堀田 鼎先生著

（最近十年間）

諸官立學校

入學試驗數學問題詳解

第三編 幾何の部

東京

貢成會

259
420

特24
94
特26
248

諸官立學校入學試驗數學問題詳解

第三編 幾何の部

堀田 鼎先生著

（最近十年間）

東京 育成會發兌

42 7 16
內務

諸官立學校 數學試驗問題詳解

目　次

第三編　幾何學

頁

第一　高等學校 ……1

第二　海軍機關學校 ……6

第三　東京高等商業學校 ……14

第四　東京高等師範學校 ……16

第五　商船學校 ……20

第六　陸軍士官候補生 ……30

第七　東京高等工業學校 ……35

第八　海軍兵學校 ……39

第九　水產講習所 ……46

第十　盛岡高等農林學校 ……47

第十一　神戶高等商業學校 ……49

第十二　大阪高等工業學校 ……49

第十三　農科大學實科 ……52

第十四 女子高等師範學校 ……54
第十五 札幌農學校 ……56

諸官立學校入學試驗

數學問題詳解

堀田鼎編

第七編 幾何學

第一 高等學校

(1) 一點Pヨリ一平面ヘ下セル垂線ノ足ヲMトシ又MヨリPNハABニ垂線ナルコトヲ證明セヨ(32.一高).

(2) 幾何學ニ於テ用キル下ノ言葉ヲ說明セヨ

(A) 平行線, (B) 菱形, (C) 相似形, (32.二高).

(3) 三角形ノ三ツノ中線ハ一點ニ會ス其證ヲ問フ(32.二高).

(4) 半徑xナル球ノ表面積ハ$4\pi x^2$ナリ其證ヲ問フ(32.二高).

(5) 三角形ノ內角ノ平方線ハ一點ニ會スルコヲ證明セヨ (32.五高).

(6) 球面ト平面ト交リテ作ル線ハ圓周ナルコヲ證明セヨ (32.五高).

(7) 次ノ語ノ定義ヲ述ベヨ(32.一高).

(a) 二數ノ最小公倍數

(b) 有理方程式

(c) 相似形

(8) 球ニ切スル平面ハ其切點ニ引ケル半徑ニ垂直ナルコトヲ證明セヨ(33.一高).

(9) 圓ニ外接スル四角形ノ對邊ノ和ハ再ニ相等シキコトヲ證セヨ(32.二高).

(10) 珠,直立圓柱,直立圓錐ノ全面積並ニ容積ヲ與フル公式ヲ記セ(同上).

(11) 一ツノ平面ノ兩側ニアル二點A,Bヨリ平面內ノ一點Pマデノ距離AP,BPノ差ガ最モ大ナル所ノPノ位置ヲ求ム(同上).

(12) 同上ノ頂角ヲ有スル二ツノ三角形ABC.AEFノ面積ノ比ハAB.ACトAE.AFトノ比ニ等シキコトヲ證明セヨ(33.三高).

(13) 四面體ノ各二面角ヲ平分スル平面ハ同一ノ點ヲ通過スルコトヲ證明セヨ(33.三高).

(14) 二ツノ相似多角形ノ相應邊ノ比ガ3:25ニシテ大ナル方ノ面積ガ一平方尺ナルトキハ小ナル方ノ面積ハ何程ナルカ(34).

(15) 一平面ノ外ニアル二定點A及ビBヨリ等距離ニシテ且ツ此平面ノ內ニ在ル點ノ軌跡ヲ求ム(34).

(16) 圖內ノ一定點ヲ通過シテ與ラレタル長サノ弦ヲ引ケ(35).

(17) 三面角ノ三稜ヨリ等距離點ノ軌跡ヲ求ム(35).

(18) 與ラレタル直線ト圓ニ接シテ與ラレタル半徑ノ圓ヲ畫ケ(36).

(19) 多面角ノ平面角ノ和ハ四直角ヨリ小ナルコトヲ證明セヨ(36).

(20) 一ツノ與ラレタル直線ノ同ジ側ニ與ラレタル二ツノ點A,Bアリ今其直線上ニ一ツノ點Cヲ求メ以テ角ACBヲシテ最大ナラシメヨ(37).

(21) 正四面體ノ一ツノ項點ヨリ底面ノ三中央線ノ交點ニ引ケル直線ハ其交點ヨリ一ツノ側面ニ引ケル垂線ノ三倍ナルコトヲ證明セヨ(37).

(22) 三角形ABCノ一邊ABノ上ニ在ル一點Pヲ過リテ其面積ヲ二等分スル直線ヲ引クコトヲ求ム(38).

(23) 一ツノ點ヲ過リ同ジ平面ノ上ニアラザル二ツノ直線ノ出會フ直線ノ位置ヲ求ム(38).

(24) ABCヲ圓ニ內接スル正三角形トシPヲ弧BCノ上ニア

ル任意ノ點トスルトキハPA=PB+PCナルコトヲ證セヨ(39).

(25) 相交ラザル二直線ニ出會ヒ且ツ双方ニ垂直ナル直線ヲ引ケ(39).

(26) 圓ニ內接スル四邊形ノ對角線ガ直角ニ交ルトキ，此交點ヲ過ギ一邊ニ垂直ニ引ケル直線ハ對邊ノ中點ヲ過グルコトヲ證明セヨ(40).

(27) 四面體ニ於テ何レナリ三ツノ面ノ面積ノ和ハ他ノ一ツノ面ノ面積ヨリ大ナルコトヲ證明セヨ(40).

(28) 三角形ABCノ一邊BCニ平行ナル直線ヲ引キ他ノ二邊AB,AC夫々D,Eニ於テ交ラシメヨD,C.B,Eヲ結付ケ其交點ヲFトスレバA,Fヲ過ギル直線ハ邊BCヲ二等分スルコトヲ證明セヨ(41.一高).

(29) 同一平面上ニアラザル二ツノ三角形ABC,DEFアリ頂點ト頂點トヲ結付ケル直線AD,BE,CFガ一點Cニ會スルトキハABトDE,BCトEF,CAトFDノ交點P,Q,Rハ一直線上ニアルコトヲ證セヨ(同上).

(30) 與ラレタル圓內ノ一定點ヲ過ル所ノ弦ノ中點ノ軌跡ヲ求ム(41.三高).

(31) 相交レル二平面ノ一ツニ垂直ナル直線ヲ他ノ面上ノ正射影ハ二平面ノ交リニ垂線ナルコトヲ證セヨ(41.三高).

(32) 三角形ABCノ邊BCノ中點ヲDトシ角ADB,ADCノ二等分線ガ邊AB,ACニ相會フ點ヲ夫々E,Fトスレバ直線EFハ邊BCニ平行ナルコトヲ證セヨ(41.四高).

(33) 圓ニ內接スル四邊形ノ相對スル二邊ニテ包ム面積ノ和ハ二ツノ對角線ニテ包ム矩形ノ面積ニ等シキコトヲ證明セヨ(同上).

(34) 正四面體ノ一ツノ稜ノ長サ六寸ナルトキハ其體積ヲ求ム但シ立方寸以下二位迄算出ス可シ(同上).

(35) Oヲ三角形ABCノ各頂點ヨリ對邊ヘ引ケル垂線ノ交點トスAO線(或ハ其ノ延長)ガ外接圓ニ出會フ點ヲDトスレバODハBC邊ニヨリ二等分セラルヽコトヲ證明セヨ(41.五高).

(36) 正四面體ノ對邊ハ互ニ垂直ナルコトヲ證セヨ(41.五高).

(37) 同ジ弓形內ニ於テノ角ハ相等シキコトヲ證セヨ(41.六高).

(38) 與ラレタル五角形ト面積相等シキ三角形ヲ作レ(同上)

(39) 一平面ノ同ジ側ニアル與ラレタル二點P及ビQヲ其平面上ノ一點Rニ結ビ附ケPRトQRトノ和ヲ最小ナラシムル樣ニR點ヲ定メヨ(同上).

(40) 與ラレタル點ヲ過リ與ラレタル二ツノ直線ニ切スル圓ヲ畫ケ(41.七高).

(41) 三角壔ヲ等積ナル三ツノ三角錐ニ分ツコトヲ得之レヲ證セ(同上).

(42) 三角形ノ外接圓周上ノ一點ヨリ各邊ヘ下セル垂線ノ足ハ同一直線上ニ在ルコトヲ證セヨ(41.八高).

(43) 與ヘラレタル一點ヲ通過シ二ツノ互ニ平行セザル直線ニ平行ナル平面ハ一ツアリ而シテ一ツニ限ルコトヲ證セヨ(同上).

(44) 三角形ノ一邊上ノ與ヘラレタル點ヲ通過シテ直線ヲ引キ此ノ三角形ヲ與ヘラレタル比ニ二分セヨ(同上).

第二 海軍機關學校

(45) 三角形ABCニ於テBCノ中點ヲMトスレバ兩邊AB,ACノ上ノ正方形ノ和ハAM,MCノ上ノ正方形ノ和ノ二倍ナリ其證ヲ問フ(32).

(46) 定長ノ直線ヲ兩分線ノ正方形ノ差ガ定正方形ニ等シキ樣ニ分テ(32).

(47) 圓外ナル一定點ヨリ此圓ノ周ニ引ケル諸直線ノ內最モ長キモノト最モ短キモノトヲ問フ(32).

(48) 相交ラザル二圓ニ於テ一圓周上ノ點ヨリ他ノ圓周上ノ點ヘ引ケル直線ノ內最モ長キモノヲ問フ(32).

(49) 三角形ABCニ於テ各角頂ヨリ其對邊ニ垂線AX,BY,CZヲ作ルトキハAXハ角YXZヲ二等分ス其證ヲ問フ(32).

(50) 二直線ニテ包メル矩形ハ其各線ノ上ノ正方形ノ比例中項ナリ其證ヲ問フ(32).

(51) 四角形ノ一對ノ對角ヲ二等分スル線ガ若シ對角線ノ一ツノ上ニテ會ルスキハ他ノ對角ヲ二等分スル線ハ他ノ對角線ノ上ニテ會ス可シ其證ヲ問フ(32).

(52) 三角形ノ三ツノ內角ノ和ハ二直角ニ等シ(33).

(53) 二ツノ定レル點ヨリ等シキ距離ニアル點ノ軌跡ヲ求ム(33).

(54) 三角形ノ三ツノ頂點ヨリ夫々其對邊ニ引ケル垂線ノ中ニ就テ最モ長キ邊ニ至ルモノ最モ短シ(33).

(55) 三角形ABCノ二ツノ邊AB,ACノ中點ヲ夫々E,Fトスレバ四角形EBCFハ梯形ニシテ其面積ハ三角形AEFノ面積ノ三倍ニ等シ(33).

(56) 三角形ノ外接圓ノ中心ガ其三角形ノ內ニアルタメニハ三角形ニ如何ナル要件アルカ(38).

(57) 二ツノ定レル點ト一ツノ定レル直線トアリ其距離三寸

ナリ今此定點ヲ中心トシテ畫キタル圓ガ定線ヨリ切リ取ル弦ノ長サヲ八寸ニナサン爲メニハ圓ノ半徑ノ長サヲ何程ニ擇ムベキカ(33).

(58) 三角形ABCノ三ツノ邊AB,BC,CAノ長サヲ夫々一尺二寸,七寸,九寸トシ又角BAC及ビ其外角ノ二等分線ガ對邊BC及ビ其延長ニ會スル點ヲ夫ニ々P及ビQトスレバPQノ長サ何程ナルカ(33).

(59) 三角形ABCニ於テ邊ABハ邊ACヨリ大ナリトシ底BCノ中點Dヲ頂點Aニ結ブトキハ角DABハ角DACヨリ小ナリ(34).

(60) 三角形ABCノ重心ヲOトセバ$\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=3(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2)$ナリ(34).

(61) 圓ニ內接スル平行四邊形ノ對角線ハ其中心ヲ通ル(34).

(62) 一ツノ圓周上ニ二弧AB,ACヲ反對ノ方向ニ取リ其中點ヲ夫々D,Eトセバ弦DEハ二弦AB,ACト共ニ二等邊三角形ヲ作ル(34).

(63) 點Aヲ中心トシテ畫ケル圓ト點Bヲ中心トセル圓トガ點Cニ於テ交ルトキハ此ノ交點ニ於ケル兩圓ノ切線間ノ角ハ角ACBニ等シキカ或ハ其補角ナリ(34).

(64) 直角三角形ABCアリ直角頂Aヨリ對邊BCニ垂線ヲ引キテDニ會セシメ又角Bノ二等方線テシテ對邊ACニEニ會セシメADトBEトノ交點ヲOトセバDO:OA=AE:ECナリ(34).

(65) 圓ノ內接三角形ABCニ於テ邊ABハ邊ACヨリ大ナリトスルトキハAニ於ケル此圓ノ切線ハ必ズ邊BCノ延長ニ會ス可シ問フ其會點ハBCヲBノ方ニ延長シタル方ナルカ若シクハCノ方ニ延長シタル方ナルカ(35).

(66) 二等邊三角形ニ於テ一邊ト底邊トノ比ハ100ト149トノ如シ然ルトキハ頂角ハ銳角ナルカ鈍角ナルカ(35).

(67) 下ノ作圖題ヲ解ケ(35).

(1) 與ラレタル正方形ノm倍ニ等シキ正方形ヲ作ルコト.

(2) 與ラレタル正方形ノm分ノ一ニ等シキ正方形ヲ作ルコト.

(68) 一直線ニ三點ABCガ此順ニ並ブトキハ此直線上ニ働ノ一點Qヲ求メOBヲOA,OCノ比例中項ナラシムル法如何(35).

(69) 圓ノ半徑ガr尺ナルトキハ此圓ニ內接スル等邊三角形,正方形,五角形ノ邊各幾何尺ナル(35).

(70) 二ツノ與ラレタル點ヲ過ギテ一ツノ與ラレタル直線ニ切スル圓ヲ畫ケ(36).

(71) ABCヲ三角形トス邊BCノ上ニ任意ニ一點Dヲ取リ邊CAノ上ニ任意ニ一點Eヲ取リ又邊ABノ上ニ任意ニ一點Fヲ取レ然ルトキハ三ツノ三角形AEF,BFD,CDEノ外接圓ハ一點ニ會ス(36).

(72) ABCヲ三角形トス底邊BCノ上ノ一點Pヨリ二邊AB,ACニ平行ニPY,PXヲ引キテ夫々AC,ABニYXニ會セシメヨ然ルトキハ三角形AXYハ二ツノ三角形BPX,CPYノ比例中項ナリ(36).

(73) ABCヲ三角形トス頂角Aノ二等分線ガ底邊BCニ出會フ點ヲDトセヨ又內心ヲOトセヨ然ルトキハ底邊ト他ノ二邊ノ和トノ比ハDOトOAトノ比ニ等シ(36).

(74) 一ツノ與ラレタル有限直線アリ而シテ此線ト他ノ一直線トノ比ガ二ツノ與ラレタル正方形ノ比ニ等シキトキ後ノ直線ヲ求ムル方法ヲ述ベヨ(36).

(75) 三角形ノ頂點ト底邊ノ中點トヲ結付クル直線ガ底邊ノ半ヨリ小ナラバ頂角ハ鈍角ナリ(37).

(76) 一ツノ圓周上ニ三ツノ點A,B,Cヲ取リ弧BC(Aヲ點ノアラザル)ノ中點ヲDトシDAヲ結ベ直線DA上ニ點Oヲ取リDO=DCナラシムレバ點Oハ三角形ABCノ內心ナリ(37).

(77) 正三角形ト正方形トアリ其周圍相等シキハ就レノ面積ガ大ナルカ(37).

(78) ABCDEヲ一ツノ正五角形トシ其二ツノ對角線AC,BDノ交點ヲOトス然ルトキハBCハAC,COノ比例中項ナリ(37)

(79) 頂角ヲ共有スル二ツノ三角形ABC,ADEアリテAD=AE=½(AB+AC)ナルトキハ三角形ADEノ底邊DEハ三角形ABCノ底邊BCヲ二等分ス(38).

(80) 三角形ABCニ於テ一ツノ底角Bガ他ノ底角Cノ二倍ナルトキハ底邊ノ中點ト高サノ足トノ距離ハ邊ABノ半ナリ(38).

(81) 一ツノ周圍ノ上ニ順次ニ四點A,B,C,Dヲ取リテ此ノ圓周ヲ四分シ而シテ弧AB,弧BC,弧CD,弧DAヲ次第ニ小サクナル樣取ルトキハ弦BDハ常ニ弦ACヨリ大ナリ(38).

(82) 三角形ニ於テ底邊ノ長サト頂角ノ大サトガ不變ナルトキハ二ツノ底角頂ヨリ對邊ニ引ケル垂線ノ足ヲ結付クル直線ノ長サハ不變ナリ(38).

(83) 三角形ABCノ底邊BCニ平行ナル一ツノ直線EFヲ引キ二邊AB,ACト夫々E,Fニテ交ラシメ而シテEヲ底邊ノ中點Dニ結付クルトキ直線EDガ角ADBヲ二等分セバFDハ角ADCヲ二等分ス(38).

(84) 梯形ハ其平行ナル二邊ノ和ノ半分ニ等シキ底邊及ビ其

二邊ノ距離ニ等シキ高サノ矩離ニ等シ之ヲ證明セヨ(39).

(85) 四邊形ABCDニ於テ四邊AB,BC,CD,DAノ中點ヲ夫々P,Q,R,Sトシ下ノ二件ヲ證明セヨ(39).

(1) 二ツノ對角線AC,BDガ相等シキトキハPR,QSハ直角ニ交ル

(2) 二ツノ對角線AC,BDガ直角ニ交ルトキハPRQSハ相等シ

(86) 一邊ノ長サ一尺ノ正方形ニ外接スル圓ト一邊ノ長サ二尺四寸ノ等邊三角形ニ內接スル圓トハ孰レガ大ナルカ(39).

(87) 頂角,底邊及ビ他ノ二邊ノ和ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ(39).

(88) 三角形ノ頂角ヲ二等分スル直線ハ底邊ヲ他ノ二邊ノ比ニ內分スルコヲ證明セヨ(39).

(89) 二等邊三角形アリテ底邊ノ高サニ於ケルハ3ノ2ニ於ケルガ如クナルトキハ內心ニテ分タレタル高サノ分ノ比如何(39).

(90) 與ラレタル底邊ト與ラレタル高サトヲ有スル三角形ノ中其ノ周圍ノ最小ナルハ二等邊三角形ナリ(40).

(91) 半徑r尺ノ圓ニ內接スル正八角形ノ一邊ノ長サヲ求ム(40).

(92) 三角形ABCノ二邊AB,ACノ上ニ夫々二點E,Fヲ取リBEハEAノ二倍,AFハFCノ二倍ナラシメヨEF及ビBCノ延長ガ相交ル點ヲHトスレバBHノCHニ於ケル比如何(40).

(93) 等シク且ツ平行ナル二ツノ直線ハ任意ノ平面上ニ等シク且ツ平行ナル正射影ヲ投ズ(40).

(94) 一稜ノ長サa尺ナル正四面體ノ體積ヲ求メヨ(40).

(95) ABCヲ一角Bガ鈍角ナル三角形トシ而シテPヲ其ノ垂心トセヨ然ルトキハ

$$\angle PBC+\angle ABC-(\angle PCB+\angle ACB)=2 \text{ 直角}$$

ナルコヲ證明セヨ(41).

(96) 與ラレタル圓ニ內接スル矩形ノ內其ノ面積ノ最大ナルモノヲ求メヨ(41).

(97) 頂角ガ直角ナル二等邊三角形ト之レニ等積ナル等邊三角形トアルトキハ二等邊三角形ノ底邊ト等邊三角形ノ一邊ノ比如何(41).

(98) Oヲ頂點トスル三面角ノ三ツノ平面角ガ皆直角ナルトキハ任意ノ一點Xヨリ三ツノ稜ニ垂線XP,XQ,XRヲ引クトキハ下ノ關係アリ之レヲ證明セヨ(41).

$$\overline{OX}^2=\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2+\overline{OR}^2$$

(99) 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ガa尺及ビb尺ナルトキハ斜邊ヲ軸トシテ此ノ三角形ヲ一回轉スルトキニ生ズル立體

ノ體積如何(41).

第三　東京高等商業學校

(100)　圓ニ內接スル四邊形ノ相對スル角ハ互ニ補角ナリ之レヲ證明セヨ(33).

(101)　三角形ノ頂點ヨリ之レニ對スル邊ヘ引ケル三ツノ垂線ハ同一ノ點ヲ過グ之レヲ證明セヨ(33).

(102)　二ツノ與ラレタル點ヲ過グ且ツ一ツノ與ラレタル圓ニ切スル圓ヲ畫ク方法ヲ問フ(33).

(103)　二ツノ圓ノ交點A,Bヲ過ル直線PAC,RBSヲ引キ圓周トP,Q,R,Sニ於テ出會ハシメヨ然ルトキハ弦PR弦ト弦QSトハ平行ナリ之レヲ證明セヨ(34).

(104)　與ラレタル三ツノ正方形ノ和ニ等シキ正方形ヲ畫クコトヲ求ム(34).

(105)　圓ニ外接スル平行四邊形ハ菱形ナリ之ヲ證セヨ(35).

(106)　三角形ABCノ頂角Aノ二等分線ヲ引キ底邊ハDニ於テ外接圓ハEニ於テ交ラシムレバAB.AC=AD.AEナリ之レヲ證明セヨ(35).

(107)　二ツノ圓ノ中心ノ間ノ距離ガ其半徑ノ和ヨリ大ナラバ此ノ二ツノ圓ノ各ハ全ク他ノ外ニアリ(36).

(108)　二等邊三角形OABノ頂點Oヨリ任意ノ直線ヲ引キ底邊ABトPニ於テ交ハラシメ外接圓ノ周ノQニ於テ交ラシムレバOPトOQトノ包ム矩形ハ常ニ相等シ(36).

(109)　二ツノ圓ガ外切スルトキハ切點ヲ過ラザル共通切線ノ其切點ノ間ニ在ル部分ハ二ツノ圓ノ直徑ノ間ノ比例中項ナリ(36).

(110)　中心Oナル圓ノ弦ABヲCマデ延長シテBCヲ半徑ニ等シクシCトOトヲ過ル直線CDOEヲ引キ圓周ト交ル點ヲD,Eトス然ルトキハ弧AEハ弧BDノ三倍ニ等シ(37).

(111)　圓ニ內接スル三角形ABCノAニ於ケル切線ガBCノ延長トDニ於テ交ルトキハ(37).

$$BD:CD=\overline{AB}^2:\overline{AC}^2.$$

(112)　直角三角形ニ於テ直角ヲ夾ム邊ヲ直徑トシテ圓ヲ畫ケバ此圓ガ斜邊ト交ル所ノ點ニ於テ之レニ切スル直線ハ他ノ邊ヲ二等分ス(39).

(113)　平面外ノ一定點ヨリ此平面上ノ一定點ヲ過リテ此平面上ニアル直線ニ下セル垂線ノ足ノ軌跡ヲ求ム(39).

(114)　一ツノ圓ノP點ニ於ケル切線ト他ノ二ツノ平行ナル切線トノ交點ヲ夫々A,Bトスルトキハ此ノ圓ノ半徑ハAP,BPノ間ノ比例中項ナリ(40).

(115) 二ツノ球ガ交ルトキハ其交線ハ一ツノ圓ナリ(40).

第四　東京高等師範學校

(116) 中心Oナル圓, 中心 Oナル圓ノ中ニ在リテ之レトA點ニ於テ相切スルトキA點ヲOナル圓周上ノ任意ノ點Dニ結付クル所ノ直線ADハA點ヲO圓ノD點ニ於ケル切線トO'圓トノ交點B及ビCニ結付ケテ得ル所ノ角ABCヲ二等分スヿヲ證明セヨ(33.本科理科).

(117) 與ラレタル圓ノ外ノ與ラレタル點Pヲ過ギテ其圓トA及ビBニ於テ交ハル所ノ割線PABヲ引キ其ノ圓內ニアル部分ABヲシテ全線PBト圓外ノ部分PAトノ比例中項ニ等シカラシメントス割線ノ作圖法如何(同上).

(118) 與ラレタル點ノ相交ハル二ツノ平面上ニ於ケル正射影ヨリ其二平面ノ交ハリヘ垂線ヲ引クトキハ其二ツノ垂線ハ二平面ノ交リト同ジ點ニ於テ相會スヿヲ證明セヨ(同上)

(119) 圓ノ弧ABCノ中點Bヲ過グル所ノ直線ガ其ノ弧ノ弦ACトP點ニ於テ交ハリ同ジ圓周トQ點ニ於テ交ハルトセバBP及ビBQノ包ム矩形ハ直線BPQノ何レノ位置ニ於テモ不易ナルコトヲ證明セヨ(33. 官費專修科, 物理化學科及動植物學科共通特別試驗問題).

(120) 與ラレタル正方形ニ他ノ與ラレタル正方形ト等積ノ矩形ヲ內接セシメヨ(同上)

(121) 四邊形ノ相對スル邊ノ中點ヲ結付ケル二ツノ直線ト其對角線ノ中點ヲ結付クル直線トハ皆同一ノ點ニ會スヿヲ證セヨ(33. 官費專修科數學科特別試驗).

(122) 圓ノ內ニ一定ノ弦ABト動クベキ弦ACトアリ其ノ二弦ノ端B,Cヲ結付クル所ノ弦BCノ中點ノ軌跡ヲ求ム(同上).

(123) 三角形ABCノ各邊AB,BC,CAノ中點ヲ順次ニD,E,Fトスレバ D點ヲ過クテ中線BFニ平行ニDGヲ引キ直線EFノ延長線トG點ニ於テ交ラシムルトキハ三角形DGCノ三邊ハ夫々ニ三角形ABCノ三中線ト相等シト云フ是ヲ證明セヨ(同上)

(124) 與ラレタル圓ト一定ノ角ヲナシテ交リ且ツ一定ノ直徑ヲ有スル所ノ圓ノ中心ノ軌跡ヲ求ム(同上).

(125) 梯形ノ並行セル二邊ノ一ツガ他ノ一ツノ三倍ナルトキハ兩對角線ハ互ニ其ノ三分ノ一ノ處ニ於テ相交ルコトヲ證明セヨ(33. 農學地學科普通試驗)

(26) AハBCヲ直徑トセル圓周上ノ一點トス今BC線中ノ任意ノ一點Dヨリ BCニ立テタル垂線ガBA,CAノ二直線及ビ圓周ト夫々E,F及ビGニ於テ交ハルトセバDGノ長サハDE及DFノ長サノ比例中項ナルコトヲ證明セヨ(同上).

(127) 任意ノ四邊形ノ相隣レル二角ヲ等分スル二ツノ直線ノ互ニナス角ハ其四邊形ノ他ノ二ツノ角ノ和ノ半ニ等シ之レヲ證セヨ(33. 國漢英語科共通普通試驗)

(128) 三角形ノ一角ト之レニ接スル一邊及ビ他ノ二ツノ邊ノ和トヲ知リテ三角形ヲ作レ(同上).

(129) 平行四角形ノ四ツノ內角ヲ二等分スル直線ガ相交リテ成ス所ノ四邊形ハ矩形ナルコヲ證明セヨ(34. 官費專修科普通試驗).

(130) 圓ニ外接スル四邊形ノ一双ノ相對スル邊ノ和ハ他ノ一双ノ相對スル邊ノ和ニ等シキコト及ビ其逆ヲ證明セヨ(同上).

(131) 直角三角形ノ斜邊BCノ中點Cヨリ此邊ノ上ニ垂線ヲ立テ他ノ二邊トE及ビFニ於テ交ラシメ又直角ノ頂點AヲOニ結ビ付タルトキハAOノ上ノ正方形ハOEトOFノ包ム矩形ニ等シ之レヲ證明セヨ(35. 豫科)

(132) 空間ニアル二直線ノ位置ノ關係ヲ總テ列擧セヨ(同上)

(133) 圓ノ中心ニ於テ直角ニ交ル二ツノ直線ト其圓ノ任意ノ切線トノ交點ヨリ引カルル二ツノ切線ハ互ニ平行ナルコトヲ證明セヨ(36. 豫科)

(134) 正多面體ハ幾種アリヤ之レヲ決定セヨ(同上).

(135) AB,CDヲ與ラレタル圓ノ定マレル二ツノ直徑トシE,Fヲ夫々圓周上ノ任意ノ點ヨリAB,CDヘ下セル垂線ノ足トスレバ直線EFノ長サハ一定ナルコトヲ證明セヨ(37. 豫科)

(136) 銳角Oノ內ニ與ラレタル二點P,Qアリ Pヨリ此角ノ一上ノ點Aニ至リAヨリ他ノ邊上ノ點Bニ至リBヨリQニ至ル路PABQヲ最短ナラシメントスA及ビBノ位置ヲ求ム(同上)

(137) 圓ニ外接スル平行四邊形ハ菱形ナリ之レヲ證セヨ(38,豫科).

(138) 二ツノ點A,BトBヲ過グル一ツノ直線トA,B二點ノ間ヲ過リテ此ノ直線ニ平行ニ引キタル他ノ一ツノ直線トガ與ラレタルキAヲ過リテ此ノ二ツノ平行直線ト夫々M及Nニ交ル直線AMNヲ引キBM及ビBNノ長サヲ等シクセヨ又此ノAMNノ如キ直線ハ幾何引キ得ルカ(同上).

(139) 與ラレタル半圓ニ接內スル正方形ヲ作レ(39. 豫科).

(140) 三面角ノ三ツノ二面角ヲ二等分スル三ツノ平面ハ同一ノ直線ニ於テ相交ルコトヲ證明セヨ(同上).

(141) 或點Pヨリ三角形ABCノ三邊ヘ下セル垂線ノ足 L,M,N,ガ同一ノ直線上ニ在ルトキ其點 Pハ此ノ三角形ノ外接圓ノ周上ニ在リ之レヲ證明セヨ(40).

(142) 直線ABノ平面Pノ上ニ投ジタル正射影ト直角ヲナシ

且ツ其ノ平面Pノ中ニ在ル任意ノ直線ハ直線ABト直角ヲナス之ヲ證明セヨ(40).

(143) 三角形ABCノ二頂點B,Cヲ過ギル圓周ト二邊AB,ACトノ交點A′,B′ヲ結付クル直線ハ常ニ一定ノ直線ニ平行ナリ之レヲ證明セヨ(41).

(144) 三角形ヲ三ツノ相等シキ三角錐ニ分テヨ(41).

第五 商船學校

(145) 三角形ノ項點ヨリ底邊ノ中點ヘ引キタル直線ガ大ナル邊トナス角ハ小ナル邊トナス角ヨリ小ナリ其證ヲ問フ(32).

(146) 三角形ノ一邊ノ上ノ定點ヨリ引キタル直線ニテ三角形ヲ二等分スル法如何(32).

(147) 三角形ABCノ項點A及ビCヨリ其ノ對邊ヘ引キタル兩垂線ノ交點ヲEトシ、外接圓ノ直徑ヲBDトセバAECDハ平行四邊形ナリ其證ヲ問フ(32).

(148) 半圓周上ノ一點Cヨリ直徑ABニ引キタル垂線ヲCDトシBDトEニ於テCDトFニ於テ半圓周トGニ於テ切スル圓周ヲEFGトセバ弦ACハAEニ等シクA,F,Gナル三點ハ一直線上ニアルベシ其證ヲ問フ(32).

(149) 正方形ABCDノ對角線BDニ沿フテBヨリSCニ等シクBEヲ採リBDニ直角ニEFヲ引キFニ於テCDニ交ラシムルトキハDE=EF=FCナリ其證ヲ問フ(33).

(150) 定圓內ノ定點ヲ過ギル弦ノ中點ノ軌跡如何(33).

(151) 一邊上ノ定點ヨリ引キタル直線ヲ以テ三角形ヲ二等分スルコヲ求ム(33).

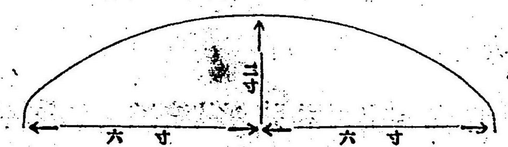
(152) 圓ニ切スル內外兩正六角形ノ積ノ比ハ3·4ナリ其證ヲ問フ(33).

(153) 三角形ABCノ大邊ACヨリADヲ小邊ABニ等シク採リBDヲ結ブキトハ角CBDハ兩底角ABC,ACBノ差ノ半ニ等シ其證ヲ問フ(34).

(154) 定點ニ於テ定圓ニ切シ且ツ定線ニ切スル圓ヲ作ル法如何(34).

(155) 三角形ノ邊上ノ正方形ノ和ノ三倍ハ中線上ノ正方形ノ和ノ四倍ニ等シ其證ヲ問フ(34).

(156) 圓ノ弧アリ其弦ノ長サ一尺二寸矢二寸ナルトキハ其直徑ノ長サ如何(34).



(157) AB,CDハ圓ノ直角ニ交ル兩弦ニシテEハ其交點ナリB

C,ADヲ結ビEヲ貫キテBCニ直角ナル直線ヲ引キADニ會セシムルトキハFハADノ中點ナリ其證ヲ問フ(35. 豫備試驗)

(158) 平行四邊形ABCDノ形內ナル一點Eヲ貫キテ二邊ニ平行ナル直線ヲ引クトキハ兩平行四邊形 AE,ECノ差ハEヲ頂點トシ對角線 BDヲ底トセル三角形 BDEノ二倍ニ對シキヲ證明セヨ(同上).

(159) 底邊,頂角及二邊ノ比ヲ與ヘテ三角形ヲ作ル法如何(同上).

(160) 平行線AB,CDノ上ニ二點E,Fヲ設ケテAE,EBノ比ヲCF,FDノ比ニ等シカラシムルトキハAC,EF,BD(若クハ其延長線)ハ共ニ一點ニ於テ相會スルカ或ハ平行ス可シ其證ヲ問フ(同上).

(161) 定點ヨリ定直線ニ引キタル諸直線上ノ正三角形ノ頂點ノ軌跡如何(35. 無試驗入學志願者)

(162) 外切セル兩圓ノ一方ニ引キタル共通切線ノ切點間ノ距離ハ其兩圓ノ直徑ノ比例中項ナリ其證ヲ問フ(同上)

(163) 三邊ノ中點ノ位置ヲ與ヘテ三形ヲ作ル法如何(35. 體格檢查合格者).

(164) 圓ニ於テ直角ニ交ル兩弦ガ其交點ニテ分ツ部分ノ正方形四個ノ和ハ直徑ノ正方形ニ等シ其證ヲ問フ(同上).

(165) 三角形ABCノ兩邊AB,ACノ上ニD,Eヲ設ケテAD,AEヲ夫々AB,ACノ三分ノ一ニ等シクスルトキハBE,CDハ互ニ其四分ノ一ノ點ニ相交ル可シ其證ヲ問フ(同上).

(166) 三角形ノ兩底角ノ外角ノ二等分線ト頂角ノ二等線トハ一點ニテ相會スベシ其證ヲ問フ(35. 九月豫備試驗)

(167) ABハ與ラレタル圓ノ定弦ニシテCDハ長サ一定セル動弦ナリAC,BDノ交點ノ軌跡如何(同上)

(168) 二邊ノ和ト斜邊トヲ與ヘテ直角三角形ヲ作ルコヲ求ム(同上).

(169) 圓ニ內接セル二等邊三角形ABCノ頂點Aヨリ直線APQヲ引キ底邊BCトP圓周トQニテ交ラシムルトキハAP,AGノ包ム矩形ノ積ハ常ニ一定ナル可シ其證ヲ問フ(同上).

(170) 與ラレタル正方形ニ等シキ矩形ヲ與ラレタル直線ノ上ニ作ルコヲ求ム(35. 九月無試驗入學志願者)

(171) 直線DEFガ三角形ノ邊BC,CA,ABト夫々D,E,Fニテ交リABヲACト相等シキ角ヲナストキハBD:CD=BF:CEナリ其證ヲ問フ(同上).

(172) 四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ結付クルトキハ平行四邊形ヲ得可ク而シテ其積ハ原四邊形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ(35. 九月體格檢查合格者)

(173) 三角形ABCノ頂角Aヨリ對邊BCニ垂線ヲ引キ之レヲ延長シテDニテ其外接圓ニ會セシメ其三角形ノ垂心ヲHトスレバHDハBCニ仍テ二等分セラル可シ其證ヲ問フ(同上)

(174) 定點Aヨリ定線上ノ動點Bニ引キタル直線ABノ上ニ一點Cヲ設ケ矩形AB,ACヲシテ一定ナル積ヲ有セシムルトキハC點ノ軌跡如何(同上).

(175) 三角形ノ三中線ノ和ハ其三邊ノ和ヨリ小ナリ(36. 豫備試驗).

(176) 直角ニ交ル二直線上ノ任意ノ二點ヲ結付ケ之ヲ對角トシテ作リタル正方形ノ角頂ノ軌跡如何(同上).

(177) 三邊ノ和ト二角トヲ與ヘテ三角形ヲ作ル法如何(同上).

(178) 相似三角形ノ積ハ其ノ高サノ平方ニ比例ス可シ其證ヲ問フ(同上)

(179) 兩圓ノ交點ノ一ヲ過ギ兩圓周ニテ限ラレタル諸直線ノ內其最大ナルモノハ兩圓ノ中心ヲ結付タル直線ニ平行ナリ其證ヲ問フ(36. 無試驗入學志願者)

(180) 等圓ニ內接スル正三角形ト正六角形トアリ其積ノ比ヲ問フ(同上).

(181) 三角形ABCノ底邊BCノ中點ヲDトシ角ADC角ADBノ二等分線ガ邊AC,ABニ會スル點ヲ夫々E,FトセバEFハBCニ平行ス其證ヲ問フ(同上).

(182) 圓ニ內接スル三角形ノ頂角ノ外角ノ二等分線ト其圓周トノ交點ヲ底邊ノ兩端ニ結付ケタル三角形ハ二等邊三角形ナリ(37. 豫備試驗)

(183) 正方形ノ對角線ト一邊トノ和或ハ差ヲ與ヘテ正方形ヲ作ル方法各如何(同上).

(184) 三角形ノ頂點ヨリ底邊ヘ引ケル垂線ガ三角形ノ形內ニアリ而シテ其垂線ガ底邊ノ部分ノ比例中項ナル時ハ三角形ハ直角三角形ナル其證ヲ問フ(同上).

(185) ABノ上ニ立ツ二ツノ三角形ABC,ABDノ頂點C,Dヲ結ビ其ノ中點ヲEトセバ三角形ABEハABC,ABDノ和ノ半若クハ差ノ半ニ等シ其證ヲ問フ(37. 體格檢查合格者)

(186) 三角形ABCノ頂角A及ビ其外角ノ二等分線ト底邊BCトノ交點ヲ夫々D,Eトセバ下ノ關係アリ其證ヲ問フ(同上).

$$\frac{1}{BD}+\frac{1}{BE}=\frac{2}{BC}$$

(187) 下ニ與ラレタル要件ニ適スル三角形ヲ畫ク方法ノミヲ記セ(37. 無試驗入學志願者)

(甲) 二邊ト第三邊ヘノ中線ヲ與タルトキ

(乙) 一邊ト其他ノ二邊ヘノ中線ヲ與タルトキ

(188) 直角三角形ABCノ直角Bヲ二等分スル直線ガACトFニ於テ交リ外接圓トDニ於テ交ル時ハ矩形BD.BFハ三角形ABCノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ(同上).

(189) 四角形ガ平行四邊形タルベキ爲メニ要スル條件ヲ列擧セヨ(38.豫備試驗)

(190) 圓ABCノ直徑ABノ一端Aヨリ圓周上ノ一點Cノ切線CDニ垂線ABヲ引キ之レヲ延長シテBCノ延長線トEニ交ラシムレバAE=ABナリ其證ヲ問フ(同上).

(191) 三角形ABCノ頂角A,Bヨリ其對邊ニ垂線AD,BEヲ引クトキハ$\overline{AB}^2$=AC.AE+BC.BDナリ其證ヲ問フ(同上).

(192) 梯形ABCDノ平行ナル二邊AB,CDヲ夫々H,Kニ延長シBH=CD,DK=ABナラシメH,Kヲ結ビAB,CDノ中點E,Fヲ結ベル直線トGニ交ラシム若シAB=7, CD=9, EF=8ナラバEGノ長ヲ如何(同上).

(193) 三角形ノ兩底角頂ヨリ其對邊ニ引キタル垂線ガ互ニ相等シキトキハ其三角形ハ二等邊ナリ其證ヲ問フ(38.無試驗入學志願者).

(194) 三角形ABCノ底邊BCノ中點Dヲ貫キテ直線EDFGヲ引キAB,AC若クハ其延長線トE,Fニ交ラシメBCニ平行ナル直線AGトGニ交ハラシムルトキハ EG:ED=FG:FDナリ

其證ヲ問フ(同上).

(195) 直角三角形ノ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ方形ノ和ニ等シ其證ヲ問フ(38.體格檢查合格者)

(196) 二ツノ同心圓アリ外圓周上ノ一點Aヨリ內圓ニ切線AD,AEヲ引キ切點D,Eヲ結ビED,ADヲ延長シテ外圓ト夫々B,Cニ會セシムルトキハ

(甲) 三角形ABEハ三角形BCDニ相似形,

(乙) $\overline{AB}^2:\overline{BC}^2$=BE:BD

ナリ其證ヲ問フ(同上).

(197) 正多角形ノ一角ガ$\frac{9}{5}$直角ナルトキ其邊數如何(39.豫備試驗).

(198) 三角形ノ二邊ノ差,兩底角ノ差及ビ底邊ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ(同上).

(199) 三角形ABCノ二邊AB, ACノ上ニ夫々D, Eナル點ヲ設ケテAD:DB=AE:EC=1:2ナラシメCD,BEヲ結ビ付ケテ其交點ヲFトシFヲ過リテ底邊BCニ平行シテGHノ二邊ノ間ニ引クトキハ

(甲) GF=FH.

(乙) G,Hハ夫々AB,ACノ中點ナリ

其證ヲ問フ(同上).

(200) 一ツノ點ヲ貫キ且ツ二ツノ直線ニ切スル圓ヲ畫ケ(39 無試驗入學志願者).

(201) 圓ニ內接スル正六角形ト外接スル正六角形トノ周圍ヲ其圓ノ直徑ニ比較ス可シ(同上).

(202) 直角三角形ABCノ直角頂Aヨリ斜邊BCヘ垂線ADヲ引キDヨリAB邊ヘ垂線DEヲ引クトキハ $\overline{AB}^2:\overline{AC}^2=BE:EA$ ナリ, 其證ヲ問フ(39. 體格檢查合格者)

(203) ABナル與ラレタル長サノ直線ヲ双方ニ延長シテ直線CABDヲ作リ矩形CB.BD及CA.ADノ面積ヲ夫々與ラレタル大サニ等シカラシメンニハC及ビDノ位置ヲ如何ニ定ム可キカ, 又ABヲ12寸 CB.BD,CA.ADノ面積ヲ夫々49平方寸,4平方寸トシテCA,BDノ長サヲ求ム可シ(同上).

