幾何原本第二卷之首

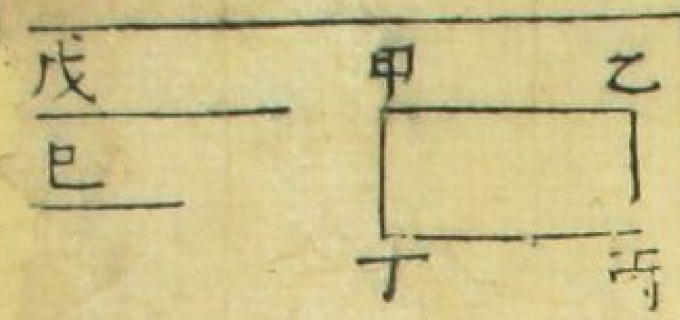
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啟筆受

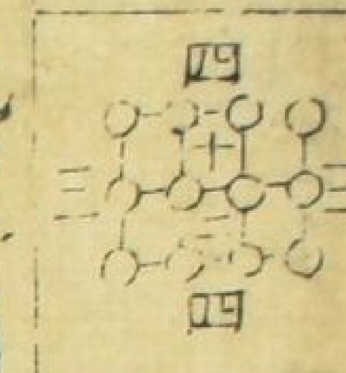
界說二則

第一界

凡直角形之兩邊函一直角者爲直角形之矩線

如甲乙偕乙丙函甲乙丙直角得此兩邊即知直角形大小之度。今別作戊線己線與甲乙乙丙各等亦即知甲乙丙丁直角形大小之度則戊偕己兩線爲直角形之矩線





此例與筭法通。如上圖。一邊得三。一邊得四。相乘得十二。則三偕四。兩邊爲十二之矩數

凡直角諸形之內四角皆直。故不必更言四邊及平行線。止名爲直角形。省文也

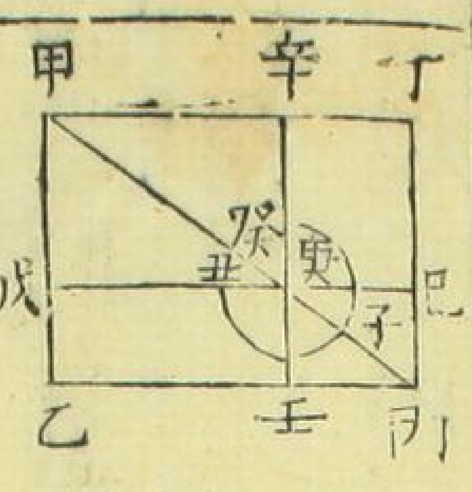
凡直角諸形。不必全舉四角。止舉對角二字。卽指全形

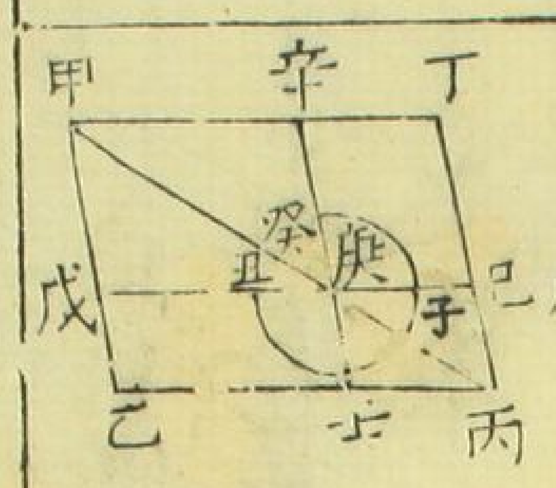
如甲乙丙丁直角形。止舉甲丙或乙丁。亦省文也

第二界

諸方形。有對角線者。其兩餘方形。任偕一角線方形。爲罄折形

甲乙丙丁方形。任直斜角。作甲丙對角線。從庚點作戊





巳辛壬兩線。與方形邊平行。而分本形爲四方形。其辛巳庚乙兩形爲餘方形。辛戊巳壬兩形爲角線方形。說一卷界三六兩餘方形任偕一角線方形。爲罄折形。如辛巳庚乙兩餘方形偕巳壬角線方形。同在癸子丑圜界內者。是癸子丑罄折形也。用辛戊角線方形倣此

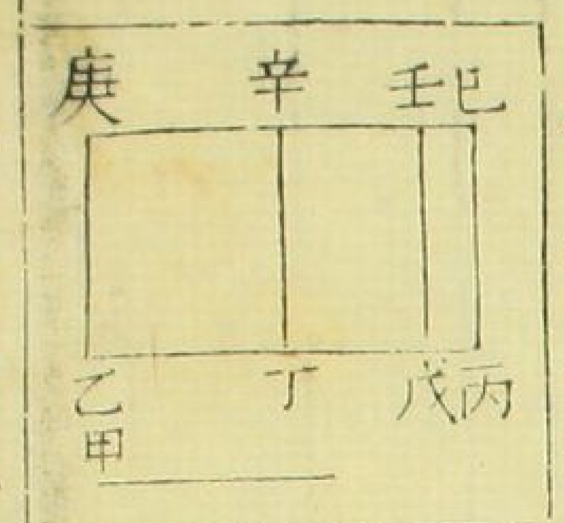
幾何原本第二卷之首終

幾何原本第二卷　本篇論線　計十四題

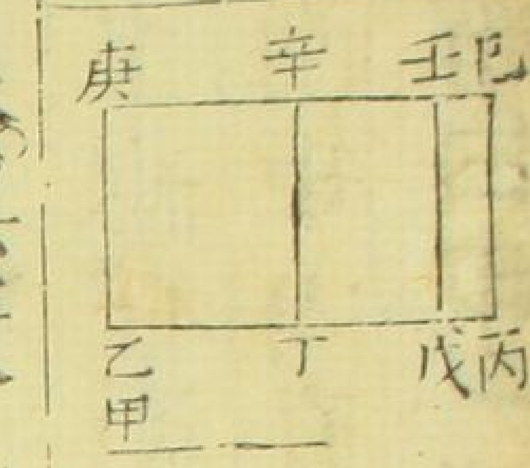
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

兩直線。任以一線。任分爲若干分。其兩元線矩內直角形。與不分線偕諸分線矩內諸直角形并。等



解曰。甲與乙丙兩線。如以乙丙三分之爲乙丁、丁戊、戊丙。題言甲偕乙丙矩線內直角形。與甲偕乙丁、甲偕丁戊、甲偕戊丙三矩線內直角形并等



論曰。試作乙巳直角形。在乙丙偕等甲之巳丙矩線內作法。于乙界作庚乙丙界作巳丙。兩垂線。俱與甲等。爲平行。次作庚巳直線。與乙丙平行次于丁戊兩點作辛丁壬戊兩垂線。與庚乙巳丙平行一卷卅三其辛丁與庚乙。壬戊與巳丙既平行。則辛丁與壬戊亦平行。而辛丁壬戊與巳丙等。即亦與甲等一卷卅四如此則乙辛直角形。在甲偕乙丁矩線內。丁壬直角形。在甲偕丁戊矩線內。戊巳直角形。在甲偕戊丙矩線內。幷之則三矩內直角形。與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等

注曰。二卷前十題皆言線之能也能者。謂其上能爲直角形也。如十尺線。其上能爲百尺方形之類其說與筭數最近。故九卷之十四題。俱以數明此十題之理。今未及詳。因題意難顯。畧用數明之。如本題設兩數。當兩線。爲六爲十。以十任三分之。爲五。爲三。爲二。六乘十。爲六十之一大實。與六乘五爲三十。及六乘三爲十八。六乘二爲十二之三小實幷等

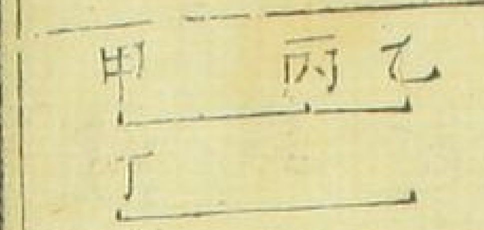
第二題

一直線任兩分之。其元線上直角方形。與元線偕兩分線兩矩內直角形幷等

解曰。甲乙線任兩分于丙。題言甲乙上直角方形。與甲

乙偕甲丙、甲乙偕丙乙、兩矩線內直角形幷等

論曰。試于甲乙線上。作甲丁直角方形。從丙點。作巳丙垂線。與甲戊、乙丁、平行（一卷卅一）其甲戊、與甲乙既等（一卷卅四）則甲巳直角形。在甲乙、甲丙、矩線內。乙丁、與甲乙既等。則丙丁直角形。在甲乙、丙乙、矩線內。而此兩形幷。與甲丁直角方形等

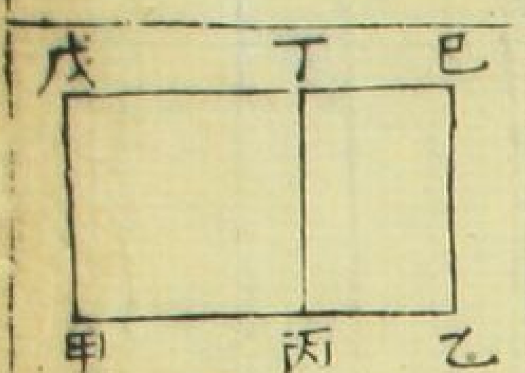


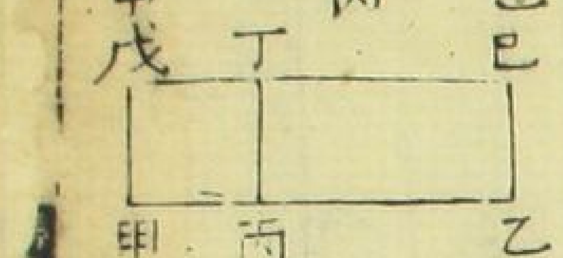
又論曰。試別作丁線。與甲乙等。其甲乙線既任分于丙。則甲乙偕丁、矩線內直角形（即甲乙上直角方形）與甲丙偕丁、丙乙偕丁、兩矩線內直角形幷、等（本篇一）

注曰。以數明之。設十數。任兩分之。爲七爲三。十乘七爲七十、及十乘三爲三十之兩小實。與十自之百一大冪等

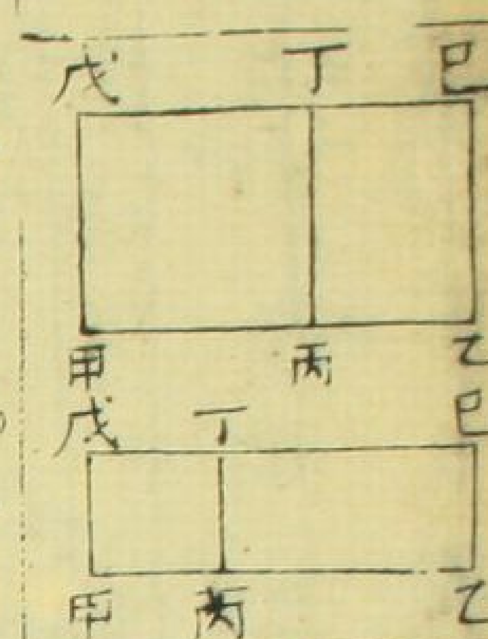
第三題

一直線任兩分之。其元線、任偕一分線。矩內直角形。與分餘線偕一分線、矩內直角形、及一分線上直角方形幷等



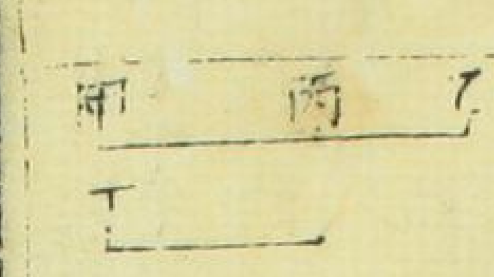


解曰。甲乙線任兩分于丙。題言元線甲乙。任偕一分線如甲丙、矩內直角形（不論甲丙爲長分、爲短分）與分餘丙乙偕甲丙、矩線內直角形、



及甲丙上直角方形并等

論曰。試作甲丁直角方形。從乙界作乙巳垂線。與甲戊平行卅一一卷而于戊丁引長之。遇于巳。其甲戊與甲丙等。則甲巳直角形在元線甲乙偕一分線甲丙矩內。丙丁與甲丙等。則丙巳直角形在一分線甲丙偕分餘線丙乙矩內。而甲巳直角形與甲丙丙乙矩線內丙巳直角形。及甲丙上甲丁直角方形并等



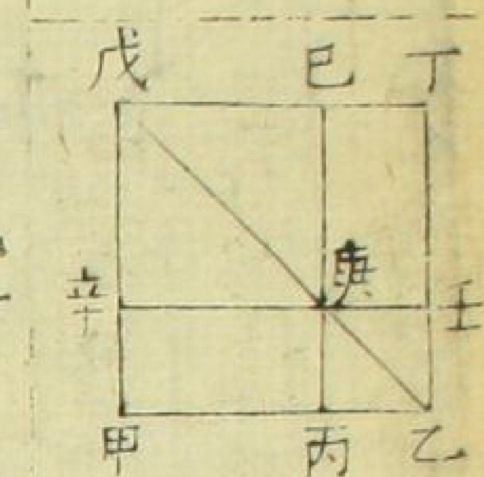
又論曰。試別作丁線。與一分線甲丙等。其甲乙線既任分于丙。則甲乙偕丁矩線內直角形即甲乙偕甲丙與丁偕丙乙矩線內直角形即甲丙偕丙乙丁偕甲丙即甲丙上直角方形兩矩線內直角形并等本篇一

注曰。以數明之。設十數任兩分之爲七爲三。如前圖。則十乘七爲七十。與七乘三之實二十一。及七自之冪四十九并等。如後圖。十乘三爲三十。與七乘三之實二十一。及三之冪九并等

第四題

一直線任兩分之。其元線上直角方形。與各分上兩直角方形。及兩分互偕矩線內兩直角形并等

解曰。甲乙線任兩分于丙。題言甲乙線上直角方形。與



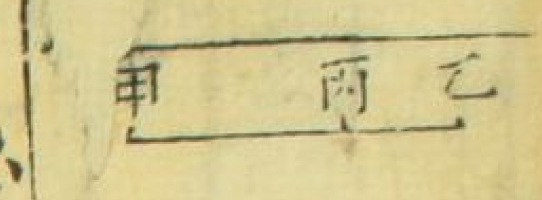
甲丙丙乙線上兩直角方形及甲丙偕丙乙

丙乙偕甲丙矩線內兩直角形并等

論曰試于甲乙線上作甲丁直角方形次作乙戊對角線次從丙作丙巳線與乙丁平行遇對角線于庚末從庚作辛壬線與甲乙平行而分本形為四直角形即甲乙戊角形之甲乙甲戊兩邊等而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等（一卷五）夫甲乙戊形之三角并與兩直角等（一卷卅二）而甲為直角即甲乙戊甲戊乙皆半直角（一卷卅二之二系）依顯丁乙戊角形之丁乙戊丁戊乙兩角亦皆半直角則戊巳庚外角與內角丁等為直角（一卷廿九）而巳戊庚既半直角則巳庚戊等為半直角矣角既等則巳庚巳戊兩邊亦等（一卷六）庚辛辛戊亦等（一卷卅四）而辛巳為直角方形也依顯丙壬亦直角方形也又庚辛與甲丙兩對邊等（一卷卅四）而乙丙與庚丙俱為直角方形邊亦等則辛巳為甲丙線上直角方形丙壬為丙乙線上直角方形也又甲庚及庚丁兩直角形各在甲丙丙乙矩線內也則甲丁直角方形與甲丙丙乙兩線上兩直角方形及兩線矩內兩直角形并等矣

系從此推知凡直角方形之角線形皆直角方形

又論曰甲乙線既任分于丙則元線甲乙上直角方形

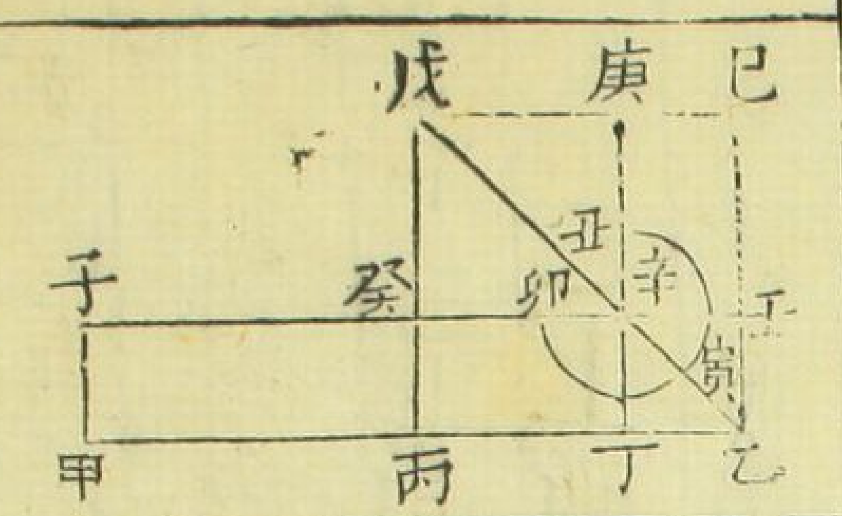


與元線偕各分線矩內兩直角形并等本篇二又甲乙偕甲丙矩線內直角形與甲丙偕丙乙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等本篇三甲乙偕丙乙矩線內直角形與丙乙偕甲丙矩線內直角形及丙乙上直角方形并等本篇三則甲乙上直角方形與甲丙丙乙上兩直角方形及甲丙偕丙乙矩線內兩直角形并等

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十之羃百與七之羃四十九三之羃九及三七互乘之實兩二十一并等

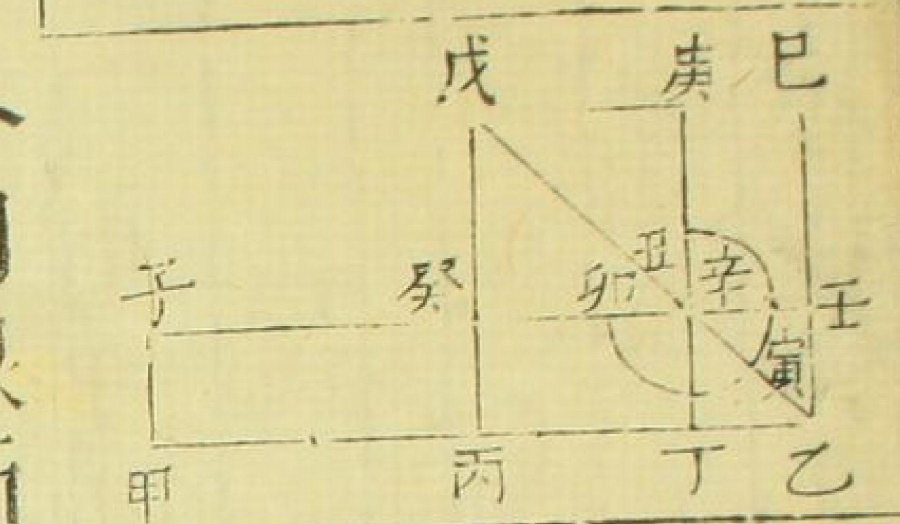
第五題

一直線兩平分之又任兩分之其任兩分線矩內直角形及分內線上直角方形并與平分半線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分于丙又任兩分于丁其丙丁為分內線丙丁線者丙乙所以大于丁乙之較又甲丁所以大于甲丙之較故曰分內線題言甲丁丁乙矩線內直角形及分內線丙丁上直角方形并與丙乙線上直角方形等

論曰試于丙乙線上作丙己直角方形次作乙戊對角線從丁作丁庚線與乙己平行遇對角線于辛次從辛



作壬癸線。與丙乙平行。次從甲作甲子線。與丙戊平行。末從壬癸線引長之。遇于子。夫丁壬癸庚。皆直角方形（本篇四之系）。而辛丁。與丁乙兩線等（一卷卅四）。癸辛。與丙丁。兩線等。則甲辛直角形。在任分之甲丁。丁乙。矩線內。而癸庚爲分內線丙丁上直角方形也。今欲顯甲辛直角形。及癸庚直角方形。并。與丙巳直角方形等者。于丙辛。辛巳。相等之兩餘方形（一篇四三）。每加一丁壬直角方形。即丙壬。及丁巳兩直角形等矣。而甲癸。與丙壬。兩形同在平行線內。又底等。即形亦等（一卷卅六）。則甲癸。與丁巳。亦等也。即又每加一丙辛直角形。則丑寅卯罄折形。豈不與甲辛等。次于罄折形。又加一癸庚直角方形。豈不與丙巳直角方形等也。而甲辛。癸庚。兩形并。亦與丙巳等也。則甲丁、丁乙。矩線內直角形。及丙丁上直角方形。并。與丙乙上直角方形等。

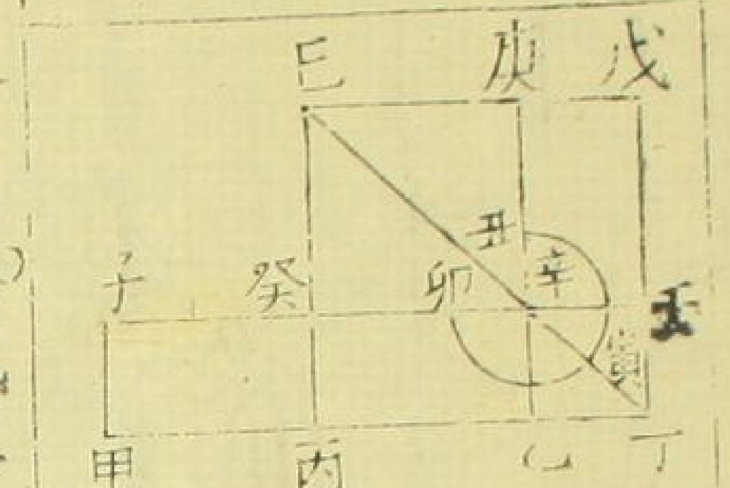
注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。爲八、爲二。則三爲分內數（三者。五所以大于二之較。又八所以大于五之較。）二八之實十六、三之冪九。與五之冪二十五等

第六題

一直線。兩平分之。又任引增一直線。共爲一全線。其全線

借引增線矩內直角形、及半元線上直角方形、并。與半元線偕引增線、上直角方形等

解曰。甲乙線。兩平分于丙。又從乙引長之。增乙丁。與甲乙通爲一全線。題言甲丁偕乙丁、矩線內直角形、及半元線丙乙上直角方形并。與丙丁上直角方形等

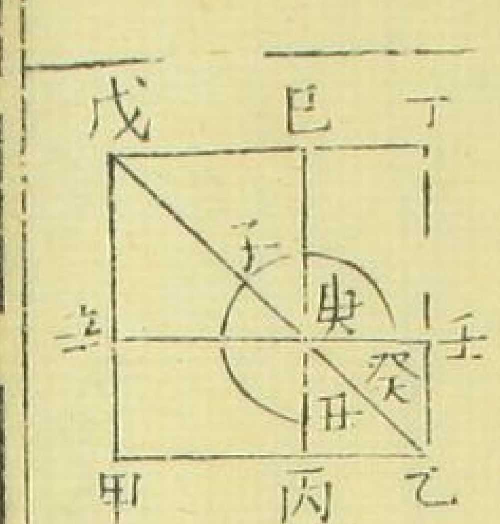


論曰。試于丙丁上作丙戊直角方形。次作丁巳對角線從乙作乙庚線。與丁戊平行。遇對角線于辛。次從辛作壬癸線與丙丁平行。次從甲作甲子線。與丙巳平行。末從壬癸線引長之遇于子。夫乙壬、癸庚皆直角方形（本篇四之系）而乙丁、與丁壬、兩線等（一卷卅四）癸辛、與丙乙、兩線等。則甲壬直角形。在甲丁、偕乙丁、矩線內。而癸庚爲丙乙上直角方形也。今欲顯甲壬直角形、及癸庚直角方形并。與丙戊直角方形等者。試觀甲癸與丙辛、兩直角形同在平行線內。又底等。即形亦等（一卷卅六）而丙辛與辛戊等（一卷四三）則辛戊與甲癸、亦等。即又每加一丙壬直角形則丑寅卯罄折形。與甲壬等。夫罄折形加一癸庚形。本與丙戊直角方形等也。即甲壬、癸庚兩形并。亦與丙戊等也。則甲丁、乙丁、矩線內直角形、及丙乙上直角方形、并。豈不與丙丁上直角方形等

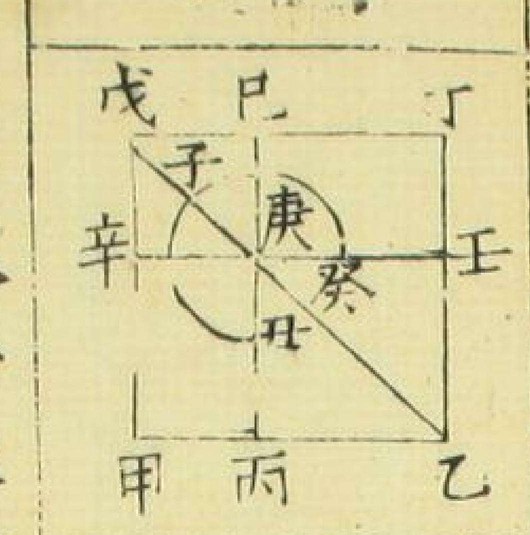
注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又引增二。共十二。三乘之爲二十四。及五之冪二十五。與七之冪四十九等。

第七題

一直線。任兩分之。其元線上。及任用一分線上。兩直角方形。并。與元線偕一分線。矩內直角形二。及分餘線上直角方形。并等

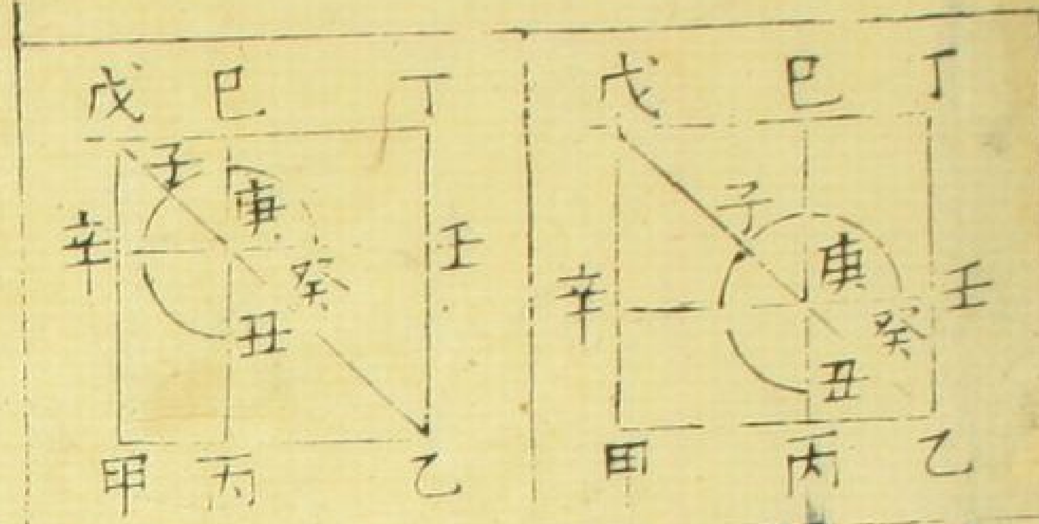


解曰。甲乙線。任分于丙。題言元線甲乙上。及任用一分線。如甲丙上。兩直角方形。并（不論甲丙爲長分爲短分）與甲乙偕甲丙矩內直角形二。及分



餘線丙乙上直角方形。并等

論曰。試于甲乙上。作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。從丙作丙巳線。與乙丁平行。遇對角線于庚。末從庚作辛壬線。與甲乙平行。夫辛巳。丙壬。皆直角方形（本篇四之系）而辛庚與甲丙等（一卷卅四）卽辛巳爲甲丙上直角方形也。又甲戊與甲乙等。卽甲巳直角形。在甲乙偕甲丙矩線內也。又戊丁。丁壬。與甲乙。甲丙。各等。卽辛丁直角形。亦在甲乙偕甲丙矩線內也。夫甲巳。巳壬。兩直角形（卽癸子丑磬折形）及丙壬直角方形。并。本與甲丁直角方形等。今于甲巳。辛丁。兩直角形。并。加一丙壬

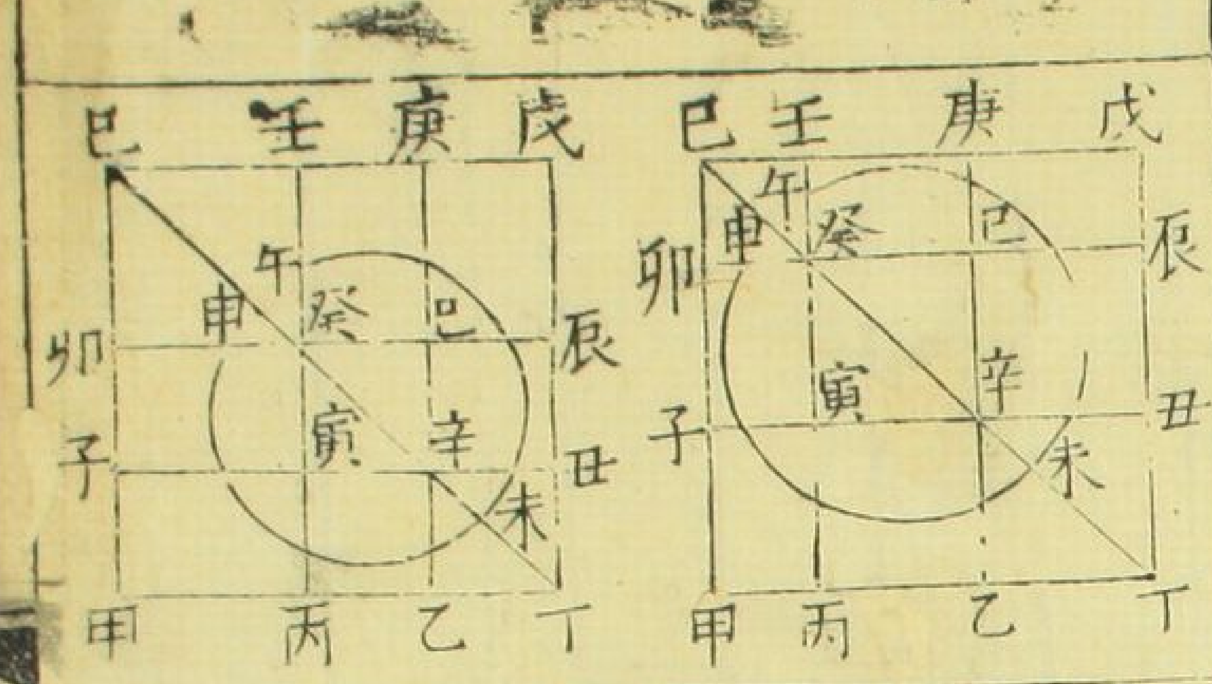


直角方形。卽與甲丁直角方形、加一辛巳直角方形、等矣。則甲乙、甲丙矩線內直角形二及丙乙上直角方形、幷。與甲乙上直角方形、及甲丙上直角方形幷。等也

注曰。以數明之。設十數。任分之、為六、為四。如前圖。十之羃百、及六之羃三十六、幷。與十六互乘之兩實百二十、及四之羃十六、等。如後圖。十之羃百、及四之羃十六、幷。與十四互乘之兩實八十、及六之羃三十六等

第八題

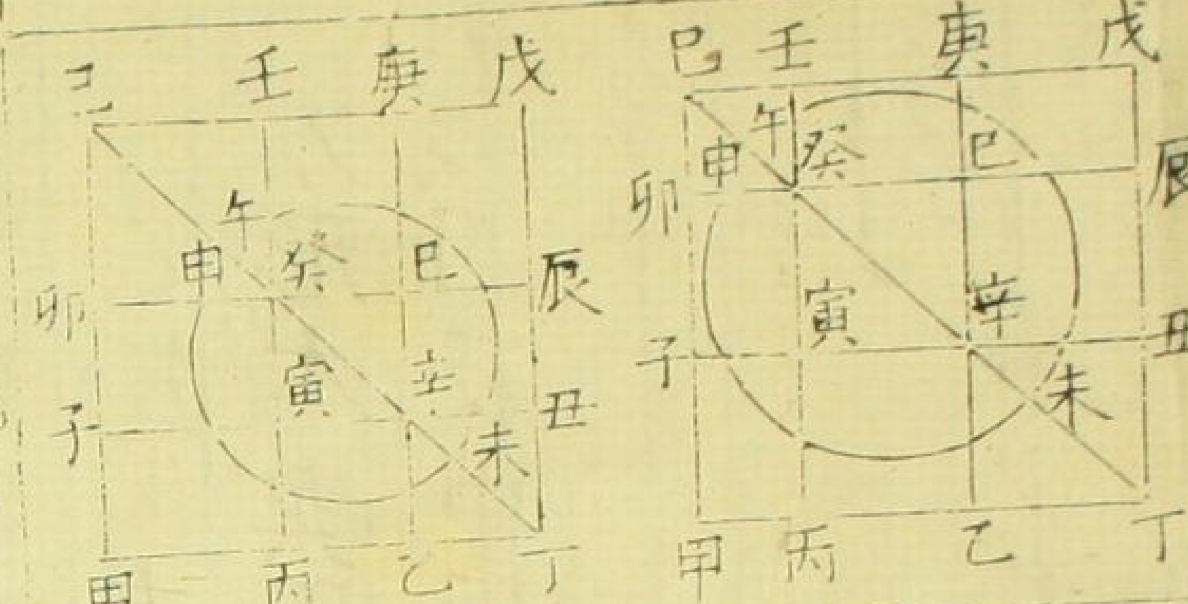
一直線任兩分之。其元線偕初分線矩內直角形四、及分餘線上直角方形、幷。與元線偕初分線上直角方形等



