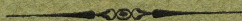


Н. А. Рынинъ.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРІЯ.



МЕТОДЫ ИЗОБРАЖЕНІЯ.



ПЕТРОГРАДЪ.

Типографія А. Э. Коллинсъ, Малая Дворянская, 19.

1916.

БИБЛИОТЕКА
Математическ. Ин-та
Акад. Наук СССР

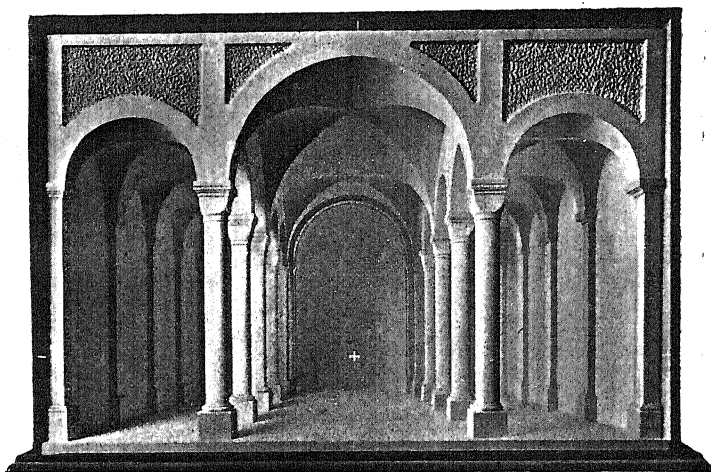
Тимонювському
Якову Вікторовичу

Чепуховському
Андрію
22/11/15

694
+
Н. А. Рынинъ.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРІЯ.

—
—
МЕТОДЫ ИЗОБРАЖЕНІЯ.



ПЕТРОГРАДЪ.

Типографія А. Э. Коллинсъ, Малая Дворянская, 19.

1916.

БИБЛИОТЕКА

Гатчинск. Ин-та
Акад. Наук СССР

Библиотека

математического института

им. В.А. Стеклова РАН

1945 г.

№ 193 ф.

Предисловіе.

Читатель, знакомый съ обычными курсами Начертательной Геометріи, замѣтитъ въ настоящемъ трудѣ значительное отступленіе отъ содержанія таковыхъ.

Въ послѣднихъ, обыкновенно, излагаются различные отдѣлы Начертательной Геометріи, какъ-то: Ортогональныя Проекціи, Перспектива, Аксонометрія и др., независимо другъ отъ друга и безъ указанія на ихъ взаимную связь. Между тѣмъ послѣ работъ Лоріа, Аскіери, Енрикеса въ Италіи, Шаля, Понселево Франціи, Стаудта, Фидлера, Винера, Бурместера въ Германіи, Вильсона— въ Америкѣ и др. можно обнаружить связь между различными отдѣлами Начертательной Геометріи и всѣ отдѣлы ея можно разсматривать какъ бы частными случаями задачъ, рѣшаемыхъ въ Проективной Геометріи.

Дѣйствительно, если въ основаніе изученія Начертательной Геометріи положить Проективную Геометрію, то возможно получить общія рѣшенія многихъ задачъ, каковыя обыкновенно рѣшаются въ различныхъ отдѣлахъ Начертательной Геометріи какъ бы заново, безъ указанія на общность ихъ рѣшенія, а это затрудняетъ читателя, заставляя его думать, что въ каждомъ случаѣ онъ имѣетъ дѣло съ новымъ приѣмомъ рѣшенія.

Стремленіе связать разные отдѣлы Начертательной Геометріи при помощи Проективной замѣтно въ трудахъ Лоріа, Аскіери, Енрикеса, Фидлера, Винера, Купфера и нѣкоторыхъ другихъ авторовъ.

Въ настоящемъ трудѣ мы, слѣдуя по тому же пути, старались возможно полнѣе развить эту связь Начертательной Геометріи съ Проективной, иллюстрируя отдѣльные случаи проектированія рядомъ примѣровъ.

Подробное же изложение специальных отдѣловъ Начертательной Геометріи, составляющихъ предметъ обычно читаемыхъ курсовъ въ различныхъ учебныхъ заведеніяхъ, предполагается сдѣлать въ слѣдующихъ книгахъ, изъ которыхъ одновременно съ настоящимъ трудомъ издается одна, заключающая отдѣлъ Ортогональныхъ Проекцій.

Въ заключение считаю долгомъ выразить свою глубокую благодарность Совѣту Петроградскаго Политехническаго Института Императора Петра Великаго за оказанное содѣйствіе къ изданію этого труда.

