面形を有する鈎について別々に研究して見やう。

**125. 梯形斷面の鈎**、鈎に起る最大内力はF部に起る内力即ち$f$てある。故に材料は此$f$に耐え得る大さに造れば好いのてある。偖て梯形に於ては[第四表參照]、

$$e=\frac{h}{3}\cdot\frac{b+2b_1}{b+b_1};\qquad e_1=\frac{h}{3}\cdot\frac{b_1+2b}{b+b_1};$$

$$A=\frac{b+b_1}{2}h;\qquad I=\frac{(b^2+4bb_1+b_1^2)h^3}{36(b+b_1)}$$

此等の値を前節の$(a)$式に代入して計算すれば次の結果を得。

$$b-b_1=\frac{6P}{hf}\quad\cdots\cdots(135)$$

斷面の形を適當に撰むならばF部に起る内力$f$とE部に起る内力$f'$との大さを等しくすることが出來る。斯くするのが即ち經濟的設計てある。然るに$(a)$と$(b)$との式にて見らるゝ通り、$e$と$e_1$とが等しき樣な斷面形ては$f$と$f'$とは決して等しくならぬ。夫故に長方形,楕圓形,正方形,圓形等の斷面ては此事は不可能てある。只$e$と$e_1$との異なる如き斷面形例へば梯形の如きものならば,$f$と$f'$との大さを等しくし得らるるのてある。てあるから鈎の斷面形として梯形は最も理想的のものてある。偖て$f$と$f'$とを等しき大さにするには如何なる條件が必要かと云ふに、$f$と$f'$とが其れ自身釣合へる樣にする、語を換へて云へば$f$と$f'$との和が零になる樣にすれば好い譯てある。依て



$$f+f'=0$$

と置き、之れに$(a)$式と$(b)$式との値を代入すれば、

$$\frac{P}{A}+\frac{P(w+e)e}{I}+\frac{P}{A}-\frac{P(w+e)e_1}{I}=0$$

$$\frac{2}{A}+\frac{(w+e)(e-e_1)}{I}=0$$

又は　$$2I+A(w+e)(e-e_1)=0\quad\cdots\cdots(c)$$

之れに前に掲げた$e, e_1$, A及びIの値を代入して計算すれば次の結果を得るのてある。

$$\frac{b}{b_1}=1+\frac{h}{w}\quad\cdots\cdots(136)$$

又は　$$b_1=\frac{b}{1+\frac{h}{w}}=\frac{wb}{w+h}$$

此値を(135)式に代入すれば、

$$b-\frac{wb}{w+h}=\frac{6P}{hf}$$

$$b\left(1-\frac{w}{w+h}\right)=\frac{6P}{hf}$$

或は　$$b=6\left(1+\frac{w}{h}\right)\frac{P}{hf}\quad\cdots\cdots(135a)$$

公式(135)又は(135$a$)と(136)とは斷面梯形なる鈎の危險斷面の大さと其形とを定めるに重要な公式てある。

**126. 長方形斷面の鈎**、此斷面形に於ては$e$と

$e_1$とは等しく、O點の左右に於て同一の形狀をなせるものであるから $f+f'=0$ なる關係は決して成り立たぬ。從て前節の(c)式は此場合に應用することは出來ぬ。只最大內力を與ふる第124節の(a)式のみが此場合に適用さるゝのである。偖て長方形斷面に於ては[第四表參照]、

$$e=\frac{h}{2}\ ;\quad A=bh;$$

$$I=\frac{bh^3}{12}$$

此等の値を(a)式に代入して計算すれば次の結果を得。

$$bh=\frac{P}{f}\left(4+6\frac{w}{h}\right)$$

又は $$b=2\left(2+\frac{3w}{h}\right)\frac{P}{hf}\cdots\cdots\cdots\cdots(137)$$

此式は斷面長方形なる鉤の危險斷面の大さを定めるに必要な公式である。

**127. 橢圓形斷面の鉤、** 長方形斷面に於けると同じく $e$ と $e_1$ とは等しき故に $f+f'=0$ なる關係は決して成り立たぬ。故に第125節の(c)式を應用することは出來ぬ。偖て橢圓形斷面に於ては[第四表參照]、

$$e=\frac{h}{2}\ ;\quad A=\frac{\pi}{4}bh$$

$$I=\frac{\pi bh^3}{64}$$



此等の値を第124節の(a)式に代入して計算すれば次の結果を得。

$$\frac{\pi}{4}bh=\frac{P}{f}\left(5+8\frac{w}{h}\right)$$

又は $$b=\frac{4}{\pi}\left(5+\frac{8w}{h}\right)\frac{P}{hf}\cdots\cdots\cdots\cdots(138)$$

此式は橢圓形斷面を具ふる鉤の危險斷面の大さを定むるに重要なる公式である。

以上の如くして危險斷面の大さを定めたる後は、其他の斷面は無論之れよりは小形にして宜しい。斷面形の如何に係らずABの長さをEFの長さ即ち $h$ の通例0·5乃至0·6倍に取り、直線EB上に中心を有しEとB幷にFとAとを通る二つの圓を書き、此二つの圓を以て鉤の外形とする。此他鉤についての通例の割合は次の如くである。

繩又は鎖を懸ける口の半徑 $w$ は、Pが約7噸以下ならば

$$w=\frac{P}{11{,}000}+\left(\frac{1}{2}\text{吋}\ 乃至\ \frac{3}{4}\text{吋}\right)$$

Pが約7噸以上ならば、

$$w=\frac{P}{22{,}000}+\left(1\text{吋}\ 乃至\ 1\frac{1}{2}\text{吋}\right)$$

又 $$h=(2\ 乃至\ 3)\times w$$

$$AB=(0·5\ 乃至\ 0·6)\times h$$

例、最大6噸の重量を釣るに用ゐる起重機用鉤

を設計せよ。但し材料は錬鐵にして許容內力を $8{,}500^{\text{ポンド}}/_{\text{平方吋}}$ とす。

解、 $P=6\times 2240=13{,}440^{\text{ポンド}}$

Pが7噸以下であるから口の半徑 $w$ は

$$w=\frac{P}{11{,}000}+\left(\frac{1}{2}^{\text{吋}}\ \text{乃至}\ \frac{3}{4}^{\text{吋}}\right)$$

$$=\frac{13440}{11000}+\left(\frac{1}{2}^{\text{吋}}\ \text{乃至}\ \frac{3}{4}^{\text{吋}}\right)$$

$$=1{\cdot}72^{\text{吋}}\ \text{乃至}\ 1{\cdot}97^{\text{吋}}=1\frac{7}{8}^{\text{吋}}\ \text{とす。}$$

$h=2{\cdot}4\times w$ と置けば、

$$h=2{\cdot}4\times 1\frac{7}{8}=4\frac{1}{2}^{\text{吋}}$$

(1) 斷面を梯形とすれば公式(135$a$)より、

$$b=6\left(1+\frac{w}{h}\right)\frac{P}{hf}=6\left(1+\frac{w}{2{\cdot}4w}\right)\frac{13440}{4\frac{1}{2}\times 8500}$$

$$=\frac{6\times 3{\cdot}4\times 13440}{2{\cdot}4\times 4\frac{1}{2}\times 8500}=3^{\text{吋}}$$

公式(136)より

$$\frac{b}{b_1}=1+\frac{h}{w}=1+\frac{2{\cdot}4w}{w}=3{\cdot}4$$

$$b_1=\frac{b}{3{\cdot}4}=\frac{3}{3{\cdot}4}=0{\cdot}882^{\text{吋}}\ \text{又は約}\ \frac{15}{16}^{\text{吋}}$$

(2) 斷面を長方形とすれば公式(137)より、

$$b=2\left(2+\frac{3w}{h}\right)\frac{P}{hf}=2\left(2+\frac{3w}{2{\cdot}4w}\right)\frac{13440}{4\frac{1}{2}\times 8500}$$

$$=\frac{2\times 7{\cdot}8\times 13440}{2{\cdot}4\times 4\frac{1}{2}\times 8500}=2{\cdot}28^{\text{吋}}$$

又は約 $2\frac{1}{4}^{\text{吋}}$



(3) 斷面を楕圓形とすれば公式(138)より、

$$b=\frac{4}{\pi}\left(5+\frac{8w}{h}\right)\frac{P}{hf}=\frac{4}{3{\cdot}14}\left(5+\frac{8w}{2{\cdot}4w}\right)\frac{13440}{4\frac{1}{2}\times 8500}$$

$$=\frac{4\times 20\times 13440}{3{\cdot}14\times 2{\cdot}4\times 4\frac{1}{2}\times 8500}=3{\cdot}73^{\text{吋}}$$

又は約 $3\frac{3}{4}^{\text{吋}}$

何れの場合にも

$$AB=(0{\cdot}5\ \text{乃至}\ 0{\cdot}6)\times h=(0{\cdot}5\ \text{乃至}\ 0{\cdot}6)\times 4\frac{1}{2}$$

$$=2{\cdot}25^{\text{吋}}\ \text{乃至}\ 2{\cdot}7^{\text{吋}}=2\frac{1}{2}^{\text{吋}}\ \text{とす。}$$

以上の如く計算した後には鈎の外形を書くことが出來る。又鈎の上部の最小徑は

$$d_1=\sqrt{\frac{4P}{\pi f}}=\sqrt{\frac{4\times 13440}{3{\cdot}14\times 8500}}=1{\cdot}42^{\text{吋}}$$

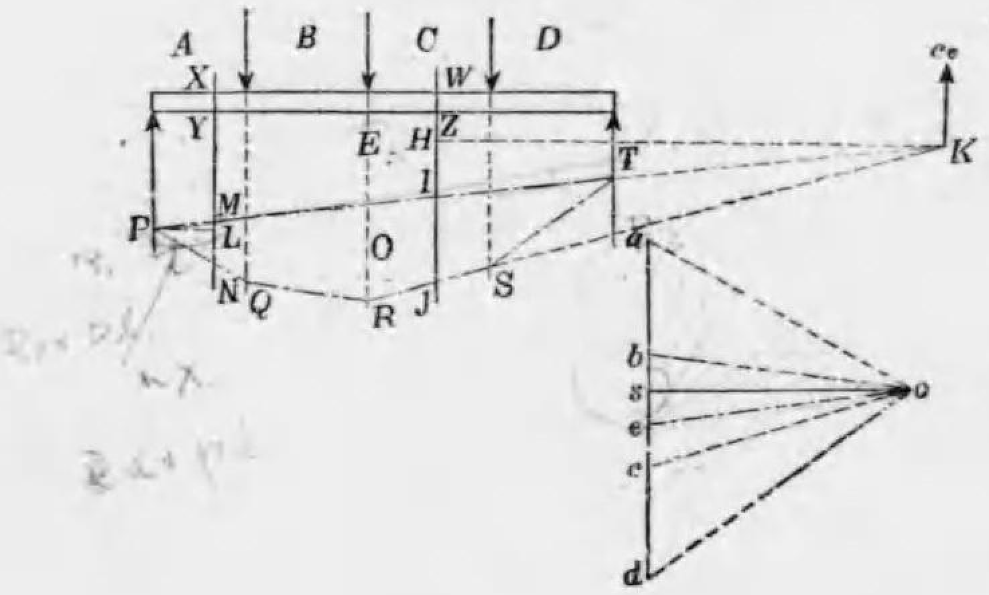
又は約 $1\frac{7}{16}^{\text{吋}}$

故に若し「ねぢ」ある場合ならば、$1\frac{7}{16}$ 吋は「ねぢ」底の直徑であるから、「ねぢ」山の直徑は約 $1\frac{11}{16}$ 吋となる。

# 第十一章　屈曲「モーメント」及び剪斷力に關する圖法力學

**128. 圖法力學により屈曲「モーメント」を求むること、** 第百九十九圖に示す兩端の支へられたる梁に外力 AB, BC, CD [43節バウの記號法に據る]を加へる時は、兩端の支柱に反働力が働いて梁は釣合ひの有様を保つのである。

第百九十九圖




此等支柱の反働力 DE と EA との大さを求めんには第46節に掲げた方法により、先づ $abcda$ なる「ヱクトル」圖を書けば $da$ は DE と EA との力の和に等しい。そこで任意の位置に極 $o$ を撰び $oa$, $ob$, $oc$, $od$ なる極線を引き、構造圖の A, B, C, D の空間に此等の極線に平行なる直線 PQ, QR, RS, ST を順次に書き、P と T とを直線を以て結べば力の數と等數の邊を具ふる「リンク」角多形 PQRST が出來る。次に「リ



ンク」多角形の一邊 PT に平行に極 $o$ より極線 $oe$ を引けば、$e$ は E なる空間に相當する「ヱクトル」圖上の點となるから反働力 DE は $de$ を以て、又反働力 EA は $ea$ を以て夫々表はされるのである。

偖て梁の任意の斷面 XY に働く屈曲「モーメント」について考へるため、XY を通り梁に直角な直線を引き「リンク」多角形と交はる點を M 及び N とし、P より MN に立てたる垂直線を PL, 斷面 XY に働く屈曲「モーメント」を $M_x$ とすれば、

$$M_x = \text{力}EA \times PL$$

然るに　$\text{力}EA = ea$

故に　$M_x = ea \times PL$ ..............................(a)

「ヱクトル」圖に於て極 $o$ より $os$ なる直線を「ヱクトル」線 $abcd$ に直角に下せば、三角形 PMN と三角形 $oae$ とは相似形で PL と $os$ とは其等の高さであるから、

$$\frac{MN}{ea}=\frac{PL}{os}$$

或は　$ea \times PL = MN \times os$

此式と(a)式とを對照し次の結果を得。

$M_x = MN \times os$ ..............................(b)

即ち斷面 XY に働く屈曲「モーメント」は、XY の直下に於ける「リンク」多角形の幅 MN に $os$ の長さを乘じたものに等しい。$os$ 即ち「ヱクトル」線と極との距

離を極距離と呼ぶ。

斷面XYには上の如き關係があるが、XY以外の斷面に於ては如何であるか、一應精査せねば一概に斯くと斷定する譯にはいかぬ。仍てXY以外の斷面例へばWZの斷面に働く屈曲「モーメント」を考へやう。此斷面に働く屈曲「モーメント」はCDとDEとの二つの力の「モーメント」の代數和である。CDとDEとの合成力は $cd+de=ce$ を以て表はされる。然るに多數の力の「モーメント」の代數和は合成力の「モーメント」に等しい[27節]のであるから、CDとDEとの「モーメント」の代數和は $ce$ を以て表はさるゝ力の「モーメント」に等しい。然らば $ce$ を以て表はさるゝ力は構造圖の何れの位置に働くかと云ふに、極線 $oe$ に平行なるPTと $oc$ に平行なるRSとの二つの直線の延長線が出逢ふ點Kに働くことは「リンク」多角形なるものゝ性質上明白なことである[44節條件第二參照]。即ちCD及びDEなる二つの力の代はりにK點に働く $ce$ なる一つの力を置き換へることを得るのである。今WZを通り梁に直角なる直線を引き「リンク」多角形と交はる點をI及びJとし、KHをIJに直角に書き、斷面WZに働く屈曲「モーメント」を $M_w$ とすれば、



$$M_w = ce \times KH \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (c)$$

二つの三角形KIJと $oec$ とは相似形でKHと $os$ とは其等の高さであるから、

$$\frac{IJ}{ce} = \frac{KH}{os}$$

或は $$ce \times KH = IJ \times os$$

此式と(c)式とを對照し次の結果を得。

$$M_w = IJ \times os$$

即ち斷面WZに働く屈曲「モーメント」は、WZの直下に於ける「リンク」多角形の幅IJに極距離 $os$ を乘じたるものに等し。

以上二つの理論の結果として次の定理を得。

梁の任意の斷面に働く屈曲「モーメント」は其斷面の直下に於ける「リンク」多角形の幅に極距離を乘じたるものに等し。

梁は片持梁、兩端支へられたる梁、其他如何なる種類の梁にせよ此定理は常に滿足せられるものである。

極の位置が變はらぬ以上は「リンク」多角形の形は變はらぬものであるから、極距離にして一定の大さである以上は梁の各斷面の直下に於ける「リンク」多角形の幅に變はりなき筈である。而して此幅に極距離を乘じたものは其幅に屬する斷面の屈曲「モーメント」を與へるのであるから、「リンク」多角形の幅は

屈曲「モーメント」に正比例するものなることは明である。此意味に於て「リンク」多角形を一名**屈曲「モーメント」圖**と呼ぶ。

**129. 屈曲「モーメント」尺**、「リンク」多角形一名屈曲「モーメント」圖は構造圖に屬する圖であるから構造圖を書きたる線尺を以て測り、極距離は「ヹクトル」圖に屬するものであるから「ヹクトル」圖を書きたる力尺を以て測り、此等を相乘じたるものは斷面に働く屈曲「モーメント」の値となるのである。

極は如何なる位置に撰むも任意であるが、屈曲「モーメント」を求める場合には極距離が餘り複雜した値であると萬事不便であるから、極距離が成るべく「ポンド」、噸などの或る整數を以て與へられる如き位置に極を撰ばねばならぬ。殊に極距離に屈曲「モーメント」圖の幅を乘じ初めて屈曲「モーメント」を得る如き手數を省くために、屈曲「モーメント」圖の幅を測りたるのみにて直ちに屈曲「モーメント」の値を讀み得る樣な特別な尺度を作れば甚だ便利である。例へば極距離が4「ポンド」で構造圖の縮尺が四十八分の一であるならば、屈曲「モーメント」圖の幅1吋は4呎の長さを示す。依て之れに極距離の4「ポンド」を乘じたるものは屈曲「モーメント」となるのであるか



