾何但問草中分絹人得六匹盈六匹人得七匹不足七匹問人絹得幾何

答曰賊一十三人絹八十四匹

孫子算經卷中

十四不足為絹

術曰先置人得六匹於右上盈六匹於右下後置人得七匹於左上不足七匹於左下維乘之所得并之為絹并下盈不足為人

孫子算經卷中

孫子算經卷下

唐開議奏行吏令上輕重都尉暴虐等奉 敕謹釋

今有甲乙丙丁戊己庚辛壬九家共輪租甲出三十五斛乙出四十六斛丙出五十七斛丁出六十八斛戊出七十九斛己出八十斛庚出一百斛辛出二百一十斛壬出三百二十五斛凡九家共輪租一千斛做運直折二百斛外問家各幾何

答曰

甲二十八斛 乙三十六斛八斗
丙四十五斛六斗 丁五十四斛四斗
戊六十三斛三斗 己六十四斛
庚八十斛 辛一百六十八斛
壬二百六十斛

術曰置甲出三十五斛以四乘之得一百四十斛以五除之得二十八斛乙出四十六斛以四乘之得一百八十四斛以五除之得三十六斛八斗丙出五十七斛以四乘之得二百二十八斛以五除之得四十五斛六斗丁出六十八斛以四乘之得二百七十二斛以五除之得五十四斛四斗戊出七十九斛以四乘之得三百一十六斛以五除之得六十三斛二斗己出八十斛以四乘之得三百二十斛以五除之得六十四斛庚出一百斛以四乘之得四百斛以五除之得八十斛辛出二百一十斛以四乘之得八百四十斛以五除之得一百六十八斛

孫子算經

孫子算經卷下

二知不足齋叢書

百六十八斛壬出三百二十五斛以四乘之得一千三百斛以五除之得二百六十斛

斛

今有丁一千五百萬出兵四十萬問幾丁科一兵

答曰三十七丁五分

術曰置丁一千五百萬為實以兵四十萬為法實如法即得

今有平地聚粟下周三丈六尺高四尺五寸問粟幾何

答曰一百斛

術曰置周三丈六尺自相乘得一千二百九十六尺以高四尺五寸乘之得五千八百三十二尺以三十六除之得一百六十二尺以斛法一尺六寸二分除之即得

今有佛書凡二十九章章六十三字問字幾何

答曰一千八百二十七

術曰置二十九章以六十三字乘之即得

今有碁局方一十九道問用碁幾何

答曰三百六十一

術曰置一十九道自相乘之即得

今有租九萬八千七百六十二斛欲以一車載五十斛問用車幾何

答曰一千九百七十五乘奇一十二

術曰置租九萬八千七百六十斛為實以一車所載五十斛為法實如法即得

今有丁九萬八千七百六十六凡二十五丁出一兵問兵幾何

答曰三千九百五十人奇一十六丁

術曰置丁九萬八千七百六十六為實以二十五為法實如法即得

今有絹七萬八千七百三十二匹令一百六十二人分之問人得幾何

答曰四百八十六匹

術曰置絹七萬八千七百三十二匹為實以一百六十二人為法實如法即得

今有三萬六千四百五十四戶戶輸綿二斤八兩問計幾何

答曰九萬一千一百三十五斤

術曰置三萬六千四百五十四戶上十之得三十六萬四千五百四十以四乘之得一百四十五萬八千一百六十兩以十六除之即得

今有綿九萬一千一百三十五斤給與三萬六千四百五十四戶問戶得幾何

答曰二斤八兩

術曰置九萬一千一百三十五斤為實以三萬六千四百五十四戶為法除之得二斤不盡一萬八千二百二十七斤以一十六乘之得二十九萬一千六百三十二兩以戶除之即得

今有粟三千九百九十九斛九斗六升凡粟九斗易豆一斛問計豆幾何

孫子算經

孫子算經卷下

五知不足齋叢書

術曰置粟三千九百九十九斛九斗六升

為實以九斗為法實如法即得

今有粟二千三百七十四斛斛加三升問共粟幾何

答曰二千四百四十五斛二斗二升

術曰置粟二千三百七十四斛以一斛三升乘之即得

今有粟三十六萬九千九百八十斛七斗在倉九年年斛耗三升問一年九年各耗幾何

答曰

一年耗一萬一千九十九斛四斗二升一合九年耗九萬九千八百九十九斛七斗八升九合

術曰置三十六萬九千九百八十斛七斗以三升乘之得一年之耗又以九乘之即得

九年之耗

今有貸與人絲五十七斤限歲出息一十六斤問斤息幾何

答曰四兩五十七分兩之二十八

術曰列限息絲一十六斤以一十六兩乘之得二百五十六兩以貸絲五十七斤除之不盡約之即得

今有三人共車二車空二人共車九人步問人與車各幾何

答曰

一十五車 三十九人

術曰置二人以三乘之得六加步者九人得車一十五欲知人者以二乘車加九十即得

今有粟一十二萬八千九百四十斛九斗三合出與人買絹一匹直粟三斛五斗七升問絹幾何

答曰三萬六千一百一十七匹三丈六尺

術曰置粟一十二萬八千九百四十斛九斗三合為實以三斛五斗七升為法除之得匹餘四十之所得又以法除之即得

今有婦人河上蕩桮津吏問曰桮何以多婦人曰家有客津吏曰客幾何婦人曰二人共飯三人共羹四人共肉凡用桮六十五不知客幾何

答曰六十八

術曰置六十五桮以十二乘之得七百八十以十三除之即得

今有木不知長短引繩度之餘繩四尺五寸屈繩量之不足一尺問木長幾何

答曰六尺五寸

術曰置餘繩四尺五寸加不足一尺共五尺五寸倍之得一丈一尺減餘四尺五寸即得

今有器中米不知其數前人取半中人三分取一後人四分取一餘米一斗五升問本米幾何

答曰六斗

術曰置餘米一斗五升以六乘之得九斗

以二除之得四斗五升以四乘之得一斛八斗以三除之即得

今有黃金一斤直錢一十萬問兩直錢幾何

答曰六千二百五十錢

術曰置錢一十萬以一十六兩除之即得

今有錦一匹直錢一萬八千問丈尺寸各直幾何

答曰

丈四千五百錢 尺四百五十錢 寸四十五錢

術曰置錢一萬八千以四除之得一丈之直一退再退得尺寸之直

今有地長一千步廣五百步尺有鵝寸有鷄問鵝鷄各幾何

答曰

鵝一千八百萬 鷄一億八千萬

術曰置長一千步以廣五百步乘之得五十萬步以三十六乘之得一千八百萬尺即得鵝數上十之即得鷄數

今有六萬口上口三萬人日食九升中口二萬人日食七升下口一萬人日食五升問上中下口共食幾何

答曰四千六百斛

術曰各置口數以日食之數乘之所得并之即得

今有方物一束外周一市有三十二枚問積幾何

答曰八十一枚

術曰重置二位上位減八餘加下位至盡
虛加一即得

今有竿不知長短度其影得一丈五尺別立一
表長一尺五寸影得五寸問竿長幾何

答曰四丈五尺

術曰置竿影一丈五尺以表長一尺五寸
乘之上十之得二十二丈五尺以表影五
寸除之即得

今有物不知其數三三數之賸二五五數之賸
三三三數之賸二問物幾何

答曰二十三

術曰三三數之賸二置一百四十五五數
之賸三置六十三七七數之賸二置三十
并之得二百三十三以二百一十減之即
得凡三三數之賸一則置七十五五數之
賸一則置二十一七七數之賸一則置十
五一百六以上以一百五減之即得

今有獸六首四足禽四首一足上有七十六首
下有四十六足問禽獸各幾何

答曰八獸七禽

術曰倍足以減首餘半之即獸以四乘獸
減足餘半之即禽

今有甲乙二人持錢各不知數甲得乙中半可
滿四十八乙得甲大半亦滿四十八問甲乙二
人元持錢各幾何

答曰

術曰置粟一千一粒為實副并三雞所啄
粟七粒為法除之得一百四十三粒為雞
雞主所償之數遞倍之即得母翁主所償
之數

甲持錢三十六 乙持錢二十四

術曰如方程求之置二甲一乙錢九十六於右
方置二甲三乙錢一百四十四於左方以右方
二乘左方上得四中得六下得二百八十八錢
以左方二乘右方上得四中得二下得一百九
十二以右行再減左行左上空餘四乙為法
下餘九十六錢為實上法下實得二十四錢為
乙錢以減右下九十六餘七十二為實以右上
二甲為法上法下實得三十六為甲錢也

今有百鹿入城家取一鹿不盡又三家共一鹿
適盡問城中家幾何

答曰七十五家

術曰以盈不足取之假令七十二家鹿盈
四令之九十家鹿不足二十置七十二於
右上盈四於右下置九十於左上不足二
十於左下維乘之所得并為實并盈不足
為法除之即得

今有三雞共啄粟一千一粒雞啄一母啄二翁
啄四主責本粟三雞主各償幾何

答曰

雞雞主一百四十三

雞母主二百八十六

雞翁主五百七十二

術曰置粟一千一粒為實副并三雞所啄
粟七粒為法除之得一百四十三粒為雞
雞主所償之數遞倍之即得母翁主所償
之數

今有雉兔同籠上有三十五頭下有九十四足
問雉兔各幾何

答曰

雉二十三

兔一十二

術曰上置三十五頭下置九十四足半其
足得四十七以少減多再命之上三除下
三上五除下五下有一除上一下有二除
上二即得

又術曰上置頭下置足半其足以頭除足
以足除頭即得

今有九里渠三寸魚頭頭相次問魚得幾何

答曰五萬四千

術曰置九里以三百步乘之得二千七百
步又以六尺乘之得一萬六千二百尺上
十之得一十六萬二千寸以魚三寸除之
即得

今有長安洛陽相去九百里車輪一市一丈八
尺欲自洛陽至長安問輪市幾何

答曰九萬市

術曰置九百里以三百步乘之得二十七
萬步又以六尺乘之得一百六十二萬尺
以車輪一丈八尺為法除之即得

今有出門望見九隄隄有九木木有九枝枝有
九巢巢有九禽禽有九雛雛有九毛毛有九色
問各幾何

答曰

木八十一

孫子算經

系子算經卷下

系子算經卷下

枝七百二十九

巢六千五百六十一

禽五萬九千四十九

雛五十三萬一千四百四十一

毛四百七十八萬二千九百六十九

色四千三百四萬六千七百二十一

術曰置九隄以九乘之得木之數又以九

乘之得枝之數又以九乘之得巢之數又

以九乘之得禽之數又以九乘之得雛之

數又以九乘之得毛之數又以九乘之得

色之數

今有三女長女五日一歸中女四日一歸少女

三日一歸問三女幾何日相會

答曰六十日

術曰置長女五日中女四日少女三日於

右方各列一算於左方維乘之各得所到

數長女十二到中女十五到少女二十到

又各以歸日乘到數即得

今有孕婦行年二十九難九月未知所生

答曰生男

術曰置四十九加難月減行年所餘以天

除一地除二人除三四時除四五行除五

六律除六七星除七八風除八九州除九

其不盡者奇則為男耦則為女

孫子算經卷下

孫子算經跋

彭元瑞撰

暇嘗尋集中有孫子算經跋云首言度量所起合乎兵法地生度度生散
散生數之文次言乘除之法設為之數十三篇中所云那地分利委積遠
輸費實兵役分數比之九章方田粟米差分商功均輸盈不足之目往往
相符尤在得算多多算勝以此定是確非偽託予觀書中設問有長安洛
陽相去九百里又佛書二十九章章六十三字乃後漢明帝後語此與九
章算經云張蒼定而中有上林苑同一後人偽作也考唐六典明符試九
章海島孫子五曹張邱建夏綏陽周髀五經樓術絳古謂之算學十經予
曾見海虞毛氏影宋鈔凡七種但開海島五經樓術三種耳莽季跋自翻
刻畫影宋不爽髮髮每種未有校勘銜名元豐七年九月二十八日進呈
奉御寶批宜依已校定刊版朝奉郎秘書監丞上騎都尉賜緋魚袋韓治
朝散郎試秘書少監上騎都尉賜緋魚袋顧頤朝議大夫守秘書少監上
護軍賜紫金魚袋劉放中大夫守尚書右丞護軍東平郡開國侯食邑二
千三百戶賜紫金魚袋呂大防通議大夫守尚書左丞上柱國平原郡開
國公食邑二千八百戶食實封五百戶李清臣正議大夫守中書侍郎上
柱國馮翊郡開國公食邑二千三百戶食實封五百戶張璪正議大夫守
門下侍郎上柱國南陽郡開國公食邑二千一百戶食實封實封戶韓維
金紫光祿大夫守尚書右僕射兼中書侍郎上柱國東平郡開國公食邑
六千二百戶食實封實封戶呂公著正議大夫守尚書左僕射兼門
下侍郎上柱國河內郡開國公食邑四千一百戶食實封實封戶五百戶司
馬光是宋本乃經三省秘書監校定其時崇正益朝一刊行尋辦細事而
精密若此其實封數目皆用增減字與食邑不同乃當時官文書式亦識
小之一也按呂大防李清臣韓維呂公著司馬光五人銜名皆元祐元年
所任之官蓋刻成後始列者

孫子算經跋

跋孫子算經

朱彝尊撰

孫子算經三卷漢志不著于錄而隋唐經籍志有之首言度量所起合乎
兵法地生度度生散散生數之文次言乘除之法設為之數十三篇中所
云那地分利委積遠輸費實兵役分數比之九章方田粟米差分商功均
輸盈不足之目往往相符而其要在得算多多算勝以是知此編非偽託
也唐立算學命李淳風注解頌之學官今其書算博士知者鮮矣

孫子算經二卷

案隋書經籍志有孫子算經二卷不著其名亦不著其時代唐書藝文志稱李道風註甄鸞孫子算經三卷於孫子上冠以甄鸞蓋如風之註周髀算經因鸞所註更加辨論也隋書論審度引孫子算術甄鸞所生吐絲為忽十忽為秒十秒為釐十釐為毫十毫為分本書乃作十忽為一絲十絲為一豪又論嘉量引孫子算術六粟為圭十圭為秒十秒為撮十撮為勺十勺為合本書乃作十圭為一撮十撮為一勺十勺為一合考之夏侯陽算經引田曹倉曹亦如本書而隋書中所引與史傳往往多合蓋古書傳本不一校訂之儻各有據證無妨參差互見也唐之選舉算學孫子五曹其限一歲習肄於後來諸算術中特為近古第不知孫子何許人朱彝尊曝書亭集五曹算經跋云相傳其法出於孫武然孫子別有算經考古者存其說可爾又有孫子算經跋云首言度量所起合乎兵法地生度量生量量生數之文次言乘除之法設為之數十三篇中所云廩地分利委積遠輸貴賤兵役分數比之九章方田粟米差分商功均輸盈不足之目往往相符而要在得算多多算勝以是知此編非偽託也云云合二跋觀之舞尊之意蓋以為確出於孫武今考書內設問有云長安洛陽相去九百里又云佛書二十九章章六十三字則後漢明帝以後人語孫武春秋末人安有是語乎舊本久佚今從永樂大典所載聚編次仍為三卷其甄李一家之註則不可復考是則姚廣孝等割裂

孫子算經提要

刊削之過矣

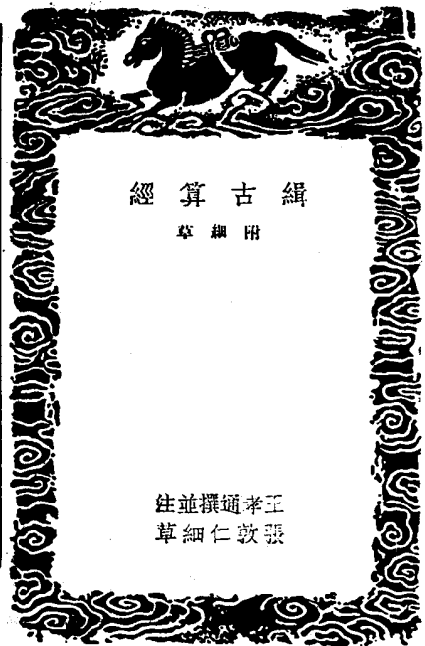
四庫提要辨證
孫子算經二卷
案隋書經籍志有孫子算經二卷不著其名亦不著其時代唐書藝文志稱李道風注甄鸞孫子算經三卷於孫子上冠以甄鸞蓋如風之註周髀算經因鸞所註更加辨論也唐之選舉算學孫子五曹其限一歲習肄於後來諸算術中特為近古第不知孫子何許人朱彝尊曝書亭集五曹算經跋云「相傳其法出於孫武然孫子別有算經考古者存其說可爾」又有孫子算經跋云「首言度量所起合乎兵法地生度量生量量生數之文次言乘除之法設為之數十三篇中所云廩地分利委積遠輸貴賤兵役分數比之九章方田粟米差分商功均輸盈不足之目往往相符而要在得算多多算勝以是知此編非偽託也」云云合二跋觀之舞尊之意蓋以為確出於孫武今考書內設問有云長安洛陽相去九百里又云佛書二十九章章六十三字則後漢明帝以後人語孫武春秋末人安有是語乎
甄李一家之註則不可復考是則姚廣孝等割裂

余嘉錫撰

其唐時選舉之制算學孫子五曹其限一歲以九章海島共限三歲之例推之則此一書或係一人所作然無以見其人之必為孫武也既元囑人傳卷一孫子傳論曰「宋竹符以孫子算經為孫武作戰東原以書中有長安洛陽相去及佛書二十九章語斷為漢明帝以後人語則其書實非孫武所撰也」余按宋竹符語蓋三注引郭暉孫經謂孫子十七道而孫子乃云孫子十九道則其人當更在漢以後矣然兩數之增多附益知卷末未定孫子所撰男女部隨荒謬必非孫子正文或恐傳寫孫子者誤增耳今但題作孫子不稱孫武而附於周宋以志附錄今人吳承仕續齊民要術云「孫子算經蓋以孫武詳其文蓋實為先秦舊書而後人頗有增益不獨長安洛陽佛書章句云爾也其說虛之所起云五尺為一端四尺為一正尋古制布帛二丈為端兩端為疋疋四尺唐制調法布五丈而當匹絹故布五丈為端即今作者為漢明以後人猶不得以此言也經又云宋同十九道則其人當更在漢以後矣蓋甄鸞李道風之流或就時制為說後遂誤改經文不得以此疑其晚出也」又云「經說度量皆積小以成大積今五尺為端自宜端在匹後夏後周算經引田曹云四丈為一疋五丈為一端是也以此知

算經五尺為端本自作二十尺唐人誤改為五尺一家之說頗足補提要所未備然朱彝尊以孫子為即作兵法之孫武其說本無所據氏因此附之周宋吳氏以為先秦舊書愚未敢深信要之其為六朝以前人著作固無可疑至其中不免為後人所竄改附益則古書類然無足深訝也

孫子算經



經算古緝

王孝通撰

張敦仁細注

上緝古算經表

臣孝通言臣聞九疇載敘紀法著於舜倫六藝
成功數術參於造化夫為君上者可牧黔首布
神道而設教采能事而經綸盡性窮源莫重於
算昔周公制禮有九數之名竊尋九數即九章
是也其禮幽而微其形祕而約重句聊用測海
寸木可以量天非宇宙之至精其孰能與於此
者漢代張蒼刪補殘缺校其條目頗與古術不
同魏朝劉徽篤好斯言博綜纖隱更為之注徵
思極毫芒觸類增長乃造重差之法列於終篇
雖即未為司南然亦一時獨步自茲厥後不繼
前蹤賀循徐岳之徒王彪甄鸞之輩會通之數
無聞焉耳但舊經殘駁尚有闕漏自劉已下更
不足言其祖暅之綴術時人稱之精妙曾不覺
方邑進行之術全錯不通芻蕘方亭之問於理
未盡臣今更作新術於此附伸臣長自問問少
小學算鑄磨愚鈍迄將皓首鑽尋秘奧曲盡無
遺代之知音終成寡和伏蒙聖朝收拾用臣為

言
太史丞比年已來奉教校勘傳仁均歷凡駁正
術錯三十餘道即付太史施行伏尋九章商功
篇有平地役功受表之術至於上寬下狹前高
後卑正經之內闕而不論致使今代之人不達
深理就平正之間同歆邪之用斯乃圓孔方枘
如何可安臣晝思夜想臨書浩歎一旦瞑目
將來莫覩遂於平地之餘續狹斜之法凡二十
術名曰緝古請訪能算之人考論得失如有排
其一字臣欲謝以千金輕用陳聞伏深戰悚謹

古算書多有細草緝古算經闕焉辛酉仲夏余
有事於崇明海門開筵宴候潮汐暇時無以自
遣適篋中攜是編因為步算補草計往返旬有
四日而畢錄而存之或亦言古學者所不廢也
嘉慶六年六月初四日陽城張敦仁識於崇明
之步鎮海壩

緝古算經上

唐通直郎太史丞臣王孝通撰并注

張敦仁撰細草

假令天正十一月朔夜半日在斗十度七分... 朔日定小餘一萬日法二萬章歲七百亦名行... 分也今不取加時度問天正朔夜半之時月在... 何處推朔夜半月度舊術要須加時日度自古... 妙有理不盡考究尤難臣等日夜思量未得... 理屈滯恐後代無人知者今奉敕造歷因即改... 制為此新術舊推日度之術已得朔夜半日度... 仍須更求加時日度然知月處臣等新作新術... 得朔夜半日度不須加時日度即知月處此新... 術此於舊術一年之中十二倍省功使學者易... 知

答曰在斗四度七百分度之五百三

十

術曰推朔夜半月度漸漸不復... 加時日度月蝕乃可用之以章歲減

朔月行定分餘以乘朔日定小餘滿日法

而一為先行分不盡者半法已上收成一

已下者棄之若先行分滿日行分而一為

度分以減朔日夜半日所在度分若度分

不足減加往宿度其分不足減者退一度

為行分而減之餘即朔日夜半月行所在

度及分也凡入歷當月行定分即是一

一為度凡月一日行一度然則章歲者即

是日之度也此法按九章均輸篇有

大進免術與此術相合彼明大進一

走步七令免先走七十五步大進

之問幾何步追及答曰二百步追

彼術曰以兔走減犬走答曰二百步追

走乘免先走為實如法而一即得追及

步數此術亦然何者假令月行九千

章歲七百即是日行七百分行九千分

緝古算經上

緝古算經上

四

先行之數然月始追之必用一日而相及... 也令定小餘者亦是日相及之日分假... 令定小餘一萬即相及之分此乃無對為... 數其日法者亦是相及之分此又同數為... 有八千三百是先行分也此則異矣但月... 日法除之即四千一百五十即先行分故... 以夜半之時日在月前行在日後以日... 相去之數四千一百五十減日行所在度... 分即月夜半... 所在度分也

草曰以章歲七百減朔月行定分九千餘... 八千三百分以乘朔日定小餘一萬得八... 千三百萬以日法二萬除之得四千一百... 五十為先行分乃置日在斗十度七分... 度之四百八十通分內子得七千四百八... 十分以日月相去之數四千一百五十分... 減之餘三千三百三十分以分母七百收... 之得斗四度七百分度之五百三十即月... 夜半所在度分也合問

假令太史造仰觀臺上廣袤少下廣袤多上下... 廣差二丈上下表差四丈上廣袤差三丈高多... 上廣一十一丈甲縣差一千四百一十八人乙... 縣差三千二百一十二人夏程人功常積七十... 五尺限五日役臺畢羨道從臺南面起上廣多... 下廣一丈二尺少袤一百四尺高多袤四丈甲... 縣一十三鄉乙縣四十三鄉每鄉別均賦常積... 六千三百尺限一日役羨道畢二縣差到八共... 造仰觀臺二縣鄉人共造羨道皆從先給甲縣... 以次與乙縣臺自下基給高道自初登給羨問... 臺道廣高袤及縣別給高廣袤各幾何

答曰
臺高一十八丈

上廣七丈	下廣九丈	上表一十丈	下表一十四丈	甲縣給高四丈五尺	上廣八丈五尺	下廣九丈	上表一十三丈	下表一十四丈	乙縣給高一十三丈五尺	上廣七丈	下廣八丈五尺	上表一十丈	下表一十三丈	羨道高一十八丈	上廣三丈六尺	下廣二丈四尺	表一十四丈	甲縣鄉人給高九丈	上廣三丈	下廣二丈四尺	上表七丈	下表一十四丈	乙縣鄉人給高九丈	上廣三丈六尺	下廣三丈	下表七丈	下表七丈
------	------	-------	--------	----------	--------	------	--------	--------	------------	------	--------	-------	--------	---------	--------	--------	-------	----------	------	--------	------	--------	----------	--------	------	------	------

十三鄉應受積八萬一千九百尺
 乙四十三鄉應受積二千九百尺
 百尺今以此兩縣高廣乘各依術
 求之甲得積八千五百二十尺乙
 得積一千八百一十尺各如常積六
 千三百一十尺而一得甲縣四十鄉
 縣一十六鄉與問數不合元和李
 氏說問數甲乙二縣鄉人別給羨
 道據問數則甲道在下乙道在上
 北據答數則甲道在下乙道在上
 兩者差異不可立法詳尋其義
 當以問數術文為正其答宜云
 甲縣鄉人給高九丈
 上廣三丈四尺
 下廣二丈四尺
 乙縣鄉人給南頭高九丈
 北頭高一十八丈

南頭上廣三丈
 北頭上廣三丈六尺
 下廣二丈四尺
 表七丈

術曰以程功尺數乘二縣人又以限日乘
 之為臺積又以上下表差乘上下廣差三
 而一為隅陽幕以乘截高為隅陽截積幕
 又半上下廣差乘斬上表為隅頭幕以乘
 截高為隅頭截積所得并二積以減臺積
 餘為實以上下廣差并上下表差半之為
 正數加截上表以乘截高所得增隅陽幕
 加隅頭幕為方法又并截高及截上表與
 正數為廉法從開立方除之即得上廣各
 加差得臺下廣及上下表高
 草曰立天元一為上廣加上下廣差二十
 尺得 θ 一為下廣又以天元加上廣表差
 三十尺得 θ 一為上表又以上表加上下
 表差四十尺得 θ 一為下表又以天元加
 高多上廣一百一十尺得 θ 一為高乃以
 上表倍之得 θ 一如下表得 θ 一以天

元上廣乘之得下。 θ 一於頭又以下表
 倍之得 θ 一加上表得下式 θ 一以下廣
 乘之得下式 θ 一併入頭位得 θ 一
 又以高乘之得下式 θ 一併入頭位得 θ 一
 之為臺積今不除便為帶分臺積內切六
 者左然後以甲縣一千四百一十八人乙
 縣三千二百二十二併之得 θ 一以常積
 七十五尺乘之得 θ 一又以限日五乘之得
 為臺積又以分母六乘之得 θ 一為同數

與左相消得 θ 一上下俱半之得下
 開立方得七十尺即上廣也各
 加差得下廣及上下表高合問

求均給積尺受廣表術曰以程功尺數乘
 乙縣人又以限日乘之為乙積三因之又
 以高幕乘之以上下廣差乘表差而一為
 實又以臺高乘上廣廣差而一為上廣之
 高又以臺高乘上表表差而一為上表之
 高又以上廣之高乘上表之高三之為方
 法又并兩高三之二而一為廉法從開立
 方除之即乙高以減本高餘即甲高此是
 從下給臺甲高又以廣差乘乙高如本高
 而一所得加上廣即甲上廣又以表差乘
 乙高如本高而一所得加上表即甲上表
 其甲上廣表即乙下廣表臺上廣表即乙
 上廣表其後求廣表有增損者皆放此
 三因乙積臺高再乘上下廣差乘表差而
 高乘上表為上廣之高又以下表
 之高為中幕一凡下表下廣之高即是截

高與上表上廣之高相連并截然則有中
 幕定有小幕一又有上廣之高乘截高為
 二乘上表之高乘下表之高為大幕
 中幕之內有小幕一又截高自乘為中幕各乘
 又上廣上表之高各三以乘截高為小幕六
 令皆半之故以三乘小幕又上廣上表之
 一故三之二而一諸幕乘為積尺
 草曰立天元一為乙高合以廣差乘之本
 高而一為乙廣差今不乘除便以乙高為
 乙廣差率即如以本高乘乙廣又天元乙

高合以表差乘之本高而一為乙表差今
 不乘除便以乙高為乙表差率即如以本
 差以表差又以上高一百八十尺乘上廣
 七十尺以廣差二十尺除之得 θ 一為上廣
 率以乙廣差率加之得 θ 一為乙下廣率
 又以本高一百八十尺乘上表一百尺以
 表差四十尺除之得 θ 一為上表率以乙表
 差率加之得 θ 一為乙下表率乃倍上表
 率得 θ 一加乙下表率得 θ 一以上廣率乘

之得下 θ 一於頭又倍乙下表率得 θ 一
 加上表率得 θ 一以乙下廣率乘之得下
 乘之得 θ 一加入頭位得 θ 一以天元乙高
 乘之得 θ 一此數合以六除之又以
 廣差乘表差乘之本高幕除之為乙積今
 不乘除便以乙積即如六因乙積又以
 乘表差寄左然後以常積七十五尺乘乙
 縣三千二百二十二得 θ 一以限日五
 乘之得 θ 一為乙積又以六因之得 θ 一以

本高羅三萬二千四百尺乘之廣差乘表
 差得八百尺除之得 $\frac{1}{3}$ 為同數與左相消
 得 $\frac{1}{3}$ 上下俱 $\frac{1}{2}$ 半之得 $\frac{1}{6}$
 開立方得一百三十五尺即 $\frac{1}{2}$ 乙高也
 餘各依術入之合問

求羨道廣袤高術曰以均賦常積乘二縣
 五十六鄉又六因為積又以道上廣多下
 廣數加上廣少袤為下廣少袤又以高多
 袤加下廣少袤為下廣少高以乘下廣少

袤為隅陽幕又以下廣少上廣乘之為籠
 隅以減積餘三而一為實并下廣少袤與
 下廣少高以下廣少上廣乘之為懸從橫
 廉幕三而一加隅幕為方法又以三除上

廣多下廣以下廣少袤下廣少高加之為
 廉法從開立方除之即下廣加廣差即上
 廣加袤多上廣於上廣即袤加廣多袤即
 道高

草曰立天元一為下廣加上廣多下廣一
 十二尺得 $\frac{1}{1}$ 為上廣又以上廣少袤一
 百四尺加上廣得 $\frac{1}{1}$ 為表又以高多袤

四十尺加入表得下式 $\frac{1}{1}$ 為高乃倍下
 廣得 $\frac{1}{1}$ 加入上廣得下式 $\frac{1}{1}$ 以表乘
 之得下式 $\frac{1}{1}$ 又以高數乘之得下式

便以此為道積 $\frac{1}{1}$ 內寄六寄左然後以甲縣
 一十三鄉乙縣四十三鄉併之得五十六
 鄉以常積六千三百尺乘之得 $\frac{1}{1}$ 為道積

辨古竹經 上

三

又以分母六因之得 $\frac{1}{6}$ 為同數與左相消
 得 $\frac{1}{6}$ 上下俱 $\frac{1}{3}$ 約之得 $\frac{1}{18}$
 開立方得二十四尺即下廣也餘各依術
 入之合問

求羨道均給積尺甲縣受廣袤術曰以均
 賦常積乘甲縣一十三鄉又六因為積以
 表再乘之以道上下廣差乘臺高為法而

一為實又三因下廣以表乘之如上下廣
 差而一為都廉從開立方除之即甲表以
 廣差乘甲表本表而一以下廣加之即甲

上廣又以臺高乘甲表本表除之即甲高
 草曰立天元一為甲表合以廣差乘之本
 表除之為甲廣差今不乘除便以甲表為

甲廣差率 $\frac{1}{1}$ 即以本表乘甲廣又以本表
 一百四十尺乘下廣二十四尺以廣差一
 十二尺除之得 $\frac{1}{1}$ 為下廣率以甲廣差率

加之得 $\frac{1}{1}$ 為甲上廣率又天元甲表合
 以本高乘之本表除之為甲高今不乘除
 便以甲表為甲高率 $\frac{1}{1}$ 即以本表乘甲

倍下廣率得 $\frac{1}{1}$ 加甲上廣率得 $\frac{1}{1}$ 以甲
 表乘之得下式 $\frac{1}{1}$ 又以甲高率乘之
 得 $\frac{1}{1}$ 合以六除之又以廣差乘本
 高乘之以本表幕除之為甲積今不乘除

辨古竹經 卷上

三

本高得二千一百六十尺除之得 $\frac{1}{6}$ 為同
 數與左相消得 $\frac{1}{6}$ 開立方得七十
 尺即甲表也餘各依術入之合問

假合築隄西頭上下廣差六丈八尺二寸東頭
 上下廣差六尺二寸東頭高少於西頭高三丈
 一尺上廣多東頭高四尺九寸正袤多於東頭

高四百七十六尺九寸甲縣六千七百二十四
 人乙縣一萬六千六百七十七人丙縣一萬九
 千四百四十八人丁縣一萬二千七百八十一

人四縣每人一日穿土九石九斗二升每人一
 日築常積一十一尺四寸十三分寸之六穿方
 一尺得土八斗古人負土二斗四升八合平道

行一百九十二步一日六十二到今隔山渡水
 取土其平道只有一十一步山斜高三十步水
 寬一十二步上山三當四下山六當五水行一

當二平道脚脚十加一載輸一十四步減計一
 人作功為均積四縣共造一日役畢今從東頭
 與甲其次與乙丙丁問給斜正袤與高及下廣

并每人一日自穿運築程功及隄上下高廣各
 幾何

答曰
 一人一日自穿運築程功四尺九寸
 二分致仁案二分
高作六分
 西頭高三丈四尺一寸
 上廣八尺
 下廣七丈六尺二寸
 東頭高三尺一寸

辨古竹經 卷上

二七

上廣八尺

下廣一丈四尺二寸

正袤四十八丈

斜袤四十八丈一尺

甲縣正袤一十九丈二尺

斜袤一十九丈二尺四寸

下廣三丈九尺

高一丈五尺五寸

乙縣正袤一十四丈四尺

斜袤一十四丈四尺三寸

下廣五丈七尺六寸

高二丈四尺八寸

丙縣正袤九丈六尺

斜袤九丈六尺二寸

下廣七丈

高三丈一尺

丁縣正袤四丈八尺

斜袤四丈八尺一寸

下廣七丈六尺二寸

高三丈四尺一寸

求人到程功運築積尺術曰置上山四

步下山二十五步渡水二十四步平道一

十一步脚蹶之閒十加一載輸一十四步

一返計一百二十四步以古人負土二斗

四升八合平道行一百九十二步以乘一

日六十二到為實卻以一返步為法除得

自運土到數也又以一到負土數乘之卻

以穿方一尺土數除之得一人一日運功

積又以一人穿土九石九斗二升以穿方

一尺土數除之為法除之得穿用人數復

置運功積以每人一日常積除之得築用

人數并之得六人共成二十九尺七寸六

分以六人除之即一人程功也

草曰置山高三十步四之三而一得四十

為上山步又置山高步五之六而一得二

十五為下山步又置水寬一十二步倍之

得二十四為渡水步併三步得八十九步

加平道一十一步得一百步脚蹶之閒十

加一得一百一十步又加載輸一十四步

共得一百二十四為一返步又以古人負

土平道行一百九十二步乘一日到數六

十二得一萬一千九百四步為實以一返

步數二百二十四為法除實得九十六即

自運土到數也又以古一到負土數二斗

四升八合乘自運土到數得二百三十八

斗八合以穿方一尺土數八斗除之得二

十九尺七寸六分為一人一日運功積又

置一人穿土數九石九斗二升以穿方一

尺土數八斗除之得一十二尺四寸以除

運功積得二人四分為穿用人數又置運

功積一十九尺七寸六分以分母十三通

之得三萬八千六百八十八分以每人一

日常積一十一尺四寸十三分寸之六通

分內子得一千四百八十八分除之得二

人六分為築用人數併運用一人穿用二

人四分築用二人六分得六人以除運功

積得四尺九寸六分即一人程功也合問

求隄上下廣及高袤術曰一人一日程功

乘總人為隄積以高差乘下廣差六而一

為龍幕又以高差小頭廣差二而一為大

臥壩頭幕又半高差乘上廣多東頭高之

數為小臥壩頭幕并三幕為大小壩龍率

乘正袤多小高之數以減隄積餘為實又

置半高差及半小頭廣差與上廣多小頭

高之數并三差以乘正袤多小頭高之數

以加率為方法又并正袤多小高并上廣

多小高及半高差而增之兼半小頭廣差

加之為廉法從開立方除之即小高加差

即各得廣袤高又正袤自乘高差自乘并

而開方除之即斜袤敦仁案又以高差下脫乘字

草曰立天元一為東頭高加東頭高少於

西頭高三十一尺得一為西頭高又置

天元加上廣多東頭高四尺九寸得一

為上廣又置天元加正袤多於東頭高四

百七十六尺九寸得一為正袤又置上

廣加西頭廣差六十八尺二寸得一為

西頭下廣又置上廣加東頭廣差六尺二

寸得一為東頭下廣乃倍東頭高加西

頭高得下三併東頭上下廣得一半

之得一乘之得一於上又倍西頭

高得下式一加東頭高得三併西頭

上下廣得下式正半之得下式正乘
 之得詳三加入上位得四以正表
 乘之得下式合以六除之為隄
 積今不除便為隄積為母 然後以
 甲縣六千七百二十四人乙縣一萬六千
 六百七十七人丙縣一萬九千四百四十
 八人丁縣一萬二千七百八十一人併之
 得五萬五千六百三十人以程功四尺九
 寸六分乘之得為隄積又以分母六乘
 之得為同數與左相消得開
 立方得三尺一寸即東頭高也餘各依術
 入之合問

求甲縣高廣正斜表術曰以程功乘甲縣
 人以六因取積又乘表幕以下廣差乘高
 差以法除之為實又并小頭上下廣以乘
 小高三因之為垣頭幕又乘表幕如法而
 一為垣方又三因小頭下廣以乘正表以
 廣差除之為都廉從開立方除之得小頭
 即甲表又以下廣差乘之所得以正表除
 之所得加東頭下廣即甲廣又以兩頭高
 差乘甲表以正表除之以加東頭高即甲
 高又以甲表自乘以隄東頭高減甲高餘
 自乘并二位以開方除之即得斜表求高
 廣以本表及高廣差求之若求乙丙丁各
 以本縣人功積尺每以前大高廣為後小
 高廣凡廉母自乘為方母廉母乘方母為
 實母 此平隄在上表除在下兩高之差即
 除高其餘兩邊各一廉中一壘塔

緝古算經

三元

今以表再乘積廣差乘表差而一得截
 三又三因小頭下廣大表乘之廣差而一
 與幕為高故為廉法又并小頭上下廣又
 乘之同六除然此頭幕本乘載表又表
 乘之從得截
 為從得截
 表為廣

草曰立天元一為甲表合以高差乘之本
 表除之為甲高差今不乘除便以甲表為
 甲高差率即如以本表乘甲高又以本表
 四百八十八尺乘東頭高三尺一寸以高差
 三十一尺除之得四十八尺為東頭高率
 以甲高差率加之得為甲西頭高率
 又天元甲表合以下廣差乘之本表除之
 為甲下廣差今不乘除又以分母三十一
 乘之得三十一為甲下廣差率即如以本表
 以下廣差除之又以本表四百八十八尺
 乘東下廣一十四尺二寸以下廣差六十
 二尺除之得一百九尺六分二分尺之五
 十八約為三十一分尺之二十九以分母
 三十一乘之得三千四百八尺為東下廣
 率以甲下廣差率加之得為甲西下
 廣率又以本表四百八十八尺乘上廣八尺
 以下廣差六十二尺除之得六十一尺六
 十二分尺之五十八約為三十一分尺之
 二十九以分母三十一乘之得一千九百
 二十尺為上廣率乃倍甲西頭高率得下
 加甲西下廣率而半之得以上廣率
 於頭又倍東頭高率得加甲西

緝古算經 卷上

四〇

頭高率得四於上以上廣率加東下廣
 率而半之得下以乘上得頭以併入
 頭位得下又以天元甲表乘之得
 合以六除之又以高差乘下廣
 差乘之本表幕除之又以分母三十一除
 之為甲積今不乘除便為帶分甲積即如
 甲積又以本表幕乘之以高差乘下寄左
 廣差除之又以分母三十一乘之也
 然後以甲縣六千七百二十四人乘程功
 四尺九寸六分得為甲隄積又六因之
 得又以本表幕二十三萬四百尺乘之
 以高差乘下廣差得一千九百二十二尺
 除之得二千三百九十八萬七千七百六
 十一尺一千九百二十二分尺之一千五
 十四約為三十一分尺之二十七以分母
 三十一乘之得為同數與左相消得下
 開立方得一百九十二尺即甲
 表也餘各依術入之合問

求乙草曰立天元一為甲乙并表依前入
 之得寄左然後以甲縣六千七
 百二十四人乙縣一萬六千六百七十七
 人併之得二萬三千四百一人以程功四
 尺九寸六分乘之得又六因之得又
 以本表幕二十三萬四百尺乘之以高差
 乘下廣差一千九百二十二尺除之得八
 千三百四十八萬二千六百九十九尺一
 千九百二十二分尺之一百二十四約為三
 十一分尺之二通之得為同數與左相

緝古算經 卷上

四五

消得... 非... 開立方得三百三十六尺
 為甲... 乙并表以甲表減之餘一百四十
 四尺即乙表也合問
 求丙丁草曰立天元一為甲乙丙并表依
 前入之得... 然後以甲縣六
 千七百二十四人乙縣一萬六千六百七
 十七人丙縣一萬九千四百四十八人併
 之得四萬二千八百四十九人以程功四
 尺九寸六分乘之得... 又六因之得... 又
 以本表幕二十三萬四百尺乘之以高差
 乘下廣差一千九百二十二尺除之得一
 億五千二百八十六萬三千一百一十六
 尺一千九百二十二分尺之七百四十四
 約為三十一分尺之一十二通之得... 為
 同數與左相消得... 開立方... 得
 四百三十二尺為甲乙丙并表以甲乙并
 表減之餘九十六尺即丙表也以甲乙丙
 并表減本表餘四十八尺即丁表也合問
 求隄部積術曰置西頭高倍之加東頭高
 又并西頭上下廣半而乘之又置東頭高
 倍之加西頭高又并東頭上下廣半而乘
 之并二位積以正表乘之六而一得隄積
 也
 草曰置西頭高三十四尺一寸倍之得六
 十八尺二寸加東頭高三尺一寸共得七
 十一尺二寸併西頭上廣八尺下廣七十
 六尺二寸得八十四尺二寸半之得四十

二尺一寸以乘之得三千一尺七寸三分
 於上又置東頭高倍之得六尺二寸加西
 頭高共得四十八尺三寸併東頭上廣八尺
 下廣二十四尺二寸得二十二尺二寸半
 之得二十一尺一寸以乘之得四百四十
 七尺三寸三分於下併上下二位共得三
 千四百四十九尺六分以正表四百八十
 尺乘之得一百六十五萬五千五百四十
 八尺八寸又以六除之得二十七萬五千
 九百二十四尺八寸即隄積也合問

緝古算經上
 元和李鏡算校

緝古算經中
 唐通直郎太史丞臣王孝通撰并注
 張敦仁撰細草
 假令築龍尾隄其隄從頭高上闊以次低狹至
 尾上廣多下廣少隄頭上下廣差六尺下廣少
 高一丈二尺少表四丈八尺甲縣二千三百七
 十五人乙縣二千三百七十八人丙縣五千二
 百四十七人各人程功常積一尺九寸八分一
 日役畢三縣共築今從隄尾與甲縣以次與乙
 丙四龍尾隄從頭至尾高表廣及各縣別給高
 表廣各多少
 答曰
 高三丈
 上廣二丈四尺
 下廣一丈八尺
 表六丈六尺
 甲縣高一丈五尺
 表三丈三尺
 上廣二丈一尺
 乙縣高二丈一尺
 表一丈三尺二寸
 上廣二丈二尺二寸
 丙縣高三丈
 表一丈九尺八寸
 上廣二丈四尺
 求龍尾隄廣表高術曰以程功乘總人為
 隄積又六因之為虛積以少高乘少表為

隅竊以少上廣乘之為甃隅竊以減虛積
 餘三約之所得為實并少高表以少上廣
 乘之為甃從橫廉竊三而一加隅竊為方
 法又三除少上廣以少表少高加之為廉
 法從開立方除之得下廣加差即高廣表
 草曰立天元一為下廣加上下廣差六尺
 得上一為上廣又以下廣少高一十二尺
 加下廣得十一為高又以下廣少表四十
 八尺加下廣得十一為表乃倍下廣得下
 〇二加入上廣得下式上三以高乘之得
 下式三三又以表乘之得三三三三三三
 六隄積寄左然後以甲縣二千三百七十
 五人乙縣二千三百七十八人丙縣五千
 二百四十七人併之得一萬人以程功常
 積一尺九寸八分乘之得卽為隄積又六
 因之得卽為同數與左相消得卽為一
 上下各三約之得卽為一開立方得一
 十八尺即下廣也合問

緝古算經

方除之即乙表餘放此此龍尾猶差除也
 并兩相連今以表再乘積廣差乘高而一
 所得表餘表再自乘為立方一又表表自
 乘為表三又三因末廣以表乘之廣差而
 一與竊為高
 故為廉法
 求甲草曰立天元一為甲表合以廣差乘
 之本表除之為甲廣差今不乘除便以甲
 表為甲廣差率差以廣差除之也
 本表六十六尺乘下廣一十八尺以廣差
 六尺除之得卽為甲下廣率以甲廣差率
 乘之得卽為甲上廣率又天元甲表合
 以本高乘之本表除之為甲高今不乘除
 便以甲表為甲高率高以本高除之也
 倍甲下廣率得卽加甲上廣率得卽以
 甲高率乘之得下。卽又以甲表乘之
 得。卽合以六除之又以廣差乘本
 高乘之以本表除之為甲隄積今不乘
 除便以爲甲積卽如六因甲積又以本表
 除之寄左然後以常積一尺九寸八分乘甲
 縣二千三百七十五人得卽為甲隄積又
 六因之得卽又以本表乘四千三百五十
 六尺乘之以廣差乘本高得一百八十八
 除之得卽為同數與左相消得卽為一
 開立方得三十三尺卽甲表也合問
 求乙丙草曰立天元一為甲乙并表依前
 入之得。卽一寄左然後以甲縣二千
 三百七十五人乙縣二千三百七十八人
 併之得四千七百五十三人以常積尺數

緝古算經

五九

乘之得卽為甲乙并隄積又六因之得
 又以本表乘乘之廣差乘本高除之得下
 卽為同數與左相消得卽為一開立方
 得四十六尺二寸為甲乙并表以甲
 表三十三尺減之餘一十三尺二寸卽乙
 表也以甲乙并表減本表六十六尺餘一
 十九尺八寸卽丙表也合問
 假令穿河表一里二百七十六步下廣六步一
 尺二寸北頭深一丈八尺六寸上廣十二步二
 尺四寸南頭深二百四十一尺八寸上廣八十
 六步四尺八寸運土於河西岸造濬北頭高二
 百二十三尺二寸南頭無高下廣四百六尺七
 寸五釐表與河同甲都二萬二千三百二十人
 乙都六萬八千七十六人丙都五萬九千九百
 八十五人丁都三萬七千九百四十四人自穿
 負築各人程功常積三尺七寸二分限九十六
 日役河濬俱了四部分共造濬其河自北頭先
 給甲都以次與乙合均賦積尺問逐縣各給斜
 正表上廣及深并濬上廣各多少
 答曰
 濬上廣五丈八尺二寸一分
 甲都正表一百四十四丈
 斜表一百四十四丈三尺
 上廣二十六丈四寸
 深一十一丈一尺六寸
 乙都正表一百一十五丈二尺
 斜表一百一十五丈四尺四寸

上廣四十丈九尺二寸

深一十八丈六尺

丙郡正袤五十七丈六尺

斜袤五十七丈七尺二寸

上廣四十八丈三寸六分

深二十二丈三寸

丁郡正袤二十八丈八尺六寸

斜袤二十八丈八尺六寸

上廣五十二丈八寸

深二十四丈一尺八寸

術曰如築隄術入之覆隄為河術注思明

意可以程功乘甲郡人又以限日乘之四

之三而一為積又六因以乘表畧以上廣

差乘深差為法除之為實又并小頭上下

廣以乘小頭深三之為垣頭畧又乘表畧

以法除之為垣方三因小頭上廣以乘正

表以廣差除之為都廉從開立方除之即

得小頭為甲表求深廣以本表及深廣差

求之為法以兩頭上廣差乘甲表以本表

除之所得加小頭上廣即甲上廣以小頭

深減南頭深餘以乘甲表以本表除之所

得加小頭深即甲深又正表自乘深差自

乘并而開方除之即斜表若求乙丙丁每

以前大深廣為後小深廣準甲求之即得

求甲草曰立天元一為甲表合以深差乘

之本表除之為甲深差今不乘除便以甲

表為甲深差率即如以本表乘甲深又置

本表一里二百七十六步以里法三百步

步法六尺通之得三千四百五十六尺以

乘北頭深一十八尺六寸又以北頭深減

南頭深二百四十一尺八寸餘二百二十

三尺二寸為深差除之得脚為甲北頭深

率以甲深差率加之得下式非一為甲南

頭深率又天元甲表合以廣差乘之本表

除之為甲廣差今不乘除便以甲表為甲

廣差率即如以本表乘甲廣又置北頭上

廣十二步二尺四寸通之得七十四尺四

寸以本表乘之又置南頭上廣八十六步

四尺八寸通之得五百二十八尺八寸以

北頭上廣尺數減之餘四百四十六尺四寸

為廣差除之得脚為甲北頭上廣率以甲

廣差率加之得下式非一為甲南頭上廣率

又置下廣六步一尺二寸通之得三十七

尺二寸以本表乘之廣差除之得脚為甲

下廣率乃倍甲北頭深率得脚加甲南頭

深率得非一於上以甲北頭上廣率加甲

下廣率得下非半之得脚以乘上得脚

列頭位又倍甲南頭深率得脚加甲北

頭深率得非一於上以甲南頭上廣率加

甲下廣率得下非半之得脚以乘上

得脚併頭位得脚又以甲表乘

之得下式非一合以六除之又以深

差乘廣差乘之本表畧除之為甲積今不

乘除便以爲甲積即如六因甲積又以本

差除寄左然後以常積三尺七十二分乘

甲郡二萬二千三百二十人得脚又以限

日九十六乘之得脚又以等率四乘之乘

率三除之得脚為甲積又六因之得脚

以本表乘一千一百九十四萬三千九百

三十六尺乘之以深差乘廣差得九萬九

千六百三十六尺四寸八分除之得脚

同數與左相消得脚開立方得一

千四百四十八尺即甲表也合問

求乙草曰立天元一為甲乙并表依前入

之得脚寄左然後併甲郡二萬二

千三百二十人乙郡六萬八千七十六人

得九萬三千九十六人以常積尺數乘之

得脚又以限日乘之得脚又以四乘之三

除之得脚為甲乙并積又六因之得脚

以本表乘之深差乘廣差除之得脚

數與左相消得脚開立方得一

千五百九十二尺為甲乙并表以甲表一

千四百四十八尺減之餘一千一百五十二

尺即乙表也合問

求丙丁草曰立天元一為甲乙丙并表依

前入之得脚寄左然後併甲郡二

萬二千三百二十人乙郡六萬八千七十

六人丙郡五萬九千九百八十五人得一

十五萬三千八百一十一人以常積尺數乘之

得脚又以限日乘之得脚又以四乘之三

除之得... 爲甲乙丙并積又六因之得... 又以本表算乘之深差乘廣差除之得... 爲同數與左相消得... 開立方... 得三千一百六十八... 爲甲乙丙并... 表以甲乙并表二千五百九十二尺減之... 餘五百七十六尺即丙表也以甲乙丙并... 表減本表三千四百五十六尺餘二百八十八尺即丁表也合問

求濬上廣術曰以程功乘總人又以限日乘之爲積六因之爲實以正表除之又以高除之所得以下廣減之餘又半之即濬上廣

草曰以程功三尺七寸二分乘四郡總一十八萬八千三百二十五人得七十萬五千六百九十九尺又以限日九十六乘之得六千七百二十五萬四千六百二十四尺爲積六因之得四億三百五十二萬七千七百四十四尺爲實以正表三千四百五十六尺除之得一十一萬六千七百六十一尺五寸又以高二百二十三尺二寸除之得五百二十三尺一寸二分五釐以下廣四百六尺七寸五釐減之餘一百一十六尺四寸二分半之得五十八尺二寸一分即濬上廣也合問

假令四郡輸粟斛法二尺五寸一人作功爲均自上給甲以次與乙其甲郡輸粟三萬八千七百四十五石六斗乙郡輸粟二萬四千九百五

算古算經

石六斗丙郡輸粟二萬六千二百七十七石四斗丁郡輸粟一萬四千七十八石四斗四郡共穿窖上表多於上廣一丈少於下表三丈多於深六丈少於下廣一丈各計粟多少均出丁夫自穿負築冬程人功常積一十二尺一日役問窖上下廣表深都別出人及窖深廣各多少

答曰

窖上廣八丈
上表九丈
下廣一十丈
下表一十二丈
深三丈

甲郡八千七十二人
深一十二尺
下表一十丈二尺
廣八丈八尺
乙郡七千二百七十二人
深九尺
下表一十一丈二尺
廣九丈四尺
丙郡五千四百七十三人
深六尺
下表一十一丈七尺
廣九丈八尺
丁郡二千九百三十三人
深三丈
下表一十二丈

算古算經

廣一十丈

求窖深廣表術曰以斛法乘總粟爲積尺又廣差乘表差三而一爲隅陽算乃置壘上廣半廣差加之以乘壘上表爲隅頭算又半表差乘壘上廣以隅陽算及隅頭算加之爲方法又置壘上表及壘上廣并之爲大廣又并廣差及表差半之以加大廣爲廉法從開立方除之即深各加差即合所問

草曰立天元一爲窖深加上表多於深六十尺得... 爲上表又以上表多於上廣一十尺減上表得... 爲上廣又以上表少於下表三十尺加上表得... 爲下表又以上表少於下廣一十尺加上表得... 爲下廣乃倍上廣得... 加下廣得下式... 以上表乘之得下式... 於上又倍下廣得... 以上廣加之得下式... 以下表乘之得... 加入上位得下式... 以深乘之得下... 以六約之得下... 爲窖積寄左然後以甲郡三萬八千七百四十五石六斗乙郡三萬四千九百五十六石六斗丙郡二萬六千二百七十七石四斗丁郡一萬四千七百四十八石四斗併之得一十一萬四千石以斛法二尺五寸乘之得... 爲同數與左相消得... 開立方得三十尺即窖深也合問

算古算經

求均給積尺受廣袤深術曰如築隄術入之以斜法乘甲郡輸粟為積尺又三因以深乘之為廣差乘表差而一為實深乘上廣廣差而一為上廣之高深乘上表差差而一為上表之高上廣之高乘上表之高三之為方法又并兩高三之二而一為廉法從開立方除之即甲深以表差乘之

以本深除之所得加上表即甲下表以廣差乘之本深除之所得加上廣即甲下廣若求乙丙丁每以前下廣表為後上廣表以次皆準此求之即得若求人數各以程功約當郡積尺

求甲草曰立天元一為甲深合以廣差乘之客深除之為甲廣差今不乘除便以甲深為甲廣差率即如以客深乘甲廣又以客深三十八乘上廣八十八尺以廣差二十尺除之得十為甲上廣率以甲廣差率加之得十為甲下廣率又天元甲深合以表差乘之客深除之為甲表差今不乘除便以甲深為甲表差率即如以客深乘甲表又以客深三十八乘上表九十九尺以表差三十尺除之得十為甲上表率以甲表差率加之得十為甲下表率乃倍甲上廣率得十加甲下廣率得十以甲上表率乘之得十於上又倍甲下廣率得下十加甲上廣率得十以甲下表率乘之得十加入上位得十以甲深

乘之得下式。可半先半之得下。合以三除之又以廣差乘表差乘之深幕除之為甲積今不乘除便以爲甲積即如三因甲積又以深乘乘寄左然後以斜法二尺五寸乘甲郡三萬八千七百四十五石六斗得非為甲積又三因之得非又以深幕九百尺乘之廣差乘表差得六百尺除之得非為同數與左相消得非開立方得一十二尺即甲深也

合問 求乙草曰立天元一為甲乙并深依前入之得。寄左然後併甲郡三萬八千七百四十五石六斗乙郡三萬四千九百五十六斗得七萬三千六百五十一石二斗以斜法乘之得非為甲乙并積又三因之得非又以深幕乘之廣差乘表差除之得非為同數與左相消得非開立方得一十二尺為甲乙并深以甲深一十二尺減之餘九尺即乙深也合問

求丙草曰立天元一為甲乙丙并深依前入之得。寄左然後併甲郡三萬八千七百四十五石六斗乙郡三萬四千九百五十六斗丙郡二萬六千二百七十石四斗得九萬九千九百二十一石六斗以斜法乘之得非為甲乙丙并積又三因之得非又以深幕乘之廣差乘表差除之得非為同數與左相消得非開

立方得二十七尺為甲乙丙并深以甲乙并深二十一尺減之餘六尺即丙深也以甲乙丙并深減客深三十八尺餘三三即丁深也合問

緝古算經中

元和李銳算校

緝古算經下

唐通直郎太史丞臣王孝通撰并注

張敦仁撰細草

假令亭倉上下大上下方差六尺高多上方九尺容粟一百八十七石二斗今已運出五十石四斗問倉上下方高及餘粟深上方各多少

答曰

上方三尺

下方九尺

高一丈二尺

餘粟深上方俱六尺

求倉方高術曰以斛法乘容粟為積尺又方差自乘三而一為隅陽驛以乘截高以減積餘為實又方差乘截高加隅陽驛為方法又置方差加截高為廉法從開立方除之即上方加差即合所問

草曰立天元一為上方加方差六尺得下上為下方又置天元加高多上方九尺

得下三為高乃以上方自乘得。下方自乘得。上下方相乘得下式。

上併三位得下。又以高乘之得下式。三以三除之得。得下式。

為亭倉積寄左然後置容粟一百八十七石二斗以斛法二尺五寸乘之得。積與左相消得。開立方得三尺。

即上方也加差得下方高合問

求餘粟高及上方術曰以斛法乘出粟三

緝古算經下

九

緝古算經下

九

之以乘高驛令方差驛而一為實。自乘又相乘各乘取高是大高乘上方方差而一為小高令自乘三之為方法。三因小高為廉法從開立方除之得取出高以減本高餘即殘粟高置出粟高又以方差乘之。以本高除之所得加上方即餘粟上方。此本術曰上下方相乘又各自乘并之。高乘之三一而一今還元三之。又高乘乘之。若高乘上方方差而一得小高也。然則斯本下方自乘故須高乘之。自乘而一即得大高自乘之數小高亦然。凡大高者即得大高於小高并相連今大高自乘為小方大方之內即有取高自乘驛一驛頭小高自乘驛二又大小高相乘為中。方中。方之內即有小高乘取高驛一又小高自乘。乘三等驛皆以乘取高為積。故三因小高為廉也。

草曰立天元一為出粟高合以方差乘之。本高而一為出粟方差。今不乘除便以出粟高為出粟方差。方差以方差除之也。又以本高一十二尺乘上方三尺以方差

六尺除之得。丁為上方率以出粟方差率加之得。上為下方率。乃以上方率自乘得。下。下方率自乘得。上下方率相乘得。下。以三位併之得。下。又以出粟高乘之得。此數合以三除之。又以方差驛乘之本高驛而一為出粟積。今不乘除便以帶分出粟積。即如出粟積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積。又以本高驛乘寄左然後以斛法二尺五寸乘出粟五十四斗得。丁為出粟

積又以分母三因之得。即又以本高驛一百四十四尺乘之。如方差驛三十六尺而一得。即為同數與左相消得。開立方得六尺為出粟高以減本高餘六尺。即餘粟高也合問。

假令芻費上表三丈下表九丈廣六丈高一十二丈有甲縣六百三十二人乙縣二百四十三人夏程人功常積三十六尺限八日役自穿築二縣共造今甲縣先到問自下給高廣表各多少

答曰

高四丈八尺

上廣三丈六尺

表六丈六尺

求甲縣均給積尺受廣表術曰以程功乘乙縣人數又以限日乘之為積尺以六因之。又高驛乘之又表差乘廣而一所得。又半之為實高乘上表表差而一為上表之高三因上表之高半之為廉法從開立方除之得。乙高以減費高餘即甲高求廣表依率求之。此乙積本倍下表上表從之以積。今還元須六因之以高驛乘之。為實乘表差乘廣而一得。取高自乘以乘。上表之高并大廣表相連之數則三小高為廉法各以取高為方。仍有取高為立方者。故半之為立方。

草曰立天元一為乙高合以表差乘之本高除之。為乙表差。今不乘除便以乙高為乙表差。率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

率。即如以本高乘乙表。又以本高

緝古算經下

九

一百二十尺乘上表三十尺以上表三十尺下表九十八尺相減餘六十尺為表差除之得下。為上表率加乙表差率得下。為乙下表率又天元乙高合以本廣乘之本高除之為乙廣今不乘除便以乙高為乙廣率。即如以本高乘乙乃倍乙下表率得下。加上表率得下。以乙廣率乘之得下式。加。又以乙高乘之得。加。此數合以六除之又以表差乘廣乘之。以本高算除之為乙積今不乘除便以乙積。即如以六因乙積又以本高算寄左然後以程功三十六尺乘乙縣二百四十三人得。又以限日八乘之得。為乙積又以六因之得。又以高算一萬四千四百尺乘之以表差乘廣得三千六百尺除之得。為同數與左相消得。半之得下。開立方得七十二尺為乙高以減表高餘四十八尺即甲高也合問

假令圓圃上小下大斛法二尺五寸以率徑一周三上下周差一丈二尺高多上周一丈八尺容粟七百五斛六斗今已運出二百六十六石四斗問殘粟去口上下周高各多少

答曰
上周一丈八尺
下周三丈
高三丈六尺
去口一丈八尺

粟周二丈四尺

求圓圃上下周及高術曰以斛法乘容粟又三十六乘之三而一為方亭之積又以周差自乘三而一為圓陽算以乘截高以減亭積餘為實又周差乘截高加圓陽算為方法又以周差加截高為法從開立方除之得上周加差而合所問

草曰立天元一為上周加上下周差一十二尺得下。為下周又置天元加高多上周一十八尺得下。為高乃以上周自乘得。以下周自乘得。上下周相乘得下式。一三併之得。又以高乘之得。以三除之得下式。一為方亭積合以十二除之為圓積今不除便為圓積內寄十寄左然後以斛法二尺五寸乘容粟七百五斛六斗得。為圓積又以分母十二因之得。為如積與左相消得。開立方得一十八尺即上周一丈八尺也合問

求粟去口術曰以斛法乘出斛三十六乘之以乘高算如周差算而一為實高乘上周周差而一為小高令自乘三之為方法三因小高為廉法從開立方除之即去口三十六乘說即是截置去口以周差乘之方亭之前方皆不別置去口以周差乘之。以本高除之所加上周即粟周。下脫得字草曰立天元一為粟去口合以周差乘之。以本高除之為出粟周差今不乘除便以

為出粟周差率。即如以本高乘出粟又以本高三十六尺乘上周一十八尺以周差一十二尺除之得。為上周率加出粟周差率得。為出粟下周率乃以上周率自乘得下式。以下周率自乘得。上下周相乘得。併三位得。又以粟去口乘之得下。此數合以三十六除之又以周差算乘之高算而一為出粟積今不乘除便為出粟積。即如以三之周差算除之也。然後以斛法二尺五寸乘出粟二百六十六石四斗得。為出粟積又以分母三十六因之得。為高算一千二百九十六尺乘之以周差算一百四十四尺除之得。為同數與左相消得。開立方得一十八尺即粟去口也合問

假令有粟二萬三千一百二十斛七斗三升欲作方倉一圓窖一盛各滿中而粟適盡令高深等使方面少於圓徑九寸多於高二丈九尺八寸率徑七周二十二問方徑深各多少

答曰
倉方四丈五尺三寸 容粟一萬二千九百八十五
窖徑四丈六尺二寸 容粟一萬三千七百七十七升
高與深各一丈五尺五寸

求方徑高深術曰十四乘斛法以乘粟數

二十五而一為實又倍多加少以乘少數
 又十一乘之二十五而一多自乘加之為
 方法又倍少數十一乘之二十五而一又
 倍多加之為廉法從開立方除之即高深
 各加差即方徑一十四乘解法以乘粟為
 一十四乘為徑自乘者是一十四方自乘
 者是一十四故并之為二十五凡此方圓
 二徑長短不同二徑各自乘為方大小各
 別然則此方二徑九尺八寸應徑二丈
 七寸皆成立方此應方自乘一十四乘
 之應徑自乘一十一乘之二十五而一
 隅即方法也但二隅方皆以應數為方
 面今此術就首倍小隅方加差為短以差
 乘之為短幕一十一乘之二十五而一又
 小隅方自乘之數即是方圓之隅同有此
 數若二十五乘之還須二十五除直以小
 隅方自乘加之故不復乘除又須倍二廉
 加之故為廉法不復二十五乘除之也
 草曰立天元一為高又為深加方面多於
 高二百九十八寸得脚一為方面又置方
 面加方面少於圓徑九寸得三為圓徑
 乃以方面自之得脚一以十四乘之得
 脚一為十四段方幕又以圓徑自乘之
 得下式幕一又十一乘之得脚一為
 十四段圓幕併二幕得脚一以高乘之
 得脚一為十四方倉十四圓筥積寄
 左然後以解法二尺五寸展為二千五百
 寸乘乘一萬三千一百二十斛七斗三升
 得脚一為一方倉一圓筥積又以十四乘之
 得脚一為同數與左相消得脚一為
 二十五約之得脚一為一方得
 一百五十五寸即高深也合問
 還元術曰倉方自乘以高乘之為實圓徑

編古算經

一〇九

自乘以深乘之一十一乘一十四而一為
 實皆以解法除之即得容粟尺五寸
 草曰以倉方四十五尺三寸自乘得二千
 五十二尺九分以高一十五尺五寸乘之
 得三萬一千八百七尺三寸九分五釐以
 解法二尺五寸除之得一萬二千七百二
 十二斛九斗五升八合即倉容粟也又以
 圓徑四十六尺二寸自乘得二千一百三
 十四尺四寸四分以深一十五尺五寸乘
 之得三萬三千八百三十三尺八寸二分又以
 一十一乘之得三十六萬三千九百一十
 二尺二分以十四乘解法二尺五寸得
 三十五尺除之得一萬三百九十七石七
 斗七升二合即筥容粟也合問
 假令有粟一萬六千三百四十八石八斗欲作
 方倉四圓筥三合高深等方面少於圓徑一丈
 多於高五尺解法二尺五寸率徑七周二十二
 問方高徑各多少
 答曰
 方一丈八尺
 高深一丈三尺
 圓徑二丈八尺
 術曰以一十四乘解法以乘粟數如八十
 九而一為實倍多加少以乘少數三十三
 乘之八十九而一多自乘加之為方法又
 倍少數以三十三乘之八十九而一倍多
 加之為廉法從開立方除之即高深各加

差即方徑一十四乘解法以乘粟為徑自
 四即四因十四圓筥三即三因十四并之
 為八十九而一此應徑一丈五尺徑方五
 尺以高為立方
 自外意同前
 草曰立天元一為高又為深加方面多於
 高五尺得三一為方面又置方面加方面
 少於圓徑一十尺得目一為圓徑乃以方
 面自之得脚一以十四乘之得脚一
 又以倉數四乘之得脚一於頭又以圓
 徑自之得脚一以十一乘之得脚一
 又以筥數三乘之得脚一併入頭位得
 脚一以高深乘之得下式
 左然後以解法二尺五寸乘乘一萬六千
 三百四十八石八斗得脚一以十四乘之得
 脚一為同數與左相消得下式
 方得一十三尺即高深也合問
 假令有粟三千七十二石欲作方倉一圓筥一
 合徑與方等方面多於筥深二尺少於倉高三尺
 盛各滿中而粟適盡問率解法問方徑高深各
 多少
 答曰
 方徑各一丈六尺
 高一丈九尺
 深一丈四尺
 術曰三十五乘乘一十五而一為率多自
 乘以并多少乘之以乘一十四如二十五
 而一所得以減率餘為實并多少以乘多
 倍之乘一十四如二十五而一多自乘加

之為方法又并多少以乘一十四如二十
 五而一倍多加之為廉法從開立方除之
 即窘深各加差即方徑高截高五尺廉徑
 為立方十四乘解法故三十五乘乘多自
 乘并多少乘之為截高開積減率餘即二
 方廉各二尺長五尺
 自外意旨皆與前同
 草曰立天元一為深加方多於深二尺得
 二一為方又為徑又置方徑加少於倉高
 三尺得三一為高乃以方徑自之得下式
 卅三一副置上下二位上位以十四乘之
 得下式訂卅卅又以高乘之得卅卅卅
 下位以十一乘之得卅卅卅又以深乘之
 得。卅卅卅併二位得下式卅卅卅卅寄
 左然後以解法二尺五寸乘粟三千七十
 一石得卅卅以十四乘之得卅卅為同數與左
 相消得下卅卅卅卅以二十五約之得下
 卅卅卅卅開立方得一十四尺即深也合
 問
 假令有粟五千一百四十五石欲作方窖圓窖
 各一令口小底大方面與圓徑等兩深亦同其
 深少於下方七尺多於上方一丈四尺盛各滿
 中而粟適盡圖率解法並與前同問方徑深各多少
 答曰
 上方徑各七尺
 下方徑各二丈八尺
 深各一丈一尺
 術曰以四十二乘解法以乘粟七十五而
 一為方享積令方差自乘三而一為隅陽

幕以截多乘之減積餘為實以多乘差加
 幕為方法多加差為廉法從開立方除之
 即上方加差即合所問凡方亭上下方相
 乘高為虛命三而一為方享積若圓亭上
 下徑相乘又各自乘并以乘高為虛又十
 一乘之四十二而一為圓亭積今方圓二
 積并在一處故以四十二復乘之即得圓
 之積又三除虛積為方享實乃依方高覆
 問法見上下方差及高差與積求上
 下方高術入之故三乘二十五而一
 草曰立天元一為上方加深多於上方一
 十四尺得卅一為深又置深數加深少於
 下方七尺得下卅一為下方乃以上方自
 乘得。一下方自乘得卅卅卅上下方
 相乘得下式卅卅併二位得下卅卅卅
 又以深乘之得下式卅卅卅卅三而一得
 卅卅卅卅為方窖積寄左然後以解法二
 尺五寸乘粟五千一百四十五石得卅卅
 以方幕率十四乘之以方幕率十四圓幕
 率十一併之得二十五除之得卅卅為如積
 與左相消得卅卅卅卅開立方得七尺即
 上方也合問
 假令有粟二萬六千三百四十二石四斗欲作
 方窖六圓窖四令口小底大方面與圓徑等其
 深亦同令深少於下方七尺多於上方一丈四
 尺盛各滿中而粟適盡圖率解法並與前同問上下方深
 數各多少
 答曰
 方窖上方七尺
 下方二丈八尺

辨古算經 卷下

二二

深二丈一尺
 圓窖上下徑深與方窖同
 術曰以四十二乘解法以乘粟三百八十
 四而一為方享積尺令方差自乘三而一
 為隅陽幕以截多乘之以減積餘為實以
 多乘差加幕為方法又以多加差為廉法
 從開立方除之即上方加差即合所問今
 四十二乘圓虛十者四方虛十四者六
 合一百二十八虛除之為一虛之積得者
 仍三而一為方享實積乃依方亭見差
 覆問求之故三乘一百二十八除之
 草曰立天元一為上方依前術入之得下
 卅卅卅卅為方窖積寄左然後以解法二
 尺五寸乘粟二萬六千三百四十二石四
 斗得卅卅又以方率十四乘之以六因方率
 十四四因圓率十一併之得一百二十八
 除之得卅卅為如積與左相消所得實從廉
 隅並同前術
 假令有句股相乘幕七百六五十分之一弦多
 於句三十六十分之九問三事各多少
 答曰
 句十四二十分之七
 股四十九五分之一
 弦五十一四分之一
 術曰幕自乘倍多數而一為實半多數為
 廉法從開立方除之即句以弦多數加之
 即弦以何除幕即股句股相乘幕自乘即
 以倍何弦差而一得句與半差再乘得
 句幕為方故半差為廉從開立方除之
 草曰立天元一為句又以弦多於句三十

六十分之九加之得一為弦自之得下
一為弦自之得○
為句竊以減弦竊得一為股竊以句竊
乘之得○
七百六十五分之一一即百分自之得
同數與左相消得一開立方得一
十四二十分之七三十五即句也合問
假令有句股相乘竊四千三十六五分之一股
少於弦六五分之一問弦多少

答曰弦一百一十四十分之七

術曰竊自乘倍少數而一為實半少為廉
法從開立方除之即股加差即弦

草曰立天元一為股以少於弦六五分之
一一即十分加之得一為弦自之得下式

竊以減弦竊得一為句竊以股竊乘之
得○
三十六五分之一自之得一為同數與左
相消得一非上下俱以一十二十分
之四約之得下式一開立方得一
百八十分之五即股也合問

假令有句弦相乘竊一千三百三十七二十分
之一弦多於股一十分之一問股多少

答曰九十二五分之二

術曰竊自乘倍多而一為立竊又多再自
乘半之減立竊餘為實又多數自乘倍之
為方法又置多數五之二而一為廉法從

開立方除之即股句竊相乘竊自乘即句
股弦差而一得一為實半少為廉
為方今多再自乘半之為問
橫虛二立廉
倍之為從問
多為上廉即二多
法故五之二而一

草曰立天元一為股以弦多於股一十分
之一加之得一為弦自之得一為
弦竊又以股自之得○
為股竊以減
弦竊得一為句竊乘弦竊得一
寄左又以句弦相乘竊一千三百二十七

二十分之一一即百分自之得一為同數與
左相消得一非上下俱以一十二十分
五分之二一即十分即股也合問

假令有股弦相乘竊四千七百三十九五分之
三句少於弦五十四五分之二問股多少
本屬脫字今以術
算補用陰文為別

答曰六十八

術曰竊自乘倍少數而一為立竊又少數
再自乘半之以減立竊餘為實又少數自
乘倍之為方法又置少數五之二而一為
廉法從開立方除之即句加差即弦除

竊即股
草曰立天元一為句以句少於弦五十四
五分之二一即十分加之得一為弦自之
得一為弦竊又以句自之得○
為句竊以減弦竊得一為股竊以乘弦
竊得一寄左然後以股弦相乘竊
四千七百三十九五分之三一即十分

自之得一為同數與左相消得一
開立方得一十五十分之三一即句
句也餘依術算合問

假令有股弦相乘竊七百一十八句七十分之
七問股多少

答曰股二十六五分之二一數仁案知
字微被樹本無

術曰竊自乘為實句自乘為方法從開方
除之所得又開方即股

數亦是股
得股竊又開
股比分母常

草曰立天元一為股竊又以句七十分之
七自之得一為句竊以加股竊得一為
弦竊以股竊乘之得○
寄左然後以
股弦相乘竊七百二十六自之得一為同
數與左相消得一開平方得下一為
股竊又開方得二十六五分之二一即十分
即股也合問

假令有股十六二分之一句弦相乘竊一百六
十四二十五分之十四問句多少

答曰句八五分之四

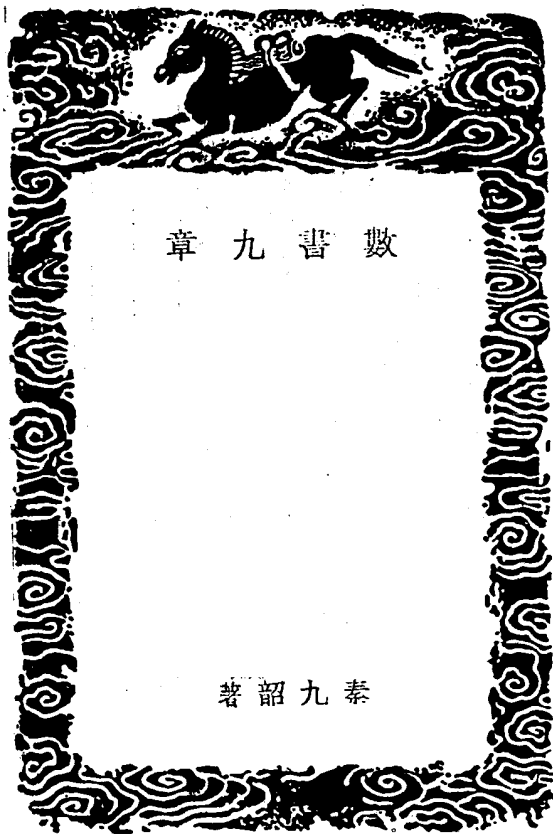
術曰竊自乘為實股自乘為方法從開方
除之所得又開方即句

草曰立天元一為句竊又以股十六二分
之一一即十分自之得一為股竊以加句竊
得一為弦竊以句竊乘之得○
寄左然後以句弦相乘竊一百六十四二十

五分之十四即百分之自之得
與左相消得
算又開方得
也合問
元和李銳算校

或問第二術羨道均給積尺今以問數術
 文爲正定爲甲道在右乙道在左矣若依
 若數甲道在右乙道在左亦可求其數乎
 曰以立天元術言之則當先求乙也其法
 立天元一爲乙表即以爲乙廣差率又以
 爲乙高率又以本表乘上廣以廣差除之
 得上廣率以乙廣差率減之餘爲乙下廣
 率依術入之得寄左數又以乙縣一十六
 鄉求得同數與左相消半之得二百七十
 四萬四千爲負實六百三十爲正廉一負
 隅開立方得七十八然緝古通例相消以
 前無負算是以知其必不然也癸亥閏月
 清明日敦仁記

右緝古算經細草陽城張古餘先生撰壬
 戌季秋先生奉省檄權知吾郡自公之暇
 以是書命銳覆校既卒業而爲之跋其尾
 案立天元術始見元李冶測圓海鏡益古
 演段二書治稱其術出於洞淵九容今洞
 淵之書已亡莫能詳所自矣緝古一十術
 其十九術皆以從立方除問數奇賡術意
 隱祕學者未易通曉惟以立天元術解之
 其中條理乃渙若冰釋蓋金元如積之法
 濫觴於斯已今世爲九九學者不乏其人
 而通古諳達深理者卒鮮先生此書洵足
 以發揮古人箴砭俗學非若劉孝孫之於
 張邱建聊依術而行其數也是歲十二月
 戊戌朔二十日丁巳元和李銳記



數書九章序

周數六藝，數實成之。學士大夫，所從來尚矣。其用本太虛生一，而周流無窮。大則可以通神明，順性命。小則可以經世務，類萬物。距容以淺近窺，若昔推策以迎日，定律而知氣，辨矩濬川，土圭度暑，天地之大，固焉而不能外。况其間總總者乎？爰自河圖洛書，闡發秘奧，八卦九疇，錯綜精微，極而至於大衍皇極之用。而人事之變，無不該鬼神之情，莫能隱矣。聖人神之言，而遺其蘊，常人昧之，由而莫之覺，要其歸，則數與道非二本也。漢去古未遠，有張蒼許商乘馬延年耿壽昌鄭（元）張衡劉洪之倫，或明天道，而法傳於後，或計功策，而效驗于時。後世學者，自高鄙不之講，此學殆絕。惟治歷時人，能為乘除，而弗通於開方衍變。若官府會事，則府史一二，桑之算家，位置素所不識。上之人亦委而聽焉。持算者惟若人，則鄙之也宜矣。嗚呼！樂有制氏，僅記鏗鏘，而謂與天地同和者，止於是可乎？今數術之書，尚三十餘家，天象歷度，謂之綴術。太乙壬甲，謂之三式。皆曰內算，言其秘也。九章所載，即周官九數，繫於方圓者，為重術。皆曰外算。對內而言也。其用相通，不可歧二。獨大衍法，不載九章，未有能推之者。歷家演法，頗用之，以為方程者，誤也。且天下之事多矣，古之人先事而計，計定而行。仰觀俯察，人謀鬼謀，無所不用其謀。是以不愆於成，載籍章章可覆也。後世與事造始，鮮能考度，浸淫乎天紀，人事之般缺矣。可不求其故哉！九韶恐陋，不閱於藝，然早歲侍親中都，因得訪習于太史，又嘗從隱君子受數學。際時秋思，歷歲遙邇，不自意全於矢石間，嘗

數書九章序

數書九章序

三

險隘發，在萬十稔，心稿氣落，信知夫物莫不有數也。乃肆意其間，旁觀方能，探索杳渺，雖若有得焉。所謂通神明，順性命，固尚未於見。若其小者，竊嘗設為問答，以擬于用，積多而惜其棄，因取八十一題，益為九類，立術具草，間以圖發之，恐或可備博學多識君子之餘觀，曲藝可途也。願進之於道，儻曰藝成而下，是惟時人府史流也。烏足盡天下之用，亦無當焉。時淳祐七年九月魯郡秦九韶啟。

數書九章序

二

且系之曰：昆崙旁磻道本虛一，聖有大衍，微萬于易，奇餘取策，羣數皆捐，行而究之，探隱知原，數術之傳，以實為體。其書九章，惟茲弗紀，歷家雖用，用而不知，小試經世，姑推所為，述大衍第一。七精迴寫，人事之紀，追緜而求，宵星晝晷，歷久則疎，性智能革，不尋天道，模襲何益。三農務穡，厥施自天，以滋以生，雨膏雪零，司收罔焉，尺寸驗之，精以器移，變喜皆非，述天時第二。魁隗粒民，甄度四海，蒼姬井之仁，政攸在，代遠庶蕃，聖日廣，步度庀賦，版圖是掌，方圓異狀，表窳殊形，重術精微，孰究厥真，差之毫釐，謬乃千百，公私共弊，盡謹其籍，述田域第三。莫高匪山，莫澹匪川，神禹奠之，積矩攸傳，智規巧述，重差夕架，求之既詳，接之罔越，崇深廣遠，度則靡容，形格勢禁，寇壘仇墟，欲知其數，先望以表，因差施術，坐悉微渺，述測望第四。邦國之賦，以待百事，曠田經入，取之有度，未免力役，先商厥功，以衰以率，勞逸乃同，漢猶近古，稅租以算，調均錢穀，河蕪之扞，惟仁隱民，猶已溺飢，賦役不均，事得勿息，述賦役第五。物等敵賦，式時府庾，粒粟寸絲，緡夫紅女，商征邊疆，後世多端，吏緣為欺，上下俱殫，我聞理財，如智治水，澄源清流，維其深矣，彼昧弗察，慘急煩刑，去理益遠，吁嗟不仁，述錢穀第六。新墟斯地，乃棟乃宇，宅生寄命，以保以聚，鳩功雉制，竹箇木章，匪究匪度，財盡力傷，困蔡而裁，如子西素，匠計靈臺，俾漢文懼，惟武圖功，惟儉昭德，有國有家，茲焉取則，述營建第七。天生五材，兵去未可，不教而戰，維上之過，堂堂之陣，鷄鶴為行，營應規矩，其將莫當，師中之吉，惟智仁勇，夜算軍書，先計攸重，我聞在昔，輕則寡謀，珍民以幸，亦孔之憂，述軍旅第八。日中而市，萬民所資，賈貿增贖，利析錙銖，購財役貧，封若低首，逐末兼井，非國之厚，述市易第九。

數書十卷。係贊九章序。東魯秦九韶所作。而書不著作者姓名。豈即九韶所著耶。淳祐七年。宋理宗年號。此書原開鈔本。會稽王雲來。應選錄得。予借錄一過。册元止名數書。九章二字。乃王添入。王有志經濟。上書修大明一統志。已得旨。而禮曹不為一覆。今王已私修。俟覆開局也。豈非志士乎。
萬歷四十四年丙辰孟秋晦日清常道人琦美記

四

數書九章目錄

第一卷

大衍類

- 著卦發微
- 古歷會積
- 推計土功
- 推庫額錢

第二卷

- 分難推原
- 程行計地
- 程行相及
- 積尺尋源
- 餘米推數

第三卷

數書九章 目錄

天時類

- 推氣治歷
- 治歷推閏
- 治歷演紀
- 綴術推星

第四卷

- 揆日究微
- 天池測雨
- 圓器測雨
- 峻積驗雪
- 竹器驗雪

第五卷

- 田域類
- 尖田求積
- 三斜求積
- 斜薄求積
- 計地容民
- 蕉田求積
- 均分梯田

第六卷

- 漂田推積
- 環田三積
- 園田先計

第七卷

- 測望類
- 望山高遠
- 臨臺測水
- 陡岸測水

第八卷

- 表望方城

數書九章 目錄

遙度圓城

望敵圓營

望敵遠近

古池推元

表望浮圖

第九卷

賦役類

復邑修賦

第十卷

園田租賦

築堤均勞

寬減屯租

戶田均寬

均科綿稅

戶稅移割

移運均勞

均定勸分

第十一卷

錢數類

折解輕費

算回運費

課雜貴賤

第十二卷

國積量容

積倉知數

推知雜數

分定綱解

累收庫本

米穀粒分

第十三卷

數書九章 目錄

營建類

計定城築

樓櫓功料

計造石壩

計浚河渠

第十四卷

計作清臺

堂皇程築

砌甃計積

竹園蘆束

積木計餘

第十五卷

軍旅類

計立方營

方變銳陳

計布圍陣

第十六卷

圍營敷布

望知敵衆

均敷徭役

先計軍程

軍器功程

計造軍衣

第十七卷

市物類

推求物價

均貨推本

互易推本

菽粟互易

第十八卷

數書九章 目錄

數書九章 目錄

- 推計互易
- 煉金計直
- 推求本息
- 推求典本
- 做直推原
- 札記四卷附

數書九章卷一 大衍類

審卦發微

問。易曰。大衍之數五十。其用四十有九。又曰。分而爲二。以象兩。掛一以象三。揲之以四。以象四時。三變而成爻。十有八變而成卦。欲知所衍之術及其數各幾何。

答曰。衍母一十二。衍法三。

- 一元衍數二十四
- 二元衍數一十二
- 三元衍數八
- 四元衍數六
- 已上四位衍數計五十

- 一揲用數一十二
- 二揲用數二十四
- 三揲用數四
- 四揲用數九
- 已上四位用數計四十九

大衍總數術曰。置諸問數。類名有四。一曰元數。謂尾位見單者。本門撰著消息。解釋明氣。失來之類是也。二曰收數。謂尾位見分者。假令冬至三百六十五日二十五刻。欲與甲子六十日。爲一會而求積日之類。三曰通數。謂

數書九章 卷一

魯郡秦九詔

數書九章 卷一

諸數各有分子母者。本門問一會積年地也。四曰復數。謂尾位見十或百及千以上者。本門撰著并息足之類是也。元數者。先以兩兩連環求等約奇弗約偶。或約得五。而後有十。乃約偶而弗約奇。或元數俱偶。約畢可存一位見偶。或皆約而猶有類數存。姑置之。俟與其他約備。而後乃與姑置者求等約之。或諸數皆不可盡類。則以諸元數。命曰復數。以復數格入之。

收數者。乃命尾位分益作單零。以進所問之數。定位訖。用元數格入之。或如意立數爲母。收進分益。以從所問。用通數格入之。

通數者。諸問數通分內子。互乘之。皆曰通數。求總等。不約一位。約乘位。得各元法數。用元數格入之。或諸母數繁。就分從省通之者。皆不用元。各母仍求總等。存一位。約乘位。亦各得元法數。亦用元數格入之。復數者。問數尾位見十以上者。以諸數求總等。存一位。約乘位。始得元數。兩兩連環求等約奇弗約偶。復乘偶。或約奇復乘奇。或彼此可約。而猶有類數存者。又相減以求總等。以續等約彼。則必復乘此。乃得定數。所有元數收數通數三格。皆有復乘求定之理。悉可入之。

求定數。勿使兩位見偶。勿使見一太多。見一多則借用繁。不欲借。則任得一。以定相乘爲衍母。以各定約衍母。各得衍數。或列各定爲母于右行。各立天元一爲子于左行。以母互乘子。亦得衍數。

諸衍數各滿定母。去之。不滿曰奇。以奇與定。用大衍求一入之。以求乘率。或奇得二。一。俱爲乘率。大衍求一術云。置奇右上。定居右下。立天元一於左上。先以右上除右下。所得商數與左上一相生。入左下。然後乃以右行上下。以少除多。遞互除之。所得商數。隨即遞互累乘。歸左行上下。須使右上末後奇一而止。乃驗左上所得。以爲乘率。或奇數已見單一者。便爲乘率。

置各乘率。對乘衍數。得泛用。併泛課衍母。多一者爲正用。或泛多衍母倍數者。驗元數。奇偶同類者。損其半倍。或三。或兩。以三約衍母。于三損之。各爲正用數。或定母得二。而衍數同行母者。爲無用數。當驗元數同類者。而正用至多處借之。以元數兩位求等。以等約衍母爲借數。以借數損有以益其無爲正用。或數處無者。如意立數爲母。約衍母所得。以如意子乘之。均借補之。或欲從省勿借。任之爲空。可也。然後其餘各乘正用。爲各總併總。滿衍母去之。不滿爲所求率數。

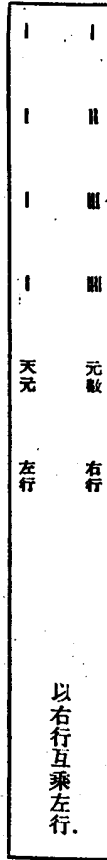
陰陽象數圖	水火木金	始此四數以揲
老陽 少陰 少陽 老陰	一 二 三 四	終此四者爲爻

本題術曰。置諸元數。兩兩連環求等約奇弗約偶。備約畢。乃變元數。皆曰定母。列右行。各立天元一爲子。列左行。以諸定母互乘左行之子。各得名曰衍數。次以各定母滿去衍數。各餘名曰奇數。以奇數與定母。用大衍術求一。大衍求一術云。以奇于右上。定母于右下。立天元一于左上。先以右行上下兩位。以少除多。所得商數。乃遞互乘內左行。使右上一而止。左上爲乘率。得乘率。以乘率乘衍數。各得用數。驗次所揲。除

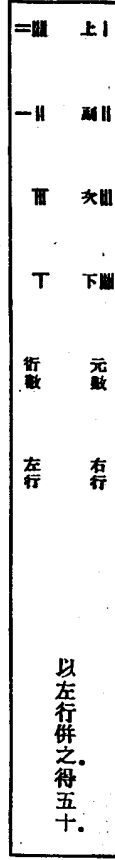
數書九章 卷一

幾何以其餘數乘諸用數併名之曰總數滿衍母去之不滿爲所求數以爲質易以三才爲衍法以法除質所得爲象數如質有餘或一或二皆命作一同爲象數其象數得一爲老陽得二爲少陰得三爲少陽得四爲老陰得老陽重爻得少陰重爻得少陽重爻得老陰重爻凡六畫乃成卦

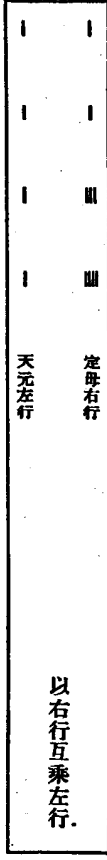
草曰置一二三四列右行立天元一列左行



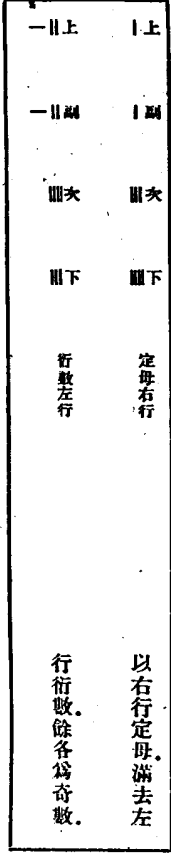
以右行一二三四互乘左行異子一弗乘對位本子各得衍數



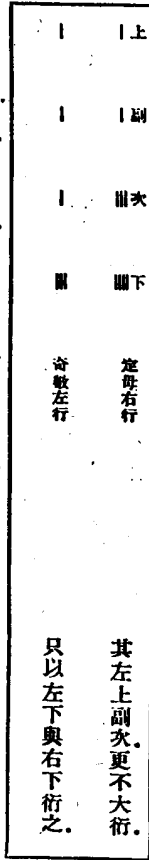
乃併左行衍數四位共計五十故易曰大衍之數五十算理不可以此五十爲用蓋分之爲二則左右手之數奇偶不同見陰陽之伏數必須復求用數先名此曰衍數以爲限率遂乃復以一二三四之元數求等數約定按前術以兩兩連環求等約之先以一與二求等一與三求等一與四求等皆得一各約奇弗約偶數不變次以二與三求等亦得一約奇弗約偶數亦不變及以二與四求等乃得二此二只約副數二變爲一而弗約四次以三與四求等亦得一約奇亦不變所得一二三四各爲定數母列右行仍各立天元一爲子列左行



以右行定母一二三四互乘左行各子一推不對乘本子畢左上得一二左副得一二左次得四左下得三皆曰衍數



次以各母滿去衍數其上母去衍一二奇一其副母一亦去副子一二亦奇一其次母三去次衍四亦奇一其下母四欲去下子三則不滿便以三爲左下奇數



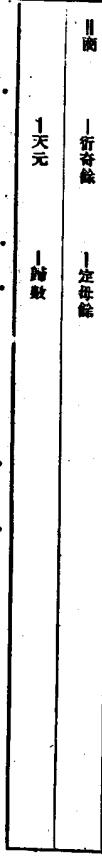
凡奇數得一者便爲乘率今左下行是三乃與本母四用大衍求一術入之列衍奇三於右上定母四於右立天元一於左上其左下



先以右上少數三除右下多數四得一爲商以商一乘左上天元一只得一歸左下其右下餘一



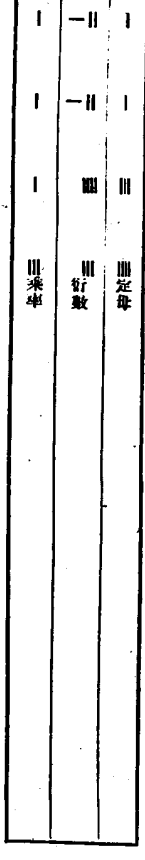
次以右上下少數一除右上下多數三須使右上下必奇一算乃止遂於右行最上商二以除右衍必奇一乃以上商命右下定餘一除之右衍餘一



次以商二與左下歸數相乘得二加入左上天元一內共得三



今驗右上行餘得一當止乃以左上三爲乘率與前三者乘率各一與衍定圖衍數對列之通計三行



以乘率對乘左行畢，左上得一十二，左副得一十二，左次得四，左下得九，皆曰泛用數。

一	上	一	副	一	次	一	下	一	泛	一	用	一	數
一	上	一	副	一	次	一	下	一	泛	一	用	一	數

次以右行一三四相乘，得一十二，名曰衍母。復推元用等數二，約副母二，為一。今乃復歸之為二，遂用衍母一十二，益於左副一十二內，共為二十四。

一	元	一	元	一	元	一	元	一	元	一	元	一	元
一	元	一	元	一	元	一	元	一	元	一	元	一	元

今驗用數圖，右行之一二三四，即是所撰之數。左行一十二，并二十四，及四與九併之，得四十九。名曰用數。用為著草數，故易曰其用四十有九是也。假令用著四十九，信手分之為二，則左手奇，右手必偶。左手偶，右手必奇。欲使著數近大衍五十，非四十九或五十一不可。二數信意分之，必有一奇一偶。故所以用四十九取七七之數始者，左副二十四，益一十二，就其三十七，泛為用數，但三十七無意義。兼著少太，是以用四十有九。凡撰著求一爻之數，欲得一二三四，出於無為，必令撰者不得知。故以四十九著分之為二，只用左手之數，假令左手分得三十三，自一一撰之，必奇一，故不繁撰。乃徑掛一，故易曰分而為二，以象兩掛一，以象三。次後又令筮人以二二撰之，其三十三，亦奇一，故歸奇於扚。又令之以三三撰之，其三十三，必奇三，故又歸奇於扚。又令之以四四撰之，又奇一，亦歸奇於扚。與前掛一，并三度撰，通有四扚，乃得一三一三。其一掛一者，乘用數圖左上用數一十二，其二撰扚一者，乘左副用數二十四，其三撰扚三者，乘左次用數四，得一十二，其四撰一者，乘左下用數九。

一	掛	一	扚	一	扚	一	扚	一	扚	一	扚	一	扚
一	扚	一	扚	一	扚	一	扚	一	扚	一	扚	一	扚

掛一得一十二，扚一得二十四，扚三得一十二，又扚一得九，竝為總數。

一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一
一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一

併此四總得五十七，不問所撰幾何，乃滿衍母一十二去之，得不滿者九，或使知其所撰三十七，亦滿衍母。

去之，亦只數九數，以為實用三才衍法約之，得三，乃飛少陽單爻，或不滿得八得七為實，皆會為三。他皆做此。術意謂撰二撰三撰四者，凡三度復以三十三從頭數撰之，故曰三變而成爻。既卦有六爻，必一十八變，故曰十有八變而成卦。

○古歷會稽

問古歷冬至以三百六十五日四分日之一，朔策以二十九日九百四十分日之四百九十九，甲子六十日各為一周，假令至淳祐丙午十一月丙辰朔初五日庚申冬至，初九日甲子，欲求古歷氣朔甲子一會稽年積月積日，及歷過未至年數各幾何。

答曰：一會稽一萬八千二百四十年。

二十二萬五千六百月。

六百六十六萬二千一百六十日。

歷過九千一百六十三年。

未至九千七十七年。

術曰：前問問數，有分者通之，互乘之，得通數，求總等，不約一位，約乘位，得各元法，連環求等，約奇弗約偶，各得定母。本題求一會，不復乘偶，以定相乘為衍母，定除母，得衍數，滿定去衍得奇，以大衍入之，得乘率，以乘衍數，得泛用數，併諸泛以課衍母，如泛內多倍數者損之，乃驗元數奇偶同類處，各損半倍，或三位同類者，三約衍母，損泛，各得正用，然後推氣朔不及或所過甲子日數，乘正用，加減之，為總滿衍去之，餘為所求歷過率，實如紀元法而一，為歷過，以氣元法除衍母，得一會稽年，以氣周日刻乘一會年，得一會稽日，以朔元法除衍母，得一會稽月數。

右本題問氣朔甲子相距日數，係開曆歷推，或甲子日在氣朔之間，及非十一月前後者，其總數必滿母實去之，所得歷過年數，尾位雖倫，首位必異，今設問以明大衍之理，初不計其前多少之歷過，草曰置問數冬至三百六十五日四分日之一，朔策二十九日九百四十分之四百九十九，甲子六十日，各通分內子，互乘之列三等位，具圖如后。

冬至上日	甲子	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一
朔策	甲子	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一
問數圖	甲子	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一

冬至得一千四百六十一，朔實得二萬七千七百五十九，甲子無母只是六十，列三行互乘之，具圖如

后。

<p>氣通</p> <p>開母</p> <p>氣分</p> <p>總等不約紀分</p>	<p>期通</p> <p>母</p> <p>期分</p> <p>總等</p>	<p>紀策</p> <p>紀分</p>	<p>氣元法</p>	<p>期元法</p> <p>紀元法</p> <p>法元圖</p>
---	--	---------------------	------------	----------------------------------

以三行互乘。右得一百三十七萬三千三百四十。為氣分。中得一十一萬一千三十六。為期分。左得二十二萬五千六百。為紀分。先求總等。得十二。乃存紀分一位不約。只以等一十二。約氣分。得一千六百。與期元九千二百五十三求等。得一。不約。又以紀元與氣元一十一萬四千四百四十五求等。得二百三十五。只約氣元。得四百八十七。次以氣元四百八十七。與期元九千二百五十三求等。得四百八十七。只約期元。得九千二百五十三。得二十九。約總等。得四百八十七。為氣定。得二十九。為期定。得二十二萬五千六百。為紀定。以三定相乘。得二十億八千七百四十七萬六千八百。為衍母。具圖如后。

<p>氣定</p> <p>期定</p> <p>紀定</p> <p>衍母</p> <p>寄右行</p>	<p>氣衍</p> <p>期衍</p> <p>紀衍</p> <p>衍數</p> <p>寄左行</p>	<p>定數</p> <p>右行</p>	<p>寄左行衍數。具圖如后。</p> <p>寄左行</p>	<p>寄右行</p> <p>右行</p>
--	--	---------------------	-------------------------------	----------------------

各以大衍入之。氣乘率得四百七十三。期乘率得五。紀乘率得一十七萬二千七百一十七。對左行衍

數以右行乘率對乘左行衍數。氣泛得二十億二千七百四十六萬七千二百。朔泛得五億四千九百三十三萬六千。紀泛得一十五億九千八百一十五萬四百一。具圖如后。

氣不及 朔不及 紀不及	〇氣泛	〇朔泛	〇紀泛	〇衍母
	〇氣正用	〇朔正用	〇紀正用	〇衍母
	〇氣不及	〇朔不及	〇紀不及	〇衍母
	〇氣不及	〇朔不及	〇紀不及	〇衍母
右行	左行			

右列用數併之。共得四十一億七千四百九十五萬三千六百一。為泛用數。與衍母二十億八千七百四十七萬六千八百。之在衍母以上。就以衍母除泛。得二。乃知泛內多一倍母數。當於各用內。損去所多一倍。按術。驗法。元圖內諸元數奇偶同類者。各損其半。今驗法元圖氣元尾數是五。紀元尾數是六百。為俱五同類。乃以衍母二十億八千七百四十七萬六千八百。折半得十億四千三百七十三萬八千四百。以損泛用圖內氣泛紀泛。其朔泛不損。各得氣朔紀正用數。其氣正用得九億八千三百七十二萬八千八百。朔正用五億四千九百三十三萬六千。紀正用五億五千四百四十一萬二千。一列為正用圖。在前。

〇氣泛	〇朔泛
〇氣正用	〇朔正用
〇氣不及	〇朔不及
〇氣不及	〇朔不及

先以氣不及甲子四日。以乘氣正用數九億八千三百七十二萬八千八百。得三十九億三千四百九。數書九章 卷一 一七

十一萬五千二百。為氣總。次以朔不及甲子八日數。以乘其朔正用數五億四千九百三十三萬六千。得四十三億九千四百六十八萬八千。為朔總。併之。得八十三億二千九百六十三萬三千二百。為總數。滿母二十億八千七百四十七萬六千八百去之。不滿二十億六千七百一十七萬二千八百。為所求率。具圖如后。

〇總數	〇衍母	〇所求	〇紀定法
〇總數	〇衍母	〇所求	〇紀定法
〇總數	〇衍母	〇所求	〇紀定法
〇總數	〇衍母	〇所求	〇紀定法

置所得率實二十億六千七百一十七萬二千八百。如法元圖紀元法二十二萬五千六百而一。得九千一百六十三。為歷過年數。次置衍母二十億八千七百四十七萬六千八百為實。如法元圖氣元一十一萬四千四百四十五為法而一。得一萬八千二百四十年。為氣朔甲子一會積年。內減歷過九千一百六十三。餘九千七百七十七。為未至年數。次以冬至周日三百六十五日二十五刻。乘一會積年一萬八千二百四十。得六百六十六萬二千一百六十。為一會積日。又以衍母為實。如法元圖朔元法九千二百五十三而一。得二十二萬五千六百。為一會積月。合圖。

○推計土功

問築堤起四縣夫。分給里步皆同。闊二丈。里法三百六十步。步法五尺八寸。人夫以物力差定。甲縣物力一十三萬八千六百。乙縣物力一十四萬六千三百。丙縣物力一十九萬二千五百。丁縣物力一十八萬四千八百。每力七十貫。科一名。春程人功平方六十尺。先到縣先給。今甲乙二縣俱畢。丙縣餘五十一丈。丁縣餘一十八丈。不及一日。全功欲知堤長及四縣夫所築各幾何。

答曰。堤長一十九里二百三十五步五尺。

甲縣夫築一千二百六十六丈。乙丙丁同。

乙縣夫築一千七百六十八步五尺六寸。甲丙丁同。

丙縣夫築四里三百二十八步五尺六寸。甲乙丁同。

丁縣夫築同前三縣數。

術曰。置各縣力。以程功乘。為實。以力率乘。提齊圖。為法。除之。得各縣日築復數。有分者通之。互乘之。得通數。求總等不約一位約乘位。元數連環求等。約奇得定母。陸續求衍數奇數乘率用數。以丙丁縣不及數。乘本用。併為總數。以定母相乘。為衍母。滿母去總數。得各縣分給里步積尺數。以縣數因之。為堤長。各以里法步法約之。為里步。

草曰置甲縣力一十三萬八千六百貫乙縣力一十四萬六千三百貫丙縣力一十九萬二千五百貫丁縣力一十八萬四千八百貫以程功六十尺徧乘之皆以貫數約之甲得八百三十一萬六千尺乙得八百七十七萬八千尺丙得一千一百五十五萬尺丁得一千一百八萬八千尺各爲貫次以力率七百七十貫乘提濟關二十尺亦以貫數約之得一萬五千四百尺爲法徧除諸各貫甲得五十四丈乙得五十七丈丙得七十五丈丁得七十二丈各爲四縣乘夫每日築長率按大術術命曰復數列右行

元數關寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

以復數求總等得三寸以約三位多者不約其少者甲得五十四乙得二十九丙得二十五丁得二十四仍爲元數次以兩兩連環求等約之

甲	乙	丙	丁	元
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

先以丁丙求等又以丁乙求等皆得一不約次以丁甲求等得六只約甲五十四得九不約丁次以丙與乙求等又以丙與甲九求等皆得一不約後以乙與甲九求等得一不約復驗甲九與丁二十四猶可再約又求等得三以約丁二十四得八復甲爲二十七

甲	乙	丙	丁	元
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

次以定母四位相乘求得一十萬二千六百爲衍母各以定母約衍母甲得三千八百乙得五千四百丙得四千一百四丁得一萬二千八百二十五爲衍數

甲	乙	丙	丁	元
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

滿定母各去衍數甲不滿二十乙不滿四丙不滿四丁不滿一各爲奇數

甲	乙	丙	丁	元
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

以各定母與本奇數用大術求一術入之各得乘率甲得二十三乙得五丙得十九丁得一

甲	乙	丙	丁	元
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

以右行乘率對乘寄左行衍數甲得八萬七千四百乙得二萬七千丙得七萬七千九百七十六丁得一萬二千八百二十五各爲用數

甲	乙	丙	丁	元
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸
三寸	三寸	三寸	二寸	二寸

次驗四縣所築有無不及容丈尺寸今甲乙俱畢爲無丙餘五十一丈丁餘一十八丈爲有以丙丁二縣餘丈各乘丙丁二用數其丙五十一乘丙用七萬七千九百七十六得三百九十七萬六千七百七十六丈爲丙總以丁餘一十八乘丁用一萬二千八百二十五得二十三萬八千五百七十六丈併二總得四百二十萬七千六百二十六丈爲總數亦以丈通衍母得一十萬二千六百丈仍爲衍母滿去總數不滿一千二百六丈爲所求長率以四縣因之得四千一百四丈爲實以步法五尺八寸除之得七千七百五十五尺爲堤積步以里法三百六十步約之得十九里二百三十五步五尺爲堤通長置長率一千二百六丈以步法約之得一千七百六十八步五尺六寸又以里法約之得四里三百二十八步五尺六寸爲各縣所給道里步尺數

○推庫額錢

問有外邑七庫日納息足錢適等逐年成實總納近緣見錢希少聽各庫照當處市陌準解舊會其甲庫有零錢一十文丁庚二庫各零四文戊庫零六文餘庫無零錢甲庫所在市陌一十二文遞減一文至庚庫而止欲求諸庫日息元納足錢展省及今納舊會并大小月分各幾何

- 答曰諸庫元納日息足錢二十六貫九百五十五文展省三十五貫文
- 甲庫日息舊會二百二十四貫五百一十文
- 大月舊會六千七百三十七貫五百文
- 小月舊會六千五百一十二貫九百二文
- 乙庫日息舊會二百四十五貫文
- 大月舊會七千三百五十五貫文

小月舊會七千一百五貫文。

丙庫日息舊會二百六十九貫五百文。

大月舊會八千八十五貫文。

小月舊會七千八百一十五貫五百文。

丁庫日息舊會二百九十九貫四百四文。

大月舊會八千九百八十三貫三百三三文。

小月舊會八千六百八十三貫八百八文。

戊庫日息舊會三百三十六貫八百六文。

大月舊會一萬一百六貫二百四文。

小月舊會九千七百六十九貫三百六文。

己庫日息舊會三百八十五貫文。

大月舊會一萬一千五百五十貫文。

小月舊會一萬一千一百六十五貫文。

庚庫日息舊會四百四十九貫一百四文。

大月舊會一萬三千四百七十五貫文。

小月舊會一萬三千二百五貫八百二文。

術曰。以大術求之。置甲庫市陌。以遞減數減之。各得諸庫元陌。連環求等。約奇弗約偶。得定母。諸定相乘。爲衍母。以定約衍母。得衍數。衍數同衍母者。去之爲無。無者。當之同類。其各滿定母。去餘爲奇數。以奇定。用大術求乘率。乘衍數爲用數。無者。則以元數同類者求等。約衍母。得數爲借數。次置有零文庫零錢數。乘本用數。併爲總數。滿衍母。去之。不滿爲諸庫日息足錢。各大小月日數乘之。各爲貫。各以元陌約爲舊會。

草曰。置甲庫市陌一十二。遞減一。得一十一。爲乙庫陌。一十爲丙庫陌。九爲丁庫陌。八爲戊庫陌。七爲己庫陌。六爲庚庫陌。得諸庫元陌。

以連環求等。約訖。甲得一。乙得二。丙得五。丁得九。戊得八。己得七。庚得一。各爲定母。立各一爲子。

一	甲	一	甲
一	乙	一	乙
一	丙	一	丙
一	丁	一	丁
一	戊	一	戊
一	己	一	己
一	庚	一	庚
一	元陌	一	元陌

先以諸定相乘。得二萬七千七百二十。爲衍母。次以諸定互乘諸子。甲得二萬七千七百二十。乙得二千五百二十。丙得五千五百四十四。丁得三千八十。戊得三千四百六十五。己得三千九百六十。庚得二萬七千七百二十。各爲衍數。

一	甲	一	甲
一	乙	一	乙
一	丙	一	丙
一	丁	一	丁
一	戊	一	戊
一	己	一	己
一	庚	一	庚
一	元陌	一	元陌

次驗諸衍數。有同衍母者。皆法之。爲無衍數。次各滿定母。去各本衍。各得奇數。甲無。乙得一。丙得四。丁得二。戊得一。己得五。庚無。各爲奇數。

一	甲	一	甲
一	乙	一	乙
一	丙	一	丙
一	丁	一	丁
一	戊	一	戊
一	己	一	己
一	庚	一	庚
一	元陌	一	元陌

次驗有奇數者。得一。便以一爲乘率。或得二。數以上者。各以奇數於右上。定母於右下。立天元一於左上。用大術求一之術入之。驗乘除。至右上餘一而止。皆以左上所得爲乘率。甲無。乙得一。丙得四。丁得五。戊得一。己得三。庚無。各爲乘率。列右行。以對寄左衍。

一	甲	一	甲
一	乙	一	乙
一	丙	一	丙
一	丁	一	丁
一	戊	一	戊
一	己	一	己
一	庚	一	庚
一	元陌	一	元陌

以兩行對乘之。爲用數。甲無。乙得二千五百二十。丙得二萬二千一百七十六。丁得一萬五千四百。戊得三千四百六十五。己得一萬一千八百八十。庚無。

一	甲	一	甲
一	乙	一	乙
一	丙	一	丙
一	丁	一	丁
一	戊	一	戊
一	己	一	己
一	庚	一	庚
一	元陌	一	元陌

次以推無用數者。惟甲庚合於同類。處借之。其同類。謂元陌列而視之。

一	甲	一	甲
一	乙	一	乙
一	丙	一	丙
一	丁	一	丁
一	戊	一	戊
一	己	一	己
一	庚	一	庚
一	元陌	一	元陌

今視甲一十二庚六皆與丙一十戊八俱偶爲同類其戊用數三千四百六十五其數少不可借唯丙一十之用數係二萬二千一百七十六爲最多當以借之乃以甲一十二丙一十庚六求等得二以等數二約衍母二萬七千七百二十得一萬三千八百六十爲借數乃減丙用二萬二千一百七十六餘八千三百一十六爲丙用數乃以所借出之數一萬三千八百六十爲實以元等二爲法除之得六千九百三十爲甲用數以甲用數減借出數餘亦得六千九百三十爲庚用數今不欲使甲庚之借數同乃驗借出數一萬三千八百六十可用幾約如意乃立三取三分之一得四千六百二十爲甲川取三分之一得九千二百四十爲庚用列右行

甲	三	丁	三	○	用數	
乙	二	丙	二	○	○	
丙	一	丁	一	○	○	
丁	○	戊	○	○	○	
戊	○	己	○	○	○	
己	○	庚	○	○	○	
庚	○	定數				
		左行				右行

乃視諸庫有無零錢數驗得乙丙己三庫無先去其用數乃以甲丁戊庚四庫零錢列左行對乘本用甲得四萬六千二百丁得六萬一千六百戊得二萬七千九百庚得三萬六千九百六十各爲總

甲	四	丁	六	一	六	○
乙	二	丙	二	七	九	○
丙	一	丁	一	七	九	○
丁	○	戊	○	二	七	○
戊	○	己	○	三	六	○
己	○	庚	○	三	六	○
庚	○	各總				

併此四總得一十六萬五千五百五十滿衍母二萬七千七百二十去之不滿二萬六千九百五十爲所求率以實約爲二十六萬九百五十文爲諸庫日息等數以官省七十七陌展得三十五貫文各以其庫元陌紐計各得舊會零錢各以三十日乘爲大月息以日息減大息餘爲小月息合問

數書九章卷二

分糶推原

間有上農三人力田所收之米係用足斗均分各往他處出糶甲糶與本部官場餘三斗二升乙糶與安吉鄉民餘七斗丙糶與平江覆戶餘三斗欲知共米及三人所分各糶石數幾何
答曰共米七百三十八石三人分米各二百四十六石

甲糶官斛二百九十六石
乙糶安吉斛二百二十三石
丙糶平江斛一百八十二石

術曰大衍求之置官場斛率安吉鄉斛率平江市斛率官私共知者官斛八斗三升安吉鄉斛一石一斗平江市斛一石三斗五升爲元數求總等不約一位約衆位連環求等約奇不約偶或猶有類數存者又求等約被必復乘此各得定母相乘爲衍母互乘爲衍數滿定去之得奇大衍求一得乘率乘衍數爲用數以各餘米乘用併之爲總滿衍母去之不滿爲所分以元人數乘之爲共米

草曰置文思院官斛八十三升平吉州鄉斛一百一十升平江府市斛一百三十五升各爲其斛元率

魯郡 奏九韶

官解	安吉	平江	元數
一	一	一	一

先以三率求總等得二不約次以連環求等其安吉率一百一十與平江率一百三十五求等得五以約平江率得二十七餘皆求等得二不約各得定數

官解	安吉	平江	定母	右行
一	一	一	一	一

以定數相乘得二十四萬六千五百一十為衍母各以元率約之得二千九百七十為官解衍數得二千二百四十一為安吉解衍數得九千一百三十為平江解衍數

官解	安吉	平江	衍數	寄左	衍母
一	一	一	一	一	一

次以定母滿去衍數得不滿六十五為官解奇不滿四十一為安吉奇不滿四為平江奇數

官解	安吉	平江	定母	右行
一	一	一	一	一

定母奇數各以大衍入之求得乘數得二十三為官解乘率得五十一為安吉乘率得七為平江乘率

官解	安吉	平江	定母	乘數
一	一	一	一	一

以乘率各乘寄左行衍數得六萬八千三百一十為官解用數得二十一萬四千二百九十一為安吉用數得六萬三千九百一十為平江用數

官解	安吉	平江	用數
一	一	一	一

升甲	乙	丙	餘米
一	一	一	一

次以甲餘三十二升乘官解用數六萬八千三百一十得二百一十八萬五千九百二十升於上。次以乙餘七十升乘安吉用數一十一萬四千二百九十一得八百萬三千七百七十升於中。次以丙餘三十升乘平江用數六萬三千九百一十得一百九十一萬七千三百於下。各為總併之得一千二百一十萬三千五百九十升為總數。滿衍母二十四萬六千五百一十升去之不滿二萬四千六百升為所求率。展為二百四十六石。為三人各分米。以兄弟三人因之得七百三十八石為其米。置分米二百四十六石。各以官解八斗三升安吉解一石一斗平江解一石三斗五升約之。甲得二百九十六石。餘三斗二升。乙得二百二十三石。餘七斗。丙得一百八十二石。餘三斗。各為糶過及餘米。合問。

程行計地

問軍師獲捷。當早點差。急足三名。往都下節節走報。其甲於前數日申未到。乙後數日未正到。丙於今日辰末到。據供甲日行三百里。乙日行二百四十里。丙日行一百八十里。問自軍前至都里數。及三人各行日數。幾何。

答曰。軍前至都三千三百里。甲行一十一日。乙行一十三日四時。丙行一十八日二時。

術曰。以大衍求之。置各行里。先求總等。存一約乘。得元里。次以連環求等。約奇復乘。得定母。以定相乘。為衍母。滿定。除衍。得衍數。滿定。去衍數。得奇。奇定大衍。得乘率。以乘衍數。得用數。次置辰刻正。乘各行里。為實。以查六時約之。得餘里。各乘用數。併為總滿衍母。去得所求至都里。以各日行約之。得日辰刻數。

草曰。置甲三百里。乙二百四十里。丙一百八十里。先求總等。得六十。只存甲三百。勿約。乃約乙二百四十。得四。次約丙一百八十。得三。各為元數。連環求等。

甲	乙	丙	元數
一	一	一	一

先以丙乙求等。得二不約。次以丙甲求等。得三。於術約奇不約。蓋以等三約。三因得一。為奇。慮無衍數。乃使徑先約甲三百。為一百。復以等三乘丙三。為九。既丙九為奇。甲百為偶。此即是約奇非約偶。次以乙四與甲百求等。得四。以四約一百。得二十五。為甲。復以四乘乙四。得一十六。為乙。各為定母。

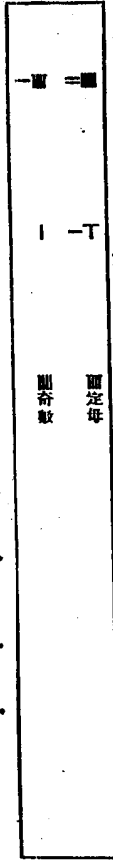
甲	乙	丙	衍母
一	一	一	一

以定母相乘。得三千六百。為衍母。以各定約衍母。為衍數。甲得一百四十四。乙得二百二十五。丙得四

百。



衍數各滿定母。去之。不滿。為奇數。甲得一十九。乙得一。丙得四。



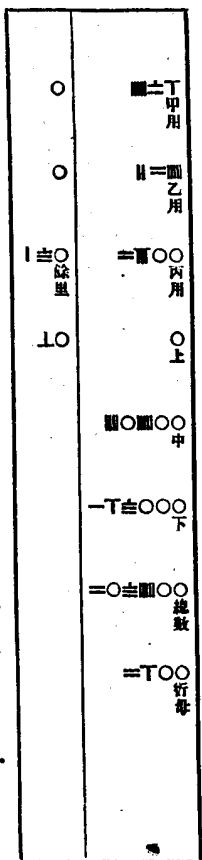
以各奇數與定母。用大衍入之。各得乘數。甲得四。乙得一。丙得七。各為乘率。列右行。



以乘率對乘寄左行衍數。甲得五百七十六。乙得二百二十五。丙得二千八百。各為用數。



次置甲申末到者。其酉初為夜。此是甲以全日到。為無餘里。次置乙於未正到。乃於卯時數至未正。得四個半辰。以四半乘乙行二百四十里。得一千八十。為實。以查六時約之。得一百八十。為乙行不及全日之餘里。次置丙辰於末到。自卯初數至辰末。得二時。以因丙行一百八十里。得三百六十。為實。以六時除之。得六十里。為丙行不及全日之餘里。



以乙餘一百八十。乘乙用二百二十五。得四萬五百於中。以丙餘六十。乘丙用二千八百。得十六萬八千。加中共得二十萬八千五百。為總。滿衍母三千六百。去之。不滿三千三百里。為軍前至鄒里。以甲三

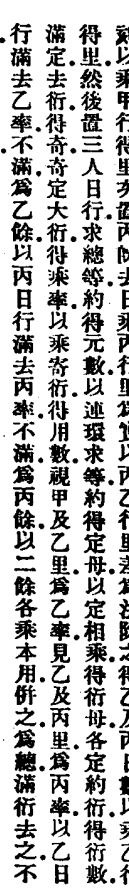
百除之。得十一日。以乙二百四十除之。得十三日四時半。以丙一百八十除之。得一十八日二時。合問。

○程行相及

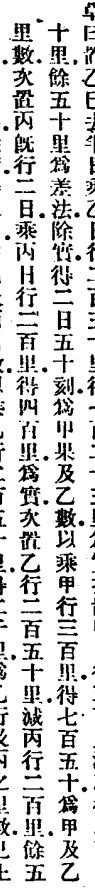
問有急足三名。甲日行三百里。乙日行二百五十里。丙日行二百里。先差丙往他處。下文字。既兩日。又有文字。遣乙追付。已半日。復有文字。令甲趕付乙。三人偶不相及。乃同時俱至彼所。先欲知乙果及丙甲。果及乙。果追及丙。八日。行二千里。答曰。乙果追及丙。八日。行二千里。甲果追及乙。二日半。行七百五十里。彼處去此。三千里。

術曰。以均輪求之。大衍入之。置乙已去日數。乘乙行里。為實。以甲乙行里差。為法。除之。得甲及乙日數辰刻。以乘甲行。得里。次置丙既去日。乘丙行里。為實。以丙乙行里差。為法。除之。得乙及丙日數。以乘乙行。得里。然後置三人日行。求總等。約得元數。以連環求等。約得定母。以定相乘。得衍母。各定約衍。得衍數。滿定。去衍。得奇。奇定大衍。得乘率。以乘寄衍。得用數。視甲及乙里。為乙率。見乙及丙里。為丙率。以乙日行。滿去乙率。不滿。為乙餘。以丙日行。滿去丙率。不滿。為丙餘。以二餘各乘本用。併之。為總。滿衍去之。不滿。為彼去此里。

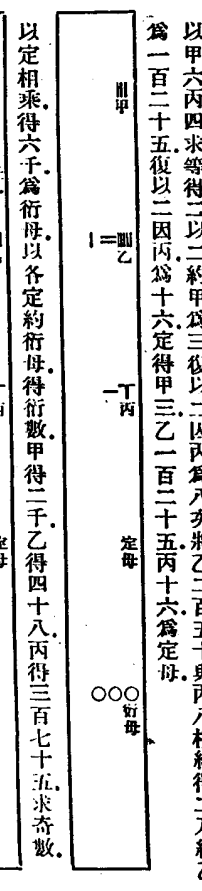
早曰。置乙已去半日。乘乙日行二百五十里。得一百二十五里。為實。次置甲日行三百里。減乙行二百五十里。餘五十里。為差法。除實。得二日五刻。為甲果及乙數。以乘甲行三百里。得七百五十。為甲及乙里數。次置丙既行二日。乘丙日行二百里。得四百里。為實。次置乙行二百五十里。減丙行二百里。餘五十里。為差法。除實。得八日。為乙及丙日數。以乘乙行二百五十里。得二千五百。為乙行及丙之里數。已上為先欲知果及數。次列甲乙丙三名日行。求總等。得五十。先約甲丙。存乙。得甲六。乙二百五十四。



以甲六丙四。求等。得二。以二約甲。為三。復以二因丙。為八。次將乙二百五十。與丙八。相約。得二。乃約乙。為一百二十五。復以二因丙。為十六。定得甲三。乙一百二十五。丙十六。為定母。



以定相乘。得六千。為衍母。以各定約衍母。得衍數。甲得二千。乙得四十八。丙得三百七十五。求奇數。



以定相乘。得六千。為衍母。以各定約衍母。得衍數。甲得二千。乙得四十八。丙得三百七十五。求奇數。

五與金一百三十求等得五。約金一百三十得二十六。革與諸數約訖爲二變。具圖如后。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
丁	山	一	一	三	二	二	一

乃以土二與匏三竹一絲一十一求等。皆得一。不約。以土二與石二十四求等得二。反約土二得一。又以土一與金二十六求等得一。不約。土與諸數約訖爲三變。具圖如后。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
丁	山	一	一	三	二	二	一

乃以匏三與竹一絲二十一求等。皆得一。又以匏三與石二十四求等得三。約石二十四爲八。又匏三與金二十六求等得一。匏與諸數約訖以爲四變。次以竹一與絲一十一與石二十四與金二十六求等。皆得一。竹與諸數約訖爲五變。次以絲一十一與石二十四與金二十六求等。皆得一。爲六變。後以石二十四與金二十六求等得二。約金二十六爲一十三。至此七變。連環求等。約俱畢。得數爲定母。列圖如后。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
一	一	一	一	一	一	一	一

右定母列右行。以相乘。得八萬五千八百。爲衍母。以各定母約衍母。各得衍數。其竹木土定得一者。爲無。

行數	定母
金	一
石	一
絲	一
竹	一
匏	三
土	二
革	二
木	一

金定一十三。得衍數六千六百。石定八。得衍數一萬七百二十五。絲定一十一。得衍數七千八百。竹定一。無衍數。匏定三。得衍數二萬八千六百。土定一。無衍數。革定二十五。得衍數三千四百三十二。木定一。無衍數。各滿定母。去之。得奇數。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
一	一	一	一	一	一	一	一

金得奇九。石得奇五。絲得奇一。匏得奇一。革得奇七。其絲匏得奇數一者。便以一爲乘率。其金石革三處奇數皆與本定母。用大衍求一入之。各得乘率。列右行。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
九	五	一	一	七	一	一	一

金得三。石得五。絲得一。匏得一。革得一十八。各爲乘率。對乘寄左行衍數。各得爲用數。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
三	五	一	一	一十八	一	一	一

凡諸用數同類者。數必多。可互借以補無者。先驗革元數二十五。與木元數二十。爲同類。求等得五。以等五約衍母八萬五千八百。得一萬七千一百六十。乃於革用數內減出以補木位。爲木用。餘四萬四千六百一十六。爲革用。次驗竹元數一百。與土五十。爲同類。以求等得五十。以等五十約衍母八萬五千八百。得一千七百一十六。亦於革用內各借與竹土爲用數。革止餘四萬一千一百八十四。爲用。諸定用數。

金	石	絲	竹	匏	土	革	木
三	五	一	一	一十八	一	一	一

右行定用。始列雜行假號。求得今照顏色。遵次列之。

大方	小方	城	城	城	六門	六門	六門
金	石	絲	竹	匏	土	革	木
九	五	一	一	七	一	一	一

既照輒次序。列用數於右行。乃驗問題所謂大方輒砌廣多六寸。小方多二寸。城輒長多三寸。城輒闊多三寸。厚多五分。六門長多三寸。闊多三寸。厚多一寸。對本用列左行。各對乘之。具圖如后。

金	一	百	百	百	〇	〇	〇
銀	一	百	十	十	十	十	〇
石	一	十	十	十	十	十	〇
錢	一	十	十	十	十	十	〇
草	一	十	十	十	十	十	〇
竹	一	十	十	十	十	十	〇
土	一	十	十	十	十	十	〇
木	一	十	十	十	十	十	〇

兩行乘畢，金得一百一十八萬八千，絲得一十五萬六千，石得一百六十萬八千七百五十，匏得八十五萬八千，草得二十萬五千九百二十，竹得五萬一千四百八十，土亦得五萬一千四百八十，木得一十七萬一千六百，乃併前八位數，共得四百二十九萬一千二百三十分，為總滿衍母八萬五千八百去之，不滿一千二百三十分，約之為一丈二尺三寸，為基元廣數。乃求其深，驗問題，大方砌少六寸，小方砌少三寸，城甌長砌少一寸，闊砌少一寸，厚砌多一寸，六門，長砌多一寸，六門，闊砌多一寸，厚砌多一寸，列為中行，次置諸元數，列為左行，課減之，具圖如后。

大方	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
小方	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
城甌	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
城甌	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
城甌	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
六門	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
六門	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
六門	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

今以中行多者存之，少者用減左行，存者左行元數去之，所減者左行餘數存之，金得七十，絲得八十，石得一百一十，匏得五十，草得一十，竹一十，土一十，木一十，具圖如后。

〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

列為左行，以對右行定用數，具圖如后。

〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

以左行多餘數，對乘右行用數，金得一百三十八萬六千，絲得六十二萬四千，石得五百八十九萬八千七百五十，匏得一百四十三萬，草得四十一萬一千八百四十，竹得一萬七千一百六十，土得一萬

金	一	百	百	百	〇	〇	〇
銀	一	百	十	十	十	十	〇
石	一	十	十	十	十	十	〇
錢	一	十	十	十	十	十	〇
草	一	十	十	十	十	十	〇
竹	一	十	十	十	十	十	〇
土	一	十	十	十	十	十	〇
木	一	十	十	十	十	十	〇

七千一百六十，木得一十七萬一千六百，具圖如后。

併八位得九百九十五萬六千五百一十分，為總滿衍母八萬五千八百去之，不滿三千七百一十分，展為三丈七尺一寸，為基地深。

〇餘米推數

問有米鋪，訴被盜去米一般三籠，皆滿，不記細數，今左壁籠剩一合，中間籠剩一升四合，右壁籠剩一合，後獲賊，係甲乙丙三名，甲稱當夜摸得馬杓，在左壁籠，滿筒入布袋，乙稱踢着木履，在中籠，筒入袋，丙稱摸得漆碗，在右壁籠，筒入袋，將歸食用，日久不知數，索到三器，馬杓滿容一升九合，木履容一升七合，漆碗容一升二合，欲知所失米數，計賊結斷三盜各幾何。

答曰：共失米九石五斗六升三合。

甲米三石一斗九升二合。

乙米三石一斗七升九合。

丙米三石一斗九升二合。

術曰：以大衍求之，列三器所容為元數，連環求等，約為定母，以相乘，為衍母，以定各約衍母，得衍數各滿定母，去之，得奇，以奇定，用大衍求得乘率，以乘衍數，得用數，次以各剩米乘用併之，為總滿衍母，去之，不滿，為每籠米，各以剩米減之，餘為甲乙丙盜米，併之，為共失米。

草曰：列三器所容，一升九合，一升七合，一升二合，為元數，連環求等，皆得一，不約，便以元數相乘，得三千八百七十六，為衍母，以各元數為定母，以定約衍母，得衍數，甲得二百〇四，乙得二百二十八，丙得三百二十三，各為衍數，列左行，以三定母，甲一十九，乙一十七，丙一十二，列右行，具圖如后。

合圖甲	一	二	三	四	五	六	七	八	九
升一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
二	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
三	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
五	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
六	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
七	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
九	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

各以奇定，用大衍求一，各得乘率，甲得一十五，乙得五，丙得一十一，各為乘率，列右行，對寄左行衍數，具圖如后。

甲	乙	丙	乘率
一〇	二〇	三〇	一〇
二〇	三〇	四〇	二〇
三〇	四〇	五〇	三〇
四〇	五〇	六〇	四〇
五〇	六〇	七〇	五〇
六〇	七〇	八〇	六〇
七〇	八〇	九〇	七〇
八〇	九〇	一〇〇	八〇
九〇	一〇〇	一〇〇	九〇
一〇〇	一〇〇	一〇〇	一〇〇
衍數			

以兩行對乘之，得用數，甲得三千六十六，乙得一千一百四十，丙得三千五百五十三，列右行，具圖如后。

甲	乙	丙	乘率	用數
一〇	二〇	三〇	一〇	三〇
二〇	三〇	四〇	二〇	六〇
三〇	四〇	五〇	三〇	九〇
四〇	五〇	六〇	四〇	一〇〇
五〇	六〇	七〇	五〇	一〇〇
六〇	七〇	八〇	六〇	一〇〇
七〇	八〇	九〇	七〇	一〇〇
八〇	九〇	一〇〇	八〇	一〇〇
九〇	一〇〇	一〇〇	九〇	一〇〇
衍數				

既得用數，始驗問題三籩剩米，列左行，對三人所用，以兩行對乘之，甲得三千六十六，乙得一萬五千九百六十，丙得三千五百五十三。

甲	乙	丙	乘率	用數
一〇	二〇	三〇	一〇	三〇
二〇	三〇	四〇	二〇	六〇
三〇	四〇	五〇	三〇	九〇
四〇	五〇	六〇	四〇	一〇〇
五〇	六〇	七〇	五〇	一〇〇
六〇	七〇	八〇	六〇	一〇〇
七〇	八〇	九〇	七〇	一〇〇
八〇	九〇	一〇〇	八〇	一〇〇
九〇	一〇〇	一〇〇	九〇	一〇〇
衍數				

併三數，得二萬二千五百七十三，為總數，滿衍母三千八百七十六，去之，不滿三千一百九十三，合展為三石一斗九升三合，為三籩適滿細數，以左籩剩一合減之，餘三石一斗九升二合，為甲盜米，又為丙盜米，以中籩剩米一升四合減之，餘三石一斗七升九合，為乙盜米，併三人米，共得九石五斗六升三合，為所失米，合問。

數書九章卷三 天時類

推氣治歷

魯郡 秦九韶

問太史測驗天道，慶元四年戊午歲冬至三十九日九十二刻四十五分，紹定三年庚寅歲冬至三十二日九十四刻一十二分，欲求中間嘉泰甲子歲氣骨歲餘斗分各得幾何。

答曰：氣骨，十一日三十八刻二十分八十一秒八十分，歲餘，五日二十四刻二十九分三十秒三十分，小分，斗分，空日二十四刻二十九分三十秒三十分。

術曰：先距前後年數，為法，置前測日刻分，減後測日刻分，餘為率，不足減，則加紀策，以紀策累加之，令及天道，合用五日以上數為實，以法除實，得歲餘，去全日，餘為斗分，以所求中間年，上距前測年數乘歲餘，益入前測日刻分，滿紀策去之，餘為所求年氣骨。

草曰：置前測戊午歲距後測庚寅歲，得三十三，為法，置前測戊午歲冬至三十九日辰亥卯，九十二刻四十五分，減後測，紹定三年庚寅歲冬至三十二日辰酉申，九十四刻一十二分，今後測者少不及前測者以減，乃加紀法六十日於後測日內，得九十二日九十四刻一十二分，然後用前測者減之，餘五十三日一刻六十七分，為率，按術當以法三十三除率，須使商數必得五日以上，乃可今率未得

五日乃兩度累加紀法一百二十入率內共得一百七十三日一刻六十七分爲實如法除之得五
 日二十四刻二十九分三十秒三十分不盡要之爲歲餘乃去全五日得二十四刻二十九分三十
 秒三十分爲斗分次推 嘉泰甲子相距 慶元戊午歲得六以乘歲餘五日二十四刻二十九分
 三十秒三十分得三十一日四十五刻七十五分八十一秒八十分益入前測戊午歲三十九日
 九十二刻四十五分得七十一日三十八刻二十分八十一秒八十分滿紀法六十去之除一十一
 日三十八刻二十分八十一秒八十分爲所求甲子年氣骨之數合問。

○治歷推閏

閏開禧歷以嘉泰四年甲子歲天正冬至爲一十一日日辰乙亥四十四刻六十一分五十四秒十一月
 經朔一日日辰乙丑七十五刻五十五分六十二秒閏閏骨閏率各幾何

答曰閏骨九日六十九刻五十九秒一
 不盡一百六十九分秒之一百二十一

閏骨率十六萬三千七百七十一

術曰以日法各通氣朔日刻分秒各爲氣骨朔骨分其氣骨分如約率而一約盡者爲可用或最者餘分在
 一類以下者亦可用然後與朔骨分相減餘爲閏骨率以日法約之爲閏骨策

草曰置本歷日法一萬六千九百先通冬至一十一日四十四刻六十一分五十四秒得一九萬三千
 四百四十分二十六小分爲實其歷約率係三千一百二十以約之得六十二可用其實餘小分二十
 六乃弄之只用一九萬三千四百四十爲氣骨分次置朔一日七十五刻五十五分六十二秒以本
 歷日法一萬六千九百乘之得二萬九千六百六十八分九十九秒七十八小分將近一分故於氣骨
 內所弄二十六小分借二十二小分以補朔內收上得二萬九千六百六十九爲朔骨然後以朔骨分
 減氣骨分餘有一十六萬三千七百七十一爲閏骨率復以日法除之得閏骨策九日六十九刻五分
 九十一秒不盡一百二十一算直命之爲一百六十九分秒之一百二十一合問

○治歷演紀

開禧歷積年七百八十四萬八千一百八十三欲知推演之原調日法求朔餘朔率斗分歲率歲閏入
 元歲入閏定骨閏定骨閏縮紀率元率元閏元數及氣等率因率部率朔等數因數部數朔積年二
 十三事各幾何

答曰日法一萬六千九百 朔餘八千九百六十七 朔率四十九萬九千六十七 斗分四千一百
 八 歲率六百一十七萬二千六百八 歲閏一十八萬三千八百四 入元歲九千一百八十
 入閏四十七萬四千二百六十
 朔定骨二萬九千六百六十九
 閏定骨一十六萬三千七百七十一

閏縮一十八萬八千五百七十八
 紀率一百一萬四千 氣元率一萬九千五百
 元閏三十七萬七千八百七十三
 元數四百二 氣等率五十二
 因率一百四十四 部率三百二十五
 朔等數一 因數四十五萬七千九百九十九
 部數四十九萬九千六十七 朔積年七百八十三萬九千 積年七百八十四萬八千一百八十

三

術曰以歷法求之大衍入之調日法如何承天術用強弱母子互乘得數併之爲朔餘以二十九日通日
 法增入朔餘爲朔率又以日法乘前歷所測冬至氣刻分收并末位爲偶數得斗分與日法用大衍術
 入之求等數因率部率以紀乘等數爲約率置所求氣定骨如約率而一得數以乘因率滿部率去之
 不滿以紀法乘之爲入元歲次置歲日以日法通之併以斗定分爲歲率以十二月乘朔率減歲率餘
 爲歲閏以歲閏乘入元歲滿朔率去之不滿爲入閏與閏骨相減之得差 補通足 便以入元歲爲積年 後
 術不用 項邊在別分法中數以下者 亦以入元歲爲積年 必在刻分法半數以上 卻以閏定骨併朔率得數
 內減入閏 餘與朔率求閏縮 在朔率以下 便爲閏縮 以上 用朔率減之 亦得 以紀法乘日法爲紀率以
 等數約之爲氣元率以氣元乘歲閏滿朔率去之不滿爲元閏虛置一億減入元歲餘爲實元率除之
 得乘限乃以元閏與朔率用大衍入之求得等數因數部數以等數約閏縮得數以因數乘之滿部數
 去之不滿在乘限以下以乘元率爲朔積年併入元歲爲演紀積年又加成歷年 今人相乘演積年
 其術如調日法求朔餘朔率立斗分歲餘求氣骨朔骨閏骨及衍等數約率因率部率求入元歲歲閏
 入閏元率元閏已上皆同此術但其所以求朔積年之術乃以閏骨減入閏餘謂之閏縮卻與閏縮朔
 率列號甲乙丙丁四位除乘消減謂之方程乃求得元數以乘元率所得謂之朔積年加入元歲其爲
 演紀歲積年所謂方程正是大衍術 今人少知 非特置算繁名初無定法可傳甚是感誤後學易失古
 人之術意故今術不言閏縮而曰入閏差者蓋本將來可用入元歲便爲積年之意故今止將元閏朔
 率二項以大衍先求等數因數部數者乃做前求入元歲之術理假閏骨如氣骨以等數爲約數及求
 乘數部數以等數約閏縮得因乘數滿部去之不滿在限下以乘元率便得朔積年亦加入元歲共爲演
 紀積年此術非惟止用乘除者便又且於自然中取見積年不惑不差矣新術敢不用閏縮而求者實
 知閏縮已存於入閏之中但求朔積年之奇分與閏縮等則自與入閏相合必滿朔率所去故也數理
 精微不易窺竊窮年致志感於夢寐幸而得之謹不敢隱

草曰本歷以何承天術調得一萬六千九百爲日法係三百三十九強一十七弱先以強數三百三十九
 乘強子二十六得八千八百一十四於上以弱數一十七乘弱子九得一百五十三併上共得八千

九百六十七。為朔餘。次以日法通朔策二十九日。得四十九萬九千一百。增入朔餘。得四十九萬九千六百六十七。為朔率。又以日法乘統天歷所測每歲冬至周日下午二十四刻三十一分。得四千一百八十三秒。為斗泛分。驗八分既偶遂并三十九秒。只以四千一百八十三為斗定分。與日法以大術術入之。求得五十二。為等數。一百四十四。為因率。三百二十五。為滿率。以甲子六十為紀法。乘等數得三千一百二十。為約率。卻置本歷上課所用滿率甲子歲氣骨一十一日四十四刻六十一分五十四秒。以乘日法。得一十九萬三千四百四十分二十六秒。為氣泛骨。欲滿約率三千一百二十而一。故就近乃弃微秒。只以一十九萬三千四百四十為氣定骨。然後以約率三千一百二十。除之得六十二。以因率一百四十四乘之。得八千九百二十八。滿率三百二十五。去之。不滿一百五十三。以紀法六十乘之。得九千一百八十年。為入元歲。次置歲日三百六十五。以日法通之。得六百一十六萬八千五百併斗定分四十一百八。得六百一十七萬二千六百八。為歲率。卻以十二月乘朔率四十九萬九千六百六十七。得五百九十八萬八千八百四。減歲率。餘一十八萬三千八百四。為歲閏。以歲閏乘入元歲九千一百八十。得一十六萬八千七百三十二。滿率三百二十五。去之。不滿四十七萬四千二百六十。為入閏。次置本歷所用滿率甲子歲天正月朔一日七十五刻五十五分六十二秒。以日法乘之。得二萬九千六百六十八分九百七十八。秒。為朔泛骨。就近收秒為一分。共為二萬九千六百六十九。為朔定骨。數然後乃以朔定骨減氣定骨。一十九萬三千四百四十。餘一十六萬三千七百七十一。為閏泛骨。置日法以二百約之。得八十四。為半朔法。次以閏泛骨與入閏相課。減之。餘三十一萬四千八百八十九。此是閏率。為差半朔法。以上乃以閏泛骨併朔率。共得六十六萬二千八百三十八。以入閏四十七萬四千二百六十。減之。餘一十八萬八千五百七十八。在朔率下。便為閏縮。次以紀策六十乘日法。得一百一十二萬四千。為紀率。以等數五十二約紀率。得一萬九千五百。為氣元率。以氣元率乘歲閏一十八萬三千八百四。得三十五萬八千四百一十七。滿率三百二十五。去之。不滿三十七萬七千八百七十三。為元閏。次置一億。以入元歲九千一百八十減之。餘九千九百九十九萬八千二百二十。為實。以元率一萬九千五百為法。除之。得五千一百二十七。為乘元限數。乃以元閏三十七萬七千八百七十三與朔率四十九萬九千六百六十七。用大術術求之。得等數一。因數四十五萬七千九百九十九。部數四十九萬九千六百六十七。然後以等數一約閏縮。只得一十八萬八千五百七十八。以因數四十五萬七千九百九十九乘之。得八百六十三億六千八百五十三萬五千四百二十二。滿率四百九十九萬九千六百六十七。去之。不滿四百二。在乘元限數以下為可用。乃以乘元率一萬九千五百。得七百八十三萬九千九百九十九。為朔積年。併入元歲九千一百八十。共得七百八十四萬八千一百八十。為嘉泰四年甲子歲積算。本歷係於丁卯歲進呈。又加丁卯三年。共為七百八十四萬八千一百八十三。算為本歷積年。合具算圖如后。

何承天調日法強弱四率

丁子 丁子 丁子 丁子

右行	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分	日法 斗分
商									

次以日法乘朔策日。得數併朔餘。為朔率。

以兩行強弱數子對乘之。

以弱母乘得數。以得數併上位。

以強母約下位。

左行

天元一	斗分餘	日法餘	空	商
斗分餘	日法餘	歸數	商	
天元一	斗分餘	日法餘	○	
天元一	斗分餘	歸數		
斗分餘	日法餘	歸數		
天元一	斗分餘	日法餘		
斗分餘	日法餘	歸數		
天元一	斗分餘	日法餘		
斗分餘	日法餘	歸數		
天元一	斗分餘	日法餘		
斗分餘	日法餘	歸數		
天元一	斗分餘	日法餘		
斗分餘	日法餘	歸數		
天元一	斗分餘	日法餘		
斗分餘	日法餘	歸數		

乘率	商	等	乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數	商	因率	得數

右行

左行

乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數
乘率	商	等	乘率	商	等
商	因率	得數	商	因率	得數

入元歲 三三〇	不滿 一〇〇〇	紀策 一〇	斗分 三〇〇	歲數日 三三〇〇	日法 一〇〇〇〇	得數 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	入得數 三三〇〇〇	歲率 三三〇〇〇	月得數 三三〇〇〇	歲率 三三〇〇〇	月得數 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	入得數 三三〇〇〇
------------	------------	----------	-----------	-------------	-------------	-------------	------------	--------------	-------------	--------------	-------------	--------------	------------	--------------

乃以副位得數減上位歲率餘為歲閏次以次位入元歲乘中位歲位歲閏成下位。

入得數 三三〇〇〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	歲數 三三〇	期率 三三〇〇〇	日法 一〇〇〇〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇
--------------	-------------	------------	-----------	-------------	-------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------

日法 一〇〇〇〇〇	約法 二〇〇	中刺法 三三〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	得數 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇	入元歲 三三〇	期率 三三〇〇〇
--------------	-----------	-------------	------------	-------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------	------------	-------------

氣元率 一〇〇〇〇〇	紀率 一〇〇〇〇〇	等數 三三〇	氣元 一〇〇〇〇〇	歲閏 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	入元歲 三三〇	得數 三三〇〇〇	期率 三三〇〇〇	氣元率 一〇〇〇〇〇	紀率 一〇〇〇〇〇	等數 三三〇	氣元 一〇〇〇〇〇	歲閏 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	入元歲 三三〇	得數 三三〇〇〇	期率 三三〇〇〇
---------------	--------------	-----------	--------------	--------------------	------------	-------------	-------------	---------------	--------------	-----------	--------------	--------------------	------------	-------------	-------------

乘元限	餘實	元率	商
○1=	○	○	
右行	元四	期率	商
左行	天元	空	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	

七二

商	元四	期率	商
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	

七三

商	元四	期率	商
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	

七四

商	元四	期率	商
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	
商	元四	期率	

七五

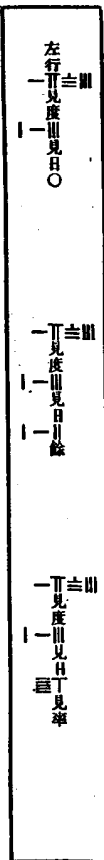
商一	元周餘一	數	朔率餘一	歸	商一
商一	元周餘二	數	朔率餘二	歸	商一
商一	元周餘三	數	朔率餘三	歸	商一
商一	元周餘四	數	朔率餘四	歸	商一
商一	元周餘五	數	朔率餘五	歸	商一
商一	元周餘六	數	朔率餘六	歸	商一
商一	元周餘七	數	朔率餘七	歸	商一
商一	元周餘八	數	朔率餘八	歸	商一
商一	元周餘九	數	朔率餘九	歸	商一
商一	元周餘十	數	朔率餘十	歸	商一

商一	等數一	因數	歸	商一
商一	等數二	因數	歸	商一
商一	等數三	因數	歸	商一
商一	等數四	因數	歸	商一
商一	等數五	因數	歸	商一
商一	等數六	因數	歸	商一
商一	等數七	因數	歸	商一
商一	等數八	因數	歸	商一
商一	等數九	因數	歸	商一
商一	等數十	因數	歸	商一

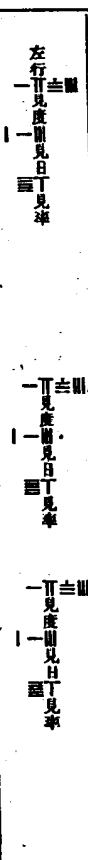
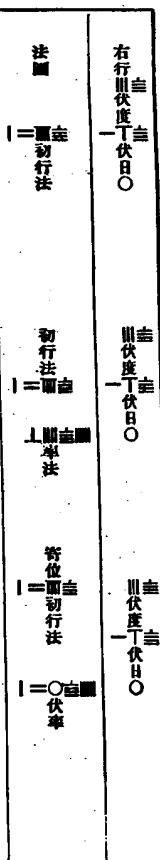
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一
因數	元周餘	數	朔率餘	歸	商一

○綴術推星
 周歲星合伏。經一十六日九十分。行三度九十分。去日一十三度乃見。後順行一百一十三日。行一十七度八十三分。乃留。欲知合伏段。晨疾初段。常度。初行率。末行率。平行率。各幾何。
 答曰。合伏一十六日九十分。常度三度九十分。
 初行率。二十三分九十七秒。
 平行率。二十三分二秒。末行率。二十二分七秒。
 晨疾初三十日。
 常度六度一十三分。初行率。二十一分九十六秒。平行率。二十分三十三秒。末行率。一十八分六十九秒。
 術曰。以方程法求之。置見日。減一餘半之。為見率。以伏日併見日。為初行法。以法半之。加見率。共為伏率。以伏日乘伏率。為伏差。以見日乘見率。為見差。以伏日乘見差於上。以見日乘伏差。減上餘。為法。以見日乘伏差。為法。以伏日乘見差。減法。餘為實。滿法而一。為度。不滿。退除。為分秒。即得日差。
 求初行率。置初行法。減一餘乘日差。為寄。以半初行法乘寄得數。又加伏見度。共為初行實。以法退除之。得合伏日初行率。
 求末行率。以段日乘日差。減初行率。餘為末行率。

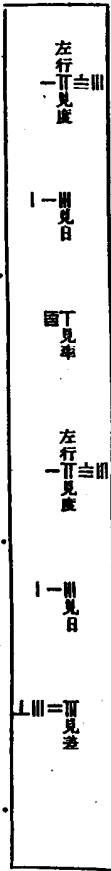
求平行率以初行率併末行率而半之爲平行率。
 求交段差以各段常日下分數減全日一百分除乘末日行率爲交段差累減前段積度以益後段積度各爲常度。
 草曰：兼其算圖以伏日隨伏度爲右行以見日隨見度爲左行以度對度日對日其度於上日於中空其下列之。



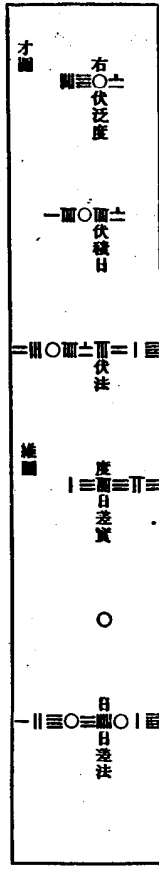
盈見日一百一十三減一餘一百一十二以半之得五十六爲見率以伏日一十六日九十分併見日一百二十三得二百二十九日九十分爲初行法。



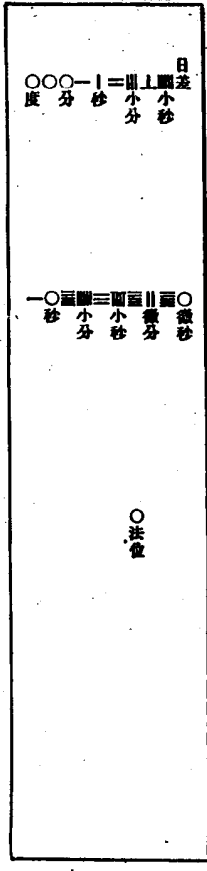
以初行法半之得六十四日九十五分併見率五十六日得一百二十日九十五分爲伏率以初行法寄之以伏率歸右下以對見率仍分左右兩行爲首圖。

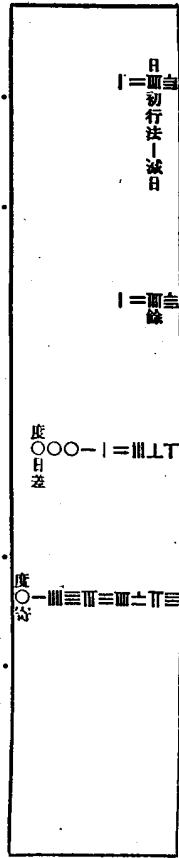


以首圖伏日一十六日九十分乘伏率一百二十日九十五分得二千四百四十五分五十秒爲伏差於右下以首圖見日一百一十三乘見率五十六日得六千三百二十八日爲見差於左下乃成次圖凡方程之術先欲得者存之以未欲得者互徧乘兩行諸數今驗次圖先欲得日差故存其左右之上以下左右之中伏見日數互徧乘兩行乃以次圖右中伏日一十六日九十分先徧乘左行畢左上得三百一十度三十二分七十分左中得一千九百九日七十分左下得一十萬六千九百四十三日二十分又以次圖左中見日一百一十三徧乘右行畢右得四百四十度七十分右中亦得一十九百九日七十分右下得二十三萬九百七十八日二十一分五十分。

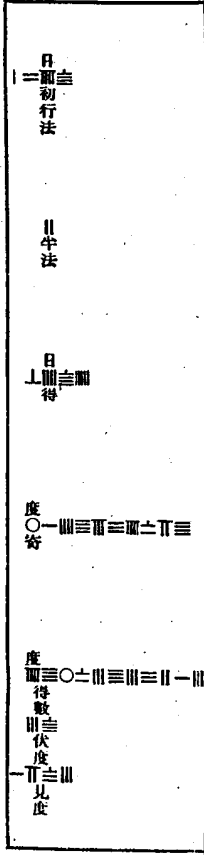


故以兩行所得變名泛積法而成才圖乃驗才圖左上下皆少用減右行畢右餘一百三十九度三十七分三十秒爲日差實右中空右下得一十二萬四千三十五日一分五十秒爲日差法今維圖法多實少除得空度空分十一秒二十三小分六十五小秒不盡十秒五十五小分三十九小秒五十二微分五十微秒收爲一小秒爲日定差一十一秒二十三小分六十六小秒。

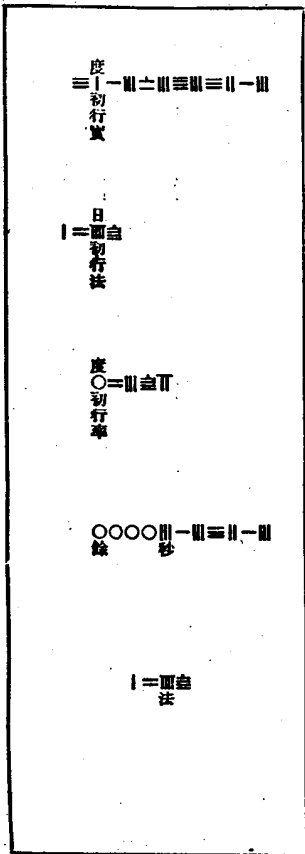




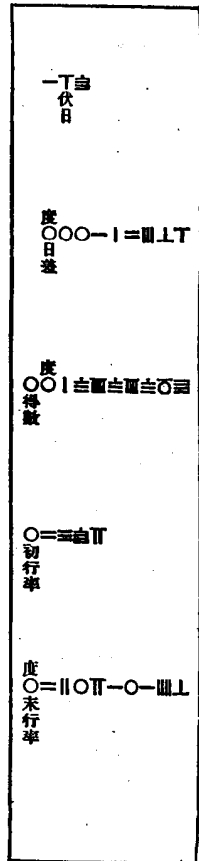
既得日差。乃求初行率。置法國內初行法一百二十九日九十分內減去一日。餘一百二十八日九十分。乘日差一十一秒二十三小分六十六小秒。得空度一十四分四十八秒三十九小分七十七小秒。四十微分。寄。次置初行法一百二十九日九十分。得六十四日九十五分。乘寄。得九度四十分七十三秒四十三小分三十二小秒一十三微分。爲得數。



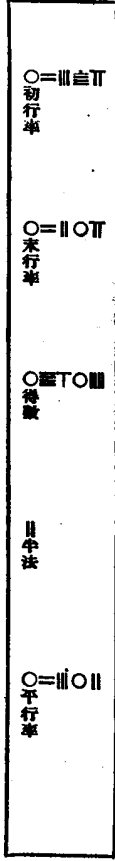
以得數。加伏度三度九十分。見度一十七度八十三分。共得三十一度一十三分七十三秒四十三小分三十二小秒一十三微分。爲初行實。如初行法一百二十九日九十分而一。



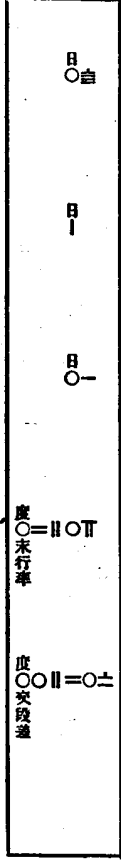
乃得空度二十三分九十七秒。爲伏合初日行率。餘三秒一十三小分三十二小秒一十三微分。并之。求末行率。置合伏段日數一十六日九十分。乘日差一十一秒二十三小分六十六小秒。得一分八十九秒八十九小分八十五小秒四十微分。爲得數。



乃以得數。減初行率二十三分九十七秒。餘二十二分七秒一十一小分一十四小秒六十微分。爲合伏末日行率。但注歷收弄小分以下數。餘爲定。求平行率。置初行率二十三分九十七秒。併末行率二十二分七秒。得四十六分四秒。以半之。得二十三分二秒。爲平行率。



求交段差。置合伏日。下減全日一百分。餘一十分。乘末行率二十二分七秒。得二分二十秒七十分。爲交段差。



求晨疾初段常度。置合伏日一十六日九十分。乃收九十分作一日。通爲一十七日。併舊歷所注晨疾初段常日三十。得四十七。爲共日。乘合伏初行率二十三分九十七秒。得一十一度二十六分五十九秒。爲寄上。



乃副置共日四十七。減一。餘四十六。以半之。得二十三。以乘副四十七。得一千八十一。以乘日差一十一秒二十三小分六十六小秒。得一度二十一分四十六秒七十六小分四十六小秒。以減上寄一十一度二十六分五十九秒。餘一十度五分一十二秒二十三小分五十四小秒。爲合伏晨疾初兩段共積度。

<p>共日 三 共日 三 以日 三 減正 三 正位</p> <p>日 1</p> <p>以日 三 日 二 餘 餘 三 日</p> <p>11</p> <p>以日 三 日 得 來 日</p> <p>三 日 得</p> <p>一 〇 三 日 得 數</p>	<p>〇〇〇-1=三上T 日 差</p> <p>一〇三 日 得 數</p> <p>1=三上T三上T 得 數</p> <p>一 〇 三 日 得 數</p> <p>一〇〇三 日 得 數</p> <p>一〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇三 日 得 數</p> <p>一〇三 日 得 數</p>
--	---

置共積內減合伏三度九十分餘六度一十五分一十二秒二十三小分五十四小秒為泛次以交段差二分二十秒七十分減泛餘六度一十二分九十一秒五十三小分五十四小秒為晨疾初段常度注歷乃收八秒五十六小分四十六小秒為全分常定度

<p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p>	<p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p>
---	---

求晨疾初段初行率以日差一十一秒二十三小分六十六小秒減合伏末行率二十二分七秒餘一十一分九十六秒為晨疾初段初行率得泛收之為定者也

<p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p>	<p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p>
---	---

求晨疾初末行率置晨疾初常日三十減一餘二十九日乘日差一十一秒二十三小分六十六小秒得三分二十五秒八十六小分一十四小秒以減晨疾初段初行率泛二十一分九十五秒七十六小分三十四小秒餘一十八分六十九秒九十九小分二十小秒為晨疾初末行率

<p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p>	<p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p>
---	---

求平行率以晨疾初初行泛二十一分九十五秒七十六小分三十四小秒併晨疾初末行泛一十八分六十九秒九十九小分二十小秒得四十分六十五秒六十六小分五十四小秒以半之得二十分三十二秒八十三小分二十七小秒為晨疾初平行泛乃以三泛收并之為定

<p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p>	<p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>〇〇〇〇三 日 得 數</p>
---	---

<p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p>	<p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p> <p>晨疾初 〇〇〇〇三 日 得 數</p>
---	---

數書九章卷四

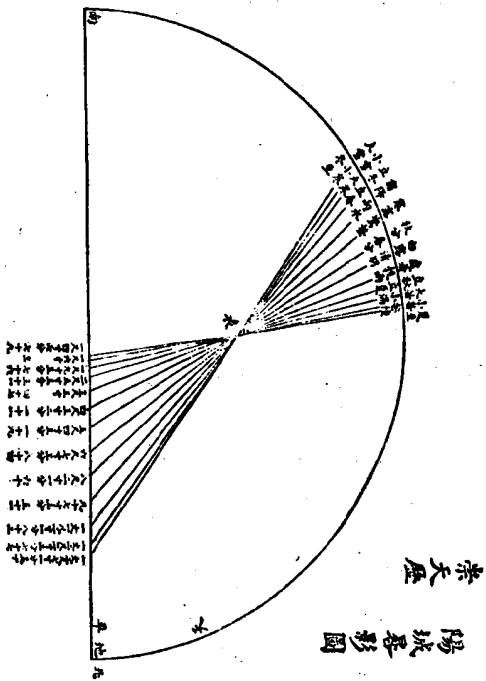
授日究微

開歷代測景。惟唐大衍歷最密。本朝崇天歷。陽城冬至景一丈二尺七寸一分五十秒。夏至景一尺四寸七分七十九秒。係與大衍歷同。今開禧歷。臨安府冬至景一丈八寸二分二十五秒。夏至景九寸一分。欲求臨安府夏至後。差幾日而景與陽城夏至日等。較以大衍歷景所差尺寸。各幾何。
 答曰。大暑後五日。中午景長一尺四寸八分八十五秒。

魯郡 秦九韶

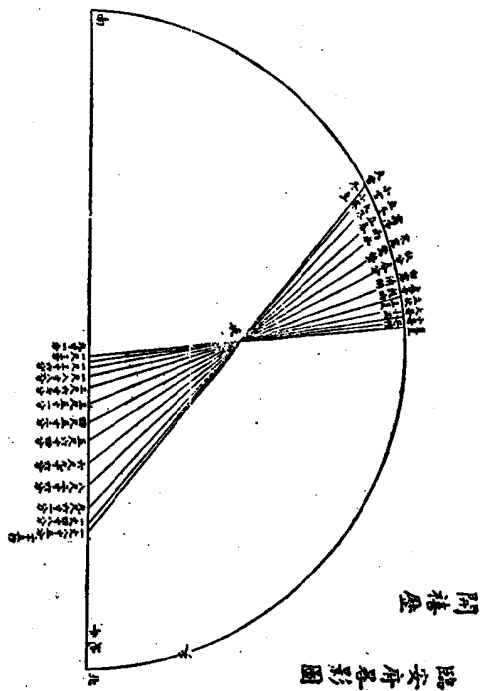
數書九章 卷四

九三



數書九章 卷四

九五



數書九章 卷四

九四

置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五秒以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十五秒為校差以為實

寸三臨安冬至景

寸三臨安夏至景

寸三校差為實

置象限度九十一度三十一分四十四秒加一十一度二十五分二十七秒五十分命度為寸得一百二寸五千六百七十一分五十分為法以前差實得空寸九千六百六十四分四十秒不盡棄之自乘得節泛數九千三百四十分不盡棄之

度一象限度

度一法寸

寸三得數

寸三得數

寸三得數

寸三節泛

寸三得數

先以小暑節乘率二十五乘節率九千三百四十分得二十三寸三千五百分於上

寸三小暑乘率

寸三節率

寸三上位

節率圖

次以臨安夏至九寸一分自乘得八十二寸八千一百分為夏至幕

寸三夏至幕

寸三夏至幕

寸三夏至幕

夏至幕圖

寸三上位

寸三夏至幕

寸三小暑幕為實

一平方隅

乃以夏至幕加上得一百六寸一千六百分為小暑幕以為實以一寸為隅開平方得一尺三分為臨安小暑節景不盡七百分即寸下七毫棄之

寸三小暑幕

寸三得數

寸三方

一隅

又以大暑乘率一百九乘節率九千三百四十分得一百一十八寸六十分於上位

寸三大暑乘率

寸三節率

寸三上位

仍以夏至幕八十二寸八千一百分加上位一百一十八寸六十分得一百八十四寸六千一百六十分為大暑幕以為實以一寸為隅開平方得一尺三寸五分八十七秒為大暑景不盡棄之

寸三夏至幕

寸三得數

寸三大暑幕為實

一隅

一隅

又置立秋乘率二百八十九乘節率九千三百四十分得二百六十九寸九千二百六十分於上位

寸三立秋乘率

寸三節率

寸三上位

仍置夏至幕八十二寸八千一百分加上位二百六十九寸九千二百六十分得三百五十二寸七千三百六十分為立秋幕

置立秋算爲實以一寸爲隅開平方得一尺八寸七分八十一秒爲立秋景不盡弃之。

大暑九日景
大暑五日景
大暑三日景

乃置陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃置大暑一尺三寸五分八十七秒併立秋景一尺八寸七分八十一秒得三尺二寸三分六十八秒以半之得一尺六寸一分八十四秒爲大暑後九日景又以九日景併大暑景得二尺九寸七分七十一秒以半之得一尺四寸八分八十五秒半爲大暑後五日景。
乃置陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃置大暑一尺三寸五分八十七秒併立秋景一尺八寸七分八十一秒得三尺二寸三分六十八秒以半之得一尺六寸一分八十四秒爲大暑後九日景又以九日景併大暑景得二尺九寸七分七十一秒以半之得一尺四寸八分八十五秒半爲大暑後五日景。

乃置陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃置大暑一尺三寸五分八十七秒併立秋景一尺八寸七分八十一秒得三尺二寸三分六十八秒以半之得一尺六寸一分八十四秒爲大暑後九日景又以九日景併大暑景得二尺九寸七分七十一秒以半之得一尺四寸八分八十五秒半爲大暑後五日景。

大暑九日景
大暑五日景
大暑三日景

又以大暑景併五日景得二尺八寸四分七十二秒半以半之得一尺四寸二分三十六秒少爲大暑後三日景。

大暑九日景
大暑五日景
大暑三日景

又以五日景併三日景得二尺九寸一分二十一秒太以半之得一尺四寸五分六十秒八十七小分爲大暑後四日景。

今驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒爲入臨安府大暑後四日景一尺四寸五分六十秒太強乃以四日景減五日景餘三分二十四秒太弱爲景差以十二時除之得二十七秒五小分二十小秒爲法。

大暑三日景
大暑五日景
大暑四日景

大暑四日景
大暑五日景
大暑六日景
大暑七日景
大暑八日景
大暑九日景

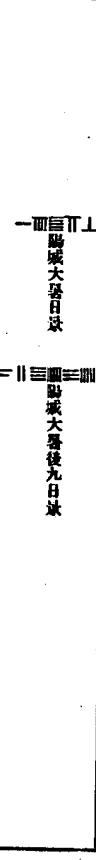
乃置陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒減臨安大暑後四日景一尺四寸五分六十秒八小分七十五小秒餘二分一十八秒一十二小分五十小秒爲實復以法二十七秒五小分二十小秒除之。

陽城夏至景
臨安大暑四日景
景差爲實

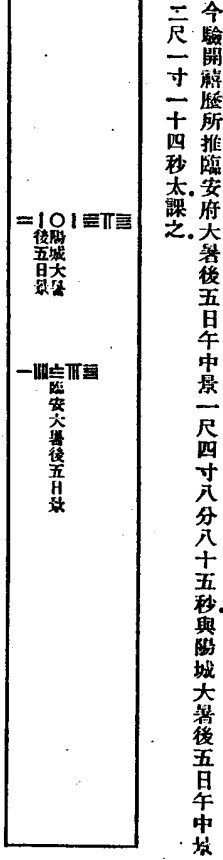
實如法正一得商數八有餘命大暑四日午後數八辰得大暑五日寅時景與陽城夏至之日午景求較以大衍歷景所差乃置陽城大暑景長一尺九寸五分七十六秒併陽城立秋景二尺五寸三分三十一秒得四尺四寸九分七秒以半之得二尺二寸四分五十三秒半爲大暑後九日午中景。



置九日景。復併大暑景一尺九寸五分七十六秒。得四尺二寸二十九秒半。以半之。得二尺一寸一十四秒太。為大暑后五日景。



今驗開解歷所推臨安府大暑後五日中景一尺四寸八分八十五秒。與陽城大暑後五日中景二尺一寸一十四秒太。課之。



乃以臨安府五日景。減陽城五日景。差六寸一分二十九秒太。



草曰。置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五秒。以夏至景九寸一分減之。餘九尺九寸一分二十五秒。為景差。以為實。置象度九十一度三十一分四十四秒。加一十一度二十五分二十七秒半。命度為寸。得一百二十五寸六分七十一分。半。為法。除差實。得空寸九千六百六十四分四十分。以自乘之。得空寸九千三百四十分。為節率。先以小暑乘率二十五乘之。得二十三寸三分三十五分。於上。次以臨安夏至景九寸一分。自乘得八十二寸八分。為夏至景。以加上。得一百六十一寸一分。六分。為小暑。開平方。以一寸為開開之。得一尺三分。為小暑。又以大暑乘率一百九乘。節率九千三百四十分。得一百一十八寸八分。於上。仍加夏至景八十二寸八分。得二百一十一寸四分。六分。為大暑。以一寸為開開平方。得一尺三寸五分八分七十七秒。為大暑。又置立秋乘率二百八十九乘。節率九千三百四十分。得二百六十九寸九分。於上。仍加夏至景八十二寸八分。共得三百五十二寸七分。三十分。為立秋。以一寸為開開平方。得一尺八寸七分八十一秒。為立秋。乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒。在大暑後立秋前。乃併大暑立秋二景半之。得一尺六寸一分八十四秒。為大暑後九日景。又併大暑景半之。得一尺四寸二分三十六秒。為大暑後三日景。又併五日景一尺四寸八分八十五秒。得數半之。得一尺四寸五分六十秒。為大暑後四日景。驗得陽城夏至景入臨安大暑後四日。乃以四日景減五日景。餘三分二十四秒太。為差。以十二時除之。得二十七秒五分二十小秒。為法。復除陽城景與本日景差二分一十八秒一十二小秒。得八命外。為在初五日寅時景等。

數書九章 卷四

一〇五

十分。得一百一十八寸六十分。於上。仍加夏至景八十二寸八分。得二百一十一寸四分。六分。為大暑。以一寸為開開平方。得一尺三寸五分八十七秒。為大暑。又置立秋乘率二百八十九乘。節率九千三百四十分。得二百六十九寸九分。於上。仍加夏至景八十二寸八分。共得三百五十二寸七分。三十分。為立秋。以一寸為開開平方。得一尺八寸七分八十一秒。為立秋。乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒。在大暑後立秋前。乃併大暑立秋二景半之。得一尺六寸一分八十四秒。為大暑後九日景。又併大暑景半之。得一尺四寸二分三十六秒。為大暑後三日景。又併五日景一尺四寸八分八十五秒。得數半之。得一尺四寸五分六十秒。為大暑後四日景。驗得陽城夏至景入臨安大暑後四日。乃以四日景減五日景。餘三分二十四秒太。為差。以十二時除之。得二十七秒五分二十小秒。為法。復除陽城景與本日景差二分一十八秒一十二小秒。得八命外。為在初五日寅時景等。

○天池測雨
問今州郡都有天池。以測雨水。但知以盆中之水為得雨之數。不知器形不同。則受雨多少亦異。未可以所測。便為平地得雨之數。假令盆口徑二尺八寸。底徑一尺二寸。深一尺八寸。接雨水深九寸。欲求平地雨降幾何。

答曰。平地雨降三寸。
術曰。盆深乘底徑。為底率。二徑差乘水深。併底率。為面率。以盆深為法。除面率。得面徑。以二率相乘。又各自乘。三位併之。乘水深。為實。盆深乘口徑。以自之。又三因。為法。除之。得平地雨深。

草曰。以盆深及徑。皆通為寸。盆深得一十八寸。底徑得一十二寸。相乘得二百一十六寸。為底率。置口徑二十八寸。減底徑一十二寸。餘一十六寸。為差。以乘水深九寸。得一百四十四寸。併底率二百一十六寸。得三百六十寸。為面率。以盆深一十八寸。為法。除面率。得二十寸。展為二尺。為水面徑。以底率二百一十六寸。乘面率三百六十寸。得七萬七千七百六十寸。於上。以底率二百一十六寸。自乘。得四萬六千六百五十六寸。加上。又以面率三百六十寸。自乘。得十二萬九千六百。併上。共得二十五萬四千一百六十六寸。乘水深九寸。得二百二十八萬六千一百四十四寸。為實。以盆深一十八寸。乘口徑二十八寸。得五百四十四寸。自乘。得二十五萬四千一百六十六寸。又三因。得七十六萬二千四十八寸。為法。除實。得三寸。為平地雨深。合問。

數書九章 卷四

一〇七

○圓器測雨
問以圓器接雨口徑一尺五分腹徑二尺四寸底徑八寸深一尺六寸竝裏明接得雨一尺二寸問法用
密率開平地雨水深幾何
答曰平地水深一尺八寸 七萬四千八百八十分之六萬四千四百八十三

術曰底徑與腹徑相乘又各自乘併之乘半器深以十一乘之為下率以四十二為上法除得下位以
半器深併雨深減元器深餘為上深以口徑減腹徑餘乘上深為次以半器深乘口徑加次為面率以
半器深乘面率得水面率以半深乘腹徑為腹率置面率與腹率相乘又各自乘併之以十一乘之為
上率以半深自乘為幕以乘下法為上法上法除上率得上幕半深幕乘下率併上率為總實口徑幕
乘上法為總法除實得平地雨高

草曰置底徑八寸與腹徑二十四寸相乘得一百九十二寸於上又底徑八寸自乘得六十四寸加上又
腹徑二十四寸自乘得五百七十六寸併上共得八百三十二寸以乘半器深八寸得六千六百五十
六寸又以十一乘之得七萬三千二百一十六寸為下率置密率法一十四以所併三因之得四十
二為下法以半深八寸併雨深一十二寸得二十寸以減元深一十六寸餘四寸為上深以口徑一十
寸五分減腹徑二十四寸餘一十三寸五分以乘上深四寸得五十四寸為次以半器深八寸乘口徑
一十寸五分得八十四寸加次共得一百三十八寸為面率以半深八寸乘腹徑二十四寸得一百九
十二寸為腹率置面率一百三十八寸與腹率一百九十二寸相乘得二萬六千四百九十六寸於上
又以面率一百三十八寸自乘得一萬九千四百四十四加上又以腹率一百九十二寸自乘得三萬六千
八百六十四併上共得八萬二千四百四十四以十一乘之得九萬零六百四十四寸為上率以
半深八寸自乘得六十四寸為半深幕以乘下法四十二得二千六百八十八為上法以半深幕六十
四寸乘下率七萬三千二百一十六寸得四百六十八萬五千八百二十四併上率九萬零六百六十
四十四共得五百五十九萬二千二百六十八寸為總實以口徑一十寸五分自乘得一百一十寸
二分五釐以乘上法二千六百八十八寸得二十九萬六千三百五十二寸為總法除實得一尺八寸
不盡二十五萬七千九百三十二與法求等得四俱約之為一尺八寸七萬四千八百八十分之六萬
四千四百八十三為平地雨深合問

○峻積驗雪
問驗雪占年牆高一丈二尺倚木去址五尺梢與牆齊木身積雪厚四寸峻積薄平積厚欲知平地雪厚
幾何
答曰平地雪厚一尺四分

術曰以少廣求之連枝入之以去址自乘為隅以牆高自乘併隅於上以雪厚自之乘上為實可約者約
而開之開連枝平方得地上雪厚

草曰以間數皆通為寸置去址五十寸自乘得二千五百為隅以牆高一百二十寸自乘得一萬四千
百寸併隅得一萬六千九百寸於上以雪厚四寸自之得一十六乘上得二十七萬四百寸為實開連
枝平方今隅實可求等得一百俱約之得二千七百四為實得二十五為隅開平方得一十寸四分展
為一尺四分為平地雪厚合問

○竹器驗雪
問以圓竹籠驗雪籠口徑一尺六寸深一尺七寸底徑一尺二寸雪降其中高一尺籠體通風受雪多則
平地少欲知平地雪高幾何
答曰平地雪厚九寸三千四百三十九分之二百六十四

術曰口徑減底徑餘乘雪深半之自乘為隅以籠深乘雪深幕併隅又乘雪深幕為實可約約之
開連枝三乘方得平地雪厚

草曰列間數各通為寸置口徑一十六寸減底徑一十二寸餘四寸乘雪深一十寸得四十寸以半之得
二十寸自乘得四百寸為隅以籠深一十七寸自乘得二百八十九寸為籠深幕次置雪深一十寸自
乘得一百寸為雪深幕以乘籠深幕數加隅又乘深幕得二百九十三萬寸為實隅實求等得四百
俱約之得七千三百二十五為實得一為隅開三乘方步法不可超乃約實置商九寸與隅一相生得
九為下廉又與商相生得八十一寸為上廉又與商相生得七百二十九為從方乃命上商除實不盡
七百六十四已而復以商生隅入二廉至方陸續又生畢以方廉隅共併之得三千四百三十九分
之七百六十四為平地雪厚九寸三千四百三十九分之二百六十四合問列間數各通為寸口徑
得一十六寸深一十七寸底徑一十二寸籠中雪高一十寸

丁籠口徑

一 籠底徑

丁籠深

一 籠中雪高

乃以底徑減口徑餘四寸乘雪深一十寸得四十寸

一 隅

二 得

三 得

四 得

一 得

二 得

三 得

丁籠深

丁籠深

三 籠深幕

三 籠深幕

以半得數二十寸自乘得四百寸為隅以籠深一十七寸自乘得二百八十九寸為籠深幕

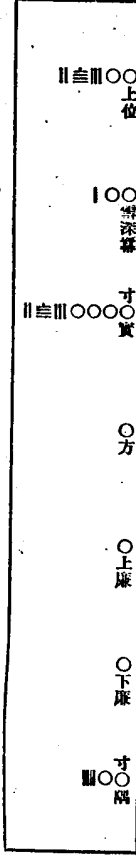
次置雪深一十寸自乘得一百為雪深幕。



以雪深幕一百寸乘縱深幕二百八十九寸得二萬八千九百寸併隅四百寸得二萬九千三百寸為上。



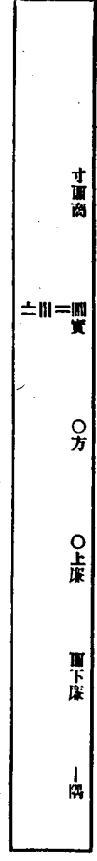
置上位數二萬九千三百寸又乘雪深幕一百寸得二百九十三萬寸為實開三乘方。



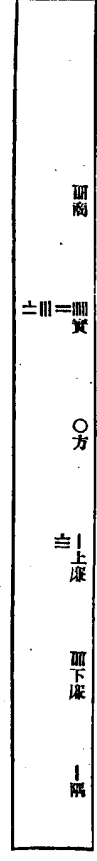
以隅實求等得四百俱為約之得七千三百二十五為實一為隅開之。



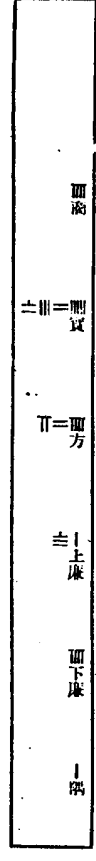
步法不可超乃約實置商九寸與隅相生得九下廉。



下廉九又與商九相生得八十一為上廉。



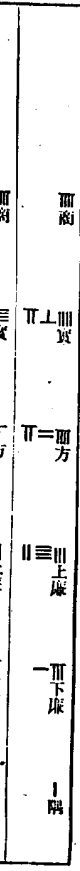
上廉又與商相生得七百二十九為從方。



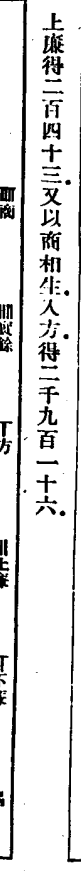
乃以從方七百二十九命上商九除實七千三百二十五訖實餘七百六十四既而復以商生隅入下廉。



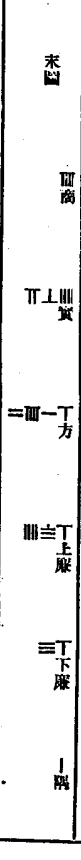
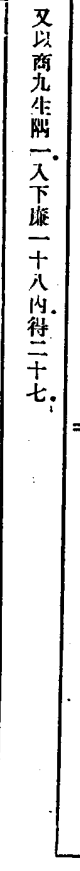
下廉得一十八又與商九相生入上廉。



上廉得二百四十三又以商相生入方得二千九百一十六。



又以商九生隅一入下廉一十八內得二十七。



又以商九生下廉二十七入上廉二百四十三內得四百八十六又以商生隅入下廉二十七內得三十六為末圖乃以末圖方廉隅四者併之得三千四百三十九為母以實餘七百六十四為子。



命為平地雪厚九寸三千四百三十九分寸之七百六十四合間。

數書九章卷五 田域類

尖田求積

間有兩尖田一段其尖長不等兩大斜三十九步兩小斜二十五步中廣三十步欲知其積幾何

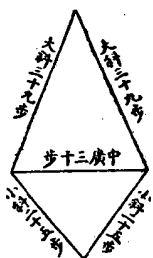
答曰田積八百四十步

術曰以少廣求之翻法入之從半廣自乘為半積與小斜相減相乘為小率以半積與大斜相減相乘為大率以二率相減餘自乘為實併二率倍之為從上廉以一為益開開翻法三乘方得積一位開益者不用翻法

草曰從廣三十步以半之得一十五以自乘得二百二十五為半積以小斜二十五步自乘得六百二十五為小斜積與半積相減餘四百與半積二百二十五相乘得九萬步為小率從大斜三十九步自乘得一千五百二十一為大斜積與半積二百二十五相減餘一千二百九十六與半積二百二十五相乘得二十九萬一千六百為大率以小率九萬減大率餘二十萬一千六百自乘得四百六十六億四千二百

數書九章 卷五

一七



尖田步

得郡 秦九韶

問

百五十六萬為實以小率九萬併大率二十九萬一千六百得三十八萬一千六百倍之得七十六萬三千二百為從上廉以一為益開開翻法三乘方步法乃以從廉超一位益開超三位約商得十今再超進乃商置百其從上廉為七十六億三千二百萬其益開為一億約實置商八百為定商以商生益開得八億為益下廉又以商生下廉得六十四億為益上廉與從上廉七十六億三千二百萬相消從上廉餘十二億三千二百萬又與商相生得九十八億五千六百萬為從方又與商相生得七百八十八億四千八百萬為正積與元實四百六十六億四千二百五十六萬相消正積餘三百八十二億五百四十四萬為正實又以益開一億與商相生得八億增入益下廉為一十六億又以益下廉與商相生得一百二十八億為益上廉乃以益上廉與從上廉一十二億三千二百萬相消餘一百一十五億六千八百萬為益上廉又與商相生得九百二十五億四千四百萬為益方與從方九十八億五千六百萬相消益方餘八百二十六億八千八百萬為益方又以商生益開一億得八億增入益下廉得二百十四億又以商相生得一百九十二億入益上廉得三百七十六億六千八百萬為益上廉又以商生益開一億得八億入益下廉得三十二億其益方一退為八十二億六千八百八十萬益上廉再退得三億七百六十八萬益下廉得三百二十萬益開四退為一萬畢乃約正實置商四十步與益開一萬相生得四萬入益下廉為三百二十四萬又與商相生得一千二百九十六萬入益上廉內為三億二千六十四萬又與商相生得一十二億八千二百五十六萬入從方內為九十五億五千一百三十六萬乃命上續商四十除實適盡所得八百四十步為田積今列求率開方圖于后

數書九章 卷五

一一八

<p>○—T—○○ 自乘為實 ○ 上 ○ ○ 餘</p>	<p>— — 大斜積 相減 — 餘</p>	<p> — 半積 T— 小斜積 相乘 — 半積 — 餘</p>	<p>○— 廣步 中之 — 半廣 自乘 — 半積 — 小斜 自乘 — 大斜 T— 小斜積</p>
<p> — 大率 相併 — 小率 — 大率 — 小率 — 大率 — 小率</p>	<p> — 大率 相減 — 小率 — 大率 — 小率</p>	<p> — 大率 相減 — 小率 — 大率 — 小率</p>	<p> — 大率 相減 — 小率 — 大率 — 小率</p>

數書九章 卷五

一一九

正負開三乘方圖
術曰商常爲正，實常爲負，從常爲正，益常爲負。

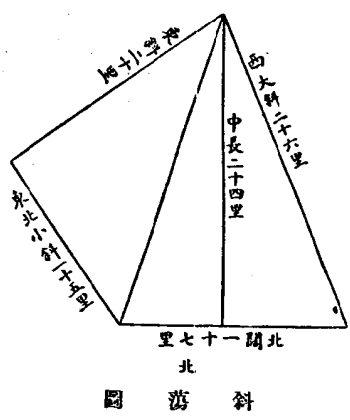
商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇
〇方	〇方	〇方	〇方	虛方	從上廉
上廉 〇〇〇〇〇〇	從上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	虛下廉	〇
〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	一益隔	一益隔
上廉再超一位，益隔再超三位，商數再進一位。	上廉再超一位，益隔再超三位，商數再進一位。	上廉再超一位，益隔再超三位，商數再進一位。	上廉再超一位，益隔再超三位，商數再進一位。	上廉再超一位，益隔再超三位，商數再進一位。	上廉再超一位，益隔再超三位，商數再進一位。

商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇
〇方	〇方	〇方	〇方	〇方	〇方
上廉 〇〇〇〇〇〇	從上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	從上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	從上廉 〇〇〇〇〇〇
〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉
上商八百爲定，以商生，隔入益下廉。	以商生下廉，消從上廉。	以商生下廉，消從上廉。	以商生下廉，消從上廉。	以商生下廉，消從上廉。	以商生下廉，消從上廉。

商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇
〇方	〇方	〇方	〇方	〇方	〇方
上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇
〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉
以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。

商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇	商 〇〇	實 〇〇〇〇〇〇〇〇
〇方	〇方	〇方	〇方	〇方	〇方
上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇	上廉 〇〇〇〇〇〇
〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉	〇下廉
以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。	以商生，隔入下廉。

半之得九十九里自乘得九千八百一里於上以小斜釋一百六十九乘大斜釋二百二十五得三萬八千二十五減上餘二萬八千二百二十四以四約之得七千五百六十六里為實以一為隅開平方以隅超步為一百乃於實上商置八十以商生隅得八百為從方乃命上商除實餘六百五十六又以商生隅入方得數退一位為一百六十隅退二位為一乃於實上續商四里生隅入從方內得一百六十四乃命續商除實適盡所得八十四里為田積其形長八十四里廣一里以里法三百步自乘得九萬步乘八十四里得七百五十六萬步以畝法二百四十除之得三萬一千五百畝又以頃法一百畝約之得三百一十五頃



斜蕩求積

問有蕩一所正北闊一十七里自南尖穿徑中長二十四里東南斜二十里東北斜一十五里西斜二十六里欲知畝積幾何

答曰蕩積一千九百一十一頃六十畝

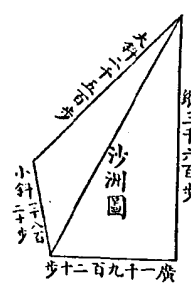
術曰以少廣求之置中長乘北闊半之為寄以中長釋減西斜釋餘為實以一為隅開平方得數減北闊餘

自乘併中長釋其為內率以小斜釋併率減中斜釋餘半之自乘於上以小斜釋乘率減上餘四約之為實以一為隅開平方得數加寄共為蕩積

草曰以中長二十四里乘北闊一十七里得四百八十八乃半之得二百四十四里為寄以中長自乘得五百七十六為長釋以西斜二十六里自乘得六百七十六為大釋以減長釋餘一百里為實開平方得一十里以減北闊數一十七里餘七里自乘得四十九併長釋五百七十六得六百二十五為內率次置東小斜一十五里自乘得二百二十五為小斜釋又置東南中斜二十里自乘得四百為中釋卻以小斜釋併率得八百五十以減中釋四百餘四百五十乃半之得二百二十五自乘得五萬六千二百二十五里於上又以小斜釋二百二十五乘率六百二十五得一十四萬六千二百二十五減上餘九萬里以四約得二萬二千五百為實開平方得一萬五千併寄二百四十四里得三萬五千九百四十四里為從以里法三百六十自乘得十二萬九千六百步乘從得四千五百八十七萬八千四百步以畝法二百四十步約之得一千九百一十一頃六十畝為蕩積

○計地容民

問沙洲一段形如棹刀廣一千九百二十步縱三千六百步大斜二千五百步小斜一千八百二十步以安集流民每戶給一十五



一一九

欲知地積容民幾何

答曰地積一百四十九頃九十五畝

容民九百九十九戶餘地一十畝

術曰以少廣求之置廣乘長半之為寄以廣釋併縱釋為中釋以小斜釋併中釋減大斜釋餘半之自乘於上以小斜釋乘中釋減上餘以四約之為實以一為隅開平方得數加寄共為積以每戶給數除積得容民戶數

草曰置廣一千九百二十步乘縱三千六百步得六百九十一萬二千步乃半之得三百四十五萬六千步為寄以廣自乘得三百六十八萬六千四百步為廣釋又以縱自乘得一千二百九十六萬步為縱釋併廣釋得一千六百六十四萬六千四百步為中釋次以小斜一千八百二十步自乘得三百三十一萬二千四百步為小斜釋又以大斜二千五百步自乘得六百二十五萬步為大斜釋卻以小斜釋併中釋得一千九百九十五萬八千八百步以中釋減之餘一千三百七十萬八千八百步乃半之得六百八十五萬四千四百步自乘得四十六萬九千八百二十七萬九千九百三十六萬步於上以小斜釋乘中釋得五十五萬一千三百九十五萬三千五百三十六萬步減上餘八萬一千五百六十七萬三千六百步為實以四約之得二萬三千九百九十一萬八千四百步為實以一為隅開平方得一十四萬二千八百步併寄三百四十五萬六千步共得三百五十九萬八千八百步以畝法二百四十步除之得一萬四千九百九十五畝次以頃法一百畝約之為一百四十九頃九十五畝為地積又為實以每戶所給一十五畝為法除實得九百九十九戶不盡一十畝不及一戶所給數以為餘地一十畝

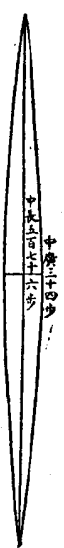
○蕉田求積

問蕉葉田一段中長五百七十六步中廣三十四步不知其周求積畝合幾何

答曰田積四十五畝一角十一步六厘三千七十分步之五十二百一十三

術曰以長併廣再自乘又十乘之為實半廣半長各自乘所得相減餘為從方一為從隅開平方半之得積

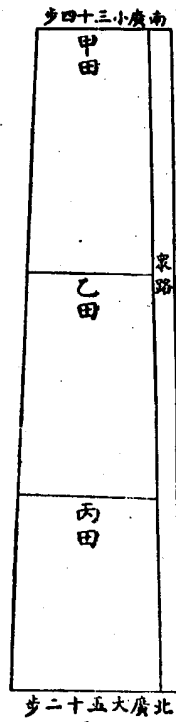
草曰以長五百七十六步併廣三十四步得六百一十以兩度自乘得二千六百九十八萬一千步進一位即是以十乘之得二億二千六百九十八萬一千步定得此數以為實置長五百七十六以半之得二百八十八自乘得八萬二千九百四十四於上又置廣三十四步以半之得一十七自乘得二百八十九減上餘八萬二千六百五十五為從方以一為從隅開平方得二萬一千七百四十二步不盡一萬四百二十六步以商生隅入方又併隅算共得一十二萬六千一百四十為母與不盡及開方



田積數皆半之。田積定得一萬八百七十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三。以畝法二百四十約之。得四十五畝一角一十一步六萬三千七十分步之五千二百一十三。

○均分梯田

問戶業田一段。若梯之狀。南廣小三十四步。北廣大五十二步。正長一百五十步。合係兄弟三人。均分其田。邊道各欲出入。其地難分。經官乞分定南甲乙。北丙。欲知其田共積。各人合得田數。及名段正長大小廣幾何。



答曰。田共積二十六畝二百一十步。

甲得八畝三角五十步。

小廣三十四步。係元南廣。

大廣四十步。五萬八千七百九十分步之五萬二千二百八十四。大約百分步之八十九分。

正長五十七步。二千四十五分步之八百五十三。大約百分步之四十一分。

乙得八畝三角五十步。

小廣。即甲大廣。

大廣四十六步。八萬四千八百二十六分步之六萬五千八百七十四。大約百分步之六十五分。

八十二萬五千二百八十三。計大率約百分步之七十七分半。

正長四十九步。四億二千二百四十萬六千三百九十分步之二十七萬六千三百一十九。大約百分步之四分九釐。

丙得八畝三角五十步。

小廣。即乙大廣。大廣五十二步。係元北廣。

正長四十三步。八千四百三十三分步之七十九萬一千九百五十分步之四千四百八十八。大約百分步之四十六分。

約百分步之五十二分。

術曰。以少廣及從法求之。併兩廣。乘長。得數。以分田人數約之。為通率。半之。為各積。以長乘各積。為其實。以長乘兩廣。為甲從方。二廣差。半之。為共隅。開連枝平方。得甲截長。以甲長除通率。得數。減小廣。餘為甲廣。即為乙小廣。以元長乘乙小廣。為乙從方。置共隅。開連枝平方。得乙截長。以乙長除通率。得數。減乙小廣。餘為乙大廣。即為丙小廣。併甲乙長。減元長。餘為丙長。以元大廣為丙大廣。各有分者。通

之。

草曰。置小廣三十四。併大廣五十二。得八十六。乘長一百五十。得一萬二千九百。為實。以兄弟三人約之。得四千三百。為通率。半之。得二千一百五十。為各積。以畝法二百四十步約之。得八畝。不盡二百三十步。以角法六十步約之。得三角五十步。是三人各得八畝三角五十步。以元長一百五十步。乘各積二千一百五十。得三十二萬二千五百。為其實。以長一百五十。乘小廣三十四。得五千一百。為甲從方。以小廣減大廣。餘一十八。乃半之。得九。為共隅。開連枝平方。開方。更不繁。得五十七步。不盡三。約為二千四十五分步之八百五十三。為甲截長。乃以分母二千四十五通全步。內子。共得一十一萬七千四百一十八。為法。又以分母乘通率四千三百。得八百七十九萬三千五百。為實。以法除之。得七十四步。不盡一十萬四千五百六十八。與法求等。得二。俱約之。為五萬八千七百九十分步之五萬二千二百八十四。乃以小廣三十四步於所得全步七十四步內減之。餘四十步。五萬八千七百九十分步之五萬二千二百八十四。為甲大廣。即為乙小廣。今求乙長。乃以分母五萬八千七百九十分步。通其實三十二萬二千五百。得三百三十四萬八千三百六十。內子。五萬二千二百八十四。得二百四十萬六千四百四十四。又元長一百五十。乘之。得三億六千九百六十六。為乙從方。又以分母五萬八千七百九十分步。通其實三十二萬二千五百。得一百八十九萬三千三百六十五。為乙實。又以分母通共隅九得五十二萬八千三百八十一。為乙從隅。開連枝平方。更不立。得四十九步。不盡二千二十七萬六千三百一十九。

隔併方。得共四億一千二百四十四萬六千三百九十九。為母。與不盡求等。單一不可約。乃定為四十九步。四億一千二百四十四萬六千三百九十九分步之二千二十七萬六千三百一十九。為乙截長。以乙長乘通全步。內子。得二百二十二萬八千一百一十八。五萬五千四百六十。為法。以乙長步下。母四億一千二百四十四萬六千三百九十九。乘通率四千三百。得一萬七千七百三十三。億四千七百一十二。萬八千七百。為實。以法除之。得八十七步。不盡一百三十四億九千四百九十九。萬三千六百八十。與法求等。得一百四十。俱約之。為八十七步。一億四千四百四十八萬七千三十九分步之九千六百三十九。九萬二千八百一十一。為得數。乃以乙小廣五萬八千七百九十九。乘得數。子九千六百三十九。九萬二千八百一十一。得五萬六千五百九十一。億二千五百五十九萬九千七百八。為法。卻以得數母一億四千四百四十八萬七千三十九。千三十九分。乘乙小廣五萬二千二百八十四。得七萬五千五百四十三。億六千三百三十四萬七千七百七十六。以為寄數於上。乃以小廣五萬八千七百九十九。乘得數母一億四千四百四十八萬七千三十九。得八萬四千八百二十六。億八千九百五十七萬二千六百五十一。以寄減。今不及減。乃破全步一。為分。併法。得八十六步十四萬一千四百一十八。億一千五百一十七萬二千三百五十九。減去小廣四十步。及分餘四十六步八萬四千八百二十六。億八千九百五十七萬二千六百五十一。分步之六萬五千八百七十四。億五千四百八十二。萬五千二百八十三。為乙大廣。亦丙小廣。求丙長。置甲長五十七步二千四十五分步之八百五十六。乙長四十九步四億一千二百四十四萬六千三百九十九分步之

二千二十七萬六千三百一十九。以甲乙分母互乘。甲乙分母相乘。得甲正長五十七步八千四百三十三。餘七千九百九十。以一千九百五十分步之三千五百三十。餘一千九百八十八萬五千五百四。乙正長四十九步八千四百三十三。餘七千九百九十。以一千九百五十分步之四百一十四。餘六千五百七。萬二千三百五十五。併甲乙長及分。共長一百六十三千九百四十四。餘八千四百八十七。萬二千八百五十九。分用減元長一百五十步。先破一步。通分母。作八千四百三十三。餘七千九百九十。以一千九百五十分步之共長。餘四十三步八千四百三十三。餘七千九百九十。以一千九百五十分步之四千四百八十八。餘八千六百二十九。四十六。為丙正長。

數書九章卷六

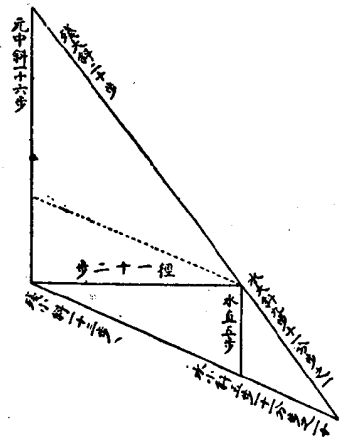
漂田推積

問三斜田。被水衝去一隅。而成四不等直田之狀。元中斜一十六步。如多長。水直五步。如少闊。殘小斜一十三步。如弦。殘大斜二十步。如元中斜之弦。橫量徑一十二步。如殘田之廣。又如元中斜之句。亦是水直之股。欲求元積。殘積。水積。元大斜。元中斜。元小斜。各幾何。

魯郡 秦九韶

答曰。元積一百三十八步。一十一分步之八。
 水積一十二步。一十一分步之八。殘積一百二十六步。元大斜二十九步。一十二分步之一。元小斜一十八步。一十一分步之一。水大斜九步。一十一分步之一。水小斜五步。一十一分步之一。
 術曰。以少廣求之。連枝入之。又句股入之。置水直減中斜。餘為法。以中斜乘大殘。為大斜實。以法除實。得元大斜。以殘大斜減之。餘為水大斜。以法乘徑。又自之。為小斜。以水直乘併徑。為弦。又乘併徑。又乘中斜。為小斜實。與併徑可約。約之。開連枝平方。得元小斜。以殘小斜減之。餘為水小斜。以水直乘之。為水實。倍水小母。為法。除之。得水積。以水直併中斜。乘徑。為實。以二為法。除之。得殘積。以殘積併水積。共為元積。有分者通之。重有者重通之。

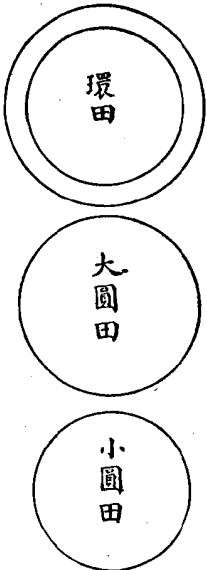
草曰。以水直五減中斜一十六。除一十一。為法。以中斜一十六乘大殘二十。得三百二十。為大斜實。以法除之。得二十九步一十一分步之一。為元大斜。內減殘大斜二十步。餘九步一十一分步之一。為水大斜。以法一十一乘徑一十二。得一百三十二。自之。得一萬七千四百二十四。為小斜。以水直五自乘。得二十五。為水直。以徑一十二自之。得一百四十四。為併徑。併水直。得一百六十九。為弦。以乘併徑。得二萬四千三百三十六。於上。又以中斜一十六自乘。得二百五十六。為中斜。以乘上。得六千二百三十三。萬一十六。為小斜實。開平方。與併徑求等。得一百四十四。俱約之。實得四萬三千二百六十四。得一百二十一。開方不盡。以連枝術入之。用併徑一百二十一乘實四萬三千二百六十四。得五百二十三。萬四千九百四十四。為定實。以一為定。開平方。得二千二百八十八。為實。以約併徑一百二十一。除之。得一十八步。不盡一百一十。與法一百二十一。俱以一十一約之。得一十一分步之十。為元小斜。減殘小斜一十三步。餘五步一十一分步之十。為水小斜。置水小斜通步內子。得六十五。以水直五步乘之。得三百二十五。為水實。倍水小母一十一。得二十二。為法。除之。得一十四步。不盡一十七。以法命之。得一十四步二十二分步之一十七。為水積。置中斜一十六。併水直五。得二十一。乘徑一十二。得二百五十二。以半之。得一百二十六。為殘積。以併水積。共得一百四十四步二十二分步之一十七。為元積。



環田三積

問環田大小圓田共三段。環田外周三十步。虛徑八步。大圓田徑二十步。小圓田周三十步。欲知三田積及環內周通實徑。大圓周小圓徑各幾何。

答曰。環田積二十步二百三十。
 六萬三千二百五十六分步之一。
 百二十九萬八千二百五。
 通徑九步。一十九分步之九。
 實徑一步。一十九分步之九。
 內周二十五步。一十七分步之五。



大圓田積七十九步。五十三分步之三。周三十一步。二十一分步之十三。小圓田積七十一步。二百八十六分步之四十三。徑九步。一十九分步之九。

柄曰以方田及少廣率變求之。各置環圓徑自乘。為環進位為實。以一為開。開平方。得周。各置環圓周自乘。為環進位為實。以一為開。開平方。得徑。以周乘或徑乘各實。以一十六約之。為實。以一為開。開平方。得圓積。置環周乘。乘徑實。十六約之。為大率。置虛徑乘。乘內周實。十六約之。為小率。以二率相減之。餘。以自乘。為實。併二率倍之。為從上廉。一為益。開三乘方。得環積。置環周自乘。退位為實。一為開。開平方。得通徑。以虛徑減通徑。餘為實。徑。其有開不盡者。約而命之。

草曰。置大圓徑一十步自乘。得一百。為徑。進位得一千。為實。以一為開。開平方。得三十一步。不盡三十九。為分子。乃以開生方。又益。開。共得六十三。為分母。以分子與母求等。得三。俱以三約之。母子得二十一。一分步之一十三。為大圓周。三十一步。二十一一分步之一十三。次以徑乘一百。乘前實一千。得一十萬。以十六約之。得六千二百五十。為實。以一為開。開平方。得七十九步。不盡九。為分子。乃以開生方。又增。得一百五十九。為分母。以分子與母求等。得三。俱以三約。母子得五十三。分步之三。為大圓積。七十九步。五十三分步之三。次置小圓田周三十步。以自乘。得九百。為周。退位得九十。為徑。實。以一為開。開平方。得九步。不盡九。以開生方。又益。開。得十九分步之九。為小圓徑。九步。十九分步之九。次以周乘九百。乘前實九十。得八萬一千。以十六約之。得五千六百二十五。為實。以一為開。開平方。得七十七步。不盡二十一。步五分。為子。以開生方。又益。開。得一百四十三。為分母。以分子與母求等。得五。俱約之。得二百八十六。分步之四十三。為積。次置環田周三十步自乘。得九百。為周。退位得九十。為實。以一為開。開平方。得九步。不盡九。為分子。以開生方。併。得十九。為分母。直命之。為環田通徑。九步。十九分步之九。次以環周乘九百。乘環實九十。得八萬一千。以十六約之。得五千六百二十五。為大率。次置環田虛徑八步。自乘。得六十四。為虛。進位得六百四十。為實。以一為開。開平方。得二十五步。不盡一十五。為分子。以開生方。又併。開。得五十一。為分母。與子求等。得三。俱約之。得一十七。分步之五。為環田內周。二十五步。一十七分步之五。次以虛乘六十四。乘周實六百四十。得四萬九百六十。以十六約之。得二千五百六十。為小率。以小率減大率。餘二千五百二十五。自乘。得六百二十六萬二千五百六十二。分五。為實。以小大二率併之。得七千六百二十二。步五分。倍之。得一萬五千二百四十五。為從上廉。以一為益。開。開三乘方。得二十步。不盡三十二。萬四千五百六十二。分五。為分子。縱商無數。乃以益。開。一。益。下廉。八十。併之。得八十一。為減。次以從上廉。一萬二千八百四十五。併從方。五十七。萬七千八百得五十九。萬九千六百四十五。以減。母八十一。減之。餘五十九。萬九千六百四十五。為分母。以分子求等。得二分五釐。俱約之。得二百三十六。萬二千二百五十六。分步之一百二十九。萬八千二百二十五。為環田積。二十步。二百三十六。萬二千二百五十六。分步之一百二十九。萬八千二百二十五。次置環田通徑九步。一十九分步之九。以虛徑八步。減之。餘一步。一十九分步之九。為環田實。徑。合開。

環田外周	上三〇步	環田虛徑	三〇步	大圓田徑	〇步	小圓田周	三〇步
問數	上三〇步	大圓田積	七十九步	大徑	〇步	實	〇步
上	〇步	中	一〇〇步	次	一〇〇步	下	〇步
商	〇	商	三〇	商	三〇	商	三〇
實	〇〇〇	實	〇	實	〇〇〇	實	〇〇〇
方	〇	方	〇	方	〇	方	〇
隅	〇	隅	〇	隅	〇	隅	〇
上	〇	上	〇	上	〇	上	〇
中	〇	中	〇	中	〇	中	〇
下	〇	下	〇	下	〇	下	〇

此圖照問列位。以後照草運算。乃先置次大徑。以上副自乘。得中。以中進位。為次實。以一段為下隅。

大圓周	三〇步	周實	〇〇〇步	得	〇〇〇〇步	丁法	實	〇步
商	三	商	三	商	三	商	三	商
實	一	實	一	實	一	實	一	實
方	一	方	一	方	一	方	一	方
隅	一	隅	一	隅	一	隅	一	隅
上	一	上	一	上	一	上	一	上
中	一	中	一	中	一	中	一	中
下	一	下	一	下	一	下	一	下

凡九變。至此得大圓周。次求大圓積。

商	三	商	三	商	三	商	三	商	三
實	一	實	一	實	一	實	一	實	一
方	一	方	一	方	一	方	一	方	一
隅	一	隅	一	隅	一	隅	一	隅	一
上	一	上	一	上	一	上	一	上	一
中	一	中	一	中	一	中	一	中	一
下	一	下	一	下	一	下	一	下	一

上副自乘。得中。以次約之。得下為實。

商 二〇	商 二〇	商 二〇
T=T=〇〇T=〇〇 實	T=T=〇〇T=〇〇 實	T=T=〇〇T=〇〇 實
〇〇方	〇方	〇方
上廉	上廉	正廉 實廉
〇下廉	〇下廉	〇下廉
一益隔	一益隔	一益隔
除實 以方法命商。	生方 以商與上廉	上廉 以負廉與正廉相消得正

商 二〇	商 二〇	商 〇〇
T=T=〇〇T=〇〇 實	T=T=〇〇T=〇〇 實	T=T=〇〇T=〇〇 實
〇方	〇方	〇方
上廉	上廉	上廉
〇下廉	〇下廉	〇下廉
一益隔	一益隔	一益隔
廉 以下廉生負	下廉 以商生隔入	步 乃商置二十

商 二〇	商 二〇	商 二〇
〇〇〇〇〇〇〇〇 餘	〇〇〇〇〇〇〇〇 餘	〇〇〇〇〇〇〇〇 餘
〇〇〇〇〇〇〇〇 方	〇〇〇〇〇〇〇〇 方	〇〇〇〇〇〇〇〇 方
上廉	上廉	上廉
〇下廉	〇下廉	〇下廉
一益隔	一益隔	一益隔
生負廉 商又與下廉	商隔又相生 入下廉	方 商與上廉生

商 二〇	商 二〇	商 二〇
〇〇〇〇〇〇〇〇 餘	〇〇〇〇〇〇〇〇 餘	〇〇〇〇〇〇〇〇 餘
〇〇〇〇〇〇〇〇 方	〇〇〇〇〇〇〇〇 方	〇〇〇〇〇〇〇〇 方
正上廉 實上廉	上廉	上廉
〇下廉	〇下廉	〇下廉
一益隔	一益隔	一益隔
廉相消 負上廉與正	生負上廉 以下廉與商	入下廉 又以商生隔

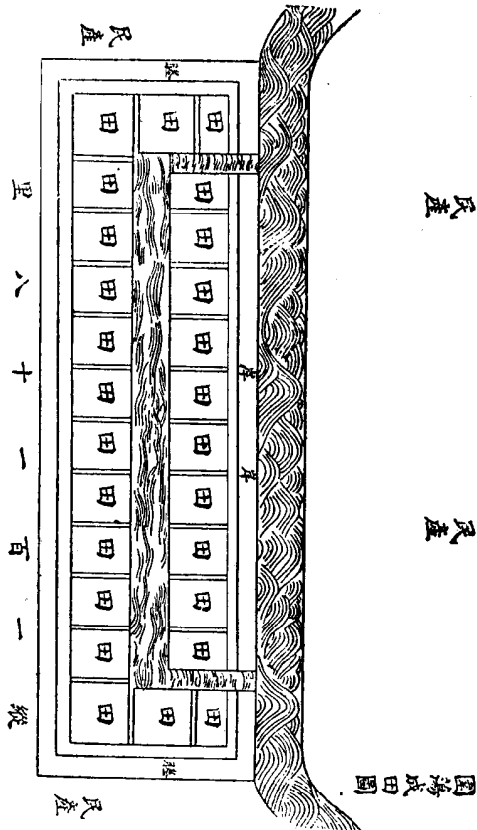
商元步 =○	商二步 =○	商二步 =○
≡ ≡ ≡ ○T=≡ 餘	≡ ≡ ≡ ○T=≡ 餘	≡ ≡ ≡ ○T=≡ 餘
≡ ≡ ≡ ○T=≡ 母	≡ ≡ ≡ ○T=≡ 正從廉方	≡ ≡ ≡ ○T=≡ 方
○	○	○
○	益下隔廉	益下廉
○	○	益隔
求等約之。	益隔併負廉與正方廉相消命爲母。	無商以上廉併入方隔併下廉。

=○	商二步 =○
=≡ ≡ ○=≡	≡ ≡ ≡ ○T=≡ 餘
≡ ≡ ≡ T	≡ ≡ ≡ ○T=≡ 母
	等數○爲法
得環田積數。	得數。

所求是實徑者但以虛徑減通徑之餘一步一十九分步之九爲環田實徑。

○園田先計

間有草蕩一所廣三里縱一百八里夏日水深二尺五寸與溪面等平溪闊一十三丈流長一百三十五里入湖冬日水深一尺欲趁此時園裏成田於蕩中順縱開大港一條擊折通溪順廣開小港二十四條其深同其小港闊比大港六分之一大港深比大港面三分之一大小港底各不及面一尺取土爲堞高一丈上廣六尺下廣一丈二尺沿縱當溪其岸高廣倍其堞數上下流各立斗門一所須令田內止容



水八寸。過餘水復深入湖。里法三百六十步。步法五尺。欲知田積。壘土積。大小港底面深闊。冬夏積水。田港容水。過水溪面泛高。各幾何。

答曰。田積一千八百六十六畝八畝二十四步。壘土積九百六十五億五千二百萬立方寸。

大港 面闊六丈一尺七寸。

底闊六丈七寸。

深六尺八寸。

小港

面闊一丈二寸。六分五之五。

底闊九尺二寸。六分五之五。

深六尺八寸。

夏積水二萬八千六百七十四億萬立方寸。

冬積水一萬一千四百六十九億六千萬立方寸。

田容水九千七百七十二億六千九百七十二萬立方寸。

港容水九百六十五億五千二百萬立方寸。港上者在田內。

過出水一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬立方寸。溪面泛高一尺三寸。一十三萬一千六百二十五分之二萬四千四百一十一。

術曰。以商功求之。步里法皆先化寸。各通廣縱為率。二率相併為和。二率相乘為寄。三因縱率於上。倍和

加上。為段。併壘二廣。乘半壘高。又乘段。為土積。亦為港容水。以闊母乘土積。為實。以闊子乘小港數。又

乘廣率。為泛闊母乘縱率。併泛。共為開平方。所得。至寸。為壘。以深子乘壘。為實。以深母除之。為

大小港等深。以深母因壘。為實。以深子除之。為中。以半不及加中。為大港面。以闊母除之。為小港面。二

面各減不及為底。以壘下廣乘段。為址。以大港面乘開。為實。以闊母除之。為港平。以港平併址。減寄餘

為田積。以址減寄。餘乘容水。為田容水。以夏冬水深乘寄。得夏冬積水。以田容水併港容水。減夏積水

餘。為過出水。以八節乘之。為實。以溪闊乘流長。又乘流日。為法。除之。得溪面泛高。

草曰。先通步法為五十寸。通三百六十步。得一萬八千寸。為里法。以里法通蕩廣三里。得五萬四千。為廣

率。又通蕩縱一百一十八里。得二百一十二萬四千。為縱率。以縱率併廣率。得二百一十七萬八千。為

和。以縱率乘廣率。得一千一百四十六億九千六百萬。為寄。三因縱率。得二百一十二萬四千。得六百三

十七萬二千。於上。倍和。得二百一十七萬八千。得四百三十五萬六千。加上。得一千七百七十二萬八千。為段

次。以壘上廣六尺併下廣一丈二尺。得一十八尺。乘半壘高五十寸。得九千寸。又乘段。得一千七百七十二萬

八千。得九百六十五億五千二百萬。為土積。亦為港容水。以港闊母六因土積。得五千七百九十三億

一千二百萬。為實。以闊子。乘小港二十四條。又乘廣率五萬四千。得一百二十九萬六千。為泛。以闊

母六。因縱率。得二百一十二萬四千。得一千二百七十四萬四千。併泛。得一千四百四萬。為開平方。得

二百三寸。不盡七百三十七萬六千四百。收為所得一寸。乃得二百四寸。為壘。以深子。乘之。以深母

三除之。得六尺八寸。為大小港等深。次以深母三。因壘。得二百四寸。得六百一十二寸。為實。如深子。一而

一。得六丈一尺二寸。為中。以不及一尺。半之。得五寸。加中。得六丈一尺七寸。為大港面闊。如母六。而一。

得一丈二寸六分五之五。為小港面。以不及一尺。各減大小港面。得六丈七寸。為大港底。得九尺二寸

六分五之五。為小港底。次以壘下廣一丈二尺。乘段。得一千七百七十二萬八千。得一十二億八千七百三

八千。得九百六十五億五千二百萬。為土積。亦為港容水。以港闊母六因土積。得五千七百九十三億

一千二百萬。為實。以闊子。乘小港二十四條。又乘廣率五萬四千。得一百二十九萬六千。為泛。以闊

母六。因縱率。得二百一十二萬四千。得一千二百七十四萬四千。併泛。得一千四百四萬。為開平方。得

二百三寸。不盡七百三十七萬六千四百。收為所得一寸。乃得二百四寸。為壘。以深子。乘之。以深母

三除之。得六尺八寸。為大小港等深。次以深母三。因壘。得二百四寸。得六百一十二寸。為實。如深子。一而

一。得六丈一尺二寸。為中。以不及一尺。半之。得五寸。加中。得六丈一尺七寸。為大港面闊。如母六。而一。

得一丈二寸六分五之五。為小港面。以不及一尺。各減大小港面。得六丈七寸。為大港底。得九尺二寸

六分五之五。為小港底。次以壘下廣一丈二尺。乘段。得一千七百七十二萬八千。得一十二億八千七百三

十六萬。為址。以大港面六丈一尺七寸乘開。得一千四百四萬。得八十六億六千二百六十八萬。為實。以

闊母六除之。得一十四億四千三百七十八萬。為港平。以併址。一十二億八千七百三十六萬。得二十

七億三千一百一十四萬。減寄。得一千一百四十六億九千六百萬。餘一千一百一十九億六千四百八

十六萬。為田積。以步法五十寸自乘。得二千五百。除積寸。得四千四百七十八萬五千九百四十四

步。為田積步。以畝法二百四十步約之。得一千八百六十六畝八畝不盡二十四步。為田積。以址。一十

二億八千七百三十六萬。減寄。得一千一百四十六億九千六百萬。餘一千一百三十四億八千六百十四

萬。乘令容水八寸。得九千七百七十二億六千九百一十二萬。為田容水。次以夏水深二尺五寸。乘寄。一

千四百六十六億九千六百萬。得二萬八千六百七十四億萬。為夏積水。次以冬水深一尺。乘寄。得一

萬一千四百六十九億六千萬。為冬積水。乃以田容水九千七百七十二億六千九百一十二萬。併港容

水九百六十五億五千二百萬。得一萬三千八百八十八萬。減夏積水。二萬八千六百七十

四億萬。餘一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬。為過出水。當以八節乘之。歲日三百六十

除之。為實。今從省。先以八節約。歲日三百六十。得四十五。為除率。次以里法一萬八千寸。通流長。一

百三十五里。得二百四十三萬。又乘溪闊。一十三丈。得三十一億五千九百萬。以乘除率。四十五。得一千

四百二十一億五千五百萬。為法。除過出水一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬。得一尺三

寸。為溪面泛高。不盡一百五十五億六千三百八十八萬。與法一千四百二十一億五千五百萬。求等

得一百八萬。俱以約之。為一十三萬一千六百二十五分之二萬四千四百一十一。為泛高寸下分

母之數。合問。

數書九章卷七 測望類

望山高遠

問名山去城不知高遠。城外平地有木一株。高二丈三尺。假爲前表。乃立後表。與木齊高。相去一百六十四步。先退前表三丈九寸。次退後表三丈一尺三寸。斜望山峯。各與其表之端參合。人目高五尺。里法三百六十步。步法五尺。欲知山高及遠各幾何。

答曰。高二十里半零三步。五分步之三。

遠二十七里三百二十八步。五百七十五步之六十七。

術曰。以勾股求之。重差入之。置二退表相減。餘爲高法。通表間。併法於上。以目高減表高。餘乘上。爲高實。實如法而一。得山高。以法乘表高。爲遠法。以退後表乘高實。爲遠實。實如法而一。得山去。

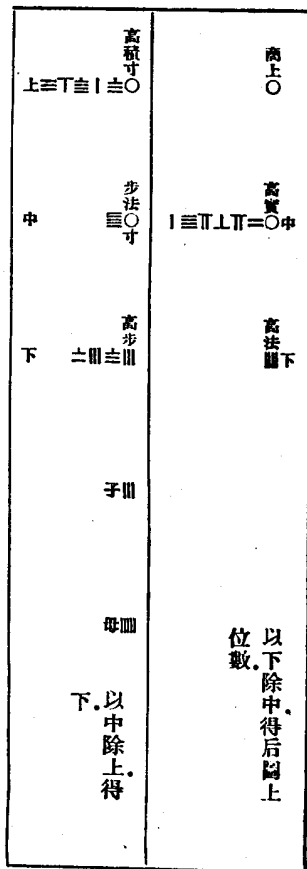
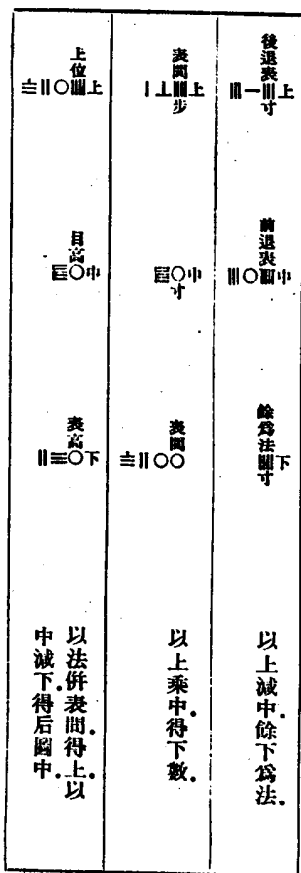
草曰。置後退表三丈一尺三寸。減前退表三丈九寸。餘四寸。爲高法。置表去木一百六十四步。以步法五十寸。通得八千二百寸。爲表間。併法四寸。得八千二百四寸於上。以目高五尺。減表高二丈三尺。餘通之。爲一百八十寸。乘上。得一百四十七萬六千七百二十寸。爲高實。實如高法四寸而一。得三十六萬九千一百八十寸。爲積寸。次以步法五十寸約之。得七千三百八十三步五分步之三。次以里法三百

魯郡 秦九韶

數書九章 卷七

一六一

六十步約之。得二十里一百八十三步五分步之三。爲山高。次以法四寸乘表高二丈三尺。得九百二十。爲遠法。以退後表三丈一尺三寸。乘高實一百四十七萬六千七百二十寸。得四億六千二百二十一萬三千三百六十寸。爲遠實。實如遠法九百二十寸而一。得五十五萬二千四百五十二寸三分寸之一十九。爲積寸。乃以步法五十寸。乘遠法九百二十。得四萬六千寸。爲法。亦除遠實得一萬四十八步。不盡五千三百六十。與法求等。得八十。俱以約之。爲五百七十五分步之六十七。又以里法三百六十步約得二十七里三百二十八步五分步之六十七。爲山後表人立望處。算圖如後。



數書九章 卷七

一六三

高積寸 三寸三	高積步 二寸三	高積法 三寸	以上除中得後上
步 一三	子	母	答數。
注上 上	中 三	下 三	以上乘中得
遠實 一上	中 三	下 三	以上乘中得

遠實寸 三寸	遠實步 三寸	遠實法 三寸	以上除中得
步 三	中	下	以上乘中得
注上 上	中 三	下 三	以上乘中得
遠實 一上	中 三	下 三	以上乘中得

乃以步法五十寸。乘中位遠法九百二十寸。得下位四萬六千寸。為后同中位步寸法。

中 下

中 下

中 下

中 下

中 下

中 下

中 下

中 下

中 下

步 三	中	下	以上除中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得
中	下	下	以上乘中得

乃以中除上得下位里法及容步。其不盡寸。與法求等。得八十。俱約之。為步分母子之數。

臨澤測水

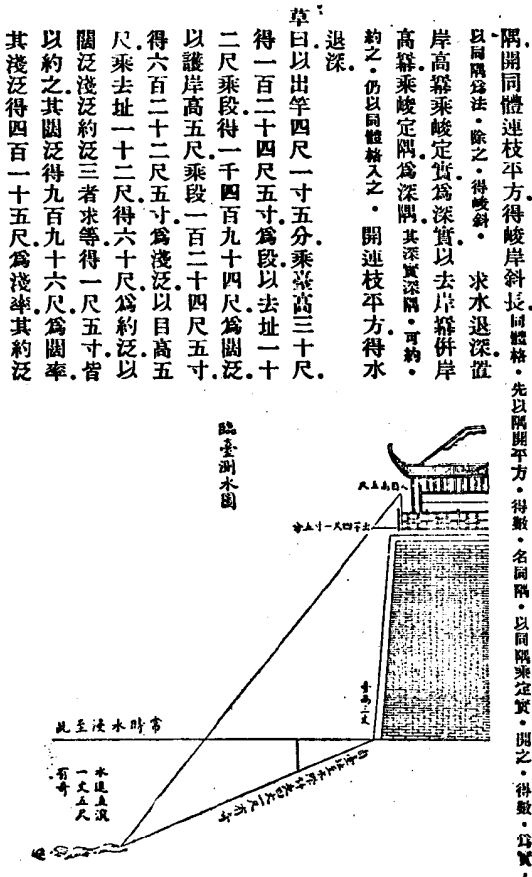
間臨水城。蓋立高三丈。其上架樓。其下址側脚闊二尺。護下排沙下楢。去址一丈二尺。外楢。高五尺。與址下平。遇水漲時。浸至址。今水退。不知多少。人從樓上。欄杆。腰串。間。虛。一竿。出外。斜望水際。得四尺一寸五分。乃與竿端參合。人目高五尺。欲知水退立深。潤岸斜長。自蓋址至水際。各幾何。

答曰。水退立深一丈五尺。一百五十七分之二百三十五。

潤岸自蓋址至水際斜長。四丈一尺。一百五十七分之二百三十七。

術曰。以勾股變法。兼少廣求之。求潤岸斜長。置出竿。乘蓋高。為段。以去基乘段。為闊泛。以岸高乘段。為淺泛。以目高乘去基。為約泛。三泛可約者。約之。為定率。不可約。徑為率。以闊率自乘。為闊率。以淺率自乘。為淺率。併闊泛二。共為峻。復乘闊率於上。以臺高乘上。為峻實。次以闊率乘淺率。為寄。以臺高數乘闊率。又乘約率。得數。內減寄。餘自乘。為峻隅。驗峻實峻隅兩者可約。求等約之。為峻定。實。峻定。隅。深。

草曰。以出竿四尺一寸五分。乘蓋高三十尺。得一百二十四尺五寸。為段。以去址一十二尺乘段。得一千四百九十四尺。為闊泛。以護岸高五尺乘段。得一百二十四尺五寸。得六百二十二尺五寸。為淺泛。以目高五尺乘去址一十二尺。得六十尺。為約泛。以闊泛淺泛約泛三者求等。得一尺五寸。皆以約之。其闊泛得九百九十六尺。為闊率。其淺泛得四百一十五尺。為淺率。其約泛



得四十尺爲約率以開率九百九十六自乘得九十九萬二千一百六尺爲開幕以淺率四百一十五自乘得二十七萬二千二百二十五尺爲淺幕併開淺二幕得一百一十六萬四千二百四十一尺爲峻幕以開幕九十九萬二千一百六尺乘峻幕得九萬一千五百四十九萬四千五百六十九萬九千八百五十六尺於上又以淺幕三十尺自乘得九百爲淺幕乘上得一千三十九萬四千五百一十一億二千九百八十七萬四百尺爲峻實次以開率九百九十六乘淺率四百一十五得四十一萬三千三百四十尺爲寄以淺幕三十尺乘開率九百九十六得二萬九千八百八十尺又乘約率四十得一百一十九萬五千二百內減寄餘七十八萬一千八百六十尺自乘得六千一百一十三億五百五萬九千六百六尺爲峻定實得二萬四千六百四十九尺爲峻定開開同體連枝平方得峻岸至水際斜長驗同體格乃以定開二萬四千六百四十九尺爲實先以一爲開開平方得一百五十七尺爲同體法次以峻定實四千一百九十一萬二千六百七十六尺爲實亦以一爲開開平方得六千四百七十四尺爲同體實實如同體法一百五十七尺而得四十一尺不盡三十七尺與法一百五十七尺求等得一俱以一各約之其法與餘只得此數乃直命之得四丈一尺一百五十七分尺之三十七爲潤岸斜長至水際求退水深置岸高五尺自乘得二十五尺爲岸高幕乘峻定實四千一百九十一萬二千六百七十六尺得一十億四千七百八十一萬六千九百爲深泛以去岸一十二尺自乘得一百四十四尺爲去岸幕併岸高幕

二十五得一百六十九以乘峻定開二萬四千六百四十九得四百一十六萬五千六百八十一尺爲開泛置二泛求等得一百六十九俱約二泛得六百二十萬一百爲定實得二萬四千六百四十九尺爲深定開開連枝平方得水退立深驗同體格乃以深定開二萬四千六百四十九尺爲實先以一爲開開平方得一百五十七尺爲同體法次以深定實六百二十萬一百爲實亦以一爲開開平方得二千四百九十尺爲同體實實如法一百五十七尺而得一十五尺不盡一百三十五尺與法求等得一俱以一各約法餘只得此數乃直命之得一丈五尺一百五十七分尺之一百三十五爲水退立深

出竿則尺	高〇尺	得〇尺	以出竿乘益
國泛則尺	去址〇尺	得〇尺	以去址乘段
淺泛〇尺	護岸則尺	得〇尺	以護岸乘段
得淺泛			

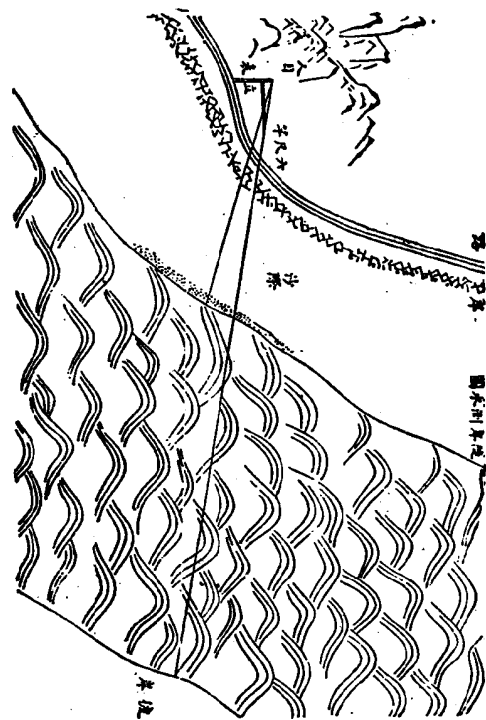
約泛〇尺	去址〇尺	目高則尺	目高乘去址
國泛則尺	淺泛〇尺	約泛〇尺	求等
國率下尺	淺率則尺	約率〇尺	以等約泛得
國率下尺	國率下尺	國率下尺	上乘中得下
淺率則尺	淺率則尺	淺率則尺	上乘中得下

國率下尺	淺率則尺	國率下尺	上併中得下
國率下尺	國率下尺	國率下尺	中乘下得上
國率下尺	國率下尺	國率下尺	上乘中得下
國率下尺	國率下尺	國率下尺	上乘中得下

商丁爲法 深定開 三 T 三	商○爲實 深定實 T=○○ CO	T=○○ OO 深定實 三 T 三	深定 ○ 三 T 三 L X ○○ 深定實 三 T 三
方○	方○	方○	方○
一隔	一隔	一隔	一隔
開得商爲法	開得商爲實	開實各以一 爲開平方	下除中上得 開實

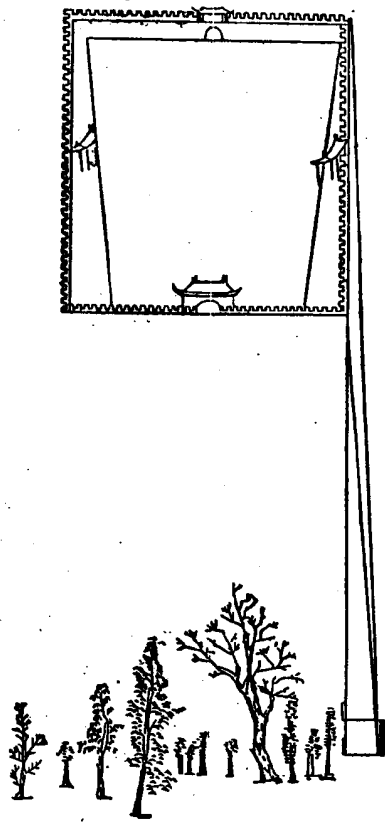
○同數實 三 T 三	高四尺 三 T 三	高四尺 三 T 三	高四尺 三 T 三
以法除實得 后上	等約不盡爲 子等約法數 爲母	等約不盡爲 子等約法數 爲母	等約不盡爲 子等約法數 爲母

○陡岸測水
問行師過水須計寬淺搭造浮橋今垂繩量陡岸高三丈人立其上欲測水面之闊以六尺竿爲矩平持去目下五寸今矩本抵繩遙望水後岸與矩端參相合又望水此岸沙際入矩端三尺四寸人目高五尺其水面闊幾何
答曰水闊二十三丈四尺六寸



術曰以勾股重差求之置矩去目下寸爲法以人目併岸高減去法餘乘入矩端爲實實如法而一得水闊
草曰置矩本去目下五寸爲法以人目高五尺併岸高三丈得三丈五尺通爲寸得三百五十寸減法五寸餘三百四十五寸乘沙際入矩端三十四寸得一萬一千七百三十寸爲實實如法五寸而一得二千三百四十六寸展爲二十三丈四尺六寸爲水闊合問

圖城方望表



數書九章卷八

表望方城

問：城不知廣遠，傍城南山原林間望之，林際有木二株，南北相去一百六十步，遙與城東方面參相直。於二木之東相對立表，表間與木四方平，人自以繩維之，人自東後表，向西行一十步，望城東北隅，入東前表一十五步，又望城東南隅，入東前表四十八步，驗半步，里法三百六十步，欲知其方廣及相去幾何。

答曰：城方廣各一十二里三百二十步。
城去木九里三百二十步。
陶具于后。

魯郡 秦九韶

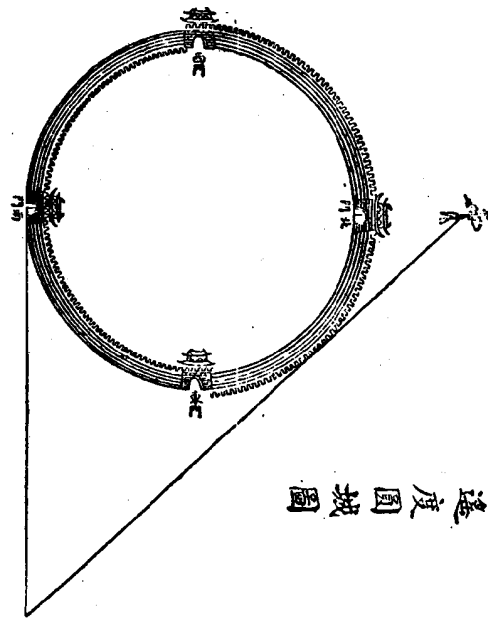
術曰：以勾股重差求之。置城東南隅景入表，減表間餘乘表間，為城去木實。以西行步減城東北隅景入表，餘為法，得城去木數。以城東北隅景入表，減表間餘乘表間，為廣實。實如前法而一，得城廣數。草曰：以西行一十步，減東北隅入表一十五步，餘五步，為法。以城東南隅景入表四十八步，七分半，減表間一百六十步，餘一百一十一步二分半，乘表間一百六十步，得一萬七千八百，為城去木實。以法五次除之，得三千五百六十步。以里法三百六十約之，得九里三百二十步，為城去北株木里及步數。次置城東北隅景入表一十五步，減表間一百六十步，餘一百四十五步，乘表間一百六十步，得二萬三千二百，為城廣實。以前法五分步除之，得四千六百四十步，以里法三百六十約之，為一十二里三百二十步，即城方廣里數及步數合開。

○遙度圓城

問：有圓城不知周徑，四門中開，北外三里，有喬木，出南門便折東行九里，乃見木，欲知城周徑各幾何，用古法。

答曰：徑九里，周二十七里。

術曰：以勾股差率求之。一為從開，伍因北外里，為從七廉。置北里器，八因，為從五廉。以北里器為正率，以東行器為負率，二率差四，因乘北里，為益從三廉。倍負率，乘五廉，為益上廉。以北里乘上廉，為實。開玲瓏九乘方，得數，自乘，為徑，以三因，徑得周。



上從隔	副因率	大北里	下從七廉
北北里	北北里	正率	副因率
二從五廉	副東行步	副東行步	三從一廉
正率	三從一廉	二從一廉	副因率
二從一廉	副北里	三從一廉	副北里
三從一廉	副得數	三從一廉	副得數
三從一廉	副得數	三從一廉	副得數

以副乘次得下
以上乘副得次
以次乘下得后
以上乘副得次
以次乘下得后
以上乘副得次
以次乘下得后
以上乘副得次
以次乘下得后





























已上係求率圖	以後係開方圖
一上開益上廉	北北里
三三三三三	三三三三三
○	○
實	以上乘副得次








○商正	○商正	○商正	○商正
三三三三三	三三三三三	三三三三三	三三三三三
○方虛	○方虛	○方虛	○方虛
一上上廉	一上上廉	一上上廉	一上上廉
○大廉	○大廉	○大廉	○大廉
益才廉	益才廉	益才廉	益才廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二
○維廉	○維廉	○維廉	○維廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二
○行廉	○行廉	○行廉	○行廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二
○交廉	○交廉	○交廉	○交廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二

約實商三里
以商生隔得下
以商生下廉
得星廉
以商生星廉得
交廉

○商	○商	○商	○商
三三三三三	三三三三三	三三三三三	三三三三三
○方	○方	○方	○方
一上上廉	一上上廉	一上上廉	一上上廉
○大廉	○大廉	○大廉	○大廉
益才廉	益才廉	益才廉	益才廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二
○維廉	○維廉	○維廉	○維廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二
○行廉	○行廉	○行廉	○行廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二
○交廉	○交廉	○交廉	○交廉
二二二二二	二二二二二	二二二二二	二二二二二

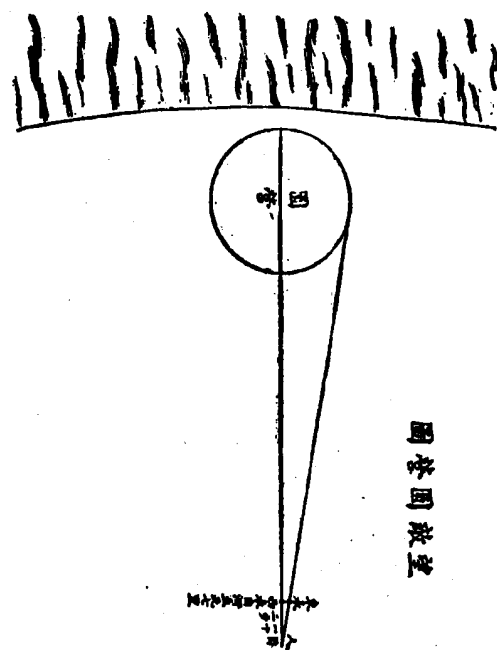
以商生交廉入
行廉
以商生行廉得
維廉
以商生維廉得
才廉
以益才廉消從
才廉餘是從才
廉

      	      	      	      
<p>從上廉</p> <p>以商生從上廉 得從方</p>	<p>從上廉</p> <p>以商生從上廉 得從方</p>	<p>次廉</p> <p>以商生次廉 得從上廉</p>	<p>次廉</p> <p>以商生次廉 得</p>

      	<p>乃以從方命上 商除實適盡得 三里</p>
--	---------------------------------








草曰以一爲從隅以五因北三里得一十五里爲從七廉以北三里自乘得九里爲正率以八因率得七十二爲從五廉以東行九里自乘得八十一爲負率以正率九減負率餘七十二爲負差以四因之得二百八十八以乘北三里得八百六十四係負差所乘者爲益三廉倍負率八十一得一百六十二乘五廉七十二得一萬一千六百六十四爲益上廉以北三里乘上廉得三萬四千九百九十二爲實各置實廉隔玲瓏空欄位方廉以約實乘法不可超過乃於實上定商三里其隅與商相生得三爲從下廉又與商相生入從七廉共得二十四爲星廉又與商相生得七十二爲從六廉又與商相生入五廉內共得二百八十八又與商相生得八百六十四爲從四廉又與商相生得二千五百九十二爲正三廉內消益三廉八百六十四訖餘一千七百二十八爲從三廉又與商相生得五千一百八十四爲從二廉又與商相生得一萬五千五百五十二爲正上廉內消益上廉一萬一千六百六十四訖餘三千八百八十八爲從上廉又與商相生得一萬一千六百六十四爲從方乃命上商三里除實適盡所得三里以自乘之得九里爲城圓徑之里數又以古法圓率三因之得二十七爲城周

○望敵圖答



圖本國設望

問敵隨河爲圓營不知大小自河南岸至某地七里於其地立兩表相去二步其西表與敵營南北相直人退西表一十二步遙望東表適與敵營圓邊參合圓法用密率里法三百六十步欲知其營周及徑各幾何

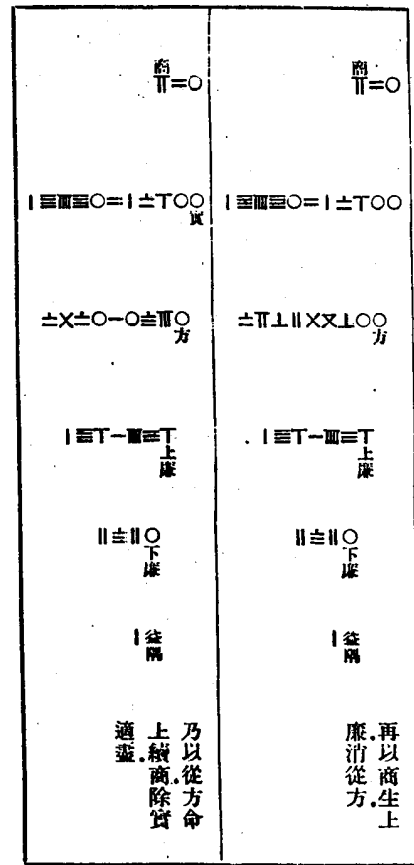
      	<p>得○步</p> <p>得○步</p> <p>得○步</p> <p>得○步</p> <p>得○步</p> <p>得○步</p> <p>得○步</p>
---	--

<p>數書九章 卷八</p> <p>一九三</p> <p>同前各進。</p>	<p>空方一進。從上廉二進。空下廉三進。益隅四進。</p>	<p>以等。約三泛。</p>	<p>置三泛。求等。得一千二百二十五。以約三泛數。</p>	<p>約實。從商七百步。生隅。得下廉。</p>
--	-------------------------------	----------------	-------------------------------	-------------------------

<p>乃以從方命上商。除實。</p>	<p>以商生上廉。得從方。</p>	<p>以益上廉。消從上廉。餘是從上廉。</p>	<p>以商生下廉。得益上廉。</p>	<p>約實。從商七百步。生隅。得下廉。</p>
--------------------	-------------------	-------------------------	--------------------	-------------------------

<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \pm T = XX T 00$ 方</p> <p>$LX \equiv LX$ 上廉</p> <p>$= 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>又以商生下廉，得益上廉。</p>	<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \pm T = XX T 00$ 方</p> <p>$TX \equiv LX$ 上廉</p> <p>$= 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>仍以商復生，隔入下廉。</p>	<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \equiv - \Pi \equiv \equiv 00$ 方</p> <p>$TX \equiv LX$ 上廉</p> <p>$= 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>以商生上廉，入方。</p>	<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \equiv - \Pi \times \Pi 00$ 方</p> <p>$0 X \equiv X LX$ 上廉 <small>從上廉 從上廉</small></p> <p>$= 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>以商生下廉，得益上廉，相消。</p>	<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \equiv - \Pi \equiv \equiv 00$ 方</p> <p>$0 X \equiv X LX$ 上廉</p> <p>$\Pi 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>復以商生隔，入下廉。</p>
---	--	--	--	--

<p>商 $\Pi=0$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\pm \Pi \pm \Pi \times X T 00$ 方</p> <p>$\equiv 0 \equiv \equiv \equiv T$ 上廉</p> <p>$\Pi \pm \Pi 0$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>又以商生下廉，入上廉。</p>	<p>商 $\Pi=0$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\pm \Pi \pm \Pi \times X T 00$ 方</p> <p>$\equiv 0 \equiv \equiv \equiv T$ 上廉</p> <p>$\Pi \pm \Pi 0$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>續以商生隔，入下廉。</p>	<p>商 $\Pi=0$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \pm T = X X T 00$ 方</p> <p>$\equiv 0 \equiv \equiv \equiv T$ 上廉</p> <p>$= \Pi 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>從方一退，上廉再退，下廉三退，益隔四退。</p>	<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \pm T = XX T 00$ 方</p> <p>$\equiv 0 \equiv \equiv \equiv T$ 上廉 <small>從上廉</small></p> <p>$= 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>還以商生隔，入下廉。</p>	<p>商 $\Pi=00$</p> <p>$\equiv \equiv \equiv 0 = \pm T 00$ 實</p> <p>$\Pi \pm T = \equiv \equiv T 00$ 方</p> <p>$TX \equiv LX$ 上廉 <small>從上廉</small></p> <p>$\equiv \Pi 00 00$ 下廉</p> <p>$= 00$ 下廉</p> <p> 益 隔</p> <p>上廉益從相消。</p>
---	--	--	---	--



答曰：營周六里一百一十七步七分步之六。

徑二里。

術曰：以勾股夕榮求之。置表間，自乘，為勾。以退表自乘，為股。併二，為弦。置里通步，自之，乘勾。為商。自乘，為泛。實，半弦，為乘。率，為泛。從上廉，以勾，減股。餘，四約之。自乘，為泛。益。隔。三。泛。可約。約之。為定。開連枝三乘，玲瓏方，得營徑。以密率二十二乘七除，為周。

草曰：置表間二步，自乘得四，為勾。以退表一十二步，自乘得一百四十四，為股。併之，得一百四十八，為弦。置七里，以里法三百六十步通之，得二千五百二十步。自乘得六百三十五萬四千二百五十六萬，為泛。實，乃半弦，得七十四乘率二千五百四十萬一千六百得一十八億七千九百七十一萬八千四百，為泛。從上廉，以勾，減股。餘，一百四十四，以四約之，得三十五。以自乘，得一千二百二十五，為泛。益。隔。置三泛，求等得一千二百二十五，俱以約之，得五千二百六十七。億二千七百五十七萬七千六百，為定。實，一百五十三億四千四百六十四，為從上廉。一為定。益。隔。開玲瓏三乘方，乃以廉，隔超二度，約商，置七百上廉，約一百五十三億。益。隔。為一億，乃以上商生，從廉得七百七億。為益。下廉。又以上商生，益。廉。減。從。廉。餘。一百四十四億四千四百六十四萬。又以上商生，從廉得七百三十一億一千二百四十八萬。為從方。乃命上商除實，餘一百四十九億四千二百一十一萬七千六百。又以上商生，益。隔。入下廉，得一十四億。又以上商生，益。廉。減。從。廉。餘。六億四千四百六十四萬。又以上商生，從廉入方，得七百七十六億二千四百九十六萬。又以上商生，益。隔。入下廉，得二十一億。又以上商生，益。廉。減。從。廉。餘。一百四十億五千五百三十六萬。為益。上廉。又以上商生，益。隔。入下廉，得二十八

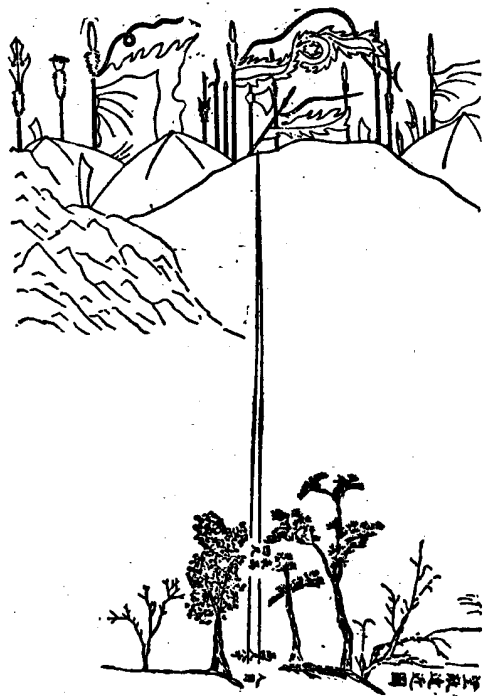
位。諸法皆退。方一退，為七十七億六千二百四十九萬六千。益上廉，再退，為一億四千五百五十三萬三千六百。益下廉，三退，為二百八十萬。益隔，四退，為一萬。乃於上商之次，續商，置二十步，以續商生，入下廉。為二百八十二萬。又以續商生，下廉，入上廉，為一億四千六百一十九萬三千六百。又以續商生，上廉，減從方，餘七十四億七千一百一十八萬八千八百。乃命續商除實，適盡，所得七百二十步。以里法約之，得二里。為營。徑。次以密率二十二乘七百二十，得一萬五千八百四十。為實。以七除之，得二千二百六十七步七分步之六。以里法約得六里一百一十七步七分步之六。為營周。

○置敵遠近

問敵軍處北山下，原不知相去遠近，乃於平地立一表，高四尺。人退表九百步，步後五尺，遙望山原，適與表端參合，人目高四尺八寸，欲知敵軍相去幾何。

答曰：一十二里半。

術曰：以勾股求之。置表，入之。置人目高，以表高減之。餘為法。置退表，乘表高，為實。實如法而一。草曰：置人目高四尺八寸，減表高四尺，餘八寸，為法。置退表九百步，以步法五十寸通之，得四萬五千寸。乘表高四十寸，得一百八十萬寸，為實。如法八寸而一，得二十二萬五千寸，以步法五十寸約之，得四千五百步。為相去步。以里法三百六十步約之，得一十二里半。為敵去表所，合問。



○古池推元

圓有方中圓古池。運坭止餘一角。從外方隅斜至內圓邊。七尺六寸。欲就古跡修之。欲求圓方各幾何。

答曰。池圓徑三丈六尺六寸。四百二十九分寸之四百一十二。

方面三丈六尺六寸。四百二十九分寸之四百一十二。

方斜五丈一尺八寸。四百二十九分寸之四百一十二。

術曰。以少廣求之。投胎術入之。斜自乘倍之。爲實。倍斜爲益方。以半爲從。開投胎平方。得徑。又爲方面。以隅併之。共爲方斜。

草曰。以斜七十六寸自乘。得五千七百七十六。倍之。得一萬一千五百五十二。寸。爲實。倍斜七十六寸。得

一百五十二。爲益方。以半寸爲從。開平方。置實一萬一千五百五十二。於上。益方一百五十二。於中。

從隅五分於下。超步。約得百。乃於實上商置三百寸。方再進。爲一萬五千二百。隅四進。爲五千。以商隅

相生。得一萬五千。爲正。方以消益方一萬五千二百。其益方餘二百。次與商相生。得六百。投入實。得一

萬二千一百五十二。又商隅相生。又得正。方一萬五千。內消負方二百。餘一萬四千八百。爲從方。一

退。爲一千四百八十。以隅再退。爲五十。乃於上商之。次商置六十寸。與隅相生。投入正。方得一。千七

百八十。乃命驗。續商。除實。餘一千四百七十二。次以商生隅。投入正。方爲二千八百。方一退。爲二

百八。隅再退。爲五分。乃於續商之。次。又商置六寸。與隅相生。投入正。方爲二百一十一。乃命商。除實。訖

實不盡二百六寸。不開。爲分子。乃以商生隅。投入正。方。又併隅。共得二百一十四寸五分。爲分母。以分

母分子求等。得五分爲等數。皆以五分約其分子分母之數。爲四百二十九分寸之四百一十二。通命

之。得池圓徑及方面皆三丈六尺六寸四分四九分寸之四百一十二。又倍隅斜七尺六寸。得一丈

五尺二寸。併徑三丈六尺六寸。共得五丈一尺八寸四分四九分寸之四百一十二。爲方斜。

○表望浮圖

圓有浮圖。欲換塔心木。不知其高。去塔六丈。有剝竿。亦不知其高。竿木去地九尺二寸。始釘。銅一

十四枚。枚長五寸。每鋪下股。相去二尺五寸。就竿爲表。人退竿三丈。遙望浮圖尖。適與竿端斜合。又望相

輪之本。其景入鋪第七枚上。股人目去地四尺八寸。心木放三尺。爲橋。斷截。欲求塔高。輪高。合用塔心

木長各幾何。

答曰。塔高一十一丈七尺。相輪高三丈。

塔身高八丈七尺。竿高四丈二尺二寸。

塔心木九丈。內三尺。爲釘穿鑿橋。

術曰。以勾股求之。重差入之。置銅數減一。餘乘鋪相去數。併一枚長數。加竿本。其爲表竿高。以退表爲法。

以人目高減表竿高。餘乘竿去塔。爲實。實如法而一。得數。加表竿高。共爲塔高。置相輪本之銅數減一。

望塔圖

餘乘鋪相去。又乘竿去塔。爲實。實如法而一。得相輪高。以減塔高。餘爲塔身高。以益橋頭尺數。爲塔心木長。

草曰。置鋪一十四枚。減一。餘一十三。以乘鋪相去二尺五寸。得三百二十五

寸。併最上鋪一枚長五寸。得三百三十

寸。又加竿本九尺二寸。共得四百

二十二寸。爲表竿高。以人退表三丈。

通爲三百寸。爲法。次以人目高四尺

八寸。減表竿高四百二十二寸。餘三

百七十四寸。以乘竿去塔六丈。得二

十二萬四千四百寸。爲實。實如法三

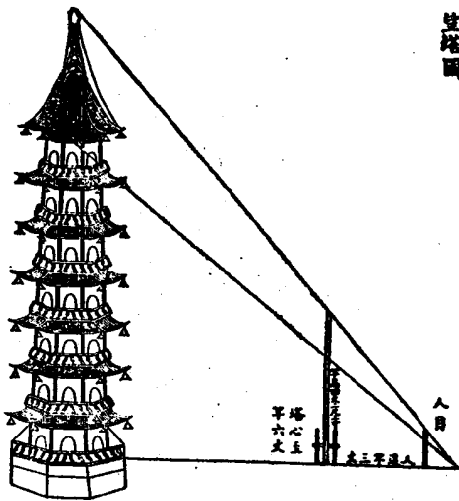
百而一。得七百四十八寸。加表竿高

四百二十二寸。得一千一百七十寸。

以十約之。爲一十一丈七尺。爲塔高。置相輪本入第七鋪。減一。餘六。以乘鋪相去二尺五寸。得一。百五

十寸。又乘竿去塔六丈。得九萬寸。爲實。實如前法三百寸而一。得三百寸。約三丈。得相輪高。以相輪高

三丈。減塔高一十一丈七尺。餘八丈七尺。爲塔身高。益三尺。爲剪截橋頭。共得九丈。爲塔心木長。合圖。



數書九章卷九 賦役類

復邑縮賦

開有海圻縣地。今已復漲。歲久鄉井再成。申請復邑。稱土辨到六鄉。以附郭爲甲。最遠爲己。各有田九等。開具下項。

魯郡 秦九韶

甲鄉共計田一十四萬一百九十三畝三角一十二步。
 上等上田。五千六百七十八畝一角四十八步。
 中田。四千八百九十二畝三十步。
 下田。六千六百二十一畝五十四步。
 中等上田。八千二百二十五畝二十四步。
 中田。一萬三千五十六畝六步。
 下田。一萬六千五百三十畝。
 下等上田。二萬一千九十畝二十四步。
 中田。三萬二千六十畝三歩。

二〇九

數書九章 卷九

數書九章 卷九

三〇

乙鄉。田共計八萬四千一十畝二角二步。
 下田。三萬五千六十一畝三角三歩。
 上等上田。六千七百八十九畝一角三十六歩。
 中田。五千九百八十七畝二角。
 下田。八千一十畝三角三歩。
 中等上田。七千五百四十一畝。
 中田。九千一百二十一畝二角一十二歩。
 下田。一萬九千六十六畝六歩。
 下等上田。一萬八千三十七畝一角六歩。
 中田。九千四百五十六畝三角五十九歩。
 下田。無。

丙鄉。田共計一十二萬九百三十五畝五十八歩五分。
 上等上田。四千八百六十八畝二角三歩。
 中田。五千九百七十九畝三角六歩。
 下田。六千八百八十八畝二角六歩。
 中等上田。七千九百八十四畝一角。
 中田。一萬四千五十六畝一十二歩。
 下田。二萬三千三百三十三畝一十二歩。
 下等上田。二萬七千七百五十五畝一十六歩五分。
 中田。無。
 下田。三萬七十畝三歩。

丁鄉。田共計八萬九千六十六畝二歩三分。
 上等上田。一萬一千一百二畝一歩。
 中田。九千八百七十六畝一角。
 下田。八千七百六十五畝一角三十歩。
 中等上田。七千五百三十九畝三十四歩三分。
 中田。無。
 下田。一萬二千九百八十七畝四十二歩。
 下等上田。無。
 中田。五千四百三十二畝一角六歩。

三二

下山三萬三千三百六十三畝三角九步
戊鄉田共計二十萬四千四百七十四畝一角二十四步四分

上等上田二萬四千六百三十二畝三十九步

中田一萬三千五百二十一畝二十七步

下田九千九百八十八畝三角三步

中等上田八千八百七十七畝五十六步四分

中田一萬一千三百三十三畝三角

下田二萬七千六百七十七畝

下等上田一萬九千八百七十六畝三角六步

中田七萬九千一百三十五畝三角四十三步

下田一萬四十一畝二角三十步

己鄉田共計一十五萬八千四百六十畝三角十八步二分

上等上田無

中田七千七百八十八畝三角五十一步

下田無

中等上田九千九百九十九畝一角六十三步

中田一萬八百三十六畝五十六步

下田無

下等上田三萬二千八百九十九畝一角四十五步六分

中田四萬三千六百七十八畝二角五十七步

下田五萬四千六百七十七畝三角四十五步六分

照得昨來本縣元科苗米一十萬三千五百六十七石八斗四升四合二勺和買一萬三千四百九十八疋一丈七尺三寸七分五釐夏稅九千八百七十六疋三丈二尺六寸五分六釐其六鄉田保三色甲爲上乙丙爲次丁戊己又爲次先令官物爲三差使上比中中比下皆十分外差一次令各鄉九等皆於十分內差一撮用合租額其乙鄉田最肥次丁次甲次丙次己次戊欲知三色等每畝等則及其科數各鄉幾何

荅曰甲鄉上等上田苗三斗二升三合二勺

和一尺六寸九分 稅一尺二寸三分

中田苗二斗九升九勺

和一尺五寸二分 稅一尺一寸一分

數書九章 卷九

下田苗二斗五升八合六勺
和一尺三寸五分 稅九寸九分

中等上田苗二斗二升六合三勺
和一尺一寸八分 稅八寸六分

中田苗一斗九升三合九勺

和一尺一寸 稅七寸四分

下田苗一斗六升一合六勺

和八寸四分 稅六寸二分

下等上田苗一斗二升九合三勺

和六寸七分 稅四寸九分

中田苗九升七合

和五寸一分 稅三寸七分

下田苗六升四合六勺

和四寸四分 稅二寸五分

乙鄉上等上田苗三斗六升三合三勺

和一尺八寸九分 稅一尺三寸九分

中田苗三斗二升七合

和一尺七寸 稅一尺二寸五分

下田苗二斗九升六勺

和一尺五寸二分 稅一尺一寸一分

中等上田苗二斗五升四合三勺

和一尺三寸三分 稅九寸七分

中田苗二斗一升八合

和一尺一寸四分 稅八寸三分

下田苗一斗八升一合六勺

和九寸五分 稅六寸九分

下等上田苗一斗四升五合三勺

和七寸六分 稅五寸五分

中田苗一斗九合

和五寸七分 稅四寸二分

數書九章 卷九

下田苗七升二合七勺。 稅。二寸八分。
 和。三寸八分。
 丙鄉上等上田苗三斗三合五勺。 稅。一尺一寸六分。
 和。一尺五寸八分。
 中田苗二斗七升三合一勺。 稅。一尺四分。
 和。一尺四寸二分。
 下田苗二斗四升二合八勺。 稅。九寸三分。
 和。一尺二寸七分。
 中等上田苗二斗一升二合四勺。 稅。八寸一分。
 和。一尺一寸一分。
 中田苗一斗八升三合。 稅。六寸九分。
 和。九寸五分。
 下田苗一斗五升一合七勺。 稅。五寸八分。
 和。七寸九分。
 下等上田苗一斗二升一合四勺。

和。六寸三分。 稅。四寸六分。
 中田苗九升一合。 稅。三寸五分。
 和。四寸七分。
 下田苗六升七勺。 稅。二寸三分。
 和。三寸二分。
 丁鄉上等上田苗三斗四升三合一勺。 稅。一尺三寸一分。
 和。一尺七寸九分。
 中田苗三斗八合九勺。 稅。一尺一寸八分。
 和。一尺六寸一分。
 下田苗二斗七升四合六勺。 稅。一尺五分。
 和。一尺四寸三分。
 中等上田苗二斗四升二勺。 稅。九寸二分。
 和。一尺二寸五分。
 中田苗二斗五合九勺。 稅。七寸九分。
 和。一尺七分。

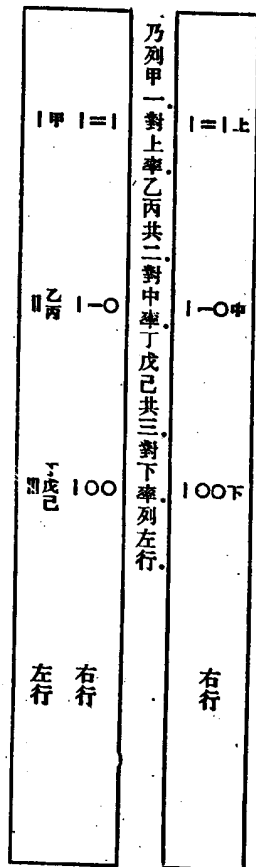
下田苗一斗七升一合七勺。 稅。六寸五分。
 和。八寸九分。
 下等上田苗一斗三升七合三勺。 稅。五寸二分。
 和。七寸二分。
 中田苗一斗三合。 稅。三寸九分。
 和。五寸四分。
 下田苗六升八合六勺。 稅。二寸六分。
 和。三寸六分。
 戊鄉上等上田苗一斗五升三合一勺。 稅。五寸九分。
 和。八寸。
 中田苗一斗三升八合四勺。 稅。五寸三分。
 和。七寸二分。
 下田苗一斗二升三合。 稅。四寸七分。
 和。六寸四分。
 中等上田苗一斗七合七勺。

和。五寸六分。 稅。四寸一分。
 中田苗九升二合三勺。 稅。三寸五分。
 和。四寸八分。
 下田苗七升六合九勺。 稅。二寸九分。
 和。四寸。
 下等上田苗六升一合五勺。 稅。二寸三分。
 和。三寸二分。
 中田苗四升六合一勺。 稅。一尺八分。
 和。二寸四分。
 下田苗三升八勺。 稅。一尺二分。
 和。一尺六分。
 己鄉上等上田苗二斗八升二合一勺。 稅。一尺八分。
 和。一尺四寸七分。
 中田苗二斗五升三合九勺。 稅。九寸七分。
 和。一尺三寸二分。

下田苗二斗二升五合七勺。 稅八寸六分。
 和一尺一寸八分。 稅八寸六分。
 中等上田苗一斗九升七合五勺。 稅七寸五分。
 和一尺三分。 稅七寸五分。
 中田苗一斗六升九合三勺。 稅六寸五分。
 和八寸八分。 稅六寸五分。
 下田苗一斗四升一合一勺。 稅五寸四分。
 和七寸四分。 稅五寸四分。
 下等上田苗一斗一升二合九勺。 稅四寸三分。
 和五寸九分。 稅四寸三分。
 中田苗八升四合六勺。 稅三寸二分。
 和四寸四分。 稅三寸二分。
 下田苗五升六合四勺。 稅二寸二分。
 和二寸九分。 稅二寸二分。
 甲鄉苗米一萬九千五百五十七石二斗四升八合三勺。

和買一萬一百九十二丈二尺六寸五分六釐。
 夏稅七千四百五十七丈六尺八寸九分八釐。
 乙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五升三合。
 和買九千二百六十五丈六尺九寸六分。
 夏稅六千七百七十九丈七尺一寸八分。
 丙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五升三合。
 和買九千二百六十五丈六尺九寸六分。
 夏稅六千七百七十九丈七尺一寸八分。
 丁鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三升。
 和買八千四百二十三丈三尺六寸。
 夏稅六千一百六十三丈三尺八寸。
 戊鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三升。
 和買八千四百二十三丈三尺六寸。
 夏稅六千一百六十三丈三尺八寸。
 己鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三升。

和買八千四百二十三丈三尺六寸。
 夏稅六千一百六十三丈三尺八寸。
 術曰以稅分求之。先列本縣色位。自下進行列之。又以鄉數對列而乘之。副併爲法。以除諸官物數。得一
 分之率。以率數乘未併者。各得諸鄉之數。次列各鄉等位。自上等置十分。每以內分進行九折之。至九
 等之。又各以畝步乘之。副併爲鄉法。以除諸各鄉所得官物數。所得爲一分之率。以乘未併者。各得每
 畝稅色。
 草曰列本縣色位三目。下色列十分。中十一分。上比中。身外加一。上得一百二十一。中得一百一十。下得
 一百。爲上中下三率。列之右行。



乃以左行率數。各相對乘右行率數。其上得一百二十一。其中得二百二十。其下得三百。乃副置而併
 之。得六百四十一。爲法。置元科苗米一十萬三千五百六十七石八斗四升四合二勺。爲實。以法除之。
 得一百六十一石五斗七升二合三勺。爲一分之率。以未併下率一百乘。得一萬六千一百五十七
 石二斗三升。爲丁戊己三鄉各科數。以於身下加一。得一萬七千七百七十二石九斗五升三合爲乙
 丙二鄉各科數。又於身下加一。得一萬九千五百五十七石二斗四升八合三勺。爲甲合科數。求和買
 亦用六百四十一爲法。置元科和買一萬三千四百九十八石。以正法四丈通之。得五萬三千九百九
 十二丈內零一丈七尺三寸七分五釐。得五萬三千九百九十三丈七尺三寸七分五釐。爲實。以法除
 之。得八十四丈二尺三寸三分六釐。爲一分之率。以未併下率一百乘。得八千四百二十三丈三
 尺六寸。爲丁戊己三鄉各科數。次於身下加一。得九千二百六十五丈六尺九寸六分。爲乙丙二鄉各
 科數。又於身下加一。得一萬一千九百九十二丈二尺六寸五分六釐。爲甲鄉合科數。求夏稅。亦置六百
 四十一爲法。置元科夏稅九千八百七十六石。以正法四丈通之。得三萬九千五百四丈內零三丈二
 尺六寸五分六釐。得三萬九千五百七十七丈二尺六寸五分六釐。爲實。以法除之。得六十一丈六尺三寸
 三分八釐。爲一分之率。以未併下率一百乘。得六千一百六十三丈三尺八寸。爲丁戊己三鄉各科
 數。次於身下加一。得六千七百七十九丈七尺一寸八分。爲乙丙二鄉各科數。又於身下加一。得七千
 四百五十七丈六尺八寸九分八釐。爲甲鄉數。次列九等。上以十。次九八七六五四三二。各對乘六鄉

九等田畝其田畝下角步以畝法除之得分釐毫絲忽接於畝下對乘之各得率

甲上等上田率五萬六千七百八十四分五釐

中田率四萬四千二十九分二釐五毫

下田率五萬二千九百六十九分八釐

中等上田率五萬七千五百七十五分七釐

中田率六萬二百一十一分一釐五毫

下田率八萬二千六百五十分

下等上田率八萬四千三百六十分四釐

中田率九萬六千一百八十分三釐七絲五忽

下田率七萬一百二十三分五釐二毫五絲

乙上等上田率六萬七千八百九十四分

中田率五萬三千八百八十七分五釐

下田率六萬四千八十六分一釐

中等上田率五萬二千七百八十七分

中田率五萬四千七百二十九分三釐

下田率九萬五千三百三十分一釐二毫五絲

下等上田率七萬二千一百四十九分一釐

中田率二萬八千三百七十分九釐八毫八絲

下田無

丙上等上田率四萬八千六百八十五分一釐二毫五絲

中田率五萬三千八百一十七分九釐七毫五絲

下田率五萬五千一百八分二釐

中等上田率五萬五千八百八十九分七釐五毫

中田率八萬四千三百三十六分三釐

下田率一十一萬六千六百六十五分二釐五毫

下等上田率一十一萬一千二十分二釐七毫五絲

中田無

下田率六萬一百四十分二毫五絲

丁上等上田率二十一萬一千二十分五毫

中田率八萬八千八百八十六分二釐五毫

下田率七萬一百二十三分

中等上田率五萬二千七百七十四分四釐八毫二絲五忽

中田無

下田率六萬四千九百三十五分八釐七毫五絲

下等上田無

中田率一萬六千二百九十六分八釐二毫五絲

下田率六萬六千七百二十七分五釐七毫五絲

戊上等上田率二十四萬六千三百二十一分六釐二毫五絲

中田率一十二萬一千六百九十分一毫二絲五忽

下田率七萬九千九百一十分一釐

中等上田率六萬二千一百四十分六釐四毫五絲

中田率六萬八千二分五釐

下田率一十三萬五千三百三十五分

下等上田率七萬九千五百七分一釐

中田率二十三萬七千四百七分七釐八毫七絲五忽

下田率二萬八千三十三分二釐五毫

己上等上田無

中田率七萬一百六十六分六釐二絲五忽

下田無

中等上田率六萬九千九百九十六分五釐八毫七絲五忽

中田率六萬五千一十七分四釐一毫

下田無

下等上田率一十二萬八千三百五十七分七釐六毫

中田率一十三萬一千三十六分二釐一毫二絲五忽

下田率一十萬八千一百三十五分八釐八毫

併六鄉之九率爲九鄉之法

甲法六十萬四千八百八十三分二釐三毫七絲五忽

乙法四十八萬九千二百三十四分一釐一毫三絲

丙法五十八萬五千六百六十二分九釐

丁法四十七萬七百六十三分五釐七毫五絲

戊法一百五萬三千九十八分二毫。

己法五十七萬二千六百四十四分五釐一毫二絲五忽。

以六鄉法各除諸鄉官物得一分之率。米至圭。帛至忽止。半已上。取。已下。取。

甲鄉苗米三升二合三勺二抄一撮。

和買一尺六分八釐五毫四忽。

夏稅一尺二寸二分三釐二毫八絲。

乙鄉苗米三升六合三勺二抄八撮一圭。

和買一尺八分九釐三毫九絲二忽。

夏稅一尺一寸三分八釐五毫八絲。

丙鄉苗米三升三勺四抄八撮。

和買一尺五分八釐二毫一絲。

夏稅一尺一寸一分五釐七毫五絲。

丁鄉苗米三升四合三勺二抄一撮四圭。

和買一尺七分八釐九毫三絲。

夏稅一尺一寸三分九毫二絲三忽。

戊鄉苗米一升五合三勺八抄二撮。

和買一尺八分一毫九絲二忽。

夏稅五分八釐六毫七絲七忽。

己鄉苗米二升八合二勺一抄五撮一圭。

和買一尺四分七釐九絲六忽。

夏稅一尺一寸七分七釐六毫三絲。

用各鄉雜行數十九八七六五四三。各乘一分之率。為各鄉每畝等則泛數。或自上等上田之則。以

一分之率。累減之。亦得。

甲鄉上等上田苗米三斗二升三合二勺一抄。

和買一尺六寸八分五釐四絲。

夏稅一尺二寸三分三釐八毫。

中田苗米二斗九升八勺八抄九撮。

和買一尺五寸一分六釐五毫三絲六忽。

夏稅一尺一寸九釐五毫二絲。

下田苗米二斗五升八合五勺六抄八撮。

和買一尺三寸四分八釐三絲二忽。

夏稅九寸八分六釐二毫四絲。

中等上田苗米二斗二升六合二勺四抄七撮。

和買一尺一寸七分九釐五毫二絲八忽。

夏稅八寸六分二釐九毫六絲。

中田苗米一斗九升三合九勺二抄六撮。

和買一尺一分一釐二絲四忽。

夏稅七寸三分九釐六毫八絲。

下田苗米一斗六升一合六勺五撮。

和買一尺八寸四分二釐五毫二絲。

夏稅六寸一分六釐四毫。

下等上田苗米一斗二升九合二勺八抄四撮。

和買六寸七分四釐一絲六忽。

夏稅四寸九分三釐一毫二絲。

中田苗米九升六合九勺六抄三撮。

和買五寸五釐五毫一絲二忽。

夏稅三寸六分九釐八毫四絲。

下田苗米六升四合六勺四抄二撮。

和買三寸三分七釐八忽。

夏稅二寸四分六釐五毫六絲。

乙鄉上等上田苗米三斗六升三合二勺八抄。

和買一尺八寸九分三釐九毫二絲。

夏稅一尺三寸八分五釐八毫。

中田苗米三斗二升六合九勺五抄二撮。

和買一尺七寸四釐五毫二絲八忽。

夏稅一尺二寸四分七釐二毫二絲。

下田苗米二斗九升六勺二抄四撮。

和買一尺五寸一分五釐一毫三絲六忽。

夏稅一尺一寸八釐六毫四絲。

中等上田苗米二斗五升四合二勺九抄六撮。

和買一尺三寸二分五釐七毫四絲四忽。
夏稅九寸七分六絲。

中田苗米二斗一升七合九勺六抄八撮。
和買一尺一寸三分六釐三毫五絲二忽。

夏稅八寸三分一釐四毫八絲。
下田苗米一斗八升一合六勺四抄。

和買九寸四分六釐九毫六絲。
夏稅六寸九分二釐九毫。

下等上田苗米一斗四升五合三勺一抄二撮。
和買七寸五分七釐五毫六絲八忽。

夏稅五寸六分四釐三毫二絲。
中田苗米一斗八合九勺八抄四撮。

和買五寸五分八釐一毫七絲六忽。
夏稅四寸一分五釐七毫四絲。

下田苗米七升二合六勺五抄六撮。
和買三寸七分八釐七毫八絲四忽。

夏稅二寸七分七釐一毫六絲。
丙鄉上等上田苗米三斗三合四勺八抄。

和買一尺五寸八分二釐一毫。
夏稅一尺一寸五分七釐五毫。

中田苗米二斗七升三合一勺三抄二撮。
和買一尺四寸二分三釐八毫九絲。

夏稅一尺四分一釐七毫五絲。
下田苗米二斗四升二合七勺八抄四撮。

和買一尺二寸六分五釐六毫八絲。
夏稅九寸二分六釐。

中等上田苗米二斗一升二合四勺三抄六撮。
和買一尺一寸七釐四毫七絲。

夏稅八寸一分二毫五絲。
中田苗米一斗八升二合八抄八撮。

和買九寸四分九釐二毫六絲。
夏稅六寸九分四釐五毫。

下田苗米一斗五升一合七勺四抄。
和買七寸九分一釐五絲。

夏稅五寸七分八釐七毫五絲。
下等上田苗米一斗二升一合三勺九抄二撮。

和買六寸三分二釐八毫四絲。
夏稅四寸六分三釐。

中田苗米九升一合四抄四撮。
和買四寸七分四釐六毫三絲。

夏稅三寸四分七釐二毫。
下田苗米六升六勺九抄六撮。

和買三寸一分六釐四毫二絲。
夏稅二寸三分一釐五毫。

丁鄉上等上田苗米三斗四升三合一勺一抄四撮。
和買一尺七寸八分九釐三毫。

夏稅一尺三寸九釐二毫三絲。
中田苗米三斗八合八勺九抄二撮六圭。

和買一尺六寸一分三毫七絲。
夏稅一尺一寸七分八釐三毫七忽。

下田苗米二斗七升四合五勺七抄一撮二圭。
和買一尺四寸三分一釐四毫四絲。

夏稅一尺四分七釐三毫八絲四忽。
中等上田苗米二斗四升二勺四抄九撮八圭。

和買一尺二寸五分二釐五毫一絲。
夏稅九寸一分六釐四毫六絲一忽。

中田苗米二斗五合九勺二抄八撮四圭。
和買一尺七分三釐五毫八絲。

夏稅七寸八分五釐五毫三絲八忽。
下田苗米一斗七升一合六勺七撮。

和買八寸九分四釐六毫五絲。
 夏稅六寸五分四釐六毫一絲五忽。
 下等上田苗米一斗三升七合二勺八抄五撮六圭。
 和買七寸一分五釐七毫二絲。
 夏稅五寸二分三釐六毫九絲二忽。
 中田苗米一斗二合九勺六抄四撮二圭。
 和買五寸三分六釐七毫九絲。
 夏稅三寸九分二釐七毫六絲九忽。
 下田苗米六升八合六勺四抄二撮八圭。
 和買三寸五分七釐八毫六絲。
 夏稅二寸六分一釐八毫四絲六忽。
 戊鄉上等上田苗米一斗五升三合八勺二抄。
 和買八寸一釐九毫二絲。
 夏稅五寸八分六釐七毫七絲。
 中田苗米一斗三升八合四勺三抄八撮。

和買七寸二分一釐七毫二絲八忽。
 夏稅五寸二分八釐九絲三忽。
 下田苗米一斗二升三合五抄六撮。
 和買六寸四分一釐五毫三絲六忽。
 夏稅四寸六分九釐四毫一絲六忽。
 中等上田苗米一斗七合六勺七抄四撮。
 和買五寸六分一釐三毫四絲四忽。
 夏稅四寸一分七毫三絲九忽。
 中田苗米九升二合二勺九抄二撮。
 和買四寸八分一釐一毫五絲二忽。
 夏稅三寸五分二釐六絲二忽。
 下田苗米七升六合九勺一抄。
 和買四寸九毫六絲。
 夏稅二寸九分三釐三毫八絲五忽。
 下等上田苗米六升一合五勺二抄八撮。

和買三寸二分七毫六絲八忽。
 夏稅二寸三分四釐七毫八忽。
 中田苗米四升六合一勺四抄六撮。
 和買二寸四分五毫七絲六忽。
 夏稅一寸七分六釐三絲一忽。
 下田苗米三升七勺六抄四撮。
 和買一寸六分三毫八絲四忽。
 夏稅一寸一分七釐三毫五絲四忽。
 己鄉上等上田苗米二斗八升二合一勺五抄一撮。
 和買一尺四寸七分九毫六絲。
 夏稅一尺七分六釐三毫。
 中田苗米二斗五升三合九勺三抄五撮九圭。
 和買一尺三寸二分三釐八毫六絲四忽。
 夏稅九寸六分八釐六毫七絲。
 下田苗米二斗二升五合七勺二抄八圭。

和買一尺一寸七分六釐七毫六絲八忽。
 夏稅八寸六分一釐四絲。
 中等上田苗米一斗九升七合五勺五撮七圭。
 和買一尺二分九釐六毫七絲二忽。
 夏稅七寸五分三釐四毫一絲。
 中田苗米一斗六升九合二勺九抄六圭。
 和買八寸八分二釐五毫七絲六忽。
 夏稅六寸四分五釐七毫八絲。
 下田苗米一斗四升一合七抄五撮五圭。
 和買七寸三分五釐四毫八絲。
 夏稅五寸三分八釐一毫五絲。
 下等上田苗米一斗一升二合八勺六抄四圭。
 和買五寸八分八釐三毫八絲四忽。
 夏稅四寸三分五毫二絲。
 中田苗米八升四合六勺四抄五撮三圭。

和買四寸四分一釐二毫八絲八忽。
夏稅三寸二分二釐八毫九絲。
下田苗米五升六合四勺三抄二圭。
和買二寸九分四釐一毫九絲二忽。
夏稅二寸一分五釐二毫六絲。
已上田則苗至勺緡至分收歸爲等則定數。答在前。

數書九章卷十

園田租畝

問有與復園田已成共計三千二十一頃五十一畝一十五步分三等。其上每畝起租六斗中等四斗五升下等四斗中田多上田弱半不及下田太半。欲知三色田畝及各租幾何。

答曰。上田四百七十七頃八畝一十五步。

米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺。

中田六百三十六頃一十畝三角。

米二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺。

下田一千九百八頃三十二畝一角。

米七萬六千三百三十二石九斗。

術曰。以衰分求之。列母子求田率。副併爲法。以其田爲實。實如法而一。得一分之率。以備乘未併者。得三等田。各以起租乘之。各得米。

草曰。置弱半母四爲中率。子三爲上率。以太半子二減母三。餘一。以乘中率四。只得四。爲中法。又以餘一。

乘上率三。只得三。爲上法。次以太半母三。乘中法四。得十二。爲下法。副併三法。得十九。爲法。置田三千二十一頃五十一畝。以畝法二百四十通之。得七千二百五十一萬六千二百四十步。內子一十五步。得七千二百五十一萬六千二百五十五步。爲實。以法一十九除之。得三百八十一萬六千六百四十五步。爲一分之數。以上法三因之。得一千一百四十四萬九千九百三十五步。爲上積。又以中法四因之。得一千五百二十六萬六千五百八十步。爲中積。又以下法一十二乘一分數。得四千五百七十九萬九千七百四十步。爲下積。其三積各以畝法二百四十約之。爲畝。其上田得四百七十七頃八畝一十五步。其中田得六百三十六頃一十畝三角。其下田得一千九百八十二畝一角。各以起租三積。爲三實。其上積一千一百四十四萬九千九百三十五步。乘上租六斗。得六百八十六萬九千九百六十一石。爲實。以畝法二百四十除之。得二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺。其下積四千五百七十九萬九千七百四十步。乘下租四斗。得一千八百三十一萬九千八百九十六石。爲實。以畝法二百四十除之。得七萬六千三百三十二石九斗。爲下田米。

築堤均功

問四縣共築築堤。長三十六里半。甲縣出二千七百八十人。乙縣出一千九百九十人。丙縣出一千六百三十人。丁縣出一千三百二十人。其甲縣先差到一千五百四十四夫。丙縣先差到九百六十五夫。欲知各合賦役。長計幾何。里法三百六十步。

答曰。甲先到人。築二千六百二十八步。計七里一百八步。

丙先到人。築一千六百四十二步。計四里二百二步半。

術曰。以商功求之。置里通步作尺。爲積率。併諸縣人數爲均法。法與率。可約者約之。以科率各乘先到人。爲實。皆如法而一。各得先築里步。爲先賦埋長。其續到人合賦功。準此求之。

草曰。置三十六里五分。以里法三百六十步通之。得一萬三千一百四十步。又以步法五尺乘之。得六萬五千七百尺。爲長率。併甲乙丙丁四縣合科人。得七千七百二十。爲均法。今法與率可求等。得二十以約之。率得三千二百八十五。法得三百八十六。以長率三千二百八十五尺。乘甲縣先到人一千五百四十四夫。得五百七十七萬二千四百尺。爲甲實。實如法三百八十六而一。得一萬三千一百四十四尺。以步

五尺法約之。得二千六百二十八步。爲甲縣先到人所築積步。又以積率三千二百八十五乘丙縣先到人九百六十五夫。得三百一十七萬二千五百尺。爲丙實。實如法三百八十六而一。得八千二百一十二尺五寸。以步法五尺約之。得一千六百四十二步半。爲丙縣先到人所築步。

寬減屯租

問屯租欲議寬減。仍聽以夏麥折納分數。官牛種者。與減二分。私牛種者。與減四分。每歲租設以三分之一。

一許夏折二麥內四分六折色每大麥三石折小麥二石折穀三石五斗屯租舊額官
種一石納租五石私種一石納租三石今某州屯田去年計官私種共九千七百八十二石共合收租穀
三萬九千五百八十六石欲知官私種各數口元額今誠合催成年夏麥秋穀租各幾何

答曰請官種五千一百二十石

私出種四千六百六十二石

元租額共三萬九千五百八十六石

官種二萬五千六百石

私種一萬三千九百八十六石

今減一萬七千一百四十四石

官種五千一百二十石

私種五千五百九十四石四斗

合催二萬八千八百七十一石六斗

官種租二萬四百八十八石

一分折麥計穀六千八百二十六石六斗六升三分之二

四分折大麥二千三百四十四石五斗七升七分之二

六分折小麥二千三百四十四石五斗七升七分之二

二分正色穀一萬三千六百五十三石三斗三升三分之一

私種租八千三百九十一石六斗

一分折麥計穀二千七百九十七石二斗

四分折大麥九百五十九石四升係穀一千一百一十八石八斗八升

六分折小麥九百五十九石四升係穀一千六百七十八石三斗二升

二分正色穀五千五百九十四石四斗

已上成年共計收

夏折穀大麥三千二百九十九石六斗一升七分升之一

小麥三千二百九十九石七斗三升三分升之一

秋正穀一萬九千二百四十七石七斗三升三分升之一

術曰以粟米求之以互易入之列共租共種各以租種率數依本色對之先以各種率互乘諸租驗租數
之少者以乘共種得數減共租餘為實以二租數相減餘為官種法實如法而一得官種以減共種
餘為私種各以租率對乘官私種各得官私種所納租次以減分對乘各納租乃得各減數以減所納
餘為合催租乃分列之先以總折分子乘之各為實並以總分母除之各得折色正色數次置折色數

二位用夏折大小分乘之各得與每折諸率如馬翅列當以多一事者相乘為實以少一事者相乘為
法各得所折大小麥其正色數如故為併本色得成年夏折二麥秋收正穀

草曰列共租三萬九千五百八十六石并共種九千七百八十二石次各以官種一石納租五石私種一
石納租三石各為率對租種本色列之先以種率各一石互乘租數只得共數次驗租數率三石係少
者以乘共種九千七百八十二石得二萬九千三百四十六石為種覆減共租餘一萬二千四百四十五石
種實以租率三減租率五餘二石係官種者為官種法除種實得五千一百二十石為官種以減共種
九千七百八十二石餘四千六百六十二石為私出種以官租率五石私租率三石各對乘官私種得二
萬五千六百石為官種所納租得一萬三千九百八十六石為私種所納租併之得元額租次列官牛
種與減二分私牛種與減四分各對乘所納租數得五千一百二十石為官種減租數得五千五百九
十四石四斗為私種減租數併之得一萬七千一百一十四石四斗為今減數乃以官種減租五千一百二
十石減官種租二萬五千六百餘二萬四百八十石為合催次以私種減租五千五百九十四石四斗減
私種租一萬三千九百八十六石餘八千三百九十一石六斗亦是合催租乃以二等合催租分列之
先以每歲三分之一以子一減分母三得二乃以一及二皆為子各乘合催租其官種者一分租得二
萬四千八百石二分租得四萬九百六十石其私種者一分租得八千三百九十一石六斗二分租得
一萬六千七百八十三石二分並為實此四實並如母三而一其官種一分折得六千八百二十六石

六斗六升零三分升之二及二分正色穀得一萬三千六百五十三石三斗三升三分升之一其私種
一分折色得二千七百九十七石二斗二分正色穀得五千五百九十四石四斗次置官私種各一分
折色數各二位及用夏折四分六分小對乘之通係四位乃併四六得十分約之是並退一位其
官種四分大麥者置折穀六千八百二十六石六斗六升三分之二通分內子得二萬四百八十八
二位上位以四分折之得八千一百九十二石為大麥實下位以六分折之得一萬二千二百八十八
石為小麥實次置私種折穀二千七百九十七石二斗二位上位以四分折之得一千一百一十八
石八斗八升為大麥實下位以六分折之得一千六百七十八石三斗二升為小麥實其圖如后

次列折色每大麥三石折小麥二石小麥二石折穀三石五斗為諸率與大小麥實率四數如馬翅列
之其六分折小麥勿置大麥折率有母者列母

大麥小麥	小麥小麥	大麥小麥	小麥小麥
小麥小麥	小麥小麥	小麥小麥	小麥小麥
官大麥三	官小麥一	私大麥一	私小麥一
官大麥三	官小麥一	私大麥一	私小麥一

官種者。先以大麥率三。乘小麥率二。得六。又乘穀實八千一百九十二石。得四萬九千一百五十二石。爲大麥實。次以小麥率二。乘穀率三。得七石。又乘母得二十一石。爲法除實得二千三百四十四石。五斗七升七分之二。爲官種折大麥數。仍以母三。約本實八千一百九十二石。得二千七百三十三石六斗六升三分之二。爲所折上得大麥數。次以小麥率二。乘穀實一萬二千二百八十八石。得二萬四千五百七十六石。爲小麥實。乃以穀率三。乘母三。得一十石五斗。爲法除實得二千三百四十四石五斗七升七分之二。爲官種折小麥數。仍以母三。約本實一萬二千二百八十八石。得四千九十六石。爲所折上得小麥數。

私種者。先以大麥率三。乘小麥率二。得六。又乘穀數一千一百一十八石八斗八升。得六千七百一十三石二斗八升。爲實。乃以小麥率二。乘穀率三。得七石。爲法除之。得九百五十九石四升。爲私種折大麥數。次以小麥率二。乘穀率一千六百七十八石三斗二升。得三千三百五十六石六斗四升。爲實。以穀率三。乘五斗。爲法除之。得九百五十九石四升。爲私種折小麥數。次以官種四分大麥二千三百四十四石五斗七升七分之二。爲成折大麥數。次以官種六分小麥二千三百四十四石五斗九十九石六斗一升七分之二。爲成折小麥數。次以官種二分正色穀一萬三千六百五十三石三斗三升三分之一。併私種正色穀五千五百九十四石四斗。得一萬九千二百四十七石七斗三升三分之一。合圖。

○戶田均寬

開州郡寬值。近將某縣下三等稅戶秋科餘欠錢米。已與獨放共錢一千三百五十五貫七百六文。米五千二百七十二石一斗九升。其本縣下等物力計三萬七千六百五十八貫五百文。今來官員陳述本縣多有樂輸無欠之戶。今蒙獨放稅尾。似反寬潤頑輸之戶。於理未均。遂議將樂輸三等戶。於明年兩稅。與照昨來體例減免。契勘得三等無欠戶物力二十二萬八千一百一十五貫三百二十一文。欲知每百文合減免錢米。及其減各幾何。答曰。每物力一百文。放錢三文六分。放米一升四合。

明年兩稅放

放錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五釐六毫。米三萬九百一十四石一斗四升四合九勺四抄。術曰。以粟米衰分求之。置元物力爲法。除元放錢米。得每百文物力所放錢米率。以各率乘今來物力。各得錢米。爲明年兩稅合放數。

伯文上得一文爲商。除得三文六分。爲物力伯文所放錢率。次除元放米五千二百七十二石一斗九升。得一升四合。爲物力百文所放米率。以今三等戶物力二十二萬八千一百一十五貫三百二十一文。備乘所放錢米二率。得錢七千九百四十九貫三百五十一文五分五釐六毫。得米三萬九百一十四石一斗四升四合九勺四抄。爲明年兩稅合放數。

○均科綿稅

開縣科綿有五等戶。共一萬一千三十三戶。共科綿八萬八千三百三十七兩六錢。上等一十二戶。副等八十七戶。中等四百六十四戶。次等二千三十五戶。下等八千四百三十五戶。欲令上三等折半。差下二等比中等。六四折差。科率求之。各戶納及各等幾何。答曰。上等一戶。一百二十四兩。副等一戶。六十二兩。中等一戶。三十一兩。次等一戶。一十二兩四錢。

一千三十五戶計二萬五千二百三十四兩。
 下等一戶。四兩九錢六分。
 八千四百三十五戶。計四萬一千八百三十七兩六錢。

術曰。列五等戶數。先以四折下等數。加次等戶。又以四折之。加中等戶數。卻以半折之。加二等戶。又以半折之。加上等戶數。不折。便爲法。除科綿得上等一戶之綿。復半之。爲副等。又半之。爲中等。又四折之。爲次等。又四折之。爲下等。各一戶。綿。卻各以戶數乘之。各得五等其出綿。具圖折之。

一	上
三	副
三	中
二	次
三	下
〇	分

一	上
三	副
三	中
二	次
三	下

草曰。先置下等戶八千四百三十五。以四折之。得三千三百七十四。乃以得數。併入次戶二千三十五內。得五千四百九戶。訖。

又以四折次數五千四百九得二千一百六十三戶六分。

一上	三下	上中	四下	分
○	○	○	○	○

乃以得次數併入中戶四百六十四內共得二千六百二十七戶六分。

一上	三下	上中	上上	次
○	○	○	○	○

次以五分析中數二千六百二十七戶六分得數。

一上	三下	上中	上上	中
○	○	○	○	○

次以得數一千三百一十三戶八分併副戶八十七得一千四百戶八分。

一上	三下	上中	上上	中
○	○	○	○	○

又以五折副數一千四百戶八分得七百戶四分既得數。

一上	三下	上中	上上	次
○	○	○	○	○

乃以副數七百戶四分併上戶一十二戶得七百一十二戶四分不折便以爲法。

一上	三下	上中	上上	次
○	○	○	○	○

異折至上等共得七百一十二戶四分以爲總法乃置料綿八萬八千三百三十七兩六錢爲實如法七百一十二戶四分而得一萬二千四百兩爲上等一戶所出綿以五折之得六十二兩副等一戶所出綿又五折之得三十一兩爲中等一戶所出綿乃以四折之得一十二兩四錢爲次等一戶所出綿又以四折之得四兩九錢六分爲下一戶所出綿乃以各等戶數各乘一戶所出即各得每等共數之綿。

○戶稅移割

問某縣據甲稱本戶田地元納苗三十石七斗和買本色一十一疋二丈二尺九寸四分八釐七毫五絲折帛二十七疋二寸一分三釐七毫五絲袖絹折帛八疋三丈九尺七寸三分九釐袖絹本色二十疋二丈八尺九寸三分九釐已將田四百七畝出與乙五百一十六畝出與丙訖乞移割本戶所出田上稅賦歸併乙丙兩戶稅納會到乙元有田三百七十五畝丙元有田四百三十六畝並保本鄉本等每畝苗三升五合稅一尺一寸五分物力一貫二百本等地袖一尺三寸四分物力九百物力三十二貫數和買一疋內三分本色七分折帛夏稅七分本色三分折帛袖五分本色五分折帛併絹袖欲知甲田地及甲乙丙分割合納苗米和買夏稅折帛本色疋零各幾何。

答曰甲元有田一千二十畝。

地一十一畝二角四十八步。

甲今有田九十七畝。

苗米三石三斗九升五合。

夏稅折帛三丈三尺四寸六分五釐。

本色一疋。

疋零三丈八尺八分五釐。

物力一百一十六貫四百文。

地一十一畝二角四十八步。

稅袖折帛七尺八寸三分九釐。

稅袖疋零七尺八寸三分九釐。

物力一十貫五百三十文。

田地共物力一百二十六貫九百三十文。

和買折帛二疋三丈一尺六分三釐七毫五絲。

本色一疋。

疋零七尺五寸九分八釐七毫五絲。

乙今有田七百八十二畝。

苗米二十七石三斗七升。
夏稅折帛六疋二丈九尺七寸九分。

本色一十五疋。

畸零二丈九尺五寸一分。

物力九百三十八貫四百文。

和買折帛二十疋二丈一尺一寸。

本色八疋。

畸零三丈一尺九寸。

丙今有田九百七十九畝。

苗米三十四石二斗六升五合。

夏稅折帛八疋一丈七尺七寸五分五釐。

本色一十九疋。

畸零二丈八尺九分五釐。

物力一千一百七十四貫八百文。

和買折帛二十五疋二丈七尺九寸五分。

本色一十一疋。

畸零五寸五分。

術曰以粟米及糞分求之。置甲元納米爲實。以每畝苗爲法。除之得甲元有田。以乘每畝稅得田絹。次以甲絹本色折帛併之內減田絹。餘爲地絹。以每約約之得甲元有地。次以甲出田併乙丙元有田。各得三戶今有田地各以等則乘之。各得物力苗稅。次以每疋物力率約各戶共物力。得和買副之三分因之。退位爲和本七分因之。退位爲和折。夏稅反其分而因之。退之。絹以半之。併入稅各得。

草曰置甲元納米三十五石七斗。爲實。每畝以苗三升五合爲法。除之得一千二十畝爲甲元有田。以乘每畝稅一尺一寸五分得一百一十七丈三尺。爲絹積尺。次以甲元納絹折帛八疋三丈九尺七寸三分九釐併絹本色二十疋二丈八尺九寸三分九釐得二十九疋二丈八尺六寸七分八釐以正法四丈通疋數。內卷丈得一百一十八丈八尺六寸七分八釐。內減田絹積丈尺一百一十七丈三尺。餘一丈五尺六寸七分八釐。爲甲地絹。以每畝絹一尺三寸四分納之。得十一畝七分。其畝下七分。倍之得一百四十身下加二得一百六十八步。以六十步納之得二角零四十八步。通得一十一畝二角四十八步。爲甲元有地。乃以甲所出四百七畝及五百一十六畝併得九百二十三畝。減元有一千二十畝。餘九十七畝。爲甲今有田。并元地。次以甲出田四百七畝併乙元有田三百七十五畝。共得七百八十二畝。爲乙今有田。次以甲所出田五百一十六畝併丙元有田四百六十三畝。共得九百七十

九畝。爲丙今有田。各列三戶今有田地數于右行。副之。先以每畝苗三升五合。偏乘右行。甲得三石三斗九升五合。乙得二十七石三斗七升。丙得三十四石二斗六升五合。爲本戶苗米。次以每畝稅一尺一寸五分。偏乘左副行。甲得一十一丈一尺五寸五分。乙得八十九丈九尺三寸。丙得一百一十二丈五尺八寸五分。各爲丈積。各列二位。皆以三分因上位。七分因下位。並退一位。即是自下三七折之。又各以四丈約丈積成疋。其甲得三丈三尺四寸六分五釐。爲夏稅折帛。又得一疋三丈八尺八分五釐。爲夏稅本色。其乙得六疋二丈九尺七寸九分。爲夏稅折帛。又得一十五疋二丈九尺五寸一分。爲夏稅本色。其丙得八疋一丈七尺七寸五分五釐。爲夏稅折帛。得一十九疋二丈八尺九分五釐。爲夏稅本色。次以田力一貫二百。偏乘右副行。并以地物力乘甲元地及絹。甲得一百一十六貫四百。乙得九百三十八貫四百。丙得一千一百七十四貫八百。各爲田物力。其甲又置一十一畝七分。以乘地絹一尺三寸四分。得一丈五尺六寸七分八釐。爲甲地絹。半之。得七尺八寸三分九釐。各爲折絹本色。又以甲地乘物力九百。得一十貫五百三十。爲甲地物力。併田物力一百一十六貫四百。共得一百二十六貫九百三十文。爲甲物力。列甲乙丙三戶共物力。各爲實。皆以物力和買率三十二貫爲法。除之。甲得三疋九分六釐六毫五絲六忽二微五塵。乙得二十九疋三分二釐五毫丙得三十六疋七分一釐二毫五絲各爲和買率。亦各列二位。各以七三折之。其上位七折者。爲和買折帛。下位三折者。爲和買本色。折訖。其甲得二疋七尺七寸七分七釐六毫五絲九忽三微七塵五沙。爲和買折帛。又得一疋一分八釐九

毫九絲六忽八微七塵五沙。爲和買本色。乙得二十疋五分二釐七毫五絲。爲和買折帛。又得八疋七分九釐七毫五絲。爲和買本色。丙得二十五疋六分九釐八毫七絲五忽。爲和買折帛。又得一十一疋一釐三毫七絲五忽。爲和買本色。各率除疋外。乃以疋下分毫皆以四因之。收爲丈尺寸分。甲得和買折帛二疋三丈一尺六分三釐七毫五絲。本色一疋七尺五寸九分八釐七毫五絲。乙得和買折帛二十疋二丈一尺一寸。本色八疋三丈一尺九寸。丙得和買折帛二十五疋二丈七尺九寸五分。本色一十一疋五寸五分。爲各戶和買數疋分本色下畸零數。合問。

○移運均勞分卸糧糶考
問今起夫移運邊餉。於某郡交納。合起一萬二千夫。甲州有三縣。上縣力五十七萬三千二百五十九貫五百文。至輸所九百二十五里。中縣力五十萬四千九百八十三貫七百八十八文。至輸所六百五十二里。下縣力四十九萬八千七百六十貫九百五十五文。至輸所四百六十五里。乙軍備郡一縣五鄉。仁鄉力一十二萬八千三百七十一貫九百八十八文。至輸所七百六里。義鄉力一十一萬九千四百七十二貫六百文。至輸所七百九十五里。禮鄉力一十萬八千四百六十三貫五十五文。至輸所七百九十里。智鄉力八萬四千二百三十六貫二百八十五文。至輸所七百四十九里。信鄉力九千三百四十五貫一百六十文。至輸所八百四里。欲知以物力多寡道里遠近均運之。令勞費等各合科夫幾何。
答曰甲州上縣。差二千四百三十夫。

中縣差三千三十七夫。
 下縣差四千二百六夫。
 乙軍郭縣

仁鄉七百一十三夫。
 義鄉五百八十九夫。
 禮鄉五百三十八夫。
 智鄉四百四十一夫。
 信鄉四十六夫。

術曰以均輸求之。置各縣及鄉力。皆如里而一。不盡者約之。復通分內子。互乘之。或就母邊退之。各得變力。可約約之。爲定力。副併爲法。以合起夫。循乘未併定力。各得爲實。並如前法而一。各得夫。其餘分權之。

草曰置甲州三縣及乙軍五鄉物力里數。作八行列之。具圖于后。

上縣 文 一〇〇〇〇〇〇	中縣 文 一〇〇〇〇〇〇	下縣 文 一〇〇〇〇〇〇	仁鄉 〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇

數書九章 卷十

二六一

義鄉 文 一〇〇〇〇〇〇	智鄉 文 一〇〇〇〇〇〇	禮鄉 文 一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇

信鄉 文 一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇

草曰置上縣力五十七萬三千二百五十九萬五百文。如九百二十五里而一。得力六十一萬九千七百四十。置中縣力五十四萬四千九百八十三萬七百八十文。如六百五十二里而一。得力七十七萬四千五百一十五。置下縣力四十九萬八千七百六十九萬九百五十文。如四百六十五里而一。得力一百七萬二千六百四。不盡九十文。與法求等。得十五。約之。得三十一分之六。置仁鄉一十二萬八千三百七十一。置九百八十。如七百六里而一。得力一十八萬一千八百三十三。置義鄉一十一萬九千四百七十二。置六百文。如七百九十五里而一。得力一十五萬二千八百八十。置禮鄉一十萬八千四百六十三。置五百文。如七百九十而一。得力一十三萬七千二百九十五。置智鄉八萬四千二百三十六。置二百八十五文。如七百四十九里而一。得力一十一萬二千四百六十五。置信鄉九千三百四十五。置一百六十文。如八百四里而一。得力一萬一千六百二十三。不盡二百六十八文。與法求等。得二百六十八。約爲三分之一。其下縣信鄉二處。帶母子者。各以母互循乘八處。所得畢。二處各內本子上。得五千七百六十三。五千八百二十。中得七千二百二十九萬九千八百九十五。下得九千九百七十五萬二千一百九十九。仁得

數書九章 卷十

二六三

一千六百九十一萬一百九十。義得一千三百九十七萬六千四百。禮得一千二百七十六萬八千四百三十五。智得一千四十五萬九千二百四十五。信得一百八十九萬七千七百七十九。已上爲三縣五鄉變力率。可約者復求等約之。求以五約之。上得一千一百五十二萬七千一百六十四。中得一千四百四十萬五千九百七十九。下得一千九百九十五萬四百三十八。仁得三百三十八萬二千三百三十八。義得二百七十九萬五千二百八十八。禮得二百五十五萬三千六百八十七。智得二百九萬一千八百四十九。信得二十一萬六千一百九十四。已上並爲定力。副併八處定力。得五千六百九十二萬二千五百五十七。爲法以合起一萬二千夫。遍乘定力。訖。上得一千三百八十三億二千五百九十六萬八千爲實。中得一千七百二十八億七千一百七十四萬八千爲中實。下得二千三百九十四億五百二十五萬六千爲下實。仁得四百五億八千四百四十五萬六千爲仁實。義得三百三十五億四千二百四十九萬六千爲義實。禮得三百六億四千四百二十四萬四千爲禮實。智得二百五十一億二千一百一十八萬八千爲智實。信得二十五億九千四百三十二萬八千爲信實。已上八實。皆如前法而一。上縣得二千四百三十夫。不盡四百一十五萬四千四百九十。中縣得三千三十六夫。不盡五千四百八十六萬四千九百四十八。下縣得四千二百五夫。不盡四千五百九十九萬三千八百一十五。並爲一夫。仁鄉得七百一十二夫。不盡五千五百五十九萬五千四百一十六。並爲一夫。義鄉得五百八十九夫。不盡一千五百一十萬九千九百二十七。並爲一夫。禮鄉得五百三十八夫。不盡一千九百九十九萬八千三百三十四。並爲一夫。智鄉得四百四十夫。不盡五千六百二十六萬二千九百二十。並爲一夫。信鄉得四十五夫。不盡三千二百八十一萬二千九百三十五。並爲一夫。合問。

○均定勸分

問欲勸糶賑濟。據甲民物力畝步排定。共計一百六十二戶。作九等。上等三戶。第二等五戶。第三等七戶。第四等八戶。第五等十三戶。第六等二十一戶。第七等二十六戶。第八等三十四戶。第九等四十五戶。今先勸諭第一等上戶願糶五千石。第九等戶願糶二百石。欲知各等拋差石數。并總認米數。各幾何。

答曰。總認米二十三萬七千六百石。

上等一戶米五千石。

三月計一萬五千石。

二等一戶米四千四百石。

五月計二萬二千石。

三等一戶米三千八百石。

七月計二萬六千六百石。

四等一戶米三千二百石。

八戶計二萬五千六百石。
 五等一戶米二千六百石。
 一十三戶計三萬三千八百石。
 六等一戶米二千石。
 二十一戶計四萬二千石。
 七等一戶米一千四百石。
 二十六戶計三萬六千四百石。
 八等一戶米八百石。
 三十四戶計二萬七千二百石。
 九等一戶米二百石。
 四十五戶計九千石。

術曰。以表分求之。置上下戶米。減餘爲實。列等數減一。餘爲法。除之。得拋差石數。以差累減上等米。各得諸等米。以各等戶數乘之。併之爲總數。

草曰。置上等戶米五千石。減下等戶二百戶。餘四千八百石。爲實。以九等減一。餘八。爲法。除實。得六百石。爲每等拋差。用減上等。餘四千四百石。爲二等米。又減六百。得三千八百石。爲三等米。又減六百。得三千二百石。爲四等米。又減六百。得二千六百石。爲五等米。又減六百。得二千石。爲六等米。又減六百。得一千四百石。爲七等米。又減六百。得八百石。爲八等米。又減六百。得二百石。爲九等米。又各乘戶數。併之。得總認米石數二十三萬七千六百石。

數書九章卷十一 錢穀類

魯郡 泰九韶

折解輕賣

問有甲乙丙丁四郡各合起上供銀絹。甲郡銀三千二百兩。每兩二貫二百文足。絹六萬四千疋。每疋二貫文足。去京一千里。每擔一里。備錢六文足。其時舊會。每貫五十四文足。乙郡銀二千七百兩。每兩二貫三百文足。絹四萬九千二百疋。每疋二貫四百二十文足。去京九百八十里。每擔一里。備錢四文二分。舊會價五十九文足。丙郡銀四千兩。每兩新會九貫三百文。絹七萬三千六百疋。每疋新會一十貫三百文。去京二千里。每擔一里。備銀八十文。舊會丁郡銀二千二百兩。每兩五十一貫文。舊會絹三萬一千三百疋。每疋五十八貫文。舊會去京一千五百里。每擔一里。備錢一百文。舊會諸郡銀每五百兩。絹每六十疋。新會每五千貫。舊會欲並折新會。均作三限起解。求各郡每限及本色元理折解實用寬餘儲錢各新會幾何。

答曰甲郡合解五十萬一百四十八貫一百四十八文。

初限一十六萬六千七百一十六貫四十九文。

次限一十六萬六千七百一十六貫四十九文。

數書九章 卷十一

二六九

末限一十六萬六千七百一十六貫五十文。

儲錢元理二萬三千八百四十五貫九百二十五文。二十七分文之二十五。

實用二千二百二十二貫八百七十七文。二十七分文之二十一。

寬餘二萬一千六百二十三貫四十八文。二十七分文之四。

乙郡合解四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文。

初限一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文。

次限一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文。

末限一十四萬一千五百五十二貫五百四十三文。

儲錢元理一萬一千五百一十六貫四百二十八文。五十九分文之二十八。

實用一千一百八十五貫一十文。五十九分文之二十。

寬餘一萬三百三十一貫四百一十八文。五十九分文之二十八。

丙郡合解七十九萬五千二百八十貫文。

初限二十六萬五千九百三十三貫三百三十三文。

次限二十六萬五千九百三十三貫三百三十三文。

末限二十六萬五千九百三十三貫三百三十四文。

儲錢元理三萬九千五百九十三貫三十三文。三分文之一。

實用五千八百九十九貫七十二文。

寬餘三萬四千四百一十九貫五百四十一文。三分文之一。

丁郡合解三十九萬八千一百二十六貫文。

初限一十三萬二千七百八十八貫六百六十六文。

次限一十三萬二千七百八十八貫六百六十六文。

末限一十三萬二千七百八十八貫六百六十八文。

儲錢元理一萬六千一百七十三貫五百文。

實用二千三百八十八貫七百五十六文。

寬餘一萬三千七百八十四貫七百四十四文。

術曰以均輸求之。置各郡銀絹。乘各價。併之。歸足元展足為舊會。次以五約舊會。為新會。各得合解錢。以限數除之。得每限錢。不盡併歸末限。次置里數。乘每里儲價。為率。以率乘元銀及元絹。各為儲實。以每擔銀絹率。各為法。實如法。而一。不滿者亦為擔。併之。為元理儲錢。次以率。乘合解錢。為實。乃以錢物每擔率為法。實如法。以減元理儲錢。餘為寬餘儲錢。

問數圖

數書九章 卷十一

二七一

甲○郡銀兩	乙○郡銀兩	丙○郡銀兩	丁○郡銀兩
○銀價足文	○銀價足文	○銀價新會文	○銀價舊會文
○緝足	○緝足	○緝足	○緝足
○緝足文	○緝足文	○緝足新會文	○緝足舊會文
○里	○里	○里	○里
○儲錢	○儲錢	○儲錢	○儲錢
○儲錢會	○儲錢會	○儲錢會	○儲錢會

草曰：置各郡銀兩，乘各價。甲郡銀三千二百兩，乙郡銀二千七百兩，丙郡銀四千兩，丁郡銀二千六百兩。於右行，甲郡銀兩價二貫二百足，乙郡銀兩價二貫三百足，丙郡銀兩價九貫三百新會，丁郡銀兩價五十一貫舊會。於左行，對乘之，甲得七千四百貫足，乙得六千二百一十貫足，丙得三萬七千二百貫新會，丁得十三萬二千六百貫舊會。又列置各郡緝，甲六萬四千足，乙四萬九千二百足，丙七萬三千六百足，丁三萬二千三百五十五足。於右行，各郡緝定價，甲二貫足，乙二貫四百二十足，丙新會十貫三百，丁五十八貫舊會。於左行，亦對乘之，甲得十二萬八千貫足，乙得一十一萬九千六百四十四貫足，丙得七十五萬八千八百貫新會，丁得一百八十五萬八千三百貫舊會。乃併各郡銀緝價，甲共一十三萬五千四百貫足，乙共十二萬五千二百七十四貫足，丙共七十九萬五千二百八十貫新，丁共一百九十九萬六千三百三十貫舊。甲以舊會價五十四文展足錢得二百五十五萬七千四百四十文，乙以舊會價五十九文展足錢得二百一十二萬三千二百八十八貫一百三十六文，丙已係新會，丁係舊會。今甲乙丁俱以五除之，皆為新會，甲得五十五萬一千四百八十八貫一百四十八文，乙得四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文，丙得七十九萬五千二百八十貫文，丁得三十九萬八千一百二十六貫。各為合解錢，以限數三。除之，甲得一十六萬六千七百一十六貫四十九文，為初限次限數，不盡一文，增入次限數內，共得一十六萬六千七百一十六貫五十九文，為末限數。乙得一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文，為初限次限數，不盡一文，增入得一十四萬一千五百五十二貫五百四十三文，為末限數。丙得二十六萬五千九百三十三貫三十三文，為初限次限數，不盡一文，增入得二十六萬五千九百三十三貫三十四文，為末限數。丁得一十三萬二千七百八十八貫六十六文，為初限次限數，不盡二文，增入得一十三萬二千七百八十八貫六十八文，為末限數。各以里數乘儲錢，各為率。

置甲郡一千里，乙郡九百八十里，丙郡二千里，丁郡一千五百里。於右行，次置甲郡儲錢六文，乙郡儲錢四文，二分足。丙郡儲錢八十文，舊會。丁郡儲錢一百舊會。於左行，與右行對乘之，甲得率六貫足，乙得率四貫一百一十六足，丙得率一百六十貫舊，丁得率一百五十貫舊。於右行，以率乘元銀數，各為儲錢。次置甲元銀三千二百兩，乙銀二千七百兩，丙銀四千兩，丁銀二千六百兩。於左行，與右行對乘之，甲得一萬九千二百貫，乙得一萬一千一百一十三貫二百文，丙得六十四萬貫舊，丁得三十九萬貫舊。皆銀儲置於右行，次置甲乙丙丁每擔銀率五百兩，為法。徧除右行，甲得三十八貫四百足，乙得二十二貫二百二十六文四分足，丙得一千二百八十貫舊，丁得七百八十貫舊。為各郡銀儲錢，列寄別行。次置甲元緝六萬四千足，乙緝四萬九千二百足，丙緝七萬三千六百足，丁緝三萬二千三百五十五足。為左行，與右行各率對乘之，甲得三十八萬四千貫足，乙得二十萬二千五百七貫二百足，丙得一萬一千七百七十六貫六千貫舊，丁得四百八十萬五千二百五十五貫。各為緝儲實，次以四郡每擔緝率六十足為法，除之，甲得六千四百貫足，乙得三千三百九十七貫三百四十六文四分足，丙得一十九萬七千五百四十六貫六百六十六文三分文之二舊，丁得八萬八千七百五十五貫。為各郡緝儲錢，併入寄別行。甲得六千四百三十八貫四百足，乙得三千三百九十七貫三百四十六文四分足，丙得一十九萬七千五百四十六貫六百六十六文三分文之二舊，丁得八萬八千七百五十五貫。列右行，其甲舊會價五十四文，五因之得二百七十文足。乙舊會價五十九文，亦五因之得二百九十五文。丙以五丁亦以五於左行，以對約右行，皆為新會，甲得二萬三千八百四十五貫九百二十五文二十七文之二十五，乙得一萬一千五百一十六貫四百二十八文五十九文之二十八，丙得三萬九千五百九貫三百三十三文三分文之一，丁得一萬六千一百七十三貫五百文。並新會係四郡元儲錢，次以元四郡率，對乘四郡合解新會，各為實率。其甲六貫足，乘甲合解錢五十五萬一千四百八十八文，得三十萬八千八百八十八貫。其乙率四貫一百一十六足，乘乙合解錢四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文，得一十七萬七千七百九十九貫九百九十二文。其丙率一百六十貫舊，乘丙合解錢七十九萬五千二百八十八貫，得一千二百七十二萬四千四百八十八貫。其丁率一百五十貫舊，乘丁合解錢三十九萬八千一百二十六貫，得五百九十七萬九千八百九十貫。皆為實，乃以每擔率五千貫為法，而一甲得六百貫一百七十七文足，不盡三千八百八十八貫文。乙得三百四十九貫五百七十八文足，不盡七百九十三貫七百三十二文。丙得二萬五千四百四十八貫九百六十六文，舊會。丁得一萬一千九百四十三貫七百八十文，舊會。為各郡實用，甲以二百七十七文約，乙以二百九十五文約，丙以五百約，為新會。甲二千二百二十二貫八百七十七文，不盡二百一十文。乙一千一百八十五貫一十文，不盡五十五文。丙五千八百九十九貫九十二文，丁二千三百八十八貫七百五十六文。各減元理，甲餘二萬一千六百二十三貫四十八文，乙餘一萬三千三百三十一貫四百一十八文，丙餘三萬四千四百一十九貫五百四十一文，丁餘一萬三千七百八十四貫七百四十四文。

四文合問。

甲銀州 丁銀州 丙銀州 乙銀州	甲銀州 乙銀州 丙銀州 丁銀州	甲銀州 乙銀州 丙銀州 丁銀州	甲銀州 乙銀州 丙銀州 丁銀州
三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇	三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇	三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇	三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇
右行	右行	左行	左行
兩行對乘。	得四郡銀價。 為寄行。	得四郡銀價。 併前寄行。	銀價。 兩行

合解錢 甲文 乙文 丙文 丁文	甲文 乙文 丙文 丁文	甲文 乙文 丙文 丁文	甲文 乙文 丙文 丁文
三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇	三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇	三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇	三〇〇〇〇 二〇〇〇〇 三〇〇〇〇 三〇〇〇〇
左行	左行	右行	右行
兩行對乘。	得三限錢。	得三限錢。	得三限錢。
甲乙丁皆五 約之。	甲乙皆以 會隔約之。	甲乙皆以 會隔約之。	甲乙皆以 會隔約之。

銀錢 三三〇〇〇〇甲	銀錢 一三〇〇〇〇〇〇	甲銀兩 三〇〇〇〇〇	錢各率 上〇〇〇〇文足
銀錢 二二〇〇〇〇乙	一〇一〇〇〇〇〇〇	乙兩 二〇〇〇〇〇	三〇一丁文足
銀錢 一〇〇〇〇〇〇丙	一〇〇〇〇〇〇〇〇	丙兩 三〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇文舊
銀錢 二〇〇〇〇〇〇丁	三〇〇〇〇〇〇〇〇	丁兩 一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇文舊
	法銀兩	左行	兩行對乘
寄別行			右行

銀錢 三三〇〇〇〇甲	銀錢 一三〇〇〇〇〇〇	甲銀兩 三〇〇〇〇〇	錢各率 上〇〇〇〇文足
銀錢 二二〇〇〇〇乙	一〇一〇〇〇〇〇〇	乙兩 二〇〇〇〇〇	三〇一丁文足
銀錢 一〇〇〇〇〇〇丙	一〇〇〇〇〇〇〇〇	丙兩 三〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇文舊
銀錢 二〇〇〇〇〇〇丁	三〇〇〇〇〇〇〇〇	丁兩 一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇文舊
	法上〇足	左行	兩行對乘
寄別行			右行

銀錢 三三〇〇〇〇甲	銀錢 一三〇〇〇〇〇〇	甲銀兩 三〇〇〇〇〇	錢各率 上〇〇〇〇文足
銀錢 二二〇〇〇〇乙	一〇一〇〇〇〇〇〇	乙兩 二〇〇〇〇〇	三〇一丁文足
銀錢 一〇〇〇〇〇〇丙	一〇〇〇〇〇〇〇〇	丙兩 三〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇文舊
銀錢 二〇〇〇〇〇〇丁	三〇〇〇〇〇〇〇〇	丁兩 一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇文舊
	法銀兩	左行	兩行對乘
寄別行			右行

今欲總右行足錢舊會皆為新會故以五得乘甲陌五十四得二百七十七乙陌五十九得二百九十五

銀錢 三三〇〇〇〇甲	銀錢 一三〇〇〇〇〇〇	甲銀兩 三〇〇〇〇〇	錢各率 上〇〇〇〇文足
銀錢 二二〇〇〇〇乙	一〇一〇〇〇〇〇〇	乙兩 二〇〇〇〇〇	三〇一丁文足
銀錢 一〇〇〇〇〇〇丙	一〇〇〇〇〇〇〇〇	丙兩 三〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇文舊
銀錢 二〇〇〇〇〇〇丁	三〇〇〇〇〇〇〇〇	丁兩 一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇文舊
	法銀兩	左行	兩行對乘
寄別行			右行

陳斛。每斗八十三合。

答曰文思院斛石錢。

安吉州二十三貫一百六十四文。一十二分文之六。

平江府二十二貫七十一文。二十七分文之三十三。

隆興府二十一貫五百七十七文。二十三分文之二十九。

潭州二十貫六百七十九文。五十九分文之三十九。

吉州一十九貫八百八十五文。一十二分文之五。

術曰以粟米互換求之。置石價併水脚。乘官斗合數。為實。各如本州合數而一。各得官斛石錢。以課貴賤。草曰。置安吉州石價二十九貫五百文。平江石價三十五貫文。隆興石價二十八貫一百文。吉州石價二十五貫八百五十文。潭州石價二十七貫三百文。列右行。次置水脚。安吉一貫二百文。平江九百文。隆興一貫七百文。吉州二貫九百文。潭州二貫一百文。列左行。各對本州石價。以兩行數併之。得數。安吉三十貫七百。平江三十五貫九百。隆興二十九貫八百。潭州二十九貫四百。吉州二十八貫七百五十。仍於右行。次以文思院官斗八十三合。遍乘之。安吉州得二千五百四十八貫一百文。平江府得二千九百七十九貫七百文。江西隆興得二千四百七十三貫四百文。湖南潭州得二千四百四十貫二百文。江南吉州得二千三百八十六貫二百五十文。各為實於右行。次列安吉斗一百一十合。平江斗一百三十五合。隆興斗一百一十五合。潭州斗一百一十八合。吉州斗一百二十合。於左行。為法。以對除右行之實。安吉得二十三貫一百六十四文。一十一分文之六。平江得二十二貫七十一文。二十七分文之二十三。隆興得二十一貫五百七十七文。二十三分文之一十九。潭州得二十貫六百七十九文。五十九分文之三十九。吉州得十九貫八百八十五文。一十二分文之五。相課石價。其安吉州最貴。平江次之。隆興又次之。潭州又次之。吉州最賤。

數書九章卷十一

圓積量容

問有圓圖米二十五個。內有大圖一十二個。上徑一丈。下徑九尺。高一丈二尺。小圖一十三個。上徑九尺。下徑八尺。高一丈。今出租斗一隻。口方九寸六分。底方七寸。正深四寸。並真明華尺。先令華數造五斗方斛。及圓斛各二隻。須令二斛口徑正深。大小不同。各得多少。及圓積米幾何。

魯郡 秦九韶

答曰。方斛一隻。口方六寸四分。底方一尺二寸。

深一尺五寸九分二釐。

又一隻。口方一尺。底方一尺二寸。

深一尺一寸四分五釐。

圓斛一隻。口徑一尺二寸七分。底徑一尺二寸。

深一尺一寸一分四釐。

又一隻。口徑一尺三寸。底徑一尺二寸。

深一尺一寸八分五釐。

圓米計八千六十七石四升七合四勺一抄八撮。
術曰以商功及少廣求之。置出斗上下方相乘之。又各自乘。併之。乘深。又以五斗乘之。為積于上。
求方斛。先自如意立數。為斛深。又如意立數。為底方。置深為從隅。以底方乘隅。為從方。又以底乘從方。為減率。以減上積。餘為實。開連枝平方。得方斛口方。不盡。以所得數為基。增損求之。以口底方相乘。又各自乘併之。為法。除前上積。得深餘分收乘之。
求圓斛置四數。以因前積為寄。如意立數為斛深。別如意立數為底徑。以三因深。為從隅。以底徑乘隅。為從方。以底徑乘從方。為減率。以減寄。餘為實。開連枝平方。得口徑。不盡。以所得為基。如意求差。以口底徑相乘。又各自乘併之。為法。除寄。得深。餘方收乘之。
求圓米。置各國上徑下徑相乘。又各自乘併之。乘高。又乘國數所得之數。為積。國者大小。以類併之。為共積。如四而一。為實。以解法除之。得米。

出斗	口方上寸	底方下寸	正深中寸	出斗為率
上得寸	口方中寸	底方下寸	中乘下得寸	

上得寸	口方上寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方中寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上
上得寸	口方下寸	底方下寸	次乘下得寸	副以併上

實方寸	從方寸	從隅寸	方隅皆不可 超進乃約實 置商六寸
實方寸	從方寸	從隅寸	約實置首商 六寸生隅入 方
實方寸	從方寸	從隅寸	以方命商 除實
實方寸	從方寸	從隅寸	又以商生隅 入方
實方寸	從方寸	從隅寸	方一退隅再退 約實續商三分

商寸	實寸	方寸	以續商生隅 入方
商寸	實寸	方寸	以方命續商 除實
商寸	實寸	方寸	以續商又生 隅入方
商寸	實寸	方寸	方一退 隅再退
商寸	實寸	方寸	約實又續商 五益
商寸	實寸	方寸	以續商生隅 入方

<p>得寸 = 10000</p> <p>寄寸 = 10000</p> <p>實寸 = 10000</p> <p>斗積寸 = 10000</p>	<p>次寸 = 10000</p> <p>上徑寸 = 10000</p> <p>下徑寸 = 10000</p> <p>下徑寸 = 10000</p>	<p>次寸 = 10000</p> <p>上徑寸 = 10000</p> <p>下徑寸 = 10000</p> <p>下徑寸 = 10000</p>	<p>得寸 = 10000</p> <p>上徑寸 = 10000</p> <p>上徑寸 = 10000</p>
--	--	--	---

徑自乘得副以副併上得后上
下徑自乘得副併上得后上
以上乘副得次乘下得后上
上併寄為實二因斗積為法

<p>商石 = 10000</p> <p>實寸 = 10000</p> <p>法除實得商 = 10000</p>	<p>商石 = 10000</p> <p>實寸 = 10000</p> <p>法除實得商 = 10000</p>	<p>商石 = 10000</p> <p>實寸 = 10000</p> <p>法除實得商 = 10000</p>
--	--	--

方圓四斛皆同得此數

草曰置出粗斗口方九寸六分與底方七寸相乘得六十七寸二分於上又以口方九寸六分自乘之得九十二寸一分六釐加上又以底方七寸自乘得四十九寸又加上共得二百八十三寸三分六釐乘深四寸得八百三十三寸四分四釐又以五斗乘之得四千一百六十七寸二分爲三段斛積於上
求方斛如置立一尺六寸爲斛深又如意立一尺二寸爲斛底以深一十六寸爲從隅以底一十二寸乘隅得一百九十二寸爲從方又以底一十二寸乘從方一百九十二寸得二千三百四十四寸爲減積以減上積四千一百六十七寸二分除一千八百六十三寸二分爲實開連枝平方得六寸三分五釐爲基其積不及一寸一分六釐係有虧數其基數爲未可用須合損益基數今益作六寸四分爲口方以元立一尺二寸爲底方以口方乘底方得七十六寸八分於上又以口方六寸四分自乘得四十四寸九分六釐又以底方一十二寸自乘得一百四十四寸併以上共得二百六十一寸七分六釐爲法以除前積四千一百六十七寸二分得一尺五寸九分二釐爲方斛深其積不及一釐九毫二絲收爲圓又累增至一十寸爲口方仍以一十二寸爲底方乃以口方一十寸乘底方一十二寸得一百二十寸於上又以口方自乘得一百寸加上又以底方自乘得一百四十四寸又加上共得三百六十四寸爲法亦除前實積四千一百六十七寸二分得一十一寸四分五釐爲方斛深其積不及六分收爲圓此是求出兩等斛數在人擇而用之

求圓斛置四數以因前積四千一百六十七寸二分得一萬六千六百六十八寸八分爲寄如置立一尺二寸爲圓斛深又如意立一尺爲底徑以三因深得三十六寸爲從隅以底一十寸乘隅得三百六十一寸爲從方又以底一十寸乘從方得三千六百寸爲減率以減寄一萬六千六百六十八寸八分除一萬三千六十八寸八分爲實開連枝平方得一尺四寸七分爲基其實不及二寸四分四釐收爲圓次以元立底徑一尺併基一尺四寸七分得二尺四寸七分只減七分爲差餘二尺四寸以半之得一尺二寸爲底徑以差七分併底徑得一尺二寸七分爲口徑始以口徑一尺二寸七分乘底徑一尺二寸得一百五十二寸四分於上又以口徑自乘得一百六十一寸二分九釐加上又以底徑自乘得一百四十四寸又加上共得四百五十七寸六分九釐以三因之得一千三百七十三寸七釐爲法除前圓寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺二寸一分四釐爲圓斛正深其實不及二毫六絲九忽八微收爲圓又以基一尺四寸七分增三分得一尺五寸併底徑一尺得二尺五寸減一寸爲差餘二尺四寸以半之得一尺二寸爲底徑以差一寸併底徑一尺二寸得一尺三寸爲口徑始以口徑一十三寸乘底徑一尺二寸得一百五十六寸於上又以口徑一十三寸自乘得一百六十九寸加上又以底徑一十二寸自乘得一百四十四寸又加上共得四百六十九寸以三因之得一千四百七十七寸爲法除前圓寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺一寸八分五釐爲圓斛深此是求出兩等圓斛在人擇而用之
求圓米置大圓上徑一丈通爲百寸乘下徑九寸得九千寸於上又以上徑自乘得一萬寸加上又以

下徑九十寸自乘得八千一百寸。加上共得二萬七千一百寸。乘萬一百二十寸。得三百二十五萬二千寸。又乘大圓一十二個。得三千九百二十四千寸。為寄。次置小圓上徑九十寸。下徑八十寸。相乘得七千二百寸。於次。又上徑自乘得八千一百。加次。又下徑自乘得六千四百寸。加次。共得二萬一千七百寸。又乘萬一百寸。得二百一十七萬寸。又乘小圓一十三個。得二千八百二十一萬寸。併寄。共得六千七百二十三萬四千寸。為寄。倍前解積四千一百六十七寸二分。為法。除之。得八千六十七石四升七合四勺一抄八撮。

○積食知數

問和糴米運。借倉權額。計五十放。每放圓一丈五尺。深三丈。米萬一丈二尺。又借寺屋四十間。內二十五間。圓一丈二尺。深二丈五尺。米萬一丈內一十五間。各圓一丈三尺。深三丈。米萬一丈二尺。欲知寺屋及倉容米共計幾何。

答曰。共計米一十六萬六千八百八十石。倉五十放。米一十萬八千石。

寺屋四十間。米五萬八千八百八十石。

術曰。商功求之。置放井屋深。圓米高相乘。併之。為實。如解法而一。

草曰。先以放深三丈。通為三十尺。乘圓一十五尺。得四百五十尺。又乘萬一十二尺。得五千四百尺。以乘五十放。得二十七萬尺。為實。以解法二尺五寸除之。得一十萬八千石。為倉五十放共容米。次置寺屋深二十五尺。乘圓一十二尺。得三百尺。又乘米萬一十尺。得三千尺。以二十五間乘之。得七萬五千尺。於上次置深三十尺。乘圓一十三尺。得三百九十尺。又乘米萬一十二尺。得四千六百八十尺。以乘一十五間。得七萬二千尺。加上共得一十四萬五千二百尺。為寄。解法二尺五寸除之。得五萬八千八百石。為寺屋四十間共容米。以併放米。共得一十六萬六千八百八十石。為共和糴到米。

○推知糴數

問和糴三百萬貫。求米石數。聞每石牙錢三十。糴場量米折支牙人所得。每石出奉錢八百。牙人量米四石六斗八合。折與奉頭。欲知米數。石價。牙錢。牙米。奉錢。各幾何。

答曰。糴到米一十二萬石。

石價二十五貫文。

牙錢三千六百貫文。折米一百四十四石。

奉錢一百一十五貫二百文。



先以上乘。得得次。乃以次乘。下得實。

石價實〇文
方〇
厯〇
兩圓石
LO 三

兩超二位。
約商得十。

兩超二位。
約商得十。

兩再超二。
商約得百。



<p>數書九章 卷十二</p> <p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約十貫。</p> <p>三三三</p>	<p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>以南生兩得廉。</p>	<p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>兩不可超。</p>	<p>南 〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>兩復超二。</p>	<p>數書九章 卷十二</p> <p>南 〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>兩又超二。</p> <p>三三三</p>
---	---	--	--	---

<p>數書九章 卷十二</p> <p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>方一退廉再退。</p> <p>三三五</p>	<p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>以商兩積入廉。</p>	<p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>以商生廉入方。</p>	<p>南 〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>以商生兩入廉。</p>	<p>數書九章 卷十二</p> <p>南 〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇</p> <p>廉 〇</p> <p>商 約得貨。</p> <p>以商生廉得方。</p> <p>以方命商除實。</p> <p>三三四</p>
--	---	--	--	--

<p>商 〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>〇〇〇</p> <p>乃以方命續商。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>〇〇〇〇</p> <p>以續商生廉。入方。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>〇〇〇</p> <p>以續商生隅。入廉。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>〇〇〇</p> <p>約實。續商五貫。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>方 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>〇〇〇</p> <p>隅三退。</p>
---	--	---	--	--

三二六

三二七

<p>商 〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>法 〇〇〇〇〇〇</p> <p>牙米 〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>以石價除米。得米。見問。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>法 〇〇〇〇〇〇</p> <p>牙米 〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>以石價除米。得米。見問。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>法 〇〇〇〇〇〇</p> <p>牙米 〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>以石價除米。得米。見問。</p>	<p>商 〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>實 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇</p> <p>法 〇〇〇〇〇〇</p> <p>牙米 〇〇〇〇</p> <p>廉 〇〇〇〇</p> <p>以石價除米。得米。見問。</p>
---	---	---	---

三二六

三二九

術曰。以商功求之。率變入之。置糶本牙錢。乘錢。相乘為實。以米為隅。開連枝立方。得石價。以價除本。得糶到米。以牙錢乘米。得總牙錢。以價除之。得牙米。以米錢乘牙米。得共米錢。

草曰。置糶米三百萬貫。乘牙錢三十文。得九千萬貫。又乘米錢八百文。得七十二億萬貫。為價實。置米四石六斗八合。於實數容文之下。為立方從隅。起步。步法常超二位。每超一度。商進之。今隅凡超四度。當於實上約定首商二十貫。乃以商生隅四石六斗八合。得九十二貫一百六十文。乃以為廉。又以商生廉。得一百八十四萬三千二百貫。為方。乃以方命上商二十貫。除實訖。實餘三百五十一億三千六百萬貫。復以商生隅四石六斗四合。入廉。得一百八十四貫三百二十文。又以商生廉。加入方內。得五百五十二萬九千六百貫。為方法。復以商又生隅四石六斗八合。加入廉。得二百七十六貫四百八十文。為廉法。其方法。退廉法二退。從隅三退。乃於首商之次。約實續商五貫。以續商生隅四石六斗八合。入廉。得二百九十九貫五百二十文。又以續商生廉。入方。得七百二十二萬七千二百貫。乃命續商五貫。除實適盡。所得二十五貫。為每石米價。以為法。以糶本三百萬貫為實。如法而一。得一十二萬石。為糶到米數。以米數乘牙錢三十。得三千六百貫。為牙錢。以石價二十五貫。除牙錢三千六百貫。文得一。百四十四石。為糶場量米折牙錢。以米錢八百。乘牙米一百四十四石。得一。百一十五貫二百文。為索頭得牙人所與米錢之數。今乃以石價二十五貫。文約米錢一百一十五貫二百文。得四石六斗八合。