Н. Рынинъ.

Петроградъ.
Августъ, 1915 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

	СТР.
ПРЕДИСЛОВІЕ	III
ОГЛАВЛЕНІЕ	V
ВВЕДЕНІЕ	1

ГЛАВА I.

Проекціи и ихъ общія свойства.

§§	
1. Центральныя проекціи	9
2. Параллельныя проекціи	12
3. Проективныя и метрическія свойства фигуръ	15

ГЛАВА II.

Проективная связь между формой предмета и ея изображеніемъ.

4. Общія замѣчанія о преобразованіи геометрическихъ формъ	17
5. Преобразование плоскихъ фигуръ, не лежащихъ въ одной плоскости	20
6. Преобразование фигуръ, лежащихъ въ одной плоскости	27
7. Преобразование пространственныхъ формъ въ пространственныя	33

ГЛАВА III.

Частные случаи проектированія въ пространствахъ.

8. Классификація изображеній	41
9. Тожественныя изображенія	44
10. Перспективно-рельефныя изображенія	46
11. Перспектива на плоскости и на кривой поверхности	66
12. Техническая перспектива	73
13. Частные случаи расположенія картинной плоскости	81
14. Плоская перспектива въ кристаллографіи и картографіи	88
15. Перспектива въ связи съ опредѣленнымъ угломъ яснаго зрѣнія	109
16. Картографическія проекціи на цилиндрахъ и конусахъ	128
17. Перспективно-рельефныя изображенія. Инволюція	138
18. Центральныя подобіе и симметрія	145
19. Параллельныя рельефъ и симметрія	149
20. Параллельныя проекціи на плоскость. Тѣни	155
21. Аксонометрія	157
22. Ортографическія проекціи	181
23. Проекціи на двѣ параллельныя плоскости слѣдовъ	183
24. Проекціи съ числовыми отмѣтками	186
25. Изображенія: неопредѣленныя, бесконечно-удаленныя. Тѣни	197

Г Л А В А IV.

стр.

Проектирование изъ нѣсколькихъ центровъ.

26. Бицентральная перспектива	200
27. Фототопографія и стереофототопографія	208
28. Ортогональныя проекціи	219
29. Ортографическая параллельная перспектива	224
30. Проектирование изъ трехъ и болѣе центровъ	225
31. Параллельное проектирование на три плоскости	231

Г Л А В А V.

Преобразование фигуръ, лежащихъ въ одной плоскости.

32. Частные случаи преобразованія	234
---	-----

Указатель именъ	243
Указатель предметовъ	245
Литература по Начертательной Геометріи	249

ВВЕДЕНІЕ.

Среди различныхъ нашихъ потребностей весьма видную роль играетъ потребность съ тою или иною цѣлью сообщать другъ другу наши мысли и представленія о предметахъ.

Для удовлетворенія этой потребности въ нашемъ распоряженіи имѣется цѣлый рядъ способовъ, причемъ одна и та же мысль въ большинствѣ случаевъ можетъ быть выражена различными способами.

Избраніе того или другого способа зависитъ, съ одной стороны, отъ рода мыслей или рода тѣхъ предметовъ, представленіе о которыхъ мы желаемъ передать, съ другой стороны, отъ нѣкоторыхъ условій самой передачи.

Отъ способа сообщенія мысли зависитъ и степень легкости ея усвоенія. Съ цѣлью облегченія понять данную мысль очень часто пользуются нѣсколькими способами одновременно.

Разсмотримъ въ общихъ чертахъ способы сообщенія мыслей и представленій.

Однимъ изъ наиболѣе употребительныхъ способовъ является устная рѣчь, которая имѣетъ свои достоинства и недостатки. Къ достоинствамъ ея относится возможность сообщать мысль одновременно большому числу слушателей. Лицо, обладающее даромъ слова, умѣющее хорошо говорить, можетъ дѣйствовать не только на разумъ слушателя, но и на чувство; поэтому говорятъ, что живое слово убѣдительно.

Недостатки устной рѣчи заключаются въ томъ, что она не оставляетъ по себѣ вещественнаго слѣда, и ограничивается временемъ и пространствомъ: воспринимать сообщаемую этимъ способомъ мысль можно только въ моментъ ея сообщенія, слушать живое слово можно только на небольшомъ сравнительно разстояніи отъ говорящаго.