ら、屈曲「モーメント」圖の幅1吋は $4^{\text{呎}}\times 4^{\text{ポンド}}=16^{\text{呎ポンド}}$ の屈曲「モーメント」を表はすことゝなる。即ち茲に幅1吋が $16^{\text{呎ポンド}}$ の屈曲「モーメント」に等しと云ふ新しき尺度を得た譯である。此尺度を用ゐれば別に極距離を一々乘せずして屈曲「モーメント」圖の幅を測つて直ちに屈曲「モーメント」の値を讀み得られるのである。此新しき尺度を**屈曲「モーメント」尺**と名付く。

屈曲「モーメント」尺は構造圖を書くに用ゐた縮尺(線尺)に力尺にて測つた極距離を乘ずれば得られるのである。例へば構造圖の縮尺を $\frac{1}{4}$ 吋=1呎(縮尺四十八分の一)とし、極距離を5噸とすれば、

屈曲「モーメント」尺 =(線尺)×(極距離)

故に　屈曲「モーメント」尺,

$$\frac{1}{4}\text{吋}=1^{\text{呎}}\times 5^{\text{噸}}=5^{\text{呎噸}}$$

或は

$$\frac{1}{2}\text{吋}=10^{\text{呎噸}}$$

又構造圖の縮尺を $\frac{3}{4}$ 吋=10 呎(縮尺百六十分の一)とし、極距離を10「ポンド」とすれば、

屈曲「モーメント」尺,

$$\frac{3}{4}\text{吋}=10^{\text{呎}}\times 10^{\text{ポンド}}$$

即ち

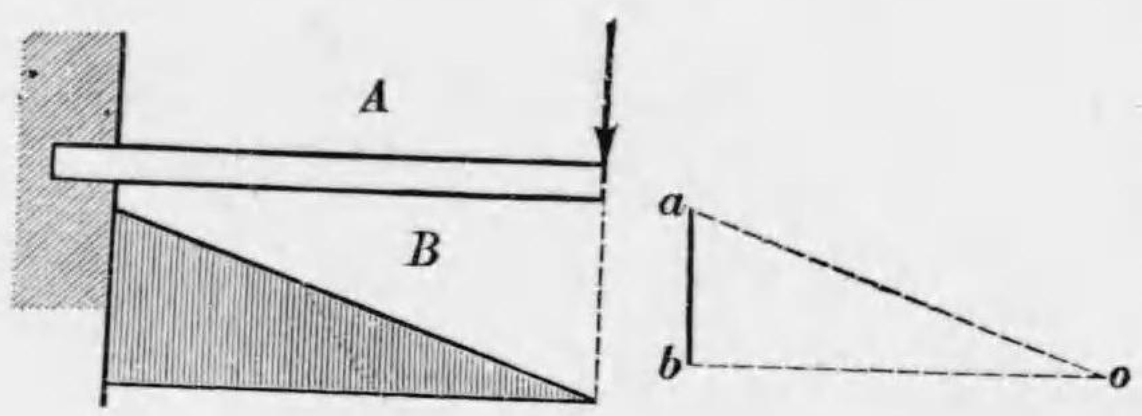
$$\frac{3}{4}\text{吋}=100^{\text{呎ポンド}}$$

都合よき屈曲「モーメント」尺を得んには極距離が成るべく1,5,10,50,100,「ポンド」噸等の如き値になる様に極を撰ばねばならぬ。

例一、自由端に一個の集中荷物を受くる片持梁の屈曲「モーメント」圖を書け。

解、空間をA,Bと命じ、集中荷物ABに等しく適當の力尺を以て「ヱクトル」abを書き、極をoとして極線oa, obを引き、是等に平行に「リンク」多角形を書く(第二百圖)。

第二百圖



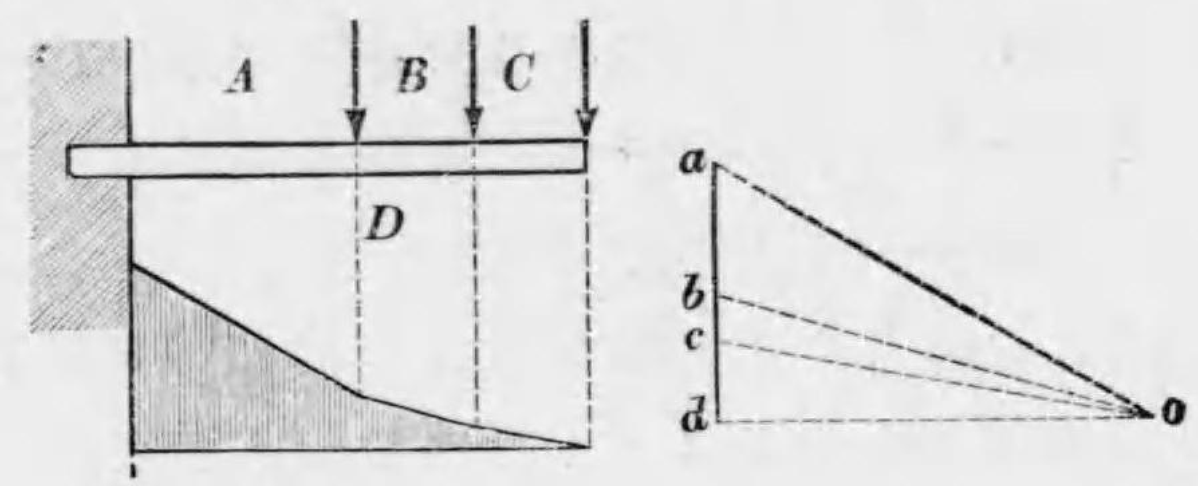

(附言) 片持梁の屈曲「モーメント」圖を書く場合には、極距離が極線obと一致する様に極の位置を定むる時は製圖上甚だ便利である。本圖は其一例である。學者宜しく適當の線尺と力尺とを以て實際に製圖して見よ。

例二及び例三、第二百一圖は多數の集中荷物のある片持梁の屈曲「モーメント」圖で、第二百二圖

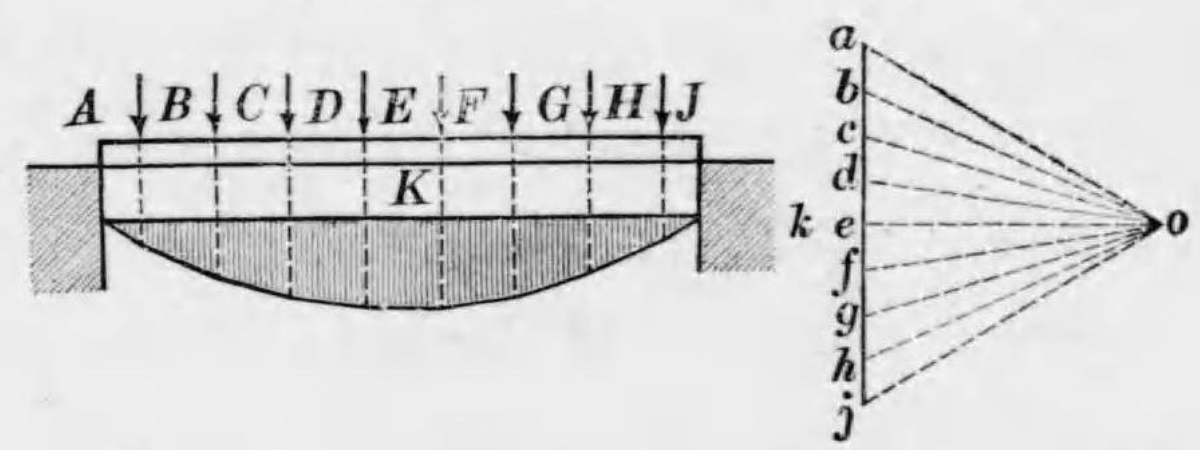


は多數の等しき大さの集中荷物が等距離に散在せる兩端支へられたる梁の屈曲「モーメント」圖である。

第二百一圖




第二百二圖




**130. 散布荷物の場合の屈曲「モーメント」圖、** 第二百二圖に示す梁の荷物の數が無限に多くなり、荷物が梁の上に一様に散布せらるゝ所謂散布荷物になれば、屈曲「モーメント」圖の一方の邊は理論上拋物線となる。又此等の散布荷物が悉く梁の中央に集中荷物となつて集中して居ると假定したる時の梁の中央の屈曲「モーメント」は公式(103)により、

$$M_o=\frac{Pl}{4}$$

てあるが、散布荷物とすれば公式(106)により、

$$M=\frac{Pl}{8}$$

てある。夫故に散布荷物の場合の梁の中央の屈曲「モーメント」は荷物の全量が梁の中央に集中荷物となつて集中して居ると見做した場合の屈曲「モーメント」の二分の一てある。

同様に片持梁に於ては第二百一圖に示す同じ大さの荷物の數が無限に多くなつて散布荷物となれば、屈曲「モーメント」圖の一方の邊は理論上抛物線となる。又此散布荷物の全量が集中荷物となつて梁の自由端に存在して居ると假定したる時の固定端の屈曲「モーメント」は公式(95)により、

$$M_o=Pl$$

てあるが、散布荷物とすれば公式(97)により、

$$M_o=\frac{Pl}{2}$$

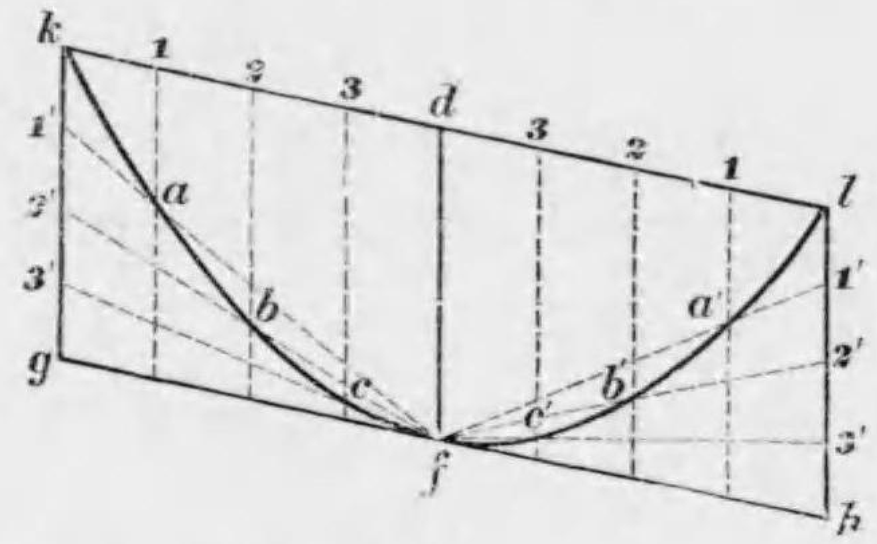
てある。夫故に散布荷物の場合の固定端の屈曲「モーメント」は荷物の全量が梁の自由端に集中荷物となつて存在して居ると見做した場合の屈曲「モーメント」の二分の一てある。

以上の理論を基礎として散布荷物の場合の梁の屈曲「モーメント」圖を書くことが出來る。



抛物線を書く便利な方法は、例へば第二百三圖に於て$k, f, l$なる三點を通る抛物線を書かんには、$kgfhl$なる平行四邊形又は長方形を書き、$kd$を$gf$に等しく取り、之を任意の數例へば1,2,3に於て四等分し、次に$kg$を之れと等數に等分し其分點を$1', 2', 3'$とし、此等と$f$とを結ぶ直線$1'f, 2'f, 3'f$を引き、次に1,2,3を通り$kg$に平行なる直線が順次に$1'f, 2'f, 3'f$と出逢ふ點$a, b, c$を求め、然る時に$k, a, b, c, f$を雲形定木を以て滑かに結び付ける曲線を書けば、其曲線は所要の抛物線の一部てある。同様な方法を以て他の一部に$a', b', c'$なる點を求め、此等を結び付ける曲線を書けば所要の抛物線を得るのてある。實際の圖面を書くに當り等分する數の多き程眞正の抛物線に益々近付くものてあるから、其心して成るべく等分點を多くするを宜しとす。

第二百三圖

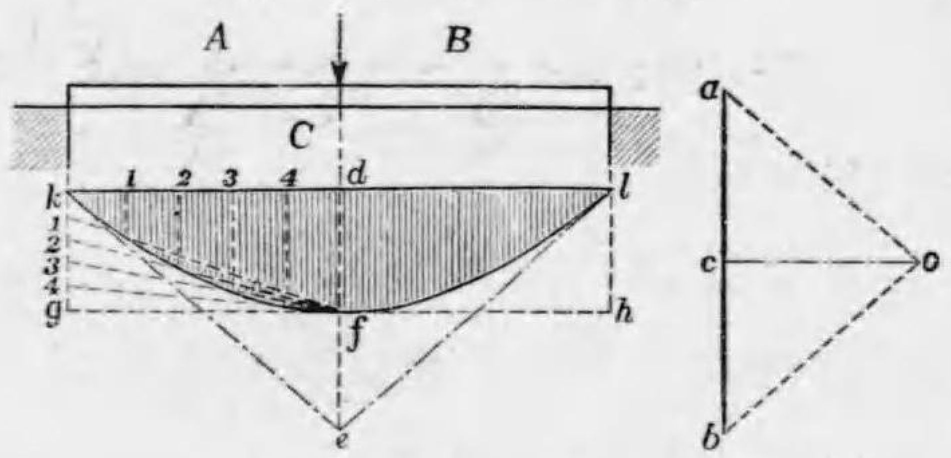



散布荷物と集中荷物とが同時に存在する場合の屈曲「モーメント」圖は散布荷物のみの屈曲「モーメン

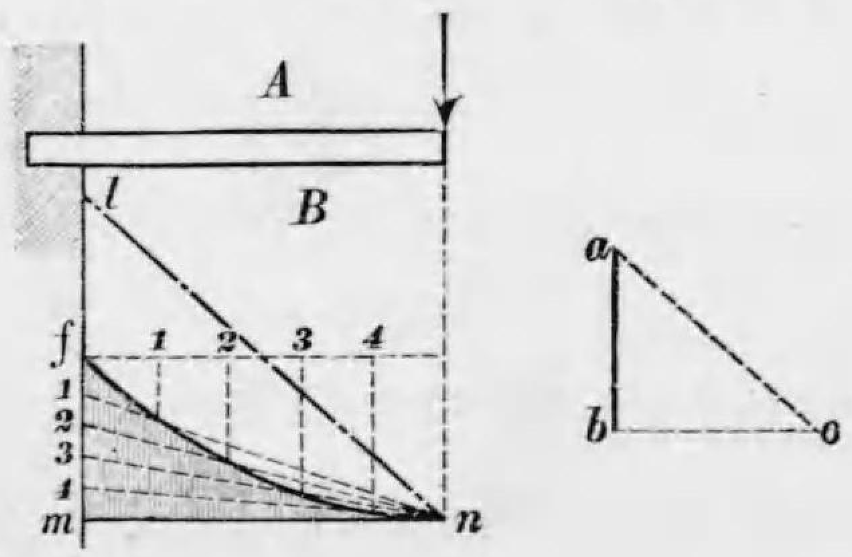
ト」圖と、集中荷物のみの屈曲「モーメント」圖との合成である。つまり此等の屈曲「モーメント」圖の幅の和が斷面の屈曲「モーメント」を與へるのであるから、此場合には此等二種の屈曲「モーメント」圖を別々に書き、各々の圖の幅の和になる如き位置に組み合はせたる圖を書けば所要の圖となるのである。屈曲「モーメント」圖は圖の幅に變はりなき以上は如何なる形にても敢て差支なきものである。

例一、散布荷物を受くる兩端支へられたる梁の屈曲「モーメント」圖を書け。

第二百四圖




第二百五圖




解、散布荷物が悉く梁の中央に集中せるものと見做して屈曲「モーメント」圖$keld$を書き、$de$を$f$にて二等分し、$k,f,l$を通る拋物線を書けば$kfld$は所要の屈曲「モーメント」圖である(第二百四圖)。

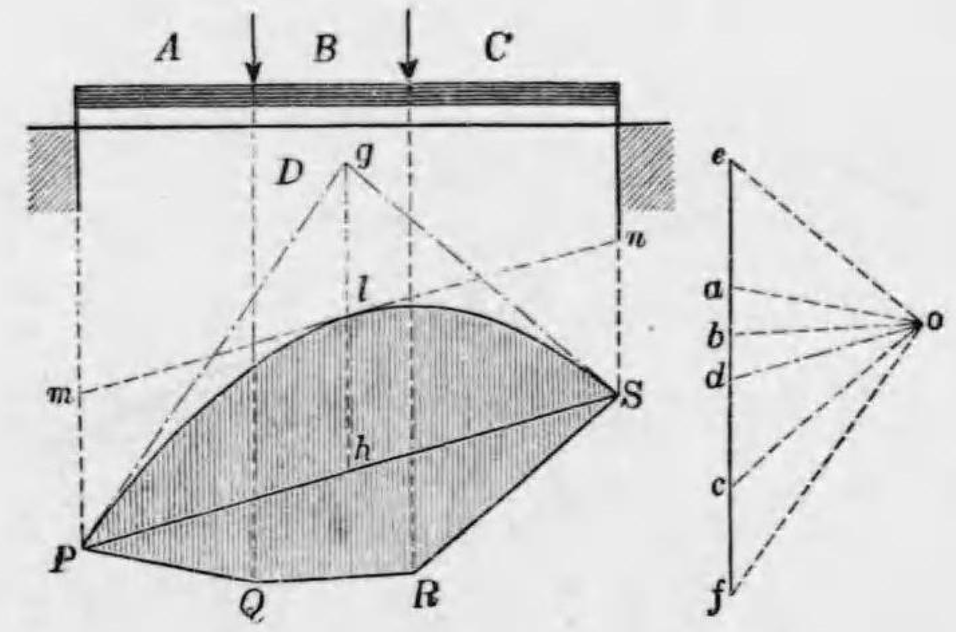


例二、散布荷物を受くる片持梁の屈曲「モーメント」圖を書け。

解、散布荷物が悉く梁の自由端に集中せるものと見做して屈曲「モーメント」圖$lmn$を書き、$lm$を$f$にて二等分し、$fn$を通る拋物線を書けば$fnm$は所要の屈曲「モーメント」圖である(第二百五圖)。

