海島算經　王制里畝算法解
測量法義　王制井田算法解
測量異同
句股義　禮記義疏算法解

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

海島算經

劉徽撰
李淳風注

本館據聚珍版叢
書本排印初編各
叢書僅有此本

海島算經

四庫全書提要

海島算經一卷。晉劉徽撰。唐李淳風等奉詔注。據劉徽序九章算術有云。徽尋九數。有重差之名。凡望極高測絕深。而兼知其遠者。必用重差。輒造重差。幷為注解。以究古人之意。綴于句股之下。度高者重表。測深者累矩。孤離者三望。離而又旁求者四望。據此則徽之書本名重差。初無海島之目。亦但附于句股之下。不別為書。故隋志九章算術增為十卷。下云劉徽撰。蓋以九章九卷合此而十也。而隋志唐志又皆有劉徽九章重差圖一卷。蓋其書亦另本單行。故別著于錄。一書兩出。至唐志兼列劉向九章重差一卷。則徽之重差。既自為卷。因遂訛劉徽為劉向。而一書三出耳。今詳為攷證。定為劉徽之書。至海島之名。雖古無所見。不過後人因卷首以海島立表設問。而改斯名。然唐選舉志。稱算學生九章海島共限習三年。試九章三條。海島一條。則改題海島。自唐初已然矣。其書世無傳本。惟散見永樂大典中。今裒而輯之。仍為一卷。篇帙無多。而古法具在。固宜與九章算術同為表章。以見算數家源流之所自焉。

海島算經

晉 劉徽 撰　唐 李

今有望海島。立兩表。齊高三丈。前後相去千步。令後表與前表參相直。從前表卻行著地。取望島峯。與表末參合。從後表卻行一百二十七步。人目著地。取望島峯。亦與表末參合。問島高及去表各幾何。答曰。島高四里五十五步。去表一百二里一百五十步。

術曰。以表高乘表閒爲實。相多爲法。除之。所得加表高。卽得島高。

淳風等按。此術意宜云。島謂山之頂上。兩表謂立表木之端直。〔案〕此句訛舛。據術意。當立兩表齊高三丈。相去千步者。謂立木爲表。兩表各高三丈。其地相去千步。必準之使平。則表端齊平。然後可測望也。又言令後表與前表參相直者。自海島至前表。自前表退至後表。三者令其參相當也。非木之端直。以人目于木末望島參平。人去表一百二十三步。爲前表之始。後立表末至人目于木末相望。去表一百二十七步。二表相去爲相多。以爲法。〔案〕此亦訛舛。據術意。人去前表一百二十三步。以目著地。望表末。斜與島峯參合。又去後表一百二十七步。以目著地。望表末。亦與島峯參合。非于木末望島也。前後去表相減。餘四步。爲相多。非二表相去也。當由傳寫失眞。後人妄加改竄。遂不可通。前後表相去千步。爲表間。以表高乘之。爲實。以法除之。加表高。卽是島高積步。得一千二百五十五步。以里法三百步除之。得四里。餘五十五步。是島高之步數也。

求前表去島遠近者。以前表卻行。乘表間。爲實。相多爲法。除之。得島去表數。

淳風等按。此術意。宜云前去表。乘表間。得一十二萬三千步。以相多四步爲法。除之。得三萬七百五十步。又以里法三百步除之。得一百二里一百五十步。是島去表里數。

今有望松生山上。不知高下。立兩表。齊高二丈。前後相去五十步。令後表與前表參相直。從前表卻行七步四尺。薄地遙望松末。與表端參合。又望松本入表二尺八寸。復從後表卻行八步五尺。薄地遙望松末。亦與表端參合。問松高及山去表。各幾何。荅曰。松高一十二丈二尺八寸。山去表一里二十八步七分步之四。

術曰。以入表乘表間。爲實。相多爲法。除之。加入表。卽得松高。

淳風等按。此術意。宜云前後去表相減。餘七尺。是相多。以爲法。表間步。通之爲尺。以入表乘之。退位一等。以爲實。以法除之。更加入表。〔案〕原本訛作加表高。據術意。乃加入表二尺八寸。不得加表高二丈也。今改正。得一百二十二尺八寸。以爲松高退位一等。得一十二丈二尺八寸也。

求表去山遠近者。置表間。以前表卻行乘之。爲實。相多爲法。除之。得山去表。

淳風等按。此術意。宜云表間以步尺法通之。得三百尺。以前去表四十六尺〔案〕四。原本訛作二。今改正。乘之。爲實。以相多七尺爲法。實如法而一。得一千九百七十一尺七分尺之三。以里尺法除之。得一里。不盡。以步尺除之。得二十八步。不盡三。還以七因之。得數內子三。得二十四。復置步尺法。以分母七乘六。得四十二。爲步法。俱半之。副置平約等數。卽是于山去前表一里二十八步七分步之四也。〔案〕去前表。原本訛作去後表。據術。

以前表卻行乘表間。以相多除之。得山去前表。若後表卻行乘表間。以相多除之。則得山去後表。今改正。

今有南望方邑。不知大小。立兩表東西去六丈。齊人目、以索連之。令東表與邑東南隅及東北隅參相直。當東表之北。卻行五步。遙望邑西北隅。入索東端二丈二尺六寸半。又卻北行去表一十三步二尺。遙望邑西北隅。適與西表相參合。問邑方及邑去表各幾何。答曰邑方三里四十三步四分步之三。邑去表四里四十五步。

術曰。以入索乘後去表。以兩表相去除之。所得。為景差。以前去表減之。不盡。以為法。置後去表。以前去表減之。餘以乘入索。為實。實如法而一。得邑方。

淳風等按。此術置入索乘後去表。得一千八百一十二尺。以兩表相去除之。得三丈二寸。為景差。以前去表減之。餘二寸。以為法。前後相去表減之。餘以乘入索。得一萬一千三百二十五寸。為實。以法除之。得五千六百六十二尺。不盡二分尺之一。以里法除之。得三里。不盡。尺以步法除之。得四十三步。不盡四。以分母乘之。內子一。得九。以分母乘六。得十二。以三約母。得四。約子。得三。即得邑方三里四十三步四分步之三也。

求去表遠近者。置後去表。以景差減之。餘以乘前去表。為實。實如法而一。得邑去表。

淳風等按。此術置後去表。以景差尺數減之。餘尺以乘前去表。得一千四百九十四尺。為實。以法除之。得七千四百七十尺。以步里法除之。得四里。不盡二百七十尺。以步法除之。得四十五步。即是邑去前

表四里四十五步也.

今有望深谷.偃矩岸上.令句高六尺.從句端望谷底.入下股九尺一寸.又設重矩于上.其矩間相去三丈.更從句端望谷底.入上股八尺五寸.問谷深幾何.答曰四十一丈九尺.

術曰.置矩間.以上股乘之.爲實.上下股相減.餘爲法.除之.所得以句高減之.卽得谷深.

淳風等按.此術置矩間.上股乘之.爲實.又置上下股尺寸相減.餘六寸.以爲法.除實得數.退位一等.以句高減之.餘四十一丈九尺.卽是谷深.又一法.置矩間.以下股乘之.爲實.置上下股尺數相減.餘六寸.以爲法.除之.得四百五十五尺.以句高幷矩間.得三十六尺.減之.餘退位一等.卽是谷深也.

今有登山望樓.樓在平地.偃矩山上.令句高六尺.從句端斜望樓足.入下股一丈二尺.又設重矩于上.令其間相去三丈.更從句端斜望樓足.入上股一丈一尺四寸.又立小表于入股之會.復從句端斜望樓岑端.入小表八寸.問樓高幾何.答曰八丈.

術曰.上下股相減.餘爲法.置矩間.以下股乘之.如句高而一.所得以入小表乘之.爲實.實如法而一.卽是樓高.

淳風等按.此術置下股.以上股相減.餘六寸.以爲法.又置矩間.以下股乘之.得三萬六千寸.以句高六尺除之.得六百寸.以入小表乘之.得四千八百寸.以法除之.得八百寸.退位一等.卽是樓高八丈也.

今有東南望波口.立兩表.南北相去九丈.以索薄地.連之.當北表之西.卻行去表六丈.薄地遙望波口南

岸入索北端四丈二寸。以望北岸入前所望表裏一丈二尺。又卻後行去表一十三丈五尺。〔案〕卻後行原本訛作卻行後。今改正。薄地遙望波口南岸與南表參合。問波口廣幾何。答曰一里二百步。

術曰。以後去表乘入索。如表相去而一。所得以前去表減之。餘以爲法。復以前去表減後去表。餘以乘入所望表裏。爲實。實如法而一。得波口廣。

淳風等按。此術置後去表。以乘入索四百二寸。得五十四萬二千七百寸。以兩表相去除之。得六百三寸。又以前去表六百寸減之。〔案〕原本脫去字。今據正文補入。餘有三寸。爲法。又置前後卻行去表寸數相減。餘以乘入望表裏一百二十寸。得九萬寸。以法除之。得三萬寸。爲實。以步里除之。得一里。餘以步法除之。得二百步。即是波口廣一里二百步也。

今有望清淵。淵下有白石。偃矩岸上。令句高三尺。斜望水岸。入下股四尺五寸。望白石。入下股二尺四寸。又設重矩于上。其間相去四尺。更從句端斜望水岸。入上股四尺。以望白石。入上股二尺二寸。問水深幾何。答曰一丈二尺。

術曰。置望水上下股相減。餘以乘望石上股。爲上率。又以望石上下股相減。餘以乘望水上股。爲下率。兩率相減。餘以乘矩間。爲實。以二差相乘。爲法。實如法而一。得水深。

又術。列望水上下股及望石上下股相減。餘幷爲法。以望石下股減望水下股。餘以乘矩間。爲實。實如法而一。得水深。

淳風等按.此術以望水上下股相減.餘五寸.以乘望石上股二十二寸.得一百一十寸.即是上率.又置望石上股減望石下股.餘有二寸.以乘望水上股四十寸.得八十寸.即是下率.二率相減.餘有三十寸.以乘矩間四十寸.得一千二百寸.爲實.又以二差二五相乘.得十.爲法.除實.退位二等.即是水深一丈二尺也.又術.置望水上股.以望水下股減之.餘有五寸.置望石下股.以望石上股減之.餘有二寸.幷之.得七寸.以爲法.又以望石下股.以望水下股減之.餘有二十一寸.以乘矩間四十寸.得八百四十寸.以爲實.以七寸爲法除之.得一百二十寸.退之.得一丈二尺.即是水深也.

今有登山望津.津在山南.偃矩山上.令句高一丈二尺.從句端斜望津南岸.入下股二丈三尺一寸.又望津北岸.入前望股裏一丈八寸.更登高巖.北卻行二十二步.上登五十一步.偃矩山上.更從句端斜望津南岸.入上股二丈二尺.問津廣幾何.荅曰.二里一百二步.

術曰.以句高乘下股.如上股而一.所得.以句高減之.餘爲法.置北行.以句高乘之.如上股而一.所得.以減上登.餘以乘入股裏.爲實.實如法而一.即得津廣.

淳風等按.此術置句高乘下股.得二百七十七尺二寸.以上股除之.得一丈二尺六寸.以句高一丈二尺〔案〕此下原本衍六寸以句高一丈二尺九寸.減之.餘有六寸.以爲法.又置北行步.展爲一百三十二尺.以句高乘之.得一千五百八十四尺.以上股除之.得七十二尺.又置上登五十一步.以每步六尺通之.得三百六尺.以前數減之.餘二百三十四尺.以乘入股裏尺數.得二千五百二十七尺二寸.爲實.實如法而一.得四千二

百一十二尺。以步里法除之。得二里。餘一百二步。卽是津廣也。

今有登山臨邑。邑在山南。偃矩山上。令句高三尺五寸。令句端與邑東南隅及東北隅參相直。從句端遙望東北隅入下股一丈二尺。又施橫句于入股之會。從立句端、望西北隅入橫句五尺。望東南隅入下股一丈八尺。又設重矩于上。令矩間相去四丈。更從立句端、望東南隅。入上股一丈七尺五寸。問邑廣長各幾何。答曰。南北長一里一百步。東西廣一里三十三步少半步。

術曰。以句高乘東南隅入下股、如上股而一。所得減句高。餘爲法。以東北隅下股。減東南隅下股。餘以乘矩間爲實。實如法而一。得邑南北長也。求邑廣。以入橫句乘矩間爲實。實如法而一。卽得邑東西廣。

淳風等按。此術以句高乘東南隅下股。得六千三百寸。又以東南隅上股一百七十五寸除之。得三十六寸。以句高減之。餘有一寸。以爲法。又置東北隅下股。以減東南隅下股。餘有六十寸。以乘矩間。得二萬四千寸。爲實。實如法而一。卽不盈不縮。以寸里法除之。得一里。不盡。以寸步法除之。得一百步。卽是邑南北長一里一百步也。求東西廣步者。置入橫句之數。以乘矩間。得二萬寸。爲實。實如法而一。卽得不盈不縮。以里法除之。得一里。餘以步法除之。得三十三步。不盡二十。與法俱退半之。卽是三分步之一也。

測量法義

利瑪竇口授
徐光啓筆受

本館叢書集成初編所選指海暨海山仙館叢書皆收有此書指海在先故據以排印

四庫全書提要

測量法義一卷．測量異同一卷．勾股義一卷．明徐光啓撰．首卷演利瑪竇所譯．以明勾股測量之義．首造器．器卽周髀所謂矩也．次論景．景有倒正．卽周髀所謂仰矩覆矩臥矩也．次設問十五題．以明測望高深廣遠之法．卽周髀所謂知高知遠知深也．次卷取古法九章勾股測量．與新法相較．證其異同．所以明古之測量法雖具．而義則隱也．然測量僅勾股之一端．故於三卷則專言勾股之義焉．序引周髀者．所以明立法之所自來．而西術之本於此者．亦隱然可見．其言李冶廣勾股法爲測圓海鏡．已不知作者之意．又謂欲說其義而未遑．則是未解立天元一法．而謬爲是飾說也．古立天元一法．卽西借根方法．是時西人之來．亦有年矣．而於冶之書．猶不得其解．可以斷借根方法．必出於其後矣．三卷之次第．大略如此．而其意則皆以明幾何原本之用．蓋古法鮮有言其義者．卽有之、皆隨題講解．歐邏巴之學．其先有歐几里得者．按三角方圓．推明各類之理．作書十三卷．名曰幾何原本．按後利瑪竇之師丁氏續爲二卷．共十五卷．自是之後．凡學算者．必先熟習其書．如釋某法之義．遇有與幾何原本相同者．第註曰見幾何原本某卷某節．不復更舉其言．惟幾何原本所不能及者．始解之．此西學之條約也．光啓既與利瑪竇譯得幾何原本前六卷．並欲用是書者．依其條約．故作此以設例焉．其測量法義序云．法而系之義也．自歲丁未始也．曷待乎於時幾何原本之六卷始卒業矣．至是而傳其義也．可以知其著書之意矣．

題測量法義

西泰子之譯測量諸法也。十年矣。法而系之義也。自歲丁未始也。曷待乎。于時幾何原本之六卷始卒業矣。至是而後能傳其義也。是法也。與周髀九章之句股測望。異乎。不異也。不異何貴焉。亦貴其義也。劉徽沈存中之流。皆嘗言測望矣。能說一表。不能說重表也。言大小句股能相求者。以小股大句小句大股兩容積等。不言何以必等能相求也。猶之乎丁未以前之西泰子也。曷故乎。無以為之藉也。無以為之藉。豈惟諸君子不能言之。即隸首商高。亦不得而言之也。周髀不言藉乎。非藉也。藉之中又有藉焉。不盡說幾何原本不止也。原本之能為用。如是乎。未盡也。是蹶之于河。而蠡之于海也。曷取是焉。先之。故易見也。小數易解也。廣其術而以之治水治田之為利鉅、為務急也。故先之。嗣而有述者焉。作者焉。用之乎。百千萬端。夫猶是飲于河而勺于海也。未盡也。是原本之為義也。吳淞徐光啓譔。

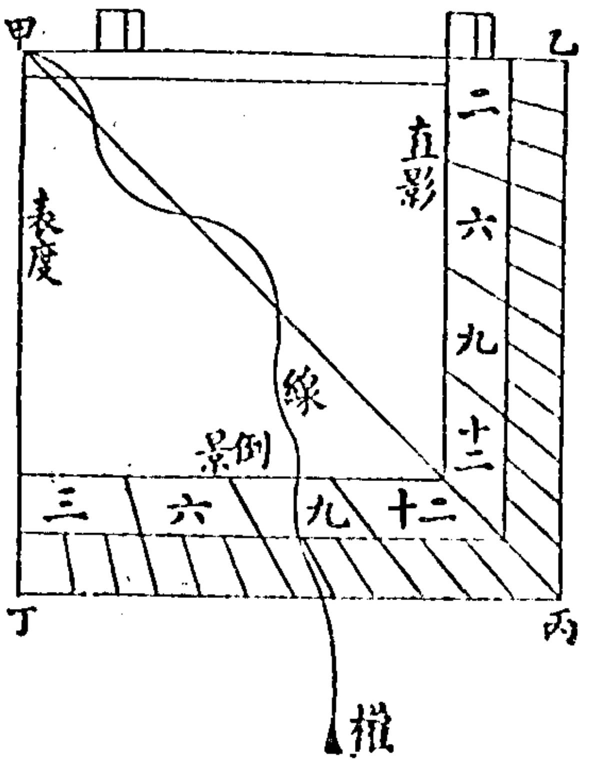
測量法義

泰西 利瑪竇 口授
明 徐光啓 筆受

題目

造器

測量者。以測望、知山岳樓臺之高、井谷之深、土田道里之遠近也。其法先造一測望之器。名曰矩度。造矩度法。用堅木版或銅版。作甲乙丙丁直角方形。以甲角為矩極。作甲丙對角線。次依乙丙、丙丁、兩邊。各作相近兩平行線。次以乙丙、丙丁、兩邊。各任若干平分之。從甲向各分。各作虛直線。而兩邊之各外兩平行線間。則作實線。

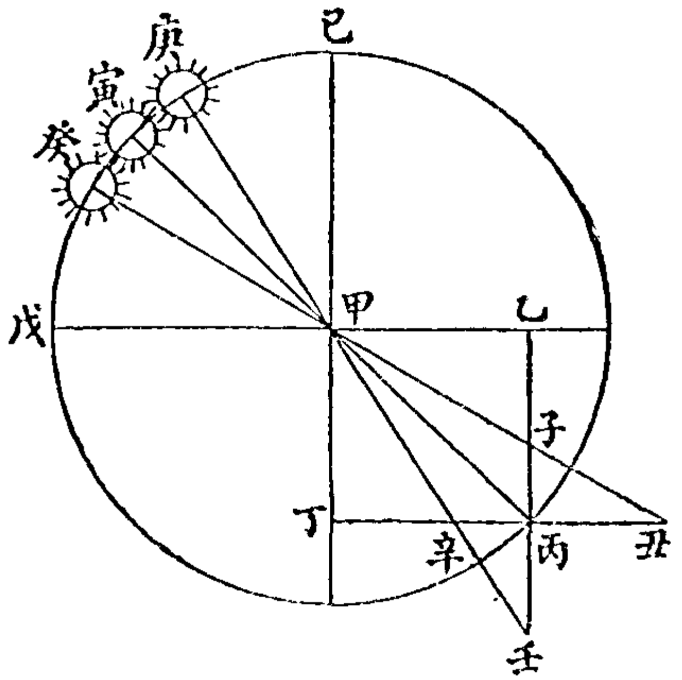


如上圖卽外兩線間爲宗矩極之十二平分度也。其各內兩平行線間。則于三六九度。亦作實線。以便別識。若以十二度更細分之。或每度分三、分五、分六、分十二。視矩大小作分。分愈細卽法愈詳密矣。次于甲乙邊上作兩耳。耳相等。耳各有通光竅。通光者。或取日光相射。或取目光透照也。或植兩小表代耳。亦可。其耳竅表末須與甲乙平行。末從甲點眙一線。線末垂一權。其線稍長于甲丙對角線。用時任其垂下。審定度分。旣設表度十二。下方悉依此論。若有成器欲驗巳如式否。亦同上法。其用法如下方諸題。

