中華民國二十三年一月初版
中華民國二十三年十月二版

（58324精B）

大學叢書
（教本）普通物理學二冊

下冊定價大洋叁元貳角

外埠酌加運費匯費

版權所有
翻印必究

著作者　薩本棟

編輯者　中華教育文化基金董事會編譯委員會
上海河南路

發行人　王雲五
上海河南路

印刷所　商務印書館
上海及各埠

發行所　商務印書館

✤C二六一四(四)

本册原稿曾承北平清華大學物理學教授葉企孫先生指正多處；所附之中華民國各大城市地磁情況一表，係摘錄自武昌華中大學物理學教授桂質廷先生所惠贈之數據；校對之時，得楊允修及周長寧先生之贊助良多；統誌此申謝。

中華民國二十二年三月編者識

普通物理學下册目錄

第四編 電磁學 (0.11)電磁學總說

第三十五章 磁鐵 (35.1)天然磁鐵與人造磁鐵 (35.2)磁極 (35.3)磁極之相互作用 (35.4)磁化方法 (35.5)磁量 (35.6)磁極間之力律：平方反比定律 (35.7)單位磁極

第三十六章 磁場 (36.1)磁場與磁場强度 (36.2)磁鐵之磁場 (36.3)作用于磁鐵之力偶 (36.4)磁矩 (36.5)磁鐵在兩個正交磁場中所受之力偶 (36.6)磁力計

第三十七章 磁力線 (37.1)磁力線之圖式 (37.2)磁力線之特性 (37.3)磁力線密度與磁場强度 (37.4)磁力線與媒質

第三十八章 磁感與磁化 (38.1)磁感現象 (38.2)被感磁極之磁性 (38.3)順磁體，逆磁體與鐵磁體 (38.4)鐵與鋼之區別 (38.5)磁性之消失 (38.6)磁性之分子學說

第三十九章 地磁 (39.1)地球之磁場 (39.2)地磁之三要項 (39.3)地磁偏角 (39.4)地磁傾角 (39.5)磁鐵在磁場中之振擺 (39.6)地磁之水平强度 (39.7)地磁圖 (39.8)地磁之變更

第四十章 靜電學原理 (40.1)起電 (40.2)兩種電荷 (40.3)互擦物體所帶之電荷 (40.4)導體與非導體 (40.5)電量 (40.6)電荷間之力律 (40.7)電的性質

第四十一章 靜電感應 (41.1)靜電感應 (41.2)感應起電法 (41.3)驗電器 (41.4)金箔驗電器用法與證電片 (41.5)感應盤

(41.6)靜電感應機

第四十二章 電力線 (42.1)超距作用與間遞作用 (42.2)電力線 (42.3)電場强度與電力線 (42.4)空心導體中之電場 (42.5)靜電感應時之電力線 (42.6) Faraday 之冰桶實驗

第四十三章 電位 (43.1)移動電荷所需之功 (43.2)電位差之意義 (43.3)一個小電荷所引起之電位差 (43.4)電位 (43.5)電位之單位 (43.6)導體之電位 (43.7)球形導體之電位 (43.8)同位面 (43.9)電力線圖 (43.10)導體面上電荷之分佈 (43.11)電位與電場强度 (43.12)靜電計

第四十四章 電容量及蓄電器 (44.1)電容量之意義及其單位 (44.2)蓄電器 (44.3)蓄電器之形式 (44.4)單個球形導體之電容 (44.5)同心球形導體之電容 (44.6)兩個平行平面之電容 (44.7)數個蓄電器串聯時之總電容 (44.8)數個蓄電器並聯時之總電容

第四十五章 蓄電器之電能 (45.1)介電常數 (45.2)介電質與電荷間之力 (45.3)帶電導體所積之能 (45.4)介電質每單位體積所含之能量 (45.5)蓄電器放電時之磁效 (45.6)空中雷電 (45.7)避電針 (45.8)介電質之絕緣强度

第四十六章 電荷與電流 (46.1)運動之電荷 (46.2)簡單伏特電池 (46.3)電池兩電版之電位差 (46.4)物質之電勢次序 (46.5)電流之方向 (46.6)電流之性質與導體之種類 (46.7)電流之强弱 (46.8)電流之磁效 (46.9)Rowland 之實驗 (46.10)電流計 (46.11)

電磁單位制度 (46.12) Laplace之公式 (46.13)電磁單位制度中之電流單位與安培 (46.14)電磁單位制度中之電量單位與庫侖

第四十七章 電勢與電阻 (47.1)電勢之意義 (47.2)電勢之單位 (47.3)電勢與電位差之區別 (47.4)電阻之意義與Ohm定律 (47.5)電阻之單位 (47.6)國際歐姆 (47.7)阻電率 (47.8)電阻之溫度係數 (47.9)Wheatstone橋 (47.10)電阻之形式 (47.11)各式Wheatstone 橋 (47.12)電阻之串聯與其並聯 (47.13) Kirchhoff定律 (47.14)Joule定律 (47.15)白熾電燈 (47.16)弧燈 (47.17)金屬品導電之電子說

第四十八章 電解 (48.1)電解現象 (48.2) Faraday之電解定律 (48.3)國際安培 (43.4)極化之逆電勢 (48.5)電解質之電阻 (48.6)電解液之電導與濃度之關係 (48.7)電解學說 (48.8)游子所帶之電暈 (48.9)電解液之游子化

第四十九章 電池 (49.1)電池之主要部分 (49.2)電勢及內阻 (49.3)電池之種類 (49.4)局部作用與極化 (49.5)Leclanche'電池 (49.6)Daniell電池 (49.7)鉛蓄電池 (49.8)鐵鎳蓄電池 (49.9)蓄電池之儲電及其容量 (49.10)標準電池 (49.11)電池之聯接法 (49.12)可逆電池之電勢與化學反應 (49.13)伏特電池之學說

第五十章 電流之磁效及物質之磁性 (50.1)直線電流之磁場强度 (50.2)携磁極繞電流行一週所作之功 (50.3)線筒內之磁場强度 (50.4)電磁鐵 (50.5)磁化强度 (50.6)磁化率 (50.7)磁化

之IH曲線 (50.8)磁化線 (50.9)磁感線 (50.10)導磁率 (50.11) BH曲線 (50.12)磁感線之連續無端性 (50.13)磁極間力律之普遍式 (50.14)磁束 (50.15)磁路定律 (50.16)磁化落後現象 (50.17) 磁場所儲之能量 (50.18)磁鐵之吸引力 (50.19)磁性學說

第五十一章 電學儀器及測量法 (51.1)電流計 (51.2)正切電流計 (51.3) d'Arsonval式電流計 (51.4)左手法則 (51.5)磁場與通有電流之導體所互生之力 (51.6) d'Arsonval式電流計之公式(51.7)電流計之常數 (51.8)電流計常數之測定法 (51.9)熱電流計 (51.10)伏特計 (51.11)安培計 (51.12)用安培計及伏特計測定電阻法 (51.13)電池之電勢與電阻 (51.14)瓦特計 (51.15)電位計(51.16)衝擊電流計 (51.17)電磁單位系統中電容之單位與法拉 (51.18)靜電單位與電磁單位電量之比值

第五十二章 電磁感應 (52.1)電磁感應現象(52.2)Faraday之實驗 (52.3) Lenz定律 (52.4)渦流 (52.5)右手法則 (52.6)被感應之電勢 (52.7) Faraday電磁感應定律 (52.8)線圈在均勻磁場中轉動時所生之電勢 (52.9)被感應電量 (52.10)地磁感應儀 (52.11)磁感之測定

第五十三章 電機 (53.1)電機之種類 (53.2) Faraday之盤形電機 (53.3)電機之電樞與磁場 (53.4)交流電機與直流電機之異同 (53.5)直流電機連接法 (53.6)電機之電勢 (53.7)發電機之電勢與機端電壓之區別 (53.8)串捲發電機之外部特性 (53.9)並

捲發電機之外部特性 (53.10)複捲發電機之外部特性(53.11)Barlow 齒輪 (53.12)電動機之逆電勢 (53.13)直流電動機之線路 (53.14)電動機之機械的效率 (53.15)直流電動機之速度及轉勢 (53.16)多相交流發電機 (53.17)交流電動機 (53.18)瓦時計

第五十四章 電感量 (54.1)自感現象 (54.2)自感係數及其單位 (54.3)自感係數之比較法 (54.4)自感量之計算法 (54.5)電感量中所儲之磁能 (54.6)互感係數 (54.7)互感係數之測定 (54.8)互感係數之符號 (54.9)感應圈 (54.10)交流變壓器 (54.11)交流電與直流電之比較 (54.12)電話機

第五十五章 電振動及電波 (55.1)蓄電器放電時所生之電振動 (55.2)電振動與機械式之振動 (55.3)電振動之週期與頻率 (55.4)電的共振 (55.5)Hertz 之振動器與接收器 (55.6)高頻率能量之輻射與電磁波之構成 (55.7)光之電磁學說 (55.8) Marconi 火花式無線電報 (55.9)晶體檢波器

第五十六章 熱體發射之電子 (56.1) Edison 效應 (56.2)熱游子 (56.3)熱金屬體發射游子之說明 (56.4)雙極眞空管之應用 (56.5)三極眞空管之結構及電路 (56.6)柵極之功用 (56.7)三極眞空管放大器 (56.8)三極眞空管檢波器 (56.9)眞空管振動器 (56.10)再生式檢波器 (56.11)持續波無綫電報 (56.12)無線電話 (56.13)眞空管之他種應用

第五十七章 熱電現象 (57.1) Seebeck 效應 (57.2)熱電勢

與溫度之關係 (57.3)熱電勢之來源 (57.4)第三導體對於熱電勢之影響 (57.5)熱偶之應用 (57.6)Peltier效應 (57.7)Thomson效應 (57.8)熱偶之電勢

第五十八章 氣體中之游子 (58.1)放電管內之現象 (58.2)陰極射線 (58.3)陰極射發質點所帶之電荷與其質量之比值 (58.4)陽射線 (58.5)氣體導電之解釋 (58.6) C. T. R. Wilson 之雲凝儀器 (58.7) J. J. Thomson 量測電子所荷之電量之方法 (58.8)電子之質量 (58.9) Millikan 之油滴實驗

第五編 光學 (0.12)光學總說

第五十九章 光之直進與其反射 (59.1)光之直進 (59.2)光綫，光束，及焦點 (59.3)影 (59.4)針孔像 (59.5)位視差 (59.6)光之反射，散射，透射，與吸收 (59.7)反射定律 (59.8)在兩個平面上之多次反射 (59.9)球面鏡 (59.10)符號定則 (59.11)球面鏡公式 (59.12)虛像與實像 (59.13)射鏡公式之討論 (59.14)圖解方法 (59.15)豎像，倒像，與反像 (59.16)像之大小；放大率 (59.17)反射偏焦線

第六十章 光之折射 (60.1)折射現象 (60.2)折射定律 (60.3)偏差角 (60.4)物在透光質中之像似的深度 (60.5)數個平行平面所生之折射現象 (60.6)絕對折光指數 (60.7)稜鏡 (60.8)最小偏差角 (60.9)色散現象 (60.10)全反射現象 (60.11)海市蜃樓及天文的折射現象

第六十一章　靈視　(61.1)在球面處之折射　(61.2)靈視　(61.3)靈視之種類與f之符號　(61.4)圖解方法　(61.5)靈視之放大率及像之狀態　(61.6)凸面靈視焦距之測定　(61.7)凹面靈視焦距之測定　(61.8)靈視造像之缺點

第六十二章　光學儀器　(62.1)本章之目的　(62.2)眼　(62.3)視管之缺點及其矯正　(62.4)視場　(62.5)物體之像似的大小及光器之放大率　(62.6)簡單顯微鏡或放大鏡　(62.7)複式顯微鏡　(62.8)折射式望遠鏡　(62.9)望遠鏡之放大率　(62.10)反射式望遠鏡　(62.11)稜鏡式雙目鏡　(62.12)潛望鏡　(62.13)測遠器　(62.14)目鏡　(62.15)Huygens 目鏡　(62.16) Ramsden 目鏡　(62.17)正像目鏡　(62.18)光綫進行圖　(62.19)攝影機　(62.20)映射燈　(62.21)活動電影　(62.22)六分儀　(62.23)實體鏡

第六十三章　光之速度　(63.1)Galileo實驗之失敗與Römer觀察之結果　(63.2) Bradley之方法　(63.3) Fizeau之方法　(63.4) Foucatlt, 及 Michelson 等之方法　(63.5)光在各種媒質中之速度　(63.6)光之速度與其顏色之關係　(63.7)光之速度與光源及觀者之運動

第六十四章　光度學　(64.1)光能　(64.2)光源之强度　(64.3)光量　(64.4)照度　(64.5)平方反比律　(64.6) Lambert 之餘弦律　(64.7)亮度　(64.8)亮度與觀者視線方向之關係　(64.9)光度計　(64.10)燈光强度之分布曲線　(64.11)炫目之光　(64.12)燈之發光

效率

第六十五章 光之本性 (65.1)光能傳播之二說 (65.2)Newton之微粒說 (65.3)光之波動說 (65.4)Huygens原則 (65.5)平面反射鏡 (65.6)折射定律 (65.7)靈視公式之推演 (65.8)光色與波長，或振動頻率之關係 (65.9)光源與光波之本性 (65.10)光之電磁說與折光指數 (65.11)光媒 (65.12) Michelson-Morley實驗 (65.13) Lorentz與Fitzerald之縮短假設 (65.14)狹義的相對論

第六十六章 光之干涉 (66.1)波浪之干涉 (66.2) Young之干涉實驗 (66.3)兩光源之干涉 (66.4)兩光源干涉時明暗條紋所隔之遠度 (66.5)Fresnel之干涉實驗 (66.6)發生干涉作用之基本條件 (66.7) 薄片之干涉作用 (66.8) Newton之同心環 (66.9) Michelson之干涉計

第六十七章 光之繞射 (67.1)繞射與干涉 (67.2)單狹縫 (67.3)光之直進之解釋 (67.4)光柵 (67.5)光學儀器之鑑別率 (67.6)望遠鏡之鑑別率 (67.7)眼之鑑別率 (67.8)顯微鏡之鑑別率 (67.9)光柵之鑑別率

第六十八章 雙折射與偏化 (68.1)雙折射現象 (68.2)方解石之形式；光軸與主截面 (68.3)方解石之雙折射 (68.4)方解石之折光指數 (68.5)方解石中之波面 (68.6)偏化之意義 (68.7)電氣石與Nicol稜晶之作用 (68.8)自然光之偏化情形 (68.9)方解石雙折射之分析 (68.10)反射光與透射光之偏化 (68.11)反射光與

透射光偏化之解釋 (68.12)偏化儀 (68.13)偏化光之干涉 (68.14)偏化平面之轉動 (68.15)圓偏化光與橢圓偏化光

第六十九章 光譜與輻射 (69.1)分光學 (69.2)Fraunhofer 線 (69.3)產生光譜之各法 (69.4)分光儀 (69.5)光譜之種類 (69.6)吸收光譜 (69.7)光譜之界限 (69.8)紅外線 (69.9)紫外線 (69.10)光譜分析在天文學上之應用 (69.11)光譜之成因 (69.12)物體之發射能率與吸收能率 (69.13)Kirchhoff 之輻射律 (69.14)完全吸收體與完全發射體 (69.15)發射之總能與溫度之關係 (69.16)Wien 之遷移律 (69.17)輻射能量之分配公式 (69.18)量子論 (69.19)自然界之兩元性

第七十章 光色——吸收與散射 (70.1) 物理的光色與生理的光色 (70.2) Young-Helmholtz 之色覺學說 (70.3) 互補色 (70.4) 色盲 (70.5)顏料之色 (70.6)物體之色 (70.7)表面之色與雙色體 (70.8)天空，山及海之色 (70.9)虹 (70.10)吸收光帶與反常的色散 (70.11)選擇的反射與剩餘射綫 (70.12)螢光 (70.13)燐光 (70.14)輻射之化學作用 (70.15)光電效應 (70.16)光電效應之定律

第七十一章 X射線，放射性與原子之構造 (71.1)X 射綫 (71.2)X射綫之應用與 Coolidge 式X射綫管 (71.3) 放射性(71.4) $\alpha,\beta,$及 γ 射線 (71.5)原子核與質子 (71.6)原子序數 (71.7)原子核之組成 (71.8)同位質 (71.9)Aston 之質譜 (71.10)核外電子之分

布與Bohr氏之原子模型(71.11)放射質之自然崩潰與Rutherford破壞原子核之實驗(71.12)"宇宙射綫"(71.13)原子之建造

索引

下册附表

第二十四表 中華民國各大城市地磁情況(39.6節)

第二十五表 介電常數(45.1節)

第二十六表 阻電率與溫度係數(47.7節)

第二十七表 折光指數(黃色鈉光)(60.10節)

第二十八表 凸面靈視造像情況(61.5節)

第二十九表 凹面靈視造像情況(61.5節)

第三十表 各種操作所需之照度(64.7節)

第三十一表 糖之轉光率(68.14節)

第三十二表 Fraunhofer線之波長(69.2節)

第三十三表 各式電磁波之波長與頻率

第三十四表 互補色(70.3節)

第三十五表 原質週期表(71.6節)

普通物理學

第四編　電磁學

(0.11)　電磁學總說　電磁的各現象可分爲三科目討論：靜電學（electrostatics），靜磁學（magnetostatics），及電磁學(electromagnetism)是也。琥珀或玻璃與絲絹互相摩擦之後，均能吸取輕小物品。此等現象卽爲靜電學之基礎。磁針之功用，人類知之，爲時固甚早，顧靜磁學之得成爲科學之一，則僅晚近三百年事。其始，琥珀經摩擦後而生之吸力，與磁鐵吸取鐵屑之力，常混認爲同種作用，迨 Gilbert 於 1600 年以實驗考究之，二現象之不同始明，而靜電學與靜磁學於是乃各立門戶。此係就靜止的現象而言。惟一離開靜止狀態，電與磁實有相當之關係。討論此等關係之科學是謂電磁學。

1800 年，Volta 發明電池以產生電流，越二十年，Oersted 在電流通行之導體之周圍，復發見其有磁場。是爲吾人察覺電與磁有相互關係之始。其後 Faraday 於 1831 年發見置於變更磁場中之完閉導線，因感應作用，其中有電流通行。於是電與磁之關係，益爲科學家所重視，而電磁學之基礎經多人之研究，乃益臻鞏固。

表示電，磁，及電與磁各作用之基本定律有三：其一表兩電荷間之力，其二表兩磁極間之力，其三則表電荷移動時，其對於

磁極之力。前二者均爲 Coulomb 氏（1785年）所首先證明，後者則爲 Ampère 氏（1823年）之貢獻。以此三定律爲根據，而益以能量不滅原則，電磁學中其他各律例均可推得。然此三定律者，僅敘述電磁作用之效果，至於因何而有此三效果，則吾人至今尙無解釋。

除確定電磁作用之效果及用之以陳述其他之電磁現象外，電磁作用之如何傳播及電與磁之性質奚似，亦爲電磁學中之重要問題。在 Faraday 之前，物理家多認電磁現象爲超距作用(action at a distance) 之一。自 Faraday 藉力線 (lines of force) 之假設，以說明電磁現象後，間遞作用（action in the medium）之說法始露頭角。迨 Maxwell （1864 年）擴充 Faraday 之說法，以成光之電磁說（electromagnetic theory of light），而將光，熱及其他輻射現象均歸納於電磁學之領域內，間遞作用之優點，已甚彰明。其後， Hertz （1888年）以實驗證實 Maxwell 之學說，於是超距作用之說法，乃全被推翻。至於晚近 Planck （1901年）之量子論 (quantum theory) 與 Einstein (1905年) 之相對論（theory of relativity）皆爲補充 Maxwell 學說之假設，而非與之互相反對者也。

關於電之性質之假設，其始，有 Benjamin Franklin（1747年）之單性流質說 (single fluid theory)，及 Robert Symmer （1759年）之雙性流質說（two fluid theory）。自間遞作用之

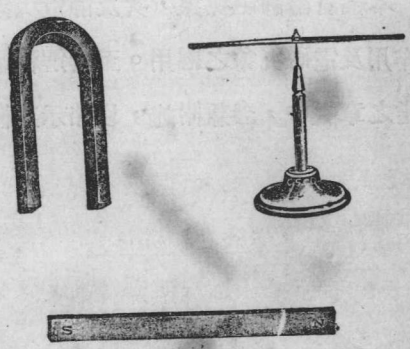
說法出世之後，又有認電爲傳播電磁作用之以太（ether）中之形變 (strain) 者。至於 Faraday 之電解定律，雖已暗示電之"原子性" (atomicity)，然明白的以電爲微粒之電子論（electron theory)，其理論的基礎，與實驗的證實，則於十九世紀末年，方經H. A. Lorentz,及 J. J. Thomson 諸人所確定。利用電子論，不但可以解釋金屬導電與電解現象所遵循之各定律，如Ohm定律，Joule 定律，Faraday 電解定律等，及 Geissler 放電管(discharge tube) 與熱游子眞空管 (thermionic vacuum tube)中之各現象，且可藉之以說明物體之磁性。此外，原子之構造，及光學中有關於原子構造之各問題，亦賴電子論與前段所述之相對論與量子論方有解釋。由是觀之，電磁學之範圍實甚廣大，其重要亦可概見之矣。

本編首論靜磁現象，次及靜電現象，然後陳述電與磁之相互的作用及電磁現象之應用。至於解釋電與磁之性質之說法，則於相當之章次中，參雜附述，以略示其概要。

第三十五章　磁鐵

(35.1)　天然磁鐵與人造磁鐵　天然磁鐵爲一種黑色鑛石，富有吸引鐵屑之特性。此種鑛石中所包含之主要物質爲四氧化鐵（Fe_3O_4）。除天然磁鐵外，亦可以人工方法（見35.4節）將鐵條磁化。此等人造磁鐵不但能吸引鐵屑，且若以線結其中心而懸之空中，則該鐵條將依一定之方向而靜止，此一定之方向在地球上各處，雖稍有差別，然大致則略爲南北方向。因是，人造磁鐵遂爲測定方向之利器。惟此種功用與我國古史所傳之指南車，完全不同。或謂磁針與羅盤之發明乃吾國發其先河，而後傳入波斯，阿剌伯以及於歐洲者，其事實如何，尙須俟考古家之證明。

人造磁鐵與天然磁鐵，其特性悉同，茲爲便利起見，概稱之爲磁鐵（magnet）。通常吾人所用以表示磁鐵之特性者，多爲鋼質磁鐵，因其易於製造故也。人造磁鐵最普通之形式有三：馬蹄形磁鐵，條形磁鐵，及磁針（圖209）。



第二〇九圖

〔35.2〕 磁極 將磁鐵插於鐵屑中，取出後，則見鐵屑麕集於磁鐵上數部。由此知磁鐵上有富於吸力之處，亦有竟無吸力之處。吸力强大之處，名曰磁極(magnetic pole)，無吸力之處，名曰中立區 (neutral region)。吾人由經驗且知每個磁鐵至少有兩個磁極。例如，取一已磁化之鋼針，插於鐵屑中，卽見鐵屑麕聚於針之兩端，是知在針兩端之處，各有一個磁極。

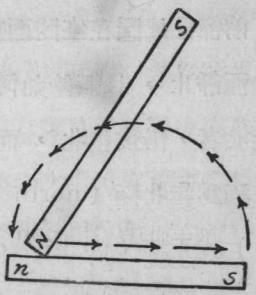
前節已述懸在空間而能自由旋轉之磁鐵條，其兩端幾依南北方向而靜止，且無論如何旋轉此懸空之磁鐵，當其復靜止時，其指北者，仍幾指北，而指南者仍復指南。因此，吾人名此指北之極爲指北極（north seeking pole）或簡稱爲北極（north pole）或正極（positive pole）。其指南之極，則名爲指南極，(south seeking pole)或南極(south pole)或負極(negative pole)。如磁鐵爲一條細小之針，則其磁極之位置，常約在針端末之一點。故爲便於計算起見，此後吾人常用點極（point pole）一詞，以表明磁性所集中之位置，並名聯磁鐵兩極之直線爲磁軸（magnetic axis）而規定其正方向爲自南極至北極。

〔35.3〕 磁極之相互作用 引一磁鐵使其北極接近懸於空中之磁針之北極，則見後者立被排斥。反之，若以南極試之，則懸空磁針之北極，立被吸引。若在磁針之南極處，作同樣試驗，其結果亦與是相似。因知磁鐵之南北兩極，其性質迥異，而其互相之作用，則爲同性極相推拒，而異性極相吸引。利用此事卽

可決定鐵桿之是否有磁性。例如某鐵桿之一端，被一種極所吸引，而爲他種極所推拒，則知該桿必已磁化，而其端末之極性，必與拒之之極相同。

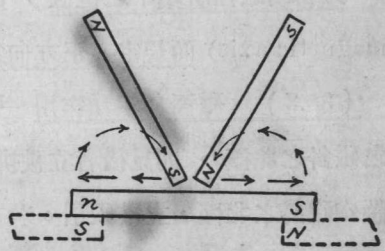
(35.4) 磁化方法 第 35.1 節已述及用人工方法可製得磁鐵。在未討論其他問題之前，請先述用撫摩法製造磁鐵之手續。此種手續有二：

(1) 用磁鐵之一極沿鋼條按圖 (210) 矢所示之方向撫摩十餘次，翻過鋼條再撫摩其反面十餘次。此磁化方法，名爲單觸磁化法 (single touch method)。如用以撫摩之磁極爲正極，則鋼條與此極初接觸之一端，亦爲正極，其他端則爲負極。換言之，鋼條與磁鐵後觸之一端，其極性與所用以撫摩之極性適相反。



第二一〇圖

(2) 平置欲磁化之鋼條於桌上，斜握兩條形磁鐵，而用其不同之兩極自鋼條中部，向鋼條兩端撫摩之。抵各端後，舉起兩磁鐵，復自鋼條中心向兩端撫摩之如圖 (211)。如是者十餘次，而後翻過鋼條，在其反面作同樣之撫摩，亦十餘次。此法，名爲分觸磁化法(divided touch method)。用此法時，若先將欲磁化之鋼條之兩端各放在另二異極之上，如圖 (211)，則所得結果更



第二一一圖

佳。

上述二種磁化法則，在電流之磁效未發見以前，甚爲重要，今則鮮用之，因藉電流以磁化鋼或鐵，其方法既簡易，而所得之磁鐵，其磁性且較強烈。

(35.5) 磁量 欲知磁極互相作用之數值的關係，必先知如何比較兩磁極之强弱。今用磁量一詞以表磁極之强度(strength of pole)。例如甲極推拒乙極之力，與其推拒丙極在同一位置之力相等時，則稱乙丙兩極之磁量互等。今假設用磁量互等之同性磁極數箇爲單位，分組成兩個較强之磁極 A 與 B。置之於一定距離之內，則可以實驗直接證明其推拒力係與兩極所各含單位磁極數目之乘積成正比例。換言之，假如 A 與 B 係各由 a 個與 b 個單位磁極組成，則當其相隔爲一定距離時，其互相推拒力，乃與 ab 之乘積成正比例。若 A 與 B 之極性不同，則結果除推拒力改爲吸引力外，力之大小仍與 ab 之乘積成正比。

(35.6) 磁極間之力律：平方反比定律 前節已言兩磁極間之力乃由兩極磁量之乘積而定。此力與距離之關係仍可以實驗求之。惟通常磁鐵之磁極，均不聚在一點，故兩極之距離應如何量度，乃頗難決定之問題。爲力求準確起見，可用一細而長之磁針，如是吾人得假定磁極之位置，係在兩針端末之點。針既甚長，遠端之影響，卽可忽略。由實驗結果 Coulomb (1785年) 推斷兩個點極間之力，係與其距離之平方成反比例。此定律可用下列方程式表示之：

$$F = C\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdots\cdots\cdots\

以計算，其所犯之差誤殊亦至微，故在尋常問題中，殆可不問磁極之是否在眞空中抑或在空氣中，此公式均可應用。

第三十五章　問題

(35.1) 試述人造磁鐵與天然磁鐵之區別。舊日製造磁鐵之方法如何？

(35.2) 何謂磁極？南極與北極之區別安在？

(35.3) 何爲磁鐵之磁軸？其正方向係如何規定，試陳述之。

(35.4) 討論磁的問題時，常用點極一觀念，其故安在？如欲得與點極相近似之情形，所用之磁鐵應作何狀？

(35.5) 磁極間之相互作用如何？試說明如何可以查得鐵條之是否有磁性。

(35.6) 何謂磁量或磁極強度？

(35.7) 問兩磁極間之力由何四事決定？

(35.8) 試定單位磁極之義？

第三十五章　習題

(35.1) 設有置在空中之兩磁極，其互受之力爲−32達因，其距離則爲5糎。若其一爲北極，所含之磁量爲 40 單位。試求其他之極性與磁量。

(35.2) 有一細小之垂直磁針，其兩極之距離爲 30 糎，兩極之強度各爲9單位。今在通過北極之水平面而與之相距爲 20 糎之點，置一單位北極。設他種磁的影響均甚微小，問此單位北極所受之力之大小及方向如何？又問此力之水平分力之值若干？

(35.3) 設前題之磁針，其質量爲1克，今將其居上之南極懸於一點，使其可以自由旋轉於此點，問當針與垂直方向作30° 角時，加於居下北極之水平力如何？若此水平力係因另一北極而起，且兩北極之距離爲2糎，問第二北極之磁量若干？

(35.4) 有一細小磁針，長爲 40 糎，兩端磁量各爲 10 單位，今在等分此針之垂線上，置一磁量爲8單位之北極。若此北極至磁針中心之距離爲 15 糎，試求此磁針所受之力之大小及其方向。

第三十六章 磁場

(36.1) 磁場與磁場强度 前章之方程 (2) 爲靜磁學之發軔點。惟應用此方程時，頗不靈便。蓋欲求一磁極所受之力，必先知其他各磁極之位置及其磁量，惟在實際問題中，磁極之位置，與其磁量，有時頗難確定，且發生磁效者，有時並非磁鐵。因此，吾人常另求一公式以便引用。

置一磁極於其他磁極或發生磁效之場所之內，則被推拒或吸引。今名凡有此種效應之場所爲磁場 (magnetic field)。在磁場內，磁極所受之力，因其位置與磁量而異。若磁極含m單位磁量，且磁場之分布，不因此磁極之存在而變更，則此磁極在某點所受之力必等於放在同點之單位磁極所受之力之m倍。故如知一個單位正磁極在磁場中各點所受之力之大小，及此力之方向，則任何磁極在此磁場中各點所受之力如何，皆得而計算之。今稱一箇單位正磁極在磁場中某點所受之力，爲該點之磁場强度 (field intensity)。如是，若某點之磁場强度爲 H 單位，而放在該點之磁極含 m 單位磁量，則其所受之力，卽爲

$$F = Hm \text{ 達因} \quad \cdots\cdots (1)$$

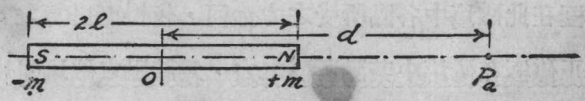
在糎克秒制度之下，H之單位稱爲高斯 (gauss)。方程(1)中之H乃一有向量，與其左項之 F 相同。兩個相等之 H，不但數量相等，其方向亦須一致。故將兩個H相加時，必用有向量相加

法則。在某區域內，若H之數值均等，其方向又均平行，則在此區域內之磁場，名爲均勻磁場(uniform magnetic field)。

在較簡單之問題中，磁場各點之强度H，頗易計算。計算方法，均先假設置一單位北極於該點，而復求此北極所受之力。例如有P點，位在磁量爲m之點極之磁場中，而P距m爲r糎，且其間均爲眞空，則P點之磁場强度爲 $H=\frac{m}{r^2}$，因在第(35.7)節方程(2)中，令 m_2 等於 1，m_1 等於 m，卽得在 P 點之單位磁極所受之力爲 $\frac{m}{r^2}$ 也。

(36.2) 磁鐵之磁場 一個條形磁鐵所生之磁場，極不均勻，就中有二個位置，可用淺近方法計算得之。此兩位置爲 Gauss 所首先考究，茲推演之如下：

(1) Gauss 第一位置 假定磁鐵 SN 之長爲 2l 糎。今欲求在 P_a 點之磁場强度，而此 P_a 點，乃位於 SN軸線之延長直線



第二一二圖

上者(參較圖212)。令 P_a 與磁鐵中心 O 之距離爲 d 糎。若磁鐵兩極所含之磁量各爲m單位，及 -m 單位，P_a 點之磁場强度可分爲兩部分：一爲因m在N點而生，又其一則因 -m 在S點而生。前者之值爲 $\frac{m}{(d-l)^2}$；後者之值則爲 $-\frac{m}{(d+l)^2}$。後式之負號乃以表明其方向適與前者相反。於是 P_a 點之磁場强度爲：

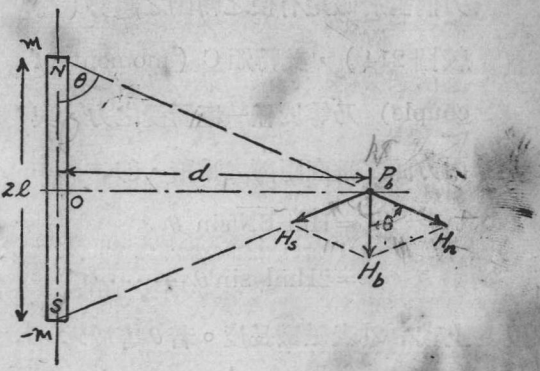
$$H_a=\frac{m}{(d-l)^2}-\frac{m}{(d+l)^2}=\frac{4mld}{(d^2-l^2)^2}\cdots\cdots\cdots(2)$$

倘 l 之長，與 d 相較，爲值甚微，則 l^2 可以忽略，而上列方程可書作：

$$H_a=\frac{4ml}{d^3}\cdots\cdots\cdots(3)$$

(2) Gauss

第二位置　令磁鐵之長度與磁量同前，但 P_b 點，乃在等分SN之垂線上如圖(213)。令 P_b 點至磁鐵中心O之距離爲d糎。在S點之 $-m$ 磁量，其所生之磁場强度爲 $H_S=\frac{m}{d^2+l^2}$，其方向乃自 P_b 向S。在N點之 $+m$，其所生之磁場强度 H_n，其數值同此，惟其方向乃自N向 P_b。今用有向量加法，則得在 P_b 點之磁場强度爲：



第二一三圖

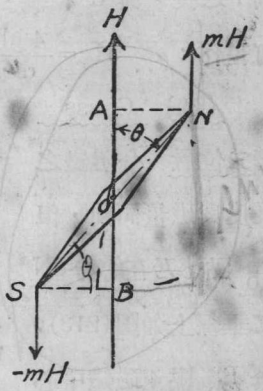
$$H_b=\frac{2m}{d^2+l^2}\cos\theta=\frac{2ml}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\cdots\cdots(4)$$

如 l^2 較諸 d^2 爲甚小，則可忽視之，而此方程乃可書作：

$$H_b=\frac{2ml}{d^3}\cdots\cdots\cdots(5)$$

此值僅爲方程(3)所示之 H_a 值之半，此爲吾人應特加以注意之點。

(36.3) 作用於磁鐵之力偶　置一條磁鐵於均勻磁場H內，使其磁軸SN與H之方向作θ角。如是，磁鐵兩極所各受之力，其數量皆等於 Hm，惟其方向則相反。此力偶對於磁鐵有使之轉動之趨勢（參較圖214），其轉矩C（moment of couple）乃等於任一極所受之力，與兩力間之垂直距離之乘積，即



第二一四圖

$$C = Hm\ \overline{SN} \sin\theta$$

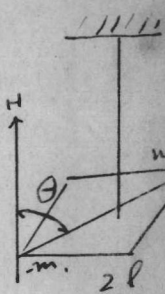
$$= 2Hml \sin\theta \cdots\cdots (6)$$

上式中2l表磁鐵長度。若θ等於零，即磁軸與H平行時，此力偶亦等於零，而磁鐵遂靜止。

指南針及自由懸空之磁鐵，其必靜止於一定之方位者，即因大地有一頗强之磁場故。磁針在各處所指示之方向，即大地磁場之方向。地磁情形，在第三十九章中，當申論之，茲暫不述。

在前段求磁鐵之力偶時，吾人須先認定磁鐵兩極所含之磁量爲等值，而後始可言其所受之影響僅爲一力偶。至磁鐵兩極之磁量乃等值一事，固可依35.5節之方法直接證實之，惟此外，如置一條可以自由運動之磁針，（例如將磁針一條穿過一小木塞而浮之水上），於大地磁場之內，則其僅能旋轉而不移動之現象，亦足以證明磁鐵兩極之磁量係相等。因如其不然，則施於兩極

之力必不同值，而該磁針，除旋轉外，尚應沿兩力之合力之方向以移動也。



(36.4)　磁矩　方程(6)中計含三量：一爲磁場强度H；二爲 $\sin\theta$，乃由磁鐵與H之相對位置而定；三爲 2ml，乃由磁鐵之長度與磁量而定者。此量 (2ml) 常稱爲磁鐵之磁矩(magnetic moment)。若以理想之磁鐵（即磁鐵之兩極各聚集於一點者）爲例，則磁矩定義爲磁量與兩極距離之乘積。但自方程(6)觀之，如以磁矩 M 代 2ml，則力偶

$$C=HM\sin\theta \qquad (6a)$$

故吾人可不必用磁量與極矩之乘積作任何磁鐵之磁矩之定義。蓋磁鐵之磁矩，可由其在一定磁場內某處所受之力偶而測定之。若安置磁鐵使其磁軸與磁場H成直角即 $\theta=90^\circ$，$\sin\theta=1$，則其所受之力偶，即等於 HM。因此，磁鐵之磁矩，亦等於磁鐵在單位强度之均勻磁場內，所受之最大力偶。

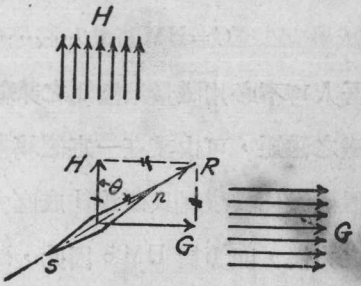
在尋常磁鐵中，磁極既非集中於一點，故磁極距離一詞，實僅可視爲一種算學的平均長度而已。至由(6a)公式所表之磁矩，則有一定之物理意義，可用簡單實驗以測度之。不過吾人爲算學上之便利起見，仍常先用磁極距離作計算之基礎，迨得最後之公式後，始以 M=2ml 代入之。例如表 Gauss 兩位置之磁場强度，之(3)及(5)兩方程可各寫作

$$H_a=\frac{2M}{d^3} \qquad (3a)$$

及　$$H_b=\frac{M}{d^3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5a)$$

讀者至此須勿忘力偶爲有向量，故欲完全表示一條磁鐵在磁場中所受之力偶，不但須知磁矩之數值，且須確定其方向，蓋磁鐵之磁矩亦應視爲一種有向量，其方向可以磁軸之方向代表之。因此，一個磁矩可分解作數個部分，而數個磁矩，亦可合併以成一個合成磁矩。

(36.5)　磁鐵在兩個正交磁場中所受之力偶　設有二個正交之均勻磁場，其强度各爲G及H。今安置一條磁矩爲M之磁鐵，使其磁軸與H成θ角，卽與G作$(90°-\theta)$角。據方程(6a)，且磁場所施於此磁鐵之力偶爲



第二一五圖

$$C_h = MH \sin\theta ,$$

其效果將使磁鐵向H方向轉動，同時G磁場亦施一力偶，

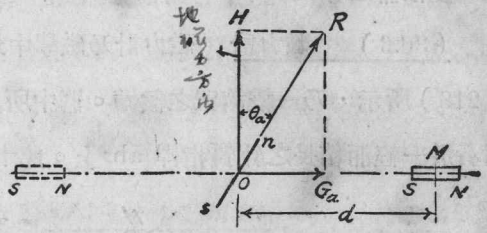
$C_g = MG\sin(90°-\theta)$於此磁鐵，以使之向G方轉動。當磁鐵達到平衡狀態時，此二力偶相等，故

$$MH\sin\theta = MG\sin(90°-\theta) = MG\cos\theta$$

或　$$\tan\theta=\frac{G}{H} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

此結果亦可由兩磁場之合成强度之方向R推定之(見圖215)。上述兩磁場，在實際問題中，其一，例如H，常表大地磁場

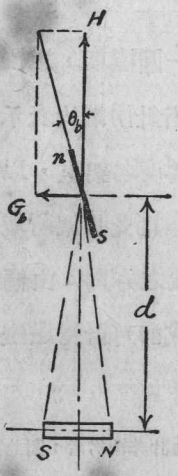
之水平强度，其他，例如 G，則常表他種磁場之强度，例如另一磁鐵或電流所生者，茲假設 G 乃另一磁鐵所生之磁場，而申論在 G 與 H 之共同影響下，磁針所取之方向。此問題之答案，顯然視磁針與磁鐵之相對位置係 Gauss 之第一位置抑或其第二位置而有差異。



第二一六圖

假令磁鐵 SN 位在磁針 O 之東或西（圖 216），如是則在 O 點因 SN 而生之磁場幾爲 $G_a = \frac{2M}{d^3}$，故置于該處之可以自由轉動之磁針 sn 與 H 所作之 θ_a 應滿足下列方程：

$$\tan\theta_a = \frac{2M}{Hd^3} \cdots\cdots (7)$$



第二一七圖

若磁鐵 SN 之位置係在 O 點之南或北（圖 217），則在 O 點因 SN 所生之磁場幾等於 $G_b = \frac{M}{d^3}$。如是在 O 點之磁針 sn 與 H 所作之角 θ_b 乃自下列方程計得之：

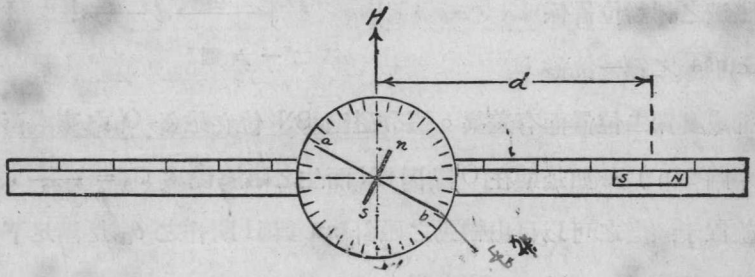
$$\tan\theta_b = \frac{M}{Hd^3} \cdots\cdots (8)$$

（7）與（8）兩公式均假定 SN 磁鐵之長度較諸磁鐵中心距磁針之遠度甚爲微

小。否則當引用(2)與(4)兩方程方爲準確。

本節所推得之公式爲磁力計 (magnetometer) 所當用。茲特說明此儀器之用法於下。

(36.6)　磁力計　磁力計乃磁學中最重要儀器之一，圖(218)所示，乃一較簡單之設備。器中所用之磁針 sn 甚短，係附着於一輕而稍長之鋁質指桿 ab 上。此十字架之中心，可用細



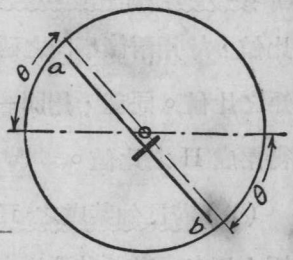
第二一八圖

絲懸掛之，或支置於一尖端上亦可。架下置一圓標度，以便指示指針之方位。用此器時，宜先安置之，使其指針兩端均表示0°。次置一個條形磁鐵 SN 於一長而直，且附有刻度之架上，以求磁針之偏轉角。若用 Gauss 第一位置以作實驗，則此長架所取之方向須爲東西；若用其第二位置，則架須取南北之方向。由偏轉角 θ 及磁鐵至磁針之遠度，d，利用前節之公式即可計得磁鐵磁矩 M及大地磁場水平强度 H 之比值。

作此實驗時，應知此儀器常有數種誤差。苟所用之磁力計非極劣者，則此數種誤差可用下列各法免除或減少之。

(1) 磁針懸點，不在圓標度中心。如是，當實際之角爲 θ 時，指桿 a 端所指之角太小，而b所指者反爲太大（見圖219），如用兩端所示之平均值，結果卽較準確。

(2) 磁鐵SN兩端之磁性，不甚對稱。因此，如用前節所推求之公式以作計算，其所得結果不能準確。補救之法，可將磁鐵先翻轉其面，再倒易其方向，以使南北極對調，而觀察其所生各偏轉角。由此項量測，共可得四個偏轉角之值，其平均較爲可靠。



第二一九圖

(3) 磁針懸點不在長標度之中心。如是，磁針至磁鐵之距離由長標度讀得者必有誤差。改正此誤差，可將磁鐵自東方（或西方）移於西方（或東方）同距離處，再重行按照（1），（2）兩法測驗之。

以上所測得之偏轉角共八次，十六值，其平均，當較爲準確。在製造此儀器時，指桿與磁針之磁軸，必須正交，否則當指桿表示 0 度時，此計之長軸，亦不能與地磁之水平強度成正交，而前節所推得之公式，遂不可用。爲滿足此條件起見，可先將磁針中心支於尖點上，記錄指桿所指示之角度，再將磁針翻轉一面，以觀察其偏轉角是否不變。若兩次之偏轉角不同，則指針之方向須稍改移，以達到目的爲止。

本節所述之儀器有下列各種應用：—

(1) 可間接證實平方反比定律　依平方反比定律，可推出（7）及（8）兩方程。欲證實此二方程，可用同一之磁鐵，在同一地點作實驗。如是，因 M 與 H 之值均不變，故如平方反比定律無誤，則以各相關之 d 與 θ 代入方程中，當可算得同值之

M/H 。故如此種實驗之結果表示 M/H 之值不變，則平方反比定律，卽可謂爲確實。

(2) 可以比較兩磁鐵之磁矩或兩處之 H 此法旣可確定 $\frac{M}{H}$ 之比值，故用兩條不同之磁鐵，在同一地點作實驗，卽可測定其磁矩之比值。同理，用同一磁鐵，在兩個不同地點作實驗，卽可測得兩處 H 之比值。

(3) 若已知某處之 H ，在該處作實驗卽可求得所用磁鐵之磁矩；反之，若已知磁鐵之磁矩，卽可本此法以測定各處之地磁〔水平强度 H〕。

第三十六章 問題

(36.1) 試說明磁場與磁場強度之意義。

(36.2) 磁場強度之計算法如何，試申述之。

(36.3) 設有兩點，其距磁鐵中心之遠度均等，問當其一位在磁鐵之磁軸延長部分上，而其他則位在其等分之垂線上時，其磁場強度之價值各如何？

(36.4) 磁鐵之磁矩，其定義有二，試分別陳述其優劣。

(36.5) 在一個磁鐵兩端之磁極，其磁量互等，試舉一簡單之事象以證實之。

(36.6) 設有磁針，同時受兩個正交磁場之作用，問當其靜止時，其所取之方向若何？

(36.7) 何爲磁力計？試略述其構造及其應用。問磁力計上之磁針，其磁矩之大小對於其偏轉角有無影響？

(36.8) 試推求磁力計之公式。磁力計所用之磁針必爲短小者，其故安在？

(36.9) 試敍述磁力計之各誤差及其改正法。

第三十六章　習題

(36.1) 設有兩點，其距一磁極之遠度各爲 10 糎與 20 糎，問其磁場強度之比如何？

(36.2) 設有一點，位在等分磁鐵之磁軸之垂線上，距磁鐵中心之遠度爲30糎。若此點之磁場強度爲 3 高斯，問磁鐵之磁矩若干？

(36.3) 若前題中之磁鐵，其長度爲 3 糎，問其北極所含之磁量如何。若長度爲30糎，則其磁量又爲若干？

(36.4) 設維持一磁針，使之與一強度爲 0.2 高斯之磁場作 60° 角，其所需之力矩爲 1.2 達因－糎，問磁針之磁矩若干？

(36.5) 若用(3)與(5)代(2)與(4)兩公式以計算磁場強度時，其容許之誤差不得超過1%，問 d 之值應爲 l 之幾倍？

(36.6) 設有兩條短磁鐵，其磁軸同在一直線上，其一之磁矩爲27單位，其他則爲 8 單位，兩中心之距離爲 6 呎，試求在其軸綫上磁場強度爲 0 之點。

(36.7) 試證明如兩點極間之力係與其距離之 n 方作反比，則在 Gauss 第一位置與其第二位置之磁場強度之比亦將爲 n。

(36.8) 設用同一之磁鐵，在兩處作磁力計之實驗。在第一處之 θ_a 與 d，各爲 45° 與 39 糎，而在第二處之值則爲 30°與45糎，問兩處H之比若何？

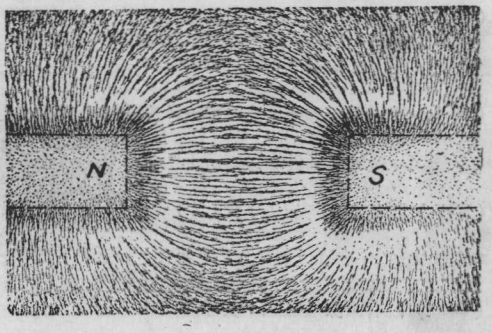
(36.9) 今用兩個不同之磁鐵在同一地點作磁力計之實驗。所得之相關之 θ 與 d 各爲 $\theta_1=30°$，$d_1=20$ 糎，及 $\theta_2=15°$，$d_2=40$糎，問 M_1與 M_2之比若何？

(36.10) 設連兩條短磁鐵中心之直線，與二者均正交，而兩中心之距離爲20糎，問在此直線上磁場強度爲 0 之點何在？(第一磁鐵之磁矩爲第二之值之 3 倍。)

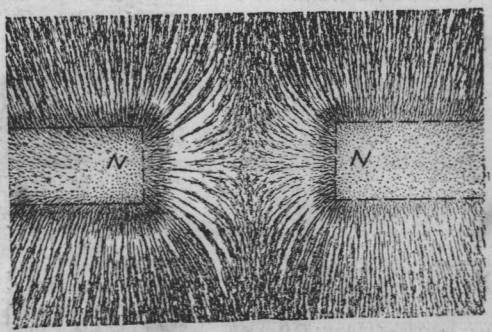
第三十七章 磁力線

(37.1) 磁力線之圖式 磁場之分布情形，可由場中各點之强度決定之。此外，尙有以磁力線 (magnetic lines of force) 表明磁場者。在未說明磁力線之意義以前，請先述兩個繪描磁力線之方法。

設欲求某磁場中一平面上之磁力線狀況，可置一玻璃片（或硬紙）於此平面中，而撒布鐵屑於其上。繼輕敲玻璃片，使鐵屑可自由轉動，則各鐵屑將互相連接而表出各磁力線之形狀。茲略舉數圖以示此等磁力線在各種磁場中所作之形式，(圖220，221，222)。



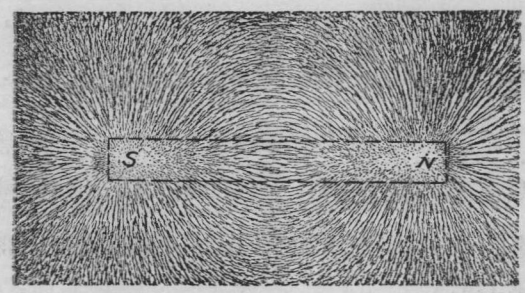
第二二〇圖



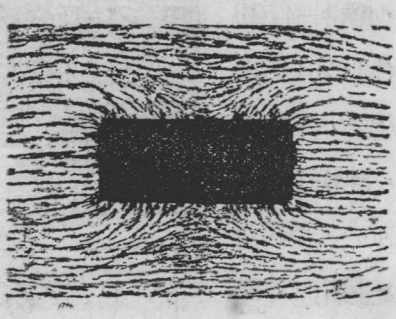
第二二一圖

若在均勻磁場中放置一條純鐵，則其四圍之磁力線圖式有如圖(223)。苟易以一圓鐵盤或環形純鐵則其圖式卽如圖(224)或圖(225)。讀者可注意環內無磁力線。

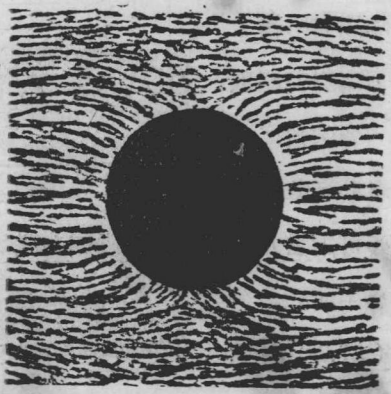
在條形磁鐵周圍之磁力線形式，亦可用一小磁針，依下法，圖(226)，描繪之。置磁鐵於紙上，以其一端爲始點，安放一小磁針於此處。在紙上誌明磁針兩極所在之點a及b。移置磁針，使其原在a點之端，與b點合，



第二二二圖

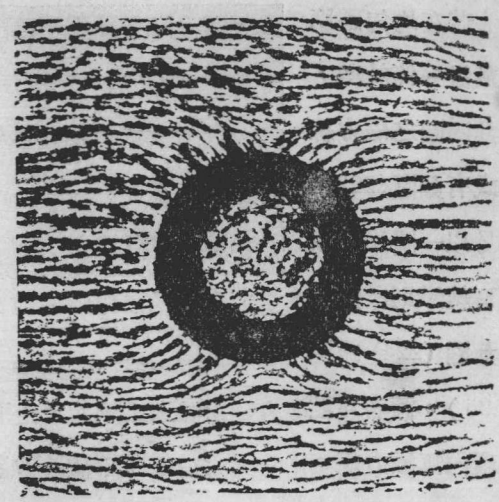


第二二三圖



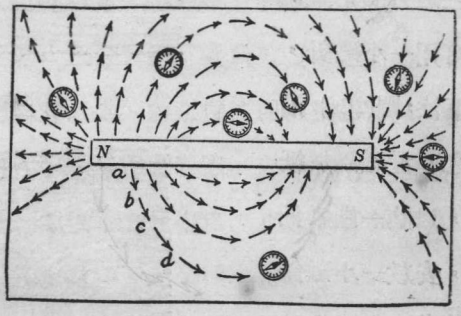
第二二四圖

再在紙上誌明他端所在之點 c。如是繼續標誌，至磁針與磁鐵他端相遇時爲止，乃連所標誌各點 a,b,c. …以一曲線，則得一條磁力線（圖 226）。其他磁力線，均可仿此法，自另一始點追跡之。



第 二 二 五 圖

由上所述，可知磁力線者，乃吾人在磁場內所繪之曲線，藉以表明磁場內，各點强度之方向者也。準此意義，亦可謂磁力線乃一個正磁極在磁場內自由移動時所將取之路徑。



第 二 二 六 圖

(37.2) 磁力線之特性　細察前節各圖，可得下列各要點：—

(1)磁力線與磁鐵相遇之點，卽爲磁極所在之處。磁力線在磁鐵之外部，係自一極始，而止於另一異性之極。惟磁力線之方向，旣表磁場强度之方向，或正磁極將移動之方向，茲特規定其係出自北極而入於南極。

(2)兩磁力線不相交割。此理甚爲明顯，蓋若兩磁力線相交於一點，則該點之磁場强度，將有兩個方向，是顯與磁場强度之定義不符。

(3)磁力線與鐵質物品相遇之處幾成直角。

(4)在磁場强度强大之處，磁力線亦較密。

除以上數點外，吾人又設想各磁力線有沿其長度而縮短之趨勢，以作兩異性磁極互相吸引之解釋。如是則聯兩異性磁極之磁力線可視作已伸長之彈簧。惟若各磁力線只有沿其長度以縮短之趨勢，則在磁鐵四周之磁力線，必均收縮至最短爲止；換言之，磁力線將悉成爲直線。然各圖所示之磁力線，則均係曲線，以是知於此收縮假設之外，尙需另立一假設，始能無悖於事實。此第二假設，卽各磁力線有向旁邊推拒其他磁力線之本能是也。此種互相推拒之特性，不特足以說明磁力線之彎曲，且能解釋兩同性磁極間之推拒力。

(37.3) 磁力線密度與磁場强度 按磁力線之定義，其所表明者，僅磁場强度之方向而已。惟查在磁場强度愈大之處，磁力線之集合亦愈密，故吾人常藉在各點之磁力線之密度，以表示

磁場强度之大小。如是則磁場之情形，乃可完全由磁力線確定之。

依照上段所述，欲表示某點之磁場强度爲 n 高斯時，可在該點，立一單位面積，與磁場强度正交，而作 n 條磁力線通過此面積。換言之，每個高斯之磁場强度係等於每方糎中有一條磁力線。此後，凡用磁力線以表明磁場强度之數值時，均指此項有限數目之磁力線。惟讀者幸勿因此限制，遂誤會磁場之效應，只存於此若干條之磁力線上，而不呈現於各條之間，蓋磁的效應，在磁場中各點，均屬連續不斷；本節所規定之有限數目之磁力線不過表明磁場强度之一種法則而已。

在磁場强度爲 H 之點，磁力線之密度亦爲 H；今在均勻磁場 H 內，作一面積 A 與 H 正交，則經過此面積之磁力線總數，必爲 $\Phi = AH$。若磁場非均勻磁場，則可先分 A 面積爲多數之小面積 $a_1, a_2, \cdots$ 等，使在各小面積處之磁場强度 $h_1, h_2, \cdots$ 等均可視爲均勻。如是則 A 面積內所含之磁力線總數，乃爲：

$$\Phi = h_1 a_1 + h_2 a_2 + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

欲求在眞空中與每單位磁極相關之磁力線數目，可先以磁極爲中心，作一半徑爲 r 之球面。若磁極所含之磁量爲 m。則在此球面上各點，其磁場强度均爲 $H = \frac{m}{r^2}$，而其方向均與球面正交，故通過此球面之磁力線之總數必爲：

$$\Phi = HA = \frac{m}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi m \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

由此言之，與每單位正磁極相關之磁力線，共有 4π 條。同理，其與每個單位負磁極相關之磁力線，亦爲 4π 條。

(37.4) 磁力線與媒質 在 Faraday (1791—1867 年) 之時代以前，學者對於磁極因何而有推拒或吸引之作用，殊未有解釋，且認其爲一種之超距作用 (action at a distance)，若重力然者。惟 Faraday 對於此點，則以爲兩極之間，若無一種媒介質以傳遞其作用，殆難意想其能發生任何相互的影響。因此，彼乃假設磁極間之相互的作用，係由處在兩極間之媒介質 (medium) 發生一種形變 (strain) 而來。此種形變之方向及大小，即以磁力線之方向及密度表示之。於是藉磁力線以討論磁場時，吾人所注重者，遂在於磁力線，而常不及於與其相關之磁極。是故磁力線之用意，實可視爲使吾人向磁極間之媒介質中，探求磁極相互作用之解釋。

第三十七章 問題

(37.1) 何謂磁力線？試作簡易之圖以表示下述之磁力線圖式：(1) 條形磁鐵；(2) 馬蹄形磁鐵；(3) 置在均勻磁場中之鐵質圓環；(4) 置在均勻磁場中之鐵桿。

(37.2) 試敘述二個求磁力線圖式之方法。

(37.3) 試略舉磁力線之特性。

(37.4) 試以磁力線之特性解釋磁極間之吸引與推拒作用。

(37.5) 磁力線之密度與磁場強度有何關係，試申述之。

(38.6) 與每單位磁極相關之磁力線計有 4π 條，試說明其理由。

(37.7) 試略述 Faraday 引用磁力線之理由。

第三十七章 習題

(37.1) 設在均勻之磁場H中，放置一平面，問通過此平面之磁力線之總數，與磁場所作之角度之關係若何？

(37.2) 設在一封閉之曲面內，例如球面，有數條磁鐵，試證明通過此曲面之磁力線之總數爲零。

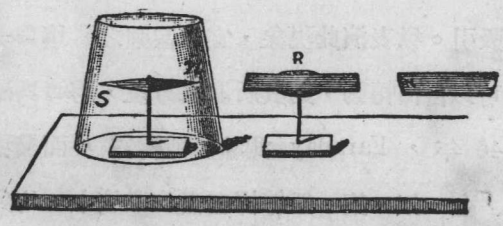
(37.3) 今如規定單位磁極之定義以使第 35 章方程(1)中之$\frac{1}{C}$等於 4π，而磁場強度H之定義及其與磁力線密度之關係，則仍舊不改，問在此制度下與單位磁極相關之磁力線總數若干？又問此制單位磁極較諸第35章所採用者，其值較小或大若干倍？

第三十八章　磁感與磁化

(38.1)　磁感現象　前數章中所討論者，僅限於磁極之相互的影響。至於鐵屑與鐵質物體，被磁鐵吸引之詳細情形，則尚未考及，今請申論之。

引近磁鐵之一極，至一條純鐵之上端，（不必使二者接觸）而令鐵條之下端，沒入鐵屑中，則見鐵屑麕集此端，狀似鐵條業已變成磁鐵然者。設將磁鐵取去，則鐵條下端所附之鐵屑將多數下落。凡用此法以使鐵條化爲磁鐵者，名爲感應磁化法 (magnetization by induction)。此種作用可簡稱爲磁感現象 (magnetic induction)。鐵條因感應作用而得之磁性，名爲被感磁性 (induced magnetism)；引誘鐵條使具磁性之磁鐵，名爲感應磁鐵 (inducing magnet)。

(38.2)　被感磁極之極性　欲知被感磁極之極性，可作下述實驗。將一平支磁針放於玻璃杯內，另在杯旁稍遠之處，置一磁鐵，使二者之北極間之推拒力不甚大。今若引近一條純鐵桿R至磁鐵與磁針之間，如圖(227)，



第二二七圖

則見針之北極立被推拒。由此可知，鐵條近於磁針之一端，必爲北極，其近於磁鐵北極之一端，則爲南極。換言之，鐵條上被感之磁極，在近於感應磁極之一端者，其極性係與該感應磁極相反，而在遠端之被感磁性則與感應磁極相同。

一條鐵桿，因感應作用而磁化之後，對於他鐵桿亦可發生感應作用，例如在前述之實驗中再置數個較短之鐵桿於R桿與磁針之間，其結果亦同。

被感之極性，既如上述，則磁鐵吸引鐵屑或鐵質物品之理由，甚爲明顯。蓋被感的異性極係在近端，而被感的同性極復在遠端，故兩異性極之互吸力，必大於兩同性極之互拒力，其結果遂使鐵質物品，與磁鐵之任何極，均能互相吸引。散布鐵屑，以繪磁力線圖，其原理亦同此；蓋各鐵屑被感應而成爲小磁鐵後，即各依磁場之方向，互相連引，而成各磁力線之圖式。

(38.3) 順磁體，逆磁體，與鐵磁體 1778年，Brugmans 發見當引近一塊鉍 (bismuth) 於磁極時，其作用爲推拒而非吸引。欲表演此現象，宜以甚强之磁場與一鉍針爲最佳。若鉍針可以自由轉動，則其所取之方位，將適與磁場之方向成直角。1845年，Faraday 測驗多種物質，而發現各物多有磁性。例如「金，銀，銅，鉛等桿在强大磁場中，均與磁場方向成直角，此種物體，名爲逆磁體 (diamagnetic substance)。其他，如氧，鉑等，置之磁場中，則其軸線，常與磁力線一致，與鐵質物品

同，惟其所受之影響較小而已。此種物體，名爲順磁體（paramagnetic substance），至於有較大之磁性之鐵族物質，如鐵，鎳，鈷，等則名爲鐵磁體（ferromagnetic substance）。Heusler 在1903年，發明一種合金，其組合之各原質，雖無强大之磁性，但配合後，則成頗强之鐵磁體。此合金之成分，約含有26.5% 錳，14.6 鋁，58.9% 銅。

（38.4）　鐵與鋼之區別　鐵與鋼，雖均爲鐵磁體，但純鐵較鋼易於磁化，既磁化之後，鋼保留磁性之本能，較純鐵强大。此兩事實，可用下列實驗證明之：—

取未磁化之鐵針及鋼針各一條，將其一端沒入於鐵屑中。引近磁鐵，使與針之上端接觸，然後提起兩針，則見在鋼針末所聚集之鐵屑，較附着於鐵針末者爲少。今若將磁鐵取去，則兩針各失却其一部分之磁性，故被吸之鐵屑多下落。但此時，鋼針端所餘之鐵屑，反較附着於鐵針端者爲多。由是吾人可知鋼之保磁性（retentivity）與消除其磁性之消磁力（coercive force）均較純鐵爲强。至於消磁力與保磁性之量法，當在後第51章討論之。

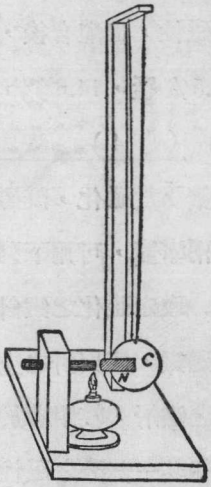
（38.5）　磁性之消失　在下列各情形之下，磁性常易於消失：—

（1）　當不用各種磁鐵時，若將同性之兩極相對而放置之，則因感應作用，兩極均互相引誘以生異性之磁極。如是，則兩極之磁量均漸減少。故爲免除此種影響起見，放置兩個條形磁鐵時，應使其異性極互相傍倚。馬蹄形磁鐵之端末常另用一純鐵作銜鐵（armature），其用意即以防止磁性之消失。

（2）用磁鐵時，如甚粗率，則常可因器械的打擊而消滅其磁性。

（3）熱磁鐵至呈紅色時，其磁性可完全消失。此後，即使再將該磁鐵冷却至原始溫度，其磁性亦不能復存在。惟可再用磁化法以磁化之。此種現象，可用一極有興趣之實驗表現之：一

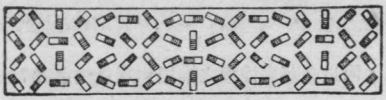
將一薄片之鎳 N，銲於一塗黑之銅片 C，而以細絲懸之使可擺動如一擺子，（圖 228）。置一永久磁鐵於架上，調節磁鐵至鎳片之距離，使鎳片擺動時，其一端可被磁鐵吸住。今放一燈火，將鎳片燒紅。如是，鎳失去磁性，乃向右擺。惟鎳既離火，立即冷却，復可被磁化，故當其再向左擺時，又可被磁鐵吸住。不久，火復將鎳端燒紅，則鎳又向右擺。如是可往返擺動不息。自此種實驗，可知鐵磁質之溫度，達至一定高點時，不但失去磁性，且不能被磁化；惟若溫度減低之後，雖無磁性，然仍可被磁化。



第二二八圖

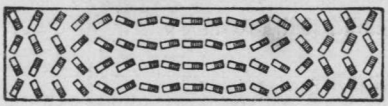
(38.6) **磁性之分子學說**　試將一條磁鐵折斷爲若干段，不論段數多寡，或各段之長短如何，每段均各自成一磁鐵，其一端爲一北極，而其他端則爲一同强之南極。此事似表示各磁質係由多數之短小磁鐵所組成。Weber 於 1852 年曾以此等分子磁鐵（molecular magnets）爲假設，以解釋磁化之各情形。依照 Weber之說法，當鐵或鋼桿未被磁化以前，其內部之分子磁鐵係亂雜排列，故其所生之磁的效果，互相抵消，而不呈現於其兩端

在未磁化鐵桿內分子磁鐵之排列狀況



第二九二圖

在已磁化鐵桿內分子磁鐵之排列狀況



第二三〇圖

(圖229)。迨置桿於磁場內後，各分子磁鐵受磁場之作用，其軸線乃略依磁場方向以排列，故有磁極呈現於其兩端(圖230)。純鐵內之分子磁鐵較在鋼內者，易於整列，亦易被擾亂，故純鐵之消磁力與保磁性，均較弱於鋼。當磁鐵之溫度過高時，其中各分子磁鐵之整齊陣式，復因其運動劇烈而散亂，故其磁性遂不存在。

上述之鐵或鋼之磁化情形，可以貯在玻璃管內之鋼屑作實驗以表示之。此等鋼屑原爲微小之磁鐵，惟因其排列無一定之規則，故管之兩端不具磁性。今若以一強烈之磁極，依35.4節之磁化法撫摩此管，則各鋼屑之磁軸，將略依磁化方向而排列，而管之兩端乃各有一頗強之磁極。若敲動此管以亂各鋼屑之方向，則管之磁性立即消失。

Weber之磁的分子說，經 Ewing 之增益，大體上雖能解釋磁化之情形，惟對於數量的關係及逆磁性則不能完全解釋之。又物質中因何而有此種分子磁鐵，此簡單學說亦未言及。對此諸點，吾人將於論電流之磁效後(見後50章)，再提出討論之。

第三十八章　問題

(38.1) 試說明磁的感應之情形。

(38.2) 引近磁鐵一端於一懸空之鋼針，針初被推拒，惟磁鐵與針之距離減短後，則反爲吸引，試說明其故。

(38.3) 檢查鐵桿或鋼桿是否已磁化，何以必藉異性極之推拒作用以決定之？

(38.4) 何謂順磁體，逆磁體與鐵磁體？試區別鐵磁體與磁鐵。

(38.5) 鐵與鋼同爲鐵磁體，其異點何在？

(38.6) 試說明如何放置兩條磁鐵方能保存其磁性不易消失。

(38.7) 試述馬蹄形磁鐵端末之衝鐵之功用。

(38.8) 如欲消除鐵針上之磁性，當用何法？

(38.9) 試略述磁性之分子學說。

(38.10) 設有兩條磁鐵，其軸線同在一直線上。先令其同性極相向而置之，次令其異性極相向而置之。若前後兩次，磁鐵之距離相等，問第一次之推拒力與第二次之吸引力，孰爲較大，並言其故。

(38.11) 設有一條鐵桿，置於磁場中，試作圖以表示在其四周磁力線之情形。

(38.12) 設在馬蹄形磁鐵之南北兩極之間，置一鐵桿，被感之磁極均不若感應之磁極之強烈。試以磁力線分佈之情形而解釋之。問在何種情形之下，被感之異性磁極，其強度方與感應之磁極相等？