例三、散布荷物と集中荷物とを同時に受くる兩端支へられたる梁の屈曲「モーメント」圖を書け。

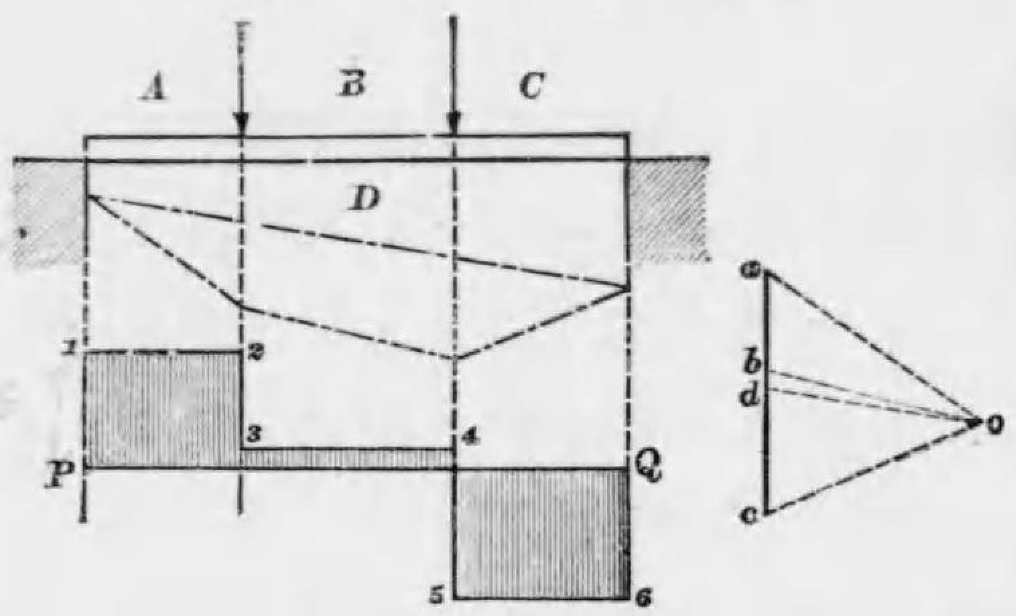
第二百六圖




解、集中荷物のみの屈曲「モーメント」圖PQRSを書き、次に之れと反對の側に散布荷物のみの屈曲「モーメント」圖P$l$Sを書けばPQRS$l$は所要の屈曲「モーメント」圖である。但し「ヱクトル」圖に於て$ef$は散布荷物の全量を示す「ヱクトル」で、$fd=de$なる樣に書いたものである(第二百六圖)。

### 131. 圖法力學により剪斷力を求むること、

第二百七圖




任意の梁の任意の斷面に働く剪斷力は其斷面の右又は左何れか一方に作用する外力の代數和に等しい [67 節] のであるから、例へば第二百七圖に示す梁に於いてはAなる空間に屬する梁の總ての斷面に働く剪斷力はDA即ち$da$で, Bなる空間に屬する斷面に働く剪斷力はDA+AB即ち$da+ab=db$で, Cなる空間に屬する斷面に働く剪斷力はDA+AB+BC即ち$da+ab+bc=dc$であるから、之を圖に書くには梁の直下の適當なる位置にPQなる一線を書き、P1を$da$に等しく取りて1-2なる直線をPQに平行に引き、次に2-3を$ab$に等しく取りて3-4をPQに平行に引き、次に4-5を$bc$に等しく取りて5-6をPQに平行に書けばP1-2-3-4-5-6Qなる圖を得。任意の斷面に働く剪斷力は其斷面の直下に於ける此圖の幅を以て表はさるゝは明瞭である。依て此圖を剪斷

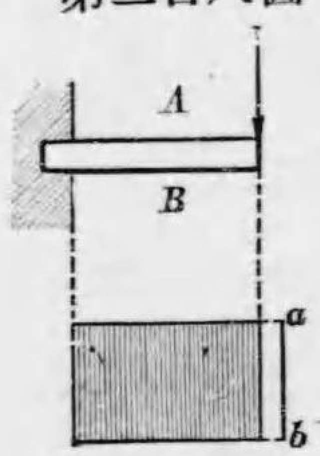


力圖と云ふ。

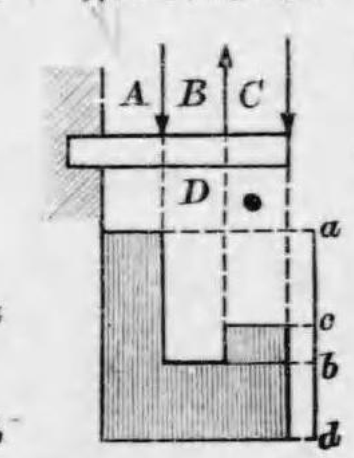
散布荷物の場合にはAB, BC等の外力が連續して無數に存在するのであるから、1, 2, 3, 4, 5, 6なる諸點は連續して一の直線を形作ることは明である。又散布荷物と集中荷物とが同時に存在する場合には、同し場合の屈曲「モーメント」圖を書くと同し心得にて求め得られるのである。尙ほ次の例によりて詳細を知られやう。

第二百八圖は自由端に一個の集中荷物を受くる片持梁、第二百九圖は三個の圖に示す如き集中荷物を受くる片持梁、第二百十圖は散布荷物を受くる片持梁で$ab$は荷物の全量である。第二百十一圖は梁の

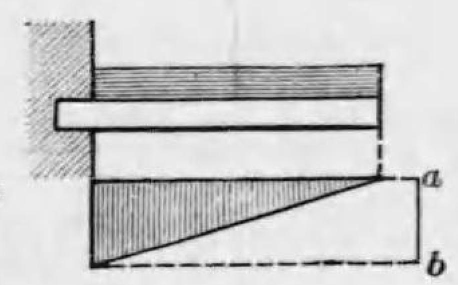
第二百八圖



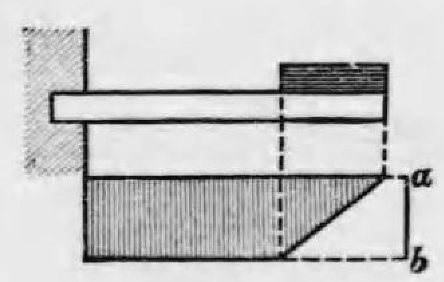

第二百九圖




第二百十圖

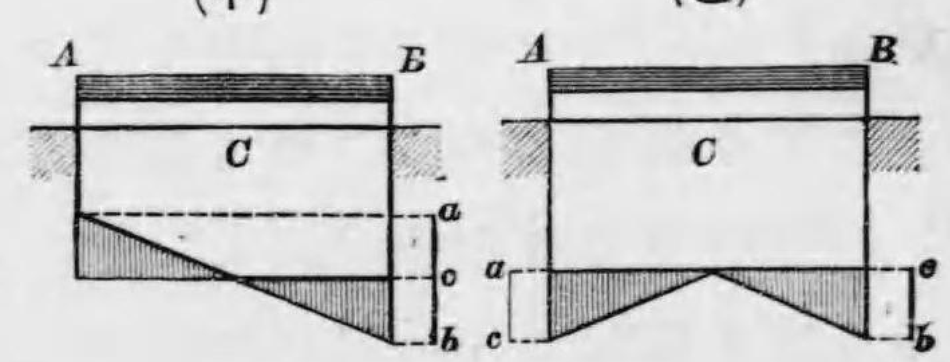



第二百十一圖

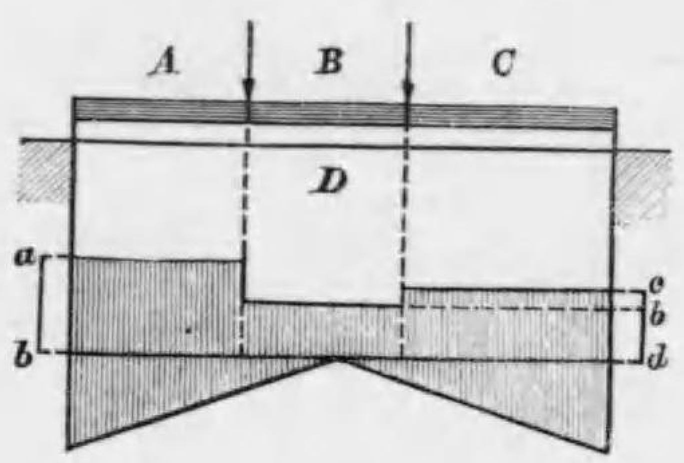



第二百十二圖

(甲)　(乙)



第二百十三圖




一部に散布荷物を受くる片持梁て $ab$ は荷物の全量である。第二百十二圖は散布荷物を受くる兩端支へられたる梁の剪斷力圖て、(甲)圖の如く書くも(乙)圖の如く書くも差支ない。$ab$ は荷物の全量, $bc$ と $ca$ とは其二分の一てある。第二百十三圖は散布荷物と集中荷物とを同時に受ける兩端支へられたる梁の剪斷力圖てある

## 第十一章　問題

(總て圖法力學によりて解くべし)

1. 支點間の距離15呎の兩端支へられたる梁の一端より6呎を距る點に2·5噸の荷物を置きたる時其最大屈曲「モーメント」と梁の中央の屈曲「モーメント」とを求む。
2. 全量15噸の散布荷物を受くる支點間の距離20呎なる兩端支へられたる梁の屈曲「モーメント」圖と剪斷力圖とを書け。
3. 長さ10呎の片持梁の固定端より遠き半面上に



長さ1呎につき3「ポンド」の散布荷物あり。此者の剪斷力圖を書き、更に固定端に働く剪斷力を求む。

4. 長さ11呎6吋の片持梁の固定端より夫々3呎10吋, 7呎8吋及び11呎6吋を距る點に順次に5,6及び2噸の荷物あり。梁の中央に働く屈曲「モーメント」と剪斷力とを求む。
5. 支點間の距離18呎にして全量20噸の散布荷物を受くる兩端支へられたる梁の屈曲「モーメント」圖と剪斷力圖とを書け。
6. 第二編第五章第三項第一目問題1, 2, 3及び4を圖法力學に據て解け。
7. 第二編第五章第三項第三目問題1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 及び11を圖法力學に據て解け。

# 機械學問題の答

## 第一編　力學

### 第一章　(15ページ)

(1) 88呎/分；1·47呎/秒；101呎/分；1·69呎/秒

(2) 13·1呎/秒　(3) 981糎/(秒)²

(4) 0·306呎/(秒)²　(5) 5·5秒；121呎

(6) 21·6呎/秒；2·88秒　(7) 0·049呎/(秒)²

(8) 3·05秒　(9) 4·19レヂアン/秒；10·5呎/秒

(10) 35·2レヂアン/秒　(11) −2·58レヂアン/(秒)²

(12) 135回；1·5分

### 第二章　(27ページ)

(1) 1·56ポンド　(2) 1分25秒

(3) 9,800ポンド　(4) 45·3ポンド

(5) 4,720ポンド　(6) 23·4呎/秒

(7) 960ハンドレッドウエート　(8) 17·5ポンド

### 第三章　(48ページ)

(1) 6·18ポンド；19ポンド

(2) 16·2ポンド；10ポンドの力と14°18′の角をなす方向、

(3) 405呎/秒；294呎/秒

(4) 12·6海里/時；北より東に傾くこと9°55′

(5) 19·5ノット　(6) 2·59秒



(7) 5·04吋/分

(8) 10·8呎/秒；東より北に傾くこと21°48′

(9) 154ポンド　(10) 126ポンド

### 第四章　(71ページ)

(1) 400馬力　(2) 20·4ポンド

(3) 81·5馬力　(4) 60·8キロワット

(5) 15人　(6) 9時間40分

(7) 57·1馬力　(8) 3,280呎ポンド

(9) 6,570呎ポンド　(10) 12·8馬力

(11) 12,400,000呎ポンド　(12) 27·8呎/秒

(14) 7·72呎ポンド

### 第五章　(104ページ)

(1) 左方支柱11·4ポンド；右方支柱10·6ポンド

(2) 4·2噸；5·8噸　(3) 980ポンド

(4) 8ポンドの重量を距る2·33吋

(5) 54吋　(6) 261ポンド

(7) 15·3ポンド；8·25ポンド　(8) 一端より5·74呎

(9) 壁の反働力8·44ポンド；地面の反働力40·8ポンド；
地面の反働力は水平面と約78°

(10) 二つの底邊の中點を結ぶ直線上に於て長き底邊より $\frac{h}{3}\left(\frac{b+2b'}{b+b'}\right)$ の距離

(11) OXを距る上方3·71吋，OYを距る右方2·36吋の點

### 第六章 (128ページ)

(1) 8°8′　　(2) 0·291

(3) 3·46ポンド　　(4) 179馬力

(5) 3,820ポンド; 0·387　　(6) 374ポンド

(7) 30ポンド; 67·2ポンド　　(8) 28·3ポンド; 44·8ポンド

(9) 5秒; 40呎　　(10) 5ポンド

### 第七章 (142ページ)

(1) 68·5回/分　　(2) 3,050呎

(3) 20哩/時　　(4) 52·5°

(5) 66·4回/分　　(6) 6·1°

### 第八章 (167ページ)

(1) BCの糸には10·8ポンド; ABの糸には14·4ポンド

(2) 156ポンド

(3) CA, 34·6ポンド, 引張り棒; BC, 69·3ポンド, 突張り棒; PとQとは各34·6ポンド

(4) AB, 1·25ポンド; BC, 0·75ポンド; 何れも點の方に向く、

(5) 4·5噸; 10·5噸　　(6) 2·23噸; 2·26噸

(7) 一端より1呎　　(8) 14·25噸; 11·75噸

## 第二編　材料及構造强弱學

### 第三章 (203ページ)

(1) 1·67平方吋; $1\frac{1}{2}$吋; $1\frac{5}{16}$吋; $2\frac{1}{4}$吋



(2) 1,400ポンド/平方吋; 5　　(3) $\frac{29}{32}$吋

(4) 30吋　　(5) 0·0736寸

(6) 3·23噸　　(7) $1\frac{3}{8}$吋

(8) 29,000,000ポンド/平方吋 或は 13,000噸/平方吋

(9) 17,100,000ポンド/平方吋　　(10) 長さ1呎につき0·0018呎

### 第四章 (215ページ)

(1) 鋲は14·1噸にて破壞し板は18噸にて破壞する故に、此接手は14·1噸にて破壞す。

(2) 目釘と棒との直徑の比は0·79と1の比

(3) $b=\frac{3}{4}$吋; $h=\frac{3}{8}$吋

### 第五章

#### 第一項 (254ページ)

(1) $I_x=2,580$(吋單位); $Z_x=339$(吋單位)

(2) 405(吋單位); 195(吋單位)

(3) 290(吋單位); 58(吋單位)

(4) 117(吋單位); 29·3(吋單位)

(5) 43·6(呎單位)

(6) $I=\frac{(b^2+4bb'+b'^2)h^3}{36(b+b')}$; $Z=\frac{(b^2+4bb'+b'^2)h^2}{12(2b+b')}$; $Z'=\frac{(b^2+4bb'+b'^2)h^2}{12(b+2b')}$

#### 第二項 (261ページ)

(1) 938呎　　(2) 253吋噸

(3) 111呎　(4) 270呎10吋

## 第三項

### 第一目 (271ページ)

(1) 222呎噸　(2) 216呎ハンドレッドウエート

(3) 400呎噸　(4) 1,440呎ポンド

(5) 1·2噸　(6) 24噸/平方吋

(7) 9,000ポンド/平方吋　(8) 6吋

### 第三目 (294ページ)

(1) 100呎噸　(2) 50呎噸

(3) 6ポンドと5ポンドとの重量を載せたる間の總ての斷面;66呎ポンド

(4) 2,880呎ハンドレッドウエート;左端より24呎を距る斷面

(5) 72呎噸;左端より12呎を距る斷面

(6) 81呎噸;右端より9呎を距る斷面

(7) 160呎噸;左端より14呎を距る斷面

(8) 1,160呎噸;左端より34呎を距る斷面

(9) 8呎噸;9·75呎噸;左端より6呎を距る斷面

(10) 左方支柱より11呎を距る斷面;88·1呎噸;87呎噸

(11) 5,100呎ポンド　(12) 3·38噸

(13) 1·13噸　(14) 350吋或は29·2呎

(15) $3\frac{1}{2}$吋　(16) 12呎

(17) 21,800吋ポンド　(18) 1,470ポンド/平方吋;610呎



(19) 4·6と1との比、即ちI字形に置く時はI字形に置く時の4·6倍の強力あり。

## 第六章 (315ページ)

(1) 72·8噸　(2) 4呎6·6吋

(3) 989噸　(4) 354噸

(5) 324噸　(6) $\frac{1}{2}$吋

(7) $9\frac{1}{2}$吋　(8) $9\frac{1}{4}$吋

## 第七章 (331ページ)

(1) 2,380ポンド/平方吋　(2) 8吋

(3) $14\frac{9}{16}$吋　(4) 15吋;$8\frac{1}{2}$吋

(5) 8,890ポンド　(6) 2·39噸/平方吋

(7) 1·05°

(8) 錬鐵軸の强力を32とすれば鋼軸の强力は45,即ち鋼軸は錬鐵軸に對し約$1\frac{1}{2}$倍强し.