論景

法中俱用直景倒景布算。故先正解二景之義。次解其轉合于矩度。以資後論。

直景者。直立之表及山岳樓臺樹木諸景之在平地者也。若于向日墻上。橫立一表。表景在墻。則爲倒景。如上圖作甲乙丙丁直角方形于乙丙、丁丙、各從丙任引長之。令丁丙爲地平面。或爲地平平行面。其乙丙亦向日作面。與地平面爲直角。卽甲丁爲丁丙平面上直立之表。而甲乙爲乙丙平面上橫立之表也。次以甲爲心。丙爲界。作戊己丙圜。次引甲乙、甲丁、線。各至圜界。夫地球比日天。旣止一點。



說見天地儀說即甲點爲地心丁丙面在地心之下而戊己丙圜爲隨地平上日輪之天頂圜矣即戊乙亦可當地平線而已丁線爲正過頂圜矣則丁丙面離地平線者甲丁表之度而乙丙面離過頂圜線者甲乙表之度也故日輪在庚其光必過地心甲截丁丙面于辛而過乙丙之引長面于壬則甲丁表在丁丙面上之丁辛景爲直景而甲乙表在乙丙面上之乙壬景爲倒景若日輪在癸則丁丑爲直景而乙子爲倒景若日輪在寅則丁丙爲直景而乙丙爲倒景是甲乙丙丁直角方形之內隨日所至其直景恆在丁丙邊倒景恆在乙丙邊也

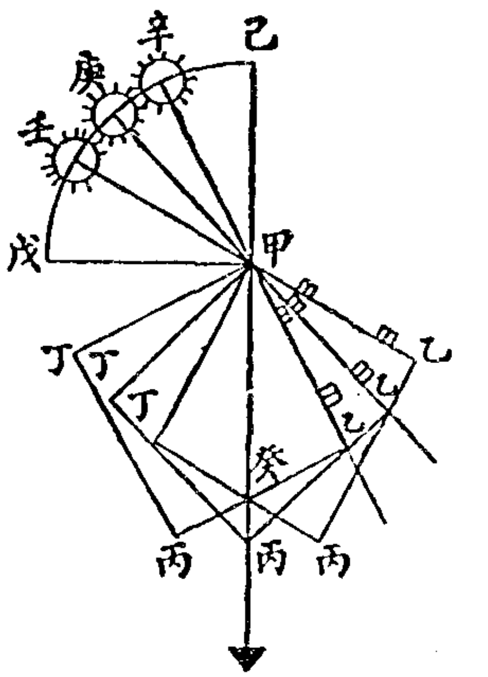
凡測量于二景得一即可推算但須備曉二景之理何者有直景過丁丙邊之外有倒景過乙丙邊之外如上圖者則直景過丁丙邊如丁丑當用倒景代之倒景過乙丙邊如乙壬當用直景代之也若日光至丙即直倒景等可任意用之因兩景各與本表等故欲知目前日景所至在丙耶在丁丙乙丙之內耶又有一法如日輪離地平四十五度即景當在丙日在四十五度以上即景在丁丙之內日在四十五度以下即景在乙丙之內

論曰戊甲己己甲乙乙甲丁丁甲戊既四皆直角即等而對直角之各圜界亦等三卷廿六是每分爲四分圜之一也而戊己亦四分圜之一也又甲丙對角線分乙甲丁角爲兩平分一卷三十四注即丁甲丙丙甲乙兩角等戊甲寅寅甲己兩交角亦等一卷十五而戊寅寅己兩圜界亦等夫戊己圜界既九十度即戊寅必四十五度則日在寅景必在丙日在寅之下倒景必在乙丙之內日在寅之上直景必在丁丙之內儿云

某卷某題者。皆引幾何原本爲證。下同。

今從上論。解二景之轉合于矩度者。如日輪高四十五度。而其光過甲乙。卽矩度上權線在丙。日在四十五度以上。卽權線在乙丙邊之內。日在四十五度以下。卽權線在丁丙邊之內。故矩度上之乙丙邊爲直景。而丁丙爲倒景。

論曰。前圖之甲戊己分圜形。既四分之一。試兩平分之于庚。卽日在庚爲四十五度。在辛、爲四十五度以上。在壬、爲四十五度以下。設于辛庚壬各出日光下射。爲辛甲乙、庚甲乙、壬甲乙。三景線。同過甲心。而以矩度承之。其甲爲地心。而甲乙邊與日景相直。次以己甲線引長之至地心下爲丙。而甲丙爲矩度之權線。夫戊庚、庚己、圜界既等。卽戊甲庚、庚甲己、兩角亦等。三卷廿七。戊甲己既直角。卽戊甲庚、庚甲己、皆半直角。一卷十五。而矩度上之乙甲丙角。在庚甲乙景線及甲丙權線內者。亦半直角。凡直角方形之對角線。必分兩直角爲兩平分。卽甲丙爲依庚甲乙景線之甲乙丙丁直角方形之對角線。一卷十四注。則日在庚爲四十五度。權線必在丙。又己甲辛角。小于己甲庚半直角。卽辛甲乙景線及甲丙權線內之乙甲癸交角。亦小于半直角。一卷十五。凡直角方形之對角線。必分兩直角爲兩平分。一卷十四注。則于依辛甲乙景線之甲乙丙丁直角方形上。若作一甲丙對角線。其權線必不至丙。必在乙丙之內。而分乙丙邊于癸。是日在四十五



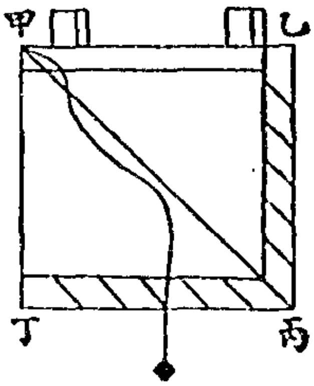
度之上。其權線必在乙丙邊之內也。又己甲壬角。大于己甲庚半直角，卽壬甲乙景線及甲丙權線內之乙甲癸交角。亦大于半直角。一卷十五。凡直角方形之對角線。必分兩直角爲兩平分。一卷三十四注。則于依壬甲乙景線之甲乙丙丁直角方形上。若作一甲丙對角線。其權線必過丙。必在丁丙之內。而分丁丙邊于癸。是日在四十五度之下。其權線必在丁丙邊之內也。故矩度之內。其傍通光耳之分度邊。爲直景。而對通光耳之分度邊。爲倒景。

本題十五首

第一題。

日輪高四十五度。直景倒景。皆與表等。在四十五度以上。則直景小于表。而倒景大于表。在四十五度以下。則直景大于表。而倒景小于表。

依矩度卽可明此題之義。蓋上已論日輪在四十五度。權線必在丙。卽顯乙丙直景丁丙倒景。皆與甲乙丙丁兩表等。何者。直角方形之各邊俱等故也。若日在四十五度以上。權線必在乙丙分度邊上。而倒景當在丁丙之引出邊上。是直景小于倒景。而倒景大于甲丁表。若日在四十五度以下。權線必在丁丙分度邊上。而直景當在乙丙之引出邊上。是倒景小于直景。而直景大于甲乙表。



第二題

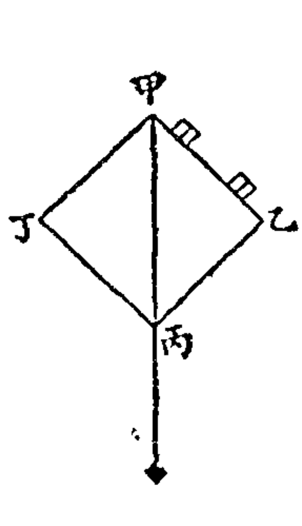
表、隨日所至、皆爲直景與倒景連比例之中率。

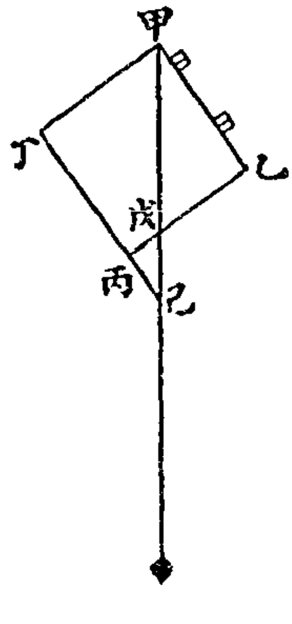
先設日輪在四十五度。而權線在丙。題言甲乙或甲丁表皆爲乙丙直景與丁丙倒景連比例之中率。論曰甲乙丙丁直角方形之四邊既等。即乙丙直景與甲乙或甲丁表之比例若表與丁丙倒景何者三線等。即爲兩相同之比例故。

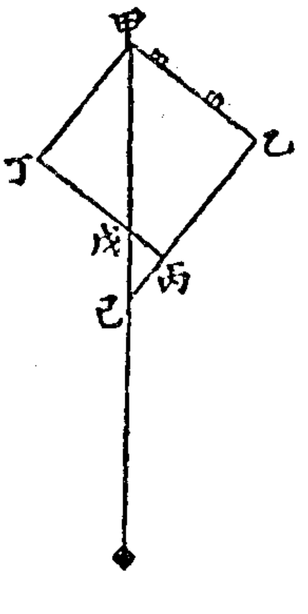
次設日輪在四十五度以上。權線在乙丙直景邊內。分乙丙于戊。而倒景在丁丙之引出邊上。遇權線于己。題言甲乙或甲丁表爲乙戊直景與丁己倒景連比例之中率。

論曰。乙與丁兩直角等。而乙甲戊與己相對之兩內角亦等。一卷廿八。即甲乙戊、己丁甲爲等角形。六卷四。則乙戊直景與甲乙或甲丁表之比例。若表與丁己倒景。是甲乙或甲丁表爲兩景之中率。六卷八之系。

後設日輪在四十五度以下。權線在丁丙倒景邊內。分丁丙于戊。而直景在乙丙之引出邊上。與權線遇于己。題言甲乙或甲







丁表。為丁戊倒景與乙己直景連比例之中率。

論曰。丁與乙兩直角等。而丁甲戊與己甲戊丁與乙甲己。各相對之兩內角。各等。一卷廿八。即甲丁戊。甲乙己。為等角形。六卷四。則丁戊倒景與甲乙或甲丁表之比例若表與乙己直景。是甲乙或甲丁表。為兩景之中率。六卷八之系。

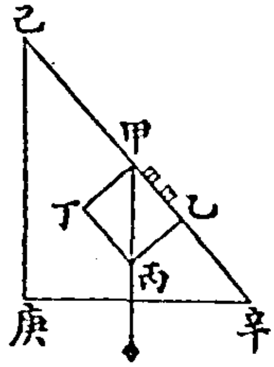
注曰。直景、表、倒景、三線。既為連比例。即直景倒景兩線矩內直角形。與表上直角方形等。六卷十七。故表度十二則其羃為一百四十四。若以為實。以所設景數為法除之。即得所求景數。假如權線所至在倒景之三度。即以三為法。除其實一百四十四。得四十八度。為直景。又如權線所至在所設景之五度三分度之二。即所求景為二十五度十七分度之七。何者。以五度三分度之二為法。除其實一百四十四。即得二十五度十七分度之七。是二景互變相代法。略分除法見後附。

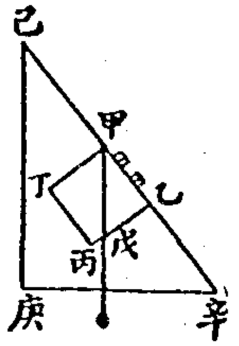
第三題

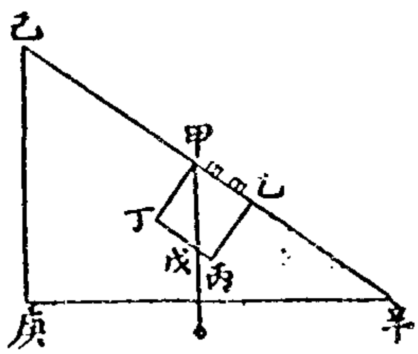
物之高立于地平、以直角。其景與物之比例。若直景與表。亦若表與倒景。

解曰。物之高以直角立于地平。如己庚。其景在地平上。為庚辛。題言直景與表之比例。若庚辛與己庚。又言表與倒景之比例。若庚辛與己庚。凡言地平者。皆依直線取平。若不平者。須先準平。然後測量。後倣此。

先論權線在丙者。曰權線恆與物之高為平行線。何者。兩線下至庚辛。皆為直角故。一卷廿八。即辛甲丙角。與己角等。一卷廿九。而乙與庚兩直角又等。則甲乙丙、己庚辛、為等角形。一卷卅二。是乙丙直景與甲乙表之比







例。若庚辛景與己庚高。六卷四。

二論曰。若權線在乙丙直景邊內。而分乙丙于戊。依前論。顯乙甲戊角與己角等。一卷廿九。乙角、與庚角等。則甲乙戊、己庚辛、爲等角形。一卷卅二。是乙戊直景與甲乙表之比例。若庚辛景與己庚高。六卷四。

三論。第一圖之倒景曰。權線在丙。其己角、丁丙甲角、各與乙甲丙角等。一卷廿九。卽自相等。丁角與庚角又等。則甲丁丙與己庚辛亦等角形。一卷卅二。是甲丁表與丁丙倒景之比例。若庚辛景與己庚高。六卷四。

後論曰。若權線在丁丙倒景邊內。而分丁丙于戊。依前論。顯乙甲戊角、與己角等。一卷廿九。卽丁戊甲角、與己角亦等。一卷廿八。丁角與庚角又等。則丁戊甲、己庚辛、爲等角形。一卷卅二。是甲丁表與丁戊倒景之比例。若庚辛景與己庚高。六卷四。

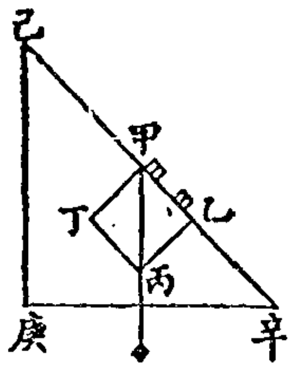
注曰。前既論本篇第一題。日輪在四十五度。直景倒景。皆與表等。在四十五度以上。直景小于表。在四十五度以下。表大于倒景。即顯日輪在四十五度。各物在地平之景。與其物之高等。在四十五度以上。即景小于物。在四十五度以下。即景大于物。如上三圖可見。

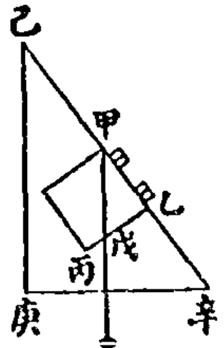
第四題

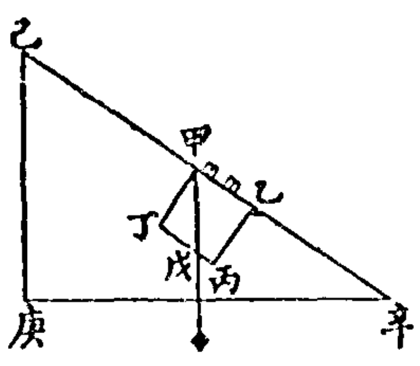
有物之景。測物之高。

法曰。如前圖。以矩度向日。甲耳在前。取日光透耳兩竅。以權線與矩度平直相切。任其垂下。細窺所值何度何分。若在十二度之中。對角線上。則景與物必正相等。本篇三題注。故量其景長。即得其物高。若權線在直景邊。即景小于物。本篇三題注。則直景與表之比例。若物之景與其高。用三數法。以直景上所値度分為第一數。以全表度十二為第二數。以物景之度為第三數。算之。即所得數。為其物高。三數算法見後附。

注曰。欲測己庚之高。以矩度承日。窺權線。如在直景乙戊。得八度。正庚辛景三十步。即以表度十二。庚辛三十步相乘。得三百六十為實。以乙戊八度為法。除之。得四十五。即己庚之高四十五步。







若權線在倒景邊。卽景大于物。本篇三題注。則表與倒景之比例。若物之景與其高。用三數法。以表爲第一數。以倒景上所値度分爲第二數。以物景之度爲第三數。算之。卽所得數。爲其物高。

注曰。欲測己庚之高。以矩承日。審權線。如在倒景丁戊。得七度五分度之一。庚辛景六十步。卽以丁戊七度五分度之一。庚辛六十步相乘。得二千一百六十爲實。以表度六十分爲法。除之。得三十六。卽己庚之高三十六步。因權値有畸分五分度之一。故以分母五通七度。通作三十五分。以分子一從之。爲三十六分。其表度十二。亦通作六十分。說見算家通分法

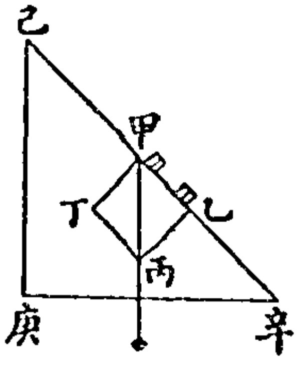
第五題

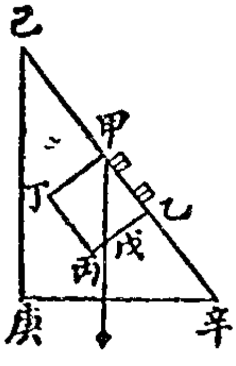
有物之高。測物之景。

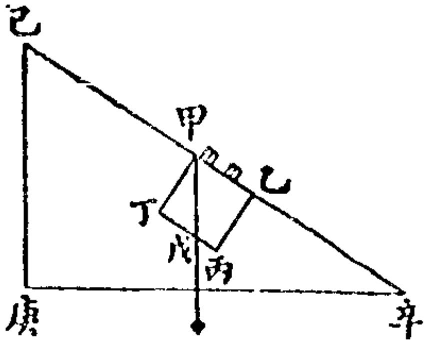
法曰。如前圖。以矩度承日。審權値度分。若權線在丙。則景與物等。本篇三題注。

若權線在直景邊。卽物大于景。本篇三題注。卽直景與表之比例。若景與物。反之。則表與直景。若物之高與其景。卷五四之系。用三數法。以表爲第一數。直景度分爲第二數。物高度爲第三數。算之。卽所得數。爲景度。