第三十九章　地磁

(39.1)　地球之磁場　能自由轉動之磁針，在磁場中，必靜止於一定之方向。指南針在地球上各處，均指一定之方向，此方向又幾與地球之南北方向相一致　故知地球上有一磁場。若假定此磁場乃一相當之磁鐵所產生者，則此磁鐵之負極之位置，頗近於地球之北極，而其正極則近於地球之南極。此說始爲Gilbert所用以說明地球之磁場。惟關於地磁情形，近來已知之事實較多，實非一個置於地球中心之大磁鐵所能完全說明，茲僅就地磁分布之情形及量測之方法加以陳述。

(39.2)　地磁之三要項　地球之磁場，可以各處地磁强度之數值，及其方向確定之。表示强度之數值，可用水平强度，及垂直强度二項；若H爲地磁之水平强度，V爲其垂直强度，則其總强度，必爲

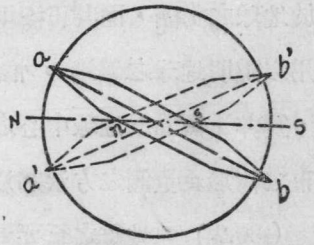
$$R=\sqrt{H^2+V^2} \quad \cdots\cdots (1)$$

R與H所作之角，名爲地磁傾角(dip)，今以θ表之。故如知H與θ，則R及V之價值，亦可自下列兩方程計得之：—

$$R=\frac{H}{\cos\theta},\quad H=\frac{V}{\tan\theta} \quad \cdots\cdots (2)$$

除H及θ二者之外，欲完全確定地磁之方向，尙須知含R之垂直平面，與眞正南北方向所作之角度爲若干。此角名爲地磁偏角(declination)。今請先述地磁偏角之測定法。

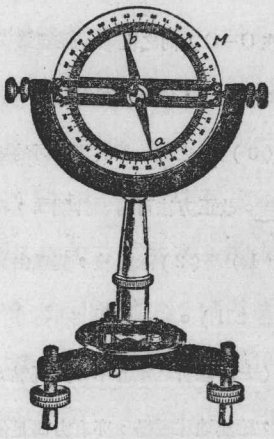
(39.3) 地磁偏角 爲便於說明起見，今先述地磁子午線(magnetic meridian)之意義。在某處作一垂直平面，通過指南針之磁軸，此平面與地球相交之大圓，即稱爲該處之地磁子午線。在地球上各處之地磁子午線，與地理的子午線（即眞南北方向）所作之角度，即爲該處之地磁偏角。此偏角之值，各地固不相同，各時亦略異。各處之地理的子午線，可用天文方法測定之，茲不具論。至於地磁的子午線，則可用懸掛或支托於一點且可以自由在橫平面上轉動之磁針，大略決定之。但用磁針時，須知磁針之磁軸未必與其幾何的軸線脗合。如是，設磁針之磁軸 ns 與其幾何的軸線 ab 相差如圖(231)，則將磁針翻面之後，ns 之方向不改，而其幾何的軸線必取 a′b′ 直線之方向。今如等分 ab 與 a′b′ 所作之角度，即得眞確之地磁子午線 NS。



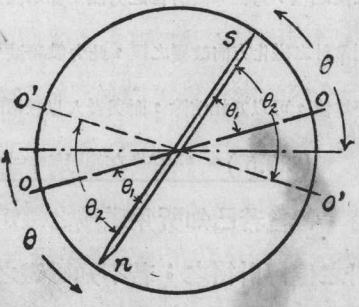
第二三一圖

(39.4) 地磁傾角 欲定地磁傾角時，宜先支托磁針於其重心，而任其在地磁子午線之平面內自由旋轉，然後測定其磁軸與水平線所成之角度。在北半球，磁針向下垂傾之一端，乃正極；在南半球，則爲負極。測定地磁傾角之儀器名爲傾角圓(dip circle)。

傾角圓之重要部分，爲一個長磁針 ab, 與一有刻度之垂直圓環 M。磁針係支托於圓環之中心，圓環並可沿其垂直直徑而旋轉如圖(232)。用時，須先調節圓環之平面，使與地磁子午線一致，因不如是，則所得者，非所欲求之傾角 θ 也。欲使圓環平面與子午線脗合，可先旋轉此環至磁針完全達垂直狀態爲止。在此位置，地磁之水平强度所施於磁針之力，只能使磁針緊壓於支托點，故此時，圓環平面所取之方向，必適與地磁子午線成90度角。得此之後，可旋轉圓環90度，如是則其平面必可與地磁之子午線同方向，而在此位置之傾角，乃始爲吾人所求之地磁傾角。用傾角圓時須注意下述各誤差及改正法。



第二三二圖



第二三三圖

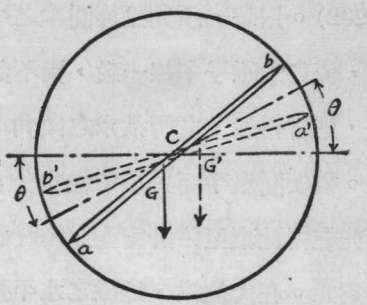
（1）磁針之支點不在圓環中心。改正法，讀其兩端所指示之角度，而以其平均值作傾角（參較前219圖）

（2）在圓環上所刻之標度，其O—O標準線不甚水平。如是若O—O直線之傾

斜與磁針之傾斜同向(圖 233)，則所得之傾角θ_1，較實際之值 θ 爲小；反之則太大。補救方法，可將環旋轉於其垂直軸線 180 度，再記錄針兩端所指示之角度 θ_2。如是本在 O—O 方向之直線，經旋轉 180 度後，變作 O′—O′，故即以此兩次 θ_1 及 θ_2 之平均作傾角，結果當較爲準確。

(3) 針之磁軸不與其幾何的軸線脗合。改正方法可將磁針翻面，再作如(1)及(2)兩實驗，其理由見前(圖 231)。

(4) 磁針之重心不在支托點。如此，雖無地球磁場，亦有力偶足使該針傾斜(見圖 234)。改正方法可先消除針之磁性，然後再另行磁化之，使其磁化方向與原初之方向相反，而再依(1)，(2)，(3)各法重求傾角八次。此改正法之理，乃因本段所言之力偶，如本係足以增加針之傾斜者(圖 234 中之實線)，則當針之磁化方向改變之後，此力偶將減少針之傾斜(圖 234 中之虛線)。故各次之平均值，可以互相消除，而與吾人以較準確之結果。



第二三四圖

(39.5)　磁鐵在磁場中之振擺　在第36.6節中說明磁力計時，曾言若已知所用磁鐵之磁矩，則任何磁場强度 H，均可由磁針之偏轉計得之；若不知磁鐵之磁矩，則磁力僅能測定 M/H 之值。惟倘另有一法可以測定磁鐵之磁矩 M，與磁場强度H二者之乘積，則由磁力計與此法所得之結果，仍可算出 H之絕對值，同時並可計得 M之絕對值。欲定 MH之乘積，可將磁鐵懸於空中

，任其自由振擺，而觀察其週期 T。由此週期，與磁鐵之轉動慣性，即可依下述之公式以求得 MH 之值。

假令磁鐵已在磁場中擺動。當其磁軸與 H之方向作 θ 角時，使磁鐵轉回到H方向之回復力偶爲 $MH\sin\theta$。又令磁鐵之轉動慣性爲 I，而此時之角加速度爲 α，則按力學原理，（9.9 節）

$$MH\sin\theta + I\alpha = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

假設擺角 θ 頗小，$\sin\theta$ 幾等於 θ，則上式所表示磁鐵之擺動，乃角諧運動，其週期約爲（見前12.4 節）：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\theta}{\alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}} \quad \cdots\cdots (4)$$

因此

$$HM = \frac{4\pi^2 I}{T^2} = 4\pi^2 I f^2 \quad \cdots\cdots (5)$$

此中之 f 表每秒振動數，即頻率。

今若令同一磁鐵，在兩個不同之磁場中振擺，則兩處 H之值，必與在各該處所得之週期之平方成反比例，或與其頻率之平方成正比例。即

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{f_1^2}{f_2^2} \quad \cdots\cdots (6)$$

用此法與用磁力計時，均已假定磁鐵之磁矩 M不因磁場 H之影響而變更。若磁場太强烈，因感應作用，M之價值有變更之虞，則所得之結果，須加以改正方爲可靠。

第二十四表 中華民國各大城市地磁情況

城市	北緯	東經	偏角(偏西)	傾角	水平强度	測定之年
庫倫	47°55.6′	106°52′	0°64′	66°46′	0.229	1915
齊齊哈爾	47°22′	123°59′	7°34′	64°27′	0.242	1916
吉林	43°51′	126°36′	7°30′	60°20′	0.266	1916
瀋陽	41°50′	123°28′	6°04′	58°39′	0.278	1916
北平	40°00′	116°20′	4°53′	57°18′	0.288	1932
天津	39°05.9′	117°11′	4°04′	56°21′	0.293	1916
太原	37°51.9′	112°33′	3°18′	55°11′	0.301	1932
濟南	36°39.5′	117°01′	3°36′	53°06′	0.308	1915
蘭州	36°03.4′	103°48′	0°18′	53°05′	0.312	1916
鄭州	34°45′	113°43′	3°02′	50°43′	0.320	1932
西安	34°16′	108°57′	1°42′	50°29′	0.323	1932
南京	32°03.8′	118°48′	2°26′	46°43′	0.331	1922
上海	31°11.5′	121°26′	2°36′	45°38′	0.331	1907
成都	30°38′	104°03′	0°08′	45°10′	0.344	1916
漢口	30°37′	114°20′	2°04′	44°42′	0.341	1922
安慶	30°32′	117°02′	— — —	44°27	0.341	1911
杭州	30°16′	120°08′	2°59′	44°05	0.337	1917
南昌	28°42.4′	115°51′	1°51′	41°49	0.349	1917
長沙	28°12.8′	112°53′	0°50′	41°11′	0.352	1907
福州	26°02.2′	119°11′	1°43′	27°28′	0.355	1917
桂林	25°17.7′	110°12′	0°05′	36°13′	0.366	1907
雲南	25°04.2′	102°42′	0°04′	35°19′	0.372	1911
廣州	23°06.1′	113°28′	0°29′	32°01′	0.372	1917

（39.6） 地磁之水平强度 試以同一磁鐵作磁力計及振擺磁鐵兩實驗，則自所得之結果，即可推算該處之地磁水平强度H，及磁鐵磁矩M。用 Gauss 第一位置，由磁力計所得之結果爲：

$$\frac{H}{M}=\frac{2}{d^3\tan\theta} \quad \cdots\cdots(7)$$

將此方程與方程（5）合併，可得：

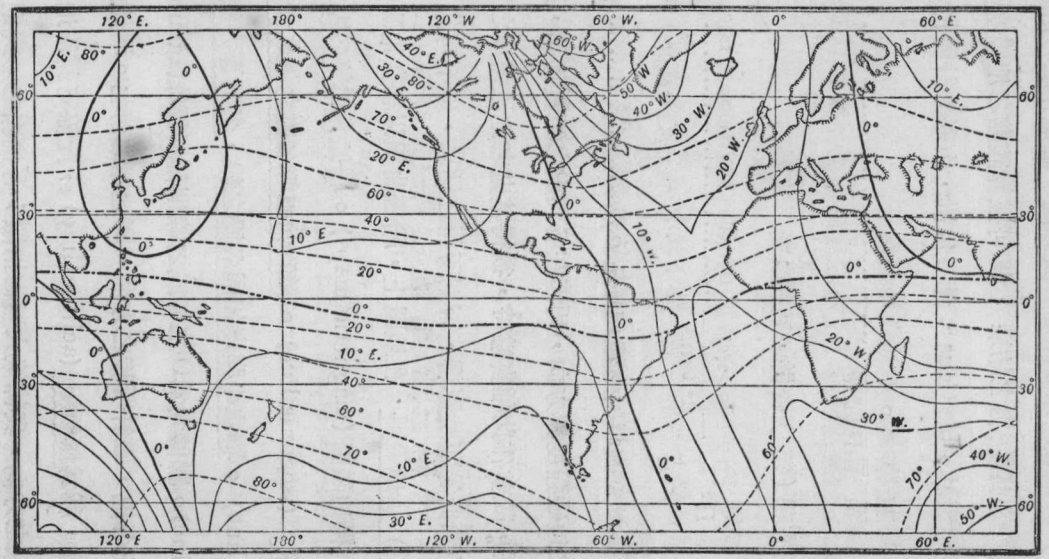
$$H^2=\frac{8\pi^2f^2I}{d^3\tan\theta} \quad \cdots\cdots(8)$$

及

$$M^2=2\pi^2If^2d^3\tan\theta \quad \cdots\cdots(9)$$

各處之地磁强度與方向，均因在各該處之鐵質物品，及電流線路而變更；故當作此種實驗時，欲得某處之地磁强度之正確價值，必先免除此等臨時影響，否則所得之結果，殊不可靠。

（39.7） 地磁圖 在地圖上，繪畫曲線以聯合地磁情形相同之點，則得地磁圖（magnetic maps）。聯偏角相等各點之線，名爲等偏線。（isogonic line）。聯傾角相等各點之線名爲等傾線（isoclinic line）。聯水平强度相同各點之線，名爲等力線（iso-dynamic line）。聯偏角爲0之各點之線則稱無偏線（agonic line）；在此線上各處，磁針所指之方向，即地理的南北。聯傾角爲0之各點之線，稱爲無傾線（aclinic line）；此線可視作地磁之赤道。等傾線之方向，與緯線大體尙相似；等偏線之形式則與經線相差甚巨；（圖235）。



第二三五圖 地磁圖

——等偏線

——等傾線

傾角爲90度之處，可視作地球之磁極。在北半球，此點約在西經97度，北緯70度，（約在北美洲Greenland附近）；1831年James Ross 首抵其地。在南半球，此點約在東經155度，南緯72度，1909年，南極探險家始經歷其處。

（39.8） 地磁之變更 上述之地磁偏角與强度，不但各處不同，且各時亦異。其價值除長週期之變動外(secular variation)，尙有歲變 (annual variation) 與日變 (diurnal variation) 等。前者表示地磁之情形各季不同；後者表示其與晝夜有關。當太陽面上黑點最多之時，地磁之日變亦較劇烈；此事似表太陽與地磁有相當之關係。除有週期之變動外，地磁强度有時呈劇烈之偶然變動。此種變動名爲磁颶(magnetic storm)。

第三十九章 問題

（39.1）何爲地磁之三要項，試分別陳述之。

（39.2）求地磁傾角時，磁針所處之平面須與地磁子午線脗合，其故安在？試作簡單之圖以表示此條件未能滿足時之傾角之情形。

（39.3）試述傾角圓之構造及其用法。

（39.4）傾角圓中之磁針，其磁矩及長短，與其準確程度有何關係？傾角圓之磁針與磁鐵計之磁針，前者以愈長愈佳，後者則常甚短，試言其故。

（39.5）試陳述傾角圓之誤差，及其校正之方法。

（39.6）試推證表磁鐵在均勻磁場中擺動之週期之公式。

(39.7) 試述量測地磁之水平強度之方法。

(39.8) 試分別敍述等偏線，等傾線，及等力線之意義。

第三十九章 習題

(39.1) 在北平地磁之水平強度約爲0.29 高斯，在上海，其值則約爲0.33 。若有磁針在北平振動 100 次所需之時間共爲五分鐘，問此磁針在上海之振動週期如何？

(39.2) 一橫置之磁針，在傾角爲 70° ，地磁總強度爲 0.6 之地點，其每分鐘振動之次數共爲40次。今移之於另一地點，其處之傾角爲 60° ，若在此處針每分鐘共振動50次，問第二處之總強度若干？

*(39.3) 將傾角圓之平面置之於地磁子午線中，而令其磁針自由振動。若摩擦阻力甚小可以不計，且當磁針靜止時，針與水平方向作 θ 角度，問磁針之磁矩M，其轉動慣性 I ，其週期T與地磁之水平強度H，及傾角 θ 之關係如何？

*(39.4) 若39.3 題中之傾角圓，其平面係與地磁子午線正交，且其磁針之重心位在支點之下 l 糎，針之重量爲m克，問其週期 T 與其他各量之關係如何？

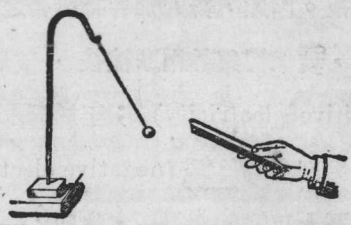
*(39.5) 若當傾角圓之平面與地磁子午線作某角時，其磁針與水平方向作 θ_1 角，今將圓之平面旋轉90度，則磁針與水平方向作 θ_2 角，試證明眞正傾角 θ 之值可自下列方程計得之：一

$$\cot^2\theta = \cot^2\theta_1 + \cot^2\theta_2$$

(39.6) 設有磁針，重1.5克，磁矩爲1000單位。今以細線結於距其重心爲 0.4 糎之點，且結點偏近南極。若在北半球傾角爲60度，V爲0.5高斯之地點，懸掛此針，問針與水平方向所作之角若何？

第四十章 靜電學原理

(40.1) 起電 琥珀與絲絹摩擦後，能吸取輕質物品，如碎紙等，前已述及之。此種現象，不僅限於用琥珀及絲絹兩物；例如以硬膠木桿與貓皮相摩擦後，亦可得相似之吸力。惟此種吸引力之性質，乃與磁鐵吸引鐵屑之性質，截然不同。其最明顯之異點，即爲若令碎紙屑與被摩擦後之琥珀相接觸，則反爲其推拒。今名具此種吸引或推拒力之物體，爲帶電體 (electrified body)，或云物體帶有電荷 (electric charge)。使物體帶有電荷之手續常名爲起電 (electrification)。物體帶電之情況可以紙球擺 (pith ball pendulum) 表演之。紙球擺爲一個懸於絲線之小紙球，(有時以木髓製成)。設將已與絲絹摩擦之玻璃桿，引之至紙球旁，則紙球立被吸引 (圖236)。惟紙球與此帶電之玻璃桿接觸後，則反被推拒。



第二三六圖

(40.2) 兩種電荷 物體之帶電現象，既如上述，吾人所宜先爲考究者，乃各物體所帶之電荷是否相同。欲解決此問題，可作下述之實驗：以絲線結於一玻璃桿之中心，而平懸之。執桿之一端，而以絲絹與其他端摩擦，使其帶電。另取一玻璃桿，亦

用同法摩擦之，使其帶電。今若引第二玻桿之已帶電之端，接近懸空之帶電桿端，則見懸空之桿立被推拒。由此結果，可知用同法所生之電荷，實具有互相推拒之特性。

另用一硬膠木桿 (ebonite) 與貓皮摩擦。仿前法，引此膠木桿至前此已經帶電之玻璃桿旁，則見兩桿立即互相吸引。此現象表明玻璃桿與絲絹摩擦後，其所帶之電，其性質與膠木桿與貓皮摩擦後所帶之電之性質互異。今苟將各種物質，經摩擦後而帶之電荷，均用此法，次第試驗之，則其結果有被玻璃桿推拒，亦有被其吸引者；且凡被玻璃桿所推拒之電荷，均將被前此所述之帶電之膠木桿所吸引；反之，被前者所吸引之物質，均將被後者所推拒。因此，吾人知各物所帶之電，僅有兩種。爲便於討論起見，玻璃桿與絲絹摩擦後，玻璃桿上所帶之電，常名爲正電 (positive electricity)；至於膠木桿與貓皮摩擦後，膠木桿上所帶之電則名爲負電 (negative electricity)。自本節所述之實驗結果，吾人可歸納而得一定律曰：一異號電荷相吸引；同號電荷相推拒。

(40.3) 互擦物體所帶之電荷 絲絹與玻璃桿摩擦後，不但玻璃桿帶電，絲絹亦帶電，惟其所帶之電荷，乃負號。此事亦可用前法以證明之。綜言之，兩物體經摩擦後，其一帶正電，其他則帶負電，乃一定不易之事實。但何體應帶正電，何體應帶負電，則視兩體之性質而異。玻璃桿與絲絹摩擦後，玻璃桿帶正

電，絲絹帶負電；如代玻璃桿以封臘條，摩擦之後，則封臘條將帶負電，而絲絹反帶正電。因此，吾人可將各種因摩擦而帶電之物體，列成一表，而規定在表中位置較高之物質，與在其下者相摩擦，則表中位置較高之物帶正電。惟各物在表中之位置，有時常因其表面之情形而變更，故下表中之次序，僅可視爲近似的次序：(1)貓皮(2)羊毛(3)石英晶(4)玻璃(5)絲絹(6)木條(7)金屬(8)膠木(9)硬橡皮(10)封臘(11)琥珀(12)硫磺。

(40.4) 導體與非導體 上表第七項爲金屬質。然若執一銅桿，而用貓毛與之摩擦，則無論如何，均不能使其吸引圖(236)之小球。此實驗結果，似表示金屬質不應列在表中。當 Gilbert 在 1600 年研究電與磁之區別時，彼以爲各物有能帶電者，有不能帶電者。能帶電之物體，如琥珀，玻璃之類，彼名之爲"似琥珀體"(electrics，按希臘文，琥珀名爲 electron)，其不能帶電者則以"非琥珀體"(non-electrics)稱之。此種分類法 至1736年，Stephen Gray 發現物體有善於導電，與不善於導電之區別後，始不復用。欲知導電體 (conductor) 之意義，請先述如何可以使銅桿亦能帶電之方法。

鑲銅桿以一玻璃柄，握此柄，而以絲絹摩擦銅桿後，再用前述之方法試驗之，即可證明銅桿帶有負電。由此可知，銅桿經摩擦後，非不能帶電，不過未鑲有玻璃柄之銅桿，其所帶之電，常

因與試驗者之手相接觸而消滅。換言之，人體與銅桿接觸之後，可使銅桿失去其所帶之電。今再由下述之又一實驗證明之。將已帶電之玻璃桿上各點，與握在手中之一金屬球相接觸，則玻璃桿將失去其所有之電荷。惟若先放金屬球於另一玻璃板或膠木板之上，然後令帶電之玻璃桿各點與之接觸，則玻桿所失之電，均將移在金屬球上，而不至於消失。如是，金屬球亦有吸引輕物及與之接觸後而推拒之之效應。是以知電可因接觸而自一物體移至他物體。帶電之玻璃桿，起初能吸引輕物；惟一經與輕物接觸後，則反推拒之者，其原因即爲玻桿將其所帶之電傳導於輕物，使輕物亦帶同號之電，而同號電荷乃互相推拒。由此等實驗觀之，金屬質及人體等，與玻桿及膠木等，對於電荷在其面上之自由傳移，頗有不同。凡電荷易在其上傳佈之物體，名爲導電體或導體，例如金屬品等是；又凡電荷不易在其上傳佈之物體，如玻璃，膠木等，則稱爲非導體 (non-conductor) 或絕緣體 (insulator)。

導體與非導體兩詞，實無明顯之界限，僅爲比較的之詞語而已。世間實無完全不導電之絕緣質。最良之導電體爲各種金屬質，其次爲炭，酸性，鹼性或鹽性溶液，濕土，人體，等。甚良之絕緣體爲乾空氣，石英晶，玻璃，白蠟，膠木，絲，羊皮，瓷，油，等。至於乾木，棉，紙，等其絕緣性稍劣，此等物有時亦稱爲半導體 (semi-conductor)。

(40.5) 電量 帶電體所荷之電之多寡，名爲電量 (quan-

tity of electricity)。設甲電荷與乙電荷間所互受之力，與甲電荷與丙電荷，在同一相對的位置所互受之力爲同值，則乙丙兩電荷所含之電量即相等。欲比較兩電荷之電量，可以其在同一情形下，所施於第三電荷之力之大小而決定之。實驗結果表示在一定距離下，兩電荷間之力，係與其各個所含之電量之乘積成正比。

(40.6) 電荷間之力律 兩電荷間所互受之力，與二者之距離之關係，經 Coulomb 氏(1885年)以實驗證明其亦係遵循一平方反比律。若用方程式表之則爲：

$$F=C\frac{q_1q_2}{r^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

式中q_1與q_2表兩電荷之電量，F表其互受之力，r表二者之距離，C爲一比例因數，其價值乃由所用之單位及電荷所在之媒介質而定。讀者至此，須注意此處所討論之電荷，乃指集中於一點者而言。故如有電荷，占據空間頗大之位置，則上式不能直接應用。但若兩電荷所占之空間，較諸二者之距離極爲微小，則用上式所計得之結果，可認爲甚佳之近似值。例如兩電荷各在直徑十糎之球面上，若兩球中心之距離不及二十糎，則由上式所算得之力，甚不準確，但若兩中心之距離乃在一百糎以上，則由上式所算得之結果，將與眞值相差無多矣。

上式中之F與r，可各沿用達因及糎作單位。至於電量q_1與q_2之單位，則在糎，克，秒制度中，尙未有規定。式中比例因數

C 之價值，既可依各量之單位，及電荷所處之媒介質而定，故最簡易之電量單位，乃使當媒介質爲眞空時，此式中 C=1 。是以兩點等值之電荷，在眞空中距離爲一糎，而其所互受之力爲一達因時，則二者各含單位電荷。此單位名曰絕對制之靜電電量單位 (absolute electrostatic unit of quantity) 。實用之電量單位，爲此值之 3×10^9 倍，其名爲庫倫 (coulomb) 。電荷之正負常亦以正負符號區別之，故當兩電荷之符號相同時 F 爲正號，(即正力表推拒)；反之，如兩電荷之符號不同時，F 爲負，(即負力表吸引)。若採用靜電單位，則當兩個電荷 q_1 與 q_2 在眞空中相距爲 r 糎時，其所互受之力爲

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{達因} \quad \cdots\cdots (2)$$

其方向乃沿聯兩電荷之直線。此方程雖規定電荷須在眞空中，然實際當電荷處於空氣中時，仍可應用之，蓋所得之結果僅較小約千分之五左右而已。

欲直接證明此平方反比定律，其難點亦頗多，故不易得極準確之結果。但由此定律所推出之各事實，與實驗比較，其準確之程度則甚佳，故吾人亦公認此律爲自然界準確定律之一。

(40.7) 電的性質　在討論正負電荷之相互的影響時，本不必計較電之性質果何似。惟晚近吾人有極多之事實，足以證明正負電荷在物質之構造中占有極重要之位置。茲特略述近日關於電之性質之學說之大概，以助讀者了解電的現象。近日科學界公

認各種原子均係由性質完全相同，而帶一定負電量之電子 (electron) 與結構繁複而帶正電之原核 (nucleus) 相組合而成。此諸電子在運動時，頗似有慣性之質點，故亦可謂其有相當之質量，惟其質量極小，僅約有最輕之原子(即氫)之 1850 分之一而已。各種原子核之質量，與所含之正電，各不相同。最簡單之原子核爲氫，其質量幾等於氫原子之質量；而氫核所含之正電量則適等於一個電子所含之負電量之值，其數量爲4.77×10^{-10}靜電單位。一個靜電單位之電荷，本已甚小，故可知電子之電荷，乃更爲細微。氫核有時稱爲質子 (proton)。以電子爲說，凡帶負電之物體，可視爲所帶之電子過多之表徵；而帶正電之物體則爲缺少若干電子之狀態。至中性物體，則其所含電子乃不太多亦不太少。故在固體中，當吾人稱正電荷自甲點移到乙點時，其實乃指電子自乙點移於甲點。至於在液體及氣體中之說法，此後當另有說明。不過此後討論時，吾人仍常云正電荷自某點移至另一點，而不提及電子之移動，以免混淆。此種措辭，當不至發生實際的困難或誤解，蓋物體有過多之電子，與缺少等量之正電荷，其外表之情形乃完全相同。惟有時（例如涉及原子內部構造之各現象）仍必言明所移動者果爲正電荷，抑爲電子，方不至誤。

除上段所述之電子說 (electron theory) 外，舊日對於電之性質亦有三種較重要且不同之假設。最初 Benjamin Franklin 於1747年主張各種電的現象乃由物體所含之"電的流質"過多或太少而起。是爲電之單性流質說 (one fluid theory)。在1759年

Robert Symmer 將 Franklin 之說法更改，以便於說明異號電荷之互相推拒及其他現象。Symmer 假設"電的流質"有二種，一爲正，一爲負。當物體呈中性時，其中之正負電流質遠爲等量。是爲雙性流質說 (two fluid theory)。除此二說外，尙有所謂彈性的位變說 (elastic displacement theory) 者，其說以爲電乃由瀰滿宇宙之以太 (ether) 出入於物體而構成。此三說，在今日雖已爲歷史的陳迹，然西文中所常用之電學術語，則仍多沿襲其舊義者。

第四十章 問題

(40.1) 設有一紙球擺，一條玻璃桿及一方絲絹，今欲測驗一物體上所帶之電荷之符號，問測驗之手續若何？

(40.2) 何謂帶電體，導體及非導體？

(40.3) 今欲以摩擦方法，使導體帶電，問當取何手續？

(40.4) 冬天脫去皮襖時，常見微小之火花，在皮毛與綢衣接觸之處呈現，試言其故。

(40.5) 電荷僅有兩種，試陳述證明此事之實驗。

(40.6) 試述電荷互施之力之大小，與其電量之多寡及其距離之遠近之關係。

(40.7) 試定靜電單位電量之義。

(40.8) 試略述電的性質。

第四十章 習題

(40.1) 設有兩小紙球，分懸於兩長度各爲10糎之絲線之末，線之上端則同結於一點。今令兩球各帶等值之電量，如是兩線在空中乃作30° 角。設每球重爲 0.1 克，問其上之電量爲若干單位？

(40.2) 設有 A，B，及 C 三電荷，同在空中之一直線上。A之電量爲+10單位

，B 爲+50，C 爲+25，A 至 B 之距離爲10糎，A 至 C 之距離則爲5糎。若 A 係位在 B 與 C 之間，問其所受之力之大小及方向如何？若 C 係位在A與 B 之間，則A所受之力又如何？

(40.3) 設 AB 與 BC 兩直線係正交，其他各數值均如前題，試求 A，B，及 C 所各受之力。

(40.4) 在(40.2)及(40.3)兩題中，若A之電量爲−10單位，試求其答案。

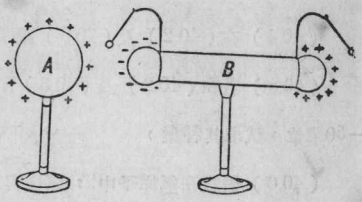
(40.5) 若在(40.2)及(40.3)兩題中，A之電量爲−10單位，B之電量爲−50單位，試求其答案，

(40.6) 假設在氫原子中，原核與電子之距離爲 5.5×10^{-9} 糎，問二者互吸之力若干？若此電子係繞原核而轉動，問其速度及頻率各如何？[電子之電量爲 4.77×10^{-10} 靜電單位；其質量爲氫原子質量之1850分之一]。

(40.7) 若在前題中，原核至電子之距離爲 2.2×10^{-8} 糎，試求電子之速度及頻率。又問在本題與前題兩軌道中運動之電子，其頻率之差若干。

第四十一章 靜電感應

(41.1) 靜電感應 磁極吸引鐵屑之現象，乃因鐵屑之近端，受磁極感應作用而生異性之極，此在第 38.2 節中已詳述之。今吾人又於前章中知異號之電荷，亦能互相吸引；因此，吾人乃欲考究帶電之物體，其吸引輕物之原因，是否亦爲一種感應作用。欲解決此問題，可作下述實驗：—



第二三七圖

懸兩個小紙球於一導體B之兩端如圖(237)，而置導體於一絕緣質之架上。當引另一帶電物體A至B體之一端時，B體兩端之小球，將均爲B所推拒。此現象表明B體因在帶電體A之旁，故亦帶有電荷，此種效應名爲靜電感應現象 (electrostatic induction)，其本來帶電之物體（例如A）名爲感應體；因感應而帶電之物體（例如B）名爲被感應體；A與B所帶之電荷，各名爲感應電荷 (inducing charge)，與被感應電荷 (induced charge)。今再進而用小球擺以測驗被感應之電荷之性質。

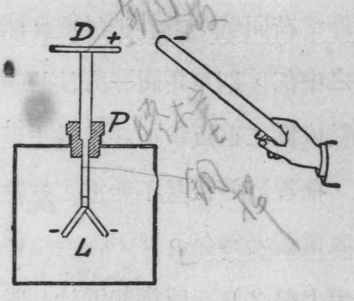
先令紙球擺上之球與感應體A接觸，使其分得A之電荷，然後引之至被感應體B之遠端（離A較遠之一端），則見此帶電之小紙球亦被B所推拒。若引此小球至被感體B之近端，（離A較

近之一端），則見其反被B吸引。由此結果，即知由感應而生之電荷，亦爲兩種：在離感應體較遠之一端，被感應之電荷，乃與感應電荷同號，其在近於感應體之一端者，則爲異號。至被感應體之中部，則可用同一方法以證明其不帶電。今若取去感應體，則被感應之正負電荷在導體上將自由移動，在短時內，即互相消滅，而導體遂復呈不帶電之狀態。因此，復知被感應之正負電荷，其電量乃等值。

(41.2) 感應起電法 當帶電之A體，在被感應之B體之旁時，若用手或他種導體，接觸B體，使其與大地通聯，則在B體遠端之電荷，即被傳導於地，而在其近端之電荷仍舊存在。此種能自由移動之電荷，常名爲自由電荷 (free charge)；其不能自由移動者則稱爲束縛電荷 (bound charge)。當B體與大地通聯之時，若取去其感應體，則被感應體上之束縛電荷亦傳於大地而B體上遂無電荷。但假若先斷絕被感應體B與大地聯接之導線，然後取去感應體A，則被束縛在B上之電荷，將分布於B體上而成自由電荷。此種電荷，與用摩擦法而生在玻璃桿或膠木桿上者，完全無異，故亦可供吾人試驗之用。用此方法以生電，名爲靜電感應起電法 (electrification by induction)；頗多靜電機器，均係應用此原理。惟讀者至此，可注意感應體上之電荷，並不因其曾感應而產生他電荷之故而減少。

(41.3) 驗電器 既知帶電現象之後，欲進而考究電荷間

各作用之數量的關係，須先有簡便之儀器。凡可以檢查電荷之存否及鑑別其性質之儀器，均稱爲驗電器(electroscope)。Gilbert氏在1600年所用之驗電器，乃一支托於中心點之乾草。將此草引近帶電體，則先被吸引，經接觸後，卽被推拒。在前數節吾人所述之小球擺，亦係簡單驗電器之一種。



第二三八圖

比較精細之驗電器，名爲金箔驗電器 (gold leaf electroscope)，其結構大略如圖 (238)。在一銅桿之下端貼有金箔L，桿之他端穿過膠木塞P，而與一較大之銅板D連接，桿與金箔均放在玻璃瓶或箱中，以免受空氣流動之影響。有時，可在玻璃瓶之兩旁，加設兩個金屬版，以增加器之靈敏度。裝此驗電器之匣，有時常用金屬板爲之，而在其前後兩面配置玻璃窗，以便觀察金箔之開閉。

(41.4)　金箔驗電器用法與證電片　金箔驗電器可用以檢查(1)物體是否帶電，(2)所帶之電爲正或負，及(3)所帶電荷之電量約爲若干。

當引近帶負電之物體至金箔驗電器上之銅盤旁時，因感應作用，正電荷被吸至器頂，負電荷被排至金箔，故金箔分開。但一經取去帶電體，則被感應之電荷互相中和，而金箔復合。因此，

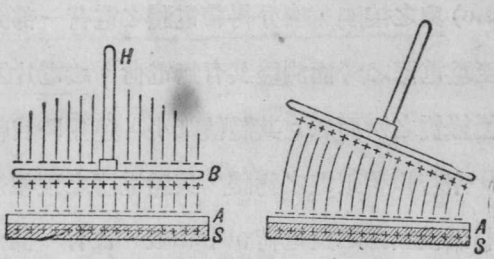
由金箔之開合，即可辨識引近物體之是否帶電。若帶電體所帶之電量甚大，或帶電體不便搬移，則吾人可先用一證電片（proof plane）與之接觸，使分得帶電體之電荷一部分，然後再將證電片引至驗電器之旁而測驗其有無電荷。證電片乃用一塊小金屬片鑲以絕緣質之柄而成。其體積既小，運用時自較靈便。

今若以帶正電之物體，與驗電器之頂相接觸，則當此正電荷與器頂被感應之負電荷相中和後，復有一部分之正電荷傳至器之導體全部，使器僅帶正電。如是，雖取去帶電體，金箔仍舊分開。故欲檢查某帶電體上所帶之電荷之性質，可先令驗電器帶正電（例如用帶正電之玻璃桿與驗電器頂接觸），然後再引近欲測驗之帶電體（或已與該體接觸之證電片）於驗電器之旁。此時，金箔之分開若減小，則知引近之物體，係帶負電，此蓋因金箔上之正電荷，被吸至器頂，故金箔之分開乃較小也。反之，若金箔之分開增大，則知引近之物體所帶電荷，必與器上原有之電荷同號。

由金箔分開之大小，亦可大概測定物體所帶電量之多寡。惟欲得準確之數量的關係，則尋常之金箔驗電器，不甚適用。蓋嚴格言之，金箔分開之大小，僅視該箔所含電量多寡而定，並不因帶電體所帶電量之大小而定。例如兩個形式不同之帶電體，雖其所帶之電量爲等值，然其影響於金箔驗電器之程度，可完全不同。詳細理由，須待說明蓄電器與電容量（見後44章）之意義

後，方能了然。

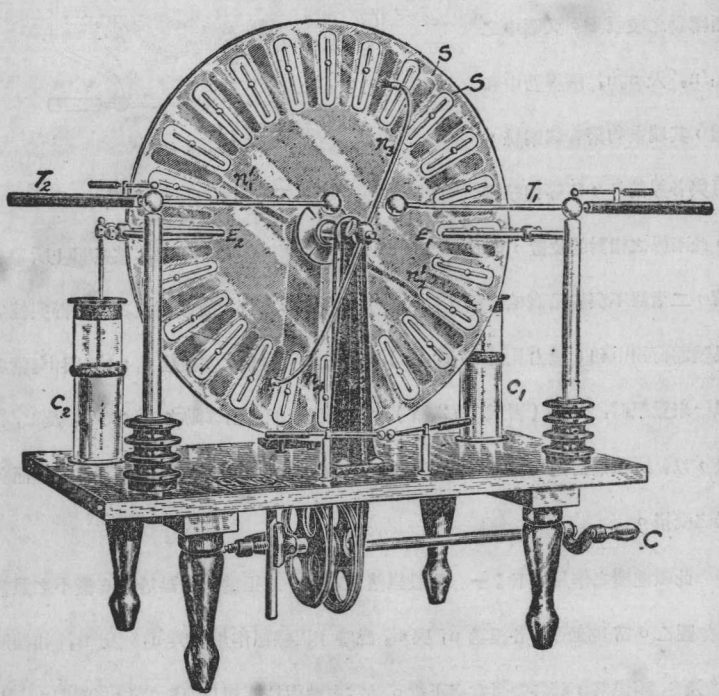
(41.5) 感應盤 感應盤(electrophorus) 亦爲利用靜電感應原理以生電之一種儀器。其重要部分，爲一個絕緣質之盤(膠木盤)A，置於金屬之底版S上。盤上可放置一金屬版B，版上並鑲有絕緣質之柄H，(圖239)。用時，先以貓皮與膠木盤摩擦。取去貓皮後，膠木即帶有負電。今若置金屬版於膠木盤上，因盤之凹凸不平，故版與盤只有若干點相接觸。於是因感應作用，正電被吸至版之底面，負電被排至版之上面。繼用手指或銅線與版接觸，則版上面之自由負電荷被傳於地。取去手指或斷絕與地聯接之導線後，舉起金屬版，則版上所帶之正電，即可留供吾人取用。此時，膠木盤上所帶之電量並不因其曾感應他電荷而減少，故用感應盤時，不必屢次以貓皮摩擦之。摩擦一次後，如無他種漏失，膠木盤上所帶之電，按理可供給無限電荷。或謂電乃能量之一式，此無限之電果由何而來？細究動作之情形，即不難解答此問。當每次置金屬版於盤上後，必先令版上之自由電荷傳導於地，然後舉起此版，版上方能有電。舉版之時，吾人實際上，須作相當之功，因盤上



第二三九圖

負電對於版底正電，有相當之吸引力，以反抗二者之分離。故當分離二者之時，吾人所作之功，即儲於版上而變成電荷之能量。此種生電法實與能量不滅定律無背。

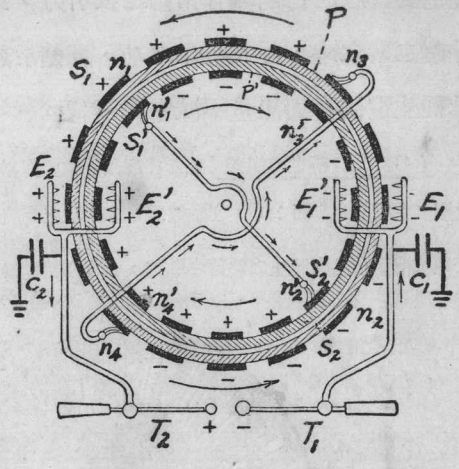
(41.6) 靜電感應機 此機亦應用靜電感應原理，乃各實驗室所常備者。此種電機之主要部分有四：(1)帶電體 (2)被感應體 (3)中和體，即聯接被感應體於地或消除被感應體上之電荷之導體，(4)集電器。在 Wimshurst 電機上，帶電



第二四〇圖 甲

體與被感應體均由二副金屬片擔任之，如(圖240)所示之錫箔S與S'等是。此多數錫

箔，各粘貼於兩圓玻璃版 P 及P′之上。旋轉曲柄 C時，此兩玻版各向反對之方向轉動。今以圖乙中之內圓周表向時針轉動方向轉動之玻版 P′，以外圓周表向反對方向而轉動之玻版 P。又圖中之 $n_1'n_2'$ 及 n_3n_4 兩桿乃中和體，其端末均繫有細銅絲，可與各錫箔 S，S′等相接觸。此兩桿之相對的位置，幾成 90° 角。E_1 與 E_2 兩導體乃用以收集被感體上所帶之電荷，二者雖不與錫箔直接接觸，但因其端末有帚形之梳，故錫箔上之電荷得與梳尖之異號電荷相中和（理由見後 43.10 節）。爲增加所聚集之電量起見，E_1 與 E_2 常各接以一來登瓶 C_1 及 C_2（見後 44.2 節），並各與一能自由移動之放電叉 T_1 及 T_2 相聯接，以備所積電荷過大時，其電荷得由此叉放出，以減少來登瓶中所蓄電量，而免儀器之受損。



第 二 四 〇 圖 乙

此項電機之作用如下：— 假設錫箔 S_1 有微小之正電荷，錫箔 S_2 有微小之負電荷，如圖乙。當其旋轉而各經過 n_1 與 n_2 點時，因感應作用，與 n_1' 及 n_2' 相接觸之 S′及 S_2' 兩錫箔，將各帶負電與正電。又當內玻版P 旋轉以使 S_1' 與 S_2' 離開 n_1' 與 n_2' 時，S_1' 與 S_2' 仍各帶其被感電荷而轉動。惟當其轉至 n_3' 與 n_4' 點時，在外版 P 上與 n_3 及 n_4 接觸之各錫箔，亦因感應作用而帶電荷向反方旋轉。此後外版上各錫箔之

作用與起始時 S_1 及 S_2 同，茲不贅述。若繼續考察 S_1' 及 S_2' 之作用，則見當其轉近於 E_1' 及 E_2' 點時，S_1' 感應正電荷於 E_1' 之尖端，故 T_1 處有負電荷，而 E_2' 之尖端則受 S_2' 之感應而有負電荷，故在 T_2 處遂有正電荷。然以尖端作用(見後 43.10 節)，E_1' 與 E_2' 電荷易與 S_1' 及 S_2' 上之異號電荷相中和，故當 S_1' 及 S_2' 離開 E_1' 及 E_2' 後，即成無電荷之錫箔。惟一抵 n_1' 及 n_2' 處，則二者又因感應作用而各有電荷如圖。其在外版上之作用亦如是。因 P 與 P′ 之轉動方向係相反，故內外兩版上各錫箔之帶負電者，均將其負電荷積存於 T_1 上；其帶正電者，則均向 T_2 積聚正電荷。迨至 T_1 與 T_2 之電量愈積愈多，最後乃有火花飛越其兩端之小球而出。

第四十一章 問題

(41.1) 試述電的感應現象。

(41.2) 靜電現象所異於靜磁現象者何在，試一一申述之。

(41.3) 被感於導體兩端之電荷，係同值之異號電荷，試舉一實驗以證明之。

(41.4) 紙球擺上之球，先被帶電體所吸引，惟一與帶電體接觸則反被推拒，試言其故。

(41.5) 用感應法使導體帶電時，何以必先以手與之接觸，而於未取去感應體之前，何以必令手離開被感應體？

(41.6) 何謂驗電器？試略述二種驗電器之構造及用法。

(41.7) 將一帶多量之電之小導體，徐徐引之至一含較少量同號電荷之甚大導體之旁，二者起初互相推拒，繼則互相吸引，試言其故。

(41.8) 問正負電荷可否同時在一導體或非導體上呈現？

(41.9) 設將一帶多量正電荷之物體，引至帶負電之金箔驗電器之旁，惟不與之接觸，試述金箔分開之變化情形。

(41.10) 今有一帶正電之物體於此，問用何法可使另一物體帶負電？若欲其帶正

電，則應用何法？

（41.11）感應盤之構造及用法若何，試陳述之。用感應盤時，理論上不必屢以貓皮與盤之膠木相摩擦，卽可得甚多之電荷，問此與能量不滅原理有無不合之處？實際上，用感應盤時，則須常以貓皮與盤摩擦，其故安在？

（41.12）試略述 Wimshurst 式感應機之構造及其如何生電。

第四十二章 電力線

(42.1) 超距作用與間遞作用 前章所述各帶電現象皆可以超距作用說明之。超距作用之意義，即電的作用可直接超越空間而影響於其他電荷之謂。至於此種作用如何傳播，則無更簡之解釋。例如金箔驗電器之作用，可謂乃由帶正電之物體將驗電器下端金箔之負電荷吸到頂上，以致金箔缺少負電，或有過剩之正電；並因各正電荷有互相推拒之傾向，故金箔即分開。此種說法，亦可視作未計及帶電體與驗電器間媒介質之影響。惟試舉一簡易實驗，則知在帶電體與驗電器間之媒介質實有極重要之影響，不容忽視。例如，在帶電體與驗電器之間，加入一片頗厚之膠木版，則金箔之分開，立即減少。取去此膠木版，其分開仍復原狀。又如代膠木版以他種絕緣質，如玻璃版等，其結果亦類此。由是可知帶電體上之電荷，其吸引金箔驗電器上電荷之力，乃視處在其中間之媒介質如何而定。

Faraday 以爲一個物體，對於不直接接觸之他物體，除藉二者間之媒介質以傳遞其作用外，不能互受何種之力。彼以此觀念說明電荷間所互受之力，並認在電荷四圍之絕緣質，即傳遞此種力之媒介質。彼並名帶電體四圍之區域爲電場，其意即電的效應所及之場所而已。

欲表明電場之分布情形，可襲用說明磁場之方法，而以場中

各點强度(electric field intensity)定之。此外，亦可用類似磁力線之電力線，或以在各點之電位 (electric potential) ——即將一個單位正電荷自極遠之處，遷移至場中各點所需之功——定之。本章先說明用電力線方法如何說明電的各種現象；下章則論電位。至於電場强度與電力線及電位之關係，在此兩章中，亦分別說明之，以略示各法之異同。

(42.2) 電力線 假設在一帶正電之物體A，及一帶負電之物體B所發生之電場內，放置一小正電荷，則此電荷即有由A移動於B之傾向，其在電場中各點所必取之路途，乃其所受之力之方向。此途徑名爲電力線(electric line of force)。故電力線者，乃始於正電荷，而終於負電荷之曲線之謂。在此曲線上各點之切線方向，即置在該點之小電荷所受之力之方向。Faraday初以爲電力線乃兩電荷中間媒介質內之一種應力線(line of stress)。彼以爲聯接兩個異性電荷之電力線，有類於聯接兩個物體之已伸長而有彈性之線，例如橡皮帶之類。此等線均有縮短之傾向，故兩物體各帶異性電荷後，因有此種聯絡，遂有互吸之作用。惟爲說明電場中之各電力線之形狀起見，吾人亦須假定各電力線有向其旁側互相推拒之趨勢。因此推拒特性遂可說明兩個同性電荷，何以互相推拒。讀者至此，可以本節所說電力線與(37)章所說磁力線相參較，當覺其相同之點甚多。就中最重要之異點，乃電力線出自正電荷而止於負電荷，磁力線則出自北極，入於南極後，

復經磁鐵內部而歸於北極。換言之，磁力線爲完閉曲線，而電力線則非是。關於此點之說明，後(51)章將申論之。

(42.3) 電場强度與電力線 仿照磁場强度之定義，吾人亦可言某點之電場强度，乃等於置在該點之單位正電荷所受之力。如所用之電荷爲q單位，且此電荷之存在並不影響於電場之原始分布情形，則此電荷所受之力將爲：

$$F = Eq \quad \text{達因} \cdots\cdots (1)$$

此式內E即q電荷所在點之電場强度。計算某處之電場强度時，可先假定該處有一單位正電荷，若此單位正電荷所受之力爲E達因，則該點之電場强度即爲E個單位。依此定義，在空中，距Q單位電荷r糎之點，其電場强度即爲：

$$E = \frac{Q}{r^2} \cdots\cdots (2)$$

如Q之單位爲前第(40.6)節所規定之靜電單位，而r爲糎，則E之單位，亦名爲絕對制之靜電單位(e. s. u.)。

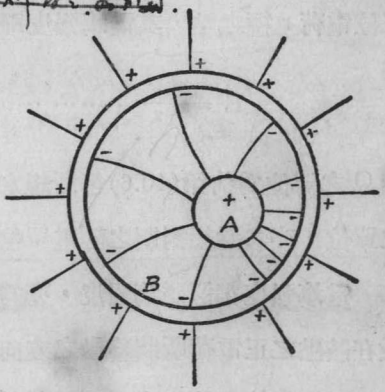
電場强度類似磁場强度，亦爲有向量，其在某點之方向，即放在該點之正電荷所將移動之方向，或通過該點電力線之切線方向。兩個相等電場强度，不但數值必等，方向亦須平行；凡電場强度完全相等之區域，名爲均勻電場。

電力線之方向既表電場强度之方向，吾人亦得仿照磁力線方法，在電場中，繪若干電力線，而以各點之電力線密度表該點電

場强度之數值。如是，仿照前推演磁力線之法則，亦可證明 4π 條電力線自每單位正電荷出發，而同數之電力線亦回歸於每單位之負電荷。利用電力線之觀念可說明許多現象，今分述如次。

(42.4) 空心導體中之電場 在平衡狀態時，同一電力線之起終點，不能棲止於同一導體上。蓋若非如此，則此線既有縮短傾向，勢必縮短；但當其縮短時，必携其端末之電荷以俱動，因據導體定義，電荷得在其面上自由移動故也。惟電荷既在導體上移動，則與平衡狀態之假定不符，故知上說屬眞。因此，在平衡狀態時，空心導體內，如無隔離之電荷，則不能有電力線，亦不能有電場。進一步言之，即電荷在靜止狀態中，僅能處於導體之表面。

若空心導體內有隔離之電荷，則此電荷因感應作用，可感應異號之電荷於導體內面上；此時，空心導體內，亦有電場。惟導體內之電場，與導體外之電場，仍屬完全無關。換言之，完全封閉之導體，可視作電的屏幛(electric screen)。圖(241)表示當一帶正電之小球A放入較大之金屬球B內時，電力線之分布情形。讀者請注意，B內外之電

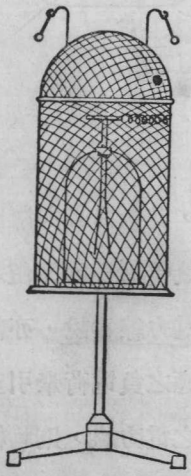


第二四一圖

力線並非連續之曲線，此蓋因外內兩組電力線僅能各棲止於導體表裏兩面上之電荷也。

本節所述之現象，可用簡單之佈置證明之。試取一空心球形導體，上鑽小穴，可任證電片出入。今置之於絕緣質之架上如圖(242)，而令之帶電。然後藉證電片與其內外兩面接觸，而以驗電器檢查之，即可證明其所帶之電，係全居於導體之外表面上。另一方法證明此事，係將懸於絲線端之一帶電導體，徐徐墜入空心球之小穴，（先不使其與空心球接觸），俟其抵球內後，乃令之與球接觸，然後取出此導體而檢查之，則知其原有之電荷，已完全消失，而移至空心球之表面上。

第二四二圖

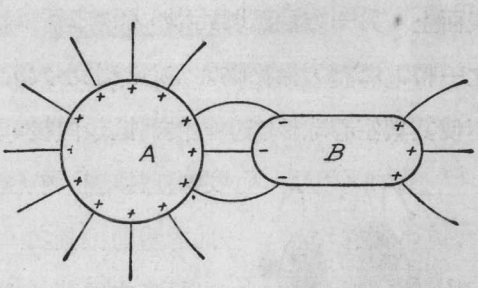


第二四三圖

置一靈敏之驗電器於一用導線編成之籠內。置籠於絕緣架上，而令驗電器與籠相聯接，如圖(243)。今苟用感應靜電機使籠强烈的帶電，籠內驗電器之金箔，仍毫不分開。是即籠內面毫無電荷之證。Faraday嘗製甚大金屬箱，而在其內放置驗電器。如是，雖箱外電花紛飛，箱內之驗電器，亦毫不受影

響。故凡遇欲作精細之實驗時，所用之儀器，如驗電器之類，均宜用金屬箱以作障蔽，庶免受外界電場之影響。

(42.5)　靜電感應時之電力線　設有一帶正電之物體A於此，則若干電力線將由之出發，而止於其鄰旁導體上之負電荷，例如棹，椅，牆等。此等被感應負電荷，雖係分散於較廣之面積上，但其總數量，則與感應之之正電荷相等，因電力線兩端之電荷爲等值故。次在此帶正電物體A之旁，另放一未帶電之導體B，使其受帶電體之感應作用。此導體B既在A之電場內，勢必有若干電力線穿過之。但導體內不能有電力線，故穿過B之電力線，悉棲止於導體面上如圖(244)。於是，進入導體面上之電力線，其數目必與離開者之數目，完全相等，此即被感應體上之正負電荷必爲等值之理由。此外，束縛電荷與自由電荷之區別，以電力線爲說，亦甚簡便。蓋自帶正電體所發出之電力線，將被感應之負電荷牽引至近於感應體之一端，而在被感應體遠端所發出之電力線，則均棲止於大地上之負電荷。因此，將被應感體聯接於地時，近端之束縛電荷，不受影響，而遠端之自由電荷即被中和而消滅，又自

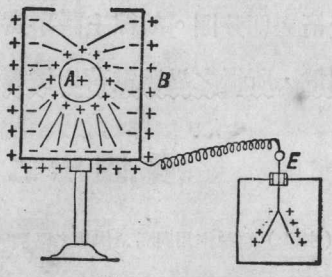


第二四四圖

圖(244)，更知在被感應體上之正負電荷，固係等值，但其值則永不能各等於帶電體上之原有電量，因自帶電體所發出之電力線僅有一部分棲止於被感應體上也。由此言之，兩體愈近，被感應體上之電荷將亦愈大；惟即使兩體相近至於將接觸，被感應體上之負電量，亦不能等於感應體上之正電量，因自感應體上所發出之電力線仍有一部分直接棲止於大地上之負電荷故也。

驗電器金箔之分開，前曾以金箔上同性電荷互相推拒爲說。此現象亦可視作因聯接金箔於大地之電力線縮短之結果。用此解釋，則知器旁裝以金屬版，或置器於金屬匣內，(見前40.3節)，其用意乃使金箔上之電荷，與地上之異性電荷，有較密切之連絡以便利其縮短作用，而增大金箔之分開。感應盤與他種感應現象亦可仿此說明之。

(42.6)　Faraday之冰桶實驗　前節所述被感應之電荷，不能等於感應電荷一事，乃指被感應體不完全包圍感應體而言。倘被感應體能完全包圍感應體，則感應體所發出或收入之電力線，均必經過被感應體裏面，如圖(241)所示。故在此種情形之下，被感應之電荷當適與感應電荷相等。此事曾經Faraday用貯冰桶作實驗證之(圖245)。在一金屬桶B上，有



第二四五圖

一小穴。將桶置於一絕緣架上，而令之與一未帶電之驗電器E相聯接。將一個帶正電之小球A，懸以絲線，放入桶內，惟動作之時，不可令球與桶接觸。如是則驗電器顯然帶有正電，而桶之內面，則帶有負電，且此兩羣被感應之正負電荷乃等值，因取去感應體後，桶與驗電器均恢復其中性故。今若任意移動球A，以變更其在桶內之位置，則見驗電器之指示毫不因之改變。是以知空心導體內之電場與在體外者無關。不寧如是，即令球與桶接觸，驗電器之指示仍不改變。球既與桶接觸，其所帶之正電荷，與桶內面所被感應之負電荷完全中和；因此乃知被感應之電荷，與感應電荷實爲等值，不過計算之時，應將感應體鄰近各導體上所有被感應之電荷均行計及方爲無誤。

Faraday 之冰桶設備，亦可藉以證明用摩擦法所發生之電荷，不惟異號，且爲等值。例如將貓皮與膠木摩擦後，同懸於金屬桶內，則見驗電器之金箔不分開；倘取出其一，膠木或貓皮，則金箔立即分開。故綜上諸事實，吾人得下一結論曰無論用何法以起電，所得之異號電荷均係等值。

第四十二章 問題

（42.1）超距作用與間遞作用之區別何在？

（42.2）試述電場與磁場之異同各點。

（42.3）電力線與磁力線，有類似點，亦有互異點，試分別申述之。

(42.4) 電場強度與電力線之關係若何?

(42.5) 在空心導體中,若無隔離之電荷,其內不能有電力線,試舉一二實驗以表示之。此事亦可由電力線之性質推證之,試陳述所用之理由。

(42.6) 試以電力線之特性說明金箔驗電器之用法。

(42.7) 在被感應體上之兩組被感電荷,其數量均不能超過感應體上之感應電荷,試申敘其理由。

(42.8) 問 Faraday 冰桶實驗所表示之事象爲何?

第四十二章 習題

(42.1) 設有兩電荷 A 與 B,相距爲10糎,A之電量爲+10單位,B則爲−5單位。問在 AB 直線上,何點之電場強度爲0?

(42.2) 設前題 B 之電量爲+5單位,試求其答案。

(42.3) 設有兩電荷 A = +27 單位,B = −8 單位,其距離爲10糎。試在通過 A 而垂直於 AB 之直線上,求出電場強度與 AB 平行之 C 點。若在 C 點放置電量爲+15單位之電荷,其所受之力如何?

(42.4) 設有轉動慣性爲1000單位之玻璃桿,其一端有+5單位電荷,其他端則帶−5單位之電荷。桿長爲10糎。今支托之於其中心而任其在均勻電場內擺動。若電場之強度爲20單位,問其擺動週期若何?