(9) 1·31吋　(10) 8呎6吋

(11) 2·27噸/平方吋　(12) 47,800吋ポンド;3·43°

(13) 1·92°

## 第八章

### 第一項 (336ページ)

(1) 11,200ポンド/平方吋;8,760ポンド/平方吋

(2) 804ポンド/平方吋　(3) 1·93噸/平方吋

**第二項**　(340ページ)

(1) 6,370ポンド/平方吋　(2) $14\frac{5}{8}$吋

(3) $15\frac{5}{8}$吋；$9\frac{3}{8}$吋　(4) $7\frac{1}{4}$吋

**第九章**　(346ページ)

(1) 0·2吋　(2) 9,600ポンド/平方吋；4,800ポンド/平方吋

(3) 0·0333吋　(4) 每平方吋173ポンド

(5) 1,000ポンド/平方吋　(6) 每平方吋800ポンド

**第十一章**　(370ページ)

(1) 9呎磅；7·5呎磅　(3) 15ポンド

(4) 23呎磅；8磅

答　終

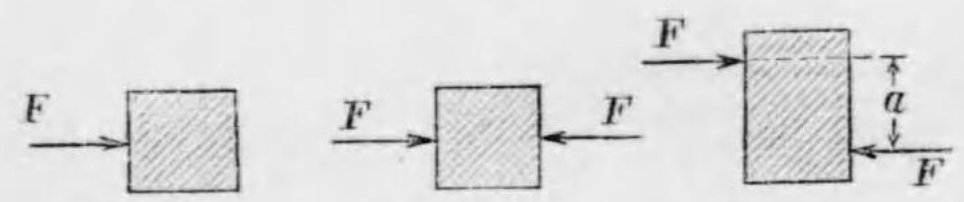
# 增　補

## 力　學　の　部

**1. 偶力** (Couple) 物體に力 F が第一圖(甲)に示す如く働く時は此の物體は力の方向に運動を起す。然し同圖(乙)に示す如く等しく且つ反對なる二力F, Fが同時に一物體の兩側から同一直線上に働く時は此の物體は運動を起すことはない。又同圖(丙)に示

第一圖

(甲)　(乙)　(丙)

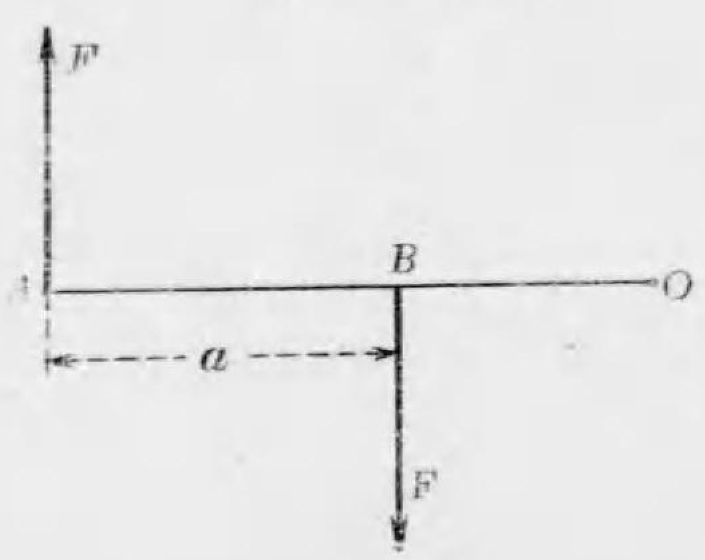



す如く等しく且つ反對なる二力F, Fが同時に一物體の兩側より働き然かも同一直線上に在らずして平行に働く時は此の物體は(甲)圖の場合の如き運動は起さないが、回轉の運動を起すことは明瞭である。即ち(甲)圖の場合の運動は物體の回轉が少しも起らぬ運動で斯かる運動を**移動** (Translation) と云ひ、(丙)圖

の場合の運動は移動の伴はぬ純粋の**回轉運動**(Rotation)である。而して(丙)圖に示す如き等しき且つ反對なる而して同一直線上に在らざる二力を**偶力**(Couple)と呼び、二力間の垂直距離 $a$ を**偶力の腕**(Arm of a couple)と云ふ。

今第二圖に於て、一物體に等しき且つ反對なる而して同一直線上に在らざる二力F, Fが働きて偶力を形作り、此の偶力のために物體は移動の伴はぬ純粋の回轉運動を起せるものと考へる。偖て任意の點Oに對して此等の二力の「モーメント」を取れば、右廻はりせんとする「モーメント」はF×OAで左廻はりせんとする「モーメント」はF×OBであるから、結局此の物體の回轉する「モーメント」即ち偶力によりて起る純粋の回轉運動の「モーメント」は

第二圖




$$F\times OA-F\times OB=F\times(OA-OB)$$
$$=F\times AB=Fa$$

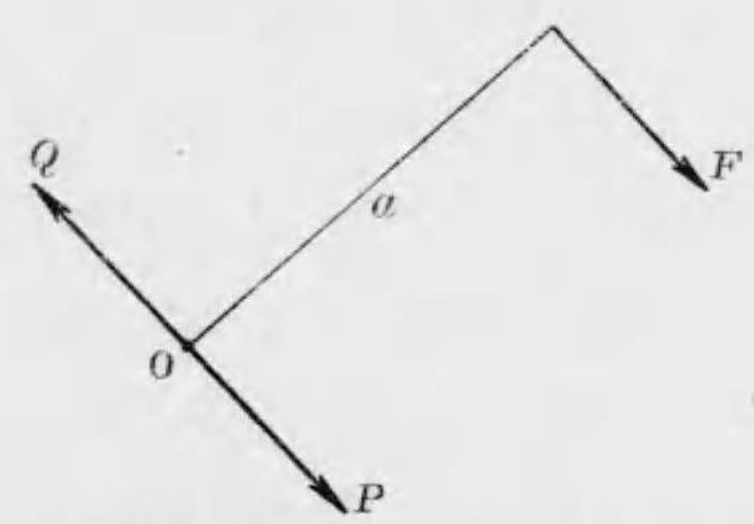
である。此の結果は偶力によりて起る回轉運動の「モーメント」は力Fと腕の長さ $a$ との相乗積に等し



く、O點の位置に無關係なることを示せるものである。つまり**偶力の「モーメント」**(Moment of a couple)は單に $Fa$ なる値を以て表はされる。而して偶力の大小は常に偶力の「モーメント」の大小を以て表示せらるゝのである。

第三圖に於て物體の或る點に力Fが働けるものと考へる。今此の力のために物體は力の方向に運動を起す。而して此の運動を或る他の任意の點Oの周はりの運動と見做して研究せんに、Oに於てFに等しく且つ反對なる二力P, Qを働かしたと考へる。P, Q二力は等しく且つ反對であるから此等の二力を働かしたと否とは物體の運動の形狀に少しの影響をも與へぬことは明白である。故に此等の二力を餘分に働かしたと考へても敢て差支はない。然る時はFとQとは $Fa$ なる「モーメント」の偶力を形作り、PはFに等しき孤立の力となる。仍て次の定理を得る。

第三圖

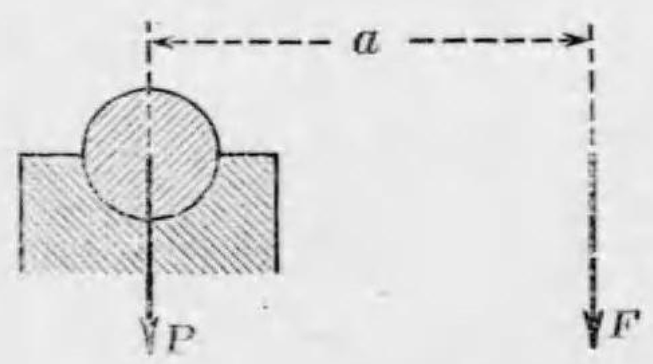



**或る點に働く力は或る他の點に働く等しき力**

と偶力とを以て置き換ふることを得。

力の「モーメント」と云ふのは凡て偶力の「モーメント」のことである。何となれば第三圖に於て力FのO點に對する「モーメント」が$Fa$であると云ふことは、O點にFに等しき且つ反對なる二力P, Qを働かしたと考へて、O點に對して三力P, Q, Fの「モーメント」を取ればPとQとの「モーメント」は共に零となり、Fの「モーメント」$Fa$のみが殘る。是れつまり偶力の「モーメント」である。而して力Pは物體に移動を與へ、偶力$Fa$は物體に回轉運動を與へる。故にO點の運動は移動と回轉運動との合成の運動である。而して移動を妨げる時は物體に壓力を及ぼす。例へば第四圖に於て軸承によりて支へられたる軸を「モーメント」$Fa$を以て回轉する時には、軸はFに等しき力Pを以て軸承面上に壓せらるゝのである。凡て斯くの如く「モーメント」と云ふことは偶力の「モーメント」と云ふことであつて、上の定理は應用の實例多き重要なる定理の一である。

第四圖




**2. 「モーメント」の「エクトル」算法** (Vector Calculation



of Moments) 「モーメント」とは力と距離との相乘積である。然るに力は「エクトル」量で距離は線數量である。随つて「モーメント」は「エクトル」量であるから、「エクトル」算法を應用して「モーメント」に關する種々の計算をなすことが出來る。前節に述べた如く力の「モーメント」と云ふことは凡て偶力の「モーメント」のことであるから、「モーメント」の「エクトル」算法と云ふことは偶力の「エクトル」算法と云ふことである。

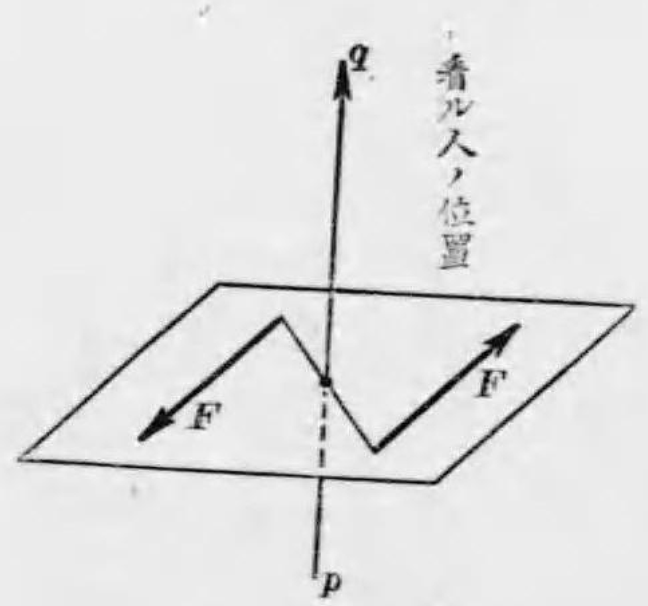
偖て偶力には右廻はりの偶力と左廻はりの偶力とがあるから、此等を區別するに數學的に正負の符號を以てする。而して此の符號は何れを正とし何れを負とするも場合場合に應じて適當に選定すれば差支ないが、煩雜を避くるために世間一般の風習に從ひ、姑く左廻はりの「モーメント」を正號の「モーメント」とし、右廻はりの「モーメント」を負號の「モーメント」と定むることにしやう。

そこで「モーメント」を「エクトル」を以て書き表はすには如何にするか。此れも亦一つの約束であるが、第五圖又は第六圖に示す如く偶力の働く平面に直角なる直線$pq$を引き、而して適當の尺度を用ゐて$pq$の長さを與へられたる「モーメント」の値に等しく取り、而して第五圖の場合の如く「モーメント」が左廻は

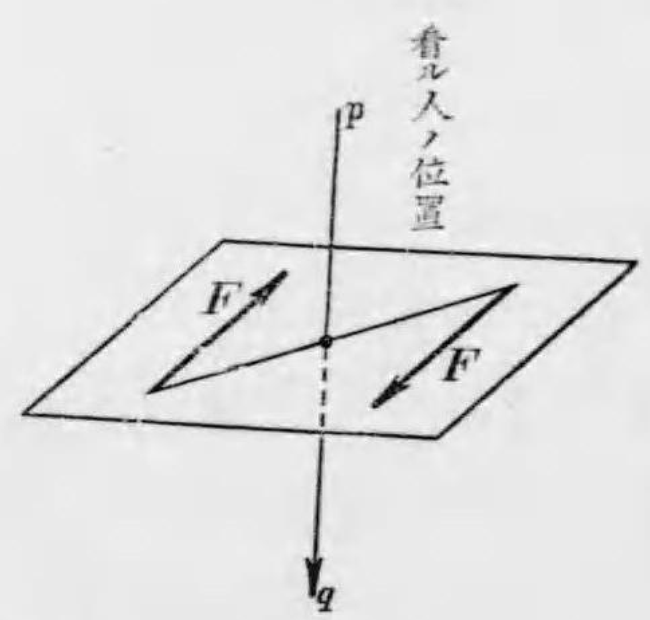
りの「モーメント」即ち正號の「モーメント」であるならば看る人の居る方に矢の標を附け、又第六圖の場合の如く「モーメント」が右廻はりの「モーメント」即ち負號の「モーメント」であるならば看る人の居る反對の方に矢の標を附ける。つまり右「ねぢ」を右又は左に廻はす時に「ねぢ」の運動する方向を想像すれば、上記の約束は直ちに會得することが出來る。而して斯くの如き約束の下に畫かれたる直線 $pq$ を吾人は**「モーメントの「ヱクトル」」**として取り扱かふのである。

上記の如き約束の下に「モーメント」の「ヱクトル」を定むる時は「モーメント」の合成及び分解の算法は力の「ヱクトル」などの場合と同法を以て行なふことが

第五圖




第六圖

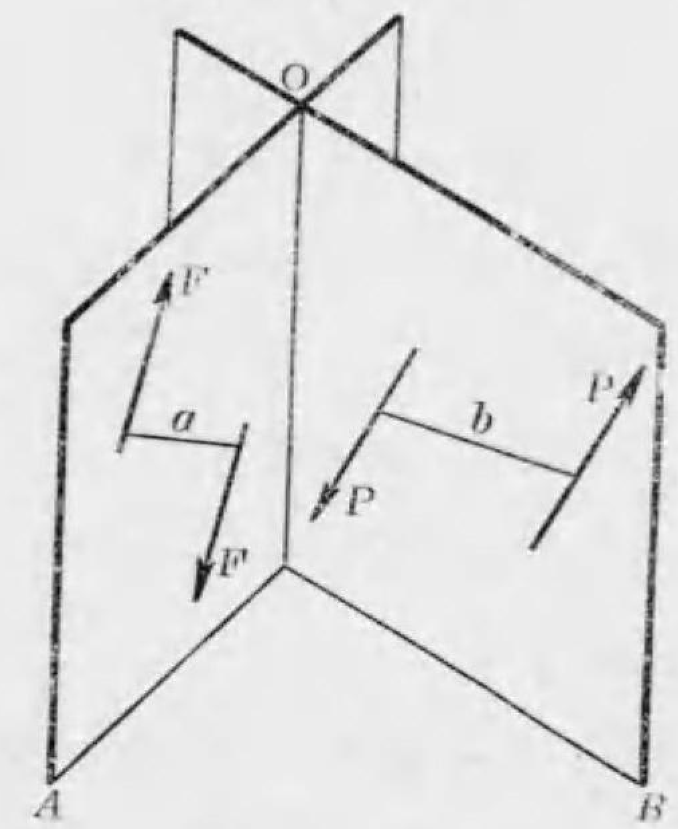



出來る。今合成偶力を求むる場合の例を以て説明せんに、第七圖に示す如く互に相交はる二つの平面

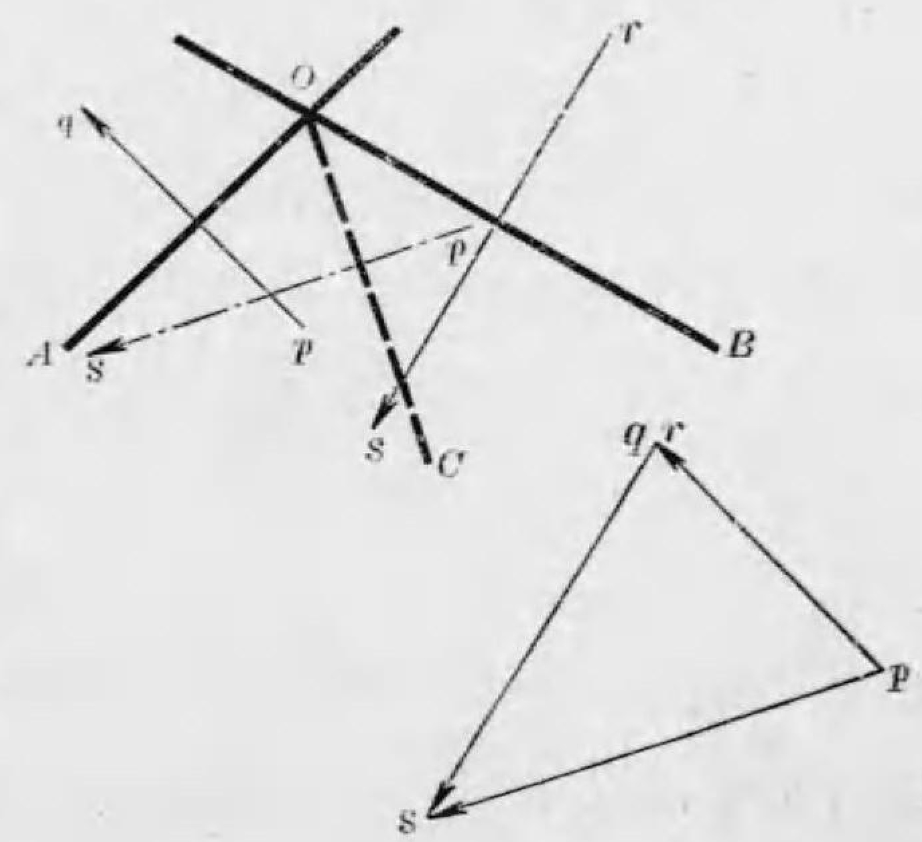


OA及びOB上に夫々「モーメント」$-Fa$ なる右廻はりの偶力と、「モーメント」$+Pb$ なる左廻はりの偶力とが働ける場合に、此等二つの偶力の合成の偶力を求めんにはAOBの間の空間に看る人が居るものと考へて、第七圖の平面圖である第八圖に示す如く、平面OAに直角に「ヱクトル」$pq$ を「モーメント」$-Fa$ に等しく畫き、平面OBに直角に他の「ヱクトル」$rs$ を「モーメント」$+Pb$ に等しく畫きて、此等の二つの「ヱクトル」を普通の「ヱクトル」加法を應用して $pq$ と $rs$ との合成の「ヱクトル」を求むれば、$ps$ なる「ヱクトル」を得る。即