右權線在倒景邊。卽物小于景。本篇三題法。則表與倒景之比例。若景與物。反之。則倒景與表。若物之高與其景。卷五





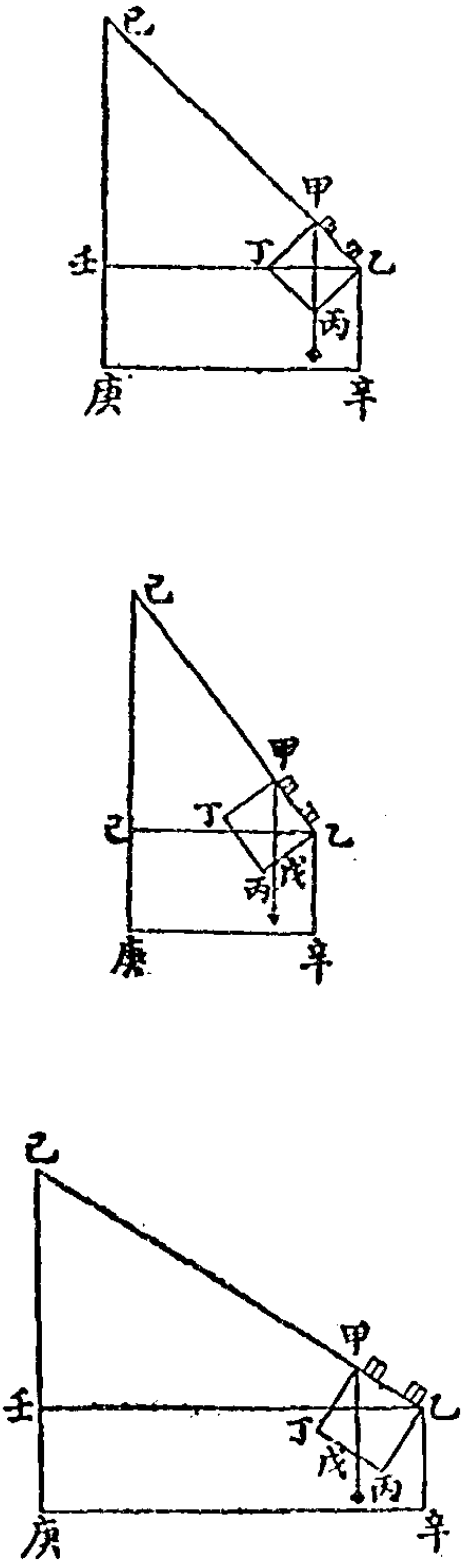


四。用三數法。以倒景度分爲第一數。表爲第二數。物高度爲第三數。算之。卽所得數。爲景度。

第六題

以目測高。

法曰。欲于辛目、測己庚之高。先用一有度分之表。與地平爲直角。以審目至足之高。次以矩度向物頂。



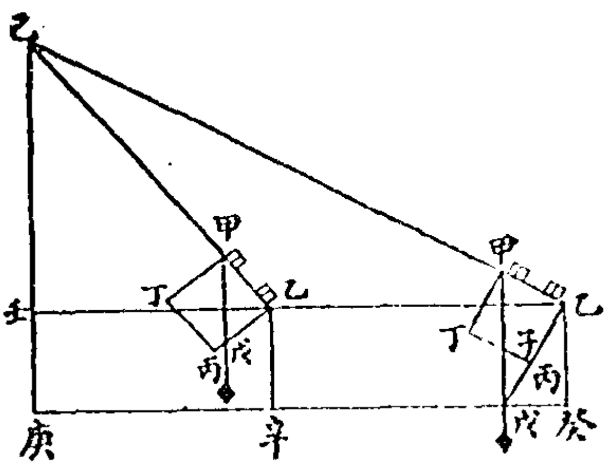
甲耳在前。目切乙後。而乙辛爲目至足之高。以權線與矩度平直相切。任其垂下。目切于乙不動。而以甲角稍移就物頂。令目光穿兩耳竅至物頂。作一直線。如不能以目透通光耳中。只取兩耳角或兩小表相對。亦可。細審權線値何度分。依前題論。直景與表之比例。表與倒景之比例。皆若庚辛或等庚辛之乙壬。若自乙至壬作直線。卽與庚辛平行相等。見一卷卅四。與己壬。壬庚與乙辛等。見一卷卅八。觀上論。本篇三題。及本圖自明。蓋三圖之甲乙丙、甲乙戊、甲丁戊、各與其己

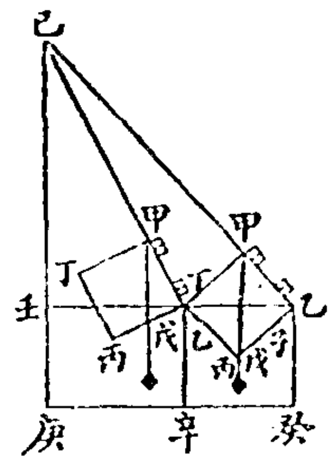
壬乙爲等角形。則量辛庚之度而作直景與表之比例。或作表與倒景之比例。皆若辛庚與三數法所求得之他數。卽得己壬之高。次加目至足乙辛之高。卽得己庚之高。

注曰。如欲測己庚高。權線在直景。卽以直景乙戊爲第一數。表爲第二數。庚辛爲第三數。若在倒景。卽以表爲第一數。以丁戊倒景爲第二數。庚辛爲第三數。各算定。各加自目至足乙辛數。卽得。

若權線不在丙。而有平地可前可却。卽任意前却。至權線値丙而止。卽不必推算。可知其高。

若辛不欲至庚、或不能。或爲山水林木屋舍所隔。或地非平面。則用兩直景較算。其法依前用矩度向物頂審權線在直景否。如在倒景。卽以所値度分變作直景。本篇二題注。次從辛依地平直線。或前或卻。任意遠近。至癸。仍用矩度向物頂審權線在直景否。如在倒景。亦以所値度分。變作直景。本篇二題注。次以兩直景度分相減之較爲第一數。以表爲第二數。以辛癸大小兩相距之較爲第三數。依法算之。卽得己壬之高。加自目至足乙癸。卽得己庚之高。何者。兩景較與其表之比例。若兩相距之較與物之高。故下論





詳之。

論曰。以兩直景之小乙戊線。減其大乙戊線。存子戊線。爲景較。以兩相距之小庚辛線。減其大庚癸線。存癸辛線。爲距較。則子戊較線與甲乙表之比例。若癸辛較線與己壬線。何者。依上論。本卷三題。大乙戊直景與甲乙表之比例。若乙壬、或等乙壬之庚癸大相距之遠、與己壬之高。更之。卽大乙戊直景與大相距癸庚之比例。若甲乙表與己壬之高。五卷十六。依顯小乙戊直景、或等小乙戊之乙子、與小相距之庚辛之比例。若甲乙表與己壬之高。則大乙戊直景與大相距庚癸之比例。亦若乙子小直景與小相距之庚辛也。夫大乙戊與大相距庚癸兩全線之比例。旣若兩所減之乙子與庚辛。五卷十九。轉之。卽大乙戊與庚癸兩全線之比例。亦若兩減餘之子戊與辛癸。五卷十九。而前已論乙戊全與庚癸全之比例。若甲乙表與己壬之高。則兩減餘之子戊與辛癸之比例。亦若甲乙表與己壬之高。五卷十一。更之。則景較子戊與甲乙表之比例。若距較癸辛與己壬之高。五卷十六。

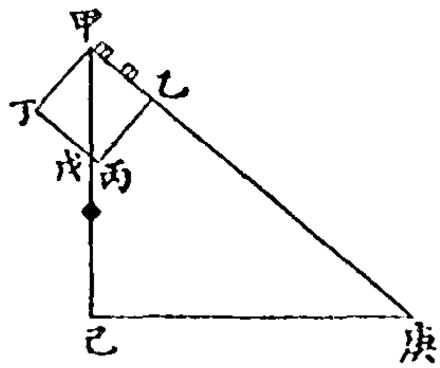
注曰。如前圖。欲測己庚之高。先于辛得直景小乙戊爲五度。次卻立于癸。得直景大乙戊爲十度。景較五度。以爲第一數。以表度爲第二數。次量距較癸辛十步。以爲第三數。依法算得二十四步。加自目至足乙辛或一步。卽知己庚高二十五步。如後圖。先于辛得直景小乙戊爲十一度。次卻立于癸。得倒景九度。卽如前法變作大乙戊直景十六度。景較五度。以爲第一數。以表度爲第二數。次量距較癸辛二十步。以爲第三數。依法算得四十八步。加自目至足乙辛或一步。卽知己庚高四十九步。

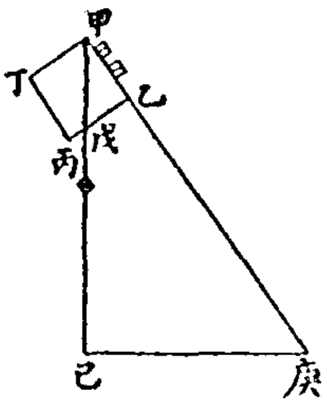
若山上有一樓臺。欲測其樓臺之高。先于平地。總測樓臺頂至地平之高。次測山高。減之卽得。有樓臺高數層。欲測各層之高。倣此。

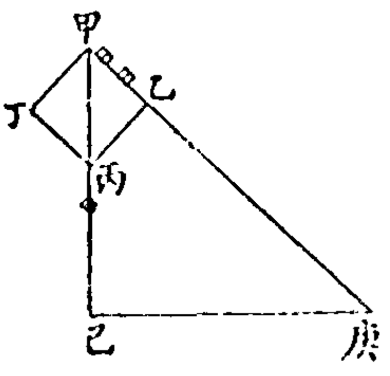
第七題

地平測遠。

法曰。欲于己測己庚地平之遠。先用一有度分之表。與地平爲直角。以窺目至足之高爲甲己。若景極遠者。則立樓臺或山岳之上。以目下至地平爲甲己。（欲知山岳樓臺之高。已具前測高法。）次以矩極甲角切于目。以乙向遠際庚。如前法稍移就之。令甲乙庚爲一直線。細審權線值何度分。如權線在丙。則高與遠等。若在乙丙直景邊。卽高大于遠。而矩度上截取甲乙戊。與甲己庚爲等角形。何者。兩形之乙與己各爲直角。庚甲己與乙甲戊爲同角。卽其餘角必等。故。（一卷卅二）則甲乙表與乙戊直景之比例。若甲己高與己庚遠也。（六卷四）若權線在丁丙倒景邊。卽高小





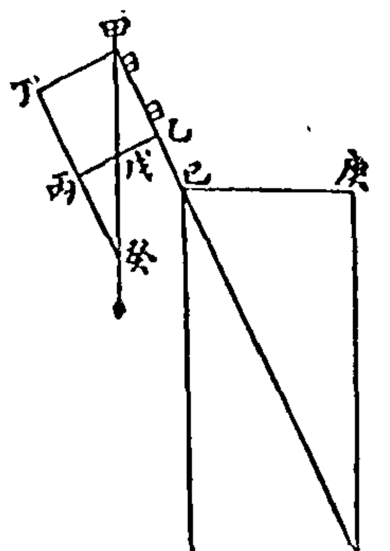


于遠而矩度上截取甲丁戊與甲己庚爲等角形何者兩形之丁與己各爲直角己甲庚與甲戊丁相對之兩內角等卷一廿九卽其餘角亦等故卷一廿二則丁戊倒景與甲丁表之比例若甲己高與己庚遠也卷六四次以表爲第一數直景爲第二數以倒景爲第一數表爲第二數各以甲己爲第三數依法算之各得己庚之遠

第八題

測井之深

法曰己壬辛庚井其口之邊或徑爲己庚欲測己壬之深用矩極甲角切目以乙從己向對邊或徑之水際辛如前法稍移就之令甲乙己辛爲一直線卽權線垂下截取矩度之甲乙戊與己壬辛爲等角形何者兩形之乙與壬各爲直角壬己辛與乙甲戊兩角爲己壬甲癸兩平行線井必用垂線故與權線平行之同方內外角等卷一廿九卽其餘角亦等故則乙戊直景與甲乙表之比例若等己庚口之壬辛底與己壬深也卷六四次以直景爲第一數表爲第二數己庚爲第三數依法算之卽得己壬之深



若權線在倒景卽表與倒景之比例若井之己庚口與己壬深觀甲癸丁角形可推何者癸與乙甲戊

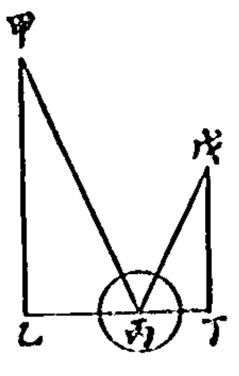
相對兩丙角等。一卷廿九。即與壬己辛角等。故以表爲第一數。倒景爲第二數。己庚口爲第三數。依法算之。亦得己壬之深。

注曰。乙戊直景三度。己庚井口十二尺。依法算得四十八尺。即己壬之深。丁癸倒景四十八度。依法算同。

第九題

以平鏡測高。

法曰。欲測甲乙之高。以平鏡依地平線置丙。人依地平線立于丁。目在戊。向物頂甲稍移就之。令目見甲在鏡中心。是甲之景從鏡心反射于目。成甲丙戊角。即目光至鏡心。借足至鏡心。兩線作戊丙丁角。與甲丙乙角等。此論見歐几里得鏡書第一題。即甲乙丙、戊丁丙、爲等角形。乙丁兩皆直角故。則足至鏡心丁丙。與目至足之高丁戊之比例。若物之底至鏡心乙丙。與其高甲乙也。六卷四。今量丁丙爲第一數。丁戊爲第二數。乙丙爲第三數。依法算之。即得甲乙之高。

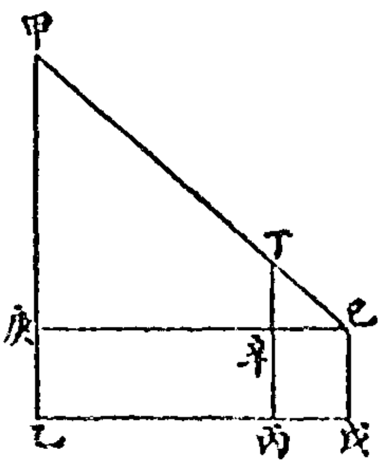


注曰。可以盂水當鏡。若測極遠。可以水澤當鏡。

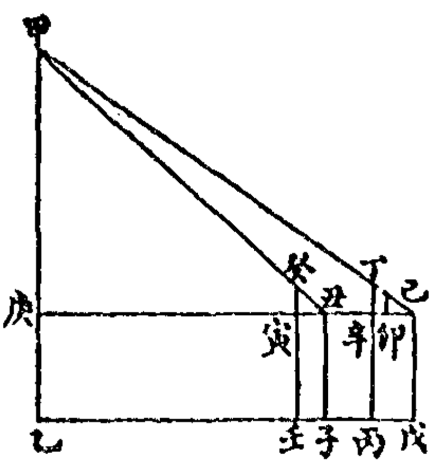
第十題

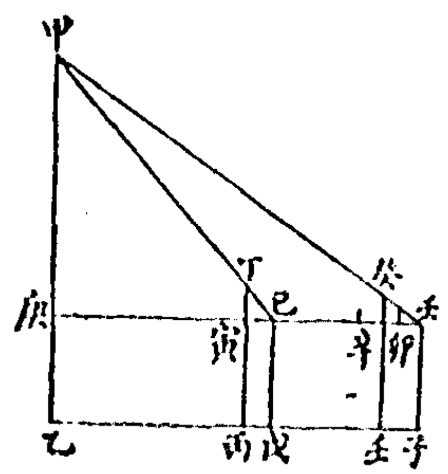
以表測高。

法曰。欲測甲乙之高。依地平線。任立一表于丙。爲丁丙。與地平爲直角。凡立表以線墜下。三面附表。即與地平爲直角。次依地平線退立于戊。使目在己。視表末丁與物頂甲爲一直線。若表僅與身等。或小于身。則俛首移就之可也。或別立一小表爲己戊亦可。次據目至足之數。次想從己目至甲乙上之庚點。作直線。與乙戊平行。而分丁丙表于辛。即己辛丁、己庚甲爲等角形。六卷四。則等丙戊之辛己與辛丁之比例。若等乙戊之庚己與庚甲也。次據丙戊爲第一數。辛丁爲第二數。乙戊爲第三數。依法算之。即得甲庚之高。加目至足之數己戊。即得甲乙之高。



若戊不欲至乙。或不能。則用兩表較算。如前圖。立于戊。目在己。已得辛己等丙戊之度。次依地平線或前或却。又立一表。或即用前表。或兩表等。爲癸壬。依前法。令丑子、與己戊目至足之度等。而使丑癸甲爲一直線。即又得寅丑等壬子之度。其壬子若移前。所得必小于丙戊。何者。己辛與辛丁之比例。若己庚與庚甲。丑寅與寅癸。若丑庚與庚甲。六卷四。而己庚與庚甲。大于丑庚與庚甲。五卷八。即己辛與辛丁。亦大于丑寅與寅癸也。又辛丁與寅癸既等。癸壬、丁丙元等。所減寅壬、辛丙等。





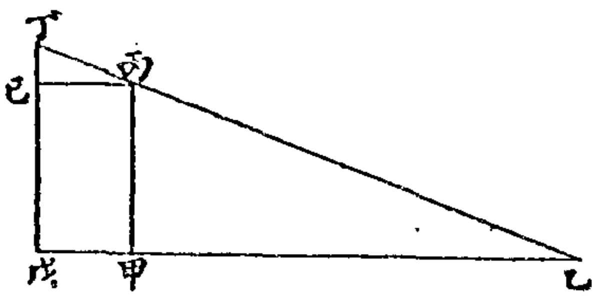
等即所存亦等。即己辛必大于丑寅也。五卷十。次以兩測所得之己辛與丑寅相減。得卯辛較。以爲第一數。以表目相減之較丁辛或癸寅爲第二數。以兩相距之較戊子或己丑爲第三數。依法算之。即得甲庚之高。加目至足之數。即得甲乙之高。

論曰。兩測較卯辛。與表目較辛丁或癸寅。其比例。若距較戊子或己丑與庚甲。何者。己辛與辛丁。既若己庚與庚甲。五卷四。更之。即己辛與己庚。若辛丁與庚甲也。五卷十一。依顯丑寅與丑庚。若寅癸與庚甲也。則丑寅與丑庚。亦若辛丁與庚甲也。辛丁與寅癸等故。而己辛全線與己庚全線。若己辛所截取之己卯、己卯與丑寅等與己庚所截取之丑庚也。則己辛全與己庚全。亦若己辛分餘之卯辛、與己庚分餘之己丑也。五卷十九。前已論己辛與己庚。若辛丁與庚甲。即卯辛與己丑。亦若辛丁與庚甲也。更之。即兩測較卯辛。與表目較辛丁。若距較等子戊之己丑、與甲庚也。若却後而得壬子。則反上論之。

第十一題

以表測地平遠。

法曰。欲于甲測甲乙地平遠。先依地平線立一表爲丙甲。與地平爲直角。其表稍小于身之長。次却立于戊。目在丁。視表末丙、與遠際乙、爲一直線。次想己丙作直線。與甲乙平行。而分丁戊于己。即丙己丁、丙甲乙、爲等角形。六卷四。何者。甲與己兩



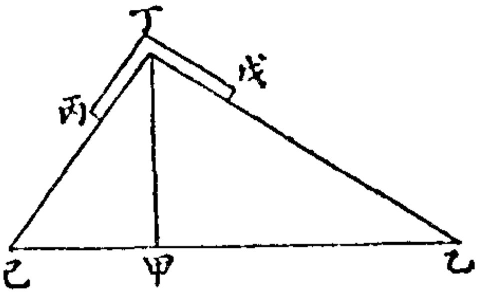
爲直角、丙丁己、乙丙甲、爲平行線同方內外角等。一卷廿九。卽其餘角必等故。一卷卅二。則表目較丁己、與表目相距之度己丙之比例若丙甲表與甲乙也次以丁己爲第一數丙己爲第二數丙甲爲第三數依法算之卽得甲乙之遠。

第十二題

以矩尺測地平遠。今木工爲方所用。

法曰欲于甲、測甲乙地平遠。先立一表爲丁甲。與地平爲直角。次以矩尺之內直角置表末丁以丁戊尺向遠際乙。稍移就之令丁戊乙爲一直線。次從丁丙尺上。依一直線視地平得己。次量己甲爲第一數。丁甲爲第二數。又爲第三數。依法算之卽得甲乙之遠。

論曰己丁乙旣直角。若從丁作丁甲。爲己乙之垂線。卽丁甲爲甲己、甲乙、之中率。六卷八之系。次以丁甲表自乘爲實以甲己之度爲法除之卽得甲乙之遠。六卷十七。



第十三題

移測地平遠及水廣。

法曰欲于乙測乙戊地平遠、及江河溪壑之廣。凡近而不能至者。於此際立一表爲甲乙。與地平爲直角。次以一小尺或竹木等爲丙丁。邪加表上。稍移就彼際戊。作一直線。次以表帶尺旋轉向地平。視丙