第四十三章 電位

(43.1) 移動電荷所需之功 電場之分布情形，亦可以場中各點之電位形容之。欲明電位之意義，請先討論在電場中移動電荷所需之功。

置於電場中之能自由移動之正電荷，將依電場強度之方向以移動。假設電場之分布乃均勻的，則當單位正電荷沿電場之方向移動一糎之後，其所作之功爲

$$W = E \times 1 \quad \text{爾格} \cdots\cdots (1)$$

由此觀之，均勻電場強度E之值，亦可視作一單位正電荷沿電場強度之方向移動一糎時所作之功。倘電場非均勻的，則電荷所作之功，即等於其移動之距離S，與在此距離內電場強度之平均值 E_{av} 之乘積即：—

$$W = E_{av} S \cdots\cdots (2)$$

此方程所表者，乃電荷所作之功，故吾人所作於電荷之功，乃其負值。今自電場中A點，引一單位正電荷至B點，設吾人所作之功爲 V_{AB}，而A與B之距離爲S，則按上理，A與B兩點間之平均電場強度，當爲：

$$E_{av} = - \frac{V_{AB}}{S} \cdots\cdots (3)$$

此方程右方之負號，即以表示電場強度之方向，係自A向B。若A與B之距離S極短，則 E_{av} 即表示A點或B點之電場強度。

(43.2) 電位差之意義 水有自較高之處流向低處之趨

勢，故欲水繼續流行於兩點間，苟無外加之力，則兩點之高度必須不同，是卽高度差；熱量有自物體較熱之一端傳至較冷之端之趨勢，故欲熱量繼續傳流於兩端間，則兩端之溫度亦必須有異，是卽溫度差。在電學中，吾人亦得用一類似名詞，以表明電荷移動之傾向，是曰電位差。質言之，正電荷有自電位高處移至電位低處之趨勢。此種趨勢，實有類於水之就下，或熱量之自熱體傳於冷體。在高處之水，其位能較大，在低處之水，其位能則較小，故水自高處流至低處時，其位能變小，不過其所減少之位能，同時實化爲他種之能量。同理，正電荷自電位高處，移於電位低處後，其位能亦變小，但所減少之位能，亦化爲他種之能量，例如供給吾人以相當之功，或化爲熱能等等。反之，由電位較低之點，遷移正電荷於電位較高之點，則吾人必須作相當之功，此功卽上節所述之 V_{AB}，而用以增加電荷在電場中之位能者也。今稱此功 V_{AB} 爲A與B兩點間之電位差(potential difference)。因此可云，自A點至B點之電位差，乃遷移一個單位正電荷，自A點至B點時，所需之功。苟吾人欲自A點移Q單位正電荷於B點，則所作之功將爲

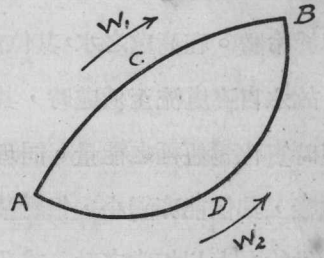
$$W_{AB} = V_{AB} Q \quad \cdots\cdots (4)$$

若令 V_B 表B點之電位，V_A 表A點之電位，（電位之測量法俟後述之），則上式可書作

$$W_{AB} = (V_B - V_A) Q \quad \cdots\cdots (5)$$

若Q爲正號，而所需之功 W_{AB} 亦爲正，則 V_B 大於 V_A，是即言B點之電位較A點者爲大。

在上述情形中，吾人自一點移動電荷至另一點時所作之功，乃僅爲反抗電場所加於電荷之力，而未計其他各種消耗能量之阻力，如摩擦阻力等等。故自A點至B點之電位差，不論吾人遷移電荷時所取之途徑爲何，其值一悉等。欲明此理，試先假設將電荷自A點經C點而遷於B點時，所需之功 W_1，較將其自A經過D而遷移至B點時所需之功 W_2 爲小。如是吾人可遷移一電荷於 ACBDA 閉路一次，卽獲得(W_2-W_1) 可用之功（圖 246）。若將電荷遷移無數次，卽可獲得無限之功，且同時電場與電荷之情形仍與起初時相同。此顯然違背能量不滅定律，故知原始假設 $W_2 \neq W_1$ 之說不能成立。故曰「兩點之電位差，純由兩點之位置確定之」。



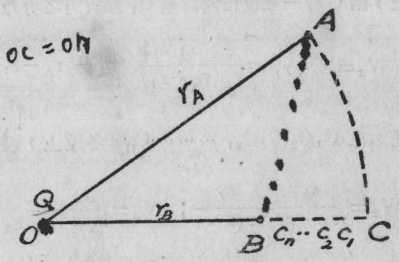
第二四六圖

「電位差乃無向量，因其係等於遷移單位正荷時所需之功，是以電位差可互相加減」，一如尋常之數目。

電位差之意義既明，今請舉一例以說明如何計算電場中兩點間之電位差。

(43.3)　**一個小電荷所引起之電位差**　假令O爲Q電荷所

在點，(見圖 247)，而欲求在Q之電場中A及B兩點之電位差。本題可分爲兩部分。第一部分先求自A點至C點之電位差，C點乃OB直線與以O爲中心，OA爲半徑之圓周相交之處。第二部分，再求自C至B之電位差。根據前節所述，自A至B之電位差，必等於此二部分之和。但A與C之電位差乃零，蓋在AC弧上各點，電荷Q所生之電場强度，其方向均與AC弧正交，故若順沿此弧以遷移電荷，則吾人不必作功。是以自A至B之電位差，即等於由C至B之電位差。欲計算由C點移電荷至B點時所需之功，可分BC距離爲甚多小段，如CC_1, C_1C_2, C_nB等，而先計算遷移單位正電荷自各段之首至各段之末所需之功，然後再求其總和。按定義，此結果卽爲所求之電位差。



第二四七圖

今令$OA=r_A$，故$OC=r_A$。爲簡便起見令$CC_1=r_1$，$CC_2=r_2$ ……，$CC_n=r_n$，$OB=r_B$，在C點之電場强度爲$\frac{Q}{r_A^2}$，在C_1點之電場强度爲$\frac{Q}{(r_A-r_1)^2}$，故在CC_1段上之平均電場强度爲：

$$E_{av}=\frac{1}{2}\left[\frac{Q}{(r_A-r_1)^2}+\frac{Q}{r_A^2}\right]=\frac{Q}{2}\left[\frac{2r_A^2-2r_Ar_1+r_1^2}{r_A^2(r_A-r_1)^2}\right] \quad \cdots (6)$$

若r_1甚短，r_1^2可以忽略不計時，上式卽可書作：

$$E_{av}=\frac{Q}{r_A(r_A-r_1)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

因此，由C移一單位正電荷至C_1點所需之功乃：—

$$W_1=E_{av}r_1=\frac{Q}{r_A(r_A-r_1)}\left[r_A-(r_A-r_1)\right]=\frac{Q}{r_A-r_1}-\frac{Q}{r_A} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

同理，在C_1C_2，C_2C_3，……C_nB各段上，遷移單位正電荷所需之功，各爲：—

$$W_2=\frac{Q}{r_A-r_2}-\frac{Q}{r_A-r_1};\quad W_3=\frac{Q}{r_A-r_3}-\frac{Q}{r_A-r_2};\quad \cdots W_{n+1}=\frac{Q}{r_B}-\frac{Q}{r_A-r_n} \quad (9)$$

將$W_1, W_2, \cdots\cdots$各值相加，即得所需之全功：—

$$W=W_1+W_2+\cdots\cdots+W_{n+1} \quad 即 \quad W=\frac{Q}{r_B}-\frac{Q}{r_A} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

是以A與B之電位差乃爲 $V_B-V_A=\frac{Q}{r_B}-\frac{Q}{r_A}$ …… (11)

(43.4) **電位** 絕對電位一詞，本不能成立，其理與絕對高度一詞之不能成立同。當吾人言某點之高度爲若干尺時，意蓋指該點較公認高度爲零尺之某點（例如海平面）高若干尺之謂，是故言某點之電位爲若干單位云者，其意亦指該點之電位，較公認電位爲零之某點高或低若干單位之謂。一個有限之電荷，對於無窮遠之處，顯無影響，故吾人公認在無窮遠處之電位爲零。因此，當吾人言某點之電位爲若干，是即指該點與無窮遠點之電位差爲若干。更引用前節之定義，則在某點之電位，乃等於自無窮遠點，移單位正電荷至該點所需之功。故如P點距電荷Q爲r糎，則其電位即等於

$$V=\frac{Q}{r}-\frac{Q}{\infty}=\frac{Q}{r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

吾人對於大地之電位，常認之爲零，此蓋因大地之體積甚大，其電位不易受吾人在其上所作之任何實驗而呈可察得之變更。此與用海平面作高度之零點頗相似。故凡電位較高於大地之物體，其電位均視爲正，反之，則爲負；換言之，若正電荷有自某物體移於大地之傾向，則該物體之電位爲正；反之，則爲負。更自電子說言之，若電子有自地球移至物體之傾向，則物體之電位爲正；反之，則爲負。由是觀之，某點或某物體之電位，實等於自地球上遷移一單位正電荷至該點或該體所需之功。若此功爲正，則吾人遷移正電荷必須作功，而該點之電位亦爲正；反之，如正電荷移動時能供給吾人以相當之功，則該點之電位爲負。

電位與電位差均以功爲其量度，故皆爲無向量，可互相加減如尋常數目。欲求在若干個電荷所生之電場中各點之電位時，可先分求每個電荷所生於該點之電位，而後將各結果相加，即：

$$V = \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3} + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

此中之 $Q_1, Q_2, \cdots\cdots$ 等爲距 P 點 r_1 糎，r_2 糎……各電荷所含之電量，V 則爲 P 點因此數個電荷而有之電位。

(43.5)　電位之單位　靜電學中表明電位（或電位差）之單位名爲絕對制之靜電電位（差）單位。其定義如下：自某點遷移一個靜電單位電荷於他點，若其所需之功爲一個爾格時，則兩點間之電位差，乃一靜電單位。

在後討論電流時，將常用所號爲實用單位 (practical unit) 者。在實用制度中，電荷之單位爲庫倫，其値等於 3×10^9 靜電單位，已見前(40.6)節，至於電位或電位差之實用單位則名爲伏特 (volt)。每一靜電單位之電位等於 300 伏特。因此，將一庫倫之正電荷自無窮遠之地點移至電位爲一伏特之處，其所需之功爲 $3\times10^9\times\frac{1}{300}=10^7$ 爾格或一焦耳(joule)。

(43.6) 導體之電位 在電場中之導體，當其已達平衡狀態時，其電位全體悉相同。蓋若不如是，則自導體上一點遷移電荷於他點時，必需相當之功，而兩點間之電場强度必有一部分，其方向係沿着導體表面者；此部分之電場强度，即可使在導體面上之電荷移動。惟導體上之電荷已達平衡狀態，實不能移動，是以知沿着導體表面之電場强度爲零，而在導體面上移動電荷遂不需功，故其電位全係一致。讀者可注意導體面上之電場强度雖不能有一部分，其方向係沿着導體表面者，然仍可有一部分，其方向係與導體表面爲正交。質言之，在帶電之導體面上各點，其電場强度均與導體正交。此即謂電力線棲止於導體面上時，必與導體正交。

當導體正受感應作用之時，即一種電荷被吸至體之一端，他種電荷被排至體之他端之時，導體上各點之電位，實非一致。但一達平衡狀態，則導體之電位各點均同；雖然，其一端可有過剩之正電荷，他端亦可有過剩之負電荷。

(43.7) 球形導體之電位 在距離他物體甚遠之球形導體上，當其帶有電荷時，電荷之分布乃均勻而且對稱。在導體內部之電場既爲零，且在球中心之電位必與球面之電位相等，故欲求球之電位時，可計算分布於球面之電荷所生於中心之電位即得。假令球面所帶之電荷總量爲Q，球之半徑爲r，今將Q分爲多數之小電量 ΔQ 。各 ΔQ 所生於球中心之電位等於 $\Delta V = \frac{\Delta Q}{r}$ 。是以知全體Q所生於中心之電位爲：—

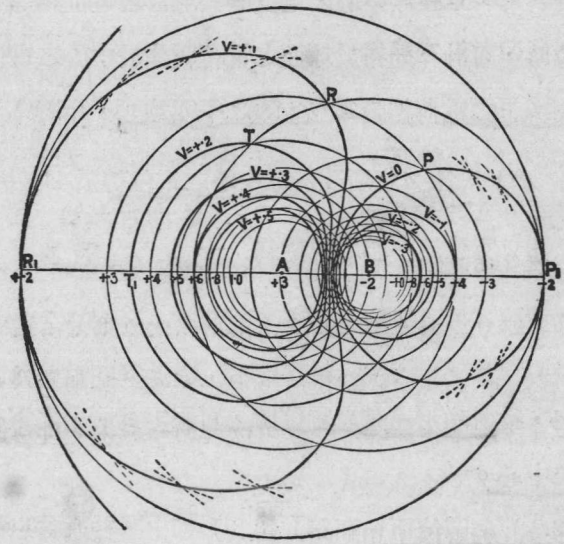
$$V = \Sigma \frac{\Delta Q}{r} = \frac{Q}{r} \quad \cdots\cdots (14)$$

由是言之，欲計球形導體之電位時，可假定其所帶之電荷Q係集中於球之中心。

(43.8) 同位面 在第(43.3)節中，吾人曾以電荷爲中心，繪畫一球面，並證明在球面上各點之電位差，均等於零。今名凡由聯結電位相等各點而得之曲面爲同位面(equipotential surface)，例如導體之面。依此定義，一個電荷所生之同位面，即爲以該電荷所在點爲中心之若干同心球面。

圖(248)各曲線表明兩個不同值電荷所生同位面之截面。繪此種圖式時，可應用電位乃無向量之定理。如是先以A點爲中心，作圓周數個，令其半徑各爲 $\frac{Q_1}{0.1}, \frac{Q_1}{0.2}, \frac{Q_1}{0.3}$ ……，Q_1 爲在A點之電量（圖中之 Q_1 係 +3 單位）。次以B點爲中心，亦作圓周數個，其半徑則各爲 $\frac{Q_2}{0.1}, \frac{Q_2}{0.2}, \frac{Q_2}{0.3}$，……，$Q_2$ 爲在B點之電量，（圖中之 Q_2 係 −2

單位)。此兩組圓周乃代表兩電荷所生之同位面。在第一組同位面上各點之電位各爲0.1, 0.2, 0.3, ……單位；在第二組同位面上各點之電位爲−0.1, −0.2, −0.3, ……等。

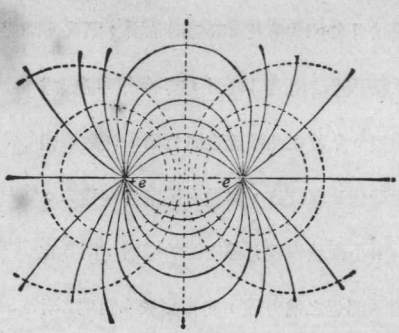


第 二 四 八 圖

今先分別標誌之，然後再就各圓之交點，註明該點因兩電荷同時存在而有之電位。例如 +0.4 圓與 −0.2 圓相交之 T 點，其電位爲 +0.2；+0.3 圓與 −0.2 圓相交之 R 點，其電位爲 +0.1；+0.3 與 −0.3 兩圓之交點 P，其電位爲 0；餘類推。知此各點之電位後，乃繪曲線聯接電位相同之各點，即得各同位曲線如圖。

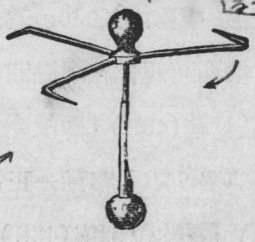
(43.9) 電力線圖 自同位面上一點遷移電荷至其鄰點，既不需功，故穿過同位面之電力線，其方向均與同位面正交。本此理由，兩個或數個電荷間之電力線圖，即可由其同位面之圖式

索得之。圖(249)中之虛線表兩個等值異號之電荷之同位面；其中之實線則表聯絡此兩電荷之電力線之形式。



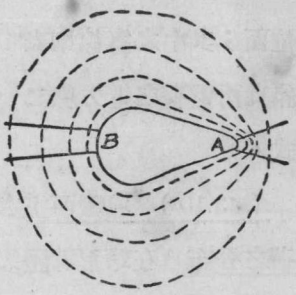
第二四九圖

(43.10)　導體面上電荷之分布　在球形導體上，如距離其他導體甚遠，則電荷之分布乃完全均勻，而且對稱，已如前述。但遇畸形導體時，則其面上各部分之電荷密度即不同。例如，在蛋形導體銳端之電荷，較在其圓端者爲密。此事可用證電片及驗電器測驗之。又導體之曲率愈大，即導體之銳端愈尖，則電荷之密度亦愈大，故尖端常能放電。靜電機上用尖銳之梳，即本此作用。此種作用，常可以電輪(electric wheel)表示之。電輪者，乃置在絕緣質上之一導體，由數個有尖端而略曲之金屬桿組成者也，(見圖 250 甲)。當此輪與靜電機之一端聯接而帶電時，其尖端即繼續射出電荷。所射出之電荷，對於尖端，依 Newton 第三運動律，生有反作用，以使輪向後轉動。


第二五〇圖甲

至於在尖端或畸形導體之銳端，其電荷密度較大之故，可用在其鄰近之同位面之

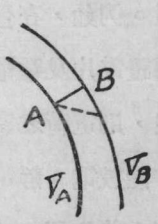
形狀說明之。導體表面既爲同位面，則在其鄰近之同位面，其形狀與之彷彿相似；在距離導體較遠之同位面，其形狀則漸與球形類似。今若在此較遠之同位面，任取兩相等面積(圖 250 乙)，其電力線密度幾相等。再自兩小面積繪電力線使達於導體，則見在尖端 A鄰近之電力線，其密度較在圓端B者爲大，因此知尖端之電荷密度亦較大。



第二五〇圖乙

(43.11)　電位與電場强度

電場之情形，可以電力線或同位面說明之，其互相正交之關係，前(43.9)節已述及之，今當討論其數量關係。自電場中某一點，移動單位正電荷至另一點所需之功，若以兩點之距離除之，其商可視作在兩點間電場强度之平均值，已見前(43.1)節。故今自一同位面上A點(見圖 251)移動一正電荷至另一同位面上B點，設其所需之功爲$V_B - V_A$，則依(43.1)節原理，A與B間之平均電場强度乃爲



第二五一圖

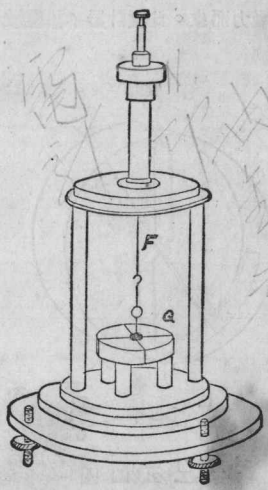
$$E_{av} = -\frac{V_B - V_A}{\overline{AB}} \quad \cdots\cdots(15)$$

此方程右方之負號乃表明電場强度之方向係與$\overline{AB}$之方向相反。在兩同位面間，$V_B - V_A$之值既爲不變之值，故若$\overline{AB}$之距離爲最短，則電場强度之平均值E_{av}即最大。惟電場强度之方向，

乃與同位面正交，且兩個鄰近之同位面，可視作平行，故欲求某點之電場强度之數值時，可先作一直線與在此點鄰近之兩同位面正交，然後求此兩同位面之電位差與此最短直線長度之商。由是言之，在某點之電場强度，其數值係等於該點電位在空間之最大變化率。

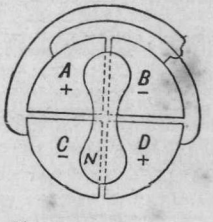
(43.12) 靜電計 電位差與電位在簡單問題中之計算法，前已述之。茲在本節討論實驗室中用以測量電位差之儀器。此種儀器之利用靜電力者，常稱爲靜電計(electrometer)。普通之靜電計有象限靜電計，(quadrant electrometer)，引盤(attracted disc)靜電計，及靜電伏特計(electrostatic voltmeter)等多種。

(1)象限靜電計 此靜電計之主要部分爲一瓣形輕針N(由鋁片或外敷以銀之紙製成者)，平懸於金屬質之細條或石英絲F之端，而能在一筒形扁匣Q內轉動。匣分爲A, B,C,D四象限，互相隔離以絕緣質。其對方兩象限，則另以導線聯接之，使其電位恆等，(圖252)。用時，針常不與各象限接觸，而接以一定之高電位；其鄰近之兩象限則各接於欲求電位差之兩點。當此兩點無電位差時，針之位置，乃對稱的靜止於象限之分界線。若兩點一有電位差，則針將受一力偶之作用，而向電位較低之象限方面旋轉，此蓋因針所取之位置，將使靜電計之位能爲最低也。但針轉動至懸絲所生之反轉力偶與轉動力偶相等



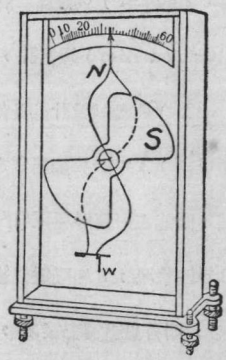
第二五二圖 甲

時即靜止。若轉角不甚大，則針之偏轉角，與電位差適成正比。針之偏轉角，常藉懸絲上所繫小鏡之反射光，用遠望鏡與相當之標度等測定之。象限靜電計，有時亦可不加高電位於針而使用之。但使用之時，針須與一對象限相聯接。惟由此所得之偏轉角，則與電位差之平方成正比。象限靜電計，如構造得當，其指示頗爲靈敏。

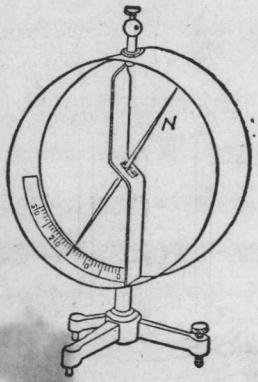


第二五二圖乙
象限靜電計內之象限

（2）靜電伏特計　縱立之靜電伏特計，常由一靜止翼形版S，與一可轉動之鋁質翼形針N，平衡於刃端組合成之（見圖253）。兩翼之電位差，可由針之偏傾決定。至於反抗針之偏傾之力偶，乃因地心吸力而生。此種計器不甚靈敏，惟用以測量高電位，自1000伏特至20000伏特，尚稱適用。N針之下可懸掛小重體W，以變更此器之靈敏度及其可用之範圍。



第二五三圖

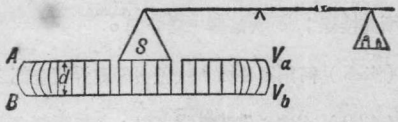


第二五四圖

（3）Braun式針形靜電計　此器用一輕針N（圖254）平衡於一橫軸。其作用與金箔驗電器同。嚴格言之，金箔驗電器之分開，實亦因金箔與匣之電位差而發生。尋常使用之時，將匣接地，故若分開不過大，其指示則與連於金箔之物體之電位成正比，而非與帶電體之電荷成正比。惟若物體所帶之電荷甚大，則

其分布於驗電器之部分，常可忽視，故前（40.4）節言依其指示，可測定物體所帶電荷約爲多寡。

（4）引盤靜電計　此器有兩個平行之金屬版A及B，以備與欲測量電位差之兩點分別聯接。在居上之A版中心，有一部分S可上下移動。圖(255)示此部分懸於天秤之一端。A與B如有電位差，則此可動部分即被B吸引。吸引力之大小，可藉天秤測定之。此器居上之板所以分作兩部分之理由，乃以謀經過該版中心之電場得呈均勻狀況，庶免受板邊之影響。如是，由可動部分S之面積，兩版之距離d，及天秤所示之吸力，即可計算電位差（$V_a - V_b$）之大小。此種靜電計，其所量者乃絕對制之單位，不似上述各儀器必須先用相當之方法校準後，方能知電位差之絕對值。以故，引盤靜電計遂常爲標準實驗室中標準儀器之一。



第二五五圖

第四十三章　問題

（43.1）試述在電場中移動電荷所需之功若何。

（43.2）電位差與高度差之異同何在？試定電位差之義。

（43.3）有A與B兩點，其距一個電荷Q之遠度各爲a及b，問此兩點之電位差若何？若a與b不改，問此差值與A,B, 及Q三點之相對的位置有無關係。試申述其理由。

（43.4）試定電位之義。大地之電位常認爲0，其故安在？

（43.5）試定靜電單位電位差之義。問此單位與伏特之關係若何？

（43.6）試申述在導體上，如何可以：（a）既有過剩之正或負電荷而其電位爲零；(b)既有過剩之正電荷而其電位則爲負；或(c)既有過剩之負電荷而其電位則反爲

正。

(43.7) 設有一帶正電之球 A 及兩個未帶電且置在絕緣質上之金屬空心球 B 及 C。試逐步陳述各體上之電荷及電位變化之情形：若(a)先將 A 置于B中，惟不任其接觸；(b)次將 B 置於 C 中，惟亦不任其接觸；(c)再以一導線將 B 及 A 聯接；(d)然後斷此接線；(e)次第將三體分開。

(43.8) 何謂同位面？試證明帶電導體全部之電位係一致。

(43.9) 在空心完閉導體之內，若無隔離之電荷，則其中之電場強度爲 0，試根據此理而證明在此等導體內各點之電位係與導體之電位相等。

(43.10) 若有均勻的帶電之球形導體，在球面之電位係等于其所帶之電荷Q與球之半徑之商，試證明之。

(43.11) 試述尖端放電作用。

(43.12) 電場強度之值與電位之關係若何？

(43.13) 試略述各式靜電計之構造及用法。

第四十三章 習題

(43.1) 設將+10單位之電荷自電位爲−25單位之A點遷移10糎而達電位爲40單位之B點，問吾人所作之功若干？(b)又問若所行之距離爲 20 糎，而兩點之電位仍各爲−25 與 40 單位，所作之功若何？(c)若自B點將此 +10 單位電荷遷移於A，答案爲何？(d)若所遷移者爲−10單位之電荷，試計所應作之功。

(43.2) 設有四個電荷，各據一正方形 ABCD 之一角，正方形每邊長 10 糎，各電荷之值爲 A=+10，B=−10，C=5，D=−15靜電單位。試計算在自無窮遠地點遷移一單位正電荷至正方形中心所需之功。又問在此點之電場強度及方向各如何？

(43.3) 在實用單位系統中，電量單位之名爲庫侖(coulomb)。將一庫侖之電荷自電位爲 0 之點移至電位爲 1 伏特(volt)之處，所需之功爲一個焦耳 (joule)，一個

焦耳則等於 10^7 爾格 (erg)。若 300 伏特等於一個靜電單位之電位差，問一個庫侖等於若干靜電單位之電量？

(43.4) 設有半徑爲 1 糎與 2 糎之 A 及 B 兩銅球。A 上有 +10 單位之電量，B 上有 −15 單位之電量，二者之距離爲 100 糎。今若以一細小之導線聯接兩球，問聯接之後，其吸引力若干？又問未聯接之前與已聯接之後兩球之電位各若干？

(43.5) 設地球爲一完好之導電球體，其半徑爲6370粁，問其電量須增加若干方能使其電位增高 1 伏特？

(43.6) 設有兩電荷A與B，A = +20 單位，B = −80 單位，試作圖以表示其同位面及電力線之情形。

(43.7) 設有兩相等之異號電荷，各位於A及B兩點。試證明在等分 AB 之垂線上各點，電位爲 0 而電場強度則否。問電場強度若何？

(43.8) 設有兩相等之同號電荷，各位於 A 及 B 兩點。試證明在 AB 直線之中心，電場強度爲 0，而電位則否。問此點之電位若干？

(43.9) 設在導體面上，與其法線作 30° 角之方向，電場強度之值爲50單位，問在此地點之電場強度若干？

第四十四章 電容量及蓄電器

(44.1) 電容量之意義及其單位 一導體在一定之位置，其所能容之電量，乃視其電位而定，此理有如一定之罐內所能容貯之氣體乃視其氣壓而定。又兩個大小不同，或形狀各異之導體，其電位雖爲等值，然其所含之電量，則未必相等。縱使兩導體之電位，形狀，大小，位置等均相同，但若其所處之媒介質不同，例如一在空中，一在油中時，則二導體所含之電量，常亦不同。凡此諸事，均可以簡單之實驗證之。由是觀之，一導體所能容之電量，除其電位外，尙須視其大小，形狀，位置，及所在之媒介質而定。倘他種情形均不變，則在尋常不太大之電位之下，一導體所含之電量Q與其電位V係成正比，即

$$Q=CV \quad \cdots\cdots (1)$$

此中之比例係數C，名爲該導體之電容量，簡稱之曰電容(capacity)。自此方程言之，當某導體之電位爲一單位時，其所含之電量之數值，(如以同制度之單位計之)，即等於該體之電容，(亦以此制度之單位計)，例如V與Q均用靜電單位表示之，則C之單位亦稱爲靜電單位。在實用制度中，V之單位爲伏特，Q之單位爲庫倫，C之單位則名爲法拉(farad)。因一伏特等於$\frac{1}{300}$靜電單位，一庫倫等於3×10^9靜電單位，故一法拉等於9×10^{11}靜電單位。

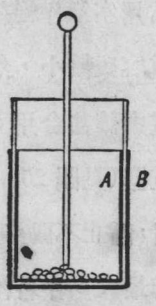
(44.2) 蓄電器 凡可以儲積電荷之器，均稱爲蓄電器

(condenser)。通常之蓄電器，乃由兩個導體，置於相當之媒介質中組成之。爲方便起見，茲名此兩導體爲蓄電器之電版(plate of condenser)。一個單獨之導體，亦得視爲一蓄電器，蓋吾人常可認大地爲此蓄電器之第二電版故也。各種蓄電器所含之電量，在尋常情形之下，(即電位差不過大時)，係與兩電版之電位差成正比。以方程表之，即爲

$$Q=C(V_2-V_1)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

此中Q表蓄電器一電版上所含之電量，(V_2-V_1)表兩版之電位差，C爲一正號之比例係數，即蓄電器之電容。(1)與(2)兩方程，其實乃完全相同，蓋據本節所述，單獨導體之蓄電器，其第二個電版乃電位等於0之大地，故其電位V即與方程(2)中之電位差(V_2-V_1)相當。

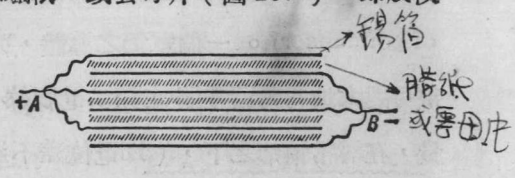
(44.3) 蓄電器之形式 1745年 von Kleist 始用玻璃瓶，內外貼以錫箔者作蓄電器。此式器具由荷蘭之 Leyden 城傳入他處，因稱曰來登瓶(Leyden jar)，圖(256)。用來登瓶時，常使外錫箔B與地聯接，而加電位於內箔A。如是，瓶內錫箔既帶電荷，瓶外錫箔受其感應作用，亦帶異號之電荷。今若取去電源，而令內外兩箔聯接，當正負電荷互相中和之時，則見火花飛越於接點；此時，蓄電器內所積之電能，即化爲光熱或聲



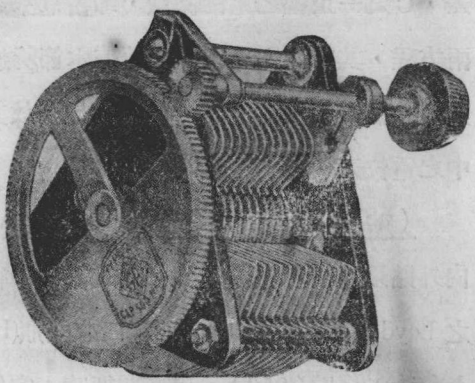
第二五六圖

等式能量。

用錫箔若干片，中夾以蠟紙，或雲母片（圖257），即成較輕便蓄電器。各單數之錫箔，與各雙數之錫箔均應分別互相聯接，以作蓄電器之兩個電版。如是，在頗小之空間中，可得頗大之電容。蓄電器之絕緣質如用雲母片時，可施以較大之電位差，而不至於破損。容量較大之標準蓄電器多用之。但用蠟紙所製之蓄電器，雖不能受高大之電位差，然其價值則較廉。



第二五七圖



第二五八圖

容量可變之蓄電器，常用空氣作絕緣質。其電容雖較小，然在無線電中確甚合用。此式蓄電器（見圖258）多由兩付半圓形之金屬版中隔空隙組成。版之一付，靜止不動，他付則可轉動。當兩付電版同在圓之半邊時，其電容最大。今若轉其可動之版，使入圓之他半邊，則器之電容量漸減，迄至兩付版分據圓之兩半時，其電容乃爲最小。實用蓄電器之形式，大致如此，今再進而說明計算簡單蓄電器電容之方法。

(44.4) 單個球形導體之電容 在單獨的球形導體之中心，其電位與在球面者相等，在(43.7)節中，吾人已計出其數值爲 $V=\frac{Q}{r}$。然按電容之義，

$$C=\frac{Q}{V} \quad \cdots\cdots(3)$$

故一個單獨球形導體之電容，其以靜電單位計算之數值，即等於球之半徑以糎計算之數值。讀者可注意本節所稱之單獨球形導體之電容，意即指此球與大地所組成之蓄電器之電容量也。

(44.5) 同心球形導體之電容 茲先假設外球之電位爲零，而計算此組合之電容。令內外兩球之半徑各爲r_1與r_2糎。設內球所含之電量爲Q，且知其電位V之值，則此組合之電容，即可用$C=\frac{Q}{V}$公式求得之。按內球之電荷既爲Q，在外球之裏面，必有因感應而發生之異號等值之電量 $-Q$。如是，內球之電位V，乃此兩正負電荷所生。蓋Q分布於內球面上，其所生於兩球中心之電位，係$\frac{Q}{r_1}$（見43.7節）；同理，因$-Q$分布於外球裏面上，兩球中心之電位應爲$-\frac{Q}{r_2}$值；故兩球中心之電位，遂爲$V=\frac{Q}{r_1}-\frac{Q}{r_2}$。惟在空心導體之內部，如無隔離之電荷，則導體面上之電位，即等於導體內任何一點之電位，故知此值亦爲內球面上之電位。電容之定義既爲$\frac{Q}{V}$，故在此情形之下，同心球形導體之電容爲

$$C=\frac{Q}{\frac{Q}{r_1}-\frac{Q}{r_2}}=\frac{r_1\,r_2}{r_2-r_1} \quad \cdots\cdots(4)$$

讀者須注意上列結果，係用於當外球電位爲零之時。至於此公式

可否用於兩球電位均不等零時，或內球電位等零，而外球電位反非零時，則仍須另待說明（見後 44.7及44.8 例題）。

(44.6)　兩個平行平面之電容　假設上節所述之兩同心球，其半徑均無限增大，但同時兩球半徑仍保持其原有之差值，則兩球一小部分之形狀，即與兩個平行之平面相差無幾。故欲求兩個平行平面之電容時，可先求當兩同心球之半徑無限增大時之電容。今假令內球面積爲 $A=4\pi r_1^2$，則兩球之電容可書作：

$$C=\frac{4\pi r_1 r_2}{4\pi(r_2-r_1)}=\frac{4\pi r_1^2}{4\pi\frac{r_1}{r_2}(r_2-r_1)}=\frac{A}{4\pi\frac{r_1}{r_2}(r_2-r_1)} \quad \cdots(5)$$

如兩球之半徑均無限增大，而 (r_2-r_1) 之價值仍維持不變，此方程中之 $\frac{r_1}{r_2}$ 甚近於 1，故此兩球每單位面積之電容遂爲

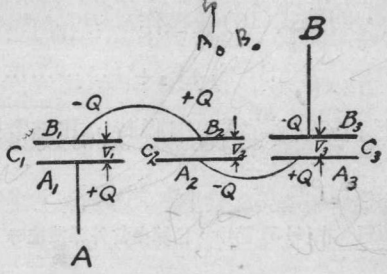
$$c=\frac{1}{4\pi(r_2-r_1)}=\frac{1}{4\pi t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$t=r_2-r_1$ 表其中間不變之距離。由此觀之，兩平行平面，在空中距離爲 t 糎，面積各爲 A 方糎時，其電容係

$$C=\frac{A}{4\pi t} \quad \text{靜電單位}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

(44.7)　數個蓄電器串聯時之總電容　當數個蓄電器串聯時 (connected in series)，第一蓄電器之一電板，係聯於第二蓄電器之一電版，第二蓄電器之第二電版，復聯於第三蓄電器之一電版上，以次類推，至最後蓄電器，然後再以第一個與最後

蓄電器尚未被聯接之電版爲此組合之兩電版，如圖(259)。如是聯接之後，在第一個蓄電器電版 A_1 上如有 $+Q$ 之電量，則在他版 B_1 上，因感應作用亦有 $-Q$，而與此電版聯接之第二蓄電器之電版 B_2 復有 $+Q$ 電量，餘類推。因此，各個蓄電器電版上所積之電荷，其數量乃悉等於 Q。今假設此等蓄電器之電位差，各爲 $V_1, V_2, V_3, \cdots$ 等，則其總電位差必爲 $V = V_1 + V_2 + \cdots$。但依據蓄電器電容之定義，其各個之電容乃：



第二五九圖

$$C_1 = \frac{Q}{V_1}; \quad C_2 = \frac{Q}{V_2}; \quad \cdots \text{等}, \qquad V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad V_2 = \frac{Q}{C_2} \quad \cdots\cdots$$

故

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \cdots\cdots\cdots\

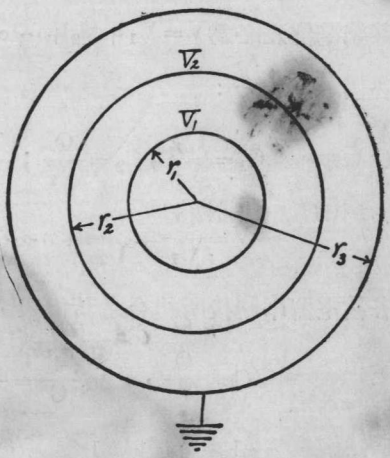
其性質頗似力學中之彈性係數。故苟用 $S=\frac{1}{C}$ 代表蓄電器之電彈量，則公式(10)可書作

$$S=S_1+S_2+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

此即謂若干個蓄電器串聯時，其總電彈量，乃等於各個蓄電器電彈量之和。

例題　在(44.5)節中，已算出當外球接地時，兩個同心球面之電容量。今可引用本節公式以證明，如內外兩球之電位各爲 V_1 及 V_2 ($V_2 \neq 0$) 時，此蓄電器之電容，亦等於前值，$C=\frac{r_1 r_2}{r_2-r_1}$。計算之時，可先假定另有第三個同心球面，半徑爲 r_3，電位爲零，且 $r_3>r_2>r_1$。

在第一與第二球面中間之電場，其分布情形，不因此第三球面之存在與否而變更，故計算第一球面與第二球面之電容時，可以利用此球面。依本節所述，第一球面與第三球面所組成之蓄電器（見圖 260）可視作由兩蓄電器串聯而成。此兩蓄電器，一爲第一與第二兩球面，其他則爲第二與第三兩球面。是以



第二六〇圖

$$\frac{1}{C_{13}}=\frac{1}{C_{12}}+\frac{1}{C_{23}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\

電容。今第三球面係與地相接，故據（44.5）節公式

$$C_{13}=\frac{r_3\,r_1}{r_3-r_1};\quad C_{23}=\frac{r_3\,r_2}{r_3-r_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

而

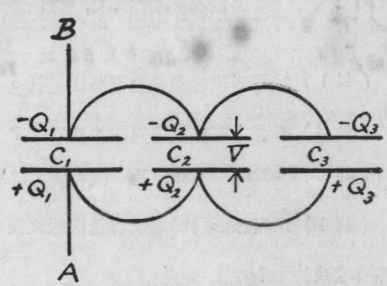
$$\frac{1}{C_{12}}=\frac{r_3-r_1}{r_3\,r_1}-\frac{r_3-r_2}{r_3\,r_2}=\frac{r_2-r_1}{r_1\,r_2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

或

$$C_{12}=\frac{r_2\,r_1}{r_2-r_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

此公式與外球之電位爲零時，所得之結果，完全相同。惟讀者須注意此節之算法不能用於當第一球（即最內之球）之電位係等於零之時。

（44.8）　數個蓄電器並聯時之總電容　將各個蓄電器之一電版均聯接一處，其他電版亦聯接一處，（見圖261）是謂蓄電器之並聯法（parallel connection）。如此聯接，各蓄電器之電位差悉相等，但其各個所儲之電量則不等。故若V表此種組合或各個蓄電器之電位差，C表總電容，Q表總電量，Q_1，Q_2…等表各個蓄電器之電量，則



第二六一圖

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+\cdots,\ \text{而}\ V=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{Q_2}{C_2}=\cdots,\ \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

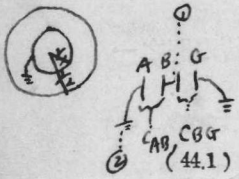
故

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q_1+Q_2+Q_3+\cdots}{V}=\frac{C_1V_1+C_2V_2+C_3V_3}{V_1}=C_1+C_2+C_3+\cdots\cdots(17)$$

是即謂若干個蓄電器並聯時，其總電容等於各個蓄電器電容之和。於是且知當數個蓄電器並聯時，其電容較組合中最大之電容爲更大。

例題 今用此節原理再繼續討論兩同心球形之電容。設內球之電位爲零，則前述之方法不能適用。但在此情形之下，兩同心球形蓄電器，可視作由兩個蓄電器並聯而成；一個蓄電器之兩電版，乃內球與外球之裏面；其他一個蓄電器之兩電版乃外球之外面，及電位爲零之大地。此兩蓄電器均有一電版與大地聯接，故亦得應用前述之法。內球與外球裏面之電容，據方程(4)爲 $C_{12}=\frac{r_1 r_2}{r_2-r_1}$，外球外面對於大地之電容據方程(3)則爲 $C_2=r_2$，故在此種情形之下，兩同心球形蓄電器之電容爲

$$C=C_{12}+C_2=\frac{r_1 r_2}{r_2-r_1}+r_2=\frac{r_2^2}{r_2-r_1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$



$$C=C_{AB}+C_{BG}=\frac{r_2 r_1}{r_2-r_1}+r_2=\frac{r_2^2}{r_2-r_1}$$

第四十四章 問題

(44.1) 試說明電容量與蓄電器之意義。

(44.2) 導體之電容量由何四事決定之？

(44.3) 試說明一種固定及一種可變蓄電器之構造。

(44.4) 單個球形導體之電容量與球之面積有何關係？增加球之面積4倍，問其電容增或減若干？

(44.5) 設在單個球形導體之外，以另一同心球包圍之，問其電容增加若干？

(44.6) 靜電單位之電容有時名爲糰，其故安在？

(44.7) 若欲增大兩平行平面版之電容量，可用何法？

(44.8) 試作圖以表明數個蓄電器串聯及其並聯之情形。

(44.9) 試證兩蓄電器 C_1 及 C_2 串聯時，其電容爲 $C=\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$。

(44.10) 試證數個並聯蓄電器之總電容等於各個電容之和。

(44.11) 金箔驗電器所量者實爲其電位，今若增加其電容量，問其靈敏度將如何變化？

(44.12) 設令金箔驗電器帶電之後，乃引一與地聯接之銅版於其頂盤之旁，問金

箔之分開將若何變化？

第四十四章　習題

（44.1）設有一球形水滴，直徑爲2糎，其電位爲100單位，問其所帶之電量若干？若將此種水滴兩點合併，試計其電位。（假設合併時，其電量未曾消失！）

（44.2）今有11片之平行鋁板所組成之空氣蓄電器(如圖258)，每片之面積爲40方糎，兩片之距離則爲0.4糎，試計其電容。

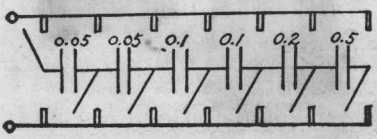
（44.3）置在空中之兩同心球面之電位差爲50伏特。若內球之半徑爲10糎而外球之半徑則爲10.5糎，問在內球上之電量若干？（注意，內球未接於地！）

（44.4）設有一對平行圓板，半徑各爲10糎在空中相距2糎，當其帶電後之電位差爲20伏特。今以之與另一蓄電器並聯，其電位差立降至3伏特，問第二蓄電器之電容若干？ 708 e.s.u.

（44.5）設前題中之平行圓板，當其儲有一定電量之後，其距離自2糎增至3糎，問其電位差之值若何？又若維持其電位差不變，問距離增後，其所儲之電量增或減若干？

（44.6）設已有150單位之電容，今欲僅得100單位之電容，試述應如何將另一蓄電器與此相聯，且計其電容。

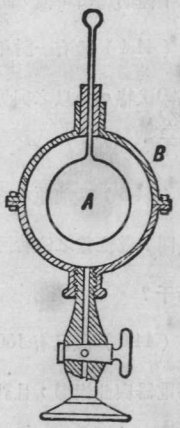
（44.7）下圖表示一蓄電器箱面上所示接線之情形，各斜線表可以上下關閉之電閘。問此箱所能供給之最大及最小電容之值各若何，並作圖以示各電閘應如何關閉。



第四十五章 蓄電器之電能

(45.1) 介電常數 各式蓄電器之電容，與其形狀，大小，及位置之關係已在前章申述。今再進而討論蓄電器中之媒介質與其電容之關係，及蓄電器之電能。介在蓄電器兩電版間之絕緣媒質，茲以介電質 (dielectric) 名之。

Faraday 爲最先考究媒質對於蓄電器電容之關係者。彼用兩個結構完全相同之同心球形蓄電器。器之內球 A 裝以小銅桿，桿外包以絕緣質，穿過外球 B 頂上小孔之後，方支托於外球上，如圖(262)。外球可分爲兩半，以便放置各種媒質於兩球間，而視察其影響。今先積蓄一定電量於一個蓄電器，用空氣作介電質；然後將此器並聯於其他一個亦含空氣之球形蓄電器。此時，電量不變，而電容增加一倍，故蓄電器之電位差，應減少一半。此事可用靜電計測驗之。惟如第二蓄電器中間，含有他種媒質，如硫磺或白蠟之類，則在兩器並聯後，靜電計所指示之電位差，尙不及原始之一半。由此事實，可知加入介電質後，蓄電器之電容增大。其理由如下：



第二六二圖

令原有之電量爲 Q，若只用空氣爲介電質時，蓄電器之電容爲 C，則其電位差爲

$V=\frac{Q}{C}$。今將之與其他蓄電器並聯。若此蓄電器之電容爲 C′，則所得之電位差爲$V'=\frac{Q}{C+C'}$；但$V'<\frac{V}{2}$，所以$C+C'>2C$，即$C'>C$。

Faraday 用此方法以測定一蓄電器用某媒質爲介電質與其僅藉空氣爲介電質時之電容之比值，而名此比值爲比電容（specific inductive capacity）或介電常數 (dielectric constant)。茲以眞空爲標準而採用下述之定義：

比電容介電常數$K=\frac{\text{用介電質時蓄電器之電容}}{\text{用眞空時蓄電器之電容}}$ ..... (1)

即比電容 $K=\frac{C_1}{C}$

各種媒質之介電常數約如下表：

第二十五表 介電常數

白蠟	2.0至2.3	雲母片	6.0至8.0
硬橡皮	2.0至3.1	玻璃	6.6至9.9
硫磺	2.2至4.0	蒸溜水(極純淨的)	75+
空氣（常態）	1.00059	酒精	25

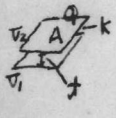
在尋常之氣壓與溫度之下，空氣之介電常數，既甚近於 1，故在實際問題中，均可用空氣代方程（1）中之眞空，以作介電常數之定義。

前章所列各電容公式，均應乘以相當之介電常數，方爲準確，今彙集各公式於下：—

單獨球： $C=Kr$ ..... (2)

同心球：　$C=\dfrac{Kr_1r_2}{r_2-r_1}$，(內球電位不等於零)，…(3)

或：　$=\dfrac{K\,r_2^2}{r_2-r_1}$　(內球電位等於零)，……(4)



平行平面：　$C=\dfrac{KA}{4\pi t}$　……(5)

(45.2)　介電質與電荷間之力　介電質對於蓄電器之電容量，既有上述關係，是以將兩電荷置於介電質中時，其互受之力，亦應隨介電質之不同，而有差異。此關係可由各種簡單蓄電器之電容公式推求之，蓋此諸公式均係根據平方反比定律

$$F=c\,\frac{q_1q_2}{r^2}\qquad 或\qquad E=c\,\frac{q}{r^2}$$

之關係而導得者也。在眞空中此兩式中之 c 爲 1，今欲解決者，乃爲在一介電常數爲 K 之媒質中，c 之值應爲何？

假設有一平行平面蓄電器，不用介電質時，其電容爲 $\dfrac{A}{4\pi t}$，A 表電版之面積，t 表兩版之距離。若兩版之電位差爲 V，則兩版間之電場强度必爲 $E=\dfrac{V}{t}$。此電場强度，可視作兩版上正負電荷 +Q 與 −Q 對於位在其間眞空之單位正電荷所生之力。今加入介電常數爲 K 之媒質，則蓄電器之電容爲 $C=\dfrac{KA}{4\pi t}$。此時，此器上所積之電量，若仍爲 Q，則兩電版之電位差 V′ 必減少 K 倍，卽 $V'=\dfrac{V}{K}$。故加入媒質後，蓄電器中間之電場强度爲 $E'=\dfrac{V'}{t}=\dfrac{V}{Kt}$。由此觀之，兩版上正負電荷 +Q 與 −Q 對於

處於其間媒質之單位電荷所生之力，較兩電版間爲眞空時少 K 倍。故平方反比定律中之 c，卽等於$\frac{1}{K}$，而兩電荷在介電係數爲 K 之媒質中所互生之力遂爲

$$F=\frac{q_1q_2}{K\,r^2} \quad \cdots\cdots (6)$$

今若仍假設與每單位電荷相關之電力線數目共爲 4π 條，（參較前42.3節），則在介電體中之電場强度 E，與電力線密度N之關係將爲

$$N=\frac{4\pi q}{4\pi\cdot 1^2}=\frac{q}{r^2}=KE \quad 或 \quad E=\frac{N}{K} \quad \cdots\cdots (7)$$

此關係雖係就一單獨之電荷 q，作一半徑爲 r 之球面，而推得之，然實爲一普遍公式，可以用於任何之電場中。

（45.3）　帶電導體所積之能量　當帶電導體，或蓄電器上電荷與異性電荷互相中和時，常發生火花。此卽表示當蓄電器或導體帶電時，必有相當之能量，儲於其中。此能量乃等於儲電時所需之功。計算儲電時所需之功，可先假定導體之電位乃自零漸次均勻的增至最後之值 V。在儲電時間內，導體之平均電位遂爲$\frac{V}{2}$，故若所儲之電量爲 Q，則所作之功當爲

$$W=\frac{1}{2}\,V\times Q \quad \cdots\cdots (8)$$

此卽帶電導體所含之電能 U 也。若導體之電容爲 C，則其所積儲之電能將爲

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{Q^2}{2C} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

式中之V乃表導體之電位，或蓄電器兩版之電位差。

(45.4) 介電質每單位體積所含之能量 依間遞作用言之，介電質乃蓄電器之最重要部分，故蓄電器所儲之電能，常可認爲儲在介電質中。今試求其每單位容積中所含之能量。一平行平面蓄電器所含之電能爲

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}(\sigma A)(Et) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

此式中σ表電版單位面積所含之電量，A表電版之面積，E表兩版間之電場強度，t表兩版之距離。在兩電版中之介電體，其容積既爲tA，故介電體每單位容積所含之能量當爲

$$u=\frac{U}{tA}=\frac{1}{2}\sigma E \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

惟在平行平面蓄電器中之電場強度爲$E=\frac{N}{K}$，(方程7)，而電力線密度N與電荷密度σ又有$N=4\pi\sigma$之關係，故$E=\frac{4\pi\sigma}{K}$，而上式亦得書作

$$u=\frac{KE^2}{8\pi}=\frac{2\pi\sigma^2}{K} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

此係就平行平面蓄電器之能量而言。在推廣的理論中，Faraday 特別注意於用下列定義之有向量D，以說明介電體中各點之情形：

$$D=\frac{K}{4\pi}E \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

或

$$E=\frac{4\pi}{K}D \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13a)$$

彼且證明在任何電場中各點之u，其值亦爲

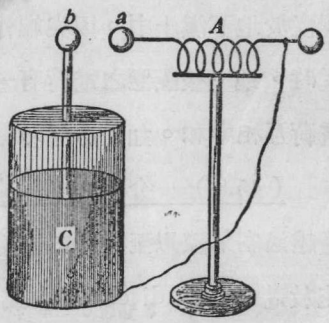
$$u=\frac{KE^2}{8\pi}=\frac{1}{2}ED \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

此兩方程(13a)及(14)與彈性學中之兩公式，即

Hooke 定律： 應力=常數×形變；及彈性位能： $U=\frac{1}{2}\times$應力×形變（見前 15.7 節）形式完全相同，於是 Faraday 認 E 爲介電質之電的"應力" (electrical stress)，D爲介電質所受之電的"形變" (electrical strain)，且以爲間遞作用之學說，得此兩式而更爲可信云。 Maxwell (1864年)又名 D 爲電的位變 (electric displacement)，而認之爲電荷在介電質中實際的位變。

D 之性質亦可用電子論說明之。當置介電體於電場中時，其各原子中之束縛電子，與帶正電之原子核，受電場之作用，乃向反方而略遷移。此諸電荷既離開原始之平衡位置，故介電質卽呈"形變"狀態。惟各束縛電子與原子核間，有互相牽引之力，故當撤去電場時，二者復可恢復其原始之平衡狀態。在多數之介電體中，撤去電場之後，原子核與電子常不能立卽恢復其原始之平衡狀態，故吾人常見當來登瓶既放過一次電後，歷少許時間，復可用放電叉令其再放出較小之電量一次或二次。此種現象，與多數彈性體，受應力後所生之彈性後效（見前14.11 節）甚相似。今名此剩餘之電爲殘電(residual charge)。

(45.5) 蓄電器放電時之磁效 當蓄電器放電時，除電花中之光，熱，聲等效應外，尙有磁的效應。此效應在電流之磁效經 Oerstod 發見後（見後46.8節），始於1826年爲Felix Savary 所察及。氏用一線圈A聯於來登瓶之一版，而令線圈之他端，與他版頂小球之間有一空隙如圖 (263)。當來登瓶放電使火花跳過 ab 空隙之時，苟置一鋼針



第二六三圖

於線圈之內，針即被磁化。

(45.6) 空中雷電 在暴風雨時，空中閃電 (lightning) 之形狀與靜電機兩端所發生之電花甚相似，故學者多認閃電爲較大之電花。雷電之性質經 Franklin 之研究，在 1752 年始完全明瞭。彼放紙鳶高入雲中，適遇驟雨，箏線盡濕，雲中電荷遂得沿線下移而產生頗强之火花於線端。於是彼乃悟閃電者，蓋雲與雲，或地與雲，積有過量之異性電荷互相中和時所發生之現象。隨閃電而生之雷鳴，乃正負電荷中和時，狂熱氣體膨脹所發之聲；因光之傳播，較速於聲，故吾人先見閃光，而後聞及雷響。閃電所耗之工率極巨，常可超過幾千萬匹馬力。

(45.7) 避電針 爲避免電轟起見，房屋頂上多用避電針（俗名爲避雷針）。此種裝置，在屋上者爲尖銳之導體，其下部則聯於屋中各金屬質物品，如鋼柱等，然後再以廣大之金屬版，埋沒於地下濕土中。因尖端作用，電荷易自尖端走失，故當雷電時，地上被感應之電荷有一部分自此避電針走失，而得與雲中電荷互相中和。如是房屋乃得保護而不致爲雷電所傷。

(45.8) 介電質之絕緣强度 在相當情形下，電花可自導體越過空氣隙以至其旁之他導體，前已屢述之。此種現象名爲電花放電 (spark discharge) 或迫放 (disruptive discharge)。詳細實驗表示在空氣中迫放之難易，不但視氣體中所已達之最大電場强度之值而定，且與空氣之密度，濕度，與所用之放電電極之形

式有關。在標準氣壓與溫度下，若電場强度達到每糎 3 萬伏特，則空氣中即有電花發生。使物質損壞之電場强度常名爲其絕緣强度(insulating strength)。玻璃，雲母片，瓷，及油等，其絕緣强度均比空氣爲良，故爲需要優良絕緣之設備所常用。

第四十五章　問題

(45.1) 問蓄電器之電容與其兩電版間之媒質有何關係？

(45.2) 何謂介電質？介電常數？比電容？

(45.3) 設有已儲積電量之蓄電器，今在其兩電版之間加入介電質，問其電位差將若何變化？

(45.4) 置兩電荷於油中，其吸引或推拒力較諸其在空中同距離之時，孰爲較大？

(45.5) 試述在介電質中，電場强度與電力線密度之關係。

(45.6) 自極遠之處遷移電量Q於電位爲V之導體時，所作之功爲VQ，惟如儲電於導體，使其電位爲V，其所帶之電量爲Q，則所作之功僅爲$\frac{1}{2}$ VQ，試說明之。

(45.7) 試以平行平面蓄電器爲例，而示明每單位容積之介電體所含之能量爲$\frac{KF^2}{8\pi}$。

(45.8) 何謂電的形變？電的應力？電的位變？

(45.9) 試略述雷電之成因及避電針之功用。

(45.10) 試述絕緣强度之意義。

第四十五章 習題

(45.1) 設有兩個完全相同之同心球形蓄電器。今將其一之下半貯以油而後令之儲電至其電位差爲 V時而止。次令此蓄電器與其他蓄電器並聯，則見其電位差降至 $\frac{3}{5}$V之值，試求油之K。

(45.2) 一來登瓶，厚$\frac{1}{4}$糎，半徑爲3糎，錫箔高9糎。若玻璃之介電常數爲6，問此瓶之電容約若干？若兩版之電位差爲1000伏特，問每版上之電荷若干？問其所儲之電能若干？

(45.3) 今有置在介電常數爲3之油中之單獨銅球一個，球之半徑爲5糎，試計算儲積20靜電單位之電量於此球所需之功。

(45.4) 設有兩蓄電器，其電容各爲C_1及C_2。若其所帶之電荷各爲Q_1及Q_2，問將之並聯之後，其所儲之能量減少若干？又問此減少之電量何往？

(45.5) 若在空中之平行平面蓄電器之最大電場強度不得超過每糎10000伏特，問其每單位面積上所能儲積之電量最多若干？

(45.6) 在實用之單位系統中，與伏特，庫侖，(coulomb)焦耳 (joule)相對應之電容單位，其名爲法拉（farad）。問一法拉之電容等於若干靜電單位？尋常無線電機中所用之電容僅爲一法拉之百萬分之一(號爲微法拉 micro-farad 者）或微微法拉（卽一法拉之萬萬萬分之一），問一微微法拉 (micro-micro-farad)與一靜電單位相較，孰爲較大？

(45.7) 今有兩個串聯之蓄電器，一爲2微法拉，一爲3微法拉。若加100伏特於此組合之兩端，試計算每個所儲之電能爲若干焦耳。

(45.8) 設前題之蓄電器係並聯，問當其所儲之電量共爲$\frac{1}{1000}$庫侖時，其所蓄之電能每個爲若干焦耳？

第四十六章 電荷與電流

(46.1) 運動之電荷 在靜電學中吾人所討論之現象，僅限於靜止之電荷。當時曾謂電荷可以在導體上移動，例如蓄電器放電時，電荷係自一電版移於他電版。惟對於電荷遷移時，其所生之效應，則尚未加以詳細之討論，茲爲便於論究起見，稱運動之電荷爲電流 (electric current)。

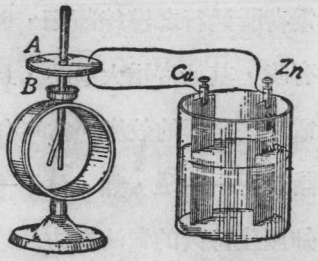
電流之重要效應有三：磁，熱，與化學作用是也。電流之磁效，前 (45.5) 節已略有陳述。除是之外，若當蓄電器放電時，電荷所通行之導線頗細，則此導線溫度之增加，甚易直接察得；有時，其溫度增大過甚，且足使線融解。是卽電流之熱效。至於電流之化學的效應，常可令其通過相當之溶液，而察及之。凡此諸效應——磁，熱，化學——其發見及詳細之考究，均在吾人已知產生持久的電流之方法以後，蓋蓄電器放電時所生之電流，在短促時間內卽行停止，實不能與觀察者以充分之機會，俾知其效應之情況也。最早且最簡單之設備，足以產生持久的電流者，厥爲 Volta 氏所製之電池。此等電池之結構及其工作情形，將於後第五十章討論之；茲先述其較簡單之一式，以略見其大概。

(46.2) 簡單伏特電池 1786年，Galvani 氏發見若執兩個不同導體與新解剖之蛙之神經或相當肌肉相接觸，則其肌肉忽然收縮若被電擊然者。1800 年，Volta 對此發見，加以詳細之

考究，遂發明伏特電池(voltaic cell)，其最簡單之一式，係用銅版及鋅版各一片，分開置於稀硫酸中而成。若以導線聯接簡單伏特電池之銅鋅兩版，則導線中即有電流。此電流之存在，可由其所生之熱或磁的效應證明之。

(46.3)　電池兩電版之電位差　按(42.3)節，電荷能自甲點移至乙點以成電流之理由，乃因甲乙兩點之電位不同。故電池中之兩個電版，例如上述之銅鋅兩片，在未用導線聯接以前，其間必已有電位差。至於何者之電位較高，何者較低，則可用蓄電器式之驗電器鑑別之如下。

在一驗電器之頂上，圖(264)，裝置一金屬平版 B，B 上鋪以薄雲母片，然後再放置一塊金屬平版 A,以作蓄電器。接簡單伏特電池之銅版於 B，鋅版於 A，使其各積異號之電荷，然後割斷接線。此時，



第 二 六 四 圖

B 版上之電荷多被 A 上異號電荷所吸住，故不能自由傳至驗電器之金箔，而金箔之展開甚微。但若將 A 舉起，則 A 與 B 上之電荷均能自由移動，而 B 上之電荷乃有一部分傳至金箔，使之稍分開。得此結果後，可用前此已經申述之方法，證明與銅相接之電版，例如B，其所帶之電荷係正號，而與鋅相接者，則爲負號。換言之，在稀硫酸中，銅之電位實較高於鋅。

（46.4） 物質之電勢次序 伏特電池之種類甚多。實際上若將兩個不同之金屬版（不限於銅或鋅），置於稀硫酸中，兩版之電位各殊。惟此電位差之大小，則視版之性質而異。可用之溶液，亦不限於稀硫酸，例如用他種酸性，鹽性或鹼性之溶液，亦可製得相當電池，所不同者，僅在其所生電位差之大小而已。

一個電池兩端之最大電位差，常名爲電池之電勢（electromotive force 簡作 e.m.f.）。所謂爲最大電位差者，即指電池不供給電流時之值而言；蓋當電池供給電流時，其兩端之電位差，視電流之大小而定：電流愈大，電位差愈小，（詳見後50.2節）。各種電池之電勢，只視電池所用之物質而定，與電池之大小，及其形狀無關。今若代上述簡單電池中之銅鋅二版，以他種物質，再檢查其所生之電位差，即可將各物質，依其電位之高低，列成一表；此種表，常名爲電勢次序表，（electromotive force series）。在此表中，其次序約如下：——

鋅，鉛，錫，鐵，鎳，鉍，銻，銅，銀，金，鉑，碳

在此表中二物質，如放入稀硫酸中，在表前之物質，其電位將較在表後者爲低；惟有一二物質，在表中之次序，常因其純淨程度之不同，而須更調。又表中相隔愈遠之兩物質，若用作電池之電版時，其所生之電勢亦愈大。

（46.5） 電流之方向 電勢之值，乃等於電池兩端之最大電位差，惟其方向則尚未規定。在靜電學中，曾述及正電荷有由

電位高處遷移於電位低處之傾向，故討論電流時，亦得規定此方向爲電勢之方向。換言之，若以正電荷移動之方向爲電流之方向，則驅電荷使其移動之勢力，其方向乃使電流由電位較高之電版，經過電池外之導線以流入於電位較低之電版。例如，簡單之伏特電池，其銅版之電位較高於鋅版，故用導線聯接兩版後，電流即自銅版經過導線以流入於鋅版。惟讀者請注意所謂"經過電池外之導線"一語，蓋在電池內溶液中，電流之方向，乃由鋅版流向銅版也。

(46.6) 電流之性質與導體之種類 前節所述電流之方向，乃一公認之規定，此規定之由來，實有多年之歷史的背景。晚近對於在導體中流動之電之果爲何性，及其果係向何方移動，科學界雖均有確切之說明，然吾人對於上述電流方向之規定，(即電流在導體中，係自電位高處，流於電位低處一事)，仍舊沿用，而不加以更改。誠以電流方向之規定，與說明電流性質之學說，乃截然兩事也。各種導體，依其導電之情形，可分爲三類。

第一類導體，包括各金屬質，合金質，及碳。凡電流通過此種導體時，僅能發生熱及磁的效應，而無化學作用。在此種導體中，據電子說，移動以生電流者，乃多數帶負電荷之電子，然因電子所帶者爲負電荷，故其移動之方向，適與前所規定之電流方向相反。此爲公認規定之大不幸！

第二類導體，包括一切鹽性，酸性，及鹼性溶液。在此等溶

液中，電流所生之最重要效應爲化學作用。此種導電情形，常名爲電解現象（詳見後 49 章）。而在此等溶液中，移動以生電流之電荷，乃帶正電或帶負電之游子（ion）。帶正電荷之游子，其移動之方向仍如（46.5）節之規定，而帶負電荷者，其移動方向則反是。此等游子卽一般帶正或負電荷之原子，或原子叢（atomic aggregate）。

除固體及液體外，氣體在相當情形之下亦可導電，是爲第三類導體。在氣體中之電流，亦由帶正及負電荷之質點，各向反對之方向移動而成。此等質點，或爲自由電子，或爲附有電子之原子或原子叢，或分子，又或爲缺少電子之原子，或原子叢，或分子等。

（46.7）　電流之强弱　電流之方向，既如前節之規定，茲再進而規定其强弱。按電流之意義，其强弱實可以在單位時間內移過某點之電量定之，卽

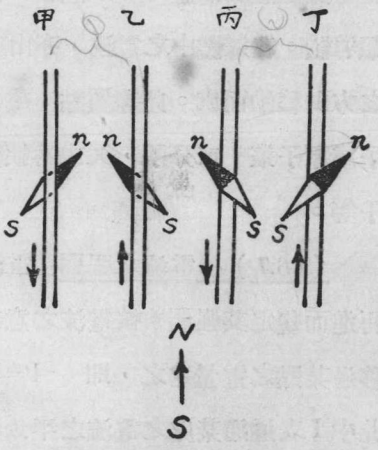
$$I=\frac{Q}{t} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

此中 I 表通過某處之電流之平均强度，Q 表在 t 秒內通過該處之總電量。此方程有二種用法：（1）假如吾人已有獨立方法，足以測定 Q 之數值，則此式可視作電流强弱之定義；例如在靜電學中，吾人以兩電荷間之力測定電荷之多寡，故既知在靜電制度下電量之單位，則由此方程可推出在靜電制度下電流之單位；（2）又如吾人已另採用他種制度以測定電流之强弱，則此方程可視作在此種制度下之電量之定義。

$$C=3\times10^{10}=\sqrt{\frac{\mu}{c}}$$

(46.8)　電流之磁效　電流之重要效應有三；熱，化，與磁，已如前述。欲規定電流之强弱，除前節所述之方程(1)外，任用此三效應之一，亦無不可。通常多以其磁的效應爲主。在未說明如何利用磁效以測定電流之强弱之前，宜先知電流所生磁效之情形，茲略述之。

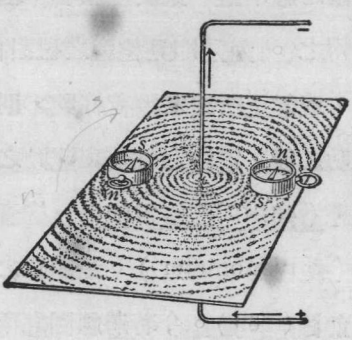
在1820年，即 Volta 發明電池之後約二十年，始由 Oersted 首先發見電流通過導體時，在導體鄰近之磁針，受有影響。若依南北方向置一直導線於磁針之上，則當電流通行於線中時，磁針即被偏傾；此偏傾之方向，視電流之方向而異。如電流之方向，自北而南，則磁針之北極向東偏，其南極則向西偏，(見圖 265 甲)。反之，則偏傾之方向亦反是，(圖265乙)。若將磁針置於導線之上，則當電流之方向自北而南時，磁針之北極係向西偏，而其南極向東偏，(圖 265 丙)；反之，亦反是，(圖 265 丁)。



第 二 六 五 圖

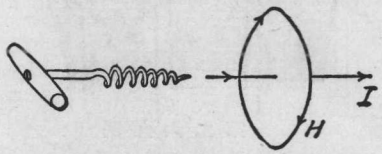
電流所生磁場之情形，亦可用鐵屑表示之。例如令頗强之電流，通過一垂直導線。將此導線穿貫於一玻璃版或硬紙版，在版

上撒以鐵屑而輕敲之，則見鐵屑以導線爲中心而作多數之同心圓，（圖 266）；至於磁場之方向，可用一小磁針測定之。



第二六六圖

由此種及類似之實驗，可知電流所生之磁場，係與電流之方向正交；至二者之正方向之關係，則可用右旋螺釘法則（right hand screw rule）表明之：若以右旋螺釘前進方向代表電流之方向，則電流所生磁場之方向，可以螺釘轉動之方向代表（見圖 267）之。此關係亦可藉右手說明之：例如，以右手握導線，使大姆指指示電流之方向，則其餘各指所示之方向，即電流所生之磁場之正方向（圖268）。



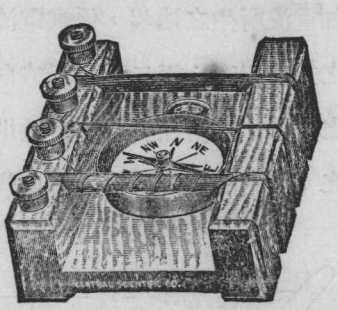
第二六七圖

第二六八圖

（46.9） Rowland 之實驗 吾人前以移動之電荷爲電流，如是則移動之帶電體亦應產生磁效。此基本實驗於 1875 年時，始經 Rowland 表顯之。彼先將一個

鍍金之膠木盤，架於一縱軸。積電荷於此盤面之後，乃以高速度旋轉之。如是即見盤旁之磁針向一方偏傾。設改變盤之旋轉方向，或盤上所積之電荷符號，則針之偏傾方向亦改變。自此實驗成功之後，電流之性質與運動之電荷相同，乃無疑義。

(46.10)　電流計　檢查電流存在與否之儀器，名爲電流計(galvanometer)。最簡單之電流計，乃以一磁針置於線圈中間如圖(269)。今若將線圈之兩端接入電流所通行之路途中，以便電路中之電流亦通行於線圈，則磁針即生相當之偏傾。惟此種簡陋之儀器僅可用以檢查電流之存在，及其方向，以及其大概之强弱而已。如欲得較準確之數量關係，非有較精細之構造不可(見後52章)。



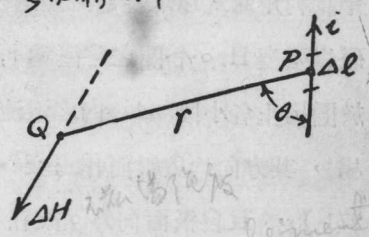
第二六九圖

(46.11)　電磁單位制度　在靜電學中，吾人以兩電荷所互生之力爲主，先規定電量之單位；由是乃推出電位，電容，等單位。今再參以(46.7)節之定義，即得電流之單位。此諸單位自成一系統，即所謂絕對靜電單位(absolute electrostatic units 簡作 e.s.u.)是也。在靜磁學中，吾人則以兩磁極所互受之力爲主而先定磁量之單位。由磁量之單位，始推出磁場强度之單位。今既規定以電流之磁效測定電流之强弱，故根據已定之磁量及磁

場强度之單位，即可推定電流之單位。得電流之單位後，亦可推出一系之單位，以表明靜電學中所用各觀念，如電位，電量，電容等。如是所得之各單位，亦自成一系統，茲稱之爲絕對電磁單位(absolute electromagnetic units 簡作e.m.u.)。

在電磁制度之下，所用以規定電流單位之公式，與靜電學或靜磁學所用以規定電量之單位公式甚爲相似。此公式常名爲 Laplace 定律，乃 Laplace 由 Ampère 之"等值磁壳定理"(equivalent magnetic shell)脫化而來。此定律雖無直接之實驗的證明，但由之所推出之結果，均能與實驗相符合，故亦可視爲電磁學中基本定律之一，以與前述兩個平方反比定律鼎足而立。

(46.12) Laplace 之公式 假設有電流 i 通過在 P 點(見圖 270)極短小之導線，線之長爲 Δl 糎。據 Laplace 之公式，在距 P 爲 r 糎之 Q 點處，因此小段電流(elemental current)所生之磁場强度，ΔH，其數值係與電流 i 及導線之長 Δl 成正比，與 r 之平方成反比，又與聯 PQ 之直線與 Δl 所作角度之正弦成正比。故 ΔH 之值可書作：——



第二七〇圖

$$\Delta H = C\frac{i\Delta l}{r^2}\sin\theta \quad \cdots\cdots(2)$$

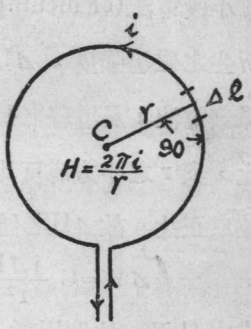
式中 C 乃一比例因數，其價值視所用之單位而定。至於 ΔH 之

方向乃與 Δl 及 r 兩線所成之平面成 90° 角，詳情已見前節。假若 ΔH 以電磁單位計，（即高斯），Δl 及 r 均以糎計，則可規定電流 i 之電磁單位係使方程（2）中之 $C=1$。此項規定與（35.6）及（40.6）兩節規定電量及磁量單位之方法甚爲相似。

（46.13）　電磁單位制度中之電流單位與安培　在電磁制度中，所用磁場强度之單位，與靜磁學中所用者同，Δl 及 r 均用糎，惟直接用方程（2）作電磁制度中電流單位之定義，頗嫌與物理的觀念不通恰，蓋電流乃在連續的導體中流通，而上式乃限於一小段中之電流。雖全導體所生之效應，可用積分法推算之，然方程（2）究僅可視爲一算學的公式，而非物理的定義。今試利用此式以求當電流通過一彎作圓形之導線時，在圓中心之磁場强度 H。令圓之半徑爲 r，在其中心 C 點之磁場，乃由流行於圓周上各小段 Δl 內之電流 i 所生。此諸小段電流所生之磁場，其方向均與紙面作正交，（見圖271），且自紙面向外。故在 C 點之磁場强度爲：——

$$H=\Sigma\frac{i\Delta l}{r^2}\sin\theta\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

惟各小段 Δl，與各半徑 r 均爲正交，故 $\sin\theta=1$，且各小段中之 i 及各點之 r 均不變，故此公式可化爲



第二七一圖

$$H=\frac{i}{r^2}\Sigma\Delta l=\frac{i}{r^2}2\pi r=\frac{2\pi i}{r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

由方程（4）觀之，吾人可謂當一電磁單位之電流通過一半徑等於一糎之圓形電路時，其所生於圓中心之磁場强度，乃爲 2π 高斯。實用上則又以此絕對電磁單位之十分之一爲電流之單位，名安培（單位爲紀念 Ampère 起見），名爲安培，是以

10 安培＝1 個絕對電磁單位之電流。……(5)

（46.14）　電磁單位制度中之電量單位與庫侖　在絕對電磁制度下之電量單位，可由本章方程（1）推算之；即當每單位電流通行一秒後，其所輸送之電量爲一單位。此單位較諸（40.6）節之靜電單位電量，約大 3×10^{10}（三百萬萬）倍。

在實用單位制度中與安倍相對應之電量，爲紀念 Coulomb 起見，名爲庫侖。一庫侖之電量，蓋等於一安培之電流通行一秒鐘。因此，

10 庫侖＝1 個絕對電磁單位之電量……(6)

且　　1庫侖 $=3\times10^9$ 絕對靜電單位之電量……(7)

第四十六章　問題

（46.1）　試舉電荷移動時所生之主要效應。

（46.2）　簡單伏特電池之構造若何？試述銅鋅兩電版所帶之電荷孰爲正及孰爲負。

（46.3）　今用蓄電器式之金箔驗電器以測定伏特電池之電位，試以金箔電位之

變化而說明此式驗電器之功用。

(46.4) 伏特電池供給電流時，可歷長久之時間，蓄電器則僅能在短促時間內供給電流，其故安在？

(46.5) 問電流之方向如何規定？此方向與電子移動之方向是否相同？

(46.6) 何謂電池之電勢？電勢之方向如何規定？

(46.7) 各種導電體可分三類，試分別說明之。

(46.8) 電流之強弱與電荷移動之速度有何關係？

(46.9) 設電量與時間之單位已經規定，問電流之單位應如何規定？

(46.10) 試陳述電流之方向及其與所生之磁場方向之關係。

(46.11) 何謂電流計？試述一簡單電流計之構造。

(46.12) 電磁單位制度與靜電單位制度，其主要之單位爲何？

(46.13) 在電磁及靜電單位兩制度中，電流與電量之單位，孰爲基本的，孰爲推出的？

(46.14) 試述表示電與磁關係之 Laplace 公式及其應用。

(46.15) 試定一庫侖及一安培之義。

第四十六章 習題

(46.1) 尋常 "110伏"，32燭光之電燈約需半安培之電流，問在一分鐘內通過燈絲之電子共爲若干個？

(46.2) 設有導線彎成一圓周。今若增加其中所通過之電流 n 倍，同時將圓周半徑減小 K 倍，導線數目增加m 倍，問在圓中心之磁場強度約增大若干？

(46.3) 設在半徑爲10糎之圓的電路之中心，其磁場強度爲10高斯，問此中電流之值爲若干安培？

(46.4) 設在氫原子中之電子係以每秒10^9糎之速度繞原核而作半徑爲 10^{-8}糎

之圓形軌跡，問在軌跡中心之磁場強度若干？

(46.5) 問一個電子所帶之電量爲若干庫侖？

(46.6) 設將一銅線彎作半徑爲10厘之圓周，而令此圓周與地磁子午線平行。今在此圓之中心平放一短磁針後，而通電流於銅線。若地磁之水平強度爲0.3高斯，而磁針之偏傾爲30°，問電流之價值若何？

第四十七章 電勢與電阻 重要

(47.1) 電勢之意義. 電池之電勢，乃其兩端之最大電位差，前已述之。但電勢一詞，不限於電池所生之電位差。凡一種勢力，足以使電荷在電路中流動者，均名爲電勢。試用水流爲例，尋常水自高處向低處流注，但除此之外，水亦可由壓力大處向壓力小處流動。有時，並因溫度之差異，或與運動之固體相接觸，水流亦有一定之方向。凡此種種，高度差，壓力差，溫度差等等，均可視爲驅使水流之勢力。同此理由，電流固可因電位差而產生，亦可因感應現象（見後53章），或溫度差（見後58章）而呈現。此數種電勢當在後詳論之，茲先述單位電勢之定義，以便考究電流在第一類導體中之分布情形，及其他之數量關係。

(47.2) 電勢之單位 電流通過導體時，可發生熱，化磁等效應，故欲繼續維持電流，必費相當之功。此相當之功，由電源供給。如電源爲電池時，此功乃由化學的能量變換而來。若電源爲發電機時，則此功乃由機械的能量變成，餘可類推。此相當之功，其價值乃與(電勢)，(電流)，及電流通行之(時間)三者成正比。此關係與維持水流所需之功係與水壓（水勢），及水量（水流乘時間）成正比，甚爲相似。因此，在一定時間內，產生一定電流所需之功，即可用以作電勢單位之定義。換言之，當通行之電流爲一個單位，而維持此電流之功，每秒需一個爾格時，其所