解曰。甲乙線任分于丙。題言元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形、四（不論丙乙為長分為短分）及分餘線甲丙上直角方形、幷。與甲乙偕丙乙上直角方形等

論曰。試以甲乙線、引增至丁。而乙丁與丙乙等。于全線上、作甲戊直角方形。次作丁巳對角線、從乙作乙庚線、與丁戊平行。遇對角線于辛。次從丙作丙壬線、與甲巳平

行遇對角線于癸次從辛作子丑線與甲丁平行遇丙壬于寅末從癸作卯辰線與戊巳平行遇乙庚于巳其卯壬寅巳乙丑俱角線方形一卷卅四之系而卯癸與甲丙兩線等一卷卅四卽卯壬為甲丙上直角方形又寅辛與丙乙兩線等一篇卅四卽寅巳為丙乙上直角方形與乙丑等丙乙與乙丁等故又乙辛辛巳兩線亦各與丙乙等而甲辛子巳兩直角形各在甲乙丙乙矩線內卽等子辛與甲乙等故寅庚辛戊兩直角形亦各在甲乙丙乙矩線內卽又等寅辛辛丑與丙乙乙丁等辛庚丑戊與等甲乙



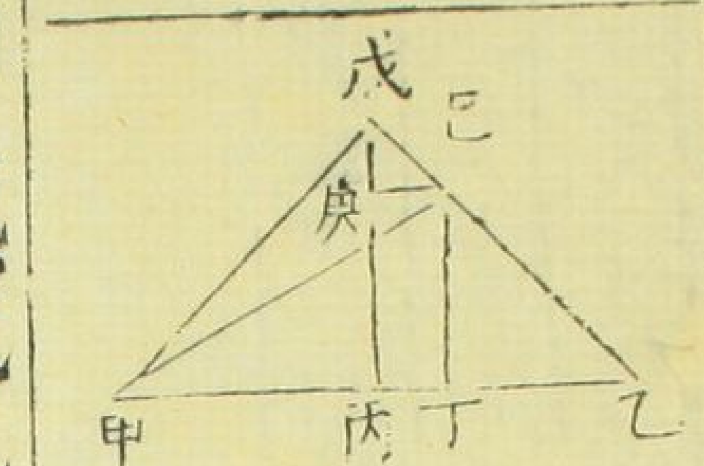
之子辛等故寅巳既與乙丑等而每加一癸庚卽乙丑癸庚并與寅庚又等是甲辛一子巳二辛戊三乙丑四癸庚五五直角形并為午未申磬折形與元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四等而午未申磬折形及卯壬直角方形本與甲戊直角方形等則甲乙乙丙矩線內直角形四及甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角方形等

注曰以數明之設十數任分之為六為四如前圖十六五乘之實四為二百四十及四之冪十六共二百五十六與十六之冪等如後圖十四五乘之實四為

一百六十、及六六之冪三十六、共一百九十六、與十四之冪等

第九題

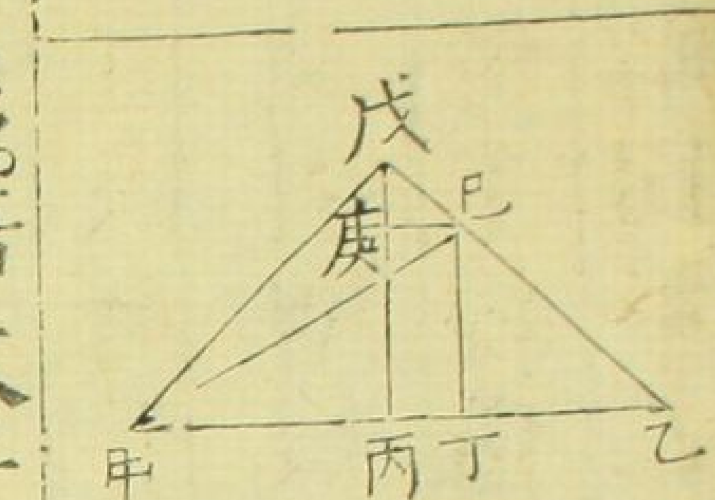
一直線、兩平分之、又任兩分之、任分線上兩直角方形幷、倍大于平分半線上、及分內線上、兩直角方形幷



解曰、甲乙線、平分于丙、又任分于丁、題言甲丁、丁乙、上兩直角方形幷、倍大于平分半線甲丙上、分內線丙丁上、兩直角方形幷

論曰、試于丙上作丙戊垂線、與甲丙等、次作甲戊、戊乙、兩腰、次從丁作丁巳垂線、遇戊乙于巳、從巳作巳庚線、與甲乙平行、遇戊丙于庚、末作甲巳線、其甲丙戊角形之甲丙、丙戊、兩腰等、卽丙戊甲、丙甲戊、兩角亦等 一卷五 而甲丙戊爲直角、卽餘兩角皆半直角 一卷卅二之系 依顯丙戊乙、亦半直角、又戊庚巳角形之戊庚巳角、爲戊丙乙之外角、卽亦直角 一卷廿九 而庚戊巳、半直角、卽庚巳戊、亦半直角 一卷卅二之系 又庚戊巳、庚巳戊、兩角等、卽庚戊、庚巳、兩腰亦等 一卷六 依顯丁乙巳角形之丁乙、丁巳、兩腰亦等、夫甲丙戊角形之丙爲直角、卽甲戊線上直角方形、與甲丙、丙戊線上兩直角方形幷等 一卷四七 而甲丙、丙戊、上兩直角方形、自相等、卽甲戊上直角方形、

倍大于甲丙上直角方形矣。又戊庚巳角形之庚爲直角。卽戊巳線上直角方形。與庚戊、庚巳線上兩直角方形并等。一卷四七而庚戊、庚巳上兩直角方形自相等。卽戊巳上直角方形。倍大于等庚巳之丙丁上直角方形矣庚巳、丙丁。爲丙巳直角形之對邊故。見一卷卅四則是甲戊、戊巳上兩直角方形。并倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形。并也。又甲巳上直角方形。旣等于甲戊、戊巳上兩直角方形。并。又等于甲丁、丁巳上兩直角方形。并一卷四七則甲丁、丁巳上兩直角方形。并亦倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形。并矣。而丁巳與丁乙



等。則甲丁、丁乙、上兩直角方形。并。豈不倍大于甲丙、丙丁上兩直角方形并也

注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又任分之。爲七、爲三。分內數二。其七之冪四十九。及三之冪九。倍大于五之冪二十五。及二之冪四

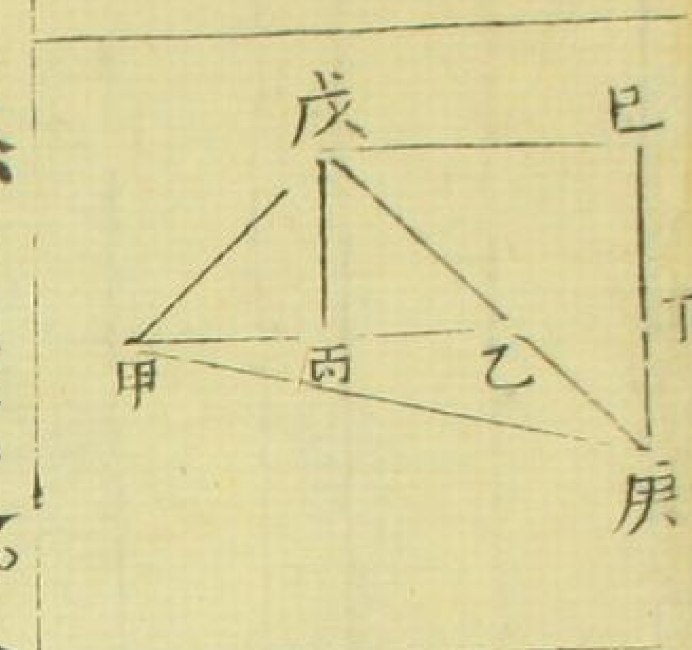
第十題

一直線。兩平分之。又任引增一線。共爲一全線。其全線上及引增線上。兩直角方形。并。倍大于平分半線上及分餘半線偕引增線上。兩直角方形。并

解曰。甲乙直線。平分于丙。又任引增爲乙丁。題言甲丁

線上及乙丁線上兩直角方形并倍大于甲丙線上及丙丁線上兩直角方形并

論曰試于丙上作丙戊垂線與甲丙等自戊至甲至乙各作腰線次從丁作巳丁垂線引長之又從戊乙引長之遇于庚次作戊巳線與丙丁平行末作甲庚線依前題論推顯甲戊乙爲直角而丙戊乙爲半直角即相對之戊庚巳亦半直角（一卷廿九）又巳爲直角（一卷卅四）即巳戊庚亦半直角而巳戊巳庚兩腰必等（一卷六）依顯乙丁丁庚兩腰亦等夫甲戊上直角方形等于甲丙丙戊上兩直角方形并（一卷四七）必倍大于甲丙上直角方形而戊庚上直角方形等于戊巳巳庚上兩直角方形并（一卷四七）必倍大于對戊巳邊之丙丁上直角方形（一卷卅四）則甲戊戊庚上兩直角方形并倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也又甲庚上直角方形等于甲戊戊庚上兩直角方形并亦等于甲丁丁庚上兩直角方形并則甲丁丁庚上兩直角方形并亦倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也而甲丁乙丁上兩直角方形并倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并矣（丁庚與乙丁等故）

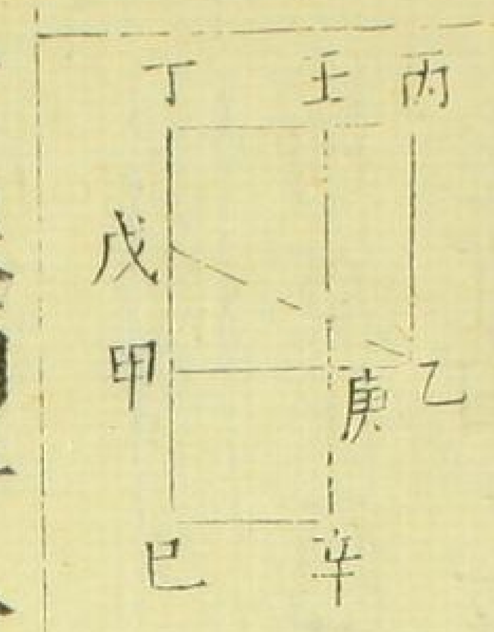


注曰以數明之設十數平分之各五又任增三爲十

三。十三之冪一百六十九、及三之冪九。倍大于五之冪二十五、及八之冪六十四也

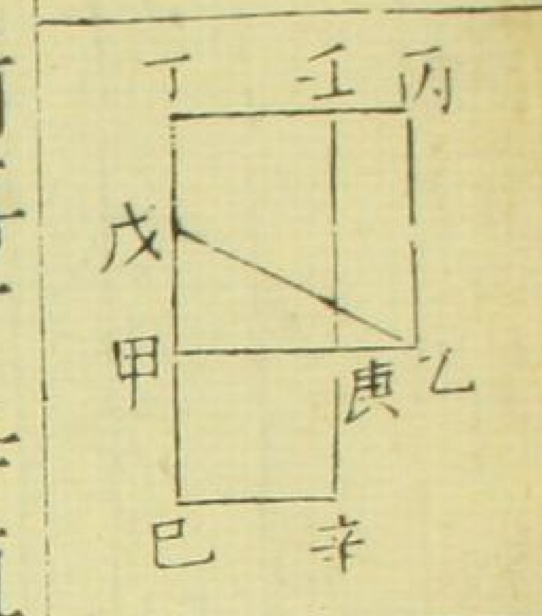
第十一題

一直線。求兩分之。而元線偕初分線矩內直角形。與分餘線上直角方形等



法曰。甲乙線。求兩分之。而元線偕初分小線矩內直角形。與分餘大線上直角方形。等。先于甲乙上作甲丙直角方形。次以甲丁線兩平分于戊。次作戊乙線。次從戊甲引增至巳。而戊巳線與戊乙等。末于甲乙線截取甲庚。與甲巳等。即甲乙偕庚乙矩線內直角形。與甲庚上直角方形等。如所求

論曰。試于庚上作壬辛線。與丁巳平行。次作巳辛線。與甲庚平行。其壬庚與丙乙等。即與甲乙等。而庚丙直角形。在甲乙偕庚乙矩線內也。又甲庚與甲巳等。而甲爲直角。即巳庚爲甲庚上直角方形也 一卷卅四 今欲顯庚丙直角形。與巳庚直角方形等者。試觀甲丁兩平分于戊。而引增一甲巳。是丁巳偕甲巳矩線內直角形 即丁辛直角形 及甲戊上直角方形。幷與等戊巳之戊乙上直角方形等 本篇六 夫戊乙上直角方形。等于甲戊、甲乙上兩直角

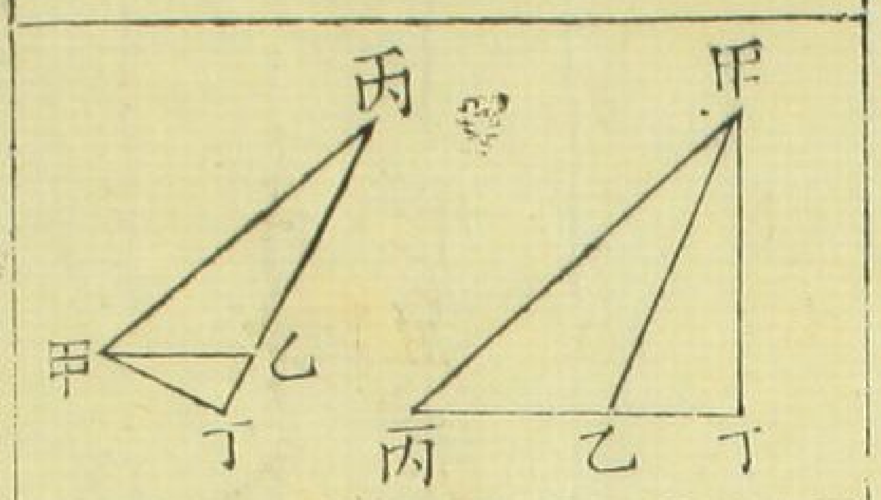


方形、幷（一卷四十）卽丁辛直角形及甲戊上直角方形、幷、與甲戊、甲乙上兩直角方形幷、等矣。次各減同用之甲戊上直角方形、卽所存丁辛直角形、不與甲乙上甲丙直角方形等乎。此二率者、又各減同用之甲壬直角形、則所存巳庚直角方形、與庚丙直角形等、而甲乙偕庚乙、矩線內直角形、與甲庚上直角方形等也

注曰。此題無數可解。說見九卷十四題

第十二題

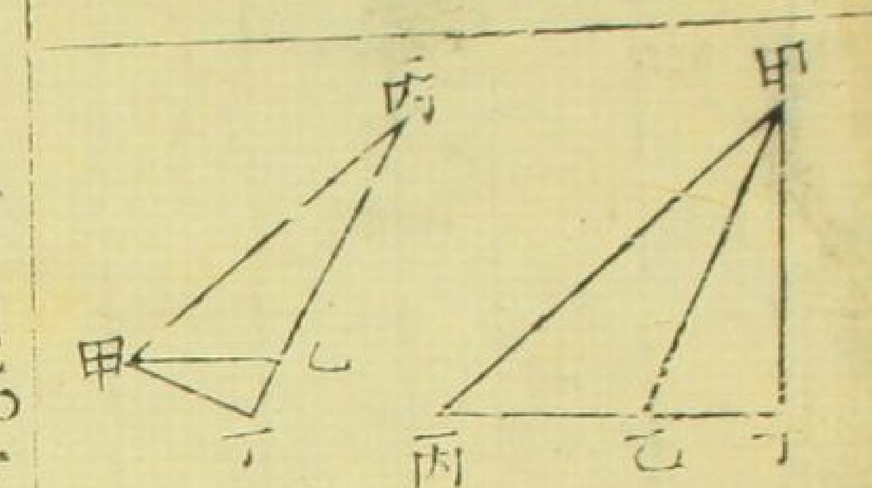
一邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形、大于餘邊上兩直角方形幷之較、爲鈍角旁任用一邊、偕其引增線之與、對角所下垂線相遇者、矩內直角形、二



解曰。甲乙丙三邊鈍角形、甲乙丙爲鈍角。從餘角如甲、下一垂線、與鈍角旁一邊如丙乙之引增線遇于丁。爲直角。題言對鈍角之甲丙邊上直角方形、大于甲乙、乙丙邊上兩直角方形幷之較、爲丙乙偕乙丁。矩線內直角形二。反說之。則甲乙、乙丙上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷與甲丙上直角方形等

論曰。丙丁線既任分于乙。卽丙丁上直角方形、與丙乙

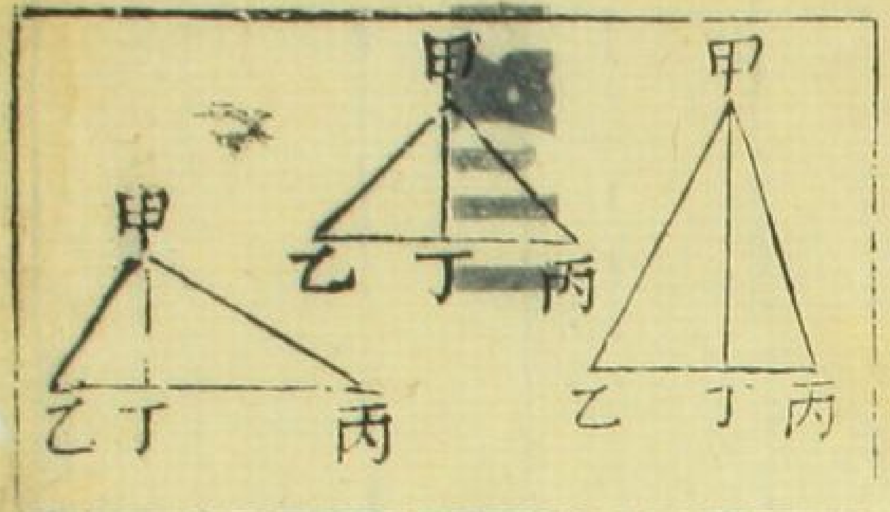
乙丁、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷等。本篇四此二率者。每加一甲丁上直角方形。卽丙丁、甲丁、上兩直角方形、幷。與丙乙、乙丁、甲丁、上直角方形三、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷、等也。夫甲丙上直



角方形。等于丙丁、甲丁上兩直角方形、幷。一卷四七卽亦等于丙乙、乙丁、甲丁、上直角方形三、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷也。又甲乙線上直角方形。旣等于乙丁、甲丁、上兩直角方形。幷一卷四七卽甲丙上直角方形。與甲乙丙乙、上兩直角方形及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二幷等矣

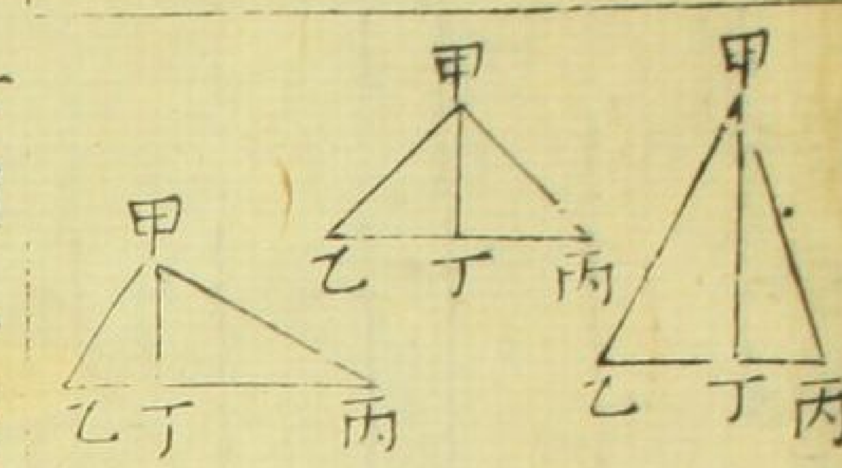
第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形。小于餘邊上兩直角方形幷之較。爲銳角旁任用一邊、偕其對角所下垂線旁之近銳角分線、矩內直角形、二



解曰甲乙丙三邊銳角形。從一角如甲、向對邊乙丙、下一垂線。分乙丙于丁。題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形。小于乙丙、甲丙邊上兩直角方形幷之較。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二。反說之。則乙丙、甲丙、上兩

直角方形、幷。與甲乙上直角方形、及乙丙偕
丁丙、矩線內直角形二、幷、等



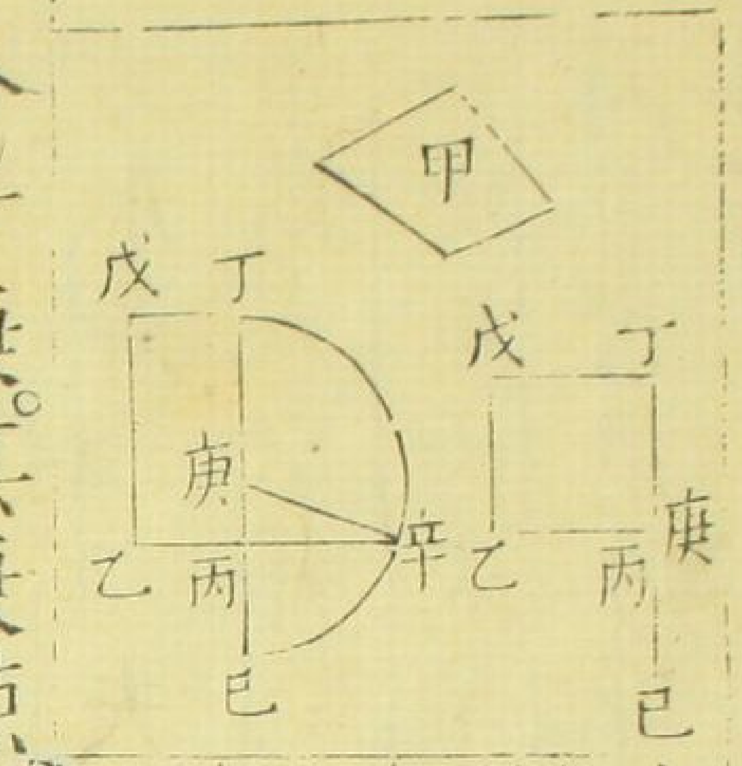
論曰。乙丙線。既任分于丁。即乙丙、丁丙、上兩
直角方形、幷與乙丙偕丁丙、矩線內直角形
二、及乙丁上直角方形、幷、等本篇七此二率者。
每加一甲丁上直角方形。即乙丙、丁丙、甲丁、上直角方
形三、與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上
兩直角方形、幷、等也。又甲丙上直角方形。等于丁丙、甲
丁、上兩直角方形、幷一卷四七即乙丙、甲丙、上兩直角方形。
幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩

直角方形、幷、等也。又甲乙上直角方形。等于乙丁、甲丁、
上兩直角方形幷一卷四七即乙丙。甲丙、上兩直角方形幷。
與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及甲乙上直角方形
幷、等。反說之。則甲乙上直角方形。小于乙丙、甲丙、上兩
直角方形幷者。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二也

注曰。題中止論銳角形。不言直角、鈍角、形。而直角鈍
角形中。俱有兩銳角一卷十七卅二即對銳角邊上形。亦同
此論如第二第三圖是但三銳角形、所作垂線。任用一角而
直角形、必用直角。鈍角形、必用鈍角。此爲異耳直角鈍角形。不用直角鈍角。不能作垂線

第十四題

有直線形。求作直角方形。與之等

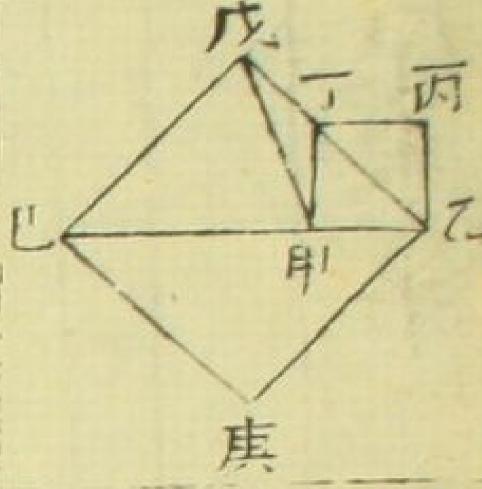


法曰。甲直線無法四邊形。求作直角方形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而直角（一卷四五）次任用一邊引長之。如丁丙引之至巳。而丙巳與乙丙等。次以丁巳兩平分于庚。其庚點。或在丙點。或在丙點之外。若在丙。即乙丁是直角方形。與甲等矣（蓋丙巳與乙丙等。又與丙丁等。而餘邊俱相等。故乙丁爲直角方形。見一卷卅四）若庚在丙外。即以庚爲心。丁巳爲界。作丁辛巳半圜。末從乙丙線引長之。遇圜界于辛。即丙辛上直角方形。與甲等

論曰。試自庚至辛。作直線。其丁巳線既兩平分于庚。又任兩分于丙。則丁丙偕丙巳矩內直角形（即乙丁直角形。蓋丙巳與乙丙等故）及庚丙上直角方形幷。與等庚巳之庚辛上直角方形等（本篇五）夫庚辛上直角方形。等于庚丙。丙辛。上兩直角方形幷（一卷四七）即乙丁直角形。及庚丙上直角方形幷。與庚丙。丙辛。上兩直角方形幷等。次各減同用之庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形。與乙丁直角形等

增題。凡先得直角方形之對角線。所長于本形邊之較。而求本形邊

法曰。直角方形之對角線、所長于本形邊之較。爲甲乙。而求本形邊。先于甲乙上、作甲丙直角方形。次作乙丁對角線。又引長



之、爲丁戊線。而丁戊與甲丁等。即得乙戊線。如所求

論曰。試于乙戊作戊己垂線。從乙甲線引長之。遇于己。其乙戊己既直角。而戊乙己爲半直角。一卷卅二 即戊己乙亦半直角。而戊乙、與戊己、兩邊等。一卷六 次作己庚與戊乙平行。作乙庚與戊己平行。即戊庚形爲戊乙邊上直角方形也。末作戊甲線。即丁戊甲、丁甲戊兩角等也。一卷五 夫乙戊己、丁甲己既兩皆直角。試每減一相等之丁戊甲、丁甲戊角。即所存己戊甲、己甲戊兩角必等。而己戊、己甲、兩邊必等。一卷六 則乙己對角線。大于乙戊邊之較。爲甲乙矣 此增不在本書。因其方形。故類附于此

幾何原本第二卷終

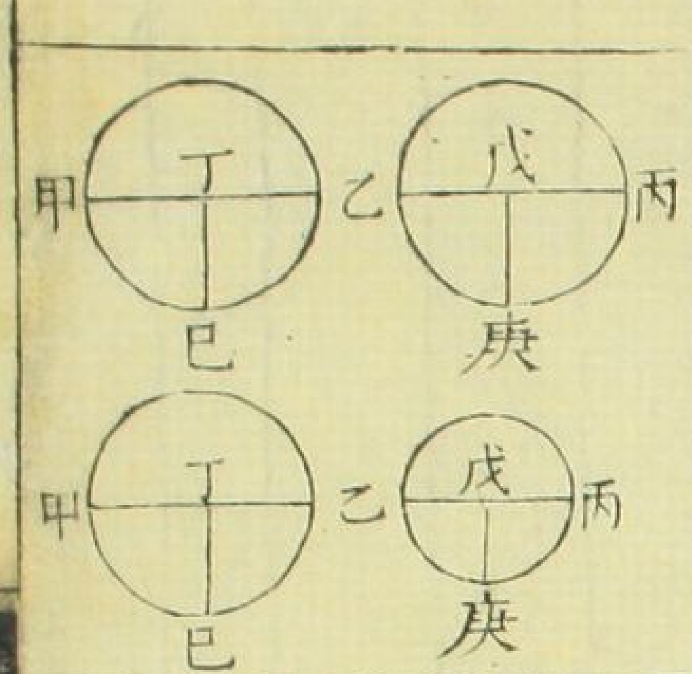
幾何原本第三卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十則

第一界

凡圜之徑線等。或從心至圜界線等。爲等圜

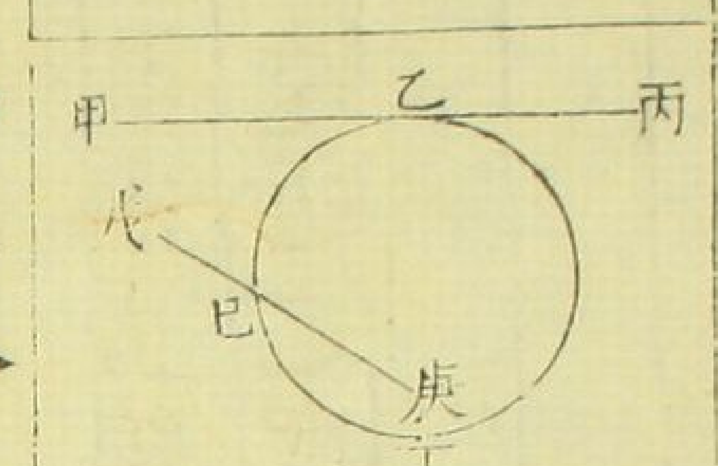


三卷將論圜之情故先爲圜界說。此解圜之等者。如上圖甲乙、乙丙、兩徑等。或丁巳戊庚從心至圜界等。即甲巳乙、乙庚丙、兩圜等。若下圖甲乙乙丙、兩徑不等。或丁巳

戊庚從心至圜界不等則兩圜亦不等矣

第二界

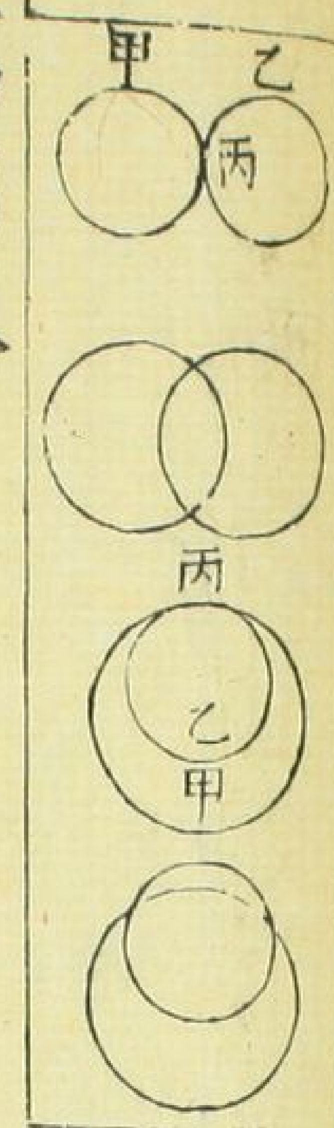
凡直線切圜界過之而不與界交為切線



甲乙線切乙己丁圜之界乙又引長之至丙而不與界交其甲丙線全在圜外為切線若戊己線先切圜界而引之至庚入圜內則交線也

第三界

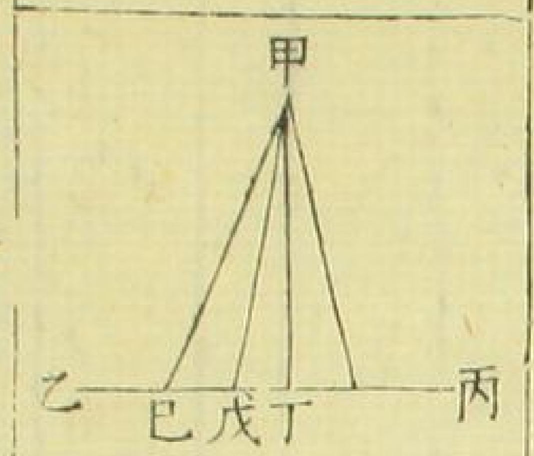
凡兩圜相切而不相交為切圜



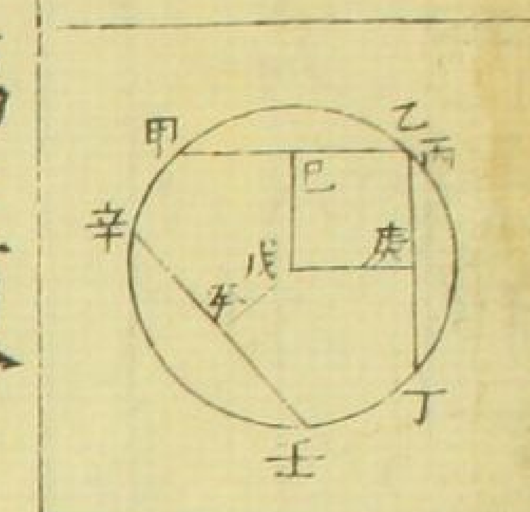
甲乙兩圜不相交而相切于丙或切于外如第一圖或切于內如第三圖其第二第四圖則交圜也

第四界

凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度即直線距心遠近之度



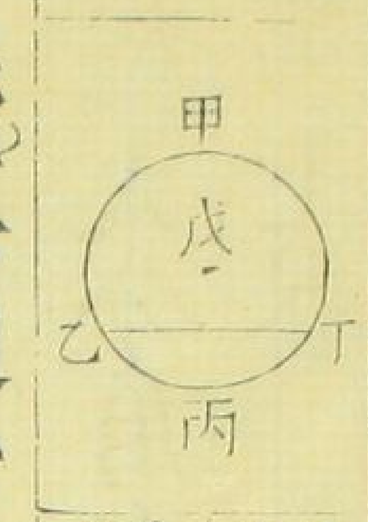
凡一點至一直線上惟垂線至近其他即遠垂線一而已遠者無數也故欲知點與線相去遠近必用垂線為度試如前圖甲點與乙丙線相去遠近必以甲丁垂線為度甲丁一線獨去直線至近他若甲戊甲己諸線愈大愈遠乃至無數故