丁尺端所直得己。次自乙量至己。卽得乙戊之數。

論曰。甲乙戊與甲乙己兩直角形等、卽相當之乙戊與乙己兩邊亦等。則量乙己得乙戊。一卷廿六。

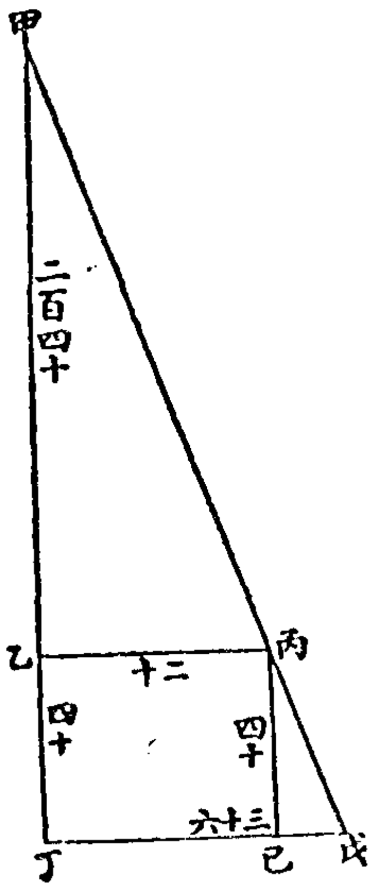
又論曰。若以乙爲心。己戊爲界。作圜。卽乙己戊爲同圜之各半徑等。

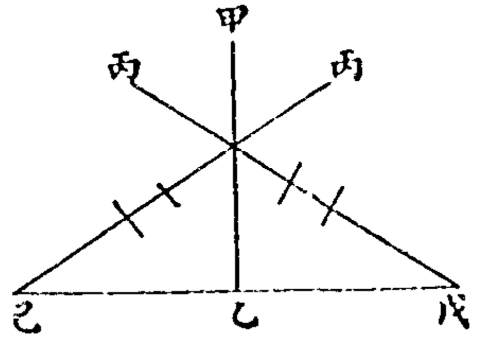
法曰。如不用表。以身代作甲乙表。不用尺。或以笠覆至目代作丙丁。如上測之。尤便。

第十四題

以四表測遠。前題測遠諸法。不依極高。不得極遠。此法于平地可測極遠。

法曰。欲于乙測甲遠。或城或山凡可望見者皆是。不論平否。擇于平曠處。前云依地平線者。必依直線取平。此不必拘。立一表于乙。次任却後若干丈尺。更立一表爲丁。令兩表與甲甲者。是所測處。指定一物。或人或木或山及樓臺之頂皆是。爲一直線。次從乙依乙丁之垂線。任橫行若干丈尺。更立一表爲丙。次從丁。與乙丙平行。任若干丈尺。稍遠于乙丙。又立一表爲戊。四表俱任意長短。從戊過丙望甲。亦作一直線。次以丁戊、乙丙相減之較爲第一數。乙丁

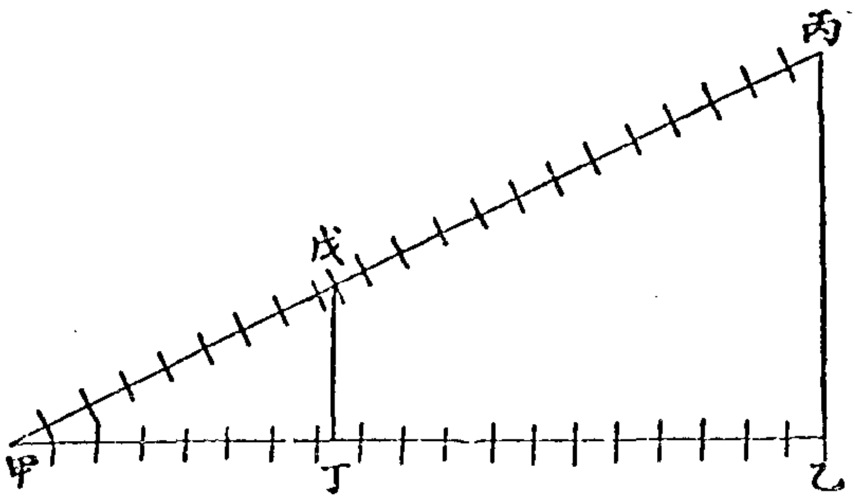




爲第二數。乙丙爲第三數。依法算之。即得甲乙之遠。

論曰。試作丙己直線。即得丙己戊、與甲乙丙爲等角形。六卷四。何者。甲乙丙、丙己戊、兩爲直角。丙戊己、甲丙乙、爲平行線同方內外角等。一卷廿九。即餘角必等。故則戊己、與等丙己之乙丁、之比例若丙乙與乙甲。

注曰。如丁戊爲三十六。乙丙爲三十。乙丁爲四十。即以三十與三十六之較六爲第一數。以四十爲第二數。以三十爲第三數。依法算之。得二百四十。爲甲乙之遠。



第十五題

測高深廣遠。不用推算。而得其度分。

不諳布算。難用前法。其有畸分者。更難。今求不用布算。而全數畸分。俱可推得。與布算同功。其法曰。凡測高深廣遠。必先得三率。而推第四率。三率者。其一、直景或倒景。其二、所立處至所測之底。若不能至者。則景較、或兩測較。其三、表或距較也。設如測一高。景較八。距較十步。其景較八、與表十二、之比例。若距較十步、與所求之高、此不論目至足之高。則于平面作甲乙、甲丙、兩直線。任相聯爲甲角。從甲向乙。規取八平分。任意長短。以當景較、爲甲丁。次用元度。從丁向乙。規取十二平分。以當表度。次從甲

向丙。規取十平分。其用度。與前度任等不等。以當距較、爲甲戊。次從戊至丁作一直線。次從乙作一直線與戊丁平行。而截甲丙線于丙。次規取自甲至戊諸分內之一分、爲度。從戊向丙。規得若干分。卽所求之高。

論曰。甲乙丙角形內之戊丁、與乙丙、兩線平行。卽甲丁與丁乙之比例。若甲戊與戊丙。六卷二。則戊丙當爲十五分。與三數法合。加目至足之高。卽得全高。

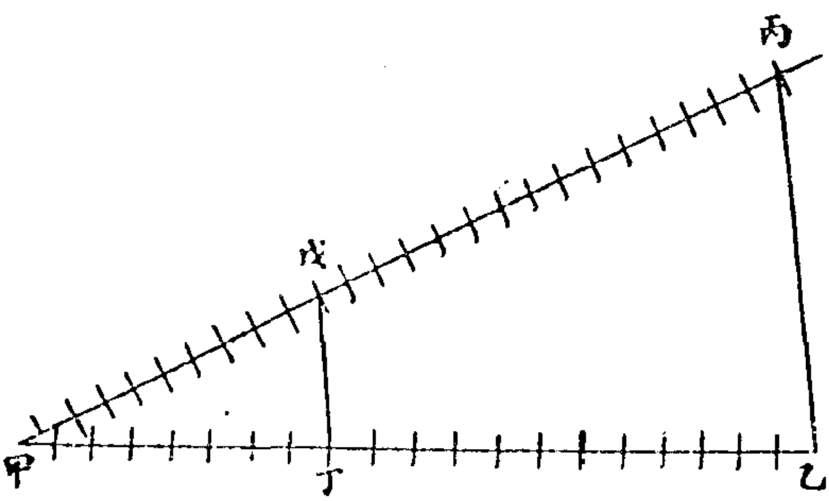
又法曰。若景較七度有半。距較八步三分步之一。卽物高度十三步三分步之二。如後圖。加目至足之高。卽得全高。

若恆以甲丁爲第一數。丁乙爲第二數。甲戊爲第三數。卽恆得戊丙爲第四數。

三數算法附

三數算法。卽九章中異乘同除法也。先定某爲第一數。某爲第二第三數。次以第二第三兩數相乘爲實。以第一數爲法除之。卽得所求第四數。

如月行三日。得三十七度。問九日行幾何度。卽以三十七度爲第二數。



九爲第三數。相乘得三百三十三數爲實。次以三爲第一數爲法。除之。得一百一十一數。即所求第四月行九日度數。

如有畸分。即用通分約分法。依上算。如一星行八日三時。得十二度二分度之一。問十四日六時行幾何度。即以八日三時、通作九十九、爲第一數。以十二度二分度之一、通作二十五、爲第二數。以十四日六時、通作一百七十四、爲第三數。次以二十五與一百七十四相乘。得四千三百五十。爲實。以九十九爲法除之。得四十三分九十三。次以二分爲一度。約得二十一度三十三分度之三十二。即所求第四本星行十四日六時度分之數。

測量異同

徐光啓撰

本館叢書集成初編所選指海暨海山仙館叢書皆收有此書指海在先故據以排印

測量異同

明 徐光啓撰

九章算法勾股篇中。故有用表用矩尺測量數條。與今譯測量法義相較。其法略同。其義全闕。學者不能識其所繇。旣具新論。以攷舊文。如視掌矣。今悉存諸法。對題臚列推求同異。以竢討論。其舊篇所有今譯所無者。仍補論一則。共爲測量異同六首如左。

以景測高。

第一題 與前篇第四題同。

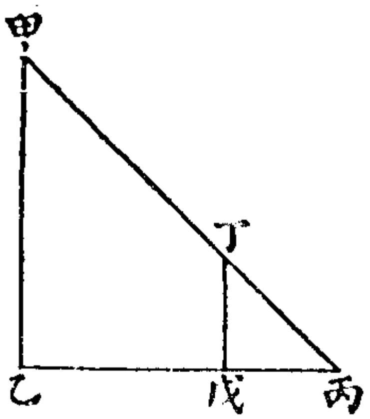
欲測甲乙之高。其全景乙丙長五丈。立表于戊。爲丁戊高一丈。表景戊丙。長一丈二尺五寸。以表與全景相乘。得五萬寸。爲實。以表景百二十五寸爲法。除之。得甲乙高四丈。

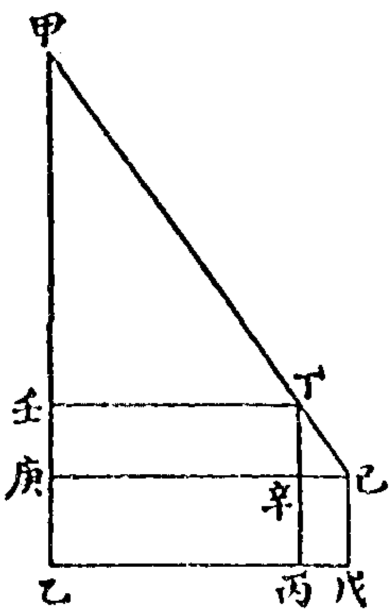
此舊法與今譯同。

第二題 與前篇第十題同。

以表測高。

欲測甲乙之高。去乙二十五尺。立表于丙。爲丁丙高一丈。却後五





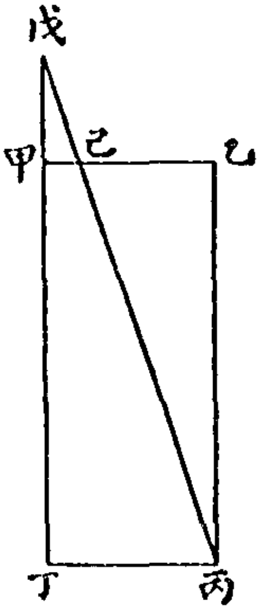
尺立于戊使目在己戊至己高四尺視表末丁與甲為一直線次以丁丙表高十尺減目至足辛丙四尺、得表目之較丁辛六尺以乘乙丙二十五尺得百五十尺為實以丙戊五尺為法除之得三十尺加表十尺得甲乙高四十尺

此舊法以甲壬丁為大三角形以丁辛己為小三角形今譯以甲庚己為大三角形丁辛己為小三角形其實同法同論何者甲壬與壬丁若甲庚與庚己也六卷四

第三題與前篇八題同

以表測深

甲乙丙丁井欲測深其徑甲乙五尺立一表于井口為戊甲高五尺從戊視丙截甲乙徑于己甲至己得四寸次以井徑五尺減甲己四寸存己乙四尺六寸以乘戊甲五尺得二千三百寸為實以甲己四寸為法除之得井深五丈七尺五寸

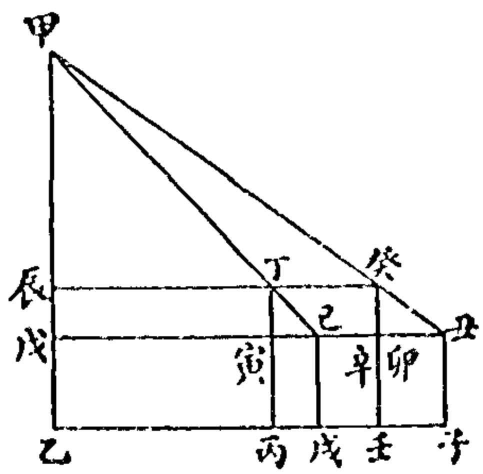


此舊法以戊甲己為小三角形己乙丙為大三角形今譯當以戊甲己為小三角形戊丁丙為大三角形其實同法同論何者戊丁與丁丙若丙乙與乙己也一卷卅四可推

第四題與前篇第十題後法同

以重表兼測無遠之高無高之遠

欲于戊。測甲乙之高。乙丙之遠。或不欲至。或不能至。則用重表法。先于丙立丁丙表。高十尺。却後五尺。立于戊。目在己。己戊高四尺。視表末丁。與甲爲一直線。次從前表却後十五尺。立一癸壬表于壬。亦高十尺。却後八尺。立于子。去壬八尺。其目在丑。丑子亦高四尺。從丑視癸、甲。亦一直線。次以表高十尺。減足至目四尺。得表目較癸辛、或丁寅、六尺。與表間度癸丁、或壬丙、十五尺。相乘。得九十尺。爲實。以兩測所得己寅、丑辛、相減之較卯辛三尺。此較、舊名景差・今名兩測較・爲法。除之得三十尺。加表高十尺。得甲乙高四十尺。若以兩測所得之小率丙戊五尺。與表間度癸丁、或壬丙、十五尺相乘得七十五尺爲實。以卯辛三尺爲法。除之。即得乙丙遠二十五尺。



此舊法測高以癸辛、或丁寅與辛卯。借甲辰與等壬丙之丁癸。爲同理之比例。今譯以癸辛、或丁寅、與辛卯。借甲庚、與等戊子之己丑。爲同理之比例。舊用壬丙・表間也・今用戊子・兩較也・其實同法同論。何者。甲辰與辰丁。若甲庚與庚己也。辰丁與丁癸。若庚己與己丑也。六卷四・平之。則甲辰與丁癸。若甲庚與己丑也。

補論曰。舊法以重表測遠。則卯辛與等丙戊之己寅之比例。若等壬丙之癸丁與等乙丙之丁辰。何者。甲辰癸、癸辛丑、爲等角形。六卷卅二・即丑辛、癸辰、爲相似邊。六卷四・甲辰丁、丁寅己、爲等角形。即己寅、丁辰、爲相似邊。是丑辛與癸辰。若己寅與丁辰也。六卷四・更之。則丑辛與己寅。若癸辰與丁辰也。今于丑辛減己

寅之度．存卯辛于癸辰減丁辰．存癸丁．則卯辛與己寅．若癸丁與丁辰也．所減之比例等．所存之比例亦等．

第五題 與前篇第十四題同．

以四表測遠．

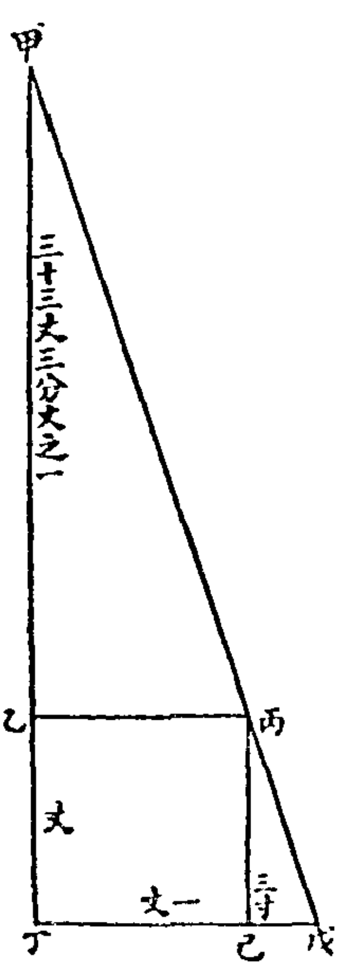
欲測甲乙之遠．于乙上立一表．次于丙、己、丁、上各立一表．成乙丙己丁直角方形．每表相去一丈．令丁乙二表．與甲為一直線．次于己表之右、戊上．視丙表．與甲為一直線．戊己相去三寸．次以乙丙、乙丁、相乘．得一萬寸．為實．以戊己三寸為法除之．得甲乙高三十三丈三分丈之一．

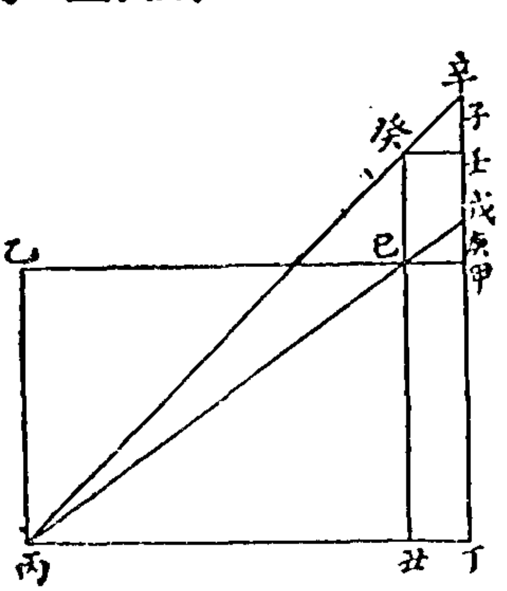
此舊法與今譯同．

第六題 與前篇第十題後法．同理．

以重矩．兼測無廣之深．無深之廣．稍改舊法．以從今論．

有甲乙丙丁壁立深谷．不知甲乙之廣．欲測乙丙之深．則用重矩法．先于甲岸上．依垂線立戊甲己句股矩尺．甲己句長六尺．從股尺上．視句末己．與谷底丙為一直線．而遇戊甲股于庚．庚甲高五尺．次于





甲上依垂線取壬。壬去甲一丈五尺。于壬上依垂線。更立一辛壬癸句股矩尺。壬癸句。亦長六尺。從股尺上。視句末癸與谷底丙爲一直線。而遇辛壬股于辛。辛壬高八尺。次以前股所得庚甲五尺。與兩句間壬甲十五尺相乘。得七十五尺。爲實。以兩股所得庚甲、辛壬、相減之較辛子三尺爲法。除之。卽得乙丙深二十五尺。若以句六尺與兩句間十五尺相乘。得九十尺。爲實。以辛子三尺爲法。除之。卽得甲乙之廣三十尺。

測深論。作癸己丑直線。與本篇第四題重表測遠補論同。測遠論。與前篇第十題重表測高論同。

句股義

徐光啓撰

本館叢書集成初編所選指海暨海山仙館叢書皆收有此書指海在先故據以排印

句股義序

周髀算經曰．昔者周公問于商高曰．竊聞乎大夫善數也．請問古者庖犧立周天歷度．夫天不可階而升．地不可尺寸而度．請問數從安出．商高曰．數之法出于圓方．圓出于方．方出于矩．矩出于九九八十一．故折矩以為句廣三．股修四．徑隅五．既方之外．半其一矩．環而共盤．得成三四五．兩矩共長二十有五．是謂積矩．故禹之所以治天下者．此數之所生也．漢趙君卿注曰．禹治洪水．決流江河．望山川之形．定高下之勢．除滔天之災．釋昏墊之厄．使東注于海．而無浸溺．乃句股之所由生也．又曰．觀其迭相規矩．共為反覆．方與通分．各有所得．然則統敍羣倫．弘紀衆理．貫幽入微．鉤深致遠．故曰．其裁制萬物．惟所為之也．徐光啓曰．周髀句股者．世傳黃帝所作．而經言庖犧．疑莫能明也．然二帝皆用造歷．而禹復藉之以平水土．蓋度數之用．無所不通者也．後世治歷之家．代不絕人．亦且增修遞進．至元郭守敬若思．十得其六七矣．亡不資算術為用者．獨水學久廢．即有耑門名家．代不一二人．亦絕不聞以句股從事．僅見元史載守敬受學于劉秉忠．精算數水利．巧思絕人．世祖召見．面陳水利六事．又陳水利十有一事．又嘗以海面較京師至汴梁．定其地形高下之差．又自孟門而東．循黃河故道．縱廣數百里間．各為測量地平．或可以分殺河勢．或可以灌溉田土．具有圖志．如若思者．可謂博大精深．繼神禹之絕學者矣．勝國略信用之．若通惠會通諸役．僅十之一二．後其書復不傳．甚可惜也．至乃遡其為法．不過句股測量．變而通之．故在人耳．又自

