

Grundkurs Mathematik I

Arbeitsblatt 16

Die Pausenaufgabe

AUFGABE 16.1. Führe im Zehnersystem die Multiplikation

$$7863 \cdot 4107$$

schriftlich durch.

Übungsaufgaben

AUFGABE 16.2. Formuliere und beweise (bekannte) Teilbarkeitskriterien für Zahlen im Dezimalsystem für die Teiler $k = 2, 3, 5, 9, 11$.

AUFGABE 16.3. Betrachte im 15er System mit den Ziffern $0, 1, \dots, 8, 9, A, B, C, D, E$ die Zahl

$$EA09B4CA.$$

Ist diese Zahl durch 7 teilbar?

AUFGABE 16.4. Führe im Vierersystem die Multiplikation

$$302 \cdot 201$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.5. Führe die Multiplikation $3426 \cdot 517$ mit dem Jalousie-Verfahren durch.

AUFGABE 16.6.*

Zeige, dass im kleinen Einmaleins (ohne die Zehnerreihe) zur Basis $n \geq 2$ nur ein- und zweistellige Zahlen auftreten.

AUFGABE 16.7.*

- (1) Berechne 3^2 im Vierersystem, 4^2 im Fünfersystem und 9^2 im Zehnersystem.
- (2) Zeige, dass im kleinen Einmaleins (ohne die Zehnerreihe) zur Basis $n \geq 3$ rechts unten die Zahl mit den Ziffern $n - 2$ und 1 steht.

AUFGABE 16.8. Zeige, dass beim schriftlichen Multiplizieren im Zehnersystem der Übertrag maximal gleich 8 ist.

AUFGABE 16.9. Beweise Lemma 16.2 durch Induktion über die Stelligkeit des mehrstelligen Faktors.

AUFGABE 16.10.*

Zeige, dass beim schriftlichen Multiplizieren mit einer einstelligen Zahl b die Überträge stets $< b$ sind.

AUFGABE 16.11. Multipliziere

$$583063817 \cdot 2$$

und

$$583063817 \cdot 5$$

gemäß Bemerkung 16.4.

AUFGABE 16.12. Bestimme die Ziffer c_{13} des Produktes

$$5771681093069402738186 \cdot 5$$

gemäß Bemerkung 16.4.

AUFGABE 16.13. Bestimme die Ziffer c_{19} des Produktes

$$5781864716867740275310931109 \cdot 2$$

gemäß Bemerkung 16.4.

AUFGABE 16.14. Begründe, dass bei der Multiplikation einer Zahl $m = a_k a_{k-1} \dots a_2 a_1 a_0$ (im Dezimalsystem) mit 4 die Ziffer c_i des Produktes nur von den drei Ziffern a_i, a_{i-1}, a_{i-2} abhängt, aber im Allgemeinen nicht nur von den zwei Ziffern a_i, a_{i-1} .

AUFGABE 16.15. Wie viele Ziffern des linken Faktors muss man berücksichtigen, wenn man sich nur für die Anfangsziffer des Produktes

$$14285714325 \cdot 7$$

interessiert?

AUFGABE 16.16. Es sollen zwei Zahlen multipliziert werden, von denen die eine mit 7 und die andere mit 8 anfängt. Mit welcher Ziffer kann das Produkt anfangen?

AUFGABE 16.17. Jemand macht gegen den Beweis zu Lemma 16.6 den Einwand, dass dort eine Situation entsteht, wo sich die Koeffizienten a_i nicht auf 10^i , sondern auf $10^{i+\ell}$ beziehen, was verwirrend sei. Nehme dazu Stellung.

AUFGABE 16.18. Beweise, dass das Multiplizieren mit dem Jalousie-Verfahren korrekt ist.

AUFGABE 16.19. Gabi Hochster hat sich im Mathematikunterricht (erste Klasse), der von Frau Doris Maier-Sengupta (mit den Fächern Deutsch und buddhistische Philosophie) unterrichtet wird, geweigert, bei der Überprüfung des Kleinen Einmaleins $7 \cdot 10$ auszurechnen, mit der Begründung, dass das kleine Einmaleins dazu da sei, einstellige Zahlen miteinander zu multiplizieren, es für größere Zahlen einen anderen Algorithmus gebe und dass die Einbeziehung der Zehnerreihe in das kleine Einmaleins diesen Aspekt völlig verdunkle. Als Frau Maier-Sengupta diesen Einwand nicht verstand und auf die Aufgabe bestand, wurde Gabi zornig und sagte „Sie haben ja gar keine Ahnung von Mathematik, gehen Sie doch zu Ihrer buddhistischen Philosophie und schicken Sie eine echte Mathelehrerin hier her“. Daraufhin trug Frau Maier-Sengupta einen Vermerk über das beleidigende Verhalten von Gabi in das Klassenbuch ein. Da es der dritte Vermerk war, kommt es zu einem Elterngespräch, zu dem neben Frau Maier-Sengupta, den Eltern, Melissa und Melvin Hochster, der Schulleitung auch Sie als Fachleiter/In Mathematik teilnehmen sollen. Was ist Ihre Position?

AUFGABE 16.20.*

Bestätige die folgende Identität.

$$2^7 + 17^3 = 71^2.$$

AUFGABE 16.21. Führe im Zehnersystem die Subtraktion

$$710534 - 691228$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.22. Berechne $13-8$ direkt und mit dem Algorithmus des schriftlichen Subtrahierens. Was fällt auf?

AUFGABE 16.23. Welche und wie viele Grunddifferenzen muss man (auswendig) kennen, um den Algorithmus des schriftlichen Subtrahierens anwenden zu können? Was ist das *kleine Einsminuseins*?

AUFGABE 16.24. Führe im Zweiersystem die Subtraktion

$$11010 - 10111$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.25. Beweise die Korrektheit des schriftlichen Subtrahierens durch den Nachweis, dass beim schriftlichen Subtrahieren $m - n$ und $(m - 1) - (n - 1)$ das gleiche Ergebnis liefern.

AUFGABE 16.26. Gibt es ein Verfahren zum schriftlichen Potenzieren, das die Dezimalentwicklung von n^k berechnet, wenn die natürlichen Zahlen n, k in ihrer Dezimalentwicklung gegeben sind?

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 16.27. (3 Punkte)

Führe im Sechssystem die Multiplikation

$$453 \cdot 525$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.28. (2 Punkte)

Bestimme die Ziffer c_{17} des Produktes

$$402738186226577168109506971 \cdot 5$$

gemäß Bemerkung 16.4.

AUFGABE 16.29. (3 Punkte)

Es sollen zwei Zahlen m, n multipliziert werden, von denen jeweils nur die beiden Anfangsziffern a bzw. b bekannt sind. Erstelle eine Tabelle, die die möglichen ersten Anfangsziffern des Produktes auflistet.

AUFGABE 16.30. (2 Punkte)

Führe die Multiplikation $50317 \cdot 9483$ mit dem Jalousie-Verfahren durch.

AUFGABE 16.31. (2 Punkte)

Führe im Zweiersystem die Subtraktion

$$10011 - 1101$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.32. (4 Punkte)

Es sei x eine dreistellige natürliche Zahl im Zehnersystem und y die von hinten gelesene Zahl. Zeige, dass die positive Differenz $x - y$ stets ein Vielfaches von 9 und von 11 ist.

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 5
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 5