生之電勢，即爲單位電勢。以方程式表之即得：——

$$W = \text{功}(\text{以爾格計}) = eit \quad \cdots\cdots(1)$$

式中 i 表電流之值，以電磁(或靜電)單位計，e 表電勢值，以同制度之單位計；t 表秒數。由此方程觀之，電勢與電流之乘積等於功率(power)。在實用問題中，一個電磁單位之電勢，及每秒一爾格之功率均嫌太小，故又常用電磁單位之 10^8 倍作實用之電勢單位；而以每秒作 10^7 爾格之功爲實用之功率單位。實用電勢單位爲紀念 Volta 起見，名爲伏特；實用功率單位爲紀念 Watt 起見名爲瓦特。電流，電勢及電功率各實用單位與電磁制單位之關係如下：

$$1 \text{ 安培} = \frac{1}{10} \text{電磁單位之電流} \quad \cdots\cdots(2)$$

$$1 \text{ 伏特} = 10^8 \text{ 電磁單位之電勢} \quad \cdots\cdots(3)$$

(二功率) 1 瓦特＝1個安培×1個伏特＝每秒作 10^7 爾格之功

＝每秒作一個焦耳(joule)之功……(4)

(47.3)　電勢與電位差之區別　根據上述定義，則每單位電勢亦等於移動單位電量所需之功。因是，電勢之單位，遂與電位差之單位，完全相同。此點與上述電池之電勢，乃電池兩端之最大電位差，顯然適合。電勢與電位差，雖均以移動單位電量所需之功爲其量度之根據，惟其所代表之物理的觀念，則截然不同，茲陳述之如下。

電勢之意義，乃一種驅使電流之勢力或形勢。故在具有數個電勢之電路中，每個電勢各有其一定之方向，不因電流之方向如何，或其存在與否而改變。至於電路中兩點之電位差一詞，平時雖只計其數值，嚴格言之，實須指示其方向，以表明何點之電

位較高，方爲完備。「電位差之方向，乃與電流之方向一致，蓋電流係由電位高處，流於電位低處故也。此點爲電勢與電位差之方向之區別。

若就與其相關之能量而言，電勢與電位差所代表之意義亦屬不同」。例如電流之方向，與電勢之方向一致時，則產生此電勢之電源，須供給相當之能量，其值乃由公式(1)決定。反之，若電流 i 與電勢 e之方向相反，則產生 e 之電源，靡特不供給能量，且將能量吸收而儲藏之；此卽表示他電源須供給能量，方足以維持電流 i，使其向 e 之反方通行。此時所儲於產生 e 之電源之能量，亦可用上式算計之。是以在方程(1)中，倘 e 與 i 之方向，(卽二者之符號)相同時，其所表之能量則爲正號，意蓋謂電源放出其能量以維持電流，而其能量乃遞減。反之，如 e 與 i 之方向不同，則功爲負號，而吾人或其他電源須作功以維持此電流，此功之一部分乃儲於電源，以增加其能量；至其餘之部分，則常化作導體中之熱，而終歸於消滅。總之，與電勢相關之能量，其值之正負，視電流能與電勢之方向，是否相同而定。至於與電位差相關之能量，則不問電流之方向如何，均係消耗爲熱。由此觀之，倘以力學中之力，比擬電學中之電勢，則電位差頗似一種摩擦阻力。」

量電勢之方法，今可暫用靜電學中所說明之各靜電計。至較簡便之設備，當於後52章說明之。

(47.4) 電阻之意義與 Ohm 定律 將不同之導體，分別接於完全相同之電池，或他種電源之兩端，然後用前述之電流計，測驗導體中之電流，則見所得之電流，其大小常不同。由是知各種導體有善於導電者，有不善於導電者。「善於導電之物質，可稱其電阻 (resistance) 小，或電導 (conductance) 大；不善於

導電之物質，則常謂其有較大之電阻，或較小之電導。

在一定之導體中，電流之大小，乃隨所用之電勢而定。電勢愈大，電流常亦愈大。1828 年，Ohm 由實驗結果發見，多種物體中之「電流 I 與所用以驅使此電流之電勢 E 係成正比」。Ohm定律可用下列方程之一表明之：——

$$E=RI \quad 或 \quad I=GE \qquad \cdots\cdots(5)$$

「在此二式中，R 及 G 均爲常數，不因電流之大小而變更，二者之價值，僅依物體之性質，大小，形狀，及溫度而定」。據前段所述之電阻及電導之意義，「R 即表物體之電阻，而 G 則表物體之電導，其相互關係乃

$$R=\frac{1}{G} \qquad \cdots\cdots(6)$$

在少數物質中，電流與電勢不作正比。遇此種情形時，該物質之電阻 R 或電導 G，仍常用方程（5）之定義決定之，不過此時，R 或 G 不爲與電流大小無關之固定常數而已。

「Ohm 定律之應用，不限於完閉電路，實亦可用於電路中不包含電勢之各段落。應用於電路之一段時，方程（5）中之 E，須改用此段兩端之電位差 V，即：——

$$V=IR \quad 或 \quad I=GV \qquad \cdots\cdots(7)$$

在電路中兩點之電阻 R，與通過該兩點間之電流之乘積，常稱爲兩點間之電位降落（potential drop），或兩點間之電壓（electric pressure 或 voltage）。在方程（7）中，電位降落，或電壓之

方向，應隨電流之方向而定；凡順電流之方向者爲正號，逆電流之方向者爲負號。惟在平時，電壓一詞，多僅指兩點間相差之伏特數(number of volts)而不計其符號。

(47.5)　電阻之單位　Ohm定律可視作單位電阻之定義。以是當加於某物體兩端之電勢爲一單位，其所生之電流亦爲一單位時，則此物體之電阻即爲一單位電阻。無論用何種單位制度，此定義均可應用。在實用單位制度中，電阻之單位，爲紀念Ohm起見，名爲歐姆。一歐姆即爲導線兩端之電位差爲一伏特，而其中之電流爲一安培時，其電阻之價值。因一伏特等於 10^8 個電磁單位之電勢，一安培等於 10^{-1} 個電磁單位之電流，故

$$1\text{歐姆}=\frac{10^8\text{個電磁單位電勢}}{\frac{1}{10}\text{個電磁單位電流}}=10^9\text{電磁單位之電阻}\cdots(8)$$

用 Ohm 定律所定之歐姆價值，實際上仍爲一種絕對的實用單位，因其係絕對電磁單位之倍數，故有時名方程(8)所定之歐姆爲絕對歐姆(absolute ohm)以表明其與下節所述之國際歐姆不同。

電導G既等於電阻R之倒值，故有時將歐姆倒寫以作電導之單位，茲讀之爲姆歐(mho)。

(47.6)　國際歐姆　前此所述之電勢，電流，與電阻各實用單位，均爲絕對電磁制度各單位之倍數。爲便於比較各種電阻起見，在1908年之國際電學會議，各國曾承認採用一較易於做製

之標準單位電阻，此單位名爲國際歐姆(international ohm)或法定歐姆(legal ohm)。一個國際歐姆，等於長106.300糎，質量14.4521克，截面積均勻不變之水銀柱，(即截面積約1方糎)在冰點時，對於不變之電流所發生之電阻。此種標準電阻，悉按其定則製造，故爲世界各國法律所公認之歐姆。其定義與絕對歐姆之定義根本不同，惟其價值則與絕對歐姆之價值相差甚微，故在實際問題中，國際歐姆，與絕對歐姆，可不必加以區別。

(47.7) 阻電率 導體之電阻，在同一溫度下，因其大小，長短，及形狀而不同，是以欲比較兩種物質之阻電或導電本領，必須用大小，長短及形狀相同之樣本。至於各導體之電阻，與其形狀，大小，長短之關係，可以水管爲例。通水之管愈長，其阻力亦愈大；管之截面愈大，在一定壓力之下，所通過之水亦愈多。依照此理，或用實驗，即可證明一均勻導線之電阻，係與其長度成正比，而與其截面積成反比，其方程如次：

$$R=\rho\frac{l}{A} \qquad (9)$$

式中R爲電阻，l爲長度，A爲截面積，ρ爲一比例因數，其價值由導體之溫度及性質，與所用之單位而定。今名ρ爲導體之阻電率(resistivity)。以糎作長度單位，取一立方糎之導體，而量其一面至其對面之電阻，所得之歐姆數，即該導體在一定溫度時之阻電率。ρ之倒數，常名爲導電率(conductivity)。若用導電率γ，則電導之方程可書爲

則，$G=\gamma\frac{A}{L}$……(9)

各物質之阻電率，或導電率，除因溫度之不同而有差別外，亦視其製造時，所經歷之情況而稍異。故同種物質之阻電率，有時亦不一致。此外，光與磁場對於數種物質之阻電率，亦有影響。例如硒（selenium）之電阻，爲明亮之光所映照時，其值較諸其在黑暗中時可減少數倍，以至於十數倍。又如鉍(bismuth)在磁場中，其電阻之值隨磁場之方向而異。茲將各種普通物質之阻電率之大略價值列表於下。

第二十六表　阻電率與溫度係數

物　質	阻電率(在 0℃ 時之值)(單位爲歐姆與糎)	溫度係數(溫度單位爲℃)
鋁	3×10^{-6}	0.0043
銅	1.5×10^{-6}	0.0042
德國假銀	20×10^{-6}	0.0004
鐵	8.53×10^{-6}	0.0062
錳銅合金	42×10^{-6}	0.00002
鎢	94×10^{-6}	0.00075
鉑	9.8×10^{-6}	0.00366
銀	1.5×10^{-6}	0.00377

(47.8)　電阻之溫度係數　各種物質之電阻，與其溫度之

關係，在尋常溫度之範圍內，可以下列方程表明之：——

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2 + \cdots) \quad \cdots\cdots (10)$$

式中R_t表物體在t°C時之電阻，R_0爲其在0°C時之電阻，$\alpha, \beta, \cdots\cdots$等則爲常數。常用物質之$\alpha, \beta$，……等，其值以$\alpha$爲最大，其餘均可省略。換言之，在尋常情形之下，電阻與溫度之關係乃直線的；即

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t) \quad \cdots\cdots (11)$$

式中之 α 名爲電阻之溫度係數，（temperature coefficient of resistance）。各種金屬品之溫度係數，據第廿六表所列舉者，均爲正號。此即表示當溫度增加時，導體之電阻亦隨之而增。惟碳質之α則爲負。此外，尚有數種合金，其α極小，例如表中之錳銅合金(maganin)。此種物質，爲各種需要不因溫度改變而變更之電阻所必用。銅質導體，其電導既大，（僅較次於銀），價值又低，故在應用上，最爲普遍。其電阻與溫度之關係常可書作：—

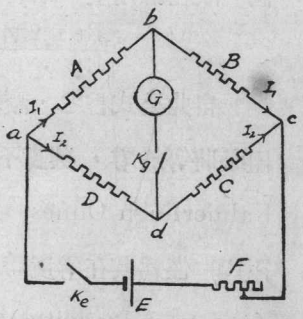
$$\frac{R_t}{R_0} = \frac{234 + t(C^\circ)}{234} \quad \cdots\cdots (12)$$

自此公式言之，讀者或將以爲當 $t = -234°C$ 度時，銅之電阻必將等於零，其實不然，蓋在極低溫度時，上式不能應用。Kalmerlingh Onnes 曾以實驗表示數種物體在極低溫度時之電阻R_t 僅爲其在零度時之 R_0 之數萬萬分之幾。在此種"超導"（superconductivity）狀況下，若電路有相當之電感量（見後55章），縱使取去電勢，其電流常可繼續流行至數小時之久云。

電阻之價值，既因溫度而變更，故可利用此理，以測定溫度。此種設備，名爲電阻溫度計 (resistance thermometer)。通常之電阻溫度計，乃用鉑線製成。鉑線之溫度係數，及阻電率均頗大，故其靈敏度亦較佳。此外，鉑線電阻溫度計，所能量計之溫度範圍甚廣，上自1200°C，下至甚低之溫度，均適用之。

此外又有利用電阻隨溫度而變更之事以測輻射之强度者（參較後 69.8 節。法將兩個完全相似之極薄鉑片（約 0.001 粍），上各塗黑而分接於 Wheatstone 橋（下節）之兩臂。若令輻射落於其一之上，則自電阻之變更，即可計得溫度與其所吸收之輻射能量。此式電阻測溫器 (bolometer)，用於輻射之研究頗稱便利。

(47.9) Wheatstone 橋 依電阻之定義，其價值可由電勢與電流之比值測定之 $R=\frac{V}{I}$。此種測定電阻之法則，名爲電位降落法 (methed of potential drop)；惟由是所得之結果，常不易準確（見後52章）。如僅欲求兩個電阻之比值時，可用 Wheatstone 所首創之聯接法，名曰 Wheatstone 橋 (bridge) 者。此法用四個電阻，一電池，及一電流計，依圖(272)之接法聯接之。當各電阻之值適可使電流計之指示爲零時，在 b 及 d 兩點之電位係相等。茲簡稱此



第二七二圖

情形爲平衡狀態。在平衡狀態時，各電阻之比值可以 Ohm 定律求之。例如令各電阻之價值分爲 A, B, C, D, G, 如圖，在平衡狀態時，電流計G中無電流，故通過 A 及 B 中之電流必相等。今假令其值爲 I_1。同理，在此時通過 C 及 D 之電流亦必相等，茲令之爲 I_2。因 b 及 d 兩點之電位相同，故知

$$AI_1 = DI_2 \quad 與 \quad BI_1 = CI_2 \cdots\cdots (13)$$

由是即得

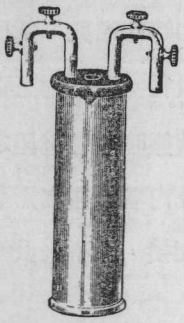
$$AC = BD. \quad 或 \quad \frac{A}{B} = \frac{D}{C} \cdots\cdots (14)$$

此即言在橋兩對方之兩個電阻，其乘積彼此相等。準此，倘已知兩電阻之比值，則其他兩電阻之比值，即可求得。若已知三電阻之值，則第四電阻之值，亦可計得。在平衡狀態時，各電阻之比值，仍不受在電流計部分內，或電池 E 部分內各電阻之影響，故實際上，電流計與電池之位置，可以互相交換，而不失其平衡狀態。

用 Wheatstone 橋時，在電流計 G 與電池 E 之路段中，均須接以電鑰如圖中之 K_g及K_e 以備調節時之用。求平衡點時，須先關閉 K_e，然後啓閉 K_g 數次，以覘電流計指針是否完全不動。若先關閉 K_g，再開或閉 K_e，則因各電阻所含之自感量不同之故，縱使已得平衡狀態，電流計指針，亦將於啓閉 K_e 時，呈相當之暫時 (transient) 偏傾。此影響不但使平衡狀況難於測定，且有時偏傾過大亦足以毀壞電流計。除此點外，使用 Wheatstone 橋時，在電池 E 之路段中常串聯以一可變電阻 F，以減少未平衡時之電流。迨橋幾完全平衡，然後將 F 減小以增加橋之靈敏度。

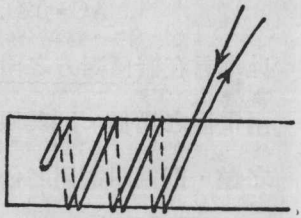
(47.10) 電阻之形式 在實驗室中常需大小不等之電阻，例如前節所述之 Wheatstone 橋，需已知之電阻三個，方可測定第四個電阻之價值。茲述數種簡便之電阻形式於次。

實驗室中之電阻，可分爲標準電阻原器 (primary standard)，與標準電阻副器 (secondary standard)二種。標準電阻原器之構造，須按照國際歐姆定義製之。標準電阻副器，或爲單個線圈，或爲數組綫圈，合置於一匣內而成。線圈均用"無感應"之繞法(見後54章)，先將線疊爲半長，然後繞在圓筒上，如(圖273)。標準電阻之導線，多用錳銅合金(maganin)，以免受溫度之影響。



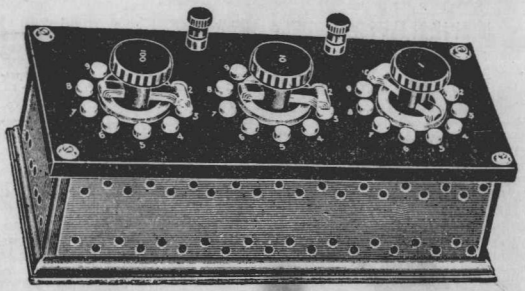
第二七四圖

圖 (274) 所示乃一單個線圈之標準電阻副器。由數個線圈所組合之電阻匣有二式，一爲轉盤十進匣 (dial decade box)，一爲塞子匣 (plug box)。二式所有之線圈，亦均用"無感應"繞法，繞於小管上；各管悉分置於膠木板下，每管上線之兩端，則分別接於板上金屬質之接頭。此外，尙有兩個接柱，備將匣加入於電路中。在轉盤式電阻匣上(圖275)，每匣所包含之電阻，分爲數組，每組由十個同值之電阻串聯而成。每個電阻之價值，均係單位電阻之十進倍

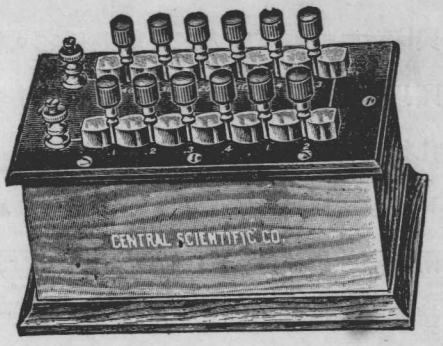


第二七三圖

第二七五圖

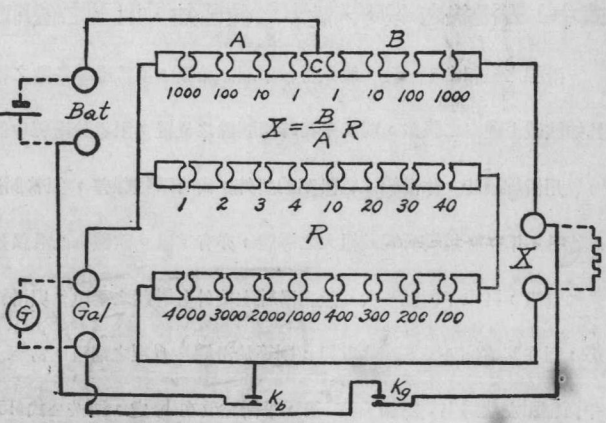


數或分數。欲得相當之電阻，可旋轉各組之轉盤，以與匣上相當之接頭接觸。在塞子式之電阻匣內（圖 276），其各電阻之比值多爲 1,2,3,4，或其十進倍數或分數。此等電阻悉行串聯，串聯後，其每個接點，復各與匣上一銅塊聯接。各銅塊間鑽有小穴，以收容銅質塞子。各銅質塞子如均緊插在於兩塊間，則全匣之電阻幾等於零。若拔去某兩銅塊間之塞子，則與該兩塊連接之電阻，卽被加入電路中。用此式匣時，須將各塞子插緊，不然，則所得之電阻，與匣上所刻定之價值可有甚大之差異。此外，欲作較準確之實驗時，電阻匣中各電阻，均須先與可靠之標準比較後，方可應用。



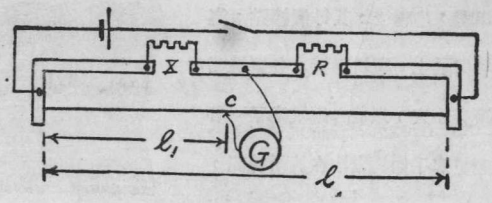
第 二 七 六 圖

(47.11) 各式 Wheatstone 橋 Wheatstone橋可由四個電阻組成。尋常用時，其三個已知電阻，常合併於一匣內，以便於携帶。圖(277)表示一式 Wheatstone



第 二 七 七 圖

橋匣內之聯接方法。有時，橋中兩鄰近電阻，如圖 (277) 中之A與B,乃由一電阻頗大之長線兼任之。線長一米，上有一滑動之接頭以作圖 (277) 中之C點。此式橋常名爲滑線橋（見圖 278）。凡欲比較之電阻，可各接於橋之左右兩空隙。由滑線上接觸點之位置，即可知A及B兩電阻之比值。滑線之電阻，與其長度成正比，故當平衡時，若接觸點之位置，距左端爲 l_1，則



第 二 七 八 圖

$$\frac{X}{R}=\frac{l_1}{l-l_1} \quad \cdots\cdots (15)$$

式中 l 表滑線之全長，設 R之值已知，則 X之值即可求得。

滑線之粗細常不一致，故欲得較準確之結果，須將滑線各段之電阻，加以校正；且如欲減少觀察之誤差，則其平衡時接觸點之位置，須近於滑線中部。

用滑線橋時，除滑線之電阻不均勻外，尙有兩種誤差，須特別注意：一爲接觸點之指示不準，一爲橋兩端較粗大之導體，亦有電阻。欲減少此兩誤差，可對調已知與未知電阻，再求平衡點一次。設在滑線左端外各導體之電阻，與滑線長 α 釐之電阻相等，而在其右端外各導體之電阻，則等於滑線長 β 釐之電阻，當 X 在左，R在右時，平衡點距左端爲 l_1，對調X與R後，平衡點改在 l_2 處，則按公式(15)宜有

$$\frac{X}{R}=\frac{l_1+\alpha}{l+\beta-l_1} \quad 與 \quad \frac{R}{X}=\frac{l_2+\alpha}{l+\beta-l_2} \quad \cdots\cdots (16)$$

更引用分數之原理，即得

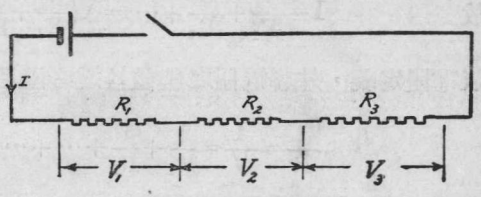
$$\frac{X}{R}=\frac{1+\alpha+\beta+(l_1-l_2)}{1+\alpha+\beta-(l_1-l_2)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

如（$\alpha+\beta$）較之 1 極爲微小，而可忽略，則上式可書作

$$\frac{X}{R}=\frac{1+(l_1-l_2)}{1-(l_1-l_2)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

此中 1 爲線之全長，(l_1-l_2) 爲平衡點移動之距離，二者均與接觸點指示之不準無關，故用此法即可免除此項誤差。

（47.12）電阻之串聯與其並聯　既知電阻之意義，與其測量法，茲考究任意聯接若干電阻之後，其總值如何。設將電阻 R_1 之一端，接於第二電阻 R_2 之一端，R_2 之他端，復接於 R_3 之一端，如是以次串聯如圖（279）；此種接法名爲串聯法（series connection）。將各電阻串聯時，通過各電阻之電流均係同值，而在此組合兩端之電壓 V 係等於各個電阻兩端之電壓 $V_1, V_2, \cdots\cdots$ 等之和，即



第 二 七 九 圖

$$V=V_1+V_2+\cdots+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

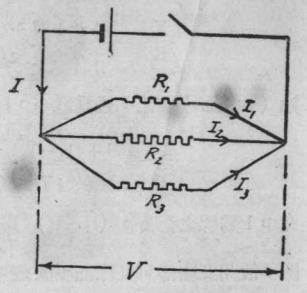
但 $V_1=IR_1$, $V_2=IR_2$, $\cdots\cdots$　故 $V=I(R_1+R_2+\cdots\cdots)\cdots(20)$

惟據電阻定義，此組合電阻之總值係：——

$$R=\frac{V}{I}=R_1+R_2+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

故串聯電阻之總值，乃等於各個電阻之值之總和。

設各電阻之一端，均接於一處，其他端亦均接於一處如圖(280)則名爲並聯法，(parallel connection)。用此種接法時，各個電阻兩端之電位差均相等；而通過此組合之總電流I,則等於在各個電阻中之電流 I_1, I_2, ……等之總和，即



第二八〇圖

$$I=I_1+I_2+\cdots+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

$$V=V_1=V_2=\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$R_1I_1=R_2I_2=\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

故
$$I=\frac{V}{R_1}+\frac{V}{R_2}+\cdots=V\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots\right)\cdots\cdots\cdots(24)$$

依電阻定義，幷聯電阻之總值R遂必滿足下列方程

$$\frac{1}{R}=\frac{I}{V}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\cdots\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

若以電導G表此關係，則得

$$G=G_1+G_2+\cdots\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

由此可知，並聯電阻之總電導等於各個電導之總和。

以上所算得之串聯及並聯電阻之總值可用 Wheatstone 橋或他法證實之。總言之，數個串聯電阻之總值，較各個電阻之最大值尤大；數個並聯電阻之總值，較各個電阻之最小值尤小。

(47.13) Kirchhoff 定律　在簡單之電路中，電流與電勢

之關係可由 Ohm 定律決定之。但在較繁複之電路中，如欲計算各部分中之電流，或某兩點之電位差，則須用 Kirchhoff 氏之兩個定律。Kirchhoff 之第一定律謂：通過電路中任何一點之電流之代數和等於零。此定律之意義甚明顯，蓋電流之流行，有如管內之水流，不能聚集於電路中任何一點，故向某點流入之電流，與從該點流出之電流係相等。假定流入一點之電流爲正號，從該點流出者爲負號，則此定律可書作

$$\Sigma I = I_1 + I_2 + \cdots\cdots = 0 \cdots\cdots (27)$$

Kirchhoff 第二定律，乃由 Ohm 定律擴充而來。此定律謂：在任何完閉電路中，各電勢 E 之代數和，等於在該電路中各段之電位降落 IR 之和。此律之物理的意義亦至明顯，蓋電位之升降，有如高度之升降，而電源之電勢，實與增加電位無異，故自電路中任何一點出發，而回至此點時，其電位之值係不改變，而沿路以計，電位降落之總值遂等於其增加之總值，或電勢之總值。若以方程表之，則有

$$\Sigma E = \Sigma IR \cdots\cdots (28)$$

應用此定律時，可先假定一正方向，然後依此方向以定各電勢 E 及各電位降落 IR 之符號。凡與正方向相同之 E 及 I，其符號均爲正，否則爲負。

無論如何繁複之電路，均用可（27）及（28）兩方程以推出相當之方程式然後聯解之；但在計算問題時，初學者最好採取

下列步驟，以免錯誤。

（1）作一簡單之線路圖以表明各電勢與電阻之位置，及其價值。如遇串聯或並聯之電阻時，最好先分別合併之使各組僅爲一值。如是路線較簡，計算較便。

（2）任意假定在線路各段中之電流方向，並在各段旁繪矢頭以表明此方向。在答案中，如所得某電流爲負值時，卽表示電流之實際方向與所假定之方向相反。

（3）分別表明在電路各段中之電流。關於此層，應注意在同一導體或其引長部分內之電流須用同一記號，以免記號過多。設按此法標誌之後，共有m 個電流則亦必有m個互相獨立之方程，方能算出各電流之值。求此m個獨立方程時，可用（27）及（82）兩定律。但由此所得之方程常不僅 m個，因其中非全爲獨立者。故爲免除重複起見，須特別注意下述之兩條。

（4）如線路中數個電流之滙聚點共爲 n 個，可任擇（n−1）點，應用第一定律而得（n−1）個獨立的方程。至於用第 n 個交點所得之方程，實可由此（n−1）方程推出，而非獨立的，故不可重用。又一較便之方法，係於標誌各段線路中所通行之電流時，卽引用方程（27）所示之關係，以減少未知量之數目。例如遇有三個電流滙聚於一點時，且已知或已假定其一爲 I_1，其二爲 I_2，則其三可直以 $-(I_1+I_2)$ 表之，而勿庸另用一新的未知量 I_3。

（5）若用 Kirchhoff 之第一定律後尙有（m−n+1）個未知量，則可自線路中選擇（m−n+1）個獨立的完全電路，而應用第二定律以推出其餘之（m−n+1）個獨立的方程。

（6）以最便利之方法，例如消除法，代替法，或行列式（determinant）聯解所得之m個一次方程式。茲舉數例於下：

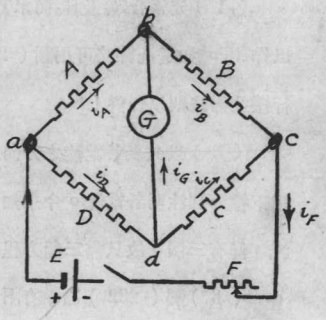
例一 求 Wheatstone 橋不平衡時，電流計 G 中所通行之電流。

（1）先繪一圖，並標誌各部之電阻如圖（281）

（2）任意假定各段中電流之方向，並以矢表明之。

（3）用下標（subscript）表在各電阻中之電流如 i_A, i_B,……等。

（4）圖中共有六個電流，滙聚點四個。由後者引用第一定律，可得三個獨立的方程，其餘三個方程須引用第二定律，方可求得。今選a,b,c,三點，依方程（27）得



第二八一圖

$$i_F - i_A - i_D = 0 \quad \cdots\cdots (29)$$

$$i_A + i_G - i_B = 0 \quad \cdots\cdots (30)$$

$$i_B + i_C - i_F = 0 \quad \cdots\cdots (31)$$

讀者可自行證實，如用 d 點則所得之方程，可由上列三方程推出。由第一定律所可求得之獨立方程已盡，今須引用第二定律。沿 adcEa 電路，依方程(28)，即有

$$E = Di_D + Ci_C + Fi_F \quad \cdots\cdots (32)$$

沿 abda 電路：

$$0 = Ai_A - Gi_G - Di_D \quad \cdots\cdots (33)$$

此中電位降落之符號，凡與矢向同者爲正，反之則爲負。又沿 abcda 電路，

$$0 = Ai_A + Bi_B - Ci_C - Di_D \quad \cdots\cdots (34)$$

讀者至此亦可證實自其他電路，例如沿 bcdb 或沿 abcEa 兩電路，所得之方程，與上列 (32),(33),(34) 三方程，均非互相獨立者。今有六個未知量，且有六個方程，

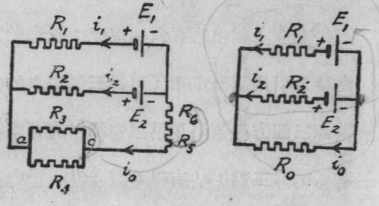
解法可用行列式或他法求之，茲不陳述。

例二　求在圖（282）甲中 R_3 與 R_1 中之電流。

（1）先聯合 R_5 及 R_6 而求其總值 R_{56}，次聯合 R_3 與 R_4 爲 R_{34}，再聯合 R_{56} 與 R_{34} 以作 R_0。如是此線路可用圖（282）乙表示之。至於 R_1 與 R_2 則非並聯，故不能先行按並聯法則以合併！

（2）以矢表各電流之方向，並用下標分別注明各電流。今未知之電流，僅有三個，故只需三個方程。

（3）圖（282）乙中有兩個滙聚點，故自第一定律僅可得一個方程



甲　　第二八二圖　　乙

即　　$i_0+i_1+i_2=0$ …(35)

用第二定律，沿 $E_1R_1R_0E_1$ 線路得

$$E_1=-R_0i_0+i_1R_1 \quad \cdots\cdots (36)$$

沿 $E_1R_1R_2E_2E_1$ 線路，則得

$$E_1-E_2=R_1i_1-i_2R_2 \quad \cdots\cdots (37)$$

讀者請注意此中之符號。今以沿 $E_1R_1R_2E_2E_1$ 方向爲正，故 E_2 爲負號，R_1i_1 爲正，而 R_2i_2 爲負！由此三方程，即可求得 i_0, i_1, i_2 各值。既知 i_0 之值，即可恢復原有電路之 R_3 及 R_4 部分以求 i_3 及 i_4 之價值。至於在 R_5 或 R_6 中之電流應爲 i_0，則甚明顯。欲求 i_3 及 i_4 時，自第一定律，即得

$$i_3+i_4-i_0=0 \quad \cdots\cdots (38)$$

再引用第二定律於 cR_3aR_4c 線路中，乃有

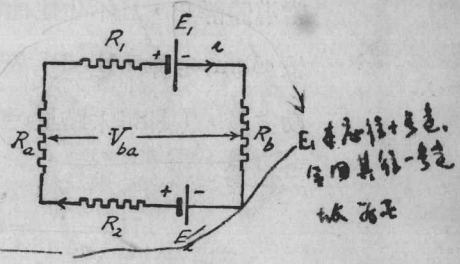
$$R_3i_3-R_4i_4=0 \quad \cdots\cdots (39)$$

聯解此二式後，則全題均解矣。

例三　求圖(283) R_a 及 R_b 兩電阻中心點之電位差。令 i 爲通過此電路中之電流。設以 V_{ba} 表 R_a 與 R_b 兩中心之電位差，而引用第二定律則得

$$-E_1=R_1 i+\frac{R_b}{2}i+V_{ba}$$

$$+\frac{R_a}{2}i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (40)$$



第二八三圖

又沿全路，得

$$E_2-E_1=i(R_a+R_1+R_b+R_2) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (41)$$

由此二式，i 與 V_{ba} 均可先後算出。讀者可注意 V_{ba} 亦可用下式求之，即

$$+E_2=\frac{R_a}{2}i+V_{ab}+R_2 i+\frac{R_b}{2}i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (42)$$

且

$$V_{ba}=-V_{ab} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (43)$$

(47.14) Joule 定律　電流通過導體時，能使導體發熱，前已述之。至於所發生之熱量與電流及電阻之關係何若，則在1841年時 Joule 已用實驗求得一定律。Joule 定律謂：因電流所生之熱量 H，與電流 I 之平方，及導體之電阻 R，及通行之時間 t 三者成正比。其後彼復示明如 H 以卡路里計，R 以歐姆計，i 以安培計，t 以秒計，則

$$H=0.238\, I^2 R\, t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (44)$$

Joule 定律實可由能量不滅定律，與Ohm定律推求而得之。依電勢與電流之定義，吾人知維持一定電流 I 所需之功，乃

$$W = EIt \cdots\cdots (45)$$

當導體靜止，且不生他種耗費能量之作用時，此功均變爲熱。但依 Ohm 定律，$E=RI$，故此功爲 $W=I^2Rt$ 焦耳。將W除以熱之功當量，（即每卡路里 =4.18焦耳），即得因此功而生之熱量，其值爲

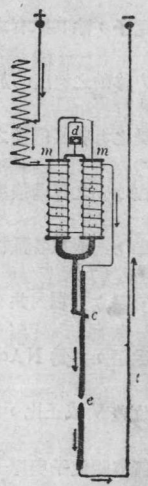
$$H = \frac{W}{4.18} = 0.238 I^2 R t \cdots\cdots (46)$$

電流所生之熱量，在頗多之應用上，均爲無用之損失，例如電機與輸電之電線等。但在另一種應用上，則電流所生之熱頗有用，例如電燈與弧燈之供光；電爐，電竈之供烹飪，或冶金；鎔化線之保護各種電路；熱線電流計之用於量測等等。在此等應用中，電燈與弧燈最爲常見，茲分別說明其構造之大概於下。

（47.15） 白熾電燈 電流通過導線後，所生之熱量如甚大，可使導線發光。白熾電燈即應用此理。爲免除氧化起見，燈絲常放置於眞空玻璃泡內。絲之兩端，各穿過玻棒而達於燈泡上端之底金，以備插入燈座後，電流能通達於燈絲，以提高其溫度而使之發光。Edison 在五十餘年前（1879）初發明電燈時，乃以碳質爲燈絲。然碳絲可達之溫度有限，故不甚明亮。近日之電燈，多用鎢絲。鎢絲可達之溫度較高，故較爲明亮。在鎢絲燈泡中，常充滿以氮氣，如是其所能達到之溫度更高，而其效率亦更大。不充氮式之白熾電燈，其效率約每支燭光需電功率 1.25 瓦特。用充氮式電燈，則有時可自 500 瓦特之功率得 1000 支燭之

光量，（即每支燭光僅需0.5瓦特）。

（47.16） 弧燈 當兩碳桿有50至100伏特之電位差，而漸次接近至於兩桿間距離極近時，(約僅隔一簿紙片之距離)，兩碳間始通電流。既通電流之後，因接觸點之電阻甚大，故在該點遂有極大之熱量發生，以使其溫度達白熾狀況。各物質白熾時，即可放出電子，與帶有電荷之質點（見後第56章）。故當碳端已達白熾溫度之後，若稍引離兩碳，其間即充滿已游子化之氣體，(即帶有電荷的質點)，而成爲甚良之導體。接於電源負極之碳，名爲陰極碳，接於電源正極之碳，名爲陽極碳。自陰極白熾點所發者，有電子，亦有帶負電荷之游子，故其速度較陽極白熾點所發射之帶正電荷之游子爲大。陽極之端，被此等速度較大之游子所射擊，故呈凹狀之陷口 (crater)。陷口溫度極大，常達3000°C之值。弧燈所發之光，大部分乃由此陷口射出。但弧之構成，須藉陰極之高溫度，因不如是，則陰極不能發射游子，而弧亦立熄。反之，陽極之溫度可減低，而弧仍能繼續存在。尋常之弧，需電流自6至10安培，電位差自45至60伏特。此種弧燈，每耗一瓦特，可供燭光一二支。



第二八四圖

爲維持兩碳間之距離起見，碳桿之上，常裝置自動機件，有如圖（284）所示。當未通以電

流之時，因居上碳桿之重量，兩碳端乃互相接觸於e點。若有電流通行，則線圈 m,m 將U形鐵心吸上 以使兩碳分開而成弧。當碳端漸次耗失，電流漸減之時，吸力亦減而居上之炭乃下落。反之，若弧之距離過短，則線圈 m 所生之磁場頓加，遂吸引磁鐵，而令兩碳分開，至其應有之距離時而止。

(47.17) 金屬品導電之電子說 依照電子說，在金屬導體中之電流，乃由電子移動而構成，前已述之。此等電子不與一定之原子結合，可以自由移動，故可視作自由電子。在各種金屬導體中，自由電子之數目，約與原子之數目相等。當導線兩端無電位差之時，在線內之各電子，係向各方亂動，毫無偏向任何一方之趨勢，故導體中無電流。此情形頗似氣體分子之亂動。自由電子亂動之平均能量係由導體之溫度而定，其值亦可仿照19章所述氣體分子運動之學說推求之。當導線兩端有電位差之時，各電子，除其原有之亂動外，均向電位較高之處移動。因其常與各原子碰衝，故其向一方移動之速度u,於達到一恆定之值後，即不復增。此恆定之平均速度，乃由各電子所受之力與其碰衝之頻率而定。電子所帶之電荷；既有一定之值 e,其所受之力遂與其所在地點之電場強度成正比，即與導線兩端之電位差 V 成正比。至於其與原子碰衝之頻率，則視在各種物質內，原子分佈之情況而異。據此則 Ohm 定律甚易說明，蓋若物質每立方糎內共有 N個自由電子，導線之截面積爲 A方糎，則在一秒內通過此面積之電子，共爲 NAu 個，而在導線中之電流乃爲 I=NAue,此中之 u 既與導線兩端之電位差 V 成正比，故電流與電位差亦成正比，是即 Ohm 定律。在各種物質中，u 之值既亦視電子與原子碰衝之頻率而異，故各物質之阻電率亦各不同。

當加電位差於導線兩端之後，各電子不但向電位較高之處移動，同時其亂動之程

度亦較激烈。欲明此理，可先假設各電子起始均係靜止。當其向電位較高之處移動而與各原子碰衝之時，其反跳之方向仍爲散亂的。此散亂運動之能量卽爲熱。於是電流之能量遂有一部分繼續的化爲熱能。各電子移動之動能，旣爲$\frac{1}{2}mu^2$，m 表其質量，u 表其速度，其所化爲熱能者，復爲此值之一定部分，故在每秒內所生之熱量亦與u^2，卽 I^2，成正比；是卽 Joule 定律。

自本節所述之簡單情形觀之，良善之導電體亦必爲良善之導熱體。擴充此說法，並引用量子說，所推出物體電阻與絕對溫度之關係，及其導電率與導熱率之關係等，大體上均無悖於事實，故自電子說出世後，金屬品電導之情形，可視作已有確當之解釋。

第四十七章　問題

（47.1）　何謂電勢？電勢與電位差之區別如何，試申述之。

（47.2）　試述單位電勢之定義。一伏特之值與一電磁單位之電位差，其關係如何？其與一靜電單位之電位差之關係又如何？

（47.3）　試述電阻與電導之意義。

（47.4）　何謂 Ohm 定律？試以電子說解釋此定律。

（47.5）　試區別"絕對"歐姆與國際或法定歐姆。

（47.6）　各物質之電阻或電導，係由何四項因子決定之？

（47.7）　言物體之阻電率時，常稱其值爲"每立方糎若干歐姆"，其意云何？

（47.8）　何謂電阻之溫度係數？

（47.9）　試陳述以 Wheatstone 橋測定電阻之方法。

（47.10）　滑線橋兩端之聯接導線，及接觸點之指示不準其所引起之誤差，當用何法以免除之？

（47.11）　將各電阻串聯，或其並聯時，問其總值如何？

(47.12) 試申述 Kirchhoff 兩定律之意義及應用。

(47.13) 電流通行於導體中時，其所生之熱量之價值，由何三項因子決定之？試以電子說解釋 Joule 定律。

(47.14) 試取一白熾電燈，並作簡圖以示其各部分之構造。

(47.15) 試述弧燈發光之情形。

(47.16) 設 V 表加於導線兩端之電位差，I 表其中所通行之電流，R 表導體之電阻，G 表其電導，試推出五式以表示導體所耗費電功率 P 之值。若所通過之電流有一定之值，則電阻愈小（或電導愈大），P 之值亦愈小；若所加於導體兩端之電位差有一定之值，則電阻愈大（或電導愈小），P 之值亦愈小；試自所得各式說明此兩事。

(47.17) 用炭絲之白熾電燈時，初通過之電流，常較燃亮少許時間後之值爲小，試說明之。

第四十七章 習題

(47.1) 茲有 32 支燭光，220 伏特之電燈一盞。若每支燭光所需之電功率爲 $\frac{5}{4}$ 瓦特，試計：(a) 此燈所通過電流之安培數，(b) 每小時所耗之能量；(c) 燈絲之電阻（以歐姆爲單位），(d) 燈絲之電導（以姆歐爲單位）。

(47.2) 設（47.1）題中之電燈係110伏特，32 支燭光者，試計算各量之值。

(47.3) 尋常住宅中所用之"保險線"，（即鎔化線 fuse）多僅能通過 5 安培之電流。問宅中同時燃點32支燭光，220 伏特之燈，其數至多爲若干盞？若用50瓦特，110 伏特之燈，則其數目至多若干？

(47.4) 設銻在 8°C 時之比重爲 13.595，試自國際歐姆之定義計得其電阻率。

(47.5) 設導線兩端之電阻爲60歐姆，問應如何加接另一導線以減少其電阻至22歐姆。試計此加入電阻之值。

(47.6) 電扇上所用銅質電線之溫度不得超過房溫40°C,若當房溫爲25°C時,其電阻爲220歐姆,問其最大電阻之值不得超過若干歐姆?

(47.7) 表電線之電阻率時,電機工程界常用長一呎,直徑爲$\frac{1}{1000}$吋(名爲毛mil)之圓線,或長一呎,截面積等於直徑爲$\frac{1}{1000}$吋之圓線,(此面積之單位名爲圓毛circular mil)爲標準。問一圓毛-呎(circular mil foot)銅線之電阻約爲若干歐姆?(若線之直徑爲d毛,則其截面積爲d^2圓毛)。

(47.8) 美國電線規(American 或 B and swire gauge)所用以表示各線大小之號碼,每增大三號,線之直徑即約減小一倍。例如十號線之直徑約爲0.1吋(即100毛),其每千呎之電阻約爲10歐姆,十三號線之直徑則約爲0.05毛,其每千呎之電阻,則約爲40歐姆餘類推。試計1,16,20,24,30,40各號線長一千呎之電阻。

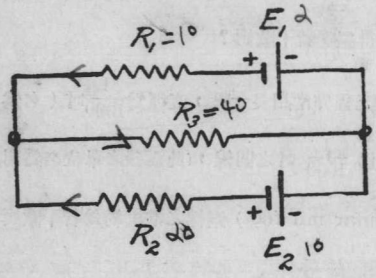
(47.9) 某銅線之電阻溫度係數α爲0.0039,炭絲之α,則爲-0.0003,今有電阻爲100歐姆之炭絲,問應將若干歐姆之銅線與之串聯,方能得一不因溫度增減而變更之電阻。

(47.10) 若將(47.9)題所已求得之銅炭兩線並聯,問其電阻之溫度係數爲何?

(47.11) 用Wheatstone橋以測電阻時,若A與B之比值係固定,C爲已知可變之電阻,D爲未知之電阻X。當放X入於D處時,C之值當爲R_1方能使橋平衡;今將X放於C處,則平衡時所應加於D處之電阻爲R_2。試證明$X=\sqrt{R_1R_2}$,且與A及B之比值無關。若A與B之比值甚大,則此法不合於實用,試言其故。

(47.12) 問以鋁代銅作電線,二者每磅價格之比率應爲若干方爲合宜?

（47.13） 設有如下圖所示之電路；試求在各段中之電流。



E_1=2 伏特， E_2=10伏特，

R_1=10歐姆， R_2=20歐姆，

R_3=40歐姆。

（47.14） 若將前題中一電池之兩極對調，問各段中電流若何？

（47.15） 問前圖中之E_1，其值與方向應爲如何，在R_3中方無電流通行？

（47.16） 試計算當一 Wheatstone 橋未平衡時，其電流計中所通過及電池所供給之電流各值。

（47.17） 設有銅線長 200 米，直徑爲 0.5 糎，其中通過 400 安培。若所生之熱量有百分之二十被輻射而消失，問在十分鐘內其溫度增加若干？

（47.18） 冬日維持某室之溫度於 20°C，每日共需熱量1,000,000 英熱單位。若用效率爲60%之煤爐，而燃燒每磅可生 12000 英熱單位之硬煤，煤每噸（=2000磅）之價爲十二元，問其所需之費用，與改裝電爐後相較，每日較多若干？電費每耗一瓦小時須付0.24元。

（47.19） 設在銅中自由電子之數目每方糎爲 6×10^{23}。今有10安培流行於半徑爲0.2 糎之銅線，問各電子移動之平均速度若干？

第四十八章　電解

(48.1)　電解現象　鹽性，酸性，或鹼性之水溶液，通以電流之後，不惟生熱，且在導電流出入於溶液之金屬導體處，發生化學作用，將溶液分解爲其原來成分。此種現象名爲電解(electrolysis)。因通過電流而被分解之導體名爲電解質(electrolyte)。在電解質中，放置兩金屬版，即成一電解器(electrolytic cell)，可供電解實驗之用。兩金屬版名爲電極(electrode)；導電流入於電解質之電極名爲陽極(anode)；導電流離開電解質之電極則名爲陰極(cathode)。茲先舉數例以明電解現象之狀況。

例一　硫酸銅之電解　豎兩銅版於硫酸銅($CuSO_4$)溶液中，以作銅電解器。通以電流之後，器內中部溶液之濃度幾不變更。惟陽極銅版之質量則漸減，陰極銅版之質量則漸增；且陰極所增之重，適等於陽極所失者。若所用之電流愈大，或電流通行之時間愈久，則陰極所積之銅亦愈多。此種積澱之銅，質甚純粹，故冶採純銅時，多利用電解方法。

多數電解現象與本例所述之情形甚相似。例如用銀版爲電極，以硝酸銀($AgNO_3$)作電解液，則積於陰極者，即爲鈍銀。在銅電解器陰極所發生之反應爲

$$CuSO_4 \rightarrow Cu(\text{積於陰極}) + SO_4(\text{歸於陽極}) \cdots (1)$$

在陽極旁所發生之反應爲

$$Cu(\text{陽極}) + SO_4(\text{自陰極移來}) \rightarrow CuSO_4 \cdots\cdots (2)$$

故電解時硫酸銅溶液本身之濃度不變。在銀電解器中之反應，則爲

$$AgNO_3 \rightarrow Ag(\text{積於陰極}) + NO_3(\text{歸於陽極}) \cdots (3)$$

$$Ag(\text{陽極}) + NO_3 \rightarrow AgNO_3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

例二 醋酸鉛之電解 置兩鉑版於醋酸鉛（$Pb[C_2H_3O_2]_2$）溶液中以作電解器。通以電流之後，在陰極上積得黑色之鉛，在陽極處，則有氣泡上升。若以相當方法，聚集此氣而驗之，則知其爲氧。當電解時，在陰極旁之化學反應爲：

$$Pb(C_2H_3O_2)_2 \rightarrow Pb(\text{積於陰極}) + (C_2H_3O_2)_2(\text{歸於陽極}) \cdots\cdots (5)$$

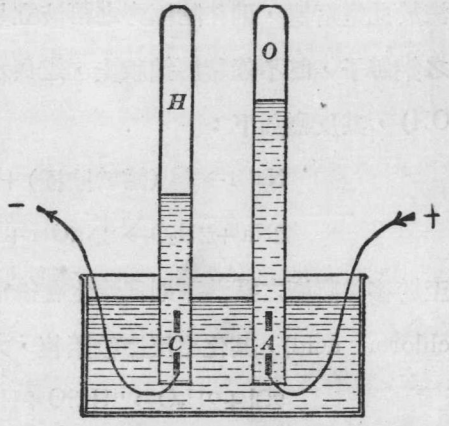
在陽極之化學反應則爲

$$2(C_2H_3O_2)_2 + 2H_2O \rightarrow 4H(C_2H_3O_2) + O_2(\text{自陽極上升}) \cdots (6)$$

因醋酸基（acetic acid radical）不與鉑發生化學作用，故在陽極遂有氧氣發生。自此等化學作用言之，即知當電解醋酸鉛時，其溶液之濃度必漸減。

例三 水之電解 極純淨之水，乃絕緣質，不能通導電流。但如稍加以電解質之後，用鉑版作電極，則水亦可被電解。今將已含少許稀硫酸之水，滿貯於有刻度之兩玻管中。倒置兩管於杯

中，如圖（285），在兩管之下端口內，各裝置一鉑片 A及C 以作陽極與陰極。通以電流之後，則氣泡自兩極上升以至管頂。用相當方法，可證明自陰極C所放出者爲氫氣（H_2）而自陽極A所放出者則爲氧氣(O_2)。若計其所占之容量，加以相當之改正後，並可知水分解後所生之氫氣容量，實爲氧氣之二倍。用此法以電解水時，其最後物質雖爲氫與氧，然其實先被分解者乃硫酸，因在陰極之化學反應爲：



第 二 八 五 圖

$$H_2SO_4 \rightarrow H_2(\text{在陰極放出}) + SO_4(\text{歸於陽極}) \cdots (7)$$

在陽極，SO_4不能與鉑發生化學作用，故與水化合而放出氧氣，即

$$2SO_4 + 2H_2O \rightarrow 2H_2SO_4 + O_2(\text{在陽極放出}) \cdots\cdots (8)$$

此例與前例二所述之現象，除原始之化學反應外，（即硫酸與醋酸鉛之分解），在陽極處尙有副反應（secondary reaction）之發生。此種副反應，乃電解時所常有之現象。茲再舉一例以顯明之。

例四　食鹽 (NaCl) 溶液之電解　置鉑版於食鹽溶液中以作電解器。在溶液中加 phenolphthalein 一二滴。此液乃化學家用

以檢查鹼性溶液者，因其遇鹼性時，即呈明顯之紅色。今若通電流於此電解器，則在陰極旁之溶液立呈紅色。此乃因向陰極移動之鈉游子，既不能積於鉑版上，遂與水化合而成氫氧化鈉（NaOH），其反應如下：

$$NaCl \rightarrow Na\ (\text{歸於陰極}) + Cl\ (\text{歸於陽極}) \cdots\cdots (9)$$

$$2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\ (\text{在陰極放出}) \cdots (10)$$

至於移往陽極之氯游子則與水化合後常可產生次亞氯酸（hypochlorous acid），其化學反應較繁複，大致則可以下式代表之：

$$2Cl + 2H_2O \rightarrow 2HClO + H_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

欲證明此酸質之存在，可改變電流之方向，如是則在陰極旁之溶液，須稍歷若干時間方呈紅色，此因新生之 NaOH 與原在該處之 HClO 化合故也。

例五 「數個電解器之串聯」設將數個電解器串聯，以求分解時所得各物質之數量的關係。例如以一個水電解器，一個銅電解器，及一個銀電解器串聯於一電池。實驗畢，試將各陰極所積貯或放出物質之質量互相比較，即知在陰極所放出或積貯之質量與該物質之原子量(atomic weight)成正比，而與其原子價(valency)成反比。例如銀之原子價爲 1，原子量約爲 108，銅之原子價爲 2，原子量約爲 63.6，氫之原子價爲 1，原子量約爲 1，故由此三個串電解器所得之氫，銅及銀之質量之比值乃：

$$\text{氫}：\text{銅}：\text{銀} = \frac{1}{1} : \frac{63.6}{2} : \frac{108}{1} = 1 : 31.8 : 108$$

讀者可注意此節所述之關係，不問電解時有無副反應均可應用。電解現象之概要，已如上述，今可進而討論 Faraday所發見之兩電解定律。

(48.2) 「Faraday 之電解定律」 1834 年 Faraday 詳究甚多與前節所述各電解質相類似之電解情形，而歸納得兩條定律。其第一定律謂：「電解時，在電解器陰極所放出或積貯之質量，與所通過之電流及時間成正比」。例如 m 爲在陰極所放出或積貯之質量（以克計），I 爲電流（以安培計），t 爲電流通行之時間（以秒計），則此定律之方程如下：

$$m = \epsilon I t \quad \cdots\cdots (12)$$

式中之 ϵ 爲一比例係數，其值視所放出之物質及所用之單位而定。「ϵ 名爲該物質之電化當量」（electrochemical equivalent）。惟所通過之電量，乃等於電流與時間之乘積，故此式亦可書作

$$m = \epsilon Q \quad \cdots\cdots (12a)$$

「此即言某物質之電化當量 ϵ，乃等於每單位電量所放出該物質之質量，或換言之，電化當量之倒數 $\left(\frac{1}{\epsilon}\right)$，等於放出一克質量所需之電量」。試以氫爲例，由實驗結果，吾人知放出一克氫所需之電量等於96540庫侖；故氫之電化當量爲 $\frac{1}{96540} = 1.046 \times 10^{-5}$ 庫侖/克。「Faraday 第一電解定律實可視爲電化當量之定義」。

Faraday 第二定律，則表示各種物質之電化當量之關係。此定律云：「各種電解器通過等值之電量後，所放出各種物質之質

量，乃與各物質之化學當量(chemical equivalent)成正比，（化學當量之意義即前節第五例中所述之原子量與原子價之比值）。此律可書作下列方程：

$$\left(\frac{m_1}{m_2}\right)=\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)=\frac{w_1 v_2}{v_1 w_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (13)$$

式中m爲質量，ϵ爲電化當量，w爲原子量，v爲原子價，下標1指第一個物質，下標2指第二個物質。是以若已知兩物質之原子量與其原子價，則自其一之電化當量，即可求得其他物質之電化當量。

前已言及欲放出一克氫所需之電量爲96540庫侖。今自第二定律，且知如用各種不同之物質，欲電解得與其化學當量作正比之質量，其所需之電量亦悉相等；例如欲得108克之銀，或31.8克之雙價銅，其所需之電量亦爲96540庫侖。因此，此電量常名爲法拉第(faraday)(參閱附註)。

(48.3)　國際安培　在應用上，除冶金，電鍍，電鑄之外，電解現象亦常用以測定電流之强弱。作此用之電解器，常名爲庫侖計(coulombmeter)亦名伏達計(voltameter)，後名易與伏特計相混，故本書不用。在1908年之國際電學會議，亦曾採用一個法律的電流單位，名爲國際安培(international ampere)。其定義爲，用一規定之銀電解計，通以不變之電流，如每秒所積

註：一個法拉第與一個法拉(farad)完全不同！1個法拉第=96540庫侖之電量，而一個法拉則等於實用單位之電容！

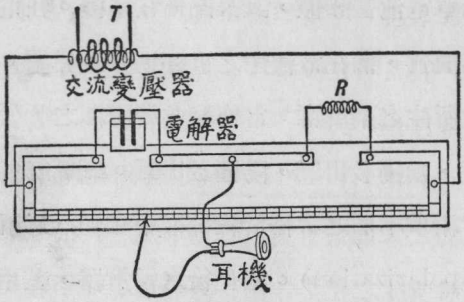
貯之銀爲0.00111800克，此不變電流即等於一個國際安培。此單位之定義，與由絕對制度所推導出之安培之定義根本不同，惟在實用上，二者相差不多，不必分別。

(48.4) 極化之逆電勢 在形式上，電解器與前節所述之簡單電池甚相似，其異點僅在電極。在電解器中所用之電極，多爲同質，而在電池中之電極則多爲異質。(48.1)節已述及電解器中所生之副反應，常使聚集於兩極之物質不同，例如當水被電解時，陰極放出氫，陽極放出氧。氧氫既各包圍兩極，其效果即與置兩個不同之電極於稀硫酸中相似。此種作用，名爲極化作用(polarization)。極化後之電解器，其兩極所生之電勢，其方向與外加電勢之方向相反，故常名爲極化之逆電勢(counter emf of polarization)。縱使電解時，無副反應以使聚集於電極之物質各異，例如用銅電解器時，此種極化逆電勢，仍常存在，蓋當電解時，雖無他質包圍兩電極，然陽極被溶化，陰極反增重，故在其旁之溶液，其濃度不同，於是電解器情形，即與濃度電池(concentration cell)相同，亦可生一電勢以反抗電流之通行。後(50.7)節所述之蓄電池，即利用極化現象以產生電勢者。電解器之極化現象，頗易顯示，茲述一例如次。

置兩鉑版於稀硫酸中，以作水電解器。今以一電流計與之串聯後，再接於電源。當電解既開始之後，電流計之指示，立即減少。此時若外加之電勢減至一定值(約1.7 伏特)之下，則電流將

不復通行，此蓋因水電解計之極化逆電勢約爲 1.7 伏特故也。

(48.5)　電解質之電阻　因極化作用而生之氣體，對於電解質之電阻之實值，頗有影響，故測定電解質之電阻，不能用尋常 Wheatstone 橋之方法。但如將橋之電池，代以交流電（圖 286），（即方向常變之電流），則極化作用，可以免除，而 Wheatstone 橋之原理，亦可用以量電解液之電阻。惟改用交流電後，鑑定平衡點之直流電流計，亦須改用他種儀器，例如電話耳機（telephone receiver）。作此種量度時，可滑動接觸點，以使耳機中聲音最微，然後再按 Wheatstone 橋公式以計算電解質之電阻。用此法所求得之電阻，在一定情形之下，例如濃度，溫度等均有一定之價值時，亦不因所用電流之大小而變更。換言之，Ohm 定律亦可用於電解液，惟在直流電路中，電解器之逆電勢必須計及之，故如以 E 表外加之電勢，E_c 表電解器之極化逆電勢，R 表其電阻，則其中所通過之電流 I 爲



第 二 八 六 圖

$$I=\frac{E-E_c}{R}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

(48.6) 電解液之電導與濃度之關係 電解液之電導與其濃度之關係，可用前節所述之交流 Wheatstone 橋方法測定之。溶液之濃度，可用每單位容量之溶液(solution)中被溶質(solute)之質量表之。在極稀溶液中，導電率與濃度幾成正比，但若濃度增大太甚，導電率雖亦增大，但其增加之比率則較小。此種結果，似表明在較濃之電解溶液中，所被溶化之分子未能全數參加導電作用。

(48.7) 電解學說 電解時所引起之化學作用，乃完全在電極之旁發生，在電解器中間，其溶液幾完全不受影響。此爲電解時所生之化學作用，與尋常之化學作用不同之一點。Faraday 以爲在電解液中之電流，乃由兩羣帶電荷之質點，即游子(ion)，各向兩極移動而成。向陽極移動之游子，名爲向陽游子(anion)，向陰極移動之游子名爲向陰游子（cation）。向陽游子，乃自電位較低之陰極，向電位較高之陽極移動，其所帶者爲負電荷；向陰游子所帶之電荷則爲正號。在電解液中部，兩種游子均存在，故外觀上在此部分之電解液似無變化。至於在兩極處，此等游子各將其所帶之電荷卸於各極之後，乃與電極或溶液發生化學作用。

電解時金屬質與氫游子均向陰極移動，酸基之游子則向陽極移動，故金屬與氫游子均爲向陽游子或正游子（positive ion），非金屬質之游子則爲向陰游子或負游子（negative ion）。

(48.8) 游子所帶之電量 在電解液中，游子所帶之電量可由 Faraday 定律推求之。據 Faraday 第二定律，凡與一定質量相關之電量，均有一定之價值，即每克當量(gram equivalent)（某原素之化學當量以克表之者名爲克當量)所帶之電量爲 $F = 96540$ 庫侖。在單價原素中，每克當量所含之原子數目均爲 $N = 6.06 \times 10^{23}$，而在雙價原素中，每克當量所含之原子數目則爲 $\frac{N}{2}$，……其餘類推。由是知每個單價原子所帶之電量乃爲 $e = \frac{F}{N} = 1.59 \times 10^{-19}$ 庫侖；每個雙價原子所帶之電量則二倍於此，餘類推。此結果表示單價原子游子化後，其所帶之電量，均爲此"天然單位"之倍數。

此天然單位電荷，與用他法（見後 58.11 節）所求出之電子之電量，完全相等，是爲現今所公認之最小電荷。前節所述之向陰游子，即爲短少一個或數個電子之原子，其所短少之數目即其原子價；向陽游子乃多帶一個或數個電子之原子，或原子羣，其所多帶之數目，亦即其價。在陽極處，向陽游子卸下其多帶之電子；在陰極處，向陰游子自電極收取電子，以補其不足。各原子或原子羣不缺少且亦無過剩之電荷後，始各與電極或溶液發生化學作用；至其不能發生化學作用者，則在電極處積貯或被放出。

(48.9) 電解液之游子化 綜上所述，知電解液中之電流，乃由帶正或負電荷之游子移動而成。此等游子，在溶液中必先已存在，因用極微之電勢，即可使電流開始通行於電解液故。惟未加電勢之前，此等游子之運動，無一定之方向，故液中無電

流。既加電勢之後，各游子乃依一定之方向移動以成電流。在濃度較密之溶液中，各分子固化爲游子，但同時各距離較近之游子亦常復合而爲分子。於是在某一定時刻，全體分子僅有一部分已游子化，可參加導電作用，其餘未游子化之分子，則不能參加導電作用。若濃度減稀，各游子之距離較遠，則復合爲分子之機會減少，而已游子化之分子，遂占較大比率。在極稀之溶液中，分子之距離甚遠，游子化後而復合者極少。故其中各分子均可視作已悉游子化。據此以言，溶液之導電率，當不與其濃度成正比，蓋濃度依比例率增大，而其中參加導電之游子數則不依同率以增加也。至於各分子在水溶液中，所以游子化之理由，可謂因水之介電係數甚大（見前 45.1 節），故各分子中之帶電質點之互吸力較弱，而易分離。此理可用介電係數較小之溶液證明之。例如食鹽在介電係數較小之醋酸中溶化後，其導電率較溶化在水中時爲小，是其一證。上述之游子化學說，不但可藉以說明電解現象，即他種現象如溶液沸點之上升，凝固點之下降，以及滲透壓力等亦可利用此說法而解釋之。

第四十八章 問題

（48.1） 試述下列各詞之意義：(a) 電解器；(b) 庫侖計；(c) 陽極，(d) 陰極；(e) 電解質，(f) 被溶質；(g) 化學當量；(h) 電化當量；(i) 游子。

（48.2） 電解時所生之化學變化，有時呈現副反應，有時則否，試各舉二例以說明之。

（48.3） 當水或食鹽被電解時，如何可以辨識陽極與陰極？

（48.4） 試敘述 Faraday 之電解兩定律。

（48.5） 試區別國際安培與"絕對"安培。

（48.6） 何謂法拉第？

（48.7） 何謂極化之逆電勢？試舉一實驗以表示之。

（48.8） 電解質之電阻，可否用 Wheatstone 橋測定之，試申述之。

（48.9） 試簡述解釋電解現象之游子化學說。

（48.10） 試敍述電解現象所示電之"原子"性之證據。

第四十八章 習題

（48.1） 自原子量及原子價，試求下列各物之電化當量，假設已知銀之電化當量爲每庫侖積澱 0.001118 克；

氫，氧，鋁，鋅，金，鐵（二價及三價），銅（單價與二價），鎳（二價與三價。

（48.2） 今欲將一寬三吋，長四吋之銅版鍍鎳，使其兩面均積有厚爲 0.001 吋之鎳。若所用之電流密度，每方吋不得超過 0.02 安培，問所需之時間若何？鎳之比重爲8.9，其原子量爲58.6，其價爲2。

（48.3） 設以稀 Na_2SO_4 溶液爲電解質而欲在一小時內得2000立方糎之氧氣，其溫度爲 20°C，其壓力爲76糎鎵，試計所需之電流。（一克分子之氣體在標準情形下所占之容積爲 22.4 立特）。

（48.4） 較準確之實驗表示一"絕對安培"每秒所積貯之銀爲 0.0011183 克，問一絕對安培等於若干國際安培。

（48.5） 設有兩電解器 A 與 B 並聯於一電池。A 與 B 之電阻各爲 5 與10歐姆，其極化之逆電勢則各爲 0.1與1.8 伏特。電池之電勢爲 8 伏特，電池段內之電阻（包含電池之內阻），則爲 2 歐姆，試求兩電解器中之電流。問電池所供給之電功率若干？又問此電功率係如何分配？

（48.6）　設在用硫酸銅之電解器中，負游子與正游子之移動速度，爲7與3之比，而每立方糎溶液共有3×10^{20}個已游子化之分子。茲令通過此器之電流密度每方糎爲0.5 安培，問正負游子移動之速度各如何？

（48.7）　設已知電子所帶之電荷爲1.591×10^{-19}庫侖，試自氫之電化當量計算每個氫分子之質量。

第四十九章 電池

(49.1) 電池之主要部分 電池之形式，與電解器頗相似，惟最少須用三種不同之導體組合而成。常用之電池，多用兩種第一類導體作電極 (electrode)，以一種或兩種第二類導體作電解質 (electrolyte)。當電池供給電流時，導電流入於電池之電極，名爲負極 (negative pole)，其導電流離開電池之電極則名爲正極 (positive pole)。至於陽極與陰極兩詞，討論電池時，多不用之。

(49.2) 電勢及內電阻 當電池不供給電流時，其兩電極之電位差，名爲其電勢。故電池之電勢，等於其最大之電位差，蓋當電池供給電流時，兩電極之電位差，因須減去電池內部電阻之電位降落，故其值均較電勢爲小。準此，假定內阻爲 R_i，當電池輸送電流 I 於一外阻 R_e 時，依 Ohm 定律，其電勢應爲：

$$E=I(R_e+R_i) \quad \cdots\cdots(1)$$

各種電池之電勢，視所用之電極，及電解質之性質，與溫度三者而定。至於其內阻，除所用之物質與溫度外，並因電池之大小而有差異。

(49.3) 電池之種類 各種電池，可分爲實用與標準兩種。實用之電池，又可分爲原電池 (primary cell) 與次電池 (secondary cell) 兩種。原電池係直接將化學能量變作電能；故

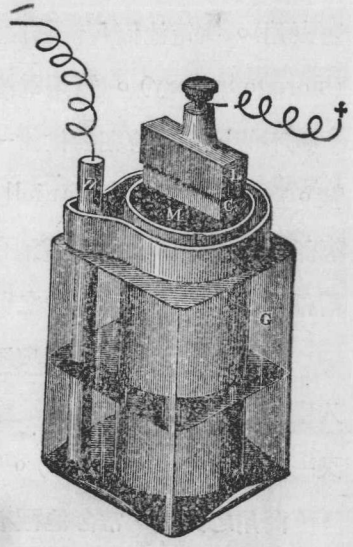
在原電池中，若供給化學作用之物品，一經消耗完畢，則其功用立即消失。此時，須更換或添加新材料，方可再生效能。次電池則不然。其化學能量，乃由電能變化而成。故當其所儲之化學能量用畢之後，可再將電能儲蓄於其中以增加其化學能量。此種手續名爲儲電(charging)（俗名爲灌電或過電）。儲電之法係將電池之正極接於電源之正極，電池之負極接於電源之負極，以使通過電池之電流，其方向與電池自己供給電流(即放電discharge)時之方向相反。次電池已經儲電後，即可供給電流。若其所儲之化學能量，經放電而用罄，可再行儲電以恢復其原狀，如是即可復用。次電池因可儲蓄能量，故又名爲儲蓄電池或蓄電池，(storage battery)。實用電池乃用以供給頗大之電流者，標準電池則不然，其職務在於供給一定之標準電勢，以便與他種電勢比較。重要之原電池有 Daniell 式與 Leclanché 式兩種；次電池則有鉛蓄電池與Edison蓄電池兩種；標準電池亦有Clark與Weston兩種。在未討論各種電池之前，請先述簡單電池之缺點。

(49.4)　局部作用與極化　最簡單之電池，以銅鋅兩版放入稀硫酸中組成之者，其缺點有二：一爲局部作用(local action)，又一爲極化(polarization)。

商用之鋅版，常含他種不純淨之物質，如鐵或碳之類。此等雜質，附着於鋅版上，置於硫酸內，即成多數之小電池，以使電流作局部的流行，而發生化學作用。因此，雖在不用電之時，