第七圖




第八圖



ち結果の「ヹクトル」は$ps$であるから點線にて示した如き$ps$に直角なる平面OCを作りて、看る人がCOBの間に居ると見做せば、「ヹクトル」$ps$に等しき「モーメント」を有し、而して平面OC上に働く右廻はりの偶力が即ち求めんとする合成の偶力である。

看る人がAOCの間に居ると見做しても結果は同一である。何となれば看る人がAOCの間に居れば結果の偶力は左廻はりの偶力であつて、平面OCを左の方から見る時の左廻はりの偶力は、同し平面の右の方から見る時の右廻はりの偶力と同一であるからである。夫故に看る人が如何なる位置に居ると假定するも結果に於ては毫も變はりはないのである。

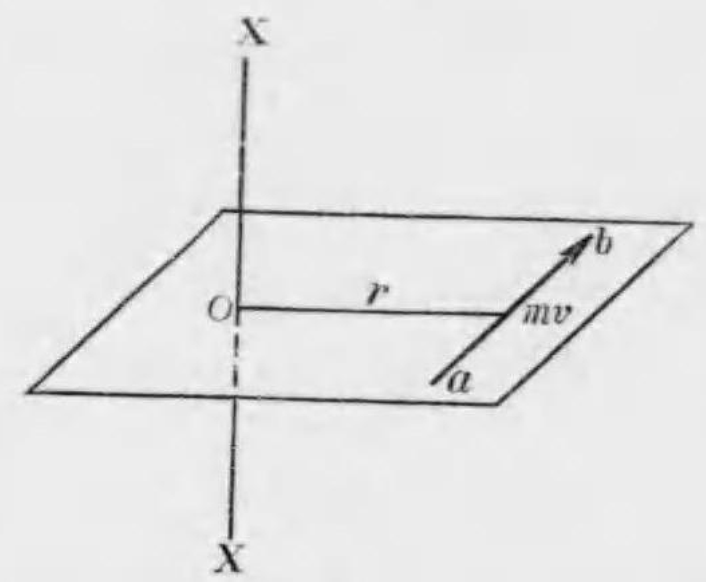
3. **角運動量**(Angular Momentum) 運動量は物體の質量$m$と其の速度$v$との相乘積$mv$である。然るに質量は線數量で速度は「ヹクトル」量であるから隨つて運動量はまた「ヹクトル」量である。夫故に運動量は「ヹクトル」を以て書き表はすことが出來る。

今第九圖に於て「ヹクトル」$ab$を以て運動量$mv$を表はすとし、或る軸XXより$ab$に到る垂直距離を$r$とすれば、$mv$と$r$との相乘積$mvr$を名付けて軸XXに對する運動量$mv$の**角運動量**(Angular Momentum)と



呼ぶ。つまり角運動量とは運動量の「モーメント」のことである。

第九圖




偖て同一平面上又は平行なる多くの平面上に$m_1v_1$, $m_2v_2$, $m_3v_3$等の多くの運動量が存在せる時に、或る軸XXに對する其等の角運動量を$m_1v_1r_1$, $m_2v_2r_2$, $m_3v_3r_3$等とすれば、此等の角運動量の代數和は合成の角運動量であることは云ふまでもない。此れを數學式を以て書けば、$\Sigma mvr$が合成の所謂結果の角運動量である。然るに軸XXに對する速度$v$の角速度を$\omega$とすれば$v=\omega r$であるから、

$$\Sigma mvr=\Sigma m\omega r.r=\Sigma m\omega r^2$$

そこで此等多くの運動量は一物體の各點に働ける場合と考ふる時は、軸XXに對する此の物體の角速度は各點に於て悉く相等しいから$\omega$は一定の値である。仍て

$$\Sigma m\omega r^2=\omega\Sigma mr^2$$

質量$m$に等しき重量を$w$とすれば$m=\frac{w}{g}$であるから、

$$\omega\Sigma mr^2=\omega\Sigma\frac{wr^2}{g}$$

$\Sigma\frac{wr^2}{g}$ は物體の慣性「モーメント」であつて[本文135ページ參照]之れをIを以て表はすならば、

$$\omega\Sigma\frac{wr^2}{g}=\omega I$$

以上を一括する時は

$$\Sigma mvr=\omega I\text{......(1)}$$

此の結果によりて次の定理を得る。

或る軸に對する物體の角運動量の代數和は、其の軸に對する物體の角速度と慣性「モーメント」との相乘積に等し。

次に物體の線速度詳しく云へば物體を構成する各點の線速度$v_1$が$t$時間の後$v_2$に變はり、同時に角速度$\omega_1$が$\omega_2$に變はりたりとすれば、角運動量の變化は

$$\Sigma mv_2r-\Sigma mv_1r=\Sigma m(v_2-v_1)r$$

又公式(1)によれば角運動量の變化は

$$\omega_2I-\omega_1I=(\omega_2-\omega_1)I$$

以上の二式より

$$\Sigma m(v_2-v_1)r=(\omega_2-\omega_1)I$$

今此の角運動量の變化は$t$時間内に起りたるものとし、此の式の左右を$t$にて除せば、



$$\Sigma m\frac{v_2-v_1}{t}r=\frac{\omega_2-\omega_1}{t}I$$

$\frac{v_2-v_1}{t}$は$t$時間内平均の線速度の變化て、$\frac{\omega_2-\omega_1}{t}$は其の時間内平均の角速度の變化てある。故に前者は線加速度て後者は角加速度てある。仍て此等を夫々$\alpha$及び$\dot{\omega}$にて表はせば

$$\Sigma m\alpha r=\dot{\omega}I$$

尚ほ質量$m$と加速度$\alpha$との乘積$m\alpha$は作用したる力の大さを與ふるものてあつて、之れを$f$にて表はせば

$$\Sigma fr=\dot{\omega}I$$

$\Sigma fr$ は物體に働く力の「モーメント」の代數和、即ち物體に作用する「トルク」であるから之れをMにて表はすならば、最後に次の結果が得られる。

$$M=\dot{\omega}I\text{......(2)}$$

此れより次の定理を得る。

或る軸に對する、物體に働く力の「モーメント」の代數和は、其の軸に對する物體の角加速度と慣性「モーメント」との相乘積に等し。

次に$\dot{\omega}$の値なる$\frac{\omega_2-\omega_1}{t}$を以て(2)式を變形する時は、

$$Mt=(\omega_2-\omega_1)I=\omega_2I-\omega_1I\text{......(3)}$$

$Mt$は$t$時間内一様に働きたる「トルク」の全量である。依て次の定理を得る。

或る時間内に働きたる「トルク」の全量は其の時間内に起りたる角運動量の變化に等し。

上述の諸定理は回轉する物體を論ずる場合に屢々必要なるものである。

例一、瓦斯機關あり。此れを運轉せんとするには一分間平均1,000呎「ポンド」の「トルク」を以て「クランク」軸を回轉せざるべからずと云ふ。但し此の内800呎「ポンド」の「トルク」は軸承面等に生ずる抵抗によりて無益に費消せらるゝものである。又「クランク」軸に裝置せる「はずみ」車は重量2,000「ポンド」にして其の回轉半徑は5呎なり。然る時は運動を始めたる一分間後の機關の回轉速度を問ふ。

解、有效なる「トルク」Mは

$$M=1000-800=200^{\text{呎ポンド}}$$

本文公式(47)より「はずみ」車の慣性「モーメント」は、

$$I=\frac{Wk^2}{g}=\frac{2000\times5^2}{32.2}=1{,}550^{\text{呎ポンド秒單位}}$$

故に上の公式(2)より

$$200=\dot{\omega}\times1550$$



依て $\dot{\omega}=\frac{200}{1550}=0.129^{\text{レヂアン}}/_{(\text{秒})^2}$

故に一分間後即ち60秒後の角速度$\omega$は

$$\omega=\dot{\omega}t=0.129\times60=7.74^{\text{レヂアン}}/_{\text{秒}}$$

或は毎分の回轉速度$n$は本文公式(12)より

$$n=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{7.74\times60}{2\times3.14}=74^{\text{回}}/_{\text{分}}$$

即ち求むる回轉速度は毎分74回である。

例二、1,800呎「ポンド」秒單位の慣性「モーメント」を具ふる「はずみ」車を靜止より運轉し一分間後の回轉速度を毎分50回たらしむるに要する「トルク」を求む。

解、毎分50回轉の回轉速度に等しき角速度は

$$\omega=2\pi n=2\times3.14\times\frac{50}{60}=5.24^{\text{レヂアン}}/_{\text{秒}}$$

此れは一分間後即ち60秒後の角速度なる故に角加速度は

$$\dot{\omega}=\frac{5.24}{60}=0.0873^{\text{レヂアン}}/_{(\text{秒})^2}$$

又 I=1,800呎「ポンド」秒單位なる故に公式(2)を應用して

$$M=\dot{\omega}I=0.0873\times1800=157^{\text{呎ポンド}}$$

即ち求むる「トルク」は157呎「ポンド」である。

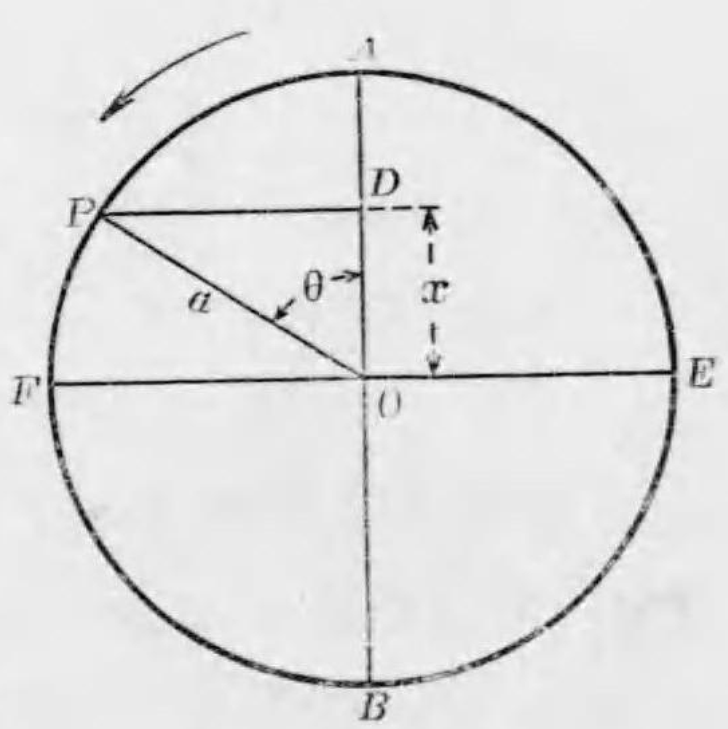
**4. 角運動量の「ヹクトル」算法** (Vector Calculation of Angular Momenta) 角運動量は運動量に距離を乘じ

たるものである。然るに前節の初めに述べたるが如く運動量は「ヱクトル」量で、而して距離は線數量であるから、角運動量も亦「ヱクトル」量である。夫故に角運動量は「ヱクトル」を以て書き表はすことが出來る。隨つてまた「ヱクトル」算法を應用して角運動量の合成及び分解を行なふことが出來るのである。

角運動量を「ヱクトル」にて表示する方法並びに其の合成及び分解の算法は、第2節に詳述したる「モーメント」を「ヱクトル」にて表示する方法並びに其の合成及び分解の算法と少しも異ならぬから、別に改めて述ぶる必要はなからう。

5. **單弦運動**(Simple Harmonic Motion) 第十圖に於て點PがOを中心とする圓周AFBEに沿うて等速度の回轉運動をなすと想像する時に、P點を任意の直徑AB上に直角に投射したる點をDとすれば、Pが圓周に沿うて回轉すると同時にDはAB直線に沿うて上下に往復することゝなる。而して斯くの如き

第十圖






假定の下に往復するD點の運動を**單弦運動**(Simple harmonic motion)と云ひ、假想の圓AFBEを**補助圓**(Auxiliary circle)と云ふ。單弦運動は往復運動の内に於て最も簡單な然かも甚だ重要なる運動の一種であつて、物質の振動は多くは單弦運動を以て研究される。

單弦運動に於てはOは**振動**(Oscillation, vibration)の中心であつて、AとBとは振動の兩極端である。而してOA或はOBの長さ即ち補助圓の半徑を**振幅**(Amplitude)と云ひ、一振動して初めの位置に戻るまでの時間例へばAを離れて再びAに戻るまでの時間を**周期**(Period)と云ひ、單位時間内に起る振動數を單に**振動數**(Frequency)と名付ける。周期は點Pが補助圓の圓周に沿うて全一回轉するに要する時間と同一である。

偖て振動の中心Oより物體又は質點の任意の位置Dまでの距離ODを$x$とし、振幅を$a$とし、角PODを$\theta$とすれば、

$$OD=OP\cos\theta$$

即ち

$$x=a\cos\theta$$

P點の運動する等角速度を$\omega$とすれば點Pは單位時間に$\omega$「レヂアン」を回轉する。隨つて運動を始めてより$t$時間内に回轉したる角は$\omega t$「レヂアン」で

ある。故に今P點はAの位置より運動を始むるものと定めて置けば、角$\theta$は$\omega t$「レヂアン」に等しい。

即ち $\theta=\omega t$

之れを上式に代入すれば

$$x=a\cos\omega t \quad\cdots\cdots(4)$$

此れは振動の極點Aより運動を始むる時に、振動の中心よりの變位を定むる公式である。

次に任意の時刻$t$より後非常に僅小なる時間$\tau$(トウ)を經過したる時刻の變位を$x'$とすれば、上式より

$$x'=a\cos\omega(t+\tau)$$

偖て時刻$t$の變位は$x$にして時刻$(t+\tau)$の變位が$x'$ならば、其の時の速度は$\frac{x'-x}{\tau}$であるから此の速度を$v$にて表はせば、

$$v=\frac{x'-x}{\tau}=\frac{a\cos\omega(t+\tau)-a\cos\omega t}{\tau}$$

$$=\frac{a}{\tau}\left[\cos(\omega t+\omega\tau)-\cos\omega t\right]$$

$$=-\frac{2a}{\tau}\sin\frac{2\omega t+\omega\tau}{2}\sin\frac{\omega\tau}{2}$$

$$=-\frac{2a}{\tau}\sin(\omega t+\frac{\omega}{2}\tau)\sin\frac{\omega}{2}\tau$$

初めの假定によりて$\tau$は極めて小なる時間であるから、$\frac{\omega}{2}\tau$は$\omega t$なる値に比較しては非常に小なる値



である。つまり$\frac{\omega}{2}\tau$の存在は$\omega t$の存在に對しては殆ど何等の影響をも與へないことになる。語を換えて云へば$\sin(\omega t+\frac{\omega}{2}\tau)$の値は$\sin\omega t$の値と殆ど相等しいと云ふて差支ない。又角が非常に小なる時には、其の角の正弦の値は角其のものゝ値に略ぼ等しいものである。但し角は無論「レヂアン」の單位を以て與へねばならぬ。然るに$\sin\frac{\omega}{2}\tau$に於て$\tau$は非常に小なる値であるから、$\frac{\omega}{2}\tau$は非常に小なる角である。