(204) 直角三角形ノ一銳角ガ他ノ銳角ノ二倍ナルトキハ斜邊ハ最小ナル邊ノ二倍ナリ其證ヲ問フ(40.豫備試驗).

(205) 二ツノ同心圓ニテ圍ミタル圓輪ノ面積ハ內圓ニ接スル外圓ノ弦ヲ直徑トスル圓ノ面積ニ等シ其證明ヲ問フ (同上)

(206) 圓周上ノ定點Aヨリ直線 APQ ヲ出シテ圓周トPニ交ラシメ又Aニ於ケル切線ニ平行ナル定直線トQニ交ラシムルトキハ矩形 AP.AQ ハ恒ニ一定ノ積ヲ有スベシ其證ヲ問

(同上).

(207) 銳角三角形 ABC ニ外接セル圓ノ直徑ヲ ADトセバ角 BAD, CAD ハ夫々角 ACB, ABC ノ餘角ナリ其證ヲ問フ(40. 無試驗入學志願者).

(208) 對角線ニ平行セル二ツノ直線ヲ以テ平行四邊形ノ積ヲ三等分スルコトヲ求ム(同上).

(209) 圓ニ內接スル四邊形ノ兩對邊ニ等シク傾ムク直線ハ亦他ノ兩對邊ニモ等シク傾ク可シ其證ヲ問フ(40. 體格檢查合格者).

(210) 底角ガ頂角ノ二倍ナル二等邊三角形アリ其角ノ大サ及ビ底邊ノ等邊ニ於ケル比ヲ求ム(同上).

(211) 與ラレタル圓ニ於テ長サノ定マレル動弦ノ兩端ニ切線ヲ切クトキハ其交點ノ軌跡如何(41. 備豫試驗).

(212) 半徑六寸ノ圓ノ中心ヨリ四寸ノ距離ニアル點ヲ過リテ引キタル弦ノ最短ナルモノヽ長サ及ビ其點ヲ過リテ任意ニ引キタル弦ノ兩分ノ包ム矩形ノ積ヲ求ム(同上).

(213) 三角形ABCノ形內ニ一點Pヲ設ケテ三ツノ三角形APB, BPC,CPAノ積ノ比ヲ1:2:3ノ如クセンコトテ求ム(同上)

(214) 三角形ノ高サハ垂足三角形ノ角ヲ二等分ス可シ其證ヲ問フ(41.無試驗入學志願者).

(215) 三角形ABCノBC邊ノ中點ヲDトシA角ノ二等分線ノBCニ交ハル點ヲEトシAB,BC,CAノ長サヲ夫々12寸,16寸,13寸トシテAD, AEノ長サヲ分位マデ計算スベシ(同上).

(216) Pニ於テ相切スル二圓アリPヲ過リテ任意ニ直線Pヲ引キ兩圓周トA, Bニ交ラシメ, A點ヨリB點ヲ過レル圓ニ切線ACヲ引クトキハ比AP:PB及ビAP:ACハ何レモ一定ナル値ヲ有スルモノナルコヲ證明セヨ(41.體格檢查合格者).

(217) 與ラレタル正方形ヲ他ノ與ラレタル正方形ニ外接セシムル法如何(同上).

第六　陸軍士官候補生

(218) 一邊及ニ中線ヲ知リテ三角形ヲ作ルコトヲ求ム(33).

(219) 同底等積ノ三角形ノ周圍ハ二等邊ナルモノ最小ナリ(33).

(220) 定圓Oヘノ切線Aト定點ヘノ距離等シキ點ノ軌跡ヲ求ム(33).

(221) 球ノ積ヲVトシ內容六面體ノ稜邊ヲaトスルトキハ $V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$ ナルコトヲ證明セヨ(33).

(222) 直角三角形ノ一銳角ハ他ノ銳角ノ二倍ニシテ其斜邊ノ長サ六尺ナルトキ最小邊ノ長サヲ求ム(34).

(223) 正方形及ビ等邊三角形ヲ同一圓ニ內接シテ作ルトキ其正方形ノ邊ノ長サ十尺ナラバ等邊三角形ノ邊ノ長サ幾尺ナルカ(34).

(224) 圓ニ內接スル等邊形ハ恒ニ等角ナルカ(34).

(225) 四面體ノ各頂點ヲ之レニ對スル面ノ重心ニ結付クレバ其直線ハ同一點ヲ過グ且ツ其各直線ハ此點ニ於テ3:1ノ比ニ分タル其證ヲ求ム(34).

(226) 圓ニ內接スル四角形ノ相對スル角ハ互ニ補角ナルコトヲ證セ(35).

(227) 三角形ノ中線ガ之レニ隣レル邊トナス角ノ內小ナル邊トナス角ハ大ナル邊トナス角ヨリ大ナルコヲ證セヨ(35)

(228) 相交ルニツノ圓ノ共通弦ノ上ニアル點Cヲ通過シテ一直線ABCDヲ引キ一ツノ圓トノ交リヲA,D他ノ圓トノ交リヲB,Eトスルトキハ AB:BC=ED:DCナルコヲ證セヨ(35).

(229) 四面體角ヲ一ツノ平面ニテ截リ其截面ヲシテ平行四邊形ナラシメヨ(35)

(230) 四邊形ノ一角點ヨリ其四邊形ヲ二等分スル直線ヲ引ケ(36).

(231) 中心Cナル圓ノ切線ガ中心Cヲ過ギル他ノ一ツノ圓トPQニ於テ交ルトセヨ然ルトキハPC×QCハ一定不變ナ

リ(36).

(232) 直徑ABナル圓ノB點ニ於ケル切線トA點ヨリノ任意ノ二直線トノ交リヲ夫々C,Dト圓トノ交リヲ夫々P,Qトスレバ∟CQD=∟DPCナリ(36).

(233) 半徑rナル球ニ於ケル

(甲) 表面積

(乙) 體積ヲ表ハス公式ヲ書ケ

(丙) 截頭直圓錐ノ兩底ノ半徑R,rニシテ高サがhナルトキ其體積ハ$\frac{1}{3}h(r^2+rR+R^2)\pi$ナルコトヲ證セヨ(36).

(234) 凸五角形ヲ同面積ノ四邊形ニ變形スルコトヲ求ム(37)

(235) 二等邊三角形ノ底邊BC上ノ一點PヨリBCニ直立スル直線PDヲ引キ他ノ二邊トE,Dニ於テ交ラシムルトキハDP+EPハ不變ナリト云フ之レヲ證明セヨ(37).

(236) 兩圓ノPニ交ルアリ今P點ヲ過ギAB, CDヲ引クトキハAC,DBナル兩弦ノ延長線ノ交角Eハ不變ナリト云フ之レヲ證明セヨ(37).

(337) 一直線上ニ順次ニ取リタル四點A, B, C, Dガ調和列點ナルトキハ此ノ四點間ニ如何ナル關係アルカ(37).

(338) 三角形ABCノ底BCニ平行ヲナス直線DEヲ引キD,C及ビB,Eヲ結付ケテ其交點ヲFトナシAFヲ結ビ之レヲ延長シテDE及ビBCトH及ビKニ於テ交ハラシムルトキハA, H, F, Kハ調和列點ナリ之レヲ證明セヨ(37).

(239) 四面體ノ二面角ヲ平分スル平面ハ其ノ對稜ヲ二ツノ部分ニ分チ其部分ハ此ノ二面角ノ兩側面ノ面積ニ比例ヲナスト云フ之レヲ證明セヨ(37).

(240) 餘角,補角,錯角,同位角(相應角トモイフ)正多角形,相似直線形ノ定義ヲ求ム(38).

(241) 一ツノ直線ヲ二分シ其二ツノ部分ニテ作レル矩形ヲシテ與ヘラレタル正方形ト等積ナラシメヨ(38).

(142) 圓周上ノ一點Pヲ過ル三ツノ弦PA,PB,PCトP點ニ於ケル切線ニ平行セル直線MNトノ交點ヲ夫々H,K,Lトスレバ$PA\times PH=PB\times PK=PC\times PL$ナリ之レヲ證セヨ(38).

(243) 直圓墻ノ高サ一「メートル」ニシテ其全表面積(曲面及兩底ノ面積ノ和ヲ云フ)ハ半徑二「メートル」ナル圓ノ面積ニ等シトイフ圓墻ノ半徑及其體積ヲ問フ(38).

(244) 銳角三角形ABCノ角頂A, Cヨリ對邊ヘ引ケル垂線ヲ夫々AD,CEトスレバ三角形DEBハ元ノ三角形ABCニ相似ナコルトヲ證明セヨ(39).

(245) 三角形ABCノ底邊BCニ平行ナル直線ガ邊AB,ACニ交ル點ヲ夫々D,EトシBE,DCノ交點ヲOトスルトキハ三角形

AOE,AODハ等積ナルコトヲ證セヨ(39).

(246) Oヲ中心トスル圓周ノ一點Aニ切線ヲ引キ半徑OBト交ル點ヲCトシADヲOBニ引ケル垂線トスルトキハABハ角CADヲ二等分スルコトヲ證明セヨ(39).

(247) 同一ノ直線ニ垂直ナル二ツノ平面ニ互ハ平行ナルコトヲ證明セヨ(39).

(248) 弦,弧,割線,二面角,直圓壔ノ定義ヲ記セ(39).

(249) 三角形ABCニ於テ角BACハ直角,邊ABハ邊ACニ等シクDハ邊BC上ノ任意ノ一點ナルトキハ

$$2\overline{AD}^2=\overline{BD}^2+\overline{DC}^2$$

ナルコトヲ證セヨ(40).

(250) 相接スル二圓ニ共通ナル切線ABハ兩圓ノ直徑AC,BDノ比例中項ナルコトヲ證セヨ(40).

(251) 球ニ外接スル直圓錐ノ高サガ其ノ球ノ直徑ノ二倍ナル時ハ直圓錐ノ全面積ハ球ノ面積ノ二倍ニ等シキコトヲ證セヨ(40).

(252) 相交ル二直線ノ平面上ニアリテ且ツ此ノ二直線ヨリ等距離ナル點ノ軌跡ハ此ノ二直線ノナス角ヲ二等分スル直線ナルコトヲ證セヨ(41).

(253) 直角三角形ノ直角ABCノ二等分線ト此ノ三角ノ外接圓及ビ邊BCトノ交點ヲ夫々D,Eトスルトキハ直線AD及ビAEノ包ム矩形ハ三角形ABCノ二倍ニ等シキコトヲ證セヨ(41).

(254) A,B,Cヲ圓周上ノ三點トシDヲ直線ABノ引長線上ニ取リAB=BC=BDナラシムルトキハ此ノ圓ノ半徑ハ$\overline{AB}^2\div CD$ニ等シキコトヲ證セヨ(41).

(255) 圓壔ノ一母線ノ位置ヲ知リテ此圓壔ノ直截リ口ノ半徑ヲ求ムル作圖ヲ問フ

但シ此ノ作圖ニ於テハ圓壔ノ底面若クハ直截リ口ヲ用キザルモノトス(41).

第七 東京高等工業學校

(256) 四邊形ノ邊ノ中點ヲ結ブ直線ノ交點ハ二個ノ對角線ノ中點ヲ結付クル直線ヲ二等分ス(32).

(257) 或ル圓周上ノ與ヘラレタル一點Oヨリ一ツノ弦OPヲ引キ此直線上ニQナル一點ヲ求メOP,OQノ積ヲシテ與ラレタル矩形ニ等シカラシムベキQ點ノ軌跡ヲ求ム(32).

(258) 與ヘラレタル三點ヲ夫々通過スル邊ヲ有スル最大等邊三角形ヲ作レ(32).

(259) 與ヘラレタル三角形內ニ正方形ヲ內容スルコト(32).

(260) 與ヘラレタル圓ノ直徑ABノ一端Aヨリ任意ノ弦ヲ引

キ其圓周ト會スル點Cニ於テ切線ヲ引キBヨリ之レニ垂線ヲ作リ延長シテACノ延長トPニ於テ會セシムP點ノ軌跡ヲ求ム(33).

(261) 與ラレタル圓內ノ二定點P,Qヨリ此圓周上ノ一點Rニ引ケル二ツノ直線ノ成ス角PRQガ最大ナルベキR點ノ位置ヲ求ム(34).

(262) 相交ル二ツノ定直線及ビ一ツノ定點アリ此點ヲ過ル直線ヲ引キ定直線ト交ラシメテ得ル所ノ三角形ノ內此點ニテ二等分サル、直線ノナス三角形ガ面積最小ナリ之ヲ證明セヨ(34).

(263) 直角三角形ノ三邊ヲ直徑トシテ斜邊ノ同ジ側ニ三ツノ半圓周ヲ作ルトキ斜邊ヲ直徑トスル圓弧ト他ノ邊ヲ直徑トスル半圓周トニテ成ル二ツノ新月形ノ面積ノ和ヲ求ム(34).

(264) 直角三角形ノ直角一邊ヲ含ム平面上ニ於ケル其三角形ノ正射影ハ直角三角形ナリ之レヲ證明セヨ(34).

(265) E及ビFヲ平行四邊形ABCDノ對邊AD,BCノ中點トスルトキハ直線BE,CFハ對角線ACヲ三等分ス(35).

(266) 半徑二尺ノ三圓相接ス其間ニ作ラレタル三邊形(其三邊ハ各圓弧ヨリ成ル)ノ面積ヲ計算セヨ(35).

(267) 水平面上ニ鉛線ニ立テタル二本ノ棒アリテ其高サ相異レリ此水平面上ニ於テ各ノ棒ヲ見ル視角相等シキ點ノ軌跡ヲ求ム(35).

(268) 與ヘラレタル圓外ノ與ラレタルA點ヨリ二ツノ切線AB,ACヲ引キB及ビCニ於テ切セシム劣弧BC上ノ一點Dニ於テ切線ヲ引キAB及ビACト夫々E及Fニ於テ交ハラシム然ルトキハ三角形AEFノ周ハD點ノ位置ニ關セズ不變ナルコヲ證セヨ(35).

(269) AB,ACハ二ツノ與ヘラレタル直線ニシテPハAB上ノ一點ナリトスAC上ニ一點Qヲ擇ミ角APQヲシテ角AQPノ三倍ナラシムベキQ點ノ位置ヲ定ム可シ(36).

(270) 直角三角形ノ直角ニ隣レル二邊夫々四尺及ビ五尺ナリ斜邊ヲ軸トシテ此三角形ヲ回轉スルトキニ生ズル立體ノ體積及ビ此立體ニ內接スル球ノ體積ヲ計算セヨ(36).

(271) 一ツノ三角形ト其三ツノ中線ヲ邊トシテ作レル三角形トノ面積ノ比ヲ求ム(37).

(272) 一ツノ平面Pニ垂直ナル直線ABヲ含ム平面QハP平面ニ垂直ナリ之レヲ證明セヨ(38).

(273) Oハ定點OPハ與ラレタル長サノ直線PQハ常ニ與ヘラレタル方向ニ平行シ且一定ノ長サヲ有ス,OPガO點ノ周リ

ヲ回ルトキノQ點ノ軌跡ヲ求ム可シ(39).

(274) 矩形ノ紙ABCDアリABハ四尺BCハ三尺ナリ之レヲ對角線ACニ沿ヒテ折リ平面 ABCトCDAトヲシテ互ニ垂直ナラシム, BDノ距離ヲ計算スベシ(39).

(275) 三角形ABCノ底BCニ平行ニ直線ヲ引キ二邊AB,ACヲ夫々D,Eニ於テ截レバ直線 BE,CDノ交點Fト頂點Aトヲ結付クル直線ノ延長線ハ底 BC ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ (40)

(276) 空間ニ三ツノ直線 OX, OY, OZアリテ一點Oニ於テ相會ス又二ツノ三角形 ABC, *abc*アリテ其頂點A及ビ*a*ハOX上ニB及ビ*b*トOY上ニC及*c*ハOZ上ニアリBC 及ビ*bc*, CA及ビ*ca* AB及ビ*ab* ノ交點或ハ此等ノ邊ノ延長線ノ交點ハ同一直線上ニ在ルコトヲ證明セヨ(40).

(277) OQ ハO點ヲ通ズル與ラレタル直線ニシテPハ此直線上ニアラザル與ヘラレタル點ナリP 點ヲ通ジOQ 上ニ中心ヲ有スル圓ヲ畫キテOQトS,Tニ於テ交ラシメOS トOTトノ比ガ與ヘラレタル比ニ等シクナル樣ニスベシ(41).

(278) 與ヘラレタル圓アリ此ノ圓ノ平面外ノ與ヘラレタル一點ト圓周上ノ各點トヲ結ブ直線ノ中點ノ軌跡ヲ求ム(41).

第八 海軍兵學校

(279) 二等邊三角形ノ頂角ノ二等分線上ノ各點ハ底邊ノ兩端ヨリ等距離ニアリ(32).

(280) 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ過リ此四邊形ノ間ニ狹マレル各直線ノ部分ハ何レモ此點ニテ二等分サル(32).

(281) 三角形ABCノ三邊 AB,BC,CAハ夫々一尺二寸, 二尺五寸, 一尺七寸ナル長サヲ有ス各角ノ大小ヲ比較セヨ(32).

(282) 上ノ問題ニ於テ三角形ハ鈍角三角形ナルコトヲ證セヨ(32).

(283) 圓內ノ一點ヲ過ル二弦ノ作ス角ハ其切リ取レル二ツノ對弧上ニ立ツ中心角ノ和ノ半ニ等シ(32).

(284) 圓ノ切線ト其切點ヲ過ル弦ト作ス角ハ隣ノ弓形內ノ角ニ等シ(32).

(285) 次ノ語ノ定義ヲ與ヘヨ(32).

(a) 相似直線形

(b) 相似ニシテ相似ノ位置ニアル直線形

(286) 三角形ABCニ於テ角Aノ二等分線ADガ對邊BCトDニテ交リBDハCDノ三倍ナリト云フ邊ABハ邊CAノ幾倍ニ相當スルカ(32).

(287) 四邊形ノ各邊ノ中點ヲ順次ニ連結スルキハ平行四邊形ヲ得(33).

(288) 三角形ノ三中線ハ一點ニ會ス(33).

(289) 平行ナル二直線一圓周ト交ルトキハ相等シキ弧ヲ截斷ス(33).

(290) 平面上ニアル二圓ノ位置ニ關シテ如何ナル場合アルヤ且其各場合ニ於テ兩中心ノ距離ト兩半徑トノ關係ヲ列記セヨ(33).

(291) 圓ニ內接スル四邊形ノ對角ハ互ニ補角ヲナス(33).

(292) 梯形ノ兩平行線ヲ a,b 高サヲ h トスルキハ他ノ二邊ノ延長ノ交點ヨリ兩平行線ノ長キモノニ至ル垂線ノ距離ヲ求ム(33).

(293) 圓周率 π トハ何ゾ之ヲ說明セヨ(33).

(294) 三角形ノ三邊ノ長サハ夫々 3, 4, 5 ニ比例シ其面積ハ 1200 平方尺ナリト云フ三邊ノ長サヲ計算セヨ(33).

(295) 次ノ定理ノ逆(Converse)及ビ對隅(Contrapositive)ヲ記セ(34).

二等邊三角形ノ頂角ヲ二等分スル直線ハ底邊ヲ直角ニ二等分ス

(296) 多角形ノ各邊ヲ順次ニ延長シテ生ズル外角ノ和ハ四直角ニ等シ(34).

(297) 二平行線若シ一圓周ト交ルトキハ相等シキ弧ヲ截斷ス(34).

(298) 相交ル二圓ノ交點A及ビBヲ通過シ割線PAQ及ビRBSヲ作ルトキハ其端ヲ連結スル二線 PR及ビQSハ互ニ平行ナリ(34).

(299) 圓外ノ一點Oヨリ切線OC及ビ割線 OABヲ作ルトキハ左ノ關係アルコトヲ證セヨ(34).

$$OA : OC = OC : OB.$$

(300) 三角形ノ三邊ガ他ノ三角形ノ三邊ト夫々比例ヲナストキハ二ツノ三角形ハ相似ナリ(34).

(301) 半徑九尺ナル圓アリ其面積ヲ三等分スル同心圓周ノ半徑ヲ計算セヨ(34).

(302) 同一圓周ニ內接セル正六角形ト正三角形トノ一邊上ニ作レル兩正方形ノ面積ノ比ヲ求ム(34).

(303) 一ツ角ノ二邊ガ他ノ角ノ二邊ト夫々平行ナルトキハ此二角ハ相等シキカ或ハ補角ナリ(35).

(304) 三角形ノ二邊ノ中點ヲ連結スル直線ハ第三邊ニ平行ニシテ且ツ其半ナリ(35).

(305) 相似三角形ノ性質ヲ列擧セヨ(各自ノ知ル總テヲ記載

ス可シ但シ證明ヲ要セズ) (35).

(306) 二ツノ三角形 ABC,DEF ニ於テ角 ABC ガ角 DEF ニ等シキトキ

△ABC : △DEF = AB × BC : DE × EF ナルコヲ證明セヨ (35).

(307) 同一圓ニ內接スル正六邊形ノ面積ト正三角形ノ面積トノ差ヲ知リテ其半徑ヲ計算セヨ (35).

(308) 次ノ定理ヨリ生ズル二ツノ逆定理ヲ記シ是ニヨリ逆定理ノ必ズシモ眞ナラザルコトヲ說明セヨ (36).

長サ相等シク且ツ平行ナル二直線ノ他ノ直線上ニ於ケル正射影ハ相等シ

(309) 三角形ノ三邊ノ和ハ其三中線ノ和ヨリ大ナリ (36).

(310) 中心 O ナル圓外ノ一點 P ヨリ切線 PT ヲ作リ切點 T ヨリ直徑 PO 上ニ垂線 TM ヲ下スキハ此圓ノ半徑ハ OM,OP ノ比例中項ナリ (36).

(311) 圓ニ內接シ得可キ四邊形ノ對角線ノ包ム矩形ハ相對スル二邊ノ含ム矩形ノ和ニ等シ (36).

(312) 圓周二十二「センチメートル」ナル圓ニ內接スル正方形ノ面積ヲ求ム (36).

(313) 一點或ハ一直線ニ關シテ對稱ナル圖形トハ如何各二

三ノ例ヲ擧ゲテ之レヲ說明セヨ (37).

(314) 梯形ノ平行ナラザル二邊相等シキトキハ其內角二ツ宛相等シ (37).

(315) 半徑二「センチメートル」ナル圓ヲ半徑五「センチメートル」ナル半圓ノ周及ビ直徑ニ接セシムル方法ヲ求ム (37).

(316) 一ツノ圓ニ內接スル四邊形 ABCD ノ相對スル二邊 AB,CD ノ延長ガ一點 P ニテ交ルトキハ次ノ關係アルコヲ證セヨ (37)

PB. AC = PC. BD.

(317) 一直線 DEF ガ三角形ノ邊 BC,CA,AB ト夫々 D,E,F 點ニテ交リ AB 及ビ AC ト相等シキ角ヲナストキハ次ノ關係アリ (37).

BD : CD = BF : CE.

(318) 圓周上ノ一點 P ニ於ケル切線ガ他ノ平行ナル二切線ト交ル點ヲ Q,R トス然ルトキハ此圓ノ半徑ハ PQ,PR ノ比例中項ナリ (37).

(319) 二ツノ三角形ガ全ク相等シキ場合ヲ列擧セヨ (38).

(320) 與ヘラレタル矩形ニ等シキ面積ノ正方形ヲ作ルコ (38).

(321) 河岸ノ一點 (P) ニ一樹アリ其正對岸 (A) ニ立チ其レヨリ岸ニ沿ヒテ四十步下リ B 點ニ止リ更ニ PB ニ直角ニ五十步

歩メバPA線ニ到ルト云フ此ノ河幅ヲ問フ但シ一歩ヲ七十五「センチメートル」トス(38).

(322) 二ツノ與ヘラレタル點ヨリノ距離ガ與ヘラレタル比ヲ有スル點ノ軌跡ヲ求ム(38).

(323) 三角形ノ一ツノ頂點ヨリ之レニ對スル邊ヘ引ケル垂線ノ足ハ此ノ垂線ノ延長ガ外接圓ノ周ニ出會フ所ノ點ト垂心トノ半途ニアリ(38).

(324) 三角形ノ一邊ハ他ノ二邊ノ和ヨリ小ナリ(39).

(325) 與ヘラレタル圓ニ外接シ與ヘラレタル三角形ト等シキ角ヲ有スル三角形ヲ作ルコト(39).

(326) 直角三角形ニ於テ斜邊ノ上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ正方形ノ和ニ等シ(39)

(327) 與ヘラレタル網若干尺アリ之レヲ以テ周邊トシ正方形ヲ作レバ其面積三百二十四平方尺ナリ之ヲ以テ周邊トシテ正六邊形ヲ作レバ其面積幾何ナリヤ(39).

(328) 與ヘラレタル三角形ニ相似ナル三角形ノ一ノ角點ハ一定點ニ在リ他ノ一角點ハ常ニ與ヘラレタル直線ノ中ニアリ然ルトキハ第三ノ角點ノ軌跡ハ一ノ直線ナリ(39).

(329) 與ヘラレタル五邊形ト等面積ノ矩形ヲ作レ(40).

但シ作圖法ヲ詳記スルヲ要シ證明ヲ要セズ

(330) 圓周上ノ一定點ヲ通ル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求ム(40).

(331) ABCヲ圓ニ内接スル三角形トシA點ニ引キタル切線ガBCノ延長部ト交ル點ヲDトセバ次ノ關係アルコトヲ證セヨ(40).

$$CD : BD = \overline{CA}^2 : \overline{BA}^2$$

(332) 半徑五寸三分ナル圓ノ周,面積及ビ之レト等面積ノ正方形ノ一邊ヲ求ム(40).

但シ $\pi = 3.14$ トシ有効數字三位ヲ要ス.

(333) 二ツノ平行平面ニテ切ラレタル平行直線ノ長サ相等シキコトヲ證セヨ(40).

(334) 三角形ノ二邊ガ2寸及ビ3寸ナルトキハ此二邊ガ直角ノ二分ノ一ヲ夾ムトキニ直角ノ三分二ヲ夾ムトキニ於ケル第三邊ノ長サヲ分位迄計算スベシ(41).

(335) 與ヘラレタル圓周上ノ點Aト同ジ圓周上ノ任意ノ點Pトヲ結ビ付クル直線ヲQマデ延長シPQヲAPニ等シカラシムQノ軌跡ヲ求ム(41).

(336) 二ツノ與ヘラレタル點ヲ過リ一ツノ與ヘラレタル直線ニ切スル圓ヲ畫クヿヲ求ム(41).

(337) 二ツノ直線ガ三ツノ平行ナル平面ト交レバ其分ハ同ジ比ヲ有スルコトヲ證セヨ(41).

(338) 一ツノ與ヘラレタル平面外ノ與ヘラレタル點ヨリ其平面ヘ垂線ヲ引クコトヲ求ム(41).

第九 水産講習所

(339) 與ヘラレタル三角形ト等積ナル正方形ヲ作レ(35).

(340) 半徑一尺ナル圓ニ內接スル正六邊形ノ面積ハ幾平方尺ナルヤ但シ小數三位迄求メ以下四捨四入ス可シ(35).

(341) 正四面體ノ稜ノ長サa尺ナルモノノ體積ヲ求ム(36).

(342) Dハ三角形ABCノ邊AB上ノ點EハAC上ノ點ナリD,EカAB,ACヲ夫々比3:2ニ分ツトキハBE,CDハ各々他ヲ比5:3ニ分ツコトヲ證セ(37).

(343) 圓ニ內接スル四邊形ノ相對スル邊ノ延長ガナス角ノ二等分線ハ直角ニ交ルコトヲ證セ(38).

(344) 三面角ノ稜ヲ過リ對面ニ垂直ナル平面ハ同一ノ直線ニ於テ交ルコヲ證セ(38).

(345) 與ヘラレタル三角形ABCアリ一ノ直線ヲ引キ之ト等積ニシテ角BACヲ頂角トスル二等邊三角形ヲ作ルコトヲ求ム(39).

(346) LMハ平面P上ノ直線ニシテAハ此平面外ノ一點ナリAヨリ平面P及直線LMヘ垂線AC,AOヲ引クトキハCOハLMニ垂直ナルコトヲ證セ(39).

(347) ABハ與ヘラレタル圓ノ與ヘラレタル弦ニシテACハAヨリ引ケル此圓ノ任意ノ弦ナリAB,ACヲ相隣レル二邊トスル平行四邊形ノ對角線ノ交點ノ軌跡ヲ求ム(40).

(348) 相等シキ底面及相等シキ高サノ二ツノ角錐ハ相等シキコトヲ證セ(40).

(349) D,Eハ夫々三角形ABCノ邊BC,CA上ノ點ニシテ $BD=\frac{1}{2}DC$, $CE=EA$ ナルトキハADハBEヲ二等分スルコトヲ證セ(41).

(350) P,Qガ何レモ平面Rニ垂直ナル平面ナルトキハP,Qノ交リABモ亦Rニ垂直ナルコトヲ證セ(41).

第十 盛岡高等農林學校

(351) 相交ル二直線ヨリ等距離ナル點ノ軌跡ヲ求ム(36).

(352) 同弧上ニ立ツ圓周角ハ圓心角ノ半ナリ之レヲ證セヨ(36).

(353) 二ツノ圓ノ交點A,Bヲ過ル直線PAQ,RBSヲ引キ圓周トP,Q,R,Sニ相會セシメヨ然ルトキハ弦QS,PRト平行ナリ之ノ證ヲ問フ(37).

(354) 正方形及等邊三角形ヲ同一圓內ニ內接シテ作ルトキ其

正方形ノ邊ノ長サヲ十尺トセバ等邊三角形ノ邊ノ長幾何ナリヤ(37).

(355) 圓ニ外接セル四邊形ノ對邊ノ和ハ互ニ相等シキコトヲ證セヨ(38).

(356) 三角形ABCニ於テ二邊AC,ABノ中點E,Fヲ連結スルトキハ梯形ヲ生ジ其積ハ AEF 三角形ノ面積ノ三倍ナルコトヲ證セヨ(38).

(357) A,B,C,D,E五點ニテ圓ヲ等分シ弦AD,BEヲ引キFニ於テ交ルトキハ$\overline{AE}^2$=BE.AFナリ證ヲ問フ(39).

(358) 一直線上ニ A,B,C,D ノ四點順次ニ存スル時ハ AC,BD ニテ成ル長方形ハ AB,CD ニテ成ル長方形ト BC,AD ニテ成ル長方形トノ和ニ等シ證ヲ問フ(39).

(359) 三角形ABCノ底邊BCヲDニ於テ二等分シ角ADC及ビ角ADBヲ二等分スル直線ヲ邊AC及ビ邊ABト夫々E及ビFニ於テ出會ハシムルトキハ直線EFハBCニ平行ナスコトヲ證セヨ(40).

(360) 二ツノ與ヘラレタル正方形ノ差ニ等シキ正方形ヲ作ルコトヲ求ム(40).

(361) 三角形ノ各ノ頂角ノ外角ヲ二等分スル直線カ邊ノ延長ト交ル三ツノ點ハ一直線上ニアリ之ヲ證セヨ(41).

(362) 三角形ノ各頂點ヨリ之レニ對スル邊ヘ引ケル各垂線ノ足ヲ過グル圓ハ各邊ノ中點及ビ各頂點ト垂心トノ間ニ含マル、分線ノ中點ヲ過グルコトヲ證セヨ(41).

第十一　神戸高等商業學校

(363) 四邊形ノ各邊ノ中央ヲ順次ニ結ビ付クル四直線ハ平行四邊形ヲナス而シテ其周ハ原四邊形ノ兩對角線ノ和ニ等シ之レヲ證明セヨ(36).

(364) 等邊三角形ABCニ外接スル圓アリ今弧BC上ノ任意ノ點PヨリPA,PB,PCヲ引クトキハPAハPBトPCトノ和ニ等シ之レヲ證明セヨ(36).

(365) 與ヘラタル一角內ノ與ヘラレタル一點Pヲ過リ此等ノ兩邊間ニ一直線ヲ引キP點ニ於テ此直線ヲ等分セシムベシ但シ其方法及理由ヲ詳記スルコトヲ要ス(36).

本校入學試驗問題中卅七年以後ノ分ニハ幾何學ニ關スルモノナシ

第十二　大阪高等工業學校

(366) 三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリ大ナリ(34).

(367) 圓內ノ一定點ヲ過ギル弦ノ中點ノ軌跡ヲ求ム(34).

(368) 圓ノ弧ヲ二分シテ其弦ノ比ヲシテ既知ノ比M:Nニ等シカラシメヨ(34).

(369) 一邊ノ長サLナル正三角形ノ一ノ項點ヲ過リ之レニ對スル點ニ平行ニ引ケル直線ヲ軸トシテ此正三角形ヲ廻轉シテ生ジタル立體ノ體積ヲ求ム(34).

(370) 平行四邊形ノ各邊ノ上ノ正方形ノ和ハ兩對角線上ノ正方形ノ和ニ等シ(38).

(371) 三角形ABCノ中線ヲADトシADB及ADCノ各角ヲ二等分スル各線ガ邊ト交ル點ヲE,Fトスレバ EFハ底BCニ平行ナリ(35).

(372) 直線XYノ同側ニ二點A,Bアリ今XY,中ニ一點Cヲ求メ角ACBヲシテ最大ナラシメヨ(35).

(373) 三角形ABCノ垂心Oニ於テ其平面ニ垂線OPヲ立ツレバ直線PAハAヨリBCニ平行ニ引ケル直線ニ垂直ナリ(35).

(374) 凸多角形アリ其內角ハ等差級數ヲナシ最小角ハ120度公差ハ5度ナリト云フ其邊數ヲ求ム(38).

(375) 與ヘラレタル周ヲ有シ與ヘラレタル正方形ニ等シキ矩形ヲ畫ケ且ツ此ノ圖法ヲ應用シテ二次方程式 $x^2-10x+16=0$ ノ根ヲ作圖ニヨリテ出セ(36).

(376) 圖ノABCDEFナル五邊形ニ於テFA,EB及ビDCハ底

邊ACニ垂線ニシテ其ノ高サ順次ニ150「ミリメートル」1200「ミリメートル」900「ミリメートル」ナリ又AB=3600「ミリメートル」BC=1200「ミリメートル」ナリ平均ノ高サヲ求ム(39) 圖ハ略セリ

(377) 與ヘラレタル三邊形ABCアリテ其ノ二邊AB,ACガ夫々二ツノ定點P及ビQヲ過グル樣ニ動クトキハ頂點Aハ一定圓周ヲ畫キ又底邊BCハ常ニ他ノ定圓(其ノ半徑ハABC三角形ノ高サADニ等シ)ニ切線トナル(39)

(378) 直交スル直線上ニ兩端ヲ有スル樣ニ動ク所ノ定長直線ノ中點ノ軌跡ヲ求ム(40)

(379) 與ヘラレタル底ヲ有シ與ヘラレタル周ノ三角ノ中ニテ二等邊三角形ガ最大面積ヲ有スルコトヲ證明セヨ(40).

(380) 一平面ノ兩側ニ於テ與ヘラレタル二點ヨリ其平面內ノ一點ニ至ル距離ノ和ガ最小ナル所ノ點ヲ求ム(40).

(381) 四面體ノ各頂點ヨリ等距離ノ點ヲ求ム(40).

(382) D,E,Fハ夫々三角形ABCノ三邊BC,CA,ABノ中點,P,Q,Rハ夫々頂點A,B,C,ヨリ其對邊ヘ引キタル垂線ノ足ナリトス今P,Q,Rヲ通過シテ一ノ圓周ヲ畫ク時ハ此ノ圓周ハ又D,E,Fヲ通過スルコトヲ證明セヨ(41).

(383) ABCハ圓ニ內接スル正三角形Pハ劣弧BC上ノ任意ノ

點ナリ然ルトキハ

$$PA=PB+PC.$$

ナルコトヲ證セヨ(41).

第十三　農科大學實科

(384) 二ツノ三角形ノ三邊ガ互ニ相等シキ時ハ此ノ二ツノ三角形ハ相等シキコトヲ證明セヨ(36).

(385) 直角三角形ノ直角頂ヨリ斜邊ヘ垂線ヲ下ストキハ直角ノ一角ハ之レニ隣ル斜邊ノ部分ト斜邊トノ比例中項ナリ之ヲ證セヨ(36).

(386) 二個ノ定リタル平方形ノ和ニ等シキ平方形ヲ作ル法如何(36).

(387) 缺頂圓錐體ノ下底面ノ半徑ハ二尺八寸上底面ノ半徑ハ二尺ニシテ高サハ五尺七寸ナリ體積幾何ナルカ(36).

(388) 同底上ニ立ツ等周ノ三角形ノ中ニ於テ二等邊三角形ガ最大ナルコトヲ證セヨ(38).

(389) 與ヘラレタル直線ノ上ニ與ヘラレタル角ヲ內容スル弧ヲ作レ(38).

(390) 五角形ノ地面ヲ等積ナル三角形ノ地面ニ變ズル法ヲ圖示セヨ(38).

(391) 正六角錐體ノ底面ノ一邊ハ一寸八分ニシテ高サハ四寸七分ナリト云フ其體積幾何ナルカ(38).

(392) 與ヘラレタル一點ヲ過リ與ヘラレタル二ツノ並行セザル直線ト等シキ角ヲナス直線ヲ引ケ(39).

(393) 一ツノ角相等シキ二ツノ三角形ノ比ハ此角ヲ夾ム二邊ノ包ム矩形ノ比ニ等シキコトヲ證セヨ(39).

(394) 河岸ヲ去ル或ル距離 A 點ニ民家アリ其川ヲ隔テ、對岸ヲ去ル或ル距離 B 點ニ井戶アリ今Aヨリ最モ近キ距離ヲ以テBニ至リ得ル樣ニ川ニ橋ヲ架セントス如何ナル點ヲ撰ブベキカ. 但シ川ノ兩岸ハ並行シ橋ハ河岸ニ直角ニ架スルモノトス(39).

(395) 三角形ノ二邊ガ相等シカラザレバ小ナル邊ノ中點ヲ過ル中線ハ大ナル邊ノ中點ヲ過ル中線ヨリ大ナルコトヲ證セヨ(40).

(396) 與ヘラレタル三邊ノ和及ビ二角ニ仍テ三角形ヲ作ル可シ(40).

(397) 三角形ノ外接圓ノ直徑ハ一ツノ頂點ヨリ之レニ對スル邊ヘ引ケル垂線及ビ其頂點ニ會スル所ノ二ツノ邊ノ第四比例項ナルコトヲ證セヨ(40).

(398) 正五角形ノ各ノ角ハ直角ノ何倍ナリヤ(41).

(399) 一ツノ圓ノ二ツノ弦AB, CDヲ延長シテ圓外ノ一點Eニ於テ相交ラシムルトキハ角AECハ弧AC及弧BDノ上ニ立ツ二ツノ中心角ノ差ノ半分ニ等シキコトヲ證セヨ(41).

(400) 三角形ノ邊ノ上ニ在ル一ツノ與ヘラレタル點ヲ過ル直線ヲ引キ其三角形ヲ二等分スル方法如何(41).

第十四　女子高等師範學校

(401) 一ツノ角ヲ二等分スル直線上ノ何レノ點ヲ取ルモ二ツノ邊ヨリ相等シキ距離ニアリ之ヲ證明セヨ(35).

(402) 梯形ノ平行ナル二邊ト高サトヲ與ヘテ面積ヲ求ムル方法並ニ其理由ヲ記セヨ(35).

(403) 頂角ガ直角ナル二等邊三角形ノ高サハ其底邊ノ半分ニ等シキコトヲ證明セヨ(36).

(404) 一直線ニアラザル三ツノ點ヲ過リテ圓周ヲ畫ク方法及ビ其證明ヲ記セヨ(36).

(405) 平行四邊形ノ對角線ノ交點ヲ過ギル任意ノ直線ハ之ヲ等積ナル二ツノ部分ニ分ツコトヲ證明セヨ(37.理科).

(406) 正多角形トハ如何ナルモノカ又其中心トハ何ヲ云フカ(同上)

(407) 正多角形ノ中心ヲ求ムル方法並ニ其理由ヲ記セ(同上)

(408) 梯形ノ平行セザル邊ヲ一ツノ任意ノ數ニ等分シ其各分點ヲ過キリ平行セル線ニ平行シテ引キタル直線ハ平行セザル他ノ一邊ヲ等分スルコトヲ證明セヨ(31.文枝科).

(409) 平行四邊形ノ相對スル角ノ二等分線ハ互ニ平行ナルコトヲ證明セヨ(37. 理科).

(410) 與ヘラレタル直線ヲ一邊トシテ正六角形ヲ作ル方法及ビ其理由ヲ記セ(同上)

(411) 定規ト兩脚規トヲ用テ直角ヲ三等分スル方法並ニ其理由ヲ記セ(38. 文枝科).

(412) 圓外ノ一點ヨリ其圓ヘ二ツノ切線ヲ引クトキハ切線ヲ結ビ付クル直線ハ其點ト圓ノ中心トヲ結付クル直線ニ仍リ直角ニ二等分セラルヽコトヲ證明セヨ(39. 理科).

(413) 斜邊ト一邊トノ和及ビ他ノ一邊ヲ與ヘテ直角三角形ヲ作ル方法ヲ記シ且ツ其理由ヲ述ベヨ(同上).

(414) 平行四邊形ノ相隣レル二邊ノ中線ヲ過ギル一ツノ直線ニテ之レヲ二ツノ部分ニ分ツトキハ其二ツノ部分ノ面積ハ如何ナル比ヲ有スルカ(39. 文枝科).

(415) 圓ノ弦ヲ直角ニ二等分スル直角ハ其弦ニ對スル弧ヲ二等分スルコトヲ證明セヨ(40. 理科).

(416) 正六角形ノ一ツノ角ノ頂點ヨリ引キタル三ツノ對角

線ハ其角ヲ四等分スルコトヲ證明セヨ(40. 理科).

(417) 直角三角形ノ斜邊ノ中點ヨリ他ノ二邊ヘ垂線ヲ引キテ作リタル四角形ノ面積ハ原ノ三角形ノ二分ノ一ナルコトヲ證明セヨ(40. 文枝科).

第十五 札幌農學校

(418) 與ヘラレタル直線上ニ其直線ノ同ジ側ニアル二ツノ與ヘラレタル點ヨリノ距離ノ和ガ最小ナルベキ點ヲ設クルコト及其證明ヲ求ム(35).

(419) 與ヘラレタル直線上ニ其直線ノ同ジ側ニアル二ツノ與ヘラレタル點ノ各ニ結ビ付クル直線ノ相互ニ挿ム角ガ最大ナルベキ點ヲ設クルコト及ビ其證明ヲ求ム(35).

(420) 三角形ノ三中線ハ同一ノ點ヲ過ルコトヲ證セ(36).

(421) 與ヘラレタル二點ヲ過リ定直線ニ接スル圓ヲ畫クコトヲ求ム(36).