鋅版亦漸耗蝕，同時且被不導電之氣體所包圍。通常補救此弊之法，乃將鋅版先行洗淨，再置之於錬中，以使其成錬鋅合質(zincamalgam)。鋅版之面，既爲錬鋅合質所包，硫酸遂不與各雜質等直接接觸，於是此等雜質將隨鋅之耗消而下落，而局部作用乃無從發生。

當電解液被分解時，在電極處所積之氣體，常生極化之逆電勢。當簡單電池供給電流時，聚於銅版之氫，不但生一逆電勢，且增加電池之內阻而減少其所能供給之電流。此弊通常有兩法可減少或消除之。一法在陰版(銅版)處放置氧化劑 (oxidizing agent)，使氫氧化成水，此法爲 Leclanché 電池所用。又一法則用不極化之電極，例如陰版之物質與所積於陰版者若爲相同，則無極化現象；此法爲 Daniell 電池所用。



第二八七圖

(49.5) Leclanché 電池

Leclanché 電池，乃單液之電池，用氯化氨溶液(NH_4Cl)作電解質，碳與鋅作正負電極。爲免除極化起見，碳極常另置在瓷杯中，而以二氧化錳(MnO_2)及碳粉填塞其四圍，(圖287)。當

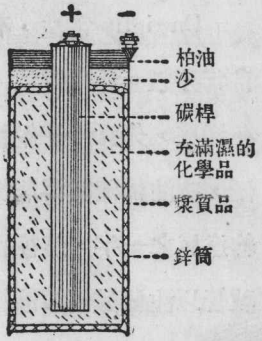
聯正負兩極以導體時，電池中所生之化學反應如下：——

在杯外負極：—Zn + $2NH_4Cl \rightarrow ZnCl_2 + 2NH_3$（被放出）+ 2H（向杯內移動）…(2)

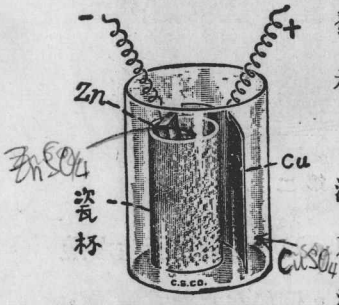
在杯內正極：$-2H + 2MnO_2 \rightarrow Mn_2O_3 + H_2O$……(3)

Leclanché 電池之電勢，約爲 1.5 伏特，但供給電流時，此值漸下落，因在碳極旁之氫不能立被 MnO_2 所氧化放也。惟如暫停其工作，則不久即能恢復其原有之電勢。故此種電池，僅可供暫時之使用，例如電鈴之類。其電阻之值，比較上亦頗大。

尋常所用之乾電池 (dry cell)，實係 Leclanché 電池之變相。在乾電池中，鋅極製成圓筒，以作電池之貯器，碳桿則放於筒之中心，其四周除以碳粉及二氧化錳塡塞之，並用吸水物質如木屑，紙屑等圍繞之，然後再充滿氯化氨 (NH_4Cl) 與氯化鋅溶液。裝好後，在其上以黑油封固之，以免蒸發，（圖288)所示者乃此種乾電池之截面。



第二八八圖



第二八九圖

(49.6)　Daniell 電池　Daniell電池，爲雙液電池，所用之銅鋅兩極，乃分放於濃硫酸銅溶液($CuSO_4$) 及稀硫酸鋅溶液($ZnSO_4$) 中。其稀硫酸鋅溶液，又先盛以微孔瓷杯(porous cup) 而後放置於硫酸銅中如圖 (289)。用微

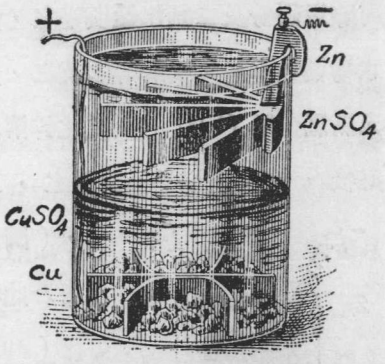
孔瓷杯之目的，乃以免除兩溶液之互相混合，且同時可任杯內新生之氫，與杯外之硫酸銅溶液，發生化學作用。當聯銅鋅兩極之外部以導體時，電流自銅經導體而流入於鋅，故銅爲正極，鋅爲負極。在電池內之化學反應如下：

在杯中負極：$Zn+H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 +2H$ (移出杯外)……(4)

在杯外正極：$2H+CuSO_4 \rightarrow H_2SO_4 +Cu$ (積在銅版上)……(5)

Daniell電池之電勢，約爲1.1伏特，因其無極化作用，故此電勢不因使用多時，而減少。但其內阻亦頗大。

Daniell 電池，有時不用瓷杯，而藉兩溶液比重之不同，以自行分離。此式電池，名爲重力電池(gravity cell)，式如(圖290)。在杯底，先置爪形銅板以作正極，次注稀硫酸溶液於杯中，約達杯之一半，然後再藉一長玻管以注硫酸銅溶液於杯底，以使硫酸上升至杯之上部，再置一爪形鋅版，以作負極。如是，兩溶液當不至生若何之混合，以影響於電池之功用。

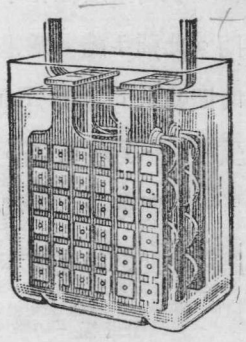


第二九〇圖

(49.7)　鉛蓄電池　次電池之原理，乃利用極化所生之逆電勢。此事吾人已於討論電解器時述及之。例如當水被電解後，在氧氫兩氣尚未完全逸散之前，苟用導體聯接兩極，即可得少許

電流，此電流之方向，乃與電解時，電流之方向相反。不過氧氫二氣之存在，不能歷久，故用此法所得之電勢，亦不能持久。

自 1860 年 Planté 發見製鉛蓄電池之方法，此後蓄電池之應用始日益廣。Planté 置兩鉛版於稀硫酸中，外加電勢以通電流。如是，陽版之鉛，氧化爲二氧化鉛（PbO_2），其在陰版方面，則有氫氣放出。將此電池儲電之後，如用導體聯接其兩極，則電流自紅色之 PbO_2（正極），經導體而流於鉛（負極），（圖291）。在此式電池中，其所生之化學反應甚爲複雜，大約則如下列方程所示：



第二九一圖

儲電時，在陰極：$PbSO_4+H_2\rightarrow H_2SO_4+Pb$ ……(6)

在陽極：$PbSO_4+2H_2O+(SO_4)\rightarrow PbO_2+2H_2SO_4$ (7)

放電時，在正極：$PbO_2+2H_2SO_4\rightarrow 2H_2O+(SO_4)+PbSO_4$ (8)

在負極：$Pb+H_2SO_4\rightarrow H_2+PbSO_4$ ……(9)

上列各化學反應可總合之爲

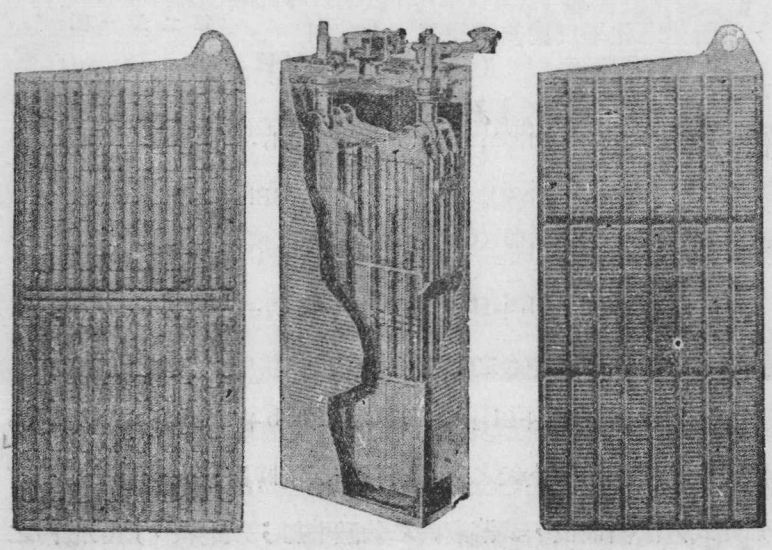
$$PbSO_4+H_2SO_4+2H_2O+PbSO_4\rightleftarrows Pb+3H_2SO_4+PbO_2 \quad (10)$$

儲電時，其作用依上矢之方向進行；放電時則反之。自此方程可知此式電池儲電後，其溶液內之硫酸增加；放電後，則溶液內之硫酸減少，故由溶液之濃度，可決定此電池是否須儲電。儲滿電

能之鉛蓄電池，其溶液之比重約爲 1.21；化學能量用完之鉛蓄電池，其溶液之比重則降至 1.16左右。

尋常用 Planté 方法以製鉛蓄電池，須往反放儲電流多次，使鉛版面上屢經化學反應而呈海棉狀，方能延長其供給電流之時間。此種手續名爲電版的化成，（forming of plate）。其所需之時間甚久。迨後 Faure 發明先用氧化鉛及鉛分別裝於相當之鉛質架中，以作電極。於是電板化成之時間始減少。

鉛蓄電池之電勢，在儲滿電能之後，約爲 2.2 伏特，此值可歷長時間之使用而不變。當所儲之化學能，幾完全用完之時，此



第二九二圖

電勢漸降至 1.8 伏特。此時應立即儲電，否則電池將受損傷。鉛蓄電池之內阻甚小，故如用短而大之導線聯接其兩極，可得甚强之電流。但在儲電或放電時，爲延長此電池之壽命起見，切不可用過大之電流。

(49.8)「鎳鐵蓄電池　鎳鐵蓄電池乃 Edison 所發明，其所用之電解液爲鹼性之 KOH，與鉛蓄電池之用酸性溶液有別。此式蓄電池之電極，其主要物質一爲鐵，一爲鎳（圖292），在此電池中之化學反應甚繁複，故至今尚未有確準之了解。惟其大概之情形如下：——

儲電時，在陽極：$2Ni(OH)_2+2(OH)\rightarrow 2Ni(OH)_3$……(11)

在陰極：$Fe\ (OH)_2+2K\rightarrow 2KOH+Fe$……(12)

放電時，在正極：$2Ni(OH)_3+2K\rightarrow 2Ni(OH)_2+2KOH$……(13)

在負極：$Fe+2(OH)\rightarrow Fe(OH)_2$……(14)

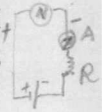
或總合之成一方程：$2Ni(OH)_2+2KOH+Fe(OH)_2 \rightleftarrows 2Ni(OH)_3+2KOH+Fe$……(15)

儲電時之反應，依上矢方向進行，放電時則反之。此方程兩邊之 KOH 係相等，故此種電池之溶液不因儲電或放電而改變，不似鉛電池可用溶液之濃度以決定其儲電之狀況者也。

此式電池較鉛電池爲輕，且可供給甚大之電流而不受損傷，故常用以供給較粗率之應用，例如電動機等。至其電極之結構則

較繁複，故價格亦較鉛蓄電池爲昂。在尋常情形之下，此式電池之電勢，每個約爲1.3 伏特，至其內阻則亦甚小。

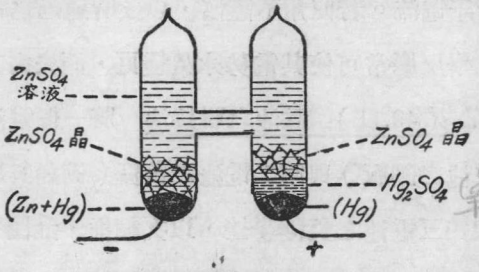
(49.9) 蓄電池之儲電及其容量 儲電於蓄電池時，須有電勢較高之電源，然後將電源之正極，接於電池之正極，其負極接於電池之負極；在此電路中，並須有相當之可變電阻，安培計，及電閘。當未開始儲電時，先令可變電阻爲最大，待關閉電閘通電流後，再調節電阻，使電流達規定之價值。又當儲電尙在進行之時，電池之電勢常漸增大，故如欲保持電流之值，須將可變電阻略爲減少。



電池之容量，視其電極之大小，及所用之材料，與數目而定。平常表示電池之容量，多用安培小時作單位，此蓋指電池繼續放出若干安培之電流，可經歷若干小時之謂。例如容量爲80安培小時之電池，可供給十安培，八小時；或五安培，十六小時。但如取用之電 如太大，則電池之容量常減小。例如若自80安培小時之電池，取用四十安培，則不及兩小時即須儲電。

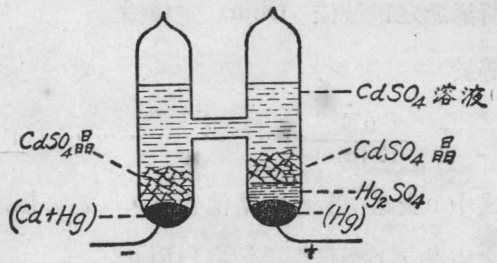
(49.10) 標準電池 在校定各種電池之電勢，或比較電位差時(見後51.15 節)，必先有一個標準電勢，此電勢須恆定不變，且如按法製造，隨時隨地，均須有一可靠之已知價值。依此目的而製成之電池，謂爲標準電池(standard cell)。現今所公認之標準電池有二種，一爲 Clark 氏所首創，又一種則爲 Weston 氏所發明。

在 Clark 標準電池中，（見圖 293）其正極爲鋅，且與硫酸鋅粉接觸，其負極係鋅鋅合質，電解液則爲硫酸鋅。此種組合與 Daniell 電池甚相似，不過以鋅代銅版，以硫酸鋅代硫酸銅而已。依照一定之方法配合，Clark 電池之電勢，在溫度 15°C 時，爲1.434 伏特。若溫度爲他值，則其電勢可由下式計算之： $et=1.434-0.0012(t-15°C)$……(16)



第二九三圖

Weston 標準電池，與 Clark 電池大體相似，惟用鋅鎘(Cd)代鋅鋅，硫酸鎘($CdSO_4$)代硫酸鋅，如(圖294)。依照規定之配合法，其電勢爲 1.0183 伏特，此值幾完全不爲溫度變更所影響。是爲 Weston 電池之優點。此二種標準電池內所生之化學反應可用下列兩方程分別表出之：



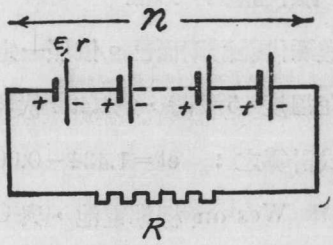
第二九四圖

Clark 電池：$Zn+ZnSO_4+Hg_2SO_4+Hg \rightarrow 2ZnSO_4+3Hg$‥(17)

Weston電池：$Cd+CdSO_4+Hg_2SO_4+Hg \rightarrow 2CdSO_4+3Hg$‥(18)

兩電池之內電阻均甚大，故除供給標準電勢之外，不能用以供給若干電流。若使用不謹慎，以致所通過之電流太大，則所發生之化學反應常可使其電勢永久變更，而失去其原有之標準價值。

(49.11) 電池之聯接法　將一個電池之正極(例如Daniell電池之銅版)與第二電池之負極(例如鋅版)聯接，第二之正極與第三電池之負極聯接，以次類推，如圖(295)，則得一組串聯之電池。此電池組之總電勢，等於各個電池電勢之和，其總內阻亦等於各個電池內阻之和。如各電池悉爲完全相同者，而其接於電池組外部之電阻爲 R，則所通過之電流依 Ohm 定律係等於

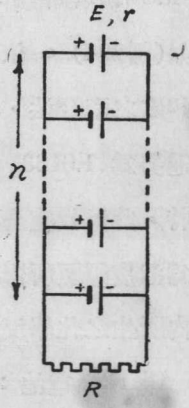


第二九五圖

$$I=\frac{nE}{R+nr} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

式中 n表組中所含之電池數目，E 爲每個電池之電勢，r 爲每個電池之內阻。

如將各個電池之正極與負極分別悉接之於一處，則得並聯電池組，如圖(296)。倘所用之 n 個電池，均係完全相同者，則此種組合之電勢，與單個電池之電勢同值，其內阻則減



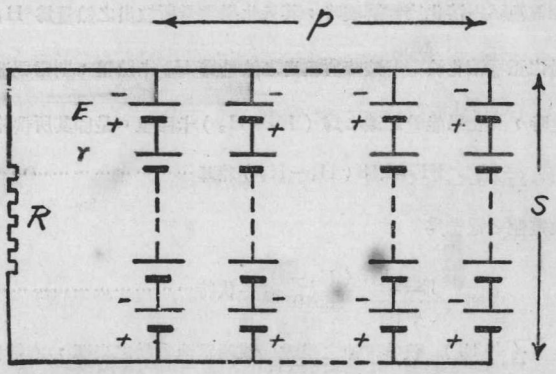
第二九六圖

少n倍。因此，如用之以通電流於外部電阻R，則所得之電流將爲

$$\therefore I=\frac{E}{R+\frac{r}{n}} \quad \cdots\cdots(20)$$

此中各字母所代表之量同前。至於每個電池所供給之電流則僅爲上值之n分之一，即$\frac{I}{n}$。若各電池非完全相同者，則上式不能應用。遇此種問題時，必用前章所述 Kirchhoff 兩定律，方能得確切之解答。

電池組有時兼用串聯並聯兩法如圖(297)。設共有ps個同樣之電池，混合接成一組，在組中串聯者每行爲s個電池，並聯者共爲p列。如是，此組之總電勢，即等於每行之總電勢 sE。每行之內阻爲sr，但因有p列並聯，故此組合之內阻爲$\frac{sr}{p}$；如用此組合以通電流於外電阻R，其所得之電流爲



第二九七圖

$$\therefore I=\frac{sE}{R+\frac{sr}{p}}=\frac{psE}{pR+sr} \quad \cdots\cdots(21)$$

由上式可推得若有一定數目之電池，而欲使在一定外電阻R中通

過最大之電流時，所用聯接法，須使電池組之總內電阻 $\frac{sr}{p}$，與外電阻R之差爲最小，因當 $\frac{sr}{p}=R$ 時，I之值乃爲最大故也。惟在此時，電池所供給之能量僅有一半輸到電路中，其餘一半乃耗於內阻，而變爲無用之熱。換言之，在此種情形下，電池組之效率僅爲50%。

(49.12) 可逆電池之電勢與化學反應 電池之電能既係由化學能量變換而來，故其電勢之值可用能量不滅原理以推求之。爲簡便起見，茲假定電池爲完全可逆的，即所儲於電池之電能均全變爲其化學能量，且其電勢E之值不隨溫度而改變。如是若令電池負極溶化於電解液時，其每化學當量所放出之熱量爲 H_1 卡路里，而每化學當量之正極溶化於電解液時所放出之熱量爲 H_2 卡路里，則當電池供給一法拉第F之電量時，其化學能量之減少爲 (H_1-H_2) 卡路里。是即其所供給之電能EF，或

$$EF=4.18(H_1-H_2)\text{焦耳}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

故電池之電勢爲

$$E=\frac{4.18(H_1-H_2)}{96540}\text{伏特}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

(49.13) 伏特電池之學說 說明電池電勢之來源，有數種學說；首爲 Volta 所倡之接觸電位說 (theory of contact potential)，次爲 Davy 之化學作用說 (chemical theory)，其三則爲Nernst之滲透壓力說 (osmotic pressure theory)。

依 Volta 之意見，兩個異質之物品相接觸後，即有電位差發生。彼曾用極靈敏之驗電器，以證明將鋅銅兩版在空氣中接觸後分開之，則鋅版帶有正電，銅版帶有負電。依此實驗之結果，Volta 乃將各種物質列成一表，名爲物質之電勢次序 (見前46.4節)，在此表中位置較前之物質，與在其後者相接觸，則前者帶正電，後者帶負

電。若用二者作簡單電池之兩電極，則在表前之物質爲陽版（卽負極），在表後之物質爲陰版（卽正極）。Volta 之結果，大都均爲後來之實驗所證實，惟其接觸而生電位差之結論，則常被指爲不確。

按化學作用說，兩金屬質接觸後所生之電位差，乃因氧化作用而來。Volta 所作之實驗，均在空氣中爲之，故在其金屬品上，難免有氧化作用。倘欲免除氧化作用之影響，則可將兩金屬質放在礦質油（mineral oil）中接觸，並熱之以消除面上之氧化薄膜。然如以此法作實驗，則銅鋅兩版分開後不有電位差。因此，反對接觸說者，乃認電池之電勢，係因金屬品與溶液間之化學親和力(chemical affinity) 所造成。

Nernst 之滲透壓力說，對於電池電勢之構成之解釋，則更爲完滿。依其所得之實驗結果，Nernst 以爲當置金屬電極於溶液中時，溶液中各游子之滲透壓力，將驅迫各游子使之貯積於電極，而將其所帶之正電荷卸於電極上，同時在電極中之游子亦有溶化於溶液之趨勢，以令電極短少相當之電荷。此趨勢 Nernst 名之爲溶化壓力（solution pressure）。若游子在溶液中之滲透壓力較其在電極中之溶化壓力爲大時（例如銅），則正游子將自溶液中向此極遷移；反之，例如鋅，則正游子將自電極向溶液中輸送。換言之，在電池內，電流將流之方向，係自後者（例如鋅）趨向前者（例如銅）。因此趨勢，在電池之外，如以導線連接兩極，則電流將自前者出發而流返於後者。此卽銅之電位較高於鋅之理由也。根據此說法，不但可計得尋常各電池之電勢，且可計得用濃度不等之同質電解液作所謂濃度電池 (concentration cell) 時，其電勢之價值。

第四十九章 問題

（49.1） 試述電池之主要部分。

（49.2） 何謂電池之電勢？測定其值時何以電池必須不供給電流？

（49.3） 試述標準電池之功用，及其異於實用電池之點。

(49.4) 原電池與次電池之區別何在？

(49.5) 試述簡單伏特電池之兩缺點，及其補救之方法。

(49.6) 試比較 Leclanché 電池與 Daniell 電池之作用。

(49.7) 歷久不用之乾電池失去其功用後，有時可在其蓋上鑿一小孔而注以淨水，即可復用，試言其故。

(49.8) Daniell 電池是否可用作蓄電池？何以尋常不如是使用？

(49.9) 鉛蓄電池之放電情形，可以比重計視察之，而鎳鐵蓄電池之放電情形則否，其故安在？

(49.10) 鉛電池之電解液蒸發之後，應加添者爲硫酸抑爲淨水？

(49.11) 試比較 Clark, Weston 與 Daniell 電池作用之異同。Weston 電池之優點何在？

(49.12) 試作圖以示電池之串聯及並聯各法，並分別陳述其應用。

(49.13) 電池之電勢可自其電極之反應熱量之值計得之，試陳述計算時所用之公式及其應用之範圍。

(49.14) 試略述解釋電池電勢來源之各學說。

第四十九章 習題

(49.1) 設以 120 歐姆之電阻接於一電池之兩端時，其兩端之電位差爲 1 伏特。若用 2 歐姆之電阻，則所得之電流爲 0.20 安培。試求電池之電勢及其內阻。

(49.2) 若鋅棹之價每克爲 p 分，Daniell 電池之電勢爲 v 伏特，問其每供給一瓦小時之能量所需之費用若干？

(49.3) 若一克分子之鋅，溶化於稀硫酸中所放出之熱量爲37,730卡路里，而一克分子之銅溶化於稀硫酸中時所收入之熱量爲12400卡路里，問 Daniell 電池之電

勢應爲若干伏特？

（49.4）　試證明當電池之內阻適與外接於電池之電阻相等時，其效率爲最大，（卽其所輸送於外電阻之能量與其所供給之電能之比值爲最大）。

（49.5）　設有三個電池，其電勢各爲1.4 伏特，其內阻則爲 0.8 歐姆。今以電阻爲 9 歐姆之導體與之串聯，問所生之電流若干？若此三電池係並聯，問所得之電流若干？

（49.6）　設有二十個電池，其電勢悉爲 1.7 伏特，其內阻亦悉爲 3 歐姆，試就下述各情形計算每電池所供給之電流：

(a) 外阻爲 100 歐，各電池全串聯。

(b) 外阻爲 100 歐，各電池全並聯。

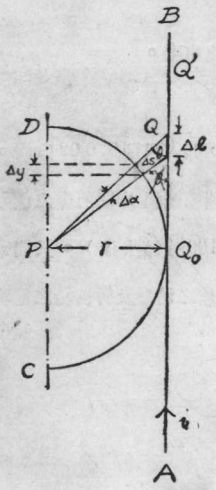
(c) 外阻爲20歐，各電池分爲四列並聯，每列各有五電池串聯。

(d) 外阻爲20歐，電池聯法可供給最大之電流於此電阻。

（49.7）　儲電於鉛蓄電池時，每個之電勢爲 2.6 伏特，其內阻則爲 0.02 歐姆。今若共有容量爲80安培小時之串聯電池50個，欲在十小時內儲滿此組，問所需之電壓爲若干？（假定儲電效率爲80%，卽電源所供給之電量共爲 100 安培小時）。又問電源所供給之電功率若干？若將各電池悉行並聯，試計算所需之電壓及所供給之電功率。

第五十章　電流之磁效及物質之磁性

(50.1)　直線電流之磁場强度　電流所生之磁場强度可用前(46.11)節所述 Laplace 公式計算之。應用此式及積分法即可求得無限長之直線電流 i 所生之磁場强度。假令 r 表某點距此直線之遠度，H表此點之磁場强度，則 $H=\frac{2i}{r}$；Biot 及 Savart 兩人曾作實驗以證明此公式。如讀者未學過積分法，則可由下述之幾何方法證此公式之眞確。



第二九八圖

令 AB 爲電流 i 所通過之直線（圖298），今欲求在距離此直線 r 處之P點之磁場强度。在 AB 線上之任意點Q處，擇一短距離 Δl，聯 PQ 兩點，令 PQ 與 AB 所作之角爲 θ。如是，在 Q 點之小段電流所生於 P 點之磁場强度，據 Laplace 公式爲 $\Delta H=\frac{i(\Delta l)}{PQ^2}\sin\theta$

次再擇一 Q′ 點，則得在 P 點磁場之又一小部分。將所有各小部分之磁場悉行相加，則得在 P 點之磁場總强度 H，卽——

$$H=\Sigma i\frac{\Delta l}{PQ^2}\sin\theta\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

在此方程之右方 i 爲不變值，$\frac{\Delta l}{PQ^2}\sin\theta$ 則視所選擇之Q點之位置而異。求此右方之總和，其法先以 P 爲中心，r 爲半徑作一半圓與 AB 相切於 Q_0 點。依圖卽知：

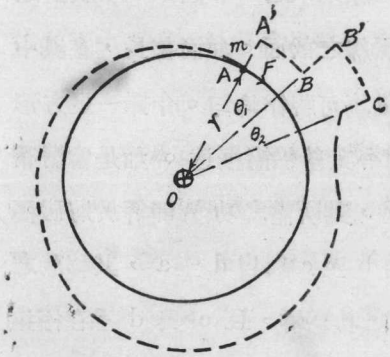
$$\frac{\Delta l\sin\theta}{PQ}=\Delta\alpha=\frac{\Delta s}{r},\quad 又\ \Delta s=\frac{\Delta y}{\sin\theta},\quad 且\ r=PQ\sin\theta,$$

故 $H=i\Sigma\frac{\Delta l\sin\theta}{PQ}\cdot\frac{1}{PQ}=i\Sigma\frac{\Delta s}{r}\cdot\frac{1}{PQ}=i\Sigma\frac{\Delta y}{r\,PQ\sin\theta}$

$$=i\Sigma\frac{\Delta y}{r^2}\quad\cdots\cdots(2)$$

但當Q點自直線之最低一端，移至其最高一端時，Δy則自半圓之直徑 (CD) 下之C 點移至其上之 D端，故$\Sigma(\Delta y)=2r$，而方程(2)遂化爲所欲證之 Biot 及 Savart 定律:

$$H=\frac{2i}{r}\quad\cdots\cdots(3)$$



第二九九圖

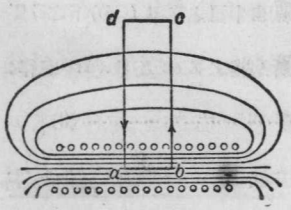
(50.2) 「攜磁極繞電流行一周所作之功 依前節結果，在距離直線電流 r 糎之處，一磁極 m 所受之力爲 $F=Hm=\frac{2im}{r}$。今若以電流所在之直線中之O點作中心，以 r 爲半徑，而畫一圓周，則攜磁極m沿此圓周繞行一周所需之功等於

$$W=2\pi Fr=4\pi mi\quad\cdots\cdots(4)$$

此結果雖係用一定之路線而推出，然其實與用他式完全封閉路線所求得者相同，蓋吾人苟將他式之封閉路途分作無數之小圓弧，及半徑，如圖中之AA′，BB′，…等直線及A′B,B′C,…等弧線，則磁極在各點所受之力與 AA′，BB′ 等直線正交，故沿各直線移動磁極時所作之功等於零，惟自A′至B所需之功則等於$\frac{2im}{OA'}(OA')\theta_1=2im\theta_1$，自B′至C 則需$2im\theta_2$,是以完全繞電流而行一周，其所需之功爲:—

$$2im(\theta_1+\theta_2+\cdots)=4\pi mi\quad\cdots\cdots(4a)$$

在此公式中 i 以電磁單位計算，W 以爾格計算。用此公式以計算磁場強度，常甚簡便，茲在下節申述之。



第三〇〇圖

〔50.3〕線筒內之磁場强度

繞導線於圓筒以成一線筒。如線筒甚長，則在其中部之磁場强度可用前節所述之原則求之。今圖(300)表通過線筒軸線之截面。如筒甚長，在其中部之磁場可視作均勻。今擇一長方形之路途如 abcd。c 與 d 兩點可令其離線筒極遠。如是當攜帶一磁極 m 依所指示之方向移動時，其所需之功 W 卽等於將磁極自 a 點移至 b 點所需之功，因自 b 至 c 與自 d 至 a，其移動之方向與磁場方向均正交，故所作之功爲零，且 c 與 d 悉在極遠點，其磁場强度等於零，故在cd段內所作之功亦等於零。是以所作之功爲 $W=mH\overline{ab}$。若在 ab 距離內共有線圈 X 匝，則所需之功W，依前節公式，乃 $W=4\pi Xim$

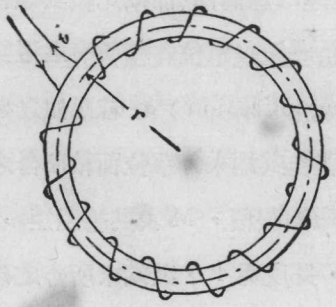
故
$$H=\frac{4\pi Xi}{\overline{ab}} \quad \cdots\cdots(5)$$

今假令線筒之全長爲 L，且共有 N 匝線圈，如是則公式(5)可書作：——

$$H=\frac{4\pi Ni}{L}=4\pi ni \quad \cdots\cdots(6)$$

式中 n 表每糎內線圈之匝數。上列方程雖係先假設線筒爲無限長而推演之，然在實際問題中，凡線筒甚長時，此結果均可適

用之



第三〇一圖

若令線筒兩端迴合以成一環形線筒 (ring solenoid) 如圖 (301)，筒中心之磁場強度亦可由此公式計算之。證法如下：令所取之路途爲通過筒中心各點之圓周如圖中虛線所示。設此圓周之半徑爲 r，在圓周上各點之磁場強度爲 H，則攜帶單位磁極沿此圓周行一週所需之功將爲

$$W = 2\pi rH = 4\pi Ni \quad \cdots\cdots (7)$$

即

$$H = \frac{4\pi Ni}{2\pi r} = 4\pi ni \quad \cdots\cdots (8)$$

此中 N 爲環上之線圈總匝數，而 n 爲每糎之匝數。

(50.4) 電磁鐵 前(50.3)節所述之線筒內如含有鐵桿，則當電流通行時，鐵桿卽化爲極强之磁鐵。此種磁鐵名爲電磁鐵 (electromagnet)。電磁鐵之應用甚廣，例如電機中之磁場，舉重磁鐵，電鈴，電報，電話等等皆是。欲知電磁鐵應如何配製，則對於鋼與鐵之磁性，宜先有較詳細之了解。茲特論鐵之磁化各關係以補第(38)章之不足。

(50.5) 磁化强度 在實用磁鐵上，其磁極旣不聚於一點，故欲確定其所含之磁量，頗不易易，是以在(38)章中曾引用

磁矩一詞，以比較各磁鐵之强弱。今如置兩個大小不同之鐵桿於一定之磁場中，例如前(50.3)節所述之線筒內，而欲比較其磁化情形，則顯然須用同一之體積。茲稱磁鐵每單位體積所有之磁矩，爲其磁化强度（intensity of magnetization）。若磁鐵之磁化情形係均勻者，則磁化强度亦可視作其端末每單位面積所含之磁量。因如 I 表磁化强度，V 表磁鐵體積，M 表其總磁矩，則 $I=\frac{M}{V}$；但若磁鐵之截面爲 A，長度爲 l，其端末所含之磁量爲 m，則 $M=ml$，$V=Al$，故 $I=\frac{m}{A}$。

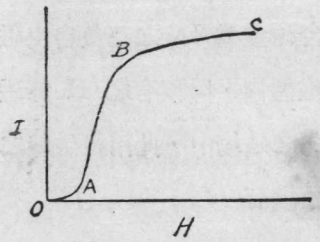
磁化强度 I 既等於每單位體積之磁矩，故亦爲有向量，其方向與磁矩 M 之方向同，卽與沿聯接南極至北極之曲線的切線之方向一致。

(50.6) 磁化率 同一之鐵桿，置於不同之磁場中，其磁化强度，乃由磁場强度而定。換言之，如 I 表磁化强度，H 表磁場强度；則二者之關係可以下列公式表之：

$$I=kH \quad \cdots\cdots\cdots\

有磁場之方向適相反。此種效應常名爲反磁化(demagnetization)。在此種情形之下，公式(9)之H，乃線筒原有之磁場强度($4\pi ni$)與鐵桿兩端自由磁極(free pole)所生之磁場强度之代數和。

(50.7)　磁化之 IH 曲線　在直角坐標圖上，繪曲線以表示物質之磁化强度 I 與磁場强度 H 之關係，是謂磁化之 IH 曲線(IH curve of magnetization)。尋常求此關係之方法如下：將樣本製成長桿而置之長線筒中。通電流於線筒後，用(36.6)節所述之磁力計以測定桿端之磁量。實驗時，線筒磁場(未放置鐵桿於其中時之值)對於磁力計之影響，須加以改正。自所定之磁量 m 與桿之截面積 a，即可計出磁化强度 $I=\frac{m}{a}$。至於磁場强度之價值，可用公式(6)(加以反磁化效應之改正後)計得之。圖(302)示鐵族物質之磁化曲線。其始，I 之增加甚緩，例如圖中自 O 至 A 點；迨至 A 點後，則 I 之價值頓行激增，及 H 達較大之值時，例如 B 點，I 之增率復緩，卒至於不復增大。當物質之磁化强度 I 達其最大值時，該物質之磁的狀況，常名爲飽和(magnetic saturation)狀態。若以分子磁鐵爲說，當物質中之各分子磁鐵之軸線悉與磁場方向一致之時，則此物質卽爲飽和狀態。



第三〇二圖

(50.8) 磁化線 在(37)章中，曾述磁場强度可以磁力線之密度表示之，並推得每單位磁極有4π條之磁力線。鐵條經磁化後，若折斷之，在斷點兩方之面上，每單位面積均有I單位磁量，故與此磁量相關之磁力線亦遂爲4πI條，且可視作通過鐵條之內部者。此項表示磁化强度之磁力線，名爲磁化線 (lines of magnetization)。磁化方向與磁矩同，故磁化線在磁鐵內之方向，係自南極至北極，與磁力線在磁鐵外之出自北極以入於南極者不同。

(50.9) 磁感線 當未置鐵質於磁場 H 中之前，在磁場中各點之强度，可依磁力線之密度表示之。今放置鐵質於磁場中，因感應作用，鐵質被磁化，遂有含磁量爲 IA 之正負自由磁極呈現於其兩端。鐵質既被磁化，在鐵體內，除原有之 H 條磁力線外，尙有4πIA條磁化線。在均勻之磁場中，此兩組磁線之方向係一致，故在鐵體內，每單位面積遂有

$$B=H+4\pi I \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

條磁線。此束磁線，名爲磁感線(lines of induction)。是以，若H與I之方向一致，磁感線之數目，等於磁力線與磁化線之和。方程(10)中之 B 常名爲磁感(magnetic induction)。或磁束密度(magnetic flux density)。在電工學中，磁感 B 之單位，仍用高斯；至於使物質發生磁感之磁場强度 H 常名爲磁化力 (magnetizing force)，其單位有時另以每糎一個安培圈數(ampere turn)或每糎一個吉柏(gilbert)表之（見後50.15節）。

（50.10）　導磁率　物質之磁化情形，固可依其磁化强度與磁化率表示之，然據方程(10)，則磁感亦爲磁場强度之函數，故亦可用磁感以表示其磁化情形。今名 B 與 H 之比值爲導磁率 μ (permeability)，即

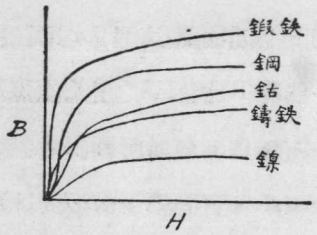
$$\mu=\frac{B}{H} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

各物質之導磁率亦如其磁化率，不但視物質之異同而有區別，且因其已往之磁化歷史及磁化力而各有異。磁化强度 I 與 H 既有 $I=kH$ 之關係，故合併(10)與(11)兩方程，即得 μ 與 k 之關係爲

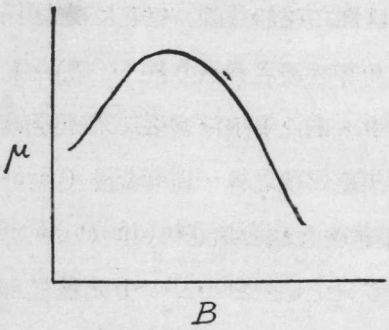
$$\mu=1+4\pi k \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

眞空中無物質，故不能有自由磁極，因此，眞空之磁化强度爲 0，即其 $k=0$，$\mu=1$。以眞空爲標準，則順磁體 (paramagnetic substance) 之磁化率爲正，逆磁體 (diamagnetic substance) 之磁化率爲負。換言之，凡 $k>0$，$\mu>1$ 之物體即爲（38.3）節之順磁體，而 $k<0$，$\mu<1$ 之物體則爲逆磁體。至於磁鐵體之導磁率，常有達 5000 者。

（50.11）　BH 曲線　試作一曲線於坐標紙上，以表示磁感 B 與磁場强度 H 之關係，則得磁化之 BH曲線 (BH curve of magnetization)。此種曲線，可由磁化曲線依公式 (10) 計算得之。但如在環形線筒中（見前50.3 節）置鐵環，則可用直接方法（見後 52.11 節）測定 B 與 H 之關係。用環形鐵以求 BH 曲線時，因無自由之磁極，故 H之價值可依方程（ 8 ）直接計算之不



第三〇三圖甲



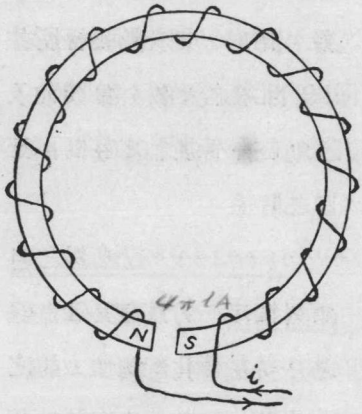
第三〇三圖乙

必加以改正。因此，求 BH 曲線較之求 IH 曲線更爲簡易。圖(303)甲示數種物質之 BH 曲線之大概；圖 (303) 乙則表一種鐵之導磁率 μ 與 B 之關係

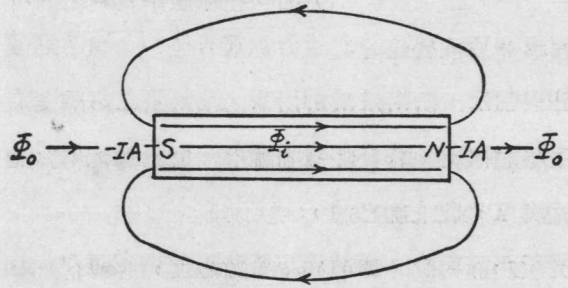
(50.12) 磁感線之連續無端性　電力線與磁力線之分別在於其連續性，前已述及之，卽電力線自正電荷始而止於負電荷，磁力線則係無端之封閉曲線。在(46.8)節吾人已見圍繞電流之磁力線，乃完全封閉之曲線，例如圍繞直線電流之圓形磁力線及自線筒之一端出發以入於他端之磁力線等皆是。倘遇鐵質時，則磁力線雖非封閉的，而磁感線則仍爲完全封閉之曲線蓋在空中磁力線與磁感線固相同，若在鐵質物體中，則磁感線與磁力線乃互異。茲先述鐵環中磁感線之情形。

設有鐵環置於環形線筒中。通線筒以電流以使鐵環磁化。如是鐵環旣無自由磁極，故環外乃無磁力線。惟環確已被磁化，甚

易證明；因若將該環割斷爲數小段，則得數個小磁鐵。又若僅割去一小隙如圖(304)，則在隙之一端得一北極 N 在其他端則得一南極 S。無論所割出之空隙如何狹小，自北極至南極間，均有 $4\pi IA$ 條之磁力線。以故，此等 $4\pi IA$ 條之磁線，實可認爲通過鐵條之連續曲線。惟在空隙中，此等磁線名爲磁力線，在磁鐵中，則此等線稱爲磁化線。除此兩組磁線之外，尚有電流所生之磁力線 HA。若環無空隙時，則環中之磁力線 HA 與 $4\pi IA$ 之方向相同。將二者相加，卽爲前所述之磁感線 BA。由此觀之，磁感線乃連續之封閉曲線明矣。環形磁鐵中磁感線之情形既明，茲再進而述條形磁鐵內外磁線之分布情形，以明磁化線，磁力線，及磁感線三者之區別。



第三〇四圖



第三〇五圖

設有條形磁鐵，其磁化强度爲 I，截面積爲 A（圖 305）。在該條中共有 $4\pi IA$ 條之磁化線出自條之南極而止於其北極。設無鐵質僅有兩磁量 IA 及 $-IA$ 在圖中 N 及 S 兩處，則此兩磁極所生之磁場，遂有一部分磁力線 Φ_0，係出自北極經過條外空間而入於南極，又有一部分 Φ_i 係自北極出發，經過條所佔之空間而至於南極。此兩部分之總數亦等於 $4\pi IA$ 即

$$4\pi IA = \Phi_0 + \Phi_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

在鐵條外空間中，既無磁化線，故在條外間之磁力線總數 Φ_0，亦爲條外磁感線總數。在條內之磁感線，等於磁化線與磁力線之代數和，惟在條形磁鐵中，二者之方向乃相反，故條內之磁感線總數爲　$\Phi' = BA = 4\pi IA - \Phi_i = \Phi_0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$

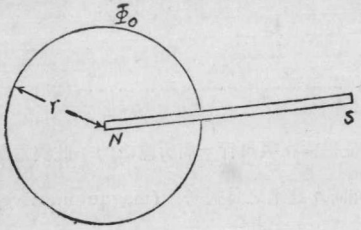
由此觀之，在條內外之磁感線數目相同，故前云磁感線係連續的完全封閉曲線，於此復得一證。

(50.13)　磁極間力律之普遍式　在眞空中，兩點磁極所互受之力爲　$F = \frac{mm'}{r^2}$，已見前(35.7)節。在導磁率爲 μ 之媒介質中兩點磁極所互受之力則爲

$$F = \frac{mm'}{\mu r^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

欲證此公式請先討論一點磁極所生之磁場。試取一長而細之磁針置之於導磁率爲 μ 之媒介質中。令針之截面積爲 A，其磁化强度爲 I，如是則其北極之磁量爲 $m = IA$。在針之北極處，以 r 爲半徑，作一球面（圖306）。磁針既係甚長，則在媒介質中，位于此球面之各點，其磁感 B 可視作等值。於是，在媒介質中之磁感綫總數，遂爲

$$\Phi_0=(4\pi r^2-A)B \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$



第三〇六圖

至於在磁針內之磁感線總數 Φ_i 則係由磁力綫 HA 及磁化綫 $4\pi IA$ 二者所組成，且前者之方向適與後者相反，故

$$\Phi_i=4\pi IA-HA=4\pi m-HA \cdots (17)$$

磁感綫既係連續的，故 $\Phi_0=\Phi_i$。即

$$(4\pi r^2-A)B=4\pi m-HA \cdots\cdots\cdots (18)$$

若磁針之截面積A係極微小，則此方程中含A各項均可忽略，如是遂得

$$B=\frac{4\pi m}{4\pi r^2}=\frac{m}{r^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

惟按定義，在媒介質中之磁場強度H，乃 $H=\frac{B}{\mu}$ 故在導磁率爲 μ 之媒介質中，離一點磁極 m 爲 r 糎之處，其磁場強度爲 $H=\frac{m}{\mu r^2}$ ……(20)

據此，若在該處置另一磁極m′，其所受之力爲 $F=Hm'=\frac{mm'}{\mu r^2}$ 是卽所欲求兩磁極間之普遍力律也

(50.14) 磁束 在前(50.9)節曾用磁束密度一詞以表明每單位面積所含之磁感線之數目。今名此等正交於一定面積之磁感線總數，爲通過該面積之磁束 (magnetic flux)。磁束雖係代表一種靜止狀態，然在實用問題中吾人常以電流比擬磁束，而借用電路中各觀念，以計算磁束之多寡。例如形容有磁束通過之路途通常名爲磁路 (magnetic circuit)；使磁束存在之力，名爲磁勢 (magnetomotive force)；物體反抗磁束通過之特性，則名爲其磁阻 (magnetic reluctance)。磁束，磁勢及磁阻三者，其關係首由 Rowland 測定，其公式與 Ohm 定律甚爲相似。茲再以前(50.3)節之鐵環爲例而說明之如下。

(50.15) 磁路定律 令環上繞有 N 匝線圈，環之平均圓周之長爲 L；線圈內

電流爲i，如是在環中之磁場強度爲$H=\frac{4\pi Ni}{L}$。若環之橫截面積爲A，其中之磁束密度爲B，導磁率爲μ，則因$B=\mu H$，故環中之總磁束爲

$$\Phi=BA=\mu HA=\frac{\mu A}{L}(4\pi Ni) \quad \cdots\cdots (21)$$

在此式中括弧內之 $4\pi Ni$， 係代表攜帶單位磁極在環內行一周所需之功，此與電勢代表攜帶單位電荷在電路中行一周所需之功相同，茲名之爲磁勢 (magnetomotive force)。至於式中右方之$\frac{\mu A}{L}$，其形式與電路中之電導$\frac{\gamma A}{L}$(見47.7節)亦甚相似，故名爲磁導 (permeance)。磁導之倒數$\frac{L}{\mu A}$名爲磁阻 (reluctance)。於是因某磁勢所生之磁束可書爲：磁束$=\Phi=\frac{\text{磁勢}}{\text{磁阻}}=\frac{M}{R}$ ……(22)

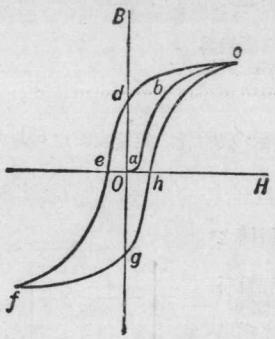
此方程可視作在磁路中與Ohm定律相對應之定律。磁勢之單位常名爲吉柏(gilbert)；磁阻之單位常名爲奧斯達(oersted)；磁束之單位則名爲墨斯威爾(maxwell)，因$M=4\pi Ni$，有時磁勢亦用安培圈數 (ampere turn)作單位；故每安培圈數之磁勢等1.257吉柏。

利用方程(21)，各種繁複磁路中所含之磁束，均可仿照與 (47.13) 節類似之法則計算之。上列方程與 Ohm 定律固極相似，惟磁束與電流之性質則根本不同。磁束係代表一種靜止狀態，而電流則爲移動之電荷，前已述之。在電工學中，不必問物質之結構如何，故此種電路與磁路算式相同之點，甚爲有用。例如並聯磁阻與串聯磁阻之公式各爲：——

並聯時： $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots\cdots$ (23)

串聯時： $R=R_1+R_2+\cdots\cdots$ (24)

(50.16)磁化落後現象 當磁化力漸次增加時，磁化强度亦隨之增大。二者之關係，可以IH或BH曲線表明之。但當增加



第三〇七圖

H至某值，例如達到BH曲線中之c點後(見307圖)，乃逐漸減少之，B則不沿原有之 BH 曲線而減少。且其減少率較原有曲線所指示者爲少；此事表示I或B之變更，實滯落於H之後，故此種現象名爲磁的落後現象 (magnetic hysteresis)。因有此種落後現象，故縱使磁場完全消除，鐵或鋼之磁化强度，仍有一部分存在，此剩餘之磁名爲剩磁 (residual magnetism)，或保磁率 (retentivity)。(圖中od表剩磁)。各種磁質之剩磁，其大小亦視其磁化歷史而異。欲完全消除鐵質之磁化强度，尙須加以相當之反向磁場强度，例如圖中e點所示。此反磁化力(圖中 oe 距離)名爲消磁力 (coercive force)。樣本之磁化既完全消滅之後，如繼續向反方增加磁場强度，則其磁化强度將沿 ef 曲線所示而變更。既達到 f 點後，如漸減磁場强度以至於零，後復令之向正方增加，則磁化强度將沿fghc曲線而變更。如既抵 c 點復減少磁場强度，樣本內之磁化强度復依以前之 cdef 曲線而變更。於是若以 c 及 f 兩點作界限，而往返變更磁場强度，則其相當 H 與 B 可由 cdefghc 迴線求得之。此迴線名爲落後迴線(hysteresis loop)。

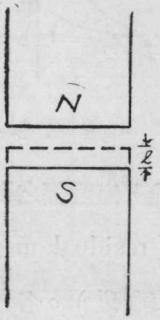
(50.17) 磁場所儲之能量 依問遽作用說，在磁場與電場中之媒質均受一種之

形變，故在磁場中之每單位容積所儲之能，亦可仿照前述之法則，用磁感及磁場強度之乘積表示之。以方程式表之，則每單位體積內所儲之磁能爲

$$u=\frac{1}{8\pi}BH=\frac{1}{8\pi}\mu H^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

用積分法可證當磁化某樣本時，落後迴線內所含之面積，與所耗之能量成正比。此功最後係化爲熱。

(50.18) 磁鐵之吸引力　自磁場中每單位容積所儲之能，可計得磁鐵吸引力之大小。例如有一北極與南極相對而立如圖(308)。令其面積爲A方糎，在兩磁極中間之磁場強度爲H，吸引力爲F。在此間每單位體積所含之能既爲$\frac{\mu H^2}{8\pi}$，故當一極被吸引上升一小距離l時，磁場間所儲之能必減少$\frac{\mu H^2}{8\pi}Al$，此減少之能遂變爲F吸引力所作之功W



第三〇八圖

即　$W=Fl=\frac{\mu H^2}{8\pi}Al$　或　$F=\frac{\mu H^2}{8\pi}A$ ……(26)

當兩磁極在空中發生吸引作用時，自北極所發出之磁力線均經過空中而後達於南極，故方程(26)中之$\mu=1$，即$H=B$，而此方程亦有書作：

$$F=\frac{B^2A}{8\pi}\text{達因}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

(50.19) 磁性學說　Oersted 既發見電流之磁效，Ampère 乃藉之以解釋分子磁鐵(參閱前38.6節)之成因。Ampère 以爲各分子所生之磁的效應乃因圍繞分子之電流而來。將此學說加以修改，以適應近世所陸續發見之事實，實爲近世磁性學說之鼻祖。按 Ampère 說法，所有磁之現象均因電流而生，故靜磁學亦可視爲動電學之一部分。

Ampère 對於分子磁鐵之成因，雖以小電流爲說，但對於分子內之電流，係因何而生，尚無說明。若用電子論，則此種電流乃由圍繞原核而運動之電子而生，甚爲明

題，1905 年，Langevin 曾以電子運動之軌跡之分布情形，說明就磁體與却磁體之分別。據其學說，就磁與却磁兩性，乃各個原子內部所生之現象，至於鐵磁性之成因，則由各原子間互有之影響而來。

第五十章 問題

(50.1) 試述在一直線電流周圍磁場強度之值。

(50.2) 問攜磁極繞電流而行一週所需之功若何？試舉例以示所得之公式之應用。

(50.3) 何謂電磁鐵？試作電鈴及電報機上所用電磁鐵之圖並說明其作用。

(50.4) 試述磁化強度及磁化率之定義。

(50.5) 試區別磁化線，磁力線及磁感線。

(50.6) 試述磁感之意義及導磁率之定義。

(50.7) 何謂磁化曲線？試說明 IH 及 BH 磁化曲線之形式及其相互之關係？

(50.8) 介電係數之於靜電學與導磁率之於靜磁學，其異同如何，試申論之，

(50.9) 磁感綫係連續的完閉曲線，試舉二例而申述之。

(50.10) 兩磁極間之吸引力與其所處之媒質之導磁率的關係何若？

(50.11) 試論磁路與電路之異同。

(50.12) 何謂磁的落後情形？保磁率與消磁力之意義爲何？

(50.13) 問磁場每單位體積所儲之能量，與兩磁鐵間之吸引力各如何？

(50.14) 試簡述 Ampère 之磁性說，及電子說對於磁性之解釋。

第五十章 習題

(50.1) 設有一直垂之電線，其中通行10安培之電流。今在線北距線爲 5 糎之處放置一平懸之磁針。若該點之地磁水平強度爲 0.3 高斯，問磁針所取之方向如何？

(50.2) 有一線筒長三米，其上均勻的共繞有 10,000 匝銅綫。今如在筒內中部之磁場強度爲 0.3 高斯，銅綫之電阻共爲 100 歐姆，問應施於線兩端之電壓爲若干伏特？

(50.3) 設將 (50.2) 題線筒之兩端迴合以成一環形，試計算在環內，距平均圓周爲 2 糎之處之磁場強度，

(50.4) 有已均勻的磁化鐵桿一條，其導磁率爲 500，其所受之磁場總強度爲 5 高斯。若桿長爲10糎，其半徑爲 1 糎，試計算 (a) 其磁感；(b) 磁化強度，(c) 磁化率，(d) 桿端之磁量，(e) 桿之磁矩，及 (f) 桿中磁感綫之總數。

(50.5) 一鐵環，其截面積爲 18 方糎，其平均直徑爲 20 糎，茲在其上均勻的繞以 600 匝之綫並通過 10 安培於此綫中，若環之導磁率 200，問其中之磁感線之總數若干？

(50.6) 設前題之鐵環由兩半環組成，在其兩半之接觸面處，各有長爲 0.1 糎之空氣隙，問其中之磁束若干？又計此兩半環之互吸力。

(50.7) 設有三條鐵桿，其常數如下：(1) 長 30 糎，半徑 1 糎，μ爲2000，(2) 長30糎，半徑 2 糎，μ=200；(3) 長30糎，半徑 0.5 糎，μ=500，試計串聯與並聯時之磁阻，且作簡圖以示其配置之情形。

(50.8) 若在 (50.7) 題中。欲各串聯桿中均有5000條磁感線通過，問所需之磁勢爲若干？

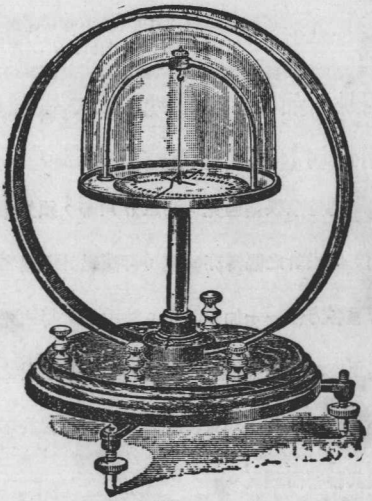
(50.9) 若各桿係並聯，其所通過之總磁束爲 15000 條，問各桿中所通過者各如何？所需之磁勢又如何？

(50.10) 一鐵環之體積爲3840立方糎，因其磁的落後而耗去之能量，每立方糎每週爲 16300 爾格。若所用以磁化此鐵環之電流，其方向每秒更變 50 次，問所耗費之功率爲若干瓦特？

第五十一章　電學儀器及測量法

(51.1)　電流計　最簡單且應用最廣之電學儀器爲電流計(galvanometer)。尋常之電流計多利用電流之磁效，以測定其大小。電流計之種類，視其轉動部分爲線圈，或磁針，而有圈動(moving coil)與磁動(moving magnet)兩式。磁動式電流計可以正切電流計代表之；至於各種 d'Arsonval 式電流計及尋常之伏特計，安培計等則均屬圈動式。

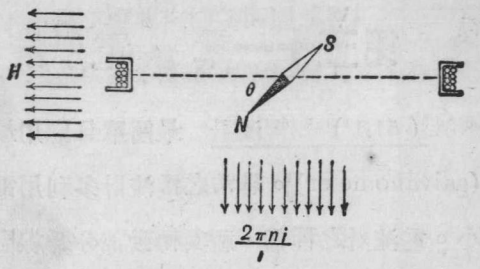
(51.2)　正切電流計　正切電流計之形式如圖(309)所示。在一相當之架上，裝置一垂直圓形線圈，線約十餘匝。在線圈中心懸一短小磁針，此磁針之上，復銲一較長之鋁桿與之正交。在此十字形之磁針與鋁桿下，置一有刻度之圓盤，以便測定磁針之方位。用時，先調節垂直線圈之平面，使與地磁子午線符合。次調節懸掛磁針之懸絲，使其毫不扭轉。　如是，磁針必與線圈之平面同



第三〇九圖

一方向。今若通電流於線圈，則在線圈中心發生之磁場强度G，依(46.13)節公式爲

$$G=\frac{2\pi ni}{r}\cdots\cdots(1)$$



第三一〇圖

式中 n 表線圈之匝數，i 表電流之大小，以絕對電磁單位計，r 表線圈之半徑。G 之方向與大地磁場之水平部分 H 之方向正交，故磁針之偏轉角 θ 應滿足下列方程(圖 310)：

$$\tan\theta=\frac{G}{H}=\frac{2\pi ni}{rH}\cdots\cdots(2)$$

或

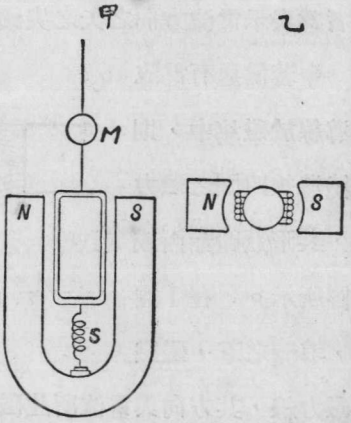
$$i=\frac{rH}{2\pi n}\tan\theta \text{ 電磁單位}\cdots\cdots(2a)$$

因是，如已知某處地磁之水平强度H爲若干，則電流之價值即可用正切電流計在該處測得之。

爲免除誤差起見，測定 θ 角時，須先讀磁針兩端所指示之角度，次改變電流之方向，使磁針之偏轉亦改變，再讀磁針兩端之指示。至其他各種誤差，可參照(36.6)節所述各方法一一加以改正。然由是所得之平均值，尙非 θ 角之實值，蓋因扭轉懸絲至某角度時，懸絲常生有反轉矩，使磁針之偏轉減 θ_0 值。惟尋常 θ_0 角之值均極微小。再者，用正切電流計時，須將之置於不受他種磁鐵影響之處，方免公式中之H值受其影響而變更。

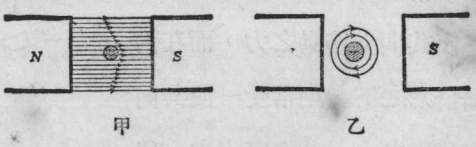
(51.3) D'Arsonval 式電流計　此式電流計之轉動部分爲一線圈。線圈多爲長方形，置在一永久U形磁鐵之磁場內如圖

(311)。磁鐵之極面多削成圓形如圖乙，且線圈多繞在一圓柱形之鐵心上，使自磁極所發生之磁力線均沿半徑之方向。　如是，無論線圈旋轉至何角度，在該處之磁場强度H，其方向均與含線圈之平面平行。在牆式電流計中，線圈上部多接於含燐青銅絲 (phosphor bronze)。絲上粘有小鏡M,以備用標度及望遠鏡觀察其轉角之用。圈下懸有彈簧 S 以控制線圈之轉動。在可攜式之電流計中，線圈係支於寶石上，其轉動之角，則由指桿直接指示之。欲明瞭此式電流計之原理，請先述在磁場中之導體，通以電流後，與磁場所發生之相互的作用。



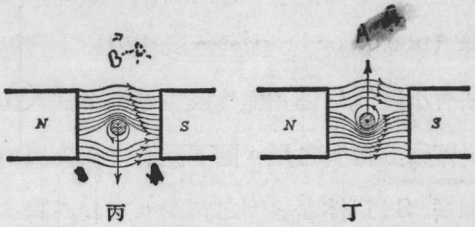
第三一一圖

(51.4)　左手法則　圖(312)表示一導線 AB 在 NS 兩磁極之間。當導線中未有電流時，磁力線均互相平行如圖甲。若導線內有電流，而磁場不存在，則圍繞導



第三一二圖

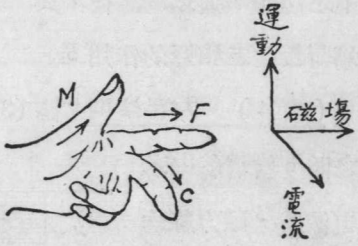
體之磁力線係以導線上各點爲中心而成圓形如圖乙。　在丙圖中，電流之方向自B至A，卽自紙面向內流，今以一×表明此時吾人所見者，乃表示電流方向之矢之尾羽。又在丁圖中，電流之方向乃自 A 至 B，卽自紙面向外流，今以一小點表明此時吾人所見者爲表示電流方向之矢之尖頭。



丙　　丁

第三一二圖

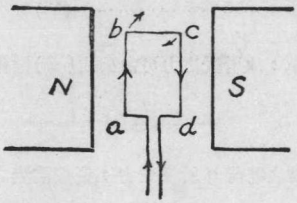
今若置通有電流之導線於磁場中，則圍繞導線四圍之磁力線，其形狀卽如丙或丁圖所示。　在丁圖中，導體之下，磁鐵之磁力線，其方向與電流所生磁力線之方向相同，故此處之磁力線增多；又在導體之上，二者之方向相反，故其數目減少。至在丙圖中之情形，則適反此。按磁力線有互相旁拒及沿其長度而縮短之趨勢，故在丁圖所示分布情形之下，導線 AB 常受一使其向上移動之力，而在丙圖情形之下，則常受一使其向下移動之力。此力之方向，與磁場方向，及電流方向，互成直角，可用左手之姆指，食指及中指



第三一三圖

三者，互作九十度角如圖(311)分別表明之。如是，若中指示電流C之方向，食指示磁場F之方向，則姆指當示導線移動M之方向。此法則名爲 Fleming 之左手法則(left hand rule)或電動機法則(motor rule)。

如在磁場中之導體，非一直線而爲可旋轉於一軸線之線圈，



第三一四圖

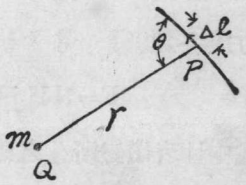
如圖(314)，則線圈轉動之方向亦可用左手法則決定之。例如線圈中電流之方向係自a而b而c而d，則線圈ab一邊向內動，cd一邊向外動，bc與ad兩邊則不受何力。當線圈之平面轉動至與磁場之方向成90度角時，ab與cd所受之力互相消滅，不能復使線圈轉動，故在磁場之中，通有電流之線圈，其所取之位置乃使穿貫該圈之磁力線爲最多數。此理雖係就長方形線圈推出之，但用他式線圈，其結果亦與此同。

(51.5) 磁場與通有電流之導體所互生之力

在磁場中之導體，若通以電流，則向一定之方向移動。茲計算移動導體之力之大小。在(46.12)節中已述及在P點之一小段電流所生於Q點之磁場強度爲

$$\Delta H=\frac{i\Delta l}{r^2}\sin\theta \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

式中i表電流，Δl表小段導線之長度，r表PQ兩點之距離，θ表Δl與r所作之角度，(見圖315)。今若在Q點放置一磁極



第三一五圖

m，則此磁極所受之力必等於

$$F=(\Delta H)\,m=\frac{mi\Delta l}{r^2}\sin\theta \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4a)$$

但作用與反作用相等，此小段電流亦受有同值之力，卽

$$F'=-\frac{mi\Delta l}{r^2}\sin\theta \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4b)$$

又m磁極所生於P點之磁場強度爲 $H'=\frac{m}{r^2}$，故F′之數值爲

$$F'=H'i\Delta l\sin\theta \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4c)$$

換言之，在磁場H′中之短導體，因有電流通過其中，故所受之力可由公式(4)推算之。此公式蓋爲 d'Arsonval 電流計之基礎。

自此公式且可推出在磁場H內以速度v而運動之電荷q所受之力，蓋按電流之定義，其值係等於每秒通過線中某點之電量，故如有電荷q在 Δt 秒內行 Δl 之距離（卽其速度爲 $v=\frac{\Delta l}{\Delta t}$），則其效果可視作在 Δl 段內有電流 $i=\frac{q}{\Delta t}$，而此電荷所受之力乃爲 $Hi\Delta l\sin\theta = Hqv\sin\theta$ ……(4d)

θ 表v與H所作之角度。

(51.6) D'Arsonval 式電流計之公式 令線圈之匝數爲N，線圈 ab 與 cd 兩邊既均與磁場正交，$\sin\theta=1$ 故其所受之力遂各爲

$$F=NHil \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

式中H表磁鐵所生之磁場强度，l表線圈 ab 或 cd 邊之長度，i表每導線內之電流。ab 與 cd 所受之力既爲相等且係反向，故轉動線圈之力偶爲

$$C=F\times w=NHilw \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

式中 w 表線圈之寬度。如A表線圈所含之面積卽 A＝wl，

則 $C=NAHi$ ……(7)

線圈轉動之後，控制其轉動之彈簧，亦被扭轉。故線圈之平衡位置係使方程(7)中之力偶，等於彈簧所生之扭力轉矩 C′。惟彈簧所生之扭力轉矩 C′ 與轉角 θ 成正比，卽 $C'=K\theta$，

故 $K\theta=NAHi$ ……(8)

而電流與偏轉角 θ 之關係遂爲

$$i=\frac{K\theta}{NAH} \quad \cdots\cdots(9)$$

正切電流計公式與 d'Arsonval 電流計公式有數個不同之點。用正切電流計時，電流與偏轉角之正切成正比，且可由線圈之半徑及匝數與磁場之强度直接計得電流之絕對價值。用 d'Arsonval 電流計時，電流與偏轉角成正比，且因公式(7)中包含一比例係數K，故須經相當之校準，方能求得電流之價值。此外，讀者亦須注意用定值之電流時，在 d'Arsonval 式電流計中，偏轉角之大小，與所用之磁場强度成正比，而用正切電流計時，磁場强度愈大，定值電流所生之偏轉反愈小。

(51.7) 電流計之常數 上式中之 $\frac{K}{NAH}$ 在一定之電流計中，係一常數，今以k表之，並名之爲 d'Arsonval 式電流計之常數。比較兩個電流計之靈敏度常以其優美數(figure of merit)，爲標準。優美數云者，乃指當標度放在距離電流計中之小鏡一米處時，發生一粍偏轉所需之電流之價值。因電流計小鏡所轉動之

角度，僅爲其反射光線所轉動之角度之半，故優美數 f 與電流計常數 k 有下列關係：——

$$f = \frac{1}{2000} k \quad \cdots\cdots\cdots\

引用 Kirchhoff 第二定律於 PSG 電路中則得

$$PI_p=(G+S)I_g \quad \cdots\cdots(12)$$

惟 $I_1=I_p+I_g$，故消去 I_p 即得：

$$I_g=\frac{P}{G+S+P}I_1 \quad \cdots\cdots(13)$$

在此式中，各電阻有係已知者，如 S 及 P，有可用相當之方法測定之者，如電流計之電阻 G，故只須知得 I_1 之值，即可計得 I_g。求 I_1 時，如 P 之價值小於 R 極多，則 I_1 幾等於 $\frac{E}{R}$，如是則

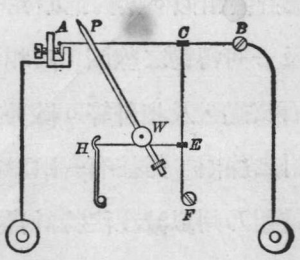
$$I_g=\frac{E}{R}\frac{P}{G+S+P} \quad \cdots\cdots(14)$$

若標度與鏡之距離爲 D，I_g 所生之偏轉爲 d，則鏡所轉動之角當等於：　$\theta=\frac{1}{2}\frac{d}{D}$ 弧度，而電流計之常數遂爲

$$k=\frac{I_g}{\theta}=\frac{2DI_g}{d} \quad \cdots\cdots(15)$$

知此則其優美數與靈敏度均可依前式計算矣。

(51.9)　熱電流計　尋常之電流計，均利用電流之磁效以測定電流之大小。熱電流計 (thermo-galvanometer) 則利用電流所生之熱量。此種儀器可分爲熱線式 (hot wire) 與熱偶式 (thermocouple) 兩種。在熱線式中，通過電流之導