古迄今。無有言二法之所以然者。自余從西泰子譯得測量法義。不揣復作句股諸義。卽此法底裏洞然。于以通變施用。如伐材于林。挹水于澤。若思而在。當爲之撫掌一快已。方今歷象之學。或歲月可緩。紛綸衆務。或非世道所急。至如西北治河。東南治水利。皆目前救時至計。然而欲尋禹績。恐此法終不可廢也。有紹明郭氏之業者。必能佐平成之功。周公豈欺我哉。句股遺言。獨見于九章中。凡數十法。不出余所撰正法十五條。元李冶廣之作測圓海鏡。近顧司寇應祥。爲之分類釋術。余欲爲說其義。未遑也。其造端第一論。則此篇之七亦略具矣。周髀首章。九章句股之鼻祖。甄鸞李淳風註爲之重釋。頗明悉。實爲算術中古文第一。余故爲採摭要語。幷諸篇端。以俟用世之君子。不廢芻蕘者。其圖注見他本爲節解。至于商高問答之後。所謂榮方問于陳子者。言日月天地之數。則千古大愚也。李淳風駁正之。殊爲未辨。若周髀果盡此。其學廢弗傳。不足怪。而亦有近理者數十語。絕勝渾天家。余嘗爲雌黃之。別有論。

句股義

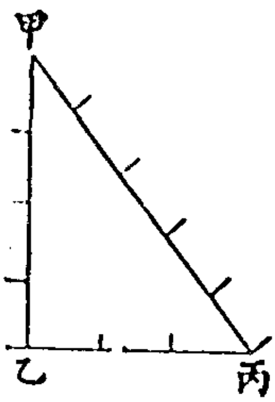
明　徐光啓撰

句股即三邊直角形也。底線爲句。底上之垂線爲股。對直角邊爲弦。句股上兩直角方形。幷與弦上直角方形等。故句三股四則弦必五。一卷四七注。從此可以句股求弦。句弦求股。股弦求句。一卷四七注。可以求句股中容方容圓。可以各較求句求股求弦。可以各和求句求股求弦。可以大小兩句股互相求。可以立表求高深廣遠。以通句股之窮。可以二表四表求極高深極廣遠。以通立表之窮。其大小相求及立表諸法測量法義所論著略備矣。句股自相求以至容方容圓各和各較相求者。舊九章中亦有之。第能言其法。不能言其義也。所立諸法。蕪陋不堪讀。門人孫初陽氏刪爲正法十五條。稍簡明矣。余因各爲論譔其義。使夫精於數學者。攬圖誦說。庶或爲之解頤。

第一題

句股求弦。

法曰甲乙股四。乙丙句三。求弦。以股自之。得十六。句自之。得九。幷得二十五爲實。開方得甲丙弦五。



第二題

句弦求股。

法曰。如前圖。乙丙句三。自之得九。甲丙弦五。自之得二十五。相減得較十六。開方得甲乙股四。

第三題

股弦求句。

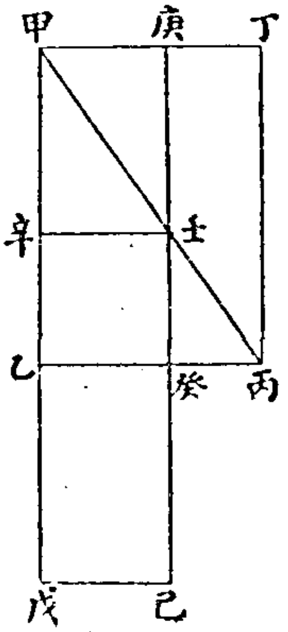
法曰。如前圖。甲乙股四。自之得十六。甲丙弦五。自之得二十五。相減。得較九。開方。得乙丙句三。

已上三論俱見一卷四十七題。凡言某卷某題者。皆引幾何原本爲證。下同。

第四題

句股求容方。

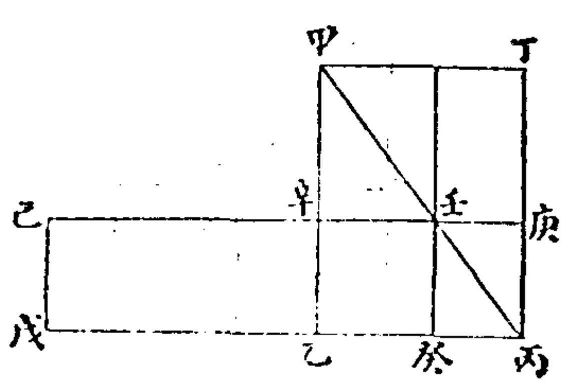
法曰。甲乙股三十六。乙丙句二十七。求容方。以句股相乘。爲實。幷句股得甲戊六十三。爲法。除之。得容方辛乙、乙癸、各邊俱一十五四二八。論曰。甲乙三十六、乙丙二十七、相乘。得九百七十二。以爲實。卽成甲乙丙丁直角形。次以甲乙、乙丙、幷得六十三。



爲法。卽成甲戊線。除實。得戊己邊十五四二八。卽成甲戊己庚直角形。與甲乙丙丁形等。六卷十六。而己庚邊。截乙丙句于癸。甲丙弦于壬。卽成乙辛壬癸滿句股之直角方形。何者。甲乙丙丁。與甲戊己庚。兩形互相視。卽甲乙與甲戊。若乙癸與乙丙。六卷十五。分之。卽甲乙與乙戊。若乙癸與癸丙。是甲乙與乙丙。

亦若乙癸與癸丙也。乙丙・乙戊元等・ 又甲辛與辛壬。若壬癸與癸丙。六卷四・ 更之。卽甲辛與壬癸。若辛壬與癸丙也。而辛乙與壬癸等。乙癸與辛壬等。則甲辛與辛乙。若乙癸與癸丙矣。夫甲乙與乙丙。既若乙癸與癸丙。而甲辛與辛乙。又若乙癸與癸丙。則甲乙與乙丙。亦若甲辛與辛乙。而乙辛壬癸。爲滿句股之直角方形。六卷十五增題・

又簡論曰。如前圖。以甲乙戊爲法。而除甲丙實。既得甲庚、戊己、各與方形邊等、今以等甲乙戊之丙乙戊爲法。而除甲丙實。得庚丙、戊己、亦各與方形邊等。則辛乙癸壬。爲直角方形。

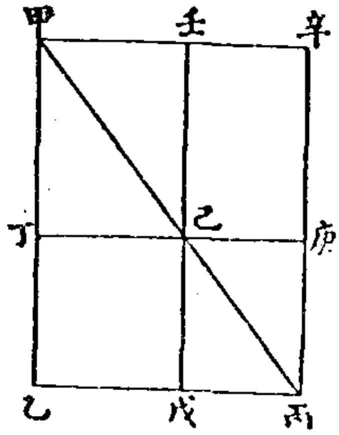


第五題

餘句餘股求容方求句求股。

法曰。甲丁餘股七百五十。戊丙餘句三十。求丁乙戊己容方邊。以丙戊、甲丁、相乘。得二萬二千五百爲實。開方。得容方乙丁、丁己、各邊。俱一百五十。加餘股。得股九百。加餘句。得句一百八十。

論曰。甲丁、戊丙、相乘爲實。卽成己壬辛庚直角形。與丁乙戊己。爲甲丙角線形內之兩餘方形等。一卷四三・ 、而壬己與己戊。借丁己與己庚。爲互相視之邊。六卷十四・ 故己壬辛庚之實。卽丁乙戊己之實。開方。得丁乙戊己直角



方形邊.

又論曰.甲丁與丁己.既若己戊與戊丙.六卷四之系.即方形邊.當爲甲丁、戊丙、之中率.六卷卅三之十五增題.今列甲丁七百五十.戊丙三十.而求其中率之數.其法以前率比後率.爲二十五倍大之比例.二十五開方得五.則中率當爲五倍之比例.甲丁七百五十.反五倍.得一百五十.一百五十反五倍.得丙戊三十.則方形邊一百五十.爲甲丁丙戊之中率.六卷界說五.

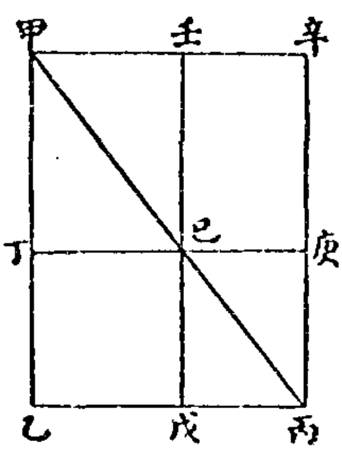
第六題

容方與餘句.求餘股與餘股求餘句.

法曰.容方乙丁、丁己、各邊.俱一百五十.戊丙餘句三十.求甲丁餘股.以容方邊自之.爲實.以餘句爲法.除之.得甲丁餘股七百五十.以容方與餘股求餘句.法同.

論曰.如上論.兩餘方形等實.故以等己庚之丙戊除之.得等壬己之甲丁.

又論曰.方形邊既爲甲丁、戊丙之中率.六卷三十三之十五增題.即方形邊自乘爲實.以戊丙除之.得甲丁.以甲丁除之.得戊丙.六卷十七.

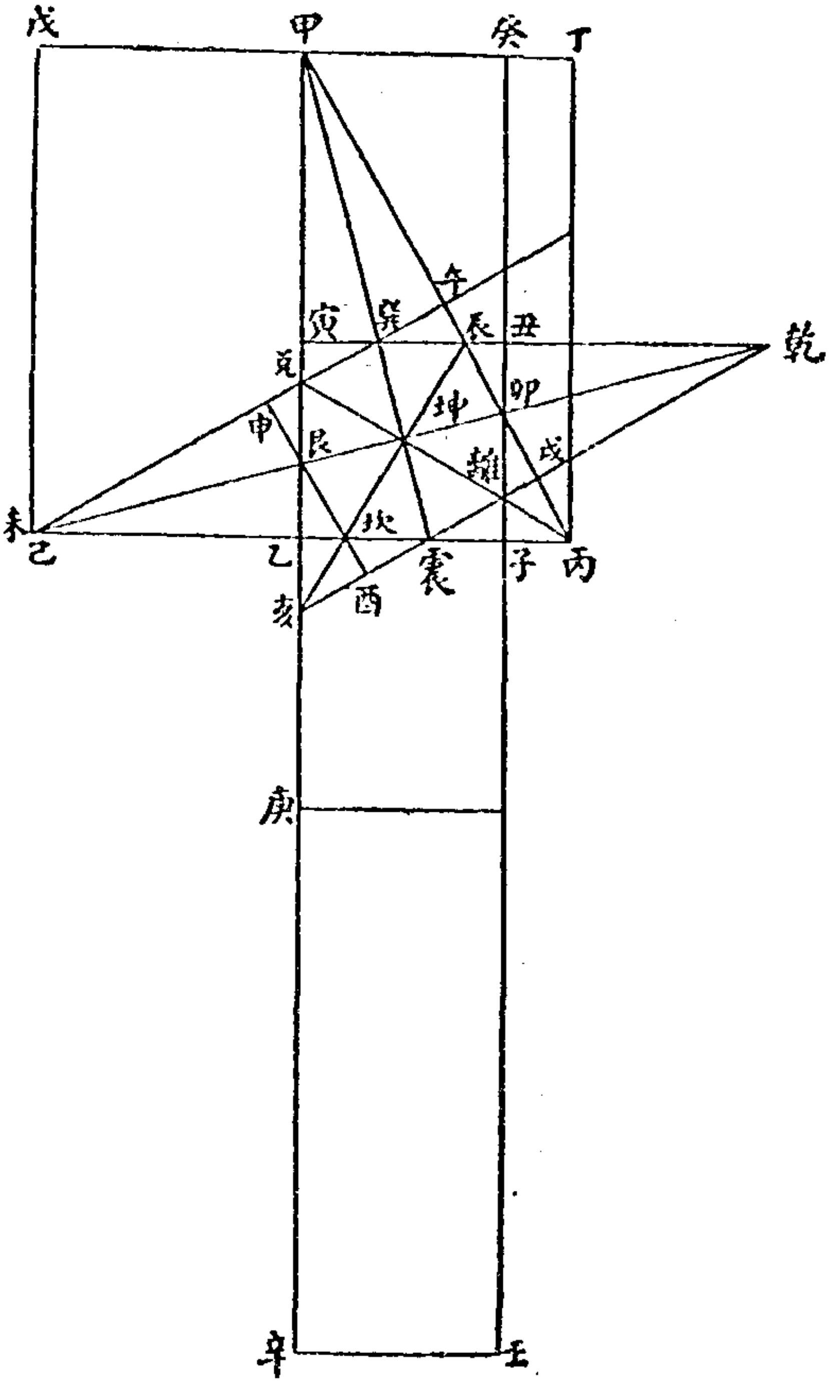


第七題

勾股求容圓.

法曰。甲乙股六百。乙丙句三百二十。求容圓。以句股相乘。得一萬九千二百。倍之。得三萬八千四百。爲實。別以句股求弦。得甲丙弦六百八十。一本篇 幷勾股弦爲法。除實。得容圓徑乙子二百四十。

論曰。甲乙股。乙丙勾。相乘卽甲乙丙丁直角形。倍之爲實。卽丙丁戊己直角形。求得甲丙弦。幷勾股得



一千六百。於甲乙線引長之。截乙庚。與句等。庚辛。與弦等、得甲辛。為弦和和線。以為法。除實。得辛壬邊二百四十。即成甲辛壬癸直角形。與丙丁戊己形等。六卷十六。而壬癸邊截乙丙句於子。次從子作子丑寅乙直角方形。即此形之各邊皆為容圓徑。曷名為容圓徑也。謂於甲乙丙三邊直角形內。作一圜。其甲丙弦。截子丑寅乙直角方形之卯辰線。與乙子、子丑、丑寅、寅乙。諸邊。皆為切圜線也。則何以顯此五邊之皆為切圜線乎。試于甲乙丙形上。復作一丙午未直角三邊形。交加其上。其午丙。與乙丙等。未午、與甲乙等。未丙。與甲丙等。即兩形必等。一卷廿二可推。次依丙午未直角作午申酉戌直角方形。與乙子丑寅直角方形等。次于戌酉線。引之至亥。又成甲戌亥直角三邊形。以甲為同角。交加于甲乙丙形之上。亦以午申酉戌為容圓徑。次于亥戌、寅丑、兩線引之。遇于乾。又成乾寅亥直角三邊形。以亥為同角。交加于甲乙丙形之上。亦以乙子丑寅為容圓徑。次作丙兌線。遇諸形之交加線于離于兌。次作甲震線。遇諸形之交加線于巽于震。次作亥辰線。遇諸形之交加線于坎于辰。次作未乾線。遇諸形之交加線于艮于卯。而四線俱相遇于坤。夫午丙與乙丙兩線等。而減相等之午戌、乙子。即戌丙與子丙必等。丙離同線。丙戌離、丙子離、又等為直角。戌離丙、子離丙、又俱小于直角。即丙離戌、丙離子、兩三角形必等。而兩形之各邊各角俱等。六卷七。則丙兌線。必分甲丙未角為兩平分矣。一卷九。又子離與戌離兩邊既等。本論子離震、戌離卯、兩交角又等。一卷十五。卯戌離、震子離、又等為直角。即卯離戌、離震子之各邊各角俱等。而兩形亦等。一卷廿六。又子離與離戌兩邊既等。離卯與離震兩邊又等。本論即子卯與戌震兩邊亦等。

子丑與戌酉。各爲相等之直角方形邊。必等。而各減相等之子卯。戌震。其所存卯丑、震酉、必等。丑卯辰、坎震酉、兩角。又各爲離卯戌、離震子、相等角之交角。必等。辰丑卯、震酉坎、又等爲直角。卽卯丑辰、震酉坎之各邊各角俱等。而兩形亦等。（一卷廿六。）依顯午巽辰與坎艮乙之各邊各角俱等。而兩形亦等。巽寅兌與兌艮申之各邊各角俱等。而兩形亦等。又子丙、戌丙之數。各八十。乙子、戌午、各二百四十。以諸率分數論之。則丑卯、酉震、各九十、丑辰、坎酉、各四十八。卯辰、坎震、各一百〇二。（算見測圜海鏡之句股步率。）則減丑卯之卯子。必一百五十也。卯子股一百五十。丙子句八十。以求卯丙弦。則一百七十也。（本篇一。）次減丙戌八十。卽卯戌亦九十也。丑辰卯、卯戌離、兩三角形之辰丑卯、離戌卯、既等爲直角。丑卯辰、戌卯離、兩交角又等。丑卯與戌卯復等。卽兩形必等。而其各邊各角俱等。（一卷廿六。）依顯子離震與震酉坎兩形亦等。依顯諸形之交角者。皆相等。其連角如酉亥坎、乙亥坎、兩形亦等。而子離、離戌、皆四十八也。則酉坎、坎乙、亦皆四十八也。亥酉、亥乙、皆八十也。子乙與戌酉等。子丙與酉亥復等。則乙丙與戌亥必等。而甲爲同角。甲乙丙、甲戌亥、又等爲直角。則甲乙丙、甲戌亥之各邊各角俱等。而兩形亦等。（一卷廿六。）甲亥與甲丙既等。各減相等之丙戌、乙亥、又減相等之乙寅、戌午。卽甲寅與甲午必等。夫甲巽午、甲巽寅、兩形之甲寅、甲午、既等。甲巽同線。甲午巽、甲寅巽、又等爲直角。卽兩形必等。而各邊各角俱等。（六卷七。）是甲震線。必分丙甲亥角爲兩平分也。（一卷九。）甲乙丙一形內。既以丙兌線。分甲丙乙角爲兩平分。又以甲震線。分丙甲乙角爲兩平分。而相遇于坤。則以坤爲心。甲乙爲界。作圜。必切乙子、子丑、丑寅、寅乙、卯辰、五邊。而爲甲

乙丙直角三邊形之內切圜。卽乙丑直角方形之各邊。為容圜徑。四四卷。展轉論之。則各大直角三邊形內之分角線。皆分本角為兩平分。皆遇于坤。而坤心圜為各形之內切圜。卽兩直角方形邊。為各句股形內之容圜徑。

又法曰。甲乙股六百。乙丙句三百二十。并得九百二十。與甲丙弦六百八十相減。亦得乙子二百四十。

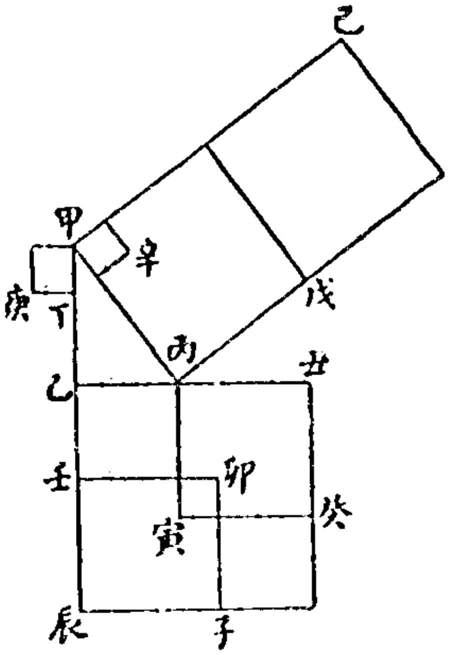
論曰。如前論諸大句股形之分餘勾。俱八十。諸勾股和與諸弦相減之較亦俱八十。則初分句二百四十。為諸形之容圜徑。

第八題

句股較。求股求句。

法曰。甲丙弦四十五。甲乙股甲丙句之較。為甲丁九、求股求句。以弦自之。得二千〇二十五。倍之。得四千〇五十。較自之。得八十一。以減兩弦冪。存三千九百六十九。為實。開方得句股和六十三。加較九。得七十二。半之。得三十六。為甲乙股。減較得二十七。為乙丙句。