(422) 三角形ノ面積ヲソノ一線上ノ一定點ヲ通ズル直線ヲ以テ二等分セヨ(37).

(423) 三角形ABCニ外接スル圓ノ直徑ヲDトシ而シテ角點AヨリBC邊ヘノ垂線ノ長サヲPトセバ

P.D=AB.AC ナルコトヲ證セヨ(37).

(424) 一ツノ與ヘラレタル三角形ノ面積ノ三分ノ一ニ等シキ面積ヲ有スル正方形ヲ作レ(38).

(425) Sヲ調和列點A,B,C,Dヲ含ム直線外ノ一點トシCヲ過リSDニ平行ニ一直線ヲ引キSA,SBト夫々G,Hニ於テ交ラシムルトキハGH=HCナルコトヲ證セヨ(38).

(426) 與ヘラレタル多角形ト同一ノ面積ヲ有スル三角形ヲ作レ(39).

(427) 與ヘラレタル二點ヲ過リテ且ツ與ヘラレタル直線ニ切スル圓ヲ作レ(39).

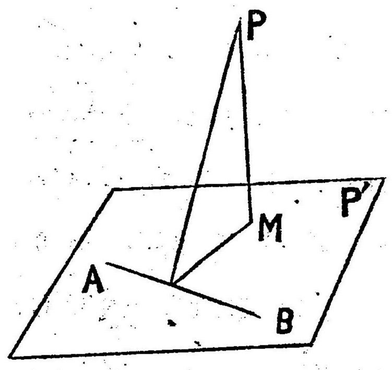
(408) 與ヘラレタル圓周上ノ與ヘラレタル一點ヲ過リテ此圓周ト他ノ一ツノ與ヘラレタル圓周トヲ共ニ二等分スル圓周ヲ作レ(40).

(429) 與ヘラレタル三角形ノ一邊ニ垂直ナル直線ヲ引キ其面積ヲ二等分セヨ(40).

第三編　幾何學問題答案

本編ニ於テ引用セル定理ハ總テ菊地氏幾何學教科書ニ仍レルモノニシテ圖書ニ定理トシテ證明シアルモノニシテ本編中ニ問題トナリ居ルモノハ徒ラニ證明ノ煩ヲナスノミナラズ却テ蛇足ヲ添フルノ嫌アルヲ以テ玆ニハ其何レニアルヤヲ指定シオクニ止メタリ.

(1)　PMヲ平面P′外ノ定點Pヨリ之レニ下セル垂線, Mヲ其ノ足, MNヲ同平面上ノ直線ABニMヨリ下シタル垂線トス, 而ルトキハPNハ亦タABニ垂直ナル可シ何トナレバ



PMN＝P′ニ垂直ナリ. (V,20)
隨テ其交リMNニ垂直ナルABハPMNニモ垂直ナリ(定義13)
故ニPNハABニ垂直ナリ(定義4).

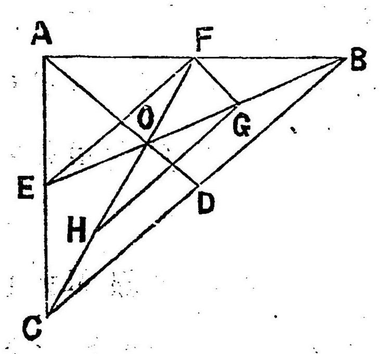
(2)　(A)二ツノ線(故ラニ直線トイハズ)アリ其間ノ距離常ニ不變ナルトキハ其二ツノ線ハ互ニ平行線ナリトイフ

(B)平行四邊形ノ四邊相等シキモノヲ菱形ト稱ス

(C) 二ツノ平面形又ハ立體ガ互ニ相似ナリトハ其ノ相應平

面角又ハ立體角互ニ相等シク其ノ對應又ハ對應邊ガ總テ比例ヲナスモノニ就テイフ

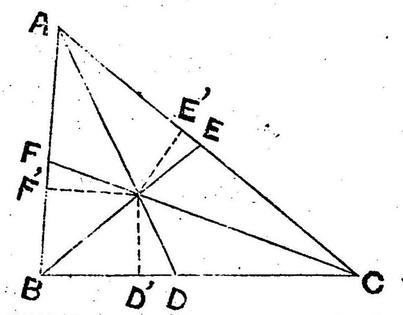
(3) CF, BEナル△ABCノ二中線ガ一點ニ相會シ加之三角形ノ内ニ於テスルコトハ言フヲ俟タズ何トナレバCFハBCノ間ニBEハBA, BCノハニアリテ且ツ平行ナラザルヲ以テナリ, 其交點ヲOトシAOヲ結付ケ之ヲ延長シテBCトDニ會セシム, 而ルトキハDハBCノ中點ナル可シ, 何トナレバEFハBCニ平行ナリ(1.28.系2) 次ニOBノ中點G,OCノ中點Hトヲ結付クルトキハ△OEFハ△OGHハ全ク相等シク(I,10)隨テEO=OG=GBナリ, 而シテEヨリABニ平行線ヲ引クトキハEFガBCノ半分ナルコトハ容易ニ證明スルヲ得可シF, Gヲ結付クルトキハ△ABOニ於テFGハOAニ平行ナリ(1,28.系2)隨テ△FEGニ於テFGハOA平行ナル可クEO=OGナルヲ以テFGニハOAニ仍テ二等分セラル可シ(I,28系1)卽チ△ABD, △ACDニ於テOE=OF,故ニBD=CDナリ,乃チ知ル三角形ノ二中線BE, CFノ交點Oヲ過ルAOハ對邊BCヲ二等分スルコトヲ;而シテOハ定點ナリ,Aモ亦タ然リ,隨テAOモ一定セルモ



ノナラザル可ラズ, 故ニAOハ唯一ツアリ, 又タBCノ中點Dモ唯一ノミ, 故ニAトDヲ結付クルモノハOヲ過ル,斯クノ如クニシテ問題ハ證明セラレタリ

4) 附錄(IX,Vi)參照

(5) 之レ又タ(3)ト同一ノ證明方法ニ仍ルヲ可シ,△ABCニ於テBEヲ角Bノ二等分線,CPヲ角Cノ二等線ニシテOニ於テ相會スルモノトス, 然ルニ殘リノ角Aノ二等分線モ亦タOヲ過ル可シ,何トナレバ,AOヲ結付ケOヨリ各邊へ垂線OD,OE, OFヲ下スニハ,△CD′OトE′O, △BD′OトBF′Oトハ夫々全ク相等シクOE′=OD′=OF′ナリ(I.10)故ニ△AF′OトAE′Oニ於テ二邊ガ等シク其等シキ一双ニ對スル角ハ直角ナルヲ以テ兩三角形ハ全ク相等シク∠E′AOハ∠F′AOニ等シ(I,22,系甲) 卽チAOハ角Aヲ二等分ス,而シテAノ二等分線ハ唯一,亦タ點Oモ唯一ナルヲ以テ逆ニAヲ二等分スル直線ハOヲ過ル

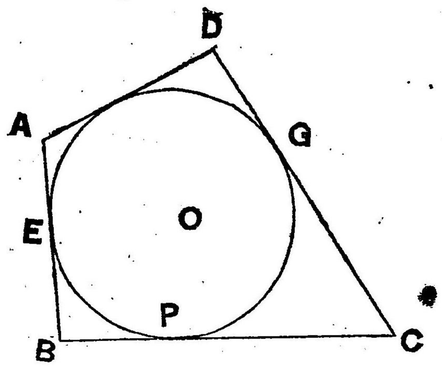


(6) (VI,1.)參照

(7) 問題(12)參照

(8) (VI,5系)參照

(9) 四邊形 ABCD ヲ圓O ニ夫々切點 E,F,G,H ニ於テ切スルモノトス而ルトキハ



AD+BC=AB+CD ナル可シ

AE=AH, HD=GD; BE=BF, CF=CG, (II,22系)

故ニ AD=AE+GD,

BC=BE+CG.

隨テ AD+BC=AB+CD.

(10) 球ノ半徑ヲRトスレバ體積V及面積Aハ

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3;\quad A=4\pi R^2$$

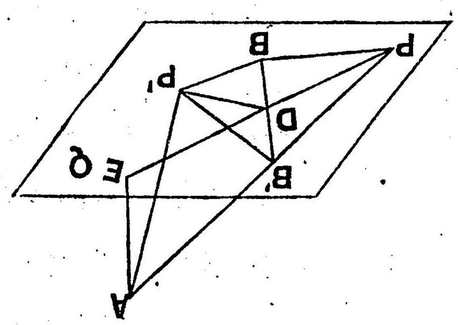
直立圓柱ノ高サヲHトシ其半徑ヲRトスレバ體積V及面積Aハ

$$V=\pi R^2 h;\quad A=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi R(h+R).$$

直立圓錐體ノ高サヲhトシ其底面ノ半徑ヲRトスルトキハ體積V及面積Aハ

$$V=\frac{\pi R^2 h}{3},\quad A=\pi R(R+\sqrt{h^2+R^2})$$

(11) A,Bヲ平面Qノ兩側ノ與ヘラレタル點トス,Q上ニP點ヲAPトBPトノ差ガ大ナル樣ニ定メントスBヨリQニ垂線BDヲ下シ之レヲ延長シテDB′ヲDBニ等シク取レ,A,B′ヲ結



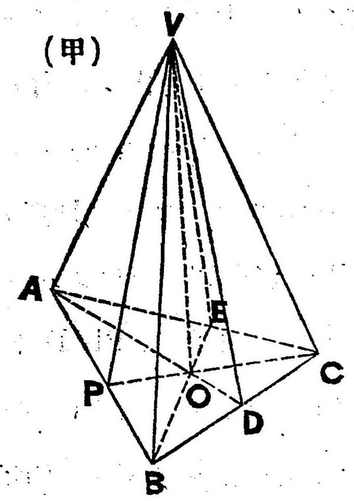
付ケQトPニヲ交ラシメヨ

然ルトキハPハ求ムル所ノ點ナリ何トナレバ,其他ニP′ナル點アリトセヨ,P,D;P′,D;B,P;B′,P′;B,P′ヲ結付クルトキハ茲ニ三角形PB′DトPBD;及ビ三角形P′B′DトP′BDトヲ生ズ前二者ニ就テ;二邊及爽角相等シキガ故ニ 二ツノモノハ全ク相シク PB′=PB;後二者ニ就テモ同樣ニ B′P′=BP′ナリ故ニ APトPBトノ差ハAPトB′Pトノ差卽チAB′ニ等シク,AP′トBP′トノ差ハAP′トB′P′トノ差ニ等シ而シテ△AP′B′ニ於テ二邊AP′トB′P′トノ差ハ他ノ一邊AB′ヨリ小ナリ(I,16,系)故ニAP′トBP′ノ差ハAPトBPトノ差ヨリ小ニシテPハ求ムル所ノ點ナラザルヲ得ズ

(12) (V,19)參照

(13) 四面體VABCノ各二面角ヲ平分スル平面ハ同一ノ點ヲ過ル可シ,先ツ本問ノ證明ニ先立チテ一二面角ヲ平分スル平面上ノ任意ノ點ヨリ二面角ヲナス兩平面ニ下セル垂線ノ長サガ相等シキコトヲ證明ス可シ,乙圖ニ於テRハP,Qガナス二面角ヲ二等分スル平面ナリトスR上ノ任意ノ點Aヲ含ミ

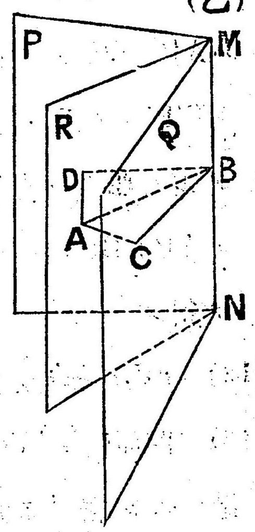
(甲)



交リMN＝垂直ナル平面ニテ切リ其交リヲBD, BCトシ之レニAヨリAD,ACナル垂線ヲ下ストキハAD, ACハ夫々P′Q＝垂直ナリ而シテ△ABCト△ABD＝於テ∠ABD＝∠ABC,ABハ共通ニシテ∠ADB＝∠ACB,∴兩形ハ全ク相等シクAD, ACハ相等シ;之レヨリ本問ニ移ル

(甲)圖＝於テVABCヲ四面體トシ二面角VA(VAヲ交リトスル二面角ヲ略シ假リニ斯クイフ)ヲ平分スルヲ平面VAD;二面角VCヲ平分スルヲ平面VCFトシ其ノ交リヲVOトス,Oヨリ三ツノ側面ニ下セル垂線ハ前ノ證明ニ仍テ全ク相等シキヲ以テ今VBトVOヲ含ム平面ヲ畫クトキハ其平面モ亦タ二面角VBヲ平分ス可キコハ前ノ證明ヲ全ク倒ニスルコトニ仍テ證明スルヲ得.卽チ三二面角VA,VB,VCノ三平分平面ハ同一直線VOニ相交ル,同樣ニVC,CA,CBノ平分平面モ他ノ同一直線ニ交ル而シテ此等III平分平面中ニ

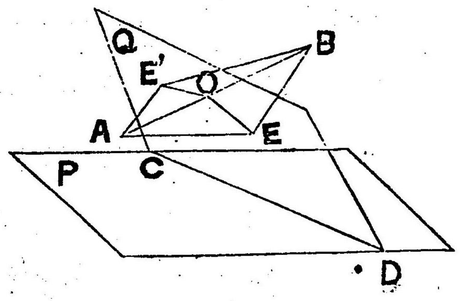
(乙)



ハVCノ平分平面VFCアルヲ以テ後ノ交リハ前ノ交リト一點ニ會セザル可ラズ同樣ニシテ他ノ平分平面モ其ノ同一點ニ相會スルコトヲ證スルヲ得

(14) 答 $\frac{9}{625}$平方尺.

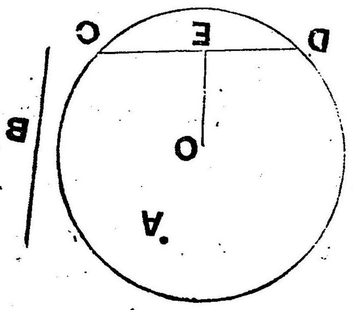
(15) A,Bナル平面Pノ外ナル二點ヨリ等距離ニシテ且ツ此ノ平面上ニアル點ノ軌跡ヲ求ム.ABヲ結付ケ,其中點Oヲ過リテABニ垂直ナル平面Qヲ畫キ其ノPトノ交リヲCDトス, CDハ求ムル所ノ軌跡ナリ



EヲQ上ノ點トセヨ,OE,BE, AEヲ結付ケヨ, △BEO, ニ於テAOトBOトハ相等シク,OEハ共通ニシテ∠AOE＝∠BOE, 故ニ兩形ハ全ク相等シクAEハBEニ等シ, 何レニ取ルモEガQノ上ニアル以上ハ此事實ハ眞ナリ,次ニA,Bヨリ等シカラザル距離ニアル點E′ヲ取レ, OE′, AE′, BE′ヲ結付ケヨ, △AE′O及△BE′Oニ於テOE′ハ共通OBトOAハ相等シクEAトE′Bハ等カラズ故ニ三角形ハ相等シカラズ∠E′OAハ∠E′OBニ等シシカラズシテE′ハQノ上ニアル能ハズ, 故ニQハA,Bヨリ相等シキ距離ニアル點ノ軌跡ナリ而シテA,Bヨリ相等シキ距離ニ

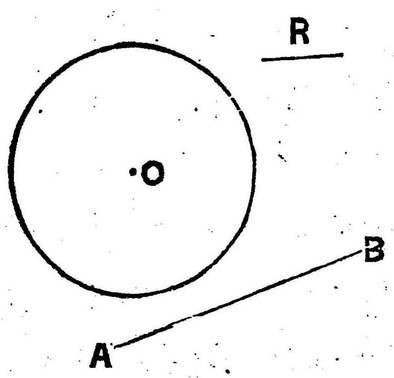
アリテ且ツPノ上ニアルモノハ獨リCDノミ.

(16) 圓Oノ內ノ定點Aヲ通ジテ與ヘラレタル長サB丈ケノ弦ヲ引カントス任意ノ所ニB丈ケノ弦CDヲ引キ中心ヨリCDヘノ垂線OEヲ半徑トシOヲ中心トシテ圓ヲ畫キAヲ通ジヲ此圓ニ切スル弦ヲ引クトキハ其長サCD卽チBニ等シ斯ノ如キ弦ハ一般ニ二ツアリ(II.14及ビ22.) OE若シOAニ等シキトキハ唯一ツトナル(II.20) OEガOAヨリ大ナルトキハ解答ナシ(II.21).



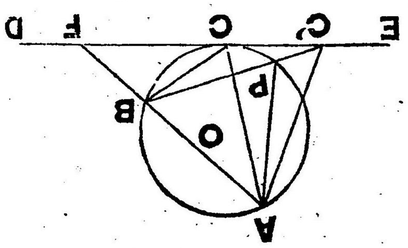
(17) 問題(12)參照

(18) Rヲ與ヘラレタル半徑, AB及ビOヲ與ヘラレタル直線及圓トス, 先ツ與ヘラレタル圓ノ半徑ト與ヘラレタル半徑ノ和ヲ半徑トスル第二ノ圓ヲOヲ中心トシテ畫キ, ABヨリR丈ケノ距離ニアリテOト同ジ側ニABニ平行ナル直線CDヲ引キ前ノ圓トノ交リヲO′及O″トス, O′及O″ヲ中心トシRヲ半徑トシテ圓ヲ畫ケバ求ムル所ノ圓トナル.(此ノ證明ハ之ヲ略シ唯茲ニABト圓トノ距離ガRヨリ大ナル時ニシテ直線ガ全ク圓外ニアル時ハ解答ナク.Rニ等シキ時唯一トナリ直線ガ圓周ト交ル時ハ一般ニ八個ノ圓ヲ得ルコトヲ附言シオクノミ, サレバ單ニ此ノ如ク答ヘテ二個ノ圓ヲ與ヘタルノミニテハ完全ナル答トナスヲ得ズ, 一般的ノ解答ヲ與ヘントセバABカOト交リ加之ABノ兩側ニ圓Oノ內ニモ四個, 圓外ニ四個併セテ八個ヲ畫キ得ル場合ニ就テ答フルヲ善シトス此ノ場合ニハOノ半徑トRトノ和及其差ヲ半徑トスル二ツノ圓ヲ畫キ且ツABノ兩側ニ如上ノ平行線ヲ引キテ八個ノ交點ヲ中心トスル樣答フルガ良シ)



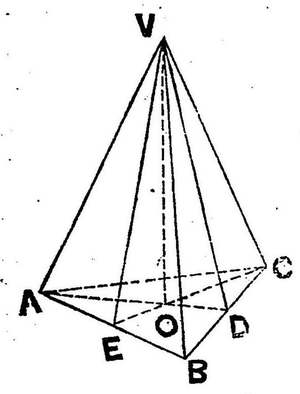
(19) (V.22)參照

(20) ABヲ延長シテED(定直線)トFニ交ラシム,AF,BFノ比例中項FCヲ求メC點ヲ定ム,Cハ求ムル所ノ點ナリ, 何トナレバ然ル時ハEDナル與ヘラレタル直線ハA, B, Cヲ過ル圓OニCニ於テ切ス (III.14. 系3) 隨テ∠ACBハ他ノ任意ノ點C′ニABガ對スル∠AC′Bヨリ大ナリ, 何トナレバ∠AC′Bト∠C′APトノ和ガ∠APBニシテ∠APB



ハ∠ACBニ等シキヲ以テナリ

(21) Oヲ正四面體VABCノ底面ノ中線AD,CE等ノ交點トス，VOハOヨリ側面ヘ引ケル垂線ノ三倍ナリ．

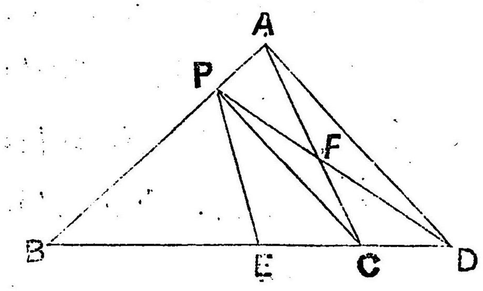


VE,VDヲ結付ケヨ，而ルキハ△VEOト△VEOトハ全ク相等シク∠EOV=∠DOV，同樣ニVOハ凡ユル方向ニ同一傾ヲ有シ其ノ底面ニ垂直ナルコトヲ示スヲ得，仍テ△VODヲ取リ離シテ考フルニ全ク直角三角形ニシテODハ$\frac{AD}{3}$即チ$\frac{VD}{3}$ナリ，而シテVODハVBCニ垂直ナルヲ以テOヨリVBCヘノ垂線ハVDノ上ニ落ツ而シテ次ノ比例式ガ△VODト△VOFトガ相似ナル所ヨリ成立ツ

$$VO:OF::VD:OD::3:1.$$

即チ問題ハ解カレタリ

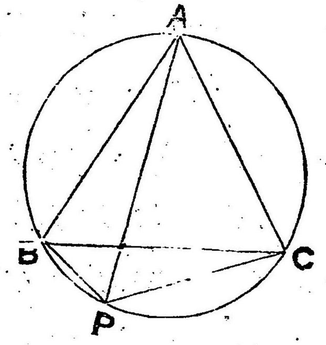
(22) △ABCヲPヲ過ル直線ヲ以テ二等分スルコトヲ求ム，PCヲ結付ケ之レニ平行ADヲ引キBCノ延長トDニ交ラシムBDノ中點Eヲ得ヨPEハ即チ求ムル所ノ二等分線ナリ，PDヲ結付ケヨ而ルキハ△CPD=ACP隨テ



△APF=△FCD (III, 22, 系2)又同理ニ仍テ△PBE=△PED，而ルニ△APF=FCD. 故ニ△PBEハ四邊形APECニ等シ

(23) 其一方ノ直線ト定點トヲ含ム平面ヲ畫キ他ノ直線ト其平面トノ交點ヲ求メ之レト定點ヲ結付ラルキハ求ムル所ノ直線ヲ得可シ(證明ヲ略ス)

(24) PA=PB+PCナル可シ



PA. BC=AB. PC+AC. PB (V.22)

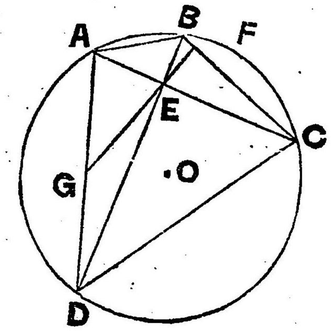
而シテ

BC=AB=AC.

∴ PA=PC+PB.

(25) (V. 19) 參照

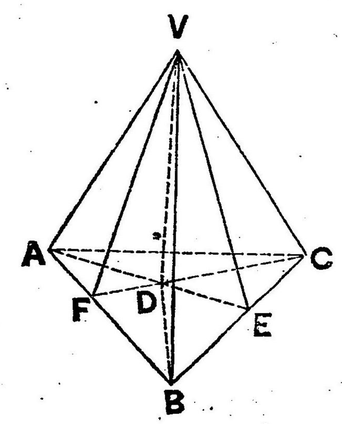
(26) 對角線AC, BDハ直角ニ交ルモノトス，交點ヨリ任意ノ一邊BCヘ垂線EFヲ下シ之レヲ延長シテ對邊ADヲGニ於テ切ルトセヨ; AG=DGナル可シ



△EBF, △BEC ハ相似形ニシテ ∠BEF=∠BCE, 隨テ ∠BDA=∠BEF 卽チ ∠BDA∠GED, 故ニ △DGE ハ二等邊ニシテ △AEG モ同樣ナリ.

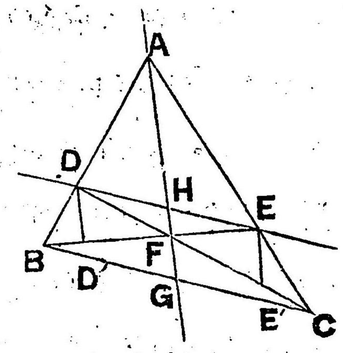
∴ DG=EG=AG

(27) VABC ヲ任意ノ四面體トス, 其任意ノ一ツノ面 ABC ハ他ノ三ツノ面ノ和ヨリ小ナル可シ



Vヨリ ABC 面ヘ垂線 VD ヲ下シ VD ヲ含ミ AB ニ垂直ナル平面 VDF ヲ作リ ABC, ABV トノ交リヲ夫々 FD, FV トス, 同樣ニ VD ヲ含ミ BC ニ垂直ナル平面 VDE ヲ作リ其交ヲ DE, 及 VE トス, AC ニ就テモ同樣ニスルトキハ △ABC=△ADC+△ADB+△BDC. 而シテ △VFD ハ直角三角形ニシテ VF>FD, 故ニ △ADB ハ △VAB ヨリ小ナリ, 同樣ニ △BDC ハ △VBC ヨリ小ナリ, 又タ △ADC ハ △VCA ヨリ小ナリ, 故ニ △ABC ハ他ノ三面ノ和ヨリ小ナリ

(28) BG=CG ナル可シ, DD′, EE′ ヲ AF ニ平行ニ引ケ.



AB : DB : : AC : EC.

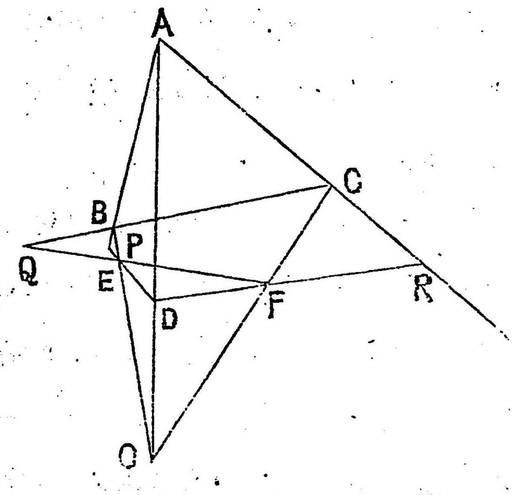
又 AF : DD′ : : AB : DB,

AF : EE′ : : AC : EC.

∴ AF : DD′ : : AF : EE′.

卽チ DD′=EE′ ナリ隨テ △DD′F ト △EE′F ハ全ク相等シク DF=E′F, 故ニ HD=EH. 隨テ BG=CG ナリ (V.1. 及 V.7.)

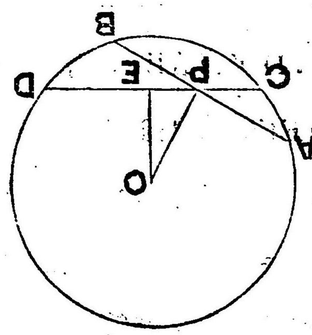
(29) AD, CF, BE ガ O ニ會ストイフ故ニ



AD, CF; AD, BE; BE, CF ハ夫々同一平面内ニアリ, サレバ AB ト DE, BC ト EF, CA ト FD ハ夫々 P, Q, R ニ交ル.

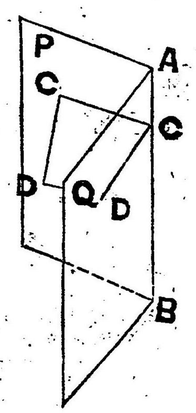
ABC ト DEF トノ交リヲ想像セヨ, 其交リハ勿論直線ニシテ ABC 上ノ直線ナル AB, BC, CA ト DEF 上ノ直線ナル DE, EF, FD トハ共ニ此ノ交リヲ過ル, 隨カ P, Q, R ハ交リノ上ニアリテ一直線上ニアラザル可ラズ

(30) O ヲ與ヘラレタル圓, P ヲ其内ナル定點トセヨ, P ヲ過ル



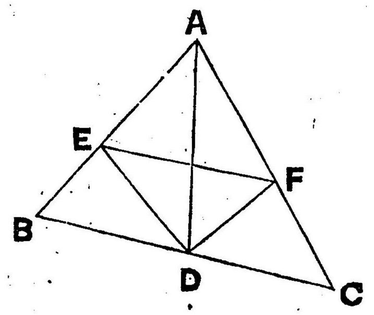
弦ノ中點ノ軌跡ヲ求ム.中心OトPヲ結付ケヨ,OPヲ直徑トスル圓ヲ畫クトキハ(之ヲ略ス)之レ即チ求ムル所ノ軌跡ナリ.OPニ垂直ナル弦ABノ中點ハP, 又タOヲ過ル弦ノ中點ハO,故ニO,P,ハ共ニ求ムル所ノ軌跡ノ上ニアラザル可ラズ任意ノ弦CPDヲ引キ中點EトOトヲ結付ケルトキハ ∠OEPハ直角ナリ(II.9.)而シテEハOPヲ直徑トスル圓周ノ上ニアリ.而シテCDノ中點ナラザル他ノ點Fハ此ノ圓周ノ上ニアラズ(II.18.) 故ニPヲ過ル總テノ弦ノ中點ハ此圓周ノ上ニアリ.

(31) P,Rナル相交ル平面ノ一Pニ垂直ナル直線CDノQ上ノ



正射影C′D′ハ交リABニ垂線ナル可シ,CD, C′Dヲ含ム平面ハP,Qニ垂直ナリ(V.20.)故ニABハ此ノ平面ニ垂直ナリ,若シ非ズトセバC′ヨリ此面ヘ垂線ヲ引ケ;其垂線ハPニアルト同時ニQニアルヲ要シAC′ト合セザル可ラザルヲ以テナリ,故ニCD,C′D′ノ平面ノ垂線AC′ノ足C′ヨリ其面ニ引ケル線ナルC′D′ハAC′即チABニ垂直ナリ.

(32) EFハABニ平行ナル可シ.



AD:BD::AE:BE
AD:CD::AF:FC
} (V.14)

而シテ AD:BD::AD:CD.

∴ AE:BE::AF:FC

AE+BE:AE::AF+FC:AF.

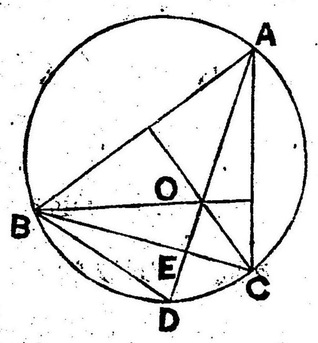
∴ AB:AE::AC:AF

故ニ△AEFト△ABCハ相似ニシテ∠AEF=∠ABC,隨テEF,ハBCハ平行ナリ(V,8及I,6系)

(33) (V,22) 參照

(34) 答 25.46立方寸

(35) ODトBCノ交點ヲEトスレバ

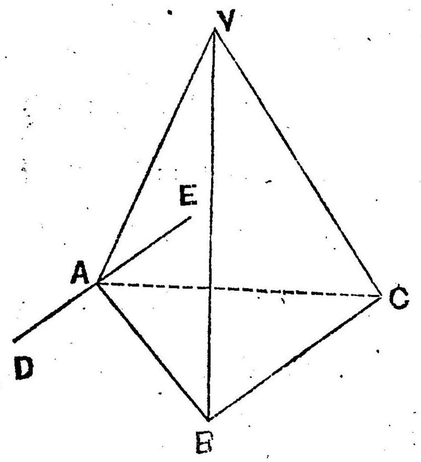


EO=ED

ナル可シ,何トナレバ ∠BOD=∠ACB, 而シテ∠ACB=∠ADB,

∴∠BOD=ADBニシテ△OBDハ二等邊ナリ故ニBヨリODヘ下セル垂線BCハODヲ二等分ス

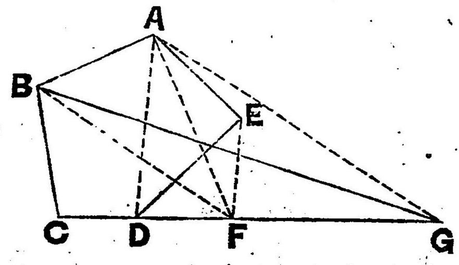
(36) VABCヲ正四面體トス其ノ一稜BCハ之レニ對ス稜ルVAニ垂直ナル可シ,Aヲ通ジテBCニ平行線DEヲ引ク而ル



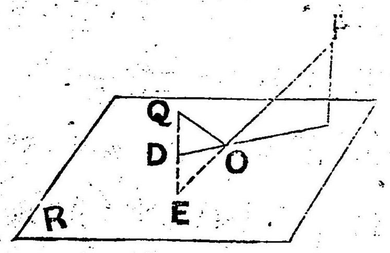
トキVAハDEニ垂直ナリ(10)故ニVAハDEニ平行ナルBCニ垂直ナリ

(37) (II, 16) 參照

(38) ABCDEヲ與ヘラレタル五邊形トス之レニ等シキ面積ノ三角形ヲ作ラントス，ADヲ結付ケ之ニ平行ニEFヲ引キCDノ延長トFニ交ラシメ次ニBFヲ結付ケ之レニ平行ニAGヲ引キCDノ延長トGニ交ラシムBCGハ求ムル所ノ三角形ナリ(證明ヲ略ス)

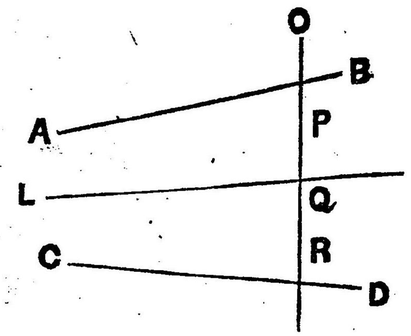


(39) Qヨリ垂線QDヲ平面Rニ下シ之ヲ延長シテDEヲQDニ等シク取リPEヲ結付ケ其Rヲ切ルノ點Oハ求ムル所ノ點ナリ，證明ヲ略シ唯OQガOEニ等シクOQ+OPハEQ



ニ等シク，O以外ニ點ヲ取ルモ，三角形ノ二邊ノ和ハ一邊ヨリ大ナリトイフ定理ヲ應用スレバOP+OQ即チEPガ最小ナルヲ證スルヲ得ルコトヲ示スオクノミ.

(40) 先ツAB,CDニ同一ノ角ヲナス直線ヲ引キ(之ヲ引クニハ一方ニ平行ナル直線ヲ引キテ他ノモノト相交ラシメ其交點ヲ頂點トスル二等邊三角形ヲ畫クトキハ其底邊ハ即チ之ナリ)二直線間ノ部分ヲ直角ニ二等分スル直線ヲ引ケバ此中ニ所要ノ圓ノ中心ナカラザル可ラズ，次ギニPヲ通シテLMニ垂線OPQRヲ下シPQ=QRトシOPトORノ比例中項ヲ求メ之ヲOヨリAB上ニ左右ニ取ルトキハ其端即チ所要ノ圓ノ切點ナリ之レ以下並ニ證明ヲ略ス



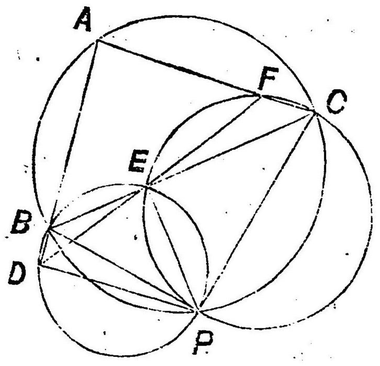
(41) (V,31) 參照

(42) 垂線ノ足D,E,Fハ一直線上ニアル可シ

DE, EF, BP, PC ヲ結ベ

BPヲ直徑トシテD,Eヲ過ル圓ヲ畫キ又PCヲ直徑トシテE,Fヲ過ル圓ヲ畫クトキハ(之レ可能ナリ)茲ニ三ツノ圓ヲ生ズ

△BDP,CFPニ於テ∠BDP=∠CFPニシテ∠FCP=∠DBP



(III19. 系1)隨テ∠BPD=∠CPF, 夫々同ジ弓形ニ於テノ角ナル∠BED=∠CEF; 而シテBECハ直線ナリ隨テ DEF モ亦タ直線ナリ故ニD,E,Fハ一直線上ニアリ

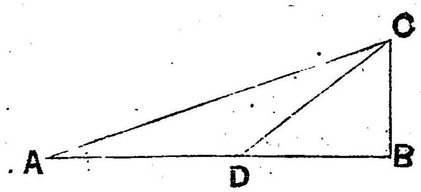
(43) (V,4,系3)參照

(44) 之レ問題(21)ノ一般ノ場合ナリ同問題ヲ一見セバ容易ニ本問ニ答フルヲ得可シ

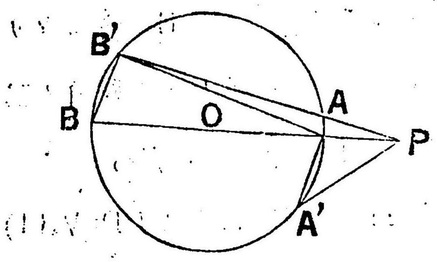
(45) (III,12)參照

(46) Eヲ與ヘラレタル正方形ノ一邊ABヲ定直線トス, ABヲ二分シ各部分ノ上ノ正方形ノ差ガEヲ一邊トスル正方形ニ等シキ樣分タシトス, ABノ一端Bニ垂線ヲ立テBCヲEニ等クシ∠CABニ等シク∠ACDヲ作リCDトBAトヲDニ交ラシムDガ其分點ナリ(證明ヲ略ス)

E



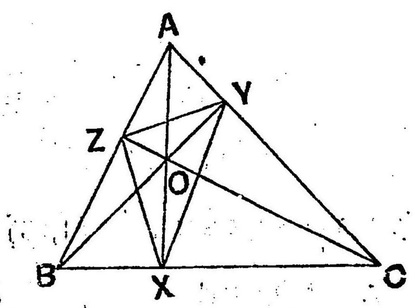
(47) 一定點ト中心ヲ結クル直線ノ上ニ測レバ最大最小ノ二距離ヲ得可ク其證明ヲナスニハ, 若シPAヨリ小ナルPA′ア



リトスレバ∠PAA′ハ明カニ直角ヨリ大ナリ(切線ニアラサレバ亦タ銳角ニモアラズ圓ト二點ニ於テ交レバナリ)故ニ他ノ角ハ何レモ直角ヨリ小ナリ, 隨テPAはPA′ヨリ小ナリ. 又タBPヨリ大ナルB′Pナルモノアリトス AB′ヲ結付ケレバ∠AB′Bハ直角ナルヲ以テ<PB′Bハ勿論直角ヨリ大ナリ故ニ前ト同理由ニ仍テB′PハBPヨリ小ナリ(I,15)

(48) 前問題參照

(49) ∠AXZ=∠AXYナル可シ

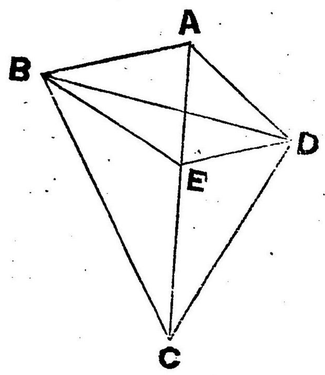


OCヲ直徑トシテY,Xヲ過ル圓ヲ畫キ(可能)YZヲ結ビ又タBOヲ直徑トシX,Yヲ過ル圓ヲ畫クトキハ∠YBZ=∠ZXO,∠YCZ=∠YXO,而シテY,Zハ共ニBC直徑ノ圓ノ上ニアルヲ以テ∠YBZ=∠YCZナリ故ニ

∠AXZ=∠AXY

(50) 簡單ナレバ證明ヲ略ス

(51) ∠B,∠Dノ二等分線ガ對角線AC上ノ一點Eニ會シタリトス，而ルトキハ殘リノ二對角ノ二等分線ハBDノ上ニ會ス可シ，



AE:EC::AB:BC::AD:CD(V,14)

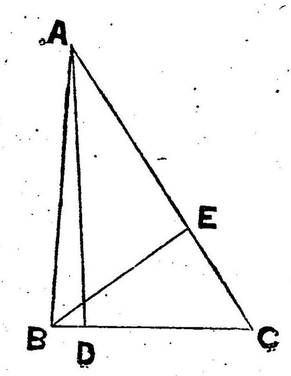
∴ AB:AD::BC:CD.

∠Aノ等分線ガBDト交ル點ヲFトスレバ AB:AD::BF:FD; 又タ∠Cノ等分線トノ交點ヲGトスレバ BC:CD::BG:GD. ∴ BF:FD::BG:GDナリ. 或ハ BD:FD::BD:GD, 更ニ BD:BD::FD:GD, 故ニF,Gノ合ス

(52) (1,13) 參照

(53) (I軌跡,2) 參照

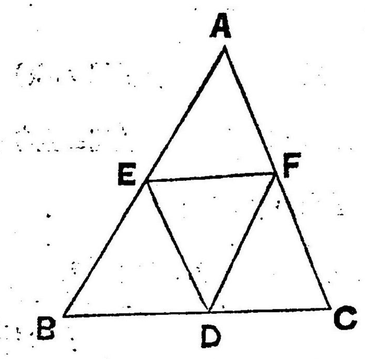
(54) △ABCノ最大邊ヲACトス然ルトキ BEハ ADヨリ小ナル可シ



∴ AD>AB>BE (I,15)

∴ AD>BE.

(55) (I,28,系)ニ仍テBC,EFハ平行ナルモ相等シカラズ故ニEBCFハ梯形ナリ而シテ第三邊ノ中點DトE,Fヲ結付クルトキハ同一理ニ仍テBDEFハ平行四邊形ニシテ其對角線 DE ハ全ク相等シキ二ツノ三角形ニ分チ，△DCFモ同樣△EFDニ等シク，

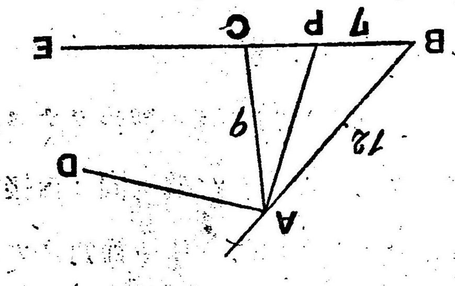


而シテ此等ノ各ハ亦タ △AEF ニ等シ故ニEBCPノ面積ハ△AEFノ三倍ナリ

(56) 銳角三角形ナルヲ要ス精々直角三角形ナリ證明ハ之ヲ略ス

(57) 答 $\sqrt{4^2+3^2}=5$ 寸

(58) ADノ延長トBEノ延長トQニ相會スルモノトス



BP:CP::12:9 (V,14)

∴ BP+CP=7:CP=4+3:3, ∴ CP=3 (IV,10,11)

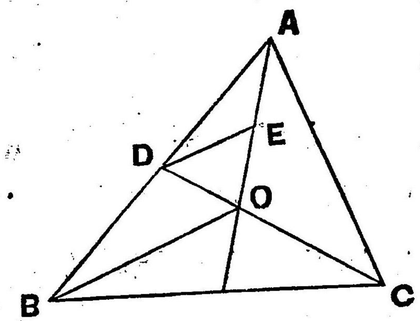
又タ BQ:CQ::12:9,

BQ−CQ=7:CQ::1:3. ∴CQ=21.