爲率米折錢合問

○分定綱解

問州郡合解諸司窠名錢戶部九十六萬五千四百二十一貫文總所六十四萬三千六百一十四貫文運司一萬六千九百九十貫今諸窠名先催到九千二百五十三貫六百二十文欲照元額分數均定椿米候解合各幾何

答曰戶部五千四百九十七貫二百文

總所三千六百六十四貫八百文

運司九十一貫六百二十文

術曰以錢分求之置諸元率可約約之副併爲法以催到錢乘未併者各爲實實如法而一

草曰列戶部九十六萬五千四百二十一貫總所六十四萬三千六百一十四貫運司一萬六千九百九十貫

三百五十五文各爲元率今元率可約求等得一萬六千九百九十貫三百五十五爲等數俱約之戶部得六十

總所得四十運司得一各爲率副併得一百一爲法次置催到九千二百五十三貫六百二十文爲總

積以戶部率六十乘之得五十五萬五千二百一十七貫二百以總所率乘得三十七萬一千四百四

貫八百以運司率乘得九千二百五十三貫六百二十文各爲候解錢分積率各如一百一而一其戶

部得五千四百九十七貫二百文總所得三千六百六十四貫八百文運司得九十一貫六百二十各

爲候解錢

○累收庫本

問有庫本錢五十萬貫月息六釐半今令掌事每月帶本納息共還一十萬欲知幾何月而納足并未後

略錢多少

答曰本息納足共七個月

末後一月錢二萬四千七百六貫二百七十九文三分四釐八毫四絲六忽七微七沙三莽一輕二

清五煙

術曰以盈腫變法求之置元本以息數退位乘歸本位每出共納累得月數以末後不及數爲足月錢數

千六百七十九貫二百三十四文一分四釐五毫三絲一忽二微五塵又以六釐五毫乘之得一十二萬三千一百九十八貫三百八十四文三分六釐四毫七絲五忽七微八塵一沙二渺五莽減第六片

○米穀粒分

問開倉受納有甲戶米一千五百三十四石到廊驗得米內夾穀乃於棧內取米一捻數計二百五十四粒內有穀二十八顆凡粒米率每勺三百今欲知米內雜穀多少以折米數科實及粒各幾何

答曰米一千三百六十四石八斗九升七合六勺一百二十七分勺之四十八

穀一百六十九石一斗二合三勺二百二十七分勺之七十九

合折米八十四石五斗五升一合一勺一百二十七分勺之一百三

元米折米共計四十三億四千八百三十四萬六千四百五十六粒

術曰以粟米求之衰分入之置樣米粒數爲法以帶穀顆數減之餘與穀爲列衰可約約之以其米乘

列衰爲各實實如法而一各得米數穀數置穀數以乘率折之爲穀所折米次以勺率徧乘米數折米

得粒數

草曰置一捻樣粒數二百五十四爲法以帶穀二十八顆爲穀衰以減法餘二百二十六爲米衰此二衰

與法皆可約求等得二俱以二約之法得一百二十七米衰得一百一十三穀衰得一十四以其米一

千五百三十四石運乘二衰得一十七萬三千三百四十二石爲米實得二萬一千四百七十六石爲

穀實皆如法一百二十七而一米得一千三百六十四石八斗九升七合六勺一百二十七分勺之四

十八穀得一百六十九石一斗二合三勺一百二十七分勺之七十九以乘率五十折之得八十四石

五斗五升一合一勺一百二十七分勺之一百三爲穀折納米數併二米得一千四百四十九石四斗

四升八合八勺一百二十七分勺之二十四先通分納子得一十八萬四千八十石以勺率三百粒乘

子得五千五百二十二億四千萬粒爲實以母一百二十七除之得四十三億四千八百三十四萬六

千七百五十六粒不盡八十八乘之合問

箇。每箇長一尺。方一寸。每箇功七毫。紐索二千條。長一丈。徑五分。每條功九毫。石版二十片。匠一功。般一功。每片灰一十斤。般灰千斤。用一功。輟匠每功砌七百片。石灰每輟一斤。蘆席一百五十領。青茅五百束。絲竿筵竹五十條。苕子水竹一十把。每把二尺。輟手織手擗土杆手。每功各六十尺。火頭一名。管六十工。部押漆築一名。管一百二十工。每工日支新會一百文。米二升五合。知城牆墾積漆漆深共用木竹。檁索輟石灰蘆茅人工錢米共數各幾何。

答曰。城積二千三百七十八萬二千五百尺堅積。

粉積一百一十三萬二千五百尺堅積。

漆積三千三百二十二萬尺穿積。

漆深八丈。

永定柱三萬二百條。每條長三丈五尺。徑一尺。

爬頭拽後木一十二萬八百條。每條長二丈。徑七寸。

擗子木三十萬二千條。每條長一丈。徑三寸。

紐概子三百二萬箇。每箇長一尺。方一寸。

紐索三百二萬條。每條長一丈。徑五分。

蘆席二十二萬六千五百領。

青茅七十五萬五千束。每束六尺。圍。

筵竹七萬五千五百竿。每竿六寸。圍。

水竹一萬五千一百把。每把二寸。圍。

石版一萬五千一百片。

城板一千二百八十三萬三千四百九十片。

石灰一千二百九十八萬四千四百九十斤。

用功二百萬三千七百七十功。

新會二十萬三千七百七十文。

支米五萬九千四百二十五升。

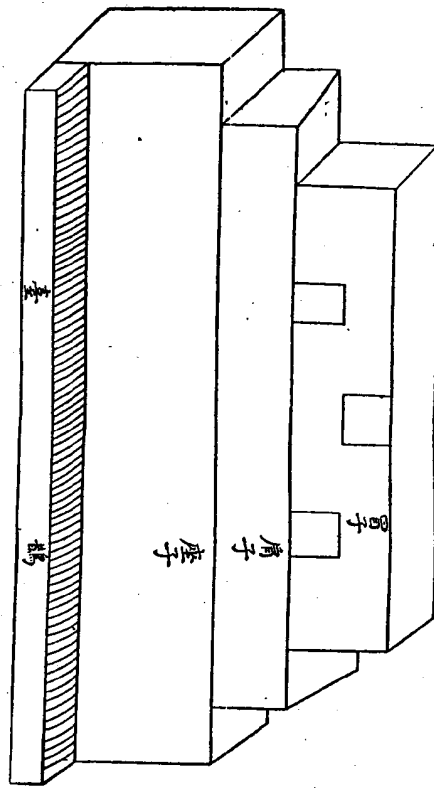
數書九章卷十三 營建類

計定城築

開淮郡築一城。圍長一千五百一十丈。外築羊馬牆。開濠。長與城同。城身高三丈。面闊三丈。下闊七丈五尺。羊馬牆高一丈。面闊五尺。下闊一丈。開濠面闊三十丈。下闊二十五丈。女頭牆高五尺五寸。共闊三尺六寸。共長一丈。牆臺高一丈。高五寸。闊五尺四寸。座子長一丈。高二尺二寸五分。闊三尺六寸。肩子高一尺二寸五分。闊三尺六寸。長八尺四寸。帽子高一尺五寸。闊三尺六寸。長六尺六寸。箭窗三眼。各闊六寸。長七寸五分。外眼比內眼斜低三寸。取土用穿四壁三爲率。周迴石版。鋪城脚三層。每片長五尺。闊二尺。厚五寸。通身用輟包砌。下一丈九幅。中一丈七幅。上一丈五幅。輟每片長一尺二寸。闊六寸。厚二寸五分。護城牆高三尺。闊一尺二寸。下脚高一尺五寸。鋪輟三幅。上一尺五寸。鋪輟二幅。每長一丈。用木物料永定柱二十條。長三丈五尺。徑一尺。每條我埋功七分。串堅功三分。爬頭拽後木共八十條。長二丈。徑七寸。每條作功三分。串堅功二分。擗子木二百條。長一丈。徑三寸。每條作功二分。般加功二分。紐概二千

魯郡 秦九韶

女牆圖



術曰以商功求之置城及牆上下廣各併之乘高進位半之各得每丈積率併之爲其率先以每功尺除之又以諸色工各數乘之爲土功丈率次置柱木概索乘其每條段功得各共功次置城方一丈自之乘用輒縮幅數爲實以輒長乘厚爲側法除實得城身用輒次置鵲臺座子肩子帽子各高闊長相乘爲寄併之於上次以窗窗眼高低差寸求斜深虛積減寄餘爲女頭輒實以側法乘輒闊爲輒積法除之得女頭輒臺用輒又置護險牆高以丈乘而半之又乘上下幅共數爲實以輒闊厚相乘爲法除之得護險牆用輒併三項用輒爲都實以每功片爲法除之得輒匠功以每丈用石段數求石匠功以搬每丈石求搬石功以片用灰數乘都輒得輒用灰以每丈石版數乘片用灰得石用灰併之爲輒石共灰以每功般灰數除之得般灰工併諸作功爲實以火頭塚築每管人數各爲法除之得各數又併之爲都功然後以城圍通長徧乘諸項每丈率積灰各功料得共數

草曰置城上廣三丈併下廣七丈五尺得一十丈五尺乘高三丈得三十一百五十尺進位得三萬一千五百尺半之得一萬五千七百五十尺爲每丈城積率次置羊馬牆闊五尺併下闊一丈得一十五尺乘高一丈得一百五十尺進位得一千五百尺以半之得七百五十尺爲羊馬牆每丈積率併城牆二率得一萬六千五百尺爲其率以爲實以輒縮摺土手手各六十尺爲法除實得二百七十五功以四色因之得一千一百功爲輒縮摺土手手功置永定柱二十條乘每條栽埋功七分得一十四功又乘串鑿功三分得六功計二十功爲永定柱功置爬頭拽後木八十條乘作功三分得二十四功又乘串

鑿功二分得一十六功計四十功爲爬頭拽後木功置摺子木二百條乘作功二分得四十功又乘般加功二分得四十功計八十功爲摺子木功置紙概二千箇乘作功七毫得一十四功紙索二千條乘作功九毫得一十八功計三十二功爲概索共功乃以城牆女頭輒積求輒匠功置城身方一丈自乘得一百尺於上次置下九幅中七幅上五幅併之得二十一幅乘上得二千一百尺輒長有寸以寸通之爲二十一萬寸爲實以輒長一十二寸乘厚二寸五分得三十三寸爲側法除實得七千片爲城身輒數又置鵲臺高五尺乘闊五尺四寸得二百七十寸又乘長一丈得二萬七千寸寄上又置座子高二尺二寸五分乘闊三尺六寸得八百一十寸又乘長一丈得八萬一千寸加寄又置肩子高一尺二寸五分乘闊三尺六寸得四百五十寸又乘長八尺四寸得三萬七千八百寸又加寄又置帽子高一尺五寸乘闊二尺六寸又乘長六尺六寸得三萬五千六百四十寸又加寄共得一十八萬一千四百四寸共爲寄其窗窗內外眼雖差三寸於斜深虛積將盈補虧與真深等以窗闊六寸乘長七寸五分得四十五寸又乘座闊三尺六寸得一千六百二十寸爲窗虛積以減寄餘一十七萬九千八百二十寸爲實置輒側法三十寸乘輒闊六寸得一百八十寸爲輒積法除實得九百九十九片爲女頭輒臺共輒又置護險牆高三尺乘每丈得三千寸以牆法當半折之得一千五百寸又乘上下五幅得七千五百寸爲實次以輒厚二寸五分乘闊六寸得一十五寸爲輒法除實得五百片爲護險牆輒次併三項輒得八千四百九十九片爲每丈用輒都實以每功七百片爲法除實得一十二功七百分功之九

十九爲輒功每丈用石版十片計一功搬石十片計一功輒每片用灰一斤命都輒即輒用灰之數又置每丈用石版一十片每片用灰一十斤相乘之得一百斤爲石版用灰併輒用灰八千四百九十九斤得八千五百九十九斤爲輒石用灰數爲實以每功般一十斤爲法除之得八功一十分功之四百九十九爲般灰功并石匠般石二功通前列土功一千一百定柱功二十爬頭拽後木功四十摺子木功八十概索功三十二輒功一十二功七百分功之九十九搬灰八功千分功之四百九十九石匠搬石共二功併諸作功餘分不同者合分術入之共得一十二百九十四功七十分功之一千四百八十九通分內子得一百二十九萬五千四百八十九爲乘功實置火頭每管六十八分母乘之得六萬爲法除都功實得火頭二十一八六萬分之三萬五千四百八十九塚築每部一百二十人號倍火頭法六萬爲十二萬亦除乘功實得塚築十八十二萬分之九萬五千四百八十九列兩餘分及前諸作功餘七千分之一千四百八十九三項以合分術入之得一功不盡五十萬四千餘分之三十萬二千三百六十九餘四千餘分求等又約之爲八十四萬分之五十萬三千九百四十九分乃又併之共得一千三百二十六功其餘分大約百分中之五十九在半以上收爲一功共定得一千三百二十七功爲每丈都功然後以城通長徧乘諸項置城長一千五百一十丈乘城率一萬五千七百五十尺得二千三百七十八萬二千五百尺爲城壁積又以城長乘牆率七百五十尺得一百一十三萬二千五百尺爲牆壁積併牆城二積得二千四百九十一萬五千尺又以城率四因之得九千九百六十六萬尺爲

實以墜率三約得三千三百二十二萬尺爲濬積以爲實以濬闊三十丈併下闊二十五丈得五十五丈以半之得二百七十五尺乘濬長一千五百一十丈得四十一萬五千二百五十尺爲濬法除實得八丈爲濬深。

求功料共數如術以城通長偏乘丈率功永定柱爬頭拽後木擗子木槩子木槩索蘆簾筆竹水竹青茅城甌石版石灰各得以共功乘日支錢米得共錢米更不立草。

○樓橋功料

問築城合蓋樓橋六十處每處一十間闊高四尺長三丈厚隨輓長臥牛木一十一條長一丈六尺徑一尺一寸搭橋木一十一條長二丈徑一尺看濬柱一十一條長一丈六尺徑一尺二寸副濬柱一十一條長一丈五尺徑一尺二寸掛甲柱一十一條長一丈三徑一尺一寸虎踞柱一十一條長七尺五寸徑一尺仰殿板木四十五條長一丈徑一尺二寸平面板木三十五條長一丈徑一尺二寸串掛枋木七十三條長五尺徑一尺仰板四八板結砌三層計六千片每片用灰半斤共用紙筋一百斤總輓長一尺六寸闊六寸厚二寸半中板瓦七千五百片一尺釘八箇八寸釘二百七十箇五寸釘一百箇四寸釘五十箇丁環二十箇用工三百九十六人欲知共用工料各幾何。

答曰臥牛木六百六十條 搭橋木六百六十條 看濬柱六百六十條 副濬柱六百六十條

掛甲柱六百六十條 虎踞柱六百六十條

串掛枋四千三百八十條 仰板木二千七百條

平板木二千一百條 城甌四萬八千片

四八甌三十六萬片 石灰二十二萬八千斤

紙筋六千斤 中板瓦四十五萬片

丁環一千二百箇 一尺釘四百八十箇

八寸釘一萬六千二百箇 五寸釘六千箇

四寸釘三千箇 用工二萬三千七百六十八

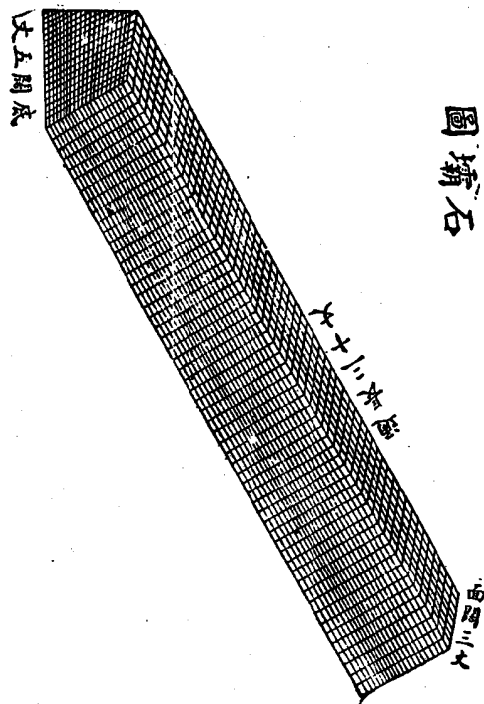
術曰以商功求之置濬高乘長得寸爲實以輓闊乘厚爲法除之得用輓及用灰以處數並乘諸工料得

總用工料

草曰置濬高四尺通爲四十寸置長三丈通爲三百寸相乘得一萬二千寸爲實以輓闊六寸乘厚二寸五分得一十五寸爲法除之得八百片爲甌甌又爲灰并四八甌灰三千斤共灰三千八百斤乃以六十處遍乘總用工料臥牛木搭橋木看濬木柱副濬柱掛甲柱虎踞仰板木平板木串掛枋木四八甌城甌石灰紙筋中板瓦一尺釘八寸釘五寸釘四寸釘丁環工數得各項總數在前

○計造石壩

圖壩石



問壩石壩一座長三十丈水深四丈二尺令面闊三丈石版每片長五尺闊二尺厚五寸用灰一十斤每層高二尺差闊一尺石匠每工九片般扛五片用工四人兼工般灰兼用每工一百一十斤火頭每名管六十人都押每名管一百二十人所用石須依原段不許鑿動欲知壩下闊及用石并灰共工各幾何。

答曰壩下闊五丈。

石版一十萬八百片。

石灰一百萬八千斤。

用夫一十萬三千五百二十八功一十一分功之八。

層高	面闊	得	長
初率	差	高	長
次率	石版長闊	石版闊	石版厚
TOO	石版長闊	石版闊	石版厚

<p>灰實 100 ≡ 000</p> <p>人擔 法 1 一 〇 斤</p>	<p>扛〇功 100 ≡ 000</p> <p>石〇片 100 ≡ 000</p> <p>灰〇斤 100 ≡ 000</p>	<p>石版〇片 100 ≡ 000</p> <p>扛〇人 100 ≡ 000</p> <p>實〇片 100 ≡ 000</p> <p>扛〇片 100 ≡ 000</p>	<p>上〇尺 100 ≡ 000</p> <p>下〇尺 100 ≡ 000</p> <p>石版〇片 100 ≡ 000</p> <p>每版〇片 100 ≡ 000</p> <p>每功〇片 100 ≡ 000</p>	<p>上〇尺 100 ≡ 000</p> <p>得〇尺 100 ≡ 000</p> <p>餘〇尺 100 ≡ 000</p> <p>差〇尺 100 ≡ 000</p>
---	--	--	---	---

<p>上〇片 100 ≡ 000</p> <p>石版〇片 100 ≡ 000</p>	<p>得〇 100 ≡ 000</p> <p>日半法 100 ≡ 000</p> <p>得〇 100 ≡ 000</p> <p>大〇片 100 ≡ 000</p>	<p>層〇 100 ≡ 000</p> <p>餘〇 100 ≡ 000</p> <p>層〇 100 ≡ 000</p> <p>減〇 100 ≡ 000</p>	<p>上〇片 100 ≡ 000</p> <p>初〇片 100 ≡ 000</p> <p>層〇 100 ≡ 000</p> <p>層〇 100 ≡ 000</p>	<p>初〇尺 100 ≡ 000</p> <p>次〇尺 100 ≡ 000</p> <p>法〇尺 100 ≡ 000</p>	<p>初〇石〇片 100 ≡ 000</p> <p>次〇石〇片 100 ≡ 000</p> <p>列右行</p>
--	---	---	---	--	--

<p>共〇子 100 ≡ 000</p> <p>火〇功 100 ≡ 000</p> <p>漆〇子 100 ≡ 000</p> <p>漆〇子 100 ≡ 000</p> <p>漆〇子 100 ≡ 000</p> <p>漆〇子 100 ≡ 000</p>	<p>漆〇人 100 ≡ 000</p> <p>不〇 100 ≡ 000</p> <p>法 100 ≡ 000</p> <p>等〇 100 ≡ 000</p>	<p>火〇功 100 ≡ 000</p> <p>功 100 ≡ 000</p> <p>漆〇法 100 ≡ 000</p> <p>等〇 100 ≡ 000</p>	<p>火〇功 100 ≡ 000</p> <p>子〇 100 ≡ 000</p> <p>母〇 100 ≡ 000</p> <p>母〇 100 ≡ 000</p> <p>母〇 100 ≡ 000</p>	<p>火〇功 100 ≡ 000</p> <p>不〇 100 ≡ 000</p> <p>法 100 ≡ 000</p> <p>等〇 100 ≡ 000</p>
---	---	--	--	---

<p>功〇 100 ≡ 000</p> <p>火〇名 100 ≡ 000</p> <p>火〇法 100 ≡ 000</p>	<p>共〇 100 ≡ 000</p> <p>子〇 100 ≡ 000</p> <p>母〇 100 ≡ 000</p>	<p>上〇子 100 ≡ 000</p> <p>石〇功 100 ≡ 000</p> <p>般〇功 100 ≡ 000</p>	<p>撥〇功 100 ≡ 000</p> <p>子〇 100 ≡ 000</p> <p>母〇 100 ≡ 000</p>
---	---	--	--

三因共 併此三項 功母子 功得下功

十母子又三約之一為一 十分之一八、合四

術曰以商功求之。招法入之。置附高尺數。乘面闊及長。為初率。次以差闊尺數。乘高。又乘長。為次率。卻以石版長闊相乘。為法。以除二率。各得石版為上積。及次積。置深以附高尺數約之。得附數對二積列之一行。各添一摺。天地數各以累乘對約之。得乘率。以對上次積併之。為石版。以每片用灰乘石。為灰數。以匠功片數約版。得石匠。以般夫數乘石版。為實。以扛片數為法。除之。得人數。以般用灰數除灰。得人數。併諸工。以火頭管數約之。為火頭。半之。為部押。

草曰置層高二尺面闊三丈相乘。得六十尺。又乘長三十丈。得一萬八千尺。為初率。次以差闊一尺。乘高。得三千六百尺。為初積。一百二十片為次積。列右行。置深四丈二尺。以每層二尺約之。得二十一層。乘初積三千六百尺。得七萬五千六百片於上。次置二十一層。減一餘二十。以乘二十一層。得四百二十片。得二百一十。乘次積一百二十片。得二萬五千二百片加入上。共得一十萬八千片。為石版數。次置二十一層。減去一餘二十。以差闊一尺乘之。得二丈。併上闊三丈。共得五丈。為下闊之數。又置石版一十萬八千片。以每功九約得一萬一千二百功。置石版數。以般扛四人乘之。得四十萬三千二百為

實。以五片為法。除之。得八萬六千四百十工。又置石版數。以每片用灰一十斤乘之。得一百萬八千斤。為灰實。以每人擔用一百一十斤約之。得九千一百六十三功。一一分功之七。為灰工於上。又併石版工一萬一千二百。及併般扛工八萬六千四百十功。加上。共得一十萬一千三功。一一分功之七。通分內子。得一百一十一萬一千四百。為實。置火頭每名管六十名功。以乘分母一十一。得六百六十。為法。除實。得一千六百八十三功。不盡二百六十。與法約之。為三十三分功之二十三。為火頭功數。半之。得八百四十一功。三十三分功之一十三。為部押差數。今乘功下十一分功之七。以母十一除火頭分母三十三。得三。以三因乘功下母子。為一十萬一千三功。三十三分功之二十一。併三項母子。得一十萬三千五百二十七功。分子五十七。滿母三十三。收一功。餘二十四。與母各三約。為十一分功之八。為共用一十萬三千五百二十八功。一一分功之八。

○計浚河渠

開闢通運河。就土築堤。合面廣六丈。底廣四丈。上流深八尺。下流深一丈六尺。長四十八里。其堤下廣二丈四尺。上廣一丈八尺。長與河等。未知高。以埭四堅三為率。秋程人功。每名自開運積埭壘。共積常六十尺。築堤至半。為棚道取土。上下功減五分之一。限一月畢。欲知河積及堤積尺。共用功并日役工數。及提高各幾何。

答曰。河積六千二百二十萬八千尺。

堤積四千六百六十五萬六千尺。 提高二丈一尺七分尺之三。 共用功。二十四萬四千九百四十四。

日役工。八千一百六十四五分工之四。

術曰以商功求之。併河上下廣於上。併河上下流深。乘之。又以長乘。為實。以四為法。除得河積。以堅率乘河積。為實。以埭率為法。除得堤積。併堤上下廣乘堤長。半之。為法。除堤積。得堤高。併河堤二積。以棚道母半之。副置。以棚道減功子乘之。以棚道減功母除之。得數。以併其副。共為寄。以子減母。餘乘常尺。為增子。以母乘常尺。為增分。併增分增子。乘寄。半為用工實。以增分乘增子。又乘限月日為法。除實。得用人工數。

草曰置河上廣六丈。併底廣四丈。通之。折半。得五十尺於上。又置河上流深八尺。併下流深一丈六尺。併之。折半。得一十二尺。以乘上位。得六百尺。為次。置長四十八里。以尺里法二千一百六十通之。得一十萬三千六百八十尺。得堤河長。以乘次。得六千二百二十萬八千尺。為河積。以堅率三。因河積。得一億八千六百六十二萬四千尺。為實。以埭率四為法。除之。得四千六百六十五萬六千尺。為堤積。置上廣一丈八尺。下廣二丈四尺。併之。為四十二尺。以乘堤長一十萬三千六百八十尺。得四百三十五萬四千五百六十尺。以半之。得二百一十七萬七千二百八十尺。為法。除堤積。得二十一尺。為堤高。不盡九千三百三十三。與法求等。得三十一萬一千四百十。俱約之。為七分尺之三。次置河積六千二百二十萬八千尺。併堤積四千六百六十五萬六千尺。得一億八千八百八十六萬四千尺。以棚道築至半。是二除之。得五千四百四十三萬二千尺。副之。先以減功之子一乘之。只得此數。為實。乃後以減功母五為法。除之。得一千八百八十八萬六千四百尺。併副五千四百四十三萬二千尺。共得六千五百三十一萬八千四百尺。為寄。以折減功五分之一。以子一減母五。餘四。以乘常尺六十。得二百四十尺。為增子。以母五乘常尺六十。得三百尺。為增分。以二增併之。得五百四十。乘寄。得三百五十二。億七千一百九十三萬六千尺。以半之。得一百七十七億三千五百九十六萬八千尺。為用工實。以增分三百乘增子二百四十。得七萬二千尺。又乘限分日三十。得二百一十六萬尺。為法。除前用工實。得八千一百六十四。為每日人工數。不盡一百七十二萬八千。與法求等。得四十三萬二千。俱約之。為五分工之四。得每日用工八千一百六十四五分工之四。復通分內子。得四萬八百二十四。以三十日乘之。得一百二十二萬四千七百二十。為實。仍以母五約之。得二十四萬四千九百四十四工。為共用工。合問。

答曰土積一百五十四萬尺。

定一返二百步一十八分步之五。

每功人到土一百四十尺。七百二十一分尺之二十四十八。

總用功四萬五千六百八十六功。

甲縣差一萬七千一百三十二功。

乙縣差一萬五千二百二十九功。

丙縣差一萬三千三百二十五功。

石四千三百一十七片。

輓三百一十四萬二千二十四片。

東裏道峻。

良隅高九丈。巽隅高一十一丈九尺四寸。

級五十踏。踏縱二尺二寸九分。

東外道峻。

良隅高六寸。巽隅高四丈八尺。

級八十踏。踏縱二尺一寸五分。

數書九章卷十四

魯郡 奏九詔

計作清臺

問窺築青臺一所。正高一十二丈。上廣五丈。袤七丈。下廣一十五丈。袤一十七丈。其袤當東西。廣當南北。秋程。人日行六十步。里法三百六十步。饒土鐵土。每工各二百尺。築土每功九十尺。每擔土填一尺三寸。往來一百六十步。內四十步。上下棚道。築高至少半。其棚三當平道。五至中半。三當七。至太半。二當五。脚。爾之間。十加一。載輸之間。二十步定一返。今甲乙丙三縣差夫。甲縣附郭。稅力一十三萬三千八百六十六。乙縣去臺所一百二十里。稅力二十三萬七千九百八十四。丙縣去臺一百八十里。稅力三十一萬二千三百五十四。俱以道里遠近。稅力多少。均科之。臺下鋪石脚七層。先用輓包砌臺身。次用輓壘砌轉道。周圍五帶。並闊六尺。須令南北二平道。東西三峻道。相間始自臺之良隅。於東外道向南順升。由巽隅以西左轉。週迴歷北復東。再升東裏道。至巽隅乃登臺頂。其東裏道良隅。與北平道兩隅。及西道乾隅之高。皆以強半。其西道坤隅。與南道兩隅。東外道巽隅之高。皆以五分之二。峻道每級履高六寸。其東裏道級數。取弱半。東外道級數。取五分之二。西道級數。取強半。石長五尺。闊二尺。厚五寸。輓長一尺二寸。闊六寸。厚二寸五分。欲知土積。定一返步。每功人到土。及總用功。各縣起夫。輓石。峻平道。高長級數。踏縱。各幾何。

數書九章 卷十四

三四五

西峻道。

坤隅高四丈八尺。乾隅高九丈。

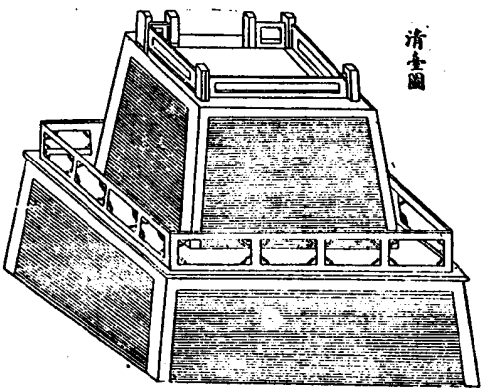
級七十踏。踏縱二尺一十四分寸之九。

北平道高九丈。

術曰。以商功求之。均輸入之。倍臺上袤。加下袤。乘上廣。為寄。倍下袤。加上袤。乘下廣。併寄。乘高。為土率。如六而一。得堅積。以築功尺為法。除堅積。得築功。以穿率乘堅積。為實。以堅率乘輓功尺。半之。為級法。除實。得輓級。共功。以填率因堅積。如堅率而一。為填積。求負土者。先列全分。及等至高諸母子。以母互乘諸子。為寄。左行以諸母相乘。為寄母。次列棚道全分。及所當鮮母衍子。以鮮母互乘衍子。為左行。以鮮母相乘。以乘寄得數。又以列位乘之。為總母。以左右兩行諸子對乘之。併之。為總子。其總母子。求等約之。為定母子。以定子乘棚道。為次。以定母乘平道。加次。又以脚爾之數。身下加之。又

數書九章 卷十四

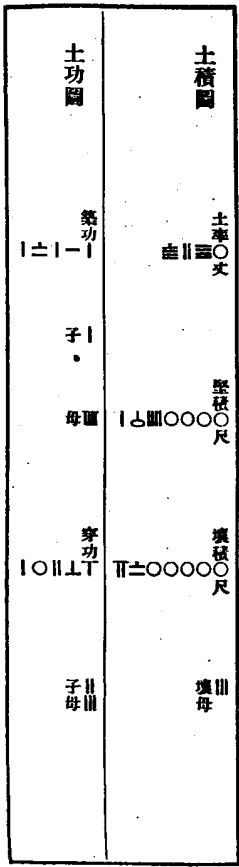
三四七



清土圖

以較輪步乘定母併次爲統數以定母除統數得定一返步亦爲到土法有分復置爲法置程里通步乘擔土尺有步母則又以步母乘之爲到實實如法而一得每功人到土亦爲擲法以除擲積得負土功併前錄築二功爲總用功以各縣日程約稅力各得力率副併爲科法以共用功乘未併者各爲科實實如法而一各得縣夫求載者倍轉道關遍加蓋上下廣袤變名上下關長以輒厚加蓋高爲蓋直次列輒石長闊厚各相乘爲輒石積法通廣袤如法乃倍上長加下長乘上關爲寄次倍下長加上長乘下關併寄共乘直得載減土率餘如六六一爲泛置南北道高子各乘蓋高爲貴如各母而一得五道諸關高以北道高減蓋高餘爲上停高以南道高減北道高餘爲中停高會南道高爲下停高以厘寸除諸高得級數以上長減下長餘半之爲句以句乘南道高爲實如蓋高而一得底率以底率減下長餘爲底股以外道級數約底股得外道階縱又以底股減底股餘爲中股以句乘中停高爲實如蓋高而一得中率以率減中股餘爲上股以西道級餘上股得西道階縱以句乘上停高爲實如蓋高而一得上率以上率併中率共減上股餘爲實如裏道級而一得裏道階縱次以道關併下長爲補以南北道高併蓋高乘補爲需次上廣減下廣餘爲址以址乘南道高爲實以蓋高除之得數減下廣餘爲南道長以南道長併下廣乘南道高加需又以址乘北道高爲實以蓋高除之得數減下廣餘爲北道長以北道長併下廣乘北道高又加需共乘半道關得數併泛爲共率以基關階數乘石版厚爲基高次倍道關併下關乘下長爲基率次下以下廣乘下長減基率餘乘基高爲石率以石率減共率

餘爲輒率以輒積法除輒率得輒數以石版積法除石率得石版數
 草曰倍上表七丈得一十四加下表一十七丈得三十一乘上廣五丈得一百五十五丈爲寄次倍下表得三十四丈加上表七丈得四十一乘下廣一十五丈得六百一十五併寄得七百七十乘高一十二丈得九千二百四十丈爲土率以六除得一千五百四十以千尺通之爲一百五十四萬尺爲堅積以築功九十尺除得一萬七千一百一十一功九分功之一爲築功次以穿率四因堅積得六百一十六萬尺爲實以堅率三因鑽鑽功二百尺得六百尺爲法除實得一萬二千六百六十六功三分功之二爲穿功次以填率五因堅積得七百七十萬尺爲填積以三爲母具圖如后



求負土者先列全分三分之一及築至高少半係三分之一中半係三分之一大半係三分之一作兩

行。
 築高分母圖
 上子 中子 少子 全分母
 副子 子 次子 下子

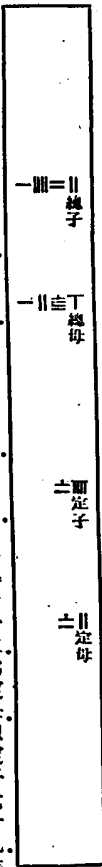
寄右圖
 上關 副下 次關 下子
 全分 鮮母 寄子
 右行 左行

乃以右行鮮母互乘左行衍子。上得四十五。副得四十二。次得三十。下得一十八。爲右行。以鮮母相乘得一十八。乃對寄左圖列之。
 鮮母 衍子
 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五 十六 十七 十八 十九 二十 二十一 二十二 二十三 二十四 二十五 二十六 二十七 二十八 二十九 三十 三十一 三十二 三十三 三十四 三十五 三十六 三十七 三十八 三十九 四十 四十一 四十二 四十三 四十四 四十五 四十六 四十七 四十八 四十九 五十 五十一 五十二 五十三 五十四 五十五 五十六 五十七 五十八 五十九 六十 六十一 六十二 六十三 六十四 六十五 六十六 六十七 六十八 六十九 七十 七十一 七十二 七十三 七十四 七十五 七十六 七十七 七十八 七十九 八十 八十一 八十二 八十三 八十四 八十五 八十六 八十七 八十八 八十九 九十 九十一 九十二 九十三 九十四 九十五 九十六 九十七 九十八 九十九 一百

乃以左右兩行母子對乘之上得五百四十。副得三百七十八。次得一百八十。下得三百二十四。母得三百二十四。
 列位關乘母
 上 副 次 下

今以平分術入之併四子。得一千四百二十二。爲總子。以列位四乘乘母三百二十四。得一千二百九

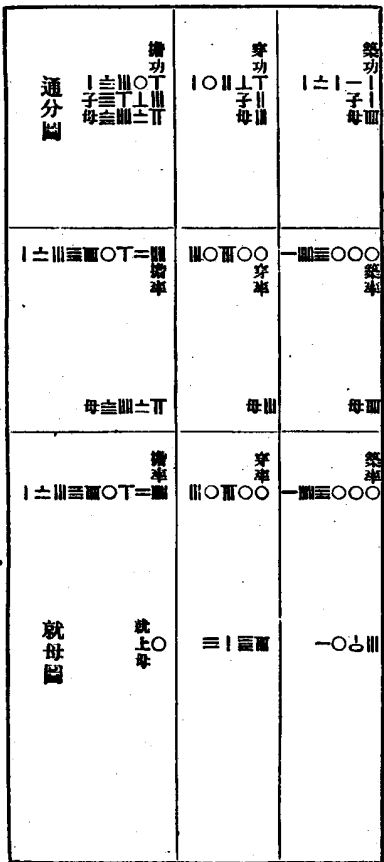
十六、爲總母。



三五二

乃以總母子求等得二十八俱約之總子得七十九爲定子。總母得七十二爲定母。以定子七十九乘棚道四十步得三千一百六十於次以棚道四十步減往來一百六十步餘一百二十爲平道。以乘定母七十二得八千六百四十加次其得一萬一千八百又以脚脚十加一於身下加一得一萬二千九百八十仍於次又以載輪二十步乘定母七十二得一千四百四十併次得一萬四千四百二十爲統數。以定母七十二除統數得二百步不盡約爲一十八分步之五爲定一返步。乃復通分內子得三千六百五。爲到法。乃置程里六十以三百六十通之得二萬一千六百步乘磨土一尺三寸得二萬八千八十尺以到母一十八乘之得五十五萬五千四百四十尺爲到實實如法除得一百四十尺不盡七百四十與法求等得五約之爲七百二十一分尺之一百四十八爲到土。復通分內子得一十萬一千八百十八又以填母三因得三十萬三千二百六十四尺爲填法。次以到土母七百二十一乘填積七百七十萬尺得五十五億五千一百七十萬尺爲填實實如法而一得一萬八千三百六十六功不盡一十四萬九千二百一十六與法求等得三十二俱約之爲一萬八千三百六十六功九千四百七十七分功之四千

六百六十三爲磨土功。次列前土功圖。築功一萬七千一百一十一功九分功之一。及穿功一萬二千六百六十六功三分功之二。具圖如后。

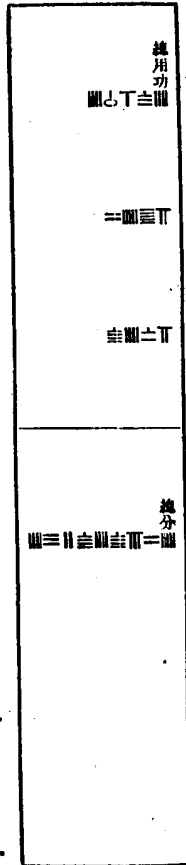


三五三

列三行功。各通分內子。築率得一十五萬四千穿率得三萬八百磨率得一億七千三百四十九萬六百二十五。按術當以通率圖諸母互乘諸率。今驗磨母九千四百七十七可用築母九約。亦可用穿母

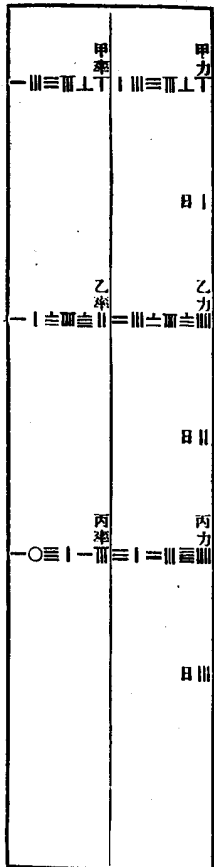
三五四

三約。故從省以築母九約磨母九千四百七十七得一千五十三爲築率乘數。又以穿母三約磨母九千四百七十七得三千一百五十九爲穿率乘數。各以乘數乘本率名曰就母圖。乃以九千四百七十七變名曰就母。先以築率一十五萬四千乘乘數一千五十三得一億六千二百一十六萬二千。爲築分次以穿率三萬八百乘乘數三千一百五十九得九千七百二十九萬七千二百。爲穿分。就以磨率一億七千三百四十九萬六千二百二十五爲磨分。併三分共得四億三千二百九十四萬九千八百二十五。爲總功分實。以就母九千四百七十七除之得四萬五千六百八十五功九千四百七十七分功之二千五百五十七。爲總用功。具圖如后。

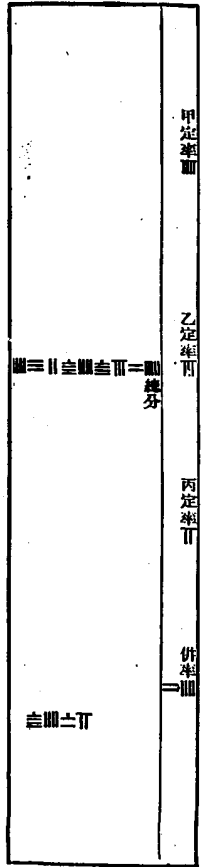


置各縣日程約稅力得力率。副併爲科法。上置甲縣力一十三萬三千八百六十六。以一日程約之。只得此數。爲甲率。又置乙縣力二十三萬七千九百八十四。以二日約得一十一萬八千九百九十二。爲

乙率。又置丙縣力三十一萬三千三百五十四。以三日約得一十萬四千一百一十八。爲丙率。

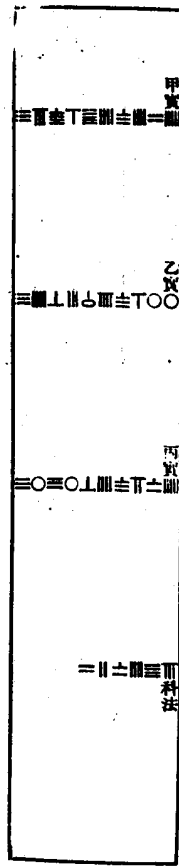


列三率求等得一萬四千八百七十四。俱約之。甲得九。乙得八。丙得七。各爲定率。副併得二十四。具圖如后。

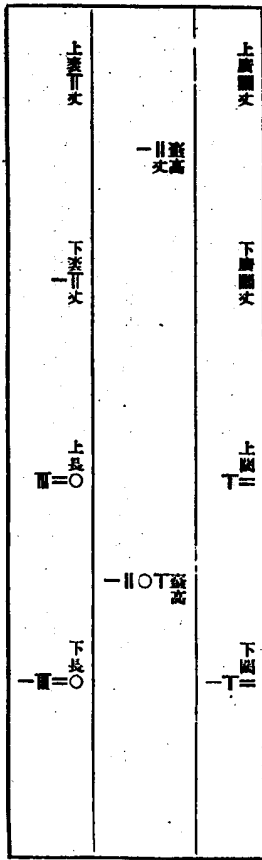


三五五

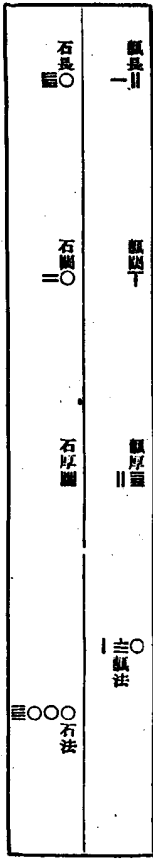
乃以總分四億三千二百九十四萬九千八百二十五通乘三縣定率。為各貨。以就母九千四百七十七。乘併率二十四。為科法。甲得三十八億九千六百五十四萬八千四百二十五。乙得三十四億六千三百五十九萬八千六百。丙得三十億二千六百四十四萬八千七百七十五。各為實。法得二十二萬七千四百四十八。為科法。除各實。具圖如后。



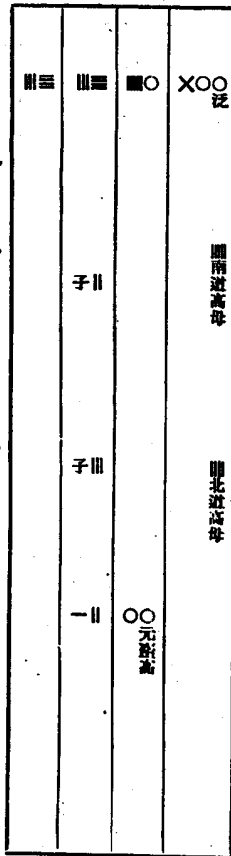
乃以科法除各實。甲得一萬七千一百三十一功。不盡一十三萬六千七百三十七。為甲縣功。乙得一萬五千二百二十八。不盡二萬四百五十六。為乙縣功。丙得一萬三千三百二十四。不盡一十三萬一千六百二十三。為丙縣功。諸縣不盡。皆為一功。甲合科一萬七千一百三十二功。乙合科一萬五千二百二十九功。丙合科一萬三千三百二十五功。求輒者。倍轉道並闊六尺。得一丈二尺。遍加臺上。下廣表。變各為上下闊長。以輒厚六寸加臺高。為臺直。



先列輒長一尺二寸。闊六寸。厚二寸五分。相乘之。得一百八十寸。為輒積法。次列石版長五尺。闊二尺。厚五寸。相乘得五千寸。為石積法。具圖如后。



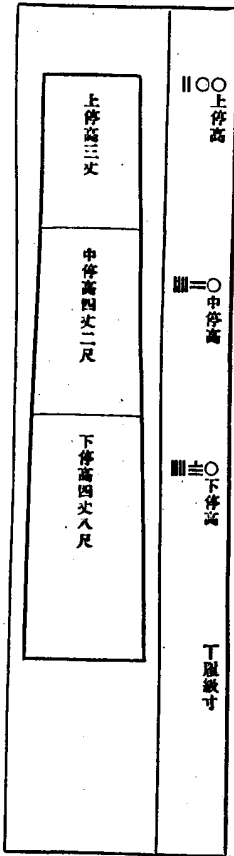
驗得諸法皆變寸。乃以各圖上下長闊直。按術求率。倍上長八百二十寸。得一千六百四十寸。加下長一千八百二十寸。得三千四百六十。乘上闊六百二十。得二百一十四萬五千二百。為寄。次倍下長一千八百二十。得三千六百四十。加上長八百二十。得四千四百六十。乘下闊一千六百二十。得七百二十二萬五千二百。併寄。得九百三十七萬四百。乘臺直一千二百六寸。得一百一十三億七千萬二千四百寸。仍為寄。乃驗土積圖。土率九千二百四十丈。以一百萬寸通之。得九十二億四千萬寸。以減寄。餘二十億六千七百萬二千四百寸。如六而一。得三億四千三百四十五萬四百寸。為泛。次置南道高五分之一。北道高強半。係四分之三。及臺元高一千二百寸。具圖如后。



乃以南道高子二。乘元臺高。得二千四百寸。為南實。以北道高子三。乘元臺高。得三千六百寸。為北實。各如本母而一。得四百八十寸。約為四丈八尺。為南道兩隅。又為東外道異隅高。又為西道坤隅高。所得九百寸。約為九丈。為北道兩隅高。又為西道乾隅高。又為東裏道長隅高。具圖如后。

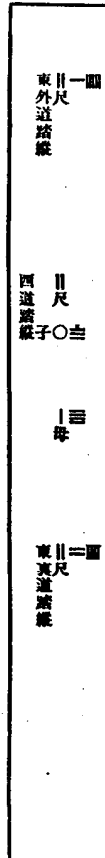
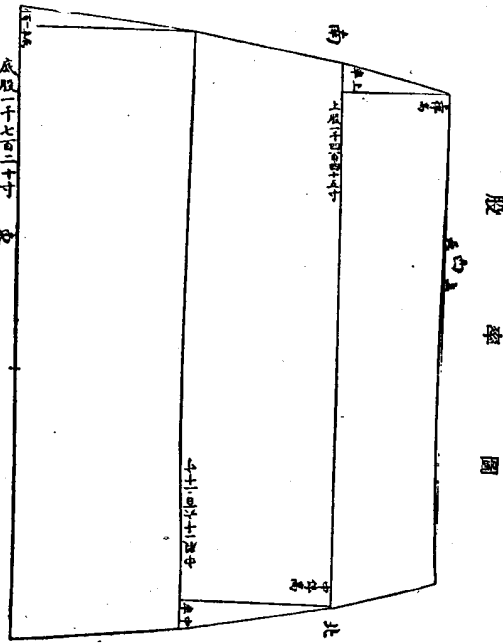


以北道高九丈。減臺高一十二丈。餘三丈。為上停高。以南道高四丈八尺。減北道高九丈。餘四丈二尺。為中停高。命南道高四丈八尺。為下停高。





三停高皆如履級寸而一得五十。爲東裏道級數。得七十。爲西道級數。得八十。爲東外道級數。次以上長八百二十寸。減下長一千八百二十寸。餘一千寸。以半之。得五百寸。爲句。以乘南道高四百八十寸。得二十四萬寸。爲實。如臺高一千二百寸而一。得一百寸。爲底率。以率減下長一千八百二十寸。餘一千七百二十寸。爲底股。以外道級八十約之。得二尺一寸五分。爲外道踏縱。又以底率一百寸。減底股一千七百二十寸。餘一千六百二十寸。爲中股。乃以勾五百寸。乘中停高四丈二尺。得二十一萬寸。爲實。如臺高一千二百寸而一。得一百七十五寸。爲中率。以中率減中股一千六百二十寸。餘一千四百四十五寸。爲上股。以西道級七十。除上股一千四百四十五寸。得二尺一十四分寸之九。爲西道踏縱。又以勾五百寸。乘上停高三百寸。得一十五萬寸。爲實。如臺高一千二百寸而一。得一百二十五寸。爲上率。併中率一百七十五寸。得三百。減上股一千四百四十五寸。餘一千一百四十五寸。爲實。如裏道級五十而一。得二尺二寸九分。爲裏道踏縱。各得具圖以見。如后。



次以道闊六尺。併下長一千八百二十寸。得一千八百八十寸。爲補。以南北道高併臺高。共得二千五百八十寸。乘補得四百八十五萬四百寸。爲實。次以上廣五百寸。減下廣一千五百寸。餘一千寸。爲址。乘南道高四百八十寸。得四十八萬寸。爲實。以臺高一千二百寸除之。得四百寸。爲減率。以減下廣一千五百寸。餘一千一百寸。爲南道長。併下廣一千五百寸。得二千六百寸。乘南道高四百八十寸。得一百二十四萬八千寸。加需。又以址一千寸。乘北道高九百寸。得九十萬寸。爲實。亦如臺高一千二百寸而一。得七百五十寸。以減下廣一千五百寸。餘七百五十寸。爲北道長。併下廣一千五百寸。得二千二百五十寸。乘北道高九百寸。得二百零二萬五千寸。又加需。共得八百一十二萬三千四百寸。以半道闊三尺乘之。得二億四千三百七十萬二千寸。併泛三億四千三百四十五萬四百寸。得五億八千七百一十五萬二千四百寸。爲共率。次以基脚七層。乘石版厚五寸。得三十五寸。爲基高。次倍道闊。得一百二十寸。併下闊一千六百二十寸。得一千七百四十寸。乘下長一千八百二十寸。得三百一十六萬六千八百。爲基率。次以下廣一千五百寸。乘下袤一千七百寸。得二百五十五萬。減基率。餘六十一萬六千八百寸。乘基高三十

五寸。得二千一百五十八萬八千寸。爲石率。以石率減共率。餘五億六千五百五十六萬四千四百寸。爲輓率。以輓積法一百八十寸除之。得三百一十四萬二千二十四片九分片之四。乃以石積法五千寸。除石率二千一百五十八萬八千寸。得四千三百一十七片。爲石版。不盡三千寸。棄之不盡。合問。

○堂皇程築
問有營造地基長二十一丈。闊一十七丈。先令七人築墜三丈。計功二日。今消吉立木有日。欲限三日築了。每日合收杵手幾何。

答曰。日收五百五十五工三分工之一。
術曰。以長乘闊。又乘元日元人。爲實。以限日乘築丈數。爲法。除之。得人夫。
草曰。以長二十一丈。乘闊一十七丈。得三百五十七丈。又乘元二日。得七百一十四。又乘元七人。得四千九百九十八。爲工實。以限三日乘元築三丈。得九。爲法。除實。得五百五十五功。不盡三。與法俱三約之。爲三分工之一。爲日收五百五十五工三分工之一合問。

○砌甃計積

問有交到六門甃一十五塚。每塚高五尺。闊八尺。長一丈。其甃每片長八寸。闊四寸。厚一寸。欲砌地面。使用堂屋三間。各深三丈。共闊五丈二尺。書院六間。各深一丈五尺。各闊一丈二尺。後閣四間。各深一丈三尺。內二間闊一丈。次二間闊一丈五尺。亭子地面一十所。各方一丈四尺。欲知見有令用外。餘甃各幾何。

答曰見有一十八萬七千五百片。
 今用一萬六千四百六十四片四分之一。
 外餘一十七萬一千九百三十三片四分之三。

術曰以少廣求之。置各地面深闊相乘。以間數若所數乘之。共爲實。輒長闊數相乘。爲輒平法。除得今用輒數。次以輒長高長闊相乘。爲實。卻以輒法乘厚得數爲輒積法。除之。得每段輒數。次以段數乘之。得見有輒。以減今用輒。得餘輒。

草曰置堂闊五丈二尺。乘深二丈。得一十五萬六千寸於上。又置書院深一丈五尺。乘闊一丈二尺。得一萬八千寸。又以六間乘之。得一十萬八千寸。加上。共得二十六萬四千寸。併上。又置後闊一丈。併闊一丈五尺。得二丈五尺。又以各二間乘之。得五百寸。以乘各深一丈三尺。得六萬五千寸。加上。得三十二萬九千寸。併上。次置亭基一丈四尺。自乘得一萬九千六百寸。以一十所乘之。得一十九萬六千寸。又併上。共得五十二萬五千寸。爲實。以輒長八寸。乘闊四寸。得三十二寸。爲輒平法。除之。得一萬六千四百六十四片四分之一。爲共用輒。次置每段高五尺。乘闊八尺。得四千寸。又乘長一丈。得四萬寸。爲每段實。卻以輒平法三十二寸。乘厚一寸。只得三十二寸。爲輒積法。除之。得一萬二千五百片。又以十五段乘之。得一十八萬七千五百片。爲見有輒。內減今用輒。餘有一十七萬一千九百三十三片四分之三。爲外餘輒數。合問。

○竹園蘆束

問受給場交收竹二千三百七十四把。內筍竹一千二百五十一把。每把外圍三十六竿。水竹一千二百二十三把。每外圍四十二竿。蘆三千六十五束。每束圍五尺。其蘆元樣五尺五寸。今納到園小合準元蘆幾束。及水筍竹各幾何。

答曰筍竹一十四萬六千一百七十七竿。
 水竹二十萬六千六百八十七竿。

合準元蘆二千五百三十三束。一百三十一分束之七。

術曰以方田及圓率求之。置園束差。併竹外圍竿數。以乘外圍。又乘把數。爲竹實。倍圓束差。爲竹法。除之。各得二竹數。皆以把數爲心加入。各得竹條數。置蘆圍尺數。自乘。以乘蘆束數。爲蘆實。以蘆元尺數。自乘。爲蘆法。除實。得所準蘆束數。

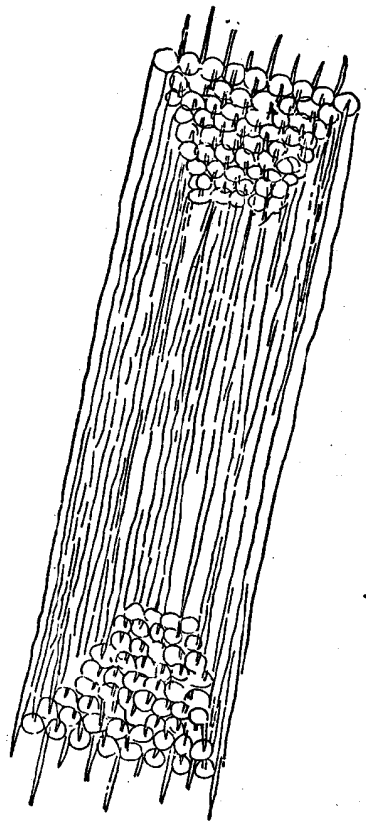
草曰置園束差六。併筍竹外圍三十六竿。得四十二竿。以乘外圍三十六竿。得一千五百一十二竿。又乘筍竹一千一百五十一把。得一百七十四萬三千一百一十二竿。爲筍竹實。倍圓束差六。得一十二。爲竹法。除實。得一十四萬五千二十六竿。以把數一千一百五十一。併之。得一十四萬六千一百七十七竿。爲水竹。又置圓束差六。併水竹外圍四十二竿。得四十八竿。以乘水竹圍四十二竿。得二千一百一十六竿。又乘

水竹一千二百二十三把。得二百四十六萬五千五百六十八竿。爲水竹實。亦以竹法一十二除之。得二十萬五千四百六十四竿。以水竹把數一千二百二十三併之。得二十萬六千六百八十七竿。爲水竹數。次置蘆圍五尺。通爲五十寸。以自乘。得二千五百寸。又乘蘆束數三千六十五。得七百六十六萬二千五百寸。爲蘆實。以元樣蘆圍五尺五寸。亦通爲五十五寸。以自乘。得三千二百二十五寸。爲蘆法。除實。得二千五百三十三束。不盡一百七十五寸。與法求等。得二十五。俱以約之。得一百二十一分束之七。爲蘆二千五百三十三束一百二十一分束之七。合問。

○積木計餘

問元管杉木一尖。據偶不記數。從上取用至中間。見存九條爲面闊。元木及見存各幾何。
 答曰元木一百五十三條。
 見存木一百一十七條。

術曰商功求之。堆積入之。倍中面。副置減一。以乘其副。得數。半之。爲元木。副置上層。減一。以乘其副。得數。半之。用減元木。餘爲見存。其非中一層數者。各以自地上至面層數。立術求之。



圖木梁

草曰。倍中面九條。得一十八。副置。減一。餘一十七。以乘副一十八。得三百六條。以半之。得一百五十三條。爲元本之數。副置中面九條。減一。餘八。以乘副九。得七十二。以半之。得三十六。以減元本一百五十三。餘一百一十七條。爲見存木數。合問。

數書九章卷十五 軍旅類

計立方營

問一軍三將。將三十三隊。隊一百二十五人。遇暮立營。人占地方八尺。須令隊間容隊。帥居中央。欲知營方幾何。

答曰。營方一百七十一丈。隊方九丈。

術曰。以少廣求之。置人占方幕。乘每隊人。爲隊實。以一爲隅。開平方。所得爲隊方面。或開不盡。就爲全數。次置隊數。乘將。又四因之。增三。共爲實。以二爲從方。一爲從隅。開平方。得率。以乘隊方面。爲營方面。開不盡。爲全數。

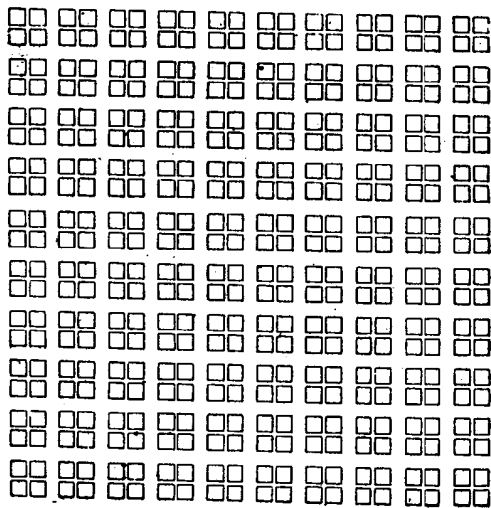
方營各隊圖

數書九章 卷十五

三六九

魯郡 秦九韶

方營總圖

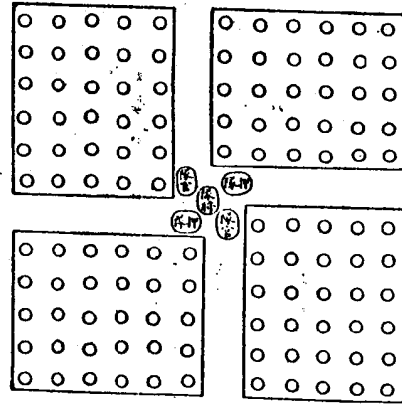


數書九章 卷十五

三七二

隊方九丈

營方一百七十一丈



共布一百二十五人

隊方九丈 每人占八尺

隊中四眼各立三十人。隊心立五人。

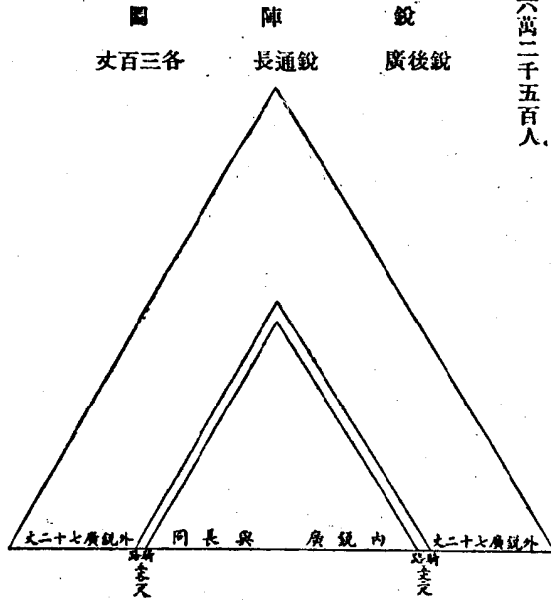
草曰：置人占八尺自乘得六十四尺。為人占方竅。以乘每隊一百二十五人。得八千尺。為實。以一為隅。開平方。步法常超一位。今隅超一度。至實之百下。約實置商八十尺。以商八十生隅一得八十。為方。乃命上商除實訖。實餘一千六百。次以商生隅入方。得一百六十。方一退。隅再退之。復於上商之次。續商九尺。乃以續商九生隅一入方。得一百六十九。乃命續商除實訖。得八十九尺。不盡七十九尺。就為九十尺。得隊方面。次置三十三隊乘三將得九百九十九。又四因得三百九十六。增三得三百九十九。為實。以二為從方。一為從隅。開平方。步法以從方進一位。至實之百下。乃約實置商一十隊。以商一十生隅一入方。得一百一十。乃命上商除實訖。實餘二百七十九。又以商一十生隅入方。得二十二。方一退。隅再退之。續於實上商九隊。以續商九生隅。又方得三十一。乃以合續商除實。適盡。得二十九。乘隊方面九十。得一千七百一十。隊展為營方一百七十一丈。合問。

方竅上尺	每隊百尺	實〇人	以一為隅。開平方。
人占方百尺	人占方百	人占方百	方竅乘隊。得實。

商〇尺	實〇〇尺	〇方	一隅	隅超一位。方進一位。
商〇尺	實〇〇〇尺	〇方	一隅	商數與隅相生。
商〇尺	實〇〇〇〇	〇方	一隅	乃命除實。
商〇尺	實〇〇〇〇〇	〇方	一隅	商隅又相生。增入方。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇	〇方	一隅	方一退。隅二退。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇	〇方	一隅	續商數與隅相生。

商〇尺	實〇〇〇	一上方	一隅	乃命除實。
商〇尺	實〇〇〇〇	一上方	一隅	收不盡為尺。入商。得九十九尺。
商〇尺	實〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以中乘下。得后上隊。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以上乘副。得次。得實。以下併得。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	方一退。隅再退。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	約商置率。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商生隅。入方。

商〇尺	實〇〇〇〇	一上方	一隅	以方命商。除實。
商〇尺	實〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商生隅。入方。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	方一退。隅再退。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	續商九。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商生隅。入方。
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商命方。除實。商為
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商命方。除實。商為
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商命方。除實。商為
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商命方。除實。商為
商〇尺	實〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一上方	一隅	以商命方。除實。商為

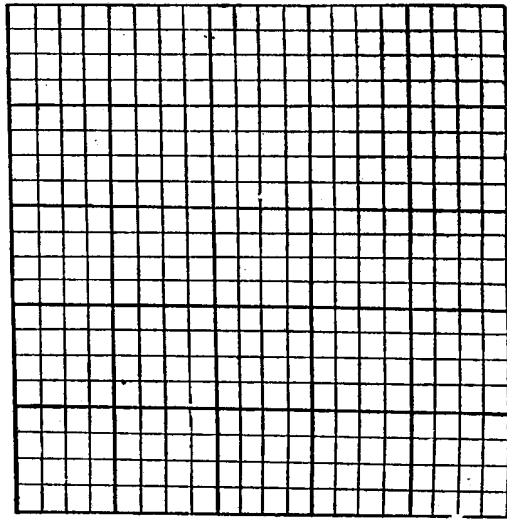


內銳一萬六千
六百五十三人
外銳四萬五千
八百四十七人

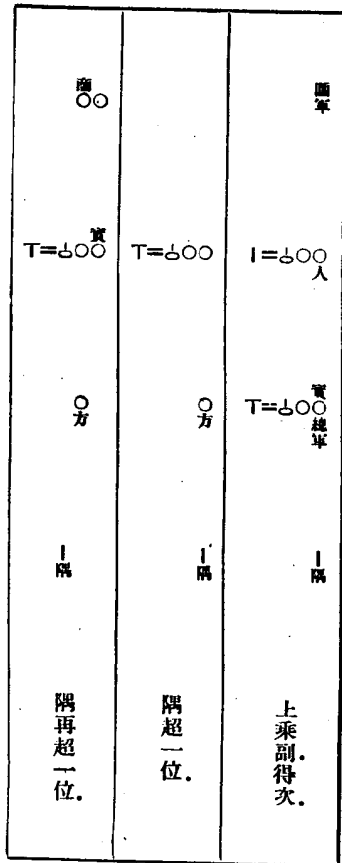
計立六萬二千五百人

○方變銳陣
問步兵五軍軍一
萬二千五百人作
方陣人立地方八
尺欲變為前後銳
陣陳後闊今多元
方面半倍陳間仍
容騎路五丈以上
順銳形出入求方
陳面銳陣長及前
後銳陣各布兵幾
何。

圖 陣 方



每方曰為十
丈。一面曰為大
方。每面曰五十
人。共立二百五
十人。



五丈得一十丈以減後闊三百丈餘二百九十丈為實以人立八尺約之得三百六十二為銳後闊布
兵不盡四尺以半之得二尺輩歸騎路作五丈二尺以四約銳後闊布兵三百六十二人得九十九人為
外銳一邊人倍一邊九十得一百八十併不盡二人共得一百八十二人為內銳廣布兵數亦為長布
兵副置加一得一百八十三乘副一百八十二得三萬三千三百六以半之得一萬六千六百五十三
人為內銳陳布兵以減總兵六萬二千五百餘四萬五千八百四十七人為外銳兵。

答曰方面二百丈 方面布兵二百五十人
銳後廣三百丈 銳廣列兵三百六十二人
銳通正長三百丈 騎路二條各闊五丈二尺
內銳陳廣一百四十五丈六尺列一百八十二人
長一百四十五丈六尺
計布兵一萬六千六百五十三人
外銳兩廣各七十二丈
列九十人
計布兵四萬五千八百四十七人
術曰以少廣求之置兵開平方得方面人數開不盡方為補隙以人立尺數乘之為元方面置元方面以
欲多數加之為銳後闊亦為通長倍馬路減之餘為實以人立尺約為闊布兵不盡輩歸馬路以四約
闊布兵得外銳一邊人倍一邊人併不歸為內銳長闊人數副置加一以乘其副得數半之為內銳布
兵以減總兵餘為外銳布兵
草曰置一軍一萬二千五百以五軍因之得總兵六萬二千五百人為實開平方得二百五十人以人立
八尺乘之得方面二百丈置二百丈加半倍一百丈得三百丈為銳陳後闊亦為銳陳通長先倍騎路

商 〇〇	商 〇〇	商 〇〇	商 〇〇	商 〇〇
〇方	〇方	〇方	〇方	〇方
一隅	一隅	一隅	一隅	一隅
約實。置商。 生隅入方。	以方命 商除實。	以商生 隅入方。	方一退。 隅再退。	積商。生 隅入方。

商 〇〇	商 〇〇	商 〇〇	商 〇〇	商 〇〇
〇方	〇方	〇方	〇方	〇方
一隅	一隅	一隅	一隅	一隅
以方命 商除實。	以商生 隅入方。	方一退。 隅再退。	積商。生 隅入方。	約實。置商。 生隅入方。

得〇上 尺	騎踏定數〇尺	騎踏定〇下	以上併中得下。
外級〇人	〇法	不盡〇人	以次除副。得上。
〇法	不盡〇人	以上乘副。得次。 以上併次。得后。	
得〇人	不盡〇人	以上乘副。得次。 以上併次。得后。	
外級一邊 〇	〇法	不盡〇人	以次併副。得下。 乃爲后上。
內級〇布兵	長〇〇	〇加	得〇
〇	〇	〇	〇
得〇	〇	〇	〇

內級〇布兵	外級〇布兵	以中減上得下。
〇	〇	

○計布圓陣

開步卒二千六百人爲圓陣。人立圓邊九尺。形如車輪。魚麗布陣。陳重間。倍人立圓邊尺數。須令內徑七十二丈。回法用周三徑一之率。欲知陳重幾數。及內外周通徑。并所立人數。各幾何。

答曰。

內周。二百一十六丈。

立二百四十人。

外周。三百二十四尺。

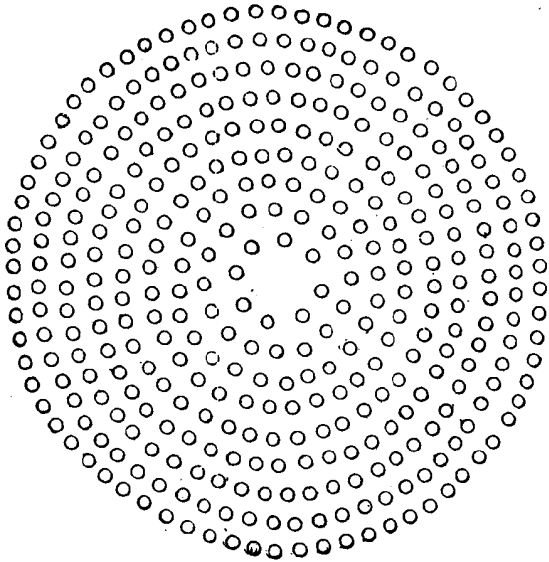
立三百三十六人。

通徑。一百丈八尺。

陣計九重。不盡八人。

圓陣圖

人七圍每



術曰。以商功求之。以圓率因內徑。爲內周。以人立尺約之。爲內周人數。乃以圓束率率爲隅。次置內周人。減隅餘。爲從方。列兵數爲實。開平方。得重數。不盡。爲餘兵。置重數。減一。餘四。因。又乘圓邊尺數。併內徑。共爲通徑。以圓率因通徑。得外周。

圓率III	內徑〇	得〇尺爲內周	上乘中得下。
內周〇數	實〇尺	圓邊又尺	下除中得。上爲后中。
立人X數	實〇尺	圓邊又尺	下除中得。上爲后中。
III=X從方	內周人〇	圓邊又尺	以下減中得上。
商〇	實〇兵數	圓差丁從隅	方一進。隅一超。
商又	實〇入	商差丁從方	以商生。隅入方。
商又	實〇入	商差丁從方	以商生。隅入方。
商又	實〇入	商差丁從方	以商生。隅入方。
商又	實〇入	商差丁從方	以商生。隅入方。

商又	重上	商又	通徑〇尺	圓率	外周X尺	圓邊又	內徑〇	法下	以圓邊除外周。得外周人數。
不盡爲餘兵	減一	商又	〇	〇	〇	〇	〇	〇	以圓邊除外周。得外周人數。
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	以圓邊除外周。得外周人數。
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	以圓邊除外周。得外周人數。
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	以圓邊除外周。得外周人數。

草曰。以圓率三。因內徑七十二丈。得二千一百六十尺。爲內周。以圓邊九尺約內周。得二百四十。爲內周人數。乃以圓束率。爲從隅。次置內周二百四十人。減隅餘二百三十四。爲從方。列兵二千六百。爲實。開平方。步法。從方進一位。隅法超一位。今方隅皆不可超進。乃於實約商置九重。以商生隅六得五十四。增入從方內。共得二百八十八。乃命上商九重。除實訖。實餘八人。爲餘兵。置九重。減一。餘八。以四因之。得三十二。又乘圓邊九尺。得二百八十八尺。併內徑七百二十尺。得一千八尺。爲通徑。又以圓率三。因通徑。得三千二十四尺。爲外周。次以圓邊九尺爲法。除外周尺數。得三百三十六人。爲外周人數。合問。

數書九章卷十六

圓營敷布

問周制一軍。欲布圓營九重。每卒立圓邊六尺。重間相去。比立尺數倍之。於內摘差兵四分之一。出奇。不可縮營示弱。須令仍用元營布滿餘兵。欲知元營內外周。及立人數。并出奇後。每卒數。立尺數。外周人數。各幾何。

答曰。周制一軍。
一萬二千五百人。
出奇。

三千一百二十五人。
元內周。
八百四丈。
立一千三百四十人。
元外周。

八百六十一丈六尺。

立一千四百三十六人。

出奇後。

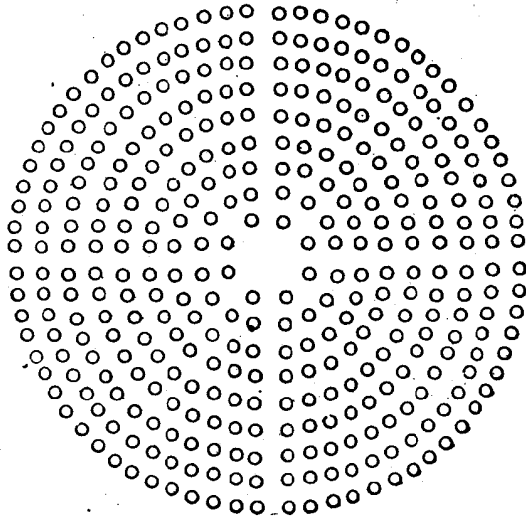
元外周立一千八十九人。

元內周立一千一十六人。

內外周人立七尺九寸一分。

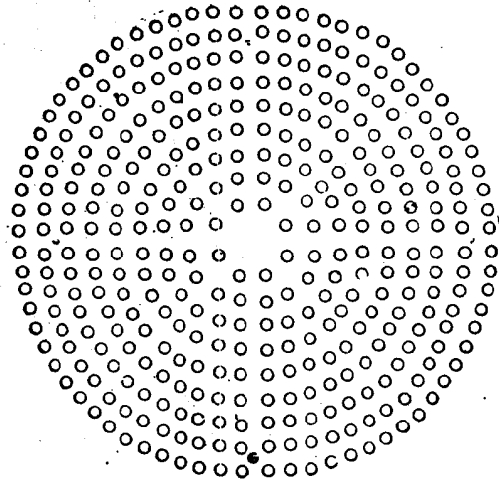
宋遺奇兵圖營圖

已遺奇兵圖營圖
每圖六人



三八九

宋遺奇兵圖營圖
每圖七人



三八八

三九〇

術曰以商功求之。置重數減一餘為段。以段乘圓差為率。求元周以率減兵餘如重數而一得內周人數不滿為餘兵。以人立圓邊乘內周人得內周尺倍之乘圓邊為泛以泛併內周尺得外周尺為實如圓邊而一得外周人。求出奇後以率加存兵如重數而一得外周人。不滿為餘兵以外周人約元外周尺得後立尺以後立尺約元內周尺得內周人。草曰置九重減一餘八為段以乘圓差六得四十八為率求九重得四百三十二為率。

重數又	減一	餘重為段	圓差差下
率二	重又	率三	

求元周以率四百三十二減周制一軍一萬二千五百餘一萬二千六十八為實如重數九而一得一千三百四十人為內周人數不滿八人為餘兵之數。

率二	周制軍人	實軍人	重數圓法
一〇〇〇		一〇〇〇	

內周人	餘兵	又法
一〇〇〇		

次以人立圓邊六尺乘內周人一千三百四十得八千四百尺收作八百四丈為內周尺數。

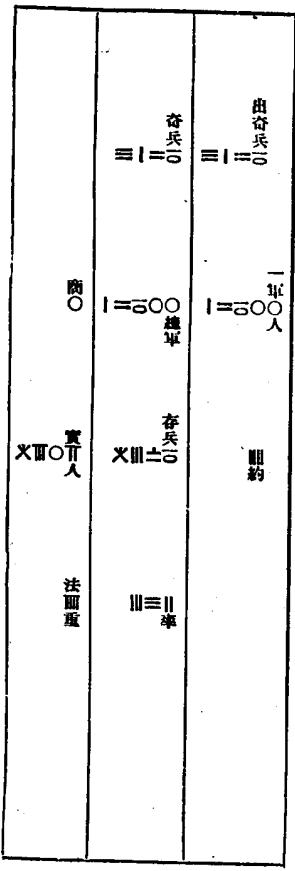
內周人	圓邊下	圓得尺	內周丈
一〇〇〇		一〇〇〇	一〇〇〇

率率下	圓率下	泛下尺
一〇〇〇		一〇〇〇
外周尺	內周尺	泛下尺
一〇〇〇	一〇〇〇	一〇〇〇

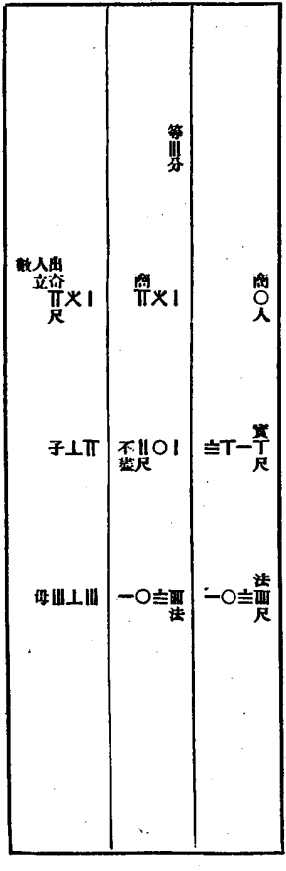
以外周尺八千六百一十六為實。如圓邊六尺而一。得一千四百三十六人。為外周人數。



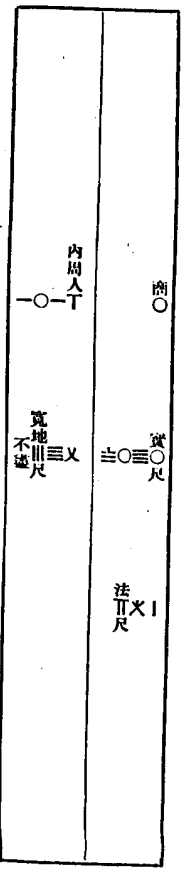
求出奇後。以奇母四。約軍一萬二千五百。得三千一百二十五。為奇兵。以減總軍。餘九千三百七十五。為存兵。次以率門百三十二加之。得九千八百七十七人。為實。如重數九而得一千八百九十九。為外周人。不盡六。



次以元外周八千六百一十六尺為實。以外周人一千八十九約之。得七尺九寸一分。不盡二尺一分。與法求等。得三。俱約之。為分下三百六十三分六十七。



置元內周八千四十尺為實。以後立尺七尺九寸一分約之。得一千一十六。為內周人數。不盡三尺四寸四分。為寬地。



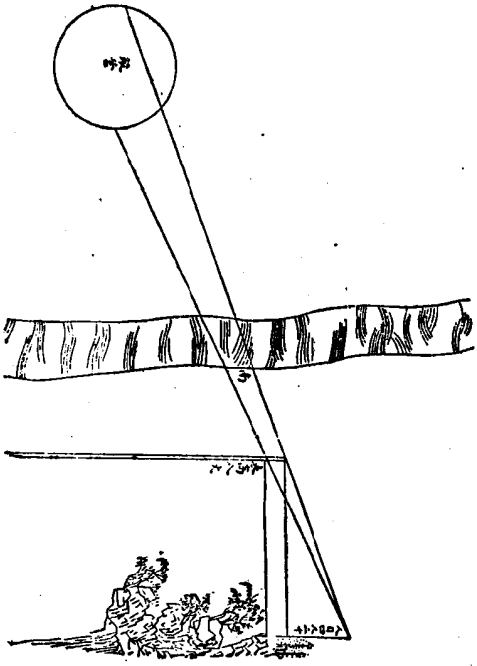
本術所求內外周之人數既定。不拘人奇出奇入。皆以六人為重差。或累差。加減。各得諸重圍數。或併九重人。謀總軍所存。

○望知敵衆

問敵為圓營。在水北平沙。不知人數。謀稱彼營布卒占地。方八尺。我軍在水南山原。於原下立表。高八丈。與山腰等平。自表端引繩。虛置平至人足。三十步。人立其處。望彼營北陵。與表端參合。又望營南陵。入表端八尺。人目高四尺八寸。以圓密率入重差。求敵衆合得幾何。

答曰。敵衆八百四十九人。
術曰。以勾股求之。置人退表步。乘入表。為實。以人目高為法。除之。得徑。以密周率乘徑。得數。為實。以密徑率因人立為法。約之。得外周人數。除收為一。副置。加六。以乘副得數。為實。如十二而一。餘亦收為全。

國海營參合



草曰。置人立退表三十步。以步法五尺。展為五十寸。通之。得一千五百寸。乘入表八尺。得十二萬寸。為實。

人退表 〇步 三	步法圓尺 〇寸 三	步法 〇寸 三	得退表 〇寸 一
得法 〇寸 一	入表 〇寸 三	退表 〇寸 一	

以人目高四十八寸。為法。除之。得徑二千五百寸。

為徑 〇寸 二	實 〇寸 一	人目 〇寸 一
---------------	--------------	---------------

以密率周法二十二。乘徑二千五百。得五萬五千寸。為實。

徑 〇寸 一	密率 〇寸 二	實 〇寸 一
--------------	---------------	--------------

以密率徑法七。因謀稱人立八尺。得五百六十。為法。

密徑法 〇寸 七	人立 〇寸 八	法 〇寸 七
----------------	---------------	--------------

以法五百六十寸。約實五萬五千寸。得九十八人。為外周人數。不盡一百二十寸。乘之。

外周 〇人 一	乘餘 〇寸 一	法 〇寸 七
---------------	---------------	--------------

副置外周九十八人。加六。得一百四人。乘副。為實。

敵眾 〇人 三	商 〇寸 一	實 〇寸 一	法 〇寸 一	得 〇寸 一
敵眾 〇人 三	商 〇寸 一	實 〇寸 一	法 〇寸 一	得 〇寸 一
敵眾 〇人 三	商 〇寸 一	實 〇寸 一	法 〇寸 一	得 〇寸 一
敵眾 〇人 三	商 〇寸 一	實 〇寸 一	法 〇寸 一	得 〇寸 一

○均敷衛役

問軍成差坐烽擺鋪。切慮差徭不均。今諸軍共合差一千二百六十人。契勘諸軍見管。前軍六千一百七十人。右軍四千九百三十六人。中軍七千四百四人。左軍三千七百二人。後軍二千四百六十八人。各軍合差幾何。

答曰。前軍差三百一十五人。

右軍差二百五十二人。

中軍差三百七十八人。

左軍差一百八十九人。

後軍差一百二十六人。

術曰。以均輸求之。置各軍見管人。驗可約。求等以約之。為法。副併為法。以其合差數。乘列。各為實。實如法而一。各得。

草曰。置諸軍見管。求等。得一千二百三十四。俱以約各見管。前軍得五。右軍得四。中軍得六。左軍得三。後軍得二。列為各軍副併。諸軍得二十。為法。以其差一千二百六十人。乘諸軍。前軍得六千三百。右軍得五千四十。中軍得七千五百六十。左軍得三千七百八十。後軍得二千五百二十。各為實。皆如法。二十而一。前軍合差三百一十五人。右軍合差二百五十二人。中軍合差三百七十八人。左軍合差一百八十九人。

十九人後軍合差一百二十六人。

前軍 上三〇〇	右軍 三〇三〇	中軍 六三〇〇	左軍 三三〇〇	後軍 一〇〇〇	見管人 上三〇	右軍 三三〇	中軍 六六〇	左軍 三三〇	後軍 一〇〇	等數 一三〇	求等
前軍 上三〇〇	右軍 三〇三〇	中軍 六三〇〇	左軍 三三〇〇	後軍 一〇〇〇	見管人 上三〇	右軍 三三〇	中軍 六六〇	左軍 三三〇	後軍 一〇〇	等數 一三〇	求等

○先計軍程
問一軍三將將十隊，隊七十五人，每將分左右，作九行，爬頭拽行，每日六十里，明日路狹，以單儀拽行，至晚，欲先知宿程里數，合幾何。

爬頭拽行	單一行	實〇	不盡下里	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇
實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇
實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇	實〇

答曰：六里二百四十步。

術曰：以均輪求之，置行數爲法，以單數一行，用乘日程里，爲實，實如法而一，得宿程里步。草曰：置行數九，爲法，以單儀數一行，用乘六十里，爲實，實如法而一，得六里，不盡六里，以里法三百六十步通之，得二千一百六十步，又爲實，仍如法九而一，得二百四十步，爲六里二百四十步宿程。

○軍器功程

問今欲造弓刀各一萬副，箭一百萬隻，據功程，七人九日，造弓八張，八人六日，造刀五副，三人二日，造箭一百五十隻，作院見管弓作二百二十五人，刀作五百四十人，箭作二百七十六人，欲知畢日幾何。

答曰：造弓一萬張，三百五十日。
造刀一萬把，一百七十七日，九分日之七。
造箭一百萬隻，一百四十四日，九分日之六十四。

術曰：以粟米求之，互換入之，置各功程元人率於右行，置元日數於中行，置欲求數爲左行，以三行對乘之，爲各實，列右行，次置元物數於中行，置見管人爲左行，以左行乘中行，各爲法，以對除右行，各得日數。

草曰：置元造弓七人，造刀八人，造箭三人於右行，次置造弓九日，造刀六日，造箭二日，列中行，又置欲造弓一萬，欲造刀一萬，欲造箭一百萬，列左行，以三行對舉乘。

元造弓七人	元造刀八人	元造箭三人	右行
元造弓九日	元造刀六日	元造箭二日	中行
欲造弓一萬	欲造刀一萬	欲造箭一百萬	左行

弓實〇日	刀實〇日	箭實〇日	寄左行
上三〇〇〇〇	上三〇〇〇〇	上三〇〇〇〇	

上得六十三萬，中得四十八萬，下得六百萬，各爲實。

次列元造弓八張，刀五副，箭一百五十隻於中行，又列見管弓作二百二十五人，刀作五百四十人，箭作二百七十六人於左行。

元造弓三張
元造刀三副
元造箭〇隻
見弓作〇人
見刀作〇人
見箭作〇人
左行
中行

以兩行對乘之。上得一千八百。中得二千七百。下得四萬一千四百。各為法。

上一〇〇〇〇
中二〇〇〇〇
下四一四〇〇〇
各為法

先以上法一千八百。除寄右行弓日實六十三萬日。得三百五十。為造弓一萬張日數。

逆弓〇半日
實日〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
法

次以中法二千七百。除寄右行刀日實四十八萬日。得一百七十七。為造刀一萬副日數。

造刀半日
實日〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
法

不盡二千一百。與法求等。得三百。俱約之。為九分日之七。

造刀半日
實日〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇
法

次以下法四萬一千四百。除寄右行箭日實六百萬日。得一百四十四。為造箭一百萬隻日數。

造箭〇
實日〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇
法

造箭〇
實日〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇
法

不盡三萬八千四百日。與法四萬一千四百。求等。得六百。俱以約之。得六十九分日之六十四。為造箭日分。合問。

造箭〇
實日〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇
法

○計造軍衣

問庫有布綿絮三色。計料欲製軍衣。其布六人八疋。少一百六十疋。七人九疋。剩五百六十疋。其綿八人一百五十兩。剩一萬六千五百兩。九人一百七十兩。剩一萬四千四百兩。其絮四人一十三斤。少六千八百四斤。五人一十四斤。適足。欲知軍士及布綿絮各幾何。

答曰。兵士一萬五千一百二十人。
布二萬疋。
綿三十萬兩。

絮四萬二千三百三十六斤。

術曰。以盈朒求之。置人數於左右之中。置所給物。各於其上。置盈朒數。各於其下。令維乘之。先以人數互乘其所給率。相減。餘為法。次以人數相乘。為寄。後以盈朒互乘其上未減者。是為維乘。驗其下係一盈一朒。以上下皆併之。其併之。為物實。其下併之。乘寄。為兵實。二實皆如法而一。各得。驗其係兩盈或兩朒者。以上下皆相減之。其上減之餘。為物實。其下減之餘。乘寄。為兵實。二實皆如法而一。各得。驗其或一盈一足或一朒一足者。其適足乃以空互乘其上未減者。去之。只以所用盈朒數互乘其上。為物實。以盈或朒一數乘寄。為兵實。皆如法而一。各得。

求布草曰。置布六人於左中。八疋於左。上朒一百六十疋於左下。置七人於右中。九疋於右上。盈五百六十於右下。先以左右之中六七。互乘左右之上。訖。左上得五十六。右得五十四。以相減之餘二。為法。次以左右中六七相乘得四十二。為寄於中。次以左下虧一百六十。乘右未減五十四。得八千六百四十。又以右下盈五百六十。乘左未減五十六。得三萬一千三百六十。驗得左右之下。係一盈一朒。當併之。以左上三萬一千三百六十。併右上八千六百四十。得四萬。為布實。次以左下虧一百六十。併右下盈五百六十。得七千二百二十。乘寄四十二。得三萬二千四百。為兵實。二實皆如法而一。得二萬疋。為布。得一萬五千一百二十。為兵。

求布圖	布冊疋	冊人	冊疋	右行。
	布冊疋	冊人	冊疋	右中乘左上。
	布冊疋	冊人	冊疋	左中乘右上。
	布冊疋	冊人	冊疋	左行。
	布冊疋	冊人	冊疋	上對減之。
	布冊疋	冊人	冊疋	中對乘之。
	布冊疋	冊人	冊疋	右下乘左上。
	布冊疋	冊人	冊疋	左下乘右上。

布冊疋	冊人	冊疋	右行。
布冊疋	冊人	冊疋	右中乘左上。
布冊疋	冊人	冊疋	左中乘右上。
布冊疋	冊人	冊疋	左行。
布冊疋	冊人	冊疋	上對減之。
布冊疋	冊人	冊疋	中對乘之。
布冊疋	冊人	冊疋	右下乘左上。
布冊疋	冊人	冊疋	左下乘右上。

求綿草曰：置八人於左中，綿一百五十兩於左上，餘一萬六千五百兩於左下，次置九人於右中，一百七十兩於右上，餘一萬四千四百兩於右下，以左右中八九互乘各上訖，左上得一千三百五十，右上得一千三百六十，相減餘一十，為法，次以中八九相乘得七十二，為寄於中，次以左下一萬六千五百乘上一右千三百六十，得二千二百四十四萬，卻以右下一萬四千四百乘左上一千三百五十，得一千九百四十四萬，驗其下係兩益，當相減之，其右上餘三百萬，為綿實，其左右之下亦相減之，餘二千一百乘寄七十二，得一十五萬一千二百，為兵實，二實皆如法一十而一，綿得三十萬兩，兵得一萬五千一百二十人。

求綿圖	綿兩	冊人	餘綿兩	右行。
	綿兩	冊人	餘綿兩	右中乘左上。
	綿兩	冊人	餘綿兩	左中乘右上。
	綿兩	冊人	餘綿兩	左行。

綿兩	冊人	餘綿兩	右行。
綿兩	冊人	餘綿兩	右中乘左上。
綿兩	冊人	餘綿兩	左中乘右上。
綿兩	冊人	餘綿兩	左行。
綿兩	冊人	餘綿兩	上對減。
綿兩	冊人	餘綿兩	中對乘。
綿兩	冊人	餘綿兩	右下乘左上。
綿兩	冊人	餘綿兩	左下乘右上。

結實○兩	結實○兩	結實○兩	寄人	餘○兩
兵○人	兵實○人	寄人	餘○兩	上下對減
一○法	一○法	一○法	餘○兩	
答數	下除上中	下乘中，為後中		

未減丁斤	未減丁斤	結實○斤	寄人	少○斤	足○空
寄人	寄人	兵實○人	寄人	少○斤	足○空
寄人	寄人	兵○人	寄人	少○斤	足○空
答數	以下除上中	以下乘中，為後中			

數書九章卷十七 市物類

魯郡 秦九韶

推求物價

問推貨務三次。支物準錢各一百四十七萬貫文。先撥沈香三千五百裏。瑇瑁二千二百斤。乳香三百七十五套。次撥沈香二千九百七十裏。瑇瑁二千一百三十斤。乳香三千五百六套四分套之一。後撥沈香三千二百裏。瑇瑁一千五百斤。乳香三千七百五十套。欲求沈乳瑇瑁各價幾何。

答曰。沈香每裏三百貫文。
乳香每套六十四貫文。
瑇瑁每斤一百八十貫文。

術曰。以方程求之。正負入之。列積及物數於下。布行數。各對本色。有分者通之。可約者約之。為定率積。列數每以下項互乘之。每視其積以少減多。其下物數。各隨積正負之類。如同名相減。異名相加。正無人負之。負無人正之。其如同名相加。異名相減。正無人正之。負無人負之。使其下項物數得一數者為法。其積為實。實如法而一。所得不計遍損或益諸積。各得法實除之。餘做此。

草曰。置準錢一百四十七萬貫。為三次撥錢。為三行積數。次置先撥沈香三千五百裏。瑇瑁二千二百斤。

求絮草曰。置四人於左中。一十三斤於左上。少六千八百四斤於左下。又置五人於右中。二十四斤於右上。適足為空於右下。以左右之中四五互乘其上。左得六十五。右得五十六。相減餘九。為法。以中四五相乘得二十。為寄於中。先以左下六千八百四互乘右上五十六。得三十八萬一千二十四。御以右下適足之空。乘左上六十五。亦為空。乃去之。只以右上三十八萬一千二十四斤。為絮實。只以左下六千八百四。乘寄二十人。得一十三萬六千八十。為兵實。二實皆如法九而一。其絮得四萬二千三百三十六斤。其兵得一萬五千一百二十人。合問。

絮實○斤	絮實○斤	寄人	適足○空	右行
寄人	寄人	寄人	少○斤	右中乘左上
寄人	寄人	寄人	少○斤	左中乘右上
寄人	寄人	寄人	少○斤	左行
寄人	寄人	寄人	少○斤	上對減
寄人	寄人	寄人	少○斤	中對乘

右 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇	中 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇	左 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇 〇十貫〇〇〇
---	---	---

今驗千兩右行段數。只有沈香四十二萬八千七百五十裏。以為法。以右上積一億二千八百六十二萬五千貫。為實。實如法而一。得三百貫。為沈香一裏。便以中行沈七百二十四。乘三百貫。得二十一萬七千二百貫。減中積五十四萬三千九百貫。餘三十二萬六千七百貫。為中積。便減去中行沈香段之數。次以左上沈六十四。乘三百貫。得一萬九千二百貫。減左積二萬九千四百貫。餘一萬二千二百貫。左積。便減左上沈香裏數去之。今驗支圖中行。其下只有瑪瑙一千八百一十五。以為法。以中積三十二萬六千七百貫。為實。實如法而一。得一百八十貫。為瑪瑙價。

十貫〇 〇	十貫〇 〇	十貫〇 〇	十貫〇 〇
〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇

今驗閩圖左行。有瑪瑙三十斤。以乘價一百八十貫。得五千四百貫。減左積一萬二千貫。餘四千八百貫。為左積。其下積有乳香七十五套。以為法。以積四千八百貫。為實。實如法而一。得六十四貫。為乳香套價。此題均係俱正鋪草。

均貨推本

開有海船赴務。除納主家貨物外。有沈香五千八百八十八兩。胡椒一萬四百三十包。包四十斤。象牙一百一十二合。大小各合。斤兩俱等。係甲乙丙丁四人合本博到。緣昨來湊本。互有假借。甲分到官供稱甲

本金二百兩。鹽四袋。鈔一十道。乙本銀八百兩。鹽三袋。鈔八十八道。丙本銀一千六百七十兩。度牒一十五道。丁本度牒五十二道。金五十八兩八錢。已上共估直四十二萬四千貫。甲借乙鈔。乙借丙銀。丙借丁度牒。丁借甲金。今合檢各借物歸元主名下。為率均分上件貨物。欲知金銀袋鹽度牒元價。及四人各合得香椒牙幾何。

- 答曰。甲金。每兩四百八十貫文。
- 本。一十二萬四千貫文。
- 合得沈香。一千四百八十八兩。
- 胡椒。三千五百包。一十一斤五兩。五十三分兩之七。
- 象牙。六十二合。
- 乙鹽。每袋二百五十貫文。
- 本。七萬六千貫文。
- 合得沈香。九百一十二兩。
- 胡椒。一千八百六十九包。二十一斤二兩。五十三分兩之六。
- 象牙。三十八合。
- 丙銀。每兩五十貫文。

本。一十二萬三千五百貫文。

合得沈香。一千四百八十二兩。

胡椒。三千三百七十七包。三十九斤五兩。五十三分兩之二十三。

象牙。六十一合四分合之三。

丁度牒。每道一千五百貫文。

本。一十萬五百貫文。

合得沈香。一千二百六兩。

胡椒。二千四百七十二包。八斤三兩。五十三分兩之十七。

象牙。五十分四分合之一。

術曰。以方程求之。衰分入之。正負入之。置共錢。以人數約之。得數。列如人數。各為行積。次置諸色各物數。為段。對本色。有分者通之。可約者約之。為定率。以第一行為右。以第二行為左。以第三行為次。第四行為左。每以下位互通乘之。每驗其積。以少減多。如同名相減。異名相加。正無人負之。負無人正之。如同名相加。異名相減。正無人正之。負無人負之。得一段。為法。以除積。為實。除之。各得諸價。以諸價列右行。以各物數列左行。以兩行對乘。得各本率。以諸色求等約之。得列衰併諸衰。為總法。以列衰通乘各物諸數。各為實。諸實如總法而一。各得其物。除不盡者。以斤兩通而除之。或又分母命之。

草曰：置估直四十二萬四千貫，以四人約之，得一十萬六千貫，為各積，以人數列四位，次置甲金二百兩於右，上以四袋乘鈔一十道，得四十袋於右，為右行，次置乙鈔八十八道，以三袋乘之，得鹽二百六十四袋，及銀八百兩，為副行，次置丙銀一千六百七十兩，度牒一十五道，為次行，次置丁度牒五十二道，金五十八兩八錢，為左行，驗得首同左行上段，金帶八錢，是三分兩之一，乃以分母通乘左行諸數，只以分子一內入左金內，其左積得三十一萬八千貫，左金得一百七十五兩，左度牒得一百五十六道，為次同，驗次同四行，皆可求等，右行求得四約之，次行求得八約之，次行求得五約之，左行求得一約之，各得數，為定率圖。

右行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三
副行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三
左行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三

首圖	次圖
次行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三
左行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三

定率圖右積得二千六百五十貫，金五兩，鹽一袋，副積得一萬三千二百五十貫，鹽三十三袋，銀一百兩，次積得二萬一千二百貫，銀三百三十四兩，度牒三十三道，左積得三十一萬八千貫，金一百七十五兩，度牒一百五十六道，乃以定圖次行之度牒三，因左行左積得九十五萬四千貫，金五百二十五兩，度牒四百六十八道，次以定圖左下度牒一百五十六道，乘次行積得三百三十萬七千二百貫，銀五萬二千一百四兩。

副行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三
左行	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三
定率	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三
維	○十貫○○○○○
金	○三
度牒	○三

乃驗維圖左及次行之下，度牒等，當相減之，以積為端，當以左之少積，來減次之多積，按術曰：同名相減，其次行之金空，而左行之金五百二十五兩，有為正，次空為無，按術曰：正無人負之，即以左行之金正，加入次行金位為負，乃成音圖，仍置定圖左行諸數，乃驗音圖，次行積得二百三十五萬三千二百貫正，金五百二十五兩負，銀五萬二千一百四兩正，餘

三行皆正	副行	○十貫○○○○○
	金	○三
	度牒	○三
	左行	○十貫○○○○○
	金	○三
	度牒	○三
	定率	○十貫○○○○○
	金	○三
	度牒	○三
	維	○十貫○○○○○
	金	○三
	度牒	○三

今驗音次行之負金，當以右行之正金補之，而其數不等，先以右金五，約次金五百二十五，得一百五

隱圖	積十其〇〇一〇 銀	支圖	積十其〇〇一〇 銀
積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉	積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉	積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉	積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉

乃以支圖右行銀一袋，徧乘副行畢，其副積只得二百五十貫，次以副行直減右行畢，右積餘二千四百貫，金五兩，隱空，而成隱圖。

乃以隱圖右積二千四百貫，為實，金五兩為法，除之，得四百八十貫，為金一兩價，成定圖，次以隱圖左金一百七十五兩，徧乘右行，直減左行訖，左積得二十三萬四千貫，度廉一百五十六道，左金空，而成定圖。

實〇十貫〇〇〇〇〇〇	實〇十貫〇〇〇〇〇〇
〇十貫〇〇〇〇〇〇	〇十貫〇〇〇〇〇〇

隱圖	積十其〇〇一〇 銀	定圖	積十其〇〇一〇 銀
積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉	積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉	積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉	積十其〇〇〇〇〇〇 金 度廉

今驗定圖左積二十三萬四千貫，為實，以左下度廉一百五十六道為法，除之，得一千五百貫，為度廉一道價，以成終圖，既得金銀每兩，鈔鹽每袋度廉每道，各色之價，次列甲乙丙丁四人乘之。

〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文
〇〇〇〇〇〇〇〇 金	〇〇〇〇〇〇〇〇 金

副圖	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	終圖	〇〇〇〇〇〇〇〇 文
〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文
〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文
〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文	〇〇〇〇〇〇〇〇 文

復以首圖右金二百兩，併左金五十八兩八錢，得二百五十八兩，以八錢為三分兩之一，通分內子，得七百七十五於左甲，其右價四百八十貫，乃以左甲母三，約之，為一百六十貫於右甲，次以右圖四十七貫，併副圖二百六十四貫，得三百四貫於左乙，次以副銀八百兩，併次銀一千六百七十兩，得二千四百七十兩，為左丙，又以次行度廉一十五道，併左度廉五十二道，得六十七道，為左丁，以兩行對乘之。

右行	一十貫 金價	二貫 銀價	三貫 銀價	四貫 度廉價
左行	金價	銀價	銀價	度廉價

以右甲一百六十，乘左甲七百七十五兩，得一十二萬四千貫，為甲元本，以右乙二百五十貫，乘左乙三百四貫，得七萬六千貫，為乙元本，以右丙五十貫，乘左丙二千四百七十兩，得一十二萬三千五百貫，為丙元本，以右丁一千五百貫，乘左丁六十七道，得一十萬五百貫，為丁元本，列四人各得元本，求得等五百貫，皆以五百貫為法，除之，甲得二百四十八，乙得一百五十二，丙得二百四十七，丁得二百一，各為列於右行，併右行列，得八百四十八，為總法，次置博到沈香五千八百兩，遍乘列，各為沈香實，次置胡椒一萬四百三十包，亦遍乘列，為椒實，次置象牙四百二十四條，以大小為合，半

法除實得一百八十道爲元關度牒。

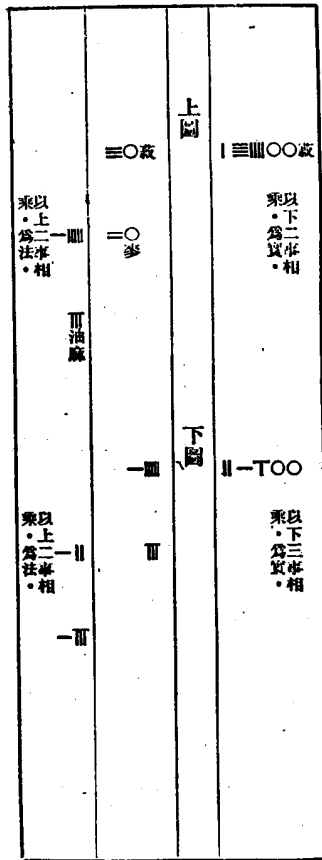
○菽粟互易

問菽三升易小麥二升。小麥一斗五合。易油麻八合。油麻一升二合。易粳米一升八合。今將菽十四石四

斗。欲易油麻。又將小麥二十一石六斗。欲易粳米。幾何。

答曰。油麻五石一斗二升。

粳米一十七石二斗八升。



術曰。以粟米換易求之。置元易率。本色對列。如雁翅。以多一事者相乘。爲實。以少一事者相乘。爲法。除之。各得或問數。不干其率者不置。

草曰。置四率六數列六位率。如雁翅。皆化爲合。先將菽一十四石四斗。化作一萬四千四百合。乃對前二句率數四位。如雁翅。至欲易油麻止。共五事。爲上圖。

次將小麥二十一石六斗。化作二萬一千六百合。乃對後兩句率四位。如雁翅。至欲易粳米止。共五事。爲下圖。其上圖。以菽一萬四千四百合。乘麥二十。得二十八萬八千。又乘油麻八合。得二百三十三萬四千合。爲油麻實。次以菽三十合。乘麥一十五。得四百五十合。爲法。除之。得五千一百二十合。展爲五石一斗二升。爲油麻。

其下圖。以小麥二萬一千六百合。乘油麻八合。得一十七萬二千八百合。又乘粳米一十八合。得三百一十一萬四百合。爲粳米實。以小麥一十五合。乘油麻一十二合。得一百八十合。爲法。除之。得一萬七千二百八十。展作一十七石二斗八升。爲粳米。

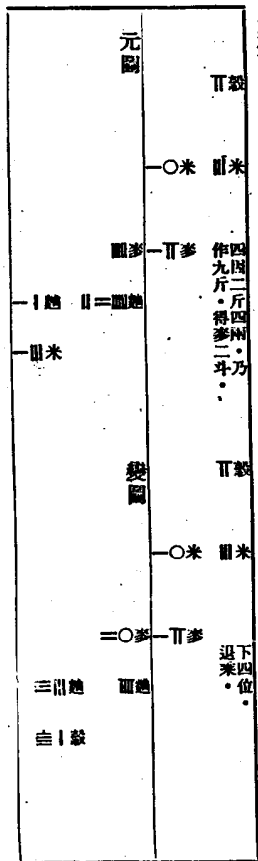
數書九章卷十八

魯郡 秦九韶

推計互易

問庫率。糶穀七石。出糶米三石。糶米一斗。易小麥一斗七升。小麥五升。踏麩二斤四兩。麩一十一斤。醴糶米一斗三升。今有糶穀一千七百五十九石三斗八升。欲出穀做米。易麥踏麩。還自醴餘穀之米。須令適足。各合幾何。

列算圖



以首位設七。因米一斗三升。錫
爲效。以米三石。因一十一斤錫。

上四位。
逆乘。

合圖	出率	米率	麥率	餘率
$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$

定升	出實	米實	麥實	總實
$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \\ \text{LTOO} \\ \text{TLO} \end{matrix}$

答曰。共穀一千七百五十九石三斗八升。
出穀九百二十四石。
得米三百九十六石。
易麥六百七十三石二斗。
踏麩三萬二千九百四十四斤。

餘穀八百三十五石三斗八升。
履米三百五十八石二斗。

術曰。以粟米換易求之。從諸率。隨本色對列。如履麩。有分者通之。異類者變之。以上位者進乘之。以下位者退乘之。得合數。有對者相乘之。無對者直命之。爲諸率。併上下無對者。爲法率。諸率可約者。約之。以今有物。遍乘諸率。不乘法率。各爲實。諸實並如法而一。各得其已變者。復互易乘除之。即得所求。

草曰。置糧穀七。出米三。於右行上副兩位。次置糧米一斗。麥一斗七升。於副行副中兩位。次置小麥五升。踏麩二斤四兩。於次行中次兩位。次置麩一十一斤。履米一斗三升。於左行次下兩位。隨本色對列。如履麩。乃驗次行二斤四兩。是四分斤之一。以母四通次行兩位。以子一內次行次位。其中位得二十。次位得九。又驗左行下位。是糧米。是異類於糧穀。合變爲糧穀。乃以箇中首句率。較七米三變之。以七因米一斗三升。得九斗一升。於左下。爲穀。卻以米三因麩一十一斤。爲三十三斤。麩於左行。得變箇數。以左行三十三。乘次行二十。得六百六十。次以得六百六十。乘副行一十。得六千六百。次以六千六百。乘右七。得四萬六千二百。各於元位。卻以右行副位三。因副行一斗七升。得五斗一升。又以五斗一升。乘次行九。得四萬五千九百。又以四萬五千九百。乘左下九十一。得四萬一千七百六十九。列爲合圖數。乃驗合圖四行。其副中次三位有對者。以對相乘合之。其右上左下無對者。直命之。皆爲率。列右行上。得四萬六千二百。爲出糧穀率。副位得一萬九千八百。爲得糧米率。中得三萬三千六百六十。爲易得

麥率。次得一萬五千一百四十七。爲踏到總率。下得四萬一千七百六十九。爲餘下糧穀率。併上下二率。共得八萬七千九百六十九。爲法率。今六率共求。得一約之。只得元率。爲率圖。始用今有糧穀一千七百五十九石三斗八升。皆化爲升。遍乘五率。不乘法率。得八十一億二千八百三十三萬五千六百。爲出穀實。得三十四億八千三百五十七萬二千四百。爲糧米實。得五十九億二千二百七萬三千八百八十。爲易麥實。得二十六億六千四百九十三萬二千八百八十六。爲踏麩實。得七十三億四千八百七十五萬四千三百二十二。升。爲餘穀實。其五實。皆如法。八萬七千九百六十九。而一。得九百二十四石。爲出穀。得三百九十六石。爲做到糧米。得六百七十三石二斗。爲易到小麥。得三萬二千九百四十四斤。爲踏到總。得八百三十五石三斗八升。爲餘下穀。今將餘下穀。變爲米。乃以米率三。因餘穀八百三十五石三斗八升。得二千五百六十六石一斗四升。爲實。以糧穀率七。爲法。除之。得三百五十八石二升。爲履米。

○煉金計直

問。庫有三色金。共五千兩。內八分金。一千二百五十兩。兩價四百貫文。七分五釐金。一千六百兩。兩價三百七十五貫文。八分五釐金。二千一百五十兩。兩價四百二十五貫文。並欲煉爲足色。每兩工食藥炭錢三貫文。耗金九百七十二兩五錢。欲知色分及兩價各幾何。
答曰。色一十分。

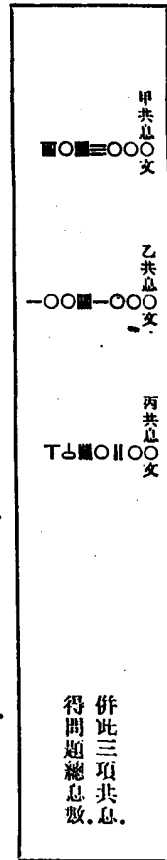
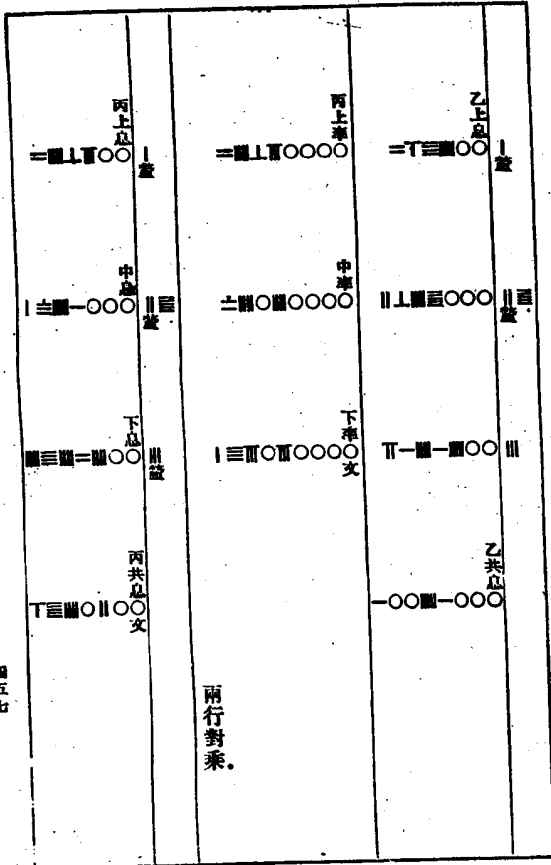
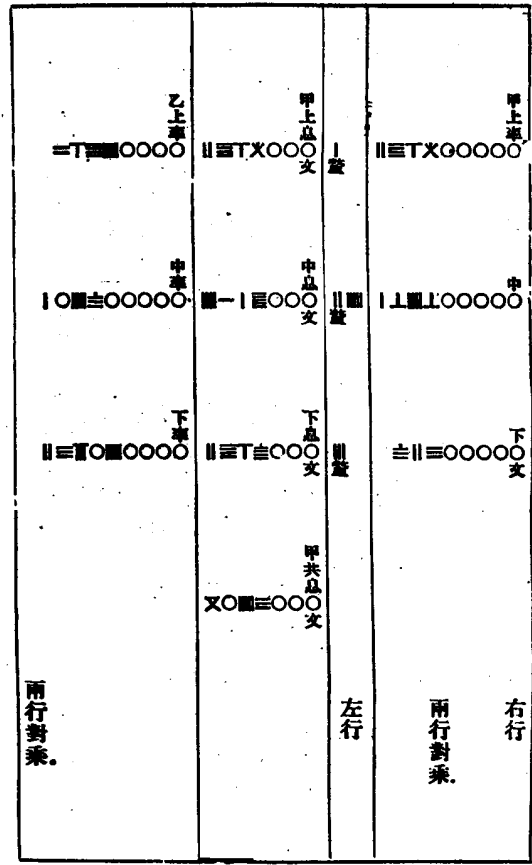
三釐息二千四百六十九貫文。
 乙庫共納息一萬五十一貫文。
 一釐息二百六十四貫五百文。
 二釐半息二千六百四十五貫文。
 三釐息七千一百四十一貫五百文。
 丙庫共納息六千五百四十四貫二百文。
 一釐息二百四十六貫八百文。
 二釐半息一千八百五十一貫文。
 三釐息四千四百四十二貫四百文。

術曰：置諸庫諸色之差，照釐率爲三行，縱併之爲約率，橫命之爲乘率。先以約率各約自庫之本，各待以遍乘，未併乘率，然後各以釐率橫乘之，次以縱併之，爲各庫共息。

甲約率下 甲得文 三三三〇〇〇〇〇	乙約率上 甲本〇文 三三三〇〇〇〇〇	丙約率〇 甲約一 三三三〇〇〇〇〇	甲庫反鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇	乙庫方鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇	丙庫反鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇
乙得文 三三三〇〇〇〇〇	乙本〇文 三三三〇〇〇〇〇	乙約率一 三三三〇〇〇〇〇	甲庫反鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇	乙庫方鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇	丙庫反鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇
丙得文 三三三〇〇〇〇〇	丙本〇文 三三三〇〇〇〇〇	丙約率〇 三三三〇〇〇〇〇	甲庫反鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇	乙庫方鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇	丙庫反鏡差 乘率 三三三〇〇〇〇〇
下除中，得上。	下除中，得上。	下除中，得上。	併此行得六。	併此行得一十四。	併此行得一十。

甲上率 三三三〇〇〇〇〇	甲上率 三三三〇〇〇〇〇	甲上率 三三三〇〇〇〇〇	甲上率 三三三〇〇〇〇〇	甲上率 三三三〇〇〇〇〇	甲上率 三三三〇〇〇〇〇
中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇
下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇
乙得文 三三三〇〇〇〇〇	乙得文 三三三〇〇〇〇〇	乙得文 三三三〇〇〇〇〇	乙得文 三三三〇〇〇〇〇	乙得文 三三三〇〇〇〇〇	乙得文 三三三〇〇〇〇〇
併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。

乙上率 三三三〇〇〇〇〇	乙上率 三三三〇〇〇〇〇	乙上率 三三三〇〇〇〇〇	乙上率 三三三〇〇〇〇〇	乙上率 三三三〇〇〇〇〇	乙上率 三三三〇〇〇〇〇
中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇	中率 三三三〇〇〇〇〇
下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇	下率 三三三〇〇〇〇〇
丙得文 三三三〇〇〇〇〇	丙得文 三三三〇〇〇〇〇	丙得文 三三三〇〇〇〇〇	丙得文 三三三〇〇〇〇〇	丙得文 三三三〇〇〇〇〇	丙得文 三三三〇〇〇〇〇
併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。	併乘三率。



草曰：設甲庫反維差，自下置一三於右行，次置乙庫方維差，自上置一四九於中行，次置丙庫蒺藜差，自上置一二六於左行，各為三庫上中下三等乘率。乃縱併甲差三二二，得六，為甲約率。縱併乙差一四九，得一十四，為乙約率。縱併丙差一三六，得一十，為丙約率。直命九位數，各為上中下乘率，乃先以約率，各約自庫之本，乃以甲約率六約甲本四十九萬三千八百貫，得八萬二千三百貫，為甲得。次以乙約率一十四，約乙本三十七萬三千貫，得二萬六千四百五十貫，為乙得。次以丙約率一十，約丙本二十四萬六千八百貫，得二萬四千六百八十貫，為丙得。以各得乘未併乘率，其甲所得八萬二千三百貫，乘反維乘率三二二，得二十四萬六千九百貫，為上率，得一十六萬四千六百貫，為中率，得八萬二千三百貫，為下率。其乙所得二萬六千四百五十貫，以乘方維差一四九，得二萬六千四百五十貫，為上率，得一十萬五千八百貫，為中率，得二十三萬八千五百貫，為下率。其丙所得二萬四千六百八十貫，以乘蒺藜差一三六，得二萬四千六百八十貫，為上率，得七萬四千四百貫，為中率，得一十四萬八千八十貫，為下率。然後各以息數乘各庫三乘。此是總文為庫。其甲以一釐乘上率二十四萬六千九百貫，得二千四百六十九貫，為上息。以二釐五毫乘中率一十六萬四千六百貫，得四十一百一十五貫，為中息。以三釐乘下率八萬二千三百貫，得二千四百六十九貫，為下息。併上中下三息，得九千五百三十三貫文，為甲庫共息。其乙庫以一釐乘上率二萬六千四百五十貫，得二百六十四貫五百文，為上息。以二釐五毫乘中率一十萬五千八百貫，得二千六百四十五貫，為中息。以三釐乘下率二十三萬八千五百貫，得七千一百四十一貫五百，為下息。併上中下三息，得一萬五千五百一十一貫文，為乙庫共息。其丙庫以一釐乘上率二十四萬六千八百八十貫，得二百四十六貫八百，為上息。以二釐五毫乘中率七萬四千四百十貫，得一千八百五十一貫，為中息。以三釐乘下率一十四萬八千八十貫，得四千四百四十二貫四百，為下息。併上中下三息，得六千五百四十二貫二百文，為丙庫共息。併三庫共息，得二萬五千六百四十四貫二百文，為總息。

○推求典本
問典庫今年二月二十九日有人取解一號主家，聽得當事共計算本息一百六十貫八百三十二文，稱係前歲頭臘月半解去月息利二分二釐，欲知元本幾何。
答曰：本一百二十貫文。

術曰以粟米求之。置積日乘息分數增三百爲法。以三百乘共錢爲實。實如法而一得本。
 草曰置前年頭臘月半係四十五日併去年三百六十又加今年五十九日共得四百六十四爲積日。乘
 息二分二釐得一百二文八釐增三百文得四百二文八釐爲法。以三百文乘共錢一百六十貫八百
 三十二文得四萬八千二百四十九貫六文爲實。實如法而一得一百二十貫文爲元本。

前年頭臘日 月半一	後臘日 月全三	去年 十二月十日	今年 正月三	二月四日
積日 四六十四	○=二分	得 四〇二文八釐	三〇〇	三〇〇〇〇〇〇 文爲法
增 三〇〇數	本息 三〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文
-T〇〇〇〇				
商除格 之法下起 之文步 商亦始於 皆步則於 步多則之 步約之商 步約之商 步約之商				

商 〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文
商 〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文
商 〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇 文
商約百。	商約百。	法進一步。 商約十。	商約百。	商約百。

商 〇〇〇〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文
商 〇〇〇〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文
商 〇〇〇〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文
商約十貫。	法不進。乃命 上商除實。	法一退。	商約十貫。	商約十貫。

○傾直推原

問房廊數內一戶日納一百五十六文八分足爲準指揮未曾經減者減三分。已曾經減三分者減二分。已曾經減二分者更減二分。今本月累經減者欲知元額房錢幾何。

答曰元額三百五十文。

術曰以衰分求之列一十分兩行各三位。列減分對減右行。以餘者相乘爲法。以左行元列相乘得納錢爲實。實如法而一得元額錢。

減分 一〇分	二分	二分	二分
一〇分	二分	二分	二分
一〇分	二分	二分	二分
以減分·損左行。	右行		

商 一〇〇〇〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文
商 一〇〇〇〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文
商 一〇〇〇〇〇〇文	實 三〇〇〇〇〇〇〇文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文	三〇〇〇〇〇〇〇 文
商約十貫。	法不進。乃命 上商除實。	法一退。	商約十貫。	商約十貫。

一分	一分	一分	一分	一分	一分	一分	一分	一分	一分
右行	右行	右行	右行	右行	右行	右行	右行	右行	右行
右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左	右行相乘。爲法。左
左行	左行	左行	左行	左行	左行	左行	左行	左行	左行
以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見	以因率乘見
納爲實	納爲實	納爲實	納爲實	納爲實	納爲實	納爲實	納爲實	納爲實	納爲實
得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文	得文類〇文
實〇文	實〇文	實〇文	實〇文	實〇文	實〇文	實〇文	實〇文	實〇文	實〇文
下見納文	下見納文	下見納文	下見納文	下見納文	下見納文	下見納文	下見納文	下見納文	下見納文
〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率	〇〇乘率
〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法	〇〇法

草曰。列一十分三位於左行。又列一十分三位於右行。其右上。減去初減三分。右中減去次減二分。右下減去更減二分。右行餘七八八。以相乘得四百四十八。爲法。乃以左行三位一十分相乘得一千。爲乘率。以乘見日納錢一百五十六文八分。得一百五十六貫八百文。爲實。實如法而一。得三百五十五文。爲本戶元類房錢。

或謂李治之說天元一。爲演秦九韶之法。蓋以秦爲宋人。李爲元人。元宜在宋後也。循按元史。治以至元二年卒於家。年八十八。是爲宋成宗成淳元年。上溯生年。爲金世宗大定十九年。當宋孝宗淳熙六年。治卒後十六年。元世祖始并宋。又按秦九韶之名。不著宋史。惟周密癸辛雜識續集。言九韶字道古。秦鳳間人。數學九章。自稱其籍爲魯郡。近虛氏補宋史藝文志。因以九韶爲魯郡人。蓋失考核。年十八。在鄉里爲義兵首。既出東南。多交豪富。性極機巧。星象音律算術。以至營造等事。無不精究。從李梅亭學駢儷詩詞。花庵中興絕妙詞選云。李公甫名。號梅亭。遊戲裘馬弓劍。莫不能知。性喜侈好大。嗜進謀身。或以歷學薦于朝。得對。有奏樂及所述數學大略。淳祐四年。韓祥請召山林布衣遺歷。從之。蓋九韶宜在此時。數學九章。與吳履齋交尤稔。履齋。即吳希。吳有地在湖州西門外。當苕水所經。入城而勢浩蕩。乃以術攫取之。以術攫取。亦蓋。吳如。則作履齋矣。何得又有從履齋事。建堂其上。位置皆出自心匠。齋錢如揚。徧講臺幕。賈秋堅宛轉得瓊州。至郡數月。罷歸。又言吳履齋在鄞。亟往投之。吳時入相。使之先行。曰。當思所處。秦復追隨之。吳旋得謫。當國徐撫奏事。竄之梅州。在梅治政不輟。竟殞于梅。癸辛雜識所記甚詳。今撮其略。考賈鎮淮揚時。在理宗淳祐十年。當元憲宗時。履齋之謫。在景定初年。其殞梅之時。與治之卒相先後。年齒未必大于李。況李居河北。秦處浙西。同時異國。不得謂李演秦說也。九韶爲秦鳳間人。若以秦鳳踏言之。則英國已入於金。九韶爲漢兵首。年已十八。則年百餘歲矣。然秦鳳踏所居之院。成風四州。終金之世。未嘗去宋。九韶蓋此四州人。周密本當時地名稱之耳。但爲漢兵首。不知在何年。其年運蓬無可考。治本傳。治登金進士第。中州

舉。李過中子。字仁輔。正大七年舉世科。許知鈞州事。歲壬辰。城潰。治北渡。流落忻州。聚書環堵。世祖在潛邸。聞其賢。召之。太宗紀四年。攻鈞州。克之。世祖紀。歲甲辰。帝在潛邸。思有爲于天下。延藩府舊臣及四方文學之士。以治道。辛亥。憲宗即位。蓋屬以漢南漢地軍國庶事。遂南駐瓜忽那之地。是治以元太宗四年北渡。其召見潛邸。則在憲宗辛亥以前。測圖海鏡自銀標戊申。秋九月。去甲辰止五年。則此書蓋擬始于流落忻州時也。自銀標。老大以來。得測圖九卷之說。日夕玩詳。而鑿之病者。使煤然去而無遺餘。山中多暇。嘗有徒求其說者。於是又爲之。果一百七十問。水傳云。治晚家元氏。以田封龍山下。學徒益衆。按行山中。則見其田。蓋後之日。蓋甲辰召對後。即歸元氏山下。嘗有求其說者。即學徒益衆之一。乃錄其病者使煤然去。嘗又爲之。可見先已有成業。至元氏山中復獲之耳。所云老大以來。蓋指忻州舉世科時事。壬辰已五十五。故得考大。九韶教學九章錢。標淳祐七年。是年歲次丁未。比戊申止前一年。治書之不振於泰明矣。郭守敬授時術。用天元一算。句股矢容圓。郭卒於仁宗三年。年八十六。上溯樂城發書之年。相距七十載。邢蓋時才十六歲。方治學測圖九容之說。蓋猶未生。邢蓋之學。實樂城啓之。乃始祖至元十三年。召修授時術。而治已前卒。故一代製作。遂首推邢蓋。無復知有樂城矣。學者稱泰在李前。或疑郭于李上。均非實也。王德潤海鏡後敘云。敬齋先生病且革。語其子克修曰。吾生平著述。死後可盡燬去。獨測圖海鏡一書。雖九尺小數。吾嘗精思致力于此。後世必有知者。嗚呼。百餘年來。不絕如綫。至今日而其學大著。精神所結。鬼神護之。樂誠自信。詎虛言哉。泰九韶爲周密所醜。既至于不堪。而其書亦晦而復顯。密以填詞小說之才。

實學非其所知。即所稱與吳履齋交。爲實相。實于梅州。力政不輟。則泰之爲人。亦瑰奇有用之才也。密又述楊守齋之言。稱斷事不平。萬湯如墨。恐遭其毒手。此亦影響之言。又言以劍命。肆殺所養子。又言聞透渡而色喜。喜自標。聞于陳聖觀。又惡知聖觀之非勝耶。乃九韶之履歷。頗類此以傳。則勝之正。所以著之耳。元史李治傳。不言其天元一之學。且與海鏡爲鏡海。自叙取天德海鏡之義。則必不名鏡海矣。益古演段爲益古衍疑。明備之荷率。又何至若溪始然耶。

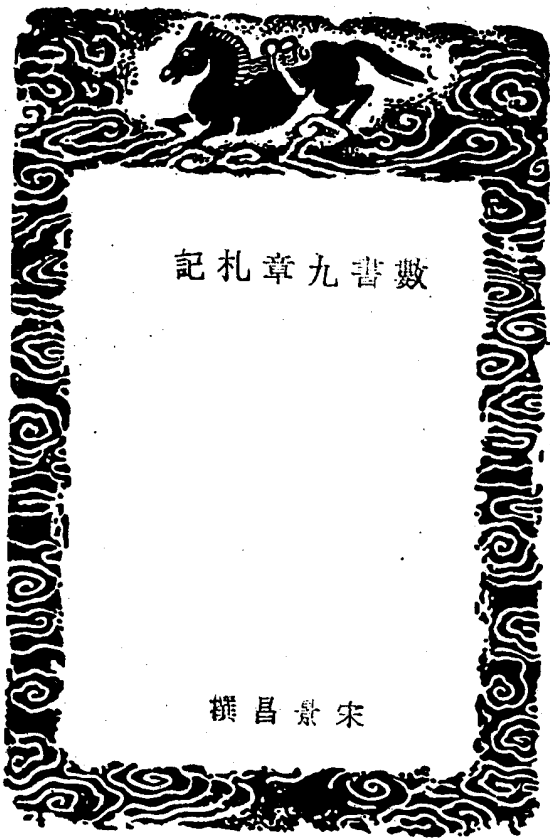
癸辛雜識續集下

秦九韶。字道古。秦鳳州人。年十八。在鄉里爲義兵首。蒙宥不編。嘗隨其父守郡。父方宴客。忽有彈丸出。父後。衆賓駭愕。莫知其由。頃加物色。乃九韶與一妓狎。時亦抵筵。此彈之所以來也。既出東南。多交豪富。性極機巧。星象音律算術。以至營造等事。無不精究。嘗從李梅亭學。駢詞遊戲。琵琶弓劍。莫不能知。性喜奢。好大。嗜進。謀身。或以歷學。薦於朝。得對。有奏。燕及所述。數學大略。與吳履齋交尤密。吳有地在湖州西門外。地名會。上。正當若水所經。入城而勢浩蕩。乃以術擷取之。遂建堂其上。極其宏敞。堂中一間。橫亘七丈。求海樞之奇材。爲前楹。位置皆自出心匠。凡屋脊兩層。擗風。皆以磚爲之。堂成。七間。後爲列屋。以處秀姬管絃。製樂度曲。皆極精妙。用度無算。將持蓋於諸大闢。會其所養兄之子。與其所生親子。委通。事泄。即幽其妾。絕其飲食而死。又使一隸。偕此子以行。授以毒藥。及一劍曰。導之無人之地。先使仰藥。不可。則令自裁。又不可。則擗之於水中。其隸僞許。而送之所生兄之寓。鄂渚者。歸告事畢。已而發聞其實。隸懼而逃。秦并購之。於是罄其所蓄。自行。且求其子及隸。將甘心焉。語人曰。我且齋十萬錢如揚。惟秋整。所以處我。既至。遍謁幕僚。洪恕齋勸爲速起而賀曰。比傳令圖不得其死。今君訪求之。是傳者妄也。可不賀乎。秦不爲口久之。實爲宛轉得瓊州行未至。怒逆者之不如。期取取卒。至郡數月。罷歸。所攜甚富。已未。透渡。秦喜色洋洋然。既未有省者。則又曰。生活皆爲人斃了也。時吳履齋在鄞。亟往投之。吳時將入相。使

之先行。曰當思所處。秦復追隨之。吳旋得闕。賈當國。徐撫秦事。竄之梅州。在梅治政不輟。竟殞於梅。其始誦梅離家之日。大堂前大楯中斷。人謂不祥。秦亡後。其養子復歸。與其弟共處焉。余嘗聞楊守齋云。往守晉川日。秦方居家。暮夕。與其姬好合於月下。適有僕汲水庭下。意謂其寢已也。翌日遂加以盜名。解之郡中。且自至白郡。就欲驗之。楊公頗知其事。以其罪不至此。遂從杖罪。斷秦大不平。然匿怨相交。如故。楊知其怨已。每闕其亡。而往謁焉。直至替滿而往別之。遂延入曲室。堅欲苛留。楊力辭之。遂薦湯一盃。皆如墨色。楊恐甚。不飲而歸。蓋秦向在廣中。多蓄毒藥。如所不喜者。必遺其毒手。其險可知也。陳龜云。

數書九章十八卷。宋淳祐間魯郡秦九韶撰。會稽王應選重父信開抄本而錄也。予轉假錄之。原無目錄。予爲增入時。

萬歷四十五年新正五日清常道人趙琦美記



數書九章札記

宋景昌撰

余既刻清容刻源二集，益思得宋元人秘笈。毛君生甫為予言秦道古數書九章，思精學博，其中若大衍、求一、正負開方兩術，尤為闡自古不傳之秘，第其書轉相鈔錄，謬脫滋多。元和沈廣文曾得明人趙琦美鈔本於陽城張太守家，訂為補脫，歷有年所，以老病未卒業。其弟子江陰宋君景昌能傳其學，余因屬毛君索其原本，會廣文病甚，不可得，其副於武進李太史家。毛君又出其家藏元和李茂才所校四庫館本，并屬宋君為之警校，嗣廣文沒，宋君又於其家搜得秦書刊誤殘稿數卷，於是以前本為主，參以各本，其文字互異，輒得兩通者，存其舊，其傳寫錯落，無平算術者，隨條改正，其術草紙繆，或誤後學者採衆說而折衷之，別為札記，以資考證。其成，將畧余名，余以未經究心，仍歸之宋君，而為之敘其原起，以付諸梓。太守名敦仁，茂才名統，太史名非，皆廣文名欽，喪皆當世有道之士也。秦道古宋史無傳，其出處始末，僅載於癸辛雜志，而詞多誕毀，或失其平。近者江都焦孝廉循力辨其謬，洵足為覆盆之照，故錄錄於卷末，以俟知人論世之君子。道光二十有二年壬寅二月既望上海郁松年泰峰氏識。

數書九章札記卷第一

原本每葉二十行，每行二十字。

序系

數書九章，館本數書作數學，案趙琦美記云：冊元止名數書九章二字，乃王應遴添入。今館本係永樂大典中鈔出，已有九章二字，則九章之名，不始於應遴也。又大典本謂之數學，則數書二字，亦非原名。浸浸乎原本浸浸誤漫漫。在第十頁，誤讀，探案杏澗，杏誤查，廣末於見於誤放，背星畫星，查誤畫，咳田經入，館本咳作哇，案此係用國語經入咳數，文作咳是，物等敘賦原本敘誤欽。

江陰宋景昌勉之氏識

- 第一卷，館本作卷一上，第二卷，館本作卷一下，皆為大衍類，第三卷，館本作卷二上，第四卷，館本作卷二下，皆為天時類，第五卷以下，做此。
- 第一卷推計士功，館本入卷一下，案目次先後，是與館本最異處，附注各題之下，庶閱者易於檢尋。
- 第二卷分糶推原，館本入卷一上。
- 第五卷均分梯田，館本入卷三下。

第六卷標田推積。館本入卷三上。園田先計。館本入卷七下營建類。
 第八卷表望方城。館本表作遠。與遠度園城。俱入卷四上。古池推原。館本入卷三上田城類。
 第十卷園田租賦。館本入卷五上。築埭均勞。館本勞作功。入卷七下營建類。戶田均寬。館本田作稅。
 移運均勞。館本入卷八下軍旅類。

第十一卷算回運費。館本入卷六下。
 第十二卷園積量容。館本作方圓同積。積倉知數。館本作寄倉知總。與方圓同積。推知糧數。累收庫本。
 俱入卷九下市易類。分定綱解。館本作均定合解。與米穀粒分俱入卷五下賦役類。

第十三卷共四題。館本俱入卷七下。
 第十四卷計作清臺。皇程築砌磚計積。館本俱入卷七上。竹園直束積木計餘。館本俱入卷九上市易類。

第十六卷園營敷布。館本入卷八上。望知敵衆。館本入卷四下測望類。均數徭役。館本敷作賦。
 第十七卷市易類。原本易作物案。館本作易。此本系贊。亦作物誤。推求物價均貨。推本館本俱入卷九下。互易推本。館本作易。原原。菽粟互易。館本作粟米交易。與易原原俱入卷六下錢穀類。

第十八卷推計互易。館本作計米易。勉。煉金計直。館本作三合均價。與計米易。勉。推求本息。微直推原。俱入卷六下錢穀類。

卷一

審卦發徵衍法三。原本脫三字。大衍總數術。至為所求率數。館本移置審卦發徵問題上。射糶。原本糶作案。案廣韻。與糶同。或諸數。諸誤請。命曰復數。命誤合。館案云。復應作定。案。秦氏以求定數。係於復數之下。遂命定數為復數耳。約奇弗約偶。復乘偶或約奇復乘奇。館案云。此四語有誤。應作約奇弗約偶。復乘偶。或約奇弗約奇。復乘奇。然皆皆下用之。此處可省。毛氏獄生曰。本門急足兩問。皆於原數下約奇復乘偶。約偶復乘奇。不必稍等下用之也。遞互乘內。原本互誤至。館本內作歸案。此內字即通分內子之內。與歸同意。驗次所撰。案。驗次當作次驗。所得一一三四。原本誤一三三四。一一誤。一。館本同。其上母原本上作一。或使其其所撰三十七。館本三十七作五十七。案當作三十三。

古歷會積淳補丙午。原本淳字上空格。案。此條及天時類推氣治歷一條。年號皆空格。可知此為宋人舊本。未經改易。今悉仍其舊。十一月丙辰朔初五日庚申。冬至初九日甲子。館案云。此題歲實朔策皆古法用數。淳補丙午歲合朔冬至至干支。乃宋開禧法所步。題數已不相蒙。即推算無誤。亦未必合。況不能無誤耶。沈氏欽表曰。以開禧補推之。是年十一月壬辰朔二十四日乙卯冬至。景昌案。是書所引。係淳祐丙午歲終冬至。先生所推。係丙午歲前冬至。相差一載。故其數不合。非有誤也。答曰。一會積年。

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

館案云。答數皆不合。定除母得衍數。原本除誤際。如紀元法而一為歷過以氣元法除衍母。館案云。二語皆誤。故得數不合。皆當以氣分為法。蓋氣分。即歲實分也。約編畢得四百八十七。約編當作循約。按術驗法元內諸元數奇偶同類者。各損其半。李氏說曰。損泛用為定用。當驗元數有若干位同等。不問奇偶。即以若干位數約衍母。於若干位泛用內減之。為定。如此術元數氣朔紀三位。以十為總等。則三位同等。即以位數三約衍母。以減三位泛用。為定用。不必止損二位也。先以氣不及甲子四日。至為朔總。館案云。求積歲。應以甲子距冬至前之日分。乘紀用數。為紀總。以合朔距冬至前之日分。乘朔用數。為朔總。併紀總朔總。滿衍母。去之。以歲實分除之。即已過積年草內。以冬至距甲子前之日分。乘氣用數。合朔距甲子前之日分。乘朔用數。併之。乃求紀周法。非求歲周法也。故不合。李氏銳曰。求已過積年。當先求紀總朔總。是也。然依問題。以丙辰至庚申相距四日。為朔餘。以庚申至甲子相距四日。轉減紀法六十。餘五十六日。為紀餘。推紀總朔總。以求歷過年。亦不得其數。毛氏獄生曰。以紀餘五十六。乘朔用數。內分母四。及九百四十。得二十一萬五千六百。為紀餘分。以乘紀用五萬五千四百四十一。得二千餘。得一百一十六萬七千三百六十九。九千九百三十三。萬五千六百。為紀總。以朔餘四日。乘分母。得一萬五千四百。為朔餘分。以乘朔用五萬四千九百三十三。萬三千六百。得八萬二千六百二十。僅一千三百四十四。為朔總。併二總。得一百二十四萬九千九百九十九。九百三十三。萬五千六百。為總。去之。餘八萬八千三百五十八。萬六千五百六十。以氣分一十三萬三千七百三十四。除之。得六百四十三。年。不盡五十二。萬八千九百四十。故曰不得其數。蓋冬至如舉者。除之必盡也。蓋四分術。一章十九年而氣朔會。每歲閏十日九百四十分日之八百二十七。即入章第一年之朔餘也。自此每歲累加十日八百二十七分。滿一月二十九日四百四十九分。去之。盡十九年無朔餘。適足四日。而無小餘者。毛氏獄生曰。此朔餘。即閏餘也。一年閏餘。十日八百二十七分。二年閏餘。二十一日餘。二十四分。三年閏餘。三十一日二分。四年閏餘。三十三日九分。五年閏餘。三十四日八分。六年閏餘。三十四日四分。七年閏餘。三十七日九分。八年閏餘。三十七日九分。九年閏餘。三十七日九分。十年閏餘。三十七日九分。十一年閏餘。三十七日九分。十二年閏餘。三十七日九分。十三年閏餘。三十七日九分。十四年閏餘。三十七日九分。十五年閏餘。三十七日九分。十六年閏餘。三十七日九分。十七年閏餘。三十七日九分。十八年閏餘。三十七日九分。十九年閏餘。三十七日九分。二十年閏餘。三十七日九分。二十一年閏餘。三十七日九分。二十二年閏餘。三十七日九分。二十三年閏餘。三十七日九分。二十四年閏餘。三十七日九分。二十五年閏餘。三十七日九分。二十六年閏餘。三十七日九分。二十七年閏餘。三十七日九分。二十八年閏餘。三十七日九分。二十九年閏餘。三十七日九分。三十年閏餘。三十七日九分。三十一年閏餘。三十七日九分。三十二年閏餘。三十七日九分。三十三年閏餘。三十七日九分。三十四年閏餘。三十七日九分。三十五年閏餘。三十七日九分。三十六年閏餘。三十七日九分。三十七年閏餘。三十七日九分。三十八年閏餘。三十七日九分。三十九年閏餘。三十七日九分。四十年閏餘。三十七日九分。四十年亦無紀餘。適足五十六日。而無小餘者。今以八日為朔不及。四日為氣不及。於率不應有此數。故推之不合。秦氏姻於近法。而於古術未之深考也。置所得率實至一會積年。館案云。此紀元。即紀分。以紀分除率實。乃紀周數。非已過年數也。求一會積年。當以氣分為法。以氣元為法。亦誤。李氏說曰。四分術。法一千五百二十。是為氣朔甲子一會積年。若萬八千二百四十。乃十二紀法之數。氣朔甲子凡十二會。不得云一會積年也。此二數既誤。餘數無是者矣。然題已不合。即法合。數亦不能合也。

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

數書九章札記 卷一

沈氏欽裝用四分術開術推之以正其誤法最詳盡今附錄於此
 問四分術冬至三百六十五日四分日之一朔策二十九日九百四十分日之四百九十九甲子六十
 日各為一週假令天正朔甲戌日九百四十分日之四百一十冬至丁酉日四分日之三欲求氣朔甲
 子一會積年積月積日及歷過未至年數各幾何
 答曰一會積年一千五百二十
 積月一萬八千八百
 積日五十五萬五千一百八十
 歷過年一千一百一十五

未至年四百五

術曰如元術求氣朔分紀分衍母及各正用以氣分除衍母得積年以朔分除衍母得積月以紀
 分除衍母得積日六十通之得積日以氣骨乘紀正用為紀總以閏骨乘朔正用為朔總併二總滿衍
 母去之餘為所求歷過年數如氣分而一為歷過以減積年餘為未及草曰如元草氣分一百三十七
 萬三千三百四十朔分一十一萬一千三十六紀分二十二萬五千六百衍母二十億八千七百四十
 七萬六千八百以氣分除衍母得一千五百二十為積年即四分術之紀法也以朔分除衍母得二萬
 八千八百為積月即四分術之紀月也以紀分除衍母得九千二百五十三為積日以六十通之得五

十五萬五千一百八十為積日乃以氣分母四朔分母九百四十相乘得三千七百六十為日法以氣
 分子三乘朔分母九百四十得二千八百二十為氣小餘以朔分子四百一十乘氣分母四得一千六
 百四十為朔小餘置冬至大餘三十三自甲子數至丙申乘日法三千七百六十得一十二萬四千八十
 內氣小餘二千八百二十得一十二萬六千九百為氣骨置朔大餘一十自甲子數至癸酉乘日法三千
 七百六十得三萬七千六百內朔小餘一千六百四十得三萬九千二百四十為朔骨以朔骨減氣骨
 餘八萬七千六百六十為閏骨以氣骨一十二萬六千九百乘紀正用五億五千四百四十一萬二千
 一得七十萬三千五百四十八億八千二百九十二萬六千九百為紀總以閏骨八萬七千六百六十
 乘朔正用五億四千九百三十三萬六千得四十八萬一千五百四十七億九千三百七十六萬為朔
 總併二總得一百一十八萬五千九百六十六億七千六百六十八萬六千九百滿衍母二十億八千七百
 四十七萬六千八百去之餘一十五億三千一百二十七萬四千一百為所求率實如氣分一百三十
 七萬三千三百四十而一得一十一萬一千五百五十五為歷過即四分術所謂入紀年數也以減積年一千五
 百二十餘四百五為未至年數依四分術推天正朔置入紀年數一千一百一十五以部法七十六
 除之得一十四數從甲子起算外庚午部不盡五十一即入庚午部之年數也置入部年五十一
 以章月二百三十五乘之得一萬一千九百八十五如章法一十九而一得六百三十為積月不盡一
 十五為閏餘置積月六百三十以部日二萬七千七百五十九乘之得一十七百四十八萬八千一百

七十如部月九百四十而一得一萬八千六百四為積日滿六十去之餘四日為朔大餘數從庚午起
 算外得甲戌不盡四百一十為朔小餘推冬至置入部年五十一以沒數三十乘之得一千七十一
 如日法四而一得二百六十七滿六十去之餘二十七為冬至大餘數從庚午起算外得丁酉不盡三
 為小餘與閏適合

右問甲子在元正朔前

假如天正朔大餘五十九小餘一百七十五冬至大餘二十二小餘二問入部年數幾何
 答曰入己卯部七十一年

草曰以日法三千七百六十通冬至大餘二十二得八萬二千七百二十內分子一千八百八十
 九百四十通冬至小餘二之數得八萬四千六百為氣骨以日法三千七百六十通天正朔大餘五十九
 得二十二萬一千八百四十內分子七百日法四乘小餘一百七十五之數得二十二萬二千五百四十以
 減紀分二十二萬五千六百餘三千六十與氣骨八萬四千六百相加得八萬七千六百六十為閏骨
 以氣骨乘紀正用得四十六萬九千三十二億五千五百二十八萬四千六百為紀總以閏骨乘朔正
 用得四十八萬一千五百四十七億九千三百七十六萬為朔總併二總得九十五萬五千八百四十億四
 千九百四萬四千六百滿衍母去之餘六億一千八百萬三千為所求率實以氣分除之得四百五十
 為歷過年數以部法七十六除之得五為歷過甲子癸卯壬午辛酉庚子五部不盡七十為歷過己卯

部七十年現入己卯部七十一年也

右問甲子在氣朔之間

假如天正朔大餘五十九小餘六百三十四冬至甲子日無小餘問歷過部數年數幾何
 答曰歷過甲子癸卯壬午辛酉庚子己卯戊午七部又丁酉部二十八年

草曰以日法三千七百六十通天正大餘五十得一十八萬八千內小餘二千五百三十六
 百二十四得一十九萬五千三百六十六以減紀分二十二萬五千六百餘三萬五千六百四十四為閏骨以乘
 朔正用五億四千九百三十三萬六千得一十九萬二千六百一十九億一千七百五十四萬四千為朔
 總併衍母二十億八千七百四十七萬六千八百去之餘七億六千九百七十四萬四百為所求率實以氣
 分一百三十七萬三千三百四十為法除之得五百六十為歷過年數以部法七十六除之得七為歷
 過甲子癸卯壬午辛酉庚子己卯戊午部不盡二十八為歷過丁酉部年數

右問甲子與冬至同日

假如天正朔冬至同日首大餘二十一問歷過部數幾何
 答曰歷過一十九部

草曰置大餘二十一以三千七百六十通之得七萬八千九百六十為氣骨即朔骨以乘紀正用五億
 五千四百四十一萬二千一得四十三萬七千七百六十三億七千一百五十九萬八千九百六十為

紀總滿衍母二十億八千七百四十七萬六千八百。去之餘一十九億八千三百一十萬二千九百六十。爲所求率實以氣分一百三十七萬三千三百四十爲法除之。得一千四百四十四。爲歷過年數。如部法七十六而一。得一十九爲歷過甲子部至丙午部。

右問天正朔冬至同在日首。

開開曆術。冬至三百六十五日一萬六千九百分日之四千一百八。朔策二十九日一萬六千九百分日之八千九百六十七。甲子六十日各爲一周。假令至淳祐丙午十一月丙辰朔初五日庚申冬至。欲求本術氣朔甲子一會積年積月積日及歷過未至年數各幾何。

答曰。一會積年八億一千九十八萬三千八百七十五年。

積月一百億三千四百八十八萬八千。

積日二千九百六十二億六千二百四十四萬五千八百四十。

歷過年九千三百四十四萬一千四百二十五。

未至年七億一千七百五十八萬二千四百五十。

術同前。

草曰。置問數。冬至三百六十五日一萬六千九百分日之四千一百八。朔策二十九日一萬六千九百分日之八千九百六十七。甲子六十日。通分內子。冬至得六百一十七萬二千六百八。爲氣分。朔實得四十九萬九千六十七。爲朔分。甲子得一百一萬四千。爲紀分。三行列之。具圖如後。

冬至朔日 〇	〇	〇
朔策	〇	〇
甲子	〇	〇
〇	〇	〇
〇	〇	〇

〇〇〇〇〇〇 紀分即紀元。
〇〇〇〇〇〇 朔分即朔元。
〇〇〇〇〇〇 紀分即紀元。
〇〇〇〇〇〇 朔分即朔元。

三行無總等。各分數即爲各元數。乃連環求等。以氣元與朔元求等。得一。不約。以氣元與紀元求等。得六百二十四。只約紀元。得一千六百二十五。爲紀定。氣元朔元。即爲氣定朔定。

T-π=T〇〇 氣元。即爲氣定定。

〇〇〇〇〇〇 朔元。即爲朔定定。

T-π=T〇〇 紀定定。

再求積等。氣定定。紀定定。等數一十三。以等數約氣定定。得四十七萬四千八百一十六。爲氣定。以等數乘紀定定。得二萬一千一百二十五。爲紀定。朔定定。四十九萬九千六十七。即爲朔定。三定相乘。得五千五百八十八萬五千五百五十九萬六千九百六十九萬六千。爲衍母。具圖如後。

〇〇〇〇〇〇 衍母

〇〇〇〇〇〇 紀定

〇〇〇〇〇〇 朔定

〇〇〇〇〇〇 氣定

置衍母爲實。如氣分六百一十七萬二千六百八而一。得八億一千九十八萬三千八百七十五。爲一會積年。如朔分四十九萬九千六十七而一。得一百億三千四百十八萬八千。爲一會積月。如紀分一百一十四萬四千而一。得四十九億三千六百七十七萬七百六十四。爲積紀。以六十通之。得二千九百六十二億六百二十四萬五千八百四十。爲積日。

〇〇〇〇〇〇 一會積年

〇〇〇〇〇〇 一會積月

〇〇〇〇〇〇 一會積日

次以各定數約衍母。得各衍數。

氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一

氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一
氣奇下餘 三 三	乘率 三 三	歸數 三 三	商 一

商一	氣奇圖餘 = 〇〇〇〇	氣定圖餘 = 〇〇〇〇
	乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數 = 〇〇〇〇
	氣奇一餘 = 〇〇〇〇	氣定圖餘 = 〇〇〇〇
	乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數 = 〇〇〇〇

右求得氣乘率一萬九千一百五十九。

右行	期奇圖 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
	天元一	歸數〇
左行	期奇圖 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
	天元一	歸數〇

商一	期奇圖 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
	天元一	歸數〇
	期奇圖 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
	天元一	歸數〇
	期奇圖 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
	天元一	歸數〇
	期奇圖 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
	天元一	歸數〇

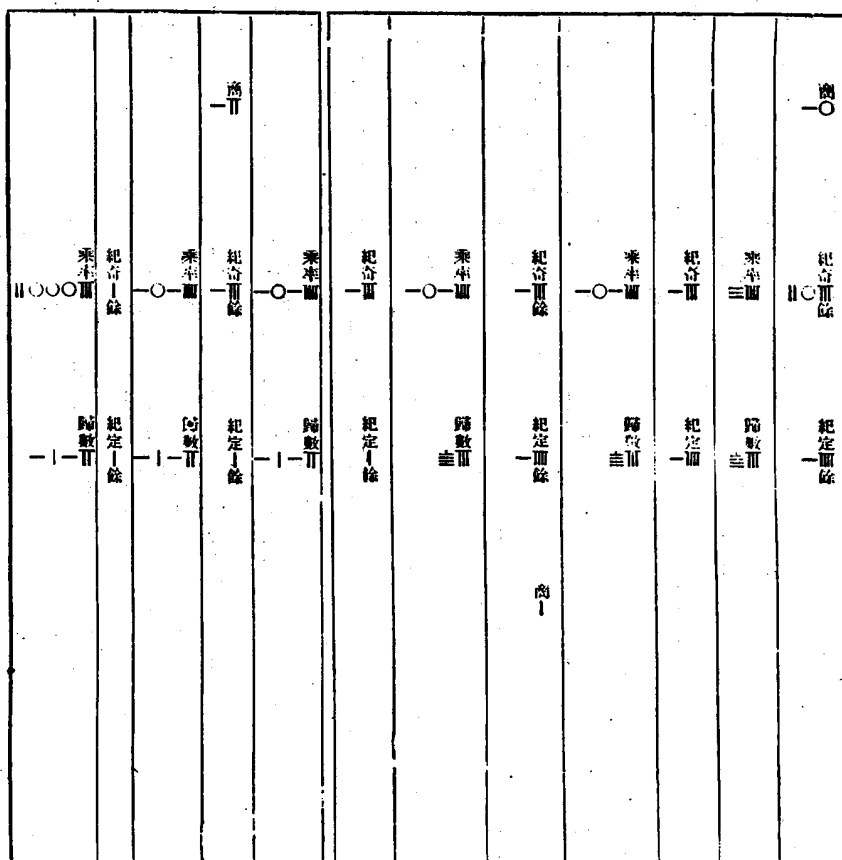
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇

乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇
乘率圖 = 〇〇〇〇	歸數〇
期奇圖餘 = 〇〇〇〇	期定圖餘 = 〇〇〇〇

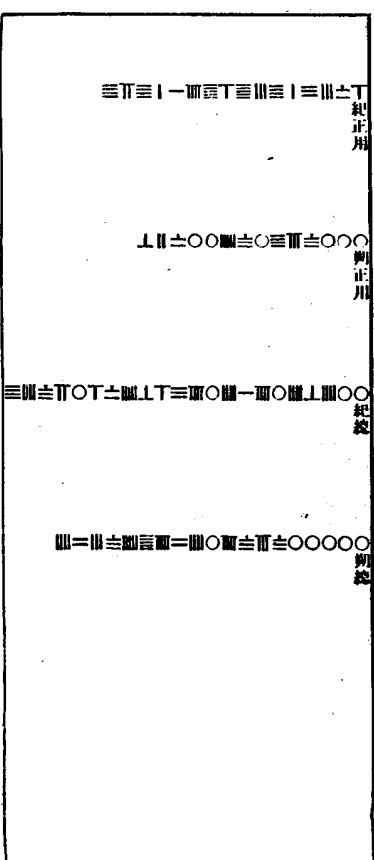
右行		左行	
乘率 一〇一三	歸數 一六	天元一	歸數一
朔奇 三餘	朔定 三餘	紀奇 三餘	紀定 三餘
乘率 一〇一三	歸數 一六	天元一	歸數一
朔奇 〇餘	朔定 〇餘	紀奇 〇餘	紀定 〇餘
乘率 一〇一三	歸數 一六	天元一	歸數一
朔奇 三餘	朔定 三餘	紀奇 三餘	紀定 三餘
乘率 一〇一三	歸數 一六	天元一	歸數一
朔奇 〇餘	朔定 〇餘	紀奇 〇餘	紀定 〇餘
乘率 一〇一三	歸數 一六	天元一	歸數一
朔奇 三餘	朔定 三餘	紀奇 三餘	紀定 三餘

右求得朔乘率六千二百五十一

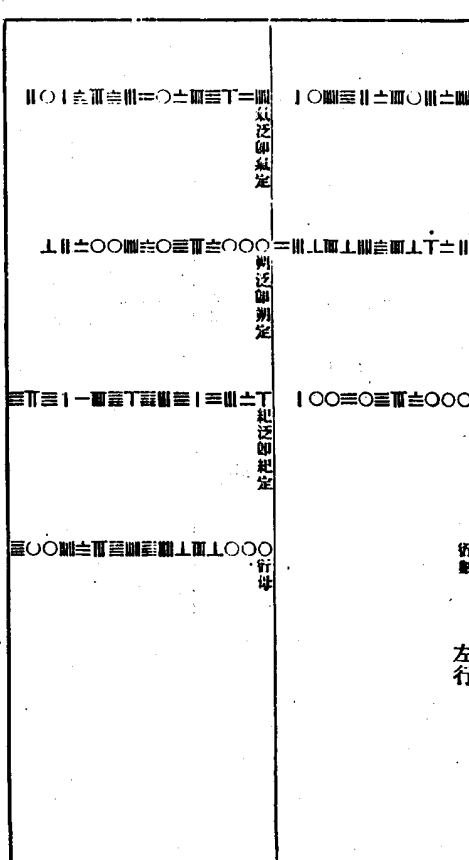
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 〇餘	紀定 〇餘	
乘率 三〇	歸數 三〇	商一
紀奇 三餘	紀定 三餘	

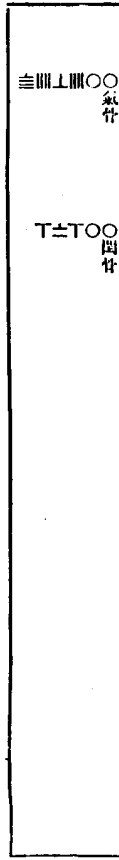


右求得紀乘率二萬八。
 氣乘率一萬九千一百五十九。朔乘率六千二百五十一。紀乘率二萬八。列右行。對乘左行衍數。各得
 泛用。

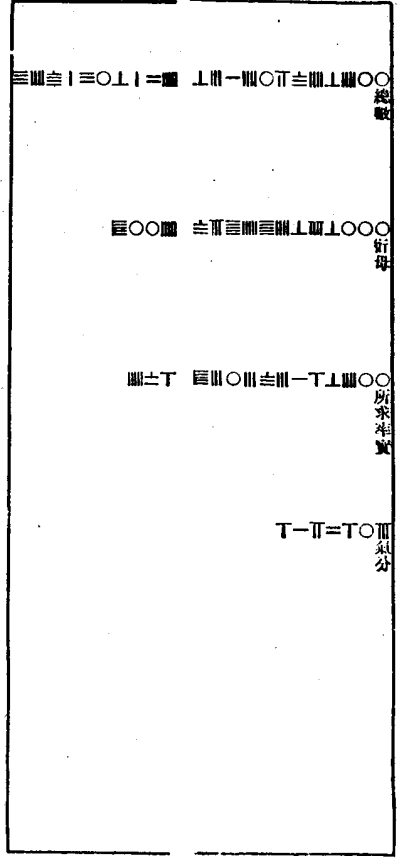


氣泛得二百一萬九千八百九十三億二千七十九萬四千六百二十五。朔泛得六十二萬七千五百八千四百八十八萬八千。紀泛得四千七百四十一萬一千九百五十六億五千三百四十一萬三千三百七十六。併之。得五十五萬八千八百五十五億五千四百六十九萬六千一。以課衍母多一。則泛用即為定用。次驗問題十一月朔日丙辰冬至初五日庚申。自甲子數至乙卯。得五十二。以日法一萬六千九百乘之。得八十七萬八千八百。為朔骨。自甲子數至己未。得五十六。以日法一萬六千九百乘之。得九十四萬六千四百。為氣骨。以朔骨減氣骨。餘六萬七千六百。為閏骨。以氣骨乘紀正用得紀總。以閏骨乘朔正用得朔總。具圖如後。





紀總得四十四萬八千七百六兆七千五百六十六萬三千九百四億一千九百四萬六千四百期總
得四百二十三兆八千五百五十九萬二千四百九億八千八百八十萬併之得四十四萬九千一百
三十兆六千一百二十五萬六千三百一十四億七千八百八十四萬六千四百為總數滿衍母五千五百
八千八百五十五億五千四百六十九萬六千去之不滿五百七十六萬五千三百三億八千三百一
十六萬六千四百為所求率實具圖如後



置所得率實五百七十六萬五千三百三億八千三百一十六萬六千四百如氣分六百一十七萬二
千六百八而一得九千三百四十萬一千四百二十五為歷過年數以減一會積年八億一千九十八
萬三千八百七十五餘七億一千七百五十八萬二千四百五十為末至年數合問

案宋志開禧上元甲子至開禧三年丁卯歲積七百八十四萬八千一百八十三自丁卯至淳祐丙午
加三十九算歲積七百八十四萬八千二百二十五乃推歷過年數得九千三百四十萬一千四百二
十五所差甚多由本題氣朔甲子相距日數任意設問非用本術推到故也今依術推得淳祐丙午氣
朔日分轉求歷過年數于後
推淳祐六年丙午冬至日辰
術曰置上元距所求年積算滿氣部率去之不滿為入部歲以歲餘乘之滿紀率去之不滿為氣骨如
日法而一為大餘不盡為小餘其大餘命甲子算外即得日辰

草曰開禧術上元甲子距淳祐丙午歲積七百八十四萬八千二百二十二滿氣部率一千六百二十
五去之餘一千九十七為入部歲以歲餘八萬八千六百八乘之得九千七百二十二萬二千九百七十
六滿紀率一百一萬四千去之不滿八十七萬二千九百七十六為氣骨如日法一萬六千九百而一
得五十一為大餘不盡一萬一千七十六為小餘其大餘數起甲子算外乙卯即冬至日辰
推天正經朔

術曰置積算以歲率乘之為氣積滿朔率去之不滿為閏骨以閏骨減氣積餘滿紀率去之不滿如日
法而一為大餘不盡為小餘命之如前

草曰置積算七百八十四萬八千二百二十二以歲率六百一十七萬二千六百八乘之得四十八萬
四千四百三十九億九千七百九十九萬二千九百七十六為氣積滿朔率四十九萬九千九百六十七去之
不滿三十九萬七千五百三十四為閏骨以閏骨減氣積餘四十八萬四千四百三十九億九千七百
五十九萬五千四百四十二滿紀法一百一萬四千去之不滿四十七萬五千四百四十二如日法一萬
六千九百而一得二十八為大餘不盡二千二百四十二為小餘其大餘數起甲子算外壬辰即天正
經朔日辰
轉求歷過年數

法以氣骨八十七萬二千九百七十六乘紀正用四千七百四十一萬一千九百五十六億五千三百
四十一萬三千三百七十六得四十一萬三千八百九十五兆一十六萬七千三百四十一億九千五
百三十二萬六千九百七十六為紀總以閏骨三十九萬七千五百三十四乘朔正用六十二萬七千
五億八千四百八十八得二千四百九十二兆五千六百一十二萬五千六百三十七億一千六百
五十九萬二千為朔總併之得四十一萬六千三百八十七兆五千六百二十九萬二千九百七十九
億一千一百九十一萬八千九百七十六為總數滿衍母五千五百五十五萬五千四百六
十九萬六千去之不滿四十八萬四千四百三十九億九千七百九十九萬二千九百七十六為所求率
實以氣分六百一十七萬二千六百八為法除之得七百八十四萬八千二百二十二為歷過年數適
合

景昌案道古所用天正冬至日名俱不誤但略去小餘故以求歷過年數有不合耳先生所推乃是淳
祐丙午歲前冬至即淳祐乙巳十一月冬至也求淳祐丙午十一月朔及冬至當以淳祐丁未立算今
改推于後
術同前
草曰開禧上元甲子距淳祐丁未歲積七百八十四萬八千二百二十三滿氣部率一千六百二十五
去之餘一千九十八為入部歲以歲餘八萬八千六百八乘之得九千七百二十九萬一千五百八十
四滿紀率一百一萬四千去之不滿九十六萬一千五百八十四為氣骨如日法一萬六千九百而一

得五十六為大餘不盡一萬五千一百八十四為小餘其大餘數起甲子算外庚申與元間合置積算七百八十四萬八千二百二十三以歲率六百一十七萬二千六百八乘之得四十八萬四千四百四十餘四百七十五千五百八十四為氣積滿朔率四十九萬九千六百七十七去之不滿八萬二千二百七十一為閏竹在氣骨以下便以閏竹減氣骨餘八十七萬九千三百一十三為朔竹以日法除之得五十二為大餘不盡五百一十三為小餘其大餘數起甲子算外得丙辰與元間合

如求歷過積年則以氣骨九十六萬一千五百八十四乘紀正用得四十五萬五千九百五十七千八百八十一萬一千九百一十八餘四千七百七十四萬七千五百八十四為紀總以閏骨八萬二千二百七十一乘朔正用得五百一十五兆八千四百三十九萬四千五百七十三餘二千八百二十四萬八千為朔總併二總得四十五萬六千四百二十一兆六千三百二十萬六千四百九十一餘七千五百九十九萬五千五百八十四滿衍母去之不滿四十八萬四千四百四十餘四百七十五萬五千五百八十四為所求年實以氣分六百一十七萬二千六百八為法除之得七百八十四萬八千二百二十三為歷過年數即丁未年距算也

推計土功二百三十五步原本三誤七 甲縣夫築至同前三縣數館案云四縣所築堤長等則丈數步數里數皆同今以三數分載三縣下而復注以與某縣同殊混人目以貫默約之原本默誤然館案云貫默乃以一貫千文為法之名案默約二字連讀猶暗約也言不用布算但以貫暗約之而已 甲得八百三十一萬六千尺乙得八百七十七萬八千尺丙得一千一百五十五萬尺丁得一千一百八十八萬八千尺原本甲得八萬三千一百六十尺乙得八萬七千七百八十八尺丙得一十一萬五千五百尺丁得一十一萬八千八百八十尺今據館本改正 甲得八萬三千一百六十尺乙得八萬七千七百八十八尺丙得一十一萬五千五百尺丁得一十一萬八千八百八十尺今據館本改正 館本無尺字寸皆作丈案館本是也原本甲乙丙丁各實皆較館本小二位此圖寸較丈亦小二位蓋相因而誤以復數求總等館案云四縣每日築長數皆以丈為單位非復數也但一等數可以度盡四數必先求總等約之然後可以為元數即此可見總等法不獨用於通數復數也 得三寸館本作三丈案云此條原本皆以丈為寸於義無取今皆改正京昌案沈校未改今仍原本

推庫額錢圖有外邑至各幾何館案云題意係七邑之納共錢同數以各邑市陌數計之或適足或有餘多寡不同甲陌十二則餘十乙陌十一丙陌十則無餘丁陌九則餘四戊陌八則餘六己陌七則無餘庚陌六則餘四以求共錢同數此本術也又問展省舊會案中展省乃官省陌以七十七為一百所展日息共錢之數舊會乃以各陌數為一百所升日息共錢之數二者在本術中已贅且不明言展省舊會用數求法皆故為渾淨也 甲庫日息一十文館案云應作五十五文又六分文之五案原本不誤蓋甲庫以十二文為一百其未滿十二者十一文則竟日十一文十文則竟日十文未皆升也乙庫以下做此 甲庫六月五百文館案云少二十五文 小月舊會六千五百一十二貫九百九十二文館案云應作六千五百一十貫五百六分文之一 乙庫小月舊會七千一百五貫文館本作七千五百貫文

案云應作七千一百五貫案此正作七千一百五貫 丁庫日息四百四文館案云應作四百四十四文又九分文之四 丁庫大月三百三十三文館案云少三十文又三分文之一 丁庫小月八百八文館案云少八文又九分文之八 戊庫日息八百六文館案云應作七十五文 戊庫大月二百四文館案云應作二百五十五文 戊庫小月三百六文館案云應作七十五文案以上原本並不誤 己庫小月一百六十五貫文原本脫五字館本同 庚庫日息一百四文館案云應作一百六十六文又三分文之二案原本不誤 小月舊會一萬三千二十五貫八百二文原本五貫作四貫館本同案云應作一萬三千二十五貫八百三十三文又三分文之一案惟五貫之五誤作四除俱不誤 約奇弗約偶館案云此為等數為偶者言之若等數為奇者則約偶弗約奇以連環求等約訖甲得一乙得一十一丙得五丁得九戊得八己得七庚得一各為定母立各一為子館案云此法之要在於求定而術中獨略之今詳其式於後 法列七庫陌數於前

甲	乙	丙	丁	戊	己	庚
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇

先以甲與乙相約無等數與丙數相約得等數二為約丙十得五奇與丁數相約得等數三奇約甲十二得四偶與戊數相約得等數四偶約甲四得一奇甲數既約為一不能再約即為與諸數俱約畢

甲	乙	丙	丁	戊	己	庚
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇

次以乙與下五數相約俱無等數次以丙與下四數相約亦俱無等數次以丁與戊己二數相約俱無等數與庚數相約得等數三奇約庚六得二偶

甲	乙	丙	丁	戊	己	庚
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇

次以戊與己相約無等與庚相約得等數二為約庚二得一奇庚既為一己亦不能與之相約乃為連環求等畢

甲	乙	丙	丁	戊	己	庚
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇

得定數為甲一乙十一丙五丁九戊八己七庚一也後凡求定數仿此 己得一萬一千八百八十原本八百八十誤八十八 乃驗借出數一萬三千八百六十可用幾約如意乃立三李氏說曰甲丙之等二於丙借甲以等二約衍母為借數甲庚之等六於甲借庚當以等六約衍母為借數今甲用本為

二約衍母之數。又以三約之。便是六約衍母。又庚丙之等亦為二。於甲借庚。與先借庚用。然後於庚借甲。故以三之一為甲。用三之二為庚。用。如立意立三。雖合其數。於率不通。戊得二萬七百九十庚得三萬六千九百六十。原本庚數在戊數前。

分體推原求等得五以約平江率得二十七。館案云。五為中數。或約偶。或約奇。皆可。但不約可以再約者。李氏說曰。安古率尾數一十為偶。平江率尾數五為奇。約平江率者。約奇弗約偶也。各以元率約之。沈氏欽斐曰。元率當作定母。三千五百九十升。原本三千誤三升。

行程計地草曰。置甲三百里。至各為定母。館案云。凡總等數必小於連環等數。若甚大。即為連環等數。此題數是也。故再約。即用求續等法。不然不能合也。李氏說曰。甲乙之等。甲丙之等。乙丙之等。皆六十。乘位之等同。故六十為總等。此存一約乘後。即求續等。云各為元數。連環求等者。於算不合也。衍數各滿定母去之。原本定誤衍。

行程相及問有急足。里數各幾何。館案云。題意謂三行遲疾不同。乙後丙兩日。甲後乙半日。問幾日幾里可以追及。又既及之後。三人不能同行。及各至彼處之時刻皆與各起程之時刻相同。蓋言自此至彼。所行皆為整日數也。見乙及丙里。原本乙誤甲。為實次置管下。衍為字。次上空格。一為甲及乙里數。脫為字。次置丙既行二日。日誤百。復以二因丙為十六。八字。脫。=○○○誤=○○自此以下。

凡算圖有誤。皆隨處改正。不復記。左上二千。左誤右。以丙十六去之。丙十六誤丙八。得一萬二千。館本作一萬二千。一。古書凡遇空位。皆不作圈。此書他處亦然。館本是也。然觀此足以見今人空位作圈。蓋濫觴於宋時矣。甲及乙七百五十里。原本脫及字。便以乙丙二人約六千里得

三千里。為彼去此里數。館案云。復數求元數。用總等法。尚屬未密。蓋總等約後。有當連環求等者。有當即求續等者。其法不能定也。今少為變通。凡復數皆見十者。先以十為總等。衍約之。百千萬萬。為元數。俟連環求等畢。復以總等十乘一數。百千萬萬。然後再求續等。以得定數。爰依題數具式於後。

法列三數於上。以十為總等。衍約之。得甲三十三。乙二十五。丙二十。即為元數。連環求等。以甲與乙約。得等數五。奇約甲得六。偶以甲與丙約。得等數二。偶約甲得三。奇為甲數。衍約畢。次以乙與丙約。得等數五。奇約丙得四。偶為乙丙二數。衍畢。約。乃以總等十乘乙數。得二百五十。次求續等。以甲與乙與丙相約。俱無續等。以乙與丙約。得續等二。偶約乙數。得一百二十五。奇復乘丙。得八則甲。三。乙一百二十五。丙八。即為各定數也。以三定數連乘。得三千。為衍母。即所問彼處去此之里數。較舊術省算。而數亦確矣。

積尺尋源以厚廣多五分。原本厚誤原。欲知深廣幾何。案此深字。即儀禮南

北以堂深之深。非算術高深之深也。約為定母。原本約下。衍二字。土。當作土。以下文尚有與十五十求等故未改。次以革二十五與土五十求等。館案云。前已約土為二十五。此變不應復用元數。然於得數卻無礙。此等處淺近易明。布算不應有誤。直秦氏故作疑誤。以惑後人也。下文既約石二十四。為八。復用石二十四。亦然。反約土二得一。原本反誤及。次以竹一。原本次以下。接下葉數革定二十五。得衍數至各得為用數。下始接竹一。蓋舊本誤倒一葉。寫者承其誤也。與石二十四。館案云。已約為八。云二十四。誤案下文兩石二十四。無衍數革定二十五。原本無衍下。脫數字。多革定二十五。得衍數三萬四千三百二十。木定一無衍共二十一字。及用數圖一行。數字上。接前葉以為四變。次以下。石得奇五。五誤四。各得為用數。原本各得下。接前葉竹一與絲一十一。云云。用數圖。接前葉土定無衍下。義文之下。本元數二十二。誤五。以補木位。以誤於。以等五十約衍母八萬五千八百得一千七百一十六。亦於革用內各借與竹土。為用數。李氏說曰。革木之等五。於革借木。以五約衍母。為數。革竹之等二十五。於革借竹。當以二十五約衍母。為借數。又竹土之等五十。於竹借土。當以五十約衍母。為借數。今竹用為二十五分衍母之一。借出土用五十分衍母之一。所餘竹用亦為五十分

衍母之一。故竹土二用數等。云竹土同類求等。約衍母。於革內各借與竹土。其數雖合於率不通。存者左行元數去之。原本左誤右。

餘米推數。得漆椀。原本椀誤枕。得衍數。數誤母。以各剩米。米誤末。衍數左行。數誤母。各以奇定。奇作時。為乙盜米。原本此下。衍以右糴剩米一合減之餘。三石一斗九升二合為丙盜米二十二

字。

定。奇作時。為乙盜米。原本此下。衍以右糴剩米一合減之餘。三石一斗九升二合為丙盜米二十二

置上元甲子距慶元四年戊午歲積七百八十四萬八千一百七十四。滿氣節率一千六百二十五去之，不滿一千四十九，為入節歲以歲餘八萬八千六百八乘之，得九千二百九十四萬九千七百九十二。滿紀率一百一十四千去之，不滿六十七萬五千七百九十二。如日法一萬六千九百而得一，得三十九日九十八刻七十六分九十二秒三十分，不滿一乘之，為戊午歲冬至日分。

推紹定三年庚寅歲冬至日分。置前入節歲一千四十九，加三十三算，得一千八十二。以歲餘乘之，得九千五百八十七萬三千八百五十六。滿紀率去之，不滿五十五萬七千八百五十六。如日法而一，得三十三日四刻四十八分三十秒七十六小分，為庚寅歲冬至日分。

推嘉泰甲子歲氣節歲餘分。置庚寅歲冬至日分，加紀法六十，得九十三日九十二分三十秒七十六小分。以戊午歲冬至三十九日九十八刻七十六分九十二秒三十分減之，餘五十三日二刻一十五分三十八秒四十六小分。為實，兩度累加紀法一百二十八率內，得一百七十三日二刻一十五分三十八秒四十六小分。為實，實如法三十三而一，得五日二十四刻三十分七十六秒九十二小分，不盡一乘之，為歲餘，乃去全五日得二十四刻三十分七十六秒九十二小分。為斗分。次推嘉泰甲子距慶元戊午歲得六，以乘歲餘五日二十四刻三十分七十六秒九十二小分，得三十一日四十五刻八十四分六十一秒五十二小分。益入戊午歲三十九日九十八刻七十六分九十二秒三十分，得七十一日四十四刻六十一分五十三秒八十二小分。小分八十二，乘為一秒，滿紀法去之，餘一十一日四十四刻六十一分五十四秒，為所求甲子年氣骨之數。與治歷推開問，治歷演紀章合。

毛氏楙生曰：授時歷議云：統天歷慶元五年己未楊忠輔造行八年至開禧丁卯，先天六刻，道古此間。戊午歲冬至日分較開禧所推適先六刻，蓋山當時實測天道如此，非有誤也。

治歷演紀入元歲九千一百八十。沈氏欽表曰：入元歲誤，下文入閏閏縮皆誤。氣元率一萬九千五百。沈氏欽表曰：氣元率可以不設，下文元閏元數氣等率因率節率因數朔積年皆誤。一百八十三，原本脫三字。斗分與日法用大術術入之，至為入元歲。沈氏欽表曰：氣定符，為歲餘之積，非斗分之積。當以歲餘與紀率用大術術入之，求等數因率節率以等數約氣定符得數，以乘因率滿節率去之，不滿，為入元歲。亦以入元歲為積年，原本入誤人。在朔率以下，原本在誤右。以紀法乘日法為紀率，以等數約之為氣元率。沈氏欽表曰：在新術，即節率也，可以不設。虛置一億，減入元歲，餘為實元率。除之得乘限。沈氏欽表曰：有節數以為之乘限，節數亦可不設。景昌按：此蓋恐積年過於一億，運算繁多，故設乘限以為元數之限，假使歷過元數大於乘限，則日法朔餘，便須改改，并節數亦改求矣。唐宋演撰家相沿如此，未可廢也。不滿在乘限以下，以乘元率為朔積年，沈氏欽表曰：當以不滿乘節率為朔積年，非特計算繁名，原本繁名作繁多，沈氏欽表云：當作繁名從之。必滿朔率所去故也。

沈氏欽表曰：入元歲誤，下文入閏閏縮皆誤。氣元率一萬九千五百。原本脫三字。斗分與日法用大術術入之，至為入元歲。沈氏欽表曰：氣定符，為歲餘之積，非斗分之積。當以歲餘與紀率用大術術入之，求等數因率節率以等數約氣定符得數，以乘因率滿節率去之，不滿，為入元歲。亦以入元歲為積年，原本入誤人。在朔率以下，原本在誤右。以紀法乘日法為紀率，以等數約之為氣元率。沈氏欽表曰：在新術，即節率也，可以不設。虛置一億，減入元歲，餘為實元率。除之得乘限。沈氏欽表曰：有節數以為之乘限，節數亦可不設。景昌按：此蓋恐積年過於一億，運算繁多，故設乘限以為元數之限，假使歷過元數大於乘限，則日法朔餘，便須改改，并節數亦改求矣。唐宋演撰家相沿如此，未可廢也。不滿在乘限以下，以乘元率為朔積年，沈氏欽表曰：當以不滿乘節率為朔積年，非特計算繁名，原本繁名作繁多，沈氏欽表云：當作繁名從之。必滿朔率所去故也。

江陰宋景昌勉之氏誤

數書九章札記卷第二

卷三

推氣治歷慶元四年戊午歲冬至三十九日九十二刻四十五分紹定三年庚寅歲冬至三十二日九十四刻一十二分。沈氏欽表曰：以本術推之，慶元四年戊午歲冬至三十九日九十八刻七十六分九十二秒三十分，紹定三年庚寅歲冬至三十三日九十二分三十秒七十六小分。答曰：氣骨十一日三十三小分。沈氏欽表曰：以本術推之，氣骨十一日四十四刻六十一分五十四秒。歲餘五日二十四刻三十分七十六秒九十二小分。斗分空日二十四刻三十分七十六秒九十二小分。章曰：置前測戊午歲距後測庚寅歲得三十三，為法。館案云：紹定三年之冬至實紹定四年辛卯之始，辛卯距戊午三十四年，積年三十三，減後測，原本脫測字。一刻六十分，股分字。餘一十一日三十八刻二分八十一秒八十分，為所求甲子年氣骨之數。沈氏欽表曰：治歷推開問，開禧歷以嘉泰四年甲子歲冬至為一十一日四十四刻六十一分五十四秒。治歷演紀章云：置本歷上課所用嘉泰甲子歲氣骨一十一日四十四刻六十一分五十四秒，與此所求氣骨分秒，俱不合，改推於後。

原本率下空格，今不空。草曰：本歷以何承天術調得一萬六千九百為日法，係三百三十九強一十七弱。案此術自授時術不用日法積年以來，少有知者。惟李氏說日法朔餘強弱考，實足闡不傳之秘。其書刊行已久，益不悉錄。錄其調日法術，術曰：視當時測定朔餘，自注置其術朔餘，以爲萬乘之。如其術日法而一，所得，即其術當時測定朔餘也。案此爲後人追考古術者言之。在強率約餘案，強子二十六，以萬萬乘之，如強母四十九面一，得約餘五千三百六萬一千二百二十四。以下弱率約餘案，弱子九，以萬萬乘之，如弱母一十七面一，得約餘五千二百九十四萬一千一百七十六。以上者，自注若在強率約餘以上，即不可算。列強母於右，強子於右次，一強於右副，右下次。又列弱母於左，弱子於左次，左副空，一弱於左下，并左右兩行，得中行。以中上退除中次，爲約餘，約餘多於測定數，即棄去右行，以中行爲右行，仍前左行，約餘少於測定數，即棄去左行，以中行爲左行，仍前右行，依前累求約餘，與當時測定數合，中上即日法，中次即朔餘，中副即強數，中下即弱數也。

案開禧術測定朔餘，係五千三百五萬九千一百七十一小分五十九。如法調之如左。置強母於右，強子於右次，一強於右副，右下次。又列弱母於左，弱子於左次，左副空，一弱於左下，并左右兩行，得中行。

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

以中上六十六，退除中次三十五，得約餘五千三百三萬三千三百三，少於測定數，即棄去左行，以中行爲左行，仍前右行，并左右兩行，得中上一百一十五，中次六十一，中副二，中下一。

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

以中上一百一十五，退除中次六十一，得約餘五千三百四萬三千四百七十八，少於測定數，又棄去左行，以中行爲左行，仍前右行，如此累求至中上九百四十八，中次五百三，中副一十九，中下一，以中上退除中次，得約餘五千三百五萬九千七百七十二，仍少於測定數，又棄去左行，以中行爲左行，仍前右

行，并左右兩行，得中上一千九百九十七，中次五百二十九，中副二十，中下一。

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

以中上九百九十七，退除中次五百二十九，得約餘五千三百五萬九千一百七十七，多於測定數，乃棄去右行，以中行爲右行，仍前左行，并左右兩行，得中上一千九百四十五，中次一千三十二，中副三十九，中下一。

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

以中上一千九百四十五，退除中次一千三十二，得約餘五千三百五萬九千一百五，少於測定數，乃棄去左行，以中行爲左行，仍前右行，并左右兩行，得中上一千九百四十二，中次一千五百六十一，中副五十九，中下三。

三上	二下	一副	〇下	右行
上	下	副	〇	中行
一上	一	〇	一	左行

以中上一千九百四十二，退除中次一千五百六十一，得約餘五千三百五萬九千一百四十三，少於

測定數。又乘去左行。以中行爲左行。仍前右行。如此累求至中上一萬五千九百三。中次八千四百三十八。中副三百一十九。中下一十六。以上退除中次。得約餘五千三百五十九。九千一百七十一。小分二十二。其小分少於測定數。又乘去左行。以中行爲左行。仍其右行。并左右兩行。得中上一萬六千九百。中次八千九百六十七。中副三百三十九。中下一十七。

上 三三〇三	上 三三〇〇	上 三三〇三	上 三三〇三
三三三三	三三三三	三三三三	三三三三
三一三一	三一三一	三一三一	三一三一
—T	—T	—T	—T
左行	中行	右行	

以中上退除中次。得五千三百五十九。九千一百七十一。小分五十九。與測定數合。中上一萬六千九百。即日法。中次八千九百六十七。即朝餘。中副三百三十九。即強數。中下一十七。即弱數也。卻以十二

月乘朔率四十九萬九千九百六十七。原本六十七誤六百七。滿部數四十九萬九千九百六十七。七誤二。約法以百約之。案此兩行算圖。皆係巧合於率。不通舊圖多舛。今皆改正。

沈氏欽斐曰。此所求入閏閏縮元閏朔數。朔積年皆因入元歲而誤。求入元歲。當以歲餘爲奇。紀率爲定。用大術術求之。得部率。此部率者。是甲子子正初刻與冬至一會之年數也。若如元術。以斗分與日法。用大術術求得部率。則是子正初刻與冬至一會之年數。五周而後爲甲子子正初刻冬至也。一會度子。再會壬子。三會丙子。四會庚子。五會甲子。每歲氣皆分爲歲餘所積滿紀率去之之數。非斗分所積滿日法去之之數。有氣皆分求入元歲。而以斗分與日法。用大術入之。與率不相通。此其所由誤也。又虛設氣元率。乘元無限數以強合之。而積年之不可知已多矣。今別立術草。并設問于後。以課元術新術之疎密焉。

改正答數。
入元歲一千五百五十五。入閏二十七萬五千二百二十四。閏縮三十八萬七千六百一十四。元閏二十三萬九千四百三十四。元數四千八百二十九。氣等率六百二十四。因率一百三。部率一千六百二十五。朔因數六千二百五十一。朔積年七百八十四萬七千一百二十五。
新術曰。調日法求朔餘朔率斗分歲率氣皆分閏閏縮元閏朔數。皆如元術。以紀率除歲率。不滿爲歲餘。與紀率用大術術入之。求氣等率因率部率。以等率約所求氣皆分。得數以乘因率。滿部率去之。不

滿。爲入元歲。以入元歲乘歲閏。滿朔率去之。不滿。爲入閏。以入閏減閏骨分。爲閏縮。若閏骨不足。減加朔率。減之。以部率乘歲閏。滿朔率去之。餘爲元閏。與朔率用大術入之。求得朝等數。因數部數以等數約閏縮。得數以因數乘之。滿部數去之。不滿。以乘部率。爲朔積年。并入元歲。爲演紀積年。
草曰。置歲率六百一十七萬二千六百八十八。滿紀率一百一萬四千去之。不滿八萬八千六百八十八。爲歲餘。與紀率以大術術入之。求得六百二十四。爲等率。一百三。爲因率。一千六百二十五。爲部率。置嘉泰甲子歲氣定骨一十九萬三千四百四十。以等率六百二十四約之。得三百一十。以因率一百三乘之。得三萬一千九百三十。滿部率一千六百二十五去之。不滿一千五百五十五。爲入元歲。以入元歲乘歲閏。一十八萬三千八百四。得一億九千三百九十一萬三千二百二十。滿朔率四十九萬九千九百六十七去之。不滿二十七萬五千二百二十四。爲入閏。次置嘉泰甲子歲閏骨一十六萬三千七百七十一。并朔率四十九萬九千九百六十七。共得六十六萬二千八百三十八。以入閏二十七萬五千二百二十四減之。餘三十八萬七千六百一十四。爲閏縮。次以部率一千六百二十五。乘歲閏一十八萬三千八百四。得二億九千八百六十八萬一千五百。滿朔率去之。不滿二十三萬九千四百三十四。爲元閏。乃以元閏與朔率用大術術求之。得等數一。因數六千二百五十一。部數四十九萬九千九百六十七。然後以等數一約閏縮。仍得三十八萬七千六百一十四。以因數六千二百五十一乘之。得二十四億二千二百九十七萬五千一百一十四。滿部數四十九萬九千九百六十七去之。不滿四千八百二十九。爲元數。乃以乘部率一千六百二十五。得七百八十四萬七千一百二十五。爲朔積年。并入元歲一千五百五十五。共得七百八十四萬八千一百八十。爲嘉泰四年甲子歲積算。

左行	右行	右行	右行
天元一 三三三〇	天元一 三三三〇	天元一 三三三〇	天元一 三三三〇
紀率 三三三〇	紀率 三三三〇	紀率 三三三〇	紀率 三三三〇
商一 一一一〇	商一 一一一〇	商一 一一一〇	商一 一一一〇

	商 II	商 II	商 II
高餘開餘	高餘開餘	天元一	高餘開餘
歸一	歸一	歸數一	歸數一
紀率	紀率	紀率	紀率
率	率	率	率
商 III	商 III	商 III	商 III

41 174

	商 I	商 I	商 I
高餘開餘	高餘開餘	高餘開餘	高餘開餘
歸一	歸一	歸一	歸一
紀率	紀率	紀率	紀率
率	率	率	率
商 III	商 III	商 III	商 III

	商	商	商	商	商	商	商
氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹
歸一	歸一	歸一	歸一	歸一	歸一	歸一	歸一
等率	等率	等率	等率	等率	等率	等率	等率
因率	因率	因率	因率	因率	因率	因率	因率
商 III	商 III	商 III	商 III	商 III	商 III	商 III	商 III

	商	商	商	商	商	商	商
氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹	氣定竹
歸一	歸一	歸一	歸一	歸一	歸一	歸一	歸一
等率	等率	等率	等率	等率	等率	等率	等率
因率	因率	因率	因率	因率	因率	因率	因率
商 III	商 III	商 III	商 III	商 III	商 III	商 III	商 III

商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三

商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三

商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三
商一	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三	元四〇餘	數三	一〇一	歸率	三三三	朔率	三三三

設氣骨分三十七萬四千四百。問骨分二十萬六千九百九十四。問距上元甲子歲積算幾何。

答曰五十年。

依元術推之以約率三千二百二十。除氣骨分三十七萬四千四百。得一百二十。以因率一百四十四乘之。得一萬七千二百八十。滿部率三百二十五去之。不滿五十五。以紀法六十乘之。得三千三百。爲入元歲。以乘歲閏一十八萬三千八百四。得六億六千五百五十三萬三千二百。滿朔率四十九萬九千六百十七去之。不滿一十八萬六千七百九十五。爲入閏。以減閏骨分二十萬六千九百九十四。餘二萬九百九十九。爲閏縮。以等數一約之。仍得二萬一千九百九十九。以因數四十五萬七千九百九十九乘之。得九十二億五千一百一十二萬一千八百一。滿部數四十九萬九千六百十七去之。不滿四十一萬五千八百八十九。在乘元限數以上。乘元限最大者。不過五千一百二十八。爲不可用。依新術推之以等數六百二十四。約氣骨三十七萬四千四百。得六百。以因率一百三乘之。得六萬一千八百。滿部率一千六百二十五去之。不滿五十。爲入元歲。以入元歲乘歲閏一十八萬三千八百四。得九百一十九萬二千。滿朔率四十九萬九千六百十七去之。不滿二十萬六千九百九十四。爲入閏。與閏骨分適合。便以入元歲氣骨分四十四萬三千四百。問骨分一十六萬三千二百二十。問積年幾何。

答曰一千六百三十年。

依元術推之以約率三千一百二十。除氣骨分四十四萬三千四百。得一百四十二。以因率一百四十四

四乘之。得二萬四百四十八。滿部率三百二十五去之。不滿二百九十八。以紀法六十乘之。得一萬七千八百八十。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得三十二億八千六百四十一。萬五千五百二十。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿五萬九千三百二十五。爲入元歲。以減開骨分一十六萬三千二百二十。餘一十萬九千九百九十五。爲開縮。以因數四十五萬七千九百九十九乘之。得四百六十二億五千五百六十萬九千九百五。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿八萬三千一百七十七。在乘元限數上。爲不可用。依新術推之。以等數六百二十四。約氣骨分四十四萬三千四百。得七百一十。以因率一百三乘之。得七萬三千一百三十。滿部率一千六百二十五去之。不滿五年。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得九十一萬九千二百二十。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿四十一萬九千九百五十三。爲入元歲。以開骨分一十六萬三千二百二十。并期率四十九萬九千九百六十七。共得六十五萬九千三百八十七。以入開縮之餘二十三萬九千四百三十四。爲開縮。以因數六千二百五十一乘之。得一十四億九千六百七十萬一千九百三十四。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿一。以乘部率。得一千六百二十五。爲朔積年。并入元歲五。共得一千六百三十年。爲距上元甲子歲積算設氣骨分一十五萬六千。開骨分四十四萬二千三十二。問積年幾何。

答曰。三千年。

依元術推之。以約率三千一百二十。除氣骨分一十五萬六千。得五。以因率一百四十四乘之。得七千二百。滿部率三百二十五去之。不滿五十。以紀法六十乘之。得三千年。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得五億五千一百四十一萬二千。滿部率去之。不滿四十四萬二千三十二。爲入元歲。與開骨分適合。便以入元歲三千年。爲積年。依新術推之。以等數六百二十四。約氣骨分一十五萬六千二百二十五。以因率一百三乘之。得二萬五千七百五十。滿部率一千六百二十五去之。不滿一千三百七十五。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得二億五千二百七十三萬五千五百。滿部率去之。不滿二十萬二千五百九十八。爲入元歲。以減開骨分四十四萬二千三十二。餘二十三萬九千四百三十四。以因數六千二百五十一乘之。得一十四億九千六百七十萬一千九百三十四。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿一。以乘部率。得一千六百二十五。爲朔積年。并入元歲一千三百七十五。得三千。爲積年。與元術所推合。

設氣骨分八十五萬八千。開骨分四十七萬五千三百六。問積年幾何。

答曰。一萬年。

依元術推之。以約率三千一百二十。除氣骨分八十五萬八千。得二百七十五。以因率一百四十四乘之。得三萬九千六百。滿部率三百二十五去之。不滿二百七十五。以紀法六十乘之。得一萬六千五百。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得三十億三千二百七十六萬六千。滿部率去之。不滿四十三萬四千九百八。爲入元歲。以減開骨分四十七萬五千三百六。餘四萬三千九百九十八。爲開縮。以因數

四十五萬七千九百九十九乘之。得一百八十五億二千四百萬三千六百二。滿部率四十九萬九千六百七十七去之。不滿三十三萬二千七百一十一。在乘元限數上。爲不可用。依新術推之。以等數六百二十四。約氣骨分八十五萬八千。得一千三百七十五。以因率一百三乘之。得一十四萬一千六百二十五。滿部率一千六百二十五去之。不滿二百五十。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得四千五百九十五萬一千。滿部率去之。不滿三萬六千八百三十六。爲入元歲。以減開骨分四十七萬五千三百六。餘四十三萬八千四百七十。爲開縮。以因數六千二百五十一乘之。得二十七億四千八百七十五萬九千九百七十。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿六爲元歲。以乘部率一千六百二十五。得九千七百五十。爲朔積年。并入元歲二百五十。共得一萬年。爲距上元甲子積算。設氣骨分二十四萬六千四百八十。開骨分四十二萬六千六百三十九。問積年幾何。

答曰。一萬九千五百六十年。

依元術推之。以約率三千一百二十。除氣骨分二十四萬六千四百八十。得七十九。以因率一百四十四乘之。得一萬一千三百七十六。滿部率三百二十五去之。不滿一。以乘紀法。得六十。爲入元歲。以入元歲乘歲間一十八萬三千八百四。得一千一百二萬八千二百四十。滿部率去之。不滿四萬八千七百六十六。爲入元歲。以減開骨分四十二萬六千六百三十九。餘三十七萬七千八百七十三。爲開縮。以因數四十五萬七千九百九十九乘之。得一十七百三十億六千五百四十五萬六千一百二十七。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿一。爲元歲。在乘元限數下。爲可用。以乘元率一萬九千五百。即得一萬九千五百。爲朔積年。并入元歲六十。共得一萬九千五百六十。爲演紀積年。依新術推之。以等數六百二十四。約氣骨分二十四萬六千四百八十。得三百九十五。以因率一百三乘之。得四萬六千八百八十五。滿部率一千六百二十五去之。不滿六十。爲入元歲。求入元歲。與元術同。以因數六千二百五十一乘開縮三十七萬七千八百七十三。得二十三億六千二百八萬四千一百二十三。滿部率四十九萬九千九百六十七去之。不滿一十二。爲元歲。以乘部率一千六百二十五。得一萬九千五百。爲朔積年。并入元歲六十。得一萬九千五百六十。爲積年。與元術所推合。

設開曆三年丁卯。氣骨分四十五萬九千二百六十四。開骨分二十一萬六千一百一十六。問距上元甲子歲積算幾何。

答曰。積年七百八十四萬八千一百八十三。

依元術推之。以約率三千一百二十。除氣骨分四十五萬九千二百六十四。得一千四百七十二。以因率一百四十四乘之。得二十一萬一千九百六十八。滿部率三百二十五去之。不滿六十八。以紀法六十乘之。得四千八十。爲入元歲。以乘歲間一十八萬三千八百四。得七億四千九百九十二萬三千二百二十。滿部率去之。不滿三十二萬一千六百八十六。爲入元歲。以減開骨分二十一萬六千一百一十六。不足。加一期率於開骨分內。得七十一萬五千一百八十三。乃以入開縮之餘三十九萬三千四百九

十七。爲閏縮。以因數四十五萬七千九百九十九乘之。得一千八百二億二千一百二十三萬二千五百三。滿部數四十九萬九千九百七十七去之。不滿一十五萬三千七百三十一。在乘元限數上。爲不可用。依新術推之。以等數六百二十四。約氣骨分四十五萬九千二百六十四。得七百三十六。以因率一百三乘之。得七萬五千八百八。滿部率一千六百二十五去之。不滿一千五百八十八。爲入元歲。以乘歲閏一百八十八萬三千八百四。得一億九千四百四十六萬四千六百三十二。滿部率去之。不滿三十二萬七千五百六十九。爲入閏。以減閏骨分二十一萬六千一百一十六。不足減。加一朔率得七十一萬五千一百八十三。乃以入閏減之。餘三十八萬七千六百一十四。爲閏縮。以朔因數六千二百五十一乘之。得二十四億二千二百九十七萬五千一百一十四。滿部數四十九萬九千九百九十九去之。不滿四千八百二十九。爲元歲。以部率一千六百二十五乘之。得七百八十四萬七千一百二十五。爲朔積年。并入元歲一千五百八十八。得七百八十四萬八千一百八十三。爲上元甲子歲距開曆三年丁卯歲積算。右設問六。則以元術推之。可知者二。不可知者四。以新術推之。皆可知。則新術爲密。景昌案。元術惟甲子歲爲可知。其餘皆不可知。先生新術。則歲歲可知。疎密相去遠矣。但刪去氣元率不用。而即以入部歲爲入元歲。似尙未盡。蓋新術部率一千六百二十五。爲冬至與日名甲子一會。第可謂之部。未可謂之元。又歷十二部而冬至與年甲子一會。始可謂之元也。古人命名。各有取義。未可混耳。

縱術推星間歲是合伏經一十六日九十分行三度九十分去日一十三度乃見後順行一百一十三日

行一十七度八十三分乃欲知合伏段長疾初段常度初行率末行率平行率各幾何。案。推步家以五星初見與將留行率不倫。故分疾初疾末遲初遲末四段測之。今合四段爲一。而仍求長疾初段常度行率。則布算與實測乖異。所得之數。必不能確矣。術曰。以方程法。即得日差。館案云。此求逐日之遞差爲日差也。術曰。方程。非也。其所謂見數者。乃徒設一數。宛轉附會。使合於方程之行列也。如以見日減一折半爲見率。併伏見日折半爲半總日。既以半總日加見率。先以伏日乘之。後以見日乘之。復置見率。先以見日乘之。後以伏日乘之。相減。然後爲法。豈非半總日不用加見率。但以伏日見日連乘之。即可爲法乎。特多立名目。故爲曲折顛倒。使人不易辨耳。今去其見率。別爲步算於後。以明其立法之本意焉。

法以合伏日除伏行度。得二十三。○七六九三。爲合伏日折中第八日四十五分一日之行度。即第七日九十五分至第八日九十五分之行度。以順行日除順行度。得十五。○七七八七。爲順行日折中第五十六日五十分一日之行度。兩一日之行度相減。得七分。二九八二。爲合伏第八日四十五分與順行第五十六日五十分兩一日之行度較爲實并合伏順行兩日較而半之。得六十四日九五。爲合伏第八日四十五分至順行五十六日五十分之積日。爲法除之。得十一。○三三六八五。爲一曰遞差之數。即日差。若不先用除。則以兩日數與兩行度互乘。相減爲實。兩日數相乘。又併兩日數而半之。再乘。爲法得數亦同。求初行率。館案云。此求合伏第一日長疾之行率也。其法即遞減差分有

總數有次數。有每次差數。求初次最大之數也。初行法減一乘日差爲寄者。合伏初日與順行末日兩行率之差也。半法乘寄。與積差等。故加其度爲實。以其日爲法除之。爲合伏初日行率二十三分九十七秒也。求末行率。館案云。此求合伏末日之行率也。以段日乘日差。求合伏初末兩行率之較也。既得初末日兩行率之較。以減初行率。即末行率也。求平行率。館案云。此即均分合伏度。爲每日之平行率也。與遞加遞減有首尾數。求中數者。同應與伏日除伏度數。不同者。本非遞差之數也。求交段差。館案云。此即各段日下分數不及一日所差之行分也。求之以備後數加減。得二千四十四日。原本脫得字。故存其左右之上。上誤二。先偏乘左行率。乘誤承。右得上得四百四十四度。度誤日。一十三微分。三下衍小字。一十三小分。三誤二。求長疾初段常度。爲寄。上。館案云。此有第一日行度。有逐日遞減之差。有前後各段日數。有前段積度。求後段積度也。先以其日乘初行率者。以最疾爲率之共積也。下求遞差以減之。故爲寄。乃副於共日。兩段共積度。館案云。此乃求積差。以減上數。得共日之積度也。法應於共日內減一日。以乘日差。得數。爲共日數初末日行率之較。再以其日數乘之。得數折半。爲積差。此先折半。次連乘得積差。其理亦同。置共積。爲常定度。館案云。此於其積內。減去合伏段積。尙有合伏九十分不及一日所差之行分。即交段差未減。故爲泛數。再減交段差。爲長疾初段常度。再收爲六度十三分。始爲定常度也。乃收八秒五十六小分。館案云。五應作四。求長疾初段。爲定者。館案云。此以合伏末日之次日。爲長疾初段之初日也。故置合伏之末行率。減一日之差。即爲長疾初段之初行率。五秒餘。收爲六秒。凡奇零未收。名泛數。已收名定數。下做此。求長疾初末行率。爲長疾初末行率。館案云。此求長疾初末日之行率也。當日減一日。乘日差。得數爲長疾初段初末二日行率之較也。故減初行率。得末行率。求平行率。至乃以三泛收之爲定。館案云。此與求合伏平行率。其言泛收乘爲定者。蓋截去秒下奇零過半。則收爲一秒也。然語意欠明。又云。五星行度遞差。迥非遞加遞減之數。術中僅以合伏與順見二段。各取中數。至推逐日行度。仍用遞加遞減之法。故古法之疎。五星尤甚。原文語多隱晦。今悉爲解之。可以見古今疎密之所在焉。

卷四

探日究微本朝崇天歷。原本跳行。今改。七十九秒。原本九誤五。陽城晷影圖。館案云。舊本答數後。有二圖。舛錯深草。傳寫者失其真也。細考圖內所載之數。皆與今法頗合。知此悉當時實測所定。非同臆說也。因取其數。改正於後。案。此本所載兩圖。其數皆與館校本合。是猶未經錯誤也。自乘得至。乘之十七字。原本脫。二尺九寸七分。原本二誤一。七十九秒。七誤四。以半之。脫半字。置臨安府所測冬至至差六寸一分二十九秒。太館案云。各節氣影長。皆當時實測所定。本不待求。今所說求法。乃故爲渙洋。使人不可解也。細查其數。首以象限加十一度餘。爲法。以除影差。得數自乘。爲節率。而每節下又有乘率。以乘率節率相乘。與反至影幕相加。即爲本節影幕。是知節率乃強取之數。蓋以此數先

七五

除各節影幕與夏至影幕之較。名為乘率。故以此與節率相乘。加夏至影幕。即各節影幕也。數家設術誤入。往往如此。又云。此法不過以臨安前後兩節氣影長。比例一影長之日數時刻。復以所得節氣日數時刻。比例一陽城影長與之相較耳。題內引大衍崇天開曆諸法名目。又稱其較同異。蓋數皆故。為張皇之語。且影差逐日不同。皆以平派求之。法亦未密也。除差實原本實誤。又以大暑乘率。乘誤。共得三百五十二寸。三誤。得一尺四寸五分六十分。強寸誤。脫強字。陽城夏至影。脫夏字。故差二分一十八秒。十二小分五十分五秒。八誤。九脫。一十二小分五十分九字五分七十六秒。六誤。九

天地測雨術曰。盆深乘底徑。得平地雨深。沈氏欽表曰。此例置方亭積也。以盆深為股率。二徑差為句率。水深為見股。而今有之。得水面底二徑差。為見句。加底徑為水面徑。水面底二徑相乘。又各自乘。并之。以水深乘之。三而一。得水積寸。為實。口徑自乘。為法。除實得平地雨深。術恐除有不盡。故寄益深為分母。分母入者。遺須出之。故令益深乘口徑以自之。又三因為法。而并除之。重今有之議也。以底率二百一十六寸。原本二誤。三

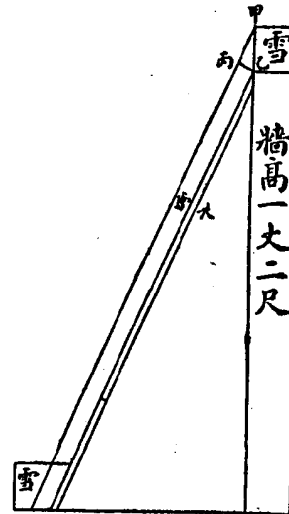
圓器測雨法用密率。館案云。此開平地雨深。無關圓法。密率句數。若求器中雨積數。則當加此語。答曰。平地雨深。八十三。館案云。答數誤。改正見後。術曰。得平地雨高。館案云。此法有二誤。法實皆常用圓器。或皆用方器。今以圓器乘實。方器乘實。法實不同類。一誤也。器內雨。自腹徑截之。為兩圓蓋。下高八寸。上高四寸。於下體併三器以高乘之。於上體併三器。末以高乘之。二誤也。有此二誤。故得平地雨深。少有三十五分之十七。今依本法。改正於後。

法以腹徑底徑相乘。又各自乘併三積。以半器深八寸乘之。得六千六百五十六寸。為三倍方器內腹。下兩積。又以口徑腹徑相減。除一十三寸五分。以雨深減半器深。中器深。舊脫半字。今增。下兩。除四寸相乘。以半器深除之。得六寸七分五釐。與口徑相加。得二十七寸二分五釐。為雨面徑。與腹徑相乘。又各自乘併三積。以雨上深四寸乘之。得五千一百五十二寸五分。為方器內三倍腹上兩積。併二雨積。得一萬一千八百零六寸二分五釐。為方器內三倍各雨積。為實。口徑自乘。三因得三百三十七寸五分。為法。除實得三尺五寸又一千三百三十三分之二。為平地雨深。若不用除。則以口徑腹徑較。與半器深雨深較相乘之。五十四寸。為雨面徑口徑較。加一半器乘之。數應以半器乘之。得雨面徑。今不除。即如雨面徑較以半器乘之。即為雨面徑口徑較。此數既加一半器乘。則諸數皆以半器乘之。得口徑八十四寸。腹徑一百九十二寸。以口徑與雨面徑口徑較相乘。得雨面徑一百三十八寸。與腹徑相乘。又各自乘併三積。以腹上兩深四寸乘之。得三十二萬九千九百六十六寸。為三倍上兩積。又以半器深器乘前三倍下兩積。得四十二萬五千九百八十四寸。併上兩積。案舊脫此四字。今增。為三倍共兩積。為實。以半器深乘三因口徑。得二萬一千一百六十八寸。為法。除之。得數亦同。以半器深乘口徑。原本器誤盆草中雨。半器深同。二千二百六十八寸。二百誤六。以乘上法二千二誤三。

數書九章札記 卷二

數書九章札記 卷二

樓積驗等術。曰。以少廣求之。得地上雪厚。館案云。此數理法皆確。然實用句股。不曰句股。而曰少廣。曰。連枝者。猶有所閉匿而不肯盡發也。試以圖明之。甲乙為牆上雪厚。即平地雪厚。乙丙為木上雪厚。甲丙為句股形。與木倚牆所成句股形同式。牆高為大股。木為大弦。木去址為大句。甲乙為小弦。甲丙為小股。乙丙為小句。以牆高大股。自乘。木去址大句。自乘。併之。為大弦。為實。以木上雪厚乙丙小句。乘之。以木去址大句。乘之。得甲乙小弦。開平方。即為平地雪厚。



竹器驗等。籠體通風受雪。多則平地少。館案云。籠體通風一語。與算術不相涉。或籠口所降之雪。歸於籠底。與前天地測雨題相同。然依上步算。平地雪深。只七寸餘。案。當作六寸餘。今其數又不合。始故為是語。以誤人也。術曰。口徑減底徑。得平地雪厚。館案云。此法之意不可見。然以數考之。非通法也。設原題雪深為一寸。以口徑減底徑。四寸。乘雪深一寸。仍得四寸半。之。得二寸。自之。得四寸。為隔。以籠深一十七寸。自之。得二百八十九寸。為籠深。雪深一寸。仍得一寸。為雪深。二深相乘。仍得二百八十九寸。併隔得二百九十三寸。再以雪深乘之。仍得二百九十三寸。為實。隔實相約。得七十四寸。二千五百分為實。一為隔。開三乘方。得二寸。又六千四百分。之。五千七百二十五。是平地雪厚。籠內矣。

沈氏欽表曰。此術於率不通。答數亦誤。改立術草於後。術曰。籠深乘底徑。為底率。二徑差乘雪深。并底率。為面率。二率相乘。又各自乘。并之。乘雪深。為實。口徑乘籠深。自乘。又三之。為法。除實。得平地雪厚。

草曰。列問數。皆通為寸。以籠深一十七寸。乘底徑一尺二寸。得二百四寸。為底率。置口徑一十六寸。減底徑一十二寸。餘四寸。乘雪深一十寸。得四十寸。并底率。二百四寸。得二百四十四寸。為面率。以底率二百四十四寸。乘面率。二百四十四寸。得四萬九千七百七十六寸。於上。以底率二百四十四寸。自乘。得四萬一千六百一十六寸。加上。又以面率二百四十四寸。自乘。得五萬九千五百三十六寸。并。共得一十五萬九千二百二十八寸。以乘雪深一十寸。得一百五十五萬九千九百九十九寸。為實。以籠深一十七寸。乘口徑一十六寸。得二百七十二寸。自乘。得七萬三千九百八十四寸。又三之。得二十二萬一千九百五十二寸。為法。除實。得六寸。不盡一十七萬七千五百六十八。與法求等。得三十二。俱約之。為六寸六千九百三十六分。之。五千五百四十九。為平地雪厚。合問。此今有術也。籠中等深。為所有數。并三。而徑

斜溝求積東南斜二十里原本脫兩字。自乘得四百為中縱。乘下衍率字。得四千五百八十七萬八千四百步。誤脫下百字。

計地容民答曰地積至九十九戶。沈氏欽妻曰地積容民答數誤。係草中開方得數誤退一位所致。案當作地積二百三頃五十畝。容民一千三百五十六戶。三千六百萬為實。原本脫為字。得二萬三百百誤千。開平方得至不盡一十畝。案當作開平方得一百四十二萬八千步。併寄三百四十五萬六千步。共得四百八十八萬四千步。以畝法二百四十步除之。得二萬三千五百五十畝。次以頃法一百畝約之。為二千三百五十五畝。為地積。又為實以每戶所給一十五畝為法。除實得一千三百五十六戶。不盡一十畝。

蘇田求積以長併廣再自乘。原本廣下衍半之乃三字。得六百一十以兩度自乘。十下衍以半之得三百五十七字。五千二百一十三。下衍七十分步之五千七百字。館案云。此題中廣甚小。故得數較古法多七百餘。較密法少二千七百餘。若設長為七百零七。廣為二百九十三。亦以此法求之。長廣相加。自之。再之。又十乘之。得一百億為實。半長半廣各自之相減。得十萬零三千五百。為長闊較。求得闊折半。得三萬零四百二十六步。餘為田積。依密法求之。實十四萬四千九百餘步。所差甚遠。其術之不合。顯然矣。蓋數必三乘。而後可以平方求之。今再乘之後。僅以十進之。宜其不可用也。

均分梯田其田邊道各欲出入。此語與算無涉。正長四十九步。四億一千二百四十四萬六千三百九十九。分步之二千二十七萬六千三百一十九。沈氏曰。六千三百九十九。當作六千三百一十九。正長四十三步。八千四百三十三億七千九百九十九。九千五百分步之四千四百八十八億八千六百二十二萬七千四百六十六。沈氏曰。當作四十三步。八千四百三十三億七千九百九十九。二千三百五十五分步之四千五百一十一億二千二百五十五萬九千八百九十三。為五萬八千七百九十九分步之原本脫之字。六千三百九十九為母。沈氏曰。分母三百下。脫一十兩字。以下由此而誤。步之八百五十六。沈氏曰。五十三。誤作五十六。以下又因此而誤。案自乙截長開方子母至卷末。沈氏校改至百餘字。極為精確。今錄於此。開併方得共四億一千二百四十四萬六千三百一十九。九千九百九十九。為母與不盡求等單一不可約。乃定為四十九步。四億一千二百四十四萬六千三百一十九。九千九百九十九。為法。以乙長步下母四億一千二百四十四萬六千三百一十九。乘通率四千三百得一萬七千七百三十三億四千七百一十七萬一千七百為實。以法除之。得八十七步。不盡一百三十四億九千四百九十九萬四千五百五十九。與法求等得一萬五千六百二十七。為得數。乃以乙小廣母五萬八千七百九十九。乘得數子八千九百九十六萬六千六百二十七。得五萬二千八百一十八億五千七百四十四萬四千五百四十三。為泛。卻以得數母一億三千四百八十五萬四千五百七十三。乘乙小廣子五萬二千二百八十八。得七萬五千七百七十三。三千六百四十四。

數書九章札記 卷三

八七

九萬四千七百三十二。以為寄數於上。乃以小廣母五萬八千七百九十九。乘得數母一億三千四百八十八萬四千五百七十三。得七萬九千一百七十一億七千七百一十二萬六千二百五十七。以寄減泛。今不及減。乃破全步一為分。併泛。得八十六步十三萬一千九百九十九億二千七百八十三萬八百減去小廣四十步及分。餘四十六步七萬九千一百七十一億七千七百一十二萬六千二百五十七。步之六萬一千四百八十二億九千一百三十三萬六千六百六十八。為乙大廣。亦丙小廣。求丙長。置甲長五十七步二千四百五十五分步之八百五十三。乙長四十九步四億一千二百四十四萬六千三百一十九。分步之二千二十七萬六千三百一十九。以甲乙分母互乘。甲乙分母相乘。得甲正長五十七步八千四百三十三億七千九百九十九。二千三百五十五分步之三千五百一十七億八千二百五十九萬九千九百九十九。乙正長四十九步八千四百三十三億七千九百九十九。二千三百五十五分步之四百一十四億六千五百七十七萬二千三百五十五。併甲乙長及分。共長一百六步三千九百三十二億四千七百六十六萬二千四百六十二分。用減元長一百五十步。通分母作八千四百三十三億七千九百九十九。二千三百五十五。減去甲乙共長。餘四十三步八千四百三十三億七千九百九十九。二千三百五十五分步之四千五百一十一億二千二百五十五萬九千八百九十三。為丙正長。

卷六

源田推積案。此條有三誤。一曰命名誤。凡三斜術。皆以長者為大斜。其次為中斜。其次為小斜。今中斜反短於小斜。一誤也。一曰布算誤。元小斜內減殘小斜。餘五步一十一分之一。今分子誤作單一。二誤也。一曰立術誤。求水實當用三斜求積術。今用句股求積術。三誤也。今據沈氏校本逐條辨正於後。元中斜一十六步。沈氏曰。元中斜。皆當作元小斜。元大斜元中斜。沈氏曰。惟此中字不誤。元積一十三步八步一十一分步之八。沈氏曰。當作一十三步一十一分步之七。水積一十二步一十一分步之八。沈氏曰。當作一十三步一十一分步之七。水小斜五步一十一分步之一。沈氏曰。步一。當作步之一。以法乘徑。沈氏曰。乘徑可省。又乘徑幕。沈氏曰。乘徑幕亦可省。蓋以此乘復以此除。徒為多算爾。圖。沈氏曰。原圖。元大斜作弧線。今改為直線。與水直線相切。成大小句股形。更增一虛線。與殘小斜平行。則比例之理顯矣。餘五步一十一分步之一。沈氏曰。步之一。當作步之一。以下布算皆因此而誤。通步內子得五十六。沈氏曰。五十六。當作六十五。得二百八十為水實。沈氏曰。二百八十。當作三百二十五。得一十二步不盡一十六。沈氏曰。當作一十四步。不盡一十七。與法俱以二約之。步之八。沈氏曰。當作以法命之。為一十四步二十二分步之一十七。共得一十三步八步一十一分步之八。沈氏曰。當作一百四十四步二十二分步之一十七。附沈氏求元中斜簡術。術曰。置水直線元小斜。除為法。以元小斜乘殘小斜。為中斜實。以法除實。得元中斜。草曰。以元小斜一十六。本名元中斜。今改。乘殘小斜一十三。得二百八十八為元中斜。本名元小斜。今更正。

數書九章札記 卷三

八九

實以法一十一除之得一十八步一十一分步之一十爲元中斜。改正求水積術。

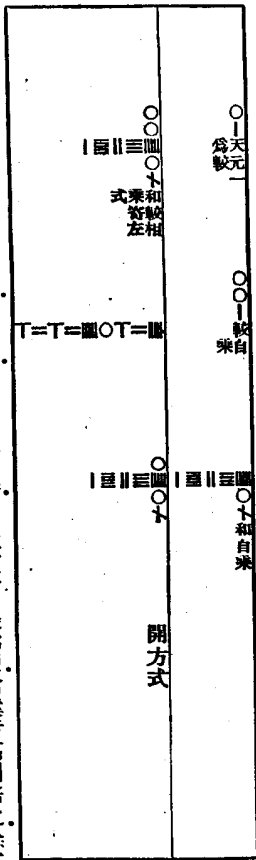
術曰以水直水大斜水小斜三較連乘又乘半總開連枝平方得水積。

草曰置水直五步水大斜九步一十一分步之一水小斜五步一十一分步之一一併而半之得一十步爲半總與三面相較水直較五步水大斜較一十一分步之一十水小斜較四步一十一分步之一三較通步內子連乘又乘半總得二萬二千五百爲實分母一十一自之得二百二十一爲開平方不盡以運枝術入之用開一百二十一乘實得二萬二千五百得二百七十二萬二千五百爲定實以一爲定開平方得一千六百五十以開一百二十一除之得一十三步不盡七十七與法一百二十一俱以一十一約之得一十一分步之七爲水積并乘積一百二十六共得一百三十九步一十一分步之七爲元積。

環田三積大小圓田共三段原本圓環其誤尖二百八十六分步之四十三六誤一置環周幕至開三乘方得環積館案云求環積與前求尖田積同但彼立天元一爲兩積之和此立天元一爲兩積之較耳其式如左。

法立天元一爲環田積即內外兩圓積之較自之得一平方爲較自乘以大小率即二圓積各自乘併而倍之得一萬五千二百四十五步內減較自乘得一萬五千二百四十五步少一平方爲和自乘與較

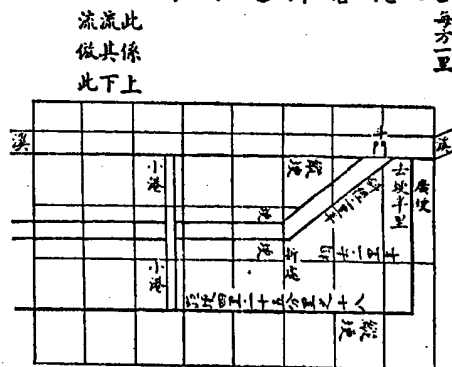
自乘再相乘得一萬五千二百四十五平方少一三乘方寄之次以大小率相減餘二千五百零二步五分爲和較相乘再自之得六百二十六萬二千五百零六步二分五釐與寄數等即爲實寄數內平方數即從上廉三乘方數即益開。



園田先計開有草蕩一所至各幾何館案云題意掘土爲港即以其土四邊爲埂當溪者高闊倍之除三邊等語皆未詳案田之四邊及港之兩邊當有六邊以爲四邊亦誤餘三邊當作餘五邊方與術合。園田成田圖案題言順縱開大港一條暨折通溪則大港當爲聲折形今圖作句股形非是題言順廣開小港二十四條今圖順廣祇作十一條卻於順縱別作四條亦非是又題言聲折其長便不能與縱等而術中仍以縱率爲港長當是以半廣爲句斗門至折處爲弦斗門距廣埂爲股弦較互相準折與

縱通等圖中亦無明文茲爲顯著於後使閱者無惑焉惟小港限於篇幅不能悉載大約四里二十五分里之十八而開一港茲載其一餘可類推矣。

大港折通溪圖



斗門去廣埂半里至折處斜徑二里半與折處至廣埂等句股弦之義也其小港去廣埂四里二十五分里之一十八每開此數則開一港蓋一百一十三里二十五分里之七而得二十四港。答曰田積至深六尺八寸沈氏曰田積誤大小港面底闊深皆誤一十三萬一千六百二十五分原本一千誤六千以闊母乘土積爲實至爲大港面沈氏曰求深術誤求面闊術亦誤以港闊母六因土積至爲田積寸沈氏曰此求深闊皆非也深子一乘堡不長深母三除爲深是深得堡三分之一深母三因堡爲實深子一除不消以爲中是中得堡之三倍又加半不及爲大港面則大港面比深爲九倍多矣與問所云深比大港面三分

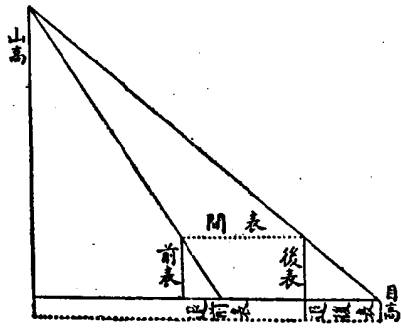
之一者不合大港面闊誤誤所求港平田積亦誤改正於後。田積一千八百七十六頃二十七畝二百二十八步大港

- 面闊三丈五尺五寸二分寸之一
- 底闊三丈四尺五寸二分寸之一
- 深一丈一尺八寸二分寸之一
- 小港
- 面闊五尺九寸四分寸之一
- 底闊四尺九寸四分寸之一
- 深一丈一尺八寸二分寸之一

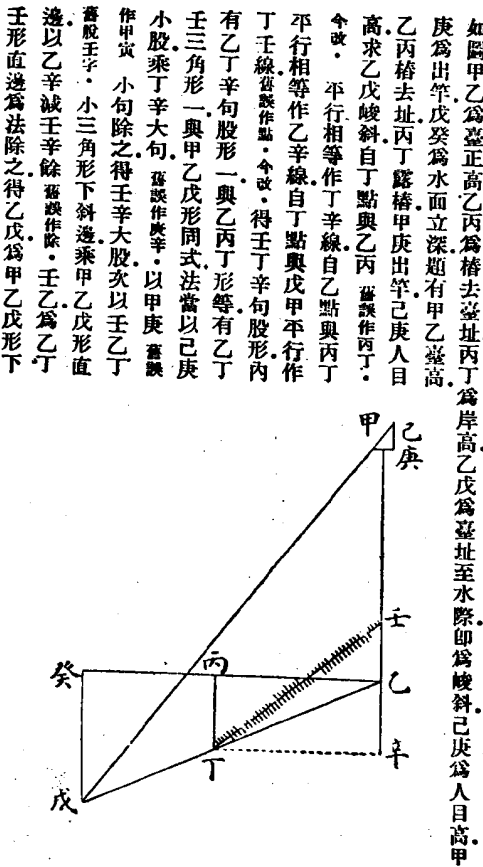
術曰求壘土積同原術倍土積爲實以闊母爲深母之倍故實從闊母倍之齊同之義也。以小港不及乘小港數又乘廣率於上以大港不及乘縱率加上爲益從闊子不及闊子皆不折半亦倍之也。乘小港數又乘廣率爲泛闊母乘縱率并泛爲開平方得深深母因深深子除之爲大港面闊子因大港面闊母除之爲小港面二面各減不及爲底餘同原術。草曰置土積九百六十五萬五千二百萬倍之得一千九百三十一億四百萬爲實以小港不及十寸

步五十分步之一十三為山去後表入立望處。臨臺測水瀾岸斜長原本瀾測瀾斜誤餘。求瀾岸斜長斜誤餘。以目高乘去基為約泛約誤餘。以瀾高乘上為峻實。次以瀾率乘淺率為寄十八字脫。以同隅乘定實。館案云。此條誤草中乃即以定實開平方得數以同隅除之為峻斜也。以同隅為法除之原本脫除字。臨臺測水瀾原本所注人目出竿臺高皆失其次。自臺址至水際址誤北今竝改正。以瀾九十九萬二千一百六十六千誤百。得六百二十萬一百為定實。得二萬四千六百四十九為深定隅。俱脫為字。以等約泛得率六字脫。

補望山高遠圖



今繪圖以解之。並條析其乘除各數於後。如圖甲乙為臺正高。乙丙為橋去臺址。丙丁為岸高。乙戊為臺址至水際。即為峻斜。己庚為人目高。甲乙丙橋去址。丙丁露橋。甲庚出竿。己庚人目高。求乙戊峻斜。自丁點與乙丙。蓋誤作丙丁。今改。平行相等作丁辛線。自乙點與丙丁。平行相等作乙辛線。自丁點與戊甲。平行作丁壬線。蓋誤作甲丙。今改。得壬丁辛句股形。內有乙丁辛句股形。與乙丙丁形等。有乙丁壬三角形。與甲乙戊形同式。法當以己庚小股。乘丁辛大句。蓋誤作庚辛。以甲庚。蓋誤作甲寅。小句除之。得壬辛大股。次以壬乙丁。蓋誤壬字。小三角形下斜邊。乘甲乙戊形直邊。以乙辛減壬辛餘。蓋誤作餘。壬乙。為乙丁壬形直邊。為法除之。得乙戊。為甲乙戊形下



斜邊即所求臺址至水際之峻斜。其法只用乘除兩次。甚屬簡易。即遇數不盡者。以通分御之。再加一二次乘除可矣。乃必增之十餘次之多者。殆欲窮數之變。就一題以為諸法之例。非徒為繁難也。其案。圖解俱備。蓋本圖脫數字。遂不可通。今改正。試依術內遞次乘除之數。逐條細論之。出竿。甲乘乘臺高。甲乙為段。去址乙丙。乘段為隅率。原本圖注。約之為隅率。今即為隅率。為去址乘臺高。出竿長幕之數。開率自乘。為開率。即如去址幕乘臺高。出竿長幕自乘之數。又即如去址幕乘臺高。又乘出竿幕之數。岸高丙丁。乘段。為淺率。原名淺法。約之為淺率。今即為淺率。為岸高乘臺高出竿長幕之數。淺率自乘。為淺幕。即如岸幕乘臺高出竿長幕自乘之數。又即如岸幕乘臺高幕又乘出竿幕之數。併開幕淺幕為峻幕。即如小斜乙丁。乘乘臺高出竿長幕自乘之數。又即如小斜幕乘臺高幕。又乘出竿幕之數。開率相乘為寄數。即如去址岸高相乘。又乘臺高幕。又乘出竿幕自乘之數。去址日高己庚。相乘為約率。即如出竿乘壬辛。臺高乘開率。即如去址乘臺高幕。又乘出竿之數。又以約率乘之。即如去址壬辛相乘幕。又乘臺高幕。又乘出竿幕之數。內減寄數。除去去址壬乙相乘幕。又乘臺高幕。又乘出竿幕之數。再自乘之。為隅數。即如壬乙幕乘去址幕。又乘臺高幕自乘。又乘出竿幕自乘之數。

上數隅數內去址幕臺高幕自乘。自乘各數皆同。則用上數乘隅數。即如用小斜幕乘壬乙幕。除矣。以臺高幕乘上數。若以隅數除之。即得峻斜。戊乙。幕。但數不能盡。故約之。帶隅數開平方。所謂連枝同體法也。至開泛淺法。用於乘數。約泛用於除數。故可兩邊同約。又為省算也。求水立深同此。景昌案。凡算之道。省約為善。似此繁難。徒亂人意耳。改立簡術于後。以祛學者之惑。術曰。以句股兼少廣求之。求瀾岸斜長。以去基自乘為開幕。以岸高自乘為淺幕。併開幕淺幕為峻幕。復乘出竿幕於上。以臺高幕乘上。為峻實。以出竿乘岸高。為寄。以目高乘去基。得數。內減寄餘。自乘為峻隅。實隅可約者。求等約之。為定實。定隅。開同體連枝平方。得峻岸斜長。求水立深。以目高乘去基。內減出竿乘岸高。餘為法。以出竿乘岸高。又乘臺高。為實。實如法。得水立深。草曰。以去基一十二尺。自乘。得一百四十四尺。為開幕。以岸高五尺。自乘。得二十五尺。為淺幕。併開幕。淺幕。得一百六十九尺。為峻幕。以出竿四尺。一寸五分。自乘。得一十七尺。二寸。二十五分。為出竿幕。以峻幕乘之。得二千九百一十一尺。六寸。二十五分。於上。又以臺高三十尺。自乘。得九百尺。乘上。得二百六十一萬九千五百四十二尺。二寸。二十五分。為峻實。次以出竿四尺。一寸五分。乘岸高五尺。得二十七尺。七寸。五分。為寄。以目高五尺。乘去基一十二尺。得六十尺。內減寄二十尺。七寸。五分。餘三十九尺。二寸。五分。自之。得一千五百四十四尺。五寸。六分。二十五分。為峻隅。以隅與峻實求等。得六寸。二寸。五分。俱以約之。得四千一百九十一萬二千六百七十六尺。為峻定實。得二萬四千六百四十九尺。為峻定隅。未

約之謂。尺下帶零數。故數小。既約之後。便命零數為尺。故數反大。其實一也。開方同原術。求水濕深。以目高乘去其內。減出竿乘岸高。餘三十九尺二寸五分。為法。以出竿乘岸高。得二十尺七寸五分。又乘岸高三十尺。得六百二十二尺五寸。為實。實如法。得一丈五尺三千九百二十五分尺之三千三百七十五。子母求等。得二十五約之。為一百五十七分尺之一百三十五合開。

陸岸測水。今乘繩。原本垂誤乘。高三丈三誤一。四尺六寸六誤八。置炬去目下寸。脫目字。四十六寸四尺六寸六誤八。

卷八

表望方城有水二株。原本株誤林。人自東後表。自誤目。闕城南二木與城東面不成直線。與二表不成正。今改正。答曰。城方廣至二十步。館案云。答數皆誤。今推得城方廣各一十一里二百二十步。又三十一分步之二十。城東南隅至北木。一里九十九步又三十一分步之一十一。以西北行步。減城東北隅。入表餘。為法。館案云。此何法誤。得城廣數。館案云。此所得。乃城東北隅至前木之遠。以為城廣數。餘一百一十一。步二分半乘表間。原本脫表字。城去北株木里。北誤此。次置城東北隅。城東北隅。誤東北城隅。據問題及術改。

景昌案。館本推得答數甚確。而未詳其法。今補術草於後。

術曰。置南景入表。減表間。餘乘表間。為城去木實。以西北行步。減南景入表。餘為法。實如法。得城去木數。

求城廣者。以西北行步。減北景入表。餘乘前法。為法。乘前實為寄。以北景入表。減表間。餘乘表間。又乘前法。得數。內減寄。餘為城廣實。實如法。得城廣數。此古法也。與今法先推得城東北隅去木數。後減城東南隅去木數。得城廣者。精殊。然與此書體例相合。

草曰。以南景入表。四十八步七分半。減表間一百六十步。餘一百一十一步二分半。乘表間。得一萬七千八百。為城去木實。以西北行一十步。減南景入表。餘三十八步七分半。為法。實如法。得四百五十九步。不盡一十三步七分半。與法求等。得一步二分半。以約之。為三十一分步之一十一。又以里法三百六十約全步。得一里九十九步三十一分步之一十一。為城去北株木里及步數。次以西北行。步減北景入表。一十五步。餘五步。以五步乘前法。三十八步七分半。得一百九十三步七分半。為法。以五步乘前實。一萬七千八百。得八萬九千。為寄。以北景入表。一十五步。減表間一百六十步。餘一百四十五步。乘表間。得二萬三千二百。又以前法三十八步七分半。乘之。得八十九萬九千。內減寄八萬九千。餘八十一萬。為城廣實。實如法。一百九十三步七分半。而一得四千一百八十步。不盡一百二十五步。與法求等。得六步二分半。以約之。為三十一分步之二十。又以里法三百六十約全步。得一十一里二百二十步三十一分步之二十。為城方廣數。

燕度四城有喬木。原本喬誤橋。以一為從。隅脫一字。以東行九里。東誤兩。乘法不可超進。超誤起。

為星廉三字。脫。得七十二。所得三里。斂脫得字。又以古法開率。開誤闕。

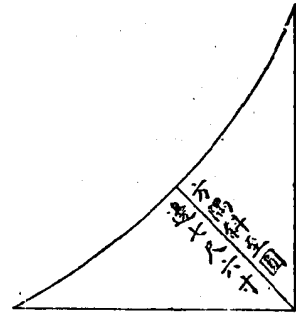
館案云。元李治測圓海鏡一百七十問。僅一題取至五乘方。猶自以為煩。此題非甚難者。乃取至九乘方。蓋未得其要也。爰另立法。斂步算之。式於後。

法立天元一為圓城徑。加三里。得三里多一元。為大股。自之。得九里。多六元。多一元。為大股。九里為大句。自之。得八十一里。為大句。相併。得九十里。多三元。多一元。為大股。又以大股為小句。弦和。三里。為小句。弦較。和較相乘。得九里。多三元。為小股。二分天元之一。為小句。加小句。弦較。三里。得三里。多二分天元之一。為小弦。自之。得九里。多三元。多四分平方之一。為小弦。羅乃以小弦羅與大股羅相乘。得八十一里。多八十一元。多二十九平方。又四分平方之一。多四分平方之一。多四分平方之一。多四分平方之一。寄之。又以大弦羅與小股羅相乘。得八百一十里。多三百二十四元。多二十七平方。多三立方。與寄數等。兩邊各減八十一里。三百二十四元。二十七平方。三立方。得四分三立方之一。多一元。又二分立方之一。多二元。平方又四分平方之一。少二百四十三元。與七百二十九里等。各以四乘之。得一三乘方。多六立方。多九平方。少九百七十二元。與二千九百一十六里等。乃以里數為實。以元數為益方。平方數為從上廉。立方數為從下廉。三乘方數為開。開帶縱三乘方。得九里。為城徑。開方式附後。

九	九	九	九	開
二九一六	二九一六	二九一六	二九一六	實
三二四	九七二	九七二	九七二	方益
〇〇〇	一四四	九	九	廉上從
〇〇	〇〇	一五	六	廉下從
				開

法列實及方廉。約商九里。乃以隅生商。得九。入下廉。得一十五。又以下廉生商。得一百三十五。入上廉。得一千二百九十六。以消益方。得三百二十四。為從方。以商生從方。得二千九百一十六。減實。恰盡。為開得三乘方。為九里。即城徑也。

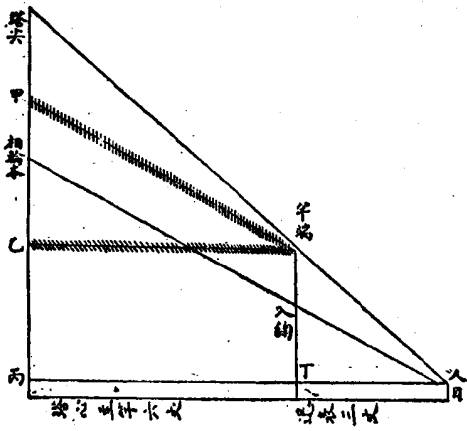
沈氏曰。此術精深。須以天元一。順之。先識別得東行里自乘。以北外里乘之。又四因之。之數。與城徑自乘。又以北外里并城徑乘之。數等。然後立草。



古池圖

此術精微，當以立天元顯之。立天元一〇一為圓徑。亦為方邊，自之得〇〇一為方邊，又為半段方斜。其亦為方斜，半之得。一〇一為方斜，半之得。一〇一為方斜，半之得。一〇一為方斜，半之得。一〇一為方斜，半之得。
亦為半段方斜，與左相消，得。
與原草。

表望浮圖相輪高，塔身高，塔心木，館案云，三數俱誤，相輪高，四丈五尺，塔身高，七丈二尺，塔心木長，七丈五尺。實如法而一，原本脫一字，得相輪高，館案云，未加入錡尺數，法誤，併最上錡，原本最誤，得三百三十寸，三十誤五十，置相輪本入第七錡，館案云，人目去塔，為總句，人目上塔尖高，塔身為總股，相輪高，為總股較，人目去竿為分小句，人目上竿高及相輪本入竿高，俱



為分小股，相輪本入竿，為小股較，竿去塔，為分大句，術以竿去塔分大句，與小句股，乘除，得大股數，加小股為總股，故塔尖高，數，合以大句與小句小股較乘除，得大股較，數，即為總股較，故相輪高，較，少一小股較，一丈五尺也，塔身高，塔心木長，皆本此數，加減而得，故誤數相等，景昌案，原術以分大句乘小股較，所得為分大股較，故必加小股較，而後為總股較也，若徑以總句乘小股較，則所得，即為總股較矣，以圖明之。如圖，人目至丙，為總句，塔尖至丙，為總股，相輪至丙，亦為總股，塔尖至相輪本，為總股較，人目至丁，為分小句，竿端至丁，為分小股，入錡至丁，亦為分小股，竿端至入錡

復邑柘賦，乙鄉田共計至二步，原本二誤三。上等中田五千九百九誤七。中等下田至六步。六誤七。丙鄉田共計一十二萬九百三十五畝五十八步五分，誤九萬三千一百八十八畝四十二步。中等上田七千九百八十四畝八十四步，誤四十。下等上田二萬七千七百五十五畝一十六步五分。田下誤注無字。二萬至五分六字，脫。丁鄉田共計八萬九千六百六十六畝二步三分，誤八萬八千九百九十四畝二角二分。中等上田七千五百三十九畝三十四步三分，誤七千四百六十七畝二角三分。四步。戊鄉田共計二十萬四千四百七十四畝一角二十四步四分，誤二十萬七千八百五畝三角五十三步。上等中田二十一畝脫一字。下田八十八畝三角八十誤九十三角誤二角。中等上田，脫四分二字。下等中田七萬九千一百三十五畝三角四十三步，誤八萬二千四百六十九畝一角三分。下田一萬四千一百一畝二角三分，誤一萬四千畝三十九步。己鄉田共計八千四百八誤

九，四誤五。三角十八步二分，八誤九，脫二分。中等中田八百八誤九。下等上田二千下，衍五百二字。五步六分五誤六，脫六分。下田四千下，衍五百二字。五步六分五誤六，脫六分。其乙鄉田最肥次丁次甲次丙次己次戊，館案云，題內言田有三色，甲為上云云，又言乙鄉田最肥云云，語若相左，蓋前言三色者，六鄉共科之，後言田肥者，每畝所出之異也，若易田係三色為科，有三差，則語意明矣。甲鄉中等中田苗九勺，九誤五。和一分，分誤寸。下等下田苗脫六勺。乙鄉上等上田苗，脫三勺。下等中田和七分七誤六。丙鄉上等上田苗，脫二合八勺。中等下田稅八分，脫八字。下等上田苗二升，二誤一。中田稅五分五誤四。下田苗七勺，勺誤合。丁鄉中等上田和，脫五分。下等上田稅五寸五誤九。己鄉上等上田和七分七誤九。中田和三分二誤二，四分。下田和八分八誤九。中等上田苗五勺五誤六，和三分三誤四。中田和八分八誤九。下等上田和五寸九分五誤六，脫九分。下田和二十九分二誤三，脫九分。乙鄉苗米，脫一萬。術曰，脫曰字。甲中等下田率五十分五誤三。下等中田率三毫毫誤益。乙上等下田率一益一誤五。下等上田率二千二誤三。中田率八絲，李氏云，當作七絲五忽忽，景昌案，此係布算之誤，故仍而不改。下凡言當作者，做此。丙上等上田率二毫二誤三。下等上田率一十一萬一千二十二分二益七毫五絲。田下誤注無字，率字以下，脫。下田率二毫五絲毫誤益絲誤毫。丁上等上田率五毫毫誤益，李氏云，當作四毫一絲七忽。中等上田率四分，下衍四釐八毫二絲五忽，此八字。今本仍誤留。館案云，當

作四分四忽。已中等上田率九百九十九。中田率四益一毫。簡案云當作四益。甲法八十三分。八誤六三誤八。乙法一益一誤五三絲李氏云當作二絲五忽。丁法五益七毫五絲李氏云當作五益六毫七絲一忽。己法五益一毫簡案云多一毫五分多一毫故也。甲鄉苗米二抄一撮李氏云當作二抄七圭。和買五毫四忽毫誤絲簡案云多四忽。夏稅八絲李氏云當作九絲一忽。乙鄉苗米原本脫一圭。夏稅八絲李氏云當作七絲八忽。丙鄉苗米八撮簡案云當作六撮七圭。夏稅五絲當作六絲一忽。丁鄉苗米四圭當作三圭。己鄉和買七毫九絲六忽原本八毫四絲二忽。用各鄉雜行數十九八七六五四三二九上脫十字二下衍一字。甲鄉上等上田苗米二勺一抄。於算術當作二勺七撮今作一抄者緣上一分之率誤以七圭作一撮故也。自此以下各尾數皆因上率而誤。逐條駁正。轉嫌繁瑣。讀者但取上率附注各數。用各鄉雜行數遞次乘之。使得各鄉各等確數矣。下田和買八益八誤七。夏稅二毫二誤三。中等上田苗米四抄四誤五。夏稅二益九毫誤三。中田夏稅六毫六誤七。下田夏稅四毫四誤五。下等上田夏稅一毫一誤二。中田夏稅八毫八誤九。下田和買脫八忽。夏稅五毫五誤六。乙鄉上等上田苗米二勺八抄勺。誤抄。抄誤。中等上田夏稅六絲絲誤。中田和買五絲五誤七。下等上田苗米二撮二誤三。夏稅六分六誤五。丙鄉中等上田苗米六撮六誤四。丁鄉上等下田苗米七抄一撮誤一抄。己鄉上等上田和買七分九毫六絲誤八分八益七毫二絲。中田和買二分三益八毫六絲四忽誤三

分九釐五毫七絲八忽。下田和買七分六釐七毫六絲八忽。誤九分七毫三絲六忽。中等上田和買二分九釐六毫七絲二忽。誤四分一釐八毫九絲四忽。中田和買八分二釐五毫七絲六忽。誤九分三益五毫二忽。下田和買三分五釐四毫八絲誤四分四益二毫一絲。下等上田和買八分八益三毫八絲四忽。誤九分五益三毫六絲八忽。中田和買一釐二毫八絲八忽。誤六益五毫二絲六忽。下田和買四益一毫九絲二忽。誤七益六毫八絲四忽。簡案云題內云各鄉九等。皆於十分內差一。則是遞次九折也。術內亦云列各鄉等位。自上等置十分。每以內分雜行九折之。至九等止。則其法當為遞次九折益明矣。乃草中則云上以十次九八七六五四三二。則是遞次減一。而非遞次九折矣。以此得答數。既與題問未合。而術與草亦不相應也。

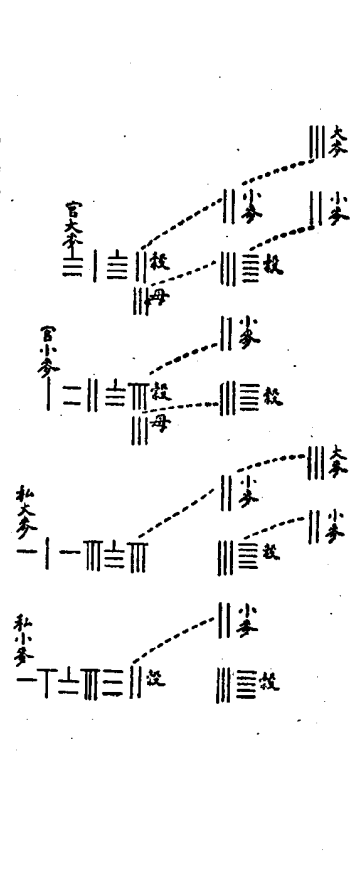
卷十

團田租賦中田多上田弱半不及下田太半。簡案云蓋以弱半為三分之一。太半為三分之二。也多上田弱半者。即比上田多三分之一。不及下田太半者。即比下田少三分之一。也是上田加三分之一。為中田。即下田三分之一。轉言則中田為下田三分之一。上田為中田四分之三。景昌案。古人以三分之一為太半。三分之一為少半。四分之三為強半。四分之一為弱半。以弱半為三分之一。蓋未深考也。實如法而一。原本如誤知。又以餘一乘上率三脫率字。得六百三十六頃一十畝三誤一。一誤三。其下田田賦積。其上積至九千九百九十九。乘上租租誤積。

館案云草內求各該數。意謂以三分為上田該數。加弱半三分之一。得四分。為中田該數。三因中田該數。得十二分。為下田該數。併之得十九分。為總該數。其法本屬顯明。但語中參入母子嗣泛等名目。其意反晦矣。景昌案。為此說者。由不知弱半為四分之一也。草中三益。兼為子母數多者言之。惟施之此題。則無當耳。

寬減屯租六分小六誤小。其合收租數。租數誤種各。六分折小麥五斗七升七分升之一。五斗七升誤六斗六升一誤四。四分折大麥四升。誤七分升之四。八斗八升八升誤四升。夏折穀大麥六斗一升七分升之一。誤五斗七分升之五。小麥六斗一升七分升之一。誤七斗七分升之四。依本色對之。依誤體。以少一事者。一誤二。各得所折。脫所字。私種一石。私誤租。納租三石。脫納字。減租率五餘二石。二誤三。次列官牛種。列誤納種誤租。餘二萬四百八十八石。二誤三。百誤千。就私種租。脫私字。乃以二等合催租。以誤次。得八千三百九十一石。一誤二。得一萬六千七百八十三石。二誤一。二分正色穀。二誤一。八斗八升為大麥實八升。誤四升。實誤率。為小麥實實誤率。得二千三百四十五斗七升。七升誤四之。仍以母三約本實。約誤為。三分升之二。為所折上得大麥穀數。二誤一。為誤萬。得誤併。又乘穀數一千一百一十八石八斗八升。石誤萬。八升誤四升。得六千七百一十三石二斗八升八誤四。得九百五十九石四升。四升誤七分升之四。次以官種四分。脫官種字。大麥九百五十九石四升。九石脫九字。四升誤七分升之四。得三

千二百九十九石六斗一升七分升之一。六斗一升誤五斗七升之一。誤之五。小麥二千三百四十五斗七升七分升之一。五斗七升誤六斗六升之一。誤之四。小麥九百五十九石四升。脫四升。得三千二百九十九石六斗一升七分升之一。六斗一升誤七斗之一。誤之四。為成年夏折小麥數。脫成字。次以官種二分。二誤一。三分升之一。脫一字。案雅超圖。館本作點聯之。更為明顯。附錄於此。



戶田均寬米五千二百七十二石一斗九升九誤七。術曰以粟米粟誤乘。元放米至一斗九升九誤七。

均科綿稅下二等。二誤三。併入次戶二千三十五。三十誤二十。乃置科綿至三十七兩三誤二。館案云。題言下二等。比中等六四折差。是次等爲中等六分之四。下等又爲次等六分之四也。乃術草中皆以十分之四收之。是四分折差。而非四六折差矣。集中題與術不相應者多類此。豈成書之後未能重加校正歟。

戶稅移割本色一十一正二丈二尺九寸九誤七。折帛二十七正二誤一。併絹紬紬誤納。和買折帛二正三丈一尺六分三釐七毫五絲。二正誤五正。脫三丈以下十二字。和買折帛二十正二丈一尺一寸。脫一寸。和買折帛二十五正二丈二丈誤一丈。略零五寸寸誤十。反其分而因之。反誤及。得一百一十七丈三尺。丈誤文。脫三字。八正三丈丈誤文。得二十九正。正誤丈。以甲所出田五百一十六畝。五百一十誤一百五十。爲丙今有田。今誤令。其甲得甲誤田。其乙得乙誤一。甲得三正九分六釐六毫五絲六忽二微五塵。脫二微五塵。乃以正下分毫。正誤定。甲得和買折帛二正二誤三。

館案云。此題科稅分田地二項。田有科米稅絹物力三色。地只有稅紬物力二色。絹與紬折色不同。物力和買。合田地總計之。又甲戶有田有地。乙丙二戶有田無地。此等皆不可不明言者。題中殊未分析。

移運均勞甲州上縣差二千四百三十夫。三十誤二十二。中縣差三千三十七夫。三十七誤二十六。下縣差四千二百六夫。二百六誤一百九十一。仁鄉七百一十三夫。三誤一。義鄉五百八十九夫。九誤七。禮鄉五百三十八夫。八誤七。智鄉四百四十一夫。四十一誤三十九。信鄉四十六夫。四十六誤八十七。復通分內子。子誤手。置下縣至九百五十九誤七。得三十一分之六六誤二。智得一千四十五萬九千二百四十五。四誤三。下得一千九百九十五萬四百三十八。八誤四。仁得三百三十八萬二千三百三十八。三誤五。智得二百九萬一千八百四十九。十九誤十七。信得二十一萬。二誤四。得五千六百九十二萬二千五百五十七。六百九十二誤七百一十一。五十七誤七。十一。上得一十至爲實。案下文下仁義禮智信。竝云某實。此亦當云上實。第於義已明。未補。下得二千至二十五萬六千。二十五萬六千誤二十萬八千。仁得至四十五萬六千。四十五萬六千誤四十九。不盡四百一十五萬四千四百九十九。九誤四。均定勸分總認米二十三萬七千六百石。七千六百誤八千一百。五戶計二萬二千石。十下衍五百字。五等一戶米。脫米字。爲五等米。米誤乘。得總認米至七千六百石。七千六百誤八千一百。

數書九章札記卷四

江陰宋景昌勉之氏讓

卷十一

折解輕貨諸郡銀每五百兩。原本銀誤錢。初限一十六萬六千七百一十六貫四十九文。六千七百一十六貫誤一百四十八貫一百。次銀未限同。四十九文誤四十八文。次限同。儲錢元理至五十九分文之二十八。脫二十。實用一千一百八十五貫一十文五十九分文之一。脫五十九分文之一。五十九分文之一。十八。誤九分文之七。丙郡合解七十九萬五千二百八十貫文。二百八十誤二十八。儲錢元理至三分文之一。三分誤足。丁郡合解至貫文。脫文字。儲錢元理一萬六千六誤四。寬餘一萬三千三誤一。各得合解錢。合下衍得字。不滿者亦爲擔。案下草亦當作不。餘爲寬餘儲錢。脫爲字。乙共十二萬五千二百七十四貫足。十二萬誤十三萬。丁得率一百五十貫。寬於右行。於誤以。次置甲元銀三千二百兩。二誤一。與右行對乘之。與誤於。乙得一萬一千一百一十三貫二百文。脫一萬。皆銀儲置於右行。置誤買。偏除右行。右誤左。列寄別行。寄誤買。丁得八萬八千六百七十七貫五百。右行。右誤左。五十九分文之二十八。脫二十。丁得一萬六千六誤四。得三十萬八千八百八十八貫八分。其丙率一百六十貫。十誤一。不盡五

勺。脫一百以下十一字。四百五十六粒。誤七百九粒。案此數條及下草。似欲於答數截去餘分。以歸簡約。然粒米率每勺三百。則一分計得米二粒餘。既欲以勺求粒。餘分安可不計。今從館本。以粟米求之。粟米率。以粟率五十折之。案此句殊牽混。其意蓋謂每粒一石。得米五斗。故以米五斗折穀數。得穀折納米數耳。與九章粟率何涉。粟即穀也。與糶糶糶米為率。不與穀為率。得八十四石五斗五升。合一勺一百二十七勺之一百三十一勺。誤二勺。一百三十七勺之二。四之下衍一百。得一百八十八萬四千八十石。下衍一升。得五千五百二十二億四千萬。千下衍三字。以母一百二十七除之。十下衍八萬四千五百。六千四百五十六粒不盡八十八萬五千五百六十六粒。誤七百九粒。八十八誤五十七。

卷十三

計定城築。下一丈九幅。館案云。九幅即九肘。案此書之例。以上下為肘。內外為幅。護險牆高三尺闊一尺二寸。館案云。此句豈。蓋下既論幅。則不用闊。下當云每幅之闊。為輒之長數。每條作功三分。原本脫作字。紐概二千個。概誤。下同。管子水竹一十把。一誤二。鐵手擠土。手誤子。擠誤。深深八丈。案丈當作尺。水竹一萬五千一百把。一百誤五百。每把二寸闊。案前問題作二尺。此作二寸。未知孰是。石版一萬五千一百片。案此數誤。又以諸色工各數乘之。工誤二。次置柱木概案。概誤。以輒長乘厚為側法。側館本作則案。輒以闊而為平。厚而為側。此處計厚而不計闊。故曰側法。

今從原本。下同。為二十一萬寸為實。館案云。此條誤。應減去三層石脚積。餘為輒積。又乘長一丈。丈誤尺。又置帽子高一尺五寸乘闊三尺六寸三誤二。共為寄共誤只。得一千六百二十寸為窗虛積。館案云。窗三眼。當三因之。此用一眼數誤。以減寄減誤城。每丈用石版十片。館案云。此條誤。應用一十六片三分。每片用灰一十斤。片誤斤。得八功一千分功之四百九十九。李氏云。以一千除八千五百九十九。當得八功一千分功之五百九十九。此數誤。案以下皆因此而誤。通分內子得一百二十九萬五千四百八十九。為衆功實。李氏云。此求都工實有誤。概灰工分子。當作五百九十九。今作四百九十九。一誤也。以輒工分子九十九。進位作九百九十。與概灰工分子四百九十九相。加得一千四百八十九。為共工分子。即以輒工分母七百。進位作七千。為共工分母。不合分術。二誤也。既以七千為分母。又只以一千通分內子。前後互異。三誤也。分母乘之得六萬。為法。館案云。分母七千乘六十。應得四十二萬。不盡五十萬四千餘分。千誤十。置城長一千五百一十丈。乘城率。案此句有誤。當作置城長一千五百一十丈。以丈率約之。得一千五百一十尺。乘城率。蓋城率。原為每丈所積之尺。今但求其都數。當以尺為率。不當以丈為率也。言丈則十尺矣。幸得數尚不誤。得四十一萬五千二百五十七尺。為法。除得八丈。為深。案此數誤。當作得四百一十五萬二千五百尺。為法。除得八尺。為深。蓋深長一千五百一十丈。通之得一萬五千一百尺。以輒上下闊折半之。二百七十五尺。相乘所得末位。仍當為百尺。原本末位作十尺。是誤以深長末位二十丈為一十尺。

矣。此條之誤。與上求堅積相反。上條當約而不約。此條不當約而反約也。館案云。題意掘土為深。以築城。城身及羊馬牆身積。即深身積。語中未詳羊馬牆及深周遠城外。當長於城周。題中未載距城尺數。城牆用輒包砌。當計三面。題中只計一面。皆屬疎漏。護險牆應以輒長為闊。題中復言闊之尺數。柱木繩概等徑。方長短。術草不用其數。題中亦皆闕載。未免完繁。然古商功之略。猶可見焉。故於草中就其所問之意而改正之。又云。草中法數有不合者。逐條改正。如左。一題言城脚週。鋪石版三層。通身用輒包砌。應於先求得一丈自乘輒數再乘之。二十一萬寸數內。減去三層石脚之一萬三千五百寸。餘一十九萬六千五百寸。為輒實。以輒則案則字。原本當作側。以為法則之。三十寸除之。得六千五百五十片。為輒數。草中即以全積為輒實。故得數差多四百五十片。

一女頭。鶴蓋全積一十八萬一千四百四十寸。一箭。箭虛積一千六百二十寸。三。應三因之。得四十八百六十寸。以減全積。餘一十七萬六千五百八十寸。為實。以一輒積一百八十寸除之。得九百八十一片。為輒數。草中只減一眼虛積。故得數差多一十八片。一題言城脚鋪石版三層。應以輒闊六寸乘九幅。得五十四寸。以一丈乘之。得五千四百寸。三因之。得一萬六千二百寸。為實。以石之長闊相乘。得一千寸。為法。除之。得一十六片二分。草中並無求法。但云每丈用石版十片。差少六片二分。

一石每片用灰十斤。輒每片用灰一斤。每丈石用灰一百六十二斤。輒用灰八千零三十一斤。二共用灰八千一百九十三斤。草中石用灰差少六十二斤。輒用灰差多四百六十八斤。二共用灰差多四百零六斤。一石十片。二輒七百片。一工。灰千斤。一工。每丈應用石工三二分四釐。輒工一十一工七百分工之三百三十一。灰工八工千分工之一百九十三。併之。又併土工一千一百工。定柱工二十工。爬頭木工四十四工。擗子木工八十八工。概案工三十二工。共得一千二百九十四工七千分之六千三百四十一。草中分子為一千四百八十九。差少四千八百五十二分。一求火頭工。應以工共分母。通工數。內子。為實。以分母通所受六十八人為法。除實。得火頭二十一工。又一十四萬分工之八萬一千四百四十七。草中誤以千分通之。故分母子數不合。求深塞。應仍用前實。以分母七千通所管一百二十八人為法。除實。得深塞十一工。又二十八萬分工之二十二萬一千四百四十七。草中同前誤。分母子數不合。一前共工。火頭深塞三分數。通而併之。得二工。又二十八萬分之七萬七千九百八十一。然後總併之。得一千三百二十七工。又二十八萬分之七萬七千九百八十一。其分子不及分母十之三。乘之。即以一千三百二十七工。為定數。草中分子僅進一工。餘數及十之六。又進一工。故所定工數亦同。共用石版二萬四千四百六十二片。容數內差少九千三百六十二片。

一、共用概一千二百一十二萬六千八百一十片。容數內差多七萬零六百六十八片。
 一、共用灰一千二百三十七萬一千四百三十斤。容數內差多六十一萬三千零六十斤。
 右十餘條。皆依舊章正其舛訛。至立法之疎密。未暇論也。

樓橋功課。驗高四尺長三丈。厚隨板長。館案云。證驗每概一片。用灰一斤。題內缺。
 計造石壩一行。各添一摺。天地數各以累乘對約之得乘率。以對上次積併之。為石版。案。此語誤。當云其
 上積。便以層數為乘率。其次積。置層數減一。以層數乘之。半之。為乘率。以乘上次積併之。為石版。卻
 以石版長五尺。原本長誤為。乘初積三千六百片。三下衍層字。不盡二百六十。與法約之。二百六
 十誤二十六。約誤半。為三十三分功之二十三。二誤一。為一十萬一千三功。脫十字。得一十萬
 三千五百二十七功。十萬誤千。

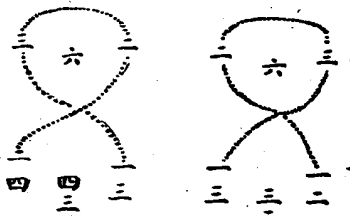
計浚河渠面廣六丈。底廣四丈。原本六誤三。四誤二。上流深八尺。下流深一丈六尺。八誤四。一丈六誤
 八。長與河等。與誤以。每名自開運積築壘。名誤為。共用功二十四萬五五分功之四。館案云。
 共用工。日役工。二數俱誤。若以其工分計。共積則每工各得四百四十四尺餘。其不合明矣。辨詳章後。
 半為用功。原本半誤倍。置河上廣六丈。併底廣四丈。六誤三。四誤二。折半得五十尺。脫折半。
 又置河上流深八尺。併下流深一丈六尺。併之折半。八誤四。一丈六誤八。脫折半。不盡九十三萬。
 三誤二。得一億八千八百八十六萬。誤二億八千八百六十萬。得五千四百四十三萬二千尺。三萬誤

二萬。併副五千四百四十三萬二千尺。脫二千尺。以乘常尺六十。十誤千。以增分三百。三誤二。
 得四十三萬二千。脫得字。三誤一。得四萬八千二百四十八。八誤七。一百二十二萬四千七百二十。
 二萬四誤一萬一。得二十四萬四千九百四十四。九誤三。館案云。草中求提積。至密至捷。該數家
 之要法也。至減工子母乘除而下。則法與數皆有誤焉。查題言棚道減工五分之一。是棚道為平道四
 分之五也。四為分母。五為分子。應以分子五。乘上半積五千四百四十三萬二千尺。得二億七千二百
 一十六萬尺。以分母四。乘副半積得二億一千七百七十二萬八千尺。併之。得四億八千九百八十八
 萬八千尺。為實。以分母四。乘常尺六十。得二百四十尺。為法。除實得二百零四萬一千二百工。為共工
 數。以一月三十日除之。得六萬八千零四十一工。為每日工數。或置分子五。乘上半積之得數於上。又併
 分子母得九。乘常尺六十。得五百四十尺。乘上數。得一千四百六十九萬六千六百四十萬尺。為實。以
 分母四。乘六十。得二百四十尺。為增母。以分子五。乘六十。得三百尺。為增子。增母子相乘。得七萬
 二千尺。為法。除實得共工數。亦與前同。此特不用副半積。然不若前法之省。草中以五為分母。以一
 為分子。母子既以顛倒。而又以餘分為分子。後雖易一為四。而母子之名未正。故其中累乘累除之數。
 漫無可據。而所差甚遠也。

卷十四
 計作清並其家當東西。原本當誤高。秋程。秋誤。人到土。到誤道。峻平道高長。平誤半。土積一

五百四十四萬尺。尺誤丈。定一返二百步一十八分步之五。館案云。此條起。共十一條。數皆誤。概三
 百一十四萬。原本三誤一。踏縱二尺一十四分寸之九。十誤寸。以除積積。除誤除。如六而一。為
 泛。泛誤位。半之為句。句誤內。以南北道高併乘高乘補為需。補為二字誤。為土率。土誤上。
 求負土者。先列全分分之一。館案云。法自此誤。下得一十八。乃變原本一十。得三千六百五
 為到法。五誤之。得二萬一千六百步。步誤尺。乘積土一尺三寸三誤一。次以到土母七百二十
 一到誤列。得五十五億五千一百七十萬尺。萬誤為。築功一萬七千一百一十一功。築誤等。得
 四萬五千六百八十四功。四誤五。二千五百五十七。誤三千八十。上置甲縣力。上誤工。具圖如
 后。脫如后。闊二尺。尺誤寸。加上長八百二十。誤千。以減寄。脫寄字。以北道高子三。北誤南。
 得五百寸。為句。脫為字。得一百寸。為底率。一百當作二百。案自此至裏道踏縱。得數皆因此而誤。
 詳見下館案。得二尺一十四分寸之九。一十誤一寸。乘其高三十五寸。三誤二。餘五億六千五
 百五十六萬四千四百四十四。四百誤三百。得三百一十四萬二千二十四片。三百誤一百。除石率二
 千二百五十八萬八千寸。二千誤二十。不盡三千寸。千誤十。
 館案云。俯土定一返數。其到土工數。及總用工數。三縣合科工數。皆誤。蓋題言築壘至少半。至中半。
 至大半。當自平地至三分之一。三分之一至三分之二。三分之二至三分之一。至三分之一。至三分之一。共計
 四段。其分數自下而上。逐層數。應取兩分數之較。草中所列諸分子。下設一數。上即列三分數。共段數

既不確。又即用各分子全數。故求得棚道七十二。當平道七十九。與題中所言二當五三當七當五之
 數。顯然不合矣。今推步改正於後。
 法先求分子較。以三之一為第一段分數。以三之一與二之一兩分母對乘。得六。分母互乘分子。三之
 一得六之二。二之一得六之三。相減餘六之一。為第二段分數。以二之一與三之二分母對乘。得六。分
 母互乘分子。二之一得三。三之二得四。相減餘六之一。為第三段分數。
 以三之二與全疊三分之三。相減餘三之一。為第四段分數。然後列
 四段母數於右。子數於左。以各分母連乘。又互乘分子。得三百二十四
 為總分母。第一段一百零八。第二段五十四。第三段五十四。第四段一
 百零八。為各分子。求等數。得五十四。備約之。總母得六。分子第一段得
 二。第二段得一。第三段得一。第四段得二。為各段分母。子。次列棚道一
 當平道一。為下第一段。三當五為第二段。三當七為第三段。二當五為
 第四段。以棚道數為分母。以平道數為分子。分母連乘。又互乘分子。得
 一十八。為總分母。第一段得一十八。第二段得三十。第三段得四十二。
 第四段得四十五。為各分子。求等數。得三。備約之。總母得六。分子第一
 段得六。第二段得十。第三段得一十四。第四段得一十五。次列前後兩



三六六二四
三一
一一
八四四八
一四五〇
一一三三
五七五
四四三
二二二母
一五四〇六六
一四〇二六
三一

分母分子，已約之數。各對乘得總母三十六。分子第一段得一十二，第二段得一十，第三段得一十四，第四段得三十，併諸子得六十六，為總子。又求等得六，各約之。得定母六，為棚道數。定子一十一，為平道數。此即合全章總數計。凡棚道六，當平道一十一也。乃以定子一十一，乘棚道四十步，得四百四十步。為次，以棚道四十步減一百六十步，餘一百二十步，為平道。以定母六乘之，得七百二十步。加次，共得一千一百六十步。以脚加一於身，得一千二百七十六步。又以載輪二十步，乘定母六，得一百二十步。又加次，共得一千三百九十六步。為統數。以定母六除之，得二百三十二步。又三分步之二，為定一返步。乃復通分內子，得六百九十八。為到法。乃置程里六十，以三百六十步通之，得二萬一千六百步。乘土一尺三寸，得二萬八千零八十八尺。以到法分母三乘之，得八萬四千二百四十尺。為到貨。以到法除之，得一百二十尺。不盡四百八十約之，為三百四十九分尺之二百四。舊名到土復。案前文義，復字當屬下句說。此復應到土說。誤也。到土復者，一工每日所擠之墜土數也。通分內子，得四萬二千一百二十，以填母三因之，得一十二萬六千三百六十尺。為填法。次以到土復乘填積七百七十萬尺，得二十六億八千七百三十萬尺。為填實。實如法而一，得二萬一千二百六十七尺。不盡一千八百八十約之，得三千一百五十九分工之四十七。為擠土工。次列築工穿工擠工三數，及分母分子互乘以齊之。

一七
一九
一五四〇〇〇
一〇二六六
二二二母
三〇八〇〇
二二六六七
四七九
三一五
六七一八二五〇〇

一五四〇〇〇
三五
五四〇五四〇〇〇
三〇八〇〇
一〇五三
三二四三二四〇〇
六七一八二五〇〇
三一五九九
一五三六六八九〇〇
四八六四四四
二五〇四

列三工數各通分內子，得築率一十五萬四千，穿率三萬零八百，擠率六千七百一十八萬二千五百。數書九章札記 卷四

驗擠母數，築穿二母數，皆可度量。用就母法，以築母除擠母，得三百五十一，為築乘率。以穿母除擠母，得一千零五十三，為穿乘率。各以乘率乘本率，得築分五千四百零五萬四千，穿分三千二百四十三萬二千四百，擠率六千七百一十八萬二千五百，即為擠分。同以擠分母為總分母，乃併三分數得一億五千三百六十六萬八千九百，為實。以總分母為法除之，得四萬八千六百四十四工。不盡二千五百零四約之，不盡即命為三千一百五十九分工之二千五百零四。為總用工數。次置三縣力役，以里數遠近通之。先以乙丙二里數求等，得六十各約之。乙得二，丙得三。以乙二偏乘甲丙，以丙三偏乘甲乙，得甲率八十萬零三千一百九十六，乙率七十一萬三千九百五十二，丙率六十二萬四千七百零八。三率求等，得八萬九千二百四十四。偏約之。甲得九，乙得八，丙得七。各為率。併率得二十四。乃以工總分一億五千三百六十六萬八千九百，乘三縣各率，得甲實一十三億八千三百零二萬零一百，乙實一十二億二千九百三十五萬一千二百，丙實一十億零七千五百六十八萬二千三百。以就母三千一百五十九乘併率二十四，得七萬五千八百一十六。為科法。除各實，不盡者各進一工。得甲縣合科一萬八千二百四十二工，乙縣合科一萬六千二百一十五工，丙縣合科一萬四千一百八十九工。

又云右章，自求輒砌身積至級數，皆無誤。求踏縱數有誤，至求補數需數，其法更多未合。如題內云，先用輒砌身，次用輒砌轉道周圍五帶，並闊六尺。南北二平道，東西三峻道，始自臺下良隅，南升至巽，西折行至坤，北升至乾隅，東折行至艮，復南升至巽，乃登臺頂。是南北二平道至臺址，皆如一面平堆形。西峻道至臺址，東峻道至臺址，皆如一面三角斜堆。下如一面平堆形。東東峻道至臺址，如一面三角斜堆形。法當案各形取積，草中取二平道，皆如法。至取峻道，乃以道闊併下長為補。以南北道高臺高三數併乘之，為需。然後以半道闊乘之，為積。其意殊不可解。然以數考之，有差至二之一者。又臺身外四面輒砌，各加六尺。轉道東面加二層，餘三面各加一層。是臺基長一十九丈四尺，闊一十八丈。草中以下闊為一千七百四十寸，差少六尺。下長仍用一千八百二十寸，差少一丈二尺。皆疎漏之誤。今自求踏縱至末，皆另步之。

法以臺上長減下長，餘一千寸。半之，得五百寸。為句率。以乘南道高四百八十寸，得二十四萬寸。為實。如臺高一千二百寸而一，得二百寸。為底率。以減下長，得一千六百二十寸。為底股。以外道級八十約之，得二尺零二分。為東外道踏縱。又以底率減底股，餘一千四百二十寸。為中底。以句率五百乘中，得高四百二十寸。得二十一萬寸。如臺高寸而一，得一百七十五寸。為中率。以減中底，餘一千二百四十五寸。為中股。以西道級七十約之，得一尺七寸七分及七分之二。為西道踏縱。以中率減中股，餘一千零七十寸。為上底。以句率五百乘上，得高三百寸。得一十五萬寸。如臺高而一，得一百二十五寸。為上率。以減上底，餘九百四十五寸。為上股。以裏道級五十約之，得一尺八寸九分。為裏道踏縱。案原書以中底為中股，上底為上股。命名不確。比例無準。不知此條之確當也。次以道闊加下長，與下停高相乘，得

九十萬二千四百寸。為倍東外峻道三角形立而中底與中停高相乘得五十九萬六千四百寸。為倍西峻道三角形立而中底與下停高相乘得一百五十五萬五千二百寸。為倍西峻道下平堆形立而中底上停高相乘得三十二萬一千寸。為倍東峻道三角形立而中底與中停高下停高相乘得二百六十萬零一千寸。為倍東峻道下平堆形立而併五數共得五百九十七萬六千寸。比舊草所用需數大一萬一千二百五十六百寸。次求南北平道立而先以上下關俱加三道關得上下外關八百寸下外關一千八百寸上下外關相減餘一千寸。以南道高乘之得四十八萬寸。以東道高乘之得四百寸。為減率以減下外關得一千四百寸。為南道上關與下外關相併。以南道高乘之得一百五十三萬六千寸。為倍南道至臺址平堆形立而。又以上下關各加倍道關得北上下外關七百四十寸。北下外關一千七百四十寸。北上下外關與下外關相減餘一千寸。以北道高乘之得九十七萬三千高乘之得二百四十五萬七千寸。為倍北道至臺址平堆形立而。併倍二而數得三百九十九萬三千寸。又併前五數之共數得九百九十六萬九千寸。以半道關三十寸乘之得二億九千九百零七萬五千二萬零四百寸。為共率。次二因道關與下長相加得一千九百四十寸。與南道下外關一千八百寸相乘得三百四十九萬二千寸。又以原下廣一千五百寸下乘得一千七百寸相乘得二百五十五萬寸。以減外長闊相乘。餘九十四萬二千寸。以石基三十五寸乘之得三千二百九十七萬寸。為石率。以石率減共率。餘六億零九百五十五萬零四百寸。為輒率。以輒率長闊厚連乘得一百八十寸。為輒法。以石長闊厚連乘得五千寸。為石法。以輒法除輒率得三百三十八萬六千三百九十一片九分片之一。為共用輒數。以石法除石率得六千五百九十四片。為共用石數。輒法僅六寸。而石基乃高三十五寸。是東外峻道。不得有石基也。又推輒法。以上下不等形立算。推石率。以上下相等形立算。亦未嘗。今改推于後。

術曰。二因道關。加下長。為基下長。以北道下外關。為基下闊。以全臺上下較乘基高。如臺高而一。得數。為減率。以減基下長闊。為基上長闊。以基上下長併與基上下闊併相乘。得數。又以基高乘之。四而一。為臺基石土共率。次查原下廣下表。各以減率減之。為上廣上表。以上下廣併與上下表併相乘。得數。又以基高乘之。四而一。為臺基石土率。以減共率。餘為石率。以石率減總積。餘為輒率。

草曰。二因道關。加下長。得一千九百四十寸。為基下長。以全臺上下較一千寸。乘臺高三十五寸。得三萬五千寸。如臺高一千二百寸而一。得二十九寸六分。為減率。以減基下長。餘一千九百一十寸六分。為基上長。併基上下長。得三千八百五十六寸六分。通分內子。得二萬三千一百五十五。於上。置北道下闊一千七百四十寸。為基下闊。以減率二十九寸六分。除之。餘一千七百一十寸六分。為基上闊。併基上下闊。得三千四百五十六寸六分。通分內子。得二萬七千五百寸。以乘上。得四億七千八百三十八萬九千二百二十五寸。又以基高三十五寸乘之。得一百六十七億四

千三百六十一萬五千八百七十五寸。為實。乃以分母六百乘。得三十六。又以四因之。得一百四十四。為法。除之。得一億一千六百二十七萬五千一百一十寸。一百四十四分。之三十五。為臺基石土共率。置原下廣一千五百寸。以減率減之。餘一千四百七十七寸六分。為上廣。置原下表一千七百寸。以減率減之。餘一千六百七十七寸六分。為上表。併上下廣。得二千九百七十七寸六分。通分內子。得一萬七千八百二十五寸。於上。併上下表。得三千三百七十七寸六分。通分內子。得二萬二千二百二十五寸。乘上。得三億六千五百一十一萬六千二百二十五寸。又以基高三十五寸乘之。得一百二十六億一千七百八十七萬一千八百七十五寸。為實。以法一百四十四除之。得八千七百六十二萬四千一百一十寸。一百四十四分。之三十五。為臺基石土率。以減共率。餘二千八百六十五萬一千寸。為石率。以石率減總積六億四千二百五十二萬零四百寸。餘六億一千三百八十六萬九千四百寸。為輒率。以輒法一百八十寸除之。得三百四十一萬三千八百八十五片九分片之五。為共用輒數。以石法五千寸除石率。得五千七百三十三片五分片之一。為共用石數。

堂皇程築日收五百五十五工三分工之一。原本五工誤七工之一。誤之二。下草同。得四千九百九十八。誤得五千一百九十九。不盡三與法。三誤六與誤為。

砌輒計積又置後闊關一丈原本闊誤闕。

竹園蘆束以水竹把數一千二百二十三。原本一誤二。

卷十五

計立方營隊間容隊。原本容誤營。

方變銳陣。原本脫方陣。今補。共立二百五十八人。百誤面。方面布兵二百五十八人。二百五十誤二十。

五。開不盡方為補隊。補誤步。置歸馬路。置誤半。副置加一。以乘其副。加誤減。以誤餘。置歸騎。路脫騎字。

館案云。草中以內銳陣兵數。減前方陣兵數。餘為外銳陣兵數。非是。蓋無以知兩總數為相等也。試以數明之。依東箭法。以總關求得總三角數七萬零五百。以內銳關求得內三角數一萬六千六百五十三。又以每人八尺。除兩騎路闊十丈零四尺。得一十三人。與內銳關相加。得關二百。案當作一百九十五。求得內外間三角數二萬零一百。案當作一萬九千二百一十。置總三角數。減內外間三角數。加內三角數。得六萬七千零五十三。案當作六萬八千零四十三。與前方陣兵數相較。多四千五百五十三。案當作五千五百四十三。安得謂之等乎。今另設步法於後。

法設騎路之闊。當二十八人。先以總三角數與前方陣數相減。得今多八千人。乃倍騎路闊人數。得四十八人。為騎路上小三角之關。求得小三角數八百二十。以減今多數。餘七千一百八十。為實。以四十為法。除之。得一百七十九人。為內銳關。餘二十八人。依術內不盡者為補隊兵。次置總關。減去內關。餘一百九十六人。再減併騎路闊四十八人。餘一百五十六人。半之。得七十八人。為外後關。是內銳關長。皆為一百

七十九人外銳長為三百七十五人後兩圓共一百五十六人騎路圓二十人乃以內銳圓求得內三角數一萬六千一百一十人內圓併兩騎路得二百一十九人為圓求得內外間三角數二萬四千零九十八人未置總三角數內減去內外間三角數餘四萬六千四百一十人加內三角數得六萬二千五百二十人再減補隊兵二十人得六萬二千五百人與方陣總兵原數合

計布圓陣陣重間原本問誤問內徑七十二丈丈誤人增入從方內從誤後副置九重減一餘八以四因之簡案云九重八間徑兩端應二因之間倍於立步又應二因之今合為四因案九重以下本誤入正文今考文義當是簡案

簡案云圓東環積有內周求重數法置積為實圓東差半之為從隅又以半差減內周餘為從方開平方得重數此圓東環積每層為倍差故即以圓東差為從隅減內周為從方也又案周三徑一正與六邊形相合故人數尺數俱無奇零也

卷十六

圓營敷布外周人數各幾何原本各誤立以段乘圓差為實以乘重數為率衰竝誤衰倍衰乘圓邊為泛脫為字以乘圓東差六得四十八為衰簡案云圓東每層差六今內外重數相距倍於人立相距則每層差一十二為倍差常法重數減一與半差相乘為衰今倍差故即與差數相乘為衰也各得諸重圍數原本數誤其

簡案云求圓陣草中用圓東法圓東實六等邊形非圓形也蓋圓形重數相距等則弧邊上相距不等弧邊上相距等則重數相距不等惟圓東可立取相等故用其法至次陣減人數不減營周尺數則各重周上相距不能相等故草中又以尺數求內周人數然未免與圓東逐層相差數不合亦僅取其大略也

望知敵衆望彼營北陵原本北誤地以圓密率入重差入誤八以密徑率因人立為法誤從如一二二而一而一誤而二簡案此圖限於方幅比例頗不明顯讀者以意求之可也

術曰目高加入表乘表高為遠率表高內減入表餘乘目高為近率二率相減餘為徑率以退表乘徑率為實以目高加入表與目高相乘為法實如法得營徑求人數如原術

草曰目高四尺八寸加入表八尺得一丈二尺八寸乘表高八丈得一萬二千四百寸為遠率表高內減入表餘七丈二尺以目高四尺八寸乘之得三萬四千五百六十寸為近率二率相減餘六萬七千八百四十寸為徑率以退表三十步通為一千五百寸乘之得一萬七千六百寸為實乃以目高加入表得一丈二尺八寸與目高四尺八寸相乘得六千一百四十四寸為法除實得一萬六千五百六十二寸二分之二約為一百六十五丈六尺二寸二分之二即營徑也求人數者以密率周法二十二乘徑一萬六千五百六十二寸二分之二得一得三十六萬四千三百七十五寸為實以密率

徑法七因人立八尺得五百六十為法除實得六百五十人為外周人數不盡三百七十五乘之副置外周六百五十人加六得六百五十六以乘副得四十二萬六千四百為實如十二而一得三萬五千五百三十三人為敵衆不盡乘之

均敵衛役切虛差衛不均原本衛誤役左軍差一百八十九人八誤七驗可約約誤的實如法而一脫實字

先計軍程答曰六里二百四十步原本二誤一四誤六不盡六里六誤四得二千一百六十步誤得一千四百四十步得二百四十步二百四十步誤一百六十步下同

軍器功程八六日原本六誤亦弓作二百二十五人脫二十五案刀作箭作百下皆有零數不應弓作下獨無故據答數補二百七十六人脫人字六十九分日之六十四誤二百七分日之一百八十二見管弓作二百二十五人脫二十五為九分日之七七誤日箭日實六百萬日百誤十不盡三萬八千四百日八誤六求等得六百六誤二得六十九分日之六十四誤二百七分日之一百八十二

計造軍表驢一百六十疋於左下原本疋誤及一十三斤於左上上誤下又置五人於右中又誤人乘寄二十人二誤一

卷十七

推求物價次撥沈香原本次誤以欲求沈乳乳誤香如同名相減異名相加加誤減遍損或益諸積脫積字乳得一萬二千二百二十五套二十五誤五十得八十八斤八斤誤人斤積得三十九萬二千貫得誤行驗左積少少誤步中行求得一十約之句全脫乃以中行一千八百一十五行誤中得一萬九千二百貫千誤百只有瑋瑋一千八百一十五下衍百字

均貨推本互有假借原本假誤借鹽四袋鈔脫鹽字下鹽三袋鈔同五十三分兩之六三誤二下度陳每道每誤二以方程求之方誤分以第二行為副第誤穿併諸衰為總法諸誤諸度陳一百五十六道脫六字乘次行積得三百三十萬七千二百次誤中十下衍六字乃成音同音誤吾乃以右之金正脫正字乃視卜圖乃誤及金五兩為法五下衍百字次以開圖開誤定

通分內子內子誤丙午乃以左甲母三約之為一百六十貫於右甲脫為字丙又以次行丙誤併得九千六百斤脫得字約甲得椒三千五百包一十一斤五兩一斤誤二斤

簡案云題意謂甲金乙鹽丙銀丁糖原本不同互借為同本買得香椒牙三色今有互借各物及同本買數求原本以分所買之物蓋方程而兼衰分之法也甲乙二條內鹽鈔二色實即一色先言鹽袋數乃一鈔之數以鈔數乘之始為鹽數是鈔數既贅又不明言其故皆故為隱晦也李氏說曰四袋鈔三袋鈔必當時鹽鈔有此名目題中鹽四袋鈔一十道鹽三袋鈔八十道宜當以七字為句校者誤以四袋三袋絕句遂誤認鹽鈔為二色而疑其故為隱晦非也案原本兩鹽字皆脫是明人亦以四袋鈔三

袋鈔爲句，與李氏說合。

卷十八

推計互易醴糯米一斗三升，原本斗誤石，升誤斗。以粟米換易求之，脫之字。諸實竝如法而一，竝下

行爲字。醴米一斗三升，斗誤萬，升誤斗。以七因米一斗三升得九斗一升，斗誤石，升誤斗。有對者上，行以字。其五實皆如法，皆下行爲字，如下衍一字，爲易到小麥，小誤十。

館案云，術中互乘進乘退乘對乘皆通分法也。張丘建云，學者不思乘除之爲難，而思通分之爲難，此術曲盡其妙，今各釋於後。

第一圖，互乘，以右上殺七，乘左下米一十三，得九十一，應以右下米三除之，方得殺數，今不除，便如得殺數，又以米三乘之，故以米三乘，得三十三，與殺數九十一相當，仍同於殺數一十一與米三十三相當也。

第二圖，左進乘自下而上，右退乘自上而下，左四位連乘至殺，應以右上三位連乘之數除之，得踏趨三十三所用殺數，今不除，爲寄右三位連乘之數爲分母，右四位連乘至殺，即如趨三十三所用殺數，同寄右三位連乘之數爲分母也，併之，即如踏趨用殺趨所醴殺總數，案：此即率圖中之法率，同寄右三位連乘之分母也。

第三圖對乘，左下一位趨數，案：餘乘與合圖上四位，改作左行，下四位，改作右行，故以趨數三十三，爲左下一位。以前寄分母右三位連乘之數乘之，即同寄一分母也。左下二位相乘，案：謂趨三十三，乘二

十，應以右三位除之，案：謂趨九，得踏趨所用乘數不除，爲寄右三位趨數，又以右二位相乘之數乘之，是應用乘數內同寄右三位連乘之數也。左下三位連乘，應以右中二位相乘之數除之，案：謂趨十七，及趨九，得易麥應用米數，不除，爲寄右中二位相乘之數，又以右上一位

米數乘之，是應用米數內同寄右三位連乘之數也。右趨殺案：謂法率，出殺除殺易米易麥踏趨六數，皆同寄一分母，則用以乘除求得數，即與本數無異，故以題中總殺數乘寄分母各數，以寄分母總數除之，即得所求各數也。

再此術不獨用法之巧，即圖式布置，亦皆具精義，熟玩之，可以得其往來變通之故。原第三合圖，仍斜排爲上圖，第四率圖，即各得寄母數直列爲下圖，今合圖改爲正圖，列於右，各得寄母數，竝列於左。案：據本修改圖，別無意義，但取左右分別，易於立說耳，今仍原本。

煉金計直五百三十七分文之二百一十二，原本七誤九，下竝同。其色得一十分上，衍得字，爲五百三十七分文之二百一十二，脫分字。

推求本息共納到息錢二萬五千六百四十四貫二百文，原本四十誤二十。甲庫共納息九千五百三十三貫文，五誤三。一釐息二千四百六十九貫文，六誤四。自上置一三六於左行，自誤息，以各得乘未併乘率，脫未字。得二萬四千六百八十貫爲上率，脫八十。其甲以一釐乘上率二十四萬六千

九百貫得二千四百六十九貫，六誤四。得九千五百三十三貫文，五誤三。以二釐五毫乘中率，二誤一。得四千四百四十二貫四百爲下息，貫下脫四百。得二萬五千六百四十四貫二百文爲總息。四十誤二十。

館案云，此即算分題也。其差有反錐方錐錐之名，蓋以一二三遞減，如立錐，爲反錐，以四九平方遞加，爲方錐，以一二三數遞加，爲錐，是必有其名也。至以各差求各本，則因各本原依各差入之也。案反錐，即平三角形，於四元玉鑑爲菱草形，今反用之。故名反錐，方錐於四元玉鑑爲四角堞，菱草即立三角形於四元玉鑑爲三角形，又爲菱草落一形。

推求與本置積日乘息分數增三百爲法，案：此問所云二分二釐，與今時略同，謂出錢一貫，每月納息十二文也。云增三百者，以十文爲率也。假令出錢一十文，每月當納息二分二釐，以四百六十四日乘之，得一百二十八釐，改下得分，分下爲釐，合以每月三十日除之，爲出錢十文，歷四百六十四日之總息，今省不除，便以一百二十八釐爲總息，內省三十爲分母，以分母三十通出錢十文，得三百爲本，加入總息得四百二十八釐爲本息共數，是爲本三百，歷四百六十四日，共計本息四百二十八釐也。於今有術，四百二十八釐爲所有率，三百文爲所有數，一百六十八百三十二文爲所求率，而今有之，得所求數一百二十貫也。然取徑迂迴，義法隱晦，今設二法於後，以顯明之。

其一，以貫率之，置每貫每月二十二文，以四百六十四日乘之，得一十貫二百八文，爲實，合以一月三十日爲法，除之，得共息，今不除，便以一十貫二百八文爲共息，亦以法三十通一貫，得三十貫，爲本，并共息，得四十貫二百八文，爲本息共數，是爲本三十貫，歷四百六十四日，共計本息四十貫二百八文也。

其二，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。

其一，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。

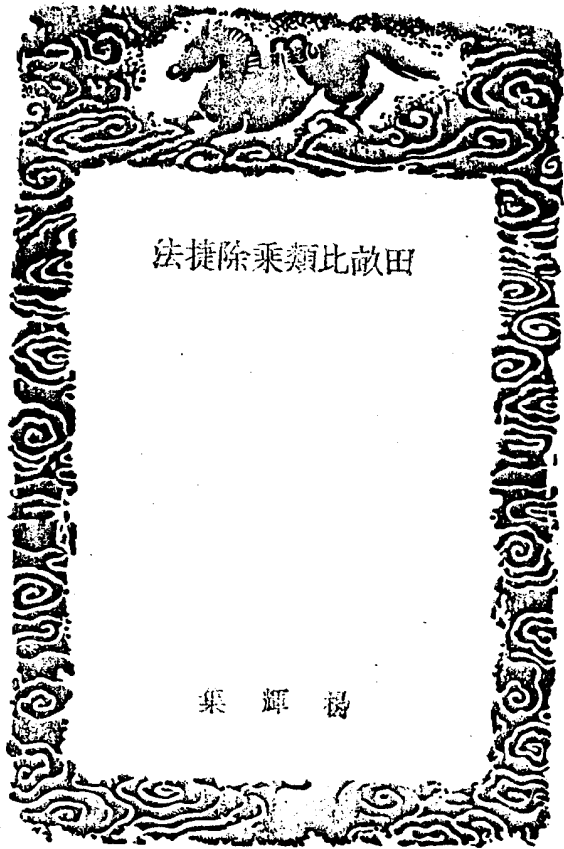
其二，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。

其三，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。

其四，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。

其五，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。

其六，以文率之，置每文每月二釐二毫起息，以四百六十四乘之，得一十文二分八毫，爲實，合以三十除之，今不除，便以一十文二分八毫爲共息，亦以法三十通一十文，仍得三十文，爲本，并共息，得四十文，二分八毫爲本息共數，是爲本三十文，歷四百六十四日，共計本息四十文二分八毫也。



田畝比類乘除捷法

楊輝集

爲田畝算法者蓋萬物之體變段終歸於田勢諸題用術變折皆歸於乘除中山劉先生作議古根源序曰入則諸門出則直田蓋此義也課成直田演段百問信知田體變化無窮引用帶從開方正負損益之法前古之所未聞也作術逾遠因究本源非撲躐索隱而莫能知之輝擇可作關鍵題問者重爲詳悉著述推廣劉君垂訓之意五曹算法題術有未切當者僭爲刪改以便後學君子目之曰田畝比類乘除捷法庶少裨汲引之梯徑云爾肯哉在乙亥德祐改元小暑節錢塘楊輝謹序

田畝比類乘除捷法目錄

上卷三十七問

步法直田

直田步下帶尺

直田步下帶寸

方里田

圓田

環田

圭田

梯田

下卷二十七問

桑欄四不等田三問

田畝比類乘除捷法 目錄

宋楊輝集

比斤正解三問

比斤兩正尺三問

比斤兩錄正尺寸三問

比方圓箭

畹田比牛角丘田三問

比方箭圓箭三問

比句股棧田三問

比田梁周圍十四問

截直田三問

差步間長闊和三

直田演段四間

截圭梯環圓田八間

和步間長闊差三間

共積分方經

錢田三間

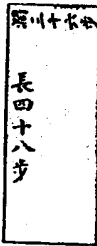
二

田畝比類乘除捷法卷上

〔直田〕法曰。廣縱步數相乘爲積步。以二百四十除之爲畝。其不及畝之餘步。或以二十四除之爲分爲釐。或以六十除之爲角。或便云幾畝零幾步。

今有直田廣三十六步縱四十八步問爲田幾何。

〔答曰〕七畝二分。



草曰。廣三十六步乘縱四十八步得一千七百二十八步。以二百四十除得七畝二分。

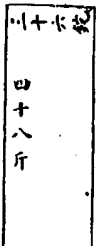
直田長闊相乘與萬象同。中山劉先生益議古根源序曰。入則諸門。出則直田。蓋直田能致諸用。而有是說。諸家算經皆以直田爲第一。問亦默會也。

〔後以三題比類直田〕

銅三十六鈔。每鈔重四十八斤。問共若干。

田畝比類乘除捷法 卷上

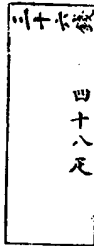
〔答曰〕一千七百二十八斤。



草曰。以三十六鈔乘四十八斤。於鈔上定斤。得一千七百二十八斤。合問。

紗四十八疋。每疋用絲三兩六錢。問共用若干。

〔答曰〕一百七十二兩八錢。



草曰。以四十八疋乘三兩六錢。於疋上定錢。乘得一百七十二兩八錢。合前問。

用匠四十八工。每工支米三升六合。問共若干。

〔答曰〕一石七斗二升八合。



草曰。以三升六合乘四十八工。於工上定合。合前問。或用兩度六因匠數亦同。

〔假如〕前題直田廣三十六步。縱四十八步。或不用乘除。祇以二因三十六步。使得七畝二分。

〔解曰〕山長四十八步。用闊五步除。爲一畝。今以二因三十六步。卽是以二因代五除闊也。

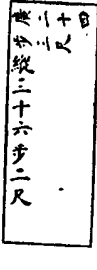
又術三因四十八步。折半亦得七畝二分。

〔解曰〕田闊三十六步。居一畝二百四十步中二十步之三。故用三因折半。

〔直田步下帶尺者〕術曰。廣縱步皆通爲尺。相乘如畝法六千尺除之。一步長五單尺。其不及畝積尺。以二十五除之。爲尺爲寸爲分。

直田廣二十四步三尺。縱三十六步二尺。問田幾何。

〔答曰〕三畝一百七十五步四分四釐。



草曰。以五尺通廣步縱步。并零八尺。廣得一百二十三。縱得一百八十二。相乘得二萬二千三百八十六尺。以畝法六千尺除。得三畝餘四千三百八十六尺。用四因代二十五除爲步爲分爲釐。得所答數。

直田通步爲尺。猶斤稱通兩端足通尺也。

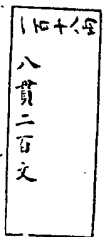
〔後以二題比類直田步下帶尺寸〕

物七斤六兩。每斤八貫二百文。問錢幾何。

〔答曰〕六十貫四百七十五文。

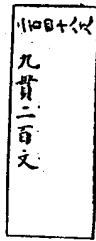
田畝比類乘除捷法 卷上

田賦比類乘除捷法 卷上



草曰以十六兩通七斤併六兩共一百一十八兩以八貫二百乘得九百六十七貫六百以十六除之合問

稍七疋一十二尺每疋價銀九貫二百文問幾何
〔答曰〕六十六貫七百文



草曰以四十八尺通疋併入一十二尺共三百四十八尺以疋價九貫二百文乘得三千二百一貫六百元以元疋法四十八除之合問

前題以步通尺以斤通兩以疋通尺皆通分之本法也

〔一補不用通分〕以零尺零兩繼於全步全疋之後相乘可免通分

〔且如〕第一題田長三十六步二尺便以二尺為步後四分闊二十四步三尺便以三尺為步後六分仍用長闊相乘以二百四十步除之為畝

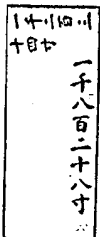
第二題物七斤六兩其斤外六兩即是斤下三分七釐五毫便以七斤三分七釐五毫乘價尤捷

第三題七疋下一十二尺即是疋下二分半便可以七疋二分半乘價尤捷

〔直田步下帶寸者〕術曰廣縱步各通為寸入零寸相乘而畝法六十萬寸除之其不及畝餘寸以二千五百寸除為步或更有不及步餘寸以一百約之為尺

今有直田廣二十四步三尺四寸縱三十六步二尺八寸問田幾何

〔答曰〕三畝一百八十二步七尺五寸二分



草曰廣縱步數各以五尺通之併零尺寸其廣得一千二百三十四寸縱得一千八百二十八寸相乘得二百二十五萬五千七百五十二寸以畝法六十萬寸除之先得三畝餘以二千五百寸除得一

百八十二步尚餘七百五十二寸以百約之得七尺五寸二分合問

又草〔不通尺寸〕便以廣下三尺四寸作步下六分八釐以縱下二尺八寸為五分六釐帶於全步之下廣縱相乘得九百二步三分八絲以畝法二百四十除得三畝餘一百八十二步零三分八絲以二十五乘零分絲為七尺五寸二分合問

〔比類 分〕二問

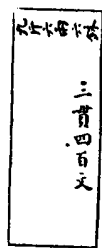
銀九斤六兩六錢每兩三貫四百文問共幾何

〔答曰〕五百一十貫八百五十文

田賦比類乘除捷法 卷上

五

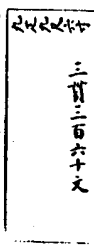
田賦比類乘除捷法 卷上



草曰以十六兩通九斤併六兩又二十四錢通兩併入六錢為三千六百六錢借兩價三貫四百文為乘用銖法二十四除之得答數

一草〔不通銖〕以六銖作兩下二分五釐便用兩價三貫四百乘一百五十五兩二分五釐亦合問

〔答曰〕三十貫九百一十二文

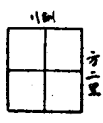


草曰以正法四十八通尺寸以疋價乘之復以正法四十八除之還元乃合所答

一草〔不通尺寸〕便以九尺六寸為疋下二分以疋價乘九疋二分即得答數其算尤捷

題煩難見法理今講小題驗法理義既通雖用煩題瞭然可見也

田方二里問幾何



〔答曰〕一千五百畝

草曰二里乘二里得四里凡一里田積九萬步即是三百七十五畝不必計步便以三百七十五乘四里便得所答之數

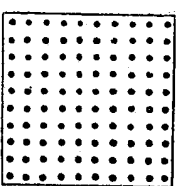
〔假如〕田方二里四十步如何取用

解曰方二里四十步明是長六百四十步闊六百四十步若用長闊步數相乘以畝法為除必繁豈不知東西六百四十步自成二畝三分之二四百八十步是二畝一百六十步是一畝三分之中二停便當以三分因二畝為六分併之二以八分為法乘南面六百四十得五千一百二十分以元乘三分除得一千七百六畝三分畝之二三分畝之二即是二百六十步同問

〔比類〕方箭外圍四十隻問共箭若干

〔答曰〕一百二十一隻

法 添八以乘外圍十六而一添心箭



四十四隻

借方田法外圍兩折半增一為方面自乘之 又借用梯田法併內外圍折半以層數乘之 外圍 以八除之 層數

〔圓田六法〕隨題取用

田賦比類乘除捷法 卷上

七

周步間積者用周自乘十二而一

或用半周自乘三而一

徑步間積者徑自乘三之四而一

或用半徑自乘三之

周徑間積者周徑相乘四而一

或用半周半徑相乘

(以上六法)竝周三徑一

密率以周自乘七因之如八十八而一

微術以周自乘又二十五乘之如三百一十四而一

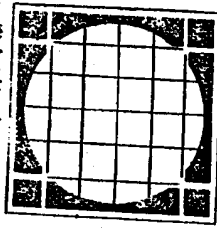
密率求徑曰以七乘周如二十二而一

求積以徑自乘又十一乘之十四而一

微術求徑曰以五十乘周一百五十七而一

求積徑自乘又一百五十七乘之二百而一

圓田周十八步徑六步間積幾步



周自乘十二而一

周十八步無以驗其數故用徑六步為圓周

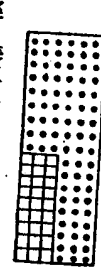
三徑一概可知矣又見圓居方四分之一

周十八步自乘得三百二十四步為積以十

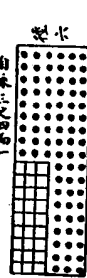
二除之得二十七步合問

田賦比類乘除法 卷上

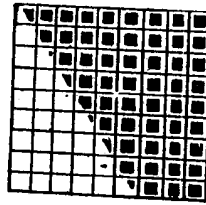
周徑相乘四而一



徑自乘三之四而一



半周自乘三而一



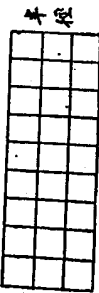
半周自乘三而一

周十八步乘徑六步得一百八步以四除之得二十七步

草曰徑六步自乘得三十六步三因得一百八步以四除得二十七步

草曰半周九步自乘得八十一

步以三除之得二十七步合問



半周半徑相乘



半徑自乘三之

密率周自乘得三百二十四又七乘之得二千二百六十八以八十八除之得二十五步二十二分步之十七微術周自乘又二十五乘得八千一百以三百一十四除之得二十五步一百五十七分步之

圓箭六而裏一不可用圓田術當用梯田法

(曉田)下周三十步徑十六步間田幾何出九章

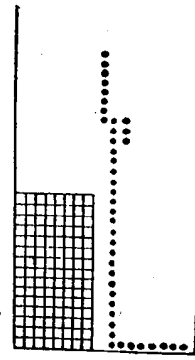
答曰一百二十步

圓用周三徑一之法合徑一十步周三十步



田賦比類乘除法 卷上

徑十六步借圓田周徑相乘四而一為術若徑步與周勢遠甚者不可專此



草曰周三十步乘徑十六步得四百八十步。以四除之得一百二十步。

〔五曹算經〕〔丘田〕外周六百四十步徑三百八十步問田幾何。

〔答曰〕二頃五十三畝八十步。

丘田比附畹田用周徑相乘四而一之法田圍凸外者可用或圍步回裏者未免圍多積少不合法理須當分段求之可也。



草曰周徑相乘得二十四萬三千二百步以四除之得六萬八百步畝法除之。

五曹有牛角田用角口乘角面折半即勾股田勢非牛角也。台州董田圍有牛角田用弧矢四法此說方是。

〔今有〕〔牛角田〕一段角長一十六步口闊六步問田。

〔答曰〕一百一十四步。

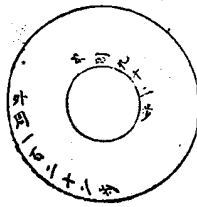


草曰半闊三步併角長十六得一十九步以闊乘之得一百一十四步合問。

今有環田中周九十二步外周一百二十二步徑五步問田幾何九章

〔答曰〕二畝五十五步。

草曰併中外周得二百一十四步半之得二百七步以徑五步乘得五百三十五步以畝法除得答數。



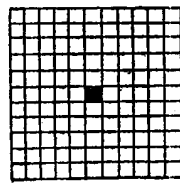
術曰併中外周而半之以徑乘之。又法併中外周以半徑乘之。又法併中外以徑乘而半之。又法中外周各自乘以少減多餘為實十二而一。

外周之數可以信筆出題惟徑步不可得而擅立須以內周減外周餘六而一為徑。

〔環田 積徑〕不可不審 題云中周六十二步四分步之三外周一百一十三步二分步之一合徑八步二十四分步之十一誤刊作徑十二步一分之二其田積合得七百四十五步一百九十二分步之七十五誤刊作一千一百一十六步四分步之一。

求徑草曰分母四通六十二步併分子三得二百五十一又倍外周分母作四通步併分子二得四百五十四以少減多餘二百三十三以二十四除得八步二十四分步之十一。

比類〔方箭圓箭〕



方箭外圍四十隻問共幾隻。

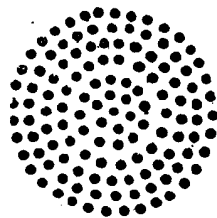
〔答曰〕一百二十一隻。

內圍八隻即是中周外圍四十即是外周併之得四十八乘五層折半加增心箭合問以八除外圍而知五層也。

圓箭外圍三十六隻問共幾隻。

〔答曰〕一百二十七隻。

〔本法〕外周加六以乘外周十二而一增心箭。



借梯田法以內圍六隻併外圍三十六共四十二以六層乘之得二百五十二折半加心箭合問以六除外圍即知層數。

〔圭田三法〕

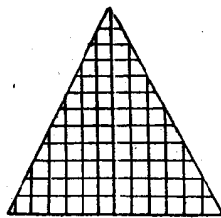
廣步可以折半者用半廣以乘正從從步可以折半者用半從步以乘廣。

廣從步皆不可折半者用廣從相乘折半

圭田廣十二步從十二步問田幾何

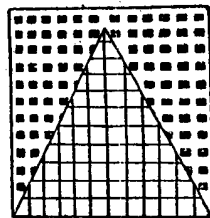
〔答曰〕七十二步

廣從相乘折半圖

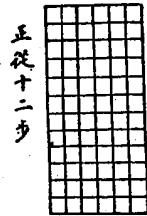


廣十二步
乘從十二
步折半

半廣乘正從圖



半從乘廣圖



正從十二步



半從六步乘
全廣十二步

圭塚 雖與圭田相類卻用梯田法

〔勾股田〕勾廣十二步股長二十四步問田幾何

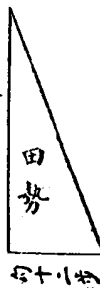
〔答曰〕二百四十四步

勾乃闊步股即長步術以勾股相乘折半 長闊相乘折半 本圭田法

勾股圖

勾股相乘折半圖

股二十四步



長十二步

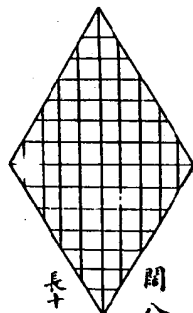
半勾乘股圖



股長二十四步

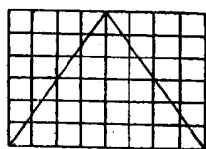
青巖縣圍置田圖有梭田樣即二圭田相併今立小題驗之〔梭田〕中闊八步正長十二步問田幾何

〔答曰〕四十八步



闊八步
長十二步

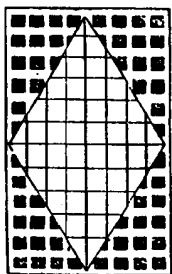
半闊乘長圖



半長六步
乘闊八步

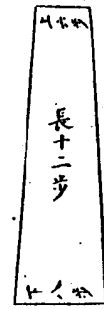
半長乘闊圖

長闊相乘折半圖



闊八步乘長
十二折半

〔梯田三法〕



併上下廣折半以長乘之
併上下廣以半長乘之
併上下廣乘長折半

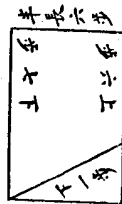
今有梯田上廣六步下廣八步長十二步問田幾何

〔答曰〕八十四步

併上下廣折半乘長圖



草併上
下廣得
十四

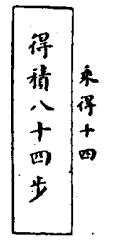


折半得七
步乘長十

併上下廣乘半長圖

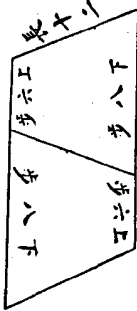


草併上
下廣得
十四

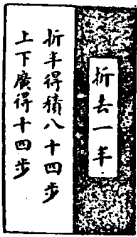


乘半長
六步得
答數

併上下廣乘長折半圖



草併上
下廣得
十四



乘長十二步
折半
折半得積八十四步
上下廣得十四步

以下田畧周圍十四題並借用梯田法

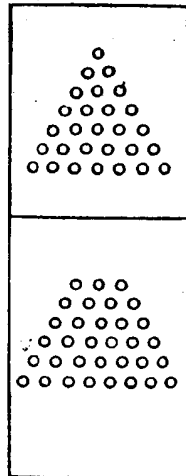
- 籬田 牆田 圭塚 梯塚 腰鼓田 鼓田 三廣田 曲尺田 環田
- 方箭 圓箭 圭梯塚 箭筈田 箭翎田

〔籬田〕

〔牆田〕

〔圭塚〕

〔梯塚〕



共用梯田法不必更立題草

五曹算法有腰鼓田兩頭各廣三十步中廣十二步從八十二步問田合計一千七百二十二步法

〔誤作〕一千九百六十八步

五曹算法有鼓田兩頭各廣四十步中廣五十二步從八十五步問爲田合計三千九百一十步法

〔誤作〕三千七百四十步

應用算法有三廣田一頭廣二十八步一頭廣四十步中闊十八步正長百四十步問田多少

〔答曰〕十五畝四十步

以上三題一體是作兩段梯田取用

今立小問圖證免後人之惑也

今有〔腰鼓田〕兩頭各廣八步中廣四步正從一十二步問田幾何

〔答曰〕七十二步

腰鼓田乃梯田二段上闊相抵



應用算法倍中闊作八步併兩闊一十六步共二十四步以正從
乘得二百八十八步以四除之

〔鼓田〕兩頭各廣四步中廣八步正從一十二步問田幾何

〔答曰〕七十二步

鼓田乃梯田二段下闊相抵

五曹算法乃併三廣以正從乘而三除〔誤〕矣



草曰倍中闊作十六步併兩廣八步其二十四步以正從十二步乘之得二百八十八步以四除之

三廣田一頭廣四步一頭廣六步中廣八步正從二十二步問田幾何

〔答曰〕七十八步



倍中闊爲十六併兩廣十步共二十六用長十二乘得三百一十二

二以四除之

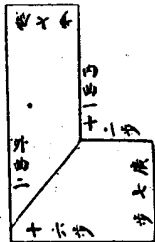
三廣田乃小梯田一段大梯田一段下闊相抵

或遇此等田勢中闊在正中可用此術

中闊若偏近一頭祇得作兩段求庶不錯誤

台州益田圖有〔曲尺田〕內曲十二步外曲二十六步兩頭各廣七步問田幾何

〔答曰〕二百三十三步



內曲即梯田上闊外曲即梯田下闊頭廣即梯田之長步術用併

內外曲得三十八步以一頭廣七步乘之折半合問

原此田勢乃梯田斜差相連本梯田也

或遇此等田勢兩頭廣步相等者可用若兩頭廣步不同以梯田法作兩段半梯田求爲是

〔環田〕中周六步外周三十步徑四步問田幾何

〔答曰〕七十二步

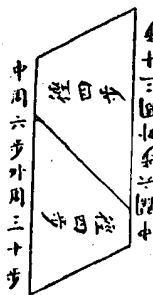


環田中周即梯田之上廣

環田外周即梯田之下廣

環田徑步即梯田之長步

環田本法併中外周而半之以徑乘之

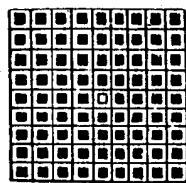


草曰併中外周得二十六步以徑四步乘得一百四十四步折半合問

梯田之法併上下廣折半以長乘之可通用也

〔方箭〕外圍三十二隻問共箭幾隻

〔答曰〕八十一隻

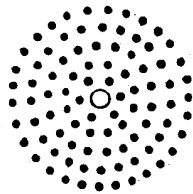


草曰內圍八隻併外圍三十二共四十隻折半以四層乘之合問

以八除外圍即得四層

〔圓箭〕外圍三十隻問共箭幾隻

〔答曰〕九十一隻



草曰內圍六隻併外圍三十共三十六隻折半以五層乘之合問

以六除外圍求得五層

今有圭塚一堆上一束底闊八束梯塚草二堆小堆上有六束底闊十三束大堆上有九束底闊十六束問共幾束

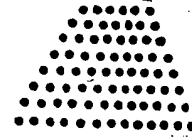
〔答曰〕二百一十二束

術曰依梯塚併三堆上下廣以高乘之折半

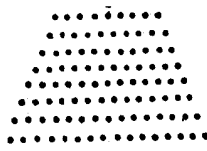
【圭塚】



【小梯塚】



【大梯塚】



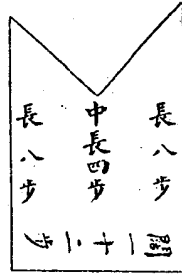
草曰併三堆上下廣共五十三以高八層乘得四百二十四折半得二百一十二束合問。

台州畚田圖有(箭筈田)兩畔各長八步中長四步闊十二步問田幾何。

【答曰】七十二步。

原此田勢乃是半梯田一段上闊相連。

術曰倍中長併兩長折半以半闊乘之。



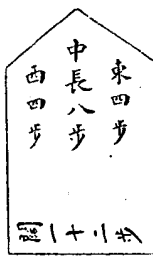
草曰倍中長得八步併兩畔十六步共二十四步以闊乘之。

兩折半得七十二步合問。

台州畚田圖有(箭筈田)中長八步東西兩畔各長四步闊一十二步問田幾何。

【答曰】七十二步。

原此田勢乃是半梯田二段下闊相連。



併東西長又倍中長。

以闊步乘之兩折半。

草曰倍中長得十六步併東西長共二十四步以闊乘之兩折半得七十二步合問。

田畝比類乘除捷法卷下

五曹刊誤三題

五曹云方田正中有斜至隅一百四十七步問田幾何。

合計一百八十畝一十八步。

五曹法誤答一百八十三畝一百八十步。

五曹術以二乘乘至隅步乃取田之全斜也。

以五乘七除即方五斜七之義所以(誤)答前數然不可用方五斜七之法。

方五斜七僅可施於尺寸之間其可用於百畝之外。

【本法】當二乘隅為方田之弦步自乘折半開平方除之取田方一面之數以方自乘即得所答。

或謂開方直分子之類莫若竟用半隅一百四十七步自乘倍之為積母乃捷徑也。



草曰：一百四十七步自乘，得二萬一千六百九步，倍之，得四萬三千二百一十八步，以畝法二百四十除，得一百八十畝一十八步。

五曹曰：牆田方圍一千步，問田幾何（即其方田）

〔答曰〕二百六十畝一百步。

田形既方，不當曰牆田，只當直云方田若干為題。其術稱以四除一千步，得二百五十步，自乘為積，畝法除之。

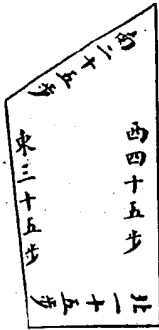
四除外圍，不可施於直，恐例將直田外圍四而取一為方面，乘積豈不利害，往往曾見有人誤用此術，所以言之。

〔假如〕有田東西八步，南北六步，本積四十八步，若以外圍量之，乃是二十八步，用四除，為七步，自乘，卻是四十九步，不可用外圍兩折半之法。

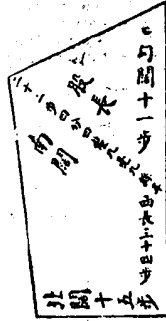
五曹四不等田，東三十五步，西四十五步，南二十五步，北一十五步，問田幾何。

答稱三畝八十步非。

實三畝四十步三尺九分六釐八毫七絲半。田圍四面不等者，必有斜步，然斜步豈可作正步相併，今以一寸代十步為圖，以證四不等田，不可用東西相併，南北相併，各折半相乘之法。



如遇此等田勢，須分兩段取用。



其一勾股田，其一半梯田。

草曰：勾闊十一步，股長二十二步，四分四釐九毫九絲半，用勾股相乘，折半，得積一百二十三步四分七釐四毫七絲二忽半，又置梯田，南闊二十二步四分四釐九毫九絲半，併北闊十五步，以半長十七步乘之，得積六百三十六步四分四釐九毫一絲五忽，併二積，其七百六十六步一分二釐三毫八絲七

忽半，以畝法除，得三畝四十步零步以一步之積二十五乘之，得三尺九分六釐八毫七絲半，直田長四十八步，闊四十步，計積八畝，今欲依原長四十八步，截買三畝，問闊幾何。

〔答曰〕闊十五步。

〔商除〕術曰：置積七百二十步，以元長四十八除之，得闊合問。

〔互換〕術曰：置闊四十步，以所截三畝乘之，以元田八畝除之，亦得十五步，尤捷。

直田長四十八步，闊四十步，計積八畝，今欲依元闊四十步，截田三畝，問長多少。

〔答曰〕一十八步。

〔互換〕術曰：置田四十八步，以所截三畝乘之，元田八畝除之，得一十八步，合問。

中山劉先生序：謂算之術，入則諸門，出則直田，議古根源，故立演段百問，蓋欲演算之片段也。知片段則能窮根源，既知根源而於心無餘味矣。今姑摘數問，詳注圖章，以明後學，其餘自可引而伸之，觸類而長，不待盡述也。

直田積八百六十四步，只云闊不及長一十二步，問闊幾步。

〔答曰〕二十四步。

〔術曰〕置積為實，以不及步為從方，開平方除之。

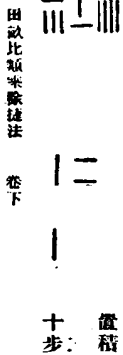
長三十六步	闊方一段積	從闊方一段
五百七十六	一百四十四	不及十二步
闊二十四步		

上是開平方一段，下是從闊方一段。

長三十六步	闊方一段積	從闊方一段
四百	從方二	百四十
截長二十四步為方	不及十二步	

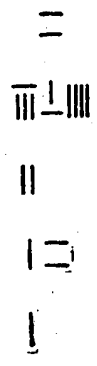
開方帶從段數草圖，活法詳載九章少廣。

開方列位圖



置積為實，別置一算名，從實尾起一位，約實至百數下，定

田賦比類乘除法 卷下
商位置積方法從方隅算
商第一位數圖



商第二位數圖

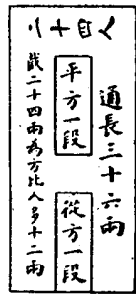


上商置開二十乘隅算於從方之上置二十名曰方法以方數從數皆命上商除實六百四十既〇二因方法一退名廉從法亦一退隅算二退〇又商置開四步乘隅於廉後置四名隅以廉從隅三法皆命上商四除實得開二十四步

商開置積方法從方隅算

(比類)給銀八百六十四兩只云所得銀之兩數比總分人數其銀多十二兩問總幾人每人各得幾兩

(答曰)二十四兩 三十六人



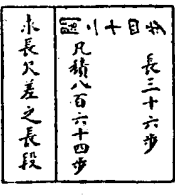
銀多為長人少為闊銀多十二即長闊之差數也取用同前帶從開平方除之

直田積八百六十四步只云闊少長十二步問長步幾何

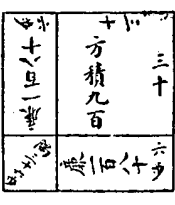
(答曰)三十六步

(益積開方)術曰置積為實以不及十二步為負隅開平方除之得長

圖題



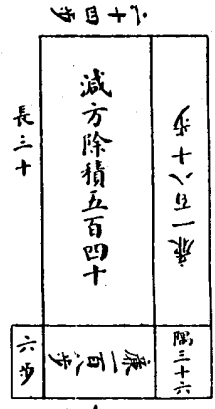
圖法



草曰置積八百六十四於第二級置差十二步於第四級為負從置負隅一算於第五級於第一級上田賦比類乘除法 卷下

田賦比類乘除法 卷下
商置長三十步以乘負隅於第三級置方法三十以上商三十乘負從十二添積三百六十卻除積九百餘積三百二十四步二因方法共六十改名廉法一退負從一退負隅二退又於實上商置長六步以乘負隅一置六於廉次名隅以上商六命負從添積七十二共積三百九十六以廉隅之數命上商除實適盡得三十六步合問

(減從開方)術曰置積為實以不及十二步為從減方法開平方除之



只就本段積

草曰依五級資次布置商積方法負從隅算置積為實於實上商置長三十以乘隅算置三十於實數之下名曰方法以負從十二減三十餘一十八命上商除實五百四十餘積三百二十四復以上商三十乘隅得三十併入方法共四十八退位為廉其隅算再退又於實上商長六步以乘隅算得六併入廉法共五十四命上商六步除實盡得長三十六步合問

(比類)以金換絹八百六十四疋不知黃金一兩元換絹幾疋但云元金總兩與每兩所換疋數較之則兩多如疋十二今先問元金幾兩

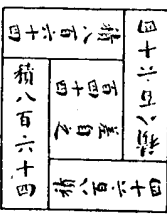
(答曰)三十六兩

元金為長每兩換絹若干為闊其所換總疋數即直田之積步也

直田積八百六十四步只云闊不及長十二步問長闊共幾步

(答曰)六十步

(術曰)四因積步以差步自乘併而開平方除之得長闊共步



草曰四因積步有四長四闊是其三千四百五十六步又補入差自乘一百四十四步共三千六百開平方得一面六十步合問

田賦比類乘除法 卷下

〔比類〕金八百六十四兩，只云錠數少如兩數十二，問銀數兩數共若干。

〔答曰〕錠與兩數共六十。

兩數為長錠為圓，意法草同前。

直田積八百六十四步，只云長闊共六十步，欲先求闊步得幾何。

〔答曰〕二十四步。

〔益隅〕術曰：置積為實，其步為從方，以一為益隅，開平方除之。

〔演段〕曰：一積止有一長，若以長闊共步為從方正，少一闊，所以用一為益隅，益入一段闊方，以應從方除數。

一長一闊共六十為從方

長三十六闊二十四	益隅方積
本積八百六十四步	五百七十六

二積一千四百四十步，以六十步除，得闊二十四步。

草曰：置積八百六十四步為實，別置一算為益隅，從尾末位約實至百下，定十，上商闊二十，積下置方法二十，以上商命方法得四百，益積卻以從方六十除，積一千二百，餘六十四，二因方法，一退為廉，從方亦一退，益隅二退，又上商闊四步，次廉之下，亦置隅四，以上商乘廉隅，益積實共二百四十，上商命從法，除實盡，得闊二十四步，合問。

〔減從〕術曰：置積為實，其步為從方，以一為負隅，開平方除之。

先除積八百步	四十步
餘積十六	又減從二十
餘積四	又減從二十
餘積	无

闊二十四步，一長一闊共六十，為從方

減從法圖

〔演段〕曰：若不益積，使用減從，或有不可益積者，須用減從開之。

草曰：置積八百六十四為實，以六十步為從方，以一算為負隅，上商置闊二十，以乘負隅，減從方二十，以上商命餘從四十，除積八百，餘積六十四，以上商乘負隅，又減從方二十，餘從二十步，一退，負隅二退，又於實上商置闊四步，以乘負隅，減從方四，餘從十六，命上商，除實盡，得闊二十四步，合問。

田賦比類乘除法 卷下

直田積八百六十四步，只云長闊共六十步，欲先求長步，問得幾何。

〔答曰〕三十六步。

〔積術〕術曰：置積為實，和步為從方，以一為負隅，開平方除之。

演段圖

續法圖

負長自之一段
長三十六步

積八百六十四	一十
餘三十六	負積六六

除三十六

〔演段〕曰：本積只有長之闊，一正少長自之一段，所以用為負隅，減去從方，以應積數。

草曰：置積為實，以六十步為從方，置一算為負隅，於實上商置長三十步，命負隅，減從三十，以上商命餘從合除積九百，而積不及，乃命續法，於商數之下，積數之上，置合除積九百，反減元積八百六十四，餘正積三十六，以上商命負隅，減從三十，盡負隅二退，又上商長六步，命負隅，置六於負積以下，復命上商，除實盡，得長三十六步，合問。

直田積八百六十四步，只云長闊共六十步，問長多闊幾何。

〔答曰〕十二步。

和步求差術曰：四之積步，減和自之積，餘開平方除之，得長闊之差步。

直田積	直田積
和方	自方
差方	自方

演段曰：和自乘，有四段直田積，一段差方積，所以用四積減和方，餘得差方一段，卻取方面。

草曰：共步六十自乘，得三千六百步，又四因田積，得三千四百五十六步，以少減多，餘一百四十四，即差方一段也，開平方，得見差步十二。

直田積八百六十四步，只云三長五闊共二百二十八步，問元闊幾何。

〔答曰〕二十四步。

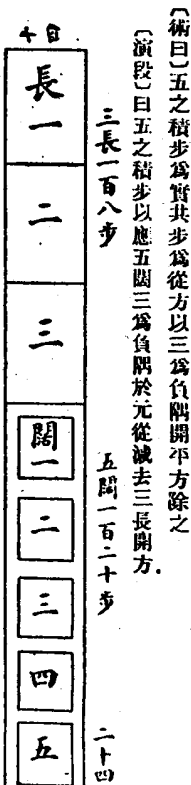
〔益積〕術曰：三之積步為實，其步為從方，五為隅算，開平方除之。

田賦比類乘除法 卷下

〔演段〕曰題云三長故三之田積是求出三長比元題尙少五關故以五爲益關明是暗添入五段關方之積方應從方除數

〔補曰〕五之積步爲實其步爲從方以三爲負關開平方除之

〔演段〕曰五之積步以應五關三爲負關於元從減去三長開方



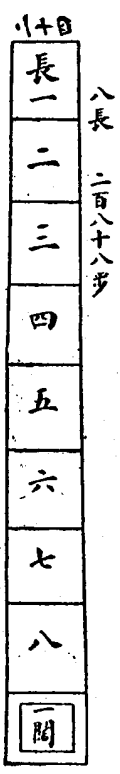
從方二百二十八步

〔草曰〕五之田積得四千三百二十置三爲負關於百步下定十置二百二十八步爲從方進位上商置長三十步命負關三減從九十復以上商三十命餘從一百三十八除實四千一百四十除積一百八十復以上商三十命負關又減從九十餘從四十八步一退負關二退又於上商長六步命負關減從十八除從三十命上商六步除實盡得長三十六步合問

〔答曰〕三十四步

〔補曰〕八因積步爲實一爲負關其步爲從方開平方除之

〔演段〕曰三和內有三長三關併入一長二關又以四較併四關爲四長得八長一關所以用八因積步以應八長用一關爲負關也



從方三百一十二步

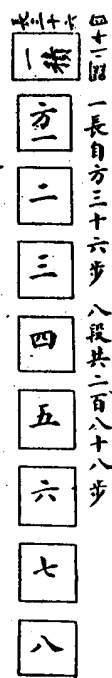
〔草曰〕八因積步得六千九百一十二置一爲負關置三百一十二爲從方上商置二十以乘負關減從二十餘從二百九十二命上商關二十除實餘一千七十二復以上商命負關又減從二十餘從二百七十二退一位負關二退上商關四步命負關減從四步餘從一百六十八命上商四除實盡關二十四步

直田積八百六十四步只云一長二關三和四較共三百一十二步問長幾步

〔答曰〕三十六步

〔補曰〕一之積爲實其步爲從方八爲負關平方除之

〔演段〕曰求長不得見差用關數乘積以長爲關算上問如前題得八長一關用一之積八爲負關也



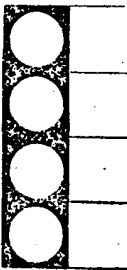
從方三百一十二步

〔草曰〕積八百六十四步爲實置三百一十二步爲從方以八爲負關實上商置長三十步命負關八減從二百四十餘從七十二命上商除實其積不及合除二千一百六十之數故用翻積置負積二千一百六十以元積八百六十四減之尙餘正積一千二百九十六復以上商命負關減從二百四十而從亦不及止有七十二又用翻置負從二百四十以減七十二餘負從一百六十八而關從積算皆負矣從一退關二退位又上商長六步命關八得四十八并從其二百一十六命上商除實得長合問

〔答曰〕三十六步

〔補曰〕四因積步爲實七爲關算開平方除之

〔演段〕曰四因田積有四箇方田四箇圓田而四圓田恰及三箇方田總是七箇方積故用七爲關算開出七箇平方田亦圓田之徑也



四箇方積一千二百九十六
四箇圓積九百七十二

〔草曰〕四因共積得九千七十二步以七爲正關於百下約實上商三十命正關七置二百一十爲方法

命上商除實餘二千七百七十二步。二因方法。一退為廉。隅法再退。又於上商置六。以命隅。七乘。四十為隅。併入廉法。以廉隅二法。皆命上商除實。盡得方田面積三十六步。而間田徑亦同也。

重議古截田

圭操一段。正長七十五步。南尖北闊三十步。今於小頭截地四百五步。問所截長闊各幾何。

〔答曰〕截長四十五步。截闊一十八步。

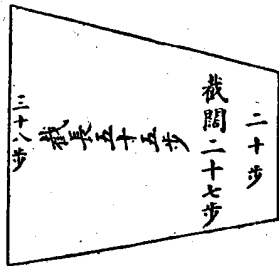
〔術曰〕二之截積。以元長乘之。元闊而一。開平方。為截長。置截長。以元闊乘之。元長除之。為截闊。草曰。二之截積。得八百一十步。以元長乘。得六萬七千五百。元闊三十除。得二千二十五。為實。開平方。得截長四十五步。元闊乘截長。得一千三百五十步。以元長七十五步除。得截闊一十八步。合問。

梯田一段。長九十步。南闊二十步。北闊三十八步。今自南頭截地八百二十二步。問所截長闊各幾步。

〔答曰〕截長三十五步。截闊二十七步。

〔先求長術曰〕二因截積。元長乘之。如闊差而一。為實。倍南闊。以元長乘之。如闊差而一。為從法。開方。得截長。以闊差乘長。如元長而一。得截闊。

草曰。二因截積。得一千六百四十五步。以元長九十步乘。以闊差十八除。得八千二百二十五步。為實。二因南闊。以元長乘之。如闊差而一。得二百。為從法。開方。得截長。



〔先求闊術曰〕二之截積。以闊差乘之。元長除之。併小頭闊自乘。開平方除之。得截闊。○併兩廣折半。除截積。即長。

又草曰。二之截積。得一千六百四十五步。以闊差十八步乘之。以元長九十步除之。得三百二十九步。又小頭二十自乘。併之。共得七百二十九。開平方除之。先得截闊。併兩廣。共四十七步。折半。除截積。得長步。合問。

梯田長九十步。小頭闊二十步。大頭闊三十八步。今自大頭截田一千七百八十七步。問所截長闊。

〔答曰〕截長五十五步。小頭闊二十七步。

〔術曰〕二因積步。以闊差乘之。元長除之。得數減大頭自乘。餘積開平方除之。為截闊。加大頭闊。折半。為法。除田積。為長。

草曰。二因積步。得三千五百七十五。以二闊相減。餘差十八步乘。得六萬四千三百五十步。用元長九十步除。得七百七十五步。以大頭闊三十八自乘。得一千四百四十四。減積。餘七百二十九步。開平方除。

田賦比類乘除法 卷下

之得截闊二十七步。併大頭闊三十八步。折半。得三十二步。半。除截積一千七百八十七步。得長五十五步。合問。

梯田長一百二十步。北闊十二步。南闊十八步。計積一千八百步。今自截長北頭一半。問截闊田積幾何。

〔答曰〕截闊一十五步。田積八百一十步。

〔術曰〕置南北闊差步。以元長除之。截長乘之。又併北闊。為所截闊步。別併二闊。折半。以截長乘之。為田積步。

草曰。置二闊。以少減多。餘差六步。以元長一百二十除。為五。置用半長六十乘。得三十步。併北闊共十五步。為所截之闊。○又併二闊共二十七步。折半。得十三步。半。以乘截長六十步。得田積八百一十步。

環田外周七十二步。中周二十四步。實徑八步。今自外周截積二百八十五步。問所截內周及實徑幾步。

〔答曰〕截徑五步。中周四十二步。

〔術曰〕二因積步。以二周相減。差步乘之。元徑除之。別置外周自乘。以少減多。餘開平方除之。得所截內周。以內周減外周。餘六。而一。即徑也。

草曰。外周相減。餘四十八。乘二。因積步。得二萬七千三百六十。元徑八步除。得三千四百二十。又外周自乘。得五千一百八十四步。以少減多。餘一千七百六十四。為實。開平方除之。得內周四十二步。以內周減外周。七十二。餘三十。以六除之。即徑五步。

環田外周七十二步。中周二十四步。實徑八步。欲從內周截地一百九十五步。問所截外周實徑各幾步。

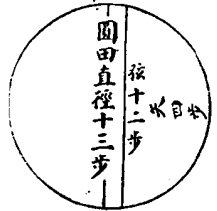
〔答曰〕截徑五步。外周五十四步。

〔術曰〕二因積步。為實。以徑步除。二周差步。為正隅。二因中周。為從方。開平方除之。得所截徑步。置徑步。六。因併中周。為外周。

草曰。二因積步。得三百九十步。為實。二周相減。餘差四十八。以徑八步除。得六步。為正隅。二因中周。得四十八。為從方。開平方除。得徑五步。別置徑五步。六。因併中周。得五十四步。為截外周。合問。

〔答曰〕弦十二步。矢四步。

矢四步。



〔術曰〕倍積自乘。為實。四因積步。為上廉。四因徑步。為下廉。五為負。開三乘方除之。得矢。以矢除倍積。減矢。即弦。

田賦比類乘除法 卷下

草曰：倍田積自乘得四千九十六步，為實。四因積步得一百二十八，為上廉。別四因徑步得五十二，為下廉。置五算為負隅，於實上商，置得矢四步，以命負隅，減下廉二十，餘三十二。



以上商四步，依三乘方乘下廉，入上廉，共二百五十六。又以上商四步乘上廉，得一千二十四，為三乘方法。以上商命方法除實，盡得矢四步，別置二因積六十四，以矢四步除，得一十六，減矢四步，餘十二步，為弦合間。

圓田於內截弦矢田一段，弦長十二步，矢闊四步，問圓田元徑幾步。

〔答曰〕一十三步。

〔術曰〕半弦自乘為實，以矢除，而併矢，即圓田徑步也。〔圖勢同前〕

草曰：半弦六步自乘，得三十六步，以矢四步除，得九步，併矢四步，共十三步，為圓田徑步。

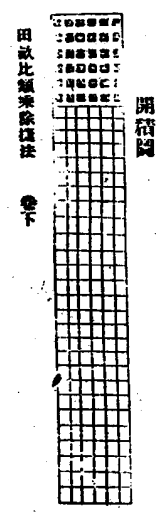
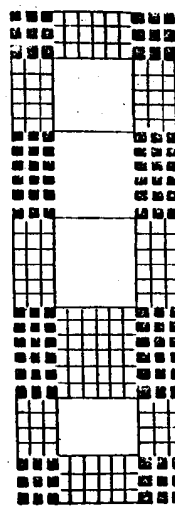
錢田積七十二步，只云面徑三步，問內方幾步。

〔答曰〕六步。

〔術曰〕四因積步，以面徑自乘，又十二乘，用減積，餘為實。十二乘面徑，為從方。一為益隅，開平方除，得內方之數。

〔演段〕曰：四因錢田變井田三段，負內方三段，有面徑方積十二段，又面徑乘內方十二段，比錢田，又負內方一段，所以用一為益隅，開平方。

演段圖



卷下

五三

黑者減積，空者負方，黑為負方，白為從方。

草曰：四因積步，以面徑自乘，得九，又十二乘，為減積，餘一百八十步，為實。以十二乘而徑三步，得三十六，為從方。一為益隅，上商六，益積三十六，共積二百一十六，命從方，除實，盡得內方六步，合間。錢田積七十二步，只云內方六步，問外周幾步。

〔答曰〕三十六步。

〔術曰〕內方自乘，併積，以十二乘之，為實。開平方除，得外周。

〔演段〕曰：內方自乘，併積，變開田一段，以十二乘者，變周自乘一段，開平方除，出周步。

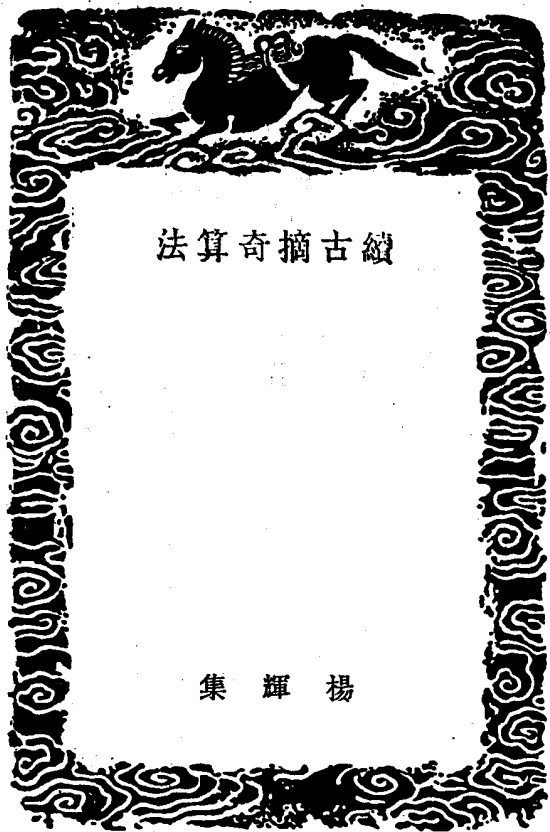
草曰：內方乘得三十六步，併於七十二，又十二乘，得一千二百九十六，開平方除，得外周，合間。錢田積七十二步，只云通徑十二步，問內方幾步。

〔答曰〕六步。

〔術曰〕四因積步，以通徑自乘，三之，減積，餘為實。四為隅算，開平方除，得內方。

〔演段〕曰：徑自乘三之，四而一，為圓田。若減本積，則知內方之實。古人謂法抽，以通徑自乘，三之，不用四除，卻以四因積步，以少減多，餘即四段內方，用四為隅，開平方，即是內方。

草曰：通徑十二自乘，三之，得四百三十二，以四因積步，二百八十八，減之，餘一百四十四，為實。用四為正隅，開平方，除出內方六步，合間。



法算奇摘古續

集輝楊

續古摘奇算法

宋楊輝集

〔準分身〕
 雉兔同籠，上有三十五頭，脚共三十五隻，下共九十四足，問各幾何。

〔答曰〕雉二十三，兔二十二。

分身術曰：倍頭減足，會因不分雉兔，是以二足乘雉數，於來足內減，所餘者即一兔脚二足也，折半為兔。先求雉術曰：四因隻數，乘右四足，以其足九十四足，減之，餘皆雉足，四十六，折半為雉。

羅七尺，綾九尺，其價適等，只云綾尺價少羅尺價三十六文，問各尺價幾何應用。

〔答曰〕羅一百六十二，綾一百二十六。

共積分身術曰：先求羅價以少價三十六文，乘綾數得三百二十四，羅綾尺數相減，餘三尺，為法，除之，為羅價以減少價三十六，為綾。

先求綾價術曰：以少價三十六文，乘羅數，得七尺，以羅綾尺數相減，餘二尺，為法，除之，為綾價，加少價三十六文，為羅。

右二問，雙率分身也，以後三問，乃三率分身。

續古摘奇算法

續古摘奇算法

雞翁一，直五文，雞母一，直三文，雞雛一，直一文，凡一百文，買雞百隻，問翁母雛各幾何。

〔答曰〕雞翁八隻，直四十文，雞母十一隻，直三十三文，雞雛八十一，直二十七文。

〔張丘建〕算經術云：雞翁每增四，雞母每減七，雞雛每益三，謂已成數上增減也。

本經自云：疑其從來闕文，流傳既久，無可攷證，今將細草參攷，於已算出數上增減，正無本法。

元章曰：置錢一百文，為實，又置雞翁一，雞母一，各以雞雛三，因之，雞翁得三，雞母得三，併之，共得九，為法，除實得十一，為雞母數，不盡一，返減下法九，餘八，為雞翁數，別列雞雛數百隻，減去雞翁

八雞母十一，餘八十一，為雞雛數，置翁母雛價，因之，合問。

前法章曰：置所答數，雞翁增四，得十二隻，雞母減七，得四隻，雞雛益三，得八十四隻，共百隻，合問。

鏡一百，買溫柑綠橘區橘共一百枚，只云溫柑一枚七文，區橘一枚三文，區橘三枚一文，問各買幾何。

〔答曰〕溫柑六枚，計四十二文，綠橘十枚，計三十文，區橘八十四枚，計二十八文。

〔辯古通源〕算草曰：置錢一百，以三，因為三百，內減其數一百枚，餘二百，為實，三因溫柑價得二十一，內減一，餘二十，又三，因綠橘價得九，內減一，餘八，併之，得二十八，為法，除實得六枚，乃溫柑

綠橘各六枚之數，實餘三十二分，以元法二十八，減去溫柑二十分，餘八，除實得四，加先得綠橘，共十枚之數，以溫柑綠橘共十六枚，減都數一百，餘八十四，即區橘之數。

醇酒每野七，買行酒每野三，買醇酒三，野直一貫，今支一十貫，買酒十野，問各幾何。

〔答曰〕醇酒六升，價四貫二百文，行酒一野，價三貫文，醇酒八野，價二貫八百文。

〔本無三分身之術〕張丘建算經，辯古通源，祇有細草，罕偶見寫本，有此題問，亦無成術，宜云三價中

以一個除出一位所得之數，其餘二物共價，如雙分身法求之，題有分子者通之。

草曰：置十貫酒十野，先以行酒一野，三貫，除出一野，餘錢七貫，即醇酒九野，其價也，如雙分身術求

之內，醇酒三野，直一貫，合通分，以其價七貫，三因，得二十一，醇酒一野，直七貫，亦用三因，醇酒三野，直

一貫，以醇酒一貫，乘九野，減其錢，餘一十二貫，為實，以醇酒二價相減，餘二十貫，為法，除實，得醇酒六

升，反減九野，共數，得醇酒八野，四升，以各價乘之，合問。

〔互換〕即入新粟，出舊粟，九京名粟米。

金立方一，寸，謂是圓高者十分，再自乘得一千分，重一斤，即十六兩，今有金立方七分，謂是圓高者七分，再

自乘得三百四十三分，問重幾何。

〔答曰〕五兩四錢八分八釐。

互換術曰：以所求率，金方七分，乘三百四十三分，乘所有數，金十六兩，為實，以元率，金方一寸，積一千分，

為法，除之，合問。

六十四人，八日，開河一千六百積尺，今添夫三十六人，今開十二日，問開幾積尺。

〔答曰〕三千七百五十尺。

續古摘奇算法

續古摘奇算法

〔重互換〕術曰。六十四人乘八日。爲法。即五百十三工。六十四人之添三十六人。共一百人乘十二日。即一千二百工。以乘一千六百尺爲實。以法除之。

應用算法。以徑乘代互換者。因善其間。又有不可代者。宜兩存之。

〔變換活法〕

遇一除者。定位只乘不除。

三乘三除。不乘除。只定位。

六乘三除。二因。

九乘三除。定位。三因。

二百二十四斤。每三斤直六百。問錢幾何。

〔答曰〕四十六貫八百文。

代術用二百乘斤數。六百貫三斤。知每斤二百。不必互換。

二百三十四人。每三人支七貫。問計幾錢。

〔答曰〕五百四十六貫文。

互換術曰。置人數。以七貫乘之。三人除之。

二乘四除。五因。

五乘四除。加五。

八乘四除。二因。

二十八人。每四人支銀七兩。共支幾何。

〔答曰〕四十九兩。

互換術曰。置人數。以七兩乘之。四人除之。

又術。一兩七錢五分乘人數。四人分七兩。可以同除。

二乘五除。四因。

五乘五除。不乘除。

八乘五除。加六。

二百一十六人。每五十人支銀五兩。問共幾何。

〔答曰〕二十一兩六錢。

五十人支銀五兩。即是每人得銀一錢。不必乘除。置人數。二百一十六人。於人上定錢。

二乘六除。置錢三兩。

五乘六除。互換。

八乘六除。七十五乘。

二乘六除。折半。

六乘六除。不乘除。

九乘六除。加五。

四乘六除。置錢五。

七乘六除。互換。

九乘六除。加五。

續古摘奇算法

五

互換遇七數者。無折變。仍從互換。

二乘八除。兩折半。

五乘八除。減六。

八乘八除。不乘除。

互換遇九者。無折變。從本法。

〔合分入互換〕

婦人河上。渴。津吏問曰。杯何多。婦答曰。家有客。主二人共飯。三分之一。三人共羹。三分之一。四人共肉。四分之一。總用杯六十五隻。不知幾客。問總人。

〔答曰〕六十人。

〔孫子〕術曰。置六十五杯。以十二乘之。以十三除之。此術未詳。當先用合分。而後用互換。具見綱草。

草曰。列分母於右行。列分子於左行。

右二人 三人

左一杯 一杯

母互乘子得之爲法。

三人四人乘左上一。得十二。

二人三人乘左下一。得六。

二人四人乘左中一。得八。

共二十六杯。折半。得十三。

母相乘爲實。二人三人四人相乘。得二十四人。折半。得十二。

〔入前術〕以十二乘六十五杯。用十三除之。

兵士三千四百七十四人。每三人支汗衫絹七十尺。每四人支袴絹五十尺。問共支幾何應用。

〔答曰〕二千九百六十三疋三丈九尺。

術曰。齊人數得尺數。求如〔合分〕法。入互換。

草曰。人數爲分母。絹數爲分子。

右三人 四人

左七十尺 五十尺

右上乘左下。得一百五十。

右下乘左上。得二百八十。

併得四百三十尺。

母相乘爲實。右三四相乘。得十二人。

〔入互換〕法。以四百三十尺乘兵士總人。三千四百七十四人。以十二人爲法。除之。合問。

題數無等者。〔差分〕〔互換〕〔商除〕三法。自可通用。或有分子。而三法不口互用也。〔九章衰分〕問五人均五鹿。用一二三四五爲衰。如牛馬羊均粟。用一二四爲衰。女子善織。日自倍。用一二四八十六爲衰。三

續古摘奇算法

七

243

鄉發術以各鄉多寡人數為從皆準繩之數惟(應用算法)按分兼帶定率亦可為法
三人均一百只云甲多乙五文丙得錢如乙七分五兩各幾何

(答曰)甲四十九文 乙三十五文 丙二十五文

術曰於百文內先減出甲多乙五文餘九十五文題云丙得乙七分五兩當以五為衰甲乙各以七為衰併之得十九為法以九十五乘列衰以法除之得數卻增元減五文添甲合問

三人均一百欲令乙得甲三分之一丙少甲二十八文問各幾何

(答曰)甲四十八文 乙三十二文 丙二十文

術曰增二十八併一百為總錢以應丙少甲二十八文之數題云乙得甲三分之一當以甲衰三乙衰二丙亦衰三併八為法各以衰乘總錢以法除之各得卻於丙內退二十八合問

(指南算法)有四六差分通用加五可以致其數如甲衰四加五為乙之衰又於六上加五得九為丙之衰輝因到姑蘇有人求(三七差術)繼答之尤不可不得以補衰分之萬一

今有四人分錢九百二十八貫欲選以三七差分問各得幾何

(答曰)甲五百四十八貫八百文 乙二百三十五貫二百文 丙一百貫八百文 丁四十三貫二百文

術草曰列置甲 乙 丙 丁 三

丙七不可為三宜以三因丙丁數生乙差

甲 乙 丙 丁 又

乙之差不可為三亦以三因下位生甲差

甲 乙 丙 丁 又

副併四差得五百八十為法以所均之錢各乘列衰以法除之合問

有木不知長引繩度之繩多四尺五寸再以半繩量之繩少一尺問木長幾何

(答曰)六尺五寸

術曰倍少數倍二尺為二尺併多數得木長合問 一量有餘四尺五寸乃一木長外餘數也再以半繩量火一尺乃二木中各欠一尺也 倍大數併多數為法者乃是作二木取用 故法一木之長也

(盈不足)

孫子算經賊人盜絹題目不云九章本法而以羅紋相乘上下相併為答蓋其數差一偶同也若差數二三則上下相併不可用矣

(問)賊人分所盜絹人各七疋總少七疋人各六疋總剩六疋問賊與絹各幾何 孫子

(答曰)賊一十三人 絹八十四疋

術草曰置盈不足之數左 右 七疋 多七疋 六疋 少六疋 羅乘 右下乘左上 得四十二 左下乘右上 亦四十二 各併之上併

得八十四 為元 下併得十三 為人數 合問

(答曰)賊是九人 絹百二十疋

九章術曰置盈不足左 右 十二疋 多十二疋 羅乘 右下乘左上 左下乘右上 各併之上得二百四十 下得二十八 不合所問以出率相減為法十二疋減十四疋得二疋以法二元除之賊是九人 絹百三十 合問

又術併盈不足為實多十二 少六疋 共十八疋 以出率多少相減餘為法十二減十四餘二疋 以法除實得人數二條一十八 得九人 以所率乘人數十四乘九人 得百二十六 十二乘九人 得百零八 減盈一十二 元增不足 六疋合問

(方圓論)

圓三徑一方五斜七算家之常談未易概論也 九章圓田周三十步積七十五步

(李淳風)注徑一十步

若(劉徽術)以五十乘周如一百五十七而一

徑九步一百五十七分之八十七

(密率)云七乘周如二十二而一

徑九步十一分之六

(三率較之)孰多今以課分術求同分母

(劉徽術)合徑九步一千七百二十七分之九百五十七

密率合徑九步一千七百二十七分之九百四十二此術有周自可求徑或有徑亦可反術求周

(徽術)求積令圓周自乘又二十五乘之三百十四而一為積七十一步一百五十七分之百三

(密率)求積令圓周自乘又七乘周如八十八而一為積七十一步二十二分之二十三

二積以(課分)術求同分母

徽術得積七十一步三千四百五十四分之二千二百六十六

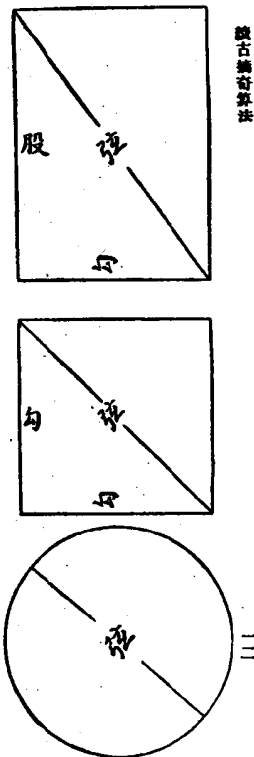
密率得積七十一步三千四百五十四分之二千四十一

二術言之圓三徑一亦未為是古人取圓三方四之義故行圓三徑一之法

(九章)有勾三股四弦五之率無方五斜七之數

直積以長為股 方積以方面為

圓為勾斜為弦 勾為股斜為弦 圓徑以徑數為弦



勾股求弦術曰：勾股各自乘，併而開方，求弦。勾弦求股術曰：勾自乘，減弦自乘，開方求股。股弦求勾術曰：股自乘，減弦自乘，開方求勾。假如自方五尺，計積二十五尺，取方面為勾，依術勾五股五，各自乘，併而為五十，開平方求弦，得七尺。

多餘積一尺。

張丘建算經：開圓材徑二尺，得方面幾何。

〔答曰〕一尺五寸。李淳風注：開方除之，徑二尺四寸二十五分之二十一。

術云：五乘徑寸，以七除之，即方五斜七之義。李淳風注：有寸下二十五分之二十一，亦方五斜七之義。

徑即弦也。勾股術曰：徑二尺，自乘，以十除之，又半之，徑二尺二寸五分，開平方除之，得勾面一尺四寸二分八十一分之二百四十五。用積古通開方不盡法，照方五斜七弄其法也。

九章欲將方積為圓，用十二乘周，開平方除之，如圓積求方，用周自乘，十二而一，平方除之，取圓三

方四徑一之義，矧如微密二率，各有分子，於開方有礙，黃帝九章素無開方尚餘分子之法，雖辯古通

源有之，或欲還源，須用添入一段積數，終不及乘除分子，還源端正，古人既用圓三徑一之率，如開方

不盡之法，亦可竝行不廢，微密二術為方為圓。

〔四曰〕三除長，二十四步，以乘圓，得一千一百五十二，身外加二五，得一千四百四十二，百步上定畝。

五曰：三除闊，一十六步，以乘長，得一千一百五十二，身外加二五，得一千四百四十二，百步上定畝。

直田長七百二十尺，闊四百八十尺，開田幾何。

〔答曰〕五十七畝六分。

〔本法〕長闊尺數相乘為積，畝法除之。

一畝六千尺，一分六百尺，一畝六十尺，一畝六尺。

〔求畝〕術曰：半長，三百六十，半闊，二百四十，相乘得八萬六千四百尺，減五，於千尺上定畝。

〔二曰〕六除長，以闊乘之，於千尺上定畝。

〔三曰〕三除長，以半闊乘之，千尺上定畝。

〔四曰〕三除闊，以半長乘之，千尺上定畝。直田長三十六步，二尺四寸，闊二十四步，三尺二寸，開田幾何。

〔答曰〕三畝七分四釐五毫二絲八忽。

〔本術〕草曰：以步尺法，一步，五尺，通長闊步，皆為步，長得一千八百二十四寸，闊得一千二百三十二寸，相乘為積寸，三百二十四萬七千一百六十八寸，如寸畝法，六十萬而一，十萬寸上定畝。

〔求畝〕術曰：半長，九百一十二寸，乘闊，一千二百三十二寸，得一百一十二萬三千五百八十四寸，三而一，十萬寸上定畝，合問。

〔二曰〕六除長，三百四十四，乘闊，一千二百三十二寸，於十萬寸上定畝。

〔三曰〕三除長，六百八十八寸，乘半闊，六百一十六寸，於十萬寸上定畝。

田方七十二步，開計幾畝。

〔答曰〕二十一畝六分。

〔本法〕方自乘，如畝法二百四十而一。

求畝術曰：方步折半自乘，以六除之，十步上定畝。

〔又曰〕方步兩折，一十八步，自乘，十五除之，十步上定畝。

以題數立法者，名曰數段，以二十四步為畝下一分，上題方七十二步，即是畝下三分，以七十二步乘之，即是七十二箇三分，得二十一畝六分之數。

圭田長九十六步，闊三十二步，開田幾畝。

〔答曰〕六畝四分。

本術曰：長闊相乘折半，畝法除之。

〔求畝〕術曰：長步九十六，加二五，得百二十，以乘半闊，一十六步，二而一，十步，定畝。

竿不知長量影得，一丈五尺，別立一表，長一尺五寸，其影得五寸，問竿長幾何。

〔答曰〕四丈五尺。

孫子術曰：以表長一尺五寸，乘影一丈五尺，以表影五寸除之，事貴再三，長短二影恐不實，須更別立一竿，驗之方定，假如更立一丈二尺竿，得影長四尺，方是。取的言之，當用以表望山之術，今卷後立望竿二題，引証海島之法，亦循循誘入之意。

〔海島題解〕

魏劉徽注九章，立重差，著於勾股之下，以開世術。夫度高測深，勾股之法，無自而可知，故重表累矩，三望四望，旁求審察，是以松山高下，方邑大小，其重表也，岸望谷深，山望津廣，其累矩也，登望松高，遙望波

口，非三望之術，清淵白石，登山臨邑，非四望之術，海島去表為之，篇首因以名之，實九章勾股之遺

法也。迄今千餘載，聞唐李淳風而續算草，未開解白作法之旨者，雖嘗置海島小闕於座右，乃見先賢作

法之萬一，若欲盡傳，豈不輕易，或不得流，亦無以伸前賢之美，本經題目廣遠，難於引證，學者非之。

今將孫子度影量竿題開引用詳解以驗小圖姑以一問其餘好學君子自能觸類而致何必輕傳
 本經今有海島立二表高三丈前後參直相去千步人從前表卻行一百二十三步人目若地取望島
 峯與表末參合復從後表卻行一百二十七步人目若地取望島峯亦與表末參合問島高及去表遠各
 幾何

(答曰)島高四里五十五步

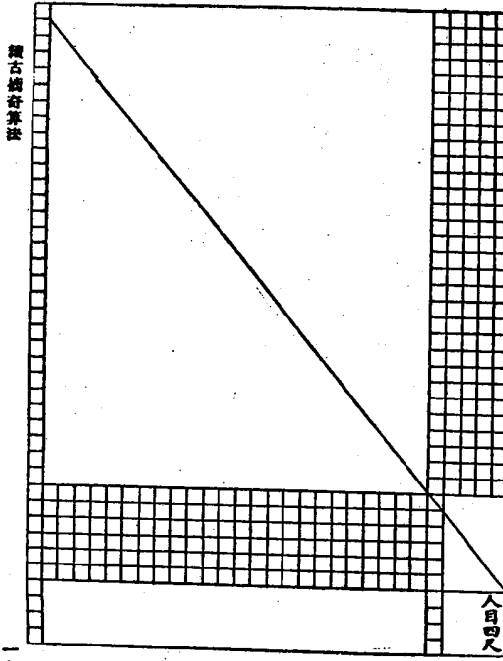
前表至島遠一百二里一百五十步

本術曰表高乘表間為實相多為法除之所得加表高即得島高之頂上立兩表齊即立表末令為直以
 人目於木末取島參平人主表一百二十三步為前表之始後立表末至人目於木末相望去表一百二十七步
 二去表相減為相多為法除之所得加表高即得島高之頂上立兩表齊即立表末令為直以
 得一千二百五十五步是為島高之步數也
 求前表去島遠者以前表卻行乘表間為實相多為法除之得一百二十三步以相多為法除之
 除之得表去島遠三百步
 假如竿不知高從竿脚量遠二十五尺立一丈表表後退行五尺用窺穴望表與竿齊平其人目窺穴高
 四尺問竿高幾何

(答曰)四十尺

九章以表望山術曰以表高一丈退人目四尺以除六尺乘表去竿遠二十五尺得一百五十尺以退
 行五尺除之得三十尺併表高一丈共高四十尺

解術曰直田之長名股其闊名勾於兩隅角斜界一線其名弦弦之內分二勾股其一勾中容橫
 其一股中容直二積之數皆同以餘勾除橫積得積外之股以餘股除直積得積外之勾二者相通



續古編奇算法

七

木高名股木至
 人目即是通勾
 所立之表乃勾
 中容橫之界限
 限外至人目即
 是餘勾除容積
 乃得積上餘股

有竿不知其高其人立遠
 四十尺立一丈表表後退
 行八尺用窺穴望表與竿
 齊平人目窺穴高四尺問
 竿高幾何

(答曰)四十尺

九章以表望山術曰以
 表高一丈退人目四尺
 以除六尺乘表去竿遠
 四十尺得二百四十尺
 以退行八尺除之得三
 十尺加表一丈共高得
 四十尺

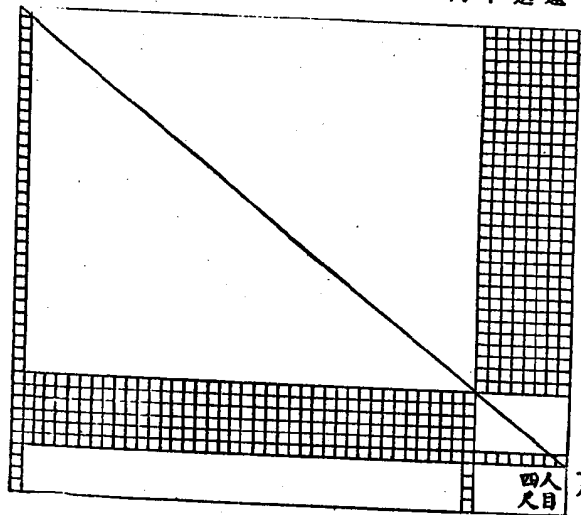
凡股中容橫勾中容直
 二積皆同古人以題易
 名若非釋名則無以知
 其源

隔水有竿不知其高立二表各高一丈前後相去一十五尺自前表退行五尺於窺穴內望表與竿齊平
 又從後表退行八尺亦窺穴望表與竿齊平問竿高幾何

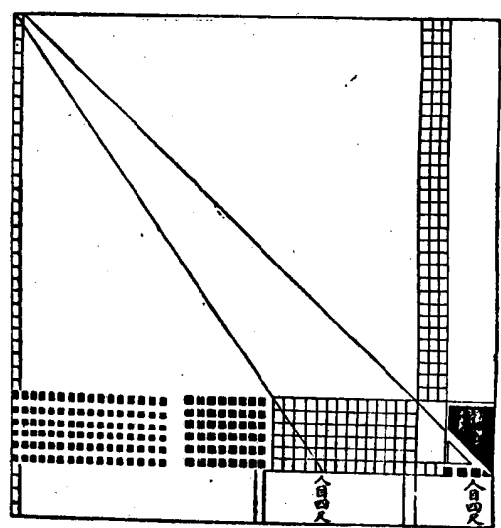
(答曰)竿高四十尺

前表去竿隔水二十五尺

海島術曰以表高乘表間為實以二表退行尺數相減餘相多為法除實併表高即山高求前表去竿
 隔水遠者以前表退行數乘表間為實以相多為法除之



木高名勾表高
 即股中容橫之
 界限也從表後
 退行幾步望木
 即界限之外餘
 股也以餘股之
 數除所容橫積
 乃得勾中容直
 之數加表即通
 勾是木之高

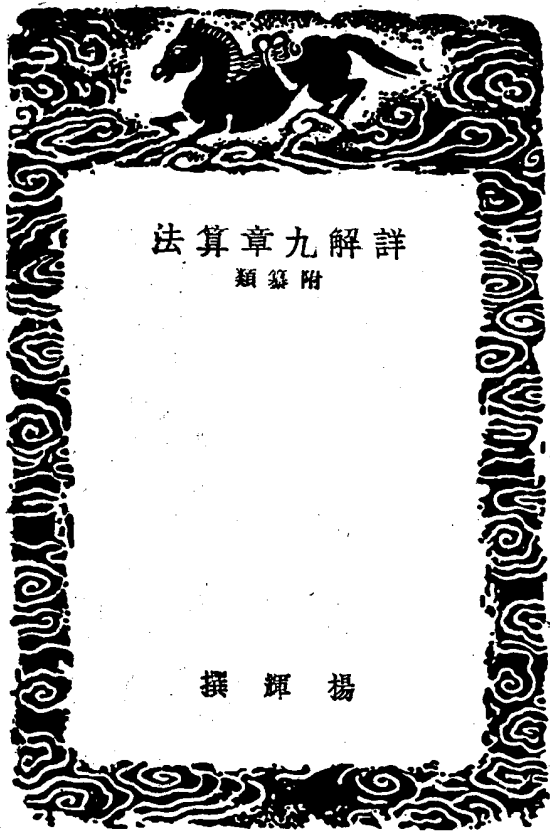


小餘股減大餘股之
餘以除表間積得表
外木高加表併人目
為通長大股容積界
限名後表此段小股
減大股之餘名表高
乘表間積

小股容積界限名前表

於乃
四子
萬將
萬計
萬圖

解術曰前表是第一圖以表望木後表是第二圖以表望木蓋恐未易總說所以分作兩圖解白古人
以二圖香用設海島為題以重差為術前表去木遠乃小股中容積一段後表去木遠乃大股中容積
一段以小容積減大容積其餘減不盡者正在前後表兩界之中名表間積所以古人以表高乘表間
為實以前圖小餘股減後圖大餘股以除表間積得弦外之高本是大容積減小容積餘為實小餘
股減大餘股餘為法以法除實求弦界外之高加表高增人目高為木之通長今恐後人不知先實用
心之源故以隔水望木二題為問驗重差之術引用海島第一題好事者得之自可引而伸之以發其
餘豈小補哉



詳解九章算法
類纂附

楊輝撰

昔在包犧氏始畫八卦以通神明之德以類萬物之情作九九之術以合六爻之變暨于黃帝神而化之引而申之於是建歷紀協律呂用稽道原然後兩儀四象精微之氣可得而效焉記稱律首作數其詳未之聞也按周公制禮而有九數九數之法則九章是矣往者舉泰焚書經術散壞自時厥後漢北平侯張蒼大司農中丞耿壽昌皆以善算命世者等因舊文之遺殘各稱刪補故校其目則與古或異而所論者多近語也徵幼習九章長再詳覽觀陰陽之割裂總算術之根源揆隨之暇遂悟其意是以取竭頑魯采其所見爲之作法事類相推各有攸歸故枝條雖分而同本幹者知發其一端而已又所析理以詳解體用圖畫亦約而能周通而不黯覽之者思過半矣且算在六藝古者以資興賢能教習國子雖曰九數其能窮纖入微揆測無方至於以法相傳亦猶規矩度量可得而共非特難爲也當今好之者寡故世雖多通才達學而未必能綜於此耳周官大司徒職夏至日中立八尺之表其景尺有五寸謂之地中說云南戴日下萬五千里夫云爾者以術推之按九章立四表望遠及因木望山之術皆端旁互見無有超遠若斯之類然則若等爲術猶未足以博盡羣數也徵尋九數有重差之名原其指趣乃所以施於此也凡望極高測極峻而兼知其遠者必用重差勾股則必以重差爲準故曰重差也立兩表於洛陽之城令高八尺南北各盡平地同日度其正中之時以景差爲法表高乘表間爲實實如法而一所得加表高即日去地也以兩表之景乘表間爲實實如法而一即爲從南表至南戴日下也以兩戴日下及日去地爲勾股

詳解九章算法 序

詳解九章算法 序
爲之求弦即日去人也以徑寸之筒南望日日滿筒空則定筒之長短以爲股率以筒徑爲勾率日去人之數爲大股大股之勾即日徑也雖夫圓穹之象猶曰可度又况泰山之高與江海之廣哉徵以爲今之史籍且略舉天地之物考論厥數載之于志以開世術之美職造重差并爲註解以究古人之意綴於勾股之下度高者重差測深者累矩孤離者三望離而又旁求者四望觸類而長之則雖幽遐絕伏靡所不入博物君子詳而覽焉

夫算者數也數之所生生於道老子曰道生一是也數之所成成於九列子曰九者究是也爰昔黃帝推天地之道究萬物之始錯綜其數列爲九章立術二百四十有六始之以方田終之以勾股其爲用也大矣若施之於圭表則穹窿之天可考推日月之晦明步五星之盈縮驗晨昏晝夜不移行氣候寒暑無或若施之於勾股則磅礴之地可度望山嶽之高低測江海之淺淺籌道里廣遠之積方田時形體之器若施之於諸術則萬物之情可察經緯天地之間籠絡覆載之內凡言數之見者又焉得逃於此乎變交質之息耗衰貴賤之等差均役輸運近之勞商功徒輕重之力盈虧明隱互之形方程正錯綜之失至於物物不齊極盡無遺該貫總攝區分派別廣大纖微莫不悉舉可謂包括三才旁通萬有之術也是以國家嘗設算科取士選九章以爲算經之首蓋猶儒者之六經醫家之難素兵法之孫子歟後之學者有倚其門牆暗其步趨或得一二者以能自成一派之世顯名于世矣比嘗較其數譬若大海汲水人力有盡而海水無窮又若盤之走圓橫斜萬轉終其能出于盤哉由是自古迄今歷數千餘載聲教所被舟車所及凡善數學者人人服膺而重之奈何自靖康以來罕有舊本間有存者狃于未習不循本意或隱問答以欺衆或添歌衆以街己乖萬世益人之心爲一時射利之具以至真術淹廢僞本滋興學者泥於見聞便然入於迷望可勝計邪居仁由義之士每不平之愚向獲善本不敢私藏而今而後聖人之法昭而復明仆而復起學之者得觀其全經悟之者必達微旨矣不亦善乎謹命工鐫板庶廣其傳四方君子得以

詳解九章算法 序

詳解九章算法序
聖朝時聖宋紹興十八年戊辰歲八月且丙戌日寓臨安府汴陽學算榮榮序

九章算經九卷周公之遺書而漢丞相張蒼之所刪補者也。算數之書凡數十家。獨以九章爲經之首。以其九數之法無所不備。諸家立術。雖有變通。推其本意。皆自此出。而且知後人無以易周漢之舊也。自唐有國。用之以取士。本朝崇寧亦立於學宮。故前世算數之學。相望有人。白衣冠兩渡以來。此學既廢。非獨好之者寡。而九章算經亦幾泯沒無傳矣。近世民間之本題之曰黃帝九章。豈以其爲隸首之所作歟。名已不當。雖有細草。類皆簡捷殘闕。皆於本原無有劉徽李淳風之舊註者。古人之意。不復可見。每爲慨歎。慶元庚申之夏。余在都城。與太史局同知算造楊忠輔德之論。歷因從其家得古本九章。乃汴都之故書。今祕館所定者。亦從此本寫以送官者也。謹案晉志劉徽所注九章。實魏之景元四年。觀其序文。以謂析理以辭。解體用圖。又造重差於勾股之下。辭乃今之註文。其圖至唐猶在。今則亡矣。重差之法。今之海島算經是也。又李淳風之注。見於唐志。凡九卷。而今之益不足。方程之篇。咸闕淳風注文。意者此書歲久傳錄。不無錯漏。猶幸有此存者。今此乃是合劉李二註。而爲一書云。其年六月一日乙酉。迪功郎新興隆府靖安縣主簿括蒼鮑濟之仲祺謹書。

夫習算者以乘法爲主。凡布置法者。欲其得宜。定位呼數。欲其不錯。除不盡者。以法爲分母。實爲分子。繁者約之。復通分而還源。此乘除之規繩也。題有分者。隨母通之。母不同者。齊子併之。田不匠者。折併直之。數皆求者。互乘換之。差等除實。別而衰之。疊疊積者。以形測之。數隱互者。維乘併之。爲問。正負入之。勾股旁要。開方求之。節題匿積。演段取之。此算法之靈理也。黃帝九章。備全奧妙。包括羣情。謂非聖賢之書。不可也。靖康以來。古本浸失。後人補綴。不得其真。致有題重法闕。使學者難入其門。好者不得其旨。雖難意此書。未能實理。妄以淺也。聊爲編述。擇八十題以爲於式。自餘一百六十六問。無出前意。不敢廢先賢之文。刪留題次。習者可以聞一知十。恐闕隱而添題解。見法隱而結釋註。刊大小字。以明法草。儻比類題。以通俗務。凡題法解白不明者。別圖而驗之。編乘除諸術。以便入門。纂法問類。次見之章末。總十有二卷。雖不足補前賢之萬一。恐亦可備故來之觀覽云爾。景定二年辛酉歲正月十七日卯日錢塘楊觀謹序。

詳解九章算法

以戶數為母... 詳解九章算法... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買金... 價九千八百... 詳解九章算法...