Для устраненія этихъ недостатковъ изобрѣтены между прочимъ фонографъ, телефонъ и телеграфъ. Первый съ мельчайшими подробностями запечатлѣваетъ звуки и можетъ воспроизвести ихъ въ любое время, второй передаетъ ихъ на большое разстояніе, наконецъ, телеграфъ передаетъ мысли на громадныя разстоянія при помощи особыхъ условныхъ знаковъ.

Однако, устройство фонографа, телефона и телеграфа довольно сложно, а постоянное пользование ими обходится довольно дорого. Поэтому эти изобрѣтенія доступны сравнительно ограниченному числу лицъ. Между тѣмъ, въ нашемъ распоряженіи имѣется болѣе простой способъ, съ помощью котораго мы можемъ сообщать наши мысли лицу, удаленному отъ насъ во времени и въ пространствѣ, именно, письменное изложеніе.

Особенности этого способа заключаются въ томъ, что мысль облачается въ условную вещественную форму, въ которой она можетъ быть передана на любое разстояніе и сохраняться произвольно долгое время. Однако, одновременное пользованіе рукописью доступно очень небольшому числу лицъ, если не воспроизводить написанное въ устную рѣчь путемъ чтенія вслухъ.

Изобрѣтеніе книгопечатанія вполне устранило этотъ недостатокъ; оно дало возможность, такъ сказать, вещественную оболочку мысли воспроизводить въ произвольно большомъ количествѣ экземпляровъ и дѣлать ее доступной для одновременнаго пользованія многимъ лицамъ. Но обыкновенное письмо или печать примѣняются не ко всѣмъ родамъ мыслей: для передачи, при тѣхъ же условіяхъ времени и пространства, мыслей музыкальныхъ пользуются особымъ условнымъ письмомъ—нотами, для передачи мыслей математическихъ принято условное письмо—цифры. Есть цѣлая категорія мыслей, которыя хотя и возможно выразить устно или письменно, но для воспріятія ихъ нужно или значительное напряженіе умственныхъ силъ со стороны слушателя или читателя, или особый талантъ со стороны лица, излагающаго эти мысли.

Таковыми являются мысли, заключающія въ себѣ описанія предметовъ.

Дѣйствительно, знакомясь съ описаніемъ какого-нибудь предмета, мы создаемъ въ своемъ умѣ нѣкоторое представленіе о немъ.

Однако, если намъ придется увидѣть тотъ же предметъ въ натурѣ то почти всегда оказывается, что мы представляли его иначе, чѣмъ онъ есть на самомъ дѣлѣ. Это происходитъ потому, что въ описаніи почти невозможно указать всѣ признаки и свойства предмета, и часто недостающія свойства дополняются нашимъ воображеніемъ, что и бываетъ причиною разницы между предметомъ воображаемымъ и дѣйствительнымъ.

Такимъ образомъ, въ тѣхъ случаяхъ, когда требуется точно передать тотъ или иной образъ, нельзя довольствоваться устной рѣчью или письменнымъ опредѣленіемъ предмета. Равнымъ образомъ не всегда возможно пользоваться и самимъ предметомъ, который можетъ быть удаленъ отъ насъ во времени и въ пространствѣ, могъ существовать прежде,

или только долженъ образоваться. Въ этомъ случаѣ съ успѣхомъ можно воспользоваться *изображеніями* предмета, которыя, конечно, не могутъ замѣнить самаго предмета, но даютъ намъ больше представленій о немъ, нежели его описаніе, и во многихъ случаяхъ пользованіе изображениями представляетъ даже больше преимуществъ, нежели пользованіе самими предметами. Съ помощью изображенія можно представить предметы не только существующіе, но и такіе, которые уже перестали или еще не начали существовать и лишь воображаются, или проектируются.

При изображеніи какого-либо предмета необходимо различать въ послѣднемъ: а) *форму* и *положеніе* его, б) *освѣщенность* и с) *окраску*, которыя являются элементами, характеризующими какъ видъ самого предмета, такъ и видъ изображенія его. При этомъ элементы эти съ теченіемъ извѣстнаго промежутка времени могутъ измѣняться (напримѣръ, картины кинематографа въ краскахъ) или могутъ оставаться безъ измѣненія (фотографія, картина, барельефъ и т. п.).

