KONBINATORIA

Aldakuntza arruntak $A_n^K = \frac{n!}{(n-K)!}$ ↓ elementu kop.

Errepikatuzko aldakuntzak $EA_n^K = n^K$

Permutazioak $P_n = n! \rightarrow 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Errepikatuzko permutazioak $P_n^{a,b} = \frac{n!}{a!\,b!} \rightarrow \frac{3!}{2!\,1!} = 3$

Konbinazioak $K_n^K = \binom{n}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!} \rightarrow \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$

Errepikatuzko Konbinazioak $EK_n^K = \binom{n+K-1}{K} \rightarrow \binom{4+2-1}{2} = \binom{5}{2} = 10$

LAPLAZEREN ERREGELA $P(A) = \frac{\text{A-ren aldeko kasuen kopurua}}{\text{kasu guztien kopurua}}$

GERTAKIZUNEN ALJEBRA Gerta daitezkeen guztien multzoa da. Ω dadoa $= \{1,2,3,4,5,6$

AURKAKO GERTAKIZUNAK $\bar{A} \rightarrow P[\bar{A}] = 1 - P[A]$

BILKETA $A \cup B$ ↓ edo, bil. $P[A \cup B] = P[A] + P[B]$

EBAKETA $A \cap B$ ↓ eta, ebaki $P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B]$

INKLUSIO - ESKLUSIO ERREGELA Gertakizunak bateragarriak direnean

$P[A \cup B \cup C] = P[A] + P[B] + P[C] - P[A \cap B] - P[A \cap C] - P[B \cap C] + P[A \cap B \cap C]$

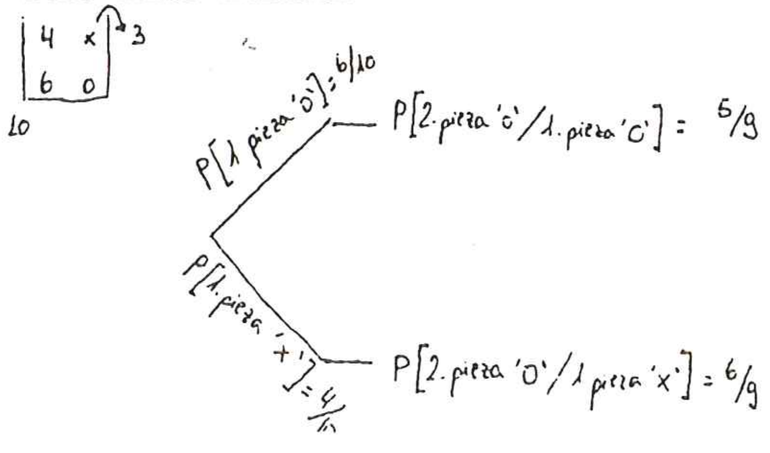
MORGANEN LEGEAK $P[\overline{A \cup B}] = P[\bar{A} \cap \bar{B}]$ $\quad P[\overline{A \cap B}] = P[\bar{A} \cup \bar{B}]$

BIDERKETA ERREGELA $P[B/A] \rightarrow$ A gertatu dela jakinda, B gertatzeko probabilitatea

$P[B/A] = \frac{P[A \cap B]}{P[A]} \longrightarrow P[A \cap B] = P[A] \times P[B/A]$

OROHAR: Itzulua = independentzia eta ez itzulua = dependentzia

ZUHAITZAREN ESTRATEGIA



BOYESEN TEOREMA $P(A_i/B) = \dfrac{P(A_i) \times P(B/A_i)}{\sum P(A_i) \times P(B/A_i)}$

Adib:

	a priori prob.	egiantzak		a posteriori prob
A_i	$P(A_i)$	$P(B/A_i)$	$P(A_i) \times P(B/A_i)$	$P(A_i/B)$
gaixo	0,15	0,8	0,12	0,12/0,205 = 0,59
ez gaixo	0,85	0,1	0,085	0,085/0,205 = 0,41
	1		0,205	1

B: testa +

PROBABILITATE FUNTZIOAK ETA BANAKETA FUNTZIOAK

Adib:

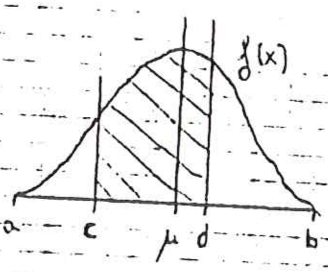
prob $p(x)$ $\quad 1/2 = 0,5 \quad (1/2)^2 = 0,25 \quad (1/2)^3 = 0,125$

banaketa $F(x) = p[X \le x]$ $\quad 0,5 \quad 0,75 \quad 0,875$

$\parallel$

prob. metatuak $= \int_a^x f(x)$

TRINKOTASUN FUNTZIOA



$$P[c < X < d] = \int_c^d f(x)\,dx$$

$f(x) \xrightarrow{\int} F(x)$

$F(x) \xrightarrow{d} f(x)$

JARRAITUZKO HURBILKETAK

$$P[X = 110] = P[105 < x < 115] = \int_{105}^{115} \frac{2}{10.000}(x - 100)\,dx$$

hurbilketa

ITXAROPEN MATEMATIKOA Aldagai diskretuetarako: $\mu = E[X] = \sum x \cdot p(x)$

Aldagai jarraituetarako: $\mu = E[X] = \int_\Omega x \cdot f(x)\,dx$

PROPIETATEAK $X = x_1 + x_2 \dots + x_n \quad E[X] = E[x_1] + E[x_2] \dots + E[x_n]$

$\begin{bmatrix} M & '0' \\ N & 'x' \end{bmatrix} n \rightarrow \mu = \dfrac{N}{M+N} \times n$

JATORRIARI BURUZKO MOMENTUAK r-garren mailako momentua: $\alpha_r = E[X^r]$

Aldagai diskretuetarako: $\alpha_r = \sum x^r \cdot p(x)$

MOMENTU ZENTRALAK r-garren mailakoa: $\mu_r = E[(X-\mu)^r]$

Aldagai diskretuetarako: $\mu_r = \sum (x-\mu)^r \cdot p(x)$

BARIANTZA

$\sigma_x^2 = \mu^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 \rightarrow$ 2 mailako momentu zentrala $\quad \alpha_2 = \int_\Omega x^2 f(x)\,dx$

DESBIDAZIOA $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$

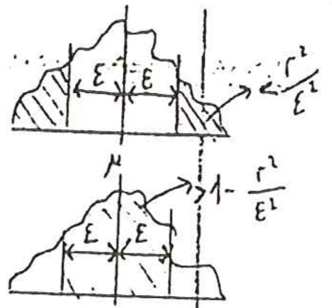
Epe luzera itxaropena soilik hartu behar da kontuan

Epe laburrera itxaropena eta arriskua (bariantzaren bidez neurtzen dena) hartu behar dira kontuan.

$\mu \uparrow$ utilitatea $\uparrow$

$\sigma^2 \uparrow$ arriskua $\uparrow$ utilitatea $\downarrow$

TXEBIXEVEREN EZBERDINTZA



Kanpoko probabilitatea $\rightarrow$ $P\left[|X-\mu| > \varepsilon\right] < \frac{r^2}{\varepsilon^2}$

Barruko probabilitatea $\rightarrow$ $P\left[|X-\mu| < \varepsilon\right] > 1 - \frac{r^2}{\varepsilon^2}$

BERNOULLIREN BANAKUNTZA

	X	p(X)
porrota	0	$q = 1-p$
arrakasta	1	p

$X \sim b(p)$

BANAKUNTZA BINOMIALA

adib

$P[X=x] = 0{,}7^{x} \cdot 0{,}3^{10-x} \cdot \frac{10!}{x!\,(10-x)!}$ $\quad x = 0, 1, 2 \dots 10$

Itxaropena: $\mu = E[x] = n \cdot p$

formula orokorra: $X \sim B(n,p)$: $P[X=x] = p^{x}(1-p)^{n-x} \cdot \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$

Bariantza: $r^2 = n p q$

α-ren ESANAHIA

Gertatu denaren prob. α baina txikiagoa denean H_0 baztertzen da. α orduan eta handiago, orduan eta errazago baztertzen da H_0.

BANAKUNTZA GEOMETRIKOA

Formula orokorra: $P[X=x] = (1-p)^{x} \cdot p$ $\quad x = 0, 1, 2 \dots$

Labur: $X \sim G(p)$; $\mu = \frac{1-p}{p} = q/p$ $\quad$ Lehengo akastuna arte izandako akasgabe kopurua

BANAKUNTZA BINOMIAL NEGATIBOA

'r'-garren akastuna izan arte zenbat akasgabe dauden.

$$X \sim BN(r,p) \begin{cases} P[X=x] = p^{r-1} \cdot (1-p)^{x} \cdot \frac{(x+(r-1))!}{x!\,(r-1)!} \cdot p \\ \mu = r \cdot \frac{q}{p} \end{cases}$$

POISSONEN BANAKUNTZA

$$X \sim P(\lambda) \begin{cases} P[X=x] = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x}}{x!} \\ \mu = \lambda \ , \ r^2 = \lambda \end{cases}$$

BINOMIALAREN HURBILKETA POISSONEN BANAKETAN

$$B(n,p) \rightsquigarrow P(\lambda = np)$$

$n \to \infty$

$p \to 0$