∴ PQ=PC+CQ=3+21=24

(59) (I,19) 參照

(60) $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=3(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2)$ナル可シ



OCヲD迄延長シDEヲBOニ平行ニ引クトキハAE=EOナリ(I,28系1)而シテ

$\overline{BC}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{CD}^2+\overline{AD}^2)$ (III,12)

而シテCD=3.OD=$\frac{3}{2}$OC.故ニ

$2.\overline{CD}^2=2.\overline{OD}^2+4.\overline{OC}^2$.

$2(\overline{OD}^2+\overline{AD}^2)=4(\overline{DE}^2+\overline{OE})=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2$, $\therefore \overline{BC}^2+\overline{CA}^2$

$=4\overline{OC}^2+\overline{OA}^2+\overline{OB}^2$.

同樣ニ $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=4\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OA}^2$,

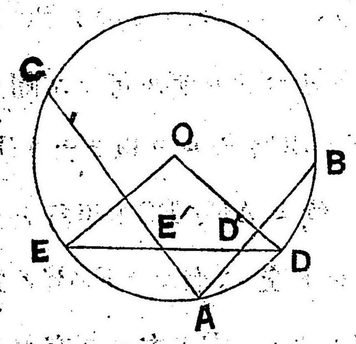
又タ $\overline{CA}^2+\overline{AB}^2=4\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2$.

$\therefore\ 2(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=6(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2)$

$\therefore\ \overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=3(\overline{OA}^2+\overline{OB}+\overline{OC}^2)$

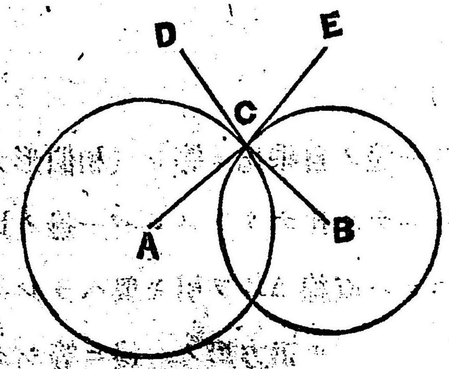
(21) 圓ニ內接スル四邊形ノ相對スル角ハ互ニ補角ヲナス,而シテ平行四邊形ノ相對スル角ハ相等シ,故ニ圓ニ內接スル平行四邊形ノ對角ハ相等シクシテ同時ニ互ニ補角ヲナスヲ要ス,卽チ平行四邊形ハ矩形ナラザル可ラズ,隨テ其ノ對角線ハ直徑ナラザル可ラズ卽チ中心ヲ通ル.

(62) △AD′E′ハ二等邊ナル可シ



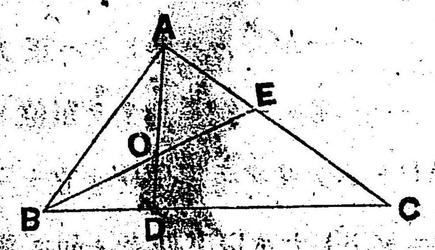
中心Oヨリ弦AB,ACニ垂線ヲ下ストキハ其延長ハ夫々E,Dヲ過ル(II,10,系)而シテ△OEDハ二等邊ニシテ∠D=∠E,故ニ∠BD′D=∠CE′E=シテ隨テ∠AE′D′=∠AD′E′,故ニAD′=AE′

(63) 切線ヲCD,CEトス,∠ACD,∠BCEハ直角ナリ(II,20,系2)故ニ∠ACBト∠DCEハ補角ヲナス,



CE,CD,ノ何レカヲ延長シタル部分ト他ノ切線ノナス角ハ全ク∠ACBニ等シ

(64) DO:OA::AE:EC.



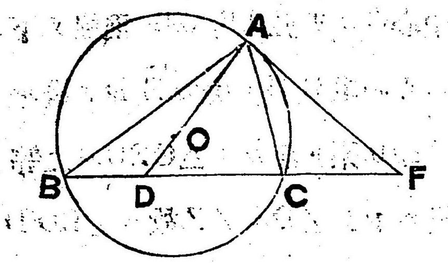
AB:BD::AO:OD (V,14)

AB:BC::AE:EC (V,14)

而ルニ△ABD,△ABCハ相似ニシテ(V,7)

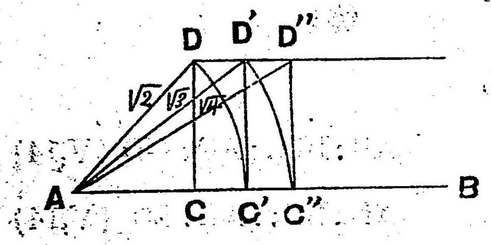
AB:BD::BC:AB, $\therefore$ DO:OA::AE:EC.

(65) AC⊿ABナルヲ以テOAハBCニ垂線ナラズ,若シ直角ナリトスレバDニ於テBCガ二等分セラレザル可ラズ隨テAB=BCトナルヲ以テナリ(II, 10) 故ニAFハBCト平行ナラズ(I,6)隨テBCノ延長Fニ於テ之レト交ル,而シテFハCノ方ニ延長シタル所ニテBCニ交ル何トナレバBノ方ニテ交ルトセバ直角ト鋭角トノ和ガ鋭角ニ等シトノ不合理ニ歸着スルヲ以テナリ



(66) 答鈍角ナリ(說明略ス)

(67) (1) 正方形ノ面積ハ其一邊ノ自乘比ニ等シ(相似形ナルヲ以テ)故ニ逆ニ面積 1:mナル比ナリトスレバ一邊ノ比ハ1:$\sqrt{m}$ナリ$\sqrt{m}$ヲ見出スニハ直線ABヲ引キ與ヘラレタル正方形ノ一邊ニ等シクACヲ取リCDヲ垂線CD=ACトスルトキハ正方形ノ一邊ノ長サヲ單位トシテADハ$\sqrt{2}$ナリ,AC′=ADトシテ又タ垂線C′D′ヲ立テC′D′=ACトスルトキハAD=$\sqrt{3}$トナル以下斯クノ如ク遂ニ$\sqrt{m}$ニ進ス.



(2) 其求ル所ノ正方形ノ一邊ノ長サハ與ヘラレタルモノヽ長サノ$\frac{1}{\sqrt{m}}$ナル可シ,$\frac{1}{\sqrt{m}}=\frac{\sqrt{m}}{m}$ナルヲ以テ前ノ方法ニ仍テ$\sqrt{m}$ヲ見出ストキハ之レヲ$m$等分スレバ$\frac{1}{\sqrt{m}}$トナル.前ノト獨立ニ$\frac{1}{\sqrt{m}}$ヲ求ムルノ方法アルモ玆ニハ之ヲ省ク.唯(1)ノ場合ノ斜邊ニ1ヲ取レバ他ノ二邊ハ$\frac{1}{\sqrt{2}}$トナルコトノ一言シオクノミ.

(68) ACヲ直經トシテ半圓ヲ畫キBヨリAC=45°ノ直線ヲ引キ其弧ト交ル點ヨリACニ垂線ヲ下ス

A B C 其足ハ卽チOナリ(證明ヲ略ス)

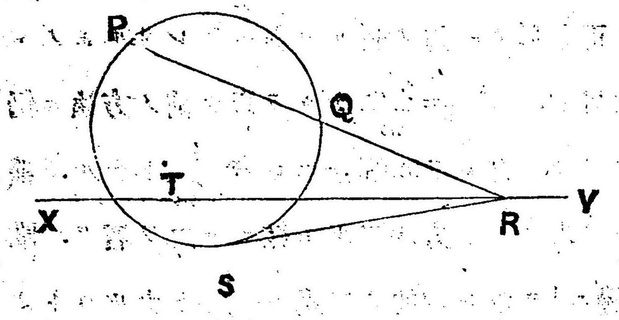
卽ヲ內分ノ場合ニハOハ二ツアリ.之ヲ外分スルニハACヲ過ル任意ノ圓ヲ畫キ之レニACノ延長線上ノ點Oヨリ引ケル切線ガOBニ等シクナル樣ナルOヲ求ムレバ可ナリ,サレドモ之レハ問題外ナリ

(69) 答 三角形 $\sqrt{3}\cdot r$ 尺

正方形 $\sqrt{2}\cdot r$ 尺

正五角形 $2r\sin 36^\circ=\frac{\sqrt{(20-2\sqrt{5})}r}{2}$, $(Cos54^\circ=Sin36^\circ)$

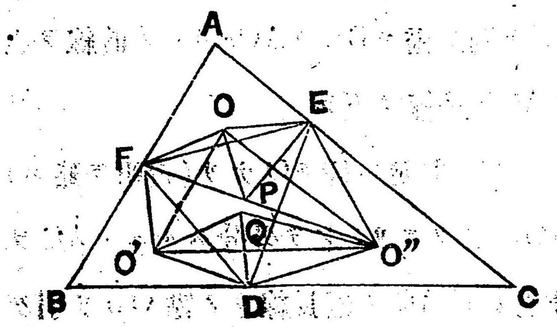
(70) P,Qヲ過ギテXYニ切スル圓ヲ畫クコトヲ求ム.P,Qヲ過キテ任意ノ半經ヲ以テ圓PQSヲ畫キ,PQノ延長トXYトノ交點Rヨリ之レニ切線RSヲ引キRS=等シクRTヲXY上ニ取ル,然ルトキハTハ求ムル所ノ圓ノ切點ニシテ,P,Q,Tヲ



過キ之圓ヲ畫ケバ可カリ

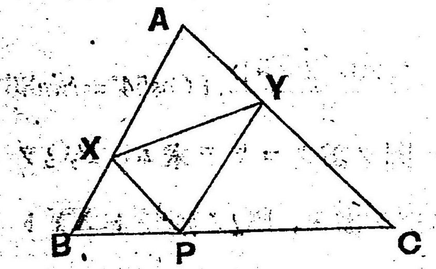
(證明ヲ略ス)

(71) △AEF, BDF, CDEノ外心ヲ夫々O,O′,O″トスレバ交リノ共通弦ハ中心ヲ結ブ直線ニ直垂ナリ(II,24).



圓O′, O″ノ交リヲQ,Pトシ,O,O″ノ共ヲE,Pトシ,P,Q ガ合セザルモノトスレバO′ハP, Q, Dノ三點ニテO″ニ交ルコト、ナル故ニP,Qハ同一ナラザル可ラズ.

(72) △BPX:△AXY::△AXY:△CPY ナル可シ

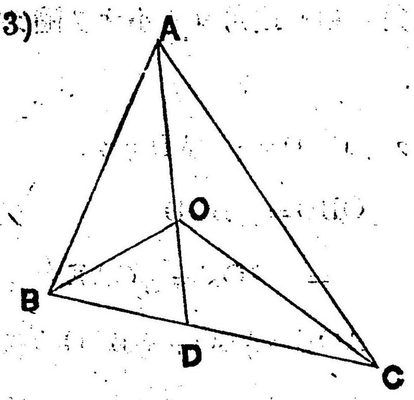


△BPX:△AXY
::△BPX:△XPY::XB:YP.
△AXY:△CPY
::△XPY:△CPY::XP:YC.
而ルニ△XBPト△YPCヽ相似タリ(V,7)

∴XB:YP::XP:YC.

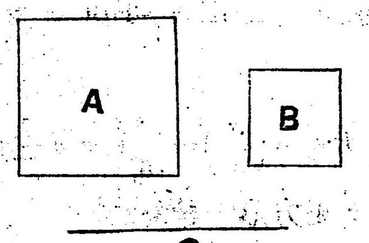
∴△BPX:△AXY::△AXY:△CPY.

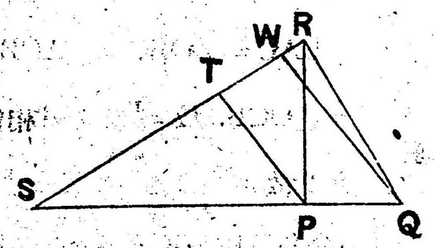
(73)



AB:BD::AO:OD
又タAC:CD::AO:OD } (V,14)
∴AB:BD::AC:CD.
或ハ AB:AC::BD:CD.
AB+AC:AC::BD+CD:CD.
∴ AB+AC:BC::
AC:CD::AO:OD.
AC:CD::AO:OD.

(74) A,Bナル面積ヲ有スル二正方形アリCナル長サト A:B::C:Xナル關係ヲ有スルXナル長サノ直線ヲ求ム.



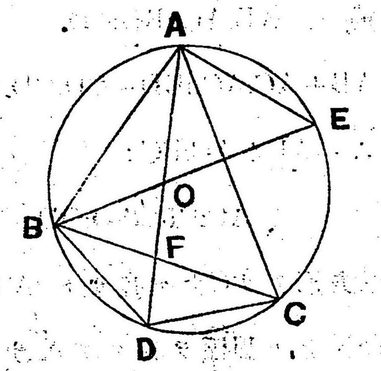


PQヲBノ一邊ニ等シク, PRヲ之ニ垂直ニ且ツAノ一邊ニ等シク引キ, QRニ直角ニRSヲ引キPQノ延長トSニ會セシム, 而ルトキハ $\overline{PR}^2$ =A=PQ,PS.故ニA:B::PQ.PS:$\overline{PQ}^2$ ニシテ A:B::PS:PQ ナリ, STニCニ取リPTニ平行ニQWヲ引クトキハTWハ求ムル所ノ

Xナリ.

(75) (I,14)ニ依テ,中線ニ對スル兩底角ハ其ノ頂ノ夫々ノ部分ヨリ小ナリ,サレバ兩底角ノ和ハ頂角ヨリ小ナリ隨テ三角形ハ鈍角ナル頂角ヲ有ス.

(76) 弧BD=弧CDナルヲ以テ∠BAD=∠CADナリ.



∠OBD=∠BOD

=∠AOE=∠OAE.

∠AOE=ABO+∠BAO

=∠OAE=∠OAC+∠CAE.

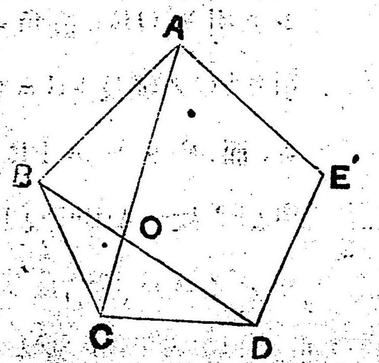
∴∠ABO=∠CAE.

即チ ∠ABE=∠EBC ニシテO

ハ内心ナリ

(77) 周圍ヲaトスルトキハ正方形ハ$\left(\frac{a}{4}\right)^2=\frac{a^2}{16}$トナリ三角形ハ$\frac{a}{6}\times\frac{a}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3a^2}}{36}$トナリテ正方形ノ方大ナリ.

(78)



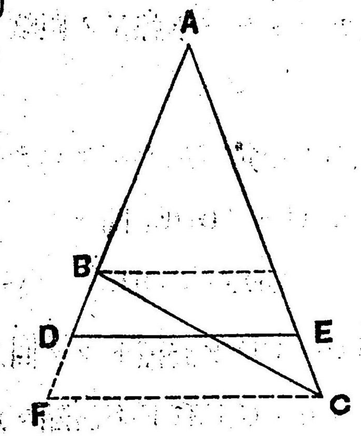
△ABC ト △BOC ニ於テ

∠BAC=∠OBC=∠ACB

=∠OCB, 故ニ二ツハ相似ナリ故ニ

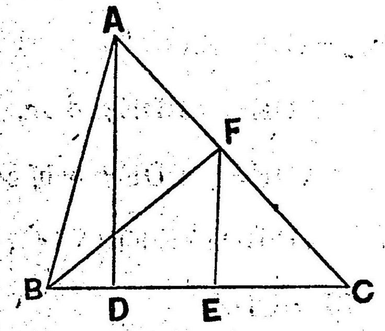
AC:BC::BC:OC.

(79)



AD=AE=½(AB+BC)ナルヲ以テ BD=ECナラザル可ラズ隨テCヨリDEニ平行ニCFヲ引ケバBD=DFナリ,故ニ三角形FBCノBFノ中點ヨリCFニ平行ニ引ケル直線 DE ハ他ノ邊BCヲ等分ス(I,28,系1).

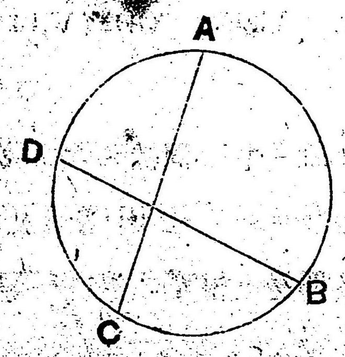
(80) ∠ABC=2∠ACBナルトキハDF=½ABナル可シ△BFCハ二等邊,EFハBCニ垂直ニシテ ADニ平行ナリ而シテ(V,14)ニ依テ



AB:BC::AF:FC::DE:$\frac{BC}{2}$

∴ AB:DE::BC:$\frac{BC}{2}$::2:1.

(81) 弧AB>BC>CD>DA ナルヲ以テ

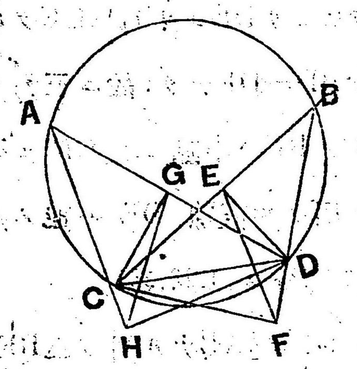


劣弧 AC<劣弧 BD.

隨テ弦 BD ハ弦 AC ヨリ大ナリ.

(II,7).

(82) A,B等ノ角及ビ底邊不變ナルトキハ垂線足ノ距離 EF, GH等ハ常ニ不變ナルヘシ



A,Bノ頂角不變ナルヲ以テ

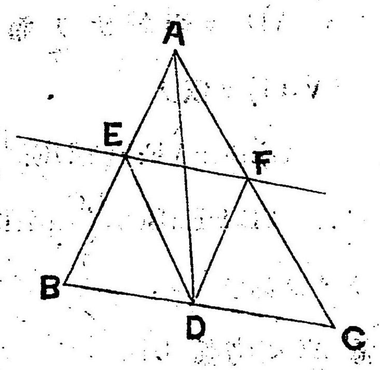
∠ACG=∠BDE, 隨テ

∠EDF=GCH.

而シテ CD ヲ直徑トシテ圓ヲ畫クトキハG,E,H,Fノ諸點ヲ通ル (II,16,系2,)

而シテ∠GCH=∠EDFナルヲ以テGH=EA.

(83)



∠ADE=∠BDEナラバ,

∠ADF=∠CDFナル可シ.

AD:BD::AE:EB(V14).

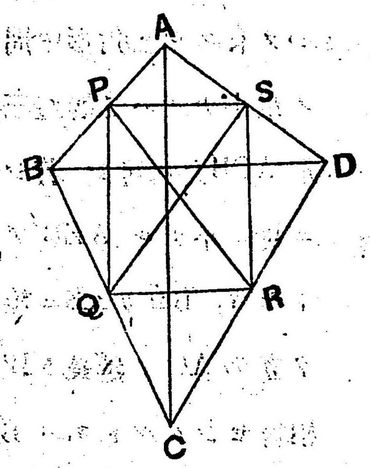
BD=CD,

∴ AD:CD::AE:BE::AF:FC.

∴ ∠ADF=∠CDF(V,14),

(84) (III,3) 參照

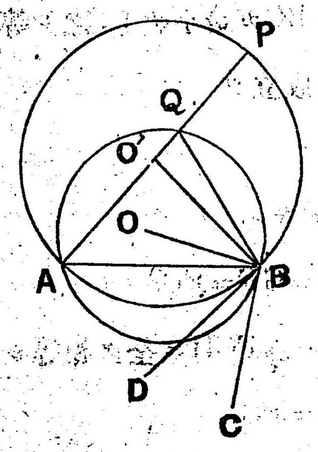
(85) (1) PQ,SR, ACニ平行ナル故ニ平行,同樣ニPSトQRモ平行ナリ故ニPQRSハ平行四邊形ニシテAC,BD等シキ片ハ其ノ半分ナル此ノ平行四邊形ノ四邊ハ相等シクシテ菱形トナル; 故ニ其ノ對角線ハ直角ニ交ル.



(2) AC,BD カ直交スルトキハ夫々ニ平行ナル PQ RS ノ相隣ル邊モ直交ス卽チPQRSハ矩形ナリ故ニ其對角線相等シ

(86) 後者ガ大ナリ(說明ハ略ス)

(87) 底邊 ABヲ引キ其上ニ頂角 ABCニ等シキ弓形ニ於テノ角ヲ有スル圓弧ヲ畫ク其中心ヲOトス, 次ニ頂角ノ二分ラーナル∠ABDニ等シキ弓形ニ於テノ角ヲ有スル圓弧ヲABノ上ニ畫ク其中心ヲO'トス; 後ノ圓ニ二邊ノ和ニ等シキ弦 APヲ引ク, 其ノ前ノ圓トノ交リヲQトスレバ AQB ハ求ムル所ノ三角形ナリ

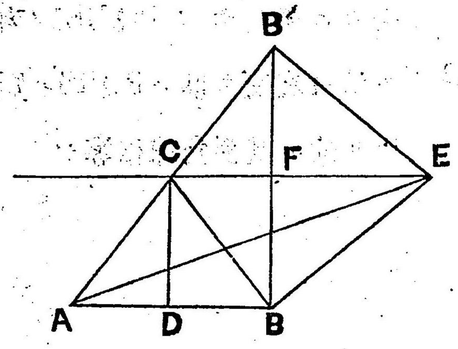


但シ證明ヲ略ス.

(88) 前ニ類似問題アルヲ以テ略ス

(89) 前問ヲ應用スレバ直チニ其比ガ $\frac{5}{2}:\frac{3}{2}=5:3$ ナルコトヲ知ル可シ.

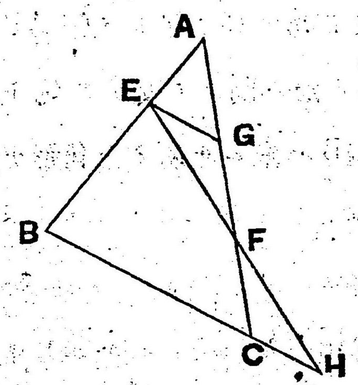
(90) 與ヘラレタル底邊AB, 高サCDヲ有スル三角形中周圍ノ最小ナルハ二等邊三角形ACBナル可シ, 若シ他ニ更ニ小ナルAEBアリトセヨ, BヨリABニ線垂ヲ立テACノ延長トB′ニ相會セシムルトキハB′C



=BCナルヲ以テAC+BCハAB′ニ等シ而シテAE+BE=AE+EB′ナリ. 故ニ三角形ノ二邊ノ和ナルAE+BEハ其一邊ナルAC+BCヨリ大ナリ卽チAC+BCガ最小ナリ. 之レ等ノ雙方ニ底邊ヲ加フルモ此ノ關係ハ成立ツ

(91) 答 $\sqrt{(2-\sqrt{2})}$ 尺

(92) EGヲBCニ平行ニ引ケ, 而ルトキハ



AG=GF=FC.

△EFGハ△FCHニ全ク相等シク

CH=FG.

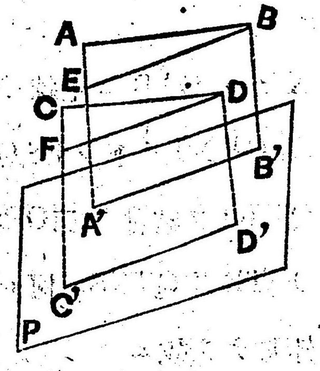
而シテ△AEGト△ABCハ相似ナリ故ニ

BC:EG::BC:CH::3:1.

∴ BC+CH:CH::4:1.

則チBH:CH::4:1.

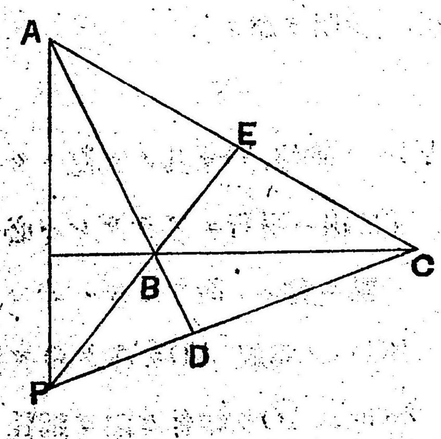
(93) AB. CDヲ平行ニシテ且ツ相等シキ直線ナリトス而ルトキハ任意ノ平面P上ニ投ズル正射影A′B′,C′D′モ亦タ等シク且ツ平行ナル可シ, B. DヨリPニ平行ニBE,DFヲ引ケ, △ABEト△CCFハ全ク相等シク(V,9.及ビI,9,) BE=DF, 從テA′B′ハC′D′ニ等シ



(V,14).

(94) 答 $\frac{1}{6\sqrt{2}}a^3$

(95) ∠PBC+∠ABC−(∠PCB+∠ACB)ハ二直角ナル可シ



△PEC,PBDニ於テ

∠PEC=∠BDP, ∠EPCハ共通ナリ

故ニ∠ECP=∠PBD.

而シテ

∠PBC+∠ABC=∠ABP,

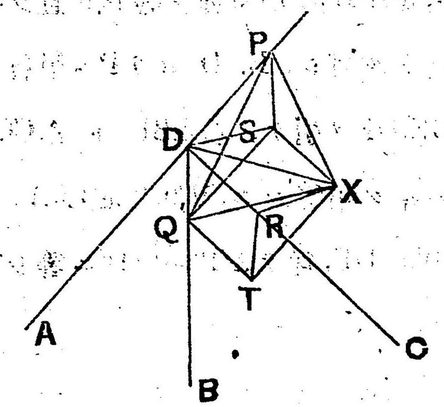
∠PCB+∠ACB=∠ECP.

∴ ∠PBC+∠ABC−(∠PCB+∠ACB)=∠ABD=2直角

(96) 正方形ガ最大ナリ其證明ハ簡單ナレバ茲ニハ之ヲ畧ス

(97) 面積相等シキヲ以テ其ノ高サト底邊トノ積ハ相等シ故ニ底邊ノ比ハ$\sqrt{12}:1$ナリ

(98) $\overline{OX}^2=\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2+\overline{OR}^2$ナル可シ



Xヨリ OAB ニ垂線 XS, OBCヘXTヲ下シPS,QR, QT,RTヲ結付ク;□OPSQ, OQTR及QTXSハ何レモ矩形ナリ故ニ

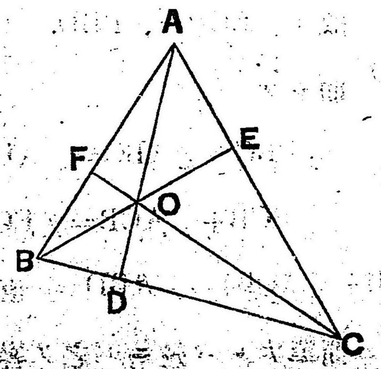
$\overline{OX}^2=\overline{SX}^2+\overline{OS}^2=\overline{QT}^2+\overline{PQ}^2$
$=\overline{OR}^2+\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2$

$\therefore\ \overline{OX}^2=\overline{OP}^2+\overline{OQ}^2+\overline{OR}^2$

(99) 答 $\frac{\pi a^2b^2}{3\sqrt{(a^2+b^2)}}$立方尺. (說明ヲ略ス).

(100) (II,19) 參照.

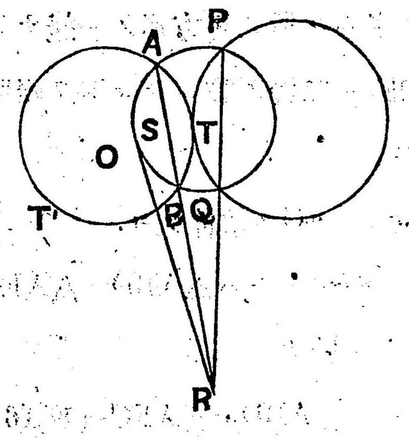
(101) BE,CFヲ夫々邊AC,ABヘノ垂線, Oヲ其ノ支點トセヨ



(二線ハ平行ニアラザレバ必ズ一點ニ會ス)而ルトキハAヨリBCヘノ垂線 ADモ亦タOヲ通ル可シ AOヲ結付ケ之ヲ延長シテBCトDニ交ルトセヨADハBCニ垂線ナリ故ニAヨリBCヘノ

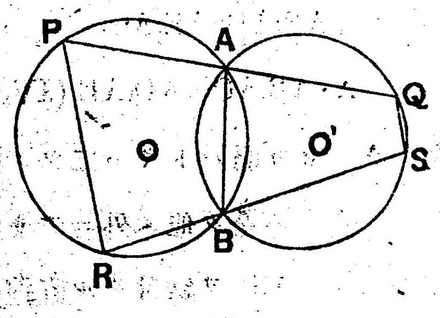
垂線ハ亦タOヲ過リ三垂線ハ一點ニ會ス

(102) P,Qヲ與ヘラレタル二點, 中心Oナル圓ヲ與ヘラレタル圓トセヨOニ接シテP,Qヲ過ル圓ヲ畫カントス; P,Qヲ通シ任意ノ圓PQSヲ畫キ圓Oトノ交 ABヲ結ビ其延長トPQノ延長トヲRニ交ラシム, RヨリOニ二本ノ切線ヲ引キ其ノ切點ヲT,T'トス, PQT及



PQT'ヲ通シテ畫ケル圓ハ共ニOニ切ス(證明ヲ略ス)

(103) PRハQSニ平行ナル可シ,



A,Bヲ結付ケヨ,而ルトキハ

$\angle AQS=\angle ABR$

(II,19,1系)

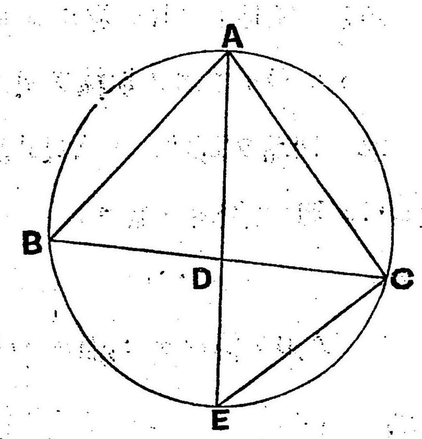
而シテ $\angle ABR$ ハ $\angle APR$ ヲ補角ナリ(II, 19)

故ニ $\angle APR=\angle PQS$ ニシテPRトQSトハ平行ナリ(I,6,系2)

(104) (98) 參照. 其他ノ方法トシテハ與ヘラレタル正方形ノ內ノ任意ノ二ツノ邊ヲ兩邊トスル直角三角ヲ畫ケバ其

斜邊ハ二正方形ノ和ニ等シキ正方形ノ一邊ナリ次ニハ殘リノ正方形ノ一邊ト此ノ斜邊トヲ二邊トスルヲ新タナル直角三角形ヲ作ルトキハ其斜邊ハ求ムル所ノ正方形ノ一邊ナリ(105) (II,22,系)ヲ應用シテ相隣ル二邊ノ等シキコトヲ證明スレハ足ル.

(106) AB.AC=AD.AF ナル可シ, ECヲ結付ケヨ.



而ルトキハ△ABD ∧AEC ニ於テ

∠ABD=∠AEC (II,16).

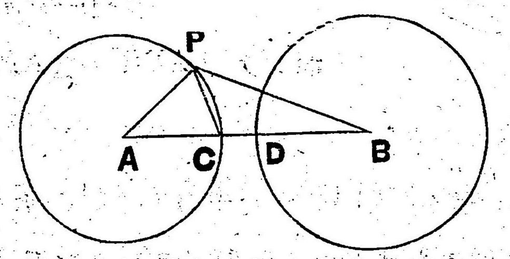
∠BAD=∠EAC(假設)

故ニ兩形ハ相似ナリ,隨テ

AB:AD::AE:AC

∴ AB.AC=AD.AE (IV,6)

(107) ABガ半經ノ和ヨリ大ナリトセヨ而ルトキハ二ツノ圓ハ全ク他ノ外ニアリ;

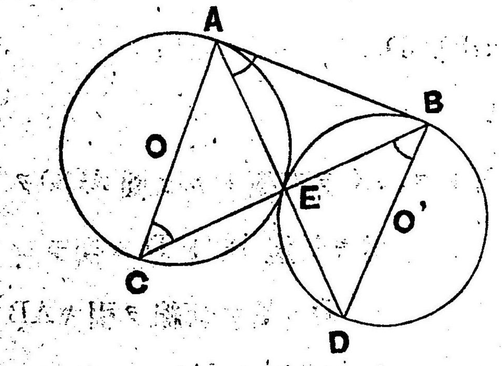


A,B ヲ結付クル直線ガ夫々ノ圓トC,D ニ交ルトスBCハBDヨリ大ナリ故ニ C ハB圓ノ外ニアリ(II,1,系1) Aノ圓周上ニ任意ノ點Pヲ取リC,P;B,P;A,P

ヲ結付ケヨ△APC ハ二等邊ナリ故ニ ∠ACP ハ直角ヨリ小ニシテ ∠PCBハ銳角ナリ, 故ニ△BPCニ於テ邊 BPハBCヨリ大ナリ,而シテBCハBDヨリ大ナリ故ニ勿論BPハBDヨリ大ナリ△BPC, Pハ圓Bノ外ニアリ(II,1,系1);故ニ圓Aハ圓Bノ全ク外ニアリ.

(108) (106) 參照.

(109) O, O' ハ E ニテ外切スル二ツノ圓, AB ハ E ヲ過ラザル共通切線トス



而ルトキハ

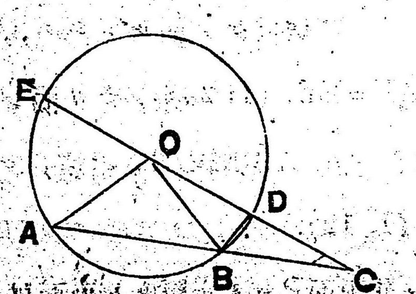
AC:AB::AB:BD

ナル可シ △ABC ト△ABDハ相似ナリ

(II,23;V,7)

故ニ AC:AB::AB:BD.

(110) 弧AEハ弧BDノ三倍ナル可シ, OA,OBヲ結付ケヨ.



∠BCO=∠BOC,∠OBA=∠COB+∠BCO.

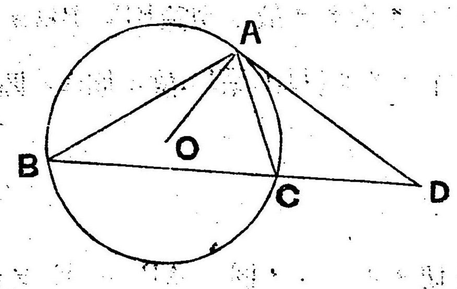
∴ ∠OBA=2∠COB.

=∠BAO.

∴ ∠EOA=3∠BOD.

∴ 弧AE:弧BD::3:1 (V,5

(111) △ABCヲ圓Oニ内接スル三角形トスADハAニ於ケノ切線，Dハ其ノBCノ延長ノ交點ナリ．而ルトキハ



$BD:CD::\overline{AB}^2:\overline{AC}^2$.

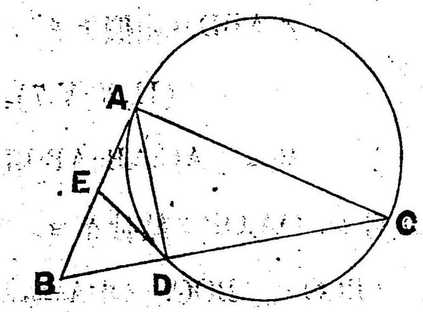
△ABDト△ACDハ相似ナリ (II,23;V,7)

∴ $\triangle ABD:\triangle ACD::\overline{AB}^2:\overline{AC}^2$.

而シテ △ABD:△ACD::BD:CD.

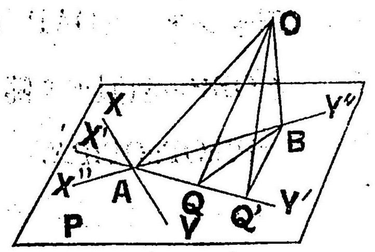
∴ $BD:CD::\overline{AB}^2:\overline{AC}^2$.

(112) △ABCノ角Aヲ直角トス，ACヲ直徑トシテ圓ACDヲ畫キ斜邊BCトDニ交ラシム，Dニ於テ切線ヲ引キABトノ交リヲEトス，而ルトキハAE=BEナルヘシ；A,Dヲ結付ケヨ而ルトキハ，ABハ切線ナルヲ以テ (II.20) AE=ED. (II.22系) ナリ而シテ等シキ角 BAD,ADE=餘角ナル角 ABD,BDEハ相等シク



AB=DE=BE (I. 12).

(113) 求ム ル所ノ點ノ軌跡ハ其平面P上ノ定點Aト平面外ノ

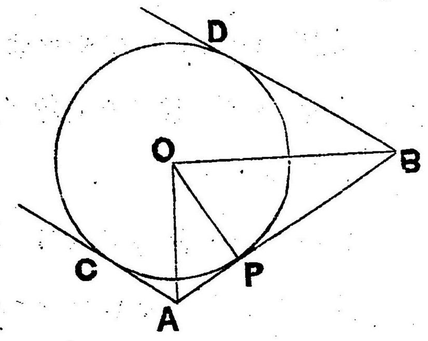


定點Oヨリ Pヘ下セル垂線ノ足Bトヲ結付クル直線ABヲ直徑トスル圓ナリ．

求ム ル所ノ軌跡ガA,Bニ過ラザル可ラザルハ其何レモOヨリノ垂線ノ足ナルヲ以テ明ナリ．X'Y'ヲ任意ノAヲ過ル直線，OQヲOヨリX'Y'ヘノ垂線トセヨQハABヲ直徑トスル圓周ノ上ニアル可シBQヲ結付ケヨ．平面OBQハPニ垂直ニシテ(V,20)X'Y'ハQBニ垂直ナリ（何トナレバ，垂直ナラズトシテPト一ツOヨリOQBニ垂線ヲ立テヨ，此ノモノOQ, QBニ垂直ナリ．即チQヨリOQニ二本ノ垂線ヲ立ツルヲ得ルコトヽナル之レ不合理ナレバナリ）(定義11系) 從テ∠AQBハ直角ナリ，故ニQハ件ノ圓周ノ上ニアリ(II,16系2及18)，圓周外ニ點 Q'ヲ取ルトキハ∠OQQ'ハ直角故ニ∠OQ'Qハ直角ナル能ハズ即チ此圓周ノ上ニアラザル點ハ垂線ノ足ニアラズ故ニ求ム ル所ノ軌跡ハABヲ直徑トスル圓周ナリ．

(114) $PB:OP::OP:PA$ ナル可シOA,OBヲ結付ケヨ∠DBA+∠BACハ二直角ナリ(I,7.系)

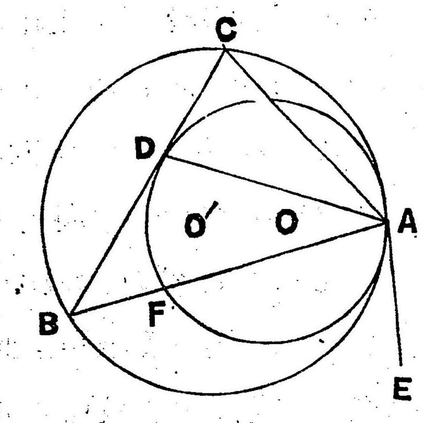
而シテ∠OBPハ∠DBAノ半分，∠OABハ∠CABノ半分ナルヲ以テ(II,22.系)互ニ餘角ヲナス故ニ△OABハ直角三角



形ニシテ △OAP ト △OBPハ相似ナリ隨テ PB:OP::OP:PA.

(115) (VI, 1) 參照.

(116) ∠CAD=∠DABナル可シ.



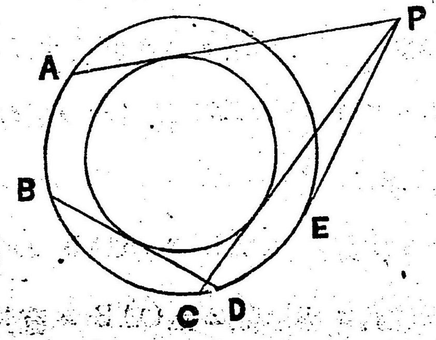
共通切線AEヲ引ケ,而ルトキハ △ACD,ADFニ於テ

∠ADC=∠AFD, ∠BAE=∠FDA=∠DCA(II,23)

∴ ∠CAD=∠DAF.

或ハ ∠CAD=∠DAB

(117)

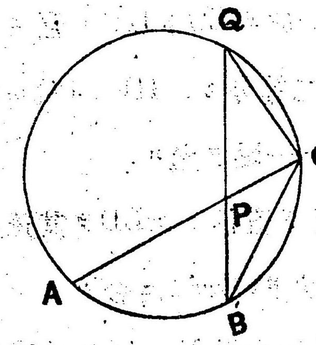


定點Pヨリ定圓 ABCDE ニ切線PEヲ引キ圓ガPEニ等シキ弦ヲ有シテ且ツPヲ通ル直線 PA,PCヲ引クトキハ PA,PCハ求ムル所ノ割線ナリ

PEニ等シキ弦ヲ得ル樣ニ割線ヲ引クニハ任意ノ弦 BDヲPEニ等シク引キ BDニ切スル圓ヲ畫キPヨリ之レニ切線ヲ引ケハ可ナリ證明ヲ略ス(III, 14, 系3及II, 14).

(118) 定點及正射影ノ三點ヲ含ム平面ハ 隻方ノ平面ニ垂直ナルヲ以テ(VI.20). 其交リニ垂線ナリ(VI.20, 系2)故ニ正射影ヨリ交リヘノ垂線ハ一點ニ會ス.

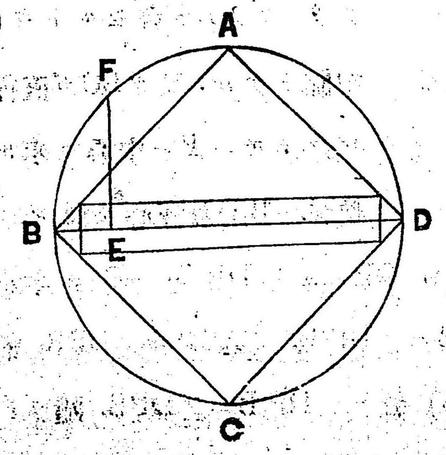
(119) QC,BCヲ結ブ, △QBCト△PBC ニ於テ∠PBC ハ共通ニシテ∠BQC=∠PCB. ナリ, 故ニ兩形ハ相似ニシテ(V,7).



BQ:BC::BC:BP.