Если, при исполненіи изображенія какого-либо предмета, желаютъ, чтобы оно производило на глазъ такое же впечатлѣніе, какое производитъ самый предметъ, то здѣсь данныхъ одной геометріи оказывается уже недостаточно и необходимо примѣнять данныя физики (оптика, ученіе о свѣтѣ, о цвѣтѣ) и физиологіи (ученіе о глазѣ, зрительныя ощущенія). Иногда приходится намѣренно исказать геометрическую форму изображенія, чтобы глазъ получилъ впечатлѣніе о дѣйствительной формѣ предмета. Напримѣръ, чтобы глазъ получилъ впечатлѣніе о горизонтальности потолка большой залы, необходимо потолку придавать извѣстный подъемъ въ серединѣ, иначе онъ будетъ казаться провисшимъ. Отчасти изъ этихъ же соображеній придаютъ по срединѣ моста подъемъ его горизонтальному поясу. Куполь церкви, сдѣланный шарообразной формы, будетъ казаться немного приплюснутымъ, поэтому ему слѣдуетъ дать нѣкоторый подъемъ, сдѣлавъ его эллипсоидальной формы и т. д. Такія же явленія наблюдаются при изображеніи степени освѣщенности (тѣни) и окраски предмета. Напримѣръ, красный цвѣтъ, помѣщенный рядомъ съ зеленымъ, кажется болѣе краснымъ, нежели тогда, когда онъ находится на другомъ фонѣ и т. п.

Такимъ образомъ, отъ *дѣйствительнаго вида* изображенія слѣдуетъ отличать *кажущійся его видъ*.

Наука о методахъ изображенія имѣетъ свою цѣлью показать, какъ изображать: а) форму извѣстнымъ образомъ расположенныхъ предметовъ, б) освѣщенность и с) окраску ихъ, какъ рѣшать различныя геометрическія задачи, пользуясь этими изображениями и какъ, пользуясь изображениями, возстановить въ пространствѣ данную форму и представить себѣ ея освѣщенность и окраску.

Изображеніями предметовъ приходится пользоваться людямъ разныхъ спеціальностей: инженеру они нужны при проектированіи различныхъ сооруженій, архитектору—при проектированіи и постройкѣ зданій, геологу—при изученіи нѣдръ земли, географу—при изученіи ея поверхности, астроному—при изученіи небесныхъ тѣлъ, механику—при изученіи различныхъ сложныхъ движеній, художнику и декоратору—при рисованіи. Послѣднимъ лицамъ въ особенности приходится имѣть дѣло съ изображеніями не только формы предметовъ, но и ихъ освѣщенности и окраски.

За послѣднее время большое распространеніе получилъ способъ графическаго изображенія различныхъ числовыхъ зависимостей, что составляетъ предметъ «номографіи».

Изученіе законовъ освѣщенности и окраски составляетъ предметъ физики.

Изученіе же формы предметовъ и тѣлъ, въ зависимости отъ рода ихъ, составляетъ предметъ изученія различныхъ наукъ: такъ геометрическія формы изучаются въ различныхъ отдѣлахъ геометріи: элементарной, аналитической, проективной и др., форма земной поверхности — въ геодезій, форма небесныхъ тѣлъ—въ астрономіи, форма кристалловъ—въ кристаллографіи и т. д.