夫故に此の角の正弦即ち$\sin\frac{\omega}{2}\tau$の値は、$\frac{\omega}{2}\tau$なる角其のものゝ値と等しいと見て差支ない。此等の論案を上式に適用すれば上式は次の如くになる。

$$v=-\frac{2a}{\tau}\sin\omega t\times\frac{\omega}{2}\tau$$

即ち

$$v=-a\omega\sin\omega t \quad\cdots\cdots(5)$$

此れは振動の極點Aより運動を始むる時に、任意の時刻$t$なる瞬時の速度に關する公式である。此の式を見るに$t=0$なる時即ち運動の始點Aに於ては$v=0$にして、此れより次第に運動が進み、$t$が次第に增して、振動の中心Oに達するまでの間に於ては角$\omega t$即ち角$\theta$は0度より90度まで增す故に、$v$は次第に負の値の方に增加し、中心Oに於ては$\omega t=90^\circ$な

る故に此の點に於ては$v=-a\omega$となり、夫れより更に進みて、$\omega t$が90度より180度まで增す間には$v$は次第に負の値の方に減少し、$\omega t=180^\circ$なる時即ち振動の他の極點Bに於ては再び$v=0$となる。次に點Bより運動が戻りて、角$\omega t$が180度より270度まで增す間には$v$の値は正號となりて次第に增加し、$\omega t=270^\circ$即ち中心Oに戻りたる時には$v=a\omega$となり、中心Oを通過して始點Aに戻るまでの間、即ち角$\omega t$が270度より360度まで增す間には$v$は依然正號の儘次第に減少し、$\omega t=360^\circ$なる時には$v=0$となりて初めの位置に復し、出發してより此れまでの間に丁度一振動を成したのである。尙ほ時間進み、同時に角$\omega t$が增すに從ひ、順次同一の振動を何回となく繰り返へすのである。

次に任意の時刻$t$より後非常に僅少なる時間$\tau$を經過したる時刻の速度を$v'$とすれば、上式より

$$v'=-a\omega sin\omega(t+\tau)$$

偖て時刻$t$の速度は$v$にして時刻$(t+\tau)$の速度が$v'$ならば、其の時の加速度は$\frac{v'-v}{\tau}$である。故に此の加速度を$\alpha$を以て示せば、

$$\alpha=\frac{v'-v}{\tau}=\frac{-a\omega sin\omega(t+\tau)+a\omega sin\omega t}{\tau}$$



$$=-\frac{a\omega}{\tau}\Big[sin(\omega t+\omega\tau)-sin\omega t\Big]$$

$$=-\frac{2a\omega}{\tau}cos\frac{2\omega t+\omega\tau}{2}sin\frac{\omega\tau}{2}$$

$$=-\frac{2a\omega}{\tau}cos\left(\omega t+\frac{\omega}{2}\tau\right)sin\frac{\omega}{2}\tau$$

此の式に於て$\tau$は非常に小なる値であるから、前に述べたのと同じ理由で$cos\left(\omega t+\frac{\omega}{2}\tau\right)$は殆ど$cos\omega t$に等しく、$sin\frac{\omega}{2}\tau$は殆ど$\frac{\omega}{2}\tau$に等しい。仍て

$$\alpha=-\frac{2a\omega}{\tau}cos\omega t\times\frac{\omega}{2}\tau$$

即ち $$\alpha=-a\omega^2 cos\omega t\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

此れは振動の極點Aより運動を始むる時に、任意の時刻$t$なる瞬時の加速度に關する公式である。或は公式(4)によりて$acos\omega t=x$であるから、此の値を以て上式を書き換えれば

$$\alpha=-\omega^2 x\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

此れは甚だ重要なる公式であつて、單弦運動は多く此の式を以て運動の有樣が書き表はされる故に、此の式を名付けて單弦運動の**運動の方程式**(Equation of motion)と呼ぶ。$\omega$は補助圓に沿うてP點(第十圖)の運動する定角速度で一定數であるから、此の式の意味は加速度$\alpha$が振動の中心よりの變位$x$に正比

例すると云ふことを示してゐる。又此の式の右邊の前に在る負號の意味は、加速度の働く向きと變位の起る向きとが常に反對てあると云ふことを示せるものてある。換言すれば加速度が常に振動の中心に向ひて起ると云ふことてある。故に單弦運動に往々次の如き定義を下す。

加速度が或る一定點よりの距離に正比例し、而して常に其の點に向かへる如き直線上の運動を單弦運動と云ふ。

公式(7)は此の定義を數式を以て書き表はしたるものに他ならぬ。

力は質量に加速度を乘じたるものてあるから、一定質量の物體が運動する場合ならば、單弦運動に或は次の如き定義を下すことが出來る。

力の大さが或る一定點よりの距離に正比例し、而して常に其の點に向かひて働く如き直線上の運動を單弦運動と云ふ。

次に一振動を成し遂ぐるに要する時間即ち振動の周期をTとすれば、

$$T=\frac{2\pi}{\omega}\text{.......................................}(8)$$

なることは明瞭てある。偖て周期は單に一振動をなすに要する時間てあるから運動の向きには無關係てある。而して運動の向きに無關係に考ふれば公式(7)は $\alpha=\omega^2x$ てある。依て此の式より

$$\omega=\sqrt{\frac{\alpha}{x}}$$

なる値を得る。此の値を上式に代入すれば、

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\alpha}{x}}}$$

即ち $$T=2\pi\sqrt{\frac{x}{\alpha}}=2\pi\sqrt{\frac{\text{變位}}{\text{加速度}}}\text{.........}(8a)$$

單位時間內の振動數は明かに $\frac{1}{T}$ てある。依て之れを $q$ にて表はせば、

$$q=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{x}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\text{加速度}}{\text{變位}}}\text{...........}(9)$$

以上に求めたる(4),(5)及び(6)の公式は總て振動の極點Aより振動を始むるものと考へたる場合てある。若し振動の中心Oより振動を始むるものと考ふれば此等の諸公式は夫々次の形となることは明白てある。

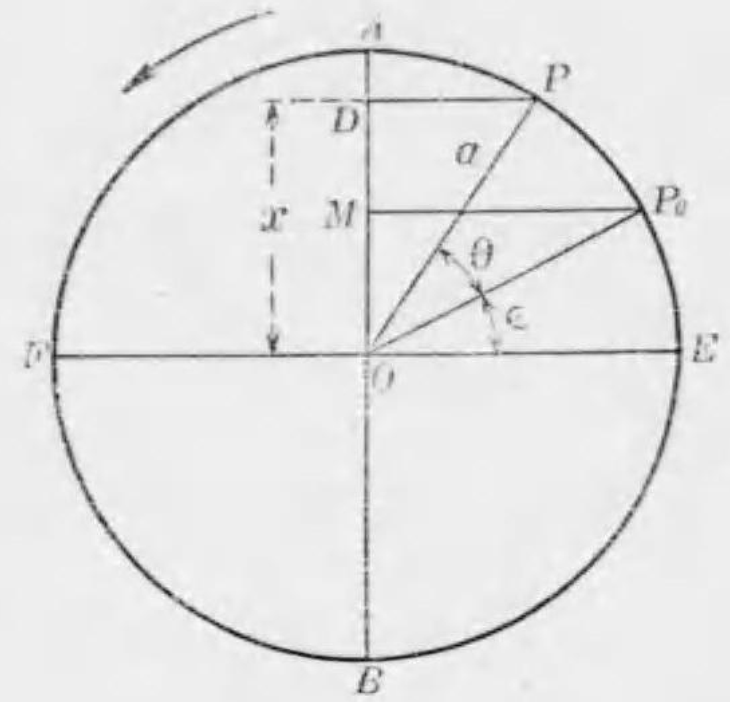
$$x=a\sin\omega t\text{......................................}(4a)$$

$$v=a\omega\cos\omega t\text{......................................}(5a)$$

$$\alpha=-a\omega^2\sin\omega t\text{..............................}(6a)$$

一般に、振動が振動の極點A或は中心O以外の點例へば第十一圖のMの如き點より始まるものと定むれば、此れに相當するP點の位置は$P_0$點であつて、角$P_0OE$を$\epsilon$とすれば、(4),(5)及び(6)の公式は夫々次の形となることは容易に知ることが出來る。

第十一圖




$$x=a\sin(\omega t+\epsilon)\quad\cdots\cdots(10)$$

$$v=a\omega\cos(\omega t+\epsilon)\quad\cdots\cdots(11)$$

$$\alpha=-a\omega^2\sin(\omega t+\epsilon)\quad\cdots\cdots(12)$$

$\epsilon$なる角は運動の始まりの位置を示す角であるから之れを**始まり**(Epoch)又は**位相定數**(Phase constant)と云ひ、$(\omega t+\epsilon)$なる角即ちPOEなる角を**位相の角**(Phase angle)又は單に**位相**(Phase)と云ふ。$\epsilon$なる角は其れが正號の角なる時には**進み**(Lead)と呼び、負號の角なる時には**後れ**(Lag)と呼ぶこともある。

$\epsilon=90^\circ$なる時は始點がAなる時であつて、公式(10),(11)及び(12)は夫々公式(4),(5)及び(6)となり、$\epsilon=0^\circ$なる時は始點がOなる時であつて、公式(10),(11)及び(12)は夫々公式(4a),(5a)及び(6a)となることは明かである。

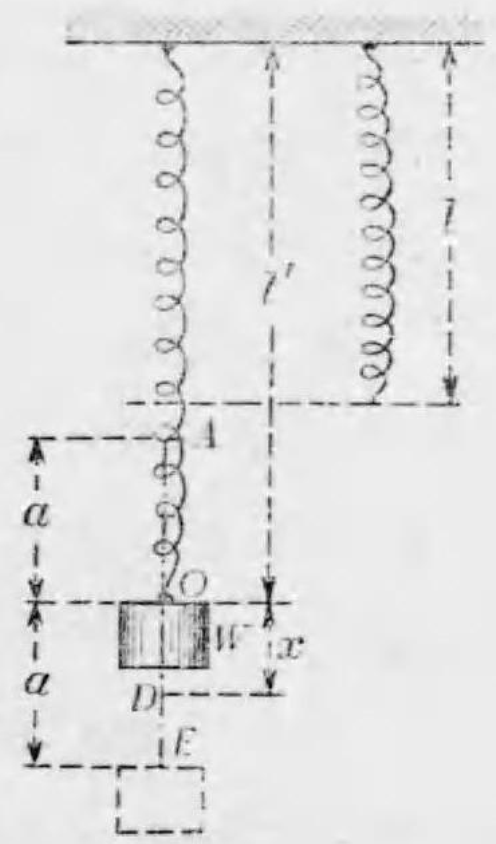


$\alpha=-\omega^2x$なる關係幷びに周期及び振動數に關する諸公式は、振動の始點が如何なる位置にあるとも決して變はることはない。

單弦運動の實例は甚だ多い。今一つの例を掲げて說明しやう。

例、蔓卷き「ばね」の上端を固定し、下端に重量Wの物體を吊りたるものあり(第十二圖)。此の物體は靜止の狀態に於てOの位置にあるものとす。偖て次に此の物體をBの位置まで垂直下方に引き下ろし、而して急に手を投つ時は物體はOを中心としてABの間に振動を起すことは日常人の能く知る所である。仍て此の振動について研究して見やう。但し「ばね」は重さなきものと假定する。

第十二圖




解、物體に働く力は物體自身の重量Wと「ばね」の張力又は壓縮力とである。今「ばね」の顯はす力をPとすれば、物體が振動の中心Oの位置

にある時は明かに $P=W$ にして靜止の狀態は此の位置に於て保たるゝのである。

偖て「ばね」の顯はす力Pは「ばね」の延長又は收縮の量所謂歪みの量に正比例する〔本文公式(128)又は(129)參照〕。故に物體を吊らざる場合の「ばね」の長さを $l$ とし、物體を吊りて靜止の狀態にあらしめたる時の「ばね」の長さを $l'$ とすれば、振動の際に物體が任意の位置例へばDなる位置にある時に、物體に働く「ばね」の力Pは、OD を $x$ とすれば次の式を以て表はされる。

$$P=\kappa(l'+x-l)$$

此の式に於て $(l'+x-l)$ はDなる位置に於ける「ばね」の延長したる全量で、$\kappa$ は力Pと歪みの量とが正比例することを示す或る定數である。

偖て振動はWとPとが等しからぬがために起るのであるから、WとPとの過不足は振動の原働力を與ふるのである。故に此の原働力をQとすれば、

$$Q=W-P=W-\kappa(l'+x-l)$$

Wは一定の値であるがPは $x$ の大小に隨つて變化する値である。依てQは變化する値である。是れ振動の起る理由である。



振動の中心Oに於ては $x=0$ である。故に此位置に於ては $P=\kappa(l'-l)$ である。又此の位置に於ては $P=W$ であるから、

$$\kappa(l'-l)=W$$

即ち重量Wは一定の値で常に $\kappa(l'-l)$ に等しい。依て此の値を上式に代入すれば

$$Q=\kappa(l'-l)-\kappa(l'+x-l)=-\kappa x$$

物體の質量を $m$ とし、力Qによりて生ずる加速度を $\alpha$ とすれば $Q=m\alpha$ なる故に、上式は次の如くになる。

$$m\alpha=-\kappa x$$

或は

$$\alpha=-\frac{\kappa}{m}x$$

此の式に於て $\frac{\kappa}{m}$ は定數である。依て加速度 $\alpha$ と距離 $x$ との關係は或る定數 $\frac{\kappa}{m}$ を以て表はさるゝのであつて、$\frac{\kappa}{m}$ を $\omega^2$ と見做せば丁度公式(7)の $\alpha=-\omega^2 x$ と同一形狀となる。夫故に此の場合の物體の振動は單弦運動であつて、振動の周期Tは公式(8)の $\omega$ の代はりに $\sqrt{\frac{\kappa}{m}}$ を置けば得られる。即ち

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\kappa}{m}}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}}$$

又は$\kappa(l'-l)=W$の式より$\kappa$の値を求むれば、

$$\kappa=\frac{W}{l'-l}$$

或は$W=mg$なる故に、

$$\kappa=\frac{mg}{l'-l}$$

此の値を上のTの式に代入すれば、

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l'-l}{g}}$$

此の例に掲げたる振動は、振動に對して少しの抵抗もなきものと假定したる場合であるから、振動は永久に止まらぬ。然し斯かることは絶對になきことであつて、振動の際には必ず空氣其の他より抵抗を受けるから、振動は實際次第次第に弱はり振幅が漸々小となりて、終には釣合ひの點即ち振動の中心Oに於て靜止の狀態を保つ樣になる。而して斯くの如き振動を**弱はる振動**(Damped oscillation)と名付ける。實際に起る振動は皆弱はる振動である。

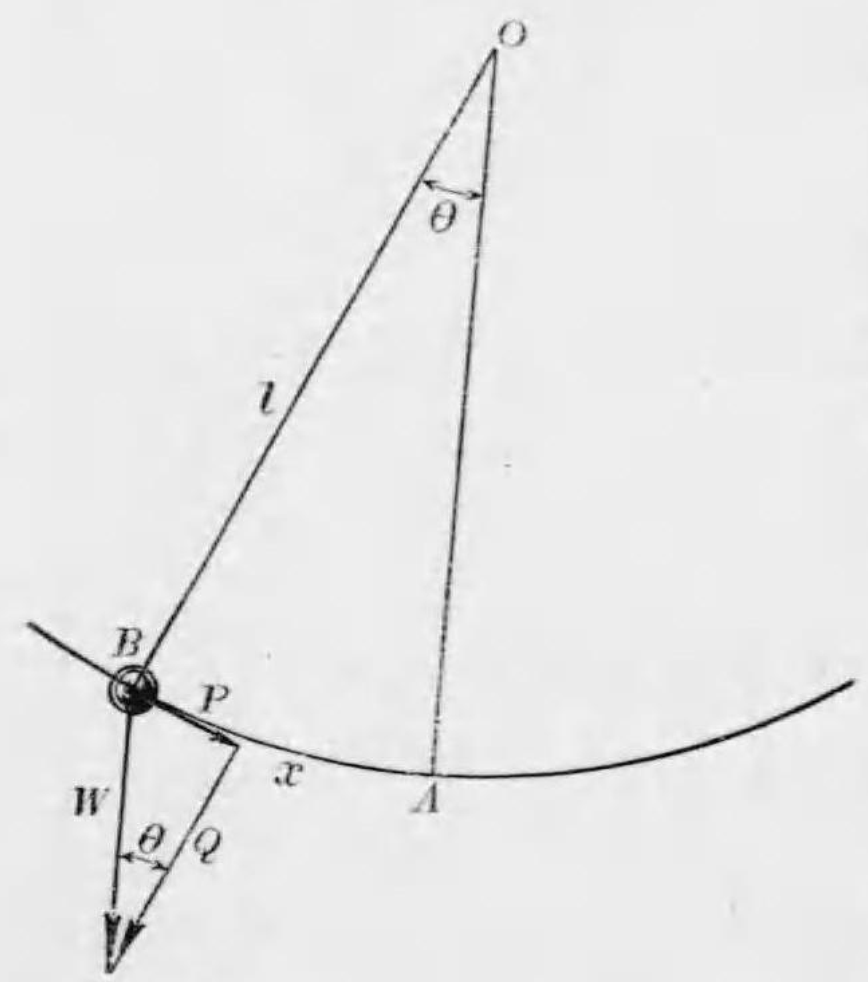
「ばね」の振動の外棒の振動、絲の振動、水の振動、空氣の振動、船の動搖其の他有らゆる物質の振動は、殆ど皆此の例に掲げた樣な振動を形作るのである。