如後圖說甲乙丙丁圜內之甲乙丙丁、兩線其去戊心遠近等爲巳戊庚戊、兩埀線等故若辛壬線去戊心近矣爲戊癸埀線小故

第五界

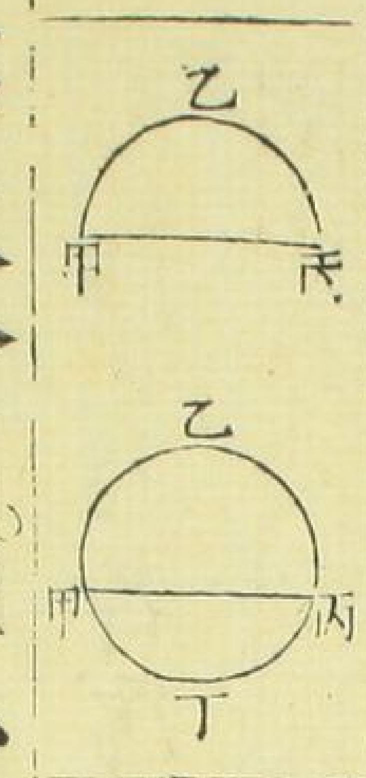
凡直線割圜之形爲圜分



甲乙丙丁圜之乙丁直線任割圜之一分如甲乙丁、及乙丙丁、兩形皆爲圜分凡分有三形其過心者爲半圜分函心者爲圜大分不函心者爲圜小分又割圜之直線爲弦所割圜界之一分爲弧

第六界

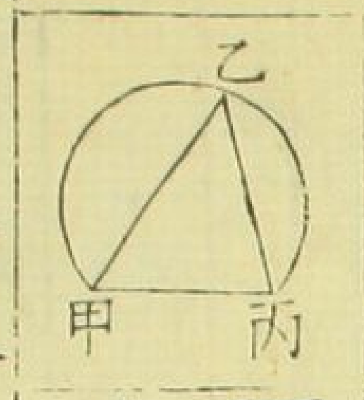
凡圜界偕直線內角爲圜分角



以下三界論圜角三種本界所言雜圜也其在半圜分內爲半圜角在大分內、爲大分角在小分內爲小分角

第七界

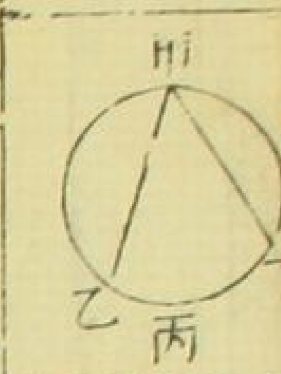
凡圜界任于一點出兩直線作一角爲負圜分角



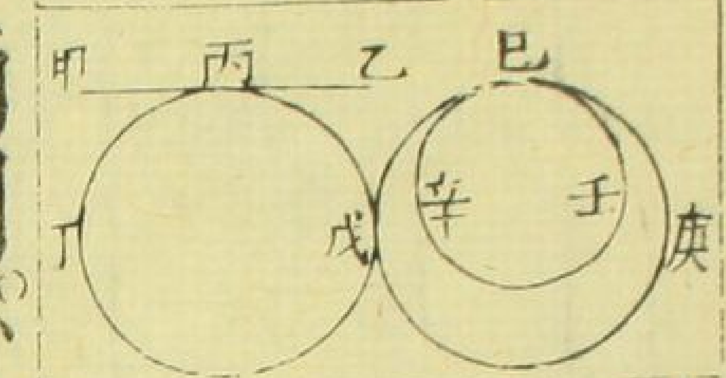
甲乙丙圜分甲丙爲底于乙點出兩直線作甲乙丙角形其甲乙丙角爲負甲乙丙圜分角

第八界

若兩直線之角乘圜之一分爲乘圜分角



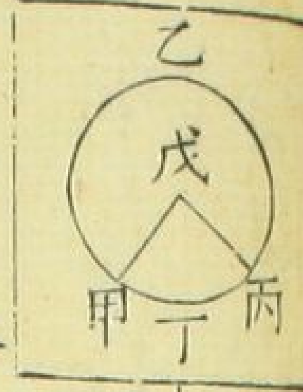
甲乙丙丁圜內、于甲點出甲乙、甲丁、兩線、其乙甲丁角、爲乘乙丙丁圜分角



圜角三種之外、又有一種、爲切邊角、或直線切圜、或兩圜相切、其兩圜相切者、又或內、或外、如上圖甲乙線、切丙丁戊圜于丙、卽甲丙丁、乙丙戊、兩角、爲切邊角、又丙丁戊巳戊庚兩圜外相切于戊、及巳戊庚巳辛壬、兩圜內相切于巳、卽丙戊巳、戊巳辛、壬巳庚、三角、俱爲切邊角

第九界

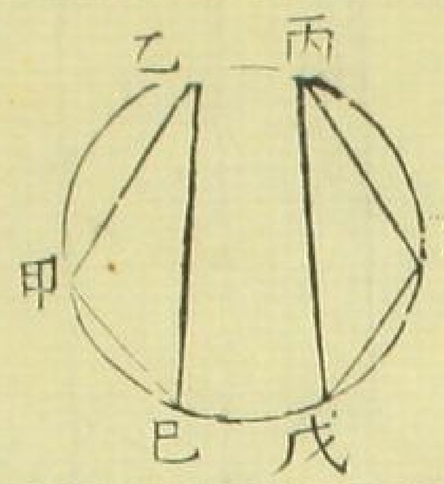
凡從圜心、以兩直線作角、偕圜界作三角形、爲分圜形



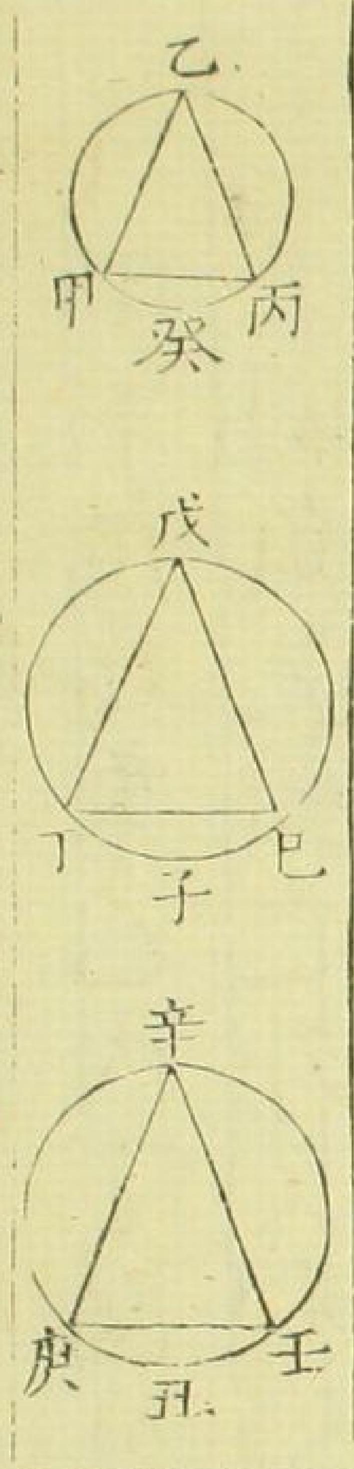
甲乙丙丁圜、從戊心出戊甲、戊丙、兩線、偕甲丁丙圜界、作角形、爲分圜形

第十界

凡圜內、兩負圜分角、相等、卽所負之圜分相似



甲乙丙丁圜內、有甲乙巳、與丁丙戊、兩負圜分角等、則所負甲乙丁巳、與丁丙甲戊、兩圜分相似



又有兩圜或等、或不等、其負圜分角等、卽圜分俱相似、如上三圖、三圜之甲乙丙、丁戊巳、庚辛

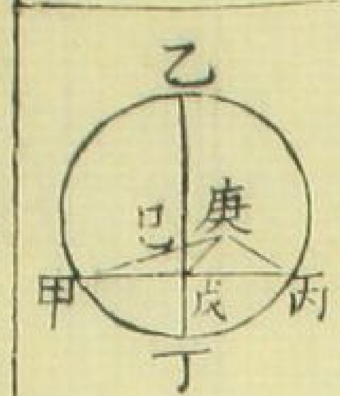
壬、三負圜分角等。卽所負甲乙丙、丁戊己、庚辛壬、三圜分相似（相似者。如云同爲幾分圜之幾也）

幾何原本第三卷 本篇論圜 計三十七題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

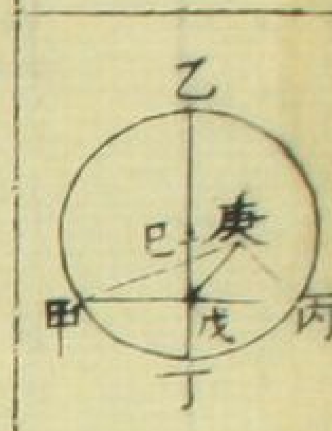
第一題

有圜。求尋其心



法曰。甲乙丙丁圜。求尋其心。先于圜之兩界任作一甲丙直線。次兩平分之于戊（一卷十）次于戊上。作乙丁垂線。兩平分之于己。卽己爲圜心

論曰。如云不然。令言心何在。彼不得言在己之上下。何者。乙丁線既平分于己。離平分不能爲心故。必言心在

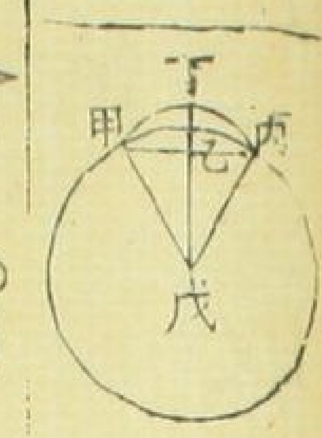


乙丁線外。爲庚。卽令自庚至丙。至戊。至甲。各作直線。則甲庚戊角形之甲戊。旣與丙庚戊角形之丙戊兩邊等。戊庚同邊。而庚甲庚丙兩線。俱從心至界。宜亦等。卽對等邊之庚戊甲庚戊丙兩角。宜亦等。一卷八 而爲兩直角矣。一卷界說十 夫乙戊甲旣直角。而庚戊甲又爲直角。可不可也

系。因此推顯圜內有直線分他線爲兩平分而作直角卽圜心在其內

第二題

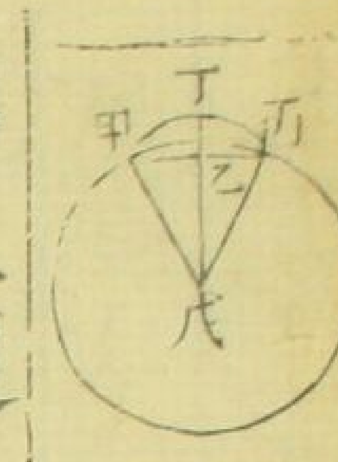
圜界任取二點。以直線相聯。則直線全在圜內



解曰。甲乙丙圜界上。任取甲丙二點。作直線相聯。題言甲丙線全在圜內

論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圜之戊心一本篇 次作戊甲戊丙兩直線。次于甲丁丙線上作戊乙丁線。而與圜界遇于乙。卽戊甲丁丙。當爲三角形。以甲丁丙爲底。戊甲戊丙兩腰等。其戊甲丙戊丙甲兩角宜等。一卷五 而戊丁甲爲戊丙丁之外角。宜大于戊丙丁角。卽亦宜大于戊甲丁角。一卷十六 則對戊丁甲大角之戊甲線。宜大于戊丁線矣。一卷十九 夫戊甲與戊乙本同圜之半徑。等。據如所論。則戊乙亦大于戊丁。不可通也。若云不

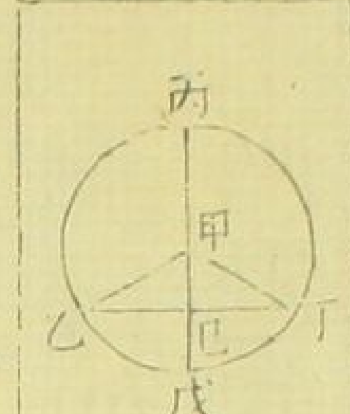
在圜外。而在圜界。依前論。令戊甲大于戊乙



亦不可通也

第三題

直線過圜心。分他直線爲兩平分。其分處必爲兩直角。爲兩直角。必兩平分

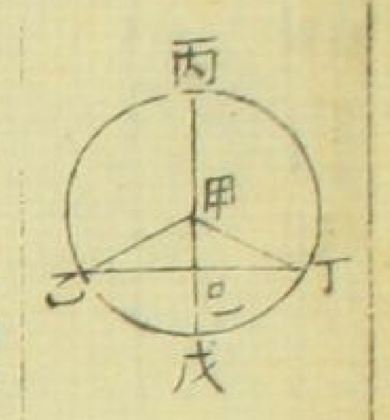


解曰。乙丙丁圜。有丙戊線。過甲心。分乙丁線爲兩平分于巳。題言甲巳必是垂線。而巳旁爲兩直角。又言巳旁旣爲兩直角。則甲巳分乙丁。必兩平分

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁、兩線。卽甲乙巳角形之乙巳與甲丁巳角形之丁巳。兩邊等。甲巳同邊。甲乙、甲丁、兩線。俱從心至界。又等。卽兩形等。則其對等邊之甲巳乙、甲巳丁。亦等 一卷八 而爲兩直角矣

後論曰。如前作甲乙、甲丁、兩線。甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩邊旣等。則甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等 一卷五 又甲乙巳角形之甲巳乙、甲乙巳、兩角。與甲丁巳角形之甲巳丁、甲丁巳、兩角。各等。而對直角之甲乙、甲丁、兩邊又等。則巳乙、巳丁、兩邊亦等 一卷廿六

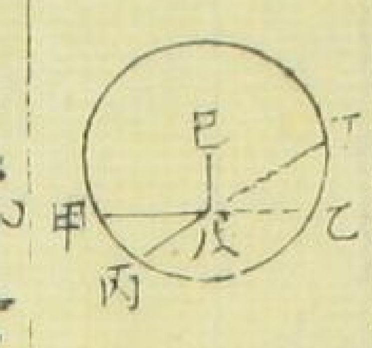
欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形。與甲巳、巳丁、上兩直角方形幷等 一卷四七 而甲乙上直角方形。與



甲巳乙巳上兩直角方形幷亦等。卽甲巳巳乙上兩直角方形幷。與甲巳巳丁上兩直角方形幷亦等。此二率者。每減一甲巳上直角方形。則所存乙巳巳丁上兩直角方形。自相等。而兩邊亦等

第四題

圜內不過心兩直線相交。不得俱爲兩平分

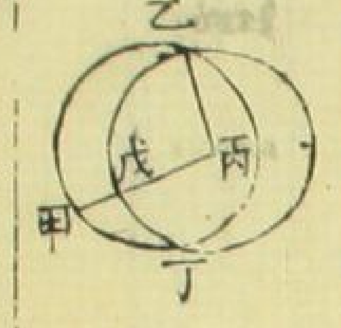


解曰。甲丙乙丁圜內有甲乙、丙丁、兩直線。俱不過巳心（若一過心。一不過心。卽兩線不得俱爲兩平分。其理易顯）而交于戊。題言兩直線。或有一線爲兩平分。不得俱爲兩平分

論曰。若云不然。而甲乙、丙丁、能俱兩平分于戊。試令尋本圜心于巳（本篇一）從巳至戊。作甲乙之垂線。其巳戊旣分甲乙爲兩平分。卽爲兩直角（本篇三）而又能分丙丁爲兩平分。亦宜爲兩直角。是巳戊甲爲直角。而巳戊丙亦直角。全與其分等矣

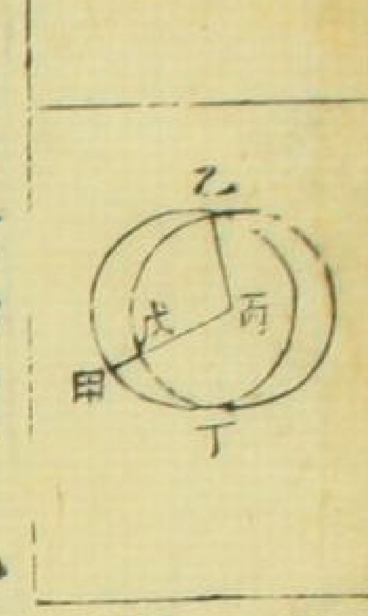
第五題

兩圜相交必不同心



解曰。甲乙丁、戊乙丁、兩圜交于乙于丁。題言兩圜不同心

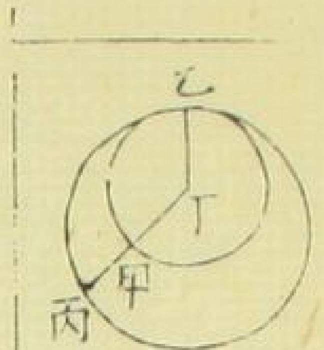
論曰。若言丙爲同心。令自丙至乙至甲。各作直線。其丙



乙至圜交而丙甲截兩圜之界于戊于甲夫丙既爲戊乙丁圜之心則丙乙與丙戊等而又爲甲乙丁圜之心則丙乙與丙甲又等是丙戊與丙甲亦等而全與其分等也

第六題

兩圜內相切必不同心



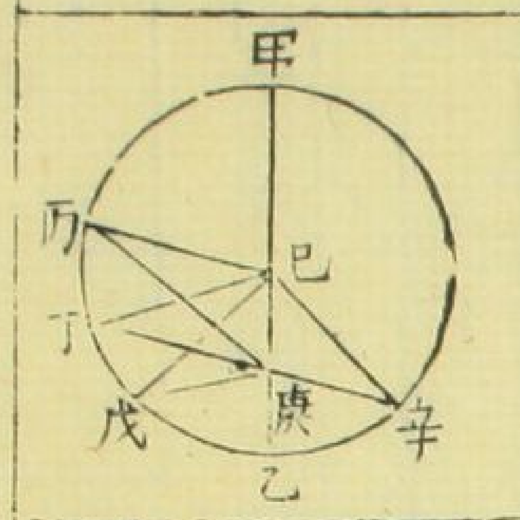
解曰甲乙丙乙兩圜內相切于乙題言兩圜不同心

論曰若言丁爲同心令自丁至乙至丙各作直線其丁乙至切界而丁丙截兩圜之界于甲于丙夫丁既爲甲

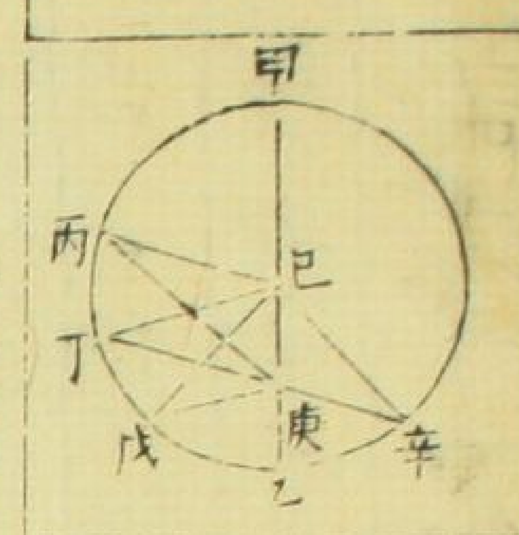
乙圜之心則丁乙與丁甲等而又爲丙乙圜之心則丁乙與丁丙又等是丁甲與丁丙亦等而全與其分等也

第七題

圜徑離心任取一點從點至圜界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等



解曰甲丙丁戊乙圜其徑甲乙其心巳離心任取一點爲庚從庚至圜界任出幾線爲庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心庚甲最大次言不過心庚乙最小三言庚丙大于庚丁



庚丁大于庚戊愈近心愈大愈近庚乙愈小

後言庚乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從巳心出三線至丙至丁至戊其丙巳庚角形之丙巳巳庚兩邊并大于丙庚一邊（一卷二十）而丙巳巳庚等于甲巳巳庚則庚甲大于庚丙依顯庚丁庚戊俱小于庚甲是庚甲最大

次論曰巳庚戊角形之巳戊一邊小于巳庚庚戊兩邊并（一卷二十）而巳戊與巳乙等則巳乙小于巳庚庚戊并矣次各減同用之巳庚則庚乙小于庚戊依顯庚戊小于庚丁庚丁小于庚丙是庚乙最小

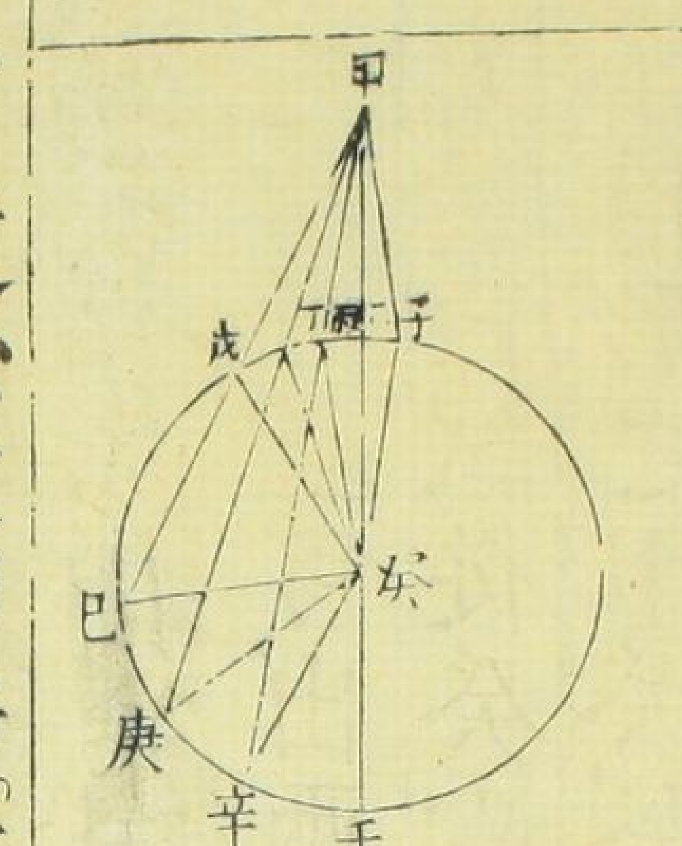
三論曰丙巳庚角形之丙巳與丁巳庚角形之丁巳兩邊等巳庚同邊而丙巳庚角大于丁巳庚角（全大于分）則對大角之庚丙邊大于對小角之庚丁邊（一卷廿四）依顯庚丁大于庚戊而愈近心愈大愈近庚乙愈小

後論曰試依戊巳乙作乙巳辛相等角而抵圜界爲巳辛線次從庚作庚辛線其戊巳庚角形之戊巳腰與庚巳辛角形之辛巳腰既等巳庚同腰兩腰間角又等則對等角之庚戊庚辛兩底亦等（一卷四）而庚乙兩旁之庚戊庚辛等矣此外若有從庚出線在辛之上即依第三論大于庚辛在辛之下即小于庚辛故云庚乙兩旁止

可出庚戊庚辛兩線等

第八題

圜外任取一點從點任出幾線其至規內則過圜心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圜心線爲徑之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩兩線等

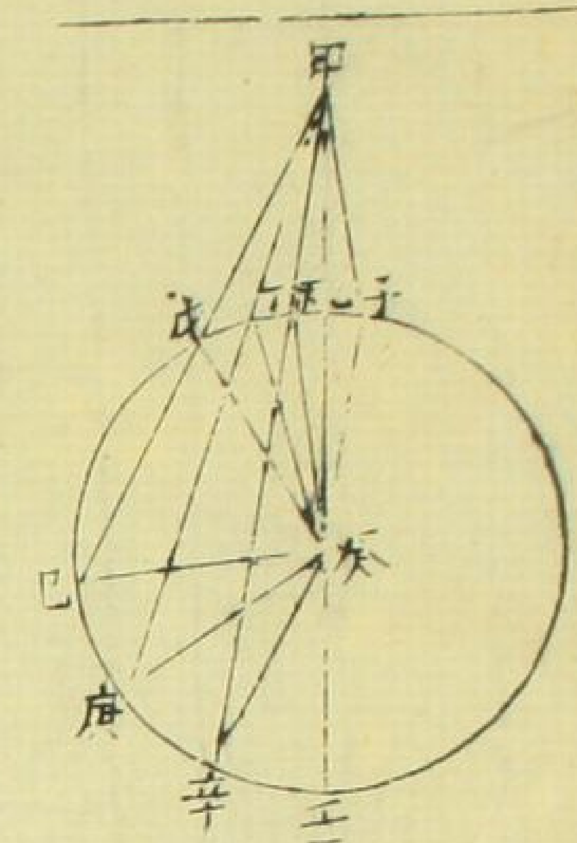


解曰乙丙丁戊圜之外從甲點任出幾線其一爲過癸心之甲壬其餘爲甲辛爲甲庚爲甲巳皆至規內規內線者如車輻之指牙題先言過心之甲壬最大次言近心之甲辛大于離心之甲庚甲庚又大于甲巳三

反上言規外之甲乙爲乙壬徑餘者規外線者如車輻之湊轂最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊巳庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊并大于甲辛一邊一卷二十而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大于甲辛依顯甲壬更大于甲庚甲巳而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大于甲癸庚角全大于分則對大角之甲辛邊大于對小角之甲庚邊一卷廿四依顯甲庚



大于甲巳。而規內線愈離心愈小

三論曰。甲癸丙角形之甲癸一邊小于甲丙。丙癸兩邊并一卷二十 次每減一相等之乙癸。丙癸。則甲乙小于甲丙

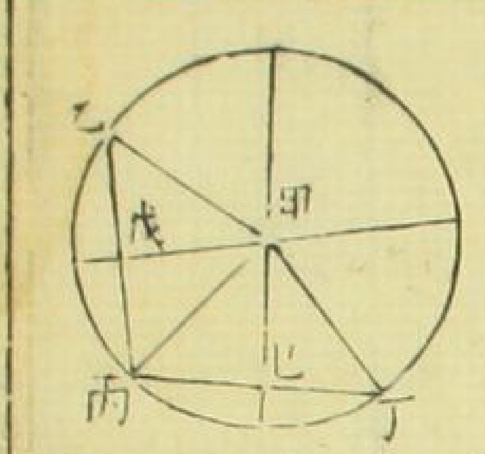
矣。依顯甲乙更小于甲丁。甲戊。而規外甲乙最小

四論曰。甲丁癸角形之內從甲。與癸。出甲丙。丙癸。兩邊并。小于甲丁。丁癸。兩邊并一卷廿一 此二率者每減一相等之丙癸。丁癸。則甲丙小于甲丁矣。依顯甲丙更小于甲戊。而愈近徑餘甲乙者愈小

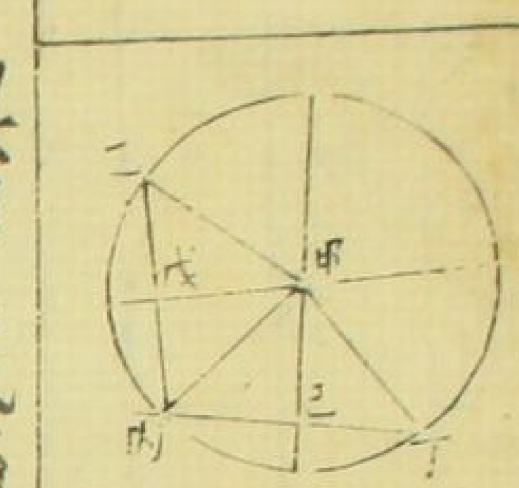
後論曰。試依乙癸丙作乙癸子相等角。抵圜界。次作甲子線。其甲子癸角形之甲癸。癸子。兩腰與甲癸丙角形之甲癸。癸丙。兩腰各等。而兩腰間角又等。則對等角之甲子。甲丙。兩底亦等也一卷四 此外若有從甲出線。在子之上。即依第四論小于甲丙。在子之下。即大于甲丙。故云甲乙兩旁止可出甲丙。甲子。兩線等

第九題

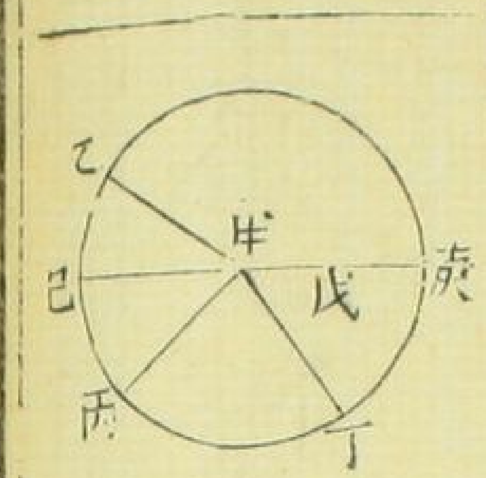
圜內從一點至界作三線以上皆等。即此點必圜心



解曰。從甲點至乙。丙。丁。圜界作甲乙。甲丙。甲丁。三直線。若等。題言甲點為圜心。三以上等者更不待論



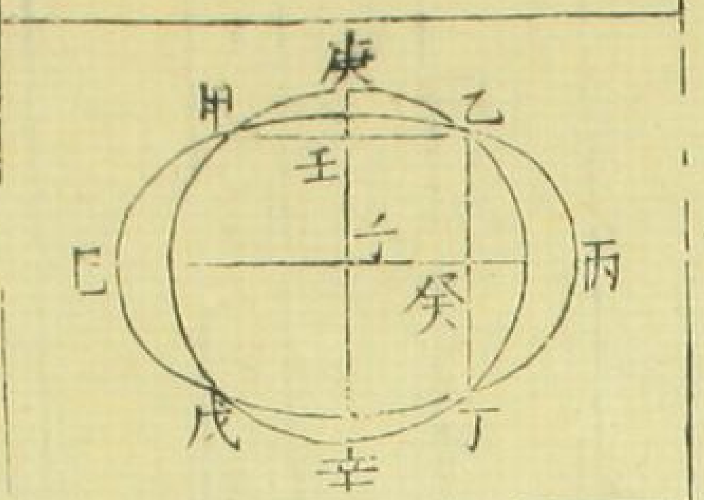
論曰。試于乙丙、丙丁、界作乙丙、丙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于戊于巳。從甲出兩直線爲甲戊爲甲巳。其甲乙戊角形之甲乙與甲戊丙角形之甲丙兩腰旣等。甲戊同腰。乙戊戊丙、兩底又等。卽甲戊乙與甲戊丙兩角亦等一卷八爲兩直角。依顯甲巳丙、甲巳丁。亦等爲兩直角。則甲戊甲巳之分乙丙、丙丁。俱平分爲直角。而此兩線俱爲函心線本篇一之系定相遇于甲。甲爲圜心矣