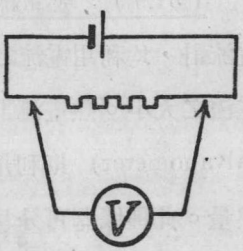


第三一七圖

線 AB，因溫度增加而伸長。線既伸長，乃藉數個槓桿之動作以轉動一指針而示其伸長之多寡如圖 (317)。在熱偶式儀器中，通電流之導線上，結有一對熱偶線。(見後57.5 節)熱偶之兩端，則各接於尋常之電流計。當電流通行時，熱偶與線之聯結點，其溫度增加，故發生一熱電勢 (thermo emf.) 以輸送電流於一尋常之電流計中（圖 318）。此兩種電流計之原理雖不同，然所用以測電流之强弱者均爲電流之熱的效應，卽 Joule 之定律 $H=I^2Rt$。故不論電流之方向如何，電流計之指針，均向一方移動而此式計器可用在直流電路中，亦可用在交流電路中且常爲測量極高頻率之交流電時所必用（例見後55.4 節）。

第三一八圖

(51.10) 伏特計　伏特計 (voltmeter) 乃用以測電路中兩點相差之伏特數之儀器。尋常伏特計之結構與 d'Arsonval 式電流計甚相似。其內部亦用一永久磁鐵，及一可轉動之線圈，與相當之彈簧，寶石支點，及指針等。除此數物外，伏特計之線圈，另接有一串聯高電阻。此高電阻乃用以減少伏特計自身所通過之電流，俾免當接伏特計於電路時，在電路中所取用之電流有劇大之改變。欲測電



第三一九圖

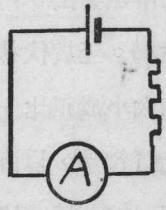
路中任何兩點之電位差或伏特數時，可將相當伏特計之兩端各接於兩點如圖(319)。簡言之，伏特計之接法，乃與電路或其一部分並聯。至於伏特計指針所轉動之角度，其實卽與其所通過之電流之大小成正比；不過因其串聯電阻係有一定之價值，故其指示常先行校準，以直接表示其兩端之電位差。因伏特計中必有電流通行，故若接一伏特計於一電池之兩端時，其指示實不等於該電池之電勢。但如伏特計之電阻較電池之內阻爲甚大，且僅有伏特計與電池聯接時，則伏特計兩端之電位差，亦常可視爲電池之電勢之值。

伏特計之結構，除串聯之高電阻外，其餘悉與電流計雷同。故在電流計之外，接以相當之串聯電阻，亦卽可用作伏特計。同理，如某伏特計所能指示之伏特數太低時，再加以相當之串聯電阻，則其所能測量之範圍（range）亦卽可增大。例如某伏特計之最大指示爲 100 伏特，其電阻共爲 5000 歐，今如另加以 5000 歐之串聯電阻，則其可用之範圍卽增至 200 伏特。此種外加電阻，用以增大伏特計之範圍者，名爲伏特計之倍加器(multiplier)。

量千分伏特數之計器，其標度直接刻印千分伏特之值者，常名爲千分伏特計(milli-voltmeter)

(51.11) 安培計 安培計 (ammeter 或 amperemeter) 乃用以測量電路中電流之安培數者，其結構與電流計大體亦相同，

而所異者，僅其線圈係另與低電阻並聯而已。此低電阻名爲安培計之分流器（shunt），蓋係用以減少計器自身之電阻，俾免當安培計串聯於電路後，電路中之電阻增加過多，致影響及其電流之分布情形也。測量電路中任何一點之電路時，可將過該點之電路開斷而後將安培計接入如圖(320)。



第三二〇圖

簡言之，安培計之接法乃與電路串聯。

安培計之結構，除並聯之分流器外，既與電流計完全相似，故在電流計外，加以相當之並聯電阻，亦可用作安培計。同理，如欲增加某安培計所能測量之電流時，可外加以相當之分流器。例如某安培計之電阻爲 0.01 歐姆，其所能量之最大電流爲 10 安培，今若另加以 0.01 歐姆之分流器，則其最大範圍卽可增至 20 安培。實際上，各種安培計多爲千分伏特計加用相當之分流計。上例所述之安培計，倘若取去其內部之支路，卽可用以量 100 千分伏特以下之伏特數。

通過安培計線圈之電流 I_a 與電路中總電流 I_t 之關係，可用公式（13）以計算之。卽

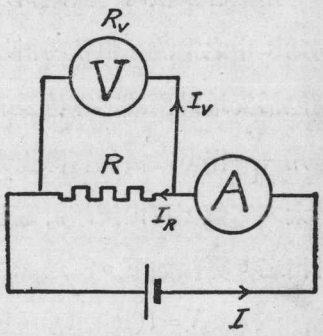
$$I_a = I_t \frac{R_S}{R_S + R_a} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

此式中 R_S 表分流器之電阻，R_a 則表線圈之電阻。

量千分安培之計器，且其標度直接刻印千分安培之價值者，

常名爲千分安培計(milli-ammeter)。

(51.12) 用安培計及伏特計測定電阻法，伏特計之電阻雖頗大，但其中仍有電流通過；安培計之電阻雖甚小，但其兩端仍有電位差。記此兩點，則對於用伏特計與安培計以測定電阻時所應用之接法，自不至發生疑難。據 Ohm 定律，$R=\frac{V}{I}$，故如已知在一個電阻之兩端之電位差 V，及在其中之電流 I，卽可計出其電阻 R。但如同時接安培計及伏特計於電路，以量 I 及 V 之價值，則二者之互相位置可有二種如圖(321)。用圖甲之接法時，伏特計所量者，固爲 R 電阻兩端之電位差 V，但因安培計所指示之 I，係包含 R 電阻及伏特計內所通過之電流，故若以 $\frac{V}{I}$ 作 R 之價值，實際上太小。然其所少之值，可由伏特計之電阻 R_V 計出之。今較令 I_R 表電阻中之電流，I_V 表伏特計中之電流，I 及 V 各表安培計及伏特計之指示。則引用 Kirchhoff 定律



第三二一圖甲

$$I = I_R + I_V \quad \cdots\cdots(17)$$

$$I_R R = I_V R_V = V \quad \cdots\cdots(18)$$

故

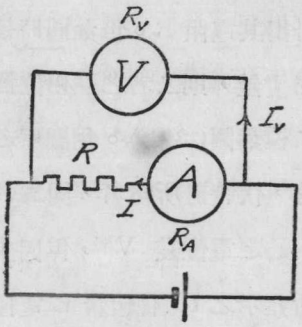
$$R=\frac{V}{I_R}=\frac{V}{I-I_V}=\frac{V}{I-\frac{V}{R_V}}=\frac{V}{I\left(1-\frac{V}{IR_V}\right)} \quad \cdots(19)$$

如 R 較 R_V 小甚，則 R 約等於 $\frac{V}{I}$，而上式可書作

$$R=\frac{V}{I}\left(\frac{1}{1-R/R_V}\right)=\frac{V}{I}\left(1+\frac{R}{R_V}\right)\cdots(20)$$

由此式可知用 $\frac{V}{I}$ 作 R 之價值時，所犯之百分誤差約爲 $\frac{100R}{R_V}$。若 R 與 R_V 相差不多，或 R 大於 R_V，則用 $R=\frac{V}{I}$ 公式時所生之誤差極大，而此種接法遂不能用。

用圖乙接法時，安培計所量者固爲 R 中之電流，但伏特計所量者則包括安培計兩端之電位差在內。故用 $\frac{V}{I}$ 作 R 之價值實際上太大。其太大之值，可由安培計電阻 R_A 計出之。算法如下。



第三二一圖乙

$$V=I(R+R_A)\cdots\cdots(21)$$

$$R=\frac{V}{I}-R_A=\frac{V}{I}\left(1-\frac{IR_A}{V}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

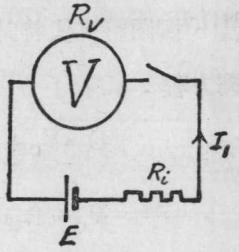
如 R_A 較 R 小甚，則 R 幾等於 $\frac{V}{I}$，而上式可書作

$$R=\frac{V}{I}\left(1-\frac{R_A}{R}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

由此可知用 R 作 $\frac{V}{I}$ 時，所犯之百分誤差約爲 $\frac{100R_A}{R}$。如 R_A 與 R 之價值相差不遠，則用 V/I 以作 R，其結果極不準確。

總而言之，用安培計與伏特計以測量低電阻時，接法當如圖甲；若量高電阻，則接法應如圖乙。如是，所欲求電阻 R 之價值，幾等於伏特計指示 V，與安培計指示 I 之商數。

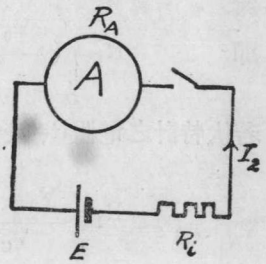
(51.13) 電池之電勢與電阻　電池之電勢不能僅用伏特計測定之，前已屢述之。今如有電阻已知之伏特計及安培計各一具，則電池之內電阻及電勢可依下法求之。先將伏特計直接聯於電池兩端如圖(322)甲。令所得之指示爲 V，則按 Kirchhoff 定律



第三二二圖甲

$$E=V+I_1R_i=V+\frac{V}{R_V}R_i=V\left(1+\frac{R_i}{R_V}\right)\cdots(24)$$

此中之 E 表電池之電勢，R_i 爲其內阻，R_V 則爲已知之伏特計電阻。既得 V 之後，若電池之內阻頗大，可將安培計直接聯於電池兩端如圖 (322) 乙。如是則再引用 Kirchhoff 定律即得



第三二二圖乙

$$E=I_2(R_A+R_i)\cdots\cdots\cdots(25)$$

上式 I_2 表安培計之指示，R_A 爲其電阻。聯解此兩方程，即可算出 E 與 R_i 之價值。

電池之電勢 E 及內阻 R_i，亦可由一已知之電阻 R，與一伏

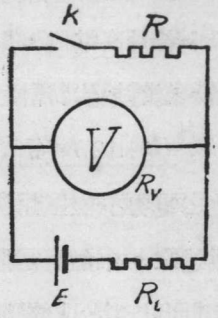
特計，依下法測定之，圖(323)。當電鑰K未閉時，伏特計之指示V_0滿足下列方程：

$$E=V_0\left(1+\frac{R_i}{R_V}\right)\cdots\cdots\cdots(26)$$

當K關閉時，伏特計之指示V_c則滿足下列方程：

$$E=V_c+I_cR_i\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

$$V_c=R_Vi_V=I_c\frac{RR_V}{R+R_V}\cdots(28)$$



第三二三圖

此中之I_c爲K關閉時電池所供給之總電流。但

故　　$$E=V_c\left(1+\frac{R+R_V}{RR_V}R_i\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

聯解(26)及(29)兩方程將E消去，而化之即可推出：

即　　$$R_i=\left(\frac{V_0-V_c}{V_c}\right)R\left(1+\frac{R_i}{R_V}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

若伏特計之電阻R_V較內阻R_i大甚，則此方程可書作

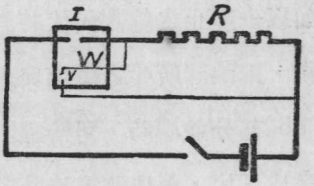
$$R_i=\frac{V_0-V_c}{V_c}R\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

故用此法求電池之內阻及電勢時，可先省略$\frac{R_i}{R_V}$項而用V_0及(31)公式，以作電勢E與內阻R_i之近似值，既得R_i之後，再引用(26)與(30)公式以求E與R_i之較準確的價值。

(51.14) 瓦特計　在直流電路中任何部分 ab 所耗之電功率，等於在 ab 中之電流 I 與 ab 兩點之電位差 V 之乘積。是以欲求電路中之電功率，可由安培計及伏特計之指示計算之。今如以一靜止之線圈代伏特計內之永久磁鐵，而令此線圈與電路串聯，則線圈所生之磁場與永久磁鐵相當。故將可轉線圈與電路之 ab 部分並聯時，可轉線圈之轉角即與在 ab 部分內所耗之電功率成正比，蓋依據電流計之公式，轉角 θ 與電流 i 及磁場强度 H 成正比，而在此種儀器中，可轉線圈內之電流 i 與電路 ab 兩點之電位差 V 成正比，且靜止線圈所生之磁場强度 H，與電路內所通行之電流 I，亦成正比，故轉角

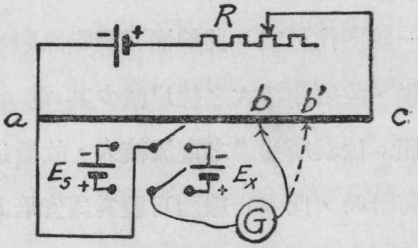
$$\theta \propto iH \propto VI \propto P \quad \cdots\cdots\cdots\

計，故常名爲電位圈（potential coil）。瓦特計之指示，平常多用伏特計及安培計各一具以校準之。但用瓦特計時，須注意其本身亦耗費相當之能量。例如接法如圖（324）甲時，瓦特計之指示，包括電流圈所耗之熱量；如用乙圖接法，則其指示包括電位圈所耗之熱。當欲作準確測驗時，此兩種接法均須加以相當之改正，但作尋常測驗時，此兩誤差甚小，均可忽略不計。



第三二四圖乙

+（51.15）電位計　欲比較兩個不同之電位差，例如兩個電池之電勢時，固可用前已述之方法，以分別鑑定各個電勢之價值。然此種比較法則手續頗繁，故尋常多另用一種儀器。此儀器名爲電位計（potentiometer）。最簡單之電位計，乃由一條均勻之高電阻導線 ac，及一個標準電池 E_S，與一個電源，電流計 G，及一可變電阻 R 等，組合成之，其接法如圖（325）。設導線長 l 糎，當電鑰與 E_S 相接，滑動接觸至 b，使電流計 G 之指示爲 0 時，ab 之電位差即等於標準電池之電



第三二五圖

勢 E_S 。若 ab 之長度爲 l_1，則 ac 之電位差爲

$$V_{ac}=E_S\frac{l}{l_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

知此，則 ac 線上任何兩點之電位差均可由比例式直接求得之。若代標準電池 E_S 以另一電池 E_X（例如將圖中之雙投雙極電鑰向右方關閉）其他部分均不變，惟滑動接觸點以求另一平衡點 b′，則未知電勢 E_X 與標準電池之電勢 E_S 之比值，必等於 ab′與 ab 兩長度之比，即：——

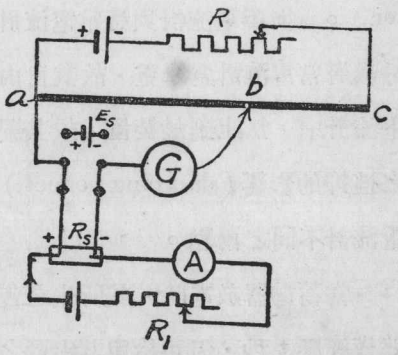
$$\frac{E_X}{E_S}=\frac{ab'}{ab}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

利用電位計，可以校準伏特計及安培計。欲校準伏特計時，可先接伏特計於 ab′兩點，調節可變電阻R，使伏特計之指示達一定之價值，然後再依前法求得 b 點，使 ab之電位差等於標準電池之電勢。如是，伏特計之眞確指示爲：

$$V=E_S\frac{ab'}{ab}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

變更 b′點或 R 以變更 V 之指示，卽可將伏特計之全部標度校準。

欲校準安培計時，須先有一標準之電阻 R_S 。接法如圖 (326)。當電流計 G 之指示爲 0 時，ab 兩點之電位差與標準電阻 R_S 兩端之電位差 V 相同，若通過標準電阻之電流爲 I，則安培計之指示應爲



第三二六圖

$$I=\frac{V}{R_S} \quad \cdots\cdots\cdots\

離開原有位置之轉動甚微，可以不計。如是，當放電完畢後，電流計第一次之最大指示θ_0，即與電量$Q=it$成正比，即

$$Q=b\theta_0 \quad \cdots\cdots (37)$$

此方程中之b爲一常數，其價值等於$\frac{kT}{2\pi}$，k表電流計之常數（見前51.7節），T表電流計之自由週期。茲證此方程如下。

設i爲放電時之平均電流，則在放電時間內之平均力偶爲（見方程7）：

$$C=NHAi \quad \cdots\cdots (39)$$

若t爲放電之時間，則線圈所受之衝動矩（impulse moment）之全值爲

$$Ct=NHAit=NHAQ \quad \cdots\cdots (38)$$

惟據 Newton 第二定律，衝動矩與角動量相等，故若以J表線圈之轉動慣性，ω表其角速度，則

$$Ct=J\omega \quad \cdots\cdots (40)$$

即

$$J\omega=NHAQ=\frac{K}{k}Q \quad \cdots\cdots (41)$$

式中k表電流計之常數，K表電流計所用彈簧之力係數。此公式尚不能直接用以測定Q，因ω之值無簡便方法可以計得之也。今如觀察電流計最大之指示θ_0，則ω之價值，用能量不滅原理，即可表爲θ_0之函數，而方程(41)遂可化爲Q與θ_0之關係。在線圈開始轉動之時，其動能爲$\frac{1}{2}J\omega^2$，當其轉動至θ角時，彈簧所生之反轉矩爲$K\theta$，故當線圈轉動至最大角θ_0時，所儲於彈簧之能爲$\frac{1}{2}K\theta_0^2$，此時，線圈之動能完全變爲彈簧之扭轉能，故

$$\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}K\theta_0^2 \quad \cdots\cdots (42)$$

以此中ω之值代入方程（41），則得

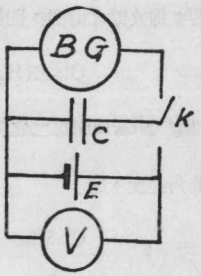
$$Q = k\theta_0\sqrt{\frac{J}{K}} \quad \cdots\cdots(43)$$

惟自由週期（見14 13節）爲$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{K}}$，

故　　$$Q = \frac{kT}{2\pi}\theta_0 \quad \cdots\cdots(54)$$

在此式中右方之各量，均可用直接方法測定之，例如 k 值可依前（51.8）節之法則定之，T 可用停錶直接測之，θ_0則爲因電量Q所生之最大指示。若所用之電流計有甚大之挫抑，則此公式應加以相當之改正，方爲準確，（改正方法從略）。

（51.17）電磁單位系統中電容之單位與法拉　用衝擊電流計以測定蓄電器之電容時，接法如圖(327)。圖中 BG 爲衝擊電流計，C爲蓄電器，E爲電池，V 爲伏特計。試驗時，須先將電鍵K 向下關閉，如是則儲電於蓄電器，其電位差即等於伏特計之指示V。次令電鑰K 向上關閉，則蓄電器向電流計中放電。今自電流計之最大偏轉角θ_0，電流計之常數k，及其週期T則得蓄電器之電容爲



第三二七圖

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{kT}{2\pi}\frac{\theta_0}{V} \quad \cdots\cdots(45)$$

由此法所得電容之值，係以絕對電磁單位計算，蓋因 V，k 等值均用此系統之單位計之故也。在實用單位系統中，電容之單位名爲法拉 (farad)，每一法拉係等於 10^9 電磁單位之電容。

（51.18）靜電單位與電磁單位電量之比值　前已述及靜電

單位電量，與電磁單位電量有一定之比值；惟欲直接測定此比值，尚無簡便之直接方法耳。至於電容則不然。某蓄電器之電容爲若干電磁單位，既可以衝擊電流計測定之，其值爲若干靜電單位，復可由以前靜電學所述之公式計算得之，故在此兩種系統之下，電容單位之比值可直接計出。據許多之實驗結果，一個電磁單位之電容約等於 9×10^{20} 個靜電單位電容。知此，即可進而推求電量單位之比值，蓋在電磁或靜電系統中，能量之單位均爲爾格。今復知蓄電器之能量爲 $\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$，故若以下標 s 及 m 區別靜電與電磁之各值，則因 $\frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C_m}=\frac{1}{2}\frac{Q_s^2}{C_s}$，

遂得：
$$\frac{Q_s}{Q_m}=\sqrt{\frac{C_s}{C_m}}=3\times10^{10} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (46)$$

此即言每個電磁單位（$Q_m=1$）之電量，等於 3×10^{10} 個靜電單位。

此比值 $C=3\times10^{10}$ 乃光在眞空中之速度，以糎/秒計。自其理論之結果，Maxwell 推得電磁波在眞空中之傳播速度，等於兩系統之電量單位之比值，即上述之 C。因此，彼乃斷定光爲一種電磁波，而創光之電磁論(electromagnetic theory of light)。Maxwell 之學說，經 Hertz 之實驗證明後，其基礎愈益鞏固，而光學與電磁學之聯帶關係亦於是成立。

第五十一章 問題

(51.1) 正切電流計與 d'Arsonval 式電流計之異同如何？

(51.2) 試述正切電流計之構造及其用法，並導出其公式。

(51.3) 通有電流之導體在磁場中所受之力之方向可用何法決定之？今若更改電流或磁場之方向，此力之方向則如何？設同時改變電流與磁場之方向，則力之方向又如何？

(51.4) 設有導線置在均勻之磁場內，綫之方向與磁場正交，問其所受之力與磁場強度 H，電流 i，及綫之長度 l 作何關係？若綫之方向係與磁場平行，則結果如何？

(51.5) 試証 d'Arsonval 式電流計之公式。

(51.6) 電流計上之綫圈共爲 n 匝，今加以 V 伏特之電壓，其指示爲 θ。設將 n 匝線圈改爲並聯，而仍加以 V 伏特之電壓。問其指示將如何更變？

(51.7) 試述電流計之常數，其優美數，及靈敏度等詞之意義。

(51.8) 試述一法以量測電流計之常數。

(51.9) 熱電流計之特點何在？熱電流計之標度分法是否均勻的，試說明之。

(51.10) 伏特計，安培計與電流計之異同安在？

(51.11) 何謂伏特計之倍加器及安培計之分流器？

(51.12) 今欲將一電流計改作伏特計或安培計，問當如何改造？

(51.13) 欲測甚小之電流時，例如在千分安培之下者，有時可用伏特計量之，試作圖以示其接法，並加以詳細之說明。

(51.14) 用安培計及伏特計量測電阻之時，其接法有二，試分別敘述何法應用於何時，並求其誤差。

(51.15) 試陳述以伏特計及安培計量測 Daniell 電池之電勢及內阻之方法。

(51.16) 何謂瓦特計？其異於 d'Arsonval 式電流計之點何在？

(51.17) 若用瓦特計以量某電阻所耗之電功率時，如電阻之值頗小，問其電流圈與電位圈應如何聯接？若電阻之值頗大，則接法又如何？

(51.18) 試作簡單之圖以表示電位計之主要部分及用法，以及校正伏特計與安培計之法則。

(51.19) 某人用電位計時，不能得到平衡點，問其原因大概爲何且應如何改正之？

(51.20) 問衝擊電流計所量者爲爲何？又問其與庫侖計之功用之異點何在？

(51.21) 試述衝擊電流計與尋常電流計之異同。

(51.22) 試推求衝擊電流計之公式。

(51.23) 若衝擊電流計轉動部分之轉動慣性太小，問其所發生之影響如何？

(51.24) 若衝擊電流計之挫抑太大，其影響如何？

(51.25) 試說明如何利用衝擊電流計以量測蓄電器之電容。

(51.26) 試述法拉之定義。

(51.27) 電磁單位電量與靜電單位電量之比值尋常係如何推求之？

第五十一章　習題

(51.1) 在某處，一正切電流計之磁針，每分鐘振動四十次，其常數(即方程3中之$\frac{rH}{2\pi n}$)之值爲 35×10^{-6}。今移之於另一地點，磁針之振動每分鐘則爲25次，問此電流計在新地點之常數如何？

(51.2) 若0.2安培之電流可使一正切電流計之磁針偏轉40°，今將之移至H之值減半之地點，而仍通以0.2 安培之電流，問其偏轉若何？

(51.3) 設正切電流計所通過之電流爲2安培，H=0.19 n=10。今欲其偏轉爲 25°，問線圈之半徑應爲若干釐？

(51.4) 一電流計之電阻爲100歐姆，今欲配製數個分流器，以使電流計中所通過之電流僅爲總電流之$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{100}$，或$\frac{1}{1000}$，問分流器之電阻各若干？

(51.5) 若用圖(316)之接法以測某電流計之常數，所用之各值如下：E=2伏特；R=5000歐姆；S=500歐姆；G=500歐姆；P=1歐姆。若所得之偏轉爲5糎而標度距反射鏡之遠度爲50糎，問此器之常數爲何？

(51.6) 一伏特計之最大指示爲3伏特，其電阻爲300歐姆。今欲增大其有效範圍至150伏特，問所用倍加器之電阻若干？

(51.7) 一安培計最大指示爲0.1安培，其電阻爲1歐姆。今欲增加其有效範圍至30安培，問所用之分流器之電阻若干？

(51.8) 一安培計之電阻爲0.1歐姆，其最大指示爲0.15安培，今用之以量最大值爲15伏特之電壓，問應配置之倍加器，其電阻若干？

(51.9) 一電流計之電阻爲25歐姆。當其所通過之電流爲0.002安培時，其偏轉爲一度。今用之以作安培計，若每度偏轉須等於1安培，問應如何配接？若用之以作伏特計，而每度偏轉須等於1伏特，問應如何配接？

(51.10) 有100歐姆之電阻與一500歐姆之電阻串聯於一電池之兩端。今以一伏特計量100歐姆電阻兩端之電壓，問其電阻之值最少應爲若干，方不至使此兩端之電位差改變千分之一？

(51.11) 今有電阻約爲200歐姆之導綫而欲藉一伏特計及安培計量其電阻。伏特計之電阻爲300歐姆，安培計之電阻爲1歐姆，所用之電壓則爲2伏特。試作圖以表示應用之接法，並計算用$R=\frac{V}{I}$方程所得結果之誤差。

(51.12) 設用圖(323)之方法以量電池之電勢及內阻時，當電鑰K開啓時，伏特計之指示爲1.01伏特，當電鑰關閉之後，其指示爲0.10伏特。若R_v=200歐姆，R=2歐姆，問電池之電勢E與其內阻R_i各若干？

(51.13) 一平行平面蓄電器之有效面積爲2000方糎，其兩面之距離爲0.1糎。

兩面間介電質之介電係數爲 8，今加以 10 伏特之後而令其放電於一衝擊電流計。若此電流計之週期爲 20 秒，而所得之最大偏轉爲 10 糎，問當其恆定偏轉亦爲 10糎之時，其所通過之恆定電流爲若干安培？

（51.14）試列舉實用系統之各單位，例如庫倫，伏特，安培，歐姆，法拉，焦耳，及電磁系統與靜電系統各單位之相互的關係。

（51.15）設有兩平行之直電線，其距離爲 10 糎，線中之電流爲 10 安培，問其每糎長互生之力如何？試作簡單之磁力線以表示其互生力之方向。

第五十二章　電磁感應

(52.1)　電磁感應現象　前數章所討論者，多爲電流所生各種效應，至於產生電流之方法，則僅述及電池一項。本章當進而討論將機械的能，或磁能，化作電能之方法與原理。此種發生電流之方法，首經 Henry 在 1830 年發見；其翌年 Faraday 亦獨立的發見此現象。Faraday 用實驗證明在完閉電路中，可用下述三種方法以產生電流：—

(1) 移動在電路鄰近之磁鐵；

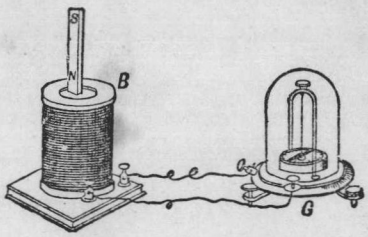
(2) 移動在電路鄰近之另一通有電流之電路；

(3) 變更在電路鄰近之另一電路中之電流。

Faraday 名此種效應爲電磁感應 (electromagnetic induction)，其所產生之電流則名爲被感應之電流 (induced current)。在實用上，電磁感應現象占有極重要之位置，蓋各種用電工程及設備莫不以此爲基礎，而各種電動機，發電機以及電話等莫不利用此原理。今請先述 Faraday 所作之各實驗。

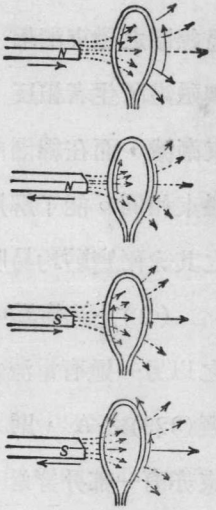
(52.2)　Faraday 之實驗

(1) 聯一線圈 B 於一靈敏電流計 G，握一條形磁鐵，迅速將其北極塞入圈內圖(328)，



第三二八圖

則見電流計之指針，向一方轉動。此即表示電路中有相當之被感應電流。磁鐵既在圈內之後，若急速將其取出，則電流計之指針，將向反對方向轉動。此表示此次所應感之電流，其方向與前次所感應者相反。若詳細考究電流之方向，則知當引進北極時，如沿磁軸之方向觀察（即自南極至北極）之，則線圈中電流之方與時針之轉動方向相反；反之，當取出北極時，電流之方向，乃與時針轉動之方向一致。又若引進或取出者係磁鐵之南極，則所得之電流，其方向與移動北極時相反。作此實驗時，可注意下述數點：（a）被感應電流之產生與否，僅視線圈與磁鐵有無相對的運動，至於孰爲靜止孰在運動，則可不計；（b）電流通行之時間僅限於線圈與磁鐵有相對的運動之時；二者相對之運動一行停止，則電流亦停止；且相對的運動愈速，所生之電流亦愈大；（c）被感應電流之方向常使其所生磁場有阻止線圈與磁鐵之相對運動之趨勢。

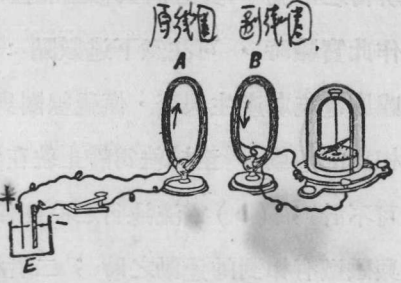


第三二八圖

上述實驗結果，以用磁力線表述之較爲簡明。磁鐵之磁力線，乃出自北極而入於南極，故若在磁鐵之鄰近處，放置一線圈，則必有一部分磁力線貫穿此線圈而過。當線圈與磁鐵有相對

的運動時，穿過線圈之磁束，亦因而變更；是以上述現象乃表示當穿過線圈之磁束變更時，線圈電路中即有電流通行。磁束變更愈速，被感應之電流亦愈大。此被感應電流之方向，有保持穿過線圈之磁束使其不變更之趨勢，故當磁鐵向線圈內前進時，穿過線圈之磁束漸增，而線圈內被感應電流所生之磁束，其方向遂與磁鐵所生者相反；反之，當磁鐵退出線圈時，穿過線圈之磁束漸減，而在線圈內被感應電流所生之磁束，其方向遂與磁鐵之磁束相同。能了解用磁力線表述本節所述之現象後，Faraday之其餘兩實驗均易明瞭。

(2)上述實驗中，磁鐵之功用不過供給相當之磁束，故若代之以另一通有電流之線圈，如圖(329)之A，則A所生之磁束亦有一部分穿過B線圈。今苟令A向B前進，則穿過B線圈之磁束增加，在B內被感應之電流，其方向遂與在A內電流之方向反背，蓋如此，B所生之磁束其方向始與A所生者相反，而穿過B線圈之總磁束，始有被保持不變之傾向。同理如令A離B後退，則穿過B之磁束減少，而在B內被感應之電流，其方向遂與在A內原有電流之方向一致。



第三二九圖

(3)上述實驗中，穿過B線圈之磁束，不限於A與B有

相對的運動時始有增減。例如在A線圈中聯一電鑰及電池，當關閉電鑰時，穿過B之磁束，將在短時內，自零增至一最大值。如是，在B內亦有被感應電流，使電流計指針向一方轉動。若開啓電鑰，則已穿過B線圈之磁束，即自最大之值，在短時內減至零。因此所生之被感應電流遂使電流計之指針向反對之方向轉動。此兩實驗中所用之A與B二線圈，常分名之爲原線圈(primary coil)與副線圈(secondary coil)。在原線圈之電流，名爲原電流，(primary current)或感應電流(inducing current)；在副線圈內之電流名爲副電流(secondary current)或被感電流(induced current)。依前段所述原理，當關閉電鑰時副電流之方向，與原電流之方向相反；開啓電鑰時則副電流之方向，與原電流之方向相同。

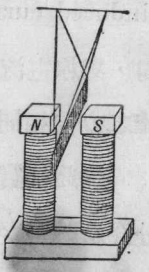
作此種實驗時，A與B之位置，須使自A所生之磁束有一部分穿過於B。爲增加被感應之電流起見，A與B兩線圈常同繞在一圓筒上。又A與B之形式不必定爲線圈，始有電磁感應作用。即兩平行之直電線亦能生電磁感應作用。在電話機中，常聽及他人之談話，是即亦因各導體互有電磁感應之故。

(52.3) Lenz定律 1834年，Lenz由其研究電磁感應現象所得之結果，推出一定律謂：當導體與磁場有相對的運動時，在導體中被感應電流之方向，係另生一磁場，以反抗二者之相對運動。此定律之實驗的證明，已如前節之第一及第二兩實驗所

述。其實 Lenz 之定律不過能量不滅定律之變相而已。蓋當導體與磁場有相對運動時，如所生之電流無阻止此運動之趨勢，則儘可不必費功，即可獲得電能，是顯與能量不滅之原理相背。

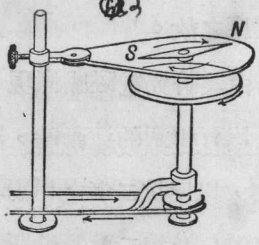
如被感應之電流，係因電流在另一線圈增減而發生者，例如上述之第三實驗，則Lenz定律亦可應用。不過在此種情形下，所發生之作用及反作用均爲電磁的，其相互的關係已詳於前節第三實驗中，茲不贅。簡言之，被感應電流之磁效與感應電流之磁效，乃互相反背者。

(52.4) 渦流　因電磁感應現象，置在變更磁場中之導體，常有渦流 (eddy current) 發生。此種渦流之電能，多散爲無用之熱；故爲減少渦流起見，在變更磁場中之導體，例如電機之電樞（見後 53.3節），變壓器之鐵心等（見後 53.3節），均用薄鐵片，上敷以油漆層疊而成，其用意即藉以增加渦流所遇之電阻而減小其值。渦流之方向，亦可由 Lenz 定律決定之。渦流阻止磁場與導體之相對運動，可用下述之實驗顯示之。



第三三〇圖

令一銅片在一電磁鐵間擺動（圖 330）。當未用電流以激發 (excite) 電磁鐵以前，銅片之擺動甚自由。但一用電流以激發磁鐵之磁性後，銅片之擺動即被阻止。此種效應在1824年時 Arago 已先

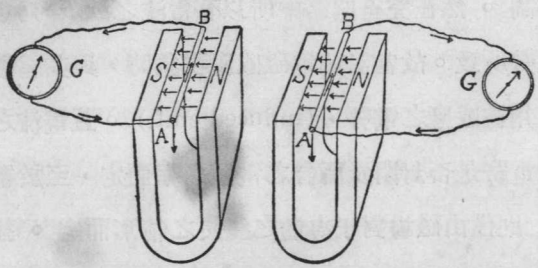


第三三一圖

察得。彼於一磁針之下，旋轉一銅盤（圖331）。如是銅盤中被感應之渦流遂產生一磁場，而使磁針隨銅盤以俱轉。

在電流計中，常利用渦流效應，以促其擺動之速停。例如尋常電流計之線圈，常繞在銅架上。如是則當線圈在永久磁場內擺動時，銅架中之電流有挫抑 (damp) 線圈擺動之趨勢。不但如此，即當線圈之兩端接成一完閉電路時，亦有挫抑其擺動之效應。不過因是而生之挫抑效應，視線圈電路中電阻之大小而定：電阻大則電流小而挫抑效應亦小；反之則較大。故如欲電流計速停其擺動時，最簡便之方法係在其兩端接一電鑰。關閉此鑰，則電流計之擺動立可停止。

(52.5) 右手法則 電磁感應現象固可藉穿過線圈之磁束的變更敘述之。有時，亦可用導體割切磁力線之概念以爲說。例如當一導體AB在一 U 形磁鐵中之磁場移動時，接於導體兩端之電流計亦指示電路中有相當的電流。在此種情況之下，常稱導線割切 (cut) 磁力線而生電磁感應作用。若磁場之方向如圖(332)所示，AB向下移動時，引用Lenz定律，在ABG電路中之被感應電流，其方向爲自A至B經



第三三二圖(甲) 第三三二圖(乙)

G而返於A。此方向不因電計係位在AB之左或右而異。換言之，當AB導線割切磁力線時，其中之被感應電流，實有一定之方向。例如磁力線方向如圖(332)，若AB向下移動，則被感應之電流自A而B；如AB向上移動，則被感應電流之方向即反是，而自B流於A。由此知被感應電流之方向，與磁場之方向，及導體運動方向，三者可以右手之食指，中指，及姆指互作直角以表明之(圖333)。假令姆指表導體運動之方向，M，食指表磁場方向，F，則中指必表示電流C之方向。此種法則與(51.4)節之左手法則相對應，常名爲右手法則(right hand rule)或發電機法則(generator rule)。

第三三三圖

(52.6) 被感應之電勢 上數節所述者乃完閉之電路，故常用被感應電流一詞。然在完全閉路中所以有電流之故，乃因電路中有相當之電勢所致。故當討論電磁感應現象時，與其言被感應之電流，勿甯用被感應之電勢，(induced emf.)。蓋電流之存在與大小，乃視電路是否封閉及所含之電阻多寡而定，至於被感應電勢之大小，則僅由磁場對于導體之變更之情形而定。換言之，不論電路是否封閉，或電路之電阻若干，被感應之電勢，在一定之情形之下，其值均爲一定。

被感電勢既爲驅使被感電流之勢力，故二者之方向當然一致。是以前節所述之右手法則，亦可用以判定被感電勢之方向。由實驗結果，Faraday 推定被感應電勢之大小，係與穿過電路磁束之變化率成正比，或與導體割切磁束之速度成正比。此定律可以下列方程表示之：

$$e=-K\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t}\cdots\cdots\cdots

向流動。經過 t 秒時後，在此電路中所產生之電能將爲 eit 爾格，e 及 i 均以電磁單位計。但如 AB 中有電流 i，磁場 H 對之所生之力爲 Hil，（l 表 AB 之長），其方向則爲向左如 f 矢所示。是以使AB右移 x=vt 距離所需之功爲 Hilx，是即化爲電路之電能 eit，即

$$eit = Hilx \quad \cdots\cdots (2)$$

或

$$e = \frac{Hlx}{t} = Hlv \quad \cdots\cdots (3)$$

但 lx（即 AA′B′B）表 ABCD 面積增加之值，故 Hlx 係表在 t 秒內，與 ABCD 電路相鏈之磁束所增加之值，即方程(1)中之（$\Phi_2 - \Phi_1$）。以此與方程(1)相較，即知若所用之單位爲電磁單位時，K 之數值爲 1。至於方程 (1) 中之負號，其意義已見前節，茲不重述。若僅求被感應電勢之數值而不究其方向，且以伏特計算之，方程(1)即可書爲：

$$E = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} \times 10^{-8} = Hlv \times 10^{-8} \text{ 伏特} \cdots (4)$$

對於此公式吾人須注意下述兩點。（1）在推求此公式時，ABCD 平面係假定其與 H 正交，故 AB 移動之方向，即 v 之方向，亦與 H 正交。如二者非正交則當僅用 H 與 ABCD 平面正交之部分計算之。例如當 H 與 v 之方向作 θ 角時，被感應電勢之數值則等於：

$$E = Hlv \sin\theta \times 10^{-8} \text{ 伏特} \cdots\cdots (5)$$

（2）如此中之 v 係一定不變者，則 E 之價值亦爲一定不變之

值。若 v 依時刻而變，則 E 之價值在各時刻亦不同，而自 $E=\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t}10^{-8}$ 公式所計得之值，則可視作在 t 秒內被感應電勢之平均值。

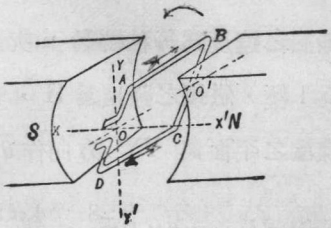
最後，讀者須更注意本節所用之電路，僅有一圈導線。在實際問題中，電路多包含多圈導線。在此種情形之下，每圈線當視作一個電路，若共有 N 圈線串聯一處，則被感應電勢即等於 N 個電勢相加。如各線圈所占之位置不過大，則穿過各圈之磁束，均可視作同值，而 Faraday 之公式應書作：

$$e=-\frac{N(\Phi_2-\Phi_1)}{t}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

在此式中之 N Φ 乘積，常名爲磁束鏈數(flux linkage)。

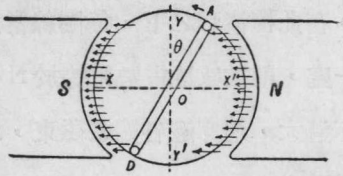
(52.8) 線圈在均勻磁塲中轉動時所生之電勢 在許多實用設備中，電勢之產生，乃由一線圈在均勻磁塲內轉動而來。今先討論所生電勢之大概情形，然後再引用前節結果以求所得電勢之公式。

令圖 (335) 表線圈 ABCD 在兩磁極 NS 間旋轉，OO′ 爲線圈之旋轉軸線。當 AB 在X′，CD 在 X 時，AB 及 CD 之移動方向與磁塲之方向作 90° 度角，故在此時，二者割切磁束之速度爲最



第三三五圖甲

大，而其所生之電勢遂亦最大。當其轉過90度角時，即轉到Y及Y′時，二者運動之方向與磁場方向一致，故在此時，二者均不割切磁力線，而其所生之電勢遂爲零。在 AB 與 CD 中間之電勢，其方向可用右手法則決定之。當 AB自 Y向 X而轉至 Y′時，被感應之電勢，其方向均爲自 A 向 B；同時 CD自Y′轉至X′而至於 Y，其電勢方向乃自C向D。故無論在何時，AB及CD 內所生之電勢均爲同向。至於線圈上之AD與BC 兩段，其運動方向則與磁場平行而無被感應電勢。因此，在ABCD線圈內所產生之電勢，當線圈由 YY′轉至XX′時，其價值自 O 增至一最大值；自 XX′ 轉至 Y′Y 時，乃自此最大值減至 O；自 Y′Y 轉至X′X時，乃由 O 增至反方最大值，再自 X′X 轉至 YY′ 時，則復自反方最大值漸減於 O，如是週而復始，遂成一有規則之交替變向之電勢，(alternating emf)。

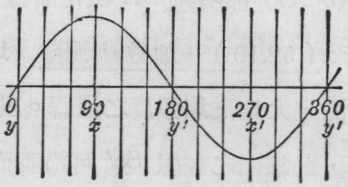


第三三五圖乙

此交替變向電勢與線圈所在之位置，有甚簡單之關係。假設線圈之速度爲每秒轉動 n 次，其半徑爲 r 糎，AB與CD之長度各爲 l 糎，磁場之强度爲 H，則線圈之直線速度爲 $v=2\pi rn$ 故當線圈之平面與 YY′ 方向作 θ 角時，依公式(5)被感應電勢爲

$$E=2Hlv\sin\theta\times10^{-8}=\frac{4\pi rlHn}{10^8}\sin\theta=E_m\sin\theta \cdots\cdots\cdots(7)$$

式中 E_m 所代表之 $\frac{4\pi rlHn}{10^8}$，乃線圈在 XX′ 時被感應電勢之伏特數。自此公式，即知在上述情形下，被感電勢之價值，係按一正弦曲線而變化如圖（336）。



第三三六圖

線圈既以一定之速度轉動，則轉角 θ 與時間成正比。故圖中橫坐標亦可視作與時間 t 成正比。總之，一線圈在均勻磁場中，以一定之速度轉動時，被感應之電勢，乃依一定之週期而交替變更其價值；此交變電勢乃時間之諧和函數（harmonic function），可用如圖（336）所示之正弦曲線表明其在各時刻之價值。

（52.9） 被感應電量 既知被感應電勢之價值，則引用 Ohm定律，即可計出在電路中被感應電流之大小，及其在短時間內所感應之電量。假令電路之電阻爲R，在t秒時內，電路之磁束鏈數之變更爲 $N\Phi$，被感應電勢之數值既爲 $e=\frac{N\Phi}{t}$，故被感應之電流當爲

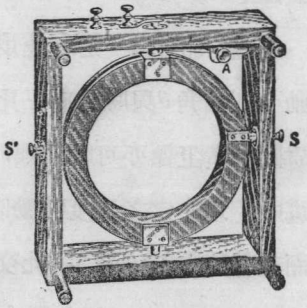
$$i=\frac{e}{R}=\frac{N\Phi}{Rt} \quad \cdots\cdots (8)$$

而在 t 秒時內所生之電量遂爲

$$q=it=\frac{N\Phi}{R} \quad \cdots\cdots (9)$$

q之價值可用衝擊電流計測定之。知此，則 $N\Phi$ 之價值亦可由已知之R值計出。今舉兩例以表明利用被感應電勢以測定磁場强度及(50.11)節所述 BH 磁化曲線之法則。

(52.10)　地磁感應儀　地磁感應儀 (earth inductor)乃用以測定大地磁場强度之儀器。其重要部分，爲一個包含多匝之線圈，此線圈之軸線 SS′ 可沿垂直或水平方向而旋轉(見圖 337)。倘若線圈之平面與地磁子午線成直角，且其軸線 S′S 係垂直，今令之旋轉 180度，則穿過線圈之磁束，當自一最大值減爲O，而復增至反方之最大值。假令H表大地磁場之水平



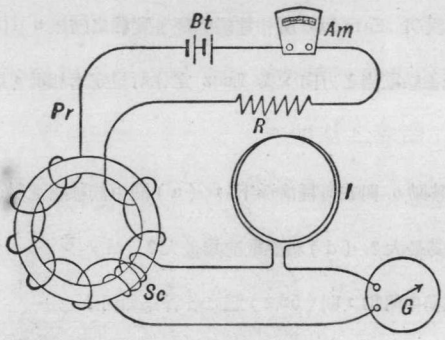
第三三七圖

强度，A表線圈所圍繞之面積，R爲線圈電路中之總電阻，N爲線圈之匝數，則所得之電量爲

$$q=\frac{2HAN}{R}\cdots\cdots(10)$$

如用衝擊電流計以測定此電量q，則 H 之價值可由此公式計出之。同理，如將線圈平置而令其軸線 S′S 爲水平而旋轉之則上式中H當代以大地磁場之垂直强度V。知H及V，則大地磁場之總强度，及地磁之傾角均可算出。

(52.11)　磁感之測定　用電磁感應原理，可直接求得(50)章所述之 BH 磁化曲線。此法用一環形樣本，上繞以兩線圈如圖(338)。在原線圈 Pr 之電路中，串聯一安培計 (Am) 與相當之可



第　三　三　八　圖

變電阻R，及電池Bt，復在副線圈 Sc 之電路中，聯一地磁感應儀 I，及一衝擊電流計 G。當變更原電路內電流以變更磁化力 (magnetizing force) H時，鐵環內之磁束 Φ，將即隨之而變更。磁束變更之大小，可用前節原理由衝擊電流計之指示求之。爲便於實驗起見，次電路中，常聯有地磁感應儀，或他種設備，以便計算衝擊電流計之常數。自磁束所變更之值 $\Delta\Phi$，與環之截面積 A，即可計得所變更之 ΔB。至於在某時之磁化力 H，則可由原電路每糎長之匝數 N，及安培計所指示之安培數 I_1 得之，因

$$H=\frac{4\pi NI_1}{10} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (11)$$

欲求 BH 曲線時，可先令電流爲零，然後漸次遞增之。每增加電流一次，即由衝擊電流計之指示，計算所增加之 ΔB，如是，在某時之磁感總值，即等於在該時前所有各次 ΔB 值之總代數和。落後迴線亦可用此法直接求得之。

第五十二章　問題

(52.1) 試敍述電磁感應現象。

(52.2) 試以磁束變更之情形說明 Faraday 所作電磁感應各實驗之結果。

(52.3) 何謂 Lenz 定律？若被感電流之方向，與 Lenz 定律所規定者相反，問結果將如何？

(52.4) 一圈線在均勻磁場中移動。問在何種情形下，(a)圈中無被感電勢？(b)圈中無電流？(c)被感電勢爲最大？(d)被感電流爲最大？

(52.5) 若此圈線係在均勻磁場中轉動，則(52.4)題之各答案如何？

(52.6) 何謂渦流？

(52.7) 欲促電流計擺動之速停，常用何法？

(52.8) 當導體在磁場中割切磁力線時，其中被感電勢之方向，與磁場及移動之方向可以右手法則表示之，試申述此法則。

(52.9) 被感電勢之價值若何？試舉一簡單之例而推證之。

(52.10) 何謂磁束鏈數？

(52.11) 在均勻磁場中轉動之線圈，其被感電勢之值與線圈位置之關係若何？

(52.12) 當與線圈相鏈之磁束自 $N\Phi_2$ 變至 $N\Phi_1$ 時，在線圈內被感電流之值，各時刻雖不等，然其中通過之總電量則與 $N(\Phi_2-\Phi_1)$ 作正比例，試證之。

(52.13) 何謂地磁感應儀？其功用何在？

(52.14) 試略述測定磁感之方法，及求鐵環之 BH 磁化曲線之步驟。

第五十二章 習題

(52.1) 設在圖(334)之 ABCD 電路中，置一電流計及一電鑰。若此電路之總電阻爲 4 歐姆，H 爲 5000 高斯，AB 長爲 40 糎，其被感電勢爲 1 伏特，試求；(a)AB

移動之速度；(b)關閉電鑰後，電路中之電流；(c)所加於 AB 之力及所作之功(d)當 AB 行5糎後電路中所流通之電量。

(52.2) 若代前題中之電流計以一電池，其電勢爲 1 伏特。電路之總電阻爲 4 歐姆，而AB之質量爲10克，問其起始之加速度如何？當 AB 之速度達每秒 100 糎之值時，問其加速度及其中之電流各若干？

(52.3) 設在某處地磁總強度爲0.6高斯，其傾角爲 60°，今有自東而西之電線水平的下落。若其長度爲100糎，其速度爲每秒50糎，問其兩端之被感電勢若干？

(52.4) 一垂直懸掛之圓的線圈，直徑爲40糎，匝數爲 100，以其垂直之直徑爲軸而旋轉，每秒轉動 5 次。若地磁之水平強度爲 0.2 高斯，問其中之被感電勢之最大值若干？

(52.5) 設有圓形線圈，直徑爲 30 糎，電阻爲0.5歐姆，匝數爲 50。若當其自與磁場作直角之位置轉至與之平行時，其所流通之電荷爲0.015庫侖，試計磁場強度H之值。

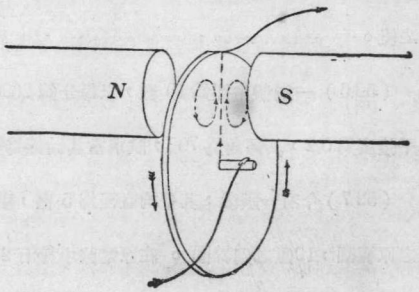
(52.6) 一銅盤半徑爲 10 糎，以每分鐘 2000 次之速度旋轉於其軸線。若地磁之水平強度爲 0.2，其傾角爲 70°，試求當其軸線爲垂直時自其中心至其邊沿之電位差。

(52.7) 今有一鐵環，其平均直徑爲 5 糎，環之截面積爲 2 方糎，環上繞有 500 匝之原線圈，10匝之副線圈。在原電路中接有 2 伏特電池一具，原電路之總電阻爲 20歐姆，副電路之總電阻則爲 20 歐姆。設當原電流自其一方之最大值變至他方之最大值時，副電路所流通之電量爲10^{-4}庫侖，試計：(a)副電路磁束鏈數之變更；(b)環之磁感，(c)環之導磁率。

第五十三章 電機

(53.1) 電機之種類 電機 (dynamo) 可分爲發電機與電動機兩大類。將機械的能變爲電能之機器，名爲發電機(electric generator)，將電能變爲機械能之機器，則名爲電動機 (electric motor) 。電機係發生或使用方向不變之電流者，名爲直流電機 (direct current dynamo)。如係發生或使用依一定律例而交替變更其方向之電流，則名爲交流電機 (alternating current dynamo)。

(53.2) Faraday 之盤形電機 最簡單之電機，莫過於 Faraday 之盤形發電機，(disc dynamo) 。機爲一圓銅盤 (圖 339)，在一 U 形磁鐵間旋轉；盤之中心及邊沿各置一銅刷與盤接觸，以備聯接於外部電路。此式電機之盤，可視之爲有許多導體沿盤之各半徑而分布。此諸



第三三九圖

導體之內端均聯接於中心，其外端則互相聯接於盤周。如是，當盤旋轉時，盤之各半徑次第割切磁力線，而與盤中心及邊沿接觸之兩刷，遂生相當之電勢。此電勢之方向，可用右手法則決定

之，其價值則可由(52)章之方程(4)推算之。設磁場强度爲H，盤之半徑爲r，每秒旋轉次數爲n，則各半徑割切磁力線之平均速度爲

$$v = \frac{1}{2} \times 2\pi rn = \pi rn \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

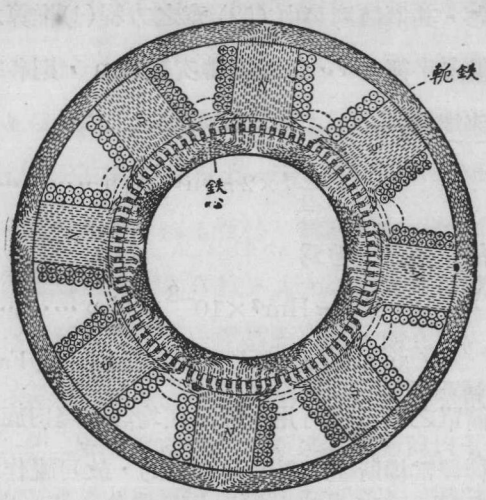
故所生之電勢爲

$$E = \pi Hnr^2 \times 10^{-8} \text{ 伏特。} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1a)$$

(53.3) 電機之電樞與磁場 除Faraday之盤形電機外，簡單之發電機可用一線圈在均勻磁場內旋轉如(52.8)節所述。此種發電機所生之電勢乃交變的，故可視作最簡單之交流發電機。現今所用各種電機，多由簡單交流發電機蛻化而來。電機之主要部分，可分爲電樞線路(armature circuit)與磁場線路(field circuit)，今分別討論之。在發電機中，電樞線路，乃產生電勢之部分，同時並通過主要電流；在電動機中，電樞線路通過主要電流，同時並產生一反電勢(counter emf)以反抗主要電流之通行。爲增加電流與電勢起見，尋常電機之電樞線路，係由許多線圈，依相當方法，繞於鐵質電樞上組成之。至於電機所需之磁場，可由永久磁鐵，或電磁鐵供給之。用以激起磁場之線路，是爲磁場線路。

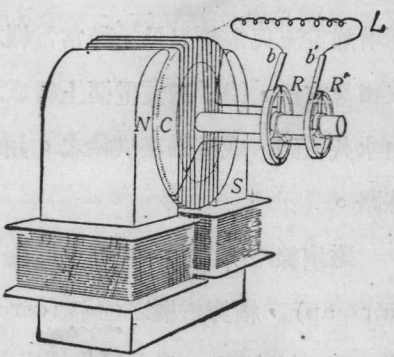
磁場線路所生之磁束自一北極出發，越電樞與北極間之空隙(air gap)，橫穿電樞之鐵心(core)後，再越電樞與南極間之空隙，而入於南極。自此乃沿機床之軛鐵(yoke)，復歸於北極，

而完成磁路（見圖340）。此磁路之磁阻，其值視電機各部分鐵質之特性，及電樞與磁鐵間空隙之長短及大小等而定。爲免除太大之磁阻起見，空隙須減至最短程度。電樞所以用鐵作心之理由，亦爲此故。但電樞鐵心，係在磁場內轉動，故有渦流通行，而爲減少渦流起見，此等鐵心多用面上塗有絕緣質之薄鐵片層疊而成。各電機之磁極數目，自一對以至於數十對不等。在多極電機（multipolar dynamo）中，南北各極均爲相間的分布；換言之，即兩個鄰近磁極之磁性各相反，（圖340）。



第三四〇圖

（53.4）　交流電機與直流電機之異同　交流電機與直流電機，其磁場與電樞之結構相差無多。茲略說明二者之異點。在

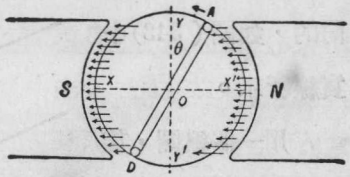


第三四一圖

較小之交流電機中，電樞部分多爲轉動者，而磁場部分則多爲靜止者，圖(341)。如是，電樞上各線圈，互相聯接之後，須提出兩端或數端，以與在樞軸上之兩個或數個隨軸轉動之滑環R, R′ (slip ring)聯接。此數個滑環與在電機架上所裝置之靜止刷子b, b′(brush)接觸。外界電路L即藉此數刷與電樞通聯。至於磁場線路所需之直流，可自直流電源直接聯於線路之兩端以供給之。

在較大之交流電機中，電樞部分多靜止，而其磁場部分則爲轉動的。磁場線路之兩端，各分別聯接於兩滑環，藉滑環上之刷子以與直流電源通聯。電樞既爲靜止的，故在其上之線圈互相聯接後，不必再經滑環，即可與外界電路聯通。

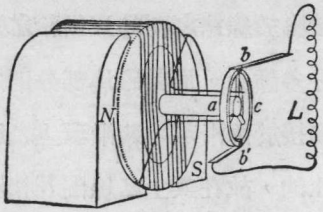
線圈在均勻磁場內轉動而生之電勢，既係交變的，故欲得直流電勢，須用相當之設備，以矯正此電勢之方向，使其在機外電路中，能均向一方流動。此種設備，名爲整流器(commutator)。如直流電機之電樞係轉動的，則整流器亦爲轉動的，而與之接觸之刷子則爲靜止的。反之，如電樞係靜止的，整流器亦爲靜止的，而刷子則須轉動。欲知整流器之功用，請考究線圈旋轉於磁場中時，其兩端電勢之情況。假令線圈(圖342)之AB邊自Y轉至Y′, CD邊自Y′轉至Y，此時線圈兩端之電勢，均自A經B及C而至於D。惟轉



第三四二圖

過 Y′Y後，線圈兩端之電勢之方向則反此，如圖(343)虛線所示。今若當 AB邊轉至Y′,CD轉至 Y時，線圈外邊電路本與A點聯接之一端，忽接於D點，同時本與D點聯接之一端，忽接於A點，則在外界電路兩端之電勢均向一方。此電勢與時間之關係，即圖中正弦曲線下半節倒向所成之曲線(圖343實線)。

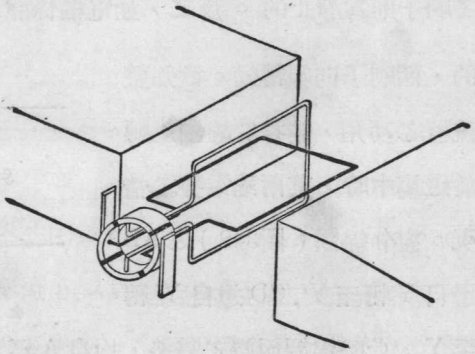
第三四三圖



第三四四圖

爲達到此目的起見，可用一個由兩半圓形環，中隔以絕緣質，製成之整流器，以代簡單交流發電機所用之滑環，如(圖344)中之a及c。前此所用之兩刷子b及b′,則置於環之一直徑之對方，使各與一半環相接觸。當線圈中之電勢爲零時，兩刷子之接觸點立即由一半環上，換至其他半環上，於是在外界電路兩端之電勢，遂爲單向的，如圖(343)中實線所示。

用一個線圈，旋轉於磁場中，其所生之電勢，雖可用整流

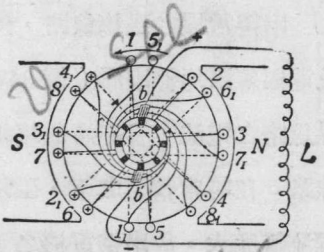


第三四五圖甲

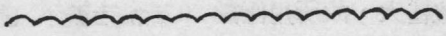
器矯正其方向，但所得之結果尚多凹凸，而非恆定不變。故爲減少電勢之起伏起見，可用兩個互作90度角之線圈及由四象限組合而成之整流器如圖(345)甲。此整流器對方兩象限各接於一個線圈之一端。如是，在兩刷子處所生之電勢遂如圖(345)乙中實線所示。若增加

第三四五乙

整流器之片數，及電機中所用之線圈數目，而聯接之如圖(346)甲，則在b與b′處所得之電勢亦較爲恆定如圖(346)乙。實用電機之整流器，均係由多數之銅條，中隔以絕緣質組成。至於刷子之數目，



第三四六圖甲



bb′之電勢
即八個串聯
線圈之電勢

每個線圈中之電勢

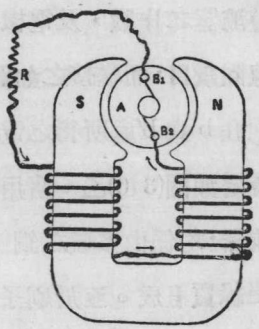
第三四六圖乙

則視電機之磁極數目，及電樞各線圈之聯接法而定，茲不申述。

(53.5) 直流電機聯接法 在交流電機中，磁場線路所需直流，必另由直流電源供給之。直流電機既能供給直流電勢，故

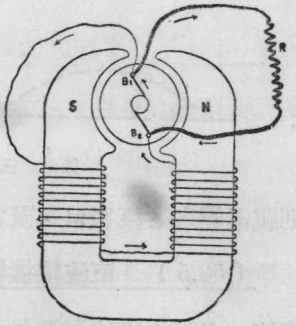
其磁場線路所需之電流，亦能由其自行供給，不必外求。因此，直流電機除用永久磁鐵者外，又分爲自激 (self excited) 與另激 (separately excited) 兩種。在另激電機中，電樞線路與磁場線路完全獨立，不相聯接；至於自激電機，因磁場線路之聯接方法，又可分爲串捲 (series wound)，並捲 (shunt wound) 與複捲 (compound wound)三種。

串捲電機之磁場線路，外界線路，及電樞線路均係串聯（圖 347）。故外界線路之電流，皆經過磁場線路與電樞線路。在尋常情形之下，磁場線路中之電流既頗大，故串捲電機之磁場線路，須用較粗大之導線，以免所耗費之電能太大。惟因激磁電流甚大，故所用匝數亦可以較少，即能獲得所需之磁場强度。



第三四七圖

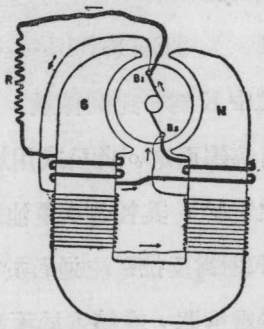
在並捲電機中，磁場線路與外界線路並聯（圖 348）。如是縱使無外界線路，電樞兩端之電勢，亦可使電流通過磁場線路。此電勢之值常頗大，故爲減少磁場線路所耗費之電能起見，並捲電機之磁場線路須用較細小之導線。其激磁電流



第三四八圖

既不甚大，故線圈之匝數，必須加多，方能獲得所需之磁場强度。

在複捲電機中，磁場線路有一部分與外界線路串聯，亦有一部分與之並聯（圖349）。串聯部分圈數較少，導線較粗，並聯部分，則圈數較多，導線較細。聯接此兩部分時，可使其所生之磁場方向一致或互相反背；前者名爲累加的複捲法（cumulative compound）後者則名爲差減的複捲法（differential compound）。



第三四九圖

以上三種直流電機，各有其特點，其應用之處，亦各不同。本書對於此層，將略述其大概。惟在未說明各直流電機之特性以前，請先討論電機中被感應電勢，與速度，及激磁電流之關係。

（53.6）電機之電勢　當長 l 糎之導體，以每秒 v 糎之速度，割切磁力線時，在其兩端之被感應之電勢，等於

$$E = Hlv \sin\theta \times 10^{-8} \text{ 伏特} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

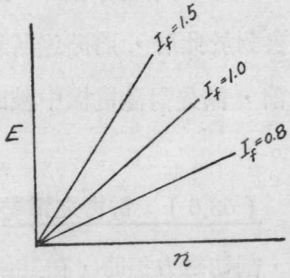
此公式亦爲電機各線圈在磁場中轉動時，其中各導體兩端所生之電勢。各線圈互相聯接之後，各導線所生電勢，依聯接法，互加而成一個或數個之電勢，此種情形與混合聯接許多電池後所生之

電勢頗相似。在一定電機中，各個導線所生之電勢，既與磁場强度 H，(在空隙中 H=B) 及導線之速度 v 成正比，故電機之被感應總電勢亦與磁極中之磁感 B，及電機每分鐘轉動數 n 成正比，即

$$E=KBn \quad \cdots\cdots (2a)$$

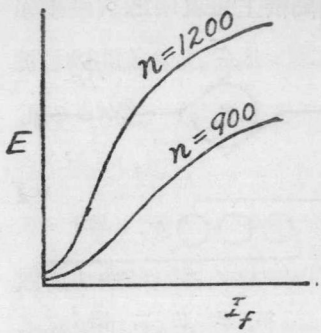
式中 K 爲一比例係數，其值視電樞之大小，各線圈之接法及數目等等而定。此公式用於發電機時，即爲驅送電流於負荷電路中之電勢，其性質與電池放電時之電勢相同；若用於電動機時，E 則爲反抗電流通過於電樞線路之反電勢，其性質則與通電流於電解器，或儲電於蓄電池時所遇之反電勢相同。

自此式觀之，可知用一定之 B，卽一定激磁電流 I_f 時，若電機之速度愈高，所生之電勢亦愈大。圖(350)所示各直線卽表此關係。若速度不變，E 與 B 亦成正比。惟電機磁極中之 B，與激磁電流 I_f 之關係乃與(50.11)節所述之 BH 磁化曲線之形式相同。故當電機之速度不變時，激磁電流與E之關係，略如圖(351)各曲線所示。此種曲線常名爲電機之磁化曲線(magnetization curve)或飽和曲線(saturation curve)。



第三五〇圖

(53.7)　發電機之電勢與機端電壓之區別　當發電機供給



第三五一圖

電流時，在機內之電樞線圈及串聯之磁場線圈，均有相當之電位降落。此與電池供給電流時，亦需相當之電位以克服其內阻同理。是以發電機之電勢，可視爲機兩端之最大電位差，即發電機不供給電流時，其兩端之電位差。當發電機供給電流時，在其兩端之電位差，悉較其電勢爲小。茲爲簡便起見，名此值爲機端之電壓 (terminal voltage)。以方程式表之，電勢 E，機端電壓 V_t，與機內阻 R_i 之電位降落 R_iI 有下列之關係：

$$E=V_t+R_iI \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

實際上，用(51)章之伏特計時，所能直接量得者，乃機端之電壓 V_t，而非電勢E。但如亦知發電機之內阻 R_i，(包括機內一切與電樞串聯之電阻)，與所供給之電流 I，則 E 之價值，即可由此公式計出之。此公式與(49.2)節所述電池電勢之公式(1)完全相似。故實際計算電機之電路時，均可用相當之電池及電阻代替電機。在發電機兩端之電壓，即爲外邊電路(此後稱之爲負荷電路)兩端之電位差。此電壓 V_t 既因電機所供給之電流 I_1 之大小，而變更，故某種發電機對於某種應用，是否合適，即視 V_t 與 I_1 之關係而定。此關係名爲發電機之外部特性 (external

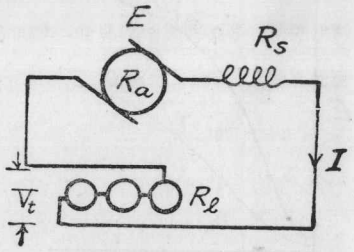
characteristic)，常用曲線繪於坐標圖紙上以表明之。

(53.8) 串捲發電機之外部特性

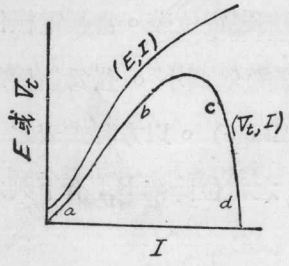
在串捲電機中，激磁線路與電樞線路，均與負荷電路串聯，如圖 (352)。故負荷兩端之電壓 V_t 等於：

$$V_t=E-I(R_a+R_s) \cdots\cdots (4)$$

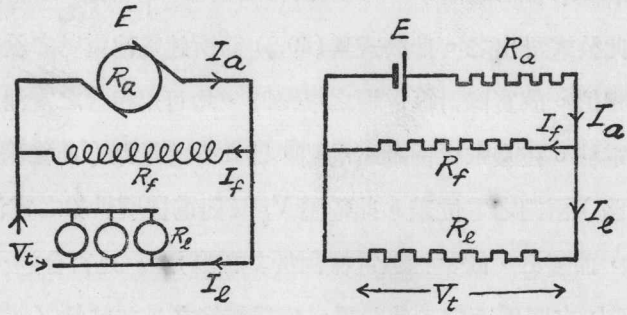
式中 R_a 表電樞線路之電阻，R_s 表串聯磁場線圈之電阻。在此式中之 E 乃 I 之函數，其關係略如圖 (353) 所示。故串聯電機兩端之電壓 V_t，在一定速度之下，起初隨所供給之電流 I 以增加，迨至電機之磁鐵呈飽和狀態時，則 E 之值不復增大，而 $I(R_a+R_s)$ 之值却仍舊增加，以是，此後 V_t 之增率漸慢，迨 V_t 經過一最大值後，乃反而減少。除 $I(Ra+Rs)$ 之影響外，電樞線圈所生之磁場，亦有減少激發磁場之作用，故串捲發電機之特性略如圖 (353) 所示。此特性曲線自 c 點至 d 點之部分，爲尋常應用部分。在此部分內，機端電壓雖有頗大之變更，然所供給之電流，其變更並不多。因此，串捲發電機常用於需要恆定電流之設備中，如弧燈之類。