**6. 單振子**(Simple Pendulum) 第十三圖に示す如く重さなき糸の一端Oを固定し、他端に重量Wの物體を吊りたるものを名付けて**單振子**(Simple pendulum)と云ふ。今糸を張りたる儘物體を保持して、糸の方向を垂直線OA以外の位置例へばOBの位置に持ち來して手を投つ時は、物體はAを中心として圓弧AB上に左右に振動を起す。依て此の振動について論じて見やう。



物體の重量Wを糸の方向に直角と平行との二方向に分解すれば、直角分力Pは物體を振動の中心Aに持ち來さんとする力を表はし、平行分力Qは糸の張力を示すことになる。故に振動の原働力はPなる力である。そこで糸の方向が垂直線OAとなす角を$\theta$とすれば、

第十三圖




$$P=-W\sin\theta$$

$$Q=W\cos\theta$$

Pの値の負號なることは力Pが常に角$\theta$を減小せんとする樣に働くがためである。

Qは糸の張力で振動には關係がないから、Pについてのみ研究して見る。

物體の質量を $m$ とすれば $W=mg$ であるから、

$$P=-mg\sin\theta$$

又物體の加速度を $\alpha$ とすれば $P=m\alpha$ であるから、

$$m\alpha=-mg\sin\theta$$

即ち $\alpha=-g\sin\theta$

凡て非常に小なる角の正弦の値は、「レヂアン」の單位にて與へたる角其のものゝ値に等しい。夫故に角 $\theta$ が非常に小なる角であると云ふ假定を以てすれば、

$$\sin\theta=\theta$$

隨つて上式は次の如くになる。

$$\alpha=-g\theta$$

糸の長さを $l$ とし弧 AB の長さを $x$ とすれば、

$$x=l\theta$$

即ち $\theta=\dfrac{x}{l}$

此の値を上の $\alpha$ の式に代入すれば、

$$\alpha=-\frac{g}{l}x$$

此の結果を前節の單弦運動の一般の公式(7)と對照する時は、定數 $\frac{g}{l}$ は $\omega^2$ に相當し、丁度單弦運動の定



義に一致する。夫故に角 $\theta$ が大ならざる場合の單振子の振動は單弦運動である。其の振動の周期Tは公式(8)の $\omega$ の代はりに $\sqrt{\frac{g}{l}}$ を代入して、

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\quad\cdots\cdots(13)$$

單位時間內の振動數は此の反數 $\frac{1}{T}$ なることは云ふまでもない。

此の式を見るに、振動の周期は振子の長さ $l$ にのみ關係し、物體の重さや其の大さや振幅の長さには無關係である。換言すれば、振動の周期は振子の長さにして一定ならば他の何物にも關係なく常に一定である。此の性質を振子の**等時性**(Isochronism)と名付ける。柱時計に振子を用ゐるのは振子の等時性を利用したる適例である。

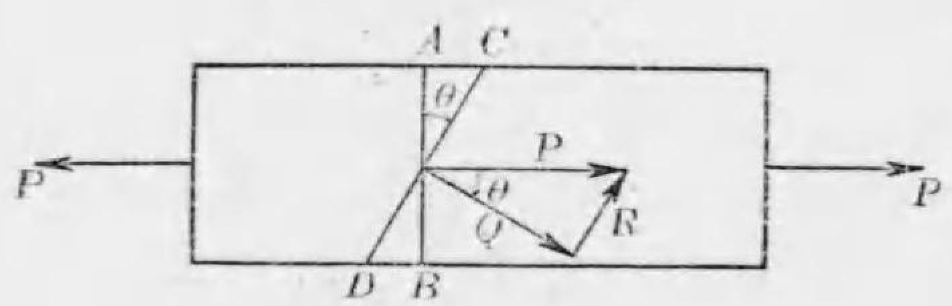
## 材料及構造强弱學の部

**7. 材料の任意の斷面に働く內力** 今第十四圖に於て物體の長さに沿うて外力Pを以て此の物體を引張る時は、Pの方向に直角なる斷面 AB には引張內力 $f$ を生じ、而して此の內力の大さは AB の斷面積をAとすれば $\frac{P}{A}$ に等しきことは、本文第59節に

詳述した所である。然しPの方向に直角ならざる斷面例へばCDの如き斷面には如何なる内力が働きつゝあるか。進んで之れを研究するの要がある。

偖て斷面ABに働く力は外力Pによりて生ずる力である。又斷面CDに働く力も同じく外力Pによりて生ずる力である。即ち斷面ABに働く力も斷面CDに働く力も共に同一の外力Pによりて生ずる力であつて、P以外の外力は此の物體に働いて居らぬ。夫故にPを斷面CDに直角及び平行の二分力QとRとに分解すれば、Qは斷面CDに直角に働く外力となり、Rは同じ斷面に沿うて働く外力となる。

第十四圖




第十四圖は斷面AB又はCDを境目として物體の左方の釣合ひを考へたる圖である。此の圖によりて明白なる如く、斷面CDに直角に働く外力QはCDに引張内力を誘發し、斷面CDに沿うて働く外力RはCDに剪斷内力を起さしむる。故に此の引張内力を$q$、剪斷内力を$r$とし、CDの斷面積を$A'$とすれば本文公式(53)及び(56)によつて、



$$q=\frac{Q}{A'}$$

$$r=\frac{R}{A'}$$

斷面ABと斷面CDとの間の角を$\theta$とすればPとQとの成す角は$\theta$に等しき故に、

$$Q=P\cos\theta$$

$$R=P\sin\theta$$

故に上式より

$$q=\frac{P}{A'}\cos\theta$$

$$r=\frac{P}{A'}\sin\theta$$

又AとA'との關係は

$$A=A'\cos\theta$$

即ち

$$A'=\frac{A}{\cos\theta}$$

であるから、

$$\left.\begin{aligned} q&=\frac{P}{A}\cos^2\theta \\ r&=\frac{P}{A}\sin\theta\cos\theta=\frac{P}{2A}\sin 2\theta \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

或は$\frac{P}{A}$は斷面ABに働く引張内力$f$に等しき故に、

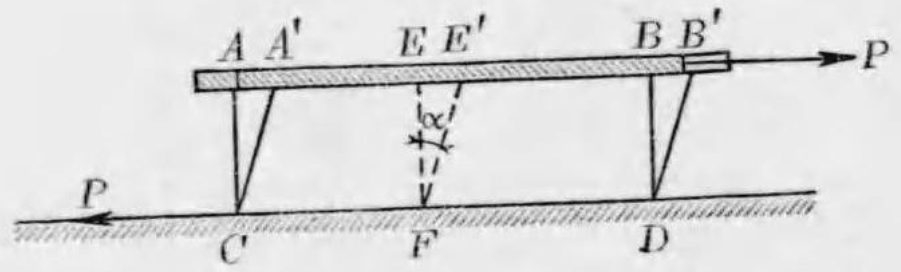
$$\left.\begin{aligned} q&=f\cos^2\theta \\ r&=\frac{f}{2}\sin 2\theta \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(14a)$$

$sin2\theta$ の最大値は１である。故に $sin2\theta=1$ 即ち $2\theta=90°$ 或は $\theta=45°$ なる時に $r$ の値は最大である。つまり $\theta=45°$ なる斷面に最大の剪斷内力を起すのである。夫故に剪斷内力に對する抵抗力の弱い材料は斯くの如き斷面に沿うて切斷を起す。此の事は材料試驗の場合に吾人の屢々目撃する事實である。

以上は引張の場合についてゞあるが、壓縮の場合も此れと全く同一で、此の場合には $f$ と $q$ とが共に壓縮内力となるのみで他に變はりはない。

**8. 剪斷内力** (Shearing stress) 第十五圖に示す如く厚さ CA の甚だ薄き長方形の物體 CABD を水平の板 CD の上に膠を以て張り付けたと考へ、又此の物體の上面には別に板金 AB を膠を以て張り付けたと考へて此の板金を力Pを以て水平に引けば、物體 CABD は CA′B′D の如き形に歪むであらう。此の

第十五圖




場合に物體の厚さは非常に薄いのであるからして、CABD なる形が CA′B′D なる形に歪んだのは、屈曲のためではなくして剪斷のためであると云うて差支



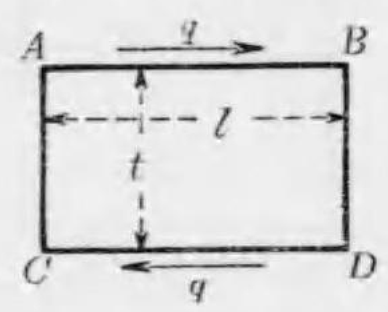
ない。而して上の面 AB に沿うて力Pを働かせれば、下の面 CD に沿うてPと等しき且つ反對なる他の力Pの働くことは云ふまでもない。故に上の面 AB 又は下の面 CD の面積をAとすれば $\frac{P}{A}$ は即ち剪斷内力である。

偖て剪斷内力のためにCA或はDBはCA′或はDB′の樣に歪む。同樣に他の斷面FEはFE′の樣に歪むのである。而して EE′ は歪みの全量であつて、EE′ を FE を以て除したる $\frac{EE'}{FE}$ が即ち此の場合の歪みの量である。然るに EE′ は通例非常に小なる値であるから、EE′ はFを中心とする圓弧の一片であると見て差支ない。隨つて角 EFE′ を $\alpha$「レヂアン」とすれば $\frac{EE'}{FE}=\alpha$ である。つまり摩れた角を「レヂアン」の單位を以て表はしたものが剪斷の場合の歪みの量であると云ふことになる。

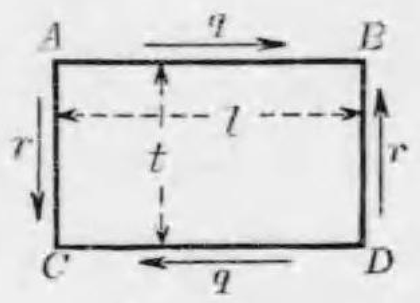
第十五圖に示した物體の上下兩面に働く剪斷内力を何れも $q$ とすれば、此等の内力は第十六圖に示す如くに働くのである。今物體の厚さを $t$、長さを $l$、幅を $b$ とすれば、上下兩面の面積は何れも $lb$ であるから、此等の面に働く力Pは何れも $qlb$ である。然る時は上面の力 $qlb$ と下面の力 $qlb$ とは $qlbt$ なる「モーメント」の偶力を形作る。然るに偶力は物體に回轉

運動を起さしむるものであるから、之れに反對する偶力が存在せなければ此の物體は回轉する理である。故に物體が靜止の狀態にあるとすれば、$qlbt$ なる偶力に反對する偶力が必ず更に存在せなければならぬ筈であつて、圖に示す偶力は右廻はりの偶力

第十六圖




第十七圖




であるから更に存在すべき偶力は左廻はりの偶力で、且又偶力の「モーメント」が何れも $qlbt$ に等しかるべき筈である。是れ即ちAC及びBDなる左右の兩面に働くと見做さるゝ $r, r$ なる剪斷內力より起る偶力でなければならぬから、つまり第十七圖に示すが如く上下左右の四面に $q, q, r, r$ なる剪斷內力が働かねばならぬことに論定される。而して $r, r$ より起る偶力の「モーメント」は明かに $rtbl$ であるから、

$$rtbl = qlbt$$

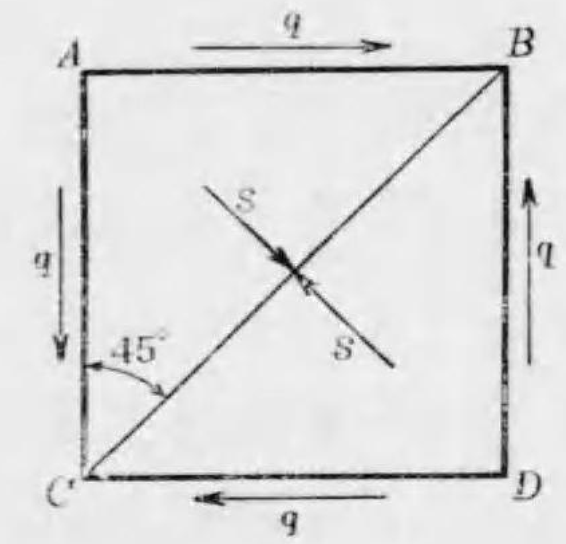
即ち
$$r = q \qquad \text{..............................}(15)$$

斯くの如く剪斷內力を受くる物體の一部分を取りて考ふる時は、內力は常に第十七圖に示す如くに働き、而して內力の大さは悉く相等しい。



**9. 剪斷歪み** (Shearing strain) 物體の剪斷內力を受くる部分から第十八圖のCABDを以て示す如き正方形立體を取り出して考ふる時は、$q, q, q, q$ なる四つの剪斷內力が立體の上下左右の四面に圖の如く働くことは前節に論述したる結果である。故に立體の各邊の長さを悉く $a$ とすれば、各々の面に働く剪斷力は何れも $qa^2$ に等しい。今此等の剪斷力によりて對角面CB上に直角に働く內力を $s, s$ とすれば、對角面の面積は $a\times \mathrm{CB}$ であるから、對角面上に直角に働く力は $sa\times \mathrm{CB}$ である。然るに此の $sa\times \mathrm{CB}$ なる力はCA及びABなる面又はCD及びDBなる面に働く二つの $qa^2$ なる剪斷力によりて起る力であるから、此等の二つの $qa^2$ なる力をCBに直角に分解したる力が即ち $sa\times \mathrm{CB}$ なる力である。仍て

第十八圖




$$2\times qa^2\cos 45° = sa\times \mathrm{CB}$$

然るに
$$\mathrm{CB} = \frac{\mathrm{CA}}{\cos 45°} = \frac{a}{\cos 45°}$$

故に
$$2\times qa^2\cos 45° = sa\times\frac{a}{\cos 45°}$$

之れより $2\times q\cos^2 45^\circ = s$

$\cos 45^\circ$は$\frac{1}{\sqrt{2}}$であるから$\cos^2 45^\circ$は$\frac{1}{2}$に等しい。依て

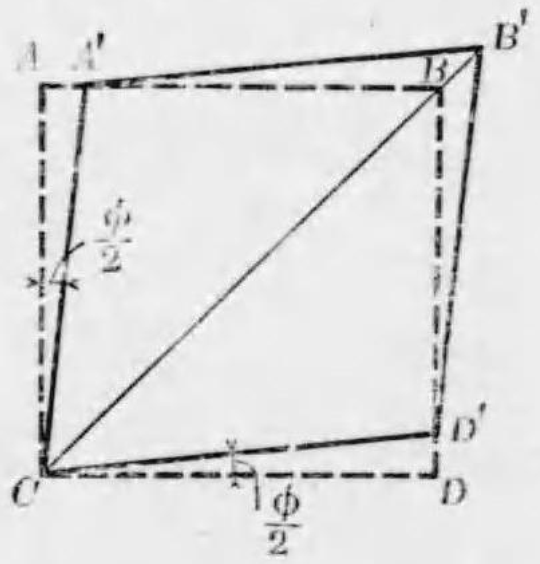
$$q=s \quad\text{......(16)}$$

即ち剪斷内力のために對角面上に直角に働く内力の大さは剪斷内力の大さに等しい。而して對角面CB上に直角に働く此の内力は明かに壓縮内力である。

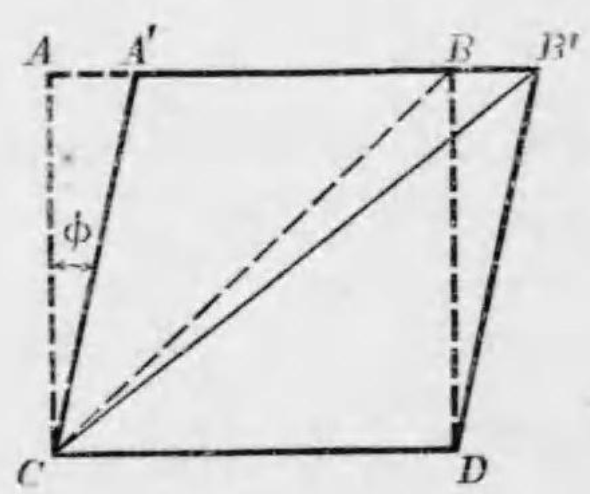
同様に他の對角面ADに直角に働く内力を求むる時は、其れも亦剪斷内力の大さに等しく、而して此の内力は明かに引張内力である。

上述の如く、剪斷内力のために45度の傾きをなす對角面CBには剪斷内力の大さに等しき壓縮内力を生じ、此れと直角をなす他の對角面ADには同じ大さの引張内力を起す。依て此等の内力のために