又論曰。若言甲非心。心在于戊者。令戊甲相聯。引作巳庚徑線。卽甲是戊心外所取一點。而從甲所出線愈近心者。宜愈大矣本篇七則甲丁宜大于甲丙。而先設等。何也

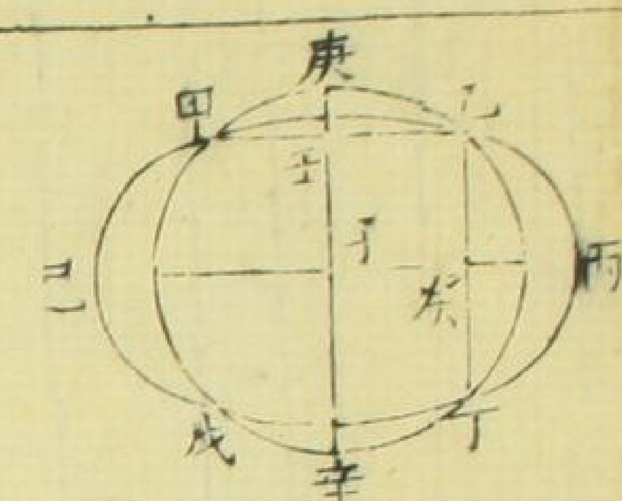
第十題

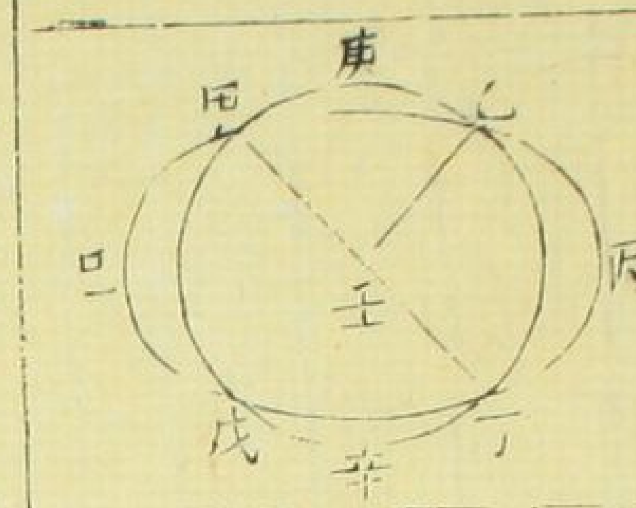
兩圜相交。止于兩點



論曰。若言甲乙丙丁戊巳圜。與甲庚乙丁辛戊圜。三相交于甲、于乙、于丁。令作甲乙、乙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于壬于癸。次從壬癸作子壬子癸兩垂線。其子壬分甲乙。子癸分乙丁。旣皆兩平分。而各爲兩直角。卽子壬子癸兩線俱爲甲庚乙丁辛戊圜之函心線本篇一之系而子爲

其心矣依顯甲乙丙丁戊巳圜亦以子爲心也夫兩交之圜尚不得同心本篇五何緣得有三交

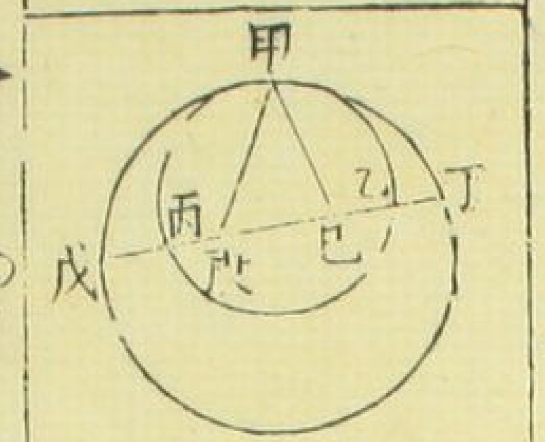




又論曰若言兩圜三相交于甲于乙于丁令先尋甲癸乙丁辛戊圜之心于壬本篇一次從心至三交界作壬甲壬乙壬丁三線此三線等也界說一卷十五又甲乙丙丁戊巳圜內有從壬出之壬甲壬乙壬丁三相等線則壬又爲甲乙丙丁戊巳圜之心本篇九不亦交圜同心乎本篇五

第十一題

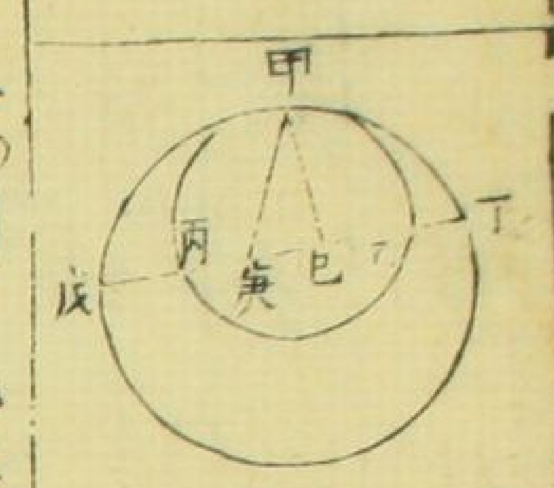
兩圜內相切。作直線聯兩心。引出之。必至切界



解曰。甲乙丙。甲丁戊。兩圜內相切于甲。而巳爲甲乙丙之心。庚爲甲丁戊之心。題言作直線聯庚巳兩心。引抵圜界。必至甲

論曰。如云不至甲。而截兩圜界于乙丁。及丙戊。令從甲作甲巳甲庚兩線。其甲巳庚角形之庚巳巳甲兩邊幷大于庚甲一邊一卷二十而同圜心所出之庚甲庚丁宜等即庚巳巳甲大于庚丁矣。此二率者各減同用之庚巳即巳甲亦大于巳丁矣。夫巳甲與巳乙是內圜同心所出等線則巳乙亦大于巳丁。而分大于全也可乎。若曰

庚爲甲乙丙心。巳爲甲丁戊心。亦依前轉說之。甲巳庚角形之巳庚庚甲兩邊并大于甲巳一邊（一卷二十）而同圜心所出之巳甲巳戊宜

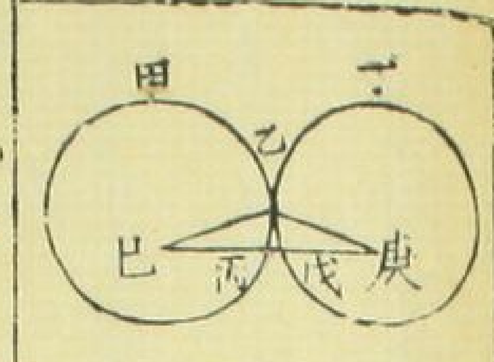


等。卽巳庚庚甲。大于巳戊矣。此二率者各减同用之巳庚。卽庚甲大于庚戊矣。夫庚甲與庚丙。是內圜同心所出等線。則庚丙亦大于庚戊。而分大于全也。可乎

第十二題

兩圜外相切。以直線聯兩心。必過切界

解曰。甲乙丙丁乙戊兩圜。外相切于乙。其甲乙丙心爲巳。丁乙戊心爲庚。題言作巳庚直線。必過乙



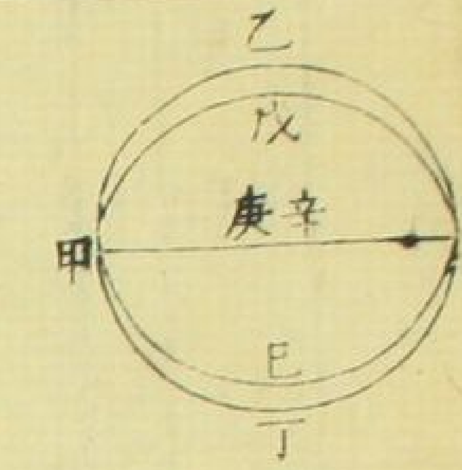
論曰。如云不然。而巳庚線截兩圜界于戊。于丙。令于切界作乙巳乙庚兩線。其乙巳庚角形之巳乙乙庚兩邊并大于巳庚一邊。而乙庚與庚戊。乙巳與巳丙俱同心所出線。宜各等。卽庚戊丙巳兩線并亦大于庚巳一線矣（一卷二十）夫庚巳線分爲庚戊丙巳尚餘丙戊。而云庚戊丙巳大于庚巳。則分大于全也

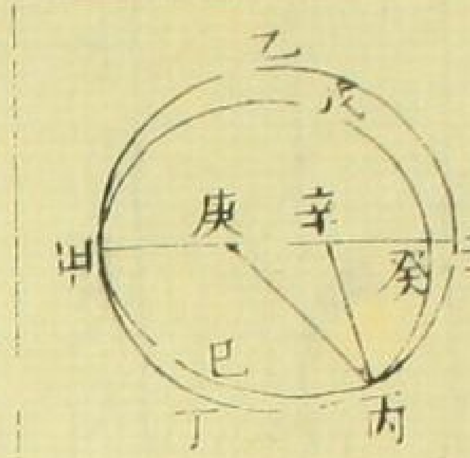
故直線聯巳庚必過乙

第十三題（二支）

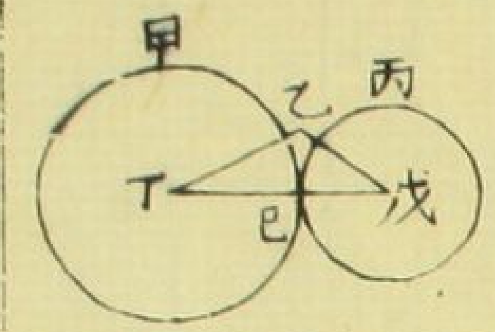
圜相切。不論內外。止以一點

先論曰。甲乙丙丁與甲戊丙巳兩圜。內相切若云有兩



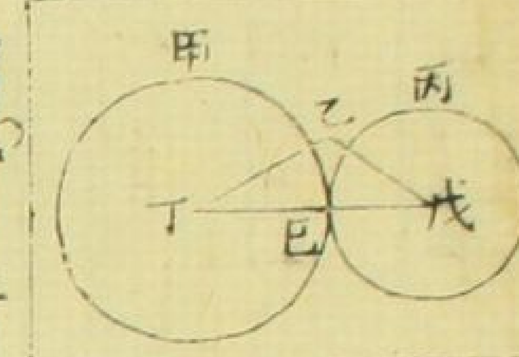


點相切于甲、又于丙。令作直線、函兩圜心庚辛、引出之、如前圖。宜至相切之甲、之丙（本篇十一）。則甲丙為兩圜之同徑矣。而此徑線者、兩平分于庚、又兩平分于辛、何也（一直線止以一點兩平分）。若云庚辛引出直線、一抵甲、一截兩圜之界于癸、于壬。即如後圖、令從兩心、各作直線至又相切之丙。次問之甲乙丙丁圜之心、為庚邪、辛邪。如曰庚也。而辛為甲戊丙巳之心。則丙庚辛角形之庚辛、辛丙、兩邊幷、大于庚丙一邊（一卷二十）。而庚辛、辛丙、與庚癸宜等（辛癸、辛丙、同圜心所出故）。即庚癸亦大于庚丙矣。夫庚丙與庚壬者、外圜同心所出等線也。將庚癸亦大于庚壬、可乎。如曰辛也。而庚為甲戊丙巳之心。則丙庚辛角形之辛庚、庚丙、兩邊幷、大于辛丙一邊（一卷二十）。而辛丙與辛甲、宜等。即辛庚、庚丙、亦大于辛甲矣。此二率者、各減同用之辛庚、即庚丙亦大于庚甲也。夫庚甲與庚丙者、亦同圜心所出等線也。而安有大小。



後論曰。甲乙與乙丙兩圜、外相切于巳。從甲乙之丁心、丙乙之戊心、作直線相聯。必過巳（本篇十二）。若云又相切于乙。令自乙至丁、至戊、各作直線。其丁乙、乙戊、幷、宜與丁戊等。而為角形之兩腰、又宜大

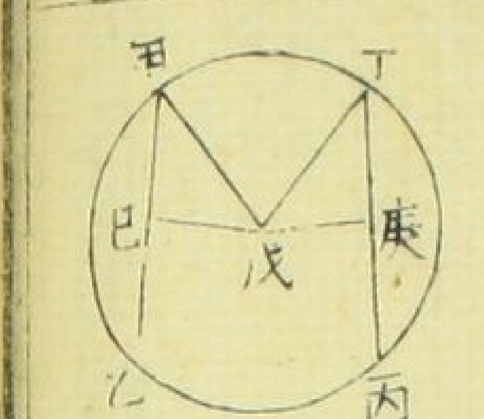
于丁戊（一卷二十）則兩圜相切。安得兩點
又後論曰。更令于兩相切之乙之巳作直線相聯。其直線當在甲乙圜內（本篇二）又當在乙丙圜



內。何所置之

第十四題 二支

圜內兩直線等。即距心之遠近等。距心之遠近等。即兩直線等

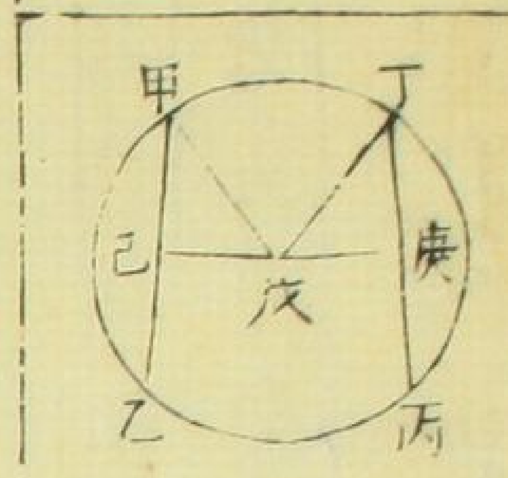


先解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內甲乙、丁丙、兩線等。題言兩線距戊心遠近亦等

論曰。試從戊心向甲乙。作戊巳。向丁丙。作戊庚。各垂線。次自丁、自甲、至戊。各作直線。其戊巳、戊庚、旣各分甲乙、丁丙、線爲兩平分（本篇三）而甲乙、丁丙、等。則平分之甲巳、丁庚、亦等。夫甲戊上直角方形。與甲巳、巳戊上兩直角方形幷等（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形。與丁庚、庚戊、上兩直角方形幷等。而甲巳、丁庚、上兩直角方形旣等。即戊巳、戊庚、上兩直角方形亦等。則戊巳、戊庚、兩線亦等。是甲乙、丁丙、兩線距心之度等（本卷界說四）

後解曰。甲乙、丁丙、兩線。距戊心。遠近等。題言甲乙、丁丙、兩線亦等

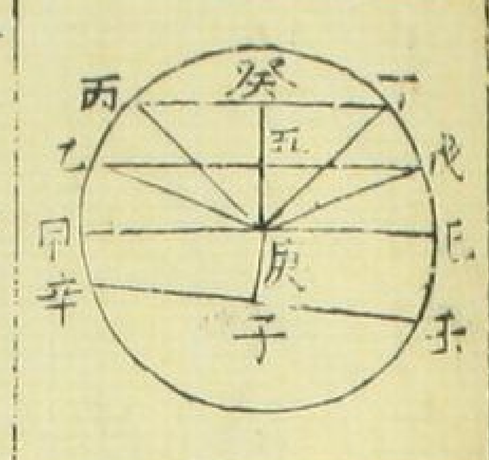
論曰。依前論。從戊作戊巳、戊庚、兩垂線。旣等（本卷界說四）而



分甲乙丁丙。各爲兩平分（本篇三）其甲戊上直角方形。與甲巳巳戊上兩直角方形幷等（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形。與丁庚庚戊上兩直角方形幷等。卽甲巳巳戊上兩直角方形幷與丁庚庚戊上兩直角方形幷亦等。此二率者。每減一相等之巳戊戊庚上直角方形。卽所存甲巳丁庚上兩直角方形亦等。是甲巳丁庚兩線等也。夫甲乙倍甲巳。丁丙倍丁庚。其半等。其全必等

第十五題

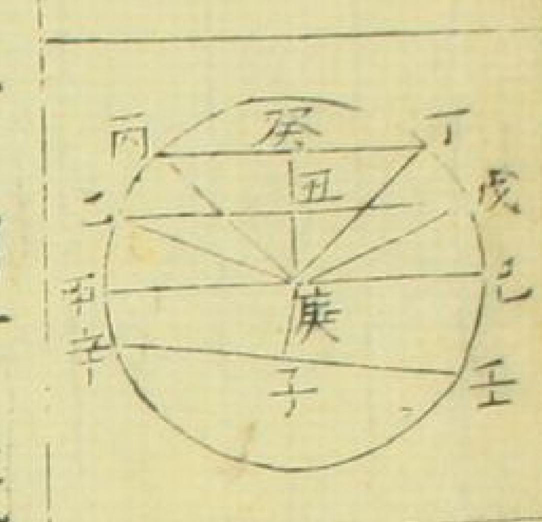
徑爲圜內之大線。其餘線者。近心大于遠心



解曰。甲乙丙丁戊巳圜。其心庚。其徑甲巳。其近心線爲辛壬。遠心線爲丙丁。題言甲乙最大。辛壬近心。大于丙丁遠心

論曰。試從庚向丙丁作庚癸。向辛壬作庚子。各垂線。其丙丁距心遠于辛壬。卽庚癸大于庚子（本卷界說四）次于庚癸線截庚丑。與庚子等。次從丑作乙戊爲庚癸之垂線。末于庚乙庚丙庚丁庚戊各作直線相聯。其庚丑既等于庚子。卽乙戊與辛壬各以垂線距心遠近等（本卷界說四）而兩線亦等（本篇十四）夫庚乙庚戊幷大于乙戊（一卷二十）而與甲巳等。卽甲巳大于乙戊。亦大于辛壬矣。依顯甲巳大

于他線則甲巳最大又乙庚戊角形之乙庚庚戊兩腰與丙庚丁角形之丙庚庚丁兩腰等而乙庚戊角大于丙庚丁角則乙戊底大



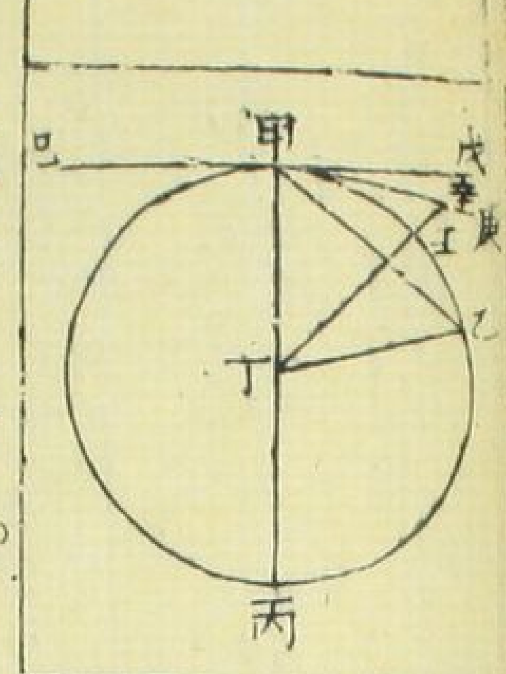
于丙丁底一卷廿四故等乙戊之辛壬亦大于丙丁也是近心線大于遠心線也

第十六題三支

圜徑末之直角線全在圜外而直線偕圜界所作切邊角不得更作一直線入其內其半圜分角大于各直線銳角切邊角小于各直線銳角

先解曰甲乙丙圜丁爲心甲丙爲徑從甲作甲丙之垂線題言此線全在圜外

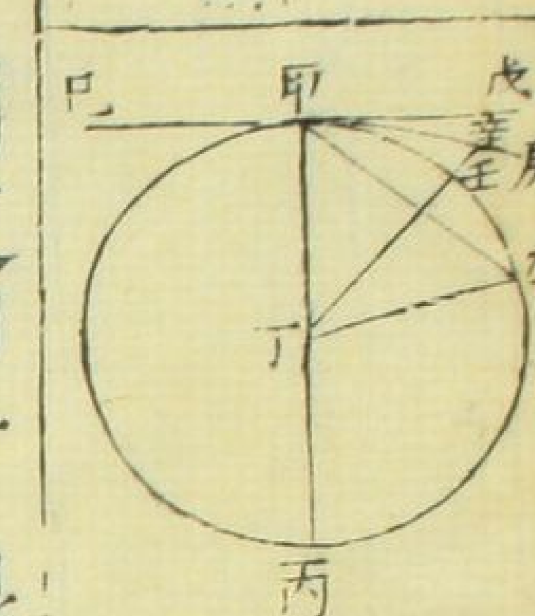
論曰若言在內如甲乙令自丁至乙作直線即丁甲乙與丁乙甲兩角等一卷五丁甲



既爲直角丁乙又爲直角乎夫角形三角并等兩直角一卷十七豈得形內自有兩直角也則垂線必在圜外若巳戊必不在圜內若甲乙又不在圜界之上如云在界亦依此論故曰全在圜外

次解曰題又言戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角不得更作一直線入其內

論曰若云可作如庚甲令從丁心向庚甲作丁辛爲庚

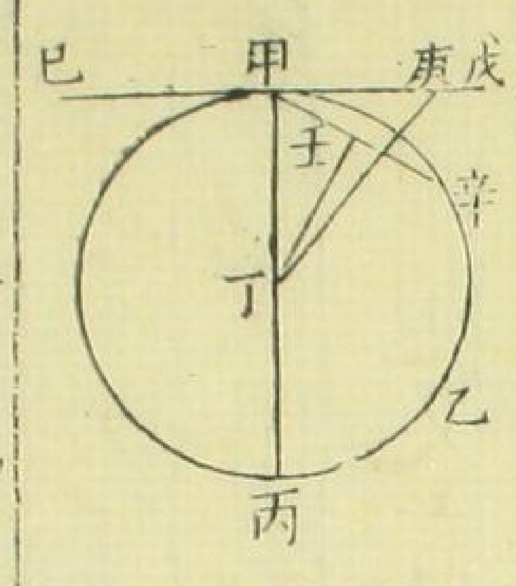


甲之垂線一卷十二夫丁甲辛角形之丁甲辛、丁辛甲、兩角并。小于兩直角一卷十七而丁辛甲爲直角。即對小角之丁辛線。小于對大角之甲丁線矣一卷十九甲丁者。與丁壬爲同圜相等者也將丁壬亦大于丁辛乎。則戊甲乙角之內。不得更作一直線。而戊甲之下。但有直線。必入本圜之內也

後解曰。題又言丁甲垂線偕乙甲圜界、所作丙甲乙圜分角。大于各直線銳角。而戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角。小于各直線銳角

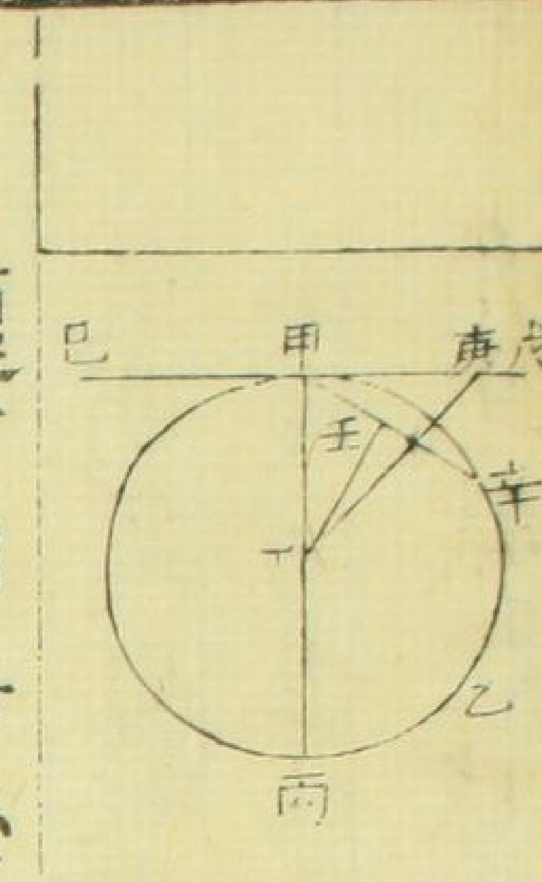
論曰。依前論。甲戊下、有直線既云必入圜內。即此直線偕戊甲、所作各直線銳角。皆小于圜分角。而切邊角。小于各直線銳角

系。巳甲線。必切圜以一點



增先解曰。甲乙丙圜。其心丁。其徑甲丙。從甲作戊甲。爲甲丙之垂線。題言戊甲全在圜外

增正論曰。試于甲戊線內。任取一點爲庚。自庚至丁、作直線。其甲丁庚角形之丁甲庚、丁庚甲、兩角。小于兩直角一卷十七而丁甲庚爲直角。即丁庚甲小于直角。對大角之丁庚線。大于對小角之丁甲線矣一卷十九則



庚點在圜之外也。凡戊甲以內作點皆依此論。故戊甲線全在圜外

增次解曰。從甲作甲辛線。在戊甲之下。

題言甲辛必割圜爲分

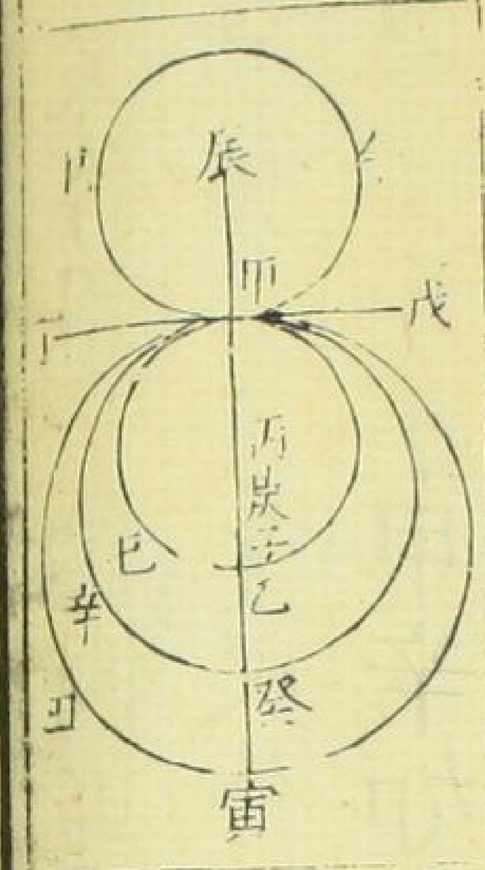
增正論曰。試作甲丁壬角。與戊甲辛角等。其甲丁壬辛甲丁兩角并。等于戊甲丁直角。必小于兩直角。而丁壬甲辛兩線必相遇。公論十一 其相遇又必在圜之內如壬。何者。壬甲丁壬丁甲兩角。既與一直角等。即甲壬丁必爲直角。一卷卅二 而對大角之甲丁線。必大于對小角之丁壬線矣。一卷十九 夫甲丁線僅至圜界。則丁壬

不能抵圜界。必在圜之內也

後支前已正論

或難曰。切邊角有大有小。何以畢不得兩分。向者間幾何之分。不可窮盡。如莊子尺棰之義。深著明矣。今切邊之內有角。非幾何乎。此幾何何獨不可分邪。又十卷第一題言設一小幾何。又設一大幾何。若從大者半減之。減之又減。必至一處小于所設小率。此題最明無可疑者。今言切邊之角。小于直線銳角。是亦小幾何也。彼直線銳角。是亦大幾何也。若從直線銳角半減之。減之又減。何以終竟不得小于切邊角邪

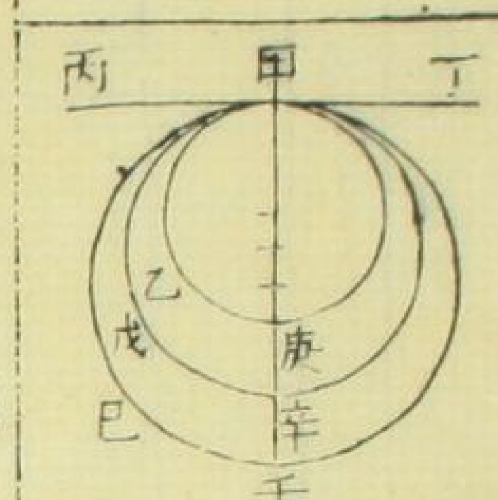
既本題推顯切邊角中。不得容一直線。如此著明。便當幷無切邊角。無角。則無幾何。此則不可得分耳。且幾何原本書中。無有至大不可加之率。無有至小不可減之率。若切邊角不可分。豈非至小不可減乎。荅曰。謬矣。子之言也。有圜有線。安得無切邊角。且既言直線銳角。大于切邊角。卽有切邊角矣。苟無角。安所較大小哉。且子言直線與圜界。幷無切邊角。則兩圜



外相切。亦無角乎。曰。然。曰。試如作甲巳乙圜。其心丙。而丁戊爲切線卽丁甲巳爲切邊角。次移心于庚。

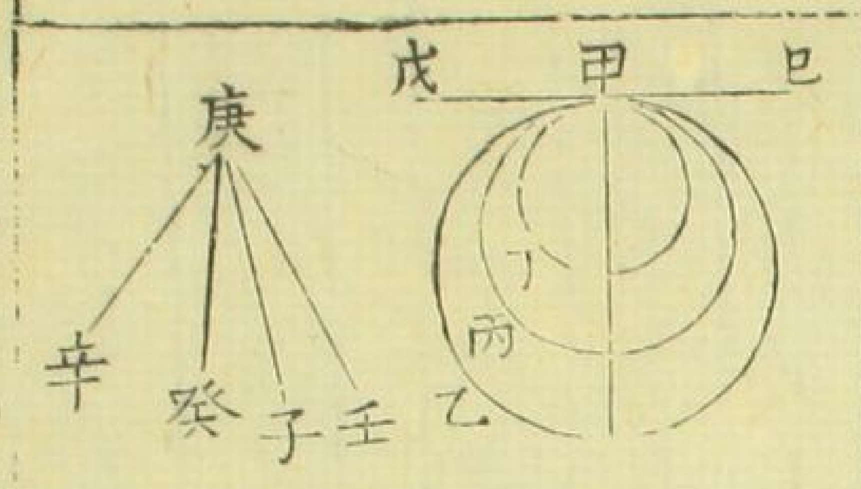
又作甲辛癸圜。卽丁甲辛爲切邊角。而小于丁甲巳次移心于子。又作甲丑寅圜。卽丁甲丑爲切邊角。而又小于丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又于切線之外。以辰爲心。作甲巳午圜。而與前圜外相切于甲。依子所說。疑無角焉。然兩圜外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圜之界。而分丁戊爲兩平分。不可分乎。兩圜兩直線交羅相遇于甲也。能不皆以一點乎。如以一點也。卽此一點之外。不能無空。卽不能不爲四切邊角矣。子所據尺棰之分無盡。又言幾何原本書中。無至小不可減之率

也。是也。夫切邊角。但不可以直線分之耳。若用圜線則可分矣。如甲乙庚圜。與丙甲丁直線相切于甲。作丁甲庚切邊大角。若移一心。作甲戊辛圜。又得丁甲辛切邊角。卽小于丁



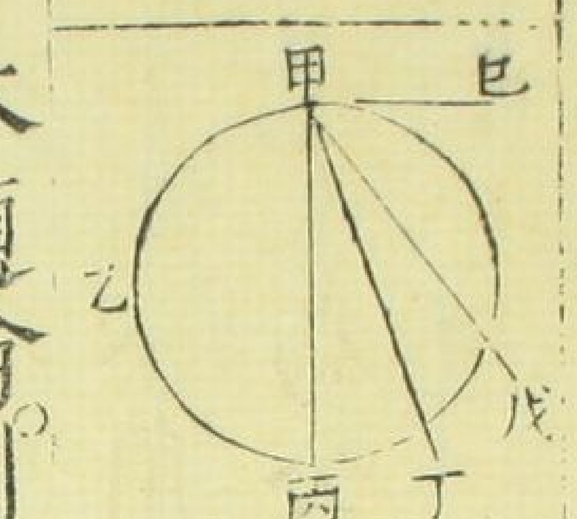
甲庚也。又移一心。作甲巳壬圜。又得丁甲壬切邊小角。卽又小于丁甲辛也。如此以至無窮。則切邊角分之無盡。何謂不可減邪。若十卷第一題所言。元無可疑。但以圜角分圜角。則與其說合矣。彼所言大小兩幾何者。謂夫能相較爲大能相較爲小者也。如以直線分直線角。以圜線分圜線角。是巳。此切邊角。與直線角。豈能相較爲大小哉

增題。有兩種幾何。一大一小。以小率半增之。遞增至于無窮。以大率半減之。遞減至于無窮。其元大者恒大。元小者恒小



解曰。戊甲乙切邊角。爲小率。壬庚辛直線銳角。爲大率。今別作甲丙。甲丁。等圜。俱切戊巳線于甲。其切邊角愈增愈大。如前論。別以庚癸。庚子。線作角。分壬庚辛角于庚。愈分愈小。然直線角恒大。切邊角恒小。乃至終古不得相比

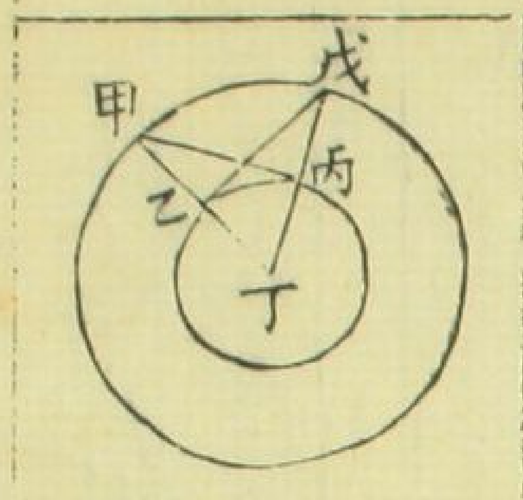
又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至一相等之處又一說有率大于此率者有率小于此率者則必有率等于此率者昔人以爲皆公論也若用以律本題卽不可得故今斥不爲公論



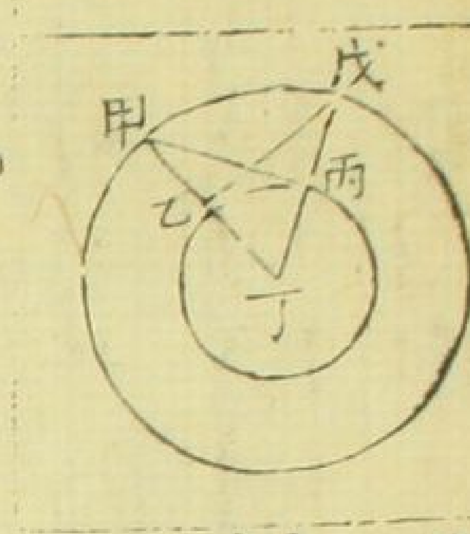
解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在于甲而引丙線逐線漸移之向己其所經丁戊己及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經已割圜時皆爲銳角卽小于半圜分角纔離銳角便爲直角卽大于半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未爲公論又直線銳角皆小于半圜分角直角與鈍角皆大于半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未爲公論也