今有共買羊... 價一百五十... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買犬... 價一百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價一百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價一百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有米在十斗桶中... 價九百... 詳解九章算法...

今有米在十斗桶中... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

詳解九章算法

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

今有共買... 價九百... 詳解九章算法... 詳解九章算法...

寸中... 尺七寸... 草曰... 爲法... 求滿長... 求差長... 今有醇酒... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

詳解九章算法

九

石較之下... 大器併得... 畫凡三數... 此類... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰...

今有... 答曰... 術曰... 今有... 答曰... 術曰...

詳解九章算法

一

中有十四寸五分重也... 解題法... 分率術曰...

術曰假令善田二十畝... 惡田八十畝... 多一千七百一十四錢七分錢之二...

善田二實一百惡田五百... 用分率術以實率二實乘共減一百實減都價...

草曰數有分子宜互乘求齊... 列置善惡畝價互乘可也... 善田二實一百...

善田二實一百惡田五百... 其價七十實用分率術以實率二實乘共減一百實減都價...

其一術曰假令善田多三十實... 令之皆惡田不足二實八百五十七錢七分錢之一...

爲惡田各爲實二價相減... 餘爲法七分錢之二... 實如法而一有分者通之...

盈不足術曰假令善田二十畝... 惡田八十畝多一千七百一十四錢七分錢之二...

九十九畝不足五百七十一錢七分錢之三... 草曰列置盈不足先求善田...

除之列置盈不足次求惡田... 善田八十畝多一千七百一十四錢七分錢之二...

今有黃金九枚白銀一十一枚... 稱之重適等交易其一金輕十三兩開金銀一枚各重幾何...

得二斤一十一分... 七斤之中減一銀一斤之五... 爲實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者...

術曰假令十五日不足三百三十七里半... 令之十六日多一百四十里以盈不足維乘假令之數...

爲實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者... 以等數除之而命分...

乘益疾里加良馬初日之行... 以乘日分子如日分母而一所得及其不盡而命分...

行里數即得求驚馬行... 以十四乘半里以減驚馬初日之行里數...

五日得驚馬十五日之凡行... 又以十五日乘半里以減驚馬初日之行...

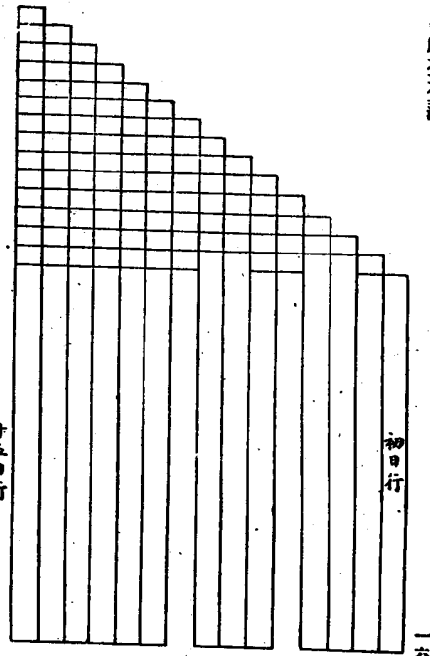
所得加前里即驚馬定行里數... 其奇半里者爲半法以半法增殘分...

十里驚馬十五日凡行一千四百... 二里半并良馬二馬所行得二千六百六十二里...

今有良馬與驚馬發長安至齊... 齊去長安三千里良馬初日行一百九十三里...

行九十七里日減半里良馬先至齊... 復還迎驚馬問幾何日相逢及各行幾何...

答曰一十五日一百九十一分日之一百三十五而相逢... 良馬行四千五百三十四里一百九十九分里之四十六...

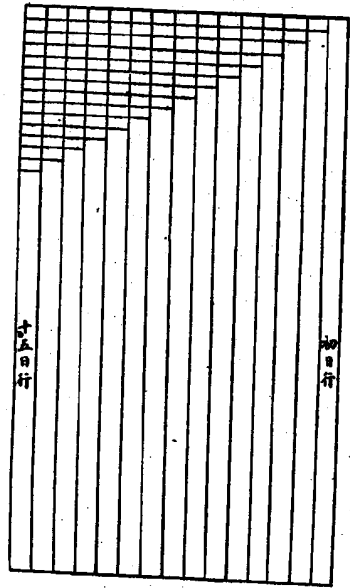


十五日行

初日行

直一眼當
日行一百
九十三里
方一眼當
日增一十
三里

三百三十七里中故曰不足令之十六日多一
先除去三十七里定運萬里於三十六日多一
而為行得三千里不足為法實知法而於三
日行里數乘日行里數求初末益減運之數
定行里數乘日行里數求初末益減運之數
解題里數乘日行里數求初末益減運之數
里數乘日行里數求初末益減運之數



詳解九章算法

十五日行

直一眼當
日行九十
七十里
眼當日減
半里

一七

十萬里初日行九十七里第十五日行九十七里
十五日乘之得九千四百六十五里半併二萬
三十七里令之十六日多一百四十里六日相
十六日併八十九里半併之以十六日相乘得
十一日併八十九里半併之以十六日相乘得
章曰置不足法得四十七里九分之九十五
十五日乘而半之得四十七里九分之九十五
九十一里半併之得九十六里九分之九十五
乘而半之得四十七里九分之九十五併之得
內子一併一百七十九里九分之九十五併之
積里九十一併九十九里九分之九十五併之
今有人持錢之蜀賈利十三初返歸一萬四千
返歸一萬凡五返歸錢本利俱備問本持錢及利各幾何
答曰本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六利二萬
九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七

一八

此問先得利而收錢返歸四返皆存餘錢生利首尾相接故以五返錢數乘本利十三併而為實以五
返本利自乘為法即取用互換之術也互換術草以所有五返本利錢數乘本利十三併而為實以五
為實以十三乘得六千八百三十二錢以十乘一萬三千乘得四萬三千乘得四萬三千乘得四萬三千
得十一錢三千二百六十六錢四共以所求率為法五萬一千三百九十三實如法而一
盈不足術曰假令本錢三萬不足一千七百三十八錢五分本錢三萬九千九百九十九錢五分
十五萬三千四十一錢一併一千餘五錢三百五十五錢三併一千餘五錢三百五十五錢三併一千餘五
萬多三萬五千三百九十錢八分四併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併
三萬九千九百九十九錢八分四併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併一併
詳解九章算法

一九

草曰列所出率盈不足... 得本減五返本息共六萬餘為利息合問

答曰二日一十七分之二... 大鼠穿三尺四寸十七分之二... 小鼠穿一尺五寸十七分之二

術曰假令二日不足五寸... 尺是為不足五寸... 寸半以不足五寸之期得以後一日所穿乘日分子

術曰二日不足五寸... 二日內大鼠行三尺小鼠行一尺... 三日內大鼠行一尺七寸

草曰置盈不足... 日不足五寸... 三維乘得一尺五寸... 併之為實尺得九併盈不足為法

合問

謂方者數之形也... 程方者數之形也... 今有上禾三乘中禾二乘下禾一乘實三十九斗上禾二乘中禾三乘下禾一乘實三十四斗上禾一乘中禾二乘下禾三乘實二十六斗問上中下禾實一乘各幾何

答曰上禾一乘九斗四分斗之一... 中禾一乘四斗四分斗之一... 下禾一乘二斗四分斗之三

程課程也... 各列有數總言其實... 令每行為率... 二物者再程... 三物者三程... 皆如物數程之... 並列為行... 故謂之方程... 行之左右無所同存... 且為有所據而言耳... 此都術也... 以空言難曉... 故特繫之禾以決之... 又列中行如右行也

術曰置上禾三乘中禾二乘下禾一乘... 實三十九斗於右方... 中左禾列如右方... 以右行上禾... 備乘中行... 而以直除... 為術之意... 令少行減多行... 返復相減... 則頭位必先盡... 上無一位... 則此行亦闕... 一物矣... 然而舉率以相減... 不害餘數之誤也... 若消去頭位... 則下一物之實... 如是疊令左右行相減... 審其正負... 則可得而知... 先分右行上禾... 乘中行... 為齊同之意... 為齊同者... 謂中行直減左行也... 從簡易雖不為齊同... 以齊同之意觀之... 其義然矣... 又乘其次... 亦以直除... 復去左行首... 然以中行中禾不盡者... 備乘左行... 而以直除... 亦令兩行相去行之中禾也... 左方下禾不盡者... 上為法... 下為實... 實即下禾之實... 上中禾皆去... 故除數是下

詳解九章算法

禾實非但一乘... 欲約乘乘之實... 當以禾乘數為法... 列此中下禾之乘實... 乘兩行以直除... 則下禾之位皆決矣... 各以其餘一位之乘除其下實... 即斗數矣... 川算繁而不省... 所以別為法約也... 然猶不如自用其便... 廣異法也... 求中禾... 以法乘中行下實... 而除下禾之實... 此謂中下兩禾實下禾一乘實數先見... 將中禾求中禾... 其列實以減下實... 而左方下禾... 雖去一乘... 以法為母... 於率不通... 故先以法乘其實而問之... 俱令法為母... 而除下禾實... 以下禾先見之實... 令乘下禾乘數... 即得下禾一位之列實... 減於下實... 則其數是中禾之實也... 餘如中禾乘數而一... 即中禾之實... 中禾一位之實也... 故以一位乘數約之... 乃得一乘之實也... 求上禾... 亦以法乘右行下實... 而除下禾中禾之實... 此右行三禾共實... 合三位之實... 故以二位乘數約之... 乃得上禾一位之實... 此右行三禾共實... 合中下禾之實... 其數並見... 以中下禾先見之實... 令乘右行中下禾乘數以減之... 故亦如前各求列實... 以減下實也... 餘如上禾乘數而一... 即上禾之實... 實如法各得一斗三實同用... 不滿法者... 以法命之... 母實皆當除之

解題乘物總價... 置互其實... 上問以三禾之數... 欲分其實... 當求其上中下禾... 禾各見一位... 如商除之... 術曰本倍折減損之間... 初無活法... 今述此意... 排列逐項問數... 某物某物... 共直幾錢... 為一行... 某物某物... 共直幾錢... 為一行... 命首位物多者為主... 彼七此五... 以七為多以鄰行數增乘求等數... 等數可以減損... 餘物與價... 即總數也... 亦例乘之一物... 既增... 除物與價... 亦各種為一體... 以原多物行內數目對減... 謂物減物... 錢減錢... 求輕一位... 其餘次第增減... 增少數與多數為停... 如求對除... 以求位簡... 價可為實... 物可為法... 而止... 法實皆一位也... 以法除之... 商除

- 上三 中二 下一 三十九斗
- 上二 中三 下一 三十四斗
- 上一 中二 下三 二十六斗
- 上三 中二 下一 三十九斗
- 上六 中九 下三 一百二十斗
- 上三 中六 下九 七十八斗
- 以原乘多行... 右行四位對減... 中左二行... 上禾盡而止
- 上三 中二 下一 三十九斗
- 中五 下一 二十四斗
- 中四 下八 三十九斗

詳解九章算法

減盡

上三 中二 下一 三十九斗

中五 下一 二十四斗

三十六 九十九斗

價可爲實物可爲法。下禾爲法。斗數爲實。除之。每乘得二斗。餘九。約之得四分之三。中行內減下禾一東。二斗四分斗之三。餘二十一斗四分斗之一。爲中禾五乘之實。除之。一乘得四斗四分斗之一。右行內減中禾二乘。下禾一乘。實十一斗四分斗之一。餘二十七斗四分斗之三。爲上禾三乘之實。除之。得九斗四分斗之一。合前問。

今有上禾七乘。損實一斗。益之下禾二乘。而實一十斗。下禾八乘。益實一斗。與上禾二乘。而實一十斗。問上下禾實一乘各幾何。

答曰。上禾一乘。實一斗五十二分斗之二十八。

下禾一乘。實五十二分斗之四十一。

術曰。如方程。損之曰益。益之曰損。則者之辭。雖以損益爲說。今按實云。上禾七乘。下禾二乘。實一十一斗。上禾二乘。下禾八乘。實九斗也。損之曰益。言損一斗。餘當一十斗。今欲全其實。當加所損也。益之曰損。言益實以一斗。乃滿一十斗。今欲加本實。當減所加。即得也。損實一斗者。其實過一十斗也。益實一斗者。其實不滿一十斗也。重盈損益數者。各以損益之數。損益之也。上禾七乘。下禾二乘。共其一斗。上禾二乘。下禾八乘。共實九斗。

草曰。上禾二位互乘。兩行以少減多。簡位求之。合問。今有上禾二乘。中禾三乘。下禾四乘。實皆不滿斗。上取中。中取下。下取上。各一乘。而實滿斗。問上下禾實一乘各幾何。

答曰。上禾一乘。實二十五分斗之九。中禾一乘。實二十五分斗之七。下禾一乘。實二十五分斗之四。

術曰。如方程。各置所取。從上禾二乘。爲右行之上。中禾三乘。爲中之中。下禾四乘。爲左行之下。所取一乘。及實一斗。各從其位。諸行相借取之物。皆依此例。以正負術入之。正負術曰。今兩算得失相反。要令正負以名之。正算亦負。負算亦正。不則以邪正爲異。方程自有赤黑相取。法實數相推求之術。而其并減之勢。不得廣通。故使赤黑相消。奪之于算。或減或益。同行異位。殊爲二品。各有併減之差。見于下焉。著此二條。特繫之禾。以成此二條之意。故亦黑相雜。足以定上下之程。減益雖殊。足以通左右之數。差實雖分。足以應同異之率。然則其正無入負之。負無入正之。其率不妄也。同名相除。此謂以赤除赤。

詳解九章算法

二五

以黑除黑。行求相減者。爲去頭位也。然則頭位同名者。當用此條。頭位異名者。當用下條。異名相益。益行減行。當各以其類矣。其異名者。非其類也。非其類者。猶無對也。非所得減也。故黑用黑對。則除黑無對。則除赤亦異併於本數。此爲相益之智。所以爲消奪消奪之與減益成一實也。術本取要。必除行首。至於他位。不嫌多少。故或令相減。或令併理無異。一也。正無入負之。負無入正之。無入。爲無對也。無所得減。則使消奪者居位也。其當以列實。或減下實。而行中正負雜者。亦當此條。此條者。同名減實。異名益實。正無入負之。負無入正之也。其異名相除。同名相益。正無入正之。負無入負之。此條異名相除。爲例。故亦與上條互取。凡正負所以記其同異。使二品互相取而已矣。言負者。未必負于少。言正者。未必正于多。故每一行之中。雖復赤黑異算無傷。然則可得使頭位。常相與異名。此條之實。兼通矣。遂以二條。反復一率。觀其每與上下互相取位。則隨算而耳。猶一術也。又本設語行。欲因減數以相去耳。故其多少無限。令上下相命而已。若以正負相減。如數有舊增法者。每行可均之。不但數物左右之也。

此問以上中下禾數。各不滿斗。乃借上中下禾。轉數而方及斗。爲說文。其實上禾二。中禾一。滿斗。中禾三。下禾一。滿斗。下禾四。上禾一。滿斗。本與第一問同。

上二 中一 實一斗
中三 下一 實一斗
上二 下四 實一斗

存上禾者。當以右。上二乘。左行。加中行數。以右行減之。
上二 中一 一斗
中三 下一 一斗
中二 下九 二斗

存中禾者。中三乘。左行。今以中行二度對減之。
上二 中一 一斗
中三 下一 一斗
下二十五四斗

下禾既見。三位俱可取。如前草求之。合問。今有上禾五乘。損實一斗。一升。當下禾七乘。上禾七乘。損實二斗五升。當下禾五乘。問上下禾實一乘幾何。

詳解九章算法

二六

答曰上禾一乘五升。下禾一乘二升。

術曰如方程置上禾五乘正。下禾七乘負。損實一斗一升正。言上禾五乘之實多。減其一斗一升。餘是與下禾七乘相當數也。故互其算。令相折除。以一斗一升為差。為差者。上禾之餘實也。次置上禾七乘正。下禾五乘負。損實二斗五升正。以正負術入之。按正負之術。本設列行物程之數。不限多少。必令與實上下相次。而以每行各自為率多少。然而或減或益。同行異位。殊為二品。各自併減之。差見於下也。草曰列置所問。

五正 七負 一斗一升正

七正 五負 二斗五升正

上禾互乘兩行。以少行同名相減。右上空。以法除實。得下禾一乘二升。以減左行下禾。即見上和之實矣。

今有上禾六乘。損實一斗八升。當下禾一十乘。下禾一十五乘。損實五升。當上禾五乘。問上下禾實一乘各幾何。

答曰上禾一乘。實八升。下禾一乘。實三升。

術曰如方程置上禾六乘正。下禾一十乘負。損實一斗八升正。次上禾五乘負。下禾一十五乘正。損實五升正。以正負術入之。言上禾六乘之實多。減損其一斗八升。餘是與下禾一十乘相當之數。故亦互其算。而以一斗八升為差。實者。上禾之餘實。草曰列置所問。

上六乘正 下十乘負 下一斗八升正

上五乘負 十五乘正 實五升正

右上六乘。左上原五。互乘兩行。皆十約之。以少減多。異名減右。上空。中餘四為法。同名加實。除得一乘三升。以減右行下禾。求上禾。得八升合問。

今有上禾三乘。益實六斗。當下禾一十乘。下禾五乘。益實一斗。當上禾二乘。問上下禾實一乘各幾何。

答曰上禾一乘。實八斗。下禾一乘。實三斗。

術曰如方程置上禾三乘正。下禾一十乘負。益實六斗正。次置上禾二乘負。下禾五乘正。益實一斗正。以正負術入之。言上禾三乘之實少。益其六斗。然後於下禾十乘相當也。故亦互其算。而以六斗為差。實差實者。下禾之餘實。

解題牛馬問價者。可以損益。此題不可損益。以本身并添積為正。當未為負求之。

術曰以所求率。互乘鄰行。齊所求之率。以少減多。去其求率。再求減損位。繁者再求。即上文之意。不過

詳解九章算法

欲其位簡。錢為實。物為法。實如法而一。

草曰。前問未足以發明正負。以此問再敘法草講明。列置所問。

上三正 下十負 添六斗正

上二負 下五正 添一斗正

以所求率。上禾。互乘諸行。左三乘左行。以少減多。減右異名相減。六負減六正。十五正減二十負。同名相加。二斗加十二斗。

上空 五負 十五斗正

六負 十五正 三斗正

再求。欲去下禾。以下禾互乘兩行。減損。以少減多。右負異名。減左正同名。加右斗。得後數。

上空 七十五負 二百二十五

三十負 下禾空 二百四十

斗為實。禾為法。實如法而一。

今有牛五羊二。直金十兩。牛二羊五。直金八兩。問牛羊各直金幾何。

答曰牛一直金一兩二十一分兩之一十三。羊一直金二十一兩之二十。

術曰如方程。假令為同齊。頭位為牛。當相乘左右行定。更置右行。牛十羊四直金二十兩。左行。牛十羊二十五直金四十兩。牛數等同。金多二十兩者。羊差二十一。使之然也。以少行減多行。則牛數盡。惟羊與直金之數見。可得而知也。以小推大。雖四五行不異也。草曰列置所求數。

牛五 羊二 金十兩

牛二 羊五 金八兩

先求存牛。以多數五牛。遍乘左行。訖。以右行兩度對減。

牛五 羊二 金十兩

羊二十一 金二十兩

求出二十一羊直金二十兩。以金為實。羊為法。除之。羊得二十一兩之二十。卻以分母乘右行。金十兩。為二百一十。減二羊之價四十。餘一百七十。以分母二十一乘五牛除之。得價一兩。餘分約為二十一之一十三。

今有買牛二羊五。以買一十三家。有餘錢一千。賣牛三家。以買九羊。錢適足。賣六羊八家。以買五牛。錢不足六百。問牛羊家價各幾何。

詳解九章算法

答曰牛價一千二百，羊價五百，豕價三百。

術曰如方程置牛二羊五正豕一十三負餘錢數正次牛三正羊九負豕三正次置牛五負羊六正豕八正不足錢負以正負術入之此中行買賣相折錢適足故但互買賣算而已故下無錢直也設欲以此項如方程法先令牛二偏乘中行而以右行直除之是終于下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方為類也方將以別實加適足之數與實物作實盈不足章黃金白銀與此相當假令黃金九白銀一十一稱之重適等交易其一金輕十三兩間金銀一枚各重幾何與此同

賣二牛五羊買十三豕剩錢一貫賣一牛一豕買三羊適足買六羊八豕買五牛少錢六百與前題同解題買為正數買為負數題中借貸買為正負又加少剩適足為問此意不亦遠乎正負正者正數也負者次數也方相以鄰行相乘求等對位為除而簡其位求如正負名不同者數不相入可副置位傍正負折除古人謂非其法故立成術讓異名相減二法使學者參題取用以代副置折除之愚也

一法異名相減正見負為異名以正減負者非減也是正折其去負矣負見正亦異名以負減正者減減也正多負而折去矣同名相減正見正或負見負皆為同名上文異名為減下即同名補還正無入正之負無入負之本是同名相加之因無算可入故云正無入者仍為正負無入者仍為負古本誤刻無人者非以問中單段為解就明作法也

買為正 買為負 適足數停

多為正 少為負

二正 五正 十三負 一貫正

一正 三負 一正 空

五負 六正 八正 六百負

先去羊乘少羊之行與多羊等而對減二減中行減左

二正 五正 十三負 一貫正

二正 六負 二正 空

二正 六負 二正 空

五負 六正 八正 六百負

正實新三負異名空相減 十正相同名 六百負不助

二法同名相減正見正負見負謂之同名相減異名相加上以正減正下以負還正或以正還負上以負減負下以負還正或以正還負猶前去相補之意正無入正之負無入負之亦是異名相加補還

詳解九章算法

之理原其鄰位無算可入故云是反前術更摘草段為解

二正 五正 十三負 一貫正

二正 六負 二正 空

三負 無 十正 六百負

去中牛以右行減之右二牛等也

二正 五正 十三負 一貫正

二正 五正 十三負 一貫正

二正 六負 二正 無入

此折牛空相同名十一負異名十五正相同名一貫負入負

三負 羊空 十正 六百貫以後更不用說

更去左牛以右牛乘左行用左行兩度異名相減左三牛負減右六牛正 左十家正減二十家負

左六百負減一貫二百正

牛空 十五正 十九負 一貫八百正

牛空 十一負 十五正 一貫負

三負 羊空 一十正 六百負

去其羊以右中羊互乘以右減中

牛空 百六十五正 二百九負 十九貫八百正

牛空 羊空 十六正 四貫八百無入正之

三負 羊空 一十正 六百負

錢為實物為法先求家價以減左右之家求牛之價

今有五家共井甲二繩不足如乙一繩乙三繩不足如丙一繩丙四繩不足如丁一繩丁五繩不足如戊一繩戊六繩不足如甲一繩如各得所不足一繩皆速問井深繩長各幾何

答曰井深七丈二尺一寸 甲繩長二丈六尺五寸 乙繩長一丈九尺一寸 丙繩長一丈四尺

八寸 丁繩長一丈二尺九寸 戊繩長七尺六寸

術曰如方程以正負術入之此率初如方程為之名各一速井其後法得七百二十一實七十六是為七百二十一繩而七十六速井用速之數以法除實者而戊一繩速井之數定速七百二十一分之七

十六是故七百二十一為井深七十六為戊繩之長舉率以言之

解題即分母子方程也古人變五家借繩速井為問可謂佳作

詳解九章算法

術曰戶總數爲分母，相乘通其分也。借總數爲分子，併內其子也。先得并澆，副列各戶本總所借及澆積。

草曰五總數爲分母，相乘得七百二十，借總數借一爲分子，併之得七百二十一，爲澆積，副列各戶本總所借及澆積求。

- 甲 乙 丙 丁 戊 澆積
- 二一 七百二十一
- 三一 七百二十一
- 四一 七百二十一
- 五一 七百二十一
- 六一 七百二十一

如方程正負入之，只求戊行，可取諸總。二乘戊行，以甲行同名減之，甲空，乙正無入，負其一，乙，戊一十二，積七百二十一。三乘戊行，以乙行異名減之，乙空，丙負無入，正其一，丙，戊三十六，同名加積，得二千八百八十四。四乘戊行，以丙行同名減之，丙空，丁負無入，負其一，丁，戊一百四十四，同名減積，得一萬八百一十五。五乘戊行，以丁行異名減之，丁空，同名加積，爲七百二十一，加積得五萬四千七百九十六，積爲實，戊爲法，除得戊，綆七尺六寸，遞除丁，丙，乙，甲，所借，以求四總，合問。

比類三人易物，甲以朱二兩，粉一兩，乙以粉三兩，丹一兩，丙以丹四兩，朱一兩，皆得椒一斤，問各價幾何。

答曰椒二貫五百，朱九百，粉七百，丹四百。

草曰以朱二，粉三，丹四，爲分母，相乘，加內子一，粉丹朱，皆一也，得二十五，前術約綆爲寸，今問約綆上百，卽二貫五百文，以三人出物，列位如方程，正負術入之。

- 甲 朱二 一 無入 價二貫五百
- 乙 無入 粉三 丹一 價二貫五百
- 丙 朱一 無入 丹四 價二貫五百

以二因丙行，甲行同名減，朱空，正無入，負粉一，同名減，積得二貫五百。三因丙行，以乙行異名減，粉空，同名加，丹爲二十五，同名加，積得一十貫，以丹除，得四百，遞減甲，乙，卽得所答數。

今有白禾二步，青禾三步，黃禾四步，黑禾五步，不實各不滿斗，白取青黃，青取黑，黃取白，黑取青，各一步，而實滿斗，問白青黃黑禾實一步各幾何。

答曰白禾一步，實一百一十一分斗之三十三，青禾一步，實一百一十一分斗之二十八，黃禾

一步，實一百一十一分斗之一十七，黑禾一步，實一百一十一分斗之一十。

術曰如方程各置所取，以正負術入之。

草曰列所問數，同前體求。

- 白二 青一 黃一 一斗
- 青三 黃一 黑一 一斗
- 白一 黃四 黑一 一斗
- 白一 青一 黑五 一斗

此問以借禾爲說，實用禾也。

今有甲禾二乘，乙禾三乘，丙禾四乘，重皆過於石，甲二重如乙，乙三重如丙，丙四重如甲，一問甲乙丙禾一乘各重幾何。

答曰甲禾一乘，重二十三分石之一十七，乙禾一乘，重二十三分石之一十一，丙禾一乘，重二十三分石之一十。

術曰如方程置重過於石之物，爲負，此問者言甲禾二乘之重，過於一石也，其過者幾何，如乙一乘重矣，互其算，令相折除，以石爲之，差實，差實者如甲禾餘實，故置算相與同也，以正負術入之，此入頭位，異名相除者，正無入正之，負無入負之也。

草曰不可損益，而以多爲負，本重爲正，求之。

- 二正 一負 丙空 一石正
 - 甲空 三正 一負 一石正
 - 一負 乙空 四正 一石正
- 先去甲者，二乘左行，以右異名減，左，甲空，乙一負，負無入，負之，丙八正，同名加，三石正，欲去乙者，三乘左右，以中行異名減，左右，負無入，負之，同名相加。

- 六正 空 一負 四石正
- 空 三正 一負 一石正
- 空 空 二十三正 十石正

二十三乘中右，以左異名相減，同名加。

- 甲百三十八 百二石正
- 乙六十九正 三十三正
- 二十三正 十石正

以中右行約之錢爲貨物爲法除合間。今有令一人更五人從者一十人食雞一十令一十人更一人從者五人食雞八令五人更一十八從者一人食雞六問令更從者食雞各幾何。

答曰令一人食一百二十二分雞之四十五。更一人食一百二十二分雞之四十一。從者一人食一百二十二分雞之九十七。

術曰如方程以正負術入之。

草曰列所問數同前體求。

令一 更五 從十 雞十

令十 更一 從五 雞八

令五 更十 從一 雞六

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十六。四羊二犬六雞三兔直錢一千一百七十五。三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八。二羊三犬五雞一兔直錢八百六十一。問羊犬雞兔價各幾何。

答曰羊價一百七十七。犬價一百二十一。雞價二十三。兔價二十九。

術曰如方程以正負術入之。

草曰列所問數同前體求。

羊 犬 雞 兔 價直

二 三 五 一 八百六十一

三 一 七 五 九百五十八

四 二 六 三 一千一百七十五

五 四 三 二 一千四百九十六

今有麻九斗麥七斗菘三斗黍五斗直錢一百四十。麻七斗麥六斗菘四斗黍三斗直錢一百二十八。麻三斗麥五斗菘七斗黍六斗直錢一百一十六。麻二斗麥五斗菘三斗黍九斗黍四斗直錢一百一十二。麻一斗麥三斗菘二斗黍八斗黍五斗直錢九十五。問一斗直錢幾何。

答曰麻一斗七錢。麥一斗四錢。菘一斗三錢。黍一斗五錢。黍一斗六錢。

術曰如方程以正負術入之。此麻麥與均輸少廣章之重積積分皆爲大事其拙於精理徒按本術者或用算而布能方好煩而喜誤曾不知其非反欲以多爲貴故其算也莫不閉於設通而專於一端至於此類苟務其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁解牛游刃理閉故能歷久其刃如新夫數猶刃也易簡用之則動中庖丁之理故能神愛刃速而舞尤凡九章爲大事按法皆不盡一百算也。

詳解九章算法

四一

雖布算不多然足以算多世人多以方程爲難或盡布算之象在極正負而已未暇以論其設動無方斯膠柱鼓琴之類聊復快演爲作新術著之於此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之空言記其施用之例著策之數每舉一寓焉。

方程新術曰以正負術入之令左右相減先去下質又轉去物位則其求一行二物正負相借者易其相當之率又令二物與他行互相去轉其二物相借之數即皆相當之率也各據二物相當之率對易其數即各當之率也更置減行及其下質各以其物本率今有之求其所同并以爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘以爲法以下質爲實實如法即合所問也一物各以本率今有之即皆合所問也率不通者齊之。

其一術曰置率物通率爲列更置減行率物之數各以其數乘之并以爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘爲法以減行下質乘列衰各自爲實實如法而一即得以舊術爲之凡應置五行今欲要約先置第三行以減第四行及減第三行次置第二行以減第三行去其頭位次置右行去其頭位次以第四行減左行頭位次以左行去第四行及第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實如法而一得空即有黍價以法減第二行得荳價左行得麥價第三行麻價右行得菘價如此凡用七十七算以新術爲此先以第四行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三行次第四行去左行下位右行當左行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位次以第四行減右行菘位不足減乃止次以左行減第二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上得五下得三三是以率五當荳三次以左行去第三行菘位又以減第四行及右行菘位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去左行頭位次以左行去右行頭位餘上得六下得五是以爲荳六當黍五次以右行去左行荳位餘約之上爲二下爲三次以左行去第二行下位以第二行去第四行下位又以減左行下位次右行去第二行下位餘上得三下得四是以爲麥三當菘四次以第二行減第四行下位次以第四行去第二行下位餘上得四下得七是以爲麻四當麥七是以爲相當之率率矣據麻四當麥七即爲麻價率七而麥價率四又麥三當菘四即爲麥價率四而菘價率三又菘五當黍三即爲菘價率三而黍價率五又黍六當黍五即爲黍價率五而黍價率六而率通矣更置第三行以第四行減之餘有麻一斗菘四斗正荳三斗負下質四正求其同爲麻之數以菘率三荳率五各乘菘荳斗數如麻率七而一菘得一斗七分斗之五正荳得二斗七分斗之一負即荳化爲麻以并之令同名相從異名相消餘得定麻七分斗之四以爲法置下質四爲實而分母乘之實得二十

詳解九章算法

四三

八而分子化為法矣。以法除得七。即麻一斗之價。置麥率四。故率三。蒼率五。黍率六。皆以其斗數乘之。各自為實。以麻率七為法。所得即同為麻之數。亦可使置本行實與物同通之。各以本率今有之。求其本率。所得并以為法。如此即無正負之異矣。擇異同而已。又可以一術為之。置五行通率。為麻七。麥四。故三。蒼五。黍六。以為列衰減行。麻一斗。故四斗。正蒼三斗。負各以其率乘之。訖。令同名相從。異名相消。餘為法。又置下實乘列衰。所得各為實。此可以實約法。即不復乘列衰。各以列衰如所約。知其價如此。即凡用一百二十四算也。

草曰。列所問數同前體求。

- 麻 麥 蒼 黍 黍 黍 價直
- 九 七 三 二 五 一百四十
 - 七 六 四 五 三 一百二十八
 - 三 五 七 六 四 一百一十六
 - 二 五 三 九 四 一百一十二
 - 一 三 二 八 五 九十五

比類。綾七尺。絹二尺。共價四百二十六。綾三尺。絹四尺。共價二百八十。問綾絹尺價幾何。 答曰。綾五十二。絹三十一。此問出應用。

總說。方程以諸物總併為問。其法以減損求源為主。去一存一。以考其數。如甲乙行。列諸物與價。術以甲行首位。偏乘其乙。復以乙行首位。偏乘其甲。求其有等。以少行減多行。是去其物。減其錢。見一法。實。如商除之。行位繁者。次第求之。

- 今有弦五尺。勾三尺。問為股幾何。
- 答曰。四尺。
- 今有股四尺。弦五尺。問為勾幾何。
- 答曰。三尺。

勾股短面曰勾。長面曰股。相與結角曰弦。勾短其股。股短其弦。將以施於諸率。故先其此術。以見其原也。

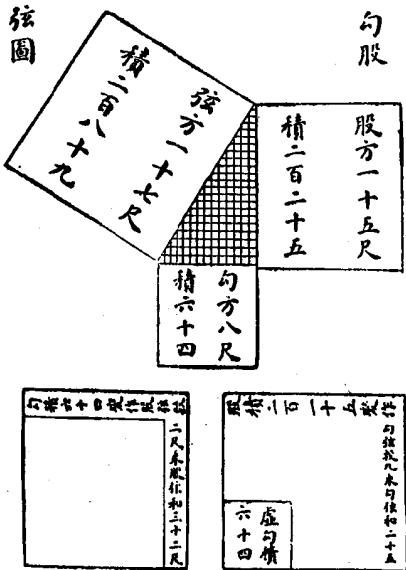
術曰。勾股各自乘。并而開方除之。即弦。又股自乘。以減弦自乘。其餘開方除之。即勾。勾自乘為朱。方股自乘為青。方令出入相補。各從其類。因就其餘。不移動也。合成弦方之。開方除之。即弦也。 淳風等

按。此術以勾股器。合成弦器。勾方於內。即勾短於股。令股自乘。以減弦自乘。餘者即勾器也。故開方除之。即勾也。又勾自乘。以減弦自乘。其餘開方除之。即股。勾股器合。以成弦器。今去其一。則餘在者。皆可得知之。 勾股求弦法曰。 勾股各自乘。并而開方除之。 一勾一器。與弦積相等。故併而開方。求弦面之數。弦勾求股法曰。勾自乘。以減弦自乘。餘開方除之。弦自乘內。有一勾積。一器積。今法減去其勾。餘是股積。開方知股數。股弦求勾法曰。股自乘。以減弦自乘。餘開方除之。弦自乘中。有一股一器。以股減弦。餘即勾實。故開平方求之。

立圖而驗之。

勾股生變十三名。勾股弦併而為和。減而為較。等而為變。為段。自乘為積。為器。有用而取。無用不取。立圖而驗之。

釋名	假令數	變較	勾股數	弦和數	自乘積數
直田	八	二	三	六	六十四
田內	七	一	二	五	三十四
勾減弦	九	二	二	四	二百八十九
股減弦	七	一	一	三	八十一
勾共弦	二	一	一	二	四十九
股共弦	三	二	二	三	四十九
勾共股	二	一	一	二	五百二十九
股共股	三	二	二	三	六百二十五
弦與勾減股共	二	一	一	二	千二百四
弦與股減勾共	三	二	二	三	五百七十六
弦減勾股共	四	三	三	四	一千六百
弦減股勾共	五	四	四	五	三千六百



勾八尺。股一十五尺。問為弦幾何。 答曰。十七尺。

解題。原問勾三股四求弦五。其數差一。不足驗法。今借後題數自言之。形如半走出。草曰。勾股各自乘。併而得二百八十九。開方除之。合問。比類。田長二百五十步。闊一百二十步。問兩隅

相去幾何。答曰：二百五十五步。
 草曰：長闊各自乘，併而得六萬五千二十五，開方，合問。
 弦十七步，勾八步，問為股幾何。

答曰：十五步。
 解題：圓表求長。

草曰：勾自乘，減弦自乘，餘二百二十五，開方，除之。
 比類：雪簷草屋垂披五丈，其齊離地四尺，入深六丈，問棟高幾何。答曰：四丈四尺。
 草曰：勾自乘，半入深為三丈，自乘得九，以減弦自乘，垂披自乘，減餘十六，開方，加齊離地四尺，合問。
 股十五尺，弦十七尺，問為勾幾何。

答曰：八尺。
 解題：長表開圓。

草曰：股自乘，減弦自乘，餘六十四尺，開方，得勾，合問。
 比類：仰觀臺上方四丈，高四丈八尺，四隅塔表五丈四尺四寸，問下方幾何。答曰：九十一尺二寸。
 草曰：股自乘，減弦自乘，塔表餘六萬五千五百三十六寸，開方，得勾二百五十六寸，倍之為二勾，數加上方四丈，共得臺基，合問。

今有圓材徑二尺五寸，欲為方版，令厚七寸，問廣幾何。
 答曰：二尺四寸。

術曰：令徑二尺五寸自乘，以七寸自乘，減之，其餘開方，除之，即廣。此以圓徑二尺五寸為弦，版厚七寸為勾，所求廣為股也。
 此問圓徑如弦，版厚如勾，求闊如股。
 草曰：勾自乘，減弦自乘，餘五百七十六寸，開方，得股。
 今有水長二丈，闊之三，葛生其下，纏木七周，上與木齊，問葛長幾何。

答曰：二丈九尺。

術曰：以七周乘三尺為股，木長為勾，為之求弦，弦者葛之長，據園廣木長，求葛之長，其形為卷裏表，以筆管背線宛轉，有似葛之纏木，解而觀之，則每周之間，自有相間成勾股弦，則其間木長為股，園之為勾，葛長為弦，弦七周乘三，是并合乘勾以為一勾，則勾長而股短，故術以木長謂之勾，園之謂之股，言之，倒互勾與股，求弦亦如前，勾三自乘為朱，弦四自乘為青，合朱青二十五為弦五自乘，露出上第一圓，勾股合為弦，露明矣，然二幕之數，謂倒互於弦幕之中而已，可更相表裏，居裏者則成

詳解九章算法

四九

方器，其居表者則成矩器，二表裏，形此而數均，又按此圖勾幕之矩朱，卷居表，是其露，以股弦差為廣，股弦并為表，而股器方其裏，股器之矩青，卷居裏，是其露，以勾弦差為廣，勾弦并為表，而勾器方其裏，是故差之與并，用除之，短長互相乘也。

此問周乘園如股，木長如勾，問為如弦。
 草曰：勾七周乘三，得二十一尺，股木長二十尺，各自乘，併而得八百四十一，開方，除之，合問。

答曰：水深一丈二尺，葭長一丈三尺。

術曰：半池方自乘，此以池方半之得五尺為勾，水深為股，葭長為弦，以勾及股弦差求股弦，故令勾自乘，先見矩器也，以出水一尺自乘，減之，以水者股弦差，減此差器於矩器，餘為倍股弦差乘股長之矩，幕餘倍出水除之，即得水深，倍差為矩器之廣，水深是股，令此器得出水一尺為長，故為矩而得葭長也，加出水數，得葭長，淳風等按此葭本出水一尺，既見水深，故加出水尺數，而得葭長也。
 解題：半池方如勾，水深如股，引葭平水如弦，出水一尺，如股弦較。
 股弦較與勾求法，曰：勾自乘，以股弦較自乘，減之，餘為實，勾幕內，有股弦較乘股一段，乘弦一段，上問求股，以股弦較自乘，減實，正餘二段股，倍股弦較為法，數中有二段股弦較乘股，故倍較也，實如法

葭出水平圖



引葭赴岸圖



而一除得股長。
 草曰：勾自乘，半池方自之，得二十五尺，以股弦較自乘，減之，出水一尺自之一，餘為實，二十四尺，倍較為法，倍出水為二尺，除之，得股，即深一丈二尺。
 今有立木係索，其末委地三尺，引索卻行，去本八尺，而索盡，問索長幾何。
 答曰：一丈二尺六分尺之一。

術曰：以去本自乘，此以去本八尺為勾，所求索者，弦也，引而索盡，與開門去闕者，勾及股弦差，求股弦，同一術，去本自乘者，先張矩器，令如委數，而一委地者，股弦差也，以除矩器，則是股弦并也，所得加委

詳解九章算法

五一

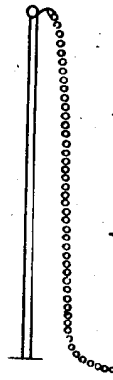
地數而半之。即索長。子不可半者。倍其母。加差於并。則成兩索長。故又半之。其減差於并。而半之。得木長也。

今有立木垂索。委地二尺。引索斜之。柱地。去木八尺。問索長幾何。

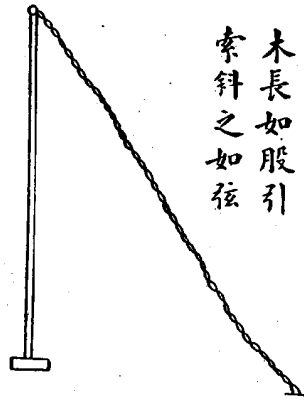
答曰。十七尺。

術曰。勾自乘。為實。前注。如股弦較而一。得股弦和。加較。二弦。半之。得弦。

木長如股索
餘如股弦較

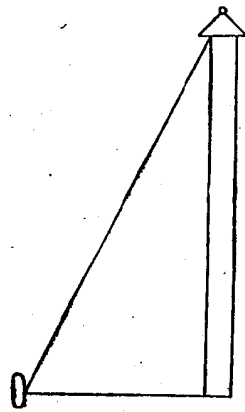


木長如股引
索斜之如弦

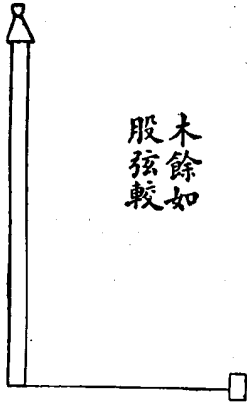


五二

草曰。勾自乘。為實。去水八尺。自之。得六十四尺。如股弦較而一。委地二尺。除得三十二尺。加較二尺。半之。為弦。斜長一十七尺。
今有垣高一丈。倚木於垣上。與垣齊。引木卻行一尺。其木至地。問木幾何。
答曰。五丈五寸。
術曰。以垣高一十尺。自乘。如卻行尺數而一。所得。以加卻行尺數。而半之。即木長數。此以垣高一丈。為勾。所求倚木者。為弦。引卻行一尺。為股弦差。為術之意。與係索間同也。
垣高一丈。敬木齊垣。木脚去本。以畫記之。臥而較之。過畫一尺。問去本幾何。



木餘如
股弦較



五三

答曰。四丈九尺五寸。

術曰。勾自乘。為實。如股弦較而一。除得股弦和數。以較減之。餘二股。半之。得股。
草曰。勾自乘。為實。垣高一丈。自之。如較而一。過本十寸。除得千寸。以較減之。餘九百九十寸。半之。即股。

合問。

今有圓材。埋在壁中。不知大小。以鑿鑿之。深一寸。鑿道長尺。問徑幾何。

答曰。材徑二尺六寸。

術曰。半鑿道自乘。此術。以鑿道一尺。為勾。材徑為弦。鑿深一寸。為股弦差之一半。故鑿長亦半之也。淳風等按。下鑿深得一寸。為半股弦差。注云。為股弦差者。鑿道也。如深寸而一。以深寸增之。即材徑。亦以半增之。如上術去本當半之。今此皆同半差。不復半也。

材徑如弦。半鑿道如勾。入深兩頭二寸。

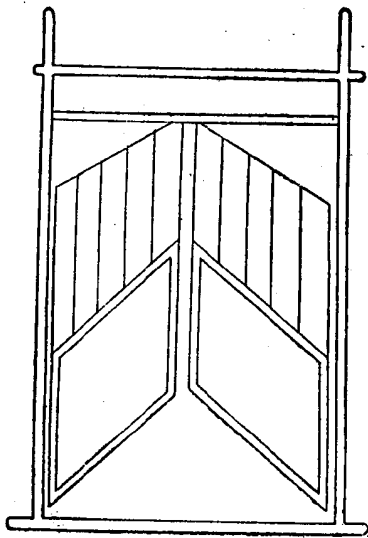
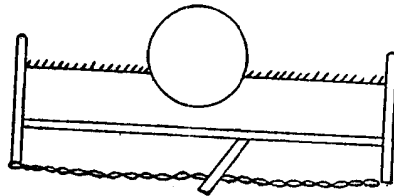
如股弦較。一寸。乃半較也。

草曰。半勾自乘。為實。半鑿道得五寸。自之。得二十五。如半股弦較而一。鑿深一寸。除實如故。加半較。即弦。共二十六寸。

今有開門去闕一尺。不合二寸。問門廣幾何。

答曰。一丈一寸。

術曰。以去闕一尺。自乘。所得。以不合二寸。半之。而一。所得。增不合之半。即得門廣。此去闕一尺。為勾。半



去闕如勾。
門廣如弦。
不合之半。
如股弦較。

五五

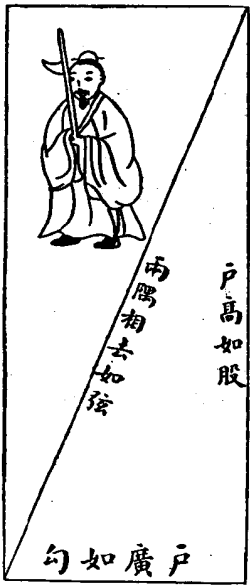
門廣為弦不合二寸以半之得一寸為股弦差求弦故當半之今即以兩弦為廣數故不復半之也
開門去闊一尺不合二寸問門廣幾何

答曰一片廣五寸五分

術曰勾與股弦較各自乘併之為實股弦較乘弦二段也倍較為法除之中有二積故倍而除
草曰勾去闊一尺與股弦較不合二寸半之各自乘併之一百一寸為實倍較為法二寸除之合開
今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何

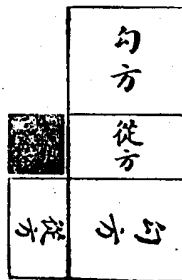
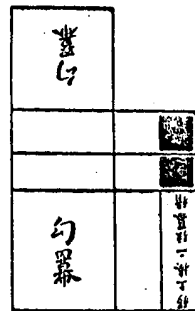
答曰廣二尺八寸高九尺六寸

術曰令一丈自乘為實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶廣加相
多之半即戶高令戶廣為勾高為股兩隅相去一丈為弦高多於廣六尺八寸為勾股差按圖為位弦
幕適滿萬寸倍之減勾股差幕開方除之其所得則高廣并數以差減并而半之即戶廣加相多之數
即戶高也今此術先求其半一丈自乘為朱幕四黃幕一半差自乘又倍之為黃幕四分之二減實半
其餘有朱幕二黃幕四分之一其於大方乘四分之二適得四分之一故開方除之得高廣并數之半
減差半得廣加得戶高又按此圖幕勾股并自乘加差幕為兩弦幕半之開方得弦今倍弦幕減差幕
求勾股并差先見其弦然後知其勾與股也勾股適等者并而自乘即為兩弦幕皆各為方先見其弦
然後知其勾與股者倍弦幕即為勾股適等者并而自乘之幕半相多自乘倍之又半勾股并自乘亦
倍之為弦幕其無差數者勾股各自乘并之為實與勾股相乘倍之為實皆開方得弦弦幕半之為
實開方即得勾股及股長勾短同原而分流焉假令勾股各五弦幕五十開方除之得七尺有餘一不
盡假令弦十其幕有百半之為勾股二幕各得五十當亦不可開故曰圓三徑一方五斜七雖不正得
盡理亦可言相近耳其勾股合而自相乘之幕令弦自乘倍之為兩弦幕以減之其餘開方除之為勾
股差加差於合而半之為股
減差於合而半之為勾勾股
弦即高廣差其出此圖也其
倍弦為廣差合矩勾即為幕
得廣即勾股差其矩勾之幕
倍為從法開之亦勾股差其
實以勾股差幕減半其餘差
為從法開方除之即勾也



勾股較與弦求股法曰弦自乘變勾幕二半較幕四半較乘勾四半較自乘倍之減積餘見之後圖

半之開方得弦一段減半較為勾即戶廣也加較為高
草曰弦自乘兩隅相去百寸自之得一萬寸半較三十四自乘倍之減積餘半之三千八百四十四開
方得弦六十二寸減半較為勾二十八寸即戶廣也加較六十八寸為高



變二段帶
從開平方

又法曰弦自乘變二勾幕及勾股較乘勾二段勾股較幕一段以勾股較自乘減之餘勾幕二段勾乘
勾股較二段
半之得勾方一段勾乘較一段以勾股較為從開方求勾是帶從開方勾即戶廣也加較為股即戶高

草曰弦自乘兩隅相去百寸自之萬寸以勾股較六十八寸自乘減之餘半之二千六百八十八以較六十
八寸為從開方得勾二十八尺即戶廣加較為股九十六尺即戶高也

比類如後邑方北門二十步有木出南門十四步折而西行一千七百七十五步見木之間

又議古根源直田積八百六十四步只云闊不及長十二步問長闊各幾何 答曰闊二十四步長三
十六步

術曰置積八百六十四步為實以不及十二步為從開平方除之得闊一十四步加較十二為田長
今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何

答曰四尺二十分尺之一十一

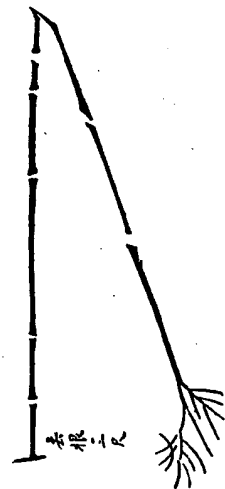
術曰以去本自乘此去本三尺為勾折之餘高為股末折抵地為弦以勾及股弦并求股故先令勾自
乘見短幕令如高而一凡為高一丈為股弦并之以此幕待差所得以減竹高而半其餘即折者之

高也。此率與係案之類。更相返覆也。亦可知如上術。令高自乘。為股弦并幕。去本自乘。為矩幕。減之。餘為實。倍高為法。則得折之高數也。

去根如勾。折處如股。折梢如弦。通長如股弦和。股弦和與勾。求股法曰。勾自乘。為實。變股弦較乘股弦和。如股弦和而一。正除得股弦較。以減股弦和。餘二股之數半之。為股。

草曰。勾自乘。去根三尺。自之。九尺。如股

弦和而一。以高一丈。除得九寸。以減股弦和。餘九尺一寸半之。得四尺。餘約為二十分之十一。比類直田一段。闊九十二步。只云闊斜與正長共三百六十八步。問田積幾何。答曰。六十六畝三十步。



術曰。闊自乘。為實。如斜長共步而一。以減共步。餘半之。得長。以長闊相乘。求田之積。

草曰。闊自乘。為實。得八千四百六十四。如斜長共步三百六十八步而一。得二十三。以減共步三百六十八。餘半之。得一百七十二步。即長。復以長闊相乘。得一萬五千八百七十步。以故法除之。合前開

今有二人同所立。甲行率七。乙行率三。乙東行。甲南行十步。而邪東北。與乙會。問甲乙行各幾何。

答曰。乙東行一十步。甲邪行一十四步。及之。

術曰。令七自乘。三亦自乘。并而半之。以為甲邪行率。邪行率減於七自乘。餘為南行率。以三乘七。為乙東行率。此以南行為勾。東行為股。邪行為弦。勾弦并七。欲知弦者。當以股自乘。為幕。如并而一。所得為勾弦差。加差於并而半之。為弦。以弦減差。餘為勾。如是。或有分。當通而約之。乃定。術以勾弦并為分母。故令勾弦并自乘。為朱黃相連之方。股自乘。為青幕之矩。合其矩引之直。加損同之。以勾弦并為表。差為廣。其闊大體。以兩弦為表。勾弦并為廣。引橫斷其半。為弦率。七自乘者。勾弦并之率。故弦減之。餘為勾率。同立處。是中停也。列用率皆勾弦并為表。弦與勾各為之廣。故亦以股率同其表也。置南行十步。以甲邪行率乘之。置置十步。以乙東行率乘之。各自為實。實如南行率而一。各得行數。南行十步者。所有見勾求見弦股。故以弦股率乘。如勾率而一。

答曰。甲南行十步。斜之十四步。乙東行十步。

法曰。勾弦和自乘。變勾幕二段。股幕一段。勾乘弦二段。股率自乘。股幕一段。併而勾幕。股幕。勾乘弦。各二段半之。各一段。為弦。得原弦率。以減和。求勾。減總率也。股率乘勾弦和率。求股。原股之率。雖得勾股弦之率。未見勾股弦之數。宜以互換之法求之。以所有勾數。南行十步。直數乘所求勾股弦三率。為

列實。以所有勾率為法。除之。此不要者。為除之意。

草曰。勾弦和率自乘。甲行率七。自之。得四十九。股自乘。乙行率三。自之。得九。併而半之。為弦率。二十九。即甲斜行率。以減勾弦和。求勾。甲斜行二十九。減四十九。餘二十。為勾。即甲南行十步也。股率乘和率。求股。甲七。乙三。乘得二十一。即乙東行股。以所有勾數。十步乘所求勾。二十。股二十二。弦二十九。三率。為列實。勾得二百股得二百一十。弦得二百九十。以所有勾率二十為法。除之。合問。

今有勾五步。股一十步。問勾中容方幾何。

答曰。方三步一十七分步之九。

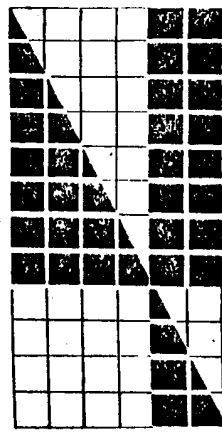
術曰。并勾股為法。勾股相乘。為實。實如法而一。得方一步。勾股相乘。為朱青黃幕。各二。合黃幕。於隅中。朱青各以其類。令從其兩徑。共成修幕。中方黃為廣。并勾股為表。故并勾股為法。幕闊方在勾中。則方之兩廉。各自成小勾股。而其相與之勢。不失本率也。勾面之小股。股面之小勾。縱橫相連。合而成中方。令股為中方率。并勾股為廣率。據見勾五步。而今有之。得中方也。復令勾為中方率。以并勾股為表。據股十二步。而今有之。則中方又可知。此則雖不效。而法實有由生矣。下容同率。以今有表分言之。可以見之也。

勾股旁要法曰。直田斜解勾股二段。其一容直。其一容方。二積相等。餘勾餘股相乘。亦得容積之數。勾股相乘。為實。併勾股為法。除之。得勾中容方。積內有一容直。故用勾除橫積。併股除直積。得所容方也。以容直或方外。餘勾股相乘。得容積之實。勾股中直積一段。大勾股一段。小勾股一段。如餘勾而一。得股長。如餘股而一。得勾闊。

今有勾六步。股十二步。問容方幾何。

答曰。四步。

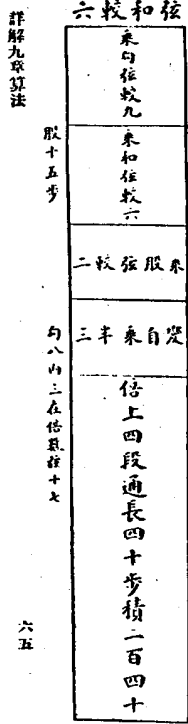
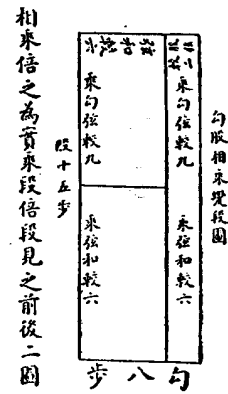
詳解九章算法
 解題勾中容方右題勾五股十二答容方三步十七分步之九有分子難驗其圖
 六四



容方白積十六與
 容直黑積十六等
 大小二勾白積與
 大小二勾黑積等

草曰勾股相乘為實勾六股十二乘得七十二併勾股為法併得十八實如法而一勾除橫積二十四
 股除直積四十八
 今有勾八步股一十五步問勾中容圓徑幾何
 答曰六步

術曰八步為勾十五步為股為之求弦三位并之為法以勾乘股倍之為實實如法得徑一步勾股相
 乘為圓本體朱青黃綠各二則倍之為各四可用畫於小紙分裁邪正之會令顛倒相補各以類合成
 修圓圓徑為廣并勾股弦為袤故并勾股弦以為法又以圓大體言之股中肯必令立規於橫廣勾股
 及邪三徑均而復連規從橫量度勾股必合而成小方矣又畫中弦以觀其會則勾股之中成小勾股
 弦者四勾面之小股股面之小勾皆小方之面皆圓徑之半其數故可表以勾股弦為列衰副并為法



詳解九章算法
 股十五步
 勾八內二在倍數十七
 六五

詳解九章算法

以勾乘未并者各自為實實如法而一得勾面之小股可知也以股乘列衰為實則得勾股面之小勾
 可知言雖異矣及其所以成法實則同歸矣則又可以股弦差減勾勾弦差減股為圓徑又弦減勾股
 并餘為圓徑并勾弦差股弦差減餘為圓徑以勾弦差乘股弦差而倍之開方除之亦為徑也
 解題圓徑與弦和較數等即勾股求弦和較也
 勾股求弦前本法加勾股為法併勾股弦數除總積實如法而一除見弦和較六
 草曰勾股相乘得百二十倍之為實二百四十勾股求弦勾八股十五各自乘併之開方得弦十七加
 勾股為法共得四十實如法而一除得六即圓徑
 比類長九十步闊四十八步問比闊斜步多幾何
 答曰多三十六步

解題長步如股闊步如勾比闊多步如弦和較即勾股求弦和較也
 法曰長闊相乘倍之為實以長闊求斜步用勾股求弦法加長闊步為法除之
 草曰長闊相乘倍之為實得八千六百四十步以長闊求斜步用勾股求弦法長闊各自乘長得八千
 一百步闊得二千三百四十步併而得一萬四百四十步開方為斜步得一百二加長九十闊四十八步為
 法共二百四十步除之得三十六步合闊
 今有邑方二百步各中開門出東門一十五步有木開出南門幾何步而見木
 答曰六百六十六步大半步

術曰出東門步數為法以勾率為法也半邑方自乘為實實如法得一步此以出東門十五步為勾率
 東門南至隔一百步為股率南門東至隔一百步為見勾步欲以見勾求股以為出南門數正合半邑
 方自乘者股率當乘見勾此二者數同也
 答曰六百六十步三分步之二
 草曰以容積為實半邑方百步自乘得萬步如餘勾而一東門十五步有木為法得餘股即所答木去
 邑遠步

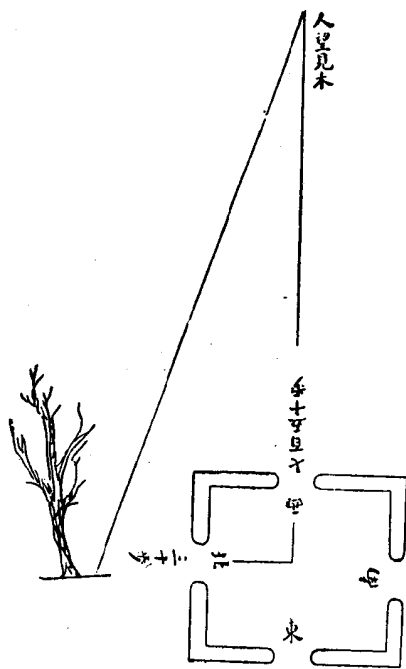
今有邑東西七里南北九里各中開門出東門一十五里有木開出南門幾何步而見木
 答曰三百一十五步

術曰東門南至隔步數以乘南門東至隔步數為實此以東門南至隔四里半為勾率出東門一十五
 里為股率南門東至隔三里半為見股所問出南門即見股之勾為術之意與上同也以木去門步數
 為法實如法而一
 草曰求容積為實東西七里通二千一百步南北九里通二千七百步各半之相乘得一百四十一萬

詳解九章算法

六七

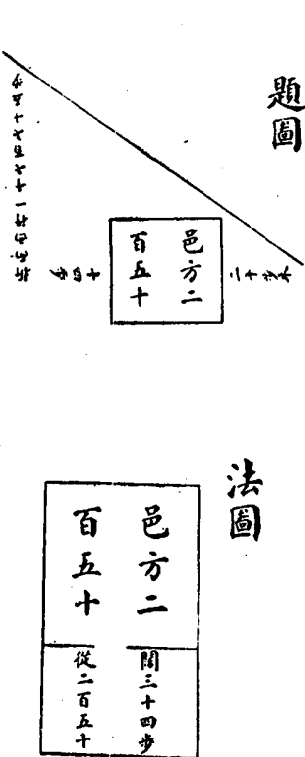
七千五百步如餘勾而一出東門外十五里通作四千五百步為法得股長即見木步
今有邑方不知大小各中開門出北門三十步有木出西門七百五十步見木問邑方幾何



答曰一里。
術曰令兩出門步數相乘按前術半邑方自乘出東門步數除之即出南門步數今兩出門相乘為半
方邑自乘居一隅之積分因而四之即得四隅之積分故以為實開方除即得邑方
方除之即得邑方
草曰餘勾出北門三十步與餘股出西門七百五十步相乘二萬二千五百步得半邑方積四之為實
九萬步全邑開方除之
今有邑方不知大小各中開門出北門二十步有木出南門一十四步折而西行一千七百七十五步見
木問邑方幾何
答曰二百五十步

術曰以出北門步數乘西行步數倍之為實此以折而西行為股自木至邑南一十四步為勾以出北
門二十步為勾率北門至西隅為股率即半廣數故以出北門勾率乘西行股得半廣股率乘勾之率
然此算居半以西故又倍之合半以東也并出南門步數為從法開方除之即邑方此術之算東西廣
如邑方南北自木盡邑南十四步為袤合南北步數為廣茅蓋故連并兩步數為從法以為隅外之算
也

解題勾腰容方用重差倍積而帶從開方
術曰餘勾乘股積等如半邑帶從之積倍之為實倍為全邑帶從之積併二餘勾為從則以勾腰容方
故有二餘勾開方除之求得一段邑方一段從邑之方



草曰餘勾北門外二十步乘股出西門一千七百七十五步得三萬五千五百步倍之為實七萬一千
步全邑帶從積併二餘勾為從北門二十步西門十四步開方除之全驗其圖
今有邑方一十里各中開門甲乙俱從邑中央而出乙東出甲南出出門不知步數邪向東北磨邑隅適
與乙會率甲行五乙行三問甲乙行各幾何
答曰甲出南門八百步邪東北行四千八百八十七步半及乙乙東行四千三百一十二步半

術曰令五自乘三亦自乘并而半之為邪行率邪行率減於五自乘者餘為南行率以三乘五為乙東
行率求三率之意與上甲乙同置邑方半之以南行率乘之如東行率而一即得出南門步數邑半方
自南門至東隅五里以為小股求出南門步數為小股之勾以東行為股率南行為勾率故置邑方半
半邑方接南門外小勾
為大勾半邑方小股
接東門外為大股甲斜
會乙為弦

之以南行勾率乘之。如股率而一。以增邑方半。即南行半邑者。謂從邑心中停也。置南行步求弦者。以邪行率乘之。求東行者。以東行率乘之。各自爲實。實如南行率得一步。此術與上甲乙同。

答曰。甲邑中行一千五百步。出南門八百步。甲斜之。四千八百八十七步半。乙東行。四千三百一十二步半。

草曰。勾弦和率。甲五股率。乙三。各自乘。併而得三十四。乃勾弦股率。勾乘弦。各二段。半之一。一段爲弦率。和率股率相乘。得十五。爲股率。弦減和率。二十五。餘八。即勾率。雖得率數。卻未見真數。當以互換術求之。半邑方。一千五百步。小股真數。以勾率八乘之。股率十五除之。得小勾之數。南門外八百步。加半邑方。一千五百步。爲大勾。從邑心出南門。共二千三百步。各以弦率十七。股率十五。乘之。皆以勾率八除之。得弦。甲斜之。四千八百八十七步半。得股。乙東行步。四千三百一十二步半。

今有木去人不知遠近。立四表。相去各一丈。令左兩表與所望。參相直。從後右表望之。入前右表三寸。問木去人幾何。

答曰。三十三丈三尺三寸少半寸。

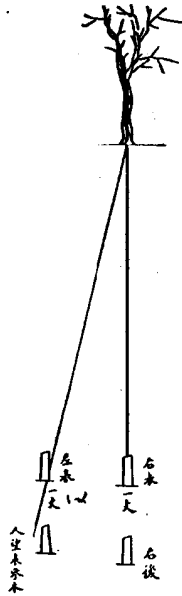
術曰。令一丈自乘。爲實。此以入前右表三寸。爲勾率。右兩表相去一丈。爲股率。左右兩表相去一丈。爲見勾。所問木去人者。見勾之股。股率當乘見勾。此二率俱一丈。故曰自乘之。以三寸爲法。實如法得一寸。以三寸爲法。實如法而一。

木遙不知去遠。如方立四表。相去各一丈。令右二表與所望木。參直。人立左後表之左三寸。斜視其前左表。參合。問木遠幾何。

答曰。木去右前表三百三十三尺三分之一。

草曰。以容積爲實。立四表。方一丈。自乘。得一百尺。如餘勾而一。人立左後表左三寸爲法。得餘股。即所

答木遠。



今有山居木西。不知其高。山去木五十三里。木高九丈五尺。人立木東三里。望木末適與山峰斜平。人目高七尺。問山高幾何。

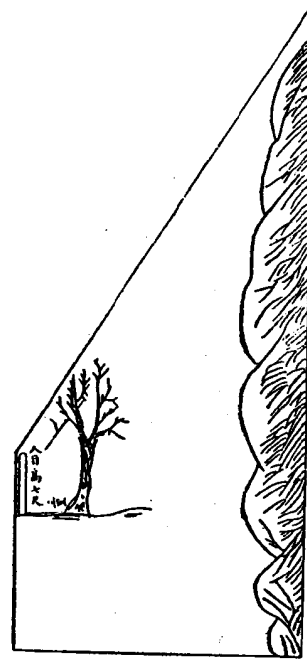
答曰。一百六十四丈九尺六寸太半寸。

詳解九章算法

術曰。置木高。減人目高七尺。此以木高減人目高七尺。餘有八丈八尺。爲勾率。人去木三里。爲股率。山去木五十三里。爲見股。以勾率乘見股。如股率而一。得勾。加木之高。故爲山高也。餘以乘五十三里。爲實。以人去木三里。爲法。實如法而一。所得。加木高。即山高。此術。勾股之義。

山不知高。東五十三里。有木長九十五尺。人立木東三里。目高七尺。望木末與峰斜平。問山高幾何。

答曰。一百六十四丈九尺三分尺之二。

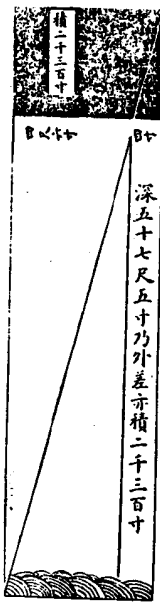


草曰。以容積爲實。山去木五十三里。以一里一千五百尺。通爲七萬九千五百尺。以人目七尺。減木高。餘八十八尺。相乘得六百九十九萬六千尺。如餘勾而一。人立木東三里。即四千五百尺。得餘股一千五百五十四尺三分尺之二。加木高九十五尺。爲山合問。

今有井徑五尺。不知其深。立五尺木於井上。從木末望水。入徑四寸。問井深幾何。

答曰。五丈七尺五寸。

術曰。置井徑五尺。以入徑四寸減之。餘以乘立木五尺。爲實。以入徑四寸爲法。實如法得一寸。此以入徑四寸爲勾率。立木五尺爲股率。井徑減入徑四寸。餘有四尺六寸。爲見勾。問井深者。見勾之股也。解題勾中容直。即餘勾求餘股。



草曰。以容積爲實。井徑五尺。減人目入徑四寸。餘得四十六寸。乘木高。得二千三百寸。如餘勾而一。入

詳解九章算法

草曰併三廣得二十四尺以深三尺乘之得七十二尺又以深七尺乘之得五百四尺如六而一得八十四尺

比類不匪之形

今有芻蕘下廣三丈上廣四丈上袤二丈無廣高一丈問積幾何

答曰五千尺

術曰倍下袤上袤從之以廣乘之又以高乘之六而一推其理者蓋云凡積蕘有上下廣日草上廣表等正新方草兩邊合之即蕘之形也...

解題法注

草曰倍下袤四尺為八十尺又加上袤二十尺為一百以下廣三十尺乘之得三千尺以高十尺乘之得三萬尺如六而一得五千尺

比類下廣下袤下長九尺上廣上袤六尺高六尺問計多少

今有芻蕘下廣二丈上廣三丈上袤四丈高三丈問積幾何

答曰二萬六千五百尺

解題法注

草曰倍上袤四丈為八十尺加入下袤三十尺為一百一十尺以上廣三十尺乘之得三千三百尺倍下袤三丈為六十尺加入上袤四十尺得一百尺以下廣二十尺乘之得二千尺併二位得五千三百尺以高三十尺乘之得十五萬九千尺如六而一得二萬六千五百尺合問

比類下廣下袤下長九尺上廣上袤六尺高六尺問計多少

今有圓田云田四畝也亦高一丈三寸五分容米二千石問周幾何

答曰五丈四尺

術曰從米積尺此積圓田之積以十二乘之令高而一所得開方除之即周也...

今有均輸粟甲縣一萬戶行道八日乙縣九千五百戶行道十日丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日丁縣一萬二千二百戶行道二十日各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛用車一萬乘欲以道里遠近戶數多少量出之問粟車各幾何

答曰甲縣粟八萬三千一百斛

乙縣粟六萬三千一百七十五斛 丙縣粟六萬三千一百七十五斛 丁縣粟四萬五千五百二十乘 車一千六百二十二乘

術曰令縣戶數各如其本行道日數而一以為衰按此均輸均運也...

解題法注

今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行道一日丙縣一千二百八十人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千七百五十人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近戶率多少量出之問縣各幾何

答曰甲縣二百二十九人

乙縣二百八十六人 丙縣二百二十八人 丁縣一百七十一人 戊縣二百八十六人

解題法注

術曰令縣卒各如其居所及行道日數而一以為衰按此亦以日數為均輸卒均輸卒行道日但以其人面出一人乙三十一人面出一人甲一甲四乙五丙四丁三戊五...

比類下廣下袤下長九尺上廣上袤六尺高六尺問計多少

今有均賦粟甲縣二萬五百二十戶粟一斛二十錢自輸其縣乙縣一萬二千三百一十二戶粟一斛一

術曰令縣卒各如其行道日數而一為衰甲四乙五丙四丁三戊五...

解題法注

今有均賦粟甲縣二萬五百二十戶粟一斛二十錢自輸其縣乙縣一萬二千三百一十二戶粟一斛一

十錢至輪所二百里... 內縣七千一百八十二... 戊縣五千一百三十戶... 賦粟一萬斛... 賦粟一車載二十五斛...

若日甲縣三千五百七十一斛... 乙縣二千三百八十斛... 丙縣一千三百八十八斛... 丁縣一千七百一十九斛... 戊縣九百三十九斛...

術曰以里假價乘至輪所里... 欲知車一車到輪所用錢也... 欲知車一車到輪所用錢也... 欲知車一車到輪所用錢也...

車載二千五百石... 賦粟一萬九千三百二十八... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十...

今有均賦粟... 賦粟四萬二千... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十...

若日甲縣一萬八千九百四十七斛... 乙縣一萬八千二百二十七斛... 丙縣七千二百一十八斛... 丁縣六千七百六十六斛...

術曰以里假價乘... 欲知車一車到輪所用錢也... 欲知車一車到輪所用錢也... 欲知車一車到輪所用錢也...

今有粟七斗... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十...

若日... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十...

術曰... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十... 賦粟一斛一十...

併爲法... 今有人當粟粟二斛... 此間糲糲米率... 衰即與五倍均錢高得... 今有人當粟粟二斛... 答曰... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

此間糲糲米率... 衰即與五倍均錢高得... 此間糲糲米率... 衰即與五倍均錢高得...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

今有取備負鹽二斛... 術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

今有負籠重一石... 術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

故所行... 今有乘傳委... 法曰... 術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

術曰... 實如法得... 二十四兩得... 相與通之... 術曰...

兩又用絲絲十六兩乘之爲實... 今有惡粟二十斗...

術曰置惡粟九斗以九乘之... 實如法而一合問...

此問以粟變糶以糶求糶... 今有善行者得一百步...

術曰置善行者一百步... 實如法而一合問...

今有善行者得一百步... 實如法而一合問...

術曰置善行者一百步... 實如法而一合問...

今有善行者得一百步... 實如法而一合問...

術曰置善行者一百步... 實如法而一合問...

今有善行者得一百步... 實如法而一合問...

術曰置善行者一百步... 實如法而一合問...

今有善行者得一百步... 實如法而一合問...

術曰置善行者一百步... 實如法而一合問...

今有善行者得一百步... 實如法而一合問...

術曰置善行者一百步... 實如法而一合問...

今有人持金十二斤出關關稅之十分而取一... 術曰以一十乘二斤...

術曰以一十乘二斤... 實如法而一合問...

二術以十斤中合稅一斤... 實如法而一合問...

三術原金一十二斤... 實如法而一合問...

今有客馬日行三百里... 實如法而一合問...

術曰置四分日之三... 實如法而一合問...

法去其國在往率之者... 實如法而一合問...

客去主人未覺之前... 實如法而一合問...

客馬行率五主人... 實如法而一合問...

欲知主人追客所行... 實如法而一合問...

解題以主客馬速爲... 實如法而一合問...

法曰客馬行率三分... 實如法而一合問...

草曰置客馬行率三... 實如法而一合問...

爲法合主客馬分子... 實如法而一合問...

今有金篋長五尺... 實如法而一合問...

術曰末一尺重二斤... 實如法而一合問...

詳解九章算法
九節形差

一	二	三	四	五	六	七	八	九
---	---	---	---	---	---	---	---	---

一〇四

三十九	七	十四	二十一	二十八	三十五	四十二	四十九	五十六
三十九	三十九	三十九	三十九	三十九	三十九	三十九	三十九	三十九

實母相遞增差實是知九節之數也

草日置上下節容升差數右邊上三節容升差二十六左一差之實節數為分母容升為分子如課分

法母互子上下節下三節為母互母左右十二節九升八十四以少減多餘為實母相乘為法以
不編法即六十六分升之七實取第一節無差之實者以上段升節為分母以差實為分子求如減分
之法得三升乘六十六分升之七以四節除之得一節三十九分九之數遞增差數一差是七是知九節之數
方程術求術草曰註大字為術

排列節數差升

右 上四節 六節差 容三升

左 下三節 二十一差 容四升

命節多行為主右上下四節增添少行乘得

右 上四節 六節差 容三升

左 上十二節 八十四差 容十六升

以原多節行右行對減三度對減

右 上四節 六節差 容三升

左 上四節 六節差 容三升

左 上四節 六節差 容三升

左 上四節 六節差 容三升

六十六差為法七升為實不滿法便令得六十六分升之七即一差之數

上四節中退六差實數三節差二四節差三四而一節無差之實得四十二以一分升
積六十六分乘三升得一十九十八以減六差積四節差求之第二節加一差七得四十二第一
十二節一百五十六四節一得上一餘三十九分逐節加差求之節加二差十四得五十三餘運增

都術有不出前術

一曰求上下差率加一乘上節四半之為十此用圭以本節四減之餘為上率中四節下節上乘都

節九以上率六減之餘二十卞下率也下三節中共

詳解九章算法

一〇五

詳解九章算法

二曰求升法上下下二十率互乘上下節下四節得八十四以少減多餘六十為一升之法也
三曰求差實上下差互乘上下升三升得六十三以少減多餘三十為一節之差實也
四曰求差率上下節互乘上下升三升得九相減餘七為一差之率也候逐節差得實三十九以
節前之差形
比類已庚均差等為無甲乙丙五十五兩何
答曰甲二十七兩乙二十九兩丙二十兩丁二十兩
本法早曰求差率者以甲乙丙丁五十五兩為一
置甲乙二人乘差率七人已下差率三減之餘十之以上差率求差實并除兩又
五乘 三三三
餘二十七兩為法八十一兩
為實除得三兩一差之數
五乘 三三三
求差率 三三三
加差已加一差三十 三三三
左行二人互乘甲乙二行二人得六三三三
一十一兩即庚所得之數列七人各得十一自己為始加三
戊加六丁加九丙加十二乙加十五甲加十八合前答
今有龜起南海七日至北海雁起北海九日至南海今龜雁俱起問何日相逢
答曰三日十六分日之十五

一〇六

詳解九章算法

一〇六

解題。與空軍車法意同。惟加乙先發二日。

術曰。併甲乙各行日數爲法。日七。日乃甲乙本以乙先發二日。減乙原程日。餘以乘甲程。爲實。乙本

日減先行二日。是米甲乙。以法除之。發也。皆五自乘爲二十五。以法除之。今有一人一日爲牝瓦五十八枚。一人一日爲牡瓦七十六枚。今令一人一日作五。牝牡和半。問成瓦幾

何。

答曰。二十五枚少半枚。
術曰。并牝牡爲法。牝牡相乘爲實。實如法得一枚。并也。浮風等按此術。并牝牡爲法。亦并之。意也。牝牡相乘。亦與此術同。并也。浮風等按此術。并牝牡爲法。亦并之。意也。牝牡相乘。亦與此術同。并也。浮風等按此術。并牝牡爲法。亦并之。意也。

今有一人一日爲牝瓦五十一人一日羽矢三十一人一日箭矢十五。今令一人一日自矯羽箭。問成矢幾

何。

答曰。八矢少半矢。
術曰。矯矢五十。用徒一人。羽矢五十。用徒一人。大半人。箭矢五十。用徒三人。少半人。并之得六人。以爲

法。以五十矢爲實。實如法得一矢。按此術。百成矢五十。用徒六人。一日工也。此同工共作。地雖共至

今有假田。初假之歲三畝。一畝明年。四畝一畝。後年五畝。一畝。凡三歲得一百。問田幾何。

答曰。一項二十七畝四十七畝之三十一。

術曰。置畝數及錢數。令畝數互乘錢數。并以爲法。畝數相乘。又以百錢乘之。爲實。實如法得一畝。按此

術曰。以畝數爲分母。以錢數爲分子。令母互乘子。併之爲法。畝數相乘。又一百乘之。爲實。以法除之。

今有程耕。一人一日發七畝。一人一日耕三畝。一人一日播種五畝。今令一人一日自發耕種之。問治

田幾何。

答曰。一畝一百二十四步七十一分步之六十六。
術曰。置發耕種畝數。令互乘人數。并以爲法。畝數相乘。實如法得一畝。按此術。亦發耕種。畝數

術曰。以發耕種畝數爲分母。以一人一人一人爲分子。令母互乘子。併之爲法。母相乘爲實。實如法而

一。今有人持米出三關。外關三而取一。中關五而取一。內關七而取一。餘米五斗。問本持米幾何。

答曰。十斗九升八分升之三。
術曰。置米五斗。以所稅者三之五之七之爲實。以餘不稅者二四六相乘。爲法。實如法得一斗。今此亦

一。則內關未稅之本米也。又以此五乘之。四六一。即中關未稅之本米也。又以此三乘之。二六一。即外關未

今有人持金出五關。前關二而稅一。次關三而稅一。次關四而稅一。次關五而稅一。次關六而稅一。并五

關所稅。適重一斤。問本持金幾何。

答曰。一斤三兩四錢五分錢之四。

術曰。置一斤。通所稅者以乘之。爲實。亦通其不稅者。以減所通。餘爲法。實如法得一斤。此意猶上術也。

者。則令二三四五六相乘。爲分母。七百二十也。通其所不稅者。則令所稅之。一三三四五相乘。爲分子。

解題。不省存金已。

術曰。五稅分母相乘。持專稅。稅餘分相乘。減之。爲法。以所稅乘之。率爲實。實如法而一。即五不關

草曰。五稅分母相乘。得七百二十。六稅稅餘分相乘。得二百二十七。減之。爲法。以所稅乘之。則乘

詳解九章算法纂類

宋楊輝編次

黃帝九章古序云。國家嘗設算科取士。選九章以爲算經之首。蓋猶儒者之六經。醫家之難素。兵法之孫子。歟。昔聖宋紹興戊辰。算士榮茂。謂靖康以來。罕有舊本。聞有存者。狃於未習。向獲善本。得其全經。復起于學。以魏景元元年劉徽等。唐朝漢大夫行太史令上輕車都尉李淳風等。註釋聖宋右班直直賈憲。草輝嘗聞學者。謂九章題問頗隱。法理難明。不得其門而入。於是。以筭參問。用草考法。因法推類。然後知斯文非古之全經也。將後賢補苴之文。修前代已廢之法。刪立題術。又算法問。詳著於後。儻得賢者。改而正諸。是所願也。

九章互見目錄

楊輝竊見九章舊本。作立題法遺闕。古序云。靖康以來。罕有舊本。聞有存者。狃於未習。不循本意。以至其術淹廢。爲本滋興。此說固然。殊不知所傳之本。亦不得其真矣。如粟米章之互換。少廣章之求由開方。皆重疊無謂。而作者題問。不歸章次。亦有之。今作算類互見目錄。以辨其說。後之明者。更爲詳釋。不亦善乎。古本二百四十六問。方田三十八問。竝乘除問。粟米四十六問。乘除六問。互換三十一。分率九

詳解九章算法纂類

詳解九章算法纂類

問。衰分二十問。互換十一。衰分九問。少廣二十四問。合率十一。勾股十三。商功二十八問。盈積二十七。勾股一問。均輸二十八問。互換十一。合率八問。均輸九問。盈不足二十問。互換三問。分率四問。合率一問。盈積十一。方程一問。方程一十八問。竝本章問。勾股二十四問。竝本章問。

類題以物理分章。有題法又互之說。今將二百四十六問。分別門例。使後學亦可周知也。

乘除四十一問。方田三十八。粟米三問。除率九問。粟米五問。盈不足四。合率二十問。少廣章十一。均輸章八問。盈不足一問。互換六十三問。粟米三十八。衰分十一。均輸十一。盈積三問。

衰分一十八問。本章九問。均輸九問。盈積二十七問。竝商功章。盈不足十一問。竝本章。方程一十九問。盈積一問。本章一十八問。勾股三十八問。少廣十三。商功一問。本章二十四。

題兼二法者十二問。衰分。方程九節竹。互換。盈積。故問糶米持錢之屬。油自和漆。合率。盈積。瓜瓠求達。分率。盈積。玉石隱互。二酒求價。金銀易重。善惡求田。方程。盈積。二器求

容。牛羊直金。勾股。合率。勾中容方。前術問已注。今將訛舛以法問淺深資次。類章更不重注。乘除第一。四十一問。今考該四十問。方田三十八。粟米二問。一十五法。方田十四。粟米一。

直田法曰。廣從相乘。爲實。或爲積。如畝法而一。

廣十五步。從十六步。問田幾何。答曰。一畝。廣十二步。從十四步。問田幾何。答曰。一百六十八步。里田方田法曰。方自乘。爲積里。以一里之積三百七十五畝乘之。

方田一里。問爲田幾何。答曰。三頃七十五畝。廣二里。從三里。問田。答曰。二十二頃五十畝。圭田法曰。半廣以乘正從。或半正從以乘廣。

圭田。廣十二步。從二十一步。問田幾何。答曰。一百二十六步。圭田。廣五步。二分步之一。從八步三分步之二。問田。答曰。二十三步六分步之五。

斜田法曰。併兩斜。半之以乘正從。或併兩廣。乘半從。或併兩廣。乘從。折半。斜田。南廣三十步。北闊四十二步。從六十四步。問田幾何。答曰。九畝一百四十四步。

斜田。正廣六十五步。半。從七十二步。半。從一百步。問幾何。答曰。二十三畝七十步。斜田。舌廣二十步。踵廣五步。正從三十步。問田幾何。答曰。一畝一百三十五步。

箕田。舌廣一百一十七步。踵廣五十步。正從一百三十五步。問田幾何。答曰。四十六畝二百三十二步半。箕田與斜田法同。

圓田法曰。半周半徑相乘。半周自乘。三而一。周自乘。十二而一。徑自乘。三之四而一。周徑相乘。四而一。半徑自乘。三之。密率。周自乘。又七因之。如八十八而一。徽術。周自乘。又二十五乘。三百一十四

詳解九章算法纂類

三

互換乘除法曰以所求率乘所有數為實以所有率為法實如法面一位位草曰錢錢物物數數率率

依本色對列其各物原率隨而下布立式如後

今有數粟二斗乘

粟二斗一升問為糲米幾何 答曰一斗一升五十分升之十七

粟三斗六升問為糲飯幾何 答曰三斗八升二十五分升之二十二

粟八斗六升問為糲飯幾何 答曰八斗二升二十五分升之一十四

粟九斗八升問為糲飯幾何 答曰八斗二升二十五分升之八

粟七斗八升問為糲飯幾何 答曰九斗八升二十五分升之七

粟五斗五升問為糲飯幾何 答曰九斗九升

粟四斗問為糲飯幾何 答曰八斗二升五分升之四

粟二斗問為糲飯幾何 答曰七斗

粟三斗少半升問為糲飯幾何 答曰二斗七升十分升之三

粟四斗一升太半升問為糲飯幾何 答曰三斗七升半

粟五斗太半升問為糲飯幾何 答曰四斗五升五分升之三

粟一斗問為糲米幾何 答曰六升

粟四斗五升問為糲米幾何 答曰二斗一升五分升之三

粟七斗九升問為御米幾何 答曰三斗三升五分升之九

粟一斗問為小糲幾何 答曰二升十分升之七

粟九斗八升問為大糲幾何 答曰一石五升二十五分升之二十一

粟二斗三升問為糲飯幾何 答曰三斗四升半

粟十斗八升五分升之二問為糲飯幾何 答曰九斗七升二十五分升之一十四

粟七斗五升七分升之四問為糲飯幾何 答曰九斗三十五分升之二十四

粟米十五斗五升五分升之二問為糲飯幾何 答曰二十五斗九升

糲米二斗問為糲飯幾何 答曰三斗七升二十七分升之一

糲米三斗少半升問為糲飯幾何 答曰六斗三升三十六分升之七

御米十四斗問為糲飯幾何 答曰三十三斗三升少半升

稻穀十二斗六升十五分升之一十四問為糲飯幾何 答曰十斗五升九分升之七

九

糲米十九斗二升七分升之一問為糲飯幾何 答曰十七斗二升一十四分升之二十三

糲米六斗四升五分升之三問為糲飯幾何 答曰一十六斗一升半

糲飯七斗六升七分升之四問為糲飯幾何 答曰九斗一升三十五分升之三十一

糲一斗問為糲飯幾何 答曰二斗三升

糲二斗問為糲飯幾何 答曰二斗八升

糲八斗六升七分升之三問為小糲幾何 答曰二斗五升一十四分升之一十三

糲一斗問為大糲幾何 答曰一斗二升

絲一斤價三百四十五今有七兩一十二錢問錢 答曰一百六十一錢三十二分錢之二十三

布一匹價一百二十五有布二丈七尺問錢幾何 答曰八十四錢八分錢之三

田一畝收粟六升太半升今有一畝二十六畝一百五十九步問收粟幾何 答曰收粟八石四斗四升十二分升之五

取保一歲三百五十四日價錢二貫五百今先取一貫二百問當幾日 答曰一百六十九日二十五分日之二十三

素一疋一丈價六百二十五今有錢五百問得素幾何 答曰得素一匹

絲一十四斤約得縲一十斤今與絲四十五斤八兩問縲幾何 答曰三十二斤八兩

生絲三十斤乾之耗三斤十二兩今有乾絲一十二斤問生絲幾何 答曰生絲一十三斤一十一兩一十錢七分錢之二

先取用而求互換

善行者一百步拙行者六十步今拙者先行一百步問善行者幾步追及 答曰二百五十步善行一百步拙行六十步相減餘四十步為法

善行一百步乘

拙先行百步為實

遲者先往一十里疾者追一百里而過遲者二十里問疾者幾何里而及之 答曰三十三里少半里

先行十里

法三十里乘疾者百

乘先一百步犬追二百五十步不及三十步而止問犬不止更追幾步及之 答曰一百七步七分步

詳解九章算法

一

之一免先一百減大不及三十免先七十步為法。

免多三十步。——乘大追二百五十步。

法七十步。——乘大追二百五十步。

糶米一十斗。白中不知原數。添粟滿而春之。得米七斗。問新米幾何。 答曰。四斗五升。

糶率三十。減粟率五十。餘二十。為糶率。

米七斗。減十斗。餘三斗。為糶數。以糶乘之。

糶米三十。——乘糶數三十。為實。

——乘糶數三十。為實。

金九銀十一。其重適等。交易其一。則金輕一十三兩。問金銀一塊。各重幾何。 答曰。金重二斤三兩十

八銖。銀重一斤一十三兩六銖。

取備負鹽二石。行一百里。與錢四十。今負鹽一石七斗三升少半升。行八十里。問與錢幾何。 答曰。二

十七錢一十五分錢之十一。

負鹽二石。乘行一百里。為法。

今負一石七斗三升少半升。乘行八十里。——乘錢四十。為實。

負籠重一石一十七斤。行七十六步。五十返。今負籠重一石。行一百步。問返幾何。 答曰。五十七返二

千六百三分返之一千六百二十九。

原負一石一十七斤。乘七十六步。為法。

——乘五十返。為實。

今負籠重一石。行一百步。——乘五十返。為實。

絲一斤。直二百四十。今有一千三百二十八文。問為絲幾何。 答曰。五斤八兩一十二銖五分銖之四。

貨錢一貫。月息三十。今貸七百五十。於九日歸之。求息幾何。 答曰。六錢四分錢之三。

絡絲一斤。為練絲一十二兩。練絲一斤。為青絲一斤一十二銖。今有青絲一斤。問為絡絲幾何。 答曰。

一斤四兩十六銖三十三分銖之十六。

客馬日行三百里。去忘持衣。主覺。日已三分之一。備馬追及而還。視日四分之三。問主馬不休。日行幾

何。 答曰。七百八十里。

惡粟二十斗。春得糶米九斗。今欲為糶米十斗。問用惡粟幾何。 答曰。二十四斗六升八十一分升之

七十四。

持金出關。凡五稅。初稅二分之一。次稅三分之一。次稅四分之一。次稅五分之一。次稅六分之一。共重

一斤。問原持金幾何。 答曰。一斤三兩四銖五分銖之四。

持米出三關。外關三分稅一。中關五分稅一。內關七分稅一。餘存米五斗。問原米幾何。 答曰。一十斗

九升八分升之三。

金稅十分之一。今持金十二斤。稅過二斤。貼還錢五貫。問金斤價幾何。 答曰。六貫二百五十文。

合率第三。二十問少廣十一。均輸八。盈不足一。

三法。少廣。反合分。併率。

設諸分母子。併而為廣。借田求縱。立少廣章。易合分之術。而為之法。用副置分母自乘。以乘全步及諸子。

各以本母除其子。而併之。免互乘之繁。又得此術。兼助合分。使法術引伸。不亦善乎。

少廣法曰。列置全步及分母子。而副置分母自乘。以乘全步及子。各以本母除子。併之。為法。以全步積分

乘。畝步為實。實如法而一。

田一畝。廣一步半。問從。 答曰。一百六十步。

田一畝。廣一步半。三分步之一。問從。 答曰。一百三十步一十一分步之一。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。問從。 答曰。一百一十五步五分步之一。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。問從。 答曰。一百五步一十三七分步之

一十五。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。問從。 答曰。九十七步四十九

分步之四十七。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。問從。 答曰。九十

二步一百二十一。分步之六十八。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。問從。

答曰。八十八步七百六十一。分步之二百三十一。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分

步之一。問從。 答曰。八十四步七千一百二十九。分步之五千九百六十四。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分

步之一。十分步之一。問從。 答曰。八十一步七千三百八十一。分步之六千九百三十九。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分

步之一。十分步之一。十一分步之一。問從。 答曰。七十九步八萬三千七百一十一。分步之三萬九千六

百三十一。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分

步之一。十分步之一。十一分步之一。十二分步之一。問從。 答曰。七十九步八萬三千七百一十一。分步之三萬九千六

步之一十分步之一十一分步之一十二分步之一問從 答曰七十七步八萬六千二十一分之二萬九千一百八十三

反用合分術曰母互乘子爲法母相乘爲實實如法而一

空車日行七十里重車日行五十里今載粟至倉五日三返問遠幾何 答曰四十八里八分里之十一

兔起南海七日至北海雁起北海九日至南海今兔雁俱起問何日相逢 答曰三日十六分日之十五

一人日造花瓦三十八枚一人日造素瓦七十六枚今令一人日作花素瓦問共造幾何 答曰二十五枚三分枚之一

造箭一人爲算三十隻一人爲羽五十隻今令一人一日自造算羽箭問成箭幾何 答曰八矢少半矢

假田初歲三畝一錢次年四畝一錢後年五畝一錢凡三歲收息一百問田幾何 答曰一頃二十七畝四十七分畝之三十一

程耕凡一人發七畝其一人日耕三畝其一人日種五畝今令一人一日自發耕種問治田幾何 答曰一畝一百一十四步七十一分步之六十六

池積水通五渠開甲渠少半日而滿若開乙渠則一日而滿開丙渠二日半而滿開丁渠三日而滿開戊渠五日而滿問五渠齊開幾日可滿 答曰七十四分日之十五

甲發長安五日至齊乙發齊七日至長安今已先發二日問幾日相逢 答曰二日十二分日之一甲乙之本程

併率除術曰以積爲實併所求率爲法實如法而一

垣高九尺瓜生其上豈日長七寸瓠生其下豈日長一尺問幾日相逢 答曰相逢於五日十七分日之五 瓜蔓長三尺七寸七分寸之一瓠蔓長五尺二寸七分寸之十六

分率第四 十三問今考除重複互見四問外該一十七問 粟米十一 盈虧六 三術貴賤率 分率 反其率

貴賤率除法曰以出錢數爲實所買物數爲法實如法而一實不滿法者以數爲貴率以實減法爲賤率也

出錢五百七十六文買竹七十八箇欲其大小率之間各幾何 答曰四十八箇箇七錢 其三十三箇箇八錢

詳解九章算法

出錢一貫一百二十文買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤率之問各幾何 答曰二鈞八斤五錢 其一石一十斤斤六錢

出錢一十三貫九百七十文買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤率之問各幾何 答曰一鈞九兩十二銖石八貫五十一錢 其一石一鈞二十七斤九兩十七銖每石八貫五十二錢

出錢一十三貫九百七十文買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤率之問各幾何 答曰二十斤九兩一銖每斤六十八錢 其一石二鈞七斤十兩四銖每斤六十七錢

出錢一十三貫九百七十文買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤率之問各幾何 答曰一鈞一十斤五兩四銖每兩五文 其一石一鈞一十七斤十四兩一銖每兩四文

出錢一十三貫九百七十文買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤率之問各幾何 答曰一鈞二十斤六兩十一銖五錢一錢 其一石一鈞七斤十二兩十八銖六錢一錢

反其率法曰以所有物數爲法所有錢數爲實實如法而一實不滿法者以實爲賤率以實減法餘爲貴率各乘出物求之

出錢六百二十文買羽二千一百鎰欲其貴賤率之問各幾何 答曰一千一百四十鎰三錢一文 其九百六十鎰四錢一文

分率術曰置其物爲實以貴率乘之減都重餘爲賤實貴賤率相減餘爲法實如法而一得賤以減都率餘爲貴以貴賤各乘本率求之

玉方一寸重七兩石方一寸重六兩今石有玉立方三寸共重十一斤問玉石各幾何 答曰玉十四寸重六斤二兩 石十三寸重四斤十四兩

醇酒一斗直五十行酒一斗值一十文以錢三十買醇行酒二斗問各幾何 答曰醇酒二升半 行酒一斗七升半

善田一畝直三百惡田七畝直五百今買一百畝共價十貫問各幾何 答曰善田一十二畝半 惡田八十七畝半

金九銀十一其重適等交易其一則金輕十三兩問各重幾何 答曰金重三十五兩七錢半 銀重二十九兩二錢半

漆三得油四油四和漆五今有漆三斗欲令分以易油還自和餘漆問出漆得油和漆各幾何 答曰出漆一斗一升四分升之一 得油一斗五升 和漆一斗八升四分升之三

持錢之獨買利十三初返歸一萬四千次返歸一萬三千次返歸一萬二千次返歸一萬一千後返歸一萬凡五返歸本利俱盡問本利各幾何 答曰本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三

詳解九章算法

分錢之八萬四千八百七十六。利二萬九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七。

以四丈石斤兩為率。求者亦是互換。

錢七百二十。買鐵一匹二丈一尺。問丈價。答曰。一百一十八錢六十一分錢之二。

錢二百七十。買布九匹二丈七尺。欲匹率之問價幾何。答曰。二百四十四錢一百二十九分錢之一百二十四。

錢一百三十三。買絲一石二鈞一十七斤。欲石率之問石價幾何。答曰。八貫三百二十錢一百九十七分錢之一百七十八。

錢五百七十八。買漆一石六斗七升。欲斗率之問斗價幾何。答曰。一斗三百四十五錢五百三分錢之一十五。

貴賤率入互換。

出錢一十三貫九百七十文。買絲一石二鈞二十八斤三兩五錢。欲其貴賤石率之問各幾何。答曰。一鈞九兩十二銖。石八貫五十一錢。其一石一鈞二十七斤九兩十七銖。每石八貫五十二錢。

出錢一十三貫九百七十文。買絲一石二鈞二十八斤三兩五錢。欲其貴賤斤率之問各幾何。答曰。二十斤九兩一銖。每斤六十八錢。其一石二鈞七斤十兩四錢。每斤六十七錢。

出錢一十三貫九百七十文。買絲一石二鈞二十八斤三兩五錢。欲其貴賤兩率之問各幾何。答曰。一鈞一十斤五兩四錢。每兩五文。其一石一鈞十七斤十四兩一銖。每兩四文。

互換機軸。全要識題之主意。明入出之所用。主意即本有之總數。入者謂今求之率。用乘總數以為實。出者乃舊有之率。即是比附之數。可出之為除也。

衰分第五。一十八問。衰分九問。均輸九問。二法。衰分。均輸。

衰分機軸。志欲謹初。妙在差率之內。或立率失中。則甚說必失矣。謹初者。切詳題初問意。且如五餅分鹿題。以餅次均之。當以五四三二一為差率。如牛馬羊食人苗價粟五斗題云。牛食馬之半。馬食羊之半。今欲衰價之。當倍而用四二一為差率。如三鄉發備。備有各鄉人數。便以為差率。不必取用。大意不遇切題用意。其餘體此。

衰分法曰。各列置衰列。相與率也。重則可約。副併為法。以所分乘未併者。各自為列實。以法除之。不滿法者以法命之。

大夫不更。爵裏。上造。公士。凡五人。以餅次高下均五鹿。問各幾何。答曰。大夫。一鹿三分鹿之二。不更。一鹿三分鹿之一。爵裏。一鹿。上造。鹿三分之二。公士。鹿三分之一。

大夫不更。爵裏。上造。公士。凡五人。依餅次支粟一十五斗。後添大夫亦支五斗。倉無粟。欲以六人依餅次均之。答曰。大夫二人。各出一斗四分斗之一。不更。一斗。爵裏。四分斗之三。上造。四分斗之二。公士。四分斗之一。

問牛馬羊食人苗苗主賣之粟五斗。牛食馬之半。馬食羊之半。欲衰價之。答曰。牛。二斗八升七分升之四。馬。一斗四升七分升之二。羊。七升七分升之一。

女子善織。日自倍。五日織五尺。問日織數。答曰。初日。一寸三十一分寸之十九。二日。三寸三十一分寸之七。三日。六寸三十一分寸之十四。四日。一尺二寸三十一分寸之二十八。五日。二尺五寸三十一分寸之二十五。

問廩五石。欲令三人得。令二人得。答曰。三人。各一石一斗五升十三分升之五。二人。各七斗六升十三分升之十二。

問甲持錢五百六十。乙持錢三百五十。丙持錢一百八十。出門共稅百錢。以持錢衰之。答曰。甲五十一錢。一百九分錢之四十二。乙三十二錢。一百九分錢之一十二。丙一十六錢。一百九分錢之五十六。

問北鄉算八千七百五十八。西鄉算七千二百三十六。南鄉算八千三百五十六。凡三鄉。發備三百七十八人。以算數多少出之。答曰。北鄉。一百三十五人。二萬二千一百七十五分人之一萬一千六百三十七。西鄉。一百一十二人。分人之四千四。南鄉。一百二十九人。分人之八千七百九。

問大夫不更。爵裏。上造。公士。五人。均錢一百。欲令大夫出五分之一。不更出四分之一。爵裏出三分之一。上造出二分之一。公士出一分之一。各幾何。答曰。大夫。八錢。一百三十七分錢之一百四。不更。十錢。分錢之一百三十。爵裏。一十四錢。分錢之八十二。上造。二十一錢。分錢之一百二十三。公士。四十三錢。分錢之一百九。

問。甲持粟三升。乙持糲米三升。丙持糲飯三升。欲令合而分之。答曰。甲。二升十分升之七。乙。四升十分升之五。丙。一升十分升之八。

均輸法曰。各以里數相乘。併粟石價約縣戶為衰。各列置衰。副併為法。以賦粟乘未併者。各自為實。實如法而一。

五縣均賦粟一萬石。每車載二十五石。行道一里。出雇錢一文。各縣到輸所遠近不等。粟價高下。欲令縣勞費相等。內甲縣二萬五百二十戶。粟一石價錢二十。自輸其縣。乙縣一萬二千三百一十二戶。粟一石價錢一十錢。遠輸所二百里。丙縣七千一百八十二戶。粟一石價錢一十二錢。遠輸所一百五十里。丁縣一萬三千三百三十八戶。粟一石價錢一十七錢。遠輸所二百五十里。戊縣五千一百三十戶。

粟一石價錢一十三錢。遠輸所一百五十里。問各幾何。答曰。甲縣二千五百七十一石。二千八百七十三分石之五百七十七。乙縣二千三百八十八石。分石之二千二百六十六。丙縣一千三百八十八石。分石之二千二百七十六。丁縣一千七百一十九石。分石之一千三百一十三。戊縣九百三十九石。分石之二千二百五十三。

四縣均輸粟二十五萬石。用車一萬輛。以各縣遠近戶數。甲縣一萬戶。行道八日。乙縣九千五百戶。行道十日。丙縣一萬二千三百五十戶。行道十三日。丁縣一萬二千二百戶。行道二十日。問各輸車粟幾何。答曰。甲縣粟八萬三千一百石。車三千三百二十四輛。乙丙縣各粟六萬三千一百七十五石。車二千五百二十七輛。丁縣四萬五千五百石。車一千六百二十二輛。

均卒一月。一千二百人。甲縣一千二百人。乙縣一千五百五十人。行道一日。丙縣一千二百八十八人。行道二日。丁縣九百九十人。行道三日。戊縣一千七百五十人。行道五日。欲以五縣遠近戶數。衰出。問各幾何。答曰。甲縣二百二十九人。乙縣二百八十六人。丙縣二百二十八人。丁縣一百七十一人。戊縣二百八十六人。

六縣均粟六萬石。皆輸甲縣。六人共一車。載二十五石。重車日行五十里。空車日行七十里。粟有貴賤。備有別價。欲以算數勞費相等。出之。

甲縣四萬二千算粟一石直二十。備一日雇一文。自輸其縣。乙縣三萬四千二百七十二算粟一石直十八。備一日雇十文。遠七十里。丙縣一萬九千三百二十八算粟一石直十六。一日雇五文。遠一百四里。丁縣一萬七千七百算粟一石直十四。備一日雇五文。遠一百七十五里。戊縣二萬三千四百算粟一石直十二。備一日雇五錢。遠二百一十里。己縣一萬九千一百三十六算粟一石直一十。備一日雇五文。遠二百八十里。問各縣衰粟幾何。答曰。甲縣一萬八千九百四十七石。一百三十三分石之四十九。乙縣一萬八百二十七石。分石之九。丙縣七千二百一十八石。分石之六。丁縣六千七百六十六石。分石之二十二。戊縣九千二百二十二石。分石之七十四。己縣七千二百一十八石。分石之六。

粟七斗。為糲糲米。欲令相等。問取粟為米各幾何。答曰。各米一斗六百五十分之一百五十一。糲米取粟二斗一百二十一分斗之一十。糲米取粟二斗一百二十一分斗之三十八。糲米取粟二斗一百二十一分斗之七十三。

五人等第均錢五文。命甲乙所得與丙丁戊相等。問各得幾何。答曰。甲一錢六分錢之二。乙一錢六分錢之一。丙一錢。丁六分錢之五。戊六分錢之四。

詳解九章算法

九節竹。次第差等。上四節容三升。下三節容四升。問中二節次第各幾何。答曰。上四節容三升。一節六十六分升之三十九。二節分升之四十六。三節分升之五十三。四節分升之六十。中二節容二升六十六分升之九。五節一升分升之一。六節一升分升之八。下三節容四升。七節一升分升之十五。八節一升分升之二十二。九節一升分升之二十九。

金篋長五尺。斬本一尺。重四斤。斬末一尺。重二斤。問次第尺數各重幾何。答曰。第一尺。二斤。第二尺。二斤半。第三尺。三斤。第四尺。三斤半。第五尺。四斤。第六尺。四斤半。第七尺。五斤。第八尺。五斤半。第九尺。六斤。第十尺。六斤半。第十一尺。七斤。第十二尺。七斤半。第十三尺。八斤。第十四尺。八斤半。第十五尺。九斤。第十六尺。九斤半。第十七尺。十斤。第十八尺。十斤半。第十九尺。十一斤。第二十尺。十一斤半。第二十一尺。十二斤。第二十二尺。十二斤半。第二十三尺。十三斤。第二十四尺。十三斤半。第二十五尺。十四斤。第二十六尺。十四斤半。第二十七尺。十五斤。第二十八尺。十五斤半。第二十九尺。十六斤。第三十尺。十六斤半。第三十一尺。十七斤。第三十二尺。十七斤半。第三十三尺。十八斤。第三十四尺。十八斤半。第三十五尺。十九斤。第三十六尺。十九斤半。第三十七尺。二十斤。第三十八尺。二十斤半。第三十九尺。二十一斤。第四十尺。二十一斤半。第四十一尺。二十二斤。第四十二尺。二十二斤半。第四十三尺。二十三斤。第四十四尺。二十三斤半。第四十五尺。二十四斤。第四十六尺。二十四斤半。第四十七尺。二十五斤。第四十八尺。二十五斤半。第四十九尺。二十六斤。第五十尺。二十六斤半。第五十一尺。二十七斤。第五十二尺。二十七斤半。第五十三尺。二十八斤。第五十四尺。二十八斤半。第五十五尺。二十九斤。第五十六尺。二十九斤半。第五十七尺。三十斤。第五十八尺。三十斤半。第五十九尺。三十一斤。第六十尺。三十一斤半。第六十一尺。三十二斤。第六十二尺。三十二斤半。第六十三尺。三十三斤。第六十四尺。三十三斤半。第六十五尺。三十四斤。第六十六尺。三十四斤半。第六十七尺。三十五斤。第六十八尺。三十五斤半。第六十九尺。三十六斤。第七十尺。三十六斤半。第七十一尺。三十七斤。第七十二尺。三十七斤半。第七十三尺。三十八斤。第七十四尺。三十八斤半。第七十五尺。三十九斤。第七十六尺。三十九斤半。第七十七尺。四十斤。第七十八尺。四十斤半。第七十九尺。四十一斤。第八十尺。四十一斤半。第八十一尺。四十二斤。第八十二尺。四十二斤半。第八十三尺。四十三斤。第八十四尺。四十三斤半。第八十五尺。四十四斤。第八十六尺。四十四斤半。第八十七尺。四十五斤。第八十八尺。四十五斤半。第八十九尺。四十六斤。第九十尺。四十六斤半。第九十一尺。四十七斤。第九十二尺。四十七斤半。第九十三尺。四十八斤。第九十四尺。四十八斤半。第九十五尺。四十九斤。第九十六尺。四十九斤半。第九十七尺。五十斤。第九十八尺。五十斤半。第九十九尺。五十一斤。第一百尺。五十一斤半。

商功求積法曰。穿地四尺。為塹五尺。為塹三尺。穿地求塹。五之求塹。三之皆四而一。塹地求穿。四之求塹。三之皆五而一。以塹求穿。四之求塹。五之皆三而一。穿地積一萬尺。問為塹幾何。答曰。為塹七千五百尺。為塹一萬二千五百尺。城垣堤溝。塹併上下廣。半之。以高或深乘之。又表乘之。六問同術。

城。下廣四丈。上廣二丈。高五丈。袤一百二十六丈。五尺。問為尺幾何。答曰。一百八十九萬七千五百尺。垣。下廣三尺。上廣二尺。高一丈二尺。袤二十二丈。五尺。八寸。問為積幾何。答曰。六千七百七十四尺。堤。下廣二尺。上廣八尺。高四尺。袤十二丈。七尺。問積幾何。答曰。七千一百一十二丈。溝。上廣一丈。五尺。下廣一丈。深五尺。袤七丈。問積幾何。答曰。四千三百七十五尺。塹。上廣一丈。六尺。三寸。下廣一丈。深六尺。三寸。袤十三丈。二尺。一寸。問積幾何。答曰。一萬九百四十三尺。八寸。二分。四釐。五毫。

渠。上廣一丈。八尺。下廣三尺。六寸。深一丈。八尺。袤五萬一千八百二十四尺。問積幾何。答曰。一千七百四十五萬八千五百六十六寸。垣術求積術曰。四之垣積。為實。深表相乘。三之。為法。實如法而一。倍得數。減上廣。餘為下廣。穿地為垣。積五百七十六尺。袤十六尺。深十尺。上廣六尺。問下廣。答曰。三尺。六寸。方塹。法曰。方自乘。又高乘之。

方塹。方一丈。六尺。高一丈。五尺。問積尺。答曰。三千八百四十尺。倉。廣三丈。袤四丈。五尺。容粟一萬石。問高。答曰。二丈。圓塹。法曰。周自乘。又高乘之。如十二而一。

圓塹。塹周四丈。八尺。高一丈。一尺。問積尺。答曰。二千一百一十二尺。圓。高一丈。三寸。三寸。三分寸之一。容米二千石。問周幾何。答曰。五丈。四尺。

詳解九章算法

方亭上方自乘下方自乘上下方相乘併之以高乘如三而一

方亭上方四丈下方五丈高五丈問積 答曰一十萬一千六百六十六尺三分之二

圓亭法曰上周自乘下周自乘上下周相乘併之以高乘之如三十六而一

圓亭上方二丈下方三丈高一丈問積 答曰五百二十七尺九分尺之七

方錐下方自乘以高乘之如三而一

方錐下方二丈七尺高二丈九尺問積尺 答曰七千四百七十七尺

圓錐法曰下周自乘以高乘之如三十六而一

圓錐下周三丈五尺高五丈一尺問積尺 答曰一千七百三十五尺十二分尺之五

委粟平地下周十二丈高二丈問積尺及為粟各幾何 答曰積八千尺為粟二千九百六十二石二十七分石之二十六

委粟倚垣下周三丈高七尺問積尺及為粟各幾何 答曰積三百五十尺為粟一百四十四斛二百四十三分斛之八

委米依垣內角下周八尺高五尺問積尺及為米各幾何 答曰積三十五尺九分尺之五為粟二十一斛七百二十九分斛之六百九十一

壘堵法曰廣袤相乘又高乘之如二而一

壘堵下廣二丈袤十八丈六尺高二丈五尺問積尺幾何 答曰四萬六千五百尺

陽馬法曰廣袤相乘又高乘之如三而一

陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積尺幾何 答曰九十三尺三分尺之一

甕臚法曰廣袤相乘又高乘之如六而一

甕臚下廣五尺無袤上袤四尺無廣高七尺問積幾何 答曰二十三尺三分尺之一

葛量法曰倍上長併入下長以上廣乘之又倍下長併入上長以下廣乘之併二位以高乘之如六而一

葛量下廣三丈袤四丈上廣二丈袤三丈高三丈問積 答曰二萬六千五百尺

環池上中周二丈外周四丈廣一丈下中周一丈四尺外周二丈四尺廣五尺深一丈問積尺幾何 答曰一千八百八十三尺三寸半寸

盤池上廣六丈袤八丈下廣四丈袤六丈深二丈問積尺幾何 答曰七萬六千六百六十六尺太半尺

算谷上廣二丈袤七丈下廣八尺袤四丈深六丈五尺問積幾何 答曰五萬二千尺

葛量法曰倍下長併入上長以廣乘之又高乘之如六而一

葛量下廣三丈袤四丈上袤二丈無廣高一丈問積幾何 答曰五千尺

詳解九章算法類編

澆除法曰併三度以深乘之又長乘之如六而一

澆除上廣一丈下廣六尺深三尺末廣八尺無深袤七尺問積 答曰八十四尺

盈不足第七 十一問 竝出本章 五法 盈不足二 兩盈虧一 盈虧適足二

盈不足法曰置所出率盈不足各居其下以盈不足令維乘所出率併以為實併盈不足為法如法而一

有分者通之 盈不足相與同其買物者置所出率以少減多餘以約法實實為物價法為人數 其

一法曰併盈不足為實以所出率以少減多餘為法實如法而一得人以所出率乘之減盈增不足即物

價也

其買物人出八文盈三文人出七文不足四文問人數物價各幾何 答曰七人物價五十三

其買雞各出二分之一盈四文各出三分之一不足三文問人價各幾何 答曰人四十二雞價十七

共買雞各出九盈十一各出六不足十六問人數雞價各幾何 答曰九人雞價七十

買牛七家合出一百九十文不足三百三十文其九家合出二百七十文盈三十文問戶數牛價各幾

何 答曰一百二十六家牛價三百七十五文

良馬初出行一百九十三里日增一十三里驛馬初日行九十七里日減半里良馬驛馬俱發長安去齊

計三千里良馬先至齊回迎驛馬問幾何日相逢及各行里 答曰相逢於十五日一百九十一分日

之百三十五 良馬行四千五百三十四里一百九十一分里之四十六 驛馬行一千四百六十五

里一百九十一分里之百四十五

蒲長三尺日自半堯長一尺日自倍問幾何日等長 答曰二日十三分日之六長四尺八寸十三分

寸之六

垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日行一尺自倍小鼠日行一尺自半問幾何日相逢及各行幾尺 答曰相

逢於二日十七分日之二 大鼠穿三尺四寸七分之二 小鼠穿一尺五寸七分之二

五

兩盈不足法曰盈所出率盈不足各居其下令維乘所出率以少減多餘為實兩盈兩不足以少減多餘

為法實如法而一

共買金人出四百盈三買四百文人出三百盈一百問人數金價各幾何 答曰三十三人金價九貫

八百文

共買羊人出五不足四十五文人出七不足三文問人價各幾何 答曰二十一一人價一百五十

盈虧適足法曰置所出率盈虧各居其下副置出率以少減多餘為約法盈虧適足令維乘所出率實以

盈虧之數乘人積為人實實皆如約法而一其一法曰以盈或不足之數為實置所出率以少減多餘為

詳解九章算法類編

法實如法而一約人以適足出率乘人爲物價也。

共買犬人出五不足九十文。人出五十文。適足。問人數。犬價各幾何。答曰。二人。犬價一百。

買家人各出一百。盈一百文。各出九十。適足。問人數。家價各幾何。答曰。十人。家價九百。

方程第八。二十問。本章十八問。均檢益胸二。四法。方程。損益。分子。正負。方程法曰。所求率互乘。鄰行以少減多。再求減損錢爲實物。爲法實如法而一。置位草曰。依所問。排列逐物與價而鄰行相對如之。式如前經。

上禾三束。中禾二束。下禾一束。共實三十九斗。上禾二束。中禾一束。下禾一束。共實三十四斗。上禾一束。中禾一束。下禾一束。共實二十六斗。問上中下禾一束各幾何。答曰。上禾一束。得九斗四分

斗之一。中禾一束。得四斗四分斗之一。下禾一束。得二斗四分斗之三。

五牛二羊。直金十兩。二牛五羊。直金八兩。問牛羊價各幾何。答曰。一牛直金一兩二十一分兩之十

三。一羊直金二十一分兩之二十。

上禾二乘。中禾三乘。下禾四乘。實皆不滿斗。上取中。中取下。下取上。各一乘。而實滿斗。問上中下禾一乘實各幾何。答曰。上禾一乘實二十五分斗之九。中禾一乘實二十五分斗之七。下禾一乘實二十五分斗之四。

五雀六燕。共重一斤。雀重燕輕。交易一枚。其重適等。問各幾何。答曰。雀一兩十九分兩之十三。燕一兩十九分兩之五。

武馬一匹。中馬二匹。下馬三匹。皆載四十石。至坂俱不能上。武馬借中馬一匹。中馬借下馬一匹。下馬借武馬一匹。乃各上坡。問武中下馬一匹力引幾何。答曰。武馬二十二石七分石之六。中馬十七石七分石之一。下馬五石七分石之五。

白米二步。背米三步。黃米四步。黑米五步。實各不滿斗。白取青黃。青取黃黑。黃取黑白。黑取白青。各一步。而實滿斗。問白青黃黑米一步實各幾何。答曰。白米一步一百一十一分斗之三十二。背米一步一百一十一分斗之二十八。黃米一步一百一十一分斗之一十七。黑米一步一百一十一分斗之一十。

令一吏五。從十。食雞十。令十吏一。從五。食雞八。令五吏十。從一。食雞六。問令吏從各食雞幾何。答曰。令一百二十二分雞之四十五。吏一百二十二分雞之四十一。從一百二十二分雞之九十七。

羊五。犬四。雞三。兔二。直錢一千四百九十六。四羊二犬六雞三兔。直錢一千一百七十五。三羊一犬七雞五兔。直錢九百五十八。二羊三犬五雞一兔。直錢八百六十一。問羊犬雞兔價各幾何。答曰。羊一百七十七。犬一百二十一。雞二十三。兔二十九。

麻九斗。麥七斗。菽三斗。黍五斗。直錢一百四十。麻七斗。麥六斗。菽四斗。黍五斗。直錢一百二十八。麻三斗。麥五斗。菽七斗。黍六斗。直錢一百一十六。麻二斗。麥五斗。菽三斗。黍九斗。黍四斗。直錢一百一十二。麻一斗。麥三斗。黍二斗。菽八斗。黍五斗。直錢九十五。問各一斗直錢幾何。答曰。麻七錢。麥四錢。菽三錢。黍五錢。黍六錢。

大器五。小器一。容三石。小器五大器一。容二石。問大小器各容幾何。答曰。大器容二十四分石之十三。小器容二十四分石之七。

竹九節。下三節。容四升。上四節。容三升。問中二節容幾何。答曰。中二節容一升六十六分升之一。第六節一升六十六分升之八。

損益術曰。數不等者。損益求齊。如方程之。

二馬一牛。價過十貫。外多半馬之價。一馬二牛。價不滿十貫。內少半牛之價。問各價幾何。答曰。馬五貫四百五十四錢十一分錢之六。牛一貫八百一十八錢十一分錢之二。

上禾七乘。下禾二乘。損實一斗。餘實十斗。上禾二乘。下禾八乘。益實一斗。而實十斗。問上下禾一乘各幾何。答曰。上禾一斗五十二分斗之十八。下禾五十二分斗之四十一。

分母子術曰。方程有分母子者。齊而求之。甲乙持錢。甲添乙中半。而及五十七。乙添甲太半。亦足五十。問各幾何。答曰。甲三十七文半。乙二十五文。

百二十八。麻三斗。麥五斗。菽七斗。黍六斗。黍四斗。直錢一百一十六。麻二斗。麥五斗。菽三斗。黍九斗。黍四斗。直錢一百一十二。麻一斗。麥三斗。黍二斗。菽八斗。黍五斗。直錢九十五。問各一斗直錢幾何。答曰。麻七錢。麥四錢。菽三錢。黍五錢。黍六錢。

大器五。小器一。容三石。小器五大器一。容二石。問大小器各容幾何。答曰。大器容二十四分石之十三。小器容二十四分石之七。

竹九節。下三節。容四升。上四節。容三升。問中二節容幾何。答曰。中二節容一升六十六分升之一。第六節一升六十六分升之八。

損益術曰。數不等者。損益求齊。如方程之。

二馬一牛。價過十貫。外多半馬之價。一馬二牛。價不滿十貫。內少半牛之價。問各價幾何。答曰。馬五貫四百五十四錢十一分錢之六。牛一貫八百一十八錢十一分錢之二。

上禾七乘。下禾二乘。損實一斗。餘實十斗。上禾二乘。下禾八乘。益實一斗。而實十斗。問上下禾一乘各幾何。答曰。上禾一斗五十二分斗之十八。下禾五十二分斗之四十一。

分母子術曰。方程有分母子者。齊而求之。甲乙持錢。甲添乙中半。而及五十七。乙添甲太半。亦足五十。問各幾何。答曰。甲三十七文半。乙二十五文。

井不知深。五家用繩不等。甲二倍乙。乙三倍丙。丙四倍丁。丁五倍戊。戊六倍甲。皆及井深。問井深繩長各幾何。答曰。井深七丈二尺一寸。甲繩二丈六尺五寸。乙繩一丈九尺一寸。丙繩一丈四尺八寸。丁繩一丈二尺九寸。戊繩七尺六寸。

正負法曰。其一異名相減。同名相加。正無入正之。負無入負之。其二同名相減。異名相加。正無入負之。負無入正之。

賣二牛五羊。買十三豕。剩錢一貫。賣一牛一家。買三羊。適足。賣六羊八豕。買五牛。少錢六百。問牛羊豕價各幾何。答曰。牛一貫二百。羊五百。豕三百。

上禾三乘。添六斗。當下禾十乘。下禾五乘。添一斗。當上禾二乘。問乘幾何。答曰。上禾一乘八斗。下禾一乘三斗。

甲禾二乘。乙禾三乘。丙禾四乘。皆過石。甲二重多乙。乙三重多丙。丙四重多甲。問各幾何。答曰。甲乙乘重二十三分石之一十七。乙一乘重二十三分石之十一。丙一乘重二十三分石之一十。

上禾六乘。損一斗八升。當下禾十乘。下禾十五乘。損五升。當上禾五乘。問各乘幾何。答曰。上禾一乘。

八升。下禾一乘三升。

上禾五乘，損一斗一升，爲下禾七乘。上禾七乘，損二斗五升，爲下禾五乘。問各乘幾何。答曰：上禾一乘五升，下禾一乘二升。

勾股第九。三十八問。今考該三十七問。少廣十三。本章二十四。二十一法。平方增乘二。立方分子二。勾股一十五。旁要二。

賈憲立成釋鎖平方方法曰：置積爲實，別置一算，名曰下法，於實數之下，自末位常起一位，約實，從首盡而止。實上商置第一位得數，下法之上，亦置上商爲方法，以方法命上商除實，二乘法，爲廉法。一退下法，再退，續商第二位得數，於廉法之上，照上商置偶，以方廉二法，皆命上商，除實，二乘法，併入廉法。一退下法，再退，商置第三位得數，下法之上，照上商置偶，以廉偶二法，皆命上商，除實，盡得平方一面之數。積有分子者，以分母乘其全入內子，又以分母再自乘之，積以四開平方求積，如分母自乘而一，增乘開平方方法曰：第一位上商得數，以乘下法，爲平方，命上商，除實，上商得數，以乘下法，入平方，一退爲廉。第二位再商得數，以乘下法，爲偶，命上商，除實，訖，以上商得數乘下法，入偶，皆名曰廉。一退下法，再退，以求第三位商數。第三位，如第二位用法求之。

積五萬五千二百二十五步，問爲方幾何。答曰：二百三十五步。

積二萬五千二百八十一步，問爲方幾何。答曰：一百五十九步。

積七萬一千八百二十四步，問爲方幾何。答曰：二百六十八步。

積五十六萬四千七百五十二步四分步之一，問爲方幾何。答曰：七百五十一步半。

積三十九億七千二百一十五萬六千二百二十五步，問爲方幾何。答曰：六萬三千二百二十五步。

積一千五百一十八步四分步之一，問爲圓周幾何。答曰：一百三十五步。

積三百步，問爲圓周幾何。答曰：六十步。

賈憲立成釋鎖立方方法曰：置積爲實，別置一算，名曰下法，於實數之下，自末至首，常起二位，上商置第一位得數，下法之上，亦置上商，又乘置平方，命上商，除實，訖，二乘法，三因平方，一退，亦三因從方面，二退，爲廉。下法三退，續商第二位得數，下法之上，亦置上商，爲偶，以上商數乘廉偶，命上商，除實，訖，求第三位得數，用開立圓者，先以方法十六乘積，如圓法九而一，開立方除之。積有分母子者，通母內子，六乘九，開立方除之，得積，別置分母，如立方而一，爲法，除積求之。增乘方法曰：實上商置第一位得數，以上商乘下法，置廉乘爲方，除實，訖，復以上商乘下法，入廉，乘廉入方，又乘下法，入廉，其方一廉，二下三退，再於第一位商數之次，復商第二位得數，以乘下法，入廉，乘廉入方，命上商，除實，訖，復以次商乘下法，入廉，乘廉入方，又乘下法，入廉，其方一廉，二下三退，如前上商第三位得數，乘下法，入廉，乘廉入方，命上商，除實，訖。

詳解九章算法卷五
適盡得立方一而之數。

積一百八十六萬八千六百六十七尺，問爲立方幾何。答曰：一百二十三尺。

積二千九百五十三尺八分尺之一，問爲立方幾何。答曰：一十二尺半。

積六萬三千四百一尺五寸二分尺之四十四尺，問爲立方幾何。答曰：三十八尺八分尺之七。

積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七，問爲立方幾何。答曰：一百二十四尺半。

積四千五百尺，問爲立圓徑幾何。答曰：二十尺。

積一萬六千四百四十八尺六寸六分六厘七毫七絲，問爲立圓徑幾何。答曰：一萬四千三百尺。

以上竝少廣法問，以後竝勾股。

勾股求弦法曰：勾股各自乘，併而開方除之。

勾八尺，股十五尺，問爲弦幾何。答曰：十七尺。

木長二丈，圍之三尺，葛生其下，纏木七周，上與木齊，問葛長幾何。答曰：二丈九尺。

弦勾求股法曰：勾自乘，減弦自乘，餘開方除之。

弦十七步，勾八步，問爲股幾何。答曰：十五步。

圓材徑二尺五寸，爲板，欲厚七寸，問闊寸。答曰：二尺四寸。

股弦求勾法曰：股自乘，減弦自乘，餘開方除之。

股十五尺，弦十七尺，問爲勾幾何。答曰：八尺。

股弦較，與勾求弦法曰：其一勾自乘，以股弦較自乘，減之，餘爲實，倍股弦較爲法，實如法而一，得股。

池方一丈，正中有葭出水面一尺，引葭至岸，與水面適平，問水深。答曰：深一丈二尺。

其二，勾與股弦較各乘，併爲實，倍股較法除之。

開門去闕一尺，不合二寸，問門廣幾何。答曰：一片廣五寸五分。

其三，勾自乘爲實，如股弦較而一加較半之。

立木垂索，委地二尺，引索斜之柱地，去木八尺，問索長幾何。答曰：十七尺。

其四，勾自乘爲實，如股弦較而一，以較減之，餘半之得股。

垣高一丈，欲木齊垣，木腳去本，以畫記之，臥而過畫一尺，問去本幾何。答曰：四丈九尺半。

圓材泥在壁中不知大小，鋸深一寸，道長一尺，問徑幾何。答曰：二尺六寸。股弦和與勾求股法曰：勾自乘為實，如股弦和而一，以減股弦和餘半之為股。

竹高一丈，折梢柱地去根三尺，問折處高幾何。答曰：四尺二寸，分尺之十一。

勾股求弦和較法曰：勾股相乘，倍之為實，勾股求弦，加勾股為法，實如法而一。

勾八步，股十五步，問勾中容圓徑幾何。答曰：六步。

勾股較與弦求股法曰：其一弦自乘，半較自乘，倍之，減積餘半之，開方得弦，減半較為勾，加較為股。其二弦自乘，以勾股較自乘減之，餘半之，以勾股較為從，開方求勾，加較為股。

戶高多廣六尺八寸，兩隅相去一丈，問高廣各幾何。答曰：高九尺六寸，廣二尺八寸。

勾腰容方法曰：餘勾乘股倍之為實，併二條勾為從，開方除之。

邑方不云大小，各中開門，北門外二十步有木，出南門十四步，折而西行一千七百七十五步，見木，問邑方幾何。答曰：二百五十步。

勾弦和股率求勾股法曰：勾弦和自乘，股率自乘，併而半之，為弦，以減和，求勾，股率乘勾，弦和率，求股，以所有勾數乘，所求勾股三率，為列實，以所有勾率為法，除之。

甲乙同所立，凡甲行七，乙行三，其乙東行，而甲南行十步，斜之會乙，問各行幾何。答曰：甲南行十步，斜之十四步半，乙東行十步半。

邑方十里，分中開門，二人同立邑之中，乙出東行率三，甲出南行率五，甲乃斜之，靡邑隅角，來與乙會，問各行幾何。答曰：甲邑中行一千五百步，出南門八百步，斜之四千八百八十七步半，乙東行四千三百一十二步半。

勾弦較股弦較求勾股法曰：二較相乘，倍之，開平方，為弦和較，加股弦較，為勾，以弦和較，加勾弦較，為股，戶不知高廣，竿不知短長，橫之不出四尺，縱之不出二尺，斜之適出，問高度表各幾何。答曰：高八尺，廣六尺，斜表一丈一丈。

勾股旁要法曰：勾股相乘為實，併勾股為法，除之，得勾中容方。

勾六步，股十二步，問容方幾何。答曰：方四步。

餘勾股求容積法曰：餘勾股相乘，得容積之實，若以實求餘勾股者，以餘勾為法，除得餘股，以餘股為法，除得餘勾。

木遙不知遠，如方立四表，相去各丈，令右二表所望木參直，人立左後表之左三寸，併視其前左表參。

合問木遠幾何。答曰：木去右前表三百三十三尺三分尺之一。

邑方不知大小，各中開門，北門三十步有木，出西門七百五十步，見木，問邑方幾何。答曰：一里。

詳解九章算法算類

四一

詳解九章算法算類

四二

邑方二百步，各中開門，東門外十五步有木，問出南門幾步見木。答曰：六百六十六步三分步之二。

井徑五尺，不知其深，直並五尺木於井上，從木末望水，人目入徑四寸，問井深幾何。答曰：五丈七尺五寸。

邑東西七里，南北九里，各中開門，東門外十五里有木，問出南門外幾步見木。答曰：三百一十五步。

山不知高，東五十三里有木，長九十五尺，人立木東三里，目高七尺，望木末與峯斜平，問山高幾何。答曰：一百六十四丈九尺三分尺之二。

詳解九章算法算類

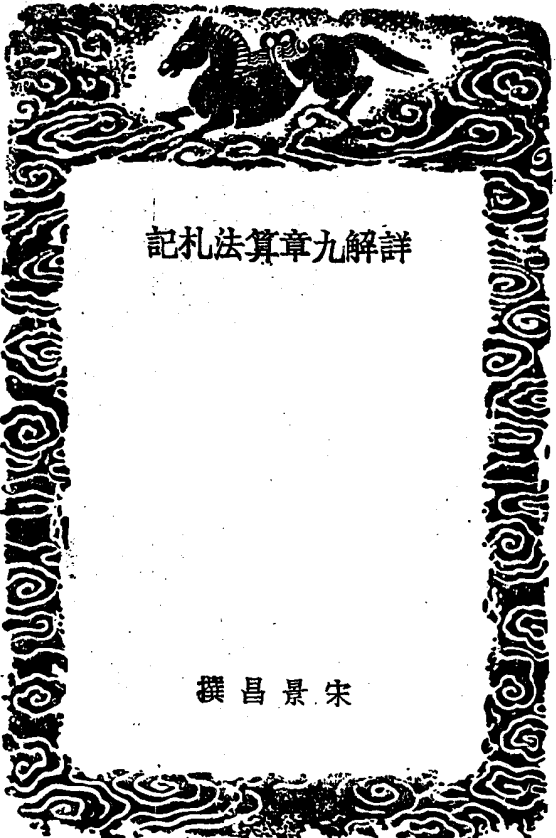
四二

詳解九章算法算類

詳解九章算法算類

詳解九章算法算類

詳解九章算法算類



詳解九章算法札記

宋景昌撰

詳解九章算法者宋錢塘楊謙光取古九章商功以下五章錄經注原文於前而以其所誤題解釋注比類圖說分附各條之後者也末附以九章算類則以當時俗傳算法為綱而分析九章題問以類相從焉據自序詳解八十題今乃九十七題總十二卷今不分卷蓋非原書故其中鈔錄經注亦多不循舊次而世無傳本無從校核儲微阮相國收藏算書最富而正續增人傳俱云未見餘可知矣余案九章為算經之首諸家立術皆自此出而世傳永樂大典及孔氏微波榭二本均不免脫誤鍾祥李尚書細草圖說多所改正方可卒讀而往往與此書暗合則此書誠可貴也且其算類中所列名目亦足與宋人算書互資考證因屬宋君勉之取孔李二本校其謬脫別為札記而此書之長於孔刻者亦附見焉是書為毛君生甫家藏本每葉俱有石研齋鈔本五字卷末有石研齋秦氏印未知秦氏為何許人也道光壬寅孟夏之月上海郁松年泰峯氏謹

詳解九章算法札記

原寫本每葉二十行行二十一字

序

劉序探賾之暇隨誤題故枝條雖分而同本幹者本誤木故世雖多通才達學脫才字及因木望

山之術木誤本令高八尺令誤今

榮序盈納明隱互之形納誤題

楊序盈納積者以形測之形誤刑

盈不足據其買物人出入盈三據誤按此問兩設俱見零分零誤虛故以同乘之同乘誤倒孔刻

同故以少設約法則為人數約實則為物價誤故以少設約定實則法為人數適足之實故為物價

求人數物價盈不足相與同其買物者孔刻其作共即問題中共買物是也與下句置所出率連讀

不與上句盈不足相與同連讀此本作其字與上同字連讀作同列其位解亦通以約法實實為物

價脫下實字盈納為法納誤題下同或問先有出率而後有盈納脫後字

詳解九章算法札記

詳解九章算法札記序

今有共買物。此術意謂至。故得人數也。原本誤作大字。脫以所出率以少減多餘為一人之差以一人之差約乘人之差二十四字案此一條當依孔刻分注上文其一術即物價也下。盈三文。文誤。文令維乘所出率。令誤今。

今有共買雞。人出六不足十六。脫人字。

今有共買牛。減盈增不足。故得牛價也。脫增不足三字。孔刻同。據李校補。注云盈不足和與同其買物者。重其字。出二百七十七。誤九。

今有其買犬。不足數為乘人之差。脫足字。實如法而得一人得誤約。出五文不足九十出五十適足。九下脫十字。五十誤倒。維乘出率為實。準誤適。四千五百。千誤十。

今有米。欲為齊同之意。下原本併為齊同者。假令據其買物人出八盈三人出七不足四齊其假令同其盈。購俱十二通計齊則不盈不胸之正數。故可以并為之實。并盈不足法者。齊之三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令而凡胸十二并七假令合為一實。故亦并三四為法一百字。案此注與題不類。蓋誤鈔章首盈不足術注。孔刻無。今刪。又盈不足法曰。誤作小字。共有七斗二升二誤三。假令二斗。有餘二升。誤作小字。

今有垣高九尺。各長幾何。脫長字。欲為齊同之意。下原本併假令據其買物人出八盈三人出七不足四齊盈三胸四之十二通計齊不盈不胸之正數。故可以并為實。并盈不足為法按齊之三十二者四假令有盈十二齊之二十一者是三假令而凡胸十二并七假令合為一實。故亦并三四為法九十一字。真上故米間同。即得日數。數誤各得。令之六日有餘一尺二寸。脫令字寸字。

今有蒲生。莞生一日。莞誤莞下。同。故曰有餘以盈不足乘除之。有餘誤多盈誤乘。又以後一日後誤故。故各增二日定長。脫日定。孔刻同。據李校補。以第三日長七寸半。寸誤日。

今有醇酒。有餘一十一。十誤倒。據醇酒二升。據誤按。此間已有重設及其齊同之意也。設誤說。孔刻同。據李校改。脫其字意。令之醇酒二升。故曰不足。誤作大字。醇酒五升。不足二文。誤注故曰不足之下。

今有大器。小器容二十四分斛之七。孔刻脫容字。以減三斛。三誤二。大器一容五斗。脫容五斗。孔刻同。據李校補。故曰小器二斗五升。二誤一。以盈不足維乘之。各并為實。并盈不足為法。脫之下十一字。小二十四。十四誤倒。

今有漆。實如法而一得出漆升數。求油及和漆者四五各為所求。率脫一字。出字。求油及和漆者六字。各誤合。令之出漆一斗二升有餘二升。脫有餘二升。一斗二升。二誤一。

今有五。并重一十一斤。脫下一字。玉重而石輕。上行故謂二字。寸增一兩則以為玉重也。脫則以

為玉重。得一百八十九。脫一字。積二百七十二兩。重十字。草曰列置玉石五。四十八。誤列置玉石五。二十寸石三十四寸少四兩不足維乘得四十八。祇求玉者。脫者字。

今有善田。善田一十二畝。半脫半字。以少為善田多為惡田各為實。脫各為實。惡田一畝七十一錢。脫一畝。二百二十八錢七分錢之四。二誤三。四誤五。

今有黃金。銀重一十八斤一十一分。斤之四。銀誤課。實如法得金重。脫實。分母乘法以除者。脫分母乘法。為銀兩分母同。母下衍故同。下衍之。餘皆約之者。脫者。合二斤一十一分。斤之五。脫下一字。通分內子是為十二。是誤求。通為一百四十三。一誤二。列金銀數各十八斤。脫金。銀二十七銀一十八。七八下俱有兩字。案此是銀之通分數。非銀之兩數。二兩字誤衍。仍用故法七百四除。七誤六。

今有良馬。駑馬初日行九十七里。七誤九。以盈不足維乘。其不盡者而命分。原本俱作小字。今據孔刻及李校改。實如法而一得日數。一得誤倒。求良馬行者。得駑馬十五日之凡行。誤求良馬行者十四。益疾里數而半之。加良馬初日之行里數。以乘日分子。如日分母而一。所得前良馬凡行里數。即得其不盡而命分。求駑馬行者以十四乘半里。又半之以減駑馬初日之行數。以乘十五日之凡行。孔刻同。所得加前里。即駑馬定行里。加誤如。脫行字。以半法增殘分。脫半字。按令十五日令誤今。據良馬十五日。據誤按。凡行一千四百二里半。二里誤二十里。并良駑二馬所行。脫并。脫二。脫行。以盈不足維乘假令之數。并而為實。并盈不足為法。脫維乘以下十六字。維上行之字。以二馬初日所行里。初日誤初一日。乘十五日為十五日。平。行。數。日。下。衍。者。為。下。衍。行。數。下。衍。又。為。求初未益疾減遲之數者。為中平之積。誤初未益疾減遲之數。而以十四乘之者。各為中平之積。減益疾之數。得一十五日。定行里。得誤各。脫定字。里誤數。若求後一日以十六日之定行里數。脫一日以定誤中。如日分母而一。各得日分子之定行里數。一下衍者字。定誤中。奇半里者。誤分可半者。故破半里為法。以增殘分。脫半。脫殘。乃是六千里。術千誤十。併兩馬其行六千一百四十里。脫併字。一誤六。誤於六千多一百四十。脫一字。求駑馬行者。誤日。

今有人持錢。三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七分。誤文。術曰。至八分。李雲門曰。術文下有脫文。當云以盈不足維乘假令之數。并而為實。并盈不足為法。實如法而一。得本持錢。以減五返歸錢。餘即利。案此或者文未補。又加利為一萬七千三百五十五。脫三百。除第五返歸留合一萬錢。合誤餘。又加利為四萬五千三百九十錢。脫五千。故曰多。曰下衍是字。

今有垣厚。大鼠穿三尺四寸七分。寸之十二。二誤一。大鼠日倍。即合所問也。孔刻誤作大字。李氏云。是注文混入術中。與此合。大鼠所穿合四尺五寸。孔刻脫四字。以後一日所穿乘日分子。穿

詳解九章算法札記

六

誤求。即各得日分子之中所穿。即誤者。

謂方者數之形也。案自此以下。皆方題。謂字上。當有方程二字。

今有上禾三乘。程課程也。案上當有方程二字。中左禾列如右方。左誤下。為術之意。誤作大字。

如是空令左右行相減。盛誤直減誤同。先令右行上禾乘中行。脫禾字。謂中行直減左行也。直減

孔刻作亦乘疑誤。復去左行首誤作大字。亦令兩行相去行之中禾也。誤作大字。相去孔刻作相

乘去疑誤。左方下禾不盡者。下誤上。當以禾乘數為法。數下行以字。列此中下禾之乘實中誤

以孔刻脫。除其下實即斗數矣。即斗誤則計。以法乘中行下實。乘誤乘。此謂中下兩禾實脫下

字。左方下禾不盡者。一乘以法為母於準不通。案此條與孔刻互異十數字。義得兩通。不唯一。左方下

實脫減字。合三位之實。合誤令。故以二位乘數約之。二誤一。乃得上禾一位之實。脫上禾位誤

乘。此右行三禾共實合中下禾之實。禾誤乘合誤令。以中下禾先見之實令乘右行中下禾乘數

誤右行之禾乘。各求列實列誤別。餘如上禾乘數而一。上誤下。上禾盡而止。上禾二字。誤作小

字。每乘得二斗餘九乘誤。下同。九誤尤。

今有上禾七乘。雖以損益為說。脫以損益為說。互乘兩行。乘誤乘。

今有上禾二乘。法實數和推求之術。法實。孔刻作左右。李氏云。永樂大典作法實。而其并減之勢不

得廣通。并誤必廣。孔刻作交案永樂大典亦作廣。各有併減之差。見于下焉。減誤實。差誤差焉。誤馬

差質雖分。差誤差。然則其正無入負之負無入正之其率不妄也。正無入下行以字。脫負無入正

之五字。入作人。孔刻作入。李氏以為非是。案此本質牛羊條下。注云古本誤無人者非。則楊氏亦從入

今竝改。為去頭位也。去誤法。孔刻同。益行減行當各以其類矣。李氏云。益當作以。故黑用黑對

則除黑上黑字誤赤。孔刻同。理無同異一也。異下衍而字。其異名相除除誤助。然則可得使頭

位常相與異名。常誤當。觀其每與上下互相取位。脫下字。欲因減數以相去耳。減誤成。本與第

一問同。脫一問同三字。

今有上禾五乘。以一斗一升為差。脫以字。以正負術入之。術誤行。然而或減或益。或減誤舉率。

各自併減之差。減誤質。差誤差。

今有上禾六乘。差質者上禾之餘質。上誤下。

今有牛五羊二。當相乘左右行定脫左字。更置右行牛十羊四。脫右行。孔刻同。

今有百牛二羊五。次置牛五負羊六正家八正。脫置字。牛五羊六家八。竝誤倒。以正負術入之。負下

衍求字。故但互質算而已。算誤等。先令牛二。復乘中行。牛二誤倒。中誤左。孔刻同。方將以別

詳解九章算法札記

七

詳解九章算法札記

八

實加適足之數。適誤不。孔刻同。正見正或負見。負見正誤見法。

今有五家共井。不足如乙一。一誤倒。不足如丙一。一誤如誤以下同。用速之數。以法除質者。案

此九字。孔刻無。永樂大典本有。戊一十二。積七百二十一。脫戊一十二。丙負無入正。其一丙戊三

十六。同名加積。負上脫丙字。戊上衍同名加。戊下衍為字。六下脫同名。以丙衍同名減之。同誤異

戊一百四十四。同名減。脫戊一百四十四。減誤加。

今有白禾。各不滿斗。各誤禾。黑五一斗。五誤正。

今有甲禾。其過者幾何。如乙一乘重矣。幾何誤何云。互其算令相折除。互下衍言字。除下衍而一。

差質者如甲禾餘實。脫差字。禾誤未。乙一負重一字。丙八正同名加。誤同名加。丙八正。八誤入。

欲去乙者去誤者。百二石正。石誤十。

今有麻九斗。此麻麥與均輸少廣章之重資積分章之誤倒。徒用本術者。徒誤從。或用算而布。既

算誤布。反欲以多為貴。貴誤實。莫不開於設通。開誤同。不可謂要約。要約誤倒。游刃理問。問

誤問。將亦啓導。疑意亦誤六。以正負術入之。負術誤倒。更置減行及其下實。減誤成。以下實

為質。下質誤下置。置華物通率為列。列誤例。更置減行華物之數。減誤成。以減行下質乘列

衰。減誤成。以法減第二行。減誤治。又以減右行下位。右誤二。次第四行去左行下位。去左誤例

次以右行減第二行頭位。脫下行字。次以左行去第二行下位。位誤五。是為麻四當麥七。麥誤

麻。案自先置第三行至是為相當之率舉矣。原本多脫誤。孔刻同。李氏本載。戴金溪李尚之各校一

術。今錄於左。

戴校一術。細草併附。

先置第四行。以減第三行。反減第四行。去其頭位。次置第二行。以第三行減第二行。去其頭位。次置右

行及左行。去其頭位。次以第二行減右行頭位。次以右行去左行及第二行頭位。又去第四行頭位。餘

可半。次以第四行減左行頭位。次以左行去第四行及第二行頭位。次以第二行去第四行頭位。餘約

之。為法。質如法而一。得六。即黍價。以法減第二行。得荻價。左行得荻價。右行得麥價。第三行麻價。凡改

麻二十六字。

草曰。先置第四行。麻二斗。麥五斗。荻三斗。荻九斗。黍四斗。直錢一百一十二。以減第三行。麻三斗。麥五

斗。荻七斗。荻六斗。黍四斗。直錢一百一十六。第三行餘麻一斗。荻四斗。直錢四正。反減第

四行。第四行麻空麥五斗。荻五斗。負荻十五斗。黍四斗。直錢一百四正。次置第二行。麻七斗。麥六斗

荻四斗。荻五斗。黍三斗。直錢一百二十八。以第三行。麻一斗。荻四斗。直錢三斗。負。直錢四正。減之。第二

詳解九章算法札記

九

答二斗黍五斗直錢一百四十左行麻一斗麥三斗菽二斗荳八斗黍五斗直錢九十五皆以第三行
 麻一斗菽四斗正荳三斗負錢四正減之右行麻空麥七斗正菽三十三斗負荳二十九斗黍五斗直
 錢一百四正左行麻空麥三斗正菽二斗負荳十一斗黍五斗直錢九十一正次以第二行麥六斗正
 菽二十四斗負荳二十六斗黍三斗直錢一百正減右行麥七斗正菽三十三斗負荳二十九斗黍五
 斗直錢一百四正右行餘麥一斗正菽九斗負荳三斗黍二斗直錢四正次以右行減左行麥三斗正
 菽二斗負荳十一斗黍五斗直錢九十一正左行麥空菽二十五斗黍二斗正荳一斗負直錢七十九
 正又以右行減第二行麥六斗正菽二十四斗負荳二十六斗黍三斗直錢一百正第二行麥空菽三
 十斗荳八斗正黍九斗負直錢七十六正又以右行減第四行麥五斗正菽五斗負荳十五斗黍四斗
 直錢一百四正第四行麥空菽四十斗正黍六斗負直錢八十四正半之得菽二十斗正黍三斗負直
 錢四十二正又以第四行減左行菽二十五斗荳二斗正黍一斗負直錢七十九正左行餘菽五斗荳
 二斗黍二斗直錢三十七正次以左行減第四行菽二十斗正黍三斗負直錢四十二正第四行菽空
 荳八斗黍十一斗直錢一百六負又以左行減第二行菽三十斗荳八斗正黍九斗負直錢七十六正
 第二行菽空荳四斗黍二十一斗直錢一百四十六負次以第二行減第四行荳八斗黍十一斗直錢
 一百六負第四行荳空黍三十一斗正直錢一百八十六正上下法實如法得六即黍價求荳價以
 第二行黍二十一乘黍價六得錢一百二十六減直錢一百四十六餘錢二十如荳四而一得五即荳
 價求菽價以左行荳二乘荳價五得錢十黍二乘黍價六得錢十二并之得錢二十二減直錢三十七
 餘錢十五如菽五而一得三即菽求麥價以右行菽九負乘菽價三得錢二十七負并直錢四正得錢
 三十一為下實以荳三乘荳價五得錢十五黍二乘黍價六得錢十二并之得錢二十七減下實三十
 一餘錢四如麥一而一得四即麥價求麻價以第三行荳三負乘荳價五得錢十五負并直錢四正得
 錢十九為下實以菽四乘菽價三得錢十二減下實十九餘錢七如麻一而一得七為麻價
 李校一術細草并附

先以第四行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減左行下位不足減乃止次
 以左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三行次以第四行去左行下位又以減右
 行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位次以第四行減左行
 菽位不足減乃止次以左行減第二行頭位餘可再半次以第四行去左行及第二行頭位次以第二
 行去左行頭位餘之上得五下得三是以菽五當荳三次以左行去第二行菽位又以減第四行及右
 行菽位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第二行去右行頭位次以左行去右
 行頭位餘上得六下得五是為菽六當黍五次以左行去右行荳位餘約之上為二下為一次以右行

詳解九章算法札記

11

去第二行下位以第二行去第四行下位又以減左行下位次左行去第二行下位餘上得三下得四
 是為麥三當菽四次以第二行減第四行下位次以第四行去第二行下位餘上得四下得七是為麻
 四當麥七是為相當之率舉矣凡改十
 草曰先以第四行麻二斗麥五斗菽三斗荳九斗黍四斗直錢一百一十二減第三行麻三斗麥五斗
 菽七斗荳六斗黍四斗直錢一百一十六第三行餘麻一斗正麥空菽四斗正荳三斗負黍空下實四
 正次以第三行減右行麻九斗黍七斗菽三斗荳二斗黍五斗直錢一百四十先去其下位右行餘麻
 二十六斗負麥七斗正菽一百三十七斗負荳一百七斗正黍五斗正下空次以第三行減第二行麻
 七斗麥六斗菽四斗荳五斗黍三斗直錢一百二十八先去其下位第二行餘麻二十五斗負麥六斗
 正菽一百二十四斗負荳一百一斗黍三斗正下空次以第三行減第四行麻二斗麥五斗菽三斗荳
 九斗黍四斗直錢一百一十二先去其下位第四行餘麻二十六斗負麥五斗正菽一百九斗負荳九
 十三斗黍四斗正下空又以第三行減左行麻一斗麥三斗菽二斗荳八斗黍五斗直錢九十五左行
 餘麻二十二斗負麥三斗正菽九斗負荳七十七斗黍五斗下實錢三正次以左行減第三行下位
 第三行餘麻二十三斗正麥三斗負菽九十四斗正荳八十斗黍五斗負下實錢一正次以第三行去
 左行下位左行餘麻九十一斗負麥一十二斗正菽三百七十二斗負荳三百一十七斗黍二十斗正
 下空既減訖廢去第三行不用次以第四行去左行下位左行餘麻三十九斗正麥十三斗負菽一百
 七十三斗正荳一百四十八斗負下空次以第四行減右行下位右行麻空麥二斗正菽二十八斗負
 荳十四斗黍一斗正次以右行去第二行及第四行下位第二行餘麻二十五斗負麥空菽四十斗負
 荳五十九斗正下空第四行餘麻二十六斗麥三斗負菽三斗荳三十七斗正下空次以第二行減第
 四行及左行頭位第四行餘麻一斗麥三斗負菽四十三斗正荳二十二斗負左行餘麻十四斗正麥
 十三斗負菽一百三十三斗正荳八十九斗負次以第四行減左行菽位左行餘麻十七斗正麥四斗
 負菽四斗正荳二十三斗負次以左行減第二行頭位第二行餘麻八斗麥四斗菽三十六斗負荳三
 十六斗正各位可再半即以四除之第二行得麻二斗麥一斗菽九斗負荳九斗正次以第四行去左
 行及第二行頭位左行麻空麥五斗負菽七百三十五斗正荳三百九十七斗負第二行麻空麥
 五斗正菽九十五斗負荳五十三斗正次以第二行去左行頭位左行麥空菽三百一十斗負荳一百
 八十六斗正上下求等得六十二以約之上得五下得三是以菽五當麥三次以左行去第二行菽位
 第二行餘麥五斗正菽空荳四斗負又以減第四行及右行菽位第四行餘麻一斗負麥三斗負菽三
 斗正荳二斗正右行餘麥二斗正菽三斗負荳一斗負黍一斗正次以右行減第二行頭位第二行餘
 麥一斗正菽六斗正荳二斗黍二斗負直錢一百一十二次以第二行去右行頭位右行麥空菽十

詳解九章算法札記

11

詳解九章算法札記

一四

五斗負各三斗正黍五斗正。次以左行去右行頭位。右行故空各六斗負黍五斗正。是為蒼六當黍五。次以左行去右行各位。右行餘數十斗負蒼空黍五斗正。又各以五約之。上為二下為一。次以右行去第二行下位。第二行餘黍一斗正。第二行正各二斗負。以第二行去第四行下位。第四行餘麻一斗負。第二斗負。又以減左行下位。左行餘黍一斗負。第三行正各一斗負。以第二行去第四行下位。第四行餘麻一斗負。左行去第二行下位。第二行餘黍三斗正。第四斗負。以第二行去第四行下位。第四行餘麻一斗負。麻一斗負。次以第四行去第二行下位。第二行餘麻四斗負。麥七斗正。以第四行去下得七。是為麻四當麥七。是為相當之率舉矣。即為麻價率七而麥價率四。脫為脫七而麥價率四。又裁五當蒼三。即為裁價率三而蒼價率五。脫又裁至率三。凡十二字。孔刻同。并脫而蒼價率五五字。而黍價率六而率通矣。六下符蒼價率五。又蒼六當黍五。即蒼價率五也。凡十六字。餘有麻一斗。裁四斗正。脫正字。孔刻同。下實四正。誤黍四斗五。以裁率三。蒼率五。各乘裁蒼斗數。蒼誤黍五。脫各乘裁蒼斗數。裁得一斗七分斗之五。正蒼得二斗七分斗之一。負。脫裁脫五。正蒼得二斗七分斗之一。置下實四。為實。脫下實二字。實得二十八。而分子化為法矣。實上法上。並衍蒼字。即麻一斗之價。麻誤麥。皆以其斗數乘之。其斗數誤麻。以麻率七為法。麻誤實。所得即同為麻之數。同誤各麻之數誤實。餘為法。又置下實。誤餘為減或置餘。乘列表所得各為實。下衍為實二字。此可以實約法實誤置。各以列表如所約。知其價誤各以列表為實。一百一十六。一十誤二十。九十五。十誤百。今有句三尺。案此條前一行。當有句股二字。令出入相補。令誤今。開方除之。至即句也。故誤作大字。則餘在者。脫在字。中有一股一句。積股誤。句股生變。圖句。弦較。弦誤股。弦十七步。圖求長。表誤表。長誤高。股十五尺。長表問。圖表誤表。

今有木長二丈。以七周乘三尺。尺誤圖。孔刻同。據圖廣木長求葛之長。誤據圖廣求從為木長者。則每周之間。誤則。則其間木長為股。至為弦五。自乘。誤則其間葛七。弦周乘三。圖并合乘。句以為一句。木長而股短。術云。木長謂之股。言之。倒句五。與股求弦。亦無圖二十五。青弦之自乘。竊出上第一圖。圖誤。謂倒互於弦。幕之中。互誤在。孔刻同。可更相表裏。居裏者。誤可更相乘者。孔刻作可更相乘者。亦誤。其居表者。者誤。青。表裏形。訛而數均。表裏誤。青。朱。卷居表。誤。青。卷。白。裏孔刻同。股弦并為表。并誤併。青。卷居表。居誤。白。孔刻同。

今有池方一丈。以句及股弦差求股。誤以句弦見股。故令句自乘。股句字。餘為倍股弦差乘股長之矩。竊則除之。倍差為矩。竊之。廣。脫倍字。水深是股。案此下當脫欲先見。股長者。出水一尺。

詳解九章算法札記

一五

自乘以加於半池方。自乘。倍出水除之。即得凡二十七字。義得兩通。仍之。以股弦較自乘。脫較字。今有立木。係索其末。未誤地。六分尺之一。六。孔刻作二十一。非。與開門去闕者。句及股弦差求股弦同一術。脫與脫求股弦。以除矩。竊。矩誤。此。加差於并。則成兩索長。於誤者。脫兩索。其差差於并而半之。得木長也。於誤者。脫得木長三字。

今有立木。垂索。去木八尺。自之。得六十四尺。脫得六十四尺。今有垣高一丈。與係開同也。脫同字。

垣高一丈。歌木。齊垣。圖。案此圖當縱短而橫長。今縱長橫短。非是。今有圓材。埋在壁中。故鑿長亦半之也。誤鑿道長是半也。為股弦差者。鑿道也。李云。句有舛誤。鑿道為句。鑿深為股。弦差之半。何得云為股。弦差者。鑿道也。

今有開門。半門廣為弦。誤門廣為股。孔刻同。今即以兩弦為廣。數。即誤次。開門去闕。中有二積。中誤十。

今有戶高多於廣。又倍之。為幕。黃四分之二。減實。誤又倍為朱幕。黃幕四分之一。誤黃幕四半一丈。乘四分之一。三。適得四分之一。誤乘四分之一。得高廣并數之半。股之字。半下衍并數二字。又按此圖。竊。圖。句。股。并。自。乘。至。即。得。句。股。誤。句。股。相。并。而。加。其。差。幕。亦。減。弦。幕。為。積。益。先。見。其。弦。然。後。知。其。句。與。股。今。適。等。自。乘。亦。各。為。方。先。見。其。弦。然。後。知。其。句。與。股。適。等。者。令。自。乘。亦。令。為。弦。幕。令。半。相。多。而。自。乘。倍。之。亦。為。弦。幕。而。差。數。復。先。此。各。自。乘。之。而。與。相。乘。數。各。為。門。實。半。之。為。句。股。二。幕。股。下。衍。弦。字。二。誤。三。其。句。股。合。而。自。相。乘。之。幕。下。衍。者。字。令。弦。自。乘。倍。之。為。兩。弦。幕。誤。令。自。乘。為。四。幕。其。餘。開。方。除。之。誤。開。方。除。之。其。餘。加。差。於。合。而。半。之。為。股。脫。差。脫。之。句。股。弦。即。高。廣。表。脫。句。字。表。誤。表。孔。刻。同。其。實。以。句。股。差。幕。減。實。誤。餘。脫。差。字。孔。刻。同。半。之。開。方。得。弦。案。此。弦。字。誤。當。云。得。句。與。半。較。并。圖。中。二。弦。幕。亦。當。改。作。二。句。與。半。較。并。幕。三。十四。上。衍。廣。字。變。二。句。幕。及。句。股。較。乘。句。二。段。句。股。較。幕。一。段。及。誤。入。脫。段。句。二。字。

今有竹高一丈。此去本三尺。脫本字。末折抵地為弦六字。脫。以句及股弦并求股。故先令句自乘。見矩。竊。誤以先令自乘之幕。而半其餘。脫其字。三百六十八步。三誤一。

今有二人同所立。甲南行十步。甲誤中。此以南行為句。此以誤倒。邪行為弦下。衍并字。句弦并七。欲知弦者。當以股自乘。為幕。誤句弦率七。欲引者。當以為幕。加差於并。而半之。為弦。以弦。弦。差。餘。為句。誤。加。并。之。半。為率。以率。減。餘。為句。率。以句。弦。并。為分。母。句。弦。并。誤。可。使。案。母。下。孔。刻。有。差。為。分。子。四。字。誤。水。樂。大。典。本。無。故。令。句。弦。并。至。同。其。表。也。誤。故。令。句。弦。并。者。自。乘。為。朱。黃。方。相。連。之。分。股。乘。為。青。幕。之。知。以。句。弦。并。為。差。為。廣。今。有。相。引。之。直。加。損。同。上。其。圖。大。體。以。兩。弦。為。表。句。股。為。廣。引。

詳解九章算法札記

一七

橫斷其半為弦率列用率七自乘者句弦之并率故弦減之餘為句率同立處是中停也皆句弦并為率故亦以率同其義也引橫大典同孔刻作引黃義亦通故以弦股率乘如句率而一脫乘字孔刻同法曰句弦和自乘股率自乘并而半之為弦以減和求句股率乘句弦和率求股案此兩求字皆當作為蓋句弦和自乘股率自乘并而半之為句弦和乘弦以減句弦和率餘為句弦和乘句股率乘句弦和即句弦和乘股三者皆以句弦和為母故可以互相求也

今有句五步 命黃幕表於隅中至其成倍幕倍下衍之字案此文與孔刻互異蓋得兩通中方黃為廣股為廣幕圍方在句中圖誤圓各自成小句股下衍表字句而之小股至合而成中方誤句中之小股股面之并為中率并句股為廣率脫廣率復令句為中方率以并句股為表率股方脫并脫表則中方又可知可知誤何知而法實有由生矣有下衍法字孔刻同下容開率下誤不孔刻同以今有表分言之以誤而似

今有句六步 蒼曰四步四誤四十

今有句八步 朱青黃幕各二下衍之字則倍之為各四倍之誤田可用畫於小紙紙誤幕股中

青必令立規於橫廣李氏云疑有脫誤句股及邪三徑均及誤又又畫中弦以觀其會其誤除則句股之中成小句股弦者四句而之小股股面之小句誤則句股之面中央小句股弦之小股面

面小句 其數故可下衍之字以句乘未并者以下衍小字孔刻同及其所以成法實下衍之字孔刻作之實則又可以股弦差減句句弦差減股為圓徑誤則圓徑又可以句乘之差并句弦差減股為圓徑孔刻同并句弦差股弦差減股餘為圓徑十三字脫孔刻同句股求弦案上當有術曰句股相乘倍之為實十字

今有邑方不知大小 案前術居一隅之積誤案半方邑令半方自乘出門除之即步令之出門相乘故為半方邑自乘居一隅之積故以為實脫以字

今有邑方不知大小 自木至邑南合半以東也誤自木至邑一十四步為句以出北門二十步為弦率北門至西隅為單半廣數故以出北門乘至南行股以半率乘句之幕然北幕居半以西行故又倍之合東盡之也并出南門步數南下衍北字此術之幕至以為隅外之幕也誤此術之幕東西南北邑自木盡邑南十四步之幕各南北步為廣邑方為寬故連兩廣為法從并以為隅外之幕也今有邑方一十里 邪向東北北孔刻作門李刻同案北義較長邑半方自南門置故置邑方半之誤今半方南門東至隅五里半邑者謂為小股也求以為出南門步數故置邑方半謂從邑心中停也停誤得實如南行率如下衍法字

今有木去人 所問木去人者見句之股開門股下行於右行三字

今有山居木西 人去木三里為股率人去木誤去人目孔刻同以句率乘見股如股率而一得句加木之高誤以木高為見股求句加人目之高今有井徑五尺 實如法得一寸脫實如法減入徑四寸餘有四尺六寸脫減入徑四寸餘有七字問井深者問誤開

今有戶不知高廣 問戶高廣表各幾何表誤家孔刻同戶表為弦表誤家凡并句股之器即為弦器誤凡句之在股舉表短而方之方誤端則兩端之廉廉誤邪句弦差為表差誤并其外之青短矩誤可知故以股弦差加之脫之字得戶表表誤家

今有方徑堵 案此條前一行當有商功二字今有方亭 四面壘堵各一下衍上方自乘亦得中央立方一凡十一字立方三誤立三方十二與三更差次之脫二與

今有圓亭 四百七十一分尺之一百一十六也七十一誤七一令上下徑相乘徑下衍分母二字孔刻同此合分母三相乘得九下孔刻有分母各自乘亦得九李云大典及宋本無與此合從方亭求圓亭之積八尺脫前求方亭之積脫前字今求圓亭之積亦合三乘之脫今字合誤各此圓亭四角圓股圓亭誤方亭孔刻同三十三分尺之二十六脫尺字

今有圓錐 方錐下方自乘令誤今大錐方之積合十二圓矣脫大錐方之積五字亦二百分之二百五十七二誤一

今有壘堵 雖復橢方橢誤隨表一百八十六尺八誤六脫六字重尺字屋蓋下廣五箇五誤九今有陽馬 一為橢橢誤誤下同陽馬居二橢橢居一脫陽馬居二橢橢六字橢橢殊形下孔刻有然字李云衍與此合不純合則難為之矣脫不字案邪解方蓋解誤說設陽馬為分內設誤故為其餘兩基基誤端孔刻同合成一方焉焉誤馬

今有甕臚 甕臚之見數脫甕臚如六而一如誤加今有羨除 下廣末廣皆壘堵之廣脫末廣孔刻同上廣者脫上廣其於本基皆一而六於誤餘邪畫方錐之底畫誤畫全為方錐之半為下衍中字孔刻同下兩羨相等者誤知中央壘堵廣六尺尖誤尖則大甕臚出橢皆方錐誤隨表六尺表誤表兩邪基底方脫兩邪基草曰併三廣三誤之

今有鴛鴦 表三尺倍下表表誤誤乘以廣乘之以下衍高字孔刻同陽馬之幕各居二二誤一孔刻同下廣乘上表而半之乘下衍之字廣六箇高六箇脫高六箇案廣六箇三字當在上長四箇之上如六而一誤如一而六

今有鴛鴦 表三尺倍下表表誤誤乘以廣乘之以下衍高字孔刻同陽馬之幕各居二二誤一孔刻同下廣乘上表而半之乘下衍之字廣六箇高六箇脫高六箇案廣六箇三字當在上長四箇之上如六而一誤如一而六

今有芻菑 答曰二萬六千五百尺二誤一孔刻同

今有圓田 此積猶圓堡壘之積孔刻此積誤此即李氏云即當作積與此合 積一千六百二十寸二

誤一深一寸寸誤尺 今祖疏玉莽錡斛文字尺寸分數祖誤積 開平方除之即周平方誤即

周誤作小字

今有均輸粟案此條前一行當有均輸二字 發粟為輸誤不以發粟為均 故各令行道日數約戶為

衰脫道字 一句除乙乙誤一 得率戶用車二日四十七分日之三十一孔刻二日誤二百李氏云

當作二日與此合 求此率以戶當各計車之衰分也率誤戶戶誤率衰誤錢

今有均輸卒 發卒為輸發卒誤居所孔刻同 如縣人數而一 淳風等案為衰誤如縣人數而已為

數衰 此術似則似誤以孔刻同 故存之也下衍各登所當出人數以其居所及行道日數乘之如

縣人數而一得戶率人役五日七分日之五三十六字

今有均輸粟 以一車二十五斛除之脫一字 加一斛粟價 加一斛之價一竝誤以 則凡輸粟取

價錢也輸誤餘孔刻同 乙丙十八戶共出一斛九字脫 出三錢二千八百七十三分重二字 淳

風等案脫淳風等 則一里價也脫價字 到輸所用錢脫一所字孔刻同 甲自輸其縣孔刻

輸誤出李氏云出當作輸與此合 則凡輸粟取價錢輸誤餘孔刻同 故可為均賦之率也率下衍

計字 計經賦之率且不妨上下也原本誤作劉注在各以其戶數為衰注故可為均賦之率也

下案中有引合分反發兩注語其為李注無疑 為之戶率四字脫孔刻同 此一章皆相與通公共

率公誤功孔刻同 約子以乘戶率為衰也子誤戶孔刻同 合分注曰注誤法 且不妨上下也上

誤處

今有均賦粟 一斛二十自輸其縣十下有儲價一日一錢六字孔刻同李氏云甲自輸其縣即不應有

儲價經云儲價一日一錢者衍文也 往返用六日也往誤用 即各得輸所用日也即誤而 欲得

凡日也欲誤故孔刻凡作幾幾得兩通 於致一斛之儲直於誤則 所賦粟為所有數粟誤乘 即

二日也二誤一 得行一日日誤百 加一斛粟斛粟誤石米 以六縣算數均者至更不贅述誤作

大字

今有粟七斗 粟有多少之差有上脫粟字孔刻同 據率轉數少而糶多率下衍有字 若依本率之

分若誤石 齊其粟同其米粟誤乘 即為米斗數斗誤石

今有人當粟粟 故云併之得三九分之八十重衍 粟二斛為所有數脫有字 當粟三十五也當

下衍為字

今有取儲 是為負鹽一升行二萬里於今有術為所有率誤是為負鹽一升行二萬里得錢四十於今

有術為所有率升數乘所行里為法於今有術為所有數也孔刻同 以今負鹽至 與此同誤作大字

於今有術為所有數為誤以脫數字

今有負鹽 答曰五十七返五誤二 此術所行步多者得返少所行步少者得返多誤此術所行步少

者得返多 然則故所行者至 今返之率誤然即所行者今返率也故令所得返乘今返之率孔刻同

假令空行一日令誤今 負重三斗以下與空行同案三當作二蓋以二斗減一斛得八斗以四十

里減六十里得二十里是加重八斗減二十里也反之即減重八斗進二十里也各以八約之得減重

一斗進二里半

沈氏曰此問答術皆誤訂正於後

今有負籠重一石一十七斤行七十六步五十返今負籠重一石行百步問返幾何

答曰四十三返六十分返之二十三

術曰以今所行步數乘今籠重斤數為法故籠重斤數乘故步又以返數乘之為實實如法得一返

按原本術文兩字皆誤作故

草曰置今籠重一石展為一百二十斤以今行百步乘之得一萬二千斤為法置故籠重一石一十七

斤展為一百三十七斤以故行七十六步乘之得一萬四百一十二又以五十返乘之得五十二萬六

百返為實實如法得四十三返一萬二千分返之四千六百以等數二百約子母為六十分返之二十

三合問

說曰李注云所行步多者得返少所行步少者得返多者行七十六步者五十返則行百步者當三十

八返也云然則故所行者今返率也今所行者故返率也令故所得返乘今返之率為實而以故返之

率為法者以今所行百步為所有率故所行七十六步為所求率故所得返五十為所有數而今有之

得三十八返為所求數是今有術也云因令重者得返少輕者得返多者負一石一十七斤者五十返

則負一石者當五十七返十二分返之一也云又因其率以乘法實者以後實乘前實後法乘前法而

并除之是重今有之義也若以原術推之以故行七十六步為所有率五十返為所求率今行百步為

所有數而今有之得六十五返十九分返之十五是行步多者得返多行步少者得返少也豈有是理

乎更以故籠重一百三十七斤為所有率五十返為所求率今籠重一百二十斤為所有數而今有之

得四十三返一百三十七分返之一百九是負重者得返多負輕者得返少也又豈有是理乎知兩次

用今有術之得數誤則知原術用重今有之得數誤矣

今有乘傳委輸 淳風等案脫淳風等 用七十分日之一脫用字 六為所有率脫有字 以此所得

則三返之路所得誤為術 當以三約之誤重以三約三字

今有絡絲。又絡絲一斤為練絲十二兩。二誤三。所得青絲一斤用練絲之數也。脫用字。孔刻同。故令後質乘前質後誤從。又置練絲一斤銖數。脫數字。今有青絲一斤為所有數。青誤練。孔刻同。青絲九十九為所有率。青誤者。又一術。一誤以。以青絲一斤十二銖為法。斤下衍二字。今有惡粟。則轉化為糲。又以惡粟二十斗乘之。如糲米九斗而一。二十一。字。脫。孔刻同。今有善行者。以善行者一百步乘不善行者。乘下衍之字。善行者行一百步。行誤為。為追及率。脫為字。孔刻同。於今有術。脫有字。

今有不善行者。善行者追及之。脫者字。少半里。里誤步。約之追及率得十。脫追及率。脫十。孔刻同。於今有術不善行者。先行十里。為所有數十。為所求率。二十一。字。脫。孔刻同。今有兔先走。減先走一百步。先誤兔。不及三十步。為所有數。數誤率。今有人持金十二斤。十二誤倒。價錢五千。價錢誤。案此術置十二斤。術下衍得字。即金值也。值誤實。今術既以十二斤為所稅。既誤就。故以十乘二斤。乘二誤倒。五千錢為所有數。千誤十。三術原金十二斤。術誤除。

今有客馬。除即減也。即誤其。即是主人追客。用日率也。用日誤倒。法二十四分之五者。二誤一。主人往追用日之分也。追誤還。日之誤倒。則主人追及前用日之分也。及前誤客。凡。是為客行用日率也。客下行人與主人均五字。主人馬行率十三。三誤二。三百里為所有數。所有誤倒。以三百里乘主人均行日分子十三。案。主人均行日。當作客用日。蓋主人追客所行里。即客所行里也。全分二十四。行三百里。則用日分子十三。行一百六十二里半也。於今有術。三百里為所有數。十三為所求率。分母二十四。為所有率。而今有之。即得也。得三千九百里。得誤以。

今有金鑑。令本末相減。令誤今。以差率加之。差下衍重字。孔刻同。徧乘列衰。徧誤徧。而又取此率取誤返。孔刻同。差率二減之。率二誤倒。別草併甲戌半之。併誤丙。今有五八分五錢。令上二人所得。令誤今。謂如立錐。如立誤倒。各均為一列也。列。孔刻作例。李氏云。當作列。與此合。差得三。以通於本率。三誤一。孔刻同。

今有竹九節。各其平率。脫率字。本用方程求之。程誤乘。以少減多。餘三十九。三誤二。加一自乘半之。脫自字。內減三。差積九兩。脫減字。今有堯起南海。以除南北相去。除誤除。今有甲發長安。答曰二日十二分日之一。脫下日字。於本道里則餘分也。餘誤除。一日甲行五分至之一。行誤為。分誤日。乙行七分至之一。行誤併。乙先行發二日。日已行十分。日下衍也。字。減乙原程日。餘以乘甲程。日餘誤倒。減先行二日。行誤為。

今有一人一日為牝瓦三十八枚。一人一日為牡瓦七十六枚。孔刻上。一日誤三日。下一日誤二日。李氏云。永樂大典。三日。二日。皆作一日。與此合。又牝牡二字。孔刻互倒。未知孰是。此意亦與堯雁同術。亦誤。淳風等案。脫淳風等。今有一人一日。矯矢。堯飛七日。而一至。案。七當作九。得一人日。矯矢之數也。李氏云。末句與上句不屬。疑有脫誤。術曰。以矯羽答為分母。矯誤。實如法而一。脫實字。

今有假田。令畝數互乘錢數。令誤今。則初假之歲。假誤歲。後年得錢十二也。十二誤倒。同畝為所求率。畝誤故。是為得田六十畝為誤也。令母互乘子。令誤今。畝數相乘。下衍為實二字。今有程耕。治得一百五畝。五下衍十字。今有人持米出三關。二四六相乘為法。相下衍互字。孔刻同。李氏云。凡母互乘子。則曰互。母相乘。子相乘。皆不曰互。謂今所當稅之本。本誤定。孔刻同。又以五乘之。四而一。即中關未稅之本米也。十七字。脫。孔刻同。不問中間。問誤關。則其餘本米三分之二也。二誤三。求外關所稅之餘。求誤欲。則當置本持米以二乘之。三而一。誤則當置三分乘之二。而一。孔刻同。欲知中關。欲誤畝。分母三十五。為所求率。五誤三。率誤術。

今有人持金。次關五面稅一六字。脫。適重一斤。適誤過。通其所不稅者。一百二十也。二十七字。脫。不問中間。問誤關。以稅率乘之。之誤字。九章算類。九章互見目錄粟米。乘除六問。問誤門。盈虧故問。糶米持錢之屬。問糶誤倒。圭田法。或半正從。以乘廣。脫或字。斜田法。或併兩廣乘半。從或併兩廣乘從折半。或脫或字。圓田法。密率答曰。八十七。八誤二。

環田法。外周一百二十二步。脫下二字。外周一百一十三步。二分步之一。二誤三。古注田環而不通市。過周三徑之一。率。脫而。脫通市。故徑十二步。三分步之二。三誤四。之二誤之一。為田三畝。田誤畝。七百一十七。誤四百二十七。為田二畝。二百三十二步。三誤二。

課分法。四十五分之三十一。一誤二。二十一分之八。多八下衍者字。平分法。各自為列。實五字。脫。以法命平實。脫實字。乘分法。答曰九分步之四。脫步字。除分法。八分錢之一。脫錢字。互換乘除法。答曰八斗二升二十五分升之一十四。脫二升。二十誤二十。問為幾幾何。幾誤幾。問

為答幾何答誤答。問為小錢幾何。小誤少。裁二斗問為故。二誤一。一十四分升之一十三。一十三誤三十一。價一百二十八。布一匹並脫一字。今有錢五百脫今字。答曰生絲一十三斤一十一兩。一兩誤二兩。

先取用而求互換。於九日歸之日誤月。合率。使法術引伸。引伸誤倒。

少廣法。答曰八十八步七百六十一分步之二百三十一。脫下步字。答曰八十四步七千二百二十九分千誤十。

反用合分術。今歲粟至倉粟誤乘。一人日造花瓦脫一人。程耕凡一人發七畝。程誤補。分步之六十六。六誤十步。

貴賤率除法。欲其大小率之欲誤箇。五銖欲其貴賤石率之銖誤錢。三兩五銖欲其貴賤兩率之。三誤五。其一石一鈞一十七斤脫一十。六銖一錢六誤六。

反其率法。一千二百四十瓶。千誤貫。誤文。其九百六十瓶。誤文。分率術。行酒一斗值一十文以錢三十買醇行酒二斗。脫值字。三誤一。二誤三。善田一十二畝半。二誤一。金重三十五兩七錢半七誤一。持錢之蜀買利十三。買誤價。

以匹丈斗石斤兩為率。欲石率之石誤右。貴賤率入互換。其一石一鈞二十七斤脫七字。其一石一鈞十七斤脫十字。

衰分第五。則答說必失矣。脫失字。切詳題初問意詳誤詳。當以五四三二一為差率。脫四字。牛食馬之半馬食羊之半案牛當作羊。羊當作牛。如三鄉發徭。鄉誤鄉。

衰分法。苗主責之。脫苗字。牛食馬之半馬食羊之半案牛當作羊。羊當作牛。否則當作牛食馬半之。馬食羊半之。九章原文本明楊君增兩之字。轉覺費解。原文云羊食牛。馬食羊食牛。分人之四千四千誤十。分錢之一百二十三誤二。

均輸法。欲令縣勞費相等。等誤登。內甲縣二萬五百二十戶。二萬誤一萬。遠輸所二百里。二誤一。丁縣一萬二千二百戶。二百誤一百。丁縣四萬五百五十石。十誤千。車一千六百二十二輛。脫下二字。備有別價別價誤力價。粟一石直二十二誤三。戊縣二萬三千四十算。脫算字。五人等第均錢五文。文誤式。九節竹次第差等。竹誤行。

商功求積法。為塹一萬二千五百尺。二誤一。城垣堤溝塹渠。一千七萬四千五百八十五尺。一千誤一十。置塔法曰。脫法曰。

陽馬法曰廣表相乘。相誤行。芻朮法。如六而一。而誤如。下廣三丈。上廣二丈。下上二字。孔測互倒。二萬六千五百尺。尺誤丈。表四丈。丈誤尺。

盈不足法。共買雞共誤人。雞價七十。雞誤物。牛價三貫七百五十文。脫價字。莖長一尺。莖誤筵。相逢於二日。日誤石。大鼠穿。穿誤行。下同。

方程法。兔二十九。二誤三。麻一斗。一誤二。分母子術。戊六借甲一。一誤乙。問并深。深各幾何。深誤倒。

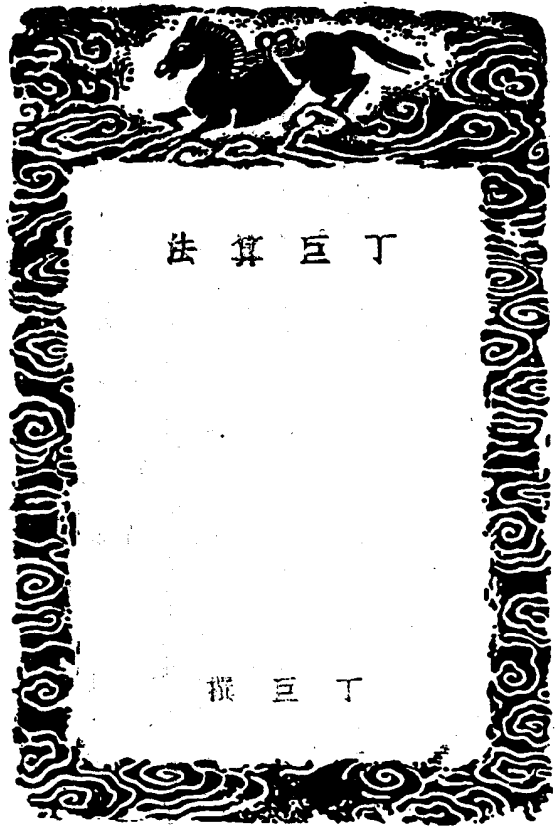
正負法。負無入。入誤人。曾過石。石誤右。丙四重多甲一。一誤乙。句股第九。三十八問。本章二十四。寫本誤在旁。要二下。

買立成釋。釋平方方法。為方法以方法命上商除實。二乘方法為廉法。一退下法再退。續商二十六字。脫。據算術補。積二萬五千二百八十一。步。二萬誤一萬。答曰一百三十五步八字。脫。

股弦較與句求弦法。以股弦較自乘減之。股較字。實如法而一得股。股得股。案題係求弦。而法數乃求股。未免疏舛。

股弦和與句求股法。弦誤句。與誤為。句弦較股弦較求句股法。斜表一丈。丈誤尺。

餘句股求容積法曰。容誤客。曰誤四。木去右前表三百三十三尺三分尺之一。右誤又。脫下尺字。



丁巨算法

稽古河圖五十有五。一二三四互爲七八九六。大衍之數五十。隸首作算數。羲和以閏月定四時成歲。舜在瑤璣玉衡以齊七政。禹別九州。五十而貢。殷人七十而助。具有法術。周禮大司徒始列九數。一曰方田。以御田疇界域。二曰粟布。以御交實變易。三曰衰分。以御貴賤粟稅。四曰少廣。以御積聚方圓。五曰商功。以御功程積實。六曰均輸。以御道里遠近。七曰盈朒。以御隱雜互見。八曰方程。以御錯糅正負。九曰勾股。以御高深廣遠。備矣。漢建九章之學。夏侯陽。孫子方食。海杯謂未盡微分。新術。微術。審率。復古曰。盈不足。損有餘。差分。衰分。方程之屬。注疏又爲命法。由唐及宋。皆有專門。自後時尙浮辭。動言大綱。不計名物。其有通者。不過管史。士類以科舉。故未暇篤實。獨余幼賤。不伍時流。經籍之餘事。法物度軌。則聞皆用心。因於算術。上自九章。下至小法。數十百家。摘取要略。述算法八卷。以今俗稱。寓之古法。其曰田畝。雖不啻百里。當百二十一里。百畝當百四十六畝之步。亦方田之屬。粟布交實變易。差分法衰分。倉容堆垛法少廣。修築營運。以見商功。雙頭交易。抽分答價。以見均輸。折變相和。異乘同除。以知隱雜諸分之通。爲方程。可以通期。閏海島算。爲勾股。可以通廣輪。凡綱乘。以乘之。通乘除。已斯可爲法。乘之積。爲加除。之數。爲減。加減爲乘除之變。故以乘除加減四法爲之首。爲數始於十。積於一二。成於九九。大爲十百十千十萬百萬千萬萬萬億兆京核神穠溝測正載極。小則分毫毫絲忽微纖沙塵埃渺漠幽虛空。

丁巨算法

一

丁巨算法

三

丁巨算法
 消淨無爲。盡一十有千萬。互爲消長。由是而天高地厚。日月往來。律呂聲音。陰陽幽顯。因此測彼。精入鬼神。伊游於藝。玩物喪志。至正十有五年。青龍在乙未。八月甲寅朔。丁巨記。
 今有人共買鷄。不知人數。鷄價但云人出四錢。少一錢。人出五錢。多五錢。問人數物價各幾何。
 答曰。六人。二兩五錢。
 置四錢於右。上少一錢於右。下五錢於左。上多五錢於左。下以多五錢少一錢併之。得六錢。爲實。以所出率。以少減多。餘一。爲法。實如法。得六人。以所出率四乘之。得二兩四錢。增其所少。得二兩五錢。若以所出率五乘之。誠其多。亦得二兩五錢。
 今有雜七尺。綫九尺。其價適等。只云綫尺價不及羅尺價三分六釐。問羅綫價各幾何。
 答曰。羅尺價一錢六分二釐。綫尺價一錢二分六釐。
 置九尺。以三分六釐乘之。得三錢二分四釐。爲實。列九尺七尺相減。餘二尺。爲法。除之。得羅尺價一錢六分二釐。內減三分六釐。即綫尺價也。
 今有壯軍一名。弱軍二名。老軍三名。各拖船一隻。皆載八十石。至灘下。俱不得上。若壯軍借弱軍一名。弱軍借老軍一名。老軍借壯軍一名。皆得上灘。問壯弱老軍各力拖幾何。
 答曰。壯力引四十五石七分石之五。弱力引三十四石七分石之二。老力引一十一石七分石之三。
 置位
 復除也。如方程以正負術入之。先以中行加左行。上。中。下。則以右行直除之。上。空中。下。則以二因左行。中。下。則又以中行直除之。上。下。則以法下。實。即老軍七人。力引八十石。以七除八十石。得一十一石七分石之三。即老軍數。求中行。減一十一石七分石之三。中行得六十八石七分石之四。折半得三十四石七分石之二。即弱軍數。以求右行。減去三十四石七分石之二。餘四十五石七分石之五。即壯軍數。
 謂曰。草塚添尖。以元乘令。折半積真。三角添一。又添二乘。六而一。精。四角添一。又添半乘。三而一。盈。四角長。長闊相減。餘數折半。添半長。以闊乘。既添一乘。次。如三一。是。圓箭添六。以乘實數。十二除之。入心一箇。方箭調。各添以四。自乘見數。十六一。調。須辨歸例。
 今有菓子三角。每面底子四十四箇。問計積幾箇。
 答曰。一萬五千一百八十箇。
 列四十四箇。內添三箇。得四十七箇。以四十四箇乘之。得二千六十八箇。又添兩箇。得二千七十箇。又

以四十四乘之得九萬一千八十箇。以六除之得數也。又法置四十四箇添一添二乘之如法而一。今有菓子四角裝每而底子四十四箇問共積幾箇。

答曰二萬九千三百七十箇。

列底子四十四箇內添一箇半得四十五箇半以四十四箇乘之得二千零二箇。又添半箇以四十四箇乘之得八萬八千一百一十以三除之又法置四十四箇添一添半乘之如法而一。

今有麥草裝底子一而三十六箇問積幾箇。

答曰六百六十六箇。

列底子三十六箇內添一尖得三十七箇以三十六箇乘之得一千三百三十二箇折半即得。今有圓箭一束外周五十四隻問積幾何。

答曰二百七十一隻。

列五十四隻添入六隻得六十隻以五十四隻乘之得三千二百四十隻為實以十二除之得二百七十隻加入心箭一隻。

倉容謂曰方是圓乘高乘解除圓周自乘以高乘之十二而一以解除施上下之方則各自乘相乘三併深乘見其方三面一圓四九成平地四九倍壁二九內角一九外角三九解法先定。

今有正糧三百七十八石九斗七升八合每石借收下年二斗五升問總得幾何。

答曰四百七十三石七斗二升二合五勺。

此借收入加法也以正糧為實二斗五升為法自尾就身加之就身則換身呼二八一十六五八四十二七二十四五七三十五二九一十八五九四十五二八一十六五八四十二七二十四五七三十五二三如六三五五合問。

今有收糧二千四百八十七石五斗八升六合八勺為無耗糧欲於每石內除除耗糧六升問納正糧及耗糧各幾何。

答曰正糧二千三百四十六石七斗八升。

耗糧一百四十石八斗六合八勺。

此餘除減法也以收糧數為實六升為法自首減之石見升為呼二六去一十二三六去一十八四六去二十四六六去三十六六六去四十二六八去四十八得正糧數以六因之得耗糧數也如求法者以今得正糧減實所餘為實又以今得正糧為法除之如止有正耗糧不得法者以耗糧為實正糧為法除之也如有實及耗者以耗減正得餘數為正也欲以正實求法法求之又如重位者則重減之如今有納糧一石計水腳耗一斗七升今總納到五石不知正耗各若干則以五石為實一斗七升為法自首減之呼一四除四四七去二十八一二去二二七去一十四一七去七七去四十九一三去三三七去二十一五去五五七去三十五餘五撤除不盡是正糧數將其數反減餘為耗糧也。

今有正糧五百七十九石八斗六升七合每石減免二斗問實徵米若干。

答曰四百六十三石八斗九升三合六勺。

此減免減法也以正糧為實二斗為法自尾就身減之石見斗為呼二七去一十四二六去一十二二八去一十六二九去一十八二七去一十四二五去一十合問也。有若則下位連破之如一石減免二斗五升呼一二去二一五去五也八歸還原加之不可也蓋八歸是八分之一正數即一分今得減免所餘為實正實為法除之得法也。

凡算之法乘除不難通分乃難也今以此例發十花則通者思過半矣法以正糧倍之為實身外加二以三除之合問折之三因減二原法以正糧數為實以七乘之就身加二隔位減五合問七歸隔位減五就身減二原法以正糧為實四八乘之六除之六乘四八除原法以正糧為實六四乘之八除之八乘六四除原法以正糧為實五六乘之七除之七乘五六除原法以正糧為實以四乘之折半四歸原法以正糧為實折半就身加六倍就身減六原法以正糧為實以八乘之除原法以正糧為實三度倍之三折原總皆反減除求之。

今有糧一百八十一石二斗一升二合五勺每糧七斗折納小春布一匹問收布幾匹。

答曰二百五十八尺三寸五分。

以糧數為實以七斗為法除之得二百五十八尺餘八分七釐五毫匹法乘之得三十六尺七寸五分今有子粒折收輕費每石正價三兩五錢分例耗穀三升五合今欲先起解鈔一百定內除帶解租鈔二錢一兩一錢四分八釐三毫五絲問該正耗分例各若干。

答曰鈔一百錠。子粒正耗分例穀一千三百九十九石六斗七升一合九勺。鈔九十七錠四兩八錢五分一釐六毫五絲。正穀一千三百五十二石三斗四升。折鈔九十四錠三十三兩一錢九分。分例耗穀四十七石三斗三升一合九勺。該鈔三錠一十五兩六錢六分一釐六毫五絲。租地鈔二錠一兩一錢四分八釐三毫五絲。

此重法也去租被錠除減乘皆有之故曰重也置一百錠先除二錠一兩一錢四分八釐三毫五絲餘九十七錠四十八兩八錢五分一釐六毫五絲折錠得四千八百九十八兩八錢五分一釐六毫五絲以三歸五除之呼進三進一十除一五如五呼三一三十一除三五一十五呼進九十三除五九四十五呼進九十三除五九四十五呼三二六十二除五六三十三呼三三六十二除三三六十二除五七三十五呼進三進一十除一五如五呼進九十三除五九四十五總得穀一千三百九十九石六斗七升一合九勺自首退位減三五得正穀一千三百五十二石三斗四升反減總數得耗穀四十七石三斗三升一合九勺各以價乘之合問。

今有粟一百三十七石八斗欲僱船裝載每粟一斗直時價一錢二分五釐議脚價三分五釐為無錢就

益。稱下有分益先以斤加五。後兩加六爲兩。鈞石爲主。敦者准此。裝法重二斤二兩。計三十四兩。通裝下分。裝見兩。裝法乘爲兩。兩見錢。裝法除爲裝。裝下兩。裝法除爲分。裝下分。裝法乘爲兩。

今有買粉錢二百三十四兩。每裝三兩二錢。問買幾裝。

答曰。七十三裝四兩二錢半。

下錢裝價除之。裝下分。裝法乘爲兩。裝法三十四兩。

今有沙金一百三十一兩。每銖賣鈔一兩二錢五分。問金幾銖。買鈔幾何。

答曰。金三千一百四十四銖。鈔三千九百三十兩。

置金以二四乘之。兩上銖百銖。得三千一百四十四銖。爲實。以價乘之。又置金三因得鈔。八因得銖。鈔。

今有錢三十三兩二錢五分。買絲二斤二兩八錢。問每斤該鈔幾何。

答曰。一十二兩。

置錢以絲斤爲兩。搭入零兩。以二十四乘之。爲銖。搭入零銖。得一千六十四爲法。除之。卻以三八四乘之。

今有鈔五十四兩九錢五分。買甘草九斤一十三兩。欲斤率之。問價幾何。

答曰。五兩六錢。

置鈔以斤率乘之。得八千七百九十二爲實。又置九斤。通分內子一十三兩。得一百五十七爲法。實如法而一。又收斤下子爲實。鈔除之。此通上法。

今有鈔八千五百三十一兩二錢五分。買絲一石二鈞三稱一十八斤一十二兩。欲其斤率之。問價若干。

答曰。三十五兩。

鈔數爲實。以一石二鈞三稱一十八斤。以石鈞稱法乘之。得二百四十三斤。搭一十二兩。留七五爲法。實如法而一。

今有鈔二十五兩四分二釐五毫。買鹽每斤價二錢八分。問買幾斤。

答曰。八十九斤七兩。

以鈔以斤價除之。斤下有分。加六爲兩。下鈔加六。又以斤價除之。得數。十六收之。

今有鹽八十九斤七兩。每斤價二錢八分。問共多少。

答曰。二十五兩四分二釐五毫。

斤下有兩。減六爲分。以價乘之。

又下斤。十六通之。搭入七兩。斤價乘之。十六減之。

今有蠟五稱一十四斤一十二兩。每斤價二兩三錢五分。問鈔幾何。

答曰。四錢一十兩九錢一分二釐五毫。

通稱斤兩爲斤。以價乘之。

丁巨算法

今有銀七百八十九錢三十七兩半。買金。每兩價三錢。問幾兩。

答曰。二百六十三兩二錢半。

下銀。錠下有兩。歸爲分。以三錠爲法。除之。三五乘元法。下錠。五因。內加入零兩。以一百五十兩減之。五除。百五十乘元。

今有包傳銀八百七十五錠。每錠帶納一兩五錢。問帶納多少。

答曰。二十六錠一十二兩半。

下銀。加五爲兩。從上五除。爲錠。

今有藥八稱九斤十二兩。每稱八十四兩。問共多少。

答曰。七百二十六兩六錢。

下藥。稱下有斤兩。先以兩減六。得七分五釐。爲斤分。又以斤減五。得六分五釐。爲稱分。以稱價乘之。

今有買藥鈔七百二十六兩六錢。每稱價八十四兩。問買幾何。

答曰。八稱九斤一十二兩。

以鈔爲實。以每稱價除之。得八稱六分五釐。稱下有分釐。先以斤加五爲斤。得九斤七分五釐。斤下有分。加六爲兩。得十二兩。

今有粉一百二十三錢一十七兩。每錢價八錢半。問共多少。

答曰。一百四兩九錢七分半。

裝下兩。裝法除爲分。以價乘之。

今有銅一百二十三稱。問爲幾斤。

答曰。一千八百四十五斤。

以稱爲實。以五加之。減五還元。

今有粉二百三十四裝。問爲幾兩。

答曰。七千九百五十六兩。

裝見兩。裝法三十四乘之。除還元。

今有胡椒二十四稱八斤。每斤價二兩三錢六分九釐。問總價若干。

答曰。八百七十一兩七錢九分二釐。

今有糖五百六十八斤十兩。每斤價六兩四錢八分。問總價多少。

答曰。三千六百八十四兩六錢九分。

今有銀一十二兩四錢八分。買藥一斤。問一錢幾何。

答曰。三分二釐五毫。

置銀三八四除之。

丁巨算法

今有綿二十八斤六兩，每斤價五兩七錢四分，問總價多少。

答曰：一百六十二兩八錢七分二釐五毫。

今有絲五十六斤四兩，每斤價六兩九錢四分，問錢多少。

答曰：三百四十二兩七錢八分七釐五毫。

今有金九斤七兩，買錢每兩價八十一兩一錢二分，問錢多少。

答曰：一萬二千二百四十九兩一錢二分。

今有茯苓五千七百八十九兩，問計幾斤。

答曰：三百六十一斤一十三兩。

以兩爲質，減六爲法，首減之餘一十三兩，存月。

今有椒香一千三百五十六斤，問計幾兩。

答曰：二萬一千六百九十六兩。

以斤爲質，以六爲法，自尾加之，取月。又以斤爲質，以四乘之，再倍之。

今有麵一百七十二斤零二兩，買鈔二十五兩五錢，問每兩該麵若干。

答曰：六斤一十二兩。

此除餘法也。蓋都斤在地爲質，并二兩爲一二五在地，以二呼除二六一十二，另置商六，卻於質上二位除五六三十五六三，其餘數又呼除二七一十四，續商七，卻於質上二位除五七三十五五七三十五，再不盡，又呼除二五一十，續商五，卻於質上二位又除五五二十五五二十五，適盡，又以七五爲一十二兩合問。

今有生絲九十六斤一十二兩六錢，欲練絨，每斤折四兩，問練絨并折絲各多少。

答曰：統七十二斤九兩四錢半，折絲二十四斤三兩一錢半。

通絲斤兩以七五乘之，得數加斤下兩，見絨也。通絲斤兩二五乘之，得數加斤下兩，折數也。通斤兩爲一千五百四十八兩六錢，以十二加之，又以十六而一，得一千一百六十一兩四錢半，以十六收之，爲斤見絨也。直減總絲，見折通絲斤兩四除，見折三乘，見絨。

今有銀四千八百六十五錠，問爲幾兩。

答曰：二十四萬三千二百五十兩。

下銀錠見兩五因爲兩。

今有銀二十四萬三千二百五十兩，問爲幾錠。

答曰：四千八百六十五錠。

下銀兩見錠，五歸爲錠。

今有紋錦局織暗花二百六十七疋三丈五尺七寸，每疋用淨絲一斤三兩，問用絲幾斤。

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

答曰：三百一十八斤一兩一錢五分。

置暗花數，以正法除丈尺，爲疋下之分，八分五釐，以一斤一八七五爲法，乘之，得三百一十八斤，餘加六得兩數。又置二百六十七疋八分五釐爲質，加九減六。

今有甘草二千九百七十斤，每稱重一十五斤，問爲幾稱。

答曰：一百九十八稱。

今有水銀四千二百八十八兩，每斤重一十六兩，問爲幾斤。

答曰：二百六十八斤。

今有銀一萬一千三百四十九兩，欲買鹽，每引價十三兩，問得鹽幾引。

答曰：八百七十三引。

今有鈔二錠一十七兩一錢三分，欲買乾薑，每斤鈔一錢七分，問計若干。

答曰：六百八十九斤。

今有中統鈔四十七兩五錢，赴庫倒換至元鈔，每中統鈔一兩，工墨錢三分，問除工墨外，得鈔多少。

答曰：至元鈔九兩二錢一分半。至元一錠，中統五錢。

下中統鈔以一錢九分四釐加之。

今有中統鈔二千六百四十五錠，二十八兩半，赴庫倒換至元鈔，每中統鈔一兩，工墨錢三分，問除工墨外，得至元鈔多少。

答曰：至元鈔五百一十三錠一十二兩二分九釐。工墨錢中統鈔七十九錠一十八兩三錢五分五釐。

下中統鈔，錠下兩五除爲分，以一兩半加之，得數從上五除，爲錠。見工墨錢也。又下中統鈔，錠下五除爲分，以九兩七錢乘之，得數爲兩，從五除，爲錠也。

今有甲於乙處，以加三斗借乾麥三十七石五斗，今無元斗，只於加二斗內還之，合還多少。

答曰：四十石六斗二升半。

下麥加三減二。

今有人欠錢一萬一千二百五十兩，欲還錢銀適等，其銀每兩折鈔五兩，問各還多少。

答曰：一千八百七十五兩。

置欠鈔五因之，爲質，以三十兩爲法，除之，又六除之。

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

丁巨算法

同文算指序

利李
瑪之
寶藻
授演

同文算指序

古者教士三物而藝居一六藝而數居一數于藝猶士
于五行無處不寓耳目所接已然之迹非數莫紀聞見
所不及六合而外千萬世而前而後必然之驗非數莫
推已然必然總歸自然乘除損益神智莫增莫減莫掩
顧家真可誑也惟是巧心潛發則悟出人先功力研熟
則習亦生巧其道使人心歸實虛憍之氣潛消亦使
人躍躍含靈通變之才漸啓小則米鹽凌雜大至豈野
經天神禹賴矩測平成公且從周髀窺驗誰謂九九小
數致遠恐泥嘗試為之當亦賢于博奕矣乃自古學既
邈實用莫覓安定蘇湖猶存告儆其在於今士占一經
恥握從衡之祿才高七步不嫻律度之宗無論河渠歷
象顯忒其方幸思吏治民生陰受其敵吁可慨已往游
金臺遇西儒利瑪竇先生精言天道旁及算指其術不
假操觚第資毛穎喜其便于日用退食譯之久而成帙
加減乘除總亦不殊中土至於奇零分合特自玄暢多
昔賢未發之旨盈縮句股開方測圓舊法最難新譯彌
捷夫西方遠人安所窺龍馬龜疇之秘隸首商高之業

同文算指前編

而十九符其用書數共其宗精之入委微高之出意表
良亦心同理同天地自然之數同歎昔婆羅門有九執
歷寫字為算開元指謂繁瑣致失傳視此異同今亦
無從參考者乃

聖明在宥遠方文獻何嫌並蓄兼收以昭九譯同文之
盛矧其裨實學前民用如斯者用以鼓吹休明光闡地
應此夫歟琛瑞備亦前此希有者乎僕性無他嗜自
揆冥昧游心此道庶補幼學濼掃應對之闕爾復感存
亡之永隔幸心期之尚存曾輯所聞釐為三種前編舉
要則思已過半通編稍演其例以通俚俗間取九章補
綴而卒不出原書之範圍別編則測圓諸術存之以俟
同志今廟堂議興曆學通算與明經並進傳之其人儻
不與九執同湮至于緣數等理載在幾何本本元元具
存實義諸書如第謂熟數云爾則非利公九萬里來若
心也



刻同文算指序

數之原其與生人俱來乎始於一終於十指象之屈
而計諸不可勝用也五方萬國風習千變至于算數無
弗同者十指之數存無弗同耳我中夏自黃帝命隸首
作算以佐容成至周大備周公用之列於學官以取士
賓賢賢能而官使之孔門弟子身通六藝者謂之升堂
入室使數學可廢則周孔之教踏矣而或謂載籍燔於
嬴氏三代之學多不傳則馬鄭諸儒先相授何物唐六
典所列十經博士弟子五年而學成者又何書也由是

同文算指前編

同文算指前編

言之算數之學特廢於近世數百年間爾廢之緣有二
其一為名理之儒士直天下之實事其一為妖妄之術
謬言數有神理能知來藏往靡所不效卒於神者無一
效而實者亡一存往昔聖人所以制世利用之大法曾
不能得之士大夫間而術業政事盡遜於古初遠矣余
友李水部振之卓犖通人生平相與慨歎此事行求當
世算術之書大都古初之文十一近代俗傳之言十入
其儒先所述作而不倍于古初者亦復十一而已俗傳
者余嘗戲目為閉關之術多謬妄非論即所謂古初之
文與其弗倍於古初者亦僅僅具有其法而不能言其
立法之意益復遠想唐學十經必有原始通極微渺之
義若止如今世所傳則歲月可盡何事乃須五年也既
又相與從西國利先生游論道之隙時時及於理數其
言道言理既皆返本躋實絕去一切虛玄幻妄之說而
象數之學亦皆溯源承流根附葉著上窮九天旁該萬
事在於西國膠庠之中亦數年而學成者也吾輩既不
及觀唐之十經觀利公與同事諸先生所言曆法諸事
即其數學精妙比于漢唐之世千百倍之因而造席請
益惜余與振之出入相左振之兩度居燕譯得其算術
如于卷既脫稿余始聞請而共讀之共讀之大率與舊
術同者舊所弗及也與舊術異者則舊所未之有也旋
取舊術而共讀之共讀之大率與西術合者靡弗與理
合也與西術謬者靡弗與理謬也振之因取舊術斟酌
去取用所譯西術駢附梓之題曰同文算指斯可謂網
羅藝業之美開廬著述之途雖失十經如葉徹屬矣算
術者工人之斧斤尋尺曆律兩家旁及萬事者其所造
宮室器用也此事不能了徹諸事未可易論頃者交食

議起天官家精識者欲依洪武故事從西國諸先生備譯所傳曆法仍用京朝官屬筆如吳太史而宗伯以振之請余不敏備員焉值余有狗馬之疾請急還南而振之方服除赴 闕儻一日者復如庚戌之事便當於此大業以啓方來則是書其斧斤尊尺哉若乃山林畝畝有小人之事余亦得挾此往也握算言縱橫矣 萬曆甲寅春月友弟吳淞徐光啓撰

同文算指前編總目

卷上

- 定位第一
- 加法第二
- 減法第三
- 乘法第四
- 除法第五
- 卷下
- 奇零約法第六
- 奇零併母子法第七
- 奇零系析約法第八
- 化法第九
- 奇零加法第十
- 奇零減法第十一
- 奇零乘法第十二
- 奇零除法第十三
- 重零除盡法第十四
- 通問第十五

目錄終

同文算指前編卷上

西海 利瑪竇 授
浙西 李之藻 演

定位第一

古法用竹徑一分長六寸二百七十一而成六觔為一握度長短者不失毫釐量多少者不失圭撮權輕重者不失黍粟紕於一協於十長於百大於千衍於萬算之原也後世乃為珠算而其法較便然率以定位為難差毫釐失千里矣茲以書代珠始於一究於九隨其所得而書識之滿一十則不書十而書一于左進位乃作○于本位。曰一十由十進百由百進千由千進萬皆倣此

假如四萬三千二百一十作何排列

- 單數
 - 一 十數
 - 二 百數
 - 三 千數
 - 四 萬數
- 自左方寫起平行大數列左小數列右若從小數起積者每滿十則進位一十者書一二十者書二餘倣此若大數積多則於左方漸進加字如後箇萬億兆京是也若小數積餘則于右方漸退加字如兩下有錢錢下有分分下有釐又有毫有絲有忽之類是也

大衍式

- 四 單數
 - 三 十數
 - 六 百數
 - 五 千數
 - 九 萬數
 - 一 十萬數
- 凡度十丈曰引五丈曰端四丈曰疋十尺曰丈十寸曰尺十分曰寸而計田則橫一丈縱六十丈為畝即闊一步長四分其畝為一角得方丈者十五十分其畝為一分分得方丈者六得方尺者六百分以下登毫析之而以百畝為頃五頃四十畝為丘凡星六粟為圭十圭為撮十撮為抄十

六百萬數 抄為勺滿十而進之為合為升為斗為石
 亦曰斛凡衡以南為君兩有十錢錢有十
 八萬萬數 分自以下什而析之曰釐曰毫曰絲曰
 三十分數 忽曰微曰纖曰沙曰塵曰埃曰渺曰漠至
 四百億數 細之倪惟所立名而十六兩為斤二百斤
 二千億數 為引今公私通用之則也古法之衡則十
 五萬億數 黍為索十索為銖八銖為鎰六鎰為分二
 三十萬億 十四銖為兩兩即四分也兩又四之自乘
 七百萬億 一十六以象四時是命曰斤計銖三百八
 九千億 十有四當莽之日又以十五斤為稱二稱
 六兆數即 為鈞四鈞為石度則古尺長短不一丈尺
 八十兆數 而外別以七尺為施八尺為仰亦為尋倍
 一百兆數 尋為常量則六十四黍為圭又有四升之
 四兆數 豆四豆之區四區之釜十釜之鍾十六斗
 五萬兆數 之庚十六斛之秉今皆不用 凡錢千文
 九十萬兆 為緡五緡為錠凡鈔五貫為錠錠當錢千
 二數 里法三百六十步步法今用五尺 歷法
 六千兆 每度百分每分百秒西歷則積六十秒為
 四象節萬數 分積六十分為度秒以下俱以六十析之
 右式三位而成百五位而成萬九位而成億十七
 位而成兆二十五位而成京自京至垓自垓至穰以極
 於正於載皆以萬萬遞加是謂中數昔者黃帝為法數
 有十等及其用也乃有三焉十等者億兆京垓穰壤溝
 澗正載三等者謂上中下也其下數者十十變之若言
 十萬曰億十億曰兆十兆曰京也中數者萬萬變之若
 言萬萬曰億萬萬億曰兆萬萬兆曰京也上數者數窮
 則變若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰京也從億至載

同文算指前編

終於大衍下數淺短計事不盡上數宏廓世不可用故
 其傳業惟以中數舉一中數而天地鬼神人物之紀思
 議之所不及者皆盡之矣况更有上數在乎由旬刹那
 吾無取焉爾

加法第二

凡數惟加法最易加之不已至於無算故算首論加
 也併也積也一也少曰併多曰積皆加也列散數於上
 各橫置以類相比如十從十百從百及
 而以前所得數紀本位下過十則進一位過百則進二位

第一圖 係進一位式

四七九〇〇 併四七九得二十下紀。二進位
 五〇八八三 併五八八又併前二得二十三下紀三
 六九七八二 併六九七八又併前二得三十二下紀二
 〇八六 併八六又併前二得二十七下紀七
 一五 併一五又併前一得七下紀七
 七 併七下紀七

右式散數四項列格上併總得數七十七萬七千二

百三十列格下

第二圖 係進二位式

八九九八八八八八八八八八二 初併一百零二下紀
 〇〇〇三〇〇〇二〇〇〇五 二併一百進二位
 〇〇〇三二一一三二〇三二七 次併五下紀五
 六五四 再併一十六前一得
 四三 一十七下紀七
 三 併進前共得二十
 二 三下紀三二進位

右式散數一十二項併總得數二萬三千七百五十二
 以上二圖盡加法矣另有試法具後
 一法先自上數下得若干復自下數上得若干然後紀

同文算指前編

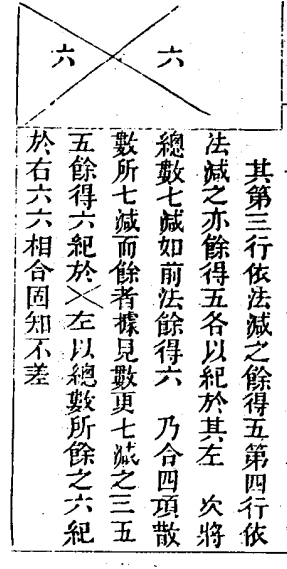
總 一法以減法試加隨意減一行得若干再加所減仍得
 若干
 又有將散數總數錯綜聚之者有九減七減二法先減
 散數餘若干次減總數餘若干以其所餘兩數對列相
 較同則無差異則有差

第一圖用九減
 四七九〇〇
 五〇八八三
 六九七八二
 〇八六
 一五
 七

此法不論進位只以見數為準
 棄用九減去〇不用先以散數
 九減之餘置於左次以總數九
 減之餘置於右俱得八故知不
 差

四七九〇〇 此法與九減者稍異乃以實數七七減之
 五〇八八三 從左起連〇算者如首行有七竟減淨
 六九七八二 次即作六減七餘一
 〇八六 七次作五減七餘一 次作四七減無餘乃
 一五 七於首行之左格外紀〇 又以次行之首
 七 七八七減餘五 次即作五七減餘一 次
 七 七八七減餘三 乃於次行之左格外紀三

其第三行依法減之餘得五第四行依
 法減之餘得五各以紀於其左 次將
 總數七減如前法餘得六 乃合四項散
 數所七減而餘者據見數更七減之三
 五餘得六紀於左以總數所餘之六紀
 於右六六相合固知不差



第二圖用九減

八九九八八八八八九九八二	先減後去九
〇〇〇三〇〇〇二〇〇〇五	不用六餘八
〇〇〇三二二一三二〇二三七	共四十八餘
六五四	得八又加次
	行得二十四
	四十六九減
	餘一紀左火
	開總數共一
	十九九減亦
	餘一紀右

又用七減
八九九八八八八八九九八二
〇〇〇三〇〇〇二〇〇〇五
〇〇〇三二二一三二〇二三七
六五四

照前七減法先將
散數逐減紀
左案而減之
餘一次將總
數亦以七減餘一
相合無差

右九減七減法繁難用然由巧思具至理錄之備
減法第三
減與加反用稽所餘其法先較數之多寡中減算亦
自右方小數減起以漸進位其辨多寡之法於左方首
位辨之首位相等乃視次位次復相等逐位退求則多
寡分焉

八六	〇九	〇九	〇九
七八	〇九	〇九	〇九
〇九	〇九	〇九	〇九
四四	〇九	〇九	〇九
四五	〇九	〇九	〇九
四四	〇九	〇九	〇九

此數首尾視
之相等然
退至三位
上一係一
千一係九
百九十九
多寡自分

既審多寡乃以原數列上減數列下依法右起所餘逐

紀於下如就中減少者不須別立借法如後第一圖
若少內減多須立借法以通其變如後第二圖云
第一圖
原數八減三五 此上下相減俱係以少減多
數八數三五 不須更立借法

五	二	三
一	〇	一
七	四	三
二	三	二

第二圖 亦係以少減多但中有上數小下數反大者須
立借法
七二五
二九三
八八九
四七六
〇六三
三五七
六四二
三三九
〇〇九
〇九〇

二不能減九借作一十二減九得三進位還
八八九 因前借過一今作八減九又不足仍借作一十
四七六 因前借過一今作四減入又不足借作一十四
〇六三 因前借過一今作六減七無可減借作一十
三五七 因前借過一今作三減六借作一十三減六餘
六四二 因前借過一今作六減五餘一
三三九 二不能減三借作一十二減三餘九進位還
〇〇九 前借一今作〇減一〇無可減借作一十減一
〇九〇 前借一今作〇減一十仍作〇進位明加一
〇二七 二併前加一共三然〇不能減三借一十減三
五九五 前借一今作五減十仍借作一十五減十餘五
四二二 前借一今作四減三餘一

右借法乃借大數兼小數以便總減者又法直於借數
一十用減却加入本數尤為便捷假如二不能減九當
借作一十二內減九得三今却不作一十二只就所借
一十之內先減九餘一乃加二仍得三也先減後加
比前較易以上二圖減法盡矣其間有差與否何以覈

之類

一法用加法驗之以減數合減餘數得原數 如三加六
減五合餘
二為不差
又有用九減七減二法者俱以第一行原數為一項第
二行減數第三行餘數共為一項而較零之同否同即
不差

四三二	原數四一三四共	四三二	原數百作四十餘五
三二一	一十二減九餘	三二一	六作五十餘一又
一八三	減數六七八二三	一八三	作一十餘三又作
〇七二	餘數三九三二三	〇七二	三十一餘五又作
〇六三	八亦餘三紀右	〇六三	五十四餘五紀左
四〇九	三亦餘三紀右	四〇九	四次作四十七餘
四三二	三亦餘三紀右	四三二	六又作六十二餘
一八三	三亦餘三紀右	一八三	六又作六十三餘
〇七二	三亦餘三紀右	〇七二	零其餘數百作三
〇六三	三亦餘三紀右	〇六三	十九餘四次作四
四三二	三亦餘三紀右	四三二	十三餘五次作五
一八三	三亦餘三紀右	一八三	十三餘四次作四
〇七二	三亦餘三紀右	〇七二	十一餘六次作六
〇六三	三亦餘三紀右	〇六三	十一餘五紀右
四三二	三亦餘三紀右	四三二	五相合無差

乘法第四
既知加減當論因乘單位曰因位多曰乘通謂之乘凡
乘之數妙於九九作九九圖
九九相乘圖
一二三四五六七八九
二四六八〇二四六八
三六九一二二四六八
四八一二〇四八二六
五〇五〇五〇五〇五
首橫一行自上讀下右直
一行自右讀左其相值處
即是乘得數指掌可盡也

附九九相乘歌

六二八四〇六二八四	六二八四〇六二八四
七四一八五二九六五	七四一八五二九六五
八六四二〇八六四二	八六四二〇八六四二
九八七六五四三二一	九八七六五四三二一

九九相乘歌

一一如二	一二如四	一三如三
二二如六	三三如九	一四如八
三三如十二	四四如十六	一五如十
四四如十五	五五得二十	一六如六
五五得十二	六六得十八	一七如七
六六得十八	七七得二十四	一八如八
七七得二十四	八八得三十二	二二如九
八八得三十二	九九得四十五	二二如九
九九得四十五	九九得四十五	二二如九

又法就小乘得大乘不用九而用十假如二數並列因其數大難乘未知乘得若干且連註二數而取十數與較者所不足若干因連註不足數於本數右平衡相對其所不足數必其小於原數者也小者易乘乃以不足數上下相乘註乘得數於下為單數又以不足數與原數上下互減註減餘數於其下為進位數即得所求大數

乘數

一二三	乘得一二如二而
二二二	以右一減左入右
三三三	二減左九俱餘七
四四四	是為八九七十二

同文符指前編

右法專為未熟大乘者設也若小數相乘不必用此蓋以小數減十則不足之數反多而乘出亦多但多出十數外者以十外之數寄於進位就於互除遺之其數未嘗不合

三四二 乘得三四一十二下
 七六四 紀以右三減左六右
 乃以右三減左六右
 四減左七俱得三合
 所寄進位一得四
 是為六七四十二

既知乘數乃列乘位凡乘亦從右小數乘起次第進位偏乘有以一位乘一位者有以一位乘二位者有以二位乘一位者有以二位乘二位者有以三位乘一位者有以三位乘二位者有以三位乘三位者有以四位乘一位者有以四位乘二位者有以四位乘三位者有以四位乘四位者

若以幾位乘幾位者無拘上下隨意互乘

四八	八四
九七	七九
三六	六三
〇〇	〇〇
〇〇	〇〇
〇〇	〇〇
六三	三六
四	四

併詳具于後

一位乘 此以入之一位偏乘上六位者從小數起數多
 先以入乘四得三十二紀二進三
 四八二 先以入乘九得七十二以二加前三共五紀五
 九 次以入乘三得二十四以四加前七共一十一
 三 紀一進二又進一
 〇 次以入乘〇無乘有兩所進二及所進一其紀
 〇 次以入乘〇無乘紀〇
 六 次以入乘六得四十八紀入進四

以上二圖乘法之大略也其差否須以除法還原列乘出總數為實如以第一行為法除之必得第二行為法如前一萬四千九百七十二為實以如以第二行為法除之必得第一行為法如前一萬三千八百為法除之必得第一行為法如前一萬三千八百為法除之必得第一行為法

二位乘 此以三十八乘三百九十四者是為二位乘

四八二二 先以八偏乘上三位如前法次亦以三偏
 九三五二七 乘上三位但以尾位所得置於三本位
 三一人九 下而其進位及進乘所得皆以次遞進
 三一四 一位不可紊亂 如三乘四者得二紀
 二 二於三下一進位 如三乘九者得七
 加前一共二紀八於三之次位二又進
 位 如三乘三者得九如前二得一紀
 一於又次位一又進位 兩位所乘魚
 鱗相比畢則總併其數

以上二圖乘法之大略也其差否須以除法還原列乘出總數為實如以第一行為法除之必得第二行為法如前一萬四千九百七十二為實以如以第二行為法除之必得第一行為法如前一萬三千八百為法除之必得第一行為法

又有九除七除法列原數所餘於左列乘數所餘於右左右相乘列乘出數於上乃以乘積總數依法除之餘數列下上下相比同即不差中間逐位乘出散數俱不

用

第一 只除見數首行餘
 四列左大行只八
 列右四九乘得三
 十二以九除餘五
 亦餘五列下

第二 首行餘七列
 左次行餘二
 列右二四乘得八
 得十七以七乘
 九除餘五列
 上其乘出總
 數亦餘五列

第七 依法實除原數餘
 四列左乘數餘一
 列右一四如四列
 上總數餘四列下

第八 依法實除原
 數首三十九
 十四餘二紀
 全乘數三十
 八餘三紀右

除一四四 四

除一五五 四

除一四四 四

除一五五 四

六位乘	八四二	二
	七九二	三
	六三七〇四	一
	〇〇二一三〇	七
	〇〇六〇〇〇	六
	三六二〇二〇〇八二	六
四	七七〇〇〇六一	二
	一八九〇〇〇〇	〇
	三二〇〇四一	〇
	一〇〇〇二	〇
	〇〇八八	〇
	〇五五	〇
	二二	〇
七位乘	四八二	二
	九七五八	三
	三六一五四	一
	〇〇三七六	七
	〇〇〇三三	六
	六三八〇二二	三
	四四二〇八六二	三
	四六一七〇	〇
	三一五一	〇

二三乘得六
紀上十四除
蓋次九十七
餘六次六十
二餘六紀下


先以四乘上諸位尾位所得
揆身下以九乘上諸位尾
位亦揆本身下餘以漸進位
排列 次以三乘上諸位揆
身進位如前 次以〇徧乘
上位無乘各揆身照位作〇
紀之或空其本位亦可 次
以六徧乘上位尾位所得就
揆六之本身其餘以漸而進
云

此即前數上下易位為乘故散
數不同而總數同
〇無所乘姑空本位
試上圖用九除

一	四
四	四

首行原數九除餘四
列左次行乘數九除
餘一列右一四如四
列上總積數九除餘
四列下

八三四	四	〇二三
六二〇六六	四	八〇八
〇二三三五	四	一四五
二二三	四	二二
一八九	四	
九五	五	〇二三
六四四六〇	五	八〇八
〇三七	五	一四五
五二八	五	二二
一三	五	
二二	五	



亦有原數乘數並除而一有零一無零無乘例只作〇
用九除首行原數無餘列
左次行乘數餘五列右以五
遇〇無乘只作〇列上次除
總數無餘亦只作〇列下此
同

亦有左右上下俱無乘數者
用九除原數乘數俱無餘左
右俱〇其總數又無餘亦
作〇此同

凡乘法或上行原數首尾俱係實數而次行乘數之尾
却係幾〇或次行乘數首尾俱實數而首行原數之尾
却幾〇者不必多作諸〇第從簡便將各實數如法相
乘訖却照其尾餘幾〇逐加於後即見全數蓋凡以〇
乘訖者只是作〇緣其無可乘出但存其位而已
六〇〇 此原數首尾皆實而乘數尾却多〇者〇無
〇〇〇 可乘且置不用只以四乘六揆身下數乘徧
四〇〇 而止乃將三〇系之於尾但不可遺其〇位
三四四 所差不小

〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
〇〇〇〇	〇〇〇〇	〇〇〇〇	〇〇〇〇
〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇	〇〇
〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇	〇〇	〇
〇〇〇〇	〇〇	〇	
〇〇	〇		
〇			

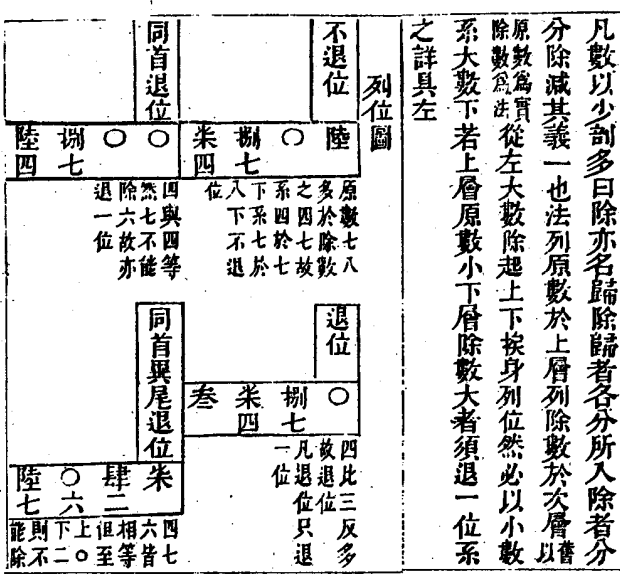
若原數及乘數之尾俱各有〇若干即須一一相乘以
存其位嗣以實數所乘出者揆次進位不得僅如前圖
照位加〇而已

右圖上下尾位皆〇須留其位故數尾四四未敢竟
下換身必〇〇徧乘〇為尾〇〇〇亦進三位
乃下四四一十六若但就身下數乘畢補〇如下圖
然則尾少三〇其失非小
若以一數為首而尾帶多〇其數雖多總只是一以此
相乘無復可乘但照首行原數揆身進位錄之乃視尾
有幾〇照加於後即成全數

六〇〇
三〇〇
五〇〇
六〇〇
九〇〇
七二六
八三
餘準此

以一乘六一六如六紀六而已換身下之其

除法第五
凡數以少割多曰除亦名歸除歸者各分所入除者分
分除減其義一也法列原數於上層列除數於次層以
原數為實從左大數除起上下挨身列位然必以小數
系大數下若上層原數小下層除數大者須退一位系
之詳具左



肆
若首尾俱等者只隨系不退
貳
柒七
肆四
柒四
亦退
肆

凡除法原數列上除數列下於原數尾右界格如牛規
然而於格外註所得數其歸除率以下字除上字要見
幾除而盡如九除而盡者格外註九字八除而盡者格
外註八字餘做此所除不盡之數就原數變之抹原數
而書其上凡欲知除出之數得幾位者視除數之末位
去原數之尾位得若干字即是歸除所得位數
一位除 假如七萬六千。四十八數以八除之

格右為除得數第一除得九第二除得五末
九 肆
捌
先者八除得幾轉以乘法除之八九七十
二是九也註九於格右尚餘四變六作四
於六 削去首七亦削去次行除數之八
上 換身另下八以八除。依乘法五八四十格
右再紀五其上層。俱削亦削八

同前
六 九 五 〇 六
第一除得九第二除得五第三除得〇第四
除得六是為每得九千五百〇六恰盡
捌八
第一次除得九削去七及八以六變四 第
二次除得五削去四及八盡 另換身下八
八雖不除四而當存其位乃於格右紀〇而

四陸八
存四削八 另換身下八以八除八得六八
四十八恰盡紀六於格右削去八及下八畢
若除數至二位三位者除訖一位換身布退一位如魚
鱗然其格右所註數每次所除不論幾位總之只得一
數但其除數首位必須兼顧次位如以首位除之已得
某數即取除餘變數為實以所得某數呼次位乘之看
是恰盡或有餘否方可紀於格右若有不足則將首位
所除量減數以為次位之地如八乘不足則減而用七
用六務取通融恰當其三位除四位除者亦如之
三位除 此有一百八十三萬二千四百八十七之數而
先以首四除一十八應乘得四四一十六用
四而餘二然次位是六以六乘二十三不足
矣不得減數從三只用三以除一十八除
得三四一十二尚餘六四用上八變六進位制
一而格右紀三為用數併削百位之四
進位四上六變四乃削三削六下又削次位
六 嗣以三因九三九二七九上二變五
五 貳九 進位六上五變二乃削二削五亦削九是以
二 五 叁 六 常削三餘再
除如後圖

右圖下層次位以三因六三六一十八其
壹 六上三變五者三小八照減法借進位
一數於一十之內除八餘得二再加三是變五也若
除法未熟不妨小註於下假上層三下層用三因六
三六一十八即於三下且註八於六下且註一三除
入如前借法六除一乃還借除二為六變四餘做此
未盡 九
再除 三
三 肆 九

另退一位換下四六九先以四除四
十二看得幾箇四凡數極於九用九
乘四九三十六尚餘六四上二變六
進位四削盡亦削下首位之四格右
紀九

三二五貳九六
一六二五叁六四
四六捌四

○六捌九六
一五三肆九六四
三二五貳九六四
一六二五叁六四

四六捌四
四六捌四

未盡
再除

○六捌九六
一五三肆九六四
三二五貳九六四
一六二五叁六四

四六捌四
四六捌四

未盡
再除

○六捌九六
一五三肆九六四
三二五貳九六四
一六二五叁六四

四六捌四
四六捌四

未盡
再除

○六捌九六
一五三肆九六四
三二五貳九六四
一六二五叁六四

四六捌四
四六捌四

未盡
再除

○六捌九六
一五三肆九六四
三二五貳九六四
一六二五叁六四

四六捌四
四六捌四

未盡
再除

首誤用四抹去
改註五

五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
二四〇八叁七叁九八二
一五七貳六〇貳八四二
二四四八陸二

右誤除乃宜多反少者亦
有宜少反多者具後

六有奇

次誤用七抹
首誤用六抹
用五不差

五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
二四〇八叁七叁九八二
一五七貳六〇貳八四二
二四四八陸二

右式第二次誤用七除者首位二七十四可除次

六有奇

次誤用七抹
首誤用六抹
用五不差

五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
二四〇八叁七叁九八二
一五七貳六〇貳八四二
二四四八陸二

右式第二次誤用七除者首位二七十四可除次

六有奇

次誤用七抹
首誤用六抹
用五不差

五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
二四〇八叁七叁九八二
一五七貳六〇貳八四二
二四四八陸二

右式第二次誤用七除者首位二七十四可除次

六有奇

次誤用七抹
首誤用六抹
用五不差

五玖九
二七五肆九八
一六八九七壹九八二
二四〇八叁七叁九八二
一五七貳六〇貳八四二
二四四八陸二

位七八五十六却只得三十八既已誤
矣儻不知還原如何其法只以下位見
除二字與所用七字相乘而加上見乘
之三卽是還原二七十四加三得一
十七也舉此一端以例其餘

凡三位四位誤分改正俱用此法該進
位者照前法進位乘後加之式具後

位者照前法進位乘後加之式具後

先用一除之二上四變二三上〇變
七進位二變一 次該用七却誤用
六二六一十二上七變五進位一
三六一十八上三上四變六進位五變
三六一十八上三上四變六進位五變
還原者先以下層三乘所用六三六
一十八加上餘數六得二十四以進位
位還原而以二寄於進位次以進位
下而二乘六二六一十二加上餘數
三再加原寄二共得一十七知本位
還七進位再還一合正數

既已還其正數另以七除
之二七二十四上七變
三進削一三七二十一
上四變三進位三變一
另列二三用六除之二六
一十二三上三變一進削
一三六一十八削盡

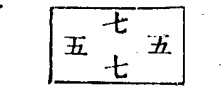
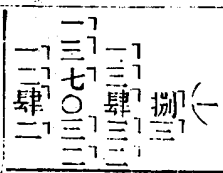
若原數既已除盡或未盡有零而欲試其誤否亦用九
除七除二法

用九除者只據見積將下層除除餘列左以格右
用數除餘列右以左右互乘九除餘數列上又以原
總數除餘列下如有未盡零數者於左右乘後并入
總除列上與原數除餘者相比

若原數既已除盡或未盡有零而欲試其誤否亦用九
除七除二法

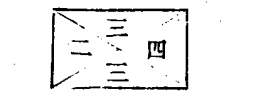
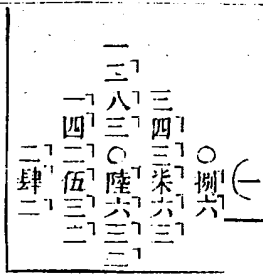
用九除者只據見積將下層除除餘列左以格右
用數除餘列右以左右互乘九除餘數列上又以原
總數除餘列下如有未盡零數者於左右乘後并入
總除列上與原數除餘者相比

無零 七



用數一七六餘五列右
除數三三共五列左乘
得五五二十五九除餘
七列上原數四八入以
九除亦餘七列下無差

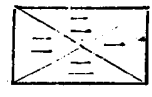
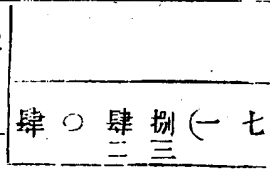
除畢 有零 九 三



用數餘四列右
除數餘二列左
相乘得八加上
零數一三共得
一十二以九除
之餘三列上總
數九除亦餘三
列下相比無差

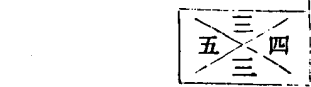
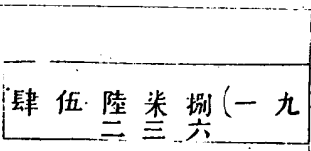
用七除者貨積細除同前乘法其餘數列左用數列
右相乘除餘列上有零者亦併入乘數列上總數餘
列下

無零 六



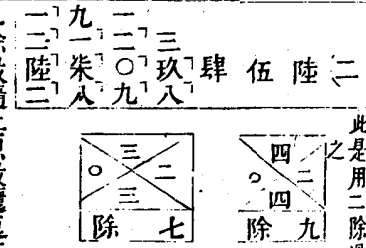
用數一百七十六以七除
餘一列右除數二十三以
七除餘二列左左右相乘
一二如二列上又將原數
二千〇四十八以七除餘
二列下正同

有零 六



用數一百九十三以七除餘
四列右除數二百三十六以
七除餘五列左相乘得二十
六於上是已今有零數一十
三十再七除餘四併六得一
十以七除餘三列二於上又
將原數四萬五千六百七十
八亦以七除餘三列下正合

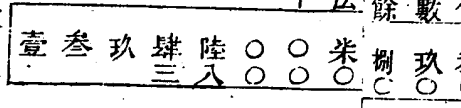
又法將除數用數相乘以合原數如奇零不盡者乘後
併入假如前式原數四萬五千六百七十八者以除數
之二百三十六乘用數之一百九十三共四萬五千五
百四十八併入零數之二百三十合原數
若歸除至半欲訂其誤照前以除數之減餘列左以用
數減餘列右相乘又取本位以上除騰數位而止其未
除到者亦減之以併所乘列上以抹過原數減餘列下
相比其九法減見數七法減質積數俱同前
此是用二除過一遍者截至左第四位止試



用數二列右除數二八九入
無餘左列以〇乘二無乘
却有零九一三除九餘四上
列四原數除過四位以九除
亦餘四相合
用數二列二於右除數二千
八百九十八以七除無餘列
〇於左以二乘無乘却有
零數九百一十三以七除餘
三列上其原數已除四位六
千七百〇九以七除亦餘三
相合

凡除數隨上原數進退右退至於除數尾位撞過原數
尾位而止此外雖有未除零數總係餘分但可以法命
之為幾分之幾以其除數多零數少故也 少者為母
若除數尾帶 〇三 此以三千八百

多〇而原數
首尾係數中
段係〇者但
看尾隔幾位
用數該幾位
只須撞尾而
止就截去餘
〇且儘實數
除訖嗣以餘
〇加之以法
命之式具下



萬而除一百三
十九億四千六
百萬零七千八
百九十三數其
繁甚多而諦視
尾位相值只該
以三位除盡乃
五六肆八三姑截去餘〇只
三七五玖八三以三八而除一
二四叁三 三九四六每各
得三百六十七
其數已窮其餘
皆奇零不盡之
數乃於三八之
尾照位填〇為
毋以零數為子
命之云

若除數首位數中位〇次又有數次又有〇者不可便
以中〇為止務須盡其實數而止惟尾後之〇如前法
用四除之 三四一十二 三
上三變一 進削一 次〇〇
皆無可除者故置不論 徑除
第四位之八 四八三十二
八上六變四進位四變一 更
列三〇〇八用六除之 三六
一十八 三上九變一進削一

玖	〇	九四陸八〇
陸	〇	〇一肆〇〇
朱	〇	一玖〇三
〇	〇	一叁三
〇	八	壹

置〇〇不分 六八四十八
八上〇變二 進位四變九
又進一變〇尙餘一〇九二為
不盡零數乃以除數餘〇綴除
數之尾為母以原數〇七六九
三附零數一〇九二之尾為子
是為三億八十八萬之一億九百
二十萬七千六百九十三云

凡除數首位只一其餘俱〇者不必另尋用數即以原數為用至撞除數尾位而止此外皆係奇零不盡之數

肆	〇	肆
參	〇	參
貳	〇	貳
玖	〇	玖

捌	〇	玖	貳	參	肆	(四	七	八	〇	九	一	二	三	四
捌	〇	玖	貳	參	肆	肆	肆	肆	肆	肆	肆	肆	肆	肆

以除數尾等至原數尾該得五位
除盡亦只自原數首位起照取五
位為用數其餘皆係小數不能除
矣故作零數

首列一除四得四 又列一除七
得七 一除八得八 一除〇還
〇 一除九得九

朱	一	朱	一
肆	一	肆	一

若原數餘〇雖多而實數歸除已盡則其數外之〇無
復可除雖不撞到尾位亦只據末抹〇位逐加用數之
後如左圖

假如有數一億八千六百三十萬而以三百四十五
除之每各得五十四萬

〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

首用五除 三五二十五 三上八變
三進削一 五四得二十 進位三
變一 五五二十五 五上三變八
進位六變三 又列用四除 三四一
十二 三上三變一 進削一 四四
一十六 四上八變二 進削一 五
四得二十 五上削〇 進削二畢
既已除完其餘不復可除照〇位加於
格外用數之右

右加減乘除四法共一卷算學綱
領習孰自精變化之妙詳載別卷

同文算指前編上卷

奇零約法第六
凡數除之不盡者以法命之曰幾分之幾除數為母
列上奇數為子實列下
假如列實四十六以七為法除之尙餘四四謂七之四
餘做此
列位式

七	四
五	三
八	五
四	二

此七之四
此五之三
此四十八之二十五

若奇零有二項辨其孰多孰寡以子母二數互為母數
相同則但據子數

若子數相等母數不等者其母數小子數反大母數大
子數反小

七	三
七	四

此少
此多

若子母數俱不等別其多寡者並列以彼此母子互乘
得數各註其子數下

有差遠者

三	二	六
八	六	八

二八二十六
三六一十八

有稍差者

二	一	四
四	三	四

一乘四十一仍
四十一
二乘二十得四

有相同者

四	三	八
六	二	八

三乘一十六得四十八
四乘一十二得四十八

若子母積數太多驟難

理會即當約多就真如

二之一與一十六之八

同則一十六之八即二

四之三與八之六同則八之六即四之三

四三 假如欲知何以皆為四分之三但將子母

八六 兩數立通數乘之且如八之六有六數可

八六 以通乘六八四十八八六六三十六母係六

四三 八子係六六便知八之六即是八之六此

其積數已多而既難折半又無通數可乘則須另立紐

數歸除其法以小減大減盡而止以最後減盡數為用

以除子母二數其所除得數即是約數

假如四十八之三十二即三之二

八二 於八內減三餘六即以六再減三二次盡

四三 乃以一十六為紐數以除八得三得是母約

數以除三得二是子約數

假如六百七十六之四百六十八即一十三之九

六八 子減母餘二百八以二百八減子數用二

七六 轉餘五十二以五十二減二百八恰盡即

六四 以五十二為紐數以除六百七十六得一

十三是母約數以除四百六十八得九是

子約數凡以小減大者即係除法數相近

其以真減多終不能盡者不復可約只就見數為則

上式係減半法

同文算指前編

六三 減三餘一不盡

奇零併母子法第七

凡兩子母數不等須先併母較之以兩母相乘得共母數

次以兩母互乘兩子得各子數

四三 兩母互乘得

又有三四母子不同併較多算者亦以各母次第備乘

歸併作一其母為乃以各母之數法除之即以各子乘

之得各子數

二二 先併母數二乘三得六又

一乘仍六十為其子數

以次位母三除得四十以子數

二乘得八十為其子數

以三位母四除得三十以子數

三乘得九十為其子數

以四位母五除得二十四子一

乘仍二十四為其子數

若母數相乘遇有紐數可用一數兩分是為

除之以其所得相乘以省約法

二一 第一母與第二母乘得六副當與第

三三 三母四相乘却勿遺乘緣有二為紐

四三 數可用且以紐數乘之二三為六註

五二 三於六下二為四註二於四下而

以上不盡無紐

奇零併母子法

右用一紐數而前之乘得一百二十者約為六

十所省多矣次乃如法以各母除以各子乘

乃以首母二除得三十子一乘亦三十

以次母三除得二十子二乘得四十

以第三母四除得一十五子三乘得四十五

以第四母五除得一十二子一乘仍一十二

凡兩數母子俱殊但有紐數可用皆可以此推之

六五 可用三

乃即以二十四為共母數而母除子乘如前法

以第一母六除此二十四得四以其子數

五乘得二十為二十四之二十

以第二母十二除此二十四得二以其四四

子數七乘得一十四為二十四之二十四

奇零併約法第八

奇數有析之又析者如母七子四是為七之四又析其

四作五以為母而五中餘三是為五分四之三子中出

子相聯而成則名七之四又五分四之三也

五三 此五數乃進位四數所化蓋以左子作右母

七四 又有母二子一是為二之一又以子一

析為六而六中餘一母六又以子一析

為四而四中餘三子三又即以子三為

母而三中餘二連析四次總名二之一

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

六三

六〇

十二

五三 母數五七得三十五
 七四 子數三四得一十二

如前二之二又六分之一之二又四分之一之三三之二者乃是一百四十四之六

三三 母數三乘四得一十二又一十二乘
 四三 六得七十二又七十二乘二得一百
 六一 四十四為其母數子數二乘三得六
 二六 又一六只六又一六只六為共子數

右一百四十四之六依約法乃即二十四之一

四六 以六除一百四十四得二十四恰
 四 盡故六為細數二十四為母約數
 一 以六除六得一盡故一為子約數

假如連析三次者五之三又三之二又四分二之三併之乃六十之一十八

四三 母數四乘三得一十二又一十二乘
 三三 五得六十為共母數 子數三乘二
 五三 得六又六乘三得一十八為共子數
 右六十之一十八約之即一十之三

用子數二十八除母數六十餘六
 〇八即以六除二十八恰盡是六為細數以〇三
 六六除六十得一十故一十為母約數以〇三
 六除一十八得三故三為子約數

右乘析乃層家所常用者粟米方田諸家鮮用然亦可以近譬假如右式五之三又三之二又四分二之三者今有金一兩析之為五二錢五之三乃六錢也又析為三之二則四錢矣又析為四分之三則三錢矣總是一

十分之三 化法第九

凡整數後帶奇零難於歸除須將整數盡依母數化之其法以母數乘整數以乘得數併入子數却以母數除之假如有整六數零五分一之三者列六於左列五之三於右

五三 每數皆剖為五分五乘六得三十
 六 併入子數三是為五之三三三列

假如有整七數零五分一之四者列七於左列五之四於右

七 入子數四是為五之三十九
 於是乃化零數為整數其法以母除子

七六 此為一剖七之五十六以母數
 五 除子數用八除盡知是整八數
 九七 此為一剖九之四十七以母除子
 四 用五餘二知是整五數又零九之

奇零加法第十

數有奇零或兩零數或三四零數以至百千零數加併為一法具後

又

三三	三三	三三
三四	三四	三四
三六	三六	三六
二四	二四	二四
得六	得六	得六

又積上兩數

三三	三三
二四	二四
得六	得六
二二	二二
得二	得二

四併六為一十乃加一整數

若母數異則先併母數但有細數者依細數求其共母無細數者以互乘求其共母而各以其原母除之又以原子乘之得子數乃視其子數多寡總而積之又以共母除積子以歸本數

又法求其子數徑用母子互乘亦得三三三九但積數多者未便須用母除子乘之法

積之 二七 入合九 得此
 乘出 二二 母乘母得一 十二為共母
 乘出 二二 原母三除一十二得四子二乘得八
 乘出 二二 原母四除一十二得三子三乘得九
 乘出 二二 原母七除一十二得一子七內除一十一為一 十一之五

母數七乘一十三得九十一
 又以一十二乘得一零零一
 又以五乘得五零零五
 既得共其母數乃以母除子
 乘求其各子

以原母七除五零零五得七百一十五以原
 子六乘得四千二百九十
 以原母一十三除五零零五得三百八十五

以原于一十二乘得四千六百二十
 以原母一十一除得四百五十五以原于一
 十乘得四千五百五十
 以原母五除得一千零一積得六歸得三
 以原母四乘得四千零四
 以原母四乘得四千零四

若既有整數又有零數則先加積整數次乃加積零數
 其零數同母者只併子數其零數異母者依前法且併
 母數而位少者子母互乘位多者各以原母除原子乘

入 五三 積出 五三
 右一十一零

入 三三 積出 三三
 右一十一零

入 七六 積出 七六
 此兩整兩零
 以上係同母數者

入 四三 積出 四三
 此兩整兩零
 以上係不同母數者

若欲試加法之有差則用奇零減法

奇零減法第十一
 凡以奇數減奇數者審其多寡而於多中減其母數
 同者第就子數相減若母數異則先以其母相乘併為
 一母而依母除子乘求得各子乃以相減

同文算指前編

此數多為原數 減餘 七三 母數不動子
 此數實為減數 數八減五餘
 以上係同母者
 兩母相乘得二十七為共母
 母九除得三子八乘三
 母三除得九子二乘九
 以上係不同母者

若於整數內減零數者以零母化原整數就以作于相
 減次合全數總計

假如整數二十內減一十一之六者此一十一之六就
 將一數括出依奇母化為一十一以作子數於內減六
 之六 餘一十一之五總為九零一十一之五

原數 內有一數應動抽出化之即以
 減數 為子是為一十一分之一十二
 減餘 子數一十一減六餘五
 九 整數一十動一餘九
 以上係只減零數者

假如整數二十內減四零五之三者一十減四餘六又
 動一數以零母化之作于於內減去三之五分 尚餘五之
 二是為五零五之二
 原數 內整四數應減又剖一數為零
 減數 數以減六照前抽一化之為五
 減餘 子數五減三餘二
 五 整數內減四剖一餘五

以上係既減整又減零者
 又有原數以整帶零減數亦以整帶零者先以整數相
 減次將各零母依法併合為一次乃子母互乘為子各
 系本于位下相減
 此先減六於一十之內
 該餘四零二之一再抽
 一數化之然兩母不同
 且併母
 子數一十二減六餘六
 整一十減六又借一析作零故餘三
 又有以零數減整數帶零數者
 原數 整數不動先用乘法
 減數 併母再用母除子乘
 減餘 或母子互乘得子
 於整九內借一數以母化為三百六十三併入一
 十一則三百六十三之一十一為三百六十三之
 三百七十四
 原數 零數三百七十四減一
 減數 百三十二餘三百六十
 減餘 為三之二
 八 整數九抽一餘八
 以上係零整雜減者若原數減數不止二位相
 併有三四零數以上者照前逐併母數互乘減
 之
 若欲試減法之當否則用加法

同文算指前編

本數九七
減數四三
減餘六二

乘出原數
乘四四
乘四四

乘出減數
乘四四
乘四四

併得
乘四四
乘四四

補前章以減法試加法

併得
乘四四
乘四四

假如不同母加積者試之兩母相除得母數將所互乘之數互減之其減餘者除以本母得子數

甲四三
乙三五
積得
八六
四五

試之
八六
四五

奇零乘法第十二
凡兩零相乘者皆以母乘母子乘子

乘得
二六
四三

凡零數與整數相乘者置整數與零子數並列其上立一數為母與零母並列照前母乘母子乘子

整數八
零數五四
列位
一八
五五

試法
原餘
所減
共母子母五

一乘四得四
三乘三十六
得一百零八

用約法仍是九分之七

本數四三
內減
併得

試法
併得

若於內但
減一百四
必餘一百
四十四入

以甲母除之得乙母數以乙母除之
得甲母數子數減二十餘三十六又四三
以十二除之得三減三十六餘二五
又以四除之得五互除還原

母乘一
子數四
子數五
子數四
子數三
子數二

母乘一
子數四
子數五
子數四
子數三
子數二

母乘一
子數四
子數五
子數四
子數三
子數二

母乘一
子數四
子數五
子數四
子數三
子數二

母乘一
子數四
子數五
子數四
子數三
子數二

母乘一
子數四
子數五
子數四
子數三
子數二

歸整
五三
六二

以五歸三十得六整數
外餘五之二

凡整數帶零數與整數相乘或與零數相乘者先以整數與所帶零數之母相乘得若干併入零子列子位法

對乘之
整兼零
整數

右係整兼零與整數相乘者
列位
乘得
歸整

右係整兼零與零數相乘者
列位
乘得
歸整

若兩位俱以整數兼零數者照前化整數
二乘四得
八併一
三乘五得
十五併一
十五併一
十六

或問乘法乘少為多今或乘多為少何也曰立法如此
乃是借虛取實與除法相參為用非整乘也
若欲試乘法之有差則用奇零除法
假如兩兩零數相乘者

原數
除數
列位
乘得
歸整

原數
除數
列位
乘得
歸整

原數
除數
列位
乘得
歸整

原數
除數
列位
乘得
歸整

原數
除數
列位
乘得
歸整

奇零除法第十三
凡奇零數又以奇零數歸除者列原數於右列除數於左即將除數倒列子母除數上子下兩平對乘其乘出數即歸得數

假如以奇零除奇零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以零數除整數者以整數作子上立一為母
原數
除數
倒位
乘
約之即一分之九

假如以整帶零而除整數者原數只借一為母不動若除數則以所帶零母化其整數併子數
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除零數者
原數
除數
倒位
乘
約之即九之

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

假如以整數除整帶零者
原數
除數
倒位
乘
約之即三之二

約之即三之二
約之即三之二
約之即三之二

原數三三
除數六
倒位三三
以母二化整
六為一十二
併子一得十二
乘九四

原數六
除數四三
倒位三三
母二化
六得一十二
子一併
乘六二
約之得八零
五三
三之二

原數六
除數三
倒位七五
併子二
乘四五
約之得整一
零三十四之
三六三十一

原數三三
除數六
試之
乘數三三
相乘還原
三三
之六十二
原數二

重零除盡法第十四
歸除不盡曰奇零然有原數之內本來先帶奇零者如
數係二十零四 是奇零數內又有小奇零也若欲除
之使盡當先歸之使一列小奇零於右列大奇零於左
兩母相乘為總母又以小奇母乘大奇子併入小子為
共子數即是除盡之數若數繁者約之

假如四人剖一十五零三之二其不盡者整三數零三
之二也三之二為小奇列右四之三為大奇列左如法
乘之即得四母除盡之數

小奇數三三
大奇數四三
兩母乘三四一十二為共
母小母乘大子得九再併除盡
三共一十一為共子是別
分得一十二之一十一
四八
各得

若小奇零之內復有小奇零剖而又剖零而又零至三
至四者先以大者二位相併得母數及子數次乃遞互
併完假如七除不盡而餘四數是為七之四矣而又以
此四中之一剖為五停內得二又以此二中之二剖為
四停內得三又剖此三中之二為三停內得二此乃大
奇數內又帶三小奇數愈析愈繁最易淆亂者法具後

第四奇數三三
第三奇數四三
第二奇數五三
大奇數七四
先併
五二
七四
四三
三三
五二
四三
三三

再與第三奇數相併
五二
四三
三三
三三
五二
四三
三三

再與第四
奇數相併
四九
三三
三三
三三
四九

通併二七
四二
以約法求得八十四之五十五盡

以上用七除盡者每分得八十四之五十五
假如以一十二人剖二十整數零四之一者每人得整
一尚有整八零四之一不盡以一十二之八列左以四
之一列右

小奇數四二
大奇數三八
四乘一十二
得四十八
共母四乘八
併入一得三
乘得
八三
以三約之得
一十六之一
四三
十一盡

右係捷法若依前章奇零加除二法者從小奇數除起
以一二除之借一為母倒列對乘先得小奇乘數次
以大奇數與對乘又依加法互乘求總子數約之得除
盡數

小奇數四二
應除數三三
乘得數八二
大奇數二八
約得
六六
五三
六一
二二

以少減多得三十六為紐數以除母數
得一十六以除子數得一十一亦與前
法合或問此係除法何以併子數却用
加法曰小奇數乘出即與大奇數敵故
當加積算之若但以小母乘大子併小
子其差多矣

通問第十五
前算法一十四章總歸加減乘除四術臨時制用存
乎其人今設一十四問由淺入深由易入難精之躡
度歷術屢之米鹽凌雜皆可類見

問減二十三餘四十七原是幾數又問減一十一之四
餘八零三之二原是幾數答曰此用加法以二十三
加四十七原是七十數也以一十一之四加八零三
之二原是九零三十三之一也

問八十七內減幾何該餘二十六又問一十三之八內

問八十七內減幾何該餘二十六又問一十三之八內

減幾何該餘七之二答曰即用減法就八十七內且減二十六餘六十一得減數就一十三之八內且除七之二餘九十一之三十得減數

問加三十八得八十三原是若干又問加四零九之八得二十零二之原是若干曰亦用減法於八十三內減三十八尚餘四十五其原數也於二十零二之內減四零九之八尚餘一十五零一十八之一十一其原數也

問一百與三百四十九差幾何又問六零二之一與二十零四之三差幾何曰此即減法於三百四十九內減二百是為二百四十九於二十零四之三內減六零二之一是為一十四零四之一

問何數除之以九而各得三十四又問何數除之以四零三之一而各得三之二曰此用乘法九乘三十四得三百零六其實數也三之二乘四零三之一得整二零九之八其實數也

問有三十於此其五之三是何數又問有四零七之五於此其二之一是何數曰亦用乘法以五之三乘三十得一十八是其五之三也依法以子數三乘三十得一十八合問以二之二乘四零七之五得二零一十四之五是其二之一也依法化四併五為七之三十三以三約之為二零一十四之五合問

問除四十八各得一十其除數若干又問除七之三各得三之二其除數若干曰此於除法求之只以一十除四十八該得四零五之四是其除數以四零五之依法化整及倒位對乘之子數五乘四十八只以三得二百四十四母數二十四除之得一十合問只以三之二而除七之三該得一十四之九是其除數以四十二除之得三對一十四乘得六十三之四十二約之三之二

問一十七與何數相乘而得一百又問三零二之一與何數相乘而得四之一曰此用除法以一十七而除一百當各得五零一十七之一十五以得數乘除數還原一百矣以整三零二之一而除四之一當各得一十四之一以得數乘除數還原四之一矣一十四乘三零二之一得二十八之七約之四之一也

問兩數相乘得四十八是何數又問兩零數相乘得二之一又或得六零四之三各者是何數曰熟於除法則隨變用之其餘四十八者隨意立一數如以六數除則各得其八乘之則六八四十八也如以一十除則各得其四零五之四乘之乃五之二百四十還原四十八也母五乘整四併子得二十四以一十乘四十八得二百四十數以母五歸整是四十八其除二之一者亦隨立一數如以三之二為除則各得四之三以四之三乘三之二得一二二之六約之則二之一矣其餘六零四之三亦隨立一數如用三零二之一為除則各得一零一十四之一十三乘之則六零二十八之二十一約之六零四之三也如用二零四之三為除則各得四十四之一百零八乘之則二百七十六之一千一百八十八約之亦六零四之三也

問兩數除之得二十八又問兩零數除之得六之五其數幾何曰此用乘法亦隨意立一數乘之如二十八數以六數乘之得一百六十八即以六除之仍歸二十八矣如六之五者以二之一乘之得十二之五即以二之一為除仍歸六之五矣

問何數以七為乘而所乘出之數歸之以八而得三又

問何數以五之二為乘而所乘出之數除以四之三而得四之一曰此兼乘除二法翻用之先以除數乘除得之數而以所云乘數除之其所除得數即所求數也假如三與八相乘得二十四乃以七除之各得三零七之三其所求矣假如四之三與四之一相乘得一十六之三乃以五之二除之各得三十二之一十五其所求矣

問六在五十四之內約是幾分之幾又問五之三在一十之九內約是幾分之幾曰此用約分零除法以小除大其所除得數即是也

六於五十四乃九之一也假如以五十四除六者依位對乘乃五十四分之六即六數而一數為母倒除五十四於此可明零除倒位之義以一十之九而除五之三其倒位互乘得四十五之三十約之則五之三於一十之九乃三之二也

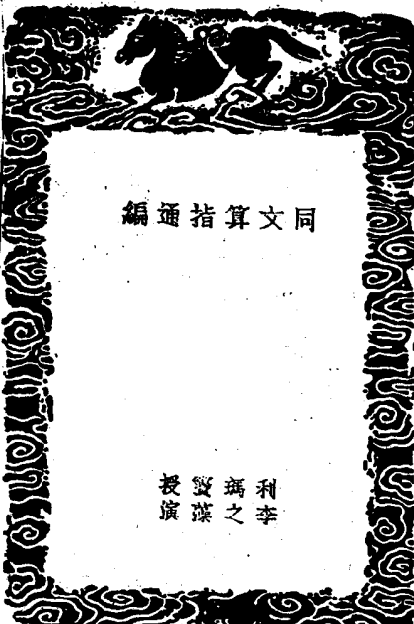
問六數是何數中九之一又問五之三是何數中三之二曰同前仍用零除之法但以九之一除六數依法倒位乘得五十四是六乃五十四中九分之一也但以三之二除此五之三依法倒位乘得一十之九是五之三乃一十分之九中三之二也

問化法假如一化為八今七數其化幾分又問以一化四見有四分之三設以一化一十二此四之三各得一十二中之幾又問以一化七見有七之三設以一化八則此七之三是八中之幾曰此用乘法以前後數相乘得之問化入者以七乘八得五十六是所求其化數矣問以化四較化一十二者以前子四中之三與後母一十二倒位相乘得數三十以前母除歸本數四箇即後母之子數也一十二問以化七較

問以化七較

化八者亦然以前子七中之三與後母八倒位相乘
 得數二十以前母除歸本數三三二十一得整三數
 餘三不盡是零七之三
 即後母之子數也後母入此
 後母入中之三零七之一也譬如
 大斛七斗抵小斛八斗今大斛三斗以小斛斗量之
 得三斗零七分斗之三又如中國計日以百刻西洋
 以九十六刻今問西洋之三十一刻當中國之三十
 幾刻即以西洋九十六為母三十一為子却以中國
 之母倒下作子與之對乘得三千一百是為九十六
 之三千一百即以九十六而除之得三十二刻零九
 十六之二十八再尋組數四約之乃是二十四分刻
 之七也

同文算指前編下卷



同文算指通編

利李
瑪之
賢藻
授演

同文算指通編序

自龜馬呈祥圖書爾秘義軒聖人則而象之而容成謀
首推演其法數學於是焉肇世所傳上中下三等法即
未必盡出黃帝要之自然相生開天立教非聖人不能
作也然古者列于六藝上有教下有習孔門七十二賢
兼通其事而學者猶云藝成而下何至如今不通一事
舉數學且失傳哉蓋自秦火為虐古先家數圖書燬燼
殆盡竊意神海之外埃垠之遠必有秦炬所不及異書
異術可以同文互證而數年來乃得西國數學種種成
書皆生平未見一大奇也往予晤西泰利公京邸與譚
名理累日頗稱金蘭獨至幾何圖說論便不能解公
歎曰自吾抵上國所見聰明了達惟李振之徐子先二
先生耳未幾余有事巡方卒卒未再叩而公已即世求
之方冊徐太史為譯幾何李水部為推算指而余乃獲
因利公未泯之緒以尋古數學于不墜或曰世術乘除
非數歟曰此豈數也用之離合變化而其法窮積渺忽
遞至正載而又窮因顯測微因可見測不可見而又窮
假令數術止是三尺之子頃刻可以擅能何以通之聖

門遂稱賢哲而昔人攻治其業至五年而始成哉此其
指可識矣夫天地名物無非此數律度量衡準繩規矩
數所紀也故曰極其數遂定天下之象然數有體有用
恢之乎不可窮約之乎無何有皆體也泰伍錯綜萬變
莫測則其用也算指所言大抵皆用之之法標準于損
益乘除極變于開方句股援新而傳諸舊合異而歸諸
同禁緒難領則立多端以析之義意難明復設假例以
通之而數之蘊於是始顯變始盡其用心良已勤曠世
良亦切矣易曰制而用之謂之法又曰利用出入民咸
用之謂之神法而不適於用與用而不利於用皆不足
以盡神是編所傳匪籌匪觚惟馮三寸不韋盡乎天地
名物律度量衡準繩規矩離合變化因所見測所不見
之用而無或差忒此所謂神也振之夙稟靈心兼容武
庫而復孜孜問學意有所向輒屏營一氣極慮研精以
求至當是故獨至之解毋不可及用志不分之效也茲
服閣入長安屬禮官上書訪海內專門之業儻造膝而
求所謂同文之指幸出之枕中公諸史館異日為蘭臺
石室之藏彰我國朝同文之盛即謂十經九執雖亡不
亡可也謹敘簡端并質之太史公

鄭圃居士楊廷筠撰

同文算指通編總目

- 卷之一
 - 三率準測法第一 補八條
 - 變測法第二 補五條
 - 重準測法第三 補十四條
- 卷之二
 - 合數差分法第四上 補二十六條
- 卷之三
 - 合數差分法第四下 補十五條
 - 和較三率法第五 補三條
 - 借衰互徵法第六 補三條
- 卷之四
 - 疊借互徵法第七 補三條 又補盈胸十條 疊數盈胸八條
- 卷之五
 - 雜和較乘法第八 俱補
 - 遞加法第九 補例十二條
- 倍加法第十
- 卷之六
 - 測量三率法第十一 補句股略十五條 總論
- 開平方法第十二
- 開平奇零法第十三
- 卷之七
 - 積較和相求開平方諸法第十四 俱補 凡七則
- 卷之八
 - 帶縱諸變開平方法第十五 俱補 凡十一則
 - 開立方法第十六
 - 廣諸乘法第十七 一乘至七乘 尋原

同文算指通編卷一

西海 利瑪竇 授

浙西 李之藻 演

三率準測法第一

數有顯隱必賴顯以微隱故列前三率求後一率先定三率之位大都取其相準如貨準貨錢準錢之類凡第三率必與第二率相乘而以第一率除之因得第四率為所求舊名異乘同除

假如錢四貫得貨十二斤今問錢二十貫當得貨幾斤則以二十為三率以十二為二率與相乘以四貫為一率

第一率 四貫 二率三率乘得二百四十數以

第二率 十二斤 率之四除之每分得六十數為所

第三率 二十貫 求蓋第一率與第三率相準也而

第四率 六十斤 第二率又與未知之第四率相準

相準故以相推妙在相準

假如米六十石足支五月今問有米一百三十二石足支幾月此以六十石為一率五月為二率今有一百三十二石為三率以與二率相乘以第一率六十除之

第一率 六十石

第二率 五月

第三率 一百三十二石

第四率 一十一箇月

右試法二率三率相乘如前却以第四率除之仍得第一率則所推不誤

又法移第三率為第一率第四率為第二率却以第一為第三如前二三乘之以一除之所得第四率必合第一

二率

第一率 二十貫 一百三十二石

第二率 六十舫 四乘六十得 十一乘六十得 二百四十以 十一乘六十得 六百六十以 一

第三率 四貫 二十除之得 六十石 百三十二除得 十二

第四率 十二舫 五月

又有化多為寡之法先等紐數凡一數可以除盡兩數者為紐數其兩數亦取相準者為用因以相對乃取紐數所得置本位下乘除如前若無紐數者則否

一率「四」一 此以四為紐 此亦以四為紐 數而一率對一 數而一率對三

二率「十二」三 二率一四如 二率一四如四五 四三四十二 四二四十二 四二四十二

三率 二十 故以一代四 代四以五代二 以三代十二 十依法乘之得

四率 六十 仍依法乘得 六十 六十如前

又式

一率 三十六一三 此以十二為紐 此以九為紐 數者三之為三 數而換一率

二率 四十八一四 十六故以三乘 三率者四九 之四之為四十六 三三六故代

三率 六十三 六十三 入故以四 九六十三故 更之依前 以四代七

四率 八十四 八十四 乘除仍得 八十四 仍前乘除亦 得八十四

又三率準測之法以一率除二率得數乃以乘第三率所得第四率不異前法

一率 六十 先以一率除二率得六以乘第三 率推得第四率

二率 三百六十

三率 一百三十二

四率 七百九十二

又法先以第一率除第三率得數以乘第二率乘出數為第四率亦如前

一率 六十 以一率除第三率得二零六十之 十二約之乃五分之一為用數以

二率 三百六十 乘第二率仍得七 以上二法皆用 百九十二知前

三率 一百三十二 先除後乘但除之不盡必用零乘

四率 七百九十二 之法故不若從前乘後除為捷

右準測法之變凡三而瞭察在於定位孰為第一率孰為第二三率應前者則應後者後又或前者及後後者反前者凡例如左

問用銀四十四兩買絹五十二匹今買二百六十四匹該銀幾何此所問者二百六十四匹則以二百六十為第三率以原買絹五十二為第一率相當而以四十四為第二率以當所測之第四率

- 一 五十二匹
- 二 四十四兩
- 三 二百六十四
- 四 二百二十兩

問買絹五十二匹用過價四十四兩今有銀二百二十兩該絹幾匹此所指者銀數則以今有銀為三率原價為一率與相當而以買過絹為二率乘之

- 一 四十四兩
 - 二 五十二匹
 - 三 二百二十兩
 - 四 二百六十四
- 問用銀四十四兩不知糶米若干曾見有人以銀二百二十兩糶米二百六十石

- 一 二百二十兩
- 二 二百六十石
- 三 四十四兩
- 四 五十二石

問有人糶米五十二石不知得銀幾何曾見有人糶米二百六十石得銀二百二十兩

- 一 二百六十石
- 二 二百二十兩
- 三 五十二石
- 四 四十四兩

右四問總是一法所問不同以辨三率之位

問有人七日行二百一十里今行一千六百里須幾日

- 一 二百一十里
 - 二 七日
 - 三 一千六百里
 - 四 五十三日又二百一十分日之七十
- 刻法每日一百依法以乘子數七十得七千以母數二百一十除之得三十三刻又三分刻之一
- 問椒一勛不知其價見人買六十勛用價二十兩

一 六十勛

二 二十兩 除之係以多除少者設在前編奇零除法

三 一勛 立一為母倒位互乘以除之

四 $\frac{100}{63}$ 約之乃三分兩之一也求分釐法依前編

$\frac{63}{3}$ 以兩化之千乘毋除得三錢三分三釐三

問穀每石價銀一兩七錢五分米每石價銀二兩五錢今有穀三百九十六石照價折米該若干

- 一 二兩五錢
 - 二 一兩七錢五分
 - 三 三百九十六石
 - 四 二百七十七石二斗
- 若問米二百七十七石二斗照價該准穀若干者即以二兩七錢五分為第一率二兩五錢為第二率以

二百七十七石二斗為第三率

問有八成金五十兩價銀二百兩今有九成金四十兩該銀若干此因有成色有兩數有價數法當取成色折足色後用準測推之五八四十為第一率二百兩為第二率四九三十六為第三率

- 一 四十兩
- 二 二百兩
- 三 三十六兩
- 四 一百八十兩

問銀一百兩零七錢八分雇工築堤四百丈零四分今欲築堤一千丈零四分三釐該銀幾何此法化兩為分化為釐以列三率

- 一 四萬四十釐 化四百丈四分
- 二 一萬七十八分 化一百兩七錢八分
- 三 一十萬四十三釐
- 四 二百五十一兩八錢六釐又四千零四分釐之二千一百三十 約之乃二千二之一千六十五以毫歸整乃五毫三絲一忽九微六纖

問住居七箇月零十五日已支銀二百兩七錢八分又七分之二若住六年該費若干此化年月為日化兩為分以列三率

- 一 二百二十五日
- 二 二萬七十八分又七分之二
- 三 二千一百九十日 每年作三百六十五日
- 四 一十九萬五千四百二十八分又一千五百七十五分之二 即一千九百五十四兩二錢八分六釐四毫七絲六忽八微七纖不盡

問有蠟十觔零五分之二又七兩零二分兩之一共價銀二兩六錢今有銀九錢買蠟幾何曰此謂三不同類之率因蠟有斤有兩又有零取一最細數為君以大量化之取原價二兩六錢為二十六錢取原蠟十觔零五分之二又七兩零二分兩之一為一百七十三兩零十分兩之九即一千七百三十九錢也每斤十六兩二乘得五之三十二乃共得一百六十六兩零五之二也次加七兩得一百七十三兩其所零二之一併前所零五之二併母法互乘積之為十分兩之九總之如上數

二率乘三率依前編零乘之法歸整得一

一 二十六錢

二 一百七十三兩一十分兩之九

三 九錢

四 六十兩又二百六十之五十一

問欲買驢八分丈之七價若干曰會買三分丈之一原價四分兩之三算之

一 三三

二 四三

三 八七

四 一兩

問煉礦求銀初火煉得三之二再火得七之五又入火得五之四凡三火共得足銀一十六兩原礦若干此併子併母求之以三子相乘二五得十又為首率以三母相乘三七二十一又以四乘得四十為首率以三母相乘五乘得一百零五為次率一十六為三率

一 四十

二 一百零五

三 一十六兩

四 四十二兩

問築牆上廣一尺下廣四尺高一丈二尺今上廣如故下廣僅二尺一寸可高若干法以較求之取原上廣較原下廣所差為一率以原高數為二率今築下廣較原下廣差為三率

一 三十寸 上廣不及下廣數

二 一百二十寸 高

三 一尺九寸 今下廣減原下廣

四 七十六寸

右法若以築高七尺六寸問上廣若干者以築高數乘原上下廣較而以原高數除之

問築牆上廣二尺下廣六尺高二丈今已築至上廣三尺六寸量高若干亦以上下廣較為一率原高為二率今所築中廣以較下廣差數為三率

一 四十寸 原上下廣較

二 二百寸 原高

三 二十四寸

四 一百二十寸

右法若問築至高一丈二尺問上廣者以築至數乘原上下廣較而以原高數除之

問築牆上廣十尺下廣三十尺高四丈今欲築至上廣九尺該接高幾何以今上廣較原上廣餘一尺為主置第三率置原高四丈為二率以原上廣不及下廣二十尺為首率

一 二十尺 原上下廣較

二 四十四尺 原高數

又法以原上下廣較減原

三 一尺 今上廣較 高為實以今上廣與原上廣較得數為法除之亦同

四 二尺

右法若問再加二尺上廣幾何者以再加數與原上下廣較相乘而以原高數除之

問驛使先發三十七里別以一騎追之馳一百四十五里尚不及二十三里須追幾里可及此以先發及追去未及之里推之知馳一百四十五里只追上二十四里以追上數為第一率疾馳數為二率不及數為三率

一 一十四里

二 一百四十五里

三 二十三里

四 二百三十八里又十四分里之三

問甲乙二人同步甲疾乙遲甲行百步乙纔行六十步假使乙先行百步甲方舉步追之該幾步可及

一 甲行疾四十步

二 甲日行一百步

三 乙先去一百步

四 乙會甲二百五十步

問商人糶米三千五百石每石價銀六錢五分外用腳價銀五分就糶處以米准腳價則原數內該腳夫若干商存若干此以每石糶價為首率總米為次率腳價為三率依法乘除先得腳價米為四率以減總米餘為存商之數

一 六錢五分

二 三千五百石

三 五分 腳價

四 二百六十九石二斗三升〇七勺又六十五分勺

三 一尺 今上廣較 高為實以今上廣與原上廣較得數為法除之亦同

四 二尺

右法若問再加二尺上廣幾何者以再加數與原上下廣較相乘而以原高數除之

問驛使先發三十七里別以一騎追之馳一百四十五里尚不及二十三里須追幾里可及此以先發及追去未及之里推之知馳一百四十五里只追上二十四里以追上數為第一率疾馳數為二率不及數為三率

一 一十四里

二 一百四十五里

三 二十三里

四 二百三十八里又十四分里之三

問甲乙二人同步甲疾乙遲甲行百步乙纔行六十步假使乙先行百步甲方舉步追之該幾步可及

一 甲行疾四十步

二 甲日行一百步

三 乙先去一百步

四 乙會甲二百五十步

問商人糶米三千五百石每石價銀六錢五分外用腳價銀五分就糶處以米准腳價則原數內該腳夫若干商存若干此以每石糶價為首率總米為次率腳價為三率依法乘除先得腳價米為四率以減總米餘為存商之數

一 六錢五分

二 三千五百石

三 五分 腳價

四 二百六十九石二斗三升〇七勺又六十五分勺

之四十五之九以減總米餘三千二百三十石〇七斗六升九合二勺又六十五分勺之

右係初糴未運送者故以原糴價算若已搬運到倉則併糴價算每石共值七錢矣以七分爲首率依原分法求之口該脚米二百五十石

問糴二百五十石換綿八十八石若糴百石一

除一兩各該綿幾何此求勛兩法糴數爲首率綿爲次

率列兩百勛等爲三率有零分者以勛法十六化之再

一 二百五十勛

二 八十八勛

三 一百勛

四 三十五勛

之一 卽三兩

三錢二分 三分二釐 分二釐

以上十五問見三率布置之序餘可觸類而通

變則法第二

前準測法皆以二率乘三率而以一率除之蓋以三率

視四率猶以一率視二率多寡相等可例推也又有變

測之法假如第一率多千第三率而其第二率反少于

第四率或一率少于三率而二率反多于四率者此當

審其不相準之數而變注測之則以第一率乘第二率

以第三率除之舊名同乘異除

問布長九丈闊三尺作衣一襲今有布但闊二尺亦欲

作衣一襲指布若干此以三尺爲一率以九丈爲二率

乘之以二尺爲三率除之

一 三尺

二 九丈

三 二尺

四 一十三丈五尺

問原借九成金五十四兩今以八成金抵還照成色該選若干

一 九成

二 五十四兩

三 八成

四 六十兩七錢五分

問母銀四千兩生息三年今母銀七千四百八十兩數

多千前只須幾年即可當前三年之息此以四千爲一

率三年爲二率乘之今母爲三率除之

一 四千兩

二 三年

三 七千四百八十兩

四 一年二百二十日六時四刻又三百七十四分刻

之八十六

問荒年麥半石價錢六百元作麥餅每餅重十兩值十

文今麥價四百文或實至八百文而價仍每餅十文則

其餅該增減若干

一 錢六百

二 餅十兩

三 錢四百

四 餅十五兩

問二百四十方步爲一畝合欄八步長三十步今欄只

六步或潤至十二步各該長幾何

一 八步

三 三十步

四 四十步

二 十二步

問方倉貯米三百八十四石原高八尺闊一丈二尺深

一丈今另建一倉照前米數亦高八尺但減深八尺或

增深一丈六尺各該潤幾何

一 一丈

二 一丈二尺

三 八尺

四 一丈五尺

問築一臺每日用夫三十一工四年而成今每日用夫五

十一工或減至二十工各該幾時完工或不待四年于二

年一百四十六日而成又或遲至四年零二百九十二

日而成毋日各應用夫若干此四難俱用一法而化年

爲日以一率乘二率以三率除 每年作三百六十五日

一 三十三千三百六十日

二 四年 四十一 三十一

三 五十五 二十一 八百七十一

四 八百六十六 五十五 二十五

問以兵八千五百共守一隘其糧僅支十一月若待饑

運至日尚須二十五箇月計當撤兵幾何留兵幾何而

後可供二十五月之食

一 十一月

二 八千五百人

三 二十五月

四 三千七百四十八人當留 四千七百六十八人當撤

以除得數爲留 撤除爲撤數

問象牙一枝因無大秤用小秤稱之不及其鍾重一斤十兩外加一鍾重一斤四兩八錢稱得六十七斤依小秤算該幾斤法併原加鍾數為首率以稱得數為次率原鍾數為三率

- 一 四十六兩八錢
- 二 六十七斤
- 三 二十六兩
- 四 一百二十斤又五之三 用加六求之即九兩六錢

問原秤稱物重八斤二兩失去原鍾欲另鑄鍾配用不知輕重另借別鍾以較原稱之物只六斤則原鍾若干此須化斤為兩以加六通後稱數六兩為首率以所借鍾三十為次率原稱數十兩為三率得所求原鍾數以斤法除之

- 一 九十六兩
 - 二 三十七兩
 - 三 一百三十兩
 - 四 二十七兩三錢又一十三分錢之
- 三以斤法除得一斤十一兩三錢二分七毫不盡

問空車日行七十里若重載即日行五十里今載糧到倉五日三返路遠若干法以五日為首率以空車重車日行數相乘為次率併空車重車日行數以三返乘之為三率

- 一 五日
- 二 五百三十里
- 三 三百六十
- 四 四十八里又三十六之二十二

重準測法第三
凡數兩相較者皆兩兩相準故以已然為一二率見在

同文算指通編

為三率以測四率若已然者先有雜數見在者又有雜數此當以類次第歸併而疊用三率之法推之準而又準測而又測為重準測法

問每人每月織絹六匹若八人四年該幾匹此以一人為第一率以六匹為第二率以八人為第三率八六乘得四十八為第四率又以四十八為所問第二率化四年作四十八箇月為第三率依法乘得第四率

- 一 一人 先以人數 一月 即八人之一月
- 二 六匹 測絹數 四十八匹 次以月數測絹數
- 三 八人 四十八月 即四年
- 四 四十八匹 二千三百四匹

又併法以一人乘一月為第一率以六匹為第二率以八人乘四十八箇月為第三率而二三相乘以一除之一人一月乘只是一數之如人與月不同是也若月與年同數者竟當化一年為十二月不必相乘矣

- 二 六匹
- 三 三百八十四
- 四 二千三百四匹

問雇役一千里運貨二百斤給值四兩今貨三百斤運四千里該值幾何此以一千乘二百斤為一率以四兩為二率以三百乘四千里為三率

- 一 二十兩
- 併 二 四兩
- 法 三 一百二十兩
- 四 二十四兩
- 用 一 二百斤 先測貨價 一千里 次測里價
- 重 二 四兩 六兩
- 準 三 三百斤 四千里

同文算指通編 卷一

法 四 六兩 二十四兩
問三人用米五石值銀三兩計食五旬每人每日該銀米幾何此以三人乘五十日為第一率以三兩及五石各為第二率以一人乘一日為第三率二三相乘一率除之

- 一 一百五十三乘五十
- 併 二 三兩 三百分 五石 五百升
- 法 三 一乘一
- 四 二分 三升三合零三之一

一 三人米 五十五日 次以日準銀米
重 二 三兩 五石 一兩 一石三三
準 三 一人 一月
四 一兩一石三三二分 三升又三三

問母銀三百兩四年得子銀一百兩今有母銀一千五百八十兩七年該出子銀幾何此以三百乘四年為一率以一百為二率以一千五百八十乘七為三率

- 一 一千二百
- 併 二 一百
- 法 三 一萬一千六十
- 四 九百二十一兩又三分兩之二
- 一 三百
- 重 二 一百 四年 次以四年子母相算
- 準 三 一千五百八十 七百
- 四 五百二十六兩又三之三

問母銀十兩三箇月得子銀四兩若母銀一百兩欲得子銀二千兩須幾年此因有月在內須作重準測法先知百兩三月所得然後再測若只如前併法以四乘十

除之

共作一率則所差多矣式且後

- 一 一十兩 此未言三箇月 四十兩 既得上數乃以兩之得四
 - 二 四兩 兩之得四 三月
 - 三 一百兩 亦足三月 二千兩 在此便可再割
 - 四 四十兩 一百五十兩
- 右法試之以十兩乘三月為第一率以四兩為第二率以一百兩乘一百五十兩為三率而以三三相乘以一率除之 此係例法蓋帶月作一率三率者

- 一 三十以一十乘三
 - 二 四
 - 三 一萬五千 以一百乘一百五十
 - 四 二千
- 問有夏布四十五匹以換綿布兩價不等夏布每匹價二錢綿布每匹價七錢五分該換若干匹法先以三率法求夏布四十五匹共價若干次即以所獲價為第三率以七錢五分配為第一率七匹為第二率推之一 三匹 一 七錢五分
- 二 二錢 二 七匹
 - 三 四十五匹 三 三兩
 - 四 三兩 四 二十八匹
- 問將銀二十三兩買布七十五匹每匹長四丈闊二尺今另買布闊一尺六寸長與前等該減價若干此先求每尺之價以四丈乘全布又以闊二尺乘六千為首率價銀為二率另立一尺為三率求得四率為尺價次求應減之價乃移三四率為一二率以兩闊相減餘四寸乘原長三千尺 一 二 為三率 一 六千尺 一 尺

- 二 二十三兩 三 釐八毫三絲又三之一
 - 三 一尺 一千二百尺
 - 四 三釐八毫三絲又三之一 四兩六錢
- 問重舟日行八十里輕舟日行一百里今重舟先去一十五日輕舟幾日追及先求重舟一十五日行若干里得數用為重測之三率而以輕舟每日多行二十里為首率推之得四率為追及之日
- 一 一日 一 二十里
 - 二 八十里 二 二一日
 - 三 一十五日 三 一千二百里
 - 四 一千二百里 四 六十日

- 問車輪半徑一尺九寸五分假令一日轉二萬周該幾里此因有里有尺又有寸有分須用再測先倍半徑得三尺九寸為全徑數三四得一百一十七寸為一周數以一周為一率一百一十七寸為二率二萬周為三率推得尺寸共數乃以其數為第三率以里法一千八百尺除之
- 一 一周 一 一千八百尺
 - 二 一百一十七寸 二 一里
 - 三 二萬周 三 二十三萬四千尺
 - 四 二十三萬四千尺 四 一百三十里
- 問用磚砌溝九里每磚闊六寸每層該磚若干此以里求寸當化里為寸每里一萬八千寸九里得一十六萬二千寸乃求磚數
- 一 一里 一 六寸
 - 二 一萬八千寸 二 一磚
 - 三 九里 三 一十六萬二千寸

- 四 一十六萬二千寸 四 二萬七千磚
- 問撥夫一百名築城二百丈八箇月工完今仍用夫一百各給銀一百兩欲築城二萬丈幾月完工此以二百為一率以八為三率以二萬為三率不用銀數以與夫數相同不算
- 一 二百丈 二 八月
 - 三 二萬丈 四 八月

- 問用夫三百名七箇月修過墩臺四十五座今有夫一千七百八十名亦七箇月可修墩臺若干座此與前法相同除月不用
- 一 三百名 二 四十五座
 - 三 一千七百八十名 四 二百六十七座
- 問選鋒兵一名每月給銀四兩今有邊鋒一萬三千名九箇月該給幾何此以一名乘一月為一率以四兩為二率以九乘一萬三千為第三率
- 一 一 二 四
 - 三 十一萬七千
 - 四 四十六萬八千
- 問馬十匹每一日用料七斗今有馬百匹養二十日用料幾何此以十匹乘一日為一率以七斗為二率以百乘二十為三率
- 一 一十匹 二 七斗 三 二十日 四 一十四

二 七斗
 三 二千匹
 四 一千四百斗

問開河長七百五十五丈上廣五丈四尺下廣四丈深一丈二尺每夫每日開二百尺問幾工可完即以二百尺為首率併上下廣折半得四十七尺以深乘之得五百六十四尺為次率以長為第三率

一 二百尺
 二 五百六十四尺
 三 七千五百五十尺
 四 二萬一千二百九十一工

問開濠下廣七尺上廣九尺深四尺長一千八百尺每夫每日穿一百四十四尺今用夫二百名幾日畢工此以二百人乘一百四十四尺得二萬八千八百為法置第一率併上下廣折半以深乘得三十二尺為二率以長為第三率

一 二萬八千八百
 二 三十二
 三 一千八百
 四 二月

問十二人九日共刈麥二十畝今有三十人刈麥四十五畝該幾日此因有人數又有日數又有畝數當用重準法及以一率小於三率而四率反少於二率兼用變準法而重準則仍用準測法

一 十二人 先以人數 二十畝 次以日數
 二 九日 率相乘三 三日又五分日之三
 三 三十人 率除之 重 四十五畝

同文算指通編

四 三日又五分日之三 八日又十分日之一

問負米一石一斗二升行三十步日五十次今負米一石二斗行四十步日可幾次此全用變準法以三十步乘一石二斗二升為首率五十次為二率今負米一石二斗以乘四十步為三率

一 三百三十六
 二 五十次
 三 四百八十
 四 三十五次

問金錢一文值銀一兩一錢五分今有銀一千兩該金錢幾文此用化法二率乘三率以一率除

一 一百一十五分
 二 一文
 三 十萬分
 四 八百六十九文又二十三分錢之一十三

問金錢每文得銀一兩一錢五分今金錢四千文銀幾何

一 一文 一百分
 二 一百一十五分 一兩
 三 四千元 四十六萬分
 四 四十六萬分 四千六百兩

問烹砂煉金每目所得重三十銖今積得七斤八兩已採幾日法先化斤為銖每斤三百八十四銖先求七斤八兩得銖若干乃以共銖求數 此是斤稱法

一 一斤 三十銖
 二 三百八十四銖 一日
 三 七斤八兩 二千八百八十銖

同文算指通編

四 二千八百八十銖 九十六日

問煉銅入爐一次每十斤得八斤今入爐三次得七十五斤一十三兩四錢四分原生銅若干此用化法化八斤一萬二千 為首率化十斤一萬六 為次率化三火銅一十二萬一千 為三率得四率為二次銅數乃即用四率為三率以求一火銅得數又用為三率以求生銅其一率二率不動依法乘除得數乃以斤法一十六除之

一 一萬二千八百分
 二 一萬六千分
 三 一十二萬一千三百四十分 十五萬一千六百八十分 一十八萬九千六百

四 一十五萬一千六百八十分 一十八萬九千六百 二十三萬七千分 一百四十分

又捷法以八斤自乘 六十 再乘 五百一 為法以除三火銅亦得二三七因有再乘各再進位以七為兩亦同前法

問將銀匠採石不知銀數石數只云每石六十文價七兩七錢船價三錢總用銀鐵炭火銀二百兩是六十分之二則原銀幾兩買石幾文石價船價總若干各若干法據鐵炭火銀二百兩為六十分之二已知原銀是六千兩內減二百兩只以五千八百兩為實之銀起算作第三率以六十文為第二率相乘得數乃以七兩七錢併船價三錢共八兩為第一率除之得四率為買石總數再置石總為第三率以七錢七分為二率乘之六十文為一率除之得石總價以減總銀餘得船價

一 八兩 六十文
 二 六十文 七錢七分

同文算指通編

三 五千八百兩 四萬三千五百文

四 四萬三千五百文 五千五百八十二兩五錢此係以減總銀餘二百一十七兩五錢為船價加鐵炭火二百兩仍足六千兩

問母銀六十兩置貨實得六十四兩或只賣得五十七兩必有銀一百兩置貨實之依前算該得多銀幾何或折銀幾何此以六十為一率以所賣二數較之一增四

一 六十兩 六十兩

二 四兩多數 三兩 折開數

三 一百兩 一百兩

四 六兩又三分兩之二 五兩

問有貨一百斤賣得子銀六十四兩不知母銀幾何茲母銀一百兩賣得子銀六兩零三分兩之二其法以子併母為一率以母為二率以所問六十四為三率所問四兼有子母故相準第一率亦兼子母配之所求第四率係原買母銀故第二率亦以母銀配之

一 一百六兩又三分兩之二除貨一百斤不用只以銀數相準

二 一百兩

三 六十四兩

四 六十兩每六十兩得子四兩則一百兩得子六兩零三分兩之二矣然則以六十四兩賣者必以六十兩買也

問寶石一顆賣銀三百兩以其母銀較之每百兩折銀一十兩原買母銀若干此因百兩之內折一十當以九十兩為一率以一百為二率以二百為三率

一 九十兩欲以二百之子推求二百二十兩有零之母先以九十兩之子及一百兩之母為

二 一百兩 一率二率

三 二百兩

四 二百二十二兩零九分兩之二

問玉石一駝賣價三千六百兩今欲每母一百兩得利一十兩必須于買價內原減得三兩方獲此利試問原買價幾何此與前法相同以一百一十為第一率問所求母銀之除所減三兩不用以一百為第二率

一 一百一十兩

二 二百兩

三 三千六百兩

四 三千二百七十二兩又十一分兩之八即原買數每百兩折十兩欲知原價幾何此因百兩內已折一十兩以九十兩為一率以一百兩為二率以三千六百兩為三率

一 九十兩

二 一百兩

三 三千六百兩

四 四千兩再減六兩即原價

問貨每一斤賣銀二錢即母銀百兩已得息三十兩設若每斤賣至二錢四分則百兩獲息幾何其法先求每斤二錢之內母銀若干然後再據子母推之先列所知子母全數一百三十為第一率以母銀一百兩為第二率知母一百三十之內以三十為子以推二錢之內以若干為子乃以二十分為第三率依法乘除得二錢之母銀亦即二錢四分之母銀也次乃以母銀為一率以二錢四分之子銀為二率以一百為三率

一 一百三十兩

二 二十五分又十三之五二錢內母數

二 一百兩

三 二十分 八又十三之八二錢四分內除去第一率得此數

四 十五分又十三之五此是母數 五十六兩外若利息

問貨一百斤賣銀十兩總計每母百兩內已折十兩若使每百斤只賣銀八兩則百兩之內所折幾何此須先知一百斤之貨原值若干乃可重推先從百兩折十兩得九十為第一率以一百為第二率以賣銀十兩為第三率依法乘除得百斤原本之數為第四率即以此為重準之第一率內推只賣八兩所折為第二率以總數一百為第三率

一 九十兩

二 一百兩

三 一十兩

四 七兩又九之此得百斤正數未折 二十八兩

問買布五萬匹用銀一萬兩納過課銀五百兩費過車脚三百兩又納課銀二百兩又雇船一百兩又過關一百兩又食費一千兩其費如此必每匹賣銀幾何然後每匹獲息銀二錢法以五萬為第一率以本價及諸費共一萬二千二百兩化錢數為第二率以一匹為第三率

一 五萬匹

二 二十二萬二千錢

三 一匹

四 二錢零五十分錢之二十二此係每匹本銀費過之價此外再加二錢共須四錢零五十分之二錢

五 二錢

六 二錢

七 九

問布每匹長四十尺內該抽稅抽二尺有客持布三百匹稅司收布一十五匹外貼錢六百元其布價每匹幾何此已知抽稅者為二十取一也先求三百匹應抽之數數外皆應貼錢此所貼者半匹二十尺之價也倍之得每匹價

一 二十四 二 二十尺 卽半匹

二 一匹 二 六百元

三 三百匹 三 四十四尺

四 一十五匹 四 一千二百文

問有客販麥不記母銀幾何但云每麥六劬價銀七錢七分車脚三分又用過牙銀二百兩是原母三十之一其母銀數及參數價數各若干此以價七錢併車脚三分得八錢為首率參六劬為次率其牙銀係母銀三十之一以加二倍得母銀六千內減牙銀餘五千八百兩為三率得第四率為參總率另以六劬為首率減車價三分以七錢七分為次率參總為三率求得第四率為參共價以六除得麥每劬價數

一 入錢 六劬 徑以首率除二率得併斤

二 六劬 七錢七分 價一錢二分八厘三毫三之二

三 五千八百兩 四萬三千五百

四 四萬三千五百 五千五百八十二兩五錢五分

問以銀二十二兩八錢買黃白蠟均平其黃蠟每三劬價四錢白蠟每一劬價五錢二色之價各若干此以兩母子五乘三五一十五併得一十九為首率兩母相乘為次率總銀為三率求得二色各劬數

同文算指通編

一 一兩九錢

二 三劬

三 二十二兩八錢 以價乘白蠟得一十八兩以價乘黃蠟

四 三十六劬 三除之得四兩八錢 問飯僧不知人數初日每五十人米八斗次日每九十人米七斗共用米三十二石一斗米與僧各若干法用

重測先將子母互乘九十乘八得七百二十併之一千

為首率兩母相乘五百為次率共米為三率得僧數乃

以僧數為三率各以子乘母除得二日米數

一 一千七十 五 九

二 四百五十 八 七

三 三十二石一斗 一千三百五十 一千三百五十

四 一千三百五十 二十石六斗 一十石五斗

同文算指通編卷一

同文算指通編卷二

合數差分法第四上

總數一也而分之樣樣不齊者亦以準測齊之大抵以總數為第一率以總數所得為第二率 加以併得子或類分布而各為之宗為第三率若三率不盡者亦用重準之法測之

問四商共販得子銀六千兩而各出母銀不同甲母六十乙母一百丙母一百二十丁母二百每人該分子銀若干先以四入共母為第一率以所獲共子為第二率分置四母各一宗為第三率以第二遞乘第三以一率除

一 四百八十

二 六千

三 六十甲 一百乙 一百二十丙 二百丁

四 七百五十 一千三百五 一千五百 二千五百

問三商置貨同舟甲貨值三百兩乙貨值五百兩丙貨值一百八十兩遭風共棄貨值四百兩各照原值攤認法併三人值為第一率以所棄值為第二率分三人貨值為第三率疊以三率法乘除

一 九百八十

二 四百

三 三百甲 五百乙 一百八十丙

四 一百二十三兩又奇 二百四兩又九百 七十三兩又九百八

八十分兩之四百甲 八十分兩之八十 十分兩之四百六十 問三人共買貨四千斤值銀五百兩甲取一千三百斤乙取一千四百六十斤丙取一千二百四十斤各該認價若干此以總貨為第一率以總價為第二率以各人

同文算指通編 卷二

所取數分三宗為第三率

一 四十斤
 二 五百兩
 三 一千三百 甲 一千四百六十九 一千二百四十四
 四 二百六十二兩又二之六分 二百六十二兩又二之六分 一百五十五兩
 問三商共得子銀一千兩所出母銀多寡不一先後亦不一甲母二百兩滿八箇月乙母四百五十兩滿六箇月丙母五百兩滿十箇月此子銀一千者每人應分若干其法以各母乘各月以八乘二百得一千六百以六十乘五百得一萬二千以五乘四百得二萬以六十乘九千得一萬八千總乘之為第一率以所獲總子為第二率以各母及月分所乘出三宗為第三率

一 九千三百
 二 一千
 三 一千六百 甲 二千七百乙 五千 丙
 四 二百七十三兩又 二斤十兩又九 五百三十七兩又九
 五 三分兩之四 土三分兩之三 十三分兩之五十九
 六 三商共得子銀一千兩甲母三百兩十箇月乙母七百兩丙母八百兩俱不知月其子銀則甲得分五百兩乙得三百兩丙得二百兩要知丙丁二人出過母銀幾月其法先取甲之知母知子知月者為算以所分五百為第一率以一月乘三百兩為第二率共三已知甲之五百乃三千中之五百矣次列乙丙所得子各一宗為第三率三三相乘而以一率除之得第四率即乙丙母銀乘月之數次乃各以其母除之仍得月數此于四率外加一率兼重準測法云

一 五百 甲之子
 二 三千 甲月與母乘

三 三百乙之子以乘三千得二百丙之子以乘三千得二百九十萬以五百除之得六百六十萬以五百除之得一千八百此兼乙母乘乙月一千二百丙月之數

二月又七分之二以乙母乘乙月一千二百丙月之數除得乙月一萬零八百以丙母乘丙月一千二百丙月之數除得丙月一萬零八百

問四商居積二年得利一萬兩甲原母三千兩至滿八月先取出一千兩至滿十九箇月又加一千二百兩乙原母二千四百兩至滿六箇月取出八百兩至滿十五箇月又加一千四百兩丙原母二千兩滿七月悉收回至滿一十七箇月別出母一千六百兩丁初不出母六箇月後方出一千八百兩又過四箇月取出九百兩至滿十六箇月又增入一千五百兩此四人者於所獲息一萬兩內計母計月各該分若干其法以四母各乘其月甲作三段乘三千兩乘入箇月得二萬四千數八月共十一箇月以十一乘二千得二萬二千數其十九月之後又加一千二百共三千二百自第二箇月起到底計五月以五乘三千二百乙作三段乘二千四百兩得一萬六千兩此後除去八百兩只存一千六百兩至滿十五箇月實九箇月以九乘一千六百得一萬四千四百兩共計九箇月之後又加入一千四百兩共未銀三千兩到底計九箇月以九乘三千兩作二段乘兩乘得二萬七千共得五萬五千八百數丙作二段乘兩乘七箇月得一萬四千兩自滿十七箇月以後出本至二年止共七箇月以七乘一千六百得一萬一千二百數丁作三段乘六萬一千二百共得二萬五千二百數四乘一千八百母以七乘一千八百兩滿四箇月以四乘一千八百得七千二百此後取去九百實存九百至第十六箇月滿計六箇月以六乘九百得五千四百此後又出本一千五百共二千四百到底計八箇月以八乘二千四百得三萬一千八百數 四人共計一十七萬四千八百

為第一率以所獲息為第二率分各母乘月數為四宗作第三率

一 一十七萬四千八百
 二 一萬兩
 三 六萬二千 甲 五萬五千人 乙 萬五千三百 丙 萬六千丁 三千五百四十六 三千二百九十二 一千四百四十一 一千八百一十四
 四 一萬一千七百四 一萬一千七百四 一萬一千七百四 一萬一千七百四

同文書指通編 卷二

十八分兩之二千 十八分兩之二千 百四十八分兩 五百九十二 八十兩 一百三十二 三百八十八
 問三商同夥甲母四百兩乙三百兩八錢八分丙一千兩零七錢九分三商共折銀一百兩各認若干此皆化兩為分甲四萬乙三萬八十併三人總分數為第一率以所折為第二率分各母數三宗為第三率

一 一十七萬一千六百五十五
 二 一萬
 三 四萬 甲 三萬八千六百 十萬七千九百
 四 二千三百五十五 一千七百六十 五千八百八十一 六千七百五十五 八千七百七十一 又十七萬一千六百六十五 一千二百八十八 六百三十五

問三商甲出母銀二百兩經十二月乙出母銀二百四十兩不知月丙出金若干不出銀經十箇月共得子銀一百三十八兩甲分六十七得四十八丙得三十分問乙該幾箇月丙之金值幾何此以甲銀乘甲月共二千而和子銀六十出自二千四百也以六十為第一率以二千四百為第二率以乙丙各子為第三率三三相乘各以一除之共所得數 兼乙丙之母與月皆在其中矣乃以乙母除乙之四率而知乙之月入以丙月除丙之四率而知丙之母金值銀一百二十兩

一 六十
 二 二千四百 以上俱甲
 三 四十八乙
 四 一千九百二十 一千二百

八月 以本銀除之得此數 一百二十兩 以月分除 問三商共取一年甲先出母銀一千兩乙母後二箇月方出丙母後四箇月方出俱不知其數幾何但所得子銀則均分要知乙丙各母之數此以所已知甲母甲月

相乘為第一率乙丙准此為算而各以其月除之凡兩月即各得其母之數

一 一萬二千 甲母乘月

二 一千二百 乙母 一千五百 丙母

石試法合三總數為三萬六千作第一率隨意立二數為子數作第二率又以總數分為三宗二千作第三率而各以第一除之甲乙丙所得皆同

一 三萬六千

二 九百 隨意立此數

三 一萬二千

四 三百

問三商共得子銀一百九十兩其分息則乙比甲僅三之一丙比甲僅四之一其母銀則甲出八十兩十二箇月乙不知幾何但知八箇月丙亦不知幾何但知四箇月要知三人各息若干丙丁各母若干此須再用重準測法求之先以甲母及月相乘九百為第一率以其三之一乙三百四之一丙二百兼各母與月若為第二率既得母月乘數即以乙丙各月除之知各母數然後可以察其分息之數矣身併三人所乘母數月數為第一率以總子為第二率分甲乙丙母所乘得為第三率三三相乘以一除之各得第四率為所分子銀數

一 九百六十 甲母乘甲月

二 三百二十 乙得甲三之一 二百四十 丙得甲四之一

三 四十兩 乙以八除得此 六十兩 丙以四除得此

右已知乙丙之母銀再測如左

一 一千五百二十 甲九百六十乙三百二十丙二百

二 一百九十

同文算指通編

九九

同文算指通編 卷三

一〇〇

三 九百六十 甲 三百二十七 二百四十

四 一百二十 四十 三十

問三商共母一千五百二十兩得子一百九十兩照母分之甲得一百二十兩乙得四十兩丙所得若干又甲乙丙各母若干法就總子銀內減去甲乙所得子剩三十為丙之子仍以總子為第一率以各母為第二率以各分子銀三宗為第三率三三相乘以一除之得第四率為各母

一 一百九十

二 一千五百二十

三 一百二十 甲之子 四十七 乙之子 三十 丙之子

四 九百六十 甲之母 三百二十 乙之母 二百四十七

問三商總母一千五百二十兩總得子一千七百十兩照母分子甲分一千八十兩乙分三百六十兩丙分二百七十兩則每人各母若干其法併三人子數為第一率母為第二率以各人所分得三宗為第三率依準測法得四率為各母數就各以四率之數減其第三率之數餘者為各子數

一 一千七百一十

二 一千五百二十

三 一千八十 甲 三百六十七 二百七十

四 九百六十 三百二十 二百四十

問二商共得子銀三百兩甲分五十兩乙分一百五十兩其母則乙多甲一倍又零入兩二人各出母幾何其法置甲五十乙倍之該得一百今分一百五十則知以贏母入兩故于一百數外多獲五十也依法列三率知五十之出子八則知一百五十之出子二十四矣

一 一百九十

一 五十

二 八 一百五十

三 五十

四 八 二十四

問二商共質甲母二百二十兩乙母一百八十兩共一牙倫毋子銀一百兩與牙銀十兩後得子銀一千兩各該分幾何其法于一千內除去牙銀一百兩以實存子銀九百兩為算乃併甲乙母為第一率實在子銀為第二率分甲乙母二宗為第三率