第十九圖




第二十圖




立體は第十九圖に示す如くに歪むのである。或は



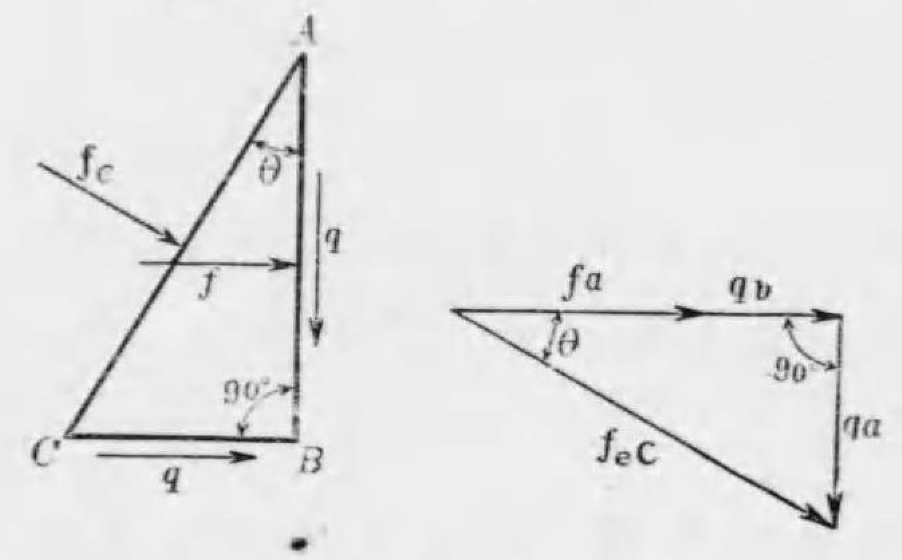
説明の便宜上CD′とCDとを一致せしめて書けば第二十圖の如くになる。然る時は角φを「レヂアン」の單位にて表はしたるものが歪みの量であつて、本文公式(57)によりGを横彈性係數とすれば、φは次の式を以て表はされる。

$$\phi=\frac{q}{G}$$

**10. 屈曲内力と捩り内力との合成内力** (Combined Bending and Torsional Stress) 今屈曲内力と捩り内力とを同時に受くる物體の一小部分の斷面を第二十一圖のABを以て表はすとし、此の斷面に直角に働く屈曲内力を$f$とし、$f$に直角に斷面ABに沿うて働く捩り内力を$q$とする。然る時は捩り内力はつまり剪斷内力であるから、ABCなる直角三角形體を假想すれば、斷面ABに沿うて剪斷内力$q$が働くと同時に、斷面BCに沿うても$q$に等しき剪斷内力が圖に示す如く働くことは前節に述べた所である。但し合成内力は斷面ACに直角に働けるものとする。つまり斷面ABの近傍にはABに直角なる$f$及び$q$なる二つの内力と、ABに平行なる$q$なる一つの内力と、總て三つの内力が働くのである。随つて合成内力は此等三つの内力の合成である。

偖て斷面ABの面積を$a$、斷面BCの面積を$b$とす

第二十一圖




れば力の大さは夫々$fa$, $qb$及び$qa$である。此等三つの力の合成力は「ヹクトル」圖の「ヹクトル」$f_ec$を以て表はさるゝ故に、合成内力の働く斷面AC は「ヹクトル」$f_ec$に直角である。今此の合成内力を$f_e$とし、ACの面積をcとすれば、合成力の全量は$f_ec$である。然る時は「ヹクトル」圖によりて明白なる如く、

$$f_ecsin\theta=qa$$

或は$a=ccos\theta$であるから、

$$f_ecsin\theta=qccos\theta$$

之れより $$tan\theta=\frac{q}{f_e}\cdots\cdots(a)$$

又同じ「ヹクトル」圖より、

$$f_eccos\theta=fa+qb$$

或は$a=ccos\theta$, 及び$b=csin\theta$であるから、

$$f_eccos\theta=fccos\theta+qcsin\theta$$

即ち $$(f_e-f)cos\theta=qsin\theta$$



之れより $$tan\theta=\frac{f_e-f}{q}\cdots\cdots(b)$$

$(a)$, $(b)$の二式は相等しき故に、

$$\frac{q}{f_e}=\frac{f_e-f}{q}$$

即ち $$f_e^2-ff_e-q^2=0$$

此の二次方程式より$f_e$を解けば、

$$f_e=\frac{1}{2}(f\pm\sqrt{4q^2+f^2})\cdots\cdots(17)$$

此の式の中の正負の符號は二種の合成内力の生ずることを示す。而して正號を用ゐた時の$f_e$の値は負號を用ゐた時の$f_e$の絶對値よりも常に大である。故に大なる方の合成内力を求むるには正號を用ゐねばならぬ。然る時は

$$f_e=\frac{1}{2}(f+\sqrt{4q^2+f^2})\cdots\cdots(17a)$$

此れは材料の强弱を論ずる場合に、屈曲捩り合成内力の大さを定むる公式である〔本文公式(131)參照〕。

——(增補終り)——

# 附錄

和英對譯索引表

# 附　錄

## 和英對譯索引表

( )を以て圍みたる數字は節數を示し其他の數字は「ページ」數を示す

### あ

## い. ゐ



## う







## え. ゑ

## お. を



## か. が. くゎ

## き. ぎ

## く．ぐ



## け．げ

## こ.ご







## さ.ざ

## し. じ







## す. ず



## せ. ぜ

## そ. ぞ







## た. だ

## ち．ぢ

## つ. づ







## て. で

## と. ど



## な







## に

## ね





## は. ば. ぱ

## ひ. び. ぴ







## ふ. ぶ. ぷ

## へ. べ. ぺ







## ほ. ぼ. ぽ



## ま

## よ



## ら



## り







## れ



## ろ



## わ

# 增補索引表

## い



## う



## お. を



## か





## く



## さ



## し

## す



## せ



## た



## と



## は



## ほ





## も



—<索引表終>—

【機械學上卷】

正價 金壹圓八拾錢

明治四十五年四月二十二日印刷
明治四十五年四月二十五日發行
大正二年三月三十日再版印刷
大正二年四月二日再版發行
大正三年六月二十八日增補第三版印刷
大正三年七月一日增補第三版發行



著作者 宮城音五郎

東京市日本橋區通三丁目十四、十五番地
發行者 丸善株式會社
右代表者
專務取締役 小柳津要

東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷者 藤本兼吉

東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地
印刷所 株式會社秀英舍第一工場

發行所

東京市日本橋區通三丁目
(郵便振替貯金口座東京第五番)
丸善株式會社

大阪市東區博勞町四丁目
(郵便振替貯金口座大阪第七四番)
丸善株式會社大阪支店

京都市三條通麩屋町西へ入
(郵便振替貯金口座大阪一七三番)
丸善株式會社京都支店

福岡市博多上西町
(郵便振替貯金口座福岡第五〇〇〇番)
丸善株式會社福岡支店

東京工科大學教授 工學博士 田中不二氏著

# 應用力學 第一編 材料及構造强弱學

四六倍判洋裝 全一册

紙數百七十餘頁 圖版百十餘種
正價金壹圓七拾錢 郵税金拾貳錢

**第一章** 内力及歪み：材料及構造强弱學○内力○傾斜内力、直角内力、接觸内力○外八項◎**第二章** 梁：梁及曲ぐること○剪斷力及曲ぐるモーメント○一端中に集中荷物一個を掛けたる片持ち梁○外廿四項◎**第三章** 傾斜荷物を受くる梁：平面外力系を受くる眞直なる棒に於ける内力○平面外力系を受くる眞直なる棒の剛さ◎**第四章** 柱：柱に關するオイレルの公式○柱の歪みが知れ居る場合○外三項◎**第五章** 管のへこみ：外部壓力を受くる管のへこみ○フェペアルンの公式○アペウインの公式○ゴルドンの公式◎**第六章** 剪斷と捩れと軸：剪斷と捩れと軸：剪斷内力○單純なるゆがみ内力○平等なる丸軸の捩れ○外二項◎**第七章** 聯立内力：正内力○物體の彈性的破損○曲げ及捩れの聯立◎**第八章** 鋲接手：鋲接手の種類○鋲接手の强さ○外三項○問題集

第四高等學校教授 工學士 重光蔟氏著

# 解析力學

菊判洋裝 上、中卷出版

上卷 紙數三百八十餘頁 圖版二百三十餘頁 正價金貳圓 郵税金拾貳錢
中卷 紙數四百四十餘頁 圖版百二十種 正價金貳圓 郵税金拾貳錢

**上卷** 緒論：**○第一編** 運動學：向徑の性質○速さ及速度○加速度 **○第二編** 靜力學 力○質點の平衡○同一平面上に在る力の合成剛體の平衡○同一平面上に在らざる力の合成剛體の平衡○重心○運動を制限せられたる剛體の平衡摩擦力○工學上重要なる平衡の諸問題○絲狀物體の平衡。

**中卷** ○質點動力學：總論○一定の力に作用せらるゝ質點の直線運動○一定の力に作用せらるゝ質點の曲線運動○動力學の原理○拘束せられたる質點の運動○一定ならざる力に作用せらるゝ質點の直線運動中心運動○流體中に於ける質點の運動○比較運動○質點の集團の運動○物體の撃衝。**(下卷剛體動力學之部 續刊)**

東京工科大學教授 工學博士 柴田畦作氏著

# 工業力學

四六倍判洋裝 全一册

紙數三百六十余頁 圖版三百余種
正價金貳圓七拾錢 郵税金拾八錢

**第一編 緒論**：第一章 度量衡及時ノ單位 第二章 力 第三章 豫備數學 第四章 面力 第五章 速度及加速度 **第二編 力學ノ原理**：第一章 にゅーとんノ動ノ三則 第二章 働及勢 第三章 力學ノ基礎原理 **第三編 彈體靜力學**：第一章 物體ノ强弱 第二章 抗張材及短柱 第三章 單桁 第四章 突桁 第五章 連桁 第六章 かすちりあのーノ定理 第七章 長柱 第八章 雜論 第九章 應用强度論 **第四編 粉體靜力學**：第一章 摩擦力 第二章 粉體ノ壓力及抵抗力 **第五編 液體靜力學** **第六編 液體動力學**：第一章 定流ニ關スルべるぬーいノ定理 第二章 孔口ニ於ケル水流 第三章 缺口又ハ堰ニ於ケル水流 第四章 管ニ於ケル水流 第五章 開路ニ於ケル水流 **第七編 完全ニ可撓ニシテ完全ニ伸縮ナキ線體ノ靜力學** **第八編 構造物靜力學**：第一章 平面結構 第二章 石堰及擁壁

秋田鑛山專門學校教授 工學士 伊藤萬太郎氏著

# 水力機械學 上卷 水力學及水車之部

菊判洋裝 一册

紙數三百余頁 圖版百五十余種
正價金壹圓六拾錢 郵税金拾貳錢

**第一編 水力學**：第一章 總説 第二章 流孔よりの流水 第三章 管中の流水 第四章 水路に於ける流水 第五章 流量の測定 第六章 管裝置 **第二編 水車**：第一章 總説 第二章 舊式水車 第三章 新式水車 第四章 「インパルス、ホイール」 第五章 「リアクションタービン」 第六章 水車用「カヴアナー」 附錄。

# 丸善株式會社發行工業書目

理學博士 水野敏之丞氏著
**電子論**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓三拾五錢 郵稅金拾貳錢

林學士 石丸文雄氏著
**土木應用力學**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓 郵稅金拾貳錢

工學博士 的場中氏著
**改訂 通氣論**
菊判洋裝 全壹冊 正價金壹圓八拾錢 郵稅金拾貳錢

工學士 山口義勝氏編
**鑛床學**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓五拾錢 郵稅金拾八錢

獨逸工學士 高田釜吉氏 工學士 岩崎清氏共著
**蒸汽々罐及汽機**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓 郵稅金拾貳錢

工學博士 井口在屋 工學士 斯波忠三郎 工學士 加茂正雄三氏共編
**英文定置 蒸汽機關設計構造編**
菊判洋裝 全壹冊 正價金參圓五拾錢 郵稅金拾八錢

理學博士 加藤與五郎氏著
**化學工業大要**
菊判洋裝 全壹冊 正價金壹圓四拾錢 郵稅金拾貳錢

工學博士 田中芳雄氏 工學士 安藤一雄氏共編
**最近化學工業試驗法**
菊判洋裝 全貳冊 正價各金貳圓五拾錢 郵稅各拾八錢

中島、廣井、中山、服部、柴田、君島六工學博士共編
**英和工學字典**
四六判洋裝 全壹冊 賣價金壹圓 郵稅金八錢

工學博士 田邊朔郎氏編輯
**改訂 公式工師必携**
袖珍總革綴 全壹冊 正價金參圓 郵稅金拾貳錢

工學士 鶴見一之氏 工學士 草間偉瑳武氏 共著
**土木施工法**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓五拾錢 郵稅金拾貳錢

工學士 久保田圭右氏著
**製圖者必携**
菊判半截 全壹冊 正價金八拾五錢 郵稅金六錢

工學士 久保田圭右氏著
**高等立體圖學**
菊判洋裝 全參冊 正價各金壹圓 郵稅各金八錢

小室信藏氏著
**一般圖按法**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓 郵稅金拾八錢

東京高等工業學校教授 中島武太郎氏著
**實用色染學**
菊判洋裝 全貳冊 正價金四圓四十五錢 郵稅金參拾錢

工學博士 大竹多氣氏校閲 大住吾八氏編
**力織機構學**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓 郵稅金拾貳錢

横井寅雄氏著
**訂正增補 實用機織法**
菊判洋裝 全參冊 前編、後編 正價各金壹圓廿錢 續編 正價金壹圓六十錢 郵稅各金拾貳錢

黑田政憲氏著
**實用製陶學**
菊判洋裝 全壹冊 正價金壹圓五拾錢 郵稅金拾貳錢

工學士 辻本滿丸氏著
**日本植物油脂**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓五拾錢 郵稅金拾八錢

吉井友志、田村典瑞、黑田政憲三氏共譯
**クローマン、コーレマン合著定量分析書**
菊判洋裝 全壹冊 正價金貳圓 郵稅金拾八錢

---

獨逸ハー、ヘルムホルツ先生原著
理學士 荒木吉次郎氏譯
理學博士 長岡半太郎氏校閲
**力（エネルギー）の保存に就て**
菊判洋裝全一冊 正價金八拾五錢 郵稅金八錢

東北帝國大學編纂 科學名著集 第一冊

序文（二頁）澤柳總長・エネルギー保存論小引（二十六頁）長岡博士・緒言 一、活力（運動エネルギー）保存の原理 二、力（エネルギー保存の原理） 三、力學定理の上に於ける前理の應用 四、熱の力當量（仕事當量）五、電氣現象の力當量（仕事當量） 六、磁氣及電磁氣の力當量（仕事當量）

甘利忠氏編纂
**鐵工要具解説及作業一斑**
菊判假裝全三冊 上卷正價金壹圓貳拾錢 中、下卷正價各金壹圓五拾錢 郵稅各金拾貳錢

**上卷** **第一編** 旋盤：機力旋盤及其檢査法○旋廻頭旋盤○特種旋盤○旋盤用附屬具○旋盤用驅進要具○支心孔鑚開要具○旋盤作業○旋盤用刄物其他○螺旋女螺子型男螺子型。
**中卷** **第二編** 各種縱動剜削兼旋削機（一名縱動旋盤）●**第三編** 各種剜削兼鑚孔機●**第四編** 鑚孔機●**第五編** 平削機及成形機●**第六編** 縱削機及轄孔削成機●**第七編** 旋刀機。
**下卷** **第八編** 齒輪削成機●**第九編** 模範器其他檢測用器●**第十編** 堅淬、燒入レ、燒鈍シ、外部燒入レ（筐中堅淬）法●**第十一編** 研磨機●**第十二編** 無所屬機械●**第十三編** 調革及傳動用品及諸要具●**第十四編** 必要諸表。

工學博士 鳳秀太郎氏著
鳳氏交流工學 理論階梯第一編
**交流理論**
四六倍判洋裝全一冊 正價金壹圓八拾錢 郵稅金拾貳錢

**第一章** さいん波線○**第二章** いむぴーだんす○**第三章** 交流の勢力○**第四章** 交流の導線網○**第五章** 符號式ぶえくとる法○**第六章** 重疊の理○**第七章** 亂形波起電力○**第八章** 交流勢力の測定○**第九章** 實效抵抗及實效りあくたんす○**第十章** 多相式○**第十一章** 星狀及環狀結合の換算○**第十二章** 相對多相式の特性○**第十三章** 多相式の非對稱負荷○**第十四章** 多相式と高調波○**第十五章** 多相勢力の測定
**附錄** 其一ヴエクトル回轉の十方向を變ずること其二譯字

工學博士 鳳秀太郎氏著
鳳氏交流工學 理論階梯第二編
**變壓器及誘導電動機**
四六倍判洋裝全一冊 正價金參圓 郵稅金拾八錢

**第一部** 變壓器 **一** 一般理論○**二** 等價導線網○**三** 漏洩いんだくたんす○**四**：實用上の型及銅の最好分配○**五** 損失の分配○**六** 能率○**七** 變壓器の變動率○**八** 變壓器の大きさ出力能率の一般等式○**九** 勵磁電流と鐵體積との關係外十章○**第二部** 誘導電動機○**一** 多相誘導電動機の簡易説明○理想的多相誘導電動機の等式及二次能率○**三** 勢力及りあくちぶ勢力○**四** 勵磁あどみつたんす○**五** 二次抵抗及二次りあくたんす○**六** 多相誘導電動機の等式○起動及安定 外十章
**附錄** 三角形の性質○本編所用符號解説○用語和英對照。

終