第十七題

設一點一圜求從點作切線



法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作甲丁直線截乙丙圜于乙次以丁爲心甲爲界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜于戊次作戊丁直線而截乙丙圜于丙末



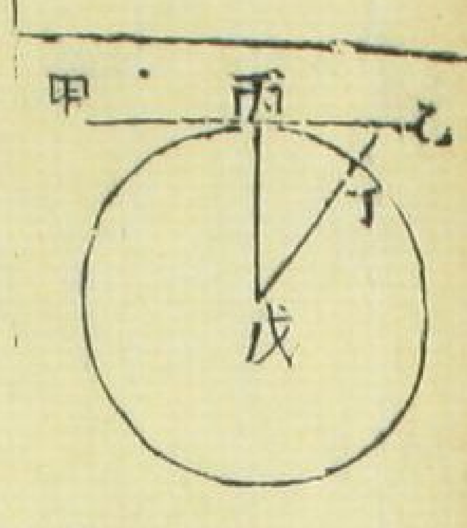
作甲丙直線。即切乙丙圜于丙

論曰。乙戊丁角形之戊丁、丁乙兩腰。與甲丙丁角形之甲丁、丁丙兩腰各等。一卷界說十五 丁角同。即甲丙、乙戊兩底亦等。一卷四 而戊乙丁為直角。即甲丙丁亦直角。則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙為一直角矣。豈非圜之切線。本篇十六之系

第十八題

直線切圜。從圜心作直線至切界。必為切線之垂線

解曰。甲乙直線切丙丁圜于丙。從戊心至切界作戊丙線。題言戊丙為甲乙之垂線



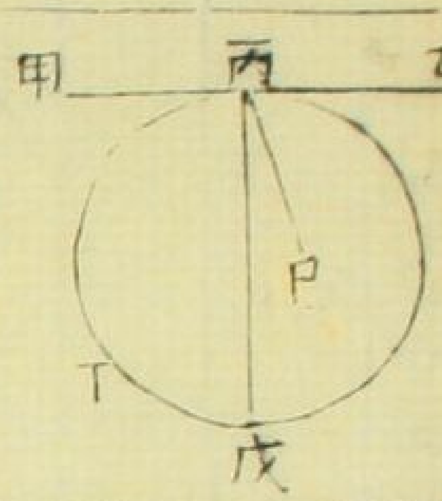
論曰。如云不然。令從戊別作垂線。如至己。而截丙丁圜于丁。其丙戊己角形之戊己丙。既為直角。即宜大于己丙戊角。一卷十七 而對大角之戊丙邊。宜大于對小角之戊己邊矣。一卷十九 夫戊丙與戊丁等也。戊丙大于戊己。則戊丁亦大于戊己乎

又論曰。若云丙非直角。即其兩旁角一銳一鈍。令乙丙戊為銳角。則銳角乃大于半圜分角乎。本篇十六

第十九題

直線切圜。圜內作切線之垂線。則圜心必在垂線之內

解曰。甲乙線切丙丁戊圜于丙。丙圜內作戊丙為甲乙之



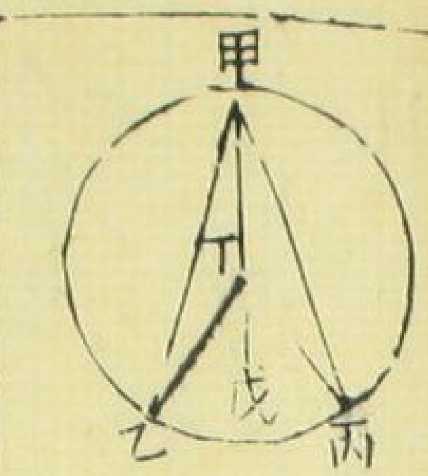
垂線題言圜心在戊丙線內

論曰。如云不然。心在于巳。令從巳作巳丙直線。即巳丙亦爲甲乙之垂線 本篇十八 而巳丙甲與戊丙甲。等爲直角。是全與其分等矣

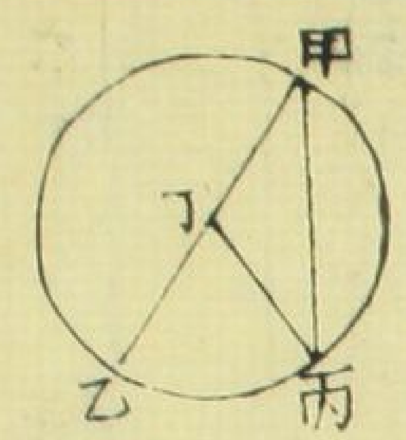
第二十題

負圜角與分圜角。所負所分之圜分同。則分圜角必倍大于負圜角

解曰。甲乙丙圜。其心丁。有乙丁丙分圜角。乙甲丙負圜角同以乙丙圜分爲底。題言乙丁丙角。倍大于乙甲丙角



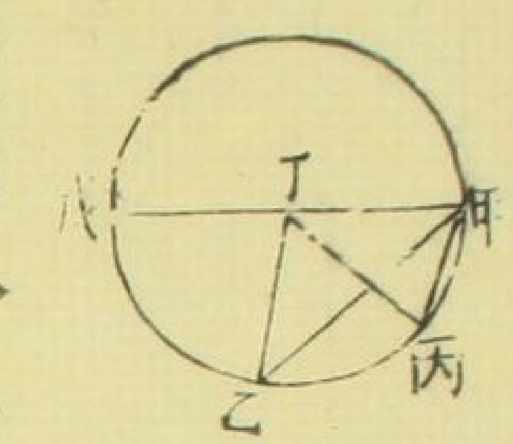
先論分圜角在乙甲甲丙之內者。曰。如上圖試從甲過丁心。作甲戊線。其甲丁乙角形之丁甲丁乙等。即丁甲乙丁乙甲兩角等 一卷五 而乙丁戊外角。與內相對兩角并等 一卷卅二 即乙丁戊倍大于乙甲丁矣。依顯丙丁戊亦倍大于丙甲丁。則乙丁丙全角亦倍大于乙甲丙全角



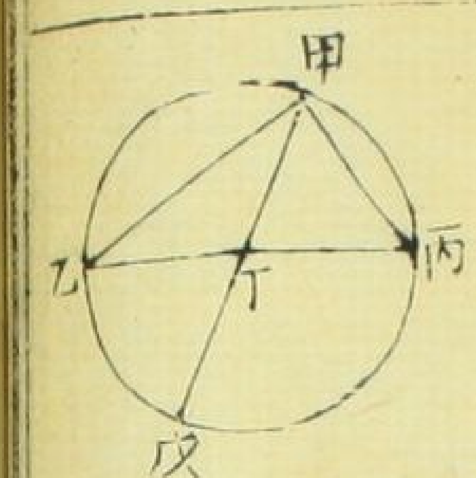
次論分圜角不在乙甲甲丙之內。而甲乙線過丁心者。曰。如上圖。依前論推顯乙丁丙外角等于內相對之丁甲丙丁丙甲兩角并 一卷卅二 而丁甲丁丙兩腰等。即甲丙兩角亦等 一卷五 則乙丁

丙角倍大于乙甲丙角

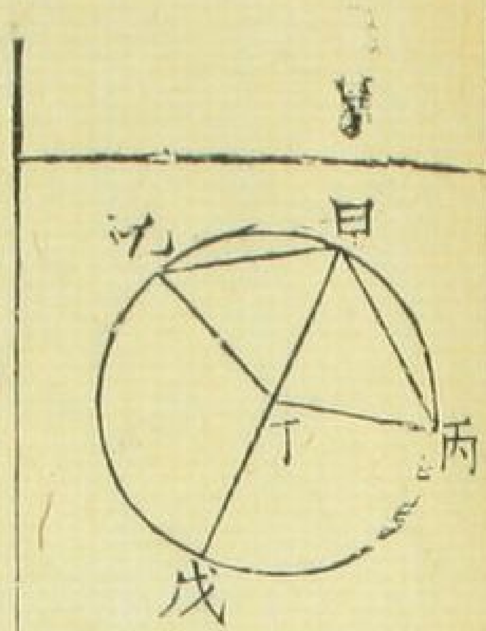
後論分圜角在負圜角線之外而甲乙截丁丙者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同以戊乙丙圜分為底



如前次論戊丁丙角倍大于戊甲丙角依顯戊丁乙分圜角亦倍大于戊甲乙負圜角次于戊丁丙角減戊丁乙角戊甲丙角減戊甲乙角則所存乙丁丙角必倍大于乙甲丙角



增若乙丁丁丙不作角于心或為半圜或小于半圜則丁心外餘地亦倍大于同底之負圜角

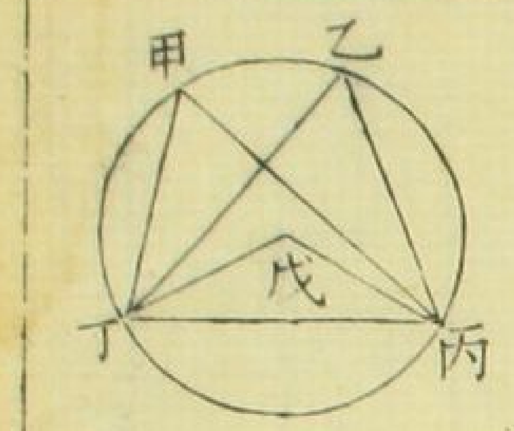


論曰試從甲過丁心作甲戊線即丁心外餘地分為乙丁戊戊丁丙兩角依前論推顯此兩角倍大于乙甲丁丁甲丙兩角

第二十一題

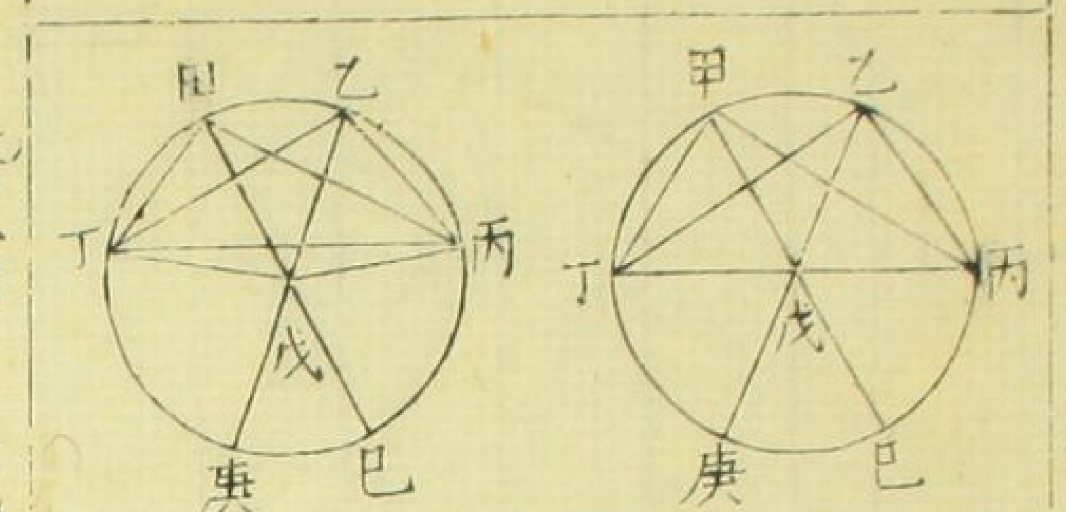
凡同圜分內所作負圜角俱等

解曰甲乙丙丁圜其心戊于丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等



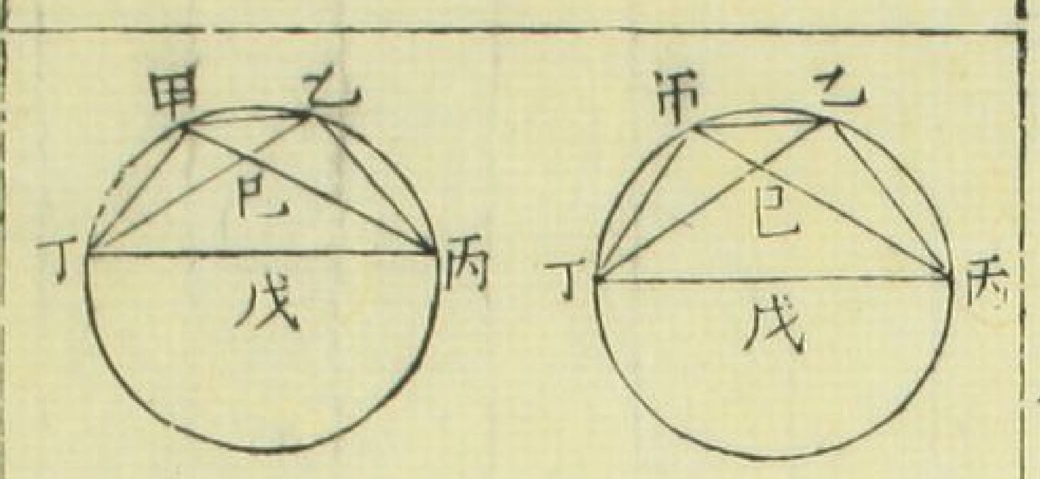
先論函心大分所作曰試從戊作戊丁戊丙線其丁戊丙分圜角既倍大于丁甲丙角丁

乙丙角本篇十二即甲、乙、兩角自相等公論七



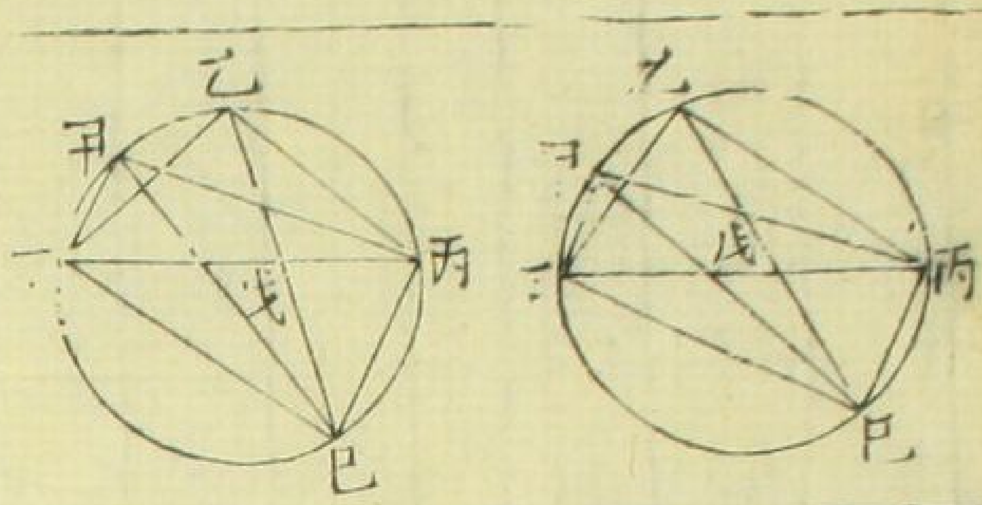
後論半圜分、不函心小分所作曰。丁甲乙丙。或爲半圜分。或爲不函心小分。俱從甲、從乙過戊。作甲巳、乙庚、兩線。若不函心。更從戊作戊丁、戊丙、兩線。其丁戊巳分圜角既倍大于丁甲巳負圜角本篇二十依顯丙戊巳分圜角。亦倍大于丙甲巳負圜角。而丁戊庚、庚戊巳、兩角與丁戊巳一角等。則丁戊庚、庚戊巳、戊丙三角。必倍大于丁甲丙。依顯此三角。亦倍大于丁乙丙。則丁甲丙、丁乙丙、兩角自相等

又後論曰。二十題增。言分圜不作角。其心外餘地。倍大于同底各負圜角。即各角自相等



又後論曰。甲丙、乙丁線交羅相遇爲巳。試作甲乙線相聯。其甲丁巳角形之三角并。與乙丙巳角形之三角并等一卷卅二次每減一交角相等之甲巳丁、乙巳丙一卷十五即巳甲丁、巳丁甲、兩角并。與巳丙乙、巳乙丙、兩角并等矣。而甲丁乙、乙丙甲、兩角。同在甲丁丙乙函心大分內。又等本題第一論則丁甲丙、與丙乙丁、亦等

又後論曰。丁丙之外。任取一界爲巳。作丁巳丙巳兩線

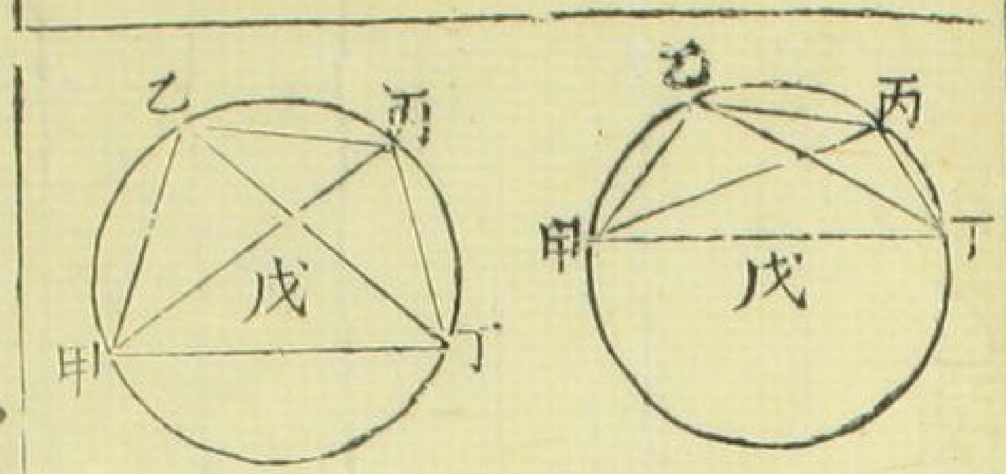


令俱函心。而丁甲乙丙巳。與丙乙甲丁巳。俱爲大分。次于甲巳。乙巳。各作直線相聯。其丁甲巳。與丁乙巳。兩角。同負丁甲乙丙巳圜界。卽等（本題第一論）依顯丙乙巳。與丙甲巳。兩角。同負丙乙甲丁巳圜界。又等。此二相等率。并之則丁甲丙。丁乙丙。兩全角亦等

第二十二題

圜內切界四邊形。每相對兩角并。與兩直角等

解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內有甲乙丙丁四邊形。題言甲乙丙。丙丁甲。兩角并。乙丙丁。丁甲乙。兩角并。各與

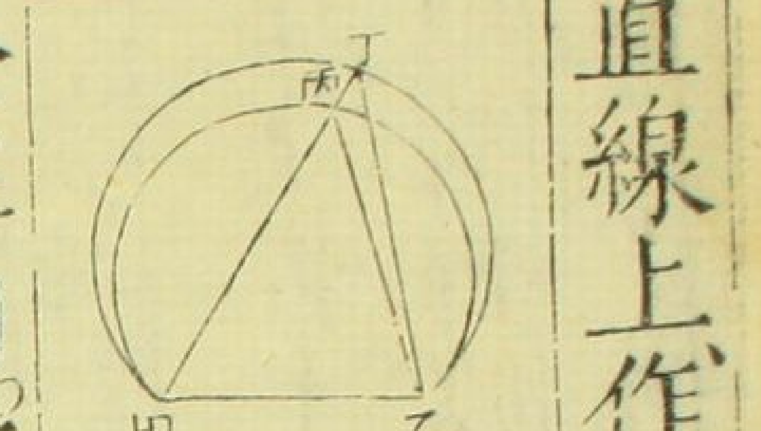


兩直角等

論曰。試作甲丙。乙丁。兩對角線。其甲乙丁。甲丙丁。兩角。同負甲乙丙丁圜分。卽等（本篇廿一）依顯丙甲丁。丙乙丁。兩角亦等。則甲乙丁。丙乙丁。兩角并。爲甲乙丙一角。與甲丙丁。丙甲丁。兩角并等。次每加一丙丁甲角。卽甲乙丙。丙丁甲并。與甲丙丁。丙甲丁。丙丁甲。三角并等。此三角并。元與兩直角等（一卷卅二）則甲乙丙。丙丁甲。相對兩角并。與兩直角等。依顯乙丙丁。丁甲乙。并。亦與兩直角等

第二十三題

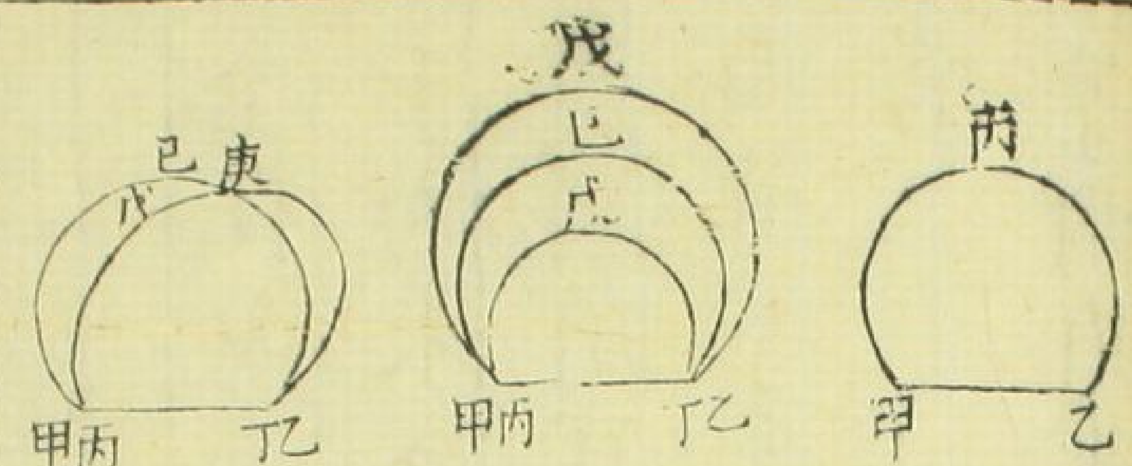
一直線上作兩圜分。不得相似而不相等



論曰。如云不然。令于甲乙線上作同方兩圜分。相似而不相等。必作甲丙乙。又作甲丁乙。其兩圜相交。止于甲、乙兩點。本篇十 即一圜分全在內。一圜分全在外矣。次令作甲丁線。截甲丙乙圜于丙。末令作丙乙、丁乙兩線相聯。夫兩圜分相似者。其負圜角宜等。本卷界說十 則乙丙甲外角與相對之乙丁甲內角等乎。一卷十六

第二十四題

相等兩直線上。作相似兩圜分。必等

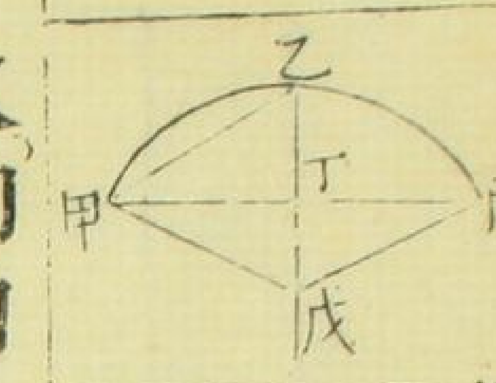


解曰。甲乙、丙丁、兩線上作甲丙乙、丙己丁、相似兩圜分。題言兩圜分等

論曰。甲乙、丙丁、兩線既等。試以甲乙線加丙丁線上。兩線必相合。即甲丙乙、丙己丁、兩圜分相加。亦相合。如云不然。必兩圜分相加。或在內或在外。或半在內半在外。若在內、在外。即一直線上有兩圜分、相似而不相等也。本篇廿三 若半在內、半在外。即兩圜三相交也。本篇十 兩俱不可。故相似者必等

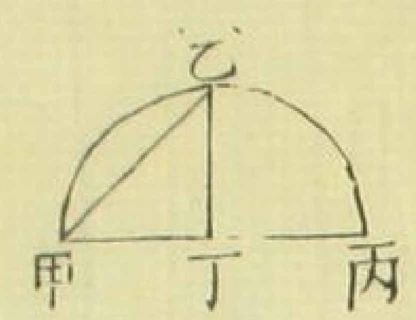
第二十五題

有圜之分。求成圜

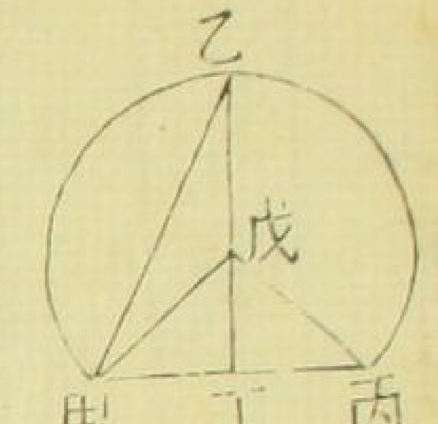


法曰。甲乙丙圜分。求成圜。先于分之兩端作甲丙線。次作乙丁、爲甲丙之垂線。次作甲乙線相聯。其丁乙甲角。或大于丁甲乙角。或等。或小。若大。卽甲乙丙、當爲圜之小分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。卽知圜之心、必在乙丁線內本篇一之系而心在丁點之外。則從丁點所出丁乙、爲不過心徑線。至小本篇七故對小邊之丁甲乙角。小于對大邊之丁乙甲角也一卷十八卽作乙甲戊角。與丁乙甲角等。次從乙丁、引出一線。與甲戊線遇于戊。卽戊爲圜心

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線。與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊、丙丁戊兩皆直角。卽對直角之甲戊與戊丙、兩線等一卷四夫甲戊與乙戊、以對角等故既等一卷六戊丙、與甲戊又等。則從戊至界。三線皆等、而戊爲心本篇九

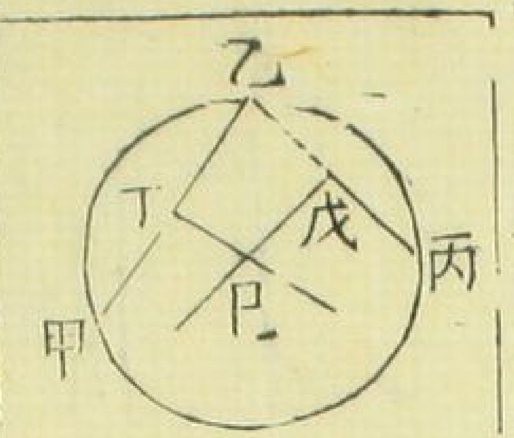


次法兼論曰。若丁乙甲、丁甲乙兩角等。卽甲乙丙爲半圜。而甲丙爲徑。丁爲心。何也。丁乙、丁甲、兩邊等。然後丁乙甲、丁甲乙兩角等一卷五今丁乙甲、丁甲乙兩角既等。卽丁乙、丁甲、兩線必等一卷六丁丙元與丁甲等。則從丁所出三線等。而丁爲圜心本篇九



後法曰。若丁乙甲、小于丁甲乙。即甲乙丙當爲圜大分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。即知圜心在乙丁線內。本篇一之系 而丁點在心之外。則所出丁乙爲過心徑線。至大。本篇七 故對大邊之丁甲乙。大于對小邊之丁乙甲也。一卷十八 即作乙甲戊角與丁乙甲角等。而甲戊線與乙丁線遇于戊。即戊爲圜心

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊、丙丁戊兩皆直角。即對直角之甲戊、戊丙兩線亦等。一卷四 夫乙戊與甲戊以對角等故。既等。一卷五 戊丙與甲戊亦等。則從戊至界。三線皆等。而戊爲心。本篇九

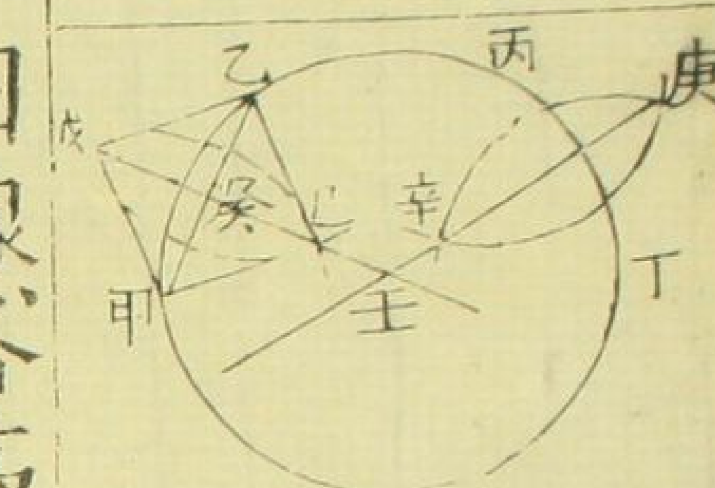


增。求圜分之心。有一簡法。于甲乙丙圜分。任取三點于甲、于乙、于丙。以兩直線聯之。各兩平分于丁、于戊。從丁、從戊作甲乙、乙丙之各垂線。爲巳丁、爲巳戊。而相遇于巳。即巳爲圜心

論曰。巳丁、巳戊。既各以兩直角平分甲乙、乙丙、兩線。即圜之心。當在兩垂線內。本篇一 而相遇于巳。即巳爲圜心

其用法。圜界上任取四點。爲甲、爲乙、爲丙、爲丁。每兩

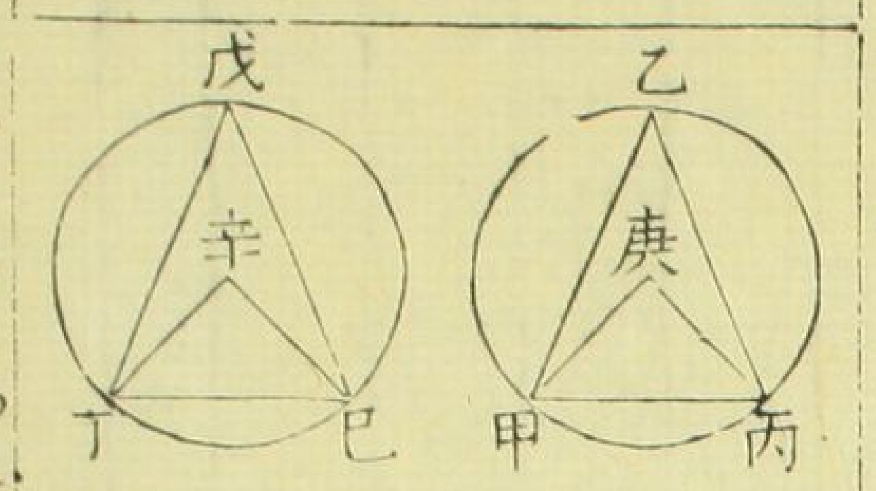
點各自為心。相向、各任作圜分。四圜分、兩兩相交于戊、于己、于庚、于辛。從戊己從庚辛、各作直線、引長之、交于壬。卽壬為圜心。



論曰、試作甲戊、戊乙、乙己、己甲、四直線。此四線各為同圜等圜之半徑。各等。卽甲戊己角形之甲戊己、甲己戊、兩角等。而乙戊己角形之乙戊己、乙己戊兩角亦等。次作甲乙直線、分戊己于癸。卽甲己癸角形之甲己邊、與乙己癸角形之乙己邊等。己癸同邊。而對甲己癸角之甲癸邊、與對乙己癸角之乙癸邊、亦等。一卷八 則甲癸己、乙癸己、俱為直角。而戊己線必過心。本篇一 依顯、庚辛線亦過心。而相遇于壬。為圜心。

第二十六題　二支

等圜之乘圜分角、或在心、或在界。等、其所乘之圜分亦等。

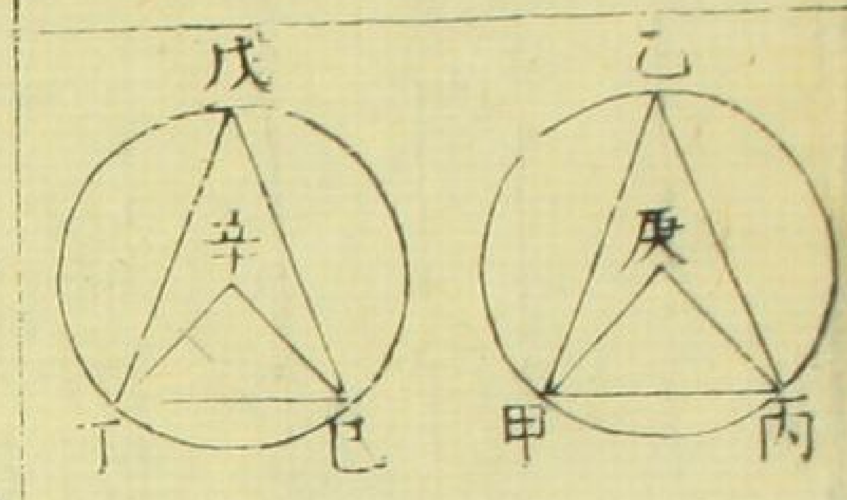


先解在心者。曰、甲乙丙、丁戊己、兩圜等。其心為庚、為辛。有甲庚丙、與丁辛己、兩乘圜角等。題言所乘之甲丙、丁己、兩圜分亦等。

論曰、試于甲乙丙、丁戊己、兩圜分之上、任取兩點、于乙、于戊。從乙作乙甲、乙丙。從戊作戊丁、戊己、各兩線。次作甲丙、丁己、兩線相聯。其乙與戊、兩

角既各半于庚辛兩角，即乙與戊自相等本篇二十而所負甲乙丙與丁戊巳兩圜分相似本卷界說十又甲庚丙角形之甲庚，庚丙，兩邊與丁辛巳角形之丁辛，辛巳，兩邊各等，庚角與辛角又等，即甲丙與丁巳兩邊亦等一卷四而相似之甲乙丙與丁戊巳兩圜分，在等線上亦等本篇廿四夫相等圜減相等圜分，則所存甲丙丁巳兩圜分亦等。故云等角所乘之圜分等