第三五二圖



第三五三圖



第三五四圖

(539) 並捲發電機之外部特性 並捲發電機之磁場線路，係與負荷並聯，其情形頗似一電池 E 供給兩並聯之電阻，如圖(354)乙。引用 Kirchhoff 第一定律，通過電機電樞線路之電流I_a，係等於負荷中電流I_l，與激磁電流I_f二者之和，即

$$I_a=I_l+I_f \quad \cdots\cdots (5)$$

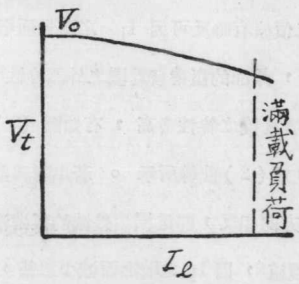
引用 Kirchhoff 第二定律，則得：

$$E=R_aI_a+V_t=V_t+R_aI_f+RaI_l \quad \cdots\cdots (6)$$

化此式即得；

$$V_t=(E-I_fR_a)-R_aI_l=V_o-R_aI_l \quad \cdots\cdots (7)$$

此中之 V_o 表當電機外無負荷時，機端之電壓。由此觀之，負荷電流I_l增加，並捲發電機兩端之電壓 V_t 自一定價值 V_o 逐漸減少。若 $(E-I_fR_a)$ 之價值不因 I_l 而變更，則 V_t 與 I_l 之關係顯然爲一直線，但實際上，因電樞磁場所生之反作用，$(E-I_fR_a)$之價值，遂因 I_l 之增加而略減少，故實際之並捲發電機，其特性非一簡單直線所能表示。圖(355)表此種特性之形式。



第三五五圖

並捲發電機兩端之電壓 V_t，雖因 I_l 之增加而減少，惟其所減少之價值，均不甚大，其值約爲 V_o 之百分之五至十，故爲需要恆定電壓之設備所常用，例如尋常之電燈，電爐等等。

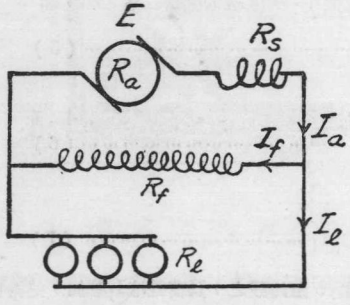
(53.10) 複捲發電機之外部特性 複捲發電機之磁場線路，有一部分與負荷串聯，又有一部分與之並聯，如圖(356)。引用 Kirchhoff 各定律即可求得下列數方程；

$$I_a=I_f+I_l \quad \cdots\cdots (8)$$

$$E=I_a(R_a+R_s)+V_t \quad \cdots\cdots (9)$$

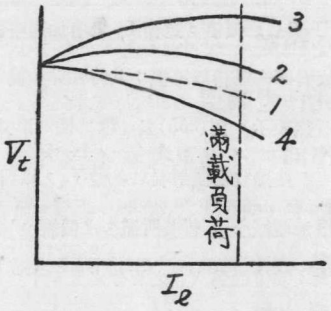
故　$V_t=E-I_l(R_a+R_s)-I_f(R_a+R_s)$

或　$V_t=V_o-I_l(R_a+R_s)$ …… (10)



第 三 五 六 圖

式中之 $V_o=E-I_f(R_a+R_s)$ 亦可視作發電機無負荷時機端之電壓。此公式與公式（7）頗相似，但有一不同之點：即當 I_l 增加時，在並捲發電機中之 E 稍減少，而在複捲發電機中，E之價值，則視串捲與並捲兩線路所生之磁場之方向而定。若二者所生之磁場方向係一致，即電機用累加的複捲法，則 E 之價值之減少，可較僅用並捲線路時稍慢，在此種情形下，若串捲線圈之影響甚大，則 E 之價值有時反可因 I_l 之增加而增大。因此，累加的複捲發電機之外部特性，較並捲發電機之特性略高，有如圖 (357) 中 (3) 或 (2) 曲線所示。若串聯與並聯磁場之方向相反，即電機用差減的複捲法，則E之價值，因 I_l 之增加而減少愈甚，故 V_t 與 I_l 之關係有如 (4) 曲線所示。

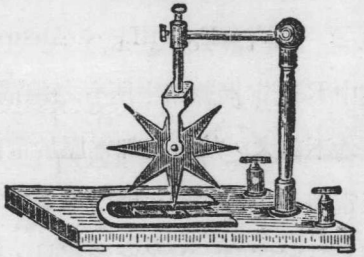


第 三 五 七 圖

累加的複捲發電機之特性之下垂，較之並捲發電機之特性之下垂少，故用於需要一定電壓之設備中，實更爲完美。差減的複捲發電機通常多不用。

(53.11) Barlow 齒輪　利用通電流之導體與磁場所生之效應，可將電能變爲機械能。此種機器名爲電動機。最簡單之電動機乃將 Faraday 盤形電機外加以電流。不過爲減少接觸點之

摩擦阻力起見，Barlow 用一齒輪與鎒池接觸。輪爲星形之金屬片，支於橫軸上，可以自由旋轉，（圖 358）。輪下之齒端，沈沒於置在 U 形磁鐵中間之鎒池。如是，磁鐵所生之磁力線與輪盤正交。當電流自輪軸流至鎒池時，輪卽因電磁作用而旋轉。旋轉之方向，可用左手法則決定之。



第 三 五 八 圖

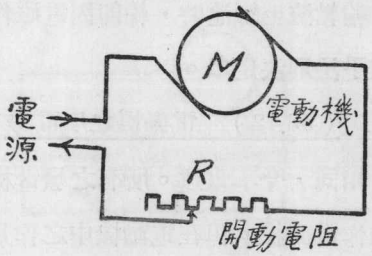
（53.12）　電動機之反電勢　電動機之構造，與發電機完全相同，今不重述。所有之發電機，若外加以相當之電勢，卽可用作電動機。但在電動機中之作用，與在發電機中所生者，迥然不同。外加電勢於電機兩端，當機轉動時，在電樞線路中各線圈卽有一相當之電勢，反抗電流之通行。此電勢名爲電動機之反電勢，（counter emf of a motor）其價值 E_c 亦可由公式（2a）推算，卽

$$E_c = KBn \quad \cdots\cdots\cdots\

壓 V_t，三者之關係遂爲：

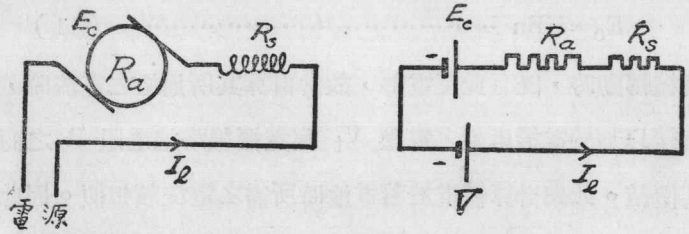
$$V_t = E_c + RI_a \quad \cdots\cdots (12)$$

式中 R 表電樞線路中所有之總電阻。在尋常之電機中，R 之價值均不甚大，故當初加電壓於電動機時，電動機之速度爲零，其反電勢 E_c 亦爲零，而所通過之電流可達頗大之值。是以爲減少開動電動機時所需之電流起見，起初所用之電壓不可過大。通常多先用一可變之電阻，與電動機串聯，然後再接之於電源。此串聯之電阻，有時與他種機件合裝於一匣內，以成所謂開動匣 (starting box) 者。電機之速度漸加之後，其反電勢亦增加，於是可漸減串聯電阻，以提高電機兩端之電壓，使電流達規定之價值，(圖 359)。



第三五九圖

(53.13)　直流電動機之線路　在計算各種直流電動機所需之電流時，亦只需用 Kirchhoff 兩定律。惟當特加注意者，



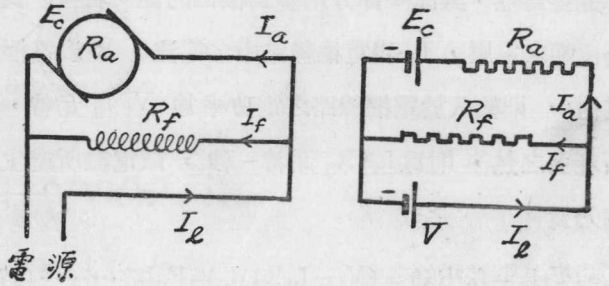
甲　　第三六〇圖　　乙

即電動機在轉動時所生之反電勢耳。串捲直流電動機線路如圖(360)甲，在計算時，可用乙圖所示之等同線路代替之。在電動機中，電流 I_l 即等於電源所供給者，其與電源所加之電壓 V_t 之關係爲：

$$V_t = E_c + (R_a + R_s)\, I_l \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

至 E_c 之值，可由公式(11)計得之。

並捲直流電動機線路如圖(361)甲。在計算時，可用乙圖之等



甲 第三六一圖 乙

同線路。在此情形之下，電源所供給之電流 I_l 乃磁場線路中 I_f 與電樞線路中 I_a 之和，即

$$I_l = I_a + I_f \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

但在磁場線路中

$$V_t = I_f R_f \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

R_f 爲磁場線路之電阻，而在電樞線路中，

$$V_t = E_c + I_a R_a \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

由此數方程即可計得所欲求之各值。至於複捲電動機線路之解法，讀者可依上法自行推演之，茲不贅述。

(53.14)　電動機之機械的功率　電動機之功用，係將電能變作機械的能。在理想情形下，若電動機各部分無電阻與摩擦阻力，則所輸入之電能，均將變爲機械能。惟在實際情形下，電機之磁場線圈與電樞線圈，均有電阻以耗去相當之能。故除輸入磁場線路之電能皆變爲熱不計外，輸入電樞線路中之電能，亦有一部分變爲熱，其餘一部分則變爲機械的能。若 V_t 表加於電樞線路兩端之電壓，I_a 表電樞線路中之電流，R 表電樞線路中之總電阻，則輸入於電樞線路之電功率爲 $V_t I_a$ 瓦特，而電樞線路所耗去之熱，則爲 $I_a^2 R_a$ 瓦特－秒，故電機所產生之機械的功率乃爲

$$P=(V_tI_a-I_a^2R_a)=(V_t-I_aR_a)I_a=E_cI_a \quad \cdots\cdots\cdots(17)$$

由此觀之，反電勢 E_c 與電樞線路中電流 I_a 之乘積，乃等於電動機所生之總機械的功率 (total power output)。此總功率尚非全可用者，因當電動機轉動時，各部分有摩擦阻力，故須自此值減去因摩擦所損失之功率，方爲實際淨得之功率 (net power output)。

(53.15)　直流電動機之速度及轉勢　當電流同時通行於直流電動機之電樞與磁場線路之時，電樞上各導線所受之力，(係與空隙中之磁場強度 H，(即各磁極中之磁感 B)，及電樞線路中之電流 I 均作正比(見前 51.5 節)，故轉動電機之轉勢

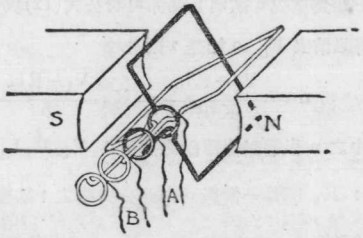
T (torque) 亦與 B 及 I 均作正比，即

$$T=K_1BI \quad \cdots\cdots\cdots\

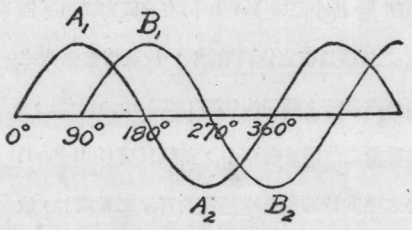
此，較大之串捲電動機，均 須裝備機件，以防其負荷太小時，速度過大所發生之危險。圖(363)中之曲線(1)表示串捲電動機之速度與其負荷之關係。串捲電動機用於曳拉工作，如電車，甚稱合宜，因當車上山或開動之時，速度勿須甚大，而所需之轉勢則較大，且在平坦路途中，轉勢不必甚大時，速度即可達較大之值。

複捲電動機之轉勢與速度與負荷之關係，亦可根據方程 (18) 及 (19) 而討論之，茲不俱述。

(53.16)　多相交流發電機　交流發電機結構之大概，前已述之。自簡單之交流發電機所生之電勢，僅有一個。今如用兩個線圈，互成 90 度角繞在電樞上，且令線圈各端分別接於四個滑環(圖364甲)，則可得兩個交變的電勢。此兩個交變電勢之頻率 (frequency) (即每秒交變之次數) 完全相同，至其相互之關係可用圖(364)乙兩正弦曲線表示之。當第一個電勢經過最大值 A_1 時，第二個電勢之價值等於0；當第一個自 A_1 減至0時，第二個電勢則達其正方之最大值 B_1。當第一電勢達負方

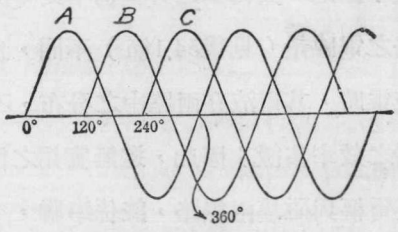


第三六四圖甲



第三六四圖乙

最大值 A_2 點時，第二電勢復爲零。當第一電勢自 A_2 回到零時，第二電勢乃達其負方之最大值 B_2。依前所述之簡諧運動（前12.2節）言之，第二電勢之位相，均落在第一電勢之後九十度。換言之，此兩電勢之位相差爲90度。此種發電機所生電勢，名爲雙相的交流電勢(two phase alternating emf)。如用三個線圈互成60°角繞在電樞上，則三個線圈所生之三個交變電勢，有如圖(365)所示，其位相之差各爲120°。此種電機名爲三相交流發電機 (three-phase alternator)。多相交流發電機各線端常可互相連接，使在機外之線端數目較少。例如三相發電機之六端，常互相接成爲三端或四端。用多相電流以輸送一定量之電能，所需電線之重量較用單相電流時爲輕。此爲多相交流電優點之一。



第三六五圖

(53.17)　交流電動機　交流電動機與交流發電機之結構相同，且亦有單相與多相之別。單相交流電機用作電動機時，不能自已開動，且開動後，其所生反電勢之頻率，須與外加電壓之頻率等同，方能爲穩當之轉動。多相交流電動機中有一種名爲多相感應電動機者 (polyphase induction motor)，其結構簡單，價格低廉，運用極便，實爲應用最廣之一種電動機。在此種電

動機中，因各相電流之交變，遂有旋轉的磁場，故能自己開動。此爲多相交流電之又一優點。各種交流電動機之學理屬於專門研究，茲不陳述。

所有直流電機，在理論上，均可作交流電動機之用，此蓋因電樞線路中電流，與磁場線路中電流，其方向若同時改變，則依左手法則，其轉動之方向仍不更變故也。惟因磁場線路與電樞線路之電感量（見後54.1節）不同，致並捲或複捲直流電機用於交流電時，其電流在兩路中之分布，不與用直流電時相同，故所能得之效率甚微；因此，遂無實用之價值。至於串捲直流電動機，其電樞與磁場兩線路，既係串聯，故不論用交流電，或用直流電，其對於在兩路中電流之分布，均不生影響。以此，常用於電車，及電扇等等設備。惟在此種電動機中，爲減少渦流起見，其電磁鐵亦須用薄鐵片組成之。

(53.18) 瓦時計 通常在用電之處，供電公司多裝置一"電表"以觀察用戶用電之多寡，藉便核計電價。此種電表，即前此所述電動機之一種。其所指示者，係等於所用之電能，以仟瓦特小時計算，即電功率與時間之乘積。此種"電表"名爲瓦時計(watthourmeter)。通俗所謂用電一度，即指用一仟瓦時之電能。

第五十三章 問題

(53.1)試述 Faraday 盤形電機之結構。

(53.2)試述電機之主要部分，及其功用。電動機與發電機之區別何在？

(53.3)試作簡圖以表示電機磁場所生之磁感線在電機中所取之途徑。

(53.4)交流機與直流機之異同如何，試申述之。

(53.5)何謂整流器？其作用若何，試作圖以表示之。

(53.6)若直流發電機之磁場未有剩磁，問機能否自激而發電？自激之直流電機可分爲幾種，試詳述其聯接法。

(53.7)電機之電勢與磁極所生之磁束及其轉動之關係如何？

(53.8)發電機之電勢與機端之電壓有何區別？用電磁式伏特計以與電樞兩線端相接時，其所指示者爲何？

(53.9)何謂發電機之外部特性？串捲，並捲，與複捲發電機之外部特性各如何？

(53.10)問如何可以改變直流發電機所生電勢之方向？

(53.11)試述 Barlow 齒輪之作用。

(53.12)何謂電動機之反電勢？

(53.13)較大之電動機不得直接聯於電源，以使之開始轉動，其故安在？

(53.14)試作簡圖以表示直流電動機各線路之接法。

(53.15)試證明電動機所放出之總功率爲 $E_c I_a$，E_c 表其反電勢，I_a 則表其電樞線路中之電流。

(53.16)試討論直流電動機之速度及轉勢與其負荷之關係。

(53.17)問下述動作對於並捲或串捲之直流電動機之轉動方向有何影響：(a)將其電樞兩線端對調；(b)將其磁場線路兩線端對調；(c)將電源兩線端對調；(d)將電樞兩線端及磁場線路兩線同時均對調？

(53.18)何謂多相交流發電機？

(53.19)直流電動機可否用於交流電路，試討論之。

(53.20)何謂瓦時計？

第五十三章 習題

(53.1)一 Faraday 盤形電機之半徑爲 15 糎。若其在一與盤正交之磁場中每分鐘旋轉 2400 次而磁場強度爲 2000 高斯，試計其電勢。

(53.2)一雙極發電機之電樞面上共有 480 條串聯導線。若其電樞每分鐘轉動 1200 次，每磁極共產生 1,250,000 條磁力線，問其平均電勢爲若干伏特？

(53.3)試作一圖以表示一串捲發電機聯接於一外電阻 R，並繪一可變之電阻 X 與其激磁線圈並聯。此機之速度不變且供給一定之電流。假如其電勢與激磁電流成正比，且當未加入 X 時，機之電勢爲 120 伏特，問 X 之值應爲若干方能使其電勢減爲 110 伏特。(激磁線圈之電阻爲 0.2 歐姆)。又問若 R = 0.4 歐姆，電樞之電阻 $R_a = 0.2$ 歐姆，其所供給之電流爲若干？試計算其所放出之功率及其效率。

(53.4)一並捲發電機之電樞線圈之電阻爲 0.1 歐姆，其磁場線路之電阻則爲25歐姆。當此機送 5 安培之電流於外電阻時，其機端電壓爲 100 伏特，問其電勢及激磁電流各若干？問其放出之功率及其效率各若干？

(53.5)當串捲發電機之外阻等於其內阻時，其效率爲最大，試證之。

(53.6)設有複捲之發電機，其並捲之激磁線圈，係直接聯於電樞線圈之兩端，然後將串捲之激磁線圈聯上，試求機端電壓 V_t，電勢 E，負荷電流 I_1，電樞之電阻 R_a，與並捲及串捲線圈之電阻 R_f 及 R_s 等量之關係。

(53.7)設圖書館至發電廠之距離爲 650 米，館中共有 200 盞 50 瓦特電燈。發電機之機端電壓爲 230 伏特。若各燈所需之電壓爲 220 伏特，問所用之銅導線之直徑若干？若機之電勢爲 232.5 伏特，問其電樞之電阻幾何？如其並捲線圈所需之激磁電流爲 2 安培試計此設備之全部效率。

(53.8)一串捲電動機之內阻爲 0.25 歐姆，其電樞中之電流爲 30 安培。若與機端相接之伏特計示 100 伏特之值，問其反電勢若干？又問其所放出之馬力爲若干匹？若其摩擦阻力等所消耗之功率爲 300 瓦特，問其效率如何？

(53.9)一發電機之速度爲某值時，其電勢爲 100 伏特。機之內阻爲 0.35 歐姆。今將之用作電動機，其速度與激磁電流同前。若接於機端之伏特計示 104.2 伏特，問機所通過之電流若干？問開動此機之時，其電流可達若干安培？今如限制開動時電流，使之不得超過 30 安培，問應增加若干歐姆電阻？

(53.10)加於一並捲電動機之電壓爲 120 伏特，其磁場線路之電阻爲 60 歐姆，電樞線路之電阻則爲 0.2 歐姆。若其所取用之電流共爲 32 安培，問通過磁場線路及電樞線路之電流各若干？其反電勢幾何？其輸入之總功率如何？若其效率爲 70%，問因其摩擦阻力等(卽電阻所耗之電功率除外)所耗之電功率若干？

(53.11)一電動機之電樞上共有導線 200 條，樞之直徑爲 6 吋。設各導線中之電流均爲 30 安培，而所用之磁場強度爲 6000 高斯，試求轉動電樞之轉勢。若其轉動之速度每分鐘爲 1200 週，問其輸出之總功率如何？

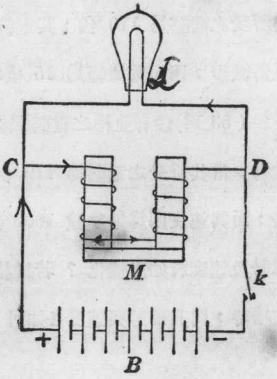
(53.12)設有並捲之電動機其磁場強度與激磁電流成正比。其內阻爲0.5歐姆。當其所受之電壓爲 110 伏，其電流爲 30 安培，而其速度則爲每分鐘 1000 週。若其負荷減少，因而電流僅爲 15 安培，問其速度若干？又問其轉勢減少幾倍？

(53.13)設有並捲之電動機，其磁場強度與激磁電流成正比，其電樞之電阻爲0.5歐姆。當其所受之電壓爲 110 伏特，其電樞之電流爲30安培，其激磁電流則爲2安培，而其速度則爲每分鐘 1000 週。今若將其磁場線路之電阻減至爲 25 歐姆，問其轉勢及速度將如何變化？若維持其激磁電流不變，而減少其負荷至電樞電流僅爲 15 安培時，問其轉勢與速度各如何？

第五十四章 電感量

(54.1) 自感現象 1832年時，Henry 及其他物理學者已察及當開斷電磁鐵之電路時，其斷點處有頗大之火花，惟關閉時則否。Faraday 詳細考究此現象，乃得下列數事實。當開斷線筒 (solenoid) 電路時，線筒雖非繞於鐵質之桿上，然斷點處亦有火花，惟較用鐵心時略小。若斷絕在一短線中之電流，則幾無火花。又如將一長電線回疊於自身，使其所圍繞之面積等於零，則當斷絕其中之電流時，斷點亦無火花。其始，Faraday 以爲電流頗似有慣性之物體，在其已流通後，有繼續流通之傾向，惟彼亦謂此種"慣性"不能認爲電流自身所有，蓋同長度之導線，其所生效應之大小，乃視線之形狀，與其所處之媒介質而定。其後，彼以電磁感應爲說，乃認此現象爲變更電流對於電路自身所發生之效應，而名此效應爲自感現象 (self induction)。

自感現象可用下述實驗爲更明顯之表演。在一繞於鐵心上之線圈之 C D 兩端，聯接一小電燈 L，並接以電池 B 及一電鑰 K 如圖(366)。當線路中已有電流時，開其電鑰，卽見電燈忽然特別明亮。惟關閉其電鑰時，則

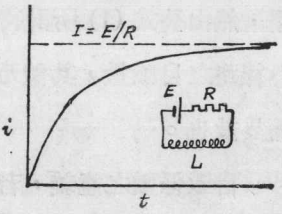


第三六六圖

無此效應。又如取去其鐵心而作此實驗，則所得之效應較小。

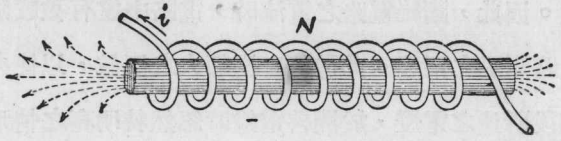
若以電磁感應爲說，此實驗之結果，頗易說明。當電路中通有電流之後，此電流所生之磁束，常有一部分與電路鏈串。斷絕電流時，此等磁束卽被消滅，其情形與取去另一磁鐵之情形頗相似。因此，斷絕電路之電流時，電路中遂有被感應之電勢呈現於電路斷點之兩端。此電勢可達頗大之價值，以使火花飛越斷點。前段所述之電燈，於開啓電鑰時忽然特明亮之情形，卽由此電勢所生較大之電流而來。此被感應電勢之大小，旣由磁束變更之快慢而定，故當斷絕電磁鐵之線路時，被消滅之磁束亦較多，所生之火花遂亦較明亮。若電路甚短，或電線回繞疊於自身上，則與電路相鏈貫之磁束，其變更旣甚微，所生之自感電勢，自亦甚小。無被感應電勢之電路，名爲無感電路(non-inductive circuit)各式電阻箱內之線圈，多先回疊，然後再繞於圓筒上，卽以避免其自感作用。

自感電勢並非在斷絕電流時，方始呈現，卽在通電流於電路時，實亦存在；不過當電流通行時，自感電勢之方向係反抗電流之通行，使電路中電流之增加較慢，故不易觀察耳。設用相當之儀器，以檢查各種電路中電流之增加，卽可見在有感應性電路中，電流與時間之關係略如圖(367)之曲線。



第三六七圖

(54.2)　**自感係數及其單位**　據上所述，自感電勢之大小，乃由穿過電路自身之磁束之變更率而定。但穿過電路自身之磁束，其多寡乃由電流之大小，電路所圍繞之面積，暨其中有無鐵質三事而定。按與電路之N匝線圈相穿鏈之磁束Φ，其總鏈數(linkage)爲$N\Phi$，圖(368)，而在無鐵心之線路中，此鏈數乃與電流i成正比，卽



第　三　六　八　圖

$$N\Phi = Li \quad \cdots\cdots (1)$$

式中之L爲一比例係數，今名之爲自感係數(coefficient of self induction)或自感量(self inductance)，或電感(inductance)。在無鐵心之電路中，L之價值，乃由電路之大小及形狀而定，且係一不變之常數，可用相當之方法預先算得之(例見54.4節)。至於在有鐵心之電路中，上式之L非一不變常數，其價值須視鐵心之導磁率μ而定。在此種情形之下，自感係數一詞，雖仍可沿用，然由公式(1)所計得之值，常與量測之值不盡相同，蓋有鐵心線路之自感量，其值乃視電流之大小，及鐵心之過去磁化歷史而異故也。

自感係數之意義，若以自感電勢說明之，或更爲明瞭。與線路自身N個線圈相穿鏈之磁束鏈數，其值旣爲$N\Phi$，則因此鏈數

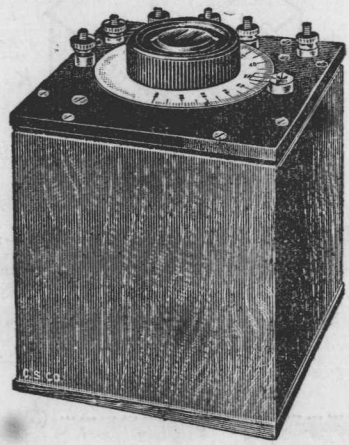
之變更率而生之自感電勢，必爲（見前52.7節）：

$$e = -\frac{N\Phi}{t} \quad \cdots\cdots (2)$$

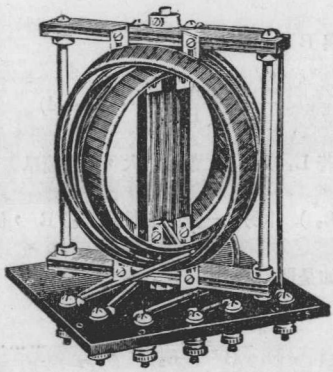
但 $N\Phi = Li$

故 $$e = -L\frac{i}{t} \quad \cdots\cdots (3)$$

因此，吾人亦得言當電路中電流之變更率，每秒爲一單位，而所生之自感電勢，其數值亦爲一單位時，此電路之自感量，亦爲一單位。實用之單位自感量，與伏特，安培，歐姆，法拉等等相對應者，名爲亨利(henry)，其值等於10^9絕對電磁單位之自感量。自感量，與電阻，及電容，爲電路之三重要元素。爲表顯三者之同等重要起見，今亦名之爲電感 (inductance) 以與電阻及電容兩詞相鼎立。標準的電感，常用導線繞於非鐵質之圓柱上組



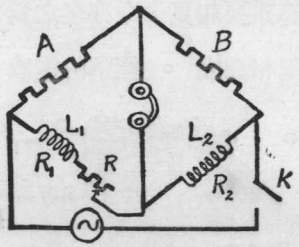
第三六九圖（甲）



第三六九圖（乙）

成。其所含之電感，多爲亨利的次倍數 (submultiple)。可變之電感常用兩個串聯線圈組成（見圖 369）。若變更兩線圈之相互的位置則其間所穿鏈之磁束亦隨之而變更。如是所得之電感，卽可在一最大值及一最小值之間。

(54.3)　自感係數之比較法　欲比較兩個線圈之自感量，亦可用Wheatstone橋。不過測定之手續，較量電阻時略繁。假設 A 與 B 表兩個無感性電阻(non-inductive resistance) 之價值。L_1 與 L_2 爲兩個待比較之線圈。若 L_1 與 L_2 之電感均大於其電阻遠甚，則可仿照量電阻方法，將 A，B，L_1 與 L_2 四者聯成一 Wheatstone 橋，如圖（370）。至所用之電池與電流計，應各改用小交流機，例如微音機（microphone hummer）及一電話耳機，如 (48.5) 節測電解液之電阻時所用者。今若調節 A 與 B 使耳機中聲音達最低程度，卽得平衡點。此時 L_1 與 L_2 之比值等於A與 B 之比值：－



第 三 七 〇 圖

卽
$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{A}{B} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

若 L_1 與 L_2 之電阻頗大，則此簡單方法不能引用。遇此種情形時，應在 L_1（或 L_2）中另加一無感應性之電阻 R，使橋四臂之電阻與其電感同時均達到平衡狀態，如是則

$$\frac{A}{B}=\frac{L_1}{L_2}=\frac{R_1+R}{R_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

此中 R_1 與 R_2 各表 L_1 與 L_2 之電阻，R則表加入於 R_1 臂中之電阻。上列兩公式

之證明，須用交流電原理，今略之。

當用 Wheatstone 橋作電阻之測驗時，（見 47.9 節），應先關閉在電池線路中之電鑰，然後再關閉電流計線路中之電鑰，此點前已述及，茲說明其理如次。蓋所欲比較之各電阻，其自感量常非一致，故如先關閉電流計之線路，然後再關閉電池線路，則電流將先沿自感量較小之支路流通，如是即使各電阻已達平衡狀態，然當開閉電池線路之電鑰時，電流計指針亦常呈頗大之暫時偏轉，而使平衡點不易準確鑑定。

（54.4） 自感量之計算法 依(54.2) 節所述，電路之自感量 L，乃等於每單位電流所生之磁束鏈數，即 $L=\frac{N\Phi}{i}$。在簡單電路中，磁束Φ之價值，可用磁路定律推求之。例如有一環形線筒，上繞 N 圈。環之平均半徑爲 r 糎，環之截面積爲A方糎，當電流 i 通過此線筒時，其所生之磁束爲（見前 50.15 節）

$$\Phi=\frac{4\pi Ni}{\frac{2\pi r}{A\mu}}=\frac{2NiA\mu}{r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

是則

$$L=\frac{N\Phi}{i}=\frac{2N^2A\mu}{r} \quad \cdots 絕對電磁單位 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

在他式線圈中，自感量不易計算。但由上式即可斷定各式線圈之自感量，實與圈數 N 之平方，及其面積 A 幾成正比，而與其長度幾成反比。至於含有鐵質線路之自感量，因μ之值非恆定不變，故由上式所計得者，僅可視爲一種之平均值。

（54.5） 線圈中所儲之磁能 在（54.1）節用電燈及電磁鐵表示自感現象時，曾述及當開啓電鑰時，電燈忽然特別明亮。此時，燈中所耗之能量，乃由電磁鐵線路所積儲之磁能變成。茲特計算此磁能之價值如下。

假設在一含自感量 L之線路中，電流在 t 秒內，均勻的自零

增至一最大值 I。在此時間內之平均電流爲 $\frac{1}{2}$ I，故通過電路之總電荷乃 $Q = \frac{1}{2} It$。然電流之增率既爲一定，則被感應之電勢在此時間內，亦爲一定不變，即 $E = -\frac{LI}{t}$。又被感應電勢之方向，既爲反抗電流之通行，故在此時內所需之功爲

$$W = -EQ = \frac{1}{2} LI^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

此功即爲儲積於電感量中之磁能。如電流之增加率非均勻的，則可用積分學原理求得同樣之結果。由此方程可知儲於自感量之磁能，其大小僅由自感量之大小，及電流最後之價值而定。茲試以此式與蓄電器所儲之電能互相比較。在 (45.3) 節中已述及電容C內所儲之電能爲：

$$U_S = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CE^2, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

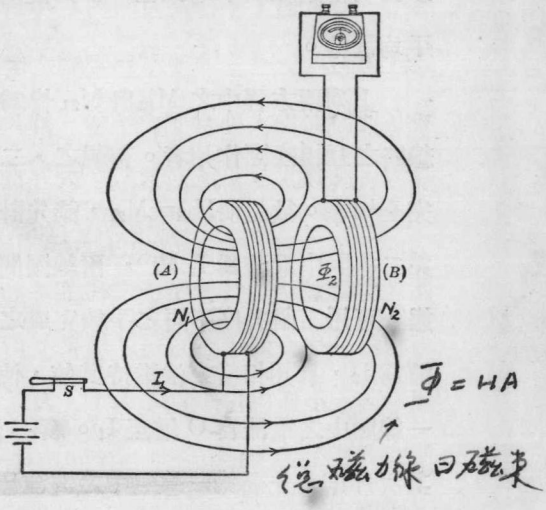
此中Q表蓄電器一電版上所積之電量，E表在其兩端之電位差。此與方程 (8) 甚相似。不過蓄電器所儲者爲靜電能，而電感量所儲者乃磁能耳。靜電能可視作一種位能（見前45.4節），磁的現象既爲流動之電荷所生，則磁能可視作一種動能。

(54.6) 互感係數 在第(52)章中說明電磁感應現象時，曾述及當通過一線圈之電流變更其值時，在其鄰近之線圈中，亦有被感應之電勢，圖(371)。此電勢之值，乃由穿過副線圈之磁束之變更率而定。若原線圈與副線圈之相互的位置，大小，與圈數，均不變，則與副線圈各圈 N_2 鏈穿之磁束 Φ_2，係等於原線圈所

生之一定部分。但原線圈所生磁束，與原線圈之電流 I 爲正比，故副線圈之磁束鏈數 $N_2\,\Phi_2$ 亦與 I 爲正比，卽

$$N_2\Phi_2 = M_{12}I_1 \quad \cdots\cdots(10)$$

此中 M_{12} 爲一比例常數，其價值完全由兩線圈之幾何的形式，相對位置，與圈數及所在之媒介質之導磁率而定。依被感應電勢之意義，則由上式亦可導出



第 三 七 一 圖

$$E_2 = -N_2\frac{\Phi_2}{t} = -M_{12}\frac{I_1}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

以表明原線路中電流在 t 秒內變更 I_1 值時，副線路中所生之平均電勢等於 E_2。

同理，吾人亦可以下列方程 $N_1\Phi_1 = M_{21}I_2$ …… (12) 表示當副線圈中電流爲 I_2 時，此電流所生之磁束有一部分 Φ_1 與原線圈各 N_1 圈穿鏈，此中之 M_{21} 爲與 M_{12} 同性質之常數。倘以電勢表之，則得

$$E_1 = -M_{21}\frac{N_1\Phi_1}{t} = -M_{21}\frac{I_2}{t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

以表明當副線圈中電流在 t 秒內變更 I_2 值時，原線路中所生之平均電勢。

上列兩方程中之 M_{12} 與 M_{21} 皆爲一種感應係數，用以表明兩線路之互相感應作用者。初視之，二者之價值似不相同，其實乃完全相等。欲證明 $M_{12}=M_{21}$，請先計算當第一線圈中電流爲 I_1，第二線圈中電流爲 I_2 時，兩線圈間磁場所儲之總磁能。此種狀態，可用二個次序不同之手續完成之。第一法先令第二線圈中電流爲 I_2，且用相當方法維持其值，使之永遠不變，同時則漸令第一線圈中之電流自 O 增至 I_1。第二法之手續略與第一法同，然其次序則爲先令第一線圈中之電流恆爲 I_1，然後再令第二線圈中之電流自 O 增至 I_2。

依(54.5)節理由，第二線圈之電流爲 I_2 時，因其自感量 L_2 而儲之能爲 $\frac{1}{2}L_2I_2^2$。第一線圈之電流爲 I_1 時，因其自感量 L_1 而儲之能則爲 $\frac{1}{2}L_1I_1^2$。但當用第一法，使第一線圈中之電流自 O 增至 I_1 時，在第二線圈中，有一被感應之電勢 $E_2=-M_{12}\frac{I_1}{t}$ 發生。此電勢之方向，如與 I_2 相反，吾人當另作功以維持第二電路中之電流 I_2，使之不變。此功亦儲於磁場中，而成爲線圈間之磁能。但因 E_2 與 I_2 之方向相反，故此功爲

$$W=-E_2I_2t=M_{12}I_1I_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

而兩個線圈間總磁能遂爲

$$U_{12}=\frac{1}{2}L_2I_2^2+\frac{1}{2}L_1I_1^2+M_{12}I_1I_2\cdots\cdots(15)$$

如用第二法時，仿照上述理由，亦得推出兩個線圈間之總磁能爲

$$U_{21}=\frac{1}{2}L_1I_1^2+\frac{1}{2}L_2I_2^2+M_{21}I_2I_1\cdots\cdots(16)$$

第一與第二法之結果既相同，故

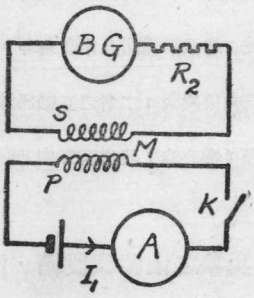
$$M_{12}I_1I_2=M_{21}I_2I_1\cdots\cdots(17)$$

而

$$M_{12}=M_{21}\cdots\cdots(18)$$

因此，M_{12}與M_{12}均可用同一記號以代表之，例如M，茲名之爲兩個線圈之互感係數 (coefficient of mutual induction或 mutual inductance)。互感係數之單位，與自感係數之單位相同，在實用系統中，亦名爲亨利。不含鐵質之兩線圈，其互感係數M之價值乃一不變之常數，可用相當之方法計得之。若兩線圈中有鐵質，則M價值，須視鐵質之導磁率μ而定。

(54.7)　互感係數之測定　欲測兩線圈之互感係數，可用(51.16)節之衝擊電流計，接法如圖（372）。當關閉電鑰K以使原線圈P中之電流自0增至I_1，則在副線圈S之線路中，各時刻之被感應電勢將使電荷$Q=\frac{MI_1}{R_2}$流通於衝擊電流計BG中，R_2表副電路之總電阻。自BG之首次最大偏轉θ，及其常數即可測得Q。按(51.16)節原理，如k表電流計之常數，T表其週期，



第三七二圖

則　$Q=\frac{kT}{2\pi}\theta$。故　　$M=\frac{kT}{2\pi}\frac{R_2}{I_1}\theta$ …… (19)

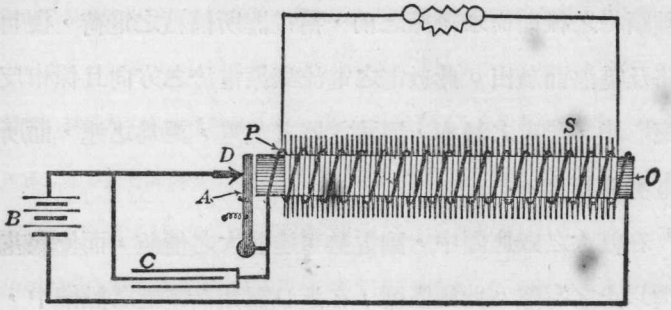
(54.8)　互感係數之符號　當電流在一電路中變更時，因自感作用而生之電勢，均反抗此變更，故在 $E=-\frac{Li}{t}$ 公式中，L永爲正號。又當電流在原電路中變更時，在副電路中所生之電勢，雖有反抗副電流之變更的趨勢，然就副電路而言，此副電勢之是否減少或增加副電流，則視兩線圈內電流所生之磁場方向是否相同而定。假設兩線圈本有之電流，其所生之磁場方向係相同，則當電流增加時，依Lenz定律，被感應之副電勢即與本有之副電流方向相反。在此種情形之下，欲維持副電流使之不變，宜如前節所述，吾人必須作功；換言之，線圈間之總磁能將因線場之有互感作用而增加，即M之價值爲正號。反之，若兩線圈本有之電流，其所生之磁場方向係相反，則當電流增加時，被感應之副電勢，其方向必與本有之副電流方向相同。因此，在此種情形之下，吾人須自線圈內取去相當之功，始能維持副電流使之不變；換言之，線圈間之總磁能，因線圈之有互感作用，而反減少，即M之價值爲負號。

互感係數之爲正或負，可以一線圈之能在另一線圈內旋轉者表明之，如圖(369)。當兩線圈之平面完全符合而其中所生之電流，其方向相同時，其互感係數爲正方最大。今如漸旋轉一線圈，則二者之互感係數亦漸減，迄至兩線圈互作直角時，二者之互感係數，據理論言之，即等於零。迨轉過 90 度角位置後，二者之互感係數遂向負方增大，至旋轉及 180 度角時，二者之平面又符合，惟此時，其磁場方向乃與前反背，故互感係數爲負方最大值。

(54.9)　感應圈　利用電磁感應現象之儀器與設備，除第(53)章所述之電機外，尚有多種。感應圈，變壓器，及電話機乃

此中最重要之三種，今分別說明其構造之大概。

感應圈 (induction coil) 乃用以供給頗高之脈搏 (pulsating) 的直流電勢者。其主要部分爲一個匝數較少之原線圈 P，與一個匝數較多之副線圈 S，同繞於鐵線製成之心 O 上，及一個斷續電流之設備，圖 (373)。接於斷續器 (interrupter) 之兩端常有電



第　三　七　三　圖

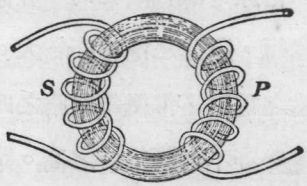
容頗大之蓄電器C。最簡單之斷續器乃一枚振動之鐵片A。當電流經過接觸點D而通行於原電路時，鐵心變作磁鐵而吸引A。如是，原電路卽被斷絕。原電流既停止，A被彈簧牽引而跳回與D接觸，復完成原電路。此後，鐵片乃往返振動以斷續原電流。

當原電流被斷絕時，在副電路中卽有甚大之電勢。斷絕之時間愈短，所生之電勢亦愈大。當原電流被繼續時，副電路中亦有相當之電勢，但繼續電路之時間常不及斷絕時間之倉促，故所生之電勢亦不如斷絕時之高。斷點兩端所以聯接蓄電器之原因，亦爲增高副電勢起見。在感應圈中，原電路之自感係數頗大，故

當原電路被斷絕時，有甚大之火花跳越於斷點D。此火花不但易將接觸燒蝕，且可延長原電流，使之不立即滅亡。今若接一蓄電器C於A及D，則當原電路被斷絕時，被感應之電勢，將不復耗於發生火花，而被用以儲積電荷於蓄電器內。如是既無火花，接觸點之燃燒可免，而電流斷絕之時間亦可減少。此外，在原電流已被斷絕之後而尚未繼續之前，蓄電器所儲積之電荷，復可沿原電路及電池而放出。此放電之電流與原電流之方向且係相反，故在鐵心中，磁束之減率，因蓄電器之放電，更爲迅速，而所生之副電勢亦更高。

在較大之感應圈中，副電勢可達甚大之價值，而使火花跳越50糎以上之空隙。此種儀器，在近日需用高電壓之設備中，頗爲重要。然副電勢雖高，其所供給之電流則甚小，因在副電路中之電能，無論如何，均不能超過原電路所供給之電能故也。此外，吾人又可注意當原電路被斷絕時，其所生之電勢，較其被繼續時所生者大甚。以是，有時常稱感應圈之副電路有正負之分別，其實此種電勢，僅爲脈搏的電勢，而非平常之直流電勢。

(54.10)　交流變壓器　交流變壓器乃一種感應圈，用以變換交流之電壓者。其結構包含兩個線圈P與S，繞於用薄鐵片組成之鐵心上，圖(374)。當



第三七四圖

交變電流通過變壓器之原線圈P時，鐵心中生有交變之磁束。此磁束與副線圈S相鏈穿，遂生交變的副電勢，可用以驅使電流通過於副電路中。副電勢與原電勢之比值，可依被感應電勢之公式

$$E = -N\frac{\Phi}{t},$$

推求之，蓋在變壓器中，原線圈所生之磁束Φ幾完全與副線圈相鏈貫，

故
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \cdots\cdots (20)$$

即兩電勢之比值與兩線圈匝數之比相等。又在良好之變壓器中，副電路所供給之電功率，幾等於原電路所供給者，即

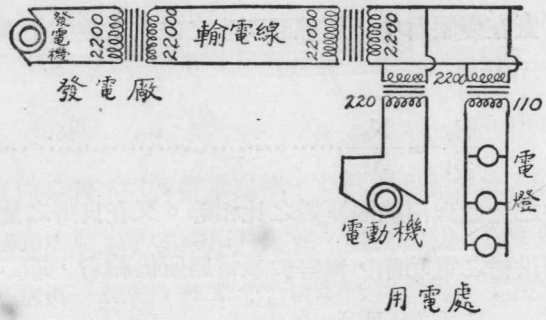
$$E_2 I_2 = E_1 I_1 \quad \cdots\cdots (21)$$

故副電流I_2與原電流I_1之關係爲

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \quad \cdots\cdots (22)$$

(54.11) 交流電與直流電之比較 交流電在今日商用上，所以有如是重要之位置，其最大原因之一，乃其電壓可用變壓器任意使之甚經濟的變高或變低。在輸送電流至較遠之地方時，倘不用較高之電壓，則需甚大之導線，極不經濟。例如輸送100000仟瓦小時，如用 110 伏特之電壓，所當輸送之電流則達 900,000 安培左右。如斯巨大之電流，倘不用極大之導線，則大部分之電能將被耗費爲導體中之熱。但若增加所用電壓至 200,000 伏特，則所當輸送之電流僅 450 安培左右，而所需之導體自可減小。然

欲得 220,000 伏特之電壓，苟僅用一個或數個串聯發電機以供給之，實際上，頗多困難。惟既有變壓器，則交流電壓可隨意變高或變低，而此問題乃易解決。例如，在發電廠中，發電機所生之電壓僅爲2200伏特，圖(375)，經過相當之變壓器，變爲

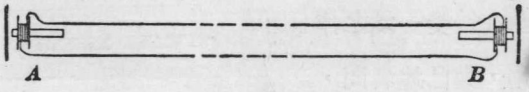


第　三　七　五　圖

22000 伏特後，輸送至用電處所，再用變壓器減至較安全之 110 或 220 伏特，以備尋常之應用。此種手續，在應用上極爲簡單。至于直流電之電壓，則不能如是變更。是爲交流電優點之一。

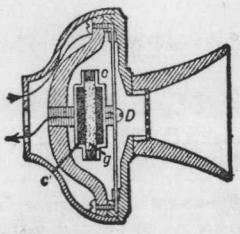
此外，交流發電機不用整流器，其構造既較簡而廉，且每機所能生之電勢，較直流機爲高，而效率遂亦較佳。至於多相交流電與多相感應電動機之效率與便利，更爲直流電所不可望及。雖雖如是，然直流電在商用上，亦有其相當之位置，例如電鍍，電鑄，蓄電池，及供給眞空管之版極等等，均非用直流電不可。遇此等情形時，常可用正流器 (rectifier) 將交流電矯正爲直流。

(54.12)　電話機　電話機(telephone)乃Bell 氏在 1876 年所發明之通訊利器。當時所造之機器，係以一薄鐵片置於永久磁鐵磁極之端，而在磁鐵本身上，繞以多圈導線，圖 (376)。此式電話機可作發送器(transmitter)用，亦可作接收器 (receiver) 用。



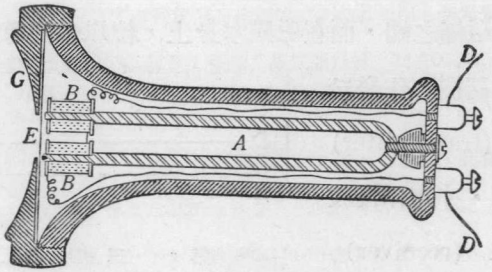
第　三　七　六　圖

當吾人向發送器說話時，聲浪擊動鐵片，使之振動。因此振動，話機中磁阻隨之而變，故永久磁鐵所生之磁束亦隨之變更。此變更之磁束，卽感應而生相當之電勢，於繞在磁鐵上線圈之兩端，使其輸送相當電流至接受器內之線圈中。是時，接收器之磁化力，受電流之影響，亦隨之變更。故其鐵片乃隨之振動以成聲浪。此種簡單之電話機，用作發送器時，效率甚小，所能通話之距離亦甚短。現今所用之發送器多爲炭粒式之微音器 (carbon microphone)。在此種發送器中，有許多細碳粒 g 貯於兩碳版 cc′間，圖 (377)。一版固定不動，他版與一薄鐵片 D 聯接，可以振動。當聲浪擊動鐵片時，可動之碳版隨之振動，以變更碳粒所受之壓力。如是，碳粒之電阻，亦隨聲浪以增減。是時，發送器既接於電池電路中一部分，



第　三　七　七　圖

故因碳粒電阻之變更，可影響及電路中之電流。此變值的電流通過變壓器變作交流後，卽可傳達至遠方之接受器。至在接受一端之作用，與已述者同，茲略之。圖 (378) 示常見受話耳機之一。



第 三 七 八 圖

第五十四章 問題

(54.1) 何謂自感現象，試舉一實驗以說明之。

(54.2) 自感係數之定義可任用三公式之一，試申述之。若線圈中有鐵桿，問由此三公式所計得之自感係數之值是否相同？

(54.3) 何謂磁束鏈數？試述亨利之定義。

(54.4) 自感係數頗似力學中之慣性，試述其故。

(54.5) 試述比較線圈之自感係數之方法。

(54.6) 問用 Wheatstone 橋時，何以必先關閉在電池支路內之電鑰，然後方可關或開電流計段中之電鑰？

(54.7) 今有線筒，若增加其圈數一倍，問其自感係數約增大若干倍？又若維持其圈數不變，將線筒之長度增加一倍，同時且增大其截面積一倍，問其自感係數約增或減若干倍？

(54.8) 問如何可以製得無感電阻？

(54.9) 因線圈之自感作用，其所儲蓄之能量如何？當開啓線圈之電路以斷絕其中之電流時，問原蓄於其四周磁場之能量何往？

(54.10) 試比較線圈所儲之能量，及蓄電器所儲之能量。

(54.11) 何謂互感係數？第一線圈對於第二線圈之互感係數，與第二線圈對於第一線圈之互感係數是否相同；試證明之。

(54.12) 試陳述如何可以量得兩線圈之互感係數。

(54.13) 互感係數有時冠以正負之符號以資區別，自感係數則否，試說明之。

(54.14) 試述感應圈之構造及其功用。

(54.15) 試述交流變壓器之構造及其功用，並其與感應圈之異同。在交流變壓器中所耗失之能量，計有四因，試臚舉之。

(54.16) 設有最大指示爲 150 伏特之交流伏特計，今欲量 2200 伏特之電壓，問可用何法？設有最大指示爲 5 安培之交流安培計，今欲用之以量 100 安培之電流，問可用何法？

(54.17) 交流電與直流電在應用上孰爲較便，試申述之。

(54.18) 試略述電話機上之主要部分。

(54.19) 電感之絕對電磁單位有時亦稱爲耀，其故安在？

第五十四章　習題

(54.1) 設一線圈之自感係數爲 0.04 亨利，中有電流每秒變更 2000 安培，問因此而生之自感電勢若干？若最大之電流爲 5 安培，問所儲之能量若干？

(54.2) 問一亨利等於若干電磁單位之電感？若干靜電單位？

(53.3) 設有兩線圈，其自感係數各爲 L_1 及 L_2，其互感係數則爲 M，試證其串聯時之總自感係數爲 (L_1+L_2+2M) 或 (L_1+L_2-2M)。

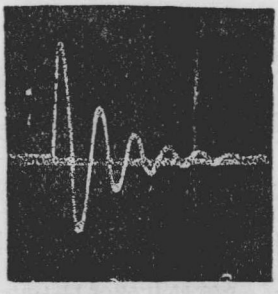
(54.4) 在(52.7)題中，若原線圈之電流自5安培於0.1秒內減爲零，試計：(a)其自感係數；(b)其平均之被感電勢，(c) 副線圈之自感係數；(d) 兩線圈之互感係數。

(54.5) 試作一表，以示電磁系統，靜電系統，及實用系統中各單位之名稱及其相互的關係。

第五十五章　電振動及電波

(55.1)　蓄電器放電時所生之電振動　當來登瓶放電時，吾人只見有一火花飛越連接點。其實所生火花，不僅一個，不過各火花往來極快，非肉眼所能分別耳。在1842年，Henry 已察及，因受來登瓶放電影響而磁化之鐵針，其磁化之方向，常無一定。彼由是斷定蓄電器放電時，電荷自一電版衝至他電版，決非一次即達平衡狀態。最初，電荷自第一電版衝入他電版，過後復自第二電版流回於第一電版，經過數次較小之往復放電，方始完全達於平衡狀態。因是，此種放電，常稱爲電振動 (electric oscillation)。

Henry 之結論，於1858 年經 Feddeseu 氏加以證實。氏用迅速旋轉之反射鏡觀察放電時之火花，乃發見其係由多數往返跳躍之火花所組成。特其每個火花較前一個稍爲弱小而已。現時吾人已可用相當之儀器，以攝照放電時電流依時間而變化之形式，其結果則如圖(379)所示之曲線。此等實驗表示若電路中電阻不過大，則蓄電器放電時所生之電流係振幅漸減之交流電。



第三七九圖

(55.2)　電振動與機械式之振動　在力學中，已述及當物

體受一與其位變成正比之回復力的作用而運動時，其運動卽爲有週期性之簡諧運動。例如（12.3）節之單擺，當其擺動至θ角時，因大地之吸引，擺子受一使其回復至垂直位置之力。此引力幾與擺子擺動之角成正比，故擺之運動可視爲一種有週期性之振動。又例如（14.12）節之彈簧振子，當其下端所懸之重體M向下運動，離其平衡點至X糎時，因彈簧之彈性，M亦受一使其回復至平衡點之力，此回復力與M已移動之距離X成正比，故M之運動遂爲簡諧振動。

在此兩種機械式之振動中，不但其位置係依一定有週期性之定律而變更，卽其在各時之動能及位能，亦復依一定有週期性之定律而增減。茲先論擺子。當其與垂直線作最大之角度時，擺之速度等於零，惟其位能乃最大。至當其漸向垂直位置擺回時，其速度漸增，其位能漸變爲動能；及其經過垂直位置時，其位能乃完全變爲動能。此後擺子向反方擺動，其速度漸減，擺角漸大，故動能漸減，而位能漸增，直待其擺角達反方最大值時，其動能復完全變爲位能。更分析彈簧振子，其情形亦不外位能變爲動能，動能復變爲位能，二者往返不息的變換而已。

倘此種機械式之振動，不受摩擦阻力之作用，則無論在何時刻，其所儲總能均不變。因此其總能可謂係等於其動能最大時之值，或等於其位能最大時之值。例如振動體之質量爲M，其最大之速度爲V_0，其最大之位變爲X_0，其彈力係數爲K，則依彈性

力學之結果，其總能係等於

$$U_0=\frac{1}{2}MV_0^2=\frac{1}{2}KX_0^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

在上式中，讀者可注意，在任何時刻之速度V乃距離X之變更率，即

$$V=\lim_{t\to 0}\frac{X}{t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

以便與此後之電振動的能量公式相比較。

電振動之情形，與機械式振動頗相似。前節所述蓄電器放電時所生之電振動，亦即能量依一定的有週期性律例而變換之一種。在未論其他問題之前，吾人須先認明，在蓄電器放電之線路中，有相當之電感量L。當蓄電器C兩端之電位差爲E_0，所蓄之電荷爲$Q_0=CE_0$時，其所儲之靜電能爲

$$\frac{1}{2}CE_0^2=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

此靜電能，可謂爲因蓄電器之介電質受一"電的形變"而來，其情形頗似彈簧伸長或縮短時所積蓄之位能。故在（45.4）節曾言蓄電器之靜電能乃一種位能。當蓄電器放電時，電荷自蓄電器之一電版移於他版，以成導線中之電流；此後蓄電器之靜電能漸減，而變爲線路四周之磁能。此與擺子自其一方最大位置向其平衡位置擺動之情形頗相似。又當蓄電器A版上電荷$+Q_0$完全流出之時，蓄電器之靜電能乃完全變爲電路之磁能，其值則等於$\frac{1}{2}LI_0^2$，I_0表電路中之最大電流。此時，蓄電器AB兩電版之電位差雖等於零，然因電路之電感量L_0所生之電勢，有維持電流不變之趨勢，故電荷仍舊自A版上流至B版上，同時線路中之電流則漸減

少。此種情形，與擺子經過垂直位置後，仍向前以減少之速度而運動之情形甚相似。當B電版上所積之電荷，達最大之價值時，線路中之電流復變爲零，而蓄電器乃又開始向反方放電。此與擺子擺至反方最大角度後，復回轉而向垂直位置擺動之情形相同。由此觀之，倘假設電路中毫無電阻，則B版上最大之電荷，必等於A版上原有之電荷 Q_0，且在此種情形之下，線路中任何時之總能量，必等於

$$U_0=\frac{1}{2}LI_0^2=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

此公式與機械式之振動之總能甚相似，蓋電流乃電荷之變更率，即 $I=\lim_{t\to 0}\frac{Q}{t}$。故若用磁能 $\frac{1}{2}LI_0^2$ 代表電振動時最大之動能，則自感量的性質與力學中質量之性質頗相似，是二者皆可視作一種慣性。又若用靜電能 $\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$ 代表電振動時最大之位能，則 $\frac{1}{C}$ 之性質與力學中彈力係數相類似，故在(44.7)節中曾稱電容量C之倒數爲電彈量(elastance)。

上述電振動，係在完全無電阻之電路中進行者，其情形與擺子或彈簧振子不受摩擦阻力之影響甚相似。然在實際電路中，電阻實爲不可免之一要素，於是電振動之總能乃漸減，而化爲電阻中之熱能，至總能完全消滅時，電振動亦即停止。此與擺子之振幅，如不加以外力亦終漸減少，而擺子終歸停止之情形相似。因此，蓄電器放電時，各次火花漸漸變弱。圖(379)所示電流之值，亦漸漸減小。此種振動常稱爲挫抑的振動(damped oscillation)；

至於振幅不遞減之振動，則名爲不挫抑的振動（undamped oscillation）。

（55.3）　電振動之週期與頻率　倘摩擦阻力可以忽視，則彈簧振子之自然週期（natural period），卽振子作一次完全振動（complete oscillation）所需之秒數，乃等於

$$T=2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

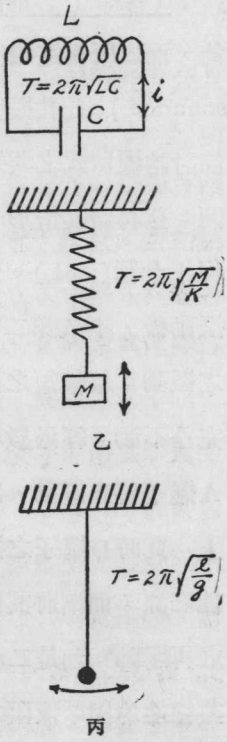
M爲振子之質量，K爲彈簧之彈力係數，(圖380)，又上節已述及在電振動線路中，電感量L之性質與M相似，其電彈量$\frac{1}{C}$之性質則與K相似，故電振動之自然週期，在無電阻之線路中，當爲

$$T=2\pi\sqrt{LC} \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

此公式可用嚴正之數學的方法證明。其中L與C須用同系統之單位計算，例如C以法拉計，則L以亨利計，或二者均用電磁單位或靜電單位計之亦可。如是，T之單位乃爲秒。在討論電振動各問題時，常用振動之頻率f以作計算。頻率之意義，乃表示每秒振動之次數，故等於週期之倒數，卽

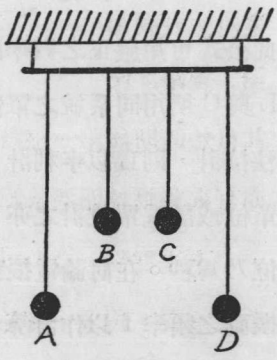
$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \cdots\cdots(7)$$

第三八〇圖甲



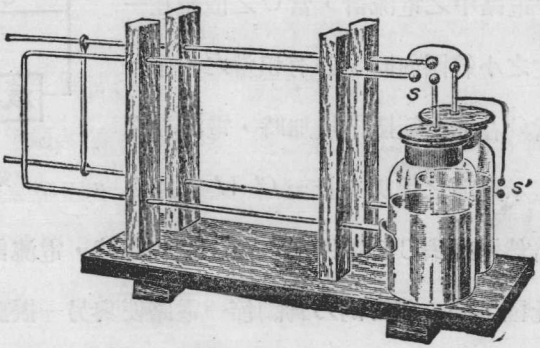
由此觀之，蓄電器放電時所生之振動，與平常交流電之分別，乃在於頻率之差異。平常交流電機所生之頻率自25至120週不等，至於一微法拉蓄電器放電以通過一亨利之電感，其所生之頻率已有1000/6.28＝156週之多。倘蓄電器之電容C與電感體之電感L皆減小1000倍，則所生之頻率即增大至156000週。此種高頻率之交流電或振動，爲無線電所常用，其性質與低頻率交流電頗有不同之點，茲在下數節討論之。

(55.4)　電的共振　在未說明高頻率之電振動，可幅射電能，而成所謂電磁波之前，請先述電的共振現象(electrical resonance)。此共振現象，與機械式之共振現象頗相似。在(12.11)節討論機械式之共振現象時，吾人曾用兩對長短不同之擺子作例。茲再將其情形申述一次。設此四擺子係皆在一可以略動之橫桿上如圖(381)。當推開長擺A，使之振動後，不久第二個同長之擺子D亦隨之振動。惟較短之兩個擺子B及C則幾完全不動。經過數秒鐘後，原來振動之A擺子停止擺動，將其動能傳於D擺子上。此時D擺子之振幅最大，而變成供能之源，而漸將其動能輸送至A擺，使之再擺動。如是二者往返交換能量，至其總能均因摩擦阻力而消失時，方完全停止。在此運動時間內，



第三八一圖

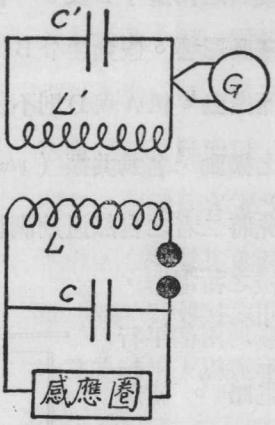
較短之兩擺子B及C，因其週期與A及D不同，故不受A或D之運動影響。假如僅令B振動，則C之週期因與B相同，亦將隨B而振動。但A與D則不能與C響應。此種因週期相同而互相響應之振動，名爲共振（resonance）。欲兩個電路發生共振時，須先將二者之自然週期調節，使之相等。圖（382）表示兩個同樣之蓄電器，聯於兩個平行電路。當加高電壓於一個線路中之蓄電器，使火花越過空隙S而放電時，若調節第二線路，使其自然週期與第一線路相等，則聯接於第二電路之小空隙S′間，亦有火花飛越而過。



第三八二圖

上述實驗，乃Lodge氏首先用以表演電之共振。茲因共振現象之重要，再舉一實驗以明之。在兩個有互感量之線圈L與L′之兩端，各接一蓄電器C及C′，C′乃一可變之空氣蓄電器。又在CL電路中置一小球隙，更在C′L′電路中串聯一熱線感熱

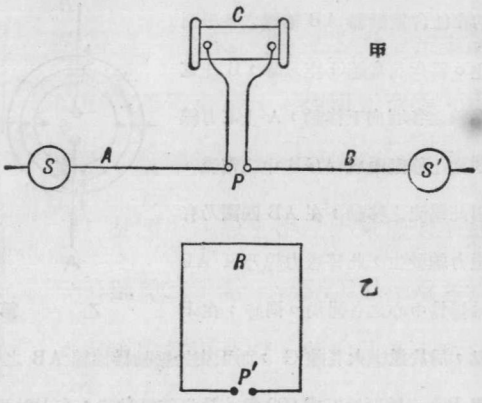
偶電流計（圖 383）。今若用感應機積電於C使之放電，則在 C L 電路中，必有電振動。其振動週期乃由C與L之價值而定。又若漸變更C′之價值，使自最小以增至最大，則見 C′ L′電路中之電流計，當C′之價值在一定之小範圍內時，卽有相當之指示。當C′在此小範圍內增加時，電流計之指示亦隨之增加；及至 C′ L′ 電路之自然週期與C L電路之自然週期相等時，電流計之指示乃減少。此種手續，其目的乃爲調節一電路使與另一振動電路發生共振現象，故常名爲調諧(tuning)。此實驗最重要之結果，乃表示當接收電路 L′ C′ 與振動電路 L C 共振時，在接收電路中，激其振動之勢力雖微，而所得之電流則頗可觀。若一離開共振狀態，則縱使兩路之自然週期相差不大，同值電勢所生之電流仍頗小。故欲檢查電的振動時，須先調諧接收電路使與振動之電路共振。此爲Hertz氏在1888年，首先用以證明高頻率電振動能發生電磁波之基本原理之一。



第三八三圖

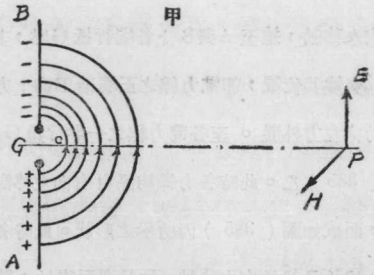
(55.5)　Hertz 之振動器與接收器　Hertz 用兩支銅桿 A

與B，接於感應圈C之副線圈兩端，(圖384甲)。A及B桿上，各置一球；此兩球S及S′，可在桿上移動，以便變更放電線路之電容及電感，(即變更其頻率)。氏所用之接收器，爲一環形導線，兩端置有一小球，而微露小空隙，(圖384乙)。當振動器與接收器達到共振狀態時，振動器空隙P一有火花，則接收器之空隙P′亦發火花。



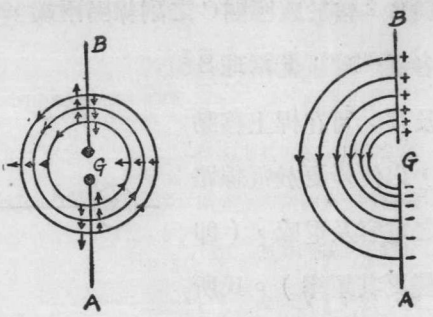
第三八四圖

(55.6) 高頻率能量之幅射與電磁波之構成 高頻率之電流可幅射能量，使成電磁波。其情形可用電力線與磁力線之本性說明之。按Faraday之說法，運動之電力線，附帶有磁場，故電力線可視爲有相當之動能及慣性。今先假設所用之振動器，其尺寸頗大，所發生之振動頻率甚低，而討論振動器四周之電磁各力線之變更狀態。假令振動器之A電版滿積正電荷，B板滿積負電荷，是時電力線自A出發而止於B，有如圖(385)甲中之各弧形曲線。(爲明瞭起見，圖中僅繪出在振動器一



第三八五圖

邊之電力線)。此等力線之位置，約在包含振動器 AB 軸線之各平面上。當火花飛越G 空隙時，B 上電力線之各端向下移動，A 上電力線則向上移動而成 AGB 中之電流。因此電流之移動，在 AB 四圍乃有磁力線發生，此等磁力線乃以 AB 軸線爲中心之各圓周。同時，在 P



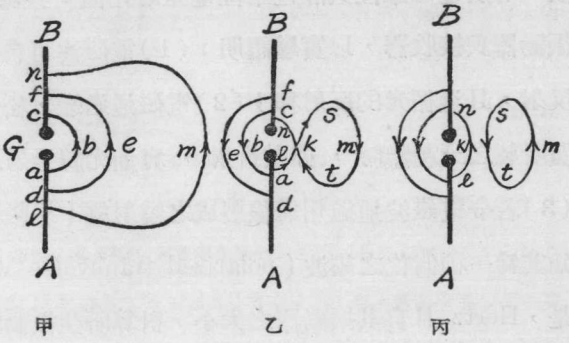
乙　　第三八五圖　　丙

點，居於通過火花隙 G ，而正交於振動器軸線 AB 之 PG 垂線上，磁力線，電力線與 PG 直線顯然互成 90° 角。是以當振動時，在 P點卽有一振動之電場強度 E，及一與此正交之振動的磁場強度H。但電流爲電荷之變更率，故當 E 值最大時，H之值爲零；反之當 H值最大時，E 亦爲零；此卽言 E 之位相與 H 之位相，其相差之時間適爲振動週期之四分之一。