一 三百

二 九百

三 一百二十 甲母

四 三百六十 五百四十

問三商共得子銀一千五百二十兩其母銀則甲出一千八十兩乙出三百六十兩丙不知所出幾何只言分得子銀二百四十兩今欲知丙母幾何甲乙所得子幾何其法先就總子數內減去丙子餘二千二百八十為甲乙共得子數乃併甲乙母為第一率以甲乙共子為第二率分甲乙二母數為第三率法得第四率為甲乙子數

一 一千四百四十 併甲乙母

二 一千二百八十 併甲乙子

三 一千八十 甲母 三百六十 乙母

四 九百六十 甲子 三百二十 乙子

已知甲乙母子之數即可因丙子以求丙母乃併甲乙子為一率併甲乙母為二率丙子為三率

一 一千二百八十 併甲乙子

同文算指通編 卷三

一〇五

二 一千四百四十 併甲乙母
 三 二百四十 丙子
 四 二百七十 丙母
 問三兩母銀各等一年內共得子銀一千兩但甲母閏七月乙母閏六月丙母則滿一年各該分子銀若干其法積甲乙丙總月為第一率以總子為第二率列三人各月數為第三率
 一 二十五月 併甲乙丙
 二 一千兩
 三 七甲 六乙 十二丙
 四 二百八十兩 二百四十兩 四百八十兩
 問織絹每匹用絲一斤工價即與絲四兩今有絲四十三斤一十二兩其織絲工絲各若干法當化斤為兩然後歸兩作斤併工絲絹絲共二十兩置首率總絲為七百兩置次率列工絲絹絲置第三率依法乘除
 一 二十兩
 二 七百兩
 三 四兩 工價 一十六兩 織類
 四 一百四十兩 歸之乃入斤 五百六十兩 歸之為三
 問甲乙丙三人以田多寡均應一年差役甲田三百五十畝乙田二百八十畝丙田一百七十畝各役幾時此併三人田共置首率以一年為三百六十日置次率列三人田數置第三率
 一 八百畝
 二 三百六十日
 三 三百五十畝 甲 二百八十畝 乙 一百七十畝 丙

四 一百五十七日半 一百二十六日 七十六日半
 問派糧八百四十石四縣照田地多寡納之甲田三千六百三十五畝乙田二千四百六十六畝丙田三千五百七十七畝丁田四千三百二十二畝各納若干亦併總畝置首率總糧置次率列四縣各田數置第三率
 一 一萬四千畝
 二 八百四十石
 三 三千六百三十五畝 二千四百六十六畝 三千五百七十七畝 四千三百二十二畝
 四 二百一十一石 二百一十七石 二百一十四石 二百五十九石
 八石一斗 石九斗五升 石五斗二升 石三斗二升
 問五縣輸穀二萬石照依人戶多少道里遠近價值上下而均輸之每車載二十五石行一里價值一錢甲縣二萬零五百二十戶穀石價二兩乙縣一萬二千三百二十二戶穀石價一兩遠輸二百里丙縣七千一百八十三戶穀石價一兩二錢遠輸一百五十里丁縣一萬三千三百三十八戶穀石價一兩七錢遠輸二百五十里戊縣五千一百三十戶穀石價一兩三錢遠輸一百五十里各該若干先求各衰 惟甲縣自輸本縣無值里以千〇二十六衰乙丙丁戊俱有值里各以做一錢乘所輸里數而以每車二十五石除之得各運價併運價以乘各戶兩求各衰乙縣行道二百里乘除之得八錢併運價一兩八錢以除乙戶得六百八十四衰丙縣行道一百五十里乘除得六錢併運價一兩八錢除丙戶得三百九十九衰丁縣行道一百四十里乘除得四錢併運價一兩七錢除丁戶得四百九十四衰戊縣行道一百五十里乘除得六錢併運價一兩九錢除戊戶得二百七十三衰共二千八百七十三衰為首率以總數為次率列各衰為三率
 一 二千八百七十三
 二 二萬石
 三 三千六百三十五 二千四百六十六 三千五百七十七 四千三百二十二
 四 二百一十一 二百一十七 二百一十四 二百五十九
 七千一百 四千七百 二千七百 三千四百 一千八百 四十二石 六十二石 七十七石 三十三石 七十九石

三 半五升 五斗七升 五斗八升 九斗五升 五斗六升 九合九勺 三合三勺 四合四勺 四合三勺 八合三勺
 餉價無 二十兩 一十五兩 三十五兩 一十五兩
 問有田一萬八千八百八十八畝三子遞分伯比仲多一倍仲又比季多一倍各該若干此倍增倍法也以一二四為衰分 季一仲 合總為第一率田數為第二率分各衰為三率
 一 七
 二 一萬八千八百八十八畝
 三 四伯 二仲 一季
 四 一萬三千六百六十六 五千五百八十四
 問有銀九十二兩四子挨次遞分各幾何併各衰 伯四 仲三 季一 為首率銀數為二率各衰為三率
 一 一十
 二 九十二
 三 一季 二叔 三仲 四伯
 四 九兩二錢 季 十六兩四錢 叔 三十七兩二錢 仲 三十六兩錢 伯
 問官銀一千一百零七兩令五等戶減半出辦甲戶一十六乙戶二十五丙戶三十一丁戶四十八戊戶六十二每等每戶各若干亦先以各衰乘各等戶數併甲衰二百五十六乙衰乘得二百丙衰乘得一百二十丁衰乘得九十六戊衰乘得七十三為首率總銀為次率列各衰為三率推得各等共數再以各戶除之得各戶數
 一 七百三十八
 二 一千一百零七兩
 三 三百五十六 甲 二百 乙 九十六 丙 六十二 丁 三十四 戊 三十三
 四 三百兩 三百兩 二百八十六兩 百零兩 九十三兩 二十四兩 一十三兩 六兩 三兩 二兩五錢

問用金八十一兩造杯一套五箇每杯重若干此按次
衰分併各衰五四三二一為首率總金為次率列各衰
為三率

一 一十五
二 八十一兩

三五 四 三 二 一

四 二十七兩 二十二兩 十六兩 十一兩 六兩

問派糧一千一百三十四石令五等戶挨次上納甲戶
二十四乙戶三十三丙戶四十二丁戶五十一戊戶六

十各等各戶若若干法亦以各等戶數乘各衰併為首
率糧數為次率分各衰列三率推得各等戶所納再

以戶數乘之得各等共數

一 五百四十四
二 一千一百三十四石

三 一 戊 二 丁 三 丙 四 乙 五 甲

四 二石斗 四石斗 六石斗 八石斗 十石斗

問派糧三百八十五石五斗二升甲乙二等戶四六辦
納甲二十六戶乙四十戶各等若干每戶若干凡求四

六衰者就身六乘四除首位四以六乘得二十四即此
先以六乘甲戶四乘乙戶數四乘四得一百五十六

併為首率總糧為次率列各衰上六為三率推得每戶
應納之數再以甲乙各戶數乘之得各共數衰除總糧

得一百二十二升乃
以甲乙衰各乘亦同

一 三百一十六
二 三百八十五石五斗二升
三 六上

同文算指通編

四 七石三斗二升 甲一戶 四石八斗八升乙二戶
一百九十石三斗二升 一百九十五石二斗

問銀一千七百一十六兩以四等人作四六派出各
該若干法併各衰丁四兩六乙九甲為首率銀數為次

率列各衰為三衰求得各衰數加之若先以總衰除總
銀得五十二兩八錢

一 三千二百又二之一
二 一千七百一十六兩

三 四 丁 六兩 九乙 十三又乙

四 三百一十一兩 三百一十六兩 四百七十五兩 七百一十二兩

問銀糧一千二百六十六石令五等人作四六納之各
該若干法併各衰戊四丁六兩九乙一十三又乙之二

六為首率其法併之須用奇零併子總糧數為次率列
各衰為三率測得各衰數四石後以各衰數乘之亦同

一 五十二又八之六
二 一千二百六十六石

三 四 戊 六丁 九丙 十三又乙 二十又甲

四 九十六石 一百四十四石 二百一十一石 三百二十四石 四百八十八石

問派糧二百六十一石令三等戶三七出辦甲戶二十
一乙戶三十二丙戶四十三各等幾何每戶幾何凡求

三七衰分者用三除七乘遞求若衰分多者就首衰之
數以三因之法消息之如二位者只用三七如三位者

首位三就以三因得九為首衰四位者首位三以三因
得九又三因得二十七為首衰如五位者又以二十七

三因得八十一為首衰凡此皆以省零分也此問法以
各等乘各衰併之 甲二十一戶乘甲衰四十九得 千
得六百七十二兩四十三戶乘丙衰二十一
九得三百八十七共二千零八十八為首率以總糧為

次率列各衰為三率推得第四率是各戶應出之數再
以數乘之得各等共數

一 二千〇八十八
二 二百六十一石

三 四十九 甲 二十一 乙 九丙

四 六石二升五合 三石二升五合 一石二升五合

問制錢三萬八千二百八十八文四人作三七分之各若
千法先併各衰丁二十七兩六十三乙一十四兩十為首

率以總銀為次率列各衰為三率推得四率

一 五百八十
二 三萬八千二百八十八文

三 二十七 六十三 一百四十七 三百四十三

四 一千 七十八 一百五十九 七百七十三 二萬 二千六百

問派銀八百二十八兩二錢令五人三七納之每人應
若干先併各衰戊八十一丁一百八十九兩四百四十

共四千一為首率以總銀為次率列各衰為三率
一 四千一百四十一

二 八百二十八兩二錢

三 三百〇二 千〇二十四 四百四十一 一百八十八 八十一 戊

四 四兩 二錢 五兩 八錢 八錢 三錢 七錢 六錢

問官銀二千六百三十五兩令四等人二八出之各若
千凡求二八衰分者用四乘之遞求次衰此問法先併
各衰丁二兩八錢三十二甲 為首率總銀為次率列
各衰為三率得各銀數以總銀除總銀得一十五兩五
錢後以各衰
乘之亦同

同文算指通編

二 二千六百三十五兩
 三 二丁 八兩 三十二乙 一百二十八甲
 四 三十三兩 一百二十四兩 四百九十六兩 一千九百八十八兩
 問派糧二千六百五十五石九斗令五等戶二八辦納
 甲戶三十乙戶四十丙戶五十丁戶六十戊戶七十各
 等併戶該若干法置五等衰以各戶數乘之併戶乘衰
 五百一十二得一萬五千三百六十七乙四丁戶乘衰一
 百二十八得五千一百三十三丙五丁戶乘衰三十二得
 一千六百丁六十戶乘衰八得四百八十戊七為首率
 十戶乘衰二得一百四十併共二萬二千七百為首率
 總糧為次率列各衰為三率推得四率是各等併戶納
 數再以各等戶數乘之得各等共糧數若先以併戶納
 升七分為最下衰然
 後以各衰乘之亦同
 一 二萬二千七百
 二 二千六百五十五石
 三 五百一十二 一百三十八 三十二 八丁 二 戊
 四 五十九石九 一十四石九 三石七斗 九斗三 二斗三
 升四合 升七升六合 四升四合 升六 升四合
 以上四六三七二八俱增衰法
 問官絹四百七十丈零一尺八寸四分令三等入戶辦
 納以十分之六遞減其上等計二十五戶中等三十
 戶下等四十八戶每等併戶若干法先置各衰以各等
 戶乘併之上等戶數乘一百衰得二千五百中等戶數
 乘得一千七百二十為首率以總絹為次率列各衰為
 三率推得第四率為各等一戶所出數再以各戶數乘
 之得各等數
 一 六千零二十八
 二 四百七十丈一尺八寸四分
 三 一百 六十 三十六
 四 七丈八尺上等 四丈六尺八寸中等 二丈八尺六分下等

二百九十五丈 二百四十八丈四尺 一百三十四丈
 遞減十分之七甲戶二十二乙戶三十六丙戶四十二
 丁戶四十八每等併戶各幾何立各衰以各戶數乘併
 甲戶數乘一千衰得二千九百九十八乙衰得二
 萬五千二百四十三丙衰得一萬六千四百四十四
 丁衰得三千四百三十三併共四萬四千四百三十三
 為首率列各衰為三率推得第四率各等一戶所出數再
 以戶數乘之得各等數
 一 八萬四千二百四十四
 二 二百六十八石四斗八升八合
 三 一千 七百 四百九十 三百四十三
 四 二石 甲 一石四斗 乙 九斗八升 丙 六斗八升 丁 六斗
 四十四石 五石 四斗 一斗六升 三十二石九
 右併衰係減衰法凡十之五十九之九之類倣此
 問穀二百四十石作五等分之甲乙二人數與丙丁戊
 三人數等各幾何此遞差偏多偏算法先併各衰為二
 宗較之用除數增入各衰併甲乙二衰得九又併
 丙丁戊三衰得三得六以減九餘三却于五等衰各
 增三數得五戊得四共三十併之為首率總米為次
 率推得第四率遞差入石其甲乙二人所分得數與丙
 丁戊三人正相當入是此以
 一 三十
 二 二百四十石
 三 四 五 五丁 六丙 七乙 八甲
 四 三十三石 四十石 四十八石 五十六石 六十四石
 右增衰凡增衰偏多偏寡者倣此如三人分要甲數
 與乙丙數同者七人分要甲乙丙數與戊己庚辛數

同之類
 問四商共得子銀三百四十兩其母以四遞加如乙五
 丙七則丁十一丁九則甲 但知甲原母二百八十六兩
 十三是也併衰分遞加
 餘遞減各該若干須知十三之千九與二百八十六之
 於某數相同按衰毋遞測之由甲母以推丁母由丁推
 丙由丙推乙法以甲衰十三為第一率甲母二百八十
 六為第二率以丁衰九為第三率依準測法得丁母數
 餘倣此
 以甲知丁 以丁知丙 以丙知乙
 一 十三 甲 十一 丁 九 丙
 二 二百八十六 甲 母 一百九十八 丁 母 二百二十六 丙 母
 三 九 丁 衰 七 丙 衰 五 乙 衰
 四 一百九十八 丁 母 一百二十六 丙 母 之 七 乙 母
 右法已知各母再欲知其應分子銀以四遞加之數則
 併甲乙丙丁母為第一率總子為第二率分四母為第
 三率
 一 六百八十 併母
 二 三百四十 總子
 三 二百八十六 甲 七十七 二百三十六 丙 百九十八 丁
 四 一百四十三 三十五 六十三 九十九
 問三面共銀七百六十兩分之則甲得十分乙得七分
 丙得二分各若干其法併甲乙丙衰為第一率以銀數
 為第二率各分數為第三率
 一 一十九 甲 一十七 乙 二 共此數
 二 七百六十
 三 一十 甲 七 乙 二
 四 四百 二百八十 八十

問應徵糧七十三石二斗亦令三等八戶照分攤出上等二十五戶每戶作五分辦中等四十戶每戶三分辦下等六十戶每戶一分辦各戶若干各等共若干法以各分各戶相乘併之 以五乘二十五得一百二十五以三乘四十得一百二十下等六十無乘共三為一率以總糧為二率以各衰一三五為三率推得三等戶所應出分數再以各戶數乘之得各等共數

一 三百零五
二 七十三石二斗
三 五
四 一石二斗 七斗二升 二斗四升
五 三十石上 二十八石八斗中 二十四石四斗下

問硃砂每斤三兩六錢石青每斤二兩四錢今有銀一千二百兩購買硃青二色硃數比青增一倍各斤數與價若干法因硃砂加倍即倍其價 三兩為七兩二錢併價四錢共九兩六錢為一率以總銀為二率所買虛數為三率推得斤數為四率再各以價乘之

一 九兩六錢
二 一千二百兩
三 一
四 二百五十斤價九百兩 一百二十五斤價三百兩

問綾每尺價銀九分二釐羅每尺八分五釐絹每尺三分六釐今有銀一百二十一兩一錢七分五釐買綾一停羅二停絹三停各實數與價若干法用二乘羅價一乘三乘絹價併綾價共三錢七分為一率總銀為二率各處數為三率得四率為各實數各以原價乘之

一 三錢七分

二 一百二十一兩一錢七分五釐
三 一
四 三十二丈七尺五寸六分五釐 羅九丈八寸二分五釐 三十兩錢三分 五十五兩六錢七分 三十五兩七錢

問芝蔴每三斗換米五斗每米五斗抵壹七斗今有芝蔴四百五十石換米壹共九百一十石各用芝蔴若干所換米壹各若干法用重準先併米五壹七共一十二為首率以芝蔴總數為二率分列米五壹七為三率求得芝蔴合換米壹各數以為重則之第三率以米壹共數為二率芝蔴總數為首率求得米壹各數

一 一十二 四百五十石
二 四百五十石 五 七
三 五 七 一百八十七 石五斗 六十二 石五斗
四 一百零七 石五斗 三百零七 石五斗 十二 石五斗

問銀一千零八兩買絲三停綿二停綾一停共三百六十兩其價錢一兩抵綿一兩六錢抵絲二兩欲知三色併價各若干者併各衰 三 綿二 綾一 置第一數以總物為第二率分各衰列第三率推得第四率是各色數乃照前價取絲十兩 以二十除之得九十取綿十兩 以一十六除之得七十五衰併錢六十衰共二百二十五為法除總銀得錢價以一十六除錢價得綿價以二十除錢價得絲價

一 六
二 三百六十兩
三 三
四 一百八十兩 一百二十兩 六十兩

三兩錢四分 絲價 一兩八錢 棉價 四兩四錢八分

問水片每兩價二兩七錢五分沉香每兩價銀三錢五分奇南每兩價銀八錢有人以沉香一十七斤三兩又有人以奇南一十三斤十二兩各欲換水片若干法置水片價為首率化沉香奇南斤數為兩置次率各價為三率

一 二兩七錢五分
二 二百七十五兩 二百二十兩
三 三錢五分 八錢
四 三十五兩 沉香所換 六十四兩 奇南所換

問養軍二萬五千二百名月糧米麥壹兼支米每四名支三石麥每九名支五石壹每七名支八石各幾何即以七九四各列第一率以軍總數為二率以八五三列三率

一 七 九 四
二 二萬五千二百名 五 麥 三 米
三 八 壹
四 二萬八千八百石 一萬四千石 一萬八千九百石

問刻漏一壺貯水令漏開三孔其一孔最大漏水二時而盡一孔次之三時而盡一孔最細六時而盡假如三孔俱洩則幾刻水盡其法先以三孔與時刻相較以各時為第一率以一壺為二率以最小時為第三率要見大孔二時漏盡一壺則六時漏盡三壺其餘倣此而推

一 二時大 三時大 六時小
二 一壺
三 六時
四 三壺 二壺 一壺

又法總而計之凡六時漏盡六壺知三孔俱開則其水

一時漏盡只以分數算之

二時 三時 六時

三 一壺

四 二分水之一

三之一 六之一

積之共一壺即是
一時壺也

右三數偶滿一時其法易算若併有奇零者另法求

之假如壘臺一座甲六年完工乙九年完工丙十八

年方完今三人同壘須幾時可完此先知每人每年

所為之工得若干而總算之六年者每年得六分之

一其九年者每年得九分之一其十八年者每年得

十八分之一依併法每年共得三分之一約計三年

通完三年之內甲成三分之二乙成三分之一丙成

六分之一共足十分之數

問漏壺一座上有漏鳥注水下有天池洩水今塞其下

竅注水于壺四時而水滿開其下竅洩水壺外六時而

洩盡若使上注下洩相併則此壺須幾時可滿法以四

時為一率以一壺為二率以一時為三率測之而得一

時之所注四分之壺又以六時為一率一壺為二率一

為三率亦得一時之所洩六分之壺乃以四之一減六之一

得十二之一於是又以十二之一為第一率以一時為

第二率以一壺為第三率得四率以十二凡用準測法

者三

一 四時 六時 十二分壺之一

二 一壺 一壺 一時

三 一時 一時 一壺

四 四分壺之一 六分壺之一 十二時

問塞下竅四時水滿通下竅六時水盡今上注下泄

則四箇時滿幾分曰六時盡者四時泄三分之二以

除全壺餘三分之一為水滿數又問如此則幾時可

滿一壺曰依前法當以十二時滿又問假如塞下竅

注上竅三時而滿塞上竅開下竅入時而盡若上注

下洩須幾時可滿曰以三時滿者一時之率三之一

以入時盡者一時之率入之一就三之一減入之一

餘二十四之五為一時之率則全壺得四時零五分

時之四也又問一壺既以三時而滿假如四時又五

分時之三可滿幾壺曰滿一壺又十五分壺之八又

問八時盡一壺若四時又五分時之四該幾何曰此

五分壺之三即于前數一時滿一壺若除之便得問

入時盡一壺三時得幾何曰三時泄得八分之三以

除前壺餘八分之五是三時滿八分之五又問三時

滿八分之五則全壺幾時滿曰四時零五分時之四

同文算指通編卷二

同文算指通編卷三

合數差分法第四下

問四人共分金七百八十五兩多算不同乙得中十之

七丙得乙十四之三丁得丙十二之九各實數幾何其

法先併各衰雜數甲一十則乙七乙十四併各子以乘

各母從小數併起除丁九無併其丙衰係十二又係三

則以十二併三依約法三四一十二且作四以乘乙之

十四得五十六為乙衰乙係五十六又係七則以五十

六併七依約法七八五十六且作入以乘甲衰之十得

八十為甲衰已得各衰併數丁九丙十二乙五十六甲

為第一率以銀總數為第二率以各衰為第三率

一 一百五十七數 併衰

二 七百八十五兩 總銀

三 九 衰 十二 丙衰 五十六 乙衰 八十 甲衰

四 四十五兩 六十兩 二百八十兩 四百兩

問發兵百人外有領隊四人旗牌六人共破一寨得器

械七萬二千四百件即以充編旗牌比領隊得八分之

五兵比旗牌得五分之三各該得若干其法衰作八五

三兵三旗牌五又合三各以本數乘本衰得三十二旗

牌六乘五得三十合總數為第一率所獲數為第二率

兵百乘三得三百合總數為第一率所獲數為第二率

各衰所乘三宗為第三率

一 三百六十二 併各衰乘數

二 七萬二千四百

三 三十二 領隊 三十 旗牌 三百兵

四 六千四百 六千 六萬

問三人共拾得遺錢三千四十二文甲欲得二之一乙

得三之一丙得四之一各該若干此問併其分數反得

二一之視三乙視丙 其法當先併母率其通四分三
 則三一之視四一也 其法當先併母率其通四分三
 分二分之一者為主依法二三乘得六又乘四併得二
 十四約之得十二以甲乙丙分之其數皆通則用六乙
 四之一則用四丙乃併甲乙丙衰甲六乙共十三為第
 一率以錢數為第二率分甲乙丙衰作三宗為第三率
 乘除得數乙得甲三之二丙得甲二之一

一 十三
 二 三千四十二文
 三 六甲衰 四乙衰 三百衰
 四 一千四百四 九百三十六 七百二
 問三縣共派糧一千四百七十石小縣派二分之一次縣
 派五分之三大縣派十一分之八各該納若干其法
 法亦以各母相乘以求通數以二乘五又乘十一得一
 百一十二乘得十又十乘十一得一百一十也于是
 則三縣之母數皆通而併之為第一率以糧數為第二
 率分三縣各衰為第三率

一 二百一 併各衰
 二 一千四百七十
 三 五十五 甲衰 六十六 乙衰 八十 丙衰
 四 三百八十五石 四百六十二石 五百六十五
 問四八共分銀三百九十六兩甲得二分之一外加十
 兩乙得五分之三丙欠二十兩丙得三分之一外加十
 兩丁得四分之一丙欠六兩每人實數幾何此將總數
 內除去加數實在三百加上欠數共得四百乃依前法
 併其母數二乘五得十以乘三得三十約之得六十為
 通數而各以其所得子數通之甲二之一為三十七五
 乙一為一十五併為第一率以加除所得銀數為第二

同文算指通編

率以甲乙丙丁各衰四宗為第三率依準測法得第四
 率再照數或加或減其所分即總合前數矣

一 一百一兩 併各衰
 二 四百四兩
 三 三十甲 三十六乙 二十丙 一十五丁
 四 一百二十二 一百四十四 八十 六十
 問兄弟三人不知歲數但云季得伯四之三仲得伯六
 之五仲多季只八歲各幾何此帶母子差分也已知兩
 母為伯衰用併法先併其母四六相乘得二十四為伯
 衰之實乃用母子五乘以求仲季之衰以四乘五得二
 十為仲衰以六乘三得一十八為季衰列三率而仲季
 相去較八歲為二率以仲季二衰之較二十餘二
 率 此以所知之衰較及歲較求各衰
 之歲實故用較為首率後皆依此

一 二
 二 八歲
 三 二十四 二十 一十八
 四 九十六歲 伯 八十歲 仲 七十二歲 季
 問四人分錢不知數但云乙得甲六之五丙得甲四之
 三丁得甲二十四之一十七其丁與丙差四文每人幾
 何此同上法已知三母即甲衰用併母法四乘六得二
 十四又自乘得五百七十六為甲衰之實乃以乙丙丁
 之原母除原子乘以求其子而得四百八十為乙衰四
 百三十二為丙衰四百零八為丁衰列三率以丙丁較
 四為二率以丙丁二衰之較二十四為首率 不用約法
 覽之易曉

一 二十四
 二 四
 三 五百七十六 甲 四百八十八 乙 四百三十二 丙 四百零八 丁
 同文算指通編 卷三 一五一

四 九十六 八十 七十二 六十八
 右二法以借衰互徵求之亦同

問大小船數相等共載鹽四千三百五十引大船每三
 隻載鹽五百小船每四隻載鹽三百該船幾隻每船載
 幾引此用重準測法以四之三百及三之五百子母互
 乘一得九百 併得二千九百為首率兩母相乘得十二
 為次率總鹽為三率求得四率是大小船數即以爲第
 三率分置所載率五百為次率與相乘又分置兩母三
 為首率除之得各鹽數

一 二千九百 三 四
 二 一十二 五百 三百
 三 四千三百五十 一十八
 四 一十八 大小各船 三千 一千三百五十
 問燈一座大小燈二等大燈三瓊油四兩小燈四
 蓋油三兩其小燈多大燈二之一共用油十八斤七兩
 大小燈各若干此用重準測法因有二之一立大母二
 小母三通斤為兩共二百九 又通兩為銖每兩二十四
 十以先求大小每瓊油數取每三每四為首率二十四
 銖為次率分四兩三兩為三率得第四率為大小每瓊
 油數

一 三
 二 二十四銖 四
 三 四大 三小
 四 三十二銖 一十八銖
 乃以母二乘三十二得六十四銖為大總以母三乘一
 十八得五十四為小總併得一百一十八為首率以總
 油七千為次率分母二母三為三率得第四率是大小

同文算指通編

瑛各數而各以油銖數乘之又以每觔三百八十四銖除之

一 一百一十八

二 七千八十銖

三 二大 三小

四 二百七錢 三錢乘得三千二百八錢 四錢乘得三千二百八錢 五錢乘得三千二百八錢 六錢乘得三千二百八錢 七錢乘得三千二百八錢 八錢乘得三千二百八錢 九錢乘得三千二百八錢 十錢乘得三千二百八錢

問大船三桅六槳小船一桅八槳今望見桅五十七槳

二百零四其大小船各幾法併大小船每艘槳凡

九共一十八為第一率以大小共二艘為第二率併槳

槳全數得二百六十一為第三率推得大小船共二十

九艘減大船之一補小船合問

一 一十八

二 二艘

三 二百六十一

四 二十九艘 內小船二十五 大船十四

問有銀一萬七千六百九十兩買騾三百匹馬七百匹

其每匹價馬多于騾七兩七錢各價幾何此置價差分

法當先除所差而後準測之以所多七兩七錢乘七百

匹得五千三百九十兩以減原銀餘一萬二千三百兩

乃併騾三百馬七百共一千匹置首率以減餘銀數置

次率一匹為三率推得四率為騾價加七兩七錢即馬

價再以各匹數乘之合總

一 一千匹

二 一萬二千三百兩

三 一匹

四 十二兩三錢 騾價 二十兩 馬價

又法以所差七兩七錢乘三百匹得二千三百一十兩

加入總銀共得二萬兩為次率如法準測得二十兩為

馬每匹之價減較七兩七錢亦得騾價

加入總銀共得二萬兩為次率如法準測得二十兩為馬每匹之價減較七兩七錢亦得騾價

一 一千匹

二 二萬兩

三 一匹

四 二十兩 馬價 十二兩三錢 騾價

問以銀二萬九千二百八十兩買上田一百五十畝中

田三百畝下田四百五十畝其上價比中價每畝多四

兩七錢中價比下價每畝多一十三兩五錢各幾何此

亦置價差分法當除兩差之積而後算之以一十三兩

五錢乘三百得四千〇五十兩以一十八兩二錢乘一

百五十得二千七百三十兩併得六千七百八十兩以

減原銀餘二萬二千五百兩即以置次率却併三等田

數得九百畝置首率一畝為第三率推得每畝二十五

兩為第四率是下田價加一十三兩五錢為中田價再

加四兩七錢為上田價再以各數乘之合總

一 九百

二 二萬二千五百兩

三 一畝

四 二十五兩下

又法增差積算之以四兩七錢乘三百得一千四百一

十兩又以兩差一十八兩二錢乘四百五十得八千一

百九十兩併得九千六百兩加入原總銀得三萬八千

八百八十兩為次率與三率一畝相乘首率九百除之

得上田每畝價四十三兩二錢減四兩七錢即中田價

再減十三兩五錢即下田價

問官銀一萬七百七十八兩六錢五釐糧米麥荳三色

均平其每一石價米二兩三錢五分麥二兩九錢五分

荳一兩四錢五分各價幾何各石幾何併三價共五兩

七錢五分為法置第一率總銀為第三率列三色每石

價為第三率推得第四率是各價數其各石數以法徑

除總銀即得

一 五兩七錢五分

二 一萬〇七百七十八兩六錢〇五釐

三 二兩三錢五分 二兩九錢五分 一兩四錢五分

四 四千四百〇五兩 三千六百五十五兩 二千七百一十八

錢六分九釐 三錢五分釐 兩〇八分三釐 荳

三色共一千八百七十四石五斗四升

和較三率法第五

凡數分合不離三率而互和難測則立較以測之立中

率以較之凡兩數三數多數悉與中率相較而互置較

位為第三率以較積為第一率諸如前

問上酒每斗價二錢中酒每斗價一錢二分今雜併二

酒每斗立價一錢五分則此斗酒內有上酒若干中酒

若干其法先定三等之棧列所立價一錢五分連列上中

二價與較而列上差數于中左列中差數于上左互對

次併兩差列左下而以併差為第一率以一斗為第二

率以各差為第三率

立價 一十五 上中二價 上 二十 中 十二

相較差 中 三 上 五 差積入

一 八

二 一斗

三 三上

四 八分斗之三 五中 八分斗之五

問甲金一兩准銀一十五兩乙金一兩准銀一十二兩
今欲鑄為一處使母金一兩准銀一十四兩則甲乙金
各該幾兩亦列法如左較之併差為首率一兩為次率
各差為三率

立價 一十四價甲 十五 乙十二
較 二 二
差積 三

一 三
二 一兩
三 二甲
四 三分兩之二 三分兩之一

問玉率方寸重七兩石率方寸重六兩今有璞方三寸
重一百七十六兩內玉石各若干法以見方三寸自乘
再乘得立方二十七寸以通玉石 玉該一百八十九兩
石該一百六十二兩
各列右立總重數互較得數列左併差為首率開方寸
為二率分差為三率

立一百七十六 五十九 一百八十九
一十九 一十三
差積 二十七

一 二十七差
二 二十七寸
三 一十四玉 一十三石
四 一十四乘重九十八兩 一十三乘重七十八兩
問銀鑲金方四寸共重九百零四兩每銀方寸重十二
兩金方寸重十六兩各若干以四寸自乘再乘得開方
六十四寸以通金銀金一千二十四兩以總重互較三
率如前

立九百四 金二千二 銀七百六
一十四 一十八
一十三 一十二
十六 十六
差積 二百五十六

一 二百五十六
二 六十四寸
三 一百三十六金 一百二十銀
四 三十四兩 乘得五百四十四 三十乘得三百六十
問椒一斤價四錢丁香一斤價三錢桂皮一斤價六錢
阿魏一斤價一兩確砂一斤價八錢今以銀七錢買上
五色共一斤則每色該得若干列法如左立七錢為主
餘物以次列之較其所差而依次互列須易其位大抵
有對者對互 椒砂互無對者另求一對 性無對借砂作
較之一干則 而增系之凡相對互位者務取一大于立
價一小于立價如砂數大對椒數之小亦以差併為第
一率一斤為第二率併各物較為三率

立七錢 椒四丁三桂六魏十砂八
一三 一四 一三
差積 十三

一 一十三
二 一斤
三 一椒 三丁香 一桂皮 四阿魏 四砂
四 十三分斤十三之三 十三之一 十三之四 十三之四

又列法但取一大一小雜互更位 椒砂互椒魏又互丁
互桂魏凡六互得差積二十八 椒丁桂俱八 若俱大數
俱小數者則不可互耳 魏砂俱大 其銀立數等者亦
可互但作○以倒其所互乃以二十八為第一率分各
差積為第三率

立七錢 椒四丁三桂六魏十砂八
一三 一三 一四 一三
一四 一四 一三 一四
一三 一四 一三 一四
差積 二十八

一 二十八

一 一斤
二 四椒 四丁 四桂 八魏 八砂
四 二十八分斤二十六之四二十六之四二十八之二十八之
又法隨意易位亦以大數互小數比前稍異亦得差積
十三

立七錢 椒四丁三桂六魏十砂八
一三 一三 一四 一三
差積 十三

一 一十三
二 一斤
三 三椒 一丁 一桂 三魏 五砂
四 十三分斤十三之一 十三之二 十三之三 十三之五

問鶴齡段大綠首每丈四兩天青每丈六兩大紅每丈
十兩今以銀四百八十兩買銀八十丈則各色各該幾
丈其法先以總價和總丈之數而勻之 每丈得 立六為
中數依前互法列之

立六兩 四 六 一十四 十五 十六 又五
四 四 四 二 差積 十

一 一十
二 八十丈
三 四綠 四青 二紅
四 三十二丈 三十二丈 一十六丈
問有酒四等甲酒每瓶二錢一分乙酒每瓶二錢七分
丙酒三錢丁酒四錢今有酒共三百瓶每瓶立價三錢
三分則每酒若干瓶依法列之但此以三十三為主數
即三錢 而其餘惟四十 即四 為大其二十一 即二錢二
三分 即二錢 三十 即三 皆小數則此三小數皆與四十
之大數相互云共積四十二為第一率

一 一十
二 八十丈
三 四綠 四青 二紅
四 三十二丈 三十二丈 一十六丈

立 三錢三分一分 二錢 二錢 三錢 四錢
 七 七 七 十二 差積 二
 六 三

一 四十二
 二 三百瓶
 三 七 七 二十一
 四 五十瓶 五十 一百五
 問銀四百兩買藥四百斤內丁香每斤該六錢胡椒每斤該七錢桂九錢蘇合一兩一錢辰砂一兩二錢阿魏一兩六錢每色各該幾斤方合總數其法亦先折中價如四百斤需四百兩則每一兩得一斤為中價乃依互法祭之

丁 六椒 七桂 九合 土砂 土魏 去此以丁魏互
 又丁合互椒
 立 丁 六 二 二 四 三 四 砂 互 又 椒 魏
 一 六 一 三 五 互 砂 互 又 椒 魏
 差積 三十二

一 三十二
 二 四百斤
 三 七丁 八椒 二桂 四合 四砂 七魏
 四 八七斤 一百 二五 五十 五十 八十二之
 又法

中價 丁 六椒 七桂 九合 土砂 土魏 去此以丁魏互
 又五砂又互
 六 二 二 二 一 四 四 魏 以 椒 互 合
 二 六 六 六 一 一 三 三 亦 以 椒 互 合
 一 五十一
 二 四百斤
 三 九 九 八 八 八
 四 七斤又五十 同上 六十二斤又五 同上
 一分斤之三十 同上 土之三八 同上

右五十一分斤之三十以求兩者化一斤為一千六百分以子數三十乘之以母數五十一除之得九兩十一之九也

又法
 中價 丁 六椒 七桂 九合 土砂 土魏 去此以丁魏互
 又椒互
 立 丁 六 二 二 四 三 四 砂 互 又 椒 魏
 一 六 一 三 五 互 砂 互 又 椒 魏
 差積 十七

一 八
 二 三百兩
 三 五甲 三乙
 四 一百八十七兩五錢 一百一十二兩五錢
 問金鑄編鐘一口計重三百兩俱九六成色今見有九九成色及九一成色二等金約該每兩若干此以九六為中價依法互之

中價 丁 六椒 七桂 九合 土砂 土魏 去此以丁魏互
 又椒互
 立 丁 六 二 二 四 三 四 砂 互 又 椒 魏
 一 六 一 三 五 互 砂 互 又 椒 魏
 差積 十七

一 六十七兩五錢
 二 五百石
 三 四十三兩二錢 米 二十四兩三錢 麥
 四 三百石 乘石價得二百一十八石 乘石價得一百一十八石 乘石價得一百一十八石 乘石價得一百一十八石

問銀二十八兩二錢買銅錫鐵共重三百斤其價銅一斤銀一錢五分錫一斤銀九分鐵一斤銀四分此三物各該若干此貴賤衰分三色者以總物歸總銀五九分四釐為中價
 立 九分 銅 錫 鐵 銅 錫 鐵
 一 一百七十 五十四 五十六 五十六
 二 三百兩 四 差積 一百七
 三 五十八 五十六 五十六
 四 一百零三又七六 九六又七六 同上

問用銀九十三兩買綾羅紗絹共一百六十匹每匹價綾九錢羅七錢紗五錢絹三錢匹數銀數各幾何先以總匹除總銀立五錢八分一釐二毫五絲為中價
 立 五錢八分 一釐 二毫 五絲
 綾 九兩 羅 七兩 紗 五兩 絹 三兩 羅 五兩
 一 萬八千三百五 同上 一萬八千三百五 同上 一萬八千三百五 同上 一萬八千三百五 同上
 差積 千

一 一十六萬
 二 一百六十四
 三 三萬六千二百五 綾羅同 四萬三千七百五 紗絹同
 四 三十六匹又四之一 四十三匹又四之二 乘之合銀
 又法 先以四約總匹得羅紗各四十四匹以減總匹餘八十四匹為綾絹共數又于總價內減羅價二十八兩紗價二十四兩餘四十五兩為綾絹共價乃以疊借互徵之法推之前銅錫鐵三色亦然
 借衰互徵法第六
 數有隱伏非衰分可得者則別借虛數以類徵之或合

率增減或母子射覆如藏閣然借彼徵此借虛徵實大抵即三率之法而稱類長之

問三人共買宅一區用價二千七百兩其捐價則乙視

甲加倍丙視甲乙又加倍者若干此倍增法也隨意立

一數為甲衰但用小數而以乙丙衰遞加之則乙衰二

丙衰六也如甲衰六則乙衰十二丙衰六也除彼此并各衰為第一率者一二

六共九也甲衰六者六及十二隨取一衰為第二率用

甲以總價為第三率依互測法得甲數倍之得乙數二

倍之得丙數

一 五十四

二 六 此只借甲衰用乙用丙皆同

三 二千七百

四 三百甲 六百乙 一千八百丙乙丙皆從

問貯絹不知幾何但云其三之一其四之一其五之一

併得四千七百匹其實數幾何曰此等一通數可以兼

三之一及四之一及五之一者而測之知用六十以通

各分三之一是二十也四之一是一是併之共四為第一率

即以六十為第二率于六十出絹總數為第三率

一 四十七

二 六十

三 四千七百

四 六千匹

問馬不知幾匹但云加一倍又加二之一又加三之一

又加四之一又加一併得一百十二匹今算實幾匹

可用前法否曰此有最後所加一數即不同前法當先

減一數只以一百十一算之次立通數可兼各衰者如

用十二為通數加一倍四十二又加二之一六及三之一

同文算指通編

四之一三 共得三十七為第一率即以十二為第二

率就前一百十二數內減一為第三率十一進而測之

知三十七出于十二則知一百一出于何數矣再

一合問

一 三十七

二 三十一

三 一百一十一

四 三十六

問收羊不知數但云加一倍又加二之一又加四之一

外加一得一百其原數若干此亦除去加一數只用九

十九為第三率而另借一數為通數知用十二為次

率以加一倍二十加二之一六四之一三併得三十三

為首率依法推之知三十三出于十二則知九十九所

出也再加一合問

一 三十三

二 二十二

三 九十九

四 三十六 倍之為七十三加二之一得九十九加

問價銀五千兩買駿馬一匹園宅一區園價比馬多三

倍宅比園多四倍各價幾何此與前問法同隨意立一

數通各衰假如立馬衰三十園宅以次增衰得一百二

十宅又多園併為第一率七十於各衰隨取一數為第

二率且用總銀為第三率五十如準測法得第四率如

馬則得馬價

餘依倍推之

一 七百五十兩

二 三十馬

三 五千兩

同文算指通編

四 二百馬 八百園 四千宅

問入園摘瓜摘過三分之二又五分之一尚剩三十六

瓜此園原有幾瓜法先求一通數內除三之二及五之

一而剩若干數者假如借立三百內減三之二除二

百亦于三百內減五之一除六十通減二數只餘四十

為第一率以三百為第二率知四十出于三百則知三

十六出于何數矣

一 四十 右所云三之二又五之一者併之未滿原

二 三百 數故可以右法推之若云三之二又五之

三 三十六 三則于原數知為虛設不必算矣

四 二百七十 原瓜數

問二分之一三分之一四分之一五分之一六分之一

共併得五百二十數其原數幾何先立一通數可剖為

二分之以至三四五六分皆可如借六十為主依法

分之其二之一為三十其三之一為二十其四之一

併為十五其五之一為十二其六之一為一十

各率共六十七為第一率以六十為第二率知八十七出于

六十則五百二十二出于何數可推也以五百二十二

為第三率

一 八十七

二 六十

三 五百二十二

四 三百六十 其二之一乃一百八十其三之一乃

一百二十其四之一乃九十其五之一乃七十其六之一

乃六十共五百二十二數

問倉中有粟幾石不言其數但言外加二之一又三之一

又四之一又加一百石便成三百石此其原粟幾何

其法先減一百石在外只就二百起算乃隨借一數可

數外加二之一二又加三之一八四之一六併之十
 為第一率所借二十四為第二率知五十出于二十四
 則二百出于何數可推也以二百為第三率而得第四
 率外加所減一合問

- 一 五十
- 二 二十四石
- 三 二百
- 四 九十六石

外加二之一為四十八加三之一為三十二加四之一為二十四又加一百共三百

問水確五副大小不等共春麥五十石甲確每一時春
 七斗乙確每一時春五斗丙四斗丁三斗戊一斗五確
 齊春須幾時可完完時每確各春得幾何其法隨意立
 一時數假如借四個時畢之以計各確所春甲二十八
乙四共得八十併為第一率四時為第二率知八十畢
 于四時則五十石可推也以五十石為第三率

- 一 八十
- 二 四時
- 三 五十石
- 四 二十五時

以各確乘甲以七乘得一十七石五斗
乙五乘得一十二石五斗丙四乘得一
十石丁三乘得七石五斗戊一乘得二
石五斗共五十五石

問貸貨商販三次俱獲倍息每歸還三百兩三次毋
 子適還原貸若干先借一為母貸以加三次倍息初二
其三併得八為首率減母貸之一只併三次倍息
得四併得七為次率知八出于七則知三百原母所出矣以
 三百為第三率

- 一 八
- 二 七

- 三 三百兩
- 四 二百六十二兩五錢

問商販四次俱獲倍息每費銀九十六兩四次子母
 俱還原母若干亦借一為母加四次倍息一二併得二
四八併得一十六為首率減母貸之一只併四次倍息一二併得一
四八併得一十五為次率知十六原於十五則知九十六原於何數
 也以九十六為三率

- 一 一十六
- 二 一十五
- 三 九十六兩
- 四 九十兩

問有商挾貨赴集初次所獲比母銀多三之二以併入
 母銀再往獲五之四三次往又獲四之三實計所獲併
 母銀共四百兩所原挾貨若干其法先借一數以遞乘
 各母而例推之假如借一十為通數以乘各母三十以
三十乘五得一百五十以併之為第一率以所借一十
 為第二率知六百出于十而四百之所從出可知也
 以四百為第三率

- 一 六百
- 二 一十兩
- 三 四百
- 四 六兩又三分兩之二

此係初販原賞三乘得二十
兩又五乘得一百兩又四乘
得四百兩

問橋酒郊遊三入肆中俱飲酒一斗九升每飲添酒輒
 倍餘酒至三次酒盡原橋若干法借一為原酒加三次
 倍率一二併得二併得八為首率減原酒之一只三次倍率七
 為次率以所飲一斗九升為三率知八出于七則知一

斗九升所自出矣

- 一 八
- 二 七
- 三 一斗九升
- 四 一斗六升八之五

即六合二勺五抄
 又法併三次倍率七以乘所飲九升得一石三斗三
 升減半三次得原橋數同前

問載米賑濟不言其數每次散米一千五百石亦每次
 繼增俱倍餘米之數五賑恰盡無餘原米若干法立一
 為原數加五次倍率一二併得三併得三十二為首率減原
 數一只併五倍率三十一為次率知三十二之原于三
 十一即知一千五百之原

- 一 三十二
- 二 三十一
- 三 二千五百石
- 四 一千四百五十三石三十二之四

即一斗二升五
合

問立一虛數以乘四得數又以乘三得數又以乘六得
 數外加一十共八百前所立虛數幾何其法先除所加
 一十只以七百九十起算亦借一通數假如借一十為
 主以遞乘各數乘四得四十又乘三得一百併之為第
 一率七百以所借為第二率十知七百二十之出于
 十而七百九十之所從出可知也以七百九十為第三
 率而得第四率乃以一十加之

- 一 七百二十
- 二 一十
- 三 七百九十
- 四 一十又三十六之三十五

三十一又三之二又乘
六得七百九十加一十
合問

問老人不知其年但云加二之一又減四之一得九十
九歲實年幾何其法借一虛數外加二之一又減四之一
一而例之假如借八十為算依法加減百二十又減四
之一得 得數為第一率八十為第二率知九十之出於
八十而九十九之所從出可準也以九十九為第三率
一 九十
二 八十
三 九十九
四 八十八

問遠望一塔上露出二丈四尺其下有樹遮之云尚有
三分之一又五分之二共該高幾何亦借立一數以其
三之一及五之二類準之知借立三十為主酌減餘分
之三之一乃一十五 以其所剩數 該剩八 為第一率以三
十為第二率知八之出於三十而二十四尺可測也以
二十四為第三率
一 八尺
二 三十尺
三 二十四尺
四 九十尺 此塔高之數內減三之一乃三丈減五
之六乃三丈六尺此外露二丈四尺

問旗竿一根其三之一是白色五之一是黑色九之二
是青色外尚餘十二尺紅色竿長幾何亦借一數以通
各數而觀其所剩以類徵之假如借四十五數以減各
分 減三之一得十五減五之一其餘四十五內減前
一得九減九之一得一十其餘各數剩十一 為第
一率以所借為第二率 四十 知十一之出於四十五而
十二之所從出可推也

同文算指通編

一 一十一
二 四十五
三 一十二尺
四 四十九尺又十一分尺之一

其白色三之一乃十
六尺又十一之四黑
色五之一乃九尺又
十一之九青色九之
二乃十尺又十一之
十也

問白布三十匹青布四匹共價六百六十兩其青布
每匹比白布價多一倍各價幾何法借一虛數為白價
倍之為青價而以前匹數乘之假如借立四兩倍得八
各乘青白 四乘白得一百二十 併之 四 為第一率以
所借因為第二率知四百四十之出於四而六百六十
之所出可知也以六百六十為第三率
一 四百四十
二 四兩
三 六百六十
四 六兩 此係白價倍之得青價十二兩各乘匹
數自得一百八十兩青得四百八十兩

同文算指通編卷三

同文算指通編卷四
疊借互徵第七 附盈臆

借虛徵實其術精矣又有子母雜互隱與難知者則兩
借虛數以徵之徵之于實尚遠也或兩浮而盈或兩縮
而不足或一盈一不足俱以借數列上以較原數以多
寡之差列下而左右互乘焉其法有元俱盈俱不足者以差
數相減餘為法以乘數相減餘為實若盈一不足者以差數
相併為法以乘數相併為實而以法除實則二法相同舊
有盈臆一章大都類此而此則於未有盈臆之先借數
推出盈臆以求隱數故曰借徵其顯有盈不足實數者
但依舊法求之諸盈不足者兩盈者兩不足者盈適足
者不足適足者及疊互母子者各具數條見例

問設一虛數以其半為用內除三之一又除四之一尚
餘三百其原總數幾何其法先另借一通數以分其半
而通各分先借二十四為數列上 其半為十二其三
一為三以比三百則不足二百九十五列左下另借九
十六為數列右 其半為四十八其三之一為十比
三百不足二百八十列右下次以左上乘右下次以右
上乘左下各得數附註其下以少減多其餘為實而以
左下右相減其餘為法除之

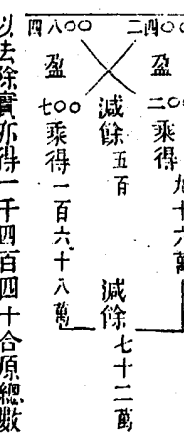
六乘得 六千七百二十
不足 二
減餘 一十五
不足 五
二乘得 二萬八千三百二十

減餘 二萬一千六
百

除得一千四百四十合原總以減半為七百二十其
三之一乃二百四十其四之一乃一百八十加三百
合一千七百二十之數

同文算指通編 卷四

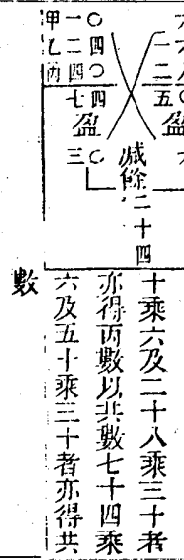
假如借四千八百為通數列左上 其半為二千四百其
 之一為一千二百 比三百則盈七百列左下又借二千四百
 百餘一千 其半為一千二百共三之一為一千二百
 為通數列右 四百其四之一為三百餘五百 以比三
 百盈二百列右亦以二數相減餘為法而以左上乘
 右下以右上乘左下相減餘為實而以法除之



以法除實亦得一千四百四十合原總數
 又假如借二千四百為通數列左上 即前第二式右盈
 二百列左下再借九十六列右上下者餘二十不足二
 百八十列右下此係一盈一不足者相併為法次以左
 上乘右下以右上乘左下亦相併為實以法除實仍得
 一千四百四十

九不足 乘得六十七萬二千
 積四百八十 積六十九萬一千二百
 盈 乘得一萬九千二百
 問三人共銀四十四兩乙多甲一倍外又多四兩丙兼
 甲乙之數外又多六兩每人實數幾何此大約當以四
 先借一十為通數列左上 共二十四兩兼二數又加六
 得四 共七十四以比四十四盈三十列左下又借六列
 右 上 丙兼二數加六得二十八 共五十四以比四十四盈
 六列右下以相減餘為法乃以左上乘右下以右上乘
 左下亦以相減餘為實而以法除之得五為所求之甲
 數倍之又加四得一十四為乙數兼之又加六得二十
 五為丙數

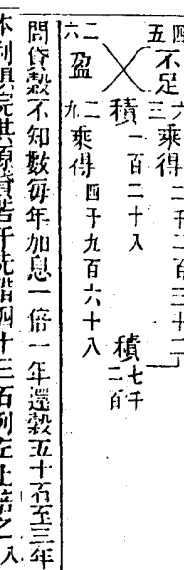
盈六乘得六十
 減餘二十四 減餘一百二十
 盈三乘得一百八十
 右圖以甲之左數一十乘六及以右數六乘三十
 者圖除得甲五若以乙之二十四乘六及一十六
 乘三十亦得乙數以丙之四
 十乘六及二十八乘三十者
 亦得丙數以其數七十四乘
 六及五十乘三十者亦得共
 數



問甲乙各不知數取乙九與甲則甲倍于乙取甲九與
 乙則甲乙正等原數各若干借一百為等數乙既得甲
 九則甲原一百九列左而上而乙九十一列其次甲若取
 乙九則甲一百十八而乙八十二以視甲之半盈二十
 三 四甲取乙九列左下另借五十為等數乙既得甲九
 則甲原五十九列右而上而乙四十一列其次甲又取乙
 九則甲得六十八而乙三十二以視甲之半不足二列
 右下盈不足相併二十五為法左上乘右右下上上乘左
 下相併為實以法除實係甲乘者除得六十三為甲數
 係乙乘者除得四十五為乙數

甲九乙一不足 乘得乙一百八十二
 積二十五 積甲一千五百七十五
 乙九甲一不足 乘得甲三百五十七
 積乙一千一百二十五
 問橋酒遊山到處沽增一倍俱飲六升至第四處飲訖
 無餘原橋若干借五升四合列右十倍之八合減六升
 八又倍之九升減六三升三次倍之七升減六一升四
 合又倍之六合減六六合三次倍之七合減六二合四
 次倍之二合以減六不足三升六合列右次另借六升

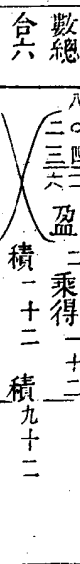
二合列左十倍之升四合減六六升又倍減至四次倍
 一斗二升入合減存六升入合後倍得一斗三升六合
 減存七升六合又倍得一斗五升二合減存九升二合
 盈九升二合列左次盈不足相併為法以左上乘右下
 右上乘左下併為實以法除實得五升六合二勺五抄
 為原酒數



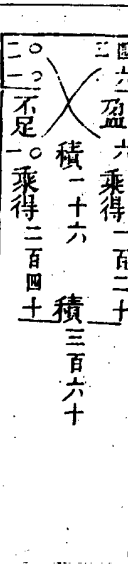
問貸數不知數每年加息一倍一年還銀五十五至三年
 本利俱全其原貨若干先借四十三石列左十倍之八
 六減所還餘三又倍之七 又減餘二仍倍之四十不
 足六十列左下又借四十四石列右十倍之八 減所
 還餘三又倍之七 又減餘二仍倍之五十 盈二十石列
 右下併盈不足為法左上乘右右下上上乘左下得數併
 為實以法除實得原銀四十三石七斗五升

盈 乘得八十六 或依三率置五十為實置
 積八 積五十三三年之倍一二 併得七乘
 不足 六乘得二百六 之加母一為法除之亦同
 問逐免百隻每三人得四隻該幾人先借七十二人列
 至上以四乘三除九十 盈四隻列下另借九十人列右
 上以四乘三除九十 不足二十列下盈不足併為法左
 上乘右右下上上乘左下得數併為實以法除實得七十
 五人
 九不足 乘得一千四百四十
 積二十四 積一千 此問依三率三乘四
 七盈 乘得三百六十 除即得借此見例云
 問甲乙丙共銀六十二多甲一倍外加四丙兼甲乙數

外加六各該幾何先借六為甲通乙丙數列左上乙六
 六丙二 共得五十比正數不足一十列左下又借八為
 甲通乙丙數列右上下三十四 共六十二比正數盈
 二列右下相併為法次以左上乘右下以右上乘左下
 亦相併為實依法除得七零三之二為甲數倍之加四
 得十九零三之一為乙數兼甲乙加六得三十三為丙



數總 六六八〇 乘得 八十一
 二六八〇 乘得 一十二
 積 九十二
 合六 六六八〇 不足 乘得 八十一
 十數 二六八〇 不足 乘得 八十一
 問試以三十數隨手割為二以其一加六十以其一加
 二十而加六十者為加二十者之三之二其割分之數
 各幾何此取三十而隨意割之且借二十為甲數列左
 上列乙一十于次而各如問加焉察其數甲二十加六
 十加二 甲視乙固不足三之二乙三十則甲之三十分
 十得三十 以不足一十列左下又借二十四為甲數列右亦
 列乙六于其次各加如問而察其數甲二十四加六十
 加二十得 甲又盈乙三之二者該七十八今却八十四
 二十六 以盈六列右左盈不足積併為法次以左上乘右下以
 右上乘左下併為實依法除實得二十二又二之一為
 甲數然後求三之一則七零三之一為乙數也

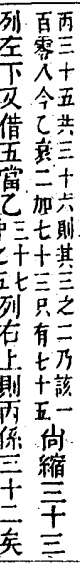


問甲乙丙三數甲加七十三得為乙丙數者二乙加七
 十三得為甲丙數者三丙加七十三得為甲乙數者四
 其實數各幾何此因有三之二及四之三當借奇數為
 通數以求甲數而又因乙丙之加牽連難析則疊用前

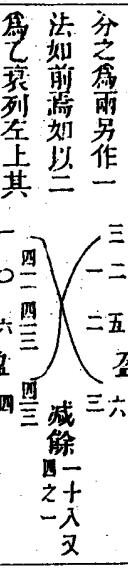
同文算指通編

三三

法以徵之且如借一乃奇數也以官甲列左上加七
 十三共七當兼乙丙而借之既以七十四為兼乙丙且
 共得三因以折半三十七為乙丙數而乙與丙又衰分
 焉乙加七十三又得甲丙三 依前法隨意衰之為兩如
 借二為乙衰另列于左上 則丙係三十五矣列左次
 乃以二加七十三得七十五以較甲丙合數未足三之二一
 丙三十五共三十六則其三之二乃該一 尚縮三十三
 百零八今乙衰二加七十三只有七十五 列左下又借五當乙
 列左下又借五當乙中之五列右則丙係三十二矣
 列右次乃以五加七十三得七十八以較甲丙有三十之二十
 不足二十一 甲一丙三十三則其三之二該一
 不足二十一 九十九今乙衰五加七十三只七十八
 列右下雨不足相減餘為法而以左上乘右下以右上
 乘左下相減餘為實依法除實得一十零四之一為乙
 實乃列乙實于左圖初借立一之次既已得乙實即得
 丙實乙丙共三十七也乙得一十零四 列于又次

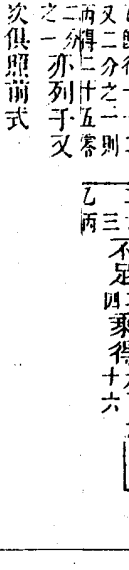


又另借三為甲衰列右上加七十三 共七
 丙衰得三而隨意 甲乙丙
 分之二為兩另作一 三三二二 盈三三
 法如前焉如以二 四二四三 盈四三
 為乙衰列左上其 一〇六二 盈五
 餘三十六乃丙衰 甲乙丙
 列左次即以乙衰之二加其七十三 得七
 是三之二否不足四十二 甲三丙三十一共三十九其
 乙衰加之即以不足列左下另借二十三為乙衰列右

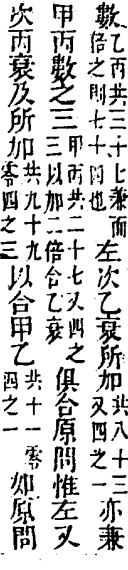


上其餘十五為丙衰列右次以乙衰二十三加七十三
 得九與甲丙相較是三之二否又盈四十二 甲三丙十
 其六分之二倍是五十四今乙 以盈列右左盈與不足
 衰之數與加數却有九十六 相併為法仍以左上乘右下以右上乘左下而相併為
 實依法除實得一十二零二分之一為乙實乃列乙實
 于前所借甲三
 乙丙共三十八
 乙既得一十一
 又二分之一則
 丙得三十五零
 之一亦列于又
 次俱照前式

乃依所問察之甲加七十三要兼乙丙數又多一倍乙
 加七十三要得甲丙數者三丙加七十三要得甲乙數
 者四
 甲乙丙
 三三二二 盈三三
 二二五 盈二二
 六六 盈六六
 減餘 八 減餘 七 減餘 〇 減餘 九
 四一 四三
 四一 四三
 四一 四三
 四一 四三
 四一 四三



如右圖左上甲衰及所加共七 已兼乙丙之數與其倍
 數乙丙共三十七兼而 左次乙衰所加共八十三亦兼
 數倍之則七十四也 俱合原問惟左又
 甲丙數之三 甲丙共二十七又四之 俱合原問惟左又
 次丙衰及所加共九十九 以合甲乙 共十一零 如原問
 但欲得甲乙數者四只須四十五今却九十九零四之
 三乃盈五十四零四之三到此不合矣仍依五乘之法
 求之
 右三甲衰及所加共七 亦合乙丙兼數與倍數三十八



同文算指通編

三三

兼倍之則右次乙衰及所加共八十八
 七十六也右次乙衰及所加共八十八
 甲丙共二十八半三惟右又次之丙衰及所加共九十八
 以合甲乙共十五又以四因之當得六十二今却九十八
 入零二之一乃盈三十六零二之一也不合原問仍依
 互乘之法求之 于是以左上甲衰乘右下以右上甲
 衰乘左下相減餘為實以左下右下相減餘為法除之
 得七為甲衰如欲得乙衰則以乙之左右上下互乘相
 減以法除之得十七為乙衰如欲得丙衰亦以丙之
 左右上下互乘減除得二十三為丙衰

問設有一數以與三相乘外加一十又以此乘四外加
 二十又乘五外加三十又乘六外加四十即共得六千
 七百此其原設數幾何其法先借二為主列左上以乘
 三得六外加十六共二十又與四相乘四加二十共八
 五相乘四加三十共五十五又與六相乘六加四十
 共一百一十以此所問數七百不足三千九百六十列左
 下次借三列右以上乘三九外加十九又乘四七
 外加二十共九十六又乘五八外加三十五又乘六三
 十六外加四十一共三十三以此所問數七百不足三千六百
 列右兩不足相減餘為法除之得一十三係原設

不足六乘得七千二百
 減餘四百六十八
 不足九乘得一萬一千八百八十
 減餘四千六百八

右法已除得十三者與三相乘九加一十九又與
 四相乘一百九加二十一共二百以乘五八加三十一
 一千一百以乘六六加四十四得六千七百合問

問二人共分銀一百兩不得其均若均分則每人當五
 十兩然須甲還所得銀三之一乙又還所得銀五之一
 方得每人五十兩其不均之分各得若干先借三十兩
 為甲衰列左亦列乙衰七十于次乃減甲三之一減
 二十亦減乙五之一四而以乙減歸甲甲二十加乙
 四十以此五十不足一十六列左下另借六十為甲衰列
 右亦列乙衰四十于其次乃減甲三之一減三十亦
 減乙五之一八而以乙減歸甲甲四十加乙
 右下兩不足相減餘為法以左上乘右下以右上乘左
 下相減餘為實以法除實得六十四兩零七分兩之二
 為甲衰就一百兩內減甲衰餘三十五兩又七分兩之
 五為乙衰合原分不均之數

六四不足二乘得六十
 減餘九百
 三七不足六乘得九百六十

問二人共分銀一百兩未得其均須甲捐所得三之一
 乙亦捐所得四之一和合平分乃各得五十兩其未均
 之數各若干先借六十為甲衰列左亦列乙四十于
 左次乃減甲三之一減二十減乙四之一減三十和所
 減甲二十乙一而均分之十五以甲所得十五合減存
 四十之數甲原存四十加十五以五十盈五數列左下另
 借二十四為甲衰列右亦列乙衰七十六于右次乃
 減甲三之一減八存減乙四之一減一和所減甲八乙
 十七而均分之各得十三以甲所得一十三年之數合
 減存一十六數共二十一以此五十不足二十半列右
 盈不足相併為法右上乘左下左上乘右相併為實
 以法除實得五十二兩零七分兩之一十六為甲衰

問以一千劃為二甲多于乙四十九作何割之其法借
 六百為甲衰列左亦列乙四百于次相較差二百以
 比四十九則盈一百五十一列左下另借五百五十為
 甲衰列右亦列乙四百五十于次相較差一百以比
 四十九則盈五十一列右兩盈相減餘為法以左上
 乘右右下上乘左下相減餘為實以法除實得五百二
 十四零二分兩之一為甲衰餘為乙衰

四六不足二乘得一千二百三十
 三七不足三乘得一千三百五十
 積二千五百五十
 六四盈五乘得一百二十

其餘四十七兩又十七分兩之一為乙衰

問香鑪二座其蓋重二百五十斤以蓋加甲鑪則多于
 乙二倍以蓋加乙鑪則與甲鑪正等此二鑪各重若干
 其法借三十為甲衰列左蓋一百五十列左次共一
 百八十又列其次以三之一為乙衰得六十以乙加蓋
 得二百比甲衰三十盈一百八十列左下另借九十為
 甲衰列右蓋一百五十列左次共二百四十又列其
 次取其三之一為乙衰得八十以乙加蓋三十比甲衰
 九十盈一百四十列右兩盈相減餘為法左右上下
 互乘仍相減餘為實以法除實得三百斤為甲鑪以加
 蓋得四百五十斤共三之一得一百五十斤為乙鑪

五五盈五乘得三萬六千
 減餘五萬二千
 五四盈五乘得三萬五千
 減餘四萬五千

九五四〇〇 乘得四十二百
 一五〇〇 盈四 減餘一萬二千
 三五八〇 盈八 乘得一萬六千二百

問香鑪二座有一蓋其蓋重百兩加甲鑪則其重比乙多二倍加乙鑪則其重比甲多一倍此二鑪各重若干其法借五十為甲衰列左上蓋數一百列左次共一百五十又列其次而以其三之一五十為乙衰 四甲加蓋故加蓋得一百 比甲衰五十列左下 既倍甲五十故盈五十 另借一百一十為甲衰列右蓋數一百列右次共二百一十又列其次而以其三之一為乙衰七加蓋一百比甲衰一百不足五十列右下一十即該二百二十今却一百 盈不足相積為法左右互乘積為實以法除實得八十兩為甲鑪 一〇〇〇 乘得二千五百 其加蓋三分之 積八 一得六十為乙

問有人買鶴鴉不知其數但云以其二之一加三之一又加四之一再加二二共得一百此是幾何其法借一通數可以二三四分之者為主先借十二列左上而以二之一 六三之一 四之一 三 併之得十三再加二十二共得三十五以比一百不足六十五列所不足于左下另借六十列右而以二一三三十一四一五併之得六十五加二十二共得八十七以比一百不足一十三列所不足于右下兩不足相減為法左右互乘相減為實以法除實得七十二為所問之數以其二之一

同文算指通編

三十三之一二十四之一一十再加二十二共一百隻
 六〇 不足三 乘得一百五十六
 減餘五十二 減餘三千七百四十四
 二不足五 乘得三千九百

問二商各攜母銀未知其數但云取乙十二兩與甲則乙有甲六之一取甲十五兩與乙則甲有乙十之一其實數若干法從乙起算先借二十兩為乙衰列左上的減十二餘以當甲六之一用六因求甲六八內還乙所加十存數三十六又捐十五與乙 甲剩二十一其乙共三十五 以甲剩數較乙加數甲是乙十之一否加得三十五 以甲剩數較乙加數甲是乙十之一否甲二十一則乙當二十 不足一百七十五列左下另借一百為乙衰列右上的減十二得八以六因求甲衰五二十亦還所加十存數五百一十六內除十五與乙剩五百一乙原餘八十八又取甲十二共一百今加十五該一百一十五 以乙較甲甲是乙十之一否 今乙只一百一十五 不足四千八百九十五列右下兩不足相減為法左右上下互乘相減餘為實以法除實得十七兩零五十九之二為乙母內捐十二兩與甲則實得五兩又五十九之二以六因求甲得三十兩零五十九之二內亦減十二實得十八兩零五十九之二為甲母再捐十五兩與乙加乙原數十七兩又五十九之二共得三十三兩零五十九之二以十之一約之則三兩零五十九之二也

不足九 乘得九萬七千九百
 減餘四十七 減餘八萬
 不足五 乘得一萬七千五百

同文算指通編

多乙一倍減甲三兩與乙則與乙正等各實數幾何從乙多數起算先借一十五兩為乙衰列左上的減六存九以當甲之半則甲該一十八內又除所加六得十二為甲衰正數內減三與乙則甲剩九以甲所剩九較乙衰十五及所加之三乃盈九十八也列所盈于左下另借二十為乙衰列右上的內減六存十四倍之為甲衰當是二十八亦減所加六實得二十二為甲衰正數若取三與乙則甲剩十九以甲之十九較乙之二十及所加之三又盈四 甲十九乙列盈數于右兩盈相減為法左右上下互乘相減餘為實以法除實得二十四為乙衰內減六與甲餘倍之得三十六甲先借六于乙則甲之本數只三十矣就三十之內減其三兩併入乙二十四兩為二十七甲三十減三亦二十七故其數正等

問壺一座注水其中下有三孔其甲孔流水二時而盡乙孔流水三時而盡丙孔流水六時方盡若三孔俱開則幾時水盡且借四時為用列左上的各據其孔之大小流水之遲速測之 甲二時一壺則四時當盡二壺盡零三之一 丙六時一壺則四時當盡一壺則四時當盡三分之二 得數併計之共以四時盡四壺而所問者一壺也為盈三列左下另借十時為用列右上的亦以時推其多寡 甲二時一壺則十時該五壺零三之一 丙六時一壺則十時該三壺零三之一 得數併計共以十時盡十壺比原問一壺又盈九列右下兩盈相減剩六為法上下左右互乘相減亦得六為實以法除實得一是一三孔俱開則壺水一時盡也

減餘五 減餘一百二十
 一五 盈 九 乘得一百八十

同文算指通編

○盈九乘得三十六
 減餘六
 盈三乘得三十

問漏壺一具有渴鳥注水凡十二時而滿下有數通
 天池澗水凡十八時而水盡若上注水下澗水當幾時
 水可滿且借二十為滿候列上以推注澗之時已知下
 澗十八時盡一壺則二十時當盡一壺零九分盡之一
 而其上注二十時必能滿至二壺九之一方與此合乃
 以數推之只有一壺三之二不足九分盡之四列左下
 另借三十時為滿候列右而上而各推其時已知下澗十
 八時盡一壺則三十時當盡一壺零三之二而其上注
 三十時必須滿至二壺三之二方與此合而又不然只
 滿二壺半亦不足六分盡之一列右上下兩不足相減餘
 為法乃以右上乘左下以左上乘右減餘為實以法
 除之得三十六時為水滿之候

○不足六二乘得六之二十
 減餘一十八之五
 不足九四乘得九之一百二十

問甲匠做工三十日完加乙匠則十八日完若獨用乙
 匠須幾日完先要知甲匠十八日所做之工乃三十日
 內五分之三則知乙匠十八日之工乃其五分之二也
 試借四十日為乙列左以上以十八日完五之二推之
 則四十日完九分之二不足九之一列左下別借六十
 十日為乙列右亦以十八日五之二推之則六十
 日完全工外又溢九之三列右上下兩不足相併得九
 之四為法次以左上乘右上下相併得九之
 一百八十為實以法除實得四十五日完工

○盈九三乘得九之一百二十
 積得九之四
 積得九之二百八十
 不足九一乘得九之六十

右乙匠十八日完五分之二所少五之三若算該
 二十七日完以二十七加一十八是四十五也
 問甲乙丙三人共博甲贏乙金二之一乙贏丙金三之
 一丙又贏甲金四之一事舉各剩金七百兩三人原攜
 母金若干法已知三人原共金二千一百兩三百三分
 之當于甲衰七百內與丙四之一又得乙之二之一于乙
 衰當加入丙三之一又與甲二之一于丙衰當得甲四
 之一又與乙三之一乃先借一百兩為甲衰列左上內
 除四之一五該存七十五兩而總有七百兩是所贏于
 乙者為六百二十五兩而乙衰當為一千二百五十兩
 矣列左次內輸去之二一則所剩當亦為六百二十五
 兩又贏丙三之一而為七百兩則亦得丙七十五兩而
 丙所攜母為二百二十五兩矣又列其次內輸與乙三
 之一尚存一百五十加入得甲四之一五共得一百
 七十五兩以較原問不足五百二十五列左下別借二
 百為甲衰列右內除四之一五剩一百五十而總有
 七百以乙之二一足之則知乙衰二之一該五百五十
 兩而乙總數為一千一百兩矣列右次內輸與甲二之
 一當剩五百五十兩又以丙三之一足之而為七百兩
 則亦得丙一百五十兩而丙所攜母為四百五十兩矣
 又列其次內輸與乙三之一尚存三百兩加所得甲四
 之一五僅得三百五十兩此原問不足三百五十列右
 下兩不足相減剩為法左右上下互乘相減剩為實以
 法除實得四百為甲母推知乙母八百以甲四百乘四
 法除實得四百為甲母推知乙母八百以甲四百乘四

○不足九一乘得九之六十
 積得九之四
 積得九之二百八十

問調兵征倭內有南北西三處兵馬南兵四萬北兵為
 南兵及西兵二分之一西兵為南兵北兵三分之一要
 知北兵與西兵各若干併南兵共若干先借三萬為北
 衰列左上推得南西二兵共該六萬而西兵僅該二萬

人乙二之一該增四丙母九百以乙八百減二之一一存
 百是知乙母人百
 增三百是知丙母九百也甲母四百加丙三之一一該
 母人百輸四百贏三百丙母九百輸三百贏一百俱剩
 七百而三人所攜與
 所剩所輸皆得矣

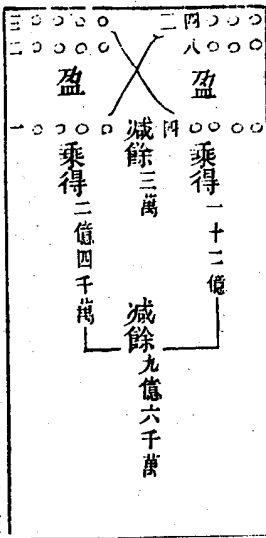
○盈五三乘得三萬五千
 減餘一十七萬
 不足五乘得三萬五千
 減餘一十七萬

問甲乙丙三商共販得子銀四百兩依母銀分之乙比
 甲多分十二兩丙比乙多分十二兩要知各分若干先
 借一兩為甲衰列左上推得乙該十三兩丙該二十九
 兩共四十三兩以視四百不足三百五十七兩以次列
 左下別借二兩為甲衰列右推得乙該十四兩丙該
 三十兩共四十六兩以視四百不足三百五十四兩以
 次列右上下兩不足相減剩為法左右上下互乘得數減
 剩為實以法除實得一百二十為甲衰以推乙衰一百
 三十二丙衰一百四十八合問

○盈六三乘得三百五十四
 減餘三百六十
 不足三乘得三百五十四
 減餘三百六十

問調兵征倭內有南北西三處兵馬南兵四萬北兵為
 南兵及西兵二分之一西兵為南兵北兵三分之一要
 知北兵與西兵各若干併南兵共若干先借三萬為北
 衰列左上推得南西二兵共該六萬而西兵僅該二萬

列左次若為南北三之一則南北共只六萬而實七萬是盈一萬也列左下又借二萬四千為北衰列右推得南西二兵共該四萬八千而西兵僅該八千列右次若為南北三之一則南北共只二萬四千而實六萬四千又盈四萬也列右兩盈相減剩數為法上下左右互乘得數亦相減剩為實以法除實得三萬二千為北衰推知西兵二萬四千總共九萬六千而北得南西二北三之一

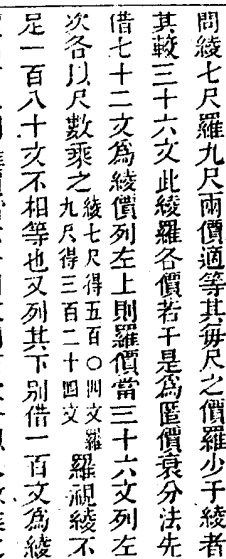


問黃金百斤製鑪一座既成慮匠人盜金和銀銷毀驗之恐傷工本欲知和銀若干法以器貯水令滿已知水幾斤乃以金鑪百斤入器內溢水六十五斤加水令滿別以純金百斤入之溢水六十斤另貯滿水以銀百斤入之溢水九十斤今借銀四十斤為匠所換數列左上存金六十斤列左次其鑪溢水六十五斤若以純金只溢六十斤推之實在鑪內之金六十斤只該出水三十六斤又以純銀溢水九十斤推之所和之銀四十斤亦該出水三十六斤共該溢七十二斤今視原數六十斤盈七斤列左下又借銀三十斤為匠所換數列右存金七十斤列右次以純金溢水六十斤推之則鑪金七十斤該出水四十二斤又以純銀溢水九十斤推之則和

同文算指通編

二五九

銀三十斤該出水二十七斤共該溢六十九斤今視原數六十斤又盈四斤列右兩盈相減剩為法左右上下互乘得數減剩為實以法除實得一十六斤零三分之二為匠人盜和銀數其實在純金乃八十三斤三分之一也蓋比例推之金百斤溢水六十斤則八十三斤及三分斤之一該出水五十斤銀百斤溢水九十斤則一十六斤及三分斤之二該出水一十五斤合之得六十五斤合問

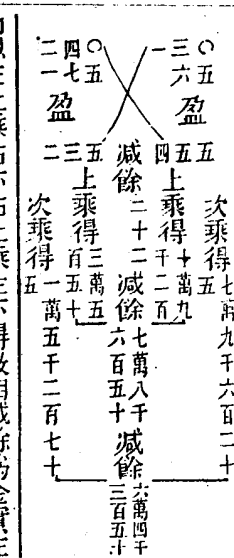


問綾七尺羅九尺兩價適等其每尺之價羅少于綾者其較三十六文此綾羅各價若干是為區價衰分法先借七十二文為綾價列左上則羅價當三十六文列左次各以尺數乘之綾七尺得五百〇四文羅視綾不足一百八十文不相等也又列其下別借一百文為綾價列右則羅價當六十四文列右次各以尺數乘之綾七尺得七百〇七文羅視綾不足一百二十四文亦不相等也又列其下以兩不足相減餘為法乃以左上乘右下右上乘左下得數亦相減餘為綾實以法除之得綾每尺價一百六十二文再以左次乘右下有次乘左下各得數相減餘為羅實以法除得羅每尺價一百二十六文又各以尺數乘之綾七尺共一千一百二十四文羅九尺共一千一百三十四文羅九尺亦一千一百三十四文正等

同文算指通編

二五九

問金九錠銀十一錠其重適等互換一錠則金輕十三兩金銀每錠重若干此因互換一錠而金輕十三兩因知金銀之較為六兩五錢也乃先借一十三兩為金衰列右則銀該六兩五錢列右次各以錠乘金九錠得七十二兩一兩五錢金視銀盈四十五兩五錢列下另借二十四兩為金衰列左上則銀該一十七兩五錢列左次各以錠乘金九錠得一百九十二兩五錢 金視銀盈二十三兩五錢 又列其下兩盈相減餘為法

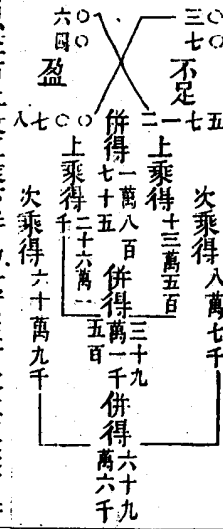


而以上上乘右上下上乘左下得數相減餘為金實左次乘右右次乘左下得數相減餘為銀實俱以法除得金一錠重三十五兩七錢五分銀一錠重二十九兩二錢五分而各以錠乘金九錠共三百二十一兩七錢五分銀十一錠亦三百二十一兩七錢五分正等問牛羊共一百牽總價一百六十八兩每牛三頭銀十二兩羊四頭銀一兩五錢欲知牛羊各數各價若干此于大總內又立小總法先以三歸十二得牛一頭價四兩以四歸一兩五錢得羊一頭價三錢七分五釐而化兩及錢分皆為釐算之先借六十為牛衰列左上則羊該四十列左次而以各價乘之六十頭乘四十五釐得百七十五釐得一萬五千 以視其價盈八十七兩列左併共得二百五十五兩

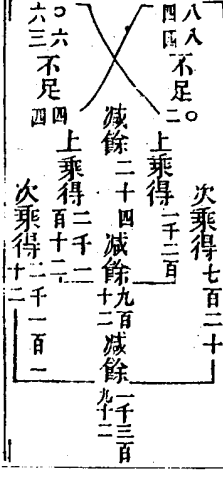
同文算指通編

二五九

下又借三千為牛衰列右則羊該七十列右次而以各價乘之牛得十二萬餘羊得二萬六千二百五以視共價不足三十一兩七錢五分列右下併盈不足為法依式互乘



乃以左右上數互乘下併為牛實左右次數互乘下併為羊實以法除得牛三十六羊六十四以各價乘得總問難免同籠不言其數但云九十六頭三百零八足其難免各幾何法以九十六頭為主先借作雞四十八隻列右左免亦四十八隻列右次而以各足乘之雞四十八得九十六足免四足乘併二百八十八足以較三百○人足不足二十列右下又借作雞六十隻列左上則免該三十六隻列左次而以各足乘之雞六十得二百一十六足免四足乘併二百六十四足以較三百○人足不足四十四列左下兩不足相減餘二十四為法又以左上乘右下右上乘左下各得數相減餘為雞實以法除之得雞三十八隻其左次右次亦如法乘減餘為免實以法除得免五十八隻各以兩足四足乘之合三百○人足



又法置九十六頭倍之得一百九十二以減總足餘一百二十六足以二歸之得五十八為免數却以四足乘之得二百三十二又以減總足餘七十六以二歸之得三十八為雞數蓋以兩物皆借作兩足起算者

以上原二十二條補七條舊法盈胸略似然本無盈胸而借立一數以求盈胸乃以盈胸推之者與前借衰互徵之法俱極超妙雖至隱至奧之數用此推求未有不渙然冰釋者學人熟此二法於算義思過半矣其舊法盈胸章人所恆習亦附數條于後用相比擬

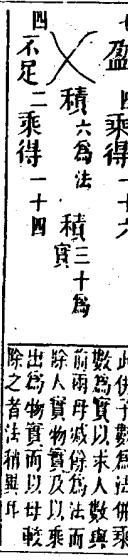
舊法未知借推之妙只立盈與不足或兩盈兩不足為母兩母相減為法以母子互乘之數求其物實以兩子或併或減之數求其人實大抵一盈一不足者相併為實兩盈兩不足者減餘為實俱如前法耳又有疊數盈胸如幾人分幾許盈幾數幾列作上中下三位所求人實亦取下層盈不足併減同前而取兩上相乘以為通法更乘人實然後乃以上中互乘減餘為法除之又以上中乘出之數互乘下層仍前併減以為物實以法除之與人實同

問釀金買物每人出五兩盈六兩每人出三兩不足四兩人數物價各若干左列五之六右列三之四互乘併之為物實另併兩子四為入實兩母相減餘二為法除人實得人數五除物實得物價一十九兩或先得人數以乘出率五內減盈六及以乘三外

加不足四皆同

三不足四乘得二十
較二積一十為入實積三十八為物實
五盈六乘得二十八

右法若依借衰者且借立一數與五相乘內減六得若干又與三相乘外加四得若干如相同即所求之數若不同者則依盈胸推之假如借四人列左上乘五減盈六得一十四亦以乘三加不足之四得一十六兩數相較不足二列左下又借七人列右上乘五減盈六得二十九亦以乘三加不足之四得二十五相較盈四列右下以併左下共六為法左右上下互乘併得三十為實以法除實得五人以乘出率五內減盈六得一十九兩若以乘三加不足亦同



問眾人分穀每人五石盈三十石每人六石不足四十石其人穀各若干以五之三十列左六之四十列右互乘併之為穀實併兩子四十為入實兩母五相減餘一為法除人實得人數七十除穀實得三百八十石或先得人數即以乘分率五外加盈三十及以人數乘分率六內減不足四十亦同前條併出率故減盈增不足此六不足四乘得二百
較一積七十為入實積三百八十為物實
五盈三乘得一百八十

右法若用借衰者試借三十人列左上乘五一百加三十八十亦以三十乘六八十減四十一百以前數

較盈四十列左下另借一百人列右以上乘五百加三十五即一百乘六百減四十五亦以前數較不足三十列右不足相併為法左右上下互乘併之為實以法除實得七十為人數乃以人數乘五得三百外加盈三十為三百八十石又以人數乘六得二百四十內減不足四十亦三百八十石

盈三乘得九百
積四十九百
不足四乘得四千

問以絹一匹作帳先摺成六幅比舊帳長六寸後摺成七幅比舊帳短四寸新絹舊帳各長若干此先以幅數乘盈不足數求之置六幅列左以上乘盈六寸得三尺六寸列左下置七幅列右以上乘不足四寸得二尺八寸列右上下互乘併之為絹實併盈不足三尺六寸為舊帳幅實而以七幅六幅相減餘一為法除之得絹長四丈二尺舊帳幅長六尺四寸

較二積十六為潤實
積一百一十為截積實
六不足七乘得五十六
以上係一盈一不足者

問直田一段欲截一半另佃第三截長六步不足七步截長八步盈九步所截步及原潤步各若干列六之七及八之九互乘併之為截積之實併子數為原潤之實而以兩母相較餘二為法除之得原潤之步八得截積之步五十五

八盈九乘得五十四
較二積十六為潤實
積一百一十為截積實
六不足七乘得五十六
以上係一盈一不足者

二兩人錢入數物價各若干此以兩出率左右列及以兩盈各置出率之下互乘得數相減餘為物實以兩盈相減餘為入實又以出率相減餘二為法除物實得價五十兩除入實得一十六人

三盈八乘得九十八
較二乘得三十二為入實
較一百為物實
五盈六乘得一百九十八

問每人出銀五兩不足四兩每人出五兩四錢不足二兩入數物價各若干列兩出率及兩不足互乘得數亦相減餘為物實以兩不足相減餘為入實又以兩出率相減餘四為法除入實得五人除物實得價二十九兩

四不足二乘得一百
較二十為入實
較一百一十六為物實
五不足四乘得二百一十六

問井不知深將繩摺作三股入井及水餘繩四尺次將繩摺作四股入井繩餘一尺井深繩長各若干置三股四股為母各以所盈數乘之尺以三乘四得十二尺右列位五乘得數相減餘為繩實以前所乘出兩盈數相減餘為井深之實乃以二母相減餘二為法除繩實得繩長三丈六尺除井實得井深八尺

四盈四乘得一十二
較一乘得八為井實
較三十六為繩實
三盈二乘得四十八
以上兩盈兩不足者

問每人出銀二兩五錢盈六兩每人出二兩三錢適足人數物價各若干置出率各以盈適足系之除適足無乘只以左盈乘右出率為物實以盈數為入實仍以兩出率相減餘二為法除物實得物價六十九兩除入實

得三十人或不乘盈數徑求人數而以所得之人數乘適足之出率者亦得物價同前

三適足
二盈
五盈六乘得一百三十八為物實

問每人出銀七兩不足一十四兩每人出九兩適足人數物價各若干仍前列位以右九乘左不足為物實以不足為入實兩出率減餘二為法除入實得七人除物實得價六十三兩或不以乘法求物實徑求人數而以人數乘適足之出率亦得物價同前

九適足
較二
七不足四乘得一百二十六為物實

問以米換布換九匹適足換七匹多米四斗其米數布價各若干置出率及盈適足以盈數為實以兩出率減餘為法除之得每匹值米二斗乃以適足之九匹乘之得總米一十八斗

七盈四為米實
較二
九適足

問每八人共出銀七兩盈四兩五錢每九人共出六兩不足三兩人數物價各若干此疊數盈胎也布位三層先立通數以乘人率法取左右上相乘為之七十乃以上中二位左右互乘得數在四十三相減以其餘數一十為後除入實物實之法而各以乘得之數與下位左右互乘在二百一十六併之四百為物實以法除得

價二十七兩仍併盈不足數為人實之率七十而以前
 求通法七十乘之得數五百為人實亦以法除得三十
 六人此法與前數條大畧相同但物實則以上中乘出
 之數乘其下位盈胸之數而人實則增二上相乘通數
 以與再乘其所除人實物實之法則前條直以出率減
 餘為之此以上中互乘得數相減餘數為之此其小異

耳
 上 中 下
 九 六 八 不足 互乘得一百八十九
 乘七 較 五 積 五 通法乘 人實 積 五 物實
 八 七 乘 三 盈 五 互乘得二百一十六

問每六人共出銀九兩盈三兩每四人共出銀七兩盈
 六兩人數物價各若干法以左上右上乘得數為通法
 二十次以上中互乘左得三十六相減餘六為除人實
 物實之法六又以互乘所得之數與下兩盈數互乘得
 一百二十六右相減餘為物實九十以法除得價二十
 五兩以兩盈相減餘三為人實之率而以通法四乘
 之得人實七十以法除得一十二人 其疊數兩不
 足做此

上 中 下
 四 七 五 盈 六 五 乘得二百一十六
 乘 四 較 六 較 三 通乘 七 為 人 實 較 九 為 物 實
 六 九 乘 三 盈 三 五 乘得一百二十六

問每三人共出銀五兩多一十兩每五人共出銀九兩
 適足人數物價各若干法以左上右上相乘得數為通
 法二十次以上上乘右中二十右上乘左中二十相減
 餘二為除人實物實之法次以右中得數乘左下盈得

百七為物實以法除得價一百三十五兩就以左下盈
 十為人實率而以通法五十乘之為人實一百以法除
 得七十五人
 上 中 下
 五 九 五 盈 七 通足
 乘 五 較 二 通乘 一百五十為人實
 三 五 乘 五 盈 一 乘得二百七十

問銀未知數以買物用三分之二盈三兩用五分之三
 不足一兩銀數物價各若干法取子母互乘以通盈胸
 之數如千數二五乘母五得一十以通胸一兩得一十
 兩列左子數三五乘母三得九以通盈三兩得二十七
 兩列右乃以左中乘右下七十右中乘左下九併之
 六十而以兩子相乘六為法除之得六為銀實而以左中
 右中減餘一為法除之仍得總銀六十兩次併盈胸二
 數七十為物實而以法除得價三十七兩

上 中 下
 三 三 盈 三 九 盈 七 互乘得二百七十
 乘 六 較 七 積 七 積 三百六十以乘子
 五 三 不足 一 不足 互乘得九十

問銀未知數取六分之四買物盈三兩取四分之三買
 物盈三兩五錢銀數物價各若干以子數四互乘母四
 得一十六以通盈三兩五錢得五十六兩列左以子數
 三五乘母六得一十八以通盈二得三十六列右乃以
 左中乘右下五百七以右中乘左下零八減餘四百三
 亦以兩子相乘一十為法除之得三為銀實以左中右
 中減餘二為法除之得總銀一十八兩列以兩盈相減
 餘一為物價之實仍以法除得物價一十兩

上 中 下
 六 四 盈 一 八 盈 六 乘得五百七
 盈 二 一 盈 三 乘得十六
 較 二 較 二 為 物 實 較 三 以 子 乘 一 除 得 為 銀 實
 四 三 盈 五 六 盈 五 乘得一千零八

問派納官銀不言其數但知有甲乙二等戶乙戶所辦
 當甲戶十之入先令甲等八戶乙等五戶納之不足五
 兩後令甲等六戶乙等八戶納之不足三兩其派銀數
 及各戶則例若干法以甲乙二衰乘戶數各併之列位
 甲衰一十以乘八得八十乙衰八以乘五得四十併得
 一百二十四戶列左又以甲衰十乘六得六十以乙衰六
 乘八得四十八併得一百零八戶列右以兩不足數系之互乘相減餘為
 銀實二百六乃以二上相減餘為法四得官派銀六十
 五兩別以兩不足數相減餘二為則例之實以法除之
 得五錢而以各衰乘之甲衰一十乘得五兩為甲等一
 戶辦數乙衰八乘得四兩為乙等一戶辦數

上 中 下
 一 不足 三 乘得三百六十
 較 四 較 二 為 則 例 實 較 二 為 銀 實
 二 不足 五 乘得六百二十

問錢未知數以買物取二分之一盈四文取七分之三
 適足錢數物價各若干先取母子互乘一乘七得七列
 左三乘二得六列右而以六互乘盈四得二十四列右
 下即以物價之實兩母減餘為法一除得物價二十
 四文又以適足之母七乘盈數二十得數一百六而以
 原子一三相乘三為法除之得五為錢實仍以法一除
 之得錢五十六文

上 中 下
 二 盈 四 六 盈 四 為 物 實 乘得一百六十八為錢實
 乘 三 較 一

問每三人共出銀五兩多一十兩每五人共出銀九兩
 適足人數物價各若干法以左上右上相乘得數為通
 法二十次以上上乘右中二十右上乘左中二十相減
 餘二為除人實物實之法次以右中得數乘左下盈得

七三 適足 七 適足

問糶麥不知數但云取三分之一糶銀八兩適足若取八分之三糶銀十兩不足二石糶麥石數若干每銀一兩糶麥若干法取兩子母互乘得數各通糶銀以母三得九通八兩得七十二以母八另以所通得數七十二五子一得八通一十兩得八十 另以所通得數七十二列左八十列右乃以適足銀入乘不足之麥 二得數十六列右下如不足適足例而取適足所通出之銀率七以乘不足所乘出之麥率六十得數五千一百又以兩子相乘三為法除之以為麥實左中右中相減餘八為法除得總麥四十八石另以不足乘出六十為銀實亦以法除八得麥二石為每銀一兩之麥

同文算指通編卷四

同文算指通編卷五
雜和較乘法第八

諸物互和未易糶折必取互乘之數較餘為用以少除多得一數以推其他而糶悉見矣若條縵多者別立正負為算別同與以分加減總歸于去煩就簡故率除首列同乘減盡一數而其餘則名類相同者減之相異者加之其最繁者亦視首列所主為用如首以同名減則其下同減而異併首以異名減則其下異減而同併大要與盈縮相近而又濟盈牘之窮舊名方程用前法信用此為便

問鼎三養二共重一百五十五兩又鼎四養五共重二百六十五兩鼎養各重若干將二項左右對列各作三段遞互偏乘之又相對較之視其餘數以少除多而互得其重如以養乘則反得鼎重以鼎乘則反得養重且如以右鼎偏乘左行鼎則得一十二養五得二十五以左鼎偏乘右行鼎三得二十二養二得八十 各得數相減兩鼎數相等減盡不用兩養數減餘七又兩重減餘一百七十五以少除多七為法一百七十五為實除得養重二十五兩以右中養二乘之得五十兩以減右總餘一百零五兩亦以右鼎三除得每鼎重三十五兩

鼎三以乘左行 得八 重一百五十五兩 得六
鼎四以乘右行 得八 重一百五十五兩 得二十
鼎四以乘右行 得八 重一百五十五兩 得七十五
鼎四以乘右行 得八 重一百五十五兩 得九十五

右法若以養偏乘其以七為法亦同所得減餘之實凡二百四十五以法除之先得每鼎三十五兩以右鼎三乘之得共鼎一百五兩以減右行重數餘五十兩為二養重數若以左鼎四乘之得共鼎一百四十兩以減左行重數餘一百二十五兩為五養重數

問紗三匹絹四匹其價四兩八錢又紗七匹絹二匹共價六兩八錢紗絹各價若干亦將二項左右列之各三段偏乘如以右紗偏乘左行 紗七得二十一絹二得六 錢左紗偏乘右行 紗三得九絹四得二十八價各得數對減共兩紗減盡不用兩絹減餘二十二為法兩總減餘一十三兩二錢為實以法除實得絹每匹價六錢就以右絹四乘得共價二兩四錢以減右總價尙餘二兩四錢為右紗三匹之價得每匹價八錢

紗三與左乘得 絹四得二共四兩八錢得三十三兩
紗七與右乘得 絹二得六 共六兩八錢得二十兩四
右式若以絹偏乘其法同前但減餘之實一百七十
六以法除之亦得八錢為匹紗之價以右紗三乘得
二兩四錢就以減右總價餘二兩四錢為四絹之價
若以左紗七乘得五兩六錢就減左總價餘二兩二
錢為二絹之價

問筆三管換視七箇貼視價四百八十文別以視三箇換筆九管貼筆價一百八十文筆視各價幾文依前左右三行列之而以視為正筆為負互乘得數却于正負同名者對減異名者對加求之

視正七 筆負三 負九 價正四百八十文 正一千四百八十
視正三 筆負九 負六 價負一百八十文 負二百六十

右視正七乘左 視正二十一筆負六十 左視正三亦乘
右視正三乘左 視正九筆負六十 左視正三亦乘
右視正二十一乘負九 得數兩視正同名減盡兩筆負
同名減餘五十四為法兩價正負異名加併得二千七
百為實以法除實得五十文為一筆之價取右行筆負
之三乘之得一百五十加人價正四百八十六共六百三

十印右視七箇總價以七除得九十文為一視之價若
取一筆之價以左行筆負之九乘之得四百五十則當
就內減總一百八十餘二百七十即左行三視之價

若移置筆負為法徧乘者得畢併之實四千八百六
十文以法除之五十得九十文為視價

問七釧九釧共重九兩四錢釧重釧輕于中互換其一
輕重適等不知各重若干此依互換者列位一係六釧
一釧一係一釧八釧而中分其總重之數

釧六 釧一 四兩七錢
釧一 釧八 四兩七錢 二十八兩二錢

先以右釧六徧乘左行釧入得四十八價四兩兩次以左
釧一徧乘右行釧一價四對減餘四十七者為法除二

十三兩五錢者為實以法除實得五錢為一釧數以減
右行總重七錢餘四兩二錢即六釧共數六除之得每
釧重七錢

若移用右行釧一左行釧入為法徧乘者得減餘之
實三十二兩九錢以法除之七 先得七錢為一釧
之重

問錢一萬文以買二馬一牛則不足半馬之價以買一
馬二牛則餘半牛之價其牛馬價各若干此當以不足
半馬者損為一馬零二分馬之一及一牛以餘半牛者
益之為一馬及二牛零二分牛之一依法列之而以整
帶零之法乘除之

馬一匹之二牛一頭 價一萬文
馬一匹之一牛二頭之二三頭 價一萬文
先以右馬徧乘左行馬一匹之二三頭 價一萬文
徧乘右行馬如上午一其兩馬減盡兩牛減餘二頭又

四之三為法商價減餘五千文為實以法除實得一千
八百一十八文又十一之二為牛價以減右行總價一
餘八千一百八十一文又十一之九以馬一匹又二
之一除之得五千四百五十四文又十一之六為馬價

問甲乙二齊積粟不知各幾何但云取乙三之一與甲
及取甲二之一與乙則各滿二千石其原管幾何此零
法照前列位互乘甲得六千乙得四千減餘二千為實

而以兩母相併得五為法除之得四百以乙母之三乘
之得一千二百石為乙齊原粟餘八百石以甲母二乘
得一千六百石為甲粟其必各以母乘者蓋前所除得
只是子數必歸母見整故也

甲二之一 二千文 六千
乙三之一 二千文 四千

問治地不知畝數辨工種麥三畦種菽四畦共三百零
一工其菽麥數并工數各若干此為雙頭單腳互乘取
三四左右列之併得七為法其下列工數

麥三畦 三百〇一工
菽四畦 三百〇一工

若求菽數者右三乘總工三 以法除得一百二十九
為菽工以四乘得畦五百一十六即以右三除得麥工
數若求麥數者左四乘總工一千二 以法除得一百七
十二為麥工以三乘得畦數如前亦以左四除得菽工

問鴉夫不知數但云二人共飯三人共酒四人共肉總
用飯酒肉六十五分計夫若干列三位維乘 二乘三得
四得一二二又 併得二十六為法另用乘併之法 三乘
六以乘四得數以乘總分 六十 二人
得一千五百六十為實 三人 六十五分

以法除得六十為夫數 四人
問銀二百六十四兩買牛羊共一百牽每牛三頭價二
十兩每羊四錢價一兩五錢內牛羊併價各若干以牛
羊各價依子母左右列之互乘得數 牛乘羊四兩五錢
減餘七十五兩五錢為法另列總牽總價于下如求牛
數者先以羊四乘總價一十五 以羊價乘總牽一百減
餘九百為實以法除得一兩二錢為牛衰以右位牛三
乘得三十六頭以二十乘得共價二百四十兩就總內
減牛數餘為羊數

牛三 二十兩
羊四 一兩五錢 一百牽 二百六十四兩

若先求羊數者以牛三乘總價七百九 以牛價乘總牽
二減餘一千 為實亦以法除之得一百六為羊衰以
左位羊四乘得六十四錢以一十五乘得二十四兩就
總內減羊亦得牛數

問用匠五千名包磚板限共四千九百九十五方定限
每日匠九名包板限十一方匠七名包磚限四方磚板
堤匠各若干以母子左右對列互乘得數 九乘四得三
十七 減餘四十一為法另列總匠總限于下

九名 十一方
七名 四方 五千名 四千九百九十五方

若求板限數者左七乘總方三萬四千九 四乘總匠二
減餘一萬四千九 為實以法除之得三百六十五為板
衰以乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得
板限四千一十五方于總內除板限餘皆磚數或求磚
限數者右九乘總方三萬四千九 十一乘總匠五千減
餘一萬零為實以法除之得二百四十五為磚衰以乘

若求板限數者左七乘總方三萬四千九 四乘總匠二
減餘一萬四千九 為實以法除之得三百六十五為板
衰以乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得
板限四千一十五方于總內除板限餘皆磚數或求磚
限數者右九乘總方三萬四千九 十一乘總匠五千減
餘一萬零為實以法除之得二百四十五為磚衰以乘

若求板限數者左七乘總方三萬四千九 四乘總匠二
減餘一萬四千九 為實以法除之得三百六十五為板
衰以乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得
板限四千一十五方于總內除板限餘皆磚數或求磚
限數者右九乘總方三萬四千九 十一乘總匠五千減
餘一萬零為實以法除之得二百四十五為磚衰以乘

若求板限數者左七乘總方三萬四千九 四乘總匠二
減餘一萬四千九 為實以法除之得三百六十五為板
衰以乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得
板限四千一十五方于總內除板限餘皆磚數或求磚
限數者右九乘總方三萬四千九 十一乘總匠五千減
餘一萬零為實以法除之得二百四十五為磚衰以乘

若求板限數者左七乘總方三萬四千九 四乘總匠二
減餘一萬四千九 為實以法除之得三百六十五為板
衰以乘右九得板匠三千二百八十五名以乘十一得
板限四千一十五方于總內除板限餘皆磚數或求磚
限數者右九乘總方三萬四千九 十一乘總匠五千減
餘一萬零為實以法除之得二百四十五為磚衰以乘

左七得得一千七百一十五名以乘四得得九百八十方于總內除得除即板數

問七人釐金不知總數亦不知各數第云甲乙共二十三兩七錢戊己庚共二十六兩一錢亦不知丙丁共數此七人各若干法先求隔母且以甲乙二列左戊己庚三列右取右衰三增一為四隔母法仍以右衰三乘之得數二減半六又減去右衰三條三為右中率取左衰二乘總位人得數四內減右衰三餘十一為左中率而各以共金數列其下

右三三 二十六兩一錢

左二 一十一 二十三兩七錢

乃以左二偏乘右中三得六下二十六兩以右三偏乘左中十一得三十三下二十三兩各得數相減中餘二十七為法下餘一十八兩九錢為實以法除實得七錢為隔母之數別取甲乙共數兩七錢併入隔母七得二十四減半得一十二兩二錢為甲金數內減差數七得十一兩五錢為乙金數其餘以七遞減各得丁十兩一錢戊九兩四錢己八兩七錢庚八兩

問竹箭一莖九節下大上細下三節共盛粟三升九合上四節共盛粟三升中二節不知數要見每節盛粟若干亦先求隔母數為逐節相較之率取上三列左下四列右以右四加一為五與右四相乘得數十減半十又減右四得六為右中率別以左三乘總位九得數二十內減右中率六得二十一為左中率各以所共盛之數從之

右四 六 三升
左三 二十一 三升九合

乃以左三偏乘右中六得一十八以右四偏乘左中二得八十四下三升九得數相減中餘六十六為法下餘六十六為隔母率別以左三共乘為實九升以法六乘之得二百五十一以三除之得八十五分八釐是第八節數加母率六釐得九十二分四釐是第九節數若減母數六釐得七十九分二釐是第七節數其餘遞減母率第六節得七十二分六釐第五節得六十六分八釐第四節得五十九分四釐第三節得五十二分第一節得三十九分六釐而仍以法除之第六節第一節一合第七節一升二合第八節一升三合第九節一升一合第十節一升二合第十節一升三合第十節一合其以中餘六十分為法下餘為實以法除實者得一合為隔母率以三除左總九升得一升三合為第八節數以一合加減之亦得第七第九節數以次推之同前

問四雀六燕七鷓共集于衡重入錢九分又三雀五燕九鷓共重八錢一分又五雀七燕八鷓共重一兩六分三合禽重若干法置左右中三行三色及總重作四段列之先以右行五雀偏乘中行行一十五燕二十五鷓分又以中行三雀偏乘右行行一十五燕二十五鷓對減餘數另列于後圖右餘四錢一分次以右行五雀偏乘左行雀二十燕三十鷓三錢五分以左行四雀偏乘右行雀二十燕廿八鷓四分亦對減而以餘數另列于後圖左餘二錢一分

五雀 中五 七燕 中七 三 共重二兩六分
三雀 左三 五燕 左五 九鷓 左九 共重八錢一分
四雀 左四 六燕 左六 七鷓 左七 共重八錢九分

再置前圖減餘而以右燕四偏乘左行左燕二亦乘右行

餘四燕 餘廿一鷓 共餘八錢七分
餘二燕 餘三鷓 共餘二錢一分

乘訖對減餘三十為法共重餘九錢為實以法除實得三分為一鷓之衡就以乘左餘鷓三得九分以減左重餘一錢二分為二燕之衡即知每燕重六分也一鷓之衡以乘右餘鷓二十一乃于前左行原價八錢九分及減右重亦得每燕六分乃于前左行原價八錢九分之內減去原鷓七錢二分原燕六分各重數其餘三錢二分以雀四除之得每雀重八分或于前右行中行問牛一頭馬二匹驢三匹皆載物七百斤上坡皆不能上牛借馬一匹馬借驢一匹驢借牛一匹方上共三等力各若干列左中右三行以三畜及總物為四段

正牛一 借馬一 七百斤
正馬二 借驢一 七百斤
借牛一 負一 正驢三 七百斤

先右行正牛一偏乘左行得數又以左行借牛一偏乘右行得數乘借馬一一如對減盡因左行中無減乃做右馬乘出之數為立負馬一以俟另乘次以中行正馬二偏乘左行中下得數下物一千四百斤復以左行負一為法偏乘中行中下得數下物七百斤以對減正負馬同名減盡正借驢異名相併得七為法下物同名相減餘七百斤為實以法除實得驢力一百斤取中行物實內減一驢之力餘六百即二馬之力以二除得每馬三百斤又于右行物實亦減一馬之力餘四百即一牛力右法或更置其位先求一馬之力借驢一 正馬二 七百斤
借馬一 正牛一 六百斤
正驢三 負六 借牛一 七百斤

先以右行借驢一徧乘左行中下得數亦即以左行正驢三徧乘右行中下得數正馬得六下
 如右馬乘得之數亦置負六相減三畜俱減盡下物餘一千四百次以中行借馬一徧乘左行中下得數而以左行負六徧乘中行中下得數四于二百牛數正借異名以相併得數七為法下物中左同名相減得三千五百又以右下餘物減之得二千一百為實以法除實得三百斤為一馬之力然後取右行物實減二馬力餘一百見一驢之力又取左行物實減三驢之力餘四百見一牛之力

問珠二斤黃三斤價錢二千四十文又黃五斤珠六斤價六百四十文珠三斤珠七斤價二千九百八十文三色各價若干依式左右中列之

珠二 黃三 九 ○ 價二千四十文
 黃五 四 十 珠六 價六百四十文
 珠三 負九 四 十 珠七 四 十 價二千九百八十文

先以右行珠二徧乘左行得數得九十四價得六次以左行珠三徧乘右行得數得九百六十於左行○位照右立負九而與右行相對三色俱減盡其價餘一百六十文又以中行黃五另列右徧乘左行得七十價以左行負九另列左徧乘右行得五十四價得八十

黃五 四 十 五 珠六 五 十 價六百四十
 負九 四 十 珠餘一十四 七十 價餘一百六十

以相減黃與○同數減盡係正負異名併得一百二十四為法兩價同名相減餘四千九百六十為實以法除實得四十文為珠一斤之價乃於前圖中行原價內

同文算指通編

三三三

減餘六斤價二百餘四百文悉黃價以黃五除之得每斤價八十文又于右行原價減黃三斤價四十餘一千八百文悉珠價以二除之得每斤九百文

問雁二雉三換穀五斗七升雁五兔四換穀一石雉三免二換穀五斗三升每色每箇價穀若干先以右行雁二徧乘左行得數雁一十兔亦以左行雁五徧乘右行雁一十雉十五穀以相減雁盡雉係○照立負十五免無減仍八穀餘入斗五升

雁二 雉三 左 一 十 穀五斗七升
 雁三 左 四 十 兔二 右 三 穀五斗三升

雁五○負十五 中 四 兔四 右 中 穀一石 有 減 餘 六 升 五 升
 另以中行雉三徧乘左行中下 雉負四十五免二十左行雉負徧乘中行中下 穀七石九斗五升以相對雉減盡免係正負異併得五十四為法價穀同名相減餘五石四斗為實以法除實得一斗為一免價就于中行穀內減二免價餘三斗三升悉雉價以中雉三除之得每雉一斗一升即于右行穀內減三雉價餘二斗四升悉雁價以右雁二除之得每雁一斗二升

問買二牛五羊買十三家餘價銀五兩買一牛一豕買三羊適足賣六羊八豕買五牛不足三兩各價若干此以賣為正買為負餘為正不足為負而正為主則同減異併負為主則同併異減如前求之列左右中三行以右行牛二徧乘中行得數牛正二羊負二其中行牛一亦徧乘右行牛二同正減盡羊正五中中行負六異名併併得正十五價又右行牛二徧乘左行牛十六價六共正五中空無減又右行牛二徧乘中行牛十六價六共左行牛五亦徧乘右行牛十正負異名減盡羊正二十十七豕負六十五與減豕正餘得負四十依法或減或

同文算指通編

三三三

併說

牛正二 中 一 羊正五 中 五 豕負十三 中 十三 正五兩 中 五 左
 牛正一 左 一 羊負三 左 一 豕正一 左 一 足

牛負五 右 十 羊正六 右 十二 豕正八 右 十六 負三兩 右 六

乃別列減併之數仍分正負互乘之如後圖羊負十一為法以乘左行中下 羊正得四百零七豕負得五百亦以羊正三十七而乘右行中下 羊負同數異名減盡豕豕負異名減餘一十六價正一十一得五百五十五與左八兩五錢與左異減餘二兩四錢以減餘豕正一十六為法價正二百四十為實以法除實得豕價一兩五錢就以右行豕正十五乘兩五錢加正價兩共二十七兩五錢俱羊價以十一除之得每羊二兩五錢復以前圖右行豕負十三乘豕價一兩得數加入正價兩共二十四兩五錢為牛羊總價內減右行五羊之價一十二餘一十二兩悉牛價以牛二除之得每牛六兩

羊負一十一 豕正一十五 價正五 二十八兩
 羊正三十七 豕負四十九 價負一十九 九錢

問買奈二梨四共錢四十文梨二桃七亦共錢四十文桃四榴七共錢三十文榴八奈一共錢二十四文各價幾又列甲乙丙丁四行每行五段先以甲丁奈為法彼此互乘以甲奈二徧乘丁 梨空桃空榴一十 乘甲桃榴俱空錢仍四 因丁梨空當照甲立負四次當以乙丁奈互乘乙無奈取梨二徧乘丁 梨負得八桃錢一十 丁亦以負梨四徧乘乙 梨入減盡桃二十八錢一十 丁亦以負梨四徧乘乙 空錢一百六十文併得一百七十 因丁桃空亦照乙 空錢二十八次以丙桃徧乘丁 桃一百一十二榴一百文丁亦以桃負二十八徧乘丙 桃一百一十二減盡榴一百九十六減餘六十八錢入百四十四文減餘一百三十六相減訖取此餘榴六十八為法餘錢一百三十六文為實其甲乙與

同文算指通編

三三三

同前加三數

右凡加數以求總積之實不論累加超加及超二超三等但係遞加者只除首位單一不用外取次位與末位數併為實其中間亦不拘幾位但察自前至後布位之數為法乘之所得之數皆倍各位實積之數以減半得總數如右式以前四後三十七併之共四十一數係一十二位以一十二乘四十一得四百九十二減半為二百四十六即其十二位之全數若以前四後十六併之共二十係五位乘得一百減半得五十即五位全數也如欲連首位算則再加一云

二八六四二〇八六四 此超八
二二三四四五六 遞加者

右式假如方箭一束外周六十四枝間中積數幾何者凡方物必以八包一每層起八遞加今置中心一枝不算即首位以內層之八併外周六十四共七十二以八位乘之得數五百七十六減半得八位之總數加中心之一為二百八十九枝凡平方面有中心之一者倣此

二六三八四〇六 此超六遞加者
二二三四三三三

右式假如圓箭一束外周三十六枝間中積者凡圓物必以六包一每層以六遞加今置中心一枝不算外以內層之六併外周三十六共四十二以六位乘之得數二百五十二減半得六位之總數再加中心之一為一百二十七枝凡平方面倣此

二九八七六五四三二 此超九
二二三四五六七 遞加者

同文算指通編

三五

右式假如有三稜物一束外周七十二枝間積者凡三稜物必以外九包中一每層超九遞加置中心一枝不算外以內層之九併外周七十二共八十一以八位乘之得數六百四十八減半得八位之總數再加中一為三百二十五枝凡三稜面者倣此

二二三三四五六七八九
一〇二二三三四四五

右式假如物倚牆一面尖堆最下一行潤十五枚間總積若干取最下一行一十五相乘得數二百二十五又加入下行十五得一百二十五枚合總

一法取下行加一為法以乘下行得數減半亦同
若首位不係一數而自二數或三或四為首者併首尾二位為實而以首位數減尾位數其餘數加一為法乘之減半合總

假如物倚牆一面平堆下潤十四枚上潤四枚間總積者併首尾二位得一十八為實就尾位減首位得一十外加一共二十一乘之蓋原係十一位也以乘得數一百九十九減半得九十九枚合總
又假如人購錢首位出八文末位出六十文問總數總入者以首位減末位餘五十二外加一係五十三位乃併首尾二位錢數以乘五十三得三千六百四文減半合總

若自一而三而九俱以陽數超加者但看位數以自乘得全數
二三五七九
二二三五七九

此皆陽位但據位數自乘如係一十位自乘得一百之類其陽數超加已知首尾兩位之數而未知中間若干位者但取尾位之數外加一以減半得位數如右式尾位十九加一得二十減半則十位也但係陽數雖至百千萬位皆同此法

若自二而四而六俱以陰數超加者取最後一位之數減半即得位數再以減半數外加一而與位數相乘即得自首至尾全數
二四六八
二二四六八

四 取二十四減半見位數又減半加一為十三
二 以乘位數十二得一百五十六見全數
又若自二數起遞加至一百數上但取一百減半知是共五十位再加一為五十一以乘位數五十得二千五百五十即五十位之全數

若多中起數超位遞加但知位數及首位數及所起母數而未知最後一位數者但看布位若干於內減一以乘超母知起一則一為母起二則二為母起三則三為母起入則入為母之類得數加入首位數即得尾位之數既得首尾二位乃照前首尾相併而以位乘減半得全數
三二九七五三一九七五
二二二三四五六七

此超入遞加者計十位減一為九與八相乘得七十二

同文算指通編

三五

二再加首位三得七十五為末位數又以七十五加三得七十八以乘十位得七百八十減半三百九十合全數

假如有牛四十區但云第一區是三十頭餘區過加二十頭今問第四十區幾頭依前法就四十減一為三十九與超母二十相乘得七百八十再加首區三十知是八百一十乃最後一區之數也再問各區總數幾何照法以首區三十加末區共八百四十以乘區數四十得三萬三千六百減半得一萬六千八百頭為各總數○若但知末區數及母數位數而不知首區數者照前以區數減一與母數相乘得數而以末區數減之即得首區之數

Table with 2 columns and 10 rows of numbers, likely a multiplication or addition table for the adjacent text.

假如發兵破一賊巢有二十人先登以登城後後發賞其第二人賞銀一百兩第十九人賞一百三十兩其餘遞加三十兩間第一人該銀幾何此以二十為位減一為十九以乘超母三十得五百七十再加尾位一百得六百七十兩為第一人所賞之數也若問此二十人共銀幾何照法併首尾二數得七百七十與位數二十相乘減半得七千七百兩見全數

同文算指通編

七三九
七八八

右式假如貸錢起息每日增錢六文共積子母錢三百二十文不言每日細數但云併初末日共錢一百六十文問初末日各幾文其起息計幾日者以日為位立總錢三百二十為實併初末減半得八十除之得四日依法減一為三乘增母之六得一十八以併初末數得一百七十八減半是末數若以較初末數餘一百四十二減半是初數

Table with 2 columns and 10 rows of numbers, likely a multiplication or addition table for the adjacent text.

右假如織布自冬至始歷十三日共織一千三百五十二寸因畧漸長其功日加六寸末日視首日多織七十二寸問首日末日各織幾許者倍中積得二千七百四十為實以積日十三為法除之得二百零八以較減之得數又減半合首數六十八以較併入亦減半合末數一百四十四

同文算指通編

假如兄弟九人遞差三歲共二百〇七歲欲知每人幾何者照右法置母數三乃取位數內除去尾數九只以八位細數併之得三十六以乘母得數八以減總數餘九十九以九除之得最幼一人歲數一十乃以三遞加之得諸人歲數

Table with 2 columns and 10 rows of numbers, likely a multiplication or addition table for the adjacent text.

假如鈔九百九十六錠分給八人遞差一十七錠各若干取位數除去尾八併自一至七之數共二十八以乘超母一十七得數四百七十六以減總數五百二十以入除得最少一人數五仍以一十七遞加得諸人數

若超位遞加但知係幾位及各位總數而未知超母幾位亦未知各位細數與首尾二位數第云前幾位共若干後幾位共若干以求各位細數者依母子互乘法求之以所知前幾位後幾位為母以前共若干後共若干為子互乘得數相較為實又併其母減半以較總位餘若干而以兩母相乘之數乘之得數為法以法除實得超母加入所知之數如係二位者加入折半得多者數如係三位者三歸得中數乃依超母遞加遞減得全數

同文算指通編

一仍以分母所乘之六乘之得三十三為法除實得三為起母之數併入甲乙減半得四十為甲衰若求已庚辛則三歸之得中間之庚衰乃以起母遞加遞減得全數○外如係戊己庚辛四位者二歸之得已庚共數又加減起母半之得已庚數

倍加法第十

數有按次遞加者以一數為遞母而累加之其母不易焉另有以倍而加者

右二因加

三	三	二	四	八	六	三	四	八
三	三	九	七	一	三	九	七	一
三	三	八	四	三	二	八	七	一
三	三	七	二	三	一	六	五	六
三	三	六	一	五	六	一	三	九
三	三	五	一	四	八	三	六	八
三	三	四	一	三	七	六	八	三
三	三	三	一	二	六	七	六	八
三	三	二	一	一	五	六	七	六
三	三	一	一	一	四	五	六	七
三	三	一	一	一	三	四	五	六
三	三	一	一	一	二	三	四	五
三	三	一	一	一	一	二	三	四

右三因加

三	六	二	四	八	六	二	四	八
三	六	二	三	四	九	二	四	八
三	六	二	三	三	九	一	四	八
三	六	二	三	二	八	一	三	七
三	六	二	三	一	七	一	二	六
三	六	二	三	一	六	一	一	五
三	六	二	三	一	五	一	一	四
三	六	二	三	一	四	一	一	三
三	六	二	三	一	三	一	一	二
三	六	二	三	一	二	一	一	一
三	六	二	三	一	一	一	一	一

右亦二因加

右法皆取乘法如第一式倍一加者以二一見二以二二見四以二四見八以二八見十六也第三式倍一加者以三三見六以三六見十二也第二式倍二加者以三三見九以三九見二十七以三三箇二十七見八十一也此由少進多之法假如欲尋其母則取按身小數減其大數知之以二減盡者倍一也以三減盡者倍二也凡按次遞加者由少加多其多至于無窮蓋凡數從多

減少其數至于單數而止無復零分之可減也惟此倍加之數則進而加之無窮減而約之亦無窮約之又約細微毫忽按法而約求焉豈可以數盡乎

此以倍一約之其數無窮餘法皆同右數假如截取三位以首尾二位相乘其所得數與中一位數之自乘者等得十六以中間之四自乘亦十六若截取四位而以首尾二位相乘其所得數與中二數相乘者亦等得十六以中間之四自乘亦十六得三雖至許多位但以首尾二位相乘其所得數與按身次二位俱相等步乘入皆無不同至於最中若有單位以之自乘亦復如是

三	六	二	四	八	六	二	四	八
三	六	二	三	四	九	二	四	八
三	六	二	三	三	九	一	四	八
三	六	二	三	二	八	一	三	七
三	六	二	三	一	七	一	二	六
三	六	二	三	一	六	一	一	五
三	六	二	三	一	五	一	一	四
三	六	二	三	一	四	一	一	三
三	六	二	三	一	三	一	一	二
三	六	二	三	一	二	一	一	一
三	六	二	三	一	一	一	一	一

凡倍加之數不論幾位欲知總數但取首尾二位為主以首最小數減尾最大數而以其所剩大數依後法求之如係加一倍者即先取尾大數倍之內減首數得全數如二二四八六二四此七位者取尾六十四倍得一百二十八數減首位一得一百二十七即此七位之細數加一倍者自一起手用此法其加三者雖併為首位不以如係加二倍者即取尾後最多數內先減首位之數而以餘數二歸三因者係加二倍故取其所得之數併入尾位大數即得中間幾位細數凡四因五因以至六七等類皆同此法而四因三歸五因四歸各減因數之一者依餘皆同

此係四因者三倍于本數以相加也用尾位數內減首位數實剩四萬九千一百四十九以倍母之三除之得一萬六千三百八十三加入四萬九千一百五十二共得六萬五千五百三十五是八位全數

又有加一倍又二之一遞進者即四六衰分法也

三	六	二	四	八	六	二	四	八
三	六	二	三	四	九	二	四	八
三	六	二	三	三	九	一	四	八
三	六	二	三	二	八	一	三	七
三	六	二	三	一	七	一	二	六
三	六	二	三	一	六	一	一	五
三	六	二	三	一	五	一	一	四
三	六	二	三	一	四	一	一	三
三	六	二	三	一	三	一	一	二
三	六	二	三	一	二	一	一	一
三	六	二	三	一	一	一	一	一

右四六衰分倍加係因有半者若欲求其各位總數亦取尾位數四十五又內減首位數除四得四十一如前法亦減除法一數于一因半減其一也如前二而用半以除之以半為倍母以除得八十三零八之一以併尾數總共得一百二十八零十六分之十一也為七位細數凡二因半三因半等類做此其除法俱只減其一數凡倍加數不論共有幾位但就中抽取一位自乘但看自百按來是第幾位假如第五位其前有四位矣今以五位自乘其所得之數即與此後第四位之數相同九位不特此也又如取第五位與第七位相乘其五位前凡有四位則其第七位後亦管四位其五位七位乘得之數即與第十一位之數相同如後式

又假如三十二係第六位前有五
 位今以三十二自乘得一千二十四即合後第五位一
 之數又假如入係第四位與七位之六十四相乘以八
 前凡有三位則六十四之後亦管到三位今以八乘六
 十四得五百十三數亦與第十位之數相合其相離亦
 三位故也

又法不必算其前後之位但看所自乘數為第幾位以
 本位數加一倍內減一即得同數之位假如第六位倍
 六得十二內減一為十一位則第六位自乘所得之數
 正合第十一位之數與前法理同而更為捷徑
 又法不必減一但先排倍數于右次排位數于左相對
 而于位前加一即見其餘以次察之

位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇

凡所得位數但係自乘者只一位以位數倍之但係互
 乘者有兩位以兩位數積之
 右式假如以四自乘得十六矣其四之本位是二位倍
 二得四則十六之數即第四位之數也此一位自乘之
 法
 又假如八乘三十二得二百五十六數其入之本位係
 三位三十二之本位係五位三與五併共得八即係第
 八位數 以上乃首位起一者

同文算術通編

若首位非自一起如二或三或則自乘互乘皆先取首
 位之數分之如首位四則以而後倍位積位如前法
 四分其所得

位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇

假如以八十自乘得六千四百因首位非從一起而從
 五起先以首位之五而分之得一千二百八十數仍取
 列位之四倍之為八則對八之數
 又假如以四十與六百四十相乘得二萬五千六百以
 首位之五分之得五千一百二十次以兩位相積其一
 是三其一是七合對十之數
 凡倍一加者即就中隨意截取一位以其本數減一
 即合此位以前各位之細數此除本身而言然必從一
 數起者合此

位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇

假如截取一百二十八數內減一得一百二十七數即
 合第六位以前之總數蓋自六位之六十四以前各位
 細數總得此
 又假如右式以對八位之二百五十六數而求本位以
 前各位之總依前法以次位求之次位減一得五百一
 十一乃對八以前各位細總也若就此以此八位為主外
 加一作五百一十二以自乘得二十六萬二千一百四

同文算術通編

十四數內再減一此何數字按實對八之位乃係第九
 位此前既有九位此後亦管九位乃是第十八位以前
 各位細數也蓋以倍位所對之本數自乘則得對位加
 倍之本數此用倍位法看之如不以本數乘而以積出
 本位以前諸位之全數乘則又推得本位以後相對者
 千位之全數此則不用倍位而用實位得之者實位者
 如本位前實有九位則本位後再管十位即其相對之
 位之全數也須減一數始合不減一數則進越一位矣

位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
位	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇

假如借銀一忽每日加息一倍至第六十四日該息幾
 何依前法推之試如一二四八此四位共十五數加一
 自乘得二百五十六內減一餘二百五十五即係八位
 之數蓋自首位一至第八位之一百二十八其細數乃
 二百五十五數也再以此加一自乘得六萬五
 千五百三十六內減一餘六萬五千五百三十五即知
 其為第十六位之數再以此數加一得六萬五千五百
 三十六自乘得四十二億九千四百九十六萬七千二
 百九十六內減一即知其為第三十二位之數凡四十
 二億九千四百九十六萬七千二百九十五數又以之
 加一自乘得一千八百四十四兆六千七百四十四萬

同文算術通編

零七百三十七億又九百五十五萬一千六百一十六
忽內減一即知其為第六十四位之數凡一十八兆四
千四百六十七億四千四百零七萬三千七百九兩五
錢五分一釐六毫一絲六忽也

同文算指通編卷五

同文算指通編卷六

測量三率法第十一

凡測山岳樓臺城郭之高川谷之深土田道里之遠舊
名向股法立表或立重表參聖相直乃以開方求之今
立器以代表名曰矩度而以三率代開方之算向股者
植立地上為股其影橫地上為向今半矩木尺其制也
矩度之形平方而取橫直二邊各刻為度互為向股立
為直影倒影二算義同向股而法稍捷

製矩度法以堅木或銅版其制平方上畫甲乙丙丁四
直角方形務取極方詳具幾何原本用甲乙邊立兩耳平對各通一
竅名曰通光以便窺望以甲角為矩極系線任其垂下
以權鎮之次自甲至丙斜界一線分矩面為兩平分乃

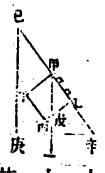


外周為實線或每度更分三分五分六分或分至十二皆
隨版體大小為分愈細則法愈密矣用時甲昂乙低以
目射兩竅與所望之物參相直視其繩之所直何度何
分以算推之或不設竅只立相等兩小表亦可凡測
聖必以所求物與立矩度處為直角形取平解在有不
平者須先準平然後測量次論論直倒二景直影者繩在
乙丙界內即向影也如立表地中影落地面者是倒影
者繩在丁丙界內即股影也如立表牆上影射牆面者
是凡有所窺測而望者而御其步使其繩適在甲丙是

為向股平等知何即得股知股即得向其不然者須將
倒直互變推求且如求高求深所求在股即繩繩宜在
直度而却在倒度則當變倒為直若求遠求近所求在
向其權繩宜在倒度而却在直度則當變直為倒各以
通二度之窮其互變之術皆以矩全度為準少者用十
十四 假如繩在倒影三度今欲變為直影度者法以
矩度十四 為實三度為法除之得四十八為直影度
假如繩在倒影五度三分度之二欲變直度者固有三
之二每度以三通之得一十七為法亦以三通其矩度
得四百三十二為實以法除之得二十五度餘十七分
度之七為直度也其繩在直度而欲變為倒度者亦如
之詳見徐太史
之測量法義

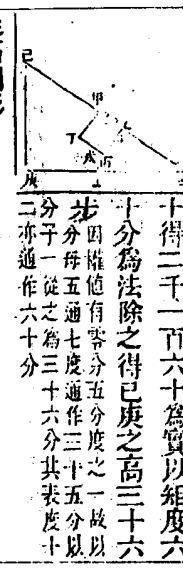
量影測高
已知影長若干欲測其高者如測日影即以矩度向日
目切于乙甲耳在前日光透于耳之兩竅權繩與矩度
相切任其垂下審值何度何分若在十二度之中正對
角線丙際則影與物必正相等知影
幾何長即得物幾何高矣

若權繩在直影邊則影小于物以直影上所值度分為
第一率以矩度十二為第二率以物影度為第三率二
三相乘一除之得第四率為其物高
假如欲測已庚之高線在直影乙戊得八度正其庚辛
影長三十步即以矩度十二乘庚辛之三十得三百六
十為實以乙戊八度為法除之得四
十五即已庚高四十五步
若權繩在倒影邊則影大於物以矩
度為第一率以倒影上所值度分為二率以物影度為



三率算之得物之高

假如欲測已庚之高線在倒影丁戊得七度五分度之一庚辛影六十步即以丁戊七度五之一乘庚辛之六十得二千一百六十為實以矩度六十分為法除之得已庚之高三十六



從高測影

若已知物高若干欲測其影者以矩度承日審值度分

若權線在丙則影與物等

若權線在直影邊即物大于影以矩

度十二為第一率直影度分為第二

率物高度為第三率算之得數為影

度

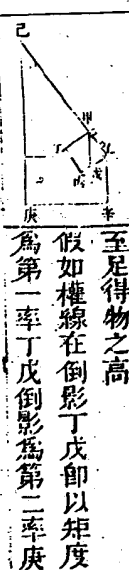
若權線在倒影邊即物小于影以倒

影度分為第一率矩度為第二率物

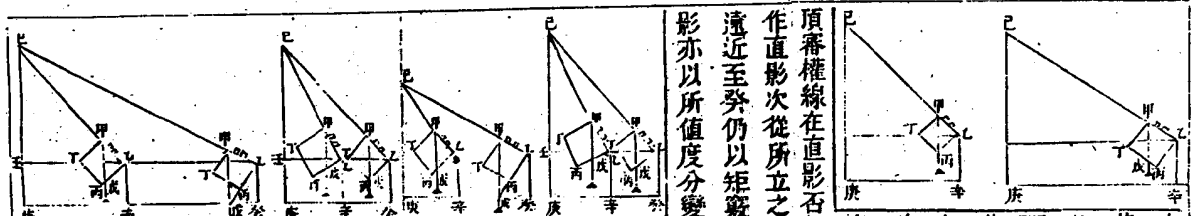
高度為第三率算之得數為影度

以目測高

已知庚辛之遠欲測已庚之高人立在辛先量自目至足其高幾何乃以矩度向所測物頂甲耳在前目切乙後目與矩耳及高相參直細審權線值何度分假如權線在直影乙戊以乙戊度為第一率矩度為二率次量庚距辛之遠幾何為第三率二三相乘以一除之加目至足得物之高



同文算指通編



辛為第三率照前算之

若權線不在丙而有平地可前却即任意前却至權線值丙而止不必推算既知辛庚即知已庚

若人立在辛求已庚之高而為山水林木屋舍所隔或地非平面不

欲至庚或不能至者則用兩直影

之較起算其法依前以矩竅向物

頂審權線在直影否如在倒影即以所值度分依法變

作直影次從所立之辛依地平取直線或前或却任意

遠近至癸仍以矩竅向物頂審權線在直影否如在倒

影亦以所值度分變作直影乃以兩直影度分相減之

較為首率以矩度為一率辛癸大

小兩矩之較為三率依法算之得

已壬之高又加自目至足乙癸之

數得已庚之高

假如欲測已庚之高如前圖先從

辛立望得直影小乙戊為五度次

却立于癸得直影大乙戊為十度

丙影之較五度為首率矩度為次

率次量足距之較從癸至辛十步

為三率依法算得二十四步加目

至足之乙辛或乙癸試作一步即

知已庚之高二十五步 如後圖

先于辛得直影小乙戊為十一度

次退立于癸得倒影九度當如前

變法作大乙戊直影十六度得景

同文算指通編

三六

較五度以為首率矩度為次率次量距之較癸辛二十步為三率依法算得四十八步加自目至足或一步即知已庚之高四十九步

地平面測遠

欲于已測已庚之遠先量自目至足之高為甲已若量

極遠則立樓臺或山岳之上以目下至地平為甲已

前次以矩極甲角切于目以乙向遠際之庚如前法

稍移就之俾甲乙庚相參直細審權線值何度分

如權線在丙則高與遠等

若權在乙丙直影邊即遠數不及

高數以矩度十二為首率直景乙

戊為二率甲已為第三率算之得

已庚遠

若權在丁丙倒影邊即遠過于高

以倒影丁戊為首率以矩度十二

為次率甲已為三率算之此所置

一率二率視前測高之法互攔云

測深

凡從井上測深者井口或徑為已庚井面為辛壬欲測

已壬之深用矩極甲角切目以乙從已向對面水際之

辛如前法稍移就之令目與竅與辛相參直垂下權線

假如線在直影乙戊三度

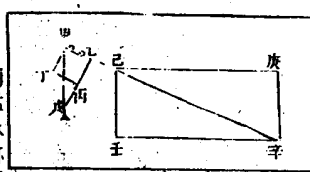
為首率矩度為次率次量

已庚井口十二尺為三率

算得四十八尺為已壬之

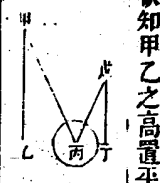
同文算指通編

三六



若權線在倒影三度則依法變為直影得四十八度而以矩度十二為首率變得直影度為次率井口乘之歸除數同
以上用矩度者如無矩度另有用鏡用表用尺諸法具

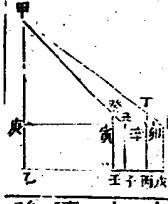
平鏡測高 用孟亦同



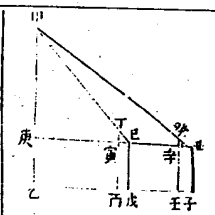
欲知甲乙之高度平鏡于丙人立于丁其乙丙丁取平人目在戊向物頂之甲稍移就之令目見甲在鏡中心而甲影從鏡心射目乃量自丁至丙之度為首率丁戊為次率乙丙為三率算之得甲乙高以表測高凡立表必三面垂線以取端直



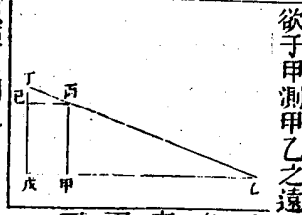
已知乙戊之遠而欲測甲乙之高立表于丙為丁丙退立于戊置乙丙戊為極平線人目在己視表末丁至物頂甲相參直次量目至足數移置表上為辛以截取丁辛之數其辛已線與乙丙戊為平行若其表僅與身等或小于身則另立一小表為己戊而以目切之於己亦可乃以丙戊為首率丁辛為次率乙戊為三率算之得甲乙之高加目至足之數已戊即得甲乙之高若戊不欲至乙或不能至則用兩表之數為算如前圖



立于戊目在己望丁至甲移己置辛得丁辛數乃或前或却又立一表或即前表為癸壬目在丑望癸至甲亦移丑至寅得癸寅數此

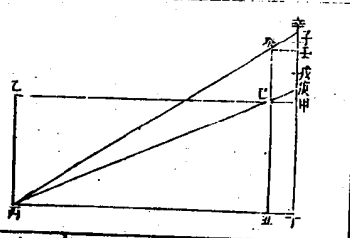


欲于甲測甲乙之遠依地平立丙甲表此表稍矮于身以便窺望次却立于戊目在丁視表末丙與遠際乙相參直次移丙度于己截取丁己之度為首率以丙己或甲戊為次率丙甲表度為三率算之得甲乙之遠

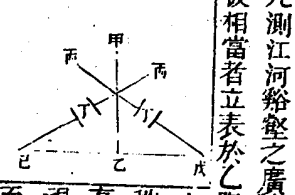


以矩尺測遠 欲于甲測地平遠者先立一表為甲丁與地平為直角次以矩尺之內直角置表末丁上以丁戊尺向所望遠際之乙稍移就之使丁戊與乙相參直次迴身從丁丙尺上亦望地平之己使丁丙與己相參直乃量己至表下甲為首率表身丁甲為次率又為第三率依法算之得甲乙之遠

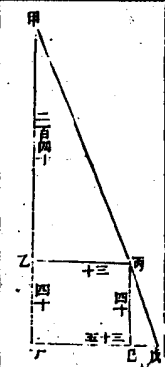
以重矩兼測無廣之深無深之廣 有甲乙丙丁壁立深谷不知甲乙之廣欲測乙丙之深則用重矩法先于甲岸上依垂下直線立戊甲己句股



矩尺其甲己句長六尺人從股尺上視句末己與谷底丙相參直以目截取戊甲股上之庚庚甲之高得五尺次又于甲上依垂下直線取壬壬去甲一丈五尺于壬上亦依垂下直線更立一辛壬癸句股短尺壬癸句亦長六尺從股尺上視句末癸與谷底丙相參直而以目截取辛壬股上之辛壬壬之高八尺如欲求深者以前股所得庚甲五尺與兩句間壬甲十五尺相乘得七十五尺為實以兩股所得庚甲辛壬相減之較辛壬三尺為法除之即得乙丙深二十五尺如欲求廣者以句六尺與兩句間十五尺相乘得九十尺為實以辛壬三尺為法除之即得甲乙之廣三十尺 測深法與重表測遠同 測遠法與重表測高同



凡測江河豁壑之廣遠身不能至而其傍近有平地與彼相當者立表於乙際為甲乙與地平為直角次用一小尺或竹木等為丙丁斜加表上稍移就所望之戊使丙丁戊相參直次以表帶尺旋轉向平地以目視丙丁尺端所直得己次自乙量至己即得乙戊之數 如不用表即以四表測遠 前測遠諸法不依極高不得極遠此法能遠望一山或城或臺為甲欲測其遠擇平曠處立表前

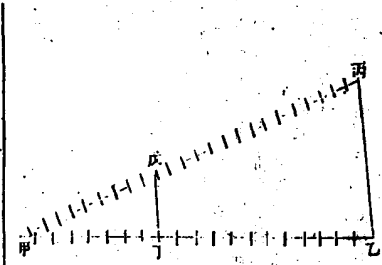


此係地平線如欲測
取平此不必測
為乙次任却後若
千步更立一表為
丁望兩表與甲一

直線次從乙丁各橫行若干步取平方為四角形其二
角為丙為已就丙上更立一表又從丁已直行若干尺
望丙與甲一直線此際立表為戊乃以乙丙減丁戊之
較為首率乙丁為次率乙丙為三率算之得乙甲之遠
假如丁戊三十五乙丙三十相減餘五乙丁四十以五
為首率四十為次率三十為三率算之得二百四十為
甲乙遠

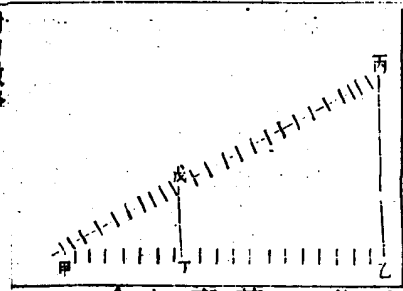
測高深遠近不請布算而得其度

凡測量必先得三率而推第四率三率者其一直影度
或斜影度其二所立處距所測物之底若不能至者則
其影較度或兩測較度也其三表度或距較度也設如
測一高其影較八而距較十步其影較八一與表十二
二之比例若距較十步三與其所求之高四如不請算
法則于平面畫作甲乙丙兩直線任相交于甲從甲



向乙用規作八平分為影
較甲丁次用元度從丁向
乙規取十二平分為矩度
丁乙次從甲向丙規取十
平分為矩較甲戊其用度
率度任乃從戊至丁畫一
等不等乃從戊至丁畫一
直線次從乙亦畫一直線
與戊丁平行而截甲丙線
于丙次取甲戊元規度從

同文算指通編



丙向戊畫得若干分即所
求之高
又法若景較七度有半距
較八步三分步之一即物
高度十三步三分步之二
如後圖加目至足高即得
全高

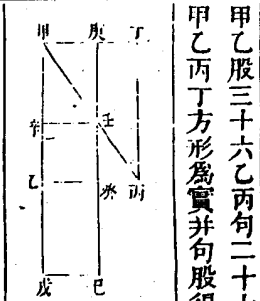
附句股略

測量之法專用半矩則句股所必藉也故補入句股以
顯測望原本舊法句三股四弦五蓋句自乘股自乘併
之即弦自乘數故得句股以求弦得句弦以求股
得股弦以求句而引伸其義可以求句股中容方容
圖可以各較求句求股求弦可以各和求句求股求弦
其變無窮今撮其要者十五則著於篇

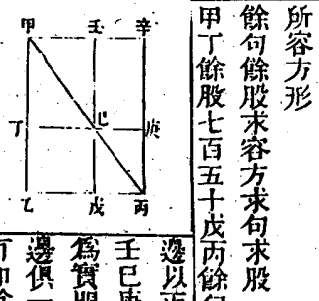
句股求弦
甲乙股四乙丙句三求弦以股自乘得十六句自乘得
九併得二十五為實開方得甲丙
弦五開方法具後篇

句弦求股
如前圖乙丙句三自乘得九甲丙弦五自乘得二十五
相減得較十六開方得甲乙股四

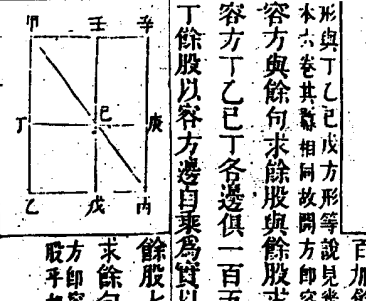
股弦求句
如前圖甲乙股四自乘得十六甲丙弦五自乘得二十
五相減得較九開方得乙丙句三
句股求容方



甲乙股三十六乙丙句二十七求容方以句股相乘得
甲乙丙丁方形為實并句股得甲戊長線六十三為法
除之得庚戊長方其辛
乙乙各邊俱一十五
零六十三之二十七約
之為七之三為句股內
所容方形



餘句股求容方求句求股
甲丁餘股七百五十戊丙餘句三十求丁乙戊已容方
邊以丙戊句甲丁股相乘為辛
壬已庚方形得二萬二千五百
為實開方得容方乙丁已各
邊俱一百五十加餘股得股九
百加餘句得句一百八十已庚

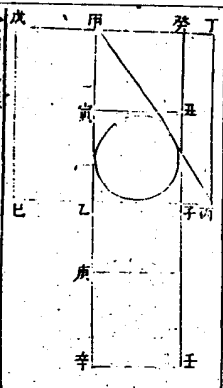


句股求容圖
甲乙股六百乙丙句三百二十求容圖以句股相乘得
一十九萬二千為甲乙丙丁方形倍之得三十八萬四
千為丙丁戊己方形以為實別以句股求弦得甲丙邊
六百八十併句股弦得甲辛長線一千六百為法除實

形與丁乙已戊方形等說見後原
本六卷其聲相同故開方即容方
容方與餘句求餘股與餘股求餘句
容方丁乙已丁各邊俱一百五十戊丙餘句三十求甲
丁餘股以容方邊自乘為實以餘句為法除之得甲丁
餘股七百五十以容方與餘股
求餘句法同辛已方之聲既等
方即容方矣加餘股非全
股乎加餘句非全句乎

同文算指通編

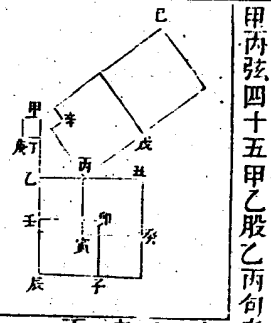
卷六



得辛壬癸甲長
方其辛壬邊
相等之乙子二
百四十即容圍
徑半徑為圍心

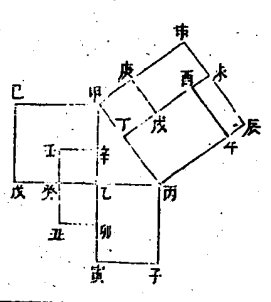
於甲乙線引長之截乙庚與向等庚辛與弦等得甲辛
為弦和和為法除實即成辛壬癸甲長方形與丙丁戊
乙小角方形此各邊名弦和較皆容圍徑亦皆切圍線
也詳著徐太

又法甲乙股六百乙丙句三百二十并得九百二十與
甲丙股六百八十相減亦得乙子二百四十
句股較求股求句



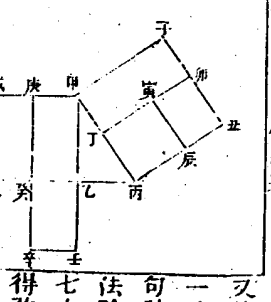
甲丙弦四十五甲乙股乙丙句之較為甲丁九求股求
句以弦自乘得二千〇
二十五為甲戊方形倍
之得四千〇五十為己
丙方形較自乘得八十
一為甲庚小方形以減
己丙之兩弦縱存三千

九百六十九為實開方得句股和六十三即丑辰大方
形四邊之一也以此加較九得七十二半之得三十六
為甲乙股即以減較得二十七為乙丙句 丑辰方形內
卯辰方兩股等也丙壬癸壬方兩句等也以此甲己
方形中心多一箇較羅耳故減此開方即得句股和
半得股以減較得句
句股較求句求弦 附弦較和未句求弦
弦和較未句求弦
甲乙股三十六乙丙句甲丙弦之較為甲丁十八求句
求弦以股自乘得一千二百九十六為甲戊方形較自
乘得三百二十四為庚丁小方形兩方形相減於甲戊



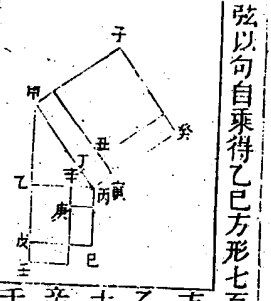
其等庚丁方之辛癸方
即得甲壬戌之幣折形
存九百七十二為實倍
較乙寅為法除之得乙
子長方形其丙乙之邊
二十七為句以加較得
四十五為甲丙弦乙子
以等子甲壬戌形之實
也蓋加一同較之實

丑形以成子卯癸之幣折形即與股較甲戊方形等也
又甲辰方形較也丙丁形其甲申未及酉戌較也庚申未
戌及未辰及午酉及丁丙句也庚未形未午形相併句
之較折形與子卯癸之幣折形等亦與甲戌股較等內
形即甲壬戌幣折形

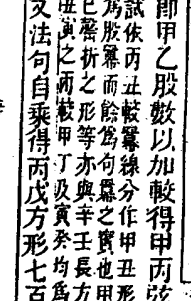


又法股自乘得甲己方形
一千二百九十六為實以
句股較甲丁十八即同為
法除之得甲壬之句弦和
七十二加較得九十半之
得弦四十五減較得句二
十七 甲壬句以知為句弦
和蓋較甲壬形內
既家句股較試以甲丁之較較子卯癸形也較子卯癸
于卯寅分為三方形其丙丁寅辰形向較也則甲卯
辰甲形併即股較也亦即甲辛長方形也子卯也卯
甲壬線為
句弦和

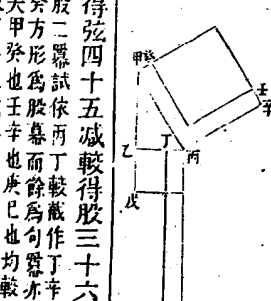
若以股與弦較和求句求弦者股自乘為實次以股減
弦較和餘即句弦較除實得句弦和乃以加減同前
若以股與弦和較求句求弦者股自乘為實以股減弦
和較餘即句弦較除實加減同前
股弦較求股求弦 附弦和較求股求弦
弦較求股求弦
乙丙句二十七甲乙股甲丙弦之較為丙丁九求股求



乙庚已幣折形得六百四
十八為實乃丙丁較為
辛乙線以為法除實得辛
壬方形其乙壬邊三十六
內兼句股二
試依丙正較籌線分作甲丑形丑癸形丑子形即丑子
為股而餘為句之實也甲丑與丑癸併固與乙庚
已幣折之形等亦與辛壬長方形之形等而辛乙兼丁丑
丑寅之兩較甲丁及寅癸均為兩股合併成乙壬之較
又法句自乘得丙戊方形七百二十九為實以丙丁較

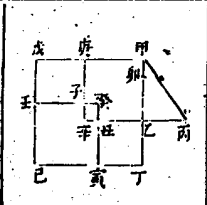


九為法除之得丙
己方形其丙庚邊
八十一為股弦和
加較得九十半之



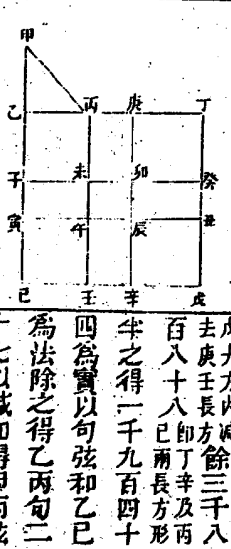
得弦四十五減較得股三十六兩庚線何以為股弦和
股二籌試依丙丁較作丁辛形丁癸形癸壬形即壬
癸方形為股而餘為句之實也丙丁與丁癸併固與乙庚
夫甲癸也壬辛也庚己也均較也而甲丁之
股丙辛之弦併之非丙庚乎故云股弦和
若句與弦和較求股求弦者句自乘為實次以句減弦
和較餘即股弦較除實得股弦和乃以加減同前
又句與弦較求股求弦者句自乘為實以句減弦較
較餘即股弦較除實加減同前
句股和求股求句

甲丙弦四十五甲乙乙丙句股和六十三求句求股以
弦自乘倍之共得四千〇五十句股和作甲丁線自乘
得甲己方形三千九百六十九相減得八十一開方得
句股較甲卯九加和得七十二半之得甲乙股三十六
減較得乙丙句二十七 內兼句股甲乙方形此形

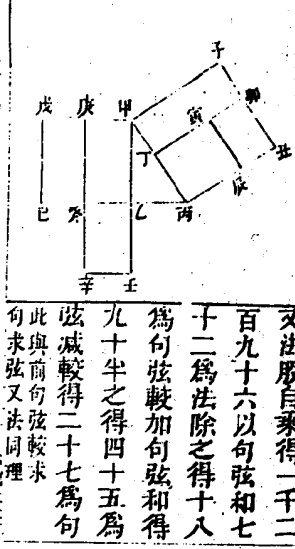


實及庚壬之兩句圖而中間重疊
一癸辛小方形正其較畢者以弦
自乘只得一句一較畢倍之當得
兩句兩股畢今以減甲巳方形少
一較畢之癸辛形故以癸辛開方
得較也

句弦和求句求弦 附弦和求句求弦
弦較較求句求弦
甲乙股三十六乙丙甲丙句弦和七十二求句求弦以
股自乘得二千二百九十六又以句弦和作乙巳線自
乘得五千一百八十四為乙戊方形用股幕減之就



四十五何以知庚壬長方為股畢也試于乙戊方之乙
線又照取丙庚二點作丙壬庚辛二線則一形內四隅
有句畢四中央有較畢一兩四正又有庚未辰壬未寅
兩辰為句較相乘之畢亦四也夫一較相併為弦
則甲巳之方形為弦畢兩弦畢之內有一較相併為弦
則此丙壬午辛之較形則與乙巳之較形同也
形所以為減餘形也半之即
丙巳形大以乙巳線除之

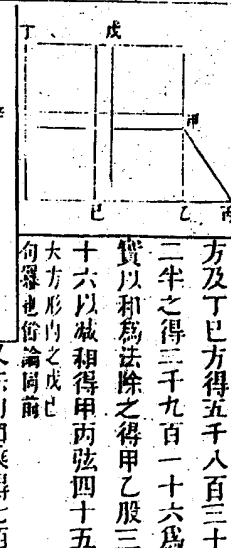


同文算指通編

又法股自乘得一千二
百九十六以句弦和七
十二為法除之得十八
為句弦較加句弦和得
九十半之得四十五為
弦減較得二十七為句
此與前句較較求
句求弦又法同理

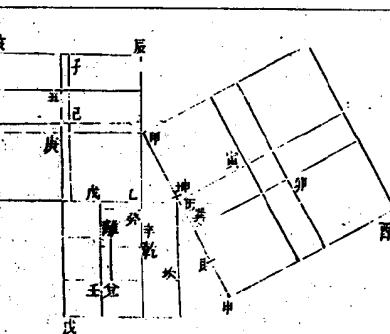
若以股與弦和和求句求弦者既得股自乘之數乃以
股減弦和和餘即句弦和除之得句弦較加減如前因
多一股故用一減

又股與弦較較求句求弦者股自乘為實以股併弦較
較即得句弦和除實加減同前
股弦和求股求弦 附弦和求股求弦
乙丙句二十七甲乙丙股弦和八十一求股求弦以
句自乘得七百二十九股弦和自乘為乙丁方形得六
十五百六十一乃以句畢相減去戊巳長方形存乙戊
方及丁巳方得五千八百三十
二半之得三千九百一十六為
實以和為法除之得甲乙股三
十六以減相得甲丙弦四十五
大方形內之戊巳
句畢也皆論同前

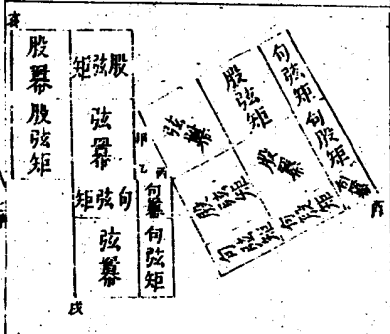


得九十半之得四十五為弦減較得三十六為股句此與
較求句求弦
又法同理
若以句與弦和和求股求弦者句自乘為實以句減弦
和和仍得股弦和除之餘如前亦因多一句故用一減
若以句與弦較和求股求弦者句自乘為實句和相併
即股弦和除之
股弦較句較較求句求股求弦
甲乙股甲丙弦較二乙丙句甲丙弦較九求句求股求
弦以二較相乘得十八倍之得三十六為實平方開之

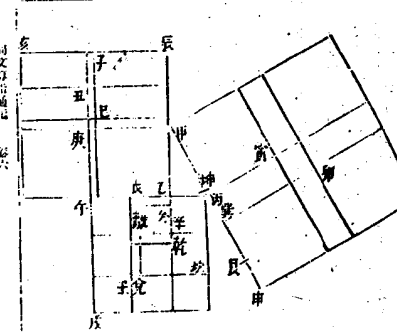
得九十半之得四十五為弦減較得三十六為股句此與
較求句求弦
又法同理
若以句與弦和和求股求弦者句自乘為實以句減弦
和和仍得股弦和除之餘如前亦因多一句故用一減
若以句與弦較和求股求弦者句自乘為實句和相併
即股弦和除之
股弦較句較較求句求股求弦
甲乙股甲丙弦較二乙丙句甲丙弦較九求句求股求
弦以二較相乘得十八倍之得三十六為實平方開之



得六為弦和較加句
弦較九得甲乙股十
五加股弦較二得乙
丙句八以句弦較加
句或股弦較加股得
十七為甲丙弦要者
在求弦與句股和之
較法以二九五乘是
乘兩次也故倍之戊
癸及子丑長方形是
也倍之而開方得六
以三十六開方為弦
和較者何也蓋一弦
之較當兼有句股兩
之較今試于甲乙股
引之加甲辰之較亦
于丙乙句線引之加
乙午之較而甲丙股
引之加丙辰之較良
引之此三線者各
以自乘為三大畢則
股弦與句較相併之
畢共欠四十九較之
此四十九為句較之
數就于多畢中心減
之所餘三十六即開
方之弦和較何者試
取三大小畢各以玩
諸小畢相乘相併其
甲丙畢內多句股較
之形凡二其丙戊或
乙亥畢內多弦畢一
以兩多之形又相
當據所差者有四
九較而原設股弦較
二句弦較九相減餘
七自乘之數亦相併
焉至于中心減之而
餘三十六者蓋又有
說試以股弦較二自
乘得四為乙庚方形
以句較較九自乘得
八十一為辛壬方形
併得八十五而以四
十九減之去戊悅



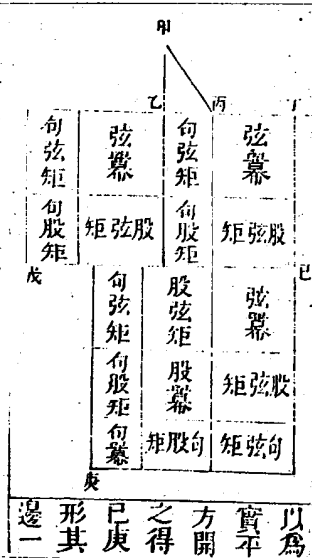
得六為弦和較加句
弦較九得甲乙股十
五加股弦較二得乙
丙句八以句弦較加
句或股弦較加股得
十七為甲丙弦要者
在求弦與句股和之
較法以二九五乘是
乘兩次也故倍之戊
癸及子丑長方形是
也倍之而開方得六
以三十六開方為弦
和較者何也蓋一弦
之較當兼有句股兩
之較今試于甲乙股
引之加甲辰之較亦
于丙乙句線引之加
乙午之較而甲丙股
引之加丙辰之較良
引之此三線者各
以自乘為三大畢則
股弦與句較相併之
畢共欠四十九較之
此四十九為句較之
數就于多畢中心減
之所餘三十六即開
方之弦和較何者試
取三大小畢各以玩
諸小畢相乘相併其
甲丙畢內多句股較
之形凡二其丙戊或
乙亥畢內多弦畢一
以兩多之形又相
當據所差者有四
九較而原設股弦較
二句弦較九相減餘
七自乘之數亦相併
焉至于中心減之而
餘三十六者蓋又有
說試以股弦較二自
乘得四為乙庚方形
以句較較九自乘得
八十一為辛壬方形
併得八十五而以四
十九減之去戊悅



得六為弦和較加句
弦較九得甲乙股十
五加股弦較二得乙
丙句八以句弦較加
句或股弦較加股得
十七為甲丙弦要者
在求弦與句股和之
較法以二九五乘是
乘兩次也故倍之戊
癸及子丑長方形是
也倍之而開方得六
以三十六開方為弦
和較者何也蓋一弦
之較當兼有句股兩
之較今試于甲乙股
引之加甲辰之較亦
于丙乙句線引之加
乙午之較而甲丙股
引之加丙辰之較良
引之此三線者各
以自乘為三大畢則
股弦與句較相併之
畢共欠四十九較之
此四十九為句較之
數就于多畢中心減
之所餘三十六即開
方之弦和較何者試
取三大小畢各以玩
諸小畢相乘相併其
甲丙畢內多句股較
之形凡二其丙戊或
乙亥畢內多弦畢一
以兩多之形又相
當據所差者有四
九較而原設股弦較
二句弦較九相減餘
七自乘之數亦相併
焉至于中心減之而
餘三十六者蓋又有
說試以股弦較二自
乘得四為乙庚方形
以句較較九自乘得
八十一為辛壬方形
併得八十五而以四
十九減之去戊悅

形其餘形之乾離離壬及已庚形合三十六即前二九
五乘戊癸子丑之數也此用此開方得六以作實卯方
亦于甲酉方成此實卯而丙戌方亦減辛壬而乙亥方
亦減已庚則其數兼卯股之數不四股股句之數二
癸子蓋甲酉四股四股之數也乙亥四股四股之數也
四股四股之數也所謂減乘兼句股者既相實抵而甲
巳庚丙兩形併亦與寅卯方相實中心除出乾兌之
四十九兩形併亦與寅卯方相實中心除出乾兌之
開方求之而股和較得焉夫丙寅即寅卯邊也在甲丙
與申兩股之間也較即申為句股和則丙被其為股
和較明矣已得股和較即申為句股和則丙被其為股
皆可得矣加九者與距良也申為句而良為股也
也以與良益良申以丙坤益坤申皆股也

句弦和股弦和求句股求弦
甲丙乙丙句弦和七十二甲乙丙股和八十一求
句求股求弦以兩和相乘得五千八百三十二為乙已
長方形倍之得一萬一千六百六十四為丁戊大方形



百〇八為弦和求乙丙句者以股弦和減之得句二
十七求甲乙股者以句弦和減之得股三十六欲求弦
者以句股和減之得弦四十五已庚形與丁戊形等其
丁戊全形內有弦二股股矩形及句弦矩形各二與
已庚全形內諸形比各等其丁戊形內餘一弦已庚
形內亦餘一弦一各邊皆弦和相
等故已庚形之各邊皆弦和相
論曰句股弦三合成形錯綜立義句股相減其差曰較
句股相併其名曰和股弦之差曰股較句股之差曰較
句弦較併句股與弦較其差曰弦和較句股之差與弦
相減其差曰弦較較股較併曰股弦和句弦相併曰

句弦和句股之差併弦曰較較和句股併曰弦和和
句股各自乘併之為弦實故開之得弦句弦各自乘減
餘為股實故開之得股股各自乘減餘為句實故開
之得句句股和自乘倍弦實相減開其餘即句股較也
句股較自乘以減倍弦實開其餘即句股和也併句弦
以除股實得句弦較若以句弦較除股實即得句弦和
矣併股弦以除句實得股弦較若以股弦較除句實即
得股弦和矣句股和自乘減弦實除以弦較較得弦較
和矣除以弦較和非即弦較較乎句股較自乘減弦實
除以弦和和則得弦和較矣除以弦和較非即弦和和
乎句乘股為實併句股為法除得容方徑句乘股倍之
句股求弦併之除得容圓徑容圓之徑即弦和較也又
錯綜論之句為主以加股弦較即弦較較以減股弦較
即弦和較若加弦較和又即股弦和也股為主以加句
弦較即弦較和以減句弦較即弦和較若加弦較較又
即句弦和也句股較為主以加股弦較即句弦較若減
股弦和亦即句弦和也句股和為主以加股弦較復得
句弦和若減股弦和亦得句弦較也至若諸較諸和法
相因配連縱減半極得所求若取句股較以加句股和
半之得股以減句股和半之得句若取股弦較以加股
弦和半之得弦以減股弦和半之得股取句弦較者以
加句弦和半之得弦以減句弦和半之得句取弦和較
者以加弦和半之得和以減弦和半之得弦取弦
較較者以加弦較和半之得弦以減弦較和半之得較
加減乘除變不滯神而明之存乎其人遠近高深方
圓弧矢準此而推亦在乎熟之而已

開平方方法第十二

凡平方開首依除法列位先審當以幾位除盡列實自
末位下點記之每隔位一點每點即定開下一位乃
從左位起用自乘開除凡點在左首位下者以一字取
數自乘如係九數則用三除若點在左次位下者以二
字共取一數自乘各除之如係一六則用四除是為
初商以紀格右亦註首點之下兩相呼除不盡者作餘
數再商如係二十者用五則廿五矣是不可也須用倍
初商為廉法註初點初商之次位若干以除上位視其
可得幾轉以定次商若干註次點之下為隅法亦紀于
格右先與廉呼除若干再與隅呼除若干有不盡者再
倍廉法商除如前若剩數僅及開數一倍以下以法命
之開者一面數也加倍又加一數乃得二面是于小半
滿方面即以加倍增一為母
餘數為子命曰幾分之幾
列式

列實二千一百一十七萬八千四百〇四凡八位從末
位點起每隔一位用一點共四點知用四位開盡

肆	此首位無點而點在次位者以二一相連 且作二十一數只一字開之
捌	初商用四除註點下亦紀格右四四乘之 除一十六倘剩五 四上一變五完首段
柒	除實二千六百萬倘餘五百一十七萬八 千四百零四
壹	
五壹四	
貳	

既用四自乘除剩五矣第二段所點從五至七凡三位
且只作五百一十七而商以從簡便先廉法須信前

除五十一者然也乃商五十一有幾箇八該得六紀六

于格右四字之次亦註次點下為隅法如

八十六者然乃與次商相呼先呼六八除

四十八剩三數八上一變三尚剩三十七

又以六六相呼要見六於三十七內恰好

否若可除則用六如總數不足則減一

數以就之如前除法相似所謂商也此呼

六六三十六尚剩一六上七變一完次段

除實二千一百一十六萬餘實一萬八千

四百零四俟再商之

一 柒六

三 壹八

五 壹四

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

肆 (四)

同文算指通編

二千四下列于下乃先以九除一

八看得若干乃二九一十八也當用二

為再商右紀二亦註于所點四下為隅

法如九百二十二者然乃以相呼首以

二乘九除十八次以二乘二除四次

不必除次又以二乘二除四恰盡凡開

方每面四千六百零二若欲還原用自

乘法

又有開方不盡者

具式于後假如列

實四億五千六百

七十八萬九千〇

一十二數凡九位

從小數間點至大

數共五點該以五

位開盡

〇 〇

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

五 陸

一 伍四 四千一百萬餘實一千五百七

十八萬有奇易商

次除一五七八之一段且作一千五百七

十八而商因前商二是一為二十一今倍

作四十二為廉法空有點之八以待隅法

而系二于七下系四于五下要商四除一

十五凡幾轉計得三轉即用三數為再商

紀格右亦系三千有點八字之下先呼三

四一十二于十五內除十二則抹五改三

三五 陸 四

一 伍四

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

肆 二

同文算指通編

千九百六十五之二萬九千一百六十約之即十七分之八也為開方帶零數

六八貳六
一四〇九
九三米二
三三米六
貳

若欲知其已于二十數內除過幾許即將四零十七分之八自乘之依法先以四各化為十七加入俱為子數而仍以十七為母母于各自乘以見開方母自乘得二自乘得五子而以母數除子數即見 依除法已開淨

七以十七化四得 七六 九五
二六十八加八得 一七 二二
四七十六俱子數 一七 二二
自乘出 八 九 六
三 七 七
五 七 七
二 三 〇 八 九 米 八 二
一 二 三 伍 二

又法以四開二十用四開之不盡乃用四零之一以求之以所用數四倍之入為母以不盡數為子又約之前以通法 倍之 八四 倍用數四為八以作悉化其用數以 四 母而以不盡數四作為子
約之二 三 二 化之二 元 原二為母其子則二四為八加一成九母子各自乘小數除大數
四二 以母之四除

同文算術通編

四五六

自乘四八 母二自乘得四子 九自乘八十一

另置四之一為實將前四零之一一倍數得九為法除之依法以九立一為母倒位乘以併母互乘求子而以兩子對減

子三百次以 二十四母數 內除二除子 得三百數 三三四貳七 四 二二二

欲知已於二十數內除過若干則以四零三十六之十自乘求之其法以四俱化為三十六并入一十七為子為三十六并入一十七為子 除子 〇 二二二 九二 二 〇 百九十六

如欲將所餘一千二百九十一之一再淨除之仍將前數加一倍如四零三十六之一十七倍作八零三十六

之三十四依法化之併入三十四得三百二十二為三十一六之三百二十二若用約法則為八零十八之十七亦依法化之併入十七共得一百四十四併為一十八之一百六十一此倍出廉數也以其倒位而對前所餘數母子俱自乘仍對前所化廉數求之

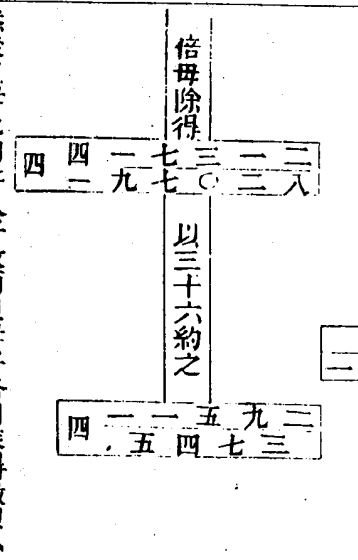
約數 八七 八 化出廉數 二六 八 母乘母 得二十 萬八千 六百五 十六子 乘子仍 十八

次以所約之母子與原廉母子相對而依法以乘母者併母次以兩子各乘總母得數對減餘為實乃取所併之併倍之為法以除其實

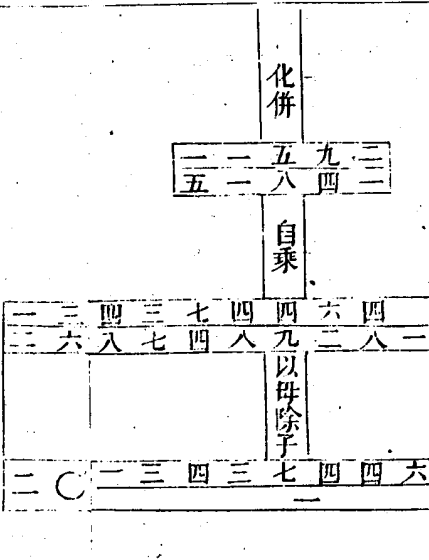
併母互乘 原數 一八 二 併得五六 減餘 八六 六三 五九 六四 二八 〇六 二

同文算術通編

四五六



然後以母化四併入子數而以母子各自乘得數以小除大



此為開方不足之數比前則所剩微矣欲開盡依法再推

同文算指通編卷六

同文算指通編卷七

浙西 李之藻 演

積較和相開平方諸法第十四

凡平方長潤不等以長潤相乘為實積以長潤相減為較以長潤相併為和

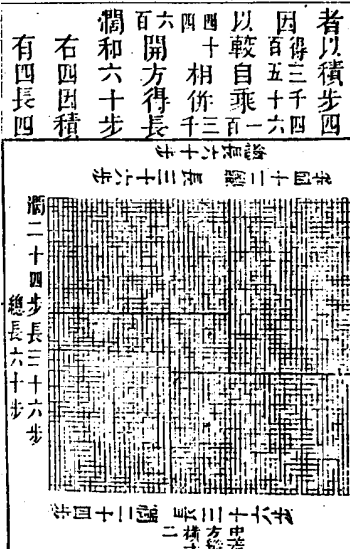
凡以積和求較者以和自乘以積四因相減開其餘得較假如直田積八百六十四步長潤和六十步求長多潤幾步者用和自乘得三千六百又四因直積得三千四百少減多餘一百四十四平方開之得差一十二步

右開法見前不重列所以和自乘又四因直積者蓋和自乘有四段直田積一段差方積故以四積減和乃剩下差方一段以取方向見步

比類如有金八百六十四兩數人分之只云人數與各得銀數共六十其差幾何銀數為潤人數為長得三十六人每人二十四兩

凡以積較求和者四因實積又以差自乘併入開平方除之得和

假如直田積八百六十四步潤不及長一十二步求長



同文算指通編卷七

潤縱橫列之于外又較自之一段居中故開方得和其用和自乘者得此圖全數外兼四積內兼較自乘故除積得較

比類金八百六十四兩只云錠數不及兩數十二求錠與兩共若干兩數為長錠數為潤得錠與兩共六十

若夫積與較求潤者其長之積多於潤若非加法以帶除其長當於實積內抽減其長之積故其法有二其一以較為縱方併縱入方謂之帶縱開平方其一以較為減積以方乘減謂之減積開平方

積與較求長者其潤之積少於長若非益積以補潤則當損其法之長也求法有二其一以較為負縱乘上商以添積謂之負縱益積開平方其一以較為減縱而以負縱減方法謂之帶減縱開平方

積與和求潤者以和為縱方一為負潤和併一長一潤積得一長而少一潤故用一為負潤或益負潤於積或減負潤於縱皆可以求其潤也其益潤於積者乘負潤為方法又乘方法以益積是為帶縱益潤開平方其減潤於縱者乘負潤以減縱命餘縱以除實是為帶縱負

隅減縱開平方 積與和求長者原積有長潤相乘而無長自乘宜損潤以益長故以和為縱方而置一算為負潤稍贏其商以減其縱用減餘者以除積而積常不足則翻以積減縱而餘為負積或再商命隅以減縱而縱反不足亦翻以縱減商而餘積縱三者俱負乃以負縱約餘負積商命

負隅開之是為帶縱負隅減縱翻法開平方 右縱方六術所以通平方之變而翻法一術又所以通

縱方之窮也此外有積與二潤較及長潤較求潤者則有所謂帶縱減積開平方有以大小二方和積求徑者則有所謂減積帶縱負隅併縱開平方有以方圓二徑虛設相同及積求共實徑者則有所謂隅開平方至於匪其積實而虛張長潤和較之數五求長潤者則又有所謂帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱開平方減積帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱益實開平方帶縱廉開平方帶縱廉負隅開平方帶縱法錯綜為用以御開方諸積之變神明變化存乎當機初不可一途而取今每則略著數例以便初學

帶縱開平方法 積較末潤

有句股積若干平方開之第三句不及股若干用加法帶除其股積餘為開方名帶縱開平方方法列實點定開位亦列所不及為縱數于下以首位隨首點下須于縱上空一橫行以容商除初商若干紀格右亦以商數併縱數列首點下有小數者照常退位排之次第呼乘以除實數但所商數須與帶縱相照若縱數多則減商數就之不虛之數再倍作廉法然倍方不倍縱亦併入帶縱商之假如有直田積八百六十四步潤不及長一十二步求潤幾步列實定位以帶縱二隨首位列之初商二紀格右亦列首點下以併帶縱一共三乃變壹貳註三 相呼二三除六 三上捌變二二三除四 貳上陸變二四 完首段餘實二百二十四步次倍二作四為廉法挨退位下亦列帶縱以肆四併縱一其下列五次商四紀格陸四貳一五 右亦註末位點下為隅法以併隅二

同文算指通編

二 初二壹三 下註六乃相呼除
先呼五四除二十進抹二又呼四六
二十四拾盡得潤二十四步

比類給銀八百六十四兩只云所得銀之兩比得分人數多一十二兩求總是幾人每人各得銀幾兩銀多為長人少為潤得銀兩數二十四人數三十六
假如二十三萬〇四百為實帶縱七百二十初商可用四數因右帶縱七乃減商作二紀格右亦紀首點下為隅以併帶縱七共九乃變二七作九是為九與右二疊呼除之 二九一十八

九上叁變五進前貳本位下削九
次以右二乘二除四用借法
二上〇變六 進位五變四本位
下削二次倍二作四為廉法列次

點之進位〇下另列帶縱數于廉下以待商除次商四紀格右亦註次點四下為隅法而以帶縱及廉法併入除之四七併一十一廉下變一 進位亦加一 四二併得六隅下變六乃以右四呼首一 一四除四 一上削四又以右四呼次一 一四除四 一上六變二又以右四乘次六四六二十四 六上除肆 進位除二拾盡因尚餘一點于右加一〇

右平方二百四十帶縱共九百六十
若實數首位寬而帶縱數多不能併累開方者雖點段在首位亦退一位列商及列帶縱而減一商
假如列實一萬六千一百廿八帶縱七十二點段該將左首位商起因帶縱是七即減一商置次點下 初商

九紀格右亦註次點之下併帶縱七共一十六乃改七
九作六進位置一為方法與商
九相呼 一九除九 一上陸
變七進抹一 六九五十四
六上壹變七進位七變一 二
六上壹變七進位七變一 二
九得一十八為廉法另退一位
置帶縱再商六紀右亦註末點
下為隅法而併廉法帶縱呼除
如前得潤九十六帶縱七
十二共長一百六十八

初商一紀右亦紀一于首位下併帶縱二
得三乃以貳變三與右一相呼一三如三
徑除叁次倍一作二為廉法以註初商之
次位以併帶縱得四註縱下如前再商二
以紀右亦以註第二點下俱與右二相呼
先呼二四如入徑除捌又呼二二如四徑
除肆外尚剩一點該于格右加〇

右開方一百二十縱三百二十
若點段開位少而帶縱之位反多而帶縱乃至于千之類
以初商置首點下而以帶縱大數進位列之必首段係
二位者方有此例
假如列實一十九萬八千帶縱一千五百三十只點作
三段其開數止有三位初商只是
百數而所帶乃踰至千此其併縱
亦須以百隨百以千進一位 初
商一紀右亦註首點之下併帶縱
五得六另改註其下先以右一與

同文算指通編

四七

九紀格右亦註次點之下併帶縱七共一十六乃改七
九作六進位置一為方法與商
九相呼 一九除九 一上陸
變七進抹一 六九五十四
六上壹變七進位七變一 二
六上壹變七進位七變一 二
九得一十八為廉法另退一位
置帶縱再商六紀右亦註末點
下為隅法而併廉法帶縱呼除
如前得潤九十六帶縱七
十二共長一百六十八

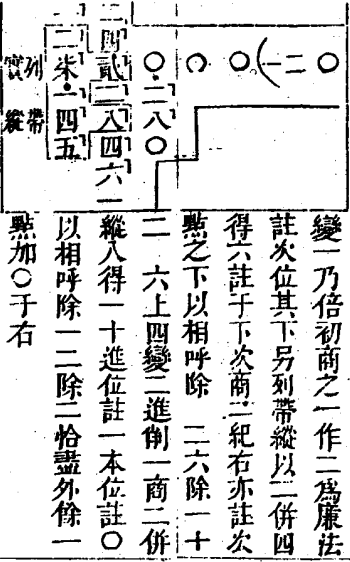
一五捌三三五七 縱一呼之一一除壹次以右一呼
 一三玖一五六二 併六 一六如六六上玖變三
 壹 次以右一呼縱三三上捌變五完

首段 乃倍初商之一作二為廉法註初商之次其帶
 縱亦于次位列之七另註七千下一千進位再商二紀
 右亦註次點下以併三得五另註五乃以遞呼 先呼
 一二如二 一上三變一 再呼二七二十四 七上
 五變一 進除一 又呼二五得二十恰盡外尙餘一
 點右加○

右開方一百二十縱一千六百五十

帶縱併商數有共一十者進位照式呼除第一圖
 假如列實七萬二千帶縱四百八十點在首位初商一

紀右亦註點下併縱四得五註于下以呼一五除五四
 上柒變二 再呼一八除八 八上貳變四 進位二

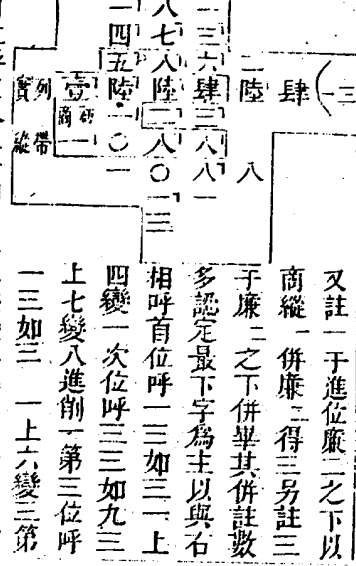


右開方一百二十縱六百

若實數縱數商除數俱多樣樣易淆者務須先將帶併
 之數逐一歸併停留各註其末位之下乃以呼除大抵
 只據最下一字為準則不淆亂
 假如列實一十六萬六千四百六十四帶縱一千〇八

十八先點定該開三位訖其帶縱低二行列之以便填
 商置初商于第二位點下以帶縱之千進一位列之商
 是百致帶縱之千 初商一併入為一千一百八十八以
 進位與前法同 初商一併入為一千一百八十八以
 初商一紀右相呼首位呼一一如一以削壹 次位呼
 一一如一 一上陸變五 三位呼一八如八 八上
 陸變八 進位五變四 四位呼一八如八 八上肆
 變六進位八變七畢一段以上倍初商之一作二為廉
 法註次位下另列帶縱數併得一千二百次商三紀右亦
 註次點下併入以商併縱入得十一註一千八下

又註一于進位廉二之下以
 商縱一併廉二得三另註三
 于廉二之下併畢其併註數
 多認定最下字為主以與右
 八七八陸八〇三 相呼首位呼一三如三一上
 一四五陸二〇二 四變一次位呼三三如九三
 上七變八進削一第三位呼
 一三如三一 一上六變三第
 四位呼三八二十四 八上陸變二進位三變一畢二
 段以上除過一十五萬八千三百四十餘實八千一百
 二十四未盡
 又倍前商之二三作二六為廉法空末位之點以待隔
 法而以六註二下右第以二註一下右第另列帶縱數
 以相併乃以廉
 六併縱八共一
 十四系四千八
 八四
 八四五
 下一進位又以
 一併廉二共得

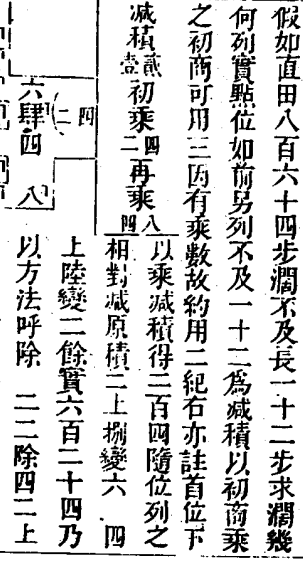


三三六肆三三八二
 二陸六八
 八四
 八四五
 〇一三
 一併廉二共得

三八七八陸二八〇一三
 一四五陸二〇二
 壹 末位下又以併
 商六紀右亦註
 三系于其下乃
 縱八共一十四

註四于末位下一進位四下改作五併訖以最下字與
 右相呼一六除六 一上八變二 三六一十八 三
 上一變三進除二 五六三十進除三 四六二十四
 除恰盡
 右開方一百三十六縱二千二百二十四
 減積開平方法 積較未滿

有股積若干句不及股亦有減積法減積者於實內減
 股之積以就其方也列實定位另列不足數為減積以
 商乘減積以所乘出之數列原積下對減視餘實若干
 以所商依法除之有未盡者倍方為廉約得再商別置
 為隅亦乘減積以減餘實乃併廉隅除之
 假如直田八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾
 何列實點位如前另列不及一十二為減積以初商乘
 之初商可用三因有乘數故約用二紀右亦註首位下
 減積壹初乘四再乘四 以乘減積得二百四隨位列之
 相對減原積二上捌變六 四



六肆四八 以方法呼除 二二除四二上
 一七八二陸四四四 六變二餘實二百二十四次倍
 二六捌三三三 二作四為廉法註退位再商得
 實列 乘初 四紀右亦紀末位為隅法以乘
 減積得四十八亦相對減餘實四上二變八進位二變
 一八上肆變六進位八變七乃以方廉呼除 四四

除十六 四上七變一進削一又以方隅呼除四四除
一十六恰盡得潤二十四步

假如直積一千七百五十潤不及長一十五問潤幾何
列實定位另列不及為減積初商三紀右亦註首點之
下為方法以乘減積得五隨方法之位列之以減原積
四上米變三 五上伍變〇 乃以方法除之 三三

減積 伍初乘五再乘五
實四百次倍三作六為廉法註

退位再商五紀右亦註末位為
隅法以乘減積得七十五對註

以減餘實五上〇變五 七上
〇變二 進位四變三尙餘三

百二十五皆與次商相呼五六
進除三 五五二十五恰盡得
廣三十五

假如直積一十六萬七千四十潤不及長一百三十二
求潤幾何列實定位另置不及為減積初商三紀格右

亦註首點下以乘減積得三百九十六隨首點列位對
減 六上〇變四因有借故進位仍七 三上陸變二

餘實一十二萬七千四百四十乃以方法開之三三除
減積三初乘九再乘二三乘
壹餘實三七四四〇次

倍三作六為廉法註退
位商實得四紀右亦註

次段點下為隅法亦乘
減積得五百二十八退

前積一位列之對減八

同文算術通編

四九一

五六六二七六六九五二
三三陸三三
壹

上肆變六 二上四變
一五上七變二仍餘三

二一六却以廉隅呼除
四六二四六上二變

八進削三 四四一十
六 四上一變五進位

八變六尙餘六五六〇
乃倍三四作六八為廉

法探尾點一位列之再
商得八紀右亦註尾下

為隅法又乘減積得一
千五十六挨尾位列之

對減六上〇變四 五
上六變〇 一上六變五仍餘五五〇四乃以廉隅呼

除六八四十八 六上五變七進削五 八八六十四
八上〇變六進削七又八八六十四恰盡得潤三百

四十八
負縱益積開平方積較求長

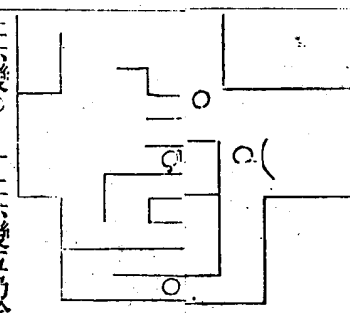
有句股積若干句不及股為較以積及較求股而句少
於股則益積以補句名負縱益積開平方列實定位另

置所不及數為負縱以商乘負縱虛增其積而後以方
法開除不盡者倍方為廉又以再商乘負縱增積而另

置二算為負隅以再商乘負隅為隅法置於廉次以商
呼廉隅除盡

假如直積八百六十四潤不及長一十二求長幾何列
實定位另列不及十二為負縱而初商則約所增負縱

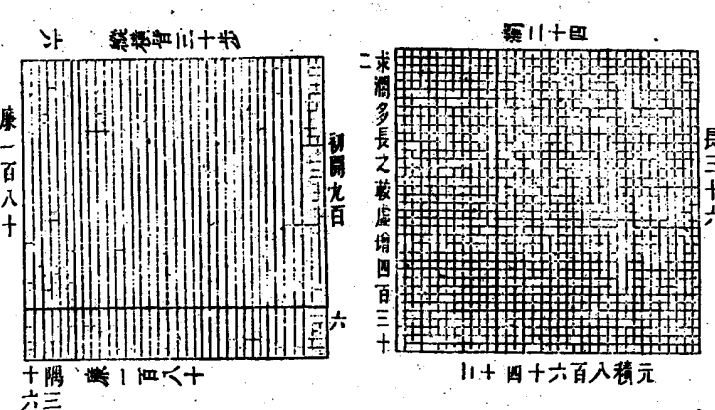
之乘命之如首位開法宜用二因有負縱之乘乃商



同文算術通編 卷七

四九二

負縱益積圖



三紀右亦註首位下為方法而以乘負縱得三十六註
三於首位註六於次位以併原積六上陸變二 三上
貳初六再二
初變二 進位置一益積得數一
千二百二十四乃以方法呼除三
三除九 三上二變三餘積三二
四又倍三作六為廉法另商六紀
右以乘負縱得七十二退位列之
添積二上肆變六 七上三變九
共積三九六而另置一算為負隅

同文算術通編 卷七

四九七

以次商六乘之仍得六為隅法乃併廉隅呼除六六三
十六六上九變三進削三又呼六六三十六恰盡得
長三十六

假如直積二十三萬四百長綳綳七百二十求長幾何

負初再
縱乘四乘三
六四

列實亦列較為負縱初商九
紀右亦註首點下為方法以
乘負縱得六四入以益積
八上〇變八 四上叁變七
六上貳變八共八七八肆
〇〇以方法除之九九八十
一 九上七變六進削八餘
實六八肆〇〇乃倍九作入
為廉法註入於次隅之進位
又註一於進位次商六亦乘
負縱得四三二以益餘積二
一八貳 六

上肆變六 三上八變一 四上六變一 進位置一
共得一六一六〇〇又以次商六乘負隅一仍得六註
本段點下為隅法乃以廉隅呼除 一六除六 一上
一變五進削一 六八四十八 八上一變三進削五
六六三十六恰盡得長九百六十

帶減縱開平方 積較求長
凡以較及積求股者股長於句亦有損股之長以就其
方者名減縱開平方列實定位列較為減縱以減初商
而以所減之餘即乘初商以開之其次商又即以初商
併入為廉法而商之置隅如常

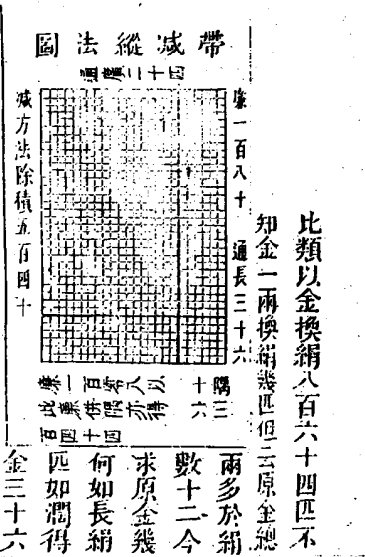
假如直積八百六十四闊不及長一十二求長若干列
實另置不及一十二為負縱初商三十 四有二點置右

負縱初商三

另以負縱減之餘一十八按註首位
點下為方法以呼所商三八二十四
八上陸變二 進位捌變六一
肆六八四 三除三一上六變三 餘積三百
二陸八四五 二十肆乃于右三加〇以併方法一
三六捌二 十八共四十八為廉法註退位再商
六紀右亦註隅而併入廉法共五十四而六八併改四
進位四改五以呼次商五六三十三 五上進位削三
四六二十四恰盡得長三十六
其次商若不以隅相併亦同前法

六 次商六併前六為四十八退位註
之以呼四六二十四 四上二變
六肆六八 八 進位削三 六八四十八
三六捌二 八上肆變六 進位八變三 又
置隅法於尾位六六三十六恰盡

比類以金換絹八百六十四匹不
知金一兩換絹幾匹但云原金總
兩多於絹
數十二今
求原金幾
何如長絹
匹如闊得
金三十六



兩其所換匹數即直積也
假如直積三千四百五十六闊不及長二十四求長幾
何列實定位另置較二十四為負縱初商七十 四有二點置右

負縱初商七

十紀右以負縱減之餘四十六按註
首位為方法 四多子三
照例退位與商相呼
四七二十八 四上肆變六進削叁
陸二六八 六七四十二 六上伍變三進位

陸二六八 六變二 餘實二百三十陸乃於
右七加〇以併四十六共一百一
十六為廉法列於下續商得二改
右〇為二亦註尾位為隅法併入廉法呼除一二為二
一上削二 又一二為二 一上三變一 二八一
十六恰盡得長七十二

又有兩方共積若干第云以小方之一面乘大方之一
面共若干問大小方面各幾何者倍乘積以減共積以
所餘積為實開方得較再置二方乘數為實以較為減
縱開平方除之得大方而以較減之得小方面
假如大小方田二段共積六千五百二十九步以小方
大方各一邊相乘得三千一百二十步求大小方面幾
何者倍二方乘積得六千二百四十步以減共積餘三百八十九步
為實以開平方法除之得較一十七步再置二方乘數
負縱初商六 三千一百二十步為實以較為負縱
初商六十紀右以負縱減之餘四十

三註下為方法以呼所商四六二十
四 四上壹變七進削叁三六一十
八 三上貳變四進位七變五餘實
五百四十乃於六右加〇以併方法
共得一百零三為廉法列於下續商五
紀右亦註尾位為隅法併入廉法共一百零八以相呼
一五除五五八四十恰盡得大方面六十五步以較

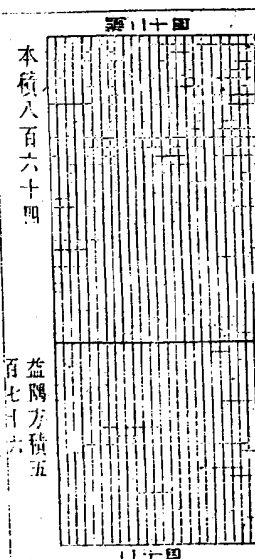
五 〇五三八 四 四上壹變七進削叁三六一十
四 八 三上貳變四進位七變五餘實
五百四十乃於六右加〇以併方法
共得一百零三為廉法列於下續商五
紀右亦註尾位為隅法併入廉法共一百零八以相呼
一五除五五八四十恰盡得大方面六十五步以較

一十七減之得小方面四十八步
帶縱益隔開平方方法 積和求潤

凡積和求潤者用其和為帶縱則已兼長潤而積有長
無潤故虛置一積為負隅而以負隅益積即以帶縱開
之得潤數名帶縱益隔開平方列實定位另置帶縱數
以初商紀右用自乘以益原積是為負隅而以所商呼
縱方除之不盡者倍商為廉註退位又再商紀右亦註
廉次為隅法廉隅併數以乘所商益積乃用商呼縱方
若不盡須再商者則以後廉併前廉餘如前法除盡得
潤數

假如直積八百六十四長潤和六十求潤幾何置積為
實以和為帶縱初商二紀右亦註首位下自乘得四以
益積共一千二百六十四乃以初商乘帶縱二六一十

帶縱 初商乘
二 二上削二進削一餘實六
十四倍方為廉得四註次位次
商四紀右亦註尾位為隅法以
乘廉法得一十六併入餘實四
上陸變二進加二亦以乘隅法
尾位肆變○進位二變四共二
百四十而以次商呼帶縱恰盡
得潤二十四步
通長六十



同文算指通編

二積共一千四百四十步以
帶縱六十除之得潤二十四
步

假如直積二萬一千六百四十八長潤和二百九十六
求潤幾何列實定位置和為帶縱初商一列右為方法
亦註首位下自乘仍得一以益積首位貳變三乃以方
法與帶縱相呼除實首位三變一 次位壹變二進削
一退位陸變○餘實二千○四十八倍方為廉得二註
退位次商三紀右為方法亦註廉次為隅法共三以乘
方法得六十九益入

九六肆六 乘商初 又商 又商
一 九 四 乘商 乘商 乘商
三二八二壹二 六 二 除六 二上八變二
一三貳二 五 三九二七七 三

上九變二進削二 三六一十八退位四變六進削二
餘實六十八又倍方法之三為六作廉法註退位併入
前廉 共二百六十一 所以併入前廉者蓋為方法再商
二紀右亦註尾位為隅法併入方法共二以乘所商二
得五百二十四以併餘積尾位八變二進位六變九進
位加五乃以所商二與帶縱呼除恰盡得潤一百三十
二步

假如直積三千四百五十六步長潤和二百二十步求
潤幾何列實以和為帶縱初
商四紀右為方法亦註首點
下自乘得一十六益積四上

九二〇肆四 初六再四 肆變○進位叁變五乃以方
一五叁 乘 乘七 法呼帶縱一四除四首位五

變二四除八退位○變二進削一向剩二百五十六
次倍方四得八為廉註次位續商得八為方法紀右亦
註尾位為隅併入廉法得八而與方法八相乘共七百
四以益餘實尾位陸變○進位伍變六 進位二變九
乃以所商入呼帶縱恰盡得潤四十八步
帶縱負隅減縱開平方 積和求潤

積和求潤若難以益隅開之者即用減隅法而減負隅
於縱名帶縱負隅減縱開平方列實定位列和為帶縱
置一為負隅初商紀右乘負隅以減帶縱列減餘於實
下而乘所商以開之不盡者倍方為廉以廉減縱次再
商紀右亦減餘縱而其減餘乘商除盡得潤數
假如直積八百六十四長潤和六十求潤列實定位另
列和為縱方初商二紀右亦紀首點下以乘負隅一仍
得二為方法以減縱數陸剩四隨首位註之以呼初商

肆四 〇六 方法之二作四為廉法註初商之次
二陸四〇二一 位亦乘負隅得四以減縱剩二十註
捌二四 退位次商四紀右亦註末位為隅以
減餘縱之二十餘一十六附註乃與
右四相呼先呼一四除四 一上陸變二再呼四六二
十四恰盡得潤二十四亦有初商除實訖即以初商再
減剩縱以所餘為縱方而即以再商再減為下法者前
倍初商為廉以減原縱此即以初商減剩縱不立
廉數然已將原縱再減以應兩廉之數與倍商同

原縱 陸 初商除實八百訖即將初商之二十

再減餘縱四剩二十退位列之
 肆四 ○六 次商四以減餘縱十尙剩一十六呼
 除如前
 右得廣二十四以除實積得縱三十
 六若欲還原以廣縱相乘
 長濶和變作通長
 六十
 濶二十四共負四
 百八十

先除積入百 長四十
 負四百

假如列實三萬三千六百長濶和四百列實亦列和為
 減縱初商一乘負隅仍得一以減縱四餘三百隨首位
 列註以呼所商一三除奈訖 次倍
 初商一作二為廉法以減縱四仍餘
 二註退位再商二亦以減縱變二
 為一八而以次商呼之 一二除二
 一上六變一 又呼二八一十六恰
 盡 格右加○以結末位得濶一百
 二十
 右法同前但減縱有借法進位故錄
 為式

假如列實六萬九千三百六十長濶和七百八十二列
 如前初商一以乘負隅仍得一減縱七餘六相呼 一
 二 原縱 柒
 除二奈變一訖 次倍一作二為廉
 法以減縱仍剩五附列而縱數多于
 原數無可商除則紀○于右併初次
 商得一十另倍一十作二十為廉法
 按註退位以二減縱七是為玖挨尾
 段列之續商二以相呼 二五除一
 十 進削一 二八一十六除盡得濶一百二初商除
 數亦然

假如列實九萬六千長濶和六百四十
 四 原縱 肆
 初商二以乘負隅一仍得二紀右亦
 註首位以減六 餘四以相呼 二
 四除八 四上玖變一又呼二四除
 八 四上陸變八 進削一訖
 乃倍二作四為廉法以減縱六剩二
 亦隨退位註之 次商四紀右亦註
 退位為隅以減縱二 乃以四變○
 一玖二四 以商相呼 二四除八恰盡 因有
 餘位 右加○得濶二百四十
 右法已見固縱有重位故錄備例

若以積與虛長濶共若干而欲求其濶者及欲求其長
 者皆以共若干為帶縱方而求濶則以濶為負隅以長
 乘積為實求長則以長為負隅以濶乘積為實列例如
 左
 假如直積入百六十四步三長五濶共二百二十八步

求濶幾何以三乘積步得二千五百九十二為實三長
 三積故五為負隅已用三長尙少五濶故用為以共步
 以三乘五為負隅已用三長尙少五濶故用為以共步
 四 帶初 乘負隅五得○以一減縱百 貳
 貳 縱 貳 乘 一
 三玖八 變一 餘縱一百二十八按註首
 一位二 位與商相呼二除三三除四退
 位伍變一 二八一十六退位玖
 變三進削一餘實三十三再以所商二乘負隅得○以
 一減縱剩二十八為等之法法讀商 以乘負隅得○以
 再減餘縱二十剩八以呼所商四八三十二恰盡得濶
 二十四步

三長五濶演段圖
 三長共一百零八步五濶共一百二十步
 乘長者乘出原積三 虛乘其數為負隅
 共縱方二百二十八步

假如直積入百六十四步三長五濶共二百二十八步
 求長幾何以五乘積步得四千三百二十為實五濶原
 故五以三為負隅於原縱減去二長故
 乘負隅三得九減縱註其退位九上貳變三 進位貳
 變一餘縱一三入挨註首位以呼初商一三除三 一
 上肆變一 三三除九退位奈變四 進削一 三八
 二十四 八上貳變八 進位
 四變一餘積一百八十復以初
 商三乘負隅三得九以減縱九
 上三變四進削一剩四十八次
 商六又乘負隅三得十八亦以

二四參三 減縱制三十與商相呼恰盡得長
一肆一 三十六步

又有以積與虛長潤和較共若干求潤者及求長者約
和得長潤幾何併潤與較得長幾何而視其所求為長
為潤如前法以別實積及負隅而皆以共數為帶縱

假如直積八百六十四步一長二潤三和四較共三百
一十二步求潤幾何約三和自具三長三潤以併一長

入貳四 二潤共四長五潤又以四較蓋潤
六七九壹二 為四長共得八長而餘一潤應入

二叁 乘積步得數六千九百一十二為
實以餘一為負隅以共步為帶縱

貳入 初商二以乘負隅一仍得二
段此為 以置縱次位減之二上壹

七壹三六 變九 進位叁變二餘縱二百九
〇玖九二 十二列原積之下以呼所商二

二陸二 除四 二上陸變二 二九一十八次位玖變一 進
位二變一 二二除四 二上壹變七 進位一變〇

餘實一〇七貳復以初商二又求負隅以減縱二上
九變七 剩縱二七貳積商四又乘隅減縱四上貳變

八 進位七變六是為二六八以乘所商 除盡得潤
二十四步

又有以虛長虛潤約其子母共若干與積若干求長潤
若干者法以長母乘潤子為潤率以潤母乘長子為長

率又兩母相乘以乘共數為帶縱而約帶縱為幾長幾
潤以一乘原積為實以一為負隅如前法為減縱開平

方除之
假如直積二千三百五十二步以五長取八之五潤取

同文算指通編 五二七

同文算指通編 五二八

三之二併得六十三步求潤者兩母互乘得二十四
以乘相併六十共一千五百一十二為帶縱而以長母
乘潤子二得一百六十六為潤率以潤母三乘長子五得
一十五為長率則知此帶縱數內具有長十五潤十六
也以長十五乘直積得三萬五千二百八十為實以潤

帶縱 三三壹四三
減法 二六伍六
壹

一十六為負隅初商四紀右二
點即作 以乘負隅得六百四十

以減縱四上壹變七六上伍變
入 進前壹 餘縱八百七十

二以註貫下與商呼除四八三
十一 八上伍變三進前三四

七二十八上貳變四進前三四
除八尾位變〇餘實四百再以初

商所乘開算四百減餘縱四上
七變三六上八變二餘縱二百

三十二續商二紀右以乘負隅
得三十二亦以減縱尾位除貳進位三變〇剩縱二百與

續商二相呼恰盡得潤四十二以除直積得長五十六
帶縱負隅減縱翻法開平方 積和求長

凡積與句股和求股者原積但有長乘潤數而負長自
乘之數法須損潤益長求之先立一為負隅以和為縱

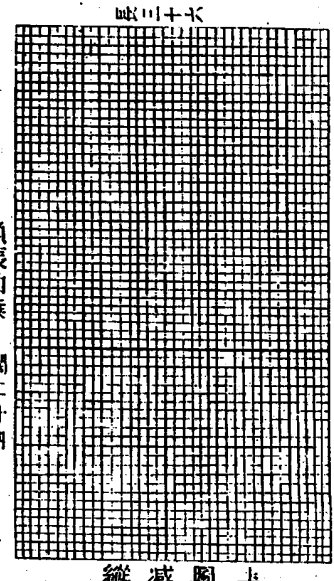
方面以負隅減縱方初商令稍序常法以乘負隅減縱
次呼餘縱開積而原積不及翻以原積減商除之積而

以餘負積為實復以初商乘隅以減餘縱如餘縱不及
即以餘縱翻減以負縱而隅積縱三者俱負乃以負

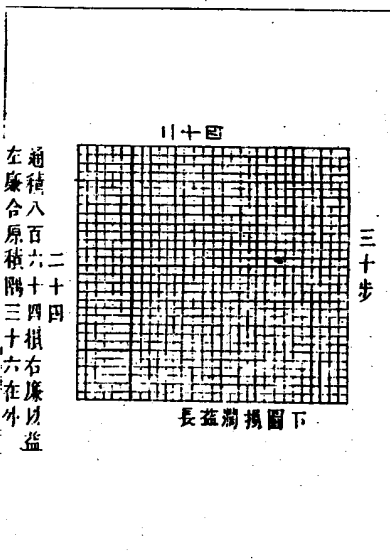
縱約餘負積以得次商命負隅以除負積謂帶縱負隅
減縱翻法開平方

同文算指通編 五二八

翻法圖



假如直積八百六十四長潤和六十求長幾何列實以
和為縱方一為負隅初商三有二段即係三十五得
紀右以乘負隅一仍得三以減縱剩三十與商相呼三三
得九百九而原積不及乃翻列九百於原積之上而以
原積減之尾位〇變六進位〇變三
首位削九得餘負積三十六為實再以
初商三命負隅一以減餘縱七減盡乃
約餘實得次商六紀右以乘負隅一仍
得六註尾位呼除負實六六三十六恰
盡得長三十六
通長六十



通積八百六十四棋右廉以益
左廉合原積隅三十六在外

假如直積三千四百五十六長濶和一百二十求長幾
何列實定位列和為縱方立一為負隅初商七有二段
縱貳五二
乘負隅一仍得七紀右以減縱方餘縱五
十五以呼初商合除三千五百而原積不足
乃翻以原積除之列三五於原積之上反
四〇陸二
以原積除之尾位〇變四進位〇變四
四〇伍二
進位削五又進位削三 剩負積四十四
五肆五
為實仍以初商七十乘負隅減餘縱五而
三叁三
餘縱不足乃以餘縱十五反減初商七十餘二
十為廉法換註次位而縱又為負次商二紀右亦註二
於尾位為隅法共二十二皆與所商之二呼除恰盡得
長七十二

亦有虛立長濶和較求長者假如直積八百六十四步
一長二濶三和四較共三百一十二步求長若干依前
法演得八長一濶以一濶為實八長為負隅共步為縱
方列實初商三紀右^{卅三}以乘隅人得二百四十以減
縱一變七進削三餘縱
六〇肆六
縱壹七六
參一
三九六陸二二
隅捌〇八六
二一捌七二
四四一
一一二
積合除二千一百六十
而積反不足乃翻以積
除之列二一六〇於上
肆上〇變六 進位六變九 進位一變二 進位
二變一 尚餘負積一
二九六復以初商三乘
負隅入合減縱二百四
十而餘縱七十不足翻
以餘縱減之剩負縱一

百六十八是餘縱積算俱負

次約負積商六紀右以乘負隅八又併負縱共二百一
十六按註尾位以呼所商二六一十二 二上削二
進削一 一六除六 一上九變三 六六三十六恰
盡得長三十六

假如直積三千四百五十六步一長二濶三和四較共
六百二十四步求長幾何仍前八長一濶以一為實八
為負隅共步為縱方初商七紀右以乘負隅八得五百
六十以減縱方剩六十四註首位合除四千四百八〇
列原積上以視原積不足翻以原積減之尾位〇變四

四〇陸二
縱貳六九
陸四
二八伍四一
隅捌〇六二
〇肆肆六五
六一一
五五
四上八變二 六上
四變〇 進位四變一
餘負一千二十四為
實再以初商七乘負隅
八得五百六十者減餘

縱而縱又不足則翻以縱減之餘縱四百九十六而隅
法縱法積法俱負縱商二紀右以乘隅八得一十六併
入負縱共五百一十二按尾註之與所商二相呼恰盡
得長七十二步

同文算指通編卷七

同文算指通編卷八

帶縱諸變開平方第十五

開方帶縱其變無窮更緝其要有十一種餘可神而明之若積與二潤較及長潤較求潤用帶縱減積開平方假如三廣田積二千四百六十五步第云中廣不及南

廣入步亦不及北廣三十六步又不及正長六十七步開

五陸〇 帶縱壹二 減積柒七 肆四 一四 一四

一貳一 為減積初商一紀右十 以併帶縱共二十一列

所乘呼商一七除七尾位伍變入 進位陸變五 一四除四 進位肆變〇 一一除一首位貳變一 次以

所註方法呼商一二除二二上〇變八進制一 一一除一 一上五變四餘實

八伍七八 六 帶壹一 廉法十 併減積六十九

四五陸〇 九〇 帶陸七 併帶縱一十 共九十八為

八〇肆四二 一 帶陸七 併帶縱一十 共九十八為

一貳一 併帶縱一十 共九十八為

以併方法得一百六呼除一八除八 一上削八 六

入四十八恰盡得中廣一十八步各加不及得南廣二

十六步北廣五十四步正長八十五步

右凡梯田斜田箕田杖鼓田四不等田以積求長廣者俱以此法求之

同文算指通編

同文算指通編 卷八

假如大小方田二段共積七千五百九十二步大方面較小方面多二十八步求大小方面各幾何用較自乘

得七百以減積餘六千八百零人為實倍較二得五

十六為帶縱另置二為負隅初商四即門乘負隅二得

八十併縱方共二百三十六為方法註積下以呼所商

六 帶縱伍 一四除四一上陸變二 三四

捌六八 一十二 三上捌變六進位二

六〇六一二 變一 四六二四 六上〇

三六捌三二 變六進位六變三餘實一三六

一三陸一 變八 八次倍商得八併初方一三六

共二百一十六為廉法註退位續商六紀右亦乘負隅

得一二二為隅法併人廉法共二百二十八與次商呼

除盡得小方面四十六步加較得大方面七十四步

又假如大小方田三段共積四千七百八十八步大方

商多中方面十八步中方面多小方面十二步求各方

面幾何以大方面較小面數三自乘得九以中方面較

小面數二自乘得四 相併共一千四十四以減共

同文算指通編 卷八

商呼除二四除八 二上削八 一四除四 一上六

變二 四六二十四恰盡得小方面二十四步以較加

之得中方面三十六步大方面五十四步

凡方田圍田徑相似以其共積求相似之徑幾何者用

隅算開平方凡圓者之四可當方者之三併方圓之率

為七用七為隅算用四乘原積開方

假如方圓田共積二千二百六十八步只云方圓圍徑

相等求方圓圍徑者四乘原積得九千七十二步為實

另列七為隅算初商三紀右三乘隅七 共二百一十

六 隅柒〇二 為方法與商相呼二三除六 二

貳二 一四 上玖變三一三除三 一上〇變

柒六 七進位三變二餘實二七七二乃

七〇二四 倍三十作六十為廉法註退位次

三玖二 商六以乘隅七得四十二為隅法

得三百六十併共四百〇二仍併入廉法共四百六十二

與商相呼恰盡得方圓圍徑三十三步又法四

五六二〇六六三三
 二四六〇肆一六一
 〇人 縱四〇得一千六
 三六一
 六二
 百八十註原積之

又以初商七乘益
 下以益原積 八上貳變〇進加一六上玖併一變六
 進加一 一上肆併一變六共四萬六千六百〇八却
 以隔法六十註退位與商相呼六七四十二六上六變
 四進削四 三七二十一 三上六變五進位四變二
 餘實二五〇八乃倍隔法六十得一千二百六十為方
 法註退位以商餘實得二紀右又乘隔算九得一十八
 為隔法另以所商二乘益縱得二十得四十八併入餘實
 八上八變六 四上〇變五共得二五五六却以方
 隔二法併共一千二百七十八皆與所商二呼除恰盡
 得長七十二步

又同前田不知實用長數乘一長二潤三和四較共若
 千及其較若干以求長者或損長以就之用帶縱負隔
 減縱開平方
 假如一長二潤三和四較以長乘之得四萬七千二百
 一十二其較二十八步而不知其積求其長列長乘之
 積為實較為縱方仍前法
 推得九為負隔初商七十
 紀右乘負隔得六百三十
 為方法內減負隔八十剩
 六百二退位註實下以呼
 所商六七四十二六上柒
 變五進削肆 二七一十四 二上壹變七進位貳變
 〇餘實五〇七二次倍方法得一千二內減縱法八十
 得一千二百三十二為廉法列餘實之下約實縱商得

四紀右乘負隔得三十六為隔法併廉法共二二六八
 改註尾位與縱商相呼恰盡得長七十四步
 又有同前不知積知較而以潤乘其一長二潤三和四
 較得若干求長者用減縱帶縱隔益積開平方
 假如設為一長二潤三和四較以潤數乘之得二萬九
 千九百五十二其較二十四間長幾何置較自乘七百
 六以減原積餘二萬九千三百七十六為實 以較自乘
 故曰 減縱較為益縱六為隔
 算初商七十紀右乘隔
 得四百二十為隔法

五進位叁變〇 又進玖變一 又進貳變三得三一
 〇五六乃以隔法乘商呼之四七二十八 四上一變
 三進前三 二七一十四 二上〇變六 進位三變
 一餘實一六五六乃倍隔法得八百四十為廉法縱商
 二以乘隔六得二十二為隔法另以所商二乘益縱得
 四十八以益餘實尾位陸變四進位五變〇進位六變
 七共一千七百四却以廉隔二法共八百五十二註尾
 位以呼積商恰盡得長七十二步
 亦有匪積只以潤乘一長二潤三和四較共若干及較
 若干求長而用帶縱負隔減縱益實開平方者
 假如田不知積一長二潤三和四較以潤乘得二萬九
 千三百四十八步潤不及長二十八步者列實亦列較
 為縱方九為負隔九段初商七紀右 以乘負隔得
 六百三十為方法內減縱方二得六百二註實下又以

乘縱方得一萬六千八百五十六以益實六上捌變四
 二四〇六八 八 縱六八
 方貳五〇
 八上叁變二 六
 三七六〇肆五二六〇 六一
 二〇二叁八〇二〇 負玖〇二
 一五四六玖六六一 隔三三
 六二 七呼除所註之下
 法六百二上〇變
 四貳一
 六進位二變〇 六上六變四進削四餘實四〇六四
 次倍方法一千二減縱方得一千二百三十二為廉法
 次商四紀右以乘負隔九得三十六為隔法以乘縱方
 得一千零八為益實併入餘積八上四變二進位六變
 七 一上四變五以廉三十二 隔三十相併一千二
 八呼商恰盡得長七十四步
 右法以潤求長積久一較故乘較為益實以補其缺
 亦有同前不知積而以潤乘長潤和較共數及較求潤
 者用帶縱廉開平方
 假如直田不云積步只云一長二潤三和四較以潤乘
 得二萬九千九百五十二步潤不及長二十四步求潤
 者置乘積為實減較之半二十為縱廉而以初商乘之
 初商四 紀右為方法以乘縱廉得四十八即與商
 相併共五十二註實下照式退位以呼初商 五四二
 十進削貳 二四除八 二上玖變一餘實九一五二
 欠倍所乘縱廉得九十 及方法八共一百四進位得一
 千四十為方法再置縱方一十二為
 廉以相併共一千五十二商實得八
 紀右亦註尾位為隔以乘縱方得九
 十六併方廉隔共一千一百四十四

乘縱方得一萬六千八百五十六以益實六上捌變四
 二四〇六八 八 縱六八
 方貳五〇
 八上叁變二 六
 三七六〇肆五二六〇 六一
 二〇二叁八〇二〇 負玖〇二
 一五四六玖六六一 隔三三
 六二 七呼除所註之下
 法六百二上〇變
 四貳一

六進位二變〇 六上六變四進削四餘實四〇六四
 次倍方法一千二減縱方得一千二百三十二為廉法
 次商四紀右以乘負隔九得三十六為隔法以乘縱方
 得一千零八為益實併入餘積八上四變二進位六變
 七 一上四變五以廉三十二 隔三十相併一千二
 八呼商恰盡得長七十四步
 右法以潤求長積久一較故乘較為益實以補其缺
 亦有同前不知積而以潤乘長潤和較共數及較求潤
 者用帶縱廉開平方
 假如直田不云積步只云一長二潤三和四較以潤乘
 得二萬九千九百五十二步潤不及長二十四步求潤
 者置乘積為實減較之半二十為縱廉而以初商乘之
 初商四 紀右為方法以乘縱廉得四十八即與商
 相併共五十二註實下照式退位以呼初商 五四二
 十進削貳 二四除八 二上玖變一餘實九一五二
 欠倍所乘縱廉得九十 及方法八共一百四進位得一
 千四十為方法再置縱方一十二為
 廉以相併共一千五十二商實得八
 紀右亦註尾位為隔以乘縱方得九
 十六併方廉隔共一千一百四十四

三 玖二一
 伍四
 〇 方壹
 廉以相併共一千五十二商實得八
 紀右亦註尾位為隔以乘縱方得九
 十六併方廉隔共一千一百四十四

一、坎五二 註實下以呼次商恰盡得潤四十八
貳 步

又有同前匿積和較又以潤乘長潤和較共數求潤用
帶縱廉負隔開平方者

假如田不知積只云一長二潤三和四較以潤乘之共
二萬九千三百四十八其較二十八以求潤首置潤乘
數為實推得共八較九潤用九為負隔以較八乘得二
百二十四為縱廉以初商乘負隔為方法初商四

捌 八 縱肆四四 廉貳八四 蒸五九
下呼商五四除二十進削
縱廉共五百八十四註實

九、叁入九 負玖〇〇四 貳 四八三十二八上叁
五六坎五 陽六二五 變一進位玖變六 四四
一十六 四上肆變八進

位一變九 進位六變五餘積五九八八次倍方法得
七百二十為廉法併縱廉九百四十四為實續商六紀
右以乘負隔九得五十四為隔法併廉法縱廉共九百
九十八註實下呼商恰盡得潤四十六步

若同前不知積步第置長潤和較以長乘得若干及較
求潤用帶縱方廉開平方
假如一長二潤三和四較以長乘之得四萬四千九百
二十八步較二十四步乘其潤若干列實以較為縱方
推得八長一潤共九段倍之得一十八為縱廉以乘初
商而併計之又兼縱方乃以呼商除之初商四紀右

十為方法乘縱廉八十得七百二十併入方法十共七
百六十又併縱方二十共七百八十四以呼商四七二
十八 七上肆變六進位

同文實指通編

捌六 方式八四 七五 肆變一 四八三十二
六貳四九 八上玖變七進位六變三

五七坎八六 縱捌〇〇〇 變六進位七變五餘實一
三六肆七二 廉壹二六二 三五六八乃倍四得八為
一肆 一 四四一十六 四上貳

方法倍縱廉得一千五百二十併入縱方二十共一千
五百四十四為廉法以商餘實得八紀右以乘縱廉十
八得一百四十四為隔法乃併方八廉一千五百一
四十三法共一千六百九十六註實下呼商恰盡得潤
四十八步

又同前不知積及置長潤和較以長乘得若干及較求
潤用帶縱廉負隔乘縱減實開平方者

假如一長二潤三和四較長乘得四萬七千二百一十
二步潤不及長二十八步求潤幾何列實推得八長用
八乘較得二百二十四為縱廉推得九段用九為負隔
又以較為減縱方初商四 紀右以乘負隔得三百
六十為方法併入縱廉共五百八十四為下法乘縱

○貳二八 負玖〇〇四 變一進位玖變六 四四
一十六 四上肆變八進
○六壹五四九 陽六二五 變一進位玖變六 四四
一十六 四上肆變八進

八三十二 八上八變六進位〇變七進削一 四四
一十六 四上六變〇進位六變五餘實七千五百乃
倍方法得七百併縱廉二百二共九百四十四為廉法
約商得六紀右以乘負隔得五十四為隔法即以隔法

乘減縱得一千五百一十二以減實餘五九八八以廉
隔二法相併得九百九 與次商相乘開之恰盡得潤四
十六

開立方法第十六
凡數自乘平列一而為平方更以原數再乘則四面皆
方中積充實為立方矣凡立方點段俱隔二超三而首
段尋其原數以自乘再乘如適合見數者即為方法開
訖如少于見數則揆身減數尋原而以其再乘所得列
首段下除之以為方法 見數如非其原 餘實三倍其
方為廉另置而以方法進一十則作二十之類 與
相乘得數以較餘實約得幾何分之幾何假如已得二
之一者即以二為次商亦以乘廉法得數若干以併前
所乘數共若干而以次商數總乘之即得三面之廉復
以次商數自乘再乘為隔法併入開盡有不盡者以法
命之

○三〇 依法分為四段先開首位之割尋原係二乃以
二自乘再乘得八恰盡 株樹右紀二 次開
叁陸伍除點上之伍未用且作三開之乃三倍
其二為六另置於方法之上試加一為二以六
乘之得一百二十六以除原積叁陸伍其數反浮
乃只作〇紀格右為〇

肆 次求第三位更三倍其為六於方法之上
陸 隨意加一位且如只加〇為六以與六相乘得
陸 一萬二千以視原積叁陸伍肆約得三之一
叁 乃商三紀格右為三以乘六得一百八十併前
柳 一萬共得一萬二千一百八十又以三乘之得
三萬六千五百四十又以三自乘再乘得二十為隔法

同文實指通編

併入恰盡 凡偶法皆以尾位換木位所點之下尚餘尾段三箇○再加一○于格右

假如列實一千七百二十八

首位一自乘再乘只得一以二為方法紀右

林壹次倍一為三作廉法另置乃以方法加○為一以乘廉法三得○約得原積七十內

二之一矣乃改○作二為次商紀格右以廉法三得六併三共得三十六而以次商之

廉法得七十二又以二自乘再乘得八為

假如列實三萬二千七百六十八數

首位尋原係三以三為方法自乘再乘得七

變五株叁次倍三作九為廉法加○于方法之右為三以乘九得二百七十以視餘實百六

為二之一乃商二紀二千三百以二乘九得一

十八併前乘共得二百八十八以二總乘得五

為偶法併入盡若次商以方法進位乘廉法而乘得之數適符餘實或於餘實相近不足二之一及三之一上者只以一為次商之數

假如列實九千二百六十一數

先開首位玖尋原用二自乘再乘得八即除八

于玖而林玖變一一為方法紀右次倍二得

六為廉法另置次以二為二與相乘得一百二十適近本積只以一為次商數以乘所置六仍

得六併前乘共得一百二十六又以一自乘再乘為偶依法併入是為一千二百六十一恰盡

廣諸乘法第十七

凡積數若干以平面開之適得自乘之數者為開平方其立方乃開平方再乘積也四面皆方如以二自乘起者得四以三自乘起者得九以四自乘起者得十六以五自乘起者得二十五以六自乘起者得三十六以七自乘起者得四十九以八自乘起者得六十四以九自乘起者得八十一以十自乘起者得一百以十一自乘起者得一百二十一以十二自乘起者得一百四十四以十三自乘起者得一百六十九以十四自乘起者得二百一十四以十五自乘起者得二百二十五以十六自乘起者得二百五十六以十七自乘起者得三百一十九以十八自乘起者得三百六十二以十九自乘起者得四百一十九以二十自乘起者得四百八十四

一乘	二乘	三乘	四乘	五乘
一	二	三	四	五
二	四	六	八	一〇
三	六	九	一六	二五
四	八	一六	二五	三六
五	一〇	一六	二五	三六
六	一六	二五	三六	四九
七	二五	三六	四九	六四
八	三六	四九	六四	八一
九	四九	六四	八一	一〇〇

凡開方列位以點分段者平方每二位點作一段再乘方每三位一段三乘方每四位一段做此推之至九乘方則十位一段矣皆目尾小數起而先以最大數之首段檢上圖以尋其原即以原數開之假如平方開者檢知首段數四十九即知七是原數用七自乘可開若首段數係六十四者即知八是原數用八自乘可開若係六十三者不及六十四向以七數開之餘積另

六乘

一	二	三	四	五	六	七	八	九
六	一〇	一六	二四	三六	四九	六四	八一	一〇〇

七乘

一	二	三	四	五	六	七	八	九
七	一四	二一	二八	三五	四二	四九	五六	六三

求再乘三乘以上皆同此法假如再乘首段係二十七檢知其原係三即以下亦以三開又假如七乘方首段係二五六原數是二以二開之若原數是六五五不及三數之六五六一仍以二開之也上圖係乘出之數已得乘出之數開方之時第以此數註首段下以除為開

右法已得首位方法餘實倍方為廉平方者一倍再乘方者再倍三乘以上皆以本乘之數做此倍之別立通率凡平方只一率為二再乘立方有二率為三三乘方有三率為四為四百自此以上諸乘做此漸加而皆如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之數較餘實約得幾何母之幾何而即以其母為廉法

平立三四五六七八九十

平	立	三	四	五	六	七	八	九	十
一	一	一	一	一	一	一	一	一	一
二	四	九	一六	二五	三六	四九	六四	八一	一〇〇
三	六	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
四	八	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
五	一〇	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
六	一六	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
七	二五	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
八	三六	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
九	四九	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九
十	六四	一六	三六	六四	一〇〇	一四七	二〇六	二七九	三六九

此圖以首行所列之二為平方三為立方四為三乘至

卷三
一三
一三
一三

可淨以一為廉法對通率三百次以自乘
仍得一對次通率三十又以再乘亦得一
為隅法系其下而以隅法之一併入三百
三十恰盡

右式可例其餘凡以一為方法者不論幾乘方皆以
諸位通率併求

三乘方

假如列實一千四百七十七萬六千三百三十六以三
乘方開之尋原以六為毋自乘再乘得一二九六除積

六上朱變一 九上朱變捌 二上肆變一 一上

別壹次以六為初商方法以求廉法凡三乘皆疊用通
率三位為四十為六百為四千先列通率於中位乃列

方法于左尾位自乘三再乘二一六自下而上對列初
乘以二百一十六乘四千得數八十六萬四千枝原積

約二之一以二為廉法列右首位自
乘四再乘入三乘六聯列乃以二乘

八十六萬四千得數二百七十二萬
八千

再乘以三乘六得數二萬一千六百
又以右乘之得數八萬六千四百

三乘以六乘四得數二百四十以右
乘之得數一千九百二十乃合三

乘數積之併入隅法共得二百八
十一萬六千三百三十六恰盡

右三乘方法若以還原則以六十二之數自乘再乘
三乘 一法以開平方方法所得數更以平方開之

四乘方

四乘方

假如列實九億一千六百一十三萬二千八百三十二
數以四乘方開之尋原六為初商除積七億七千七百
六十萬餘實一億三千八百五十三萬二千八百三十二
以求廉法凡四乘方通率疊用四位為五十為一千
為一萬為五萬中列自下而上而方法對尾位
列之又自乘再乘三乘四乘亦自下而上對列于左

二四八六一三
初乘首位左乘得六千四百八十
萬以較餘實約得二之一以二為

廉法對首位五萬列之亦自乘再
乘三乘自上而下對列又四乘得

二為隅法系于其下而以首位二
數乘左乘所得之數計得一億二
千九百六十萬

次乘次位左乘得二百一十六萬
而以右乘之得八百六十四萬

三乘第三位左乘得三萬六千而
以右乘之得二十八萬八千

四乘尾位左乘得三百而以右
乘之得四千八百以上四乘之積

併入右廉四乘所得隅法三十二
恰盡

右四乘方若以還原則以六十二數自乘再乘以至

四乘

五乘方

假如列實五百六十八億〇〇二十三萬五千五百八
十四數以五乘方開之尋原六為初商除積四百六十
六億五千六百萬餘積一百一億四千四百二十三萬

五乘方

五千五百八十四數以求廉法凡五乘方皆疊用通率
五位為六十為一千五百為
二萬為一十五萬為六十萬
中列自下而上而方法六
對尾位六列之又自乘再乘
三乘四乘自下而上皆列于
左位

初乘首位左乘得四十六億
六千五百六十萬以較餘實

約得二之一以二為廉法對
首位六十萬列之亦自乘再

乘三乘四乘自上而下對列
于右又五乘得六為隅法系

下而以首位二數乘左乘所
得之數共得九十三億三千

二百二十萬
次乘次位左乘得數一億九
千四百四十萬而以右乘

之得七億七千七百六十萬
三乘三位左乘得四百三十

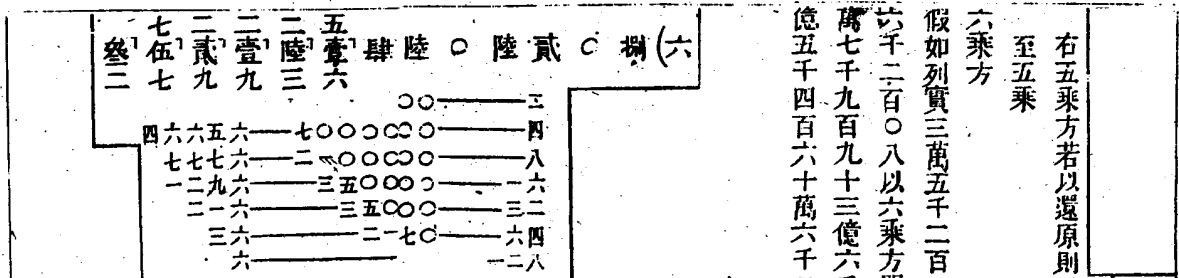
二萬而以右八乘之得三千
四百五十六萬

四乘四位左乘得五萬四千
而以右六乘之得八十六萬

四千
五乘五位左乘得三百六十
以右二乘之得一萬一千五

四乘

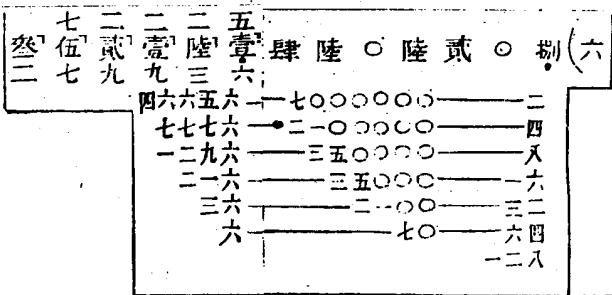
五乘方



百二十併上五乘積又併右
廉所乘隅法六十四恰盡
至五乘

假如列實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬
六千二百〇八以六乘方開之每原六為初商除實二
萬七千九百九十三億六千餘實七千二百二十二
億五千四百六十萬六千二百〇八數以求廉法凡六
乘方通率疊用六位為七
十為二千一百為三萬五
千為三十五萬為二百一
十萬為七百萬中列而以
方法六對尾位七列之又
自乘再乘三乘四乘五乘
自下而上皆列其左
初乘首位左乘得數三千
二百六十五億九千二百
萬以較餘積約得二之一
以二為廉法對首位七百
萬列之亦自乘再乘三乘
四乘五乘對列于右又以
六乘得一二八為隅法系
下而以首位二數乘左乘
所得之數共得六千五百
三十一億八千四百萬
次乘次位左乘得一百六

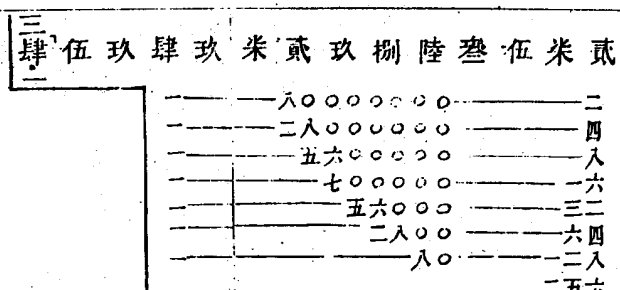
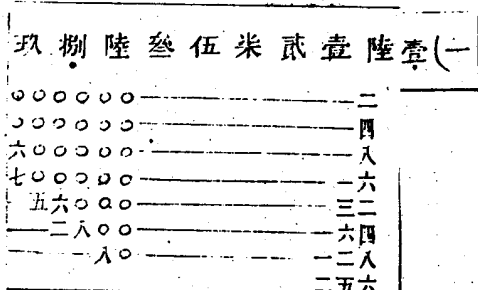
五九七



十三億二千九百六十萬
以右四乘之得六百五十
三億一千八百四十萬
三乘三位左乘得四億五
千三百六十萬以右八乘
之得三十六億二千八百
八十萬
四乘四位左乘得七百五
十六萬以右六乘之得一
億二千〇九十六萬
五乘五位左乘得七萬五
千六百以右三乘之得二
百四十一萬九千二百
六乘六位左乘得四百二
十以右四乘之得二萬六
千八百八十併上六乘之
積又併隅法一百二十八
拾盡

右六乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以
至六乘
七乘方
假如列實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八
億六千三百五十七萬二千
一百六十一數以七乘方開
之首位四其原一以一為方
法餘實三兆五千九百四十
九萬七千二百九十八億共

壹陸壹(一)



求一廉法國方法一數無
乘當併下位以較餘實而
惟首次兩數同位為大數
其餘小數不足為多寡且
從省只併首次兩位開之
若不併併者以首率入千
萬較餘實試用四為廉法
乘之似可除然次率入乘
即浮原數矣試減用三亦
浮原數此二數併得一億
〇八百萬以較餘實約可
用三數然緣次乘之六以
乘中列之第二位其數反
浮初以三乘中首位因可
除至次乘六以乘次位
得一億六千八百萬併初
乘共四億有奇反浮餘實
當減用二為廉法自乘再
乘至七乘依式列右凡乘
數多于原數者減法做此
初乘以廉二乘八千萬得
一億六千萬
再乘以廉再乘數四乘二
千八百萬得一億一千二
百萬三乘以廉三乘數八
乘五百六十萬得四十四
百八十萬
四乘以廉四乘數六乘七
十萬得一千一百二十萬
五乘以廉五乘數三乘五
萬六千得一百七十九萬

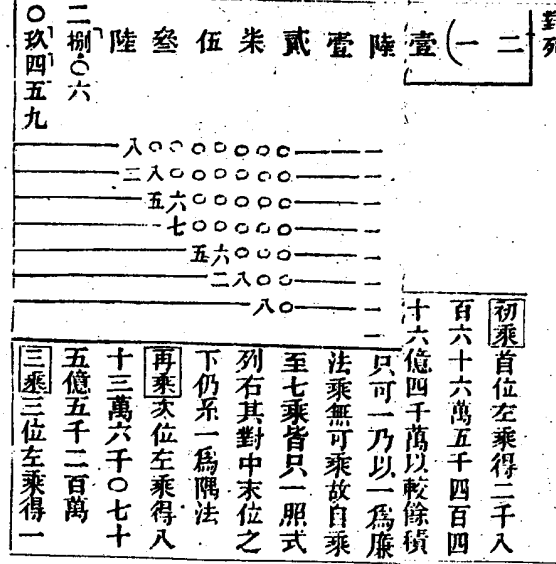
右併前七乘之積共得三億二千九百九十八萬一千四百四十併入開法二百五十六以除餘積的剩二千九百五十一萬五千六百二億六千三百五十七萬二千一百六十一數再商自首至尾共以一段開之

六乘以廉六乘數四乘二
千八百得一十七萬九千
二百

七乘以廉七乘數八乘八
十得一萬〇二百四十

乃併廉法入方法共一十二為三商之數以對尾位入列于左以自乘再乘三乘四乘五乘六乘悉自下而上對列

初乘首位左乘得二千八百六十六萬五千四百四十六億四千萬以較餘積只可一乃以一為廉法乘無可乘故自乘至七乘皆只一照式列右其對中末位之下仍系一為隅法再乘末位左乘得八十三萬六千〇七十五億五千二百萬三乘三位左乘得一



六貳四二六八四二六八四二
五米一〇八三三二四一
一玖八八九八七一
五肆九三八四二
玖九八九二
二伍二
叁三

萬三千九百三十四
億五千九百二十萬
四乘四位左乘得一
百四十五億一千五百二十萬
五乘五位左乘得九千六百七十六萬八千

右七乘開方若欲還原則以一百二十二數自乘再乘以至七乘

以上開方則例共七乘衍至十乘自乘亦復如是妙在各原變在通率熟玩自得難以備述

若夫尋原之法固與還原不同還原者依本乘之數以還實積耳尋原者用前列乘圖以尋下手方法凡尋原惟平方最易以每段只二位也次則立方亦易以每段只三位也三乘則四位為一段尋原難矣自是而上位置愈多尋原愈難矣然而即平方可求立方之原兼平方立方可以求多乘之原若三乘方者以平方開之得數又以平方開之得數即原矣若五乘方者先以平方開之得數乃以立方開之或先以立方開之得數乃以平方開之即原矣若六乘方者作四乘方開二次即得其原若七乘方者作開平方三次即得其原若八

乘方者作立方二次即得其原若九乘方者先以平方開一次又以四乘方開之或先以四乘方開一次又以平方開之即得其原若十乘方者作四乘開方三次亦得其原

得其原錯綜變化總由自然進退開關具有定法孰謂開方諸乘迂遠難窮者乎神而明之從積正負帶減加翻巧由心造妙以熟生智者于斯蓋不啻思過半也奇乘諸乘開方法第十八

凡開方諸法不惟全數可開即奇素之數亦各有法大都皆以尋原為第一義有母數子數俱有原數可用者如平方九之四則以三之二為原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方七之八亦以三之二為原以三自乘得九再乘得七以二自乘得四再乘得八也又如三乘方八之六以三之二為原以三再乘得七三乘得八再乘得八三乘得一也如五乘方者以四之二為原以四乘得四以五乘得五以四乘得四也

以三之二為原以三乘得四以五乘得五以四乘得四也

以四之二為原以四乘得四以五乘得五以四乘得四也

以六之二為原以六乘得六以五乘得五以四乘得四也

子乘得一十六是為三之六其平方之原為九之四以四九三十六與夫四四一十六用四為鈕數者也有以全數帶奇數而亦有原可尋者如有全數二又七之二依化法乃七之四尋其立方之原為三之四以三再乘為二四再乘為六歸其整數即一零三之一也凡有原可尋則可開無原可尋則不可開必命分之母與得分之子各有原則可開若一有原一無原則不可開尋原之術數之多者約之以至于寡如五之二必約之為九之四其開平方之原即三之二也如八之二必約之為二之八其立方之原亦三之二也他如九之六者九

有原六無原不可開矣又如三之二者命分數與得分數俱無原不可開矣然則終不可開乎又非也數窮則變變則通雖無原有數之最相近者可借之以為原者以本數折之又折而相近之原可得也折之法多取進位平方或折一為十為百立方或折一為百為千數彌多者求彌密其原亦彌近也彌近之數或稍多于所求或稍約于所求然而皆可以為原者也

假如以五數為開平方是為無原而任借一為一之原以自乘得一五以五乘得一五雖一不為一之原乃其原之最近者有兩數其一為八以二為原四十二自乘得此近而胸者其一為九以三為原五十三自乘得此近而盈者何也試以所借一為命分之母以二為得分之子以一之二自乘得四之二得二之內除四百為四整數而人為一之八夫四零一之入以視二零一之二猶五百與二之比也試以所借一為母以三為子以一之三自乘得九之三得三之內除五百為五整數而九為一之九夫五零一之九以視二零二猶五百與三之比也故一可以為五倍也

假如以九數為開立方亦為無原而任借一為一之原以自乘得九以九乘得九九九千不以一十為原而其近原者亦有兩數一為八以二為原百乘此近而胸者一為九二六一以二為原百乘此近而盈者則何也試以一為母一之二係整二數以自乘再乘即得一之入試以一為母一之二係整二數零一之一以自乘再乘即得九零一之也母一十自乘得一十再乘得一十千于整百四十一再乘得九千二百六十一仍二十一自乘得四九千餘元得整九千餘為一千之二六一故一可以為九倍也

假如列實四以四乘方開之為無原任借一數為一以自乘至四乘得一十萬以四乘之得四百萬用前法推衍其原之近者有兩數其一為二其一為二何也以一為二之母此一之二係整二數以二自乘再乘三乘四乘為一之二以視四其近而胸者以一為二之母此一之二係整二數零一之一以二零一之一自乘再乘一子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘得整四萬數零一十萬之八萬四千一百一十一以三乘得百八十一以四乘得四百一入萬四千一百一十一以視四萬其近而盈者故一可以為四借也以上三論姑借一見例若進至百千萬數其數彌多其析愈精則原愈近矣



算迪敘



算 迪

何 夢 瑤 撰

數學與推步之術。我朝咸推宜城梅氏。然所著之書。叢脞凌雜。始末不能明備。聖祖仁皇帝欽定數理精蘊。及欽定歷象考成。窮方圓之微。眇中西之異同。伊古以來。未有此鴻寶鉅典也。元和惠半農先生仰鑽聖學。爰通樂律。督學粵東時。何君西池爲入室弟子。親受業焉。如松崖徵君。雖淹貫經史。博綜羣書。然於算數測量。則略知大概而已。此乃余古農師之言也。何君之書。由梅氏之書而通之。典學。筆算。籌算。表算。方程。句股。開方。帶縱。幾何。借根。方諸法。皆述梅氏之學。至於割圓之八線。六宗。三要。二簡。及難題諸術。本之梅氏。而又闡精蘊考成之旨矣。近日爲此學者。知法之已然。不知立法之所以然。若何君可謂知立法之所以然者。豈人云亦云哉。昔年即知此書。嘉慶二十五年。來粵東。訪求不可得。道光元年六月。會文學勉士於友人處得之。吳孝廉石華將付剞劂。謂曰。何君衍梅氏之義。似不及梅書之詳贍也。答之曰。是爲孤學。一知半解。尙難其人。況中西之法。無所不通耶。且寒士有志於九章八線之術者。力不能購。欽定諸書。熟讀算迪。亦可以思過半矣。孝廉以爲然。江藩作。

算迪自序

算學至國朝御製數理精蘊一書。至矣極矣。蓋由我聖祖仁皇帝。以天縱之聖。集中西之成。故能超千古而獨隆。亙萬世以垂法。非草茅愚陋。所能仰窺萬一也。顧卷帙浩繁。難於購與讀。謹撮錄要領。併舊算迪一冊。合爲十二卷。以授學者。使便講習。擬名精蘊輯略。以參雜成書。非盡精蘊原文。不敢沿襲其名。以蹈不敬之愆。故仍名算迪。又恐見罪冒竊。爰敘簡首。以明鄙意焉。

算迪目錄

卷一

- 加法
- 減法
- 因乘
- 歸除
- 命分
- 約分
- 通分
- 乘除並用
- 四率比例正比例 轉比例 合率 帶分
- 按分遞折比例二入差分 三七差分 四六差分 遞折差分 加倍減半差分
- 按數加減比例遞加遞減差分 題位加減差分 互和折半差分 首尾互聯差分

算迪 目錄

卷二

- 算迪 目錄
- 和數比例附就物抽分
- 較數比例並名價價差分
- 和數比例並名價價差分 貴賤相稱
- 盈虧單法 雙法

借衰互徵

疊借互徵

方程詳方程附寫

平方

帶縱平方較數 和數

句股定句股強弱等數 句股強相求 求積 求中垂 求容 兩股相求 積與兩股相求 正句股比例

三角形求中垂 求積 內容 外切

卷三

割圓

割圓作八線表法六宗 新增四宗 三要 新增三法 二圖法 八線相求 求象限內各線法

三角形邊線角度相求

測址

直線面

曲線面

圓內容各等邊形

圓外切各等邊形

各等邊形

更面形

方方

帶縱較數立方

帶縱和較立方句股法四條附

開三乘方

卷四

算迪 目錄

直線體

曲線體

各等面體

球內容各等面體

球外切各等面體

各等面體互容

更體形

各體權度比例

堆垛

卷五

難題解法

幾何原本摘要

卷六

借根方法加減乘除

卷七

借根方法重覆 體積 諸樂方表

卷八

比例尺解

算通卷一

加法筆算

○如有銀二百七十五兩，又一千一百三十兩，又一千四百零五兩，問共若干。曰二千八百一十兩。

法用格眼粉板直列三數，自下而上逐層併之。末層兩位五五成十

無零，則紀○於兩位。紀點於十位，再看十位三七併紀點，共十一，則

紀一於十位。紀點於百位，再看百位四一二連紀點，共八，則於百位

紀八，再看千位一一共二，則於千位紀二，合之得二千八百一十兩

也。

凡於上位紀點，皆換散數之旁，紀之，以便合併。核用九減試法，於

粉板空處作一將總數九減餘二，成九，減之，止餘二，紀一左，又將

散數，紀點不九減，亦餘二，成四，餘二，紀一右，左右同，便不差。所減所餘，俱不論單十百千萬之位，只作單

十成九，便其作單九看，蓋減八百一十，即如減九十個九也。在二千，只作存單二看，蓋九減數不變，如一十減九仍

餘一，二十減九仍餘二，觀九歸可知。九歸二千，必至餘單二乃已也。○按九減法雖捷，然所委恰與九減合者，即核

南海 何夢瑤 報之撰

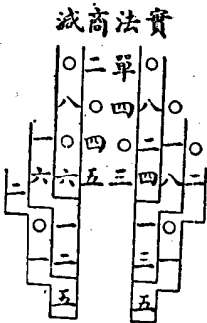
散數		總數	
千	百	十	兩
一	一	一	二
四	一	二	八
〇	三	七	一
五	五		〇

試法

錄於實右錄法籌積首位。不論其字是國語與實對列。故以籌積首位之四與實六字對列也。後做此再查實第二位係五字。即將籌積第五行積四〇三二〇錄之如式。再查實首位係三字。即將籌積第三行二四一九二錄之如式。乃用併法。將籌積併得二八七零七八四。以定位法定之。得二萬八千七百零七兩八錢四分。定位法於實單位。實末之單位也。同其於。下一格。實兩字。蓋單位之下乃法首。此法首八係兩故實兩字也。逐如下位。故一人之下位乃兩也。而兩字與併總之七相對。則七乃七兩。逆上四位。非萬而何。訣曰。乘始實尾。逆上勿忘。視實某數錄籌某行。行積之首。或圍或字。均與實對。並列勿異。錄訖併之。定位名之。單實下位。法首無疑。還原本用歸除。亦可用九減試法。作一。以原實九減餘五紀。上。以法數九減餘九紀。下。上五下九相乘得四五九減之。仍餘九紀。左。然後以併得之數。九減之。亦餘九紀。右。左右相同。知不差。

歸除法用籌算。有二種。看圖意分。

○今有者民四百零三人。共給肉帛銀八百二十四兩一錢三分五釐。問每人給若干。曰二兩零四分五釐。此圖乃兩種求法。實與。先分法實下法。以銀數為實。廿六格眼粉版上。以人為法。取四空三共三籌。置放案上。成四位。即截實四位為一商。商約每人應。查係小法。法數小於實數也。則實首當加一〇。以爲之地。亦算一位而截〇八二四。共四位為初商。實若係大法。則實首不用加〇。用曲線界定。次查籌積無與實合者。推第二行係〇八〇六。略少於實。錄之。與實〇八二四平頭並列。對列亦作曲線界定。相減。餘一八一三五。為次商。即將籌之行數二。書為初商。書法務與實首。不論。平頭並列。是為初商得二。次商查係大法實首不用加〇。截一八一三共四位。為次商。查籌積第四行積一六一二。略少於餘實。錄之。與實一八一三平頭並列。對列各作曲線界定。對減。餘二〇一五。為三商。實即將籌之行數四。書為次商。三商截二〇一五共四位為實。與籌第五行積相較恰合。對減適盡。即將籌之行數五。書為三商。合之。共商得二〇四五。以定位法。知為二兩零四分五釐。定位法錄原實時。即於實旁錄法。須同等並列之。如法實首。則與實。於法首上一位記一單字。或作一△代之。查初商之二。正值單字。知為兩也。訣曰。除先實首。按次下。記實位數。加一。六則則加一。七則則加一。若是小法。實首加圈。亦算一位。大法不然。位若不足。補圍實尾。其位。截位既畢。與籌較比。某行之積。與實符。或略小者。錄而減。籌積實位數既合。並脚平頭。對列勿錯。並用曲線。對界相當。取其行數。書為初商。書亦平頭。三者並列。並列也。除實積商。法同無別。法實同籌。法實旁得等也。定位可詳。



○如有者民四百零三人。共給肉帛銀八百二十四兩一錢三分五釐。問每人給若干。曰二兩零四分五釐。此圖乃兩種求法。實與。先分法實下法。以銀數為實。廿六格眼粉版上。以人為法。取四空三共三籌。置放案上。成四位。即截實四位為一商。商約每人應。查係小法。法數小於實數也。則實首當加一〇。以爲之地。亦算一位而截〇八二四。共四位為初商。實若係大法。則實首不用加〇。用曲線界定。次查籌積無與實合者。推第二行係〇八〇六。略少於實。錄之。與實〇八二四平頭並列。對列亦作曲線界定。相減。餘一八一三五。為次商。即將籌之行數二。書為初商。書法務與實首。不論。平頭並列。是為初商得二。次商查係大法實首不用加〇。截一八一三共四位。為次商。查籌積第四行積一六一二。略少於餘實。錄之。與實一八一三平頭並列。對列各作曲線界定。對減。餘二〇一五。為三商。實即將籌之行數四。書為次商。三商截二〇一五共四位為實。與籌第五行積相較恰合。對減適盡。即將籌之行數五。書為三商。合之。共商得二〇四五。以定位法。知為二兩零四分五釐。定位法錄原實時。即於實旁錄法。須同等並列之。如法實首。則與實。於法首上一位記一單字。或作一△代之。查初商之二。正值單字。知為兩也。訣曰。除先實首。按次下。記實位數。加一。六則則加一。七則則加一。若是小法。實首加圈。亦算一位。大法不然。位若不足。補圍實尾。其位。截位既畢。與籌較比。某行之積。與實符。或略小者。錄而減。籌積實位數既合。並脚平頭。對列勿錯。並用曲線。對界相當。取其行數。書為初商。書亦平頭。三者並列。並列也。除實積商。法同無別。法實同籌。法實旁得等也。定位可詳。

算通 卷一

還原本用乘。亦可用九減試法。作一。以法數九減。紀餘。左。此法數四〇三二〇。以商得數九減。紀餘。右。此商二〇四五。九左右相乘得數九減。紀餘。上。此法七右二相乘得四。併得。末以原實九減。紀餘。上下相同。不差。此原實。九。一法併所減籌積各數。與原實合。即不差。遇歸除不盡者。則以不盡餘實同減數併之。仍與原實合。

○如問云。米每石。價一兩六錢。今有銀五十兩。問買米若干。曰三十一石二斗五升。此圖乃一散一總求法。實與得數類為一。

命分法如歸除不盡則用此法命之。

分法實法。如前一種。兩總求一散者。以與散同類之總為實。如後一種。一散一總求總者。以散為法。

○如一百四十七人。分銀二百一十兩。每人得銀一兩。仍餘六十三兩。不盡。則以法一百四十七人為分母。不盡六十三兩為分子。命之曰。每人得銀一兩。又一百四十七分兩之六十三分。何則。一百四十七人。分銀一兩。而每人得一分。則分六十三兩。而每人得六十三分。可知矣。故曰一百四十七分兩之六十三分也。

訣曰。歸除不盡如何。紀命分之法。當知矣。法為分母餘實子。子得母數幾分幾。

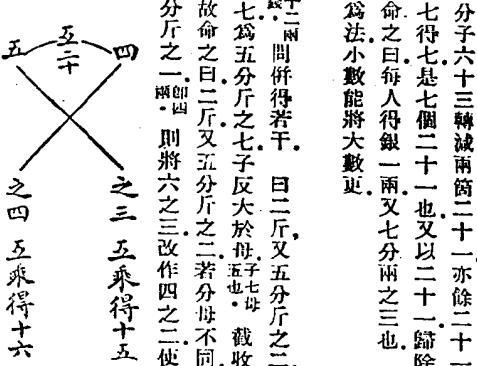
約分法。即上命分法之簡約者。

○如上條。既命之為一百四十七分兩之六十三分。今欲改爲相當之小數。以命之。其法如何。曰。法置分母一百四十七。以分子六十三。減兩次。餘二十一。又置分子六十三。轉減兩箇二十一。亦餘二十一。則子母齊同。即以相同之二十一為法。歸除母一百四十七。得七。是七個二十一也。又以二十一。歸除子六十三。得三。是三個二十一也。可約之為七分之二。改命之曰。每人得銀一兩。又七分兩之三也。訣曰。約法須分子母名。互相減損至同。俾以除子母同為法。小數能將大數更。

通分併法

○如有絲一斤。又五分斤之三。即九兩。又五分斤之四。即十二兩。問併得若干。曰二斤。又五分斤之二。即四兩。此兩分母相同者。併得五。但徑併其子。三。得七。為五分斤之七。子反大於母。五也。截收母數五。為一斤。名收零為釐法。與一斤相併得二斤。餘二。故命之曰二斤。又五分斤之二。若分母不同。而可改使同者。則改之。如有物六分斤之三。即八兩。又有四分斤之一。即四兩。則將六之三。改作四之二。使兩母相同。乃如上法併之。

○如有米四分石之三。即七斗。又五分石之四。即八斗。問併得若干。曰一石。又二十分石之十一。即五分。此兩分母不同者。不可改使同。則須互乘以求其同法。以兩



算通 卷一

母五四相乘得二十為總母。以分母四互乘分子四得十六。變五之四為二十之十六。又以分母五互乘分子三得十五。變四之三為二十之十五。兩母既同為二十。遂併兩分子十六十五得三十一。為二十分之三十一。分子反大於母。依收斂為最法。滿母二十。收為一石。餘十一分。命之為一石又二十分之十一分也。

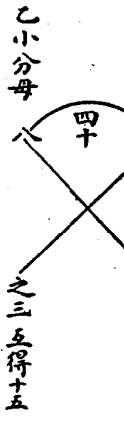
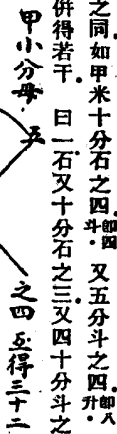
⑨如甲米六分石之四。即六六升。加乙米三分石之一。即三斗三升三不。又加丙米五分石之二。即四兩併得若干。曰一石又五分石之二。此三宗者。照上第二條法。先併甲乙二宗得數。乃重列。與丙相併。或用維乘法。以分母六三五互乘得九十。為總母。以甲分母六除總母九十得十五。為乙分母三乘丙分母五之數。以分母三乘五。又以分母六乘之。以乘甲子四得六十。以乘乙子五。以乘丙子四。即得六十。乃變甲原數六之四為九十之六十也。又以乙分母三除總母九十得三十。為甲分母六乘丙分母五之數。以乘乙子一得三十。乃變乙原數三之一。為九十之三十也。又以丙分母五除總母九十得十八。為甲分母六乘乙分母三之數。以乘丙子二得三十六。乃變丙原數五之二。為九十之三十六也。乃併三數得一石又九十分石之三十六。與一石又五分石之二同。四宗以下倣此。

⑩若大分帶小分。而兩母俱同者。如法併之。自小分起。滿小母數。進為大分。滿大母數。進為整。如甲田二十九畝七步。乙田一百七十七步十五尺。問併得若干。曰三十畝一步二尺。法曰。步為大分。其母二四。尺為小分。其母二五。兩數所同也。即二十九畝。又一百七十七步。又二十五分之十五。即甲乙大小兩母之同見矣。先併小分得二十七尺。以滿二十五尺。進為一步。仍帶二尺。次併大分得二百四十步。加進一步。共二百四十一步。以滿二百四十步。進為一畝。仍帶一步。共計併得三十畝一步二尺也。

⑪若大分母同。而小分母不同者。用互乘法使之同。如甲米十分石之四。即四斗。又五分斗之四。即八分。乙米十分石之八。即八分。又八分斗之三。即七分。問併得若干。曰一石又十分石之三。又四十分斗之七。法用互乘。先同其小分之母。

小分既同母四十。乃重列而併之。甲十分之四。又四十分斗之三。即三十二。乙十分之八。又四十分斗之一。即五。併小分三十二一十五。共四十七。滿四十。收進大分一。餘七。又併大分八四得十二。加進一。共十三。滿十。收進一石。餘三。共計併得一石又十分石之三。又四十分斗之七也。

⑫若大小分母俱不同。即各用互乘。以同之。如甲田二畝。又四分畝之三。即七分。又五分分之一。即二分。乙田一畝。又八分畝之四分。即五。又四分分之三。即七分。問併得若干。曰四畝。又三十二分畝之八分。即五分。又二十分之十九分。即九分。法用互乘。先同其大分之母。併得三十二之四十。如法收一畝。餘八分。再用互乘。同其小分之母。併得二十之十九。於是合而併之。為四畝。又三十二分畝之八分。又二十分之十九分也。



⑬若大分母同。而小分母不同者。用互乘法使之同。如甲田二畝。又四分畝之三。即七分。又五分分之一。即二分。乙田一畝。又八分畝之四分。即五。又四分分之三。即七分。問併得若干。曰四畝。又三十二分畝之八分。即五分。又二十分之十九分。即九分。法用互乘。先同其大分之母。併得三十二之四十。如法收一畝。餘八分。再用互乘。同其小分之母。併得二十之十九。於是合而併之。為四畝。又三十二分畝之八分。又二十分之十九分也。

田一畝。又八分畝之四分。即五。又四分分之三。即七分。問併得若干。曰四畝。又三十二分畝之八分。即五分。又二十分之十九分。即九分。法用互乘。先同其大分之母。併得三十二之四十。如法收一畝。餘八分。再用互乘。同其小分之母。併得二十之十九。於是合而併之。為四畝。又三十二分畝之八分。又二十分之十九分也。

一法以甲大小分母。相互而併之。併之為二十分畝之十五分四釐。故為釐數。問四之三。乃大分也。以五互之。而變為二十之十五。謂為二十分畝之十五分可也。若五之一。則小分也。以四互之。而變為二十之四。不謂之二十分分之四。而統謂之二十分畝之十五分四釐何也。曰。畝可統分也。故可折而言之。曰二十分畝之十五分。又二十分分之四分。亦可合言之。曰二十分畝之十五分四釐也。以數核之。則見矣。試置一畝。實以二十分。為法除之。得每分五釐。以十五分乘五釐。得七分五釐。又以四釐乘五釐。得二釐。合之。共得七分七釐。與原數符。知不謬也。又以乙大小分母互而併之。

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

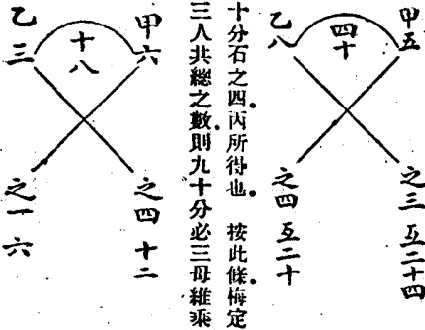
併得三十二分畝之十八分四釐。即一分。於是合而併之。併得六百四十分畝之八百六十分零八釐。收六百四十分為一畝。合原三畝。共四畝。餘二百二十分零八釐。命曰四畝。又六百四十分畝之二百二十分零八釐。缺曰。通分併法。母同併子不同同之。故互可矣。子大於母。照母收。進零為釐。餘數存留。三宗已上。法用截併。先併兩宗。其餘再定。大分帶小。兩母必同。不同同之。互乘可併。併截前。勿離其

通分減法

如有細一匹又五分匹之二用過五分匹之三問存若干...

又如有米一石又九十分石之三十六分甲得六分石之四...

相併收得一石於總米減一石餘九十分石之三十六約之...



若大分母小分而兩母並同者可徑對減如原有田二十九畝...

若大分母同而小分母不同者用互乘以同之乃對減如法...

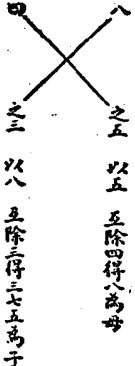
若大小分母俱不同者即各用互乘以同之乃對減如法...

通分乘法

如有田三十六畝六分每畝徵銀三分錢之二...

又如有米八分石之五每斗價銀四分錢之三...

命之曰八分兩之三分七釐五毫...



也何則三十二者八乘四之所得也...

若以分母四自乘得十六為法除之亦得積十八丈蓋橫一丈乘直一丈...

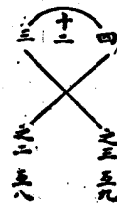
如有田直二丈又五分丈之四，與橫五分丈之三，相乘間積若干。曰一丈六十八尺。法以整二丈用分母五，通為十分加入分子四，得十四分，乃與之三相乘，得四十二為實，以分母五自乘，得四兩，得二十五為法除之，即得一丈六十八尺。蓋通一丈為五分，則積一乘直一得積一者，總為橫五乘直五，得積二十五矣。故以五自乘為法收之，此數數帶零分，與零分相乘，而兩分母同者。

如有田闊二丈又四分丈之三，長三丈又三分丈之二，求積。曰積十丈零八尺。又一百四十四分尺之四十八分。

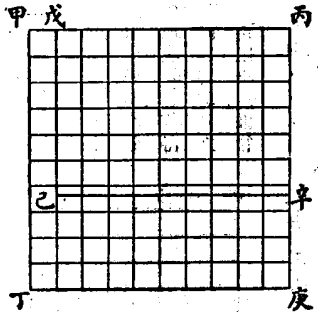
法用互乘

得共母十二之九

以共母十二，通闊二丈為二十四分，加入分子九，共三十三分。又通長三丈為三十六分，加入分子八，共四十四分。相乘得一千四百五十二分，乃以共母十二，自乘得一百四十四分，除之，得一〇〇八。除四八，不盡即定為十丈〇〇八尺。方一尺者，以八寸也。以八寸也。二寸者，以八寸也。無異也。又一百四十四分尺之四十八分，此數數帶零分乘整數帶零分，而兩分母不同者之法也。



如有田直五分丈之三，又帶小分四分之二，何則。以一丈通為五分，每分二尺也。小分四分之二，即一分。身將二尺又通為四分，而得一分。即五寸也。與併法者，六分。所謂小分不同。與橫五分丈之四，又帶小分四分之二，之九尺。相乘間積。曰積五十八尺。五寸。五寸。法以直小分母四通大分母五得二十。化一分作四分也。一分作四分。又通大分子之三得十二。化一分作四分也。三。再入小分子一得十三。共得二十分之十三。為直大小分所變之數。又以橫小分母四通大分母五得二十。又通大分子四得十六。再加入小分子二得十八。共得二十分之十八。為橫大小分所變之數。然後以甲所變之分母二十乘乙所變之分母二十，得四百百分母。又以甲之分子十三，與乙所變之分子十八相乘，得二百三十四分。為子。以母四百除之，得二百三十四分得五十八尺五寸也。或不除而命之為四百百分丈之二百三十四分亦可。以圖釋之。



如有田直五分丈之三，又帶小分四分之二，何則。以一丈通為五分，每分二尺也。小分四分之二，即一分。身將二尺又通為四分，而得一分。即五寸也。與併法者，六分。所謂小分不同。與橫五分丈之四，又帶小分四分之二，之九尺。相乘間積。曰積五十八尺。五寸。五寸。法以直小分母四通大分母五得二十。化一分作四分也。一分作四分。又通大分子之三得十二。化一分作四分也。三。再入小分子一得十三。共得二十分之十三。為直大小分所變之數。又以橫小分母四通大分母五得二十。又通大分子四得十六。再加入小分子二得十八。共得二十分之十八。為橫大小分所變之數。然後以甲所變之分母二十乘乙所變之分母二十，得四百百分母。又以甲之分子十三，與乙所變之分子十八相乘，得二百三十四分。為子。以母四百除之，得二百三十四分得五十八尺五寸也。或不除而命之為四百百分丈之二百三十四分亦可。以圖釋之。

如有田直五分丈之三，又帶小分四分之二，何則。以一丈通為五分，每分二尺也。小分四分之二，即一分。身將二尺又通為四分，而得一分。即五寸也。與併法者，六分。所謂小分不同。與橫五分丈之四，又帶小分四分之二，之九尺。相乘間積。曰積五十八尺。五寸。五寸。法以直小分母四通大分母五得二十。化一分作四分也。一分作四分。又通大分子之三得十二。化一分作四分也。三。再入小分子一得十三。共得二十分之十三。為直大小分所變之數。又以橫小分母四通大分母五得二十。又通大分子四得十六。再加入小分子二得十八。共得二十分之十八。為橫大小分所變之數。然後以甲所變之分母二十乘乙所變之分母二十，得四百百分母。又以甲之分子十三，與乙所變之分子十八相乘，得二百三十四分。為子。以母四百除之，得二百三十四分得五十八尺五寸也。或不除而命之為四百百分丈之二百三十四分亦可。以圖釋之。

自此以下四條，皆大分帶小分者。此則大小分母相同者也。

如有田長四分丈之三，七尺五。又帶小分八之二。與闊五分丈之四。八尺。又帶小分六之三。相乘間積。曰積七十三尺一十二寸半。法以長小分母八，通大分母四，得三十二。又通大分子三，得二十四。再加小分子二，共得二十六。為三十二分之二十六。又以闊小分母六，通大分母五，得三十。又通大分子四，得二十四。再加小分子三，共得二十七。為三十分之二十七。乃以甲所通之分子三十二乘乙所通之分子三十，得九百六十分為母。又以甲所通之分子二十六乘乙所通之分子二十七，得七百〇二分。為子。即可命之為九百六十分丈之七百〇二分。若欲求真數，以母除子，便見七十三尺一十二寸半也。此大小分母俱不同者也。

如有長八分丈之三，七尺五。又帶小分四之一。與闊八分丈之四。五尺。又帶小分六之五。二尺六寸。相乘間積。曰一千五百三十六分丈之三百七十七分。

法做上條。此大分母同，而小分母異者也。

如有長六分丈之四，又帶小分五之一。與闊九分丈之七。又帶小分五之二。相乘間積。曰一千三百五十分丈之七百七十七分。

通分除法

如有每畝納銀五分錢之二。共納過銀二兩四錢四分。問畝數。曰六十一畝。分甲乙二法。甲法以分母五除分子二，得實銀四分。為法以除納過銀數得所求。乙法以分母五通納過銀數得一百二十二分。化為一百二十二分。乃以銀子二除之。得所求。此零分除數法。

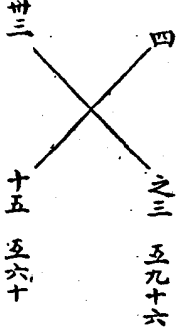
如有每畝納銀一錢。今納過五分兩之四。問畝數。曰八畝。甲法以分母五除子四，得八錢。為實。乃以一錢為法除之。乙法以分母五通一錢，作五釐。一釐化為五分。則以除分子四得八錢。乃四分也。乃八釐五釐。每五釐為一。即八畝也。此數除零分法。

如有米每斗，價銀四分錢之三。今有銀三十二分兩之十五分。問買得米若干。曰六斗二升五合。甲法以母四除子三，得七分五釐。法以母三十二除子十五，得四錢六分八釐七毫五絲。為實。法除實得所求。乙法以分母三十二除子十五，得四錢六分八釐七毫五絲。以分母四通之。而以分子三除之。得所求。按甲法一法一實也。乙法一法一實也。若以分子三除四錢六分八釐七毫五絲，是四法而一實。未幾母四所除而仍為三。則是一法一實也。若以分子三除四錢六分八釐七毫五絲，不相當矣。故以分母四通之。以分子三除之。丙法以子三除子十五，得五。又以母四除母三十二，得八。命之曰八分五之五。以乘法對看便見。為圖明之。

甲乙分母四也。甲己分子三也。甲丙分母八也。甲戊分子五也。以甲乙四乘甲丙八，得丙乙方積

三十二以甲乙四除之得甲丙八還原。○以甲己三乘甲戊五得戊己方積十五以甲己三除之得甲戊五還原故曰與乘對看便見

捷法用互乘代除以實分母三十二互乘法子三得九十六為母又以法分母四互乘實子十五得六十為子命之曰九十六分之六十即八分之五也蓋九十六之比六十與八之比五其比例等前法以法除實其得數為減分之比例以法除實是所難為數此法用互乘其得數為加分之比例似異而實同也試以兩分母四與三十二相乘得一百二十八而後以母四互子十五得六十以母三十二互子三得九十六是將四之三變為一百二十八之九十六將三十二之十五變為一百二十八之六十其兩分母既等則可除去不算獨以其子命之可無疑矣因省兩母互乘故難曉耳其實九十六與六十之比即同於八與五之比試以八約九十六便見是十二箇八又以五約六十便見是十二箇五也



又解見通分乘法第二條○按已上其四法似異而實同者也蓋甲法以七分五益除四錢六分八七五猶之以七十五八分四錢六分八七五而見一人所得為六二五也而丙法八之五亦以八分五而見一人所得為六二五猶法九十六之六十亦以九十六分之六十見一人所得為六二五然則九十六之比六十猶一之比六二五二五下文數此說詳下篇四率中八之比五與七五之比四六八七五並猶一之比六二五也然則九十六之比六十猶八之比五及七五之比四六八七五也至乙法之同甲法前已論之矣○此零分除零分法也

如有田積十八丈^{十八箇方}以直二丈又四分丈之一^{即二丈之二}除之問橫若干 曰八丈

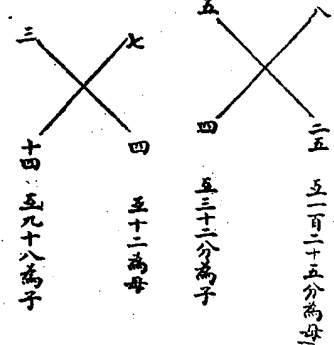
如積八丈又五分丈之二^{即八丈}以橫二丈四尺除之問直曰三丈五尺

如有積五分丈之四^{即八寸}以三丈又八分丈之一^{即三丈一尺}除之問得若干 曰二尺五寸六分

實子四得一六為子乃以母除子得二尺五寸六分此整數帶零分除零分之法也若法除實而數或不盡則亦照第三條用互乘代除之法

如有積四丈又三分丈之二^{即四丈三分}以七分丈之四除之問除得若干 曰八丈又六分丈之一

如有積四丈又三分丈之二^{即四丈三分}共租銀五兩又二十七分兩之一問每畝租銀若干 曰八錢八分八釐



如有積八分丈之七^{即八寸七分}又帶小分五之三^{小分五之三}以橫五分丈之二^{即一丈五分}又帶小分四之一^{即四寸}除之問直若干 曰二丈一尺一寸一分一釐又三百六十分釐之四十約為九分釐之一

如有積八分丈之七^{即八寸七分}又帶小分五之三^{小分五之三}以橫五分丈之二^{即一丈五分}又帶小分四之一^{即四寸}除之問直若干 曰二丈一尺一寸一分一釐又三百六十分釐之四十約為九分釐之一

如有積八分丈之七^{即八寸七分}又帶小分五之三^{小分五之三}以橫五分丈之二^{即一丈五分}又帶小分四之一^{即四寸}除之問直若干 曰二丈一尺一寸一分一釐又三百六十分釐之四十約為九分釐之一

如有積八分丈之七^{即八寸七分}又帶小分五之三^{小分五之三}以橫五分丈之二^{即一丈五分}又帶小分四之一^{即四寸}除之問直若干 曰二丈一尺一寸一分一釐又三百六十分釐之四十約為九分釐之一

如有積八分丈之七^{即八寸七分}又帶小分五之三^{小分五之三}以橫五分丈之二^{即一丈五分}又帶小分四之一^{即四寸}除之問直若干 曰二丈一尺一寸一分一釐又三百六十分釐之四十約為九分釐之一

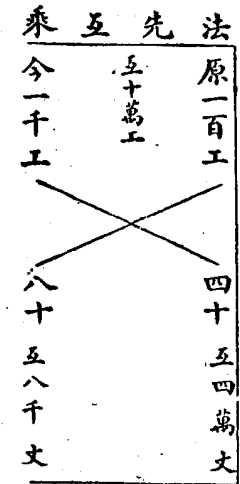
問首率三率並兩比例相乘而次率獨否何也曰銀五錢凡兩見其數既同則可對減省乘也如次率之二兩若必乘五錢則末率之二錢亦必乘五錢然末率止求二錢本數不必與五錢相乘此省則彼亦省也

①如原有鴨八隻換鷄二十隻又鷄三十隻換鴨九十隻又鴨六十隻換羊二隻今有羊五隻問換鷄若干曰二十隻

法以所換羊二乘所換鴨九十得羊一百八十隻再乘所換鷄二十得羊三千六百隻為首率○又以原鴨六十乘原鷄三十得鷄二千八百隻再乘原鴨八得鷄一萬四千四百隻為次率又以今羊五隻為三率求得四率鷄二十隻

法為以原羊三千六百隻比原鷄一萬四千四百隻若今羊五隻比今鷄二十隻也此法乃合三比例成一比例也

一原羊二	原鴨九十	原鷄二十	原羊三千六百
二原鴨六十	原鷄三十	原鴨八	原鷄一萬四千四百
三今羊五	今鴨一百五十	今鷄五十	今羊五
四今鴨一百五十	今鷄五十	今鷄二十	今鷄二十



②如原有工一百開河四十丈二十日工完今有一千工令開河八十丈問幾日可完曰四日

化原一百工開四十丈為十萬工開四萬丈化今一千工開八十丈為十萬工開八千丈乃列四萬丈為首率

二十日為次率

八千丈為三率

法為以四萬丈比二十日若八千丈與四日也求得四日為末率然此亦合兩比例為一比例也

今工一千	原四十丈
原工二十日	原二十日
原工一百	今八十丈
今二日	今四日

③如原有書一百篇六人寫之十日完每篇三百字今有書二百篇八人寫之十二日完問每篇字若干曰二百四十字

原一百篇	原六人	原十日
今二百篇	今八人	今十二日

法用互乘

原六人二百人
原十日二千工
原一百篇
今八人五百人
今十二日六百工

此變原數為二萬篇用一萬二千工寫之亦變今數為二萬篇用九千六百工寫之其數同而用工之多少者用字數少

於是以前一萬二千工為一率
原三百字為二率亦可以二萬篇三百字得六萬字為次
今九千六百工為三率

求得今二百四十字為四率

此乃合三比例為一比例也

原六人	原十日	原一萬二千工
原一百篇	原一百五十字	原三百字
原一百五十字	今八人	今九千六百工
今二百字	今十二日	今二百四十字

解曰先以篇數為比例原一百篇三百字今勻作二百篇則應每篇一百五十字此比例也然人數不同故又以人數為比例原六人寫二百篇每篇一百五十字則今八人寫二百篇每篇應二百字此一正比例也然日數又不同故又以日數為比例原十日寫二百篇每篇二百字今十二日寫二百篇每篇應二百四十字又一正比例也

④如原有麥一萬二千石用車十二輛每輛載三十石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車十六輛每輛載四十石日行六十里問幾日運完曰七十五日

法用互乘

於是以互得四千
六百零八萬里爲
首率以原四十分
爲次率以互得八
千六百四十萬里
爲三率求得七十五日爲四率。
此合四比例爲一比例也。第一次原數。二次原數。三次原數。四次原數。

原二千	十二車	五十三	五石	一百零	八十里	五八千六百
五三六	六萬納	八萬石	六十里	五四千六百	四十萬里	
今三萬	十六車	五十九萬	四石	五七十六	六十里	五四千六百
	二千納	萬八千石	六十里	零八萬里		

原一萬二千石 今十六車 今四石 今六十里
原四十分 原一百日 原七十五日 原五十二日
原三萬石 原十二車 原三十石 原八十里
今一百日 今七十五日 今五十二日 今七十五日

合	今四千六百
之	原四十分
	原八千六百
	原四十萬里
	今七十五日

正比例帶分

如人行路行過五分之二保八十里問總里若干 曰二百里

- 一 二分
- 二 八十里
- 三 五分
- 四 二百里

二分而得八十里則五分之爲二百里可知。
如原米三分石之二賣銀七分兩之五今有米四分石之三問該銀若干 曰五十六分兩之四十五

一 三分石之二
二 七分兩之五
三 四分石之三
四 五十六分兩之四十五

照通分乘法第二條以二率分母七乘三率分母四得二十八爲母又以兩分子五乘三得十五爲子再照通分除法內捷法算之即得

轉比例帶分

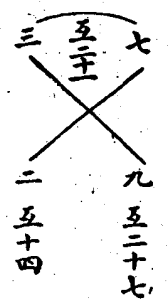
如原有門簾用布一丈二尺其幅寬一尺五寸今作一新簾其布比原布寬七分尺之三問應長若干
曰九尺又三分尺之一

法以原寬一尺五寸用分母七通爲十分半加入分子三得今寬一十三分半爲一率
一 今寬十三分半
二 原長一丈二尺
三 原寬十分零五
四 今長九尺又一百三十五分尺之四十五約之爲三分尺之一

如城守兵一營其糧可支一年又七分之二今法去兵三分之一問可支若干年月 曰一年又七分之二

法先以年分母七通一年爲七分加入分子二共九分爲七分之二又以兵分子一減分母三餘二爲三分之二乃現存兵數因兩分母不同故用互乘以齊

化七分之二爲九爲二十一分之二二十七爲原年數又化三分之二爲二十一爲兵之十四爲今存兵數於是以今存兵十四分爲一率以原年數二十七分爲二率以原兵二十一分爲三率求得四十分半以滿分母二十一收爲一年餘十九分半約之爲七分之二六分半



一 今存兵十四分
二 原年數二十七分
三 原兵二十一分
四 今年數四十分半

按分差分

一 曰二八差分如甲乙二人分物甲衰乙衰八併得十分爲法除物得每分若干乃以甲衰二乘之得甲數若以乙衰八乘之得乙數是也若令甲乙丙三人分之則甲衰二乙衰八丙衰三十二何以知爲二之比八者八之與三十二皆四倍之比例也法以二乘得四而八乘之得三十二此乃通比例也併得四十二分以除物而後以各衰乘之四人則丁衰爲一百二十八與一百二十八也五人以上可推照上法求之

一 曰四六差分甲衰四乙衰六丙衰九丁衰一十三半法做二八差分

一 曰三七差分甲衰三乙衰七若三人則丙難以取衰三餘七不盡則難算也遂變甲衰爲九三個三乙衰爲二十一也丙衰爲四十九○二十一也而七乘之得三十七○二十一也與四十九也故以三乘之得六十三也若四人則又變甲衰爲二十七○三也乙衰爲六十三○三也丙衰爲一

百四十七七個二十一也。又 丁衰為三百四十三。七個四十
按數理精蘊算法原本二卷第十六節謂如有三五兩數欲求相連比例三數法以三自乘得九為甲
數以三乘五得十五為乙數以五自乘得二十五為丙數則九之比十五。九者三個三也。十。若十五之
比二十五皆三與五之比例也。十五者三個五也。二。又或以有上項九十五二十五之三數欲求第四數
法以三乘九得二十七。三乘十五得四十五。三乘二十五得七十五。復以五乘九得四十五。五乘十五
得七十五。五乘二十五得一百二十五。所得六數內四十五七十五皆相重。止用其一。則二十七。九也。
四十五。三十五也。又。七十五。五個十五也。又。一百二十五。五個二十五也。之四數亦皆三五相連比例也。凡欲
求相連比例而歸除不盡者以此法施之。

遞折差分

○如數人分物甲得一千分。乙六百分。丙得三百六十分。丁得二百一十六分。並以十分之六為率。乃六
折差分也。四衰相併得二千一百七十六分。以除總物得每分若干。而以各衰乘之得所求數。其二折
三折四八九等折做此。五折入下條。

加倍減半差分

○加倍者甲衰一乙衰二丙衰四丁衰八並加倍也。併四衰共得十五分。以除總物得每分若干。以各衰
乘之得所求。

如為商三次每次得利比本銀加一倍每次買田二百兩買三次本利恰盡問原本若干

曰一百七十五兩。

法以一為本銀。衰數二為第一次本利共數。四為第二次本利共數。八為第三次本利共數。此入之分
數也。又以一分為第三次買田之率。一個二也。若不買。則在此二百兩。二為第二次買田之率。一個二也。若不買。則
四為第三次買田之率。一個四也。若不買。則在此二百兩。併之得七。以乘每次二百兩。得一千四百兩。此出之
實數也。出而本利俱盡。則入之實數。止此可知。於是以入之分數。八。除之。而得本銀一百七十五兩。

○減半者甲衰八乙衰四丙衰二丁衰一也。併各衰數以除總物。見得數。乃以各衰乘之。如有銀三千一

百六十兩。分與三等。上等二十名。每名得四分。中等二十四名。每名得二分。下等三十名。每名得一
分。問中等每名若干。

法以四為上衰。乘二十名。得八十分。二為中衰。乘二十四名。得四十八分。一為下衰。乘三十名。仍得三
十分。併之共得一百五十八分。以除銀。得每分二十兩。以中衰二乘之。得中等每名四十兩。

遞加遞減差分

○如有金六十兩。分五人。依次遞加五兩分之。問各得若干。曰甲得二兩。乙得七兩。丙得十二兩。

丁得十七兩。戊得二十二兩。
法以五人分六十兩。見一人得十二兩。乃丙中率數加五兩為丁數。再加五兩為戊數。若丙減五兩為
乙數。再減五兩為甲數。蓋凡奇位。如三五七。其中率之數。必為平分之數也。如一二三。其中率二。必為三
平分之數也。三。必為五平分。
○如有銀九百九十六錠。分給八人。自末名已上依次遞加十七錠。問首末二人各該若干。
法以八人除銀數。得每人一百二十四兩五錢。為丁戊二人相和折半之數。乃以遞加率十七折半得
八錠半。加入一百二十四錠半內。即得戊數。知戊數而餘可求。蓋遞加十七得己庚辛。遞減十七得丁
丙乙甲者。看下列圖可明。

甲六十五錠

乙八十二錠

丙九十九錠

丁一百一十六錠

戊一百三十三錠

己一百五十一錠

庚一百六十七錠

辛一百八十四錠

凡偶位其中二率相併折半與首末二率相併折半同。

超位加減差分。已上各款。俱有定

○如為商三次。初次獲利比原本多二倍。二次獲利比初次本利共數多四倍。三次獲利比二次本利共

數多三倍。共計獲本利銀九百兩。問原本銀若干。曰十五兩。

法以一分為原本銀。加二倍。得三分。為初次本利共數。又照三分加四倍。得十五分。為二次

本利共數。如十五兩。○四三加一十二兩。又照十五兩。加三倍。得六十分。為三次本利共數。以除九百兩。得

原本銀十五兩。

互和折半差分。將首末二數。各併折半。即中率也。如一二三。

○如有兵二萬三千八百名。令五營遞減分統。其甲營比戊營多三千三百六十名。問各營兵數。曰甲

六千四百四十名。乙五千六百名。丙四千七百六十名。丁三千九百二十名。戊三千零八

法以五營除兵數。得四千七百六十名。為丙營中率。又以甲多戊三千三百六十名。以四除之。得八百

逢九兩六錢即得緡一匹。緡二匹。則一百二十五匹。乃緡數。倍之為緡數。可知矣。若九兩六錢之比一百二十五匹也。已上三條亦備之。以首尾各率也。

③如四人分銀七百八十五兩。乙得甲十分之七。丙得乙十分之三。丁得乙十分之二。九。問各若干。

法用三分母互乘。得一千六百八十分。為甲錢。取甲十分之七。得一千七百七十六。為乙錢。取乙十分之三。得二百五十二。為丙錢。又取丙十分之二。得一百八十九。為丁錢。件四錢。以除總銀。而以各錢乘之。即得。若各錢比各銀也。

④如五處共輸粟二千石。以田畝之多寡。而多者輸多。少者輸少也。道里之遠近。則運費多。粟價之貴賤。均輸之。甲田一萬三千零六十畝。粟每石價銀二兩。自輸本處。則運費。乙田一萬二千三百一十二畝。粟每石價銀一兩。至輸所二百里。丙田七千一百八十二畝。粟每石價銀一兩。二錢。至輸所一百五十里。丁田一萬三千三百三十八畝。粟每石價銀一兩。七錢。至輸所二百五十里。戊田五千一百三十畝。粟每石價銀一兩。三錢。至輸所一百五十里。每石里車價四錢。請問各該輸若干。

法以甲粟。每石價銀二兩。除除田一萬三千零六十畝。得六千五百三十石。為甲粟。本論田輸粟。假如每畝六十石。即當作一萬三千零六十石者矣。然粟有貴賤不同。則運費亦異。故運二而運一石也。則一畝三千零六十石。又當作一萬三千零六十石者矣。今例運二兩。故運二而運一石也。

⑤如買米八十四石。每石價銀二兩四錢七分。運價一錢三分。今欲抽米。準折運價。問該抽運脚米若干。

法以運脚一錢三分。乘總米得十兩零九錢二分。乃併米價脚價共一兩六錢。為法除之。得脚米數。法為合正價脚價。比正米脚米價。若獨以脚價比脚米也。因首次率皆合數。故附於和數。

⑥如買綉綾二色。綾七尺。羅九尺。兩價相等。但知綾價每尺。比羅每尺。多三十六文。問各價。

法以綾價每尺。比羅每尺。多三十六文。問各價。曰綾每尺一百六十二文。羅每尺一百二十六文。法列四率。

一率 二尺 以綾羅相
二率 三十六文
三率 七尺 乘得二百五十二文

四率 一百二十六文
綾一尺。比羅一尺。多三十六文。則綾七尺。比羅七尺。必其多二百五十二文也。而羅多二尺。則價相等。是二百五十二文。乃羅二尺之價也。故以二尺除之。

⑦如有麥十八石。豆二十二石。兩價相等。如交換五石。則兩邊俱差一兩六錢。豆每石價一兩四錢四分。問每石價。

法以麥每石價一兩七錢六分。豆每石價一兩四錢四分。一率 五石
二率 一兩六錢
三率 麥十八石
四率 五兩七錢六分

一率 五石
二率 一兩六錢
三率 麥十八石
四率 五兩七錢六分

法以相差六兩。折半得三兩。為首率。餘同上條。按此與上條無異。但同歸不同耳。若將此條問語。改云交換一兩則一錢矣。

⑧如三人合本為商。共得利銀四百兩。乙比甲多分十二兩。丙比乙又多分十六兩。問各利若干。

法併十二兩。與二十八兩。共三十八兩。又甲得四十四兩。於總利內減去。餘三百六十兩。三人平分之。得甲一百二十兩。而餘可知。

⑨如甲日行九十五里。乙日行七十五里。今乙先先行八日。問甲幾日追及。

法以 一率 二十里 兩車相 減之

一率 二十里 兩車相 減之

二率 一日
三率 六百五十五里得之

四率 三十日

⑨如一人步行先行三十七里。一人騎馬追至一百五十四里。尚不及二十三里。問追及之里數若干。
曰二百五十三里。

一率 十四里七相減之餘

二率 一百五十四里

三率 二十三里

四率 二百五十三里

步行者先行三十七里。而騎馬者追之。止不及二十三里。是已追過十四里也。追過十四里。必須行一百五十四里。則不及之二十三里。必須行二百五十三里。乃及也。

⑩如一人行路步行則三十日可到騎行則二十日可到。今行二十六日到。問步行騎行日數各若干。
曰步行十八日。騎行八日。

一率 十日二十三

二率 三十日

三率 六日 今行二十六日與六日

四率 十八日 步行

步行比騎行遲十日。而步行為三十日。則步行比騎行遲六日。而步行為十八日可知矣。
或改用

一率 十日

二率 二十日

三率 四日

四率 八日

騎行比步早十日而騎行為二十日。則早四日。而騎行為八日可知。

⑪如上等酒每斤價銀五分。下等酒每斤價銀三分。今二等酒相合一處。共重一百二十斤。每斤價銀三分六釐。問二等酒各若干。
曰上等三十六斤。下等八十四斤。

一率 二分五分三分

二率 一百二十斤

算通 卷一

五一

三率 六釐每斤三分六釐與下

四率 三十六斤上等

每斤三分六釐。比下價多六釐。以一百二十斤乘之。共多七錢二分。此乃上等酒所多價。故以上等每斤多二分除之。而得上酒三十六斤也。

⑫如有布三百一十匹。每匹長四十四尺。但知每匹扣運費二尺。共去二十六匹。復找回錢六百元。問每匹價錢若干。
曰一千二百文。

一率 二十尺

二率 六百元

三率 四十尺

四率 一千二百文

以總布乘運費二尺。得六百二十尺。又以扣去十六匹。乘每匹四十四尺。得六百四十四尺。二數相減。見扣多二十尺。扣多二十尺。而找回錢六百元。則六百元乃二十尺之價。而四十四尺之價。為一千二百文可知矣。

⑬如甲本銀比乙多一倍零八兩。共得利銀二十二兩。甲分十六兩。乙分六兩。問各本。
曰甲三十二兩。乙十二兩。

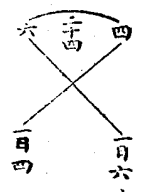
法以乙利六兩。倍之。與甲利十六兩相減。餘四兩。以除所零八兩。見每利一兩。得本銀二兩。以各利乘之得數。

⑭如三股分銀。甲股八人。乙股六人。丙股九人。乙每人所得。如甲每人三分之二。丙每人所得。如乙每人四分之一。乙六人比丙九人。共多三百兩。問每股若干。
曰甲股九百六十兩。乙股四百八十兩。丙股一百八十兩。

法以二分母互乘得十二。為甲每人之錢。三歸而二因之。得八分。為乙每人之錢。又四歸八分。而一因之。得二分。為丙每人之錢。乃以各人數乘各錢數。甲得九十六分。乙得四十八分。丙得十八分。乃以丙十八分。與乙四十八分相減。餘三十分。為法。除多銀三百兩。見每分得十兩。以甲九十六分乘之。得甲股數而餘可也。

⑮如有田一百二十畝。一人日耕四畝。一人日種六畝。欲令同時完工。問耕者該先幾日起工。
曰十日。

法以每日種六畝除一百二十畝。得二十日。又以每日耕四畝。除一百二十日。得三十日。相減得十日。然用除兩次。恐有不盡。變法用五乘。如下圖。



算通 卷一

五三

變一日耕四畝為六日耕二十四畝。變一日耕六畝為四日耕二十四畝。於是四率列之。

一率 二十四畝

二率 二日四日與六日

三率 一百二十畝

四率 十日

以二十四畝言之。耕者當先二日。則以一百二十畝言之。耕者當先十日矣。

和較比例。九章算法。一名貨賤者。一名貨賤相和。

○如有銀四十六兩。買米麥共五十五石。米每石價銀一兩。麥每石價銀八錢。問米麥各若干。曰米三十石。麥二十石。

法以總五十五石乘米價得五十五兩。與原價相減。原價少四兩。石多價二錢。今亦作米算之。則每石之則為多也。又以五十五石乘麥價得四十四兩。與原價相減。而原價多六兩。石少價六錢。今亦作麥算之。則為少也。二數相併得十兩。為一率。五十五石為二率。

一率 十兩

二率 五十五石

三率 多六兩

四率 三十石

五十石俱米。則價五十兩。若俱麥。則價四十兩。是米五十石。較麥五十石。其價多十兩也。價多十兩。而米為五十石。則多六兩。而米為三十石可知矣。

一率 十兩

二率 五十石

三率 少四兩

四率 二十石

又價少十兩。而麥為五十石。則少四兩。而麥為二十石可知矣。

又法以二價相減。餘二錢為一率。以一石為次率。又以五十石。俱用米價乘之。得五十五兩。減原價四十六兩。餘四兩為三率。此四兩。乃以多。米。求得四率。麥二十石。一石。則得四兩。而必為二十石矣。以減總五十五石。除為米數。若五十石。皆作麥價乘之。與原價相減。不足六兩。乃米乘麥價每石損二錢之數。以二價相減。餘二錢除之。則先得米三十石。

○如鴉兔同籠。共足一百。即上籠之共。問鴉兔各足幾何。者。人所共知也。

算通 卷一

五九

法照上條

○如有玉在石中。石正方四寸。自乘得乘積六十四寸。重一百六十兩零八錢。問玉有若干。玉立方一寸重二兩六錢。石立方一寸重一兩五錢者。亦以此為算者所必知也。

法照首條

○如有金器一件。內有銀相參。合共重一百七十兩。問金銀各重若干。此與玉石條同。當求出其積若干。法用一桶盛水。令滿。投金器入內。看溢出水。得立方寸若干。假如得十二寸。即為金銀共積。又金立方一寸重十六兩八錢。銀立方一寸重九兩。當知

○如有金三百兩。係九六成色。今用九九成色。及九一成色。二等金與換。問各用金若干。曰九九成金一百八十七兩五錢。九一成金一百一十二兩五錢。

法以九六成乘三百兩。得二百八十八兩。為十成金數。三百兩。九六成也。如首條之五十五石。二百八十八兩。十成金也。如首條之四十六兩。以九六成易十成金。如首條之。乃照首條又法。以三百兩俱用九九成乘之。得十成金二百九十七兩。與原金二百八十八兩相減。餘九兩為實。又以二色相減。餘八錢為法。法除實。得九一成金一百一十二兩五錢。於三百兩內減之。餘為九九成金數。

○如有甲有金一兩。可準銀十二兩。乙有金一兩。可準銀八兩。今欲鎔為一處。令金一兩。可準銀九兩。問每金一兩。甲出若干。乙出若干。曰甲出二錢五分。乙出七錢五分。

法以九兩為中數。如首條之。與十兩相較。少三兩。與八兩相較。多一兩。併多少二數。得四兩。為一率。金一兩為二率。

一率 四兩

二率 一兩

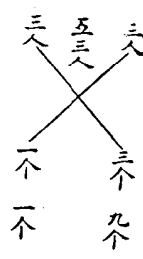
三率 少三兩

四率 七錢五分

準少四兩。而乙為一兩。則準少三兩。而乙必為七錢五分矣。已上皆貴賤差分法。

○如僧一百人。給優頭一百個。大僧一人給三個。小僧三人給一個。問大小僧各若干。曰大僧二十五人。小僧七十五人。

法用互乘
變大僧一人三個為三人九個。小僧三人仍得一個。又以分母三
通原一百個。為三百個。於是百人俱作大僧。乘九個。得九百個。
與原三百個相減。原數少六百個。又以百人作小僧。乘一個。得一



百個與原三百個相減原數多二百個合多少共八百個乃以八百個為首率一百人為二率蓋大僧比小僧多八百個而大僧為一百人則多二百個而大僧之為二十五人可知又小僧比大僧少八百個而小僧為一百人則少六百個而小僧為七十五人可知也。

一率 八百個
二率 一百人

三率 二百人 六百個

四率 二十五人 七十五人

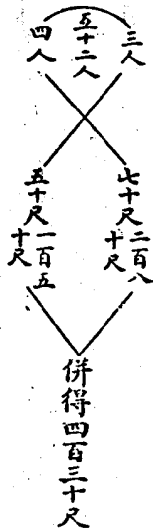
又法亦用互乘乘畢以一個九個相減餘八個為一率以三人為次率又以原共百人乘大僧每人三個得三百個以原共百個乘大僧一人如故與三百個相減餘二百個為三率求得四率小僧七十五人何者小僧三人共得一個今互乘而得九個是較互乘九個而浮八個也浮八個為三人則浮二百個必為七十五人矣。

若先求大僧則以一人為次率以原共一百人乘小僧每人一個仍得一百個以原共百個乘大僧三人得三百個與相乘仍得之一百個相減餘二百個為三率蓋大僧一人得三個今互乘而得一個是較互乘之九個而缺八個也缺八個為九人則缺二百個必為二十五人矣。

如有大小船桅共五十七如百。槳共二百零四如百。但知大船每隻三桅六槳。小船每隻一桅八槳。問大小船數。曰大船十四隻。小船十五於大船減五十七內減大船槳四十二。餘十五。即小船十五。

已上二條名貴賤相和。已下各條。與其不同。以其皆於和中求較。而乘比例。故以類相從。繁之於末。

如有兵三千四百七十四名。每人賞衣絹七十尺。每四人給褲絹五十尺。問總給絹若干。曰十二萬四千四百八十五尺。



法用互乘。
次列四率。
一率 十二人三五互四
二率 四百三十尺
三率 三千四百七十四名
四率 十二萬四千四百八十五尺

如買人飯肉共一百碗。但知二人共飯一碗。三人共肉一碗。問人數。及二項碗數。曰一百二十人。飯六十碗。肉四十碗。

算通 卷一

五九

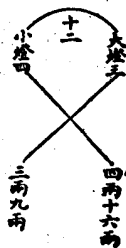
法用互乘。
次用四率。
一率 五碗
二率 六人
三率 一百碗
四率 一百二十人

得人數一百二十人為實。以二人除之得飯碗數。以三人除之得肉碗數。

如買人茶飯酒共一千三百三十八碗。但知三人共茶一碗。五人共酒三碗。七人共飯六碗。問人數。及各項碗數。
法用維乘。餘同上法。

如大燈三盞。共用油四兩。小燈四盞。共用油三兩。其大燈居二分。小燈居三分。問大小燈各若干。曰大燈一百二十盞。小燈一百八十盞。
法用互乘

變大燈三盞用油四兩。為大燈十二盞用油十六兩。以大燈二分乘之得三十二兩。變小燈四盞用油三兩。為小燈十二盞用油九兩。以小燈三分乘之得二十七兩。併二數共五十九兩。



一率 油五十九兩
二率 大燈二十四盞
三率 油二百九十五兩
四率 友燈一百二十盞

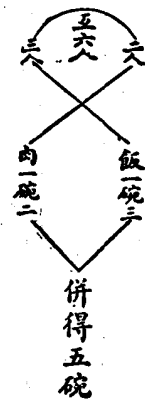
油五十九兩。而大燈為二十四盞。則油二百九十五兩。而大燈為一百二十盞可知矣。若次率用小燈三十六盞。則四率得小燈數。

如銀二十五兩。買銅鐵。其重相等。鐵三斤。價銀四錢。銅二斤。價銀五錢。問各斤數。曰各六十六斤。

法用互乘。
次列四率。

算通 卷一

六一



- 一率 二兩三錢
- 二率 六斤
- 三率 二十五兩三錢
- 四率 六十六斤

如有米九百石令二處照價賤納之其所納之銀相等甲處米價每石五錢乙處每石七錢問各米數及其價。曰甲納五百二十三石乙納三百七十五石價各二百六十二兩五錢。

法用互乘。

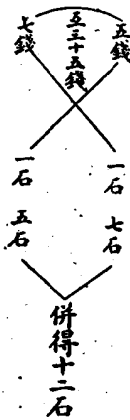
次用四率。

一率 十二石 十二石 十二石

二率 五石 七石 三兩五錢

三率 九百石 九百石 九百石

四率 二百七十五石 乙數 五百二十五石 甲數 二百六十二兩五錢



如空車日行九十里重車日行六十里今載米至倉往返。返乃空。十日間距倉路遠若干。曰倉遠三百六十里。

法用互乘。

次用四率。

一率 一百五十日

二率 五千四百里

三率 十日

四率 三百六十里



此六日往。重車日行六十里。六日。四日返也。空車日行九十里。六日。共行三百六十里也。

如重車日行五十里輕車日行七十五里今載米至倉五十日往返三次問距倉里數。曰五十里。

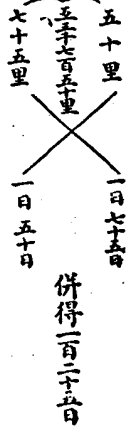
法用互乘。

次用四率。

一率 一百二十五日

二率 三千七百五十里

三率 五日



- 四率 一日五十里
- 一率 三次
- 二率 一百五十里
- 三率 一次
- 四率 五十里

設購

○如有分銀不知人數與銀數只云每人分五兩則適足每人分六兩則少四兩問人數及銀數。曰四。銀二十兩。

法以分率五兩六兩相減除一兩為總法。

若先求人數則以所少四兩為人實以總法除人實得所求蓋每人多取一兩四人共多取四兩故銀不足四兩則因不足四兩即知多取者為四人也。

若先求銀數則以分五兩互乘少四兩得二十兩為物實以總法除物實得所求。

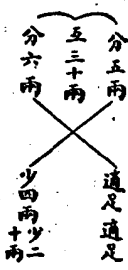
此變四人分銀二十兩每人得六兩而少四兩為四人分銀一百兩每人得三十兩而少二十兩亦當五之。為一百兩矣。變四人分銀二十兩每人得五兩而適足為四人分銀一百二十兩每人得三十兩而適足也。兩亦當六之為一百二十四兩矣。夫一百兩者五個原銀二十兩也一百二十兩者六個原銀十兩也六個原銀而適足五個原銀則不足二十兩是此不足之二十兩乃少一個原銀之數也故以五減六如以五個原銀與六個原銀相減除一個原銀為法以除二十兩而得銀數也。

此一兩一適足者一盈一適足者做此。

○若前問改云出銀買物每人出五兩則適足每人出六兩則多四兩算法亦與上條無異但彼云不足四兩此云多四兩為異耳蓋彼乃分銀分少而總銀適足者分多則總銀必虧此乃出銀出少而適合乎物價者出多則必浮於物價故問語不能無異也。

○又如人分銀只云每人八兩則少二兩每人九兩則少六兩問人數銀數。曰四。銀三十兩。

法以八兩九兩相減除一兩為總法若先求人數則以少二兩六兩相減除四



八兩 少二兩八兩

五十三兩 少六兩四兩

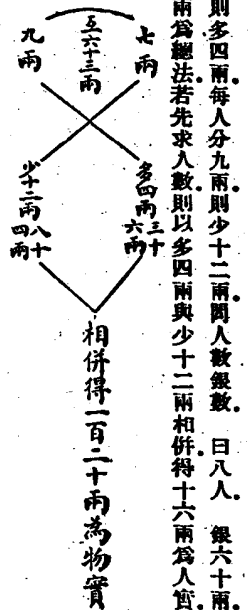
九兩 相減除三十兩為物實



兩為入實。法除實得四人。每人分少一兩。而後則止少二兩。若每人分多一兩。則必四兩非四人乎。若先求銀數則用互乘。

總法除物實得總銀三十兩。蓋原數三十兩。每人分八兩少二兩。今用九互之。乃九個原銀三十兩。九個分八兩。九個少二兩也。又原數三十兩。每人分九兩少六兩。今用八互之。乃八個原銀三十兩。八個分九兩。八個少六兩也。夫九個三十兩。而少十兩。八個三十兩。則少四十八兩。相減餘三十兩。則此三十兩。乃九個八個相減餘一個之數可知也。此兩病者。兩盈做此。

如人分銀。只云每人分七兩。則多四兩。每人分九兩。則少十二兩。問人數銀數。曰八人。銀六十兩。法以七兩與九兩相減。餘二兩為總法。若先求人數。則以多四兩與少十二兩相併。得十六兩為入實。法除實得八人。蓋每人多取二兩。則八人必多十六兩。故可因十六兩而知八人也。若先求銀數則用法互乘。



總法除物實得銀數。蓋原銀六十兩。每人分七兩多四兩。今以九互之。乃九個原銀六十兩。九個分七兩。九個多四兩。變原數為原銀五百四十兩。每人分六十三兩。多三十六兩也。又原銀六十兩。每人分九兩。少十二兩。今以七互之。乃七個原銀六十兩。七個分九兩。七個少十二兩。變原數為原銀四百二十兩。每人分六十三兩。少八十四兩也。夫九個原銀。則多三十六。七個原銀。則少八十四。是少二個原銀。而差一百二十兩也。二個原銀為一百二十則。一個原銀之為六十兩矣。一法先求適足。併多四少十二。共十六。為一率。分七兩九兩相減。餘二為次率。多四兩為三率。求得四率五錢。與所分七兩相加。則適足。蓋八人。每人分七兩。而多四兩。因每人分少五錢也。今每人分多五錢。八人共多四兩。總銀適盡無餘矣。

法為十六兩之比。二兩若四兩之比五錢也。蓋每人分少二兩。而差十六兩。則每人分少五錢。不差四兩。可以少例差。亦可以差例少也。於是以前以五錢除四兩。得八。即為八人。此一盈一虧者。

如乘人乘船渡河。此條之人。即上條之人。即上條之人。每一船載十三人。前上條之每人。則餘十二人。上條之多。每一船載十八人。則餘一人。問人數船數。法同上條之下條。此條如下。

如有銀買馬。但云每匹十五兩。則銀多二十兩。每匹二十兩。則適足。問馬數銀數。法同上條。此條如下。

如計日登程。謂以日分路程。蓋以十二日分。只云每日行五十五里。則離所欲至之地差六十里。每日行六十里。則適足。問日數及路程各若干。

如有直田一段。欲截一頭作園。得銀若干兩也。若欲截。亦有所截之銀若干步在內。如截人分銀。亦有所截之銀若干。只云截長十步。不足三十步。截長十二步。適足。問截積。及原園。各若干。已上名單法。已下名雙套法。即盈虧之通分也。

如有入分銀。只云每四人分銀三兩。則盈三兩六錢。每六人分銀九兩。則虧五兩四錢。問人數及銀數。曰十二人。銀十二兩。用法互乘。



此總法。四人分三兩。為二十。九兩。為二十四人分三十六兩也。蓋單法以兩分率相減。餘為總法。然兩分率皆一人之所得。此則三兩為四人之所分。九兩為六人之所分。參差不齊。故互之。使之皆為二十四人。二十四人分十八兩。無異於四人分三兩。即無異於一人分七錢五分。四人分三兩。每兩得七錢五分。二十四人分三十六兩。無異於六人分九兩。即無異於一人分一兩五錢。六人分九兩。每兩得一兩五錢。可照單法算之也。

若先求人數。則併盈虧共九兩。以二十四人乘之。得二百一十六。為人實。總法除入實。得十二人。單法分七錢五分。與每人分一兩五錢相減。餘七錢五分。為原銀。以除入實九兩。得十二人。此則將一。既得人數。則以四入除之。得三人。以乘分三兩。得九兩。加盈三兩六錢。即得銀數十二兩六錢。若先求銀數。又再互之。



總法除物實得銀十二兩六錢。此變原銀十二兩六錢。四人分三兩。盈三兩六錢。為原銀四百五十三兩六錢。三十六個十二。二十四人分六兩。四十八兩。盈三十二兩。以除原銀。得五十二人。分三兩。盈三十二兩。則原銀。以此法算也。盈一百二十九

如人云我比弟長二年父年倍我又多兩歲伯父兼我三人歲數再加四年整百歲問各歲數 曰弟二十二歲 本人二十四歲 父五十歲 伯父九十六歲

法借一錢為其弟歲數借一錢零二年為本人歲數倍之得二錢零四年再加二年得二錢零六年為其父歲數併三人得四錢零八年為其伯父歲數即以四錢零八年併再加之四年共十二年與百歲相減餘八十八年為二率其第一錢為三率求得四率二十二即其弟歲數而餘可知

如漏壺一具上有漏為注水凡十二時而滿下有一孔通天地洩水凡十八時而盡若上注下洩何時可得水滿 曰三十六時

法以十二時乘十八時得二百一十六時以十八乘之乃二百一十六時乘十八次也 十為次率以十二時與十八時相減餘六時為首率十二次 餘餘六次是二百一十六時乘六次也 一次為三率求得四率三十六時 謂六次為二百一十六時可知矣

又如漏壺一座注水於內下有三孔大孔流水二時而盡中孔流水三時而盡小孔流水六時而盡若三孔齊開問幾時而盡 曰一時

法以大孔二時乘中孔三時得六時又以小孔六時乘之得三十六時為實以大孔二時除實得盡十八次以中孔三時除實得盡十二次以小孔六時除實得盡六次併之共盡三十六次即當三十六壺

如人行一百二十里未盡以行過路六分之一與餘路三分之一相加即是未盡里數問里數若干 曰二十四里

法以三分為未行里數之數以十二分為行過里數之數未行里數三分今取三分之一即行過六分之一已行一分可抵未行二分則已併得十五錢為一率以一百二十里為二率未盡里數三分為三率求得四率二十四里

如井深至底二丈六尺井上繩之一不知水深若干照照數但云自水面向上繩上繩行取三分之一從水面往下餘繩取四分之一相併便是水深問深若干 法做上條

如人問此時是何時刻答曰自子正到此時時刻折半與自此時到午正三分之一相加便是此時時刻問畢竟是何時刻 曰寅正三刻三分

法借二錢為子正到此時數折半者二分之一也故以又借三錢為此時到午正錢數併之得五錢為子正到午正之數為一率刻子正到午正得四十八刻以每刻十五分乘之得七百二十分為二率以子正到此時二錢為三率求得四率二百八十八分以每時一百二十分收之得二時餘四十四分又以每刻十五分收之得三刻零三分合之為二時三刻三分乃自子正到此時刻數即寅正三刻三分

如有羊一羣不知數但云取三分率之一送人又取四分率之一買銀尚餘一千隻問原數 曰二千四百隻

法以兩分母相乘得十二為總率以三除總率十二得四又四除總率十二得三一分之合之得七於總率內減去餘五錢為一率餘一千隻為二率十二錢為三率求得原數二千四百隻

此問若改云將送人之餘取四分之一買銀尚餘一千隻則於總率十二內減三分一餘八又將八為所餘羊錢內減四分之一餘六即以六為一率所餘一千為二率總率十三為三率求得四率二千五百

如有田七百四十二畝分種稻麥麻三者麥得稻十分之七麻得麥五分之三問各若干 曰稻三百五十畝 麥二百四十五畝 麻一百四十七畝

法用互乘以分母五十分得五十分又以分母五十分得三十五分是變麥得稻十之七為五十分之三十五分也即以五十分為稻錢數又以麥錢三十五分五歸而三因之得二十一為麻錢數乃分母五乘子之七所得以五乘七而又以五歸之不知不乘不除之為誤也 合三錢共得一百零六錢為一率以總田七百四十二畝為二率稻錢五十分為三率求得四率三百五十畝為稻田數若以麥錢三十五為三率即得麥田數

按此條理數精總法以分母十乘分子七得七十又乘分母五得三百五十五又乘分子三得一千零五十為種稻錢數今以一千零五十分為稻錢 蓋總法以五十分為稻錢 十歸而七因之得七百三十五為麥錢又將麥錢五歸而三因之得四百四十一為麻錢併三者得二千二百二十六為一率 亦此法以一千零六為一率是以二千二百二十六為一以總田七百四十二畝為二率以稻錢一千零五十分為三率求得稻田三百五十畝

如遠望一塔中有林木遮去三分之一塔高二十四丈下下露五分之一塔高四丈八尺上露三丈二尺請問塔高 曰二十四丈

法用兩分母三五相乘得十五為總錢置總錢三歸而二因之得十錢為林木遮去錢數又置總錢五歸而一因之得三錢為下露錢數併十錢三錢共十三錢於總錢十五內減去餘二錢為上露三丈二尺之錢即以二為一率三丈二尺為一率總錢十五為三率求得四率二十四丈

如木匠瓦匠小工三人分工價瓦匠得木匠五分之二小工得木匠四分之一瓦匠比小工多一兩二錢問各若干 曰木匠八兩 瓦匠三兩二錢 小工二兩

以分母五互分子一得五。爲小工錢數。... 又將瓦匠錢八。與小工錢五。相減餘三。爲一率。

如銀初次。減原數三分之一。二次。減原數四分之一。三次。減原數五分之一。四次。減原數六分之一。

法以各分母相乘。得三百六十。爲總數。... 此數以三分之一計之。得一百二十。

以四分之三計之。得九十。以五分之三計之。得七十二。以六分之三計之。得六十。

而盡者。如三十六。皆可用爲總數。... 以六十言之。三分之一得二十。四分之一得十五。五分之一得十。

以原數爲言。故算法如此。詳第九條。

如問老人歲數。曰以現年加三分之一。減四分之一。得一百三十六歲。問若干歲。曰九十六歲。

法以兩分母相乘。得十二。爲總數。加八。三分之八。減三。之得三。餘十七。爲一率。一百三十六歲。爲三率。十二。爲三率。求得四率九十六歲。

如有一數。取二分之一。三分之一。四分之一。五分之一。六分之一。併之得五百二十二。問原數若干。

法做上第十三條。如馬一羣。但云加一倍。又加二分之一。又加三分之一。又加四分之一。又加一匹。併原數。共一百一十二匹。問原數。曰三十六匹。

法借十二爲總數。此數加一倍。得二十四。又加二分之一。爲六。又加三分之一。爲四。又加四分之一。爲三。共得三十七。爲一率。共數一百一十二。減一匹。餘一百一十一。爲三率。十二。爲三率。求得四率三十六匹。

如爲商三次。初次得利。比本爲三分之一。將利加入本銀。第二次得利。比本爲四分之一。又將利加入本銀。第三次得利。比本爲五分之一。三次本利共一千四百兩。問原本若干。曰三百兩。

法借六十爲本銀。取數取其三分之一。得四十。與六十相加。得一百。又將一百。取其四分之一。得七十五。與一百相加。得一百七十五。又將一百七十五。取其五分之一。得三百零五。加一百七十五。得四百八十兩。爲一率。一千四百兩。爲二率。六十。爲三率。求得四率三百兩。

已上各條所借之數。止借一次。已下各條則借二次。名曰疊借互數。

如有銀一百兩。命甲乙丙三人分之。甲比乙多一倍。乙比丙多二倍。問各得若干。曰甲六十兩。乙三十兩。丙十兩。

法借十二兩爲甲。六兩爲乙。六兩爲丙。甲比乙多一倍。乙比丙多二倍。以與原銀一百兩相較。不足八十兩。命之曰借十二兩。不足八十兩。於右再借三十六兩。爲甲。十八兩。爲乙。六兩。爲丙。併得六十兩。與原銀一百兩相較。仍不足四十兩。命之曰借三十六兩。不足四十兩。於左。做盈胸章。

兩不足之法算之。於是以前不足數相較。如甲不足一有。餘四十兩。爲一率。兩借數相減。餘二十四兩。爲二率。不足八十兩。爲三率。求得四率四十八兩。加借十二兩。若若盈則用減。得甲數三率。求得四率二十兩。亦合。

四 四十八兩

蓋初借十二兩而差八十兩。後多借二十四兩。而差四十兩。是少差四十兩。由於多借二十四兩。則欲不差此八十兩。必須再借四十八兩。乃可也。初借十二兩。不及。此四率之理也。又八十兩。差數。四十兩。差數之較也。較。四十八兩。借數也。故統爲借數。故統爲借數。按此法。止須借十二兩。爲一率。類也。故以差數之較四十。比借數之較四十八。若差數八十。比借數四十八也。按此法。止須借十二兩。爲首率。二十四。爲次率。亦可以一百兩爲三率。求得四率。六十兩。蓋甲貸二十四。之其十二。丙共四十四。三八共一百。而甲爲六十可知也。

又法用互乘。書左右後。即互乘。如下圖。

十二兩 少八十兩 二千八百八十兩

三十六兩 少四十兩 四百八十兩

以原少八十少四十。相減餘四十。爲首率。以互乘減餘二千四百。爲次率。以甲一人爲三率。

一 四十兩

二 二千四百兩

三 一人

四 六十兩

求得四率六十兩。即甲數。所以然者。此與盈胸章先求銀數法同。蓋彼第三條所云。每人分八兩。少二兩。每人分九兩。少六兩。即此條之甲借十二。而少八十。甲借三十六。而少四十也。彼以九互二。爲九倍。

原銀而少十八又以八五六為八倍原銀而少四十八即此條以三十六五八十為三十六倍原銀而少二千八百八十又以十二五四十為十二倍原銀而少四百八十也彼以少十八少四十八相減餘三十為九倍與八倍相減餘一個原銀之數即此條以少二千八百八十少四百四十相減餘二千四百為三十六倍與十二倍相減餘二十四個原銀之數也又甲銀六十兩較原銀一百兩為四十分之二十四分若以較二千四百兩則為四十分之一分每分得六十兩也蓋二千四百乃二十四個一百以一百分四十分乃小四十分以二千四百分四十分乃大四十分大四十分為小四十分之二十四倍則大四十分中一分必為小四十分中一分之二十四倍故六十兩在小四十分中為二十四分而在大四十分中為一分法為四十分而得二千四百若一分之得六十也

如有香爐二座不知其重但知爐蓋一個重一百五十斤如以蓋加甲爐則重於乙爐三倍若以加乙爐則與甲爐等重問二爐各重若干 曰甲爐三百斤 乙爐一百五十斤

法先借三十斤為甲爐蓋加蓋一百五十斤共一百八十斤內取三分之一得六十斤為乙爐蓋蓋比乙爐重二倍故以乙爐蓋六十斤加蓋一百五十斤共二百一十斤與甲蓋三十斤相較甲蓋少六十斤為乙爐蓋也 命曰借三十斤少一百八十斤書於右再借九十斤為甲爐蓋加蓋一百五十斤共二百四十斤內取三分之一得八十斤為乙爐蓋以乙爐蓋加蓋一百五十斤共二百三十斤與甲蓋九十斤相較甲蓋少一百四十斤命之曰甲借九十斤少一百四十斤書於左做盈虧法不足法算之三十相減餘六十斤少一百四十相減餘四十斤 以兩少數相減餘四十斤為一率兩借數相減餘六十斤為二率少一百八十斤為三率求得四率二百七十斤加借三十斤得重三百斤為甲爐蓋蓋初借三十斤而差一百八十斤後多借六十斤則少差四十斤夫少差四十斤必須多借六十斤則欲不差此一百八十斤必須添借二百七十斤乃可也

三十斤 少一百八十斤 $\frac{一萬六千}{三萬斤}$
 九十斤 少一百四十斤 $\frac{四萬二千}{三萬斤}$ 相減餘一萬二千斤

以原少一百八十斤與少一百四十斤相減餘四十斤為一率以互乘減餘一萬二千斤為二率以甲爐一為三率徑求得四率三百斤為甲爐蓋蓋右借數互左少乃加三十倍也左借數互右少乃加九十倍也三十九相減餘六十倍則互乘減餘之一萬二千斤乃六十個總差數也一個總差數乃二百斤也問此差何以加為二百斤曰此條之總差上原銀也上原銀二十四原銀四十四二十四而甲爐蓋為六十則四十四為一百矣此條甲爐蓋六十總差四十四六十為三十九則四十四為一百八十矣必重三百斤以較總差數二百斤為四十分之六十分須得借二百七十斤蓋一百八十之共二百七十亦如四

之與六十也則二百斤之共三百若以較一萬二千斤則為四十分之一得一萬二千斤以四十分之原銀不知四十分之與六十斤若以較一萬二千斤則為四十分之一得一萬二千斤以四十分之原銀六十個總差數分為四十分乃小四十分六十個總差數分為四十分乃大四十分即小四十分之六十倍則大四十分之一分即小四十分之六十可知也故四十分一率而為一萬二千斤二率若一分三率之為三百斤四率也

如甲乙二爐不知其重但云取乙爐八十斤入甲則乙所餘得甲鐘四分之一若取甲爐八十斤入乙則甲所餘得乙鐘三分之一問各重 曰甲爐二百四十斤 乙爐一百六十斤

法先借一百二十斤為甲蓋加乙所入八十斤共重二百斤四分之得五十斤每斤加八十斤得一百三十斤為乙蓋若取甲八十斤入乙則乙得二百一十斤而甲止餘四十斤加一半二十斤得六十斤為乙鐘數若取甲八十斤入乙則乙得二百一十斤而甲止餘四十斤加一半二十斤得六十斤而與乙鐘二百一十斤相較則少一百五十斤命之曰借三十斤少一百五十斤書於右再借三百六十斤為甲蓋加乙所入八十斤得四百四十斤此條四分之得一百一十斤加八十斤得一百九十斤為乙蓋若取甲八十斤入乙則乙得二百七十斤而甲止餘二百八十斤加一半一百四十斤得四百二十斤為乙鐘數而與乙鐘二百七十斤相較則多一百五十斤命之曰借三百六十斤多一百五十斤書於左用一盈一虧法算之於是以一多一少兩數相加得三百斤為一率兩借數相減餘二百四十斤為二率少一百五十斤為三率求得四率一百二十斤加借一百二十斤共二百四十斤為甲鐘若以多一百五十斤為三率求得四率一百一十三斤

二 二百四十斤
 三 少一百五十斤
 四 一百二十斤
 法為以兩差之較三百比兩借之較二百四十若差數一百五十比借數一百二十也
 又法用互乘

一百二十斤 少一百五十斤 $\frac{五萬四}{三萬斤}$
 三百六十斤 少一百五十斤 $\frac{一萬八}{三萬斤}$ 併得七萬二千斤
 以原少一百五十斤原多一百五十斤併得三百斤為首率以互乘所併七萬二千斤為次率甲鐘一為三率得四率二百四十斤為甲鐘數
 一 三百斤
 二 七萬二千斤

三 一
四 二百四十斤

蓋右借數互左多數，乃加一百二十倍也。左借數互右小數，乃加三百六十倍也。相減餘二百四十倍，則互乘所併七萬二千斤，即二百四十倍總差數也。一個總數三百斤，二百四十倍，則甲重二百四十斤，較總差數三百斤為百分之二百四十分。若較二百四十個總差七萬二千斤，則為百分之二分。以三分七萬二千斤，故三分而為七萬二千斤，若一分之為二百四十斤也。

○如有羊三羣，丙羣四百隻，此與十九條所問同。丙四百隻，乙羣為甲丙兩羣二分之一，如以益加甲，則甲羣為乙丙兩羣三分之一，如以益加乙，則甲乙各羊若干。曰乙三百二十隻，甲二百四十隻。

○如有田一百畝，令甲乙二人分耕。若以甲田三分之一與乙，以乙田五分之一與甲，則各得田五十畝。問各田若干。曰甲田六十四畝二分八釐零，乙田三十五畝七分一釐零。

法先借三十畝為甲，而以七十畝為乙。甲取十畝，與乙。乙取十四畝，與甲。則甲止得田三十四畝，與各得五十畝相較，則少十六畝。命之曰甲借三十畝，少十六畝。

書於右，再借六十畝為甲，而以四十畝為乙。甲取二十畝，與乙。乙取八畝，與甲。則甲得田四十八畝，與各得五十畝相較，少二畝。命之曰甲借六十畝，少二畝。書於左，餘法同。止錄四率。

一 十四畝
二 三十畝
三 十六畝
四 三十五畝

一 十四畝
二 九百畝
三 一人
四 六十四畝

○如甲丙丁三人，共銀二百一十兩，只云甲與丙四分之二，丁與甲二分之一，丙與丁三分之一，則每人各得七十兩。問各人銀數。曰甲四十兩，丁八十兩，丙九十兩。

法先借十兩為甲，此數減四分之一，二兩五錢。餘七兩五錢，與各得七十兩相較，差六十二兩五錢。為丁銀二分之一，加一倍得一百二十五兩，為丁銀數。甲除與丙外，所存止七兩五錢。加六十二兩五錢，乃成七十兩。是所加之六十二兩五錢，即為丁銀數。甲除與丙外，所存止七兩五錢。加六十二兩五錢，乃丁所剩二分之一，故得丁全銀也。又併甲銀十兩，丁銀一百二十五兩，共一百三十五兩。與總銀二百一十兩相減，餘七十五兩，為丙銀。於丙銀減三分之一，二十五兩，餘五十兩，加甲所與四分之二，二兩五錢，共得五十

兩五錢。此數與各得七十兩相較，則少十七兩五錢。命之曰甲借十兩，少一十七兩五錢。書於右，再借二十八兩為甲，此數減四分之一，七兩。餘二十一兩，與各得七十兩相較，差四十九兩。為丁銀二分之一，加一倍得九十八兩，為丁銀數。又併甲丁兩銀得一百二十六兩，與總銀二百一十兩相較，餘八十四兩，為丙銀。又於丙銀內減三分之一，二十八兩，餘五十六兩，加甲所與四分之二，二兩五錢，共得六十三兩。此數與各得七十兩相較，則少七兩。命之曰甲借二十八兩，少七兩。書於左，餘法同。止錄四率。

一 十兩五錢
二 十八兩
三 十七兩五錢
四 三十兩

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

此盈借三色法也。借衰時，加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一，六十二兩五錢。加丙衰三分之一，一十五兩。得八十七兩五錢。與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差，其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

二兩五錢。此數與各得七十兩相較，則少十七兩五錢。命之曰甲借十兩，少一十七兩五錢。書於右，再借二十八兩為甲衰，此數減四分之一，七兩。餘二十一兩，與各得七十兩相較，差四十九兩。為丁銀二分之一，加一倍得九十八兩，為丁銀數。又併甲丁兩銀得一百二十六兩，與總銀二百一十兩相較，餘八十四兩，為丙銀。又於丙銀內減三分之一，二十八兩，餘五十六兩，加甲所與四分之二，二兩五錢，共得六十三兩。此數與各得七十兩相較，則少七兩。命之曰甲借二十八兩，少七兩。書於左，餘法同。止錄四率。

一 十兩五錢
二 十八兩
三 十七兩五錢
四 三十兩

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

此盈借三色法也。借衰時，加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一，六十二兩五錢。加丙衰三分之一，一十五兩。得八十七兩五錢。與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差，其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

此盈借三色法也。借衰時，加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一，六十二兩五錢。加丙衰三分之一，一十五兩。得八十七兩五錢。與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差，其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

此盈借三色法也。借衰時，加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一，六十二兩五錢。加丙衰三分之一，一十五兩。得八十七兩五錢。與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差，其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

此盈借三色法也。借衰時，加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一，六十二兩五錢。加丙衰三分之一，一十五兩。得八十七兩五錢。與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差，其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

法以五分為大船每人銀數，四分為小船每人銀數。以五分與大船八人相乘，得四十分。為大船八人共銀。以四分與小船五人相乘，得二十分。為小船五人共銀。相併得共銀六十分。乃將出六十分少七兩，書於右。又將五分與大船六人相乘，得三十分。為大船六人共銀。以四分與小船八人相乘，得三十二分。為小船八人共銀。併得共銀六十二分。乃將出六十二分少三兩，書於左。用盈虧本法算之。以六十分與六十二分相減，餘二分。為法。以兩少數相減，餘四兩。為實。法除實得二兩。為每分之銀數。以六十分乘之，得一百二十兩。加少七兩，得一百二十七兩。為僱夫之總銀數。又以每分二兩，與大船每人銀數五分相乘，得十兩。為大船每人所出銀數。以每分二兩，與小船每人銀數四分相乘，得八兩。

此盈借三色法也。借衰時，加減甚繁。然條理分明。自能了然。如前借甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減二分之一，六十二兩五錢。加丙衰三分之一，一十五兩。得八十七兩五錢。與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差，其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩。至丙則少七兩。丁則多七兩。其數又同。故但取丙差數也。

○如大小兩船僱夫，小船每客出銀為大船每客五分之四。若大船八人，小船五人，出銀則不足七兩。若大船六人，小船八人，出銀則不足三兩。問共銀及每人各出銀若干。曰共銀一百二十七兩。大船每人出十兩，小船每人出八兩。

平方大籌式
朱密乃行數

畢書各數名籌積乃行數自乘所得如第五行數五自乘得二十五是也。

初商法查籌積何行與設積相合如設積三十六尺查與第六行籌積三十六相合則以其行數之六為初商六尺以籌積與設積相減恰盡是初商即了無次商也若籌積無與設積相合者則取籌積其行略少於設積者以其行數為初商於設積內減去籌積餘實為廉價之積以待次商也。

○如平方積五丈四十七尺五十六寸問邊若干 曰二丈三尺四寸。

法先列實隔一位記一點蓋平方大籌合十單兩位故截實二位為一商方積二位定方邊一位也如上所舉三十六尺者方積二位也。

起○以存其位於末○點起即定此位所商為寸次於單尺位再記即定此位所商為尺次於單丈位

再記即定此位所商為丈若問者云積五萬四千七百五十六寸則定末點為寸位上點查記三點知商有三次又查缺十寸位每點十寸位今止有當作一○補其空隨截上點○五丈為初商查大籌積

無恰合者惟第二行積○四略少於截實遂對錄籌積之數以相減而以其行數之二為初商二丈書於實上點五丈之旁餘實一丈四十七尺五十六寸以待次商次商法截第二點上餘實一丈四十七尺五十六寸為次商實以初商二丈倍之得四丈餘有二○即取第四籌加大籌上

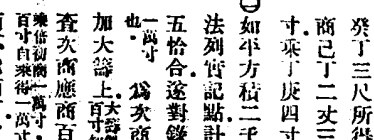
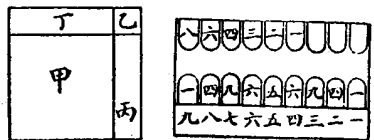
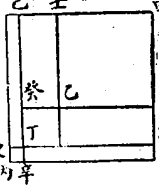
初商二丈倍之得四丈餘有二○即取第四籌加大籌上二○乃合兩廉共長四丈也大籌可為方自乘積亦可為兩廉積在初商則為方邊之自乘在大商則為兩廉之自乘也初商方邊既為丈則次商兩廉必為尺尺小於丈一等故以小數加大餘其位恰合也

名曰廉隅共積查籌內第三行積一二九略少於原實對錄相減而以其行數之三為次商三尺書於實中點七尺之旁餘實一八五六以待三商三商法截第三點上餘實一八五六為三商實以初次商

其二丈三尺倍之得四丈六尺即用四六兩籌加大籌上查其第四行積一八五六對錄相減恰盡即用其行數四為三商書於實末點六寸之旁合之共商得二丈三尺四寸也為圖明之。

甲乙初商方也積四丈乃甲壬二丈乘壬乙二丈所得也故初商二丈已乙戊乙次商二廉也其積一百二十尺乃倍初商壬乙二丈為四丈乘次商壬己三尺所得也乙丁次商隅也積九尺乃次商乙癸三尺乘

甲 乙 壬 乙 丁 庚 丙



癸丁三尺所得也。故次商三尺。又已庚戊辛三商二廉也。積一千八百四十寸。乃倍初次商已丁二丈三尺。為四丈六尺。乘三商丁庚四寸所得也。丁丙三商隅也。其積十六寸。乃三商庚丙四寸。乘丁庚四寸所得也。故三商四寸。

○如平方積二千五百〇一萬〇〇〇一。問每邊若干。曰五千〇〇一。

法列實記點計四點知商有四次初商為千寸。初商法截上點二五為初商實查大籌第五行積二五恰合遂對錄相減即用其行數五為初商五千寸書於上點之旁。次商法截第二點上餘實〇一。

也。○為次商實倍初商五千寸得一萬寸即商三空兩籌加大籌上。大籌既數也。後其邊為百寸。以初商為千寸。則次商當為百寸知之也。自萬寸至百寸隔一位。故夾入一空兩籌。查次商應商百寸而籌積第一行乃一〇一萬寸。以乘初商得一萬寸。共一萬〇一萬寸也。法大實小無可減。知次商不能商百當空一位。遂於初商五十寸之下。對第二點記一〇。將前實改入三商。三商法截第三點上一〇。為三商實次於一空兩籌下。平方大籌上。加入一空籌蓋三商應商十寸。自餘實首一萬寸至十寸隔二位也。查籌第一行積乃十萬〇一百寸。仍是法大實小無可減。知三商不能商十當空一位。遂於初商五〇之下。對第三點記一〇。將前積一〇〇改入四商。四商法截第四點上一〇。為四商實一〇〇寸也。次於一空空三籌下。平方大籌上。加入一空空籌合為一空空大共四籌。蓋四商應商一寸自餘實首一萬寸至一寸隔三位也。查籌第一行積一〇〇〇一。恰合遂對錄減盡。而用其行數一為一寸書於末點之旁。合之共商得五千〇〇一。取末商法法但看實末是何數查此數在大籌單位何行上。即取其行數為末商。如餘實末一字。在大籌單位。然此為餘實得盡者。詳下章。勿概施也。還原以所商數自乘合原積。

凡開平方除實得盡者必皆方邊自乘之積。故以開得之邊。自乘還原。如非方邊自乘之積。則除必不盡。其還原法。將開得之邊。自乘得數。加入不盡之數。即與原積合。餘實用命分法命之。如平方積十尺。開得邊三尺。除積九尺。餘實一尺。法倍初商三尺得六尺。為兩廉。加一尺。為隅。共七尺。命之曰開得邊三尺。又七分尺之一。意若曰餘實若滿七尺。即可再商一尺。今只有一尺。則不能商一尺。止可商七分尺之一分也。七分尺之一分者。謂以七分為一分也。命分法亦可還原。然依古法則不合。蓋古法以分母之七乘商得之三尺。通為二十一分。加八分子一分。共二十二分。自乘得四百八十四分為實。以分母七。自乘得四十九為法。法除實得九尺。又四十九分尺之四十三分。以較原實十尺。少四十九分尺之六分。此為隅差。何則。一尺化為七分者。其邊線也。七分自乘得四十九分者。其面積也。化三尺為二十一分。自乘得四百四十一分。而以滿四十九分。收為一尺。得方九尺。此即初商三尺。不

差也。今於二十一分之外。加入分子。一共二十二分。自乘得四百八十四分。內減方積四百四十一分。尚餘四十三分。則兩廉各積二十一分。階積一分也。夫兩廉各積二十一分者。乃以三個七分乘一分也。三個七分乘一分。析而言之。爲一個七分乘一分。得積七分。尺之一也。所謂七分尺之一也。然則必得七個長七分乘圓一分之積。乃合尺之積。今兩廉共得六個。則階當得一。亦當照例。以長一分乘圓一分取之。乃止。以長一分乘圓一分得積一分。故差六分也。宜照梅定九法。於自乘得四百八十四分後。又以分母七減分子。餘六。與分子一相乘。得六分。二數相併。得四百九十分爲實。乃以分母七自乘爲法除之。即合原數。

⑤如有三百六十一人。用船分載。其船數與每船所載人數相等。問共船若干。曰：十九隻。船數如橫之十九。人數如直之十九。橫直相等。即平方也。

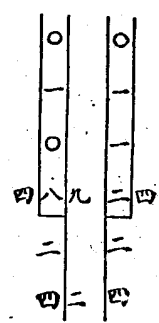
⑥如有銀七百八十四兩。散給夫匠。其人數與每人所得銀數相同。問人數。曰：二十八人。解題同第三條。

⑦如川船運糧。六千五百六十二石。欲取一船用。將此船米分載各船。每船領去一石。其本船尚餘一石。問共船若干。曰：八十一隻。此因一船用。則米之數。分與各船。每船各領一石。即共去八十石。故本船尚餘一石也。八十一船。若橫八十一丈。每船八十二石。若直八十一丈。

⑧如有錢一萬五千六百二十五文。買瓜。每瓜一個。與脚錢一文。因無現錢。將一瓜準作脚錢。問瓜數若干。曰：一百二十五個。共脚錢一百二十五文。將一瓜準作脚錢。是一瓜值一百二十五文也。瓜一百二十五個。每瓜一百二十五文。每瓜一百二十五文。如直一百二十五丈。

帶縱較數平方方法
 ⑨如有長方積一萬一千二百二十四尺。縱多廣三十尺。問縱廣各若干。曰：廣九十二尺。縱一百二十二尺。法列實記點查記三點。應商一百尺。因有縱多。改商九十九尺。加帶縱三十尺。共一百二十尺。即用一二兩密查取第九行積一〇八。對錄相減。以其行數

九爲初商九十九尺。查於中點之旁。次商法倍初商九十得一百八十。加縱三十共二百一十。照用二一兩密爲法。以較餘實四百二十四。可以商二。就以二爲商。併廉得共二百一十二。改用二二共三。等錄其第二行數四二四。對減恰盡。即用其行數二爲次商。查於末點之旁。合之共商得九十二尺。爲廣。加三十尺得縱也。
 ⑩又法如長方積八尺。縱多二尺。問縱廣。曰：廣二尺。縱四尺。



九九

法以積八尺四因之得三十二尺。而以縱多二尺。自乘得四尺。併二數得三十六尺。開方得六尺。即爲長闊相和之數。加縱二尺得八尺。折半見長於長內減縱二尺。見闊。如列甲丙長方積八尺四因之。得甲丙庚庚辛癸子丑四長方。內加入縱多二尺自乘之丑庚小正。即成甲庚辛子一大正方形。其每邊皆長闊之和也。

⑪又法如前積。先將縱多二尺折半得一尺。爲半較。自乘得四尺。與原積八尺相加得九尺。平方開之。得三尺。爲半和。於半和減半較。餘二尺。爲闊。於半和加半較。得四尺。爲長。如圖甲丙長方。甲丁爲闊。丁丙爲長。己丙爲縱多之較。將較折半於辛。而移辛乙。爲壬。己再加己子。半較自乘之方。則成甲庚壬壬正方形。方邊三尺。乃半和也。圖二尺與

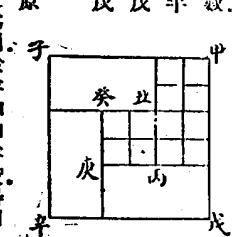
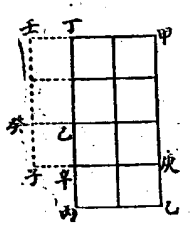
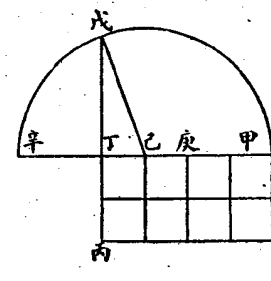
和得六尺。止三。又句股之法。併句自乘方。與股自乘方。二數開方得該今併半較自乘方與原積開方得半和。是半較自乘方。己子。即句自乘方也。原積八尺。移辛壬庚庚。即股自乘方也。合之爲半和自乘方。甲庚子。開方得半和三尺。即該也。再爲圖明之。戊己丁句股形。戊己半和也。戊己自乘得三尺也。己丁句半較也。甲丁自乘也。甲乙闊也。丁丙爲已。丙乙爲己。長三尺也。己丁句半較也。甲丁自乘也。甲乙闊也。丁丙爲已。丙乙爲己。長三尺也。己丁句半較也。甲丁自乘也。甲乙闊也。