後解在界者，曰兩圜之乙與戊兩乘圜角等，題言所乘之甲丙丁巳兩圜分亦等

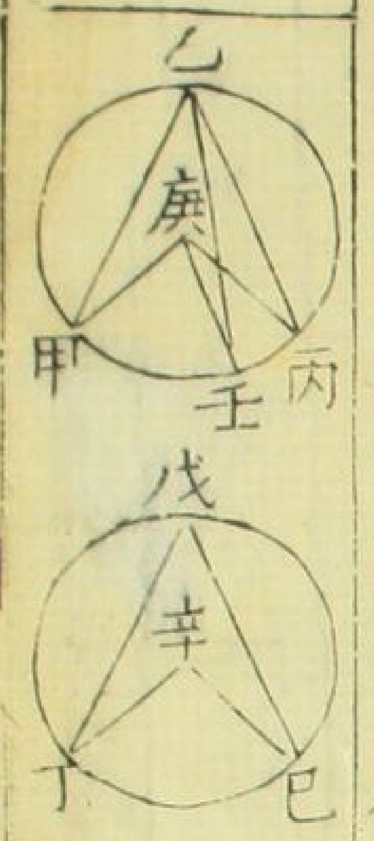


論曰：乙戊兩角既等，而庚辛兩角各倍于乙戊，即庚辛自相等本篇二十依前論甲丙丁巳兩邊亦自相等，而甲乙丙與丁戊巳兩圜分亦等本篇廿四今于相等圜減相等圜分，則所存甲丙丁巳兩圜分亦等

注曰：後解極易明，蓋庚辛角既各倍于乙戊，則依先論甲丙丁巳自相等在心之乘圜角，即分圜角，隨類異名

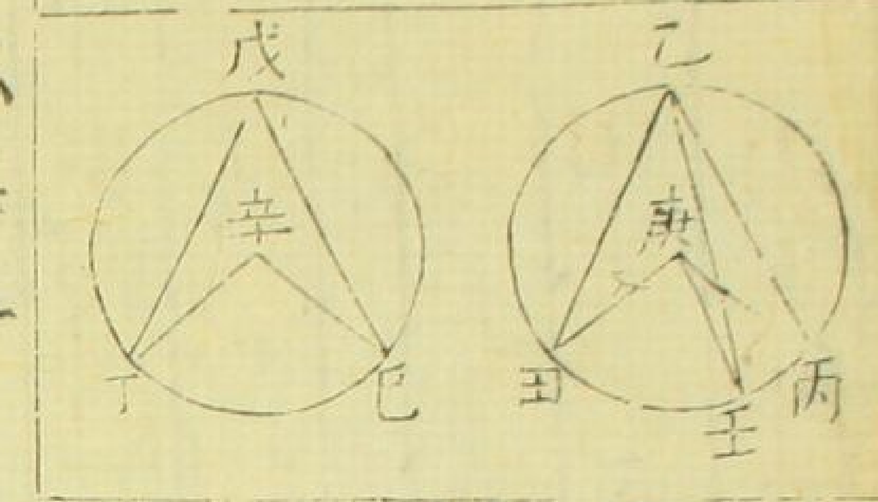
第二十七題二支

等圜之角，所乘圜分等，則其角或在心，或在界，俱等



先解在心者，曰甲乙丙丁戊巳兩圜等，其心為庚為辛，若甲庚丙乘圜角

所乘之甲丙分與丁辛巳所乘之丁巳分等

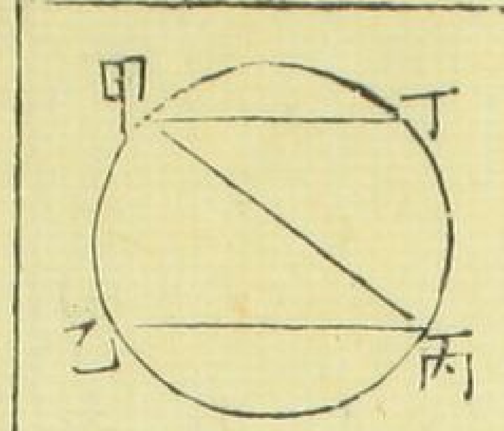


題言甲庚丙丁辛巳兩角等

論曰如云不然而庚大于辛令作甲庚壬角與丁辛巳角等即甲壬圜分宜與丁巳圜分等本篇廿六而甲丙與丁巳元等則甲壬與甲丙亦等乎

後解在界者曰甲丙丁巳兩圜分等題言其上乙戊兩角亦等

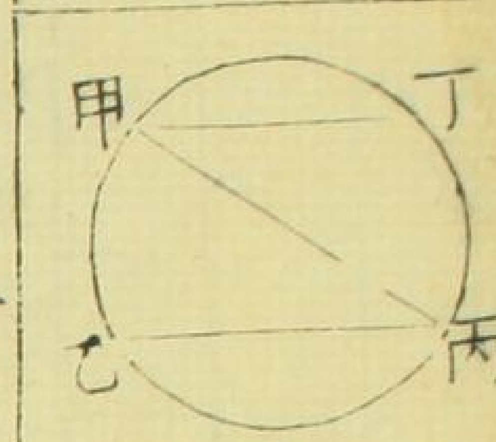
論曰如云不然而乙大于戊令作甲乙壬角與戊角等其甲乙壬與丁戊巳若等即所乘之甲壬丁巳宜等本篇廿六而甲丙與丁巳元等則甲壬與甲丙亦等乎



增題從此推顯兩直線不相交而在一圜之內若兩線界相去之圜分等則兩線必平行若兩線平行則兩線界相去之圜分等

先解曰甲乙丙丁圜內有甲丁乙丙兩線其相去之甲乙丁丙兩圜分等題言兩線必平行

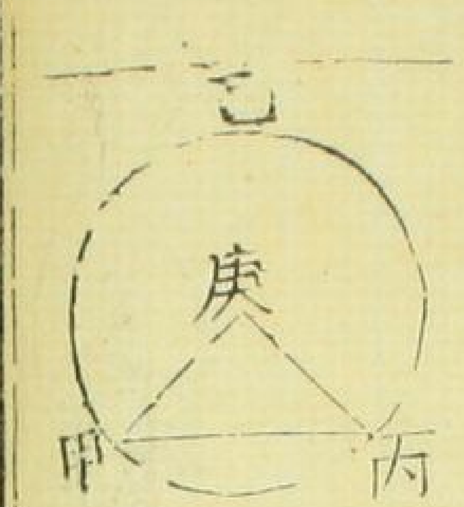
論曰試自甲至丙作直線相聯其甲乙丁丙既等即甲丙乙與丙甲丁兩乘圜角亦等本題既內相對之兩角等即兩線必平行卷一廿七



後解曰。甲丁、乙丙、為平行線。題言甲乙丁丙兩圜分必等

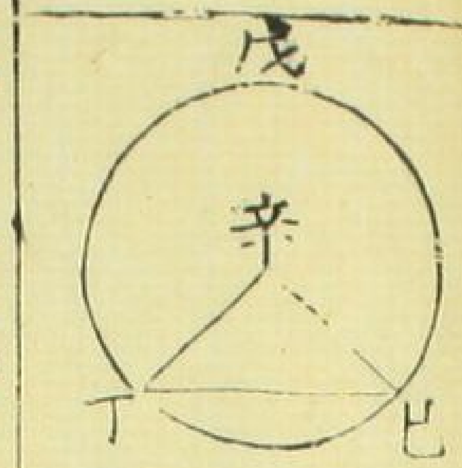
論曰。試作甲丙線。其甲丁、乙丙、既平行。即內相對之兩角甲丙乙、丙甲丁、必等（一卷廿七）而所乘圜分甲乙、丁丙、亦等（本篇廿六）

第二十八題



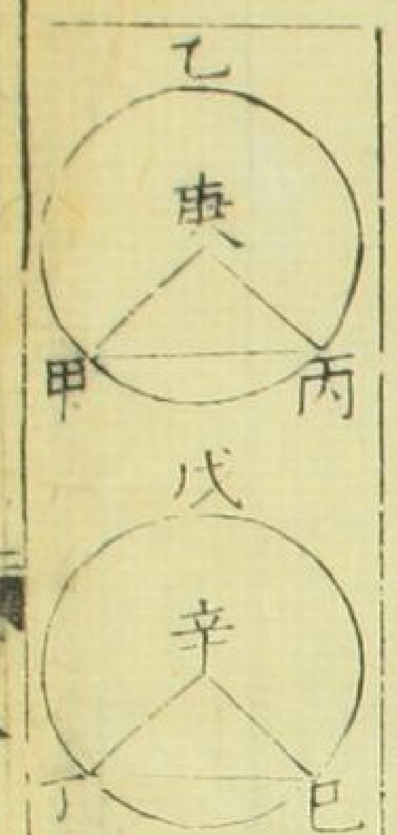
等圜內之直線等。則其割本圜之分。大與大。小與小。各等

解曰。甲乙丙、丁戊巳、兩圜等。其心為庚、為辛。圜內有甲丙、丁巳、兩直線等。題言甲乙丙與丁戊巳兩大分。甲丙與丁巳兩小分。各等



論曰。試于甲庚、庚丙、丁辛、辛巳、各作直線。其甲庚丙角形之甲丙。與丁辛巳角形之丁巳。兩底既等。而甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛、辛巳、兩腰又等。即庚、辛、兩角亦等（一卷八）其所乘之甲丙、丁巳、兩小分必等（本篇廿六）次減相等之甲丙、丁巳、兩小分。則所存甲乙丙、丁戊巳、兩大分亦等

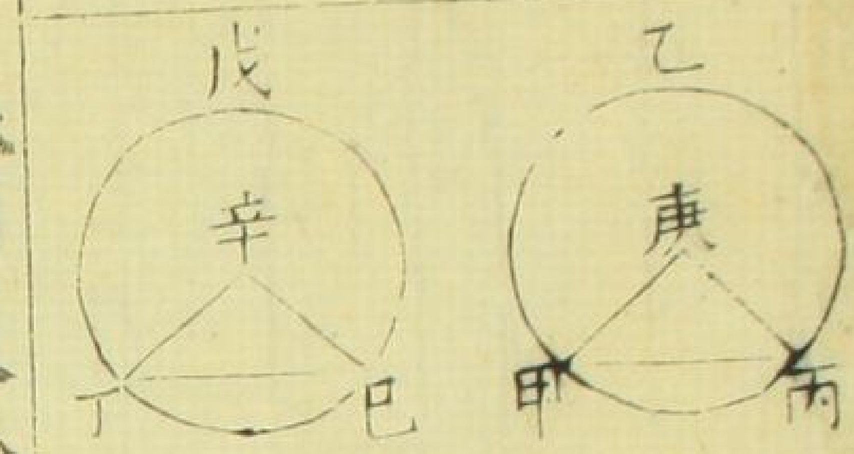
第二十九題



等圜之圜分等。則其割圜分之直線亦等

解曰。依前題。兩圜之甲乙丙、丁戊巳、兩圜分等。而甲丙、丁巳、兩圜分亦等。

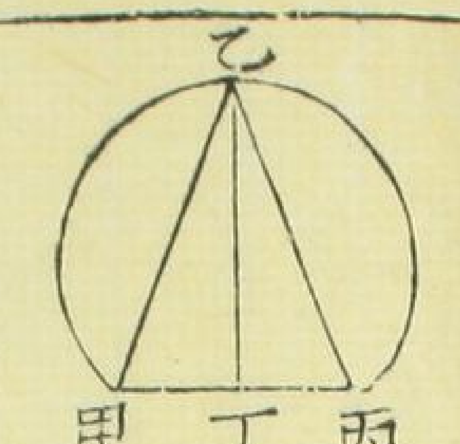
題言甲丙、丁巳、兩線必等
論曰。依前題作四線。其甲庚丙角形之甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛巳角形之丁辛、辛巳、兩腰等。而庚辛、兩角所乘之甲丙、丁巳、兩圜分等。即庚辛、兩角亦等（本篇廿七）而對等角之甲丙、丁



巳、兩線必等（一卷四）
注曰。第二十六至二十九、四題所說。俱等圜。其在同圜。亦依此論

第三十題

有圜之分。求兩平分之

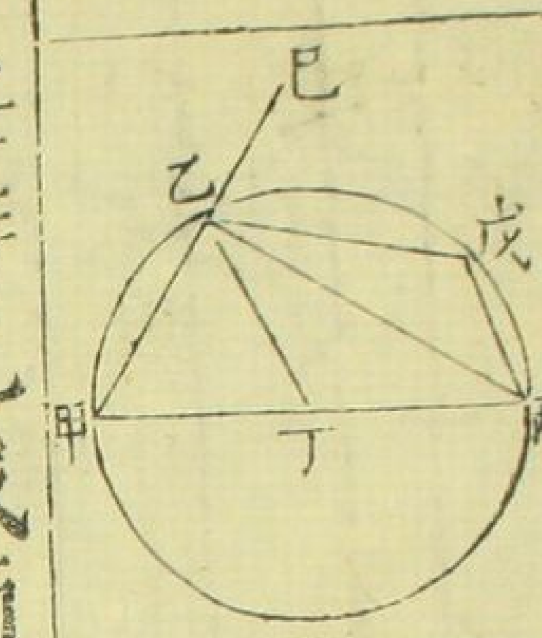


法曰。甲乙丙圜分。求兩平分。先于分之兩界作甲丙線。次兩平分于丁。從丁作乙丁、為甲丙之垂線。即乙丁分甲乙丙圜分為兩平分。
論曰。從乙作乙甲、乙丙、兩線。其甲乙丁角形之甲丁。與丙乙丁角形之丙丁。兩腰等。丁乙同腰。而甲丁乙、與丙丁乙。兩直角又等。即對直角之甲乙、乙丙、兩底亦等（一卷四）而甲乙、與乙丙、兩圜分亦等（本篇十八）則甲乙丙圜界。兩平分于乙矣

第三十一題（五支）

負半圜角必直角。負大分角小于直角。負小分角大于直

角大圜分角大于直角小圜分角小于直角



解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙于半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙爲直角二言負大分之乙甲丙角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角四言丙乙甲大圜分角大于直角後言丙乙戊小圜分角小于直角

先論曰試作乙丁線次以甲乙線引長之至巳其丁乙丁甲兩線等即丁乙甲丁甲乙兩角等（一卷五）依顯丁乙丙丁丙乙兩角亦等而甲乙丙全角與乙甲丙甲丙乙兩角幷等又巳乙丙外角亦與相對之乙甲丙甲丙乙兩內角幷等（一卷卅二）則巳乙丙與甲乙丙等爲直角

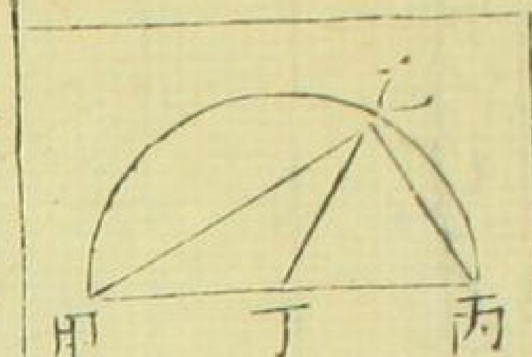
二論曰甲乙丙角形之甲乙丙旣爲直角則乙甲丙小于直角（一卷十七）

三論曰甲乙戊丙四邊形在圜之內其乙甲丙乙戊丙相對兩角幷等兩直角（本篇廿二）而乙甲丙小于直角則乙戊丙大于直角

四論曰甲乙丙直角爲丙乙甲大圜分角之分則大于直角

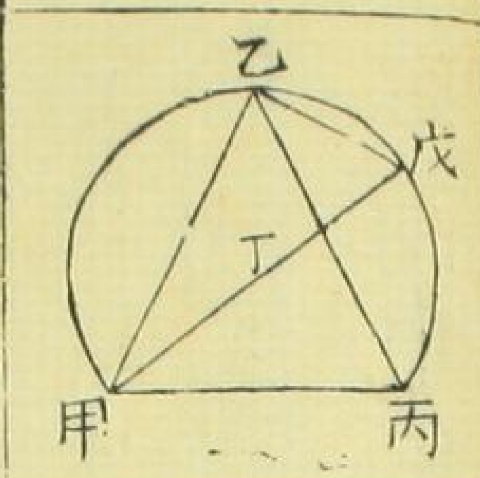
戊丙大于直角

後論曰丙乙戊小圜分角爲巳乙丙直角之分則小于直角



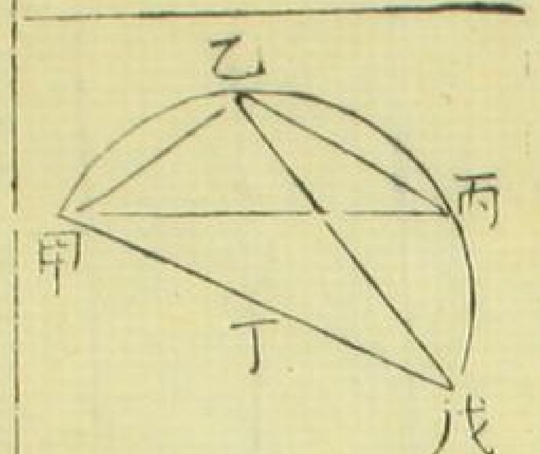
此題别有四解四論先解曰甲乙丙半圜其心丁其上任作甲乙丙角題言此爲直角

論曰試作乙丁線其丁乙、丁甲兩線既等即丁乙甲、丁甲乙兩角亦等（一卷五）而乙丁丙外角既與丁乙甲、丁甲乙相對之兩內角并等（一卷卅二）即倍大于丁乙甲角依顯乙丁甲外角亦倍大于丁乙丙角即乙丁甲、乙丁丙兩角并亦倍大于甲乙丙角夫乙丁甲、乙丁丙并等兩直角（一卷十三）則甲乙丙爲直角



二解曰甲乙丙大圜分其心丁任作甲乙丙角題言此小于直角

論曰試作甲丁戊徑線次作乙戊線相聯其甲乙戊既爲直角（本題一論）即甲乙丙爲其分而小于直角

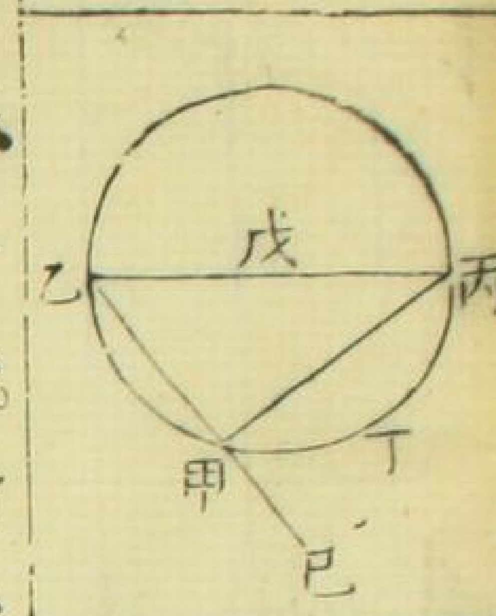


三解曰甲乙丙小圜分其心丁任作甲乙丙角題言此大于直角

論曰試作甲丁戊徑線而引乙丙圜界至戊次作乙戊線其甲乙戊既負半圜之直角而爲甲乙丙角之分則甲乙丙大于直角

四五合解曰甲乙丙大圜分丙丁甲小圜分其心戊題

言丙甲乙大圜分角大于直角丙甲丁小



圜分角小于直角

論曰試作乙戊丙徑線次作乙甲線引長之至巳其乙甲丙直角爲丙甲乙大圜分角之分而丙甲丁小圜分角又爲巳甲丙直角之分則大分角大于直角小分角小于直角

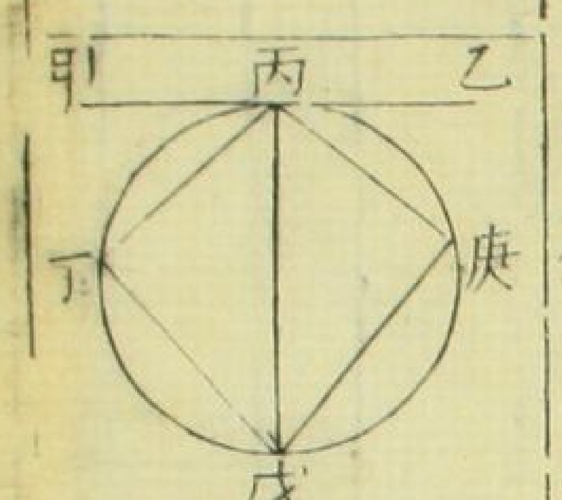
一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直角何者其外角與內相對之兩角等則與外角等之內交角豈非直角

二系大分之角大于直角小分之角小于直角終無有角等于直角又從小過大從大過小非大即小終無相等依此題四五論其明與本篇十六題增注互相發也

第三十二題

直線切圜從切界任作直線割圜爲兩分分內各任爲負圜角其切線與割線所作兩角與兩負圜角交互相等

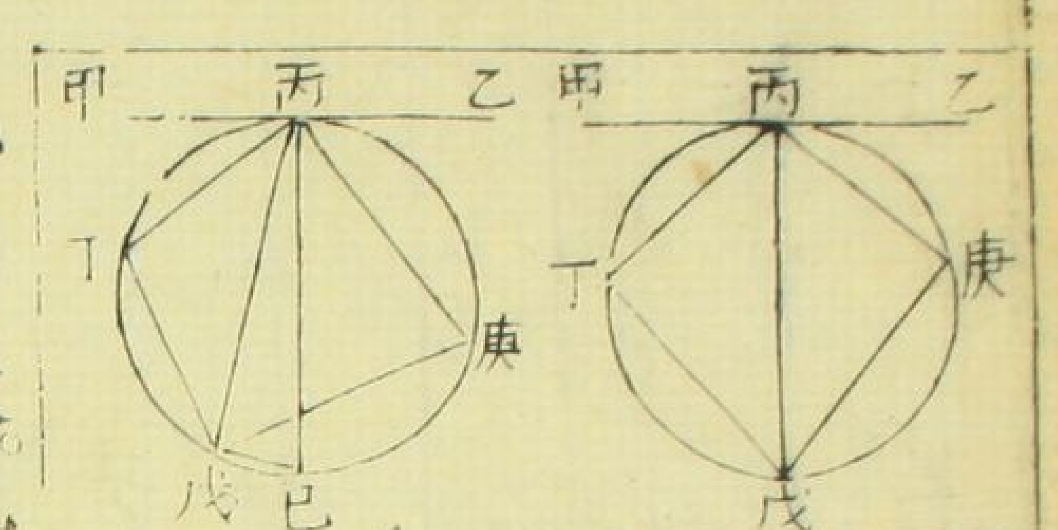
解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙從丙任作丙戊直線割圜爲兩分分內任作丙丁戊丙庚戊兩負圜角題言



甲丙戊角與丙庚戊角乙丙戊角與丙丁戊角交互相等

先論割圜線過心者曰如前圖甲丙戊乙丙

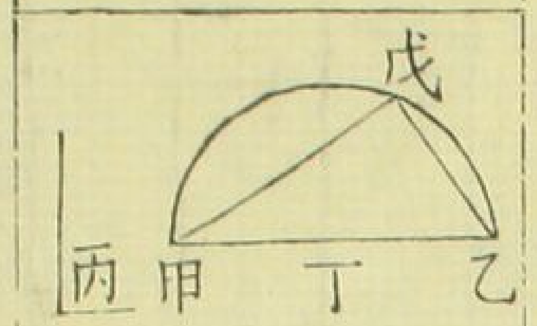
戊兩皆直角一卷十八而丙庚戊丙丁戊兩負半
圜角亦皆直角本篇卅一則交互相等
後論割圜線不過心者曰如後圖試作丙巳
過心直線次作戊巳線相聯其巳丙爲甲乙
之垂線一卷十八而丙戊巳爲直角本篇卅一即戊丙
巳戊巳丙兩角幷等于一直角亦等于甲丙



巳角矣此兩率者各減同用之戊丙巳角即所存戊巳
丙與甲丙戊等也夫戊巳丙與丙庚戊元等本卷廿一則甲
丙戊與丙庚戊交互相等又丙丁戊庚四邊形之丙丁
戊丙庚戊兩對角幷等兩直角本篇廿二而甲丙戊乙丙戊
兩交角亦等兩直角一卷十三此二率者各減一相等之甲
丙戊丙庚戊則所存丙丁戊乙丙戊亦交互相等

第三十三題

一線上求作圜分而負圜分角與所設直線角等

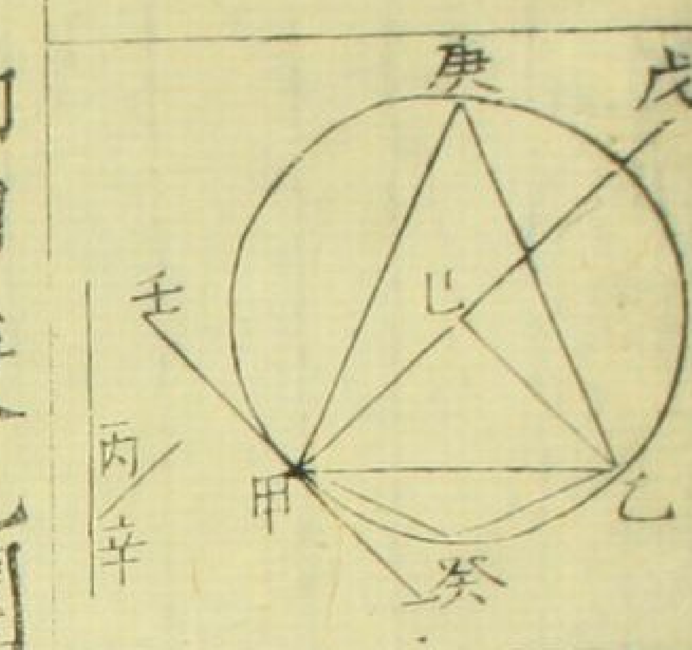


先法曰設甲乙線丙角求線上作圜分而負圜
分角與丙等其丙角或直或鋭或鈍若直角先
以甲乙兩平分于丁次以丁爲心甲乙爲界作
半圜圜分內作甲戊乙角即負半圜角爲直角本篇卅一如
所求

次法曰若設丙鋭角先于甲點上作丁甲乙鋭角與丙

等。次作戊甲、爲甲丁之垂線、于甲乙之上次作巳乙甲角。與巳甲乙角等。而乙巳線與甲戊線遇于巳。卽巳乙巳甲兩線等 一卷六

末以巳爲心。甲爲界。作甲庚圜。必過乙



卽甲庚乙圜分內。甲乙線上所作負圜角。必爲銳角。而與丙等

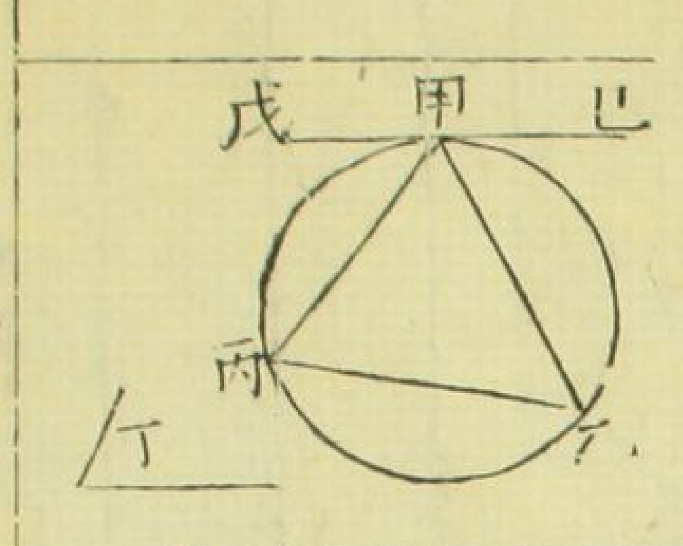
論曰。試作甲庚乙角。其甲巳戊線。過巳心。而丁甲又爲戊甲之垂線。卽丁甲線。切甲庚乙圜于甲 本篇十六之系 則丁甲乙、與甲庚乙兩角。交互相等 本篇卅二 如所求

後法曰。若設辛鈍角。依前作壬甲乙鈍角。與辛等。次作戊甲、爲壬甲之垂線。餘倣第二法。而于甲乙線上、作甲癸乙角。卽與辛等

後論同次

第三十四題

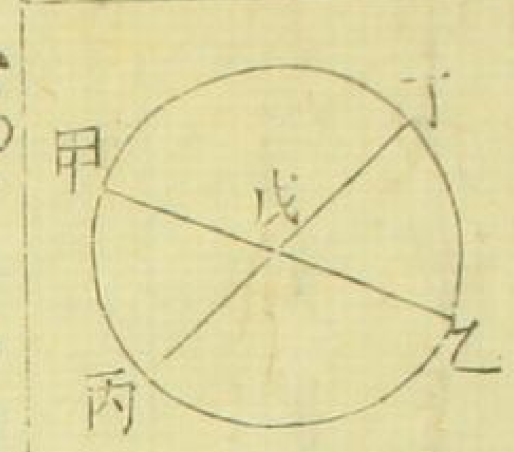
設圜求割一分。而負圜分角。與所設直線角等



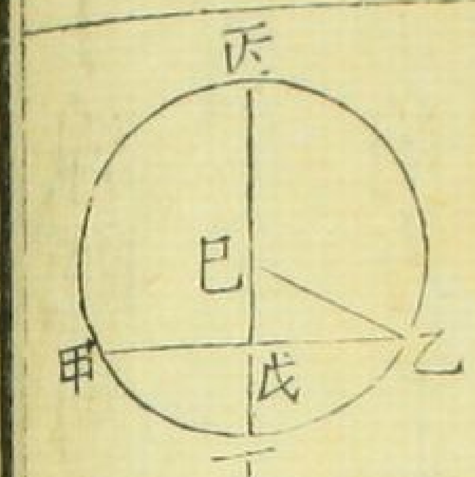
法曰。設甲乙丙圜。求割一分。而負圜分角。與丁等。先作戊巳直線。切圜于甲 本篇十七 次作巳甲乙角。與丁等。卽割圜之甲乙線上所作甲丙乙角。負甲丙乙圜分。而與丁等。何者。巳甲乙角、與丁等。亦與甲丙乙交互相等故 本篇卅二

第三十五題

圓內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等

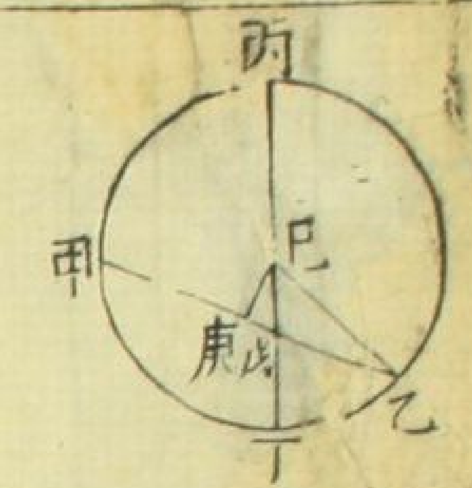


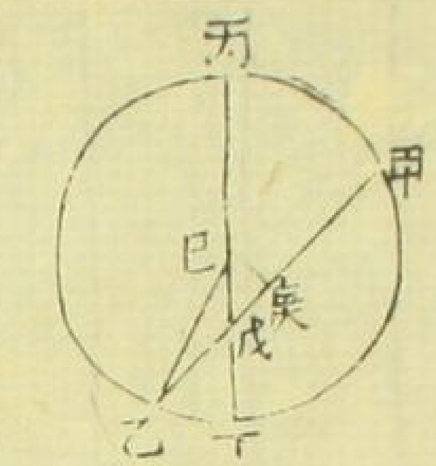
解曰甲丙乙丁圓內有甲乙丙丁兩線交而相分于戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心若俱過心者其各分四線等即兩矩內直角形亦等