論曰。弦冪為甲戊直角方形。倍之。為己丙直角形。較冪。為甲庚直角方形。與甲辛等。相減。卽得減甲辛形之己辛丙磬折形也。今欲顯己辛丙磬折形。開方而得句股和者。試察甲丙



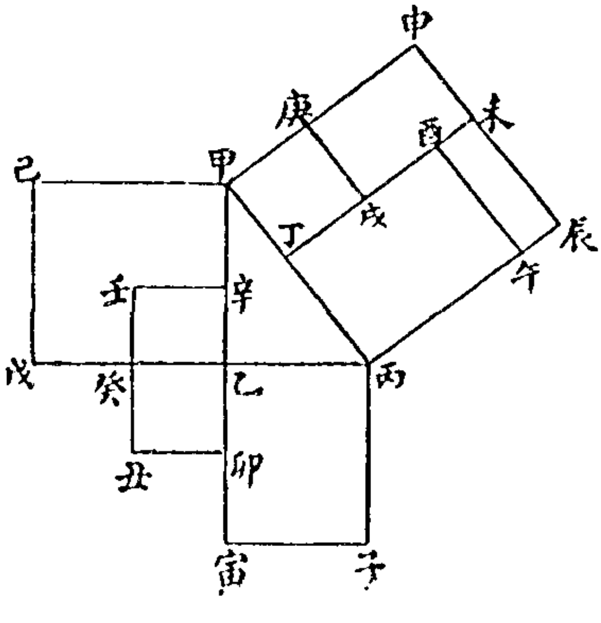
上直角方形，與甲乙、乙丙上兩直角方形幷等。一卷四七即甲戊一弦羃內，有一甲乙股羃，一乙丙句羃也。己丙兩弦羃內，有兩甲乙羃，兩乙丙羃也。故以己丙爲實，開方，即得丑辰直角方形。其丑寅與卯辰兩形，兩股羃也。丙壬與癸子兩形，兩句羃也。而丑寅卯辰之間，則重一等甲辛之卯寅形，減之，即丑辰直角方形，與己辛丙磬折形等矣。乙丙爲句，丙丑與甲乙等，故乙丑邊，即句股和也。若于乙丙句，加甲丁較，即與甲乙股等，故甲乙、乙丙、甲丁幷半之，爲甲乙股，以甲丁較減甲乙股，爲乙丙句。

第九題

句弦較，求句求弦。

法曰：甲乙股三十六，乙丙句、甲丙弦之較，爲甲丁十八，求句求弦。以股自之，得一千二百九十六，較自之，得三百二十四，相減，存九百七十二，爲實。倍較爲法，除之，得二十七，爲乙丙句。加較，得四十五，爲甲丙弦。

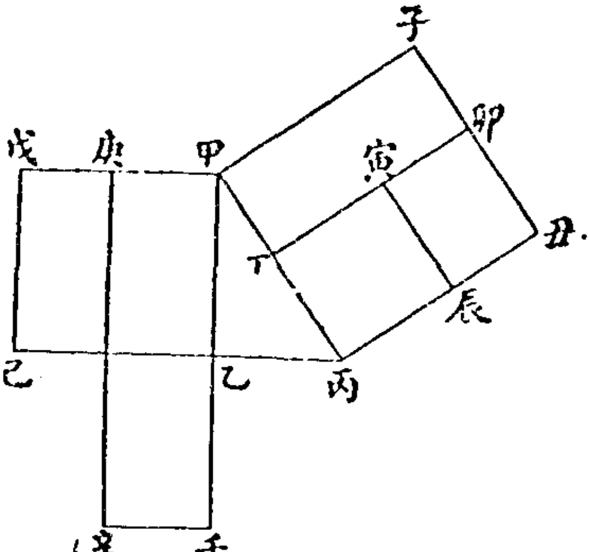
論曰：股羃爲甲戊直角方形，較羃爲丁庚直角方形，與辛癸等，相減，存甲壬戊磬折形，爲實。次倍甲丁較線，爲乙寅線，以爲法，除實，即得乙子直角形，與甲壬戊磬折形等。何者？乙子直角形，加一等較羃之乙丑直角方形，成子卯癸磬折形，即與股羃之甲戊直角方形等也。又何者？甲丙弦羃之甲辰直角方形內，當函一句羃、一股羃，卷一



四七　試于甲辰形內。截取丁庚較羃之外。分作庚未。未午。午丁。三直角形。其甲庚、申未、酉戌、三線。各與甲丁較線等。庚申、未戌、未辰、午酉、四線。各與等乙丙句之丁丙線等。夫未酉、酉戌、幷。與句等。卽申未、未酉、幷。亦與句等。而庚申、未辰、各與句等。卽庚未、未午、兩形幷。爲句羃。而丁庚、午丁、兩形幷。爲股羃矣。丁戌、戌酉、兩較也。乙卯、卯寅、亦兩較也。而丁丙與乙丙元等。卽丁午、乙子、兩形等。丁庚與乙丑兩形又等。卽丁庚、午丁、幷。與子卯癸磬折形等。而子卯癸磬折形。與股羃之甲戌形等。此兩率者。各減一等較羃之辛癸、乙丑、形。卽乙子直角形。與甲壬戊磬折形等。

又法曰。股自之。得一千二百九十六。爲實。以句弦較十八爲法。除之。得句弦和七十二。加較得九十。半之得弦四十五。減較。得句二十七。

論曰。股羃。爲甲己直角方形。以較而一。爲甲辛直角形。卽得甲壬邊。與乙丙、丙甲、句弦和等。何者。甲丙弦羃之甲丑直角方形內。當函一股羃一句羃。一卷四七　試于甲丑形內。截取子卯、丑辰、邊。各與甲丁較線等。卽卯丑、辰丙、俱與等乙丙句之丁丙線等。而作甲卯、卯辰、辰丁、三直角形。其辰丁形之四邊。皆與句等。句羃也。卽甲卯、卯辰、兩形。當與股羃等。亦當與甲辛形等。而甲庚、卯寅、皆較也。甲子。弦也。卯丑、句也。則甲辛形之甲壬邊。與句弦和等。



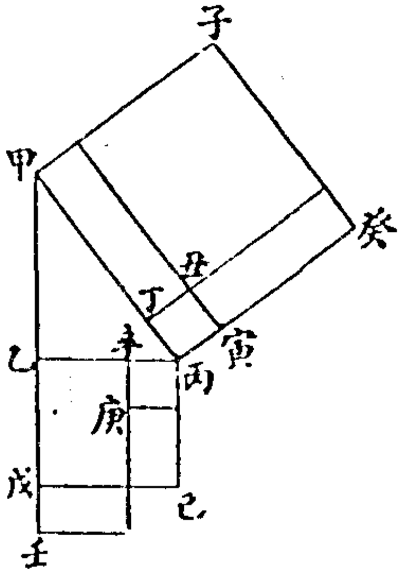
第十題

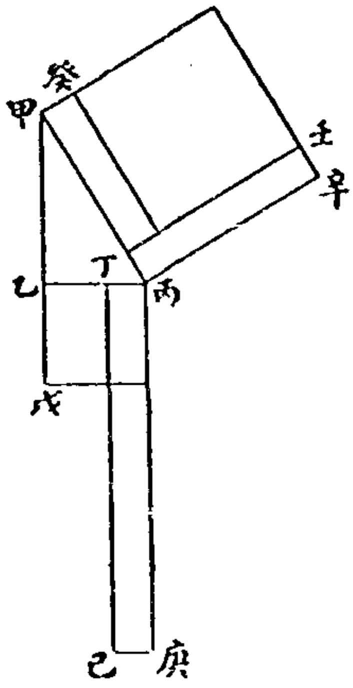
股弦較求股求弦。

法曰。乙丙句二十七。甲乙股甲丙弦之較。爲丙丁九。求股求弦。以句自之。得七百二十九。較自之。得八十一。相減。得六百四十八爲實。倍較爲法除之。得甲乙股三十六。加較。得甲丙弦四十五。

論曰。句冪爲乙己直角方形。較冪爲丙丑直角方形。與丙庚等。相減。存乙庚己磬折形。爲實。次倍丙丁較線。爲乙辛線。以爲法除實即得辛壬直角形。與乙庚己磬折形等。而乙壬邊與甲乙股等。何者。甲丙弦冪之甲癸直角方形內。當函一句冪一股冪。試于甲癸形內。截取丙丑較冪之外。分作甲丑、丑癸、丑子、三直角形。即丑子與股冪等。而丙丑、甲丑、丑癸、三形并。當與句冪等。次各減一相等之丙丑丙庚。即甲丑、丑癸、并與乙庚己磬折形等。亦與辛壬直角形等。辛乙與寅丑丑丁、并等。即乙壬與甲丁、或寅癸等。亦與甲乙等。

又法曰。句自之。得七百二十九。爲實。以較爲法。除之。得股弦和八十一。加較。得九十。半之。得弦四十五。減較。得股三十六。





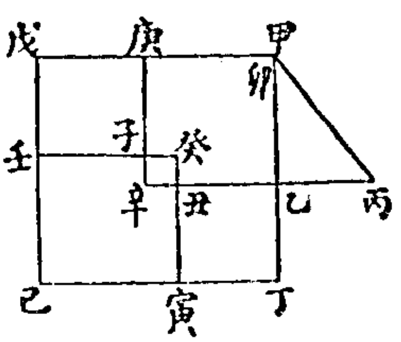
論曰。句冪爲丙戊直角方形。以較而一。爲丙己直角形。卽得丙庚邊。與甲乙、甲丙、股弦和等。何者。甲丙弦冪之甲辛直角方形內。當函一股冪一句冪。一卷四七。試于甲辛形內。依丙丁較。截作丁辛、丁癸、癸壬、三直角形。卽癸壬形與股冪等。而丁辛、丁癸兩形。幷當與句冪等。亦與丙己直角形等。夫壬辛、甲癸、己庚皆較也。而甲丁與股等。丙辛與弦等。卽丙庚與股弦和等。

第十一題

句股和求股求句。

法曰。甲丙弦四十五。甲乙、乙丙、句股和六十三。求句求股。以弦自之。得二千〇二十五。句股和自之。得三千九百六十九。相減。得一千九百四十四。復與弦冪相減。得八十一。開方得句股較甲卯九。加和得七十二。半之。得甲乙股三十六。減較得乙丙句二十七。

論曰。以句股和作甲丁一直線。自之。爲甲己直角方形。此形內。函甲辛、癸己、兩股冪。乙寅、庚壬、兩句冪。而甲辛、癸己之間。重一癸辛直角方形。夫甲丙弦之冪。旣與句股兩冪幷等。一卷四七。以減甲乙形。內之甲辛、乙寅兩形。卽所存戊辛寅磬折形。少于弦冪者。爲癸辛形矣。乙辛、股也。乙丑、句也。則丑辛、較也。

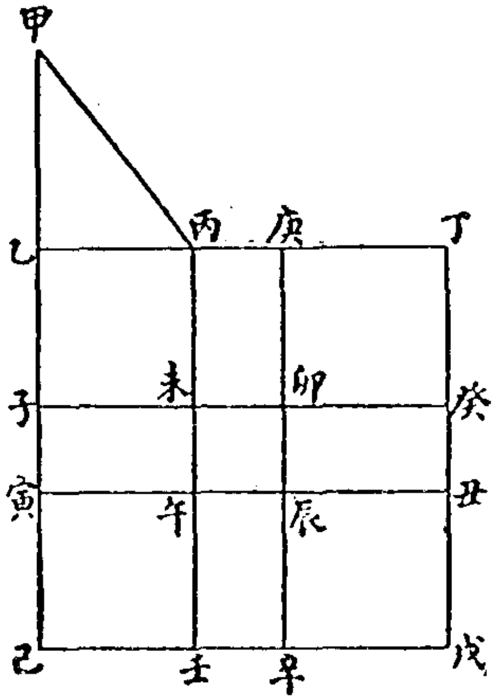


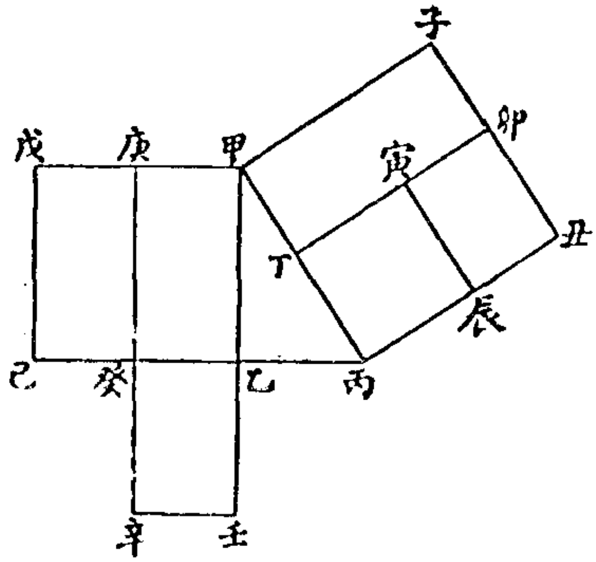
第十二題

句弦和。求句求弦。

法曰。甲乙股三十六。乙丙、甲丙、句弦和七十二。求句求弦。以股自之。得一千二百九十六。句弦和自之得五千一百八十四。相減。得三千八百八十八。半之得一千九百四十四爲實。以和爲法除之。得乙丙句二十七。以減和得甲丙弦四十五。

論曰。以句弦和作乙丁一直線。自之。爲乙戊直角方形。次用句弦庚相減。取丙庚兩點。從丙從庚作庚辛、丙壬、二平行線。依此法作癸子、丑寅、二平行線。卽乙戊一形中截成丙子、丑辛、丁卯、午己、句冪四。庚未、辰壬、癸辰、未寅、較句矩內直角形四。卯午。較冪一也。今欲于乙戊全形中減一甲乙股之冪。則于卯己弦冪內。句一一較幷。爲弦。存午己句冪而減子午辛磬折形。卽股冪矣。何者。卯己弦冪內。當函一句冪一股冪也。一卷四七又庚未與未寅等。卽庚壬形亦股冪也。以庚壬形代磬折形。卽丁辛、丙己、兩形爲和冪與股冪之減存形也。半之卽丙己形。以等句弦和之乙己除之。得乙丙句。





又法曰。股自之。得一千二百九十六。以句弦和七十二爲法。除之。得十八爲句弦較。加句弦和得九十。半之。得四十五爲弦。減較得二十七爲句。

此法與本篇第九題又法同論。

第十三題

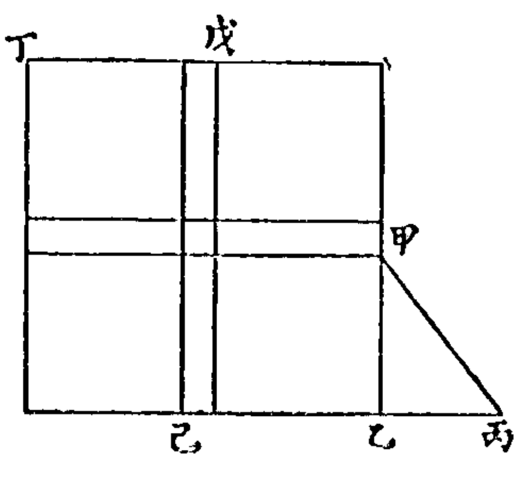
股弦和求股求弦。

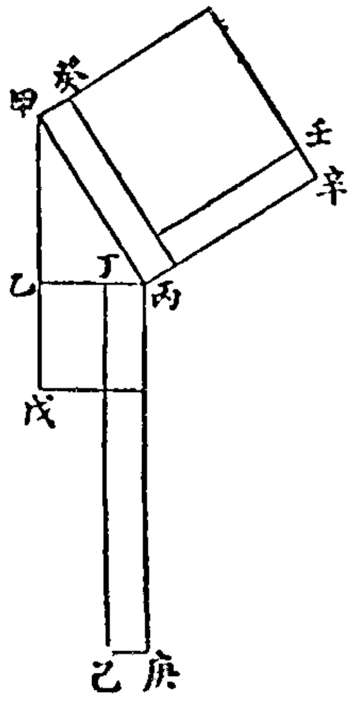
法曰。乙丙句二十七。甲乙、乙丙、股弦和八十一。求股求弦，以句自之。得七百二十九。股弦和自之。得六千五百六十一。相減得五千八百三十二。半之得二千九百十六爲實。以和爲法除之。得甲乙股三十六。以減和。得甲丙弦四十五。

論曰。乙丁和冪內之戊己。句冪也。餘論同本篇十三題。

又法曰。句自之。得七百二十九。以股弦和八十一爲法。除之。得九。爲股弦較。加股弦和得九十。半之得四十五。爲弦。減較得三十六爲股。

此法與本篇第十題又法同論。



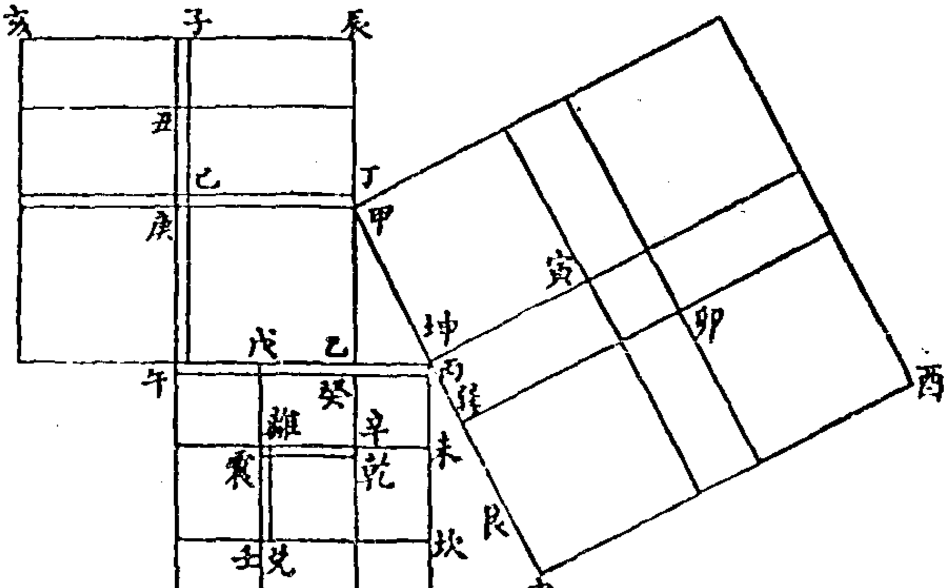


第十四題

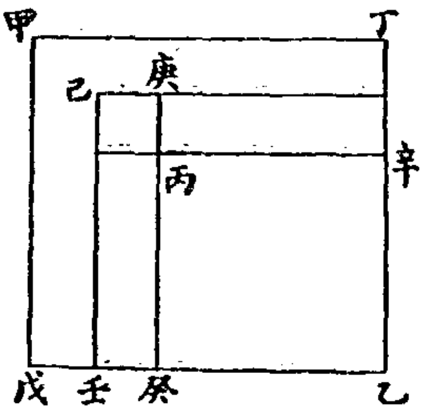
股弦較、句弦較、求句股求弦。

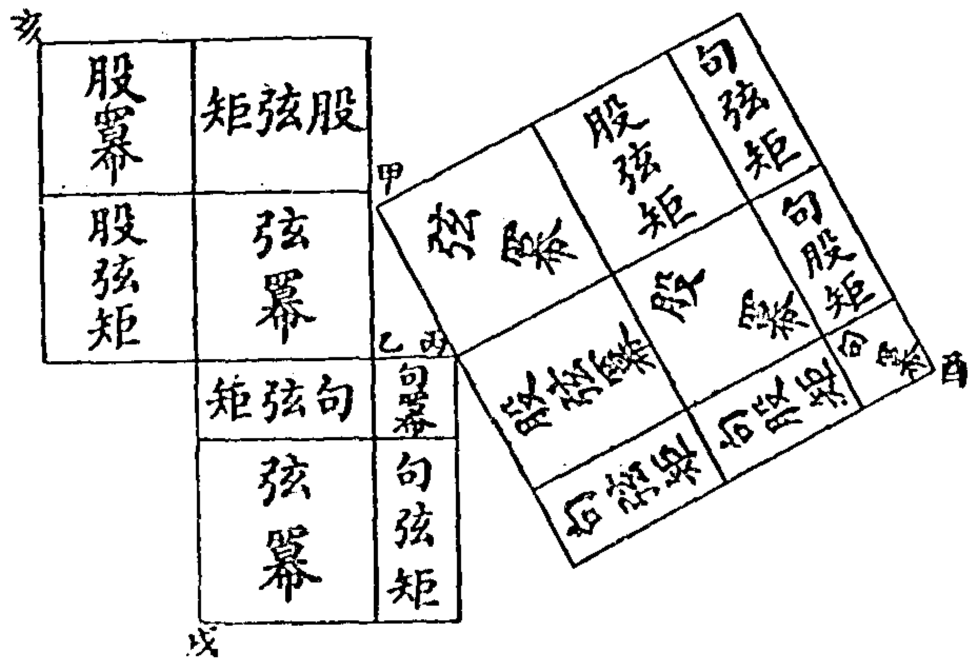
法曰。甲乙股、甲丙弦、較二。乙丙句、甲丙弦、較九。求句求股求弦。以二較相乘。得十八。倍之得三十六爲實。平方開之得六。爲弦和較。加句弦較九。得甲乙股十五。加股弦較二。得乙丙句八。以句弦較加句。或股弦較加股。得十七。爲甲丙弦。