乘。乘甲乙丙丁長方積等此三率連比例之理。三率連比例。中率自乘。與首末兩率相乘。等積法爲甲丁比戊丁。若戊丁比丁辛。丁辛比丁丙也。三解見

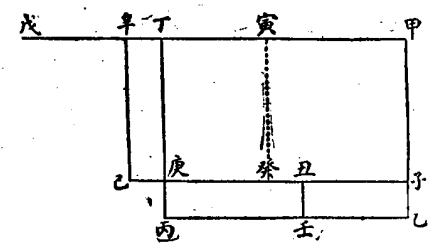
⑫如有銀三百六十兩。買人。其人較。知。比每人所得銀數。如。爲五分之三。問人數及銀數各若干。曰：十二人。每人三十兩。此帶縱十八也。因但云五分之三。如言闊爲二分。長爲五分。而未明言帶縱之數。則不可以上條法算之。於是。以五爲一。三爲六。十爲三。三爲六。十爲三。二爲三。率。得四。率。一百四十四兩。開方得十二。爲人數。以人數除總銀。見每人得銀三十兩。

帶縱和數平方方法
 ⑬如長方積八百六十四尺。長闊和六十尺。問長闊各若干。曰：闊二十四尺。長三十六尺。

⑭如長方積八百六十四尺。長闊和六十尺。問長闊各若干。曰：闊二十四尺。長三十六尺。



法列實記點初商二十尺為闊。以二十尺與相和六十尺相減。餘四十尺為長。長計多四尺。長闊相乘。得八百尺。可取四股。其對錄相減。即用二為初商。置於上點之旁。次商法倍初商二十尺為四十尺。與相和六十尺相減。餘二十尺為長。亦計多四尺。以除餘實六十四尺。約可次商三。因廉長。兼有隅邊在內。尚須減去次商之數。即次商三。故取略大之數四尺為次商。以減廉長。餘十六尺為廉法。取一六兩籌四行積六四對錄。與餘實相減。恰盡。即用其行數四為次商。四尺。置於末點之旁。合之共商得闊二十四尺。以減和六十尺。餘三十六尺為長。為圖明之。



甲乙闊二十四尺。甲丁長三十六尺。相乘為甲丙長方。甲戊長闊和六十尺。初商甲子闊二十尺。即辛戌。以減甲戊和。餘甲辛長四十四尺。與甲子闊相乘。得甲己長方。比原甲丙長方。多了辛四尺。乘丁庚二十尺。之丁己長方。而少子乙四尺。乘子庚三十六尺。之子丙長方。除移丁己補相等之丑丙長方。尙少一子壬長方。乃足原額子壬長方。其闊則子乙四尺。其長則子丑十六尺也。所以知子丑為十六尺者。以借初商辛戌二十尺。為戊寅四十尺。與相和之甲戊相減。餘甲寅。即子癸二十尺。而丑癸即次商四尺也。丑子三十六尺。乘丑丁庚。則三三十六尺內減庚。於三十六尺內減庚。故倍初商與相減。得子癸。又與次商丑癸相減。得子丑。以乘次商子乙也。

一法以前積四因之。得三千四百五十六尺。而以和六十尺。自乘得三千六百尺。減去四因之數。餘一百四十四尺。開方得十二尺。為長闊之較。以加相和六十尺。折半得長。若以較減和。即得闊。此及下法。二三詳解。

一法以和折半得三十尺為半和。自乘得九百尺。與原積八百六十四尺相減。餘三十六尺。開方得六尺。為半較。以減半和得闊。若相加則得長。

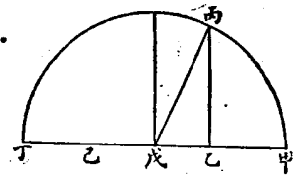
如有錢四千七百六十文。買樹不知數。但知樹之共數。與每株價相加。得一百七十四。問樹數及價各若干。曰樹三十四株。每株價一百四十文。此以樹數為闊。價為長也。

如有五百八十八人用船均載。其船數與每船所載人數相加。比船數多四分之一。問船數與每船人數各若干。曰船十四隻。每船四十二人。此以船數為闊。每船所載人數為長。船數與人數相加。即如長闊之和。和數既比船數多四分之一。則是和數為四分。船數為一分。十四。每船人數為三分。即如闊為一分。長為三分也。因未明言相和之數。即不可用上法算之。於是

將五百八十八人。以三歸分之。船數一分。人三三分。算於人。取三分之一。則人得一百九十六人。平方開之。得十四為船數。以三因之。得四十二為每船人數也。

定句股弦無零數法

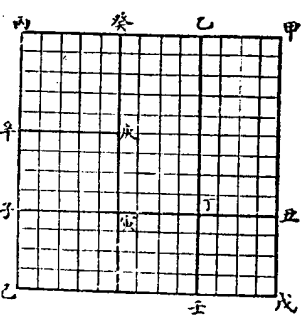
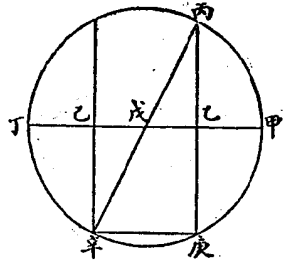
問今欲設一句股形。須句股弦三者俱無不盡之數。如句三股四弦五之齊整無零。何法取之。曰當用三率連比例法。擇數之可為法。歸除必盡者。以為首率。其中率。則可任取一數為之。中率為股。自乘得數。首率為法除之。得末率。次以首率與末率相減。餘折半為句。以首率與末率相加。折半為弦。則三者俱無零數矣。如擇四尺為首率。四則無不盡之數。十六三十三。任以六尺為中率。即為股。股自乘得三十六尺。以首率四尺除之。得末率九尺。以首率四尺。與末率九尺相加。得十三尺。折半得六尺五寸為弦。如下圖。



甲乙首率四尺也。丙乙中率六尺股也。乙丁末率九尺也。己丁如甲乙四尺。甲乙與乙丁相減。減此也。乙己則減餘之五尺也。折半為乙戊二尺五寸句也。甲乙乙丁相加。為甲丁十三尺。折半為丁戊六尺五寸。即丙戊。丙戊丁戊皆弦也。若倍中率為股。則首末率相減之餘。即為句。相加即為股。均不用折半。如下圖。

倍丙乙六尺。為丙庚十二尺。股也。庚辛與減餘之乙己平行。同為五尺句也。丙辛與相和之甲丁。同為員徑俱長十三尺。弦也。又以積考之。凡此邊倍於彼邊者。則此積必四倍於彼積。如邊一尺。自乘得積一尺。邊二尺。自乘得積四尺。如下圖。

甲丙甲戊皆弦十三尺。甲戊己丙。其自乘方也。較上圖丙戊弦。六尺五寸。自乘方。為四倍。癸丙癸庚皆句五尺。癸庚辛丙。其自乘方也。較上圖乙戊句二尺五寸。自乘方為四倍。並易見者也。若股十二尺。自乘方。則為甲戊己辛庚癸癸折形。於甲丙戊自乘方。除癸庚辛丙自乘方。餘此。即股平方。其四倍上圖丙乙股自乘方之。應頭誰見。



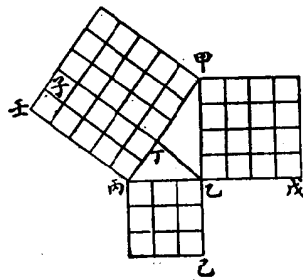
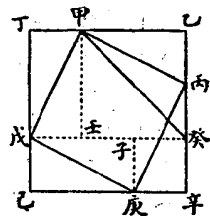
不知三率連比例法。丙乙中率自乘。與甲乙首率乘乙丁末率等積。丙乙六尺自乘得三十六尺。甲乙四尺然則四個丙乙自乘。即四個甲乙乘乙丁。今股十二自乘之甲戊己辛庚癸。形圓包四個甲乙乘乙丁之長方在內者也。癸一庚寅辛辛合丑戌壬一乙丁寅

句股弦相求法

如股四句三求弦

法以股四自乘得十六。句三自乘得九。相加得二十五。開方得弦五。如圖。甲乙丙句股形。其甲乙股自乘為甲戊方。乙丙句自乘為丙己方。合之。必等甲丙弦自乘之甲壬方。試自乙角作乙丁子線。分甲壬方。為甲子與丁壬兩長方。亦分甲乙丙句股形。為甲乙丁與乙丙兩同式句股形。其甲丁股與甲乙弦之比。若甲乙股與甲丙弦之比。為連比例三率。則甲乙中率自乘之甲戊方。必與甲丁首率乘丁子丙。末率之甲子方相等。又丁丙句與乙丙弦之比。同於乙丙句與甲丙弦之比。為連比例三率。則乙丙中率自乘之丙己方。必與首率丁丙乘末率壬丙丙。之丁壬方相等。矣。故開方得弦五也。再為圖明之。

甲乙丙句股形。即丙辛庚。庚己戊。戊丁甲。甲壬戊。戊子庚。各形也。而甲乙癸壬。則甲乙股自乘方子庚癸辛。即庚辛句自乘方。亦即乙丙句自乘方也。而移甲乙丙。以填戊子庚。又移丙辛庚。以填甲壬戊。即成甲戊丙庚方。乃甲丙弦之自乘也。



如句三弦五求股。法以句三自乘得九。弦五自乘得二十五。相減餘十六。開方得股。觀前圖可明。下條同。

如股四弦五求句

法以股四自乘得十六。弦五自乘得二十五。相減餘九。開方得句。

句股求積法

法以句與股相乘。折半得積。

句股形求中垂線法

如句六尺股八尺。弦十尺。欲自甲角作垂線至弦。問長若干。曰四尺八寸。

法以乙丙弦十尺為一率。甲乙句六尺為二率。甲丙股八尺為三率。推得四率四尺八寸。即甲丁垂線。

如圖甲丁垂線。分甲乙丙句股。為甲丁乙甲丁丙二句股。皆為同式形。故乙丙弦與乙甲句之比。若甲丙弦與甲丁句之比也。若問所分乙丙弦之大小。則以甲乙句六尺。自乘得三十六尺。以乙丙弦十尺除之。得乙丁三尺六寸。若以甲丙股八尺自乘得六十四。而以乙丙弦十尺除之。得丁丙六尺四寸也。蓋乙丙弦之比。甲乙句若甲乙弦之比。乙丁句為三率連比例。三率連比例。以甲乙中率自乘為實。而以首率乙丙除之。即得末率乙丁也。餘做此。

句股求容方法

如句五尺。股十二尺。問內容方幾何。曰三尺五寸二分九釐零。

法以句五尺。乙丙。與股十二尺。甲乙。相加得十七尺。即甲。為一率。句五尺。乙丙。為二率。股十二尺。甲乙。為三率。求得四率容方。邊三尺五寸二分九釐零。已辛。如圖。甲乙丙句股內。己庚乙辛。其所容方也。將甲乙丙句股。擴大之。為同式之甲戊丁句股內。乙丙壬戊。其所容方也。法為甲戊比乙丙。若甲乙比辛己也。

如有方城一座。四正開門。自南門直行八里。有一塔。自西門直行二里。切城角見塔。問城每面若干。曰八里。

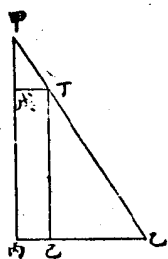
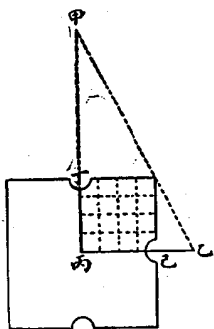
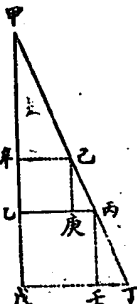
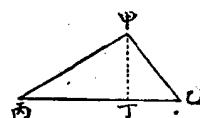
法以二里與八里相乘。得十六里。開方得容方。邊四里。倍之。得城每面八里。

如圖。甲至丁八里。乙至己二里。此首率與末率也。丁至丙丙至己皆四里。乃中率也。首率與末率相乘之積。同於中率自乘之積。

如甲乙丙句股形。內容丁己丙戊長方形。但知丁戊圓為戊丙長四分之一。從甲至戊四尺。從乙至己九尺。問長方及句股各若干尺。曰長方闊三尺。長十二尺。句十二尺。股十六尺。

法以四尺與九尺相乘。即首率。得三十六尺。為內容長方之積。若末率相乘之積。即用四歸之。四歸為四分之一。故得九尺。開

積。中二率相乘之積。即四歸之。四歸為四分之一。故得九尺。開



方得己丙三尺，即長方之闊，四因之，得戊丙長十二尺，十二尺加甲戊四尺，得股十六尺，又己丙三尺，加乙己九尺，得句十二尺，如下圖，四率之法，甲戊比戊丁，若丁己與己乙，中二率相乘，與首末二率相乘同積也。

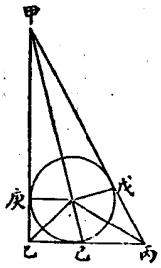
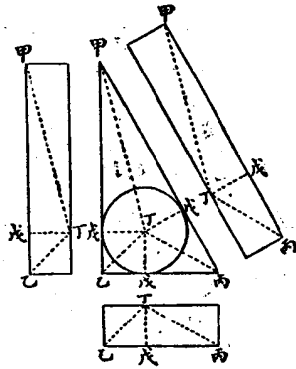
句股求容員徑法

○如句八尺，股十五尺，弦十七尺，問內容員徑若干，曰六尺。
法以句八尺乘股十五尺，得一百二十尺，乃併句股弦三數得四十尺，為法除之，得三尺為容員半徑，倍之得全徑六尺。

如圖甲乙丙句股內容員形，試自員心丁作丁甲丁乙丁丙三線，即分此句股形為甲丁乙，甲丁丙，乙丁丙，三三角形，於是句股弦三線，皆為三角形之底邊，而丁戊半徑皆其垂線矣，以垂線乘一底邊為長方形，必比三三角形大一倍，則連三底邊為一三數也，以乘丁戊垂線，必比三三角形大一倍，即比原甲乙丙句股形大一倍矣，夫以句乘股得長方形，固句股形之倍積也，故併句股弦即如連三底，而為法以除之，以得乙戊垂線也。

○又法併句股共二十三尺，內減弦十七尺，餘六尺，即容員全徑，如圖，既作甲丁丁乙丁丙三線，又作丁戊丁己丁庚三垂線，則弦之丙戊，等句之丙己，弦之甲戊，等股之甲庚，是甲乙股與乙丙句相併，所多於甲丙弦者，獨庚乙與乙己二段耳，今對減去其相等者，而餘此二段，每段長三尺，不共長六尺乎，而此二段，固與垂線平行必相等也，行乙己與丁戊平。

和較相求法計六十則，先列目次如左：
句與股弦較求二色一舊有
句與股弦和求二色二舊有
股與句弦較求二色附第一條舊有
股與句弦和求二色附第一條舊有
弦與句股較求二色三舊有



- 弦與句股和求二色四 舊有
- 句弦和與股弦和求三色五 舊有
- 句股和與股弦和求三色六 新立
- 句股和與句弦和求三色附第六條 新立
- 弦句較與弦股較求三色七 舊有
- 句股較與句弦較求三色八 變通舊法
- 股句較與股弦較求三色九 變通舊法
- 句股和句弦較求三色十 新立
- 句股和與股弦較求三色十一 新立
- 句弦和與股弦較求三色附第十一條 新立
- 句弦和與句股較求三色十二 新立
- 股弦和與句弦較求三色附第十二條 新立
- 股弦和與句股較求三色附第十三條 新立
- 句與弦和和求二色十五 已下變通舊法
- 句與弦和較求二色十三
- 句與弦較和求二色十六
- 句與弦較較求二色十四
- 股與弦和和求二色十九
- 股與弦和較求二色十七
- 股與弦較和求二色二十
- 股與弦較較求二色十八
- 弦與弦和和求二色二十三
- 弦與弦和較求二色二十一
- 弦與弦較和求二色二十二
- 弦與弦較較求二色二十一
- 句股和弦和和求三色附第二十五條
- 句股和弦和較求三色附第二十一條
- 句股和與弦較和求三色三十五

- 句股和與弦較較求三色三十四 新立
- 句弦和與弦和和求三色附第十九 變通舊法
- 句弦和與弦和較求三色三十六 新立
- 句弦和與弦較和求三色三十七 新立
- 句弦和與弦較較求三色附第十八 變通舊法
- 股弦和與弦和和求三色附第十五 變通舊法
- 股弦和與弦和較求三色附第十六 變通舊法
- 股弦和與弦較和求三色附第十 變通舊法
- 股弦和與弦較較求三色三十九 新立
- 句股較與弦和和求三色三十一 新立
- 句股較與弦和較求三色四十 新立
- 句股較與弦較和求三色附第二十四 變通舊法
- 句股較與弦較較求三色附第二十二 變通舊法
- 句弦較與弦和和求三色三十二 新立
- 句弦較與弦和較求三色附第十七 變通舊法
- 句弦較與弦較和求三色附第二十 變通舊法
- 句弦較與弦較較求三色四十一 新立
- 股弦較與弦和和求三色三十三 新立
- 股弦較與弦和較求三色附第十三 變通舊法
- 股弦較與弦較和求三色四十二 新立
- 股弦較與弦較較求三色附第十四 變通舊法
- 弦和和與弦和較求三色三十
- 弦和和與弦較和求三色二十七
- 弦和和與弦較較求三色二十八
- 弦和較與弦較和求三色二十六
- 弦和較與弦較較求三色二十五
- 弦較和與弦較較求三色二十九

題下所紀次序乃下文設如次序也其與題之次序異者以題之次序以類相從而設如之次序則以

法相從故不得不異耳。

⊙如有句十五尺股弦較五尺求二色。股與句較較求。法以句自乘。以股弦較除之得股弦和較相併折半得弦而股可知。如圖。甲乙句十五尺。乙戊股二十尺。甲戊弦二十五尺。丙丁戊。丁乙股弦較五尺。乙丙股弦和四十五尺。三率連比例法。甲乙中率自率以乙丁首率除之得乙戊末率也。

又圖甲丙為弦自乘方。甲己為股自乘方。乙己丁聲折形。與句自乘方積等。移丁己為壬丙。接連成乙壬長方。其長乙癸即股弦和。其闊庚乙即股弦較。故以較除句自乘積而得和也。

又法以句自乘。又以股弦較自乘。相減餘折半。以股弦較除之得股。借上圖明之。乙己丁聲折形。減去股弦較自乘之己丙方。餘乙己丁二長方。折半而取其一。其闊庚乙股弦較也。其長庚己股也。故以較除折半之積而得股。

⊙如有句二十八尺。股弦和九十八尺。求股弦。股與句較較求。法以句自乘。以和除之得股弦較和較併折半得弦五十三尺。詳上條。

又法以句自乘。又以股弦和自乘。二數相併折半。以股弦和除之得弦。

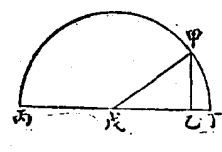
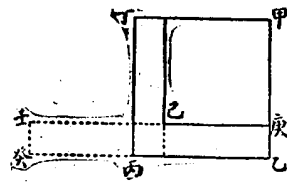
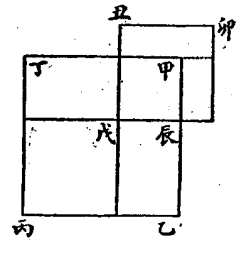
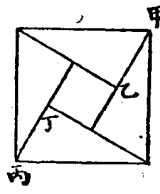
如圖甲丙為股弦和自乘方。內戊丙為弦自乘方。甲戊為股自乘方。乙戊丁戊並股弦相乘之長方。至句自乘之正方。則與丑卯辰折形積等。然則以句自乘方。如股弦和自乘方。得弦自乘方。二長折形。即同股自乘方。與丙丙為二矣。股弦相乘長方。二故折半以股弦和除之而得弦也。

⊙如有弦三十四尺。句股較十四尺。求句股。

法以弦自乘。又以句股較自乘。相減餘折半。為句股相乘之長方積。用帶縱較數開方法算之。得句十六尺。股三十尺。

如圖甲丙弦自乘方也。乙丁句股較自乘方也。相減餘四句股形。合之為兩長方形。折半得一長方形。其闊即句。其長即股。故以帶縱法算之。

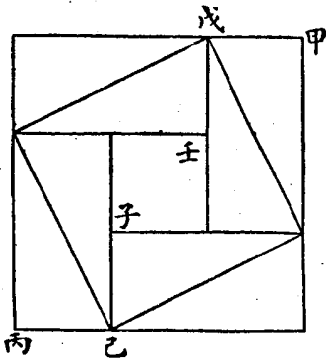
又法借弦自乘數減句股較自乘數。開方得句股和。和較併折半得股。如



甲丙旬股和自乘方也。內容八旬股形。及一壬子方。戊己弦自乘方也。內容四旬股形。及一壬子方。倍之則容八旬股形。及兩壬子方。故減一壬子方。而其積遂與旬股和自乘方等。旬股較自乘方即壬子方也。

如有弦三十四尺。旬股和四十六尺。求旬股。

法以弦自乘。旬股和自乘。相減。餘折半。為旬股相乘之長方積。用帶縱和數開方法。算之。借上圖明之。

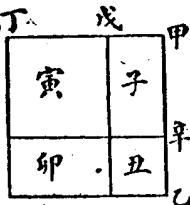


甲丙旬股和自乘方也。戊己弦自乘方也。相減餘四旬股形。合之為兩長方。折半得一長方。其長即股。其闊即旬也。

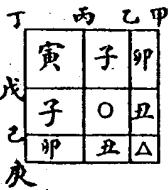
又法倍弦自乘。壬子方。減旬股和自乘。壬子方。所餘。餘一壬。開方得旬股較。

如弦旬和二十四尺。弦股和二十七尺。求三色。

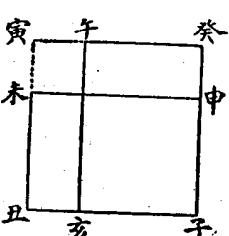
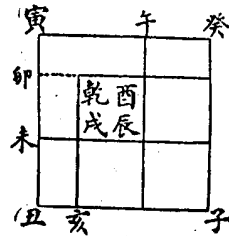
法以二數相乘。倍之。開方得弦和。相減。於內減弦旬和。得股而餘可知。如圖。甲辛戊丁皆弦也。甲戊股也。辛乙旬也。甲乙弦旬和也。甲丁弦股和也。兩和相乘。為甲丙長方。內容寅午。弦自乘方。子號於弦相乘長方。卯號旬弦相乘長方。一。丑號旬股相乘長方。一倍之。則為下圖。其積則兩子號。兩卯號。兩丑號。兩寅號也。謂謂者。股自乘方也。△記者。旬自乘方也。○記者。旬自乘方也。與寅號為二號。其邊則旬股弦和也。戊己丙。丁戊丙。



如旬股和二十一尺。弦股和二十七尺。求三色。旬股和旬股和。法以兩和各自乘。相減。餘二百八十八尺。又以兩和相減。餘六尺。為旬股較。自乘得三十六尺。與二百八十八尺相加。得三百二十四尺。開方得十八尺。為股與旬股較之和。內減旬股較六尺。餘十二尺。為股而餘可知。如圖。癸丑。股。癸丑。弦。午寅。和自乘方也。子乾。股。戊亥。旬。戌乾。和自乘方也。相減。所餘。癸丑。寅。丙。長方。及午卯。戌。斫。形。夫寅未。弦也。則午未。方。乃弦自乘方也。又酉辰。旬也。辰乾。方。旬自乘方也。弦自乘方。有旬自乘方。股自乘方。二數。今除去辰乾。旬自乘方。則午卯。戌。斫。形。固與子辰。股自乘方等矣。試將所餘。斫形。照子辰式。改為股自乘方。而以所餘。癸酉戌丑。二長方。附其兩旁。如下圖。

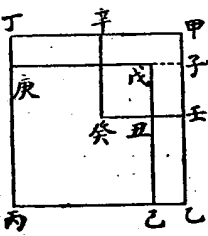


乘方。則午卯。戌。斫。形。固與子辰。股自乘方等矣。試將所餘。斫形。照子辰式。改為股自乘方。而以所餘。癸酉戌丑。二長方。附其兩旁。如下圖。是有一方兩廉。特缺一隅也。故以旬股較自乘之。午未。方。補之。成癸丑。正。方。故開之。得股。也。與旬股較。與。與。與。之。和。也。



如弦旬較九尺。弦股較二尺。求三色。

法以兩較相乘。倍之。得三十六尺。開方得弦和較。弦與旬股相。較。加弦。較。二尺。得句八尺。於弦六尺。則句之為八尺可知。反多。若加弦句。較。九尺。得股十五尺。如圖。甲丙弦自乘方。戊丙股自乘方也。丁子。已斫形。與旬自乘方等積者。也。試作甲癸。方。為旬自乘方。必與丁。子。已斫形等積。然則壬己。與辛庚。二長方。必與戊癸。方。等積。也。而。壬乙。與辛丁。皆弦。也。句。甲。王。較。也。乙。己。與丁。庚。皆弦。也。股。己。丙。較。也。故以二較相乘。得一長方。倍。之。得二長方。即如得戊癸。方。開之。而得其邊。丑癸。為弦和較也。加丑癸。與己丙。接。為旬股和。是旬股和之多。於該者。乃。丑癸。也。



- ① 如旬股較三十四尺。句弦較三十六尺。求三色。法以兩較相減。餘二尺。為股弦較。句較股少三十四尺。句較弦則少二十六尺。是弦長於股二尺也。即用上條法算之。
- ② 如股旬較十四尺。股弦較二尺。求三色。法以兩較相加。得十六尺。為旬弦較。旬不及股十四尺。股又不及。法以兩較相減。餘二尺。為股弦和。法以二數相併。得三十二尺。為股弦和。若股較相減。餘。餘。為旬股相。用第六條法求之。
- ③ 如旬股和十七尺。股弦較一尺。求三色。旬股和股弦較。法以二數相併。得十八尺。為旬弦和。若旬股和股弦較。求三色。則用第六條附法求之。
- ④ 如旬弦和二十四尺。旬股較三尺。求三色。股弦和旬股較。法以二數相併。共二十七尺。為股弦和。旬股較三尺。乃旬不及股三尺也。於旬加三尺。即變為股。故旬股相乘。用第五條法算之。

⑤如句八尺，弦和較，和較也。六尺，求二色。股弦較，和較也。法以二數相減，餘二尺，為股弦較，如圖。



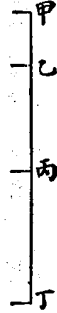
甲乙為句，乙丙為股，甲丙為句股和，丁丙為弦，甲丁為弦和較，丁乙為股弦較，故於甲乙句內，減甲丁弦和較，餘丁乙為股弦較也。用句較求股弦法算之。觀此則有股弦較和較求三色者，但以二數相加，即得句矣。即得甲乙。

⑥如句八尺，弦較較，和較也。十尺，求二色。股弦較，和較也。法以二數相減，餘二尺，為股弦較，如圖。



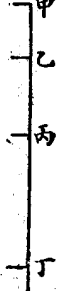
甲乙為股，丙乙為句，甲丁為弦，甲丙為句股較，乙丁為股弦較，丙丁為弦較較，故於丙丁弦較內，減丙乙句，餘乙丁股弦較也。亦用句較求股弦法算之。觀此則有股弦較和較求三色者，但以二數相減，即得句矣。即得甲乙。

⑦如句八尺，弦和內，和較也。四十尺，求二色。股弦和，和較也。法以二數相減，餘為股弦和，如圖。



甲乙為句，乙丙為股，丙丁為弦，甲丁為弦和，故於甲丁弦和內，減甲乙句，餘乙丙股和也。用句和求股弦法算之。觀此則有股弦和與弦和和求三色者，但以二數相減，即得句矣。即得甲乙。

⑧如句八尺，弦較和，和較也。二十四尺，求二色。股弦和，和較也。法以二數相併，為股弦和，如圖。



甲乙為句，甲丙為股，乙丙為句股較，丙丁為弦，甲丁為股弦和，乙丁為弦較和，故以甲乙句，與乙丁弦較和相加，得甲丁股弦和也。用句和求股弦法算之。觀此則有股弦和和較求三色者，但以二數相減，即得句矣。即得甲乙。

⑨如股十五尺，弦和較六尺，求二色。句股較，和較也。法以二數相減，餘九尺，為句股較，如圖。



甲乙為股，乙丙為句，甲丙為句股和，丁丙為弦，甲丁為弦和較，丁乙為句股較，故於甲乙股內，減甲丁弦和較，餘丁乙句股較也。用股較求句股法算之。觀此則有句股較和較求三色者，但以二數相加，即得股矣。即得甲乙。

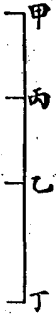
甲乙為股，甲丙為句，丙乙為句股較，丙丁為弦，甲丁為句弦和，乙丁為弦較較，故以甲乙股與乙丁弦較較相加，而得甲丁句弦和也。用股和求句弦法算之。觀此則有句弦和與弦較較求三色者，但以二數相減，即得股矣。即得甲乙。



⑩如股十五尺，弦和和四十四尺，求二色。句股和，和較也。法以二數相減，餘為句股和，如圖。

甲乙為股，乙丙為句，丙丁為弦，甲丁為弦和，故於甲丁弦和內，減甲乙股，而餘為句弦和也。用股和求句弦法算之。觀此則有句弦和與弦和和求三色者，但以二數相減，即得股矣。即得甲乙。

⑪如股十五尺，弦較和二十四尺，求二色。句弦較，和較也。法以二數相減，餘九尺，為句弦較，如圖。



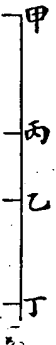
甲乙為股，丙乙為句，甲丙為句股較，丙丁為弦，乙丁為句弦較，甲丁為弦較和，故於甲丁弦較和內，減甲乙股，餘乙丁句弦較也。用股較求句弦法算之。觀此則有句弦較和較求三色者，但以二數相減，即得股矣。即得甲乙。

⑫如弦十七尺，弦和較六尺，求二色。句弦和，和較也。法以二數相加，得二十三尺，為句弦和，如圖。



甲乙為弦，甲丙為句，丙丁為股，甲丁為句股和，乙丁為弦和較，故甲乙弦加乙丁弦和較，而得甲丁句股和也。用弦和求句股法算之。觀此則有句股和和較求三色者，但以二數相減，即得弦矣。即得甲乙。

⑬如弦十七尺，弦較較十尺，求二色。句弦較，和較也。法以二數相減，餘為句弦較，如圖。



甲乙為弦，丙丁為股，乙丁為句，丙乙為句股較，甲丙為弦較較，故甲乙弦內，減甲丙弦較較，餘丙乙句股較也。用弦較求句股法算之。觀此則有句股較和較求三色者，但以二數相加，即得弦矣。即得甲乙。

⑭如弦十七尺，弦和和四十四尺，求二色。句弦和，和較也。法以二數相減，餘為句弦和，如圖。



甲乙為弦，乙丙為句，丙丁為股，甲丁為弦和，故於甲丁弦和內，減甲乙弦，餘乙丙句股和也。用弦和求句股法算之。觀此則有句股和和較求三色者，但以二數相減，即得弦矣。即得甲乙。

者。但以二數相減。餘即弦矣。餘甲乙弦。

如弦十七尺。弦較和二十四尺。求二色。用股較弦和

法以二數相減。餘七尺。為句股較。如圖。

甲乙為弦。乙丙為股。丁丙為句。乙丁為句股較。甲丁為

弦較和。故於甲丁弦較和內減甲乙弦。餘乙丁句股較也。用弦較求句股法算之。

觀此則有句股較弦較和求三色者。但以二數相減。即得弦矣。即得甲乙弦。

如弦和較六尺。弦較十尺。求三色。

法以二數併折得句八尺。如圖。

甲乙為股。戊乙丙皆為句。甲丙為句股和。甲戊為句

股較。甲丁為弦。丁丙為弦和較。戊丁為弦較較。故丁丙弦和較與戊丁弦較較相併得戊丙為二句之

共數。是以折半得句也。用句與弦和較求二色法算之。

如弦和較六尺。弦較和二十四尺。求三色。

法併二數。折半得股十五尺。做句與弦和較求二色法

算之。如圖。

甲乙丙皆為股。丁乙為句。丁丙為句股和。甲丁為句股較。丁戊為弦。戊丙為弦和較。甲戊為弦較和

故戊丙加甲戊。為二股之共數。折半得一。股也。

如弦和四十四尺。弦較和二十四尺。求三色。

法以二數相減。餘折半得句八尺。用句與弦和和求二

色法算之。如圖。

甲乙為弦。乙丙為股。丙丁為句。乙戊為句股較。甲子為弦和和。甲戊為弦較和。故於甲丁弦和和內。減

甲戊弦較和。餘戊丁。即二句也。之共數。是以折半得句也。

如弦和四十四尺。弦較十尺。求三色。

法以二數相減。餘折半得股十五尺。做句與弦和和

法算之。如圖。

甲乙為弦。乙丙為句。丙丁為股。戊乙為句股較。甲丁為弦和和。甲戊為弦較較。故於甲丁弦和和內。減

甲戊弦較較。餘戊丁。即二股之共數也。是以折半得股也。

如弦較和二十四尺。弦較十尺。求三色。

法併二數。折半得弦十七尺。用弦與弦較和求二色法算

算之。如圖。

甲乙丙皆為股。丁乙為句。乙戊為句股較。甲丁為弦和和。甲戊為弦較較。故於甲丁弦和和內。減

甲戊弦較較。餘戊丁。即二股之共數也。是以折半得股也。

如弦較和二十四尺。弦較十尺。求三色。

法併二數。折半得弦十七尺。用弦與弦較和求二色法算

算之。如圖。

甲乙丙皆為股。丁乙為句。乙戊為句股較。甲丁為弦和和。甲戊為弦較較。故於甲丁弦和和內。減

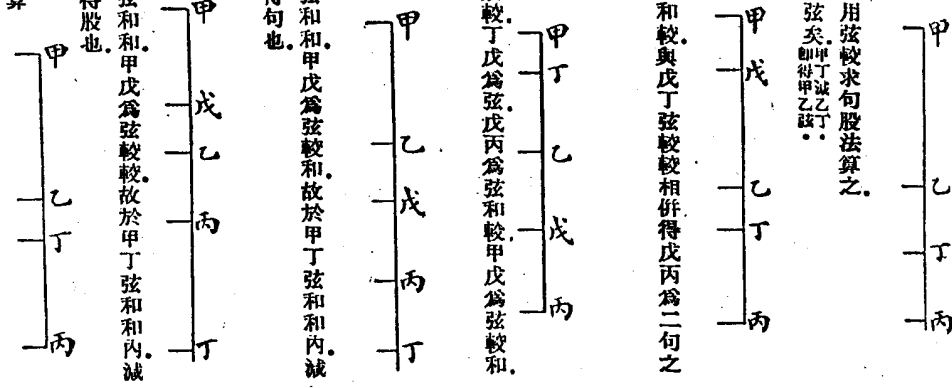
甲戊弦較較。餘戊丁。即二股之共數也。是以折半得股也。

如弦較和二十四尺。弦較十尺。求三色。

法併二數。折半得弦十七尺。用弦與弦較和求二色法算

算之。如圖。

甲乙丙皆為股。丁乙為句。乙戊為句股較。甲丁為弦和和。甲戊為弦較較。故於甲丁弦和和內。減



之。如圖。

甲乙丙皆為弦。乙丁為句股較。甲丁為弦較和。丁丙為弦較較。故甲丁弦較和加丁丙弦較較。得二

弦共數。而折半得弦也。

如弦和四十四尺。弦較六尺。求三色。

法以二數相減。餘折半得弦十七尺。用弦與弦和和

求二色法算之。如圖。

甲乙為句股和。乙丙為弦。甲丙為弦和和。甲丁為弦和較。故於甲丙弦和和內減甲丁弦和較。餘丁丙

為二弦之共數。而折半得弦也。

如句股較七尺。弦和四十四尺。求三色。

法以二數相減。餘三十三尺。為兩句一弦之共數。須知和者。一句一弦也。於股內減多句

自乘得一千零八十九尺。成甲丙方。又以句股較七尺。自乘得四十九尺。為午申方。相減餘一千零

四十尺。折半得五百二十尺。成圖記之甲。已辰折形。及圖記之兩句股形。而移已辰接甲。已又合二

句股為一庚寅長方。其闊即句。其長即股。李辰也。李酉。移接已辰。遂連成甲寅長方。其闊亥寅即

句。其長甲亥。為兩句甲壬。兩弦壬寅。一股。庚寅。長闊相和。甲寅。即為三句兩弦一股。乃以弦和

和。一併兩句一弦。正合三句兩弦一股。共數三十

三尺。為長闊相和。用帶縱和數開方法算之。得闊八尺。為

句。而餘可知。又法以弦和和自乘得一千六百尺。折半

得八百尺。為長方積。以句股較七尺。為長闊較。用帶縱較

數開方法開之。得闊二十五尺。為句弦和。得長三十二尺。

為股弦和。用兩和求三色法算之。理詳兩和求三色法。

如句弦較九尺。弦和四十四尺。求三色。

法以二數相減。餘三十一尺。為兩句一弦共數。須知和者。一句一弦

也。於股內減多句。自乘得甲丙方。又以弦和和

句弦較為兩弦一股之共數。本一弦一。今於句內加句

自乘得午申方。相減餘。用四歸分之得圖記之亥。離辰

折形。即股自乘方也。則此折形。即自乘方。及壬亥長

方。其長壬亥。將折形變為戌亥股自乘正。方與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

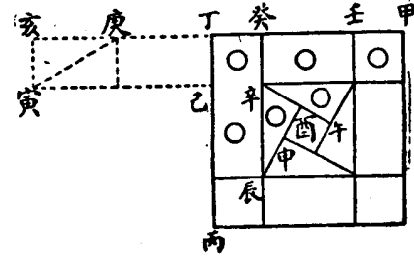
壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與

壬亥長方相加成戌亥長方。其闊壬亥。其長戌亥。股與



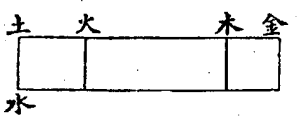
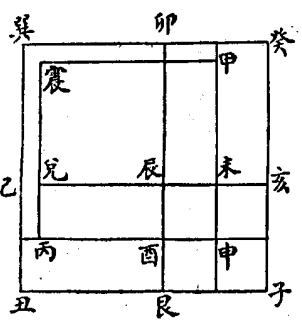
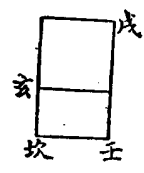
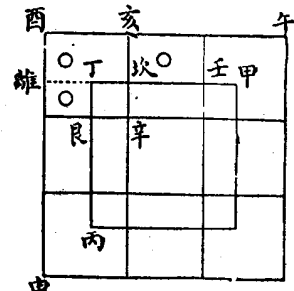
句弦較也。乃以句弦較九尺。為長闊較。用帶縱較數開方法開之。得闊十五尺。為股。而餘可知。

如股弦較二尺。弦和四十尺。求三色。法做上條。

如句股和二十三尺。弦較十尺。求三色。

法以句股和自乘為甲丙方。又以句股和與弦較較相加為兩句一弦共數。如圖。

甲乙丙皆句也。乙丁股也。丙丁句股較也。甲丁句股和也。丙戊弦也。丁戊弦較也。以丁戊弦較較。加甲丁句股和。故為兩句甲乙。一弦丙戊之共數。自乘為癸丑方。相減餘為卯癸。與句自乘方等。卯己弦自乘方也。內除其股自乘。又餘亥申。申子。申長。三個句自乘方。又餘癸未丑酉。弦句相乘之二長方。又餘甲卯己丙句乘股弦較之二小長方。此二小長方。若各合於句自乘之二正方形。即成句與弦較較相乘二長方。蓋句加股弦較。即弦較較也。何則。一句加一句股較即股也。一股加一股弦較即弦也。然則一弦之內包有一句。一句股較。一股弦較。三數在內。今於弦內減去句股較。以其餘為弦較較。是弦較較即一句。加一股弦較也。詳見二千。於是合而計之。則為句自乘二正方形。句弦相乘二長方。句與弦較較相乘二長方。折取一半。而連為長方形。如下圖。



其闊即句。其長為一句。金木一弦。水火一弦。較較。火土。其長闊相和。金土與土。為兩句一弦。一弦較較。於是。以弦較較與兩句一弦之共數。相用帶縱和數開方法算之。得闊為句也。而餘可知矣。

法以句股和自乘為甲丙方。又以弦較和自乘為癸丑方。相加為申戊長方。乃倍弦較和為長闊較。用帶縱較數開方法開之。得十七尺為弦。而餘可求。如圖。甲丙方內藏丁己股自乘方。一己丁句自乘方。一甲己己丙句股相乘長方。二。癸丑方內藏寅辰弦自乘方。一辰子句股較自乘方。一癸辰辰丑弦乘句股較長方。二。

丑弦乘句股較長方。二。二方相併。則得弦自乘方。三。寅辰一弦方也。丁己一腰方。合己乙句乘之二長方。割之。成四句股。合長。句股較與弦相乘長方。二。合成子句股較自乘方。又割一弦方也。句股較與弦相乘長方。二。合成下圖。

其闊即弦。其長為三弦二句股較。其長闊相減。戊戌減丙亥。為二弦二句股較。故倍弦較和。而用帶縱較數以開之也。

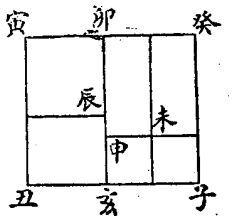
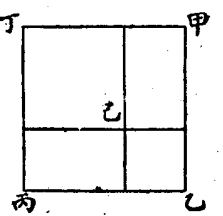
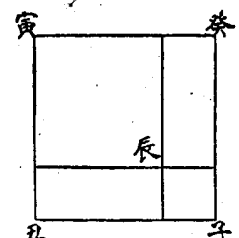
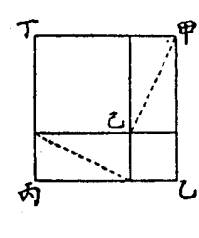
如句弦和二十五尺。弦和較六尺。求三色。

法以句弦和自乘為甲丙方。又以句弦和與弦較較相加為兩句一弦共數。內加弦較較。則此一弦較較。得二句一弦也。故合。與句弦和相乘為癸丑方。甲丙方丁己弦自乘方。一己乙句自乘方。一甲己己丙句弦相乘長方。二。

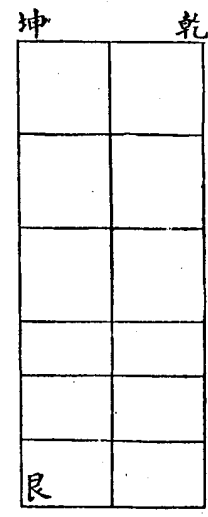
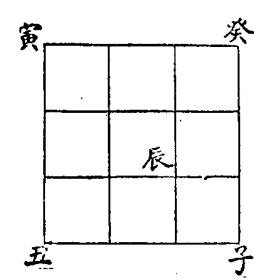
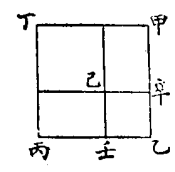
寅辰股自乘方。一。未亥句自乘方。一。合二者。與上圖丁己弦方等。癸未未卯。句乘弦之長方。二。與上圖甲己己丙二長方等。未子句自乘方。一。與上圖乙己方等。於是相減。餘辰丑長方。其亥丑長即股。其辰亥亥丑長闊相和。即句弦和。即卯辰長。即亥丑長。即寅辰長。內分卯申為弦。申亥。於是。以帶縱和數開方法開之。得長十五尺為股。而餘可知。

如句弦和二十五尺。弦較和二十四尺。求三色。

法以句弦和自乘為甲丙方。又以兩和相加得四十九尺。為兩弦一股之共數。句弦和一句一弦也。弦較和一句股較一弦也。自乘為癸丑方。如圖。甲丙方內己丁句自乘方。一己乙句自乘方。一甲己己丙句弦相乘長方。二。癸丑方內寅辰弦自乘方。四。辰子股



自乘方一。癸辰辰丑股弦相乘長方四。於是以前圖相併得弦自乘方六。己乙句自乘方。合辰子股自乘方亦成一弦方。句弦相乘長方二股弦相乘長方四。合之爲乾良一長方。

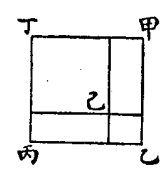
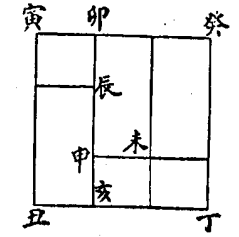


其闊即二弦。其長即三弦。一句二股。其長闊相和。與坤良。爲五弦。一句二股。於是將兩弦一股之共數。倍爲四弦。二股。加入句弦和之一弦。一句。適合五弦。一句二股之數。用帶縱和。數開方法。開之得闊爲二弦。折半得弦。而餘可知。

如股弦和自乘爲甲丙方。又以股弦和加弦和較。得三十八尺。爲兩股一句之共數。股弦和一股一弦也。不及句股相和六尺也。則於該加六尺。而此一弦。遂變爲一股一句矣。故合爲二股一句也。與股弦和相乘爲癸丑方。

甲丙內丁己弦自乘方一。己乙股自乘方一。甲己己丙股弦相乘長方二。癸丑內未丁股自乘方一。寅辰句自乘方二。合二方。與上圖丁己弦自乘方等。卯未未癸股弦相乘長方二。與上圖甲己己丙二長方等。未亥股自乘方一。與上圖己乙方等。於是兩圖相減。所餘辰丑一長方。其亥丑闊即句。其辰亥長與亥丑闊相和。即股弦和。亥丑即卯辰。合辰亥成卯亥。和數開方法。開之得闊爲句。而餘可知。

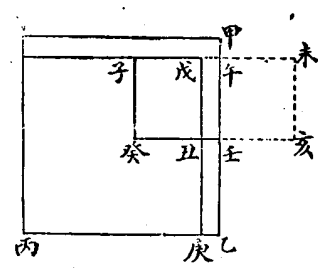
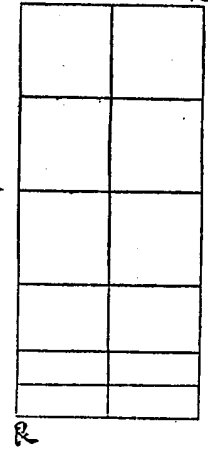
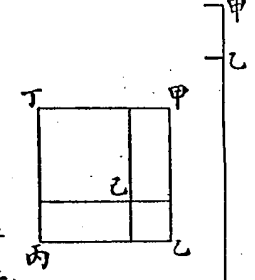
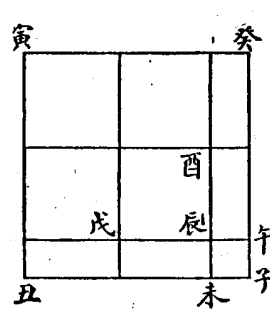
如股弦和三十二尺。弦較十尺。求三色。法以股弦和自乘爲甲丙方。又以股弦和加弦較較得四十二



尺。爲兩弦一句之共數。如圖。甲丁弦也。乙丁股也。甲乙股弦較也。乙丙句也。丙丁句股較也。甲丙弦較較也。而甲丙中兼有乙丙句。與甲乙股弦較。是弦較較者。一句一弦。弦較之共數也。今與股弦和相併。則得一句一弦。股較一。股一弦。而此一。股加此一。股。即變股爲弦。故爲兩弦一句也。以此共數自乘爲癸丑方。甲丙內丁己弦自乘方一。己乙股自乘方一。甲己己丙股弦相乘長方二。癸丑內寅辰辰自乘方四。辰子句自乘方一。癸酉酉丑戌戌未。句弦相乘長方四。於是以前圖相併。得弦自乘方六。合己乙股自乘方。亦該自股弦相乘長方二。句弦相乘長方四。合成乾良形。

其闊爲二弦。其長爲三弦。一句二句。其長闊相和。爲五弦。一句二句。於是將兩弦一句之共數。倍爲四弦。二句。與股弦和相加。爲長闊和。用帶縱和數開方法。開之得闊爲二弦。折半得弦。而餘可知。

如句股較七尺。弦和較六尺。求三色。法以弦和較六尺。自乘爲戊癸方。甲丙弦自乘方也。戊丙股自乘方也。丁午庚癸折形。即句自乘方也。與甲癸方等。積甲癸既等丁午庚。則戊癸必等丁子與丑乙。於是戊癸弦和較自乘方。照試子戊庚爲午未。則未戌即午子句也。戌辛股也。未辛句股和也。午辛股也。未辛句股和也。子戌未午亦該相較也。故戊癸爲弦和較自乘。折半爲丑乙方。其闊壬丑。即股弦較。其長壬乙。即股弦較。加句股較。蓋長爲句股較。句股較中兼有甲丁股也。丙丁句也。乙丁股也。甲丙句股較也。乙丙句股較也。甲乙股較也。故甲丙句股較中。兼有甲乙股較。乙丙句股較。二。於是以前句股較七尺。爲長闊較。用帶縱較數開方法



開之得闊二尺為股弦較與弦和較
六尺相加得八尺為句今股少弦二尺
多於弦六尺則句而餘可知

如句弦較九尺弦較較十尺求三色

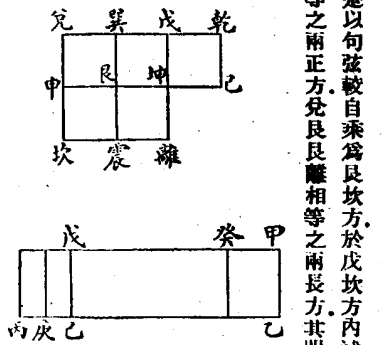
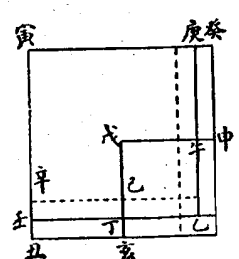
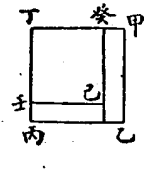
法以弦較較為一句與一股弦較之共數詳上股弦較較
自乘為
甲丙方又以句弦較與弦較較相加為一弦與一股弦較之共數
詳上股弦較較為一句與一股弦較之共數今加句弦較則此一句弦較為
股弦較較為一句與一股弦較之共數今加句弦較則此一句弦較為
自乘得
癸丑方

丁癸丁壬皆句也甲癸壬丙皆股弦較也丁己句自乘方也
寅庚寅壬皆句也寅卯寅辛皆股也庚卯辛壬皆股弦較也癸庚
同庚卯辛壬同壬辛亦股弦較也寅乙弦自乘方也 以兩方相
減於癸丑方內減去等甲丙之申亥方所餘庚午戊丁壬寅皆折
形與股自乘方等自乘方內減之則餘為股自乘方矣又餘癸午丁
丑句弦較也庚午壬皆句弦較也與股弦較較相乘二長
方即同卯午辛丁二長方與戊己弦和較自乘方等詳上於是將上項皆折形變為戊坎方而與戊己
弦和較自乘方相乘連如下圖

此二方邊之較即句弦較也或兌戊離皆股也或震庚坤皆股也或乾
九尺則句弦較也為圖明之
甲乙股也乙丙句也丁丙股也丁乙句弦較也甲丁股和較也故甲乙股內乘有甲丁弦和較丁乙句弦較二數也於是句弦較自乘為良坎方於戊坎方內減之
餘兌戊離震艮申皆折形合之戊己形得戊己戊良相等之兩正方兌良離相等之兩長方其闊即
弦和較其長即弦和較加句弦較即股也於是句
弦較為長闊較用帶縱開方法開之得長為股而餘
可知

可知

又法以弦較較為句與股弦較之共數與句弦較相
加為弦與股弦較之共數兩數相併為一句一弦二
股弦較之共數詳上與句弦較相乘為甲丙長方
甲癸一句 癸戊一弦 己丙二股弦較 甲己
句弦較較九尺與句弦和七尺共三十五尺相乘



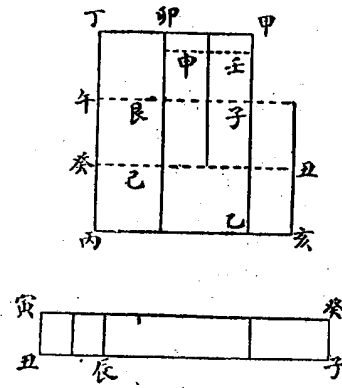
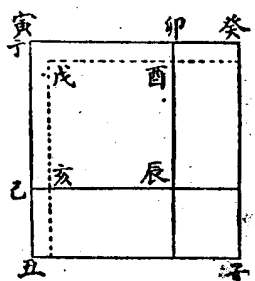
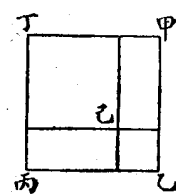
一三九

方也與上圖戊坎股自乘方等詳上 戊丙句弦較戊己 與股弦較己庚 相乘二長方也與上圖戊己
弦和較自乘方等詳上 仍依上法算之

如股弦較二尺弦較和二十四尺求三色

法以弦較和減股弦較餘為股與句股較之共數 詳上股弦較較為一句與一股弦較之共數今加句弦較則此一句弦較為
股弦較較為一句與一股弦較之共數今加句弦較則此一句弦較為
自乘為甲丙方又以
弦較和自乘為癸丑方內丁己股自乘方一己乙句股較自乘
方一甲己丙股與句股較相乘長方二
內寅辰弦自乘方一辰子句股較自乘方一與上圖己乙等癸
辰辰丑弦與句股較相乘長方二
兩方相減於癸丑方內減去等甲丙之戊子方餘卯丁亥皆折
形為寅辰弦自乘方內所容之句自乘方積 詳上股弦較較為一句與一股弦較之共數今加句弦較則此一句弦較為
折形則句方也 又餘癸酉亥丑句股較較癸卯己乘股弦較較
長方二轉於甲丙方內減去前二項所餘之積
一減去丁己句自乘方其積與卯丁亥皆折形等一減去甲申
與申卯二長方其積與癸酉亥丑二長方等所餘為句減股弦較 詳上股弦較較為一句與一股弦較之共數今加句弦較則此一句弦較為
長方又餘午己己丙股己癸 與句股較較癸癸癸 相乘二長方又餘子己己乙句股較自乘二正方而
移子申申良為子丑丑乙合而為午亥一大長方其闊 詳上 即二句股較其長 亥丙 即二股減一股弦
較其長闊和為二句股較二股少一股弦較於是句股與句股較之共數倍之得二股二句股較內減
去一股弦較為長闊和用帶縱和數開方法開之
得闊為二句股較折半得句股較於弦較和內減
之餘為弦而他可知

又法以弦較和減股弦較為股與句股較之共數
詳上 自乘為甲丙方 詳上 又以股與句股較其數
加弦較和為一股一弦二句股較共數 詳上 一弦一句股
共得二股二句股較 以股弦較二尺乘之為
癸丑長方內寅辰為股弦較乘股弦和之長方與
上圖丁己句自乘方等詳上 寅辰為股弦較乘
二句股較之長方與上圖甲戊長方等



一四一

兩圓相減仍用上法算之。

句股積與和較相求法

①如句股積六尺有句三尺求二色有股求二色做此。

法倍積以句除之即得股而弦可知。

②如前積有弦五尺求二色。

法四因前積又以弦自乘得積相減餘開方得句股較用第三條法算之。

③如前積有句股較一尺求三色句股較股較者。

法倍積以較一尺為帶縱用帶縱較數開方法算之。

④如前積有句股和七尺求三色附帶縱立方法後。

法八因前積又以和七尺自乘得積兩數相減餘開方得句股較和較相減餘折半得句理詳第

⑤如前積有弦和十二尺求三色。

法四因前積又以弦和自乘為甲丙方積兩積相減餘折半以弦和除之得弦於弦和內減之餘為句股和用第四條法算之如圖

丁己句自乘方 己壬股自乘方 壬乙弦自乘方

辰己己酉並句股相乘長方其積即四句股積也減去則餘壬乙一弦方又餘丁己一旬方與己壬一

股方合之亦一弦方又餘辰寅卯酉句乘弦之二長方又餘寅壬壬卯股乘弦之二長方折半止餘一

乙壬方壬寅辰寅卯酉句乘弦之二長方又餘寅壬壬卯股乘弦之二長方折半止餘一

乙壬方壬寅辰寅卯酉句乘弦之二長方又餘寅壬壬卯股乘弦之二長方折半止餘一

除之而得弦也。

⑥如前積有弦和較二尺求三色。

法四因前積以弦和較除之為弦和和數內減弦和較餘折半為弦

加弦和較為句股和用第四條法算之如圖 甲丁為句股和 丙

丁為弦 甲丙為弦和較 甲戊為句股和自乘方 丁己為弦自

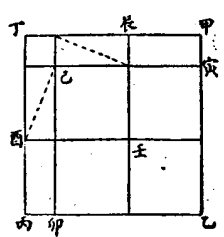
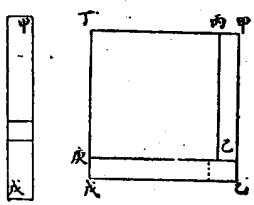
乘方 二方相減其甲乙戊庚己丙將折形與四前積相等蓋句股和自

乘方及一句股較自乘方弦自乘方內容四句股較及一句

股較自乘方並詳第三條今相減故所餘乃四句股較也引而長之

⑦如前積有弦較和六尺求三色。

其闊即弦和較其長即弦和和故以弦和較除之而得弦和和也。



法四因前積又以弦較和自乘得甲丙方積兩相減餘折半以弦較和

除之得句股較於弦較和內減之餘為弦用第三條法算之如圖

內減去闊記之四句股積餘子壬與己丙句股較自乘方二丁己己乙

弦乘句股較長方二折半則止餘乙己長方一己丙句股較自

丙長方一其乙丙長則弦較和其戊乙闊則句股較故以弦較和除之

得句股較也。

⑧如前積有弦較四尺求三色。

法四因前積又以弦較較自乘得己乙方積兩相減餘折半以弦較較

除之得句股較以加弦較較得弦用第三條法算之如圖

己乙弦較較自乘方甲乙丙庚己戊聲折形其積與四句股等相減則

餘甲己己丙二長方折半得甲己一長方其長甲戊即弦較較其闊戊己即句股較故以弦較較除之

得句股較也然何以知前項聲折形積與四句股等蓋甲戊弦較較加戊丁句股較即弦也句股較一

句股較一即為弦五也。弦自乘丁乙方內容四句股積及一句股較自乘之丁己方然則除卻丁己方

所餘前項聲折形為四句股積無疑也。

正句股比例凡三者之數合於句三股四

⑨如有正句股其句十二尺求股弦

法以句三定率除句十二尺得四知今形為四倍乃以股定率四弦定率五俱用四因之得股十六弦

二十。

⑩如正句股其句股相和六十三尺求三色。

法以定率句三股四相併得七以除六十三得九知今形為九倍乃以定率句三股四弦五俱用九因

之得句二十七股三十六弦四十五

⑪如正句股其弦和和六十尺求三色。

法以定率三四五相併得十二尺以除六十尺得今所設為五倍如上法因之

⑫如正句股其句九尺股十二尺求內容方邊

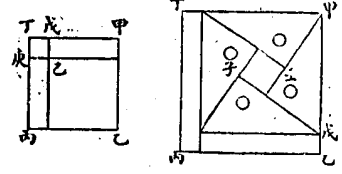
法以股十二尺七歸三因得內容方邊五尺一寸四分二釐八毫有餘或以句九尺七歸四因亦得蓋

句三股四者其求容方邊則以句股和七分為一半句三分為二率股四分為三率推得四率為容方

邊是容方邊得句七分之二以首率七分除次率每三分而以四乘之得股七分之二二率三率之值可互

為二率而以首率七除之乃以句三乘之今九尺與十二尺之比仍同於三尺與四尺之比故可相例

得容方邊是容方邊得句七分之二也。



⑤如正句股其句九尺股十二尺求內容員徑

法以股十二尺折半即得容員徑六尺或以句九尺取其三分之二亦得蓋句三股四弦五者其容員徑則於句股和七分內減弦五分是容員徑得股四分之二也故以相例

⑥如正句股其句股和二十一尺求容方邊

法照第二條求出句九尺股十二尺乃依第四條法算之

⑦如正句股其句股和二十一尺求容員徑

法照第二條求出句九股十二乃依第五條法算之或以句三股四併得七分爲一率以二分爲二率

⑧如正句股積九十六尺求三色

法以句三尺股四尺者之積六尺爲一率句三尺自乘得九尺爲二率今九十六尺爲三率推得四率

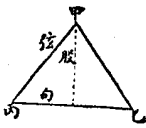
⑨如正句股其句自乘股自乘弦自乘共積四百五十尺求三色法以其積折半爲弦自乘方積

凡三角形立於員界之一半者必有一正方形中短即句股過於圓界一半者則三角俱銳名銳角不及員界一半者則二角銳一角鈍名鈍角故句股之外又立三角法也然自一角作垂線至底邊即分而爲二句股則又仍歸於句股矣

三角求中垂線法

⑩等邊者如等邊以一邊爲弦一邊折半爲句句弦求股得垂線如圖又法底邊折半自乘三因之開方得股爲垂線蓋句邊一五尺弦邊二尺則句積一二十五弦積四尺句弦求股法於弦積四內減句積一餘股積三故以句積三因即爲股積也

⑪若邊不等者銳角則任以一邊作底鈍角則以最大邊作底爲一率兩腰同乘之通名相和爲二率相減爲三率求得四率爲底邊之較與底邊相減折半爲句以小腰爲弦句弦求得股爲垂線如圖



一四七

甲乙丙三角形以甲丙小腰爲半徑作員截甲

乙大腰於丑截丙乙底邊於子又引甲乙線至

己皆其半徑也則己乙爲兩腰之和己丑爲兩

腰之較乙丙爲底邊之和乙子爲底邊之較法

爲以底邊之和乙丙比兩腰之和己乙若兩腰

之較乙丑比底邊之較乙子爲轉比例四率也

問用轉比例者何也答曰試作己子丙丑二線

成己子乙丙丑乙兩三角形必同式蓋彼同一

乙角又此之己角即同彼之丙角

大員界角一係圖中五甲子之角與內心角

子之己及五丙子之丙皆界角也己丙皆甲之一

半則己丙則此之子角亦必同彼之丑角矣三

角之度既皆同則爲同式無疑

試析之如下圖



又將丙丑乙反轉或名己庚辛比乙子也因其反轉故爲轉

法爲庚己乙丙己乙若庚辛丑乙比乙子也因其反轉故爲轉

比例實則正比例耳

又法以大小腰各自乘得數相減餘爲實以底邊爲法除之得底

邊較如圖以甲丁垂線分三角爲甲丁乙甲丁丙二句股以甲乙

弦自乘則成甲辛方內容乙丁句自乘方及甲戊辛丁乙己摺折

形即甲丁股自乘方又以甲丙弦自乘則成辛壬方內容丙丁句

自乘方及摺折形即甲丁股自乘方今以兩弦自乘數相減是兩

摺折形已對減盡又於乙丁大句自乘方內減丙丁小句自乘方

所餘圖記之摺折形引而長之成一長方形其長即乙丁與丁丙

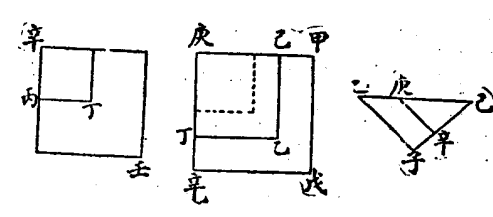
之和其闊即乙丁與丁丙之較故以底邊除之而得較也

按二法一也蓋上法以兩邊之和與兩邊之較相乘二率三率相

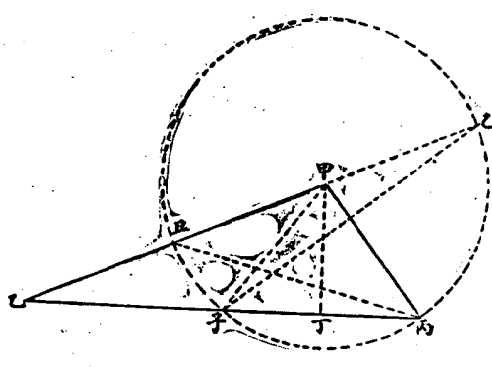
以底邊除之與此法固無異耳

若鈍角以最小邊或次小邊爲底則垂線俱在形外求法同上條

一四九



一四八



但底為和此底為較被為以相求得較此為以較求得和耳如圖
 甲丁垂於形外成甲丁乙甲丁戊兩句股形甲戊中丙乙戊
 兩句之和也乙丙底兩句之較也求得乙戊和減乙丙底折半
 得丙丁句以甲丙為弦求得甲丁股又法亦做上條

三角求積

先求垂線不論形與底邊相乘折半得積

一法求心垂線與半總相乘得積如三角形甲乙邊八尺甲丙

邊十尺乙丙邊十四尺求積法併三邊得三十二尺折半得十

六尺為半總如圖將甲乙丙三角形分為三三角形甲丁丙

乙丁丙則三邊皆為底丙形底甲乙形底甲丁形底各與心垂線丁已丁庚相乘則變三三角形

為三長方形是倍積也詳句股容故合三邊折半止取半總與心垂線相乘也然未知心垂線度於是

半總十六尺與甲乙邊八尺相減得丙己較八尺丙己同丙庚折半止用丙己乙己同乙壬折半止用乙壬

乙相乘其乘丙己故與甲丙邊十尺相減得乙己較六尺乙己同乙壬折半止用乙壬甲甲乙丙己

二尺而移甲壬為乙辛則丙辛為三邊之半總試引丙丁線至癸成丙辛癸大句股形與丙己丁小句

股形同式其丙辛與丙己之比即同癸辛與丁己之比然丙辛

一率丙己較八尺二率雖知而癸辛三率不知於是想出乙己較六尺

與乙辛同甲壬丙相乘之積同於癸辛與丁己相乘之積蓋癸辛乙己

己丁句股同式而乙辛三率相乘與一率乙己句一率若乙己較六尺

比己丁句四率也而乙辛三率相乘與一率乙己句一率若乙己較六尺

股同式蓋倍癸辛乙己為癸辛乙己形即與乙己丁壬形同式何者癸辛乙己

其癸丙合乙丙為九十度則倍之為癸辛乙己形其倍癸丙乙丙為一百

八十度癸丙乙丙為八十度則其同式可知也半之而為句股形亦必同式可知矣

則可以己乙乘乙辛之數代癸辛乘丁己之數為三率於是求出四

率六尺為丁己垂線自乘之積

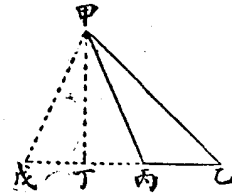
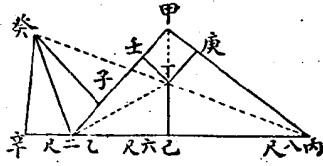
二 丙己較八尺

三 己乙較六尺乘乙辛較二尺得十二尺

四 丁己垂線自乘積六尺

按三率己乙與乙辛相乘即癸辛與丁己相乘也三率本用癸辛四率本得丁己今三率改用癸辛乘

丁己則四率亦必得丁己乘了己矣



於是以四率所得開方得心垂線與半總相乘得積捷法以三較連乘得數以半總乘之開方得積
 蓋半總乘垂線三角之積也而復以垂線乘之積又復乘垂線也又以半總乘之是積乘積也故開
 方得積耳

三角求內容方邊

法以大邊為底如法求出中垂線與底相加為一率中垂線為二率

底邊為三率求得四率即容方邊

如圖甲乙丙三角形求出甲丁垂線移為乙戊與丙乙相加成丙戊

為一率甲丁垂線為二率丙乙底為三率庚辛容方邊為四率法為

丙戊比甲丁若丙乙比庚辛也

三角求內容員徑

等邊者如邊一法先求得中垂線以三歸之即容員半徑倍之為全

徑如圖

甲庚丙己皆垂線也相交於丁即三角之心亦即容員之心故丁庚

與丁己皆員半徑又甲庚戊大句股與甲己丁小句股同式大句股

甲戊弦為庚戊句之倍則小句股甲丁弦亦必皆丁己句之倍而丁庚等丁己是甲丁得二分丁

庚得一分也故三歸甲庚而得丁庚

若邊不等者亦先求中垂線與底邊相乘得積而合三邊為法除之得數即容員半徑其理與句股求

容員徑同詳彼條

三角求外切員徑

等邊者法先求中垂線三歸而四因之得所切外員之全徑如圖

甲戊丙子並垂線相交於丁即三角之心亦即員心故甲丁與丁庚皆員半徑又甲戊乙大句股甲子

丁小句股同式甲乙倍乙戊己即甲丁亦倍丁子而丁戊等子丁

是甲丁二分丁戊一分合之為甲戊三分也又丁庚與甲丁同是二

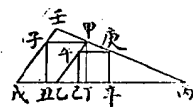
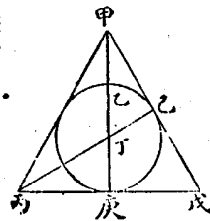
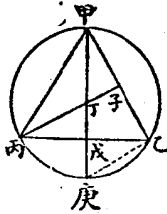
分徑也合得全徑四分故三歸甲戊垂線而四因之得甲庚全徑

四分也

又法以一邊自乘三歸四因開方得員全徑試於前圖添作乙庚線

遂成甲乙庚大句股甲戊乙小句股為同式小形甲乙弦既倍甲戊句則大形甲庚弦亦必倍乙庚句

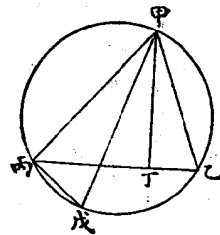
故甲庚弦自乘方比乙庚句自乘方為四倍依句股求股法言之甲庚弦自乘方積內減乙庚句自乘



方積所餘為股自乘方積。今甲庚自乘方。既為乙庚句自乘方積四倍。則減餘之甲乙股自乘方積。必為句自乘方積三倍矣。故三歸甲乙邊自乘積。而四因之。為甲庚自乘積也。

○若邊不等。而為銳角者。法亦先求中垂線為一率。小腰為二率。大腰為三率。求得四率。為員徑如圖。

甲戊為全徑。甲丙戊句股形。立於員界之一半。則丙必為正方角。與甲丁垂線所分甲丁乙句股形之丁角等。而甲丙戊形之戊角。與甲丁乙形之乙角。皆對甲丙弧。其度又等。則兩形必同式。可相比例。是以甲丁股與甲乙弦之比。若甲丙股與甲戊弦之比也。鈍角法同。



一五四

算通卷三上

割員

○一法以員容六邊形起算。

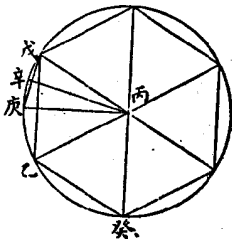
如圖以員半徑丙戊。丙即為所容六邊形之一邊。如戊乙。並平行。而戊丙又與乙庚平行。則戊乙必等丙戊。即戊丙與丙戊。又凡二角形。合三角共一百八十度。今戊丙乙三角。丙角既得六十度。則戊乙角亦得六十度。平分之。亦各得三十度。是以戊丙乙。為等腰三角。則三邊亦必等矣。

又以半徑丙戊。為弦一過折半。戊丁。為股。求得句。丙丁。轉減半徑丙戊。餘丁庚。又為句。以半邊戊丁。為股。句股又求得弦戊庚。是為割六邊為十二邊。如是者累析為二十四邊。四十八邊。九十六邊。至五百一十五。三千九百六十七。七千五百五十二。定為員徑一兆。得周三兆一千四百一十五萬九千二百六十五有餘。

○一法以員容四邊形起算。

算通 卷三上

一五五



如圖甲丙丁句股形。以半徑甲丙為股。丙丁為句。句股求得甲丁弦。即容方邊。又甲己戊句股形。以半邊甲己為股。以己丙甲半徑丙戊相減。餘己戊為句。句股求得甲戊弦。是為割四邊為八邊。如是屢析為十六邊。三十二邊。以至億萬邊。亦得徑一周三十一四一五九二六五有餘。

○一法以六邊形容員起算。

如圖以員全徑戊庚。移作甲丁為弦。以半徑乙丁為句。求得甲乙股。取其三分之一。甲乙三分。取甲二分。與半未等。蓋角形。亦必等邊矣。而半。為六邊形之一邊。乃半之以為乙己句。以半徑丁乙為股。即得六邊形之一邊。午己。移作己丁為弦。午己丁與角形也。與丁子半徑相減。餘己子為句。用三率比例法。求得丑子股。丑子己小句股形。與丁乙己大句股形相似。法。倍之。成丑辛。為十二邊之一邊。是為割六邊為十二邊也。如是者亦屢析至億萬邊。所得周徑率亦同。

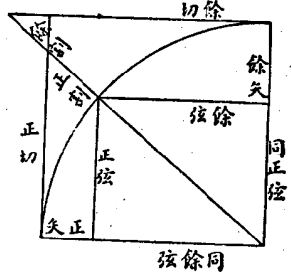
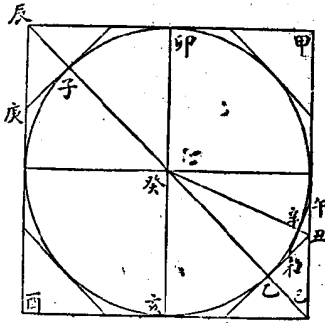
○一法以方容員起算。

如圖以員徑甲己為股。己酉為句。求得辰己弦。與員徑相減。餘辰子為乙己。合之。成丑丙。為員外八邊形之每邊。乙己等乙丑。辰子等。半之為乙丑句。半徑乙癸為股。求得癸丑弦。與半徑辛癸相減。餘丑辛。又為句。用三率比例法。求出辛未股。法。為大句丑乙比大股乙癸。倍之。得午未。為十六邊形之每一邊。是為割八邊作十六邊也。如是者亦屢析至億萬邊。所得周徑率亦同。

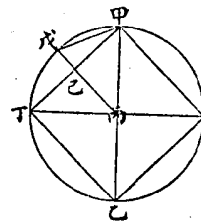
割員八線

說詳三角法。作八線表各法。表見數理精蘊。西術割員用八線。而其所作八線表。則用六宗三要二。

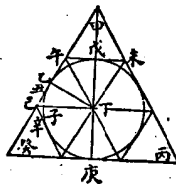
算通 卷三上



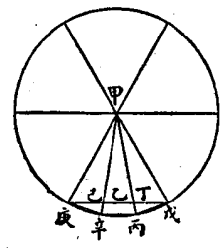
一五七



一五六



徑十尺自乘三因之得三百尺爲法。按上益實除法算之。得次率三尺四寸七分二釐九毫。即所容十八邊形之一邊也。爲十二度弧之通弦。如圖甲戊丙三角形。戊丙乙三角形。丙丁乙三角形。按丙乙之得。皆同式蓋戊丙乙形之戊角當庚丙弧爲戊丙弧之倍。則戊丙乙形之戊角。必等甲戊丙形之甲角。又同用丙角。則兩形必等。詳上具容。又丙丁乙形之丙角。與甲丙辛形之甲角。亦必等。甲丙辛形之甲角。即丙角。與甲丙辛形之甲角。爲相對錯角。亦必等。故爲同式也。又與戊丙乙形同用乙角。是此三形之各角互相相等。故爲同式也。則可相爲比例。故甲戊丙與戊丙乙之比。同於戊丙與丙乙之比。戊丙與丙乙之比。又同於丙乙與乙丁之比。爲相連比例四率。而甲戊爲首率。戊丙爲次率。丙乙爲三率。乙丁爲四率也。又戊庚爲六十度之通弦。與甲戊首率等。而戊乙。丁己。庚三。皆與戊丙次率等。是戊庚首率中有戊丙二率之三倍。而少一丁乙四率也。必以戊庚首率與丁乙四率相併。方與戊丙二率之三倍等。故用連比例四率。有首率求次率法算之。得次率戊丙。爲十八邊形之一邊也。

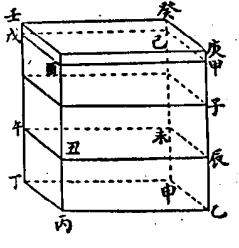
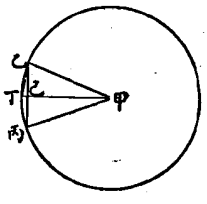


◎一以員容九邊形起算

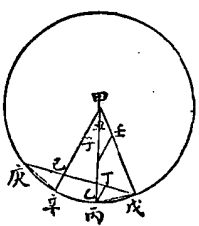
法以半徑甲丁爲底。以半徑甲乙。與所容十八邊形之一邊乙丁。爲兩腰。用三角形求中垂線法。求得中垂線乙己。倍之得乙丙。即所容九邊形之一邊。

◎一以員容十四邊形起算

此須明按分作相連比例四率又法。如以十尺爲首率。作連比例四率。欲使首率四率相加。與兩個次率一個三率數等。問各率數。法以一率十尺自乘再乘得一千尺爲實。又以一率十尺自乘得一百尺。二因之得二百尺爲法。以除實得次率五尺。因減實大於益實。故取略小之數四尺爲次率初位數。如圖甲乙首率也。庚子子辰皆次率也。辰乙三率也。庚甲四率也。庚乙爲一率四率之共數。亦爲二個次率一個三率之共數也。甲乙丙丁戊己。首率自乘再乘正立方體也。庚乙丙丁壬癸。兩個次率加一個三率。與首率面積相乘長立方體也。正立方體。比長立方體。少一庚甲百戊壬癸扁方。乃首率自乘乘四率之



體積與次率自乘再乘之積等。又首率所成正方體。比兩個次率乘首率面積之庚辰壬午戊己之扁方體。多一辰乙丙丁午未扁方體。乃首率自乘乘三率之體積。與次率自乘乘首率之積等。如首率十二。三率八。末率十六。以首率自乘得四。以三率乘得三。以末率乘得十六。然則於首率自乘再乘之正方體。加入次率自乘再乘之數。而減去次率自乘乘首率之數。即如於甲乙丙丁戊己正方體。如庚甲丙戊壬癸扁方體。而減辰乙丙丁午未扁方體。成一庚辰壬午壬癸扁方體。而以首率自乘面積爲法除之。必得庚辰爲兩個次率共數。若二因其法以除之。必得子辰。爲一個次率之數矣。今不知加減。止二因其法。以除原積。則所得四尺。乃次率之泛數。而非定數可知。故用益積減積之法。以次率泛數四尺。自乘再乘得六十四尺。以益原實一千尺。共一千零六十四尺。爲益實。復以次率四尺。自乘得十六尺。與首率十尺相乘。得一百六十尺。於益實內減之。餘九百零四尺。爲正實。按除法。以所得四尺。與法二百尺相因。得八百尺。此取四尺。是止分去八百尺也。與正實相減。餘一百零四尺。爲第二位實。以法之二百尺除之。得五寸。仍取略小之數爲四寸。合之首位所得四尺。共得四尺四寸。自乘再乘得八十五尺一百八十四寸。以益原實一千尺。得一千零八十五尺一百八十四寸。爲益實。復以所得四尺四寸。自乘得一百九十九尺三十六寸。以乘首率十尺。得一百九十三尺六百寸。於益實內減之。餘八百九十一尺五百八十四寸。爲正實。按除法。減首位所得四尺。與法相因之八百尺。又減次位所得四寸。與法二百尺相因之八十分。自乘再乘得八十八尺一二二五。以益原實一千尺。得一千零八十八尺一二二五。爲益實。復以所得四尺四寸五分。自乘得一百九十九尺八寸零二五。以乘首率十尺。得一百九十八尺零二五。於益實內減之。餘八百九十九尺零九六二五。爲正實。按除法。減首位所得四尺。與法相因之八百尺。又減次位所得四寸。與法相因之八十尺。又減第三位所得五分。與法二百尺相因之十尺。餘九十六寸一二五。爲第四位正實。以法二百尺除之。實不足法。知第四位爲空位。而第五位得四。合前四位所得。共四尺四寸五分零四毫。自乘再乘得八十八尺一四四八。九零一三六零六四。以益原實一千尺。得一千零八十八尺一四四八。九零一三六零六四。爲益實。復以所得四尺四寸五分零四毫。自乘得一百九十九尺八寸零六零一六。以乘首率十尺。得一百九十八尺零六零一六。於益實內減之。餘八百九十九尺零零八四二八。八五三零六四。爲正實。按除法。以五次所得之數。與法相因之數。遞減之。仍餘四寸二八八五三零六四。不盡。所餘無多。可不再求。計共除得四尺四寸五分零四毫。爲次率定數也。以次率定數。自乘。而以首率除之。即得三率一尺九寸八分零六毫。以次率二因之。



肆以半較角切線庚壬為四率。以與一率兩邊之和丁丙。二率兩邊之較丙戌。相比也。丙丁比丙戌。若子
丁與丁丑。全遠比半遠也。而子丁為半外角正。庚已為半外角
正切。正弦與正切相。故將為以丙丁比丙戌。若庚已與庚壬。
次求甲丙邊照法。

銳鈍形。或角其角。大同小
異。故併為一。

兩角一邊求餘角餘邊例

如甲乙丙銳角形知乙角六十度。丙角四十六度。乙丙邊三十二丈。求餘角餘邊。
法先求甲角併乙丙二角。得一百零六度。與半周一百八十度相減。得甲角七十度。次照第一條法。

求甲丙邊

一 丙己。甲角正。弦。

二 丙庚。乙角正。弦。

三 乙丙邊。

四 甲丙邊。

求甲乙邊

一 己乙。甲角正。弦。

二 乙戊。丙角正。弦。

三 丙乙邊。

四 甲乙邊。

問丙己何以為甲角正。弦。丙庚何以為乙角正。弦。曰。甲角。即丙

丁戊角也。故丙丁戊角之正。弦。丙己。即甲角之正。弦。又乙角。即

壬丁丙角也。故壬丁丙角之正。弦。丙庚。即乙角之正。弦。何也。凡

界角為心角之半。甲乙丙形。三角皆切員界。是名界角。若於員

心丁。作了丙丁乙丁甲三線。即成甲丁丙。丙丁乙。乙丁甲。三三

角形。此三三角。各以下角居員心。是名心角。心角之度。必大於

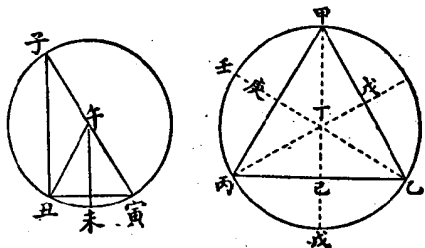
所載界角之度一倍。試為圖明之。

丑午寅心角。必大於丑子寅界角一倍。試作午未線。與子丑平

行。而平分丑寅弧為二。亦平分丑午寅心角為二。其一丑午未

其。一未午寅。並與丑子寅等。何者。午未與子丑平行。子寅又同

為一徑線。則二形之為同式可知也。未午寅心角。所對寅未弧。



非即丑子寅界角所對弧度乎。故丑子寅界角。度止得

丑午寅心角所對寅丑弧度之半也。又如下圖。

丑午寅心角。必大於丑子寅界角一倍。試作子午寅線。

平分界角心角各為二。照上圖論。則丑午寅心角。必

大於丑子寅半界角一倍。則寅午辰心角。亦必大於

寅子辰半界角一倍。又如下圖。丑午寅心角。必大於

丑子寅界角一倍。試作子午卯徑線。增丑子寅界角。為

丑子卯界角。亦增丑午寅心角。為丑午卯心角。照上圖

論。則所增心角。必大於所增界角一倍。而原心角。亦必

大於原界角一倍。可知矣。

然則甲乙丙銳角形。各邊折半。皆其所對角之正。弦。無

疑矣。故求甲丙邊者。以甲角正。弦。己丙。比乙角正。弦。丙

庚。若乙丙邊與甲丙邊。而求甲乙邊者。以甲角正。弦。己

乙。比丙角正。弦。乙。若丙乙邊與甲乙邊。也。蓋角大者

其對邊大。正。弦。亦大。角小者其對邊小。正。弦。亦小。可相比例矣。

問各角正。弦。與各邊不平行何以能相為比例。曰。此易知也。試以甲乙小邊為

半徑。作甲丁。為乙角正。弦。以乙角為半徑。作乙戊。為甲角正。弦。又截甲丙中邊於己。取己丙小邊為

乙半徑。作己戊。為丙角正。弦。可證正。弦。之大小。故己丙小邊。亦為甲乙小邊之半。便見乙角大。

所對甲丙邊亦大。其正。弦。甲丁。亦大。丙角小所對甲乙邊亦小。其正。弦。己戊。亦

小。而正。弦。如何股形之股。邊如何股形之股。小。股。己丙。即甲乙小邊也。股與股

之比。若弦與弦之比。故雖斜。正。不平行。

而能相為比例耳。

又法。如甲乙丙形有乙角六十度。丙角四十六度。

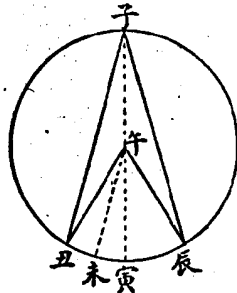
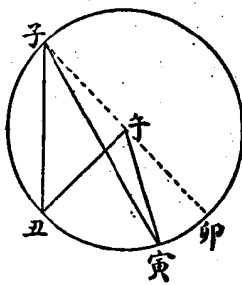
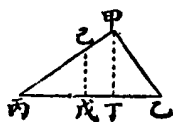
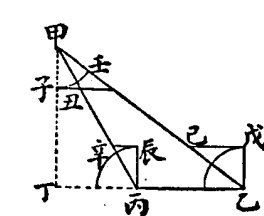
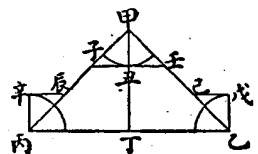
乙丙邊三十二丈。求甲乙邊。法以乙角餘切己。

即壬丑。加丙角餘切辛辰。即子丑。成壬子。為一率。

乙角之餘切己乙。即甲壬。為二率。乙丙邊為三率。

求得四率甲乙邊。法為壬子比壬甲。若丙乙比乙

甲也。若鈍角則以乙角餘切戊己。即子壬。與丙



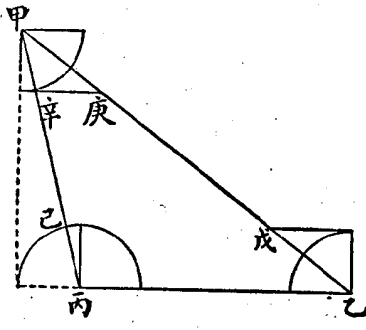
外角餘切辛辰。即子丑相減除壬丑爲一率。乙角餘割己乙。即甲壬爲二率。乙丙邊爲三率。求得四率。

如甲乙丙鈍角形。知乙角二十四度。丙角三十六度半。乙丙邊七十九丈零一寸。求餘角餘邊。

依法先求甲角。次求甲乙邊。照例當以甲鈍角之正弦比丙角之正弦若乙丙邊比甲乙邊而鈍角過於九十度。則無正弦。反以外角之正弦爲正弦。法以甲外角之正弦爲一率。乙甲丙鈍角形乙甲辛其外角也。外角之正弦乙丁。亦即甲鈍角之正弦。又截丙戊如乙甲作戊己。爲丙角之正弦。可見甲角大。則其對邊乙丙亦大。正弦乙丁亦大。丙角小。則其對邊乙甲。即戊丙亦小。戊己正弦亦小。故以乙丁比戊己。若乙丙比乙甲也。或疑鈍角之度益大。其正弦反漸小。而其所對之邊則漸大。何以能相爲比例。不知外角。原兼有餘兩銳角乙丙之度。而鈍角之正弦。必大於餘兩銳角之正弦。故得爲大邊之比例也。試於下圖。作甲壬線與丙乙平行。則壬甲子句股之甲角。與乙丙丁句股之丙角。必同度。爲其句既同用一丙辛徑線。而弦又平行。故角度同也。又壬甲乙角。即乙銳角。爲其爲交錯之角。亦度相等也。原本。壬甲子角。既同丙角。則於壬甲子作壬子正弦。必同於戊己。而小於乙丁可見矣。

兩邊一角求餘角餘邊例

如甲乙丙鈍角形。知乙角一百一十度。甲乙邊二十二丈五尺五寸。甲丙邊三十二丈三尺四寸。求餘邊角。求丙角。

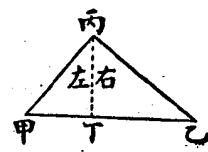


庚。故甲丙比甲乙。若甲辛比甲庚也。

如甲乙丙銳角形。知甲角六十度。甲乙邊四十丈。甲丙邊二十六丈一尺零八分。求餘角餘邊。

先求乙丙二角。用總較法。

一 丙邊之和
二 丙邊之較
三 半外角切線
四 半較角切線
檢表得半較角二十度。與半外角相減。得乙角度。於半周內減甲乙二角。餘八十度。爲丙角。得乙角可求乙丙邊矣。
又法作垂線。分爲兩句股算之。
作甲丁垂線。分左右兩句股形。先求垂線法。用左形。爲以丁直角正弦。比甲丙邊。若甲角正弦。比丙丁垂線也。



一 丁角正弦

二 甲丙邊

三 甲角正弦

四 丙丁垂線

次求甲丁分邊。

一 丁角正弦

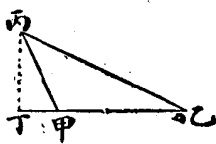
二 甲丙邊

三 丙分角正弦。合丁甲二角。以減。

四 甲丁分邊

得甲丁。而丁乙可知。則右形。有丁直角。有丁乙丙二邊。可照第三條法。以乙丁比丁丙。若半徑與乙角切線。得乙角。而餘俱可求矣。此垂線垂於形內者也。若鈍角而垂線在形外者。如下圖。

甲乙丙鈍角形。作丙丁垂線於形外。成丙丁乙。及丙丁甲。兩句股。先用丙丁甲形。求丙丁垂線。及甲丁虛邊。以丁直角正弦。比甲丙邊。若甲外角正弦。與丙丁垂線。又以丁直角正弦。比甲丙邊。若丙分角正弦。合丁直角甲外角。以減。與



乙丙邊與半總相減。餘甲戊四十二尺。為乙丙邊與半總之較。以甲丙邊與半總相減。餘乙己八十尺。為甲丙邊與半總之較。乃列四率。

一 半總

二 乙己較

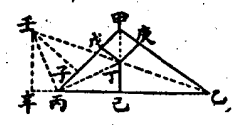
三 乙丙較乘甲戊較

四 一千二百二十五尺。開方得丁己三十五尺。為心垂線。

解曰。甲乙丙形。作分角線丁己。垂線丁己。即分為六句股形。俱兩兩相等。又按甲戊度。引乙丙線至辛。則乙辛即半總。為三較之和。試自辛作直角。將乙丁線引長至壬。成乙辛壬句股形。則乙辛壬與丁己平行。乙辛壬形。與乙己丁形同式。其乙辛半總。與乙己較之比。即同壬辛與丁己垂線之比。而不知壬辛。因思己丙與丙辛。相乘之數。同於

丁己與壬辛相乘之數。試作壬丙壬子。或等邊之兩句股。合為一子丙壬壬大四邊形。則其角共一百八十度。餘一百八十度。乃大四邊形之兩角壬丙壬也。然丙壬已丁小四邊形之內角。為大四邊形之外角。內外角亦合成一百八十度。是小四邊形之內角。與大四邊形之壬角。亦必等大四邊形之內角。可知。而大小二形。為同式。即各折為兩句股。亦同式矣。則以丁己丙丙。必若丙辛與壬辛。而四率之法。中兩率相乘。與首末兩率相乘。故以

己丙與甲戊。即丙。相乘之數。為三率。其所得四率。即丁己自乘之數也。首末大率。乃邊與邊之比。三率四率。乃丙與丙之比。四率。乃丙與丙之比。四率。乃丙與丙之比。四率。乃丙與丙之比。



一 己丙邊

二 己角正弦即半徑

三 丁己邊

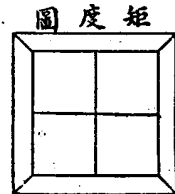
四 丙分角正切。檢表得二十六度三十四分。倍之為丙角。梅定九日。三邊求角。得數後。須加審。以

鈍角與外角同一八線也。此先求半角。則可無疑矣。

句股測量

用矩度。

以白石為心。取木鑲邊。心取方一尺。四邊各分一分。照分用墨。筆畫橫直線。惟正中十字線用朱畫。於橫朱線兩端。各安一粗針。名曰定表。又於兩朱線十字相交中心處。鑽一針孔。以安遊表。遊表以直銅條為之。其體三稜。稜相去各二分。其長一尺五寸。亦分為一百五十分。其面作一分中線。於分中線折半處。對底稜。貫一粗針。插安矩心。以



為轉運之樞。又於分中線兩端。對底稜。各安一粗針。以為窺視之表。以其可旋轉。遊移。故名遊表。

遊表與矩相切。即成句股形。蓋遊表為弦。橫朱線為句。遊表所切短邊。垂線至橫朱線為股也。凡測高用立矩。於直朱線之端。掛一線。下繫鉛。豎視掛線與直朱線合而為一。乃定矩勿動。測有遠可例之高。

如有旗杆不知其高。但知人立處距旗杆三丈。開杆高若干。用法立矩。定準豎線。以定表兩針。對旗杆頂。看成一線。則戊處即為地平。從

戊量至地得四尺。以遊表兩針。對旗杆頂。看成一線。即從遊表切短邊。子處。數至橫朱線端。丁處。得子丁四十分。如股。為二率。半橫朱線五十分。如何。為一率。距旗杆頂三丈。為三率。求得四率。二丈四尺。為旗杆頂至戊之度。加戊至地四尺。得杆高二丈八尺。

一 句心丁五十分。
二 股子丁四十分。
三 句心戊三丈。
四 股甲戊二丈四尺。

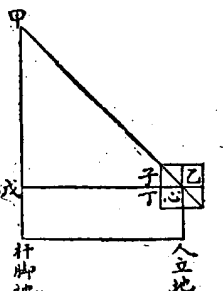
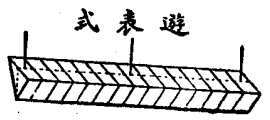
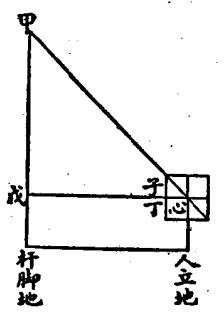
測有高可例之遠

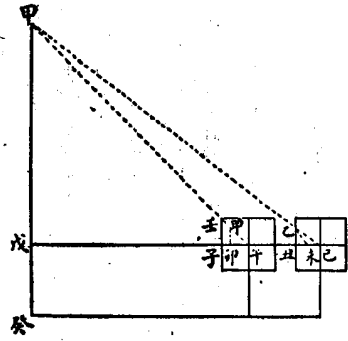
前條若知杆高。而測遠。則於杆高二丈八尺內。減戊至地四尺。餘二丈四尺。而反用其率。反三為二。反二為三也。

一 股子丁。
二 句心乙。
三 股甲戊。
四 句心戊。

測無遠可例之高

如有山一座。欲知其高。用法重測。甲癸如山高。先於午處立矩。以定表對山脚。戊處。為地平。戊離地四尺。以遊表對山頂。甲處。得此圖兩遊表。皆交於左邊者。若前短交於上邊。後短交於左邊。則以半直朱線五十分。如股。為一率。上邊分數





- 一 己未 小句較
- 二 乙丑 小股
- 三 己未 大句較
- 四 甲戌 大股

11011

如何爲二率。左邊分數如股爲三率。求得四率。與次率相減。餘爲小句較。右邊分數如股爲四率。與次率相減。餘爲大句較。餘爲小句較。與前遊表相減。即爲較。省算法。於壬子股取乙丑股。

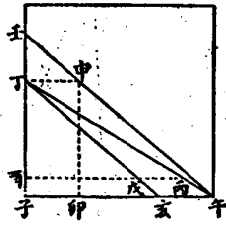
兩遊表俱交於上邊者。則以兩交分數相減。即爲較。如前句較。若三十二分。爲丁子。從丁橫數至壬午遊表申處。得十分。即卯子。又即己未。移爲午亥。作亥丁線。察此線與丁午後遊表。橫距丙戌九分。以當兩短心之距。九丈。而引丙戌。至酉。從酉上數至丁。得二十八分。八釐。以當甲戌。二十八丈八尺也。

股壬子四十分。又自午向後。已處量九丈。復於己處立短。以定表對戊。以遊表看山頂甲。得股乙丑三十二分。是前短所得壬子小句股形與後短所得己丑小句股形。句同。而股異也。

一 句同。而股異也。一 與前短所對之午甲戌大句股形與後短所對之己甲戌大句股形。股同。而句異。一 己未。不符。須將兩小句股。亦改爲股同句異。方可比例。法用前小股壬子四十分。爲一率。子午句五十分。爲二率。後小股乙丑三十二分。爲三率。求得四率。乙丑未四十分。與子午句五十分相減。餘己未十分。爲前後兩小句之較。則股同而句異矣。是後短乙丑已形。與甲戌已大形同式。後短乙丑未形。即前短申卯午形。與甲戌午大形同式。因以己未小句較十分。爲一率。乙丑小股三十二分。爲二率。己午距九丈。即大句較。爲三率。求得四率。大股二十八丈八尺。加戊至地四尺。得山高二十九丈二尺。測無高可例之遠。

算通 卷三上

11011



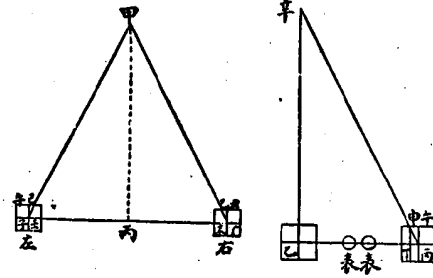
如有甲石。欲知其遠。左右各臥一短。兩短心丁子之距三十九丈。不能取直。角左短遊表交。已得己午一十一分二釐五毫。右短遊表交。得乙丑三十七分五釐。兩短心去石遠。各若干。法以乙丑加午。已共得四十八分七釐五毫。爲一率。數右遊表丁乙度六十三分五釐。爲二率。丁子三十九丈。爲三率。求得甲丁五十五丈。爲右短心去石遠。若以左遊表子已度五十一分二釐五毫。爲二率。則得甲子四十一丈。爲左短心去石遠。試自甲角作甲丙垂線。分甲子丁。銳角形爲兩句股。則甲丙子。與子午己。即己子玉同式。甲丙丁。與丁丑乙。即乙未丁同式。故合丑乙己午。即合丁未壬子。爲兩小句之和。比兩小句。若合丁丙丙子。兩大句之和。比兩大句也。

此兩短與石。成銳角形者。故以兩小句相併。爲和一率。若成鈍角形。如此則。則以兩小句相減。爲較。作一率。餘同。蓋前圖垂線在形內。乃甲丙子。甲丙丁。兩句股形。合爲甲子丁。銳角形。故取兩小句相併。爲一率。此圖垂線在形外。乃甲丙子。甲丙丁。兩句股形。相減。成甲子丁。鈍角形。故取兩小句相減。爲一率也。又此兩遊表所交。俱在短上邊者。乃股同。而句異也。若相交一在短上邊。則股長。一在短旁邊。則股短。或並在旁邊。則股長短。亦不必同。皆須同其股。乃可比例。法以長股比長句。若短股與短句。得短句。與長句相減。餘即兩小句較。爲一率。餘同上法。如丁子兩短心。相去三十丈。右短遊表交。左邊乙處。得乙丑二十七分。如股。丁丑五十分。如句。其遊表丁乙度得五

④ 如上條。欲知午戌之遠。則以己未爲一率。未丑爲二率。己午爲三率。求得四率。午戌。又法。如有石。不知其遠。於乙處立一表。用臥矩以乙爲短心。以遊表依直朱線對石脚。如辛。以定表取乙直角。隨直角立表二三處。自乙至丙。橫量十五丈。復以丙爲短心。臥矩。以定表對乙。以遊表看辛。得遊線午至中三十分。如句。爲一率。丙至午五十分。即申丁度。如股。爲二率。乙丙十五丈。如句。爲三率。求得石距乙二十五丈。如股。蓋丙午申倒句股。即申丁丙順句股。與辛乙丙句股同式也。

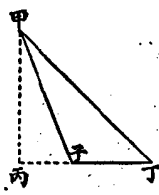
算通 卷三上

11011

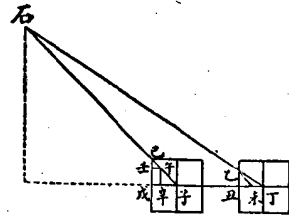


算通 卷三上

11011



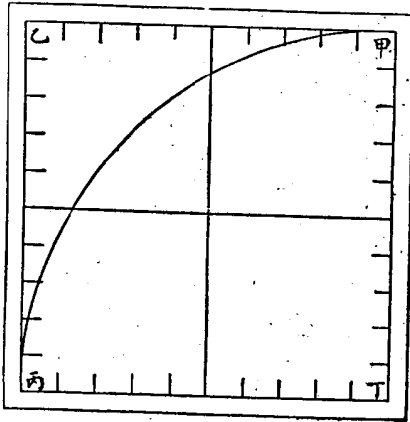
十六分八釐弱。如弦左短遊表。交左邊已處得已戊如股。大於右短之乙丑股。當照乙丑股度。於已戊股內截壬戌。如乙丑而從壬點看。橫線與遊表相交於午。數午壬得二十分。即為兩小句股較也。何則。午辛子形。即已戊子形所縮小者。試移午辛子。於右短乙丑丁內。為乙丑未。則丁未為兩句之較。而丁未即午壬耳。乃以丁未即壬午。二十分為一率。右遊表度五十六分八釐弱為二率。兩短心子丁相去三十丈為三率。求得四率八十五丈二尺弱。為右短心距石遠。若以左遊表度四十分三釐零為二率。則所得四率六十六丈五尺四寸餘。為左短心距石遠。



三角測量

測深與測高同理。但下窺即是。如測井。知井口之徑闊。即做第一條測之。如不知徑闊。即照第四條測之。

作全員儀。測高深俱便。作半員儀。象限儀。則測深須倒安。然全半二者。取角無分銳鈍。皆於器中得之。若象限儀取鈍角。則遊表在器外。難稽過限之度。今取其輕少易於攜帶。即於矩度上作之二物。且妙於省算。而既有矩度可稽。若遇鈍角。可用一麻線。依橫朱線引長至交遊表處。止乃從限邊摺轉。看比橫朱線得若干分。移遊表交之。則知鈍角過象限若干度矣。於丁直角鑽一針孔。以安遊表。遊表即用矩度者。移中針於表端安之。即是。



測有遠可例之高。

如有一塔。但知其遠。能立儀器。至塔心。如須三十丈。問高若干。

1104

算通 卷三上

丙辛遠三十丈為三率。求得甲辛高二十五丈一尺七寸三分弱。加辛至地。為塔高也。

測有高可例之遠。

如前塔。知高而求遠。則反上率。反二四為三。

一 壬丁 改用戊丙半徑已。

二 丁丙

三 甲辛

四 辛丙

又法。用臥儀測。如有樹欲知其遠。用儀器臥乙處。以定表對樹脚甲。以遊表取乙直角。橫量十五丈至丙。又於丙臥儀。以遊表看甲。得戊丁弧六十度。以丙丁半徑十萬為一率。已丁切線十七萬三千二百零五為二率。丙乙十五丈為三率。求得四率二十五丈九尺八寸。為樹遠。

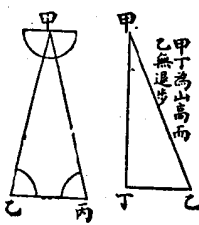
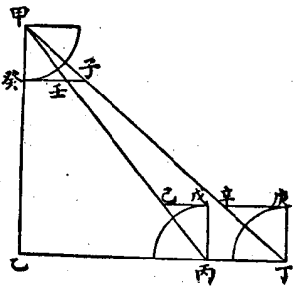
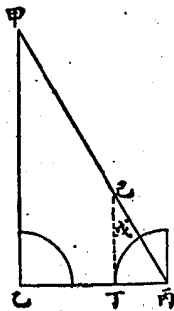
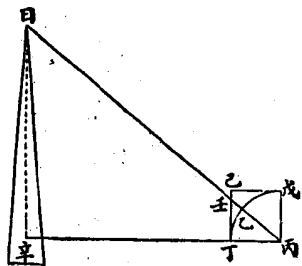
測無遠可例之高。

如甲為山頂。欲知其高。法用重測。

先於丙處立儀器。測得丙角五十度。其餘切戊己。八萬三千九百一十弱。即甲壬癸之甲角壬癸正切。又退行十丈至丁處。復安儀器。測得丁角四十度。其餘切庚辛。十一萬九千一百七十五強。即甲子癸之甲角子癸正切。二數相減。餘壬壬。三萬五千二百六十五。為一率。半徑十萬。即甲癸。為二率。丙丁十丈。為三率。求得四率。甲乙二十八丈三尺五寸。為山高。

如甲為山高。重測不得退步。爰取乙丙左右兩處。橫量一百丈。先求甲乙。或甲丙之斜距。乃測之間山高。

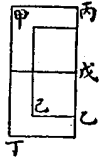
法於平地乙處。歇安儀器。斜對山頂甲處。隨定表橫量一百丈至丙。復歇安儀器。斜對甲頂。得乙角八十六度五十三分。丙角七十八度零七分。乃以兩角度相併。與一百八十度相減。餘一十五度。為甲角度。其正弦二萬五千八百



1104

今長何則小長方積加倍爲同式大長方積比小正方積加倍爲大正方積一也試改長爲十六尺如下圖即無疑矣

甲乙原長方長十六尺闊八尺以乙己闊八尺自乘得戊己正方形之成

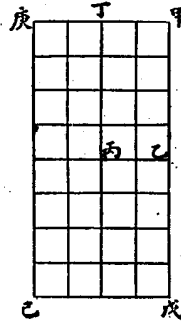
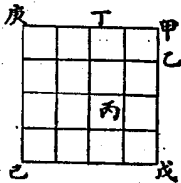


戊己正方形之倍甲乙長方爲丙丁長方蓋半與半若全與全也

④ 正方形邊二尺積四尺今四倍其積問邊長方積四倍其積以原邊二尺倍爲四尺即是此因兩積一四尺一之比例爲四比二爲連比例隔一位相加之比例十六與八八與四四與二加倍連比例也大邊比小邊一爲加倍倍加倍則大積比例也則兩邊之比例固加倍之比例耳故倍二爲四即是

如圖甲乙丙丁小方每邊二尺其積四尺四倍之則爲庚

甲戊己大方積十六尺其大方庚甲邊乃小方甲丁邊之倍也



長方可推

⑤ 三角形以積求中垂線倍積以底除之即得

⑥ 斜形求積

作甲乙斜線分兩句股算之

⑦ 梯形求積併上下闊折半乘長

⑧ 三角截長以底爲一率中長線爲二率今闊爲三率求得截長

⑨ 梯田截闊一率原長二率上下闊減餘三率今上長四率加上闊得截闊則四率減下闊

⑩ 梯積有下闊中長問上闊法倍積以中長除之得上下闊之和減下闊得上闊

⑪ 梯積有中長上下闊較求上下闊如上法除得兩闊之和加較折半得下闊

⑫ 方環形有內外周求積以內外周各自乘相減餘以十六除之得積蓋方形徑一圍四以圍自乘比徑自乘爲十六與一故以十六除之

⑬ 方環形積求內外兩邊之距法併內外周折半以除積得之

如圖甲乙子丑爲外周與

算通 卷三上



闊相乘之二長方子乙己戊爲內周與闊相乘之二長方合之成甲壬戌癸一長方形其長即內外周併折之數其闊即內外周之距也又法以內外周俱四歸之得數外

得甲壬戌癸內以二數相減餘甲壬子折半得甲即是

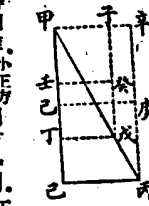
⑬ 方環積與闊求內外邊法以闊自乘得甲己方四因之四

角方於原積內減之餘壬辛等四長方四歸之得壬辛一長方以闊除之得己辛即內邊也以加兩闊爲外邊

又法以闊除積四歸之加闊即外邊減闊即內邊觀下圖可明

子丑寅卯四長方四歸而得其一

⑭ 如句股形股四十四尺句二十尺今欲從上段截積一百一十二尺五寸問截長闊各若干



法以股乘句爲一率大長方倍截積爲二率小長方句自乘爲三率大正方形求得四率小正方形開方得闊一丁戊五尺復以句爲一率股爲二率今闊爲三率求得長三十三此即上第三條以大長方比小長方若大正方形比小正方形一法首率止用股三率止用句又二率三率互易爲一率股二率句三率倍積其理一也蓋甲乙股與乙丙句之比應同於甲丁截長與丁戊截闊之比而不知甲丁故將截積倍之爲甲丁乘丁戊之長方以與丁戊自乘之正方形比以凡二平行線內所有方面相比即同於其底之相比如下

圖甲丁戊丙爲二平行線所有甲乙正方形面積九丙丁乙長方面積六爲三分比二分即同甲乙正方形之邊戊乙三比丁乙長方之邊乙丙二也又甲丙長方面積十五比甲乙正方形面積九爲五之三即同於甲丙長方之邊戊丙五比甲乙正方形之邊戊乙三也此爲以線比線若面比面也

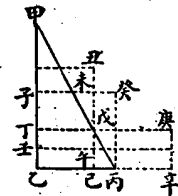
又解曰以一率甲乙四十丈除二率乙丙二十丈見每丈得五尺爲法則以甲乙四十丈乘五尺必縮爲己乙二十丈矣邊與邊之比若積與積之比則以三率甲乙丙辛長方乘五尺必縮爲己乙丙庚正方形每邊二十丈可知也又以甲丁三十丈乘五尺必縮爲壬丁十五丈以甲丁戊子長方乘五尺必縮爲壬丁戊癸正方形每邊各十五丈亦可也

⑮ 前形若欲從下段截積一百七十五尺亦如上法一率股二率句三率倍積求得四率一百七十五尺

算通 卷三上

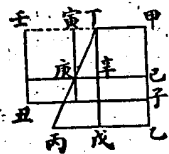
乃上下兩圓之較已丙·即壬乙。乃以句自乘得四百尺。二數相減。餘二百二十五尺。開方得一十五尺。即為截闊而截長可知。

如圖丁辛長方倍積也。壬辛長方兩圓之較已丙。移壬乙。乘兩圓之和。乙辛丙辛。即丁所成也。子丙乙丙句自乘方也。內減壬辛長方。餘未壬。即丑丁正方。而減之。故餘此。開方得丁戊。為上闊。此亦以線比線。若以面比面。蓋甲乙股與乙丙句之比。應同於戊己與己丙之比。而不知戊己。故倍截積為丁辛長方。以比得壬辛長方。此兩長方。乃丁乙庚辛二平行線所有。故其積之比。即如其邊庚辛。即戊與壬乙。丙己之比也。而此壬辛長方積。比句自乘子丙方少一未壬。即丑丁方。故相減餘未壬方。開方得上闊也。



斜方形。長二十四尺。上闊十二尺。下闊二十尺。今從上段截積一百六十八尺。問截長闊。移丙

法以長為一率。兩闊相減餘八尺。為二率。倍截積為三率。求得四率一百一十二尺。乃以上闊十二尺。自乘相加得二百五十六尺。開方得截闊十六尺。而長可知。



丁戊與戊丙之比。應同丁辛與辛庚之比。而不知丁辛。故倍截積為壬己長方。以比得己丑長方。移丙。成而加上闊甲丁自乘之甲辛正。成寅子正。開方得甲寅。即己庚。為截闊也。

一法將斜方形。增作句股形算之。

前形。如從下段截二百一十六尺。亦如上法。求得四率一百四十四尺。乃以下闊二十尺。自乘得四百尺。與之相減。餘開方。得截闊十六尺。如圖丁戊比戊丙。應同子午比午丙。而不知子午。故倍截積為辰亥方。以比得辰戌方。移戌卯。為子丙。成寅折形。於下闊乙丙自乘己丙方內。減之。餘辰午方。開之得辰子。為截闊也。

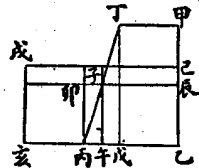
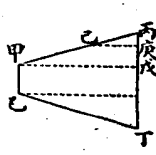
如梯田。欲從一邊截句股積。

法以甲乙丙丁兩闊相減。折半得丙戊。如股。甲戊長為句。成丙戊甲句股形。欲截丙戊。已照上第十五條算之。

如梯田長一百二十尺。上闊四十尺。下闊八十尺。今自一邊。截斜方形。積四千二百尺。問截上下闊各若干。

算地 卷三上

二二九



斜方上闊甲庚。下闊乙辛。之較。將欲截甲乙辛庚斜方積。倍為壬辛長方。以庚辛長除之。得癸辛闊。乃甲庚上闊。與乙與乙辛下闊之和。減較乙戊。餘折半。得戊辛。即甲庚。為所截上闊也。

如甲乙丙三角形。小腰二十丈。大腰三十四丈。底邊四十丈。面積三百三十六丈。今欲截積一半。其形丁戊丙。與原形同式。問所截三邊。則截幾分。

法以原積為一率。截積為二率。底邊自乘為三率。求出四率。開方得今截底邊。若以原自乘為三率。則求出四率。開方得今截腰邊也。此為大三角積之比。小三角積若大正方形積之比。小正方形積也。

截法。以乙丙自乘。折半。開方得戊丙。

又法。以原積為十分。截積為五分。法為十分之比。原邊自乘。若五分之比。截邊自乘也。此法可省略。

如大小兩正方形。共積四百一十尺。其大方邊比小方邊多六尺。問各邊。

法倍積得八百二十尺。開方得甲乙大方。子丑小方。一倍之。內兩大方。以一角相重疊。甲乙大方之乙角。與丙丁大方之內。此重疊之小方。即兩方邊之較六尺。自乘所成者。於是比較六尺。自乘得三十六尺。於倍積內減之。則無重疊之處。可開方得甲子邊二十八尺。為兩方之和。

加較。折半。得大方邊十七尺。而小方可知。

又法。以較六尺。自乘得丑寅方。與共積甲乙子丑二方相減。餘子辰。移辰甲。已長方。折半得戊己。一百八十七尺。以較六尺。

為縱方。用帶縱較數開方法算之。

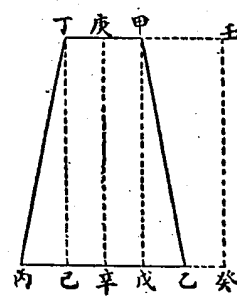
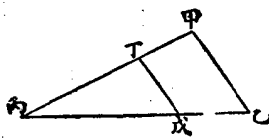
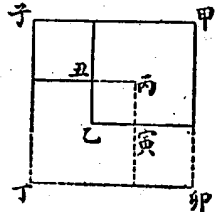
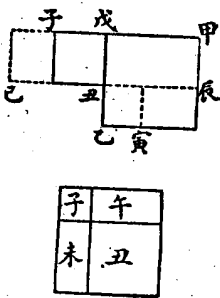
如上述云。兩邊相和。則以相和。甲子。自乘。與倍積相減。餘丙己。開方得較。

又法。以和自乘。內減共積。餘折半。以和為長。開和。用帶縱和數開方法算之。又法。則如下圖。

此和自乘方也。內減丑大方。子小方。餘午未。折半得午。其長則大方邊。則小方邊也。

算地 卷三上

三三〇



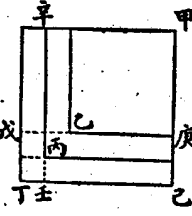
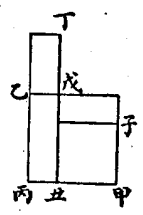
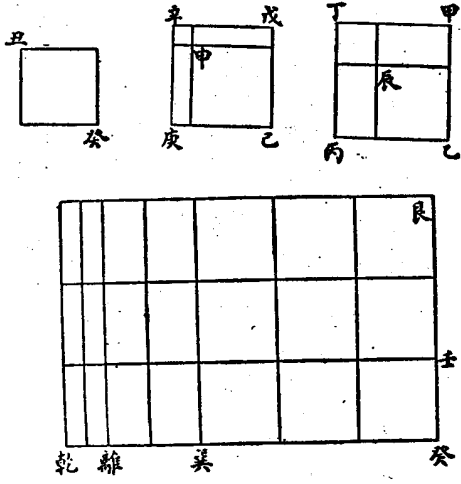
如云大邊多小邊六尺大積多小積一百六十八尺則以六尺除一百六十八尺得二十八尺為兩方邊之和如圖甲乙大方子丑小方丑丙邊較六尺子戊合丑乙成豎折形乃大積多於小積之一百六十八尺移子戊為丁乙成了丙長方其長則兩方之和其闊則兩方之較也

若云兩邊相和二十八尺大積比小積多一百六十八尺則以和除多積得較如上圖為以丑丁除得丑丙也

如大方邊比中方邊多三尺中方邊比小方邊亦多三尺三方共積三百八十一尺問各邊法以較三尺自乘得九尺倍之得十八尺於共積內減之餘三百六十三尺三歸之得中方積一百一十一尺開方得中方邊十一尺減三尺得小方加三尺得大方試置紙作三方形相疊如圖甲乙小方甲丙中方甲丁大方丙丁較三尺自乘方倍之為戊壬於共積內減去將丙已翻下移補小方之庚丙又將辛戊翻下移補小方之辛乙則成三個中方相疊故三歸而開之一法以二較相加得六尺為大小方邊之較自乘得三十六尺為下方丁反方又以中小之較三尺自乘得九尺為下方辛申方俱於共積內減去餘三百三十六尺為下方辰乙申

己癸丑三小方辰甲辰丙申戊申庚四長方之共積引長之為下方壬乾長方三因之為下方之長乾長方以大小方邊較六尺倍之得十二尺為下方之異離以中小較三尺倍之得六尺為下方之離乾合之共十八尺為縱方用帶縱較數開方法算之得下方之長異方邊長癸三歸之為小方邊壬癸也

如三角形積三百八十四尺乙丙底邊三十二尺今自甲角將原積平分為二問各得底邊若干曰折半即是蓋乙丙折半於丁作甲丁線分三角為兩一甲丁丙一甲丁乙同以甲戊垂線為高



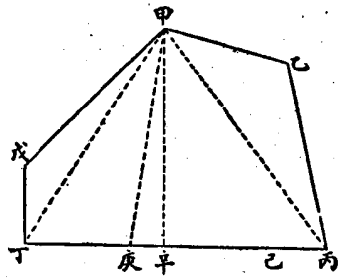
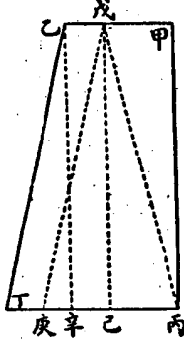
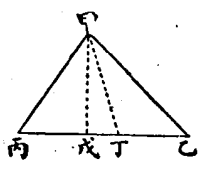
高同底則積必相等也卷三內邊三如分三分四分者做此類推

如四邊形無角甲乙邊八丈丙丁邊十二丈此兩邊平行面積一百六十丈今將原積分為四分問每分截邊若干法併八與十二得二十丈四歸之得五丈即每分所截邊也

如圖自甲量至戊五丈為甲丙戊角股形得一分又自丙量至己五丈為戊己丙角股形得一分又自己量至庚五丈為戊己庚角股形得一分又自庚量至丁二丈自戊量至乙三丈合之亦五丈為戊庚丁乙斜方形得一分此三句股一斜方並以乙辛垂線為高其底之折半又等亦併上三二折半得二丈五尺以乘高其形積等也

如五邊形積一十九丈九十八尺甲乙邊二丈五尺乙丙邊三丈九尺丙丁邊六丈丁戊邊一丈五尺甲戊邊四丈一尺甲丙斜線五丈六尺甲丁斜線五丈二尺今自甲角將面積平分為三分問截各邊若干

法三歸面積得每分六丈六十六尺乃算甲乙丙三角形得積四丈二十尺尚少二丈四十六尺因截甲己丙以益之截法算得甲丙丁三角積一十三丈四十四尺為一率應補之二丈四十六尺為二率丙丁底為三率求得四率丙己即應截第一分之邊也又以甲丙丁三角積十三丈四十四尺為一率第二分積六丈六十六尺為二率丙丁底為三率求得己庚即應截第二分之邊也蓋兩形同高甲辛者其兩積之比例同於兩邊之比例已見上第十五條此條之理而高也

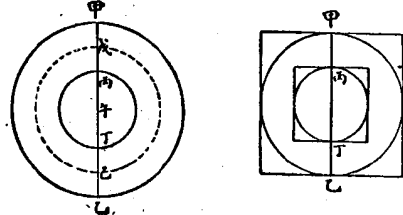


①環形內外徑求積。法以外徑甲乙，求得外周，以內徑丙丁，求得內周，又以二徑相減，於甲乙內，除丙丁折半，得丁，爲圓，依上條法算之。又法以二徑各自乘相減餘爲方環積，乃用方員積定率比例，以定率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，員積〇七八五三九八二六爲二率，今所得之方環積爲三率，求得四率，即員環形積也。

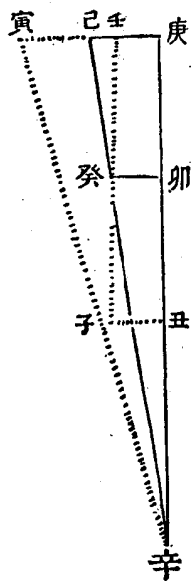
②環形內外周求積。法以各周求各徑，而以兩徑相減餘折半爲圓，依前法算之。又法內外周各自乘相減餘爲三率，乃用員周自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，員積〇〇七九五七七四七爲二率，求得四率，即環形積。

③環積及闊求內外徑。法以闊丁乙除積，得中周戊己，乃內外周折求中周之徑戊己，若加闊丁乙，猶之加甲戊己乙，甲戊與丙，丁己與己，即如加甲戊，即外徑甲乙，若減闊丁乙，猶之減戊丙丁己，即內徑丙丁也。

又法用方員積定率比例，以定率員積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，方積一二七三三九五四爲二率，今員環積爲三率，求得四率，爲方環積，於是照直線算第十四條法，以闊自乘，四因之，於方環積內減去餘數，四歸之爲實，以闊爲法除之，得內徑，加兩闊數，得外徑。



④環積與闊求內外周。法以闊除積，得中周，又用徑求周法，以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，周數三一四一五九二六五爲二率，闊爲三率，求得四率辛丑，爲內外周減餘折半之數，名半較，以加中周，得外周，若以減中周，則得內周，如下圖，己庚，即上闊，午乙，半徑，庚辛，即上闊，甲乙，外周，己庚，辛句，股形積，與上甲乙大圓積等，以此例之，則己壬癸，小句，股積，亦必與上闊丙丁小員積等。詳上條兩句，股積相減，所餘庚辛壬癸形積，改爲庚丑壬子長方形積，即環形積也。



全徑與金周庚辛相比，同於上圖，丁乙，闊，即子丑，與辛丑之比，蓋丁乙爲內外徑相減折半之餘，辛丑爲內外周相減折半之餘，爲相當比例四率也，既得辛丑，與丑卯等，即庚辛外周，大於庚丑中周之設。

算通 卷三下

三三一

亦即壬癸內周小於庚丑中周之較也。

⑤環積有內周求外周及闊。法以內周求出入徑，又求出內積，與環積相加，得外周大員積，乃用方員積定率比例，以定率員積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，方積一二七三三九五四爲二率，今所得外周大員積爲三率，求得四率，爲外徑自乘方積，開方得外徑，減去內徑，折半得闊，又用徑求周法得周。

⑥環積有外周求內周及闊。法做上條，改相加爲相減。

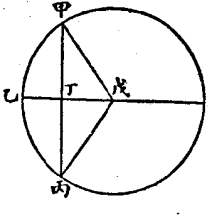
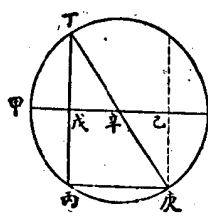
⑦員徑截弧矢形，有矢求弦。法以矢爲首率，徑矢相減，餘爲末率，首末率相乘，即中率自乘數也，開方得中率，爲半弦，倍之爲全弦。又法用半徑爲弦，又以半徑減矢餘爲句，句弦求得股，倍之即所求。

⑧員徑截弧矢有弦，求矢。法以半弦，丁戊，爲中率，自乘爲長方積，中率本正方積，因其積與首末二率，相乘積等，故又爲長方積。以全徑爲長闊，用帶縱和數開方法算之，得矢。又法半徑，丁辛，爲弦，半弧弦，丁戊，爲股，求得，辛戊，句，以減，辛甲，半徑餘爲，甲戊，矢，若以全徑爲弦，全弧弦爲股，求得句，以減全徑，餘折半爲矢，如圖，丁庚，全徑爲弦，丁丙，弧弦爲股，求得庚丙，句，即戊己，於甲乙，徑減之，餘甲乙，己折半，得甲戊，矢也。

⑨弧矢求員徑。法以半弧弦爲中率，自乘，以矢除之，得數加矢爲員徑。

⑩弧矢形求積。先用上條法，求出員徑乙己，以員徑折半，得乙戊，爲一率，弧弦甲丙，折半，得甲丁，爲二率，半徑全數十萬，爲三率，求得四率正弦數。法爲設半徑比較正弦也，若檢表得甲乙弧度，倍之爲甲丙全弧度，求出若干尺寸，與半徑相乘，折半，得甲乙丙戊形積，又以戊乙半徑，減乙丁，餘戊丁，與甲丙弧弦，相乘，折半，得甲丙戊形積，於甲乙丙戊形積內減去，餘爲甲乙丙弧矢積也。

⑪員截弧矢形，有弧尺寸，求員徑及弦矢。詳上條。法以弧甲丙度爲一率，全員三百六十度爲二率，弧背自甲至丙尺寸爲三率，求出四率，爲全員外周尺寸，得周而徑可知。乃以半徑十萬爲一率，檢表取半弧度之正弦，倍之得全弧度之通弦，爲二率，設員半徑戊乙爲三率，求出四率甲丙，即弧弦，得弦而矢可知。



⑫員截弧矢，對員心作斜矢，分全弦爲大小二段，問員徑。如圖，甲乙丙弧矢形，對員心戊，作乙己斜矢，凡矢必對員心，故乙己爲斜矢。分甲丙弦，爲甲己一小段，己丙一大段，法以斜矢乙己爲一率，甲己小段爲

算通 卷三下

三三一

二率，己丙大段爲三率，求得四率己丁，以加乙己，得員全徑，蓋甲乙己與丁己丙爲同式三角形，對乙丙弧，兩角已爲對角，故曰同式。故其比例同也。

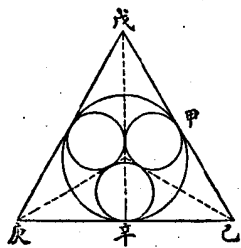
員截弧矢，作一偏矢，分全弦爲大小二段，問員徑。如圖乙甲丁弧矢形，作甲戊偏矢，今不正中，故曰偏。分乙丁弦爲乙戊一小段，戊丁一大段，法以偏矢甲戊爲一率，乙戊小段爲二率，乙甲戊小段爲三率，丙丁戊大段爲四率，求得四率戊丙，加偏矢甲戊成甲丙，爲股，又以乙戊小段，與戊丁大段相減，餘戊己，即甲戊爲句，求得丙庚弦，即員徑也。

一員容四小員，以大員徑求小員徑。法以己庚大徑，自乘倍之開方，得己辛壬庚對角斜線，詳直線形，內減大員徑，餘即小員徑。如圖己甲庚等句股形，凡四各容一小員，而句股容員法，以句股和與弦相減，餘爲容員徑，其句股求容也，已甲如股，甲辛如弦，故減餘，即小員徑。

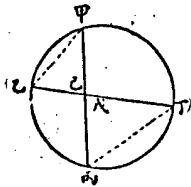
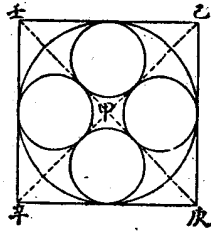
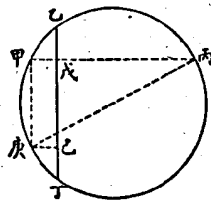
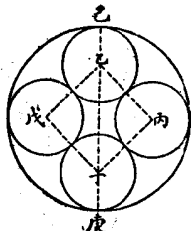
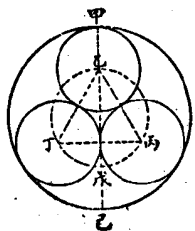
一員容四小員，以小員徑求大員徑。法以小徑自乘，倍之開方，得乙丁對角斜線，加小徑己乙，成丁庚，得大員徑己庚。如圖於四小員心起，作乙丙丁戊正方形，即小徑自乘方也，倍之開得乙丁對角斜線，加己乙，下庚，俱小員全徑，合得大員徑。

一員容三小員，以大員徑求小員徑。法以大徑，求得外切三角形之每邊，如庚己，三邊形求邊，爲底，以大徑丁庚丁己，爲兩腰，中垂線三分，大徑等丁己丁庚，丁辛爲心垂線，用三角容員法，求得丁己庚三角所容小員半徑，倍之爲全徑。

一員容三小員，以小員徑求大



1134



1135

員徑，法以小徑爲等邊三角形，乙丙丁之一邊，丙乙用等邊三角求外切員徑法，求得外切員，乙丙徑乙戊，加小徑，甲乙合，得大員徑，己。

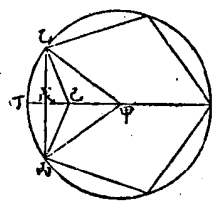
員容各等邊形

員容三等邊形求邊求積。求邊法見六宗。一法以半徑十萬爲一率，六十度正弦八萬六千六百〇三弱爲二率，今設半徑丁己爲三率，求得四率丙戊，倍之得丙乙邊。一法用定率比例，以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，所容三邊形邊八六六〇二五四〇爲二率，今設徑爲三率，求得四率，即今邊。求積法，已見三角求積。一法用定率比例，以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，所容三等邊形積三二四七五九三爲二率，今設徑自乘積爲三率，求得四率，即今積。

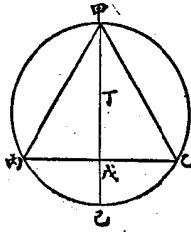
員容四等邊形求邊求積。求邊法見六宗。又法以半徑十萬爲一率，四十五度正弦七萬〇七百一十一爲二率，今設半徑爲三率，求得四率，倍之即是。一法用定率比例，以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，所容四等邊形之邊七〇七一〇六七八爲二率，今設徑爲三率，求得四率爲今邊，得邊而積可知。一法用定率比例，以定率員徑自乘積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，所容四等邊形積五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，今設徑自乘爲三率，求得四率，即是。

員容五等邊形求邊求積。求邊法見六宗。一法以半徑十萬爲一率，三十六度正弦五萬八千七百七十九爲二率，今半徑爲三率，求得四率乙戊，倍之得乙丙，爲今邊。一法用定率比例，以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，所容五等邊形邊五八七八五二五爲二率，今設半徑爲三率，求得四率，即今邊。求積法，以半徑甲丁爲弦，乙丙邊折半爲句，句弦求得甲戊股，爲中垂線，又法照六宗第四條求得甲己中率，加己戊半末率，爲中垂線，既得中垂線，與乙戊相乘，五因之，即五邊形面積也。一法用定率比例，以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，所容五等邊形積五九四四一〇三一爲二率，今設徑自乘爲三率，求得四率爲今積。

一員容三小員，以小員徑求大



1137



1138

得戊己即所求邊蓋半徑壬乙即壬戌己三角形之中垂線垂線自乘積爲壬己即戊己邊自乘積四分之三也。理詳三角中垂線第一條。又法以半徑十萬爲一率三十度正切五萬七千七百三十五爲二率今徑爲三率求得四率倍之即是。又法用定率比例以定率員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率外切邊五七七三五〇二七爲二率今徑爲三率求之。求積法照上條。又法用定率比例以定率員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率外切積八六六〇二五四〇爲二率今徑自乘爲三率求之。

員外切七等邊形求邊求積。

照員容七等邊形法求得內容七等邊之每一邊己庚及其中垂線甲戊乃以中垂線甲戊爲一率己庚邊爲二率今半徑甲乙即今垂線爲三率求得四率丙丁即今邊。下九邊十邊二條照此。又法。

- 一 半徑十萬。
- 二 二十五度四十二分五十一秒正切四萬八千一百五十七。
- 三 今半徑。
- 四 丁乙倍之得丙丁爲今邊。

又法。

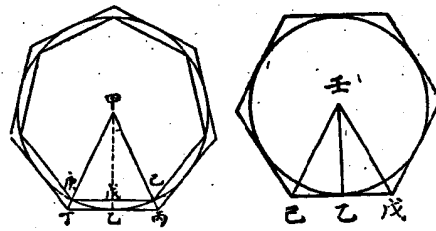
- 一 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。
- 二 外切七邊形邊四八一五七四六二。
- 三 今徑。
- 四 今邊。求積照上條法。

又法。

- 一 員徑自乘方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。
- 二 外切七邊形積〇八四二七五五八。
- 三 今徑自乘積。
- 四 今切七邊積。

員外切八等邊形求邊求積。

法以員徑自乘倍之開方得子寅對角斜線與辰己半徑相減餘子辰己寅二段子辰即辰丁己寅即



辛己又即丙辰合之爲丙丁即今邊也。
一法。

- 一 半徑十萬。
- 二 二十二度三十分正切四萬一千四百二十一。
- 三 今半徑。
- 四 倍之爲今邊。

又法。

- 一 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。
- 二 外切八邊形邊四一四二一三五六。
- 三 今徑。
- 四 今邊。求積做上條。

又法。

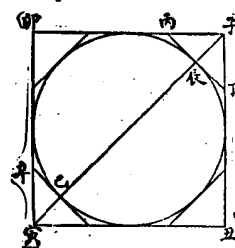
- 一 員積一〇〇〇〇〇〇〇〇。
- 二 外切八邊形積一〇五四七八六一七。
- 三 今員積。
- 四 今切八邊形積。

員外切九等邊形求邊求積。

- 一 半徑十萬。
- 二 二十度正切三萬六千三百九十七。
- 三 今半徑。
- 四 倍之爲今邊。

又法。

- 一 率 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。
- 二 率 外切九邊形邊三六三九七〇二四。
- 三 率 今徑。
- 四 率 今邊。求積法做上條。



又法。

一 員積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切九邊形積一〇四二六九九一。

三 今員積。

四 今九邊形積。

⊕ 員外切十等邊形求邊求積。

求邊法照上七邊條。

又法。

一 半徑十萬。

二 十八度正切三萬二千四百九十二。

三 今半徑。

四 倍之爲今邊。

又法。

一 員徑一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切十邊形邊三二四九一九七。

三 今徑。

四 今邊 求積法做上條。

又法。

一 員徑自乘積一〇〇〇〇〇〇〇〇。

二 外切十邊形積八二二九九二四。

三 今徑自乘。

四 今積。

各等邊形

⊖ 五等邊形以邊求積。

法以三十六度正弦。如丁辛五萬八千七百七十九爲一率。半徑如己丁十萬爲二率。今邊折半丁辛爲三率。求得四率己丁。爲外切圓之半徑。照員容五等邊形條求得積。此即員容五等邊形而轉用之者也。又法以三十六度正切如辛丁七萬二千六百五十四爲一率。半徑如己辛十萬爲二率。今邊折半辛丁爲三率。求得四率己辛。爲員容半徑照員外切五等邊形法求得積。此即員外切五等邊形法

而轉用之者也。一法用六宗第四條。理分中末線法。以每邊丙丁

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

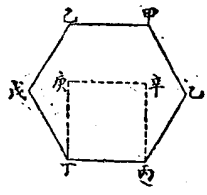
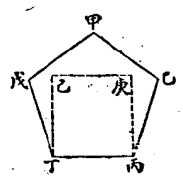
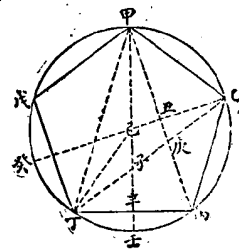
爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。

爲首率。求得名中。求得名中。改名末率。所以改名者。以丁丙形。



設形積

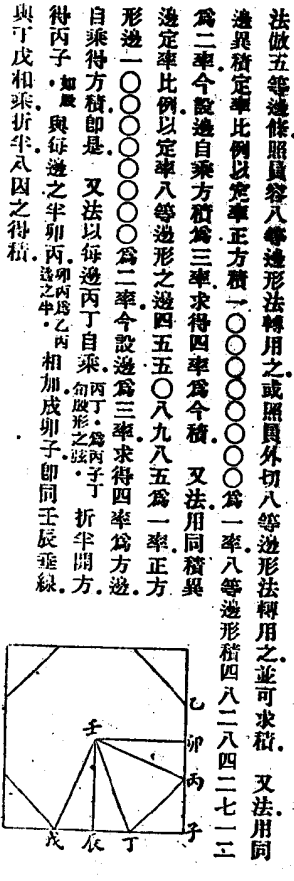
⑥若六等邊形以積求邊。
 用法同邊異積定率比例以定率六等邊形積二五九八〇七六二〇爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率求得四率開方得今邊。又法用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。六等邊形之邊六二〇四〇三二四爲二率。今設積開方得方邊爲三率求得四率爲今邊。

⑦七等邊形以邊求積。
 法以二十五度四十二分五十一秒有餘之正弦四萬三千三百八十八爲一率。半徑十萬爲二率。今設邊折半爲三率求得四率爲外切圓之半徑照員容七等邊形求積此即員容七等邊形法而轉南之者也。一法照員外切七等邊形法而轉用之以求得積做上五等邊形。又法用同邊異積定率比例以定率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。七等邊形積三六三三九一二四〇爲二率。今設邊自乘方積爲三率求得四率爲今積。又法用同積異邊定率比例以定率七等邊形邊五二四〇五八一二六爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率求得四率爲方邊自乘得方積即是。

若七等邊形以積求邊

用法同邊異積定率比例以定率七等邊形積三六三三九一二四〇爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率求得四率開方得今邊。又法用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。七等邊形之邊五二四〇五八一二六爲二率。今設積開方得正方形邊爲三率求得四率即今邊。

⑧八等邊形以邊求積。
 法做五等邊形照員容八等邊形法轉用之。或照員外切八等邊形法轉用之。並可求積。又法用同邊異積定率比例以定率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八等邊形積四八二八四二七一二爲二率。今設邊自乘方積爲三率求得四率爲今積。又法用同積異邊定率比例以定率八等邊形邊四八二八四二七一二爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率求得四率爲方邊自乘得方積即是。又法以每邊丙丁自乘爲丙丁子。折半開方得丙子。與每邊之半卯丙相乘成卯子。即同壬辰乘緣與丙戌和乘折半八因之得積。



二五一

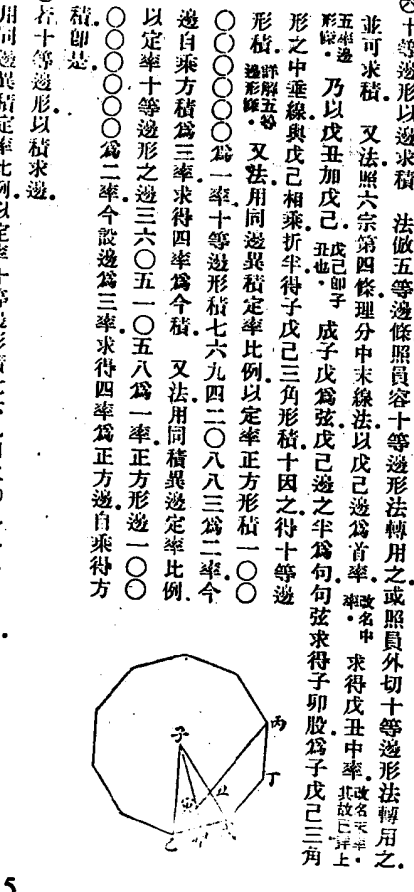
⑨若八等邊形以積求邊。
 用法同邊異積定率比例以定率八等邊形積四八二八四二七一二爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率求得四率開方得今邊。又法用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八等邊形之邊四八二八四二七一二爲二率。今設積開方得方邊爲三率求得四率爲今邊。

⑩九等邊形以邊求積。
 法做五等邊形照員容九等邊形法轉用之。或照員外切九等邊形法轉用之。並可求積。又法用同邊異積定率比例以定率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。九等邊形積六一八一八二四二〇〇爲二率。今設邊自乘方積爲三率求得四率即今積。又法用同積異邊定率比例以定率九等邊形之邊四〇二一九九六三爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率求得四率爲正方形邊自乘得方積即是。

若九等邊形以積求邊

用法同邊異積定率比例以定率九等邊形積六一八一八二四二〇〇爲一率。正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率求得四率開方得今邊。又法用同積異邊定率比例以定率正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。九等邊形之邊四〇二一九九六三爲二率。今設積開方得正方形邊爲三率求得四率即今邊。

⑪十等邊形以邊求積。
 法做五等邊形照員容十等邊形法轉用之。或照員外切十等邊形法轉用之。並可求積。又法照六宗第四條理分中末線法以戊己邊爲首率。求得名中。求得戊丑中率。其故已詳上形。乃以戊丑加戊己。成子戊爲弦。戊己邊之半爲句。句弦求得子卯股爲子戊己三角形之中垂線與戊己相乘折半得子戊己三角形積十因之得十等邊形積。詳解五等。又法用同邊異積定率比例以定率正方形積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十等邊形積七六九四二〇八八三爲二率。今設邊自乘方積爲三率求得四率爲今積。又法用同積異邊定率比例以定率十等邊形之邊三六〇五一〇五八爲一率。正方形邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率求得四率爲正方形邊自乘得方積即是。



二五三

○○○為二率。今設積為三率。求得四率。開方得今邊。又法。用同積異邊定率比例。以定率正方形邊一○○○○○○○○○為一率。十等邊形邊三六〇五一〇五八為二率。今設積開方得方邊為三率。求得四率。即今邊。

更面形

①如正方形每邊一尺二寸。今欲改為同積之員。問徑若干。法用同積異邊定率比例。以定率正方形每邊一○○○○○○○○○為一率。員徑一一二八三七九一六為二率。今邊一尺二寸為三率。求得四率。員徑一尺三寸五分四釐五絲五忽弱。

②如正方形積一尺四十四寸。今欲作同根之員。問積若干。法用同積異積定率比例。以定率正方形積一○○○○○○○○○為一率。員積七八五三九八一六為二率。今設方積一四四為三率。求得四率。一尺一十三寸〇九七三三五〇為員積。

③如員徑一尺二寸。今欲作同積之三等邊形。問每邊若干。法用同積異邊定率比例。以定率員徑一一二八三七九一六為一率。三等邊形邊一五一九六七三三七為二率。今員徑為三率。求得四率。為一尺一十三寸〇九七三三五〇為員積。

④如員積一尺四十四寸。今欲作同根之五等邊形。問積若干。法用同積異積定率比例。以定率員積七八五三九八一六為一率。五等邊形積一七二〇四七七四一為二率。今員積為三率。求得四率。即今五等邊形積。

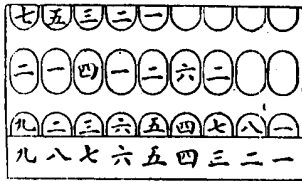
⑤如六等邊形每邊一尺二寸。今欲作等積之七等邊形。問每一邊若干。法用同積異邊定率比例。以定率六等邊形每邊六二〇四〇三二四為一率。七等邊形每邊五二四五八一二六為二率。今設邊為三率。求得四率。為今七等邊形之邊。

⑥如五等邊形積一尺四十四寸。今欲作同根之八等邊形。問積若干。法用同積異積定率比例。以定率五等邊形積一七二〇四七七四一為一率。八等邊形積四八二八四二七二為二率。今設積為三率。求得四率。即今八等邊形積也。

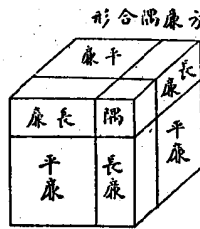
開立方

平方形如棋局。立方形如骰子。其邊則長闊高皆相等。俱三。其積。則邊自乘再乘之數也。如三尺自乘得平方積。九尺。開立方者。以所設之積。用法開除之。而得其每邊之數也。初商法用大算算。

開式。如開四行數。自來得十六。再乘得六十四之類。

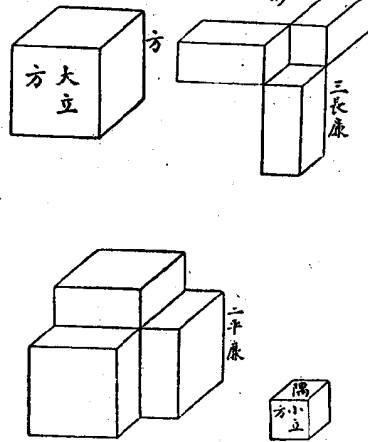


初商法。看何行籌積。與設實相合。如設積二十七尺。查與第三行籌積恰合。則以其行數之三。名之曰三尺。為初商。除實恰盡。是初商即了。無次商也。如設實不能與籌積恰合。則取籌積之略少於設實者。以其行數為初商。如設積一百七十五尺六寸。則以第五行籌積一百二十五尺。為略少於設實。即用其行數之五。為初商。於設實內減去籌積一百二十五尺。餘實為廉隅之積也。廉隅長各三。如下圖。

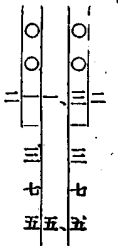


包方為廉隅所見

以下分形



①設如立方積三丈。即三十三百七十五尺。問每邊若干。曰一丈五尺。法列實。隔二位記一點。蓋立方等合百十單三位。故截實三位為一商。又方積三位。定方邊一位也。從實末單尺位記一點。即定此位所商為尺。次於單丈位記一點。即定此位所商為丈。即十。查止記二點。知商有二。次又查上點單丈上。缺二位。當作〇〇補之。隨截〇〇三丈為初商實。查籌積無恰合者。惟第一行積〇〇一。略少於實之〇〇三。遂對錄以相減。而以其行數之一為初商一丈。書於實三丈之旁。餘實二丈三十三百七十五尺。為次商廉隅之共積。次商法。以初商十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。三因之。照數取第三籌。加立方大籌上。而積之末位三等。故平廉可加立方大籌上。名曰平隅共法。查籌內第五行積。一千六百二十五。略小於原實錄之名平隅共積。即取其行數五為次商。又以初商十尺。三因之。得三十尺。以次商五。自乘得二十五。乘之。得七百五十。名長廉積。與上平隅共積相併。得二千三百七十五尺。併法照籌併之。則不錯。詳下條。以減餘實恰盡。定五尺為次商。書於原積五尺之旁。合初次商。共得一丈五尺也。



②今有立方積一千五百七十七尺。二千六百五十八萬五千八百二十七尺。問每邊若干。曰五千四百零三尺。查記四點。知初商是千尺。上一點所商為十尺。又上幾百。又上幾千也。初商法。截第一

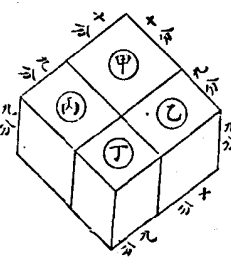
三三二	二六一
五七	七二六
二五	四六四
二六	四八五
	八二七
二二	一八七
	一七

點上一千五百七十餘，爲初商質查大籌第五行積一千二百五十餘，略少於質，錄減定五爲初商對第一點商之。次商法截第二點上三百二十七餘二千六百萬尺，爲次商質以初商五千尺，自乘得二千五百萬尺，三因之得七千五百萬尺，則取七五兩籌，加立方大籌上查籌內第四行積係三百億〇六千四百萬尺內，三百餘乃三平廉積餘六千四百萬尺，則取其行數四，爲次商四百尺，又以初商五千尺，三因之得一萬五千尺，以次商四百尺，自乘得十六萬尺，乘之得二十四億尺，爲長廉積併入平隅共積得三百二十四億六千四百萬尺，以減截質定四爲次商，對第二點商之。上層質三長廉積，未位大於四，而長廉積未位乃四億尺，寬大二籌，因長廉積乃十六萬乘一萬五千法實之未位。六五相呼，得三，成十無餘，故取下一位也。更有餘多位者，如以一二十八尺，乘七十五尺，得九千九百六尺，是不惟呼，實得三，成十無餘也。應須補法。乃無誤併之也。須用法實之數。如乘三法三，併之得四，則乘出之積亦必四。實三而法二，併之得五，則乘出之積亦必五。今止得二十四億尺，其餘三億六千六百尺，計餘三億尺，又算十六萬乘一萬五千法，得九千九百六尺，乘出之積亦必四。五位皆皆詳知，而未位上，故上下並缺也。◎按法：得珠算，則七五乘二八，得三九百六尺，得等九六乘四等，因四位也。查知算之妙。

三商法截第三點上二億六千二百五十八萬五千尺爲三商質，合初次商五千四百尺，自乘得二千九百一十六萬尺，三因之得八千七百四十八萬尺，即取八七四八共四籌，加立方大籌上查三商應商十，而籌積第一行，乃八千七百四十八萬尺，十之則爲八億七千四百八十萬尺，法大質小無可減，知三商不能商十尺，當空一位，遂於次商四百尺之下，對第三點紀一〇將前質改入四商質。四商法截第四點上二億六千二百五十八萬五千八百二十七尺爲四商質，次於平廉籌下，立方籌上，加入兩空籌，何者，平廉積未位，本大於隅積未位二等，若三商不空則隅積未位，乃在第三點之千位，平廉積未位，應在十萬位，今因改爲四商，而隅末位之千降爲單，在第四點尺位上，其平廉積爲八千七百四十八萬未位之萬，距隅未位之單計隔四位，故加二空籌也。連若空二位，則加四。隨查籌內第三行積，略少於質，錄爲平隅共積，即行其數三爲四商，又以初次商五千四百三三因之得一萬六千二百尺，以四商三自乘得九尺，乘之得一十四萬五千八百尺，平廉積末位，亦升一等，併入平隅共積，得二億六千二百五十八萬五千八百二十七尺，除質恰盡定三爲四商，對第四點商之。還原以所商數，自乘再乘，合原積，蓋凡開立方，除質得盡者，必皆方邊，自乘再乘之積，故以開得之方邊，自乘再乘，如非方邊，自乘再乘之積，則開之必不能盡，其還原法將開得之方邊，自乘再乘，加入不盡之數，方與原積合，除質用法，如立方積十七尺，開得二尺，除積八尺，餘質九尺，法以商二尺，自乘得四尺，而三因之得三平廉共十二尺，又以商二尺，三因之得三長廉共六尺，又加隅一尺，共一十九尺，命之曰，二尺又十九分尺之九，意若四餘質者滿十九尺，即可商一尺，矣，今只有九尺，則不能商一尺，止可商十九分尺之九分，而該十九分爲一尺。

而止得九分也，然依古法還原，則不合，蓋古法以分母十九通商二尺，得三十八分，又加分子九，共得四十七分，自乘得平方積二千二百〇九分，再乘得立方積一十萬〇三千八百二十三分，爲實，別以分母十九分，自乘得平方積三百六十一分，再乘得立方積六千八百五十九分，爲法，法除實，得一十五尺，又六千八百五十九分尺之九百三十八分，較原質一十七尺，少一尺，又六千八百五十九分尺之五千九百二十一。此乃長廉與隅之差也，何則，一尺化爲十九分者，其邊線也，十九自乘得三百六十一分者，其面籌也，再乘得六千八百五十九分者，其體積也，化二尺爲三十八分，自乘再乘得方積卽二尺自乘再乘之方積，爲立方一尺者八也，原積十七尺，除方積八尺餘九尺，則廉隅之共積也，以每尺體積六千八百五十九計之，十七尺應共積一十一萬六千六百〇三分，除方積八尺共五萬四千八百七十二分，尚餘六萬一千七百三十一分，乃廉隅共九尺之積，今通分四十七，自乘再乘得一十萬〇三千八百二十三，除方積八尺，共五萬四千八百七十二，止餘四萬八千九百五十一，較原數少一萬二千七百八十分，蓋廉隅之邊，乃十九分尺之九，十九分尺之九者，謂立方縱廣高皆一尺，化爲縱廣高皆十九分，今縱廣皆十九分，而高止九分也，邊爲十九分尺之九分，則積爲十九尺之九尺，然則必得十九個縱廣皆十九分高九分者，乃合九尺之數。每尺縱六千八百五十九尺共積六萬二千四百九十九分，十九個三千二百九十四分也。今平廉縱廣皆三十八分，高九分，是爲縱廣十九分高九分者四個也。合三平廉計之，則十二個也，尚欠七個，乃三長廉，各當占二個，隅當占一個也，而長廉長三十八分，半之長一十九分，高闊各九分，計積一千五百三十九分，較一個縱廣十九分高九分積三千二百四十九分者，少一千七百一十分，三長廉共六尺，共少一萬〇二百六十分，是爲長廉之差也，隅縱廣高皆九分，自乘再乘得七百二十九分，較之一個縱廣十九分高九分積三千二百四十九分者，少二千五百二十分，是隅差也，合二差共一萬二千七百八十分，所當補足，如下新法，而後還原與原積合也。

新法以再乘得一十萬〇三千八百二十三爲通積，另以分母十九，自乘得下隅差圖，得面積三百六十一分，內減分子九，自乘八十一，相乘數也。餘面積二百八十分，即甲乙丙，以分子九，當高九分之得立積二千五百二十分。是補積差。又置分母十九，子實內減分子九，五。除十分，以乘分子九，子即得面積九十分，以十補九分，子實乘之得一千七百一十分，計三長廉共六尺，其一萬〇二百六十分，是補積差。二共併得一萬二千七百八十分，以加通積，補足矣。得一十一萬六千六百〇三分爲實，而後以分母十九自乘再乘得六千八百五十九爲法，除之，爲開明之。丁隅也。縱廣高皆九分，積七百二十九分，今取甲乙丙面積，以高九分



一百五十二尺不足一尺。因有益積法。且商之長闊二十六尺。尙須減去次商數。如丑庚之減庚卯。以合於甲庚。庚丁之減丁卯。故須取略大之數爲次商。可商二尺。辛卯。於是以前商二尺。與長闊各二十六尺相減。得二十四尺。庚辰。與初商十尺。庚辰。相乘得二百四十尺。庚辰。再乘得四百八十尺。庚辰。倍之得九百六十尺。爲二方廉積。庚辰。又以次商二尺。自乘。以初商十尺。再乘。得四十尺。爲一長廉積。庚辰。合二項積。共一千一百五十二尺。爲次商一廉積。庚辰。甲庚丁壬。兩方形也。第一圖本形積。六千九百一十二尺。若初商長闊各二十四尺。自乘。乘高十尺。則得積五十七百六十六尺。所餘一千一百五十二尺。豈非甲庚丁壬。兩方形積。而初商長闊多二尺。故多積一千尺。教積此方之積。今乃以長二十四尺。自乘得五百七十六尺。以次商二尺。再乘得一千一百五十二尺。與除實相減。恰盡。定二爲次商。書於下點之旁。

按此條所帶之縱亦無幾。故初商可照常定。若帶縱太多。則初商難定。另法如左。

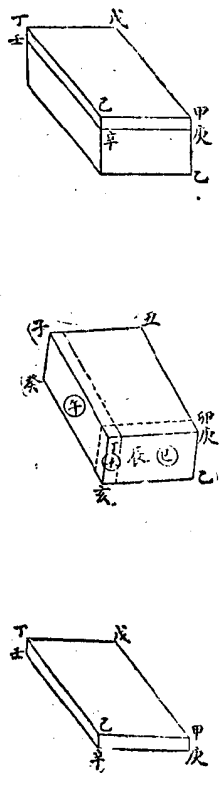
如帶兩縱相同之立方積。三百九十六萬八千〇六十四尺。長與闊相等。高與闊和一千尺。問三色。曰高四尺。長闊各九百九十六尺。

列實記點。照常法記三點。初商當是百。又當法截〇〇三爲初商實。查立方大籌第一行積〇〇一。少於截實。似可商一百尺。而按法相乘。過大於原積。法以高闊和一千尺。自乘得一百萬尺。以除原積。足三尺。取略大數四尺爲初商。因長闊之數甚多。其高闊之一千尺。比之原積。則原積得高也。以減高闊和一千尺。餘九百九十六尺。爲闊亦爲長。長闊相乘。再以高四尺乘之。得積與原積相符。定四尺爲初商。書於末點之旁。

如帶兩縱不同之立方積。八千〇六十四尺。高與闊和三十六尺。高與長和四十尺。問三色。曰高十二尺。闊二十四尺。長二十八尺。

列實記點。截〇〇八爲初商實。查立方大籌第二行積〇〇八。恰符。然欲得少於半和之數。乃退商十尺。爲高。庚乙。以乘闊二十六尺。子丑。得二百六十尺。又乘長三十尺。丑庚。得七千八百尺。與實相減。訖。

定一爲初商。書於頭點之旁。餘實二百六十四尺。次商法。以長三十尺。乘闊二十六尺。得七百八十尺。子庚。以除餘積二百六十四尺。不足一尺。因仍益積。且長與闊尙各須減去次商數。長減卯庚。餘積五。以合甲己。故須取略大之數爲次商。可商二尺。甲辰。於是以前商二尺。與長三十尺相減。餘長二十八尺。又以次商二尺。乘闊二十六尺。相減。餘闊二十四尺。即以闊二十四尺。與高十尺。庚乙。相乘得二百四十尺。子庚。又以長二十八尺。庚乙。與高十尺。子庚。相乘得二百八十八尺。子庚。兩數併得五百二十尺。以乘次商二尺。得一千〇四十四尺。爲二方廉積。己午。又



以次商二尺。自乘得四尺。以乘初商十尺。得四十尺。爲一長廉積。未盡。合二積共一千〇八十尺。以益餘積二百六十四尺。得一千三百四十四尺。爲一方廉積。甲庚丁壬。長闊方也。第一圖本形積。八千〇六十四尺。致多減積。千〇八十四尺。指損此圖方形積。今既益。則無所損矣。乃以闊二十四尺。乘長二十八尺。得六百七十二尺。以乘次商二尺。得一千三百四十四尺。與餘實對減。恰盡。定二爲次商。書於末點之旁。

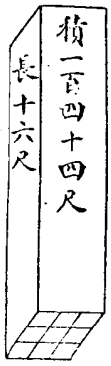
若所帶之縱太多。可依下條法算之。

如帶兩縱不同之立方積。一十七萬二千六百九十二尺。高與闊和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問三色。曰高六尺。闊一百二十三尺。長二百三十四尺。法以兩和即當長闊。相乘爲法。以除原積。得高。取略大之數以定初商。做上條理論之。

附句股法四條

如句股積六尺。句弦較二尺。求三色。

法倍積得十二尺。自乘得一百四十四尺。以較二尺除之。得七十二尺。折半得三十六尺。又以較二尺。折半得一尺。爲帶縱。用帶一縱較數開立方法算之。得方三尺。爲句。加較二尺。得五尺。爲弦。以句除倍積。得四尺。爲股。所以然者。倍積十二尺。引長之爲邊線。以句三尺除之。得四。若以股四尺除之。得三。是十二自乘。乃三股。尺。乘四句。二尺。之正平方也。而可變爲句自乘。句三自乘。乘股自乘。四句。乘四句。也。即四句。一。則三句乘四股。即三句。一。句乘一。股。又亦無異三股乘四句。又即三句。一。句乘一。股。可知也。而三句。共九。乘四股。四股。共十。即無異句自乘。尺。乘股自乘。尺。之數矣。既可變爲長平方。則又可變爲長立方。何則。句自乘得九尺。可扯直爲邊線。與股自乘之十六尺相乘。爲長平方。則亦可結聚爲面線。與股自乘之十六尺相乘。爲長立方也。如下圖。



其以句弦較二尺。除此長立方而半之者。以此長立方之長十六尺。乃股自乘數。凡股自乘數。以句弦較除之。即得句弦和。今欲取句弦和八。故以較二除之也。凡較其比。無異而乘之。故以較二除之。而得較長八也。除得之長方形如下圖。

方底仍前而長減一半。蓋長八尺。乃句弦和也。其所以取句弦和也。以句弦和即二句六。二句較較二。共數也。於是折半如下圖。

方底仍前而長減一半。乃一旬三。半句較較一之共數。乙丙丁戊。立方三尺也。其邊為 甲乙帶縱也。即半句較。

①如句股積六尺。股弦較一尺。求三色。
法倍積。自乘得一百四十四尺。乃方四尺。長九尺。句自乘之。之長立方體積。以較一除之。如故折半為方四尺長四尺五寸之長立方體積。其長為一股與半句較較之共數。餘做上條。

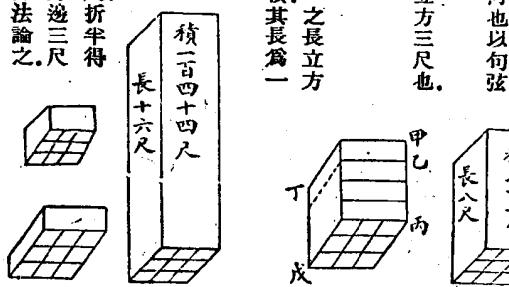
②如句股積六尺。句弦和八尺。求三色。
法倍積十二尺。自乘得一百四十四尺。為長立方體。以句弦和八尺除之。得十八尺。為扁方體。

折半得九尺。為極扁方體。其高為半句較較一尺。乃以句弦和八尺。折半得四尺。為高一尺。與闊三尺。和用帶兩縱相同和數立法算之。得方邊三尺。為句。於和內減之餘五尺。為弦。以句除倍積。得四尺。為股。做第一條法論之。

③如句股積六尺。股弦和九尺。求三色。
法倍積。自乘得一百四十四尺。乃方四尺。長九尺。句自乘之。之長立方體積。以和九尺除之。得一十六尺。折半得八尺。為扁方體積。其高五寸。乃以和折半得四尺五寸。為高與底闊之共數。餘做上條。

開三乘方
平方形如棋局。立方形如骰子。三乘方形有二。一曰平形。乃大平方也。如非十為通。通十為成。成方十里。此為十里自乘得。成十為終。此為十里再乘得。同方百里。其成方十里。為自乘小平方。同方百里。乃三乘大平方也。一曰立形。乃長立方也。如二自乘得平方四。再乘得立方八。三乘得長立方十六。立方。如將八骰子。每面堆二個。高堆二個。長立方如將十六骰子。每面堆二個。高堆四個也。四乘方以下。按平方兩廉只一樣。立方六廉分兩樣。三平廉。三乘方十四廉分三樣。皆分第一法。第二法。第三法。第三法。其廉率皆天然所生。如下圖。上兩一。生下二。二。上二。生下三。三。上三。生下六之類是也。

④如句股積六尺。股弦和九尺。求三色。
法倍積。自乘得一百四十四尺。乃方四尺。長九尺。句自乘之。之長立方體積。以和九尺除之。得一十六尺。折半得八尺。為扁方體積。其高五寸。乃以和折半得四尺五寸。為高與底闊之共數。餘做上條。

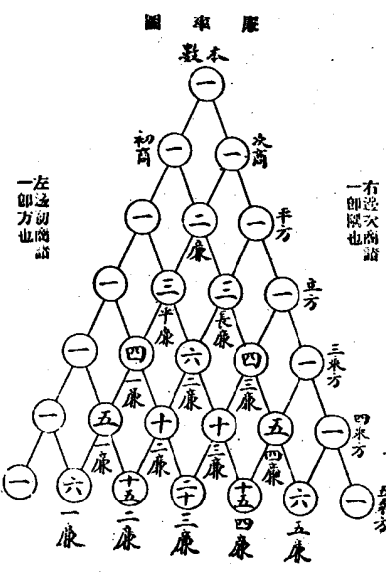


圖最上層畫一者。本數也。如一尺或一百尺。或一萬尺之類。有方面無廉階者也。下文俱只舉一次層並列一者。即十一也。左一為十尺。乃初商。右一為一尺。乃次商也。謂之方邊。有邊則有幕。第三層並列二者。一百二十一尺也。乃平方邊。一十一尺之幕積。左一百尺為方。乃初商十尺之自乘。中二十尺為兩廉。乃初商十尺與次商一尺相乘。

二因所得右一尺為兩。乃次商一尺之自乘也。第四層並列三者。一千三百三十一尺也。乃立方邊。一十一尺之體積。左一千尺為方體。初商一十尺自乘再乘之積也。中三百三十尺。內三平廉積三百尺。乃初商一十尺自乘乘次商一尺。三因所得。三長廉積三十尺。乃次商一尺。自乘乘初商十尺。三因所得也。右一尺為兩體。乃次商自乘。

再乘之積也。第五層並列四者。一萬四千六百四十一尺也。乃三乘方邊。二十一尺之幕積。左一萬尺為方。初商一十尺自乘再乘三乘之積也。中四千六百四十尺。其四千尺。乃第一廉積。則初商十尺再乘乘次商一尺。四因所得。其六百尺。乃第二廉積。則初商十尺自乘與次商一尺自乘相乘。六因所得。其四十尺。乃第三廉積。則次商一尺再乘乘初商十尺。四因所得也。右一尺為兩。乃次商一自乘再乘三乘之積也。四乘方以下。做此論之。詳梅定九少廣拾遺中。試為平形三乘方圖明之。

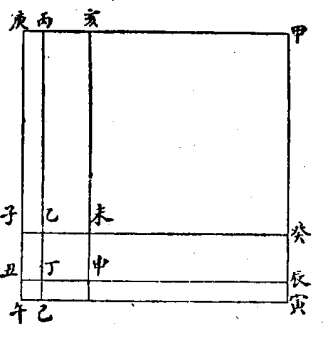
甲庚甲寅。並一百二十一尺。乃方十一尺。自乘再乘三乘之大方也。其積一萬四千六百四十一尺。甲癸癸未。並一百尺。乃商十尺。自乘再乘三乘之方也。其積一萬尺。癸申未丙。二長方。各長一百尺。闊二十尺。共積四千尺。即第一廉積也。又未丁方。二十尺。自乘得四百尺。而辰酉丙子。二長方。並長一百尺。闊一尺。共積二百尺。合之。共積六百尺。即第二廉積也。又申巳子。二長方。並長二十尺。闊一尺。共積四十尺。即第三廉積也。又丁午方。一尺。為兩。合之。共積一萬四千六百四十一尺。又為立形三乘方圖明之。

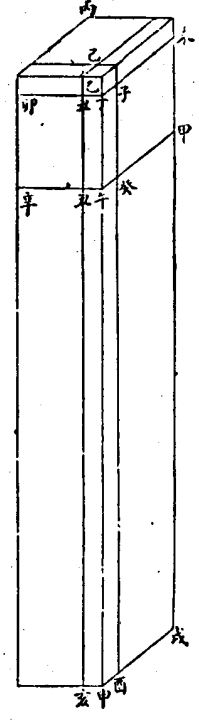


再乘之積也。第五層並列四者。一萬四千六百四十一尺也。乃三乘方邊。二十一尺之幕積。左一萬尺為方。初商一十尺自乘再乘三乘之積也。中四千六百四十尺。其四千尺。乃第一廉積。則初商十尺再乘乘次商一尺。四因所得。其六百尺。乃第二廉積。則初商十尺自乘與次商一尺自乘相乘。六因所得。其四十尺。乃第三廉積。則次商一尺再乘乘初商十尺。四因所得也。右一尺為兩。乃次商一自乘再乘三乘之積也。四乘方以下。做此論之。詳梅定九少廣拾遺中。試為平形三乘方圖明之。

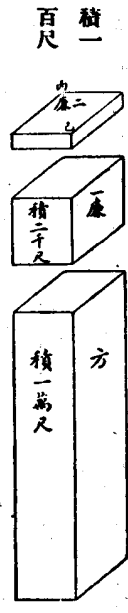
甲庚甲寅。並一百二十一尺。乃方十一尺。自乘再乘三乘之大方也。其積一萬四千六百四十一尺。甲癸癸未。並一百尺。乃商十尺。自乘再乘三乘之方也。其積一萬尺。癸申未丙。二長方。各長一百尺。闊二十尺。共積四千尺。即第一廉積也。又未丁方。二十尺。自乘得四百尺。而辰酉丙子。二長方。並長一百尺。闊一尺。共積二百尺。合之。共積六百尺。即第二廉積也。又申巳子。二長方。並長二十尺。闊一尺。共積四十尺。即第三廉積也。又丁午方。一尺。為兩。合之。共積一萬四千六百四十一尺。又為立形三乘方圖明之。

再乘之積也。第五層並列四者。一萬四千六百四十一尺也。乃三乘方邊。二十一尺之幕積。左一萬尺為方。初商一十尺自乘再乘三乘之積也。中四千六百四十尺。其四千尺。乃第一廉積。則初商十尺再乘乘次商一尺。四因所得。其六百尺。乃第二廉積。則初商十尺自乘與次商一尺自乘相乘。六因所得。其四十尺。乃第三廉積。則次商一尺再乘乘初商十尺。四因所得也。右一尺為兩。乃次商一自乘再乘三乘之積也。四乘方以下。做此論之。詳梅定九少廣拾遺中。試為平形三乘方圖明之。

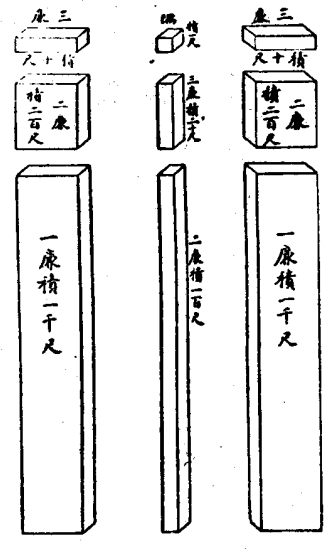




甲酉辛亥皆第一廉也。丙己未癸辛丑皆第二廉也。未己卯己子壬皆第三廉也。己丁隅也。尚有方一。第一廉一隱於中。故又為分形圖明之。



已上三者本相連。共長一百二十一尺。方十尺。



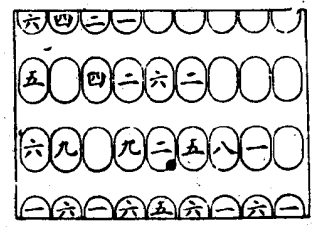
以上九者。已見合圖。本相。今有三乘方積二千。二十五萬一千一百二十一尺。問方根若干。

法列實記點。每兩三位記一點。以三乘方。做平方立方方法。以三乘方大籌定初商。記二點。知初商是十。查三乘方大籌第六行積一千二百九十六萬尺。略少於實。錄減訖。六為初商。餘實七百一十九萬

算通 卷三下

二七九

式籌大方乘三



一千七百六十尺。併三廉泛積。共一百〇二萬六千九百六十尺。以次商七尺因之。得定積七百一十八萬八千七百二十尺。又照次商七尺。取三乘方大籌看其第七行。隔積係二千四百〇一尺。併得七百一十九萬九千一百二十尺。減實恰盡。

又有三乘方積。二億四千四百一十四萬〇六百二十五尺。問方根若干。曰一百二十五尺。



法列實。隔三位記一點。計記三點。知初商是百。頭點上換三位。以補。查三乘方大籌第一行〇〇〇一。略少於實。錄減訖。定一為初商。餘實一億四千四百一十四萬〇六百二十五尺。次商法。照初商一百尺。查立方籌第一行積。係一百萬。以第一廉率四因之。得四百萬。又照初商一百尺。查平方籌第一行積。係一萬尺。以第二廉率六因之。得六萬尺。而次商二十尺。以因之。得一百二十萬尺。又照次商二十尺。查平方籌第二行積。係四百尺。即換用第四籌。照初商一百尺。查其第一行。係四萬尺。以第三廉率四因之。得一十六萬尺。併三廉泛積。共五百三十六萬尺。以次商二十尺因之。得定積一億〇七百二十萬。又照次商二十尺。查三乘方大籌第二行。隔積係一十六萬。併入三廉定積。共一億〇七百三十六萬。錄減訖。定二為次商。餘實三千六百七十八萬〇六百二十五尺。三商法。查實末係五字。此五字在三乘方大籌第五行。即以五為三商。將初次商一百二十尺。自乘再乘得一百七十二萬八千尺。與第一廉率四相乘。得六百九十一萬二千尺。又將初次商一百二十尺。自乘得一萬四千四百尺。與第二廉率六相乘。得八萬六千四百尺。又與第三商五尺相乘。得四十三萬二千尺。又將三商五尺。自乘得二十五尺。以乘初次商一百二十尺。得三千尺。以第三廉率四乘之。得一萬二千尺。併三廉泛積。共七百三十五萬六千尺。以三商五尺。乘得

算通 卷三下

二八二

算通 卷三下

二八〇

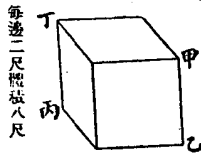
定積三千六百七十八萬尺。又照三箇五尺。查三乘方大經第五行。隅積係六百二十五尺。併入三廉。定積共三千六百七十八萬〇六百二十五尺。減餘實恰盡。

算通卷四

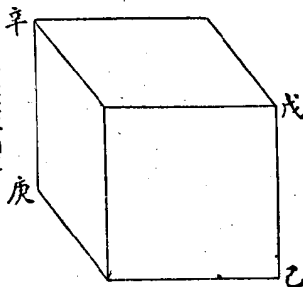
直線體

①如正方體。每邊二尺。其積十六尺。今倍其積。問得方邊若干。
法照開立方。

若將前積八倍之。問方邊。則答曰四尺。
法以原邊二尺。倍之即得。蓋此因兩體積之比。比之兩界之比例。為連比例。隔二位相加之比例也。為圖明之。
兩界邊四。比邊二。為二比一。兩積六十四。比三十二。與三十二比十六。又十六比八。與八比四。亦皆二比一之連比例。而六十四之比八。其間隔三十二與十六之兩位。故為連比例隔二位相加



每邊二尺體積八尺



每邊四尺體積六十四尺

二八三

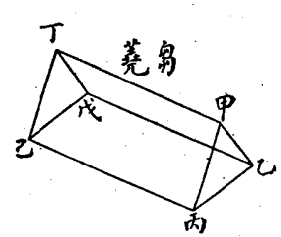
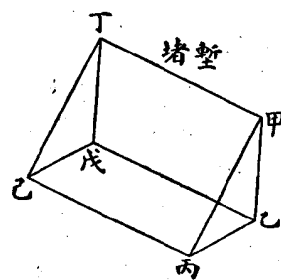
之比例也。
②如長方體。長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積倍之。仍與原形為同式形。問各邊。
一分一釐餘。闊一尺零七釐餘。高五寸零三釐餘。
法任先求長。以原長自乘再乘。化元闊與高倍。得積一尺七百二十八寸。倍之。得三尺四百五十六寸。問立方。得今長數。乃以原長一尺二寸為一率。比二率原闊八寸。若三率今長。與四率今闊也。求高闊做此。

③若八倍前積問各邊。則但於原各邊加倍即得。

④如甲乙丙丁戊己。蓋塔形。闊五尺。丙己。長十二尺。丙己乙。高七尺。丁甲戊。問積。曰二百一十尺。

法以長乘闊。再乘高。得長方積。折半即得。
易與體同。

易與體同。

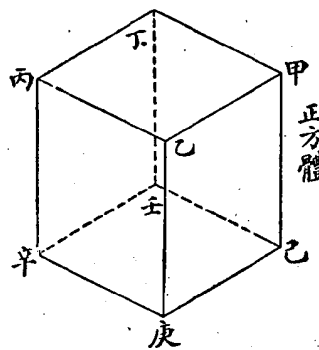
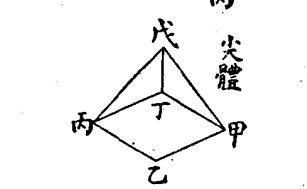
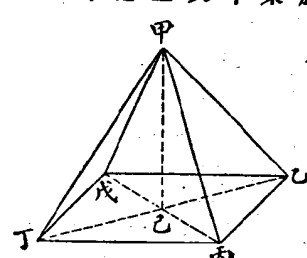


⑤如方底尖體形。底方五尺。自尖至四角之斜線皆六尺。問尖至底中之垂線長若干。曰四尺。

法以底方乙丙五尺為股。丙丁五尺為句。求得乙丁斜弦七尺零七分一釐零六絲餘。折半得乙己三

尺五寸三分五釐五毫三絲餘。又為句。原斜線甲乙六尺為弦。用句弦求股法。求得甲己中垂線。法以底方自乘得三十。六尺。又

以高三尺乘之得扁方體積一百零八



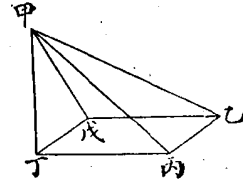
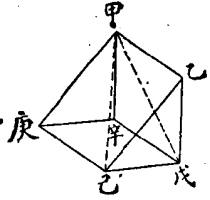
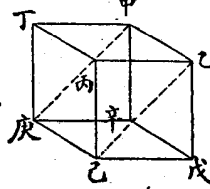
算通 卷四

二八五

尺三歸之得尖體積。試倍高得六尺乘底積。則為正方形體。其積與六尖體等。則半之為扁方體。其積必與三尖體等矣。所以然者。正方形體以戊尖為中心。戊心去上下四旁之心。並如高三尺。上下四旁並如底六尺。由心出線至甲乙丙丁己庚辛壬八角。則成六個尖體。其高低等。底又等。則積必等。合六個尖體積。以成正方體。則半正方積之為三個尖體積可知矣。

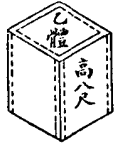
④如陽馬形。底方六尺。高同。問積。曰七十二尺。
法以方邊六尺自乘。再乘高得二百一十六尺。三歸之。即得。蓋與上方底尖體形無異。彼尖居中。此尖在隅。形雖異而積同。皆得方體三分之一也。

⑤如甍形。底如句股長。如股闊。俱六尺。高三十六尺。
如之問積。曰三十六尺。
法以長乘闊。再乘高得二百一十六尺。六歸之。即得。蓋此底即前陽馬形之方底。割去一半。而為句股形底也。故六歸之。正方形積。平分。之則為甍。甍與甍積。三分之。則為方尖底形。與陽馬積。六分之。則為甍。甍積。試作甲乙丙丁戊己庚辛一正方形。從乙己甲庚作對角線。依線割之。得甍形二。又以乙戊己甲辛庚。甍形。作甲戊己線。依線割之。則得甲戊己庚辛陽馬形一。甲乙戊己甍形一。是一甍。得三甍。腦也。一腦。兩甍。合成正方形。非六甍。腦乎。

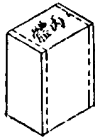


⑥如上下不等正方形體。形。上方每邊四尺。下方每邊六尺。高八尺。問積。曰二百零二尺六百六十六寸餘。
法以上方四尺自乘。得一十六尺。如甲小方面積。又以下方六尺自乘。得三十六尺。如乙大方面積。又以上方四尺。乘下方六尺。得二十四尺。如丙長方面積。併三數。得七十六尺。以高八尺乘之。得六百零八尺。成甲小方體積一。乙大方體積一。丙長方體積一。三歸之。

得積。所以然者。乙體從點線直割去四旁。廉及四隅。所餘中體。即同甲體矣。丙體亦照點線。割去兩旁。廉。所餘中體。亦同甲體矣。甲體四旁。各加一甍。塔形。長四尺。闊一尺。四隅各加一陽馬形。底方一尺。即成前項。上下不等正方形體。然則三箇甲體積。各加四甍。塔。共十二。各加四陽馬。陽馬。共十二。即成三個前項。上下不等正方形體。而六旁。非即十二甍。塔。四隅體。非即十二個陽馬乎。故三歸而得積也。



二八七

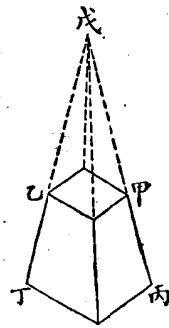


算通 卷四

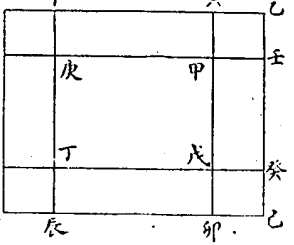
⑦如上下不等長方體形。上方長四尺。闊三尺。下方長八尺。闊六尺。高十尺。問積。曰二百八十尺。
法以上長乘上闊。得十二尺。倍之。得二十四尺。又以下長乘下闊。得四十八尺。倍之。得九十六尺。又以上闊乘下長。得二十四尺。又以上長乘下闊。得二十四尺。併四數。得一百六十八尺。以乘高十尺。得一千六百八十尺。六歸之。即得。所以然者。戊丁上長。乘甲戊上闊。得甲戊丁庚長方面形。倍之。為二面。己丙下長。乘乙己下闊。得乙己丙辛長方面形。倍之。為二面。甲戊上闊。乘己丙下長。得壬癸丑子長方面形。又甲戊上長。乘乙己下闊。得寅卯午辰長方面形。併此六長方面積。以乘高十尺。得六長方體形。其上下方面。為甲戊庚丁者。二。為乙己丙辛者。二。為壬癸子丑者。一。為寅卯辰午者。一。其二乙己丙辛長方體。比二甲戊丁庚體。多二壬戌。二戊辰。二庚子。二寅庚。共八旁廉體。又多二乙甲。二癸卯。二丁丙。二午丑。共八隅體。而壬癸子丑長方體。比甲戊丁庚長方體。多一壬戌。一庚子。其二旁廉體。又寅卯辰午長方體。比甲戊丁庚體。多一寅庚。一戊辰。其二旁廉體。若將所多之廉隅割去。則此六長方體之上下方面。皆如甲戊丁庚。乃以一旁廉體。變為二甍。塔體。一隅體。變為三陽馬體。共得二十四甍。塔體。二十四陽馬體。以加六長方體。皆成上下不等長方體。故以六歸而得之也。

捷法。倍上長得八尺。加下長八尺。共十六尺。以乘上闊。得四十八尺。此即上法。以上長乘上闊。倍之。又以下長乘下闊。倍之。又倍下長。得十六尺。加上長四尺。共二十尺。以乘下闊。得一百二十尺。併兩數。以乘高六歸之。又法。做前條。又法算之。

⑧如上下不等長方體形。上方長四尺。闊三尺。下方長八尺。闊六尺。高十尺。問積。曰二百八十尺。
法以上長乘上闊。得十二尺。倍之。得二十四尺。又以下長乘下闊。得四十八尺。倍之。得九十六尺。又以上闊乘下長。得二十四尺。又以上長乘下闊。得二十四尺。併四數。得一百六十八尺。以乘高十尺。得一千六百八十尺。六歸之。即得。所以然者。戊丁上長。乘甲戊上闊。得甲戊丁庚長方面形。倍之。為二面。己丙下長。乘乙己下闊。得乙己丙辛長方面形。倍之。為二面。甲戊上闊。乘己丙下長。得壬癸丑子長方面形。又甲戊上長。乘乙己下闊。得寅卯午辰長方面形。併此六長方面積。以乘高十尺。得六長方體形。其上下方面。為甲戊庚丁者。二。為乙己丙辛者。二。為壬癸子丑者。一。為寅卯辰午者。一。其二乙己丙辛長方體。比二甲戊丁庚體。多二壬戌。二戊辰。二庚子。二寅庚。共八旁廉體。又多二乙甲。二癸卯。二丁丙。二午丑。共八隅體。而壬癸子丑長方體。比甲戊丁庚長方體。多一壬戌。一庚子。其二旁廉體。又寅卯辰午長方體。比甲戊丁庚體。多一寅庚。一戊辰。其二旁廉體。若將所多之廉隅割去。則此六長方體之上下方面。皆如甲戊丁庚。乃以一旁廉體。變為二甍。塔體。一隅體。變為三陽馬體。共得二十四甍。塔體。二十四陽馬體。以加六長方體。皆成上下不等長方體。故以六歸而得之也。

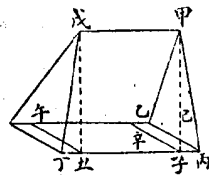
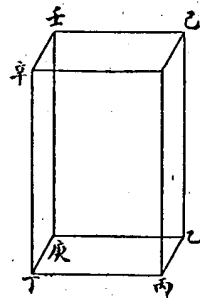
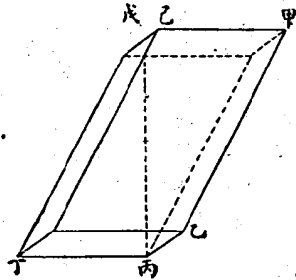


捷法。倍上長得八尺。加下長八尺。共十六尺。以乘上闊。得四十八尺。此即上法。以上長乘上闊。倍之。又以下長乘下闊。倍之。又倍下長。得十六尺。加上長四尺。共二十尺。以乘下闊。得一百二十尺。併兩數。以乘高六歸之。又法。做前條。又法算之。



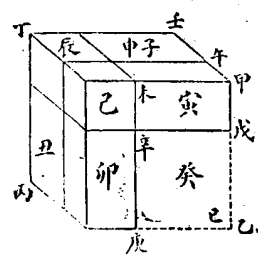
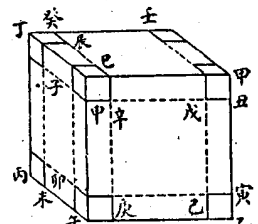
二八九

①如上下不等獨體形。上長甲戌十尺。下長丙丁十四尺。下闊乙丙五尺。高十二尺。甲戌之並。問積。曰三百八十尺。
 法以上長。子丑。乘下闊。乙丙。得五十尺為底。丑。子。以乘高。甲戌之並。得六百尺。折半得三百尺。為上下相等獨體積。又以上長與下長相減。餘四尺。即丙子。合。以乘下闊為底。與高相乘得二百四十尺。三歸之得八十尺。為方底尖體積。合二積。共三百八十尺。即是。



②如兩兩平行邊斜長方體形。底長丙丁二尺四寸。闊乙丙八寸高。戊丙三尺七寸。問積。曰七尺一百零四寸。
 法以長丙丁。乘闊乙丙。得乙丁底一尺九十二寸。以乘高戊丙。得七尺一百零四寸。為己丙丁午壬正長方體積。即同斜長方體積也。凡彼此俱兩兩平行。而底積同高。又同者。不論體之斜正皆同積。

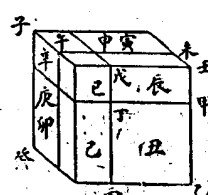
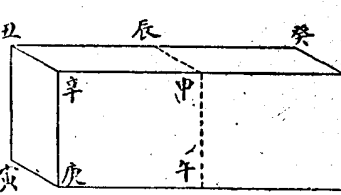
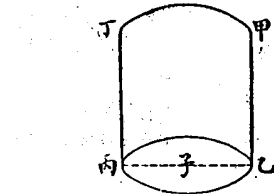
③如空心正方體厚二寸。積一千二百一十六寸。問內外方邊。曰內方邊八寸。外方邊一尺二寸。
 法以厚二寸。甲丑。自乘再乘得八寸。為內八因之得六十四寸。八因與共積一千二百一十六寸相減。餘上下方六寸。一千一百五十二寸。六歸之。得一勞。得一百九十二寸。用厚二寸除之。得九十六寸。為內方邊。與外方邊相乘長方面積。如壬癸之乘。乃以厚二寸倍之。得四寸。即丑戌。加。為長闊之較。壬癸即辰巳。四。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。即內方邊。辛戌。加四寸。得一尺二寸。即外方邊也。如甲。蓋正方體去八隅所餘六廉。上下均如壬癸戊辛。前後均如丑寅卯子。左右均如辰巳午未也。又法倍厚二寸。得四寸。自乘再乘得六十四寸。為隅體。已與積相減。餘一千一百五十二寸。為三方廉體。子癸。三長廉體。辰寅。三歸之。得



三百八十四寸。為一長方體積。一方底合。以厚四寸除之。得九十六寸。為長方面積。甲乙未。以內外方邊之較四寸。為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。
 ④如大小兩正方體。大邊比小邊多四寸。積多二千三百六十八寸。問大小邊。曰大邊十六尺。小邊十二尺。法同上條。蓋此之小方體。即上條之空心方耳。
 ⑤如大小二正方體。共邊二十四尺。共積四千六百零八尺。問各邊各積。曰小方邊八尺。積五百一十二尺。大方邊十六尺。積四千零九十六尺。
 法以共邊壬乙二十四尺。自乘再乘得一萬三千八百二十四尺。內減丑正方形隅方。共積四千六百零八尺。餘九千二百一十六尺。三歸之得三千零七十二尺。以共邊二十四尺除之。得一百二十八尺。為長方面積。乃以其邊二十四尺。為長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊八尺。即小邊。而餘可知。

⑥如甲乙丙丁長員體。徑與高皆七尺。問積。曰二百六十九尺三百九十一寸五百六十九分弱。
 法以徑求得周。周徑各折半。相乘得平員面積。以高乘之。得長員體積。或以半徑乘全周。再高乘。乃折半亦可。蓋乙丙員周引直。則變為長方形之戊辛。與半徑乙子。即癸戊相乘。即得癸辛。同面積折半。得癸中平面積。即為乙丙平員面積。以癸中平面積。乘高甲乙。即戊己。得癸午方體積。即為甲乙丙丁長員體積。乃正法也。若不折半。而用癸辛面積。以乘戊己。高得癸庚。長方體積。與兩個甲乙丙丁長員體積等。爰折半以取實數。乃又法也。一而已矣。
 一法。用方員同根異積比例。以方體積一〇〇〇〇〇〇〇。為一率。長員體積〇七八五三九八。一六。為二率。今徑自乘。再乘高。得三百四十三尺。為三率。求得四率。即是。

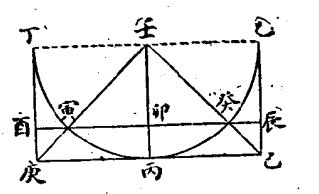
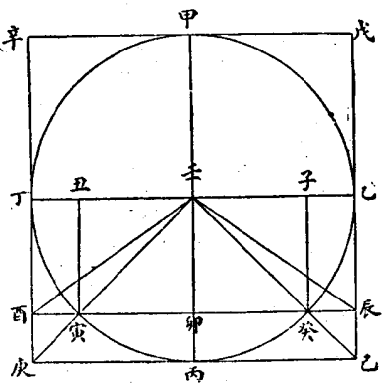
⑦如甲乙丙丁戊尖員體。底徑乙丙六尺。中高甲己六尺。求積。曰五十六尺五百四十八寸六分七厘。必得長法照上條。先求出庚乙辛丁長員體積。三歸之。即得蓋長員體與尖員體。同高。則尖員體。必得長



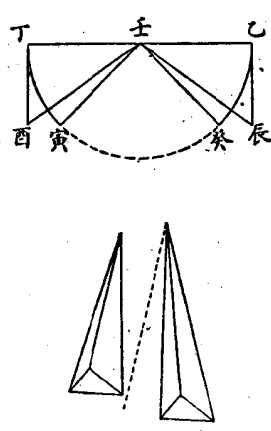
積也。全徑爲圓。全。今爲已庚辛壬癸尖員體底積。是又變爲平員面積也。方員不同。而皆用全徑乘全周之法。其相符合之理可稽乎。曰平員半徑與員球半徑等者。其平員面積得球外面積四分之一。上第四條已言之。是則平員半徑與球全徑等者。其平員面積必等員球外面積可知也。何也。二倍其邊者。即四倍其積。直線面積已言之。今上圖尖員體底庚子半徑比球乙丁半徑大一倍。其面積較與球等徑之平員體必大四倍。而與員球之外面積相等可知矣。又問員球外面積。即爲長員外面積。將何稽乎。曰幾何原本第十卷第十一節圖說云。凡員球體。如下圖甲乙。全徑甲丙。與長員體庚辛之底徑己及高度戊己相等者。其相當每段下之外面積必相等也。試截球體之癸丙寅一段。凸面積必與相當長員體之辰己庚酉一段周圍外面積等。試以乙辰酉丁一段微之。於此段長員體內抽出子癸寅丑一段小長員體。補如補補。餘癸子乙辰及酉丁丑寅空心體。此空心體積與子癸寅丑小長員體必等。何以知之。蓋壬癸爲大員面之半徑。而所截卯癸。又爲小員面。小員面之半徑。其壬卯與癸卯之度等。故卯癸如句。壬卯如股。壬癸如弦。壬癸弦所作員面。必與卯癸句壬卯股所作二員面等積。又壬乙卯壬癸。又卯辰辰則卯辰爲半徑。所作員面。即壬癸爲半徑所作員面。於卯辰爲半徑所作員面內。減去卯癸爲半徑所作員面。即餘辰癸。子癸。環面。所減所餘必相等。蓋茲幕兼有句股二器。句股相等。則幕亦等。故算。句算。即與所餘股幕相等。可知也。故辰癸。子癸。環面。與小員面等積。積既等。則體積亦必等矣。

又壬癸寅小尖員體與癸乙辰酉丁寅曲圍體等。何則。乙丙丁半球體爲乙己庚丁長員體三分之一。則癸乙己丙庚丁寅曲圍體爲長員體三分之一。與壬己庚寅小尖員體積等。試各就一半言之。彼此各減去同用之癸己丙。則一餘乙辰己癸。一餘壬癸丙卯爲相等。內分己辰癸等癸丙卯。則癸乙辰必等壬卯癸。下文乙辰壬與乙癸壬等。則各減

同用之乙申壬。一餘乙申辰。一餘壬申癸亦必等。又各加申辰癸。爲乙辰癸。與壬辰癸亦必等矣。而壬辰癸必等壬癸卯。何者。壬癸寅小尖員體爲子癸寅丑小長員體積三分之一。而壬辰酉大尖員體爲乙辰酉丁大長員體積六分之一。是大尖員體比小尖員體積多一倍。則壬辰癸之等壬癸卯可知。而壬辰癸相等之乙辰癸。亦等壬癸卯可知矣。而合癸乙辰酉丁寅必等壬癸寅矣。而壬癸寅小尖員體爲子癸寅寅三分之一。即爲前項空心體三分之一。則與壬癸寅尖員體相等之癸乙辰酉丁寅曲圍體。亦爲空心體三分之一矣。於乙辰酉丁長員體內減去壬癸寅小尖員體。又減去癸乙辰酉丁寅曲圍體。則餘乙癸壬寅丁空心球體。必與乙辰壬酉丁空心長員體等。何者。試以乙辰酉丁長員體積爲三分之一。壬癸寅小尖員體爲一分。則子癸寅丑小長員體積爲一分。今減去小尖員體。及曲圍體。是於六分內減去二分。而存一段空心球體。其積爲三分。而壬辰酉丁大長員體積。亦爲乙辰酉丁長員體積三分之一。於其體內減之。則餘乙辰壬酉丁空心球體積爲三分之二也。三分之二。非六分之四。則一段空心球體積必矣。與若將此兩空心體。從壬心至外皮面剖爲千萬尖體。俱以乙壬中兩爲底。則此兩空心體所分之各尖體。其積既等。其高又等。則其底不得不等。同高同積者。必等底也。則各尖體之底既等。則合各尖體底爲兩空心體之外皮面積。亦必相等矣。夫乙丙丁半球體外面積。原與乙己庚丁半長員體周圍外面積等。於半球體內減去乙癸丁寅一段。餘癸丙寅一段。於半長員體內減去乙辰酉丁一段。餘辰己庚酉一段。其減去之各段外面積既等。則所餘之球體癸丙寅一段與長員體辰己庚酉一段。其外面積亦必等。明矣。觀此。則員球外面積之等長員外面積。固可稽也。

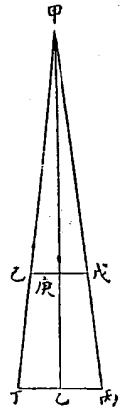


如員球積六尺。問徑。曰二尺二寸五分。四釐五毫零二忽有餘。
 法用同根異積之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九零九八五九三一七爲二率。蓋球積爲五三三三九八七七五。則方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。今所設之員積六尺爲三率。求得四率。爲方邊與球徑相等之正方形體積。開立方得方邊。即此員徑也。
 又法用同積異根定率比例。以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球徑二四〇〇七〇〇九八爲二率。今設積六尺。開立方得一尺八寸一分七釐一毫二絲有餘。爲三率。求得四率。即是。
 如甲乙丙丁橢圓體。甲丙大徑六寸。乙丁小徑四寸。問積。曰五十寸二分六釐六分六十三釐七十毫六十絲有餘。以大徑六寸乘之。得長員體積七十五寸三百九十八分二百二十三釐有餘。三歸而二因之。得所求。



又法以小徑四寸自乘得十六寸以大徑六寸再乘得九十六寸為長方體積乃用異積同根定率比
例以方積一〇〇
九十六寸為三率
求得四率即是
又法如前員體積五十寸大徑比小徑多二寸問大小二徑 曰大徑五寸九分九釐二毫小徑三寸九分九釐
二毫用法用異積同根定率比例以球積一〇〇〇
三一七為二率今設積五十寸為三率求得四率九寸九分九釐二毫為長方體積乃以兩徑之差二寸為長闊之較用帶一縱開立方算之得闊三寸九分九釐
二毫有餘即小徑加多二寸得大徑

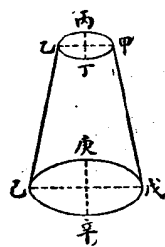
④如上下大長圓體上徑四尺下徑六尺高八尺問積 曰一百五十九尺一百七十四寸〇二十七
分四百六十六釐有餘
法以上徑求出面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十毫有餘又以下徑求出面積二十八
尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘又以上徑乘下徑開方得中徑四尺八寸九分八釐
九毫七絲七忽四微八餘有餘求得面積一十八尺八十四寸九分五分五釐八十五毫有餘三
數相併得五十九尺六十九寸〇二分六十釐三十毫有餘與高相乘得四百七十七尺五百二十二
寸〇八十二分四百釐有餘三歸之得所求
又法以上下徑相減餘二尺折半得一尺為一率高八尺為二率下徑六尺折半為三率求得四率二
十四尺為本體加成本體之高乙乃以下徑六
尺丙求得面積二十八尺二十七寸四十三分
三十三釐八十五毫有餘與高二十四尺相乘
得六百七十八尺五百八十四寸一十二分四
百釐有餘三歸之得二百二十六尺一百九十四寸六百七十分〇八百釐有餘為甲丙丁大尖員之
體積又以上高八尺與二十四尺相減餘甲庚十六尺以上徑四尺己求出面積一十二尺五十六寸六
十三分七十釐六十毫有餘與高十六尺相乘得二百〇一尺〇六十一寸九百二十九分六釐有
餘三歸之得六十七尺〇二十寸〇六百四十三分二百釐有餘為甲戊己小尖員體積二體積相減
餘為所求積
又法用上小下大長方體與上下小大長員體定率比例以方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
員體積〇七八五三九八一六三為二率上徑四尺自乘下徑六尺自乘上徑四尺與下徑六尺相乘



⑤如上下小大長圓體上徑四尺下徑六尺高八尺問積 曰一百五十九尺一百七十四寸〇二十七
分四百六十六釐有餘
法以上徑求出面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十毫有餘又以下徑求出面積二十八
尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘又以上徑乘下徑開方得中徑四尺八寸九分八釐
九毫七絲七忽四微八餘有餘求得面積一十八尺八十四寸九分五分五釐八十五毫有餘三
數相併得五十九尺六十九寸〇二分六十釐三十毫有餘與高相乘得四百七十七尺五百二十二
寸〇八十二分四百釐有餘三歸之得所求
又法以上下徑相減餘二尺折半得一尺為一率高八尺為二率下徑六尺折半為三率求得四率二
十四尺為本體加成本體之高乙乃以下徑六
尺丙求得面積二十八尺二十七寸四十三分
三十三釐八十五毫有餘與高二十四尺相乘
得六百七十八尺五百八十四寸一十二分四
百釐有餘三歸之得二百二十六尺一百九十四寸六百七十分〇八百釐有餘為甲丙丁大尖員之
體積又以上高八尺與二十四尺相減餘甲庚十六尺以上徑四尺己求出面積一十二尺五十六寸六
十三分七十釐六十毫有餘與高十六尺相乘得二百〇一尺〇六十一寸九百二十九分六釐有
餘三歸之得六十七尺〇二十寸〇六百四十三分二百釐有餘為甲戊己小尖員體積二體積相減
餘為所求積
又法用上小下大長方體與上下小大長員體定率比例以方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
員體積〇七八五三九八一六三為二率上徑四尺自乘下徑六尺自乘上徑四尺與下徑六尺相乘

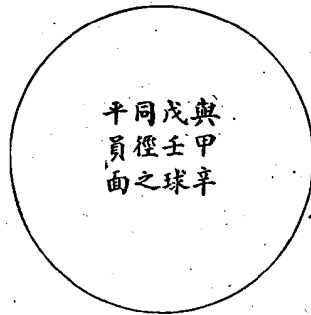
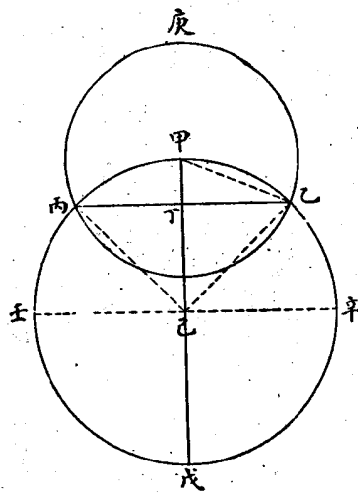
三數相併以高八尺乘之得六百零八尺三歸之得二百零二尺六百六十六寸六分六分
六十六釐有餘為三率求得四率即是
又捷法定率比例以一〇〇〇
自乘上下徑相乘併三數乘高為六百零八尺三率求得四率即是此法蓋以三個上小下大長方
體與一個上小下大長員體相比例也蓋一個長方體為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
為七八五三九八一六三若三個長方體為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九九三三八矣

⑥如上下小大長圓體上大徑乙四尺小徑丙三尺下大徑丁四尺小徑辛六尺高十尺問積 曰二
百一十九尺九百一十一寸四百八十五分六百三十三釐有餘
法以上大小徑相乘得十二尺以下大小徑相乘得四十八尺又以
上大徑乘下小徑上小徑乘下大徑共得四十八尺折半得二十四
尺三數併得八十四尺乃用方員定率比例以方積一〇〇〇〇〇
〇〇
數相併之八十四尺為三率求得四率六十五尺九寸七分三十四
分四十五釐六十九毫有餘與高十尺相乘得數三歸之得所求
又法以上下大徑相減餘折半得一尺為一率高十尺為二率下大徑折半得四尺為三率求得四率
二十尺為加成本體之共高乃以下大小徑求出下大員面積與高二十尺相乘三歸之得大
尖員面積積又以上大小徑求出上小員面積與高十尺相乘三歸之得小尖
員面積積相減餘即是
又法用上小下大長方體與上下小大長員體定率比例以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一率長員體七八五三九八一六三為二率以上大徑四尺倍之加上下大徑八尺共一十六尺與上下
徑三尺相乘得四十八尺以下大徑八尺倍之加上大徑四尺共二十尺與下小徑六尺相乘得一百
二十尺二數併得一百六十八尺以高十尺乘之得一千六百八十尺六歸之得二百八十尺成上小
下大長方體積為三率求得四率即是
又捷法定率比例以一〇〇〇
個員 以倍上大徑加下大徑乘上小徑得數又倍下大徑加上大徑乘下小徑得數併二數以乘高
為三率 亦六個員 求得四率即是
⑦如於甲辛壬員球截甲乙丙一段其甲丁高二寸乙丙底徑九寸六分問截積 曰七十六寸五百

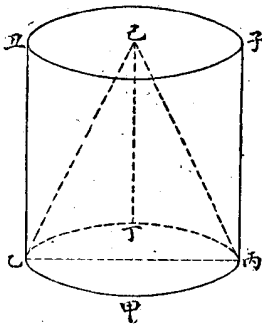


算通 卷四
三〇五

七十一分〇八十八釐有餘。
 法以甲丁高二寸爲首率，乙丁半底徑四寸八分爲中率，求得丁戊末率一尺一寸五分二釐。比乙丁者乙丁比。加甲丁高二寸，得一尺三寸五分二釐，爲球全徑。折半得甲己半徑六寸七分六釐。又以甲丁高二寸爲句，乙丁半底徑四寸八分爲股，求得甲乙弦五寸二分。以之爲半徑，作庚乙丙員，求得其

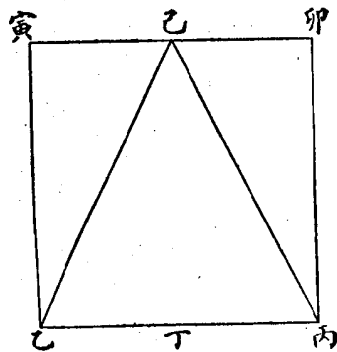


面積八十四寸九十四分八十六釐有餘，卽爲所截甲乙丙一段之外面積。蓋員面半徑與球體半徑等者，其員面積爲球體外面積四分之一。詳上第四條中。如前項甲辛戊壬員球之外面積，必爲同徑之半員面積四倍。則甲辛壬半球體，必爲同徑之平員面積二倍。然則以甲己半徑求得一個平員面積，又以辛己半徑求得一個平員面積，兩面積相併，必與甲辛壬半球體之外面積等矣。今甲乙丙截球體一段，若以甲丁爲半徑，求得一個平員面積，又以乙丁爲半徑，求得一個平員面積，兩面積相併，有不與甲乙丙截球體一段之外面積等乎。而句股之法，甲乙弦自乘之平方，與甲丁句自乘，乙丁股自乘，兩平方積等。則甲乙弦爲半徑所得之員面積，亦必與甲丁句自乘，乙丁股自乘，兩平方積等。故甲乙弦爲半徑所得之庚乙丙平員面積，卽爲甲乙丙截球體一段之外面積也。又法：以辛壬全徑一尺，加高，求得四尺二寸四分七釐四毫三絲有餘，而以高乘二寸乘之，亦得甲乙丙截球體一段之外面積，詳上第五條。既得截球體一段之外面積，與甲己員球半徑相乘，得甲乙丙子丑長員積。如此圖子丑爲面，乙丙爲底，甲爲底之正中，己爲面之正中，底凸而面凹，如兩鑄鑿然。於是三歸之得一百九十一寸四百一十七分五百一十二

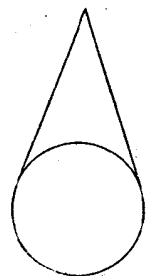


三〇七

法以甲丁高二寸爲首率，乙丁半底徑四寸八分爲中率，求得丁戊末率一尺一寸五分二釐。比乙丁者乙丁比。加甲丁高二寸，得一尺三寸五分二釐，爲球全徑。折半得甲己半徑六寸七分六釐。又以甲丁高二寸爲句，乙丁半底徑四寸八分爲股，求得甲乙弦五寸二分。以之爲半徑，作庚乙丙員，求得其
 已丙甲乙積相減，所得即甲乙丙截球體一段之積也。
 如空心員球，積二千寸，厚三寸，問內外徑。曰：內徑一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽，外徑加六寸卽是。
 法用根同積異之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，方積一九〇九八五九三二七爲二率。見上條。今所設之積三千寸爲三率，求得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘，爲空心正方體積。乃照直線體第十四條法，用二法，求得闊一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽，有餘，爲空心球體內徑。加六寸爲外徑。此法蓋以空心員球體與空心正方體爲比例，卽如用球積與方積定率爲比例也。
 如圓倉一座，周二十四尺，高十尺，問盛米若干。曰：一百八十三石三斗四升六合四勺有餘。法以周求出面積四十五尺八寸三分六分二十二釐有餘，與高相乘得四百五十八尺三寸六分六釐六分六釐有餘，爲員倉積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲法除之，卽得。須較準用。
 如圓倉一座，盛米一百六十石，高十尺，問周徑。曰：徑七尺一寸三分六釐四毫九絲有餘。周二十二尺四寸一分九釐九毫四絲有餘。
 法以米一石爲一率，一石積數定率二千五百寸爲二率。今盛米一百六十石爲三率，求得四率四百尺，爲員倉之積數。以高十尺除之，得四十尺，爲員倉之面積。乃用方員定率比例，以員積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，方積一二七三三九五四爲二率。今所得面積四十尺爲三率，求得四率五十九尺九寸二分九分八十一釐六十毫有餘。開平方得圓倉徑數，卽可求周數矣。
 如積米一堆，高五尺，底周十四尺，問米數。曰：十石〇三斗九升八合一勺有餘。
 法與尖員體求積法同。見第二條。但既得積後，以積二千五百寸爲一石耳。



法以米一石爲一率，一石積數定率二千五百寸爲二率。今盛米一百六十石爲三率，求得四率四百尺，爲員倉之積數。以高十尺除之，得四十尺，爲員倉之面積。乃用方員定率比例，以員積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率，方積一二七三三九五四爲二率。今所得面積四十尺爲三率，求得四率五十九尺九寸二分九分八十一釐六十毫有餘。開平方得圓倉徑數，卽可求周數矣。
 如積米一堆，高五尺，底周十四尺，問米數。曰：十石〇三斗九升八合一勺有餘。
 法與尖員體求積法同。見第二條。但既得積後，以積二千五百寸爲一石耳。



三〇九

如倚壁堆米高四尺底周六尺問米數。曰。三石〇五升五合七勺七抄有餘。

法以底周六尺爲半周。倍之爲全周。照尖員體求積法求得積。折半得數。乃以二千五百寸爲一石算之。此卽上條尖員體之一半。故折半取之。

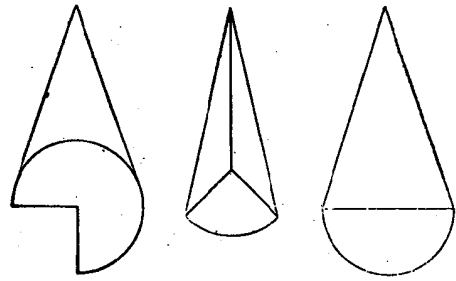
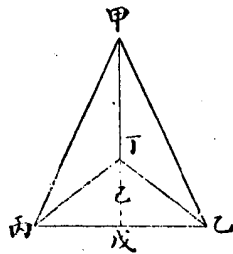
如倚壁內角堆米高五尺。周十二尺。問米數。曰。三十石〇五斗五升七合七勺有餘。此爲尖員體四分之一。法以周十二尺。四因之得四十八尺爲全周。用尖員體法求得積。四歸之。得數以二千五百寸爲一石算之。

如倚壁外角堆米高六尺底周三十三尺。問米數。曰。九十二石四斗三升七合一勺八抄有餘。此爲尖員體四分之三。法用周三十三尺。三歸而四因之得四十四尺爲全周。照尖員體法求得積。四歸三因得數。乃以二千五百寸爲一石算之。

各等面體

如四面體每邊一尺二寸。求積。曰。二百〇三寸六分四厘六忽六微有餘。此體乃等邊三形。四個所合成者。法以丁乙邊一尺二寸爲弦。以乙丙邊一尺二寸。折半得乙戊六寸爲句。句弦求得丁戊股一尺〇三分九釐二毫三絲〇四微有餘。爲中垂線。與乙戊相乘得六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘。爲乙丙丁底積。又以甲丁邊一尺二寸爲弦。而取丁戊中垂線三分之二。爲丁戊爲三爲句。其理詳三角求外切弦。求得甲己股九寸七分九釐七毫九忽八微有餘。爲自甲尖至底中心己之立垂線。已爲底心亦詳三角求。以與底積相乘。三歸之得所求。

又求甲己立垂線批法。以甲丙邊十二尺。自乘。三歸二。因得九十六寸。開平方卽得。此法蓋因甲丙內爲弦。戊丙爲句。求得甲戊股則甲戊自乘。爲甲丙自乘方四分之一。三歸一。又甲戊爲弦。己戊爲句。甲己爲股。則甲己股自乘。爲甲戊自乘方九分之二。三歸一。甲戊與丁戊乘。己戊爲丁戊三分之一。卽爲甲戊自乘得一分。於或九分內。減去句。甲己自乘。既爲甲丙自乘四分之二。卽十二分之二也。而甲己自乘。又爲甲戊自乘九分之二。故以甲丙自乘。三歸而



二因之得積開方得甲己高。又用定率比例。以定率四面體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體之立垂線八。一六四九六五八爲二率。今設四面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率卽甲己。

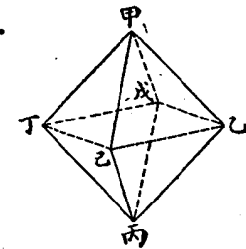
又用邊同積異定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體積一。一七八五一。二九爲二率。今設邊自乘再乘爲三率。求得四率卽所求積。

如有四面體積二百〇三寸六分四厘六忽六微。求每邊。曰。十二寸。

法用邊同積異定率比例。以四面體積一。一七八五一。二九爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率一尺七寸二十八分八厘卽立方卽得。

又法。用同積異定率比例。以正方體每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體每邊二〇三。九六四八九。〇〇爲二率。今設積開立方得五寸八分八釐三毫三絲六忽五微有餘爲三率。求得四率卽是。

如四面體每邊一尺二寸。求積。曰。八百一十四寸五百八十六分九百七十六釐有餘。此體乃等邊三形。四個所合成者。法以八面體分爲上下二尖方體算之。將己乙邊一尺二寸與丁己邊一尺二寸相乘。得戊己平方積。一尺四十四寸爲上下二尖方之共底。又以自乘之一尺四十四寸倍之。開平方得一尺六寸九分七釐〇五絲六忽二微有餘。爲丁乙對角線。詳直積面。卽爲甲丙對角線。以此對角線。與共底一尺四十四寸相乘。三歸之卽得。



又法。用邊同積異定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體積〇四七一。四〇四五。二爲二率。今設邊自乘再乘爲三率。求得四率卽是。

又法。用積同邊異定率比例。以八面體每邊一。二八八八九。二九爲一率。正方體每邊一。〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率。爲與八面體等積之正方體邊。自乘再乘卽得。

如八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐。求邊。卽用邊同積異定率比例。以八面體積。四七一。四〇四五。二爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率卽

立方即得每邊一尺二寸。

又法用積同邊異定率比例以正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率八面體邊一〇二八四八九二九爲二率今設積開方得數爲三率求得四率即是。

如十二面體每邊一尺二寸求積。曰一十三尺二百四十一寸八百六十八分三百四十八釐有餘。此體乃等邊五角形十二面所合成者分上下各六面以一面在上如蓋。

旁綴五面聯合成覆碗形以一面在下爲底亦旁綴五面聯合爲仰盆形二形相合即成此體。

法先求一面之積積照各等邊形篇第一條以每邊一尺二寸爲首率求得甲已等分角線一尺〇二分〇七。

邊八絲〇九微有餘已辛等心已爲面中垂線八寸二分五釐八毫二絲九忽一微有餘又求得本面積二尺四十七寸七十四分八十七釐三十毫有餘次求本面立五角尖體積用理分中末線之大分

六一八〇三三九爲一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率全分即首率大分即中率首率爲一今

數邊一尺二寸丙丁如大分爲三率求得四率甲丙如全分一尺九寸四分一釐六毫四絲〇七微有餘此以定率爲

於是從體中腰橫剖上蓋下底折中爲中。腰剖之知切底然則成十等邊之平面如下圖乙丙丁戊甲上蓋也丙丁子丑

戌等五面旁綴成覆碗形者也從氏房心尾等處剖之則成氏房等五面房心等五面共十面其所剖處皆正當每邊之一半。如底蓋子戌邊之正中。又用理分中末線之大分六一八

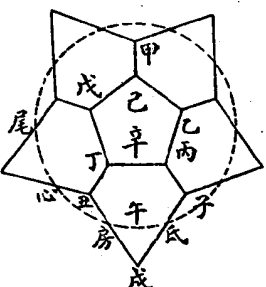
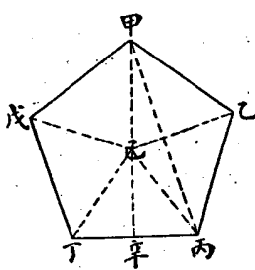
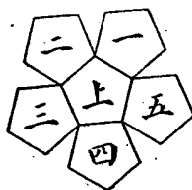
〇三三九九爲一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所得甲丙一尺九寸四分一釐六毫四絲七微移作子丑丙丁戌形故甲丙同子丑。折半得子午爲三率求得四率氏

辰一尺五寸七分〇八毫二絲〇二微有餘爲每邊正中正形心尺之斜線長在上蓋已及底蓋所剖之氏房等線爲子丑

線之半用子丑即如用氏房而氏房與氏辰之比同於理分中末線大分與全分之比也。又氏爲子戌

邊之中即無異辛爲丙丁邊之中則用氏辰即如用辛辰於是辛辰斜線爲己辛爲句求得己辰

法上蓋下底折中爲中。腰剖之知切底然則成十等邊之平面如下圖乙丙丁戊甲上蓋也丙丁子丑



三一五

股一尺三寸三分六釐二毫一絲九忽六微有餘爲形心至每面中心之立垂線爰以此立垂線與甲乙丙丁戊面積相乘三歸之得一尺一百〇三寸四百八十九分〇二十九釐有餘爲一個尖五角體積以十二個因之得所求。

又法用同邊異積定率比例以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率本體積七六六三一八八九〇三爲二率今設邊自乘

再乘爲三率求得四率即是。

又用同積異邊定率比例以本體邊五〇七二二〇七爲一率。正方形體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今設邊爲三率求得四率爲與本體等積之正方形體邊自乘再乘即是。

如十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐求邊。則用同邊異積定率比例以本體積七六六三一八八九〇三爲一率。正方形體積一〇〇〇〇〇〇〇爲二率今設積爲三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸如所求。

又法用同積異邊定率比例以正方體每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率本體邊五〇七二二〇七爲二率今設積開立方得二尺三寸六分五釐八毫二絲七忽六微有餘爲三率求得四率

七爲三率今設積開立方得二尺三寸六分五釐八毫二絲七忽六微有餘爲三率求得四率。如二十面體每邊一尺二寸開積。曰三尺七百六十九寸九百六十八分三百釐有餘。此體乃二十個等邊三角面所合成者上層五個一子寅卯一子卯辰一子辰巳。摺合如蓋下層五個一未申亥一未申亥一未申亥。

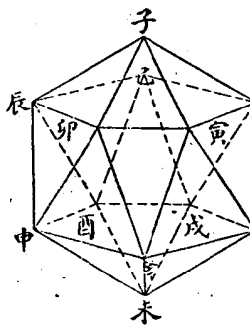
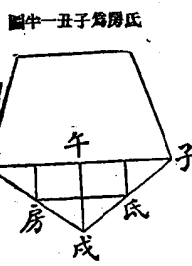
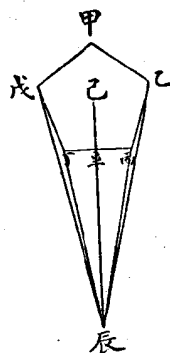
一未申亥。摺合如底中層十個一午戌寅一午戌寅一午戌寅。一未申亥一未申亥一未申亥。旁綴上中下邊合即成此體。

法做上條先求一面面積以每邊十二尺求得己壬等分角線六寸九分二釐八毫二絲〇二微有餘壬午等心垂線三寸四分六釐四毫一絲〇一微有餘。又求得面積六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘。次求

立三角體積乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今設邊一尺二寸如丙折半得六寸如丙房爲三率求得四率氏辰下九寸七分〇八毫二

絲〇二微有餘。蓋如上條法於二十面體之中腰橫剖。則成十等邊面形其所剖之處。房等皆

法上蓋下底折中爲中。腰剖之知切底然則成十等邊之平面如下圖乙丙丁戊甲上蓋也丙丁子丑



三一七

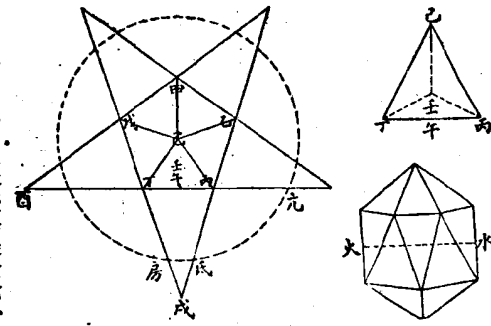
正當每邊之一半。如其在丙。故其所剖之氏房等線亦得
丙丁邊之一半。為丙午。其氏房即丙午與氏辰即午辰之
比。同於理分中末線。大分與全分之比。求得氏辰。即午辰
斜線。愛以此斜線為弦。壬午心垂線為句。求得辰壬股九
寸。○六釐九毫一絲三忽五微有餘。為形心至每面中心
之立垂線。以乘面積。三歸之。得一個立三角體積。一百八
十八寸四分九分八分四百一十五釐有餘。為一個立積。
以二十個。因之。如所求。

甲乙丙丁戊五角形。乃己丙丁等五角三角所攢合。即二
十面體之上蓋也。其周圍丙丁戊以尖下垂之五个三角
及丁戊丙。以尖上指之五个三角。則旁羅為中房者也。以
氏房等點線剖之。成九氏房等十面體。
捷法用同邊異積定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。本體積二一八六九四九六九為二率。
今設邊一尺二寸。自乘再乘為三率。求得四率。即是。又用同積異邊定率比例。以本體每邊七七一
〇二五三四為一率。正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今設邊一尺二寸。為三率。求得四率。為
與本體等積之正方邊。自乘再乘即得。

如二十面體積。三尺七百六十九九十九百六十八分九百〇六釐。求邊。則用同邊異積定率比例。以本
體積二一八六九四九六九為一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今積為三率。求得
四率。開立方得一尺二寸。即是。
又法用同積異邊定率比例。以正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。本體邊〇七七一〇二五三
四為二率。今設積開立方得一尺五寸五分六釐三毫六絲九忽有餘。為三率。求得四率。即是。

球內容各等面積
如球徑一尺二寸。求內容四面體之每邊及體積。曰。邊九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。
積一百一十寸八分五十一分二分二百五十分釐有餘。法以徑甲乙一尺二寸。三歸二因之。得甲己八寸。
為四面體。自尖至每面中心之立垂線。如圖之甲己與丙庚。此兩垂線相交於辛。則辛為四面體之中
心。亦為球之中心。甲辛與丙辛。俱球半徑。甲己壬旬股形。與甲庚辛旬股形同式。為句。以甲壬為弦。以己壬
庚辛旬股形。以辛壬為句。以甲辛為弦。則甲庚辛旬股形。同用一甲。法為甲壬弦比己壬旬若甲辛弦比辛庚
角。而己角庚角。又同為直角。則壬角四角亦必等。故為同式也。法為甲壬弦比己壬旬若甲辛弦比辛庚

圖面十成剖積

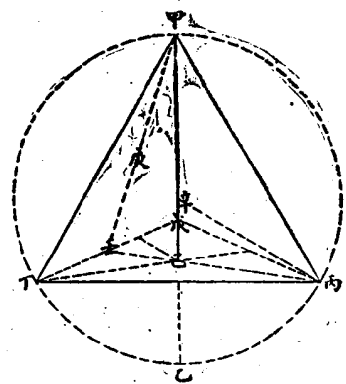
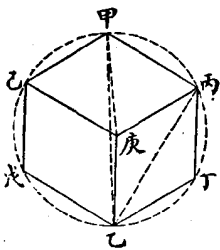


球內容積計

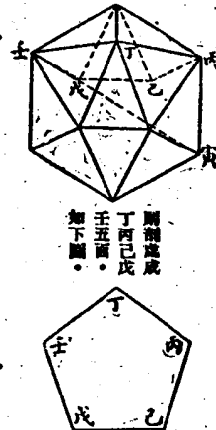
句。而甲壬弦。與丙壬。為三分。己壬旬為一分。則甲
辛弦亦為三分。辛庚旬。與辛己。亦為一分矣。今命
甲辛為三分。甲辛為半徑。得三分。則全徑為六分。
以辛己一分。加甲辛三分。則得甲己四分。是甲己
立垂線。得全徑六分之四。即三分之二也。故三歸
而二因之。得甲己。既得甲己。自乘得六十四。二
歸三因。得九十六。開平方得九寸七分九釐七
毫九絲五忽八微有餘。乃四面體每邊之數也。蓋
立垂線自乘方。為每邊自乘方三分之二。見前四面
則每邊自乘方。為甲己自乘方二分之二。故三歸
而三因之。開平方得每邊也。求積。則照前篇第一條求積法。
三歸二因。得九十六。開平方。即得邊數。蓋甲己立垂線。既為球徑三分之二。則甲己自乘。四。必
為球徑甲乙自乘。三。九分之四。而甲己自乘。六。又為每邊甲丙自乘。六。九分之三。即六
分之四。必為甲乙自乘。六。必為甲乙自乘。十四。九分之六。丙自乘。六。甲乙
自乘。九。即三分之二。故以徑甲乙自乘。三。二因。得甲丙邊積。開方得甲丙。如有四面體之每邊。求外
切球徑。則可以一邊自乘。二歸三因。開平方得徑矣。否則如上法。先求四面體之甲己立垂線。二歸三
因。以得徑亦可。又用求邊定率比例。以定率球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一六四九六五八為二率。今設邊一尺二寸。為三率。求得四率。即是。又用求積定率比例。以球徑自
乘再乘之。正方體積一〇〇
乘再乘之。得一千七百二十八寸。為三率。求得四率。即是。

如球徑一尺二寸。求內容四面體之每邊。及積。曰。邊六寸九分二分九釐八毫二絲〇三微有餘。積三
百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘。
法以徑自乘。三歸之。得四十八寸。開平方。即得邊數。何則。甲庚對
角線自乘方。兼有甲丙邊丙庚邊各自乘方之數。乘得一尺。即甲
乙尺。而甲乙對角線自乘方。又兼有甲庚自乘方。乙庚乙
自乘方。一尺之數。共得三。即如兼有三個庚乙邊。自乘方之積也。
而甲乙即球徑。故自乘三歸。得乙庚邊自乘積。而開方得邊也。得
邊則積可知矣。如有正方體邊。求外切球徑。則以邊自乘。三因

算通 卷四



三八一九六〇一則弦爲一〇七〇四六六二以弦一〇七〇四六六二比角三八一九六六〇一可例出辰戌之比辰戌即可例酉戌之比子戌此上條法也亦本條法也而上條以辰戌爲三八一九六六〇一之小分此條又以辰戌爲六一八〇三九九之大分何也則以辰戌爲子午辰戌爲辰子丑等邊三角子丑邊之半而辰戌亦爲子丑戌等邊三角與辰子丑子戌邊之半上條以辰戌爲子午爲大分則辰戌亦必爲大分也以其同爲本體每邊之半也上條子戌而子戌子丑此條子戌而子戌又法照下圖丁丙己戌壬線橫割之



試於上球圖作壬寅徑線則成壬丙寅角股形壬丙爲股丙寅爲句壬寅爲弦若以面圖言之則壬丙股即如理分中末線之全分丙寅句與丙丁邊同即如理分中末線之大分故以理分中末線全分爲股大分爲句求得弦以比大分即同於今設徑壬寅即壬子之比丙寅也 又用求邊定率比例以球徑自乘再乘之立方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲三率求得四率即是 又用求積定率比例以球徑自乘再乘之立方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率本體積〇三一七〇一八八三三爲二率今徑自乘再乘爲三率求得四率即是

球外切各等面體

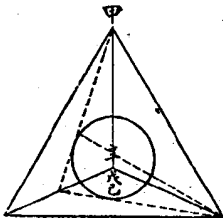
如球徑一尺二寸求外切四面體之每邊及體積 曰邊二尺九寸三分九釐三毫八絲七忽六微有餘積二尺九寸九分九釐三毫八絲七忽六微有餘

法以球徑一尺二寸倍之得二尺四寸爲四面體自尖至底心之立垂線內各第一條一有甲己四分半全徑二分又垂線之別爲四分以立垂線甲己自乘二歸三因得八尺六十四寸開平方即得每邊數皆內分即甲己立垂線可知矣 以立垂線甲己自乘二歸三因得八尺六十四寸開平方即得每邊數

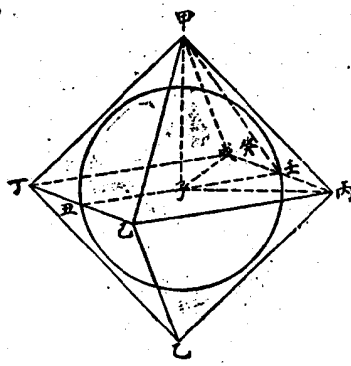
既得邊數則用各等面體第一條法求積

如有四面體邊求容員徑則先求立垂線折半得容員徑 又用求邊定率比例以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率本體邊二四四九四八九七四爲二率今球徑爲三率求得四率即是 又用求積定率比例以球徑自乘再乘之立方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率本體積一七三二〇五〇八〇七爲二率今徑自乘再乘爲三率求得四率即是

如員球徑一尺二寸求外切八面體之每邊及積 曰邊一尺四寸

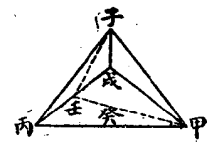


六分九釐六毫九絲三忽八微有餘積一尺四百九十六寸四百九十一分八百九十六釐有餘法以球徑折半爲八面體形心子至每面中心之立垂線何則試自丙己丁戌橫分之則成甲丙己丁戌乙丙己丁戌上下二尖方體將二尖方體自甲乙尖依各稜線直割之則又成子甲丙戌等尖三角體八個並以子爲尖子爲八面體之心即球之心而球之外面皮即外切於各面之中心如球故球之半徑即八面體心子至每面中心之立垂線也既得立垂線六寸自乘得三十六寸六因之得二百一十六寸開平方得一尺四寸六分九釐六毫九絲三忽八微有餘即八面體之每邊數蓋六個立垂線自乘積與一個邊自乘積等也所以然者下文論詳內容第一條 試以子甲丙戌四面體自甲至丙邊中心壬作甲壬垂線又自子至甲丙戌面中心癸作子癸立垂線又從子至壬作子壬線遂成壬癸子句股形此形以子癸立垂線爲股壬癸子爲句壬爲弦癸壬爲甲壬三分之一則癸壬自乘方一一如爲甲壬自乘方九三如九分之二而甲壬自乘方九原爲甲丙自乘方十二十二分之九



三內乘中乘法第一條一有弦積四股則癸壬自乘方一爲甲丙自乘方十二十二分之九也又子壬弦爲半邊之半丁邊爲半子壬每邊之半則其自乘方必爲每邊自乘方四分之一即十二分之三癸壬句自乘方既爲每邊自乘方十二分之一則子癸股自乘方必爲每邊自乘方十二分之二弦積三內減句積 即六分之一故以子癸爲股自乘六因之得每邊積而開平方得邊也既得邊可用各等面體第三條法求積 如有八面體每邊求內容球徑則求得體心至每面立垂線即是 又用求邊定率比例以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率八面體邊一一二四七四八七爲二率今球徑爲三率求得四率即是 又用求積定率比例以球徑自乘再乘之立方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率本體積八六六〇二五四〇三爲二率今徑自乘再乘爲三率求得四率即是

如球徑一尺二寸求外切十二面體之每邊及積 曰邊五寸三分八釐八毫三絲三忽六微有餘積一尺一百九十八寸八分六釐六毫一十六釐有餘



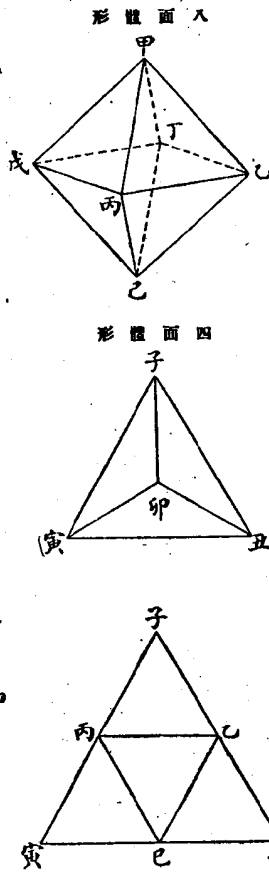
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率大分〇六一八〇三九九爲二率今球徑折半爲三率求得四率三寸七分〇八毫二絲〇三微有餘爲十二面體每面中心至邊之垂線蓋球

為邊自乘方六分之一。而球內所容正方體之邊之自乘方。為球徑自乘方三分之一。故方體之每邊自乘方。為四面體每邊自乘方十八分之一也。

如有正方形。每邊求外切四面體邊。則以正方形邊自乘。以十八乘之。開平方即得。

⑨如四面體每邊一尺二寸。求內容八面體之每邊。曰六寸。

法以四面體每邊一尺二寸。折半即得。蓋八面體以其四面切于四面體之四面。六角切於四面體之六稜中心。故八面體之每邊即為四面體每邊之半也。如圖以八面體戊丙己面。切於四面體之寅卯



丑平面。成上圖(如上面第三圖)又以八面體之乙丁甲面。切於四面體之子卯丑立。面如下圖(如下第一圖)又以八面體之甲戊丙面。切於四面體之子卯寅立。面如下圖(如下第二圖)則八面之六角切於四面體之六稜之中可見。而八面體之邊為四面體邊之半。亦可見矣。如有八面體之一邊。求外切四面體之邊。則以八面體之邊倍之即是。

⑩如四面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每邊。曰一寸七分四釐八毫〇三忽九微有餘。

法以四面體每邊一尺二寸自乘。三歸二。因開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。為自尖至底心之立垂線。折半得四寸八分九釐八毫九絲七忽九微有餘。為四面體內容球徑。乃用球內容各等面體第四條法算之。即得。蓋十二面體。以四角切於四面體各面之中心。則四面體中心至每面中心之立垂線。即十二面體中心。至各角之斜線。四面體內容球徑。即十二面體外切球徑。故法如此。如有十二面體邊。求外切四面體邊。則先求得十二面體外切球徑。又求得球外切四面體之每邊。即是。

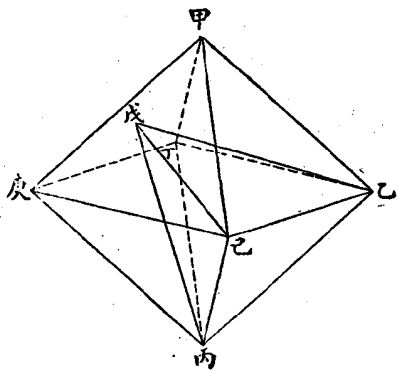
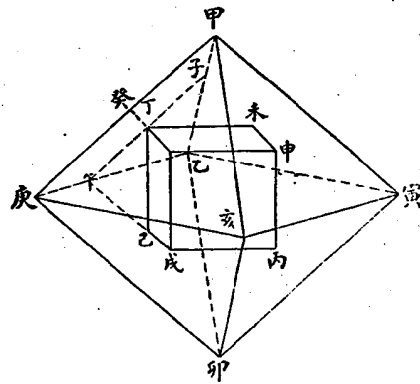
⑪如四面體每邊二尺二寸。求內容二十面體之每邊。曰三寸二分五釐二毫六絲三忽三微有餘。法先求四面體內容員球徑。法詳上。乃照球外切各等面體第四條法算之。即得。蓋二十面體以其四面切於四面體各面之中心。則兩體自中心至每面中心之立垂線相同。四面體內容員球徑。即二十面體內容球徑。故法如此。如有二十面體每邊求外切四面體每邊。則求得二十面體內容球徑。又求得球外切四面體之每邊。即是。

⑫如八面體每邊一尺二寸。求內容正方體之每邊。曰五寸六分五釐六毫八絲六忽四微有餘。

法以每邊一尺二寸。甲庚三歸之。得丁午四寸自乘得十六寸。倍之得三十二寸。開平方即得。蓋正方體之八角切於八面體各面之中心。丁角切甲庚已角切乙卯庚面中心。戊角切亥卯庚面中心。丙角切甲庚寅面中心。未角切乙卯甲面中心。辛角切亥卯甲面中心。試自八面體之乙角至對邊作乙癸中垂線。又自甲乙庚面之中心丁。與甲庚平行作子午線。則乙丁為乙癸三分之一。子午亦甲庚三分之一。丁午為甲庚三分之一。與午己同。子午午己。與正方體之丁己邊。成丁午己句股形。丁午既與午己等。故以丁午自乘方倍之。開方得丁己。為正方體之每邊也。如有正方體之每邊。求外切八面體之每邊。則以正方體自乘。折半。開平方得數。三因之。即是。

⑬如八面體每邊一尺二寸。求內容四面體之每邊。曰即八面體之每邊也。何以知之。蓋以四面體乙丙己底。合於八面體之乙己丙面。則上尖戊切於八面體甲丁庚面之中心。其戊乙邊恰與乙丙邊等。故八面體之每邊。即四面體之每邊也。

⑭如八面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每邊。曰三寸四分九釐六毫一絲二忽八微有餘。法以自乘。三歸二。因開平方。得八面體內容球徑。乃照球內容各等面體第四條法算得球內容十二面體每邊。即是。如有十二面體之每邊。求



外切八面體之每邊則先求得十二面體外切球徑。又求得球外切八面體之每邊。即是。

⑤如八面體每邊一尺二寸求內容二十面體之每邊。曰六寸四分八釐二毫一絲七忽五微有餘。

法以邊自乘六歸之開平方得八面體內容球徑。乃用球外切各等面體第四條法算之。即得蓋二十面體以八面體之中心。則兩體中心至每邊之立垂線相同。八面體內容球徑。即二十面體內容球徑。故法如是。

如有二十面體之每邊求外切八面體之每邊。則先求得二十面體內容球徑。又求得球外切八面體之每邊。即是。

⑥如十二面體每邊一尺二寸求內容正立方體之每邊。曰一尺九寸四分一釐六毫四絲。○七微有餘。

法以邊中末線之大分○六一八○三九九為一率。全分一○○○○○○○為二率。今設邊為三率。求得四率。即是。蓋正立方體。以十二稜切於十二面體之各面。則正立方體之每邊。即十二面體之每面兩角相對斜線。故用各等邊形第一條法。求得對角斜線。即是也。

⑦如十二面體每邊一尺二寸求內容四面體之每邊。曰二尺七寸四分五釐八毫九絲四忽六微有餘。

法以邊一尺二寸。用球內容各等面體第四條法。求出外切球徑。次用球內容各等面體第一條法。又求得四面體之每邊。即是。蓋四面體之四角切於十二面體之四角。則兩體中心至各角之斜線相同。兩體外切球徑亦同。故法如此。

如有四面體之每邊求外切十二面體之每邊。則先求得四面體外切球徑。又求得球內容十二面體之每邊。即是。

⑧如十二面體每邊一尺二寸求內容八面體之每邊。曰一尺二寸二分一釐四毫七絲五忽二微有餘。

法以理分中末線之小分三八一九六六一為一率。全分一○○○○○○○為二率。今設折半邊為三率。求得四率一尺五寸七分○八毫二絲。○三微有餘。為十二面體中心至每邊正中之斜線。倍之得三尺一尺四分一釐六毫四絲。○六微有餘。為八面體兩角相對斜線。自乘。折平方即得八面體之六角切於十二面體之六稜。則十二面體中心至每邊正中之斜線。即八面體中心至各角之斜線。倍之則得八面體兩角相對之斜線。故用斜弦求方法。求得方邊。即八面體之每邊也。

如有八面體之每邊求外切十二面體之每邊。則先求得八面體兩角相對斜線。折半為十二面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線全分與小分之比。同於前項斜線與每邊之半之比。得每邊之半。倍之即是。

⑨如十二面體每邊一尺二寸求內容二十面體之每邊。曰一尺四寸○四釐九毫八絲四忽四微有餘。

法以每邊一尺二寸。用各等面體第五條法。求得十二面體中心至每面中心之立垂線。為十二面體內容球徑。乃用球內容各等面體第五條法。求得二十面體內容球徑。又求得球外切十二面體之每邊。即是。

內容球徑。乃用球內容各等面體第五條法。求得二十面體之每邊。即是。蓋二十面體以十二角切於十二面體各面之中心。則十二面體中心至每面中心之立垂線。即二十面體中心至各角之斜線。十二面體內容球徑。即二十面體外切球徑。故法如此。

如有二十面體之每邊求外切十二面體之每邊。則先求得二十面體內容球徑。又求得球外切十二面體之每邊。即是。

⑩如二十面體每邊一尺二寸求內容正立方體之每邊。曰一尺○四分七釐二毫一絲三忽四微。

法以邊一尺二寸。用各等面體第五條法。求得二十面體中心至每面中心之立垂線。倍之為二十面體內容球徑。見球外切各等。乃照球內容各等面體第二條法。求出所容正立方體之每邊。即是。蓋正立方體之八角。切於二十面體八面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。即正立方體中心至角之斜線。二十面體內容球徑。即正立方體外切球徑。故法如此。

如有正立方體每邊求外切二十面體每邊。則先求得正立方體外切球徑。又求得球外切二十面體之每邊。即是。

⑪如二十面體每邊一尺二寸求內容四面體之每邊。曰一尺四寸八分○九毫八絲三忽五微有餘。

法以每邊一尺二寸。如上條法。求出二十面體內容球徑。乃用球內容各等面體第一條法。求出所容四面體之每邊。即是。蓋四面體以四角切於二十面體四面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。即四面體中心至角之斜線。二十面體內容球徑。即四面體外切球徑。故法如此。

如有四面體每邊求外切二十面體每邊。則先求得四面體外切球徑。又求得球外切二十面體之每邊。即是。

⑫如二十面體每邊一尺二寸求內容八面體之每邊。曰一尺三寸七分二釐九毫四絲七忽一微有餘。

照上第四條法。求出二十面體外切正立方體之每邊。又照上第二條法。求出正立方體內容八面體之每邊。即是。蓋八面體以六角切於二十面體之六稜正中。則二十面體中心至每邊正中之斜線。即八面體中心至角之斜線。倍之則為八面體兩角相對斜線。故法如此。

如有八面體之每邊求外切二十面體之每邊。則先求得八面體兩角相對斜線。折半為二十面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線全分與大分之比。同於二十面體中心至每邊正中斜線與每邊之半之比。既得每邊之半。倍之即是。

⑬如二十面體每邊一尺二寸求內容十二面體之每邊。曰六寸四分七釐二毫一絲三忽五微有餘。

法以每邊十二寸。照上第十七條法。求出二十面體內容球徑。乃照球內容各等面體第四條法。求出所容十二面體每邊。即是。蓋十二面體之二十角。切於二十面體各面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。即十二面體中心至角之斜線。二十面體內容球徑。即十二面體外切球徑。故法如此。

如有十二面體之每邊求外切二十面體之每邊。則先求得十二面體外切球徑。又求得球外切

甲乙丙三角積，加了戊己爲倍積，丙乙底七個，甲丙高七層，加丁一個，爲丁丙八層。
 前數若以積求邊，則倍積以一爲長闊之較，用帶縱較數開平方算法算之。

⑧如一面梯形堆，上四下七，問積。曰：二十八個。

法以下七加上四，得十一個，爲底，又以下七爲七層，減上虛三，餘四，爲實在層數，與底十一相乘，折半，即得觀圖自明。

⑨如前數，知積二十二下，問七，求上闊，則照第一條，求出三角積二十八個，減梯積二十二，餘六個，爲梯形上虛三角積，用第二條有積求邊法，求得底三個，加一個，即梯形之上闊四個也。如有上闊求下闊，則以上闊減一，爲上虛三角之底，求得虛三角積，以加梯積，照第二條法算之。

⑩如前積二十二個，只知上闊比下闊少三個，問上下闊，則以梯積倍之，得四十四個，又以上下闊之較三，加一，得四爲層數，以除倍積，得十一個，爲上下闊之和，加較三，折半，得下闊七個，減較三，得上闊四個。如有積與上下闊和求上下闊者，則倍積，以和除之，得層數四，減一，餘三，爲上下闊之較，或有積與層數求上下闊者，則於層數內減一，即得上下闊之較，以層數除倍積，即得上下闊之和，有較有和，則得上下闊矣。

甲乙丙丁梯形，丙丁下闊，比甲乙上闊，多戊丁三個，卽爲己戊三層，加一，得甲丙四層。

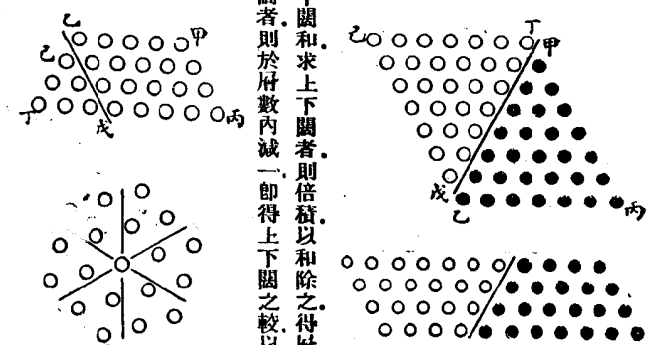
⑪如一面六角堆，每邊三個，求積。曰：十九個。

法分作六面三角算之，以每邊三減一，餘二，爲每面三角之底，用第一條法求積，得三個，六因之，得十八個，加中心一個，卽是。

⑫如前形積十九，求每邊數，則以積十九，減中心一，餘十八，六歸之，得三，爲一面三角積，照第二條法求，得邊二個，加一，得三，卽是，此卽舊名員束者，本以六爲包，一不能成員，舊云員束，實六角也。

⑬如方東外周八個，問積。曰：九個。

法以八個法，四角四個，共十二個，四歸，得每邊三個，自乘卽得，蓋方東與方田不同，方田計邊，則四角重計，一應註九，故外周得十二，方東計角，則四角不重計，故外周止得八，必加四角共四個。



乃合方田十二之數，而可用方田法算之也。又法以八個爲闊，以八個加八個，得十六個，爲長，相乘得一百二十八個，以十六爲法除之，得八個，加中心一個，合問，蓋方東起於外八包中，一去中，卽變成長方形，闊二長四，今以八爲闊，是四其闊，以十六爲長，是四其長，相乘得十六個長方，故以十六除之也。

⑭如方東外周十六，問積。曰：二十五個，照上條第一法，不必言，亦可照又法，以十六爲闊，又以十六加八共二十四爲長，相乘得數，以法十六除之，得二十四，加中心一，合問。照前論，二十五去中心一，變成長方形，闊四長六，今以十六爲闊，是四其闊，以二十四爲長，是四其長，相乘得十六個長方形，故以十六除之，加中一。按方東不論周有幾層，但多一層，卽多一個八，取上變形，闊外周截看便見。左右各四，卽內層之八也，增上下各四，是多一個八也，而法無異者，蓋以外周爲闊，例得四個闊，以外周加八爲長，例得四個長也。已上二條每邊係奇數，上條每邊三，故有中心一，若此條則不然。

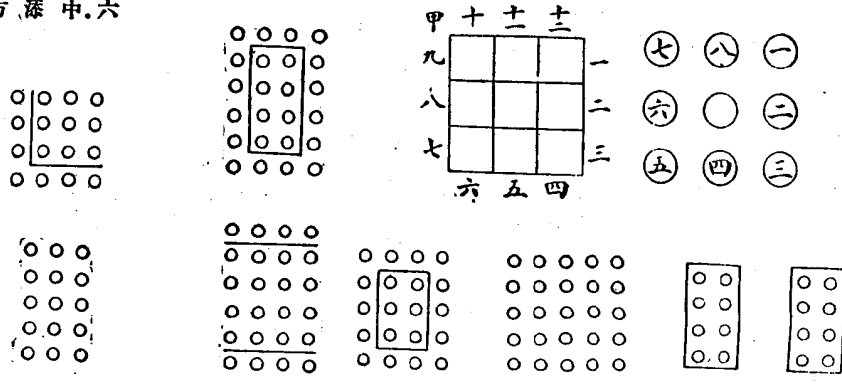
⑮如方東外周十二，問積。曰：十六。

法照前以十二爲闊，以十二加八爲長，相乘得數，以法十六除之，得一，合問。按方東外周八包中心一，則心一本居正中，雖層添外周，而心一之居中不移，合此圖上添一曲尺，非添一周，故心中不，然法無異者，蓋十六去一，餘十五，變爲長方形，闊三長五，以十二爲闊，亦四其闊，以十二加八爲長，亦四其長也。

⑯如方東十六，問外周。曰：十二。

用開平方法，求得每邊四個，四因之，得十六個，減四角四個，卽得。又法，以積十六，減一，餘十五，以十六乘之，得數爲長方積，以八爲長闊之較，用帶縱較數開平方算法算之，得外周十二，此以外周求積法。

法照前以十二爲闊，以十二加八爲長，相乘得數，以法十六除之，得一，合問。按方東外周八包中心一，則心一本居正中，雖層添外周，而心一之居中不移，合此圖上添一曲尺，非添一周，故心中不，然法無異者，蓋十六去一，餘十五，變爲長方形，闊三長五，以十二爲闊，亦四其闊，以十二加八爲長，亦四其長也。



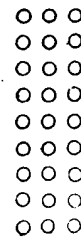
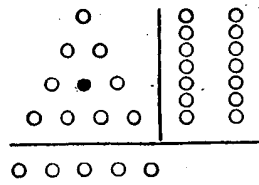
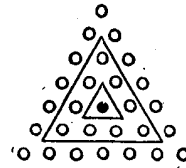
反用之者也。彼法派心一。此則派心一。彼法用十六除。此則用十六乘也。

⑤如三稜束。外周十八求積。曰二十八個。

法以外周十八個。如三角三個。三歸之。得每邊七個。又法。以十八個為長。相乘得數。以十八為法除。加中心一。合開。蓋二十八個。去心一。餘二十七個。變成長方形。關三長九。今以十八為關。是六其關。以二十七個為長。是三其長。三六相乘。得十八個長方形。故以十八為法除之。三稜束始於外九包中。外多包一層。即多一個九包中兩層。故外周二九。得十八也。亦有心中不居中者。如下條。

⑥如外周十二求積。曰十五個。

照上又法。十五去一。餘十四。變為長方形。關二長七。以十二為關。是六其關。以二十一為長。是三其長。相乘得十八個長方形。故以十八除之。此心中不中者。以外周止加一邊。非加一周也。

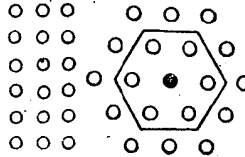


⑦如前積十五求外周。曰十二個。

法照第二條求得每邊五個。三因之。得十五個。減三角三個。餘十二。合開。又法。以積減一。餘十四。以十五乘之。以九為長。關之較。用帶縱較數開平方算法算之。得關十二。即外周數也。此即有周求積法反用之耳。

⑧如員束。外周十二求積。曰十九個。

法分六面三角算之。以外周十二。用六歸之。得二。為一面三角之底邊。照第一條法算之。得積三個。六因之。得十八個。加中心一個。合開。又法。以外周十二為關。以外周十二加六。共十八為長。長闊相乘。得數以十二為法除之。加中心一。合開。蓋員束起於外六包中心。外周加一層。則添一個六。此形外周十二。比內周多一個。六合內外共三個六。加中心一。共十九。若減去中心一。餘十八。變為長方形。關三長六。今以十二為關。是四其關。以十八為長。是三其長。長闊相乘。得十八個長方形。故以十二除之。而加心一也。



⑨如前積求外周。則以積十九減中心一。餘十八。六歸之。得三。倍之。得六為長。

方積。以一為長。闊之較。用帶縱較數開平方算法算之。得關二。以六因之。得外周十二。又法。以積減一。餘以十二乘之。得長方積。以六為長。闊之較。用帶縱較數開平方算法算之。得關十二。即是。此即有周求積法反用之耳。

⑩如壘塔。堆石底五塊求積。曰七十五塊。

法以底五自乘。得二十五為底積。又以層數五。層數即。加一得六。與底積相乘。得一百五十。折半。即得如圖。甲乙丙丁庚壘塔堆。乃五面句股形。成已丙丁。合成之體也。照前第一條論。兩面句股形。顛倒相合。成長方形。比原層數多一層。即多一行。如圖多上行五個。

則兩壘塔形相合。成長方形體形。比原層數亦必多一層。即多一面。故以層數加一。與底積相乘。所以增其一面之數。成長方形體形。為壘塔堆之二倍。而折半得之也。

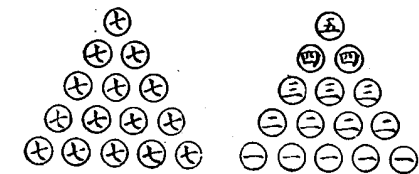
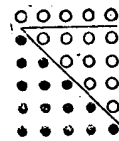
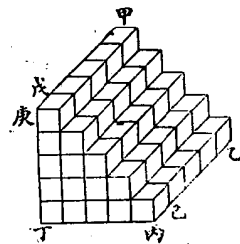
⑪如三角尖堆。每邊五求積。曰三十五。

法以邊五。加一得六。以乘邊五。折半。得底層積十五。詳第一。再以高五層。加二。得七層。與底積相乘。三歸之。試以棋子。照圖內所書數目。堆塔為三角形。書二者。塔二層。書三者。塔三層。餘做此。

一層者。底也。二層者。自下而上之第二層也。餘做此。此形積三十五。若三其積。得一百〇五。即成下圖。

俱高七層。故以層數五加二為七。以乘底層十五。得一百〇五。為三倍原積。而三歸得之也。另有詳下。

又法以邊五。加一乘邊五。不折半。再以高五層。加二乘之。六歸得積。又法以每邊五。自乘再乘得一百二十五為第一數。再以每邊五。自乘。得二十五。為第二數。又以每邊五。加一得六。乘邊五。得三十。倍之。得六十。為第三數。併三數。得二百一十六。歸之。即得。此與第二法同。蓋邊五。自乘再乘。是未以長加一乘。亦未以層數加二再乘也。因未以長加一乘。則其自乘所成之正方面形。必比前五與六相乘。所成之長方形。少一行五個。又以高五層乘之。共少二十五個。故以第二數補之。因未以層數加二再乘。則其高必比前所得之高。少二層之數。每層五。故又以三數補之。



也。又一法。以二十

如前積三十五求邊。曰五個。

法以積三十五。六因之。得二百一十。以一為長與闊之較。以二為高與闊之較。而帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊五即是。此即有邊求積之法。而反用之者耳。

如四角尖堆果一袋。每邊三個。求積。曰十四個。

法以三個為底闊。又以三個添半。共三個半。為底長。相乘得十個半。為長方面積。又以底三個。即為高三層。加一個為高四層。以乘十個半。得四十二個。為長方體積。三歸之。合開。此即直線體積第七條。合三個尖方體積。與一個同底同高之方體等積之理也。如有甲丙己庚正正方形。每邊三寸。自乘再乘得積二十七寸。從丙己甲庚二線剖為兩半。成一甲丙戊己庚壬。一甲丙己庚乙辛。則合二體積。成一正方形。以成一正方形。乃邊三自乘再乘。無異若合二體積。堆成。則成一長方。高須加一個。如上第十七條所云。若以三自乘再乘。則損積矣。此高加一層之所。以然也。又將甲丙戊己庚壬。堆成。則損積矣。此高加一層之所。以然也。又將甲丙戊己庚壬。堆成。則損積矣。此高加一層之所。以然也。

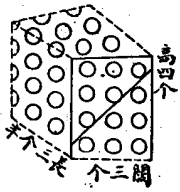
己戊壬陽馬形。見其形與尖方體積等。其積九寸。為上圖正方形體積三分之一。又成一甲丙戊己。則其積四寸半。為陽馬形積之半。然則以邊三自乘再乘。為正方形。即二個陽馬形。二個體積形之共積也。二體積。即三陽馬。亦即三尖方也。今照例以邊三自乘。以高四層乘之。則得二陽馬。二體積之共積乎。曰可得二陽馬之積耳。若二體積之積。則必少六個。為下圖明之。

此圖計積四十二個。以一斜線剖作兩體積。堆各得二十一個。此即上圖之剖取一個體積。

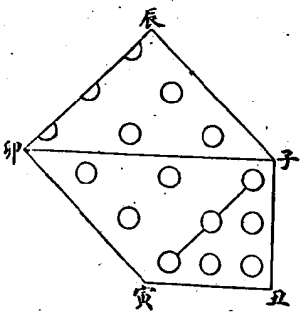
堆者。又從子卯線剖之。得子丑寅卯己庚之對角。陽馬形堆。計積十四個。又得辰子卯己。則體積堆計七個。試析為二圖觀之。

此陽馬堆也。書三字者。

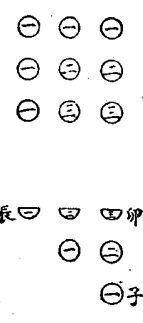
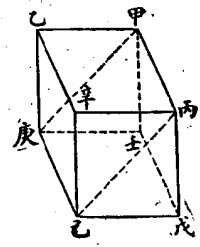
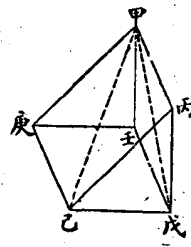
算通 卷四



自五至寅
三個自
寅至卯止
三個半



三五九



此體積堆也。上橫排辰卯一行。皆半個。計六個。得整個。三合下四個共七個。又將二體積堆合而為一。如下圖。辰至卯六個。乃兩體積所同用者。故須加六個。乃各得其用。今法加半個。與底闊三個相乘。得加一個半。又以高四個相乘。得加六個也。若法不加半個。而但以長三乘闊三。以乘高四。則陽馬堆雖無損。而一體積堆。少辰卯六個。兩體積堆。共少辰卯六個。此加半個之理也。

又法以邊三自乘再乘得二十七為第一數。再以邊三自乘得九為第二數。又以邊三加一得四。與邊三相乘得十二。折半得六。為第三數。相併而三歸之。即得此與前法同。蓋以邊三自乘再乘。是未加長半個與闊乘。亦未加層數一個再乘也。因未加一再乘。則其上層少一邊三自乘之九數。故以第二數九補之。因未加長半個乘闊。則其傍少一面三角積數六。故以第三數六補之。又法照上十八條以邊三求得三角尖堆積十倍之得二十。為兩三角尖堆積。凡兩個三角尖堆積。比一個四角尖堆積。必多一面三角積之數。蓋兩個三角尖堆積。合其長比一個四角尖堆積之底。必多一行。如下圖。

甲乙丙一個三角尖堆之底也。丁戊己又一個三角尖堆之底也。合之則長四闊三。故比四角尖堆之底。每邊三個者。為多甲乙一行。既多甲乙一行。則多一面之積六個矣。既多一面三角之積。於是又以每邊三。加一得四。與邊三。相乘得十二。折半得六。為一面三角之積。於兩個三角尖堆積二十內減之。餘十四。即是。

又法照二十七條以每邊三求得體積堆積十八。又照上十八條。以每邊三求得三角尖堆積十二。數相併得二十八。折半得十四。即是。蓋四角尖堆。與陽馬堆。得體積堆三分之一。三角尖堆。得體積堆三分之一。然則一個體積堆。即一個半四角尖堆。故再加一個三角尖堆。三角尖堆。為四。即與二個四角尖堆等積。故折半得之也。

如前條以積求邊。則以積三因之。為長方體積。以半個為長與闊之較。以一個為高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。求得闊五個即是。此即有邊求積法反用之耳。

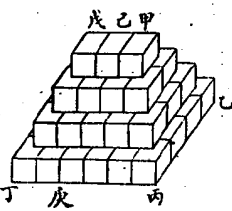
如有長方堆。形如上下。底長六個。闊四個。求積。曰五十個。

法先求甲乙丙庚四角尖堆積以闊四。乙丙庚。為四角尖堆之底邊。照上二十條法以丙庚四個添半

算通 卷四

三六一

个爲長。以乙丙四个爲闊。相乘得十八个。又以甲至乙。高四層。加一个作五層。再乘得九十个。三歸得三十个。次求己庚丁戊两个。一面三角。積以闊四爲底。又以闊四加一得五爲層。相乘得二十个。折半得十个。爲一面三角之積。又以闊與長六相減。餘二。乃二面三角相疊也。即以減餘之二因之。得二十个。與前所得四角積三十个併得五十个。合問。



又法。以闊四減長六。餘二。折半得一个。加半个共一个半。以加長六。得七。个半。與闊四相乘得三十个。又以闊四加一。爲五層以乘三十个。得一百五十个。三歸之。合問。此與前法同理。蓋前法分爲一个四角尖堆。两个一面三角尖堆。其四角尖堆。當加半个爲長。又加一个爲高。再乘得四角尖堆積之三。其两个一面三角尖堆。又當以庚丁乘乙丙。加一層再乘得二長方面形。爲两个一面三角尖堆之二。因一爲三倍。一爲二倍。其倍數不同。故又以庚丁折半得一个。與庚丁相加。而後以高乘之。所以增一个長方面積。共得三長方面積。亦爲两个一面三角尖堆之三。故以三歸之也。於此可悟第十八條三角尖堆又法。長加一乘闊不折半。再以高加二乘。而六歸之。之理。蓋两个三角尖堆相合。則成一長方堆。底長比闊必多一个。頂必二个。雙尖並立。照長方堆法算之。長減闊。餘一。折半得半个。又加半个共加一个。再以高三層。加一个乘。而六歸之。得一个三角尖堆積。獨法之高加一个。即三角尖堆又法之加長一个也。高可爲長。是。可。獨法之加長一个。即三角尖堆又法之高加二層也。何也。獨法底長比闊已多一个矣。再於長四加一得五。非加二个乎。

又法。以長六闊四相減。餘二。再加一得三。餘庚丁。已庚。爲頂長。乃倍底長六。得十二。加頂長得十五。與闊四相乘。得六十。再以高三層。加一得四。乘之得二百四十六。六歸之得積。此與第二法同。蓋加一倍也。前法以底長六。加半个。共長七。个半。此法倍底長得十二。而加三个。得長十五。个。乃加一倍也。故彼用三歸。此用六歸。

如前積問云長比闊多二个求長闊。曰長六闊四。法以積五十三因之。得一百五十。爲長方體積。以長多闊二个。折半得一个。又加半个。得一个半。與多二个相加。得三个半。爲長闊之較。以一爲高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方算之。得闊四。加二得長。

如半頂三角堆底邊五。上邊三。求積。曰三十一。法以底邊五。依第十八條法求得三角尖堆積三十五个。又以上邊三个減一。餘二。爲上虛三角尖堆之每邊。亦用第十八條法求得積四个。與三十五个相減。餘三十一个。合問。又法以底邊五加一。得

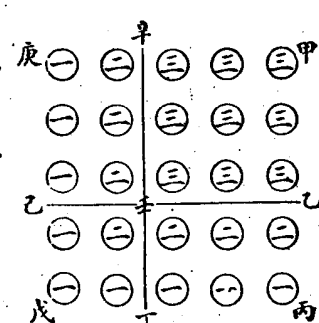
六與邊五相乘。得三十。爲第一數。又以上邊三與下邊五相併得八。以三加一得四乘之。得三十二。爲第二數。兩數相併得六十二。又以上邊三與下邊五。相減餘二。加一得三。爲層數。以乘六十二。得一百八十六。六歸合問。

蓋两个半頂三角堆。合之則成一個平頂長方堆。上闊三長四。下闊五長六。即與第二十七條同。此第一數以下邊五加一乘邊五。即彼條第二數甲戊面積也。此第二數以上邊三加下邊五共八以上邊三加一。得四。爲層數。加一乘之。即彼第一數甲壬面積。三四乘。第三數甲己與甲丁兩面積之折半及第四數也。彼條三數十九與四數一相併。與

如平頂四角堆上方三个下方五个求積。曰五十个。法以下方五个。照第二十條法。求得四角尖堆全積五十五个。又以上方三減一。餘二。爲上虛四角尖堆之每邊。亦用第二十條法求得積五个。兩積相減。餘即是。又法。做方窰。第一條。以上方三自乘得九。爲第一數。又以下方五自乘得二十五。爲第二數。又以上方三乘下方五得十五。爲第三數。又以上下方相減餘二。折半得一个。爲第四數。併四數得五十个。又以上下方相減餘。加一得三。爲高三个。乘之得一百五十个。三歸之。合問。爲圖明之。

甲戊平頂四角堆。分甲壬爲方體。辛己及乙丁爲兩豎塔。壬戌爲陽馬。此皆開平方方法。用棋子照數架壘。即成平頂四角堆。如方窰形。但偏正異耳。第一數上方甲乙三。自乘。再乘高三。得一个甲壬方體積。第二數下方甲丙五。自乘。再乘高三。又得一个甲壬方體積。及辛己乙丁二个方體積。壬戌一个方體積。第三數甲乙上方三。乘甲丙下方五。再乘高三。又得一个甲壬方體積。及一个辛己方體積。合而計之。共得三个方體積。又得三个方體積。即六个豎塔。又得一个方體積。即三个陽馬。積以六个豎塔。三個陽馬。積分傳三个方體。即成三个平頂四角堆。與方窰理同。然一个方體。即三个平頂四角堆。在方窰亦然。若堆塔則少三个。蓋壬戌陽馬。計積五个。三隅計十五个。今止以底二个自乘。再乘高三。得方體積十二个。尚少三个。故須每層補一個。三層共補三个。而有第四數也。

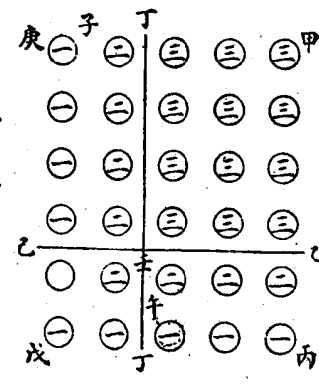
如前積有上方三求下方。則以上方三減一。餘二。爲上虛四角尖堆之底方。用第二十條法。求得積五个。與前積相加。照第二十一條。有積求邊法。求得下方五个。如有下方五求上方。則以下方五依第



二十條法求得四角尖堆全積五十五個與前積五十個相減餘五個爲上虛四角尖堆積照第二十條有積求邊法求得底方加一卽所求上方。

如平頂長方堆上長四個闊三個下長六個闊五個求積。曰六十二個。

法以底長六闊五用第二十二條法求得長方全堆七十個又以上長四闊三各減一餘長三闊二爲上虛長方堆之長闊仍用第二十二條法求得上虛長方堆積八個於全積七十個內減之餘六十二個合問。又做直線體爲第十一條上下不等長方體求積法以上長四乘上闊三得十二爲第一數以下長六乘闊五得三十爲第二數又以上闊三乘下長六得十八上長四乘下闊五得二十二數併得三十八折半得十九爲第三數又以上下長相減餘二折半得一爲第四數併四數得六十二個又以上長與底長相減餘二加一得高三層與併得之六十二個相乘得一百八十六個三歸之得積合問爲圖明之。



辛已爲兩壘塔廉壬戌爲陽馬隅第一數以上長甲乙四乘闊乙壬三得十二爲甲壬長方面積又以高二層乘之得三十六成一個方體積第二數以下長甲丙六乘闊丙戊五得三十爲甲戊長方面積再以高三乘之得九十爲一個方體積又爲兩方體廉積卽四個壘塔體廉積又得一個方體隅積卽三個陽馬隅體積第三數又以上長甲乙四乘下闊甲戊五得二十爲甲己長方面積又以上闊甲辛三乘下長甲丙六得一十八爲甲丁長方面積併二數得三十八折半得十九。蓋甲己長方內分甲壬長內分甲壬長及乙丁長方合面計之。是甲壬長方二。辛己乙丁各長方一也。辛己長方一。乙壬長方一。乙壬長方一。再以高三乘之得五十七爲一個方體積二個壘塔廉積乙丁長方積。爲兩個壘塔體廉積。則中辛己必爲一個壘塔體廉積。合而計之共得三個方體六個壘塔廉積三個陽馬隅體以六廉三隅分傳三個方體成三個平頂長方堆與直線體所論同理然一個方體隅等三個陽馬隅體在直線體則然而在堆塔則少三個蓋壬戌陽馬隅堆計五個三堆計十五個今方體隅止以底二個自乘再乘高三個得十二個尙少三個故須每層補一個三層共補三個而有第四數也。

如前積有上長闊求底長闊則以上長闊各減一爲上虛小長方堆之底長闊用第二十二條法求得積與前積相加得長方堆全積用第二十三條法求得底長闊。如有底長闊求上長闊則用第二十二條法以底邊求得長方堆全積與前積相減餘爲上虛小長方堆用第二十三條法求得小長方堆之底長闊。

算通卷五

難題

設如有錢在百文以下不知其數以三數之餘二文以五數之餘三文以七數之餘二文問錢總數幾何。曰二十三文。

法以七十爲三數餘一之率。七十以五數七數皆盡惟以三數之。則餘一。故以爲率。言及五數七數皆盡餘。不可爲率。故倍之爲七。二十一爲五數餘一之率。三數七數皆盡。而三數則餘二。此立率之法也。二十一爲五數餘一之率。三數七數皆盡。十五爲七數餘一之率。三數五數皆盡。乃以七十乘餘二得一百四十五。五數七數皆盡。三數餘一。知爲。以二十一乘餘三得六十三。以十五乘餘二得三十三。三數併得二百三十三。設使問者云在二百文以上。則此數竟合矣。二百三十三文。分之爲三數餘二者也。一爲六十三。則五數餘三者也。一爲三十三。因問者云在二百以下。則須減兩個一百零五。蓋一百零五乃三數五數七數俱盡之數。凡三樣數皆無餘者。知必一百零五。或兩個一百零五。或無數一百零五。但視問者界限的減。或酌增。俱可也。今問者云在二百以下。則於二百三十三內減一個一百零五。所餘一百二十八。尙在一百以上。故又減一百零五。所餘二十三。正合一百以下之間。故定其數爲二十三也。明此則或以五數七數九數命算皆可做此例推之。

②設有三人治田一人日耘七畝一人日耕三畝一人日種五畝今令一人自耕自種自耘問一日治田幾何法以七畝三畝五畝連乘得一百零五畝為治田總數以每日耘七畝除之得十五日為耘田數以每日耕三畝除之得三十五日為耕田數以每日種五畝除之得二十一日為種田數三數相併得七十一日為一率一百零五畝為二率一日為三率得四率一畝四分七釐有餘即每日自耕自種自耘之數也此法蓋因一日耘七畝則一百零五畝須耘十五日一日耕三畝則一百零五畝須耕三十五日一日種五畝則一百零五畝須種二十一日併之得七十一日是一人自耕自種自耘治田一百零五畝即知一日治田一畝四分七釐有餘也

③設如有銀三百九十六兩令甲乙丙丁四人分之甲得三分之一又多十兩乙得五分之三丙少三十兩丙得三分之一又多八兩丁得四分之一丙少六兩問四人各得銀數幾何

法先以總銀三百九十六兩內減去甲多十兩丙多八兩餘三百七十八兩又加乙少二十兩丁少六兩共得四百零四兩為各分之總銀數乃以甲分母二乙分母五丙分母三丁分母四連乘之得一百二十為總數於總數一百二十內取二分之一得六十為甲數取五分之三得七十二為乙數取三分之一得四十為丙數取四分之一得三十為丁數併之得二百零二數為一率以各分總銀數四百零四兩為二率一乘為三率得四率二兩乃以二兩用甲乘六十乘之得一百二十兩加所多十兩得一百三十兩即甲所分之銀數用乙乘七十二乘之得一百四十四兩內減所少二十兩餘一百二十四兩即乙所分之銀數用丙乘四十乘之得八十兩加所多八兩得八十八兩即丙所分之銀數用丁乘三十乘之得六十兩減所少六兩餘五十四兩即丁所分之銀數將四人所分之銀併之得三百九十六兩以合原數也

④設如甲乙丙三商貨殖二年共得利銀八千五百八十兩甲原出本銀三千兩至滿八月收回一千兩至滿九月又添一千二百兩乙原出本銀二千四百兩至滿六月收回八百兩至滿十月又添一千四百兩丙原出本銀二千兩至滿七月悉收回至滿十月別出本銀一千六百兩各人分得利息若干

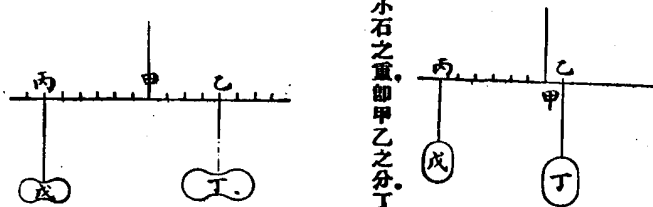
法以甲本銀三千兩與八月相乘滿八月收回一千兩又收回一千兩與原本銀三千兩相減餘二千兩以八月與九月相減餘十一月八月收回一千兩九月後方添一千二百兩以十一月與二月相乘得二萬二千兩又以二千兩加所添一千二百兩得三千二百兩以十月與十一月之二十四月相減餘五月十九月後添一千二百兩以五月與三月之二十四月相乘得一萬六千兩以三得數相併共六萬二千兩為甲之共數數乙本銀二千四百兩與六月相乘滿六月收回八百兩是六月以得一萬四千四百兩又以收回八百兩與原本銀二千四百兩相減餘一千六

百兩以六月與十月相減餘九月六月後收回八百兩是六月以得一萬四千四百兩又以一千六百兩加所添一千四百兩得三千兩以十月與十二月之二十四月相減餘九月二十五月後添一千四百兩以九月與三月之二十四月相乘得一萬四千四百兩以三得數相併共五萬五千八百兩為乙之共數數丙本銀二千兩與七月相乘滿七月悉收回則七月得一萬四千兩又以七月與二十四月相減餘七月與別出本銀一千六百兩相乘至滿十月方出本銀一千六百兩是十月以得一萬一千二百兩二數相併共二萬五千二百兩為丙之共數數以甲乙丙三數數相併一萬八千二百兩為一率總利銀八千五百八十兩為二率一兩為三率求得四率六分以各人共數乘之甲得三千七百二十兩乙得三千三百四十八兩丙得一千五百一十二兩為各人所得利銀之數也

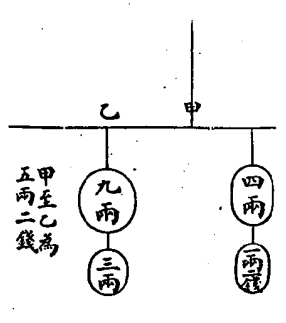
⑤設如有一大石不知其重但知一小石重四兩求大石重幾何
法用一木杆結繫於中兩端令平乃以大石掛於一端以小石作錘稱之如大石距提繫一寸小石距提繫六寸得平則以一寸為一率小石重四兩為二率六寸為三率求得四率二十四兩即大石之重也如圖

甲乙為大石距提繫一寸甲丙為小石距提繫六寸丁為大石戊為小石之重即甲乙之分丁大石之重即甲丙之分故甲乙與戊小石之比同於甲丙與丁大石之比也
⑥設如有銀大小二錠共重十五兩求大小錠各重幾何
法用一木杆結繫於中兩端令平乃以大錠小錠各掛一端如大錠距提繫四寸小錠距提繫六寸得平則以四寸六寸相加得十寸為一率共重十五兩為二率大錠距提繫四寸為三率得四率六兩即小錠之重如以小錠距提繫六寸為三率則得四率九兩即大錠之重也如圖

甲乙為大錠距提繫四寸甲丙為小錠距提繫六寸故以甲乙甲丙共分之與丁戊共重之比同於甲乙與戊小錠之比亦同於甲丙與丁大錠之比也
⑦如有稱錘頭比錘尾輕四錢錘重九兩因失去錘借一重十二兩之錘稱物得四兩問原錘稱物重若干曰五兩二錢
法以原錘九兩作一率錘十二兩作二率物重四兩為三率求得四率四兩八錢加抵頭輕四錢共得物重五兩二錢合問何則試以九兩之錘稱物得四兩其平如水設加錘三兩加一分則當於物加



一兩二錢，亦為三分之一。何者。物雖四兩而減抵補頭錢四。乃仍其
 平。阿何故減抵四錢。曰。因銀兩與銅錢。非物之四錢。乃四兩
 尾相平則物雖四兩。而以其四錢抵補頭錢為取平之法。其餘三兩六
 錢為與銅錢相平之數也。○三兩六錢。若九兩。為三分。則三兩六
 錢。即為三兩六錢。若九兩。為三分。則三兩六錢。即為三兩六錢。
 用相補頭錢。不令錢加三兩而物不加一兩二錢。故須歷少一
 兩二錢當四兩之處。乃得其平也。若頭尾等重之稱。不用加減。
 下條同。小不能稱重者。用之。
 設如前稱稱物。重五兩二錢。後失去錢。不知錢重。今欲造回一
 錢。問應重若干。曰。九兩。
 法以物五兩二錢減抵輕四錢。餘四兩八錢。為一率。以十二兩之錢稱此物。得四兩內減抵輕四錢。餘
 三兩六錢。為二率。今錢十二兩。為三率。求得四率九兩。即原錢之重。
 設如河口。上寬十尺。下寬六尺。深五尺。求每日流水幾何。
 法以木板一塊。置於水面。用驗時儀墜子候之。若六十秒內。木板流遠幾丈。如流遠十丈。即以十丈變
 為一百尺。乃以河上寬十尺。與下寬六尺相加。折半得八尺。與河深五尺相乘得四十尺。又與木板流
 遠一百尺相乘。得四千尺。即六十秒內所流之數。又以六十秒收為一分。一率水流四千尺。為二率。
 以每日二十四小時。化為一千四百四十分。一小時為四刻。為三率。求得四率五千七百六十萬尺。即
 一日內所流之數也。此法先用木板。以驗水流之緩急。水急則木隨水流亦急。水緩則木隨水流亦緩。
 看水之緩急。即知流水之多少。故先求得河口面積。再以遠乘之。即得水流之積數也。
 如甲米換乙銀。取米三分之一換之。則米少二石。甲米十二石。三分一。則四石也。每石價銀兩錢五分。四
 石共銀四兩二錢。而乙銀價六兩三錢。計多二兩一錢。
 在銀為多二兩一錢。在米為少二石也。○米換銀。知人分銀。常法八分。若每石取二分之一換之。則適足。問米
 及銀數。曰米十二石。銀六兩三錢。
 法用互乘減併此下圖



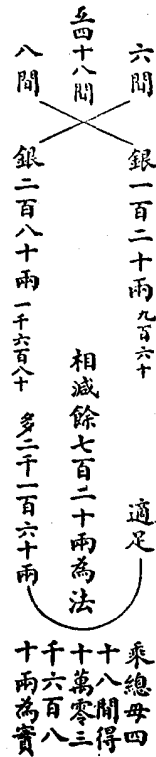
右 米三分六分之二分
 五得六分為總母
 左 米二分六分之三分
 減餘一分為法
 併得之石乘母六分得十二石為實
 適足

此單法之用通分者。何則。取全米十二石。分為二分。得每分六石。即同取全米十二石中之一石。分為
 二分。每分得五斗也。十二之六。即一之比也。取全米十二石分為三分。每分得四石。即同取全米十二
 二分。每分得五斗也。十二之六。即一之比也。取全米十二石分為三分。每分得四石。即同取全米十二
 二分。每分得五斗也。十二之六。即一之比也。

石中之二石。分為三分。每分得三斗三升三不盡也。米換銀。如銀買物。每石出五斗換之而適足。出
 三斗三升三不盡換之而少二石。如每銀一兩。出五錢買之則適足。出三錢三三買之。則銀少二兩。
 固單法也。因三斗三升三不盡。難算。故變每石取三斗三三不盡。為每石取三分之一。又變為全米
 取三分之一。變每石取五斗。為每石取三分之一。又變為全米取三分之一。又變為全米
 通分法。以兩分母互得六分。為總母。又以右母三互左子一。得三分。通二分之一。為六分之三。以左母
 二互右子一。得二通三分之一。為六之二也。夫左右皆化為六分。是分數同也。而中層差一分則下層
 差二石。是一分即二石也。故以一分為一率。二石為二率。六分為三率。求得四率十二石也。
 如非不知深。如數也。有繩一條。不知其長。知數也。但知取繩二分之一。比井深。適等。若取繩
 三分之一。比井深。則繩短二尺。問繩長井深。曰繩長十二尺。井深六尺。
 法同上條。

如有紗一匹。即上條。欲作帳子。其每幅之長照舊帳。非深。先摺作六幅。每幅比舊帳長一尺二寸。後
 將此紗用去一尺四寸。將餘紗摺作七幅。則每幅與舊帳之長恰等。則七幅共用去一尺四寸。是一幅用
 未用去之原率。每幅必比舊帳長二寸矣。問原紗長及舊帳每幅長各若干。曰紗四丈二尺。帳五尺八寸。
 法照上條。用兩盈算法算之。
 如商人販穀。不知每匹價銀若干。穀價如上條。說銀若干。穀價如上條。但云每匹價取二十分之一。納
 稅。則多銀一錢。若取四十分之一。納稅。則適足。問穀每匹價銀。及稅銀。曰每匹價四兩。稅銀一錢。法
 同井深條。
 此間可改云。每匹取二十分之一。準折稅銀。則多銀一錢。每匹價四兩。以二十分分四兩得
 之一折稅。則適足。若取四十分
 亦可改云。每販二十四匹。取一匹準折稅銀。則多銀二兩。每匹價四兩。則每匹折稅銀二兩。而
 取半匹折稅。則適足。若販二十四匹。取一匹折稅。則多銀二兩。每匹價四兩。則每匹折稅銀二兩。而
 如有房不知間數。如不知人多少。亦不知房價。若若干人。則每人應出銀若干。但云房六間。每年租銀二十
 四兩。每六人得銀。五年後。後租銀二十四兩。則五年租銀每六人得銀。適得回本銀。此即每六
 十兩。適足也。蓋可租租。亦可賃賃。均之以房取銀耳。○房一百二十四兩。若每房八間。每年租銀三十五兩。
 八年後。一年租銀三十五兩。則八除得回本銀外。又得利銀二千一百六十兩。房一百二十四兩。每租銀二百八十兩。則十
 千八百八十兩外。尚得利二千一百六十兩。問房數及價。曰房一百四十四間。價二千八百八十兩。
 法如下圖

算通 卷五
 三七七



法除實得房一百四十四間。○此雙套法。但問語易惑人。所謂難題也。故詳註之。雙套法分法詳後。

④如有米易銀。只云以米三分之一。易銀六兩三錢。此與上甲米換乙銀同。但彼所換為金銀。故曰。則米少。多二兩一錢。為米三石之價。何者。以四石分四兩二錢。見每石價一兩零五分。則二兩一錢。則米三石之價也。而在銀多二兩一錢。在米少二石矣。○所多銀二兩一錢。則二兩一錢。則米三石之價。則米三石之價。則所少之米。亦就四石言。非就全米言也。若以米三分之一。易銀四兩二錢。則米多二石。問米數銀數。曰米十二石。銀十二兩六錢。

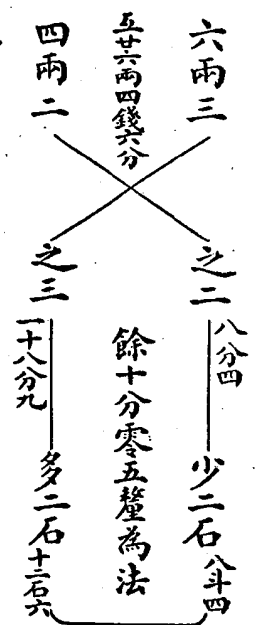
法如圖。



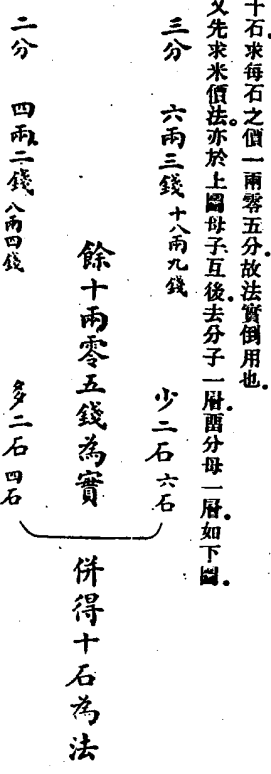
以右母三互左子一。是通左二分。為六分二。以左母二互右子一。是通右三分。為六分三。此與甲乙條同者。又以互得之右子二互左銀四兩二錢。多米二石。是通左米二分之一。易銀四兩二錢。多米二石。為左米六分之一。易銀八兩四錢。左銀四兩二錢。本原銀十二兩六錢之三。多米四石。左米二石。本原銀三十一。以二五之。則為六分之二。又以互得之右子三互右銀六兩三錢少米二石。是通米三分之一。易銀六兩三錢少米二石。為右米六分之一。易銀十八兩九錢。右米六兩三錢。本原銀十二兩。少米六石也。右米三石。本原銀六兩三錢。是通米六分之二。以左右米既同為六分。而銀差十兩零五錢。則米差十石。是十石價十兩零五錢。一石價一兩零五分也。再詳下。

⑤如先求米數。法於上圖母子互後。去母一層。餘子之二之三。列為中層。以銀數列為上層。則法為常法。法如圖。

米數者下層。銀數者中層。亦為銀。以銀除銀得米。此下層既得米。則中層亦當得米。乃以米除米。而得米也。如下圖。



併二十一石。乘中層分母六。得一百二十六石為實。法除實得米十二石。蓋互乘後。則右為二十六兩四錢六分買米八分四釐。少八石四斗。左為二十六兩四錢六分買米十八分九釐。多米十二石六斗。夫銀數既同。而米差十分零五釐。則盈虧相差二十一石。故知十分零五釐之比二十一石。即同六分之二比十二石也。論曰此依常法。以米十分零五釐。如每十石價十兩零五錢。求總米十二石。故法實照常。上條則以米十石。求每石之價一兩零五分。故法實倒用也。又先求米價法。亦於上圖母子互後。去分子一層。留分母一層。如下圖。



右銀及少米。俱以右三分通之。如那一圓以左。得銀十八兩九錢。少米六石。左銀及多米。俱以左二分通之。如那一圓以右。得銀八兩四錢。多米四石。按此惟分子相同。及母子俱一位者。乃可用以取捷。否則不必也。設如有一數。不知幾何。但云以三乘之。再加一十。又以四乘之。再加二十。又以五乘之。再加三十。又以六乘之。再加四十。共得六千七百。問原數幾何。法先以所加之十。以四乘之。又以五乘之。又以六乘之。得一千二百。再以所加之二十。以五乘之。又

以六乘之得六百再以所加之三十以六乘之得一百八十乃以所得之三數相加得一千九百八十併所加之四十共二千零二十與共數六千七百相減餘四千六百八十為連乘之數數乃借一負為原數以三乘之仍得三又以四乘之得十二又以五乘之得六十又以六乘之得三百六十為一率原數一衰為二率以連乘數四千六百八十為三率求得四率十三即為原數也

此法蓋因三乘原數外加一十而又用四乘五乘六乘則此一十已用四乘五乘六乘矣四乘後加二十而又用五乘六乘則此二十已用五乘六乘矣五乘後加三十而又用六乘則此三十已用六乘矣故將一十二三十三之數亦用連乘併後所加之四十與共數相減然後為三四五六與原數連乘之數分而以三四五六連乘所得之三百六十與原數一為比例即同於今三四五六連乘所得之四千六百八十與原數十三之比例也

◎設如甲乙二車運糧甲車先行二日乙車後行五日追及甲車比乙車運價少五錢又甲車先行二日乙車後行七日追過甲車八十里甲車比乙車運價少一兩一錢問甲乙二車日行里數及運價各幾何

法以乙車五日為正甲車七日為負里數相等作一空位

甲車先行二日乙車行五日追及是乙車運價多五錢為正列於右又以乙車七日為正甲車九日為負過八十里為正運價多一兩一錢為正列於左乃以右乙五日遍乘左乙七日甲九日多八十里多一兩一錢得乙三十五日仍為正甲四十五日仍為負多行四百里運價多五兩五錢仍為正又以左乙七日遍乘右乙五日甲七日運價多五錢得乙三十五日仍為正甲四十九日仍為負多三兩五錢仍為正里數相等無可乘仍為空位於是左行為主兩下相減則乙各三十五日彼此減盡甲兩下相減餘四日主行少變負為正里數無可加減仍得四百里為正價兩下相減餘二兩依主行為正即甲車四日行四百里運價二兩也以四日除四百里得一百里為甲車每日所行之里數以四日除二兩得五錢即甲車每日之運價以乙車七日比甲車九日多行八十里價多一兩一錢計之則甲車九日行九百里加多八十里共九百八十里為乙車七日所行之里數以七日除之得一百四十里即乙車每日所行之里數甲車九日運價四兩五錢加多一兩一錢共五兩六錢為乙車七日之運價以七日除之得八錢即乙車每日之運價也此法因有里數運價二種或名疊脚然不過除兩次耳若里數為較運價為和難以分列正負者則分兩法算之

◎設如甲乙丙三人有銀各不知數只云甲得乙銀二分之一乙得丙銀三分之一丙得甲銀四分之一則各得七百兩問三人原銀各幾何

法先以甲三分乙一分共七百兩列於右

甲原銀四分丙得五分又得乙一分故為甲三分乙一分共七百兩列於右三分乙一分共七百兩丙無條件位以存其分

又以甲

一分丙二分共七百兩列於左

丙原銀三分乙得五分又得甲一分故為甲一分丙二分共七百兩列於左分丙二分共七百兩乙無條件位以存其分

乃以右甲三分遍乘左甲一分丙二分共七百兩得甲三分丙六分共二千一百兩又以左甲一分遍乘右甲三分乙一分共七百兩仍得原數於是右行為主兩下相減則甲各三分彼此減盡乙一分無可減仍為一分依主行為正丙六分無可減仍為六分本府無數則為負銀兩下相減餘一千四百兩主行少為負即乙一分比丙六分少一千四百兩也次以乙一分為正丙六分為負少一千四百兩列於右又以乙一分丙一分共七百兩列於左

乙原銀二分甲得五分又得丙一分故為甲一分丙一分共七百兩列於左乙一分丙一分共七百兩丙無條件位以存其分

故省且乘兩下相較則乙各一分彼此減盡丙六與丙一相加得七分銀一千四百與七百兩相加得二千一百兩即為丙七分共數以七除之得三百兩為丙一分之數以丙原銀三分乘之得九百兩為丙之銀數以乙一分丙一分共七百兩計之則於七百兩內減去丙一分三百兩餘四百兩即乙一分之數以乙原銀二分乘之得八百兩為乙銀之數以甲三分乙一分共七百兩計之則於七百兩內減去乙一分四百兩餘三百兩三歸之得一百兩即甲一分之數以甲原銀四分乘之得四百兩為甲之銀數也

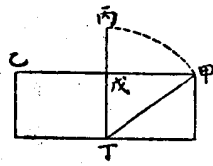
◎設如有長方面積八百六十四步一長二闊三和四較共三百一十二步問長闊各幾何

法以積數八因之得六千九百一十二步為大長方形積乃以長闊和較共數三百一十二步為長闊和折半得一百五十六步為半和自乘得二萬四千三百六十步與六千九百一十二步相減餘一萬七千四百二十四步開平方得一百三十二步為半較與半和一百五十六步相減得二十四步為原闊數以闊除原積八百六十四步得三十六步為原長數也此法蓋因三和內有三長三闊加一長二闊共四長五闊如以四較加於四闊則又成四長是共得八長一闊此三百一十二步即八長一闊之共數今將原積八倍之成一大長方形其闊即原闊其長為原長之八倍故以三百一十二為長闊和求得闊即為原闊以原闊除原積即得原長也

◎設如買果木樹不知樹數但知樹每株之價為樹共數之六倍而每株腳錢六文其腳錢共樹價共三千六百元問樹每株價及樹數各幾何

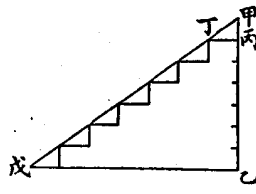
法先以共銀三千六百元六因之得二萬一千六百元為長方形腳錢六文為縱多爰以縱多六文折半得三文為半較自乘得九文與二萬一千六百元相加得二萬一千六百零九文開平方得一百四十七文為半和內減半較三文得一百四十四文為樹每株之價六歸之得二十四為樹之共數也此法以樹數為闊樹價并腳錢為長成長方形因每株之價為樹數之六倍是長為闊之六倍又多六文故六倍其積則長比闊多六文故以帶縱開方法算之得闊為樹價六歸之得樹數也

◎設如一河闊一丈二尺中間生一蒲草出水面三尺斜引蒲稍至岸適與岸齊問蒲長水深各幾何



法以河寬一丈二尺折半得六尺爲句以蒲稍出水三尺爲股弦較乃以句六尺自乘得三十六尺以股弦較三尺除之得十二尺爲股弦和加股弦較三尺得一十五尺折半得七尺五寸爲弦即蒲之長內減股弦較三尺餘四尺五寸爲股即水之深也如圖甲乙爲河寬丙丁爲蒲長與甲丁等戊丁爲水深丙戊爲蒲稍出水三尺故戊丁爲股甲戊爲句甲丁爲弦丙戊爲股弦較用有句有股弦較之法求得股爲水深得弦爲蒲之長也

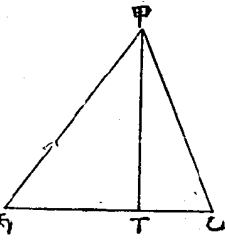
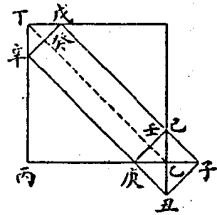
設如圓柱高二十一尺周四尺以繩自底至末繞柱七周與柱適齊問繩長幾何
法以柱周四尺七因之得二十八尺爲股柱高二十一尺爲句求得弦三十五尺即繩之長也此法蓋合七句股爲一句股算也如圖甲乙爲柱高二十一尺甲丙爲七分之一若將柱面平鋪之成一平面則丙丁即柱周四尺甲丁即繩繞柱之一周成甲丙丁句股形今柱高爲甲丙之七倍繩長爲甲丁之七倍故



將柱周亦加七倍成甲乙戊句股形甲乙爲句乙戊爲股求得甲戊即繩長也

設如一方陣內對角斜容一比例尺長一尺一寸寬三寸問陣方邊幾何

法以比例尺寬三寸與長一尺一寸相加得一尺四寸自乘折半開方得九寸八分九釐九毫即方陣之邊數也如圖甲乙丙丁方陣內容戊己庚辛比例尺丁乙爲對角斜線癸壬爲比例尺之長壬乙與丁癸二段與己庚寬度等蓋以己庚度作己子丑庚正方形則乙爲方之中心壬乙爲己庚方邊之一半與壬庚等而壬乙與丁癸兩段即與己庚等故以比例尺之長闊相加即爲丁乙對角斜線用斜求方之法自乘折半開方即得方邊也



設如三角形底二丈八尺小腰與中垂線之較二尺大腰與中垂線之較六尺問兩腰各幾何

法倍一較爲中垂線則小腰爲一較多二尺小腰與中垂線之和爲二較多二

三八七

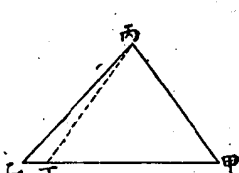
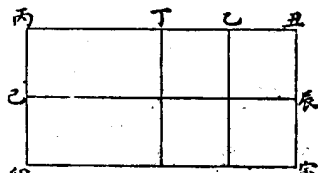
算通 卷五

三八九

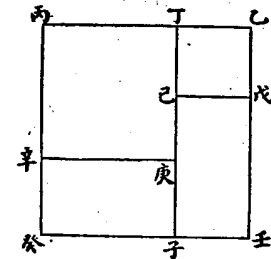
句自乘之丁庚辛丙正方形丁庚辛丙正方形既爲乙戊己丁正方形之三倍多二十四尺故於乙壬癸丙大正方形內減去二十四尺餘者即與乙戊己丁正方形等是共得乙戊己丁四正方形壬子己庚子癸辛爲大分底乘小分底二長方共成丑寅卯丙一長方形折半得丑辰己丙長方形乙丙即長闊之較故用帶縱較數開平方算法算之得闊爲乙丁小句自乘以股弦較除之得股弦和故加股弦較折半即得甲乙爲弦也或求得甲丙邊亦同

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二寸甲乙丙兩邊較三尺八寸求乙角丙角各幾何

法依甲丙邊度截甲乙邊於丁餘乙丁即兩邊較自丙垂丁作丙丁線成乙丁丙鈍角形乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率乙丁邊三尺八寸爲二率甲角五十三度八分與一百八十度相減餘一百二十六度五十二分折半得六十三度二十六分即丁鈍角之外角與丁丙甲其正弦八萬九千四百四十一爲三率求得四率二萬七千八百五十八



尺與小腰較二尺相乘得四尺多四尺爲小分底自乘方積大腰爲一較多六尺大腰與中垂線之和爲二較多六尺與大腰較六尺相乘得十二較多三十六尺爲大分底自乘方積以兩方積相較則大分底方爲小分底方之三倍多二十四尺大分底方十二較多三十六尺爲小分底方四較多四尺餘二十乃以底三十八尺自乘得七百八十四尺內減去所多之二十四尺餘七百六十尺爲小分底自乘四正方小分底乘大分底二長方積折半得三百八十尺爲小分底自乘二正方小分底乘大分底一長積共成一大長方底二十八尺爲長闊之較用帶縱較數開平方算法算之得闊十尺爲小分底自乘得一百尺以小腰較二尺除之得五十二尺折半得二十六尺即小腰之和內加小腰較二尺得五十二尺折半得二十六尺即小腰又以小腰較二尺與大腰較六尺相減餘四尺即大腰與小腰之較與小腰二十六尺相加得三十尺即大腰也如圖甲乙丙三角形甲乙爲小腰甲丙爲大腰乙丙爲底自甲角作甲丁垂線則分爲甲丁乙甲丁丙兩句股形以甲乙甲丁股弦和與甲乙甲丁股弦較相乘則得乙丁句自乘之乙戊己丁正方形見股法以甲丁甲丙股弦和與甲丁甲丙股弦較相乘則得丁丙



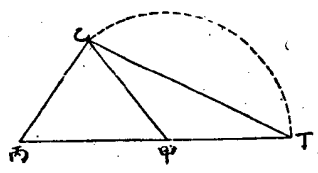
爲內分角正弦。檢表得十六度十分。爲丙分角。與丁丙甲角六十三度二十六分相加。得七十九度三十六分。即丙角。以丙分角與丁外角相減。餘四十七度十六分。即乙角。度也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲丙兩邊較二尺八寸。求乙角丙角。度各幾何。

法依乙丙邊度。截甲乙邊於丁。餘甲丁。即兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成甲丁丙鈍角形。乃以甲丁邊二尺八寸。與甲丙邊一丈一尺二寸相加。得一丈四尺。爲一率。甲丁與甲丙相減。餘八尺四寸。爲二率。甲角半外角六十三度二十六分之正切線。二十九萬九千九百八十六。爲三率。求得四率一十一萬九千九百九十一。爲半較角切線。檢表得五十五度十二分。爲半較角。度。與半外角相減。餘十三度十四分。爲丙分角。倍之與甲角相加。得七十九度三十六分。即丙角。度也。蓋以丙分角與甲角相加。則得丙丁乙角。與丙大分角等。是丙大分角。與一丙小分角。一甲角之度等。故倍小分角。與甲角相加。得丙全角也。

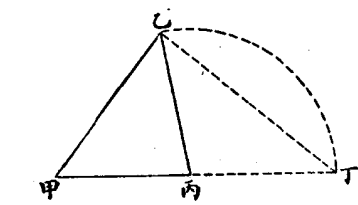
設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙丙兩邊和。二丈六尺二寸。求丙角乙角。度各幾何。

法以甲乙與甲丙相加。得丙丁。自乙至丁作乙丁線。成丁乙丙三角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸。爲一率。丙丁邊二丈六尺二寸。爲二率。甲角五十三度八分。折半得二十六度三十四分。即丁角。與甲乙丁角等。其正弦四萬四千七百二十四。爲三率。求得四率九萬六千零四十六。爲丙乙丁角正切。檢表得七十三度五十分。爲丙乙丁角。內減半甲角二十六度三十四分。即甲乙丁角。餘四十七度十六分。即乙角。以甲角乙角相併。與半周相減。餘七十九度三十六分。即丙角。度也。



算通 卷五

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲乙邊一丈五尺。甲丙乙丙兩邊和。二丈三尺四寸。求乙角丙角。度各幾何。



三九一

寸。爲一率。甲丁邊與甲乙邊相減。餘八尺四寸。爲二率。甲角五十三度八分。與半周相減。折半得半外角六十三度二十六分。其正切線一十九萬九千九百八十六。爲三率。求得四率四萬三千七百四十七。爲半較角切線。檢表得二十三度三十八分。爲半較角。與半外角相減。餘三十九度四十八分。爲丁角。倍之得七十九度三十六分。即丙角。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分。即乙角。度也。

設如有一旗杆。不知其高。日影測之。問高幾何。

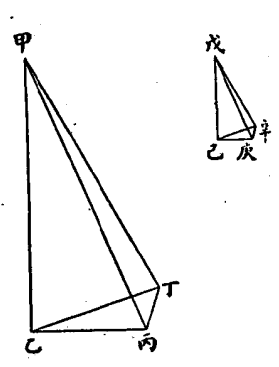
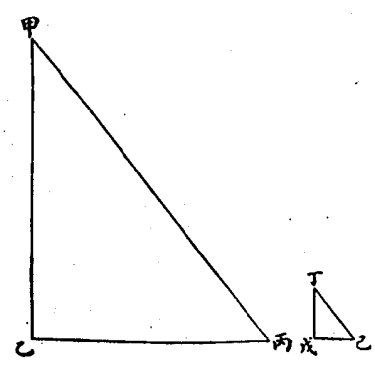
法先立一表。長五尺。看影長幾尺。如得四尺。同時看旗杆影爲幾尺。如得二丈四尺。乃以表影長四尺。爲一率。表高五尺。爲二率。旗杆影長二丈四尺。爲三率。求得四率三丈。即旗杆之高也。如圖。甲乙爲旗杆。乙丙爲表。丁戊爲表影。戊己爲表影。甲乙丙與丁戊己。爲同式句股形。故己戊與丁戊之比。同於乙丙與甲乙之比也。

設如有塔一座。不知其高。亦不知其遠。用日影測之。問塔高幾何。

法先立一表。長六尺。影長四尺。同時看塔影。各記之。隨阿看表影差一尺。塔影端比先所記之處。離幾尺。如得八尺。乃以表影差一尺。爲一率。表高六尺。爲二率。塔影差八尺。爲三率。求得四率四丈八尺。即塔之高也。如圖。甲乙爲塔。丙丁爲先所記塔影。乙丁爲後所記塔影。戊己爲表。庚辛與甲丙丁。戊己庚與甲乙丙。皆爲同式形。故庚辛與戊己之比。同於丙丁與甲乙之比也。

設如遠望一村。欲知其遠。用放鎗驗時。候子候之。問遠幾何。

法令一人在村邊放鎗。一見烟出。即用驗時儀。候子候之一。聞鎗聲即止。計自見烟。至聞聲。得幾秒。如得三秒。即以一秒爲一率。一百二十八丈五尺七寸。爲二率。三秒爲三率。求得四率。三百八十五丈七尺一寸。即距村之遠也。蓋響與烟一時並出。其見烟而未聞聲者。聲未至也。故自見烟至聞聲之分。即



三九三

路遠之分，皆以其分較之，路遠五里得七秒，以七歸之，每秒得一百二十八丈五尺七寸，聞雷亦然，自一見電光，至聞雷聲，候其秒數，即得里數也。

⑤設如椽形闊四尺，中長九尺，求積幾何。

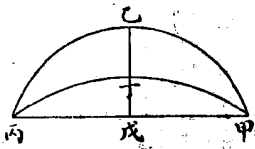
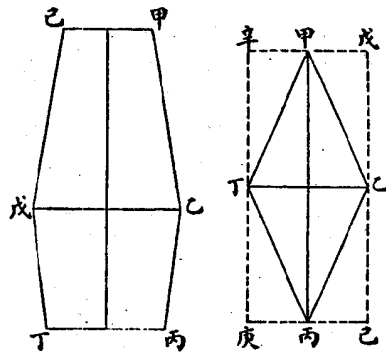
法以中長九尺，與闊四尺相乘，得三十六尺，折半得十八尺，即椽形積也。如圖甲乙丙丁椽形，以乙丁與甲丙相乘，則成戊己庚辛長方形，其積比椽形多一倍，故半之為椽形積也。此法必甲乙與乙丙等，甲丁與丁丙等，或甲乙與甲丁等，乙丙與乙丁等，則其中長適為兩三角形之垂線，故長闊相乘折半而得積也。若中長不得為垂線，則須先量得四邊數，及長數，或闊數，用三角形求中垂線法算之。

⑥設如三廣形，上闊三尺，中闊五尺，下闊四尺，上截長六尺，下截長四尺，求積幾何。

法以中闊五尺，與上闊三尺，相加折半得四尺，與上截長六尺，相乘得二十四尺，又以中闊五尺，與下闊四尺，相加折半得四尺五寸，與下截長四尺，相乘得十八尺，兩數相併得四十二尺，即三廣形積也。如圖甲乙丙丁戊己三廣形，以乙戊線分之，則成甲乙戊己乙丙丁戊兩梯形，故用梯形求積之法，求得兩梯形之積，而併之，即為三廣形積也。舊術以上下闊相加折半，加中闊與長相乘得積，此必上下兩截長數相等者，然後可算，若上下不相等，須用梯形算之。

⑦設如扇形，兩尖相距弦長二十四尺，外弧距弦九尺，內弧距弦四尺，求積幾何。

法以兩尖相距二十四尺為弦，外弧距弦九尺為矢，用弧矢求積法，九尺為首率，弦二十四尺，折半得十二尺，為中率，求得末率十六尺，加矢九尺，得二十五尺，為圓徑，折半得半徑十二尺五寸，為一率，半弦十二尺，為二率，半徑十萬為三率，求得四率九萬六千，為半外弧之正弦，檢八線表得七十三度四十五分，為半外弧之度分，倍之得一百四十七度三十分，為外弧之度分，乃以三百六十度為一率，外弧一百四十七度半為二率，全徑二十五尺，求得全周七十八尺五寸三分九釐八毫，為三率，求得四率三十二尺一吋七分九釐五毫，為外弧之數，與半徑十二尺五寸相乘，折半得二百零一尺十



二寸十八分，為自圓心所分弧背三角形積，又以矢九尺，與半徑十二尺五寸相減，餘三尺五寸，與弦二十四尺，相乘折半得四十二尺，為自圓心至弦所分直線三角形積，與弧背三角形積相減，餘一百五十九尺一十二寸一十八分，為外弧矢全積。形曲線，又以兩尖相距二十四尺，為弦，內弧距弦四尺，為矢，亦用弧矢求積法，求得內弧矢虛積六十五尺三十七寸六十分，倍之得一百三十四寸五十八分，即扇形積也。如圖甲乙丙丁扇形，甲丙為弦，乙戊為外弧矢，丁戊為內弧矢，成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形，故先求得甲乙丙戊弧矢形積，又求得甲丁丙戊弧矢形積，相減即得甲乙丙丁扇形積也。

⑧設如椽形長二尺四寸，闊八寸，求積幾何。

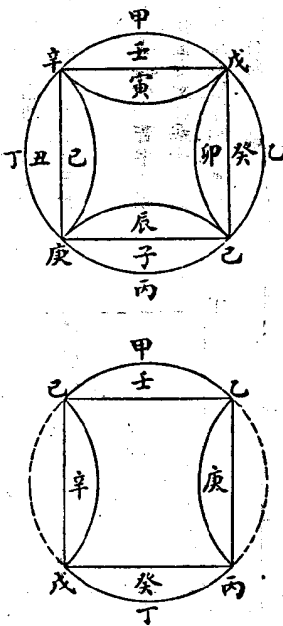
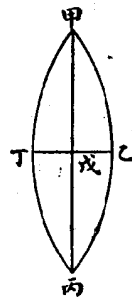
法以長二尺四寸為弦，闊八寸折半得四寸為矢，用弧矢求積法，求得弧矢積六十五尺三十七寸六十分，倍之得一百三十四寸五十八分，即椽形積也。如圖甲乙丙丁椽形，自甲至丙作甲丙線，平分乙丁於戊，則成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形，故求得弧矢形積，倍之即得椽形積也。丁丙戊兩弧矢形，故求得弧矢形積，倍之即得椽形積也。

⑨設如鏡形，徑一尺二寸，求積幾何。

法以鏡形，徑一尺二寸，求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐，又求得內容方積七十二寸，相減餘四十一寸零九分七十三釐，倍之得八十二寸一十九分四十六釐，即鏡形積也。如圖甲乙丙丁鏡形，作戊己庚辛戊四線，則分為壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形，故先求得圓形積，又求得戊己庚辛丙內方積，相減餘壬癸子丑四弧矢形，倍之即得鏡形積也。

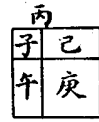
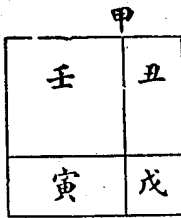
⑩設如鏡形，徑一尺二寸，求積幾何。

法以鏡形，徑一尺二寸，自乘得一尺四十四寸，折半得七十一寸，即銀錠形積也。如圖甲乙丙丁戊己銀錠形，以甲丁徑自乘，折半，則得乙丙戊己正方形，其所虛庚辛二弧矢形，與所益壬癸二弧矢形之積等，故乙丙戊己正方形，即與銀錠形之積等也。

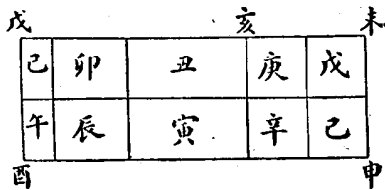


設如甲乙丙丁四平圓，共積二百一十七尺五寸五分三分一十釐。甲圓徑比乙圓徑多三尺。乙圓徑比丙圓徑多三尺。丙圓徑比丁圓徑多三尺。問四圓徑各幾何。

法用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二三九五四爲二率。四平圓共積二百一十七尺五寸五分三分一十釐爲三率。求得四率二百七十七尺。爲四平方共積。乃以丙圓徑比丁圓徑所多之三尺。自乘得四尺。又以乙圓徑比丁圓徑所多之五尺。丙比丁多二尺。乃以丙圓徑比丁圓徑所多之三尺。自乘得九尺。又以甲圓徑比丁圓徑所多之八尺。乙比丁多五尺。甲比乙多三尺。故甲比丁多八尺。乙比丁多五尺。自乘得二十五尺。又以甲圓徑比丁圓徑所多之八尺。三比丁多五尺。甲比乙多三尺。故甲比丁多八尺。乙比丁多五尺。自乘得六十四尺。三數相併得九十三尺。與四平方共積二百七十七尺相減。餘一百八十四尺。爲長方積。以丙圓徑比丁圓徑多二尺。乙圓徑比丁圓徑多五尺。甲圓徑比丁圓徑多八尺。相加得十五尺。爲長圓



之較用帶縱較數開平方法算之。得闊八尺。二歸之。得四尺。即丁圓徑。加二尺得六尺。即丙圓徑。再加三尺得九尺。即乙圓徑。再加三尺得十二尺。即甲圓徑也。如圖甲乙丙丁四平圓形。變爲甲乙丙丁四平方形。則四圓徑之較。即四方邊之較。故於四方形內。減去壬癸子三較方。餘戊己庚辛四小正方形。丑寅卯辰巳午六長方。共成未申酉戌一長方。戌亥爲長闊之較。即三邊較之共數。故用帶縱較數開平方法算之。得闊折半而得丁方邊。即丁圓徑。遞加之。即得甲乙丙各圓徑也。



今有方田內開一員池。其田四邊至池界皆十五丈。以古率方內容員。員得方積四分之二算之。則田積爲二千九百二十五丈。若以今定率員得方積一百丈之七十八丈五三九八一六算之。則田積爲二千八百九十三丈一四一六五六。問田邊池徑各若干。曰田邊六十丈。員徑三十丈。

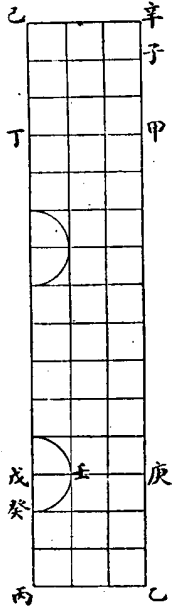
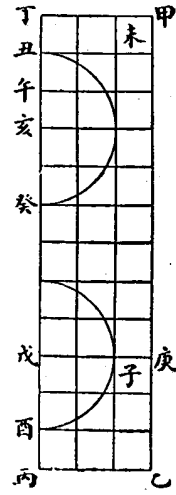
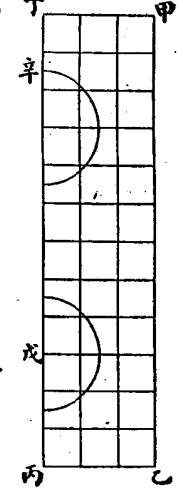
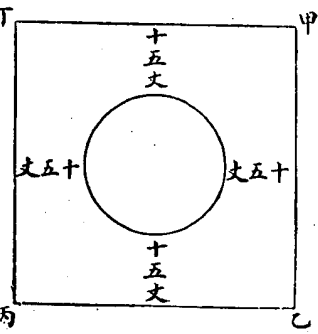
算通 卷五

三九九

之變爲長方。如下圖。丁內長一百二十丈。乙內闊三十丈。置了辛邊距十五丈。六因之。得丁戊九十丈。爲縱方。戊丙爲正方形。以帶縱較數開平方法。得丙乙。即戊丙。三十丈。倍之得六十丈。即田邊也。減兩距三十丈。餘三十丈。爲池徑。

問此條半員徑與邊距相等者也。若半員徑爲戊子二十丈。則邊距爲子庚止十丈。自乘得一百丈。三因之。僅得三百丈。不足填補池積。奈何。曰雖不足。然六因邊距丙酉。六十丈。加戊丙開方邊三十丈。共亥丙長九十丈。視原長丁丙一百二十丈。爲縮短丁亥三十丈。是將縮短丁亥之積積九百丈。移填不足之數也。員半徑二十丈。自乘得四百丈。三因之。得池積一千二百丈。前已填三百丈。此又移填九百丈。合之爲一千二百丈。則恰填足矣。亥末。員半徑自乘方也。爲員積三分之一。其積四百丈。甲亥。縮短三十丈。丁亥。移填丁方也。甲丑。乃三分之一。積三百丈。移甲丑三百丈。抵未亥四百丈。計不足一百丈。夫一分抵一分。而少一百丈。則三分抵三分。必少三百丈也。故預填三百丈而足也。

又如員半徑爲戊壬十丈。則邊距爲庚壬二十丈。庚壬自乘得四百丈。三因之。得一千二百丈。以填池積三百丈。雖浮九百丈。然六因邊距庚丙二十丈。則得己戊一百二十丈。加戊丙開方邊三十丈。共己丙一百五十丈。視原長丁丙一百二十丈。爲多己丁三十丈。是將填池浮積九百丈。移爲所多己丁三十丈之積。已甲九百丈。而無浮也。壬亥



算通 卷五

四〇一

算通 卷五

徑。自乘一百丈也。為池積三分之一。丑卯四角丈。為三因邊距一千二百丈。丑寅三分之一。丑寅內收展實三百丈。已足填池。故而後五年二千二百丈。移為半丁三百丈恰合。

問若照今率田積二千八百九十三丈一四一六五六算。則第一長闊。可以邊距十五丈。自乘三因之。六百七十五丈。用增丈率一零四七一。九七五四。每積方一百丈。則增四丈七尺一。九七五四也。蓋古率方積三九八。一六。以七十五丈。內積積七十五丈。今定率則皆員七十八丈五。見每丈得一零四七。一七五。故名增丈率也。乘之得七百零六丈八五八三三九五。與六百七十五丈相減。餘三十一丈八五八三三九五。與二千八百九十三丈一四一六五六相加。得二千九百二十五丈以合古率。乃照古法算之可矣。不論第二三長闊。亦可照此法用否。曰不可。第二長闊。依古率則田積為二千四百丈。依今定率則田積乃二千三百四十三丈三六二。九四四。以邊距十丈自乘三因之。三百丈。用增丈率一零四七一。九七五四乘之。得三百一十四丈一五九二六二。與三百丈相減。餘一十四丈一五九二六二。與田積相加。僅得二千三百五十七丈五。有奇。而與古率之二千四百丈不合。

又第三長闊。依古率。則田積為三千三百丈。依今定率。則田積為三千二百八十五丈八四零七三六。以邊距二十丈自乘三因之。一千二百丈。用增丈率乘之。得一千二百五十六丈六三七零四八。與一千二百丈相減。餘五十六丈六有奇。與田積相加。得三千三百四十二丈有奇。亦與古率三千三百不合。故不可用。當照今法算之。

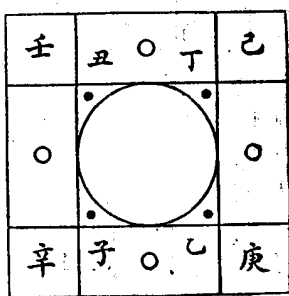
如有方田內開一員池。其田四邊至池界皆五丈。止知田積三百二十一丈四十六尺零一寸八十四分。開田邊池徑。曰田邊二十丈。池徑十丈。

法以邊距五丈。自乘得二十五丈。為己方。四因之。得一百丈。為己庚辛壬方。於田積內減去。餘二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分。乃圍記四長方。及丁乙子丑方內池外點記之四隅共積也。於是將圍記之四長方與丁乙子丑方相連。如下圖。成丁酉長方。而空池積。

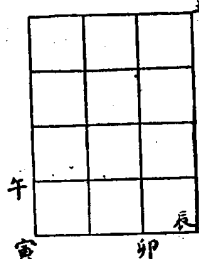
設知丁子方實積。則虛員不虛。與圍記四長方積相加。則得丁酉長方積。內分了子為正。方乙酉。圍記四長方。為縱方。可用帶縱較數開平方。法開之。得丑子每邊十丈。為池徑。加兩距十丈共二十丈。為田邊。願欲知丁子實積。當先知點記之四隅積。為若干。法以定率方積一百丈。內容員積七十八丈五尺三寸九八。一六。二數相減。得四隅積二十一丈四六

算通 卷五

四〇三

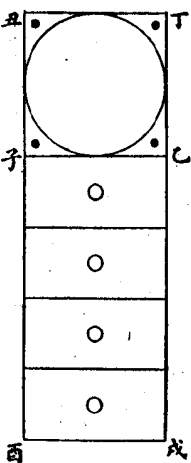
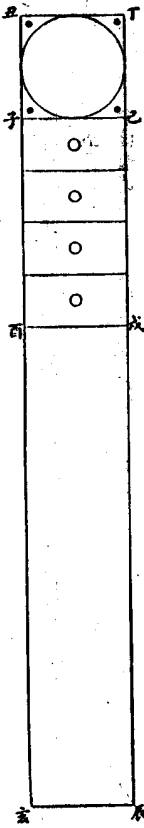


四〇二



算通 卷五

零一八四為一率。方積一百丈為二率。今點記四隅積若干為三率。求得四率若干。即得丁子正方積。而虛員之分神足矣。然點記之四隅積。混在減餘田積之內。不能預知法。竟用減餘田積二百二十一丈四十六尺零一八四為三率。本應用點記之四隅積。求得四率一千零三十一丈九十五尺八四五八。為右圖丁亥長方積。內分二



四〇四

十一丈四六零一八四。點記四。比一百丈。積。即得一個方積也。二百丈。圍記四員。比九百三十一丈九五八四。五八則又當以丁子為正。方乙亥為縱方。乙辰之長不可知。而積與積之比例。無異。邊與邊之比例。於是又以二十一丈四六零一八四為一率。一百丈為二率。積。比。四長方連長二十丈。子丙為三率。求得四率九十三丈一尺九寸五分。此邊比。為長闊之較。用帶縱開平方。法開之。得闊十丈。為池徑也。

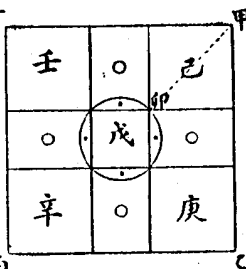
如有田內有員池。其田四角至池邊皆二十一丈二尺一寸三分。其田積一千四百四十二丈九十二尺零三寸六分八分。問方邊員徑。曰方邊四十四丈。員徑十四丈一尺四寸二分。

法以方角員界甲卯。自乘得四百五十丈。倍得九百丈。為己庚辛壬四方積。之倍。對角線自乘積。為方邊自乘積。與田積相減。餘五百四十二丈九十二尺零三寸六分八分。乃圍記四長方積。而缺點記之四隅積也。於是將缺弧矢之圍記四長方。連接如下圖。

設能知四隅積。與五百四十二丈九十二尺零三寸六分八分相加。則成於西長方。為帶縱。而以員池所容之戊方。為正。方相連接。可用帶縱和數開平方。法開之。得戊方邊矣。因不知四隅積。又不知戊方積。今欲求之。法當以定率弧矢積二八五三九八。一六。為一

算通 卷五

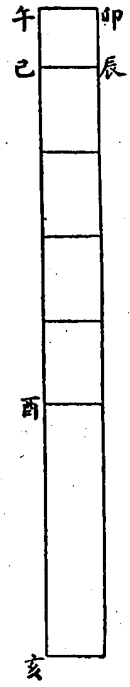
四〇五



率員內容方積五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率
 今減餘積五百四十二丈九十二尺零三寸六
 八分爲三率。當所減四弧矢積爲三率。因不能求
 得四率九百五十一丈一十六尺三寸四十四
 八分爲長方積

如下圖。此積與

又以二八五三



九八一六爲一率。五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。圖記四長方共長己酉
 廿丈。卽爲三率。求得四率一百零五丈一尺二寸六分。卽午亥。此邊與邊之比例也。於是
 以午亥爲長。關和而用帶縱和數法開之。得辰巳十丈。爲戊方之關。以己方未卯邊十五丈。倍之得三十丈。加辰巳
 十丈。得方田之邊。以戊方邊十丈。求得對角線十四丈一尺四寸二分。卽池徑。

如有員田內容方池。其員界離方四角各五丈。但知田積二百六十四丈一十五尺九十二寸六十四
 分。開員徑方邊。曰員徑二十丈。方邊七丈七寸一分。

法必須將員田變成方田。乃可做法算之。而此員田中

虛方池之積。乃員環而帶點記四弧矢者。查員環變方環

法。用方員比例定率。以員積七八五三九八一六爲一率

方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。員環積爲三率。求得

四率。爲方環積。積之比方。若員。今田積二百六十四丈一

五九二六。既爲員環帶四弧矢。以之爲三率。求得四率

三百三十六丈三三三八〇二三。則不特員環變爲方環。甲

兩子丑寅。且兼有四弧矢所變之積。下。在內矣。於是

以角距五丈。自乘得二十五丈。爲己方積。因之得一百

丈。爲己庚辛壬四方積。於三百三十六丈三三三八零二

內減去。餘二百三十六丈三三三八零二三。爲圖記四長方。及四弧矢所變共積。連接如下圖。

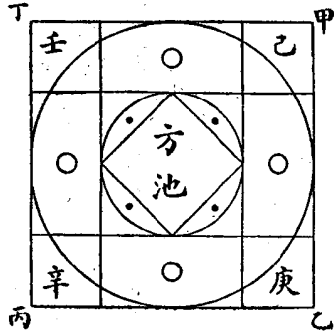
乙酉四長方積也。丁子四弧矢所變積也。四弧矢所變積詳下文爲三十六丈三三三八零二三。非丁乙

方丈。與池積五十。相減所餘。△記四句股積五十丈。勿因圖錯會。今欲將四弧變積三六三三三八零

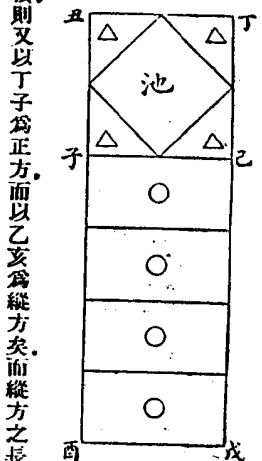
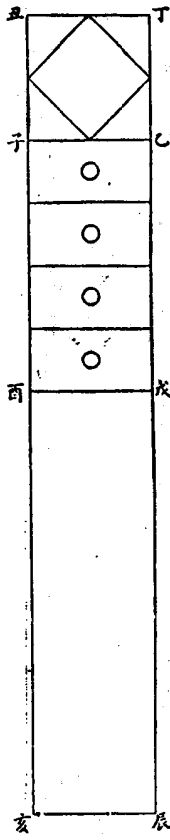
二三。變爲一百丈。以補成了子方爲正。而以乙酉爲縱方。共成了酉長方。應以定率員積七八五三

算通 卷五

四〇七



九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇〇爲二率。弧矢積二八五三七八一六
 爲三率。求出弧矢變積三六三三三八零二
 三。又以之爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 〇〇〇〇爲二率。減餘田積二百三十六丈
 三三八零二三爲三率。求得四率六百五
 十丈零三八七四。爲此圖長方積。此以積比積。則又以丁子爲正。而以乙亥爲縱方。而縱方之長



未知。於是又以四弧變積三六三三三八零二三爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。四長方相
 連共長子酉二十丈爲三率。求得子亥長五十五丈零三八七四。此邊比爲長闊之較。用帶縱較數開
 平方法開之。得了子方闊十丈。卽方池對角斜線。用斜求方法算之。得七丈零七寸一分。卽方池邊也。

如員田內開方池。但知田界離池邊十五丈。田積一千一百五十六丈六三七零四。開田徑池邊。曰
 田徑四十丈池邊十丈。

法須將員田變爲方田。乃可做法算之。而此田中虛池積。乃員環而少點記四隅者。查員環變方環

法。以員積七八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。員環積爲三率。求得

四率。爲方環積。積之比方。若員。今田積一千一百五十六丈六三七零四。爲三率。求得四率

積一千一百五十六丈六三七零四爲三率。則少點記四隅

之積。其求得四率方環積一千四百七二六七六零四六內

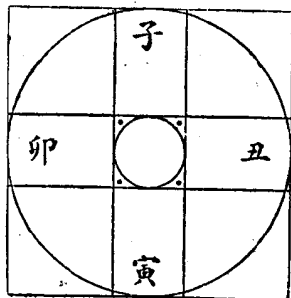
亦必少四隅所變之積矣。於是以前邊距十五丈。自乘而

四因之。得九百丈。於一千四百七二六七六零四六內減去

餘五百七十二丈六零四六。爲子丑寅卯四長方積而

少點記四隅所變之積。以之連接如下圖。

子長方內。少點記四隅所變之積。乃二七三三三九五五。何



四〇九

算通 卷五

以知之。以方員定率比例知之。法用定率員積七八五三九八一六爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。四開二一四六零一八四爲三率。求得二七三三三九五五爲四

開所變之積也。今欲將四開所變積二十七丈三三三九五五變爲一百丈。成甲乙方池。爲正方形。而以子丑寅卯四長方爲縱方。法當以四開變積二七三三三九五五爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。其餘田積五百七十二丈六六零四六爲三率。求得四率二千零九十五丈八八六三六一。爲下圖甲亥長方積。此積比。則又以甲乙爲正方形。以乙辰爲縱方矣。而縱方之長未知。於是則又以四



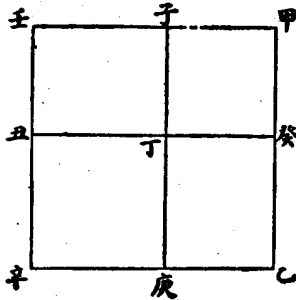
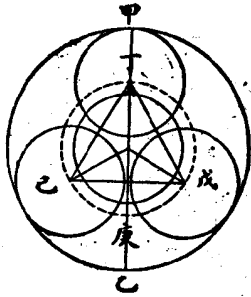
四一〇



開變積二七三三三九五五爲一率。方積一百爲二率。子丑寅卯四長方相連共長六十丈爲三率。求得四率二千一百九十九丈五尺八分。爲長闊。用帶縱和數開平方法開之。得闊十丈。即方池邊也。

設如有一大球體。內容四小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸。倍之得二百八十八寸。爲長方積。以大球徑一尺二寸。四因之。得四尺八寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊五寸三分九釐三毫。即內容四小球之徑也。如圖甲乙大球體。內容丙丁戊己四小球體。試自四小球之中心。俱各作線聯之。則成一四等面積。又以甲乙大球心爲心。丙丁戊己四小球心爲界。作一虛圓。則成四等面積。外切圓球體。其四面體之一邊。即小球徑。以四面體外切丁庚虛球徑。加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙壬癸正方形。內甲子丙丑。爲小球徑自乘方。即八面積。每內戊壬寅。爲八面積對角線自乘方。子乙戊丙。丑丙寅。爲八面積之每邊。與對角線相乘二長方。凡八面積每邊自乘方。爲對角線自乘方之一半。而體法。故丙戊壬寅一正方形。與甲子丙丑二正方形。是甲乙壬癸一正方形。共爲甲子丙丑三正方形。子乙戊丙二長方。與卯辰巳午長方積等。其午未長闊之較。爲甲乙球徑之二倍。故倍大球徑爲較縱。求得闊。即小球徑也。如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑

算通 卷五

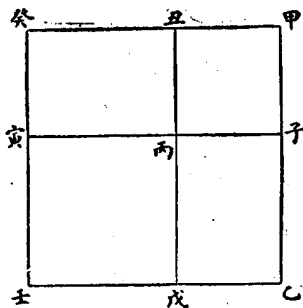
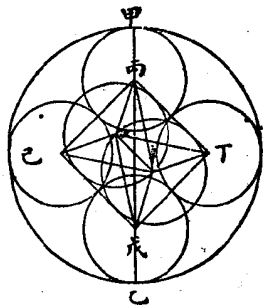


四一一

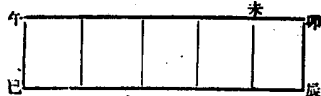
丁庚辛丑。爲四面體外切圓球徑自乘方。癸乙庚丁子丁丑壬。爲四面體之每邊。與外切圓球徑自乘。二長方。凡四面體。每邊自乘方。爲外切圓球徑自乘方三分之一。內見球四面積。故甲癸丁子正方形。爲丁庚辛丑正方形三分之一。將甲乙辛壬正方形。倍之。則得甲癸丁子正方形。丁庚辛丑二正方形。癸乙庚丁四長方。而丁庚辛丑二正方形。爲甲癸丁子正方形之三倍。是共得甲癸丁子五正方形。癸乙庚丁四長方。即與寅卯辰巳長方積等。其巳午長闊之較。爲甲乙球徑之四倍。故四因大球徑。爲較縱。求得闊。即小球徑也。

如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑爲四面體之一邊。自乘。二開三因開平方得四面體外切圓球徑。再加一小球徑。即大球徑也。

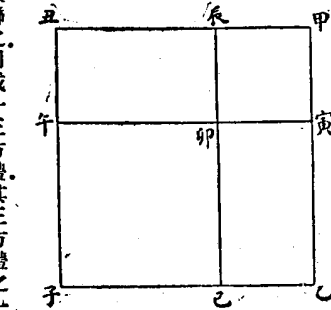
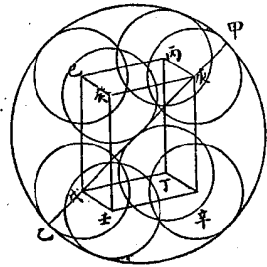
設如有一大球體。內容六小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。法以大球徑一尺二寸。自乘得一百四十四寸。爲長方積。以大球徑一尺二寸。倍之得二尺四寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊四寸九分七釐。即內容六小球之徑數也。如圖甲乙大球體。內容丙丁戊己庚辛六小球體。試自六小球之中心。俱各作線聯之。則成一八等面積。其八面積之一邊。即小球徑。以八面積之對角線。加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙壬癸正方形。內甲子丙丑。爲小球徑自乘方。即八面積。每內戊壬寅。爲八面積對角線自乘方。子乙戊丙。丑丙寅。爲八面積之每邊。與對角線相乘二長方。凡八面積每邊自乘方。爲對角線自乘方之一半。而體法。故丙戊壬寅一正方形。與甲子丙丑二正方形。是甲乙壬癸一正方形。共爲甲子丙丑三正方形。子乙戊丙二長方。與卯辰巳午長方積等。其午未長闊之較。爲甲乙球徑之二倍。故倍大球徑爲較縱。求得闊。即小球徑也。如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑



四一三



爲八面體之一邊。自乘。加倍開方。得對角線。再加一小球徑。即大球徑也。
設如一大球體。內容八小球體。上四下四相疊。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。



容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體。試自八小球之中心。俱各作線聯之。則成一正方形。其正方形之一邊。即小球徑。以正方形之丙壬對角斜線。加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙子丑正方形。內甲寅卯辰爲小球徑自乘方。卯巳子午爲正方形對角斜線自乘方。寅乙己卯辰卯午丑爲小球徑乘正方形對角斜線。二長方。凡正方形對角斜線自乘方。爲每邊自乘方之三倍。見球內容正。故卯巳子午正方形。爲甲寅卯辰正方形之三倍。加甲卯方。折半。即得未甲辰申甲寅卯辰二正方形。乙卯卯丑二長方。折半。得寅乙己卯一長方。共成未乙己申一長方。甲乙球徑。即長闊之較。故用帶縱較數開平方。法算之。得闊。即小球徑也。如先有小球徑。求大球徑。則以小球徑爲正方形之一邊。自乘三因之。開平方。得正方形對角斜線。再加一小球徑。即大球徑也。

附古法解

負隅

古法以一二五爲負隅。一謂員徑也。如平方根一尺內容徑一尺之員。員與方較積。則方根一尺自乘得方積一尺。員徑一尺。依徑一周三古率。則周爲三尺。周徑各折半相乘。得員積七寸五分。是員積比方積少二寸五分。故曰負。負者少也。爲負積。其少之。二寸五分。乃四隅積。故曰負隅也。

則欲補是所少四隅之二寸五分。而變員積爲方積。當將員徑戊己一尺。加己庚二寸五分。共庚庚一

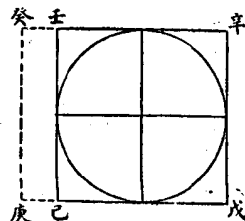
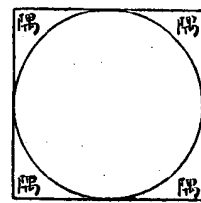
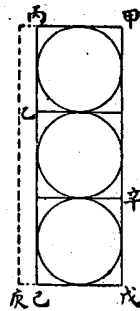
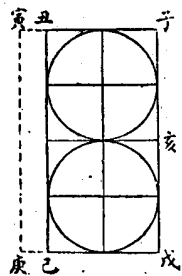
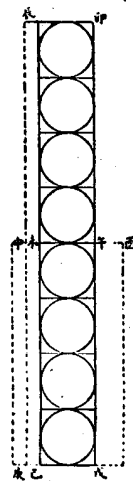
尺二寸五分。以員徑壬己乘之。得一尺二寸五分。其壬己乘戊己所得之一尺。爲虛積。壬己乘己庚所得之二寸五分。爲實積。將虛積一尺。以七五約之。得實積七寸五分。合之。共得實積一尺。而員積變爲方積矣。