即チBP.BQ=$\overset{\circ}{BC}$ 故ニ BP.BQハ一定ナリ

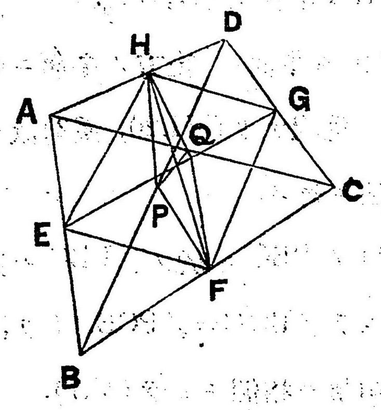
(120)



對角線 BDヲ直徑トシ圓ヲ畫キ與ヘラレタル正方形ノ一邊ニ等シク垂直 EFヲ引キEヲ求ムル然ルトキハ DE, BEハ內接矩形ノ二邊ナリ. BEノ中點ヨリBDニ垂

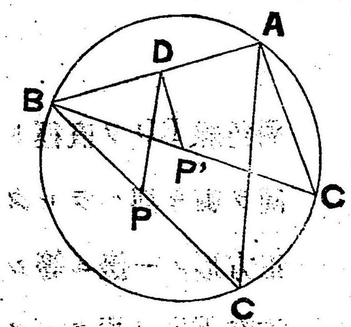
ヽ線ヲ立ツレバ AB,BC 間ノ部分ハBE=等シ，以下路ス

(121) HGトEFハACニ平行ニシテ其ニ其ノ半分ナルヲ以テ



相等シク；EFGH ハ平行四邊形ナリ；又タHQトPHハDC ニ平行ニシテ且ツ其ノ半分ナルヲ以テ相等シク PFQH モ亦タ平行四邊形ナリ，故ニEGトHF ハ互ニ他ヲ二等分シ，HFトPQモ亦他ヲ二等分ス；サレバ此等三直線ハ一點ヲ過ル.

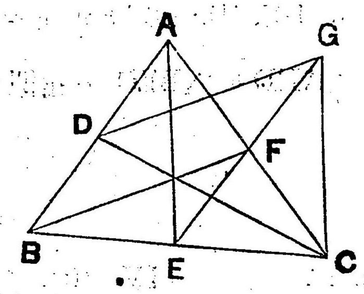
(122) 中點P,P′等ノ軌跡ハ圓ノ半徑ヲ直徑トシBDヲ其弦トスル圓ナリ.CガAニ合シタルトキハABノ中點DガACノ中點トナリ．CガBト合セルトキハBガ中點トナル．又タBCガ直徑トナレルトキハPハ中心ニ來ル故ニ軌跡ハB,D及弦心ヲ通ル.



D, P; DP′ 等ヲ結付ケヨ DPハAC, DP′ ハ AC′ ニ平行ナリ (I,28.系2) 故ニ∠AC′B=∠DP′B, ∠ACB=∠DPB, 而シテ∠AC′B=∠ACB(II,16) 故ニ∠DP′B=∠DPB, 隨テP,P′等

ノ軌跡ハBDヲ弦トスル圓周ナリ(II, 16 系3). 而シテBCガ直徑トナルトキハ∠BACハ直角ナリ從テ∠BDP ハ直角ナルヲ以テ圓ノ半徑ハ軌跡ナル圓弧ノ直徑ナラザル可ラズ.

(123) DG=BF, CG=AE ナル可シ，AE ヲ結付ケヨ



ABトEGハ平行(I. 28 系2)，BFトDGモ平行ナリ(作圖)故ニBDFG ハ行平四邊形ニシテ DG=BF; 次ニ DB=EF=FG=$\frac{AB}{2}$.

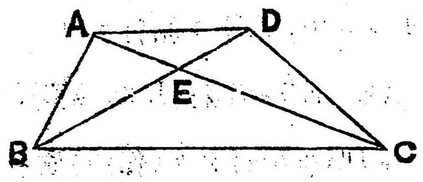
∴ EG=AB

而シテ△ABE, △GECニ於テ∠ABE=∠GEC, BE=EC 故ニ二ツノ三角形ハ全タ相等シクAE=GC. 終リニCD=CD.

(124) 圓弧ノ交リノ角トハ其ノ交點ニ於ケル切線ノ間ノ角ナリ，サレバ動ク所ノ圓ノ半徑ガ一定セル以上，交リノ角等シキガタメニハ雙方中心ノ間ノ距離一定セザル可ラズ何トナレバ雙方ノ圓ヘノ切線ハ交點ヘノ半徑ニ垂線ナルヲ以テ其間ノ角ノ不變ナルガタメニハ雙方ノ半徑(其交點ヘノ)ノ間ノ角ガ常ニ等シキヲ要シ角ガ等シカルタメニハ(I, 20)ニ仍テ第三邊ナル中心間ノ距離不變ナルヲ要スルヲ以テナリ，隨テ距邊變ズルトキハ角ハ變ズ，故ニ求ムル所ノ軌距ハ

一定ノ半徑（定圓ノ半徑ヨリ大ナルアリ小ナルアリ與ヘラレタル角ニ仍ヲ定ル）ヲ有スル同心圓ナリ

(125) 梯形 ABCD ノ邊 BC ハ邊 AD ノ二倍ナリトス，而ルトキハ對角線ノ交點ヲ E トセバ DE:BD:: 1:3 ナル可シ，

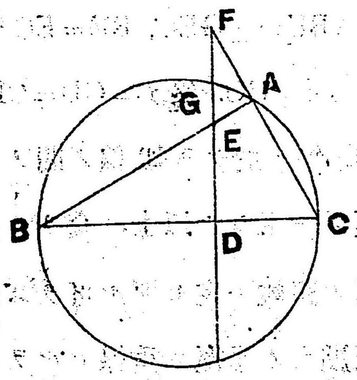


△AED ト △BEC ハ相似ナリ (V,7) 故ニ

BE:DE::BC:AD＝2:1.

∴ BE＋DE:DE＝BD:DE::3:1. (IV, 10).

(126) DE:DG::DG:DF ナル可シ.



∠BAC ハ直角ナリ (II. 17).

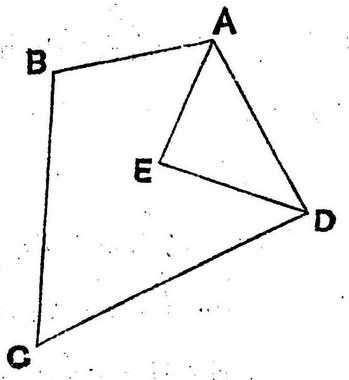
△CDF ト BDE トハ相似 (V, 7).

∴ DF:CD::BD:DE.

隨テ DF.DE＝CD.BD. 然ルニ，CD.BD＝$\overline{DG}^2$. ∴ DF.DE＝$\overline{DG}^2$.

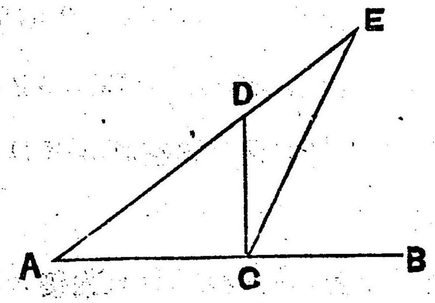
卽チ DE:DG::DG:DF.

(127) ABCD ヲ任意ノ四邊形，AE ヲ角 A，DE ヲ角 D ヲ二等分スル直線トス而ルトキハ ∠AED ハ角 B，C ノ和ノ半分ナル可シ，角 A，B，C，D ノ和ハ四直角ニシテ其半分ヅヽノ和ハ二直角ナリ，而シテ A，D ノ半分ト ∠AED トノ和ハ亦タ二

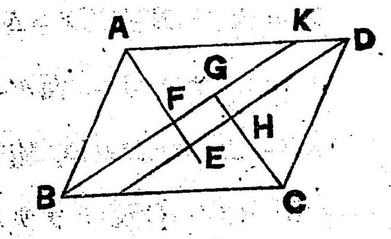


直角ナリ故ニ ∠AED ハ角 B，C 和ノ半分ナリ

(128) 直線 AB ヲ引キ AC ヲ定メラレタル一邊ノ長サニ取リ A ニ與ヘラレタル ∠ ヲ作リ他ノ邊 AE 上ニ二邊ノ和ニ等シク AE ヲ取リ EC ヲ結付ケ EC ヲ底邊トシ ∠DEC ヲ底角トスル二等邊三角形 CDE ヲ畫クトキハ ACD ハ求ムル所ノ三角形ナリ (證明ヲ略ス).



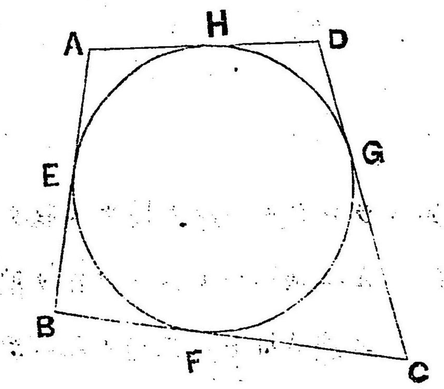
(129) 平行四邊形 ABCD ノ各角ノ二等分線 AE,BF,CG,DH カ交リテナス四邊形ハ矩形ナル可シ



∠ABC＝∠ADC，而シテ ∠CBK＝∠AKB，∠AKB＝∠ADE，故ニ BK ト DE ハ平行，同樣ニ AE ト CG ハ平行ニシテ EFGH ハ平行四邊形ナリ．次ニ ∠ADC ト ∠DCB ハ補角ヲ

ナス其各ノ半分∠HDCト∠GCDトノ和ハ直角ナリ.隨テ∠GHEハ直角ニシテEFGHハ矩形ナリ

(130) AD+BC=AB+CD ナル可シ.



AH=AE; HD=DG; CG=CF; BF=BE. (II. 22. 系)

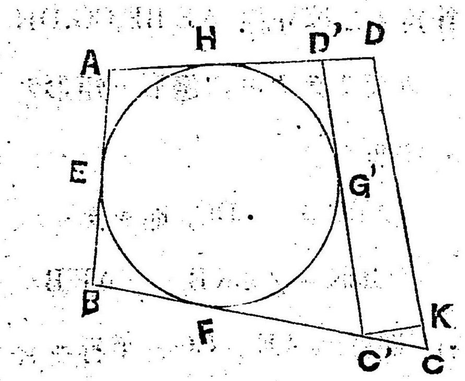
∴(AH+HD)+(CF+BF)

=(AE+BF)+(DG+CG)

卽チ AD+BC=AB+CD.

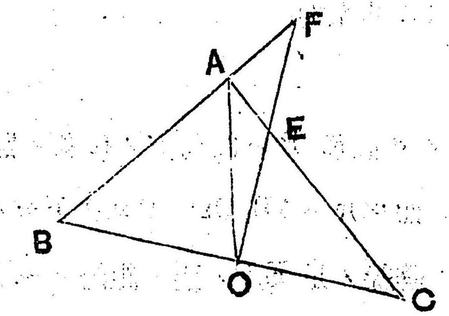
(逆定理) AD+BC=AB+CD ナラバ四邊形 ABCD ニ內接スル圓ヲ畫クコトヲ得.

畫クコトヲ得ズト假定シ先ツ三邊 AB, BC, AD ニ內接スル圓ヲ畫キ第四邊 CD ニ平行ナル切線 C′G′D′ヲ畫ケルモノト想像セヨ. 而ルキハ前證明ニ依テ AB+C′D′=AD′+BC′, ナル可シ, 而ルニ AB+CD=AD+BC 隨テ CK=CC′+C′K ナラサル可ラス, 之レ不合理ノ甚シキモノナリ故ニ CD モ



圓ニ接セザル可ラス.

(131) $OE.OF=\overline{OA}^2$ ナル可シ.



∠BFO=∠ECO; ∠FOB=∠EOC. 故ニ △BOF ト △EOC ハ相似ナリ隨テ OF:OC::OB:OE.

而ルニ OB=OA=OC, 故ニ OF:OA::OA:OE.

∴ $\overline{OA}^2=OE.OF$ (V. 15).

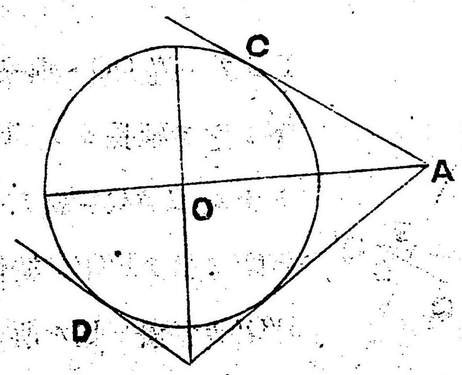
(132) (a) 同一平面內ニアル場合.

(i) 平行ナル場合.

(ii) 相交ル場合.

(b) 同一平面內ニアラザル場合.

(133)

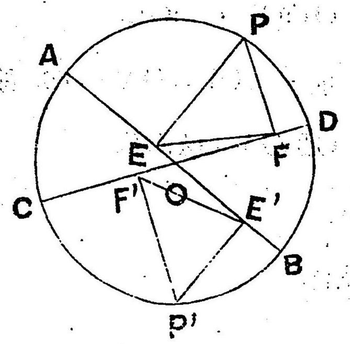


OA, OB ハ圓 O ノ中心ニ直交スル直線 AB ハ任意ノ切線ニシテ OA, OB ト夫々 A, B, ニ交ルトス, 切線 AC ハ切線 BD ニ平行ナル可シ

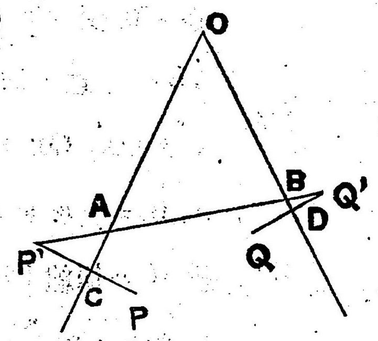
∠CAO＝∠OAB;∠ABO＝OBD (II. 22.系)而シテ∠ABO＋∠BAOハ直角ナリ隨テ∠CABト∠ABDハ互ニ補角ヲナス故ニCAトBDハ平行ナリ. (I. 6.系2).

(134) (VI, 26) 參照.

(135) AB,CDハ圓Oノ定ムル直徑Pハ圓周上ノ任意ノ點,而ルニハAB, CDヘPヨリ下セル垂線ノ足E,Fノ間ノ距離ハ一定ナリ, P′ヲ他ノ點トセヨ.EF＝E′F′ナル可シ, EPOF, E′P′O F′ヲ通シテ夫々圓ヲ畫クヲ得其ノ直徑ハOP, OP′ナリ隨テ二ツノ圓ハ全ク相等シク∠E′OF′ハ∠EOFニ等シキヲ以テE′F′, EFヲ弦トスル弓形ハ相等シク(II,16) 隨テEF＝E′F′ナリ (II, 7).



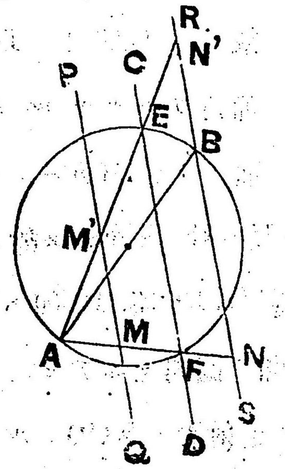
(136)



Pヨリ一邊OCヘ垂線PCヲ下シ之ヲ延長シテCP′＝CPトナシ,又タQニ就テモ同樣ニQ′ヲ得テP′Q′ヲ結付ク, P′Q′カ各邊ヲ切ル所ガ卽チA,Bナリ證明ハ略ス(10) 參照セラル可シ.

(137) (130)ニ於テ相對スル對ガ相等シキ場合ナリ同問題ヲ一覽セハ了解スルコトヲ得可シ.

(138)



ABヲ直徑トシテ圓ヲ畫キ, 又タPQ, RS ノ間ニ兩直線ヨリ等距離ニアリテ且ツ之レニ平行ナルCDヲ引キ前ノ圓周トノ交リE,Fヲ過リテAMN, AM′N′ヲ引クキハ所要ノ直線ヲ得可シ (但シ證明ヲ略ス).

(139) 直徑ノ中央ニ任意ノ大サナル正方形ヲ畫キ圓ノ中心ト角頂ヲ結付ケタル直線ハ延長シテ圓周ニ交ラシムルトキハ其交點ハ求ムル所ノ正方形ノ二ツノ接點ナリ (證明及作圖ヲ略ス)

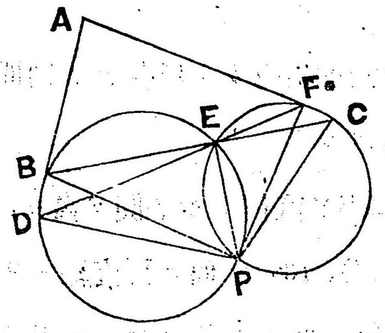
(140) (12)參照

(141) △ABCノ各邊Pナル點ヨリ下セル垂線ノ足D,E,Fカ一直線ニアラハPハ△ABCノ外接圓周上ノ點ナル可シ

BP,CPヲ直徑トシテ圓BDPE,及EPCFヲ畫ケ,

∠BED＝∠FEC,

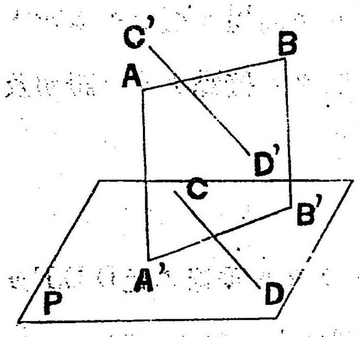
而シテ ∠BED＝∠BPD, ∠FEC＝∠CPF (II, 16)



∴ ∠BPC＝∠DPF.

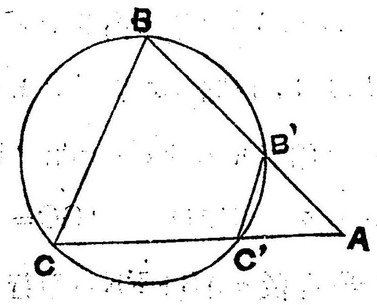
四邊形 ADPF ニ於テ ∠ADP＝∠AFP＝直角故ニ ∠DAFト∠DPF ハ補角ヲナサザルヲ得ズ. 而シテ∠DPFハ∠BPCニ等シ隨テ ∠DAF ト ∠BPC トハ互ニ補角ヲナス故ニ四邊形ABPCニ外接スル圓ヲ畫クヲ得(II,19,系.2), 卽チPハA, B, Cヲ過ル圓卽チ△ABCノ外接圓ノ圓周上ニアリ.

(142) A′B′ヲP上ニ投ジタルABノ正射影トスCDナルP上ノ直線ガA′B′ニ垂直ナラバCDハABトモ直角ヲナス可シ平面



ABA′B′ハPニ垂直ナリ(VI,20) 又タCDハABA′B′ニ垂直ナリ(VI,定義 13)ABト相交リCDニ平行ナル直線C′D′ハ亦タ此ノ平面ニ垂直ナリ(VI,13) 故ニC′D′トABハ直角ニ交ル隨テ ABトCDハ直角ヲナス(VI, 9)

(143) ∠AB′C′ハ∠BCC′ニ等シ(II,19,系1) 而シテ∠BCC′ハ常ニ變ルコトナク一定ナリ, 此ノ關係ハ圓BCC′B′ノ大小位置



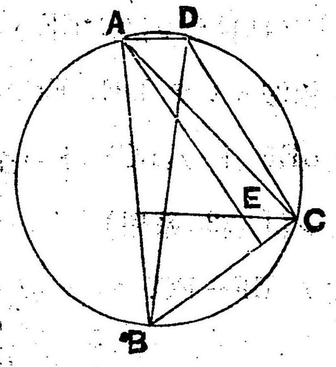
如何ニ係ルコトナリ常ニ成立ツ故ニB′C′ハABト∠AB′C′ニ等シキ角ヲナス直線ニ常ニ平行ナリ

(144) (VI,32)參照.

(145) (I, 19) 參照.

(146) (21) 參照.

(147)



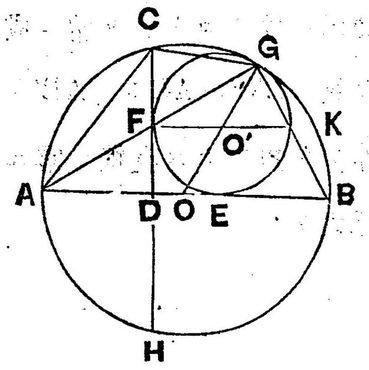
AECD 平行四邊形ナル可シ AD 及ビCEハ共ニ ABニ垂直ナルヲ以テ平行ナリ,又タCD, AEハ共ニBCニ直角ナルヲ以テ平行ナリ故ニ AECDハ平行四邊形ナリ.

(148) AC＝AEニシテAFGハ一直線ナル可シ.

Fヲ暫ク考ヘズシテAGCGヲ結ビ, AGトCDノ交リヲFトス ∠CGA＝∠ACH. 故ニ△ACFト△ACGトハ相似ナリ(V,7) 隨テAC:AF::AG:AC.

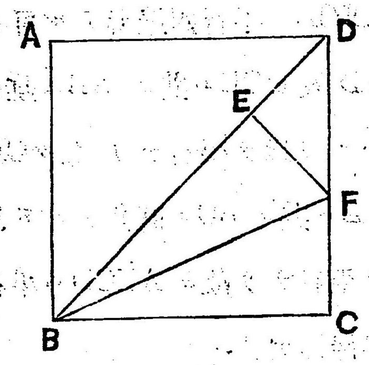
∴ $\overline{AC}^2$＝AF. AG. 而ルニAF. AG＝$\overline{AE}^2$

故ニ$\overline{AC}^2$＝$\overline{AE}^2$ニシテAC＝AE. 次ニGト中心Oヲ結ブOハ此



上ニアリ，AGヲ結ビ内圓トノ交ヲF，BGト内圓トノ交ヲKトシFKヲ結ブトキハFKハ内圓ノ直徑ニシテ ∠GAO=∠AGO=∠GFO′，故ニABトFKハ平行ニシテ直徑FKハCD=垂直ナリ隨テFハ切點ナラザル可ラズ，故ニ三點ハ一直線上ニアリ．

(149) DE=EF=FC ナル可シ，

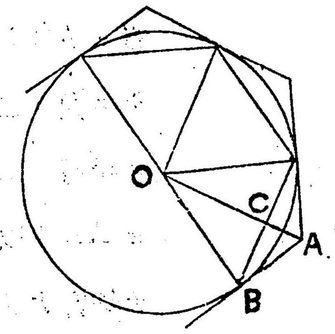


B,Fヲ結付ケヨ，△DEFハ△BCDニ相似ニシテ DE=EF，△BEF ト △BCF トハ全ク相等シ(I, 22, 系甲)．隨テ EF=FC.

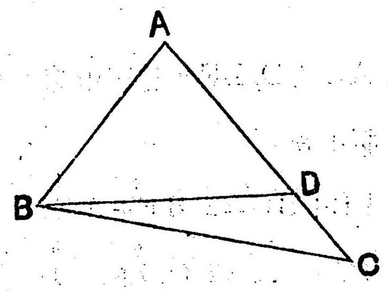
(150) 問題(30) 參照

(151) 問題(21) 參照

(152) 圓 O ニ切スル内外兩六邊形ノ面積ノ比ハ △OBC ト △OABトノ比ニ等シ，而シテ三ツノ角相等シキヲ以テ此兩形ハ相似ナリ．隨テ其面積ノ比ハ相邊ノ自乘比$\overline{OC}^2:\overline{OB}^2$ニ等シ卽チ$2^2:(\sqrt{3})^2=4:3$ ニ等シ

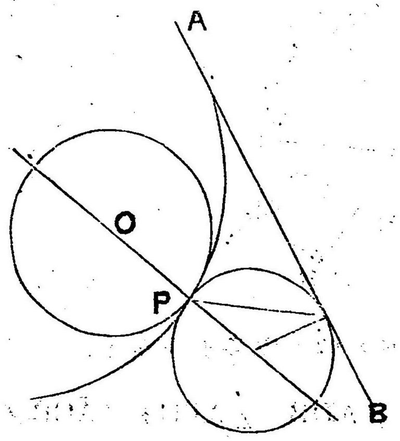


(153) ∠CBDハ∠ABC,∠ACBノ差ノ半分ナル可シ．



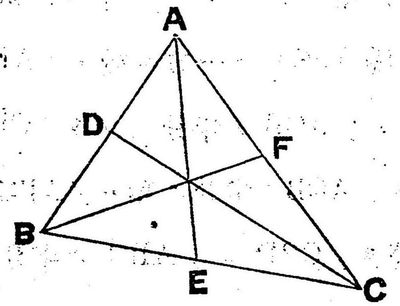
∠ADBハ∠ABCト∠ACBノ和ノ半分ナリ．換言スレバ∠ABCノ半分ト∠ACBノ半分ノ和ニ等シ，而ルニ一方ニ於テ∠ADBハ∠ACBノ半分ニシテ∠CBDトノ和ニ等シ，故ニ∠CBDト∠ACBノ半分ノ和ハ∠ABCノ半ニ等シカラザル可ラズ，隨テ∠CBDハ∠ABCノ半分ト∠ACBノ半分ノ差卽∠ABCト∠ACBトノ差ノ半分ニ等シ

(154) Oヲ定圓，Pヲ其圓周上ノ定點，ABヲ定直線トスPニ於テOニ切シ且ツABニ切スル圓ヲ畫カントス．求ムル所ノ點ハOP又ハ其ノ延長ノ上ニアリ(II,25,系2)．故ニOPヲ延長シテ其ト任意ノABノ垂線トナス角ヲ頂角トシP及AB上ニ其底角頂ヲ有スル二等邊三角形ヲ畫クトキハ AB上ノ頂點ハ求ムル所ノ圓ノ切點トナル上述ノ二等邊三角形ヲ畫クニハ任



意ニABニ垂線ヲ引キテOPトナス角ヲ二等分シ其ノ等分線ニ平行ニPヲ通シテ直線ヲ引キABト交ラシム其交點ハ卽チ切點ナリ，サレバ二ツノ圓ヲ得，一ハ內切シ他ハ外接ス．

(155) △ABCヲ任意ノ三角形，AE, CD, BFヲ其三中線トス，而ルトキハ



$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2(\overline{BF}^2+\overline{AF}^2)$$

$$\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=2(\overline{CD}^2+\overline{AD}^2)$$

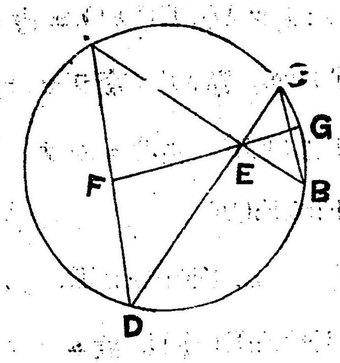
$$\overline{CA}^2+\overline{AB}^2=2(\overline{AE}^2+\overline{BE}^2).$$

AFハACノ半分ニシテ其上ノ正方形ノ比ハ一邊ノ自乘比卽チ 1:4 ニ等シ故ニ

$$3(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CA}^2)=4(\overline{RF}^2+\overline{CD}^2+\overline{AE}^2)$$

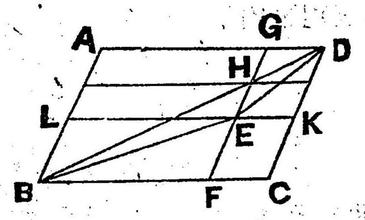
(156) 答 20寸．(說明ヲ略ス)

(157) EヨリBCノ垂線ノ足ヲGトスルトキハ∠GBEハ∠BEGト餘角ニシテ，同シキ∠BEGト餘角ヲナス∠GECニ等シ面シテ同ジ号形ニ於テノ角ABCハ∠ADCニ等シク



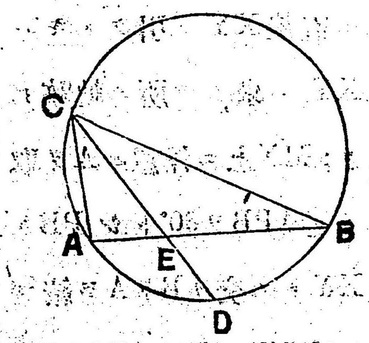
隨テ∠ADCハ∠GECニ等シ故ニ∠FDEハ∠FED等シクFE=FD，此結果トシテ∠AEFハ∠FAEニ等シクFA=EF，故ニ AF=FD.

(158) 對角線BDトFGトノ交點Hヲ通シテ兩邊ニ平行線ヲ引キ對角線ニ沿フ，餘形ヲ作レバ，

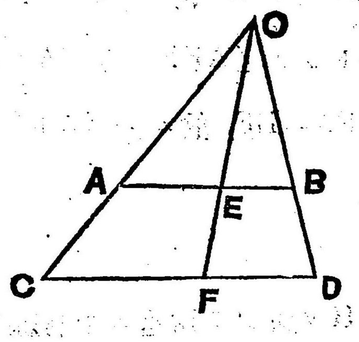


AH=HC (III,4)，而テAEトECノ差ハAEトHCトノ差ニHKヲ加ヘタルモノニ等シキ故ニHLトHKトノ和ニ等シ隨テ△EBHノ二倍ト△HEDノ二倍ノ和卽チ△BEDノ二倍ニ等シ．

(159) (87)ノ如クニABナル底邊ノ上ニ與ヘラレタル角ヲ有スル圓弧ヲ畫キABヲ與ヘラレタル比ニEニテ內分シ弧ADBノ中點DトEトヲ結ビ之ヲ延長シ圓トCニ交ラシムABCハ求ムル所ノ三角形ナリ (V,14)



(160) AC,EF,BD ハO ニ相會ス可シ;先ツAC, EFガO ニ會シ BDハEFト他ノ點 O′ニ交ラセヨ.



△OAEト△OCFハ相似ニシテ

OE:OF::AE:CF,

又タ同樣ニO′E:O′F::EB:FD.

而ルニAE:CF::EB:FD. 故ニ

OE:OF::O′E:O′F.

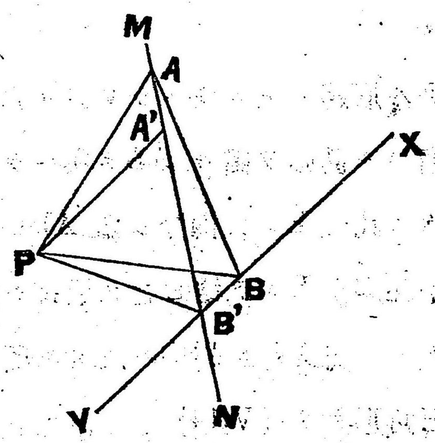
或ハ OF−OE:OE::O′F−O′E:O′E.

卽チ EF:OE::EF:O′E.

EF:EF::OE:O′E.

故ニO′ハOト重ル卽チ三線ハ一點ニ會ス

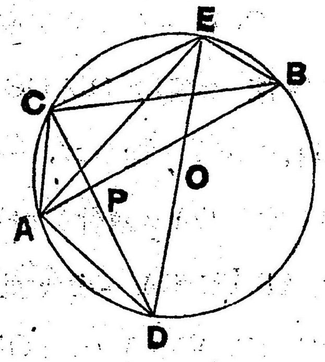
(161) MNヲ與ヘラレタル直線,Pヲ定點トス,MNヲ底,Pヲ頂角トシ正三角形 PA′B′ヲ作リB′ヲ過リPA′ニ平行ニ直線XYヲ引クトキハXY ハ求ムル所ノ軌跡ナリ; MN上ニ任意ニAヲ取リ∠APBヲ60°トシPBトXYトノ交リBトAヲ結ブ



∠APA′=∠BPB′ ニシテ∠PA′A=∠PB′B, 故ニ△PAA′ト

△PBB′ハ全ク相等シクAP=PB,隨テPABハ正三角形ナリ, 卽XY上ノ點ハ所要ノ條件ヲ滿足ス, 而シテ又タXY以外ノ點ハ斯ノコトナキヲ證スルヲ得,故ニBノ軌跡ハXYナリ, 各項點ヲ通シテ對邊ニ平行ナル線ヲ引キテ得可キ三角形ハ求ムル所ノ三角形ナリ(證明ヲ略ス)

(162) AB,CDヲ中心 Oナル圓ノ, Pニテ直交スル二ツノ弦トス, 各部分ノ上ノ四正方形ノ和ハ直徑ノ上ノ正方形ニ等シカル可シ; AD,BCヲ結付ケDヨリ直徑DEヲ引キAE,AC,BE,

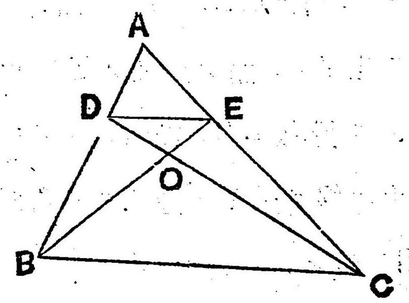


CEヲ結付ケヨ, CDニ垂直ナルAB, CEハ平行ナリ,△ABC, △ABEニ於テABハ共通, ニシテ∠ACB=∠AEB; ∠ABC=∠AEC=∠EAB 故ニ兩形ハ全ク相等シクBC=AEナリ. 而シテ $\overline{AP}^2+\overline{PD}^2+\overline{CP}^2+\overline{BP}^2$ $=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$, 故ニ $\overline{AP}^2+\overline{PD}^2+\overline{CP}^2+\overline{BP}^2=\overline{AD}^2+\overline{AE}^2$ 而シテ △ADEハ直角三角形ナリ隨テ上ノ四正方形ノ和ハDEノ上ノ正方形ニ等シ卽チ直徑ノ上ノ正方形ニ等シ

(163) $AD=\frac{1}{3}AB$, $AE=\frac{1}{3}AC$トスルトキハ

CD:OD::4:1; BE:OE::4:1

ナル可シ, DEヲ結付ケヨ. DE,BCハ平行ナリ (V,3) 隨テ

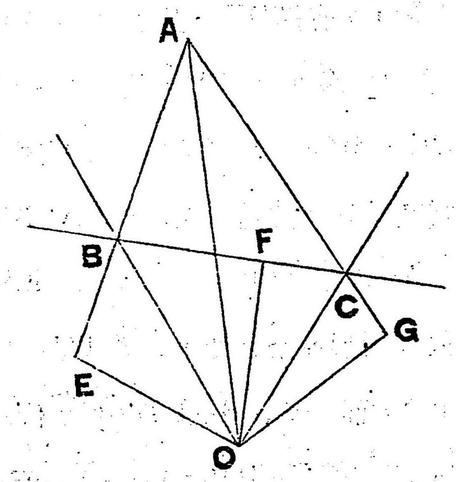


△ADE ∽ △ABC ハ相似ナリ (V.7) 故ニ DE:BC::1:3. 又タ △DEOト△OBC ハ相似ナリ 故ニ CO:OD::BC:DE::3:1.

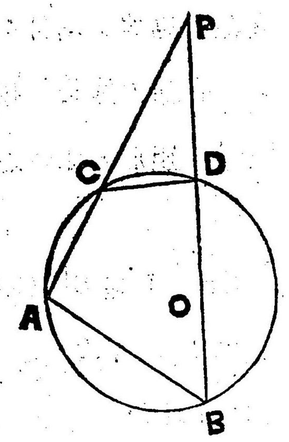
∴ CD:OD::4:1

(IV, 10).

(164) 底角 B, C ノ外角ノ二等分線 OB, OCトAノ二等分線ハ一點 O ニ會ス可シ; ∠OBC ト ∠OCB ハ合セテ二直角ナル能ハズ隨テ OB, OC ハ平行ナルコト能ハズ, 一點 O ニ交ル. OA ヲ結付ケヨOヨリ AB, BC, CA ヘ夫々垂線 OE, OF, OG ヲ下セ, △OBE ト△OBF, △OFCト△OCG ハ夫々全ク相等シ (I, 22, 系) 隨テ OE=OF=OG, 又タ △OEAト△OGA ハ相等シ(同上)故ニ ∠EAO=∠OAG, 而シテ Aノ二等分線ハ唯一ツノミ又タOハ唯一ツノミ, 故ニ逆ニ Aノ二等分線ハOニ會ス.



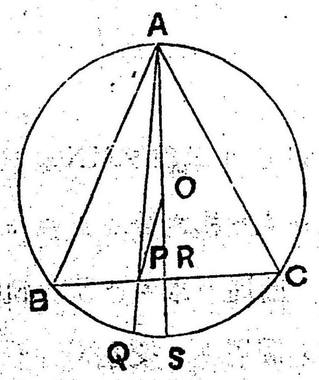
(165) ABハ中心Oナル圓ノ定弦, CDハ其ノ動弦ニシテ長サ



一定ノモノトス. AC,BDノ交點Pノ軌跡ヲ求ム. 弧AC,弧BDノ和ハ一定セル所ヨリ其上ニ立ツ所ノ中心ニ於テノ角ハ一定ニシテ ∠A+∠B ハ不變ナリ隨テ ∠P ハ不變ナリ故ニ Pノ軌跡ハ ABヲ弦トシPヲ過ル所ノ圓周ナリ (II,16,系3).

(166) 先ツ斜邊ヲ直徑トシテ圓ヲ畫ク, 次ニ其上ニ立チ且ツ 45° ノ弓形ニ於テノ角ヲ有スル圓弧ヲ畫キ斜邊ノ一端ヨリ二邊ノ和ニ等シキ半徑ヲ以テ此ノ弧ヲ切リ其ノ交點ト其一端トヲ結付ケ先キノ圓周ト交ル點ヲ求ムレバ之レ即チ直角ノ頂點ナリ.

(167) AヨリBCヘ垂線ARヲ下シ之ヲ延長シテ圓周トSニ交ラシム. AP.AQ=$\overline{AP}^2$+AP.PQ.ナルヲ以テ



$AP.AQ=\overline{AR}^2+\overline{PR}^2+(\overline{OS}^2-\overline{OP}^2)$

$=\overline{AR}^2+\overline{OS}^2-\overline{OR}^2=\overline{AR}^2+AR.RS$

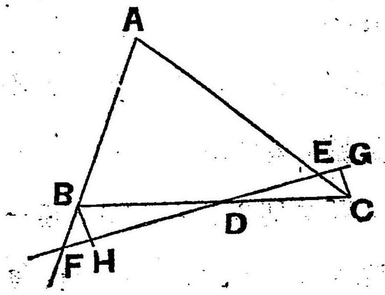
=AR.AS.

即チ一定不變ナリ

(168) 與ヘラレタル直線ノ一端ニ與ヘラレタル正方形ノ一

邊ニ等シキ垂線ヲ立テ、垂線ノ端ト直線ノ他端ヲ結付ケ之レニ直角ニ直線ヲ引キ前ノ與ヘラレタル直線ノ延長ト相交ラシメバ此交點ト直線ノ端トノ間ノ距離ハ矩形ノ他ノ邊ナリ證明ヲ略ス委細(V,作圖題4)參照ノコト

(169) BD:CD::BF:CEナル可シ. B,Cヨリ EF ヘ垂線 BH,CG ヲ下ストキハトハ△BDGト△CDGトハ相似ナリ(V,7)



隨テ BD:CD::BH:CG.

次ニ△BFH,△CEG ハ相似ナリ (V,7 故ニ

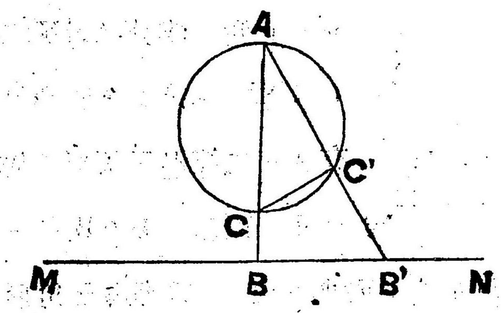
BH:CG::BF:CE.

∴ BD:CD::BF:CE.

(170) 本問ハ先ツ二對角線ヲ引キ三角形ノ二邊ノ中點ヲ結付クル直線ハ第三邊ニ平行ナリトイフ(I. 28 系2)ニ仍テ證明スルヲ得可シ

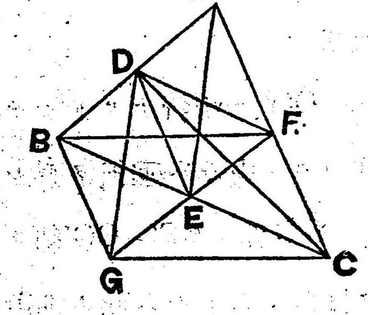
(171) (35) 參照

(172) Aヲ定點, MN ヲ定直線トス, ABナル垂線ヲ MN ニ下シCニテ與ヘラレタル條件ヲ滿足セシムル樣內分シタルモノトセヨ, 然ルトキハ AC ヲ直經トセル圓周ハ求ムル所ノ軌跡ナル可シ. 任意ノ直線 AB′ ヲ引キ其ノ圓周トノ交點 C′ トCヲ結付ケヨ而ルトキハ△ACC′ ヘ△ABB′ ハ相似ナリ (V,7) 隨



テ AC:AC′::AB′:AB 故ニ AC.AB=AC′.AB′, 卽チ此圓周上ニアル總テノ點ハ與ヘラレタル條件ヲ滿足スル樣 AB ヲ內分ス, 而シテ其上ニアラザル點ガ決シテ上ノ如キ關係ヲ有スルコトナキハ容易ニ之ヲ證明スルヲ得故ニ求ムル所ノ軌跡ハ圓 ACC′ ナリ

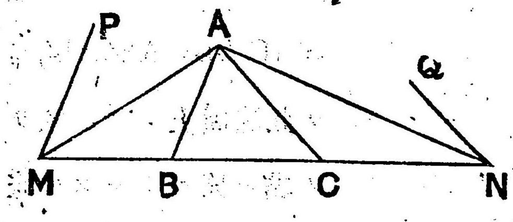
(173) AE,BF,CDヲ△ABCノ三中線トス.