論曰。股弦較甲丁二。自之得四。爲已庚直角方形。句弦較乙戊九。自之得八十一。爲辛壬直角方形。兩冪幷得八十五。以二減九。得七。卽句股較。自之得四十九。爲乾兌直角方形。元設兩較互乘。爲癸戊、子丑、兩直角形。幷得三十六。以三十六減八十五。亦得四十九。何以知癸戊、子丑、三十六爲實。開方得六之寅卯直角方形邊。則弦和較也。凡直角三邊形之弦冪。必與句股兩冪幷、等。一卷四七。 甲乙丙既直角形。則甲乙、乙丙、兩冪幷。必與甲丙冪等。今于甲乙股加甲辰弦。丙乙句加乙午弦。甲丙弦加丙未句未申股。各作一直線。以此三和線。作一三邊形。一卷廿二。卽甲申上之甲酉直

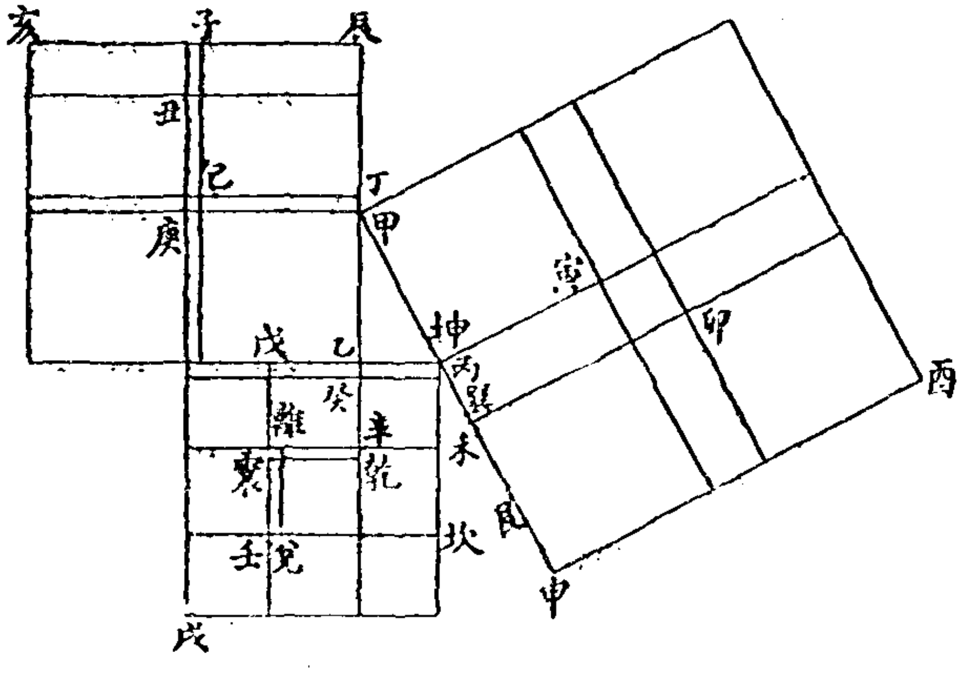


角方形、必不等于丙午上之丙戊直角方形、乙辰上之乙亥直角方形、幷而此不相等之較、必句股較冪之四十九也、何者、若于甲酉丙戊、乙亥三直角方形、各以元設句股弦分之、即甲酉形內、有弦冪一、股冪一、句冪一、股弦矩內形二、句弦矩內形二、句股矩內形二、而乙亥形內、有弦冪一、股冪一、股弦矩內形二、丙戊形內、有弦冪二、句冪一、句弦矩內形二、次以甲酉內諸形、與乙亥丙戊內諸形、相當相抵、則甲酉內存句股矩內形二、丙戊或乙亥內存弦冪一、次以此兩存形、相當相抵、則一弦冪之大于兩句股矩內形、必句股較冪之四十九也、何者、一弦冪內函二句冪一股冪、今試如上圖、任作一甲乙弦冪、其乙丙為句冪、則丁丙戊磬折形、必與股冪等、乙己為股冪、則丁





己戊磬折形必與句冪等、次以乙庚、辛壬兩句股矩內形。𢹂乙角。依角旁兩邊縱橫交加於弦冪之上。卽得句股之較冪丙己。而乙丙上重一句冪。次以所重之句冪。補其等句冪之丁己戊磬折形。則甲乙弦冪之大於乙庚、辛壬兩句股矩內形。必丙己句股較冪矣。故知向者乙亥或丙戊內與甲酉內兩存形之較。必句股較冪之四十九也。則乙亥、丙戊兩形幷。其大於申酉形。亦句股較冪之四十九也。今於辛壬較冪內。減句股較冪四十九之乾兌直角方形。其所存乾離、震兌、兩餘方形、及離震、己庚兩直角方形幷。必與癸戊、子丑兩形幷等。次以癸戊、子丑兩形開方。爲寅卯形。則減寅卯之甲酉形。與減辛壬之丙戊形、減己庚之乙亥形幷。必等。而減寅卯之甲酉形內。元有弦冪如甲寅者四。有弦借寅卯形邊矩內形、如寅巽者四。減辛夕壬之丙戊形內。元有句冪如丙辛者四。有句借句弦較矩內形、如辛坎者四。減己庚之乙亥形內。元有句冪如己辰者四。有股借股弦較矩內形、如甲己者四。今以四弦冪。當四句冪四股冪。一卷四七。則甲己、辛坎、兩



形幷。必與寅巽形等。甲丙與巽申等。弦也。丙申。句股和也。則兩弦間等寅卯形邊之丙巽。不得不爲弦和較矣。既得丙巽六、爲弦和較。卽以元設兩較相加。可得句股弦各數也。何者。巽申弦也。巽艮、句弦較也。艮申、句也。丙申、句股和也。于丙申句股和。減艮申句。則丙巽加巽艮之丙艮。股也。丙甲、弦也。丙坤、股弦較也。坤甲股也。巽甲句股和也。于巽甲句股和。減坤甲股。則巽丙加丙坤之巽坤。句也。次以巽艮加艮申。或丙坤加坤甲。則弦也。

第十五題

句弦和。股弦和。求句求股求弦。

法曰。甲丙、乙丙、句弦和七十二。甲乙、甲丙、股弦和八十一。求句求股求弦。以兩和相乘。得五千八百三十二。倍之。得一萬一千六百六十四。爲實。平方開之。得弦和和一百〇八。以股弦和減之。得乙丙句二十七。以句弦和減之。得甲乙句三十六。以句股和減之。得甲丙弦四十五。

論曰。兩和相乘。爲乙己直角形。倍之。爲丁戊直角形。以爲實。平方開之。得己庚直角方形。與丁戊等。卽其邊爲弦和和者。何也。丁戊全形內有弦冪二股弦矩內形句弦矩內形句股矩內形各二。與己庚全

形內諸形比。各等。獨丁戊形內餘一弦冪。己庚形內餘一句冪一股冪幷二較一。亦等。一卷四七。卽己庚方形之各邊皆弦和和。

王制里畝算法解

談泰著

王制里畝算法解

本館據金陵叢刻本排印初編各叢書僅有此本

王制里畝算法解

清　上元談　泰著

五經中罕言算術惟王制論里畝及之然孔與鄭異陳又與鄭孔異欲折中蓋難矣總憲梅循齋先生著赤水遺珍中有方田度里一篇正王制註疏之誤其法以原數立算與鄭康成註互合但所列諸率不明言乘除之數恐觀者無從稽核而經義難明爰引先生本文逐句疏解幷用三率互視法詳推如左而記文訛誤及孔疏陳註之粗疎亦不辨而自明焉

王制曰古者以周尺八尺爲步今以周尺六尺四寸爲步古者百畝當今東田百四十六畝三十步古者百里當今百二十一里六十步四尺二寸二分方望溪析疑云東田疑東人誤也

案王制此條即古異除同乘之法同文算指謂之變測西人謂之三率互視其法以先有之兩率相乘以一率除之得四率勿庵先生名文鼎即循齋先生之祖所謂以同實成其比例者也說見平三角舉要泰考諸儒之說惟正義最謬蓋旣以八寸爲尺自當以八分爲寸未有折尺而不折寸者陳雲莊駁之是也然雲莊於單步下誤加寸分則又疎矣及觀梅氏之法則與孔氏陳氏俱不符孔氏陳氏用折數梅氏用原數用名不同而得數則一若以算術繁簡論之則梅說較捷焉

一率　今步積四千零九十六寸爲法

二率　古田一萬步

三率　古步積六千四百寸相乘得六千四百萬寸爲實。

四率　今田一萬五千六百二十五步法除實得此數。

案。梅氏此法。以今步積比古田積。若古步積比今田積。乃三率別調也。蓋今步積比古步積少二千三百零四寸。則今田積比古田積。反多五千六百二十五步。與常法大別。又按梅氏原文。以古步積爲二率。今改爲三率。以古田積爲三率。今改爲二率者。一則比例之理較明。一則二三率原可互易也。後倣此。

赤水遺珍又曰。求里法。以古步八尺與百里相乘。爲實。案。此所云八尺。以縱言也。與方田不同。田以長闊合計之。里則止以直度之。故不用積數。其因與百里相乘者。以八十寸乘一百里。得八千里爲實也。又案。求畝法以畝化步。今不以里化步者。梅氏用捷法故也。說見後。以今步六尺四寸爲法。上言八尺。必化爲八十寸者。以今步六尺下有零寸也。凡三率中以一三兩率相準。所以便于定位。詳見予所作乘除皆四率論。實如法而一。得一百二十五里。爲今里數。

一率　今步六十四寸爲法

二率　古一百里

三率　古步八十寸相乘得八千寸爲實。

四率　今一百二十五里法除實得此數。

案。求里之法。與求畝同理。皆三率互視之術。但不以積數比例耳。今步比古步少一十六寸。則今里比古里反多二十五里。亦與常法異。

赤水遺珍又曰．古今同用周尺．惟步法不同．故以古今步法相較．卽得田里之差．今疏注兩家．俱將古今尺折成十寸．立法已迂．而得數又復舛誤．疏算得今田一百五十二畝七十一步有餘．今里一百二十三里一百一十五步二十寸．計算得今田一百五十六畝二十五步一寸六分十分寸之四．故爲正之．

案．梅氏謂以古今步法較．卽得田里之差．其說是也．至謂折成十數爲非法．恐未然．何者．折數與本數所得無異．但較捷耳．若據算理而言．則仍以折實者爲當．蓋旣以古步之積通百畝．亦當以分步之積通一畝．旣以百畝通爲萬步．亦當以百里通爲三萬步矣．桓十五年穀梁傳云．古者三百步爲里．名曰井田．今一切去之．而悉從簡法．則於數雖合．而於理有未備也．

又案．今步比古步．每步剩出一十六寸．自乘．得二百五十六寸．爲一步所餘之積．更以萬步乘之．當剩出二百五十六萬寸．滿今步積．得六畝二十五步．以減古百畝積數．仍餘六千一百四十四萬寸．復以今步積收之．得一百五十畝．合之共一百五十六畝二十五步．與三率互視術無異．不知孔疏陳註何以誤也．

王制井田算法解

談　泰　著

本館據金陵叢刻
本排印初編各叢
書僅有此本

王制井田算法解

王制井田算法解

清 上元談泰著

禮王制記曰。凡四海之內九州。州方千里。州建百里之國三十。七十里之國六十。五十里之國百有二十。凡二百一十國。八州州二百一十國。

又曰。方千里者。爲方百里者百。封方百里者三十國。其餘方百里者七十。又封方七十里者六十。爲方百里者二十九。方十里者四十。其餘方百里者四十。方十里者六十。又封方五十里者百二十。爲方百里者三十。其餘方百里者十。方十里者六十。

此計畿外八州州建二百一十國之實數也。方千里者縱橫各一千里。一千箇一千里。積實得一百萬里。方百里者縱橫各一百里。一百箇一百里。積實得一萬里。開方法如此。凡言方者皆以平方面積計算。下倣此。方千里者。是一百萬里。方百里者百。亦是一百萬里。故曰方千里者。爲方百里者百也。方百里者三十。是三十萬里。方百里者七十。是七十萬里。置一百萬里。即方千里之數。減三十萬里。即方百里者三十之數。餘七十萬里。故曰封方百里者三十國。其餘方百里者七十也。方七十里者。縱橫各七十里。七十箇七十里。積實得四千九百里。方七十里者六十。是二十九萬四千里。方百里者二十九。是二十九萬里。方十里者。縱橫各十里。十箇十里。積實得一百里。方十里者四十。是四千里。以上二數相加。亦得二十九萬四千里。故曰封方

七十里者六十。為方百里者二十九。方十里者四十也。方百里者四十。是四十萬里。方十里者六十。是六千里。以上二數相加。得四十萬零六千里。置七十萬里。(即其餘方百里者七十之數)減二十九萬四千里。(即方七十里者六十之數)餘四十萬零六千里。故曰其餘方百里者四十。方十里者六十也。方五十里者。縱橫各五十里。五十箇五十里。積實得二千五百里。方五十里者百二十。是三十萬里。方百里者三十。亦是三十萬里。故曰封方五十里者百二十。為方百里者三十也。方百里者十。是十萬里。方十里者六十。是六千里。以上二數相加。得十萬零六千里。置四十萬零六千里。(即其餘方百里者四十。方十里者六十之數)減三十萬里。(即方五十里者百二十之數)餘十萬零六千里。故曰其餘方百里者十。方十里者六十也。

又曰。天子之縣內。方百里之國九。七十里之國二十有一。五十里之國六十有三。凡九十三國。

又曰。天子之縣內。方千里者。為方百里者百。封方百里者九。其餘方百里者九十一。又封方七十里者二十一。為方百里者十。方十里者二十九。其餘方百里者八十。方十里者七十一。又封方五十里者六十三。為方百里者十五。方十里者七十五。其餘方百里者六十四。方十里者九十六。

此計天子畿內九十三國之實數也。方百里者九。是九萬里。方百里者九十一。是九十一萬里。置一百萬里。(即方千里之數)減九萬里。(即方百里者九之數)餘九十一萬里。故曰封方百里者九。其餘方百里者九十一也。方七十里者二十一。是十萬零二千九百里。方百里者十。是十萬里。方十里者二十九。是二千九百里。以上二數相加。亦得十萬零二千九百里。故曰方七十里者二十一。為方百里者十。方十里者二十九也。方

百里者八十。是八十萬里。方十里者七十一。是七千一百里。以上二數相加。得八十萬零七千一百里。置九十一萬里。（即其餘方百里者九十一之數）減十萬零二千九百里。（即方七十里者二十一之數）餘八十萬零七千一百里。故曰其餘方百里者八十。方十里者七十一也。方五十里者六十三。是十五萬七千五百里。方百里者十五。是十五萬里。方十里者七十五。是七千五百里。以上二數相加。亦得十五萬七千五百里。故曰封方五十里者六十三。爲方百里者十五。方十里者七十五也。方百里者六十四。是六十四萬里。方十里者九十六。是九千六百里。以上二數相加。得六十四萬九千六百里，置八十萬零七千一百里。（即其餘方百里者八十方十里者七十一之數）減十五萬七千五百里。（即方五十里者六十三之數）餘六十四萬九千六百里。故曰其餘方百里者六十四。方十里者九十六也。或疑方千里者一。即是方百里者百。何爲重言之歟。曰。古經質直。凡書開方之數。皆言方邊。而不言方積。取其文句整齊。數目簡易。若以積實推步。鋪敘連篇。則是算博士之籌。轉滋昧者之疑矣。其云方千里。而以方百里計者。蓋方千里之地。封方百里之國。位數參差。未能兩兩相減。故以方千里。變爲方百里者百也。置方百里者百。減方百里者三十。餘方百里者七十。豈不明白易曉乎。七十箇方百里。封六十箇方七十里。位數亦不符。故以方百里者七十。變爲方百里者二十九。方十里者四十也。有方百里。而又有方十里者。二十九萬四千里。（即方七十里者六十之數）惟二十九萬里。可以變爲方百里者二十九。其餘四千里。不滿方百里之數。又以方十里通之。故云方十里者四十也。方百里者二十九、整數。方十里者四十、零數。猶通分法之以整帶零也。置方百里者七十。減方百里者二十九。餘方

百里者四十一。復於四十一算內。方百里者七十。有整無零。故就所餘方百里整數。再減方十里零數。取其一算。餘方百里者四十。以所取一算。變爲方十里者百。方百里者一。爲方十里者百。減方十里者四十。餘方十里者六十。以上共餘方百里者四十。方十里者六十，此所餘四十箇方百里。六十箇方十里。封一百二十箇方五十里。位數亦不符。故以方五十里者一百二十。變爲方百里者三十也。三十萬里。即方五十里者百二十之數。恰得一百二十箇方五十里。故有整數無零數也。置方百里者四十。方十里者六十。減方百里者三十。餘方百里者十。方十里者六十。若夫畿內封國之數。推法亦同。置方百里者百。減方百里者九。餘方百里者九十一。九十一箇方百里。封二十一箇方七十里。必以方七十里者二十一。變爲方百里者八十。方十里者二十九也。十萬零二千九百里。即方七十里者二十一之數。惟十萬里。可以變爲方百里者十。其餘二千九百里。不滿方百里。故帶零數方十里者二十九。共爲方百里者十。方十里者二十九。置方百里者九十一。減方百里者十。餘方百里者八十一。復於八十一算內。取其一算。餘方百里者八十。以所取一算。變爲方十里者百。減方十里者二十九。餘方十里者七十一。以上共餘方百里者八十。方十里者七十一。此所餘八十箇方百里。七十一箇方十里。封六十三箇方五十里。位數不同。故以方五十里者六十三。變爲方百里者十五。方十里者七十五也。十五萬七千五百里。即方五十里者六十三之數。惟十五萬里。可以變爲方百里者十五。其餘七千五百里。不滿方百里。故帶零數方十里者七十五。共爲方百里者十五。方十里者七十五，置方百里者八十。方十里者七十一。減方百里者十五。餘方百里者六十五。復於六十五算內。取其一算。餘方百里

者六十四以所取一算變爲方十里者百與方十里者七十一相加得方十里者一百七十一其餘方十里者七十一不足減方十里者七十五之數故就所餘方百里整數內取其一算化爲方十里者若干加入七十一方足減數減方十里者七十五餘方十里者九十六以上其餘方百里者六十四方十里者九十六此古人運算之精微行文之細密也