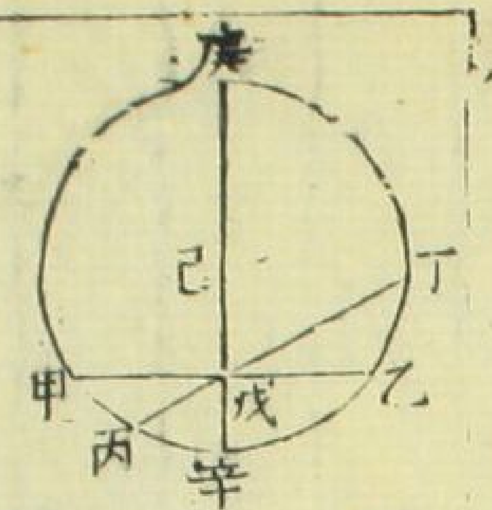
先論曰圓內線獨丙丁過巳心者又有二種其一丙丁平分甲乙線于戊即丙戊線在甲乙上為兩直角（本篇三）試作巳乙線相聯其丙丁線既兩平分于巳又任兩分于戊即丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與等巳丁之巳乙上直角方形等（二卷五）夫巳乙上直角方形與巳戊戊乙上兩直角方形并等（一卷四七）即丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與巳戊戊乙上兩直角方形并亦等矣次每減同用之巳戊上直角方形則所存丙戊偕戊丁矩內直角形不與戊乙上直角方形等乎戊乙與甲戊既等即甲戊偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦等

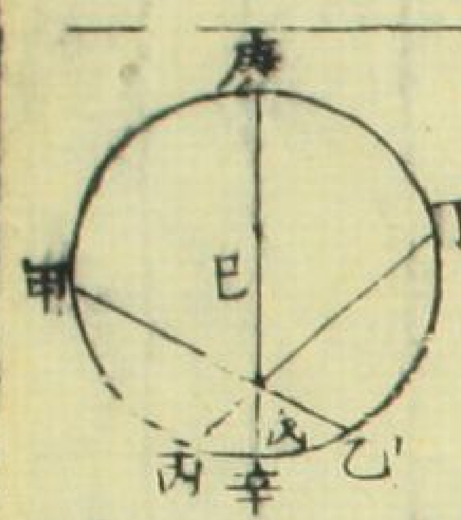
次論曰若丙丁任分甲乙線于戊即以甲乙線兩平分





于[illegible]庚巳、巳乙、各作直線相聯。即巳庚為甲乙之垂線。而戊兩直角本篇三 其丙戊偕戊丁、矩內直角形、及巳戊上直角方形、并。與等巳丁之巳乙上直角方形等二卷五 而巳戊上直角方形。與巳庚、庚戊、上兩直角方形并、等一卷四七 巳乙上直角方形。與巳庚、庚乙上兩直角方形并、亦等。則丙戊偕戊丁、矩內直角形、及巳庚、庚戊上兩直角方形并。與巳庚、庚乙上兩直角方形并、等。次每減同用之巳庚上直角方形。即所存丙戊偕戊丁、矩內直角形、及庚戊上直角方形。不與庚乙上直角方形等乎。夫甲戊偕戊乙、矩內直角形、及庚戊上直角方形并。亦與庚乙上直角方形等二卷五 此二相等率者。每減同用之庚戊上直角方形。則丙戊偕戊丁。與甲戊偕戊乙兩矩內直角形等矣



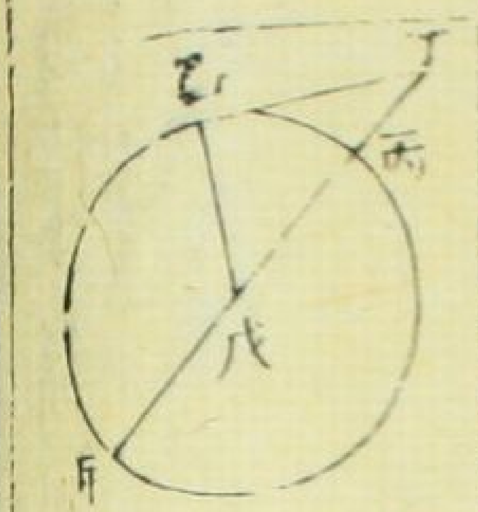


後論曰。圜內兩線俱不過心者。又有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從巳心、與戊相聯作直線、引長之。為庚辛線。依上論甲戊偕戊乙、矩內直角形。不論甲乙線平分、任分。皆與過心之庚戊偕戊辛、矩內直角形等。又依上論丙戊偕戊丁、矩內直角形。不論丙丁線、平

分、任分亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等。則甲戊偕戊乙。與丙戊偕戊丁。兩矩內直角形等

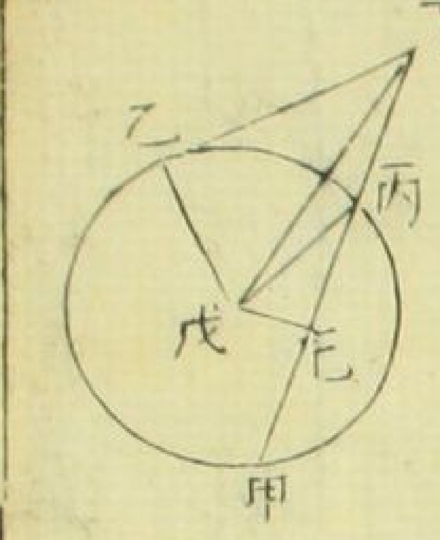
第三十六題

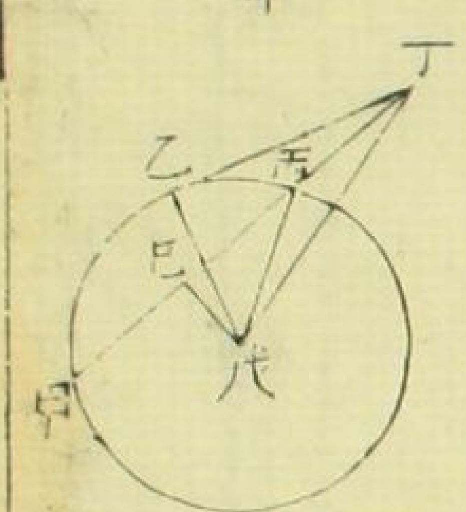
圜外任取一點。從點出兩直線。一切圜。一割圜。其割圜之全線偕規外線矩內直角形。與切圜線上直角方形等



解曰。甲乙丙圜外。任取丁點。從丁作丁乙線。切圜于乙 本篇十七 作丁甲線。截圜界于丙。題言甲丁偕丙丁矩內直角形。與丁乙上直角方形等

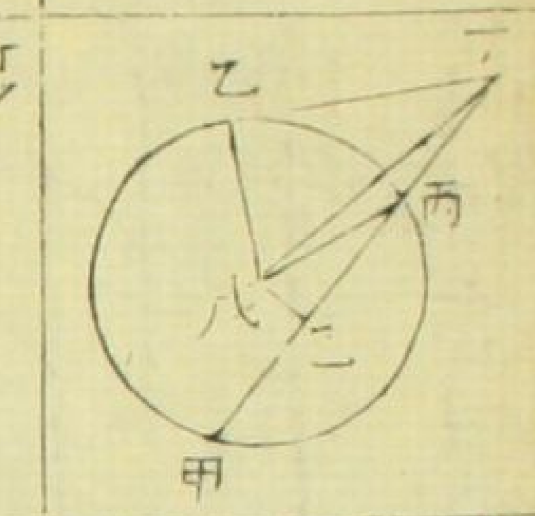
先論丁甲過戊心者曰。試作乙戊線。為丁乙之垂線 本篇十八 其甲丙線平分于戊。又引出一丙丁線。即甲丁偕丙丁矩內直角形。及等戊丙之戊乙上直角方形幷。與戊丁上直角方形等 二卷六 而戊丁上直角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形幷等 一卷四七 即甲丁偕丙丁矩內直角形。及戊乙上直角方形。與戊乙丁乙上兩直角方形幷等。此兩率者。每減同用之戊乙上直角方形。則所存甲丁偕丙丁矩內直角形。與丁乙上直角方形等

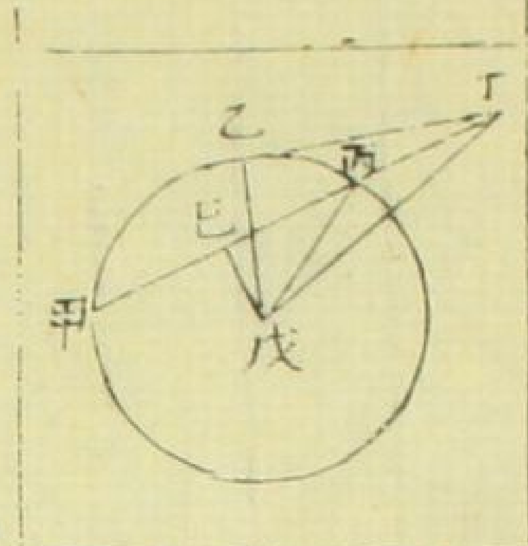




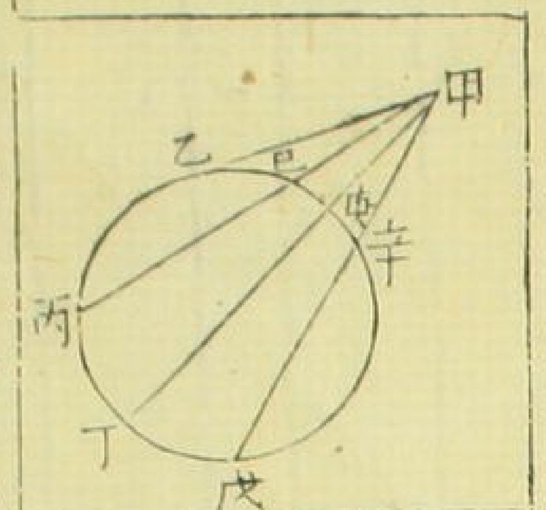
後論丁甲不過戊心者曰。試以甲丙線兩平分于巳。次從戊心作戊巳戊丙戊丁戊乙四線。即

戊乙爲丁乙之垂線本篇十八戊巳爲甲丙之垂線本篇三其甲丙線既兩平分于巳又引出一丙丁線即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙





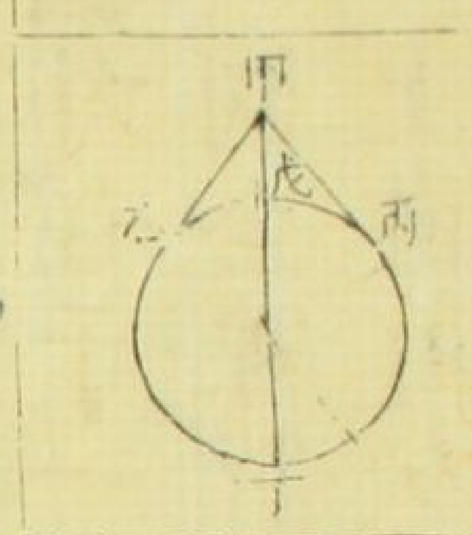
上直角方形幷與巳丁上直角方形等二卷六次每加一戊巳上直角方形即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙戊巳上兩直角方形幷與巳丁戊巳上兩直角方形幷等夫巳丙戊巳上兩直角方形幷與等戊丙之戊乙上直角方形等一卷四七而戊丁上直角方形與巳丁戊巳上兩直角方形幷等即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形與戊丁上直角方形等矣又戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形幷等即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形幷與戊乙丁乙上兩直角方形幷等次每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等



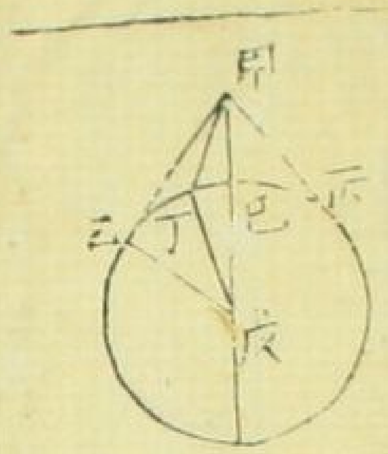
一系若從圜外一點作數線至規內各全線偕規外線矩內直角形俱等如從甲作甲丙甲丁甲戊各線截圜界于巳于庚于辛其甲丙偕巳甲甲丁偕庚甲甲戊偕辛甲各矩內直角形俱等何者試作甲乙切圜線則各矩線內直角形與甲乙

上直角方形俱等故（本題）

二系。從圜外一點。作兩直線切圜。此兩線等。



如甲點作甲乙、甲丙、兩切圜線。卽甲丙與甲乙等。何者。試從甲作甲丁線。截圜界于戊。其甲乙、甲丙、上兩直角方形。各與甲丁偕甲戊矩內直角形等（本題）則此兩直角方形自相等

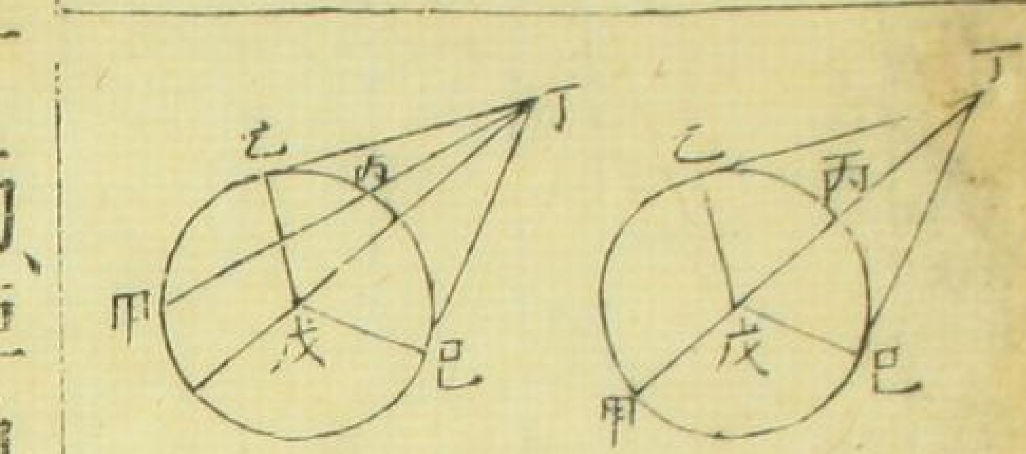


三系。從圜外一點。止可作兩直線切圜。若言從甲既作甲乙、甲丙、兩線切圜。又可作甲丁線亦切圜。令從戊心作戊乙、戊丁、兩線。卽甲乙戊為直角。而甲丁戊亦宜等為直角（本篇十八）試作甲戊直線。則甲乙戊角形內。有甲丁戊角。應大于甲乙戊角（一卷廿一）安得為直角也。又甲乙、甲丁。若俱切圜。卽兩線宜等（本題二系）試作甲戊線。截圜于巳。則甲丁為近巳線甚小。當小于遠巳之甲乙線（本篇八）又安得相等也。故一點上止可作切圜線兩也

第三十七題

圜外任于一點。出兩直線。一至規外。一割圜至規內。而割圜全線偕割圜之規外線矩內直角形。與至規外之線上直角方形等。則至規外之線必切圜

解曰。甲乙丙圜。其心戊。從丁點作丁乙至規外之線。遇



圜界于乙。又作丁甲[illegible]規內之線。而截圜界于丙。其丁甲偕丁丙、矩內直角形。與丁乙上直角方形等。題言丁乙爲切圜線。

論曰。試從丁、作丁巳線。切圜于巳。本篇十七次作戊乙、戊巳、兩線相聯。若丁甲不過戊心者。又作丁戊直線。其丁巳上直角方形。與丁甲偕丁丙、矩內直角形等。本篇卅六而丁乙上直角方形。與丁甲偕丁丙、矩內直角形[illegible]等。則丁乙、丁巳上兩直角方形自相等。而丁乙、丁巳、兩線亦等。夫丁乙戊角形之丁乙、乙戊。與丁巳戊角形之丁巳、巳戊。各兩腰等。丁戊同底。

幾何原本第四卷之首

泰西利瑪竇口譯

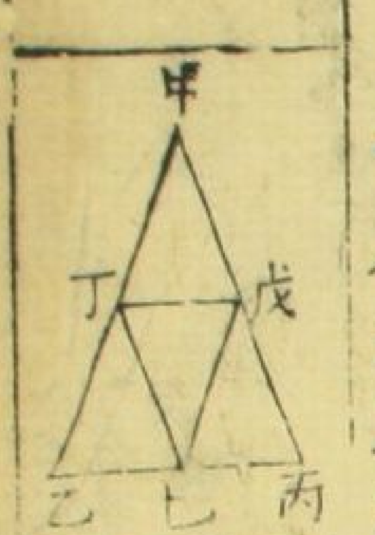
吳淞徐光啓筆受

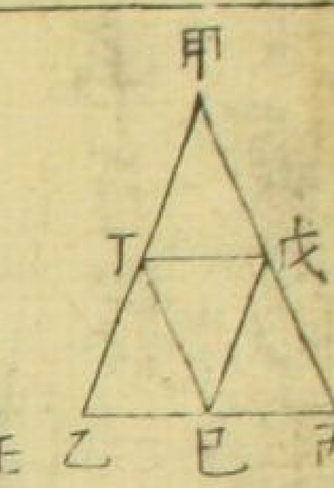
界說七則

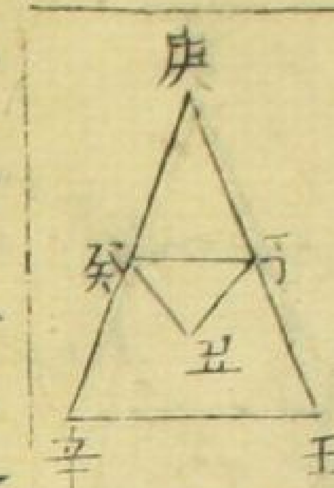
第一界

直線形。居他直線形內。而此形之各角。切他形之各邊。爲形內切形

此卷將論切形在圜之內外。及作圜在形之內外。故解形之切在形內。及切在形外者。先以直線形爲例。如前圖丁戊巳角形之丁、戊、巳三角。







甲乙丙角形之甲乙、乙丙、丙甲三邊。則丁戊巳爲甲乙丙之形內切形。如後圖。癸子丑角形。雖癸子、兩角、切庚辛壬角形之庚辛、壬庚兩邊。而丑角不切辛壬邊。則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形

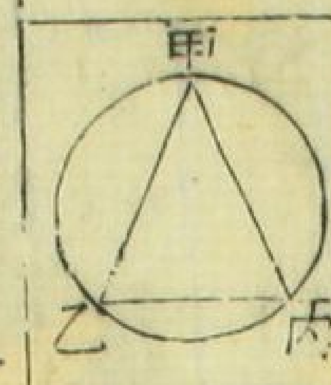
第二界

一直線形。居他直線形外。而此形之各邊切他形之各角。爲形外切形

如第一界圖。甲乙丙、爲丁巳戊之形外切形　其餘各形。倣此二例

第三界

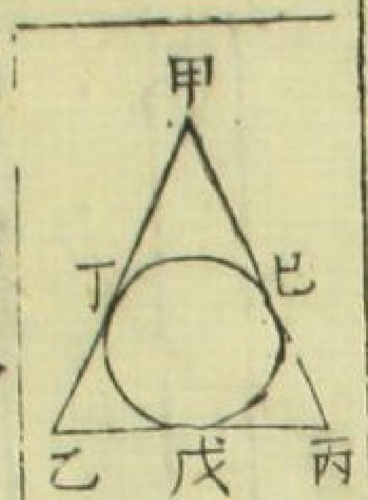
直線形之各角。切圜之界。爲圜內切形



甲乙丙形之三角。各切圜界于甲、于乙、于丙、是也

第四界

直線形之各邊。切圜之界。爲圜外切形



甲乙丙形之三邊。切圜界于丁、于巳、于戊、是也

第五界

圜之界。切直線形之各邊。爲形內切圜

同第四界圖

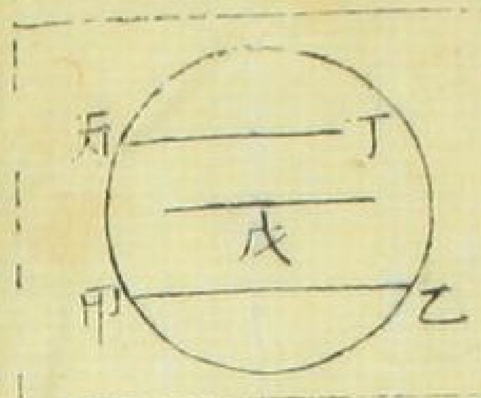
第六界

圜之界切直線形之各角爲形外切圜

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圜界爲合圜線



甲乙線兩界各抵甲乙丙圜之界爲合圜線若丙抵圜而丁不至及戊之兩俱不至不爲合圜線

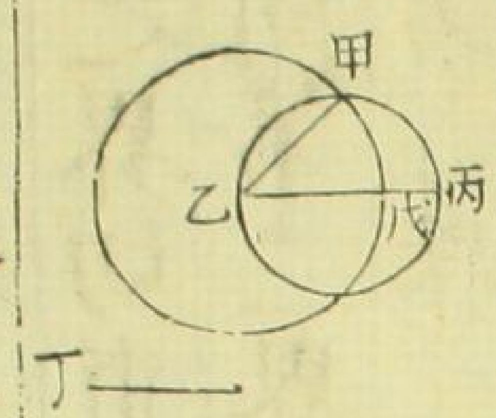
幾何原本第四卷之首終

幾何原本第四卷　本篇論圜內外形　計十六題

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啓　筆受

第一題

有圜求作合圜線與所設線等此設線不大于圜之徑線



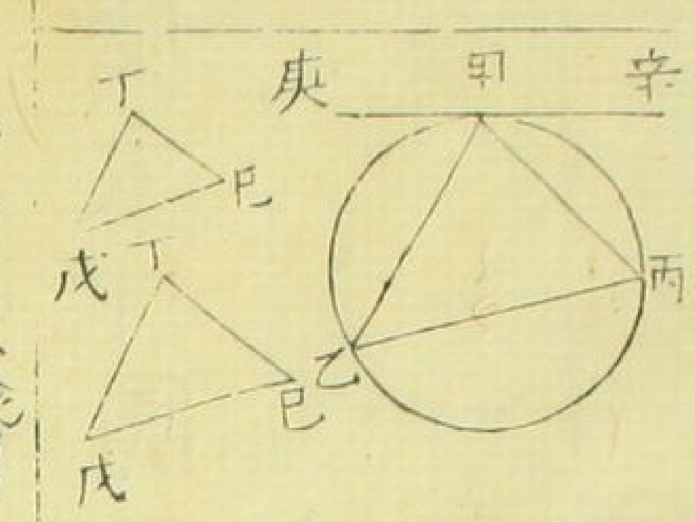
法曰甲乙丙圜求作合圜線與所設丁線等其丁線不大于圜之徑線（徑爲圜內之最大線更大不可合見三卷十五）先作甲乙圜徑爲乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小于徑者即于乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圜交甲乙丙圜于甲末

作甲乙合線。即與丁等。何者。甲乙與乙戊等。則與丁等。

第二題

有圜求作圜內三角切形。與所設三角形等角

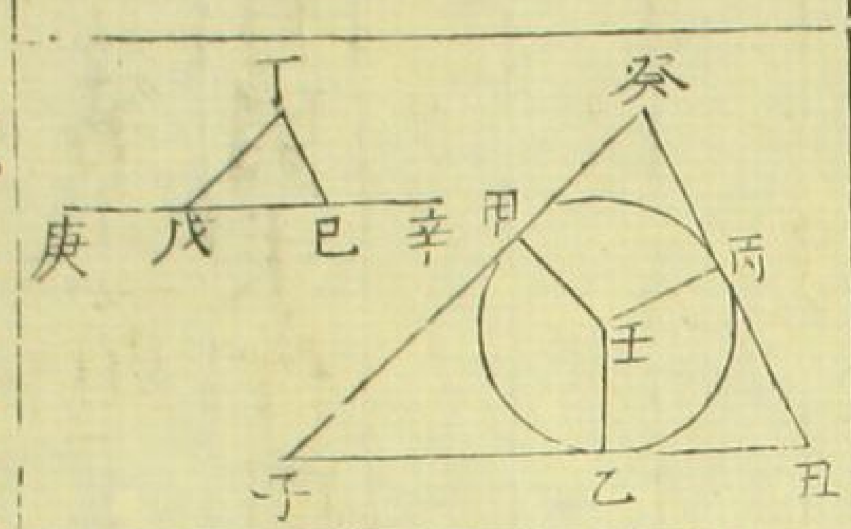
法曰。甲乙丙圜。求作圜內三角切形。其三角。與所設丁戊巳形之三角。各等。先作庚辛線。切圜于甲（三卷十七）次作庚甲乙角。與設形之巳角等。次作辛甲丙角。與設形之戊角等。末作乙丙線。即圜內三角切形。與所設丁戊巳形等角



論曰。甲丙乙。與庚甲乙兩角等。甲乙丙。與辛甲丙兩角亦等（三卷卅二）而庚甲乙。辛甲丙。兩角。既與所設巳戊兩角各等。即甲丙乙。甲乙丙。亦與巳戊各等。而乙甲丙。必與丁等（一卷卅二）則三角俱等

第三題

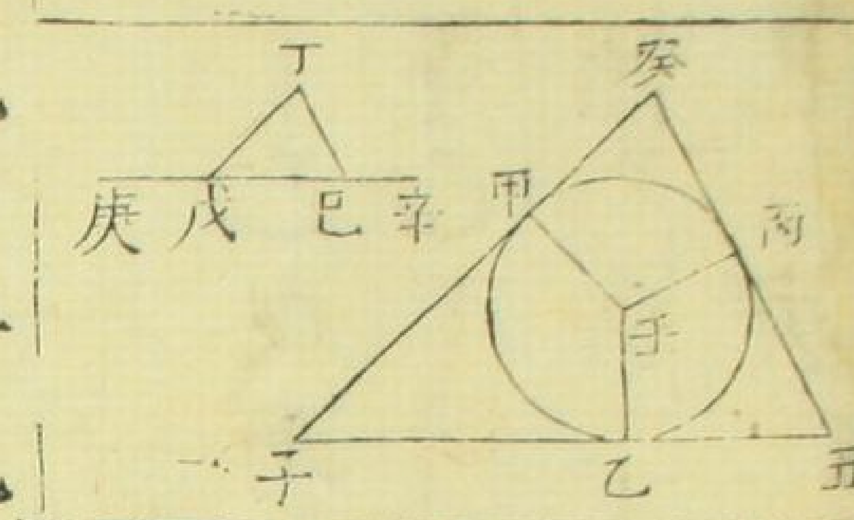
有圜求作圜外三角切形。與所設三角形等角



法曰。甲乙丙圜。求作圜外三角切形。其三角。與所設丁戊巳形之三角。各等。先于戊巳一邊引長之。為庚辛。次于圜界抵心。作甲壬線。次作甲壬乙角。與丁戊庚等。次作乙壬丙角。與丁巳辛等。末于甲乙丙上。作癸子。子丑。丑癸。三垂線。此三線。各切圜于甲于乙于丙（三卷十六之系）而相

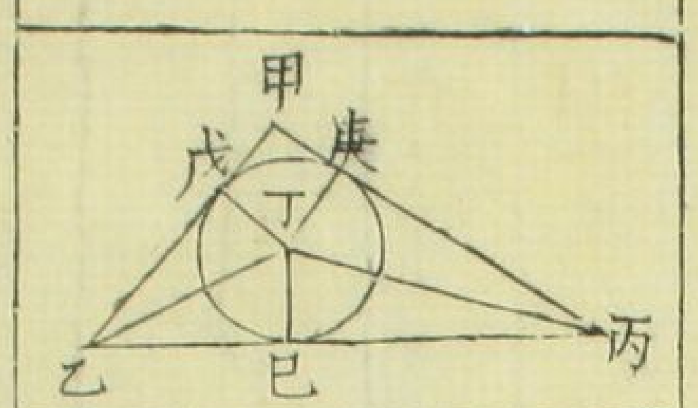
遇于子、于丑、于癸。若作甲丙線。即癸甲丙、癸丙甲、兩角。下于兩直角。而于癸、丑癸、兩線必相遇。餘二倣此。此癸子、丑、三角與所設丁戊巳、三角各等

論曰。甲壬乙子四邊形之四角與四直角等。一卷卅二題內 而壬甲子、壬乙子、兩角爲直角。即甲壬乙、甲子乙兩角并。等兩直角。彼丁戊庚、丁戊巳、兩角并。亦等兩直角 一卷十三 此二等率者。每減一相等之丁戊庚、甲壬乙。則所存丁戊巳與甲子乙等。依顯丑角與丁巳戊等。則癸與丁亦等 一卷卅二 而癸子丑與丁戊巳兩形之各三角俱等



第四題

三角形。求作形內切圜

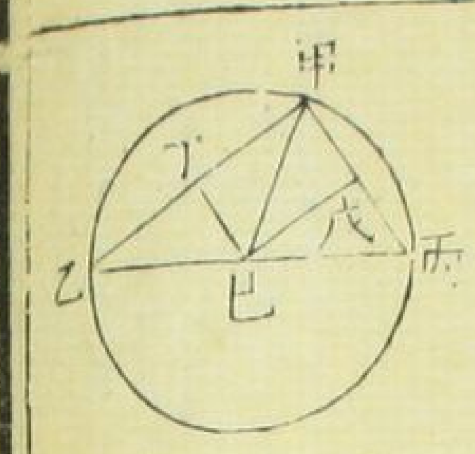


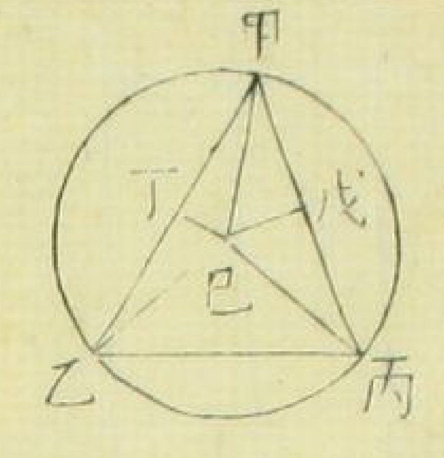
法曰。甲乙丙角形。求作形內切圜。先以甲乙丙角、甲丙乙角、各兩平分之 一卷九 作乙丁、丙丁、兩直線。相遇于丁。次自丁至角形之三邊、各作垂線。爲丁巳、丁庚、丁戊、其戊丁乙角形之丁戊乙、丁乙戊、兩角與乙丁巳角形之丁巳乙、丁乙巳、兩角各等。乙丁同邊。即丁戊、丁巳兩邊亦等 一卷廿六 依顯丁丙巳角形與丁庚丙角形之丁巳、丁庚、兩邊亦等。即丁戊、丁巳、丁庚三線俱等。末作圜。以丁爲心。戊爲界。即過庚巳

爲戊庚巳圓而切角形之甲乙、乙丙、丙甲、三邊于戊于巳于庚三卷十六之系此爲形內切圓

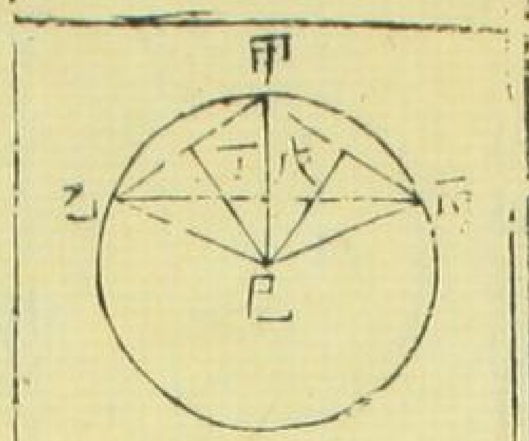
第五題

三角形求作形外切圓





法曰甲乙丙角形求作形外切圓先平分兩邊若形是直角鈍角則分直角鈍角之兩旁邊于丁、于戊次于丁、戊上各作垂線爲巳丁、巳戊而相遇于巳若自丁至戊作直線卽巳丁戊角形之巳丁戊、巳戊丁、兩角小于兩直角故丁巳、戊巳、兩線必相遇其巳點或在形內或在形外、俱作巳甲、巳乙、巳丙、三線或在乙丙邊上止作巳甲線其



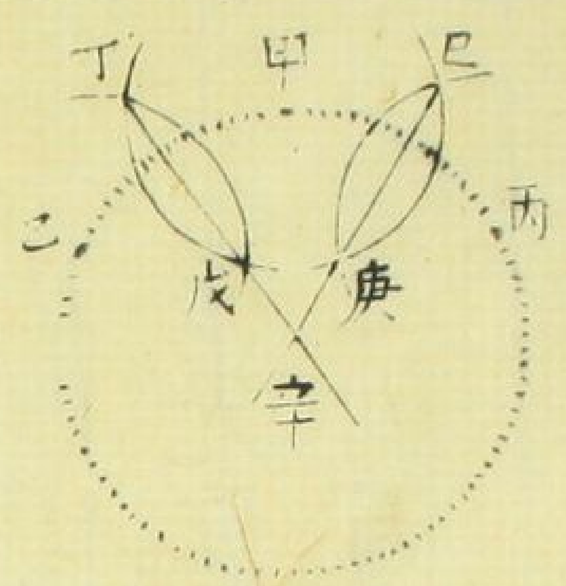
甲丁巳角形之甲丁與乙丁巳角形之乙丁兩腰等丁巳同腰而丁之兩旁角俱直角卽甲巳巳乙、兩底必等一卷四依顯甲巳戊丙巳戊兩形之甲巳巳丙、兩底亦等則巳甲、巳乙、巳丙、三線俱等末作圓以巳爲心甲爲界必切丙乙而爲角形之形外切圓