AD, AE ヲ二邊トスル平行四邊形 ADGE ヲ作ル BG, CG ヲ結ブ, BG,ED ハ平行四邊形ニシテ BG=DE=FC; BG, FC ハ平行ナリ故ニ BGCF モ平行四邊形ニシテ AE=DG,BF=CGナリ, 中線ノ和ハ△CDGノ周ニ等シ, 故ニ中線ノ和ハ三邊ノ和ヨリ小ナリ

(174) 初等數學ノ範圍ノ問題ニアラズ

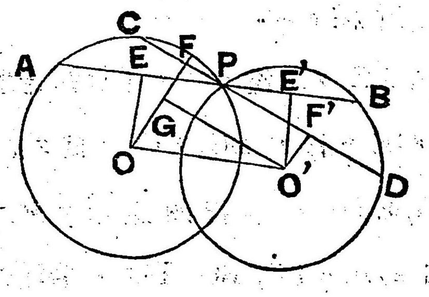
(175) 先ツ三邊ノ和ニ等シキ直線 MN ヲ引キ其ノ兩端ニ與ヘラレタル角ノ半分ニ等シキ角ヲ作リ其ノ邊ヲ延長シテ一點ニ會セシムル之ヲAトスAM及ANヲ底邊トシテ夫々與ヘラ



レタル角ノ半分 AMN 及ビ ANM ニ等シキ底角ヲ有スル二等邊三角形ヲ作ル其ノ頂點ヲ夫々B,C トス,ABC ハ求ムル所ノ三角形ナリ證明ヲ略ス(二等邊三角形ヲ作ルニハ ABヲPM, ACヲQN ニ平行ニ引ケバ可ナリ)

(176) (V,16) 參照

(177) O,O′ナル二圓ノ交點Pヲ過ル直線ノ內 ABガ他ノ任意ノ直線 CD ヨリ大ナリトセヨ



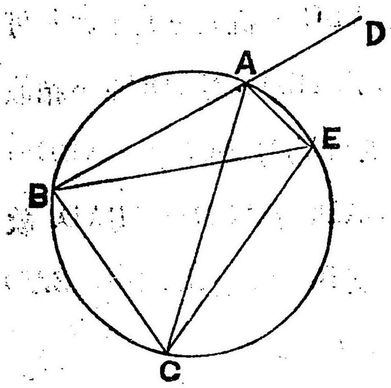
而ルトキハ AB ハ OO′ニ平行ナル可シ

ABヲ OO′ ニ平行ナリトシテ O,O′ ヨリ夫々ヘ垂線ヲ下シ O′GヲCD ニ平行ニ引ク. 而ルトキハ O′G 卽チ EF′ハ OO′卽チ EE′ヨリ小ナリ若シABガOO′ ニ平行ナラズトセバ此ノ理由ヨリシテABノ半分ナル EE′ ヨリ更ニ大ナル半分ヲ有スル直線アリ故ニ AB ガ最大ナリトスレバOO′ニ平行ナラザル可ラズ

(178) 2:1 (證明ヲ略ス)

(179) (32) 參照

(180) AEハAノ外角CADヲ二等分スルモノトス然ルトキハ



EB=EC ナル可シ

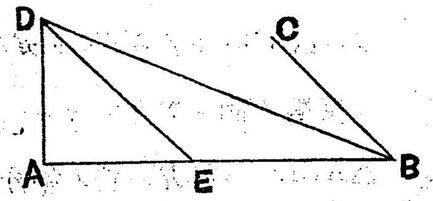
∠DAE=∠ECB(II,19系2)

而シテ ∠DAE=∠EAC=∠EBC. (II,16)

故ニ ∠EBC=∠ECB

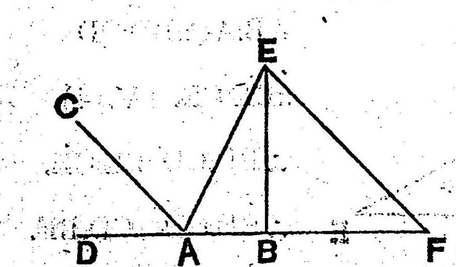
隨テEB=EC. (I.12)

(181) (甲)和ノ知レタルトキ.



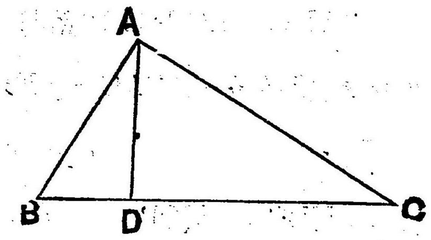
對角線ト一邊ノ和 AB ヲ取リ ∠ABC ヲ45°トシ之ガ二等分線 BDヲ引キAニ於ケル垂線 ADトDニ交ラシムDEヲBCニ平行ニ引クトキハABトEニ交ル而ルトキハAEハ一邊ニシテDEハ對角線ナリ(證明ヲ略ス)

(乙) 差ノ知レタルトキ. 差 ABヲ引キ其延長ADノ上ニ45°ニ等シク ∠DAC ヲ取リ ∠CAB ヲ AEヲ以テ平分シBニ於ケルABノ垂線BEトEニ交ラシメEFヲCAニ平行ニ引キABノ延長トFニ會セシム

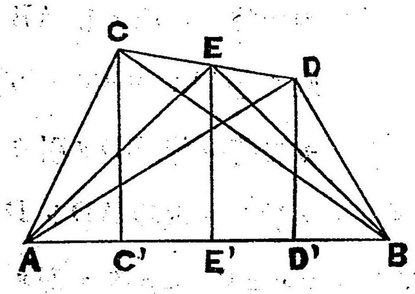


而ルトキハ EBハ一邊ニシテEFハ對角線ナリ(證明ヲ略ス)

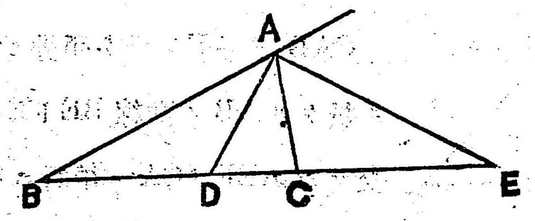
(182) BD:AD::AD:DC ナラバ△ABC ハ直角三角形ナル可シ, ∧ABDト△ADCトハ相似ナリ (V,8) 而シテ ∠ABD=∠CAD, ∠ACD=∠BAD. 故ニ ∠BAD+∠ABD=∠BAD+CADニシテ∠BACハ直角ナラザル可ラズ



(183) 高サEE′ハ高サCC′,DD′ノ和ノ半分ナリ從テ△ABEハ△ABC, △ABDノ和ノ半分ナリ, △ABCト△ABEトガABノ反對ノ側ニアルトキハ, △ABE ハ双方ノ差ノ半分ナリ (此證明ハ前ト異ルコトナシ故ニ之ヲ省略ス)



(184) $\frac{1}{BD}+\frac{1}{BE}=\frac{2}{BC}$;



AB:AC::BD:CD

::BE:CE. (V.14),

∴BD:CD::BE:CE.

∴BD.CE=CD.BE.

又BD+CD:BD

::CE+BE:BE.

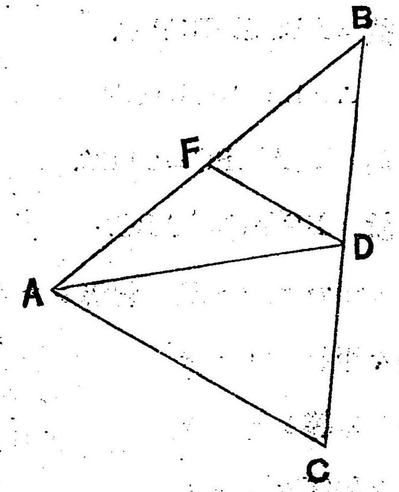
BC.BE=BD.CE+BD.BE.

又タBD−CD:BD::BE−CE:BE, ∴BD.BE−BE.CD=BD.BC.

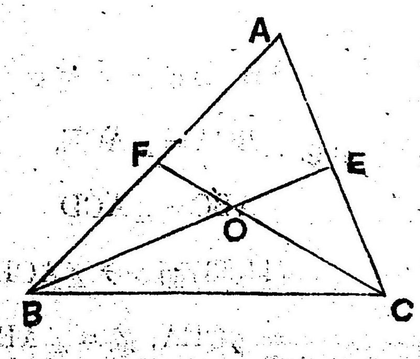
∴BC.BE+BD.BC=2BD.BE+BD.CE−BE.CD=2BD.BE.

BC.BE.BD ニテ除シ $\frac{1}{BD}+\frac{1}{BE}=\frac{2}{BC}$.

(185) (甲) 中線AD,二邊ノ半分 AF,DFヲ以テ三角形AFDヲ作リABヲAFノ二倍即チ與ヘラレタル一邊ニ等シク取リBDヲ結ビ其延長トAヨリFDニ平行ナル直線ACトCニ會セシム; ABCハ求ムル所ノ三角形ナリ(證明ヲ略ス).

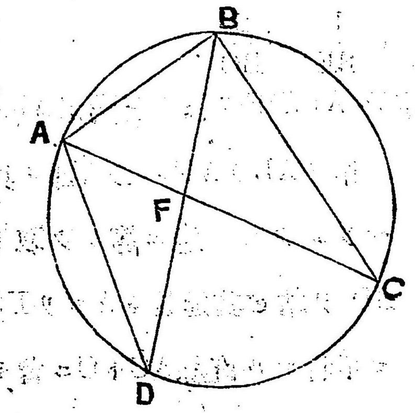


(乙) 與ヘラレタル一邊ニ等シク BC ヲ引キ之ヲ底邊トシテ與ヘラレタル二中線ノ各ノ $\frac{2}{3}$ ヲ以テ三角形BOCヲ畫キBOヲ延長シテ OE ヲBOノ $\frac{1}{2}$ ニ取リ(即チBEヲ與ヘラレタル一



中線ニ等シクス) COヲ延長シテ OFヲCOノ$\frac{1}{2}$ニ取リBF,CEヲ延長シテAニ會セシム, 三角形 ABCハ求ムル所ノ三角形ナリ(證明ヲ略ス)

(186) BD.BF=2ABC ナル可シADヲ結付ケヨ



△ABDト△BCFハ相似ナリ (II,16及V,7)

故ニAB:BD::BF:BC.

∴AB.BC=BD.BF

而ルニ AB.BC=2ABC.

故ニ BD.BF=2ABC.

(187) (甲) 相對スル邊ノ一双ガ平行ニシテ且ツ相等シキ片

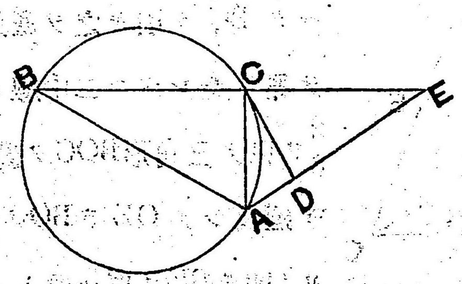
(乙) 相對スル二双ノ邊ガ夫々平行ナルトキ

(丙) 相對スル二双ノ邊ガ夫々相等シキトキ

(丁) 相對スル二双ノ角ガ夫々相等シキトキ

等ナリ

(188)



AB=AE ナル可シ.

∠BCA=∠ACE,

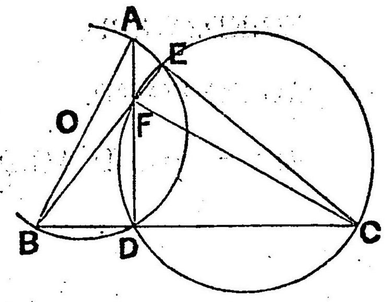
∠ABC=∠ACD

(II,23)而シテ ∠ACD

=∠CEA, 故ニ∠ABC

=∠CEA, 且ツ邊 CAハ共通;故ニ直角三角形 ABCトACEハ相等シクAB=AEナリ.

(189) $\overline{AB}^2$=AC.AE+BC.BD. ナル可シ;外接圓ABDE,CDFEヲ畫ケ, 而ルトキハ AC.AE+BC.BD=AD.AF+BE.BF.



∴AC.AE+BC.BD=$\overline{AF}^2$+$\overline{BF}^2$+AF.FD+EF.FB. ∴

而ルニ AF.FD+EF.FB

=2($\overline{AO}^2$−$\overline{OF}^2$). (III, 14)

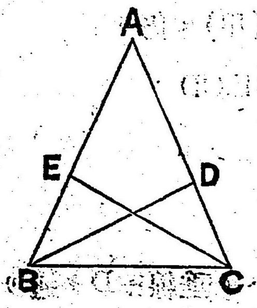
及ビ $\overline{AF}^2$+$\overline{BF}^2$=2($\overline{AO}^2$+$\overline{OF}^2$) (III, 12)

∴ AC.AE+BC.BD=4$\overline{AO}^2$=$\overline{AB}^2$.

∴ $\overline{AB}^2$=AC.AE+BC.BD.

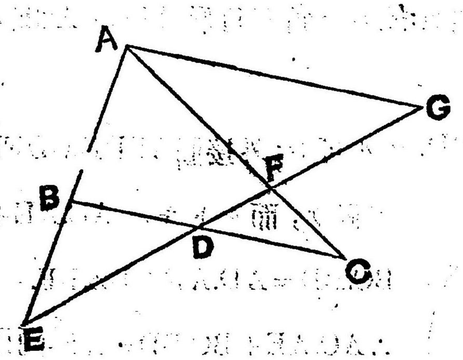
(190) 答 EG=$\frac{50}{3}$.

(191) CE=BDナラバAB=ACナル可シ



△BECト△BDCニ於テ∠CEB=∠BDCニシテ各直角, BD=EC, BC共通, 故ニ全ク相等シクシテ∠BCE=∠DBC隨テ AB=ACナリ

(192) EG:ED::FG:FD ナル可シ



△BEDト△AEG; △AFG ト△DFC ハ夫々相似ナリ(V,7)故ニ

EG:ED::AG:BD,

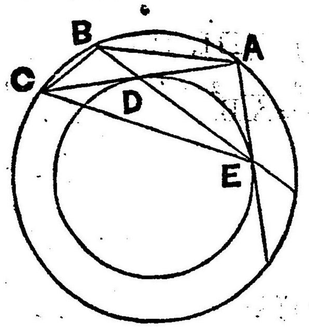
AG:BC::FG:FD.

而ルニ AG:BD::AG:DC.

∴ EG:ED::FG:FD.

(193) (III, 9) 參照

(194) (甲) △ABEト△BCD ハ相似ナリ.



∠CBE=∠CAE, ∠BDC=∠ADE =∠AEB. (II, 16及 22系)

故ニ△ABEト△BCDハ相似ナリ (V. 7)

(乙) $\overline{AB}^{2} : \overline{BC}^{3} :: BE : BD$ ナル可シ, (甲)ニ仍テ

AB:BE::BC:CD. 或ハ AB:BC::BE:CD

又ニ△ABC △ABDハ相似ナリ, 隨テ

AB:BC::AD:BD.

而ルニAD=CD (之レハ中心ヨリAC ヘノ垂線ガDヲ通リ之ヲ二等分スルニ由ル) 故ニ

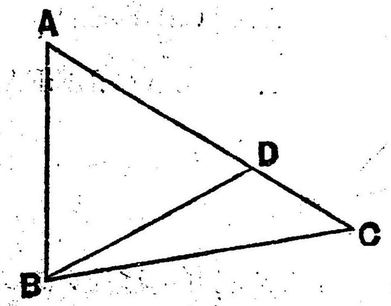
AB:BC::BE:CD

AB:BC::CD:BD.

∴ $\overline{AB}^{2} : \overline{BC}^{3} :: BE : BD$.

(195) 答 20 邊

(196) 底邊 BC ヲオキ ∠CBD ヲ與ヘラレタル底角ノ差ノ半分ニ取リ CD ヲ二邊ノ差ニ等シク取リテ茲ニ△BCDヲ作ル

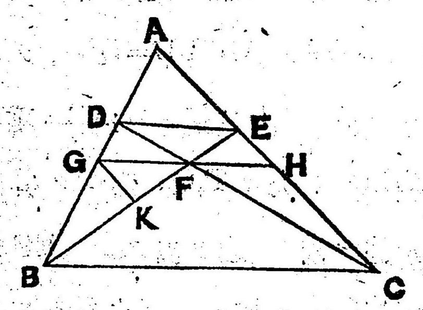


BDヲ底邊トシCDヲ延長シテ二等邊三角形 ABD ヲ作レバ ABCハ求ムル所ノ三角形ナリ

(證明ヲ略ス)

(197) (甲) GF=FH ナル可シ, GKヲACニ平行ニ引キDEヲ結付ケヨ. △ADEト△ABCトハ相似ニシテ

DE:BC::1:3



同様ニ △DEF ト△BCFトニ付テ BE:EF::4:1, ナリ, 隨テ AE:GK::2:1, 故ニAC:GK::6:1.

又 AC:AH::2:1. 故ニ ACEH::6:1, 隨テGK=EH; 故ニ △GFK, △EHFハ全ク相等シクGF=FHナリ

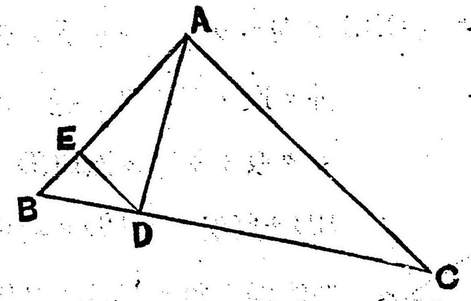
(乙) 此ノコト前ニ既ニ述タリ

(198) (40) 參照

(199) (內接形ノ周):直徑::3:1.

(外接形ノ周):直徑::$2\sqrt{3}$:1.

(200)

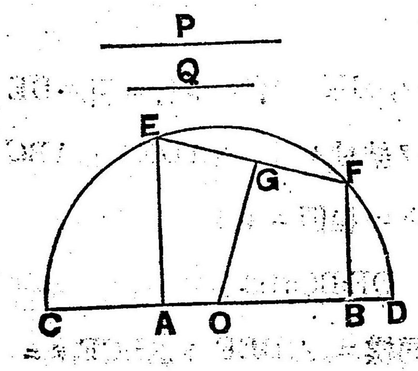


AB:AC::BE:DE.

AB:AC::DE:EA

∴ $\overline{AB}^2:\overline{AC}^2$::BE:EA.

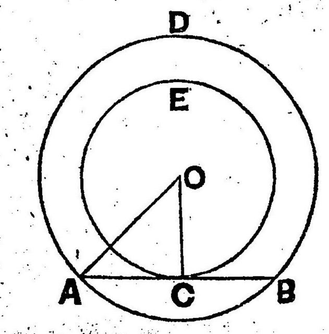
(201) ABハ與ヘラレタル直線ナリ,之ヲ双方ニ延長シテCA.



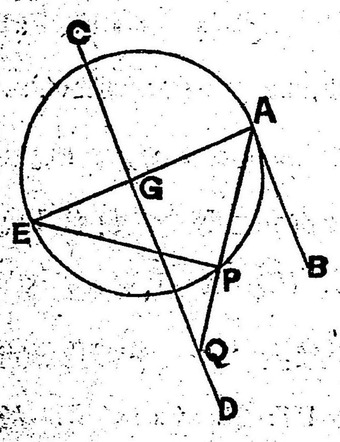
AD:CB.BDナル比ガ與ヘラレタルP,Qヲ其ノ一邊トスル正方形ノ比ニ等シキ樣ニ,否ナ寧ロCA.AD=P^2, CB.BD=Q^2ナラシムル樣ニC,Dヲ定メヨ;ABニ垂線AE,BFヲ夫々P,Qニ等シク引ケ,ABト中心ヲ有シE,Fヲ過ル圓ヲ畫ケ(之ヲ畫クニハEFヲ直角ニ二等分スルGOヲ引キABトOニ交ラシメOヲ中心トスレバ可ナリ)ABノ延長トノ交點ガ夫々C,Dナリ(證明略ス)

(202) 極メテ簡單ナルヲ以テ證明ヲ略ス

(203) 圓ABDトCEトノ間ニ狹マル部分ノ面積ハABヲ直徑トスル圓ニ等シカル可シ.外圓ト內圓トノ面積ノ比ハ其ノ半徑ノ自乘比ニ等シ,サレバ圓輪ノ部分ノ面積ト內圓面積トノ比ハ$\overline{OA}^2-\overline{OC}^2:\overline{OC}^2$ナリ卽チ$\overline{AC}^2:\overline{OC}^2$ニ等シ(III, 11).隨テACノ二倍ナルABヲ直徑トスル圓ナラザル可ラサルナリ



(204) AP.AQハ一定ナル可シ



Aヨリ直徑AEヲ引キCDトノ交ヲGトス △AEPト△AGQトハ相似ニシテ(V.7)

AE:AP::AQ:AG

∴ AP.AQ=AE.AG.

而シテAE.AGハ一定ナリ

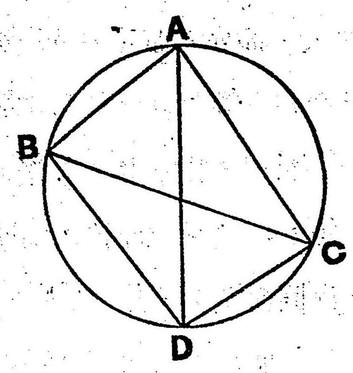
故ニAP.AQハ不變ナリ.

(205) ∠BAD+∠ACB=∠CAD+∠ABC=90°ナル可シ

BD,CDヲ結付ケヨ而ルトキハ

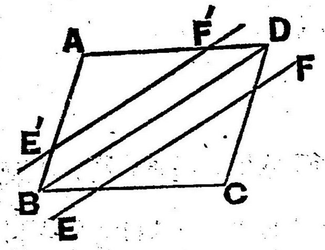
∠ACB=∠ADB, 又タ ∠ABC=∠ADC. (II, 16)

而シテ∠ABD=∠ACD=90°, 故ニ



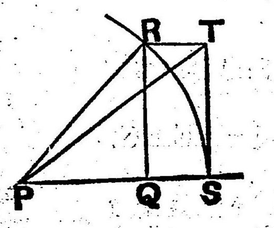
$\angle BAD+\angle ACB=\angle CAB$
$+\angle ABC=90°.$

(206) ABCDヲ對角線BDニ平行ナル EF 等ニテ三等分セントス;EF, E'F'ニテ分チ得タリトスレバ$\triangle BCD:\triangle EFC::\overline{CD}^2:\overline{CF}^2$.



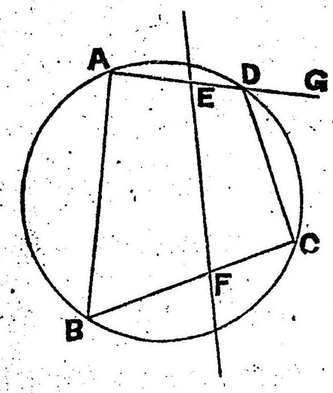
$\square BEFD:\triangle EFC::\overline{CD}^2-\overline{CF}^2:\overline{CF}^2::1:2.$

$\therefore \overline{CD}^2:\overline{CF}^2::3:2$ 即チ $CD:CF::\sqrt{3}:\sqrt{2}$.



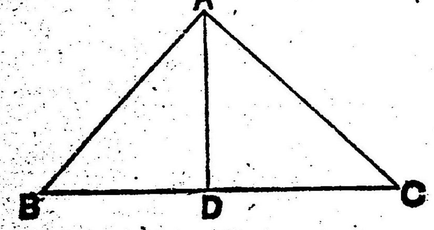
仍テ (67) ニ示シタル如クPQヲ任意ニ引キ直角二等邊三角形 PQRヲ作レバ PQ:PR=1:$\sqrt{2}$, 又タ PR=PS, QR=ST トシ直角三角形 PSTヲ作レバPT:PQ::$\sqrt{3}$:1, 隨テ PT:PR::$\sqrt{3}:\sqrt{2}$. 故ニFニテCD:CF::PT:PRナル儘ニCDヲ分チBDニ平行ニEFヲ引キ同樣ニE'F'ヲ引ケバ可ナリ(證明ヲ略ス)

(207) $\angle DEF=CFE$トスレバEFハ亦タAB及CDトモ同シキ傾ヲナス可シ.

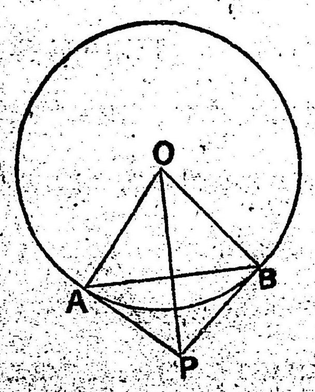


ABハAGニ$\angle GAB$丈ケ傾キ, CDハAGト$\angle CDG$ノ角ヲナス;而ルニEFハAGト$\angle GAB$ト$\angle ABC$トノ和ノ半分ノ角ヲナス, 而シテ$\angle CDG=\angle ABC$ナリ.故ニABトEF, CDトEFハ共ニ$\frac{\angle GAB-\angle CDG}{2}$ノ角ヲナス.

(208) 頂角ヲ二等分スル直線ADハBCヲ直角ニ二等分ス而シテ假設ニ仍テ△ABD, △ACDハ共ニ二等邊三角形ナリ. 故ニ底角ハ直角ノ半ニ等シ隨テ求ムル所ノ比ハ1:$\sqrt{2}$ ナリ



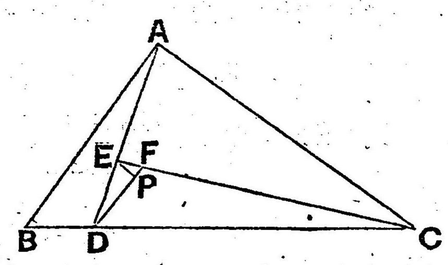
(209) ABヲ中心Oナル圓ノ定長ノ動弦トスAP, BPハA, Bニ於ケル切線ニシテPニ會スルモノトス, Pノ軌跡ハOヲ中心トシOPヲ半徑トスル所ノ圓ナリ (證明ヲ略ス)



(210) 弦ノ長サ $=2\sqrt{6^2-4^2}=4\sqrt{5}$ 寸

矩形ノ積 $=(2\sqrt{5})^2=20$ 平方寸

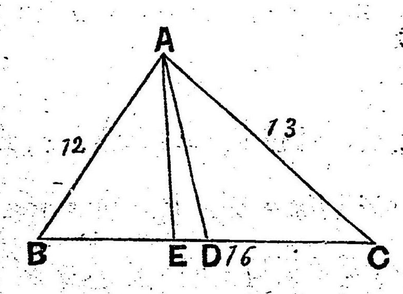
(211) BCヲDニ於テBD:BC::1:6ニ分チADヲ結ブ, ADヲEニテAE:DE::3:2ナル樣ニ分チEヨリACニ平行ニEPヲ, DヨリABニ平行ニDPヲ引クトキハ交點Pハ求ムル所ノ點ナリ但シ證明ヲ略ス



(212) (49)參照

(213) $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=(\overline{AD}^2+\overline{BD}^2)\times 2$ (III,12)

$\therefore$ AD=14.8 寸



AB:AC::BE:EC.

$\therefore$ AB+AC:AC::BC:EC

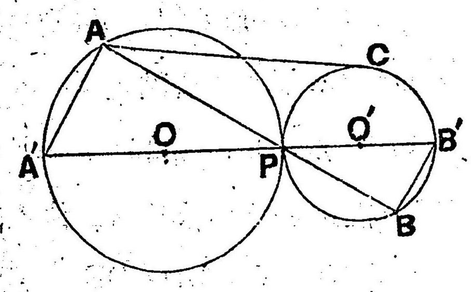
(IV,10;V,I4).

$\therefore EC=\frac{16\times 13}{25}$, $BE=\frac{16\times 12}{25}$.

ADハ三角法ニ仍テ見出スヲ便宜トス, 本問ハ廣ク數學問題トシテ課セラレタルモノナレバナリ,

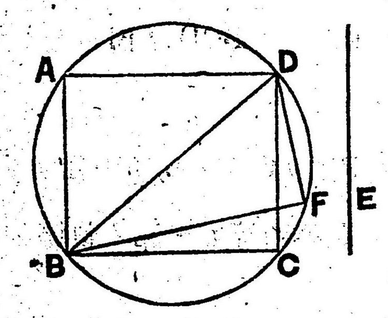
(214) AP:PB 及ビ AP:AC ハ一定ナル可シ,

他ニ中心 O, O′ヲ通ル線 A′PB′ヲ引キAA′, BB′ヲ結付ケヨ,



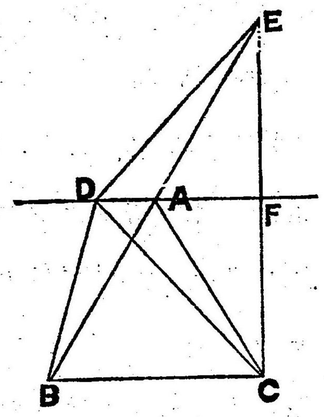
△AA′Pト△BB′Pハ相似ニシテ(V,7) AP:PB::A′P:B′P. 卽チAP:PBハ直徑ノ比ニ等シクシテ一定ナリ. 又タAP:ACカ一定ナルコトモ同樣ニ證明スルコトヲ得可シ.

(215) ABCDニEナル一邊ヲ有スル他ノ正方形ヲ外接セシメントス, ABCDニ外接スルヲ圓ヲ畫キ任意ノ角頂BヨリEニ等シクBFヲ取リ. DFヲ結付ケヨ, 然ルトキハBF, FDハ求ル所ノ正方形ノ二邊ニ平行ナリ(證明ヲ略ス)



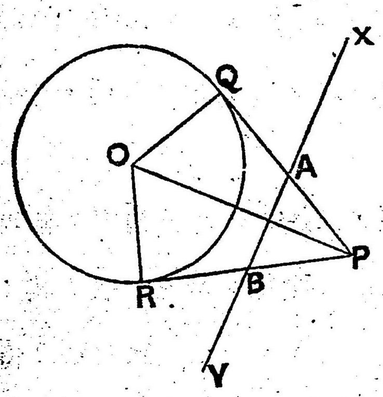
(216) 一邊ヲ引キ其上ニ中線ノ$\frac{2}{3}$ヲ二邊トスル三角形ヲ畫キ其二邊ヲ延長シテ底角頂ヨリ夫々二中線ニ等シク取リ其ノ端ト底角頂ヲ結付ケ之ヲ延長スルトキハ一ツノ三角形ヲ得之レ求ル所ノ其レナリ(作圖及證明ヲ略ス)

(217) △ABCハ二等邊, △BCDハ二等邊ニアラズシテ其面積△ABCニ等シキモノトス而ルトキハ其周圍ハ△ABCノ其ヨリ大ナル可シ; ADハBCニ平行ナリ, BAヲ延長シテAC



ニ等シクAEヲ取りCEヲ結付ケ其ノDAノ延長トノ交點ヲFトス△AEF, △ACFハ相等シクAFト, ECハ直角ニ交ル, EDヲ結付クルトキハBD+CD=BD+DEニシテAB+AC=BE, 故ニ三角形ノ二邊ノ和ナルBD+DEハ他ノ一邊BEヨリ大ナリ双方ニBCヲ加フルトキハ△BCDノ周ハ△ABCノ周ヨリ大ナルコトヲ明メ得可シ.

(218) 中心Oナル圓アリ, 定點PアリOヘノ切線ノ長サトP迄ノ距離相等シキ點ノ軌跡ヲ求ム



Pヨリ二ツノ切線PQ,PRヲ引キ其ノ中點A,Bヲ求メA,Bヲ結付ケテ直線XYヲ作ルXYハ求ル所ノ軌跡ナリ(但シ證明ヲ略ス)

(219) 内容六面體ノ一稜ヲαトスレバ球ノ半徑Rハ$\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha$ナリ隨テ次ノ關係アリ

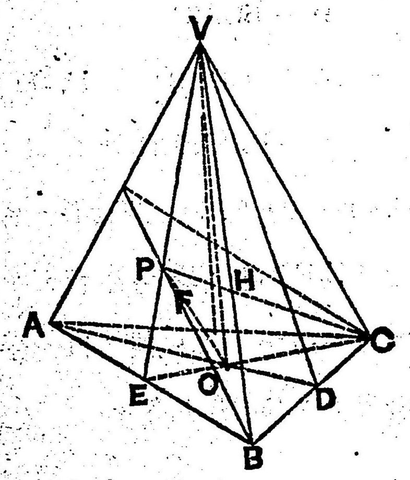
$$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha\right)^3=\frac{\sqrt{3}}{2}\pi\alpha^3.$$

(220) 最小邊 =3 尺 (證明ヲ略ス)

(221) $\frac{15}{\sqrt{2}}$ 尺 (證明ヲ略ス)

(222) 各角項ヲ中心ニ結付クルトキハ全ク相等シキ其邊數丈ケノ二等邊三角形ヲ得可ク而シテ各底角ハ全ク相等シ, 隨ヲ二底角ノ和ナル各角ハ相等シカラザル可ラズ.

(223) 頂點Vヲ對面ABCノ重心Oニ結付クル直線ハ平面VAD, VEC, VBFノ交リナルコト明ナリ. 而シテABVノ重心PトCトヲ結合スル直線ハ同樣ニ平面VECト及△VABノ中線トCヲ含ム他ノ平面トノ交リナリ卽チVOト此ノ交リハ同一平面VECノ上ニナリテ平行ナラズ故ニ一點Hニ交ル,同樣ニ其他ノ直線モ同一ノ點ニ交ル.



POヲ結付ケヨ,VCトPOハ平行ナリ而シテ

$$VE:PE::VC:PO::3:1$$

△HOP;△HVCハ相似形ニシテ

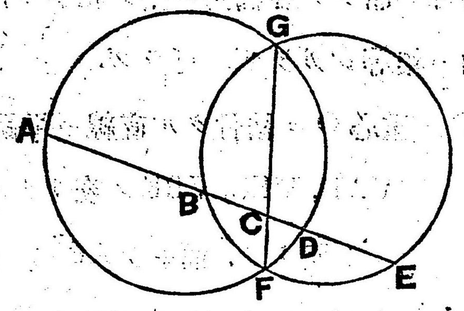
$$HV:HO::VC:PO::3:1.$$

$$\therefore\ HV:HO::3:1.$$

(224) (II, 19) 參照

(225) (I, 19) 參照

(226) AB:BC::ED:DC ナル可シ.



CG:CF=AC.CD=BC,CE

(III,14系1)

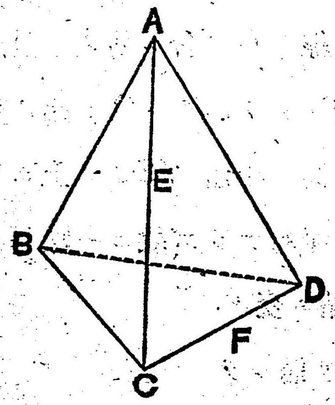
∴ AC:BC::CE:CD. (V,15)

AC−BC:BC

::CE−CD:CD, (IV,11)

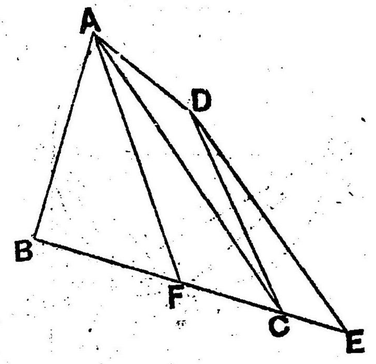
∴ AB:BC::ED:DC.

(225) 任意ノ稜ACヲE=テ,CDヲF=テCE:EA::CF:FDナル

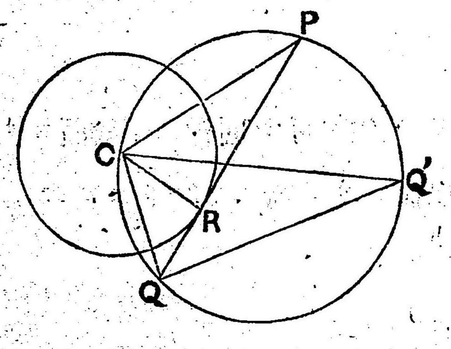


樣ニ分チE,Fヲ含ミBC=平行ナル平面ヲ以テ截ルトキハ截リ口ハ平行四邊形ナリ(證明ヲ略ス)

(226) ABCDヲ與ヘラレタル四邊形トス任意ノ角點Aヨリ直線ヲ引キテ之ヲ二等分スルコトヲ求ム,對角線AC=平行ニDEヲ引キBCノ延長トE=交ラシムBEヲ平分セヨ 其ノ中點ヲFトス AFハ求ムル所ノ平分直線ナリ(證明ヲ略ス)



(229) PC.QCハ不變ナル可シ.



直徑 CQ′ヲ引キQQ′ヲ結ブトキハ△CRP, △CQQ′ハ相似ナリ (V, 7)

∴ CR:CP::CQ:CQ′

∴ CP.CQ=CR.CQ′

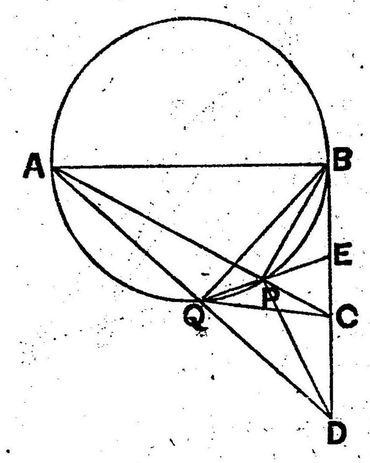
卽チCP.CQハ直徑 CQ′及半徑 CRノ積ニ等シクシテ一定ナリ

(230) ∠CQD=∠CPDナル可シ.

∠QAB=∠QBD=∠BPE.

卽∠QPCハ∠QABノ餘角ト補角ヲナス故ニ∠QDCト補角ヲナス, サレバP, Q, D, Cヲ通シテ圓ヲ畫クヲ得可ク.

∠CQD=∠CPD ナリ.



(231) (甲) 表面積 $=4\pi r^2$.

(乙) 體積$\frac{4}{3}\pi r^3$.

(丙) 斜面ヲ延長シテ生ズ可キ圓錐ノ下底面ヨリノ高サヲh',上底面ヨリノ高サヲh''トスレバ

$$R:r::h':h''.$$

$$R-r:r::h:h'', \quad \therefore \quad h''=\frac{rh}{R-r},$$

$$r-R:R::h:h'. \quad \therefore \quad h'=\frac{Rh}{R-r},$$

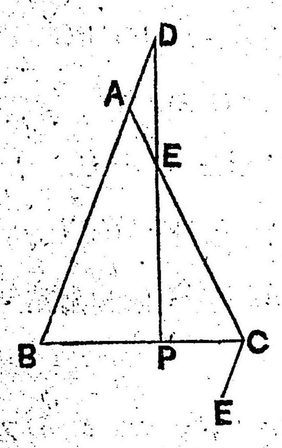
而シテ體積 $=\frac{1}{3}\pi R^2h'-\frac{1}{3}\pi r^2h''.$

$$=\frac{1}{3}\pi\frac{h}{R-r}(R^3-r^3)$$

$$=\frac{1}{3}\pi h(R^2+Rr+r^2).$$

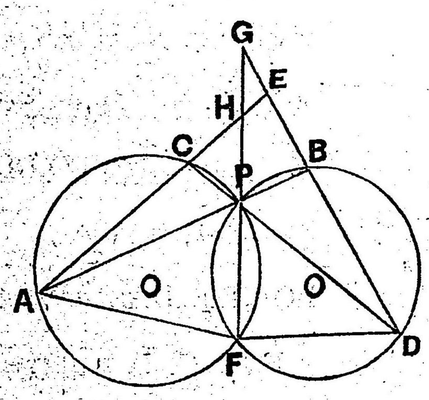
(232) (38) 參照

(233) CFヲABニ平行ニ引クトキハDP+EPハ平行線AB,



CF 間ノ部分ニ等シキコトヲ證明スルヲ得,換言スレバ(DP+EP)ハ常ニ平行四邊形ノ對邊ナル關係ニ立ツ,故ニ不變ナリ

(234) ∠Eハ不變ナル可シ



∠AED=∠AHF+∠FGD.

(397)ニ證明スル如ク

$2\angle AHF=\angle AOP-\angle COF;$

$2\angle FGD=\angle POD-\angle BOF.$

$\therefore \angle AED=\angle AHF+\angle FGD=\frac{1}{2}(\angle POF+PO'F)$

ニシテ一定也.

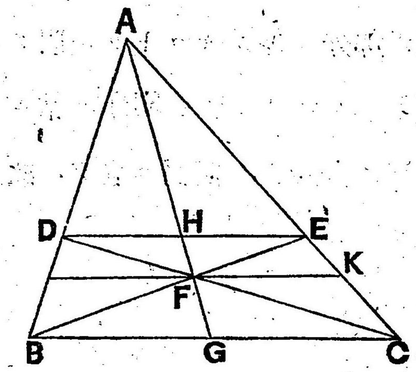
(235) (184) 參照.

(236). AH:HF::AG:FG ナル可シ.

△HEFト△BFGハ相似ナリ(V,7)

$\therefore$ HF:FG::HE:BG

而ルニ DH=HE; BG=CG (28, 參照)



故ニ HF:FG::HE:CG

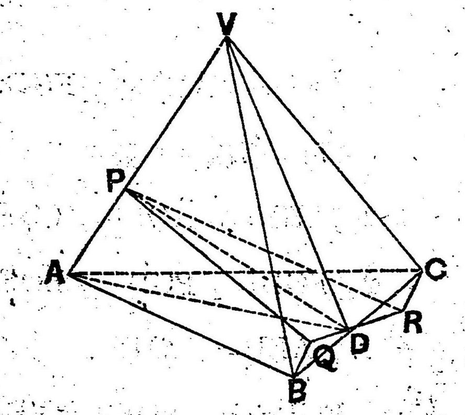
::AH:AG

∴ HF:AH::FG:AG,

又ハ AH:HF::AG:FG.

故ニA,H,F,Gハ調和列點ナリ.

(237) VADカVAニ於ケル二面角ヲ平分スルモノトス, Dヲ過リVAニ垂直ナル平面PQRヲ作リPQ, PRハ夫々VAB, VACトノ交リトス, 此面ヘ垂線BQ,CRヲ引キ足QRヲ結ブ,



PQ:PR::QD:DR (V, 14)

△BQD, CRD ハ相似ニシテ QD:DR::BD:DC, 故ニ PQ:PR::BD:DC,

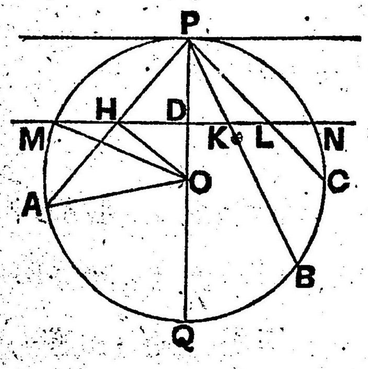
或ハ PQ.VA:PR.VA::BD:DC.

∴ △VAB:△VAC::BD:DC.

(238) 之ヲ略ス

(239) 與ヘラレタル直線ヲ直徑トシテ半圓ヲ書キ之レニ垂線ヲ立テ、圓弧トノ間ノ部分ヲ正方形ノ一邊ニ等シカラシム, 然ルトキハ其ノ垂線ノ足ハ求ムル所ノ分點ナリ.

(240) 直徑PQヲ引キ中心OトA,M,Hヲ結ブ



PH. PA=$\overline{PH}^2$+PH.HA=$\overline{PD}^2$

+$\overline{HD}^2$+($\overline{OA}^2$−$\overline{OH}^2$) (III, 14)

=$\overline{PD}^2$+$\overline{HD}^2$+($\overline{OM}^2$−$\overline{OH}^2$)=$\overline{PD}^2$

+$\overline{HD}^2$+$\overline{MD}^2$−$\overline{HD}^2$=$\overline{PD}^2$+$\overline{MD}^2$.

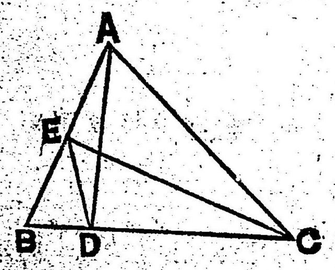
其他ニ就テモ同樣,

故ニ PA. PH=PB.PK等

(241) 半徑=1〔メートル〕

體積 =π〔立方メートル〕

(242) A,E,D,C ヲ通シテ圓ヲ畫ク得



∠DEC=∠DAC,

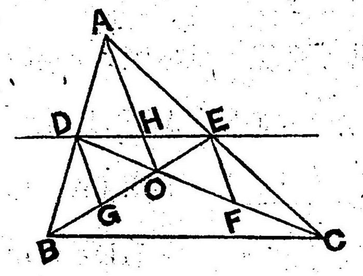
隨テ ∠BED=∠ACB.