或又謂其餘方百里者七十若變爲方七十里者幾何其餘方百里者四十方十里者六十若變爲方五十里者幾何畿內封國亦倣此推則位數兩兩相等於步算不更捷歟曰此說似矣而爲數甚煩試細計之方百里者七十爲方七十里者一百四十二方十里者四十二減方七十里者六十餘方七十里者八十二方十里者四十二與其餘方百里者四十方十里者六十相等又方百里者四十方十里者六十爲方五十里者一百六十二方十里者十減方五十里者一百二十餘方五十里者四十二方十里者十與其餘方百里者十方十里者六十相等此畿外之數也畿內則方百里者九十一爲方七十里者一百八十五方十里者三十五減方七十里者二十一餘方七十里者一百六十四方十里者三十五與其餘方百里者八十方十里者七十一相等又方百里者八十方十里者七十一爲方五十里者三百二十二方十里者二十一減方五十里者六十三餘方五十里者二百五十九方十里者二十一與其餘方百里者六十四方十里者九十六相等夫數既相等又何必爲此迂曲哉

或又謂方千里者方百里者方七十里者方五十里者俱變爲方十里則位數均平有整數而無零數文法不更明晰歟曰如此則算數愈煩且與上下文法不類試細計之方千里者爲方十里者萬方百

里者三十。爲方十里者三千。置方十里者萬。減方十里者三千。餘方十里者七千。與其餘方百里者七十相等。方七十里者六十。爲方十里者二千九百四十。置方十里者七千。減方十里者二千九百四十。餘方十里者四千零六十。與其餘方百里者四十方十里者六十相等。又方五十里者百二十。爲方十里者三千。置方十里者四千零六十。減方十里者三千。餘方十里者一千零六十。與其餘方百里者十方十里者六十。相等。此畿外之數也。畿內則方百里者九。爲方十里者九百。置方十里者萬。減方十里者九百。餘方十里者九千一百。與其餘方百里者九十一相等。又方百里者九十一。爲方十里者九千一百。方七十里者二十一。爲方十里者一千零二十九。置方十里者九千一百。減方十里者一千零二十九。餘方十里者八千零七十一。與其餘方百里者八十方十里者七十一。相等。又方五十里者六十三。爲方十里者一千五百七十五。置方十里者八千零七十一。減方十里者一千五百七十五。餘方十里者六千四百九十六。與其餘方百里者六十四方十里者九十六。相等。以上通就方十里計算。有整無零法雖易明。而與上下文勢不類。數亦太煩。著以此行文。則無復簡直之體。況得數無異。又何庸更張乎。

或又謂方百里。方七十里。方五十里。各數竟併作一次減。不更捷歟。曰。併三次減。爲一次減。亦未爲非。而記文不用者。爲其太略。觀者不能明晰。且於文體不稱故也。試細推之。以方百里者三十。作三十萬里。以方七十里者六十。作二十九萬四千里。以方五十里者百二十。作三十萬里。三數相加。得八十九

萬四千里。以減方千里之一百萬里。餘十萬零六千里。即其餘方百里者十。方十里者六十也。此畿外之數也。又以方百里者九。作九萬里。方七十里者二十一。作十萬零二千九百里。方五十里者六十三。作十五萬七千五百里。三數相加。得三十五萬零四百里。以減方千里之一百萬里。餘六十四萬九千六百里。即其餘方百里者六十四。方十里者九十六也。此畿內之數也。以上用積實數推算。若依記文所變之數。則方百里者三十。方百里者二十九。方十里者四十。方百里者三十。以上四數相加。得方百里者八十九。方十里者四十。以減方千里之方百里者百。餘方百里者十。方十里者六十。此畿外之數也。又方百里者九。方百里者十。方十里者二十九。方百里者十五。方十里者七十五。以上五數相加。得方百里者三十五。方十里者四。以減方千里之方百里者百。餘方百里者六十四。方十里者九十六。此畿內之數也。

又曰。方一里者。為田九百畝。方十里者。為方一里者百。為田九萬畝。方百里者。為方十里者百。為田九十億畝。方千里者。為方百里者百。為田九萬億畝。

此計畿內外井田之地也。方里而井。井九百畝。故曰方一里者為田九百畝也。方十里者。是一百里。方一百里者百。亦是一百里。一里九百畝。百里九萬畝。故曰方十里者。為方一里者百。為田九萬畝也。方百里者。是一萬里。方十里者百。亦是一萬里。百里、九萬畝。萬里、九百萬畝。今云九十億畝者。以十萬為一億。故曰方百里者。為方十里者百。為田九十億畝也。方千里者。是一百萬里。方百里者百。亦是一百

萬里。萬里九百萬畝。百萬里九萬萬畝。今云九萬億畝者。以萬億爲萬萬。故曰。方千里者。爲方百里者百。爲田九萬億畝也。一段之中兩億字上下不同。鄭註分斷最明。孔疏亦覺其失。陳雲莊譏孔氏承誤釋之者非也。今錄註疏及諸家之說。考訂於後。

鄭註曰。億今十萬。萬億今萬萬也。

孔疏曰。一箇十里之方。爲田九萬畝。十箇十里之方。爲田九十萬畝。一百箇十里之方。爲田九百萬畝。今云九十億畝。是一億有十萬。十億有百萬。九十億爲九百萬畝也。

皇侃曰。億數不定。或以十萬爲億。或以萬萬爲億。或以一萬爲億。此云萬億者。祇是萬萬也。六國時。或將萬爲億。故云萬億。

陳澔曰。一箇百里之方。旣爲九十億畝。則十箇百里之方。爲九百億畝。百箇百里之方。爲九千億畝。今乃云九萬億畝。與數不同者。若以億言之。當云九千億畝。若以萬言之。當云九萬萬畝。經文誤也。案億有大小兩數。大數萬萬爲億。小數十萬爲億。若依大數。則方百里者。爲田九百萬畝。方千里者。爲田九億畝。依小數。則方百里者。爲田九十億畝。方千里者。爲田九千億畝。皆與記文不甚合。陳澔以爲誤。是也。然記云方百里者九十億畝。是從小數。方千里者九萬億畝。又似從大數。故鄭氏兩存其說。以億爲十萬。以萬億爲萬萬。姑爲調停之法。所謂依文解義者。皇氏亦謂億數不定。萬億祇是萬萬。與鄭註同。但一節中兩億字。不應互異。從來無此文體。以萬萬爲億。未嘗不可。以萬億爲萬萬。則近於傅會矣。康

成明知記文之誤。而遷就以求合。康成非不解算者。夫依大數言。九萬箇一萬萬。依小數言。九千箇一萬萬。皆不得合萬億二字爲萬萬也。若以萬億爲萬萬。是一萬爲一億矣。有是數乎。

又曰。凡四海之內。斷長補短。方三千里。爲田八十萬億一萬億畝。

方三千里。是三千箇三千里。得九百萬里。一百萬里。九萬萬畝。以九因之。得八十一萬萬畝。上文以萬億爲萬萬。此亦相承用之。故曰方三千里。爲田八十萬億一萬億畝也。論文義。當爲八十一萬億畝。方氏以八十下萬億二字爲衍文。未嘗不是。然孔氏分晰甚明。蓋言八十箇萬億之外。更有一箇萬億。此記文質直處。陳雲莊譏孔氏承誤釋之。非也。今錄註疏及諸家之說。考訂於後。

鄭註曰。方三千里。爲田八十萬億一萬億畝。此九州之大計。孔疏曰。爲田八十萬億一萬億畝者。以一州方千里。九州方三千里。三三如九。爲方千里者有九。一箇千里。有九萬億畝。九箇千里。九九八十一。故有八十一萬億畝。但記文詳具於八十整數之下。云萬億。是八十箇萬億。又云一萬億言。是詳也。以前文誤爲萬億。此則因前文之誤。更以萬億言之。

方愨曰。經上重有萬億二字。蓋衍文。陳澔曰。方百里。爲田九十億畝。則方三千里。當云八萬一千億畝。如疏義。亦承誤釋之也。

案。方三千里。是九百萬里。從大數。爲田八十一億畝。從小數。爲田八萬一千億畝。亦與記文不合。蓋上文以方千里爲九萬億畝。故此亦以八十一萬億畝計算。孔疏已明言之。陳氏言八萬一千億畝則是。

而謂孔氏誤釋則非孔氏何嘗不知記文之誤乎方氏以上萬億二字爲衍於義亦通但孔疏言八十萬億之外更有一萬億共八十一萬億畝於文理初無害亦不必定作衍文也

又案里數畝數十百千萬以次遞升位數參差易於目眩卽算氏名家少一粗疎便失其序今依數列表庶初學一覽卽明具如左方

里數表

方一里積一里	九百畝
方十里積一百里	九萬畝
方百里積一萬里	九百萬畝
方千里積一百萬里	九萬萬畝
方三千里積九百萬里	八十一萬萬畝

億小數表

一億	十萬畝
十億	一百萬畝
百億	一千萬畝
千億	一萬萬畝

萬億

億大數表

一億

十億

百億

千億

一里方積表

方一里者一（積一里縱一里橫一里）

九百畝

方一里者十（積十里縱一里橫十里）

九千畝

方一里者百（積一百里縱十里橫十里即方十里者一）

九萬畝

方一里者千（積一千里縱一里橫一千里即方十里者十）

九十萬畝大數

十萬萬畝

一萬萬畝

十萬萬畝

一百萬萬畝

一千萬萬畝

九億畝小數

方一里者萬積一萬里縱一百里橫一百里即方十里者百亦即方百里者一

九百萬畝大數

九十億畝小數

方一里者十萬積十萬里縱一里橫十萬里即方十里者千亦即方百里者十

九千萬畝大數

九百億畝小數

九萬萬畝大數

方一里者百萬積一百萬里縱一千里橫一千里即方十里者萬亦即方百里者百又即方千里者一

九千億畝小數

方一里者九百萬積九百萬里縱三千里橫三千里即方十里者九萬亦即方百里者九百又即方千里者九又即方三千里者一

八十一萬萬畝大數

八萬一千億畝小數

十里方積表

方十里者一積一百里縱十里橫十里

方十里者二十九積二千九百里縱十里横二百九十里

方十里者四十積四千里縱十里横四百里

方十里者六十積六千里縱十里横六百里

方十里者七十一積七千一百里縱十里横七百一十里

方十里者七十五積七千五百里縱十里横七百五十里

方十里者九十六積九千六百里縱十里横九百六十里

方十里者百積一萬里縱十里横一千里卽方百里者一

五十里方積表

方五十里者一積二千五百里縱五十里横五十里卽方十里者二十五

方五十里者六十三積十五萬七千五百里縱五十里横三千一百五十里卽方百里者十五方十里者七十五亦卽方十里者一千五百七十五

方五十里者百二十積三十萬里縱五十里横六千里卽方百里者三十亦卽方十里者三千

七十里方積表

方七十里者一積四千九百里縱七十里横七十里卽方十里者四十九

方七十里者二十一積十萬零二千九百里縱七十里横一千四百七十里卽方百里者十方十里者二十九亦卽方十里者一千零二十九

方七十里者六十積二十九萬四千里縱七十里横四千二百里卽方百里者二十九方十里者四十亦卽方十里者二千九百四十

百里方積表

方百里者一 積一萬里縱一百里橫一百里即方十里者百

方百里者九 積九萬里縱一百里橫九百里即方十里者九百

方百里者十 積十萬里縱一百里橫一千里即方十里者一千

方百里者十五 積十五萬里縱一百里橫一千五百里即方十里者一千五百

方百里者二十九 積二十九萬里縱一百里橫二千九百里即方十里者二千九百

方百里者三十 積三十萬里縱一百里橫三千里即方十里者三千

方百里者四十 積四十萬里縱一百里橫四千里即方十里者四千

方百里者六十 積六十萬里縱一百里橫六千里即方十里者六千

方百里者六十四 積六十四萬里縱一百里橫六千四百里即方十里者六千四百

方百里者七十 積七十萬里縱一百里橫七千里即方十里者七千

方百里者八十 積八十萬里縱一百里橫八千里即方十里者八千

方百里者九十一 積九十一萬里縱一百里橫九千一百里即方十里者九千一百

方百里者百 積一百萬里縱一百里橫一萬里即方千里者一亦即方十里者一萬

千里方積表

方千里者一（積一百萬里。縱一千里。橫一千里。卽方百里者百。亦卽方十里者一萬。）

方三千里者一（積九百萬里。縱三千里。橫三千里。卽方千里者九。亦卽方百里者九百。又卽方十里者九萬。）

王制曰。方千里者。爲方百里者百。封方百里者三十國。其餘方百里者七十。又封方七十里者六十。爲方百里者二十九。方十里者四十。其餘方百里者四十。方十里者六十。又封方五十里者百二十。爲方百里者三十。其餘方百里者十。方十里者六十。

正義曰。此一經論畿外九州建國之法。九州州別。方千里。之方以開方計之。爲方百里者。凡有一百。故云爲方百里者百。封方百里者三十國者。前文云封大國三十。故此云封方百里者三十國。謂公也。以百中去三十。故其餘方百里者有七十。又封方七十里者六十。爲方百里者二十九。方十里者四十。謂侯國也。凡百里之方。開方計之。爲十里之方百。其七十里之國一。用十里之方四十九。七十里之國二。則用十里之方九十八。則一箇百里。爲七十里之國二。剩十里之方二。然則二十箇七十里之國。用百里之方十。剩十里方有二十。七十之國六十。用百里之方三十。剩十里之方六十。今就百里之方三十里之中。抽去十里之方六十。是用百里之方二十九。方十里者四十。故其餘方百里者四十。方十里者六十。又封方五十里者百二十者。上云小國百二十。謂伯國也。凡百里之方一。封五十里之國四。則十箇百里之方。封五十里之國四十。今小國百二十。故用百里之方三十。則其餘方百里者十。方十里者六十。以爲附庸閒田。

又曰天子之縣內方千里者爲方百里者百封方百里者九其餘方百里者九十一又封方七十里者二十一爲方百里者十方十里者二十九其餘方百里者八十方十里者七十一又封方五十里者六十三爲方百里者十五方十里者七十五其餘方百里者六十四方十里者九十六

正義曰天子縣內地方千里爲方百里者百既用九箇擬封百里之國故其餘方百里者九十一也又封方七十里者二十一者凡百里之方十爲七十里之國二十剩十里之方二十今以十里之方二十又更取其外十里之方二十九添前二十爲四十九爲七十里之國一是次國二十一也總用百里之方十十里之方二十九是其餘方百里者八十方十里者七十一又封方五十里者六十三者謂小國也凡百里之方一爲五十里之國四則百里之方十爲五十里之國四十又百里之方五爲五十里之國二十總爲五十里之國六十更有五十里之國三凡一箇五十里之國用十里之方二十五則三箇五十里國總用十里之方七十五是用地方百里者一十五方十里者七十五是其餘方百里者六十四方十里者九十六然畿外千里封國之外所餘地少其畿內千里所餘地多者以畿外之土本擬封建諸侯故國數多餘地少畿內本爲天子之有郊關鄉遂準擬公卿王子弟采邑故建國數少餘地多

又曰方一里者爲田九百畝方十里者爲方一里者百爲田九萬畝方百里者爲方十里者百爲田九十億畝方千里者爲方百里者百爲田九萬億畝

鄭註曰一里方三百步億今十萬萬億今萬萬也

正義曰。此一節。論開方之法。總計天子畿外內諸侯之地。大夫各依文解之。方一里者爲田九百畝。案。論語云。步百爲畝。是長一百步。闊一步。畝百爲夫。是一頃也。長闊一百步。夫三爲屋。是三頃也。闊三百步。長一百步。屋三爲井。是九百畝也。長闊一里。

又曰。方十里。爲田九萬畝。方百里者。爲方十里者百。一箇十里之方。既爲田九萬畝。則十箇十里之方。爲田九十萬畝。一百箇十里之方爲田九百萬畝。今云九十億畝。是一億有十萬。十億有一百萬。九十億爲九百萬畝。故云億今十萬。尹文子云。百姓千品。萬官億醜。皆以數相十。此謂小億也。此鄭氏所用。毛詩傳云。數萬至萬曰億。是大億也。非鄭義。

又曰。計千里之方。爲方百里者百。一箇百里之方。既爲九十億畝。則十箇百里方。爲九百億畝。百箇百里方。爲九千億畝。今乃云九萬億畝。與數不同者。若以億言之。當云九千億畝。若以萬言之。當云九萬萬畝。但書經戰國及秦之世。經籍錯亂。此經上下或億或萬。字相交涉。遂誤爲萬億。鄭未註之前。書本既爾。鄭更不顯言其錯。因此錯本萬億之言。卽云此經萬億者。卽今之萬萬。皇氏以爲億數不定。或以十萬爲億。或以萬萬爲億。或以一萬爲億。此云萬億者。祇是萬萬也。六國時或將萬爲億。故云億億。但古事難委。未知孰是。故備存焉。

禮記義疏算法解

談泰著

本館據金陵叢刻
本排印初編各叢
書僅有此本

禮記義疏算法解

清 上元談 泰著

予既考赤水遺珍畢。復讀欽定義疏。其法以折數立算。而得數亦自渾合。始知梅氏之說。故有不盡然者。不可不知也。爰取義疏本文詳釋如左。

義疏曰。以古步六尺四寸自乘。得四十尺九十六寸。為古一步之積。與百畝一萬步相乘。得四十萬九千六百尺。（謹案。此一尺當百寸。又案。梅氏以八尺自乘。以乘百畝。為實。此以古步折實之數自乘。以乘百畝。為實。則與梅氏不同。）為古百畝之積。以今步五尺一寸二分自乘。得二十六萬二千一百四十四分。（謹案。梅氏以今步六尺四寸自乘。為法。此以陳氏折實之數自乘。為法。亦與梅氏不同。）為今一畝之積。以方百畝之積為實。以今一畝之積為法。除之。得一百五十六畝二十五步。即古百畝當今畝之數也。

案梅氏之法。自謂簡捷。可免折實之繁。今觀義疏。即以陳雲莊所云五尺一寸二分。以正孔疏之誤者。詳衍算術。與赤水遺珍所得無異。可謂以矛刺盾矣。然其為異除同乘則無弗合也。試仍以三率排之。

一率 今步積二十六萬二千一百四十四分為法

二率 古田一萬步

三率 古步積四十萬九千六百分（相乘。得四十億九千六百萬分。為實。）

四率 今田一萬五千六百二十五步（法除實。得此數。）

又案義疏言畝數甚晰蓋以正陳氏之誤耳然里數未之詳也今依求畝法推之其數亦與前合擬補如後

法曰以古步六尺四寸乘百里三萬步得一萬九千二百尺爲古百里之數梅氏以百里乘古步八尺爲實此以百里通爲三萬步乘六尺四寸爲實又以今步五尺一寸二分與每里三百步相乘得一千五百三十六尺爲今一里之數梅氏以今步六尺四寸爲法此以每里乘今步爲法以古百里之數爲實以今一里之數爲法除之得一百二十五里爲古百里當今里之數也

一率　今一里一十五萬三千六百分爲法

二率　古一步六百四十分相乘得一千九百二十萬分爲實

三率　古百里三萬步

四率　今一百二十五里法除實得此數

此條算數雖合而三率比例之理未顯不若仍以今步五百十二分爲一率方與二率相準如以三萬步爲三率則所得之四率爲三萬七千五百步再以三百步爲里收之則得數仍相符而比例之理了然矣若以今步五尺一寸二分爲一率古步六尺四寸爲二率古百里爲三率亦得百二十五里爲四率蓋今步與古步若古里與今里也是爲捷法

案求里之法必如義疏所云其理始明若梅氏概從簡捷則立算根源無從考究矣第立算雖殊而得

數則一。由前之法。則以簡勝繁。由後之法。則以繁知簡。不妨並存。以徵其同異。沈括所謂算術不患多學者此也。然非深知常法。而遽從事於簡。則舛錯多端。莫可窮詰。是又算家所當知。

又案康成之法。正義全未通曉。所釋里畝諸數。牽強支離。并非立法本意。得義疏及遺珍發明之。則有目共覩。炳若日星矣。其中分合異同。非研精九數者。固難與問津。而近世讀經之士。皆視為不急之務。置而不觀。此經學所以難明。而六藝久為絕學也。

王雲五主編

叢書集成初編

海島算經及其他六種

中華民國二十八年十二月初版

發行人 王雲五 長沙南正路

印刷所 商務印書館

發行所 商務印書館 各埠

[illegible]必徐張

G一五九四上

（本書校對者 楊靜盦 殷師竹 張嘯天 黃肇祥）