然則今有三平員。皆徑一尺。欲變爲長三尺闊一尺之長方積。當照上例。以戊己員徑一尺。之闊。如己庚二寸五分。爲庚庚一尺二寸五分。與三員徑共丙己三尺。之長。方相乘。得積三尺七寸五分。其丙己乘戊己所得之三尺。爲虛積。丙己乘己庚所得之七寸五分。爲實積。將虛積三尺。以七五約之。得實積二尺二寸五分。合之。共得實積三尺。而變三員爲長方矣。

又有兩平員。皆徑二尺。欲變爲長四尺闊二尺之長方積。亦照上例。以員徑戊己二尺。之闊。乘負隅一二五。得戊庚二尺五寸。以兩員徑共丑己四尺。之長。方乘之。得十尺。其丑己乘戊己所得八尺。爲虛積。丑己乘己庚所得二尺。爲實積。將虛積八尺。以七五約之。得實積六尺。合之。得實積八尺。而變二員爲長方矣。

又試將兩平員。皆徑二尺。改爲八平員。皆徑一尺。欲變爲長八尺闊一尺之長方積。亦照上例。以員徑戊己一尺。乘負隅一二五。得戊庚一尺二寸五分。與八員徑共辰己八尺。相乘。得積十尺。其辰己乘戊己所得八尺。爲虛積。辰己乘己庚所得二尺。爲實積。將虛積八尺。以七五約之。得實積六尺。合之。共得實積八尺。而變八員爲長方矣。

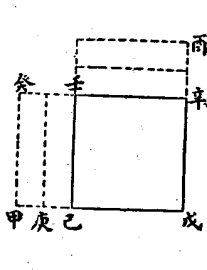
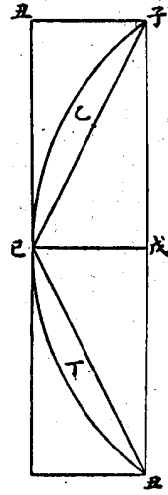
弧矢求積



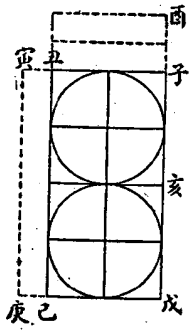
○如平員徑二尺，平割之爲弧矢形，即半弧長二尺，矢長一尺，問弧矢積。曰一尺五寸。
古法以半弦一尺，加半矢五寸，共一尺，乘矢得積。

辛已丑弧矢形，戊己矢一尺，辛戊半弦一尺。○辛已丑弧矢形，比辛已丑三角形，多乙丁兩弧矢，今以戊己矢，乘辛戊半弦，法前爲大乘半弦半矢，即同三角求積法，以戊己中垂線乘辛戊半底線，成辛己方一尺，爲三角積，而少乙丁兩弧矢積，共五寸也。兩弧矢積少五寸，則一弧矢積少二寸五分，與負隅第一條圖一方圓，負二寸五分，當照彼法，以戊己矢一尺，加己庚二寸五分，共戊庚一尺二寸五分，以壬己乘之，得積一尺二寸五分，其壬己乘戊己所得辛己一尺，爲三角積，不用七五約，其壬己乘己庚所得壬庚二寸五分，爲補四隅積，即同補乙號弧矢積矣，尙有丁號弧矢，亦當照補，故倍己庚爲己甲，加戊己成戊甲，乘壬己得二尺五寸，而乙丁兩弧矢俱補足也。夫戊己加己甲，乘辛戊，即王猶之辛戊，加酉辛，乘戊己也。壬酉也，而辛戊半弦也，酉辛半矢也，故以半弦加半矢爲長耳。

○如平員徑十尺，弧矢形，長八尺，矢長二尺，問弧矢積。曰十尺。法以半弦四尺，加半矢一尺，共五尺，爲長，與矢闊二尺相乘得積，照上條論，以戊己矢，乘子戊半弦，得子己長方積，即爲子己丑三角積，而少乙丁二弧矢積，共二尺，與負隅第三條圖二方一表，八隅負二尺，同當照彼法，以戊己矢，加己庚，乘子戊半弦，得子庚長方積十尺，內子戊乘戊己所得子己八尺，爲三角積，不用七五約，丑己乘己庚，所得丑庚二尺，爲補八隅積，即爲補乙丁兩弧矢積，夫戊己加己庚，乘子戊，猶之子戊，加酉子，乘戊己也。酉丑也，而子戊半弦也，酉子半矢也，故以半弦加半矢爲長耳。



○又如平員徑十尺，弧矢長六尺，矢一尺，問弧矢積。曰三尺五寸。

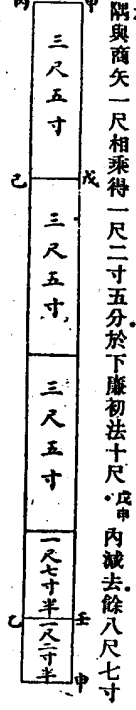


法以半弦三尺，加半矢五寸，爲長，與矢闊一尺相乘，得積。照上條論，以戊己矢，乘甲戊半弦，成甲己長方，爲甲己丑三角積，而少乙丁兩弧矢積，共五寸，與負隅第二條圖二方，辛己一八隅負五寸，同當照彼法，以戊己矢，加己庚，乘甲戊半弦，三分之二，壬戊得積二尺五寸，而乙丁兩弧矢補足矣。夫戊己加己庚，乘壬戊，猶之壬戊，加戊酉，乘戊己也。戊酉也，而戊酉半矢也，壬戊連原有之甲壬半弦也，故以半弦加半矢爲長也。

○準上弧矢求積法，則有弧矢積，又有弦矢和者，但以弦矢和折半，爲半弦半矢，以除積，即得矢，以矢減弦矢，和即得弦矣。
積與負徑求弦矢

○上條有弧矢積，又有弦矢和，乃可求弦矢，則有積而無弦矢和，即不能求矣。然無弦矢和，而有員徑，則亦可求法如右。
積與員徑求弦矢

○今有員徑十尺，欲截一弧矢形，積三尺五寸，問截弦矢若干。曰矢一尺，弦六尺。法置積三尺五寸，自乘得一十二尺二寸五分，方形乙，爲實，照三乘方法，以積三尺五寸，爲上廉初法，甲己。又以徑十尺，爲下廉初法，戊甲。合計二初法，共一十三尺五寸，約與實等，尙有下文所說，故約與實等。可商矢一尺，甲丙。隨以商矢一尺，乘上廉初法，得三尺五寸，甲己爲上廉定法。



又以一二五爲負隅，與商矢一尺相乘，得一尺二寸五分，於下廉初法十尺，戊中，內減去，餘八尺七寸半，戊壬，以商矢一尺，乘之，得八尺七寸半，戊乙，丙。再乘之，如故，爲下廉定法，合二定法，共一十二尺二寸五分，爲法，法實相等，則以法除實，得矢一尺。解曰：前論有弦矢和者，則以弦矢和折半，爲半弦半矢，以除積，即得矢，今不知半弦半矢和之數，故用積三尺五寸，自乘得一十二尺二寸五分，甲乙，爲實，是爲截積者三個半也，而以商矢與截積相乘一次，得三尺五寸，爲上廉定法，又以商矢，與餘徑八尺七寸五分相乘，二次，得八尺七寸五分，爲下廉定法，而合二定法，爲法，是爲半弦半矢者亦三個半也，內上廉用截積得一個下廉用餘徑得二個半。

相等等是也。又內外角亦必相等。如子爲外角。在二平行線外。寅爲內角。在二平行線內。必相等是也。午辰又交錯角亦相等。如寅與丑。二角相錯。必相等是也。

第三卷第六節

平行線所作方形。於甲乙對角線上。正中庚點。作戊己直線。截分兩形。必相等。以甲庚等庚乙。戊庚等庚己。甲戊等己乙。丁己等丙戊也。

第十五節

欲知衆邊形各邊角之度。如六邊形。則將六邊倍作十二邊。即爲十二直。角。蓋六邊形。分爲六個三角形。每形合三角之內。減中心四直。角。分爲四。分得四直。角。縱分爲無數分。其無數心角。亦與四。餘八直。角。爲邊角。每一直。角。九十度。計共七百二十度。各邊形做此。

第四卷第十二節

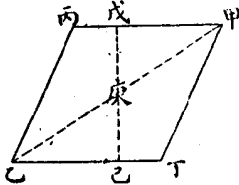
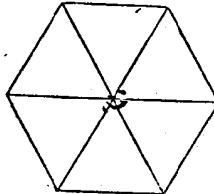
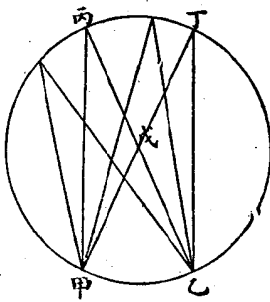
員內任作甲丙乙乙丁甲二界角。其度必俱等。試自員心戊。至甲乙。作二輻線。即成甲戊乙乙心角。其所對之甲乙弧。爲二界角所同用。則心角度必倍於界角。然則二界角同爲心角之半。必相等也。

第二十三節

凡員周與方周等者。如俱四。員積必大於方積。方積一尺。員半徑六寸三分六釐。乘周四尺。得數。何者。員形半徑。與句股形之句。折半。得積一尺二寸七分。等周與句股形之股等者。其積相等。周四尺。知股。相乘得長方積。折半則爲。而方形之半徑。小於員形之半徑。不及句股形之句。股雖同。而句不及。故積少也。尺。五寸乘四尺。得二尺。

第六卷第三第五節八十九十一二十三十四十五十六

四率法。一率與二率之比。同於三率與四率之比。名同理比例。又名相當比例。若一率與二率之比。同於二率與三率之比。則名相連比例。若以二率比一率。四率比三率。則名反推比例。若以一率比三率。二率比四率。則名遞轉比例。若取一率與二率之較。二。相減餘八。爲一。一率與二率相比。比八也。計加倍。取三率與四率之較。相減餘四。爲一。三率與四率相比。比四也。亦加倍。則名分數比例。若將一率併合二率。爲首率。四。併得六也。與二率相比。六也。計三位。將三率併



合四率爲三率。如三率。三。四率。與四率相比。是改三率三爲九。則名合數比例。若將一率與二率相減。用其餘爲三率。與首率相比。如二率。二。三率。三。相減餘。將三率與四率相減。用其餘爲四率。與三率相比。如三率。四。四率。十二。相減餘。則名更數比例。若有甲乙兩相連比例。四率。甲爲首。一次。三四。四。八。乙爲首。二次。四。三。八。四。十六。其甲一二之比。同於乙一二之比。甲二二三之比。同於乙二二三之比。甲三四之比。同於乙三四之比。而將甲一與四之比。乙一與四之比。亦同於乙一與四之比。則名隔位比例。若有甲乙兩相連比例。三率。甲爲首。二。中。四。末。八。乙爲首。四。中。八。末。十六。將甲中。四。與末。八。相比。復另取二數。加於乙首率之上。與乙中。八。相比。末。八。乙爲首。四。中。八。末。十六。將甲中。四。與末。八。相比。加三倍爲六。次率。四。加三倍爲十二。其六與十二之比。仍同於二與四之比。則名加分比例。一若將首率。六。三分取一。變爲二。將次率。十二。亦三分取一。變爲四。其二與四之比。仍同於六與十二之比。則名減分比例也。

第七卷第五節第八卷第五節

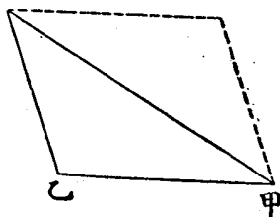
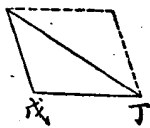
如甲方闊一尺。長二尺。乙方闊二尺。長四尺。其闊與闊之比。同於長與長之比。皆爲一比二。則兩面積之比。視邊一比二。例。爲隔一位相加之比。蓋首率爲一。次率爲二。則三率爲四。四率爲八。此相連比例也。今闊相比。爲首甲。一次。乙。則積相比。當爲三。甲。二。四。乙。四。矣。乃乙之積。實八尺。是越四而至八也。故曰隔一位。則欲求其同。須將乙闊二。倍作四。爲次率。乃得。故曰相加也。正方斜方。句股。銳鈍三角。並同。如有大小二鈍三角形。同式。則以小底。丁。戊。爲一率。大底。甲。乙。加一倍。爲二率。以小形面積。爲三率。求得大形面積。蓋鈍三角。乃斜方之半也。

第九卷第五節

句股形。弦所作方積。與句股各作之方。其積等。則弦所作方之半。或幾分之幾。亦必與句股各作之方之半。或幾分之幾。其積等。弦所作之員。或大小半員。亦必與句股各作之員。或大小半員。其積等矣。

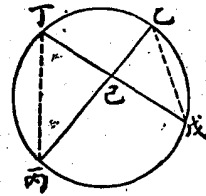
第六節

員內。乙丙丁戊。二弦線相交於己。則戊己與己丙之比。即同於乙己與己丁之比。何則。乙己戊小三角形。與丁己丙大三角形。二己角。爲對角。則其度必等。又小形之乙角。與大形之丁角。同對戊丙弧。則兩角之度。又必等。三角既等。其二。則餘一角。亦必等。是大小二者。爲同式形也。故其邊之比。例同耳。

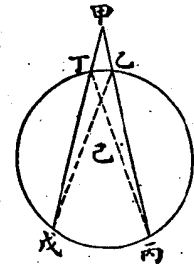


第八節

自丙戊作線會於甲則甲丙與甲戊之比必同於甲丁與甲乙之比何者甲丙丁三角形與甲戊乙三角形同用一角其度固同又丙角與戊角均對乙丁弧則其度又同而餘一角亦必同是三角同式也故此大邊比較大邊同於此小邊比較小邊也

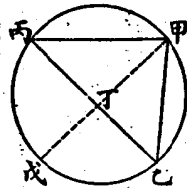


四三四



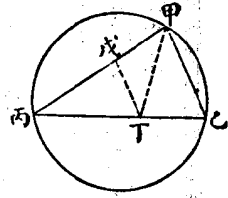
第九節

甲乙丙三角形將甲角平分作甲戊線則甲乙與甲丁之比同於甲戊與甲丙之比何者甲戊乙三角形之戊角與甲丙丁三角形之丙角同對甲乙弧則度等而二形之甲角既為平分則其度又等而乙丁二角亦必等是甲戊乙形與甲丙丁形為同式故此小邊乙丁之比較小邊丁甲同於此大邊戊甲之比彼大邊丙甲之比也

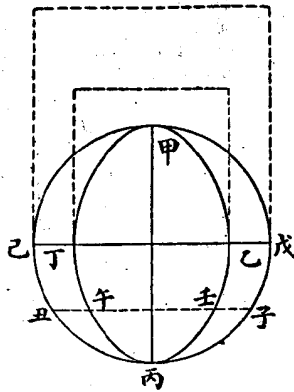


作等邊三角形法如有甲乙一邊長三寸則以爲心運一規又用乙爲心運一規從二規相交丙處作甲丙丙乙二線則相等矣
第二節
分角法如欲分乙角爲二則以乙爲心任以丁爲度運規作丁戊弧則乙丁乙戊二線度等又照前節法作丁戊己等邊三角則己角與乙角正對乃作乙己線則平分乙角爲二矣
第三節
平分一線爲二法如平分甲乙線照第一節作甲乙丙及甲乙丁兩等邊三角乃從丙至丁作直線即分甲乙爲二矣

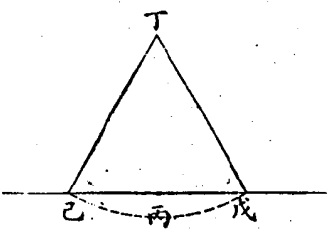
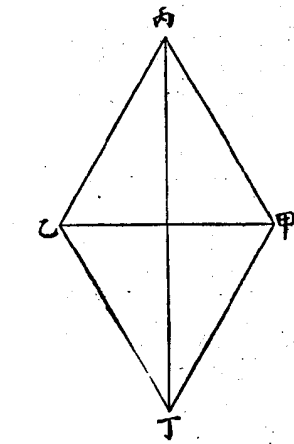
第十節
甲乙丙三角形將甲角平分作甲丁線則乙丁與丙乙之比同於甲乙與甲丙之比何者試作丁戊線與甲乙平行即成戊丁丙小三角形與甲乙丙大三角形同式是戊丁比戊丙若甲乙比甲丙也而戊丁與甲戊同下是甲戊比戊丙若甲乙比甲丙也而甲戊比戊丙又若乙丁比丁丙甲戊比戊丙既若甲乙比甲丙則乙丁比丁丙獨不若甲乙比甲丙乎問戊丁何以與甲戊同日甲丁戊形之丁角與甲角等故丁角所對之甲戊邊與甲角所對之丁戊邊等也而二角之相等奈何曰甲丁戊形之丁角與丁甲乙形之甲角爲甲乙戊丁二平行線內之錯角則其度等而丁甲乙之甲角與甲丁戊之甲角爲平分故又等也



四三五



第五節
橫線中立直線法如欲於橫線中丙處立直線任於橫線丙之兩旁取相等之度如戊如



四三七

已依第一節法作戊己丁等邊三角形而從丁垂線至丙為直立線也若欲於距橫線之丁處垂線則以丁為心己為度運規作己戊弧則丁戊丁己必等又依第二節分角法從丁作線至丙是也

於己乃作丙己線即與甲乙平行

第十一節 作正方形法 於甲乙線上照上第六節法立二直線以甲乙度作左右規截二直線於丙於丁作丙丁線即成

第十三十四十五十八節 引弧成全員法 如有甲乙弧欲作全員則任於丙處記點作甲丙丙乙二線照第三節平分一線為二法作丁己己戊二線交於己乃以己為心或甲或乙為度運規即成全員 三點申員法做此 員求中心法做此 任取甲丙乙三點 甲乙丙三角求所切之員做此

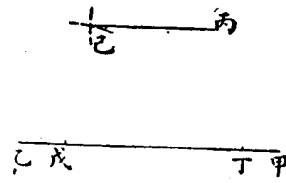
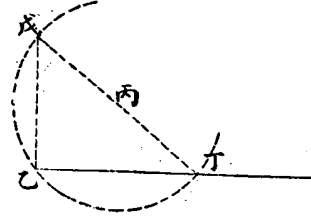
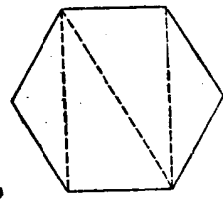
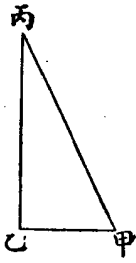
第十六節 員外有點依點作切線法 依甲點至員心乙作甲乙線以乙為心甲為界運一規又於丁處作丁己垂線截運規於丙作丙乙線又於戊處作甲戊垂線即甲點所作切線也何則乙丁乙戊同為原員之半徑甲乙丙同為運規之半徑則丁丙為甲乙之垂線戊甲獨不為丙乙之垂線乎故甲戊為原員之切線也

第二十一節 員內作各邊形法 如於甲員內欲作九邊形則是九個三角也九個三角內九個心角照三卷第十五節論九心角合得四直角以九個心角分之得每個四十度復以一有度之員取四十度之分以分甲員界即平分為九分矣

第二十二節 作容員諸形法 如欲作容員之三角則將員三百六十度分為三分甲乙丙每分一百二十度乃自各分界至員心作線透出員外於各線界如丙作垂線如戊己即成三角形矣 四角則分四分

第九節

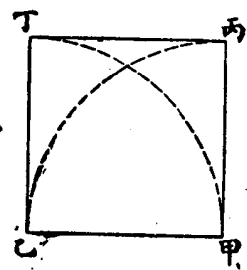
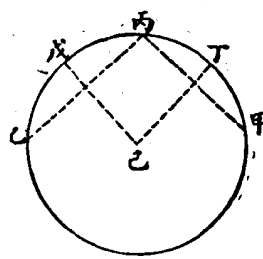
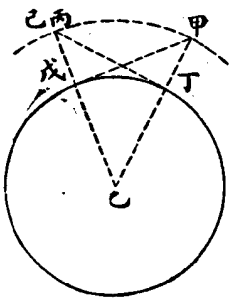
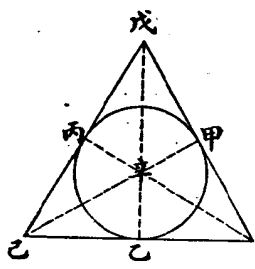
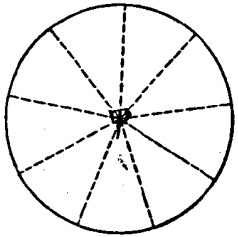
照已有之形作同式形法 如做甲乙丙大三角欲作同式之丁戊己小三角則考大句甲乙有幾分如有三分今取二分為小句丁戊又以大弦丙甲亦作三分取二分為小弦己丁則以小句丁為心大弦二分為度運一規又以大股丙乙亦作三分而取其二分為小股己戊則以小句戊為心大股二分為度運一規二規相交於己乃



作己丁己戊兩線成了戊己同式小形矣 若有一大六邊形欲作一同式小六邊形可分為四三角照前法做作四小三角則合成一同式小六邊形矣

第十節

作平行線法 如欲於甲乙橫線上丙點處作與甲乙平行之線則任取了戊兩處點點以戊為心照丙丁度運一規又以丙為心照丁戊度運一規則二規相交



五角則分五分。做此爲之。

第二十三節

作容各形之員法。如作容五邊形之員。則任將甲乙邊甲丁邊平分於庚辛二處。各作垂線。至對角。則二線交於己。以己爲心。角爲界。作員。他形做此。

第二十四節

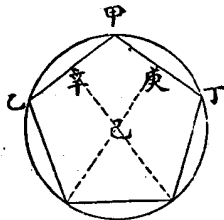
作諸形所容之員法。如三角形。則任從甲乙丙二邊中間庚點辛點。各作垂線至角。則二線交於己。以己爲心。庚爲界。作員。他形做此。

第二十五節

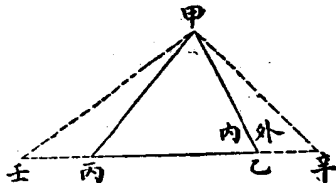
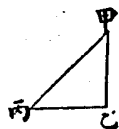
作員內三角。與舊有之三角同式法。如舊有甲乙丙三角形。任於員內。照甲角度。作辛角。成庚庚戊三角形。又照乙角度於員內作戊角。成丁庚庚形。則此丁庚庚三角形。即與舊甲乙丙形同式。何者。辛角與丁角。同對戊庚弧。則二角度同。辛既照甲。則丁亦即甲矣。而戊又照乙。則庚亦必等丙。可知矣。

第二十六節

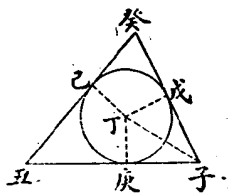
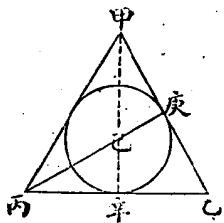
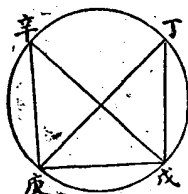
作員外三角。與舊有之三角同式法。如舊有甲乙丙三角形。任將乙丙底線。引長至辛壬二處。則成甲乙辛。及甲丙壬二外角。乃於員心作與甲乙辛同式之戊丁庚角。又作與甲丙壬同式之己丁庚角。則成丁戊丁己丁庚。三幅線。於各線末。作三垂線。相連成癸子丑三角形。即與原甲乙丙形同式。何則。原形之內外二角。併得兩直角。而凡三角形。併三角度。與二直角等。今戊丁庚子四邊形。可分爲兩三角。則此形四角度。相併必等四直



四四二



四四三



角內減去庚庚兩直角。成丁庚庚。故知此角。則餘子丁二角。亦必併得兩直角。丁角既同乙角。作之則必同。則子角亦必與乙內角等。以右例左。丑角亦必與丙角等。而癸角與甲角。亦無不等矣。

第二十七節

三角形內作員法。借上圖。照第二節分角法。作子丁等三線。會於丁心。而自心作丁己等三垂線。至三角形邊。乃以丁爲心。形邊爲界。連規作員。

第二十八節

句股形內作正方形法。以乙丙句度。連規。平分丁乙弧於戊。作戊丙線。而截弦於己。作己庚線與股平行。又作己辛線。與句平行。即得。又法。截三角。輯要三角容員第一術。

第三十節

三角形作正方形法。截三角。輯要容員第二術第二支。

第三十一節

有方邊與對角線之較。作原方法。將較甲乙。作甲丙小正方形。以丙乙度。運一小規。作甲戊線。即原方邊也。依甲戊度。作戊庚方。即原方。蓋甲己對角線也。甲乙方邊。與對角線之較也。則乙己乃方邊矣。何者。戊丙丙乙。並小規半徑。則其度等。兩角又皆直角。則乙己必等戊己。可知矣。

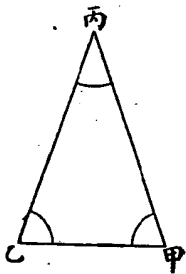
第十二卷第一第二節

有底線。甲乙。作相等兩邊線。丙甲丙。使底兩角。俱倍大於上角法。法於底線兩端。各作七十二度角。將兩邊線引長交於丙。則丙角爲三十六度。若有一邊線。丙甲。作前項三角。則再作一邊線。丙乙。相合於丙。作三

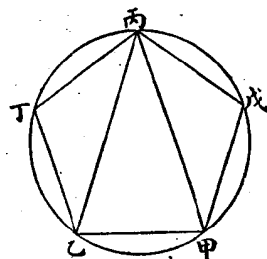
十六度角。再作甲乙線。則二角必俱七十二度。

第三節

有一邊。甲乙。作等邊五角形法。照上節。先作甲乙丙形。五角形。即五角形。以全長三寸六分。分爲五分。則每角三寸



四四五



二度。故照 又照十一卷十五節法作一員將左右兩弧平分於上節法。而作丙戊等四線。即成等邊五角形。

第四節

一線分大小兩分。為相連比例法。如甲乙線為全分。分甲丙為大分。丙乙為小分。使全分與大分之比。同於大分與小分之比。則照第一節後法。先作甲乙丁形。於甲角一倍。再照上節作五邊形。乃作戊丁線。截甲乙線於丙。便是蓋甲乙之比。乙丙。若乙戊之比。戊丙。以甲乙戊形。與乙戊丙形同式。甲乙戊為全形。丙乙戊為小形。全形與小形。既同一乙角矣。又全形之甲角。對乙角。小形之丙角。對乙角。則二角皆七十二度。則二角又等。三角已等其二。則餘一角亦必等。故而乙戊與甲戊同。蓋七十二度。即與甲丙同。此以甲丙戊大形考之。大形丙角。為同式。式同則邊可相比矣。而乙戊與甲戊同。蓋七十二度。比甲角所對乙角。亦為大一倍。則大形丙戊二角皆七十二度。比甲角亦大一倍。故為甲乙比甲丙。若甲丙比丙乙也。丙乙。

第五節

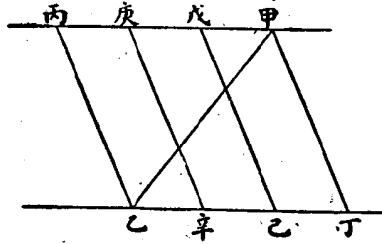
分一線甲乙為三段法。如欲分甲乙線為三段。則照式作二平行線。任以甲戊為度。照分上線為甲戊庚丙三段。亦分下線為丁己辛乙三段。而作甲丁等三線。即平分甲乙線為三段矣。

第六節

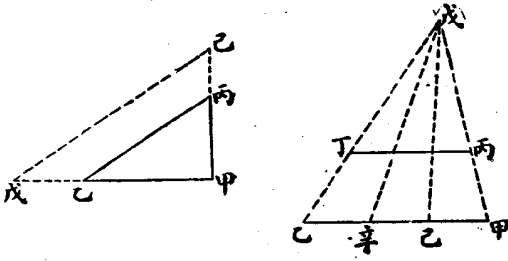
比例分段法。如有已分段之甲乙線。欲照此分丙丁線。則將二線平行置之。如圖。作三角形。從戊角作線至己。至辛。即分丙丁線。如甲乙矣。

第七節

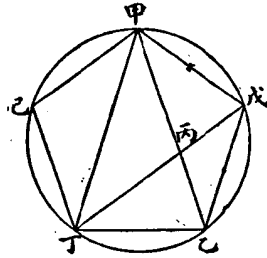
有二線。作相連比例第三線法。如甲乙為首率線。甲丙為中率線。如圖。作甲乙丙小三角形。再依甲丙度作乙戊。以益甲乙。



四四七



四四六



故為甲乙比甲丙。若甲丙比丙乙也。丙乙。

又作戊己線。與乙丙平行。成己甲戊大三角形。則甲乙之比。乙丙。若甲丙之比。丙己。即第三線也。

第八節

有三線。作相連比例之第四線。如有甲乙。甲丙。乙丁。三線。如圖。將甲丙線。照甲乙度。紀於乙。以甲為心。乙為界。連一弧。又取乙丁度。截弧於丁。作丁乙線。甲丁線。而引甲丁線至戊。與甲丙等。則甲乙線之比。甲丙線。若乙丁線之比。戊丙第四線也。

第十二節

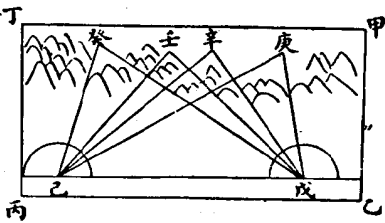
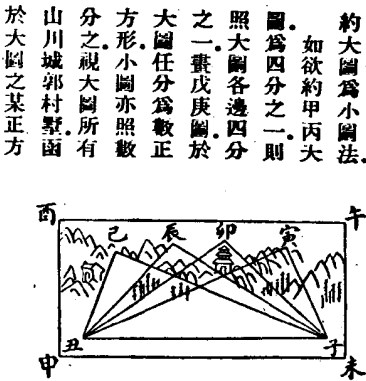
長方形。作等積正方形法。以長甲乙。闊乙丙。和甲丙。為徑。作半圓。引乙丙至員界丁。得丁乙。作丁戊正形。

第十七節

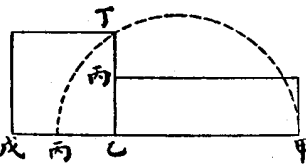
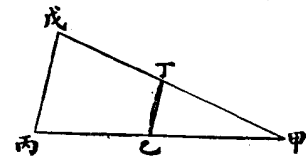
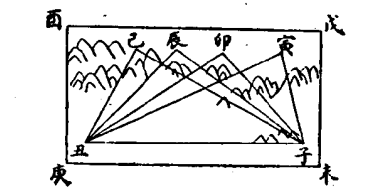
畫地圖法。如欲畫甲乙丙丁地形。則擇能見此地地形之二處。如戊己。立儀器。先自戊。以遊表視庚辛壬癸等處。得諸角度記之。如庚戊己角得八十一度。辛戊己角得五十五度。三十度。壬戊己角得四十五度。八分。癸戊己角得三十三度。二十分。再自己以遊表視前諸處。得諸角度。亦記之。如庚己戊角得三十五度。四十分。辛己戊角得四十四度。十分。壬己戊角得四十七度。二十五分。癸己戊角得七十度。於是作一子丑線。為戊己相當線。於子丑線兩端。照作諸角線。乃以庚辛壬癸所有之地形。俱畫於圖之相當各界。即成一午未中西之圖矣。

第十八節

約大圖為小圖法。如欲約甲丙大圖。為四分之一。則照大圖各邊四分之一。畫戊庚。關於大圖任分。為數正形。小圖亦照數分之。視大圖所有山川城郭村墅。函於大圖之某正方。



四四九



四四八

算通卷六

借根方算法

根即線方即立方諸乘方。借如借。淺之借。因數有難知者。故借以立算。比例而得真數也。○借者假者。其下線面體各類便明。然其定位併減乘除帶縱諸法與常法異。必須先明。乃得其用。故先之。

定位	
前	真數
後	根
〇	一
一	二
二	三
三	四
四	五
五	六
六	七
七	八
八	九
九	一〇

乘數定位。以法與實兩數所對之位數相加。其加數所對之位。即乘得之數。○其法。以真數乘根。仍得根。其後。以根乘根。即得平方。○其法。以根對一。平方對二。二與一相加。得三。○其法。以根對二。平方對三。三與二相加。得五。○其法。以根對三。平方對四。四與三相加。得七。○其法。以根對四。平方對五。五與四相加。得九。○其法。以根對五。平方對六。六與五相加。得一。○其法。以根對六。平方對七。七與六相加。得三。○其法。以根對七。平方對八。八與七相加。得五。○其法。以根對八。平方對九。九與八相加。得七。○其法。以根對九。平方對一〇。一〇與九相加。得九。

除法定位。以法與實兩數所對之位數相減。其減餘數所對之位。即除得之數也。○其法。以真數除根。仍得根。其後。以根除根。即得平方。○其法。以根對一。平方對二。二與一相減。得三。○其法。以根對二。平方對三。三與二相減。得五。○其法。以根對三。平方對四。四與三相減。得七。○其法。以根對四。平方對五。五與四相減。得九。○其法。以根對五。平方對六。六與五相減。得一。○其法。以根對六。平方對七。七與六相減。得三。○其法。以根對七。平方對八。八與七相減。得五。○其法。以根對八。平方對九。九與八相減。得七。○其法。以根對九。平方對一〇。一〇與九相減。得九。

加法

○如有四十二立方。多十三平方。少四根。多十五真數。如十五尺。又有五立方。多十二平方。多一百二十七根。少一百三十五真數。如一百三十。問併得若干。曰併得四十七立方。多二十五平方。多一百二十根。少一百二十真數。○五。

用法。將根粉板。旁列立平根真字號。以定位。隨對位直列二數。數雖多。不逾本格。如一百二十七根。俱對隨列隨記多少。多者記△。少者記▽。列記訖。自上而下。逐層併之。同類則相加。△與△。異數則相減。△與▽。為先立方格。置首位乃本數。無所少也。為同類。相加得四。次平方格。十三與十二同類。次根格。四與一。異類相減。餘次真數格。十五與一百二十五。異類併減得數。紀於格旁。仍記多少。凡多與多併。則得數仍為多。五與三。少與少併。得數仍為少。少與多。多則得數仍為多。三與二。少數大。則得數仍為少。五尺。少一百二十五尺。○五寸也。以直數核之。設根為二尺。則平方為四尺。立方為八尺。左數四十二立方。得三百三十六尺。多十三平方。得五十二尺。少四根。得少八尺。多十五真數。得多十五尺。是三百三十六尺。多五十二尺。少八尺。多十五尺。右數五立方。得四十四尺。多十二平方。得多四十八尺。多一百二十七根。得多二百五十四尺。少一百三十五真數。得少一百三十五尺。五寸是四十四尺。多四十八尺。多二百五十四尺。少一百三十五尺。五寸。上層併得。三百七十六尺。即四十七立方之數。次層併得。多一百尺。即多二十五平方之數。三層相減。餘多二百四十六尺。即多一百二十三根之數。末層相減。餘一百二十尺。○五寸。即多一百二十真數半也。

併四十七	△	二十五	△	十二	△	一	△	二	△	〇	五	△	一	△	三	△	五	△	一	△	三	△	五
四	二	△	三	△	四	△	三	△	四	△	三	△	四	△	三	△	四	△	三	△	四	△	三
五	方	平	方	根	真	數																	

減法

○如有四三乘方。多二立方。少四平方。少五根。多八真數。內減三三乘方。多三立方。少三立方。少七根。少四真數。問所餘若干。曰一三乘方。少一立方。少一平方。多二根。多十二真數。

列位減乘法。分主客逐層對減。同類則相減。異類則相加。○凡多與多減。主數大於客者。則減餘仍為多。○凡少與少減。主數大於客者。則減餘仍為少。○凡多與少減。而主數大於客者。則減餘仍為少。○凡少與多減。而主數小於客者。則反減。而減餘即變為多。○凡多與多減。而主數小於客者。則反減。而減餘即變為少。○凡少與少減。而主數大於客者。則亦反減。而減餘即變為多。○凡多與多減。而主數大於客者。則亦反減。而減餘即變為少。

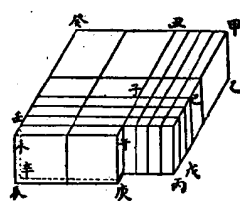
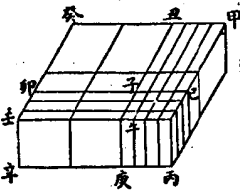
減餘	
主	客
四	三
△	△
一	一
△	△
一	一
△	△
二	二
△	△
十二	三
	立
	平
	方
	根
	真
	數

少。即為主。至於多與少。則反相加。而主數多。得數仍為多。如未解主多八。加客少四。為多十二。是之所多也。客之所多。即主之所少也。亦客之所少。即主之所多之謂也。主數少。則得數仍為少。此其方理正併減理也。

乘法

○如有二平方少三根。與二根多四真數相乘。問得若干。曰。四立方。多二平方。少十二根。又以此法將二數對位。並列。任以左為實。右為法。將實末多四真數。乘法末少三根。得少十二根。又以四真數乘法首二平方。得多八平方。根。則承得之十二。乃根也。餘詳上定位也。次將實首二根。乘法末少三根。得少六平方。根。又將實首二根。乘法首二平方。得多四立方。根。平方。併得四立方。多二平方。少十二根。凡多乘者。得數仍為多。如實末四。乘法首二。得。多乘少者。得數名為少。如實末多四。乘法末少三。少。仍名為多。是也。多乘少者。得數名為少。如實末多四。乘法末少三。少。乘少者。得數則反名為多。詳下。

甲丙為法。二平方。丑庚同。己丙為法。少三根。子庚同。庚辛為實。二根。丙庚為實。多四真數。以法甲丙。即二平方。乘實丙辛。即二根多。成甲辛。扁方體。丙丑辛扁方體。則實庚辛二根。乘法丑庚二平方。所得四立方也。甲庚長方體。則實多丙庚四真數。乘法甲丙二平方。所得八平方也。子辛長方體。則法少子庚三根。乘實庚辛二根。所得六平方也。上八平方為多。此六平方為少者。蓋以四立方命之。謂以四立方言之。則少六平方。而多八平方也。以多抵少。尚多二平方。故曰多二平方也。於是變為下圖。



實法	得數四
立	四△
平	二△
根	二△
真	四△

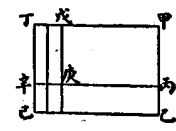
移甲庚體八平方。為子辰體八平方。除抵子辛體六平方。外。尚多午辰二平方。而子辰體八平方。與甲庚體八平方無異。則仍移子辰復為甲庚。而成甲庚子卯癸丑聲折體。又已庚體則法少己丙三根。乘實多丙庚四真數。所得之十二根也。謂之少者。前四立方體。既變為今聲折體。故又據聲折體而言。其與正法較。則正法少於聲折體十二根也。正法者。法甲丙二平方。減所少己丙三根。止得甲戊。乘實二根多四真數。合為丙辛。所得之甲乙己戊卯癸體也。以數明之。設根為五。則一平方為二十五。一立方為一百二十五。法數二平方得五十。少三根得少十五。實得三十五。實數二根得一十。多四真數。共得十四。法實相乘得四百九十。即四立方。百多二平方。少十二根。六之數也。正法當如此。今以實二根。共十。乘法二平方。共五。得四立方。百五。是即以十乘五十。而得五百也。

以實二根。共十。乘法少三根。五。而得少六平方。五。十。是即以十乘少十五。而得少一百五十也。以實多四真數。乘法二平方。共五。得多八平方。百。共二。是即以四乘多五十。而得多二百也。以實多四真數。乘法少三根。五。而得少十二根。十。是即以四乘少十五。而得少六十也。合之。為五百。少一百五十。多二百。又少六十。除以多抵少。外。實五百。多五十。少六十。正與法相乘。得四百九十。相合。

○如有二根。少一真數。以一根。少二真數。乘之。問得若干。曰。一平方。少三根。多二真數。以實少一真。乘法少二真。得少二真。少與少乘則名為少。詳下。

以實少一真。乘法一根。得少一根。次以實一根。乘法少二真。得少二根。以實一根。乘法一根。得一平方。合之。為一平方。少三根。多二真數。為圖明之。如圖。甲乙為實一根。丙乙為實少一真數。甲丁為法一根。戊丁為法少二真數。以甲乙一根。及丙乙少一真數。與甲丁一根。及戊丁少二真數。相乘。得甲己正方。丙庚己小長方。即實少一真。丙乙。乘法少二真。戊丁。之少二真數也。其戊己長方。即實一根。壬戌。乘法少二真。戊丁。之少二根也。其丙己長方。即實少一真。丙乙。乘法一根。甲丁。之少一根也。其甲己正方。即實一根。甲乙。乘法一根。甲丁。之一平方也。合之。為甲己一平方。而少丙己一根。又少戊己二根。而多庚己二真數。實甲庚一長方。蓋甲己正方內。既減丙己一根。又減戊己二根。是重減去庚己二真數也。則甲庚長方內。必缺二真數。故將實少一真。乘法少二真。所得之二真數。預定為多。以補重減之分也。

實法	得數
平	一
根	三
真	二



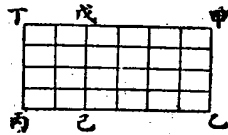
○如有十五三乘方。多十一立方。少十六平方。多四十三根。少三十五真數。以五平方。少三根。多七真數。為法除之。問得若干。曰。三平方。多四根。少五真數。列實於左。列法於右。法首與實首相齊。法之真數。用團圍記。將得數首位。記於其旁。此定位法。查真數所對之實。係何名。即得數首位。亦同其名。如此條法。真七所對實十六。乃平方。則得數首位。三亦平方也。餘照定位表。

得數	法	實
五	五	十五
三	△	△十一
△	△	△十六
△	△	△四三
△	△	△三五
△	△	△九
△	△	△三
△	△	△廿七
△	△	△四三
△	△	△三五
△	△	△廿二
△	△	△二八
△	△	△三五
△	△	△三五
△	△	△三五
△	△	△三五

商三平方。五一倍作二。連五連一也。若法有餘無餘。則起上位一。連下位五。初商止。即商商三於法真數之旁。隨以所商三平方乘法首五平方。得十五三乘方。多少之數從乘。又乘法少三根。得少九立方。又乘法多七真。得多二十一平方。錄之實左。與實對減。十五三乘方恰減盡。餘實多十一立方。與乘得之少九立方。查係異類。則相加。得多二十立方。以多少之數從乘。則從。又除實少十六平方。與乘得之多二十一平方。亦係異類。相加。得少三十七平方。計餘實多二十立方。少三十七平方。多四十三根。少三十五真。以待次商。將法首五平方。歸除實首位多二十立方。待次商多四根。多少之數從乘。亦從。將次商四書於初商三之下。隨以所商多四根乘法首五平方。得多二十立方。又乘法少三根。得少十二平方。又乘法多七真。得多二十八根。錄餘實左。與餘實對減。二十立方。恰減盡。餘實少三十七平方。減餘二十五平方。餘實多四十三根。減餘多十五根。計餘實少二十五平方。多十五根。少三十五真。以待次商之下。隨以三商。又以法首五平方。歸除餘實首位少二十五平方。得三商少五真。書於次商之下。隨以三商少五真。數乘法首五平方。得少二十五平方。又乘法少三根。得多十五根。又乘法多七真。數。得少三十五真。數。與餘實對減。恰盡。以數明之。如以根為二。則平方為四。立方為八。三乘方為十六。原實十五三乘方得二百四十。多十一立方。得多八十八。多十六平方。得少六十四。多四十三根。得多八十六。少三十五真。數。合而言之。是二百四十。而多八十八。少六十四。多八十六。少三十五。共為三百一十五。法數五平方。得二十少三根。得少六。多七真。數。是二十少六。多七。為二十一。除之。得十五。即十二。多八。少五。蓋十二乃初商三平方之數。多八乃多四根之數。少五即少五真。數也。此不為圖。詳下帶縱立方。按根方除法。俱法小實大者。若法大實小。如法為三平方。多九根。實為真數三十之類。則惟以三平方為法。除三平方。得一平方。除九根。得三根。除實三十。得一十。見一平方。多三根。與十真。數等。二。平方。為四也。三平方為十二。九根為十八。合之得三十。則一平方為四。三根為六。合之得十也。則圖用。而欲求每三平方為法。不減九根何也。曰方與根之比例。亦多十真一也。故九根非十分平方之九。而不可用也。

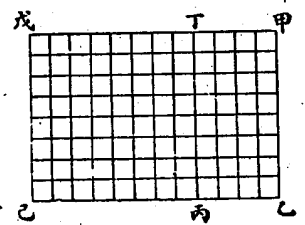
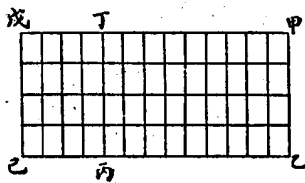
帶縱平方

○如有一平方。甲已。多二根。戊丙。與二十四尺。甲丙。相等。問每根若干。曰四尺。法以二十四尺。為甲丙長方積。以戊己二根。即為縱多戊丁二尺。用帶縱較數開平方。法算之。尺自乘數。乃開之。得和甲丁。減較戊丁二尺。餘甲戊四尺。即一根之長也。此法錯綜其名。則有四種。一平方多二根。與二十四尺相等。一也。如二根多一平方。亦必二十四尺相等。二也。若於一平方多二根。與二十四尺。各減去二根。則為一平方。與二十四尺。少二根。相等。三也。又如一平方多二根。與二十四尺。各減去一平方。則為二根。與二十四尺。少一平方。相等。四也。四



者名雖不同。而皆以真數。比一平方多根。故知為較數帶縱。以平方為主。多根為帶縱。縱比較為多。故為較數也。而每根之數為長方之闊也。蓋所求。乃平方之根也。即長方之闊也。○如有一平方。少丁己四根。與甲丙四十五尺相等。問每根若干。曰九尺。法以四十五尺。為甲丙長方積。以丁己四根。即為縱多丁戊四尺。用帶縱較數開平方。法算之。尺自乘。得甲乙。與乙丙。和十四尺。加丙己較四尺。折半得甲乙九尺。即一根之長也。此法錯綜其名。亦有四種之。一。平方。少四十五尺。與四根等。二也。一平方。與四十五尺。皆以真數比平方少根。故知為較縱。而每根之數。為長方之長也。○如丁己一平方。多甲丙三十六尺。與甲己十三根相等。問每根若干。曰四尺。法以三十六尺。為甲丙長方積。以甲己十三根。即作甲戊十三尺。為長闊和。用帶縱和數開方法開之。以和十三尺。內減四。得較五。與和十三相減。餘折半得四。為長方之闊甲乙。即一根之數也。此法錯綜其名。亦有四種。一平方多三十六尺。與十三根等。一也。如三十六尺多一平方。亦必與十三根等。二也。若于一平方多三十六尺。與十三根。各減去三十六尺。則為一平方。與十三根。少三十六尺。等。三也。又如一平方多三十六尺。與十三根。各減去一平方。則為三十六尺。與十三根。少一平方。等。四也。四者名雖不同。而皆為以真數比根少一平方。則三者雖平方。而不多不少。故知其為和。分丁己四根。為平方。甲丙九根。為帶縱。而每根之數。即闊也。下條同論。

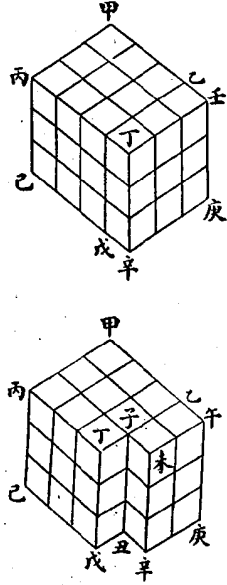
○如丁己一平方。多甲丙三十二尺。與甲己十二根相等。問每根若干。曰八尺。法以三十二尺。為甲丙長方積。以甲己十二根。即作甲戊十二尺。為長闊和。用帶縱和數開平方。法開之。以和十二尺。內減四。得較四。與和十二尺相加。折半得八。為得長方之長。甲乙。即一根之數。



帶縱立方

○如有一立方。多三根。與三十六尺相等。問每根若干。曰三尺。將三十六尺。照開立方。法列實記點。初商三尺。自乘再乘。得甲乙丁戊己丙立方積二十七尺。又以

初商三尺，乘多三根，得多乙壬庚辛戊丁九尺，相加得三十六尺，與實相減恰盡，知每根為三尺也。不詳下條。有取略小之數為初商者，必所帶之根太多故也。詳下第五條。此條之能成壬辛甲己長方者，以恰多三根故也。若止二根或四根，則不能成長方形，而成斡折形矣。如下圖。



甲乙丁戊己丙立方也。乙午庚辛丑子多二根也。合之成斡折形，多四根者可推。明此則不必復為圖。放下各條不具。按上除法條，原實十五三乘方，多十一立方，少十六平方，多四十三根，少三十五真數，與三百一十五相等，與下文第七條同，故不為圖。

⑤如有一立方，少九根與一千六百二十尺相等，問每根若干。曰：一十二尺。

法列實一千六百二十尺，記點初商十尺，自乘再乘得立方積一千尺，又以初商十尺，乘九根，得九十九尺。二數相減，初商每根十尺，餘九百一十尺。與原實相減，餘七百一十尺。為次商積。次商法，以初商十尺，自乘之一百尺，三因之，得三百尺。為立方積，內減根數九，餘二百九十一尺。為次商廉法。以除次商積，是二倍，即定二尺為次商。當減十八尺也。合初商共十二尺，自乘再乘得立方積一千七百二十八尺，又以十二尺乘九根，得一百零八尺。二數相減，餘一千六百二十尺。與原實相減恰盡。是開得一十二尺。為每根之數也。此法以積計之，為一立方體，少九根之數，以邊計之，則每根之數，即正方體之邊也。此亦斡折形。有取略大之數為初商者，因所帶之根太少故也。詳下第四條。

⑥如有一立方，多四平方，與二千三百〇四尺相等，問每根若干。曰：十二尺。

法列實記點初商十尺，自乘再乘得立方一千尺，又以初商十尺，自乘得一百尺。以乘多四平方，得多四百尺。二數併得一千四百尺。與原積相減，餘九百〇四尺。為次商積，而以初商之十尺，自乘一百尺，三因之，得三百尺。為立方積。又以初商之十尺，倍之得二十尺。平方有二，以多四平方因之，得八十尺。為四平方廉。二數相併得三百八十尺。為次商廉法。以除次商積，是二倍，即定二為次商。合初商共十二尺。自乘再乘得一千七百二十八尺。為立方積。又以十二尺，自乘得一百四十四尺。積。以乘多四平方，得五百七十六尺。二數相併，共二千三百〇四尺。與原實相減恰盡。是開得一十二尺。為每

根之數也。此法以積計之，為一立方體，及四平方之共數，以邊計之，則每根之數，即正方體之每邊，亦即平方之每邊也。

此因正方體之外多四平方，故成長方體。

⑦如有一立方，少八平方，與七千九百三十五尺相等，問每根若干。曰：二十三尺。

法列實記點初商十尺，因所帶平方為少，故取略大之數，為初商二十尺，自乘再乘，得立方積八千尺。八千尺立方積也。七千九百三十五尺，則立方內減去八百尺，又以初商二十尺，自乘得四百尺。為平方，所餘積也。初商乃立方邊。從立方積商，故商二十尺。方積。乘多八平方，得三千二百尺。與立方積八千尺相減，餘四千八百尺。與原積相減，餘三千一百三十五尺。為次商積，而以初商二十尺，自乘之四百尺，三因之，得一千二百尺。為立方積。又以初商之二十尺，倍之得四十尺，乘多八平方，得三百二十尺。為八平方廉。二數相減，餘八百八十尺。為次商廉法。以除次商積，是三倍，定三尺為次商。合初商，共二十三尺。自乘再乘得一萬二千一百六十七尺。為立方積。又以二十三尺，自乘得五百二十九尺。為平方。乘多八平方，得四千二百三十二尺。二數相減，餘七千九百三十五尺。以減原實恰盡。是開得二十三尺。為每根之數也。

此因正方體內少八平方，故成扁方體。

⑧如有一立方，多十三平方，多三十根，與二萬七千一百四十四尺相等，問每根若干。曰：二十六尺。

法列實記點，應初商三十尺，以所帶方根皆為多，則須於原實，多減餘實，不足商三十尺。故取略少之數，二十尺為初商。自乘再乘得立方積八千尺，又以初商二十尺，自乘得四百尺。乘多十三平方，得五千二百尺。又以初商二十尺，乘多三十根，得六千六百尺。三數相加，得一萬三千八百尺。與原實相減，餘一萬三千三百四十四尺。為次商積。次商法，以初商二十尺，自乘之四百尺，三因之，得一千二百尺。為立方積。又以初商二十尺，倍為四十尺，乘多十三平方，得五百二十尺。為十三平方廉。與立方積相加，得一千七百二十尺。又加多三十根，共一千七百五十尺。為次商廉法。以除次商積，是七倍，因取略少之數，為次商六尺。合初商，共二十六尺。自乘再乘，得一萬七千五百七十六尺。為立方積。又以二十六尺，自乘得六百七十六尺。乘多十三平方，得八千七百八十八尺。又以初商商共二十六尺，乘多三十根，得七百八十尺。三者相併，共二萬七千一百四十四尺。與原實相減恰盡。是開得二十六尺。為一根之數也。此恰成長方體。試將所多之十三平方，內十平方相疊，附于正方體之旁。又以三平方相疊，附于正方面之上。即成斡折形體。此長方體，為長。又以三十根，補其折缺處。每根即成長方體。其闊二十六尺。即一根。其長三十六尺。內二十六尺。乃一根之數。餘十平方相疊之數也。其高三十九尺。內二十六尺。乃一根之數也。餘三平方相疊之數也。

⑨如有一立方，少七平方，少八根，與七千〇八十四尺相等，問每根若干。曰：二十二尺。

法做上條。惟取略大之數爲初商。所乘各數。被條以多而相加。此條以少而相減耳。此成聲折形。

⑤如有一立方。多一平方。少二十根。與三萬三千一百五十二尺相等。問每根若干。曰三十二尺。

法做上條。此條所帶有多有少。乘得之數。多則相加。少則相減。亦聲折形。

⑥如有一立方。少三平方。多二根。與一萬二千一百四十四尺相等。問每根若干。曰二十四尺。

法做上條。聲折形。已上八條。總只一法。雖有小異。不害爲大同也。

⑦如有四十平方。少一立方。與五千六百二十五尺相等。問每根若干。曰十五尺。

法做四十平方。少一立方。與五千六百二十五尺。俱以四十除之。得一平方。以四十除之。得四十分立方之一分。以四十分之一。與四十分之一。得每分二十五尺。與一百四十尺六十二寸五分。此爲五十六百二十五尺。此於四十分之一。乃以一百四十尺六十二寸五分爲實。如法列之。照開平方法記點。初商十尺。自乘得平方一百尺。所少立方之數也。又以初商十尺。自乘再乘得立方一千尺。以四十分除之。得二十五尺。爲少四十分立方之一分。與平方積一百尺相減。餘七十五尺。與實一千四百四十二寸五分相減。餘六十五尺六十二寸五分。爲次商積。而以初商之十尺。倍之得二十尺。爲平方廉。及以初商之十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。爲立方廉。以四十除之。得七尺五寸。爲四十分立方之一之廉。與平方廉二十尺相減。餘十二尺五寸。爲次商廉法。以除次商積。足五倍。定五爲次商。合初商共十五尺。自乘得平方積二百二十五尺。再乘得立方積三千三百七十五尺。以四十除之。得八十四尺三寸七寸五分。爲四十分立方之一之積。與平方積相減。餘一百四十尺六十二寸五分。與實相減。恰盡。乃以一平方積二百二十五尺。與四十相乘。得九千尺。爲四十平方積內減一立方積。三千三百七十五尺。與原積五千六百二十五尺相合。是開得一十五尺。爲每根之數也。此因四十平方內。少一立方。即如少十五平方。每邊十五尺。餘二十五平方。爲長方體也。

按此法似異而與上八條亦究歸一理耳。即推之多乘方。亦莫不皆然。再詳於後。

⑧如有一三乘方。多二平方。與二萬一千〇二十四尺相等。問每根若干。列實照三乘方法記點。初商十尺。以初商十尺。自乘再乘三乘得一萬尺。爲三乘方積。又以初商十尺。自乘得一百尺。乘多二平方。得二百尺。二數相加。得一萬〇二百尺。與原實相減。餘二萬〇八百二十四尺。爲次商積。次商法。以初商十尺。自乘再乘得一千尺。以廉率四因之。得四千尺。爲三乘方廉。又以初商十尺。倍之得二十尺。乘多二平方得四十尺。二數相加。得四十四尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。定二爲次商。合初商共十二尺。自乘三乘得三乘方積二萬〇七百三十六尺。又以十二尺。自乘之一百四十四尺。乘多二平方。得二百八十八尺。二數相加。得二萬一千〇二十四尺。與原實相減。恰盡。是開得十二尺。爲每根之數也。

又法。先用帶縱平方法開一次。以多二平方。作二尺爲縱。多折半得一尺爲半較。自乘仍得一尺。與原積相加。開平方。得數爲半和。減半較一尺。餘用平方方法。開得平方邊。即根數也。蓋三乘方多平方之積。與根自乘爲闊。闊加多平方之數。爲長。長闊相乘之長方積等。如根爲二尺。平方爲四尺。平方爲四尺。三乘方爲八尺。共六尺爲長。長六尺。闊四尺。相乘亦得二十四尺。是相等也。作圖明之。

三乘方之積。甲乙二十六尺。乃四個甲己平方也。與根二尺。自乘之甲己平方。改爲戊丁長方。自乘爲甲乙十六尺等。其所多乙丙二根。與乙丁四尺。乘丁丙二尺。亦等。故以甲辛爲長方。用帶縱法。開得正方之甲丁邊四尺。又將甲丁邊四尺。爲實。開得甲己方根甲庚二尺也。

⑨如有一千平方。少一三乘方。與一十二萬三千二百六十四尺相等。問每根若干。曰一十二尺。

法以一千平方。少一三乘方。與一十二萬三千二百六十四尺。俱以一千除之。得一平方。少一千分三乘方之一。與一百二十三尺二十六寸四分相等。乃以一百二十三尺二十六寸四分爲實。按平方方法記點。初商十尺。自乘得平方積一百尺。又以初商十尺。自乘三次。得一萬尺。爲三乘方積。以一千除之。得十尺。爲一千分三乘方之一。與平方積一百尺相減。餘九十尺。與實相減。餘三十三尺二十六寸四分。爲次商積。而以初商十尺。倍得二十尺。爲平方廉。及以初商十尺。自乘再乘四因之。得四千方。爲三乘方廉。以一千除之。得四尺。爲一千分三乘方之一之廉。與平方廉相減。餘十六尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。定次商二尺。合初商共一十二尺。自乘得一百四十四尺。爲平方積。又以十二尺。自乘三次。得二萬〇七百三十六尺。爲三乘方積。以一千除之。得二十尺。〇七十三寸六分。與平方積相減。餘一百二十三尺二十六寸四分。與實相減。恰盡。餘做上法。又法。先用帶縱平方法開一次。以一千平方。作一尺爲和。折半得五尺。爲半和。自乘得二十五萬尺。與原積相減。餘十二萬六千七百三十六尺。開方得三百五十六尺。爲半較。與半和相減。餘一百四十四尺。再用平方方法開得一十二尺。即每根之數。蓋平方少三乘方之積。與根自乘爲闊。

⑩如有一五乘方。多四立方。與一億一千三百四十二萬二千四百九十六尺相等。問每根之數。曰一十二尺。法做第十條。

又法。用帶縱平方開之。以多四立方。作四尺爲縱。多折半得二尺。爲半較。自乘得四尺。與積相加。開平方得數。內減半較二尺。四立方爲多。故減。若爲。餘爲立方積。開立方得二十二尺。即每根數也。蓋五多立方。與根自乘再乘四。四立方積爲長。所作之長方積等也。如根爲二尺。則平方爲四尺。立方爲八尺。三乘方爲十六尺。四乘方爲三十二尺。五乘方爲六十四尺。加一個六十四尺。加四十八尺。共得九十二尺。與以八尺爲闊。以四尺爲長。共三十二尺。相乘也。

又法。先用帶縱平方法開一次。以多二平方。作二尺爲縱。多折半得一尺爲半較。自乘仍得一尺。與原積相加。開平方。得數爲半和。減半較一尺。餘用平方方法。開得平方邊。即根數也。蓋三乘方多平方之積。與根自乘爲闊。闊加多平方之數。爲長。長闊相乘之長方積等。如根爲二尺。平方爲四尺。平方爲四尺。三乘方爲八尺。共六尺爲長。長六尺。闊四尺。相乘亦得二十四尺。是相等也。作圖明之。

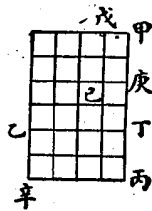
三乘方之積。甲乙二十六尺。乃四個甲己平方也。與根二尺。自乘之甲己平方。改爲戊丁長方。自乘爲甲乙十六尺等。其所多乙丙二根。與乙丁四尺。乘丁丙二尺。亦等。故以甲辛爲長方。用帶縱法。開得正方之甲丁邊四尺。又將甲丁邊四尺。爲實。開得甲己方根甲庚二尺也。

⑪如有一千平方。少一三乘方。與一十二萬三千二百六十四尺相等。問每根若干。曰一十二尺。

法以一千平方。少一三乘方。與一十二萬三千二百六十四尺。俱以一千除之。得一平方。少一千分三乘方之一。與一百二十三尺二十六寸四分相等。乃以一百二十三尺二十六寸四分爲實。按平方方法記點。初商十尺。自乘得平方積一百尺。又以初商十尺。自乘三次。得一萬尺。爲三乘方積。以一千除之。得十尺。爲一千分三乘方之一。與平方積一百尺相減。餘九十尺。與實相減。餘三十三尺二十六寸四分。爲次商積。而以初商十尺。倍得二十尺。爲平方廉。及以初商十尺。自乘再乘四因之。得四千方。爲三乘方廉。以一千除之。得四尺。爲一千分三乘方之一之廉。與平方廉相減。餘十六尺。爲次商廉法。以除次商積。足二倍。定次商二尺。合初商共一十二尺。自乘得一百四十四尺。爲平方積。又以十二尺。自乘三次。得二萬〇七百三十六尺。爲三乘方積。以一千除之。得二十尺。〇七十三寸六分。與平方積相減。餘一百二十三尺二十六寸四分。與實相減。恰盡。餘做上法。又法。先用帶縱平方法開一次。以一千平方。作一尺爲和。折半得五尺。爲半和。自乘得二十五萬尺。與原積相減。餘十二萬六千七百三十六尺。開方得三百五十六尺。爲半較。與半和相減。餘一百四十四尺。再用平方方法開得一十二尺。即每根之數。蓋平方少三乘方之積。與根自乘爲闊。

⑫如有一五乘方。多四立方。與一億一千三百四十二萬二千四百九十六尺相等。問每根之數。曰一十二尺。法做第十條。

又法。用帶縱平方開之。以多四立方。作四尺爲縱。多折半得二尺。爲半較。自乘得四尺。與積相加。開平方得數。內減半較二尺。四立方爲多。故減。若爲。餘爲立方積。開立方得二十二尺。即每根數也。蓋五多立方。與根自乘再乘四。四立方積爲長。所作之長方積等也。如根爲二尺。則平方爲四尺。立方爲八尺。三乘方爲十六尺。四乘方爲三十二尺。五乘方爲六十四尺。加一個六十四尺。加四十八尺。共得九十二尺。與以八尺爲闊。以四尺爲長。共三十二尺。相乘也。



④如有銀一萬立方少一五乘方與一千一百五十三萬八千四百三十九尺相等問每根數 日十一尺。
 法做第十一條。

線類

○如有銀十五兩分給衆匠其爲首一人所得銀數與衆匠人數等衆匠每人得銀一兩五錢問爲首得銀若干 日六兩。

正法以每人一兩五錢加一兩爲首者所得銀數。既與衆匠相等。則將首者五兩得數。此法則借一根爲首匠銀數。首匠銀數六兩。因不知其數。亦即爲衆匠人數。亦以一根爲衆匠人數。乘每人一兩五錢得一根半爲衆匠銀數。六人每人一兩。得六兩。以首匠六兩爲衆匠銀數。得六兩。與首匠銀數一根相加得二根半與十五兩等以二根半除十五兩得每根六兩。此法。

○如有繩二條不言丈數但知其長短之比爲九與五其相差之較與短繩除長繩所得之數等問各長。日長繩四丈〇五寸短繩二丈二尺五寸。此法。

法借九根爲長繩之數五根爲短繩之數兩數相減除四根爲相差之較以短五根除長九根得一八爲一丈八尺是爲相差之較四根與短繩除長所得一丈八尺相等隨以四根除一丈八尺見每根與四尺五寸相等以九因之得長繩數。此法。

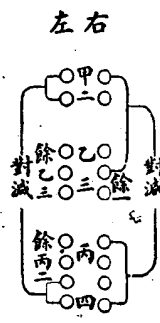
○如甲乙丙三人有銀不言數但知甲乙共銀五兩乙丙共銀七兩甲丙共銀六兩問各銀若干 日甲二兩乙三兩丙四兩。

正法合三數得十八兩以二歸之得總銀九兩。甲乙丙四。合三總銀九兩。今甲乙共二。乙丙共三。今此法則借一根爲三人之總數以甲乙共五兩計之則甲爲一根少三兩以乙丙共七兩計之則甲爲一根少七兩以甲丙共六兩計之則乙爲一根少六兩併三數爲三根少十八兩與所借總數一根相等。總數一根爲九兩。三根則二十七兩。除所少十八兩。餘九兩也。三根少十八兩與一根各加十八兩則爲三根與一根多十八兩相等。三根與一根相減除二根則爲二根與十八兩相等以二根除十八兩得一根等九兩。此法。

○如前數但知甲乙共銀比丙多一兩乙丙共銀比甲多五兩甲丙共銀比乙多三兩問各銀其正法則以甲乙多丙一兩與乙丙多甲五兩相併得六兩折半即得乙銀三兩爲圖明之。

右行於甲乙丙內。減丙四。餘一。左行於乙丙丙內。減甲二。又以乙丙多甲五兩與甲丙多乙三兩相併得八兩折半得丙銀四兩再以乙三丙四相併得七兩內減乙丙多甲五兩得甲銀二兩。此法則借二根爲三人總銀數。每根四兩。以甲乙共銀比丙多一兩計之則甲乙爲一根多五錢。五錢合甲乙共銀。再加爲一根少五錢。丙多四兩。又以乙丙共銀比甲多五兩計之則乙丙爲一根多二兩五錢。甲爲一根少二兩五錢。又以甲丙共銀比乙多三兩計之則甲丙爲一根多一兩五錢。乙爲一根少二兩五錢。

乃以三少數相加得三根少四兩五錢與所借二根相等兩邊各加四兩五錢則爲三根與二根多四兩五錢相等兩邊又各減二根則餘一根與四兩五錢相等而二根必與九兩相等爲三人總銀數矣。乃於四兩五錢內減五錢餘四兩即爲丙銀數若減一兩五錢餘三兩即爲乙銀數。按此法以甲乙多丙之數半爲丙所少數與乙丙多甲之數半爲甲所少數加入甲丙多乙之數半爲乙所少數以求出總銀之半然後減乙所少數。餘爲乙銀。三兩。正法則以甲乙多丙。乙丙多甲。二數全用不加甲丙多乙之數而折半得乙銀。三兩。蓋既不加甲丙多乙之數即不用減乙所少數也。一而已矣。此法。



○如有銀賞人不言銀數人數但知第一人得二兩又得餘銀十分之一第二人得銀二兩又得餘銀十分之一以下賞銀皆準此例惟末一人無餘銀可得然所得之銀皆相等問人數及銀數 日九人銀八十一兩。此惟人數與每人所得銀數相等者九人每人得銀九兩。每人所得銀九兩。又各加餘銀幾分之一所得始能相等。如此。第一一人得銀八兩。又得餘銀八十分之一。又得八兩。合之亦九兩。故相等也。故正法以分母十與分子一相減餘九即爲人數自乘即得總銀八十一兩也。此類人數皆以分母少。

此法則借一根爲第一人所得餘銀十分之一之數。八兩。則一兩多一根爲第一人所得總銀數。共九兩。又第一人得餘銀十分之一。則餘銀必爲十根減去第一人所得一根。仍餘九根。再於九根內減去第二人所得之二兩。餘爲九根少二兩。以九根少二兩取其十分之一。得十分根之九。少二錢。加所得二兩。爲二兩多十分根之九。少二錢。與第一人所得之二兩多一根相等。一兩多一根與二兩多十分根之九。少二錢。各加二錢。得一兩二錢多一分根之九。與二兩多十分根之九相等。多一根與十分根之九。各減十分根之九。餘一兩二錢多十分根之一。與二兩相等。二兩二錢與二兩。又各減一兩二錢。則餘十分根之一。與八錢相等。十分根之一。既與八錢相等。則一根必與八兩相等。即第一人所得餘銀十分之一之數。乃以十因之。得八十兩。又加第一人所得之一兩。知總銀爲八十一兩也。此法。

○如路長二千八百里步行則日七十里。舟行則日九十里。乘馬則日一百里。但知步行日數倍於舟行。舟行日數倍於乘馬。問各日數里數。日步行二十日。千四百里。舟行十日。九百里。馬行五日。五百里。法借一根爲乘馬日數。則舟行之日爲二根。步行之日爲四根。以一根與一百里相乘得一百根爲馬行里數。以二根與九十里相乘得一百八十根。爲舟行里數。以四根乘七十里。得二百八十根。爲步行里數。併三數。得五百六十根。與二千八百里相等。歸除得一百根。與五百里相等。前既以一百根爲馬行里數。則與一百根相等之五百里。即馬行里數矣。以馬日行百里除之。得馬行五日。倍之得十日爲

舟行日數。以每日行九十里乘之。得九百里。為舟行里數。以舟行十日倍之。得二十日。為步行日數。以日行七十里乘之。得一千四百里。為步行里數。此法用比例法。用倍數法。亦可。

④設如一馬一車。共載一千五百二十斤。馬所載之數倍於驢。仍多四十斤。車所載之數。倍於馬。驢共載之數。卻少四十斤。問驢馬車各載幾何。

法借一根為驢所載之數。則馬為二根多四十斤。車為六根多四十斤。驢馬數相併。得三根多四十斤。倍之為六根多八十斤。內減去少四十斤。則為六根。三數相加得九根多八十斤。是為九根多八十斤。與一千五百二十斤相等。多八十斤。與一千五百二十斤。各減去八十斤。則餘九根。與一千四百四十斤相等。九根既與一千四百四十斤相等。則一根必與一百六十斤相等。即驢所載之數。此法用比例法。用倍數法。亦可。

⑤設如有銀三百八十五兩。令十一人按次遞加三兩分之。問每人各得若干。可照遞加遞減法。用倍數法。亦可。

法借一根為第一人所得銀數。以十一人乘之。得十一根。又以第一人至第十一人。遞加三兩計之。共得多一百六十五兩。是為十一根多一百六十五兩。與三百八十五兩相等。十一根多一百六十五兩。與三百八十五兩。各減一百六十五兩。則餘十一根。與二百二十兩相等。十一根既與二百二十兩相等。則一根必與二十兩相等。即第一人所得銀數。此法用比例法。用倍數法。亦可。

⑥設如有銀四百七十四兩。今十二人按次遞加。但知第一人得銀一十二兩。問每人各得若干。

法借一根。為每人遞加之數。以第一人至第十二人。遞加一根計之。則得六十六根。再以十二兩與十二人相乘。得一百四十四兩。是為六十六根多一百四十四兩。與四百七十四兩相等。六十六根多一百四十四兩。與四百七十四兩。各減去一百四十四兩。則餘六十六根。與三百三十兩相等。六十六根。既與三百三十兩相等。則一根必與五兩相等。即每人遞加之數。此法用比例法。用倍數法。亦可。

⑦設如一人。借銀營利三次。每次得利息之後。則還銀二百四十兩。復以餘銀作本。其每次所得利息。皆與每次本銀相等。至第三次還銀後。則銀盡無餘。問原借銀若干。

法借一根為原借本銀數。則第一次利息。亦為一根。是本利共二根。除還銀二百四十兩。則初次餘銀。即為二根少二百四十兩。再以二根少二百四十兩。為第二次本銀數。加第二次利息。則為四根少四百八十兩。除還銀二百四十兩。則第二次餘銀。即為二根少二百四十兩。再以二根少二百四十兩。為第三次本銀數。加第三次利息。則為八根少一千四百四十兩。除還銀二百四十兩。則第三次餘銀。當為八根少一千六百八十兩。八根少一千六百八十兩。而銀盡無餘。即八根與一千六百八十兩相等。也。八根既與一千六百八十兩相等。則一根必與二百一十兩相等。即原借本銀之數。此法用倍數法。亦可。

⑧如甲乙丙三人。各作一器。甲六日完。乙八日完。丙二十四日完。今令三人同作一器。問幾日完。日三

算通 卷六

①法借一千一百五十二根。三分母乘。為三人同作完之日數。以甲六日除之。得一百九十二根。即一百九十二日完。乙八日除之。得一百四十四根。以丙二十四日除之。得四十八根。三數相併。共得三百八十四根。即三百八十四日。為一率。一千一百五十二根。即一千一百五十二日。為二率。一率。為三率。求得四率。即三日。

②設如甲丙二商。不言本銀若干。但知甲之本銀。四倍於丙。而甲本銀內減去七十二兩。則兩人之銀適等。問二人本銀各幾何。

法借一根為丙本銀數。則甲本銀為四根。以甲本銀減七十二兩。與丙銀相等計之。則於甲本銀四根內減七十二兩。是為甲四根少七十二兩。與丙一根相等。四根少七十二兩。與一根各加七十二兩。得四根。與一根多七十二兩相等。四根與一根。各減去一根。則餘三根。與七十二兩相等。三根既與七十二兩相等。則一根必與二十四兩相等。即丙本銀數。此法用比例法。用倍數法。亦可。

法借一根為原分銀之數。則甲之餘銀為一根少一百兩。乙之餘銀為一根少三十兩。乙之餘銀。既三倍於甲。則將甲餘銀一根少一百兩。三倍之。為三根少三百兩。即與乙之餘銀。一根少三十兩相等。三根少三百兩。與一根少三十兩。各加三百兩。則得三根。與一根多二百七十兩相等。甲三根。少三百兩。與三根。少三百兩。則此三根。與三根。與一根各減去一根。則餘二根。與二百七十兩相等。二根既與二百七十兩相等。則一根必與一百三十五兩相等。前既以一根為原分銀之數。則此一百三十五兩。即原分銀之數矣。甲用過銀一百兩。餘三十五兩。乙用過銀三十兩。餘一百零五兩。故乙之餘銀。三倍於甲也。此法用比例法。用倍數法。亦可。

③設如甲乙二人。行路兩日。行到初日乙所行之路。四倍於甲。次日甲所行之路。三倍於乙。但知初日乙行二百四十里。甲行六十里。問次日二人各行若干。

法借一根為次日乙所行之路。則甲次日所行之路。為三根。以初日乙行二百四十里。與一根相加。得一根多二百四十里。為乙兩日所行之路。以初日甲行六十里。與二根相加。得三根多六十里。為甲兩日所行之路。是為乙二根多二百四十里。與甲三根多六十里相等。一根與三根。各減一根。多二百四十里。與多六十里。各減六十里。則餘一百八十里。與二根相等。一百八十里。既與二根相等。則九十里。必與一根相等。即次日乙所行之路。三因之。得二百七十里。即次日甲所行之路。以次日乙行九十里。與初日所行二百四十里。相加得三百三十里。以甲次日所行二百七十里。與初日所行六十里相

算通 卷六

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

四七五

加亦得三百三十里。是兩人同行俱到也。此較數比
 ⑤設如甲乙二商各有本銀生理。但知乙本銀比甲本銀多六兩。數年得利之後。甲本利共銀。比原銀為十一倍。乙本利共銀。比原銀為七倍。而兩人之銀適等。問二人原有本銀各幾何。

法借一根為甲本銀數。則乙本銀為一根多六兩。甲本利共銀。既比原銀為十一倍。則以十一乘一根。得十一根。為甲本利共銀數。乙本利共銀。既比原銀為七倍。則以七乘一根。得七根。多六兩。得七根。多四十二兩。為乙本利共銀數。是為甲十一根。與乙七根。多四十二兩。相相。十一根。與乙七根。各減七根。餘四根。與四十二兩相。四根。既與四十二兩相。則一根。必與十兩零五錢相等。即甲原銀之數。十一乘之。得一百一十五兩五錢。即甲本利共銀之數。以六兩與十兩零五錢相加。得一百六十五兩五錢。即乙原銀之數。七因之。亦得一百一十五兩五錢。為乙本利共銀之數也。此較數比。用法。用疊。借五兩。法。算之亦可。

⑥設如甲乙二人分銀。其數相等。甲銀外加三百兩。乙銀外加六十五兩。則甲之共銀。三倍於乙。問二人原各分銀若干。

法借一根。為原分銀之數。則乙之共銀。為一根多六十五兩。甲之共銀。為一根多三百兩。甲之共銀。既三倍於乙。則將乙之共銀。一根多六十五兩。三倍之。為三根。多一百九十五兩。即與甲之共銀。一根多三百兩。相相。三根。多一百九十五兩。與一根多三百兩。各減一百九十五兩。則餘三根。與一根多一百零五兩。相。三根。與一根。再各減去一根。則餘二根。與一百零五兩。相。二根。既與一百零五兩。相。則一根。必與五十二兩五錢相等。前既借一根。為原分銀之數。則此五十二兩五錢。即原分銀之數。矣。以五十二兩五錢。與六十五兩。相加。得一百一十七兩五錢。為乙之共銀數。以五十二兩五錢。與三百兩。相加。得三百五十二兩五錢。為甲之共銀數。即乙之共銀之三倍也。此較數比。用法。用疊。借五兩。法。算之亦可。

⑦設如金球十二。銀球十八。其輕重適等。若將銀球七。換金球七。則銀球邊多三百二十二兩。問金球銀球各重幾何。
 法借一根。為金球換銀球之差數。以七乘之。得七根。為七金球換七銀球之差數。是為七根。與三百二十二兩相。等。七根。既與三百二十二兩相。等。則一根。必與四十六兩相。等。即一金球。一銀球。相換之差數。一金球。一銀球。相換之差數。既為四十六兩。則一金球。比一銀球。之重。必差二十三兩。三兩。一金球。比一銀球。既重二十三兩。則十二金球。比十二銀球。必重二百七十六兩。如以銀球。再加六個。即與十二金球。等。是銀球六個。與二百七十六兩。相。等。乃以六歸之。得四十六兩。即一銀球。之重。數。加二十三兩。得六十九兩。即一金球。之重。數。以四十六兩。與十八銀球。相乘。得八百二十八兩。以六十九兩。與十二金球。相乘。亦得八百二十八兩也。此較數比。用法。

⑧設如一人買絨十二匹。一人買絨三十二匹。用銀適等。但知絨每匹。比絨每匹。價多六兩。問絨每匹。價若干。

法借一根。為絨價。則絨價。為一根多六兩。各以總數乘之。則絨總價。得三十二根。絨總價。得七十二兩。是為絨價三十二根。與絨價三十二根。多七十二兩。相。等。三十二根。與七十二兩。相。等。則一根。必與三兩六錢相等。即絨每匹之價。加絨每匹。比絨每匹。多六兩。得九兩六錢。即絨每匹之價。以九兩六錢。乘三十二匹。得一百一十五兩二錢。為絨總價。以三兩六錢。乘三十二匹。亦得一百一十五兩二錢。為絨總價。兩數適等也。此較數比。用法。

⑨設如甲乙二人。共買絨一百匹。甲買三十八匹。止與銀三百一十二兩。乙買六十二匹。止與銀六百兩。而兩人所欠之銀。適等。問絨價及欠各若干。

法借一根。為絨每匹價。則甲三十八匹。總銀數。為三十八根。又甲止與銀三百一十二兩。則甲所欠之銀。即為三十八根。少三百一十二兩。乙六十二匹。總銀數。為六十二根。又乙止與銀六百兩。則乙所欠之銀。即為六十二根。少六百兩。是為甲三十八根。少三百一十二兩。與乙六十二根。少六百兩。相。等。少三百一十二兩。與少六百兩。各加六百兩。得三十八根。多二百八十八兩。與六十二根。相。等。乙為二根。少六百兩。今加六百兩。則補足六十二根。甲為三十八根。少三百一十二兩。又三十八根。與六十二根。各減去三十八根。則餘二十四根。與二百八十八兩。相。等。二十四根。既與二百八十八兩。相。等。則一根。必與三十六兩。相。等。即絨每匹之價。銀數。再以此三十六兩。乘三十八匹。得四百五十六兩。即甲所買絨之總銀數。內減甲與銀三百一十二兩。餘一百四十四兩。為甲所欠銀數。又以三十六兩。乘六十二匹。得七百四十四兩。為乙所買絨之總銀數。內減乙與銀六百兩。亦餘一百四十四兩。為乙所欠銀數也。此較數比。用法。

⑩設如有米分給大小二等工人。但知小工人數。比大工人數。為七倍。大工人給米一升二合。小工人給米八合。共給過米五石四斗四升。問人數各幾何。
 法借一根。為大工人之數。則七根。為小工人之數。以一根。與一升二合。相乘。得一十二根。為大工人米數。以七根。與八合。相乘。得五十六根。為小工人米數。兩米數。相加。得六十八根。與五石四斗四升。相。等。六十八根。既與五石四斗四升。相。等。則十二根。必與九斗六升。相。等。前既以十二根。為大工人米數。則與十二根。相。等之九斗六升。即大工人之米數。爰以大工人。每人所得。一升二合。除之。得八十人。與一根。相。等。即大工人之數。七因之。得五百六十。即小工人之數。以八合。乘之。得四百四十八升。即小工人之米數也。此較數比。用法。用疊。借五兩。法。算之亦可。

⑪設如有銀一百兩。分給大小二等匠人。共一百名。大匠人每人給銀一兩五錢。小匠人每人給銀五錢。問大小匠人各若干。

數又以五錢與一百少一根相乘得五十兩。作五少五根為小匠人共銀數兩銀數相加得五十兩。作五多十根。則反多十根也。與銀一百兩錢作一千相得五十兩與一百兩各減去五十兩則餘十根與五十兩相等十根既與五十兩相等則十五根必與七十五兩相等。前既以十五根為大匠人共銀數則與十五根相等之七十五兩即大匠人之共銀數。爰以大匠人每人所得一兩五錢除之得五十人與一根相等即大匠人之數。於共一百人內減大匠人五十人餘五十人即小匠人之數。以五錢乘之得二十五兩即小匠人之共銀數也。此類較比例法。

設如有銀一百兩分賞馬步兵共一百名馬兵一人賞三兩步兵三人賞一兩問馬步兵各若干。
法借一兩為步兵所得銀數則馬兵所得銀數即為三根相加得四根為馬步兵共得銀數是為四根與一百兩相等四根既與一百兩相等則一兩必與二十五兩相等即步兵所得銀數於一百兩內減之得七十五兩為馬兵所得銀數三兩之得二十五即馬兵人數於一百名內減之餘七十五即步兵人數也。此類較比例法。

設如雞兔同籠但知共頭三十六共足一百問雞兔各若干。
法借一兩為兔數則雞為三十六少一兩以兔四足乘兔一兩得四根為兔之共足數以雞二足乘雞三十六少一兩得七十二少二兩為雞之共足數兩數相加得七十二多二兩與一兩相等七十二與一百各減七十二則餘二根與二十八相等二根既與二十八相等則一兩必與十四相等即兔數於三十六內減兔十四餘二十二即雞數兔十四以四足乘之得五十六為兔共足數雞二十二以二足乘之得四十四為雞共足數相加得一百以合原數也。此類較比例法。

設如有人行路乘馬乘船共六十三日乘馬日行一百六十里乘船日行一百四十四里乘船所行里數比乘馬所行之里數為十八倍問乘馬乘船之日數各若干。
法借一兩為乘馬之日數則乘船之日數為六十三日少一兩以一根與一百六十里相乘得一百六十根為乘馬所行之里數以六十三日少一兩與一百四十四里相乘得九千零七十二里少一百四十四根為乘船所行之里數乘船所行里數既為乘馬所行里數之十八倍則以十八乘乘馬所行之里數一百六十根得二千八百八十根是為二千八百八十根與九千零七十二里少一百四十四根相等二千八百八十根與少一百四十四根各加一百四十四根得三千零二十四根與九千零七十二里相等三千零二十四根既與九千零七十二里相等則一百六十根必與四百八十根相等前既以一百六十根為乘馬所行之里數則與一百六十根相等之四百八十根即乘馬所行之里數以乘馬每日所行一百六十里除之得三日與一根相等即乘馬所行之日數以三日與六十三日相減餘六十日為乘船所行之日數以乘船每日行一百四十四里乘之得八千六百四十里即乘船所行之

里數為乘馬所行之里數之十八倍也。此類較比例法。

設如有青緞藍緞二色共七十匹青緞每匹長四十七尺藍緞每匹長六十尺其藍緞總尺數比青緞總尺數多二十七尺問青緞藍緞二色若干。
法借一兩為青緞匹數則藍緞為七十匹少一兩各以尺數乘之則青緞之總尺數得四千二百尺少六十根於藍緞總尺數內減去比青緞所多之二十七尺得四千一百七十三尺少六十根是為青緞四十七根與藍緞四千一百七十三尺相等則四十七根必與一百零七根與四千一百七十三尺相等一百零七根既與四千一百七十三尺相等則四十七根必與一千八百三十三尺相等前既以四十七根為青緞之總尺數則與四十七根相等之一千八百三十三尺即青緞之總尺數以每匹長四十七尺除之得三十九匹與一根相等即青緞之匹數以三十九匹與七十匹相減餘三十一匹即藍緞之匹數以三十一匹與六十尺相乘得一千八百六十尺即藍緞之總尺數比青緞多二十七尺也。此類較比例法。

設如有人買絹緞二色共價銀一百二十七兩四錢絹一尺價銀七錢四分緞一尺價銀一錢四分其絹之尺數比緞之尺數為五倍問絹緞尺數各若干。
法借一兩為絹之尺數則絹之尺數為五根以絹價一錢四分乘一兩得一錢四分為絹共價以絹價七分乘五根得三十五根為絹共價兩數相加共得四十九根是為四十九根與一百二十七兩四錢相等四十九根既與一百二十七兩四錢相等則十四根必與三十六兩四錢相等前既以十四根為絹共價則與十四根相等之三十六兩四錢即絹之共價以絹每尺價一錢四分除之得二百六十尺與一根相等即絹之尺數五因之得一千三百尺即絹之尺數也。此類較比例法。

設如甲有十成銀一百二十四兩丙有三成銀不知數但知將二色銀鑄於一處則俱為五成銀問三成銀若干。曰三百一十兩。
法借一兩為丙銀數丙銀本三十一兩以丙銀三成與鎔為五成相減餘二成為丙銀每兩所少之數又以甲銀十成與鎔得五成相減餘五成為甲銀每兩所多之數乃以甲銀一百二十四兩乘多五成得六百二十兩又以此銀一兩乘少二成得二兩即得六百二十兩也。是為二根與六百二十兩相等。丙之所少即甲之所多故其數相等也。以丙銀每兩少二錢二錢除之則得一根與三百一十兩相等。少二錢為一兩。前既借一兩為丙銀數則與一根相等之三百一十兩即丙之銀數也。丙銀三百一十兩以五成乘之得五成銀四百二十四兩與甲丙二銀合。此類較比例法。

設如何銀大小共九百二十四錢重二百七十六兩大錢重三分兩之一小錢重七分兩之二問大小錢各若干。

法借一兩為丙銀數丙銀本三十一兩以丙銀三成與鎔為五成相減餘二成為丙銀每兩所少之數又以甲銀十成與鎔得五成相減餘五成為甲銀每兩所多之數乃以甲銀一百二十四兩乘多五成得六百二十兩又以此銀一兩乘少二成得二兩即得六百二十兩也。是為二根與六百二十兩相等。丙之所少即甲之所多故其數相等也。以丙銀每兩少二錢二錢除之則得一根與三百一十兩相等。少二錢為一兩。前既借一兩為丙銀數則與一根相等之三百一十兩即丙之銀數也。丙銀三百一十兩以五成乘之得五成銀四百二十四兩與甲丙二銀合。此類較比例法。

法借一根為大錠數則小錠為九百二十四錠少一根。因大錠重三分兩之一，小錠重七分兩之二，其分母不同，乃以兩分母三與七相乘得二十一為其母數，又以小錠分母七互乘大錠分子一，得七，即變三分之一為二十一分之七，為大錠之重數，又以大錠分母三互乘小錠分子二，得六，即變七分之二為二十一分之六，為小錠之重數，乃以一根與大錠分子七相乘，得七根，為大錠之重數，以九百二十四錠，少一根，與小錠分子六相乘，得五千五百四十四，少六根，為小錠之重數，兩數相加，得五千五百四十四，多一根，為共重數，又各重數既皆通為二十一，則共重二千七百七十六兩，亦以分母二十一通之，得五千七百九十六，是為五千五百四十四，多一根，與五千七百九十六相等，五千五百四十四，與五千七百九十六，各減五千五百四十四，則餘二根，與二百五十二相等，即大錠之共數，與共九百二十四錠相減，餘六百七十二，為小錠之共數。此相較比

◎設如乘人僱船，每人出銀一兩二錢，則少四兩四錢，每人出銀一兩五錢，則多八兩二錢，問人數及船價銀各若干。

法借一根為人數，以一根與一兩五錢相乘，得十五根，則船價銀為十五根，少八兩二錢，又以一根與一兩二錢相乘，得十二根，則船價銀又為十二根，多四兩四錢，此二數為相等，兩邊各加八兩二錢，得十五根，與十二根，多十二兩六錢相等，兩邊各再減十二根，則餘三根，與十二兩六錢相等，三根既與十二兩六錢相等，則一根必與四兩二錢相等，前既借一根為人數，則此四兩二錢，即為四十二人，為僱船之人數。此法

◎設如有銀買緞二色，下號緞每匹價銀八兩，上號緞每匹價銀十一兩，若俱買下號者，則銀多二百九十六兩，若俱買上號者，則銀多三十二兩，問緞數及銀數各若干。此緞云有銀買緞每匹價銀八兩，則多二百九十六兩，若每匹價銀十一兩，則多三十二兩

法借一根為緞數，以一根與十一兩相乘，得十一根，為上號緞共價，則共銀為十一根多三十二兩，又以一根與八兩相乘，得八根，為下號緞共價，則共銀為八根多二百九十二兩，此二數為相等，兩邊各減三十二兩，得十一根與八根，多二百六十四兩相等，兩邊再各減八根，則餘三根，與二百六十四兩相等，三根既與二百六十四兩相等，則一根必與八十八兩相等，前既借一根為緞數，則此八十八兩，即為八十八匹，為緞之總數。此法

◎設如有井一口，不知其深，有繩一條，不知其長，但知取繩六分之一，比非深少三尺四寸，取繩四分之

一，比非深適等，問井深及繩長各若干。
法借二十四根，為繩長數，取其四分之一，得六根，則井深為六根，又取其六分之一，得四根，則井深又為四根多三尺四寸，此二數為相等，兩邊各減四根，得二根與三尺四寸相等，二根既與三尺

四寸相等，則一根必與一尺七寸相等，而二十四根，必與四丈零八寸相等，即繩之長數也。此法

◎設如有人買房，用本銀三分之二，則比房價多五十九兩，用本銀五分之二，則比房價少四十九兩，八錢，問本銀房價各若干。房如上條之井，銀如上條之繩。

法借十五根為本銀數，兩分母相乘，以用本銀三分之二，比房價多五十九兩計之，則房價為十根，少五十九兩，以用本銀五分之二，比房價少四十九兩八錢計之，則房價又為六根，多四十九兩八錢，此二數為相等，兩邊各加五十九兩，得十根，與六根，多一百零八兩八錢相等，兩邊再各減去六根，則餘四根，與一百零八兩八錢相等，四根既與一百零八兩八錢相等，則一根必與二十七兩二錢相等，而十五根必與四百零八兩相等，即本銀數。此法

◎如有銀分給二人，其上一等人數比下等人數多一倍，上等人比下等人，每人多得四兩，今欲給下等人每人三兩，則銀多七十二兩，每人四兩，則銀少二十兩，問人數及銀數若干。

法借一根為下等人數，則上等人數為二根，以一根與每人四兩相乘，得四根，一乘三十一人也，以四兩乘四根，得十六兩，為下等人所得共銀數，俱各四兩也。以二根與八兩相乘，得八兩，一乘三十一人也，即得四十二兩，為上等人所得共銀數，兩數相併，得二十根，為上下二等人所得共銀數，則原銀數，即為二十根，少二十兩，又以前與每人三兩相乘，得三根，為下等人所得共銀數，以二根與七兩相乘，得十四根，為上等人所得共銀數，兩數相併，得十七根，為上下二等人所得共銀數，則原銀數，即為十七根，多七十三兩，此兩數為相等，兩邊各加二十兩，得二十根，與十七根，多九十三兩相等，兩邊各減十七根，則餘三根，與九十三兩相等，是一根必與三十一兩相等也，前既借一根為下等人數，則此三十一兩，即為下等三十一人，倍之得六十二人，而餘可知。此法 按此，即有人分銀，每人二十兩，下等每人四兩，上等每人八兩，共銀六十兩，則銀少二十兩，若每人十七兩，下等每人三兩，上等每人七兩，則銀多七十三兩耳，特於人

中分上下二等，上等人數又倍於下等人數，上等銀數又多於下等銀數，添此曲折，以惑人耳。

◎設如有人分銀，不言人數，亦不言銀數，但知每四人分銀十八兩，則銀少八兩，每三人分銀十一兩，則銀多十二兩，問人數及銀數各若干。

法借十二根為人數，以四人分銀十八兩計之，則每人應得四兩五錢，爰以四兩五錢，乘十二根，得五十四根，為共銀之數，而原銀即為五十四根，少八兩，以三人分銀十一兩計之，則每人應得三兩，又三分兩之二，爰以三兩又三分兩之二，乘十二根，得四十四根，為共銀之數，而原銀又為四十四根，多十二兩，此兩數為相等，兩邊各加八兩，得五十四根，與四十四根，多二十兩相等，兩邊各減四十四根，得十根，與二十兩相等，十根既與二十兩相等，則十二根必與二十四兩相等，前既借十二根為人數，則此二十四兩，即為二十四人也。此法

如有商人販穀，不言每匹價銀若干，稅銀若干，但云販穀二十匹，折稅用銀一匹，則多銀二兩。若販穀五十四，折稅用銀一匹，則少銀一兩。問每匹價銀及稅銀各若干。

法借一匹為穀一匹之價銀數，即以折稅用銀一匹，多銀二兩計之，則銀二十五匹之稅銀為一匹少二兩。二千匹稅銀二兩，比一匹以折稅用銀一匹，少銀一兩計之，則五十四匹之稅銀為一匹多一兩。五十四匹比一匹為四十四，此兩數不齊，難用比例，須用互乘法以二十五匹乘五十四匹得一千匹，為共穀數，以五千匹互乘一匹，得五十根，得五十根少一。

百兩為一千匹之稅銀數，又以二十五匹乘一匹多銀一兩，得二十根多銀二十兩，亦為一千匹之稅銀數，此兩數既相等，故乘出之稅銀數亦相。五十匹。兩邊各加一百兩，得五十根與二十根多一百二十兩相等，又兩邊各減二十根，則餘三十根，與一百二十兩相等，而一匹必與四兩相等。即一匹之價銀數也。而餘可知。此法甚妙，其理已詳。

設如有銀一千二百零九兩，令甲乙二人分之，取甲四分之一，與乙三分之一相加，即與甲銀等。問二人各得幾何。

法借十二根，兩分母相，為甲銀數，則乙銀為一千二百零九兩，少十二根。取甲銀四分之一，為三根，取乙銀三分之一，為四百零三兩，少四根，相加得四百零三兩，少一根，是為十二根，與四百零三兩，少一根相等。十二根與少一根，各加一根，得十三根，與四百零三兩相等。十三根既與四百零三兩相等，則十二根必與三百七十二兩相等。即甲銀數。於總銀內，減甲銀數，餘八百三十七兩，即乙銀數。取甲銀四分之一，得九十三兩，取乙銀三分之一，得二百七十九兩，相加得三百七十二兩，與甲銀等也。此法甚妙，其理已詳。

設如有銀一千兩，令甲乙丙三人分之，乙所得之數倍於甲，丙所得之數倍於乙，問每人各得若干。

法借一匹為甲銀數，則乙為二根多三十兩，丙為四根多六十兩。三數相併，共得七根多九十兩，而與一千兩相等。九十兩與一千兩，各減九十兩，餘七根與九百一十兩相等。七根既與九百一十兩相等，則一匹必與一百三十兩相等。即甲所得銀數。此法甚妙，其理已詳。

設如有金銀錫銅四色，不言重數，但知共數五分之二為銅數，金銀錫共數七分之四為錫數，金銀共數八分之五為銀數，金重二千零二十四兩，問四色各重若干。

法借二百八十根為共數，取其五分之二，得一百一十二根，為銅數。與二百八十根相減，餘一百六十八根，為金銀錫之共數。取其七分之四，得九十六根，為錫數。與一百六十八根相減，餘七十二根，為金銀之共數。又取其八分之五，得四十五根，為銀數。與七十二根相減，餘二十七根，為金數。是為二十七根，與三千零二十四兩相等。二十七根既與三千零二十四兩相等，則一匹必與一百一十二兩相等。四十五根，必與五千零四十四兩相等。即銀數。九十六根，必與一萬零七百五十二兩相等。即錫數。一百一十二根，必與一萬二千五百四十四兩相等。即銅數。四數相加，共得三萬一千三百六十兩。以所借共重二千八百八十根，與每一根之一百一十二兩相乘，亦得三萬一千三百六十兩，為四色之共數也。此法甚妙。

設如有銀三百五十六兩，分與三等，人一等五人，二等四人，三等三人，一等所得，倍於二等，內少二兩。二等所得，倍於三等，又多四兩。問三人各得幾何。

法借一匹為三等，人所得銀數，則二等一人所得銀數，為二根多四兩，一等一人所得銀數，為四根多六兩。以各等共人數因之，則三等所得共銀數為三根，二等所得共銀數為八根多十六兩，一等所得共銀數為二十根多三十兩。三數相加，共得三十一根多四十六兩。為與三百五十六兩相等。三十一根多四十六兩，與三百五十六兩，各減去四十六兩，則餘三十一根，與三百一十兩相等。三十一根既與三百一十兩相等，則一匹必與十兩相等。即三等一人所得銀數。此法甚妙。

設如甲丙二人共有米三百八十四石，甲納官八分之一，丙納官六分之一，共納五十四石，問二人原米及納官米各若干。

法借一匹為甲納米數，則丙納米為五十四石少一，將甲納米一匹，八因之，得八根，為甲原米數。丙納米五十四石少一，六因之，得三百二十四石少六根，為丙原米數。二數相加，得三百二十四石多二根，為甲丙共原米數。是為三百二十四石多二根，與三百八十四石相等。三百二十四石與三百八

十四石各減去三百二十四石。餘二根。與六十石相等。二根既與六十石相等。則一根必與三十石相等。即甲所納米數。八因之。得二百四十石。為甲原米數。此法借五法。用。

設如甲乙二人。不言本銀若干。但知以乙本銀三分之一。與甲本銀相加。再加六十兩。共得一千兩。以甲本銀五分之一。與乙本銀相加。亦得一千兩。問二人本銀各幾何。

法借十五根。兩分每根。為乙本銀數。以乙三分之一。即五。與甲本銀相加。又加六十兩。共得一千兩計之。則甲本銀應得九百四十兩。少五根。取其五分之一。則為一百八十八兩少一根。以甲本銀五分之一。一百八十八兩少一根。與乙本銀十五根相加。得一百八十八兩。多十四根。與一千兩相等。一連一百八十八兩。一連一千兩。各減去一百八十八兩。則得十四根。與八百一十二兩相等。十四根既與八百一十二兩相等。則一根必與五十八兩相等。前既借十五根。為乙本銀數。乃以十五乘之。得八百七十兩。即乙本銀數。取三分之一。得二百九十兩。與一千兩相減。又減六十兩。餘六百五十兩。即甲本銀數也。此法借五法。用。

設如甲乙二商。不言本銀若干。但知各得利銀九十兩。其甲之本利共銀。三倍於乙之本銀。乙之本利共銀。二倍於甲之本銀。問每人本銀幾何。

法借三根。為甲之本銀數。加利銀九十兩。得三根多九十兩。為甲之本利共銀數。甲之本利共銀。既三倍於乙之本銀。則乙之本銀數。即為一根多三十兩。再加利銀九十兩。得一根多一百二十兩。為乙之本利共銀數。亦為甲之本銀之二倍也。乃以甲之本銀三根。倍之。得六根。與乙之一根多一百二十兩相等。六根與一根。各減去一根。則餘五根。與一百二十兩相等。五根既與一百二十兩相等。則三根必與七十二兩相等。即甲之本銀數。加利銀九十兩。得一百六十二兩。三歸之。得五十四兩。為乙之本銀數。以乙本銀五十四兩。加利銀九十兩。共一百四十四兩。為甲之本銀二倍也。此法借五法。用。

設如甲丙二人。有銀不言其數。但知甲銀加九兩。為丙銀之三。丙銀加七兩。為甲銀之二。問二人各銀若干。

法借六根。三借二倍。為甲銀數。加九兩。為六根多九兩。甲銀加九兩。既為丙銀之三。則以三歸之。得二根多三兩。為丙銀數。加七兩。為二根多十兩。丙銀加七兩。既為甲銀之二。則以二歸之。得一根多五兩。仍為甲銀數。先借六根。與今所得之一根多五兩。既同為甲銀數。則其數必等。六根與一根。各減一根。餘五根。與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。即甲銀數。加九兩。得十五兩。三歸之。得五兩。即丙銀數。加七兩。得十二兩。即甲銀六兩之二倍也。此法借五法。用。

設如甲丙二人。有銀不言其數。但知將丙銀與甲二兩。則甲銀為丙銀之二。倍。若將甲銀與丙三兩。則丙銀為甲銀之三。倍。問二人各銀若干。

法借六根。三借二倍。為甲銀數。加丙銀與甲二兩。得六根多二兩。半之得三根多一兩。為丙餘銀數。丙先以二兩與甲。則丙之原銀。必為三根多三兩。加甲與丙三兩。得三根多六兩。三歸之。得一根多二兩。為甲餘銀數。甲先以三兩與丙。則甲之原銀。必為一根多五兩。夫先借六根。與今所得一根多五兩。既同為甲原銀數。則其數必等。六根與一根。各減一根。餘五根。與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。即甲原銀之數。加丙與甲二兩。得八兩。半之。得四兩。為丙餘銀之數。丙餘銀既為四兩。則原銀必為六兩。加甲與丙三兩。得九兩。三歸之。得三兩。即甲餘銀之數也。此法借五法。用。

設如甲乙二人。共銀一千二百四十兩。於甲銀內。加乙銀四分之一。乙銀內。加甲銀五分之一。其數相等。問二人原銀各幾何。

法借二十根。兩分每根。為甲原銀數。則一千二百四十兩。少二十根。為乙原銀數。甲原銀五分之一。為四根。乙原銀四分之一。為三百一十兩少五根。將甲原銀五分之一。四根。與乙原銀一千二百四十兩。少二十根。相加。得一千二百四十兩。少十六根。原少二十根。加入四根。將乙原銀四分之一。三百一十兩。少五根。與甲原銀二十根。相加。得三百一十兩。多十五根。原少二十根。加入五根。將此二數。為相等。少十六根。與多十五根。各加十六根。則得一千二百四十兩。與三百一十兩。多三十一根。根相等。再一千二百四十兩。與三百一十兩。各減三百一十兩。則餘九百三十兩。與三十一根。根相等。九百三十兩。既與三十一根。根相等。則六百兩。必與二十根。根相等。前既借二十根。為甲原銀數。則此六百兩。即甲原銀之數。此法借五法。用。

設如甲原有銀五十兩。乙原有銀八十兩。乙用過之銀。比甲用過之銀。為三分之一。甲所餘之銀。比乙所餘之銀。亦為三分之一。問二人用過及餘銀各若干。

法借一根。為乙用過銀數。則甲用過之銀。為三根。而乙所餘之銀。為八十兩少一根。甲所餘之銀。為五十兩少三根。甲餘銀。既比乙餘銀。為三分之一。則以甲餘銀五十兩少三根。三因之。為一百五十兩少九根。是為乙餘銀。八十兩少一根。與三因甲餘銀一百五十兩少九根。相等。少一根。與少九根。各加九根。得八十兩多八根。與一百五十兩相等。再八十兩。與一百五十兩。各減八十兩。餘八根。與七十兩相等。八根既與七十兩相等。則一根必與八兩七錢五分相等。即乙用過銀數。三因之。得二十六兩二錢五分。即甲用過銀數。以甲用過銀數。與甲原有銀數相減。餘二十三兩七錢五分。為甲所餘銀數。三因之。得七十一兩二錢五分。即乙所餘銀數也。此法借五法。用。

設如甲乙丙三人。有銀不言其數。但知甲銀比乙銀所多之數。與丙銀四分之一相等。乙銀比丙銀所多之數。與甲銀五分之一相等。若以乙銀五分之一。與丙銀相較。則丙銀多一百一十四兩。問三人各銀幾何。

法借五根。為乙銀數。則丙銀數。為二根多一百一十四兩。於乙銀數五根內。減去丙銀數二根多一百一十四兩。則丙銀為甲銀餘銀之三。倍。問二人各銀若干。

法借六根。三借二倍。為甲原銀數。加丙與甲二兩。得六根多二兩。半之得三根多一兩。為丙餘銀數。丙先以二兩與甲。則丙之原銀。必為三根多三兩。加甲與丙三兩。得三根多六兩。三歸之。得一根多二兩。為甲餘銀數。甲先以三兩與丙。則甲之原銀。必為一根多五兩。夫先借六根。與今所得一根多五兩。既同為甲原銀數。則其數必等。六根與一根。各減一根。餘五根。與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。即甲原銀之數。加丙與甲二兩。得八兩。半之。得四兩。為丙餘銀之數。丙餘銀既為四兩。則原銀必為六兩。加甲與丙三兩。得九兩。三歸之。得三兩。即甲餘銀之數也。此法借五法。用。

設如甲乙二人。共銀一千二百四十兩。於甲銀內。加乙銀四分之一。乙銀內。加甲銀五分之一。其數相等。問二人原銀各幾何。

法借二十根。兩分每根。為甲原銀數。則一千二百四十兩。少二十根。為乙原銀數。甲原銀五分之一。為四根。乙原銀四分之一。為三百一十兩少五根。將甲原銀五分之一。四根。與乙原銀一千二百四十兩。少二十根。相加。得一千二百四十兩。少十六根。原少二十根。加入四根。將乙原銀四分之一。三百一十兩。少五根。與甲原銀二十根。相加。得三百一十兩。多十五根。原少二十根。加入五根。將此二數。為相等。少十六根。與多十五根。各加十六根。則得一千二百四十兩。與三百一十兩。多三十一根。根相等。再一千二百四十兩。與三百一十兩。各減三百一十兩。則餘九百三十兩。與三十一根。根相等。九百三十兩。既與三十一根。根相等。則六百兩。必與二十根。根相等。前既借二十根。為甲原銀數。則此六百兩。即甲原銀之數。此法借五法。用。

設如甲原有銀五十兩。乙原有銀八十兩。乙用過之銀。比甲用過之銀。為三分之一。甲所餘之銀。比乙所餘之銀。亦為三分之一。問二人用過及餘銀各若干。

法借一根。為乙用過銀數。則甲用過之銀。為三根。而乙所餘之銀。為八十兩少一根。甲所餘之銀。為五十兩少三根。甲餘銀。既比乙餘銀。為三分之一。則以甲餘銀五十兩少三根。三因之。為一百五十兩少九根。是為乙餘銀。八十兩少一根。與三因甲餘銀一百五十兩少九根。相等。少一根。與少九根。各加九根。得八十兩多八根。與一百五十兩相等。再八十兩。與一百五十兩。各減八十兩。餘八根。與七十兩相等。八根既與七十兩相等。則一根必與八兩七錢五分相等。即乙用過銀數。三因之。得二十六兩二錢五分。即甲用過銀數。以甲用過銀數。與甲原有銀數相減。餘二十三兩七錢五分。為甲所餘銀數。三因之。得七十一兩二錢五分。即乙所餘銀數也。此法借五法。用。

設如甲乙丙三人。有銀不言其數。但知甲銀比乙銀所多之數。與丙銀四分之一相等。乙銀比丙銀所多之數。與甲銀五分之一相等。若以乙銀五分之一。與丙銀相較。則丙銀多一百一十四兩。問三人各銀幾何。

法借五根。為乙銀數。則丙銀數。為二根多一百一十四兩。於乙銀數五根內。減去丙銀數二根多一百一十四兩。則丙銀為甲銀餘銀之三。倍。問二人各銀若干。

法借六根。三借二倍。為甲銀數。加丙與甲二兩。得六根多二兩。半之得三根多一兩。為丙餘銀數。丙先以二兩與甲。則丙之原銀。必為三根多三兩。加甲與丙三兩。得三根多六兩。三歸之。得一根多二兩。為甲餘銀數。甲先以三兩與丙。則甲之原銀。必為一根多五兩。夫先借六根。與今所得一根多五兩。既同為甲原銀數。則其數必等。六根與一根。各減一根。餘五根。與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。即甲原銀之數。加丙與甲二兩。得八兩。半之。得四兩。為丙餘銀之數。丙餘銀既為四兩。則原銀必為六兩。加甲與丙三兩。得九兩。三歸之。得三兩。即甲餘銀之數也。此法借五法。用。

設如甲乙二人。共銀一千二百四十兩。於甲銀內。加乙銀四分之一。乙銀內。加甲銀五分之一。其數相等。問二人原銀各幾何。

法借二十根。兩分每根。為甲原銀數。則一千二百四十兩。少二十根。為乙原銀數。甲原銀五分之一。為四根。乙原銀四分之一。為三百一十兩少五根。將甲原銀五分之一。四根。與乙原銀一千二百四十兩。少二十根。相加。得一千二百四十兩。少十六根。原少二十根。加入四根。將乙原銀四分之一。三百一十兩。少五根。與甲原銀二十根。相加。得三百一十兩。多十五根。原少二十根。加入五根。將此二數。為相等。少十六根。與多十五根。各加十六根。則得一千二百四十兩。與三百一十兩。多三十一根。根相等。再一千二百四十兩。與三百一十兩。各減三百一十兩。則餘九百三十兩。與三十一根。根相等。九百三十兩。既與三十一根。根相等。則六百兩。必與二十根。根相等。前既借二十根。為甲原銀數。則此六百兩。即甲原銀之數。此法借五法。用。

設如甲原有銀五十兩。乙原有銀八十兩。乙用過之銀。比甲用過之銀。為三分之一。甲所餘之銀。比乙所餘之銀。亦為三分之一。問二人用過及餘銀各若干。

法借一根。為乙用過銀數。則甲用過之銀。為三根。而乙所餘之銀。為八十兩少一根。甲所餘之銀。為五十兩少三根。甲餘銀。既比乙餘銀。為三分之一。則以甲餘銀五十兩少三根。三因之。為一百五十兩少九根。是為乙餘銀。八十兩少一根。與三因甲餘銀一百五十兩少九根。相等。少一根。與少九根。各加九根。得八十兩多八根。與一百五十兩相等。再八十兩。與一百五十兩。各減八十兩。餘八根。與七十兩相等。八根既與七十兩相等。則一根必與八兩七錢五分相等。即乙用過銀數。三因之。得二十六兩二錢五分。即甲用過銀數。以甲用過銀數。與甲原有銀數相減。餘二十三兩七錢五分。為甲所餘銀數。三因之。得七十一兩二錢五分。即乙所餘銀數也。此法借五法。用。

設如甲乙丙三人。有銀不言其數。但知甲銀比乙銀所多之數。與丙銀四分之一相等。乙銀比丙銀所多之數。與甲銀五分之一相等。若以乙銀五分之一。與丙銀相較。則丙銀多一百一十四兩。問三人各銀幾何。

法借五根。為乙銀數。則丙銀數。為二根多一百一十四兩。於乙銀數五根內。減去丙銀數二根多一百一十四兩。則丙銀為甲銀餘銀之三。倍。問二人各銀若干。

法借六根。三借二倍。為甲銀數。加丙與甲二兩。得六根多二兩。半之得三根多一兩。為丙餘銀數。丙先以二兩與甲。則丙之原銀。必為三根多三兩。加甲與丙三兩。得三根多六兩。三歸之。得一根多二兩。為甲餘銀數。甲先以三兩與丙。則甲之原銀。必為一根多五兩。夫先借六根。與今所得一根多五兩。既同為甲原銀數。則其數必等。六根與一根。各減一根。餘五根。與五兩相等。五根既與五兩相等。則六根必與六兩相等。即甲原銀之數。加丙與甲二兩。得八兩。半之。得四兩。為丙餘銀之數。丙餘銀既為四兩。則原銀必為六兩。加甲與丙三兩。得九兩。三歸之。得三兩。即甲餘銀之數也。此法借五法。用。

一十四兩餘三根少一百一十四兩。爲乙銀比丙銀所多之數。與甲銀五分之一相等。五因之得十一
 五根。少五百七十兩。爲甲銀數。又於甲銀數一十五根少五百七十兩內減去乙銀數五根。餘十根少
 五百七十兩。爲甲銀比乙銀所多之數。與丙銀四分之二相等。四因之得四十根少二千二百八十兩。
 亦爲丙銀數。此四十根少二千二百八十兩。與三根多一百一十四兩。既同爲丙銀數。是爲相等。乃於
 二根多一百一十四兩。與四十根少二千二百八十兩。各加二千二百八十兩。得二根多二千三百九
 十四兩。與四十根相等。二根與四十根。再各減二根。則餘三十八根與二千三百九十四兩相等。三十
 八根既與二千三百九十四兩相等。則一根必與六十三兩相等。而五根必與三百一十五兩相等。即
 乙銀數。丙銀數既爲二根多一百一十四兩。乃以六十三兩倍之。得一百二十六兩。即二根之數。亦即
 乙五分之數。
 加一百一十四兩。共得二百四十四兩。即丙銀數。甲銀比乙銀所多之數。既爲丙銀四分之二。乃以丙銀
 數四歸之。得六十兩。與乙銀三百一十五兩相加。得三百七十五兩。即甲銀數也。此爲借互法。用
 方程法算之亦可。
 設如甲乙丙三人有銀。但知甲銀七十兩。乙銀三十四兩。而丙銀不知數。如以丙銀與甲銀相減。又以
 丙銀與乙銀相減。其甲銀之數。則三倍於乙。問丙銀若干。
 法借一根爲丙銀數。則甲丙相減之餘。爲七十兩少一根。乙丙相減之餘。爲三十四兩少一根。甲之餘
 銀。既三倍於乙。則以乙丙相減之餘三十四兩少一根。三因之。得一百零二兩少三根。是爲七十兩少
 一根。與一百零二兩少三根相等。少一根與少三根。各加三根。得七十兩多二根。與一百零二兩相等。
 七十兩與一百零二兩各減七十兩。則餘二根與三十二兩相等。二根既與三十二兩相等。則一根必
 與十六兩相等。即丙銀數與甲銀七十兩相減。餘五十四兩。與乙銀三十四兩相減。餘十八兩。是甲銀
 銀爲乙銀之三倍也。此爲借互法。用
 方程法算之亦可。

設如甲乙丙三人各有銀不言數。但知將乙銀十兩與甲。則甲乙二人之銀相等。若將丙銀十四兩與
 乙。則乙丙二人之銀相等。若將甲銀十八兩與丙。則丙銀比甲銀爲五倍。問三人各銀若干。
 法借一根爲甲銀數。則乙之原銀。必爲一根多二十兩。以十兩與甲。則皆爲一
 丙之原銀必爲一根多
 四十八兩。乙之原銀既爲一根多二十兩。再加十四
 十八兩。俱爲一根多三十四兩。其數相等。又甲之原銀。既爲一根以十八兩與丙計之。則爲一根少
 十八兩。丙之原銀。既爲一根多四十八兩。今再加十八兩。則爲一根多六十六兩。此丙之一根多六十
 六兩。比甲之一根少十八兩。既爲五倍。則以甲之一根少十八兩。五因之。得五根少九十兩。而與丙之
 一根多六十六兩爲相等。少九十兩。與多六十六兩。各加九十兩。得五根。與一根多一百五十六兩。相
 等。五根與一根。各減一根。則餘四根。與一百五十六兩相等。四根既與一百五十六兩相等。則一根必
 與三十九兩相等。即甲原銀之數。甲原銀既爲三十九兩。則乙原銀必爲五十九兩。以十兩與甲。則皆
 得四十九兩。乙原銀既爲五十九兩。則丙原銀必爲八十七兩。以十四兩與乙。則皆得七十三兩。丙原

銀既爲八十七兩。甲原銀既爲三十九兩。甲以十八兩與丙。則丙爲一百零五兩。而甲爲二十一兩。是
 丙銀比甲銀五倍也。此爲借互法。用
 方程法算之亦可。
 如甲乙丙三人有銀。但知甲銀二萬五千兩。乙得甲丙共銀二分之一。丙得甲乙共銀八分之一。問乙
 丙銀各若干。曰乙銀一萬五千兩。丙銀五千兩。
 法借一根爲丙銀數。則甲乙共銀爲八根。乙銀數爲八根少二萬五千兩。甲丙共銀數。爲一根多二萬
 五千兩。半之。又得乙銀爲半根多二萬二千五百兩。八根少二萬五千兩。與半根多二萬二千五百兩。既
 同爲乙數。則爲相等。兩邊各加二萬五千兩。得八根與半根三萬七千五百兩相等。兩邊各減半根。則
 餘七根半。與三萬七千五百兩相等。而一根必與五千兩相等。即丙銀數。而餘可知矣。此爲借互法。用
 方程法算之亦可。
 設如一商貿易。不言本銀若干。但知第一次所得利銀比本銀爲四分之一。用去銀二十兩。第二次所
 得利銀比第二次本銀爲五分之一。用去銀十四兩。第三次所得利銀比本銀三分之一。用去銀十五
 兩。合計所餘利銀共八十兩。問原本銀及每次所得利銀各幾何。
 法借十二根三分作四。每六。爲原本銀數。則第一次利銀爲三根。本利相加得十五根。內減用去銀
 二十兩。得十三根少二兩。爲第二次本銀數。取其五分之一。得六根少八兩。爲第二次利銀數。本利
 相加。得二十一根少二十八兩。又減用去銀十四兩。得七根少四十二兩。爲第三次本銀數。取其
 三分之一。得七根少十四兩。爲第三次利銀數。以第三次本利相加。得二十八根少五十六兩。又減用
 去銀十五兩。則爲二十一根。少七十一兩。而原借十二根。與所餘利銀八十兩。遂爲十二根多八十兩。
 是爲二十八根少七十一兩。與十二根多八十兩相等。少七十一兩。與多八十兩。各加七十一兩。得二
 十八根。與十二根多一百五十一兩相等。二十八根與十二根。各減十二根。得十六根。與一百五十一
 兩相等。十六根既與一百五十一兩相等。則十二根必與一百一十三兩二錢五分相等。即原本銀數。
 四歸之。得二十八兩三錢一分二釐五毫。即第一次所得利銀數。本利相加。減用去二十兩。得一百二
 十一兩五錢六分二釐五毫。即第二次本銀數。取其五分之一。得四十八兩六錢二分五釐。即第二次
 所得利銀數。本利相加。又減用去十四兩。得一百五十六兩一錢八分七釐五毫。即第三次本銀數。三
 歸之。得五十二兩零六分二釐五毫。即第三次所得利銀數。本利相加。又減用去十五兩。得一百九十
 三兩二錢五分。即原本銀與三次所餘共利銀相加之數。蓋原本銀一百一十三兩二錢五分。又加所
 餘共利銀八十兩。即一百九十三兩二錢五分。兩數相等。此爲借互法。用
 方程法算之亦可。

設如有人貿易四次。第一次所得利銀比原本銀爲九分之一。用去銀比原本銀爲十二分之二。第二
 次所得利銀比原本銀爲六分之一。用去銀比原本銀爲九分之四。第三次所得利銀比原本銀爲四
 分之一。用去銀比原本銀爲二分之一。第四次所得利銀比原本銀爲三分之一。用去銀比原本銀爲

三分之二合四次利銀已用盡仍用本銀六百兩問本利銀各若干

法借三十六根為本銀數... 四次利銀共計... 則四根相加之共數三十一根...

設如甲乙丙丁四人同出銀作生理內甲丙丁三人所出銀不言數但知乙出銀五兩若將甲所出銀...

法借二根為甲出銀數則甲將一兩二分之二與乙乙將一兩五分之二與丙是甲為一根乙為一根多四兩...

設如甲乙丙丁戊五人各出銀不言數但知甲乙共銀二百四十兩丙銀為甲銀三分之一丁銀為乙...

法借十二根為甲銀數則乙銀為二百四十兩少十二根丙銀為四根丁銀為六十兩少三根以丙丁...

設如有銀六百兩令甲乙丙丁戊己六人分之甲乙共得二百兩丙丁共得二百兩戊己共得二百兩...

法借十二根為甲所得銀數則乙所得銀為二百兩少十二根丙所得銀為三根丁所得銀為二百兩...

設如有駝一羣七十二個馬一羣不知數牛一羣與駝馬相併之數等羊一羣與駝馬相乘之數等又...

十相乘得二萬五千九百二十。即羊一羣之數。以駝七十二。與馬三百六十相乘。亦得二萬五千九百二十。爲相等也。此係借法。用法。

⑤設如有大小二石。不知重數。有銅條一根。重十二兩。均分十二分。以繩繫於第五分之上。一頭五分。一頭七分。將大石掛於銅條之端。繩提繫五分。而以小石作砵稱之。繩提繫六分始平。又將小石掛於銅條之端。繩提繫五分。而以大石作砵稱之。繩提繫四分始平。問二石各重若干。

法先以五分加一倍。與十二分相減。餘二分。折半得一分。與五分相加。爲六分。乃以五分爲一率。六分爲二率。餘二分之重。二兩爲三率。求得四率。二兩四錢。即五分之端。加二兩四錢。始與七分相平也。今大石繩提繫五分。小石繩提繫六分。而大石重六分。小石重五分。而大石多二兩四錢。則小石爲大石六分之五。而少二兩也。將五分之端。加二兩四錢。而大石在五分之一頭。是大石多二兩四錢。小石在六分之五。則大石比小石多二兩。故又小石繩提繫五分。大石繩提繫四分。而小石重四分。大石重五分。而小石多二兩四錢。則小石爲大石五分之四。而多二兩四錢也。今小石在五分之一頭。則小石多二兩四錢。而大石在六分之五。則大石比小石多二兩。故小石比大石多二兩。乃借三十根。乘之。大石之重數。以小石爲大石六分之五。而少二兩計之。則小石之重爲二十五根少二兩。以小石爲大石五分之四。而多二兩四錢計之。則小石之重又爲二十四根多二兩四錢。此兩數爲相等。兩邊各加二兩。得二十五根與二十四根多四兩四錢相等。兩邊再各減去二十四根。餘一根。與四兩四錢相等。一根既與四兩四錢相等。則三十根必與一百三十二兩相等。即大石之重數。六兩之得二十二兩。五因之。得一百一十兩。減去二兩。得一百零八兩。即小石之重數。或以大石之重數。五兩之得二十六兩。四因之。得一百零五兩。六錢。加二兩四錢。亦得一百零八兩。爲小石之重數也。此係借法。用法。

⑥設如有銀買馬牛二色。馬四匹。牛八頭。共價五十六兩。又馬三匹。牛五頭。共價三十八兩。問馬牛各價若干。

法借一根。爲牛一頭之價。則前牛八頭之共價。爲八根。前馬四匹之共價。爲五十六兩少八根。而後牛五頭之共價。爲五根。乃以前馬四匹爲一率。共價五十六兩少八根。爲二率。後馬三匹。爲三率。求得四率。四十二兩少六根。爲後馬三匹之各價。加後牛五頭之共價。五根。得四十二兩少一根。爲後馬三匹。牛五頭之共價。與後共價三十八兩相等。兩邊各加一根。得四十二兩。與三十八兩多一根相等。再各減去三十八兩。則餘四兩。與一根相等。即牛一頭之價。此係借法。用法。

⑦設如有錢買桃梨二色。桃四個。梨八個。少錢十二文。桃九個。梨六個。多錢二十一文。問桃梨各價若干。

法借一根。爲桃一個之價。則前桃四個之共價。爲四根。前梨八個之共價。爲十二文多四根。而後桃九個之共價。爲九根。乃以前梨八個爲一率。共價十二文多四根。爲二率。後梨六個。爲三率。求得四率。九文多三根。爲後梨六個之共價。加後桃九個之共價。九根。得九文多三根。與後桃九個。梨六個之共價。三十一文。必與一率相等。即桃一個之價。此係借法。用法。

⑧設如有銀買紗。初買紗二匹。紗六匹。紗八匹。共價八十四兩。二次買紗一匹。紗四匹。紗七匹。共價六十兩。三次買紗三匹。紗五匹。紗九匹。共價九十兩。問紗每匹各價若干。

法借一根。爲紗每匹之價。則初次紗之共價。爲八根。二次紗之共價。爲七根。三次紗之共價。爲九根。而初次紗之共價。爲八十四兩。仍少紗六匹。乃以初次紗二匹。爲一率。紗價八十四兩。仍少紗六匹。仍少紗六匹。爲二率。二次紗一匹。爲三率。求得四率。四十二兩。仍少紗三匹。爲二次紗價。加入二次紗價。七根。得四十二兩。仍多三根。仍多紗一匹。爲二次紗一匹。紗四匹。紗七匹之共價。與二次共價六十兩相等。兩邊各減去四十二兩。餘三根。多紗一匹。與十八兩相等。再各減去三根。餘紗一匹。與十八兩少三根也。又以二次紗一匹。爲一率。紗價四十二兩。仍少紗三匹。爲二率。三次紗三匹。爲三率。求得四率。一百二十二兩。仍少紗九匹。爲三次紗價。加入三次紗價。九根。得一百二十二兩。仍少紗四匹。爲三次紗三匹。紗五匹。紗九匹之共價。與三次共價九十兩相等。兩邊各加紗四匹。得一百二十六兩。仍少紗三根。與九兩多紗四匹相等。再各減去九兩。餘三根。與紗四匹相等。即紗四匹之價。爲三十六兩。少三根。也。前所得紗一匹之價。爲十八兩。少三根。今又得紗四匹之價。爲三十六兩。少三根。此二分雖同。而匹數不一。故又以紗一匹。爲一率。前所得之紗一匹之價。爲十八兩。少三根。今紗四匹。爲三率。求得四率。七十二兩。少十二根。爲紗四匹之價。乃與後所得紗四匹之價。三十六兩。少三根相等。兩邊各加十二根。得三十六兩。少九根。與七十二兩相等。再各減去三十六兩。餘九根。與三十六兩相等。九根既與三十六兩相等。則一根必與四兩相等。即紗一匹之價。爲十八兩。少三根。則於十八兩內。減去三根。共十二兩。餘六兩。即紗一匹之價。此係借法。用法。

⑨設如甲乙丙三人。各有銀買銅錫鐵。甲買銅二斤。錫一斤。共銀九錢。乙買銅三斤。比鐵六斤。錫二斤之價。多二錢。丙買銅二斤。錫四斤。與錫四斤之價相等。問銅錫每斤各價若干。

法借一根。爲錫每斤之價。則甲錫之價。即爲一根。乙錫之價。爲二根。丙錫之價。爲四根。而甲銅之共價。爲九錢少一根。仍少鐵二斤。乃以甲銅二斤。爲一率。銅價九錢少一根。仍少鐵二斤。爲二率。乙銅三斤。爲三率。求得四率。三十三兩。仍少鐵三斤。比鐵六斤。錫二斤之價。多二錢。丙買銅二斤。錫四斤。與錫四斤之價相等。問銅錫每斤各價若干。

⑩設如甲乙丙三人。各有銀買銅錫鐵。甲買銅二斤。錫一斤。共銀九錢。乙買銅三斤。比鐵六斤。錫二斤之價。多二錢。丙買銅二斤。錫四斤。與錫四斤之價相等。問銅錫每斤各價若干。

法借一根。爲錫每斤之價。則甲錫之價。即爲一根。乙錫之價。爲二根。丙錫之價。爲四根。而甲銅之共價。爲九錢少一根。仍少鐵二斤。乃以甲銅二斤。爲一率。銅價九錢少一根。仍少鐵二斤。爲二率。乙銅三斤。爲三率。求得四率。三十三兩。仍少鐵三斤。比鐵六斤。錫二斤之價。多二錢。丙買銅二斤。錫四斤。與錫四斤之價相等。問銅錫每斤各價若干。

⑪設如甲乙丙三人。各有銀買銅錫鐵。甲買銅二斤。錫一斤。共銀九錢。乙買銅三斤。比鐵六斤。錫二斤之價。多二錢。丙買銅二斤。錫四斤。與錫四斤之價相等。問銅錫每斤各價若干。

法借一根。爲錫每斤之價。則甲錫之價。即爲一根。乙錫之價。爲二根。丙錫之價。爲四根。而甲銅之共價。爲九錢少一根。仍少鐵二斤。乃以甲銅二斤。爲一率。銅價九錢少一根。仍少鐵二斤。爲二率。乙銅三斤。爲三率。求得四率。三十三兩。仍少鐵三斤。比鐵六斤。錫二斤之價。多二錢。丙買銅二斤。錫四斤。與錫四斤之價相等。問銅錫每斤各價若干。

爲三率求得四率一兩三錢五分少一根半仍少鐵三斤爲乙銅三斤之價內減比錫二斤鐵六斤所
多之二錢餘一兩一錢五分少一根半仍少鐵三斤與乙錫二斤之共價二根多鐵六斤相等兩邊各
加鐵三斤得一兩一錢五分少一根半與二根多鐵九斤相等再各減去二根餘一兩一錢五分少三
根半與鐵九斤相等即鐵九斤之價爲一兩一錢五分少三根半也又以甲銅二斤之共價九錢少一
根仍少鐵二斤即爲丙銅二斤之共價丙銅與甲銅俱爲二斤故其共價相等者一四率也加鐵四斤得九錢少一根多鐵二斤
與丙錫四斤之共價四根相等兩邊各加一根得九錢多鐵二斤與五根相等再各減去九錢餘鐵二
斤與五根少九錢相等即鐵二斤之價爲五根少九錢也前所得鐵九斤之價爲一兩一錢五分少三
根半今又得鐵二斤之價爲五根少九錢此二分雖同而斤數不一故又以鐵二斤爲一率今所得之
鐵二斤之價五根少九錢爲二率前所得之鐵九斤爲三率求得四率二十二根半少四兩零五分爲
鐵九斤之價乃與前所得鐵九斤之價一兩一錢五分少三根半相等兩邊各加四兩零五分得二十
二根半與五兩二錢少三根半相等再各加三根半得二十六根與五兩二錢相等則一根必與二錢
相等即錫每斤之價也鐵二斤之價既爲五根少九錢則以五根之共數一兩內減去九錢餘一錢爲
鐵二斤之共價半之得五分即鐵每斤之價此三色和較法用方根法

算池卷七

面積

- ◎設如大小兩正方面積共二百一十八尺其大方面積比小方面積多一百二十尺問大小方面積各
幾何法借一根爲小方面每邊之數自乘得一平方爲小方面積則大方面積爲一平方多一百二十
尺兩數相加得二平方多一百二十尺與共積二百一十八尺相等一百二十尺與二百一十八尺各
減去一百二十餘二平方與九十八尺相等二平方既與九十八尺相等則一平方必與四十九尺相
等即小方面積加一百二十尺得一百六十九尺即大方面積也此即減法因面積之
首減法此法以有焉
- ◎設如甲乙二長方面積共三百尺甲長八尺乙長一丈四尺其甲闊比乙闊爲二倍問二長方面積
數各幾何
法借一根爲乙之闊數則甲之闊爲二根以一根與一丈四尺相乘得十四根爲乙之面積以二根與
八尺相乘得十六根爲甲之面積相加得三十根與三百尺相等三十根既與三百尺相等則一根必
與十尺相等即乙之闊數也此即減法
- ◎設如有甲乙丙三長方甲方闊十尺不知長乙方闊十六尺長與甲等丙方闊四尺面積與甲之長相

- 等又甲乙二方之共面積與丙方之長數相併爲三千一百五十尺問三方各長若干
法借一根爲甲方之長數以闊十尺乘之得十根爲甲方之面積乙方之長與甲等亦爲一根以闊十
六尺乘之得十六根爲乙方之面積丙方之面積與甲之長相等亦爲一根以闊四尺除之得四分根
之一爲丙方之長數以甲方之面積十根乙方之面積十六根丙方之長數四分根之一相併共得二
十六根又四分根之一與三千一百五十尺相等則一根必與一百二十尺相等即甲方之長數也
◎如長方形長闊和五百零四丈面積爲闊自乘之七倍問長闊
法借一根爲闊數則長數爲五百零四丈少一根以闊一根與長五百零四丈少一根相乘得五百零
四根少一平方爲長方面積又以闊一根自乘得一平方得八平方與五百零四根相等各降一位則爲八根與五
百零四丈相等蓋以八乃四之平方故可降也何則如根爲二平方爲四平方爲八皆降一位則爲二與一之比
三平方爲九立方爲二十七皆降一位則爲三與二之比四平方爲十六立方爲六十四皆降一位則爲四與三之比
三平方爲九立方爲二十七皆降一位則爲三與二之比四平方爲十六立方爲六十四皆降一位則爲四與三之比
- ◎設如有樓一座不知高數正方面池一面不知邊數但云以六丈與樓之高數相乘與池之邊數等以一
百零八丈與樓之高數相乘與池之面積等問樓高及池邊數各幾何
法借一根爲樓之高數以一根與六丈相乘得六根爲池之邊數自乘得三十六平方爲池之面積又
以一根與一百零八丈相乘得一百零八根亦爲池之面積是爲三十六平方與一百零八根相等各
降一位則爲三十六根與一百零八丈相等則一根必與三丈相等即樓之高數也此面積相
除法
- ◎設如甲乙二人有銀不言兩數但知其銀之比例同於八與五若以二人銀相併則與二人銀相乘之
數等問二人銀各若干
法借八根爲甲銀數五根爲乙銀數相乘得四十平方又以八根與五根相加得一十三根與四十平
方相等四十平方與一十三根各降一位則爲四十根與一十三兩相等四十根既與一十三兩相等則八根
必與二兩六錢相等即甲銀數五根必與一兩六錢二分五釐相等即乙銀數兩數相加得四兩二錢
二分五釐若以兩數相乘亦得四兩二錢二分五釐也此比例
法
- ◎設如有大小正方面池小池每邊爲大池每邊之三分之一二池共邊數爲二池共面積之五十分之一
問二池邊數面積各幾何
法借一根爲小池每邊之數則大池每邊之數爲三根兩邊數相加得四根又以一根自乘得一平方
爲小池面積以三根自乘得九平方爲大池面積兩面積相加得十平方爲二池共邊之五十分之
共邊四根以五十乘之得二百根是爲十平方與二百根相等十平方與二百根各降一位則爲十根

與二百丈相等。十根既與二百丈相等。則一根必與二十丈相等。即小池每邊之數。此二正方法。
 ②設如有甲乙丙三正方法。每邊為甲方每邊之四分之一。丙方每邊為甲方每邊之八分之一。而乙丙兩方之共面積。為甲方每邊之十倍。問三方邊數面積各幾何。
 法借八根。為甲方每邊之數。則乙方每邊之數為二根。丙方每邊之數為一根。以二根自乘。得四平方。為乙方面積。以一根自乘。得一平方。為丙方面積。兩面積相加。得五平方。為甲方每邊之十倍。乃以甲方每邊八根。十因之。得八十根。是為五平方。與八十根相等。五平方與八十根。各降一位。則為五根。與八十尺相等。五根既與八十尺相等。則一根必與十六尺相等。即丙方每邊之數。此三正方法。

③設如有甲乙二正方法。甲方為乙方每邊之三倍。以甲方邊四分之一。與乙方面積相乘。則與甲方面積等。問二方邊數面積各幾何。
 法借十二根。為甲方每邊之數。則乙方每邊之數為四根。以十二根自乘。得一百四十四平方。為甲方面積。以四根自乘。得一十六平方。為乙方面積。取甲方邊四分之一。三根。與乙方面積一十六平方相乘。得四十八立方。是為四十八立方。與一百四十四平方相等。各降二位。則為四十八根。與一百四十四尺相等。四十八根既與一百四十四尺相等。則十二根必與三十六尺相等。即甲方每邊之數。此二正方法。

④設如有大小二正方法。大方邊與小方邊之比例。同於五與三。大方面積。比小方面積。多二千三百零四丈。問大小二方邊各幾何。
 法借三根。為小方每邊之數。則大方每邊之數為五根。以三根自乘。得九平方。為小方面積。以五根自乘。得二十五平方。為大方面積。二面積相減。餘一十六平方。與二千三百零四丈相等。一十六平方。既與二千三百零四丈相等。則一平方必與一百四十四丈相等。開平方。得一十二丈。為一根之數。三因之。得三十六丈。即小方每邊之數。此二正方法。

⑤設如有甲乙二正方法。每邊為乙方每邊之三倍。又有丙一長方。其長與甲方之每邊等。其闊與乙方之每邊等。三方面積。共二萬零八百丈。問三方邊數面積各若干。
 法借一根。為乙方每邊之數。則甲方每邊之數為三根。以一根自乘。得一平方。為乙方面積。以三根自乘。得九平方。為甲方面積。以一根與三根相乘。得三平方。為丙方面積。三面積相加。得一十三平方。與二萬零八百丈相等。十三平方。既與二萬零八百丈相等。則一平方必與一千六百丈相等。即乙方之面積。開平方。得四十丈。為一根之數。即乙方每邊之數。此二正方法。

⑥設如有兵二萬九千四百八十四名。欲排作三軍。俱為正方法。第二軍每邊。比第一軍每邊為三倍。第三軍每邊。比第二軍每邊亦為三倍。問三軍兵數各若干。
 算通 卷七

法借一根。為第一軍每邊之數。則第二軍每邊之數為三根。第三軍每邊之數為九根。以一根自乘。得一平方。為第一軍之總數。以三根自乘。得九平方。為第二軍之總數。以九根自乘。得八十一平方。為第三軍之總數。三總數相加。得九十一平方。與二萬九千四百八十四相等。九十一平方。既與二萬九千四百八十四相等。則一平方必與三百二十四相等。即第一軍之總數。開平方。得十八。為一根之數。即第一軍每邊之數。此三正方法。

⑦設如一正方法。一長方。俱不知其邊數。但知長方之面積。為八萬一千尺。其長為正方法邊之十五分之二。其闊為正方法邊之二十五分之三。問二方邊各若干。
 法借一根。為正方法每邊之數。則長方之長為十五分根之二。長方之闊為二十五分根之三。以正方法邊一根。自乘。得一平方之面積。以長方之長闊相乘。得三百七十五分平方之六。以兩分母十五與二十五相乘。得三百七十五。為長方面積。是為三百七十五分平方之六。與八萬一千尺相等。乃以六分。為一率。八萬一千尺。為二率。三百七十五分。為三率。求得四率五百零六萬二千五百尺。與一平方相等。三百零六萬二千五百尺。則三率。為五萬零六百二十五尺也。開平方。得二千二百五十尺。為一根之數。即正方法每邊之數。其十五分之二。為三百尺。即長方之長。其二十五分之三。為二百七十尺。即長方之闊。相乘。得八萬一千尺。以合原數也。此二正方法。

⑧設如有大小二正方法。大方比小方。每邊多六尺。面積多一千七百一十六尺。問二方邊數面積各幾何。
 法借一根。為小方每邊之數。則大方每邊之數為一根多六尺。以一根自乘。得一平方。為小方面積。以一根多六尺。自乘。得一平方。多十二根。多三十六尺。為大方面積。大方既比小方面積。多一千七百一十六尺。則以小方之面積。一平方。加一千七百一十六尺。與大方之面積。一平方。多十二根。多三十六尺。相等。兩邊各減去一平方。又各減三十六尺。得十二根。與一千六百八十八尺相等。十二根既與一千六百八十八尺相等。則一根必與一百四十四尺相等。即小方每邊之數。此二正方法。

⑨設如有大小二正方法。大方比小方。每邊多二尺。面積共一百尺。問二方邊數及面積。曰小方邊六尺。面積三十六尺。大方邊八尺。面積六十四尺。
 法借一根。為小方每邊之數。則大方每邊為一根。多二尺。以一根自乘。得一平方。為小方面積。以一根多二尺。自乘。得一平方。多四尺。又四尺。為大方面積。兩面積相加。得二平方。多四尺。又四尺。與一百尺相等。兩邊各減四尺。餘二平方。多四尺。與九十六尺相等。則一平方多二根。必與四十八尺相等。以二平方。為四十八尺。乃以四十八尺。為長方面積。以二根作二尺。為長闊。照上帶縱平方。第一條法算之。得闊六尺。為一根之數。即小方每邊也。而餘可知。此二正方法。

⑩如大小正方法。邊數共十四尺。面積共一百尺。問各邊各積。答如前。
 算通 卷七

法借一根爲小方邊數，則大方邊爲十四尺少一根，以一根自乘，得小方積一平方，以十四尺少一根自乘，得大方積一百九十六尺，少二十八根，多一平方，兩積相加，得一百九十六尺，少二十八根，多二平方，與一百尺相等，兩邊各加二十八根，得一百九十六尺，多二平方，與一百尺多二十八根相等，又各減一百尺，得九十六尺，多二平方，與二十八根相等，六尺，共七十二尺，加九十六尺，亦得一百六十八尺，爲相等等，則四十八尺，多一平方，必與十四根相等，乃以四十八尺爲長方積，以十四根作十四尺，爲長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊六尺，爲一根之數，即小方邊也，而餘可知，此二方法也。

④設如有大小二正方，邊數共一百一十尺，大方比小方面積爲五倍，少四尺，問二方邊數面積各幾何？法借一根，爲小方每邊之數，則大方每邊之數，爲一百一十尺，少一根，以一根自乘，得一平方，爲小方面積，以一百一十尺少一根，自乘得一萬二千一百尺，少二百二十根，多一平方，爲大方之面積，大方既比小方面積爲五倍，少四尺，則將小方加五倍，將大方加四尺，是爲五平方，與一萬二千一百零四尺，少二十根，多一平方相等，兩邊各減一平方，得四平方，與一萬二千一百零四尺，少二十根，多一平方相等，兩邊各減一平方，得四平方，必與三千零二十六尺，少五十五根相等，乃以三千零二十六尺爲長方積，以五十五根作五十五尺，爲長闊較，照上帶縱平方篇第一條法算之，得闊三十六尺，爲一根之數，即小方每邊之數，但此二方法，有邊和相分耳。

⑤設如有長方，又有大小二正方，面積共四百四十一丈，大方邊，與長方之長等，小正方邊，與長方之闊等，但知小正方邊爲九丈，問大方邊若干？法借一根，爲大方每邊之數，自乘得一平方，爲大方之面積，以九丈自乘得八十一丈，爲小方之面積，以九丈與一根相乘，得九根，爲長方之面積，三面積相加，得一平方，多九根，又多八十一丈，與四百四十一丈相等，兩邊各減八十一丈，得一平方，多九根，與三百六十丈相等，乃以三百六十丈爲長方積，以九根作九丈爲長闊較，照上帶縱平方篇第一條法算之，得闊十五丈，爲一根之數，即大方每邊之數，此帶縱平方法也。

⑥設如有長方，又有大小二正方，面積共四百五十七丈，長方之長，與大方邊等，長方之闊，與小正方邊等，長闊共二十四丈，問長闊各幾何？法借一根，爲長方之闊，則長方之長爲二十四丈，少一根，以一根自乘，得一平方，爲小正方之面積，以二十四丈少一根，自乘得五百七十六丈，少四十八根，多一平方，爲大方之面積，以一根與二十四丈少一根相乘，得二十四根，少一平方，爲長方之面積，三面積相加，得一平方，少二十四根，多五百七十六丈，與四百五十七丈相等，兩邊各加二十四根，得一平方，多五百七十六丈，與二十四根，多四百五十七丈相等，兩邊各減四百五十七丈，得一平方，多一百一十九丈，與二十四根相等，乃以一百一十九丈爲長方積，以二十四根作二十四丈，爲長闊較，照上帶縱平方篇第一條法算之，得闊九丈，爲一根之數，即大方每邊之數，此帶縱平方法也。

十九丈爲長方積，以二十四根作二十四丈，爲長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊七丈，爲一根之數，即長方之闊，此帶縱平方法也。

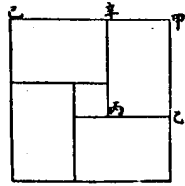
⑦設如有長方，其面積八萬三千二百三十二丈，又有一正方，其每邊與長方之闊等，若以正方面積自乘，則與兩方之面積等，問二方邊數各若干？法借一根，爲正方面積，自乘得一平方，爲正方面積自乘之數，又以一根與八萬三千二百三十二丈相加，得一根多八萬三千二百三十二丈，是爲一根多八萬三千二百三十二丈，與一平方相等，乃以八萬三千二百三十二丈爲長方積，以一根作一丈，爲長闊較，照上帶縱平方篇第二條法算之，得長二百八十九丈，爲一根之數，即正方面積，亦即長方之長，開平方得一十七丈，即正方面積之邊，亦即長方之闊，此帶縱平方法也。

⑧設如有銀買駝馬，共六十一匹，駝每匹之價與共駝數等，馬每匹之價與共馬數等，今賣馬一匹之價與共駝數等，賣駝一匹之價，爲共馬數之二倍，共得利銀七百一十九兩，問駝馬數及每匹價各若干？法借一根，爲共馬數，則六十一匹，少一根，爲共駝數，以共馬數一根自乘，得一平方，爲買馬之共價，以共駝數六十一匹，少一根，自乘得三千七百二十一兩，少一百二十二根，多一平方，爲買駝之共價，兩共價相加，得三千七百二十一兩，少一百二十二根，多一平方，爲買駝馬之總銀數，又以共馬數一根，與共駝數六十一匹，少一根相乘，得六十一根，少一平方，爲賣馬之共銀數，以共駝數六十一匹，少一根，與二倍共馬數二根相乘，得一百二十二根，少一平方，爲賣駝之共銀數，兩共銀數相加，得一百八十三根，少三平方，爲賣駝馬之總銀數，內減買駝馬總銀數三千七百二十一兩，少一百二十二根，多二平方，餘三百零五根，少五平方，又少三千七百二十一兩，與利銀七百一十九兩相等，兩邊各加三千七百二十一兩，得三百零五根，少五平方，與四千四百四十兩相等，三百零五根，少五平方，既與四千四百四十兩相等，則六十一根，少一平方，必與八百八十八兩相等，乃以八百八十八兩爲長方積，以六十一根，作六十一爲長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊二十四，爲一根之數，即馬數，亦即駝每匹之價，爲二十四兩也，以二十四匹與六十一匹相減，餘三十七匹，即共駝數，亦即駝每匹之價，爲三十七兩也，此帶縱平方法也。

⑨設如有木匠瓦匠共三十名，又有匠頭不知名數，但知每匠頭一人，得銀三十六兩，其木匠一人之銀數與瓦匠之人數等，瓦匠一人之銀數與木匠之人數等，而匠頭之人數，與木匠瓦匠相差之數等，匠頭之共銀數與木匠之共銀數等，問匠頭與木匠瓦匠之人數，及每人所得之銀數各幾何？法借一根，爲木匠之人數，則瓦匠之人數，爲三十少一根，以一根與三十少一根相乘，得三十根，少一平方，爲木匠之共銀數，亦爲瓦匠之共銀數，又以木匠之人數一根，與瓦匠之人數三十少一根相減，

根及辛壬戌己之七根，共為十四根。甲乙二根，庚甲己庚方，辛己。又加辛丙庚己一平方始得乙丁壬丙句自乘方也。於甲丁戊己句股和自乘方內，減去甲乙丙辛壬戌己一平方，是比折形，多減去辛丙庚己一平方，為句自乘數，今減去十四根，乃減去甲乙丙辛壬戌己一平方，又減去辛壬戌己一平方，以補多減之數，始為乙丁壬丙句自乘方也。故辛丙庚己股自乘數乙丁壬丙句自乘數相加，與弦自乘之數相等，兩邊各加各減，得一平方，與七根少十二尺相等者，即辛丙庚己一平方，與甲乙庚己七根數相較，而少甲乙丙辛之長方十二尺也。今不知七根之數，又不知一方之數，但知一平方與七根相較之甲乙丙辛長方為十二尺，故即以十二尺為長方積，以甲己為長闊和，照上帶縱平方篇第四條法算之，得甲乙長而為股數也。此句股法，較相求法。

如句弦和五十九尺，股弦和八十一尺，問三色。曰句九尺，弦四十一尺，股四十尺。



法借一根為句數，則五十九尺少一根為弦數，一根多三十一尺為股數。以五十九尺為句，與八十一尺相減，餘三十二尺，合為五十九尺，股四十一尺，合為八十一尺。兩邊各加四十一尺，已對減盡。一連餘句九尺，一連餘股四十一尺，較句多三十一尺，較股多四十九尺，所餘三十一尺，為句股數也。故以句一，股一，加句股三十一尺，即句一，自乘得一平方，以弦五十九尺少一根，自乘得二千五百尺少一百根，多一平方，以股四十一尺，自乘得一千六百六十二尺，又多九百六十一尺，以股自乘數，與弦自乘數相減，餘一千五百三十九尺，少一百六十二根，亦為句自乘數，而與句一平方相等，乃以一千五百三十九尺為長方積，以一百六十二根作一百六十二尺，為長闊和，照上帶縱平方篇第一條法算之，得闊九尺為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

設如有句股和二十三尺，句弦和二十五尺，問句股弦各幾何。

法借一根為句數，則二十三尺少一根為股數，二十五尺少一根為弦數，以一根自乘，得一平方，為句自乘之數，以二十三尺少一根，自乘得五百二十九尺少四十六根，多一平方，為股自乘之數，以二十三尺少一根，自乘得六百二十五尺，少五十根，多一平方，為弦自乘之數，與弦自乘之數相減，得九十六尺，少四根，亦為句自乘之數，而與句數一平方為相等，乃以九十六尺為長方積，四根作四尺為長闊和，照上帶縱平方篇第一條法算之，得闊八尺，為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

設如有股弦和二十五尺，句弦較八尺，問句股弦各幾何。

法借一根為股數，則二十五尺少一根為弦數，十七尺少一根為句數。股和二十五尺，內減句較八尺，餘十七尺，以一根自乘，得一平方，為股自乘之數，以十七尺少一根，自乘得二百八十九尺，少三十四根，多一平方，為句自乘之數，以二十五尺少一根，自乘得六百二十五尺，少五十根，多一平方，為弦自乘之數，以十七尺少一根，自乘得二百八十九尺，少三十四根，多一平方，為句自乘之數，與弦自乘之數相減，得三百三十六尺，少一十六根，亦為股自乘之數，而與股數一平方為相等，乃以三百三十六尺為長方積，十六根作十六尺為長闊和，照上帶縱平方篇第一條法算之，得闊十二尺，為一根之數，即股數也。此句股法，較相求法。

設如有股弦較一尺，句弦較三十二尺，問句股弦各幾何。

法借一根為句數，則一根多三十二尺為弦數，一根多三十一尺為股數。一尺為句自乘，得一平方，多三十一尺，以一根自乘，得一平方，為句自乘之數，以一根多三十二尺，自乘得一千零二十四尺，為弦自乘之數，以一根多三十一尺，自乘得一千零六十二尺，又多九百六十一尺，為股自乘之數，以股自乘之數與弦自乘之數相減，得二根多六十三尺，亦為句自乘之數，而與句一平方為相等，乃以六十三尺為長方積，以二根作二尺為長闊和，照上帶縱平方篇第一條法算之，得長九尺，為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

算通 卷七

五二七

設如有句股和七十三尺，句弦較與股弦較之和三十尺，問句股弦各幾何。

法借一根為句數，則七十三尺少一根為股數，五十三尺為弦數。以句股和七十三尺，加句較與股較之和三十尺，得五十三尺，為弦數也。以一根自乘，得一平方，為句自乘之數，以七十三尺少一根，自乘得五千三百二十九尺，少一百四十六根，多一平方，為股自乘之數，以五十三尺自乘得二千八百零九尺，為弦自乘之數，與弦自乘之數相減，得一百四十六根少二千五百二十尺，又少一平方，亦為句自乘之數，而與句數一平方為相等，兩邊各加一平方，得一百四十六根少二千五百二十尺，與二平方相等，則七十三根少一千二百六十尺，必與一平方相等，乃以一千二百六十尺為長方積，七十三根作七十三尺，為長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊二十八尺，為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

設如有句股弦總和一百五十八尺，句股較與弦較共八十尺，問句股弦各幾何。

法借一根為句數，則一根多四十尺為弦數，將三較去八十尺，折中四十尺，即句數也。一百一十尺，少二根，為股數，總和一百五十八尺內，減去句數一，又減去弦數一，又減去股數一，又減去較數一，得一百一十尺，少二根，為股數也。以一根自乘，得一平方，為句自乘之數，以一百一十尺少二根，自乘得一萬二千一百尺，少四百四十根，多四平方，為股自乘之數，以股自乘之數與弦自乘之數相減，得五百二十根少三平方，又少一萬零五百尺，亦為句自乘之數，而與句數一平方為相等，兩邊各加三平方，得五百二十根，少一萬零五百尺，與四平方相等，則一百三十根少二千六百二十五尺，必與一平方相等，乃以二千六百二十五尺為長方積，以一百三十根作一百三十尺，為長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊二十五尺，為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

設如有句股和七十三尺，句弦較與股弦較之和三十尺，問句股弦各幾何。

法借一根為句數，則七十三尺少一根為股數，五十三尺為弦數。以句股和七十三尺，加句較與股較之和三十尺，得五十三尺，為弦數也。以一根自乘，得一平方，為句自乘之數，以七十三尺少一根，自乘得五千三百二十九尺，少一百四十六根，多一平方，為股自乘之數，以五十三尺自乘得二千八百零九尺，為弦自乘之數，與弦自乘之數相減，得一百四十六根少二千五百二十尺，又少一平方，亦為句自乘之數，而與句數一平方為相等，兩邊各加一平方，得一百四十六根少二千五百二十尺，與二平方相等，則七十三根少一千二百六十尺，必與一平方相等，乃以一千二百六十尺為長方積，七十三根作七十三尺，為長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊二十八尺，為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

設如有句股弦總和一百五十八尺，句股較與弦較共八十尺，問句股弦各幾何。

法借一根為句數，則一根多四十尺為弦數，將三較去八十尺，折中四十尺，即句數也。一百一十尺，少二根，為股數，總和一百五十八尺內，減去句數一，又減去弦數一，又減去股數一，又減去較數一，得一百一十尺，少二根，為股數也。以一根自乘，得一平方，為句自乘之數，以一百一十尺少二根，自乘得一萬二千一百尺，少四百四十根，多四平方，為股自乘之數，以股自乘之數與弦自乘之數相減，得五百二十根少三平方，又少一萬零五百尺，亦為句自乘之數，而與句數一平方為相等，兩邊各加三平方，得五百二十根，少一萬零五百尺，與四平方相等，則一百三十根少二千六百二十五尺，必與一平方相等，乃以二千六百二十五尺為長方積，以一百三十根作一百三十尺，為長闊和，照上帶縱平方篇第三條法算之，得闊二十五尺，為一根之數，即句數也。此句股法，較相求法。

算通 卷七

五二九

相加得六十五尺。即弦。此句股法。

⑤設如有句股和二十三尺。弦與句股較之較十尺。問句股弦各幾何。

法借一根為句股較數。則一根多十尺為弦數。以一根自乘得一百方。為句股較自乘之數。以一根多十尺自乘得一百方多二十根。又多一百尺。為弦自乘之數。倍之得二百方多四十根。又多二百尺。內減去句股較自乘之一平方。餘一平方多四十根多二百尺。為句股和自乘之數。而與句股和二十三尺。自乘之五百二十九尺為相等。蓋句股和自乘方內。有句股自乘之數。而與句股和二十三尺。與三百二十九尺相等。乃以三百二十九尺為長方積。以多四十尺為長闊較。照上帶縱平方為第一條法算之。得闊七尺。為一根之數。即句股較與句股和二十三尺相加得三十尺。折半得十五尺。為股內減較七尺。餘八尺為句。又以句股較七尺。與弦與句股較之較十尺相加得十七尺。為弦也。此句股法。

⑥設如有句股積一千零八十八尺。句股弦和一百八十尺。問句股弦各幾何。

法借一根為弦數。則一百八十尺少一根為句股和數。以一根自乘得一百方。為弦自乘之數。以一百八十尺少一根自乘得三萬二千四百尺少三百六十根多一平方。為句股和自乘之數。又以句股積一千零八十八尺四因之。得四千三百二十尺。與弦自乘之一平方相加。得一平方多四千三百二十尺。亦為句股和自乘之數。而與句股和自乘之三萬二千四百尺少三百六十根多一平方為相等。和自乘數內。有一根自乘方。有四句股積。故四因句股積。兩邊各減四千三百二十尺。得二萬八千零八十八尺。少三百六十根多一平方。與一平方相等。兩邊各加三百六十根。得二萬八千零八十八尺多一平方。與一平方多三百六十根相等。兩邊再各減一平方。得三百六十根。與二萬八千零八十八尺相等。則一根必與七十八尺相等。即弦數。以弦七十八尺與一百八十尺相減。餘一百零二尺。即句股和。又以弦自乘得六千零八十四尺。與四句股積四千三百二十尺相減。餘一千七百六十四尺。平方開之。得四十二尺。即句股較。與句股和一百零二尺相減。餘六十六尺。折半得三十三尺。即句數。加句股較四十二尺。得七十二尺。即股數也。此句股法。

⑦設如有句股積六十尺。弦與句股和之較六尺。問句股弦各若干。

法借一根為弦數。則一根多六尺為句股和數。以一根自乘得一百方。為弦自乘之數。以一根多六尺自乘得一百方多十二根多三十六尺。為句股和自乘之數。又以句股積六十尺四因之。得二百四十尺。與弦自乘之一平方相加。得一平方多二百四十尺。亦為句股和自乘之數。而與句股和之一平方多十二根多三十六尺為相等。兩邊各減去一平方。得十二根多三十六尺。與二百四十尺相等。兩邊又各減去三十六尺。得十二根。與二百零四尺相等。則一根必與十七尺相等。即弦數。加弦與句股和

之較六尺。得二十三尺。為句股和。用有弦有句股和求句股法算之。得股十五尺。句八尺也。此句股法。

⑧設如有三角形。大腰十七尺。小腰十尺。底二十一尺。求中垂線幾何。

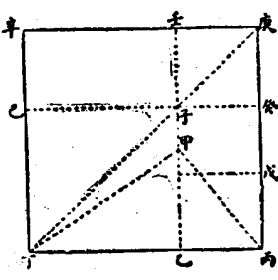
法借一根為中垂線之面積。以小腰十尺。自乘得一百尺。內減去一根得一百尺少一根。為小分底之面積。中垂線內減去股積。餘為句股也。又以大腰十七尺。自乘得二百八十九尺。內減去一根。餘二百八十九尺少一根。為大分底之面積。又以底二十一尺。自乘得四百四十一尺。內減大小兩分底之共面積三百八十九尺少二根。餘五十二尺多二根。折半得二十六尺多一根。為小分底乘大分底之面積。底邊自乘內有大分底自乘之一平方。小分底自乘之一平方。小分底乘大分底。此數與小分底之面積及大分底之面積。為相連比例三率。蓋大分底之面積為首率。而小分底乘大分底之面積為中率。小分底之面積為末率也。乃以首率大分底之面積二百八十九尺少一根。與末率小分底之面積一百尺少一根相乘。得二萬八千九百尺少三百八十九根多一平方。又以中率小分底乘大分底之面積二十六尺多一根。自乘得六百七十六尺多五十二根多一平方。此二數為相等。兩邊各加三百八十九根。得二萬八千九百尺多一平方。與六百七十六尺多四百四十一根多一平方相等。兩邊各減一平方。得二萬八千九百尺。與六百七十六尺多四百四十一根相等。兩邊各減去六百七十六尺。得二萬八千二百二十四尺。與四百四十一根相等。則六十四尺必與一根相等。即中垂線之面積。開平方得八尺。即中垂線也。此三角形求中垂線法。

⑨設如有三角形。底十四尺。大腰與中垂線之較三尺。小腰與中垂線之較一尺。求中垂線及兩腰各幾何。

法借一根為中垂線。則大腰為一根多三尺。小腰為一根多一尺。以一根自乘得一百方。為中垂線之面積。以一根多三尺。自乘得一百方多六根多九尺。為大腰之面積。內減去中垂線之面積。內積一平方。餘六根多九尺。為大分底之面積。以一根多一尺。自乘得一平方多二根多一尺。為小腰之面積。內減去中垂線之面積。餘二根多一尺。為小分底之面積。又以底十四尺。自乘得一百九十六尺。內減去大小兩分底之共面積八根多十尺。餘一百八十六尺。少八根。折半得九十三尺少四根。為小分底乘大分底之面積。此數與大分底之面積。及小分底之面積。為相連比例三率。蓋大分底之面積為首率。而小分底乘大分底之面積為中率。小分底之面積為末率也。乃以首率大分底之面積六根多九尺。與末率小分底之面積二根多一尺相乘。得十二平方多二十四根多九尺。又以中率之小分底乘大分底之面積九十三尺少四根。自乘得八千六百四十九尺少七十四根多十六平方。此二數為相等。兩邊各加七百四十四根。得十二平方多七百六十八根多九尺。與八千六百四十九尺多十

六平方相等。兩邊各減十二平方。得七百六十八根多九尺。與八千六百四十九尺多四平方相等。兩邊再各減八千六百四十九尺。得七百六十八根少八千六百四十九尺。與四平方相等。則一百九十二根少二千一百六十尺。必與一平方相等。乃以二千一百六十尺為長方積。以一百九十二根作一百九十二尺為長闊。照上帶縱平方算第三條法算之。得闊十二尺為一根之數。即中垂線加三尺。得十五尺。即大腰。加一尺。得十三尺。即小腰也。此三角形照上帶縱平方算第三條法算之。

如三角形丙丁底五尺。甲乙中垂線二尺四寸。大小腰之較一尺。求兩腰。曰小腰三尺。大腰四尺。法借一根為小腰。則大腰為一根多一尺。以一根自乘得一平方。為小腰面積。即甲乙丙形內減中垂線二尺四寸自乘之面積五尺七寸六分。即甲乙丙形。餘一平方少五尺七寸六分。為小分底丙乙之面積。即甲乙丙形之內。以一根多一尺自乘得一平方多二根少一尺。為大腰面積。即甲乙丙形內減中垂線二尺四寸自乘之面積五尺七寸六分。即甲乙丙形。餘一平方多二根少四尺七寸六分。為大分底乙丁之面積。即甲乙丙形之內。又以底丙丁五尺。自乘得丙丁辛庚方積二十五尺。內減去大小兩分底其面積二平方多二根少十尺零五寸二分。餘三十五尺五寸二分。少二平方。少二根。為戊壬壬己兩長方面積。折半得十七尺七寸六分。少一平方。少一根。為壬己一長方面積。乃兩分底相乘之面積也。丙乙小分底也。又辛壬壬己。則辛己丙乙也。此數與大分底面積及小分底面積。為連比例三率。蓋大分底之面積已乙為首率。兩底相乘之長方積壬己為中率。小分底之面積積戊乙為末率也。試移戊乙為壬己。而作丁辛。成其丙丁。則丁辛為末率也。之比乙子連。若子發連之比。是丁乙為首率。乙子子突為中率。發為末率。而發連之比。若面與面之比。故以大分底面積為首率。兩底相乘之面積為中率。小分底之面積為末率也。乃以首率大分底面積一平方多二根少四尺七寸六分。與末率小分底面積一平方少五尺七寸六分相乘。得一三乘方多二立方。少十平方零五寸二分。一十一根五寸二分。二十七根數四一七六。又以中率兩分底相乘面積十七尺七寸六分。少一平方。少一根。自乘得一三乘方多二立方。少三十五根五寸二分。三百一十五真數四一七六。此二數為相等。首末二率相乘。與兩邊各減一三乘方。二立方。又各加三十四平方。五二。三十五根五寸二分。則一邊補足三百一十五真數四一七六。所少而餘三百一十五真數四一七六。一邊加三十四平方。五二。三十五根五寸二分。除去原少十平方零五寸二分。一十一根五寸二分。餘二十四平方。二十四根。二十七真數四一七六。二數為相等。又兩邊各減二十七真數四一七六。則一邊餘二百八十八真數。一邊餘二十四平方。二十四根。為相等也。二十四平方多二十四根。既與二百八十八真數等。則一平方多一根。即大腰為一根。多一真數。即甲必與十二尺相等。乃以十二尺為長方積。以



多一根作一尺。為長闊較。照上帶縱平方算第一條法算之。得闊三尺為一根。即小腰。加一尺。為大腰。如前問云大腰小腰相和七尺。求大小腰。法借一根為小腰。則七尺少一根。為大腰。以一根自乘得一平方。為小腰面積。丙乙丙形內減中垂線二尺四寸自乘之面積五尺七寸六分。餘一平方少五尺七寸六分。為小分底丙乙之面積。以後非做前條之法。惟末以多七根作七尺。為長闊。照上帶縱平方算第三條法算之。得闊三尺為一根。即小腰也。

設如有扁方體高十八尺。若將體積加六倍。則高與長闊皆相等。問長闊之各一邊及體積幾何。法借一根為長闊之各一邊數。以一根自乘得一平方。為扁方體之面積。再以高十八尺乘之。得十八平方。為扁方體之體積。又以一根與一平方相乘得一立方。為扁方體之體積之六倍。乃以扁方體之體積十八平方。六因之。得一百零八平方。是為一立方。與一百零八平方相等。兩邊各降二位。得一根與一百零八尺相等。即扁方體之長闊各一邊數也。

設如有一長方體。高三尺五寸。又有一正方體。其每一面積與長方體之底面積等。而長方體積為正方體積之五倍。問正方體之一邊及體積各幾何。法借一根為正方體每邊之數。以一根自乘得一平方。為正方體之面積。亦即長方體之底面積。以一平方與高三十五寸相乘。得三十五平方。為長方體之體積。又以一根自乘再乘得一立方。為正方體之體積。長方體積既為正方體之五倍。乃以一立方。五因之。得五立方。而與三十五平方為相等。兩邊各降二位。得五根。與三十五寸相等。五根既與三十五寸相等。則一根必與七寸相等。即正方體之一邊之數也。

設如有一正方面形。又有一正方體形。但知正方面每邊為正方體每邊之八倍。而正方面積與正方體積相等。問邊線積數各若干。法借一根為正方面每邊之數。則正方面每邊之數為八根。以一根自乘再乘得一立方。為正方體積。以八根自乘。得六十四平方。為正方面積。是為一立方。與六十四平方相等。兩邊各降二位。得一根與六十四尺相等。即正方面每邊之數。此一平方。一立方。法。

設如有帶兩縱不同立方體。其高與闊之比例。同於四與六。闊與長之比例。同於六與九。其高與闊相乘之數。為長數之四倍。問高闊長各幾何。法借四根為高數。六根為闊數。九根為長數。以高四根與闊六根相乘。得二十四平方。與長數之四倍。乃以長數九根四因之。得三十六根。是為二十四平方與三十六根相等。兩邊各降一位。得二十四根與三十六尺相等。二十四根既與三十六尺相等。則四根必與六尺相等。即高數。此帶兩縱不同立方。法。

⑤設如有帶兩縱不同立方體。長二十四尺。高與闊和五十二尺。其高與闊相乘之積。與長自乘之積等。問高闊各若干。

法借一根為高數。則闊數為五十二尺少一根。相乘得五十二根少一平方。又以長二十四尺。自乘得五百七十六尺。此二數為相等。乃以五百七十六尺為長方積。以五十二根作五十二尺為長闊和。用帶縱較數開平方。得闊十六尺。為一根之數。即立方之高數。此帶兩縱不同立方。帶縱和開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱和開平方。得闊數。

⑥設如有帶兩縱不同立方體。高十二尺。長比闊多十寸。其長與闊相乘之積。與高自乘之積等。問長闊各若干。

法借一根為闊數。則長數為一根多十寸。以闊一根與長一根多十寸相乘。得一平方多十根。以高十二尺。自乘得一百四十四寸。此二數為相等。乃以一百四十四寸為長方積。以十根作十寸為長闊較。用帶縱較數開平方。得闊八寸。為一根之數。即立方之闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱較數開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱較數開平方。得闊數。

⑦設如有帶兩縱不同立方體。長比闊多四寸。闊比高多二寸。其體積比高自乘再乘之正方體。多一百七十六寸。問長闊高各若干。

法借一根為高數。則闊數為一根多二寸。長數為一根多六寸。以高一根與闊一根多二寸相乘。得一平方多二根。再以長一根多六寸乘之。得一立方多八平方多十二根。內減高數一根自乘再乘之一立方餘八平方多十二根。與一百七十六寸相等。八平方多十二根。既與一百七十六寸相等。則一平方多一根半必與二十二寸相等。乃以二十二寸為長方積。以一根半作一寸五分。為長闊較。用帶縱較數開平方。得闊四寸。為一根之數。此帶兩縱不同立方。帶縱較數開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱較數開平方。得闊數。

⑧設如一長方池。深二十尺。長闊和六十尺。其體積一萬七千二百八十尺。問長闊各若干。

法借一根為闊數。則長數為六十尺少一根。以闊一根與長六十尺少一根相乘。得六十根少一平方。以深二十尺再乘。得一千二百根。少二十平方。與一萬七千二百八十尺相等。一千二百根少二十平方。既與一萬七千二百八十尺相等。則六十根少一平方必與八百六十四尺相等。乃以八百六十四尺為長方積。以六十根作六十尺為長闊和。用帶縱和數開平方。得闊二十四尺。為一根之數。此帶兩縱不同立方。帶縱和數開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱和數開平方。得闊數。

⑨設如一長方池。深三十尺。長比闊多十尺。其體積七萬一千二百八十尺。問長闊各若干。

法借一根為闊數。則長數為一根多十尺。以闊一根與長一根多十尺相乘。得一平方多十根。再以深三十尺乘之。得三十平方多三百根。與七萬一千二百八十尺相等。三十平方多三百根。既與七萬一千二百八十尺相等。則一平方多十根必與二千三百七十六尺相等。乃以二千三百七十六尺為長方積。以十根作十尺為長闊較。用帶縱較數開平方。得闊四十四尺。為一根之數。即池之闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱較數開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱較數開平方。得闊數。

⑩設如有帶兩縱不同立方體。長闊高共五十八尺。長比闊多六尺。其對角斜線自乘之數。為一千一百五十六尺。問長闊高各幾何。

法借一根為闊數。則長數為一根多六尺。以長闊兩數相加。得二根多六尺。與長闊高共五十八尺相減。餘五十二尺。少二根為高數。以闊一根自乘。得一平方。為闊自乘之數。以長一根多六尺自乘。得一平方多十二根多三十六尺。為長自乘之數。以高五十二尺。少二根自乘。得二千七百零四尺。少二百零八根多四平方。為高自乘之數。三自乘數相加。得二千七百四十四尺。少一百九十六根多六平方。與對角線自乘之一千一百五十六尺相等。詳詳內各等。兩邊各加一百九十六根。得二千七百四十四尺。多六平方。與一千一百五十六尺相等。一千九百九十六根相等。兩邊各減一千一百五十六尺。得一千五百八十四尺。多六平方。與一千九百九十六根相等。一千五百八十四尺。多六平方。既與一千九百九十六根相等。則二百六十四尺。多一平方。必與三十二根。又六分根之四相等。乃以二百六十四尺為長方積。以三十二根。六分根之四。作三十二尺。又六分尺之四。為長闊和。此須用通分。用帶縱和數開平方。得長十八尺。為一根之數。即立方之闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱和數開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱和數開平方。得闊數。

⑪設如有帶兩縱不同立方體。其長闊高為相連比例三率。長為首率。闊為中率。高為末率。共五十七寸。其六面積共二千零五十二寸。問長闊高各幾何。

法借一根為長數。則闊數為五十七寸少一根。又以六面積共二千零五十二寸。折半得一千零二十六寸。為三面積共數。以長闊高共五十七寸除之。得一十八寸。為闊數。何則。三面積。一為闊乘長。一為闊乘高。一為闊乘闊。本當言一為長乘高。因長為首率。高為末率。闊為中。是闊與長高闊共數相乘也。分即合也。乘。以除還原。故以長高闊共數五十七寸除之。得闊。於是。以闊一十八尺。與闊高之共數五十七寸。少一根相減。餘三十九寸。少一根為高數。乃以首率長一根與末率高三十九寸。少一根相乘。得三十九根。少一平方。與中率闊十八寸自乘之。三百二十四寸相等。乃以三百二十四寸為長方積。以三十九根作三十九寸。為長闊和。用帶縱和數開平方。得長二十七寸。為一根之數。即立方之長數。此帶兩縱不同立方。帶縱和數開平方。得闊數。此帶兩縱不同立方。帶縱和數開平方。得闊數。

⑫設如有帶兩縱不同立方體。其高與闊之比例。同於一與二。闊與長之比例。同於二與三。以高自乘再乘之數。與闊自乘再乘之數。相加。比原體積多一千零二十九寸。問長闊高各幾何。

法借一根為高數。則闊數為二根。長數為三根。以闊二根與長三根相乘。得六平方。再以高一根乘之。得六立方。為原體積。又以高一根自乘再乘得一立方。以闊二根自乘再乘得八立方。和併得九立方。內減原體積六立方。餘三立方。與一千零二十九寸相等。三立方。既與一千零二十九寸相等。則一立

方必與三百四十三寸相等。乃以三百四十三寸開立方得七寸。為一根之數。即立方之高數。如帶帶法。此法。

⑤設如有甲乙丙三立方體。甲方邊與乙方邊之比例。同於二與三。乙方積比甲方積多一百五十二寸。丙方積比乙方積多七百八十四寸。問三立方體之邊數各若干。

法借二根為甲方每邊之數。則乙方每邊之數為三根。以二根自乘再乘得八立方。為甲方之體積。以三根自乘再乘得二十七立方。為乙方之體積。兩體積相減。除一百九十二立方。與一百五十二寸相等。十九立方。既與一百五十二寸相等。則一立方必與八寸相等。乃以八寸開立方得二寸。為一根之數。倍之得四寸。即甲方每邊之數。三因之得六寸。即乙方每邊之數。自乘再乘得二百一十六寸。加七百八十四寸。得一千零一十寸。即丙方每邊之數也。此三立方體邊數。

⑥設如有帶兩縱不同立方體。高比闊為五分之一。闊比長亦為五分之一。體積六十一萬四千一百二十五尺。問高闊長各幾何。

法借一根為高數。則闊數為五根。長數為二十五根。以闊五根。與長二十五根相乘。得一百二十五平方。再以高一根乘之。得一百二十五立方。與六十一萬四千一百二十五尺相等。一百二十五立方。既與六十一萬四千一百二十五尺相等。則一立方必與四千九百一十三尺相等。乃以四千九百一十三尺開立方。得十七尺。為一根之數。即立方之高。此帶帶法。

⑦設如有二大立方體。其闊三倍於高。其長三倍於闊。又有小立方體。比大立方體。高為二分之一。闊為三分之一。長為九分之七。小立方體積。二萬三千六百二十五寸。問大小二立方體之長闊高各幾何。

法借一根。為大立方體之高。則大立方體之闊為三根。大立方體之長為九根。小立方體之高為半根。小立方體之闊為二根。小立方體之長為七根。乃以長七根。與闊二根相乘。得一十四平方。再以高半根乘之。得七立方。為小立方體積。與二萬三千六百二十五寸相等。七立方既與二萬三千六百二十五寸相等。則一立方必與三千三百七十五寸相等。乃以三千三百七十五寸開立方。得十五寸。為一根之數。即大立方體之高。此帶帶法。

⑧設如有人買馬三次。第二次比第一次多一倍。第三次比第二次多一倍。以第三次馬數四分之一。與第二次馬數之半相乘。又與第一次馬數三分之一相乘。得六千五百六十一匹。問三次所買馬數各若干。

法借三根為第一次買馬之數。第一次。則第二次買馬之數為六根。第三次買馬之數為十二根。以第三次四分之一。三根。與第二次之半。三根。相乘。得九平方。又與第一次三分之一。一根。相乘。得九立方。與六千五百六十一匹相等。九立方既與六千五百六十一匹相等。則一立方必與七百二十九匹。

相等。乃以七百二十九匹開立方得九匹。為一根之數。三因之得二十七匹。為第一次買馬之數。此帶帶法。

⑨設如有馬牛羊。各不知數。但知牛數比馬數多四。羊數與馬牛相乘之數等。馬每匹之價。與羊數等。牛每頭之價。與馬數等。羊每隻之價。比馬每匹價少十兩。而羊之共價。為一百九十二兩。問馬牛羊及價銀各若干。

法借一根為馬數。則牛數為一根多四。以馬數一根與牛數一根多四相乘。得一平方多四根。為羊數。馬價與牛數等。為一根多四兩。則羊價為一根少六兩。以羊數一平方多四根與羊價一根少六兩相乘。得一立方少二平方少二十四根。為羊之共價。與一百九十二兩相等。乃以一百九十二兩。為帶帶折。馬方體積用帶帶開立方法算之。得八。為一根之數。即馬數。亦即牛每頭之價。為八兩也。加牛比馬多四。得十二。為牛數。亦即馬每匹之價。為十二兩也。以馬數八。與牛數十二相乘。得九十六。為羊數。以羊數九十六。歸除羊共價一百九十二兩。得二兩。為羊每隻價。比馬一匹之價少十兩也。此帶帶法。

⑩設如有馬騾連重。其共馬數。比馬每匹所賦之數。多二十。騾每匹所賦之數。比共馬數。多三十。其共騾數。與馬所賦之共數等。但知騾共賦一千一百萬斤。問馬數騾數。及所賦之斤數。各若干。

法借一根為共馬數。則馬每匹所賦之斤數。為一根少二十斤。騾每匹所賦之斤數。為一根多三十斤。以共馬數一根與馬每匹賦一斤少二十斤相乘。得一平方少二十根。為馬所賦之共數。亦即共騾數。再以騾每匹賦一斤多三十斤乘之。得一立方多十平方少六百根。為騾所賦之共數。與一千一百萬斤相等。乃以一千一百萬斤。為帶帶折長方體積。用帶帶開立方法算之。得二百二十。為一根之數。即共馬數。此帶帶法。

⑪設如有大小二立方體。邊數共二尺六寸。體積共五千零九十六寸。問立方體邊數體積各幾何。

法借一根為小方每邊之數。則大方每邊之數為二十六寸少一根。以一根自乘再乘得一立方。為小方之體積。以二十六寸少一根。自乘再乘。得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方少一立方。為大方之體積。兩體積相加。得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方。與五千零九十六寸多二千零二十八根相等。兩邊各減五千零九十六寸。得一萬二千四百八十寸多七十八平方。與二千零二十八根相等。一萬二千四百八十寸多七十八平方。既與二千零二十八根相等。則一百六十寸多一平方。必與二十六根相等。乃以一百六十寸為長方積。以二十六根。

作二十六寸。為長闊。用帶帶和數開平方法算之。得闊十寸。為一根之數。即小方每邊之數。此帶帶和法。

⑤設如有大小二正方體。大方邊比小方邊多四尺。大方積比小方積多一千二百一十六尺。問二正方體邊數積各幾何。

法借一根為小方每邊之數。則大方每邊之數為一根多四尺。以一根自乘再乘。得一立方。為小方之體積。以一根多四尺自乘再乘。得一立方。多十二平方。多四十八根。多六十四尺。為大方之體積。兩體積相減。得十二平方。多四十八根。多六十四尺。與一千二百一十六尺相等。兩邊各減六十四尺。得十二平方。多四十八根。與一千一百五十二尺相等。十二平方。多四十八根。既與一千一百五十二尺相等。則一平方。多四根。必與九十六尺相等。乃以九十六尺為長方積。以四根作四尺。為長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八尺。為一根之數。即小方每邊之數。此二正方體。有邊。

⑥設如有大小二正方體。大方邊比小方邊多二尺。體積共一千零七十二尺。問二正方體邊數積各幾何。

法借一根為小方每邊之數。則大方每邊之數為一根多二尺。以一根自乘再乘。得一立方。為小方之體積。以一根多二尺自乘再乘。得一立方。多六平方。多十二根。多八尺。為大方之體積。兩體積相加。得二立方。六平方。多十二根。多八尺。與一千零七十二尺相等。兩邊各減去八尺。得二立方。多六平方。多十二根。與一千零六十四尺相等。二立方。多六平方。多十二根。既與一千零六十四尺相等。則一立方。多三平方。多六根。必與五百三十二尺相等。乃以五百三十二尺。為帶折長方體積。用帶縱開立方法算之。得七尺。為一根之數。即小方每邊之數。此二正方體。有邊。

⑦設如有大小二正方體。邊數共十四尺。大方積比小方積多二百九十六尺。問二正方體之邊數體積各幾何。

法借一根為小方每邊之數。則大方每邊之數為十四尺少一根。以一根自乘再乘。得一立方。為小方之體積。以十四尺少一根自乘再乘。得二千七百四十四尺少五百八十八根。多四十二平方。少一立方。為大方之體積。兩體積相減。得二千七百四十四尺少五百八十八根。多四十二平方。少一立方。與二百九十六尺相等。兩邊各加二立方。又加五百八十八根。得二立方。多五百八十八根。多二百九十六尺。與二千七百四十四尺多四十二平方相等。兩邊各減去二百九十六尺。又各減去四十二平方。得二立方。少四十二平方。多五百八十八根。與二千四百四十八尺相等。二立方。少四十二平方。多五百八十八根。既與二千四百四十八尺相等。則一立方。少二十平方。多二百九十四根。必與一千二百二十四尺相等。乃以一千二百二十四尺。為帶折扁方體積。用帶縱開立方法算之。得六尺。為一根之數。即小方每邊之數。此二正方體。有邊。

⑧設如有句股積二百四十尺。股較較四尺。問句股弦各幾何。

法借一根為股數。則弦為一根。多四尺。以一根自乘得一平方。為股自乘之數。以一根多四尺。自乘得一平方。多八根。多十六尺。為弦自乘之數。內減去股自乘之一平方。餘八根。多十六尺。為句自乘之數。凡句自乘之數。與句股相乘之數。及股自乘之數。為相連比例三率。乃以首率句自乘之八根。多十六尺。與末率股自乘之一平方。相乘。得八立方。多十六平方。又以句股積二百四十尺。得四百八十八尺。為中率。自乘得二十三萬零四百尺。是為八立方。多十六平方。與二十三萬零四百尺相等。八立方。多十六平方。既與二十三萬零四百尺相等。則一立方。多二平方。必與二萬八千八百尺相等。乃以二萬八千八百尺。為長方體積。用帶縱開立方法算之。得三十尺。為一根之數。即股數。此有句股積。有股較。求句股弦法。

⑨設如有數十萬為一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與二率兩倍。再加一三率之數等。問二率三率四率各幾何。

法借一根為二率。以二率一根自乘。得一平方。以一率十萬除之。得十萬分平方之一。為三率。此三率之中。半自乘。用首率除。又以二率一根。與三率十萬分平方之一。相乘。得十萬分立方之一。以一率十萬除之。得一百億分立方之一。為四率。此四率法。用中二率相乘。將四率俱以百億乘之。則一率為一千兆。二率為一百億根。三率為一十萬平方。四率為一立方。用四率為百億分立方之一。以百億乘之。則得一立方。以一率與四率相加。得一十兆多一立方。又以二率三倍之。得三百億根。是為三百億根。與一千兆多一立方相等。兩邊各減去一立方。得三百億根。少一立方。與一千兆相等。乃以一千兆為實。以三百億根為法。用割圓內新增益歸除法算之。得三萬四千七百二十九。為一根之數。即相連比例之第二率也。此即求圓內率。

一、根與三率十萬分平方之一相乘，得十萬分立方之一，以一率十萬除之，得一百億分立方之一，爲四率，將四率俱以百億乘之，則一率爲一千兆，二率爲一百億根，三率爲一十萬平方，四率爲一立方，乃以一率與四率相加，得一千兆多一立方，又以二率倍之，得二百億根，加一三率，得二百億根多十萬平方，是爲二百億根多十萬平方，與一千兆多一立方相等，兩邊各減去一立方，得二百億根多一平方，少一立方，與一千兆相等，乃以一千兆爲實，以二百億根爲法，用割圓內益實兼減實歸除法算之，得四萬四千五百零四爲一根之數，即相連比例之第二率也。此即求圓內益實兼減實歸除法算之得四萬四千五百零四爲一根之數，即相連比例之第二率也。此即求圓內益實兼減實歸除法算之得四萬四千五百零四爲一根之數，即相連比例之第二率也。

⑤ 設如有大小二正方形，大方每邊爲小方每邊之二倍，若以兩面積相乘，得五萬八千五百六十四尺，問二方面積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數，則大方每邊數爲二根，以一根自乘得一平方，爲小方之面積，以二根自乘得四平方，爲大方之面積，以一平方與四平方相乘，得四三平方，爲兩方面積相乘之數，與五萬八千五百六十四尺相等，四三平方，既與五萬八千五百六十四尺相等，則一三平方，必與一萬四千六百四十一尺相等，乃以一萬四千六百四十一尺爲三平方，用開三乘法算之，得十一尺，爲一根之數，即小方每邊之數也。此即開三乘法。

⑥ 設如有解錢糧船，不言數，但知每船所載銀箱之數，比船數加一倍，每箱內銀數，與共箱數等，其共銀數，爲五百三十四萬五千三百四十四兩，問船數各若干。

法借一根爲船數，則每船所載箱數爲二根，以一根與二根相乘，得二平方，爲共箱數，亦爲每箱內銀數，自乘得四三平方，與五百三十四萬五千三百四十四兩相等，四三平方，既與五百三十四萬五千三百四十四兩相等，則一三平方，必與一百三十三萬六千三百三十六兩相等，乃以一百三十三萬六千三百三十六兩爲三平方，用開三乘法算之，得三十四爲一根之數，即船數。此即開三乘法。

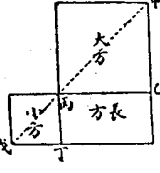
⑦ 設如有一正方形，又有一長方，二方面積共二十三萬六千一百九十六尺，長方之長比正方形面積多二十四尺，長方之闊比正方形面積少二十尺，問二方面積各幾何。

法借一根爲正方形每邊之數，自乘得一平方，爲正方形之面積，則長方之長爲一平方多二十四尺，長方之闊爲一平方少二十尺，長闊相乘，得一三平方，多四平方，少四平方，少四平方，爲長方面積，加正方形面積之一平方，得一三平方，多五平方，少四平方，爲二方之共面積，與二十三萬六千一百九十六尺相等，兩邊各加四百八十尺，得一三平方，多五平方，與二十三萬六千六百七十六尺相等，乃以二十三萬六千六百七十六尺，爲帶縱三乘法算之，得二十二，爲一根之數，即正方形每邊之數。此即帶縱三乘法。

⑧ 設如有一長方，其面積五百二十七丈，又有大小二正方形，其面積共一千二百五十五丈，大正方形邊長與長方之長等，小正方形邊長與長方之闊等，問長方之長闊各幾何。

法借一根爲大方每邊之數，自乘得一平方，爲大方之面積，則小方之面積，爲一千二百五十五丈，少一平方，此大方面積與長方面積及小方面積爲相連比例三率，乃以首率大方面積一平方，與末率小方面積一千二百五十五丈，少一平方，相乘，得一千二百五十五平方，少一三平方，又以長方面積五百二十七丈，爲中率，自乘得二十七萬七千七百二十九丈，此兩數爲相等，乃以二十七萬七千七百二十九丈爲帶縱三乘法算之，用帶縱開三乘法算之，得三十一，爲一根之數，即大方每邊之數，亦即長方之長。此即帶縱開三乘法。

甲乙比乙丙，若丙丁比丁戊，此邊之連比例也，而邊與邊之比例，即如積與積之比例。



⑨ 設如有一方臺，俱係正方形石砌成，其用石之塊數與每一石之面積等，其共石之體積爲五十三萬七千八百二十四寸，問用石之塊數及每一石之邊數若干。

法借一根爲每石之邊數，自乘得一平方，爲每一石之面積，亦即所用石之塊數，再乘得一立方，爲每一石之體積，與所用石之塊數一平方相乘，得一四平方，爲共石之體積，與五十三萬七千八百二十四寸相等，乃以五十三萬七千八百二十四寸爲四平方，用開四乘法算之，得一十四寸，爲一根之數，即每一石之邊數。此即開四乘法。

⑩ 設如有二十四正方形，又有一扁方體，共積八百二十九萬四千四百寸，扁方體之高與正方形體之邊數等，扁方體之長與闊俱與正方形體之面積等，問正方形體之邊數各若干。

法借一根爲正方形體每邊之數，亦即扁方體之高，以一根自乘得一平方，爲正方形體之面積，亦即扁方體之長與闊，再乘得一立方，爲正方形體之積，以二十四乘之，得二十四立方，爲二十四正方形體之共積，又以扁方體之長闊一平方，自乘得一三平方，再以高一根乘之，得一四平方，爲扁方體之積，兩積相加，得一四平方，多二十四立方，與共體積八百二十九萬四千四百寸相等，乃以八百二十九萬四千四百寸，爲帶縱四乘法算之，用帶縱開四乘法算之，得二十四寸，爲一根之數，即正方形體之每邊，亦即扁方體之高。此即帶縱四乘法。

⑪ 設如有商人貿易，第一次之銀數比原本銀加一倍，第二次之銀數與第一次銀自乘再乘之數等，第三次之銀數與第一次銀自乘，又乘第二次銀之數等，將第三次之銀數與第二次之銀數相加，得三萬三千二百八十兩，問原本銀數及每次銀數各若干。

法借一根爲原本銀數，則第一次之銀數爲二根，自乘再乘得八立方，爲第二次之銀數，以第一次自乘之四平方與第二次之八立方相乘，得三十二四平方，爲第三次之銀數，與第二次之銀數八立方

相加得三十二四乘方多八立方與三萬三千二百八十兩相等。三十二四乘方多八立方。既與三萬三千二百八十兩相等。則一四乘方多四分立方之一必與一千零四十兩相等。乃以一千零四十兩為帶縱四乘方積。用帶縱開四乘方法算之。得四兩。為一根之數。即原本銀數也。此帶縱開四乘方法。

設如有一小長方體。闊為高之二倍。長為高之三倍。又有一大長方體。其每邊之比例與小長方體同。其高數與小長方體長闊相乘之數等。體積八萬二千九百四十四尺。問二長方體長闊高各幾何。

法借一根為小長方體之高。則闊為二根。長為三根。長闊相乘得六平方。為大長方體之高。倍之得十二平方。為大長方體之闊。三因之。得十八平方。為大長方體之長。長闊相乘。再以高乘之。得一千二百九十六五乘方。為大長方體積。與八萬二千九百四十四尺相等。一千二百九十六五乘方。既與八萬二千九百四十四尺相等。則一五乘方必與六十四尺相等。乃以六十四尺為五乘方積。用開五乘方法算之。得二尺。為一根之數。即小長方體之高也。此開五乘方法。

設如有大小二正方體。大方體積比小方體積多一千七百四十四寸。以小方邊與大方邊相乘。得一百四十寸。問二正方體之邊數體積各幾何。

法借一根為小方體每邊之數。以一根除一百四十寸。得一根之一百四十寸。此通分法。詳為大方體每邊之數。以一根自乘再乘得一方。為小方體積。數以一根之一百四十寸自乘再乘得一方。之二百七十四萬四千寸。為大方體積。內減小方體積一方。餘一方之二百七十四萬四千寸少一立方。與一千七百四十四寸相等。兩邊各以立方乘之。各以分母。得一千七百四十四立方。與二百七十四萬四千寸少一五乘方相等。兩邊各加一五乘方。得一千七百四十四立方。與二百七十四萬四千寸相等。乃以二百七十四萬四千寸為帶縱五乘方積。用帶縱開五乘方法算之。得十寸。為一根之數。即小方體每邊之數。此帶縱開五乘方法。

設如有大小二正方體。共積四千一百二十三寸。以小方邊與大方邊相乘。得四十八寸。問二正方體之邊數體積各幾何。

法借一根為小方體每邊之數。以一根除四十八寸。得一根之四十八寸。為大方體每邊之數。以一根自乘再乘得一方。為小方體積。以一根之四十八寸自乘再乘得一方。之十一萬零五百九十二寸。與四千一百二十三寸相等。兩體積相加。得一方。多一方之一十一萬零五百九十二寸。與四千一百二十三寸相等。兩邊各以立方乘之。得四千一百二十三立方。與一五乘方多一十一萬零五百九十二寸相等。兩邊各減一五乘方。得四千一百二十三立方。少一五乘方。與一十一萬零五百九十二寸相等。乃以一十一萬零五百九十二寸為帶縱五乘方積。用帶縱開五乘方法算之。得三寸。為一根之數。即小方體每邊之數。此帶縱開五乘方法。

設如有一長方體。積二千一百八十七尺。其高數自乘與闊等。闊數自乘與長數等。問高闊長各若干。

法借一根為高。自乘得一平方。為闊。以闊自乘得一三乘方。為長。長闊相乘得一五乘方。再以高乘之。得一六乘方。為長方體積。與二千一百八十七尺相等。乃以二千一百八十七尺為六乘方積。用開六乘方法算之。得三尺。為一根之數。即長方之高。此開六乘方法。

設如甲丙正方花園二所。園中各有正方水池。一面甲池每邊為丙池每邊之三倍。甲園每邊與甲池之面積等。丙園每邊與丙池之面積等。若以兩園之面積相乘。得五百三十萬八千四百一十六尺。問園池每邊各若干。

法借一根為丙池每邊之數。則甲池每邊之數為三根。以一根自乘得一平方。為丙池之面積。即丙園每邊之數。自乘得一三乘方。為丙園之面積。以三根自乘得九平方。為甲池之面積。即甲園每邊之數。自乘得八十一三乘方。為甲園之面積。兩園之面積相乘。得八十一七乘方。與五百三十萬八千四百一十六尺相等。八十一七乘方。既與五百三十萬八千四百一十六尺相等。則一七乘方。必與六萬五千五百三十六尺相等。乃以六萬五千五百三十六尺為七乘方積。用開七乘方法算之。得四尺。為一根之數。即丙池每邊之數也。此開七乘方法。

設如有甲乙丙三長方體。甲方之高為闊二分之一。乙方之高與闊為甲方之二倍。丙方之高與闊為甲方之三倍。俱不知長。甲方體積與面積自乘之數等。乙方之體積與高闊相乘。乘甲方面積之數等。丙方之體積與乙方體積自乘再乘之數等。今但知丙方體積八十八萬四千七百三十六丈。問三方高闊長各若干。

法借一根為甲方之高。則甲方之闊。為二根。乙方之高亦為二根。乙方之闊為四根。丙方之高為三根。丙方之闊為六根。以甲方高一根。與闊二根相乘。得二平方。即甲方面積。自乘得四三乘方。即甲方之體積。乙方高二根。與闊四根相乘。得六根。與甲方面積二平方相乘。得十二立方。即乙方之體積。自乘再乘得一千七百二十八八乘方。即丙方之體積。與八十八萬四千七百三十六丈相等。一千七百二十八八乘方。既與八十八萬四千七百三十六丈相等。則一八乘方。必與五百一十二丈相等。乃以五百一十二丈為八乘方積。用開八乘方法算之。得二丈。為一根之數。即甲方之高也。此開八乘方法。

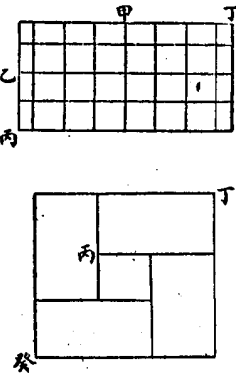
設如有客船不言數。但云每船之人數與船數等。每人之本銀數與船數自乘再乘之數等。其共銀自乘之數為六千零四十六萬六千一百七十六兩。問船數人數各若干。

法借一根為船數。亦為每船之人數。以一根自乘得一平方。為共人數。再乘得一立方。為每人本銀數。與一平方相乘。得一四乘方。為共銀數。以一四乘方自乘。得一九乘方。為本銀自乘之數。與六千零四十六萬六千一百七十六兩相等。乃以六千零四十六萬六千一百七十六兩為九乘方積。用開九乘方

法算之得六爲一棍之數。卽船數。亦卽每船之人數也。此開九法。

附通分法

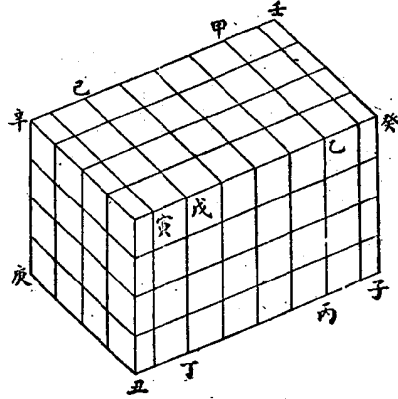
如有一平方多一根又二分棍之一。卽多一根半也。原可照密。與七尺相等問根數。曰二尺。法以分母二。通多一根得二棍。加入分子。一共多三棍。作多三尺。爲長闊較。用帶縱開平方法算之。以七尺爲長方積。甲。乘分母二得十四尺。倍甲乙。再以其分母二乘之得二十八尺。丁丙也。又以四因之。如形。得一百一十二尺。又以較三尺。自乘得九尺。併二數得一百一十一尺。將方積中空填實。開得方邊一十一尺。減較三尺餘八尺。爲實以分母二自乘得四。爲法除之。得二尺。合問。



如有一立方多一平方又二分平方之一。與十四尺等。問立方根。曰二尺。

法以分母二乘多一平方得二平方。加入分子。一共多三平方。爲帶縱以分母二自乘再乘得八。以乘十四尺。得一百一十二尺。爲長立方積。發庚。列實記點。於二位。查立方籌四行積六十四尺。略少於實錄之。爲正立方積。甲乙丙丁戊。於實內減去。餘實四十八尺。爲帶縱積。壬癸子。丙乙甲。合己。以初商四。庚。自乘得十六。方也。以帶縱三平方乘之。得四十八尺。與餘實相減。恰盡。定四爲初商。以分母二除之。得立方根二尺。

諸乘方表



凡表上橫行所列。自一至九之數。爲初商根。右直行所列。自○至九之數。爲次商根。其中每格所列。細數二層。上層爲初商次商積。如立方法第一行第三。卽方根二。自乘得四。下層爲三商廉法。按每定九求餘商數之數。餘數。下層爲三商廉法。按每定九求餘商數。再以其本乘方數加一乘之。爲續商廉法。以除之。得數。爲續商。下層四三。乃合初次商之二。自乘一次。行。第三格。下層四三。乃合初次商之二。自乘一次。而以立方方廉法三乘之。得四三二〇〇。而後去末位二〇〇。以爲廉法也。蓋立方乃再連方。減一爲自乘。故初次商止自乘一次。爲首廉法。立方首廉有三。而後去末位三。三乘方之首廉四。四乘方之首廉五。見廉一也。後去末位不用。詳下諸如。

用表之法如左

設如有三乘方積一千零三十三位五千五百一十七萬七千一百二十一尺。問方根若干。法列積自末尺位起算。隔三位記一點。乃於一尺上定單位。實七萬尺。上定十位。三億尺。上定百位。而截第二點以上一〇。法三三五五。一七。爲初商次商之共積於三乘方表中。取此略小之數。爲九八三四四九六。其所對初商根。爲五次商根。爲六。卽將初商五書於第一點之旁。將次商六書於第二點之旁。於實內減去。九八三四四九六。餘五〇一〇二一。不首餘五〇。一〇二一。乃初次商餘積。七千一百二十一尺。乃三商積。其法止用初次商餘。乃以九八三四四九六格內。三商廉法。七〇二四六。除餘積。是七倍。卽定三商。爲七。書於第三點之旁。合初次商共五百六十七尺。自乘三次。得數。與設實相減。恰盡。合問。法。乃以初次商五。自乘得二十五。又以三乘方首廉四。因之。得七〇。而後去末位止用七〇。二四六。以法法比尾列同等。定位。乃不減。蓋明方法。設位。實尾。蓋於設點處。如圖。實尾一萬。正商第二點。而法比尾列同等。乃於點下多一位。若不載去。恐誤以四千作四萬。而對實尾列之。致亂商等。難辨之法也。

十位十位十位
五〇一〇二一
七〇二四六

	四	三	二	一	○
六四〇〇〇	二七〇〇〇	八〇〇〇	一〇〇〇	○	
四八〇	二七〇	一一〇	三〇		
六八九二	二九七九	九二六	一三三		
五〇四	二八八	一三二	三六		
七四〇八八	三二七六八	一〇六四八	一七二八		
五二九	三〇七	一四五	四三		
七九五〇七	三五九三七	一一一六七	二一九七		
五五〇	三二六	一五八	五〇		
八五一八四	三九三〇四	一三八二四	二七四四		
五八〇	三四六	一七二	五八		
九一一二五	四二八七五	一五六二五	三三七五		
六〇七	三六七	一八七	六七		
九七三三六	四六六五六	一七五七六	四〇九六		
六三四	三八八	二〇二	七六		
一〇三八二	五〇六五三	一九六八三	四九一三		
六六二	四一〇	二一八	八六		
一〇五九二	五四八七二	二一九五二	五八三一		
六九一	四三三	二三五	九七		
一七六四九	五九三一九	二四三八九	六八五九		
七二〇	四五六	二五二	一〇八		

三	二	一	
八-0000	一六0000	-0000	0
0八00	三二00	四00	
九二三五二	一九四四八	一四六四一	一
一一九一六	三七0四	五三二	
二0四八五七六	二三四二五六	二0七三六	二
一三一0七	四二五九	六九一	
一一八五九二	二七九八四	二八五六	三
一四三七四	四八六六	八七八	
一三三六三三六	三三一七七六	三八四一六	四
一五七二一	五五二九	一〇九七	
一五〇六二五	三九〇六二五	五〇六二五	五
一七一五〇	六二五〇	一三五〇	
一八七九六一六	四五六九七六	六五五三六	六
一八六六一	七〇三〇	一六三八	
一六七四一六	五三一四四一	八三五二一	七
二〇二六一	七八七三	一九六五	
二〇八五一三六	六一四六五六	一〇四九七六	八
二一九四八	八七八〇	二三三二	
三三一三四四一	七〇七二八一	一三〇三二一	九
二二七二七	九七五五	二七四三	

三乘方表

九	八	七	六	五
七二九〇〇〇	五一二〇〇〇	三四三〇〇〇	二一六〇〇〇	一二五〇〇〇
二四三〇	一九二〇	一四七〇	一〇八〇	七五〇
七五三五七	五三一四四	三五七九	二二六九八	三二六五一
二四八四	一九六八	一五一二	一一一六	七八〇
七七八六八八	五五一三六八	三七三二四八	二三八三二八	一四〇六〇八
二五三九	二〇一七	一五五五	一一五三	八一一
八〇四三五七	五七一七八七	三八九〇一七	二五〇〇四七	一四八八七七
二五九四	二〇六六	一五九八	一一九〇	八四二
八三〇五八四	五九二七〇四	四〇五二二四	二六二一四四	一五七四六四
至六五〇	二一六	一六四二	一二二八	八七四
八五七三七五	六一四一二五	四二一八七五	二七四六二五	一六六三七五
二七〇七	二一六七	一六八七	一二六七	九〇七
八八四七三六	六三六〇五六	四三八九七六	二八七四九六	一七五六一六
二七六四	二二一八	一七三二	一三〇六	九四〇
九一〇六七三	六五八五〇三	四五六五三三	三〇〇七六三	一八五一九三
二八二二	二二七〇	一七七八	一三四六	九七四
九四一一九二	六八一四七二	四七四九五二	三一四四三二	一九五一二二
二八八一	二三三三	一八二五	一三八七	一〇〇九
七九〇二九九	七〇四九六九	四九三〇三九	三二八五〇九	二〇五三七九
二九四〇	二三七六	一八七二	一四二八	一〇四四

九	八	七	六	五	四
六五六-0000	四〇九六0000	二四〇-0000	一二九六0000	六二五0000	二五六0000
二九一六〇〇	二〇四八〇〇	一三七二〇〇	八六四〇〇	五〇〇〇〇	二五六〇〇
六八五七四九六一	四三〇四六七二一	二五四一六八一	一三八四五八四一	六七六五二〇一	二八二五七六一
三〇一四二八	二一二五七六	一四三一六四	九〇七九二	五三〇六〇	二七五六八
七一六三九二九六	四五一二二一七六	二六八七三九五六	一四七七六三三六	七三一一六六	三一六九九六
三一四七五	二二〇五四七	一四九一九九	九五三三一	五六二四三	二九六三五
七四八〇五二〇一	四七四五八三二一	二八三九八二四一	一五七五二九六一	七八九〇四八一	三四一八八〇一
三二一七四二	二二八七一四	一五五六〇六	一〇〇〇一八	五九五五〇	三一八〇二
七八〇七四八九六	四九七七八七三六	二九九八六五七六	一六七七七二一六	八五〇三〇五六	三七四八〇九六
三三二二三三	二三七〇八一	一六二〇八九	一〇四八五七	六二九八五	三四〇七三
八一四五六二五	五二二〇〇六二五	三六四〇六二五	一七八五〇六二五	九一五〇六二五	四一〇〇六二五
三四二九五〇	二四五六五〇	一六八七五〇	一〇九八五〇	六六五五〇	三六四五〇
八四九三六五六	五四七〇〇八一六	三三三六二一七六	一八九七四七三六	九八三四四九六	四四七七四五六
二五三八九四	一五四四二二	一七五五九〇	一四九九八	七〇二四六	三八九三四
八八五二九二八一	五七二八九七六一	三五一五三〇四一	二〇一五一一二一	一〇五五六〇〇一	四八七九六八一
三六五〇六九	二六三四〇一	一八二六一三	一二〇三〇五	七四〇七七	四一五二九
九二二三六八一六	五九九六九五三六	三七〇一五〇五六	二一三八一三七六	一一一六四九六	五三〇八四一六
三七六四七六	二七二五八八	一八九八二〇	一二五七七二	七八〇四四	四四二二六
九六〇五九六〇一	六二七四二二四一	三八九五〇八一	二二六六七一一	一一一七三六	五七六四八〇一
三八八一九	二八一九八七	一九七二一五	一三一四〇三	八二一五一	四七〇五九

六	五	四	三	二	一	
七七七六〇〇〇〇〇	三一二五〇〇〇〇〇	一〇二四〇〇〇〇〇	二四三〇〇〇〇	三二〇〇〇〇	一〇〇〇〇	〇
六四八〇〇〇〇	三一二五〇〇〇	一二八〇〇〇〇	四〇五〇〇〇	八〇〇〇〇	五〇〇〇	一
八四四五九六三〇	三四五〇二五二五一	一一五八五六二〇	二八六二九一五一	四〇八四一〇	一六一〇五	二
六九二二九二〇	三三八二六〇〇	一四一二八八〇	四六一七六〇	九七二四〇	七三二〇	三
九一六一三二八三二	三八〇二〇四〇三二	一三〇六九一二三二	三三五五四四二二	五一五三六三二	二四八八三二	四
七三八八一六八	三六五五八〇八	一五五五八四八	五二四二八八	一一七一二八	一〇三六八	五
九九二四三六五四三	四一八一九五四九三	一四七〇〇八四四三	三九一三五三九三	六四三六三四三	三七二九九三	六
七八七六四八〇	三九四五四四〇	一七〇九四〇〇	五九二九六〇	一三九九二〇	一四二八〇	七
一〇七三七四一八二四	四四九一六五〇二四	一六四九一六二二四	四五四三五四二四	七九六二六二四	五三七八二四	八
八三八八六〇八	四二五一五二八	一八七四〇四八	六六八一六八	一六五八八八	一九二〇八	九
一一六〇二九〇六二五	五〇三二八四三七五	一八四五二八一二五	五二五二一八七五	九七六五六二五	七五九三七五	
八九二五三一二	四五七五三一二	二〇五〇三一二	七五〇三一二	一九五三一二	二五三一二	
一二五二二三二五七六	五五〇七三一一七七六	二〇五九六二九七六	六〇四六六一七七六	一一八一三七六	一〇四八五七六	
九四八七三六八	四九一七二四八	二二三八七二八	八三九八〇八	二二八四八八	三二七六八	
一三五〇一二五〇一七	六〇一六九二〇五七	二二九三四五〇〇七	六九三三四三九五七	四三三八九〇七	一四一九八五七	
一〇〇七五五六〇	五二七八〇〇〇	二四三三九四〇	九三三七〇八〇	二六五七二〇	四一七六〇	
一四五三三三三五五六八	六五六三五六七六八	二五四八〇三九六八	七九二三五五六八	七二一〇三六八	一八八九五六八	
一〇六九〇六八八	五六五八二四八	二六五四二〇八	一〇四二五六八	三〇七三二八	五二四八八	
一五六四〇三一三四九	七一四九二四二九九	二八二四七五二四九	九〇二二四九九	二〇五一一四九	二四七六〇九九	
一一三三三六〇	六〇五八六八〇	二八八二四〇〇	一一五六七二〇	三五三六四〇	六五一六〇	

二	一	
六四〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	〇
一九二〇〇〇〇	六〇〇〇〇	一
八五七六六一二一	一七七一一五六一	二
二四五〇四六〇	九六六三〇	三
一三三七九九〇四	二九八五九八四	四
三〇九二一七九	一四九二九九	五
一四八〇三五八八九	四八二六八〇九	六
三八六一八〇五	二二二七七五	七
一九一一〇二九七六	七五二九五三六	八
四七七七七五七四	三二二六九四	九
二四四一四〇六二五	一一三九〇六二五	
五八五九三七五	四五五六二五	
三〇八九一五七七六	一六七七七二一六	
七一二八八二五	六二九一四五	
三八七四二〇四八九	二四一三七五六九	
八六〇九三四四	八五一九一四	
四八一八九〇三〇四	三四〇一一二二四	
一〇三二六二二〇	一三三七四〇	
五九四八二二三二一	四七〇四五八八	
一二三〇六六八九	一四八五六五九	

九	八	七
五九〇四九〇〇〇〇〇	三二七六八〇〇〇〇〇	一六八〇七〇〇〇〇〇
三二八〇五〇〇〇	二〇四八〇〇〇〇	一一〇〇五〇〇〇
六二四〇三二一四五一	三四八六七八四四〇	一八〇四二二九三五一
三四二八七四八〇	二一五二三三六〇	一一二七〇五八四〇
六五九〇八一五二三二	三七〇七三九八四三二	一九三四九一七六三二
三五八一九六四八	二二六〇六〇八八	三四三六九二八
六九五六八八三六九三	三九三九〇四〇六四三	二〇七三〇七一五九三
三七四〇二六〇〇	二三七二九一六〇	一四一九九一二〇
七三三九〇四〇二二四	四一八二一一九四二四	二二一九〇〇六六二四
三九〇三七四四八	二四八九三五六八	一四九九三二八八
七七三七八〇九三七五	四四三三七〇五三一二五	二二七三三〇四六八七五
四〇七二五三一二	二六〇〇三一二	一五八二〇三一二
八一五三七二六九七六	四七〇四二七〇一七六	二五三五五二五三七六
四二四六七三二八	二七三五〇四〇八	一六六八一〇八八
八五八七三四〇二五七	四九八四二〇九二〇七	二七〇六七八四一五七
四四二六四六四〇	二八六四四八八〇	一七五七六五二〇
九〇三九二〇七九六八	五二七七三一九一六八	二八八七一七四三六八
四六一一八四〇八	二九九八四七六八	一八五〇七五二八
九五〇九九〇〇四九九	五五八四〇五九四四九	三〇七七〇五六三九九
四八〇二九八〇〇	三一三七一一二〇	一九四七五〇四〇

六	五	四	三
四六六五六〇〇〇〇〇〇	一五六二五〇〇〇〇〇〇	四〇九六〇〇〇〇〇〇	七二九〇〇〇〇〇〇
四六六五六〇〇〇〇〇	一八七五〇〇〇〇〇〇	六一四四〇〇〇〇〇	一四五八〇〇〇〇〇
五一五二〇三七八四三六	一七五九六二八七八〇一	四七五〇一〇四二四一	八八七五〇三六八一
五〇六七七七七八〇	二〇七〇一五一五〇	六九五一三七二〇	一七一七七四九〇
五六八〇〇二三五五八四	一九七七〇六〇九六六四	五四八九〇三一七四四	一〇七七七四一八二四
五四九六七九六九九	二二八一三二四一九	七八四一四七三九	二〇一三二六五九
六二五二三五〇二二〇九	二二一六四三六一二九	六三二一三六三〇四九	一二九一四六七九六九
五九五四六一九二五	二五〇九一七二九五	八八二〇五〇六五	二三四八一二三五
六八七一九四七六七三六	二四七九四九一一二九六	七二五六三一三八五六	一五四四八〇四四一六
六四四二四四〇九四	二七五四九四九〇一四	九八九四九七三四	二七二六一二五四
七五四一八八九〇六二五	二七六八〇六四〇六二五	八三〇三七六五六二五	一八三八二六五六二五
六九六一七四三七五	三〇一九七〇六二五	一一〇七一六八七五	三一五一三一二五
八二六五三九五〇〇一六	三〇八四〇九七九四五六	九四七四二九六八九六	二一七六七八二三三六
七五二一三九五五五	三三〇四三九〇六五	一二三五七七七八五	三六二七七七〇五
九〇四五八三八二一六九	三四二九六四四七二四九	一〇七七九二一五三二九	三五六五七二六四〇九
八一〇〇七五〇六四	三六〇一五二三三四	一三七六〇七〇〇四	四一六〇六三三四
九八八六七四八二六二四	三八〇六八六九二五四四	一二二三〇五九〇四六四	三〇〇九三六三八四
八七二三六〇一四〇	三九三八一四〇六〇	一五二八八二三八〇	四七五四一一〇〇
一〇七九一八一六三〇八一	四二一八〇五三三六四一	一三八四一八七二〇一	三五一八七四三七六一
九三八四一八八〇九	四二八九五五五七九	一六九四八五一四九	五四一三四五一九

一	〇
一〇〇〇〇〇〇〇	〇
七〇〇〇〇〇	一
一九四八七一七一	二
一二四〇〇九二	三
三五八三一八〇八	四
二〇九〇一八八	五
六二七四八五一七	六
三三七八七六六	七
一〇五四一三五〇四	八
五二七〇六七五	九
一七〇八五九三七五	
七九七三四三七	
二六八四三五四五六	
一一七四四〇五一	
四一〇三三八六七三	
一六八九六二九八	
六二二二二〇三二	
二三八〇八五五六	
八九三八一七三九	
三二九三二一一六	

六乘方表

九	八	七
五三一四四一〇〇〇〇〇〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇	一一七六四九〇〇〇〇〇〇
三五四二九四〇〇〇〇〇	一九六六〇八〇〇〇〇〇	一〇〇八四二〇〇〇〇〇
五六七八六九一五二〇四一	二八二四二九五三六四八一	一二八一〇〇二八三九二一
三七四四一九二八七〇	二〇九二〇七〇六四〇	一〇八二五三七六一〇
六〇六三三五〇〇一三四四	三〇四〇〇六六七一四二四	一三九三一四〇六九五〇四
三九五四四八九一三九	二二二四四三九〇五九	一一六〇九五〇五七九
六四六九九〇一八三四四九	三二六九四〇三七三三六九	一五一三三四二二六二八九
四一七四一三〇二一五	二二六三四二四三八五	一二四三八四二九五五
六八九八六九七七八一〇五七	三五二一九八〇三一六一六	一六四二〇六四九〇一七六
四四〇三四二四一三四	二五〇九二七一六五四	一三三一四〇三九七四
七三五〇九一八九〇六二五	三七七一九九五五一五六二五	一七七九七八五一一五六二五
四六四二六八五六二五	二六六二二三一八七五	一四二三八二八一二五
七八二七五七七八九六九六	四〇四五六七二三五一三六	一九二六九九二八五七六
四八九二二二六一八五	二八二二五六二一〇五	一五二一三一五二二五
八三二九七二〇〇四九二九	四三三六二六二〇〇〇九	二〇八四二二三八〇〇八九
五一五二四〇四一五四	二九九〇五二五五二四	一六二四〇七〇四九四
八八五八四二三八〇八六四	四六四四〇四〇八六七八四	二二五一九九六〇〇七〇四
五四二三五二四七八〇	三一六六三九一五〇〇	一七三二二〇四六二〇
九四一四八〇一四九四〇一	四九六九八一二九〇九六一	二四三〇八七四五五五二一
五七〇五九四〇二九九	三三五〇四三五六六九	一八四六二二三三八三九

五	四	三	二
七八一二五〇〇〇〇〇〇	一六三八四〇〇〇〇〇〇	二一八七〇〇〇〇〇〇〇	一二八〇〇〇〇〇〇〇
一〇九三七五〇〇〇〇〇	二八六七二〇〇〇〇〇〇	五一〇三〇〇〇〇〇〇	四四八〇〇〇〇〇〇
八九七四一〇六七七八五	一九四七五四二七三八一	二七五一二六一四	一八〇一〇八八五四一
一二三一七四〇一四六〇	三三二五〇七二九六八	六二一二五二五七六	六〇〇三六二八四
一〇二八〇七一七〇二五二八	三三〇五三九三三三二四八	三四三五九七三三八六八	二四九四三五七八八八
一三八三九四二六七六四	三八四二二二二二二〇	七五一六一九二七六	七九三六五九三二
一七四七一三九八三七	二七一八一八六一〇七	四二六一八四四二九七七	三四〇四八二五四四七
一五五一五〇五二七九〇	四四二四九五四一三四	九〇四〇二七五七八	一〇三六二五一二二
一三三八九二五二〇九九八四	三一九二七七八〇九六六四	五二五二三三五〇一四四	四五八六四七一四二四
一七三五六四三九七〇七	五〇七九四一九六九九	一〇八一三六三〇九一	一三三七七二〇八三
一五二二四三三三三三七五	三七三六六九四三一二五	六四三三九二九六八七五	六一〇三五二五六一五
一九三七六四四八四三七	五八一二六三九五三七	一二八六七八五九三七	一七〇八九八四三七
一七二七〇九四八四九五三六	四三五八一七六五七二一六	七八三六四一六四〇九六	八〇三一八一〇一七六
二一五八八六八五六一九	六六三二〇〇七八二七	一五二三七四七六三五	二一六二四一〇四三
一九五〇八八九七四九三一九三	五〇六六二二二一〇四六二	九四九三二八七七一三三	一〇四六〇三五三二〇三
二四〇〇七五一三〇七四	七五四五四五〇七三〇	一七九六〇〇八四八六	二七一一九四三二二
二二〇七九八四一六七五五二	五八七〇六八三四二二七二	一四四一五五八二五九二	一三四九二九二八五二二
二六六四八〇八四七八〇	八五六一四一三三二四	二一〇七六五五五八六	三三七三二二二二二
二四八八六五一四八四八一	六七八二二三〇七二八四九	一三七二二一〇〇六六七九	一七二四九八七六三〇九
二九五二六三三七三五四八	九六八八九〇一〇四〇	二四六三一二〇六三二	四一六三七六三二四

九	八	七	六
四七八二九六九〇〇〇〇〇〇	二〇九七一五二〇〇〇〇〇〇	八二三五四三〇〇〇〇〇〇	二七九九三六〇〇〇〇〇〇
三七二〇〇八七〇〇〇〇〇	一八三五〇〇八〇〇〇〇〇	八二三五四三〇〇〇〇〇〇	三二六五九二〇〇〇〇〇
五一六七六一〇一九三五七三	二二八七六七九二四五四九六二	九〇九五二〇一五八三九一	三一四二七四二八三六〇二一
三九五七〇八四七六四二八	一九七七〇〇六七五五三六	八九六七〇一九八七四四	三六〇六四二六二〇五二
五五七八四六六〇一二三六四八	二四九二八五四七〇五六七六八	一〇〇三〇六一三〇〇四二八八	三五二一六一四六〇六二〇八
四二四四四八五〇〇九四〇	二一二八〇四六六九九九六	九七五一九八四八六五二	三九七六〇一六四九〇八
六〇一七〇〇八七〇六〇七五七	二七一三六〇五〇九八九六二七	一一〇四七三九八五一九〇九七	三九三八八九〇六三九一六七
四五二八九三一二八四一四	二二八八五八二六六三五八	一〇五九三三九五八四〇二	四三七六六四五二五四六
六四八四七七五九四一九二六四	二九五〇九〇三四六五五七四四	一二一五一二八〇二七三〇二四	四三九八〇四六五一〇一〇四
四八二九〇八八四六七三九	二四五九〇八六二二一三一	一一四九四四四三二二二	四八一〇三六三三七一五
六九八三三七二九六〇九三七五	三二〇五七七〇八八二八一五	一三三四八三八八六七一八七五	四九〇二二二七八九〇六二五
五一四五六四三二三四三七	二六四〇〇四六六〇九三七	一二四五八四九六〇九三七	五二七九三二二三四三七
七五一四四七四七八一〇八一六	三四七九二七八二二一六九九	一四六四五一九四七七一七七六	五四五五一六〇七〇一〇五六
五四七九三〇四五二七八七	二八三一九七〇六四五九五	一三四八八九九五〇〇〇三	五七八五七七六五〇一一
八〇七九八二八四四七八一一三	三七七二五四七九四八七七八三	一六〇四八五二二二六六八五三	六〇六〇七一六〇五三二二
五八二〇八〇四〇三四五〇	三〇三五三八三四〇七〇六	一四五八九五五六六〇六二	六三三二〇八六七五八一
八六八一二五五三三二四六七二	四〇八六七五五九六三六九九二	一七五五六五六八八五四九一二	六七二二九八八八一八四三二
六二〇〇八九六六六六〇四	三二五〇八〇八六〇七四八	一五七六三九七二〇四九二	六九二〇七二二七七八三六
九三二〇六五三四七九〇六九九	四四二二一三三四八九五五二九	一九二〇三九〇八九八六一五九	七四四六三五二五二五八九
六五九〇三六一〇四五八〇	三四七八八九〇三六七二	一七〇一六一二一八八六四	七五五四二七四一四一五六

四	三	二	一	
六五五三六〇〇〇〇〇〇〇〇	六五六一〇〇〇〇〇〇〇〇	二五六〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇
一三〇七二〇〇〇〇〇〇	一七四九六〇〇〇〇〇〇	一〇二四〇〇〇〇〇〇	八〇〇〇〇〇〇〇	一
七九八四九二五二二九一二	八五二八九一〇三七四四一	三七八二二八五九三六	二一四三五八八八一	二
一五五八〇三四一九一〇四	二二〇一〇〇九一二八八	一四四〇八七〇八三二	一五五八九七三六	三
九六八一六五九九六四一六	一〇九九五一一六二七七七六	五四八七五八七三五三六	四二九九八一六九六	四
一八四四三一四六六五九八	一七四八七九〇六九四	一九九五八六三一〇	二八六六五四四六	五
一六八二〇〇二七七六〇一	一四〇六四〇八六一八二四	七八三一〇九八五二八一	八一五七三〇七二一	六
二一七四五四八八八八八五	三四〇九四七五四三八一	二七二三八六〇三五七	五〇一九八八一三	七
一四〇四八二二三六二二一六	一七八五七九三九〇四八九六	〇〇七五三一四一七六	一四七五七八九〇五六	八
二五五四二二二四七七三一	四二〇一八六八〇一五	三六六九一七七一三九	八四三三〇八〇三	九
一六八一五一二五三九〇六二五	二二五一一八七五三九〇六二五	一五二五八七八九〇六二五	二五六二八九〇六二五	
二九八九三三五六二五〇〇	五一一四七一四三七五〇〇	四八八二八一二五〇〇	一三六六八七五〇〇	
二〇〇四七六一二二三一九三六	二八二一一〇九九〇七四五六	〇八八二七〇六四五六	四二九四九六七二九六	
三四八六五四二二五七七二	六二六九一三三一二七六	六四二五四四八一四〇	二一四七四八三六四	
二三八一一二八六六六一七六	三五一二四七九四五三九二	二八二四二九五三六四八	六九七五七七五七四四	
四〇五二八九四九六三七〇	七五九四四五〇一七〇六	八三六八二八二五六二	二二八二七〇九三八	
二八一七九二八〇四二九〇五六	四三四七七九二一三八四九六	三七七八〇一九九八三三六	一一〇一九九六〇五七六	
四六九六五四四六七八一七	九一五三二四六六〇七三	二〇七九四三四二八〇九	四八九七七六〇二五	
三三三三二九三〇五六六〇一	五三五二〇〇九二六〇四八一	五〇〇二四六四一二九六	一六九八三三六三〇四一	
五四二五七八四八二七九	一〇九七八四八〇五四三	一三七九九〇一〇四七	七一五〇九七三九一	

算進 卷七

五七九

五七八

八	七	六	五
一六七七七二一六〇〇〇〇〇〇〇	五七六四八〇一〇〇〇〇〇〇〇〇	一六七九六一六〇〇〇〇〇〇〇	三九〇六二五〇〇〇〇〇〇〇
一六七七七二一六〇〇〇〇〇〇	六五八八三三四〇〇〇〇〇〇	二二三九四八八〇〇〇〇〇〇	六二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一八五三〇二〇一八八八五一八四一	六四七五七五三三二二四七五六	一九一七〇七三二二九九七二八一	四七五七六七九四四七〇四〇
一八三〇一四三三九六三九九六八	七二七六〇九六一二六七二二	二五一四一九四二六八八一六	七一一七九二八五四二二八〇
二〇四四一四〇八五八六五四九七六	七二二二〇四一三六三〇八七三六	二一八三四〇〇五五八四八九六	五三五四九七二八五三一四五六
一九九四二八三七六四四五四一四	八〇二四四九〇四〇三三四〇	二八一七二九一六八四九六六	八二二四四七三六二〇二二
二五二二九二二三二二九九〇四一	八〇六四六〇〇九一八九四〇八一	二四八一五五七八〇二六七五二一	六二二五九六九〇四一一三六一
二一七〇八八四〇七九一七〇一	八八三七九一八八一五二七七	三一五一八四五一三三三	九三九七六八九一一八六九
二四七八七五八九一〇八二四九六	八九九一九四七四〇二〇三七七六	二八一四七四九七六七一〇六五六	七二三〇一九六一三三九一三六
二二六〇七二二七七二四九五五	九七二一〇二四二一八四一九	三五一八四三七二〇八八八三	一〇七一一四〇一六七九八七
二七二四九〇五二五〇三九〇六二五	〇〇一一二九一五〇三九〇六二五	三一八六四四八二八九〇六二五	八三七三三三三七八九〇六二五
二五六四六一六七〇六二五〇〇	一〇六七八七〇九三七五〇〇	三九二一七八二三一二五〇〇	一一一七九四八一八七五〇〇
二九九二一七九二七〇六五八五六	三〇三四七七八七五四九七六	三六〇〇四〇六〇六二六六六六	九六七一七三一一五七四〇一六
二七八三四二二五七七三三五六	一一七一六一五五六五七四二〇	四三六四一八二五六〇八四四	一三八一六七五八七九六二八
三二八二一一六七一五四三七一二	二三五七三六二九一五四七六八一	四〇六〇六六六七七五五六六四	一四二九一五七一二〇〇
三〇一八〇三八三五九〇二二六	一一二八三八八一八六一三四八二	四八四八五六九二八四二五八	一五六三九一七九九四五五四
三五九六三四五二四八〇五五二九六	一七〇一一四三七〇六八三一三六	四七五七一六三二九九六五三三七六	二八〇六三〇八一七一八〇一六
三三六九四〇四七七〇九五九三	一四〇五二四四五〇八三九二九	五三七八三九一〇五四七四五	一七六六三八七三三〇四〇
三九三六五八八八〇五七〇二〇八一	一五一七一〇八八〇九九〇六五六	五一一三七九八三七四四二八六四	一四六八三〇四三七六〇四三二
三五三八五〇六七九一六四二二	一五三六三一二七一一八八九二七	五九五七〇八二六〇二七〇一	一九九〇九二一一八七八五五

算進 卷七

五八一

算進 卷七

五八〇

二	一	
五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇
二三四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	
七九四二八〇〇四六五八一	二三五七九四七六九一	一
三四〇四〇五七三四二四	一九二九二二九九二	
一二〇七二六九二一七七九二	五一五九七八〇三五二	二
四九三八八二八六一八二	三八六九八三五二六	
一八〇一五二六六一四六三	一〇六〇四四九九三七三	三
七〇四七九八八六七五二	七三四一五七六四八	
二六四一八〇七五四〇二二四	二〇六六一〇四六七八四	四
九九〇六七七八〇七五八	一三二八二一〇一五〇	
三八一四六九七二六五六二五	三八四四三三五九三七五	五
一三七三二九一〇一五六二	二二〇六六〇一五六二	
五四二九五〇三六七八九七六	六八七一九四七六七三六	六
一八七九四四三五八一八	三八六五四七〇五六六	
七六二五五九七四八四九八七	一八五八七八七六四九七	七
二五四一八六五八二八三二	六二七八一八一六九六	
一〇五七八四五九五三四〇八	一九八三五九二九〇三六八	八
三四〇〇二一七九八五〇二	九九一七九六四五八一	
一四五〇七一四五九七五八六九	三二二六八七六九九七七九	九
四五〇二二一七七一六六四	一五二八五二〇六七三六	

八乘方表

九
四三〇四六七二一〇〇〇〇〇〇〇〇
三八二六三七五二〇〇〇〇〇〇〇〇
四七〇二五二五二七六一五一五二一
四一三四〇八八一五四八五八四
五一三二一八八七三一三七五六一六
四四六二七七二八〇九八九一八
五五九五八一八〇九六六五〇四〇一
四八一三六〇六九六四八六〇五
六〇九五六八九三八五四一〇八一六
五一八七八二〇七五五三四一一
六六三四二〇四三一二八九〇六二五
五五八六六八九三六八七五〇〇
七二一三八九五七八八三八三三六
六〇一一五七九八二四八六五二
七八三七四三三五九四三三七六九一
六四六三八六二七五八二四九〇
八五〇七六三〇二二五八一七八五六
六九四五〇〇四二六五九七三七
九二二七四四六九四四二七九二〇一
七四五六五二二七八三二五五九

五	四	三
一九五三一二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一九六八三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三五一五六二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五八八九二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五九〇四九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二二三四一六五一七三〇九〇四五	三二七三八一九三三四三九九六一	二六四三九六二二一六〇六七一
四一一九一五〇一一三三六〇	七一一八六四三二七〇六二〇八	七六七六〇一九三三六九六
二七七九九〇五八八三八三五七一	四〇六六七一三八三八四九四七三	三五一八四三七二〇八八八三二
四八一三七五五六七八三〇	八七一四三三八六七九六七七四	九八九五六〇四六四九九八
三二九九七六三三五九一八〇二一三三	五〇二五九二六一九三六八四三	四六四一四八四四〇一九五三
五六〇三三七二一三七〇二二四	一〇五一九三八〇二四九八四〇	一二六五七六七七五六四一六
三九〇四三〇五九一二三一二三四四	六一八一二一八三九五〇九五〇四	六〇七一六九九二七六六六四四
六五〇七一七六五二〇五二二二	一二六四三三〇一二六二六九四	一六〇七二一四五一四四〇六
四六〇五三六六五八三九八四三七五	七五五六八〇六四二五七八一二五	七八八一五六三六八七一八七五
七五三六〇五四四一〇一五六二	一五一三三六一二八五一五六二	二〇二六六八七八五五一五六二
五四一六一六九四四八一四四八九六	九二二一九〇一六二六六六〇五六	〇一五五九九五五六六八四一六
八七〇四五五八〇四一六六一四	一八〇四二八五〇〇八七四二	二五三八九九八八九一六七一〇
六三五一四六一九五五三八四〇五七	九一三〇四四三〇二七六七	二九九六一七三九九七九五〇七七
一〇〇二八六二四一四〇〇八〇〇	二一三四〇一五七九九五五八四	三一六一二二一五〇八五二八
七四二七六五八七三九六四四九二八	三三五二六〇五四六〇五九四六八八	一六五二一六一〇一六二八四八
一一五二五六七七三五四六一四	二五三六一三五二三八六一五〇	三九一三〇一二九二四六四六
八六六二九九五八一八六五四九三九	一六二八四一三五九七九一〇四四九	二〇八七二八三六一一五八七五九
一三二一四七三九三八四三八八八	二九九〇九六三七五一六四〇	四八一六八〇八三三四四三二

算
進
卷
七

七
四〇三五三六〇七〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五一八八三二〇九〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四四八四八五〇〇七一八四四九〇三一
五八一七八一七八一一一八四
五一九九八六九七八一四二二八九九二
六四九九八三七二二六七七八六二
五八八七一五八六七〇八二六七九一三
七二五八一四〇八二七〇四六七二
六六五四〇四一〇七七五〇七九四二四
八〇九二七五二六六一八三三九八
七五〇八四六八六二七九二九六八七五
九〇一〇一六二三五五五五六二
八四九五九〇六四三八四六五七八一七六
一〇〇一七三一三〇八七〇九四七八
九五一一六一六九四四九一七一四三七
一一一六二六六二二九二九一
一〇六八六八九二〇九一三二八四六〇八
一一三三三〇二九三三六一四八二二
一一九八五一五九五九八二六一八三一九
一三六五三九七九二八九一五九〇四

五
八
七

算
進
卷
七

六
一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一五一一六五四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一一六九四一四六〇九二八三四一四一
一七二五三六五八一六九七五五二
一三五三七〇八六五四六二六三五五二
一九六五〇六〇九五〇二六四〇六
一五六三三八一四一五六八五三八二二
二二三三四〇二〇二二四〇七六八
一八〇一四三九八五〇九四八一八八四
二五三三七四七九〇三九五九〇
二〇七一一九一二八三七八九〇六二五
二八六七八〇三三一六〇一五六二
二三七六二六八〇〇一三七九九九三六
三二四〇三六五四五五五五二七二六
二七二〇六五三四三九六二九四九四七
三六五四六〇九〇九八〇〇九七六
三〇八七一〇〇二九六四二九五六八
四一一四四六九一五八八八〇三八
三五四五二〇八七八三五五七六二二九
四六二四一八五三六九八五七七六

五
八
六

算
進
卷
七

九
三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四二七九二九八〇〇一二九七八八四一
四二二二二七七二七四八五三六三六八
四七二一六一三六三二八六五五六六七二
四六一八九六九八五八二三八〇五四
五二〇四一一〇八九八八四八七二九三
五〇三六二二六二八六八九五三六〇
五七二九四八〇二二二八六一六七〇四
五四八六一二〇四四六八六九七三四
六三〇二四九四〇九七二四六〇九三七五
五九七〇七八三八八一六〇一五六二
六九二五三三九九五八二四四八〇二五六
六四九二五〇六二一〇八五四五〇二
七六二三一〇五八六五四五六五二一七
七〇五三六九〇二三四一九三九二六四
八三三七四七七六二一三〇一四九八八八
七六五六八六七二〇三二二六〇七〇
九一三五一一七二四七四八三六四〇八九九
八三〇四七〇二二四九八五一二八〇

五
八
九

算
進
卷
七

八
一三四二一七七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一五〇九九四九四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一五〇〇九四六三五二九六九九九一一
一六六七七一八一六九九六六六五六
一六七六一九五五〇四〇九七〇八〇三二
一九三九七二六七七七七八九四七八
一八六九四〇二五五二六七五四〇四〇三
二〇二七〇六三〇〇八九二五一三六
二〇八二一五七四八五三〇九二九六六四
二二三〇八八三〇一九九七四二四六
二三一六一六九四六二八三二〇三一三五
二四四二四一四七二五三五一五六二
二五七三二七四一七三一六六三六一六
二六九二九六一三三九五九二七〇
二八五五四四一五四二四三〇二九五二七
二九五三九〇五〇四三八九三四〇八
三一六四七八三八一八二八八六六〇四八
三二二六七一〇七二二三四九七六六
三五〇三五六四〇三七〇七四八五二〇九
三五四二九二九九二五一三一八七二

五
八
八

三	二	一	
五九〇四九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇
一九六八三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一
八一九六二八三八六九八〇八〇	一六六七九八八〇九七八二〇	二五九三七四二四六〇	二
二六四三九六二二一六〇六七	七九四二八〇〇四六五八一	二三五七九四七六九一	三
一二五八九九九〇六八四二六二四	二六五五九九二二七九一四二四	六一九一七三六四二二四	四
三五一八四三七二〇八八八三二	一二〇七二六九二一七七七九二	五一五九七八〇三五二	五
一五三一五七七八八二二六四四四九	四一四二六五一一二一三六四九	一三七八五八四九一八四九	六
四六四一一四八四四〇一九五三	一八〇一一五二六六一四六三	一〇六〇四四九九三七三	七
二〇六四三七七七五四〇五九七七六	六三四〇三三八〇九六五三七六	二八九二五四六四九七六	八
六〇七一六九九二七六六四六四	二六四一八〇七五四〇二二四	二〇六六一〇四六七八四	九
二七五八五四七三三三三三三三三三	九五三六七四三一六四〇六二五	五七六六五〇三九〇六二五	
七八八一一五六三八七七一八七五	三八一四六九七二六五六二五	三八四四三三五九三七五	
三六五六一一五八四四〇〇六二九七六	一四一六七〇九六六三三三七六	一〇九九五一一六二七七七六	
一〇一五五九九五六六六八四一六	五五四二九五〇三六七八九七六	六八七一九四七六七三六	
四八〇八五八三七二四一七八四九	二〇五八九一一三二〇九四六四九	二〇一五九九三九〇〇四四九	
一二九九六一七三九九五〇七七	七六二五五九七四八四九八七	一一八五八七八七六四九七	
六二七八二一一八四七九九八二二四	二九六一九六七六六六九五四二四	三五七〇四六七二二六六二四	
一六五二一六一〇一二六二八四八	一〇五七八四九五五九五四〇八	一九八三五九二九〇三六八	
八一四〇四〇六〇八五一九一六〇	四二〇七〇七二三三三〇二〇	六一三〇六六二五七八〇一	
一〇八七二八三六一一五八七五九	一四五〇七一四九五七五八六九	三二二六八七六九七七七九	

五	四
九七六五六二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇四八五七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一九五三一二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一一九〇四二四二三八二七六一三〇	一三四二二六五九三〇一五二四〇
二三三四一六五一七三〇九〇四五	三二七三八一九三三九三九六一
一四四五五五〇一〇五九四九〇五七〇二四	一七〇八〇一九八二二一六七七八二四
二七七九九〇五八八三六三三七二	四〇六六七一三八三八四九四七二
一七四八八七四七〇三六五五三一〇四九	二一六一一四八二二一三二八四二四九
三二九九七六三九五八一〇二一三三	五〇二五九二六一九三六八四三
二一〇八三二五一九二六四九二〇五七六	二七一九七三六〇九三八四一八一七六
三九〇四三〇五九一二三三三四四	六一八一二一八三九五〇九五〇四
二五三二九五六一六二一一九一四〇六二五	三四〇五〇六二八九一六〇一五六二五
四六〇五三六六五八三九八四三七五	七五六六八〇六四二五七八一二五
三〇三三〇五四八九〇九六一一四一七六	四二四二〇七四七四八二七七六五七六
五四一六一六九四四八一四四八九六	九二二一九〇一六二六六九〇五六
三六二〇三三三三一四五六八九一二四九	五二五九九一三二二三五八三〇四九
六三五一四六一九五五三八四〇五七	一一九一三〇四七三〇一七二七六七
四三〇八〇四二〇六八九九四〇五八二四	六四九九二五〇六二一〇八五五五〇二四
七四二七六五八七三九六四四九二八	一三五二六〇五四六〇五九四六八八
五一一一六七五三三〇六四一四〇	七九九九二二六六二九七六一二〇〇
八六六二九九五八一八六五四九三九	一六二八四一三五九七九一〇四四九

算
進
卷
七

七	六
二八二四七五二四九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	六〇四六六一七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四〇五三六〇七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三二五五二四三三五一〇〇九八八二一〇一	七一三三四二九一六六二八八二六〇一
四五四八八五〇〇七一八四四九〇三一	一六九四一四六〇九二八三四一四一
三七四三九〇六二四二六二四四八七四二四	八三九二九九三六五八六八三四〇二二四
五一九九八六九七八一四二二八九九九二	一三五三七〇八六五四六二六三五五二
四二九七六二五八二九七〇三五五七六四九	九八四九三〇二九一八八一七九〇八四九
五八八七一五八六七〇八二六七九一三	一五六三三八四一五六八五三八二三
四九二二九九〇三九七三五五八七七三七六	一五二九二一五〇四六〇六八四六九七六
六六五四〇四一〇七七五〇七九四二四	一八〇一四三九八五〇九四八一九八四
五六三一三五一四七〇九四七二六五六二五	一三四六二七四三三四四六二八九〇六二五
七五〇八四六八六二七九二九六八七五	二〇七一一九一二八三七八九〇六二五
六四二八八八八九三二三三九九四一三七六	一五六八三三六八八〇九一〇七九五七七六
八四五九〇六四三八四六五七八一七六	二三七六二六八〇〇一三七九九九三六
七三二六六八〇四七二五八六二〇〇六四九	一八二二八三七八〇四五五一七六一四四九
九五一一六一九四四四九一七一四三七	二七二〇六五三四三九六二九九四四七
八三三三七七五八三一三三六九四四二四	二一一三九二二八二〇一五七二一〇六二四
一〇六八六八九二〇九一三二八四六〇八	三一〇八七一〇〇二九六四二九五六八
九四六八二七六〇八二八二六八四七二〇一	二四四六一九四〇六〇六五四七五九八〇一
一一九八五一五九五九八二六一八三一九	二五四四二〇八七八三五五七六二二九

算
進
卷
七

五
九
五

五
九
四

算
進
卷
七

九	八
三四八六七八四四〇一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇七三七四一八二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三八七四二〇四八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一三四二一七七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三八九四一六一八一八一〇七四五四〇一	一二一五七六六五四五九〇五六九二八八〇一
四二七九二九八〇〇一二九七八八四一一	一五〇〇九四六三三二九六九九九一一二
四三四三八八四四四二二二六三二一三八二四	一三七四四八〇三一三三五九六〇五八六二四
四七二一六一三六三二八六五五六六七二	一六七六一九五五〇四〇九七〇八〇三二
四八三九八二二〇七七一七九二九三一八二四九	一五五一六〇四一一八七二〇五八五三四四九
五二〇四一一〇八二九八八四八七二九三	一八六九四〇二五五二六七五四〇四〇三
五三八六一五一四〇九四八九九七〇一七六	一七四九〇一二二八七六五九八〇九一七七六
五七二九九四八〇二二二八六一六七〇四	二〇八二一五七四八五三〇九二九六六四
五九八七三六九九二三八三七八九〇六二五	一九六八七四四〇四三四〇七二二六五六二五
六三〇二四九四〇九七七二四六〇九三七二	二三一六一六九四六二八三二〇三一二五
六六四八三二六三九九一五〇一〇四五六六	二二一三〇一五七八八八八〇三〇七〇九七六
六九二五三三九九五八二四四八〇二五九六	二五七三二七四一七三一六六三六一六
七三七四二四一二六八九四九二八二六〇四九	二四八四二三四一四一九一四三五六八八四九
七六〇二三一〇五八六五四五六五二一七	二八五五四四一五四二四三〇二九五二七
八一七〇七二八〇六八八七五四六八八九〇二四	二七八五〇〇九七六〇〇九四〇二一一二二四
八三三七四七七六一三〇一四九八八八	三一六四七八三八一八二八八六六〇四八
九〇四三二二〇七五〇八八〇四四九〇〇一	三一一八一七九九二九九六六一八三六〇一
九一三五一一七二四七四八三六四〇八九九	三五〇三五六四〇三七〇七四八五二〇九

算
進
卷
七

五
九
七

五
九
六

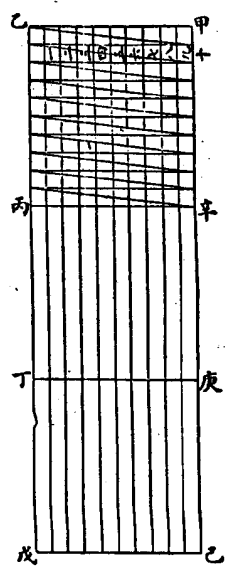
從乙至丙作線，即成甲乙丙三角形。樞心黑點為甲。兩尺聯合，可張可斂。又作分釐尺。此處用。兩尺相離。

一尺十寸，每寸分為十分，為度已狹。今於每分又分為十釐，則益狹而難看矣。欲使疎明易見，法如下。

名也。

開甲己乙戊長三寸，將甲乙邊己戊邊並分為十分，相對作諸直線，次將一寸之甲辛邊，乙丙邊並分為十分，再於甲辛邊之第一分，作斜線至乙丙邊之乙處，即將一分分為十釐，蓋斜線與通線相交處，第一交即為一釐，二交即為二釐，以至末交即為一分也。其餘分寸做此。

一作平分線



算通卷八

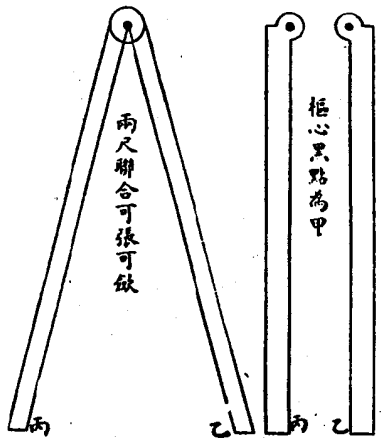
比例尺解

作比例尺又名比例規。

為銅尺二，各長二十寸零五分，以五分為樞，餘二十寸作下各種線。一曰半分線，以御三率。一曰一分線，一曰五分線。一曰更進線，以御四率。一曰面金線，以御五率。一曰更進線，以御六率。一曰五分正法線，一曰五分正法線，一曰五分正法線。凡此十種，或鑄於一尺作之，或分數尺作之，皆可。

尺寸

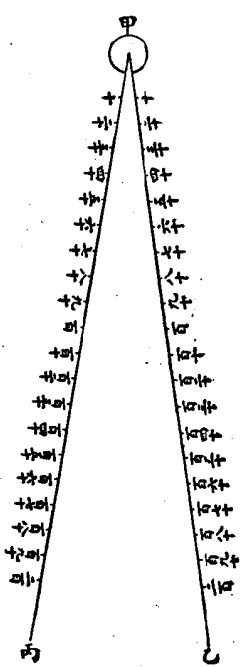
甲點樞心也，自樞心至末乙，二十寸，愈長愈佳。兩樞相交，使聯合為一樞，厚止及尺身之半。兩樞相交，即與尺身等厚矣。尺身約厚二分。樞須極員，方旋轉無礙。按此即三角形也。張尺



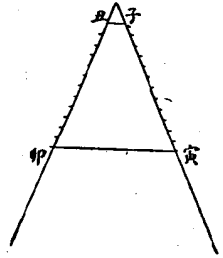
算通 卷八

五九

自樞心至末，作甲乙甲丙二直線，各長二十寸，分為二百分。



用法。相乘之。如每人給銀七兩，問十三人共給若干。法張尺從樞心起數，取一寸。兩尺併數一寸也。後數如子丑二點，以分釐尺七分，為底之點。定尺也。後數此。又從樞心起數，取十三寸，如寅卯兩點。而量其底。實明之。得九寸一分，知為共給九十一兩也。按此以人為銀，為法。列實於尺，列法於底也。然法實可互用，則亦可列實於底，列法於尺。先張尺取七分底，一寸定尺，次以十三寸為底於尺上，比至九寸一分，其相



算通 卷八

六〇一

距之度恰合。知爲九十一兩。下條做此推之。

用法二。如每人給銀七兩。計給過銀九十一兩。問給幾人。法取尺七分當七兩。以分釐尺一寸

爲底當一人。次取尺九寸一分當九十一兩。而量其底得十三寸當十三人。

用法三。如除用用法。按上三條。亦即乘除用。如有帛長三丈四尺。欲分作十七段。問二段長若干。法

張尺從樞心起數十七分當十七段。如己庚兩

點以分釐尺三寸四分爲底。定尺。又從

樞心起數二分。如子丑二點以分釐尺量

其底得四分。即知二段長四尺也。按二

分近樞心難用。可借二寸。用之量其底得

四十分。退一位命之。亦可此小數借用大數法

也。又大數亦可借作小數用。凡數大尺所不具

者。當借作小數用。但進位命之即是。即如此條

三丈四尺。每尺百分。計得三千四百分。今以三十四分當之。亦大數借用小數也。此即四率法。何則

甲子丑小三角形。與甲己庚大三角形相似。故比例等。法爲甲己已庚三十四。七三十四。若甲

子二比子丑四也。又甲申西與甲己庚形亦相似。法爲甲己已庚。若甲申比申西也。凡分

物與交易並視此。蓋十七段之分三十四尺。而初二段所得爲四尺。猶十七人分銀三十四兩。而初二

人所得爲四兩。又猶十七家之換三十四羊。而初二家之換四羊也。

用法四。如有舊銀短。欲作新銀。比舊銀長五分之一。問其度。法張尺取五寸。以舊銀爲底定尺。

又取一寸。而量其底。得數。即舊銀五分之一。以加舊銀。得新銀度。如舊銀長五寸。則新銀長六寸。如舊

用法五。亦約分。如長短二數相比。問短數得長數幾分之幾。法取尺十寸。以短數爲底定尺。次以長數

爲底。於尺上比至十二寸之距離。知短數得長數十二分之十也。

用法六。通分。如有米三百六十五石。又四分石之一。問通作若干分。法取一寸當一石。以分母四爲底。

每石化作四分。定尺。次取三寸六分五釐。即取三百六十五寸。而量其底。得一寸四分六釐。加入分子一

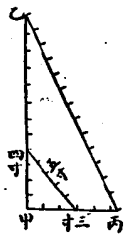
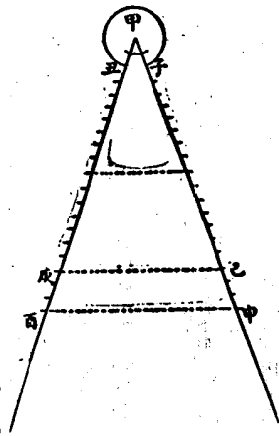
釐。共一寸四分七釐。升二等爲一百四十七寸。得米一千四百七十石。

用法七。如股。如有句五尺。股十二尺。問弦若干。法先定正角。以一

尺爲股。取四寸。一尺爲句。取三寸。記點。而於兩點之底取五寸。合於

句三股四弦五之度。爲句股正角。定尺。而後於一尺取五寸。五尺

於一尺取十二寸。而量其底。得十三寸。當弦十三尺也。



甲乙十二寸。甲丙五寸。乙丙十三寸。

用法八。如甲乙丙三角形。有甲角五十五度。丙甲邊一百二十尺。乙甲邊一百一十尺。求乙丙

之邊。法先定角度。數尺十寸。取其中十寸。別取分員線。見下分員五十五度。而量其底。得五

寸。得數。改用此數爲十寸之底。做規。比例尺。又各比例。定尺。得甲角五十五度。隨於一尺取十二

寸。當丙甲邊一百二十尺。又於一尺取十一寸。零六

釐。當乙甲邊一百一十尺。零六釐。並記點。而量兩點

之斜距。得九寸七分八釐。即乙丙邊九十七尺八寸

也。再圖明之。甲己甲戊並十寸。半徑也。戊己底

十寸。戊己六十度之通弦也。做甲戊爲甲壬。則壬己

又五十度之通弦也。

用法九。周徑相。如有圓徑三十五寸。問周若干。法依

徑七周。二十二寸。則周定率。取尺七分。以二寸二分爲底。次取尺三寸五分。用之。量其底。得一

十一寸。升一位。爲二百一十寸。即周數。

用法十。半徑比例。如首率二。次率五。問三率若干。法取尺二寸。以五寸爲底定尺。又取五寸。而量其

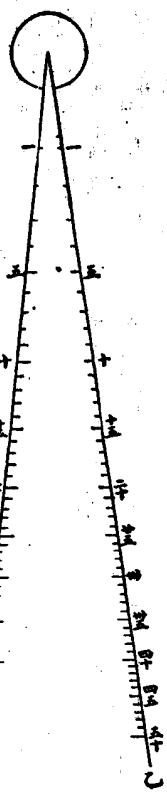
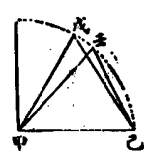
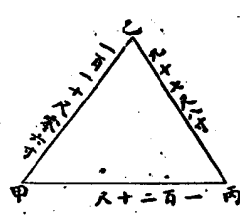
底。得一尺二寸半。如所求。

一作分面線。面積平方。線平方之

作甲乙丙二線。每線分一百度。各度長短不同。如每積一寸者。其根一寸。積二寸者。其根一寸四分

零。積三寸者。其根一寸七分二釐。積四寸者。其根二寸。各根之長短。須以開平方法取之。非如平分

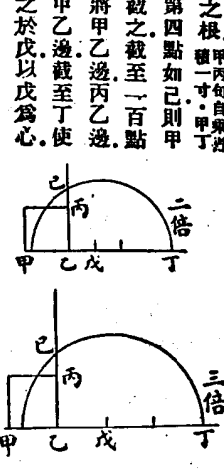
線之可均分也。



捷法以量代算。從樞心甲起。截一寸爲第一點。如乙則甲乙爲第一寸之根。因照甲乙度。如下法

作正方形。

展尺作句股形甲為正方形截甲乙為股甲丙為句並長一寸相乘得平方積一寸是甲乙乃算積一寸之根也。次取乙丙弦度截第二點如丁則甲丁乃積二寸之根何者甲乙股也甲丙句也乙丙弦也弦自乘數豈有句股自乘數故甲丙句數自乘得積一寸甲乙股自乘亦得積一寸并之開方得乙丙弦是乙丙弦乃積二寸之根也而移乙丙為甲丁則甲丁即積二寸之根明矣。次取丁丙弦度截第三點如戊則甲戊乃積三寸之根。甲丙句自乘得積一寸并之開方得丁丙弦。即甲戊也。次取丙戊弦度截第四點如己則甲己乃積四寸之根。亦可倍甲乙以下各點做此截之截至一百點止。又法以甲乙度作甲丙積一寸之正方形將甲乙邊丙乙邊各引長之如求積二寸之方邊則於引長之甲乙邊截至丁使乙丁如甲乙之倍甲乙二寸也。成甲丁線半之於戊以戊為心



甲丁為界作半圓截引長之丙乙線於己則己乙乃積二寸之方邊也。此三率連比之理。蓋首率甲乙。一已乙二寸。若求積三寸之方邊則所截乙丁當三倍甲乙。餘法同理詳分體續篇首。

用法一。如有平方積八十一尺問方根若干。法降一等作八十一寸取尺第一點以一寸為底定尺次取八十一點而量其底得九寸升為九尺合問。

用法二。併積求。如有甲乙丙三平方形甲形每邊一寸其積數之比例甲為一分乙為六分丙為九分今欲另作一大方形其積與三者相併之數等問方根。法併三積共十六分乃取尺第一點。四甲之積為一點。以甲邊一寸為底定尺次取十六點而量其底得四寸即今形之邊也。

用法三。兩積相。如有同式長方形二其小者長一寸闊八分大者長四寸闊三寸二分每長一寸得闊八分其積之比例小者為大者幾分之一。法做上條取尺第一點。小者為一分。以小形長一寸為底定尺次以大形長四寸為底。四寸者為四十分。於尺上比至十六點之距恰合知大形之比小形為十六分之一也。蓋同式大小之長方與大小正方形比例同。大正方形每邊四寸相乘得積十六寸比小正方形每邊一寸相乘得積一寸。因為十六分與一而大長方長四寸乘闊三寸二分得積十二寸八分比小長方長一寸乘闊八分得積八分亦為十六分與一也。若改用闊為底所得亦同。

用法四。減積求。如有甲乙兩三角形甲形每邊一寸乙形每邊四寸今欲將兩積相減取其餘積作同式

算通 卷八

六〇七

等邊三角形間其邊若干。法依上條取尺第一點以甲邊一尺為底定尺次以乙邊四寸為底於尺上比至十六點之距恰合即大形與小形之比例為十六與一相減餘十五為較積隨取十五點而量其底得三寸八分七釐即較形之邊也。何則等邊三角形即長方形之一半也。每邊一寸。求其中較積。值方。不特為正。凡兩相比例半與半若全與全。

用法五。加積求。如有五等邊形每邊二十寸今欲九倍其積作同式五等邊形問每邊。法取尺一點以二寸當二十寸為底定尺次取尺九點而量其底得六寸升為六十寸即今邊蓋五邊形分之即五個三角也。三角之比例同於方之比例已詳上條六邊以上做此。

用法六。三率連比。如有長方形闊二丈長八丈今欲作一正方形與之等積問根。如云首率二。末率尺二點以二寸當二丈為底定尺次取八點而量其底得四寸升為四丈合問。法取此連比例之理連比例者。次率三率同數者是也。凡連比例其首率自乘所作正方形。如二自乘與中率自乘所作正方形。如四自乘與之比例。四與十六相比。同於首率二與末率八之比例。二比八。亦自乘為二尺。末率為八尺。則首率所作正方形與中率所作正方形之比例。即如二與八之比例。故以二點相距之度為首率之數。則八點相距之度必為中率之數可知矣。

一作更面線。更改也。謂改此面為彼面也。

諸面形

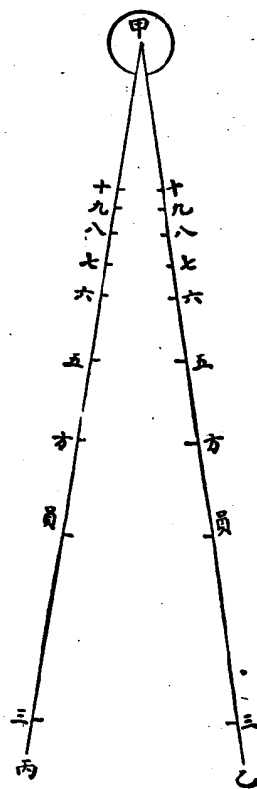
形方正 邊角四 形	
形圓 邊角三 形	
形三角 邊角五 形	
形五角 邊角六 形	
形六角 邊角七 形	
形七角 邊角八 形	
形八角 邊角九 形	
形九角 邊角十 形	

凡諸平面形不同而積相等者其邊必不等。故積一百寸者。正方形每邊一尺。員形徑一尺一寸二分。八釐四毫。三等邊形每邊一尺五寸一分九釐七毫。五等邊形每邊七寸六分二釐四毫。六等邊形每邊六寸二分零四毫。七等邊形每邊五寸二分四釐六毫。八等邊形每邊四寸五分五釐一毫。九等邊形每邊三寸四分零四毫。十等邊形每邊三寸二分零四毫。以上可以類推。

算通 卷八

六〇九

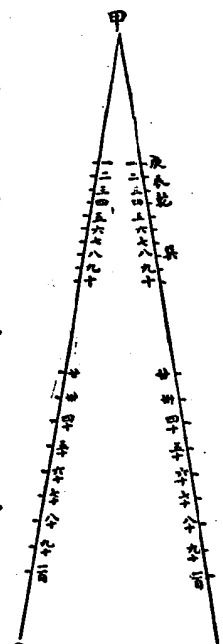
形。每邊四寸零二釐。十等邊形。每邊三寸六分零五釐。作甲乙丙二線。將各形邊度數。點線
上。作號識之。即成更面線也。如下圖。
甲乙丙二線圖



用法一。值形。如有員形。徑一尺二寸。欲作正方形。積與相等。問每邊若干。法取尺上員號兩點。以
一寸二分。當一尺。為底定尺。次取方號兩點。量得一寸零六釐。當一尺零六分。即為方邊也。
用法二。等邊形。如有十等邊形。積四千四百四十五尺。問每邊若干。法先取等積之正方形。然後可
得十邊形之比例。先用分面線第一點。以一寸為底定尺。乃一寸自乘得積一寸也。以當積一百尺。與
四千四百四十五尺相較。其比例為一分與四十四分四釐五毫。即取分面線四十四點。又九分點之
四。即四。量其底得六寸六分。又三分分之二。即正方邊六十六尺。又三分尺之二也。乃取更體線方號
兩點。以方邊六寸六分。又三分分之二。為底定尺。次取十邊號兩點之底。量得二寸四分。即二十四尺。
為所求。

用法三。值形。如有三邊形。每邊十五尺。又有五邊形。每邊十尺。欲併作一正方形。問每邊若干。法
取尺上三邊號兩點。以每邊十五尺。降作一寸五分。為底定尺。次取方號兩點。量得九分八釐七
毫。即九尺八寸七分。為方形每邊。又取五邊號兩點。以每邊十尺。降作一寸。為底定尺。次取方號兩點
之距。量得一寸三分。即十三尺一寸。為方形每邊。乃將兩方形。照分面線用法。求其積之比例。
取分面線第十點。以小方邊九分八釐七毫為底定尺。次取大方邊一寸三分。一釐。為底。於分面線上。
比至第十七分六釐之距。恰合。即兩方形之比例。為十分與十七分六釐。併之得二十七分六釐。即取
分面線二十七分六釐。而量其底。得一寸六分四釐。即一十六尺四寸。為今所求之正方形也。
用法四。值形。如有八邊形。每邊十二尺。又有六邊形。每邊六尺。今將兩形積相減。取其餘積。作七邊
形。問其邊若干。法取八邊號兩點之距。一寸二分。當十二尺。定尺。次取七邊號兩點之距。量得一寸三
分八釐。即七邊形每邊一十三尺八寸也。又取六邊號兩點之距。六分。當六尺。定尺。次取七邊號兩點之

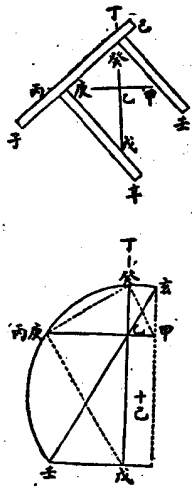
距。量得五分零七釐。即七邊形每邊五尺零七分也。乃將兩七邊形。照分面線用法三四五等條。求其
積之比例。取分面線第十點。以小邊五分零七釐為底定尺。復以大邊一寸三分八釐。為底。於分面線
上。比至第七十八點之距。恰合。即兩七邊形之比例。為十分與七十八分。相減餘六十八分。即取分面
線六十八點之距。量得一寸三分。即十三尺。為所求。
一。作分體線之理也。亦名橫。一。作分體線之理也。亦名橫。



作甲乙丙二線。各分一千度。每度長短不同。皆以開方立法取之。
一法以量代算。以紙畫四平行線。為四率比例之法。如左。
先畫子丑橫線長一寸為首率。次畫午未橫線長二寸。為四率。次畫寅卯辰巳兩橫線。為次率。三率。其
畫寅卯辰巳兩橫線之度。照四率連比例求中率法取之。然須先明三率連比例求中率法。而後明四率
連比例求中率法。按三率求中率法。如有乙丙線一寸為首率。甲
乙線四寸為末率。求乙丁中率法。以首末率相乘得積四寸。此與
中率自乘之積同。於是開方得中率乙丁之邊二寸。是因積以知
邊也。若以量代算。則將甲乙丙二線和連為一甲丙全線。乃平
分甲丙線於戊。以戊為心。以甲丙為界。連規作半圓。自乙處作乙
丁垂線。即為甲乙乙丙二線之中率。量得二寸。何者。試作丁甲丁
丙二線。成甲丁丙大角。股形內。分甲乙丁及丁乙丙為子丑兩句
股形。此二形為相似。以丁乙為分甲丁丙大角。角。則子丑角
角。一正方形。除甲丁二角。合為一正方形。於所合正方形內。減去丁角。則
為一正角。是也。余丁角之餘。夫五形丁角。與子形丁角。均為子形丁角之
餘。則子形之甲角。即同五形之丁角。而子形之角。比丁乙句。若丑形丁乙股。與乙丙句也。
丁角。又必同五形之丙角可知。故為相似形也。法為以子形甲乙股。比丁乙句。若丑形丁乙股。與乙丙句也。
故乙丙為中率。亦以中率自乘之積。同於首末率相乘之積。而因積以得邊也。明此則四率連比例求
中率法可知矣。如有甲乙線一寸。為首率。乙丙線八寸。為四率。求次率乙丙。三率乙庚線度。當依上法
作首率甲乙線一寸。與三率乙庚線相連。為一甲庚線。因未知乙庚線度。姑引長之。至丙。為甲丙線。以

子
寅
辰
午
卯
未
丁
丙
乙
甲

待截取庚點。又於乙處作四車乙戊垂線與甲乙線相遇。成正方角。與次率乙癸線相連。為一戊癸線。因未知乙癸度。姑引長之。至丁。為戊丁線。以待截取癸點。截法有二。一法用紙作二短尺。一為己庚辛。一為壬癸子。二尺以一股相疊。合而為一。其股相疊。無毫釐之差。成壬癸庚辛四方缺一邊形。以癸角跨次率引長之。丁乙線上。以庚角跨三率引長之。乙丙線上。而視其壬癸股。必須切首率甲乙線之甲庚辛股。必須切四率乙戊線之戊。乃為定。否則伸縮再益。以求切合。乃自乙截至庚角庚點。即得三率乙庚之度。又自乙截至癸角癸點。即得次率乙癸度矣。此與三率法。以首末率求中率理同。一法以首率甲乙二寸為橫。四率乙戊八寸為縱。作甲戊長方形。以形心已為心。作員截引長之。乙丙為乙庚。與戊壬等。又截乙丁為乙癸。與亥甲等。乃作亥壬線。看與乙角切否。如不切。則將所作之員。或改大。或改小。務使亥壬線適切乙角。乃止。則所截乙癸。乃次率度。乙庚乃三率度。試甲癸與乙庚三線。明此則有首率與四率之度。即可求次率之度矣。今分體線。以一寸為首率。二寸為四率。依法求得第二率度。必為一寸二分五釐零。何則。四率連比例法。如首率邊一寸。次率倍首率為二。三率則倍次率為四。四率則倍三率為八也。而首率邊一寸。自乘再乘得積一寸。與次率邊二寸。自乘再乘得積八寸之比例。同於首率邊一寸。與四率邊八寸之比例。是首率之邊。比四率之邊。即同首率之積。比次率之積也。夫首率邊一寸。比四率邊八寸。既同於首率積一寸。比次率積八寸。然則首率邊一寸。比四率邊二寸。即同於首率積一寸。比次率積二寸可知矣。四率邊二寸。視首率邊一寸。為加一倍。則次率之積。亦視首率之積。必加一倍而為二可知矣。次率之積八寸者。其邊為二寸。則次率之積二寸者。其邊為一寸二分五釐零可知矣。於是取首率所畫子丑之邊度。寸截分體線。自樞心起。截如甲庚。又取四率午未之邊度。截如甲癸。又取次率寅卯邊度。寸截分體線。截如甲辰。於是又取首率子丑邊度。三寸之邊。仍以子丑為首率。如上法。求得第二率度。截如甲乾。為立方積三寸之邊。照此度倍子丑率。為四率與首率子丑相求可也。



用法一。以積求。如有立方積四萬尺。求其根。法取尺一點。以一寸當十尺為底。一點當一子尺。十尺其根。一千。定尺。次取四十點。四十點則四萬尺也。而量其底得三寸四分強。升為三十四尺強。即立方之根。用法二。如立方積八寸。其根二寸。求作加八倍之體。為六十四寸。問根。法取尺之點。以二寸為

底定尺。次取八點。而量其底。得四寸。合問。用法三。如有一大小二體。不知積。而欲求其較。較大小。法取尺一點。以小體之邊為底定尺。次以大體為底。於尺上。比取其距之恰合者。如所得為九點。即其較為九與一命之。曰小體得大體九分之。一。用法四。如有一甲乙丙三正方形。甲形每邊二寸。其積數之比例。甲為一分。乙為三分。丙為四分。今欲作一大正方形。與甲乙丙三正方形之積等。問其邊若干。法取第一點。當甲。以甲邊二寸為底定尺。乃併三體積共八分。即取第八點之底。量得四寸。如所求。用法五。如有一大小兩四面體。小體每邊一寸。大體每邊三寸。今將兩體積相減。取其餘積。作同式四面體。問其邊若干。法取尺第一點。以小邊一寸為底定尺。次以大邊三寸為底。於尺上。尋至二十七點之距。恰合。即大形與小形之比例。為二十七與一。相減餘二十六。為較積。即取第二十六點之距。量得二寸九分六釐。如所求。蓋平三角形大小之比例。與平方形大小之比例。同。則立三角形大小之比例。亦必同於立方形之比例矣。用法六。如有一八等面體。每邊一尺。欲四倍其積。作同式八等面體。問每邊若干。法取尺第一點。以一寸為底定尺。次取第四點。而量其底。得一寸五分九釐。即一尺五寸九分。如所求也。用法七。如有一員球徑三尺。欲取其積五分之二。作同式圓球。問徑若干。法取尺第五點。當五分。以三寸為底定尺。次取二點。而量其底。得二寸二分一釐。即二尺二寸一分。如所求。用法八。如有四率相連比例數。一率八尺。四率二十七尺。求二率三率各若干。法取尺第八點。以八分為底定尺。次取第二十七點。而量其底。得一寸二分。即一十二尺。為第二率。蓋連比例四率。其首率所作立方體。與二率所作立方體之比例。同於一率與四率之比例。今首率為八尺。四率為二十七尺。則一率所作立方體。與二率所作立方體。與二率所作立方體。與一率所作立方體。之比例。即八與二十七之比例。故以八分相距之度。為一率之數。則二十七分相距之度。必為二率之數。可知矣。既得二率十二尺。可照平分線用法。求得三率十六尺。用法九。如有銀正方形。每邊二寸。問重若干。法取尺第九點。以二寸為底定尺。次以二寸為底。於尺上。比至七十二點之距。恰合。得重七十二兩也。用法十。如有大銅球體徑二寸。重三十一兩四錢一分。今有大銅球體徑一寸二分。問重若干。法取尺三十一點四。以二寸為底定尺。次以一寸二分為底。於尺上。比至第六點七分零之距。恰合。即六兩七錢零。如所求。

一作更體線... 加改力...

此三等邊面... 八面所合成者... 上四面相合成方維...

形一而在下亦旁... 聯五面成仰五形...

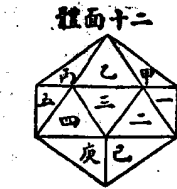
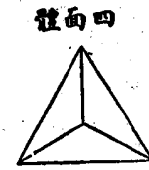
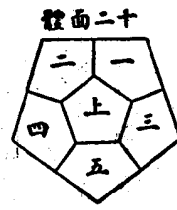
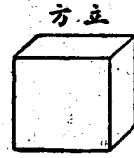
等邊面二十面所... 合成者上層甲乙...

丙丁戊五面... 下層已庚辛壬癸...

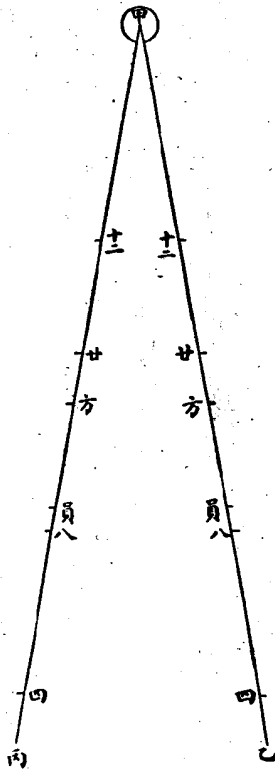
五面... 已庚辛壬癸...

換合如底... 中層十面旁... 上中下相合...

凡諸體積等者... 其邊各異... 故積一半寸者...



用法一... 他形更方... 如有球體二寸... 欲改等積方體...



方號點之底... 得一寸六分二釐... 如所求。

用法二... 方更體形... 如有二十面體積一萬七千四百五十五尺...

用法三... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法四... 減積求積... 如有方體... 每邊二尺... 又有球體...

用法五... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法六... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法七... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法八... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法九... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法十... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法十一... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

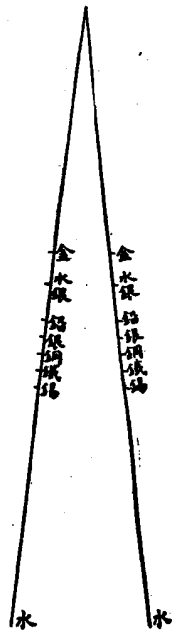
用法十二... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法十三... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法十四... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

用法十五... 併積求積... 如有四面體... 每邊三寸... 又有八面體...

水與金同重其積一萬八千零六十四分五百釐強開方得根二寸六分二釐三毫強若根與金等則其重為九錢三分
 作甲乙丙二線將各根數紀於線上



用法一 同形同重 如有金球徑二尺欲作同重之銀球問徑若干 法取金號點以二寸當二尺為底定尺
 次取銀號點之底得二寸四分六釐即二尺四寸六分如所求

用法二 異形同重 如有金方體每邊一寸重十六兩八錢今作銀八面體與之同重問每邊若干 法先以
 更體線取方號點以一寸為底定尺次取八面號點之底得一寸二分八釐零為與金方體等重之金
 八面體每邊數乃取五金線金號點以每邊一寸二分八釐為底定尺次取銀號點之底得一寸五分
 八釐零如所求

用法三 異形異重 如有銅正方體每邊二寸重六十兩今有鉛一百兩欲作球體問徑若干 法先取分體
 線六十點密六十 以每邊二寸為底定尺次取分體線一百點密一百 之底得二寸三分七釐為重百
 兩銅正方體之邊又取更體線方號點以邊二寸三分七釐為底定尺次取球號點之底得二寸九分
 四釐為重百兩之銅球徑復取五金線銅號點以徑二寸九分四釐為底定尺次取鉛號點之底得二
 寸六分八釐如所求

用法四 同形同重 如有銀體方一寸重九兩問銅體方一寸重若干 法取銀號點以一寸為底定尺次取
 銅號點之底得一寸零五釐二毫為重九兩之銅邊乃取分體線九十點以一寸零五釐二毫為底定
 尺次取一寸為底於線上比至七十五分之距恰合即七兩五錢為銅正方一寸重數

用法五 異形同重 如有銀正方體每邊二寸重七十二兩今欲作一銅二十面體其邊與方邊等問重若干
 法先取更體線方號點以二寸為底定尺次取二十面號點之底得一寸五分四釐零為銀二十面
 體之邊乃取五金線銀號點以一寸五分四釐為底定尺次取銅號點之底得一寸六分三釐零為銅
 二十面體之邊復取分體線七十二點密七十二 以邊一寸六分三釐為底定尺乃以二寸為底

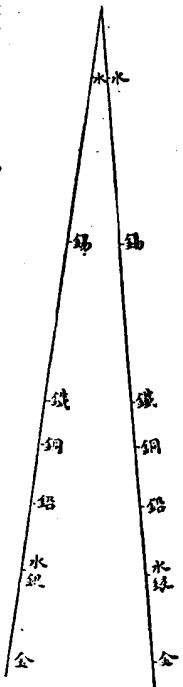
也於分體線上比至一百三十點零之距恰合即一百三十兩零如所求
 按篇首各條與金同重云云乃同重異積也若根與金等云云乃同積異重也兩者相反而可

相求蓋同積而求重輕之差則金最重而他色輕若同重而求體積之差則金最少而他色多雖相反
 而比例等如金與銅其體積之比例為一千與二千二百四十若重相同則銅積多而金積少
 銅比金為二千二百四十之比一千若積相同則金重而銅輕金比銅亦為二千二百
 四十之比一千也金積一千分則重十六兩八錢若積二千分則重三十二兩一錢二分二釐法為一比
 也若積二千分則重三十二兩一錢二分二釐法為一比也若積一千分則重十六兩八錢五分一釐法為一比
 重十六兩八錢五分一釐法為一比也若積一千分則重十六兩八錢五分一釐法為一比也若積一千分則重十六兩八錢五分一釐法為一比
 亦明矣

又按金一十六兩八錢銅七兩五錢本重率也而可反用之為積率蓋同積異重可變為同重異積也
 其法即以金重一十六兩八錢改為銅積一千六百八十分又以銅重七兩五錢改為金積七百五十
 分何則銅積一千分而重七兩五錢則積一千六百八十分必重一十二兩五錢矣以七兩五錢之半可互
 千分而重十六兩八錢則積七百五十分亦必重一十二兩五錢矣以七兩五錢之半可互
 七五也

既有同積異重同重異積之分即可用其率補作兩尺與前尺為三蓋前項尺乃同重異積之比例也
 今再作同積異重及同重異積二比例尺如左

- 一補作同積異重比例尺
- 金十六兩八錢 八分記點
- 水銀十二兩二錢八分 於一尺二寸二
- 黑鉛九兩九錢三分 於九寸九分
- 銀九兩 於九寸
- 紅銅七兩五錢 於七寸五
- 生鐵六兩七錢 於六寸七
- 高錫六兩三錢 於六寸三
- 水九錢三分 於九分三



用法一 同積求 如有金不知重亦不知積以水盛器中令滿權其重乃將金入水中則水溢出俟溢定乃

出金再權其水減三兩七錢二分。問金重若干。曰此同積求異重也。蓋金入而水出。所出之數。必如其所入之數。是體積同也。惟水輕而金重不同耳。法以所減三兩七錢二分。變作三分七釐二毫。爲水點九分。之底定尺。而取金點一尺六分。之底得六寸七分二釐。變爲六寸七釐。即金重也。所以然者。以一率水重九錢三分。除次率水重三兩七錢二分。得四九錢三分。每一九錢三分。得積一千分。則得四九錢三分。即如得四個一千分也。金率每積一千分。重十六兩八錢。故以四個一千分乘三率十六兩八錢。而得六十七兩二錢。即四個十六兩八錢也。

一補作同乘異積比例尺。上同其率。而後其尺。如九錢三分。金重十六兩八錢。其水重一兩。則上同之率。一兩。則上同之尺。一兩。即於此律之金一千分。此律之水。一兩八千零六分四釐五毫也。

金一千分。此律。

水銀一千三百六十八分一釐。弱於一十三分七。
 黑鉛一千六百九十一分八釐。強於一十六分九。
 銀一千八百六十六分七釐。弱於一十八分七。
 紅銅二千二百四十分。強於二十二分。
 生鐵二千五百零七分四釐。強於二十五分一。
 高錫二千六百六十六分七釐。弱於二十六分七。
 水一萬八千零六十四分五釐。強於六十六分。



用法一。同重求。如有水重一十六兩八錢。盛器中滿十分。若去水面。而置同重之水。俟於此器。問差幾分。乃滿。法以一尺當十分。爲水點一尺八寸。之底定尺。而取水銀點七釐弱。之底得七分零。以減一尺。餘九寸三分弱。即不滿分數也。

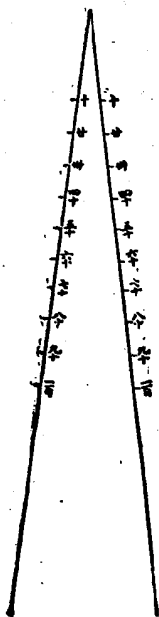
用法二。同積求。如銀與錫同重九兩。問各根。法以一寸六分八釐。當十六兩八錢。爲銀點一十八分。之底。若置一十六兩八錢。則以一尺。而以九分當九兩爲底。於尺上比至一千分之距。恰合。是銀重九兩之積。千八百六十六分七釐弱也。定尺。而以九分當九兩爲底。於尺上比至一千分之距。恰合。是銀重九兩之積。也以一十六分八釐。當十六兩八錢。爲錫點二寸五分。一釐弱。之底定尺。而以九分當九兩爲底。於

尺上比至一千三百四十三分二釐五毫之距。恰合。是鐵重九兩之積也。兩者之積既得。則可用分體線以求其根矣。此法。則與同重異積。一補作同乘異積比例尺。同法。則不作亦得矣。

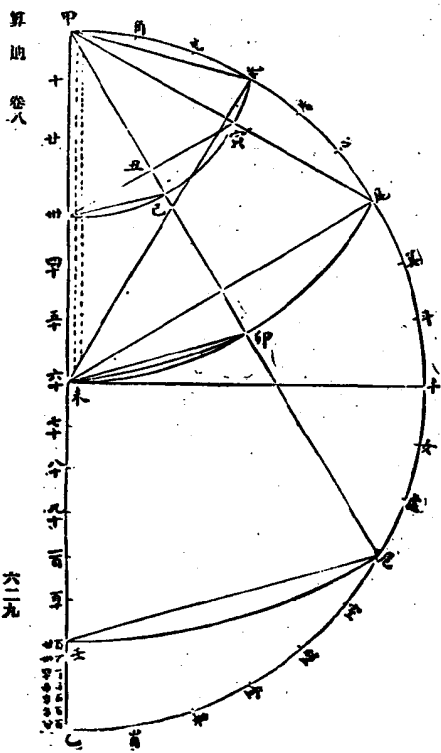
用法三。同積求。如有金不知重。亦不知積。以水盛器中。令滿。權其重。乃入金水中。即水溢出。俟溢定。乃出金。再權其水。減三兩七錢二分。問金重若干。此同積求上尺用法。法以所減水重三兩七錢二分。變作三分七釐二毫。爲金點一尺。而取水點一尺八寸。之底得六寸七分二釐。變爲六寸七釐。即金重也。所以然者。上項尺金一六八之比。水九三。與此尺水一八零六釐之比。金一兩。故此尺反用其率。即同彼尺法也。

一作分員線。其間平尺。權則。

作甲乙甲丙二線。各分一百八十度。

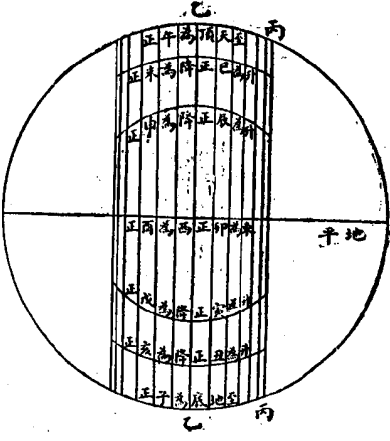


分法別取紙一張。於邊作一線。長如尺之甲乙折半於未。以未爲心。以甲乙爲界。畫規畫半員。分一百八十度。復以甲爲員心。依各度。下開角甲。運規至紙邊線上。記點離號。每十度。如下圖。乃照紙線所誌。點度。移於尺之兩線上。即成分員線。一法檢正。表倍之。即得。倍之。即爲一度之通。點一分七釐。



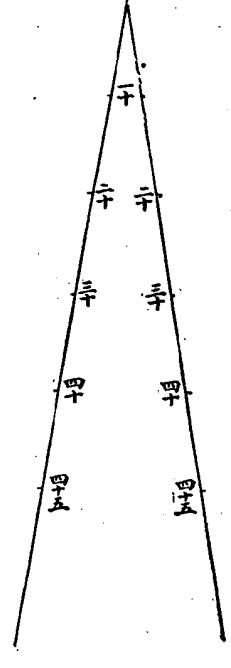
實下臨甲。從上視。即九十度之正弦也。於是以甲丙半徑為九十度丙寬。之底定尺。次取十五度... 照各底度移在丙甲線上。甲乙餘數此。記點甲戊亦如之。乃從各點作線並與二分二至日道平行。為各節氣日行道也。觀圖自明。詳中氣。

一法。於二至日道上下兩端各作橫線聯之。如丙戊。半之於庚。為分至距二十三度半之正弦。以之為半徑。連規作員半在大員之上。半在大員之下。兩半員各均分為十二分。每分十五度。記點上下相向作直線聯之。即與前法所作各日道線合而為一。而取十五度。三十度。四十五度。六十度。七十五度。各通... 又如下十五度為未初。又下十五度為申初。又下十五度為酉正。乃入地。下十五度為戌初。又下十五度為戌正。又下十五度為亥初。又下十五度為亥正。又下十五度為子初。又下十五度至地底。為子正。復東上十五度為丑初。又上十五度為丑正。又上十五度為寅初。又上十五度為寅正。又上十五度為卯初也。

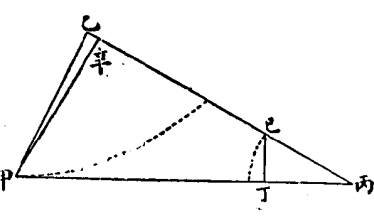
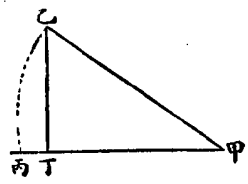


用法二。求正切。如甲乙半徑二寸。乙丁正弦一寸零六釐。問乙丙弧度若干。法取尺九十點。以二寸為底定尺。次取一寸零六釐為底。於尺上比至三十二點之距。恰合。知乙丙弧為三十二度。若用分員聯代。二釐於尺上比得六十四點之距。恰合。折半如所求。又如三角形有乙甲邊甲丙邊及丙角而求乙角。圖小止繪正刻。

用法一。求正切。如甲乙半徑六寸。乙丙弧三十五度。問丁乙切線若干。法取四十五度。四十五度之正以半徑六寸為底定尺。次取三十五度而量其底得四寸二分。如所求。又如甲乙半徑六寸。乙丙弧五十八度。問丁乙切線若干。法以五十八度與九十度相減。



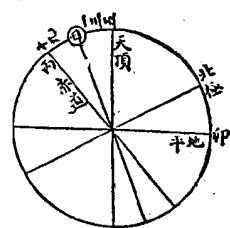
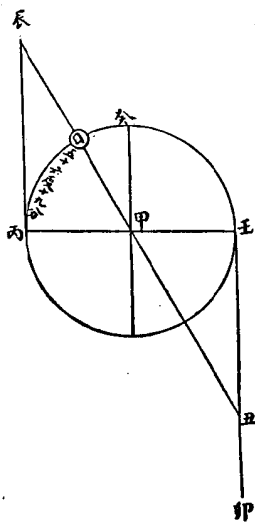
法依三角算法。以丙角之對邊乙甲。比丙角之正切已丁。若乙角之對邊甲丙。與乙角之正切甲辛。檢正弦表得乙角。今不用求。已丁正弦。用乙甲邊代之。法取丙角。以乙甲邊為底定尺。次以甲丙邊為底。於尺上比至某度點之距。恰合。即為乙角之度何者。三邊之比例。同於三正切之比例。故用邊。即如用正切也。詳三角。用法三。求正切。如乙丙弧三十二度。乙丁正弦一寸零六釐。問甲乙半徑若干。法取尺三十二點。以一寸零六釐為底定尺。次取九十點。以一寸零六釐為底。於尺上比至三十二點之距。恰合。知甲乙半徑為九十點。又有一三角形有戊角戊度及庚己邊。求庚戊邊。法取戊角戊度。以庚己邊為底定尺。次取己角戊度。而量其底為庚戊邊。一作正切線。作甲乙甲丙二線。檢正切表。自一度至四十五度之數。各作點記線。上。四十五度以後。與四十五度以前。相為正餘。故止用四十五度。



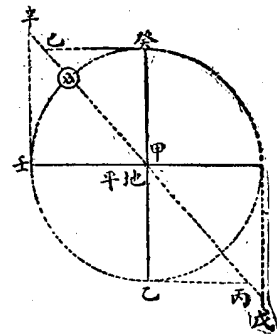
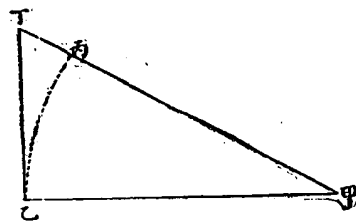
餘三十二度為餘弧。乃取三十二度以半徑六寸為底定尺。次取四十五度。而量其底。得九寸六分。即丁乙切線之數也。

用法二。半徑切。如甲乙半徑六寸。丙乙切線四寸二分。問乙丁弧度若干。法取四十五度。以半徑六寸為底定尺。次以切線四寸二分為底。於尺上比至三十五度之距。恰合。即乙丁弧為三十五度也。

又如地平上立直表高四尺。日中影長三尺六寸零二釐。問日高若干。法取四十五度。以四寸作表高四尺為底定尺。次以三寸六分零二釐作影長三尺六寸零二釐為底。於尺上比至四十二度。恰合。為日距天頂之度。以減象限九十度。餘四十八度。為日距地平之高度也。如圖甲乙表也。乙丙切線日影也。與癸己同。癸己在四十二度為正切。則在四十八度為餘切。圈日也。癸天頂也。三地平也。又如於牆壁上。安橫表長一尺。日中倒影之在牆上者。長一尺五寸。問日高若干。法取四十五度。以表一尺為底定尺。次以影一尺五寸為底。於尺上比至五十六度十九分。恰合。即日高度也。壬丑同辰丙辰丙五十六度十九分正切也。又如江寧府。立夏後九日。午正立表一丈。得日影長二

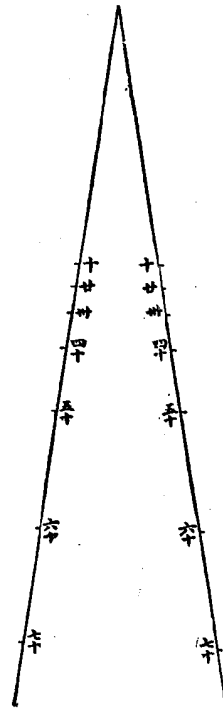


尺四寸。問北極出地若干度。法取四十五度。以一尺作表一丈為底定尺。次以二寸四分作影長二尺四寸為底。於尺上比至十三度半。恰合。為日距天頂之度。檢黃赤距度表。是日太陽在赤道北十九



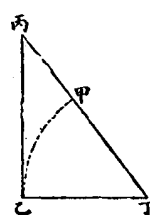
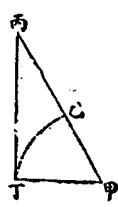
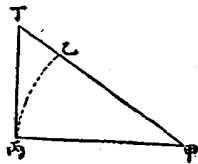
度。二數相加。得三十二度半。即北極出地度也。蓋北極至丙赤道。一象限也。赤道在天頂南三十二度。則北極必出地平上三十二度半矣。用法三。半徑切。如甲乙弧三十五度。丙乙切線一寸零五釐。問丁乙半徑若干。法取三十五度。以切線一寸零五釐為底定尺。次取四十五度。而量其底。得一寸五分。如所求。一作正割線。

作甲乙甲丙二線。檢正割線表。自初度至七十度之數。紀於線上。初度對線即半徑。自初度至七十度。以細繩漸與切線平行。其數甚大。尺不能容。故止取七十度。



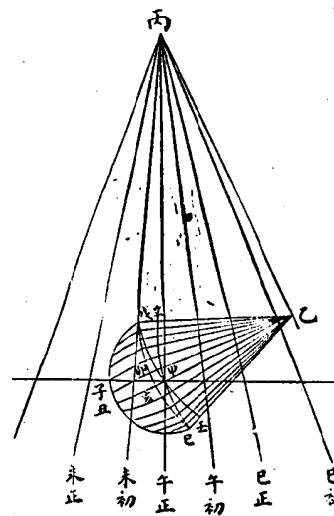
用法一。半徑切。如甲乙半徑六寸。乙丙弧四十一度。問甲丁割線若干。法取初度。以半徑六寸為底定尺。次取四十一度。而量其底。得七寸九分五釐。如所求。用法二。半徑切。如甲乙半徑六寸。甲丙割線一尺二寸。問丁乙弧度若干。法取初度。以半徑六寸為底。於尺上比至六十度之距。恰合。如所求。

用法三。半徑切。如甲乙弧四十四度。半丙丁割線二寸一分零三釐。問乙丁半徑若干。法取四十四度。以二寸一分零三釐為底定尺。次取初度。而量其底。得一寸五分。如所求。



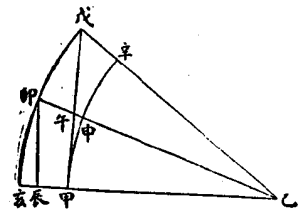
附定時刻法。此下各條。有用切線者。有用正割者。由淺如欲作時刻線。以定早晚時刻。其法若何。法用木板作員規。分員周為二十四限。每日分十二時刻。共二十四限也。分法。取分員六寸。以木規半徑為底定尺。次取十五度之底。即十五度之通弦。以該員規。得十五度之弧。為一限。蓋員周三百六十度。以二十四限分之。每限十五度。故十五度而得一限也。遂限

十五度以乙甲半徑為底定尺。次取二十三度半之底。以為甲戌及甲巳之界。又以甲戌為半徑。作戊丑巳半日。依正弦線用法一之第三條。取九十度。以半徑甲戌為底定尺。次取十五度三十度四十五度六十七度七十五度。各量其底。得各弧度之正弦。將半員分為十二分。記點為界。又以乙戌為半徑。作戊亥巳弧。而依所分戊丑巳各點界。作線與甲丑平行。以截戊亥巳弧界。按法之第三條。丙乙之半。即又自乙至戊亥巳各弧界。作線截戊甲巳線。亦即正弦。而戊亥巳之半。乃自行之道。即得各節氣日影界。所以然者。以戊丑象限弧九十度正。即甲午。比戊亥分至距離正。亦即甲戌。蓋甲戌本為辛甲之切線。而戊亥正。即甲午。之正。又為戊亥之正。若戊丑弧各節氣距二。分。如清明距春。之正。與戊亥弧各節氣距緯。之正。蓋戊丑九十度象限之比例。同於戊亥二十三度半弧之比例。故可用戊丑弧截戊亥亥。因即以截戊甲巳線。戊甲線在戊亥弧為正。弦。而在辛甲弧為切線。則用正弦則如用切線矣。於是又將自乙至各弧界所作線。引長之。使與午正時刻線相交。則其相交之各點。即午正各節氣之日影界也。此北一點。乃冬至日影界。故將一點。捷法用正切線取二十三度半底。後隨取二十二度四十分。二十度十三分。十六度二十三分。十一度三十分。五度五十五分。各底。自甲左右點記戊巳線上。乃從各點向乙作線。與前法合間各度數。從何取之。依八線表。以乙戌半徑為一尺。乃全。檢査戊亥二十三度半弧之正。乃三九八七五。用之為戊丑象限弧半徑。是一尺折為三寸九分八釐七毫五絲也。次檢十五度之正。二五八八二。照例折之。三九八七。得一零三三。檢表即得戊亥弧之五度五十五分。又檢三十度之正。弦。五照例折得一九九三七五。檢表即得戊亥弧之十一度三十分餘可。照查而得。又問此於辛甲弧何與。曰得戊亥弧正。弦。即得辛甲弧正。切也。如下圖。卯亥乃戊亥弧之十一度半也。其正。弦。卯辰。從卯向乙作割線。對戊甲線於午。得午甲。乃辛甲弧之十一度半。甲正。切也。於是成大小兩旬股形。法為以乙卯比卯辰。若乙午與午甲也。故得戊亥弧之正。弦。即



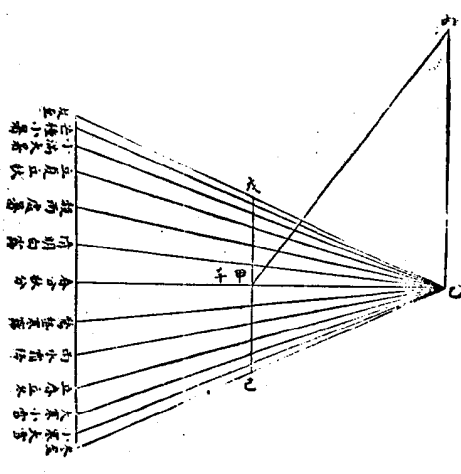
得辛甲弧之正切。若求未初節氣線。則將乙戌巳三角。併乙戌乙甲乙巳等十三線。及丙乙線照式畫一圖。又以乙甲為半徑。取十五度未初距年正割度。點記乙甲線外為乙辛。復將十三線引長。註明節氣。置於上圖未初線上。以此圖之丙。合於上圖之丙。以此圖之乙甲線外之辛。合於上圖未初線之辛。辛乃未初初時刻線相交之處。作各點誌之。即得未初各節氣日影界。此蓋移年正線上之乙戌。餘做此。

一法改丙乙戌巳。為丙壬子癸。蓋移丙乙為丙壬。移乙甲為壬辛。移戊巳為子癸也。照上法。以壬辛為半徑。用比例尺正切線法。取二十三度半等切線度為各節氣日影界。問乙辛不長於壬辛乎。曰乙辛為未初日影。猶乙甲為午正日影。本立線也。今畫作平線。則其度不真何者。乙甲與辛甲。如十字。成乙甲辛旬股形。則乙甲股也乙辛弦也。試照乙甲度。截午正線。自甲至庚。則甲庚即乙甲股。復從庚作斜線至辛。則辛庚即乙辛弦。是辛庚乃乙辛真度也。今照庚辛度。取壬辛。以為乙辛真度。則乙辛之長。乃假長耳。乙辛既移為壬辛。則丙乙亦移為丙壬。移法以丙乙為半徑。連規作員。而照庚辛度。作壬辛線。切於員邊之壬。因自壬向丙作丙壬線。則丙壬必等丙乙。蓋皆為連員之半徑也。其餘時刻線。各節氣日影界。做此。



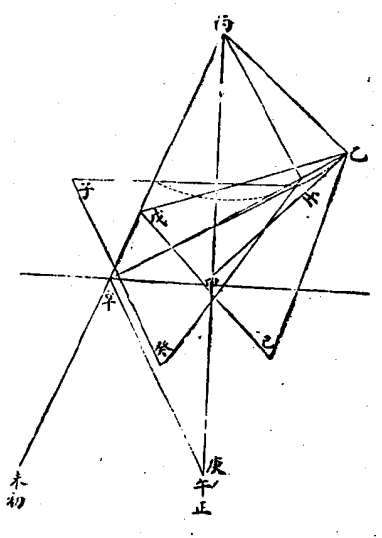
得辛甲弧之正切。若求未初節氣線。則將乙戌巳三角。併乙戌乙甲乙巳等十三線。及丙乙線照式畫一圖。又以乙甲為半徑。取十五度未初距年正割度。點記乙甲線外為乙辛。復將十三線引長。註明節氣。置於上圖未初線上。以此圖之丙。合於上圖之丙。以此圖之乙甲線外之辛。合於上圖未初線之辛。辛乃未初初時刻線相交之處。作各點誌之。即得未初各節氣日影界。此蓋移年正線上之乙戌。餘做此。

一法改丙乙戌巳。為丙壬子癸。蓋移丙乙為丙壬。移乙甲為壬辛。移戊巳為子癸也。照上法。以壬辛為半徑。用比例尺正切線法。取二十三度半等切線度為各節氣日影界。問乙辛不長於壬辛乎。曰乙辛為未初日影。猶乙甲為午正日影。本立線也。今畫作平線。則其度不真何者。乙甲與辛甲。如十字。成乙甲辛旬股形。則乙甲股也乙辛弦也。試照乙甲度。截午正線。自甲至庚。則甲庚即乙甲股。復從庚作斜線至辛。則辛庚即乙辛弦。是辛庚乃乙辛真度也。今照庚辛度。取壬辛。以為乙辛真度。則乙辛之長。乃假長耳。乙辛既移為壬辛。則丙乙亦移為丙壬。移法以丙乙為半徑。連規作員。而照庚辛度。作壬辛線。切於員邊之壬。因自壬向丙作丙壬線。則丙壬必等丙乙。蓋皆為連員之半徑也。其餘時刻線。各節氣日影界。做此。



得辛甲弧之正切。若求未初節氣線。則將乙戌巳三角。併乙戌乙甲乙巳等十三線。及丙乙線照式畫一圖。又以乙甲為半徑。取十五度未初距年正割度。點記乙甲線外為乙辛。復將十三線引長。註明節氣。置於上圖未初線上。以此圖之丙。合於上圖之丙。以此圖之乙甲線外之辛。合於上圖未初線之辛。辛乃未初初時刻線相交之處。作各點誌之。即得未初各節氣日影界。此蓋移年正線上之乙戌。餘做此。

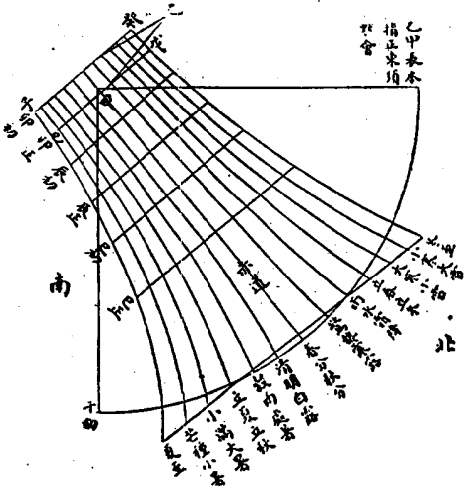
一法改丙乙戌巳。為丙壬子癸。蓋移丙乙為丙壬。移乙甲為壬辛。移戊巳為子癸也。照上法。以壬辛為半徑。用比例尺正切線法。取二十三度半等切線度為各節氣日影界。問乙辛不長於壬辛乎。曰乙辛為未初日影。猶乙甲為午正日影。本立線也。今畫作平線。則其度不真何者。乙甲與辛甲。如十字。成乙甲辛旬股形。則乙甲股也乙辛弦也。試照乙甲度。截午正線。自甲至庚。則甲庚即乙甲股。復從庚作斜線至辛。則辛庚即乙辛弦。是辛庚乃乙辛真度也。今照庚辛度。取壬辛。以為乙辛真度。則乙辛之長。乃假長耳。乙辛既移為壬辛。則丙乙亦移為丙壬。移法以丙乙為半徑。連規作員。而照庚辛度。作壬辛線。切於員邊之壬。因自壬向丙作丙壬線。則丙壬必等丙乙。蓋皆為連員之半徑也。其餘時刻線。各節氣日影界。做此。



立面日晷作節氣線法

如欲於向南壁所作時刻線上作節氣線。問其法若何。法照前條但改南北為上下耳。蓋上條乃平面日行赤道北則影在南。行南則影在北。此乃立面日行赤道北。則影在下。行南則影在上也。問欲於向東壁所作時刻線上作節氣線。其法若何。法做上條以乙甲表上。以乙丙為表。此為半徑作戊甲已切線。用比例尺正弦線。比得二十三度三十分。二十二度四十分。二十度三十分。十六度二十三分。十一度三十分。五度十五分之各切線。度於甲左右作誌。即得卯正各節氣日影界。

如未卯初各節氣影界。則於卯初線與赤道相交處作點。從乙至點作影線為半徑。此如上述取未初也。以取各切線等。餘做此。



右算通八卷 國朝何夢瑤報之撰。按先生事蹟。具見阮通志。及粵臺徵雅錄等書。其所著已刻者。有窮芳園詩鈔。莊子放。廣和錄。制義。餘醫編。婦痘嬰。三科輯要。傷寒論。近言。胡金竹梅花四體詩箋。大沙古蹟詩各種。未刻者。有窮芳園文鈔。詩續鈔。皇極經世易知。紺山醫案。針灸吹雲集。方程論纂。移橙閒話。秋節。金鏡陸紀聞。羅浮夢。緩金盆。紫棉樓樂府各種。國朝二百年來。粵人論撰之富。博極羣書。兼通藝術。無險先生者。算通自序。亦見窮芳園文集。故阮通志。南海新志。藝文略載焉。而與是書詳略稍異。先生曾刪訂算法統宗。及輯梅定九朱吟石兩家之書。共為四卷。繼復鈔撮數理精蘊。得八卷。合為一書。故其得十二卷。今是書祇八卷。而第一卷因合併。祇錄筆算籌算數條。於珠算之乘除口訣及定位諸法。缺如。則必以舊纂四卷已詳言之。故不復贅。是此八卷為續纂之本無疑。而序稱合為十二卷。是復有舊纂四卷。方足原書卷數。殆未完之軼也。又卷二目錄。方程下註云。詳方程論纂。卷三測址下註云。詳三角舉要。纂是測量法。亦原本所無。今既補入。亦應求方程論纂補入。而固不可得。特刪去詳三角舉要。纂六字。勿致兩歧。又測址下亦當有句股測址。三角測址兩子目。以原書如是。始仍之。是書為曾勉士廣文影鈔藏本。廿年前。與吳石華廣文欲釀金付梓。囑江鄭堂上舍序焉。而終不果。舊借鈔存。爰囑鄭特夫茂才。譚玉生廣文。校畢。書之梨棗。聞先生遺書。業多散失。舊纂四卷。殆不可問。俟購求之。丙午長至後三日。後學伍崇曜謹跋。



算略

南齊馮經世撰

算學總論

算學有線而體三部。有方田至句股九章。算之者有筆籌珠盤三用。而要不外併減乘除四事。併如散線幾條。綫長若干。減如截去長線。幾尺。尚存若干。乘謂由線求面。由面求體。如用版寫字。界分橫容十行。每行直容十字。計得面積百字。是為平方。起起十版。計得體積千字。是為立方。橫線短少。直線加多。是為長方。除謂攤開。如有字四百。要分二十五行。則以二五為法除之。俗名二歸五除。攤得每行十六字。若要橫直均齊。則以平方開之。攤得橫二十行。每行直容二十字。自乘二二如四也。若有字八千。要分每頁每行與字均齊。則以立方開之。攤得二十頁。每頁每行字數同前。再乘二四如八也。若有字十六萬。要分每卷每頁每行與字均齊。則以三乘方開之。攤得二十卷。每卷每頁每行字數同前。若有字三百二十萬。要分每套每卷每頁每行與字均齊。則以四乘方開之。攤得二十套。每套每卷每頁每行字數同前。餘可類推矣。他如由少問多。由多問少。則乘除互用以明似異實同。謂之比例四率。皆由已知實數以求未知虛數。

順成河圖

算略

馮經撰

方圓算率

天地中有萬物。方圓中有萬數。凡圓輪。自圓邊至心為輻。兩輻綫長為徑。大率徑一圓三。按圓中五為輻。則十為徑。而六七八九外共三十。如圓也。凡圓內容方。三分之二。方內容圓。四分之二。譬如薄物。半圓重三十銖。復割為方。得二十銖。復割為圓。得十五銖。復割為方。則得十銖。按圓外合六七八九共為三十。內減一二三四可存二十。而中十五亦可減五存十也。

方圓徑圍

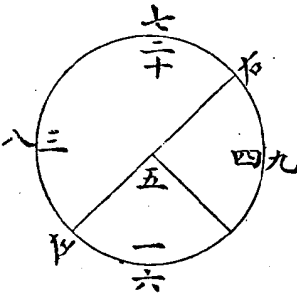
藏法三百六十。以氣則盈。以朔則虛。舉中數耳。猶圓舉中數。徑一圓三。線而則圍稍盈。束物則徑反盈。如以六圍一。連心計之。則徑三。復加十二圍之。則徑五。復加十八圍之。則徑七。復加二十四圍之。則徑九。復加三十圍之。則徑十一。若不計心。則皆徑

圓中生數一二直對。三四橫對。至五居中。一外加五。成六。若復加五。則成十一。復加則成十六。加至極多。仍一六耳。二七。三八。四九五。亦然。故各有合。內一對二。成三。外六對七。亦十三。內三對四。成七。外八對九。亦十七。內四連一。成五。外八連六。亦十四。內二連四。成六。外七連九。亦十三。內三連五。成八。外八連一。亦十五。內四連二。成六。外九連六。亦十五。內三連四。成七。外八連九。亦二十四。內四連一。連三。成八。外九連八。亦二十三。內一四連二。成七。外六九連七。亦二十二。內二三連一。成六。外七八連六。亦二十一。自乘共五。

自乘。一一仍一。二二而四。四共五矣。三三而九。四四一十六。亦共二十五。加以五五二十五。共五十五。如圖全數。又六六三十六。七七四十九。共八十五。又八八六十四。九九八十一。共百四十五。加以十十為百。共三百八十五。是皆五也。虛其一。亦全經交數。

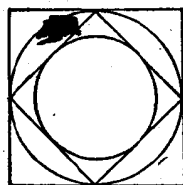
相乘所合

圖位。一六。二七。三八。四九。既各有合。一乘固不須乘。六乘亦即各仍其位。如六一。仍六。六六。三十六。六二。一十二。六七。亦四十二。六三。一十八。六八。亦四十八。六四。二十四。六九。亦五十四。是也。二七亦然。二乘一。六。皆二。七乘一。六。亦七與二也。二乘二。七。皆四。七乘二。七。亦四與九也。二乘三。八。皆六。七乘三。八。亦一與六也。二乘四。九。皆八。七乘四。九。亦八與三也。三乘一。六。皆八。三乘一。六。亦三與八也。八乘二。七。皆六。三乘二。七。亦六與一也。八乘三。八。皆四。三乘三。八。亦九與四也。八乘四。九。皆二。三乘四。九。亦二與七也。四九亦然。四乘一。六。皆四。九乘一。六。亦九與四也。四乘二。七。皆八。九乘二。七。亦八與三也。四乘三。八。皆二。九乘三。八。亦七與二也。四乘四。九。皆六。九乘四。九。亦六與一也。五亦亦然。五乘天數。皆五。若乘地數。皆十也。

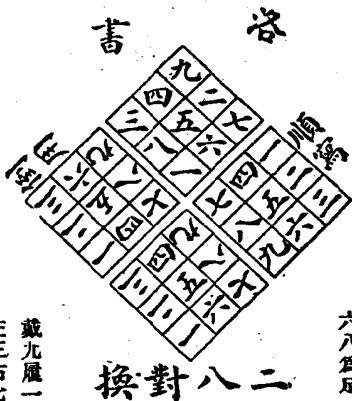


算略

一圓三，雖增至大多，而一心不增也。方內容圓，四分之二，亦不計心。如方東九九八十一，其圓三十二，置心不動，四分減一，則為圓東三十七，其圓十八矣。是凡方圓徑同者，圓積圓圍，皆得方東四分之一也。圓內容方，三分之二，亦不計心。即如圓東三十七，置心不動，三分減一，則為方東連心二十五。此其大略也。緣而圓徑十丈，則圓三十一丈四尺一寸五分零。舊說周百尺，徑三十二，固屬疎率。即徑七圓二十二，與徑五十周百五十七，未免有過不及之差。莫若九倍徑七，併徑五十，作一百一十三，亦九倍圓二十二，併周百五十七，共周三百五十五，尤為加密。凡方內容圓，圓內復容方者，內方得外方之半，則圓得外方四分之一，而內方得二，可知矣。



順成洛書



二四為肩 六八為足

換對八二

戴九履一 左三右七

九而對九，六七成十三，而對三，二九成十一，而對一，九四成十六，而對六，三八成十二，而對二，一六七成十四，而對四，七二成九，而對八，而對八，純陽左旋，一三成四，而連四，三九成十二，而連二，九七成

順寫，自一至九，排列平方，或以一向上，陽動對換，陰靜不移，或以九向上，陰動對換，陽靜勿移，皆成洛書。或下寫一二三，自右而左，順加四五六，自左而右，復加七八九，自右而左，祇將二八對換，亦然。皆中五不易，外具變易交易之理。

洛書對連

自下右旋，一六成七，而連七，七二成九，而連九，九四成十三，而連三，三八成十一，而連一，四三成七，連一，四三成七，而對七，八一成

四	九	二
三	五	七
八	一	六

正對自乘，一一仍一，九九亦八十一，三三而九，七七亦四十九，四四一十六，六六亦三十六也。其相乘者，一乘，六乘，皆本位。二乘，七乘，皆右轉。三乘，八乘，皆左旋也。四乘，九乘，亦對位。試觀九乘者，乘一，不須乘矣。九二，一十八，而對八，合一八，亦九也。九三，二十七，而對七，合二七，亦九也。九四，三十六，而對六，合三六，亦九也。九五，四十五，而居中。此洛書全數，合四五，亦九也。九六，五十四，而對四，合五四，亦九也。九七，六十三，而對三，合六三，亦九也。九八，七十二，而對二，合七二，亦九也。九九，八十一，而對一，合一八一，亦九也。河圖，始於天，終於地，十，故天數五，地數五，合而為十。天數二十有五，地數三十，而對一，合一八一，亦九也。河圖，始於天，終於地，十，故天數五，地數五，合而為十。天數二十有五，地數三十，而對一，合一八一，亦九也。河圖，始於天，終於地，十，故天數五，地數五，合而為十。天數二十有五，地數三十，而對一，合一八一，亦九也。

洛書乘合

三八與二七對減，三分損一也。三減為二，而十二減為八，十八復減為十二，二十七亦減為十八，又四九與一六相對，亦然。九減為六，六減為四，二十四復減為十六，二十一亦減為十四也。若三分益一，則相連三益為四，十八亦益為二十四，九益為十二，二十四亦益為三十二，二十七益為三十六，十二亦益為十六，二十一益為二十八，六亦益為八也。知九六八，則知音律相生矣。九九八十一，為宮，減作六九，五十四為徵，復益作八九，七十二為商，又減作八六，四十八為羽，又益作八八，六十四為角，是也。

三分損益

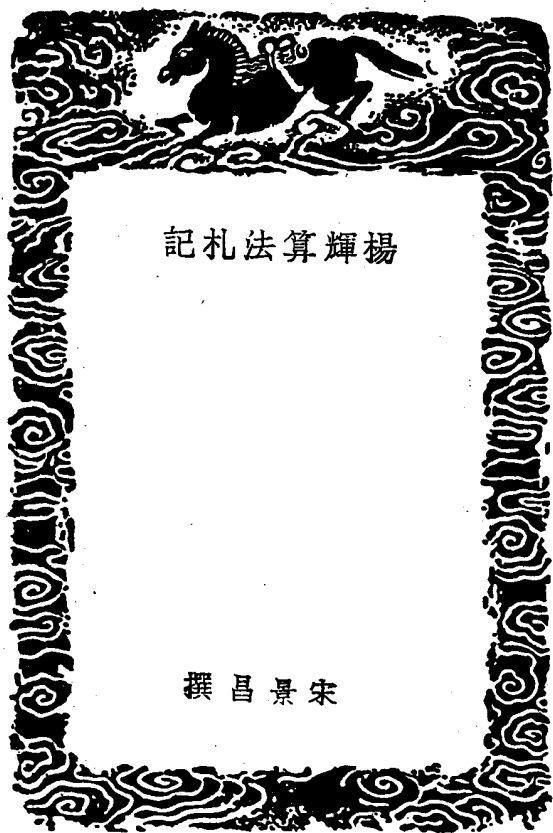
由圓三分益一，即外方，由圓三分損一，即內方。凡方徑一，圓四，徑二，為八，徑四，圓十六，亦在對隅，方邊二者，由肩右轉，自二而四，為平方面積，自四而八，為立方體積，方邊三者，由左上轉，自三而九，為平方面積，自九而二十七，為立方體積，惟方邊六者，自乘三十六，再乘二百一十六，與方邊一十，自乘一百，再乘一十，皆不出位也。以五為弦，而句股起焉。左三肩四，即句三股四，弦五，戴九履一，即句九股十二，弦十五，右七足六，即句二十七，股三十六，弦四十五，履一足八，即句八十一，股百零八，弦百三十五也。見下。

圓方句股

右以八尺為琴，即今五尺，倍琴為常，即今一丈，然則古一尺，即今六寸二分五釐，其二尺，即今一尺二寸五分，其三寸，即今一尺七寸五分，其四寸，即今二尺五寸五分，其三寸五分，即今二尺七寸五分，其四寸五分，即今三尺二寸五分，其五寸，即今三尺七寸五分，其六寸，即今四尺二寸五分，其七寸，即今四尺七寸五分，其八寸，即今五尺二寸五分，其九寸，即今五尺七寸五分，其十寸，即今六尺二寸五分，其十一寸，即今六尺七寸五分，其十二寸，即今七尺二寸五分，其十三寸，即今七尺七寸五分，其十四寸，即今八尺二寸五分，其十五寸，即今八尺七寸五分，其十六寸，即今九尺二寸五分，其十七寸，即今九尺七寸五分，其十八寸，即今十尺二寸五分，其十九寸，即今十尺七寸五分，其二十寸，即今十一尺二寸五分。

古今異量

右以八尺為琴，即今五尺，倍琴為常，即今一丈，然則古一尺，即今六寸二分五釐，其二尺，即今一尺二寸五分，其三寸，即今一尺七寸五分，其四寸，即今二尺五寸五分，其三寸五分，即今二尺七寸五分，其四寸五分，即今三尺二寸五分，其五寸，即今三尺七寸五分，其六寸，即今四尺二寸五分，其七寸，即今四尺七寸五分，其八寸，即今五尺二寸五分，其九寸，即今五尺七寸五分，其十寸，即今六尺二寸五分，其十一寸，即今六尺七寸五分，其十二寸，即今七尺二寸五分，其十三寸，即今七尺七寸五分，其十四寸，即今八尺二寸五分，其十五寸，即今八尺七寸五分，其十六寸，即今九尺二寸五分，其十七寸，即今九尺七寸五分，其十八寸，即今十尺二寸五分，其十九寸，即今十尺七寸五分，其二十寸，即今十一尺二寸五分。



楊輝算法札記

宋景昌撰

楊輝算法目錄

- 田畝比類乘除捷法卷上
- 田畝比類乘除捷法卷下
- 算法通變本末卷上
- 乘除通變算實卷中
- 法算取用本末卷下
- 緝古摘奇算法
- 札記附

楊輝算法凡六卷。田畝比類乘除捷法分上下二卷。算法通變本末乘除通變算實。法算取用本末。合爲上中下三卷。緝古摘奇算法。別爲一卷。舊無總名。饒徵阮相國。元和李茂才。俱目爲楊輝算法。今亦仍之。輝於算術。雖未可謂精深。而市肆間超徑等接之術。幾于探摭略盡。且其中開方演段之法。又足與秦道古書相發明。故續刊于其所著詳解九章之後。特寫本多殘闕脫遺。屬江陰宋君勉之爲之校覈。可補者補之。證者改之。并作札記。雖非有所匡正。以誌校訂之不苟云爾。聞朝鮮國尙有傳本。序序係算學啓蒙年朝詳通孝大夫守全南道觀察使兼兵馬海內君子。儘能訪求校正。使闕者復完。則余且不憚重爲鳩工也。

道光二十二年壬寅孟夏既望上海郁松年識

之四面一圓。闊徑自。得一百八步。脫步。半周自乘三而一。闊半周三而一。又七乘之。闊七。以八十八除之。闊十八。不可用圓田術。闊圓田。曉田下周三十步。徑十六步。闊三十六。答曰一百二十步。闊答曰。闊用周三徑一之法。闊圓田。用誤田。合徑一十步。闊一十。闊原闊上。今補。又方闊大。今惟補明周三十步。徑十六步。及得一百二十步。意。田外周六百四十步。闊周六。答曰二頃五十三畝八十步。闊八十。得二十四萬三千二百步。誤二萬四千三百二十步。即。今有環田。答曰二畝五十五步。闊二。闊五五。除得答數。闊得。術曰并中外周。闊術。以少減多。餘。為實十二而一。闊以少減十二而一。外周之數上。闊四字。以內周減外周。闊以內周減外。環田。上。闊六字。下。闊二字。不可不審。下。闊一字。題云中周六十二步。闊步。合徑八步。二十四分。闊十。誤刊作徑十二步。誤刊制。合得七百四十五步。一百九十分步之七十五。闊百四。闊下七。分母。四通六十二步。闊六十二。比類。闊類。本法外周加六。闊加。

圭田三法用半廣以乘正從。闊以乘。用半縱步。闊半。半縱乘廣。乘誤求。句乃闊步。闊。問田。幾何。闊田幾何。答曰四十八步。闊答曰。闊八步。闊八步。闊長十二步。闊十二。誤一。梯田三法長十二步。闊二。半長六步。闊六。草併上下廣得十四。闊四。以下田。環周。十四。闊下。田。環周。共。用梯田法。共。誤。一。頭廣四十步。闊四十。答曰十五畝四十步。闊。中廣八步。闊廣。以正從十二步。乘之。十。誤。乘。三。廣田一頭廣四步。田。誤。四。闊一頭。乃小梯田一段。大梯田一段。闊段大。以梯田法作兩段。半梯田求為是。闊以。併上下廣折半。闊半。中周六步。外周三十步。闊六。闊下。周。草曰倍中長得十六步。倍得。誤。併。

田畝比類乘除捷法卷下
五曹云方田。答一百八十三畝。三。誤二。
五曹四不等田。草曰句闊十一。步。句誤內。又置梯田。闊梯田。誤曰。
直田闊不及長。闊。截長二十四步。為方。闊二十。又商置闊四步。又誤人。
直田闊不及長。闊。共三千六百。闊三。圖意法草同前。草誤章。
直田長闊共先求闊。從尾末位約實。約誤。上商闊二十。闊上。得四百益。積得誤乘。次廉之下。亦置四。次廉誤。廉次。一長一闊共六十。為從方。闊共。便用減從。闊減從。須用減從。闊之。脫開。置積八百六十四。為實。闊四。為實。以上商命。餘從四十。餘積八百。闊除。餘從二十步。一。退。闊二十。

直田長闊共先求長。置積為實。下。闊一字。餘正積三十六。闊正。以下復命上商。除實。命誤合。
直田長闊共。闊。一段。差方。積。闊一。餘得差方一段。闊餘得。又四因田。積得三千四百。千。誤。十。闊百。以少減多。餘一百四十四。闊一百四。

楊輝算法札記

江陰宋景昌勉之氏讀

原寫本每葉二十六行至三十二行不等行二十六字。

田畝比類乘除捷法卷上

今有直田廣三十六步。脫六。後以三題比類直田題。誤田。

直田步下帶尺者。乘得三千二百一。百六。百文。一。誤二。

直田步下帶寸者。縱三十六步。二尺八寸。二。誤三。八。誤六。相乘得二百二十五萬五千七百五十二。

寸二百誤一百。以畝法六十萬寸除之。除誤餘。便以廣下三尺四寸三。誤二。以縱下二尺八寸。

脫下。比類下。闊二字。以六銖作兩下二分五釐。闊作。

田方二里。假如田方。闊假如。便當以三分因二。畝。闊三。二。誤三。比類。闊比。法上。添八以乘外。闊。

上。置。闊二字。外。闊下。闊二字。以八除之下。闊一字。

圓田六法。闊圓田六。十二而一。闊十二。周徑相乘四而一。闊相乘。竝周三徑一。闊三。七因之。如。

八十八而一。闊七。闊下八。以七乘周。闊七。周積幾步。闊幾。答曰二十七步。闊七。周自乘十二。

而一。闊殘。闊上全。闊一行。意可明者不補。闊後同。周徑相乘四而一。闊。周徑相乘。徑自乘三。

楊輝算法札記

一五

楊輝算法札記

一七

直田三長五闊共開元關三。又上商闊四步。又誤入商誤置。餘八命上商除實關上。
直田三長五闊共開長。術曰五之積步為實。五誤三。以三為負。三誤五。五之田積得四千三百
二十得誤。復以上商三十命餘。復誤後。

直田一長二闊三和四較共開關。三和內有三長三闊并入一長二闊三關并。又以四較併四關
為四長關四。所以用八因積步關以用。命上商關二十除實餘一千七十二。餘誤除。
直田一長二闊三和四較共開長。一之積為實。脫為實。尚餘正積一千二百九十六。正誤負。以減
七十二餘負。從一百六十八。關二關從。又上商長六步命關八得四十八。并從得誤乘關十八。并
方田圓田各一段。只云方田面與圓田徑相等。關徑。七為隅算。關七為隅。而四圓田恰及三箇。方
田關三箇。餘二千七百七十二步。誤十。

重下關一字。
圭梁一段。今於小頭截地四百五步。問所截長闊各幾何。關五。開平方為截長。開誤關關平。
梯田一段。二因截積元長乘之。關積元長。為從法。關為從。開方除得截長長誤關。截長五十五
步長誤積。又草曰。草誤章。

梯田長九十步。關梯田。開平方除之得截闊。截闊誤關截。
梯田長一百二十步。今自截長北頭一半。關今。又併北關為所截闊。關截。
環田自外周截積。以少減多。脫以。
環田從內周截地。田誤曰。二周相減。周誤減。
圓田從邊截積。得四千九十六步為實。脫為實。下廉誤關。
圓田於內截弦矢田。併矢四步。關矢四。

錢田積七十二步。得內方之數。脫得。又面徑乘內方十二段。乘誤之。命從方除實。方誤命。
算法通變本末卷上
諸家算書。本鈎深致遠之法。脫遠。
開方乃算法中大節目。二日開平方。開誤積。庶久而無失矣。忘誤忘。
九章二百四十六問。只須一日下。復誤編。
下乘加減。言如對身。脫對。
又三角梁底層四箇。脫四箇。
四隅梁底層六箇。中加半。中加半六箇。半。並誤半。
每人給米五斗。答曰。答誤若。
錢二千七百四十六貫買田。五因以代二除也。二誤三。
支錢二千七百四十六貫買綾。一千六百四十七丈六尺。丈誤文。六因以代一六六除也。六因誤

四因。買上定得丈。丈誤文。
錢二千七百四十六貫買銀。總餘一十三文七分三釐。十三誤十二。
細物一十二斤半。得二百一十九斤六分八釐。脫六。
身前因謂自十一至十九。謂自誤自謂。
二百三十二斤每斤三十一文。云二三身前下如六。關前下如六。
銀二十四兩七錢。其脫。單脫上。曰。誤一。以實上四因下三位法。四誤曰。
損乘。是反用九歸之術。定。下當有關文。
商除二法。其一實下關一字。言十過法身。關言十。其二實下關三字。言如對法身。關如對。以
價為法求物數者。關求。隨法尾所指處。關指處。
出錢七百二十九貫。以求率為法。求誤永。
乘除通變算寶卷中
加一位術曰。以所有物數為實。關位術曰。以所求物價一後零數。關一後零數。
足錢九十六貫二百五文。問伸作七十七陌幾何。關六貫二百五文。問伸作。草曰。足錢為身。身下
加三。關為身。身下誤自乃三。誤曰。
出錢二百七十四貫。得四十三斤。關十三。誤二。
加二位。關二。
官收稅錢。置總錢三百四十二貫。關三百四十二貫。次加一加半折半。關加半折半。先加二二如
四次。加一二如二。關先加二。次加一二如二。
重加術。關重。定位。下。當有關文。
稅錢二百四十七貫。法身下有二位。法誤。身下有。草曰。置稅錢為身。關曰。置稅錢。又草置一
文九分五釐。又誤已。關草置一文。
陸地一百七畝。畝價一十貫六百元。關畝價一十貫六百元。定十貫。關十貫。云一六加如六。如誤。劫
關。關空。云六七加四十二。云誤六。云一七加如七。關一七。
加上關二字。法曰。如加二位之法。關二位。
關二十九。關二。關二。續入身九成。四箇五置於元九位上。成四誤。位上。誤為十三。
誤三。命二三加如六。關六。又置二十三斤為身。關二十三。定十斤。關定十。三斤。關二十
三斤。川誤一。命銅錢九加二十七。關加二。誤一。
案。凡算術皆以十進。此條前一術。獨以五進。用法迂曲。不如以十進之徑直。
減法四術。關減法。
減一位術曰。關減一位。從實首位存身得數。關存身得。定位如除。關如。

元納頭子錢，關頭子。元放稅錢每貫扣頭子錢五十六文，關每貫扣頭子五十六。草曰：置元納錢數，兩折半作四貫七百八十八文，關元納兩折半，作誤乞。

減二位補曰：關減二位，定位如除，關定位如。米九十七石，繁矣上關一字，草曰：三因積數三誤四，為二百九十一石九斗三升，關石九。

隔位減，關隔位。絲每一十兩，關絲。隔位減三合間，關隔三。

求一代乘除說。則用求乙法，乙誤之，莫不隨題下，關二字，其下關一字。後題以下，當有關文。從左向右退讀。

發二百三十七貫，折總錢數折作一百一十八貫五百，關錢數折作。二百四十九人各支粟，不用求一草，關不。

二百三十八畝每畝二百四十步，關上二百。倍畝數得四百七十六，倍誤位，關得四七誤六，六誤七。二百三十八畝每畝收粟，又草曰：置畝收粟數脫收粟。

求一除曰：曰誤四，折上關三字，下關三字。用減以代除，關以代除。支錢一貫，倍實為二十六貫五百四十四，六誤二，關實。

出錢一千三百五十貫，三歸為四百五十兩三錢，脫三。每畝收粟二石七斗，九歸粟數，關九。

九歸詳說。自合仲下，仍用商除下，與舊原下，過關三字，必上關一字，下關一字。九歸新括以古句今注，兩存之，今誤人。

歸數求成十，遇五成十五誤成。足斛米二百二十九石八升，起八十三作一百入前位，關起作一百，乃得貳佰柒拾陸石，關伯柒拾。

石案，此條及下條算式，皆從左向右退讀。田積二千九百六十七步，見二下六十二，關十二，遇六十九作一百，關作一百，見五下二百十七。

二誤一關七。算無定數詳說。且開二十三下，關二字。銀二百三十七錠，云二退一五四，關一。

諸括不可入題者，隔位損之，關隔。以三命三，以三誤以二。法算取用本末卷下。

夫算者，問題上關一字。關田徑七十六步，先因七云三七二十一，關三七二十。

直田長九十步，關七十步，脫關。而上，關一字，下關一字。二十一至二十九，倍位加二，二誤二，一定百退七十七，關七十七。

物二十一兩，從二百七十，關置二，二百七十為法，二誤一，關法。物二百三十六斤，又命三十貫，三誤二。

三十一至一百，三因加三，關三。網六十二匹，每匹四丈，丈誤文，又損三同，三誤一。

五十一，六因九，關因，三因加九，關九。網五十七匹，每匹五丈一尺，關網，丈誤文，置尺數三，因，關尺數三，因。

六十一，四因加七，關七。七十七兩省錢，退位用七，因合，關七，因。

足秤一百二十六斤，置斤數三折半，關三。又九因合，關九，案是秤展省用一百二十五為法，是尾秤一斤，當省秤一斤四兩，然則省秤一斤，當足秤一十二兩八錢也。

百四一，百四八加二，加乙，乙用九歸，乙誤二。百六一，百六三加六，三，關六三，百六五，加一加五，一誤九，百六六加六，關加六六。

物二百六十一斤，次加身百，關次。百七一，百七五，七因，又兩次五，因，又兩次五，因。

田長一百八十四步，從尾退七，七，關尾。二百一至三百，二百五，五誤三，二，二，乙，誤二，乙，連身加三，誤一三，加八八三次折，關八。

倍之加二，三，二誤一，二五五，身前五，因折半，身誤連，二六六，加四，九，關九，二八二，二，因加四。一四誤因，關一，二八五，五誤三，二八六，倍之加四，三，四誤一，關三，二八九，兩次加七，關七，二。

九九加三，退七，七，三，誤二。一至九，總用歸法，加五九歸，五誤二。羅三百四十五丈，每疋長五丈，丈誤文。

足秤二百三十二斤，身內減六，合，脫合。田積六萬六千二百四十步，用六因九歸，關因九，安知下，關二字。

三十一，三十三，三，誤二。五十一，三歸減七，三，誤二。

六十一，加五減乙九歸，關歸，六十九，二，因減三八，關八。八十一，加五減二九，五，誤三。

九十一，九十三，六歸減五，五，關五。

楊輝算法札記

二六

一百三十二人分酒三十四石三斗二升二誤三。
百四一。百四七七歸七歸七歸上七歸誤八歸。

百六一。減一減五誤三。
管銀三千七百九十兩。答曰二百三十四斤四錢五。

四百二十貫。於買下闕一字。
羅四百九十一丈。用折半八歸代八誤六。

二百一。二百三減四五減五八關五八。二百六折半隔位減三關三。二二二誤一三三。二二七。
上三誤一。

米六百二十石一斗。遇八九二成十關二成。
二三二誤一。二三四減三減八減三誤減二。二三五六因減四一關減四一。二三八減四減七。

六百七十五貫七百。共得二百九十疋得誤答。
二四一。二四五五誤三。二四六減二三折半減二誤減四。二六三四因隔一位退五二關下二。

二八三三歸隔位還一七遇二八三成子脫過。
綴古摘奇算法

羅七尺。羅尺價三十六文文誤丈。共積分身術。共誤巨。先求綾價術。價誤羅。
羅錦一直五文。買羅百隻羅錦誤母。問翁母羅各幾何翁下衍得。各以羅錦三因之關之。得十一。

為雙母數關一。
錢一百。綾橘一枚三文。脫一。餘二百分為實。二誤三。

醇酒每斗七貫。買酒十斗十誤七。以其價七貫三因作二十一三誤二。
二乘四除。九乘四除互換互誤五。

二乘五除。七乘五除加四四誤因。
兵士三千四百七十四人。母相乘為實。實誤法。

題數無零者。而三法不下闕一字。
三人均一百。當以五為衰當誤算。以九十五乘列衰關以。

今有四人分錢。丁又誤丁取。丁加竝脫。
問賊八人所盜絹。少七疋。多六疋。疋竝誤足。上并得八十四為疋。八十四誤四十八。

假如賊人盜絹各分一十二疋。關各。十二乘九人得百零八全脫。
假如自方五尺。旬五股五各自乘關五。

張丘建算經圓材。以七除之七誤寸。

楊輝算法札記

二七

楊輝算法札記

二八

九章欲將方積為。亦可致行不廢。闕廢。
四日三除長案。與上文不相。當有闕文。

直田長七百二十尺。二誤一。
田方七十二步。以題數立法者。關法。三分得二十一。關得。

海島題解魏劉徽注九章注誤注。
本經今有望海島立二表。人從前表卻行。脫前表。取望島表與表末參合。表末誤前表。宜云島表。

關山之頂上脫表。立兩表齊謂立表木令端直。關立脫齊。木誤末。令誤之。以人目於木末望島。關。

以人目。木誤本。為前表之始。關始。於木末相望。木誤本。二去表相減為相多。脫去。誤去。表。

高乘之為實乘誤乘。關之。臣淳風等謹案。謹案誤以。
假如竿不知高。除之得三十尺。脫得。

有竿不知其高去人立遠四十尺。關有竿不知其高去人。用窺穴望表與竿齊。平人目窺穴高四尺。關。

表與竿齊。平人目。九章以表望山術曰。全關。乘表去竿遠四十尺。得二百四十尺。關尺得二百四。

十尺。加表一丈。關加。凡股中容橫句中容直。關凡股中容橫句中。關。關右上有。意明不補。是。

木之高脫高。
補疇人傳

宋
楊輝。字謙光。錢塘人。著算法六卷。其目曰。田畝比類乘除捷法上。曰。田畝比類乘除捷法下。曰。算法通變。

本末。曰。乘除通變算寶。曰。法算取用本末。曰。綴古摘奇算法。其田畝比類乘除捷法自序曰。為田畝算法。

者。蓋萬物之體。變段終歸於田勢。諸題用術。變折皆歸於乘除。中山劉先生作議古根源序曰。入則諸門。

出則直田。蓋此義也。課成直田。演段百問。信知田體變化無窮。引用帶從開方。正負損益之法。前古之所。

未聞也。作術愈遠。罔究本源。非探微索隱。而莫能知之。輝擇可作。關從題問者。重為詳悉。著述推廣。劉君。

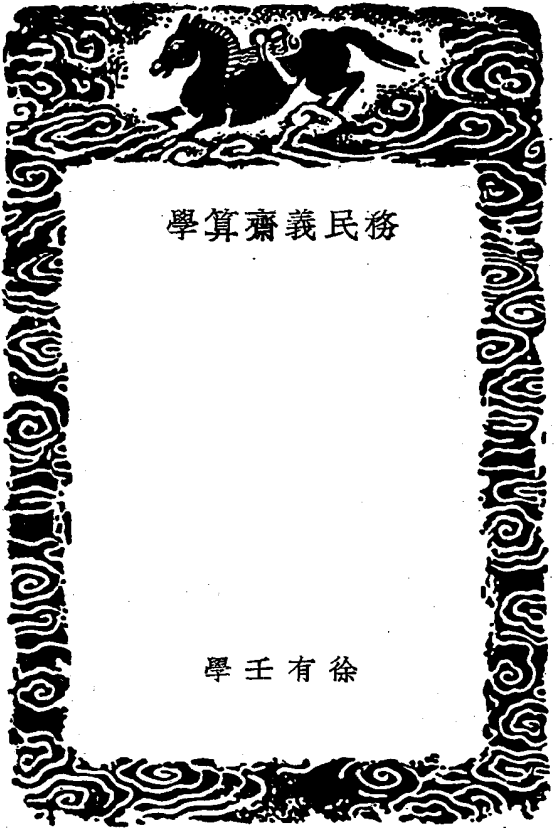
垂訓之意。五曹算法。題術。有未切當者。情為刪改。以便後學君子。目之曰。田畝比類乘除捷法。庶少裨於。