卽チ △ABCト△BDEトハ∠Bハ共通ニシテ∠BED=∠ACB, 故ニ兩形ハ相似ナリ (V, 7)

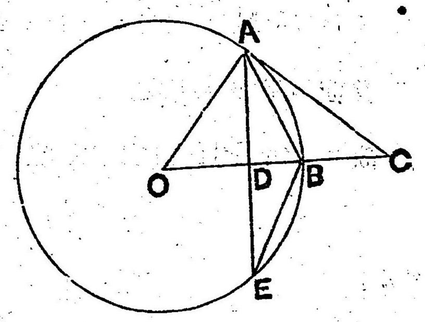
(243) AO ニ平行ニ EF,DG ヲ引ク, AB:DB::AC:EC.

AO:DG::AB:DB, AO:EF::AC:EC, 故ニ AO:DG::AO:EF ニシテ DG=EF, 隨テ DEFG ハ平行四邊形ニシテDH=HE

又△ADO, AEOノ高サモ等シ, ∴△AEO=ADO.



(244) ABハ∠CADヲ等分スル可シ.

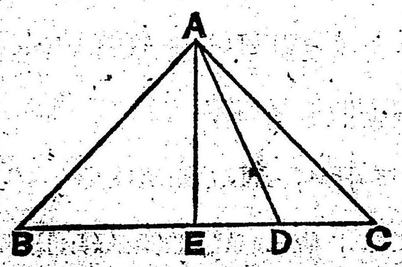


ADヲ延長シテ弦AEヲ引キBEヲ結付ク. △ABDト△BDE ハ全ク相等シク∠AEB=∠BAE, 而シテ∠AEB=∠BAC, 故ニAB ハ∠CADヲ二等分ス

(245) (VI, 15) 參照

(246) 之ヲ略ス

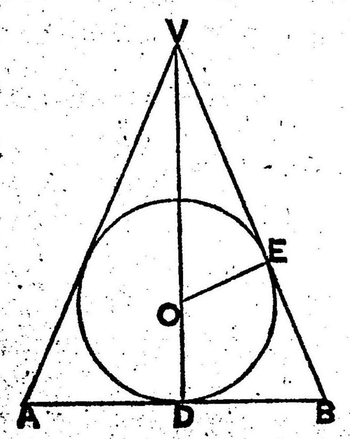
(247) $2\overline{AD}^2=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2$ ナル可シ. Aヨリ垂線AEヲ引ケ, 而ルトキハ



$$2\overline{AD}^2=\overline{BE}^2+\overline{ED}^2+\overline{ED}^2+\overline{EC}^2.$$
$$=(BE+ED)^2+(EC-ED)^2$$
$$=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2.$$

(248) (109)參照

(249) 球ノ半徑ヲRトスルトキハ圓錐ノ高サハ4Rニシテ圓



錐ノ底面ノ半徑BDハ

$$OE:BD::\sqrt{3R^2-R^2}:4R$$

$$\therefore\quad BD=\sqrt{2}\,R.$$

∴ (圓錐ノ面積):(球ノ面積)

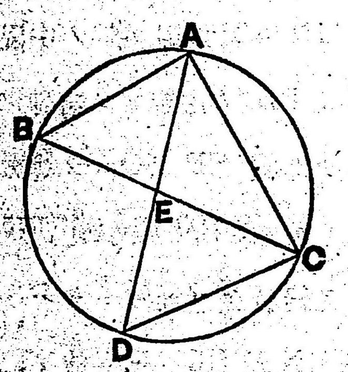
$$::(6\pi R^2+2\pi R^2):4\pi R^2::2:1.$$

(250) (I, 軌跡 3) 參照

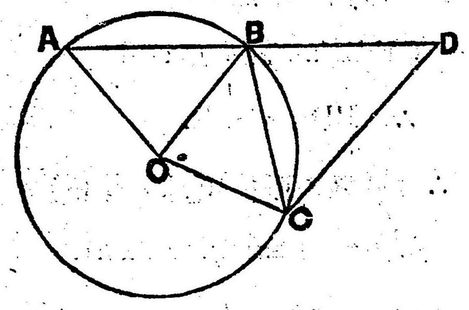
(251) DCヲ結付ケヨ; △ABE, △ACDハ相似ナリ (V, 7)

故ニ AD:AC::AB:AE.

∴ AD.AE=AC.AB=2.ABC.



(252) 中心OトA,B,C 結ビ付ケヨ. △OAB, △OBCハ全ク相等シキ二等邊三角形ナリ. 而シテ∠BAO+∠AOB=∠OBD, 而ルニ∠BAO=∠OBC, 故ニ∠AOB=∠CBD ニシテ△OAB, BCDハ頂角等シキ二等邊三角形ナルヲ以テ相似ナリ. (V,7)

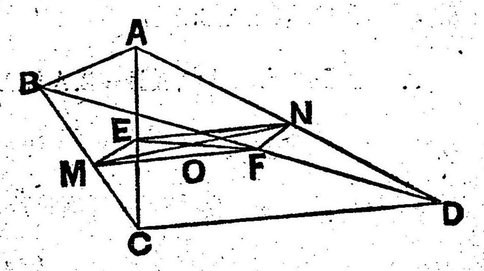


故ニ AB:OA::CD:BD ニシテ $AB.BD=\overline{AB}^2=CD.OA$

$\therefore\ OA=\dfrac{\overline{AB}^2}{CD}$.

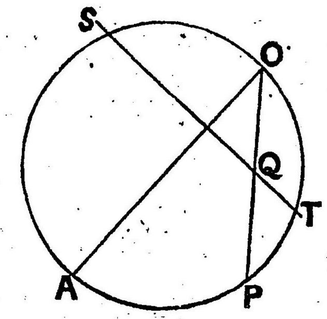
(253) 意味明瞭ヲ欠ク，サレトモ要スルニ難問ニアラザル可シ故ニ證明及說明ヲ略ス

(254) MNヲ對邊 BC,AD ノ中點ヲ結付クル直線トスレバ MN ハ對角線 AC ノ中點 E, BD ノ中點Fヲ結付クル直線 EF ヲOニテ等分ス可シ; EM,EN,FM,FN ヲ結付ケヨ而ルトキハ

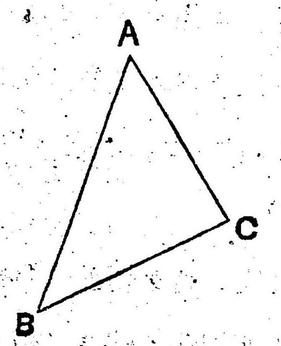


EMFN ハ平行四邊形ニシテ對角線 MN 及 EF ハ互ニ他ヲ二等分ス同樣ニ AB, CDノ中點ヲ結付クル直線モOヲ過リEFヲ二等分ス

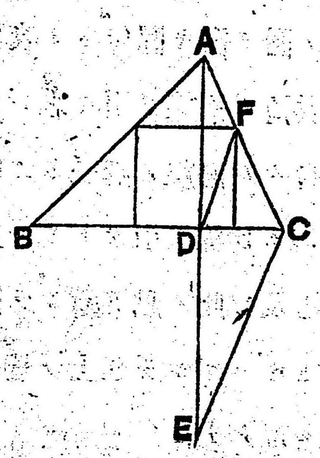
(255) Qヲ其ノ條件ヲ滿足スル一點トセヨ，Qノ軌跡ハ直徑 OA=垂直ニシテ且ツQヲ過ル弦 STナリ此レガ證明ニ就テハ問題(240)ヲ參照セラル可シ



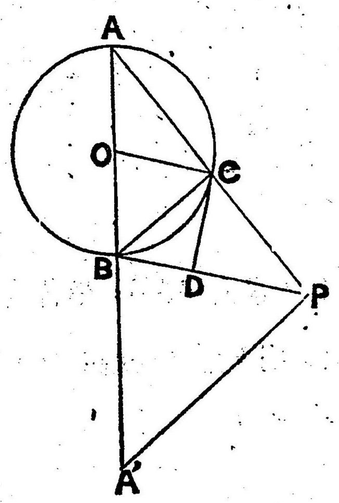
(256) 三點ヲ結ビテ三角形ヲ作リ其ノ最大邊ABニ平行ニCヲ通シテ直線ヲ引キ之ヲ底邊トシテ三角形ヲ作レバ可ナリ.



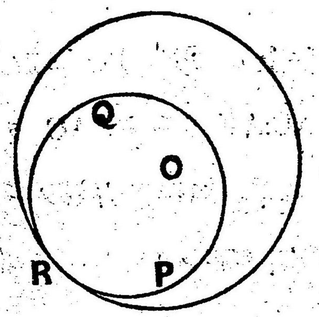
(257) AヨリBC垂線 AD ヲ引キ其延長上ニ DE=BC ニ取ルAE:AD::AC:AF ナル樣 AC ヲ F ニテ內分スFハ內接正方形ノ一頂點ナリ(證明ヲ略ス)



(258) Pノ軌跡ヲ求ム. ABヲ延長シテAA′ヲ 2ABニ取リOC, BC,A′Pヲ結ベ.△OAC,△ABPハ相似ニシテ(V,7) AC=CP. 又タ△ABC, △AA′P ハ相似ニシテ(V,9.系) ∠ACB=∠APA′ニシテ∠APA′ハ直角ナリ,而シテ此關係ハ弦 ACノ如何ニ係ルコトナク,Pハ常ニ AA′ヲ底トスル直角三角形ノ頂點ニアリ.故ニPノ軌跡ハAA′ヲ直徑トスル圓ナリ(II,16系3及II,18)

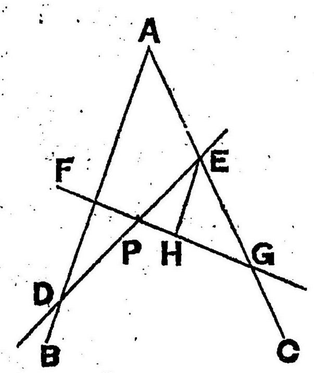


(259) PQヲ過リ圓Oニ內接スル圓 PQR ヲ書ケ切點Rハ求ムル所ノ點ナリ證明ヲ略ス(但シ此內接圓ヲ畫クニハ P,Qヲ過ル任意ノ半徑ノ圓ヲ畫キ圓Oトノ交點ヲ通シテ共通ノ割線ヲ引キ之レトP,Qヲ結付クル直線ノ延長トノ交點ヨリ圓Oニ切線ヲ引クトキハ其切點ハ內接圓ノ切點ナリサレバP,Q及ビ此ノ點ヲ通シテ圓ヲ畫ケバ良シ,故ニ內接圓ノ切點トイハズシテ如上ノ切線ノ切點ガ求ムル所ノ點ナリトスルモ可ナリ)



(260) DP=PEトス,而ルトキハ△ADE ハ或ル他ノ任意ノ△AFGヨリ小ナル可シ

EHヲABニ平行ニ引ク.△DFPト△EHPトハ全ク相等シ,而シテ△ADEト△AFG トノ差ハ△FDPト△EGP トノ差ナリ故ニ△ADEハ△AFGヨリ△EHG丈ケ小ナリ,此關係ハ常ニ成立ス故ニ △ADEハ最小ナリ.



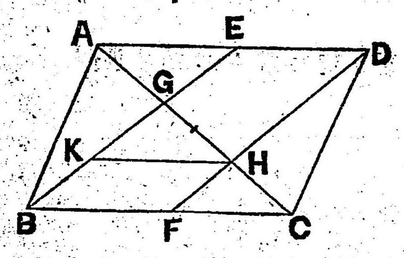
(261) 直角ヲ夾ム邊ヲa,bトスルトキハ

$$\text{二新月形ノ和}=\frac{ab}{2}+\frac{\pi a^2}{8}+\frac{\pi b^2}{8}-\frac{\pi(a^2+b^2)}{8}$$

$$=\frac{ab}{2}=\text{其三角形ノ面積}$$

(262) 簡單ナルヲ以テ證明ヲ畧ス

(263) AG=GH=HC ナル可シ.



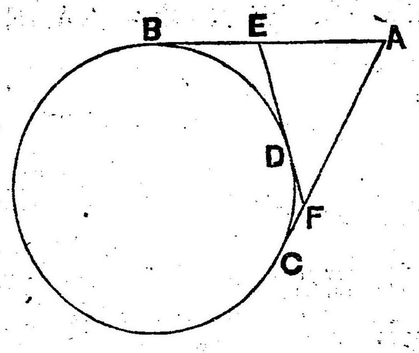
HKヲADニ平行ニ引クトキハ△AGE,△GKH,△FHCハ全ク相等シク

AG=GH=HC.

(264) $(4\sqrt{3}-2\pi)$ 平方尺.

(265) 求ムル所ノ軌跡ノ上ノ凡ユル點ハ各棒ヨリ夫々其ノ長サニ比例シタル距離ニアリテ各棒ノ頂キト基ト結ブトキニ相似直角三角形ヲ作シ其ノ棒ニ對スル角等シキモノナラサル可ラズ斯ノ如キ點ノ軌跡ハ (V, 軌跡 2) ニ依ヲ各棒根ヲ結ブ直線上ニアル內分，外分點ノ間ノ直線ヲ直徑トスル圓周ナリ.

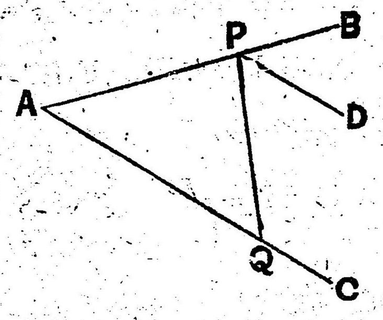
(266) BE=DE, DF=FC.



∴ EF+EA+AF=AB +AC=2AB. (II, 22 系)

故ニ一定ナリ.

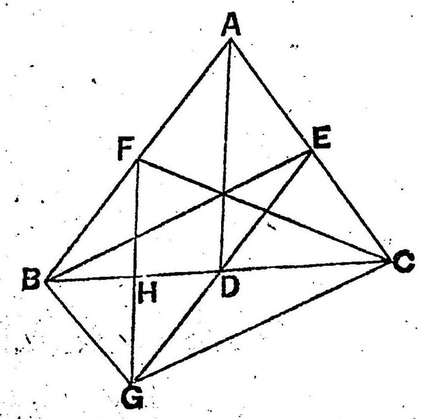
(267) ∠BPD=∠PAQ =取リ補角 APD ヲ四等分シテ ∠DPQ=¼∠APD トスPQトACノ交リQハ求ムル所ノ點ナリ.



(268). 球ノ體積 $=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{20}{9}\right)^3$ 立方尺

他ノ體積 $=\frac{400\pi}{3}$ 立方尺

(269) △ABCノ中線ヲAD, BE, CFトス, FGヲADニ平行ニCGヲBEニ平行ニ引クトキハ△CFGハ三中線ノ包ム三角形ナリ. EDGヲ結付ケヨ; 同一平行四邊形ノ半分ナル△BEG,ECG,BEC,BCGハ相等シク此等ハ又タ △ABE, BECニ等シ(III,2.系2)



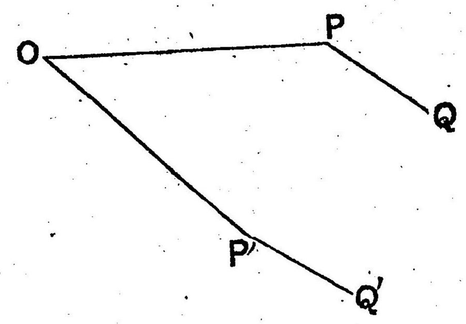
△BEC:△FHC::BC:CH::4:3

△ABE:△HCG::△BCG:△HCG::4:3

∴ △ABC:△CFG::4:3

(270) (VI, 20) 參照

(271) PQハ平行ナリ, Pハ常ニOPヲ半徑トシOヲ中心トスル圓ノ上ニアリ, サレバQノ軌跡ハ楕圓形ノ如キモノトナリテ初等數學ノ研究範圍外ニアリ, サレトモ證明不可能ナルニアラズ何トナレバOPナル半徑ノ圓周上ノ凡ユル點ヨリPQニ平行ニ且ツ等シク引キタル直線ノ端ヲ結付ケタル, 多角形ノ極限ノ場合ナルヲ以テナリ.



(272) $\sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{337}}{5}$ 尺

(273) (28) 參照.

(274) (29) 參照.

(275) OPヲ結付ケ之レヲ與ヘラレタル比ニ內分シ其分點,Pヲ通ジ,中心ヲOQノ上ニオキテ圓ヲ畫ケバ可ナリ (III,14系; V,15)

(276) 定點ト圓周上ノ各點ヲ結ブ直線ハ極限ニ於テハ定點ヲ頂點トシ圓ヲ底面トスル圓錐トナルサレバ此等直線ノ中心ノ軌跡ハ與ヘラレタル圓ノ半分ノ半徑ヲ有スル圓周ナリ (證明ヲ略ス)

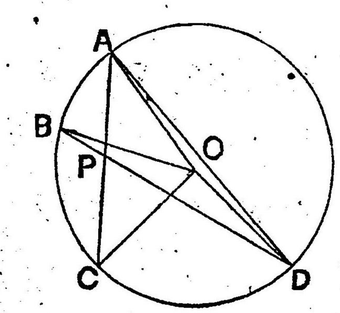
(277) 頂角ノ二等分線ハ底邊ヲ直角ニ二等分ス而シテ此二等分線ハ底邊ノ兩端ヨリ相等シキ距離ニアル點ノ軌跡ナリ (I, 軌跡 2)故ニ其上ノ各點ハ兩端ヨリ等距離ニアリ

(278) 簡單ナレバ證明ヲ略ス

(279) ∠Aガ最大, ∠Cガ最小, ∠Bガ中間 (I, 14)

(280) $(\overline{12}^2+\overline{17}^2)<\overline{25}^2$ ナレバナリ.

(281) ADヲ結付ケヨ. △APD ニ於テ ∠APB=∠PAD+∠ADP.而シテ ∠PAD=½∠COD ∠ADP=½∠AOB ナルヲ以テ ∠APB=½(∠COD+∠AOB). 故ニ命題ハ眞ナリ.



(282) (II, 23) 參照

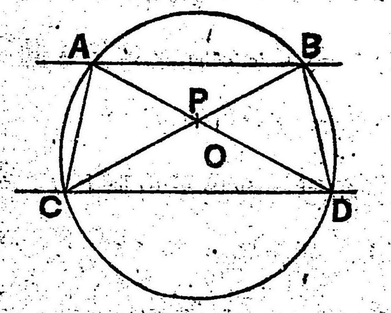
(283) (V, 定義 2.3).

(284) AB : CD : : 3 : 1. (V, 14).

(285) (121) 參照.

(286) (2) 參照.

(287) 中心 Oナル圓ニ二平行線 AB, CDニ狹マル弧 AC, BD ハ等シカル可シ; AD,BC,AC,BD ヲ結付ケヨ. ∠ABP=∠PCD=∠PAB. 故ニ △ABP, △CDP ハ二等邊ナリ而シテ△APC, △BPD ハ三ツノ角相等シク其ノ二邊迄等シ故ニ勿



論全等形ナリ隨テ AC=BD. 故ニ弧 AC=弧 BD (II, 3)

(288) (a) 全ク他ノ外ニアルトキ，中心ノ間ノ距離ハ半徑ノ和ヨリ大ナリ，(II, 1)

(b) 全ク他ノ內ニアルトキ，中心ノ間ノ距離ハ半徑ノ差ヨリ小ナリ

(c) 相交ルトキ，中心ノ間ノ距離ハ半徑ノ差ヨリ大ナリ

(d) 相切スルトキ，中心間ノ距離ハ

(1) 內切スルトキハ半徑ノ差ニ等シ

(2) 外切スルトキハ半徑ノ和ニ等シ

(289) (II, 19) 參照.

(290) 距離ヲ x トスレバ相似形ノ關係ヨリ

$$a:b::(x-h):x$$

$$\therefore\quad x=\frac{bh}{b-a}$$

(291) π ハ圓ノ半徑ヲ單位トシテ其全圓周ノ長サヲ表ハスモノニシテ此ノ値ハ圓ノ大小如何ニ係ラズ一定不變ナリ，サレバ圓周ヲ見出スニハ半徑ニ之ヲ乘ズレバ宜シク又タ圓周ヨリ半徑ヲ見出スニハ之ヲ以テ除スレバ可ナリ

(292) $3^2+4^2=5^2$ ナルヲ以テ此三角形ハ直角三角形ナリ，今最小邊ヲ $3a$ トスレバ中邊ハ $4a$，最大邊ヘ $5a$ ナリ隨テ

$$\frac{3a\times 4a}{2}=1200,\quad \therefore\quad a=10\sqrt{2}\text{ 尺}$$

ニシテ三邊ハ $30\sqrt{2}$, $40\sqrt{2}$, $50\sqrt{2}$ 尺ナリ.

(293) 逆定理. 一ツノ三角形ニ於テ何レカノ角ヲ二等分スル直線カ其對邊ヲ直角ニ二等分スルトキハ其三角形ハ二等邊ナリ

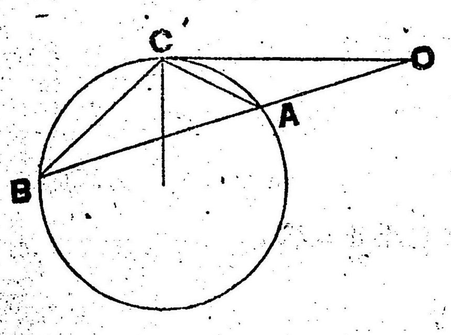
對偶定理. 一ツノ三角形ニ於テ何レノ角ヲ二等分スルモ其直線ガ對邊ヲ直角ニ二等分セザルトキハ其三角形ハ二等邊ニアラズ

(294) (I, 24) 參照

(295) (287) 參照

(296) (103) 參照

(297) OA : OC : : OC : OB ナル可シ; BC, CA ヲ結付ケヨ，



∠CBA = ∠ACO (II, 23) ニシテ ∠COA ハ共通，故ニ △BOC, COB ハ相似 (V, 7) ニシテ

OA : OC : : OC : OB

ナリ

(298) (V, 9) 參照

(299) 其ノ半徑ヲ x, y 尺トスルトキハ次ノ關係アリ

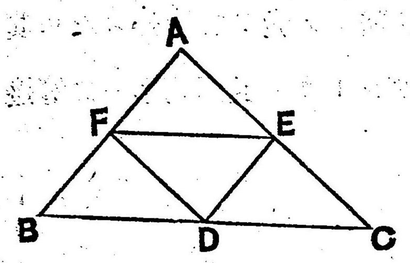
$$\pi.9^2-\pi x^2=\pi x^2-\pi y^2=\pi y^2.$$

$x=3\sqrt{6}$ 尺, $y=3\sqrt{3}$ 尺

(300) 1:3 (但シ證明ヲ畧ス)

(301) 簡單ナルヲ以テ證明ヲ略ス.

(302) EF ハ BC ニ平行ニシテ且ツ其半分ナル可シ; ED ヲ AB ニ平行ニ引キ FD ヲ結付ケヨ△AEF ト △CDE トハ三ツノ角カ相等シク其一双ノ等シキ角ニ對スル邊カ相等シキガ故ニ全ク相等シク ∠AEF = ∠ECD ニシテ EF ト BC ハ平行ナリ (I, 6 系 1) 同樣ニ△EBD ハ△CDE ニ相等シク BD=CD ナリ隨テ EF=BD=CD ニシテ EF ハ BC ノ半分ナリ



(303) 二ツノ相似三角形ニ於テハ

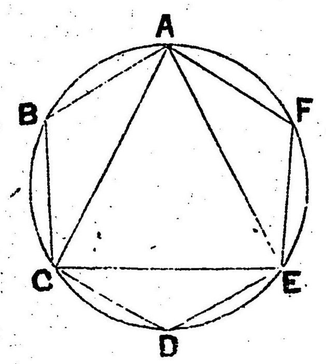
(a) 其對應邊ハ比例ヲナシ,

(b) 三ツノ角ハ相等シク,

(c) 面積ノ比ハ對應邊ノ自乘比ニ等シ

(304) (V, 19) 參照.

(305) 六邊形 ABCDEF ト △ACE トノ差ハ ACE ニ等シ (證明ヲ略ス) 隨テ問題ハ內接正三角形ノ面積ヲ與ヘテ半徑ヲ求ムルト同一ナル半徑ヲ x トシ面積ノ差卽チ ACE ノ面積ヲ A トスルトキハ



$$\frac{3\sqrt{3}\,x^2}{4}=A,\quad \therefore\ x=\frac{2A}{\sqrt[4]{27}}$$

(306) 平行ナル二直線ノ他ノ直線ノ上ニ於ケル正射影ガ相等シケレバ二直線ノ長サ相等シ.

長サ相等シキ二直線ノ他ノ直線ノ上ニ於ケル正射影ガ相等シキトキハ二直線ハ互ニ平行ナリ.

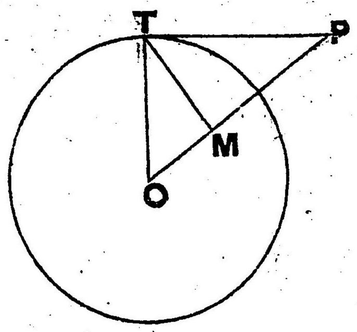
前者ハ何等ノ不合理ナキモ後者ニ至リテハ其ノ不合理モ亦タ甚シ, 平行ナラズトモ相等シキ長サノ直線ガ他ノ直線ノ上ニ等シキ正射影ヲ投ズルコトアルヲ以テナリ, 斯ク何レモ與ヘラレタル定理ノ逆ナルモ一方ハ實ニ一方ハ虛ナリ, 故ニ一般ニ逆定理ノ眞ナルコトヲ保證スルコト能ハザルナリ.

(307) (173) 參照.

(308) △TOP ト △TOM ハ相似ナリ (V, 7) 故ニ

$$OM:OT::OT:OP$$

ニシテ OT ハ半徑ナリ故ニ命題ハ眞ナリ



(309) (V, 22) 參照.

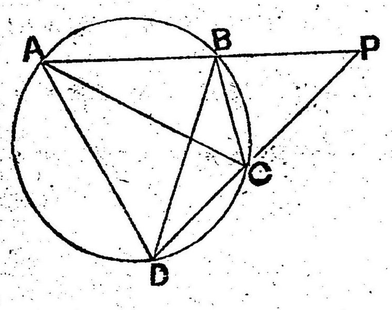
(310) 答 98 平方「センチメートル」.

(311) (I, 定義 44, 45) 參照.

(312) 簡單ナルヲ以テ證明ヲ略ス

(313) (259) 參照.

(314) PB. AC=PC. BD ナル可シ.



△ACP, △BDP ニ於テ

∠CAP=∠BDP (II, 16) ニシテ ∠APD ハ共通ナリ故ニ, 兩形ハ相似ニシテ (V, 7)

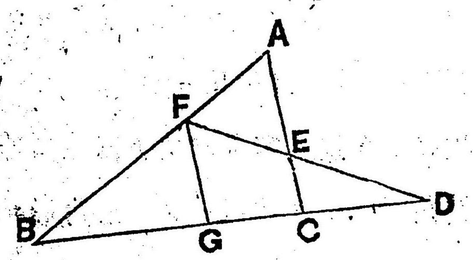
AC : PC :: BD : PB

∴ PB. AC=PC. BD

(315) BD : CD :: BF : CE ナル可シ.

FG ヲ AC ニ平行ニ引ク.

∠AFE=∠AEF=∠DFG ニシテ FD ハ ∠AFG ヲ二等分スルヲ以テ



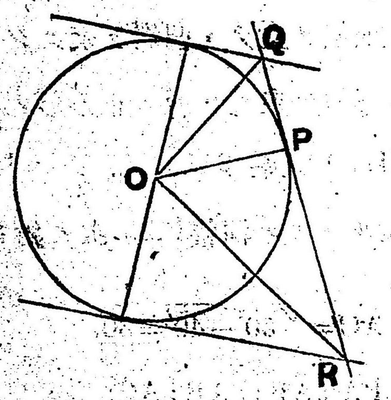
BF : FG :: BD : GD. (V, 14)

而シテ △FGD, △ECP ノ相似ナルヨリ

EG : EC :: GD : CD

故ニ BF : CE :: BD : CD. (IV, 13)

(316) PQ : OP :: OP : PR ナル可シ. ∠QOR ハ直角ニシテ △OPQ ト △OPR ハ相似ナリ (V, 7) 故ニ



PQ : OP :: OP : PR

(317) (*a*) 三邊相等シトキ,

(*b*) 二邊及其夾角等シキトキ,

(*c*) 一邊及ビ其兩端ナル二角等シキトキ,

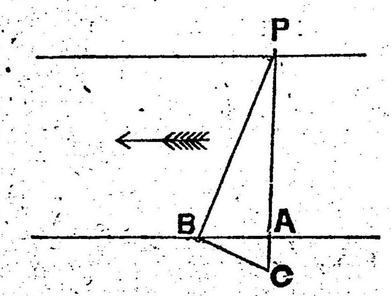
(*d*) 二角及ビ其ノ一双ニ對スル邊等シキ

(*e*) 二邊及ビ一双ノ相等シキ邊ニ對スル角等シキトキニシテ (甲)相等シキ角カ直角又ハ鈍角ナルカ; (乙)他ノ一双ノ相等シキ邊ニ對スル角ガ兩三角形ニ於テ鋭角或ハ鈍角ナルトキ或ハ一ツノ三角形ニ於テ直角ナルトキ, (丙) 各三角形ニ於テ相等シキ角ニ對スル邊ガ他ノ相等シキ邊ヨリ小ナラザルトキ,

等ナリトス.

(318) 與ヘラレタル矩形ノ二邊ノ和ヲ直徑トスル半圓ヲ畫キ其ノ邊ノ分點ニ於テ直徑ニ垂線ヲ立テ、圓周ト交ラシム直徑ト圓周トノ間ニアル長サガ卽チ求ムル所ノ正方形ノ一邊ノ長ナリ (證明ヲ略ス) (III, 14. 系 2).

(319) AB=40步. BC=50步. 而ルトキハ河幅PAハ次ノ如シ



$$AC=\sqrt{50^2-40^2}=30.$$

$$PA:AB::AB:AC.$$

$$\therefore\ PA=\frac{\overline{AB}^2}{AC}=\frac{160}{3}\text{ 步}$$

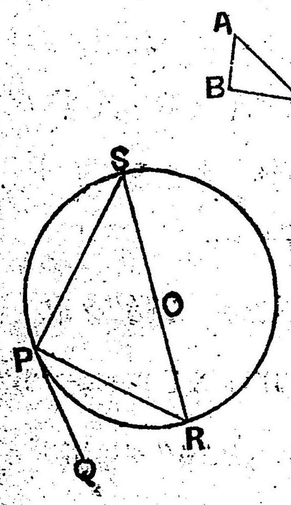
$$=40\text{「メートル」}$$

(320) (V, 軌跡2參照)

(321) (35) 參照.

(322) (I, 16) 參照.

(323) 中心Oナル圓ニ△ABCト等シキ角ヲ有スル三角形ヲ外接セシメントス. 任意ノ切線PQヲ引キテ∠QPRヲ∠BACニ等シク, ∠RPSヲ∠ABCニ等シク取リSRヲ結ブ△PRSハ△ABCト等角ナリ, 之ヲ基礎トシテ外接等角ノ三角形ヲ畫クコト容易ナリ作圖及證明ヲ略ス



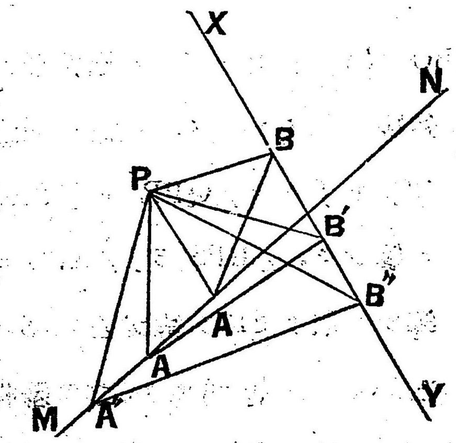
(324) (III, 9) 參照.

(325) 之レ正ニ代數ノ問題ナルノ觀アリ, 綱ノ長サヲx尺トスレバ

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2=324,\quad \therefore\ x=72\text{ 尺}$$

仍ヲ正六邊形ノ面積$=216\sqrt{3}$ 平方尺.

(326) 相似三角形ノ一角頂ハ定點 Pニアリテ他ノ頂點 Aハ



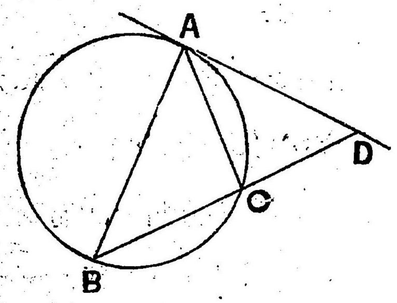
MNナル直線ノ上ニアル様ニ動クトキハ他ノ頂點 Bノ軌跡ハ XY ナル直線ナリ,XYハ任意ノ二ツノ三角形ヲ造リ其 B, B′ ヲ結付ケタルモノトイフヲ得可シ.

MN上ニ一點A″ヲ取リPA″上ニ∠A″PB″ヲ∠APBニ等シクシ,PB″トXYトノ交ヲB″トシA″B″ヲ結ブ; △PA″B″ハ△PBB″,△PAA″ガ相似ナルガ故ニ PB:PB″::PA:PA″ ニシテ其ノ夾角ハ等シキヲ以テ△PABト相似ナリ卽チ XY 上ノ點ハ要スル條件ヲ滿タシ,XYノ外ノ點ハ決シテ斯ノ事ナシ故ニXYハBノ軌跡ナリ.

(327) 簡單ナレバ方法ヲ略ス

(328) (122) 參照

(329) $CD:BD=\overline{CA}^2:\overline{BA}^2$. △ABD, △ACD ニ於テ∠DAC



=∠ABC, ∠ADB ハ共通, 故ニ兩形ハ相似ニシテ

$AD:BD=CA:BA.$

又タ $CD:AD=CA:BA.$

$CD:BD=\overline{CA}^2:\overline{BA}^2$ (IV, 13)

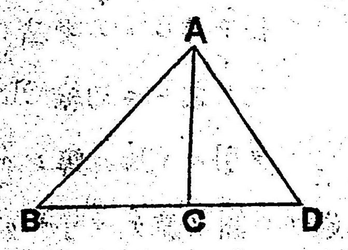
(330) 圓周=333 分

面積=88.2 平方寸

一邊=9.39 寸

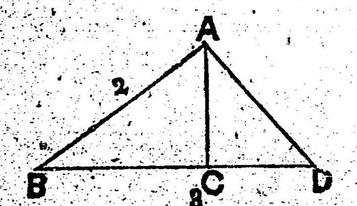
(331) (IV, 7)ニ依テ平行線ヲ含ム平面ト平行平面トノ交リハ平行ナリサレバ其ノ交ヲト平行線ハ平行四邊形ヲナシ相對スル邊ナル切リ取ラレタル部分ハ相等シ

(332) (a) ∠ABC=45°, AB=2, BD=3寸トス, 垂線 AC ヲ引ク. BC=$\sqrt{2}$ 寸, CD=$3-\sqrt{2}$.



∴ $AD=\sqrt{2+(3-\sqrt{2})^2}=2.1$ 寸.

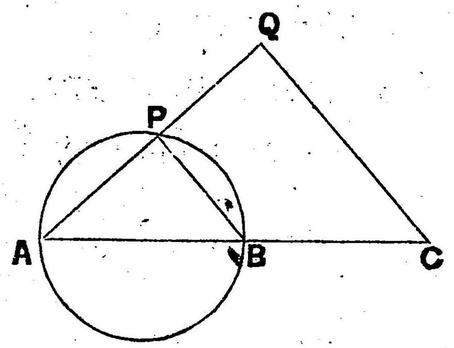
(b) ∠ABC=30°, AB=2, BD=3 寸トス垂線 AC ヲ引クトキハ AC=1, BC=$\sqrt{3}$ 寸.



∴ CD=$(3-\sqrt{3})$寸.

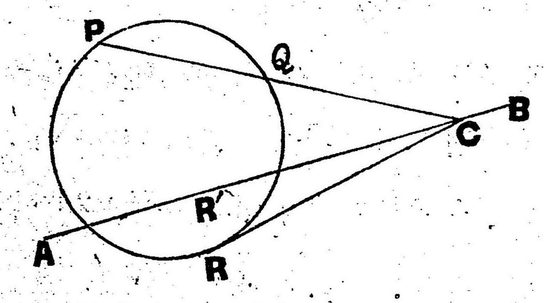
$$AD=\sqrt{1+(3-\sqrt{3})^2}=1.6 \text{ 寸}.$$

(333) AB ナル直徑ヲ引キ之レヲ延長シテ BC ヲ AB ニ取リ



PB, QC ヲ結ブトキハ ∠APB ハ直角ナリ而シテ PB ト QC トハ平行ナルヲ以テ ∠AQC モ亦タ直角ナリ而シテ此ノ關係ハ恒ニ成立ツ故ニ Q ノ軌跡ハ AC ヲ直徑トスル圓ナリ. (II, 16, 系 3 及 II, 18)

(334) P, Q ノ二點ヲ過リ AB ニ切スル圓ヲ畫クニハ先ツ P, Q ヲ過リテ任意ノ半徑ノ圓ヲ畫キ PQ ノ延長ト AB トノ交點 C ヨリ之レニ切線 CR ヲ引キ CR ニ等シク CR′ ヲ AB 上ニ取リ P, Q, R′ ノ三點過リテ圓ヲ畫ケバ可ナリ



但シ證明ヲ略ス. (III, 14. 系 4).

(335) (VI, 10) 參照.

(836) (VI, 作圖題 1)

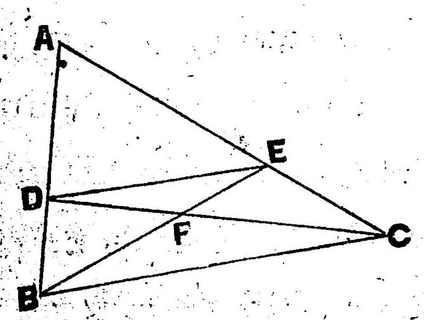
(337) 三角形ノ底邊ト高サノ半分トノ和ヲ直徑トシテ半圓

ヲ畫キ底邊ト高サノ半分トノ分點ヨリ直徑ニ立テタル垂線ノ圓弧ニ至ル長サハ卽チ求ムル所ノ正方形ノ一邊ノ長サナリ (證明ヲ略ス).

(338) 2.598 平方尺.

(339) 體積 $=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ 立方尺.

(340) CF : DF :: BF : EF :: 5 : 3 ナル可シ.



△ADE, ABC ハ相似形ニシテ (V, 8)

∠AED = ∠ACB. 及ビ

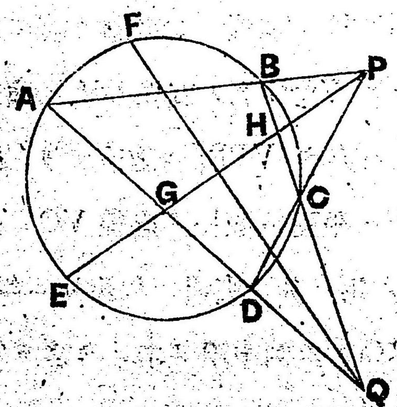
DE : BC :: 3 : (3+2).

ニシテ DE ト BC ハ平行ナリ

(I, 6 系 1) 隨テ △DEF, FBC ハ相似ニシテ (V, 7)

BF : EF :: CF : DF :: 5 : 3.

(341)



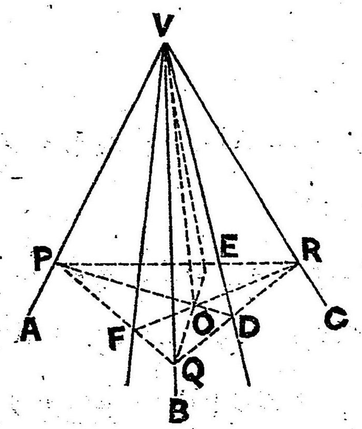
ABCD ノ對邊ノ延長ノ交點 P, Q ニ於ケル角 APD, BQA ヲ二等分スル直線 PE, QF ハ直角ニ交ル可シ

$\angle EPD=\frac{1}{2}\angle PDQ$

$-\angle PAQ)=\frac{1}{2}\angle PCQ$

$-\angle PBQ)$或ハ$=\frac{1}{2}(\angle ABC-\angle PAQ=\frac{1}{2}(\angle BCD-\angle ADP)$, 故ニPEハAQ, BQト二等邊三角形 QGH ヲナス從テQノ等分線 QF ハ底邊 PE ニ垂直ナリ.

(342) 稜ヲ過リ對面ニ垂直ナル平面ノ二ツハ一ツノ直線ニ於テ交ル其ノ交リニ垂直ナル

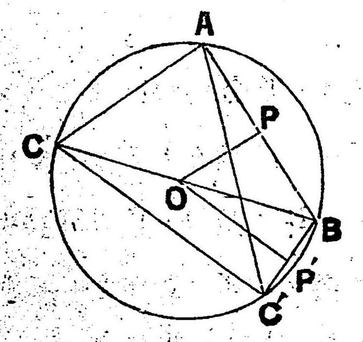


PQRヲ以テ切ルトキハ此 PQR ハ上ノ二ツノ平面ノ何レトモ互ニ垂直ナリ; 此ノ二ツノ平面ヲVPD及ヒ VRF トスルトキハ PQトRF, QRトPDハ互ニ垂直ナリ, 交リVOヲ通シテ VQE ヲ作レ, 而ルトキハ平面幾何ニ於テ吾等ノ學ビタル如ク PD, RF ノ交點Oヲ通ル QOE ハ對邊 PR ニ垂直ナリ而シテ PQR ノ垂線 VOヲ含ム平面VQE ハ又タPQR ニ垂直ニシテ隨テ交リ QE ニ垂線 ER ハ其足ヨリ引ケル VQE 上ノ直線 EV ニ垂直ナラサル可ラズ, 卽チ VQE ハ亦タ VPR ニ垂直ナリ. 故ニ各ノ稜ヲ含ミ對面ニ垂直ナル平面ハ同一ノ直線 VO ニ交ル

(343) 角ノ等シキ三角形ノ比ハ其ノ夾邊ノ相乘比ニ等シ (V, 19) キヲ以テ AB, AC ノ比例中項ヲ求メテ之ヲ等邊トスル二等邊三角形ヲ作レバ可ナリ

(344) (1) 參照.