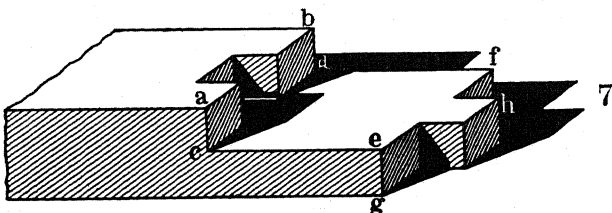
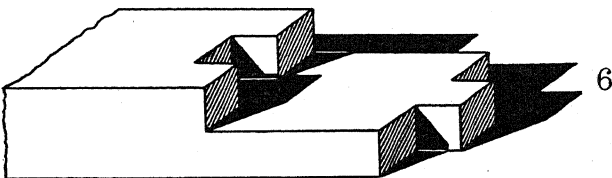
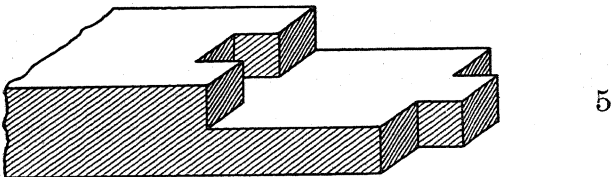
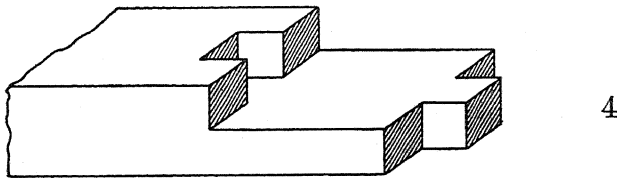
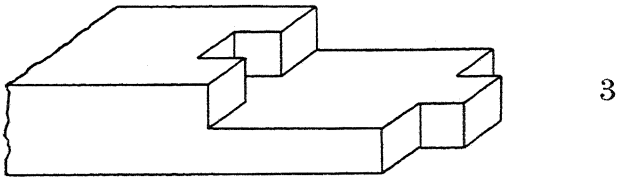
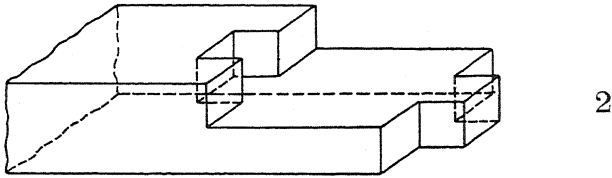
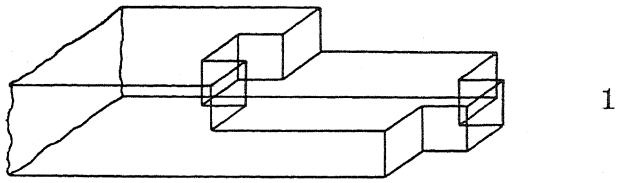
При изученіи различнаго рода изображеній, геометрически связанныхъ съ изображаемымъ предметомъ, большую услугу оказываетъ проективная геометрія, которая выясняетъ законы геометрическаго преобразованія формъ другъ отъ друга и изучаетъ свойства преобразованныхъ формъ.

Не касаясь пока вопроса объ изображеніи освѣщенности и окраски предметовъ, рассмотримъ изображенія ихъ формъ.

Среди различныхъ изображеній формы предмета слѣдуетъ отличать *чертежи*. Размѣръ и положеніе каждой линіи на чертежѣ опредѣляется на основаніи особыхъ правилъ при помощи чертежныхъ инструментовъ въ точной зависимости отъ истинныхъ размѣровъ и положенія въ пространствѣ соответственныхъ линій предмета. Такимъ образомъ, при помощи чертежа можно *измѣрять* изображенный предметъ, и это свойство чертежа «*измѣримость*» является весьма цѣннымъ. Отношеніе размѣровъ изображенія на чертежѣ къ размѣрамъ изображаемаго предмета называется *масштабомъ* чертежа.

По словамъ знаменитаго французскаго ученаго Гаспара Монжа ¹⁾ чертежъ является какъ бы «языкомъ техника».

¹⁾ «Géométrie descriptive» Leçons données aux écoles normales, l'an 3 de la république; par Gaspard Monge, de l'Institut national. Paris An. VII. pg. 2.



Черт. 1—7. Различные способы придания чертежам наглядности изображения.

Кромѣ того чертежъ долженъ давать возможность наиболѣе быстро воспринимать понятіе о томъ предметѣ, который на немъ изображенъ. Иными словами, кромѣ *удобоизмѣримости*, чертежъ долженъ обладать и *наглядностью*.

Для приданія чертежу наглядности изображенія существуютъ слѣдующіе способы: линіи, въ натурѣ невидимыя зрителю, на чертежѣ вычерчиваются пунктиромъ или совсѣмъ не показываются. Нѣкоторыя стороны предмета оттѣняются ровнымъ тономъ или даже разными тонами, въ зависимости отъ степени освѣщенія этихъ сторонъ въ натурѣ.

Иногда, кромѣ собственныхъ тѣней, изображаются и падающія тѣни.

Напримѣръ, на чертежахъ 1—7 изображена часть деревяннаго бруса, конецъ котораго вырубленъ по опредѣленнымъ правиламъ для соединенія съ другимъ брусомъ. Изображенія показываютъ, какъ увеличивается ихъ наглядность, по мѣрѣ ихъ обработки согласно вышеупомянутымъ замѣчаніямъ.

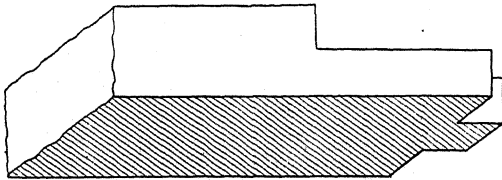
Для приданія изображенію бѣльшей наглядности оно можетъ быть раскрашено, и на немъ красками же могутъ быть показаны собственные и падающія тѣни.