引之。梯徑云。爾時德祐改元。歲在乙亥也。算法。
論曰。輿所著書。載於文淵閣書目。訪之三十年。通人學士。士俱未之見。嘉慶庚午。余以翰林學士。充文穎。

開方步法縱橫布算之式與秦道古數書同此即出於中山劉君者也通變卷內有代乘代除各三百題今市井俗人所謂歸者正復相似考夏侯陽算經已有以幾添之身外減幾之語蓋此種超徑等捷之術濫觴於唐以前矣書中所稱應用算法詳解算法指南算法九章算類議古根源辨古通源各書今皆未見不審海內尚有流傳之本否也又法算取用本末卷有史仲榮名未詳何人當致

向聞錢景開言曾有楊輝算法傳與一浙人三十年來博訪通人皆未之見歲庚午應順天試留京師在李雲門侍郎寓邸見雜鈔算書約百餘卷乃阮芸臺中丞提調文穎館時從永樂大典中摭錄者中有楊輝摘奇數條始得略視梗概究未見全書也今年夏復翁夫子於同郡故家得此書皆散葉且顛倒錯亂殊甚暇日招余至百宋一廬相與驗其文義排比整齊得書六卷首尾序目無缺失亟命工裝成一巨册檢而藏之由是識與不識咸知為希世寶矣田畝比類重修議古藏田諸同皆天元如積之術其開方步法從橫布算之式與秦道古數書正同通變卷內有代乘代除各三百題此即今人所謂飛歸法效夏侯陽算經已有以幾添之身外減幾之語蓋超徑等捷之術濫觴於唐以前矣書中所稱九章海島係子曹張丘建等今皆刊本通行其應用算法詳解算法指南算法九章算類議古根源辨古通源各書則未知尚有流傳不也楊輝字謙光錢塘人序作於德祐乙亥瀛國公元年也法算取用本末有史仲榮名未審何人當致蓋慶甲戌重陽日和李銳跋

是書誤文頗少而闕文脫文甚多竊古摘奇算法句股之下直田之前竟脫去一葉其餘板口上方多闕一角蓋原書由散葉排比而成破損在所不免影鈔者依樣謄寫故也今據算術逐條校算可補者補之疑者闕之以俟君子道光庚子中元後甯日江陰朱景昌識



務民義齋算學

測圓密率卷第一

清 徐有壬學

務民義齋算學 測圓密率 卷第一
 之四除之五除之為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為面積。

第三術

球徑求體積
 球徑自乘再乘半之。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為球體積。

第四術

圓面積求周
 十二因面積為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。相併為周之自乘。開平方。得圓周。

第五術

圓徑求圓周
 圓徑自乘。九之為第一數。副置第一數。三除之。四除之。為第二數。四因第二數。五除之。六除之。為第三數。九因第三數。七除之。八除之。為第四數。十六因第四數。九除之。十除之。為第五數。二十五因第五數。十一除之。十二除之。為第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓周之自乘。開平方。得圓周。

第六術

圓球體積求周
 五十四因球積為第一數。副置第一數。三除之。四除之。為第二數。四因第二數。五除之。六除之。為第三數。九因第三數。七除之。八除之。為第四數。十六因第四數。九除之。十除之。為第五數。二十五因第五數。十一除之。十二除之。為第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓周之立方。開立方。得圓周。

第七術

圓面積求積
 底徑自乘。乘高三之。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓面積。

第八術

圓錐求積
 務民義齋算學 測圓密率 卷第一
 三

第一術

圓徑求周
 三因圓徑為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。四分第四數之一。四十九乘之。八除之。九除之。為第五數。四分第五數之一。八十一乘之。十除之。十一除之。為第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓周。

第二術

圓徑求面積
 此杜德美原法。秀水朱先生依法步算。徑一者。周三一。四一。五九。二六。五三。五八。九七。九三。二二三。八四。六二。六四。三一。八六。三三。六七。四七。二二。七九。五一。四。周十者。徑三一。八三。〇九。八八。六一。八三。七九。〇六七。一五三。七七。六六。九六。六九。六三。八九。〇五六。六一。

第三術

徑自乘三之。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓面積。

廣徑自乘乘高四而一為第一數。四分第一數之二。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓錐積。

第九術

圓臺求積

上下徑相乘。又各自乘。併以乘高。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓臺積。

第十術

環田求積

內外徑相加為和。相減為較。和較相乘。三之。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為環田積。

第十一術

圓內容方積求圓積

方積折半。三之。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為圓面積。

第十二術

球內立方積求球積

立方折半。自乘。二十七因之。為第一數。副置第一數。三除之。四除之。為第二數。四因第二數。五除之。六除之。為第三數。九因第三數。七除之。八除之。為第四數。十六因第四數。九除之。十除之。為第五數。二十五因第五數。十一除之。十二除之。為第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為球積之自乘。開平方。得球積。

第十三術

橢圓求面積

橢圓廣袤相乘。三之。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為橢圓面積。

第十四術

球內立方積求球積

立方折半。自乘。二十七因之。為第一數。副置第一數。三除之。四除之。為第二數。四因第二數。五除之。六除之。為第三數。九因第三數。七除之。八除之。為第四數。十六因第四數。九除之。十除之。為第五數。二十五因第五數。十一除之。十二除之。為第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為球積之自乘。開平方。得球積。

廣自乘。以乘袤。半之。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為橢圓錐體積。

第十五術

橢圓桶體求積

廣袤相乘。以乘高。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為橢圓桶積。

第十六術

橢圓尖錐求積

廣袤相乘。以乘高。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為橢圓尖錐積。

第十七術

橢圓錐體求積

倍上袤。下袤從之。亦倍下袤。上袤從之。各以其廣乘之。併以乘高。八而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併為橢圓錐積。

徑除之九半之四除之五除之為第三數。正弦自乘乘第三數半徑除之二十五乘之六除之七除之為第四數。順是以下皆是遞求至單位下乃相併得所求弧背。

第四術

正矢求弧背

矢乘圓徑為第一數。倍矢乘第一數半徑除之三除之為第二數。倍矢乘第二數半徑除之四乘之五除之六除之為第三數。倍矢乘第三數半徑除之九乘之七除之八除之為第四數。倍矢乘第四數半徑除之十六乘之九除之十除之為第五數。倍矢乘第五數半徑除之二十五乘之十一除之十二除之為第六數。順是以下皆是遞求至單位下乃相併為弧背之自乘開平方得所求弧背。

以上四術俱本社德美氏以後續增。

第五術

弦矢求弧背

矢自乘正弦除之倍之三除之為第一數。正。矢自乘乘第一數正弦除之一乘之五除之為第二數。負。矢自乘乘第二數正弦除之三乘之七除之為第三數。正。矢自乘乘第三數正弦除之五乘之九除之為第四數。負。矢自乘乘第四數正弦除之七乘之十一除之為第五數。正。矢自乘乘第五數正弦除之九乘之十三除之為第六數。負。順是以下皆是遞求至單位下乃併諸正數減諸負數為弦背差加正弦得所求弧背。

第六術

正切求弧背

正切為第一數。正。正切自乘乘第一數半徑除之一乘之三除之為第二數。負。正切自乘乘第二數半徑除之三乘之五除之為第三數。正。正切自乘乘第三數半徑除之五乘之七除之為第四數。負。順是以下皆是遞求至單位下乃併諸正數減諸負數得所求弧背。

第七術

弧背求正切

弧背為第一數。弧背自乘乘第一數半徑除之三除之為第二數。弧背自乘倍之乘第二數半徑除之五除之為第三數。弧背自乘倍之乘第三數加一差。見下半徑除之七除之為第四數。弧背自乘倍之乘第四數加二差。見下半徑除之九除之為第五數。弧背自乘倍之乘第五數加三差。見下半徑除之十一除之為第六數。順是以下皆是遞求至單位下乃相併得所求正切。

各加差法

第二數以下通行自乘又乘第一數得各加差分析如下。第二數自乘乘第一數為一差。第二數

測圖密率卷第二

第一術

弧背求正弦

弧背為第一數。正。弧背自乘乘第一數半徑除之二除之為第二數。負。弧背自乘乘第二數半徑除之四除之五除之為第三數。正。弧背自乘乘第三數半徑除之六除之七除之為第四數。負。順是以下皆是遞求至單位下乃併諸正數減諸負數得所求正弦。

第二術

弧背求正矢

弧背自乘半徑除之二除之為第一數。正。弧背自乘乘第一數半徑除之三除之四除之為第二數。負。弧背自乘乘第二數半徑除之五除之六除之為第三數。正。弧背自乘乘第三數半徑除之七除之八除之為第四數。負。順是以下皆是遞求至單位下乃併諸正數減諸負數得所求正矢。

第三術

正弦求弧背

正弦為第一數。正弦自乘乘第一數半徑除之二除之三除之為第二數。正弦自乘乘第二數半

乘第三數倍之。又乘第一數。為二差。第二數乘第四數。倍之。第三數自乘。相併。又乘第一數。為三差。第二數乘第五數。倍之。第三數乘第四數。倍之。相併。又乘第一數。為四差。至單位下而止。

第八術 弦矢求弧田積

倍矢乘通弦。三除之。為第一數。正。矢自乘。乘第一數。正。弦幕除之。五除之。為第二數。正。矢自乘。乘第二數。正。弦幕除之。一乘之。七除之。為第三數。負。矢自乘。乘第三數。正。弦幕除之。三乘之。九除之。為第四數。正。矢自乘。乘第四數。正。弦幕除之。五乘之。十一除之。為第五數。負。矢自乘。乘第五數。正。弦幕除之。七乘之。十三除之。為第六數。正。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求弧田積。

第九術

通弦求弧田積

正弦自乘。乘通弦。半徑除之。三除之。為第一數。正。弦自乘。乘第一數。半徑幕除之。一乘之。二除之。三乘之。五除之。為第二數。正。弦自乘。乘第二數。半徑幕除之。三乘之。四除之。五乘之。七除之。為第三數。正。弦自乘。乘第三數。半徑幕除之。五乘之。六除之。七乘之。九除之。為第四數。正。弦自乘。乘第四數。半徑幕除之。七乘之。八除之。九乘之。十一除之。為第五數。正。弦自乘。乘第五數。半徑幕除之。九乘之。十除之。十一乘之。十三除之。為第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。為弧田積。

第十術 通弧求弧田積

通弧自乘。乘半徑。半徑除之。二除之。三除之。為第一數。正。通弧自乘。乘第一數。半徑幕除之。四除之。五除之。為第二數。負。通弧自乘。乘第二數。半徑幕除之。六除之。七除之。為第三數。正。通弧自乘。乘第三數。半徑幕除之。八除之。九除之。為第四數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得弧田積。

第十一術

截球弦矢求截球積

弦折半。自乘。三之。加矢幕。又以矢乘之。二而一。為第一數。四分第一數之二。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。四分第四數之一。四十九乘之。八除之。九除之。為第五數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得截球積。

第十二術

截球矢求截球積

截球矢求截球積

矢截圓半徑。又加圓徑。以矢自乘。乘之。為第一數。四分第一數之二。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。為截球積。

第十三術

截球弦求截球積

弦折半。自乘。復自乘。半徑除之。三之。四而一。為第一數。正。弦自乘。乘第一數。半徑幕除之。一乘之。二除之。四乘之。六除之。為第二數。正。弦自乘。乘第二數。半徑幕除之。三乘之。四除之。六乘之。八除之。為第三數。正。弦自乘。乘第三數。半徑幕除之。五乘之。六除之。八乘之。十除之。為第四數。正。弦自乘。乘第四數。半徑幕除之。七乘之。八除之。十乘之。十二除之。為第五數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。為第一數。四分又第一數之一。二除之。三除之。為又第二數。四分又第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為又第三數。四分又第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為又第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得截球積。

第十四術

截球腰鼓求積

腰徑自乘。三之。截高自乘。減之。又以截高乘之。四而一。為第一數。四分第一數之二。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得鼓形積。

第十五術

截球鼓形面徑截高求積

面徑自乘。三之。截高自乘。倍之。相併。乘截高。四而一。為第一數。四分第一數之一。二除之。三除之。為第二數。四分第二數之一。九乘之。四除之。五除之。為第三數。四分第三數之一。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得鼓形積。

第十六術

圓內各形之一邊。求圓外各形之一邊。

圓內邊為第一數。邊自乘。乘第一數。圓徑幕除之。一乘之。二除之。為第二數。邊自乘。乘第二數。圓徑幕除之。三乘之。四除之。為第三數。邊自乘。乘第三數。圓徑幕除之。五乘之。六除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。為圓外邊。

第十七術

圓外各形之一邊。求圓內各形之一邊。

圓外邊為第一數。正。邊自乘。乘第一數。圓徑幕除之。一乘之。二除之。為第二數。負。邊自乘。乘第二數。

圓徑除之。三乘之。四除之。為第三數正。邊自乘乘第三數。圓徑除之。五乘之。六除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求圓內邊。

第十八術

圓內幾等邊形積求圓外同式形積。

圓內積為第一數。倍積自乘乘第一數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。一乘之。四除之。為第二數。倍積自乘乘第二數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。三乘之。六除之。為第三數。倍積自乘乘第三數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。五乘之。八除之。為第四數。倍積自乘乘第四數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。七乘之。十除之。為第五數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得圓外同式形積。

第十九術

圓外幾等邊形積求圓內同式形積。

圓外積為第一數正。積自乘乘第一數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。為第二數負。積自乘乘第二數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。為第三數正。積自乘乘第三數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。為第四數負。積自乘乘第四數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。為第五數正。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求圓內同式形積。

第二十術

圓內幾等邊形積求圓面積。

圓內積為第一數。倍積自乘乘第一數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。二除之。三除之。為第二數。倍積自乘乘第二數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。九乘之。四除之。五除之。為第三數。倍積自乘乘第三數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。二十五乘之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求圓面積。

第二十一術

圓外幾等邊形積求圓面積。

圓外積為第一數正。積自乘乘第一數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。一乘之。三除之。為第二數負。積自乘乘第二數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。三乘之。五除之。為第三數正。積自乘乘第三數。半徑除之。邊數除之。半徑又除之。五乘之。七除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求圓面積。

測圖密率卷第三

第一術

有大弧矢。求幾分弧之一小弧矢。

分母自乘。以除矢。為第一數。分母自乘。減一乘第一數。又倍第一數乘之。半徑除之。三除之。四除之。為第二數。分母自乘。四之。減一乘第二數。又倍第一數乘之。半徑除之。五除之。六除之。為第三數。分母自乘。九之。減一乘第三數。又倍第一數乘之。半徑除之。七除之。八除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求小弧矢。

第二術

有幾分弧之一小弧矢。求大弧矢。

分母自乘。乘矢。為第一數正。分母自乘。減一乘第一數。倍矢乘之。半徑除之。三除之。四除之。為第二數負。分母自乘。減四乘第二數。倍矢乘之。半徑除之。五除之。六除之。為第三數正。分母自乘。減九乘第三數。倍矢乘之。半徑除之。七除之。八除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求大弧矢。

此術以一二三四各數自乘。與分母自乘相減。減盡即止。無次數。

第三術

有大弧正弦求幾分弧之一小弧正弦。
 分母除正弦為第一數。分母自乘減一乘第一數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。二除之。三除之。三除之。為第二數。分母自乘九之。減一乘第二數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。四除之。五除之。為第三數。分母自乘二十五之。減一乘第三數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。六除之。七除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併得所求小弧正弦。

第四術

有幾分弧之一小弧正弦求大弧正弦。
 分母乘正弦為第一數正。分母自乘減一乘第一數。正弦自乘乘之。半徑除之。二除之。三除之。為第二數負。分母自乘減九乘第二數。正弦自乘乘之。半徑除之。四除之。五除之。為第三數正。分母自乘減二十五乘第三數。正弦自乘乘之。半徑除之。六除之。七除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數得所求大弧正弦。

此術以一二三各奇數自乘與分母自乘相減。分母奇者減盡即止。無次數。分母偶者不足減。即反減。正負不復相問。

第五術

有大弧正弦求幾分弧之一小弧矢。
 分母除正弦得數。又自乘半徑除之。二除之。為第一數。分母自乘四之。減一乘第一數。又倍第一數乘之。半徑除之。三除之。四除之。為第二數。分母自乘十六之。減一乘第二數。又倍第一數乘之。半徑除之。五除之。六除之。為第三數。分母自乘三十六之。減一乘第三數。又倍第一數乘之。半徑除之。七除之。八除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併得所求小弧矢。

第六術

有幾分弧之一小弧正弦求大弧矢。
 正弦自乘半徑除之。分母自乘乘之。二除之。為第一數正。分母自乘減四乘第一數。正弦自乘乘之。半徑除之。三除之。四除之。為第二數負。分母自乘減十六乘第二數。正弦自乘乘之。半徑除之。五除之。六除之。為第三數正。分母自乘減三十六乘第三數。正弦自乘乘之。半徑除之。七除之。八除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數得所求大弧矢。

第七術

此術以二四六八十各偶數自乘。與分母自乘相減。分母偶者減盡即止。無次數。分母奇者不足減。即反減。爾後正負相從。不相問。

有大弧矢求幾分弧之一小弧正弦

分母自乘。以除倍矢。為第一數。分母自乘減四乘第一數。又以第一數乘之。半徑除之。三除之。四除之。為第二數。分母自乘四之。減四乘第二數。又以第一數乘之。半徑除之。五除之。六除之。為第三數。分母自乘九之。減四乘第三數。又以第一數乘之。半徑除之。七除之。八除之。為第四數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併乘半徑開平方得所求小弧正弦。

第八術

有幾分弧之一小弧矢求大弧正弦。
 分母自乘乘倍矢。為第一數正。分母自乘四之。減一乘第一數。倍矢乘之。半徑除之。三除之。四除之。為第二數負。分母自乘四之。減四乘第二數。倍矢乘之。半徑除之。五除之。六除之。為第三數正。分母自乘四之。減九乘第三數。倍矢乘之。半徑除之。七除之。八除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數。以半徑乘之。開平方得所求大弧正弦。

第九術

有大弧正切求幾分弧之一小弧正弦。
 分母除正切為第一數正。分母自乘倍之。加一乘第一數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。二除之。三除之。為第二數負。分母自乘十八之。加一乘第二數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。減一差。見下。四除之。五除之。為第三數正。分母自乘五十之。加一乘第三數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。減二差。見下。六除之。七除之。為第四數負。分母自乘九十八之。加一乘第四數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。減三差。見下。八除之。九除之。為第五數正。分母自乘一百六十二之。加一乘第五數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。減四差。見下。十除之。十一除之。為第六數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數減諸負數得所求小弧正弦。

各減差法

正切自乘得數。復自乘。半徑除之。為乘法。乘法乘第一數。半徑除之。一乘之。二乘之。為一差。乘法乘第二數。半徑除之。三乘之。四乘之。為二差。乘法乘第三數。半徑除之。五乘之。六乘之。為三差。乘法乘第四數。半徑除之。七乘之。八乘之。為四差。如是遞求。至單位下而止。

第十術

有幾分弧之一小弧正切求大弧正弦。
 分母乘正切。為第一數正。分母自乘加二乘第一數。正切自乘乘之。半徑除之。二除之。三除之。為第二數負。分母自乘加十八乘第二數。減一差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。四除之。五除之。為第三數正。分母自乘加五十乘第三數。減二差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。六除之。七除之。為第四數負。順是以下。皆如是遞求。至單位下而止。

負。分母自乘加九十八乘第四數減三差。見下正切自乘乘之。半徑除之。八除之。九除之。爲第五數。分母自乘加一百六十二乘第五數減四差。見下正切自乘乘之。半徑除之。十除之。十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求大弧正法。

各減差求法

正切自乘乘第一數。半徑除之。一乘之。二乘之。爲一差。正切自乘乘第二數。半徑除之。三乘之。四乘之。爲二差。正切自乘乘第三數。半徑除之。五乘之。六乘之。爲三差。正切自乘乘第四數。半徑除之。七乘之。八乘之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十一術

有大弧正切。求幾分弧之一小弧矢。

正切自乘。半徑除之。分母減除之。二除之。爲第一數。正。分母自乘。八之。加一乘第一數。又倍第一數乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。負。分母自乘。三十二之。加一乘第二數。又倍第一數乘之。半徑除之。減一差。見下。五除之。六除之。爲第三數。正。分母自乘。七十二之。加一乘第三數。又倍第一數乘之。半徑除之。減二差。見下。七除之。八除之。爲第四數。負。分母自乘。百二十八之。加一乘第四數。又倍第一數乘之。半徑除之。減三差。見下。九除之。十除之。爲第五數。正。分母自乘。二百之。加一乘第五數。又倍第一數乘之。半徑除之。減四差。見下。十一除之。十二除之。爲第六數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求小弧矢。

各減差求法

正切自乘。得數。又自乘。半徑除之。爲乘法。乘法乘第一數。半徑除之。二乘之。三乘之。爲一差。乘法乘第二數。半徑除之。四乘之。五乘之。爲二差。乘法乘第三數。半徑除之。六乘之。七乘之。爲三差。乘法乘第四數。半徑除之。八乘之。九乘之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十二術

有幾分弧之一小弧正切。求大弧矢。

分母乘正切。得數。又自乘。半徑除之。二除之。爲第一數。正。分母自乘。加八乘第一數。正切自乘乘之。半徑除之。三除之。四除之。爲第二數。負。分母自乘。加三十二乘第二數。減一差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。五除之。六除之。爲第三數。正。分母自乘。加七十二乘第三數。減二差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。七除之。八除之。爲第四數。負。分母自乘。加百二十八乘第四數。減三差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。九除之。十除之。爲第五數。正。分母自乘。加二百乘第五數。減四差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。十一除之。十二除之。爲第六數。負。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃併諸正數。減諸負數。得所求大弧矢。

各減差求法

正切自乘乘第一數。半徑除之。二乘之。三乘之。爲一差。正切自乘乘第二數。半徑除之。四乘之。五乘之。爲二差。正切自乘乘第三數。半徑除之。六乘之。七乘之。爲三差。正切自乘乘第四數。半徑除之。八乘之。九乘之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十三術

有大弧正切。求幾分弧之一小弧正切。

分母除正切。爲第一數。分母自乘。加二乘第一數。又以第一數自乘乘之。半徑除之。二除之。三除之。爲第二數。分母自乘。九之。加二乘第二數。加一差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑除之。四除之。五除之。爲第三數。分母自乘。二十五之。加二乘第三數。加二差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑除之。六除之。七除之。爲第四數。分母自乘。四十九之。加二乘第四數。加三差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑除之。八除之。九除之。爲第五數。分母自乘。八十一之。加二乘第五數。加四差。見下。又以第一數自乘乘之。半徑除之。十除之。十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求小弧正切。

各加差求法

第一數自乘再乘。半徑除之。倍之。爲一差。第一數自乘乘第二數。三之。半徑除之。倍之。爲二差。第一數自乘乘第三數。三數相併。三之。半徑除之。倍之。爲三差。第一數自乘乘第四數。三之。第一數乘第二數。又乘第三數。六之。第二數自乘再乘。相併。半徑除之。倍之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十四術

有幾分弧之一小弧正切。求大弧正切。

分母乘正切。爲第一數。分母自乘。倍之。加一乘第一數。正切自乘乘之。半徑除之。二除之。三除之。爲第二數。分母自乘。倍之。加九乘第二數。加一差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。四除之。五除之。爲第三數。分母自乘。倍之。加二十五乘第三數。加二差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。六除之。七除之。爲第四數。分母自乘。倍之。加四十九乘第四數。加三差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。八除之。九除之。爲第五數。分母自乘。倍之。加八十一乘第五數。加四差。見下。正切自乘乘之。半徑除之。十除之。十一除之。爲第六數。順是以下。皆如是遞求。至單位下。乃相併。得所求大弧正切。

各加差求法

第一數自乘再乘。半徑除之。倍之。分母自乘乘之。爲一差。第一數自乘乘第二數。三之。半徑除之。倍之。分母自乘乘之。爲二差。第一數自乘乘第三數。第二數自乘乘第一數。相併。三之。半徑除之。倍之。分母自乘乘之。爲三差。第一數自乘乘第四數。三之。第一數乘第二數。又乘第三數。六之。第二數自乘再乘。相併。半徑除之。倍之。分母自乘乘之。爲四差。如是遞求。至單位下而止。

第十五術

有大弧矢，求幾分弧之一小弧正切。
 分母自乘，以除倍矢，為第一數。分母自乘，加八，乘第一數，又以第一數乘之，半徑除之，三除之，四除之，為第二數。分母自乘，四之，加八，乘第二數，加一差，見下，第一數乘之，半徑除之，五除之，六除之，為第三數。分母自乘，九之，加八，乘第三數，加二差，見下，第一數乘之，半徑除之，七除之，八除之，為第四數。分母自乘，十六之，加八，乘第四數，加三差，見下，第一數乘之，半徑除之，九除之，十除之，為第五數。分母自乘，二十五之，加八，乘第五數，加四差，見下，第一數乘之，半徑除之，十一除之，十二除之，為第六數。順是以下，皆如是遞求，至單位下，乃相併，乘半徑，為小弧正切之自乘幕，平方開之，得所求小弧正切。

各加差求法

第一數自乘，半徑除之，六之，為一差。第一數乘第二數，倍之，半徑除之，六之，為二差。第一數乘第三數，倍之，第二數自乘，相併，半徑除之，六之，為三差。第一數乘第四數，第二數乘第二數，相併，倍之，半徑除之，六之，為四差。如是遞求，至單位下而止。

第十六術

有幾分弧之一小弧矢，求大弧正切。
 分母自乘，乘倍矢，為第一數。分母自乘，八之，加一，乘第一數，倍矢乘之，半徑除之，三除之，四除之，為第二數。分母自乘，八之，加四，乘第二數，加一差，見下，倍矢乘之，半徑除之，五除之，六除之，為第三數。分母自乘，八之，加九，乘第三數，加二差，見下，倍矢乘之，半徑除之，七除之，八除之，為第四數。分母自乘，八之，加十六，乘第四數，加三差，見下，倍矢乘之，半徑除之，九除之，十除之，為第五數。分母自乘，八之，加二十五，乘第五數，加四差，見下，倍矢乘之，半徑除之，十一除之，十二除之，為第六數。順是以下，皆如是遞求，至單位下，乃相併，乘半徑，為大弧正切之自乘幕，平方開之，得所求大弧正切。

各加差求法

第一數自乘，半徑除之，分母自乘，乘之，六之，為一差。第一數乘第二數，倍之，半徑除之，分母自乘，乘之，六之，為二差。第一數乘第三數，倍之，第二數自乘，相併，半徑除之，分母自乘，乘之，六之，為三差。第一數乘第四數，第二數乘第三數，相併，倍之，半徑除之，分母自乘，乘之，六之，為四差。如是遞求，至單位下而止。

第十七術

有大弧正切，求幾分弧之一小弧正切。
 分母除正切，為第一數。正。分母自乘，減一，乘第一數，又以第一數自乘，乘之，半徑除之，三除之，為第二數。分母自乘，三之，減二，乘第二數，又以第一數自乘，乘之，半徑除之，五除之，為第三數。正。分母自乘，五之，減三，乘第三數，又以第一數自乘，乘之，減一差，見下，半徑除之，七除之，為第四數。負。分

第十八術

分母自乘，七之，減二，乘第四數，又以第一數自乘，乘之，減二差，見下，半徑除之，九除之，為第五數。正。分母自乘，九之，減三，乘第五數，又以第一數自乘，乘之，減三差，見下，半徑除之，十一除之，為第六數。負。順是以下，皆如是遞求，至單位下，乃併諸正數，減諸負數，得所求小弧正切。

各減差求法

第二數自乘，乘第一數，為一差。第二數乘第三數，倍之，又乘第一數，為二差。第二數乘第四數，倍之，第三數自乘，相併，又乘第一數，為三差。第二數乘第五數，第三數乘第四數，相併，倍之，又乘第一數，為四差。如是遞求，至單位下而止。

有幾分弧之一小弧正切，求大弧正切

分母乘正切，為第一數。分母自乘，減一，乘第一數，正切自乘，乘之，半徑除之，三除之，為第二數。分母自乘，倍之，減三，乘第二數，正切自乘，乘之，半徑除之，五除之，為第三數。分母自乘，倍之，減五，乘第三數，正切自乘，乘之，加一差，見下，半徑除之，七除之，為第四數。分母自乘，倍之，減七，乘第四數，正切自乘，乘之，加二差，見下，半徑除之，九除之，為第五數。分母自乘，倍之，減九，乘第五數，正切自乘，乘之，加三差，見下，半徑除之，十一除之，為第六數。順是以下，皆如是遞求，至單位下，乃相併，得所求大弧正切。

各加差求法

第二數自乘，乘第一數，為一差。第二數乘第三數，倍之，又乘第一數，為二差。第二數乘第四數，倍之，第三數自乘，相併，又乘第一數，為三差。第二數乘第五數，第三數乘第四數，相併，倍之，又乘第一數，為四差。如是遞求，至單位下而止。

所求率 小半徑

今有數 半較角正切

求得數 借積度正弦 益初縮末內減

求積差

所有率 半徑

所求率 借積度正弦

今有數 盈縮大差度 兩心差乘半周天度以圓周率除之得盈縮大差度

求得數 積差度

積差度加減借積度 益減 得橢圓面積度

第二術

以積求角

設有平引面積若干度求實引角度

求借角

所有率 半徑減兩心差 半徑加兩心差

所求率 半徑加兩心差 半徑減兩心差

今有數 盈虧半平引正切 縮曆半平引正切

求得數 半借角正切 半借角正切

半借角度與半平引度相減得半較角倍之為較角

求借積

所有率 兩心差

所求率 小半徑

今有數 半較角正切

求得數 借積度正弦 益初縮末內減

求積較

所有率 半徑

所求率 借積度正弦

今有數 盈縮大差度

求得數 借積差度

借積度加減借積差度 益減 與平引相減得積較 平引大則減

求借邊

新法算學 橢圓正術

橢圓正術

新法盈縮遲疾皆以橢圓立算而取徑紆回布算繁重且皆係借算非正術也茲編法歸簡易得數較密于用對數為尤便

第一術

以角求積

設有實引角若干度求橢圓面積為平引

求借角

所有率 半徑加兩心差 半徑減兩心差

所求率 半徑減兩心差 半徑加兩心差

今有數 盈虧半實引正切 縮曆半實引正切

求得數 半借角正切 半借角正切

半借角度與半實引角度相減得半較角

求借積

所有率 兩心差

新法算學 橢圓正術

所有率 較角正弦
所求率 平引正弦
今有數 倍兩心差
求得數 借邊

求實引角

所有率 借邊自乘
所求率 大半徑乘小半徑

今有數 積較

求得數 角較度

角較度 加減借角度 加減則減得實引角

遲疾曆法

求月半差

所有率 最大兩心差

所求率 最小兩心差

今有數 月半距日正切

求得數 半較角正切

月半距日 減半較角得月半差

月半差 加減月引得平引

求兩心差

所有率 月半差正弦

所求率 月半距日倍度正弦

今有數 大兩心差半較

求得數 兩心差

以兩心差為餘弦 求其正弦 為小半徑 乃依前法求之

日離用對數法

以兩心差為餘弦 檢表得度 取其正弦對數 即小半徑與餘弦對數 即兩心相減 為第一對數較

又半其度取正切 餘切兩對數 州減為第二對數較

半徑對數 減兩心差對數 又減真數四之對數 為第三對數較

圓周率對數 減半象限二十六度對數 加第三對數較 為第四對數較

第一對數較 加第三對數較 為第五對數較

新編算學 圖解正術

三六

以角求積
半實引度正切對數 加減第二對數較 檢正切對數表 得度 與半實引度相減 得半較角
半較角正切對數 加第一對數較 檢正切對數表 得借積度 檢初末內弧
借積度正切對數 減第四對數較 檢對數表 得積差 加減借積度 檢得平引積度
以積求角
半平引度正切對數 加減第二對數較 檢正切對數表 得半借角 倍之 為借角
半借角與半平引度相減 得半較角 倍之 為較角
半較角正切對數 加第一對數較 檢正切對數表 得借積度 檢初末內弧
借積度正切對數 減第四對數較 檢對數表 得借積差
借積差 加減借積度 檢與平引相減 得積較 平引大圓
平引度正切對數 減較角正切對數 餘倍之 又減積較對數 餘以轉減第五對數較 檢對數表 得角
較秒 角較秒 加減借角 檢正則得實引角
半實引角正切對數 加減第二對數較 檢正切對數表 得度 倍之 為借角 與實引角相減 為較角

兩心差對數 加其數二之對數 又加借角正切對數 內減較角正切對數 得日距地心對數
月離用對數法
最大兩心差對數 內減最小兩心差對數 為第一對數較
圓周率對數 加半徑對數 內減半周天對數 為第二對數較
半徑對數 內減真數四之對數 為第三對數較
月半距日正切對數 內減第一對數較 得半較角正切對數
月半距日 減半較角 得月半差
月半差 加減月引 檢與平引 得平引 半之 為半平引度
倍月半距日正切對數 加兩心差半較對數 內減月半差正切對數 得兩心差對數
以兩心差對數 檢餘弦對數表 得度 半之 為半弧
又檢其正弦對數 內減兩心差對數 為第四對數較
半弧之正弦 餘弦兩對數 相減 倍之 為第五對數較
以兩心差對數 減第二對數較 為第六對數較
第三對數較 加第四對數較 減兩心差對數 為第七對數較
半平引度正切對數 加減第五對數較 檢正切對數表 得半借角 倍之 為借角
半借角與半平引度相減 得半較角 倍之 為較角

新編算學 圖解正術
三九

半較角正切對數。加第四對數較。校正弦對數表。得借積度。其初運末內。其初運末外。

借積度正弦對數。減第六對數較。檢對數表。得借積差秒。

借積差秒。加減借積度。與半引相減。得積較。正小則。正引大則。

半引度正弦對數。減較角正弦對數。餘倍之。又減積較對數。餘以轉減第七對數較。檢對數表。得角較秒。角較。加減借角。積較正則。得實引角。半之。為半實引角。

半實引角正切對數。加減第五對數較。檢正切對數表。得度。倍之。為借角。與實引角相減。為較角。

兩心差對數。加真數二之對數。又加借角正弦對數。內減較角正弦對數。得月距地心對數。

依後編法。求諸用數于後。

圓周率對數。一〇四九七一四九八七二七。

半周天六十四萬八千秒。

對數〇五八一五七七五〇〇五九。

四對數〇〇六〇二〇五九九九一三。

半象限十六萬二千秒。

對數〇五二〇九五五〇一四五。

日曆

八十九度一分五十四秒。

正弦對數〇九九九九三九九七三〇。中即小

餘弦對數〇八二二七八八一四五三。心即大

半弧四十四度三十分五十七秒。

正弦對數〇九九九二六五九八一。

餘切對數一〇〇七三三〇一八八九。

第一對數較〇一七二〇五六八二七。

第二對數較〇〇一四六八〇三七七八。

第三對數較〇一七〇〇五八八六三四。

第四對數較〇六四五七六九三七二一六。

第五對數較〇二九四二一一五六九一一。

月離

最大兩心差對數〇八八二四六五八二六七四。

最小兩心差對數〇八六三六六七九二五一四。

一 舊民彙算草 附圖正衛

四一

兩心差半較對數〇八〇六九三三五四四五。

第一對數較〇〇一八七九九〇一六〇。

第二對數較一四六八五五七四八六六八。

第三對數較〇九三九九七九四〇〇〇八七。

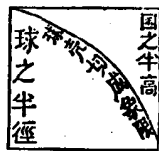
一 舊民彙算草 附圖正衛

四二

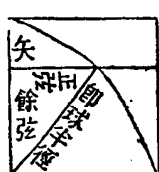
截球解義

幾何原本謂球與同徑之高之圓。其外面皮積等。截球與圓同高。則其外面皮積亦等。而不直。扶其所以然。還檢梅氏諸書。亦未能明釋之也。蓋疑於心。久矣。近讀李淳風九章注。乃得其解。因釋之。以告同志。雖然。以戴東原之善讀古書。而猶謂淳風此注。當有脫誤。甚矣。索解人之難也。今釋幾何原本。而淳風之注。因是以明。蓋淳風用方。今用圓。其理則無二也。述截球解義。

設如徑與高等之圓。內容同徑之圓。此球必居圓三之二。何以明之。試將圓橫切為二。則為扁圓。內容半圓球。又將扁圓。十字直切為四。則為圓四分之二。內亦容圓球八分之一。此圓四上下兩平面。俱為圓之一象限。其外之圓立。為圓外面皮八分之一。其淡心兩直。立而本。則圓之半徑乘半。高。即球之半徑自乘。因球在圓內。球殼。因直切。處處成一象限。是為球半徑內。容一象限。為此體之淡心立。而各一。



于此立而。任意橫截。則皆有正弦。有餘弦。有矢。有半徑。



四分第二數之一又四分去一五分去二為第三數。諸數相併為鐵球上蓋積。

附錄橢圓求周術

橢圓求周無法可取借平圓周求之則有三術以差為徑求大圓周及周較相減此項梅侶氏之術也。以廣為徑求小圓周及周較相加此戴鄂士氏之術也。余亦悟得一術以橢圓為圓周求其徑以求周。即為橢圓之周術更直捷兼可貫三術為一術如後方。

堆探術曰一為第一數。一乘三乘第一數四除之為第二數。三乘五乘第二數九除之為第三數。五乘七乘第三數十六除之為第四數。七乘九乘第四數二十五除之為第五數。九乘十一乘第五數三十六除之為第六數。依次列之為初表。

招差術曰廣袤各自乘相減四面一為乘法。一次乘初表第一數。二次乘第二數。三次乘第三數。四次乘第四數。五次乘第五數。六次乘第六數。仍依次列之為表根。

招差又術曰以表為除法。一次除表根第一數。三次除第二數。五次除第三數。七次除第四數。九次除第五數。十一次除第六數。相併為表徑較。以減表為借圓徑。

堆探又術曰三因借圓徑為第一數。四分第一數之二二分去一。三分去二。為第二數。四分第二數之一四分去一。五分去二。為第三數。四分第三數之一六分去一。七分去二。為第四數。四分第四數之一八分去一。九分去二。為第五數。四分第五數之一十分去一。十一分去二。為第六數。遞求至若干位。相併為精圓周。

右術分四層。即用項氏術變通得之。其圖說之詳。已見項氏書中。茲不復贅。若用戴氏術通之。前後三層。均如舊。惟第三層不同。如下。

招差又術曰以廣為除法。一次除表根第一數。正。三次除第二數。負。五次除第三數。正。七次除第四數。負。九次除第五數。正。十一次除第六數。負。遞求至若干位。正數相併。內減負數。餘為廣徑較。以加廣亦為借圓徑。

此即戴氏術變通得之。餘三層皆同前。若移第四層為第一層。先以表求大圓周。或以廣求小圓周。後依初表表根及招差又術。各得周較。加減所得並同。即項戴二君術也。

弧三角拾遺

第一術

知相對之弧角及又一角。

求對角之弧術曰各取正弦。以今有術入之。

所有率 對所知弧之角正弦

所求率 對所知角之弧正弦

今有數 對所求弧之角正弦

求得數 對所求之弧正弦

求得之正弦係內弧外弧同用之數。其內外兩弧皆可為對角之弧。成弧三角者二。

知相對之弧角及又一弧。

求對弧之角術曰各取正弦。以今有術入之。

所有率 對所知角之弧正弦

所求率 對所知弧之角正弦

今有數 對所求角之弧正弦

求得數 所求之角正弦

求得內角外角 共用一正弦 皆可為對弧之角 成弧三角形者二

求兩弧三角形之餘角餘弧術曰 任以一形之兩弧相加半之 曰半總弧 相減半之 曰半存弧 兩角相併半之 曰半和角 相減半之 曰半較角 各取其正弦正切 互以今有術入之 得兩餘弧兩餘角之正切餘切

所有率 半較角正切 半和角正切

所求率 半和角正切 半較角正切

今有數 半存弧正切 半總弧正切

求得數 半餘弧正切 又形半餘弧正切

所有率 半存弧正切 半總弧正切

所求率 半總弧正切 半存弧正切

今有數 半較角正切 半和角正切

求得數 半餘角餘切 又形半餘角正切

第二術之一

知一角及角旁兩弧

求對兩弧之兩角術曰 兩弧相加半之 曰半總弧 相減半之 曰半存弧 各取其正弦餘弦與半角之餘切 以今有術入之 得兩角半較半和之正切

所有率 半總弧正切 半總弧餘弦

所求率 半存弧正切 半較角餘弦

今有數 半夾角餘切 半夾角餘切

求得數 半較角正切 半和角正切

半較半和相加 得對大弧之角 相減 得對小弧之角 求對角之弧術曰 既得半和角半較角 任取其正弦餘弦與半總弧半存弧之正切 以今有術入之 得對弧之正切

所有率 半較角正切 半較角餘弦

所求率 半和角正切 半和角餘弦

今有數 半存弧正切 半總弧正切

求得數 半對弧正切 半對弧正切

第二術之一又法

知一角及角旁兩弧

任以一弧一角求分弧術曰 如正弧三角法

務民算學 弧三角拾遺

所有率 圓半徑

所求率 所知之角餘弦

今有數 所用之弧正切

求得數 分弧正切

既得分弧與餘一弧相減 得較弧

求對角之弧及對弧之角術曰 分弧較弧之正弦餘弦 與兩弧之餘弦 兩角之餘切 皆以今有術入之

所有率 分弧正切 分弧餘弦

所求率 較弧正切 較弧餘弦

今有數 原所知角餘切 原所用弧餘弦

求得數 對弧之角餘切 對角之弧餘弦

第二術之二

知一弧及弧端兩角

求對兩角之兩弧術曰 兩角相併半之 曰半和角 相減半之 曰半較角 各取其正弦餘弦與半弧之正切 以今有術入之 得兩弧之半總弧半存弧正切

所有率 半和角正切 半和角餘弦

所求率 半較角正切 半較角餘弦

今有數 半弧正切 半弧正切

求得數 半存弧正切 半總弧正切

半存弧半總弧相加 得對大角之弧 相減 得對小角之弧

求對弧之角術曰 既得半存弧半總弧 任取其正弦餘弦與半和角半較角之正切 以今有術入之 得對弧之角餘切

所有率 半存弧正切 半存弧餘弦

所求率 半總弧正切 半總弧餘弦

今有數 半較角正切 半和角正切

求得數 半對角餘切 半對角餘切

第二術之二又法

知一弧及弧端兩角

任以一弧一角求分角術曰 如正弧三角法

所有率 弧餘弦

所求率 圓半徑

務民算學 弧三角拾遺

今有數 所用之角餘切
 求得數 分角正切
 既得分角與餘一角相減得較角
 求對所用角之弧及對弧之角術曰分角較角之正弦餘弦與兩角之餘弦兩弧之餘切皆以今有術入之

- 所有率 分角正弦 分角餘弦
- 所求率 較角正弦 較角餘弦
- 今有數 原所用角餘弦 原所知弧餘切
- 求得數 對弧之角餘弦 所求之弧餘切

第三術之一

知三弧求三角
 三弧相併半之曰三弧半總副置之減大弧得大弧較度副置三弧半總減次弧得次弧較度又副置三弧半總減小弧得小弧較度各取正弦以今有術分別入之求對大弧之角

- 所有率 小弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 小弧餘割相乘

- 今有數 小弧較度正弦相乘
- 求得數 半大角正弦自乘
- 所有率 大弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 大弧餘割相乘
- 今有數 大弧較度正弦相乘
- 求得數 半次角正弦自乘
- 所有率 小弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 小弧餘割相乘
- 今有數 小弧較度正弦相乘
- 求得數 半大角餘弦自乘

- 求對次弧之角
- 所有率 大弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 大弧餘割相乘
- 今有數 大弧較度正弦相乘
- 求得數 半次角正弦自乘
- 所有率 小弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 小弧餘割相乘
- 今有數 小弧較度正弦相乘
- 求得數 半大角餘弦自乘

求對小弧之角

- 所有率 大弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 大弧餘割相乘
- 今有數 大弧較度正弦相乘
- 求得數 半小角正弦自乘
- 所有率 大弧正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 大角餘割相乘
- 今有數 小弧較度正弦相乘
- 求得數 半小角餘弦自乘

第三術之二

知三角求三弧
 三角相併半之為三角半和副置之減大角得大角較度副置三角半和減次角得次角較度副置三角半和減小角得小角較度各取餘弦分別相乘以今有術入之

- 所有率 小角正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘

- 今有數 小角較度餘弦相乘
- 求得數 半大角餘弦自乘
- 所有率 小角正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘
- 今有數 大角較度餘弦相乘
- 求得數 半大角正弦自乘
- 所有率 大角正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 大角餘割相乘
- 今有數 大角較度餘弦相乘
- 求得數 半次角餘弦自乘

- 求對次角之角
- 所有率 小角正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 小角餘割相乘
- 今有數 小角較度餘弦相乘
- 求得數 半次角餘弦自乘
- 所有率 大角正弦相乘 圓半徑自乘
- 所求率 圓半徑自乘 大角餘割相乘
- 今有數 大角較度餘弦相乘
- 求得數 半大角正弦自乘

求得數 半次弧正弦自乘

求對小角之弧

所有率 大角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 大角餘割相乘

今有數 大角較度餘弦相乘

求得數 半小弧餘弦自乘

所有率 大角正弦相乘 圓半徑自乘

所求率 圓半徑自乘 大角餘割相乘

今有數 三角中 餘弦相乘

求得數 半小弧正弦自乘

以上各術皆可用對數以加減代乘除以加倍代自乘以折半代開方以所有率所求率之對數較加減今有數之對數即求得數之對數比之術簡易數倍

朔食九服里差目錄

上卷

辨食限

求定期

求實朔

求實朔定時

求食甚中準

求食甚中準見食最深州郡里差

求食甚中準見食幾分各州郡里差

求朔時見食最深州郡里差

求朔前後幾刻見食最深州郡里差

求午正見食最深州郡里差

求某時刻見食最深州郡里差

求極高若干度見食最深州郡里差

協民公書算學 朔食九服里差 目錄

協民公書算學 朔食九服里差 目錄

中卷

求朔時見食幾分州郡里差并求其食甚分數

求朔前後幾刻見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

求某時刻見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

求極高若干度見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

下卷

求某州郡某時刻見食分數

求某州郡食甚時刻分數并求其初虧復圓時刻

求某州郡帶食時刻分數

求某時刻帶食幾分兩州郡里差并求其食甚時刻分數

求帶食最先見初虧最後見復圓兩州郡里差

朔食九服里差卷之上

一辨食限

積年

積月

食限

從道光二十四年甲辰正月朔起算距若干年減一算為積年

從每歲十二月小餘三六八二六六以積年乘之舉其成數為積月小餘過百分之五即進一算九十二方

從積月內減食應十一月小餘〇二二八〇九下求則加滿食周十一月小餘七三七六五乘之

餘即正月距限遞加一月視某月入食限

食限開後

二月小餘三六五二二六以上

三月小餘一三〇〇八五二八以下

八月小餘六〇七五六四七以上

九月小餘三七二四一三九以下

附望食限 從積月內減望食應五月小餘六五三九八四下求則加滿食中五月小餘八六八二五乘之

餘即正月望限遞加一月視某月望入食限

食限開後

二月小餘五六一一七八以上。

三月小餘三一二七〇七一八以下。

二求定朔

積月內減入食限之月算。下求加為朔算。望算則更。

朔算 朔期實二十九日五三〇五九以朔算乘之內減朔應四日九五〇九四九。下求加滿紀法去之。又與紀法六十日相減。必相減。餘命甲子算外。其小餘以刻法九十六乘之。即得平朔時刻。

平朔日引 日引朔策十萬〇四千七百七十九秒一五九九七七。以朔算乘之內減日引應十七萬〇七百一十三秒一六六六六。下求加滿周天乘之。即得。

平朔月引 依橢圓正術求之。置月引朔策九萬二千九百四十秒四二二四四二五。以朔算乘之內減月引應一百〇一萬六千五百〇〇秒四三三三三。下求加滿周天乘之。即得。

平朔月均 依橢圓正術求之。兩均同名相減。異名相加。即得。

定朔日引 置萬分之八百〇八分四八一。以距弧乘之。加減平朔日引。即得。

定朔日引 置萬分之一萬〇七百一十七分一三二八。以距弧乘之。加減平朔日引。即得。

定朔月均 並同上法。

定朔距弧 置萬分之八百五十一分九五九二九。以定朔距弧乘之。即得。

交周差 置萬分之八百一十七分四四四。以定朔日均乘之。即得。

正交平均 置交周朔策十一萬〇四百一十三秒九二四四。以朔算乘之。滿周天乘之。餘以減交周應二十四萬五千〇七十一秒五九二八九。下求加。又以交周差加減之。又以正交平均加減之。又以定朔月均加減之。即得。

月距交

實交周不及半周。為陰曆。過半周者。去半周。為陽曆。又視陰陽曆不及象限。為交後。過象限者。以減半周。為交前。入的食限者。必食。

的食限開後。

陰曆六萬二千八百四十五秒以內。

陽曆二萬一千六百〇五秒以內。

附望食限。不問陰陽曆。恆視月距交四萬一千七百六十九秒以內。為的食限。

四刻日行 用定朔日引。檢太陽實行表。

四刻月行 用定朔月引。檢太陰實行表。

定朔時 兩實行相減。為一率。四刻為二率。定朔距弧。為三率。求得四率。為定朔距時。用加減平朔時刻。即得。

三求實朔

距交等角 月距交餘弦。為一率。半徑為二率。半黃白大距餘切。為三率。求得距交等角正切。

日月相距 距交等角正弦。為一率。月距交正弦。為二率。黃白大距正弦。為三率。求得日月相距正弦。

實行總較 四刻日行。與四刻月行。相加。為總較。相減。為較。

斜距白道交角 實行總較。為一率。實行較。為二率。半黃白大距餘切。為三率。求得差角餘切。差角內減半黃白大距。即得。

兩經斜距 斜距白道交角正弦。為一率。黃白大距正弦。為二率。四刻日行。為三率。求得兩經斜距。

角較 距交等角內。減斜距白道交角。即得。

朔月距日 半徑為一率。角較正弦。為二率。日月相距。為三率。求得朔月距日。

實朔距弧 半徑為一率。角較餘弦。為二率。日月相距。為三率。求得實朔距弧。

實朔時 兩經斜距。為一率。四刻為二率。實朔距弧。為三率。求得實朔距時。加減定朔時刻。得實朔時。

四求實朔定時

實朔日應

實朔日赤道經度

實朔日距北極

黃亦二經交角

赤白二經交角

實朔日距地

日半徑

實朔月離

實朔月距地

月半徑

併徑

地平高下差

均數時差

升度時差

實朔定時 並同舊法

五求食甚中準

戴極高下差 半徑為一率，日距北極之正弦為二率，地平高下差為三率，求得戴極高下差。
 戴極見食甚距弧 半徑為一率，戴極高下差為二率，赤白二經交角正弦為三率，求得戴極見食甚距弧。

戴極食甚時 兩經斜距為一率，四刻為二率，戴極見食甚距弧為三率，求得食甚中準距朔時分。

六求食甚中準見食最深州郡里差

白經高弧交角 朔月距日為一率，戴極見食甚距弧為二率，半徑為三率，求得白經高弧交角正切。

高下差 白經高弧交角餘弦為一率，半徑為二率，朔月距日為三率，求得高下差。

日距天頂 地平高下差為一率，高下差為二率，半徑為三率，求得日距天頂正弦。

赤經高弧交角 白經高弧交角，加減赤白二經交角，即得。

半總半存弧 日距北極與日距天頂相加，半之為半總弧，相減，半之為半存弧。

距午赤道度 半總弧正弦為一率，半存弧正弦為二率，半赤經高弧交角餘切為三率，求得半較角正切。

正切 半和角內減半較角，即得。

食甚時 距午赤道度變時，加減半日，即得。

朔時 食甚中準距朔時，加減食甚時，即得。

偏東西度 朔時與實朔定時相減，得較變度，即得。

北極出地度 距午赤道度正弦為一率，日距天頂正弦為二率，赤經高弧交角正弦為三率，求得北極出地餘弦。

出地餘弦

七求食甚中準見食幾分各州郡里差

南北差 十分日全徑之幾，減併徑，又加減朔月距日，即得。

白經高弧交角 南北差為一率，戴極見食甚距弧為二率，半徑為三率，求得白經高弧交角正切。

高下差 白經高弧交角餘弦為一率，半徑為二率，南北差為三率，求得高下差。

日距天頂

亦經高弧交角

距午赤道度

偏東西度

北極出地度 並同第六術。

八求朔時見食最深州郡里差

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

日距天頂 地平高下差為一率，朔月距日為二率，半徑為三率，求得日距天頂正弦。

半總半存弧 同第六術。

距午赤道度 半總弧正弦為一率，半存弧正弦為二率，赤白二經交角餘切為三率，求得半較角正切。

切 半總弧餘弦為一率，半存弧餘弦為二率，赤白二經交角餘切為三率，求得半和角正切。

食甚時朔時 半和角內減半較角，即得。

偏東西度 並同第六術。

北極出地度 距午赤道度正弦為一率，日距天頂正弦為二率，赤白二經交角正弦為三率，求得北極出地餘弦。

出地餘弦

九求朔前後幾刻見食最深州郡里差

九服見食甚總距 地平高下差為弦，朔月距日為股，求得句，倍之，得九服見食甚總距。

九服見食甚總時 兩經斜距為一率，四刻為二率，九服見食甚總距為三率，求得九服見食甚總時。

逐刻求之 如下諸法。

幾刻距弧 四刻為一率，兩經斜距為二率，幾刻為三率，求得幾刻距弧。

對距弧角 朔月距日為一率，幾刻距弧為二率，半徑為三率，求得對距弧角正切。

幾刻月距日 對距弧角餘弦為一率，半徑為二率，朔月距日為三率，求得幾刻月距日。

日距天頂 地平高下差為一率，幾刻月距日為二率，半徑為三率，求得日距天頂正弦。

赤經高弧交角 對距弧角，加減赤白二經交角，即得。

距午赤道度

食甚時 並同第六術。

朔時 食甚時，加減遲早幾刻，即得。

偏東西度

北極出地度 並同第六術。

十求午正見食最深州郡里差

距弧 半徑為一率，赤白二經交角正切為二率，朔月距日為三率，求得午正距朔弧。

日距天頂 地平高下差為一率，赤白二經交角正割為二率，朔月距日為三率，求得日距天頂正弦。

北極出地度 日距天頂，加象限，減日距北極，即得。

距朔時 兩經斜距為一率，四刻為二率，距弧為三率，求得距朔時。

朔時 距朔時，加減半日，得朔時。

偏東西度 朔時與實朔定時相減，得較變度，即得。

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

務民義齋算學 朔食九服里差 卷之上

十一求某時刻見食最深州郡里差

對距弧用角 赤白二經交角正弦為一率。赤道緯度餘弦與之餘度正切為二率。半徑為三率。求得對距弧用角餘切。

時刻加減角 赤道緯度正弦為一率。赤白二經交角正切為二率。半徑為三率。求得時刻加減角正切。
借弧 半徑為一率。赤道緯度餘弦為二率。赤白二經交角餘弦為三率。求得借弧餘弦。
借角 所設時刻。變赤道度與時刻加減角相加減即得。
白經餘弧 地平高下差為一率。朔月距日為二率。半徑為三率。求得白經餘弧餘弦。
對借弧角 白經餘弧正弦為一率。借角正切為二率。借弧正切為三率。求得對借弧角正切。
半和半較角 借角與對借弧角相加。半之為半和角。相減。半之為半較角。

北極出地度 半較角正切為一率。半和角正切為二率。半存正切為三率。求得半北極出地度餘切。
對距弧角 白經餘弧正弦為一率。借角正切為二率。北極出地餘弦為三率。求得對北極出地度頂角正切。
弦以對距弧用角加減對北極出地度頂角。得對距弧角。
半徑為一率。對距弧角正切為二率。九服見食甚總距半之為三率。求得距弧。
朔時 兩徑斜距為一率。四刻為二率。距弧為三率。求得距時加減所設時刻得朔時。

偏東西度 朔時與實朔定時相減得較度即得。
十二求極高若干度見食最深州郡里差
對距弧用角 時刻加減角。
借弧 白經餘弧。並同第十一術。
半和較度 借弧與白經餘弧相併。又與北極距天頂相加之。為半和和度。相減。半之為半和較度。
對距弧角 借弧正弦乘白經餘弧正切為一率。半徑自乘為二率。半和和度正切乘半和較度正切為三率。求得較度。又開平方。為對北極距天頂半角餘弦。以對距弧用角加減對北極距天頂角。得對距弧角。

食甚時 北極距天頂正弦為一率。對北極距天頂角正切為二率。白經餘弧正切為三率。求得借角。
正弦以時刻加減角加減借角得度變時。為食甚時刻。
距弧 同第十一術。
朔時 同第十一術。求得距時。加減食甚時。即得。
偏東西度 同第十一術。

舊民九章算學 朔食九服里差 卷之上
十一

十三求帶食見食最深州郡里差

白經餘弧 同第十一術。
赤經高弧交角 白經餘弧加減赤白二經交角。即得。
北極出地度 半徑為一率。赤道緯度餘弦為二率。赤經高弧交角餘弦為三率。求得北極出地度正切。
食甚時 赤道緯度正切為一率。半徑為二率。赤經高弧交角正切為三率。求得赤道度正切以度變時。即得。

朔時 兩徑斜距為一率。四刻為二率。九服見食甚總距半之為三率。求得距時。加減食甚時。即得。
偏東西度 同第十一術。

十四求朔時見食幾分各州郡里差并求其食甚時刻分數
視緯 十分日全徑之幾。與併徑相減。即得。
南北差 視緯加減朔月距日。即得。大則食上減。則食下減。小則食下減。則食上減。即得。
日距天頂 地平高下差為一率。半徑為二率。南北差為三率。求得日距天頂正切。
半總半存弧 日距北極與日距天頂相加。半之為半總弧。相減。半之為半存弧。
距午赤道度 半總弧正切為一率。半存弧正切為二率。半亦白二經交角餘切為三率。求得半較角正切。
正切。半和角內減半較角。即得。
距午赤道度變時。加減半日。即得。

朔時 距午赤道度變時。加減半日。即得。
偏東西度 朔時與實朔定時相減。得較度。即得。
北極出地 距午赤道度正切為一率。日距天頂正切為二率。赤白二經交角正切為三率。求得北極出地餘弦。
地餘弦。日距赤道北。白經在赤經東。則食甚在朔後。在赤經西。則食甚在朔前。日距赤道南。白經

舊民九章算學 朔食九服里差 卷之中
十三
七三

在赤經西則食甚在朔後。在赤經東則食甚在朔前。乃依其前後設一時為設時。

設時距弧 四刻為一率。設時與朔時相減為二率。兩經斜距為三率。求得距弧。

設時赤道度 設時與半日和減。得設時距半。變赤道度。

半總半存弧 日距北極與北極距天頂相加。半之。為半總弧。相減。半之。為半存弧。

設時赤經高弧交角 半總弧正弦為一率。半存弧正弦為二率。半設時赤道度餘切為三率。求得半較角正切。

角正切 半總弧餘弦為一率。半存弧餘弦為二率。半設時赤道度餘切為三率。求得半和角正切。

角正切 半和角加減半較角。即得。

設時白經高弧交角 赤白二經交角。加減設時赤經高弧交角。即得。

設時日距天頂 設時赤經高弧交角正弦為一率。北極距天頂正弦為二率。設時赤道度正弦為三率。求得設時日距天頂正弦。

求得設時日距天頂正弦。

設時高下差 半徑為一率。日距天頂之正弦為二率。地平高下差為三率。求得設時高下差。

設時視距弧 半徑為一率。白經高弧交角正弦為二率。設時高下差為三率。求得設時東西差。以減設時距弧。得設時視距弧。

視緯較 半徑為一率。設時白經高弧交角餘弦為二率。設時高下差為三率。求得設時南北差。加減視距弧。得設時視緯較。

差角 朔月距日。為設時視緯較。與原設視緯相減。得視緯較。

視緯較 視緯較為一率。視距弧為二率。半徑為三率。求得差角餘切。

差角 差角正弦為一率。視緯較為二率。半徑為三率。求得設時視行。

設時視行 半徑為一率。差角正弦為二率。原設視緯為三率。求得食甚視行。

食甚視行 設時視行為一率。食甚視行為二率。設時與朔時相減為三率。求得食甚距朔時。加減朔時。即得。

食甚分數 半徑為一率。原設視緯為二率。差角餘弦為三率。求得兩心視相距。以減併徑。餘當日全徑十分之幾。即為食甚幾分。

十五求朔前後幾刻見食幾分各州郡里差并求其食甚時刻分數

東西差 四刻為一率。兩經斜距為二率。幾刻為三率。求得距弧。即為東西差。

視緯 並同第十四術。

南北差 白經高弧交角。南北差為一率。東西差為二率。半徑為三率。求得白經高弧交角正切。

高下差 白經高弧交角正弦為一率。東西差為二率。半徑為三率。求得高下差。

日距天頂 地平高下差為一率。半徑為二率。高下差為三率。求得日距天頂正弦。

赤經高弧交角 白經高弧交角。加減赤白二經交角。即得。

務民彙算學 朔食九里星差 卷之中

半總半存弧 日距北極與日距天頂相加。半之。為半總弧。相減。半之。為半存弧。

距午赤道度 半總弧正弦為一率。半存弧正弦為二率。半赤經高弧交角餘切為三率。求得半較角正切。

半總弧餘弦為一率。半存弧餘弦為二率。半赤經高弧交角餘切為三率。求得半和角正切。

正切 半和角加減半較角。即得。

距午赤道度 變時。加減前後幾刻。又加減半日。即得。

偏東西度 朔時與實朔定時相減。得較幾度。即得。

北極出地 距午赤道度正弦為一率。日距天頂正弦為二率。赤經高弧交角正弦為三率。求得北極出地餘弦。

地餘弦 以食甚中準距朔時分為定。在前則向前設。在後則向後設。

設時 設時赤道度

設時赤道度 設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角 設時日距天頂

設時高下差 設時視距弧

設時視距弧 視緯較

視緯較 差角

差角 設時視行

設時視行 食甚視行

食甚視行 食甚分數

食甚分數 並同第十四術。

設時視行為一率。食甚視行為二率。朔前後幾刻。加減設時距朔。為三率。求得食甚時刻較。

加減朔前後幾刻。又加減朔時。即得。

十六求某時刻見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

對距弧用角 時刻加減角

借弧 借角

借角 並同第十一術。

南北差 十分日全徑之幾。減併徑。加減朔月距日。即得。

白經高弧 地平高下差為一率。半徑為二率。南北差為三率。求得白經高弧之餘弦。

務民彙算學 朔食九里星差 卷之中

對借弧角

半和半較角

半存弧

北極出地度

對距弧角 並同第十一術。

距弧 對距弧角餘割為一率。白經截弧正弦為二率。地平高下差為三率。求得距弧。

朔時

偏東西度 並同第十一術。

設時 同第十五術。

設時距弧

設時赤道度

設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角

設時日距天頂

設時高下差

設時視距弧

視緯較

差角

設時視行

食甚視行

食甚分數 並同第十四術。

食甚時刻 設時視行為一率。食甚視行為二率。設時與原時相減。為三率。求得食甚距時。加減原時。即得。

十七求極高若干度見食幾分州郡里差并求其食甚時刻分數

視緯

南北差 同第十四術。

白經截弧 地平高下差為一率。半徑為二率。南北差為三率。求得白經截弧餘弦。

對距弧用角

時刻加減角

借弧 並同第十一術。

半和度半和較度

對北極距天頂角

對距弧角 並同第十二術。

借角 北極距天頂正弦為一率。對北極距天頂角正弦為二率。白經截弧為三率。求得借角正弦。

時刻加減角 與借角相加減。得度。變時。即得。

距弧 同第十六術。

朔時 同第十六術。求得距時。加減所變時刻。即得。

偏東西度

設時

設時距弧

設時赤道度

設時赤經高弧交角

設時白經高弧交角

設時日距天頂

設時高下差

設時視距弧

視緯較

差角

設時視行

食甚視行

食甚分數 並同第十四術。

食甚時刻 設時視行為一率。食甚視行為二率。設時與前變時刻相減。為三率。求得時刻較。加減前變時刻。即得。

南北差視緯 半徑為一率，白經高弧交角餘弦為二率，高下差為三率，求得南北差，加減朔月距日，即

視緯。

兩心視相距 視緯為句，視距弧為股，求得弦，即兩心視相距。

食分 日全徑為一率，十分為二率，併徑內減兩心視相距為三率，求得食分。

十九求某州郡食甚分數時刻并求其初虧復圓時刻

某州郡朔時 同第十八術。

前設時 任設時刻。

前設時距弧

前設時距午赤道度

前設時赤經高弧交角

前設時白經高弧交角

前設時日距天頂

前設時高下差

前設時南北差

前設時視緯

前設時東西差

前設時視距弧 並同第十八術。

視距視緯差角 視緯為一率，視距弧為二率，半徑為三率，求得視距視緯差角正切。

兩心視相距 視距視緯差角正切為一率，半徑為二率，視距弧為三率，求得前設時兩心視相距。

後設時 約計食甚時刻，任意設之。

後設時距弧

後設時距午赤道度

後設時赤經高弧交角

後設時白經高弧交角

後設時日距天頂

後設時高下差

後設時南北差

後設時視緯

後設時東西差

朔食九服里差卷之下

十八求某州郡某時刻見食分數

某州郡朔時 某州郡偏東西度幾時，加減實朔定時，即得。

距弧 四刻為一率，兩經斜距為二率，時刻與朔時相減為三率，求得距弧。

距午赤道度 時刻與半日相減，得較變度，即得。

半總半存弧 北極距天頂與日距北極相加，半之，為半總弧，相減，半之，為半存弧。

赤經高弧交角 半總弧正切為一率，半存弧正切為二率，半距午赤道度餘切為三率，求得半較角正切。

切。半和角加減半較角，即得。

白經高弧交角 赤經高弧交角，加減赤白二經交角，即得。

日距天頂 赤經高弧交角正切為一率，北極距天頂正切為二率，距午赤道度正切為三率，求得日距天頂正切。

天頂正切。

高下差 半徑為一率，地平高下差為二率，日距天頂正切為三率，求得高下差。

東西差 視距 半徑為一率，白經高弧交角正切為二率，高下差為三率，求得東西差，以減距弧，即視距。

設時高下差
 設時南北差
 設時視緯
 設時東西差
 設時視距弧
 設時視距緯差角
 對視行角
 視行旁小角
 兩設時視行
 食甚視行
 食甚時刻
 食甚分數 並同第十九術

二十二求帶食最先見切虧最後見復圓兩州郡里差
 白經高弧交角 地平高下差加併徑為一率。朔月距日為二率。半徑為三率。求得白經高弧交角餘
 赤經高弧交角 白經高弧交角加減赤白二經交角。即得。
 最大距弧 半徑為一率。白經高弧交角正切為二率。朔月距日為三率。求得最大距弧。
 最大距時 兩經斜距為一率。四刻為二率。最大距弧為三率。求得最大距時。
 北極出地 半徑為一率。赤道緯度餘弦為二率。赤經高弧交角餘弦為三率。求得北極出地正弦。
 帶食時刻 半徑為一率。北極出地餘弦為二率。赤經高弧交角正弦為三率。求得距子正赤道度正
 赤道度變時為帶食時刻。
 最大距時加減帶食時刻。即得。
 偏東西度 朔時與實朔定時相減得較。變度。即得。

務民算學 卷之九 九一

用表推日食三差

西法步算多資於表。獨日食未列步法。非缺也。今以新法補之。殊為便捷。餘並與月食同。

- 求一小時日實行
- 前後兩時日離黃道實行相減。得一小時日實行。
- 求一小時月實行
- 前後兩時月離白道實行相減。得一小時月實行。
- 求實行總較
- 日實行與月實行相加。為實行總。相減。為實行較。
- 求差角
- 半黃白大距餘切對數。加實行較對數。內減實行總對數。得差角餘切對數。
- 求斜距黃道交角
- 半黃白大距。加差角。得斜距黃道交角。
- 求斜距對數較
- 一小時三千六百秒對數。加斜距黃道交角正弦對數。內減黃白大距正弦對數。又減一小時月實行對數。得斜距對數較。

務民算學 用表推日食三五

求朔緯對數

半徑對數內減實測黃白距離對數得朔緯對數

求食甚實緯

斜距黃道交角餘弦對數內減朔緯對數得食甚實緯對數

求食甚距離時分

斜距黃道交角正弦對數加斜距對數內減朔緯對數得食甚距離時分對數

求食甚用時

實朔時刻加減食甚距離時分得食甚用時

求半總弧半較數

日距北極與北極距天頂相加半之為半總弧相減半之為半較數

求正弦對數

半總弧正弦對數內減半較數得正弦對數

求餘弦對數

半較數餘弦對數內減半總弧餘弦對數得餘弦對數

求餘割對數

半徑對數倍之內減北極距天頂正弦對數又減平地高下差對數得餘割對數

求設時距午赤道度

設時與十二時相減餘數變赤道度為設時距午赤道度半之為半設時距午赤道度

求設時半較角

半設時距午赤道度餘切對數內減正弦對數得半較角正切對數

求設時半和角

半設時距午赤道度餘切對數加餘弦對數得半和角正切對數

求設時赤經高弧交角

半較角加減半和角北極距天頂則減小則加得設時赤經高弧交角

求設時白經高弧交角

赤經高弧交角加減赤白二經交角白經在赤經東則加西則減得設時白經高弧交角

求高下差對數

赤經高弧交角正弦對數加餘割對數內減距午赤道度正弦對數得高下差對數

求設時東西差

白經高弧交角正弦對數內減高下差對數得設時東西差對數

求設時南北差

白經高弧交角餘弦對數內減高下差對數得設時南北差對數

求設時視緯

設時南北差與食甚實緯相減白經高弧交角內減則加得設時視緯

求設時距分

設時與食甚用時相減得設時距分

求設時距弧

設時距分對數內減斜距對數得設時距弧對數

求設時視距離

設時距弧加減設時東西差在限內者用時前則加用時後則減在限外者用時前則加用時後則減得設時視距離

求設時視距離餘角

設時視距離對數加半徑對數內減設時視距離對數得設時視距離餘角正切對數

求設時兩心視相距

設時視距離對數加半徑對數內減設時視距離餘角正切對數得設時兩心視相距對數

以上各條凡食甚用時食甚近時食甚其時及初虧復圓用時近時其時並同一法其實皆設時也故

統以設時冠之其求三限其時並用前後兩設時求之

求食甚前後兩設時視相距和較

前設時兩心視相距與後設時兩心視相距相加為視距和相減為視距較

求對視行角

前設時視距離餘角加減後設時視距離餘角東則加西則減得對視行角半之得對視行半角

求半和角

對視行半角餘切對數加視距較對數內減視距和對數得半和角餘切對數

求視行旁小角

半和角內減對視行半角得視行旁小角

求兩設時視行

對視行角正弦對數加小視相距對數內減視行旁小角正弦對數得兩設時視行對數

求視行差

視距和對數加視距較對數內減兩設時視行對數得視行差對數

求食甚其時視行

兩設時視行加視行差半之得食甚其時視行

求食甚其時距分

兩設時較對數加其時視行對數內減兩設時視行對數得食甚其時距分對數。

求食甚其時兩心視相距

視行旁小角正弦對數加大視相距對數內減半徑對數得食甚其時兩心視相距對數。

復以食甚其時為設時求其兩心視相距以考其合否合則食甚其時即為定其時否則再求視行以考定其時並如前法。

求初虧復圓前設時

食甚定其時兩心視相距與併徑相加為距徑和相減為距徑較。

距徑和對數加距徑較對數半之加定其時距分對數內減定其時視行對數得初虧復圓前設時距分對數。

求初虧復圓後設時

前設時兩心視相距與併徑相減為距徑較食甚兩心視相距與前設時兩心視相距相減為視距較。

距徑較對數加前設時距分對數內減視距較對數得後設時距分對數。

求初虧復圓其時

兩設時相減為設時較兩設時視相距相減為視距較後設時兩心視相距與併徑相減為距徑較。

設時較對數加距徑較對數內減視距較對數得其時距後設時對數。

求方位角

視距視緯差角加減白經高弧交角得方位角。

造各表簡法

圓不可量綴之以方弧不可比綴之弦矢乘除不可省綴之對數皆不可無立成昔人名之曰鈔曰表皆立成之別名西法有八綴表有對數表萬算皆從此出表之用大矣哉惜其綴造之初取徑行徑布算繁不示人簡易之方令學者望洋興歎如八綴對數一表至今無人知其立表之根者不可謂非缺事也余讀四元玉鑑究心於綴積招差之法推之測圓諸術無所不通蓋綴積者遞加數也招差者連比例也合二術以施之測圓六通四關而簡易之法生焉導源於杜德美氏發揮於董方立氏旁推交通於項梅侶氏戴鄂士氏李秋紐氏幾無遺蘊矣是書集諸家成說參以管見簡益求精凡五術以就正有道君子。

第一術造正弦全表

術曰先設一弧與半徑等依堆垛術求得正負相間各數為初表次置十度弧綫半徑除之依招差術增乘初表各數為表根再任設弧度以十度除之又依招差術增乘表根各數依正負併減遍求全表各弧正弦。

識別得圓周率一圓徑率〇三一八三〇九八八六一八三七九今設半周百八十度半徑五十七度二九五七七九五一三命為五十七度十七分四十四秒八〇六二四六八其弧綫與半徑等。

堆垛術曰：半徑為第一數，正。二除三除第一數，為第二數，負。四除五除第二數，為第三數，正。六除七除第三數，為第四數，負。順是以下，皆如是遞求，至單下若干位，分正負列之，為初表。

五為表根。初表各數，正加負減，得五十七度十七分四十五秒正。表根各數，正加負減，得十度正。七次乘第四數，仍其正負，列之為表根。

招差術曰：十度弧，以半徑除之，得數為乘法，乃置初表。一次乘第一數，三次乘第二數，五次乘第三數，七次乘第四數，仍其正負，列之為表根。

初表各數，正加負減，得五十七度十七分四十五秒正。表根各數，正加負減，得十度正。求全表招差術曰：六十度以內，二萬一千六百弧，任指一弧，為實，十度為法，除之，得數為乘法，乃置表根。

一次乘第一數，二次乘第二數，三次乘第三數，四次乘第四數，依正負併減，為一弧正。全表各弧，皆依此術求之。

六十度以外之弧，減去六十度，餘為小弧，又以小弧轉減六十度，餘為中弧，中小兩弧正弦相併，為大弧正弦，次列入全表。

右一術分為三層，皆極簡明，不相雜。初表以半徑為弧，入算，故求表根時，以半徑為除法，表根以十度弧，入算，故求全表時，以十度為除法，由表根而十分取一，二分取一，三分取一，得由度而分，由分而秒，各正弦，又由秒而二倍之，三倍之，以至千萬倍之，得全表正弦，其術並同，舉其簡易，明瞭者如下。

十分弧之一 第一數降一位，第二數降三位，第三數降五位，第四數降七位，依正負併減。

百分弧之一 第一數降二位，第二數降六位，第三數降十位，第四數降十四位，依正負併減。

千分弧之一 第一數降三位，第二數降九位，第三數降十五位，第四數降二十一，依正負併減。

二分弧之一 二除第一數，八除第二數，三十二除第三數，百二十八除第四數，除法遞進以四。

三分弧之一 三除第一數，二十七除第二數，二百四十三除第三數，二千一百八十七除第四數，除法遞進以九。

無論若干分弧之一，皆以分母為法，一次除第一數，三次除第二數，五次除第三數，七次除第四數，無論二倍、三倍、四倍、五倍、皆以倍數為乘法，一次乘第一數，三次乘第二數，五次乘第三數，七次乘第四數。

無論若干分弧之幾，皆以分子為實，分母為法，除之，得數為乘法，一次乘第一數，三次乘第二數，五次乘第三數，七次乘第四數，並同一術。

第二術造正矢全表。術曰：先設一弧，與半徑等，依堆垛術，求得正負相間各數，為初表。次置十度弧，自乘，半徑除之，依招差術，增乘初表各數，為表根。再任設弧，自乘，以十度自乘除之，又依招差術，增乘表根各數，依正負併減。

遍求全表各弧正矢，堆垛術曰：二除半徑，為第一數，正。三除四除第一數，為第二數，負。五除六除第二數，為第三數，正。七除八除第三數，為第四數，負。順是以下，皆如是遞求，至單下若干位，分正負列之，為初表。

招差術曰：十度弧，自乘，半徑除之，得數為乘法，乃置初表。一次乘第一數，二次乘第二數，三次乘第三數，四次乘第四數，仍其正負，列之為表根。

初表各數，正加負減，得五十七度十七分四十五秒正。表根各數，正加負減，得十度正。求全表招差術曰：六十度以內，二萬一千六百弧，任指一弧，為實，十度自乘，為法，除之，得數為乘法，乃置表根。

一次乘第一數，二次乘第二數，三次乘第三數，四次乘第四數，依正負併減，為一弧正。全表各弧，皆依此術求之。六十度以外之弧，減去六十度，餘為小弧，又以小弧轉減六十度，餘為中弧，小弧矢加半徑，減去中弧矢，得大弧矢，次列入全表。

十分弧之一 第一數降二位，第二數降四位，第三數降六位，第四數降八位，依正負併減。

百分弧之一 第一數降四位，第二數降八位，第三數降十二位，第四數降十六位，依正負併減。

千分弧之一 第一數降六位，第二數降十二位，第三數降十八位，第四數降二十四位，依正負併減。

二分弧之一 四除第一數，十六除第二數，六十四除第三數，二百五十六除第四數，除法遞進以四。

三分弧之一 九除第一數，八十一除第二數，七百二十九除第三數，六千五百六十一除第四數，除法遞進以九。

無論若干分弧之一，皆以分母自乘為法，按次數分別除之。

無論二倍、三倍、四倍、五倍、皆以倍數自乘為乘法，按次數分別乘之。

無論若干分弧之幾，皆以分子自乘為實，分母自乘為法，除之，得數為乘法，按次數分別乘之。

第三術造正切全表。術曰：先求各數乘法，以乘第一術初表，不分正負，列之為初表。次置十度弧，半徑除之，依招差術，增乘初表各數，為表根。再任設弧，以十度除之，又依招差術，增乘表根各數，併之，備求全表各弧正切。

第一數乘法一，第二數乘法二，第三數乘法一六，第四數乘法二七二，第五數乘法七九三六，第六數乘法三五三九九二，第七數乘法二二三六八二五六，第八數乘法一九〇三七五七三一二，第九數乘法二〇九八六五三四二九七六，第十數乘法二九〇八八八五一二八三二。

堆垛術曰：置第一術初表第一數，乘第一乘法，第二數乘第二乘法，第三數乘第三乘法，第四數乘第四乘法，順是以下，皆如是，不分正負，列之為初表。

求全表招差術曰全表三萬二千四百弧任指一弧為實十度為法除之得數為乘法乃置表根一次乘第一數三次乘第二數五次乘第三數七次乘第四數併之為一弧正切全表各弧皆依此術次第求之

十分弧之一百分弧之一千分弧之一並如第一術降位併之。二倍弧之一三分弧之一若干分弧之一並如第一術遞除併之。二倍弧三倍弧若干倍弧並如第一術遞乘併之。無論若干分弧之幾均如第一術乘除併無減與第一術異。

第四術造八綫對數全表

術曰先造弦切對數較一綫表用對數根乘半徑依第二術初表法求得初表之根又以第三術乘法分行乘之不分正負列為初表次以十度弧自乘半徑除之依招差術增乘初表各數為表根再任設弧度自乘以十度自乘除之又依招差術增乘表根各數備求全表各弧弦切對數較列為一綫表依法加減得八綫分別列之為全表

對數根見第五術

堆梁術曰二除半徑乘對數根為第一數。三除四除第一數為第二數。五除六除第二數為第三數。七除八除第三數為第四數。順是以下皆如是不分正負列之為初表之根次以第一乘法乘第一數第二乘法乘第二數第三乘法乘第三數第四乘法乘第四數如是備乘此不分正負列之為初表。招差術曰十度弧自乘以半徑除之得數為乘法乃置初表一次乘第一數二次乘第二數三次乘第三數四次乘第四數不分正負列之為表根。

求一綫全表招差術曰全表三萬二千四百弧任指一弧自乘為實十度自乘為法除之得數為乘法乃置表根一次乘第一數二次乘第二數三次乘第三數四次乘第四數併之為一弧弦切對數較全表各弧皆依此術次第求之備列為一綫表

十分弧之一百分弧之一千分弧之一並如第二術降位併之。二分弧之一三分弧之一若干分弧之一並如第二術遞除併之。二倍弧三倍弧若干倍弧並如第二術遞乘併之。無論若干分弧之幾均如第二術併無減與第二術異。

識別得正弦正切對數較。即半徑除弦對數較。亦即半徑正割對數較。亦即除切餘割對數較。又即通弧通弦倍弧正弦對數較。又即外弧通弦倍弧大矢對數較。又即圓徑與外弧通弦對數較。

總名曰股弦對數較

除弦除切對數較。即半徑正弦對數較。亦即半徑餘割對數較。亦即正切正割對數較。又即外弧通弦倍弧正弦對數較。又即通弧通弦倍弧正矢對數較。又即圓徑與通弧通弦對數較。總名曰句弦對數較。

又識別得半弧弦切對數較。加本弧正弦對數。即本弧通弦對數。半弧弦切對數較。加本弧大矢對數。即外弧通弦對數。半弧弦切對數較。倍之。加本弧大矢對數。即圓徑對數。二之對數。正對數。倍之。為正矢大矢兩對數之和。

求八綫術曰檢一綫表。取本弧弦切對數較。以減半徑對數。得餘弦對數。象限內減本弧為餘弧。檢一綫表。取其弦切對數較。以減半徑對數。得正弦對數。正弦對數。加弦切對數較。得正切對數。半徑對數。加弦切對數較。得正割對數。半徑對數。倍之內減正切對數。得餘切對數。餘切對數。加弦切對數較。得餘割對數。本弧折半為半弧。檢一綫表。取其弦切對數較。倍之。以減圓徑對數。得大矢對數。正對數。對數。倍之內減大矢對數。得正矢對數。餘弧折半為半餘弧。檢一綫表。取其弦切對數較。倍之。以減圓徑對數。得餘弧大矢對數。餘弦對數。倍之內減餘弧大矢對數。得餘矢對數。

第五術造對數全表

術曰先求對數根。設長三關一之長方。積取十分之一為第一小方長。長折半。其長闊和一除之。為第一數。十分小長方之一。為第二小長方。長又折半。其長闊和二除之。為第二數。十分第二小長方之一。為第三小長方。長又折半。其長闊和三除之。為第三數。十分第三小長方之一。為第四小長方。長又折半。其長闊和四除之。為第四數。順是以下皆如是遞求。至若干位。乃相併。為除法。以除單一得對數根。

省算法。以二除三。加二千于末位。一除之。為第一數。以四除三。加四千于末位。二除之。為第二數。以八除三。加八千于末位。三除之。為第三數。以十六除三。加一六千于末位。四除之。為第四數。求至若干位。相併。為除法。與對數根為連比例三率。

首率二二〇二五八五〇九二九九四〇四五七七
中率一

末率〇四三三四二九四四八一九〇三二五一一八一

求全表術曰。任借一對數之真數。與所設真數相加。為和。相減。為較。倍較乘對數根。以和除之。為第一數。以較除和。得數。又自乘。為通用除法。以除第一數。為第二數。除第二數。為第三數。除第三數。為第四數。分行依次列之。再以一除第一數。三除第二數。五除第三數。七除第四數。求至若干位。相併。為對數較。加減所借之對數。得所設真數之對數。借小求大。加借大求小。減。

又法先求表根。與前四術一例。附載于後。

堆梁術曰。倍對數根。為第一數。三除第一數。為第二數。五除第一數。為第三數。七除第一數。為第四數。順是以下。皆如是。依次列之。為表根。

招差術曰。借或與真數相加。為和。相減。為較。以較除和。得數。為除法。乃置表根。一次除第一數。三次除第一數。

二數五次除第三數。七次除第四數。遞求至若干位。相併。為對數較。與前所得同。

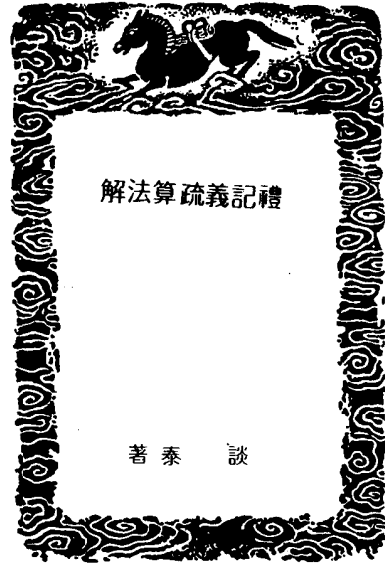
和十較一者。表根第一數降一位。第二數降三位。第三數降五位。第四數降七位。併得對數較。如九與十一。和^和三十八與二十二。和^和四十五與五十五。和^和八十一與九十九。和^和九十九與百二十一。和^和三十三。以至九萬與十一萬。較^和二十萬。凡比例等者。其對數較皆同。

和百較一者。表根第一數降二位。第二數降六位。第三數降十位。第四數降十四位。併得九九與一〇一之對數較。和^和二。其餘如一九八與二〇二。和^和四百。凡比例等者。對數較皆同。

和二較一者。二除表根第一數。八除第二數。三十二除第三數。百二十八除第四數。併得一與三之對數較。和^和四。其餘如二與六。和^和八。三與九。和^和十二。凡真數之比例等者。對數較皆同。

和三較一者。三除表根第一數。二十七除第二數。二百四十三除第三數。二千一百八十七除第四數。併得四與二。和^和六。之對數較。亦即二與一之對數較。實即二之對數。和^和一。之對數為〇。其餘如十與五。和^和五。十與二十。和^和三。十。凡比例等者。對數較皆同。

凡倍一求對數者。對數較即所求之對數。



禮記義疏算法解

上元談 泰著

江寧傅春官校刊

子既考亦水遺珍畢復讀 欽定義疏其法以折數立算而得數亦自渾合始知梅氏之說故有不盡然者不可不知也爰取義疏本文詳釋如左

義疏曰以古步六尺四寸自乘得四十九尺九寸六分爲古一步之積與百畝一萬步相乘得四十九萬九千六百尺謹案此一尺當百寸又案梅氏以八尺自乘以乘百畝爲實此以古步折實之數自乘以乘百畝爲實則與梅氏爲古百畝之積以今步五尺一寸二分自乘得二十六萬二千一百四十四分謹案梅氏以今步六尺折實之數自乘爲爲今一畝之積以方百畝之積爲實以今一畝之積爲法除之得一百五十六畝二十五步即古百畝當今畝之數也

案梅氏之法自謂簡捷可免折實之繁今觀義疏即以陳雲莊所云五尺一寸二分以正孔疏之誤者詳衍算術與赤水遺珍所得無異可謂以矛刺盾矣然其爲異除同乘則無弗合也試仍以三率排之

法

- 一率 今步積二十六萬二千一百四十四分爲
- 二率 古田一萬步
- 三率 古步積四十萬九千九百九十分
- 四率 今田一萬五千六百二十五步

又案義疏言畝數甚晰蓋以正陳氏之誤耳然里數未之詳也今依求畝法推之其數亦與前合擬補如後

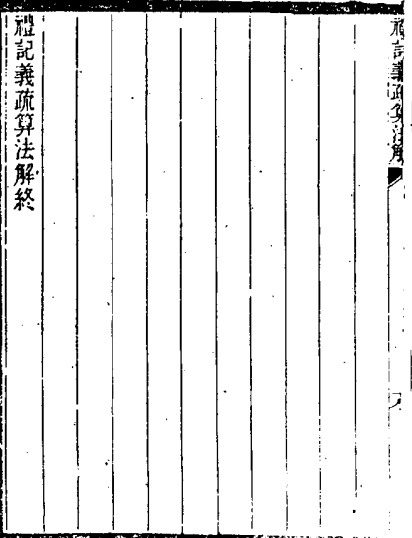
法曰以古步六尺四寸乘百里三萬步得一萬九千二百尺爲古百里之數梅氏以百里乘古步八尺爲六尺四寸又以今步五尺一寸二分與每里三百步相乘得一千五百三十六尺爲今一里之數梅氏以今寸爲法此以每以古百里之數爲實以今一里之數里乘今步爲法以古百里之數爲實以今一里之數爲法除之得一百二十五里爲古百里當今里之數也

- 一率 今一里一十五萬三千六百分爲法
- 二率 古一步六百四十分相乘得一千九百
- 三率 古百里三萬步 二十萬分爲實
- 四率 今一百二十五里得此數

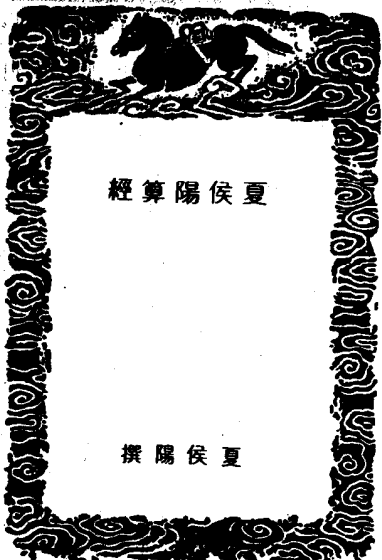
此條算數雖合而三率比例之理未顯不若仍以今步五百十二分爲一率方與二率相準如以三萬步爲三率則所得之四率爲三萬七千五百步再以二百步爲里收之則得數仍相符而比例之理了然矣若以今步五尺一寸二分爲一率古步六尺四寸爲二率古百里爲三率亦得百二十五里爲四率蓋今步與古步若古里與今里也是爲捷法

案求里之法必如義疏所云其理始明若梅氏概從簡捷則立算根源無從考究矣第立算雖殊而得數則一由前之法則以簡勝繁由後之法則以繁知簡不妨並存以徵其同異沈括所謂算術不患多學者此也然非深知常法而遵從事於簡則舛錯多端其可窮詰是又算家所當知

又案康成之法正義全未通曉所釋里畝諸數章強支離并非立法本意得義疏及遺珍發明之則有目共觀炳若日星矣其中分合異同非研精九數者固難與問津而近世讀經之士皆視爲不急之務置而不觀此經學所以難明而六藝久爲絕學也



禮記義疏算法解終



夏侯陽算經原序

夏侯陽撰

夏侯陽算經原序

夫博通九經為儒門之首學該六藝為技兩之宗若非
材性通明孰能與于此也然算數起自伏羲而黃帝定
三政為十等算百四以苦九章逮乎有虞乃同律度量
衡凡子曰漢世置算法漢備五數起十一協于十長
千百大于十衍于萬度量短者不失毫釐數多者不
失沙撮權輕重者不失黍粟五曹孫子述作滋多既
劉歆為之詳釋稽之往古妙絕其能備校今時少有闕
見余以總志為志好其文 尋古今備覽差互其如明數
造術非曉端倪尋致遺言頗如梗槩且課租庸調無術
可憑步數奇殘苦難備求變米穀經旨未曉正耗共
升何由剖析三分五分取一法理為明焉况今令式與
古數不同奚能則定代相沿革互議短長經術尤深難
可意測是以跋涉川陸參會宗流釐定研精刊發就省
祛蕩疑惑括諸古法溯窮毫芒詳釋異同列之于左

夏侯陽算經

夏侯陽算經目錄

武英殿聚珍版

卷上

明乘除法

辨度量衡

言解法不同

深和庸調

論步數不等

變米穀

卷中

求地稅

分祿料

計給糧

定廩價

稱輕重

卷下

說諸分

臣等謹案隋經籍志有夏侯陽算經二卷再藝文
志列夏侯陽算經一卷魏鸞注又韓延夏侯陽算
經一卷韓延似作注者姓名而直齋書錄解題載
元豐京監本乃云三卷無注蓋傳寫互有分合故
卷帙各異也然皆不言陽為何代人安陽自序有
云五曹孫子述作滋多魏鸞劉徽為之詳釋則其
人在魏鸞後唐書魏鸞注三字附片序文而魏鸞
書內又稱宋元嘉二年徐受重結銅斛至梁大同
元年魏鸞校之則陽疑隋初人去梁稍遠故曰梁
斛斗尺為古所用其辨度量衡云在京諸司及諸
州各給稱尺并五尺度斗升合等樣皆銅為之倉
庫合諸道兩所在官造大者五斛中者三斛小者
一斛以鐵為線勘平印書然後給用及課租庸調
章稱賦役合論步數不等章稱雜合田令之屬皆
據隋制言之則陽為隋人蓋無可疑唐書魏鸞志
所列算書十種此居其一蓋當時木應之合中肆
習攷課今傳本久佚惟永樂大典內有之然逐條
割裂分兩九章算術各類之下幾于治絲而琴絳

夏侯陽算經

目錄

夏侯陽算經

武英殿聚珍版

不得其端緒幸尙載原序原目猶可以尋繹編次
條貫其文今衰輯排比仍依元豐監本始為三卷
其十有二門亦從原目其書務切實用雖九章古
法非官曹民事所必需者亦略而不載于諸算經
中最高簡要且于古今制度異同多資攷證尤足
寶重云乾隆四十一年二月恭校上

總纂官侍讀學士陸錫熊

侍讀學士臣紀昀

纂修官庶吉士臣戴震

十一斛七斗二升八十一分升之六十八

術曰置周尺數有相乘以高乘之三十六而一得積尺

以解法除之即粟數

今有倉南北一丈五尺東西三丈五尺高八尺問受粟

幾何答曰二千五百九十二斛五斗九升二十七分升

之七

術曰以東西南北丈尺相乘又以高乘之得積尺以解

法除之即粟數

今有倉廣二丈六尺長三丈四尺深一丈二尺中有二

柱長一丈二尺圓三尺牽二枚長二丈六尺方五寸梁

二枚長二丈六尺方三寸問受粟幾何答曰六千二百

四十斛一斗二升八十一分升之二十八

術曰置廣長相乘以其深乘得一萬六千八百八尺柱圓三

尺皆相乘得九尺以乘其長得一百八尺倍之得二百

一十六尺以十二除之得一十八尺牽方自相乘退位

得二寸五分復乘其長得六尺五寸倍之得一十三尺

梁方自乘得九尺復乘其長得二百三十四尺倍之得

四百六十八尺并柱牽梁今原本脫梁字得四百九十九

九尺以減大數餘一萬一百九尺以解法除之即粟數

今有方倉長三十一丈六尺廣七十二尺高一十七尺

中有九柱各圓三尺五寸長十七尺又有六柱各方二

尺八寸長十七尺梁二枚長三十二尺厚廣二尺牽三

枚今原本脫牽字今補牽字今補牽字今補牽字

日二十三萬七千八百九十九斛四十三升五十四分

升之五十三

術曰置長廣相乘以高乘為實圓柱自乘以乘長十二

而一九因之為實方柱自乘以乘長六因之為實梁厚

又侯國算經

廣相乘以乘長三因之為實牽方自乘以乘長三因之

為實并柱牽牽等減倉實入以解法除之即粟數

課租庸調

賦役令謂戶一丁租粟二斛其調各隨鄉土所出絹纈

各二丈布二丈五尺輸絹纈者絹三兩輸布者麻三斤

若當戶不成端匹屯練者皆丈尺折半之

求庸七尺五寸法置丁數三因之折半丈尺折半之

又法置丁數以七尺五寸為法乘之以五丈除之不滿

為奇丁丈尺他皆做此

又法重張丁數下位退一等五因之以添上位丈尺折

半

又法置丁數三而五之丈尺折半之

凡年終除閏月外有二月謂五月十月九月為農事之

月免庸若役五十日租庸調並免他皆做此

求每丁開有二尺五寸法置丁數每丁下原本有布二端二

尺五寸置丁數凡二十六字仰上交術復在此今補

求有閏年每丁布二端二丈二尺五寸法置丁數下原本

本有五因之丈尺折半之求有閏年每丁布二端二丈

二尺五寸置丁數凡二十六字仰上交術復在此今補

正七而七之退一等折半丈尺折半之折半四字今補

又法置丁數以二百四十五乘之退二等丈

尺折半之

求庸開布每下一端三丈二尺五寸法重置丁數各三

因之下位退一等添頭位說半之其丈尺以下更半之

求無閏年每丁布二端一丈五尺法重置丁數上位二

因之下位退一等三因之丈尺折半添上位

又法置丁數以二十三乘退一等丈尺折半之

又法置丁數以二十三乘退一等丈尺折半之

又法置丁數以二十三乘退一等丈尺折半之

求每丁調練布四丈法置丁數八因退一等丈尺折半

之

求每丁閏年庸調布二端二丈二尺五寸此即上求

布二端二丈二尺五寸法而立時各列置丁數之位頭

位二因也中位退一等四因也下位退二等五因也丈

尺半之百丁已上不折半并三位即都數此下原本

一位端也中位退一等二因也下位退二等五因也

也奇丁丈尺折半三位即得凡三十六字併上下文行

今補正

若每丁庸調并騰布二丈五尺都當二端二丈五尺亦

列丁數二位頭位二因也下位退一等五因也奇丁丈

尺折半之并二位得都數

若每丁庸調并騰布一尺六寸七分都當二端一丈六

尺六寸七分亦列丁數五位頭位二因也次位退一等

三因也次位退二等三因也次位退三等三因也下位

退四等四因也奇丁丈尺折半之并得都數

凡算布從丈尺以下皆倍本因之數

論步數不等

田曹以六尺為步三百步為一里此古

雜令諸度地以五尺為一步三百六十步為一里

田令諸田廣一步長二百四十步為畝畝百為頃此今

方田四方形等術曰方自乘為積步以畝法除之

畝田從長而廣術曰以從廣相乘為積步以畝法除

之

腰鼓田形似腰術曰并三廣以三而一乘長為積步以

畝法除之

圓田形如術曰周自乘以十二而一得積步

又術周乘徑四而一亦得

又術半周率半徑亦得各得積步竝以畝法除之
環田此外周而術曰并外內周而半之以徑乘為積步
以畝法除之

九田形如圖術曰徑乘周四而一得積步以畝法除之
圭田形如圖術曰半長乘廣為積步以畝法除之

弓形如圖術曰矢乘弦矢又自乘并之二而一以畝法
除之

箒田形如圖術曰并二廣而半之以乘長為積步以畝
法除之

四下等田二廣二長術曰并二長而半之又并二廣而
半之相乘為積步以畝法除之

今有田二十一頃七十八畝一百八十步問為方幾何
答曰七百二十三步奇百七十一步

術曰先置頃畝于上以二百四十步乘之得五十二萬
二千七百二十步內空一百八十步以開方除之借一

算為下法步之起一位一百止萬上置上商七百下亦
置七萬于實位之下下法之上命上商除實說倍方為

一十四萬方法一退下法再退又置上商二十于前商
又置二百于方法之下下法之上名曰開法以方開

法皆命上商以除實說倍開法為四百從上方法一
退下法再退又置上商三十于前商二十之後又置三

于方法之下下法之上名曰開法以方開二法皆命上
商除實說倍開法得六從上方法得一千四百四十六

即是上方得七百二十三步奇一百七十一步

變米穀
倉庫令云其折糙米者稱三斛折納糙米一斛四斗
若穀求米法十四乘三除折退一等

夏侯陽算經卷上

夏侯陽算經卷上
又法四二乘九除一四乘三除此句即上十四二八
乘六除

若米求穀法三乘十四除
又法九乘四二除三乘一四除此句即上三乘六乘
二八除

粟五斗為糶米三斗三升乘之五十而一為糶米二斗
七升二十七乘之五十而一為糶米三斗四升二十四

乘之五十而一為糶米二斗一升二十一乘之五十而
一

今有粟五千五百一十斛九斗欲每斛為糶米六斗糶
米五斗四升糶米四斗八升糶米四斗二升問各幾何

答曰糶米三千三百六斛五斗四升糶米二千九百七
十五斛八斗八升六合糶米二千六百四十五斛二斗

三升二合糶米二千三百一十四斛五斗七升八合
術曰置粟退一等以六斗乘為糶米以五斗四升乘為

糶米以四斗八升乘為糶米以四斗二升乘為糶米
進求乘法置糶米數以五因之三除之置糶米數以上

十之以五斗四升除之糶米各以本米數除之皆得本
粟

今有穀一千八百四十三斛八斗三升欲依租變米每
穀三斛為米一斛四斗問合得米幾何答曰八百六十

斛四斗五升四合
術曰置穀數以一斛四斗為法乘之以三斛為法除之
得米數

夏侯陽算經卷上

夏侯陽算經卷中
求地稅
今有田三百七十九畝畝出稅穀三升納官每斛加二
升耗問輸正及耗各幾何答曰正一十一斛三斗七升

耗二斗二升七合四勺
術曰置田畝數以三升因之得一十一斛三斗七升為
正又二因之得二斗二升七合四勺為耗

今有田一畝計稅穀三升問一步合計幾何答曰一步
一勺二抄五撮

答曰置穀三升再上十之為三百勺以二百四十步為
法除之即得

今有地收穀一千二百六十二斛九斗六升七合三勺
別別加二升耗問正耗共計幾何答曰一千二百八十八

斛九斗二升四升六合六勺四抄六撮
術曰置穀以隔位加二即得

今有上管田七十四畝一百五十三步畝別計米六斗
輪官官令納穀三斛準米一斛四斗問米及穀各幾何

答曰米四十四斛七斗八升二合五勺穀九十五斛九
斗六升二合五勺

術曰置畝數以二百四十步乘之內餘步得一萬七千
九百一十三步為實以上田解法四百步除之得米數

欲求穀者以三斛因米為一百三十四斛三斗四升七
合五勺以米一斛四斗除之

欲知上田一斛計步數者置田一畝二百四十步以米
六斗為法除得四十步計米一斗以斗法上十之為四

百步即解法

上田一步計米二合五勺欲知者置米六斗再上十之

夏侯陽算經卷中

以二百四十步除之見每步之數

今有次官田五十七畝一百五十步畝別計米五斗輸

官官亦令納穀三斛準米一斛四斗問米及穀各幾何

答曰米二十八斛八斗一升二合五勺穀六十一斛七

斗四升二十八分升之三

術曰置畝數以二百四十步乘之內一百五十步得一

萬三千八百三十步為實以次田法四百八十步除之

得米數欲求穀以三斛問米得八十六斛四斗三升七

合五勺以米一斛四斗除之得穀數不盡者與法俱倍

之命分

何以知次田四百八十步為法術曰置二百四十步于

上米五斗為法而一得四十八步以為一斗之法上十

之為四百八十步即解法

欲知田一步計米二合一十二分合之一術曰置米五

斗再上十之為五百合為實以二百四十步除之得二

合不盡者退位與法俱半之命分即見每步之法

今有下官田八十九畝一百九十五步畝別計米四斗

輸官官亦令納穀三斛準米一斛四斗問合計米及穀

幾何答曰米三十五斛九斗二升五合穀七十六斛九

斗八升一十四分升之三

術曰置田畝數以二百四十步乘之內一百九十五步

得二萬一千五百五十五步為實以下田法六百步

除之得米數欲求穀者以三斛因米得一百七斛七斗

七升五合為實以一斛四斗除為穀數不盡者命分

何以知下田六百步為法術曰置二百四十步以米四

斗為法除得六十步為一斗之法上十之為六百步乃

為一斛之法

欲知下田一步計米一合三分合之二術曰置米四斗

再上十之為四百合為實以二百四十步除之得一合

不盡者與法俱八約之命分

分祿料

今有官本錢八百八十貫文每貫月別收息六分計息

五十二貫八百文內六百文充公辦食料五十二貫二

百文逐官高卑共分太守十分別駕七分司馬五分錄

事參軍二人各三分司倉參軍三分司法參軍三分司

戶參軍三分參軍二人各二分問各錢幾何答曰太守

十分計十二貫七百三十一文四十一分文之二十九

別駕七分計八貫九百一十二文四十一分文之八

馬五分計六貫三百六十五文四十一分文之三十五

錄事參軍二人各三分各得三貫八百一十九文四十一

一分文之二十一二人共七貫六百三十九文四十一

分文之一司倉參軍三分計三貫八百一十九文四十一

一分文之二十一司法參軍三分計三貫八百一十九

文四十一分文之二十一司戶參軍三分計三貫八百

一十九文四十一分文之二十一參軍二人各二分各

二貫五百四十六文四十一分文之十四二人共五貫

九十二文四十一分文之二十八

術曰置本錢八百八十貫文以六因之退二位為億數

先除六百文公辦食料餘令諸官均分并諸分得四十

一分為法除之得一貫二百七十三文不盡四十一分

文之七則置之各以所求分乘之各得其錢及分數

今有縣令每月課料七貫三百六十一文五分二釐尋

節交承舊官任六日新官任二十四日問新舊官各得

得五貫八百八十九文二分一釐六毫

術曰置錢數以三十日為法除之得一日之錢二百四

十五文三分八釐四毫六因之得舊官數又四因之得

新官數

計給糧

今有兵九千五百六十七人人給糶二匹問糶幾何答

曰一萬九千一百三十四匹

術曰置兵數以二因之即得

今有兵六千七百九十二人人給米二升問一日一月

一年各幾何答曰一日一百三十五斛八斗四升一月

四千七十五斛二十一年四萬八千九百二斛四斗

術曰置兵數以二因之得一日之數上十之得十日之

數以三因之得一月之數以十二因之得一年之數

今有馬七千六百八十四匹日給料五升問一日幾何

答曰一日三百八十四石

術曰置馬匹數以五因之得三萬八千四百升再退為

石數原本脫

今有粟三千八百四十斛欲給馬每匹五升問給幾何

答曰給馬七萬六千八百匹

術曰置粟數再上十之為升以五升除之得馬匹數

今有酒五百六十五斛八斗三升欲給兵每人三升問

給幾何答曰給兵一萬八千八百六十一人

術曰置酒數再上十之為升以三升除之得兵數

今有兵八萬人凡五兵共給糧二升問日給幾何答曰

日給三百二十斛

術曰置兵數以二因之得一十六萬以五兵除之得糧

今有布二升給五兵見有三百二十斛問給幾何答曰
給兵八萬人

術曰置疊數再上十之為升以五因之得二十六萬以
二升為法除之即得

今有兵四萬八千六百二十五人凡五日給糧一升
問一月幾何答曰一月五千八百三十五斛

術曰置兵數以二因之退二等得五日糧數九百七十
二斛五斗求一月數以六因之

今有醋三升給七兵見有四百五十七斛問給幾何答
曰給兵十萬六千六百三十三人三分人之一

術曰置醋數再上十之為升以七因之又以三升除之
即得

定脚價
今有租布一萬三千七百九十五端三丈七尺送納洛
州許從州到彼別一十八文充水脚又抽一文充積疊

妙于數內抽給其布准時估端別一百五十文問正及
水脚積疊等三色各幾何答曰正布一萬二千二百四
十四端三丈六尺九寸一百六十九分寸之一百三十

九水脚一千四百六十九端一丈八尺四寸一百六十
九分寸之六十四積疊八十一端三丈一尺五寸一百

六十九分寸之一百三十五
術曰置元布數倍丈尺以符一百五十文乘得二百六
萬九千三百六十一文為官置一百五十文加水脚一

十八文又加積疊一文得一百六十九文為法除實得
正布一萬二千二百四十四端不盡一百二十五文進

位五因之得六千二百五十五以下法除之得三丈六尺
九寸不盡者與法俱退位得一百六十九分寸之一百

九寸不盡者與法俱退位得一百六十九分寸之一百

三十九為命分也欲知水脚先置元布數倍丈尺寸以
水脚一十八文乘之得二十四萬八千三百二十三文

三分二毫為實以法一百六十九除得一千四百六十
九端不盡六十二文三分二毫進位五因之得三千一

百一十六以下法除之得一丈八尺四寸不盡一百六
十九分寸之六十四為命分也欲求積疊元布數倍

丈尺寸訖所得以一文因之得一萬三千七百九十五
文七分四毫以法除之得八十一端不盡一百六文七

分四毫進位以五因之得五千三百三十七以下法除
得三丈一尺五寸不盡者與法俱退位得一百六十九

分寸之一百三十五為命分也命字原本訛在
今有布三百九十六端二丈五尺端別一百八十八文充

脚其布準時估端三百六十文竝于數內抽給問正脚
各幾何答曰正二百六十四端一丈六尺六寸三分寸

之二脚一百三十二端八尺三寸三分寸之一
術曰置布數倍丈尺以一百八十八文乘之得七萬一千

三百七十文為實列脚錢一百八十八文并入價錢三百
六十文得五萬四千文為法實如法得脚端不盡九十

文進位因之得四千五百以下法除得八尺三寸不盡
者與法俱一十八約之得三分寸之一為命分以減都

數餘即正
今有布二萬五千四百二十八端二丈七尺欲折布為

轉貨絹其絹四價三貫八百七十文其布端價二貫六
百文問為絹幾何答曰絹一萬七千八百三十三丈九

寸一百二十九分寸之五十九
術曰置布數倍丈尺以價二貫六百文乘之得六萬六

千一百一十四貫二百四文以絹價三貫八百七十文

除之得絹匹不盡二千九百九十四文進位四因之得
一十一萬九千七百六十一原本脫十以下法除之得

三丈九寸不盡者與法俱三約之得一百二十九分寸
之五十九

今有兩稅米一千五百七十八斛九斗送州每斗脚一
十三文竝于身內抽充時估斗別一百三十文問正及

脚各幾何答曰正米一千四百三十五斛三斗六升一
十一分升之四脚米一百四十三斛五斗三升一十一

分升之七
術曰置米數以每石一百三十文乘之為實又置一百

三十文加脚一十三文得一百四十三文為法除得正
米數欲求脚米數以每斗一十三文乘稅數實以一百

四十三文為法除之即脚數
今有兩稅錢一千五百二十四貫二百四十文送州每

貫一十七文七分充脚于身內抽給問正錢及脚價各
幾何答曰正錢一千四百九十七貫七百三十三文一萬

一百七十七分文之一千七百九十脚價二十六貫五
百九文一萬一百七十七分文之八千三百八十七

術曰置稅錢數以一貫文方一十七文七分為一貫一
十七文七分為法除之得正錢數欲求脚價以一十七

文七分為法乘正錢得脚價
稱脚豆
今有戶五百六十五戶別納絲一斤一十一兩八錢問

得絲幾何答曰八石五斤三兩八錢
術曰置戶數下列二十七兩以二十四錢乘之內八錢

為六百五十六錢以乘戶數得三十七萬六千四百十錢
以二十四錢為法除得一萬五千四百四十三兩六八

錢

得幾何答曰得銀一萬五百一十五隻

術曰置錢數以三因之五而一即得

今有錢二貫四百文買錫一斤問兩錫各幾何答曰

兩一百五十五文錫六文二分五釐餘六分二釐五毫

術曰置錢數以十六除之得兩價欲知錫價即置兩價

以二十四除為錫價退錫價一等為索價

今有十五家共納兩稅錢一十貫文甲三人各一貫

文乙五人各七文丙七人各五文丁五人各三文

都卻還七貫三百問隨元納數給付各幾何答曰甲三

人各還七十三文乙各還七十七文丙各還七十一文

丁各還六十五文戊各還五十九文

術曰置都還數以百除之所得為每百還錢之數置百

文或之餘為每百錢在庫之數各置此數以各人所納

錢數乘之各得其數

今有絹一千五百二十五匹三丈七尺五寸欲送州每

匹一十五文充脚並于身內抽給其絹時估每匹一貫

一百文問正及脚各幾何答曰正一千五百五匹一丈

六尺三寸二分三寸之一百五十一脚二十一匹

二丈一尺一寸二分三寸之七十二

術曰置絹數于丈尺已下折半五因以時估一貫一百

文乘得一千六百七十八貫五百三十一文二分五釐

復置一貫一百文加一十五文為法除得一千五百五

匹下盡四百五十六文二分五釐進位四因之得一萬

八千二百五十五以下法除之得一丈六尺三寸不盡者

與法退位倍之得二百二十三分寸之一百五十一欲

知脚價者置元絹數丈尺寸折半五因又以脚錢一十

五文乘之得二千八百八十九文六釐三毫半以

一貫一百一十五文為法除得二十四匹不盡五百八

九文六釐三毫半進位四因之得二萬三千五百六十

文半以下法除之得二丈一尺一寸不盡者如前約

之得二百二十三分寸之七十二

今有絹一匹當脚一十五文問丈尺寸各幾何答曰丈

三丈七分五釐尺三分七釐五毫寸三釐七毫五絲

術曰置脚價一十五文以四丈除之得一丈脚數退一

等得尺再退得寸脚數

今有絹一匹直一貫一百文問丈尺寸各幾何答曰丈

二百七十五支尺二十七文五分寸二文七分五釐

術曰置錢數以四丈除之得丈價一退得尺價再退得

寸價

今有米二千五百六十七斛五斗其米欲每春每八

斗耗一升問春後幾何答曰春米二千二百四十四

六斛五斗六升二合五勺
術曰置米數以七因八除得數
返求米以八因七得
今有米一千五百三十二斛七斗欲貸與人每八升加
息一升問本息共幾何答曰一千七百二十四斛二十
八升七合五勺
術曰置米數以九因八除之
若求元數八因九除之
今有兩稅錢二千貫文欲送州每貫數內抽一十文充
脚問正及脚各幾何答曰正一千九百八十貫一百九
十八文一分文之二脚一十九貫八百一十一文一百
一分文之九十九

術曰置錢數下置一貫文又加脚十文為法除之得正

數卻減都錢餘即脚錢

今有絹五千六百二十五匹欲作襪七條問合幾何

答曰三萬九千三百七十五條

術曰置細數以七因之即得

今有金方一寸重一斤有金方六寸問重幾何答曰二

百一十六斤

術曰置金寸數再乘之即得

今有絹二千四百五十四匹每匹直錢一貫七百文問

幾何答曰四千一百七十一貫八百文

術曰先置絹數七添之退位一等即得

今有布一萬三千四百六十三端二丈五尺六寸每端

直錢一貫八百文問計錢幾何答曰二萬四千二百三

十四貫二百二十一文六分

術曰先置布數丈尺倍之從下八添直至數首退一等

即得

又術退位減一餘以二因之即得

今有布積尺一萬八千四百六十三尺四寸二分問為

端幾何答曰三百六十九端一丈三尺四寸二分

術曰先置尺數以五十尺除之即得

今有絹三千四百六十三匹一丈三尺四寸每匹三貫

五百文問計錢幾何答曰一萬二千一百二十一貫六

百七十二文五分

術曰先置絹數丈尺已下折半五因

尺已下應以四丈除之書內用

首并並云折半五因今計脚

又術從頭七因訖折半即得

今有絹積尺一萬三千四百六十三尺五寸四分問為

端幾何答曰三百六十九端一丈三尺四寸二分

術曰先置尺數以五十尺除之即得

今有絹三千四百六十三匹一丈三尺四寸每匹三貫

五百文問計錢幾何答曰一萬二千一百二十一貫六

百七十二文五分

術曰先置絹數丈尺已下折半五因

尺已下應以四丈除之書內用

首并並云折半五因今計脚

又術從頭七因訖折半即得

今有絹積尺一萬三千四百六十三尺五寸四分問為

端幾何答曰三百六十九端一丈三尺四寸二分

術曰先置尺數以五十尺除之即得

今有絹三千四百六十三匹一丈三尺四寸每匹三貫

術曰先置錢數以四因之退位一得

今有錢五千四百六十三貫四百五十七文準例每貫納

五十二文五分

術曰先置錢折半退位即得

又術以四因之亦得

今有糯米三千四百六十三斛六斗每斗醴酒一斗四

升問酒幾何答曰四千八百四十九斛四升

術曰先置米數以二七因之即得

又術以四添之亦得

今有大豆一萬三千四百五十四斛五斗每斗造豉一

斗五升問豉幾何答曰二萬一百八十一斛七斗五升

術曰先置豉數以五添之即得

又術以一斗五升乘之亦得

今有小麥五萬六千四百七十三斛五斗每斗造麴五

斤問麴幾何答曰二百八十二萬三千六百七十五斤

術曰先置麥數從下五因之即得

今有米一萬三千四百六十四斛五斗每斗糶錢一百

二十文問錢幾何答曰一萬六千一百五十七貫四百

文

術曰先置米數二六因之即得

又術以二添之亦得

今有米一萬三千四百六十五斛四斗三升每斗糶錢

一百三十五文問錢幾何答曰一萬八千一百七十八

貫三百三十五文五分

術曰先置米數三九因之折半即得

又術九因五添亦得

今有糯米八千四百六十七斛五斗每斗五升糶錢

術曰先置米數以四因之退位一得

又術以五兩除之亦得

今有絲一萬三千四百六十七兩問斤幾何答曰八百

四十一斤一十一兩

術曰置絲兩數四折半即斤逢零六添之歸實

又術以十六兩除之亦得

今有兩稅錢四萬三千六百七十五貫二百文抽身內

充腳每貫二百文問正及腳各幾何答曰正三萬六千

三百九十六貫文脚七千二百七十九貫二百文

術曰先置原錢折半六除是正錢數將正錢二因即得

又術但置錢數身外減二得正倍之得腳

今有錢三千四百六十三貫五百文欲每貫塗四十二

文問幾幾何答曰一百四十五貫四百六十七文

術曰先置錢數以六七因之退位即得

今有相四十二匹每匹當錢四貫三百六十六文四分

七毫八毫九絲四忽問錢幾何答曰一百八十三貫三

百九十二文一分一毫五毫四絲八忽

術曰先置絹匹之價以七六因之即得

又術以四添之亦得

今有糯米三千四百六十四斛五斗每斗醴酒一斗四

升問酒幾何答曰四千八百四十九斛四升

術曰先置米數以二七因之即得

又術以四添之亦得

今有大豆一萬三千四百五十四斛五斗每斗造豉一

斗五升問豉幾何答曰二萬一百八十一斛七斗五升

術曰先置米數以八因之十五升除之即得

今有米三千四百六十三斛四斗四升七合一勺每斗

身內抽三合充腳問正脚各幾何答曰正三千三百六

十二斛五斗七升脚一百斛八斗七升七合一勺

術曰先置米數以一斗三合除之得正米以三因之得

脚米

今有糯米三千四百六十四斛五斗七升三合四勺每

斗春得熟米九升問熟米幾何答曰三千一百一十八

斛一斗一升六合六抄

術曰先置米數九因退之即得

又術但從下內減一亦得

今有麻三千四百七十五斛四斗五升每三斛三斗作

油一斛問油幾何答曰一千五十三斛一斗六升三分

升之二

術曰以三斛三斗除得油數不盡約之為命分

今有米三千四百五十六斛每斗身內抽二升充腳問

正脚各幾何答曰正二千二百八十八斛脚五百七十

六斛

術曰先置米數去二得正米以二因退位得脚米

今有兵一萬四千五百七十五人每人給錢一貫四百

四十文問錢幾何答曰二萬九千八百八十八貫文

術曰先置人數添四四即得

又術以人數乘一人所給之數得都錢

今有兵三千四百八十五人每人賜絹一丈三尺問絹

幾何答曰一千一百三十二匹二丈五尺

術曰先置人數添三得丈數以四為法除之得匹

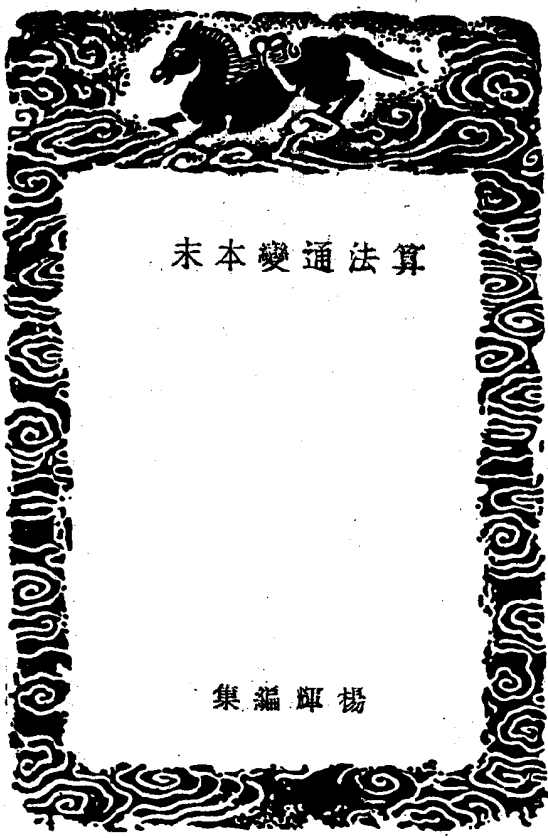
今有開城濠深二丈闊三丈長一里每三尺用一功問
功幾何答曰四萬功

術口先置深濶相乘又以長里通尺乘之為實以功數
方三尺再自乘為法除之即得

今有築城高三丈上闊一丈五尺下闊二丈五尺長一
百丈每方二尺用一功問功幾何答曰七萬五千功

術曰先置上下闊井之折半以高乘之又以長乘之為
實以功數方二尺再自乘為法除之即得

夏侯陽算經卷下



算 法 通 變 本 末 卷 上

楊 輝 編 集

算 法 通 變 本 末 卷 上

錢 塘 楊 輝 編 集

習 算 綱 目

先念九九合數。一一如一至九九八十一。自小至大用法不出於此。

學相乘起例。訂定位。功課一日。

溫習乘法題目。自一位乘至六位以上。訂定位。功課五日。

學商除起例。訂定位。功課一日。

溫習除法題目。自一位除至六位除以上。訂定位。功課半日。

既誠乘除起例。收以五曹應用算法二本。依法術。日下兩三問。請家算法不備。次第今用二卷。以領初學。

且未要窮理。但要知道如何發問。作如何用法答題。如何用乘除。不過兩月。而五曹應用。已算得七八分矣。詳解算法第一卷。有乘除立問一十三題。專說乘除用體。玩味注字。自然開曉。

請家算書。用皮不出(乘)(除)(開方)三法。起例不出(如)(十)二字。下算不出(橫)(直)二位。引而伸之。其機始無窮矣。乘除者。本為深致遠之法。指南算法以(加)(減)(九歸)(求)二旁。求捷徑。學者

算 法 通 變 本 末 卷 上

算 法 通 變 本 末 卷 上

豈容不兼而用之。

學加法起例。訂定位。功課一日。

溫習加一位。加二位。加隔位。三日。

學減法起例。訂定位。功課一日。

加法。乃生數也。減法。乃去其數也。有加則有減。凡學減。必以加法題答考之。庶知其源。用五日溫習足矣。

學九歸。若記四十四句念法。非五七日不熟。今但於詳解算法九歸題術中。細看注文。便知用意之際。而念法用法。一日可記矣。

溫習九歸題目。一日。

求一本是加減。乃以倍折兼用。故名求。其實無甚深奧。卻要知讀用度。卷後具有題術下法。溫習只須一日。

穿除。又名飛歸。不過就本位商數除數而已。詳解有文。一見而曉。加減至穿除。皆小法也。

商除。後不盡之數。法為分母。實是分子。若乘而還原。必用(通分)。分母分子煩者。必用(約分)。諸分母子不齊。而欲併者。必用(合分)。分母子有二。較其多寡者。必用(課分)。均不齊之分者。則用(平分)。斤連

銖。兩正帶尺寸。亦猶分子。非(乘分除分)不能治之。治分。乃用算之喉襟也。如不學。則不足以知算。而諸分。並著九章方田。若以日習一法。不旬日而周知。更以兩月溫習。必能開釋。張丘建算序云。不患乘除為難。而患分母子之為難。以輝言之。分子本不為難。不過位煩。創析諸分。不致差錯而已矣。

開方。乃算法中大節目。勾股旁要演段。積多用例。有七體。一曰開平方。二曰開平圓。三曰開立方。四曰開立圓。五曰開分子方。六曰開三乘以上方。七曰帶從開方。並載少廣勾股二章。作一日學一法。用兩月演習題目。須討論用法之源。庶久而無忘矣。

九章二百四十六問。固是不出乘除開方三術。但下法布置。尤宜編歷。如(互乘五段維乘列衰方程)並列關於卷首。

九章二百四十六問。除習過乘除諸分開方。自餘(方田粟米)只須一日。下篇(衰分)功在立衰(少廣)

全類合分(商功)皆是折變(均輸)取用衰分互乘。每一章作三日演習(位不足方程勾股)用法頗難。每一章作四日演習。更將九章算類消詳。庶知用算門例。九章之義盡矣。

事物紀原。載勾股旁要。本是兩章。今總為一章。詳觀法意。實是兩端。劉徽以旁要之術。變重差減積。為海島九問。劉益以勾股之術。治演段鎖方。讓讓古棋源。二百問。帶益開開方。實冠前古。九章序云。或得一

二。以能自成一家之書。信矣。但海島題法。隱奧莫得其秘。李淳風雖注。祇云下法。亦不曾說其源。讓古

算 法 通 變 本 末 卷 上

根源元無細草但依術演算亦不知其旨自九章勾股而有二書因二書增結諸家之妙序又云九章猶儒者之六經醫家之難索兵法之孫子歟是故勉學者知九章矣

乘除加減用法

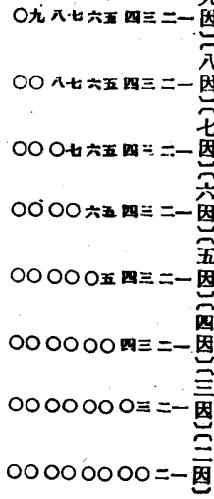
上乘商除用言如對身言十過身
乙三如川添一箇三是三三如丁又添一箇三是三三如冊皆不出本位故曰言如對身三三如冊上更添一箇三是三三如丁其十揭歸上位對下零故曰言十過身
下乘加減用言十當身言如下布

上乘臨了乘實位故取言十過身言如對身下乘與加減並以實為首位凡言十者當身布起若言如數從次位布起故法言十當身言如下布

辨因乘損三法即一

指南算曰乘位名乘兩位三位以上單位名因一位名損一位殊不思三位法乘一位實仍是一位實因三位法知此而因與乘初無異也古人立相乘二字法實通用尤為有證又曰上生出者名(因)為乘以一乘九兩之因又曰口語者為因下(損)出者亦為乘十損一變之十即一也如此因與損即乘之易名也

因損一體圖生數為四名乘通數為損名乘



(九因)(八因)(七因)(六因)(五因)(四因)(三因)(二因)

上乘身前因及商除物求價或法尾之數定實

下乘加減損并商除物求價或法首之數定實

九歸法首是千實上定百法首是百實上定十

相乘六法 一曰單因 二曰重因 三曰身前因 四曰相乘 五曰重乘 六曰損乘

(單因)法曰置乘位為實陰記單位為法從上位因起言十過身言如就身改之定位如乘

議曰因法不獨能乘而亦能除定位如除以單因引用新術解錢九貫文月利一分八釐在庫十一箇月零十七日問息錢若干

(答曰)一貫八百七十三文八分

術曰(三因)月數皆通為日而併零日日上定分以所解錢數(九因)又日利(六因)為息解一貫月利十八文日得六分故用六因

草曰置十一箇月以(三因)併零日共三百四十七以所解錢數(九)因之又日利(六)因之合問

三角塚底層七箇問積幾何日用有圖

(答曰)八十四箇

術曰置底面數張三位本位不加中加一下加二於內取一位可以六除者六除訖以三位相乘為積草曰置底層七箇張三位一箇一長一高本位七箇不加中加一八箇下加二九箇內取九箇可用六除為一箇半以(七因)之又(八因)之合問

又三角塚底層四箇問積幾何

(答曰)二十箇

草曰置底層四箇副置中位加一五箇副置下位加二六箇遇六數不用直以(五四)相(因)得積不用六因亦與六除合問

四隅塚底層六箇問積幾何

(答曰)九十一箇

術曰置底層數張三位上不加中加半下加一內取一位可三除者除訖三位相乘為積

草曰置底層六箇張三位一箇一長一高上不加中加半六箇半下加一七箇內上位六箇三除為

(二)以(因)六箇半又(七因)之合問以六為二免三除也

每人給米五斗共支二百四十六石問給幾人

(答曰)四百九十二人

草曰置米數二百四十六石石上定人(二)因為人數

三千三百三十三人共支米二千七百四十六石問各幾何

(答曰)八斗二升三合八勺

術曰(三)因以代三類為除於元實退四位為不盡零數

草曰置米數二千七百四十六石石為實退四位先命為除不盡零數二斗七升四合六勺(三)因元米

合開。定位如除人上得斗。

吉布二十五匹。稅一今有二千七百四十六匹。匹法四十八尺。問稅幾匹。

〔答曰〕一百九匹四尺三寸二分。

術曰〔四因〕以代二十五除也。

草曰置布數二千七百四十六匹〔四因〕得一百九匹餘八分四釐遇零分以〔六因〕又〔八因〕為尺為寸合開。

錢二千七百四十六貫。買田每畝二十貫。問共買幾畝。

〔答曰〕一百三十七畝七十二步。

術曰〔五因〕以代二除也。

草曰置錢數二千七百四十六貫於百貫上定得數錢〔五因〕得一百三十七畝餘三分遇零分〔三因〕又〔八因〕為步數合開。

支錢二千七百四十六貫。買綾每一丈價值一貫六百六十六文。問合買若干。

〔答曰〕一千六百四十七丈六尺。總餘一貫九十八文四分。

術曰〔六因〕以代一六六除也。

草曰置錢數二千七百四十六貫如前法置上定得丈〔六因〕得一千六百四十七丈六尺副置元錢。退四位置上定得尺〔四因〕為除不盡零數一貫九十八文四分或零錢益尺價者再用本法〔六因〕併之命零合開。

錢二千七百四十六貫。買銀每兩一十四貫二百八十五文。問共買幾兩。

〔答曰〕一百九十二兩二分。總餘一十二文七分三釐。

術曰〔七因〕以代一四二八五除也。

草曰置錢數二千七百四十六貫如前法置上定得兩〔七因〕得一百九十二兩二分副置元錢。折半五退為不盡零錢元貫折半五退得一十三文七分三釐合開。

糶物一十二斤半。稅一今有二千七百四十六斤。問稅幾何。

〔答曰〕二百一十九斤一十兩八錢八分。

術曰〔八因〕以代一二五除也。

草曰置斤數二千七百四十六斤於百斤上定稅兩〔八因〕得二百一十九斤六分八釐斤外零分加六為兩於六分八釐上加六得一十兩八錢八分合開。

粟二千七百四十六石。給一千一百一十一人。問各幾何。

〔答曰〕二石四斗七升一合四勺。總餘二斗七升四合六勺。

術曰〔九因〕以代繁一除也。

草曰置粟數二千七百四十六石如前除人上定得石〔九因〕得二石四斗七升一合四勺副置元粟。退四位為除不盡餘數得二斗七升四合六勺合開。

〔重因〕術曰法數如九九合數者則用重因得六十三用七因九因如四十八用六因八因〔定位〕如乘相二百七十四匹。每匹四十八尺。問共幾尺。

〔答曰〕一萬三千一百五十二尺。

草曰置相數二百七十四匹於匹上定得尺〔六因〕又〔八因〕之。

金二百七十四兩。每兩二十四銖。問共幾銖。

〔答曰〕六千五百七十六銖。

草曰置兩數二百七十四兩於兩上定銖〔三因〕又〔八因〕之。

田二百四十步為畝。亦用此術。但移定位。〔身前因〕謂自十一至十九可於十後加零而十即一也。何二十一至九十一不可於身前用。因乎術曰置實數為身。以前之數於身前如因法求之。言如身前步位。言十身前二位下起〔定位〕如乘。

二百三十二斤。每斤三十一文。問錢幾何。

〔答曰〕七貫一百九十二文。

草曰置斤數為身。斤上定文於〔身前〕〔三因〕之。

定文

三十三

身

三十三

身

三十三

身

三十三

身

三十三

二百三十四斤。每斤四百一十文。問錢幾何。

〔答曰〕九十五貫九百四十文。

草曰置斤數為身。斤上定十於〔身前四因〕之。

定十文四斤

三十三

身

三十三

身

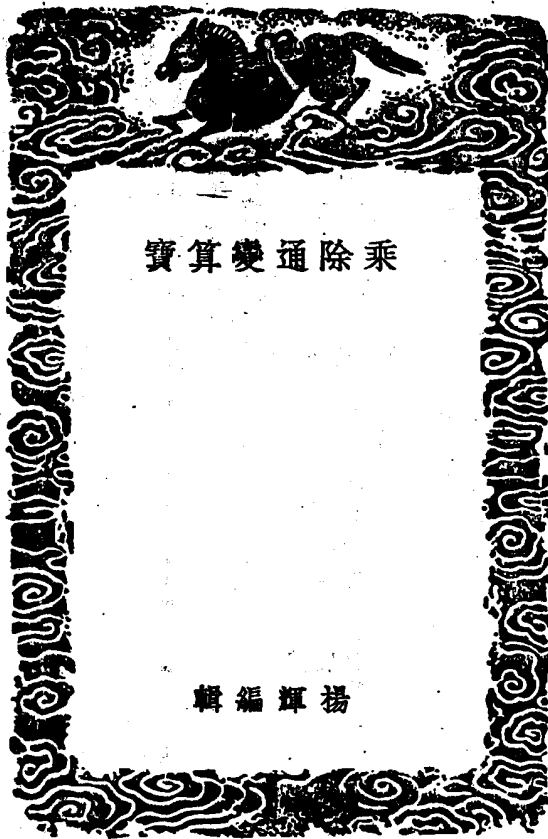
三十三

身

三十三

身

三十三



乘除通變算寶卷中

楊輝編輯

乘除通變算寶卷中

加法五術

一曰加一位。二曰加二位。三曰重加。四曰加隔位。五曰加五位。

(加一位)術曰以所有物數爲實爲身以法首之數定爲得數以所求物價一後零數於身後加之實十當身布起言如次身求之。

足錢九十六貫二百五十文問伸作七十七陌幾何。

(答曰)一百二十五貫文。

草曰足錢爲身身下(加三)銀貫(除一)續加三以一七十七除也置實者退位於第四位除文置足錢爲身上定貫(加三)得一百二十五貫一百二十五文銀貫(除文)上是一百二十五貫下除一百二十五文合問。

出錢二百七十四貫買物每斤六貫二百五十問買得幾斤。

(答曰)四十三斤一十三兩四錢四分。

乘除通變算寶卷中

錢塘楊輝編集

乘除通變算寶卷中

術曰加六以代六二五除也。

草曰置總錢爲實二百七十四貫買上定斤用加求斤得四十三斤八分四釐斤外有分零加六爲兩合問。

(加二位)術曰以所有物數爲實爲身以法首之數定爲所得數以所求物價一後二位零數於實身後先加第二位言十次身布言如隔位加御加第一位言如次身置言十起當身求之。

官收稅錢三百四十二貫每貫扣納頭子錢五十六文問收錢幾何。

(答曰)二十九貫一百五十二文。

頭子錢有加一二折半之法是身外加二位。

草曰置總錢三百四十二貫先隔位加二次加一加畢折半。

定百

二貫一
三三三

先加二如四肆
次加二如二貳

先加二四八肆
次加一四如四

先加三三六六
次加一三三三

三身

空肆
空肆
空肆

折半
合問
壹貳
壹貳

(重加)術曰題法類者約之用加一位之法加訖重加(定位)位。

稅錢二百四十七貫每貫扣納不保省錢一文九分五釐問幾何。

(答曰)四百八十一文六分半。

法身下有二位必煩而用重加。

草曰置稅錢爲身上定文先(加三)又(加五)合問。

又草置一文九分五釐先(加三)又(加九)亦同。

(加隔位)術曰口口口爲身以法數言十身後布起言如隔位加零。

種地一百七畝價一十貫六百元問值幾何。

(答曰)一千一百三十四貫二百文。

草曰置一百七畝畝上定得十貫(隔位)(加六)。

又草置一十貫六百上定得十貫(隔位)(加七)。

定十貫一七畝
身

四十二
肆

空肆
空肆

空肆
空肆

空肆
空肆

空肆
空肆

空肆
空肆

乘除通變算寶卷中

三

加二十三與二十九合數中所無者故立此術法曰如加二位之法先加零數而後入身數(定位)

銅二十九錠每錠二十三斤問重幾何

(答曰)六百六十七斤

草曰置銅數爲身二十九錠於能上定十斤先加三後入身

定十斤九錠身 二十七
命元九加 入身九
成四箇五 命三加
置於元九 如六成五
位上 命五加
二身未進爲十 命十加
二 命十加
位合問 命十加
六 命十加
百 命十加

又置二十三斤爲身斤上定十斤先加九後入身

定十斤三斤 加二十七
命銅九 加十八命
二 命九
肆 命九
二 命九
三 命九
百 命九

減法四術

一曰減一位 二曰減二位 三曰重減 四曰減隔位

(減一位)術曰以出錢數爲實以所求題一後零數爲法從實首位存身得數減零言十當身減言如次身減之

(定位)如除

元納頭子錢一十九貫一百五十二文問本稅錢若干元放稅錢每貫扣頭子錢五十六文

(答曰)三百四十二貫

草曰置元稅錢數(兩折半)作四貫七百六十八文於十文上定其減四合問

定貫
XII III
一〇三 III
命法四
減十二
存三 命法四
減十六
肆拾 命法四
貳貳 III
肆拾 命法四
貳百

(減二位)術曰以所有物數爲實爲身以所求物價一後二位零實首位存身得數先減第二位言十次身減積言如隔位退如欲減第一位言如次身減積言十就實除之

(定位)如除

乘除通變算寶卷中

米九十七石三斗一升每人給三斗七升問給幾人

(答曰)二百六十三人

三斗七升爲法若依求一用二三須折半反繁矣

草曰(三因)積數三因法數爲二百九十一石九斗三升於石上定得人(身外減一乙)合問

(重減)術曰除題位類者約之作兩次減或三次減位簡必捷不妨本法定位

支錢四百四十一貫三百二十文給一百八十七人問各得幾何

(答曰)二貫三百六十文

一百八十七人爲法若用減二位之術不亦繁矣莫若用重減

草曰置支錢總數如商除定人上得其(先減)一而後(減七)合問

如一百五十四爲法術用先(減一)後(減四)

如一百五十六爲法術用先(減一)後(減三)

(隔位減)術曰置實數爲身以法命實言十身下減起言如隔位退零

絲每一十兩耗三錢今有絲重二千八百二十二兩二錢問上木幾何

(答曰)二千七百四十兩

草曰置絲爲實二千八百二十二兩二錢定位如後(隔位減三)合問

定十兩
III III
命三
存三
減六
減二十
命三七
存七
減十二
命四
存四
肆拾
貳貳
貳千

求一代乘除說

隨題用法者捷以法就題者拙遇求一題則用求乙法遇九歸題則用九歸法或倍或折或加或減或因或變莫不隨題口其口執求一之術而統諸題今姑摘其二較之後題以

(求一乘)曰五六七八九倍之數不走二三須當半遇四兩折倍折本從法實即反其有法必折實實必折法用加以代乘斯數足可守

錢二百三十七貫每貫收頭子錢五十六文問共若干

(答曰)一十三貫二百七十二文

求一草曰倍法倍五十六爲一百一十三折實折進錢數折作一百一十八貫五百加(二二)合問

買銀二百三十七兩每兩五貫七百問錢幾何

乘除通變算寶卷中

〔答曰〕一千三百五十貫九百文。

不用求一草曰：(三因)銀數(加九)合問。

二百四十九人各支米六十二升，問共幾何。

〔答曰〕一百五十四石三斗八升。

求一草曰：倍法，倍六斗二升作一石二斗四升折實，米數折作一百二十四人中加二四，合問。

二百四十九人各支粟六斗三升，問共幾何。

〔答曰〕一百五十六石八斗七升。

不用求一草曰：(七因)入數又(九因)合問。

二百三十八畝，每畝收粟二百四十步，問共幾步。

〔答曰〕五千七百一十二步。

求一草曰：半法，法折中作一百二十步倍實，米數折作四百七十六(加二)合問。

二百三十八畝，每畝收粟二石七斗，問共幾何。

〔答曰〕六百四十二石六斗。

不用求一草曰：(三因)畝數又(九因)合問。

又草曰：置畝收粟數(加四)(加七)合問。

絹二百七十四匹，每匹四十八亦，問共幾亦。

〔答曰〕一萬三千一百五十二亦。

求一草曰：(兩折)匹法元四十八亦，兩折為十二(四因)絹數，每一千九十六(加二)合問。

絹二百七十四匹，每匹四十九亦，問共幾亦。

〔答曰〕一萬三千四百二十六亦。

不用求一草曰：置綫匹數(兩度)(七因)合問。

〔求一除〕曰：五六七八九倍之數，不走二三，須當半遇四兩□□折□□□為除積相就，倍法多倍實，折法多折實，用減以代除，定位求如舊。

支錢一貫，收頭子錢五十六文，今收一十三貫二百七十二文，問元支錢若干。

〔答曰〕二百三十七貫。

求一草曰：倍法，倍五十六為一百一十二，倍實為二十六貫五百四十四(二)合問。

出錢一千三百五十貫九百文，買銀每兩五貫七百文，問得銀多少。

〔答曰〕二百三十七兩。

乘除通變算寶卷中

不用求一草曰：置出錢數一千三百五十貫九百文於實上定兩(三歸)為四百五十三錢(減九)合問。

米一百五十四石三斗八升，每人支米六斗二升，問給幾人。

〔答曰〕二百四十九人。

求一草曰：倍法，倍每人六斗二升為一二四倍實，倍米作三百八石七斗六升存身，減(二四)合問。

粟一百五十六石八斗七升，每人支六斗三升，問給幾人。

〔答曰〕二百四十九人。

不用求一草曰：(九歸)粟又(七歸)之合問。

五千七百一十二步，問得幾畝。

〔答曰〕二百三十八畝。

求一草曰：半法，法折中作一百二十半實，步數折中為二千八百五十六(減二)合問。

每畝收粟二石七斗，今共收粟六百四十二石六斗，問元田若干。

〔答曰〕二百三十八畝。

不用求一草曰：(九歸)粟數又(三歸)合問。

又草曰：置粟數(減五)又(減八)合問。

絹一萬三千一百五十二亦，問為絹幾匹，匹法四十八亦。

〔答曰〕二百七十四匹。

求一草曰：兩折匹法，作一十二亦兩折絹數，作二千二百八十八亦(減二)合問。

絹一萬三千四百二十六亦，每匹四十九亦，問計幾匹。

〔答曰〕二百七十四匹。

不用求一草曰：置綫匹數(兩度)(七歸)合問。

九歸詳說

一位為法為除，則用九歸代之。若兩三位商除，自合伸□□□用今人以第一位用歸，以第二位第三位

仍用商除□□□□法也。原九歸古括，初未嘗拘二至九而已。雖實原□□□□而為歌括，凡二位除者，亦

可用混然歸法□□□□而商除，姑稱一二，載之後題，以表歸除之不拙也。

〔九歸新括〕以古句今注兩存之

歸數求成十(九歸)過九成十(八歸)過八成十(七歸)過七成十(六歸)過六成十(五歸)過五成十(四歸)過四成十(三歸)過三成十(二歸)過二成十

乘除通變算寶卷中

乘除通變算寶卷中

乘除通變算寶卷中

歸除自上加(九歸)見一下二見三下三見四下四

- (八歸)見一下二見三下四見三下六
- (七歸)見一下二見三下四見三下六
- (六歸)見一下二見三下四見三下六
- (五歸)見一下二見三下四見三下六
- (四歸)見一下二見三下四見三下六
- (三歸)見一下二見三下四見三下六

半而為五計(九歸)見五作五(六歸)見四作五
 (五歸)見一五作五(四歸)見二作五
 (三歸)見一五作五(二歸)見一作五
 定位退無差商除於斗上定石者今石上定斗
 足斛米二百二十九石八升問為八斗三升法斛幾何

(答曰)二百七十六石
 術曰置足斛為實為身常以求身為伯用(八十三歸)從實上位求起言十次身言如退位布之
 括曰見一下十七 見二下三十四 見三下五十一 見四下六十八 見四一五作五
 退八十三成百 四句不用亦可 見五下一百二 見六下百十九 見七下百三十六
 見八下百五十一

田積二千九百六十七步元長六十九步問元闊步
 (答曰)四十三步
 六十九歸括曰 見一下三十一 見二下六十二
 遇三四五作五 遇六十九作一百 見四下一百五十五
 見六下二百四十八 見五下二百十七

算無定法詳說
 乘除通變算卷中
 二

四九九錯綜而有合數陰陽凡八十一句今人求簡止念四十五句餘置不用算家惟恐無數可致豈得
 有數不用者乎嘗於日用詳解二集刊陰陽字分實主共存之且問二十三四〇〇合數中素無者或三
 七五一八七五為法捨相乘何以代之原一百法載之後題如此算無定法惟理是而已矣
 銀二百三十七錢每錢二十三兩問共重幾兩
 (答曰)五千四百五十一兩

術曰置銀錢數為實如省錢歸是七十七法從尾位損之

定定百兩 五三九
 三三三
 陸壹
 二二二
 〇捌伍壹
 一五四
 求伍肆伍壹
 得千百拾

葛布二百三十七匹每匹四十六赤問共幾赤
 (答曰)一萬九百二赤
 草曰倍布數為實三百三十七匹如前法求之

倍布數 三陽八
 四四退
 〇玖貳
 五三九
 〇柒
 三陽八
 〇玖貳
 〇柒
 〇柒
 〇柒
 〇柒

葛布二百三十七匹每匹三貫七百五十文問錢幾何
 (答曰)八百八十八貫七百五十
 術曰置布匹數以斤求兩價念法從尾損之
 一求尅退六二五
 四求退尅二二五
 七求四三七五退
 二求尅退一二五
 五求三一二二五
 八求就身退除五
 三求一八七五
 六求除退三七五

四三七五
 三七五
 陸貳伍
 貳八七五
 三三三退
 壹參捌柒伍
 二二五
 伍拾
 柒百
 捌百
 捌百
 的得

四百三十二人各支九貫七百問共幾何。

(答曰)四千一百九十貫四百文。

諸括不可入題者。

術曰置人數為實以虧數隔位損之。

草曰置人數為實以虧數九貫七百比十一貫虧三百隔位損之。

人年實三以三命二

X三

陽位退六

X三 玖肆
以三命三 陽位退九

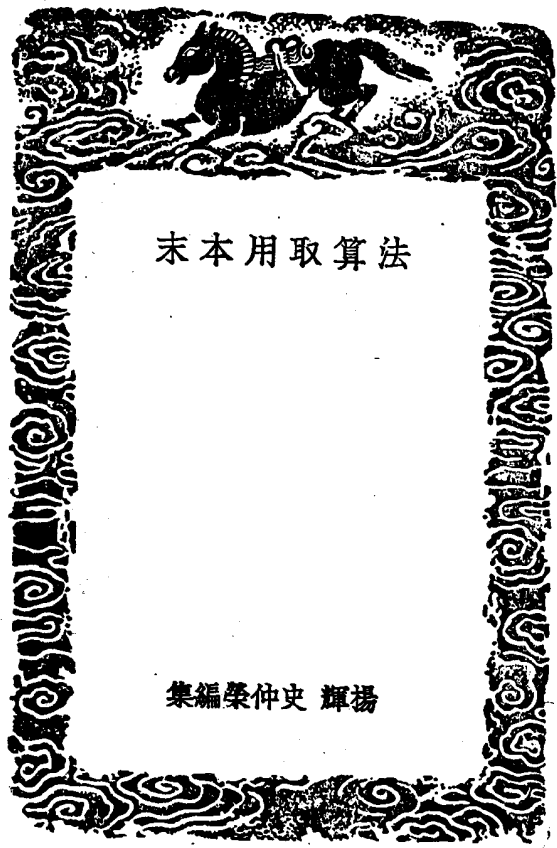
X叁 壹肆
以四命二 次退十一

肆壹玖肆
十百拾貫百

定位詳說

視題用法本無定據所用因折加減諸損各有定位若諸法互用重用定位務將不可律論矣恐為學者惑今立定率術曰先以乘除本法定所得位訖而後重互雜法必無誤礙也

前立諸術必命題草以試可用然恐不能再四今以乘除一至三百各為成術統於卷末倘有遺闕改而續之是所望也



末本用取算法

集編榮仲史輝揚

法算取用本末卷下

夫算者題從法取法將題問凡欲見明一法必設一題若 問題須詳取用大概不出乘除後人用加減 歸折乃乘除之曲徑也若猝然承題未見取法之際用乘除為便或日用定數當立折變為提是皆得其 宜也卻不必勉強自取周折今以至三百為題驗諸加減具載後云

錢塘楊 輝 史 仲榮 編集

一至九本法從因置題用法求捷不涉拘執

一為法一百千同不求定位

三四六各用四

圓田徑七十六步問周圍幾步

〔答曰〕二百二十八步

以徑求周用三為法草曰置徑七十六步先因七云三七二十一改二百一十又因六云三六一十八 將六步改十八

七八九各用四見一損三存七見一損二存六見一損一存九即此除乘之義

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下
直田長九十步闊七十步問積步

〔答曰〕六千三百步

七為法置九十步尾上損三云三九退二十七

九為法置七十步尾上損一云一七退七合問

〔十一至十九〕本法從加十二 十四 十六 十八 雖可 而 是兩次下

十九斤每斤十六兩問積兩

〔答曰〕三百四兩

十六為法置十九斤身後加六合問

十九為法置十六兩身後加九合問

〔二十一至二十九〕用口身加先加零數後加身數

二十一三四四 二十二倍位加一

二十五倍次折半 二十六倍位加三

二十九連身加 二十七三因九因 二十八倍位加四

物二十一兩每兩二百七十問共幾錢

〔答曰〕五百六十七文

二十一為法置二百七十用三因又七因合問

二百七十為法置兩數用二因又用九因合問

物二百三十六斤每斤價二貫三百問展幾錢

〔答曰〕五百四十二貫八百文

連身加三為法置二百三十六斤先加三六一貫八百卻增身六貫又命三十貫加九貫更入身三十

貫續命二百貫加六十貫又加身二百貫文合問

減七七為法置二百三十六斤以一定十為二千三百六十斤從末位命六云六四六二退四十六貫

二百後命三云三三三三乙退二百三十一貫後命二云二乙五四退一千五百四十貫

〔三十一至一百〕用雜法

三十一身前因三 三十二倍位加六

三十五七因折半 三十六二因加八

三十九三因加三 三十三三因加一

四長四十一步闊三十一步問積步

〔答曰〕一千二百七十一步

三十一為法置四十一步首位身前因三先命四云三四下千二百再命一身前下三十步

法算取用米末 卷下

田長四十二步闊三十七步問田幾何

〔答曰〕一千五百五十四步

三十七爲法置長步一上定百先命二加二十二又命四加四百四十共數以三歸除之合問

四十一兩折加六四 四十二三因加四 四十三加七三折半 四十四四因加一

四十五九因折半 四十六二因退七七數 四十七加八八兩折半 四十八三因加六

四十九兩折半 網六十二匹每匹四丈九尺問共幾尺

〔答曰〕三千三十八尺

兩次損二網兩次七因也置匹數一上定百尺從尾位次第損三得四千三百四十又損三同

五十一三因加七 五十二四因加三 五十三折半隔位加六 五十四六因九因

五十五加一折半 五十六四因加四 五十七三因加九 五十八加一六折半

五十九加一八折半 網五十七匹每匹五丈一尺問積幾尺

〔答曰〕二千九百七尺

五十一爲法置正數三因又加七合問

五十七爲法置尺數三因又加九合問

六十一加二二折半 六十二加二四折半

六十五加三折半 六十六四因加一

六十九加三八折半 六十三加一折三

物六十一斤斤價六百三十問共幾錢

〔答曰〕三十八貫四百三十文

六十一爲法置斤價加二二折半合問

六十三爲法置斤數先損一卻損三合問

七十一加四二折半 七十二六因加二 七十五加五折半 七十六四因加九 七十九加五

七十七兩省錢七十四貫問爲足錢幾何

〔答曰〕五十六貫九百八十文

七十四爲法置七十七兩加一得八十五貫四百七十減五合問若不減五用二因三歸同

七十七爲法置七十四貫加一得八十一貫四百退位用七因合問

法算取用米末 卷下

四

法算取用米末 卷下

八十一兩次損一 八十二加六四折半 八十三加六六折半 八十四六因加四

八十五加七折半 八十六加七二折半 八十七加七四折半 八十八加一折二

八十九從尾退乙乙 米八百九十石每石省解八斗三升問爲足解幾何

〔答曰〕七百三十八石七斗

八斗三升爲法置米數加六六用折半 八百九十爲法置八斗三升合是以一定百其尾位是十石合定十約爲八百三十石從尾退乙乙合問

九十一七因加三 九十二四因退七七 九十三加八六折半 九十四加八八折半

九十五加九折半 九十六加二折二 九十七隔位退三 九十八七因加四

九十九加一折一 田長九十九步闊九十七步問積幾步

〔答曰〕九千六百三十三步

九十七爲法置長步乙上定百位後隔位退三又曰加九四折半合問

九十九爲法置闊步乙上定百先加一卻損乙又曰隔位退乙合問

〔二百一至一百九隔位加零

一百一隔位加一 一百二六因加七 一百三隔位加三 一百四八因加三

一百五七因加五 一百六隔位加六 一百七隔位加七 一百八六因加八

一百九隔位加九 米一百七石每石增耗三升問共幾何

〔答曰〕一百一十石二斗一升

一石加耗三升以一百三爲法置一百七石隔位加三合問

一百七石爲法置一石三升升上定石從尾隔位加七合問

〔二百一至百九十九〕並加兩位

百十一加乙一 百十二八因加四 百十三加乙三 百十四六因加九

百十五加一五 百十六加一六 百十七九因加三 百十八加乙八

百十九七因加七 物一百一十三斤每斤一百十九文問共若干

〔答曰〕一十三貫四百四十七文

百十三爲法置斤價文上定百身外加三

法算取用米末 卷下

七

百十九爲法置斤數七因斤上定十又加七

百二十一兩次加一

百二十五番折半

百二十九加二九

足秤一百二十六斤問爲省秤多少

(答曰)一百五十七斤半

足秤展省用一百二十五爲法置斤數三折半合問

又曰置百二十五加四又九因合問

百三十一加三一

百三十五九因加五

百三十九加三九

物一百三十八秤每秤十三貫二百問錢若干

(答曰)一千八百二十一貫六分

一十三貫二百爲法置斤數加一又加二合問

一百三十八爲法置價錢六百因之尾退七七

百四一兩位退六加五

百四五連身加九折半

百四九加四九

綾一百四十八疋定價十四貫二百問錢幾何

(答曰)二千一百一貫六分

置綾數倍得二百九十六疋從上位身前七因

又曰置價錢加二又加一乙用九歸各合問

百五一加五一

百五五加五五

百五九加五兩位加六

物一百五十九斤每斤一百五十一問錢幾何

(答曰)二十四貫九分

置斤數身外加五乙兩位斤上定百合問

置斤價加五又兩位加六合問

百六一七因退七七

法算取用本末 卷下

百六二倍位兩九因

百六三加六三

百六四加六四

百六五加六五

百六六加六六

百六七加六七

百六八加六八

百六九加六九

百六五加一加五

百六九兩次加三

物二百六十一斤每斤一百六十一問錢幾何

(答曰)四十二貫二十一文

置物數七百因之從尾退七七合問

連身加爲法置斤價一百六十一命乙先加六十一

命一加六貫一百加身十貫合問

百七一加九折乙

百七五七因又兩次五因

百七九加七九

麥一百七十一石每石二貫七百三十問錢若干

(答曰)四百六十六貫八百三十文

百七一爲法置石價加九訖損一合問

二十七爲法置石數加三更加四又加五同

百八一加八一

百八五加一乙六歸

百八九三因七因九因

田長一百八十四步闊一百八十三步問積步

(答曰)三萬三千六百七十二步

置長步三因得五百五十二於身前六因合問

置闊步八因得十四萬六千四百從尾退七七

百九一加九乙

百九五加三加五

百九九加九九

物二百九十七斤每斤一百九十六問錢若干

(答曰)五千八百二十一貫二分

十九貫六百爲法置斤數斤上定十貫用加四再加四合問

二百九十七爲法置斤價加一損一得一千九百四十貫四百又三因合問

(二百一至三百)用雜法前問已備取用此後一詞茲不悉再述

二百一加三四加五

法算取用本末 卷下

二百二兩位加一倍之

二百三七因兩折加一六

二百四加二加七

二百五加二加八

二百六加二加九

二百七加二加十

二百八加二加十一

二百九加二加十二

- 二百五折中身前四四 二百六倍之隔位加三 二百七加三八加五 二百八加三加六
- 二百九加一加九 二乙一連身加一乙 二乙二倍之隔位加六 二乙三加四二加五
- 二乙四倍之隔位加七 二乙五加七二三折中 二乙六加二加八 二乙七四折折加二四
- 二乙八倍之隔位加九 二乙九加四六加五 二乙十加三加七 二乙二倍之加一一
- 二二三連身加二三 二二四加四加六 二二五兩次加五 二二六二因加一三
- 二二七連身加二七 二二八加二加九 二二九連身加二九 二二三乙加一加四加五
- 二二三二倍之加一六 二二三三連身加三三 二三四加三加八 二三五加八八三次折
- 二三六倍之加一八 二三七加五八加五 二三八加四加七 二三九連身加三九
- 二四乙連身加四一 二四二倍之兩次加二 二四三三因兩次九因 二四四倍之加二二
- 二四五兩次七因折中 二四六倍之加二三 二四七加三加九 二四八倍之加二四
- 二四九加六六加五 二五一連身加五一 二五二加四加八 二五三加乙連七七
- 二五四二因加二七 二五五身前五因折中 二五六兩次加六 二五七連身加五七
- 二五八二因加二九 二五九兩折七因加四八二六一加七四加五 二六二二因加三乙
- 二六三連身加六三 二六四倍之加一 二六五兩折隔位加六 二六六加四加九
- 二六七二因退一乙 二六八二因加三四 二六九連身加六九 二七一連身加七乙
- 二七二加六加七 二七三加三加四加五 二七四二因加三七 二七五兩折加一
- 二七六加二退七七 二七七連身加七七 二七八二因加三九 二七九三因隔位退七
- 二八一連身加八一 二八二三因加四一 二八三連身加八三 二八四二因加四二
- 二八五加五加九 二八六倍之加四三 二八七七因身前四四 二八八加六加八
- 二八九兩次加七 二九一三因隔位退三 二九二二因加四六 二九三連身加九三
- 二九四對四兩次加三 二九五加一八兩折 二九六二因加四八 二九七三因加一損一
- 二九八二因加四九 二九九加三退七七 三百二因加五

乘法題問終

歸減代除三百題

立用因折歸減初不為難詳解日用算法已有下法起例格式今祇該載取用次第更不再述細章草

川等率逆難者以因分句

- (一至九)總用歸法
- 一與十百千(同)不(求)評定位
- 四兩折中 五二因 二折中 三三(歸)或三因用九歸
- 八加二五 九九(歸)或兩次三歸 六倍位減(二)加五九歸七倍位減四

法算取用本末 卷下

- 圓田外周二百二十八步問徑步 (答曰)七十六步
- 圓三徑一取三為法置周步為實用三歸 又曰三因周步用九歸合問
- 羅三百四十五丈每正長五丈問該幾正 (答曰)六十九正
- 五為法草曰倍羅數退位合問 銀一千六百八十兩每人支七兩問合給幾人 (答曰)二百四十人
- 七為法置總數為實如七歸求之 又用倍銀數為實身內減四合問 足秤二百三十二斤問展省秤多少 (答曰)二百九十斤
- 足秤八斤即是十斤省秤合用八歸今置足斤為實身外加二五以代八歸 又曰倍足斤為實身內減六合問
- 穀一石取米九斗今米二百七十石問元穀多少 (答曰)二百三十石
- 九斗為法置米數為實九歸求之 又曰倍米數為實身外減八位同 (十一至十九)總述從上位減
- 十一減一 十二折中加五九歸 十三減三 十五二因三歸 十六折中加二五 十七減七 十九減九
- 米四百八十六石二斗各支一石四斗三升問給幾人 (答曰)三百四十人
- 一石四斗三升為法置米數先減一又減三 又曰從米數減四三兩位同 田積六萬六千二百四十步問計幾畝 (答曰)二百七十六畝
- 一(畝)二百四十步為法置田積步折半減二

法算取用本末 卷下

又曰置積步先減五再減六。若謂減五減六算繁用六因九歸以代減(五)折半加二五以代減六。若減祇說減法安知 之妙故以減代除又以歸加代減庶知題法不妄斡旋有理。

(二十一至一百)隨題用法。

- 二十一減五減四 二十二折半減一 二十三折半更減一五 二十四折半減二
- 二十五四四 二十六折半減三 二十七三歸九歸 二十八折半減四
- 二十九四四減一六 三百一折半減三 三百二折半減二五 三百三折半減乙
- 三百四折半減七 三百五折半減九 三百六折半減九 三百七折半減九
- 三百八折半減九 三百九折半減三 三十一人分七千一百三十貫問人得幾何。

三百一折半減三。

(答曰)二百七十二。

定價二貫五百即是十貫買四疋置錢數四因合問。

- 三十一一為法用四因錢數於身內減二四合問 解曰四因三十一為百二十四減二四。
- 四十一三因減二三 四十二三歸減四 四十三三因減二九 四十四兩折減一
- 四十五倍位九歸 四十六兩折又減一五 四十七四因乾減八八 四十八兩折減二
- 四十九兩次七歸 四十九兩次七歸 四十九兩次七歸 四十九兩次七歸

三十一一為法用四因錢數於身內減二四合問。

(答曰)二百三十貫。

三十一一為法用四因錢數於身內減二四合問。

- 四十一三因減二三 四十二三歸減四 四十三三因減二九 四十四兩折減一
- 四十五倍位九歸 四十六兩折又減一五 四十七四因乾減八八 四十八兩折減二
- 四十九兩次七歸 四十九兩次七歸 四十九兩次七歸 四十九兩次七歸

絹一千三百單二尺每疋四十二尺問計幾疋。

(答曰)三十一疋。

四十二為法置總尺數三歸減四合問。

- 又曰置總尺數六歸七歸同 五十二兩折減三 五十三二因隔位減六 五十四加五兩次九歸
- 五十一三歸減七 五十五二四減一 五十六二四減乙二 五十七三歸減九 五十八二四減一六
- 五十九二四減乙八 五百四為法置尺數用六歸九歸合問。

若謂六歸算繁尺上加五改用兩次九歸同。

(答曰)九十二疋。

若謂六歸算繁尺上加五改用兩次九歸同。

- 六十一二四減二二 六十二二四減二四 六十三三因減二六 六十四兩次加二五
- 六十五二四減三 六十六加五減乙九歸六十七二四減三四 六十八兩折減七
- 六十九二四減三八 六十四人分銀一百四十七兩二錢問各幾何。

法算取用本末 卷下

六十五二四減三 六十六加五減乙九歸六十七二四減三四 六十八兩折減七。

六十九二四減三八 六十四人分銀一百四十七兩二錢問各幾何。

- (答曰)二兩三錢 六十四為法置銀數兩次加二五以代兩次八歸 又曰減六兩折半同。
- 七十一二四減四二 七十二加二五九歸 七十三二四減四六 七十四加五減一乙
- 七十五加三九歸 七十六兩折減九 七十七七歸減一 七十八減三六歸
- 七十九二四減五八 七十九二四減五八 米二百二十石四斗各支七斗六升問給幾人。

七斗六升若依求一倍位愈繁今置米數用兩次折半身內減九合問。

(答曰)二百九十八。

- 七斗六升若依求一倍位愈繁今置米數用兩次折半身內減九合問。
- 八十一兩次九歸 八十二二四減六四 八十三二四減六六 八十四加五減四九歸
- 八十五二四減七 八十六加五減二九 八十七二四減七四 八十八八歸減一
- 八十九二四減七八 錢三百四買八十買物每斤八百四十問幾斤。

錢三百四買八十買物每斤八百四十問幾斤。

(答曰)三百六十二斤。

- 八十四若依求一倍位減六八則繁今於總錢上加五祇減二六頗易。
- 九十一七歸減三 九十二加五減三八 九十三六歸減五五 九十四加五歸減四一
- 九十五二四減九 九十六六歸減六 九十七二四減九四 九十八減四七歸
- 九十九減一九歸 直田積九千二百一十五步元長九十七步問闊多少。

直田積九千二百一十五步元長九十七步問闊多少。

(答曰)九十五步。

- 九十七為法依求一倍積步減九四合問 又曰從上位隔位見一加三遇九九七成百。
- (二百至一百九)總法隔位減零 一百一隔位減一 一百二六歸減七 一百三隔位減三 一百四八歸減三
- 一百五七歸減五 一百六隔位減六 一百七隔位減七 一百八六歸減八
- 一百九隔位減九 每實收息三十今本利二萬七千八百一十貫問元本錢。

每實收息三十今本利二萬七千八百一十貫問元本錢。

- 法算取用本末 卷下 一七

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

法算取用本末 卷下

尙餘十九尺二寸。適撞一人之數。共得二百五十六人。合問。

(二百一至三百) 隨題用法。

- 二百一 減三四減五
- 二百二 折中隔位減一
- 二百三 減四五減五八
- 二百四 減二減七
- 二百五 六四減二三
- 二百六 折中隔位減三
- 二百七 四因隔位減二
- 二百八 減三減六
- 二百九 減一減九
- 二百一〇 九因隔位減二
- 二百一〇 隔位減一
- 二百一〇 九九成百
- 二乙 折中隔位減六
- 二乙 三減四二減五
- 二乙 四折中隔位減七
- 二乙 五六四減二九
- 二乙 六減二減八
- 二乙 七減四又減五五
- 二乙 八折中隔位減九
- 二乙 九減四六減五
- 二乙 減三減七
- 二乙 二減乙折中
- 二乙 三四四九隔位一
- 二乙 隔位八過八九二成千
- 二乙 四減四減六
- 二乙 五四四九隔
- 二乙 六減一三折中
- 二乙 七三四七隔位一位
- 二乙 九見六八一成千
- 二乙 八減二減九
- 二乙 九三四七隔位一
- 二乙 隔位十三〇隔位還數

以補圖欠逐位歸除隨手還等。

米六百二十石一斗。各支二石二斗三升。問給幾人。

(答曰) 二百七十八。

二二三爲法。置米數四因。得二千四百八石四斗。於十石上定人。用九歸。百位見二下。二如還。(二)

(八) 十六石。又見六下。加六還。(八) 四石八斗。已得二百六十八人。尙餘八十九石二斗。法云遇八

九。二成十。又得十人之數。通得二百七十八人。合問。

- 二二一 一 歸減
- 二二二 二 減一六折中
- 二二三 三 四七隔位二位見一還一
- 二二四 四 減八
- 二二五 五 六四減四一
- 二二六 六 乙八折中
- 二二七 七 五八減五
- 二二八 八 減四減七
- 二二九 九 四因隔位見一
- 二三〇 四 四過九五六成千
- 二三一 成 數之外有等者。仍用兩折還原命等。

六百七十五貫七百。買絹定價二貫三百三十。問合買幾疋。

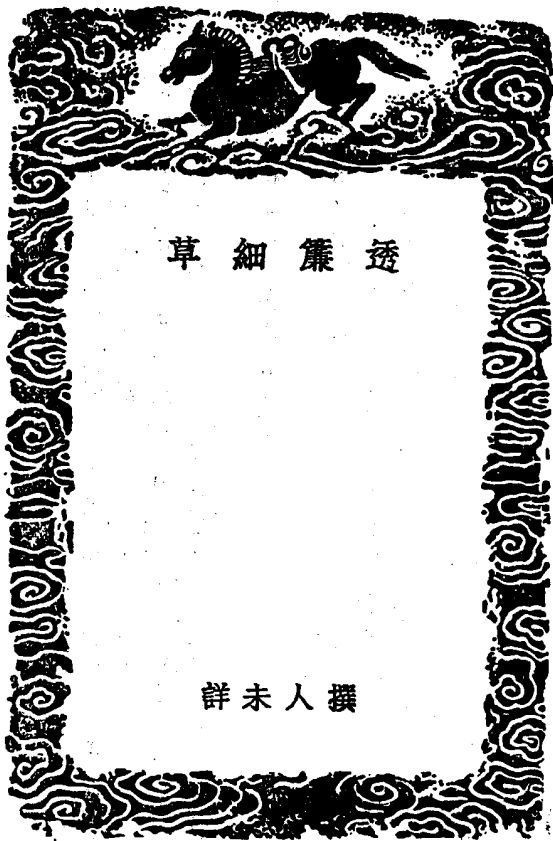
(答曰) 二百九十疋。

二二三爲法。置錢數三因。爲二千二十七貫一百。於十貫上定疋。見二下。六加還二貫。又見六下。二十四。加還八百。已得二百八十疋。尙餘六十九貫九百。法云遇六九九成千。又得十疋之數。共得二百九十疋。合問。

- 二四一 四 四隔一位還三六
- 二四二 折中兩次減一
- 二四三 三 歸兩次九歸
- 二四四 減二二折中
- 二四五 倍位兩次七歸
- 二四六 減二三折中
- 二四七 減三減九
- 二四八 減二四折中
- 二四九 減六六減五
- 二五〇 一四四隔二位還四
- 二五一 減四減八
- 二五二 四因隔二位還乙二
- 二五三 四因隔二位還乙二
- 二五四 減二七折中
- 二五五 減五減七
- 二五六 兩次減六
- 二五七 四因隔一位還二八
- 二五八 折中減二九

法算取用本末 卷下

- 二五九 三 四七隔位乙二
- 二六〇 乙減七四減五
- 二六一 減三乙折中
- 二六二 二減三乙折中
- 二六三 四因隔一位還五
- 二六四 折中減一減二
- 二六五 四因隔位減六
- 二六六 減四減九
- 二六七 七八減五
- 二六八 減三四折中
- 二六九 四因隔一位還七六
- 二七〇 一七因減九隔二位還三
- 二七一 過乙八九七成千
- 二七二 減六減七
- 二七三 減八二減五
- 二七四 減三七折中
- 二七五 四因減乙
- 二七六 折中減三八
- 二七七 三因九隔位還
- 二七八 過八三乙成千
- 二七九 減八九減五
- 二八〇 一三隔位還乙
- 二八一 二八乙成千
- 二八二 減四乙折中
- 二八三 三歸隔位還(一)(七)過二八三成千
- 二八四 減四二折中
- 二八五 減五減九
- 二八六 減四三折中
- 二八七 三歸隔位還一三
- 二八八 七成千。即是一也
- 二八九 折中兩次減二
- 二九〇 兩次減七
- 二九一 三歸隔二位還九
- 二九二 減四六折中
- 二九三 三歸隔二位還七
- 二九四 見二九三成乙千
- 二九五 四因減乙八
- 二九六 減四八折中
- 二九七 九歸三歸減乙
- 二九八 減四九折中
- 二九九 三歸隔二位還一
- 三〇〇 算過二九九成千
- 三〇一 折中減五又日三歸



透簾細草

透簾細草

撰人未詳

佚名

今有買雞每人三文，不足十文，每人四文，盈十八文，問雞價及人數多少。

答曰：雞價九十四文，人二十八人。

法曰：置三人於右，不足十文於右，又人出四文於左，盈十八文於左下，以下二位互乘上二位，右得五十四，左得四十，併上二位得九十四文，為雞價，併下二位得二十八，為人數，合問。

草曰：右出 一 左則 甲 盈不足，互乘所出率，併之，為雞價，併盈不足，乃為人數。

今有買兔每人五文，不足二十八文，每人八文，盈三十二文，問兔價及人數多少。

答曰：兔價一百二十八文，人二十人。

法曰：置五文於右，不足二十八文於右，又列八文於左，盈三十二文於左下，以二位互乘上二位，右得一百六十，左得二百二十四，併上二位，共得三百八十四，為兔價，下二位得六十，為人數，又以元出錢五八，相減，餘三文，為法，實各如法，而一上為兔價，下為人數，合問。

草曰：置五文於右，不足二十八文於右，又列八文於左，盈三十二文於左下，以二位互乘上二位，右得一百六十，左得二百二十四，併上二位，共得三百八十四，為兔價，下二位得六十，為人數，又以元出錢五八，相減，餘三文，為法，實各如法，而一上為兔價，下為人數，合問。

透簾細草

一

透簾細草

今有玉方八枚，石方一十一枚，稱之，重適等，若交換一枚，而再稱之，則玉輕一十二兩，問玉石一枚各重多少。

答曰：玉方一枚重二十二兩，石方一枚重十六兩。

法曰：置玉輕一十二兩，折半，得六兩，為玉石一枚所差之重，謂之上，以八因之，得四十八兩，下以十一乘之，得六十六兩，二位各以所較三枚為法，除之，上得十六兩，下得二十二兩，上為石重，下為玉重，合問。

草曰：若玉七枚，石一枚，是重一百七十兩，若玉一枚，石十枚，是一百八十二兩，故曰十二兩玉輕也。

今有綾七尺，絹二尺，共價錢四百二十六文，又加綾三尺，絹四尺，共價錢二百八十文，問綾絹尺價多少。

答曰：綾五十二文，絹三十一文。

法曰：置綾七尺於右，上絹二尺於右中，直錢四百二十六文於右，又置綾三尺於左，上絹四尺於左，中直錢二百八十文於左，先以右七尺，遍因左行了，以右行三度直，減之，頭位綾空，中有絹二十二尺，下位直錢六百八十二文，上法下實，以法除之，得之三十一文，為絹一尺之價也，以乘右中絹二尺，得六十二文，以減其下直錢四百二十六文，餘三百六十四文，以右七尺為法，除之，得五十二文，為綾一尺價也。

右 綾 絹 錢

左 綾 絹 錢

空 絹 錢

右行求綾尺價

綾 絹 錢

草曰：綾七尺，遍因左行，卻用右行二位三度對減了，有不項上法下實，得絹一尺價三十一文錢，內除

二尺，絹錢六十二文，餘三百六十四文，七尺綾價，上法下實。

今有築方臺一所，上方三丈二尺，下方五丈六尺，高四丈八尺，問計尺多少。

答曰：九萬五千二百三十二尺。

法曰：上方自乘，得一千二十四尺，下方自乘，得三千一百三十六尺，又上下方相乘，得一千七百九十二尺，三位併之，得五千九百五十二尺，又以高尺乘之，得數，如三而一，合問。

草曰：令三度方自乘，又以高乘，得三座大小立方相損益，為三座臺積，故三除。

今有築圓臺一所，上周三丈六尺，下周六丈六尺，高一丈五尺，問計積尺多少。

答曰：二千九百四十尺。

法曰：上下周各自乘，上下周相乘，三位併之，以高尺乘之，如三十六而一，得二千九百四十尺，為臺積尺，合問。

透簾細草

三

草曰圓周自乘得十二段圓田今三度相乘併之又以高乘為三十六座是以為法
今有築方維一所下方一丈二尺高二丈問計積尺多少

答曰九百六十尺

法曰下方自乘又以高尺乘之得二千八百八十如三面一得合問

草曰下方自乘為方田高乘為立積恰如三箇方維故三面一得真積
今有方維一所下方二丈四尺高三丈二尺欲于上方六尺截成方臺問截高幾何

答曰截高八尺

法曰置高三丈二尺以上方六尺乘之得十九丈二尺以下方二丈四尺除之得截高數

草曰截方維為方臺所截方一面六尺為廣維元高三丈二尺為長相乘得一百九十二尺為所截之積如下方二丈四尺為法而一得截高八尺

今有圓錐一所下周一丈八尺高八尺問計積尺多少

答曰七十二尺

法曰下周自乘又以高乘之如三十六面一得積尺合問

草曰圓錐求積與平地聚粟同術
今有三角菓子一堆積三百六十四箇問底子一面多少

答曰一十二箇

法曰置積六之為實以二為從三為從廉立方開之得數也

草曰置積在地六之得二千一百八十四為實二為從三為從廉一為隅從法一進從廉二進隅三進上合商一生於從廉得一千三百又生於從法得一千三百二十命商除實餘有八百六十四又生一於從廉得二千三百添入從法得三千六百二十從廉內添一得三千三百從法一退得三百六十二從廉二退得三十三隅法三退至單止上商二從廉添二得三十五二因從法得四百三十二命商除之盡也

今有四角菓子一聚積一千一十五箇問一面底子多少

答曰一十四箇

法曰置積三之為實以半為從一半為從廉立方開之

草曰置積於上乃以三之得三千四十五為實半為從廉一半為從隅從法一進從廉二進隅法三進至千上合商一生於從廉又生於從法命商除之餘有一千八百九十續生一於從廉再生於從法得三千三百五箇又添一於從法一退從廉二退隅法三退上合商四生於從廉又因於從法得四百七十二箇半命商除之得數也

今有艾草積三百五十一束底子多少

法曰置積三之為實以半為從一半為從廉立方開之

草曰置積於上乃以三之得三千四十五為實半為從廉一半為從隅從法一進從廉二進隅法三進至千上合商一生於從廉又生於從法命商除之餘有一千八百九十續生一於從廉再生於從法得三千三百五箇又添一於從法一退從廉二退隅法三退上合商四生於從廉又因於從法得四百七十二箇半命商除之得數也

今有艾草積三百五十一束底子多少

法曰置積三之為實以半為從一半為從廉立方開之

法曰置積倍之為實以一為從開平方除之
草曰置積倍之得七百二束一為從一為立隅此法一進隅法二進上合商二命商除實餘有二百八十二二因於從法一位四一從法一退隅法二退上商六生於從法得四七命商除之盡也
今有方箭一百六十九隻問外周多少

答曰四十八隻

法曰置積減一以十六乘之為實八為從開平方除之

草曰置積於上減一以十六乘之得二千六百八十八為實八為從以從法一進一為隅隅法二進上商四從法添五命商除實餘七百六十八從法又生四從法一退隅法二退上商八從法得九十六命商除之恰盡

今有方箭一束外周四十八隻問計箭若干

答曰一百六十九隻

法曰置外周添四自乘如十六面一合問

草曰置外周上添四隻得五十二隻自乘得二千七百四隻方率法十六面一合問
今有圓箭一束外周三十六隻問積箭多少

答曰一百二十七隻

法曰置外周副之下一位添六以乘上數如十二面一添心合問

草曰上置三十六隻下一位添六乘之得一千五百一十二如元法十二面一得數添心子一隻是也
今有圓箭積一百二十七隻問外周多少

答曰三十六隻

法曰置積減一十二乘之為實以六為從開平方除之

草曰置一百二十七隻於上減一十二乘之得一千五百一十二為實六為從一為隅上商三生於從法得三百六十命商除之得四百三十二從法添三得六百六十從法一退隅法二退上商六從法生六得七十二命商除之盡也

今有平地堆米下則二丈七尺高六尺問積米幾何

答曰四十八石六斗

法曰置下周二丈七尺自乘得七十二丈九尺又以高六尺乘之得四百三十七丈四尺以三十六歸除之得一十二丈一尺五寸卻以解法除尺五寸

草曰如圓周自乘得九段方田以高乘之為九段石可立積每箇是三箇方維今平地聚粟與圓錐同術是三十六箇一為真積倚壁半法外角四分之三內角四分之一

今有方倉一所長四丈七尺廣三丈一尺高一尺九尺問積米幾何

答曰五千二百四十五石二斗

法曰置長四丈七尺以廣三丈一尺乘之得一萬四千五百七十又以高九尺乘之得一十三萬一千一百三十斗以解法二尺五寸歸除之

草曰長廣相乘如直田又以高乘起為條磚積如解法二尺五寸而一者方面一尺長二尺五寸也今有圓窖一所周二丈四尺高一丈積米幾何

答曰一百九十二石

法曰置二丈四尺就以二丈四尺乘之得五百七十六尺又以高一丈乘之得五千七百六十尺又以十二定身除之得四百八十尺卻以解法二五歸除之

草曰周自乘作九段方田便是十二箇圓積又以高乘得十二條圓柱故以為法而一得一箇圓積也今有兔先走五十步犬追之三百步尙不及五步問更追幾步及之

答曰三十三步

法曰以尙不及五步乘三百步得一千五百步為實以不及五步減先走五十步餘四十五步為法除實得三十三餘與法各身外五得三分步之一合前問

今有兔先走未知步數犬後追之三百步未及五步更追一百步卻越過十步問兔先走卻多少

答曰五十步

法曰併未及越過步得一十五步以三百步乘之以再追一百步步除之得四十五步更加未及五步得五十步合問

草曰如兔行一百步犬行一百一十五步也今兔行三百步先走五十步共三百五十步於一百步中大行疾如兔一十五步是犬合行三百四十五步不及兔五步也便為犬行疾兔步三分之一可將百步三除為及兔步後法今兔走四百步犬走四百六十步除越過一十步餘五十步為兔先走步也

今有納米一百五十四石八斗七升米九升折小麥八升今要米麥二色中停納之問各納多少

答曰七十二石八斗八升

法曰置原納米數以八升乘之得一百二十三石八斗九升六合為實併米九升麥八升得一斗七升除實合問

草曰一斗七升乘停數卻以八升除之得原米今有縣共納粟一百二十三石粟每斗折納米六升今須要納粟米數兩停問各納多少

答曰納四十六石一斗二升五合

法曰置原納粟數以六升因之得七十三石八斗為實以一斗六升為法除之得合前問

草曰以一斗六升乘之停數六升除之得原粟

透廉細草

今有粟一千九百八十六石七斗每斗價錢六十五文欲令僱人搬入倉每斗腳錢一十五文其粟已都搬到倉卻無腳錢只於其粟內抽粟充折其腳錢問合與腳錢及到倉粟米多少

答曰到倉一千六百一十四石一斗九升三合七勺五抄脚粟三百七十二石五斗六合二勺五抄

法曰先下都粟數以每斗價錢乘之得一千二百九十一貫三百五十五文為實又以每斗價加每斗腳錢共得八十文為法除實得一千六百一十四石一斗九升三合七勺五抄為到倉之粟也以反減原粟外有三百七十二石五斗六合二勺五抄為腳錢粟數合前問

兵士三千四百七十四人每三人支汗衫絹七十尺每四人支袴絹五十尺問共支幾何應用

答曰二千九百六十三匹三丈九尺

草曰以十二人除絹四百三十尺每人得絹三丈五尺六分之五通分內子得二百一十五乘兵士得七十四萬六千九百一十如分母而得一十二萬四千四百八十五仍以四十二尺約之為匹合問

今有絹一尺直錢二十八文問一匹長四丈二尺直錢多少

答曰一貫一百七十六文

法曰置一尺錢在地以四十二乘之得合問

今有絹一匹長四十尺直錢一貫一百六十文問一尺直錢多少

答曰二十九文

法曰置一匹直錢在地以四十而一得合問

今有絹一匹長四十二尺直錢九百八十二文八分問一尺直錢多少

答曰二十三文四分

法曰置一匹直錢在地以四十二尺除之得合前問

今有布一尺直錢一十九文三分問一端長五十二尺直錢多少

答曰一貫三文六分

法曰置一尺錢以五十二乘之得合問

今有絹二十三匹二丈三尺四法四十二尺共直錢二十三貫一百四十二文六分問一尺直錢多少

答曰二十三文四分

法曰置都錢於上為實下列二十三匹以四十二乘之內子二丈三尺得九百八十九尺為法以除實得二十三文四分合問

今有絹一百二十九匹二丈六尺四法四十二尺每尺價錢三十二文二分五釐問計錢多少

答曰一百七十五貫五百六十九文

法曰置匹數以四十二通之內子二丈六尺得五千四百四十四尺以一尺價錢乘之合問

今有絹一匹長四丈二尺直錢一貫二百八十八文今只有錢八百二十八文問買得絹多少

答曰二丈七尺

法曰置只有錢八百二十八文以匹法四十二乘之得三十四貫七百七十六文為實以一匹價錢為法除之合問

草曰四十二除匹價得三十文三分之二為一尺價卻通分內子得九十二為法三因今有錢得二千四百八十四為實如法而一得二丈七尺

今有絹一匹長四十二尺價錢一貫二百八十八文今只有絹二丈四尺問直錢多少

答曰七百三十六文

法曰置只有絹二丈四尺以一匹價錢乘之得三十貫九百一十二文為實以匹法四十二除之合問

問

今有絹一匹長四十二尺價錢一貫二百八十八文今只有絹一丈六尺問直錢多少

答曰四百九十文三分之二

法曰置只有絹一丈六尺以一匹錢乘之得二十貫六百八十八文為實以匹法四十二除之得四百九十文除有二十八文與法各以十四約之得三分之二合問

草曰如前術得一尺價三十文三分之二不通分先將三十文以一丈六尺乘之得四百八十文在上又以之二乘一丈六尺得三十二其三分便是十文續之頭位得合前問

今有絹一丈八尺價錢五百五十二文問一匹長四十二尺直錢多少

答曰一貫二百八十八文

法曰置五百五十二文以四十二尺乘之得二十三貫一百八十四文為實以一丈八尺為法除之是一匹之錢也

草曰少絹為法除錢得一尺價三十文三分之二通分內子得九十二以一匹四十二尺乘之得三千八百六十四復以分母三除之為匹價

今有錢五十七貫三百八十八文四分買羅每匹長四十尺價錢二貫二百六十八文問共買多少

答曰二十五匹一丈二尺

法曰置都錢在地以一匹價為法除之得二十五匹餘有錢六百八十八文四分以匹法四十乘之所得又以一匹錢為法除之得一丈二尺合問

草曰匹價四十尺除之得一尺價錢五十六文七分為法除都錢得一千一百一十二尺如匹法而一合問今有羅二百二十六匹匹法四十每七尺價錢五百二十文問共直錢多少

法曰置羅匹以四十通之為尺得五千四十尺以五百二十文乘之得二千六百二十貫八百為實以七尺為法除之合問

草曰以七尺除五百二十得七十四文七分之二為尺價通分內子得五百二十乘羅數得二百六十二萬八百卻以分母七除之合問

今有兵士二千六百二十六人每人散與皂衫一領用紬三丈四尺問計用紬多少匹法四十二尺

答曰二千一百二十五匹三丈四尺

法曰置兵士在地以三丈四尺乘之得八萬九千二百八十四尺以匹法四十二約之為匹得合問

今有絹三千三百匹出關稅之匹法四十二尺每一匹合稅絹一尺今共稅了絹八匹卻貼得一百九十文問絹一匹價錢多少

答曰一貫三百三十文

法曰置都絹在地以一尺乘之得三千三百尺以一匹除之得三百三十尺為今稅之絹也又置稅了絹八匹以四十二通之得三百三十六尺內減了合稅之絹外有六尺為法以匹法四十二乘貼得錢一百九十文得數為實如法而一合問

草曰得錢一百九十文以六尺除之得三十一文三分之二為一尺價卻通分內子得九十五乘匹尺四十二得三千九百九十以分母除之得匹價

今有織絹一百七十六匹一丈四尺每匹長四十二尺用絲一十一兩六錢問都絲多少

答曰一百二十三斤一十五兩一十八錢

法曰置一百七十六匹以四十二通之內子一丈四尺得七千四百六尺於上又置十一兩以二十四通之內子六錢得二百七十錢以乘頭位得一百九十九萬九千六百二十為實以匹法四十二除之為錢得四萬七千六百一十錢以三百八十四約之為斤不滿以二十四約之為兩得一百二十三斤一十五兩一十八錢合問

草曰將織絹一匹所用絲通為二百七十錢乘整匹絹得四萬七千五百二十錢有零一丈四尺是匹中三分之一以分母除一匹用絲得九十錢續之得四萬七千六百一十錢二十四除之為兩復用十六除之為斤不及兩零錢也不及斤零兩也

今有絹一丈一尺買紫草四斤染絹二丈九尺今共有絹四十二匹三丈六尺今欲減絹買紫草還自染餘絹問染得紫草多少

答曰三十一匹三尺

法曰置四十二匹以匹法四十二通之內子三丈六尺得一千八百尺以二丈九尺乘之得五萬二千二百為實以一丈一尺加二丈九尺得四十四尺為法除得一千三百五尺為染到紫絹尺數以四十二約之得三十一匹三尺合問

草曰：既得絹一千八百尺，併紫草價絹一丈一尺，染絹二丈九尺，得四十尺，爲法，除之，得四十五尺，以二丈九尺乘之，得一千三百五尺，匹法約之，合問。

今有銀一銖，直錢四十一文五分，問一兩，直錢多少。

答曰：九百九十六文。

法曰：置一銖直錢在地，以二十四乘之，合問。

今有銀一銖，直錢四十一文五分，問一兩，直錢多少。

答曰：一十五貫九百三十六文。

法曰：置一銖直錢在地，以一斤之銖三百八十四乘之，得合問。

今有絲一斤，直錢一貫二百四十八文，問一銖，直錢多少。

答曰：三文二分五釐。

法曰：置一斤直錢在地，以一斤之銖三百八十四，爲法，除之，得合問。

今有絲一千二百三十二斤六兩，共直錢一千四百二十六貫五百九十七文三分，問一兩，直錢多少。

答曰：七十二文三分五釐。

法曰：置都錢於上，爲實，又置都斤數，以十六通之，內子六兩，共得一萬九千七百一十八兩，爲法，除實，得合問。

今有絲一斤，直錢一貫二百文，今只有錢一貫文，問買絲多少。

答曰：一十三兩八錢。

法曰：置只有錢一貫在地，以十六通之，得一十六貫，爲實，以一斤錢一貫二百文爲法，除實，得一十三兩，餘有錢四百文，又以二十四通之，得九貫六分文，又以斤價除之，得八錢，合問。

草曰：以三百八十四銖，除一斤，得價一貫二百文，得每錢三文八分錢之一，卻通分內子，得二十五，爲法，分母，因今有錢一貫，以法除之，得三百二十錢，又以二十四銖除之，爲兩，合問。

今有絲一斤，直錢一貫二百文，今只有絲九兩，問直錢多少。

答曰：六百七十五文。

法曰：置一斤之價一貫二百文，以九兩乘之，得一十貫八百文，爲實，以十六兩爲法，除之，得六百七十五文，合問。

草曰：一十六兩，除一斤價錢，得每兩錢七十五文，乘今有絲，合問。

今有絲一斤，直錢一貫二百文，今只有絲七兩四錢，問直錢多少。

答曰：五百三十七文五分。

法曰：置只有絲七兩，以二十四通之，內子四錢，得一百七十二錢，以一斤價錢一貫二百文乘之，得二百六十四貫四文，爲實，以一斤之銖三百八十四爲法，除之，合問。

草曰：除得一銖，價三文八分錢之一，通分內子，得二十五，將絲通爲一百七十二銖，以價乘之，得四千三百，卻以分母八除之，合問。

今有絲一斤七兩四錢，共直錢一貫七百三十七文五分，問絲一兩，直錢多少。

答曰：七十五文。

法曰：置絲一斤，爲兩，加七兩，得二十三兩，又以二十四通之，內子四錢，得五百五十六錢，爲法，又置共錢一貫七百三十七文五分，以一兩之銖二十四乘之，得四十一貫七百文，爲實，如法而一，合問。

草曰：以一斤通十六兩，內子七兩，爲二十三兩，又以二十四乘之，內子四錢，得五百五十六錢，爲法，除都錢，得每錢價三文一分二釐五毫，卻以二十四銖乘之，得七十五文，爲兩價。

今有絲二斤一十二兩八錢，共直錢三貫三百二十五文，問一兩，直錢多少。

答曰：一貫二百文。

法曰：置二斤通爲三十二兩，加入一十二兩，得四十四兩，又以二十四乘之，內子八錢，得一千六十四錢，爲法，又置共錢三貫三百二十五文，以一斤之銖三百八十四乘之，得一千二百七十六貫八百文，爲實，如法而一，得一貫二百文，合問。

草曰：通爲一千六十四錢，除共直錢，得每錢價三文八分錢之一，卻通分內子，得二十五，以三百八十四銖乘之，得九千六百，分母八除之，合問。

今有生絲五十二斤一十二兩，欲練之，每斤折三兩，問都練得多少。

答曰：四十二斤一十三兩七錢半。

法曰：置生絲五十二斤，以十六通之，內子一十二兩，得八百四十四兩，以十三兩乘之，如十六兩而一，得六百八十五兩七錢半，乃以十六收之，爲斤，得四十二斤，餘一十三兩七錢半，合問。

今有金一兩，價錢一萬文，今只有錢九貫五十文，問得金多少。

答曰：二十一錢七釐二毫。

法曰：置只有錢九貫五十文，以二十四通之，得二百一十七貫二百文，爲實，以一兩錢一萬文爲法，除之。

草曰：以二十四銖除一萬文，得四百一十六文三分文之二，爲一銖價，卻通分內子，得一千二百五十，爲法，分母三，因今有錢得二十七貫一百五十，爲實，如法而一，合問。

今有麻一稱，直錢八百九十四文，問一兩，直錢多少。

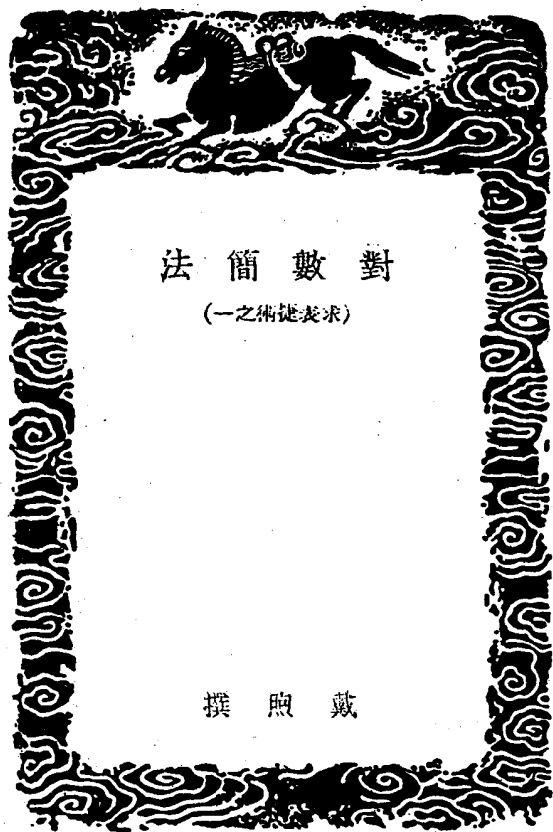
答曰：三文七分二釐五毫。

法曰：置一斤之錢在地，以一稱之兩二百四十除之，得兩價也。

今有麻七十九稱五斤十二兩，共直錢七十三貫三百五十五文二分，問一兩，直錢多少。

答曰：三文八分五釐。

法曰。從都錢於上。爲實。又從七十九稱。以十五通之。內子五斤。得一千一百九十斤。又以兩法十六乘之。內子一十二兩。得一萬九千五十二兩。爲法。除實。得三文八分五釐。合間。



對數簡法

(一之術捷表求)

戴煦撰

求對數舊法之言甚詳而數重緒多初學恆未易了鄂士先生揭其精要而變通之著為對數簡法首論開方自淺入深而約以七術繼復立累除法省數十次開方用表已備極能事尤妙者捨開方而求假設數夫對數折半真數開方開至單一下多空位之零數於是真數對數遂得其會通此開方所由首重也顧必累開不已始得會通何如逕就會通處假一數以通之迨展轉相通而七十二對數之等差已備其於假設諸數一比例而定準之數出矣以是知數之為用帶零求整難設整御容易憑所知課所求順推而入難借所求通所知逆轉而出易苟悟此可以得取數之方豈惟是對數一門有神後學耶道光乙巳長至後五日梅侶項名達題於印蓮小閣

對數簡法 項序

對數以加減代乘除用之甚便而求之甚難舊法求諸對數皆先求自一至九遞至單一下九空位零一至九之九十九數而求之之法大略有三先定十百千萬之對數而其間之零數則用中比例累求而得以首率末率兩真數相乘開方得中率之真數以首率末率兩假數相加折半得中率之假數漸求漸近以至適合如舊法求九之假數用中比例求至二十六次而得八位之對數此一法也凡假數之首位因真數之位數而遞加以真數自乘至多位而其位數即假數首位以前之數然後以自乘弟幾率除之即得真數第一率之假數如舊法求二之對數自乘至一千三百餘位率除自乘之位數四百餘位而得十二位之假數又一法也既定十之對數為一乃以真數十開方五十四次三十三位以假數折半五十四次為逐數之假數列為開方表乃以第五十四次真假兩數比例得單一下十五空位零一之假數為率于是以應求對數之真數開方四五十次求得十五空位與為比例然後以開方弟幾次之率數乘之而得二十二位之假數或真數開方二十餘次求得九空位與表內九空位開方數為比例亦以率數乘之而得十三四位假數如舊法求二與六之對數又一法也顧此數法布算極繁甚至經旬累月而不能竟求一數故言算者鮮不望之而生畏夫立法太繁則較算不易深慮寢久而失其真也因復詳加探索始悟求十一二位之對數開方表祇須二十一次一十四位已屬敷用而既有開方表則求諸對數可不必更開方較之舊法省算數倍且不特此也凡諸對數皆定于十之對數而實生于單一下五六空位零一之對數今欲以十之對數求單一下五六空位零一之對數勢不得不屢次開方若借一錢為單一下

對數簡法 序

五六空位零一對數。轉求十之倍數。即可得其比例之率。知累除之法。可代開方。而開方表亦可省求也。爰為揭出。俾求對數者有取焉。乙巳秋日鄧士謫

對數簡法總目

卷之上

開方七術

求開方表

有開方表徑求諸對數

卷之下

求七十二假設對數

求七十二定準對數

有七十二對數求諸對數

對數簡法卷之上

開方第一術

開平方。向用商除。商除者。以意商度。商度一次。僅得一位。故初商次商三商以次遞求。位數多者。頗覺繁重。其所以繁重之故。緣乘除皆係有法有實。而開方但有實而無法。必以意商度。始得其數。茲別立一法。不用商除。但用乘除。而得數仍合。可免以意商度之難。為較便也。

術曰。自一至九為初商根。各自乘。以次列之。為初商實。以所設方積。較初商實。取其稍大于方積者。以其方根為第一數。次以初商實內減方積。為減餘數。以第一數除之。二除之。為第二數。又以減餘數除初商實。所得為每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。為第三數。又以減餘數除之。為第四數。以除法除第四數。五乘之。八除之。為第五數。以除法除第五數。七乘之。十除之。為第六數。每數以一二三五七九諸奇數為乘法。以二四六八十諸偶數為除法。依次遞求。至應求位數下第一數。恆為正。第二數以下均為負。并諸負數。以減第一正數。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求方根五位。

法檢初商實得一。因為較大于設數。即以其方根四〇〇〇〇。凡求方根。須增求位數。則尾位方準。口別為第一數。次以初商實內減平方積。得減餘數。因〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得七五。

卷上

對數簡法 卷上

○○○○為第二數。又以減餘數除初商實得四六六六六六為每數除法。乃以除法除第二數。一乘之四除之得七〇三二二為第三數。以除法除第三數。三乘之六除之得一一一八四為第四數。如是遞求。得第五數三〇九〇。第六數八八一。第七數二二八。第八數六六七。第九數二〇。第十數六。第十一數二。于是并第二數以下得八三七七二〇。以減第一數得四一六二二八〇。截用五位。尾位以下滿五。進一算得四一六二三。即方根也。

第一數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
并得數	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
減得數	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

開方第二術
前術求五位之方根。已求至十一數。若求多位。必至數十百數。雖免商除之難。而立術仍屬繁重。所以然者。以逐數降位之難也。或一數而降一位。或兩數而始降一位。夫至兩數而始降一位。則求兩數方可代商除一次矣。而降位之難。實由于逐數除法之小。除法之小。又由于減餘數之大。在復立截位開方之法。則減餘數小。而一數可降數位。視前術為較便也。

術曰。依前術。先求數位方根。然後以此數位之方根。廣加一算。應廣加一算。如滿五進一算者。不必加。再為第一數。次以第一數自乘。內減方積。為減餘數。以第一數除之。二除之。為第二數。又以第一數自乘。以減餘數除之。為逐數除法。以下仍如前術入之。

假如有平方積一〇。欲求十六位方根。
法依前術。先求五位方根。得四一六二三。〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。即以第一數。尾位滿五進一算。故不復。次以第一數自乘。得二〇三二六。〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。內減方積。得減餘數一四一二九。〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得二二三三九。七五二七一。一六三。為第二數。又以減餘數除第一數。自乘得七〇七七。七四四。七為除法。第三數止七位。故除法止用八位。四必大。于原實。故首位十成。七百萬。以除第二數。用九位。一乘之。四除之。得七八九〇。八四八。為第三數。以除法除第三數。其第三數亦止。須截用四位。為三乘之。六除之。得五六。為第四數。于是并第三

對數簡法 卷上

三

對數簡法 卷上

二數以下諸負數。得二二三三九。八三一。六二〇。六七。以減第一正數。得四一六二二七。七六六。〇一六。八三七。九三三。截去尾位。下三三。即十六位方根也。

第一數	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
并得數	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
減得數	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

開方第三術
前術較之第一術。誠便矣。然前五位方根。仍須求至十一數。且若位數再多。則第二數即當求至多位。故又有屢次截位開方法。不復用第三數。而惟求第三數之首位。以驗第二數之相合者。幾位。下即截求。而所得之方根。屢次自倍。視前術為較便也。

術曰。以方積較初商實。取稍大者。以其根為第一數。依前術。求得第二數。再求第三數之首位。并入第二數。以減第一數。所得取前二位。尾位下不論滿五未滿。咸進一算。再為第一數。自乘。內減方積。得減餘數。依前術。再求第三數之首位。并入第二數。以減第一數。取前四位。尾位下進一算。再為第一數。如是遞求。至應求位數而止。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求三十二位方根。
法以方積較商實。得一。因為較大。即以其方根四〇〇。為第一數。又以方積減商實。得減餘數四〇〇。二除之。又第一數除之。得七五。為第二數。又以減餘數除商實。得除法四六七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位七。并入第二數。得八二。以減第一數。得四一八。去尾位。進一算。得四二。為第一次求得數。又以四二。〇〇〇。為第一數。自乘得二四〇〇。內減方積。得減餘數二四〇〇。二除之。又第一數除之。得三七五。為第二數。又以減餘數除第一數。自乘得除四四七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。并入第二數。得三七七。以減第一數。得四一六二三。去尾位。進一算。得四一六三。為第二次求得數。又以四一六三。〇〇〇。〇〇〇。為第一數。自乘得一〇〇四五六九〇。內減方積。得減餘數四五六九〇。〇〇。二除之。又第一數除之。得七二二二六。為第二數。又以減餘數除第一數。自乘得除法二一九〇。以四除第二數。除法除之。得第三數首位八。并入第二數。得七二二三四。以減第一數。得四一六二二七。

對數簡法 卷上

五

假如有方積一〇一八五二七二一八二第一次開方得一〇〇九〇三五〇四四八四一
 四第二次得一〇〇四五〇七三六四二五四五第三次得一〇〇二二五一四八二九二九第
 四次得一〇〇一一二四九四一三九九九欲求第五次開方數
 法以方積零數折半得九〇七五八六〇八五九內減第一次開方零數得第一次之第一較四〇八
 一六〇一七七
 又以第一次開方零數折半得四五二二四二〇七內減第二次開方零數得第二次之第一較
 一〇一五八一六六二以第一次之第一較四歸之得一〇二〇四〇〇四四內減第二次之第一較得
 第二次之第二較四五八三八二
 又以第二次開方零數折半得二二五三六八二二二七內減第三次開方零數得第三次之第一較
 二五三三八三三三以第二次之第一較四歸之得二五三九五四一五內減第三次之第一較得第三
 次之第二較五七〇七二以第二次之第二較八歸之得五七二九七內減第三次之第二較得第三
 次之第三較二二五
 又以第三次開方零數折半得一二五五七四二四六四內減第四次開方零數得第四次之第一較
 六三二一四六五以第三次之第一較四歸之得六三三三四五八五內減第四次之第一較得第四次之
 第二較七二二〇以第三次之第二較八歸之得七二一三三內減第四次之第二較得第四次之第三較

一四以第三次之第三較十六歸之仍得一四知第四次開方數無四較
 于是以第四次之第三較十六歸之實不滿法而滿五進一算得一爲第五次之第三較以第四次之第
 二較八歸之得八九〇內減第三較得第五次之第二較八八九以第四次之第一較四歸之得一五八
 一八六內減第二較得第五次之第一較一五八〇九七七以第四次開方零數折半得五六二四七
 〇六九九內減第一較得第五次開方零數五六三三二二六〇二二加三空位及首位之單一得
 〇〇〇五六三三二二六〇二二即第五次開方數也

第一較	九〇七五八六〇八五九一	第一較	四五二二四二〇七	第一較	二二五三六八二二二七
	九〇三五〇四四八四一四	第二較	四五〇七三六四二五四五	第二較	二二五一四八二九二九
	四〇八一六〇一七七	第一較	一〇一五八一六六二	第一較	二五三三八三三三
		第二較	一〇二〇四〇〇四四	第二較	二五三九五四一五
		第一較	四五八三八二	第一較	五七〇七二
		第二較	四五八三八二	第二較	五七二九七
		第一較		第一較	二二五
		第二較		第二較	
		第一較		第一較	
		第二較		第二較	

第一較	一一二五五七四二四六四
第二較	六三三二七四六五
第三較	七七一三四〇
第四較	一四四〇

第一較	五八〇九七七	第一較	八八九
第二較	一五八一八六六	第二較	八八九
第三較	一〇〇五六一三二六〇二二	第三較	一

求開方表
 舊法開方表求至三十三位五十四次其質求十二位之對數開方表祇須用十四位可省十九位
 其次數亦祇須二十一可省開三十三次
 假如有方積一〇求十四位二十一之開方表
 法以開方第三術開二次以第四術開三次以第五術開三次以第六術開三次以第七術開十次依次
 列之又以第二十一次爲一率二十次爲二率十九次爲四率遞次加倍至第一次爲一百零四萬八千
 五百七十六率其方根爲二百零九萬七千一百五十二率亦依次列之

二〇九七一五二半	方積	一〇
一〇四八五七六半	一次	三一六二二七七六六〇一六八四
五二四二八八半	二次	一七七八二七九四一〇〇三八九
二六二一四四半	三次	一三三三五二一四三二一六三三
一三〇一七二半	四次	一五四七八一九八四六八九五
六五五三六半	五次	一〇七四六〇七八二八三二一三
三二七六八半	六次	一〇三六六三二九二八四三七七
一六三八四半	七次	一〇一八一五七一七一八二
八一九二半	八次	一〇〇九〇三五〇四四八四一四
四〇九六半	九次	一〇〇四五〇七三六四二五四五
二〇四八半	一〇次	一〇〇二二五一四八二九二九
一〇二四半	一一次	一〇〇一一二四九四一三九九九
五一二半	一二次	一〇〇〇五六二二三二六〇二二
二五六半	一三次	一〇〇〇二八一一一六七八七八
一二八半	一四次	一〇〇〇一四〇五四八五一六九
六四半	一五次	一〇〇〇〇七二七七八八九四
三二半	一六次	一〇〇〇〇三五一三五六七七五
一六半	一七次	一〇〇〇〇一七五六七四八四四
八半	一八次	一〇〇〇〇〇八七八三三〇三六
四半	一九次	一〇〇〇〇〇四三九一八四二二
二半	二〇次	一〇〇〇〇〇二一九五九一八七
一半	二一次	一〇〇〇〇〇〇九七七九八七

〇〇二之假設對數。次求一〇〇〇〇〇〇三之假設對數。法以一〇〇〇〇〇〇二之假設對數一
九九九九九九九爲首數。置一〇〇〇〇〇〇三以一〇〇〇〇〇〇二除之。除得七空位後之零數九
九九九九八爲末數。并二數得二九九九九九七。爲一〇〇〇〇〇〇三之假設對數。如是遞求
至一〇〇〇〇〇〇九以及一〇〇〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇〇二以下。則用二次除法。如求一〇〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇〇〇一
之假設對數九九九九九五爲首數。置一〇〇〇〇〇〇二以一〇〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇
〇九九九九九〇。視前八位。係六空位零九。即以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數九九九九
九六四爲第二數。置除得數以一〇〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數九九九九九一。爲末數。
并三數得一九九九九八一。爲一〇〇〇〇〇〇二之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇〇〇九以及
一〇〇〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇〇二以下。則用三次除法。如求一〇〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇〇〇一之假設
對數九九九九九五〇五爲首數。置一〇〇〇〇〇〇二以一〇〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇九九九九
九九〇〇〇〇。爲第一除得數。視前七位。係五空位零九。即以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數九九九九
九五九九五爲第二數。置第一除得數以一〇〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇〇九九九九九一。〇
爲第二除得數。視前八位。係六空位零九。即以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數九九九九九六四

爲第三數。置第二除得數以一〇〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數九九九九九一。爲末數。并
四數得一九九九九八一。〇〇〇〇〇〇二之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇〇〇九以及一
〇〇〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇二以下。則用四次除法。如求一〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇〇一之假設對數九
九九九五〇〇五三爲首數。置一〇〇〇〇〇二以一〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇九九九九〇〇一
〇〇爲第一除得數。視前六位。係四空位零九。即以一〇〇〇〇〇九之假設對數九九九九五四七
四爲第二數。置第一除得數以一〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇九九九九一〇。一八九八爲第二除
得數。視前七位。係五空位零九。即以一〇〇〇〇〇九之假設對數九九九九九五五爲第三數。置
第二除得數以一〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇九九九九三〇。八爲第三除得數。視前八
位。係六空位零九。即以一〇〇〇〇〇九之假設對數九九九九九六四爲第四數。置第三除得數
以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數八九九三〇〇。爲末數。并五數得一九九九九八〇〇
一二六六。爲一〇〇〇〇二之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇九以及一〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇二以下。則用五次除法。如求一〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇一之假設對數九九九九
〇〇三三爲首數。置一〇〇〇〇二以一〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇九九九九〇〇〇九九九九〇〇爲第
一除得數。視前五位。係三空位零九。即以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五二八七七八爲第二

數。置第一除得數以一〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇九九九九一。一九七八二爲第二除得數。視前六
位。係四空位零九。即以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五四七四爲第三數。置第二除得數
以一〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇八九九一一。七六二一爲第三除得數。視前七位。係五空位零
八。即以一〇〇〇〇〇八之假設對數九九九九九六八四爲第四數。置第三除得數以一〇〇〇〇
〇八除之。得一〇〇〇〇〇九二一一。六八九三爲第四除得數。視前八位。係六空位零九。即以一〇
〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四爲第五數。置第四除得數以一〇〇〇〇〇〇九除之。
除得七空位後零數一一。六八九二爲末數。并六數得一九九八〇〇二七六二五。〇爲一〇〇〇二之
假設對數。如是遞求至一〇〇〇九以及一〇一。並同此法。

其自一〇三至一〇九以及一一之假設對數。則用六次除法。其自一二至一九以及二之假設對數。則
用七次除法。均依前術求之。既得二以上諸假設對數。乃以二之假設對數六九三二四七二一五
九六八。倍之。得一三八六二九四四三〇。三五九三六爲四之假設對數。加一八之假設對數五八七七
八六六。得二五九九九八。得一九七四〇八一。二四六一九三四。爲七二之假設對數。加再一四之假
設對數三三六四七二。得二五三三三三三三。得二二二〇五五三三三。七八〇四六七。爲十〇〇八之假
設對數。內減一〇八之假設對數七九六八一七。得二二〇四七二。得二二〇五五三三三。七八〇四六七。爲十
四三。爲十之假設對數也。

按。以二之假設對數四因之。得十六之假設對數。內減一六之假設對數。亦得十之假設對數。又或以
二之假設對數三因之。得八之假設對數。加一三之假設對數。得十〇四之假設對數。內減一〇四之
假設對數。亦得十之假設對數。此二假設對數前十二位。與前所得相同。而尾位較小。以爲除法。見則
得數太贏。故不用。

假設對數表

真數	一〇〇〇〇一	假設對數	七〇〇〇〇〇九九九九五〇五〇
	一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇一九九九九八〇一〇〇
	一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇二九九九九五五一一
	一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇三九九九九二〇二〇二
	一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇四九九九九八七五二五四
	一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇五九九九九八二〇三〇七
	一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇六九九九九七五五三六一
	一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇七九九九九六八〇四一七
	一〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇八九九九九五五四七四
	一〇〇〇一		〇〇〇〇〇九九九九五〇〇五三三
	一〇〇〇二		〇〇〇〇一九九九八〇〇一二六六
	一〇〇〇三		〇〇〇〇二九九九五五〇二三九九
	一〇〇〇四		〇〇〇〇三九九九二〇〇四一三一
	一〇〇〇五		〇〇〇〇四九九八七五〇六六六三
	一〇〇〇六		〇〇〇〇五九九八二〇一〇一九四
	一〇〇〇七		〇〇〇〇六九九七五五一四九二四
	一〇〇〇八		〇〇〇〇七九九六八〇二一〇五二
	一〇〇〇九		〇〇〇〇八九九九五五二八七七八

假設對數表

真數	一〇〇〇〇〇一	假設對數	〇〇〇〇〇〇〇一〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇一九九九九九九九
	一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇〇二九九九九九九七
	一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇〇三九九九九九九四
	一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇〇四九九九九九九〇
	一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇〇五九九九九九九八五
	一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇〇六九九九九九九七九
	一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇〇七九九九九九九七二
	一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇〇八九九九九九九六四
	一〇〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇〇九九九九九九五五
	一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇一九九九九九九八一〇
	一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇〇二九九九九九九六五
	一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇〇三九九九九九九二〇
	一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇〇四九九九九九八七五
	一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇〇五九九九九九八三〇
	一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇〇六九九九九九七八五
	一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇〇七九九九九九六八〇
	一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇〇八九九九九九五九五

假設對數表

真數	一一	假設對數	〇〇九五三一〇一八四五六四九九
	一二		〇一八二三二一五六五九〇〇七二
	一三		〇二六二三六四二七七五七二二〇
	一四		〇三三六四七二二五三四二七三六
	一五		〇四〇五四六六一二八三六〇二〇
	一六		〇四七〇〇〇三六五二七二一一二
	一七		〇五三〇六二八二七七五五六三三七
	一八		〇五八七七七八六六九四二五九九八
	一九		〇六四一八五三九一八二三〇四八

二		〇六九三一四七二一五一七九九八
四		一三八六二九四四三〇三五九三六
七二		一九七四〇八一—二四六一九三四
一〇八		二三一〇五五三三七八〇四六七〇
一〇		二三〇二五八五二〇七九九九四三

假設對數表

真數	一〇一	假設對數	〇〇〇〇九九九五〇〇三八三〇三
	一〇二		〇〇〇一九九八〇〇二七六二五〇
	一〇三		〇〇〇二九九九五〇九一二九四六
	一〇四		〇〇〇三九九九二〇二一四六八八八
	一〇五		〇〇〇四九九八七五四一七六〇二二
	一〇六		〇〇〇五九九八二〇七一六一四六一
	一〇七		〇〇〇六九九七五六一四〇八四九三
	一〇八		〇〇〇七九九六八一七〇四七二七七
	一〇九		〇〇〇八九九五九七四一八一九一〇
	一〇一		〇〇〇九九五〇三三一三五〇二九
	一〇二		〇〇一九八〇二六二八二八五五三
	一〇三		〇〇二九五五八八〇三七一八三二
	一〇四		〇〇三九九二〇七一五一一二七七
	一〇五		〇〇四八七九〇一六六六〇六〇一
	一〇六		〇〇五八二六八九一一〇三四〇九
	一〇七		〇〇六七六五八六五一八五三〇四
	一〇八		〇〇七六九六一〇四四九八〇一一
	一〇九		〇〇八六一七七七〇〇五四五五〇

七十二數定準對數表

真數	對數	真數	對數
1	0000000	10000000	0434299
2	0000000	10000000	0868599
3	0000000	10000000	1302899
4	0000000	10000000	1737199
5	0000000	10000000	2171499
6	0000000	10000000	2605799
7	0000000	10000000	3040099
8	0000000	10000000	3474399
9	0000000	10000000	3908699
10	0000000	10000000	4342999
11	0000000	10000000	4777299
12	0000000	10000000	5211599
13	0000000	10000000	5645899
14	0000000	10000000	6080199
15	0000000	10000000	6514499
16	0000000	10000000	6948799
17	0000000	10000000	7383099
18	0000000	10000000	7817399
19	0000000	10000000	8251699

既得十之假設對數，以為除法，用除遠數之假設對數，即得遠數之定準對數也。如以二三〇二五八五二〇七九九四三為除法，除四之假設對數一三八六二九四四三〇三五九三六，得〇六〇二〇五九九九一三二八，為四之定準對數。以除法除二之假設對數〇六九三二四七二一五二七九六八，得〇三〇一〇二九九五六四，為二之定準對數。以除法除一之假設對數〇六四一八五三九一八三三〇四八，得〇二七八七五三六〇〇九五三，為一之定準對數。如是遞除至一〇〇〇〇〇一之假設對數，可盡得二以上六十四定準對數，并四之定準對數，為定準對數六十有五，其七十二對數內，除一之對數恆為〇，不須求外，祇須補求三五六七八九共六數之定準對數。于是以一二之定準對數首位加一，得一〇七九一八二四六〇四八，為十二之定準對數。內減四之定準對數，得〇四七七二二二五四七二〇，為三之定準對數。以三之定準對數，內加二之定準對數，得〇七七八一五二五〇三八四，為六之定準對數。以十之定準對數，內減一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇，內減二之定準對數，得〇六九八九七〇〇〇四三三六，為五之定準對數。以四之定準對數，首位加一，得一一四六一二八〇三五六七九，為十四之定準對數。內減二之定準對數，得〇八四五〇九八〇四〇〇一五，為七之定準對數。以二之定準對數，與四之定準對數相加，得〇九〇三〇八九九八六九九二，為八之定準對數。以一八之定準對數，首位加一，得一二五五二七二五〇五一〇三，為十八之定準對數。內減二之定準對數，得〇九五四二四二四二五〇九四三九，為九之定準對數。而七十二數之對數全矣。

七十二數定準對數表

真數	對數	真數	對數
1	0000000	10000000	0774799
2	0000000	10000000	1559599
3	0000000	10000000	2344399
4	0000000	10000000	3129199
5	0000000	10000000	3913999
6	0000000	10000000	4700000
7	0000000	10000000	5486000
8	0000000	10000000	6272000
9	0000000	10000000	7058000
10	0000000	10000000	7844000
11	0000000	10000000	8630000
12	0000000	10000000	9416000
13	0000000	10000000	10202000
14	0000000	10000000	10938000
15	0000000	10000000	11674000
16	0000000	10000000	12410000
17	0000000	10000000	13146000
18	0000000	10000000	13882000
19	0000000	10000000	14618000

七十二數定準對數表

真數	對數	真數	對數
1	0000000	10000000	02923
2	0000000	10000000	05846
3	0000000	10000000	08769
4	0000000	10000000	01692
5	0000000	10000000	04615
6	0000000	10000000	07538
7	0000000	10000000	10461
8	0000000	10000000	13384
9	0000000	10000000	16307
10	0000000	10000000	19230
11	0000000	10000000	22153
12	0000000	10000000	25076
13	0000000	10000000	28000
14	0000000	10000000	30923
15	0000000	10000000	33846
16	0000000	10000000	36769
17	0000000	10000000	39692
18	0000000	10000000	42615
19	0000000	10000000	45538

按今所求尾位三六〇一九，截用十一位，當得三六〇，與表合，後法所求尾位三六〇六，截用十一位，尾位滿五進一，當得三六一，尚稍贏也。

假如有七十二對數求五千六百八十九之對數。

法視五千六百八十九之首位係千，即以十之對數三因之，得千之對數為第一數，次置五千六百八十九降三位，得五六八九，以首位之五除之，得一三七八〇〇〇〇〇〇〇〇〇，又以前二位之一一除之，得一〇三四三六三六三六三六三六，又以前三位之一〇三除之，得一〇四二三六五四〇一五八九，又以前四位之一〇〇四除之，得一〇〇二三五五九七七七八，又以前五位之一〇〇〇二除之，得一〇〇〇三三五九〇六四九七，又以前六位之一〇〇〇〇三除之，得一〇〇〇〇五五九〇四八二〇，又以前七位之一〇〇〇〇〇五除之，得一〇〇〇〇〇五九〇四七九〇，又以前八位之一〇〇〇〇〇〇〇五除之，得一〇〇〇〇〇〇四七九〇，于是以五與一一與一〇三與一〇四與一〇〇〇二與一〇〇〇〇三與一〇〇〇〇〇五與一〇〇〇〇〇〇五之各對數，為第二三四五六七八九等數，又以十之假設對數，除七空位後零數，得三九二九四，為第十數，并十數得三七五五〇三五九三三七六八，為五千六百八十九之對數。

第一數	千〇〇〇	對數	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	五	又	〇六九九七〇〇〇〇四三三六
三	一一	又	〇〇四二三六三六三六三六
四	一〇四	又	〇〇二三五五九七七七八
五	一〇〇四	又	〇〇〇三三五九〇六四九七
六	一〇〇〇四	又	〇〇〇〇五五九〇四八二〇
七	一〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇五九〇四七九〇
八	一〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇四七九〇
九	一〇〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇〇四七九〇
十	一〇〇〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇〇〇四七九〇
			三七五五〇三五九三三七六八
			三九二九四

按今所求得尾數三三七六八，截用十一位，尾位進一，與表中所列三三八合，舊法所求三三七一稍贏也。

又法

前術求諸對數，必須求至十數，尚覺煩重，夫十萬對數，挨次遞求，必先求前一數之對數，若以前一數之對數為第一數，則真數二位者，可省二數；三位者，可省三數；四位者，可省四數；及五數，位數愈多，求法愈省，今檢對數圖，凡非兩數相乘而得之數根，共九千五百九十三，除單位之二三五七已在七十二數內不計外，二位者止有二十一數，三位者止有十四數，四位者亦止有十一數，五位者止有八數，六位者止有六數，七位者止有四數，八位者止有三數，九位者止有二數，十位者止有一數，共三十七數，故以此法較前法為甚易也。

假如有三十六之對數一五五六三二五〇〇七六八，求三十六之對數。

法以三十六之對數為第一數，置三十七，以三十六除之，得一〇二七七七七七七七七，又以前三位一〇二除之，得一〇〇七六二五二七三三三二二，又以前四位一〇〇七除之，得一〇〇〇六二〇九二五八五〇二，又以前五位一〇〇〇六除之，得一〇〇〇〇九一三三二八四〇，又以前六位一〇〇〇〇二除之，得一〇〇〇〇〇九一三三二八四〇，又以前八位一〇〇〇〇〇〇九除之，除得七空位後零數一三二八三九，于是以二與一〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇〇二與一〇〇〇〇〇九之各對數，為第二三四五六等數，又以十之假設對數，除七空位後零數，得五七六九為第七數，并七數得一一五六八二〇一七二四〇六八，為三十六之對數也。

第一數	三六	對數	一五五六三二五〇〇七六八
二	一〇二	又	〇〇〇八六〇〇一七二七六
三	一〇〇七	又	〇〇〇〇三二九四七〇五五四
四	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇〇二六〇四九八五四七
五	一〇〇〇〇六	又	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
六	一〇〇〇〇〇六	又	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六五
七	一〇〇〇〇〇〇九	又	〇〇〇〇〇〇〇五七六九
			一一五六八二〇一七二四〇六八

按真數二位，應用八數，此因第五次除法，得兩空位，故省一數。

假如有百三十三之對數二一三九九三三三三三〇七，求百三十三之對數。
法以百三十三之對數為第一數，置一百三十一，以百三十三除之，得一〇〇七六九二三〇七六九二三，又以前四位一〇〇七除之，得一〇〇〇六八八七四九五二二五七，又以前五位一〇〇〇六除之，得一〇〇〇〇八七四四二七六〇，又以前六位一〇〇〇〇八除之，得一〇〇〇〇〇七四四二一六

四七又以前七位一〇〇〇〇〇七除之得一〇〇〇〇〇〇四四二一六一六又以前八位一〇〇〇〇〇〇四除之除得七空位後零數四二一六一六于是以一〇〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇八與一〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇四之各對數為第三四五六等數又以十之假設對數除七空位後零數得一八三一為第七數并七數得二一七二二九五五七為一百三十一之對數也。

第一數	一三〇	對數	二一三九四三三三三〇七
二	一〇〇七	又	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
三	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
四	一〇〇〇〇八	又	〇〇〇〇〇三四七四二一六九
五	一〇〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇〇五一
六	一〇〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇〇一七三七七八
七			一八三一

二一七二二九五五七

假如有一千〇四十八之對數三〇二〇三六一二八二六四九求一千〇四十九之對數。法以一千〇四十八之對數為第一數置一千〇四十九以一千〇四十八除之得一〇〇〇九五四一八九四七三三又以前五位一〇〇〇〇九除之得一〇〇〇〇五四一四九七三八五又以前六位一〇〇〇〇五除之得一〇〇〇〇〇四一四九五三一〇又以前七位一〇〇〇〇〇四除之得一〇〇〇〇〇〇一四九五三〇四又以前八位一〇〇〇〇〇〇一除之除得七空位後零數四九五三〇四于是以一〇〇〇九與一〇〇〇〇五與一〇〇〇〇〇四與一〇〇〇〇〇〇一之各對數為第二三四五等數又以十之假設對數除七空位後零數得二一五一為第六數并六數得三〇二〇七五五八八一九四為一千〇四十九之對數也。

第一數	一〇四八	對數	三〇二〇三六一二八二六四九
二	一〇〇九	又	〇〇〇〇三九〇六八九二五〇
三	一〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇二一七四一八一
四	一〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇一七三七一七四
五	一〇〇〇〇〇一	又	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
六			二一五一

三〇二〇七五五八八一九四

假如有五萬六千八百九十之對數四七五五〇三五九三三七二五求五萬六千八百九十一之對數簡法 卷下

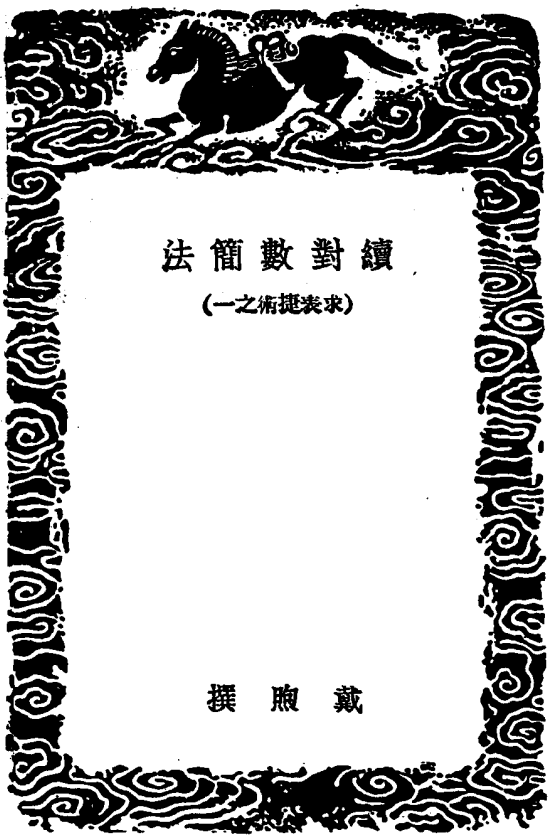
假如有五萬六千八百九十之對數四七五五〇三五九三三七二五求五萬六千八百九十一之對數簡法 卷下

法以五萬六千八百九十之對數為第一數置五萬六千八百九十一以五萬六千八百九十除之得一〇〇〇〇一七五七七七八一七又以前六位一〇〇〇〇〇一除之得一〇〇〇〇〇七五七七七〇五九又以前七位一〇〇〇〇〇〇七除之得一〇〇〇〇〇〇〇五七七七〇一九又以前八位一〇〇〇〇〇〇五除之除得七空位後零數七七七〇一八于是以一〇〇〇〇〇一與一〇〇〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇〇五之各對數為第二三四等數又以十之假設對數除七空位後零數得三三七四五為第五數并五數得四七五五〇四三五六七五九一為五萬六千八百九十一之對數也。

第一數	五六八九〇	對數	四七五五〇三五六七五九
二	一〇〇〇〇一	又	〇〇〇〇〇〇四二四二九二三
三	一〇〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
四	一〇〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇〇〇一七一四七
五			三六七四五

四七五五〇四三五六七五九一

按此法求得對數後尾位略零異積恐有不合仍須用前法以定尾數方無進退一算之差。



續對數簡法

(一之術捷表求)

戴煦撰

數之用。乘除加減而已。乘與除對。加與減對。而乘除之與加減。則兩不相通。對數欲以加減代乘除。故求之殊不易。鄂士戴先生著為簡法。別立開方製表得表後。以累除代開。後復捨開方而用假設數求定準。較舊已簡。顯其開平方用遞乘遞除。竊謂此乃開諸乘方通法。不獨平方。以語鄂士。矧日各以所立術互質。尤若合符。說詳自序。鄂士既得此通法。乃續行推衍。分倍大折小率。以示其綱。求對數根以總其要。參之用數借數以濟其窮。于是法愈簡。得數亦愈密。書成。屬序于余。余維加減不通于乘除。而妙能通之者。惟遞加數中遞加一得諸根。遞加根得平積。遞加平積得立積。乃至多乘積。加既由根而得。積減亦由積而得。蓋加即乘。減即除矣。且逐層皆屬方廉。階遞以次。層乘之首。層除之得。自上而下。逐層而其數皆倍。遞以首層乘之。次層除之。得自下而上。逐層。而其數皆半。是則諸乘方連比例。與夫假數折半真數開方之理。悉緒綜參伍。默而寓之於一。開方通法。即從此數轉變而出者。故能挾乘除加減之根。而操乎其所得。遞加之為數。誠妙矣哉。此數舊稱廉率。亦曰三角堆。惜未有表章而推闡之者。今鄂士以此開對數逐次乘除法。遞加根也。二數三數至多數。遞加積也。根定而積從于此。探對數之真源。即于此顯遞加之神應。讀是書者。果因端竟委而觀其通。會心當自不遠也。道光丁未七夕前一日。梅侶弟項名達題于印蓮小室。

一

前歲之秋。予以對數簡法呈梅侶項先生。矧日。予曰。連比例遞求法。可開平方。亦可開諸乘方。會得二術。屬稿未定。予歸而思之。亦得二術。以呈先生。而先生亦以定稿見示。其逐數皆正一術。與予正負相開者不同。其第一數正。而以下皆負。一術。則若合符節焉。於是開諸乘方。遂有三術。予思既有三術。必更有一術。因補衍之。將呈先生。而先生適以補衍一術見示。又若合符節焉。惟先生以乘數加一為廉率。而予以連比例率推之。復一一脗合。因以其法。用代累乘求積。亦無不可。通乃知廉率本通於連比例率也。夫對數開平方多次。以開方舊法。至十二乘。已屬繁重。斷難開至億兆乘。故以平方代開耳。今開諸乘方。既通為一法。可不必代開。由是因繁得簡。復推得開極多位九乘方之法。而對數之簡法出矣。蓋前術用假設對數。乃立天元一術。即西人之借根方。但天元一可乘而不受除。常寄除法為母。今須累除數百次。則寄母極繁。不可算。不待不徑用除法。既用除法。則數百次之略零累積。其差甚大。故難求至多位。不如連比例遞求法之所差極微也。至對數還原。即代累乘求積之法。而變通之。因亦類附焉。丙午秋八月。鄂士戴煦識於脩波齋。

續對數簡法總目

以本數為積求折小各率四術
以本數為根求倍大各率四術

求對數根

求用數

求借數之對數

有借數求諸對數

增

求借用本數之對數

求備減表

求借用率數

有對數求真數

續對數簡法 總目

續對數簡法

論率

對數生於連比例率。如設一數為本數第一率。命為方根。則其自乘之積。為倍大第二率。再自乘之積。為倍大第三率。三自乘之積。為倍大第四率。故以本數之對數二乘之。即自乘積之對數三乘之。即再乘積之對數四乘之。即三乘積之對數。若反言之。則設一數為本數第一率。命為方積。而其開平方之根。為折小第二率。開立方之根。為折小第三率。三乘方之根。為折小第四率。故以本數之對數二除之。即平方根之對數。三除之。即立方根之對數。四除之。即三乘方根之對數。推之多乘。其倍大折小之率。莫不皆然。然倍大各率。與連比例率相應。而折小各率。不相應者。謂三率平方積自乘一率。方根除之。得三率立方積。三乘方積推之各率。皆蓋倍大之率。率數也。故求對數用乘法。折小之率。率分也。故求對數用除法。倍大不僅率數亦有率分。如以二率之二除一率之一。得〇.五。即倍大第二率之率分。以三率之三除一率之一。得〇.三三三。即倍大第三率之率分。折小不僅率分。亦有率數。如〇.五。即折小第二率之率數。〇.三三三。即折小第三率之率數。其倍大折小同率之率分。率數。恆兩兩反對。其每率之率分。率數。恆與第一率之一。為三率連比例。而必以一為中率。故以率分除之。或以率數乘之。得數必同。且不特此也。率有整亦有零。整率者。如倍大折小一二三四等率。非率分。為整數。即率數。為整數。零率者。如有一數。較本數

續對數簡法

開平方根則不足較本數開立方根則有餘其率分必為二而下帶崎零小餘或較本數自乘則有餘較本數再乘積則不足其率數亦必為二而下帶崎零小餘而以此種帶崎零之率分或率數為首率一為中率求其末率必仍帶崎零是此種倍大折小之率分率數皆帶崎零而成零率矣若今所用之對數正真數之率數也非率而其本數第一率為一〇故一〇之對數為一即一率之一而一〇〇為本數倍大第二率其對數亦為二一〇〇〇為本數倍大第三率其對數亦為三若一以上一〇以下至九則不滿一率故對數首位為〇而下帶崎零一〇以上一〇〇以下至九九則不滿二率故對數首位為一而下帶崎零此即所謂零率也知對數之為連比例率數而求對數之法可得而言矣

倍大率

分	率一	數	率
一〇〇〇	方根	一〇〇〇	
	率二		
〇五〇〇	根平方	二〇〇〇	
	率三		
〇三三三	根立方	三〇〇〇	
	率四		
〇二五〇	方三乘	四〇〇〇	
	率五		
〇二〇〇	方四乘	五〇〇〇	
	率六		
〇一六六	方五乘	六〇〇〇	
	率七		
〇一四二	方六乘	七〇〇〇	
	率八		
〇一二五	方七乘	八〇〇〇	
	率九		
〇一〇〇	方八乘	九〇〇〇	
	率十		
〇一〇〇	方九乘	十〇〇〇	

折小率

分	率一	數	率
一〇〇〇	方發	一〇〇〇	
	率二		
二〇〇〇	根平方	〇五〇〇	
	率三		
三〇〇〇	根立方	〇三三三	
	率四		
四〇〇〇	方三乘	〇二五〇	
	率五		
五〇〇〇	方四乘	〇二〇〇	
	率六		
六〇〇〇	方五乘	〇一六六	
	率七		
七〇〇〇	方六乘	〇一四二	
	率八		
八〇〇〇	方七乘	〇一二五	
	率九		
九〇〇〇	方八乘	〇一〇〇	
	率十		
十〇〇〇	方九乘	〇一〇〇	

以本數為積求折小各率

第一術

法檢本率乘數之開方初商表取其較小於本數者以其根為第一數正。次以本數為除法以初商實減本數其減餘數為乘法其所求第幾率名為率分乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之為第二數正。以乘法乘第二數除法除之。又以率分加一乘之。二因率分除之為第三數正。乘法乘第三數除法除之。二因率分加一乘之。三因率分除之為第四數正。乘法乘第四數除法除之。三因率分加一乘之。四因率分除之為第五數正。如是遞求至應求位數乃并諸正數得所求。

級對數簡法

三

二

級對數簡法

按此術項氏所定。第二術。法檢本率乘數之開方初商表取其較小於本數者以其根為第一數正。次以初商實為除法以初商實減本數其減餘數為乘法乃以乘法乘第一數除法除之。又以率分除之為第二數正。乘法乘第二數除法除之。又以率分減一乘之。二因率分除之為第三數負。乘法乘第三數除法除之。二因率分減一乘之。三因率分除之為第四數正。乘法乘第四數除法除之。三因率分減一乘之。四因率分除之為第五數負。如是遞求至應求位數乃并諸正數又并諸負數減之得所求。

按此術予所定

第三術

法檢本率乘數之開方初商表取其較大於本數者以其根為第一數正。次以初商實為除法以初商實內減本數其減餘數為乘法乃以乘法乘第一數除法除之。又以率分除之為第二數負。乘法乘第二數除法除之。又以率分減一乘之。二因率分除之為第三數負。乘法乘第三數除法除之。二因率分減一乘之。三因率分除之為第四數負。乘法乘第四數除法除之。三因率分減一乘之。四因率分除之為第五數負。如是遞求至應求位數乃并諸負數減第一正數得所求。

按前開平方七術即此法

第四術

法檢本率乘數之開方初商表取其較大於本數者以其根為第一數正。次以本數為除法以初商實內減本數其減餘數為乘法乃以乘法乘第一數除法除之。又以率分除之為第二數負。乘法乘第二數除法除之。又以率分加一乘之。二因率分除之為第三數正。乘法乘第三數除法除之。二因率分加一乘之。三因率分除之為第四數負。乘法乘第四數除法除之。三因率分加一乘之。四因率分除之為第五數正。如是遞求至應求位數乃并諸正數又并諸負數減之得所求。

按前二術予所定與項氏所定暗合

以本數為根求倍大各率

第一術

法任截本數幾位依本率乘數累乘之為第一數正。次以本數為除法本數內減截去數為乘法其所求第幾率名為率數乃以乘法乘第一數除法除之。又以率數乘之為第二數正。乘法乘第二數除法除之。又以率數加一乘之。二除之為第三數正。乘法乘第三數除法除之。率數加二乘之。三除之為第四數正。乘法乘第四數除法除之。率數加三乘之。四除之為第五數正。如是遞求至單位下乃并諸正數得所求。

第二術

級對數簡法

五

法任截本數幾位依本率乘數累乘之為第一數正。次以截去數為除法。本數內減截去數。其減餘數為乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率數乘之。為第二數正。乘法乘第二數。除法除之。率數減一乘之。二除之。為第三數正。乘法乘第三數。除法除之。率數減二乘之。三除之。為第四數正。乘法乘第四數。除法除之。率數減三乘之。四除之。為第五數正。如是遞求至率數減盡而止。乃并諸正數得所求。

第三術

法任截本數幾位於末位加一。依本率乘數累乘之。為第一數正。次以截去數加一。為除法。截去數加一。內減本數。其減餘數為乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率數乘之。為第二數負。乘法乘第二數。除法除之。率數減一乘之。二除之。為第三數正。乘法乘第三數。除法除之。率數減二乘之。三除之。為第四數負。乘法乘第四數。除法除之。率數減三乘之。四除之。為第五數正。如是遞求至率數減盡而止。乃并諸正數。又并諸負數。減之。得所求。

第四術

法任截本數幾位。依前術加一。依本率乘數累乘之。為第一數正。次以本數為除法。截去數加一。內減本數。其減餘數為乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率數乘之。為第二數負。乘法乘第二數。除法除之。率數加一乘之。二除之。為第三數正。乘法乘第三數。除法除之。率數加二乘之。三除之。為第四數負。乘法乘第四數。除法除之。率數加三乘之。四除之。為第五數正。如是遞求至單位下。乃并諸正數。又并諸負數。減之。得所求。

按有本數求倍大折小各率。本通為一法。非有二義。其第二數倍大用率數乘者。緣率分率數與單一為三率連比例。率分為首率。則單一為中率。率數為末率。故以率分除之。即同於率數乘之。數。而折小各率。率分整而率數零。故用率分為便倍大各率。率數整而率分零。故用率數為便也。其第三數。以率數加減一乘之。二除之者。緣連比例首率與中率之比。同於中率與末率之比。前四術首率內加減中率乘之。倍首率除之。後四術中率內加減末率乘之。倍中率除之。其得數必同也。以下各術。其第二三術與前第二三術正負各異者。緣乘法雖云率數內減一。實一內減率數。其減餘為負。故乘為負乘。既為負乘。則乘後之正負必變。故能變逐數皆負者。為正負相間。變正負相間者。為逐數皆正也。其率數減盡而止者。凡算例以適足為實。任以正數負數乘除之。必仍為適足。或正負數為實。以適足數乘除之。亦為適足。故率數減盡。則以下無數也。

又按前四術。可為開方捷法。後四術。所求止。須以本數累乘。即得。而換次遞求。似乎較煩。然開方與累乘。但能求倍大折小各率。若前八術。則凡第一數可知者。雖零率亦可求。用之對數。為尤要也。又按每數通用之乘法。若先以除法除乘法。用為遞次乘法。則一次乘。可代一乘。一除。若先以乘法除除法。用為遞次除法。則一次除。可代一乘。一除。

論對數根

對數根者。諸對數之所生。即單一下無數空位零一之對數也。舊法以一〇為積。開方五十四次。以其方根單一下空位後所帶之零數。為一率。單一折半五十四次。即一八八千餘。為二率。單一下十五空位零一之一。為三率。求得四率。為對數根。夫以一〇為積。開方五十四次。即以一〇為本數。第一率。求折小第一兆八千零一十四萬三千九百八十五億零九百八十四萬一千九百八十四。今有本數。即可求折小各率。則是第五十四次開方數。可以徑求矣。既可徑求。則求第一兆八千餘萬億率。不如求第一無量數率。一十或一萬。何也。蓋一兆八千餘萬億率。為第五十四次開方數之率。其位數甚多。用連比例求得率數。亦有多位。即第五十四次。而布算甚繁。一無量數。數雖極大。而仍為一。不過一下有無數空位耳。以為首率。用連比例求末率。必為單位下無數空位零一。此即求對數根四率之二率。數既為一。可省多位乘法。一次且一無量數。較一兆有零為尤密也。

今定一〇之對數為單一。求對數根。

法先以一〇開平方五次。或開平方三次。三乘方一次。或平方一次。得折小第三十二率。一〇七四六〇七八二八三二一三二一七四九七。為對數根之用數。若三十二率。以後皆可為用。不必定用三十二率。也。用對數減去首位單一。以除用數。得一四四〇三四一九二一八八六六五三九。為遞次除。用對數除法。用對數減去首位單一。以除用數。此即前所云。以乘。乃以除法除單一。以折小率三十二乘之。得二二二一六九四六九〇二四九六三二六六。為第一數正。除法除第一數。一乘之。二除之。得七七一二三三八六四〇一〇六七八三〇。為第二數正。除法除第二數。二乘之。三除之。得三五六九九七〇一六四九二五一一二。為第三數正。除法除第三數。三乘之。四除之。得一八五八七七八二四九九八〇五。為第四數正。除法除第四數。四乘之。五除之。得一〇三二四〇九四四二〇八三。為第五數正。如是遞求。得五九七三一一七三三七四一。為第六數正。三五五四六一六三一一三。為第七數正。二一五九四一〇四六。為第八數正。一三三二六五三〇。為第九數正。八三二七一〇。為第十數正。五二五五七。為第十一數正。三三四五。為第十二數正。二一四。為第十三數正。一四。為第十四數正。一。為第十五數正。乃并諸正數。得二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七。為首率。單一為中率。求得末率。〇四三三二四九四八一九〇三二五一一八一。即對數根也。

用數	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七	除法	一四四〇三四一九二一八八六八六五三九
第一數	二二二一六九四六九〇二四九六三二六六	第二數	七七一三六八六四〇一〇六七八三〇
三	三五六九七〇一六四九二〇五一一二	四	一八五八七七八四九八〇二五
五	一〇三二四〇九四四二〇〇八三	六	五九七三三七一三三七四一
七	三二二六五三〇四六	八	一一三五九四一六三一
九	八三三二六五三〇四六	十	五二二七五三〇〇
十一	二二二五五〇〇	十二	一一四四五七
十三		十四	
十五		十六	
十七		十八	
十九		二十	
二十一		二十二	
二十三		二十四	
二十五		二十六	
二十七		二十八	
二十九		三十	
三十一		三十二	
三十三		三十四	
三十五		三十六	
三十七		三十八	
三十九		四十	
四十一		四十二	
四十三		四十四	
四十五		四十六	
四十七		四十八	
四十九		五十	
五十一		五十二	
五十三		五十四	
五十五		五十六	
五十七		五十八	
五十九		六十	
六十一		六十二	
六十三		六十四	
六十五		六十六	
六十七		六十八	
六十九		七十	
七十一		七十二	
七十三		七十四	
七十五		七十六	
七十七		七十八	
七十九		八十	
八十一		八十二	
八十三		八十四	
八十五		八十六	
八十七		八十八	
八十九		九十	
九十一		九十二	
九十三		九十四	
九十五		九十六	
九十七		九十八	
九十九		一百	

按此即以一〇為本數第一率依第一術求折小第一無量數率也其第一數本為單一其第二數為二其第三數為三其第四數為四其第五數為五其第六數為六其第七數為七其第八數為八其第九數為九其第十數為十其第十一數為十一其第十二數為十二其第十三數為十三其第十四數為十四其第十五數為十五其第十六數為十六其第十七數為十七其第十八數為十八其第十九數為十九其第二十數為二十其第二十一數為二十一其第二十二數為二十二其第二十三數為二十三其第二十四數為二十四其第二十五數為二十五其第二十六數為二十六其第二十七數為二十七其第二十八數為二十八其第二十九數為二十九其第三十數為三十其第三十一數為三十一其第三十二數為三十二其第三十三數為三十三其第三十四數為三十四其第三十五數為三十五其第三十六數為三十六其第三十七數為三十七其第三十八數為三十八其第三十九數為三十九其第四十數為四十其第四十一數為四十一其第四十二數為四十二其第四十三數為四十三其第四十四數為四十四其第四十五數為四十五其第四十六數為四十六其第四十七數為四十七其第四十八數為四十八其第四十九數為四十九其第五十數為五十其第五十一數為五十一其第五十二數為五十二其第五十三數為五十三其第五十四數為五十四其第五十五數為五十五其第五十六數為五十六其第五十七數為五十七其第五十八數為五十八其第五十九數為五十九其第六十數為六十其第六十一數為六十一其第六十二數為六十二其第六十三數為六十三其第六十四數為六十四其第六十五數為六十五其第六十六數為六十六其第六十七數為六十七其第六十八數為六十八其第六十九數為六十九其第七十數為七十其第七十一數為七十一其第七十二數為七十二其第七十三數為七十三其第七十四數為七十四其第七十五數為七十五其第七十六數為七十六其第七十七數為七十七其第七十八數為七十八其第七十九數為七十九其第八十數為八十其第八十一數為八十一其第八十二數為八十二其第八十三數為八十三其第八十四數為八十四其第八十五數為八十五其第八十六數為八十六其第八十七數為八十七其第八十八數為八十八其第八十九數為八十九其第九十數為九十其第九十一數為九十一其第九十二數為九十二其第九十三數為九十三其第九十四數為九十四其第九十五數為九十五其第九十六數為九十六其第九十七數為九十七其第九十八數為九十八其第九十九數為九十九其第一百數為一百

擬對數圖法
前言有本數求折小第一無量數率可以徑求此立法也而法有所窮必須先求三十二率何也蓋多率之開方初商表其數極繁惟初商單一則任折小至多率而初商實亦必仍為單一率而求折小多率者其首位必為單一故用第一第二兩術其第一數必為單一而初商實猶可句若用第三四兩術則初商必為二而初商實即極繁而不可求矣然即用第一二術而其中又有窒礙今試以一〇為本數依第一術求之則以一〇為除法初商實一減一〇得九為乘法乘法相和甚微而位不降位不降即不能遞求依第二術則一除九乘位不惟不降而反升尤不能遞求其窒礙也夫求折小多率者其本數必須單一下有空位空位後帶零數則減餘數小而可求今本數一〇既非單一又無零數則必假一單一下有空位帶零數之數以求之此用數之所由來也而求用數約有四法以本數先求折小第幾率為用數其第一數以折小率若干乘之然後遞求此一法也以本數首位降為單位以自二至九自一至九諸數累除之為用數求得數後以除法對數加之視降幾位再首位加幾又一法也以本數先求倍大第幾率以首位降為單位為用數求得數後視降幾位則首位加幾然後以倍大率若干除之又一法也置本數以自二至九累乘之以首位降為單位為用數求得數後視降幾位首位加幾然後以乘法之對數減之又一法也然第一法取數不易而有時零惟求對數根不得已而用之第二法亦有時零第三法雖無時零而不可必得諸數之倍大率不能備得首位為一而下行有空位也惟第四法既無時零且可必得故求用數可以倍大率求者則用倍大率其不可用倍大率者則用借數累乘法為便也

假如以倍大率求二之用數
法以二自乘九次得一千零二十四為二之倍大第十率降三位得一〇二四為二之用數
假如以累乘法求七之用數
法以七用二乘之得十四又以八乘之得一百一十二又以九乘之得一千零八降三位得一〇〇八為七之用數
假如兼用倍大率及累乘法求三之用數
法以三自乘再乘得二十七為三之倍大第三率以四乘之得一百零八降二位得一〇八為三之用數
論借數
借數者自二至九共八數借為累乘之數也凡諸數擇八數內之數乘之皆可得首位為一而下行有空位故借數不必廣求即八數而已足但由用數求得之對數必以乘法之對數減之則必先求借數之對數而借數雖有八數實止三數何也二五四八本通為一數三六九亦通為一數惟七則自為一數故有三數之對數而八數之對數已備有八數之對數而諸數之用數亦無不備矣
假如有對數根求二與四與五與八之對數
法依前求得二之用數一〇二四減去單一得〇〇二四為遞次乘法乃以乘法乘對數根得〇〇一〇四二三〇六七五六七八〇四三乘得對數小於原數為第一數正乘法乘第一數一乘之二除
擬對數圖法
一三

之得一二五〇七六八一〇七八八二一三七為第三數負。乘法乘第二數二乘之。三除之得二〇〇一二二八九七二六一〇為第三數正。乘法乘第三數三乘之。四除之得三六〇二二二二一五〇七為第四數負。如是遞求得六九一六二四七三三為第五數正。一三八三二四九五為第六數負。二八四五五四為第七數正。五九七六為第八數負。一二七為第九數正。三為第十數負。乃并諸正數得〇〇一〇四二五〇六九四八六五六〇〇六七又并諸負數得〇〇〇〇二五一一二八四六七四八一八以負減正得〇〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九為用數之對數。以用數係降三位乃於首位加三得三〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九為一千零二十四之對數。以一千零二十四係二之倍大第十率乃以十除之得〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九為二之對數也。

求四之對數者以四即二之倍大第二率乃以二之對數二乘之得〇六〇二〇五九九九一三二七九六二三八八即四之對數。

求五之對數者以二與五相乘即十乃以十之對數單一內減二之對數得〇六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇五即五之對數。

求八之對數者以八即二之倍大第三率乃以二之對數三乘之得〇九〇三〇八九九八六九九一九四三五八四即八之對數。

第一數	用數	乘法
十九	一〇二四	〇〇二四
十八	一〇二四	〇〇二四
十七	一〇二四	〇〇二四
十六	一〇二四	〇〇二四
十五	一〇二四	〇〇二四
十四	一〇二四	〇〇二四
十三	一〇二四	〇〇二四
十二	一〇二四	〇〇二四
十一	一〇二四	〇〇二四
十	一〇二四	〇〇二四
九	一〇二四	〇〇二四
八	一〇二四	〇〇二四
七	一〇二四	〇〇二四
六	一〇二四	〇〇二四
五	一〇二四	〇〇二四
四	一〇二四	〇〇二四
三	一〇二四	〇〇二四
二	一〇二四	〇〇二四
一	一〇二四	〇〇二四

編對數簡法

一五

假如求三與六與九之對數。
 法依前求得三之用數一〇八減去單一得〇〇八為遞次乘法。乃以乘法乘對數根得〇〇三四七四三五五八五五二二六〇一四四九九為第一數正。乘法乘第一數一乘之。二除之得一三八九七四二三四二〇九〇四〇五八為第二數負。乘法乘第二數二乘之。三除之得七四一一九五九一五七八一五五〇為第三數正。乘法乘第三數三乘之。四除之得四四四七一七五四九四六八八三為第四數負。如是遞求得二八四六一九二三一六六〇一為第五數正。一八九七四六一五四四四〇為第六數負。一三〇一一一六四八七六為第七數正。九一〇七八一五四一為第八數負。六四七六六八七為第九數正。四六六三二〇一為第十數負。三三九一四二為第十一數正。二四八七〇為第十二數負。一八三七為第十三數正。一三六為第十四數負。一〇為第十五數正。一為第十六數負。乃并諸正數得〇〇三四八一七九六四〇七〇六九七二一五二又并諸負數得〇〇〇一三九四二〇八五八三三七七五一一四〇以負減正得〇〇三三三三三三七五五五八六九九七〇一二為用數之對數。以用數係降二位乃於首位加二得二〇三三三三三七五五五八六九九七〇一二為一百零八之對數。以係借四乘再減四之對數得一四三三三三三七六四一五八八九七三一四為二十七之對數。以二十七係三之倍大第三率乃以三除之得〇四七七二二二五四七一九六六二四三即三之對數也。

求六之對數者以二三相乘即六乃以二之對數加三之對數得〇七七八一五二二五〇三八三六四三六三〇二即六之對數。

求九之對數者以九係三之倍大第二率乃以三之對數二乘之得〇九五四二四二五〇九四三九九二四八七二即九之對數。

第一數	用數	乘法
十九	一〇八	〇〇八
十八	一〇八	〇〇八
十七	一〇八	〇〇八
十六	一〇八	〇〇八
十五	一〇八	〇〇八
十四	一〇八	〇〇八
十三	一〇八	〇〇八
十二	一〇八	〇〇八
十一	一〇八	〇〇八
十	一〇八	〇〇八
九	一〇八	〇〇八
八	一〇八	〇〇八
七	一〇八	〇〇八
六	一〇八	〇〇八
五	一〇八	〇〇八
四	一〇八	〇〇八
三	一〇八	〇〇八
二	一〇八	〇〇八
一	一〇八	〇〇八

編對數簡法

一七

井正數	〇〇三四八一七九六四〇七〇六九七二一五二
井負數	〇〇〇一三九四二〇八五八三七四七五一四〇
減得	〇〇三三四二二七五五四八六九四九七〇一二
首位加二	二〇三三四二二七五五四八六九四九七〇一二
內減四	一四三一三六三七六四一五八九八七三一四
三除之	〇四七七一一二二五四七一九六六二四三七一
內加二	〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三二〇
之對數	〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七四二
之對數	九之對數
之對數	六之對數
之對數	三之對數

假如求七之對數

法依前求得七之用數一〇〇八減去單一得〇〇〇八為遞次乘法乃以乘法乘對數根得〇〇〇三
 四七四三五五八五二二六〇一四五為第一數正 乘法乘第一數一乘之二除之得一三八九七
 四二三四二〇九〇四一為第二數負 乘法乘第二數二乘之三除之得七四一一九五九一五七八
 二為第三數正 乘法乘第三數三乘之四除之得四四四七一七五四九五為第四數負 如是遞求
 得二八四六一九二三為第五數正 一八九七四六六為第六數負 一三〇一為第七數正 九為第
 八數負 并井諸正數得〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一又并諸負數得〇〇〇〇
 〇一三八九七八八一五七四二九一以負減正得〇〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六
 〇為用數之對數以用數係降三位乃於首位加三得三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六
 〇為一千零八之對數以係二與八與九乘所得乃并二八九之三對數得二一五八三六二四九二
 〇九五二四九六五三八減之得〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三二即七之對數也

乘法	一〇〇八
用數	〇〇〇八
第一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二數	〇一三八九七八八一五七四二九一
第三數	〇〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇
第四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第二十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第三十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第四十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第五十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第六十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第七十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第八十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十一數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十二數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十三數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十四數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十五數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十六數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十七數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十八數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第九十九數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一
第一百數	〇〇〇三四七四四二九九七六六三九一五一

首位加三	三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇
井三對數	二一五八三六二四九二〇九五二四九六五三八
減得	〇八四四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三二二
七之對數	七之對數

按此用第二術開極多位九乘方法也舊法求二之對數亦以一〇二四為用數而以單一下十五空
 位零之一為一率單一下十五空位零之一之對數即今所用對數根為二率用對數開平方四十七次
 以其單一下之零數為三率求得四率然後以平方四十七次折小率一百四十餘萬倍乘之得用數
 之對數夫一率之本可省乘今既開極多位九乘方其折小之率分為一無量數而一無量數之一
 亦可省乘開方既用零數則第一數亦可置不用而竟以第二數為第一數止須求得開方零數以對
 數根乘之即得用數之對數而遞求法之例於求得數後乘之與乘第一數得數必同故竟以乘法乘
 對數根為第一數也本難以對數根乘不用之第一數係單一故可省乘其求對數根用第一術而此用第二
 術者蓋對數根之用數係多位零凡多位零者除便於乘故以一次除代一乘一除既用除法則
 用第一術與第二術同一略零除法不如第一術之降位稍易矣若今所求之用數均位少而無零
 不惟乘法止一二位抑且用第二術則除法即單一可以省除故雖降位稍難而終以第二術為便也
 假如有借數求二十三之對數

法置二十三以五乘之得一百十五又以九乘之得一千零三十五降三位得一〇三五為二十三之用
 數減去首位單一得〇〇三五為遞次乘法乃以乘法乘對數根得〇〇一五二〇〇三〇六八六六六
 一三八一三四為第一數正 乘法乘第一數一乘之二除之得二六六〇〇五三七〇一六五七四一
 七為第二數負 乘法乘第二數二乘之三除之得六二〇六七九一九七〇五三四〇為第三數正
 乘法乘第三數三乘之四除之得六二九二八二八九二六五為第四數負 如是遞求得四五六
 一九九二〇九八三為第五數正 一三三〇五八一〇二九為第六數負 三九九一七四三一為第
 七數正 一一二二四七一為第八數負 三八〇三二為第九數正 一一九八為第十數負 三八
 為第十一數正 一為第十二數負 乃并諸正數得〇〇一五二〇六五一八二四四七九九九五
 八又并諸負數得〇〇〇二六六一六八四三一六三五四三八一以負減正得〇〇一四九四〇三
 四九九九二九三六五七七為用數之對數以係降三位乃於首位加三得三〇一四九四〇三三
 七九二九三六五七七為一千零三十五之對數以係五與九乘所得乃以五與九兩對數相并得
 一六五三二二二五三三七七五三三三六七九三減之得一三六一七二七八三六〇一七五九二八
 七四即二十三之對數也

讀對數簡法

真數	假數	小餘
-0-1	000四三三一三七三七八二六四二五六	六五
-0-2	000八六〇三一七七一七六一九一七五五	九八
-0-3	00一二八三七二二四七〇五一七二二〇	四六
-0-4	00一七〇三三三三九二九八七八〇三五	四三
-0-5	00二一一八九二九九〇六九九三八〇七	四四
-0-6	00二五三〇五八六五二六六六八四一二	六四
-0-7	00二九三八三七七七六八五一〇九六四	〇二
-0-8	00三三四二三七五五四八六九四九七〇	一一
-0-9	00三七四二六四九七九四〇六二二六三	三八
-00-1	0000四三四〇七七四七九三一八六四	〇七
-00-2	0000八六七七二一五三一二二六九一	二五
-00-3	000一三〇〇九三三〇二〇四一八一	八六
-00-4	000一七三三七二二八〇九〇〇〇五二	九七
-00-5	000二一六六〇六一七五六五〇七六七	六二
-00-6	000二五九七九八〇七一九九〇八六一	二二
-00-7	000三〇二九四七〇五五三六一八〇〇	七〇
-00-8	000三四六〇五三二一〇九五〇六四八	六〇
-00-9	000三八九一一六六二二六九九一〇五二	一六

二七

讀對數簡法

真數	假數	小餘
二	0=0-0二九九九五六三九八一一九	四九
三	0四七七一二二二五四七一九六六二四三	七一
四	0六〇二〇五九九一三二七九六二三八	九八
五	0六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇	五一
六	0七七八一五一二五〇三八三六四三六三	二〇
七	0八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三	二二
八	0九〇三〇八九八六九九一九四三五八	四七
九	0九五四二四二五〇九四三九三二四八七	四二
一〇	0〇四一三九二六八五一五八二二五〇四	一七
一一	0〇七九一八一二四六〇四七六二四八二	六九
一二	0一三九四三三三三三〇六八三三六七六	九六
一三	0一四六一二八〇三五六七八二四八〇二	七一
一四	0一七六〇九一二五九〇五五六八一二四	二二
一五	0二〇四一一九九八二六五五九二四七七	九六
一六	0二三四四四八九二一三七八二七三九二	七八
一七	0二五五二七二五〇五一〇三三〇六〇六	九一
一八	0二七七八七五三六〇九五二八二八九六	一九

二六

讀對數簡法

真數	假數	小餘
-00000-1	000000四三三四二九四二六四七五	六二
-00000-2	0000000八六八五八八〇九五二一	八七
-00000-3	000000-三〇二八八一四九一三八	八五
-00000-4	000000-一七三七一七四四五三二六	六四
-00000-5	000000二一七一四六六九八〇八五	三三
-00000-6	000000二六〇五七五九〇七四一五	〇一
-00000-7	000000三〇四〇〇五〇七三三一五	七七
-00000-8	000000三四七四三三九一五五六八七	六七
-00000-9	000000三九〇八六三二七四八三〇	八三

二九

讀對數簡法

真數	假數	小餘
-000-1	00000四三三四二七二七六八六二六六	九六
-000-2	00000八六八五〇二一一六四八九五	七二
-000-3	0000一三〇二六八八〇五二二七〇六	〇九
-000-4	0000一七三六八三〇五八四六四九一	八七
-000-5	0000二一七〇九二九七二二二〇二〇	八二
-000-6	0000二六〇四九八八五四七三九〇三四	六九
-000-7	0000三〇三八九九七八一八一二四九	一九
-000-8	0000三四七二九六六八五三六三五四	〇八
-000-9	0000三九〇六八九二四九九一〇一三	一〇
-0000-1	00000四三三四二九二二一〇四三〇	八四
-0000-2	00000八六八五八〇二七七八〇六二	六三
-0000-3	00000一三〇二八六三九〇二八四八	九三
-0000-4	00000一七三七一四三一八四九八〇	九二
-0000-5	00000二一七七一四一八一二四九五	五一
-0000-6	00000二六〇五六八八七二一五三九	六九
-0000-7	00000三〇三九九五四九七六一三九	八六
-0000-8	00000三四七四二一六八八八四〇三	三三
-0000-9	00000三九〇八四七四四四八四一六	七五

二八

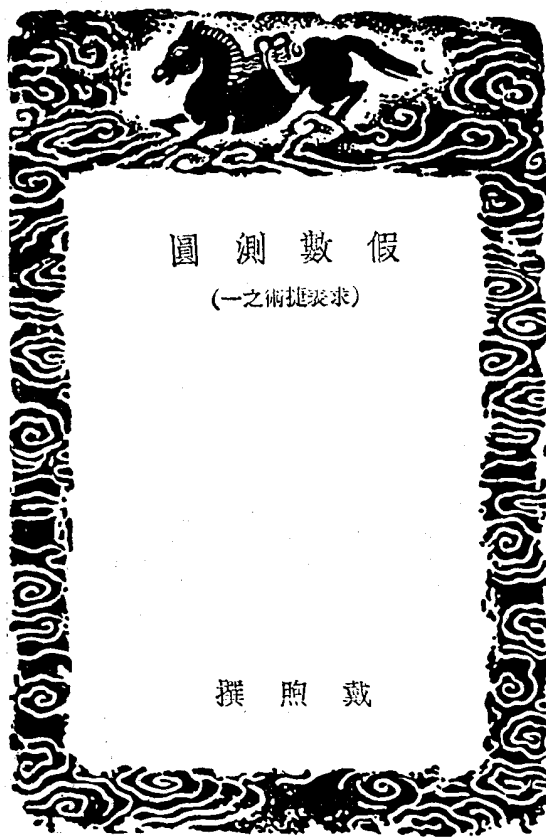
位則一〇〇一即可借爲本數。而對數遞減至四空位即可求借用率數矣。

西法有對數表。以加減代乘除。用之極便。而造之極難。非難也。未得其簡易之法也。夫對數者。無中生有之數也。無數之中。忽焉有數。則必有起算之端。又必有維持之訣。又必有扼要之大綱。三者不可缺一焉。起算之端。莫先於一。亦莫備於一。古人天元四元。皆假一以立算。一與一爲乘除。一與一爲加減。萬算皆從此起。此假設對數所自防也。總訣者何。對數較是也。真數比例同。對數較必等。扼要者何。對數根是也。全表之對數較。皆以此根爲乘除。三者其大關鍵也。由是推導以經之。招差以緯之。而對數全表。八綫對數。皆從此出矣。余嘗仿四元識別法。撰細草以明之。其數旁註大字。對數旁註元字。假設對數。其略由數始於一。成於十。十一與十之對數較。元一十與百。百與千。千與萬。其對數較同爲元一。就此對數較之元一。一分析之。爲九較。折之。爲對數較。以十二爲首較。一。再折爲九十較。折之。爲對數較。以十一爲首較。一。更折爲九百較。折之。爲對數較。以十一〇爲首較。一。推之。九千九萬。以至無窮。皆以一加一爲首較。一。無對數較。一。加絲毫之一也。中間空位。則視較之多寡。乃設首較之假數人。一。如法求十之假數。以爲所有率。原設十之對數一元。爲所求率。今設首較之假數一人。爲今有數。比例得首較之對數。如設太二之假數人。一。太四之假數人。二。太八之假數人。三。求十之假數人。三三二一九二八。比例得二之對數。又設太一一之假數人。一。求得十之假數二四一五八八五。比例得太一一之對數。又設太一〇一之假數。一。求得十之假數二二三。一四〇七九。比例得太一〇一之對數。如是遞求至極多較之首較。一。亦設假數。一。求得十之假數二二三〇二五八五。比例得首較之對數。以爲對數根。如法

續對數簡法 啟

求逐數之對數較。即得全表之對數。夫首較者。起算之端也。求十之假數者。求對數較之如積也。求首較之對數者。求扼要之對數根也。備斯三節。而全表指顧可成。斯真可謂簡易之法矣。此戴君鄂士對數簡法所由作也。余近見李君壬叔對數探原一書。深明對數較之理。而戴君此書。專明假設對數之理。其編樞專明對數根之理。二君皆學有心得。互相發明。洵足爲後學津梁。而戴君書尤爲明快。余于乙卯秋。奉譚旋里。始識戴君。讀其書。今年又得讀李君書。以方守古禮言不文之訓。不敢贊一辭。而戴君書。亦深察。詞甚切學。且請俟詳釋之後。蓋知禮之君子也。咸豐七年秋。抄余既服閱。而是書亦適刻成。乃踐前約。而疏其大旨。如此用以發明戴君之雅志。至是書之精當。不刊。讀是書者。當自知之。不待余之贅說也。是爲

徐有王撰



假數測圖

(一之術捷表求)

戴煦撰

新法推步用八線表則較繁，而用八線對數表則較易。竊嘗思必待求得八線，而後由八線一求其對數，縱有捷法亦屬多一轉帳。若能舍八線而徑用弧背求其八線對數，不更直捷乎？願雖有此意，而觀之之法，殊不可得也。至去歲獲見王叔李君，言接談未數語，王叔即首議此事。頓驚喜，竊意見之同，然詢以禦之法，亦未得其梗概。何則？蓋以真數求假數，本非淺數可求，故恆借他數為用數。今既但知弧背，又烏知此八線之真數，或可徑求假數乎？抑尚須求用數乎？如須求用數，則即不可求矣。此徑求八線假數之所以難也。今秋錄外切密率既竟，忽悟四十五度以內割線，頗可徑求假數，不必借用數。依法行之，果得徑求割線對數之術。復思割線既可徑求，當不僅可求一線，因又悟逆比例開方法，其用初商實較大者二術，可求負算對數，而因以得弧背求四十五度以外正弦對數之術。夫八線內既得二線對數，則諸線對數，可加減而得。遂乘數句，暇行術解，並增算式，以為求表之助。至他線對數，亦可徑求，特須借用弧背對數，而求弧背對數，仍籍對數表，殊失徑求之意。故置不取焉。他日質之王叔，未識定以為何如也。咸豐壬子仲冬鄂士戴煦識。

假數測圖總目

卷上

求負算對數二術

以本弧分求四十五度以內割線對數

有四十五度以內割線對數求四十五度以外割線對數

有割線對數求諸線對數

卷下

以餘弧分求四十五度以外正弦對數

有四十五度以外正弦對數求四十五度以內正弦對數

有正弦對數求諸線對數

假數測圓卷之上

求負算對數二術

對數有正有負自單一以上之對數均屬正數自單一以下之對數均屬負數而恆以單一為正負之界故其對數為適足無數假如以二除一得〇五故以二之對數命為負數即〇五之對數蓋於適足無數內減二之對數適負一二之對數也又如以二除八得四故以二之對數減八之對數得四之對數若以八除二得〇二五故以四之對數命為負數即〇二五之對數也又不滿單一之數用為乘法則乘得數必反小於原數若用為除法則除得數必反大於原數此定理也故以〇二五除二得八在對數為以〇二五之對數減二之對數得八之對數但減法係同名相減異名相加今〇二五與二之對數既正負異名則當以加為減故仍以〇二五之對數加二之對數而得八之對數若以〇二五乘八則得二在對數為以〇二五之對數加八之對數而得二之對數但加法係同名相加異名相減今〇二五與八之對數亦正負異名又當以減為加故仍以〇二五之對數減八之對數而得二之對數表惟此種不滿單一之真數若用假對數簡法求對數根與求借數之對數二術求之則必借單一之對數帶零數之數為用數矣茲更設二術即用不滿單一之數為用數而其對數亦無不可求不特以補數對數簡法之遺而求八線對數有賴是術者故先及之

假數測圓 卷之上

假數測圓 卷之上

假如有不滿單一之真數〇九八求其對數
法以真數〇九八減單一得〇〇二用為乘法乃依續對數簡法求得對數根〇四三二九四四八二以乘法乘之得〇〇八六八五八八九六四為第一數負 置第一數以乘法乘之又乘之得二除之得八六八五八九〇為第二數負 置第二數以乘法乘之又乘之得一一五八一二為第三數負 置第三數以乘法乘之又乘之得四除之得一七三七七為第四數負 置第四數以乘法乘之又乘之得五除之得二八為第五數負 乃并諸負數得負〇〇八七七三九二四三一為〇九八之對數若以一百乘之得九十八故以一百之對數二內減求得數以正負名得一九九一二二六〇七五六九為九十八之對數也

乘用	〇〇九八
第一數	〇〇〇八六八五八八九六四
	八六八五八八九六四
	一一五八一二
	一七三七七
	二八
并得數	〇〇〇八七七三九二四三一
以減	二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
減餘數	一九九一二二六〇七五六九
	九十八對數

此術用續對數簡法以本數求折小各率第三術開極多位九乘方也蓋大於單一各數則用第三術其初商必為二而初商已極大而不可算若小於單一各數則如求對數根以及求借數之對數二術其初商必小於單一如求〇九八之對數其初商必為〇九而初商實又極小而不可算故用第三術則初商可用單一而初商實必仍為單一而無所窒礙矣又第三術之第一數為正而第二數以下均為負求對數之開方例不用第一數故所得各數均為負算惟每數當以初商實為除法而初商實既為單一則可省略又本法應於求得數後以對數根乘之而先乘第一數其得數亦相同也

又術

法以真數〇九八減單一得〇〇二用為乘法以〇九八為除法乃以乘法乘對數根除法除之得〇〇〇八八六三一五二六九為第一數負 置第一數以乘法乘之除法除之得九〇四四〇三三為第二數正 置第二數以乘法乘之除法除之得一一三〇四八為第三數負 置第三數以乘法乘之除法除之得三乘之四除之得一一八八三為第五數正 置第四數以乘法乘之除法除之四乘之五除之得三一為第五數負 置第五數以乘法乘之除法除之五乘之六除之得五進一得一為第六數正 乃并諸負數得〇〇〇八八六四三八三四八以并諸正數〇〇〇〇九九四五九一七減之得負〇〇〇八七七三九二四三一為〇九八之對數也

假數測圓 卷之上

月	〇九八
法	〇〇二
法	〇九八
第一數	〇〇〇八八六三二五二六九
二	九〇四四〇三三三
三	一三三〇四八
四	一八八三
五	三三
六	一
并負數	〇〇〇八八六四三三八四八
并正數	〇〇〇〇〇九〇四五九一七
減餘數	〇〇〇八七三九二四三三

此術用以本數求折小各率第四術開極多位九乘方也術之乘法與前術同而除法則前術用初商實爲單一自可省算此術用本數故較前術多一次除其正負相間本起正數而求對數者不用第一數故其正負相間起負數既起負數必負數益而正數數故負正二數相減而所餘者在負數也此二

術亦可求單一以上之對數如遇真數九十八之類則降二位如前二術求之求得數後與二相減即九十八之對數又或他數用借數乘之使首位爲九降位亦可爲用數假如求二十三之用數置二十三以四乘之得九十二降二位得〇九二爲二十三之用數依前二術求得數後與二相減再減四之對數即得二十三之對數也總而論之開諸乘方有四術求對數則求正算對數二術求借數之對數術求負算對數二術亦有四術而求對數之法於是乎始全矣凡孤背求正對對數則生於求正算之術而求正弦對數則生於求負算之術故不可不備也

以本弧分徑求四十五度以內正割對數
術曰先求各率分子爲遞次乘法以二爲數根即爲第一乘法置前數根加二得四爲數根置前乘法四五遞乘之二二遞除之得二十爲初減數以數根減初減得十六爲第二乘法置前數根加二得六爲數根置前初減六七遞乘之三四遞除之得七十爲初減數置前乘法六七遞乘之二二遞除之得三百三十六爲次減數以數根減初減得六十四再減次減得二百七十二爲第三乘法置前數根加二得八爲數根置前初減八九遞乘之五六遞除之得一百六十八爲初減數置前初減八九遞乘之三四遞除之得二千〇十六爲次減數置前乘法八九遞乘之二二遞除之得九千七百九十二爲三減數以數根減初減得一百六十再減次減得一千八百五十六再減三減得七千九百三十六爲第四乘法凡數根均起各偶數其求各減數則用滿奇二數乘而逐次乘法遞加如第二乘法用四五乘再用奇

假設圖 卷之上
謂二數除而換次減數遞降如第三乘法初減用三乘法降一位則多一減如是遞求得各率分子即爲遞次乘法

乃以二爲全徑單一爲半徑求其逐度弧分爲弧線表以所設若干度檢弧線表得弧分爲二率以半徑單一爲一率二率自乘得三率本徑以一率除之得三率而以乘對數根二除之爲第一數正置第一數以三率乘之得五率三四遞除之爲七率用數第一乘法乘之爲第二數正置七率用數以三率乘之得七率五六遞除之爲九率用數第二乘法乘之爲第三數正置九率用數以三率乘之得九率七八遞除之爲十一率用數第三乘法乘之爲第四數正置十一率用數以三率乘之得十一率九十遞除之爲十三率用數第四乘法乘之爲第五數正如是遞求至應求位數下乃并諸正數視所設半徑較單一應升若干位如半徑一百係十一位較單一應升十位則於首位加一〇即得所設度正割對數

解曰求對數用以本數求折小各率第一第二術其用數必爲單一下帶零數則降位易而可求如續對數前法求對數根以及求借數之對數是也而四十五度以內各正割線與其用數相似何也用數爲單一下帶零數而割線爲半徑外帶割線半徑差若命半徑爲單一則亦爲單一下帶零數四十五度則割線半徑差漸故有割線求其對數者不必更求用數但降半徑爲單一即可爲用數其求法用第二術當以降位割線半徑差爲乘半徑單一爲除法復換次以一二三四等數乘除之求得各數又一正一負加減之然後以對數根乘之即得半徑單一之割線對數今雖未知割線半徑差其數而弧背求割線半徑差各率分數則推演而可知見外切則命割線半徑差各率分數爲乘法以半徑一率爲除法如求折小各率第二術演之而本弧求正割對數之各率分數即在是矣蓋本弧求割線半徑差率分起三率若自乘爲一率乘五率以半徑除之必起五率率數逐次遞降則推演率分亦無所窒礙也今依外切密率演得本弧求割線半徑差率分三率一二分之二又五率一二三四分之五又七率自一至六分之六十一又九率自一至八分之一千三百八十五又十一率自一至十分之五萬〇五百二十一爲本弧求正割線對數之乘法也

如圖置本弧求割線半徑差率分爲實仍以本弧求割線半徑差爲乘法乘之先置原實五率以下分母爲定母以原實首位三率一二分之一循乘乘法得首層一率乘五率一二分之二又二率乘七率一二三四分之二又二分之五又二率乘九率自一至六分之二又二分之六十一又一率乘十一率自一至八分之二又二分之一千三百八十五爲第一乘法式其五率定母係一二三四乘法式分母係一二分之二又二分之三又二分之四乘之使從定母其七率定母係自一至六分乘法式係一二三四分之二又二分之五乘之其九率定母係自一至八分乘法式係自一至六分又一二分應以一二除之七八乘之其十一率定母係自一至十分乘法式係自一至八分又一二分應以一二除之九十乘之通計乘除得如次層一率乘五率一二三四分之六又一率乘七率自一至

Table with columns for fractions (e.g., 七率, 九率, 十一率) and their corresponding numerical representations and operations.

六分之二七十五又一率乘九率自一至八分之二千七百〇八又一率乘十一率自一至十分之六萬二千三百二十五為第一同母式...

Table with columns for fractions (e.g., 七率, 九率, 十一率) and their corresponding numerical representations and operations.

之六。復乘乘得首層。一率乘七率。二分之二三三四分之二。又一率乘九率。一三三四分之二。六分之二。復乘乘得首層。一率乘七率。二分之二三三四分之二。又一率乘九率。一三三四分之二。六分之二。復乘乘得首層...

次以第四數全率為質，以乘法乘之，先置原質十一率分母為定母，以原質首位九率自一至八分之二千五百二十乘乘法，得首層，一率乘十一率，二分又自一至八分之二千五百二十為乘法式，依法乘除之，便從定母得次層，一率乘十一率，自一至十分之十一萬三千四百，為同母式，以一率除之，得十一率，自一至十分之一萬三千四百為第五數全率，乃置本弧求割線半徑差率分，為第一數，次置第二數全率，二除之，得五率，二三四分之三，又七率自一至六分之七十五，又九率自一至八分之二千五百八十三，又十一率自一至十分之十二萬六千三百七十五，為第二數，係負算，應減第一數，計減得三率，二三四分之二，少七率自一至六分之十四，少九率自一至八分之二十一，百九十八少十一率，自一至十分之七萬五千八百五十四，為第一減得數，次置第三數全率，三除之，求對數，第三數係二乘三除，第四第三數生於第二數，原二分之三，得三率，三除之，得全率，再三除，此既用第三數全率，則三除之，已得第三數，不必再用全率也，下做此得七率，自一至六分之三十，又九率自一至八分之二千一百，又十一率自一至十分之十五萬五千六百一十，為第三數，係正算，應加而第一減得數七率以下，均屬負數，正負異名，仍當以減為加，計減得三率，二分之二，又五率，二三四分之二，又七率，自一至六分之十六，又九率，自一至八分之九百〇二，又十一率，自一至十分之七萬九千七百五十六，為第二加得數，次置第四數全率，四除之，得九率，自一至八分之六百三十三，又十一率，自一至十分之九萬四千五百，為第四數，係負算，應減計減得三率，二分之二，又五率，二三四分之二，又七率，自一至六分之十六，又九率，自一至八分之二千七十二，少十一率，自一至十分之一萬四千七百四十四，為第三減得數，次置第五數全率，五除之，得十一率，自一至十分之二萬二千六百八十，為第五數，係正算，應加，因第三減得數之十一率，係負數，仍當以減為加，計減得三率，二分之二，又五率，二三四分之二，又七率，自一至六分之十六，又九率，自一至八分之二千七十二，又十一率，自一至十分之七千九百三十六，為本弧求割線對數各率分數也。

細審本弧求割線對數率分，其分母與本弧求割線半徑差同，是其逐率除法，必自一二而三四而五假數測圖 卷之上

士率	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	〇
二	三	四	五	六	七	八	九	十	〇	〇
三	四	五	六	七	八	九	十	〇	〇	〇
四	五	六	七	八	九	十	〇	〇	〇	〇
五	六	七	八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇
六	七	八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇
七	八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

士率	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	〇
二	三	四	五	六	七	八	九	十	〇	〇
三	四	五	六	七	八	九	十	〇	〇	〇
四	五	六	七	八	九	十	〇	〇	〇	〇
五	六	七	八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇
六	七	八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇
七	八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
八	九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
九	十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

六矣，惟其分子，則由迭次乘除迭次加減而得，莫能知其所由來，乃取本弧求切線分子與之相較，其外切率則一一相符，如求切線二率分子為一，而求割線對數三率分子亦為一，求切線四率分子為二，而求割線對數五率分子亦為二，求切線六率八率十率分子，為十六，為二百七十二，為七千九百三十六，而求割線對數七率九率十一率分子，亦為十六，為二百七十二，為七千九百三十六，夫第五分子以前既一一相符，則第五分子以後，亦必一一相符，蓋迭次乘除加減，層層抵算，適與膠合也，故借本弧求切線術中求各率分子之法，以求遞次乘法，而數適合，更不待他求也，又求得數後，當以對數根乘之，為正割對數，又先以乘第一數，其得數亦同也。

又術用，以本弧求折小各率第一術，如積對數簡法求對數根之法求之，則當以本弧求割線半徑差率分為乘法，以本弧求割線半徑差率分首位加一率，一得本弧求割線率分為除法，乃置一率一，以乘法乘之，除法除之，為第一數，次置第一數，又乘法乘之，除法除之，為第二數全率，次置第二數全率，以乘法乘之，除法除之，為第三數全率，如是遞求得各數全率，然後置第二數全率，二除之，為第二數，從第三數全率，三除之，為第三數，如是遞求得各數，乃以各數相并，亦得本弧求正割線對數率分，但所求得率分之分母分子，與前術相同，而是術以本弧求割線率分為除法，衍算較煩重，故不復贅，

假數測圖 卷之上

一秒	〇〇〇〇〇〇四八四八一三七
二秒	〇〇〇〇〇〇九六九六二七四
三秒	〇〇〇〇〇〇一四五五四四一〇
四秒	〇〇〇〇〇〇一九三九五四七
五秒	〇〇〇〇〇〇二四二四〇六八四
六秒	〇〇〇〇〇〇二九〇八八二一
七秒	〇〇〇〇〇〇三三九三六九五八
八秒	〇〇〇〇〇〇三八七八五〇九四
九秒	〇〇〇〇〇〇四三六三三三三一
十秒	〇〇〇〇〇〇四八三八三六八
二十秒	〇〇〇〇〇〇九六九六二七三六
三十秒	〇〇〇〇〇〇一四五五四四一〇四
四十秒	〇〇〇〇〇〇一九三九五四七二
五十秒	〇〇〇〇〇〇二四二四〇六八四一

九率七除之八除之得連單位六〇下一五五九四九〇八七八二爲十一率用數第三乘法二七二乘之得四二四一八一五二爲第四數正 次置十一率用數以三率乘之得十一率九除之十除之得連單位八〇下一〇六八八五八一七爲十三率用數第四乘法七九三六乘之得八四八二四五九爲第五數正 次置十三率用數以三率乘之得十三率十一除之十二除之得連單位十一〇下四九九四八八九九五爲十五率用數第五乘法三五三七九二乘之得一七六七一五二爲第六數正 次置十五率用數以三率乘之得十五率十三除之十四除之得連單位十三〇下一六九二九一一七爲十七率用數第六乘法二二三六八二五六乘之得三七八六七五爲第七數正 次置十七率用數以三率乘之得十七率十五除之十六除之得連單位十六〇下四三五一一三七七爲十九率用數第七乘法一九〇三七五七三下連單位二〇乘之得八二八三五爲第八數正 次置十九率用數以三率乘之得十九率十七除之十八除之得連單位十九〇下八七七一二四三爲二十一率用數第八乘法二〇九八六五三下連單位五〇乘之得一八四〇八爲第九數正 次置二十一率用數以三率乘之得二十一率十九除之二十除之得連單位二十一〇下一四二三八二七爲二十三率用數第九乘法二九〇八八八九下連單位七〇乘之得四一四二爲第十數正 次置二十三率用數以三率乘之得二十三率二十一除之二十二除之得連單位二十四〇下一九〇一〇五爲二十五率用數第十乘法四九五一五〇下連單位十〇乘之得九四一爲第十一數正 次置二十五率用數以三率乘之得二十五率二十三除之二十四除之得連單位二十七〇下二二二四四爲二十七率用數第十一乘法一〇一五四二下連單位三〇乘之得二一六爲第十二數正 次置二十七率用數以三率乘之得二十七率二十五除之二十六除之得連單位三十〇下一〇一六〇爲二十九率用數第十二乘法二四六九二下連單位十六〇乘之得五〇爲第十三數正 次置二十九率用數以三率乘之得二十九率二十七除之二十八除之得連單位三十三〇下一六四五爲三十一率用數第十三乘法七〇二五二下連單位十八〇乘之得一二爲第十四數正 次置三十一率用數以三率乘之得三十一率二十九除之三十除之得連單位三十六〇下一七七第七十四乘法二二二下連單位二十一〇乘之得三爲第十五數正 乃以諸正數相并得〇一五〇五一四九九七八四以半徑一百餘係十一位乃于首位加一〇尾位未滿五乘之得一〇一五〇五一四九九七八四爲四十五度正割對數也。

二	率	〇七八五三九八一六三四〇
三	率	〇六一六八五〇二七五〇七二

各率用數	
〇〇〇六八八五四四二一九三三	
〇〇〇〇一四一五七六四七六四三	
〇〇〇〇〇〇一五五九四九〇八七八二	

第一數	正	〇三三九四七三三三三
二	正	一三七七〇九〇八四四
三	正	二二六五二二二六四
四	正	四二四一八一五二
五	正	八四八二四五九
六	正	一七六七一五二
七	正	三七八六七五
八	正	八二八三五

九	正	一八四〇八
十	正	四一四二
十一	正	九四一
十二	正	二一六
十三	正	五〇
十四	正	一一
十五	正	三

并得數	正	〇一五〇五一四九九七八四
加得數	一〇	一〇一五〇五一四九九七八四

檢八線對數表四十五度正割對數之尾數係九數屬稍盈何以知之蓋四十五度正割爲弦則半徑爲勾又爲股試取半徑對數一〇倍之得二〇爲半徑對數再加二之對數得二〇三〇一〇二九九五五六三九八一二爲二之半徑對數即割線對數半之得一〇一五〇五一四九九七八三九九〇六爲割線對數截用十二位則十三位以下未滿五當棄其餘尾數正得八以是知表中所列差盈也。

求四十五度正割對數用十五數自此以下取數漸少降位亦漸易若求至四十五度以外則降位甚

二分又自一至八分之一，為第四乘法式。復依法乘除之，使從定母得八層，少一率乘十一率自一至十分之四十五，為第四同母式。乃以四同母式相并，一率除之，得五率一二三四分之六，少七率自一至六分之三十，多九率自一至八分之一百二十，少十一率自一至十分之五百一十，為第二數全率。

次置第二數全率為實，以乘法乘之，先置原實七率以下分母為定母，以原實首位五率一二三四分之六，備乘法得首層一率乘七率一二分又一二三四分之六，少一率乘九率一二三四分又一二三四分之六，多一率乘十一率自一至六分，又一二三四分之六，為第一乘法式。依法乘除之，使從定母得次層一率乘七率自一至六分之九十，少一率乘九率自一至八分之四百二十，多一率乘十一率自一至十分之一千二百六十，為第一同母式。次以原實次位少七率自一至六分之

Table with columns labeled 七率, 九率, 十一率 and rows containing numerical sequences and mathematical operations like '除', '乘', '加', '減'.

三十，備乘法得三層，少一率乘九率一二分又自一至六分之三十，多一率乘十一率一二三四分又自一至六分之三十，為第二乘法式。復依法乘除之，使從定母得四層，少一率乘九率自一至八分之八百四十，多一率乘十一率自一至十分之六千三百，為第二同母式。次以原實三位九率自一至八分之一百二十六，乘乘法得五層，一率乘十一率一二分又自一至八分之一百二十六，為第三乘法式。復依法乘除之，使從定母得六層，一率乘十一率自一至十分之五千六百七十，為第三同母式。乃并三同母式，以一率除之，得七率自一至六分之九十，少九率自一至八分之一千二百六十，多十一率自一至十分之一萬三千二百三十，為第三數全率。

Table with columns labeled 九率, 十一率 and rows containing numerical sequences and mathematical operations.

乘乘法得三層，少一率乘十一率一二分又自一至八分之一千二百六十，為第二乘法式。復依法乘除之，使從定母得四層，少一率乘十一率自一至十分之五萬六千七百，為第二同母式。乃并二同母式，以一率除之，得九率自一至八分之二千五百二十，少十一率自一至十分之七萬五千六百，為第四數全率。

次置第四數全率為實，以乘法乘之，先置原實十一率分母為定母，以原實首位九率自一至八分之二千五百二十，乘乘法得首層一率乘十一率一二分又自一至八分之二千五百二十，為乘法式。依法乘除之，使從定母得次層一率乘十一率自一至十分之十一萬三千四百，為第五數全率。乃置本弧求正矢率分正者負之，負者正之，為第一數。次置第二數全率，二除之，正負互易，得少五率一二三四分之三，多七率自一至六分之十五，少九率自一至八分之六十三，多十一率自一至十分之二百五十五，為第二數。應加第一數，正負異名，當以減為加計減得少三率一二分之一，少五率一二三四分之二，多七率自一至六分之十四，少九率自一至八分之六十二，多十一率自一至十分之二百五十四，為第一加得數。次置第三數全率，三除之，正負互易，得少七率自一至六分之三十，多九率自一至八分之四百二十，少十一率自一至十分之四千四百一十，為第三數。應加第一加得數，正負均異名，仍當以

Small table with columns labeled 七率, 九率, 十一率 and rows containing numerical sequences.

減為加計減得少三率一二分之一，少五率一二三四分之二，少七率自一至六分之十六，多九率自一至八分之三百五十八，少十一率自一至十分之四千一百五十六，為第二加得數。次置第四數全率，四除之，正負互易，得少九率自一至八分之六百三十一，多十一率自一至十分之一萬八千九百，為第四數。應加第二加得數，正負異名，復以減為加計減得少三率一二分之一，少五率一二三四分之二，少七率自一至六分之十六，少九率自一至八分之二百七十二，多十一率自一至十分之一萬四千七百四十四，為第三加得數。次置第五數全率，五除之，正負互易，得少十一率自一至十分之二萬二千六百八十，應加第三加得數，正負仍異名，復以減為加計減得少三率一二分之一，少五率一二三四分之二，少七率自一至六分之十六，少九率自一至八分之二百七十二，少十一率自一至十分之七千九百三十六，為本弧求餘弦對數率分，亦即餘弧求正弦對數率分也。

Table with columns labeled 三率, 五率, 七率, 九率, 十一率 and rows containing numerical sequences and mathematical operations.