(345) 求ムル所ノ軌跡ハ半徑 OB ヲ直徑トスル所ノ圓ナリ. 何トナレバ任意ノ弦AC′ ヲ引ケバ AB, AC′ヲ二邊トスル平行四邊形ノ對角線ノ交點ハ BC′ ノ中點 P′ ナルコトハ言フヲ要セズ直徑BCノ端CトC′, OトP′ ヲ結ブトキハ△OBP′, △BCC′ハ相似ニシテ ∠BP′O ハ直角ナリサレバP′ハ OB ヲ直徑トスル圓ノ上ニアリ. 又タ此ノ圓周上ニアラザルトキハP′ ハ BC′ノ中點ナル能ハズ

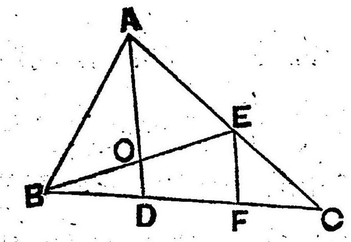


卽チ對角線ノ交點ナル能ハズ故ニP′ノ軌跡ハ OB ヲ直徑トスル圓周ナリ. (因ニOハ AB, ACガ直角ヲナストキノ對角線ノ交點ナリ又タP ハCガ A ニ合シタルトキノ極限ノ場合ノ對角線ノ交點ナリ何レモ此ノ圓周上ニアルコトハ一見シテ明白ナル可シ)

(346) (VI, 30) 參照.

(347) BO=OE ナル可シ.

CD ノ中點 F トE ヲ結ブトキハ AE=EC, DF=FC ナルヲ以テAD トEF ハ平行ナリ (I, 28, 系2) 而シテ △BOD, △BEF ニ於テ三角相等シキガ故ニ相似ナリ (V, 7) 隨テ



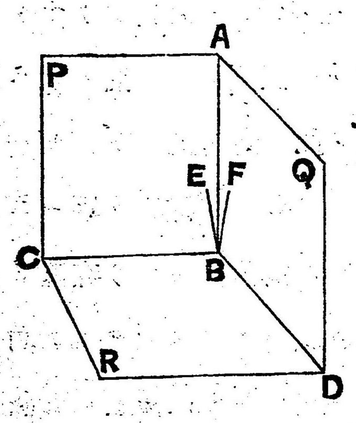
BF : BD :: BE : BO

∴ BE : BO :: 2 : 1 (作圖).

OE : OB :: 1 : 1.

ニシテEO＝BOナリ

(348) P, Qガ共ニRニ垂直ナルトキハ其交リABモ亦タRニ垂直ナル可シ，垂直ナラズトセバBニ於ケルRノ垂線ハP, Q何レニモアルヲ要スル所ヨリ今之レニ垂線ヲ立テPハBE, QハBFヲナリトセバB點ニ於テRニ二本ノ垂線ヲ引キ得ルコトトナル故ニABハRニ垂直ナラザルヲ得ズ



(349) (I, 軌跡 3) 參照.

(350) (II, 15) 參照.

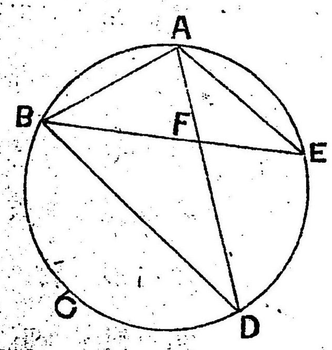
(351) (103) 參照.

(352) $5\sqrt{6}$ 參照(證明ヲ略ス)

(353) (130) 參照.

(354) EFハ底邊ニ平行ニシテ EFCBハ梯形トナル (I, 28 系 2) 而シテ E, Fト底邊ノ中點ヲ結ブトキハ全ク相等シキ四ツノ三角形トナリ梯形 EFCB ハ其三ツヨリ成ル故ニ△AEFノ三倍ナリ △ABCハ其ノ四倍ナリ (作圖ヲ略ス)

(355) $\overline{AE}^2$＝BE. AF ナル可シ. AB, BD ヲ結ベ,



△ABE, △AFE ニ於テ

∠ABE＝∠AEB, 而シテ∠EBD

＝∠ABE＝∠EAD ナルヲ以テ

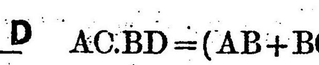
兩形ハ共ニ二等邊三角形ニシテ

且ツ相似ナリ (V, 7) 故ニ

AE : BE :: AF : AE.

隨テ $\overline{AE}^2$＝BE. AF.

(356) AC.BD＝AB.CD＋BC.AD ナル可シ.



AC.BD＝(AB＋BC).BD

＝AB.BD＋BC.BD.

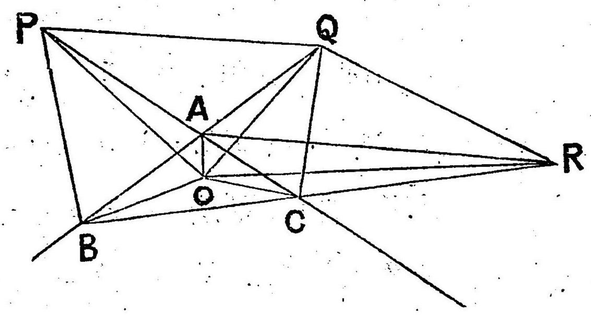
＝AB(BC＋CD)＋BC.BD.＝AB.CD＋BC.AB

＋BC.BD＝AB.CD＋BC.AD (III, 5)

(357) (32) 參照.

(358) 大ナル正方形ノ一邊ヲ直徑トシテ半圓ヲ畫キ其直徑ノ一端ヨリ幾リノ正方形ノ一邊ニ等シキ弦ヲ引キ其端ト直徑ノ他端ヲ結ブ直線ハ即チ求ムル所ノ正方形ノ一邊ノ長サナリ (證明ヲ省ク).

(359) △ABCノ内心ヲOトシ，頂點ニ於ケル外角ノ二等線ト底邊トノ交點ヲ夫々 P, Q, Rトシ OA, OB, OC, OP, OQ, OR ヲ結ブ，∠PBO＝∠RAO＝∠QCO＝RL. ニシテOR,OP,OQ ヲ直徑トシテ圓ヲ畫ケバ一點ヲ過リ而シテ各圓ノ其交點ニ於ケル弓形ニ於テノ角ハ何レモ直角ナルヲ以テ其交點ト P, Q, R ヲ結ベル三線ハ同一直線上ニ重ル隨テ P,Q,R ハ同一直線上ニアリ

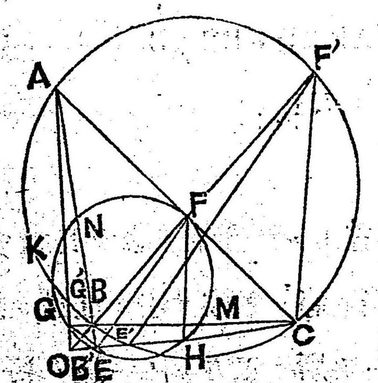


(360) △ABC ノ垂心ヲOトスルトキハ AK＝KO, CH＝HO 等ニシテ又タ AN＝NB, CM＝MB 等ナル可シ.

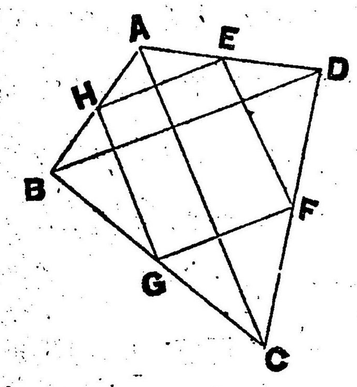
外接圓ヲ畫ケバ OF＝FF′,OE＝EE′;OG＝GG′, EF, E′F′ハ平行ナリ.而シテ ∠FEC＝∠F′E′C 即チ同一ノ圓周ニ於ケル角ヲ有シ

OF : OF′ : : EF : EF′

サレバ △OHF, OCF′ ハ相似ニシテ OH＝HC, 次ニ MH トOB ハ平行ニシテ MB＝MC 等ナリ.



(361) EFGH ハ平行四邊形ニシテ其周ハ AC, BD ノ和ナル可シ.



EF, HG ハ共ニ ACニ平行, HE, EG ハ共ニ BD ニ平行ナリ (I, 28. 系2) 而シテ △ABC ト △BGH ハ相似ニシテ (V, 8) AC : HG : : BC : BG : : 2 : 1 即チ HG ハ AC ノ半ナリ同樣ニ EF モ其ノ半, EH, FG ハ共ニ BD ノ半ナリ故ニ勿論 EFGH ハ平行四邊形ニシテ EH, FG ノ和ハ BDニ等シク EF,GH ノ和ハ ACニ等シク周ハ AC, BD ノ和ニ等シ.

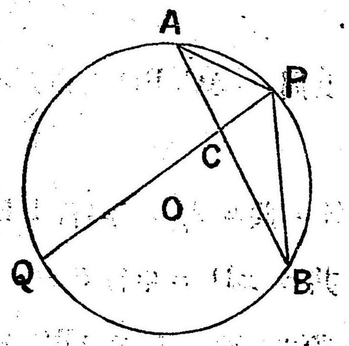
(362) (23) 參照.

(363) 角ヲBACトシ點ヲPトスPヲ通シテACニ平行ニPDヲ引キ又之ニ平行ニ且ツ等距離ニ線 EF ヲ引キABトFニ交ラシム, FP ハ求ムル所ノ線ナリ

(364) (I, 16) 參照.

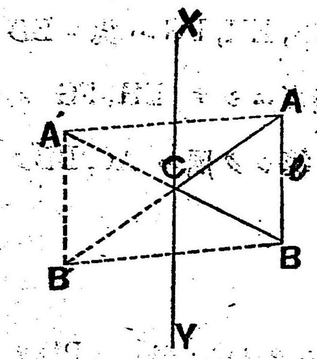
(365) (345) 參照 其原理ハ相同シ.

(366) 弦 AB ヲ C ニ於テ AC : BC :: m : n ナル樣ニ內分セヨ. 優弧 AB ノ中點Q ヲ見出シ QC ヲ結ビ之ヲ延長シテ劣弧AB



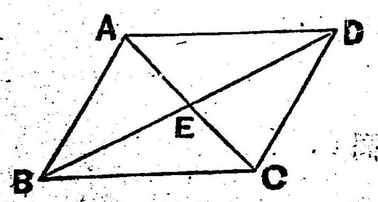
トPニ交ラシム，Pハ即チ求ムル所ノ分點ニシテ AP : PB :: m : n ナリ．∠APQ＝∠BPQ，故ニ△ABPニ於テ AP : DB :: AC : BC (V, 14) 而ルニ AC : BC :: m : n ナルヲ以テ AP : PB :: m : n. ナリ．劣弧 AB ノ中點トCヲ結ブトキハ優弧 AB ヲ分ツヲ得．

(367) 體積ハ AA′ ヲ直徑トノヲ高サトスル圓壔ヨリ AA′C ナル圓錐ノ二倍ヲ減シタルモノニ等シキヲ以テ



$$\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}l\right)^2\left\{l-2\frac{l}{3.2}\right\}=\frac{\pi l^3}{2}.$$

(368) 對角ノ交點ヲEトス，



$\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=2(\overline{DE}^2+\overline{AE}^2)$ (III,12)

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2(\overline{BE}^2+\overline{AE}^2)$

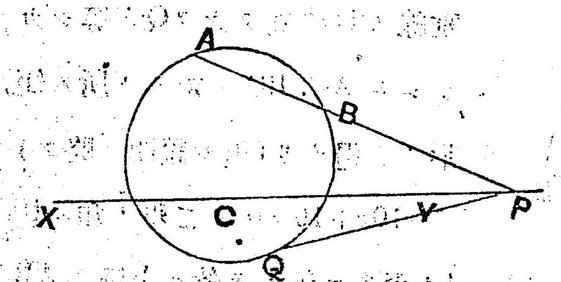
而シテ AC:AE::BD:DE::2:1

$\therefore\ \overline{AC}^2 : \overline{AE}^2 :: 4 : 1$ 等

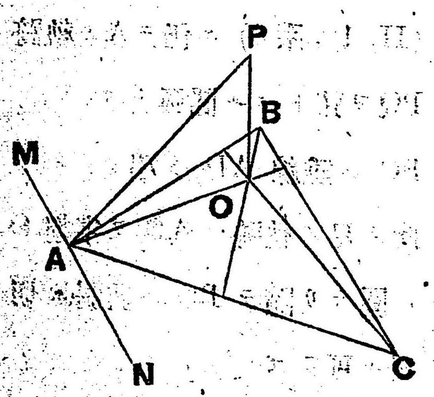
故ニ $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+\overline{BD}^2$

(369) (32) 參照．

(370) ABヲ延長シXYノ延長トPニ交ラシムABヲ過ル任意ノ半徑ノ圓ヲ畫キPヨリ之ニ切線PQヲ引キPQニ等シクPCヲ取ルトキハCハ求ムル所ノ點ナリ．何トナレハ ABC ヲ通ジテ圓ヲ畫ケバ XY ハ之レニ切ス (III, 14. 系 4) 隨テC以外ノXY上ノ點ハ皆此圓ノ外ニアリ故ニ ∠ACB ハ最大ナリ (III, 16. 系 1)

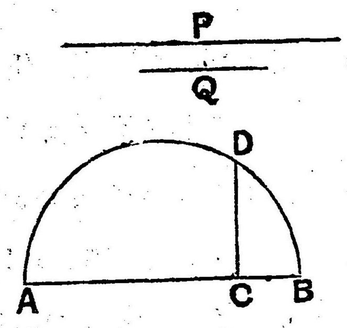


(371) AOハBCニ垂直ニシテ隨テBCニ平行ナルMANニモ平行ナリ．平面AOPハABCニ垂直ナリ (VI, 20) 故ニ其交リナル AO ニ垂直ナル MAN ハ平面 AOP ニ垂線ナリ (VI 定義 13) 隨テ其足 A ヨリ引ケル AOP 上ノ直線 AP ハ MAN ニ垂直ナリ



(372) 答 9 邊又ハ 16 邊

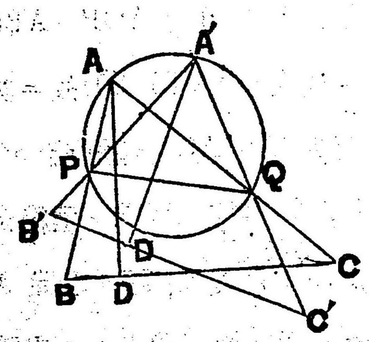
(373) 與ヘラレタル矩形ノ周ノ半ヲPトス，Qヲ正方形ノ一



邊トスP=等シクABヲ取リABヲ直徑トシテ半圓ADBヲ畫キ垂線CDヲ立テ之ヲQ=等シカラシムAC, BCハ求ムル所ノ矩形ノ二邊ナリ(但シ證明ヲ略ス) $x^2-10x+16=0$ ノ二根ノ和ハ10ニシテ其積ハ16ナリ, 16ハ4ノ平方=等シキ故=上圖ノABヲ10トシCDヲ4トシタルトキノAC,BCハ求ムル所ノ此方程式ノ根ナリ

(374) 答 768.75「ミリメートル」

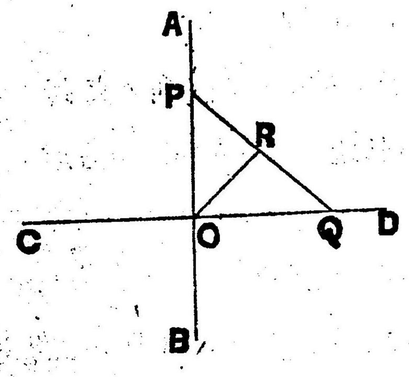
(375) ABハP, ACハQヲ過リPQハ定直線ナルヲ以テ(II, 16, 系3)=仍テAノ軌跡ハPQヲ弦トスル圓弧ナリ.



BCヘ垂線ADヲ引ク.

此ノ足ノ軌跡ハADヲ半徑トスル圓ナリ隨テBCハ其圓=切セザル可ラズ

(376) AB, CDヲ直交スル直線, PQハ常=一定ノ長サヲ有シツツ其兩端ヲ夫々AB, CD上=有スル動直線ナリトス PQノ中點Rノ軌跡ヲ求ム



△POQハ直角三角形ニシテOト斜邊ノ中點Rトヲ結ブトキハPR=OR=QRナルコトハ吾等ノ知ル所ナリ隨テORハ常=PQノ半ナリ而シテPQハ一定ナリ隨テORハ一定ニシテ(II, 1系3)ニ依リRノ軌跡ハOヲ中心トシOR卽チPQノ半ヲ半徑トスル圓周ナリ. (II, 定義1).

(377) (386) 參照.

(378) (39) 參照.

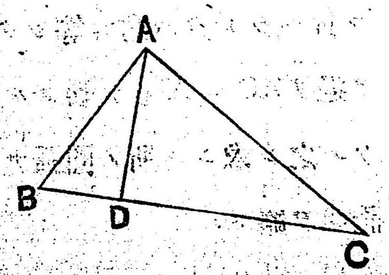
(379) 何レカ三ノ稜ヲ直角=二等分スル平面ノ交點ナリ. (證明ヲ略ス) 尙 (14) ヲ參照セラル可シ.

(380) (360) 參照.

(381) (23) 參照.

(382) (I, 21) 參照.

(383)



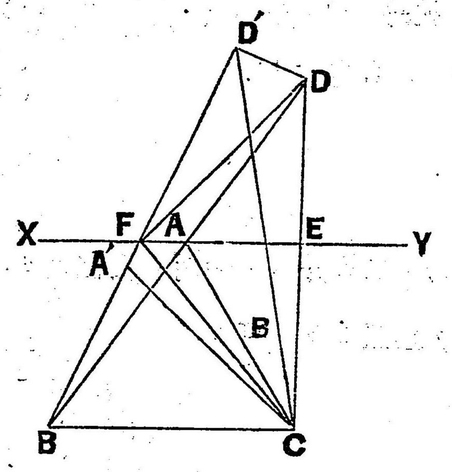
BD : AB :: AB : BC 及ビ DC : AC :: AC : BC ナル可シ; △ABDト△ABCハ=相似ニシテ (V, 7) BD : AB :: AB : BC

同樣ニ　　DC : AC :: AC : BC.

(384) 二個ノ平方形ノ一邊ニ等シキモノヲ直角ノ夾邊トスル直角三角形ヲ畫クトキハ其斜邊ハ求ムル所ノ平方形ノ一邊ナリ.

(385) (231) 參照. 答 104.100 立方尺.

(386) BD, B′D′ヲ他ノ二邊ノ和トス△ACD, A′CD′ハ二等邊ナル可シ. BD′=BD.



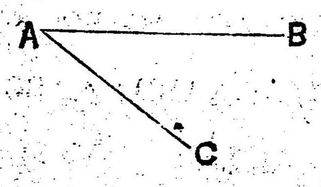
BF+FD>BD.

∴ BF+FD>BD′ 故ニ

FD′<FD=FC.

∴ ∠FD′C>∠FCD′, 隨テA′ハXYヨリ下ニアリ卽チ△A′BCハABCヨリ高サ小ナリ故ニ ABC ガ最大ナリ.

(387) ABノ一方ニ∠BAC ヲ與ヘラレタル角ニ等シク取リB

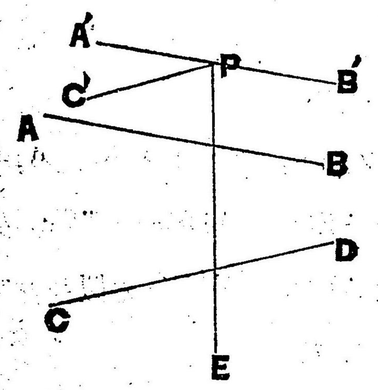


ヲ過リACニAニテ切スル圓ヲ畫ケハ之レ求ムル所ノ圓弧ナリ但シ證明ヲ略ス.

(388) (38) 參照.

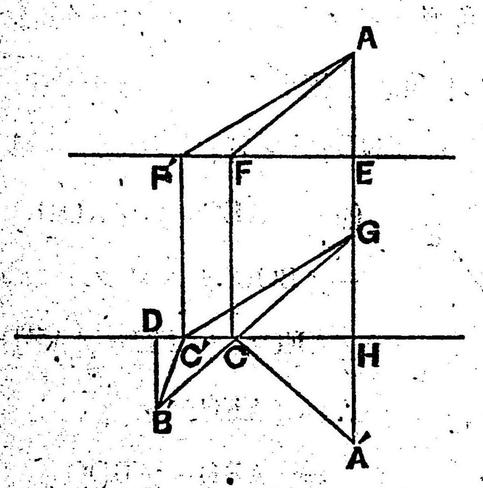
(389) $7.614\sqrt{3}$ 立方寸.

(390) AB, CDヲ與ヘラレタル平行セザル直線, Pヲ定點トスPヲ通シテABニ平行ニ直線A′B′ヲ引キ又タCDニ平行ニPC′ヲ引キ∠B′PC′ヲ平分スル直線PEヲ引クトキハPEハ求ムル所ノ直線ナリ (證明ヲ略ス)



(391) (V, 19) 參照.

(392) Aノ正對岸HヨリHA′ヲAEニ等シク取リテHDノ間ヲDC : CH :: DB : HA′ナル樣Cニテ內分スルトキハCハ求ル所ノ點ナリ, 何トナレハ△BCD′△CHA′ハ相似ニシテ (V, 8) ∠BCD=∠HCA′ナリ而シテBCヲ延長シテAA′トGニ交ヘシムルトキハ



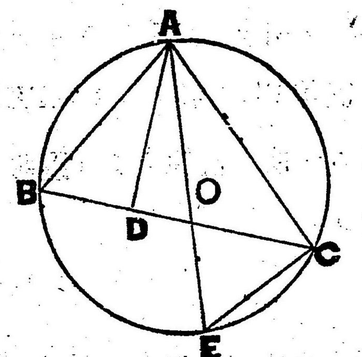
CA′=CG トナリ BC+CG=BC+AF, ナレバ (BC+AF) ハ (BC′+C′G) 卽 (BC′+AF′) ヨリ小ニシテ隨テ (BC+CF

+AF′) ハ最小ナルヲ以テナリ.

(393) (I, 19) 參照.

(394) (175) 參照.

(395) AD:AB::AC:AE ナル可シ.



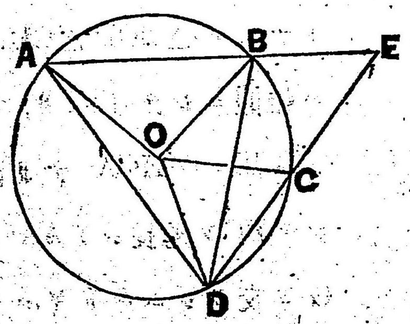
ECヲ結ヘ，而ルトキハ ∠ABC =∠AEC, ∠ADB=∠ACE. 故ニ△ABD, △ACEハ相似ニシテ

(V, 7)

AD:AB::AC:AE

(396) (I, 23)ニ依テ正五角形ノ各ノ角ノ和ハ(5×2−4)即チ6直角ニ等シ隨テ各角ハ直角ノ$\frac{6}{5}$倍ナリ

(397) ∠AEC=$\frac{1}{2}$(∠AOC−∠BOD)ナル可シ.



即 ∠AEC=$\frac{1}{2}$(∠AOD −∠BOC)ナル可シ.

∠AEC+∠BDC=∠ABD

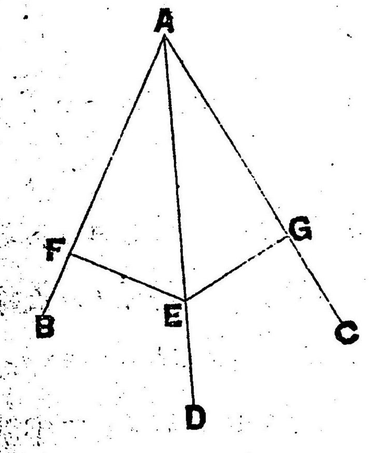
∴ ∠AEC

=∠ABD−∠BDC

=$\frac{1}{2}$(∠AOD−∠BOC)

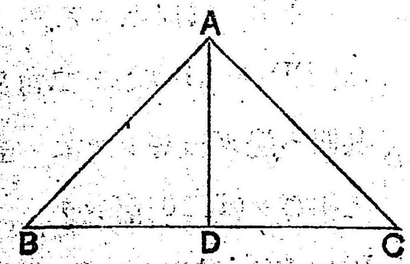
(398) (21) 參照.

(399) ADヲ∠BACヲ二等分スル直線ナリトスレハAD上ノ何レノ點ヲ取ルモ AB,AC ヨリ相等シキ距離ニアル可シ; AD上ニ任意ノ點Eヲ取リ垂線EF,EGヲ下セ，△AEF, △AEG ニ於テ∠EAF=EAG, ∠AFE=∠AGE 而シテ邊 AE ハ共通ナリ故ニ二ツノ三角形ハ全ク相等シク等シキ角ニ對スルEFトEGハ相等シ此ノ關係ハDノ位置ニ係ルコトナク恒ニ成立ツ故ニ AD上ノ何レノ點モ兩邊ヨリ相邊シキ距離ニアリ.



(400) (III, 3) 參照.

(401) △ABC ハ二等邊三角形ニシテ其頂角 A ハ直角ナリトス，而ルトキハ高サ AD ハ底邊 BC ノ半分ナル可シ.

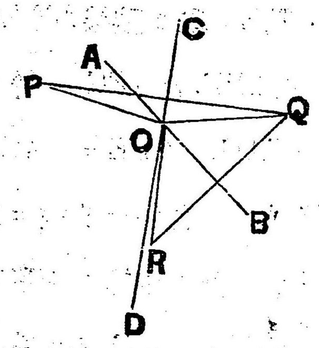


△ABD, △ACDニ於テ∠ABD =∠ACD, ∠ADB=∠ADC, ニシテADハ共通 AB, AC ニ等シ，故ニ兩形ハ勿論相等シクシテ∠BAD=∠CAD ナリ. 隨テ双方共二等邊三角形ニシテ

$$BD=AD=CD.$$

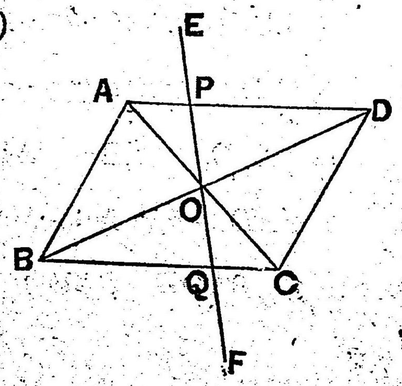
故ニ AD ハ BC ノ半分ニ等シ.

(402) P, Q, R ハ與ヘラレタル三點ニシテ一直線ニアラザルモノトス.



直線 PQ ヲ直角ニ二等分スル直線 CD, QR ヲ直角ニ二等分スル直線 AB ヲ引キ其交點ヲ O トス O ヲ中心トシ OP, OQ, OR ノ何レカヲ半徑トシテ圓ヲ畫ケバ求ムル所ノ圓ヲ得. CD ハ P, Q ヨリ相等シキ距離ニアル點ノ軌跡ナリ (I, 軌跡 2) 同樣ニ AB ハ Q, R ヨリ相等シキ距離ニアル點ノ軌跡ナリ, サレバ軌跡ノ交リ O ハ P, Q ヨリ等距離ニアルト同時ニ Q, R ヨリモ等距離ニアリ卽チ P, Q, R ヨリ等距離ニアリ故ニ OP ヲ半徑トシテ圓ヲ畫ケバ Q, R ハ其周上ニアリ.

(403)



△OPD ト △BOQ ハ二角及其間ノ邊ガ相等シキ故ニ全ク相等シ (I, 10) 而シテ PD=BQ, 同樣ニ AP=CQ, 故ニ AP+BQ=CQ+PD.

$\frac{AP+BQ}{2}$ × 高サ = $\frac{CQ+PD}{2}$ × 高サ

故ニ梯形 ABQP, PQCD ハ面積相等シ

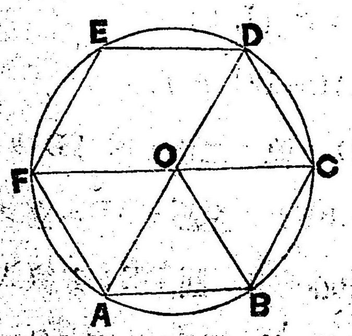
(404) 多角形ノ總テノ邊及總テノ角ガ相等シケレバ之ヲ正多角形トイフ. 而シテ正多角形ノ總テノ邊及頂點ヨリ相等シキ距離ニアル點ヲ其ノ正多角形ノ中心ト稱ス.

(405) 任意ノ二ツノ角ヲ二等分スル直線ノ交點又ハ任意ノ二ツノ邊ヲ直角ニ二等分スル直線ノ交點ガ求ムル所ノ中心ナリ (II, 28).

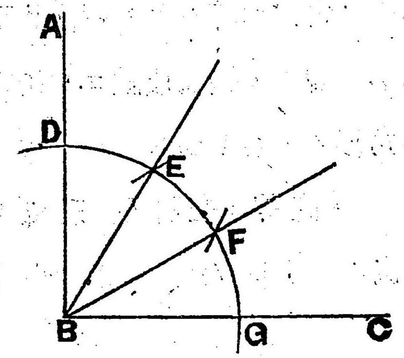
(406) (I, 28) 參照.

(407) (129) 參照.

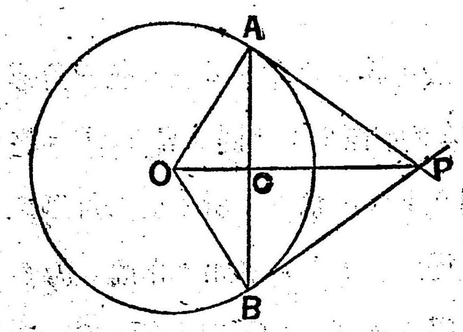
(408) AB ヲ與ヘラレタル一邊ニ等シク取リ其上ニ正三角形 OAB ヲ作リ O ヲ中心トシ OA ヲ半徑トシテ圓ヲ畫キ AB ニ等シキ弦 BC, CD, DE 等ヲ引クトキハ求ムル所ノ正六角形ヲ得; 何トナレバ此ノ作圖ニ仍テ得ラル可キ △OBC, OCD 等ハ何レモ △OAB ニ等シク正三角形ナリ; サレバ等弦ノ中心ニ於テ有スル角 BOC, COD 等ハ二直角ノ三分ノ一ニシテ全圓周ニ沿フテ斯ク等弦ヲ引クトキハ丁度六個ヲ引キ得ルノ理ナルヲ以テナリ.



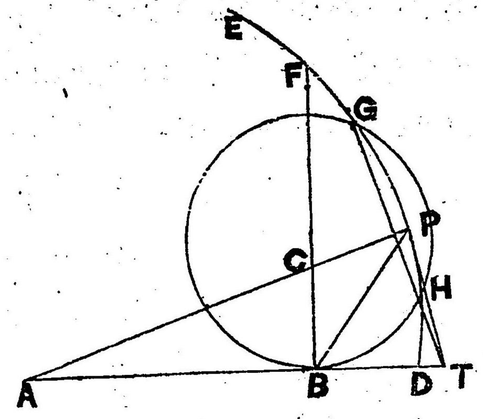
(409) 直角 ABC ノ B ヲ中心トシ任意ノ半徑ヲ以テ圓弧 DG ヲ畫キ同半徑ヲ以テ D ヨリ此圓弧ヲ F ニテ，G ヨリ E ニテ切ル BE, BF ヲ結付ケヨ，而ルトキハ直線 BE, BF ハ ∠ABC ヲ三等分ス（證明ヲ略ス）



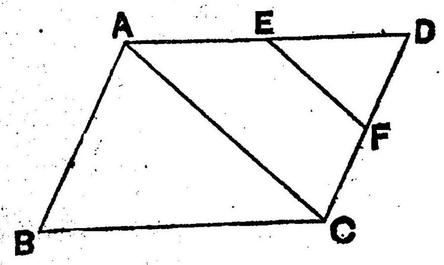
(410) AC=BC ナル可シ △OAP, △OBP ニ於テ OA=OB, OP ハ共通，AP=BP (II, 22 系) ナルヲ以テ全ク相等シク ∠AOP=∠BOP. 隨テ △AOC, △BOC ハ全ク相等シク (I, 9) AC=BC ナリ.



(411) AB ヲ直角ヲ夾ム一邊，AD ヲ他ノ二邊トス AD ヲ半徑トシテ A ヲ中心ニヲ圓ヲ畫ク．BF ナル垂線ヲ AD ニ立ツ他ノ頂點ハ BF ノ上ニアリ此中ニ中心ヲ有シ圓 DE ト直線 AD ニ切スル圓ノ切點 P ヲ見出シ AP ヲ結ブ BF トノ交ヲ C トスレハ ABC ハ求ムル所ノ三角形ナリ．其切點ヲ見出ス方法ニ就テハ (102) ヲ參照セラル可シ．



(412) △DEF ト五邊形 ABCFE トノ比ヲ求ム．



△ACD ト △DEF ハ相似ナリ (V, 7) 隨テ

△DEF : △ACD :: 1 : 4.

(作圖及 V, 16)

∴ ACFE : △DEF :: 3 : 1 (IV, 11).

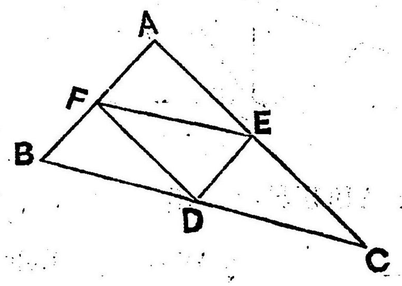
而シテ △ACD ト △ABC ハ相等シキヲ以テ

∴ ABCFE : △DEF :: 7 : 1.

(413) 圓ノ弦ヲ直角ニ二等分スル直線ハ中心ヲ過ル (II, 11) 隨テ此ノ直線ヲ境トシテ一方ヲ他方ノ上ニ折リ重スルトキハ全ク相合シ弦ノ端ハ相重ル卽チ弦ニ對スル弧ハ相等シ故ニ二等分ス．

(414) 其正六邊形ニ外接スル圓ヲ畫クトキハ各邊ハ相等シキカ故ニ相等シキ弧ニ對シ (II, 8) 全ク相等シキ弓形ヲナス故ニ其ノ弓形ニ於テノ角ハ等シク (II, 16) 三對角線ハ其角ヲ四等分ス.

(415)



△AEF, DEF, BDF, CDE ハ全ク相等シク隨テ

短形 AEDF ハ ABC ノ半分ナリ

(416) (39) 參照.

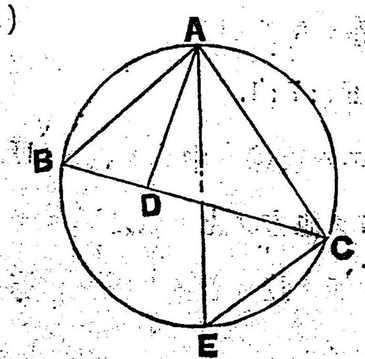
(417) (19) 參照.

(418) (2) 參照.

(419) (70) 參照.

(420) (21) 參照.

(421)



AD=P, AE=D トス.

△ABD ト △ACE ニ於テ

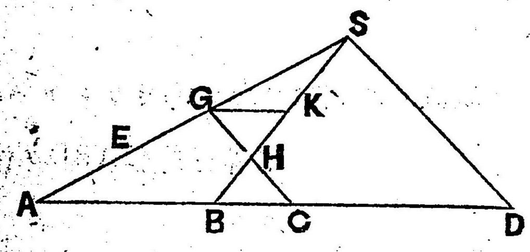
∠ABD=∠AEC, ∠ADB =∠ACE ナルヲ以テ兩形ハ相似シテ AB : AD :: AE : AC.

∴ AD.AE=AB.AC

P.D=AB.AC.

(422) 其三角形ノ底邊ト高サノ六分ノ一トノ和ヲ直徑トシテ半圓ヲ畫キ其底邊ト高サノ六分ノ一トノ分點ヨリ直徑ニ垂線ヲ立テ圓弧ニ終ラシム, 此垂線ノ長サハ卽チ求ムル所ノ正方形ノ一邊ノ長サナリ (證明ヲ略ス)

(423) 假定ヨリ AB : BC :: AD : CD (186. 參照)



AD ニ平行ニ GK ヲ引クトキハ

AB : BC :: AD : CD

:: AS : GS :: AB : GK

∴ GK=BC.

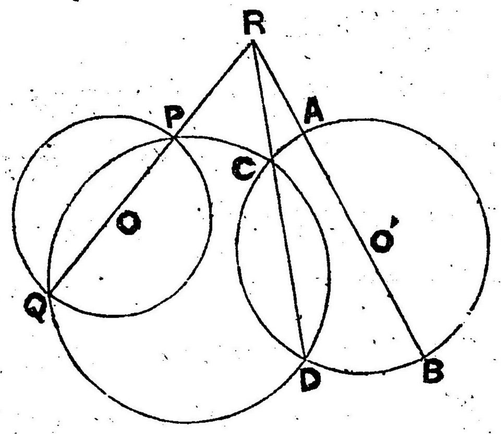
サレハ △GHK, HBC ハ等角ニシテ且ツ一邊カ相等シ故ニ兩形ハ全ク相等シクシテ

GH=HC.

(424) (38) 參照.

(425) (102) 參照.

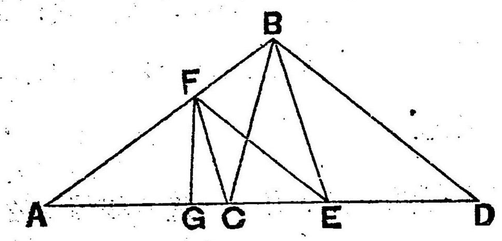
(426) 中心Oナル圓ノ周上ノ一點Pヲ通シテ圓ヲ畫キ以テ中心 O, O′ ナル二圓周ヲ二等分セントス直徑 PQ ヲ引キ P, Q ヲ通シテ任意ノ半徑ノ圓ヲ畫キ中心 O′ ナル圓ト C, D ニ交ラシム PQ ト CD ノ延長ノ交リ R ヨリ圓 O′ ニ直徑



ABヲ引キP,Q,A,Rヲ過ル圓ヲ畫ケハ可ナリ

(證明ヲ略ス)

(427) △ABC ヲ AC ニ垂直ナル直線ヲ以テ等分セントス.



二等三角形 ABD ヲ作リ

AC:AE::AE:AD

ナル樣 E ヲ定ム. 卽チAC, ADノ比例中項ヲ求ム. EヨリEFヲBDニ平行ニ引キABトFニ交ムシム. FヨリACニ垂線 FGヲ引ケハFGハ△ABCヲ等分ス. CF, BEヲ結ヘEFトBDハ平行ナルヲ以テ

AF:AB::AE:AD, 而シテ AE:AD::AC:AE

∴ AF:AB::AC:AE

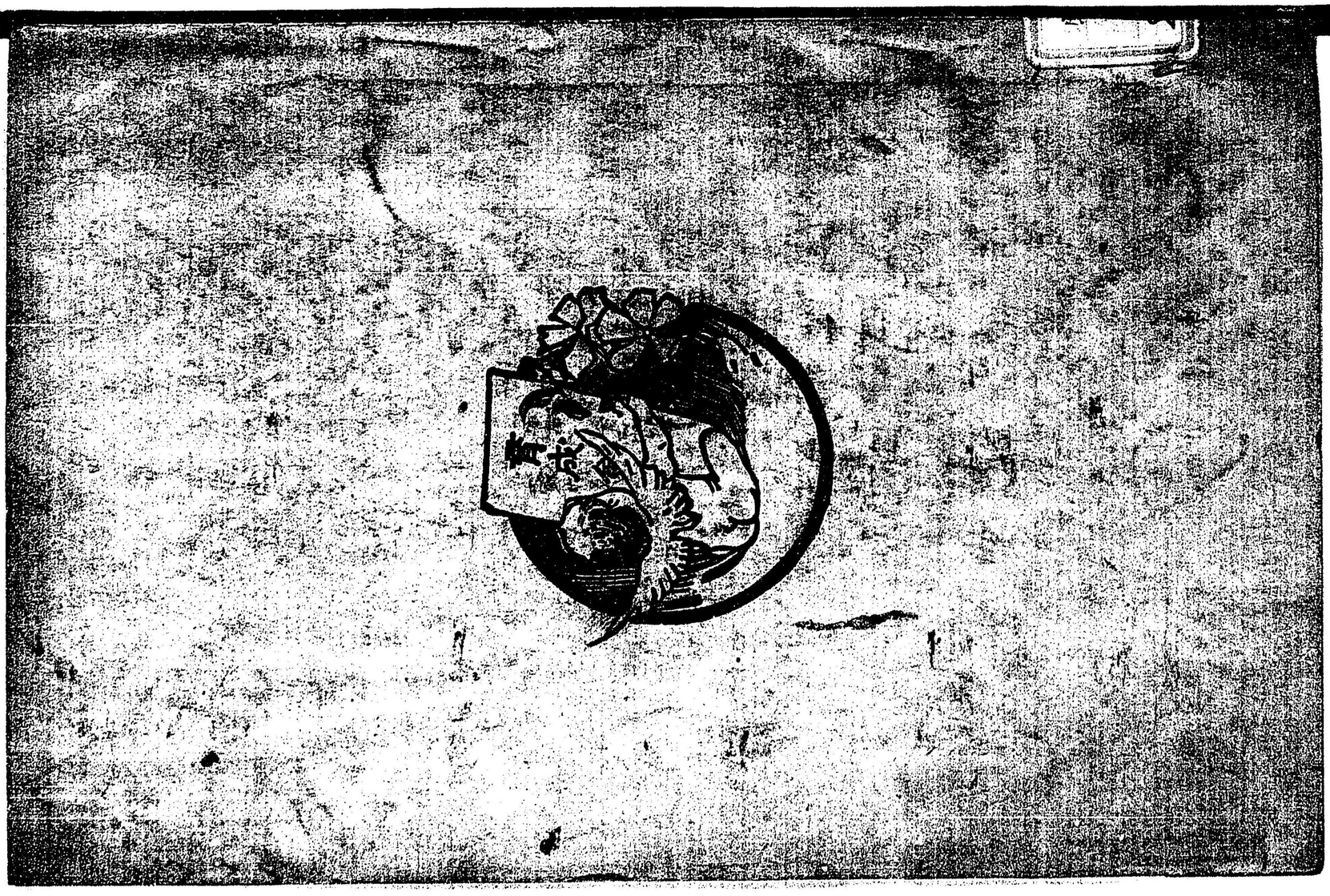
故ニFC,BEハ平行ニシテ△FBC,EFCハ面積等シ而シテFGハ△AFEヲ等分ス故ニFGハ又タ△ABCヲモ等分ス.

明治四十二年七月十一日發行
明治四十二年七月二日印刷

複製不許

發行所 振替口座九三〇八番 東京本郷區森川町一 育成會發兌

印刷所 三田印刷所 東京市芝區三田四國町二番地
印刷者 門岡甲次郎 東京市芝區三田四國町二番地
發行者 石川榮司 東京市本郷區森川町一番地
著者 堀田鼎

定價金廿五錢 (第三圖幾何學眞付 郵稅壹錢五厘許)

259
420