一系若圓心在三角形內卽三角形爲銳角形何者每角在圓大分之上故若在一邊之上卽爲直角形若在形外卽爲鈍角形

二系若三角形爲銳角形卽圓心必在形內若直角形

必在一邊之上若鈍角形必在形外

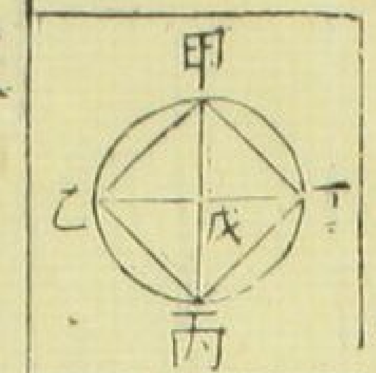
增從此推得一法任設三點不在一直線可作一過三點之圜其法先以三點作三直線相聯成三角形次依前作



其用法甲乙丙三點先以甲乙兩點各自爲心相向各任作圜分令兩圜分相交于丁于戊次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交于巳于庚末作丁戊巳庚兩線各引長之令相交于辛即辛爲圜之心　論見三卷二十五增

第六題

有圜求作內切圜直角方形



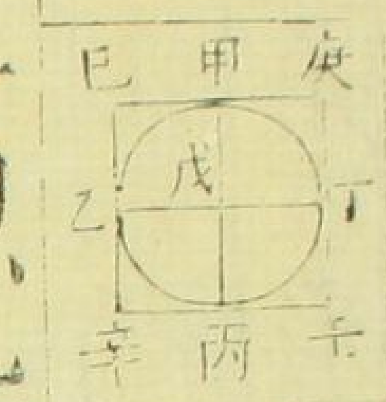
法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲四線即甲乙丙丁爲內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩爲直角即其底甲乙乙丙等一卷四依顯乙丙丙丁亦等則四邊形之四邊俱等而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角三卷卅一是爲內

切圜直角方形

第七題

有圜。求作外切圜直角方形

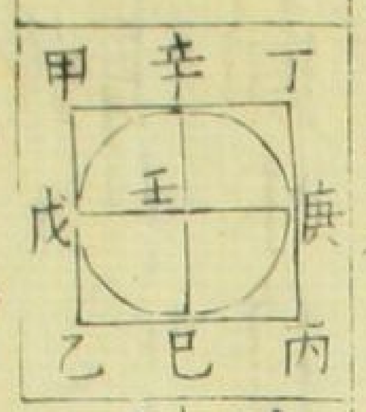


法曰。甲乙丙丁圜。其心戊。求作外切圜直角方形。先作甲丙乙丁兩徑線。以直角相交于戊。次于甲乙丙丁作庚巳巳辛辛壬壬庚四線。爲兩徑之垂線。而相遇于巳于辛于壬于庚。即巳庚壬辛爲外切圜直角方形

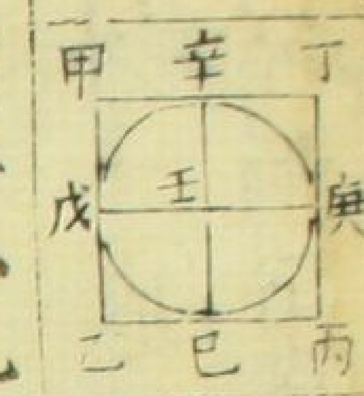
論曰。甲戊乙巳乙戊既皆直角。即巳辛甲丙平行。一卷廿八依顯甲丙庚壬亦平行。則巳庚辛壬亦平行。一卷三十又甲丙辛巳既直角形。即甲丙巳辛必等。一卷卅四而甲丙辛甲巳辛兩角亦等。甲丙辛既直角。即甲巳辛亦直角。依顯庚壬辛亦直角。而辛壬壬庚庚巳三邊俱等于甲丙乙丁兩徑。既四邊俱等于兩徑。則巳庚壬辛爲直角方形而四邊各切圜。三卷十六之系

第八題

直角方形。求作形內切圜



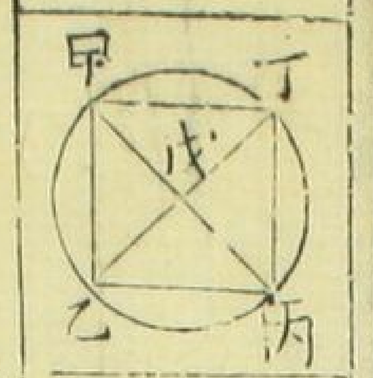
法曰。甲乙丙丁直角方形。求作形內切圜。先以四邊各兩平分于戊于巳于庚于辛。而作辛巳戊庚兩線。交于壬。其甲丁與乙丙既平行相等。即半減



線之甲辛、乙巳亦平行相等。而甲乙與辛巳亦平行相等。（一卷卅三）依顯丁丙與辛巳亦平行相等。而甲丁、乙丙、戊庚俱平行相等。而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬、四俱直角形。壬戊、壬巳、壬庚、壬辛、四線與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊四線各等。夫甲辛、戊乙、丁辛、甲戊各爲等線之半。卽與之等者。壬戊、壬巳、壬庚、壬辛亦自相等。次作圜以壬爲心。戊爲界。必過巳庚辛。而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲。四邊。（三卷十六）是爲形內切圜

第九題

直角方形。求作形外切圜

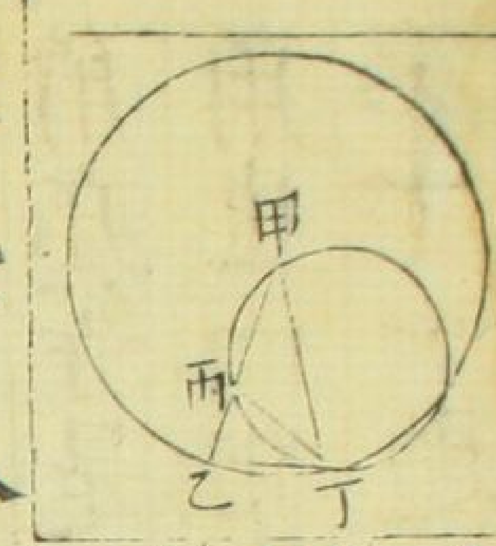


法曰。甲乙丙丁直角方形。求作外切圜。先作對角兩線。爲甲丙、乙丁。而交于戊。其甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩腰等。卽甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等。（一卷五）而乙甲丁爲直角。卽甲乙丁、甲丁乙俱半直角。（一卷卅二）依顯丙乙丁、丙丁乙亦俱半直角。而四角俱等。又戊甲丁、戊丁甲、兩角等。卽戊甲、戊丁、兩邊亦等。（一卷六）依顯戊甲、戊乙、兩邊亦等。而戊乙、戊丙、兩邊、戊丙、戊丁、兩邊、各等次作圜。以戊爲心。甲爲界。必過乙丙丁。而爲形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形。而底上兩角。各倍大于腰間角

法曰先任作甲乙線次分之于丙其分法須



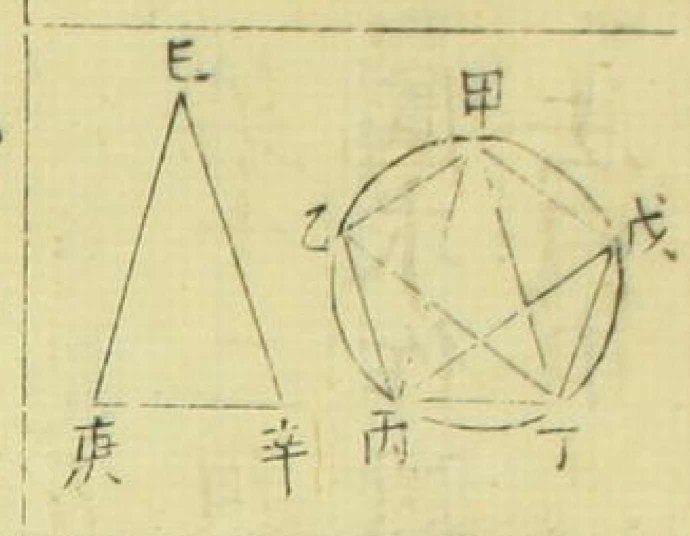
甲乙偕丙乙矩内直角形與甲丙上直角方形等二卷十一次以甲為心乙為界作乙丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等本篇一末作甲丁線相聯其甲乙甲丁等即甲乙丁為兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各倍大于甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜本篇五其甲乙偕丙乙矩内直角形與甲丙上直角方形等即亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲丙丁圜于丁三卷卅七即乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁

丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等三卷卅二此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲相對之兩内角等一卷卅二即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等一卷六夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大于丙丁甲必倍大于相等之甲角也而相等之甲乙丁亦倍大于甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角



法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊內切圜形等邊等角先作巳庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大于巳角[本篇十]次于圜內作甲丙丁角形與巳庚辛角形各等角[本篇二]次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分[一卷九]作丙戊丁乙兩線末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊為五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

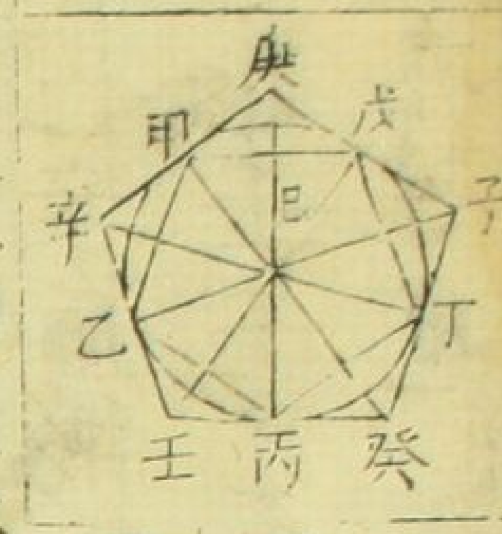
論曰甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大于丙甲丁角而兩角又平分即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五圜分亦等[三卷廿六]即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等[三卷廿九]是五邊形之五邊等又甲乙戊丁兩圜分等而各加一乙丙丁圜分即甲乙丙丁與戊丁丙乙兩圜分等乘兩圜分之甲戊丁乙甲戊兩角亦等依顯餘三角與兩角俱等是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角

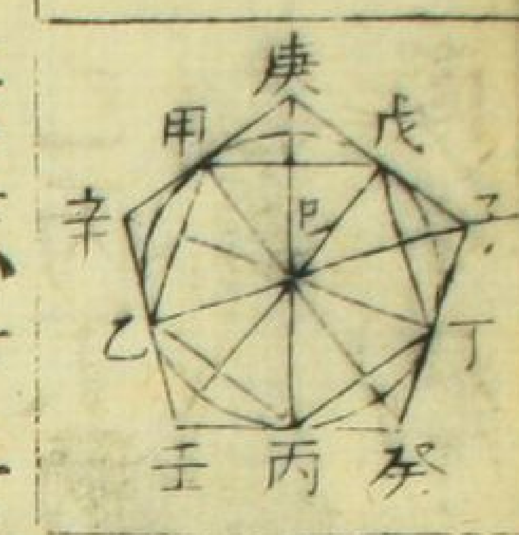
法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形[本篇十一]次從巳

心作巳甲、巳乙、巳丙、巳丁、巳戊、五線。次從此五線、作庚辛、辛壬、壬癸、癸子、子庚、五垂線。相遇于庚、于辛、于壬、于癸、于子。庚戊、甲庚、甲戊、兩角、小于兩直角、故甲庚、戊庚、線必相遇。餘四倣此。



五垂線既切圜三卷十六。卽成外切圜五邊形、而等邊等角。

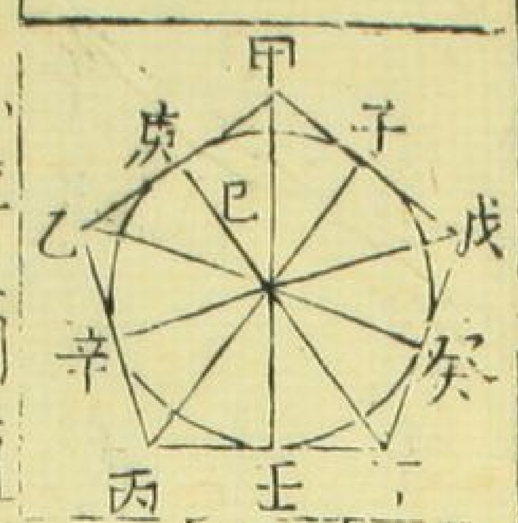
論曰：試從巳心作巳庚、巳辛、巳壬、巳癸、巳子、五線。其巳甲、甲辛、上兩直角方形、巳乙、乙辛、上兩直角方形之兩幷、各與巳辛上直角方形等一卷四七。卽兩幷自相等。此兩幷率者、每減一相等之甲巳、巳乙、上直角方形。卽所存甲辛、辛乙、上兩直角方形等。則甲辛、辛乙、兩線等也。又甲巳辛角形之甲巳、與乙巳辛角形之乙巳、兩腰等。巳辛同腰、而甲辛、辛乙、兩底又等。卽甲巳辛、辛巳乙、兩角等一卷八。而甲辛巳、乙辛巳、兩角亦等一卷四。則甲巳乙角倍大于辛巳乙角也。依顯乙巳丙角、亦倍大于乙巳壬角。乙壬丙角、亦倍大于乙壬巳角也。又甲巳乙、乙巳丙、兩角乘甲乙、乙丙、相等之兩圜分線等。故圜分等。見三卷廿八。卽兩角自相等三卷廿七。半減之辛巳乙、乙巳壬、兩角亦等。乙巳辛角形之乙巳辛、辛乙巳、兩角、與乙巳壬角形之乙巳壬、壬乙巳、兩角、各等。而乙巳同邊。是辛乙、乙壬、兩邊亦等也一卷廿六。乙辛巳、乙壬巳、兩角亦等也。則辛壬線倍



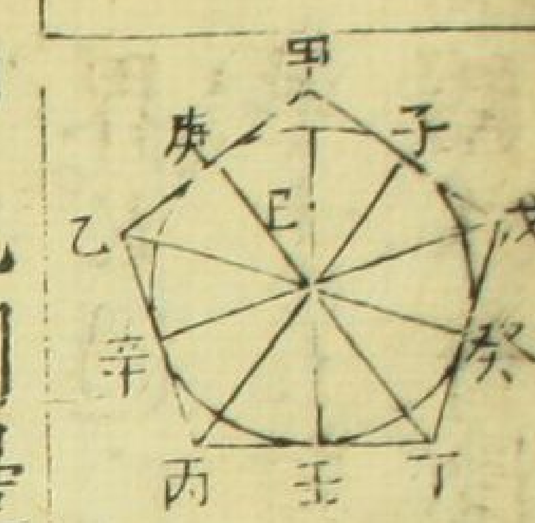
大于辛乙線也。依顯庚辛線亦倍大于辛甲線也。前已顯甲辛、辛乙兩線等。則倍大之庚辛、辛壬兩線亦等也。依顯壬癸、癸子、子庚與庚辛、辛壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五邊等。又依前所顯乙辛巳與乙壬巳兩角等。是乙辛甲之減半角。與乙壬丙之減半角等。即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也。依顯辛壬癸、壬癸子、癸子庚、子庚辛、與庚辛壬俱等也。是爲庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

五邊等邊等角形。求作形內切圜



法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作內切圜。先分乙甲戊、甲乙丙、兩角。各兩平分一卷九其線爲巳甲、巳乙。而相遇于巳巳甲乙、巳乙甲、兩角小于兩直角。故巳甲、巳乙、兩線必相遇自巳作巳丙、巳丁、巳戊、三線。其甲巳乙角形之甲乙腰。與乙巳丙角形之乙丙腰等。乙巳同腰。而兩腰間之甲乙巳、丙乙巳、兩角等。即甲巳、巳丙、兩底亦等。乙甲巳、乙丙巳、兩角亦等一卷四又乙甲戊與乙丙丁、兩角等。而乙甲巳爲乙甲戊之半。即乙丙巳亦乙丙丁之半。則乙丙丁角。亦兩平分于巳丙線矣。依顯丙丁戊、丁戊甲、兩角。亦兩平分于巳丁、巳戊、兩線矣。次

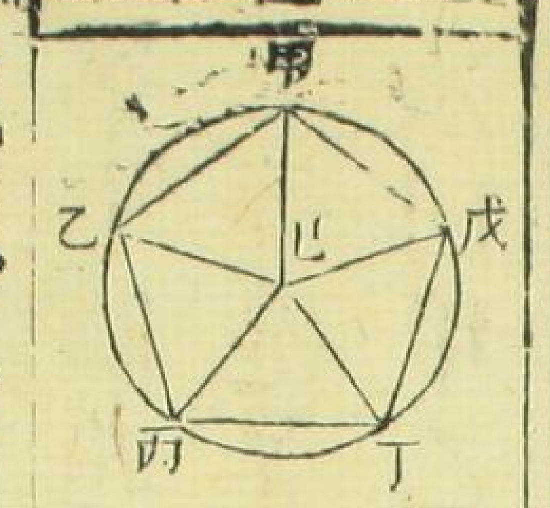


從己向各邊作己庚、己辛、己壬、己癸、己子、五垂線。其甲己庚角形之己甲庚、己庚甲、兩角與甲己子角形之己甲子、己子甲、兩角、各等。甲己同邊。即兩形必等 一卷廿六 己子、與己庚、兩線亦等。依顯己辛、己壬、己癸、三垂線、與己庚、己子、兩垂線俱等。末作圜。以己爲心。庚爲界。必過辛、壬、癸、子。而爲甲乙丙丁戊五邊形之內切圜 三卷十六

第十四題

五邊等邊等角形。求作形外切圜

法曰。甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作外切圜。先分

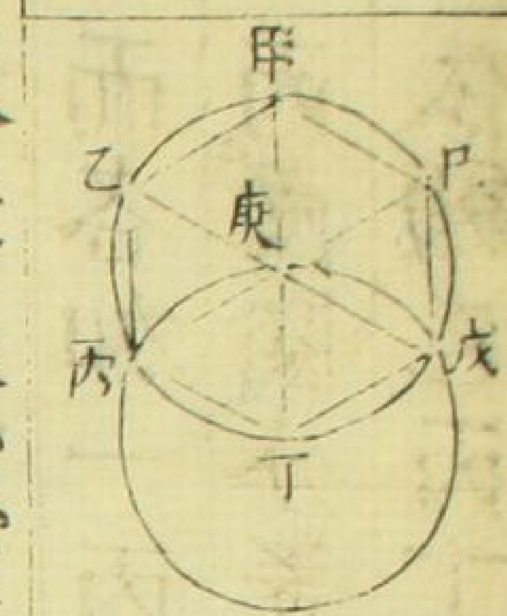


乙甲戊、甲乙丙、兩角。各兩平分。其線爲己甲、己乙。而相遇于己 說見前 次從己作己丙、己丁、己戊、三線。依前題論推顯乙丙丁、丙丁戊、丁戊甲、三角。各兩平分于己丙、己丁、己戊、三線。夫五角既等。即其半減之角亦等。而甲乙己角形之己甲乙、己乙甲、兩角等。即甲己與己乙、兩線亦等 一卷六 依顯己丙、己丁、己戊、三線。與己甲、己乙俱等。末作圜。以己爲心。甲爲界。必過乙、丙、丁、戊。而爲甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜。求作圜內六邊切形。其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊己圜其心庚求作六邊內切圜形等邊等角先作甲丁徑線次以丁爲心庚爲界作圜兩圜相交于丙于戊



次從庚心作丙庚戊庚兩線各引長之爲丙己戊乙末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線相聯即成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形而等邊等角

論曰庚丙庚丁兩線等而丁丙與丁庚亦等依圜界說三邊俱等即庚丙丁爲平邊角形而庚丁丙丁丙庚丙庚丁三角俱等一卷五此三角元與兩直角等一卷卅二即每角爲兩直角三分之一而丙庚丁角爲兩直角三分之一也

依顯丁庚戊角亦兩直角三分之一而丙庚丁丁庚戊戊庚己三角又等于兩直角一卷十三即戊庚己角亦兩直角三分之一矣則丙庚丁丁庚戊戊庚己三角亦自相等而此三角與己庚甲甲庚乙乙庚丙三角亦等一卷十五是輳庚心之六角俱自相等而所乘之六圜分三卷廿六及甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線俱自相等三卷廿九則甲乙丙丁戊己形之六邊等又乙丙與甲己兩圜分等而各加一丙丁戊己圜分即乙丙丁戊己與甲己戊丁丙兩圜分等而所乘之乙甲己與甲乙丙兩角等三卷廿七

依顯乙丙丁丙丁戊丁戊己戊己甲己甲乙四角與乙甲己甲

乙丙、兩角俱等。則甲乙丙丁戊巳形之六角等

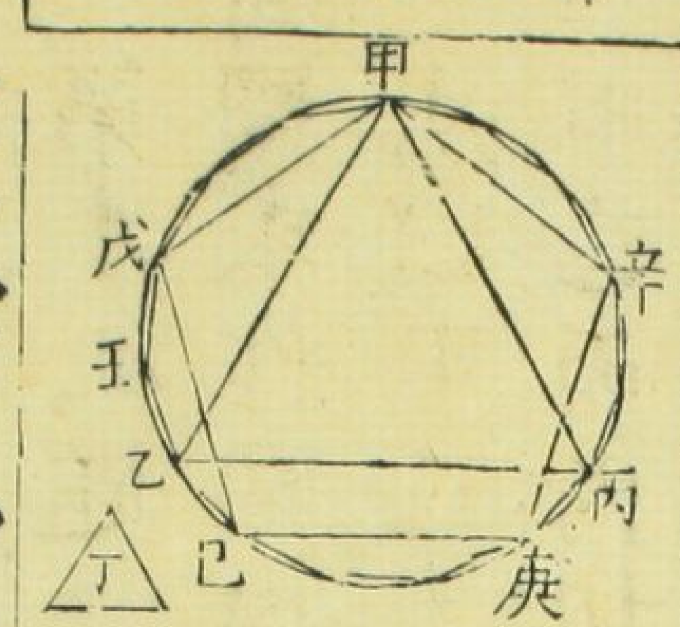
一系。凡圜之半徑為六分圜之一之分弦。何者。庚丁與丁丙等。故一開規為圜不動而可六平分之

二系。依前十二、十三、十四題。可作六邊等邊等角形在圜之外。又六邊等邊等角形內。可作切圜。又六邊等邊等角形外。可作切圜

第十六題

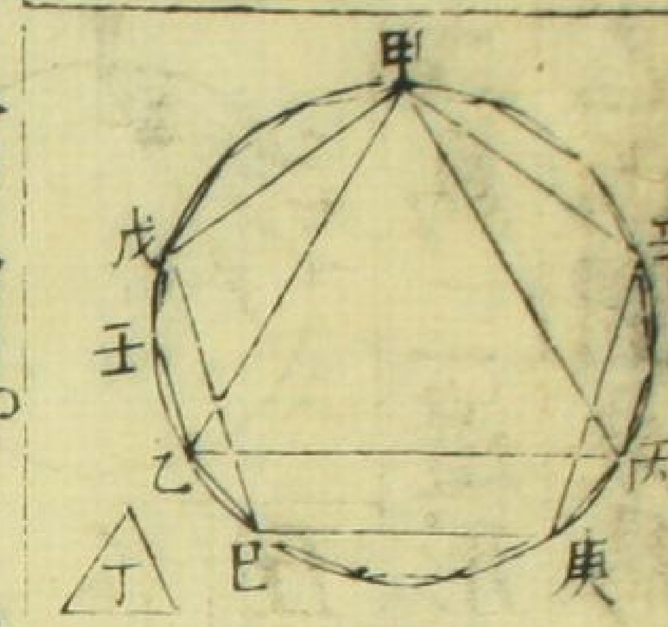
有圜。求作圜內十五邊切形。其形等邊等角

法曰。甲乙丙圜。求作十五邊內切圜形。等邊等角。先作甲乙丙內切圜平邊三角形。與丁等角（本篇二）即三邊等。



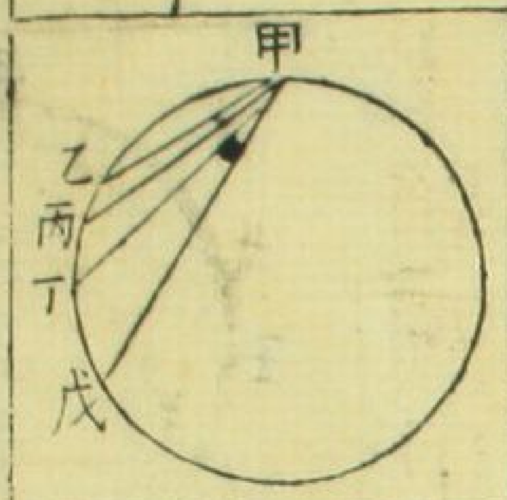
而甲乙、乙丙、丙甲、三圜分亦等（三卷廿八）夫甲乙丙圜。十五分之。則甲乙。三分圜之一。當為十五分之五。次從甲作甲戊巳庚辛內切圜五邊形等角（本篇十一）即甲戊、戊巳、巳庚、庚辛、辛甲、五圜分等（三卷廿八）夫甲乙丙圜。十五分之。則甲戊五分圜之一。當為十五分之三。而戊乙得十五分之二。次以戊乙圜分。兩平分于壬（三卷卅）則壬乙得十五分之一。次作壬乙線。依壬乙共作十五合圜線（本篇一）則成十五邊等邊形。而十五角所乘之圜分等。即各角亦等（三卷廿七）

一系。依前十二、十三、十四題。可作外切圜十五邊形。又十五邊形內、可作切圜
又十五邊形外。可作切圜

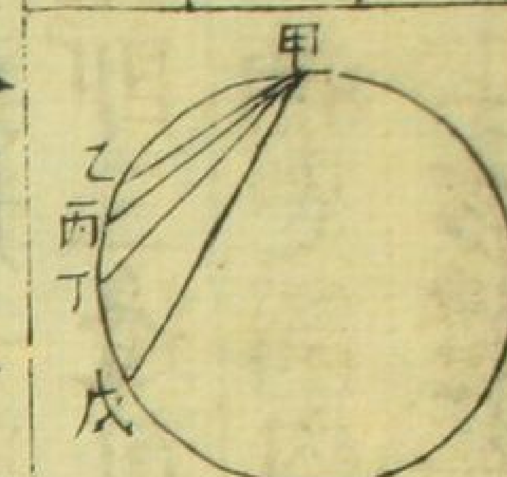


注曰。依此法。可設一法。作無量數形。如本題圖。甲乙圜分。爲三分圜之一。卽命三。甲戊圜分。爲五分圜之一。卽命五。三與五相乘。得十五。卽知此兩分法。可作十五邊形。又如甲乙命三。甲戊命五。三與、五較得二。卽知戊乙得十五分之二。因分戊乙爲兩平分。得壬乙線爲十五分之一。可作內切圜十五邊形也。以此法爲例。作後題

增題。若圜內從、一點設切圜兩不等等邊等角形之、各二邊。此兩邊、一爲若干分圜之一。一爲若干分圜之一。此兩若干、分相乘之數。卽後作形之邊數。此兩若干分之較數。卽兩邊相距之圜分。所得後作形邊數內之分數



法曰。甲乙丙丁戊圜內。從甲點作數形之各一邊。如甲乙爲六邊形之一邊。甲丙爲五邊形之一邊。甲丁爲四邊形之一邊。甲戊爲三邊形之一邊。甲乙命六。甲丙命五。較數一。卽乙丙圜分。爲所作三十邊等邊等角形之一邊。何者。



五六相乘爲三十。故當作三十邊也。較數一。故當爲一邊也

論曰。甲乙圜分爲六分圜之一。卽得三十分圜之五。而甲丙爲五分圜之一。卽得三十分圜之六。則乙丙得三十分圜之一也。依顯乙丁爲二十邊形之二邊也。何者。甲乙命六。甲丁命四。六乘四得二十四也。又較數二也。依顯乙戊爲十八邊形之三邊也。丙丁爲二十邊形之一邊也。丙戊爲十五邊形之二邊也。丁戊爲十二邊形之一邊也

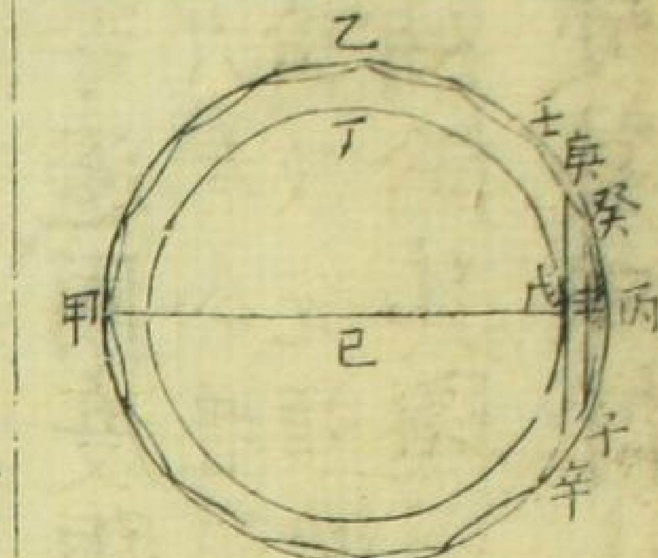
二系。凡作形于圜之內。等邊則等角。何者。形之角。所乘之圜分皆等。故三卷廿七凡作形于圜之外。卽從圜心作直線抵各角。依本篇十二題可推顯各角等

三系。凡等邊形。旣可作在圜內。卽依圜內形。可作在圜外。卽形內可作圜。卽形外亦可作圜。皆依本篇十二、十三十四題

四系。凡圜內有一形。欲作他形。其形邊。倍于此形邊。卽分此形一邊所合之圜分。爲兩平分。而每分各作一合線。卽三邊可作六邊。四邊可作八邊。倣此以至無窮

又補題。圜內有同心圜。求作一多邊形。切大圜。不至小圜。其多邊爲偶數。而等

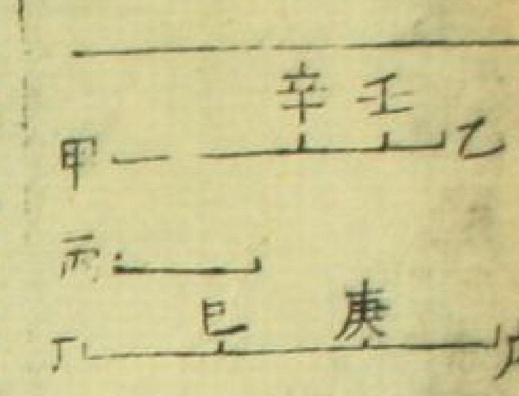
法曰。甲乙丙、丁戊、兩圜同以巳為心。求于甲乙丙大圜內、作多邊切形。不至丁戊小圜。其多邊為偶數、而等。先從巳心作甲丙徑線、截丁戊圜于戊。次從戊作庚辛、為甲



戊之垂線、即庚辛線切丁戊圜于戊也。三卷十六之系 夫甲庚丙圜分。雖大于丙庚。若于甲庚丙、減其半甲乙。存乙丙。又減其半乙壬。存壬丙。又減其半壬癸。如是遞減至其減餘丙癸。必小于丙庚。如下補論 既得丙癸圜分。小于丙庚。而作丙癸合圜線。即丙癸為所求切圜形之一邊也。次分乙壬圜分。其分數與丙壬之分數等。次分甲乙與乙丙分數等。分丙甲。與甲乙丙分數等、則得所求形三卷廿九而不至丁戊小圜

論曰。試從癸作癸子。為甲丙之垂線。遇甲丙于丑。其庚戊丑、癸丑戊、兩。皆直角。即庚辛、癸子、為平行線一卷廿八 庚辛線之切丁戊圜。既止一點。即癸子線更在其外。必不至丁戊矣。何況丙癸更遠于丑癸乎。依顯其餘、與丙癸等邊、同度距心者、三卷十四 俱不至丁戊圜也此係十二卷第十六題。因六卷今增題。宜藉此論。故先類附于此

補論。其題曰。兩幾何、不等。若于大率、遞減其大半。必可使其減餘、小于元設小率



解曰。甲乙大率。丙小率。題言壬、甲乙遞減其大半。至可使其減餘小于丙

論曰。試以丙倍之。又倍之。至僅大于甲乙而止。爲丁戊。丁戊之分。爲丁巳、巳庚、庚戊。各與丙等也。次于甲乙減其大半甲辛。存辛乙。又減其大半辛壬。存壬乙。如是遞減。至甲乙與丁戊之分數等。夫甲辛、辛壬、壬乙。與丁巳、巳庚、庚戊。分數既等。丁戊又大于甲乙。若兩率各爲兩分。而大丁戊之減丁巳。止于半。小甲乙之減甲辛。爲大半。即丁戊之減餘。必大于甲乙之減餘也。若各爲多分。而巳戊尚多于丙者。即又于巳戊減巳庚。于辛乙減其大半辛壬。如是遞減。至丁戊之末分庚戊。大于甲乙之末分壬乙也。而庚戊元與丙等。是壬乙小于丙也

又論曰。若于甲乙遞減其半。亦同前論。何者。大丁戊所減不大于半。則丁戊之減餘。每大于甲乙之減餘。以至末分亦大于末分 此係十卷第一題。借用于此。以足上論

幾何原本第四卷終