細審餘弧求正弦對數各率分數其分母分子均與求割線對數同特正負不同故其求遞次乘法亦借本弧求切線術而以對數根乘第一數亦與求割線對數同意也

又法用本弧求折小各率第四術如求負算對數第二術之法求之則當以本弧求正矢率分爲乘法以本弧求正矢率分轉減一率半徑得本弧求餘弦率分用爲除法乃置一率一以乘法乘之除法除之正負互易爲第一數次置第一數乘法乘之除法除之爲第二數全率次置第二數全率乘法乘之除法除之爲第三數全率如是遞求各數全率然後置第二數全率二除之爲第二數應加置第三數全率三除之爲第三數應減遞次加減亦得餘弧求正弦對數率分而所得之分母分子亦與前術同故不復贅

凡求四十五度以外諸正弦對數其降位最難取數最多者莫如求四十五度之正弦對數茲將有法以四十五度減象限仍得四十五度爲餘弧檢餘弧線表得餘弧分單位下七八五三九八一六三四〇爲二率自乘得單位下六一八五〇二七五〇七二爲三率乃依求正割對數術求得〇一三三九四七三三三三爲第一數負對數同今三率又同故但依前術求之求得一三七七〇九〇八四四爲第二數負求得二二六五二二三六四爲第三數負求得四二四一八一五二爲第四數負求得八四八二四五九爲第五數負求得一七六七一一五二爲第六數負求得三七八六七五爲第七數負求得八二八三五爲第八數負求得一八四〇八爲第九數負求得四一四二爲第十數負求得九四一爲第十一數負求得二一六爲第十二數負求得五〇爲第十三數負求得一爲第十四數負求得三爲第十五數負乃以諸負數相并得負〇一五〇五一四九九七八四爲半徑單一之四十五度正弦對數爲不滿一之數故其對數爲以半徑一百億係十一位乃以求得數與一〇相減得九八四九四五〇〇二二爲所求四十五度正弦對數也

二	率	〇七八五三九八一六三四〇
三	率	〇六一六八五〇二七五〇七二
第一數	負	〇一三三九四七三三三三
二	負	一三七七〇九〇八四四
三	負	二二六五二二三六四
四	負	四二四一八一五二
五	負	八四八二四五九
六	負	一七六七一一五二
七	負	三七八六七五
八	負	八二八三五
九	負	一八四〇八

十	四一四二
十一	九四一
十二	二二六
十三	五〇
十四	二二
十五	三
并得數	〇一五〇五一四九九七八四
以減	一〇
減得數	九八四九四五〇〇二二六

以求折小各率前二術求正割對數而所得之分母分子通同以求折小各率後二術求餘弦對數而所得之分母分子亦同故求對數雖有四術而施之於八線對數實止二術但此二術之分母分子亦仍相同其不同者正負耳所以然者正割與半徑與餘弦爲三率連比例既命半徑爲單一其對數爲適足無數即半徑異之對數亦仍適足無數故正割對數與餘弦對數相加亦必爲適足無數此所以兩對數相同而異其正負虛相相而適相抵也若半徑一百億其對數爲一〇半徑異對數必爲二〇故以求得數加一〇爲正割對數以減一〇爲餘弦對數若兩數相加仍得二〇也

有四十五度以外諸正弦對數求四十五度以內諸正弦對數

術曰以本弧減象限得餘弧又本弧倍之得倍弧乃取倍弧正弦對數加半徑對數以餘弧正弦對數減之再減二之對數即得本弧正弦對數

解曰凡餘弧正弦與半徑之比同于倍弧正弦與倍弧通弦之比也

如圖甲乙爲本弧丙甲乙爲倍弧丙癸爲倍餘弧壬乙爲本弧正弦丙壬同丙壬乙爲倍弧通弦丙庚爲倍弧正弦丙乙癸角所對爲倍餘弧則乙角必得餘弧度凡邊角得餘弧度心角之半試以乙爲心己爲界作己辛象限截丙乙線于丁則己丁必爲餘弧丁乙必爲半徑又從丁至戊作正弦爲餘弧正弦丁戊乙小角股形與丙庚大角爲倍弧正弦與丙乙大角爲倍弧通弦半通弦即本弧正弦也

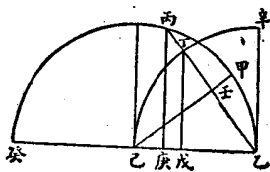
一率 丁戊小餘弧正弦

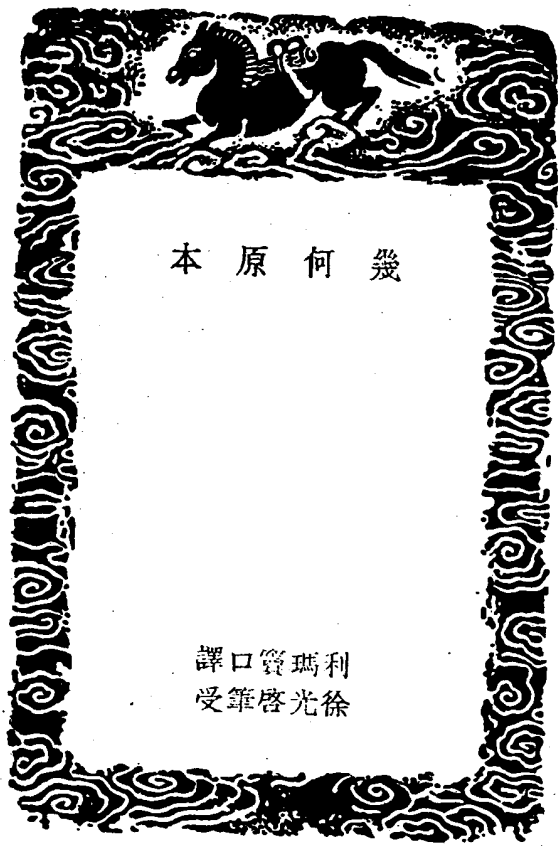
二率 丁乙小半徑

三率 丙庚大倍弧正弦

四率 丙乙大倍弧通弦

在真數爲以半徑乘倍弧正弦以餘弧正弦除之得倍弧通弦半之得本弧正弦在對數則爲以半徑對數加倍弧正弦對數以餘弧正弦對數減之得倍弧通弦對數內減二之對數得本弧正弦對數也





幾何原本

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

刻幾何原本序

唐虞之世。自羲和治歷。暨司空。后稷。工。虞。典樂。五官者。非度數不爲功。周官六藝。數與居一焉。而五藝者。不以度數從事。亦不得工也。襄曠之於音。般墨之於械。豈有他證巧哉。精於用法而已。故嘗謂三代而上。爲此業者。幾有原本本。師傳曹習之學。而畢喪於祖龍之焰。漢以來。多任意揣摩。如盲人射的。虛發無效。或依擬形似。如持筮燭象。得首失尾。至於今。而此道盡廢。有不得不廢者矣。幾何原本者。度數之宗。所以窮方圓平直之情。盡規矩準繩之用也。利先生從少年時。論道之暇。留意藝學。且此業在彼中。所謂師傳曹習者。其師丁氏。又絕代名家也。以故極精其說。而與不佞游久。講論餘晷。時時及之。因請其象數諸書。更以華文。獨謂此書未譯。則他書俱不可得論。遂共翻其要約六卷。既卒業而復之。由顯入微。從疑得信。蓋不用爲用。秦川所基。真可謂萬象之形。圖百家之學海。雖實未竟。然以常他書。既可得而論矣。私心自謂。不意古學廢絕二千年後。頓獲補綴。唐虞三代之闕典道義。其裨益當世。定復不小。因借二三同志。剽而傳之。先生曰。是書也。以當百家之用。庶幾有羲和般墨其人乎。猶其小者。有大用於此。將以習人之靈才。令細而確也。余以謂小用大用。實在其人。如鄂林伐樹。棟梁榱桷。恣所取之耳。願惟先生之學。略有三種。大者。修身事天。小者。格物窮理。物理之一端。別爲象數。一一皆精實典要。洞無可疑。其分解舉析。亦能使人無疑。而余乃亟傳其小者。越欲先其易信。使人釋其文。想見其意。理而知先生之學。可信不疑。大

幾何原本 原序

幾何原本 原序

概如是。則是書之爲用更大矣。他所說幾何諸家。藉此爲用。略具其自敘中。不備論。吳淞徐光啓書。

譯幾何原本引

夫儒者之學。亟致其知。致其知。當由明達物理耳。物理渺隱。人才頑昏。不因既明。累推其未明。吾知奚至哉。吾西國雖偏小。而其庠校所業。格物窮理之法。視諸列邦。爲獨備焉。故審究物理之書。極繁富也。彼士立論宗旨。惟尚理之所據。弗取人之所意。蓋曰。理之審。乃令我知。若夫人之意。又令我意耳。知之謂。無疑焉。而意猶兼疑也。然虛理隱理之論。雖據有真指。而釋疑不盡者。尚可以他理駁焉。能引人以是之。而不能使人信其無或非也。獨實理者。明理者。剖散心疑。能強人不得不是之。不復有理以疵之。其所致之知。且深且固。則無有若幾何一家者矣。幾何家者。專察物之分限者也。其分者。若載以爲數。則顯物幾何乘也。若完以爲度。則指物幾何大也。其數與度。或脫於物體而空論之。則數者。立算法家。度者。立量法家也。或二者在物體而借其物議之。則議數者。如在音相濟爲和。而立律呂樂家。議度者。如在動天。逸運爲時。而立天文歷家也。此四大支流。析百派。其一量天地之大。若各重天之厚薄。日月星體去地遠近幾許。大小幾倍。地球圍徑道里之數。又量山岳與樓臺之高。并谷之深。兩地相距之遠近。土田城郭宮室之廣袤。龐大器之容藏也。其一測景以明四時之候。晝夜之長短。日出入之辰。以定天地方位。歲首三朝分至啓閉之期。閏月之年。閏日之月也。其一造器以儀天地。以審七政。次舍。以演八音。以自鳴知時。以便民用。以祭上帝也。其一經理水土。木石諸工。築城郭。作爲樓臺宮殿。上棟下宇。疏河注泉。造作橋梁。如是

幾何原本 原序

諸等營建非惟飾美觀好必謀度堅固更千萬年不圯不壞也其一製機巧用小力轉大重升高致遠以運芻糧以便泄注乾水地水乾地以上下舫船如是諸等機器或借風氣或依水流或用輪盤或設關板或恃空虛也其一察目視勢以遠近正邪高下之差照物狀可立圖立方之度數於平版之上可遠測物度及其形畫小使目視大畫近使目視遠畫圓使目視球畫像有物矣畫室屋有明闇也其一為地理者自與地山海全圖至五方四海之各國海之各島一州一郡倉布之節中如指掌焉全圖與天相應方之圖與全相稱宗與支相稱不錯不紊則以圖之分寸尺寸知地海之百千萬里因小知大因遠知近不悞觀覽為陸海行道之指南也此類皆幾何家正局矣若其餘家大道小道無不藉幾何之論以成其業者夫為國從政必熟邊境形勢外國之道里遠近壤地廣狹乃可以議禮賓來往之儀以虞不虞之變不爾不妄懼之必誤輕之矣不計本國生耗出入錢穀之凡無以謀其政事自不知天文而特信他人傳說多為偽術所亂矣農人不豫知天時無以播種百嘉種無以備旱乾水溢之災而保國本也醫者不知察日月五星變次與病體相視非和逆順而妄施藥石針砭非徒無益抑有大害故時見小恙微疴神藥不效少壯多夭折蓋不明天時故耳商賈借於計會則百貨之貿易子母之出入儕類之衰分咸晦混或欺其偶或受其偶欺均不可也今不暇詳諸家借幾何之術者惟兵法一家國之大事安危之本所須此道尤最焉故智勇之將必先幾何之學不然者雖智勇無所用之彼天官時日之屬豈良將所留心乎良將所急先計軍馬為業之盈調道里地形之遠近險易廣狹死生次計列營布陣形勢所宜或用圓形以示寡或用角形以示衆或為御月象以圖敵或作銳勢以激敵其次策諸攻守器械然計便利展轉相勝新新無已備觀列國史傳所載誰有經營一新巧機器而不為戰勝守固之藉者乎以衆勝寡強勝弱矣貴以寡勝衆強非智士之神力不能也以余所聞吾西國千六百年前天主教未大行列國多相并兼其間英士有能以寡少之卒當十倍之師守孤危之城禦水陸之攻如中夏所稱公輸墨翟九攻九拒者時時有之彼操何術以然熟於幾何之學而已以是可見此道所關世用至廣至急也是故經世之術偉志士前作後述不絕於世時時紹明增益論撰著為盛隆焉乃至中古吾西岸特出一閣士名曰歐几里得修幾何之學遠勝先士而開迪後進其道益光所制作甚精生平著書了無一語可疑感者其幾何原本一書尤確而當曰原本者明幾何之所以然凡為其說者無不由此出也故後人稱之曰歐几里得以此書證人以此書證己今詳味其書規摹次第前為奇矣題論之首先標界說次設公論題論所據次乃具題有本解有作法有推論先之所徵必後之所待十三卷中五百餘題一脈貫通卷與卷題與題相結倚一先不可後一後不可先盤盤交承至終不絕也初言實理至易至明漸次積累終竟乃發奧微之義若暫觀後來一二題旨即其所言人所難測亦所難信及以前題為據附印證重重開發則義如列眉往往釋然而笑矣千百年來非無好辯強辯之士終身力索不能識其隻字若夫從事幾何之學者雖神明天縱不得不藉此為階梯焉此書未達而欲坐進其道非但學者無所措其意即教者亦無所措其口也吾西岸如向所云幾何之屬幾百家為其無慮萬卷皆以此書為基每立一義即

引為證據焉用他書證者必標其名用此書證者直云某卷某題而已視為幾何家之日用飲食也至今世又復崛起一名士為寶所從學幾何之本師曰丁先生開廓此道益多著述寶昔游西海所過名邦每遊顯門名家輒言後世不可知若今世以前則丁先生之於幾何無兩也先生於此書草精已久既為之集解又復推求補遺凡二卷與元書都為十五卷又每卷之中因其義類各造新論然後此書至詳至備其為後學津梁殆無遺憾矣寶自入中國竊見為幾何之學者其人與書信自不乏獨未睹有原本之論既闕根基遂難題造即有斐然述作者亦不能推明所以然之故其是者已亦無從別白有謬者人亦無從辨正當此之時遂有志翻譯此書實之當世賢人君子用酬其嘉信旅人之意也而才既菲薄且東西文理又自絕殊字義相求仍多闕略了然於口尚可勉圖肆筆為文便成艱澁矣嗣是以來屢逢志士左提右挈而每思作輟三進三止嗚呼此游藝之學言染之粗而酬酢若是尤哉始事之難也有志竟成以謂今日歲庚子寶因貢獻僑邸燕登癸卯冬則吳下徐太史先生來太史既自精心長於文筆與旅人輩交游頗久私計得與對譯成書不難於計借至及春臨南宮選為庶常然方讀中祕書時得晤言多咨論天主大道以修身昭事為急未遠此土直之業也客秋乃詢西岸舉業余以格物質義應及讀幾何家之說余為述此書之精且陳翻譯之難及向來中輟狀先生曰吾先正有言一物不知儒者之恥今此一家已失傳為其學者皆閻中摸象耳既遇此書又遇子不驕不吝欲相指授豈可畏勞玩日當吾世而失之嗚呼吾避難難自長大吾迎難難自消微必成之先生就功命余口傳自以筆受焉反覆展轉求合本書之意以中夏之文重復訂政凡三易稿先生勤余不敢承以意迄今奉首其最要者前六卷卷卒業矣但歐几里得本文已不遺旨若丁先生之文惟譯註首論耳大史意方銳欲竟之余曰止請先傳此使同志者習之果以為用也而後徐計其餘大史曰然是書也苟為用竟之何必在我遂釋譯而梓是謀以公布之不忍一日私藏焉梓成寶為撮其大意并諸簡端自顧不文安敢竊附述作之林蓋聯彼本書指要以及翻譯因起使後之習者知夫創造大義緣力俱艱相期增修以終美業庶俾開濟之士究心實理於向所陳百種遺藝成精其能上為國家立功立事即寶輩數年來旅食大官受恩深厚亦得藉手萬分之一矣

此書為用至廣。在此時尤所急須。余譯竟。隨借同好者梓傳之。利先生作跋。亦最喜其亟傳也。意皆欲公諸人人。今當世亟習焉。而習者蓋寡。竊意百年之後。必人人習之。即又以為習之晚也。而謬謂余先識。余何先識之有。

有初覽此書者。疑奧深難通。仍謂余當顯其文句。余對之。度數之理。本無隱奧。至於文句。則爾日推啟再四。顯明極矣。倘未及留意。望之似與深焉。嘗行重山中。四望無路。及行到彼。踐徑歷然。請假旬日之功。一究其旨。即知諸篇自首迄尾。悉皆顯明文句。

吳淞徐光啓記

幾何原本雜議

下學工夫。有理有事。此書為益。能令學理者祛其浮氣。練其精心。學事者資其定法。發其巧思。故舉世無一人不當學。聞西國古有大學師。門生常數百千人。來學者。先問能通此書。乃聽入。何故欲其心思細密而已。其門下所出名士極多。

能精此書者。無一書不可精。好學此書者。無一事不可學。

凡他事能作者。能言之。不能作者。亦能言之。獨此書為用。能言者。即能作者。若不能作。自是不能言。何故。言時一毫未了。向後不能措一語。何由得妄言之。以故精心此學。不無知言之助。

凡人學問有解得一半者。有解得十九或十一者。獨幾何之學。通即全通。蔽即全蔽。更無高下分數可論。人具上資而意疎疎。即上資無用。人具中材而心思縝密。即中材有用。能通幾何之學。縝密甚矣。故舉天下之人。而歸於實用者。是或其所由之道也。

此書有四不必。不必疑。不必揣。不必改。有四不可得。欲脫之不可得。欲駁之不可得。欲減之不可得。欲前後更置之不可得。有三至三能。似至晦。實至明。故能以其明明他物之至晦。似至繁。實至簡。故能以其簡簡他物之至繁。似至難。實至易。故能以其易易他物之至難。易生於簡。簡生於明。綜其妙。在明而已。

題幾何原本再校本

是書刻於丁未歲。板留京師。戊申春。利先生以校正本見寄。今南方好事者重刻之。累年來。竟無有校本留真家。暨庚戌北上。先生沒矣。遺書中得一本。其別後所自業者。校訂皆手跡。追惟鑿燈函丈時。不勝人琴之感。其友龐熊兩先生。遂以見遺。度置久之。辛亥夏。李積雨無聊。屬都下方爭論歷法事。余念牙。一絃一轡。行復五年。恐遂遺忘。因借二先生重閱一過。有所增定。比於前刻。差無遺憾矣。績成大業。未知何日。未知何人。即以跋焉。吳淞徐光啓。

幾何原本第一卷之首界說三十六

未作四

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說。

凡歷法、地理、樂律、算章、技藝、工巧諸事，有度有數者，皆依賴十府中。幾何府屬。凡論幾何，先從一點始。自點引之為線，線展為面，面積為體，是名三度。

第一界 點者無分。

無長短廣狹厚薄。如下圖。凡圓十千為線，千蓋用十

甲。

第二界 線有長無廣。

試如一平面光照之，有光無光之間，不容一物，是線也。其平真圓相遇，其遇處止有一點，行則止有一線。

幾何原本 卷一之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

幾何原本 卷一之首

線有直，有曲。

第三界

凡線之界是點。凡線有界者，兩界必是點。

第四界

凡直線止有兩端，兩端之間，上下更無一點。兩點之間，至徑者直線也，稍曲則繞而長矣。

直線之中，點能遮兩界。凡量遠近，皆用直線。

甲乙丙是直線，甲丁丙甲戊丙甲己丙，皆是曲線。

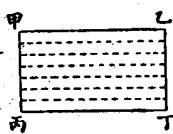
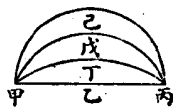
第五界

面者，止有長有廣。

一體所見為面。

凡體之影極似於面，無厚之

想一線橫行，所留之迹即成面也。



第六界

面之界是線。

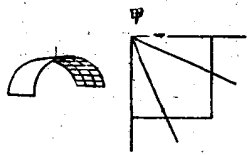
第七界

平面一面平，在界之內。

平面中間線能遮兩界。

平面者，諸方皆作直線。

試如一方面用一直繩施於一角，繞面運轉，不礙不空，是平面也。若曲面者，則中間線不遮兩界。



幾何原本 卷一之首

第八界
平角者兩直線於平面縱橫相遇交接處。



凡言甲乙丙角皆指平角。

如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角。

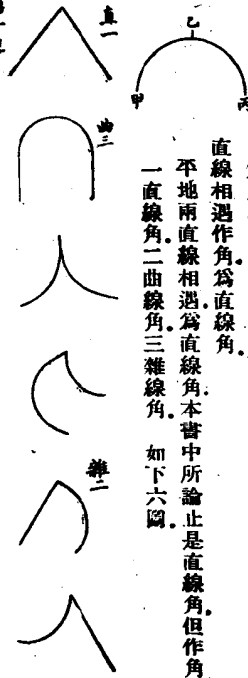
如上甲乙乙丙二線雖相遇不作平角為是曲線所謂角止是兩線相遇不以線之大小較論。

第九界

直線相遇作角為直線角。

平地兩直線相遇為直線角。本書中所論止是直線角。但作角有三等。今附著於此。

一、直線角。二、曲線角。三、雜線角。如下六圖。



第十界

直線垂於橫直線之上。若兩角等必兩成直角。而直線下垂者謂之橫線之垂線。

量法。常用兩直角及垂線。垂線加於橫線之上。必不作銳角及鈍角。

若甲乙線至丙丁上。則乙之左右作兩角相等。為直角。而甲乙為垂線。

若甲乙為橫線。則丙丁又為甲乙之垂線。何者。丙乙與甲乙相連。雖止一直角。然甲線若垂下過乙。則丙線上。上下定成兩直角。所以丙乙亦為甲乙之垂線。如今用短尺。相為垂線。互。

凡直線上有兩角相連是相等者。定供直角。中間線為垂線。

反用之。若是直角。則兩線定供是垂線。

第十一界

凡角大於直角為鈍角。

如甲乙丙角與甲乙丁角不等。而甲乙丙大於甲乙丁。則甲乙丙為鈍角。

第十二界
凡角小於直角為銳角。

如前圖甲乙丁是。

通上三界論之。直角一而已。鈍角銳角。其大小不等。乃至無數。

是後凡指言角者。俱用三字為識。其第二字即所指角也。如前圖甲乙丙三字。第二乙字。即所指鈍角。若言甲乙丁。即第二乙字。是所指銳角。

第十三界

界者一物之始終。

今所論有三界。點為線之界。線為面之界。面為體之界。體不可為界。

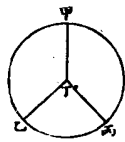
第十四界

或在一界。或在多界之間。為形。

一界之形。如平圓。立圓等物。多界之形。如平方。立方。及平立。三角。六。八角等物。圖見後卷。

第十五界

圓者一形於平地居一界之間。自界至中心作直線俱等。若甲乙丙為圓。丁為中心。則自甲至丁。與乙至丁。丙至丁。其線俱等。



外圓線為圓之界。內形為圓。一說圓是一形。乃一線屈轉一周。復於元處所作。如上圖甲丁線轉至乙丁。乙丁轉至丙丁。丙丁又至甲丁。復元處。其中形即成圓。

第十六界

圓之中處為圓心。

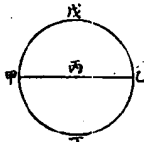
第十七界

自圓之一界作一直線。過中心至他界。為圓徑。徑分圓兩平分。

甲丁乙戊。圓自甲至乙。過丙心。作一直線。為圓徑。

第十八界

徑線與半圓之界所作形。為半圓。



第十九界

在直線界中之形。為直線形。

第二十界

在三直線界中之形。為三邊形。

第二十一界

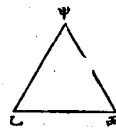
在四直線界中之形爲四邊形。

第二十二界

在多直線界中之形爲多邊形。五邊以上

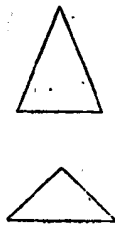
第二十三界

三邊形三邊線等。爲平邊三角形。



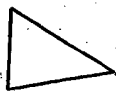
第二十四界

三邊形有兩邊線等。爲兩邊等三角形。或稱



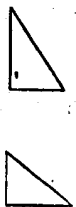
第二十五界

三邊形三邊線俱不等。爲三不等三角形。



第二十六界

三邊形有一直角。爲三邊直角形。



第二十七界

三邊形有一鈍角。爲三邊鈍角形。



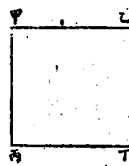
第二十八界

三邊形有三銳角。爲三邊各銳角形。

凡三邊形恆以在下者爲底。在上二邊爲腰。

第二十九界

四邊形四邊線等。而角直。爲直角方形。



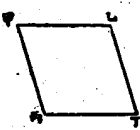
第三十界

直角形其角俱是直角。其邊兩兩相等。

如上甲乙丙丁形。甲乙邊與丙丁邊自相等。甲內與乙丁自相等。

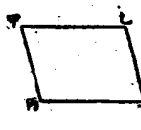
第三十一界

斜方形。四邊等。但非直角。



第三十二界

長斜方形。其邊兩兩相等。但非直角。



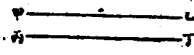
第三十三界

已上方形四種。謂之有法四邊形。四種之外。他方形。皆謂之無法四邊形。



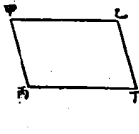
第三十四界

兩直線於同面行至無窮。不相離。亦不相遠。而不得相遇。為平行線。

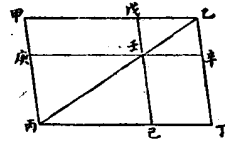


第三十五界

一形。每兩邊有平行線。為平行線方形。



第三十六界



凡平行線方形。若於兩對角作一直線。其直線為對角線。又於兩邊縱橫各作一平行線。其兩平行線與對角線交羅相遇。即此形分為四平行線方形。其兩形有對角線者。為角線方形。其兩形無對角線者。為餘方形。
甲乙丁丙方形。於丙乙兩角作一線。為對角線。又依乙丁平行。作戊己線。依甲乙平行。作庚辛線。其對角線與戊己庚辛兩線。交羅相遇於壬。即作大小四平行線方形矣。則庚壬己丙及戊壬辛乙兩方形。謂之角線方形。而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形。

求作四則

求作者。不得言不可作。

第一求

自此點至彼點。求作一直線。

此求亦出上篇。蓋自此點直行至彼點。即是直線。

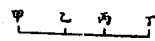
自甲至乙。或至丙。至丁。俱可作直線。

第二求

幾何原本 卷一之首

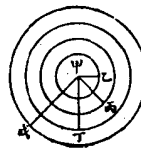
一有界直線。求從彼界直行引長之。

如甲乙線。從乙引至丙。或引至丁。俱一直行。



第三求

不論大小。以點為心求作一圓。



第四求

設一度於此。求作彼度。較此度或大或小。凡言度者。或線或面。或體皆是。或言較小作大。較大作小。不可作。何者。小之至極。數窮盡故也。此說非是。凡度與數不同。數者。可以長。不可以短。長數無窮。短數有限。如百。數減半成五十。減之又減。至一而止。一以下不可損矣。自百以上。增之可至無窮。故曰可長。不可短也。度者。可以長。亦可以短。長者。增之可至無窮。短者。減之亦復無盡。嘗見莊子稱一尺之棰。日取其半。萬世不竭。亦此理也。何者。自有而分。不免為有。若減之可盡。是有化為無也。有化為無。猶可言也。令已分者更復合之。合之又合。仍為尺棰。是始合之初。兩無能并為一有也。兩無能并為一有。不可言也。

公論十九則

公論者。不可疑。

第一論

設有多度。彼此俱與他等。則彼與此自相等。

第二論

有多度等。若所加之度等。則合併之度亦等。

第三論

有多度等。若所減之度等。則所存之度亦等。

幾何原本 卷一之首

第四論

有多度不等。若所加之度等。則合併之度不等。

第五論

有多度不等。若所減之度等。則所存之度不等。

第六論

有多度俱倍於此度。則彼多度俱等。

第七論

有多度俱半於此度。則彼多度亦等。

第八論

有二度自相合。則二度必等。以一度加一

第九論

全大於其分。如一大於一寸。寸大於一分。全大於其分。全尺中十分之一分也。

第十論

直角俱相等。見界

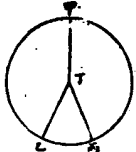
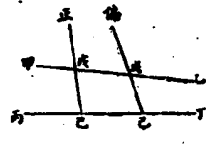
第十一論

有二橫直線。或正或偏。任加一縱線。若三線之間。同方兩角。小於兩直角。則此二橫直線。愈長愈相近。必至相遇。

甲乙丙丁二橫直線。任意作一戊己縱線。或正或偏。若戊己線旁同方兩角。俱小於直角。或并之小於兩直角。則甲乙丙丁線。愈長愈相近。必有相遇之處。欲明此理。宜察平行線不得相遇者。見四。加一垂線。即三線之間。定為直角。便知此論兩角小於直角者。其行不得不相遇矣。

第十二論

兩直線不能為有界之形。



第十三論

兩直線止能於一點相遇。

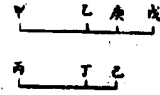
如云線長界近。相交不止一點。試於丙乙二界。各出直線交於丁。假令其交不止一點。當引至甲甲丁乙。宜為甲丙乙圓之徑。而甲丁丙。亦如之。十七。夫

甲丁乙圓之右半也。而甲丁丙。亦右半也。十七。甲丁乙為全。甲丁丙為其分。而俱稱右半。是全與其分等也。九。

第十四論

有幾何度等。若所加之度各不等。則合併之差。與所加之差等。

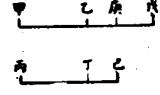
甲乙丙丁線等。於甲乙加乙戊。於丙丁加丁己。則甲戊大於丙己者。庚戊線也。而乙戊大於丁己。亦如之。



第十五論

有幾何度不等。若所加之度等。則合併所贏之度。與元所贏之度等。

如下圖反說之。戊乙己丁線不等。於戊乙加乙甲。於己丁加丁丙。則戊甲大於己丙者。庚庚線也。而戊乙大於己丁。亦如之。



第十六論

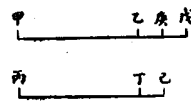
有幾何度等。若所減之度不等。則餘度所贏之度。與減去所贏之度等。

甲乙丙丁線等。於甲乙減戊乙。於丙丁減己丁。則乙戊大於丁己者。庚戊也。而丙己大於甲戊。亦如之。



第十七論

有幾何度不等。若所減之度等。則餘度所屬之度。與元所屬之度等。
 如十四論反說之。甲戊丙己線不等。於甲戊減甲乙。於丙己減丙丁。則乙戊長於丁己者。亦庚戊也。與甲戊長於丙己者等矣。



第十八論

全與諸分之并等。

第十九論

有二全度。此全倍於彼全。若此全所減之度。倍於彼全所減之度。則此較亦倍於彼較。相減之餘。如此度二十。彼度十。於二十減六。於十減三。則此較十四。彼較七。

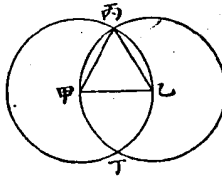
幾何原本第一卷

本質論三角形 計四十八題

第一題

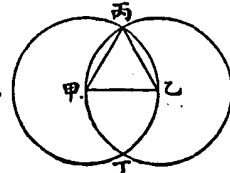
於有界直線上。求立平邊三角形。

法曰。甲乙直線上。求立平邊三角形。先以甲為心。乙為界。作丙乙丁圖。次以乙為心。甲為界。作丙甲丁圖。兩圖相交於丙丁。末自甲至丙。丙至乙。各作直線。即甲乙丙為平邊三角形。



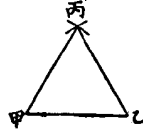
論曰。以甲為心。至圖之界。其甲乙線。與甲丙。甲丁。線等。以乙為心。則乙甲線。與乙丙。乙丁。線亦等。何者。凡為圖。自心至界。各線俱等故。十五。既乙丙等於乙甲。而甲丙亦等於甲乙。即甲丙亦等於乙丙。

一三邊等。如所求者。正論也。下證此。



其用法。不必作兩圖。但以甲為心。乙為界。作近丙一短界線。乙為心。甲為界。亦如之。兩短界線交處。即得丙。

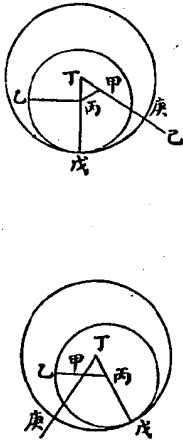
諸三角形。俱推前用法作之。廿二。



第二題

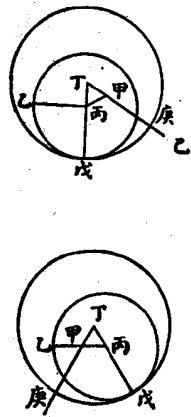
一直線線或內。或外。有一點。求以點為界。作直線。與元線等。

法曰。有甲點。及乙丙線。求以甲為界。作一線。與乙丙等。先以丙為心。乙為界。作丙乙圖。次觀甲點。若在丙乙之外。則自甲至丙。作甲丙線。如左。上圖。或甲在丙乙之內。則截取甲至丙一分線。如左。下圖。兩法俱以甲丙線為底。任於上下。作甲丁丙平邊三角形。次自三角形兩腰線引長之。其丁丙引至丙乙圖界而止。為丙戊線。其丁甲引之。出丙乙圖外。稍長。為甲己線。末以丁為心。戊為界。作丁戊圖。其甲己線與丁戊圖。相交於庚。即甲庚線與乙丙線等。



論曰。丁戊。丁庚。線同。以丁為心。戊庚。為界。故等。於丁戊線減丁丙。丁庚線減丁甲。其所減兩腰線等。則所存亦等。夫丙戊與丙乙。同以丙為心。戊乙。為界。亦等。即甲庚與丙乙等。

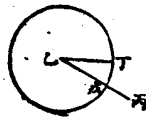
若所設甲點即在丙乙線之一界。其法尤易。假如點在丙。即以丙為心。作乙戊圓。從丙至戊。即所求。



第三題

兩直線一長一短。求於長線減去短線之度。

法曰。甲短線。乙丙長線。求於乙丙。減甲。先以甲為度。從乙引至別界。作乙丁線。次以乙為心。丁為界。作圓。第三圖界與乙丙交於戊。即乙戊與等甲之乙丁等。蓋乙丁乙戊同心同圓故。十五。



第四題

兩三角形。若相當之兩腰線各等。各兩腰線間之角等。則兩底線必等。而兩形亦等。其餘各兩角相當者俱等。

解曰。甲乙丙。丁戊己。兩三角形之甲。與丁。兩角等。甲丙。與丁己。兩線。甲乙。與丁戊。兩線。各等。題言乙丙。與戊己。兩底線必等。而兩三角形亦等。甲乙丙。與丁戊己。兩角。甲丙乙。與丁己戊。兩角。俱等。

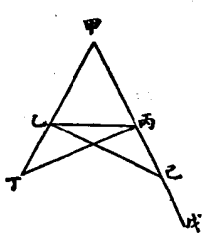
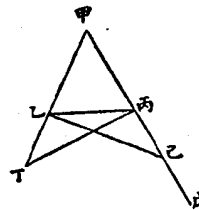


論曰。如云乙丙。與戊己。不等。即令將甲角。置丁角之上。兩角必相合。無大小。甲丙。與丁己。甲乙。與丁戊。亦必相合。無大小。此二俱等。而云乙丙。與戊己。不等。必乙丙。底或在戊己之上。為庚。或在其下。為辛矣。戊己。既為直線。而戊庚己。又為直線。則兩線當別作一形。是兩線能相合為形也。辛做此。此以非也。下做此。

第五題

三角形。若兩腰等。則底線兩端之兩角等。而兩腰引出之。其底之外兩角亦等。

解曰。甲乙丙。三角形。其甲丙。與甲乙。兩腰等。題言甲丙乙。與甲乙丙。兩角等。又自甲丙線。任引至戊。甲乙線。任引至丁。其乙丙。與丙乙丁。兩外角。亦等。

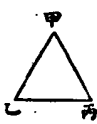


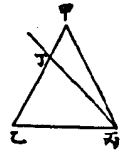
甲乙己。減丙乙己角。甲丙丁。減乙丙丁角。則所存甲丙乙。與甲乙丙。兩角必等。三。增。從前形。知三邊等形。其三角俱等。

第六題

三角形。若底線兩端之兩角等。則兩腰亦等。

解曰。甲乙丙。三角形。其甲乙丙。與甲丙乙。兩角等。題言甲乙。與甲丙。兩腰亦等。



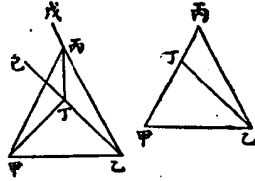


論曰。如云兩腰線不等。而一長一短。試辨之。若甲乙為長線。即令比甲丙線。截去所長之度為乙丁線。而乙丁與甲丙等。三本。次自丁至丙作直線。則本形成兩三角形。其一為甲乙丙。其一為丁乙丙。而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也。是全與其分等也。九公論。何者。彼言丁乙丙分形之乙丙。與甲乙丙兩形之甲丙。兩線既等。丁乙丙分形之乙丙。與甲乙丙全形之乙丙。又同線。而元設丁乙丙。與甲丙乙。兩角等。則丁乙丙。與甲乙丙。兩形亦等也。四本。是全與其分等也。故底線兩端之兩角等者。兩腰必等也。

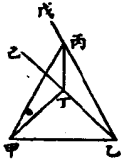
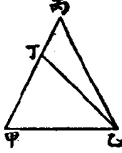


第七題

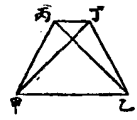
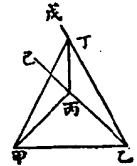
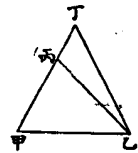
一線為底。出兩腰線。其相遇止有一點。不得別有腰線與元腰線等。而於此點外相遇。解曰。甲乙線為底。於甲。於乙。各出一線。至丙點相遇。題言此為一定之處。不得於甲上更出一線。與甲丙等。乙上更出一線。與乙丙等。而不於丙相遇。



論曰。若言有別相遇於丁者。即問丁當在丙內邪。丙外邪。若言丁在丙內。則有二說。俱不可通。何者。若言丁在甲丙元線之內。則如第一圖。丁在甲丙兩界之間矣。如此。即甲丁是甲丙之分。而云甲丙與甲丁等。也是全與其分等也。九公論。若言丁在甲丙乙三角頂間。則如第二圖。丁在甲丙乙之間矣。即令自丙至丁。作丙丁線。而乙丁丙。甲丁丙。又成兩三角形。次從乙丁引出至己。從乙丙引出至戊。則乙丁丙形之乙丁。乙丙。兩腰等者。其底線兩端之兩角。乙丁丙。乙丙丁。宜亦等也。其

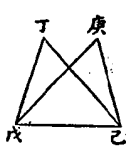


丙至丁。作丙丁線。而乙丁丙。甲丁丙。又成兩三角形。次從乙丁引出至己。從乙丙引出至戊。則乙丁丙形之乙丁。乙丙。兩腰等者。其底線兩端之兩角。乙丁丙。乙丙丁。宜亦等也。其



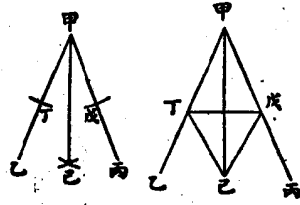
第八題

兩三角形。若相當之兩腰各等。兩底亦等。則兩腰間角必等。解曰。甲乙丙。丁戊己。兩三角形。其甲乙與丁戊。兩腰。甲丙與丁己。兩腰。各等。乙丙與戊己。兩底亦等。題言甲與丁。兩角必等。



論曰。試以丁戊己形。加於甲乙丙形之上。問丁角在甲角上邪。否邪。若在上。即兩角等矣。八公論。或謂不然。乃在於庚。即問庚當在丁戊線之內邪。或在三角頂之內邪。或在三角頂之外邪。皆依前論駁之。七

系。本題止論甲丁角。若旋轉依法論之。即三角皆同。可見凡線等。則角必等。不可疑也。
 第九題
 有直線角求兩平分之。



法曰。乙甲丙角。求兩平分之。先於甲乙線任截一分為甲丁。次於甲丙亦截甲戊與甲丁等。次自丁至戊作直線。次以丁戊為底。立平邊三角形。為丁戊己形。末自己至甲作直線。即乙甲丙角為兩平分。
 論曰。丁甲己與戊甲己。兩三角形之甲丁與甲戊。兩線等。甲己同是一線。戊己與丁己。兩底又等。兩角必等。則丁甲己與戊甲己。兩角必等。
 用法。如上截取甲丁甲戊。即以丁為心。向乙丙。開任作一短界線。次用元度。以戊為心。亦如之。兩界線交處得己。

第十題
 一有界線。求兩平分之。

法曰。甲乙線。求兩平分。先以甲乙為底。作甲乙丙兩邊等三角形。次以甲丙乙角兩平分之。得丙丁直線。即分甲乙於丁。



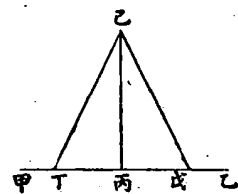
論曰。丙丁乙。丙丁甲。兩三角形之丙乙。丙甲。兩腰等。而丙丁同線。甲丙丁。與乙丙丁。兩角又等。甲丁與乙丁。兩線必等。

用法。以甲為心。任用一度。但須長於甲乙線之半。向上向下。各作一短界線。次用元度。以乙為心。亦如之。兩界線交處。即丙丁。末作丙丁直線。即分甲乙於戊。

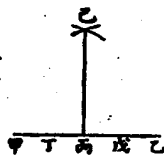
第十一題
 一直線。任於一點上求作垂線。

法曰。甲乙直線。任指一點於丙。米丙上作垂線。先於丙左右。任用一度。各截一界。為丁。為戊。次以丁戊為底。作兩邊等角形。為丁己戊。末自己至丙作直線。即己丙為甲乙之垂線。

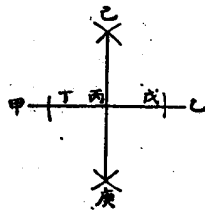
幾何原本 卷一



論曰。丁己丙。與戊己丙。兩三角形之己丁。己戊。兩腰等。而己丙同線。丙丁。與丙戊。兩底又等。即兩形必等。丁與戊。兩角亦等。丁己丙。與戊己丙。兩角亦等。則丁己丙。與戊己丙。兩角必等。等即是直角。直角即是垂線。多角形者。文也。

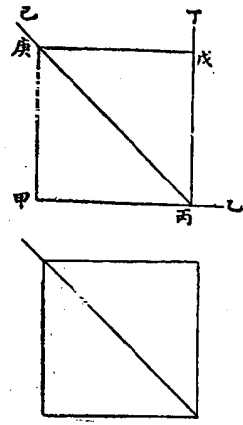


用法。于丙點左右。如上截取丁。與戊。即以丁為心。任用一度。但須長於丙丁線。向丙上方作短界線。次用元度。以戊為心。亦如之。兩界線交處。即己。



又用法。於丙左右。如上截取丁。與戊。即任用一度。以丁為心。於丙上。下方。各作短界線。次用元度。以戊為心。亦如之。則上交為己。下交為庚。末作己庚直線。視直線交於丙點。即得。是用法。又為省巧之法。增若甲乙線。所欲立垂線之點。乃在線末甲界上。甲外無餘線。可截則於甲乙線上。任取一點為丙。如前法。於丙上立丁丙垂線。次以甲丙丁角兩平分之。為己丙線。次以甲丙為底。於丁丙垂線上。截戊丙線。次於戊上。如前法。立垂線。與己丙線相遇。為庚。末自庚至甲。作直線。如所求。

幾何原本 卷一



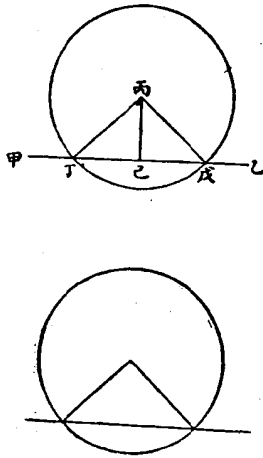
論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙、丙、兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲庚、戊庚兩線必等。而對同邊之甲角戊角亦等。戊既直角則甲亦

直是甲庚為甲乙之垂線。用法甲點上欲立垂線先以甲為心。向元線上方任抵一界作丙點。次用元度以丙為心作大半圓。圖界與甲乙線相遇為丁。次自丁至丙作直線引長之至戊。為戊丁線。戊丁與圖界相遇為己。未自己至甲作直線。即所求。此法今未備論。論見第三卷第三十一題。

第十二題

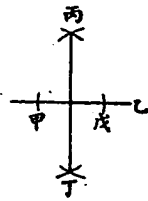
有無界直線線外有一點。求於點上作垂線。至直線上。

法曰甲乙線外有丙點。求從丙作垂線至甲乙。先以丙為心。作一圓。令兩交於甲乙線。為丁為戊。次從丁戊各作直線至丙。兩平分丁戊於己。未自丙自己作直線即丙己為甲乙之垂線。論曰丙己丁丙己戊兩角形之丙丁、丙戊兩線等丙己同線。則丙戊己與丙丁己兩角必等。而丙己與戊丙己兩角又等。則丙己丁與丙己戊等皆直角。而丙己定為垂線矣。

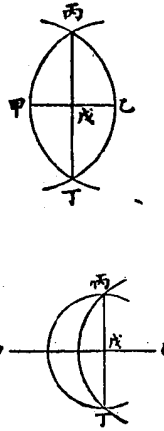


用法以丙為心。向直線兩處各作短界線。為甲、為乙。次用元度。以甲為心。向丙點相望處。作短界線。乙

為心亦如之。兩界線交處。為丁。未自丙至丁。作直線。則丙戊為垂線。



又用法於甲乙線。上近甲近乙。任取一點為心。以丙為界。作一圓界。於丙點。及相望處。各稍引長之。次於甲乙線上。視前心。或相望如前圖。或進或退。如後圖。任移一點為心。以丙為界。作一圓界。至與前圖交處得丁。未自丙至丁。作直線。得戊。取。亦用此法。



第十三題

一直線。至他直線上所作用兩角。非直角。即等於兩直角。

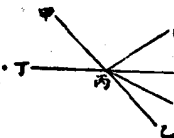
解曰甲線。下至丙丁線。遇於乙。其甲乙丙。與甲乙丁。作兩角。題言此兩角。當是直角。若非直角。即是一銳一鈍。而并之等於兩直角。論曰。試於乙上作垂線。為戊乙。令戊乙丙。與戊乙丁。為兩直角。即甲乙丁。甲乙戊。兩銳角。并之與戊乙丁。直等矣。次於甲乙丁。甲乙戊。兩銳角。又加戊乙丙。一直角。并此三角。定與戊乙丙。戊乙丁。兩直角等也。次於甲乙戊。又加戊乙丙。并此銳角。定與甲乙丙。鈍角等也。次於甲乙丙。銳角。又加甲乙丁。銳角。并此三角。定與甲乙丁。甲乙丙。鈍角等也。夫甲乙丁。甲乙戊。戊乙丙。三角。既與兩直角等。則甲乙丁。與甲乙丙。兩角。定與兩直角等。公論。

第十四題

一直線。於線上一點。出不同方兩直線。倍元線。每旁作兩角。若每旁兩角。與兩直角等。即後出兩線。為一直線。

解曰甲乙線。於丙點上。左出一線。為丙丁。右出一線。為丙戊。若甲丙戊。甲丙丁。兩角。與兩直角等。題言

丁丙與丙戊是一直線。



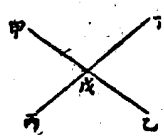
論曰。如云不然。令別作一直線。必從丁丙更引出一線。或離戊面上。為丁丙己。或離戊而下為丁丙庚也。若上於戊。則甲丙線。至丁丙己直線上。為甲丙己。甲丙丁兩角。此兩角宜與兩直角等。十三。如此。即

甲丙戊。甲丙丁兩角。與甲丙己。甲丙丁兩角亦等矣。試減甲丙丁角。而以甲丙戊。與甲丙己。兩角較之。果相等乎。三。夫甲丙己。本小於甲丙戊。而為其分。今日相等。是全與其分等也。九。若下於戊。則甲丙線。至丁丙庚直線上。為甲丙庚。甲丙丁兩角。此兩角宜與兩直角等。十三。如此。即甲丙庚。甲丙丁兩角。與甲丙戊。甲丙丁兩角亦等矣。試減甲丙丁角。而以甲丙戊。與甲丙庚。較之。果相等乎。三。夫甲丙戊。實小於甲丙庚。而為其分。今日相等。是全與其分等也。九。兩者皆非。則丁丙戊。是一直線。

第十五題

凡兩直線相交。每兩交角必等。

解曰。甲乙與丙丁兩線相交於戊。題言甲戊丙。與丁戊乙。兩角。甲戊丁。與甲戊乙。兩角。各等。



論曰。丁戊線。至甲乙線上。則甲戊丁。丁戊乙。兩角。與兩直角等。十三。甲戊線。至丙丁線上。則甲戊丙。甲

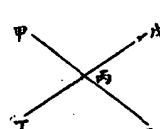
戊丁。兩角。與兩直角等。十三。如此。即丁戊乙。甲戊丁。兩角。亦與甲戊丁。甲戊丙。兩角等。十。試減同用之甲戊丁角。其所存丁戊乙。甲戊丙。兩角必等。公。三。又丁戊線。至甲乙線上。則甲戊丁。丁戊乙。兩角。與兩直角等。十三。至丙丁線上。則丁戊乙。丙戊乙。兩角。與兩直角等。十三。如此。即甲戊丁。丁戊乙。兩角。亦與丁戊乙。丙戊乙。兩角等。十。試減同用之丁戊乙角。其所存甲

幾何原本 卷一

四一

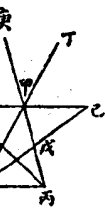
戊丁。丙戊乙。兩角必等。

一系。推顯兩直線相交。於中點上作四角。與四直角等。公。二系。一點之上。兩直線相交。不論幾許線。幾許角。定與四直角等。十八。增題。一直線內。出不同方兩直線。而所作兩交角等。即後出兩線為一直線。

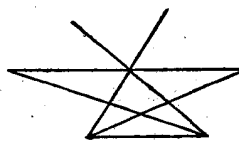


第十六題

凡三角形之外角。必大於相對之各角。



解曰。甲乙丙角形。自乙甲線引之。至丁。題言外角丁甲丙。必大於相對之內角甲乙丙。甲丙乙。論曰。欲顯丁甲丙角。大於甲丙乙角。試以甲丙線。兩平分於戊。自乙至戊。作直線。引長之。從戊外截取戊己。與乙戊等。三。次自甲至己。作直線。引長之。從己外截取辛壬。與甲己等。三。次自丙至辛。作直線。引長之。從辛外截取辛壬。與丙辛等。三。次自甲至壬。作直線。依前論。推顯甲辛壬。辛丙乙。兩角形之各邊各角。俱等。則壬甲辛。與辛乙丙。兩角亦等矣。夫壬甲辛。乃庚甲乙之分。必小於庚甲乙也。庚甲乙。又與丁甲丙。兩角等。十五。則甲乙丙內角。不小於丁甲丙外角。其餘乙丙上。作外角。俱大於相對之內角。依此推顯。



亦等矣。夫己甲戊。乃丁甲丙之分。則丁甲丙。大於己甲戊。亦大於相等之戊丙乙。而丁甲丙外角。不大於相對之甲丙乙內角乎。次顯丁甲丙。大於甲乙丙。試自丙甲線引長之。至庚。次以甲乙線兩平分於辛。自丙至辛。作直線。引長之。從辛外截取辛壬。與丙辛等。三。次自甲至壬。作直線。依前論。推顯甲辛壬。辛丙乙。兩角形之各邊各角。俱等。則壬甲辛。與辛乙丙。兩角亦等矣。夫壬甲辛。乃庚甲乙之分。必小於庚甲乙也。庚甲乙。又與丁甲丙。兩角等。十五。則甲乙丙內角。不小於丁甲丙外角。其餘乙丙上。作外角。俱大於相對之內角。依此推顯。

第十七題

凡三角形之每兩角。必小於兩直角。

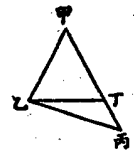
解曰。甲乙丙角形。題言甲乙丙。甲丙乙。兩角。兩甲乙。甲乙丙兩角。甲丙乙。兩角。皆小於兩直角。論曰。試用兩邊線丙甲。引出至戊。丙乙。引出至丁。即甲乙丁外角。

幾何原本 卷一

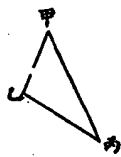
四三

大於相對之甲丙乙內角矣。^{十六}此兩率者每加一甲乙丙角則甲乙丁甲乙丙必大於甲丙乙甲乙丙矣。^四夫甲乙丁甲乙丙與兩直角等也。^{十三}則甲丙乙甲乙丙小於兩直角也。餘二做此。
第十八題

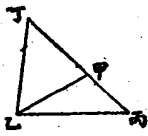
凡三角形大邊對大角小邊對小角。



解曰：甲乙丙角形之甲丙邊大於甲乙邊乙丙邊。題言甲乙丙角大於乙丙甲角乙甲丙角。
論曰：甲丙邊大於甲乙邊。即於甲丙線上截甲丁與甲乙等。^三自乙至丁作直線。則甲乙丁與甲丁乙兩角等矣。^五夫甲丁乙角者乙丙丁角形之外角。必大於相對之丁丙乙內角。^{十六}則甲乙丁角亦大於甲丙乙角。而況甲乙丙又與甲乙丁於其中。不又大於甲丙乙乎。如乙丙邊大於甲乙邊。則乙甲丙角亦大於甲丙乙角。依此推顯。
第十九題



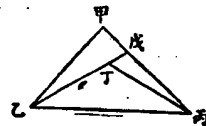
凡三角形大角對大邊小角對小邊。
解曰：甲乙丙角形乙角大於丙角。題言對乙角之甲丙邊必大於對丙角之甲乙邊。
論曰：如云不然。令言或等或小。若言甲丙與甲乙等。則甲丙乙角宜與甲乙丙角等矣。^五何設乙角大於丙角也。若言甲丙小於甲乙。則甲丙邊對甲乙大角宜大。^{十八}又何言小也。如甲角大於丙角。則乙丙邊大於甲乙邊。依此推顯。
第二十題



凡三角形之兩邊并之必大於一邊。
解曰：甲乙丙角形。題言甲丙甲乙邊并之必大於乙丙邊。甲丙乙并之必大於甲乙。
論曰：試於丙甲邊引長之。以甲乙為度。截取甲丁。^三自丁至乙作直線。令甲丁甲乙兩腰等。而甲丁乙甲乙丁兩角亦等。^五即丙乙丁角大於甲乙丁角。亦大於丙丁乙角矣。夫丁丙邊對丙乙丁大角也。豈不大於乙丙邊對丙丁乙小角者乎。^{十九}又甲丁甲乙兩線各加甲丙線等也。則甲乙加甲丙者與丙丁等矣。丙丁既大於乙丙。則甲乙甲丙兩邊并必大於乙丙邊也。餘二做此。
第二十一題

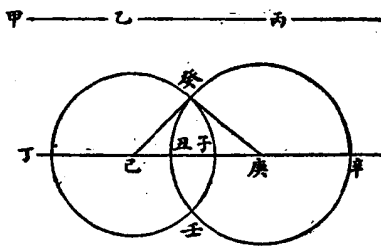
凡三角形於一邊之兩界。出兩線。復作一三角形。在其內。則內形兩腰并之必小於相對兩腰。而後兩線所作角必大於相對角。
解曰：甲乙丙角形於乙丙邊之兩界。各出一線。遇於丁。題言丁丙丁乙兩線并。必小於甲乙甲丙并。而

乙丁丙角必大於乙甲丙角。

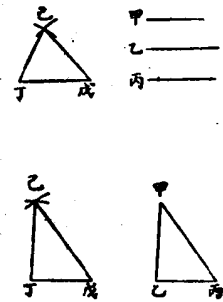


論曰：試用內一線引長之。如乙丁引之至戊。即乙甲戊角形之乙甲甲戊兩線并。必大於乙戊線也。^三此二率者每加一戊丙線。則乙甲甲戊戊丙并。必大於乙戊戊丙并矣。^四又戊丁丙角形之戊丁戊丙線并。必大於丁丙線也。此二率者每加一丁乙線。則戊丁戊丙丁乙并。必大於丁丙丁乙并矣。^四夫乙甲甲戊戊丙。既大於乙戊戊丙。豈不更大於丁丙丁乙乎。^{二十}又乙甲戊角形之丙戊丁外角大於相對之乙甲戊內角。^{十六}即丁戊丙角形之乙丁丙外角亦大於相對之丁戊丙內角矣。而乙丁丙角豈不更大於乙甲丙角乎。
第二十二題

三直線求作三角形。其每兩線并。大於一線也。



處。向下作兩腰。如所求。若設一三角形。求別作一形。與之等。亦用此法。



第二十三題

一直線任於一點上、求作一角、與所設角等。

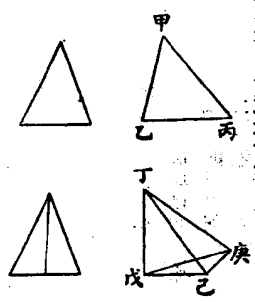
法曰、甲乙線、於丙點求作一角、與丁戊己角等、先於戊丁線、任取一點、爲庚、於戊己線、任取一點、爲辛、自庚至辛、作直線、次依甲乙線、作丙壬癸角形、與戊庚辛角形等、本題 卽丙壬、丙癸兩腰、與戊庚、戊辛兩腰等、壬癸底、與庚辛底、又等、則丙角、與戊角、必等、本題



第二十四題

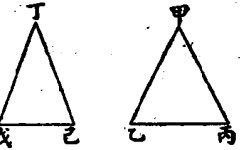
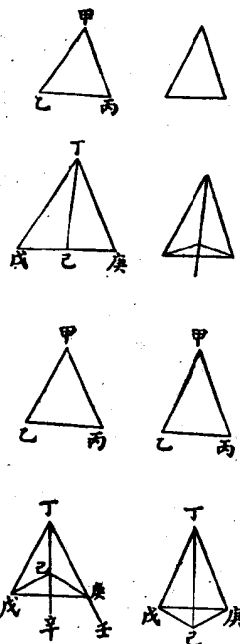
兩三角形、相當之兩腰、各等、若一形之腰間角大、則底亦大。

解曰、甲乙丙、與丁戊己、兩角形、其甲乙、與丁戊、兩腰、甲丙、與丁己、兩腰、各等、若乙甲丙角、大於戊丁己角、則乙丙底、必大於戊己底。



第二十五題

則戊庚己、益小於戊己庚也。九、公論、則對戊庚己小角之戊己、必小於對戊己庚大角之戊庚庚也。本題 九是三戊己、皆小於等戊庚之乙丙。本題 也。



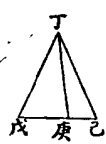
兩三角形、相當之兩腰、各等、若一形之底大、則腰間角亦大。
解曰、甲乙丙、與丁戊己、兩角形、其甲乙、與丁戊、兩腰、甲丙、與丁己、兩腰、各等、若乙丙底、大於戊己底、則乙甲丙角、大於戊丁己角。
論曰、如云不然、令言或大或等、若言等、則兩形之兩腰、各等、腰間角又等、宜兩底亦等、本題 何設乙丙底大也、若言乙甲丙角小、則對乙甲丙角之乙丙線、宜亦小、本題 何設乙丙底大也。
第二十六題 二支

其一邊、不論在兩角之內、及一角之對。

先解一邊在兩角之內者、曰、甲乙丙角形之甲乙、甲丙、乙丙、與丁戊己角形之丁戊、丁己、戊己、兩角、各等、在兩角內之乙丙、與戊己、邊、又等、題言甲乙、與丁戊、兩邊、甲丙、與丁己、兩邊、各等、而乙甲丙角、與戊丁己角、亦等。



論曰。如云兩邊不等。而丁戊大於甲乙。令於丁戊線。截取庚戊。與甲乙等。次自庚至己作直線。即庚戊己角形之庚戊己兩邊。宜與甲乙乙丙兩邊等矣。夫乙角與戊角元等。則甲丙與庚己。宜等。而庚己戊角。與甲丙乙角。宜亦等也。既設丁己戊。與甲丙乙兩角等。今又言庚己戊。與甲丙乙兩角等。是庚己戊與丁己戊。亦等。全與其分等矣。以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等。後解相等邊。不在兩角之內。而在一角之對者。曰甲乙丙角形之乙角。丙角。與丁戊己角形之戊角。丁己戊角。各等。而對丙之甲乙邊。與對己之丁戊邊。又等。題言甲丙。與丁己。兩邊。丙乙。與己戊。兩邊。各等。而甲角。與戊丁己角。亦等。

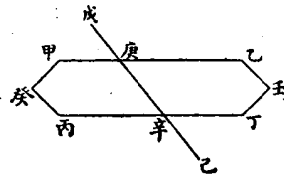


論曰。如云兩邊不等。而戊己大於乙丙。令於戊己線。截取庚戊。與乙丙等。次自丁至庚作直線。即丁戊庚角形之丁戊庚兩邊。宜與甲乙乙丙兩邊等矣。夫乙角。與戊角元等。則甲丙。與丁庚。宜等。而丁庚戊角。與甲丙乙角。宜亦等也。既設丁己戊。與甲丙乙兩角等。今又言丁庚戊。與甲丙乙兩角等。是丁庚戊角。與相對之丁己戊內角。等矣。可乎。以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等。第二十七題

兩直線。有他直線交加其上。若內相對兩角等。即兩直線必平行。

解曰。甲乙丙丁。兩直線。加他直線戊己。交於庚。於辛。而甲庚辛。與丁辛庚。兩角等。題言甲乙丙丁。兩直線。

必平行。論曰。如云不然。則甲乙丙丁。兩直線。必至相遇於壬。而庚辛壬。成三角形。則甲庚辛外角。宜大於相對之庚辛壬內角矣。乃先設相等乎。若設乙庚辛角。與丙辛庚角等。亦依此論。若言甲乙丙丁。兩直線相遇於癸。亦依此論。



第二十八題 二支

兩直線。有他直線交加其上。若外角。與同方相對之內角等。或同方兩內角。與兩直角等。即兩直線必平行。

先解曰。甲乙丙丁。兩直線。加他直線戊己。交於庚。於辛。其戊庚甲外角。與同方相對之庚辛丙內角。等。題言甲乙丙丁。兩直線必平行。

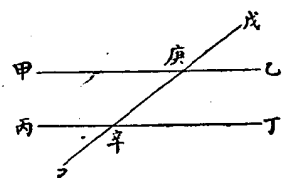
論曰。乙庚辛角。與相對之內角丙辛庚等。戊庚甲。與乙庚辛。兩交角亦等。即兩直線必平行。後解曰。甲庚辛。丙辛庚。兩內角。與兩直角等。題言甲乙丙丁。兩直線必平行。

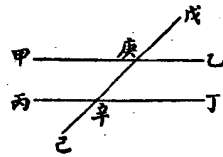
論曰。甲庚辛。丙辛庚。兩角與兩直角等。而甲庚戊。甲庚辛。兩角。亦與兩直角等。試減同用之甲庚辛。即所存甲庚戊。與丙辛庚等矣。既外角與同方相對之內角等。即甲乙丙丁。必平行。題本。

第二十九題 三支

兩平行線。有他直線交加其上。則內相對兩角。必等。外角與同方相對之內角。亦等。同方兩內角。亦與兩直角等。

先解曰。此反前二題。故同前圖。有甲乙丙丁。二平行線。加他直線戊己。交於庚。於辛。題言甲庚辛。與丁辛庚。內相對兩角必等。





論曰。如云不然。而甲庚辛。大於丁辛庚。則丁辛庚。加辛庚乙。宜小於辛庚甲。加辛庚乙矣。夫辛庚甲。辛庚乙。元與兩直角等。十三據如彼論。則丁辛庚。辛庚乙。兩角。小於兩直角。而甲乙。丙丁。兩直線。向乙丁行。必相遇也。十一可謂平行線乎。

次解曰。戊庚甲。外角與同方相對之庚辛丙內角等。

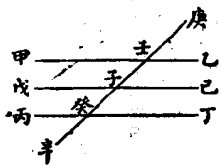
論曰。乙庚辛。與相對之丙辛庚。兩內角等。則乙庚辛。交角相等之戊庚甲。與丙辛庚。必等。一公論。

後解曰。甲庚辛。丙辛庚。兩內角。與兩直角等。

論曰。戊庚甲。與庚辛丙。兩角既等。而每加一甲庚辛角。則庚辛丙。甲庚辛。兩角。與甲庚辛。戊庚甲。兩角。必等。二公論。夫甲庚辛。戊庚甲。本與兩直角等。十三。則甲庚辛。丙辛庚。兩內角。亦與兩直角等。

第三十題

兩直線與他直線平行。則元兩線亦平行。



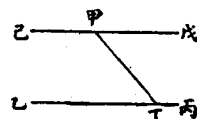
解曰。此題所指線。在同面者。不同面線。後別有論。如甲乙。丙丁。兩直線。各與他線戊己平行。題言甲乙。與丙丁。亦平行。

論曰。試作庚辛直線。交加於三直線。甲乙。於壬。戊己。於子。丙丁。於癸。其甲乙。與戊己。既平行。即甲壬子。與相對之己子壬。兩內角等。廿九。丙丁。與戊己。既平行。即丁癸子。內角與己子壬。外角。亦等。廿九。丁癸子。與甲壬子。亦為相對之內角。亦等。一公論。而甲乙。丙丁。為

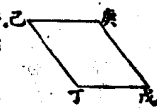
第三十一題

一點上求作直線。與所設直線平行。

法曰。甲點上求作直線。與乙丙平行。先從甲點。向乙丙線。任指一處。作直線。為甲丁。即乙丙線上成甲丁乙角。次於甲點上。作一角。與甲丁乙等。廿三。為戊甲丁。從戊甲線引之。至己。即己戊。與乙丙。平行。

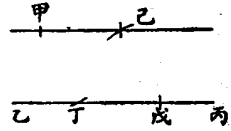
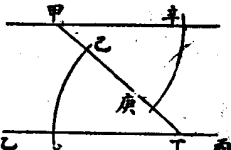


論曰。戊己。乙丙。兩線。有甲丁線聯之。其所作戊甲丁。與甲丁乙。相對之兩內角等。即平行線。廿七。增。從此題。生一用法。設一角。兩線。求作法。四邊形。有角與所設角等。兩兩邊線。與所設線等。法曰。先作己丁。戊角。與丙等。次截丁戊線。與甲等。己丁線。與乙等。末依丁戊。平行。作己庚。依己丁。平行。作庚戊。即所求。



本題用法。於甲點求作直線。與乙丙平行。先作甲丁線。次以丁為心。任作戊己圓界。次用元度。以甲為心。作庚辛圓界。稍長於戊己。次取戊己圓界。為度。於庚辛圓界。截取庚辛。末自甲至辛。作直線。各引長之。即所求。

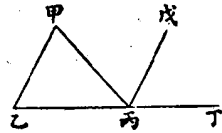
又用法。以甲點為心。於乙丙線近乙處。任指一點。作短界線。為丁。次用元度。以丁為心。於乙丙上。向丙截取一分。作短界線。為戊。次用元度。以戊為心。向上與甲平處。作短界線。又用元度。以甲為心。向甲平處。作短界線。後兩界線。交處。為己。自甲至己。作直線。各引長之。即所求。



第三十二題

凡三角形之外角。與相對之內兩角并。等。凡三角形之內三角并。與兩直角等。

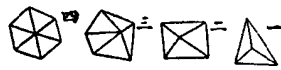
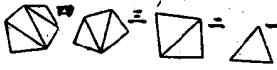
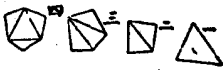
先解曰：甲乙丙角形，試從乙丙邊引至丁，題言甲丙丁外角與相對之內兩角甲乙并等。



論曰：試作戊丙線與甲乙平行。本論令甲丙為甲乙、戊丙之交加線，則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等。本論又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等。本論既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等，則甲丙丁外角與內兩角甲乙并等矣。

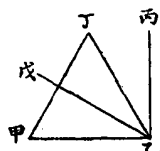
後解曰：甲乙丙三角并與兩直角等。論曰：既甲丙丁角與甲乙丙角并等，更於甲丙丁加甲丙乙，則甲丙丁、甲丙乙、兩角并與甲乙丙內三角并等矣。公論：夫甲丙丁、甲丙乙并元與兩直角等。本論則甲乙丙內三角并亦與兩直角等。增從此推知凡第一形當兩直角，第二形當四直角，第三形當六直角，自此以上至於無窮，每命形之數倍之，為所當直角之數。二形：五邊為第一形，四邊為第二形，又視每形邊數減二邊，即所存邊數是本形之數。

論曰：如下四圖，第一形三邊減二邊存一邊，即是本形一數倍之當兩直角。本論第二形四邊減二邊存二邊，即是本形二數倍之當四直角。欲顯此理，試以第二形作一對角線成兩三角形，每形當兩直角。并之，則當四直角矣。第三形五邊減二邊存三邊，即是本形三數倍之當六直角。欲顯此理，試以第三形作兩對角線成三三角形，每形當兩直角并之，亦當六直角矣。其餘依此推顯，以至無窮。



又一法：每形視其邊數，每邊當兩直角，而減四直角，其存者，即本形所當直角。論曰：欲顯此理，試於形中任作一點，從此點向各角，俱作直線，令每形所分角形之數，如其邊數。每一分形三角，當二直角。本論其近點之處，不論幾角，皆當四直角。本論其次減近點諸角，即是減四直角，其存者，則本形所當直角。如上第四形六邊，中間任指一點，從點向各角分角，每分角六三角，每分形三角，六形共十八角，今於近點處減當四直角之六角，所存近邊十二角，當八直角，餘做此。

三系：平邊角形，每角當直角三分之一。

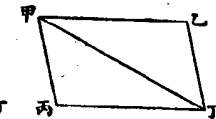


四系：平邊角形，若從一角向對邊作垂線，分為兩角形，此分形各有一直角，在垂線之下兩旁，則垂線之上兩旁角，每當直角三分之一，其餘兩角，每當直角三分之二。

增從三系，可分一直角為三分，其法任於一邊，立平邊角形，次分對直角一邊為兩平分，從此邊對角作垂線，即所求如上圖甲乙丙直角，求三分之一。本論：次平分甲丁於戊，未作乙戊直線。

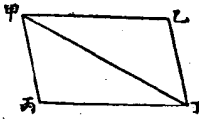
第三十三題

先於甲乙線上，作甲乙丁平邊角形，一、次平分甲丁於戊。



解曰：甲乙丙丁兩平行相等線，有甲丙、乙丁兩線聯之，題言甲丙、乙丁亦平行相等線。論曰：試作甲丁對角線，為甲乙、丙丁之交加線，即乙甲丁、丙丁甲、相對兩內角等。本論又甲丁線上下兩角形之甲乙、丙丁兩邊既等，甲丁同邊，則對乙甲丁角之乙丁線，與對丙丁甲角之甲丙線亦等。本論而乙丁甲、與丙甲丁兩角亦等也。本論此兩角者，甲丙、乙丁之內相對角也，兩角既等，則甲丙、乙丁兩線必平行。本論

第三十四題

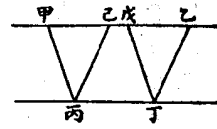


凡平行線方形，每相對兩邊線，各等，每相對兩角，各等，對角線，分本形，兩平分。論曰：甲乙丙丁兩平行方形，題言甲乙、與丙丁兩線，甲丙、與乙丁兩線，各等，又言乙、與丙內角，乙甲丙、與丙丁乙、兩角，各等，又言若作甲丁對角線，即分本形為兩平分。論曰：甲乙、與丙丁，既平行，則乙甲丁、與丙丁甲、相對之兩內角等。本論甲丙、與乙

丁既平行則乙丁甲與丙甲丁相對之內角等。本論九
 甲乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙
 角形之丙丁甲丙甲丁兩角既各等甲丁同邊則甲乙
 與丙丁俱等也而丙角與相對之
 乙角亦等矣。本論六
 又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角既等即乙甲丙與丙丁乙相對
 兩角亦等也。本論二
 又甲乙丁甲丁丙兩角形之甲乙乙丁兩邊與丙甲兩邊各等腰間之乙角與
 丙角亦等則兩角形必等。本論四
 而甲丁線分本形為兩平分。

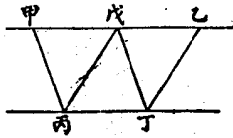
第三十五題

兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等。

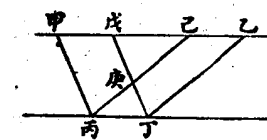
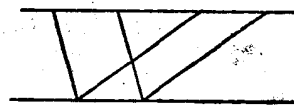


解曰甲乙丙丁兩平行線內有丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形同丙丁底
 題言此兩形等者不謂腰等角等謂所圍之地等後言形等者多微此
 先論曰設己在甲戊之內其丙丁戊甲與丙丁乙己皆平行方形丙丁同底則
 甲戊與丙丁己乙與丙丁各相對之兩邊各等。本論三
 而甲戊與己乙亦等。一
 試於甲戊己乙兩線各減己戊即甲己與戊乙亦等。本論三
 而甲丙與戊丁元等。本論四
 乙丁外角與己甲丙內角又等。本論九
 則乙戊丁與己甲丙兩角形必等
 矣。本論
 次於兩角形每加一丙丁戊己無法四邊形則丙丁戊甲與丙丁乙己

兩平行方形等也。二
 次論曰設己戊同點依前甲戊與戊乙等乙戊丁與戊甲丙兩角形等。本論四
 而每加一戊丁丙角形則
 丙丁戊甲與丙丁乙戊兩平行方形必等。二



後論曰設己點在戊之外而丙己與戊丁兩線交於庚依前甲戊與己乙兩線等而每加一戊己線即
 戊乙與甲己兩線亦等。二
 因顯己甲丙與乙戊丁兩角形亦等。本論四
 次每減一己戊庚角形則所存
 戊庚丙甲與乙己庚丁兩無法四邊形亦等。三
 次於兩無法形每加一庚丁丙角形則丙丁戊甲與
 丙丁乙己兩平行方形必等。二



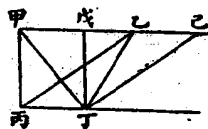
第三十六題

兩平行線內有兩平行方形若底等則形亦等。

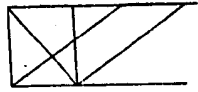
解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊己與庚辛丁乙兩平行方形而丙
 戊與辛丁兩底等題言兩形亦等
 論曰試自丙至庚戊至乙各作直線相聯其丙戊庚乙各與辛丁等則丙
 戊與庚乙亦等。本論四
 庚戊乙與丙戊既平行線則庚丙與乙戊亦平行線。本
 論三

三而甲丙戊己與庚丙戊乙兩平行方形同丙戊底者等矣。本論三
 同庚乙底者亦等矣。本論三五
 既補則庚辛丁乙與甲丙戊己亦等。一
 第三十七題

兩平行線內有兩三角形若同底則兩形必等。
 解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁乙丙丁兩角形同丙丁底題言兩形必等。



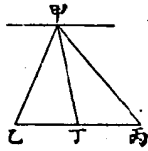
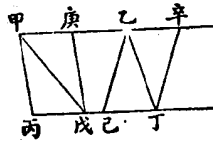
論曰試自丁至戊作直線與甲丙平行次自丁至己作直線與乙丙平行。本論一
 兩平行方形在甲乙丙丁兩平行線內同丙丁底既等。本論三五
 則甲丙丁角形為甲丙丁戊方形之半與
 乙丙丁角形為乙丙丁己方形之半者。本論四
 甲丁乙丁兩對角線平分亦等。七



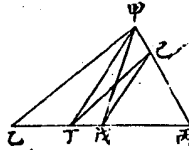
第三十八題

兩平行線內有兩三角形若底等則兩形必等

解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊與乙己丁兩角形而丙戊與己丁兩底等題言兩形必等



論曰試自庚至戊辛至丁各作直線與甲丙乙己平行其甲丙戊庚與乙己丁辛兩平行方形既等則甲丙戊與乙己丁兩角形為兩方形之半者亦等也



第三十九題

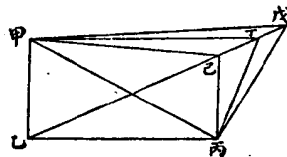
甲乙丙之半則己丁丙亦甲乙丙之半

二增題凡角形任於一邊任作一點求從點分本形為兩平分法曰甲乙丙角形從丁點求兩平分先自丁至相對甲角作甲丁直線次平分乙丙線於戊作戊己線與甲丁平行未作己丁直線即分本形為兩平分

論曰試作甲戊直線即甲戊己丁丁戊兩角形在兩平行線內同己戊底者等而每加一己戊丙形則己丁丙與甲戊丙兩角形亦等也

兩三角形其底同其形等必在兩平行線內

解曰甲乙丙與丁丙乙兩角形之乙丙底同其形復等題言在兩平行線內者蓋云自甲至丁作直線必與乙丙平行



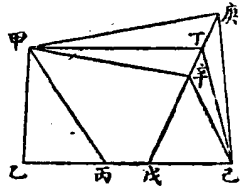
論曰如云不然令從甲別作直線與乙丙平行必在甲丁之上或在其下矣設在上為甲戊而乙丁線引出至戊即作戊丙直線是甲乙丙宜與戊丙乙兩角形等矣夫甲乙丙與丁丙乙既等而與戊丙乙復等是全與其分等也設在甲丁下為甲己即作己丙直線是己丙乙與丁丙乙亦等如前駁之

第四十題

兩三角形其底等其形等必在兩平行線內

解曰甲乙丙與丁戊己兩角形之乙丙與戊己兩底等題言在兩平行線內者蓋云自甲至丁作直線必與乙丙平行

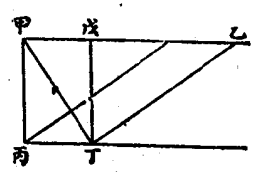
論曰如云不然令從甲別作直線與乙己平行必在甲丁之上或在其下矣設在上為甲庚而戊丁線引出至庚即作庚己直線是甲乙丙宜與庚戊己兩角形等矣夫甲乙丙與丁戊己既等而與庚戊己復等是全與其分等也設在甲丁下為甲辛即作辛己直線是辛戊己與丁戊己亦等如前駁之



第四十一題

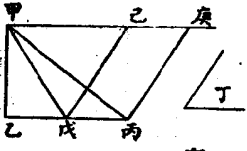
兩平行線內有一平行方形一三角形同底則方形倍大於三角形

解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁戊方形乙丁丙角形同丙丁底題言方形倍大於角形論曰試作甲丁直線分方形為兩平分則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣夫甲丙丁戊倍大於甲丙丁必倍大於乙丁丙



第四十二題

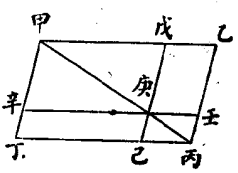
有三角形求作平行方形與之等而方形角有與所設角等。



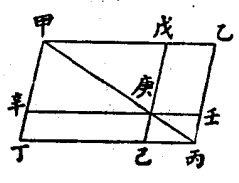
法曰設甲乙丙角形丁角求作平行方形與甲乙丙角形等而有丁角先分
 一邊為兩平分如乙丙邊平分於戊本篇次作丙戊己角與丁角等本篇次
 自甲作直線與乙丙平行本篇而與戊己線遇於己末自丙作直線與戊己
 平行為丙庚本篇而與甲己線遇於庚則得己戊丙庚平行方形與甲乙丙
 角形等。

論曰試自甲至戊作直線其甲戊丙角與己戊丙庚平行方形在兩平行線內同底則己戊丙庚倍
 大於甲戊丙矣本篇夫甲乙丙亦倍大於甲戊丙本篇即與己戊丙庚等公論

凡方形對角線旁兩餘方形自相等。
 解曰甲乙丙丁方形有甲丙對角線題言兩旁之乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形本篇必等。



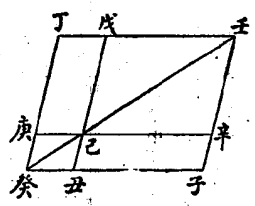
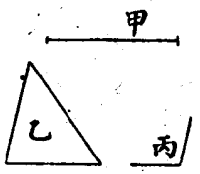
論曰甲乙丙甲丙丁兩角形等本篇甲戊庚甲庚辛兩角形亦等本篇而於甲乙丙減甲戊庚於甲丙
 丁減甲庚辛則所存乙丙庚戊與庚丙丁辛兩無法四邊形亦等矣公論又庚壬丙己角線方形之庚



第四十四題

一直線上求作平行方形與所設三角形等而方形角有與所設角等。

法曰設甲線乙角形丙角求於甲線上作平行方形與乙角形等而有丙角先作丁戊己庚平行方形
 與乙角形等而戊己庚角與丙角等本篇次於庚己線引長之作己辛線與甲等次作辛壬線與戊己
 平行本篇次於丁戊引長之與辛壬線遇於壬次自壬至己作對角線引出之又自丁庚引長之與對
 角線遇於癸次自癸作直線與庚辛平行又於壬辛引長之與癸線遇於子末於戊己引長之至癸子
 線得丑即己丑子辛平行方形如所求。

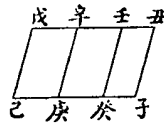
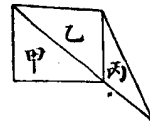


論曰此方形之己辛線與甲等而辛己丑角為戊己庚之交角本篇則與丙等又本形與戊己庚丁同
 為餘方形等本篇則與乙角形等。

有多邊直線形求作一平行方形與之等而方形角有與所設角等。

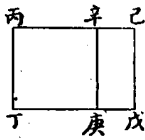
法曰設甲乙丙五邊形丁角求作平行方形與五邊形等而有丁角先分五邊形為甲乙丙三三角形
 次作戊己庚辛平行方形與甲等而有丁角本篇次於戊辛己庚兩平行線引長之作庚辛壬癸平行

方形與乙等。而有丁角。四本末復引前線。作壬癸子丑平行方形。與丙等。而有丁角。四本即此三形并為一平行方形。與甲乙丙并形等。而有丁角。自五以上。可至無窮。俱做此法。



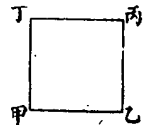
論曰。戊己庚與辛庚癸兩角等。而每加一己庚辛角。即辛庚癸己庚辛兩角。定與己庚辛戊己庚兩角等。夫己庚辛戊己庚是兩平行線內角。與兩直角等也。廿九則己庚辛庚癸亦與兩直角等。而已庚庚癸為一直線也。十四又戊辛庚與戊己庚兩對角等。而辛壬癸與辛庚癸兩對角亦等。則戊己庚辛庚壬癸皆平行方形也。卅四壬癸子丑依此推顯。卅三即與戊己庚壬并為一平行方形矣。增題。兩直線形不等。求相減之較幾何。

法曰。甲與乙兩直線形。甲大於乙。以乙減甲。求較幾何。先任作丁丙己戊平行方形。與甲等。次於丙丁線上。依丁角。作丁丙辛庚平行方形。與乙等。即得辛庚戊己為相減之較矣。何者。丁丙己戊之大於丁丙辛庚較餘一辛庚戊己也。則甲大於乙。亦辛庚戊己也。



第四十六題

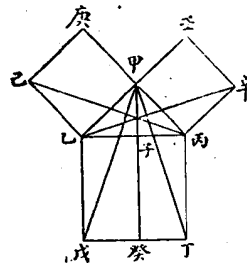
一直線上求立直角方形。



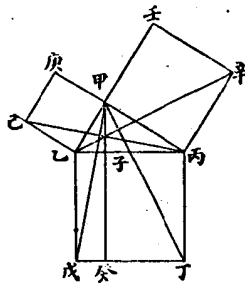
法曰。甲乙線上。求立直角方形。先於甲乙兩界。各立垂線。為丁甲。為丙乙。皆與甲乙線等。十一次作丁丙線相聯。即甲乙丙丁為直角方形。論曰。甲乙兩角俱直角。則丁甲丙乙。為平行線。廿六此兩線自相等。則丁丙與甲乙。亦平行線。卅三而甲乙丙丁四線。俱平行。俱相等。又甲乙俱直角。則相對丁丙亦俱直角。卅四而甲乙丙丁。定為四直角方形。

凡三邊直角形對直邊上。所作直角方形。與餘兩邊上。所作兩直角方形并等。

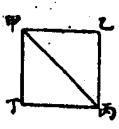
第四十七題



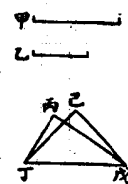
解曰。甲乙丙角形。於對乙甲丙直邊之乙丙邊上。作乙丙丁戊直角方形。四本題言此形。與甲乙邊上。所作甲乙己庚。及甲丙邊上。所作甲丙辛壬。兩直角方形并等。論曰。試從甲作甲癸直線。與乙戊丙丁平行。本廿一而平分乙丙邊於子。次自甲至丁。至戊。各作直線。求自乙至辛。自丙至己。各作直線。其乙甲丙與乙甲庚。既皆直角。即庚甲甲丙。是一直線。十四依顯乙甲甲壬。亦一直線。又丙乙戊。與甲乙己。既皆直角。本廿一依顯甲乙丙角。即甲乙戊。與丙乙己。兩角亦等。二依顯



甲丙丁與乙丙辛兩角亦等。又甲乙戊角形之甲乙乙戊兩邊。與丙乙己角形之乙乙丙兩邊等。甲乙戊與丙乙己兩角復等。則對等角之甲戊與丙己兩邊亦等。而此兩角形亦等矣。四夫甲乙己庚直角方形。倍大於同乙己底。同在平行線內之丙乙己角形。四一而乙戊癸子直角形。亦倍大於同乙戊底。同在平行線內之甲乙戊角形。則甲乙己庚。不與乙戊癸子等乎。六公論。依顯甲丙辛壬直角方形。與丙丁癸子直角形等。則乙戊丁丙形。與甲乙己庚。甲丙辛壬。兩形并等矣。一增。凡直角方形之對角線上。作直角方形。倍大於元形。如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上。作直角方形。倍大於甲乙丙丁形。



二增題。設不等兩直角方形。如一以甲為邊。一以乙為邊。求別作兩直角方形。自相等。而并之。又與元設兩形并等。

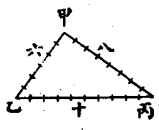
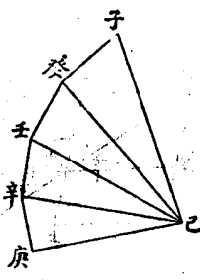
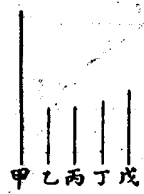


法曰。先作丙戊線。與甲等。次作戊丙丁直角。而丙丁線。與乙等。次作戊丁線。相聯末於丙丁戊角。丙戊丁角。各作一角。皆半於直角。己戊己丁。兩腰。過於己十一而等。六。即己戊。己丁。兩線上所作兩直角方形自相等。而并之。又與丙戊。丙丁。上所作兩直角方形并等。

論曰。己丁戊。己戊丁。兩角。既皆半於直角。則丁己戊為直角。而對直角之丁戊線上。所作直角方形。與兩腰線上所作兩直角方形并等矣。己戊。與己丁。既等。則其上所作兩直角方形。自相等矣。又丁戊線上。所作直角方形。與丙丁。丙戊。線上所作兩直角方形并等。則己戊。己丁。上兩直角方形并。與丙戊。丙丁。上兩直角方形并。亦等。

三增題。多直角方形。求并作一一直角方形。與之等。

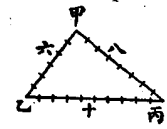
法曰。如五直角方形。以甲乙丙丁戊為邊。任等不等。求作一一直角方形。與五形并等。先作己庚辛直角。而已庚線。與甲等。庚辛線。與乙等。次作己辛線。旋作己辛壬直角。而辛壬與丙等。次作己壬線。旋作己壬癸直角。而壬癸與丁等。次作己癸線。旋作己癸子直角。而癸子與戊等。末作己子線。題言己子線上。所作直角方形。即所求。



論曰。己辛上。作直角方形。與甲乙兩形并等。己壬上。作直角方形。與己辛及丙兩形并等。依此推顯。可至無窮。

四增。三邊直角形。以兩邊求第三邊長短之數。

法曰。甲乙丙角形。甲為直角。先得甲乙甲丙兩邊長短之數。如甲乙六。甲丙八。求乙丙邊長短之數。其甲乙。甲丙。上所作兩直角方形。既與乙丙上所作直

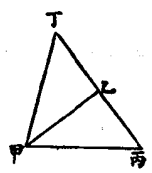


角方形等。則甲乙之幕。自乘之。得三十六。甲丙之幕。得六十四。并之得百。而乙丙之幕。亦百。百開方。得十。即乙丙數十也。又設先得甲乙乙丙。如甲乙六。乙丙十。而求甲丙之數。其甲乙。甲丙。上兩直角方形并。既與乙丙上直角方形等。則甲乙乙丙之幕。得三十六。乙丙之幕。得百。百減三十六。得甲丙之幕。六十四。六十四開方。得八。即甲丙八。也。求甲乙。依此。

此以開方盡實者為例。其不盡實者。自具算家分法。

第四十八題

凡三角形之一邊上。所作直角方形。與餘邊所作兩直角方形并等。則對一邊之角。必直角。

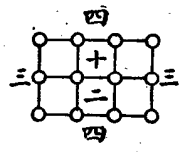
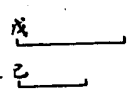
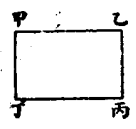


解曰。此反前題。如甲乙丙角形。其甲丙邊上所作直角方形。與甲乙乙丙邊上所作兩直角方形并等。題言甲乙丙角。必直角。

論曰。試於乙上作甲乙丁直角。而乙丁。與乙丙。兩線等。次作丁甲線。相聯。其甲乙丁既直角。則甲丁上直角方形。與甲乙乙丁。上兩直角方形并等。而甲乙乙丁。上兩直角方形并。與甲乙乙丙。上兩直角方形并。又等。乙丙。與乙丁。即丁甲上直角方形。與甲丙上直角方形。必等。夫甲乙丁角形之甲乙乙丁。兩腰。與甲乙丙角形之甲乙乙丙。兩腰。既等。而丁甲甲丙。兩底。又等。則對底線之兩角。亦等。甲乙丁既直角。即甲乙丙亦直角。

幾何原本第二卷之首

第一界



凡直角形之兩邊。函一一直角者。為直角形之短線。

如甲乙。倍乙丙。函甲乙丙直角。得此兩邊。即知直角形大小之度。今別作戊線。已線。與甲乙乙丙。各等。亦即知甲乙丙丁。直角形大小之度。則戊。己。兩線。為直角形之短線。

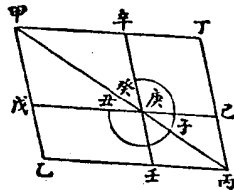
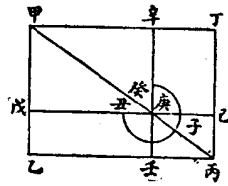
此例與算法通。如上圖。一邊得三。一邊得四。相乘得十二。則三。倍四。兩邊。為十二之短數。凡直角諸形之內四角。皆直。故不必更言四邊。及平行線。止名為直角形。省文也。

凡直角諸形。不必全舉四角。止舉對角二字。即指全形。如甲乙丙丁。直角形。止舉甲丙。或乙丁。亦省文也。

第二界

諸方形。有對角線者。其兩餘方形。任借一角線方形。為證折形。

甲乙丙丁方形，任直斜角作甲丙對角線，從庚點作戊己辛壬兩線，與方形邊平行，而分本形為四方形，其辛己庚乙兩形為餘方形，辛戊己壬兩形為角線方形，一、卷界任借一角線方形，為摺折形，如辛己庚乙兩餘方形，借己壬角線方形，同在癸子丑圓界內者，是癸子丑摺折形也，用辛戊角線方形做此。



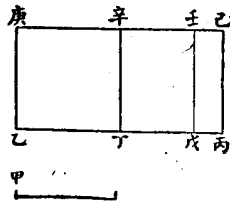
幾何原本第二卷

本卷論議

計十四題

第一題

兩直線，任以一線，任分爲若干分，其兩元線，任內直方形，與不分線，借諸分線，任內諸直方形并等。
解曰：甲與乙兩線，如以乙丙三分之，爲乙丁丁戊，戊丙，題言甲倍乙丙，短線內直方形，與甲倍乙丁，甲倍丁戊，甲倍戊丙，三短線內直方形并等。



幾何原本 卷二

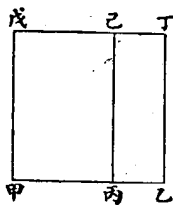
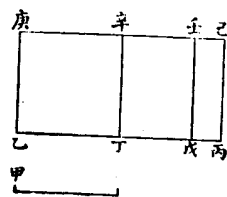
論曰：試作乙己直方形，在乙丙，借等甲之己丙，短線內，作法：于乙界作庚乙、丙界作己丙，兩垂線，與甲等，爲平行，次作庚己直線，與乙丙平行，俱次。

於丁戊兩點，作辛丁壬戊兩垂線，與庚乙己丙平行，一、卷其辛丁與庚乙壬戊，與己丙，既平行，則辛丁與壬戊，亦平行，而辛丁壬戊，與己丙等，即亦與甲等。二、卷如此則乙辛直方形，在甲倍乙丁短線內，丁壬直方形，在甲倍丁戊短線內，戊己直方形，在甲倍戊丙短線內，并之，則三短線內直方形，與甲倍乙丙兩元線，任內直方形等。

注曰：二卷前十題，皆言線之能也，尺線，其能爲直方形也，如十俱以數明此十題之理，今未及詳，因題意難顯，略用數明之，如本題設兩線，常兩線爲六，爲十，以十任三分之，爲五，爲三，爲二，六乘十爲六十之一，大實與六乘五爲三十及六乘三爲十八，六乘二爲十二，之三小實并等。

第二題

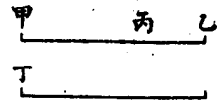
一直線，任兩分之，其元線上直方形，與元線借兩分線，兩短線內直方形并等。
解曰：甲乙線，任兩分於丙，題言甲乙上直方形，與甲乙借甲丙，甲乙借丙乙，兩短線內直方形并等。



論曰：試於甲乙線上，作甲丁直方形，從丙點，作己丙垂線，與甲戊乙丁平行，一、卷其甲戊與甲乙，既等，二、卷則甲己直方形，在甲乙，甲丙短線內，乙丁與甲乙，既等，則丙丁直方形，在甲乙，丙乙短線內，而此兩形并，與甲丁直方形等。

又論曰：試別作丁線，與甲乙等，其甲乙線，既任分於丙，則甲乙借丁，短線內直方形，即甲乙上直方形，與甲丙借丁，丙乙借丁，兩短線內直方形并等。本卷

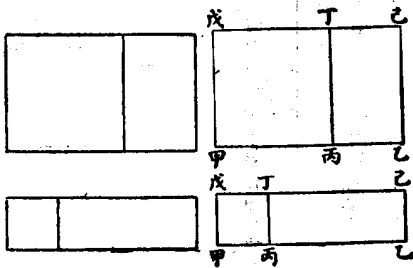
幾何原本 卷二



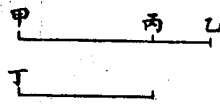
注曰。以數明之。設十數。任兩分之。為七。為三十。乘七為七十。及十乘三為三十。之兩小實。與十自之百一大羣等。

第三題

一直線。任兩分之。其元線。任借一分線。短內直角形。與分餘線。借一分線。短內直角形。及一分線上直角方形并等。
解曰。甲乙線。任兩分於丙。題言元線甲乙。任借一分線如甲丙。短內直角形。為短分。與分餘丙乙。倍甲丙。短線內直角形。及甲丙上直角方形并等。



論曰。試作甲丁直角方形。從乙界作乙己垂線。與甲戊平行。而於戊丁引長之。遇於己。其甲戊。與甲丙等。則甲己直角形。在元線甲乙。借一分線甲丙。短內丙丁。與甲丙等。則丙己直角形。在一分線甲

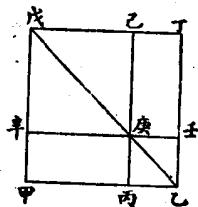


丙。借分餘線丙乙。短內。而甲己直角形。與甲丙丙乙。短線內丙己直角形。及甲丙上甲丁直角方形并等。
又論曰。試別作丁線。與一分線甲丙等。其甲乙線。既任分於丙。則甲乙借丁。短線內直角形。即甲乙借甲丙。與丁借丙乙。借丙乙丁借甲丙。短線內兩短線內直角形并等。一本。

注曰。以數明之。設十數。任兩分之。為七。為三。如前圖。則十乘七為七十。與七乘三之實二十一。及七自之羣四十九并等。如後圖。十乘三為三十。與七乘三之實二十一。及三之羣九并等。

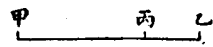
第四題

一直線。任兩分之。其元線上直角方形。與各分上兩直角方形。及兩分互借。短線內兩直角形并等。



解曰。甲乙線。任兩分於丙。題言甲乙線上直角方形。與甲丙丙乙。短線內兩直角形并等。
論曰。試於甲乙線上。作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。次從丙作丙己線。與乙丁平行。遇對角線於庚。庚末從庚作辛壬線。與甲乙平行。而分本形為四直角形。即甲乙戊角形之甲乙。甲戊。兩邊等。而甲乙戊。與甲戊乙。兩角亦等。夫甲乙戊角形之三角并。與兩直角等。而甲為直角。即甲乙戊。甲戊乙。皆半直角。之三角。依顯丁乙戊角形之丁乙戊。丁戊乙。兩角亦皆半直角。則戊己庚外角。與內角丁。等為直角。而己庚。既半直角。則己庚戊。等為半直角。角既等。則己庚。己戊。兩邊亦等。庚辛。辛戊。亦等。而己為直角方形也。依顯丙壬亦直角方形也。又庚辛。與甲丙。兩對邊等。而乙丙。與庚丙。俱為直角方形邊。亦等。則辛己。為甲丙線上直角方形。丙壬。為丙乙線上直角方形。又甲庚。及庚丁。兩直角形。各在甲丙。丙乙。短線內也。則甲丁直角方形。與甲丙丙乙。兩線。上兩直角方形。及兩線短內兩直角形并等。矣。
系從此推知。凡直角方形之角線形。皆直角方形。
又論曰。甲乙線。既任分於丙。則元線甲乙。上直角方形。與元線借各分線。短內兩直角形并等。本。又甲乙借甲丙。短線內直角形。與甲丙丙乙。短線內直角形。及甲丙上直角方形并等。三。甲乙借丙

乙、矩線內直角形。與丙乙倍甲丙、矩線內直角形、及丙乙上直角方形并等。三、本篇則甲乙上直角方形、與甲丙丙乙上兩直角方形、及甲丙倍丙乙、丙乙倍甲丙、矩線內兩直角形并等。

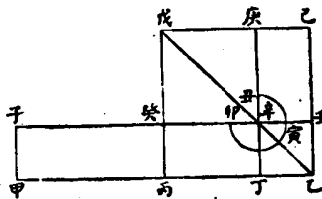


注曰。以數明之。設十數。任兩分之。為七。為三。十之幕百。與七之幕四十九。三之幕九。及三七互乘之。實兩二十一并等。

第五題

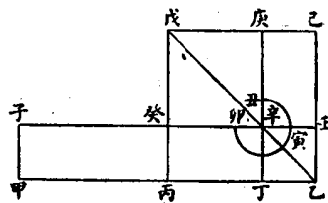
一直線。兩平分之。又任兩分之。其任兩分線。矩內直角形。及分內線上直角方形。并。與平分半線上直角方形等。

解曰。甲乙線。兩平分於丙。又任兩分於丁。其丙丁為分內線。甲丁所以大於甲丙之數。故曰分內線。又題言甲丁。丁乙。矩線內直角形。及分內線丙丁上直角方形。并。與丙乙線上直角方形等。



論曰。試於丙乙線上。作丙己直角方形。次作乙戊對角線。從丁。作丁庚線。與乙己平行。遇對角線於辛。次從辛。作壬癸線。與丙乙平行。次從甲。作甲子線。與丙戊平行。末從壬癸線引長之。遇於子。夫丁壬癸。皆直角方形。而辛丁。與丁乙。兩線等。一。癸辛。與丙丁。兩線等。則甲辛直角形。在任分之甲丁。丁乙。矩線內。而癸庚。為分內線丙丁上直角方形也。今欲顯甲辛直角形。及癸庚直角方形。并。與丙

己直角方形等者。於丙辛。辛己相等之兩餘方形。每加一丁壬直角方形。即丙壬。及丁己。兩直角形等矣。而甲癸。與丙壬。兩形。同在平行線內。又底等。即形亦等。一。則甲癸。與丁己。亦等也。即又每加一丙辛直角形。則丑寅卯。形。不與甲辛等。次於癸庚。折形。又加一癸庚直角方形。豈不與丙己。直角方形等也。而甲辛。癸庚。兩形。并。亦與丙己。等也。則甲丁丁乙。矩線內直角形。及丙丁上直角方形。并。與丙乙上直角方形等。

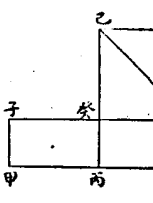


注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。為八。為二。則三為分內數。又八所以大於五之數。二八之實十六。三三之幕九。與五之幕二十五等。

第六題

一直線。兩平分之。又任引增一直線。共為一全線。其全線。借引增線。矩內直角形。及半元線上直角方形。并。與半元線借引增線。上直角方形等。

解曰。甲乙線。兩平分於丙。又從乙引長之。增乙丁。與甲乙。通為一全線。題言甲丁。借乙丁。矩線內直角形。及半元線丙乙。上直角方形。并。與丙丁上直角方形等。



論曰。試於丙丁上。作丙戊直角方形。次作丁己對角線。從乙。作乙庚線。與丁戊平行。遇對角線於辛。次從辛。作壬癸線。與丙丁平行。次從甲。作甲子線。與丙己平行。末從壬癸線引長之。遇於子。夫乙壬癸。皆直角方形。而乙丁。與丁壬。兩線等。一。癸辛。與丙丁。兩線等。則甲壬。直角形。在甲丁。借乙丁。矩線內。而癸庚。為丙乙上直角方形也。今欲顯甲壬。直角形。及癸庚。直角方形。并。與丙乙。上直角方形等者。試觀甲癸。與丙辛。兩直角形。同在平行線內。又底等。即形亦等。一。而丙辛。與辛戊。等。三。則辛戊。與甲癸。亦等。即又每加一丙壬。直角形。則丑寅

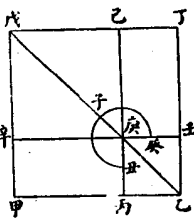
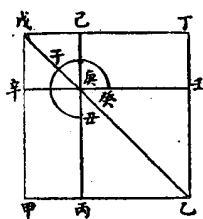
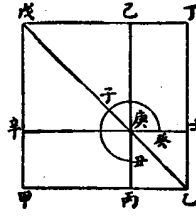
卯密折形與甲壬等。夫密折形。加一癸庚形。本與丙戊直角方形等也。即甲壬、癸庚、兩形并。亦與丙戊等也。則甲丁、乙丁、矩線內直角形。及丙乙上直角方形。并。豈不與丙丁上直角方形等。

注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又引增二。共十二。二乘之。為二十四。及五之幕二十五。與七之幕四十九等。

第七題

一直線。任兩分之。其元線上。及任用一分線上。兩直角方形。并。與元線倍一分線。矩內直角形二。及分餘線上直角方形并等。

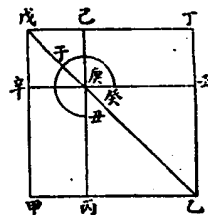
解曰。甲乙線。任分於丙。題言元線甲乙上。及任用一分線如甲丙上。兩直角方形。并。不論甲丙為長。與甲乙倍甲丙。矩內直角形二。及分餘線丙乙上直角方形并等。



方形。即與甲丁直角方形。加一辛己直角方形等。則甲乙、甲丙、矩線內直角形二。及丙乙上直角方形并等也。

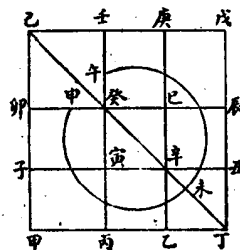
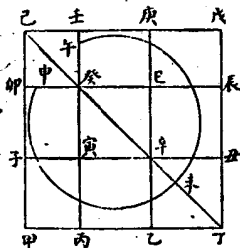
論曰。試於甲乙上。作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。從丙作丙己線。與乙丁平行。遇對角線於庚。未從庚作辛壬線。與甲乙平行。夫辛己、丙壬。皆直角方形。而辛庚。與甲丙等。即辛己。為甲丙上直角方形也。又甲戊。與甲乙等。即甲己。直角方形。在甲乙倍甲丙線內也。又戊丁。丁壬。與甲乙、甲丙各等。即辛丁。直角方形。亦在甲乙倍甲丙。矩線內也。夫甲己。己壬。兩直角形。即癸子丑。本與甲丁直角方形等。今於甲己。辛丁。兩直角形。并。加一丙壬。直角

注曰。以數明之。設十數。任分之。為六。為四。如前圖。十之幕百。及六之幕三十六。并。與十六互乘之。兩百二十。及四之幕十六。等。如後圖。十之幕百。及四之幕十六。并。與十四互乘之。兩百八十八。及六之幕三十六。等。



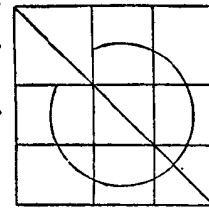
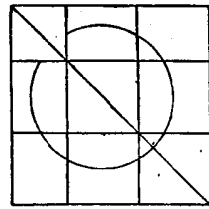
第八題

一直線。任兩分之。其元線倍初分線。矩內直角形四。及分餘線上直角方形。并。與元線倍初分線上直角方形等。解曰。甲乙線。任分於丙。題言元線甲乙。倍初分線丙乙。矩內直角形。四。分。為短分。及分餘線甲丙上直角方形。并。與甲乙倍丙乙上直角方形等。



論曰。試以甲乙線。引增至丁。而乙丁。與丙乙等。於全線上。作甲戊。直角方形。次作丁己。對角線。從乙作乙庚線。與丁戊。平行。遇對角線於辛。次從丙作丙壬線。與甲己。平行。遇乙庚。於己。其卯壬。寅己。乙丑。俱角線方形。與甲丁。平行。遇丙壬。於寅。未從寅作卯辰線。與戊己。平行。遇乙庚。於己。其卯壬。寅己。乙丑。俱角線方形。而卯癸。與甲丙。兩線等。即卯壬。為甲丙上直角方形。又寅辛。與丙乙。兩線等。即寅己。為丙乙上直角方形。與乙丑。等。即乙丑。又乙辛。辛己。兩線。亦各與丙乙等。而甲辛。子己。兩直角形。各在甲乙。丙乙。矩線內。即等。寅庚。辛戊。兩直角形。亦各在甲乙。丙乙。矩線內。即又等。寅辛。辛止。與甲乙。乙辛。等。寅己。既與乙丑等。而每加一癸庚。即乙丑。癸庚。并。與寅庚。又是甲辛。一子。己。二辛。戊

三、乙丑四、癸庚五、五直角形。并爲午未申。折形與元線甲乙。倍初分線丙乙。矩內直角形四等。而午未申。折形及卯壬。直角形。本與甲戊。直角形等。則甲乙丙。短線內直角形。四及甲丙上。直角形。并與甲乙。倍丙乙。上直角形等。

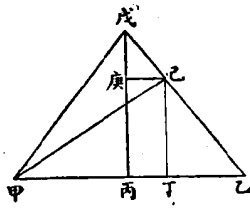


注曰。以數明之。設十數。任分之。爲六。爲四。如前圖。十六互乘之。實四。爲二百四十。及四之。幕十六。共二百五十六。與十六之。幕等。如後圖。十四互乘之。實四。爲一百六十。及六之。幕三十六。共一百九十六。與十四之。幕等。

第九題

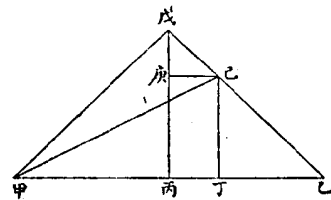
一直線。兩平分之。又任兩分之。任分線上。兩直角方形。并倍大於平分半線上。兩直角方形。并。

解曰。甲乙線。平分於丙。又任分於丁。題言甲丁。丁乙。上兩直角方形。并倍大於平分半線甲丙上。分內線丙丁。上兩直角方形。并。



論曰。試於丙上。作丙戊垂線。與甲丙等。次作甲戊。戊乙。兩腰。次從丁。作了己垂線。遇戊乙於己。從己。作己庚線。與甲乙。平行。遇戊丙於庚。未作甲己線。其甲丙。丙戊。角形之。甲丙。丙戊。兩腰等。即丙戊。甲丙。甲戊。兩角亦等。而甲丙。戊爲直角。即餘兩角。皆半直角。依顯丙戊乙。亦半直角。又戊庚。己角形。之。戊庚。己角。爲戊丙乙。之外角。即亦直角。而庚戊。己半直角。即庚己。亦半直角。又庚戊。己庚。己角。兩角等。即庚戊。己。兩腰亦等。依顯丁乙。己角形之。丁乙。己。兩腰亦等。夫甲丙。戊角

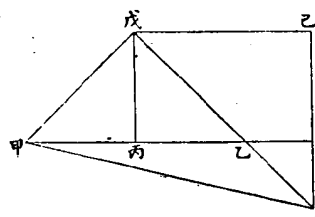
形之丙。爲直角。即甲戊。線上。直角方形。與甲丙。丙戊。線上。兩直角方形。并等。而甲丙。丙戊。上兩直角方形。自相等。即甲戊。上直角方形。倍大於甲丙。上直角方形。又戊庚。己角形之。庚爲直角。即戊己。線上。直角方形。與庚戊。庚己。線上。兩直角方形。并等。而庚戊。庚己。上兩直角方形。自相等。即戊己。上直角方形。倍大於庚戊。庚己。上直角方形。又甲丙。丙戊。上兩直角方形。并倍大於甲丙。丙丁。上兩直角方形。并。又甲己。上直角方形。既等於甲戊。戊己。上兩直角方形。并。又等於甲丁。丁己。上兩直角方形。并。則甲丁。丁己。上兩直角方形。并。豈不倍大於甲丙。丙丁。上兩直角方形。并也。



注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。爲七。爲三。分內數二。其七之。幕四十九。及三之。幕九。大於五之。幕二十五。及二之。幕四。

第十題

一直線。兩平分之。又任引增一線。共爲一全線。其全線上。及引增線上。兩直角方形。并倍大於平分半線上。及分餘半線。倍引增線上。兩直角方形。并。

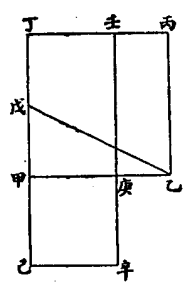


解曰。甲乙線。平分於丙。又任引增爲乙丁。題言甲丁。線上。及乙丁。線上。兩直角方形。并倍大於甲丙。線上。及丙丁。線上。兩直角方形。并。論曰。試於丙上。作丙戊垂線。與甲丙等。自戊至甲。至乙。各作腰線。次從丁。作了己垂線。引長之。又從戊乙。引長之。遇於庚。次作戊己。線。與丙丁。平行。未作甲庚線。依前題論。推顯甲戊。乙爲直角。而丙戊。乙爲半直角。即相對之。戊庚。己。亦半直角。又己爲直角。即己戊。庚。亦半直角。而己戊。己庚。兩腰必等。依顯乙丁。丁庚。兩腰亦等。夫甲戊。上直角方形。等於甲丙。丙戊。上兩直角方形。并。必倍大於甲丙。上直角方形。而戊庚。上直角方形。等於戊己。己庚。上兩直角方形。并。必倍大於甲丙。上直角方形。而戊庚。上直角方形。等於戊己。己庚。上兩直角方形。并。必倍大於對戊己。己之。丙丁。上直角方形。則甲戊。戊庚。上兩直角方形。并。倍大於甲丙。丙丁。上兩直角方形。并。又甲庚。上直角方形。等於甲戊。戊庚。上兩直角方形。并。則甲丁。丁庚。上兩直角方形。并。亦倍大於甲丙。丙丁。上兩直角方形。并。而甲丁。乙丁。上兩直角方形。并。倍大於甲丙。丙丁。上兩直角方形。并。矣。與乙丁。等故。

注曰。以數明之。設十數。平分之。各五。又任增三。為十三。十三之幕一百六十九。及三之幕九。倍大於五之幕二十五。及八之幕六十四也。

第十一題

一直線。求兩分之。而元線借初分線。矩內直角形。與分餘線上直角形。等。



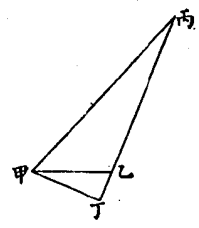
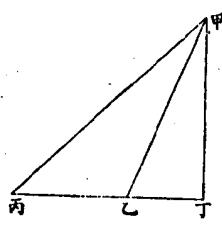
法曰。甲乙線。求兩分之。而元線借初分小線。矩內直角形。與分餘大線上直角形。等。先於甲乙上作甲丙丙直角形。次以甲丁線。兩平分於戊。次作戊乙線。次從戊甲引增至己。而戊己線。與戊乙等。末於甲乙線。截取甲庚。與甲己等。即甲乙借庚乙。矩線內直角形。與甲庚上直角形。等。如所求。

論曰。試於庚上作壬辛線。與丁己平行。次作己辛線。與甲庚平行。其壬庚與丙乙等。即與甲乙等。而庚丙丙直角形。在甲乙借庚乙。矩線內也。又甲庚與甲己等。而甲為直角。即己庚為甲庚上直角形也。今欲顯庚丙丙直角形。與己庚丙丙直角形。等。試觀甲丁兩平分於戊。而引增一甲己。是丁己借甲己。矩線內直角形。即丁辛。及甲戊上直角形。并與等戊己之戊乙上直角形。等。夫戊乙上直角形。等於甲戊。甲乙上兩直角形。并。即丁辛直角形。及甲戊上直角形。并與甲戊。甲乙上兩直角形。并。等。次各減同用之甲戊上直角形。即所存丁辛直角形。不與甲乙上甲丙丙直角形。等。此二率者。又各減同用之甲壬直角形。則所存己庚丙丙直角形。與庚丙丙直角形。等。而甲乙借庚乙。矩線內直角形。與甲庚上直角形。等也。

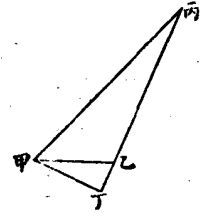
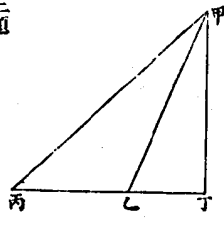
第十二題
注曰。此題無數可解。說見九卷十四題。

三邊鈍角形之對鈍角邊上直角形。大於餘邊上兩直角形并之較。為鈍角旁任一。借其引增線之與對角所下垂線相遇者。矩內直角形。二。

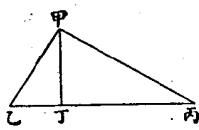
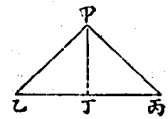
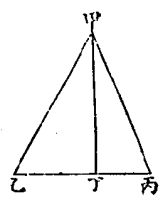
解曰。甲乙丙三邊鈍角形。甲乙丙為鈍角。從餘角如甲。下一垂線。與鈍角旁一。邊如丙乙。之引增線。遇於丁。為直角。題言對鈍角之甲丙邊上直角形。大於甲乙乙丙邊上兩直角形并之較。為丙乙借乙丁。矩線內直角形。二。反說之。則甲乙乙丙。上兩直角形。及丙乙借乙丁。矩線內直角形。二。并與甲



論曰。丙丁線。既任分於乙。即丙丁上直角形。與丙乙乙丁。上兩直角形。及丙乙借乙丁。矩線內直角形。二。并。等。此二率者。每加一甲丁上直角形。即丙丁。甲丁。上兩直角形。并與丙乙乙丁。乙丁。甲丁。上直角形。三。及丙乙借乙丁。矩線內直角形。二。并。等也。夫甲丙上直角形。等於丙丁。甲丁。上兩直角形。并。即亦等於丙乙乙丁。甲丁。上兩直角形。三。及丙乙借乙丁。矩線內直角形。二。并。也。又甲乙線上直角形。既等於乙丁。甲丁。上兩直角形。并。即甲丙上直角形。與甲乙乙丙。上兩直角形。及丙乙借乙丁。矩線內直角形。二。并。等也。

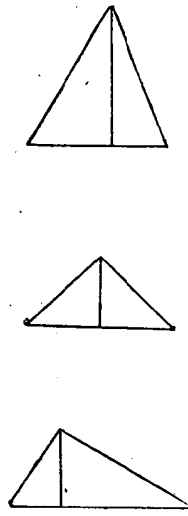


第十三題
三邊銳角形之對銳角邊上直角形。小於餘邊上兩直角形并之較。為銳角旁任一。借其對角所下垂線旁之近銳角分線。矩內直角形。二。



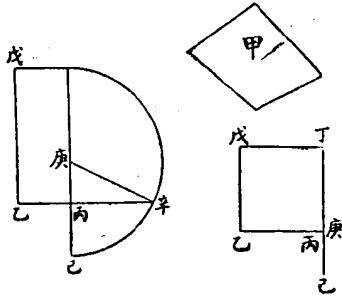
乙邊上直角方形。小於乙丙、甲丙、邊上兩直角方形并之較。爲乙丙倍丁丙、短線內直角形二。反說之。則乙丙、甲丙、上兩直角方形并。與甲乙上直角方形及乙丙倍丁丙、短線內直角形二并等。

論曰：乙丙線既任分於丁、即乙丙丁、上兩直角方形并。與乙丙倍丁丙、短線內直角形二。及乙丁上直角方形并等。此二率者。每加一甲丁上直角方形。即乙丙丁丙、甲丁上直角方形三。與乙丙倍丁丙、短線內直角形二。及乙丁、甲丁、上兩直角方形并等也。又甲丙上直角方形并。與乙丙倍丁丙、短線內直角形二。及乙丁、甲丁、上兩直角方形并等也。又甲乙上直角方形等於乙丁、甲丁、上兩直角方形并。即乙丙、甲丙、上兩直角方形并。與乙丙倍丁丙、短線內直角形二。及甲乙上直角方形并等。反說之。則甲乙上直角方形。小於乙丙、甲丙、上兩直角方形并者。爲乙丙倍丁丙、短線內直角形二也。



注曰：題中止論銳角形。不言直角、鈍角形。而直角、鈍角形中。俱有兩銳角。七世十。即對銳角邊上形。亦同此論。如第二、三圖是。但三銳角形。所作垂線。任一角。而直角形必用直角。鈍角形必用鈍角。此爲異耳。直角、鈍角形。不能作垂線。

第十四題
有直線形求作直角方形。與之等。

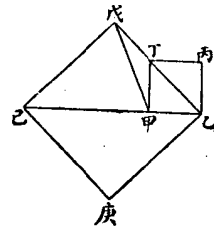


法曰：甲直線無法四邊形求作直角方形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而直線。四世。次任用一邊引長之。如丁丙引之。至己。而丙己與乙丙等。次以丁己兩平分於庚。其庚點或在丙點。或在丙點之外。若在丙內。即乙丁是直角方形。與甲等矣。蓋丙己與乙丙等。又與丙丁等。則證供。若庚在丙外。即以庚爲心。丁己爲界。作丁辛己半圓。未從乙丙線引長之。遇圓界於辛。即丙辛上直角方形。與甲等。

論曰：試自庚至辛。作直線。其丁己線既兩平分於庚。又任兩分於丙。則丁丙倍丙己。短內直角形。丙己與乙丙等。及庚丙上直角方形。并與等庚己之庚辛上直角方形等。本

五 夫庚辛上直角方形。等於庚丙、丙辛、上兩直角方形并。四世。即乙丁直角形。及庚丙上直角方形并。與庚丙、丙辛、上兩直角方形并等。次各減同用之庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形。與乙丁直角形等。

增題：凡先得直角方形之對角線。所長於本形邊之較。而求本形邊。



法曰：直角方形之對角線。所長於本形邊之較。爲甲乙。而求本形邊。先於甲乙上。作甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長之。爲丁戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求。

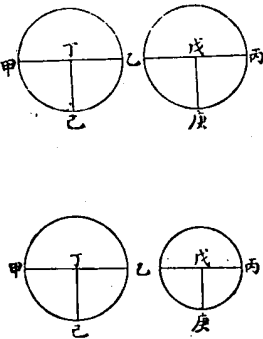
論曰：該於乙戊作戊己垂線。從乙甲線引長之。遇於己。其乙戊己既直角。而戊己爲半直角。即戊己乙亦半直角。而戊乙與戊己兩邊等。六世。次作己庚。與戊乙平行。作乙庚。與戊己平行。即戊庚形。爲戊乙邊上直角方形也。未作戊甲線。即丁戊甲、丁甲戊、兩角等也。五世。夫乙戊己、丁甲己。既兩皆直角。試每減一相等之丁戊甲、丁甲戊角。即所存己戊甲、己甲戊、兩角必等。而己戊己甲兩邊必等。六世。則乙己對角線。大於乙戊邊之較。爲甲乙矣。此增不在本書。因其方形。故類附於此。

幾何原本第三卷之首

界說十則 第一界

凡圓之徑線等。或從心至圓界線等。爲等圓。

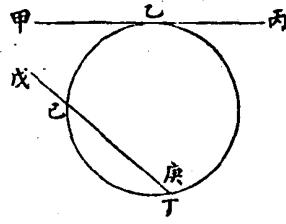
三卷將論圓之情。故先爲圓界說。此解圓之等者。如上圖。甲乙、乙丙、兩徑等。或丁己、戊庚、從心至圓界等。即甲己、乙庚、丙兩圓等。若下圖。甲乙、乙丙、兩徑不等。或丁己、乙庚、從心至圓界不等。則兩圓亦不等矣。



第二界

凡直線切圓界過之而不與界交為切線。

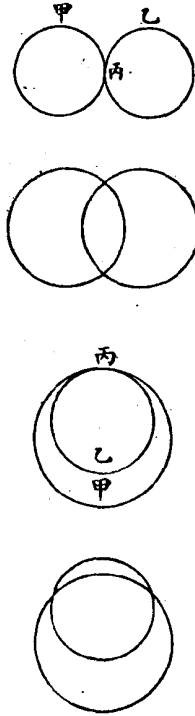
甲乙線切乙己丁圓之界乙又引長之至丙而不與界交其甲丙線全在圓外為切線若戊己線先切圓界而引之至庚入圓內則交線也。



第三界

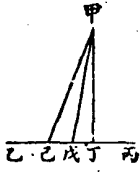
凡兩圓相切而不相交為切圓。

甲乙兩圓不相交而相切於丙或切於外如第一圖或切於內如第三圖其第二第四圖則交圓也。



第四界

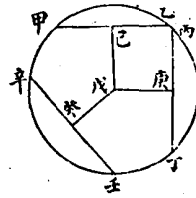
凡圓內直線從心下垂線其垂線大小之度即直線距心遠近之度。



凡一點至一直線上惟垂線至近其他即遠垂線一而已遠者無數也故欲知點與線相去遠近必用

垂線為度試如前圖甲點與乙丙線相去遠近必以甲丁垂線為度為甲丁一線獨去直線至近他若甲戊甲己諸線愈大愈遠乃至無數故如後圖設甲乙丙丁圓內之甲乙丙丁兩線其去戊心遠近等

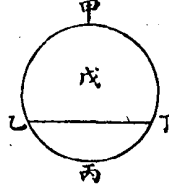
為己戊庚戊兩垂線等故若辛壬線去戊心近矣為戊癸垂線小故。



第五界

凡直線割圓之形為圖分。

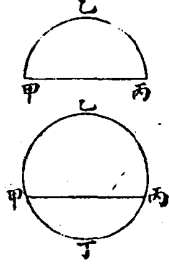
甲乙丙丁圓之乙丁直線任割圓之一分如甲乙丁及乙丙丁兩形皆為圖分凡分有三形其過心者為半圖分函心者為圖大分不函心者為圖小分又割圓之直線為絃所割圓界之一分為弧。



第六界

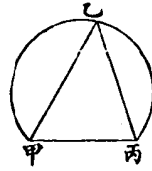
凡圓界借直線內角為圖分角。

以下三界論圖角三種本界所言雜圖也其在半圖分內為半圖角在大分內為大分角在小分內為小分角。



第七界

凡圖界任於一點出兩直線。作一角。為負圖分角。
甲乙丙圖分。甲丙為底。於乙點出兩直線。作甲乙丙角。為負甲乙丙圖分角。

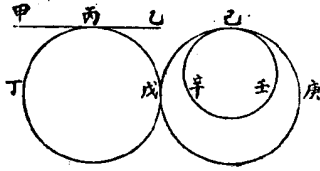


第八界

若兩直線之角。乘圖之一分。為乘圖分角。
甲乙丙丁圖內。於甲點出甲乙。甲丁兩線。其乙甲丁角。為乘乙丙丁圖分角。



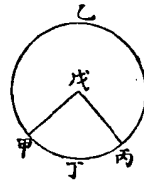
圖角三種之外。又有一種。為切邊角。或直線切圖。或兩圖相切。其兩圖相切者。又或內。或外。如下圖。甲乙線。切丙丁戊圖於丙。即甲丙丁。乙丙戊。兩角為切邊角。又丙丁戊。己戊庚。兩圖外相切於戊。及己戊庚。己辛壬。兩圖內相切於己。即丙戊己。戊己辛。壬己庚。三角。俱為切邊角。



第九界

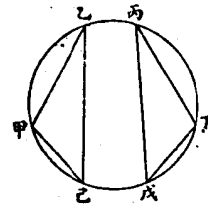
凡從圖心以兩直線作角。倍圖界。作三角形。為分圖形。

甲乙丙丁圖。從戊心出戊甲。戊丙兩線。倍甲丁丙圖界。作角形。為分圖形。

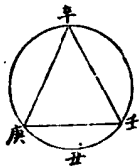
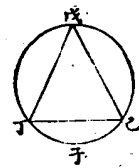
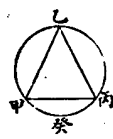


第十界

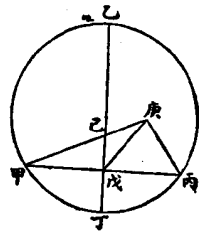
凡圖內。兩角圖分角。相等。即所負之圖分相似。
甲乙丙丁圖內。有甲乙己。與丁丙戊。兩負圖分角等。則所負甲乙丁己。與丁丙甲戊。兩圖分相似。



又有兩圖或等。或不等。其負圖分角等。即圖分俱相似。如下三圖。三圖之中。甲乙丙丁戊己。庚辛壬。三負圖分角等。即所負甲乙丙丁戊己。庚辛壬。三圖分相似。
相似者。如云同為相似者。如云同為相似者。如云同為相似者。



亦等。八卷而為兩直角矣。說十。夫乙戊甲既直角而庚戊甲又為直角。不可也。

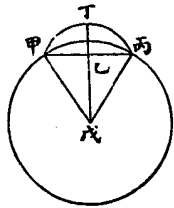


系因此推顯圖內有直線分他線為兩平分。而作直角。即圖心在其內。

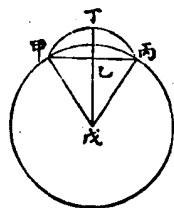
第二題

圖界任取二點。以直線相聯。則直線全在圖內。

解曰。甲乙丙圖界上。任取甲丙二點。作直線相聯。題言甲丙線全在圖內。



先論曰。試從甲作甲乙甲丁兩線。即甲乙己角形之乙己。與甲丁己角形之丁己。兩邊等。甲己同邊。甲乙甲丁兩線。俱從心至界。又等。即兩形等。則其對等邊之甲己乙甲己丁。亦等。八卷而為兩直角矣。

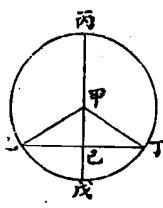


後論曰。如前作甲乙甲丁兩線。甲乙丁角形之甲乙。甲丁兩邊既等。則甲乙丁甲丁乙兩角亦等。五卷又甲乙己角形之甲己乙甲己丁兩角。與甲丁己角形之甲己丁甲丁己兩角。各等。而對直角之甲乙。而戊丁甲。為戊丙丁之外角。宜大於戊丙丁角。即亦宜大於戊甲丁角。十六卷則對戊丁甲大角之戊甲線。宜大於戊丁線矣。十九卷夫戊甲與戊乙。本同圖之半徑等。據如所論。則戊乙亦大於戊丁。不可通也。若云不在圖外。而在圖界。依前論。令戊甲大於戊乙。亦不可通也。

第三題

直線過圖心。分他直線為兩平分。其分處必為兩直角。為兩直角。必兩平分。

解曰。乙丙丁圖。有丙戊線。過甲心。分乙丁線為兩平分於己。題言甲己必是垂線。而已旁為兩直角。又言己旁既為兩直角。則甲己分乙丁。必兩平分。



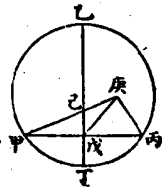
幾何原本第三卷

本卷圖目 計三十七圖

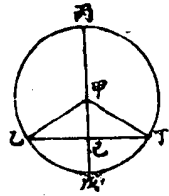
第一題

有圖求尋其心。

法曰。甲乙丙丁圖。求尋其心。先於圖之兩界。任作一甲丙直線。次兩平分之於戊。十卷。次於戊上。作乙丁垂線。兩平分之於己。即己為圖心。



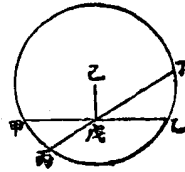
論曰。如云不然。令言心何在。彼不得言在己之上。下。何者。乙丁線。既平分於己。離平分。不能為心。故必言心在乙丁線外。為庚。即令自庚至丙。至戊。至甲。各作直線。則甲庚戊角形之甲戊。既與丙庚戊角形之丙戊。兩邊等。戊庚同邊。而庚甲庚丙兩線。俱從心至界。宜亦等。即對等邊之庚戊甲庚戊丙兩角。宜



甲丁兩邊又等。則己乙、己丁兩邊亦等。廿六欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形。與甲己、己丁上兩直角方形并等。廿七。而甲乙上直角方形。與甲己、己丁上兩直角方形并亦等。即甲己、己丁上兩直角方形。并與甲己、己丁上兩直角方形并亦等。此二率者。每減一甲己上直角方形。則所存己乙、己丁上兩直角方形。自相等。而兩邊亦等。

第四題

圖內不過心兩直線。相交。不得俱為兩平分。



解曰。甲丙乙丁圖內。有甲乙、丙丁兩直線。俱不過己心。若一俱為兩平分。其理顯明。而交於戊。題言兩直線。或有一線為兩平分。不得俱為兩平分。

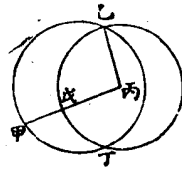
論曰。若云不然。而甲乙、丙丁。能俱兩平分於戊。試令尋本圖

心於己。本圖從己至戊。作甲乙之垂線。其己戊既分甲乙為兩平分。即為兩直角。三本圖而又能分丙丁為兩平分。亦宜為兩直角。是己戊甲為直角。而已戊丙亦直角。全與其分等矣。

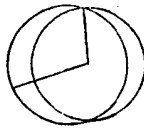
第五題

兩圓相交。必不同心。

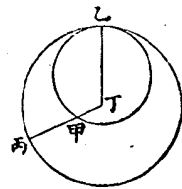
解曰。甲乙丁、戊乙丁兩圓。交於乙、於丁。題言兩圓不同心。



論曰。若言丙為同心。令自丙至乙。至甲。各作直線。其丙乙至圖交。而丙甲截兩圓之界於戊。於甲。夫丙既為戊乙丁圖之心。則丙乙與丙戊等。而又為甲乙丁圖之心。則丙乙與丙甲又等。是丙戊與丙甲亦等。而全與其分等也。



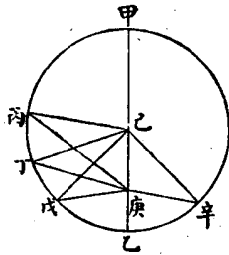
第六題
兩圓內相切。必不同心。
解曰。甲乙、丙乙兩圓內相切於乙。題言兩圓不同心。



論曰。若言丁為同心。令自丁至乙。至丙。各作直線。其丁乙至切界。而丁丙截兩圓之界於甲。於丙。夫丁既為甲乙圖之心。則丁乙與丁甲等。而又為丙乙圖之心。則丁乙與丁丙又等。是丁甲與丁丙亦等。而全與其分等也。

第七題

圖徑離心。任取一點。從點至圖界。任出幾線。其過心線。最大。不過心線。最小。餘線愈近心者。愈大。愈近不過心線者。愈小。而諸線中。止兩線等。



解曰。甲丙丁戊乙圖。其徑甲乙。其心己。離心任取一點為庚。從庚至圖界。任出幾線。為庚丙庚丁庚戊。題先言從庚所出諸線。惟過心庚甲最大。次言不過心庚乙最小。三言庚丙大於庚丁。庚丁大於庚戊。愈近心愈大。愈近庚乙愈小。後言庚乙兩旁。止可出兩線等。

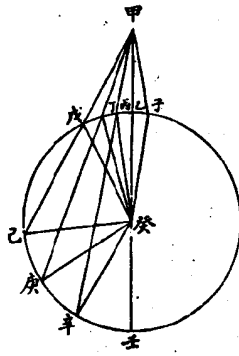
先論曰。試從己心出三線。至丙。至丁。至戊。其丙己庚角形之丙己。庚兩邊。并大於丙庚一邊。二十。而丙己庚角形於甲己庚。則庚甲大於庚丙。依顯庚丁。庚戊。俱小於庚甲。是庚甲最大。

次論曰。己庚角形之己戊一邊。小於己庚。庚戊兩邊并二十。而已戊與己乙等。則己乙小於己庚。庚戊。并矣。次各減同用之己庚。則庚乙小於庚戊。依顯庚戊小於庚丁。庚丁小於庚丙。是庚乙最小。

之庚丙邊。大於對小角之庚丁邊。一依顯庚丁。大於庚戊。而愈近心愈大。愈近庚乙愈小。
 後論曰。試依戊己乙。乙己辛相等角。而抵圓界。爲己辛線。次庚辛線。其戊己庚角形之戊己
 腰與庚己辛角形之辛己腰相等。已庚同腰。兩腰間角又等。則對等角之庚戊庚辛。兩底亦等。四而
 庚乙兩旁之庚戊庚辛等矣。此外若有從庚出線在辛之上。即依第三論。大於庚辛。在辛之下。即小於
 庚辛。故云庚乙兩旁。止可出庚戊庚辛兩線等。

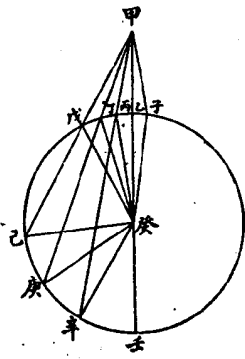
第八題

圖外任取一點。從點任出幾線。其至規內。則過圓心線。最大。餘線愈離心。愈小。其至規外。則過圓心線。爲
 徑之餘者。最小。餘線愈近徑餘愈小。而諸線中止兩線等。



解曰。乙丙丁戊圖之外。從甲點。任出幾線。其
 一爲過癸心之甲壬。其餘爲甲辛。爲甲庚。爲
 甲己。皆至規內。規內線者。如題先言過心之
 甲壬最大。次言近心之甲辛。大於離心之甲
 庚。甲庚又大於甲己。三反。上言規外之甲乙。
 爲乙壬。徑餘者。規外線者。如題先言過心之
 近徑餘。小於甲丁。甲丁又小於甲戊。後言。甲

乙兩旁。止可出兩線等。
 先論曰。試從癸心至丙丁戊己庚辛。各出直線。其甲癸辛角形之甲癸辛兩邊。大於甲辛一邊。一
 而甲癸辛與甲壬等。則甲壬大於甲辛。依顯甲壬更大於甲庚。甲己。而過心之甲壬最大。
 次論曰。甲癸辛角形之癸辛。與甲癸庚角形之癸庚兩邊等。而甲癸辛角。大於甲癸庚角。全
 於則對大角之甲辛邊。大於對小角之甲庚邊。一依顯甲庚大於甲己。而規內線。愈離心。愈小。
 三論曰。甲癸丙角形之甲癸丙。小於甲丙。丙癸兩邊。并。二次每減一相等之乙癸丙。則甲乙小
 於甲丙矣。依顯甲乙更小於甲丁。甲戊。而規外甲乙最小。

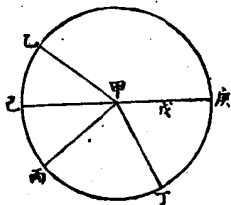
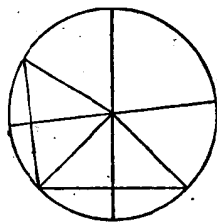
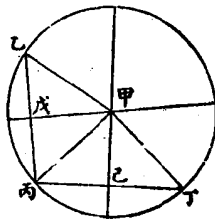


四論曰。甲丁癸角形之內。從甲與癸。出甲丙丙癸。兩邊。小於甲丁丁癸。兩邊。并。一此二率者。每減
 一相等之丙癸。丁癸。則甲丙小於甲丁。而愈近徑餘甲乙者。愈小。
 後論曰。試依乙癸丙。作乙癸子相等角。抵圓界。次作甲子線。其甲子癸角形之甲癸癸子。兩腰。與甲癸
 丙角形之甲癸癸丙兩腰。各等。而兩腰間角又等。則對等角之甲子甲丙。兩底亦等也。四此外若有
 從甲出線在子之上。即依第四論。小於甲丙。在子之下。即大於甲丙。故云甲乙兩旁。止可出甲丙甲子
 兩線等。

第九題

圖內從一點至界。作三線以上。皆等。即此點必圓心。

解曰。從甲點至乙丙丁。圓界。作甲乙甲丙甲丁。三直線。若等。題言甲點爲圓心。三以上等者。更不待論。



論曰。試於乙丙丙丁。界。作乙丙丙丁。兩直線。相聯。此兩線各
 兩平分於戊。於己。從甲出兩直線。爲甲戊。爲甲己。其甲乙。戊
 角形之甲乙。與甲戊丙角形之甲丙兩腰。既等。甲戊同腰。乙
 戊。丙兩底又等。即甲戊乙。與甲戊丙。兩角。亦等。一爲兩
 直角。依顯甲己。甲己。丁。亦等。爲兩直角。則甲戊。甲己。之
 乙丙。丙丁。俱平分爲直角。而此兩線。俱爲圓心線。本題一定
 相遇於甲。甲爲圓心矣。

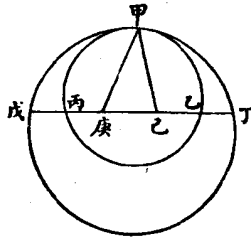
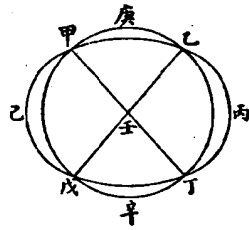
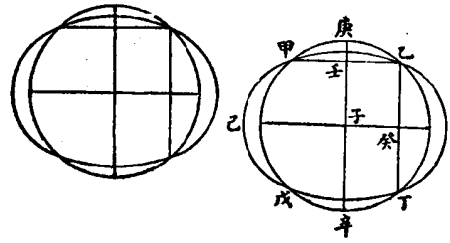
又論曰。若言甲非心。在於戊者。令戊甲相聯。引作己庚庚
 線。即甲是戊心外所取一點。而從甲所出線。愈近心者。宜愈
 大矣。本題則甲丁宜大於甲丙。而先說等。何也。七

第十題

兩圓相交。止於兩點。

論曰。若言甲乙丙丁戊己。與甲庚乙丁辛戊。三相交於
 甲。於乙。於丁。令作甲乙乙丁。兩直線。相聯。此兩線各兩平分
 於壬。於癸。次從壬。癸。作壬子。子癸。兩垂線。其壬子。分甲乙。
 子癸。分甲丁。

癸分乙丁既皆兩平分而各為兩直角即壬子癸兩線俱為甲庚乙丁辛戊圖之函心線本題一而子為其心矣依顯甲乙丙丁戊己圖亦以子為心也夫兩交之圖尚不得同心本題一而何緣得有二交

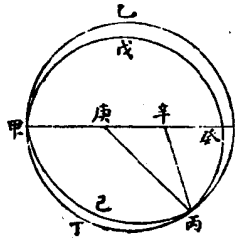
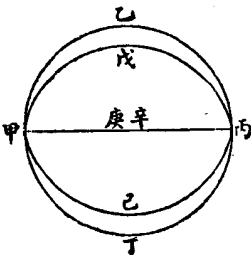
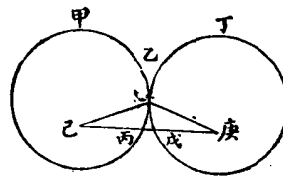
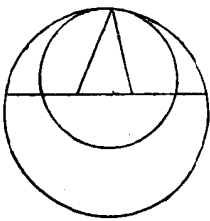


又論曰若言兩圖三相交於甲於乙於丁令先尋甲庚乙丁辛戊圖之心於壬本題次從心至三交界作壬甲壬乙壬丁三線此三線等也一證又甲乙丙丁戊己圖內有從壬出之壬甲壬乙壬丁三相等線則壬又為甲乙丙丁戊己圖之心本題不亦交圖同心乎五本題

第十一題

兩圖內相切作直線聯兩心引出之必至切界解曰甲乙丙甲丁戊兩圖內相切於甲而已為甲乙丙之心庚為甲丁戊之心題言作直線聯庚己兩心引抵圖界必至甲

論曰如云不至甲而截兩圖於乙丁及丙戊令從甲作甲己甲庚兩線其甲己庚角形之庚己已甲兩邊并大於庚甲一邊二十而同圖心所出之庚甲庚丁宜等即庚己已甲大於庚丁矣此二率者各減同用之庚己即己甲亦大於己丁矣夫己甲與己乙是內圖同心所出等線則己乙



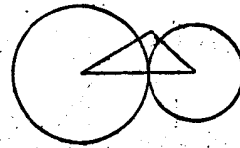
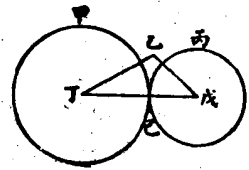
亦大於己丁而分大於全也可乎若曰庚為甲乙丙心己為甲丁戊心亦依前特說之甲己庚角形之己庚庚甲兩邊并大於甲己一邊二十而同圖心所出之己甲己戊宜等即己庚庚甲大於己戊矣此二率者各減同用之己庚即庚甲大於庚戊矣夫庚甲與庚丙是內圖同心所出等線則庚丙亦大於庚戊而分大於全也可乎

第十二題

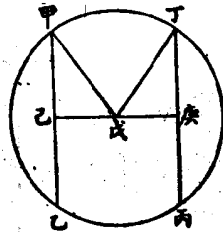
兩圖外相切以直線聯兩心必過切界解曰甲乙丙丁乙戊兩圖外相切於乙其甲乙丙心為己丁乙戊心為庚題言作己庚直線必過乙論曰如云不然而已庚線截兩圖界於戊於丙令於切界作乙己乙庚兩線其乙己庚角形之己乙乙庚兩邊并大於己庚一邊而乙庚與庚戊乙己與己丙俱同心所出線宜各等即庚戊丙己兩線并亦大於庚己一線矣二十夫庚己線分為庚戊丙己尚餘丙戊而云庚戊丙己大於庚己則分大於全也故直線聯己庚必過乙

第十三題 二支

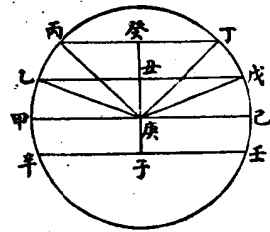
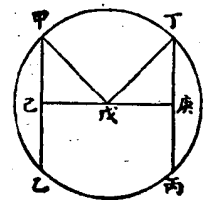
圓相切不論內外止以一點先論曰甲乙丙丁與甲戊丙己兩圖內相切若云有兩點相切於甲又於丙令作直線兩圖心庚辛引出之如前圖宜至相切之甲之內十一則甲丙為兩圖之同徑矣而此徑線者兩平分於庚又兩平分於辛何也一證若云庚辛引出直線一抵甲一截兩圖之界於癸於壬即如後圖令從兩心各作直線至又相切之丙次問之甲乙丙丁圖之心為庚辛邪如曰庚也而辛為甲戊丙己之心則丙庚辛角形之庚辛辛丙兩邊并大於庚丙一邊十一而庚辛辛丙與庚癸宜等辛癸辛丙即庚癸亦大於庚丙矣夫庚丙與庚壬者外圖同心所出等線也將庚癸亦大於庚壬可乎如曰辛也而庚為甲戊丙己之心則丙庚辛角形之庚辛庚丙兩邊并大於辛丙一邊二十而辛



丙、與辛甲、宜等、即辛庚、庚丙、亦大於辛甲矣。此二準者、各被同用之辛庚、即庚丙亦大於庚甲也。夫庚甲與庚丙者、亦同圖心所出等線也、而安有大小。
 後論曰、甲乙、與乙丙、兩圓外相切於己、從甲乙之丁心、丙乙之戊心、作直線相聯、必過己。^{十二}若云、又相切於乙、令自乙至丁、至戊、各作直線、其丁乙、乙戊、并宜與丁戊等、而為角形之兩腰、又宜大於丁戊。^{二十}則兩圓相切、安得兩點。
 又後論曰、更令於兩相切之乙、之己、作直線相聯、其直線當在甲乙圖內。^二又當在乙丙圖內、何所置之。
 第十四題 二支
 圖內兩直線等、即距心之遠近等、距心之遠近等、即兩直線等。
 先解曰、甲乙丙丁圖、其心戊、圖內甲乙、乙丙、兩線等、題言兩線距戊心、遠近亦等。

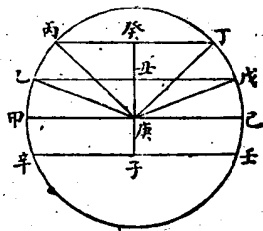


論曰、試從戊心向甲乙、作戊己、向丁丙、作戊庚、各垂線、次自丁、自甲、至戊、各作直線、其戊己、戊庚、既各分甲乙、丁丙、線為兩平分。^三而甲乙、丁丙、等、則平分之甲己、丁庚、亦等。夫甲戊、上直角方形、與甲己、己戊、上兩直角方形并等。^{四七}等甲戊、之丁戊、上直角方形、與丁庚、庚戊、上兩直角方形并等、而甲己、丁庚、上兩直角方形、既等、即戊己、戊庚、上兩直角方形、亦等、是甲乙、丁丙、兩線距心之度等。^{本卷界}
 後解曰、甲乙、丁丙、兩線、距戊心、遠近等、題言甲乙、乙丙、兩線亦等。
 論曰、依前論、從戊作戊己、戊庚、兩垂線、既等。^{四七}而分甲乙、乙丙、各為兩平分。^三其甲戊、上直角



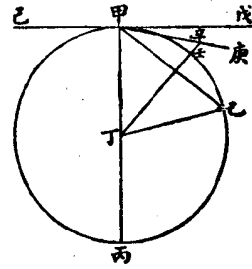
方形、與甲己、己戊、上兩直角方形并等。^{一七}等甲戊、之丁戊、上直角方形、與丁庚、庚戊、上兩直角方形并等、即甲己、己戊、上兩直角方形并、與丁庚、庚戊、上兩直角方形并、亦等。此二準者、每減一相等之己戊、戊庚、上直角方形、即所存甲己、丁庚、上兩直角方形、亦等、是甲己、丁庚、兩線等也。夫甲乙、倍甲己、丁丙、倍丁庚、其半等、其全必等。
 第十五題
 徑為圖內之大線、其餘線者、近心大於遠心。
 解曰、甲乙丙丁戊己圖、其心庚、其徑甲己、其近心線為辛壬、遠心線為丙丁、題言甲己最大、辛壬近心、大於丙丁遠心。

論曰、試從庚向丙丁、作庚癸、向辛壬、作庚子、各垂線、其丙丁、距心、遠於辛壬、即庚癸大於庚子。^四次於庚癸、截庚丑、與庚子等、次從丑作乙戊、為庚癸之垂線、末於庚乙、庚丙、庚丁、庚戊、各作直線相聯、其庚丑、既等於庚子、即乙戊、與辛壬、亦大於丙丁也。是近心線大於遠心線也。
 乙戊、與辛壬、各以垂線距心遠近等。^{本卷界}而兩線亦等。^{十四}夫庚乙、庚丙、并大於乙戊、^{二十}而與甲己等、即甲己大於乙戊、亦大於辛壬矣。依題甲己、大於他線、則甲己最大、又乙戊、庚丙、角形之乙庚、庚戊、兩腰、與丙庚、丁角形之丙庚、庚丁、兩腰等、而乙庚、庚丙、大於丙庚、丁角、則乙戊、底、大於丙丁、底。^{廿四}故

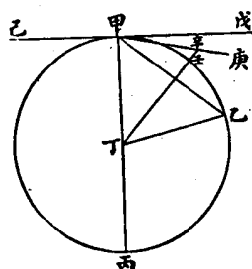


第十六題 三支
 圖徑末之直角線、全在圖外、而直線借圖界、所作切邊角、不得更作一直線、入其內、其半圖分角、大於各直線銳角、切邊角、小於各直線銳角。
 幾何原本 卷三

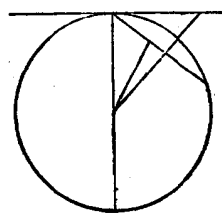
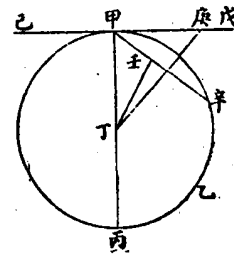
先解曰。甲乙丙圓。丁爲心。甲丙爲徑。從甲作甲丙之垂線。題言此線全在圓外。
 論曰。若言在內。如甲乙。令自丁至乙作直線。即丁甲乙。與丁乙甲兩角等。一
 爲直角乎。夫角形三角并等兩直角。一豈得形內自有兩直角也。則垂線必在圓外。若已戊必不在
 圓內。若甲乙。又不在圓界之上。故曰。全在圓外。



次解曰。題又言戊甲垂線。借乙甲圓界。所作切邊角。不得更作一直線。入其內。
 論曰。若云可作。如庚甲。令從丁心向庚甲。作丁辛。爲庚甲之垂線。一
 甲兩角并。小於兩直角。一。而丁辛甲爲直角。即對小角之丁辛線。小於對大角之甲丁線。一
 丁者。與丁壬爲同圓相等者也。將丁壬亦大於丁辛乎。則戊甲乙角之內。不得更作一直線。而戊甲之
 下。但有直線。必入本圓之內也。



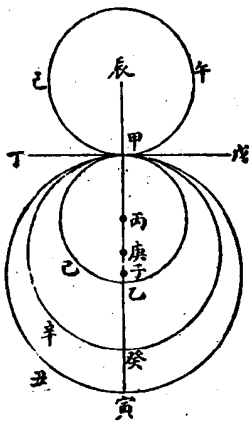
後解曰。題又言丁甲垂線。借乙甲圓界。所作丙甲乙圓分角。大於各直線銳角。而戊甲垂線。借乙甲圓
 界。所作切邊角。小於各直線銳角。
 論曰。依前論。甲戊下有直線。既云必入圓內。即此直線借戊甲。所作各直線銳角。皆小於圓分角。而切
 邊角。小於各直線銳角。



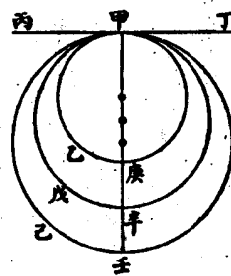
系。已甲線。必切圓以一點。
 增正論曰。甲乙丙圓。其心丁。其徑甲丙。從甲作戊甲。爲甲
 丙之垂線。題言戊甲全在圓外。
 增正論曰。試於甲戊線內。任取一點爲庚。自庚至丁作直
 線。其甲丁庚角形之丁甲庚。丁庚甲。兩角。小於兩直角。一
 而丁甲庚爲直角。即丁庚甲小於直角。對大角之丁庚
 線。大於對小角之丁甲線。一。則庚點在圓之外也。凡
 戊甲以內作點。皆依此論。故戊甲線全在圓外。
 增次解曰。從甲作甲辛線。在戊甲之下。題言甲辛必割圓
 爲分。
 增正論曰。試作甲丁壬角。與戊甲辛角等。其甲丁壬。辛甲
 丁。兩角并。等於戊甲丁直角。必小於兩直角。而丁壬甲辛
 兩線必相遇。一。其相遇。又必在圓之內。如壬。何者。壬甲
 丁。壬丁甲。兩角既與一直角等。即甲壬丁必爲直角。一
 而對大角之甲丁線。必大於對小角之丁壬線。一。夫

甲丁線。僅至圓界。則丁壬不能抵圓界。必在圓之內也。
 後支前已正論

或難曰。切邊角。有大有小。何以畢不得兩分。向者問幾何之分。不可窮盡。如莊子尺種之義。深著明矣。
 今切邊之內。有角非幾何乎。此幾何。何獨不可分邪。又十卷第一題。言說一小幾何。又說一大幾何。若
 從大者半減之。減之又減。必至一處。小於所設小率。此題最明。無可疑者。今言切邊之角。小於直線銳
 角。是亦小幾何也。彼直線銳角。是亦大幾何也。若從直線銳角半減之。減之又減。何以終竟不得小於
 切邊角邪。既本題推顯切邊角中。不得容一直線。如此者。明便當并無切邊角。無角。則無幾何。此則不
 可得分耳。且幾何原本書中。無有至大不可
 加之率。無有至小不可減之率。若切邊角不
 可分。豈非至小不可減乎。答曰。謬矣。子之言
 也。有圓。有線。安得無切邊角。且既言直線銳
 角。大於切邊角。即有切邊角矣。苟無角。安所
 較大小。且子言直線與圓界并無切邊角。
 則兩圓外相切。亦無角乎。曰。然。試如作甲
 己乙圓。其心丙。而丁戊爲切線。即丁甲己爲



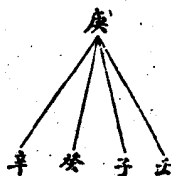
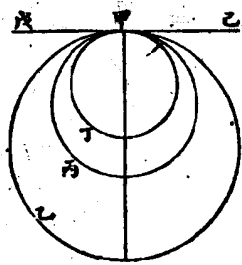
切邊角。次移心於庚。又作甲辛癸圓。即丁甲辛為切邊角。而小於丁甲己。次移心於子。又作甲丑寅圓。即丁甲丑為切邊角。而小於丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又於切線之外。以辰為心。作甲己午圓。而與前圓外相切於甲。依子所說。疑無角焉。然兩圓外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圓之界。而分丁戊為兩平分。不可分乎。兩圓兩直線。交點相過於甲。也。能不以一點乎。如以一點也。即此一點之外。不能無空。即不能不為四切邊角矣。子所據尺棊之分無盡。又言幾何原本書中。無至小不可減之率也。是也。夫切邊角。但不可以直線分之耳。若用圓線則可分矣。如甲



乙庚圓。與甲丙丁直線相切於甲。作丁甲庚切邊大角。若移一心。作甲戊辛圓。又得丁甲辛切邊角。即小於丁甲庚也。又移一心。作甲己壬圓。又得丁甲壬切邊小角。即又小於丁甲辛也。如此以至無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減邪。若十卷第一題所言。元無可疑。但以圓角分圓角。則與其說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較為大。能相較為小者也。如以直線分直線角。以圓線分圓線角。是已。此切邊角。與直線角。豈能相較為大小哉。

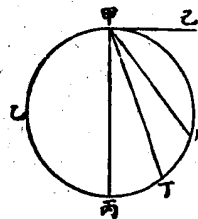
增題。有兩種幾何。一大一小。以小率半增之。遞增至於無窮。以大率半減之。遞減至於無窮。其元大者。恆大。元小者恆小。

解曰。戊甲乙切邊角。為小率。壬庚辛直線角。為大率。今別作甲丙。甲丁。等圓。俱切戊己線於甲。其切邊角。愈增愈大。如前論。別以庚癸。庚子。線作角。分壬庚辛角於庚。愈分愈小。然直線角恆大。切邊角恆小。乃至終古不得相比。



又增題。舊有一說。以一小率。加一大率之上。或以一大率。加一小率之上。不相離。逐線漸移之。必至一相等之處。又一說。有率大於此率者。有率小於此率者。則必有率等於此率者。昔人以爲皆公論也。若用以律本題。即不可得。故今斥不為公論。

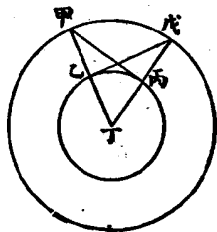
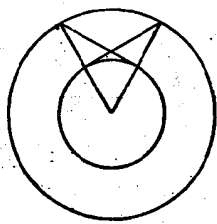
解曰。甲乙丙圓。其徑甲丙。令甲丙之甲界。定在於甲。而引丙線。逐線漸移之。向己。其所經丁。戊。己。及中間逐線。所經無數。然依本題論。則甲丙所經。凡割圓時。皆為銳角。即小於半圓分角。雖銳角。便為直。角。即大於半圓分角。是所經無數。終無有相等線。可見前一舊說。未為公論。又直線銳角。皆小於半圓分角。直。角。與鈍角。皆大於半圓分角。是有大者。有小者。終無等者。可見後一舊說。未為公論也。



第十七題

設一點。一圓。求從點作切線。

法曰。甲點。求作直線。切乙丙圓。其圓心丁。先從甲作甲丁直線。截乙丙圓於乙。次以丁為心。甲為界。作甲戊圓。次從乙作甲丁之垂線。而過甲戊圓於戊。次作戊丁直線。而截乙丙圓於丙。末作甲丙直線。即切乙丙圓於丙。

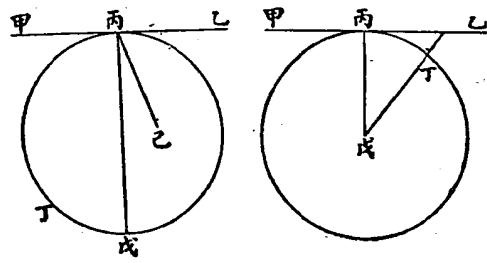


論曰。乙戊丁角形之戊丁。丁乙。兩腰。與甲丙丁角形之甲丁。丁丙。兩腰各等。一。而戊丁角同。即甲丙。乙戊。兩底亦等。一。而戊乙。丁為直角。即甲丙。丁亦直角。則甲丙。丙乙。丙圓之半徑。丁丙。為一直角矣。豈非圓之切線。六之系。

第十八題

直線切圓。從圓心作直線。至切界。必為切線之垂線。

解曰。甲乙直線。切丙丁圓於丙。從戊心。至切界。作戊丙線。題言戊丙。為甲乙之垂線。論曰。如云不然。令從戊別作垂線。如至乙。而截丙丁圓於丁。其丙戊乙角形之戊乙丙。既為直角。即宜大於乙丙戊角。一。而對大角之戊丙邊。宜大於對小角之戊乙邊矣。一。夫戊丙。與戊丁。等也。戊丙



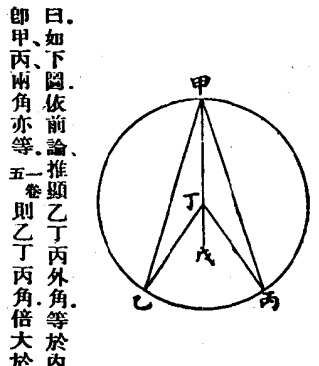
大於戊乙，則戊丁亦大於戊乙乎。
又論曰：若云丙非直角，即其兩旁角，一銳一鈍，令乙丙戊為銳角，則銳角乃大於半圓分角乎。本篇

第十九題
直線切圓，圓內作切線之垂線，則圓心必在垂線之內。
解曰：甲乙線切丙丁戊圓於丙，圓內作戊丙，為甲乙之垂線。題言圓心在戊丙線內。

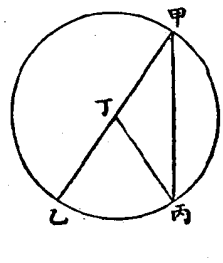
論曰：如云不然，心在於己，令從己作己丙直線，即己丙亦為甲乙之垂線。本篇十八而已。丙甲與戊丙甲，等為直角，是全與其分等矣。

第二十題
負圓角與分圓角，所負所分之圓分同，則分圓角必倍大於負圓角。

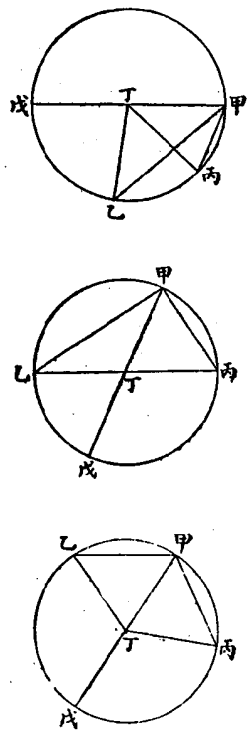
解曰：甲乙丙圓，其心丁，有乙丁丙分圓角，乙甲丙負圓角，同以乙丙圓分為底。題言乙丁丙角倍大於乙甲丙角。



日：如下圖，依前論，推顯乙丁丙外角，等於內相對之丁甲丙角，即甲丙兩角亦等。一則乙丁丙角倍大於乙甲丙角。五



先論分圓角，在乙甲丙之內者曰：如上圖，試從甲過丁心作甲戊線，其甲丁乙角形之丁甲丁乙等，即丁甲乙丁甲兩角等。一而乙丁戊外角，與內相對兩角并等。二即乙丁戊倍大於乙甲丁矣。依顯丙丁戊，亦倍大於丙甲丁，則乙丁丙全角，亦倍大於乙甲丙全角。三次論分圓角，不在乙甲丙之內，而甲乙線過丁心者。

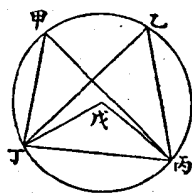


後論分圓角在負圓角線之外，而甲乙截丁丙者曰：如下圖，試從甲過丁心作甲戊線，其戊丁丙分圓角，與戊甲丙負圓角，同以戊乙丙圓分為底。如前次論，戊丁丙角，倍大於戊甲丙角。依顯戊丁乙分圓角，亦倍大於戊甲乙負圓角。次於戊丁丙角減戊丁乙角，戊甲丙角減戊甲乙角，則所存乙丁丙角，必倍大於乙甲丙角。
增：若乙丁丙，不作角於心，或為半圓，或小於半圓，則丁心外餘地，亦倍大於同底之負圓角。
論曰：試從甲過丁心作甲戊線，即丁心外餘地，分為乙丁戊，戊丁丙兩角。依前論，推顯此兩角，倍大於乙甲丁丁甲丙兩角。

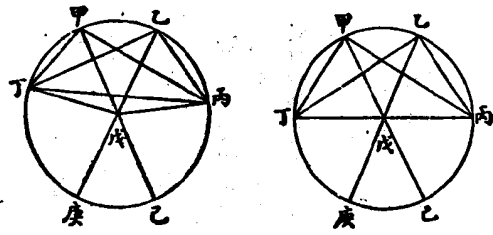
第二十一題

凡同圓分內，所作負圓角，俱等。

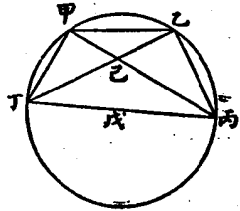
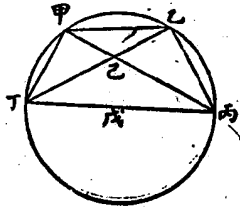
解曰：甲乙丙丁圓，其心戊，於丁甲乙丙圓分內，任作丁甲丙丁乙丙兩角。題言此兩角等。
先論函心大分所作，曰：試從戊作戊丁，戊丙線，其丁戊丙分圓角，既倍大於丁甲丙角，丁乙丙角。本篇即甲乙兩角自相等。七



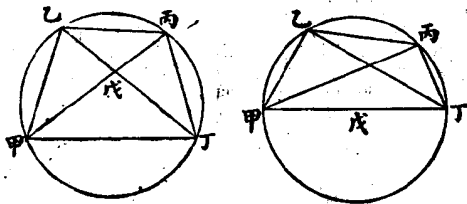
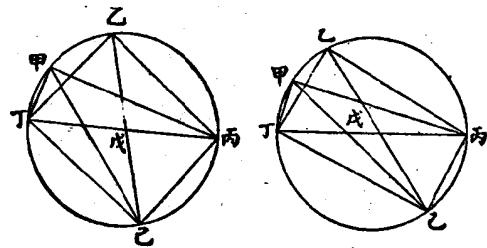
後論半圓分，不函心小分，所作，曰：丁甲乙丙，或為半圓分，或為不函心小分，俱從甲，從乙，過戊，作甲己乙庚兩線，若不函心，更從戊作戊丁戊丙兩線，其丁戊己分圓角，既倍大於丁甲己負圓角。本篇二十，依顯丙戊己分圓角，亦倍大於丁甲己負圓角，而丁戊庚庚戊己兩角，與丁戊己一角等，則丁戊庚庚戊己己戊丙三角，必倍大於丁甲丙，依顯此三角，亦倍大於丁乙丙，則丁甲丙丁乙丙兩角自相等。



又後論曰。二十題增。言分圖不作角。其心外餘地。倍大於同底各負圖角。即各角自相等。
 又後論曰。甲丙乙丁線。交羅相遇爲己。試作甲乙線相聯。其甲丁己角形之三角并。與乙丙己角形之三角并等。
 一證。次每減一交角相等之甲己丁乙己丙。十五。即己甲丁己丁甲。兩角并。與己丙乙己乙丙。兩角并等矣。而甲丁乙乙丙甲。兩角。同在甲丁丙乙。函心大分內。又等。
 本圖第一證。則丁甲丙與丙乙丁亦等。



又後論曰。丁丙之外。任取一界爲己。作丁己丙己兩線。令俱函心。而丁甲乙丙己與丙乙甲丁己俱爲大分。次於甲己乙己。各作直線相聯。其丁甲己與丁乙己。兩角。同負丁甲乙丙己圖界。即等。
 本圖第一證。依顯丙乙己與丙甲己。兩角。同負丙乙甲丁己圖界。又等。此二相等率并之。則甲丙丁乙丙兩全角亦等。



第二十二題

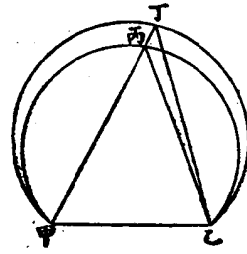
圖內切界四邊形。每相對兩角并。與兩直角等。
 解曰。甲乙丙丁圖。其心戊。圖內有甲乙丙丁四邊形。題言甲乙丙丁甲。兩角并。乙丙丁甲乙。兩角并。各與兩直角等。

論曰。試作甲丙乙丁。兩對角線。其甲乙丁甲丙丁。兩角。同負甲乙丙丁圖分。即等。
 本圖第一證。依顯丙甲丁丙乙丁。兩角亦等。則甲乙丁丙乙丁。兩角并。爲甲乙丙一角。與甲丙丁丙甲丁兩角并。等。次每加一丙丁甲角。即甲乙丙丙丁甲并。與甲丙丁丙甲丁丙丁甲三角并。等。此三角并。元與兩直角等。
 一證。則甲乙丙丙丁甲。相對兩角并。與兩直角等。依顯乙丙丁丁甲乙并。亦與兩直角等。

第二十三題

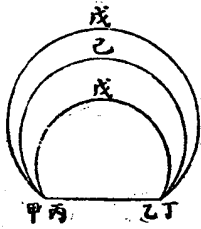
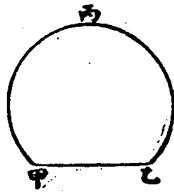
一直線上。作兩圖分。不得相似而不相等。
 論曰。如云不然。令於甲乙線上。作同方兩圖分。相似而不

相等。必作甲丙乙。又作甲丁乙。其兩圓相交。止於甲乙兩點。十本即一圓分全在內。一圓分全在外矣。
 次令作甲丁線。截甲丙乙。圖於丙。未令作丙乙丁乙。兩線相聯。夫兩圓分相似者。其負圓角宜等。本
 則乙丙甲外角。與相對之乙丁甲內角等乎。十六

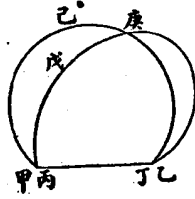


第二十四題

相等兩直線上。作相似兩圓分。必等。
 解曰。甲乙丙丁。兩線上。作甲丙乙。丙己丁。相似兩圓分。題言兩圓分等。



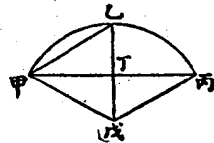
論曰。甲乙丙丁。兩線既等。試以甲乙線。加丙丁線上。兩線必相合。即甲丙乙。丙己丁。兩圓分相加。亦相合。如云不然。必兩圓分相加。或在內。或在在外。或半在內。半在外矣。若在內。在外。即一直線上。有兩圓分。相似而不相等也。十三若半在內。半在外。即兩圓分三相交也。十四兩圓分不可。故相似者必等。



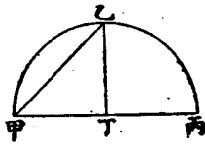
第二十五題

有圓之分。求成圓。

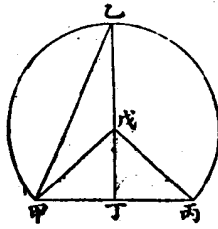
法曰。甲乙丙圓分。求成圓。先於分之兩端。作甲丙線。次作乙丁。為甲丙之垂線。次作甲乙線。相聯其丁乙甲角。或大於丁甲乙角。或等。或小。若大。即甲乙丙。當為圓之小分。何也。乙丁分甲丙。為兩平分。即知圓之心。必在乙丁線內。本一面心在丁點之外。則從丁點所出丁乙。為不過心徑線。至小。七本故對小邊之丁甲乙角。小於對大邊之丁乙甲角也。十八即作乙甲戊角。與丁乙甲角等。次從乙丁。引出一線。與甲戊線。遇於戊。即戊為圓心。



論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角。形之甲丁線。與丙丁戊角。形之丙丁線。等。丁戊同線。而甲丁戊。丙丁戊。兩皆直角。即對直之甲戊。與丙戊。兩線等。四夫甲戊。與乙戊。以對角等。故既等。六戊丙。與甲戊。又等。則從戊至界。三線皆等。而戊為圓心。九
 次法兼論曰。若丁乙甲。丁甲乙。兩角等。即甲乙丙。為半圓。而甲丙。為徑。丁為心。何也。丁乙。丁甲。兩邊等。然後丁乙甲。丁甲乙。兩角等。即丁乙。丁甲。兩線必等。六丁丙。丙。與丁甲。等。則從丁所出三線等。而丁為圓心。九

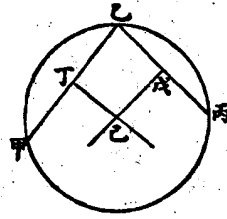


後法曰。若丁乙甲。小於丁甲乙。即甲乙丙。當為圓大分。何也。乙丁分甲丙。為兩平分。即知圓心在乙丁線內。本一面丁點在心之外。則所出丁乙。為過心徑線。至大。七本故對大邊之丁甲乙。大於對小邊之丁乙甲也。十八即作乙甲戊角。與丁乙甲角等。而甲戊線。與乙丁線。遇於戊。即戊為圓心。



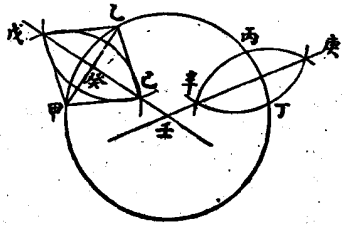
論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之中丁線。與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊丙丁戊兩皆直角。即對直角之甲戊。戊丙兩線亦等。一夫乙戊與甲戊以對角等故既等。五戊丙與甲戊亦等。則從戊至界三線皆等。而戊為心。九

增求圖分之心。有一簡法。於甲乙丙圖分。任取三點於甲於乙於丙。以兩直線聯之。各兩平分於丁於戊。從丁從戊作甲乙乙丙之各垂線。為己丁為己戊。而相遇於己。即己為圖心。



論曰。己丁。己戊。既各以兩直角。平分甲乙。乙丙。兩線。即圖之心。當在兩垂線內。本而相遇於己。即己為圖心。

其用法。圖界上任取四點。為甲。為乙。為丙。為丁。每兩點。各自為心。相向。各任作圖分。四圖分。兩兩相交於戊。於己。於庚。於辛。從戊己。從庚辛。各作直線。引長之。交於壬。即壬為圖心。

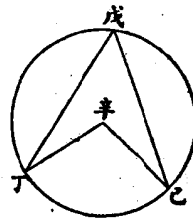
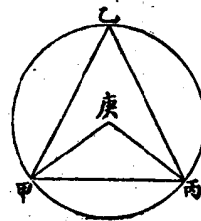


論曰。試作甲戊。戊乙。乙己。己甲。四直線。此四線。各為同圓。等圓之半徑。各等。即甲戊己角形之甲戊己。甲己戊兩角等。而乙戊己角形之乙戊己。乙己戊兩角亦等。次作甲乙直線。分戊己於癸。即甲己癸角形之甲己癸。與乙己癸角形之乙己癸等。己癸同線。而對甲己癸角之甲癸邊。與對乙己癸角之乙癸邊亦等。八則甲癸己。乙癸己。俱為直角。而戊己線必過心。本依顯庚辛線亦過心。而相遇於壬。為

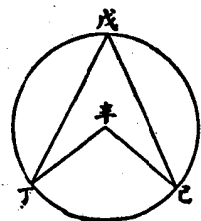
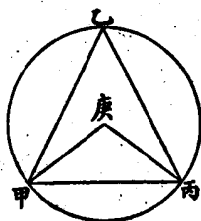
第二十六題 二支

等圓之乘圖分角。或在心。或在界。等。其所乘之圖分亦等。

先解在心者。曰。甲乙丙丁戊己兩圓等。其心為庚。為辛。有甲庚丙。與丁辛己。兩乘圖角等。題言所乘之甲丙丁己。兩圖分亦等。



論曰。試於甲乙丙丁戊己兩圖分之上。任取兩點於乙於戊。從乙作乙甲乙丙。從戊作戊丁戊己。各兩線。次作甲丙丁己。兩線相聯。其乙與戊兩角。既各半於庚辛兩角。即乙與戊。自相等。本而所負甲乙丙。與丁戊己。兩圖分相似。本又甲庚丙角形之甲庚庚丙兩邊。與丁辛己角形之丁辛辛己兩邊。各等。庚角與辛角又等。即甲丙與丁己。兩邊亦等。四而相似之甲乙丙。與丁戊己。兩圖分。在等線上亦等。廿四夫相等圖分。則所存甲丙丁己。兩圖分亦等。故云等角所乘之圖分等。



後解在界者。曰。兩圓之乙。與戊。兩乘圖角等。題言所乘之甲丙丁己。兩圖分亦等。

論曰。乙戊兩角既等。而庚辛兩角。各倍於乙戊。即庚辛自相等。本依前論甲丙丁己。兩邊亦相等。而甲乙丙。與丁戊己。兩圖分亦等。廿四今於相等圖分。則所存甲丙丁己。兩圖分亦等。

注曰。後解極易明。蓋庚辛角。既各倍於乙戊。則依先論甲丙丁己。自相等。圖角。即分

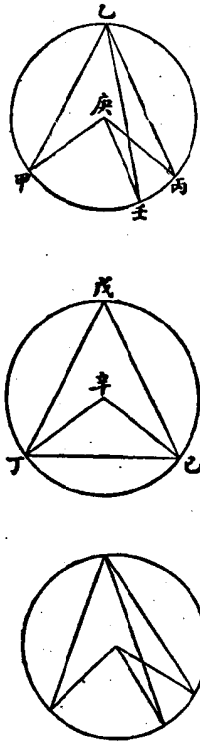
第二十七題 二支

等圓之角所乘圖分等。則其角。或在心。或在界。等。

先解在心者曰甲乙丙丁戊己兩圓等其心為庚為辛若甲庚丙乘圓角所乘之甲丙分與丁辛己所乘之丁己分等題言甲庚丙丁辛己兩角等

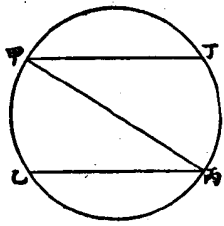
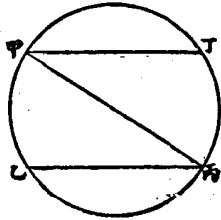
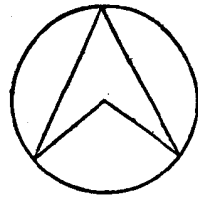
論曰如云不然而庚大於辛令作甲庚壬角與丁辛己角等即甲壬圓分宜與丁己圓分等本論廿六而甲丙與丁己元等則甲壬與甲丙亦等乎

後解在界者曰甲丙丁己兩圓分等題言其上乙戊兩角亦等



論曰如云不然而乙大於戊令作甲乙壬角與戊角等其甲乙壬與丁戊己若等即所乘之甲壬丁己元等本論廿六而甲丙與丁己元等則甲壬與甲丙亦等乎

增題從此推顯兩直線不相交而在一圓之內若兩線界相去之圓分等則兩線必平行若兩線平行則兩線界相去之圓分等



先解曰甲乙丙丁圓內有甲丁乙丙兩線其相去之甲乙丁丙兩圓分等題言兩線必平行

論曰試自甲至丙作直線相聯其甲乙丁丙既等即甲丙乙與丙甲丁兩乘圓角亦等本論廿六既內相對之兩角等即兩線必平行廿七

後解曰甲丁乙丙為平行線題言甲乙丁丙兩圓分必等

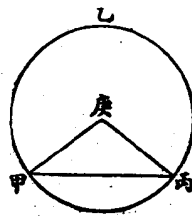
論曰試作甲丙線其甲丁乙丙既平行即內相對之兩角

甲丙乙丙甲丁必等廿七而所乘圓分甲乙丁丙亦等廿六

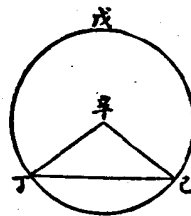
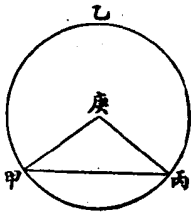
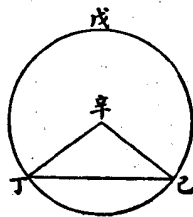
第二十八題

等圓內之直線等則其割本圓之分大與大小與小各等

解曰甲乙丙丁戊己兩圓等其心為庚為辛圓內有甲丙丁己兩直線等題言甲乙丙與丁戊己兩大分甲丙與丁己兩小分各等



論曰試於甲庚庚丙丁辛辛己各作直線其甲庚丙角形之甲丙與丁辛己角形之丁己兩底既等而甲庚庚丙兩腰與丁辛辛己兩腰又等即庚辛兩角亦等廿八其所乘之甲丙丁己兩小分必等廿六次減相等之甲丙丁己兩小分則所存甲乙丙丁戊己兩大分亦等

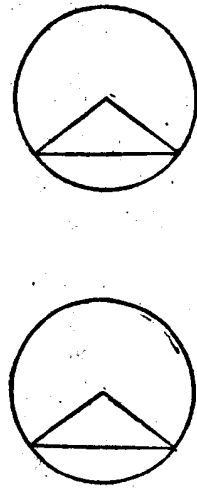


第二十九題

等圓之圓分等則其割圓分之直線亦等

解曰依前題兩圓之甲乙丙丁戊己兩圓分等而甲丙丁己兩圓分亦等題言甲丙丁己兩線必等

論曰。依前題。作四線。其甲庚丙角形之甲庚庚丙兩腰。與丁辛己角形之丁辛辛己兩腰等。而庚辛兩角所乘之甲丙丁己兩圓分等。即庚辛兩角亦等。本論一七而對等角之甲丙丁己兩線必等。四

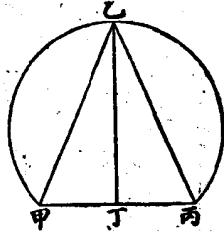


注曰。第二十六。至二十九。四題所說。俱等圓。其在同圓。亦依此論。

第三十題

有圓之分。求兩平分。

法曰。甲乙丙圓分。求兩平分。先於分之二兩界。作甲丙線。次兩平分於丁。從丁作乙丁。為甲丙之垂線。即乙丁分甲乙丙圓分。為兩平分。



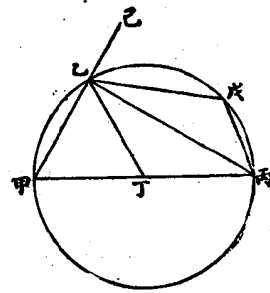
論曰。從乙作乙甲乙丙兩線。其甲乙乙丁角形之甲丁。與丙乙乙丁角形之丙丁兩腰等。丁乙同腰。而甲丁乙與丙丁乙兩直又等。即對直之甲乙乙丙兩底亦等。一而甲乙與乙丙兩圓分亦等。十八則甲乙丙圓分。兩平分於乙矣。

第三十一題五支

負半圓角。必直。負大分角。小於直。負小分角。大於直。大圓分角。大於直。小圓分角。小於直。

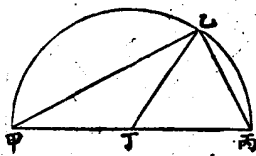
解曰。甲乙丙圓。其心丁。其徑甲丙。於半圓分內。任作甲乙乙丙角形。即甲乙丙角。負甲乙丙半圓分。乙丙角。負乙丙大分。又任作乙丙角。負乙丙小分。題先言負半圓之甲乙丙角。為直。二言負大分之乙丙角。小於直。三言負小分之乙丙角。大於直。四言丙乙甲大圓分角。大於直。後言丙

乙戊小圓分角。小於直。



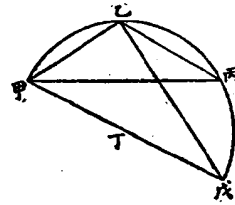
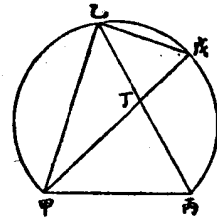
先論曰。試作乙丁線。次以甲乙線引長之。至己。其丁乙丁甲兩線等。即丁乙甲丁甲乙兩角等。一依顯丁乙丙丁丙乙兩角亦等。而甲乙丙全角。與乙甲丙甲丙乙兩角并。等。又己乙丙外角。亦與相對之乙甲丙甲丙乙兩角并。等。二則己乙丙與甲乙丙。等。為直。七
 二論曰。甲乙丙角形之甲乙丙。既為直。則乙甲丙。小於直。七
 三論曰。甲乙丙四邊形。在圓之內。其乙甲丙乙戊丙。相對兩角并。等。兩直。廿二而乙甲丙。小於直。角。則乙戊丙。大於直。

四論曰。甲乙丙直。為丙乙甲大圓分角之分。則大於直。
 後論曰。丙乙戊小圓分角。為己乙丙直。角之分。則小於直。
 此題別有四解。四論。先解曰。甲乙丙半圓。其心丁。其上任作甲乙丙角。題言此為直。

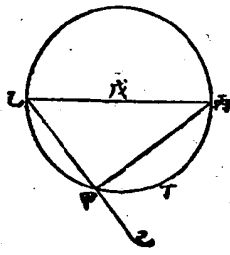


論曰。試作乙丁線。其丁乙丁甲兩線既等。即丁乙甲丁甲乙兩角亦等。一而乙丁丙外角。既與丁乙甲丁甲乙相對之兩內角并。等。二即倍大於丁乙甲角。依顯乙丁甲外角。亦倍大於丁乙丙角。即乙丁甲乙丙兩角并。亦倍大於甲乙丙角。夫乙丁甲乙丁丙。等兩直。十三則甲乙丙為直。

二解曰。甲乙丙大圖分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此小於直角。
 論曰。試作甲丁戊徑線。次作乙戊線相聯。其甲乙戊。既為直角。本題即甲乙丙為其分。而小於直角。
 三解曰。甲乙丙小圖分。其心丁。任作甲乙丙角。題言此大於直角。



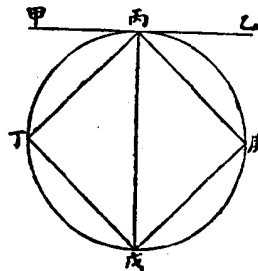
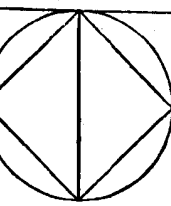
論曰。試作甲丁戊徑線。而引乙丙圖界至戊。次作乙戊線。其甲乙戊。既負半圓之直角。而為甲乙丙角之分。則甲乙丙大於直角。
 四五。合解曰。甲乙丙大圖分。丙丁甲小圖分。其心戊。
 題言甲乙丙大圖分角。大於直角。丙甲丁小圖分角。小於直角。



論曰。試作乙丙徑線。次作乙甲線。引長之。至己。其乙甲丙直。為丙甲乙大圖分角之分。而丙甲丁小圖分角。又為己甲丙直。則大分角。大於直角。小分角。小於直角。
 一系。凡角形之內。一角與兩角并等。其一角必直。何者。其外角與內相對之兩角等。則與外角等之內交角。豈非直。

二系。大分角。大於直角。小分角。小於直角。終無有角等於直角。又從小過大。從大過小。非大即小。終無相等。係此題四五論。甚明。與本篇十六題增注。互相發也。

第三十二題
 直線切圓。從切界。任作直線。割圓為兩分。分內各任為負圓角。其切線與割線。所作兩角。與兩負圓角。交

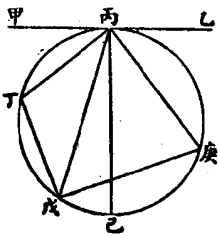


丙戊。乙丙戊。兩交角亦等兩直角。十三。此二率者。各減一相等之甲丙戊。丙庚戊。則所存丙丁戊。乙丙戊。亦交互相等。

互相等。
 解曰。甲乙線。切丙丁戊圓於丙。從丙任作丙戊直線。割圓為兩分。兩分內。任作丙丁戊丙庚戊。兩負圓角。題言甲丙戊角。與丙庚戊角。乙丙戊角。與丙丁戊角。交互相等。

先論割圓線過心者。曰。如前圖。甲丙戊。乙丙戊。兩皆直。角。十八。而丙庚戊。丙丁戊。兩負半圓角。亦皆直。角。本題則交互相等。

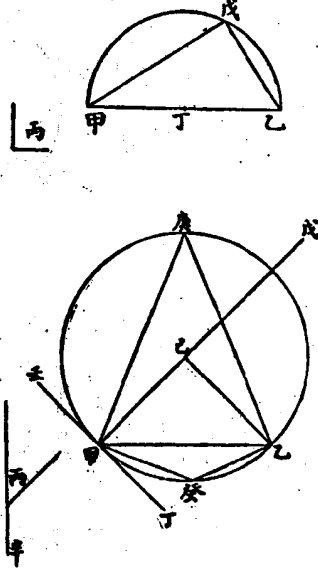
後論割圓線不過心者。曰。如後圖。試作丙己過心直線。次作戊己線相聯。其己丙。為甲乙之垂線。十八。而丙戊己。為直。角。本題即戊丙己。戊己丙。兩角并等於一直角。亦等於甲丙己角矣。此兩率者。各減同用之戊丙己角。即所存戊己丙。與甲丙戊。等也。夫戊己丙。與丙庚戊。元等。本題則甲丙戊。與丙庚戊。交互相等。又丙丁戊。庚丁戊。邊形之丙丁戊。丙庚戊。兩對角并等兩直。角。本題而甲



第三十三題
 線上。求作圖分。而負圖分角。與所設直線角等。

先法曰。設甲乙線。丙角。求線上作圖分。而負圖分角。與丙等。其丙角。或直。或銳。或鈍。若直。角。先以甲乙。兩平分於丁。次以丁為心。甲乙為界。作半圓。圖分內作甲戊乙角。即負半圓角。為直。角。本題如所求。
 次法曰。若設丙銳角。先於甲點上。作丁甲乙銳角。與丙等。次作戊甲為甲丁之垂線。於甲乙之上。次作己乙甲角。與己甲乙角等。而己乙線。與甲戊線。遇於己。即己乙己甲兩線等。本題末以己為心。甲為界。

作甲庚圓必過乙即甲庚乙圓分內甲乙線上所作負圓角必為銳角而與丙等



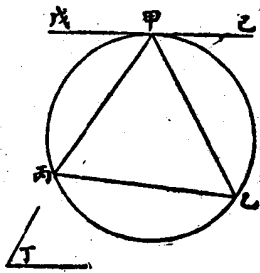
論曰試作甲庚乙角其甲已戊線過己心而丁甲又為戊甲之垂線即丁甲線切甲庚乙圓於甲
本篇
則丁甲乙與甲庚乙兩角交互相等
本篇
後法曰若設辛鈍角依前作壬甲乙鈍角與辛等次作戊甲為壬甲之垂線餘做第二法而於甲乙線
上作甲癸乙角即與辛等

後論同次

第三十四題

設圓求割一分而負圓分角與所設直線角等

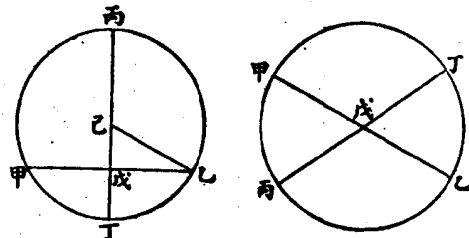
法曰設甲乙丙圓求割一分而負圓分角與丁等先作戊己直線切圓於甲
本篇
次作己甲乙角與丁
等即割圓之甲乙線上所作甲丙乙角負甲丙乙圓分而與丁等何者己甲乙角與丁等亦與甲丙乙
交互相等故也
本篇



第三十五題

圓內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等
解曰甲丙乙丁圓內有甲乙丙丁兩線交而相分於戊題言
甲戊借戊乙與丙戊借戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱
過心或不過心一不過心或俱不過心若俱過心者其各分
四線等即兩矩內直角形亦等

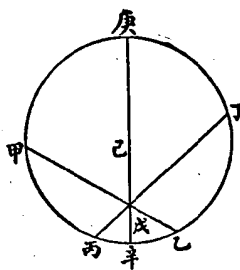
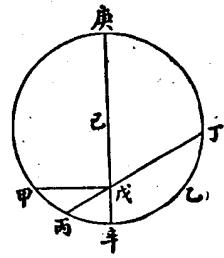
先論曰圓內線獨丙丁過己心者又有二種其一丙丁平分
甲乙線於戊即丙戊線在甲乙上為兩直角
本篇
試作己乙
線相聯其丙丁線既平分於己又任兩分於戊即丙戊借
戊丁矩內直角形及己戊上直角方形并與等己丁之己乙
上直角方形等
五
夫己乙上直角方形與己戊上
上直角方形并等
四
即丙戊借戊丁矩內直角形及己戊上
直角方形并等
四
即丙戊借戊丁矩內直角形及己戊上
直角方形并與己戊上兩直角方形并亦等矣次每減
同用之己戊上直角方形則所存丙戊借戊丁矩內直角形
不與戊乙上直角方形等乎戊乙與甲戊既等即甲戊借戊



乙矩內直角形與丙戊借戊丁矩內直角形亦等

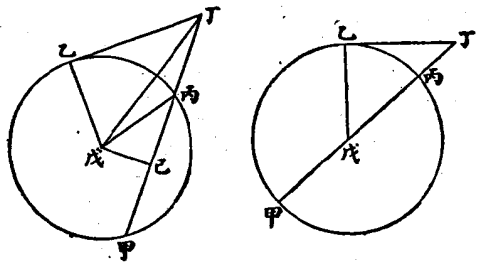
次論曰若丙丁任分甲乙線於戊即以甲乙線兩平分
於庚次於庚己己乙各作直線相聯即己庚為甲乙之
垂線而成兩直角
三
其丙戊借戊丁矩內直角形及
己戊上直角方形并與等己丁之己乙上直角方形等
二
而己戊上直角方形與己庚庚戊上兩直角方形
并等
四
己乙上直角方形與己庚庚乙上兩直角方
形并等則丙戊借戊丁矩內直角形及己庚庚戊上
兩直角方形并與己庚庚乙上兩直角方形并等
每
減同用之己庚上直角方形則所存丙戊借戊丁矩內
直角形及庚戊上直角方形不與庚乙上直角方形等
乎夫甲戊借戊乙矩內直角形及庚戊上直角方形并
亦與庚乙上直角方形等
二
此二相等者每減同
用之庚戊上直角方形則丙戊借戊丁與甲戊借戊乙
兩矩內直角形等矣

後論曰。圓內兩線俱不過過心者。又有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從己心。與戊相聯作直線。引長之。為庚辛線。依上論。甲戊倍戊乙。矩內直角形。不論甲乙線。平分。任分。皆與過心之庚戊倍戊辛。矩內直角形等。又依上論。丙戊倍戊丁。矩內直角形。不論丙丁線。平分。任分。亦與過心之庚戊倍戊辛。矩內直角形等。則甲戊倍戊乙。與丙戊倍戊丁。兩矩內直角形等。



第三十六題
圖外任取一點。從點。出兩直線。一切圓。一割圓。共割圓之全線。倍規外線。矩內直角形。與切圓線上直角形等。

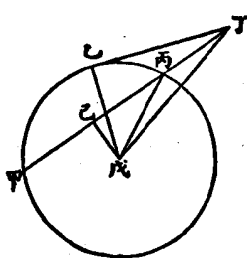
解曰。甲乙丙圖外。任取丁點。從丁。作丁乙線。切圓於乙。本圖作丁甲線。截圓界於丙。題言甲丁倍丙丁。矩內直角形。與丁乙上直角形等。



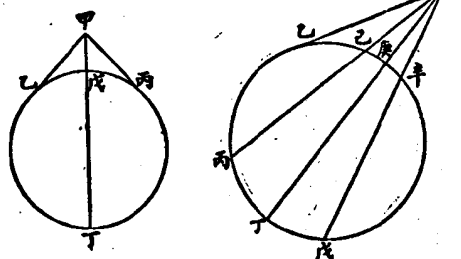
先論丁甲過戊心者。曰。試作乙戊線。為丁乙之垂線。其甲丙線。平分於戊。又引出一丙丁線。即甲丁倍丙丁。矩內直角形。及等戊丙之戊乙上直角形。并與戊丁上直角形等。而戊丁上直角形。與戊乙丁乙。上兩直角形并等。即甲丁倍丙丁。矩內直角形。及戊乙上直角形。與戊乙丁乙。上兩直角形并等。此兩率者。每減同用之。戊乙上直角形。則所存甲丁倍丙丁。矩內直角形。與丁乙上直角形等。

後論丁甲不過戊心者。曰。試以甲丙線。兩平分於己。次從戊心。作戊己。戊丙。戊丁。戊乙。四線。即戊乙為丁乙之垂線。戊己為甲丙之垂線。其甲丙線。既兩平分於己。又引出一丙丁線。即甲丁倍丙丁。矩內直角形。及己丙上直角形。并與己丁上直角形等。又甲乙。甲丁。每加一戊己上直角形。即甲丁倍丙丁。矩內直角形。

及己丙。戊己。上兩直角形。并與己丁。戊己。上兩直角形。并等。夫己丙。戊己。上兩直角形。并與等戊丙之戊乙上直角形等。而戊丁上直角形。與己丁。戊己。上兩直角形。并等。即甲丁倍丙丁。矩內直角形。及戊乙上直角形。與戊丁上直角形。并等。又戊丁上直角形。與戊乙丁乙。上兩直角形。并等。即甲丁倍丙丁。矩內直角形。及戊乙上直角形。并與戊乙丁乙。上兩直角形。并等。次每減同用之。戊乙上直角形。則所存甲丁倍丙丁。矩內直角形。與丁乙上直角形等。

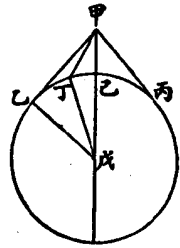


一系。若從圖外一點。作數線。至規內。各全線倍規外線。矩內直角形。俱等。如從甲。作甲丙。甲丁。甲戊。各線。截圓界於己。於庚。於辛。其甲丙。己甲。甲丁。倍庚。甲。甲戊。倍辛。甲。各矩內直角形。俱等。何者。試作甲乙。切圓線。則各矩線內直角形。與甲乙上直角形。俱等。故。二系。從圖外一點。作兩直線。切圓。此兩線等。如甲點。作甲乙。甲丙。兩切圓線。即甲丙。與甲乙。等。何者。試從甲。作甲丁。線。截圓界於戊。其甲乙。甲丙。上兩直角形。各與甲丁。倍甲戊。矩內直角形。等。則此兩直角形。自相等。



三系。從圖外一點。止可作兩直線。切圓。若言從甲。既作甲乙。甲丙。兩線。切圓。又可作甲丁。線。亦切圓。合從戊心。作戊乙。戊丁。兩線。即甲乙。戊為直角。而甲丁。戊亦宜等。為直角。試作甲戊。直線。則甲乙。戊角形內。有甲丁。戊角。應大於甲乙。戊角。廿一。安得為直角也。又甲乙。甲丁。若俱切圓。即兩線宜等。二系。試作甲戊。線。截圓於己。則甲丁。為近己。線。甚小。當小於遠己之甲乙。線。又

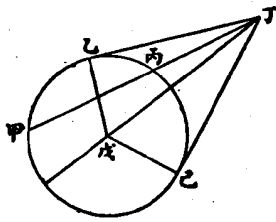
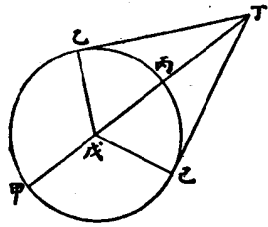
安得相等也。故一點上。止可作切圓線兩也。



第三十七題

圖外任於一點。出兩直線。一至規外。一割圓。至規內。而割圓全線。借割圓之規外線。矩內直角形。與至規外之線上直角方形等。則至規外之線。必切圓。
解曰。甲乙丙圓。其心戊。從丁點作丁乙至規外之線。過圓界於乙。又作丁甲割圓至規內之線。而截圓界於丙。其丁甲借丁丙。矩內直角形。與丁乙上直角方形等。題言丁乙為切圓線。
論曰。試從丁。作丁己線。切圓於己。本圖次作戊乙。戊己。兩線相聯。若丁甲不過戊心者。又作丁戊直線。其丁己上直角方形。與丁甲借丁丙。矩內直角形等。而丁乙上直角方形。與丁甲借丁丙。矩內直角形亦等。則丁乙。丁己。上兩直角方形。自相等。而丁乙。丁己。兩線亦等。夫丁乙。戊角形之丁乙。乙戊。與

丁己。戊角形之丁己。己戊。各兩腰等。丁戊同底。即兩角形之三角各等。而對丁戊底之丁己。戊為直角。十八。即丁乙。戊亦直角。故丁乙。為切圓線。本圖十六

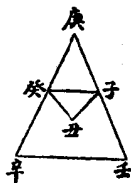
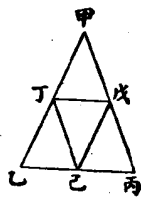
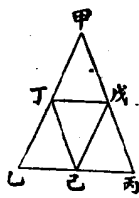


幾何原本第四卷之首

界說七則

第一界

直線形居他直線形內。而此形之各角。切他形之各邊。為形內切形。
此卷將論切形在圓之內。外。及作圖在形之內。外。故解形之切在形內。及切在形外者。先以直線形為例。如前圖。丁戊己角形之丁。戊。己。三角。切甲乙丙角形之甲。乙。丙。三邊。則丁戊己為甲乙丙之形內切形。如後圖。癸子丑角形。癸。子。丑。兩角。切庚辛壬角形之庚。辛。壬。兩邊。而丑角。不切辛壬邊。則癸子丑。不可謂庚辛壬之形內切形。



第二界

一直線形居他直線形外。而此形之各邊。切他形之各角。為形外切形。



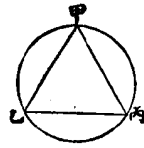
幾何原本 卷四之首

如第一界圖。甲乙丙爲丁己戊之形外切形。其餘各形。做此二例。

第三界

直線形之各角。切圓之界。爲圓內切形。

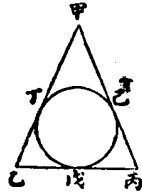
甲乙丙形之三角。各切圓界於甲於乙於丙。是也。



第四界

直線形之各邊。切圓之界。爲圓外切形。

甲乙丙形之三邊。切圓界於丁於己於戊。是也。



第五界

圖之界。切直線形之各邊。爲形內切圖。

同第四界圖

第六界

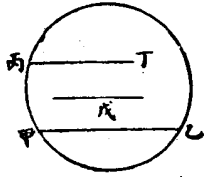
圖之界。切直線形之各角。爲形外切圖。

同第三界圖

第七界

直線之兩界。各抵圓界。爲合圖線。

甲乙線兩界。各抵甲乙丙圖之界。爲合圖線。若丙抵圖而丁不至。及戊之兩俱不至。不爲合圖線。



幾何原本第四卷

本篇論圓內外形

計十六題

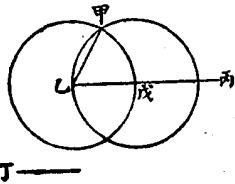
第一題

有圖。求作合圖線。與所設線等。此設線。不大於圖之徑線。

法曰。甲乙丙圖。求作合線。與所設丁線等。其丁線。不大於圖之徑線。徑爲圓內之最大線。更大先作甲乙

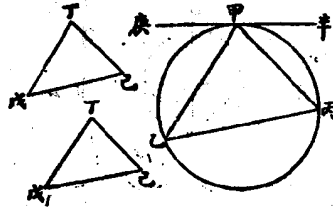
圖徑爲乙丙。若乙丙與丁等者。即是合線。若丁小於徑者。即於乙丙上截取乙戊。與丁等。次以乙爲心。

戊爲界。作甲戊圖。交甲乙丙圖於甲。未作甲乙合線。即與丁等何者。甲乙與乙戊等。則與丁等。



第二題

有圖。求作圓內三角切形。與所設三角形等角。
 法曰。甲乙丙圓。求作圓內三角切形。其三角。與所設丁戊己形之三角。各等。先作庚辛線。切圓於甲。三
 次作庚甲乙角。與設形之己角等。次作辛甲丙角。與設形之戊角等。末作乙丙線。即圓內三角切形。
 與所設丁戊己形等角。

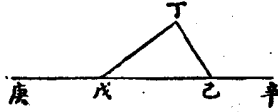
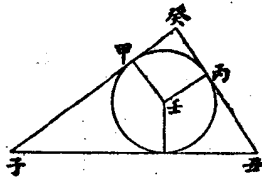


論曰。甲丙乙。與庚甲乙。兩角等。甲乙丙。與辛甲丙。兩角亦等。而庚甲乙。辛甲丙。兩角。既與所設己
 戊。兩角。各等。即甲丙乙。甲乙丙。亦與己。戊。各等。而乙甲丙。必與丁。等。則三角俱等。

第三題

有圖。求作圓外三角切形。與所設三角形等角。

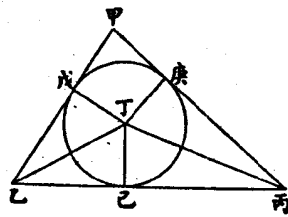
法曰。甲乙丙圓。求作圓外三角切形。其三角。與所設丁戊己形之三角。各等。先於戊己一。邊。引長之。為
 庚辛。次於圓界。抵心作甲壬線。次作甲壬乙角。與丁戊庚等。次作乙壬丙角。與丁己辛等。末於甲乙丙。
 上作癸子。子丑。丑癸。三垂線。此三線。各切圓於甲於乙於丙。而相遇於子。於丑於癸。若作甲丙。
 癸。五癸。兩角必相等。此癸子丑。三角。與所設丁戊己。三角。各等。



論曰。甲壬乙子。四邊形之四角。與四直角等。而壬甲子。壬乙子。兩角。為直角。即甲壬乙。甲子乙。兩
 角。并。等兩直角。彼丁戊庚。丁戊己。兩角。并。亦等兩直角。此二等。每減一相等之丁戊庚。甲壬
 乙。則所存丁戊己。與甲子乙。等。依顯丑角。與丁己戊等。則癸與丁亦等。而癸子丑。與丁戊己。兩形
 之各三角。俱等。

第四題

有圖。求作形內切圓。

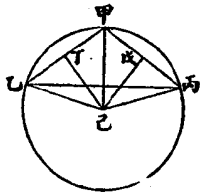
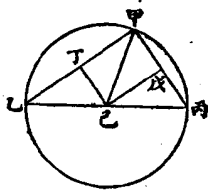
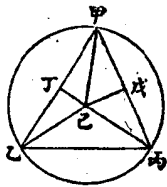


法曰。甲乙丙角形。求作形內切圓。先以甲乙丙角。中丙乙角。
 各兩平分之。九。作乙丁丙丁兩直線。相遇於丁。次自丁至
 角形之三邊。各作垂線。為丁己丁庚丁戊。其戊丁乙角形之
 丁戊乙丁乙角。與乙丁己角形之丁己乙丁乙角。兩角
 各等。乙丁同邊。即丁戊丁己兩邊亦等。依顯丁丙己角
 形。與丁庚丙角形。之丁己丁庚兩邊亦等。即丁戊丁己丁庚
 三線俱等。未作圖。以丁為心。戊為界。即過庚己。為戊庚己圓。
 而切角形之甲乙乙丙丙甲。三邊於戊。於己。於庚。此
 為形內切圓。

第五題

三角形求作形外切圓。

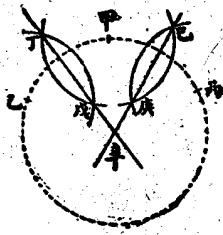
法曰。甲乙丙角形。求作形外切圓。先平分兩邊。若形是直角。或鈍角。則分於丁於戊。次於丁。戊。上各作垂
 線。為己丁己戊。而相遇於己。若自丁至戊。作直線。即己丁戊。己戊。己丁。其己點或在形內。或在
 形外。俱作己甲己乙己丙。三線。或在乙丙邊上。止作己甲線。其甲丁己角形之甲丁與乙丁己角形之
 乙丁兩腰。等。丁己同腰。而丁之兩旁角。俱直角。即甲己乙兩底必等。依顯甲己戊。丙己戊。兩形
 之甲己乙丙兩底亦等。則己甲己乙己丙。三線俱等。未作圖。以己為心。甲為界。必切乙丙。而為角形之
 形外切圓。



一系若圓心在三角形內，即三角形為銳角形，何者，每角在圓大分之上，故若在一邊之上，即為直角形，若在形外，即為鈍角形。

二系若三角形為銳角形，即圓心必在形內，若直角形，必在一邊之上，若鈍角形，必在形外。

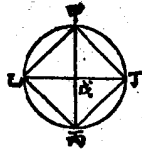
若從此推得一法，任設三點，不在一直線，可作一過三點之圓，其法先以三點作三直線相聯，成三角形，次依前作。



第六題

有圓，求作內切圓直角方形。

法曰：甲乙丙丁，其心戊，求作內切圓直角方形，先作甲丙、乙丁兩徑線，以直角相交於戊，次作甲乙、乙丙、丙丁、丁甲四線，即甲乙丙丁為內切圓直角方形。



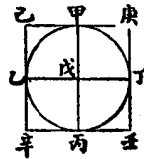
論曰：甲乙丙丁，其心戊，與乙丙角形之戊丙兩腰等，乙戊同腰，而腰間角兩為直角，即其底甲乙、乙丙等，依顯乙丙丙丁，亦等，則四邊形之四邊俱等，而甲乙、丙丁四角皆在半圓分之上，又皆直角，是為內切圓直角方形。

第七題

有圓，求作外切圓直角方形。

法曰：甲乙丙丁，其心戊，求作外切圓直角方形，先作甲丙、乙丁兩徑線，以直角相交於戊，次於甲乙、

丙、丁作庚己，己辛壬壬庚四線，為兩徑之垂線，而相遇於己，於辛，於壬，於庚，即己庚壬辛，為外切圓直角方形。

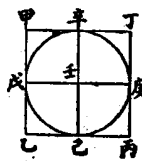
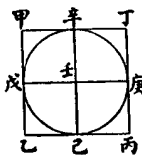


論曰：甲戊乙己，乙戊，既皆直角，即己辛、甲丙、平行，依顯甲丙庚壬，亦平行，則己庚壬辛，亦平行，又甲丙辛己，既皆直角，即甲丙、己辛、必等，而甲丙辛甲己辛兩角亦等，甲丙辛，既直角，即甲己辛亦直角，依顯庚壬辛，亦直角，而辛壬壬庚庚己，三邊俱等於甲丙、乙丁，兩徑，既四邊俱等於兩徑，則己庚壬辛，為直角方形，而四邊各切圓。

第八題

直角方形，求作形內切圓。

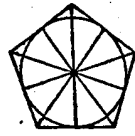
法曰：甲乙丙丁，其心戊，求作形內切圓，先以四邊各兩平分於戊，於己，於庚，於辛，而作辛己、戊庚兩線，交於壬，其甲丁、與乙丙，既平行相等，即半減線之甲辛、乙己，亦平行相等，而甲乙、與辛己，亦平行相等，依顯丁丙、與辛己，亦平行相等，甲丁、乙丙，戊庚，俱平行相等，而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬，四俱直角，壬戊壬己壬庚壬辛，四線，與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊，四線各等，夫甲辛、戊乙、丁辛、甲戊，各為等線之半，即與之等者壬戊壬己壬庚壬辛，亦自相等，次作圓，以壬為心，戊為界，必過己庚辛，而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲，四邊，是為形內切圓。



第九題 直角方形，求作形外切圓。

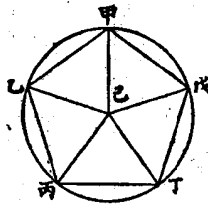


法曰：甲乙丙丁，其心戊，求作形外切圓，先作對角兩線，為甲丙、乙丁，而交於戊，其甲乙、乙丙、丙丁、丁甲，兩腰等，即甲乙、乙丙、丙丁、丁甲，兩角亦等，而乙甲、甲丁、為直角，即甲乙、乙丙、丙丁、丁甲，俱半直角，依顯丙乙、乙丙、丙丁、丁甲，亦俱半直角，而四角俱等，又戊甲、甲丁、丁丙、丙乙，兩角等，即戊甲、



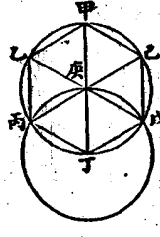
甲乙己丙乙己兩角等。即甲己乙丙己兩角亦等。又乙甲戊與乙丙丁兩角等。而乙甲己為乙甲戊之半。即乙丙己亦乙丙丁之半。則乙丙丁角亦兩平分於己丙線矣。依顯丙丁戊丁戊甲兩角亦兩平分於己丁己戊兩線矣。次從己向各邊作己庚己辛己壬己癸己子五垂線。其甲己庚角形之己甲庚己庚甲兩角與甲己子角形之己甲子己子甲兩角各等。甲己同邊。即兩形必等。己子與己庚兩線亦等。依顯己辛己壬己癸三垂線與己庚己子兩垂線俱等。末作圓。以己為心。庚為界。必過乙丙丁戊。而為甲乙丙丁戊邊形之內切圓。十六

第十四題



五邊等邊等角形。求作形外切圓。法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作外切圓。先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分。其線為己甲己乙。而相遇於己。說見次從己作己丙己丁己戊三線。依前題論。推顯乙丙丁戊丁戊甲三角各兩平分於己丙己丁己戊三線。夫五角既等。即其半減之角亦等。而甲乙己角形之己甲乙己乙甲兩角等。即甲己與己乙兩線亦等。依顯己丙己丁己戊三線與己甲己乙俱等。末作圓。以己為心。甲為界。必過乙丙丁戊。而為甲乙丙丁戊五邊形之外切圓。

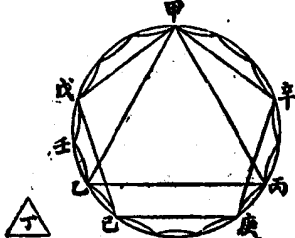
第十五題



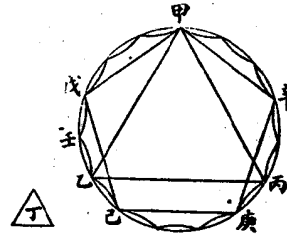
有圖。求作圓內六邊切形。其形等邊等角。法曰。甲乙丙丁戊己圓其心庚。求作六邊內切圓形。等邊等角。先作甲丁徑線。次以丁為心。庚為界。作圓兩圓相交於丙於戊。次從庚心作丙庚戊庚兩線。各引長之。為丙己戊乙。末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線相聯。即成甲乙丙丁戊己內切圓六邊形。而等邊等角。論曰。庚丙庚丁兩線等。而丁丙與丁庚亦等。依顯三邊俱等。即庚丙丁為平邊角形。而庚丁丙丁丙庚丙庚丁三角俱等。此三角元與兩直等。即每角為兩直角三分之一。而丙庚丁角為兩直角三分之一。而丙庚丁丁庚戊戊庚己三角又等於兩直角。十三。即庚己角亦兩直角三分之一。而丙庚丁丁庚戊戊庚己三角亦自相等。而此三角與己庚甲甲庚乙乙庚丙三角亦等。是庚庚心之六角俱自相等。而所乘之六圓分。及甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線俱自相等。則甲乙丙丁戊己形之六邊等。又乙丙與甲己兩圓分等。而各加一丙丁戊己圓分。即乙丙丁戊己與甲己戊丁丙兩圓分等。

而所乘之乙甲己與甲乙丙兩角等。依顯乙丙丁戊丁戊己甲四角與乙甲己甲乙丙兩角俱等。則甲乙丙丁戊己形之六角等。一系。凡圓之半徑。為六分圓之一之分弦。何者。庚丁與丁丙等。故一開規為圓不動。而可六平分之二。依前十二、十三、十四題。可作六邊等邊等角形。在圓之外。又六邊等邊等角形內。可作切圓。又六邊等邊等角形外。可作切圓。

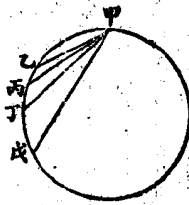
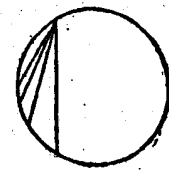
第十六題



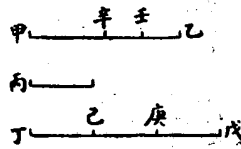
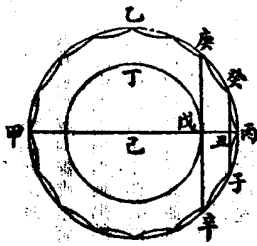
有圖。求作圓內十五邊切形。其形等邊等角。法曰。甲乙丙圓求作十五邊內切圓形。等邊等角。先作甲乙丙內切圓三等三角形。與丁等角。即三邊等。而甲乙丙丙甲三圓分亦等。夫甲乙丙圓十五分之。則甲乙丙分圓之一。當為十五分之五。次從甲作甲戊己庚辛丙內切圓五邊形等角。即甲戊戊己己庚庚辛辛甲五圓分等。夫甲乙丙圓十五分之。則甲戊戊己五圓分之一。當為十五分之三。而戊乙得十五分之二。次以戊乙圓分兩平分於壬。則壬乙得十五分之一。次作壬乙線。依壬乙。共作十五合



一系。依前十二、十三、十四題。可作外切圓十五邊形。又十五邊形內。可作切圓。又十五邊形外。可作切圓。注曰。依此法。可設一法。作無量數形。如本題圖。甲乙圓分。為三分圓之一。即命三甲戊圓分為五分圓之一。即命五三與五相乘。得十五。即知此兩分法。可作十五邊形。又如甲乙命三甲戊命五。三與五較得二。即知戊乙得十五分之二。因分戊乙為兩平分。得壬乙線。為十五分之一。可作內切圓十五邊形也。以此法為例。作後題。增題。若圓內從一點。設切圓兩不等邊等角形之各一邊。此兩邊。一為若干分圓之一。一為若干分圓之一。此兩若干分相乘之數。即後作形之邊數。此兩若干分之較數。即兩邊相距之圓分。所得後作形邊數內之分數。法曰。甲乙丙丁戊圓內。從甲點作數形之各一邊。如甲乙為六邊形之一邊。甲丙為五邊形之一邊。甲丁為四邊形之一邊。甲戊為三邊形之一邊。甲乙命六。甲丙命五。較數一。即乙丙圓分。為所作三十邊等邊等角形之一邊。何者。五六相乘為三十。故當作三十邊也。較數一。故當為一邊也。



邊所合之圖分爲兩平分而每分各作一多邊形切大圓不至小圓其多邊爲偶數又補題圓內有同心圓求作一多邊形切大圓不至小圓其多邊爲奇數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圓於戊次從戊作庚辛爲甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圓於戊也



二〇八

論曰甲乙圖分爲六分圖之一即得三十分圖之五而甲丙爲五分圖之一即得三十分圖之六則乙丙得三十分圖之一也依題乙丁爲二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依題乙戊爲十八邊形之三邊也丙丁爲二十邊形之一邊也丙戊爲十五邊形之二邊也丁戊爲十二邊形之一邊也

二系凡作形於圓之內等邊則等角何者形之角所乘之圖分皆等故三凡作形於圓之外即從圖心作直線抵各角依本篇十二題可推顯各角等
三系凡等邊形既可在圓內即依圓內形可在圓外即形內可作圓即形外亦可作圓皆依本篇十二三十四題
四系凡圓內有一形欲作他形其形邊倍於此形邊即分此形一

邊所合之圖分爲兩平分而每分各作一多邊形切大圓不至小圓其多邊爲偶數又補題圓內有同心圓求作一多邊形切大圓不至小圓其多邊爲奇數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圓於戊次從戊作庚辛爲甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圓於戊也
丙圖分雖大於丙庚若于甲庚丙減其半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遞減至其減餘丙癸必小於丙庚補題既得丙癸圖分小於丙庚而作丙癸合圖線即丙癸爲所求切圖形之一邊也次分乙壬圖分其分數與丙壬之分數等次分甲乙與乙丙分數等分丙甲與甲乙丙分數等則得所求形也
論曰試從癸作癸子爲甲丙之垂線過甲丙於丑其庚戌丑癸丑戌兩皆直角即庚辛癸子爲平行線也庚辛線之切丁戊圖既止一點即癸子線更在其外必不至丁戊矣何況丙癸更遠於丑癸乎依題其與丙癸等邊同距心者三俱不至丁戊圖也
補論其題曰兩幾何不等若於大率遞減其大半必可使其減餘小於元說小率

二〇九

幾何原本 卷四

解曰甲乙大率丙小率題言於甲乙遞減其大半至可使其減餘小於丙論曰試以丙倍之又倍之至僅大於甲乙而止爲丁戊丁戊之分爲丁己己庚庚戌各與丙等也次於甲乙減其大半甲辛存辛乙又減其大半辛壬存壬乙如是遞減至甲乙與丁戊之分數等夫甲辛辛壬壬乙與丁己己庚庚戌分數既等丁戊又大於甲乙若兩率各爲兩分而大丁戊之減丁己止於半小甲乙之減甲辛爲大半即丁戊之減餘必大於甲乙之減餘也若各爲多分而已戊尙多於丙者即又於己戊減己庚於辛乙減其大半辛壬如是遞減卒至丁戊之末分庚戌大於甲乙之末分壬乙也而庚戌元與丙等是壬乙小於丙也
又論曰若於甲乙遞減其半亦同前論何者大丁戊所減不大於半則丁戊之減餘每大於甲乙之減餘以至末分亦大於末分用此法以是上四

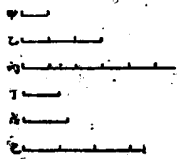
二一〇

幾何原本第五卷之首

界說十九則
前四卷所論皆幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線而體諸類也第六卷則論線角論圖界諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用名目爲界說十九

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小爲大之分



以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能爲此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能爲線之分也一線無廣狹之分非廣狹之幾何即不能爲面之分也一面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能爲體之分也曰能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲爲乙乙爲丙之分則甲爲乙三分之一爲丙六分之一無不足也若戊爲丁之一即爲二即不足己爲丁之三即爲四即不足是大小不盡大則丁不能爲戊己之分也以數明之若四於八於十二於十六於

二一一

二十、諸數皆能盡分，無不足也。若四於六，於七於九，於十於十八，於三十八諸數，或不足，皆不能盡分者也。本世所論皆指能盡分者，故稱爲分。若不盡分者，常稱幾分幾何之幾。如四於六，爲三分六之二，不待正名爲分，不稱小度大也，不爲大幾何內之小幾何也。

第二界

若小幾何能度大者，則大爲小之幾倍。

如第一界圖，甲與乙，能度丙，則丙爲甲與乙之幾倍。若丁、戊，不能盡己之分，則己不爲丁、戊之幾倍。

第三界

比例者，兩幾何以幾何相比之理。

兩幾何者，或兩數，或兩線，或兩面，或兩體，各以同類大小相比，謂之比例。若線與面，或數與線相比，此異類，不爲比例。又若白線與黑線，熱線與冷線，相比，雖同類，不以幾何相比，亦不爲比例也。比例之說，在幾何爲正用，亦有借用者。如時，如音，如聲，如所如動，如稱之屬，皆以比例論之。

凡兩幾何相比，以此幾何比他幾何，則此幾何爲前率，所比之他幾何爲後率。如以六尺之線，比三尺之線，則六尺爲前率，三尺爲後率也。反用之，以三尺之線，比六尺之線，則三尺爲前率，六尺爲後率也。比例爲用甚廣，故詳論之，如左。

凡比例有二種，有大合，有小合。以數可明者，爲大合。如二十尺之線，比十尺之線，是其非數可明者，爲小合。如直角方形之兩邊，與其對角線，可以相比，而非數可明者，是也。

如上二種，又有二名，其大合者，爲有兩度之線。如二十尺，比八尺，兩線爲大合，則二尺，四尺，皆可兩度之者，是也。如此之類，凡數之比例，皆大合也。何者，有數之屬，或無他數，可兩度者，無有一數不可兩度者。若七比九，無他數可兩度之，以一，則可兩度之也。其小合線，爲無兩度之線。如直角方形之兩邊，與其對角線，爲小合，即分至萬分，以及無數，終無小線，可以盡分，能度兩率者，是也。此詳見十卷末題

小合之比例，至十卷詳之，本篇所論皆大合也。

凡大合有兩種，有等者，如二十比二十，十尺之線，比十尺之線，是也。有不等者，如二十比十八，四比六，六尺之線，比二尺之線，是也。

如上等者，其相同之比例，其不等者，又有兩種，有以大不等，如二十比十，是也。有以小不等，如十比二十，是也。大合比例之，以大不等者，又有五種，一爲幾倍大，二爲等帶一分，三爲等帶幾分，四爲幾倍大帶一分，五爲幾倍大帶幾分。

一爲幾倍大者，謂大幾何內，有小幾何或二，或三，或十，或八也。如二十與四，是二十內，爲四者五，如三十尺之線，與五尺之線，是三十尺內，爲五尺者六，則二十與四，名爲五倍大之比例也。三十尺與五尺，名爲六倍大之比例也。做此爲名，可至無窮也。

二爲等帶一分者，謂大幾何內，既有小之一，別帶一分，此一分，或元一之半，或三分之一，四分之一，以

至無窮者是也。如三與二，是三內既有二，別帶一，爲二之半，如十二尺，與九尺之線，是十二內既有九，別帶三，爲九三分之一，則三與二，名爲等帶半也。十二尺與九尺，名爲等帶三分之一也。

三爲等帶幾分者，謂大幾何內，既有小之一，別帶幾分，而此幾分，不能合爲一盡分者，是也。如八與五，是八內既有五，別帶三，每一各爲五之分，而三不能合面爲五之分也。他如十與八，其十內既有八，別帶二，雖每一各爲八之分，與前例相似，而二却不能爲八四分之，一爲帶一分，別在第二，不

別帶三也。則八與五，名爲等帶三分也。又如二十二，與十六，即名爲等帶六分也。○四爲幾倍大帶一分者，謂大幾何內，既有小幾何之二，三，四，等，別帶一分，此一分，或元一之半，或三分，四分之一，以至無窮者是也。如九與四，是九內既有二，四，別帶一，爲四四分之一，則九與四，名爲二倍大帶四分之

一也。

五爲幾倍大帶幾分者，謂大幾何內，既有小幾何之二，三，四，等，別帶幾分，而此幾分，不能合爲一盡分者，是也。如十一與三，是十一內既有三，三，別帶二，每一各爲三之分，而二不能合面爲三之分也。則十一與三，名爲三倍大帶二分也。

大合比例之，以小不等者，亦有五種，俱與上以大不等五種，相反爲名。一爲反幾倍大，二爲反等帶一分，三爲反等帶幾分，四爲反幾倍大帶一分，五爲反幾倍大帶幾分。

凡比例諸種，如前所說諸數，俱有書法。書法中，有全數，有分數，全數者，如二，三，十，百，等是也。分數者，如分一以二，以三，以四，等是也。書全數，依本數書之，不必立法。書分數，必有兩數，一爲命分數，一爲得分數。即如分一以三，而取其二，則爲三分之二，即三爲命分數，二爲得分數也。分一爲十九，而取其七，則爲十九分之七，即十九爲命分數，七爲得分數也。

書以大小，不等各五種之比例，其一幾倍大，以全數書之。如二十與四，爲五倍大之比例，即書五，是也。若四倍，即書四，六倍，即書六也。其反幾倍大，即用分數書之。而以大比例之數，爲命分數，以一爲得分數。如大爲五倍大之比例，則此書五之一，是也。若四倍，即書四之一，六倍，即書六分之一也。

其二等帶一分之比例，有兩數，一全數，一分數。其全數恆爲一，其分數，則以分率之數，爲命分數。恆以一爲得分數。如三與二，名爲等帶半，即書一，別書二之一也。其反等帶一分，則全用分數，而以大比例之命分數，爲此之得分數。以大比例之命分數，加一，爲此之命分數。如大爲等帶二之一，即此書三之二也。又如等帶八分之一，反書之，即書九之八也。又如等帶一千分之一，反書之，即書一千〇〇一之一也。

其三等帶幾分之比例，亦有兩數，一全數，一分數。其全數亦恆爲一，其分數，亦以分率之數，爲命分數。以所分之數，爲得分數。如十與七，名爲等帶三分，即書一，別書七之三也。其反等帶幾分，亦全用分數。而以大比例之命分數，爲此之得分數。以大比例之命分數，加大之得分數，爲此之命分數。如大爲等帶七之三，命數七，得數三七，加三爲十，即書十之七也。又如等帶二十之三，反書之，二十加三，即書二

十三之二十也。

其四幾倍大帶一分之比例。則以幾倍大之數為全數。以分率之數為命分數。按以一為得分數。如二十三與七十二。內既有三七別帶一。一為七分之一。名為三倍大帶七分之一。即以三為全數。七為命分數。一為得分數。書三別書七之一也。其反幾倍大帶一分。則以大比例之命分數為此之得分數。以大之命分數。乘大之倍數。加一為此之命分數。如大為三帶七之一。即以七乘三。得二十一。又加一。為命分數。書二十二之七也。又如五帶九之一。反書之。九乘五。得四十五。加一。為四十六。即書四十六之九也。

其五幾倍大帶幾分之比例。亦以幾倍大之數為全數。以分率之數為命分數。以所分之數為得分數。如二十九與八。二十九內既有三八別帶五。一名為三倍大帶五分。即以三為全數。八為命分數。五為得分數。書三。別書八之五也。其反幾倍大帶幾分。則以大比例之命分數。為此之得分數。以大比例之命分數。乘大之倍數。加大之得分數。為此之命分數。如大為三帶八之五。即以八乘三。得二十四。加五。為二十九。書二十九之八也。又如四帶五之二。即書二十二之五也。已上大小十種。足盡比例之凡。不得加一減一。

第四界

兩比例之理相似。為同理之比例。

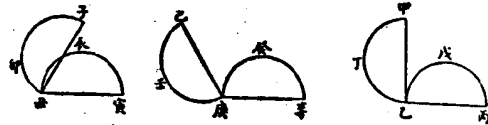
兩幾何相比。謂之比例。兩比例相比。謂之同理之比例。如甲與乙。兩幾何之比例。倍丙與丁。兩幾何之比例。其理相似。為同理之比例。又若戊與己。兩幾何之比例。倍己與庚。兩幾何之比例。其理相似。亦同理之比例。

凡同理之比例。有三種。有數之比例。有量法之比例。有樂律之比例。本篇所論。皆量法之比例也。量法比例。又有二種。一為連比例。連比例者。相結不斷。其中率與前後兩率。遞相為比例。而中率既為前率之後。又為後率之前。如後圖。戊與己。己又與庚。比是也。二為斷比例。斷比例者。居中兩率一取不再用。如前圖。甲自與乙。丙自與丁。比是也。

第五界

兩幾何。倍其身而能相勝者。為有比例之幾何。

上文言為比例之幾何。必同類。然同類中。亦有無比例者。故此界顯有比例之幾何也。曰倍其身而能相勝者。如三尺之線。與八尺之線。三尺之線。三倍其身。即大於八尺之線。是為有比例之線也。又如直角方形之一邊。與其對角線。雖非大合之比例。可以數明。而直角方形之一邊。一倍之。即大於對角線。是為有比例之線也。又圓之徑。四倍之。即大於圓之界。則圓之徑與界。是亦有小合比例之線也。又圓之徑。四倍之。即大於圓之界。則圓之徑與界。

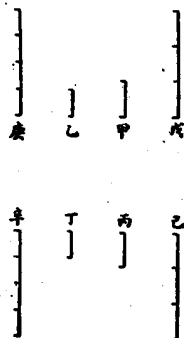


亦有小合比例之線也。圓之界。當三徑七分徑。又曲線與直線。亦有比例。如以大小兩曲線相合。為初月形。別作一直角方形。與之等。六卷三十三。即曲直兩線相視。有大。有小。亦有比例也。又方形與圓。雖自古至今。學士無數。不能為相等之形。然兩形相視。有大。有小。亦不可謂無比例也。又直線角與曲線角。亦有比例。如上圖。直線角。鈍角。銳角。皆有與曲線角等者。若第一圖。甲乙丙。兩直線內。而其間設有甲乙丁。與丙乙。兩圓分角等。即於甲乙丁角。加甲乙。則丁乙。戊曲線角。與甲乙丙。兩直線角。等。依顯壬庚。癸曲線角。與己庚。辛。鈍角等也。又依顯卯丑。辰曲線角。與子丑。寅。銳角。各減同用之子丑。丑辰。內圓小分。即兩角亦等也。此五者。皆疑無比例。而實有比例者也。他若有窮之線。與無窮之線。雖則同類。實無比例。何者。有窮之線。畢世倍之。不能勝無窮之線。故也。又線與面。而與體。各自為類。亦無比例。何者。畢世倍線。不能及面。畢世倍面。不能及體。故也。又切圓角。與直線銳角。亦無比例。何者。依三卷十六題所說。畢世倍切邊角。不能勝至小之銳角。故也。此後諸篇中。每有倍此幾何。令至勝彼幾何者。故備著其理。以備後論也。

第六界

四幾何。若第一與二。倍第三與四。為同理之比例。則第一。第三。之幾倍。倍第二。第四。之幾倍。其相視。或等。或俱為大。俱為小。恆如是。

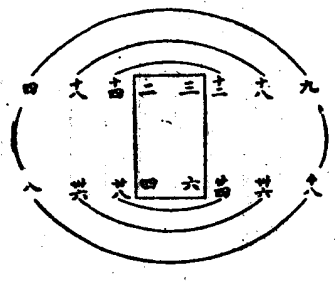
兩幾何。為顯其能為比例乎。上第五界所說是也。兩比例。為顯其能為同理之比例乎。此所說是也。其術。通大合小。皆以加倍法求之。如一甲。二乙。三丙。四丁。四幾何。於一甲。三丙。任加幾倍。為戊。為己。戊倍甲。己倍丙。其數自相等。次於二乙。四丁。任加幾倍。為庚。為辛。庚倍乙。辛倍丁。其數自相等。而戊與己。倍庚與辛。相視。或等。或俱大。或俱小。如是等大小。累試之。恆如是。即知一甲與二乙。倍三丙與四丁。為同理之比例也。



如初試之。甲幾倍之。戊小於乙幾倍之。庚而丙幾倍之。己亦小於丁幾倍之。辛。又試之。倍甲之。戊。與倍乙之。庚等。而倍丙之。己。亦與倍丁之。辛等。三試之。倍甲之。戊。大於倍乙之。庚。而倍丙之。己。亦大於

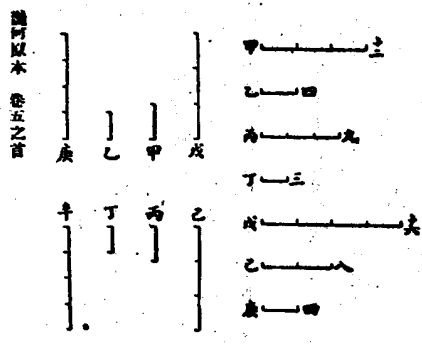
倍丁之辛。此之謂或相等。或雖不等。而俱為大。俱為小。若果合一。差。即元設四幾何。不得為同理之比。例如下第八界所指的是也。

下文所論。若言四幾何為同理之比例。即當推顯第一。第三之幾倍。與第二。第四之幾倍。或等。或俱大。俱小。若許其四幾何。為同理之比例。亦如之。



以數明之。如有四幾何。第一為三。第二為二。第三為六。第四為四。今以第一之三。第三之六。同加四倍。為十二。為二十四。次以第二之二。第二之四。同加七倍。為十四。為二十八。其倍第一之十二。既小於倍第二之十四。而倍第三之二十四。亦小於倍第四之二十八。又以第一之三。第三之六。同加六倍。為十八。為三十六。次以第二之二。第二之四。同加九倍。為十八。為三十六。其倍第一之十八。既等於倍第二之十八。而倍第三之三十六。亦等於倍第四之三十六。也。又以第一之三。第三之六。同加三倍。為九。為十八。次以第二之二。第二之四。同加二倍。為四。為八。其倍第一之九。既大於倍第二之四。而倍第三之十八。亦大於倍第四之四。也。若爾。或俱大。俱小。或等。果試之。皆合。則三與二。倍六與四。得為同理之比例也。

以上論四幾何者。斷比例之法也。其連比例法。做此。但連比例之中。率。兩用之。既為第二。又為第三。視此異耳。



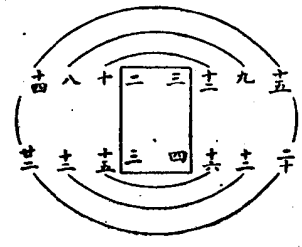
同理比例之幾何。為相稱之幾何。

甲與乙。若丙與丁。是四幾何。為同理之比例。即四幾何。為相稱之幾何。又戊與己。若己與庚。即三幾何。亦相稱之幾何。

第八界

四幾何。若第一之幾倍。大於第二之幾倍。而第三之幾倍。不大於第四之幾倍。則第一與二之比例。大於第三與四之比例。

此反上第六界。而釋不同理之兩比例。其相視。為顯為大。顯為小也。謂第一。第三之幾倍。與第二。第四之幾倍。依上累試之。其間有第一之幾倍。大



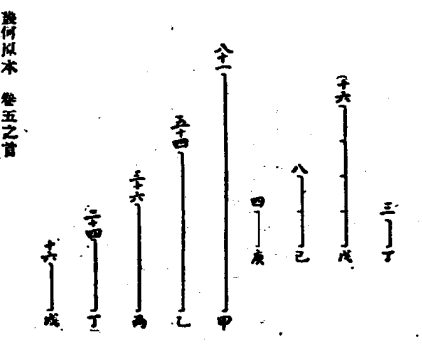
於第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等。或小於第四之幾倍。即第一與二之比例。大於第三與四之比例也。如上圖。甲。乙。丙。三。丁。四。甲與丙。各三倍。為戊。己。乙與丁。各四倍。為庚。辛。其中三倍之戊。大於乙四倍之庚。而丙三倍之己。乃小於丁四倍之辛。即甲與乙之比例。大於丙與丁也。若第一之幾倍。小於第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等。或大於第四之幾倍。即第一與二之比例。小於第三與四之比例。如是等。大小。相反者。但有其一。不必再試。

以數明之。中設三。二。四。三。四。幾何。先有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。亦大於第四之倍。後復有第一之倍。大於第二之倍。而第三之倍。乃或等。或小於第四之倍。即第一與二之比例。大於第三與四也。若以上圖之數。反用之。以第一為二。第二為一。第三為四。第四為三。則第一與二之比例。小於第三與四。

第九界

同理之比例。至少必三率。

同理之比例。必兩比例相比。如甲與乙。若丙與丁。是四率。斷比例也。若連比例之戊與己。若己與庚。則中率。已。既為戊之後。又為庚之前。是以三率當四率也。



第十界

三幾何。為同理之連比例。則第一與三。為再加之比。例。四幾何。為同理之連比例。則第一與四。為三加之比例。做此。以至無窮。

甲。乙。丙。丁。戊。五幾何。為同理之連比例。其甲與乙。若乙與丙。乙與丙。若丙與丁。丙與丁。若丁與戊。即一甲與三丙。視一甲與二乙。為再加之比例。又一甲與四丁。視一甲與二乙。為三加之比例。何者。甲。丁。之中。有乙。丙。兩幾何。為同理之比例。如甲與乙。故也。又一甲與五戊。視一甲與二乙。為四加之比例。若反用之。以戊為首。則一戊與三丙。為再加。與四乙。為三加。與五甲。為四加也。

下第六卷二十題。言此直角方形。與彼直角方形。為此形之一邊。與彼形之一邊。再加之比例。何者。

若作三幾何，爲同理之連比例，則此直角方形，與彼直角方形，若第一幾何與第三幾何，故也。以數明之。如此直角方形之邊，三尺，而彼直角方形之邊，一尺，即此形邊與彼形邊，若九與一也。夫九與一之間，有三，爲同理之比例，則九、三、一，三幾何之連比例，既有三與一，爲比例，又以九比三，三比一，爲再加之比例也。則彼直角方形，當爲此形九分之一，不止爲此形三分之一也。大略第一與二之比例，若線相比，第一與三，若平面相比，第一與四，若體相比也。方，與五，若算乘三乘方，與六，若四乘，若五乘方，與七，若五乘方，以此類推。

第十一界

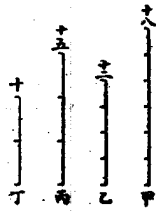
同理之幾何，前與前相當，後與後相當。

上文已解同理之比例，此又解同理之幾何者，蓋一比例之兩幾何，有前後而同理之兩比例，四幾何，有兩前兩後，故特解言比例之論，常以前與前相當，後與後相當也。如上甲與乙，丙與丁，兩比例同理，則甲與丙相當，乙與丁相當也。戊己，己庚，兩比例同理，則己爲前，又爲後，兩相當也。如下文有兩三角形之邊相比，亦常以同理之兩邊相當，不可混也。上文第六、第八、界說幾何之幾倍，常以一與三同倍，二與四同倍，則以第一、第三、爲兩前，第二、第四、爲兩後，各同理故。

第十二界

有屬理，更前與前，更後與後。

此下說比例六理，皆後論所需也。四幾何，甲與乙之比例，若丙與丁，今更推甲與丙，若乙與丁，爲屬理。下言屬理，皆省曰更。



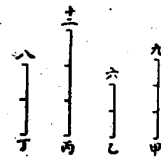
此論未證，見本卷十六。此界之理，可施於四率同類之比例，若兩線、兩面、或兩面、兩數等，不爲同類，即不得相更也。

第十三界

有反理，取後爲前，取前爲後。

幾何原本 卷五之百

甲與乙之比例，若丙與丁，今反推乙與甲，若丁與丙，爲反理。



證見本卷四之系。

此界之理，亦可施於異類之比例。

第十四界

有合理，合前與後爲一，而比其後。

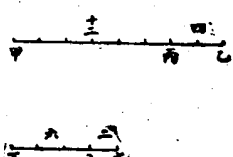
甲乙與乙丙之比例，若丁戊與戊己，今合甲丙爲一，而比乙丙，合丁己爲一，而比戊己，即推甲丙與乙丙，若丁己與戊己，是合前前後率，爲兩一率，而比兩後率也。

證見本卷十八。

第十五界

有分理，取前之較，而比其後。

甲乙與丙乙之比例，若丁戊與己戊，今分推甲乙之較甲丙，與丙乙，若丁戊之較丁己，與己戊。



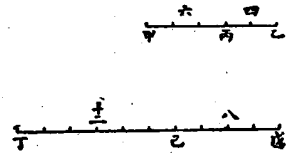
證見本卷十七。

第十六界

有轉理，以前爲前，以前之較爲後。

甲乙與丙乙之比例，若丁戊與己戊，今轉推甲乙與甲丙，若丁戊與丁己。

幾何原本 卷五之百

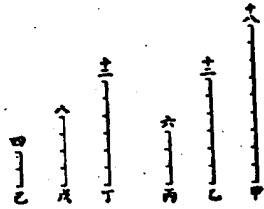


證見本卷十九。

第十七界

有平理。彼此幾何。各自三以上。相為同理之連比例。則此之第一與三。若彼之第一與三。又曰。去其中。取其首尾。

甲、乙、丙、三幾何。丁、戊、己、三幾何。等數。相為同理之連比例者。甲與乙。若丁與戊。乙與丙。若戊與己也。今平推首甲與尾丙。若首丁與尾己。

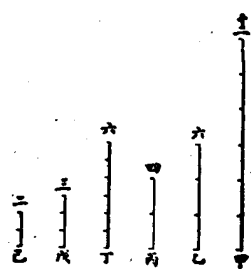


平理之分。又有二種。如後二界。

第十八界

有平理之序者。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之後與他率。

甲與乙。若丁與戊。而後乙與他率丙。若後戊與他率己。是序也。今平推甲與丙。若丁與己也。同。重定序。後界也。



證見本卷廿二。

第十九界

有平理之錯者。此數幾何。彼數幾何。此之前與後。若彼之前與後。而此之後與他率。若彼之他率與其前。

甲、乙、丙、數幾何。丁、戊、己、數幾何。其甲與乙。若戊與己。又此之後乙與他率丙。若彼之他率丁與前戊。是錯也。今平推甲與丙。若丁與己也。十八、十九、界推法。於十七界中。通論之。故附圖中不詳著也。



證見本卷廿三。

增一幾何。有一幾何。相與為比例。即此幾何。必有彼幾何。相與為比例。而兩比例等。一幾何。有一幾何。相與為比例。即必有彼幾何。與此幾何為比例。而兩比例等。此比例等。者。

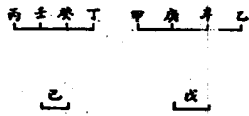
甲幾何與乙幾何。為比例。即此幾何內。亦必有彼幾何。如丁。相與為比例。若甲與乙也。丙幾何與丁幾何。為比例。即必有彼幾何。如戊。與此幾何內。為比例。若丙與丁也。此理推廣無礙。於理有之。不必舉其率也。舉率之理。備見後卷。

幾何原本第五卷

本卷論比例 計三十四題

第一題

此數幾何。彼數幾何。此之各率。同幾倍於彼之各率。則此之并率。亦幾倍於彼之并率。
 解曰。如甲乙丙丁。此二幾何。大於戊己。被二幾何各若干倍。題言甲乙丙丁并大於戊己。并亦若干倍。

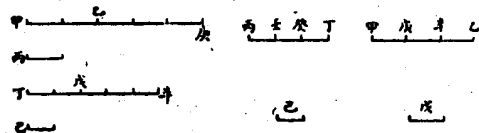


論曰。如甲乙丙丁。既各三倍大於戊己。即以甲乙丙分之。各與戊等。為甲庚庚辛。辛乙。又以丙丁

幾何原本 卷五

一三三

幾何原本 卷五



三分之。各與己等。為丙壬壬癸。癸丁。即甲乙與丙丁所分之數等。而甲庚既與戊等。丙壬既與己等。即於甲庚加丙壬。於戊加己。其甲庚丙壬并與戊己并必等。依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊己并各等。夫甲乙與丙丁之分。三合於戊己皆等。則甲乙丙丁并三倍大於戊己并。

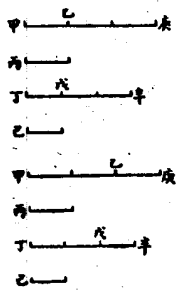
第二題

六幾何。其第一倍第二之數。等於第三倍第四之數。而第五倍第二之數。等於第六倍第四之數。則第一第五并倍第二之數。等於第三第六并倍第四之數。

解曰。一甲乙倍二丙之數。如三丁戊倍四己之數。又五乙庚倍二丙之數。如六戊辛倍四己之數。題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數。若三丁戊六戊辛并倍四己之數。

論曰。甲乙丁戊之倍於丙己其數等。則甲乙幾何內有丙幾何若干。與丁戊幾何內有己幾何若干。其數亦等。依顯乙庚內有丙若干。與戊辛內有己若干。亦等。次於甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛內有五并之甲庚內有二丙若干。與三六并之丁辛內有四己若干。亦等。

注曰。若第一第三兩幾何之數。與第二第四兩幾何之數。各等。而第五倍第二之數。等於第六倍第四之數。或第一倍第二之數。等於第三倍第四之數。而第五第二兩幾何之數。與第六第四兩幾何之數。各等。俱同本論。如上二圖。甲庚為第一第五之并率。其倍二丙之數。與丁辛為第三第六之并率。其倍四己之數。等也。甲庚內有五并之甲庚。丁辛內有四并之丁辛。他若第一第三兩幾何之數。第五第六兩幾何之數。與第二第四兩幾何之數。各等。



此理更明。何者。第一第五并之倍第二。若第三第六并之倍第四。俱兩倍故。

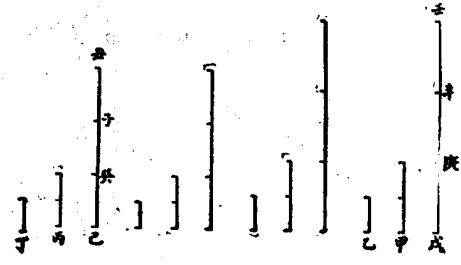
第三題

四幾何。其第一之倍於第二。若第三之倍於第四。次倍第一。又倍第三。其數等。則第一所倍之與第二若第三所倍之與第四。

解曰。一甲所倍於二乙。若三丙所倍於四丁。次作戊己。兩幾何。同若干倍於甲於丙。題言以平理推戊倍乙之數若己倍丁。

幾何原本 卷五

一三三



論曰戊與己之倍甲與丙其數既等試以戊作若干分各與甲等為戊庚庚辛壬次分己亦如之為己癸癸子子丑即戊內有甲若干與己內有丙若干等本卷界夫戊庚與甲己癸與丙既等而甲之倍乙與丙之倍丁又等則戊庚倍乙若己癸倍丁也依顯庚辛壬壬各所倍於乙若癸子子丑各所倍於丁也夫一戊庚之倍二乙既若三己癸之倍四丁而五庚辛之倍二乙亦若六癸子之倍四丁則一戊庚五庚辛并之倍二乙若三己癸六癸子并之倍四丁也二又戊庚辛之倍二乙既若三己子之倍四丁而五辛壬之倍二乙亦若六子丑之倍四丁則一戊辛五辛壬并之倍二乙若三己子六子丑并之倍四丁也辛壬子丑以上任作多分皆做此論



四幾何其第一與二倍第三與四比例等第一第三同任為若干倍第二第四同任為若干倍則第一所倍與第二所倍第三所倍與第四所倍比例亦等

解曰甲與乙倍丙與丁比例等次作戊與己同任若干倍於一甲三丙別作庚與辛同任若干倍於二乙四丁題言一甲所倍之戊與二乙所倍之庚倍三丙所倍之己與四丁所倍之辛比例亦等

論曰試以戊己二幾何同任倍之為壬為癸別以

庚辛同任倍之為壬其戊之倍甲既若己之倍丙而壬之倍戊亦若癸之倍己即壬之倍甲亦若癸之倍丙也本卷依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙倍丙與丁之比例既等而壬癸所倍於甲丙子丑所倍於乙丁各等即三試之若倍甲之壬小於倍乙之子則倍丙之癸亦小於倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等矣若壬大於子即癸亦大於丑矣本卷界夫戊己之倍為壬癸也庚辛之倍為子丑也不論幾許倍其等大小三試之恆如是也則一戊所倍之壬與二庚所倍之子倍三己所倍之癸與四辛所倍之丑等大小皆同類也而戊與庚倍己與辛之比例必等本卷界

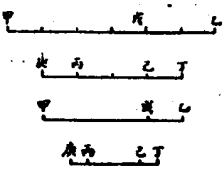
一系凡四幾何第一與二倍第三與四比例等即可反推第二與一倍第四與三比例亦等何者如上倍甲之壬與倍乙之子倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同類而顯甲與乙若丙與丁即可反說倍乙之子與倍甲之壬倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同類而乙與甲亦若丁與丙本卷界

二系別有一論亦本書中所恆用也曰若甲與乙倍丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍倍丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等做此以至無窮

第五題

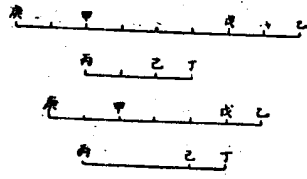
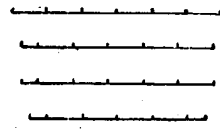
大小兩幾何此全所倍於彼全若此全截取之分所倍於彼全截取之分則此全之分餘所倍於彼全之分餘亦如之

解曰甲乙大幾何丙丁小幾何甲乙所倍於丙丁若甲乙之截分甲戊所倍於丙丁之截分丙己題言甲戊之分餘戊乙所倍於丙己之分餘己丁亦如其數



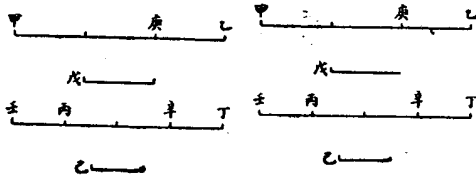
論曰試作一他幾何為庚丙令戊乙之倍庚丙若甲戊之倍丙己也本卷界甲戊戊乙之倍丙己庚丙其數等即其兩并甲乙之倍庚己亦若甲戊之倍丙己也本卷而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙己則丙丁與庚己等也次每減同并之丙己即庚丙與己丁亦等而戊乙之倍己丁亦若戊乙之倍庚丙矣夫戊乙之倍庚丙既若甲戊之倍丙己則戊乙為甲戊之分餘所倍於己丁為丙己之分餘者亦若甲乙之倍丙丁也

又論曰。試作一他幾何。為庚甲。令庚甲之倍己丁。若甲戊之倍丙己。或二十即其兩并。庚戊之倍丙丁。亦若甲戊之倍丙己也。本卷而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙己。是庚戊與甲乙等矣。次每減同用之甲戊。即庚甲與戊乙等也。而庚甲之倍己丁。若甲乙之倍丙丁也。則戊乙之倍己丁。亦若甲乙之倍丙丁也。

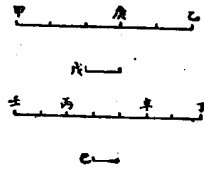


第六題

此兩幾何。各倍於彼兩幾何。其數等。於此兩幾何。每減一分。其一分之各倍於所當彼幾何。其數等。則其分餘。或各與彼幾何等。或向各倍於彼幾何。其數亦等。

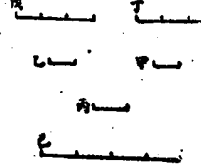


解曰。甲乙丙丁兩幾何。各倍於戊己。兩幾何。其數等。每減一甲庚丙辛。甲庚丙辛之倍戊己。其數等。題言分餘庚乙辛丁。或與戊己等。或向各倍於戊己。其數亦等。
論曰。甲乙全。與其分甲庚。既各多倍於戊。則分餘庚乙。與戊。其或等。或向幾倍。必矣。何者。庚乙與戊。不等。不幾倍。其加於甲庚。不成。為戊之多倍也。然則庚乙與戊等。易為辛丁與己亦等。試作壬丙。與己等。其一甲庚之倍二戊。既若三丙辛之倍四己。而五庚乙之。等二戊。又若六壬丙之等四己。則第一。第五并之甲乙。所倍於二戊。若第三。第六并之壬辛。所倍於四己也。本卷而甲乙之倍戊。元若丙丁之倍己。即壬辛與丙丁。亦等。次每減同用之丙辛。即壬丙與辛丁。必等。是辛丁與己亦等矣。然則庚乙之倍戊。易為與辛丁之倍己等。試作壬丙。其倍己。若庚乙之倍戊。依前論。甲乙之倍戊。若壬辛之倍己。本卷而壬辛與丙丁等。壬丙與辛丁亦等。是辛丁之倍己。亦若庚乙之倍戊矣。

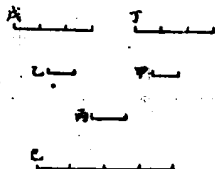


第七題 二支

此兩幾何等。則與彼幾何各為比例。必等。而彼幾何。與此相等之兩幾何。各為比例。亦等。



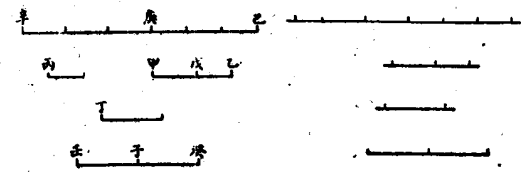
解曰。甲乙兩幾何等。彼幾何丙。不論等。大小。於甲乙。題言甲與丙。借乙與丙。各為比例。必等。又反上言丙與甲。借丙與乙。各為比例。亦等。論曰。試作丁戊。兩率。任同若干倍於甲乙。即丁與戊等。別作己。任若干倍於丙。其丁戊。既等。即丁視己。與戊視己。或等。或大。或小。必同類矣。夫一甲三乙。所倍之丁戊。借當二。又當四之丙。所倍之己。其等大。小。既同類。本卷則一甲與二丙之比例。若三乙與四丙矣。反說之。當一。當三之丙。所倍之己。借二。甲。四乙。所倍之丁戊。其等大。小。既同類。則一丙與二甲之比例。若三丙與四乙矣。



後論與本篇第四題之系。同用反理。如甲與丙。若乙與丙。反推之。丙與甲。亦若丙與乙也。

第八題
大小兩幾何。各與他幾何為比例。則大與他之比例。大於小與他之比例。而他與小之比例。大於他與大之比例。

解曰。不等兩幾何。甲乙大丙小。又有他幾何丁。不論等。大小。於甲乙。於丙。題言甲乙與丁之比例。大於丙與丁之比例。又反上言丁與丙之比例。大於丁與甲乙之比例。



論曰。試於大幾何甲乙內。分甲戊。與小幾何丙等。而戊乙為分餘。次以甲戊。戊乙。作同若干倍之辛庚。庚己。而庚己。為戊乙之倍。必令大於丁。辛庚。為甲戊之倍。必令大於丁。或等於丁。如不足。以倍加之也。其庚己。辛庚。之倍於戊乙。甲戊。既等。即辛己之倍甲乙。若辛庚之倍甲戊矣。本篇 甲戊。丙內也。次作一壬癸。為丁之倍。令僅大於辛庚。兩倍不足。三之。又不足。任加之。已太勿倍也。次於壬癸。截取了癸。與丁等。即壬子。必不大於辛庚。何者。向作壬癸。為丁之倍。元令僅大於辛庚。若壬子。大於辛庚者。何必又倍之為壬癸也。故僅大之壬癸。截去子癸者。必不大於辛庚也。則壬子。或等。或小於辛庚矣。夫庚己。既大於丁。而子癸。與丁等。即庚己。必大於子癸。又辛庚。不小於壬子。或等 即辛己。亦大於壬癸也。夫辛己。辛庚。同若干倍於第一甲乙。第三丙也。而壬癸。之倍於當二之丁。當四之丁。又同一率也。則第一所倍之辛己。大於第二所倍之壬癸。而第三所倍之辛庚。不大於第四所倍之壬癸。辛庚元小 是一甲乙。與二丁之比例。大於三丙。與四丁矣。本篇 次反上說。一丁所倍之壬癸。反說。則丁當一。當大於二丙所倍 是一丁。與二丙之比例。大於三丁。與

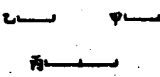
之辛庚。而三丁所倍之壬癸。不大於四甲乙所倍之辛己。壬癸必小

四甲乙矣。本篇

第九題 二支

兩幾何。與一幾何。各為比例。而等。則兩幾何必等。一幾何。與兩幾何。各為比例。而等。則兩幾何亦等。

先解曰。甲乙兩幾何。各與丙為比例。等。題言甲與乙等。

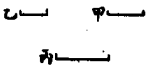


論曰。如云不然。而甲大於乙。即甲與丙之比例。宜大於乙與丙。本篇 何先設兩比例等也。故比例等。則甲與乙等。

後解曰。丙幾何。與甲。與乙。各為比例。等。題言甲與乙等。

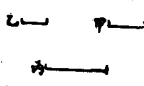
論曰。如云不然。而甲大於乙。即丙與乙之比例。宜大於丙與甲。本篇 何先設兩比例等也。

幾何原本 卷五



第十題 二支
彼此兩幾何。此幾何。與他幾何之比例。大於彼與他之比例。則此幾何。大於彼。他幾何。與彼幾何之比例。大於他與此之比例。則彼幾何。小於此。
先解曰。甲乙兩幾何。復有丙幾何。甲與丙之比例。大於乙與丙。題言甲大於乙。

論曰。如云不然。甲與乙等。即所為兩比例。宜等。本篇 何先即甲與丙大也。又不然。甲小於乙。即乙與丙之比例。宜大於甲與丙。本篇 何先設甲與丙大也。
後解曰。丙與乙之比例。大於丙與甲。題言乙小於甲。
論曰。如云不然。乙與甲等。即所為兩比例。宜等。本篇 何先設丙與乙大也。又不然。乙大於甲。即丙與甲之比例。宜大於丙與乙。本篇 何先設丙與乙大也。



第十一題

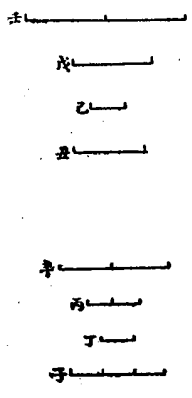
此兩幾何之比例。與他兩幾何之比例。等。而彼兩幾何之比例。與他兩幾何之比例。亦等。則彼兩幾何之比例。與此兩幾何之比例。亦等。
解曰。甲乙與丙丁之比例。各與戊己之比例。等。題言甲乙與丙丁之比例。亦等。



論曰。試於各前率之甲丙。戊。同任倍之為庚辛壬。別於各後率之乙丁己。同任倍之為癸子丑。其一甲

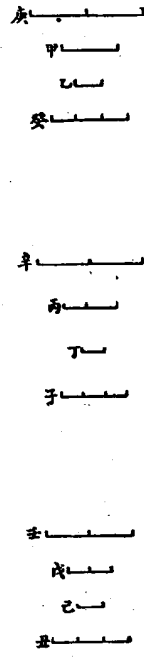
幾何原本 卷五

與二乙之比例。既若三戊與四己。即三試之。若倍一甲之庚。小於倍二乙之癸。即倍三戊之壬。亦小於倍四己之丑矣。若庚、癸、等。即壬、丑、亦等。若庚大於癸。即壬亦大於丑矣。本卷第六 依顯王之視丑。若辛之視子。其等、大、小、亦同類矣。此三前、三後、率、任作幾許倍。其等、大、小、皆同類也。本卷第六 則甲與乙之比例。若丙與丁也。



第十二題

數幾何。所為比例皆等。則并前率。與并後率。之比例。若各前率。與各後率。之比例。
 解曰。甲、乙、丙、丁、戊、己。數幾何。所為比例皆等者。甲與乙。若丙與丁。丙與丁。若戊與己也。題言甲、丙、戊。諸前率。并。與乙、丁、己。諸後率。并。之比例。若甲與乙。丙與丁。戊與己。各前各後之比例也。
 論曰。試於各前率之甲、丙、戊。同任倍之為庚、辛、壬。別於各後率之乙、丁、己。同任倍之為癸、子、丑。即庚、辛、壬。并之倍甲、丙、戊。并。若庚之倍甲也。癸、子、丑。并之倍乙、丁、己。并。若癸之倍乙也。本卷第六 夫一甲與二乙。既若三丙與四丁。又若三戊與四己。則庚之倍一甲。與癸之倍二乙。或等。或大。或小。倍辛、壬。之倍三丙。戊。與子、丑。之倍四丁。己。等。大。小。同類也。又各前所倍庚、辛、壬。并。與各後所倍癸、子、丑。并。其或等。或大。或小。亦倍各前所自倍。與各後所自倍。其等。大。小。必同類也。本卷第六 則一甲與二乙之比例。若三甲丙戊并。與四乙丁己并矣。

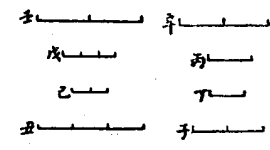


第十三題

數幾何。第一與二之比例。若第三與四之比例。而第三與四之比例。大於第五與六之比例。則第一與二之比例。亦大於第五與六之比例。
 解曰。一甲與二乙之比例。若三丙與四丁。而三丙與四丁之比例。大於五戊與六己。題言甲與乙之比例。亦大於戊與己。
 論曰。試以甲、丙、戊。各前率。同任倍之為庚、辛、壬。別以乙、丁、己。各後率。同

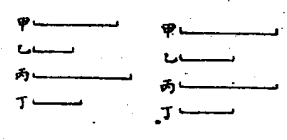


任倍之為癸、子、丑。其甲與乙。既若丙與丁。即三試之。若倍甲之庚。大於倍乙之癸。即倍丙之辛。必大於倍丁之子矣。若庚、癸、等。即辛、子、亦等。若庚小於癸。即辛亦小於子矣。本卷第六 次丙與丁。既大於戊與己。又三試之。即倍丙之辛。大於倍丁之子。而倍戊之壬。不必大於倍己之丑也。或等。或小矣。本卷第六 夫庚、癸、與辛、子。等。大。小。同類。則壬、丑。不類於辛、子。者。亦不類於庚、癸。也。故甲與乙之比例。亦大於戊與己。本卷第六
 注曰。若三丙與四丁之比例。或大。或小。或等。於五戊、六己。則一甲與二乙之比例。亦小。或等。於五戊、六己。做此論推顯。



第十四題

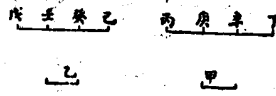
數幾何。第一與二之比例。若第三與四之比例。而第一幾何大於第三。則第二幾何亦大於第四。第一或等。或小。於第三。則第二亦等。亦小。於第四。
 解曰。甲與乙之比例。若丙與丁。題言甲大於丙。則乙亦大於丁。若等。亦等。若小。亦小。
 先論曰。如甲大於丙。即甲與乙之比例。大於丙與乙之比例。本卷第八 夫一丙與二丁之比例。既若三甲與四乙。而三甲與四乙之比例。大於五丙與六乙。即一丙與二丁之比例。亦大於五丙與六乙。本卷第十 是丁幾何小於乙也。本卷第十
 次論曰。如甲丙。等。即甲與乙之比例。若丙與乙之比例。夫甲與乙之比例。元若丙與丁。而又若丙與乙。是丙與丁之比例。亦若丙與乙也。本卷第十 則乙與丁等也。本卷第九



後論曰。如甲小於丙。即丙與乙之比例。大於甲與乙之比例。本卷第八 夫一丙與二丁之比例。既若三甲與四乙。而三甲與四乙之比例。小於五丙與六乙。即一丙與二丁之比例。亦小於五丙與六乙也。本卷第十 是乙小於丁也。本卷第十

第十五題 兩分之比例與兩多分并之比例等。

解曰甲與乙同任倍之為丙丁為戊已題言丙丁與戊己之比例若甲與乙。

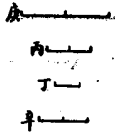


論曰丙丁之倍甲既若戊己之倍乙即丙丁內有甲若干與戊己內有乙若干等次分丙丁為丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊己為戊壬壬癸癸己各與乙分等即丙庚與戊壬若甲與乙也丙庚與戊壬庚辛與壬癸辛丁與癸己皆若甲與乙也十一則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與戊己全而丙丁全與戊己全若甲與乙矣十二

第十六題 更理

四幾何為兩比例等即更推前與後與後為比例亦等

解曰甲乙丙丁四幾何甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與丁

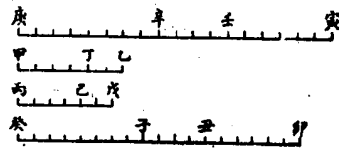


論曰試以甲與乙同任倍之為戊己別以丙與丁同任倍之為庚辛即戊與己若甲與乙也庚與辛若丙與丁也夫甲與乙若丙與丁而戊與己亦若甲與乙即戊與己亦若丙與丁矣依顯庚與辛若丙與丁即戊與己亦若庚與辛也十一一次三試之若戊大於庚則己亦大於辛也若等亦等若小亦小任作幾許倍恆如是也十四則倍一甲之戊倍三乙之己與倍二丙之庚倍四丁之辛其等大小必同類也而甲與丙若乙與丁矣

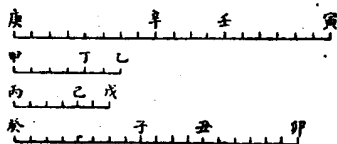
第十七題 更理

相合之兩幾何為比例等則分之為比例亦等

解曰相合之兩幾何其一為甲乙乙其一為丙戊己戊比例等者甲乙與丁乙若丙戊與己戊也題言分之為比例亦等者甲丁與丁乙若丙己與己戊也



論曰試以甲丁丁乙丙己己戊同任倍之為庚辛壬壬癸子丑即庚壬之倍甲乙若庚辛之倍甲丁也亦若癸子之倍丙己也夫癸子之倍丙己亦若癸丑之倍丙戊即庚壬之倍甲乙亦若癸丑之倍丙戊也次別以丁乙己戊同任倍之為壬寅為丑卯其一壬壬之倍二丁乙既若三子丑之倍四己戊而五壬寅之倍二丁乙亦若六丑卯之倍四己戊即辛寅之倍丁乙亦若子卯之倍己戊也夫一甲乙與二丁乙之比例既若三丙戊與四己戊而一與三二與四各所倍等即三試之若一甲乙所倍之庚壬大於二丁乙所倍之辛寅即三丙戊所倍之癸丑亦大於四己戊所倍之子卯也若等亦等若小亦小依顯壬寅小於辛寅而癸丑小於子卯者即每減一同用之辛壬子丑其所存庚辛亦小於壬寅而癸丑亦小於丑卯矣依顯庚壬等辛寅而癸丑等子卯者即庚辛等壬寅而癸丑等丑卯矣庚壬大於辛寅而癸丑大於子卯者即庚辛大於壬寅而癸丑大於丑卯矣夫庚辛為甲丁之倍癸丑為丙己之倍壬寅為丁乙之倍丑卯為己戊之倍而甲丁丙己之所倍視丁乙己戊之所倍其等大小皆同類則甲丁與丁乙若



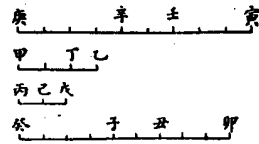
丙己與己戊也

第十八題 合理

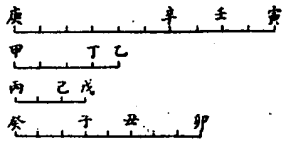
兩幾何分之為比例等則合之為比例亦等

解曰甲丁丁乙與丙己己戊兩分幾何其比例等者甲丁與丁乙若丙己與己戊也題言合之為比例

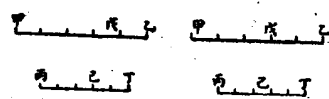
亦等者。甲乙與丁乙。若丙戊與己戊也。



論曰。如前論。以甲丁丁乙。丙己己戊。同任倍之。為庚辛。為癸壬。為癸子。子丑。次別以丁乙。己戊。同任倍之。為壬寅。為丑卯。即庚壬之倍甲乙。若癸丑之倍丙戊也。本篇而辛寅之倍丁乙。若子卯之倍己戊也。本篇夫一甲丁與二丁乙。既若三丙己與四己戊。而一與三。二與四。各所倍等。即三試之。若一甲丁所倍之庚辛。小於二丁乙所倍之壬寅。即三丙己所倍之癸子。亦小於四己戊所倍之丑卯也。若等。亦等。若大。亦大也。本篇如庚辛小於壬寅。而癸子亦小於丑卯。即每加一辛壬。子丑。其所并庚壬亦小於辛寅。而癸子亦小於子卯矣。依顯庚辛等壬寅。而癸子等丑卯。即庚壬等辛寅。而癸子等子卯矣。庚辛大於壬寅。而癸子大於丑卯。即庚壬大於辛寅。而癸子大於子卯矣。夫一甲乙所倍之庚壬。與二丁乙所倍之辛寅。倍三丙戊所倍之癸丑。與四己戊所倍之子卯。其等大。小。皆同類。則甲乙與丁乙。若丙戊與己戊也。本篇



第十九題 其義為明理
兩幾何各截取一分。其所截取之比例。與兩全之比例等。則分餘之比例。與兩全之比例亦等。



解曰。甲乙丙丁。兩幾何。其甲乙全。與丙丁全之比例。若截取之甲戊。與丙己。題言分餘戊乙。與己丁之比例。亦若甲乙。與丙丁。
論曰。甲乙與丙丁。既若甲戊與丙己。試更之。甲乙與甲戊。若丙丁與丙己也。本篇六次分之。戊乙與甲戊。若己丁與丙己也。本篇又更之。戊乙與己丁。若甲戊與丙己也。本篇夫甲戊與丙己。元若甲乙與丙丁。則戊乙與己丁。亦若甲乙與丙丁矣。
一系。從此題。可推界說第十六之轉理。如上甲乙與戊乙。若丙丁與己丁。即轉推甲乙與甲戊。若丙丁與丙己也。何者。甲乙與戊乙。既若丙丁與己丁。試更之。甲乙與丙丁。若截取之戊乙與己丁也。本篇即甲乙全與丙丁全。又若分餘之甲戊與丙己矣。本篇又更之。則甲乙與甲戊。若丙丁與丙己也。本篇此轉理也。
注曰。凡更理。可施於同類之比例。不可施於異類。若轉理。不論同異。類皆可用也。依此系。即轉理亦類更理。為用。似亦不可施於異類矣。今別作一論。不類更理。以為轉理。明轉理可施於異類也。
論曰。甲乙與丙乙。若丁戊與己戊。即轉推甲乙與甲丙。若丁戊與丁己。何者。甲乙與丙乙。既若丁戊與己戊。試分之。甲丙與丙乙。若丁己與己戊也。本篇次反之。丙乙與甲丙。若己戊與丁己也。本篇次合之。甲乙與甲丙。若丁戊與丁己也。本篇

第二十題 三

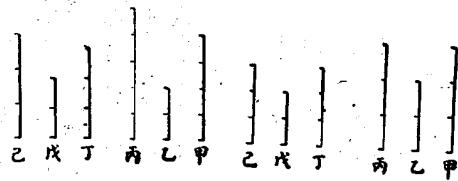
有三幾何。又有三幾何。相為連比例。而第一幾何大於第三。則第四亦大於第六。第一或等。或小於第三。則第四亦等。亦小於第六。

先解曰。甲乙丙三幾何。丁戊己三幾何。其甲與乙之比例。若丁與戊。乙與丙之比例。若戊與己。而甲大於丙。題言丁亦大於己。



論曰。甲既大於丙。即甲與乙之比例。大於丙與乙矣。^{八本篇}而甲與乙之比例。若丁與戊。即丁與戊之比。亦大於丙與乙矣。^{十三本篇}又丙與乙之比例。若己與戊。則丙與乙。若己與戊。即丁與戊之比例。大於己與戊矣。是丁大於己也。^{十本篇}

次解曰。若甲、丙等。題言丁、己亦等。



論曰。甲、丙既等。即甲與乙之比例。若丙與乙矣。^{七本篇}而甲與乙之比例。若丁與戊。即丁與戊之比例。亦若丙與乙矣。^{十一本篇}又丙與乙之比例。若己與戊。即丁與戊之比例。亦若己與戊矣。是丁、己等也。^{九本篇}

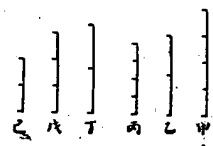
後解曰。若甲小於丙。題言亦丁小於己。

論曰。甲既小於丙。即甲與乙之比例。小於丙與乙矣。^{八本篇}而甲與乙之比例。若丁與戊。即丁與戊之比例。亦小於丙與乙矣。又丙與乙之比例。若己與戊。即丁與戊之比例。小於己與戊矣。是丁小於己也。^{十本篇}

第二十一題 三

有三幾何。又有三幾何。相為連比例而錯。以平理推之。若第一幾何大於第三。則第四亦大於第六。若第一或等。或小於第三。則第四亦等。亦小於第六。

解曰。甲、乙、丙三幾何。丁、戊、己三幾何。相為連比例不序。不序者。甲與乙。若戊與己。乙與丙。若丁與戊也。以平理推之。若甲大於丙。題言丁亦大於己。



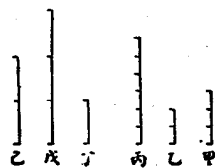
論曰。甲既大於丙。即甲與乙之比例。大於丙與乙矣。^{八本篇}而甲與乙。若戊與己。即戊與己之比例。亦大於丙與乙矣。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與己也。^{四本篇}

則戊與己。大於戊與丁也。是丁大於己也。^{廿本篇}

次解曰。若甲、丙等。題言丁、己亦等。

論曰。甲、丙既等。即甲與乙之比例。若丙與乙矣。^{七本篇}而甲與乙。若戊與己。即丙與乙之比例。亦若戊與己也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與己也。^{四本篇}則戊與己。若戊與丁也。是丁、己等也。^{九本篇}

後解曰。若甲小於丙。題言丁亦小於己。

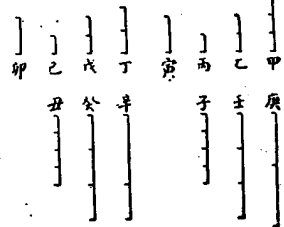


論曰。甲既小於丙。即甲與乙之比例。小於丙與乙矣。^{八本篇}而甲與乙。若戊與己。即戊與己之比例。小於丙與乙也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。若戊與己也。^{四本篇}則戊與己。小於戊與丁也。是丁小於己也。^{十本篇}

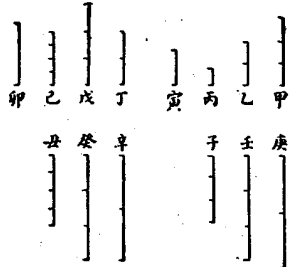
第二十二題 平理之序

有若干幾何。又有若干幾何。其數等。相為連比例。則以平理推。

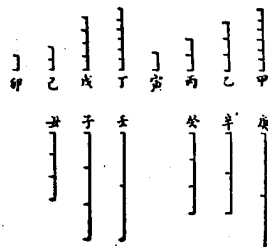
解曰。有若干幾何。甲、乙、丙。又有若干幾何。丁、戊、己。而甲與乙之比例。若丁與戊。乙與丙之比例。若戊與己。題言以平理推之。甲與丙之比例。若丁與己。



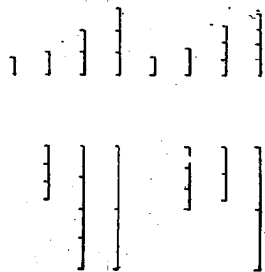
論曰。試以甲與丁。同任倍之。為庚。為辛。別以乙與戊。同任倍之。為壬。為癸。別以丙與己。同任倍之。為子。為丑。其一甲與二乙。既若三丁與四戊。即倍甲之庚。與倍乙之壬。若倍丁之辛。與倍戊之癸也。本條依四。本條依顯一乙與二丙。既若三戊與四己。即倍乙之壬。與倍丙之子。若倍戊之癸。與倍己之丑也。是庚壬子。三幾何。辛癸丑。三幾何。又相為連比例矣。次三試之。若庚大於子。即辛必大於丑也。本條若等。亦等。若小亦小也。則倍一甲之庚。倍三丁之辛。與倍二丙之子。倍四己之丑。等。大小皆同類也。是甲與丙。若丁與己也。本條若其幾何自三以上。如更有丙與寅。若己與卯。亦依顯甲與寅。若丁與卯也。何者。上既顯甲與丙。若丁與己。而今稱丙與寅。若己與卯。即以甲丙寅作三幾何。以丁己卯作又三幾何。相為連比例。依上推論。亦得甲與寅之比例。若丁與卯也。自四以上。可至無窮。依此推顯。



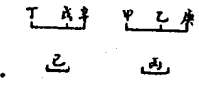
第二十三題 平理之篇
若干幾何。又若干幾何。相為連比例而錯。亦以平理推。
解曰。甲乙丙。若干幾何。丁戊己。若干幾何。相為連比例而錯者。甲與乙。若戊與己。乙與丙。若丁與戊也。題言以平理推之。甲與丙之比例。亦若丁與己。



論曰。試以甲乙丁。同任倍之。為庚辛壬。別以丙戊己。同任倍之。為癸子丑。即甲與乙。若所自倍之庚與辛。本條若而甲與乙。既若戊與己。即庚與辛。亦若戊與己。本條若戊與己。又若所自倍之子與丑。即庚與辛。亦若子與丑。本條若依顯一乙與二丙。既若三丁與四戊。即倍一乙之辛。與倍二丙之癸。若倍三丁之壬。與倍四戊之子也。本條若是庚辛癸三幾何。壬子丑三幾何。又相為連比例而錯矣。次三試之。若庚大於癸。即壬亦大於丑。若等。亦等。若小。亦小。本條若則一甲三丁。所倍之庚壬。與二丙四己。所倍之癸丑。等大。小皆同類也。是一甲與二丙。若三丁與四己。本條若如三以上。既有甲與乙。若己與卯。乙與丙。若戊與己。又有丙與寅。若丁與戊。亦顯甲與寅。若丁與卯。何者。依上論。先顯甲與丙。若戊與卯。次丙與寅。又若丁與戊。即以甲丙寅作三幾何。丁戊卯作又三幾何。相為連比例而錯。依上論。亦得甲與寅。若丁與卯。四以上。悉依此推顯。



第二十四題
凡第一與二幾何之比例。若第三與四幾何之比例。而第五與二之比例。若第六與四。則第一第五并。與二之比例。若第三第六并。與四。
解曰。一甲乙與二丙之比例。若三丁戊與四己。而五乙庚與二丙。若六戊辛與四己。題言一甲乙五乙



庚、并與二丙。若三丁戊、六戊辛、并與四己。
 論曰：乙庚與丙，既若戊辛與己反之，丙與乙庚若己與戊辛也。^{本篇}又甲乙與丙，既若丁戊與己，而丙與乙庚亦若己與戊辛也。^{本篇}甲乙與乙庚若丁戊與戊辛也。^{本篇}又合之，甲庚全與乙庚，若丁辛全與戊辛也。^{本篇}夫甲庚與乙庚，既若丁辛與戊辛，而乙庚與丙，亦若戊辛與己，平之，甲庚與丙，若丁辛與己矣。^{本篇}

註曰：依本題論，可推廣第六題之義，作後增題，其義略同。
 增題：此兩幾何與彼兩幾何，比例等於此兩幾何，每截取一分，其截取兩幾何，與彼兩幾何，比例等，則分餘兩幾何，與彼兩幾何，比例亦等。
 解曰：如上圖，甲庚、丁辛，此兩幾何，與丙、己，彼兩幾何，比例等者，甲庚與丙，若丁辛與己也。題言截取之甲乙與丙，若丁戊與己，則分餘之乙庚與丙，亦若戊辛與己。

若戊辛與丁戊，而甲乙與丙，若丁戊與己，即平之，乙庚與丙，若戊辛與己也。^{本篇}

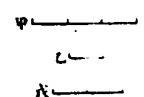
第二十五題

四幾何，為斷比例，則最大與最小兩幾何，并大於餘兩幾何，并。
 解曰：甲乙與丙丁之比例，若戊與己，甲乙最大，己最小，題言甲乙，己并大於丙丁，戊并。

論曰：試於甲乙，截取甲庚，與戊等，於丙丁，截取丙辛，與己等，即甲庚與丙辛之比例，若戊與己也。亦若甲乙與丙丁也。夫甲乙全與丙丁全，既若截取之甲庚與丙辛，即亦若分餘之庚乙與辛丁也。^{本篇}而甲乙最大，必大於丙丁，即庚乙亦大於辛丁矣。又甲庚與戊，丙辛與己，既等，即於戊加丙辛，於己加甲庚，必等，而又加不等之庚乙辛丁，則甲乙，己并，豈不大於丙丁，戊并。

第一與二幾何之比例，大於第三與四之比例，反之，則第二與一之比例，小於第四與三之比例。
 解曰：一甲與二乙之比例，大於三丙與四丁，題言反之，二乙與一甲之比例，小於四丁與三丙。

幾何原本 卷五



論曰：試作戊與乙之比例，若丙與丁，即甲與乙之比例，大於戊與乙，而甲幾何大於戊。^{本篇}則乙與戊之比例，大於乙與甲也。^{本篇}反之，則乙與戊之比例，若丁與丙，^{本篇}而乙與甲之比例，小於丁與丙。^{本篇}

第二十七題

第一與二之比例，大於第三與四之比例，更之，則第一與三之比例，亦大於第二與四之比例。
 解曰：一甲與二乙之比例，大於三丙與四丁，題言更之，則一甲與三丙之比例，亦大於二乙與四丁。

論曰：試作戊與乙之比例，若丙與丁，即甲與乙之比例，大於戊與乙，而甲幾何大於戊。^{本篇}則甲與丙之比例，大於戊於丙也。^{本篇}夫戊與乙之比例，既若丙與丁，更之，則戊與丙之比例，亦若乙與丁。^{本篇}而甲與丙之比例，大於乙與丁矣。^{本篇}

第二十八題

第一與二之比例，大於第三與四之比例，合之，則第一、第二、并與二之比例，亦大於第三、第四、并與四之比例。
 解曰：一甲與二乙之比例，大於三丁戊與四己，題言合之，則甲丙與乙丙之比例，亦大於丁己與戊己矣。

論曰：試作庚乙與乙丙之比例，若丁戊與戊己，即甲乙與乙丙之比例，大於庚乙與乙丙，而甲乙幾何大於庚乙矣。^{本篇}此二率者，每加一乙丙，即甲丙亦大於庚丙，而甲丙與乙丙之比例，大於庚丙與乙丙。^{本篇}夫庚乙與乙丙之比例，既若丁戊與戊己，合之，則庚丙與乙丙之比例，亦若丁己與戊己矣。^{本篇}而甲丙與乙丙之比例，大於丁己與戊己矣。^{本篇}

第二十九題

第一合第二與二之比例，大於第三合第四與四之比例，分之，則第一與二之比例，亦大於第三與四之比例。
 解曰：甲丙與乙丙之比例，大於丁己與戊己，題言分之，則甲乙與乙丙之比例，亦大於丁戊與戊己。

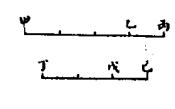
論曰：試作庚丙與乙丙之比例，若丁己與戊己，即甲丙與乙丙之比例，亦大於庚丙與乙丙，而甲丙幾何大於庚丙矣。^{本篇}此二率者，每減一同用之乙丙，即甲乙亦大與庚乙，而甲乙與乙丙之比例，大於庚乙與乙丙也。^{本篇}夫庚丙與乙丙之比例，既若丁己與戊己，分之，則庚乙與乙丙之比例，亦若丁戊與戊己矣。^{本篇}而甲乙與乙丙之比例，大於丁戊與戊己矣。^{本篇}

第三十題

幾何原本 卷五

幾何原本 卷五

第一合第二與二之比。大於第三合第四與四之比。轉之。則第一合第二與一之比。小於第三合第四與三之比。



解曰。甲丙與乙丙之比。大於丁己與戊己。題言轉之。則甲丙與甲乙之比。小於丁己與丁戊。論曰。甲丙與乙丙之比。既大於丁己與戊己。分之。即甲乙與乙丙之比。亦大於丁戊與戊己也。廿九。又反之。乙丙與甲乙之比。小於戊己與丁戊矣。卅。又合之。甲丙與甲乙之比。亦小於丁己與丁戊也。卅八。

第三十一題

此三幾何。彼三幾何。此第一與二之比。大於彼第一與二之比。此第二與三之比。大於彼第二與三之比。如是序者。以平理推。則此第一與三之比。亦大於彼第一與三之比。

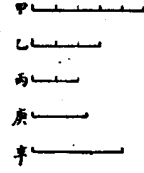


解曰。甲乙丙。此三幾何。丁戊己。彼三幾何。而甲與乙之比。大於丁與戊。乙與丙之比。大於戊與己。如是序者。題言以平理推。則甲與丙之比。亦大於丁與己。

論曰。試作庚與丙之比。若庚與己。即乙與丙之比。大於庚與丙。而乙幾何大於庚。是甲與小庚之比。大於甲與大乙矣。夫甲與乙之比。元大於丁與戊。即甲與庚之比。亦大於丁與戊也。次作辛與庚之比。若丁與戊。即甲與庚之比。亦大於辛與庚。而甲幾何大於辛。是大甲與丙之比。大於小辛與丙矣。夫辛與丙之比。以平理推之。若丁與己也。卅二。則甲與丙之比。大於丁與己也。

第三十二題

此三幾何。彼三幾何。此第一與二之比。大於彼第二與三之比。此第二與三之比。大於彼第一與二之比。如是錯者。以平理推。用此第一與三之比。亦大於彼第一與三之比。



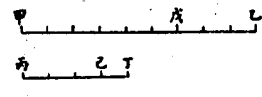
解曰。甲乙丙。此三幾何。丁戊己。彼三幾何。而甲與乙之比。大於戊與己。乙與丙之比。大於丁與戊。如是錯者。題言以平理推。則甲與丙之比。亦大於丁與己。

論曰。試作庚與丙之比。若丁與戊。即乙與丙之比。大於庚與丙。而乙幾何大於庚。是甲與小庚之比。大於甲與大乙矣。夫甲與乙之比。既大於戊與己。即甲與庚之比。亦大於戊與己也。次作辛與庚之比。若戊與己。即甲與庚之比。亦大於辛與庚。而甲幾何大於辛。是大甲與丙之比。大於小辛與丙矣。

幾何原本 卷五

二七三

幾何原本 卷五



夫辛與丙之比。以平理推之。若丁與己也。卅三。則甲與丙之比。大於丁與己也。

第三十三題

此全與彼全之比。大於此全截分與彼全截分之比。則此全分餘與彼全分餘之比。大於此全與彼全之比。

解曰。甲乙全與丙丁全之比。大於兩截分。甲戊與丙己。題言兩分餘。戊乙與己丁之比。大於甲乙與丙丁。

論曰。甲乙與丙丁之比。既大於甲戊與丙己。更之。即甲乙與甲戊之比。亦大於丙丁與丙己也。廿七。又轉之。甲乙與戊乙之比。小於丙丁與己丁也。卅。又更之。甲乙與丙丁之比。小於戊乙與己丁也。卅七。戊乙與己丁。分餘也。則分餘之比。大於甲乙全與丙丁全矣。依顯兩全之比。小於截分。則分餘之比。小於兩全。

第三十四題 三支

若干幾何。又有若干幾何。其數等。而此第一與彼第一之比。大於此第二與彼第二之比。此第二與彼第二之比。大於此第三與彼第三之比。以後俱如是。則此并與彼并之比。大於此末與彼末之比。亦大於此并減第一。與彼并減第一之比。而小於此第一與彼第一之比。

解曰。如甲乙丙。三幾何。又有丁戊己。三幾何。其甲與丁之比。大於乙與戊。乙與戊之比。大於丙與己。題先言甲乙丙并與丁戊己并之比。大於丙與己。次言亦大於乙丙并與戊己并。後言小於甲與丁。

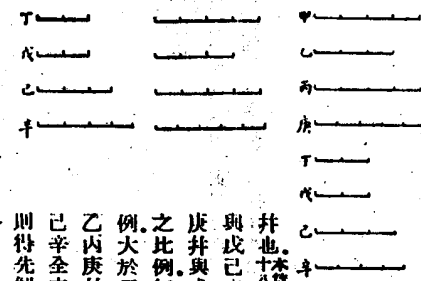
論曰。甲與丁之比。既大於乙與戊。更之。即甲與乙之比。大於丁與戊也。卅七。又合之。甲乙并與乙之比。大於丁戊并與戊也。卅八。又更之。甲乙并與丁戊并之比。大於乙與戊也。卅九。是甲乙全與丁戊全之比。大於減并乙與減并戊也。既爾。即減除甲與減除丁之比。大於甲乙全與丁戊全也。卅三。依顯乙與戊之比。亦大於乙丙全與戊己全。即甲與丁之比。更

大於乙丙全與戊己全也。又更之。甲與乙丙并之比。大於丁戊并也。卅七。又合之。甲乙丙全與乙丙并之比。大於丁戊己全與戊己并也。卅八。又更之。甲乙丙全與丁戊己全之比。大於乙丙并與戊己并也。卅九。則得次解也。又甲乙丙全與丁戊己全之比。既大於減并乙丙與減并戊己。即減除甲與減除丁之比。大於甲乙丙全與丁戊己全也。卅二。則得後解也。

幾何原本 卷五

二七五

又乙與戊之比例。既大於丙與己。更之。即乙與丙之比例。大於戊與己也。廿七又合之。乙丙全與丙之比例。大於戊己全與己也。廿八又更之。乙丙并與戊己并之比例。大於丙與己也。廿九而甲乙丙并與丁戊己并之比例。既大於乙丙并與戊己并。即更大於末丙與末己也。則得先解也。



若兩率各有四幾何。而丙與己之比例。亦大於庚與辛。即與前論同理。蓋依上文論。乙與戊之比例。大於乙丙庚并與戊己并。又合之。甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例。大於丁戊己辛全與戊己辛并也。廿八又合之。甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例。大於丁戊己辛全與戊己辛并也。廿九又更之。甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例。既大於減并乙丙庚與減并戊己辛。即減餘甲與減餘丁之比例。大於甲乙丙庚全與丁戊己辛全也。卅則得後解也。又依前論。乙丙庚并與戊己辛并之比例。既大於庚與辛。而甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例。大於乙丙庚并與戊己辛并。即更大於末庚與末辛也。則得先解也。自五以上。至於無窮。俱做此論。可顯全題之旨。

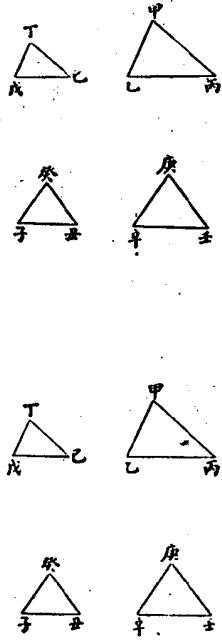
幾何原本第六卷之首

界說六則

第一界

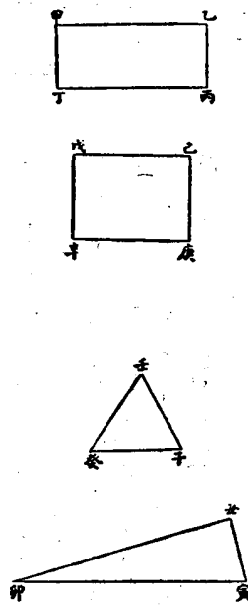
凡形相當之各角等。而各等角旁兩線之比例。俱等。為相似之形。

甲乙丙。丁戊己。兩角形之甲角與丁角等。乙與戊。丙與己。各等。其甲角旁之甲乙。與甲丙。兩線之比例。若丁角旁之丁戊。與丁己。兩線。而甲乙與乙丙。若丁戊與戊己。甲丙與丙己。若丁己與己戊。則此兩角形。為相似之形。依顯凡平邊形皆相似之形。如庚辛壬癸子丑。俱平邊角形。其各角俱等。而各邊之比例亦等者。是也。四邊。五邊。以上諸形。俱做此。



第二界

兩形之各兩邊。互為前後率。相與為比例而等。為互相視之形。甲乙丙丁。戊己庚辛。兩方形。其甲乙。乙丙。邊與戊己。己庚。邊相與為比例等。而彼此互為前後。如甲乙與戊己。若己庚與乙丙也。則此兩形為互相視之形。依顯壬癸子。丑寅卯。兩角形之壬子與丑寅。若丑卯與壬癸。或壬癸與丑寅。若丑卯與壬子。亦互相視之形也。



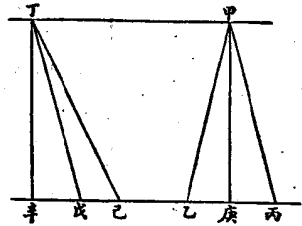
第三界

理分中末線者。一線兩分之。其全與大分之比例。若大分與小分之比例。甲乙線。兩分之于丙。而甲乙與大分甲丙之比例。若大分甲丙與小分丙乙。此為理分中末線。其分法。見本卷三十題。而與二卷十一題理同名異。此線為用甚廣。至量體。尤所必須。十三卷諸題多賴之。古人目為神分線也。



第四界

度各形之高。皆以垂線之巨為度。甲乙丙角形。從甲頂。向乙丙底。作甲庚垂線。即甲庚為甲乙丙之高。又丁戊己角形。作丁辛垂線。即丁辛為丁戊己之高。若兩形相視。兩垂線等。即兩形之高。必等。如上兩形在兩平行線之內者。是也。若以丙己為頂。以甲乙丁戊為底。則不等。自餘諸形之度高。俱做此。

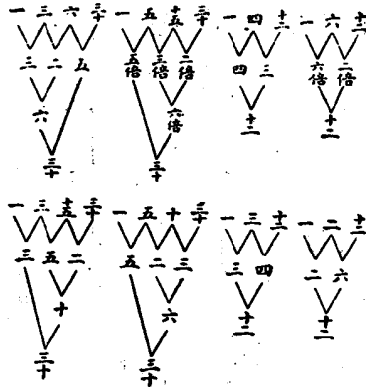


凡度物高以頂底為界以垂線為度蓋物之定度止有一不得有二自頂至底垂線一而已偏線無故也。

第五界

比例以比例相結者以多比例之命數相乘除而結為一比例之命數。

此各比例不同理而相聚為一比例者則用相結之法合各比例之命數求首尾一比例之命數也。為比例之命數謂大幾何所倍於小幾何若干或小幾何在幾何內若干也。如大幾何四倍於小或



之膠如兩相合此為之紐矣第五卷第十界言數幾何為同理之比例則第一與第三為再加之比例再加者以前中二率之命數再加為前後二率之命數亦以中率為紐也但彼所言者多比例同理故止以第一比例之命數累加之此題所言則不同理之多比例不得以第一比例之命數累加之故用此乘除相結之理于不同理之中求其同理別為累加之法其紐結之義頗相類焉下文仍發明借象

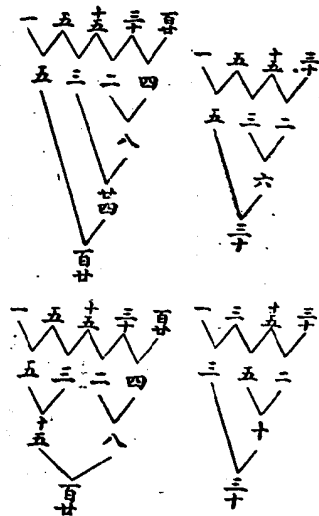
幾何原本 卷六之首

二八一

幾何原本 卷六之首

二八一

之術以密後用也。



五卷言多比例同理者第一與第三為再加與第四為三加與第五為四加以至無窮今此相結之理亦以三率為始三率則兩比例相乘除而中率為紐也若四率則先以前三率之兩比例相乘除而結為一比例復以此初結之比例與第三比例乘除相結為一比例也若五率則先以前三率之兩比例相乘除相結復以此再結之比例與第三比例乘除相結又以三結之比例與第四比例乘除相結為一比例也或以第一第二第三率之

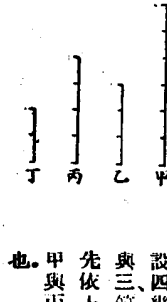
兩比例乘除相結以第三第四第五之兩比例乘除相結又以此二所結比例乘除相結而為一比例也。自六以上做此以至無窮。設三幾何為二比例不同理而合為一比例則以第一與二第二與三兩比例相結也如上圖三幾何二比例皆以大不等者其甲乙與丙丁為二倍大丙丁與戊己為三倍大則甲乙與戊己為六倍大二乘三為六也若以小不等戊己為第一甲乙為第三三乘二亦六則戊己與甲乙為反六倍大也。

甲乙與丙丁既二倍大試以甲乙二平分之為甲庚庚乙必各與丙丁等丙丁與戊己既三倍大而甲庚乙各與丙丁等即甲庚亦三倍大於戊己而甲乙必六倍大於戊己。又如上圖三幾何二比例前以大不等後以小不等者中率小於前後兩率也其甲乙與丙丁為三倍大丙丁與戊己為反二倍大反二倍大者丙即甲乙與戊己為等帶半三乘半得等帶半也若以戊己為第一甲乙為第三反推之半除三為反等帶半也。又如上圖三幾何二比例前以小不等後以大不等者中率大於前後二率也其甲乙與丙丁為反二倍大丙丁與戊己為等帶三分之一即甲乙與戊己為反等帶半甲乙得戊己何者如甲乙二即丙丁當四丙丁四即戊己當三。是甲乙二戊己當三也。後增其乘除之法則以命數三帶得數一為四以半除之得二二三為反等帶半也若以戊己為第

幾何原本 卷六之首

二八三

一 甲乙爲第三三比二爲等帶半也。



設四幾何爲三比例不同理而合爲一比例則以第一與第二與三與四三比例相結也如上圖甲乙丙丁四幾何三比例先依上論以甲與乙乙與丙二比例相結爲甲與丙之比例次以甲與丙丙與丁相結即得甲與丁之比例如是遞結可至無窮也。

或用此圖申明本題之旨曰甲與乙之命數爲丁乙與丙之命數爲戊即甲與丙之命數爲己何者三命數以一丁二戊相乘得三己即三比例以一甲與乙二乙與丙相乘得三甲與丙。

後增若多幾何各帶分而多寡不等者當用通分法如設前比例爲反五倍帶三之二後比例爲二倍大帶八之一即以前命數三通其五倍爲十五得分數從之爲十七是前比例爲三與十七也以後命數八

通其二倍爲十六得分數從之爲十七是後比例爲十七與八也即首尾二幾何之比例爲三與八得二倍大帶三之二也。

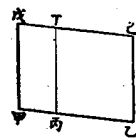
最謂借象之術如上所說三幾何二比例者皆以中率爲前比例之後後比例之前乘除相結略如連比例之同用一中率也而不同理別有二比例其中率者是不同理之斷比例也無法可以相結當于其所設幾何之外別立三幾何二比例而同中率者乘除相結作爲儀式以彼異中率之四幾何二比例依做求之即得故謂之借象術也假如所設幾何十六爲首十二爲尾却云十六與十二之比例若十六八廿四十六六廿四十六六廿四八與三及二與四之比例八爲前比例之前四爲後比例之後三與二爲前之後後之前此所謂異中率也欲以此二比例乘除相結無法可通矣用是別立三幾何二比例如其八與三二與四之比例而務令同中率如三其八得二十四爲前比例之前三其九爲前比例之後即以九爲後比例之前又求九與何數爲比例若二與四得十八爲後比例之後其二十四與九若八與三也九與十八若二與四也則十六與十二若二十四與十八俱爲等帶半之比例矣是用借象之術變異中率爲同中率乘除相結而合二比例爲一比例也其三比例以上亦如上方所說展轉借象遞結之詳見本卷二十三題算家所用借象金法雙金法俱本此。

幾何原本 卷六之百

二八五

第六界

平行方形不滿一線爲形小于一線若形有餘線不足爲形大于線。



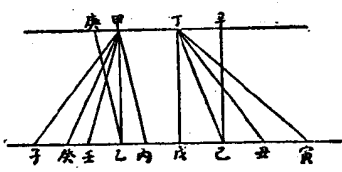
甲乙線其上作甲戊丁丙平行方形不滿甲乙線而丙乙上無形即作己乙線與丁丙平行次引戊丁線遇己乙於己是爲甲戊己乙滿甲乙線平行方形則甲丁爲依甲乙線之有闕平行方形而丙己平行方形爲甲丁之闕形又甲丙線上作甲戊己乙平行方形其甲乙邊大于元設甲丙線之較爲丙乙而甲己形大于甲丙線上之甲丁形則甲己爲依甲丙線之帶餘平行方形而丙己平行方形爲甲己之餘形。

幾何原本第六卷

本卷論幾何之比例 計三十三題

第一題

等高三角形方形自相與爲比例與其底之比例等。解曰甲乙丙丁戊己兩角形等高三底乙丙戊己丙庚戊辛兩方形等高三底乙丙戊己題言甲乙丙與丁戊己之比例丙庚與戊辛之比例皆若乙丙與戊己。

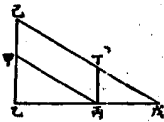
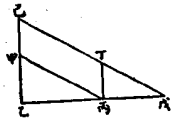


幾何原本 卷六

二八七

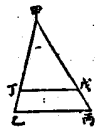
凡等角三角形其在等角旁之各兩腰線相與為比例必等而對等角之邊為相似之邊

解曰甲乙丙丁戊兩角形等角者甲乙丙與丁戊丙乙甲與丙丁戊每相當之各角俱等也題言甲乙與丙乙之比例若丁丙與丙戊甲乙與丙丙若丁丙與丁戊甲丙與丙戊而每對等角之邊各相似相似者謂各前後各對本形之相當等角



論曰試置兩角形令乙丙丙戊兩底為一直線而丁丙戊為甲乙丙之外角其甲乙丙丙乙兩角既小於兩直角而丁丙戊與甲丙乙兩角又等即乙戊兩角亦小於兩直角而乙甲戊丁兩線引出之必相遇說十一即作兩線合遇於己其丁丙戊外角與甲乙丙內角既等即丁丙與己乙為平行線八而甲己丁丙為平行線方形則甲己與丁丙兩線等也甲丙與己丁兩線等也夫乙戊己角形內之甲丙線既與己戊邊平行即甲乙與丙等甲己之丁丙之比例若乙丙與丙戊也本更之即甲乙與乙丙若丁丙與丙戊也又乙戊己角形內之丁丙線既與己乙邊平行即乙丙與丙戊之比例若等己丁之甲丙與丁戊也本更之即乙丙與甲丙若丙戊與丁戊也本甲乙與乙丙既若丁丙與丙戊而乙丙與甲丙又若丙戊與丁戊平之即甲乙與甲丙若丁丙與丁戊也本

一系凡角形內之直線與一邊平行而截一分為角形必與全形相似如上甲乙丙角形作丁戊直線與乙丙平行而截一分為甲丁戊角形必與甲乙丙全形相似何者甲丁戊外角與甲乙丙內角等甲丁戊外角亦與甲丙乙內角等一而兩形相似而各等角旁兩邊之比例等本



增題凡角形之內任依一邊作一平行線于此邊任取一點對角作直線則所分兩平行線比例等

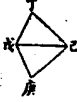


解曰甲乙丙角形內作丁戊線與乙丙平行次于乙丙邊任取己點向甲角作直線分丁戊于庚題言己與己丙之比例若丁庚與庚戊

庚丁也更之即甲己與甲庚若己乙與庚丁也依顯甲己與甲庚若己丙與庚戊也則乙己與丁庚亦若己丙與庚戊也十一更之即乙己與己丙若丁庚與庚戊也十二又論曰甲己乙甲庚丁兩角形甲己丙甲庚戊兩角形既各相似即乙己與甲己之比例若丁庚與庚甲也本依顯甲己與己丙亦若甲庚與庚戊也平之即乙己與己丙若丁庚與庚戊也本

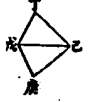
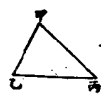
第五題

兩三角形其各兩邊之比例等即兩形為等角形而對各相似邊之角各等



解曰甲乙丙丁戊己兩角形其各兩邊之比例等者甲乙與乙丙若丁戊與戊己而乙丙與甲丙若戊己與丁己甲丙與甲乙若丁己與丁戊也題言此兩形為等角形而對各相似邊之角甲與丁乙與戊丙與己各等論曰試作己戊庚角與乙角等作庚己戊角與丙角等而庚庚己庚兩線遇於庚即庚角與甲角等三二是甲乙丙庚戊己兩形等角矣則甲乙與乙丙之比例若庚庚戊與戊己也本甲乙與乙丙若丁戊與戊己則庚庚戊與戊己亦若丁戊與戊己也十一而丁戊與庚庚兩線必等九又乙丙與甲丙之比例若庚庚戊與戊己也本而庚庚戊與戊己亦若戊己與丁己也十一而丁己與庚庚兩線必等九又乙丙與甲丙之比例若庚庚戊與戊己也本而庚庚戊與戊己亦若戊己與丁己也十一而丁己與庚庚兩線必等九又乙丙與甲丙之比例若庚庚戊與戊己也本

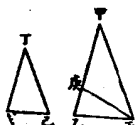
兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊比例等即兩形為等角形而對各相似邊之角各等解曰甲乙丙丁戊己兩角形其乙戊與丙角等而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己題言餘角丙與己甲與丁俱等



論曰試作己戊庚角與乙角等作庚己戊角與丙角等而庚庚己庚兩線遇於庚依前論推顯甲乙丙庚戊己兩形等角即甲乙與乙丙之比例若庚庚戊與戊己也本甲乙與乙丙若丁戊與戊己則庚庚戊與戊己亦若丁戊與戊己也十一而丁戊與庚庚兩線必等九夫丁戊庚庚兩邊既等戊己同邊庚庚己角與丁戊己角又等己戊庚亦與乙角等即其餘各相當之角俱等四而庚角既與甲角等庚己戊角既與丙角等即甲角丙角與丁角戊己丁角各等而甲乙丙丁戊己為等角形矣

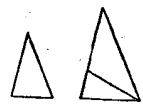
第七題

兩三角形之第一角等而第二相當角各兩旁之邊比例等其第三相當角或俱小於直角或俱不小於直角即兩形為等角形而對各相似邊之角各等



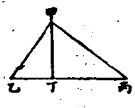
解曰甲乙丙丁戊己兩角形其第一角與一丁角等而第二相當角如甲丙乙兩旁之甲丙丙乙兩邊倍丁己戊兩旁之丁己己戊兩邊比例等其第三相當角如乙與戊或俱小於直角或俱不小於直角題言兩形等角者謂甲丙乙角與己戊角與戊等

幾何原本 卷六



先論乙與戊俱小于直角者。曰如云不然。而甲丙乙大于己。合作甲丙庚角與己等。即甲庚丙角宜與戊等。^一而甲庚丙與丁戊己為等角形矣。即甲丙與丙庚之比。宜若丁己與己戊。^二而先說甲丙與丙乙。若丁己與己戊也。是甲丙與丙庚亦若甲丙與丙乙也。^三是庚丙與丙乙兩線等也。^四丙庚乙與丙乙庚兩角亦等也。^五夫乙既小于直角。即等腰內之丙庚乙亦小于直角。則較角之丙庚甲必大于直角也。^六後論乙與戊俱不小于直角者。曰如云不然。依先論乙角與丙庚乙角等。即丙庚乙亦不小于直角。夫丙庚乙丙乙庚同為角形內之兩角。乃俱不小于直角。^七何也。則甲丙乙不得不等于丁己戊也。而其餘乙與戊角等矣。^八

第八題

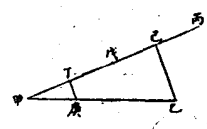


直角三邊形。從直角向對邊。作一垂線。分本形為兩直角三邊形。即兩形皆與全形相似。亦自相似。解曰。甲乙丙直角三邊形。從乙甲丙直角。作甲丁垂線。題言所分甲丁丙。甲丁乙。兩三邊形。皆與全形相似。亦自相似。論曰。甲乙丙甲丁丙。兩形。既各以乙甲丙。甲丁丙。為直角。而丙角又同。即其餘甲乙丙。甲丁丙。兩角必等。^一則甲乙丙。甲丁丙。兩形必為等角形。而等角旁者。兩形各與全形相似。即兩形自相似。^二之各兩邊。比例必等。等者。謂乙丙與甲丙。若甲丙與丙丁也。甲丙與甲乙。若甲丙與甲丁也。即甲丁丙角。與甲乙丙全形相似矣。^三依顯甲丁乙角。與甲乙丙全形亦相似也。何者。丙甲乙。甲丁乙。兩皆直角。而乙角又同。即其餘甲丙乙。甲丁乙。兩角必等。^四甲乙丙。甲丁乙。兩形必為等角形。而等角旁之各兩邊。比例必等。故也。依顯甲丁乙。甲丁丙。兩角形。亦相似也。何者。兩形各與全形相似。即兩形自相似。^五系。從直角。作垂線。即此線為兩分對邊線。比例之中率。而直角旁兩邊。各為對角全邊。與同方分邊。比例之中率。何者。丙丁與甲乙之比。若丁甲與丁乙也。故丁甲為丙丁。丁乙。兩分邊。比例之中率也。又乙丙與丙甲之比。若丙甲與丙丁也。故丙甲為乙丙。丙丁之中率也。乙丙與乙甲之比。若乙甲與乙丁也。故乙甲為乙丙。乙丁之中率也。

第九題

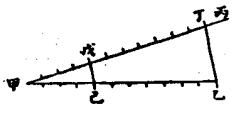
一直線。求截所取之分。法曰。甲乙直線。求截取三分之一。先從甲。任作一甲丙線。為丙甲乙角。次從甲向丙。任作所命分之平度。如甲丁。丁戊。戊己。為三分也。次作己乙直線。未作丁庚線。與己乙平行。即甲庚為甲乙三分之一。論曰。甲乙己角形內之丁庚線。既與己乙邊平行。即己丁與丁甲之比。若

幾何原本 卷六



二九七

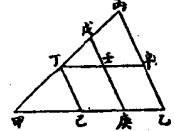
幾何原本 卷六



乙庚與庚甲也。^一合之。已甲與甲丁。若乙甲與庚甲也。^二而甲丁既為己甲三分之一。即庚甲亦為乙甲三分之一也。^三

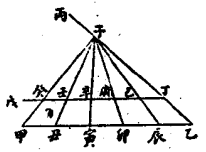
注曰。甲乙線。欲截取十一分之四。先作甲丙線。為丙甲乙角。從甲向丙。任平分十一分。至丁。次作丁乙線。未從甲取四分。得戊。作戊己線。與丁乙平行。即甲己為十一分甲乙之四。何者。依上論。丁甲與戊甲之比。若乙甲與己甲也。反之。甲戊與甲丁。若甲己與甲乙也。^一甲戊為十一分甲丁之四。則甲己亦十一分甲乙之四矣。依此可推不盡分之數。蓋四不為十一之盡分故。^二

第十題



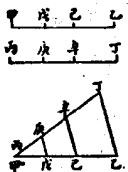
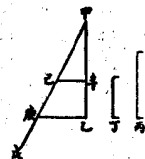
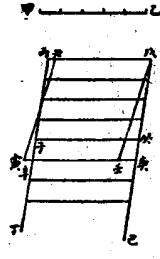
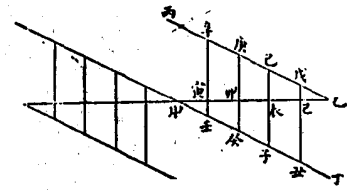
法曰。甲乙線。求截各分。如所說甲丙任分之丁。戊者。謂甲乙所分各分之比例。若甲丁。丁戊。戊丙也。先以甲乙。甲丙兩線相聯于甲。任作丙甲乙角。次作丙乙線相聯。未從丁。從戊。作丁己。戊庚兩線。皆與丙乙平行。即分甲乙線于己。于庚。若甲丙之分于丁。于戊。論曰。甲丁與丁戊之比。既若甲己與己庚。^一即甲己與己庚。亦若甲丁與丁戊也。更作丁辛線。與甲乙平行。而分戊庚于壬。即丁戊與戊丙。若丁壬與壬辛也。亦若等丁壬之己庚。^二與等壬辛之庚乙也。^三從此題作一用法。平分一直線。為若干分。如甲乙線。求五平分。即從甲。任作甲丙線。為丙甲乙角。次從甲向丙。任作五平分。為甲丁。丁戊。戊己。己庚。庚辛。次作辛乙直線相聯。未作丁壬。戊癸。己子。庚丑。四線。皆與辛乙平行。即壬。癸。子。丑。分甲乙為五平分。其理依前論推顯。又一簡法。如甲乙線。求五平分。即從丙。任作丙乙線。為丙乙甲角。次于乙丙。任取一點。為丁。作丁戊線。與甲乙平行。次從丁向戊。任作五平分。為丁己。己庚。庚辛。辛壬。壬癸。而丁癸線。合小于甲乙。次從甲過癸。作甲子線。遇乙丙于子。未從子。作子壬。子辛。子庚。子己。四線。各引長之。而分甲乙于丑。于寅。于卯。于辰。為五平分。論曰。丁戊與甲乙既平行。即子壬癸。與子丑甲。兩角。子癸壬。與子甲丑。兩角。各等。^一而甲子丑同角。即甲子丑。癸子壬。兩角形相似矣。則子癸與癸壬之比。若子甲與甲丑也。^二依顯子壬與壬辛。若子丑與丑寅也。又癸壬與壬辛等。即子壬與壬癸。若子壬與壬辛也。^三則子丑與丑寅。亦若子丑與丑寅也。而甲丑。丑寅。兩線等矣。^四依顯寅卯。卯辰。辰乙。俱與甲丑等。則甲乙線。為五平分。

幾何原本 卷六



又癸壬與壬辛等。即子壬與壬癸。若子壬與壬辛也。^一則子丑與丑寅。亦若子丑與丑寅也。而甲丑。丑寅。兩線等矣。^二依顯寅卯。卯辰。辰乙。俱與甲丑等。則甲乙線。為五平分。

二九九



又一簡法。如甲乙線。求五平分。即從甲。從乙。作甲丁。乙丙。兩平行線。次從乙。任作戊。己。庚。辛。四平分。次用元度。從甲。作壬。癸。子。丑。四平分。未作戊。己。子。庚。辛。壬。癸。四線相聯。即分甲乙于己。子。辰。丁。則于寅。為五平分。

論曰。辛庚與壬癸。既平行相等。即壬壬與庚癸。亦平行。三依顯己子。戊丑。俱平行。而甲丑。既為四平分。則甲己。亦四平分。四依顯乙辛。既為四平分。則乙寅。亦四平分。而通甲乙。為五平分。

又用法。先作一器。丙丁。戊己。為平行線。任平分。為若干格。每分作平行線相聯。今欲分甲乙。為五平分。

即規取甲乙之度。以一角抵戊丙線。而一角抵庚辛線。如不在庚辛者。即漸移之。全至也。既至壬。即戊壬之分。為甲乙之分矣。

論曰。庚癸與壬癸。既平行相等。即癸子。庚辛。亦平行相等。而丙丁。戊己。內諸線。俱平行相等。戊庚。為五平分。即戊壬。亦五平分矣。如戊丙線上。取丑點。而甲乙。度抵庚辛之外。若丑寅。即從庚辛。線引長之。為庚寅。而癸子。諸線。俱引長之。其丑寅。仍為五平分。如前論。若所欲分之線極小。則製器宜密。令相稱焉。

線引長之。為庚寅。而癸子。諸線。俱引長之。其丑寅。仍為五平分。如前論。若所欲分之線極小。則製器宜密。令相稱焉。

增題。有直線。求兩分之。而兩分之。比例。若所設兩線之比例。

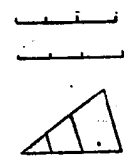
法曰。甲乙線。求兩分之。而兩分之。比例。若所設丙與丁。先從甲。任作甲戊線。而為甲角。次截取甲己。與丙等。己庚。與丁等。次作庚乙線。聯之。未作己辛線。與庚乙。平行。即分甲乙于辛。而甲辛。與辛乙。之比例。若丙與丁。說見本篇三。

又增題。兩直線。各三分之。各互為兩前。兩後。率。比例等。即兩中。率。與兩前。兩後。率。各為比例。亦等。

解曰。甲乙。丙丁。兩線。各三分之。于戊。于己。于庚。于辛。各互為兩前。兩後。率。比例等者。甲戊。與戊乙。若丙庚。與庚丁。甲己。與己乙。若丙辛。與辛丁。也。題言。中。率。戊己。庚辛。各與其前後。率。為比例。亦等者。甲戊。與戊己。若丙庚。與庚辛。己乙。與戊己。若辛丁。與庚辛。也。

論曰。甲戊。與戊乙。之比例。既若丙庚。與庚丁。即合之。甲乙。與乙丙。之比例。既若丙辛。與辛丁。即合之。甲乙。與乙丙。之比例。既若丙丁。與辛丁。也。又反之。己乙。與甲乙。若辛丁。與丙丁。也。大己乙。

論曰。甲戊。與戊乙。之比例。既若丙庚。與庚丁。即合之。甲乙。與乙丙。之比例。既若丙辛。與辛丁。即合之。甲乙。與乙丙。之比例。既若丙丁。與辛丁。也。又反之。己乙。與甲乙。若辛丁。與丙丁。也。大己乙。



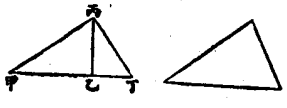
第十一題

兩直線。求別作一線。相與為連比例。

法曰。甲乙。甲丙。兩線。求別作一線。相與為連比例者。合兩線。任作甲角。而甲乙。與甲丙。之比例。若甲丙。與他線也。先于甲乙。引長之。為乙丁。與甲丙。等。次作丙乙線。相聯。次從丁。作丁戊線。與丙乙。平行。末于甲丙。引長之。過于戊。即丙戊。為所求線。如以甲丙。為前。

論曰。甲丁。戊丙。形內之丙乙線。既與戊丁。邊平行。即甲乙。與乙丁。之比例。若甲丙。與丙戊。也。而乙丁。甲丙。元等。即甲乙。與甲丙。若甲丙。與丙戊。也。七卷注曰。別有一法。以甲乙。乙丙。兩線。列作甲乙。丙角。次以甲丙。線聯之。而甲乙。引長之。末從丙。作丙丁。為甲丙。之垂線。遇引長線于丁。即乙丁。為所求線。

論曰。甲丙。丁角。形內之甲丙。丁。既為直線。而從直線。至甲丁。底。有丙乙。垂線。即丙乙。為甲乙。乙丁。比例之中。率。則甲乙。與乙丙。若乙丙。與乙丁。也。既從一二得三。即從二三。求四。以上。至于無窮。俱倣此。



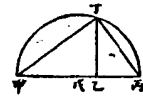
第十二題

三直線。求別作一線。相與為斷比例。

法曰。甲乙。乙丙。甲丁。三直線。求別作一線。相與為斷比例者。謂甲丁。與他線之比例。若甲乙。與乙丙。也。先以甲乙。乙丙。作直線。為甲丙。次以甲丁。線合甲丙。任作甲角。次作丁乙線。相聯。次從丙。作丙戊線。與丁乙。平行。末自甲丁。引長之。過丙。戊于戊。即丁戊。為所求線。

論曰。甲丙。戊角。形內之丁乙線。既與丙戊。邊平行。即甲丁。與丁戊。之比例。若甲乙。與乙丙。也。

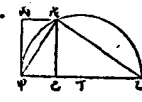
兩直線求別作一線為連比例之中率。



法曰甲乙丙兩直線求別作一線為中率者謂甲乙與他線之比例若他線與乙丙也。先以兩線作一直線為甲丙內兩平分于戊。次以戊為心甲丙為界作甲丙半圓。末從乙至圓界作乙丁垂線。即乙丁為甲乙乙丙之中率。

論曰試從丁作丁甲丁丙兩線。即甲丁丙為直角。而直角所下乙丁垂線兩分對邊線甲丙。其甲乙與乙丁若乙丁與乙丙也。則乙丁為甲乙乙丙之中率。

注曰依此題可推凡半圓內之垂線皆為兩分徑線之中率線。如甲乙丙半圓其乙丁為甲丁丁丙之中率。已戊為甲戊戊丙之中率。辛庚為甲庚庚丙之中率也。何者半圓之內從垂線作角皆為直角。故依前論推顯各為中率也。增題一直線有他直線大于元線二倍以上。求分他線為兩分。而以元線為中率。

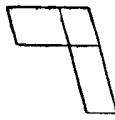
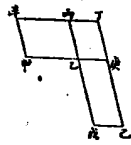


法曰甲乙線大于甲丙二倍以上。求兩分甲乙。而以甲丙為中率。先以甲乙丙兩線為甲乙乙丙角。而兩平分甲乙于丁。次以丁為心甲乙為界作甲乙半圓。次從丙作丙戊線與甲乙平行。而過半圓界于戊。末從戊作戊己垂線而分甲乙于己。即戊己為甲乙乙丙之中率。

論曰試作戊甲戊乙兩線。依本題論。即戊己為甲乙乙丙之中率。而甲丙戊己為平行方形。即丙甲與戊己等。則丙甲亦甲乙乙丙之中率也。

第十四題 二支

兩平行方形等一角又等。即等角旁之兩邊為互相視之邊。兩平行方形之一角等。而等角旁兩邊為互相視之邊。即兩形等。



先解曰甲乙丙辛乙戊己庚兩平行方形等。甲乙丙戊乙庚兩角又等。題言此兩角各兩旁之兩邊為互相視之邊者。甲乙與乙庚之比例。若戊乙與乙丙也。

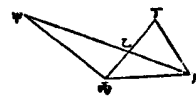
論曰試以兩等角相聯于乙。令甲乙乙庚為一直線。其甲乙丙與戊乙庚既等角。即戊乙乙丙亦一直線。次從辛丙己庚各引長之。過於丁。其辛乙乙己兩平行方形既等。即辛乙與乙丁兩形之比例。若乙己與乙丁也。而辛乙與乙丁俱在兩平行線之內。等角。即辛乙與乙丁兩形之比例。若其底甲乙與乙庚也。頭乙己與乙丁兩形。亦若其底戊乙與乙丙也。則甲乙與乙庚。亦若戊乙

與乙丙也。

後解曰甲乙丙戊乙庚等角兩旁之各兩邊。為互相視之邊者。甲乙與乙庚。若戊乙與乙丙也。題言辛乙乙己兩平行方形等。

論曰依上論。以兩等角相聯。其甲乙與乙庚之比例。既若戊乙與乙丙。而甲乙與乙庚兩底之比例。若平行等角之辛乙與乙丁兩形。戊乙與乙丙兩底之比例。若平行等角之乙己與乙丁兩形。則辛乙與乙丁。若乙己與乙丁矣。而辛乙乙己兩形。安得不等。

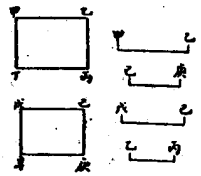
第十五題 二支
相等兩三角形之一角等。即等角旁之各兩邊。互相視。兩三角形之一角等。而等角旁之各兩邊。互相視。即兩三角形等。



先解曰甲乙丙乙丁戊兩角形等。兩乙角又等。題言等角旁之各兩邊。互相視者。謂甲乙與乙戊之比例。若丁乙與乙丙也。論曰試以兩等角相聯于乙。令甲乙乙戊為一直線。其甲乙丙乙丁戊。既等角。即丁乙乙丙亦一直線。次作丙戊線相聯。其甲乙丙乙丁戊。兩角形既等。即甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊也。夫甲乙丙與乙丙戊兩等角形之比例。若其底甲乙與乙戊也。而乙丁戊與乙丙戊兩等角形。亦

若其底丁乙與乙丙也。則甲乙與乙戊。若丁乙與乙丙。後解曰兩乙角等。而乙旁各兩邊。甲乙與乙戊之比例。若丁乙與乙丙。題言甲乙丙乙丁戊兩角形等。論曰依前兩形。令等角旁兩邊。各為一直線。其甲乙與乙戊之比例。既若丁乙與乙丙。而甲乙與乙丙兩底。又若其上甲乙乙丙乙丙戊兩等角形。丁乙與乙丙兩底。又若其上乙丁戊乙丙戊兩等角形。則甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊矣。而甲乙丙與乙丁戊。豈不相等。

第十六題 二支
四直線為斷比例。即首尾兩線。短內直線。與中兩線。短內直線。等。首尾兩線。與中兩線。兩短內直線。等。即四線為斷比例。



先解曰甲乙己庚戊己乙丙。四直線為斷比例者。謂甲乙與己庚。若戊己與乙丙也。而甲乙丙丁為甲乙乙丙。首尾兩線短內直線。戊己庚辛為戊己己庚。中兩線短內直線。題言甲丙戊庚兩形等。論曰兩形之乙與己。既等為直角。而甲乙與己庚之比例。若戊己與乙丙。是乙己等角旁之各兩邊。互相視。而甲丙戊庚兩直線形必等。

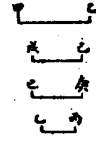
論曰甲丙戊庚兩形之乙與己既等爲直角即等角旁之各兩邊互相視而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙也本四則四線爲斷比例矣



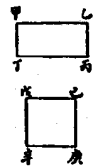
注曰若平行斜方形而等角亦同此論如上圖以上二題即算家句股法三數算法所相也

第十七題二支

三直線爲連比例即首尾兩線短內直方形與中線上直方形等首尾線短內直方形與中線上直方形等即三線爲連比例



先解曰甲乙戊己丙三線爲連比例者甲乙與戊己若戊己與乙丙也而甲乙丙丁爲甲乙乙丙首尾線短內直方形戊己庚辛爲戊己上直方形題言甲丙戊庚兩形等



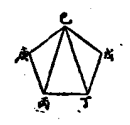
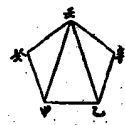
論曰試作己庚線與戊己等即甲乙乙丙己庚戊己爲比例等等者謂甲乙與戊己若己庚與乙丙也則戊己己庚短內直方形即戊己上直方形與甲乙丙首尾線短內之甲丙形等矣本題後解曰甲丙直方形與戊庚直方形等題言甲乙與戊己之比例若戊己與乙丙

論曰甲丙戊庚既皆直方形即甲乙與戊己之比例若己庚與乙丙也本題而己庚與乙丙亦若等己庚之戊己與乙丙也則甲乙與戊己若戊己與乙丙矣



注曰若平行斜方形而等角亦同此論如上圖系凡直線上直方形與他兩線所作短內直方形等即此線爲他兩線之中率何者依上後論甲乙乙丙短內直方形與戊己上直方形等即可推甲乙與戊己若戊己與乙丙而戊己爲甲乙乙丙之中率故

第十八題

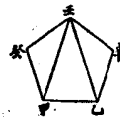


直線上求作直線形與所設直線形相似而體勢等

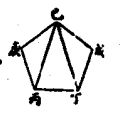
法曰如甲乙線上求作直線形與所設丙丁戊己庚形相似而體勢等先于設形任從一角向各對角各作直線而分本形爲若干角形如上設形則從己向丙向丁作兩直線而分爲丙丁己丁戊丙己庚三三角形也次于元線上作乙甲壬甲乙壬兩角與丁丙己丙丁己兩角各等其中壬乙壬兩線遇于壬即甲壬乙與丙己丁兩角亦等而甲壬乙與丙己丁兩形爲等角形矣本題一次作乙壬辛壬乙辛兩角與丁己戊己丁戊兩角各

等其壬辛乙辛兩線遇于辛即乙辛壬與丁戊己兩角亦等而乙壬辛與丁己戊兩形爲等角形矣未依上作甲壬癸與丙己庚亦爲等角形即甲乙辛壬癸與丙丁戊己庚兩形等角則相似而體勢等凡設多角形俱做此

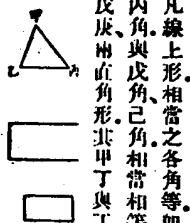
論曰壬甲乙角與己丙丁角既等而壬甲癸角與己丙庚角又等即乙甲癸全角與丁丙庚全角等依顯甲乙辛與丙丁戊兩全角亦等而其餘各全角俱等則甲乙辛壬癸與丙丁戊己庚爲等角形矣又



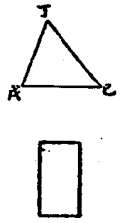
甲乙與乙壬之比例既若丙丁與丁戊也則甲乙乙丙丁戊及辛戊角旁各兩邊之比例亦等也本題之比例等見本題四又辛壬與壬乙之比例既若戊己與己丁而壬乙與壬甲亦若己丁與己丙壬甲與壬癸亦若己丙與己庚平之即辛壬與壬癸亦若戊己與己庚也則辛壬癸戊己庚兩等角旁各兩邊之比例俱等也依顯餘角俱如是則兩形爲等角形而各等角旁各兩邊之比例俱等是兩形相似而體勢等



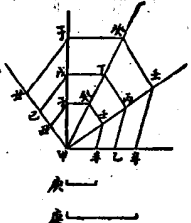
注曰凡線上形相當之各角等即形相似而體勢等如上甲乙乙丙丁戊己兩角形其乙丙戊己線上之乙角丙角與戊角己角相當相等者是也若兩形在乙丙丁戊兩線上則雖相似而體勢不等又如上甲丙戊庚兩直方形其甲丁與丁丙之比例若戊辛與辛庚而餘邊之比例俱等亦形相似而體勢等若甲丙壬庚兩直方形雖角旁比例等而在丁丙庚辛線上不相等則體勢不等



增作本題別有一簡法如設甲乙丙丁戊己直線形求于庚線上作直線形與相似而體勢等先于甲角旁之甲乙甲己兩線任引出之爲甲辛甲丑次從甲向各角各任作直線爲甲壬甲癸甲子次于甲乙線上截取甲辛與庚線等未從辛作辛壬線與乙丙平行作壬癸與丙丁癸子與丁戊子丑與戊己各平行即所求



論曰兩形之甲角既同甲乙丙甲己戊兩角與甲辛壬甲丑子兩角各等而甲丙乙甲丙丁兩角與甲壬癸甲壬癸兩角各等即乙丙丁與辛壬癸兩全角亦等依顯丙丁戊己與壬癸子癸子丑各全角各等則甲乙丙丁戊己與甲辛壬癸子丑兩直線形爲等角形矣又甲辛壬甲壬癸甲子丑四三角形與甲乙丙甲丙丁甲丁戊甲戊己四三角形各相似本題即甲乙與乙丙之比例若甲辛與辛壬也而乙丙與丙甲若辛壬與壬甲也丙甲與丙丁若壬甲與壬癸也平之則乙丙與丙丁亦若辛壬與壬癸也依顯餘邊俱如是

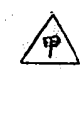
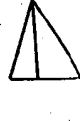


丑兩直線形爲等角形矣又甲辛壬甲壬癸甲子丑四三角形與甲乙丙甲丙丁甲丁戊甲戊己四三角形各相似本題即甲乙與乙丙之比例若甲辛與辛壬也而乙丙與丙甲若辛壬與壬甲也丙甲與丙丁若壬甲與壬癸也平之則乙丙與丙丁亦若辛壬與壬癸也依顯餘邊俱如是

則兩形相似而體勢等也。

第十九題

相似三角形之比例。為其相似邊再加之比例。



丙

解曰。如甲乙丙丁戊己。兩角形等角。其乙與戊。丙與己。相當之角各等。而甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。題旨兩形之比例。為乙丙與戊己兩邊再加之比例。

先論曰。若兩角形等。即乙丙與戊己兩邊亦等。而各兩邊等。為相同之比例。即兩形亦相同之比例。就令作再加之比例。亦未免為相同之比例。則相等之兩形。即可為兩等邊再加之比例矣。

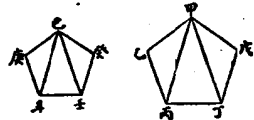
後論曰。若乙丙邊。大於戊己邊。即于乙丙線上。截取乙庚。為連比例之第三率。令乙丙與戊己之比例。若戊己與乙庚也。一次作甲庚直線。其甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。更之。即甲乙與丁戊。若乙丙與戊己也。而乙丙與戊己。若戊己與乙庚。則甲乙與丁戊。若戊己與乙庚也。夫甲乙庚與丁戊己兩角形。有乙庚兩等角。而各兩邊之兩邊。又互相相似。即兩形等。則甲乙丙形與丁戊己形之比例。若甲乙丙形與甲乙庚形。又甲乙丙與甲乙庚兩等高角形之比例。若乙丙底與乙庚底。則甲乙丙形與丁戊己形之比例。亦若乙丙底與乙庚底也。既乙丙。戊己。庚。三線為連比例。則一乙丙與三乙庚之比例。為一乙丙與二戊己再加之比例。是甲乙丙與丁戊己兩形之比例。為乙丙與戊己再加之比例也。

若第一線。與第三線之比例。如上甲乙丙。三直線為連比例。其甲與乙上各有角形。相似而體勢等。則一甲線與三丙線之比例。若甲形與乙形也。何者。甲線與丙線之比例。為甲線與乙線再加之比例。而甲形與乙形之比例。亦甲線與乙線再加之比例。則甲形與乙形之比例。若甲線與丙線。依題旨二乙上角形。與三丙上角形。相似而體勢等。則二乙形。與三丙形之比例。若一甲線。與三丙線。

第二十題 三

以三角形。分相似之多邊直線形。則分數必等。而相當之各三角形。各相似。其各相當兩三角形之比例。若兩元形之比例。其元形之比例。為兩相似邊再加之比例。當兩三角形之比例。若兩元形之比例。其元形之比例。為兩相似邊再加之比例。先解曰。此甲乙丙丁戊。彼己庚辛壬癸。兩多邊直線形。其乙甲戊。庚己癸。兩角等。餘相當之各角俱等。而各等角旁各兩邊之比例。各等。題旨。各以角形分之。其角形之分數必等。而相當之各角形。各相

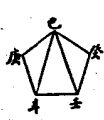
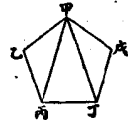
似。



亦等角形。亦相似矣。

次解曰。題又言各相當角形之比例。若兩元形之比例。

論曰。甲乙丙。己庚辛。兩角形既相似。即兩形之比例。為甲丙。己辛。兩相似邊再加之比例。依題旨。甲丙。己辛。兩角形之比例。亦為甲丙。己辛。再加之比例。則甲乙丙與己庚辛兩角形之比例。若甲丙。己辛。兩角形之比例。依題旨。甲丙。己辛。兩角形之比例。亦為甲丙。己辛。再加之比例。則此形中諸角形之比例。若彼形中諸角形之比例。此諸形為前率。彼諸形為後率。而一前與一後之比例。又若并前與并後之比例。即此一角形。與相當彼一角形之比例。若此元形。與彼元形之比例矣。

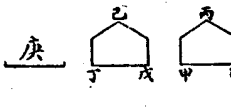


後解曰。題又言兩多邊元形之比例。為兩相似邊再加之比例。

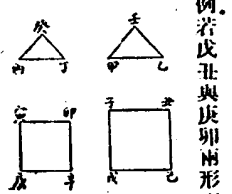
論曰。甲乙丙。與己庚辛。兩角形之比例。既若甲乙丙。與己庚辛。兩多邊形之比例。而甲乙丙。與己庚辛。兩形之比例。為甲乙。己庚。兩相似邊再加之比例。則兩元形亦為甲乙。己庚。再加之比例。增題。此直線。倍大於彼直線。則此線上方形。與彼線上方形。為四倍大之比例。若此方形。與彼方形。為四倍大之比例。則此方形。與彼方形。為二倍大之比例。

夫甲乙壬與丙丁癸之比例。元若戊丑與庚卯。則戊丑與午酉亦若戊丑與庚卯也。十一而午酉與庚卯等也。九而午酉與庚卯既等。又相似而體勢等。即兩形必在等線之上。而庚辛與午未必等。見下方則戊己與午未之比例。若戊己與庚辛也。而戊己與午未。元若甲乙與丙丁。則甲乙與丙丁。亦若戊己與庚辛也。

補論曰。庚卯午酉兩直線形。相等。相似。而體勢等。即在等線之上者。何也。蓋庚辛與午未。若云不等者。或言庚辛大於午未也。則辛卯宜大於未酉矣。十四而庚卯形。宜亦大於午酉形矣。何先說兩形等也。首小做此。補論者。則與未若。而論中無做也。以是未做。



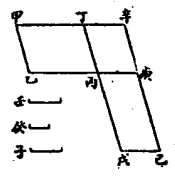
又補論曰。甲乙丙丁戊己。兩直線形。相等。相似。而體勢等。即相似邊如甲乙與丁戊必等者。何也。蓋云不等者。或言甲乙大於丁戊也。即令以甲乙丁戊兩線。求其連比例之末半線為庚十一。其甲乙與丁戊。既若丁戊與庚。而甲乙大於丁戊。即丁戊宜大於庚。即甲乙宜更大大於庚矣。然甲乙與庚之比例。若甲乙丙形與丁戊己形。及廿之九。甲乙既大於庚。則甲乙丙宜大於丁戊己。何先說兩形等也。是甲乙不能大於丁戊矣。言小做此。



增論曰。本題別有簡論。今先顯四線之比例等。而甲乙壬與丙丁癸兩形之比例。若戊丑與庚卯兩形者。蓋甲乙與丙丁之比例。若戊己與庚辛。而甲乙壬與丙丁癸之比例。為甲乙與丙丁再加之比例。十九。戊丑與庚卯之比例。亦為戊己與庚辛再加之比例。是甲乙壬與丙丁癸。若戊丑與庚卯也。次增論曰。今顯四形之比例等。而甲乙丙丁兩線之比例。若戊己與庚辛兩線者。蓋甲乙壬與丙丁癸之比例。若戊丑與庚卯。而甲乙壬與丙丁癸之比例。為甲乙與丙丁再加之比例。若戊丑與庚卯。為戊己與庚辛再加之比例。十九。則甲乙與丙丁之比例。若戊己與庚辛。

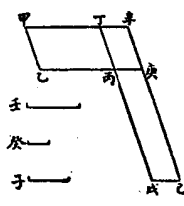
第二十三題

等角兩平行方形之比例。以兩形之各兩邊兩比例相結。



解曰。甲丙己。兩平行方形之乙丙丁。戊丙庚。兩角等。題言兩形之比例。以各等角旁各兩邊之比例相結者。謂兩比例之前率在此形。兩比例之後率在此形。如甲丙與丙己之比例。以乙丙與丙庚。倍丁丙與丙戊。相結也。或以乙丙與丙戊。倍丁丙與丙庚。相結也。論曰。試以兩等角。相聯于丙。而乙丙。丙庚。作一直線。其乙丙丁角。既與戊丙庚角等。即戊丙丙丁。亦一直線。五。次于甲丁。己庚。各引長之。

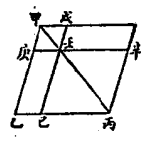
遇于辛。次任作一壬線。次以乙丙丙庚壬。三線。求其斷比例之末率線。為癸。十二末以丁丙丙戊癸。三線。求其斷比例之末率線。為子。其乙丙與丙庚兩底之比例。既若甲丙與丙辛兩形。而乙丙與丙庚。亦若壬與癸。則甲丙與丙辛。亦若壬與癸也。十一。依顯丙辛與丙己。亦若癸與子也。平之。即甲丙與丙己。若壬與子也。廿二。夫壬與子之比例。元以壬與癸。癸與子。兩比例相結。而壬與癸。癸與子。元若乙丙與丙庚。丁丙與丙戊。則甲丙與丙己之比例。以乙丙與丙庚。倍丁丙與丙戊。兩比例相結。則先以乙丙丙戊。為一直線。可依上推顯。



後注曰。此不同理之比例也。兩形不相似。又不相等之形也。等角旁各兩邊。不互相視。故必用相結之理。必須借象之術。其法假虛形。實所以通比例之窮也。以數明之。乙丙六十。丙庚二十。壬三。求得癸一。丁丙四十。丙戊八十。癸一。求得子二。即甲丙之實二千四百。與丙己之實一千六百。若壬三與子二。為等帶半之比例也。其曰壬與癸。癸與子。兩比例相結者。壬三倍大於癸。癸反二倍大於子。三乘半。得一五。則壬與子。為等帶半之比例也。其曰借象者。乙丙與丙庚。丙與丙戊。二比例既不同理。又異中率。故借壬與癸。癸與子。同中率。而不同理之比例。以為象。初作壬與癸。若乙丙與丙庚。次作癸與子。若丁丙與丙戊。則癸為前率之後。又為後率之前。是為壬子。首尾兩率之樞紐。令相象之丙庚丁。丙亦化兩率為一。率為乙丙丙戊。首尾兩率之樞紐。因以兩比例相結。為首尾兩率之比例。雖不能使三率為同理之兩比例。而合為一連比例。亦能使兩不同理之比例。首尾合而為一比例矣。自三以上。可彼此相借。以至無窮也。

第二十四題

平行線方形之兩角線方形。自相似。亦與全形相似。

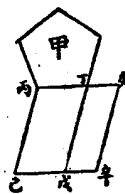


解曰。甲乙丙丁。平行方形。作甲丙對角線。任作戊己。庚辛。兩線。與丁丙。乙丙。平行。而與對角線交相遇于壬。題言戊庚己辛。兩角線方形。自相似。亦與全形相似。論曰。試依一卷廿九題。推顯兩角線形等角。又庚甲戊與乙甲丁同角。而甲戊壬外角。與甲丁丙內角等。甲庚壬外角。與甲乙丙內角等。戊壬庚外角。與乙壬丙內角等。乙己壬內角等。乙己壬外角。又與乙丙丁內角等。則戊庚形。與甲丙全形等角矣。依顯己辛形。亦與全形等角矣。今欲顯兩形與全形相似者。試觀甲庚壬。與甲乙丙。兩角形。甲戊壬。與甲丁丙。兩角形。既各等角。見本題四之系。即甲乙與乙丙之比例。若甲庚與庚壬。而庚乙兩角旁各兩邊之比例等也。又乙丙與丙甲之比例。若庚壬與壬甲。丙甲與甲丁之比例。若壬甲與壬戊。平之。即乙丙與丙丁。若庚

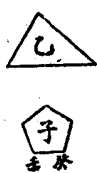
壬與壬戊也。五卷則乙丙丁、庚壬戊兩角旁各兩邊之比例等也。依顯各角旁各兩邊之比例皆等。是兩角線方形自相似亦與全形相似。

第二十五題

兩直線求作他直線形與一形相似與一形相等。



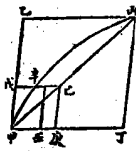
法曰：甲、乙兩直線形。求作他直線形與甲相似與乙相等。先于求相似之甲形任取一邊如丙丁于丙丁邊上作平行方形與甲等。為丙戊。四卷四。次于丁戊邊上作平行方形與乙等。而戊丁庚角與丁丙己角等。為丁辛。其丙丁庚己戊辛俱為直線也。五卷推。次作一壬癸線。為丙丁丁庚之中率。十三卷。末于壬癸上作子形與甲相似而體勢等。十八卷。即子形與乙等。



論曰：丙丁壬癸丁庚三線既為連比例。即依本篇二十題之系。可顯一丙丁與三丁庚之比例。若一丙丁上之甲與二壬癸上之子。兩形相似而體勢等者之比例也。又丙丁與丁庚之比例。若丙戊與丁辛。兩等高等平行方形之比例也。一。則丙戊與丁辛。若甲與子交。夫丙戊與丁辛。元若甲與乙也。丁辛與乙等。則甲與乙之比例。若甲與子也。十一卷。而乙形與子形等矣。九卷。

第二十六題

平行方形之內減一平行方形。其減形與元形相似而體勢等。又一角同。則減形必依元形之對角線。



解曰：乙丁平行方形之內減戊庚平行方形。元形減形相似而體勢等。又戊庚同角。題言戊庚形必依乙丁形之對角線。論曰：試作甲己己丙對角兩線。若兩線為一直線。即顯戊庚形。依甲丙對角線矣。如云甲己己丙。非一直線。令別作元形之對角線。而分戊己過于辛。即作辛壬線。與己庚平行。其乙丁戊壬兩平行方形。既同依甲辛丙一直對角線。則宜相似而體勢等矣。廿四卷。是乙甲與甲丁之比例。宜若戊甲與甲壬也。夫乙甲與甲丁。元若戊甲與甲庚。元若甲庚全。亦等矣。九卷。可乎。若云甲辛丙分己庚于辛。即令作辛壬。與己庚平行。依前論顯之。

第二十七題

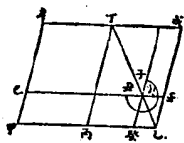
凡依直線之有關平行方形。不滿線者。其圓形與半線之上圓形相似而體勢等。則半線上似圓形之有關依形必大于此有關依形。

幾何原本 卷六

第二十八題

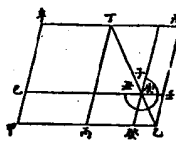
一直線求作依線之有關平行方形。與所設直線形等。而其圓形與所設平行方形相似。其所設直線形。不大于半線上所作平行方形。與所設平行方形相似者。

幾何原本 卷六

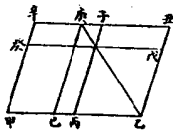


線平行方形。即甲丁為甲丙半線上之有關依形。丙戊為丙乙半線上之有關依形。此兩形相等。相似。體勢又等。題言甲乙線上。凡作有關依形。不滿線者。其圓形與丙戊相似而體勢等。即甲丙半線上之甲丁。有關係形必大于此有關依形。

論曰：試于乙丁對角線上。任取一點為庚。從庚作己庚壬線。庚庚線與甲乙乙戊各平行。即得甲庚為依甲乙元線之有關平行方形。而癸壬為其圓形。此癸壬圓形。既依乙丁對角線。則與丙戊圓形相似而體勢等。廿四卷。夫丙庚庚庚。兩餘方形既等。四卷。若每加一癸壬角線方形。即丙壬與癸庚亦等也。又丙壬與丙己。俱在兩平行線內。底等。即兩形等。三卷。而丙己與癸庚。兩形亦等。若每加一丙庚形。是甲庚平行方形。與子丑對角形亦等也。丙戊平行方形。即子丑對角形之外。倘有庚丁形。則丙戊形必大于子丑對角形。而等丙戊之甲丁形。丙戊、甲丁。同在兩平行線內。必大于等對角形之甲庚形矣。依顯凡依乙丁對角線作形與丙戊相似者。其有關係形俱小于甲丁也。為其必有庚丁之較。故也。



又論甲丁必大於甲庚。曰：己丁丁壬。兩平行方形。同在兩平行線內。又底等。即兩形等。廿六卷。而庚戊為丁壬之分。則丁壬大於庚戊。較餘一庚丁形。其大於丙庚。亦如之。較餘一庚丁形。其大於甲庚矣。即等丁壬之己丁形。其大於丙庚。亦較餘一庚丁形也。次每加一丙己形。則甲丁必大於甲庚矣。



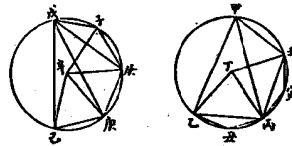
又解曰：若庚點在丙戊形外。即引乙丁對角線至庚。從庚作辛壬線。與癸戊平行。次引甲癸線至辛。引乙戊線至丑。而與辛壬線過于辛。于丑。木作庚己線。與辛甲平行。即得甲庚為依甲乙元線之有關平行方形。又得己丑與丙戊相似而體勢等者。故。見本篇廿四卷。為其關係形也。題言甲丁形亦大於甲庚形。

第二十八題

一直線求作依線之有關平行方形。與所設直線形等。而其圓形與所設平行方形相似。其所設直線形。不大于半線上所作平行方形。與所設平行方形相似者。

幾何原本 卷六

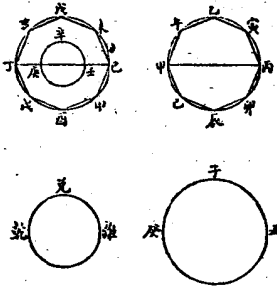
圖分也。五卷。若作甲壬戌癸直線，亦可用先論推顯。用通角角，說見後論。試于乙丙圖分內，作乙丑丙角，次于丙壬圖分內，作丙寅壬角，此兩角所乘之乙甲壬丙與丙乙甲壬，兩圖分既等。三卷。即兩角亦等，而乙丑丙，與丙寅壬，兩圖小分亦相似，亦相等。乙丙與丙壬，兩圖分每加一相等之乙丁丙，丙丁壬，兩圖分形等。四卷。則乙丁壬分圖形倍乙丁丙分圖形之數，如乙丙壬圖分倍乙丙圖分之數，依顯已辛壬分圖形倍已庚庚分圖形之數，亦如已庚癸子圖分倍已庚分圖形之數，然則乙丙壬圖分若等于已庚癸子圖分者，即乙丁壬分圖形亦于等已辛壬分圖形矣。若大亦大，若小亦小矣。五卷。是乙丙壬圖分之倍一乙丙圖分，乙丁壬分圖形之倍三乙丁丙分圖形，倍已庚癸子圖分之倍二已庚圖分，已辛壬分圖形之倍四已庚庚分圖形，大小皆同類也。則一乙丙圖分與二已庚圖分之比，若三乙丁丙分圖形與四已庚庚分圖形也。五卷。一系在圖心兩角之比，皆若兩分圖形。二系在圖心角與四直角之比，若圖心角所乘圖分，與全圖界四直角與在圖心角之比，若全圖界與圖心角所乘之圖分。



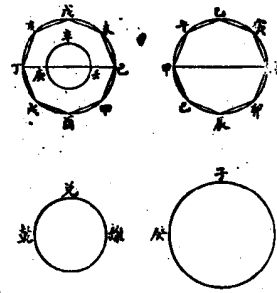
按丁先生言，歐几里得六卷中，多研察有比例之線，竟不及有比例之面，故因其義類增益數題，用補闕如左云。復復增一題，竊并予首，仍以題首從先生舊題，隨類演，以廣其用，俱稱今者，以別于先生舊增也。

今增題圖與圓，為其徑與徑再加之比例。

解曰：甲乙丙丁戊己兩圓，其徑甲丙丁己，題言甲乙丙與丁戊己，為甲丙與丁己再加之比例。



論曰：如云不然，當言甲乙丙圓與小丁戊己之庚辛壬圓，或大于丁戊己之癸子丑圓，為甲丙與丁己再加之比例也。五卷。若言庚辛壬是者，試置庚辛壬圓于丁戊己圓內，為同心，次于外圓內，作丁亥戊未己申酉戌多邊切形，其多邊為偶數，又等，而全不至內圓也。六卷。次于甲乙丙圓內，作甲午乙寅丙卯辰己多邊切形，與丁戊己圓內切形相似，補其兩圓內兩徑上，有丁亥戊未己，與甲午乙寅丙卯辰之兩多邊形，則為兩相似邊再加之比例也。七卷。而甲丙與丁己兩線，為兩形之相似邊，據如彼論，即甲午乙寅丙卯辰與丁亥戊未己兩形，甲乙丙與庚辛壬兩圓，同為甲丙與丁己兩線再加之比例也。甲乙丙半圓，大于甲午乙寅丙形，將庚辛壬半圓，亦大于丁亥戊未己形乎，則分大于全乎。若

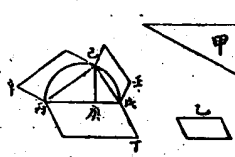


言癸子丑是者，亦如前論，甲午乙寅丙，與丁亥戊未己兩形，甲乙丙與癸子丑兩圓，同為甲丙與丁己兩線再加之比例也。反之，即癸子丑與甲乙丙兩圓之比例，為丁己與甲丙兩線再加之比例也。試設他圓，乾兌離，令癸子丑與甲乙丙之比例，若丁己與乾兌離，則丁戊己與乾兌離兩圓，亦宜為丁己與甲丙兩線再加之比例也。癸子丑既大于丁戊己，即甲乙丙亦大于乾兌離，而丁戊己與小甲乙丙之乾兌離兩圓，能為丁己與甲丙兩線再加之比例乎。之小者，不得為元兩圓徑再加之比例。夫甲乙丙，不得與圖之大于丁戊己者，小于丁戊己者，為甲丙與丁己再加之比例，則止有元兩圓為其元兩徑再加之比例。

一系全圖與全圖、半圓與半圓、相當分與相當分、任相與為比例，皆等。蓋諸比例，皆兩徑再加之比例。故。

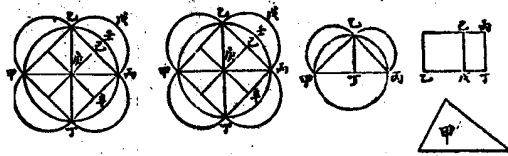
二系三邊直角形，對直角邊為徑，所作圓與餘兩邊為徑，所作兩圓，并等。半圓與兩半圓并等。圖分與相似兩圖分并等。一可推。

三系三線為連比例，以為徑，所作三圓，亦為連比例。推此可求各圖之相與為比例者，又可以圖求各圖之相與為比例者。十一之系可推。



一增題直線形，求減所命分，其所減所存，各作形與所設形相似而體勢等。法曰：如甲直線形，求減三分之一，其所減所存，各作形與所設形相似而體勢等。先作丙丁形，與甲等，與乙相似而體勢等。次任于一邊，如丙戊上，作丙己戊半圓，次分丙戊為三分，而取其一庚戊，次從庚作己庚，為丙戊之垂線。九卷。次作己丙己戊兩線，末于己丙己戊上，作己辛己壬兩形，各與丙丁相似而體勢等。十卷。即所求。

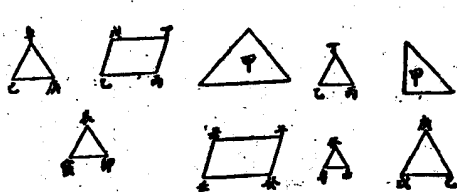
論曰：丙己戊角形，既負半圓，為直徑。三卷。即丙丁直線形，與己辛己壬相似之兩形并等。十一卷。而于等甲之內丁形，減己壬，存己辛，兩形各與丙丁相似而體勢等，則與乙相似而體勢等。今欲顯己壬為丙丁三分之一者，試觀丙庚己丙己戊兩角形既相似。八卷。即丙庚與庚己之比例，若丙己與己戊也。四卷。夫丙庚庚己庚戊，三線為連比例，即丙庚庚戊為丙庚與庚己再加之比例。五卷。而己辛與己壬兩形，亦為丙己與己戊兩相似邊再加之比例。九卷。即丙庚與庚戊兩線之比例，若己辛與己戊兩形也。理此比例之再加之比例，合之，則丙戊與庚戊之比例，若等己辛己壬兩形并之丙丁，與己壬庚丙戊三倍于庚戊，則丙丁亦三倍于己壬，而己壬為等甲之內丁三



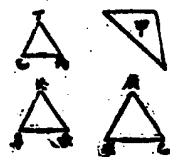
分之二。
若直線形求減之，不論所減所存何形，其法更易。如甲形求減三分之一，先作乙丙平行線形，與甲等。一次分乙丁為三分，而取其一。戊丁末從戊作己戊線，與丙丁平行，即戊丙形為等甲之乙丙形三分之一。本篇

今附：若于大圓求減所設小圓，則以圓徑當形邊，餘法同前。如上圖。又今附：依此法，可方一初月形。方初月形，即作直角，與初月形等。如甲乙丙丁圓其界上有附圓四分之一之乙壬丙戊初月形，而求作一直角方形，與初月形等。先從乙丙作甲乙丙丁內切圓直角方形。三卷次用方形法四分之，即其一為所求方形，與初月形等。何者？甲乙丙半圓與甲乙丙丙，上兩半圓并等。本增如甲乙丙兩線自相等，即其上兩半圓亦自相等。而庚乙壬丙分圓形為大半圓之半，即與乙丙戊小半圓等。此兩半者，各減一，同用之乙丙壬圓小分，其所存乙壬丙戊初月形，與庚乙丙角形等。而庚己丙辛直角方形，與庚乙丙角形亦等。則與乙壬丙戊初月形亦等。依此甲乙丙丁直角方形與大圓界上四初月形并

二增題：兩直線形求別作一直線形，為連比例。

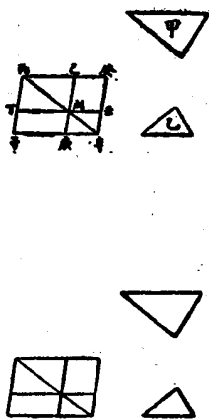


法曰：甲與乙丙丁兩直線形，求別作一直線形，為連比例。先作一戊己庚直線形，與甲等。與乙丙丁相似而體勢等。本篇次以兩形相似之各一邊，如戊己乙丙，為前中率線，而求其連比例之末率線，為辛壬。本篇末于辛壬上，作辛壬癸形，與兩形相似而體勢等。本篇即所求。
論曰：戊己乙丙辛壬三線，既為連比例，即其上二形相似而體勢等者，亦為連比例。本篇



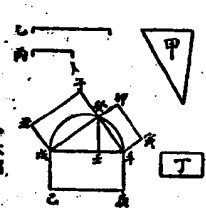
今附：有三圓，求別作一圓，為斷比例，亦以圓徑當形邊，依上法作之。
四增題：兩直線形求別作一形，為連比例之中率。
法曰：甲與乙丙丁兩直線形，求別作一形，為連比例之中率。先作戊己庚直線形，與甲等。與乙丙丁相似而體勢等。本篇次求戊己乙丙兩直線連比例之中率，為辛壬。本篇末于辛壬上，作辛壬癸形，與戊己乙丙上形相似而體勢等。本篇即所求。

論曰：戊己辛壬乙丙三線，既為連比例，即各線上，戊己庚辛壬癸乙丙丁三形，亦為連比例。本篇
又法曰：甲乙兩直線形，求別作一形，為連比例之中率。先作丁丙己戊平行線形，任直斜角，與甲等。本篇次作庚戊壬辛平行線形，與乙等。與丁己形相似而體勢等。本篇次置兩平行線形，以戊角相聯，而丁戊壬為一直線，即庚戊己亦一直線。本篇末從兩形引長各邊，成丙子辛癸平行線形，即兩餘方形，俱為丁己庚壬兩形之中率。



論曰：丁己庚壬兩形，既相似而體勢等，即丁戊與己戊之比例，若戊壬與戊庚也。更之，即丁戊與戊壬，若己戊與戊庚也。夫丁戊與戊壬兩線之比例，亦若丁己與戊癸兩形，己戊與戊庚兩線之比例。又若戊癸與庚壬兩形，則戊癸為丁己庚壬之中率矣。
又論曰：丁己庚壬兩形，既相似而體勢等，即同依丙辛對角線。本篇而子戊、戊癸兩餘方形自相等。則丁己與戊癸兩形之比例，若子戊與庚壬兩形。何者？此兩比例，皆若丁戊與戊壬也。則子戊、戊癸皆丁己庚壬之中率也。
今附：若兩圓，求作一圓，為連比例之中率，亦以圓徑當形邊，依上法作之。

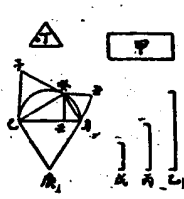
五增題。一直線形。求分作兩直線形。俱與所設形相似而體勢等。其比例。若所設兩幾何之比例。



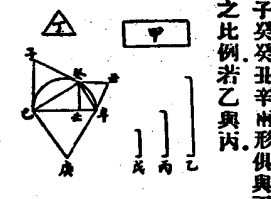
法曰。甲直線形。求分作兩直線形。俱與所設丁形相似而體勢等。其比例。若所設兩幾何。如乙線與丙線之比例。先作戊己庚辛直線形。與甲

等。與丁相似而體勢等。其五。次任其一邊。如戊辛。兩分之于壬。令戊壬與壬辛之比例。若乙與丙也。戊壬與壬辛。若乙與丙。比本為十。次于戊辛上。作戊癸辛半圓。次從壬作癸壬。為戊辛之垂線。次作戊癸癸辛線相聯。末于戊癸癸辛。上作戊丑子癸。癸卯寅辛。兩形。與戊庚庚形俱相似而體勢等。十八。即此兩形并與中等。又各與丁相似而體勢等。其比例。又若乙與丙。

今附。若一圓。求分作兩圓。其比例。若所設兩幾何。亦以圓徑常形邊。依上法作之。六增題。一直線形。求分作兩直線形。俱與所設形相似而體勢等。其兩分形。兩相似邊之比例。若所設兩幾何之比例。

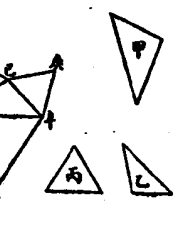


法曰。甲直線形。求分作兩直線形。俱與所設丁形相似而體勢等。其兩分形。兩相似邊之比例。若所設兩幾何。如乙線與丙線之比例。先以乙與丙兩線。求其連比例之末端。為戊。十一。次作己庚辛直線形。與甲等。與丁相似而體勢等。次任其一邊。如己辛。兩分之于壬。令己壬與壬辛之比例。若乙與丙也。十一。次于己辛上。作己癸辛半圓。次從壬作癸壬。為己辛之垂線。次作己癸癸辛。兩線相聯。末于己癸癸辛。上作己癸癸辛。兩形。俱與丁相似而體勢等。即此兩形并與等甲之己庚辛等。而已癸癸辛。兩相似邊之比例。若乙與丙。



論曰。己癸辛。既負半圓為直角。三。即己子癸。癸丑辛。兩形并與等己庚辛之甲等。十一。又己壬與壬癸之比例。若己癸與癸辛。俱在直內兩旁。己壬壬癸。壬辛。三線為連比例。即己壬與壬辛。為己壬與壬癸再加之比例。夫己壬與壬癸之比例。既若己子癸。癸丑辛。兩形相似邊之己癸與癸辛。而乙與丙。元若己壬與壬辛。乙與丙。元若乙與丙再加之比例。則己癸癸辛之比例。若乙與丙。

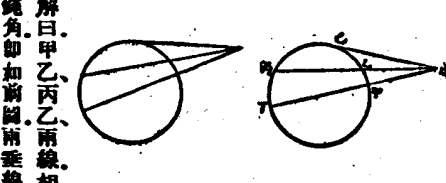
今附。若一圓。求分作兩圓。其兩圓徑之比例。若所設兩幾何。做此。七增題。兩直線形。求并作一直線形。與所設形相似而體勢等。



法曰。甲乙兩直線形。求并作一形。與所設丙形相似而體勢等。先作戊丁己形。與甲等。作己庚辛形。與乙等。又各與丙相似而體勢等。其五。次置兩形。令相似之戊己己辛。兩邊聯為直角。次作戊辛線相聯。末依戊辛線作戊辛壬。與丙相似而體勢等。即與上兩形并等。十一。如所求。

又法曰。作一平行方形。與甲乙兩形并等。十一。次作戊辛壬角形。與平行方形等。又與丙相似而體勢等。即所求。今附。若兩圓。求并作一圓。亦以圓徑常形邊。依上法作之。八增題。圓內兩合線。交而相分。其所分之線。彼此互相視。解曰。甲乙丙丁圓內。有甲丙乙丁。兩合線。交而相分于戊。題言所分之甲戊。戊丙。乙戊。戊丁。為互相視之線。者謂甲戊與戊丁。若乙戊與戊丙也。又甲戊與乙戊。若戊丁與戊丙也。五。即等角旁之兩邊。為互相視之邊。十四。

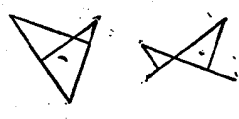
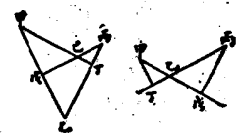
論曰。甲戊戊丙。與乙戊戊丁。兩短內直角形等。三。即等角旁之兩邊。為互相視之邊。十四。九增題。圓外任取一點。從該點出兩直線。皆割圓至規內。其兩全線。與兩規外線。彼此互相視。若從該作一切圓線。則切圓線。為各割圓全線。與其規外線之各中率。



解曰。甲乙丙丁圓外。任取戊點。從戊作戊丁。戊丙。兩割圓至規內之線。遇圓界于甲。于乙。題言戊丙。戊乙。戊丁。戊甲。互相視者。謂戊丙與戊丁。若戊甲與戊乙也。又戊丙與戊甲。若戊丁與戊乙也。論曰。試從戊作戊己線。切圓于己。即戊丙戊乙。短內直角形。戊與己上直角形等。三。又戊丁戊丙。短內直角形。與戊己上直角形亦等。即戊丙戊乙。與戊丁戊丙。兩短內直角形。自相等。而等角旁之兩邊。為互相視之邊。十四。又戊丙戊乙。戊丁戊甲。兩短內直角形。各與戊己上直角形等。三。即戊丙戊乙。戊丁戊甲。三線為連比例。戊丁戊己。戊甲三線亦為連比例。而戊己。為各全線。與其規外線之各中率。十七。十增題。兩直線相連。作角。從兩線之各一界。互下垂線。而每方為兩線。自界至相遇處。一自界至垂線。則各相對之兩線。皆彼此互相視。解曰。甲乙丙乙兩線。相遇于乙。作甲乙丙角。從丙作甲乙之垂線。若甲乙丙為鈍角。即如前圖。兩垂線。當至甲乙丙乙之各引出線上。為甲丁。為丙戊。丙丁。交而相分于乙。

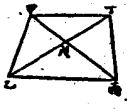
也。若甲乙丙爲銳角，即如後圖。甲丁、丙戊、兩垂線，常在甲乙丙乙之內，交而相分子于己也。題言兩圖之甲乙、乙戊、丙乙、丁，皆彼此互相視者，謂甲乙與丙乙，若丁乙與乙戊也。又甲乙與丁乙，若乙丙與乙戊也。

論曰：甲乙丁角形之甲乙丁、甲丁乙、兩角，與丙乙戊角形之丙乙戊、丙戊乙、兩角，各等。兩角各等，則兩角所對之邊，亦等。即兩形爲等角形。而甲乙與丁乙，若乙丙與乙戊也。更之則甲乙與丙乙，若丁乙與乙戊也。



又論曰：依前圖，可推後圖之甲丁、丙戊，交而相分子于己。其甲己、己丁、丙己、己戊，亦彼此互相視。蓋甲己戊、丙己丁，既爲等角形，即甲己與己戊，若丙己與己丁也。更之則甲己與丙己，若己戊與己丁也。

十一增題：平行線形內，兩直線與兩邊，平行相交，而分元形爲四平行線形。此四形，任相與爲比例，皆等。



解曰：甲乙丙丁平行線形內，作戊己、庚辛、兩線，與甲丁、丁丙、各平行，而交于壬。題言所分之戊庚庚己、乙壬壬丙、四形，任相與爲比例，皆等。

論曰：戊壬壬己、兩線之比例，既若戊庚庚己、兩形。又若乙壬壬丙、兩形。即戊庚庚己，亦若乙壬壬丙也。依題乙壬壬丙、兩形，亦若壬丙庚己也。

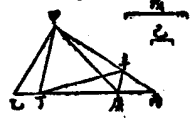
十二增題：凡四邊形之對角兩線，交而相分，其所分四三角形，任相與爲比例，皆等。

論曰：甲乙丙丁四邊形之甲丙、乙丁、兩對角線，交相分子于戊。題言所分甲戊丁、乙戊丙、甲戊乙、丁戊丙、四三角形，任相與爲比例，皆等。

十三增題：三角形，任于一邊，任取一點，從點求作一線，分本形爲兩形，其兩形之比例，若所設兩線也。

先法曰：甲乙丙角形，任于一邊，如乙丙上，任取一點爲丁，求從丁作一線，分本形爲兩形，其兩形之比例，若所設兩線何，如戊線與己線之比例。先以乙丙線，兩分之于戊，令乙戊與庚丙之比例，若戊與己也。其庚與丁，若同點，即作了甲線，則乙丁與丁丙兩線之比例，若乙丁、甲與丁、丙甲兩角形也。一、是丁甲線所分兩形之比例，若戊與己。

次法曰：若庚在丁丙之內，亦作丁甲線，次從庚作庚辛線，與丁甲平行。次作丁辛線，相聯，即丁辛線，分本形爲兩形，其比例，若戊與己者，即乙丁辛甲無法四邊形，與丁辛角之比例，若乙庚庚庚丙也。亦若戊與己也。

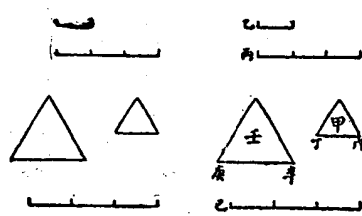


論曰：試作庚甲線，即辛庚庚庚辛丁、兩角形等。次每加一丙庚辛角形，即丙庚甲、丙辛丁、兩角形亦等。則甲乙丙全形，與丙庚甲角形之比例，若甲乙丙、與丙辛丁也。分之，則乙庚庚庚甲角形，與丙庚甲角形之比例，若乙丁辛甲無法四邊形，與丙辛丁角形之比例，亦若乙庚庚庚丙也。則亦若戊與己也。

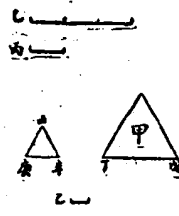


後法曰：若庚在乙丁之內，亦作丁甲線，次從庚作庚辛線，與丁甲平行。次作丁辛線，相聯，即丁辛線，分本形爲兩形，其比例，若戊與己者，即乙丁辛角形，與丁丙甲辛無法四邊形之比例，若乙庚庚庚丙也。亦若戊與己也。

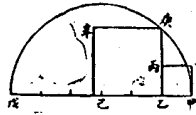
十四增題。一直線形。求別作一直線形。相似而體勢等。其小大之比例。如所設兩幾何之比例。
 法曰。甲直線形。求別作直線形。相似而體勢等。其甲形。與所作形。小大之比例。若所設兩幾何。如乙與丙兩線之比例。先以乙丙。及任用甲之一邊。如丁戊。三線。求其斷比例之末率。為己。十二次求丁戊。及己之中率。為庚辛。十三末從庚辛上。作壬直線形。與甲相似而體勢等。即甲與壬之比例。若乙與丙。



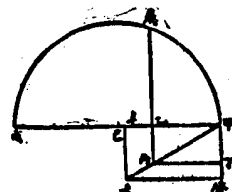
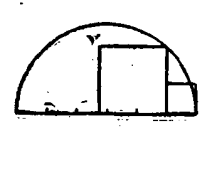
論曰。丁戊庚辛。己三線。為連比例。即一丁戊與三己之比例。若相似而體勢等之甲與壬。本題十之二十之系



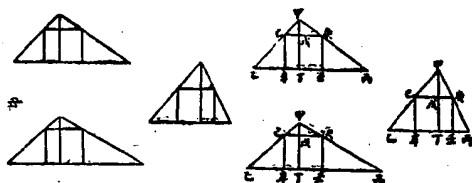
若先設大甲。求作小壬。若乙與丙。其法同。如上圖。用此法。可依此直線形。加作兩倍大。三倍。四。五倍。大。以至無窮之他形。亦可依此直線形。減作二分之一。三分之一。四分。五分之一。以至無窮之他形。其此形與他形。皆相似而體勢等。



有用法。作直角方形。平行線形。及各形之相加。相減者。如甲乙丙丁。直角方形。求別作五倍大之他形。先以甲乙線引長之。以甲乙為度。截取五分。至戊。令乙至戊。五倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于己。次以己為心。甲戊為界。作甲庚戊半圓。其乙丙線。直行過圓界于庚。即乙庚為所求方形之一邊也。末作乙庚辛。己直角方形。即五倍大于甲丙何者。乙庚既為戊乙乙甲之中率線。本題十之三之系



今附若用前法作圖。則乙庚徑上圖。亦二倍大于甲乙徑上圖。相加。相減。做此。以至無窮。以上用法。與本增題同。但此用法。隨得中率線。不費尋求。致為簡易耳。



即一戊乙。與三乙甲之比例。若二庚乙。上直角方形。與三甲乙。上直角方形之比例也。本題二 戊乙既五倍于乙甲。則乙辛亦五倍于甲丙。若戊乙為乙甲之六倍。則乙辛亦甲丙之六倍。若戊乙為乙甲三分之一。則乙辛亦甲丙三分之一。相加。相減。做此。以至無窮。如甲乙丙丁。平行直線形。求別作二倍大之他形。相似而體勢等。先以甲乙線引長之。以甲乙為度。截取二分。至戊。令乙至戊。二倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于己。次以己為心。甲戊為界。作甲庚戊半圓。其丙乙線。直行過圓界于庚。即乙庚為所求直線形之一邊也。次于甲戊線上。截取甲辛。與乙庚等。從辛作壬線。與乙丙平行。次作甲丙對角線。引長之。與辛壬線。遇于壬。末作丁癸。癸壬。成甲辛壬。癸壬。平行直線形。即二倍大于甲丙。又相似而體勢等。何者。戊乙乙庚。乙甲三線。既為連比例。本題十 如前論。一戊乙。與三乙甲之比例。若二庚乙之甲辛。上平行直線形。甲壬。與三甲乙。上平行直線形。甲丙也。本題二 戊乙既二倍于甲乙。則甲壬亦二倍于甲丙。用此法。凡甲乙。上。不論何等形。與乙庚。上形。相似而體勢等者。其乙庚。上形。皆二倍大于甲乙。上形。相加。相減。俱做此。以至無窮。

十五增題。諸三角形。求作內切直角方形。
 法曰。如甲乙丙。銳角形。求作內切直角方形。先從甲角。作甲丁。為乙丙之垂線。次以甲丁線。兩分子于戊。令甲戊與戊丁之比例。若甲丁與乙丙。本題一 末從戊作己庚線。與乙丙平行。從己。從庚。作己辛庚壬。兩線。皆與戊丁平行。即得己壬形。如所求。若直角。鈍角形。則從直角。鈍角。作垂線。除法同。如第一節

論曰。己戊庚線。既與乙丙平行。即乙丁與丁丙。若己戊與戊庚也。本題四 合之。即乙丙與乙丙。若己庚與戊庚也。又丁丙與甲丁。若戊庚與甲戊。角形。與甲戊。角形。等。本題四 平之。即乙丙與甲丁。若己庚與甲戊也。又甲丁與乙丙。若甲戊與戊丁。平之。即乙丙與乙丙。若己庚與戊丁也。乙丙與乙丙。同線。必等。即己庚與戊丁。必等。而己庚與辛壬。又等。本題四 戊丁與己辛。庚壬。亦等。則己庚。庚壬。辛壬。己。四邊俱等。又戊丁。辛。既直角。即己辛。丁。亦直角。本題九 其餘。亦皆直角。而己壬。為直

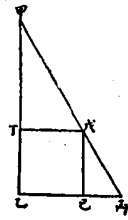
1445959

文科教師研究生閱覽室



21101000174003

圖何原本 卷六
角方形。



論曰。乙丙與甲乙。既若丁戊與甲丁。形故。見本篇四之本。而甲乙與乙丙。又若甲丁與丁乙。平之。即乙丙與乙丙。若丁戊與丁乙也。乙丙與乙丙同線。必等。即丁戊與丁乙必等。而丁己為直角方形。今附。如上三邊直角形。依乙角。作內切直角方形。其方形邊。必為甲丁己丙。兩分餘邊之中率。何者。甲丁與丁戊。若戊己與己丙。故之系。本篇四。

又法曰。若直角三邊形。求依乙角。作內切直角方形。則以垂線甲乙。兩分于丁。令甲丁與丁乙之比例。若甲乙與乙丙。次從丁作丁戊直線。與乙丙平行。從戊作戊己直線。與甲乙平行。即得丁己形。如所求。