Кромѣ пунктировъ, оттѣненія и окраски, наглядности изображенія много способствуетъ и положеніе предмета относительно зрителя.

Напримѣръ тотъ же самый брусъ, повернутый нижней стороной къ зрителю (черт. 8), не даетъ воз-

можности судить о томъ, какъ вырублена его другая сторона.

Далѣе наглядность изображенія зависитъ также и отъ того способа изображенія, который примѣнялся для полученія послѣдняго.



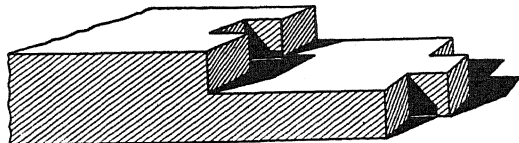
Черт. 8.

Напримѣръ, сравнивая чертежи 7 и 9, изъ которыхъ первый построенъ при помощи способа, называемаго аксонометріей, а второй—при помощи перспективы, можно видѣть, что второй чертежъ даетъ болѣе наглядное изображеніе формы предмета, почти такое, какое получаетъ зритель, при разсматриваніи предмета въ натурѣ.

Первый же чертежъ даетъ нѣсколько неправильное представленіе о формѣ предмета: кажется, что ребра бруса ab , cd , ef , gh , удаляясь отъ зрителя, въ то же время расходятся другъ отъ друга, между тѣмъ какъ въ дѣйствительности они должны быть параллельными, каковое свойство нагляднѣе обнаруживается въ перспективномъ чертежѣ.

Слѣдуетъ замѣтить, что построеніе чертежа 7 значительно проще чертежа 9, при чемъ за счетъ наглядности изображенія чертежъ выигры-

васть въ отношеніи бѣльшей его удобоизмѣримости. Дѣйствительно, въ то время, какъ по наибѣль наглядному, т. е. по перспективному чертежу (9) измѣреніе истинныхъ размѣровъ предмета требуетъ довольно сложныхъ построений, по чертежу 7-му, менѣ наглядному, получается возможность, пользуясь циркулемъ и масштабомъ, непосредственно опредѣлять, если не всѣ, то хотя бы главныя измѣренія предмета, т. е. параллельныя его высотѣ, длинѣ и ширинѣ.



Черт. 9.

Чертежъ 2-й, обладая меньшею наглядностью, по сравненію съ послѣдующими, даетъ, однако, полное понятіе о формѣ всего изображеннаго предмета, благодаря тому, что невидимыя его линіи обозначены пунктиромъ. Такимъ образомъ этотъ чертежъ даетъ бѣльшую *опредѣленность* формы.

Вообще, можно сказать, что наглядность изображенія съ одной стороны и опредѣленность и удобоизмѣримость его съ другой стороны являются условіями трудно совмѣстимыми.

Выше мы упомянули, что для полученія наглядныхъ изображеній предметовъ, между прочимъ необходимо умѣть изображать ихъ форму.

Правила, относящіяся къ этому вопросу, излагаются въ наукѣ, называемой «Начертательной Геометріей».

Начертательная геометрія имѣетъ своимъ предметомъ изученіе методовъ построенія достаточно точныхъ для практики изображеній формы существующихъ или воображаемыхъ предметовъ и рѣшеніе, при помощи этихъ изображеній, различныхъ геометрическихъ задачъ, главнымъ образомъ относящихся къ опредѣленію формы, положенія и размѣровъ предметовъ.

Въ зависимости отъ изучаемаго метода изображенія, отдѣлы Начертательной Геометріи носятъ названія: «*Ортогональныя проекціи*», «*Проекціи съ числовыми отмѣтками*», «*АксонOMETрія*», «*Перспектива*» и т. д.

Попутно въ Начертательной Геометріи излагаются способы достиженія бѣльшей наглядности изображенія при помощи построенія *тѣней*, при чемъ таковыя разсматриваются почти исключительно съ геометрической точки зрѣнія и почти безъ отношенія къ физической сторонѣ ихъ явленія.

Значеніе Начертательной Геометріи мѣтко опредѣлилъ профессоръ В. И. Курдюмовъ слѣдующими словами: ¹⁾ «Если чертежъ является языкомъ техника, одинаково понятнымъ всѣмъ образованнымъ народамъ,

¹⁾ В. И. Курдюмовъ. „Курсъ Начертательной Геометріи“. Отдѣлъ I. Часть I. стр. 8. СПБ. 1895.