今再進而討論電力線運動後之分布情形。假如電力線無慣性，則當火花隙破裂之後，各電力線將漸次縮短，以至於消滅。惟因其有慣性，且同向之電力線有互相推拒之傾向，故在火花隙破裂後，其情形不如是簡單。蓋在此時，各電力線在 A上之一端向上移，而在B 上各端向下移，同時其中部，例如C 點，因受其右方各力線之推拒，而向左移動，迨至 A與B 上各端行抵 G點，其慣性使其仍舊繼續移動，其正負兩端遂互相交換其位置，卽電力線之正端沿 B向上方移動，其負端則沿 A向下方移動，其中部仍向左方外展。至各電力線之一半行過 G 隙後，在振動器旁，其分布情形乃略如圖(385)乙。此時各力線均係自右向左移動，且繼續運動至所有之電力線均行過G 點，而成如圖(385)丙所示之形狀。此時各力線之動能，悉變爲各線張力所生之位能，然後又起始向右移動。如是週而復始，循環不息，至其所有之能量悉消耗於導體中而化爲熱量後始停止。以上乃假設振動器之頻率不高，各力線仍能隨振動頻率而振

動時之結果。由此觀之，低頻率振動器所生之能量，最後均化爲 AB 導體中之熱量，而無永久的被輻射於空間遠方者。

若振動器之頻率頗大，所生之現象則異是。振動器之頻率既甚高，則 A與B 兩導線須甚短，蓋如是其 L 與 C 之價值方能較小也。當空隙將有火花時，電力線分布於振動器之大略情形有如圖 (386) 甲所示。(爲明瞭起見，圖中亦僅繪在器之右半邊之力線)。當火花飛越G 隙後，近於空隙之電力線各端，即互相交叉而過，有如前段所述之情形，(圖 386 乙)。例如鄰近於隙之磁力線 abc 或 def



第三八六圖

等，其方向均更變而移至 AB 之左邊，至于較遠之磁力線，如 lmn，其情形則稍異。此線兩端 l 及 n 較其中部m行抵G點之時刻較早，故當 l 與 n 交叉而換位時，lmn 之形狀即變如圖乙所示之 lksmtkn 曲線。在此種進程中，lks 與 nkt 兩部分，其在 k 點之運動方向，必有一時與各部分之方向平行。此時遂無動量 (momentum)，足使二者仍互相交叉，故 lkmkn 電力線遂分成二部分如圖丙所示：一部分爲一完閉迴線 mst，又一部分之兩端 l 與 n 仍在 AB 線上。在 AB 上之部分lkn 係漸次向右增大，於是 mst 迴線受 lkn 之推拒乃傳播於空間。在此後半週期間，依上述之進程，振動器又放出另一與 mst 反向之迴線式之電力線。嗣後在每半週期中均放出一環。此種環形電力線與其相關之磁場在空間之傳播，即吾人所稱帶有電能與磁能之電磁波。在距振動器較遠之處，因其近處有上述繁複之變化，其電場強度 E 與磁場強度H之位相乃爲一致。即電場強度與與磁場強度同時增減，不似前段所述，在隣近振動器處，

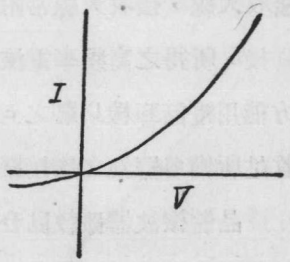
二者之位相，相差爲振動週期之四分一。至於E與H二者之方向，與波動進行之方向，則仍互成直角。此段所述之情形均可用謹嚴之算學的方法推演之。

(55.7) 光之電磁學說 在Hertz未作其實驗之前二十年，Maxwell即創光乃一種電磁波之說，而稱其在空氣中之傳播速度，等於電磁單位與靜電單位電量之比值。其後Hertz始利用其振動器與接收器，以實驗證明：(1)電磁波可自曲面導體之面上反射，且遵循光的反射律；(2)電磁通過蠟，松香，或他種介電質所製之三稜體時，亦被折射，宛如光線通過三稜鏡之情形；(3)若令電磁波通過用導線製成之繞射柵(參較後67.4節)，即知其爲一種偏化之縱波(polarized transverse wave)。不僅如是，Hertz且自其振動器之大小，計算所生振動頻率後，又引用波動的基本公式，即波速=頻率×波長之定則，而算得電磁波傳播速度等於光之速度，即每秒爲 3×10^{10} 糎。Hertz之實驗告成後，Maxwell所預斷光波係電磁波之一說，遂完全證實。Maxwell學說與Hertz實驗，實爲十九世紀物理學上，理論與實驗最大功績之一。

電磁波與光波本性相同，其異點僅在於二者之波長。Hertz所用之波長約爲5米，至於吾人所能見之光波，其波長則甚短，僅在0.00004至0.00007糎之間。尋常所用以通訊之無線電波，其波長自十餘米(短波)以至數萬米不等。各廣播電台所用之波長，多在300米與600米之間。

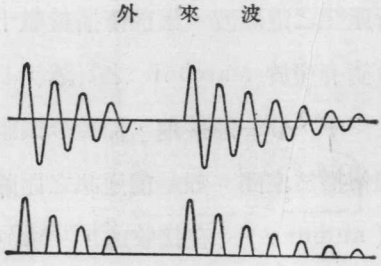
(55.8) Marconi 火花式無線電報 電磁波既能自空間一處傳播而達於他處，故可利用之以遞送信息。不過用 Hertz 方法所產生之電磁波，僅能傳播於數十米之內。至近世無線電報之成功實有賴於 Marconi 之貢獻。 Marconi 先架一垂直之長導線於空中，令一端接地，而後令振動器所發生之電磁波，自此長導線傳播於空間。如是能通訊之距離乃較遠。此架空導體名爲天線(antenna)。在接收處， Marconi 亦用一架於空中之天線與接收器聯接，且用 Branley 所發明之黏合器(coherer)代 Hertz 所用之火花隙接收器。 Branley 黏合器爲一管，內貯鐵屑及鎳屑。當接收天線被電磁波激發而振動時，所生之振動電流，能使黏合器內之鐵鎳屑互相黏合，如是其電阻頓減。器之電阻既減，與器串聯之電路，其電流遂增大，至足以振動電鈴。電鈴既鳴，黏合器同時受鈴錘之輕敲，其鐵鎳屑遂復分散如初。故當第二次電磁波到達時，乃能復行黏合，而再震動電鈴，此後作用均仿此。

(55.9) 晶體檢波器 除黏合器外，尚有數種晶體，例如方鉛鑛(galena)，紅鋅鑛(zincite)，亦可用以檢查電磁波之存在與否。此數種晶體之最重要性質，爲單向導電性；卽電流向一方流通時，所遇之電阻較小，但向他方流通則遇較大之電阻。圖(387)示此種晶體之導電



第三八七圖

特性。當天線接收到一羣電磁波後，所生高頻率之交變電流，經過此晶體，卽被改爲單向電流，如圖（388）。此單向脈搏電流，通過前（54.12）節所述之電話耳機，卽可使機中鐵片振動成音。此種設備名爲晶體檢波器(crystal detector)。若無檢波器，電磁波之振動頻率太大，無論何種機械的設備，均不能隨其頻率以振動，故電話機之鐵片將不因電磁波之到達而振動。若用晶體或他種檢波器，則在接收處之電話機內，其鐵片可依所發信號之長短而振動。此爲收接無線電報之大概情形。

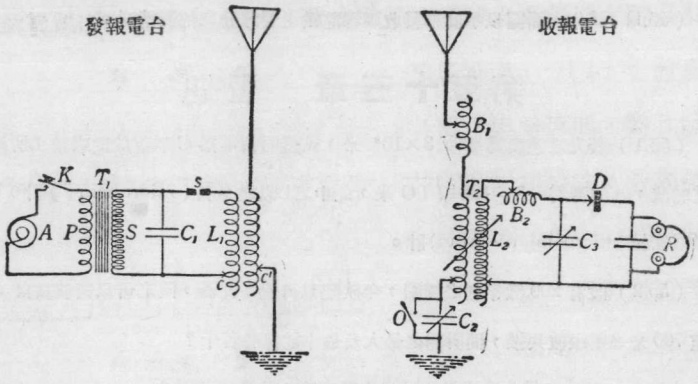


第三八八圖

綜上所述，無線電報之主要部分，在發報站爲相當之振動電路與電源，如感應圈或高頻率之發電機之類。其所生之電流，須經過相當之天線，方能傳播於遠方。在收報站之主要部分，首爲接收天線，接收天線常附用相當之振動線路，以便調諧。調諧適當後，所得之高頻率電流，須用相當之檢波器矯正爲成音電流，方能用電話耳機以聽之。圖（389）示火花式無線電報發送與接收站所備各器具之聯接圖式。

晶體檢波器雖較黏合器良好，然仍須時時調節其接觸點，方能得到良美結果。現今所用之檢波器，則以三極眞空管爲最善，

火花式無線電台



第三八九圖

其功用極廣大，將於下章討論之。

第五十五章　問題

（55.1）蓄電器放電時所生之電流是否爲單向的，試申述之。

（55.2）試比較電的振動與機械式之振動。

（55.3）挫抑的振動與不挫抑的振動之區別安在？

（55.4）當電路自由振動之時，其自然週期係由何而定？電路之電阻對於其自然週期有何關係？

（55.5）何謂電的共振？並舉一實驗以表示之。

（55.6）試略述 Hertz所用以發生及接收電磁波之方法。

（55.7）高頻率之電流，能輻射能量，而低頻率之電流則否，試說明之。

（55.8）試略述Maxwell之光之電磁說，及 Hertz 所作實驗以證實此說之大概。

（55.9）Marconi 對於無線電之主要貢獻爲何？

(55.10)檢波器之功用何在？

(55.11)試作一簡圖以示簡單發收無線電報主要部分之佈置情形。

第五十五章 習題

(55.1) 若光之速度爲每秒 3×10^8 米，試證明蓄電器 C 放電於電感量 L所產生之電磁波，其波長爲 $\lambda=1884\sqrt{LC}$ 米，此中之L以微亨利 (microhenry) 計，C則以微微法拉(micro-micro-farad)計。

(55.2) 設有 200 微亨利之線圈，今欲配以可變蓄電器，使之可以與波長自 200 米至 700 米之電磁波共振，問所需之最大及最小電容各若干？

(55.3) 問波長爲 300 米及 100 米之電磁波，其頻率若干？

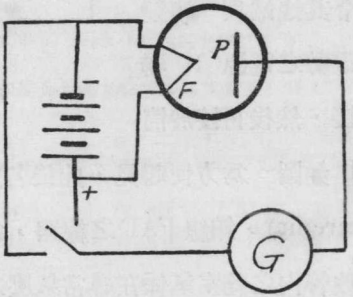
*(55.4) 蓄電器放電時，其電流與時間之關係可以下述三方程之一表之：

(a) $i=I_0e^{-\frac{R}{2L}t}\sin\omega t$; (b) $i=I_0te^{-\frac{R}{2t}t}$ 或(c) $i=I_0e^{-\frac{R}{2L}t}\sinh\omega_h t$。

此中之 $\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$，$\omega_h=\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{CL}}$。(a)式係用於 $\frac{1}{LC}>\frac{R^2}{4L^2}$ 之時，(b)式係用於 $\frac{1}{LC}=\frac{R^2}{4L^2}$ 時，(c)式則用於 $\frac{1}{LC}<\frac{R^2}{4L^2}$ 時。試令 L 爲 1，C 爲 1，R=1，或 2 或2.5 而分別繪曲線於坐標紙上以示此三方程之不同。又若R=0，則結果如何？

第五十六章 熱體發射之電子

(56.1) Edison效應 1883年，當Edison氏試驗電燈時，發現一極重要之現象。氏在其所新發明之白熾電燈泡內，另封置一金屬片 P，以備接於外部電路。當燈絲用直流電燃亮後，若將此片P 串聯於一電流計G，而後接於電池之正極，則電流計中卽指示有電流自燈絲經燈泡外線路而流於P(圖390)。若將P 接於電池之負極，則電流計中無電流。此現象常名爲 Edison 效應，然其意義至 1899 年 J. J. Thomson 倡電子學說後，始漸明瞭。其後復經過 Richardson 等之研究，至 1905 年， Fleming 氏乃利用此效應以檢探電波。近十幾年來，無線電事業發展之若是迅速，均當歸功於此數科學家之先驅工作。

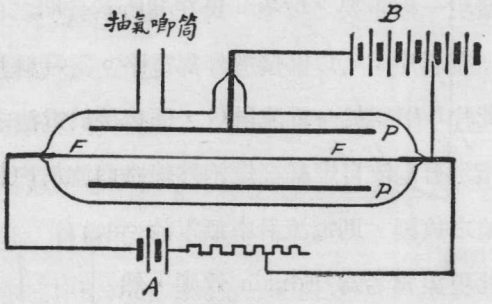


第三九〇圖

(56.2) 熱游子 在 Edison 未發見此效應前數十年，物理家雖均已知發紅熱之金屬物，不能保存其所積之正或負電荷，惟研究熱的物體發射電荷之定律，實自 W. O. Richardson 始。彼名此種被射出之電荷爲熱游子(thermion)。

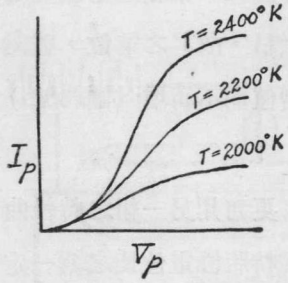
欲考究熱體射發游子之現象，最好用一鉑線張於一圓柱形之

金屬筒軸上，置筒與線於玻璃管中，更使玻管與一抽氣唧筒連接（圖391)。今若令鉑線與一可變電阻串聯，而後接於一電池A，則其溫度將隨所通過之電流之多寡而變更。在玻管外再將一電流計之一端，接於鉑線，而令其他端與一可變電勢之電源 B 聯接，然後再接於筒 P 如圖。爲方便起見，此後名此 PBF 線路爲版極電路 (plate circuit)，鉑線 FAF 之線路，爲燈絲電路(filament circuit)。若玻管內之乾空氣係在尋常氣壓之下，則管中游子，正負均有，其情形較爲複雜，當於後(58)章略述之。惟若繼續運用唧筒以抽出空氣，使管中爲極高之眞空，則管內僅有帶負電荷之游子，而此等游子均爲熱燈絲所發射者，且可用(後58章)相當方法以證明其爲電子 (electron)。因此，版極P 接於電池之正極時，此等負電荷被其吸引而成版極電路中之電流。若將 P接於電池之負極，則自燈絲所射發之電子反被其推拒，而版極電路中乃無電流。版極電路中電流之大小，乃視 P 與 F 之電位差 Vp 而定。若漸增其電位差，則版極電流亦增大，然如燈絲之溫度係一定不變，則 Vp



第三九一圖

之價值雖繼續增加，版極電流 Ip 僅可達一定之極限而止，如圖（392）所示。Ip既達到飽和狀態，如欲再增加其值，則非增高燈絲之溫度不可。圖示在三個不同溫度之下，版極電流 Ip 與版極電位 Vp 之關係。當 Edison 作其實驗時，係以碳作燈絲，而吾人上段所說之燈絲則爲鉑，惟在實用上，現今則多用鎢絲 (tungsten)。有時，爲增加所發射之電子起見，於鎢絲外且敷以氧化鈣或鋇 (oxides of calcium or barium)，或釷。因釷及此數種氧化物能在較低之溫度下發射衆多之電子故也。

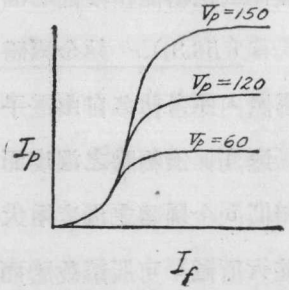


第三九二圖

（56.3）　熱金屬體發射游子之說明　按電子學說，各種金屬體內悉含甚多自由電子。此等電子可以在各原子間運動，其運動速度係依物體之溫度而定，其情形與氣體及液體分子之運動頗相似。金屬體之溫度增大後，遂有若干自由電子，其運動速度達甚大價值，可脫離物體而飛出。此情形與液體之溫度增大後，各分子漸有離開液體本身而汽化之情形亦甚相似。帶負電之質點，既被擠至物體之外，物體遂有過剩之正電荷。惟正負電荷將互相吸引，故熱體射出之電子亦有一部分復被吸入，直至吸入與射出之電子數目相等時，熱體四周，乃被一層電子包圍，而呈一種平衡狀態。若在熱體之鄰近，另置一帶正電荷之物體，如前節所

述之P筒，則由熱體所射出之電子，卽可被此帶正電之P筒所吸引。其吸引之電子數目，當然視P之電位較熱體F高若干而定。P之電位愈高，其吸引力愈大，而電流亦愈大。惟在一定溫度之下，熱體每秒所發射之電子亦有一定之數目，故P之電位，雖繼續增加，然電流最後只能達一定之飽和價值而不再增。圖(392)所示各曲線之形狀卽係此故。

在熱體四周有一層電子包圍之一事，更可用另一組之特性曲線表示之。今若在上節所述之裝置中，維持版極電位使之爲一定不變之值，而變更燈絲之溫度，(卽變更絲極中電流)，然後觀察板極線路中電流之變更，卽得如圖(393)曲線所示之各關係。例如當版極電位爲 $V_1=60$伏，燈絲所射出之電子數目尙不太多時，版極之吸引力對於所射出之電子可以隨射隨吸，無復遺漏，故當I_f之價值自零漸增時，(卽燈絲溫度逐漸增加時)，射出之電子數目旣增，版極所吸收者亦較多，故Ip卽漸次增大。然當絲極所射出之電子數目過多，版極不能隨時將其掃數吸收，則在版極與燈絲之間，遂有若干電子流落。此等滯留於版絲間之電子，對於後來被射出之同伴有頗强之推拒力，故此後卽使燈絲之溫度增大，版極所吸收之電子亦爲有限。因此，Ip漸達至另一種飽和狀態，此

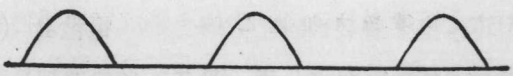


第三九三圖

現象名爲"空間電荷"效應(space charge effect)。如欲減小此效應，可將版極電位加高，以增加其吸引電子之力。例如圖中 V_2 =120伏特較大於V_1，V_3 =150伏特較大於V_2，故其因"空間電荷"之影響，其飽和電流亦較V_1曲線所示者爲大。

(56.4)　雙極眞空管之應用　在一眞空管內，封置一燈絲與一版極如圖(391)所示，則在 PBF 線路中之電流，僅能向一方流動。換言之，此種裝置亦有單向之導電性，與前(55.9)節所述之晶體略同。此種眞空管，名爲雙極眞空管 (two electrode vacuum tube 或 diode)。自雙極眞空管所引出之導線有三：兩線係接於燈絲之兩端，以備接於相當之電池或電源，使燈絲發熱；其第三線則與版極通聯。因雙極眞空管之單向導電性，Fleming 氏首先利用之，以檢查電波。此種檢波器之效率與穩度，較晶體爲優，至其檢波情形，則與晶體相同，茲不贅。雙極眞空管之又一應用，乃將交流電矯正爲直流。蓋加一交變之電勢於版極與燈絲之間，僅當版極之電位對於燈絲爲正號時，方有電流通行，故通行於電路中之電流，遂形成如圖 (394) 所示之形狀。

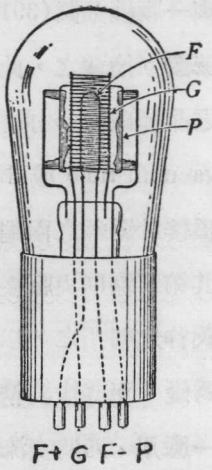
第三九四圖



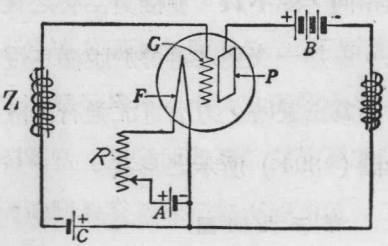
較大之雙極眞空管可用以矯正高電壓之交流電者，常名爲克魯管 (kenotron)。此式眞空管可通過數百釐安培，乃近代物理實驗室中所常備之器具，其結構大致與上述相

同，惟聯于版極之線端，與聯于燈絲之線端，係位於玻管之對方，以免電位差太大，而生火花放電，致損壞玻管。

(56.5)　三極眞空管之結構及電路　Fleming 利用雙極眞空管以檢查電波之後二年，De Forest 氏復在管中版極與燈絲之間裝置一第三電極，其結構頗如柵欄，故名爲柵極 (grid)。此種眞空管英文名稱甚多，如 audion, pliotron, radiotron 等等，今統名之爲三極眞空管。三極眞空管內之三個電極係版極，柵極與燈絲。三者聯接法，則如圖 (395) 乙惟因燈絲之兩端，須與另一組電池接聯，以便燃亮，故實際上三極眞空管燈座上有四個接頭，(圖 395 甲)，兩個與燈絲 F 聯接，其餘兩個，則各與版極 P 及柵極 G 聯接。版極 P 在眞空管外與電阻或阻抗 Z_0 串聯，通過一組電池 B (名爲 B 組電池) 之後，方聯於燈絲之一端，是爲版絲電路 (plate filament circuit)。柵極亦常與相當之阻抗 Z 串聯，經過又一組電池 C (名爲 C 組電池) 之後，乃聯於燈絲之一端，是爲柵絲電路 (grid filament



第三九五圖甲

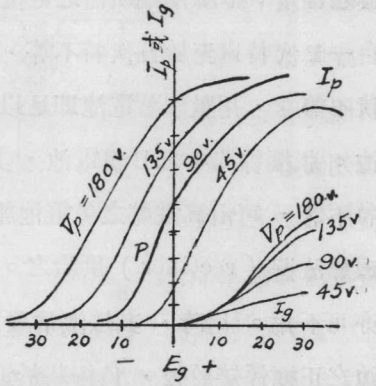


第三九五圖乙

circuit）。在燈絲電路中，常備一串聯可變之電阻R，以調節燈絲之溫度。燈絲兩端所需之電位差頗低，（在較小之眞空管中，自一二伏特以至於五伏特不等，若在較大之管，則需自7伏至12伏不等），用數個蓄電池即足以供給之。此組電池，名爲A組電池。版極線路中之B組電池，其所需電勢由20至數百或數千伏特不等，可由高電勢之乾電池組，蓄電池組，或直流發電機，或矯流器（rectifier）供給之。柵絲電路中之C組電池，可用亦可不用。用時，其接法常與B組電池之接法相反，蓋B組電池之正極係接於版，負極聯於燈絲，而柵極電池之正極，則常接於燈絲，其負極則反接於柵。此組電池有時亦稱爲柵偏電池（grid biasing battery），而柵極之電位，常名爲柵極偏壓（grid bias）。

（56.6） 柵極之功用 在三極眞空管內，柵極係位於版極與燈絲之間，故由燈絲所射出之電子，必先通過柵極各柵之空隙，方能達到版極。於是版極電路中電流之大小，不但視燈絲之溫度，與版極之電位而異，且隨柵極電位之高低而變更。當柵極電位爲負時，燈絲所射出之電子，爲柵極所推拒，其穿過柵極而達於版極之電子數目，遂較不用柵極時爲少。若變更柵極電位，使之自負值漸增至零，以達於正值，則由燈絲所射出之電子，被版極所吸收者將漸次增多，迄燈絲所生之電子，皆被版極與柵極所吸收而達到飽和價值。故如燈絲之溫度及版極電位不變，則版

極電流 Ip 與柵極電勢 Eg 之關係，即呈如圖（396）左旁各曲線所示。惟當柵極電位爲正時，有一部分電子亦被柵極所吸收，此時柵極電路中亦有相當之電流。此電流常稱爲柵極電流 (grid current)。(圖396) 右下方各曲線即表示柵極電流與 Vp 及 Eg 之關係。

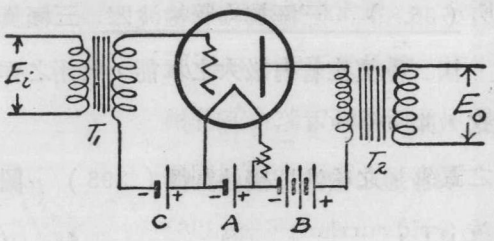


第三九六圖

由上所述，柵極之電位，可節制版極電流。惟柵極與燈絲之距離既較版極與燈絲之距離爲近，故柵極電位之變更，對於版極電流之效應，自較版極電位變更所生者爲大。例如當柵極電位自 −1 伏特增至 0 伏特時（參較圖 396），版極電流自 4 增至 5 釐安培；今如維持柵極電位於 −1 伏特，而變版極電位，使版極電流亦自 4 增至 5 釐安培，則版極電位須自 90 伏增至 100 伏。由此觀之，柵極電位變更 1 伏之效應，與版極電位變更10伏之效應相同；換言之，柵極所生之效果，爲版極所生之效果十倍，故加於柵極之電勢雖小，經過幾個三極眞空管之後，其最後結果即可大見增加，此卽三極眞空管可用作放大器 (amplifier) 之原因。

(56.7)　三極眞空管放大器　圖（397）表示用三極眞空

管作放大器時接法之一。在柵極電路中接有一變壓器 T_1，而在版極電路中亦接一變壓器T_2。此兩個變壓器，應否用鐵心，須視所欲放大之交變電流之頻率而定。高頻率放大器（例如每秒之振動次數在20,000週以上者）所用之變壓器，常爲置在空中而有互感量之兩個線圈。此蓋因頻率既高，如用鐵心，則被鐵心所耗去之能量太大，其效率乃較小故也。若頻率較低，則可用鐵心以增加兩線圈之互感量。若在T_1之原線路處，放入一交變電勢 E_i 則柵極電位即隨之變更。如所用之各組電池已預先調節妥當，使運用點適位於特性曲線之直線部分上，(例如圖 396 之P 點)，則版極電流 I_p 之變更，可與 E_i 之形式完全相同。此變更的單向電流 I_p 通過 T_2 變壓器之原線路，即感應一個與 E_i 同式之副電勢 E_0。更因眞空管之放大作用，及變壓器可用以增高電壓之故，E_0 之價值常可較E_i 大若干倍。在版極之輸出電路中，不但所得之電勢，較輸入於柵極者爲高，即其放出之電功率，亦較輸入於柵極電路者爲大。此點與變壓器之原理大不相同，然並不違背能量不滅之定律，蓋三極眞空管所輸出之功率，乃由B組電池供給，至於柵極電路，不過用以節制所

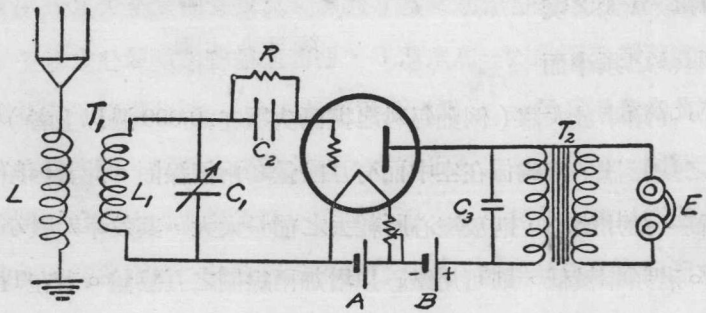


第三九七圖

輸出之功率而已，其所需功率原極有限也。

(56.8)　三極眞空管檢波器　三極眞空管亦可用以檢查電波。因三極眞空管有放大之本能，故用之作檢波器，同時亦得放大之效果。

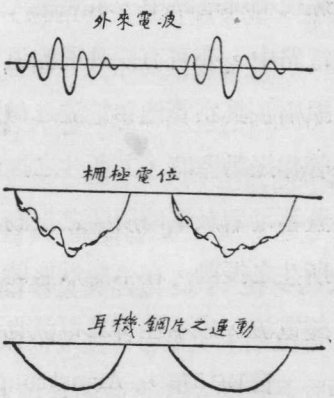
最普通之檢波器接法如圖(398)，圖中T_1乃一高頻率之變



第三九八圖

壓器，其原線路與天線串聯，其副線圈與一可變空氣蓄電器C_1並聯。用此圖接法時不用C組電池，而以一個蓄電器C_2(約0.0001至0.00025微法拉)，與一頗大之電阻R(約1至4百萬歐姆)，名爲柵極漏阻(grid leak)者，並聯代替之。在版極線路中，串聯一電話耳機，以備聞聽。或先接以一變壓器後再接以耳機。調諧C_1，使C_1 L_1電路與某發報機所生之電磁波共振，則加於柵極之電位頗大；更因柵極電位係隨波羣而變其值，故受話機中遂有相當之音響。C_3之值約爲0.001微法拉，乃備高頻率電流之通行以增加管之檢波作用者。

欲知此式檢波器響應電波時所生之作用，可先假設柵極電路中無漏阻 R。如是則當柵極電位爲正時，柵極吸住一羣電子。但如其電位變爲負時，此羣已吸住之電子，無法逃出，而柵極電位較原始時爲低。再當正值之涉浪來到時，柵極復吸住另一羣電子，如是其電位因電波之到達，遂漸次減低，最終必達頗大之負值，以使版極電流減爲零。此時，眞空管將完全失其效用。今如在蓄電器兩端接一高電阻 R，則前此被柵極所吸住之電子，可經此高電阻 R 漏去。但因漏阻價值甚大，故各羣電子完全漏去之時間，較電磁波之週期爲大，惟此漏失之時間，較之各羣電磁波出發相隔之時間仍小。因此，當一羣電磁波過去之後，柵極電位已回復其原始價值，而眞空管可復響應第二羣電磁波。在數羣電波來到時間之內，因柵極電位依各羣電波而變更，故版極電流亦依是而變更，以使電話耳機中鐵片受磁鐵之吸拒而發音。圖(399)表示本段所說各作用。讀者由此可知三極眞空管作檢波器用時，其所收之電磁波，先因柵極之單向導電性，而被矯正爲單向之電勢，然後再被眞空管放大，而成爲版極電路中之變更電流。此種檢波情形，與雙極眞空



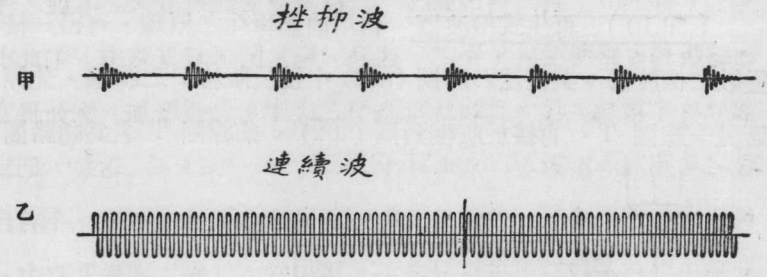
第三九九圖

管，或晶體檢波器之作用，截然不同。

(56.9) 眞空管振動器 三極眞空管既有放大之本能，今如將版絲電路所生電功率之一部分，輸入於柵絲電路中，則此小部分功率被放大後，在版絲電路中之功率可大爲增加。例如眞空管之功率放大常數 (power amplification constant) 爲A，則當輸入柵極之功率爲一單位時，版極所輸出者即爲A單位。今若自此輸出之功率內取出其百分之r，用相當方法輸入柵絲電路中，則版絲電路又有$\frac{rA}{100}$單位之功率可以取用；換言之，在版絲電路中，此時共有$A\left(1+\frac{r}{100}\right)$單位之功率。惟自此功率中，再用前此相當之方法，仍可得百分之r送入柵極電路，如是經n次之"反哺" (feed back) 或再生 (regenerative) 作用，在版絲電路中，所得之功率將爲$A\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$。因此，三極眞空管，如聯接得當，縱使柵絲電路中，本無輸入之功率，然因此種再生作用，在版絲電路中，亦可有振動電流通行。此振動電流，且漸次增大，至其振幅被眞空管飽和電流之値所限制而後止。據此，則用三極眞空管作振動器時，其所生之振動，乃與蓄電器放電時所生者稍異，蓋蓄電器放電時所生之振動，爲波幅遞減之振動，而三極眞空管所生之振動，在平衡狀態時，乃波幅不變的持續 (sustained) 交變電流，或不挫抑之電流也，(圖400)。

自1915年，Armstrong 發現此再生原理後，復益以世界大戰之軍事需要，無線電報與電話之發展，乃極其迅速。曩昔所用

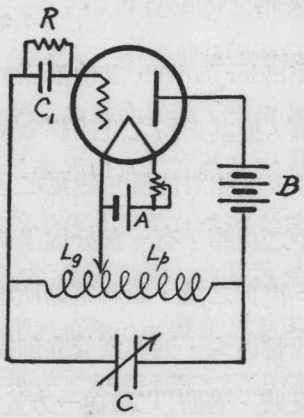
之火花發報機，現今已在淘汰之列，在 1927 年萬國無線電會議



第四〇〇圖

中，各國且通過，所有火花式發報機應在1939年以前完全廢止，是蓋因眞空管發報機，既簡便靈敏，且不似火花式發送機之易互生干涉作用，以致互相妨礙故也。

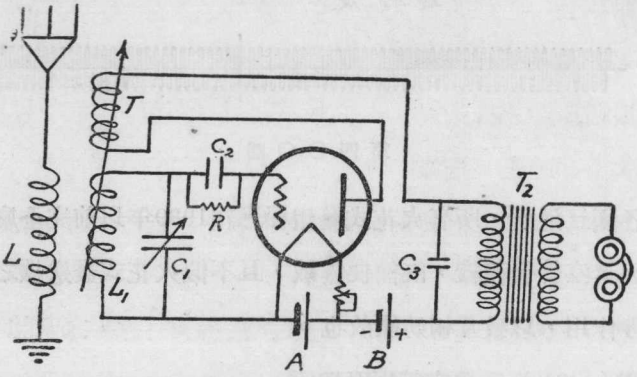
圖（401）示眞空管振動器聯接法之一。Lg 與 Lp 爲一個線圈 L 之二部，其中間一點可接於燈絲之一端。A 及 B 兩組電池接法均如常狀，C 組電池則亦以一蓄電 C_1 及漏阻 R 代之。在 Lg Lp 之兩外端接以可變之空氣蓄電器 C，以備調節所生之頻率。此式振動器所生之頻率，亦可用(55.3)節之方程(6)計算之，卽



第四〇一圖

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\text{ 週/秒}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

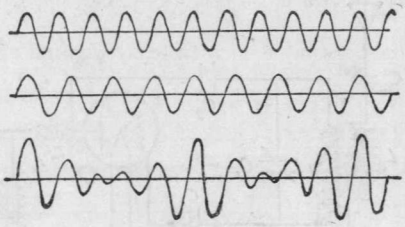
(56.10) 再生式檢波器　利用前節再生之原理，可得一較靈敏之檢波器。其接法乃將圖 (398) 中接於版極 P 之導線，先經過另一線圈 T，再接於版極如圖 (402)。此線圈 T 名爲哺給圈



第四〇二圖

(tickler coil)，其位置係放在 L_1 線圈之鄰近，或能在 L_1 內部旋轉，使其與 L_1 之互感係數可以任意變更。圖中貫串 L_1 與 T 之矢，卽表其相對位置可變更之意。如是，若調節得當，則在版極電路中之功率，有一部分因 T 線圈與 L_1 線圈之互感作用而復送入 L_1 中。因此之故，版絲電路所輸出之功率亦見增加。若 T 與 L_1 之互感量過大，則眞空管立卽振動，而電話耳機中乃有不絕之雜音。此時，若將 T 略向一方旋轉，可減少其與 L_1 之互感量，而雜音立可停止。倘再調諧 L_1 C_1 使其與所欲聞聽之電磁波共振，則所聞之聲，較不用時必爲强大。

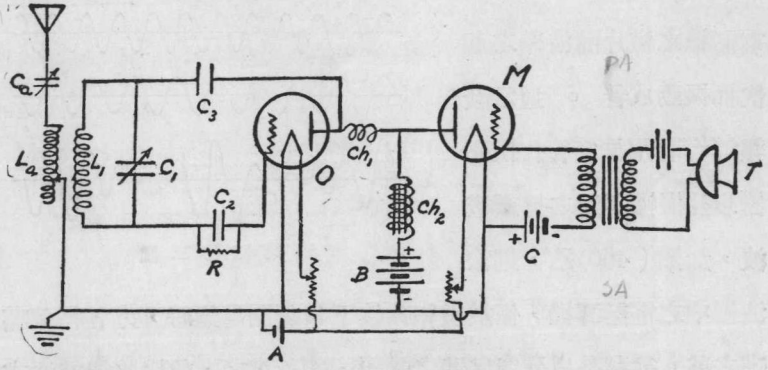
(56.11) 持續波無線電報 當按下火花式發報機之電鑰時，其所生者，乃係數羣之挫抑電波如圖(400)甲，故用尋常檢波器以檢查火花信號時，電話機之鐵片隨波羣之起伏而振動成音。通常發報電台若用眞空管作振動器以生振幅不變之持續電波，如圖(400)乙，則檢波器中之電話耳機，僅於發報生按下與放開電鑰時，方各得到嗒嗒之聲。欲藉是以分別信號之長短，殊不可能，故接收持續波式無線電報，多另裝一個振動器，使其振動與外來振動互生一拍音，如圖(403)，而藉以激動電話耳機之鐵片。持續波無線電報雖需此種特別接收器，然因其通信距離，遠逾用挫抑波或斷續波(interrupted continuous wave)所得之距離，故長距離之通信多採用之。



第四〇三圖

(56.12) 無線電話 眞空管振動器發明之後，無線電話之難題，亦即解決。蓋天線中既可得穩定之持續電波，則欲傳播語言或音樂，只須將此高頻率電流之振幅，依語言或音樂之波式而變更。至於在接收處，則此種電波經過檢波器，將其高頻率部分濾去，僅餘可以成音部分以激動電話耳機，故吾人遂得聞原來之聲音。此種用以調理高頻率電流，使其振幅依語言或音樂之波式

而變更之手續，名爲調波法(modulation)。最簡單調波器，可用炭式發音器，如(54.12)節所述者，聯於三極眞空管而組成之。其接法之較常見者如圖(404)。



第四〇四圖

綜言之，在無線電話站，或廣播電台中之儀器，有下列各部分：——

(1)振動器O及放大器 PA 用以發生等幅之持續波。

(2)發音器T及聲音放大器 SA 與調波器M用以調變振動器所生之等幅持續波。

(3)天線及共振電路 Tc 用以傳播此已調節妥當之電磁波。

在接收處所備之器具，與前所述用以接收電報者相同，卽

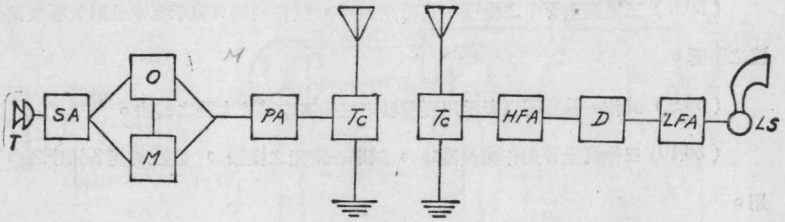
(1)相當之天線及共振電路 Tc 以接收電磁波。

(2)高頻率放大器(HFA)(亦可不用)用以放大天線所收到之微小高頻率電流。

(3)檢波器D用以澄清被調變之電流波，僅存其成音部分。

(4)低頻率放大器LFA用以放大通過檢波器之成音電流。

(5)高聲器 LS 或電話耳機，用以改變成音電流，使成鐵片的機械振動。圖(405)表示發送與接收電站各儀器之聯接次序。



廣播電台　　第四〇五圖　　收音電台

(56.13) 眞空管之他種應用　眞空管之應用，不僅限於無線電，即極長路途(例如自紐約至舊金山)之有線電話，亦復藉此，方能通行無阻。此外，現已見諸商用之事業者，如電傳寫眞，有聲電影等，皆是；其已經發明成功，而尚未達到商用地步者，如無線電視 (radio vision) 等等，亦莫不均藉三極眞空管之力，方克發展。至於各種科學實驗室，其需用眞空管之處極多，茲不贅述。

第五十六章　問題

(56.1) 試略述 Edison 效應，並以電子說解釋之。

(56.2) 何謂熱游子？物體所射發之熱游子，其多寡由何而定？

(56.3) 試簡述雙極眞空管之構造。在此等眞空管中，版極電流之值由何二事決定之？版極電流有其一定之飽和價值，試說明之。

(56.4) 何謂空間電荷效應？

(56.5) 試述雙極眞空管之應用。

(56.6) 三極眞空管之構造及接法若何，試略述之。

(56.7) 試分別敍述 A, B, 及 C組電池之大約價值及功用。

(56.8) 三極眞空管中之柵極，其功用如何，試作曲線以表示其電位對於版極電流之影響。

(56.9) 試作一線路圖以表示用變壓器之三極眞空管放大器之接法。

(56.10) 三極眞空管用作檢波器時，試舉一常用之接法，並說明其各部分之功用。

(56.11) 三極眞空管何以可用以產生等幅之交流電？

(56.12) 試作一線路圖以表示眞空管振動器之接法。

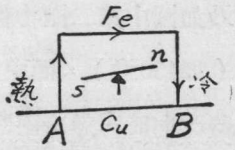
(56.13) 持續波式與火花式無線電報機之優劣若何，試比較之。

(56.14) 何謂調波器？

(56.15) 試作簡圖以表示無線電話收發電站中各儀器之聯接次序，並說明各部分之功用。

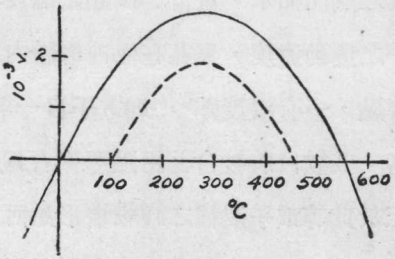
第五十七章　熱電現象

(57.1) Seebeck 效應　在前(51)章說明各種電學儀器時，曾述及一對異質金屬體之兩接點，其溫度如有差異，則在此兩導體所組成之電路中，即有電流通行。此現象在1822年經 Seebeck 首先發見，故稱爲 Seebeck 效應。欲表示 Seebeck 效應，其事頗易。例如接一銅條與一鐵條使成電路，如圖(406)，在二者中間，置一可自由旋轉之磁針。繼熱此裝置之一接點，以提高其與他接點之溫度差，則磁針立即偏轉。自針之偏轉方向，即知在此電路中之電流，係自銅經熱接點而流入於鐵，復自鐵經過冷接點，而仍歸於銅。此種裝置名爲熱電偶(thermo couple)。因溫度差而產生之電勢名爲熱電勢(thermo electromotive force)。



第四〇六圖

(57.2) 熱電勢與溫度之關係　設置鐵銅熱電偶之一接點B於冰水中，以維持其溫度於冰點，漸次增加其他接點A之溫度，則所生之熱電勢與A點溫度之關係，將如圖(407)之拋物線所示。當A點溫度初增時，熱電勢亦隨



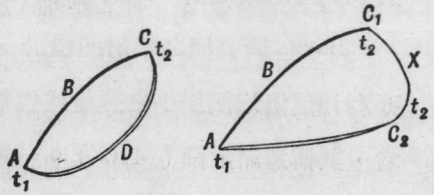
第四〇七圖

之而增，至溫度約爲275℃時，乃達其最大之値；此溫度常名爲熱電偶之中立溫度（neutral temperature）。此後，如再增加A點之溫度，則熱電勢反漸減，至A點之溫度達550℃時，熱電勢即等於零。此溫度常名爲反向溫度（temperature of inversion），蓋因A點溫度若超過550℃以上時，此熱偶中之電勢方向則與前相反，而電流將自鐵經過熱點以流入銅，復經過冷點而回歸於鐵。若B點之溫度係維持於100℃，則電勢與A點溫度之關係，乃如圖中第二拋物線所示。在此情形之下，反向溫度低減100℃（即450℃），而中立溫度仍爲275℃。故中立溫度，可視爲電勢改向時，熱冷兩點溫度之平均値。由此可知熱電勢之大小，視熱電偶之性質，與接點之溫度差，及兩接點之平均溫度三者而定。在一定之溫度差及平均溫度下，鉍（bismuth）與銻（antimony）熱電偶所生之熱電勢，較其他尋常兩原質所生者爲大，故欲得甚大之熱電勢時，常用鉍銻爲熱偶。

（57.3）　熱電勢之來源　熱電偶中之能，顯係由接點所吸收之熱能而來，蓋當一接點之溫度增高時，在一種導體內自由電子之運動速度，與其在他種導體內之速度常不相同，故熱偶之兩接點，一有溫度差，則電子自一導體之熱點，遷移入於他導體者，其數目將較自其冷點遷移者爲多。於是在電路中遂有電流。至於此等電子遷移之詳細情形如何，現今尙未能完全明瞭。

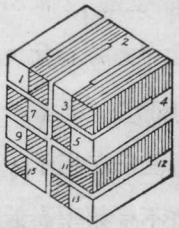
（57.4）　第三導體對於熱電勢之影響　試斷開一熱電偶電

路ABCD之一接點C圖(408)，而另接一導體X。倘若X與導體B及D之兩接點 C_1 及 C_2 之溫度，仍舊與未加入X前之C點之溫度相同，則當變更A點之溫度時，在 ABC_1XC_2 電路中所生之熱電勢，將與未加入X時完全相同。由此實驗，故知如第三導體之溫度，等於熱偶接點之原有溫度，則此第三導體對於熱電偶之電勢，不生影響。因此，若將熱電偶之接點，銲于他線上，或將其一接點開斷，而藉他種導線以聯接於電流計，只須此電流計與聯接導線之溫度均爲原有之值，其所生之電勢，即與未銲於他導體上，或未加以第三導體時相同。若加入之導體，其兩接點C_1及C_2之溫度不同，則結果將與另加入二對熱電偶之結果相同。

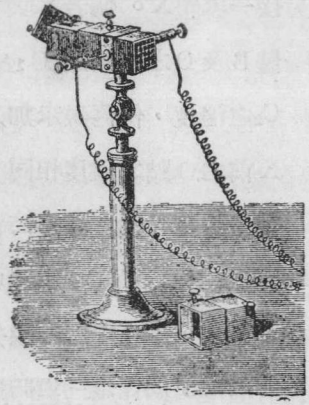


第 四 〇 八 圖

(57.5) 熱偶之應用 熱偶所生之電勢，甚爲微小，且其內阻亦頗大，不能利用以作電源。若用以測定溫度差，則甚便利。測定微小之溫度差時，常用多數熱偶互相串聯以成一熱電堆(thermopile)。此種器具(見圖409)內含兩種金屬桿相間排置而成一長立方塊。其雙數之接點及單數之接點，各位於方塊之對面，



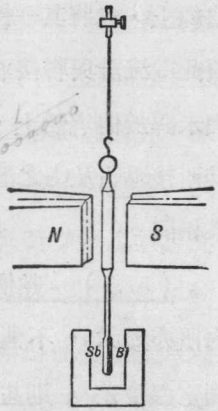
第四〇九圖甲



第四〇九圖乙

故此兩對面之溫度一有差異，則接於其開端之電流計，即有指示。

Boys 所發明之輻射顯微計，亦利用熱偶以測微小之熱量或輻射者，其構造略如圖（410）。一銻鋅熱偶之一接點，係以一圈銅線完成之。銅線懸於石英絲之下端而位于兩强烈磁極之間。當熱偶居下之接點受輻射之作用而變熱時，其所生之電流即使銅線圈在磁場轉動。因銻鋅偶係却磁的 (diamagnetic)，故其四周須圍以輭鐵以作屏障。此式儀器常能檢得百萬分之一度之溫度差，其靈敏度亦可云大矣。

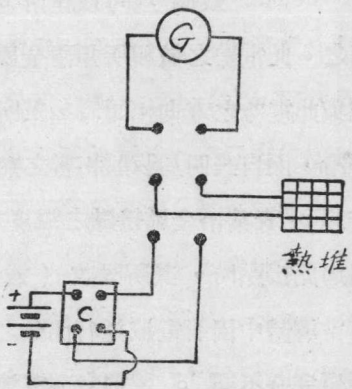


第四一〇圖

測量頻率甚高之電流，亦常用熱電偶所生之電勢。是蓋因高頻率電流通過一導體，即能生熱，而所生熱量之多寡，乃與電流 I 之平方成正比。故若銲一對電偶之一接點於導體上，而聯一直流電流計於其開端處，則電流計之指示，將與導體中所通行電流之平方成正比。此種裝置既不受頻率高低之限制，且不因電流方向而差異，故用以測定射頻 (radio frequency) 電流極爲方便。通常射頻電流計，多利用

此理。

(57.6)　Peltier 效應　與 Seebeck 效應相反逆之現象，於 1834 年，經 Peltier 氏發見。Peltier 令電流通行於一熱電偶之電路中，而發見熱偶之一接點放出熱量，而其他接點則吸收熱量；換言之，即一接點之溫度增大，而他接點之溫度減少。欲表顯 Peltier 之效應，可將一熱電堆 T 之兩端接於一雙投雙極電鍵之中間兩接柱，而以一組電池，及一靈敏電流計 G 各接於電鍵外部之接柱，如圖(411)，以檢查之。當關閉電鍵於下方使熱電堆與電池串聯時，則電流通過各熱電偶，因 Peltier 效應，故在熱堆一面之各接點變熱，在他面之接點則變冷。如是，若急將電鑰反關於上，使熱電堆之兩端接於電流計，因熱電堆兩面之溫度差尙存在，故其熱電勢將使電流計指針偏轉。設更用換向器 C，將電池之正負兩端對調，使原始通行於熱電堆之電流方向更改，則當反投電鍵於電流計時，電流計之偏轉亦改向。倘詳細考究電流計中電流之方向，與原始用以發生 Peltier 效應之電流方向，即知熱偶上放出與吸收熱量之接點爲何。此等實驗結果表示若通過熱電



第四一一圖

偶A 點之電流方向，與因提高此點溫度而生之電流方向相同時，則A 點將自其四周吸收熱量，(即其溫度變冷)。反之，若電流之方向反此，則A 點將放出熱量，(即其溫度變熱)。據熱力學第二定律，此結果實爲必然。蓋不如此，則當熱偶中略有電流通行之後，則其一接點變熱，其他接點變冷；因二者之溫度差，電流將增大；而電流增大時，熱接點將愈變愈熱，冷接點將愈變愈冷。於是雖外界無何種變更，熱量可自行由熱偶之冷接點遷移於其熱接點。是顯然與熱力學第二定律不符。

Peltier 效應，可以在兩金屬質之接點處有一相當之電勢解釋之。此電勢之值視所用兩金屬之性質及接點之溫度而定。當電流與此電勢之方向相同時，其所供給之能量係取諸接點，故接點變冷，而自其四周吸收相當之熱能以補償之；反之，則反此。若以 p_t 表某兩金屬接點之溫度爲 t 時之 Peltier 電勢，則當電流通過此接點時，其所吸收（或放出）之熱量每秒爲 $p_t i$。此與尋常導體中因有電流通行而生之焦耳式熱量 (Joulean heat)，其性質完全不同。蓋前者視電流之方向，而有吸收與放出熱量之別，而後者則不論電流之方向爲何，均係將熱量放出。換言之，焦耳所得之熱量與電流平方即 i^2 成正比，而 Peltier 所得之熱量與電流成正比，故其熱量視電流之方向而有正(吸收熱時)與負(放出熱時)之分別。

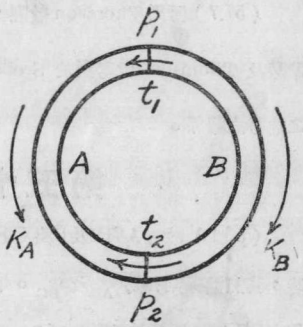
(57.7) Thomson 效應 引用熱力學原理，Thomson

(即Lord Kelvin) 預計當電流通過一導體時，在導體中亦應有吸收與放出熱量之現象。此種現象名爲 Thomson 效應。其價值頗小，不易觀察。各種物質所生之 Thomson 效應，亦各不相同。例如自銅桿之一冷端通過電流于其熱端，則桿變冷，若令電流自熱端流向冷端，則銅桿變熱，而在鐵桿所生之效應則反是。又在鉛中之 Thomson 效應，則幾等於零。

Thomson 效應亦可以一相當之熱電勢解釋之。例如當銅桿一端之溫度較其他端爲冷時，Thomson 熱電勢係自其冷端指向其熱端，故當電流沿此電勢之方向而流通時，桿乃變冷，反之則變熱。鐵之 Thomson 效應，與銅相反，其 Thomson 熱電勢常視爲負值。

(57.8) 熱偶之電勢 設以 A 及 B 兩金屬質爲熱偶。令 p_1 及 p_2 分表其接點溫度爲 t_1 及 t_2 時之 Peltier 電勢，其方向係自B而A。又令 K_A 及 K_B 分表當溫度差爲 (t_2-t_1) 時，在A及B中之 Thomson 電勢，其方向係自溫度較低之 t_1 指向 t_2，如圖(412)。如是，則在此熱偶中之總熱電勢 e，可書爲

$$e=p_2-p_1-K_A+K_B \qquad (1)$$



第四一二圖

在多數熱偶中，其 Peltier 電勢係溫度 t 之直線函數，而 Thomson 電勢則爲兩接點溫度 t_2 及 t_1 之二次函

數，與其中間各點之溫度無關，故e與溫度t之關係，常可以一拋物線表之。

第五十七章 問題

（57.1）試述將熱能直接變作電能之方法。

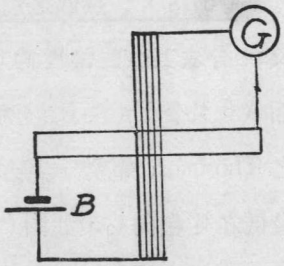
（57.2）何謂熱電偶與熱電勢？多數熱電偶之熱電勢與其兩接點之溫度有何關係？何謂中立溫度？何謂反向溫度？

（57.3）設將熱偶之一接點開斷，而另接以第三質之導線，問其所生之電勢將如何變更？

（57.4）試述熱偶之應用。

（57.5）試陳述 Peltier 效應。何謂 Peltier 電勢？

（57.6）設有如右圖所示之銅鐵兩捍，其中心銲在一處而成一十字形。今在其兩鄰端接以電池 B，而在其餘兩鄰端接以電流計G，試述電流計中電流之方向。



（57.7）何謂 Thomson 效應，並述 Peltier 電勢及 Thomson 電勢對於 Seebeck 所觀察得之電勢之關係。

第五十七章 習題

（57.1）設有A與B及B與C所組成之兩對熱偶，當其兩接點之溫度各爲 t_1 及 t_2 時，其熱電勢則各爲 e_{AB} 及 e_{BC}。今若以A與C合組以成一熱偶，其兩接點之溫度亦各爲 t_1 與 t_2，問其熱電勢如何？

(57.2) 當一熱偶之兩接點之溫度爲 t_1 與 t_2 時，其熱電勢爲 e_{12} 而當其兩接點之溫度爲 t_2 與 t_3 時，其電勢則爲 e_{23}。若接點之溫度各爲 t_1 與 t_3 間其電勢若何？

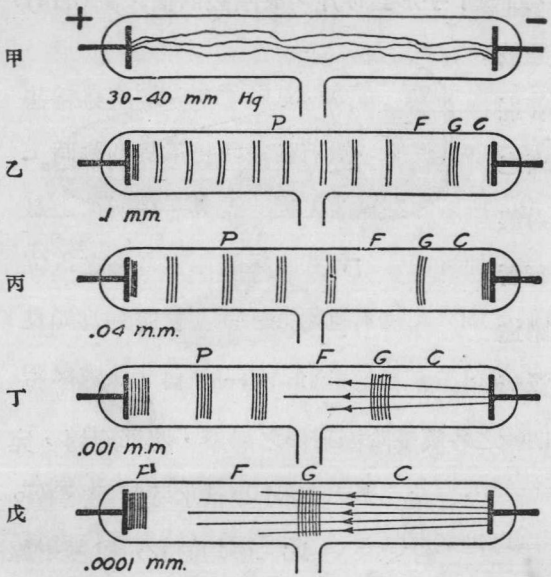
(57.3) 表熱偶之熱電勢之又一法，係以其兩接點之平均溫度爲橫坐標而以兩接點之溫度相差爲一度時之熱電勢(卽電勢/溫度)爲縱坐標，作曲線于方格紙上以表示之。若熱電勢與溫度之關係爲一拋物線如圖(407)，問用此圖表法所得之曲線當作何狀。

(57.4) 銅鉛與鐵鉛兩熱電偶之電勢，在尋常之溫度範圍內，均爲溫度之二次方程。當兩接點之平均溫度爲 0°C 時，銅鉛偶之電勢爲 13.6×10^{-6} 伏特/°C，鐵鉛偶之電勢則爲 17.34×10^{-6} 伏特/°C，而當兩接點之平均溫度爲 100°C 時，銅鉛偶之電勢爲 23.1×10^{-6} 伏特/°C，鐵鉛偶之電勢則爲 12.47×10^{-6} 伏特/°C。今若以銅與鐵作熱偶，其兩接點之溫度各爲 0°C 與 100°C，問其電勢若干？

第五十八章 氣體中之游子

(58.1) 放電管內之現象 在尋常氣壓之下，氣體雖爲甚良之絕緣體，惟其絕緣性實非完全，蓋將帶電物體置於空氣時，其所帶之電荷常可漸由其四圍之空氣漏失也。此外，前所述之放電現象（見前 45.8 及其他各節），即在空氣間兩個電極之電位差，若達一相當之價值，則火花可飛越兩極，而使氣體變爲頗良之導體，亦爲空氣在相當情形下可以導電之明證。茲先陳述氣體之密度，對於其導電之影響。

若加一相當之電位差於置在一封閉玻管中之兩電極，（例如將此兩極接於一感應圈之副端而激發之），然後漸抽去管內之氣體，即可次第發見下述各現象。當管內氣壓等於大氣壓力時，管中不生何種異態。至氣壓漸減至相當程度時，即聞爆裂之聲起於管內，並見管壁有藍色光線倏起倏滅。在此時，尙難由管內放電之狀態，辨別兩電極之孰爲陽極，孰爲陰極。若繼續抽氣至氣壓僅有三四糎左右時，則此等光線愈加明顯，其情形頗似完全貫穿氣體，而將兩極互相連接然者，(見圖413甲)。倘益減低管內氣壓，則光線漸散開，並充滿管之中部。此時，管中呈現紅色光柱 P，自陽極始，幾抵於陰極，此光柱常稱爲陽柱 (positive column)。在陰極與陽柱之間，有一黑暗區域，F，常名爲 Faraday 之黑暗區域 (Faraday dark space)。同時，陰極面上略呈微光。若氣壓

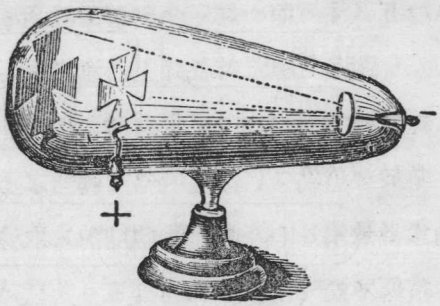


第四一三圖

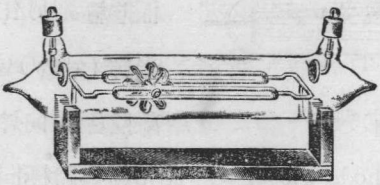
再減，則見陽柱爲多數光暗相間之層紋(striae)所組成，且全柱漸隨氣壓之減少而向陽極縮短。同時，在陰極旁之Faraday 黑暗區域，漸次擴張，而陰極則另生一光輝 (glow) G，離陰極而向外進展。此光輝名爲陰極光輝(cathode glow)。在此光輝與陰極間之黑暗區域 C，名爲 Crookes 或陰極黑暗區域(圖 413 乙)。此後，氣壓愈減，Crookes 與 Faraday 兩黑暗區域愈擴大，陽柱愈縮短，至氣壓約爲 0.0001 糎鎒時，陽柱幾不能見，陰極光輝亦較弱。此時管壁呈極明亮之螢光，此光之顏色，視管之玻璃之性質而異。蘇打玻璃 (soda glass) 發綠色光，鉛玻璃 (lead glass) 則發藍色光。此式放電管名爲 Geissler 放電管或 Crookes 管。

(58.2) 陰極射線 前節管壁之螢光，蓋乃發自陰極之"射線"所生之效果。此等射線名爲陰極射線 (cathode ray)。若

在管內置一阻礙物，如一十字形雲母片，於陰極對面，圖(414)，則此等射線之一部分被阻碍物所阻止，而管端壁上立呈界限極清晰之影。此即表示陰極射線乃依直線方向而進行者也。若在其進行之路途中置一可以轉動之翼形小輪，（圖415），則輪之各翼受陰極射線之射擊，將即旋轉，宛如水車被水所射擊然者。此二事均似表示陰極射線係由發自陰極之一羣質點所組成。

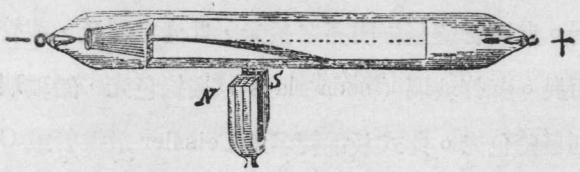


第四一四圖



第四一五圖

倘若置一磁鐵於管旁，或加一與射線正交之電場，則各陰極射線所取之路途將不爲直線，圖（416）。自其偏傾之方向，即可斷定其性質與一羣自陰極射出帶負電之質點無異。經數年之爭執，



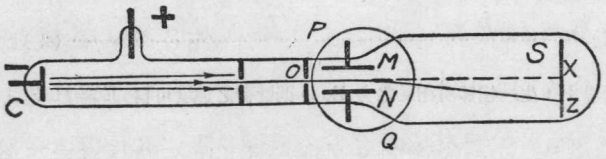
第四一六圖

Perrin 始於1895年將陰極射線直接引於驗電器之金箔上，而確

定其爲帶負電之質點。自此之後，乃無復認陰極射線爲一種之波浪者。惟射線一詞，今則仍舊沿用不改。

陰極射線之特性除上已述者外，尙有下列數項：(1)陰極射線離開陰極之方向，係與極面正交，故如用凹面陰極，可將之聚集於一焦點；(2)當其落於物體之上時，除物體之可發螢光或燐光者發光外，亦有使物體變熱之效應；(3)當其通過氣體中時，常使氣體"游子化"而可導電。凡此諸特性悉與放電管陰極或其中所剩餘氣體之性質完全無關。

(58.3) 陰極射發質點所帶之電荷與其質量之比值 自陰極射發之各質點，其所帶之電荷e與其質量m之比值，首由J. J Thomson 於1897年測定。Thomson 所用之陰極射線管，略如圖(417)所示。在陰極C之對方，置二金屬版，版中心各鑿一小孔。於是自陰極射出之質點，遂有若干可通過此二小孔，而射於管他端之幕S，S上敷以氧化鋅，故被質點射擊後，即生甚明晰之光點於X處。



第四一七圖

今若在管外裝置相當線圈，通以電流後，使其所生之磁場H與射線正交，(圖中PQ圓即表此磁場，其方向亦與圖紙正交)，則

質點受磁場之影響，所取之路途必作圓弧形，而射於管端S幕之光點，亦必離開其原始位置。如是，自磁場與S之距離，及光點離開原始之位置之遠度，即可計得射線所作之圓之半徑r。既知此半徑r，及磁場强度H，與質點之速度v，則質點所帶之電量e與其質量m之比值，即可按下列方程計算之。H之價值，可由線圈之大小，及電流之值計得之，（見前46.12節）。至於v之價值，Thomson 則另用一與H及射線均互相正交之電場E測定之。管內兩平行之金屬平面M及N，即備作此用。當加一相當之電位差於此兩平面，使質點同時受H與E所生之相等而相反之力之作用時，則射在S上之光點，可回至原位置X。由此時之E及H之價值，即可計出v之價值，算法如下：——

當一電荷e以每秒v釐之速度而運動於與v正交之磁場H中時，其所受之力係（見前51.5節）

$$Hev \quad \cdots\cdots (1)$$

若同時亦有一電場E，生一相等而相反之力Ee，則電荷之速度可自 Ee=Hev 之關係，即

$$v=\frac{E}{H} \quad \cdots\cdots (2)$$

之公式計出之。是爲計算$\frac{e}{m}$之初步方程。

陰極質點如僅受磁場影響，則其路途將爲圓形。今令圓形之半徑爲r。如是則質點之加速度爲$\frac{v^2}{r}$，而其所受之離心力乃$m\frac{v^2}{r}$。惟加於電荷之力爲Hev，故將二者相

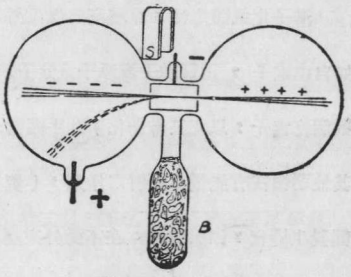
等，即得

$$He=\frac{mv}{r} \text{ 或 } \frac{e}{m}=\frac{v}{Hr} \quad \cdots\cdots(3)$$

今v已由$\frac{E}{H}$測定，H復可自線圈之大小及所通之電流計算，r可由光點所移之位置計得，則$\frac{e}{m}$之值可由此式計出之。

Thomson 實驗所用之陰極射線，其速度約自 2×10^9 至 4×10^9 糎/秒，（即約爲光之速度之十分之一）。其所得之結果，加以各種改正後表示每克陰極射線所荷之電量爲 1.77×10^7 電磁單位。此值不因管中所遺留之氣體，或所用陰極之性質而有差別。若以之與電解一克氫所需之電量（即9650電磁單位）相比，陰極射線之$\frac{e}{m}$則較大1840倍，因陰極質點之方向易受電場或磁場之影響而改變，其質量似較氫原子爲小。惟此事是否如此，仍須其他實驗以證之。綜合各種實驗之結果，今日科學界均認陰極質點實即電子，其所帶之負電荷，據最新之結果，係等 1.591×10^{-20} 電磁單位。

（58.4）　陽射線　在 Crookes 管內不但有帶負電荷之質點，實亦有帶正電荷之質點。此等帶正電荷之質點爲陰極所吸引，故若陰極中鑽有小穴，圖（418）則此等質點即可由小穴透出而成所謂陽射線（positive ray）者。陽射線於



第四一八圖

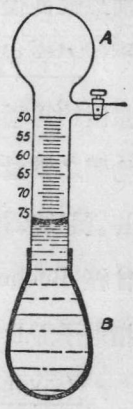
1886年已爲 Goldstein 所發見。以混合電場及磁場之方法，W. Wien （1898年）曾測定陽射線之速度僅約爲光速之千分之一，而其最大之$\frac{e}{m}$比值，則與在電解液中，氫游子之$\frac{e}{m}$相等。他種實驗且表示此等正游子所帶之電荷，適與一個或數個電子所帶之負電荷爲等量。綜言之，帶正電之游子，可視爲電子之對象者，其質量實無較氫原子爲更小者，此爲電子與正游子之區別。

（58.5） 氣體導電之解釋 金屬導電之理由，乃因其中有甚多之自由電子，故導體中兩點一有電位差，此等電子即從一點向他點移動以成電流。電解液導電之理由，則因其中有游子，（即帶有正或負電荷之原子或分子），此等正負游子受電場之影響而分向陰陽兩極移動，即成電流。若固體中無自由電子，或溶液中缺乏游子，則均將不能導電。此爲吾人今日所認爲固體與溶液導電之概況也，（見前47.17節及48章各節）。至於氣體中之電流，據前數節所述，雖亦由自由電子或正負游子分別向電極移動而構成，然此等游子之產生，與溶液之游子化頗不相同，蓋在尋常溫度與氣壓之下，氣體中之自由電子及游子爲數甚少，故其所能通過之電流極爲微小，不似電解器兩端一有微小之電位差，即有頗大之電流通過於其中也。

游子化氣體之法，除增高其溫度外，尚有二種。其一係藉速度頗大之質點，（例如自由電子，正負游子或原子或分子），與氣體分子相碰撞，而自分子中擊出一個或數個之電子，以使其游子化；此手續常名爲碰撞游離法（ionization by collision）。其他則賴富有能量之輻射之作用，（例如X射線，γ射線等），以擾動分子，使其內部發生變化，因而游離。在不受外來輻射之影響之氣體中，其導電現象，則純爲碰撞游離之結果。茲根據此理而說明氣體中放電之情形於下。

當置在氣體中兩電極之電位差爲頗大之時，其間已有之少數自由電子與游子，因所受之力頗大，故當其移動而與分子碰撞時，其動能常可將分子游離。此等新產生之游子，在電場內運動，於其速度達相當之值時，復可游離其他分子。由是類推，以至所產生之游子爲數甚多，氣體即能通過頗大之電流。此時各正負游子亦有在氣體中復行結合者，其復合時所輻射之能量即吾人所見之火花及光。不但當各游子與氣體中分子碰撞之時，可生自由電子與游子，即歸於陰極之正游子，若其與陰極相碰撞之速度達甚大之值，則亦可將陰極中各原子所含之電子擊出。此蓋即陰極射線所由來。至于 Crookes 管中各光輝及黑暗區域之詳情，至今尚乏確切之解釋。

(58.6) C. T. R. Wilson 之雲凝儀器 在濕度已達飽和狀態之空氣中，如有塵埃小粒，則當忽令空氣膨脹之時，過剩之水分，將以此等小粒爲中心而凝結成雲。C. T. R. Wilson 所用以表示此事之儀器，其較簡單之一式，略如圖(419)。玻管中之容量約爲50立方糎，其下之B爲一頗硬厚之橡皮袋。擠壓此袋而忽放任之，則管中之濕空氣突即膨脹。圖右之塞子乃用以引入含有炭屑之空氣。如是當管內空氣忽然膨脹之時，白雲即可充滿管內。此雲旋即下沈，而使管上端復爲清明。若屢作實驗多次，則管中所餘之灰粒將爲較小者，而最後僅餘一二小粒以凝結水滴。今若以相當之游離方法使氣體游子化，則雖無小粒，水滴亦可以各游子爲中心而結成。此外，實驗且表示如氣體膨脹之程度，係在



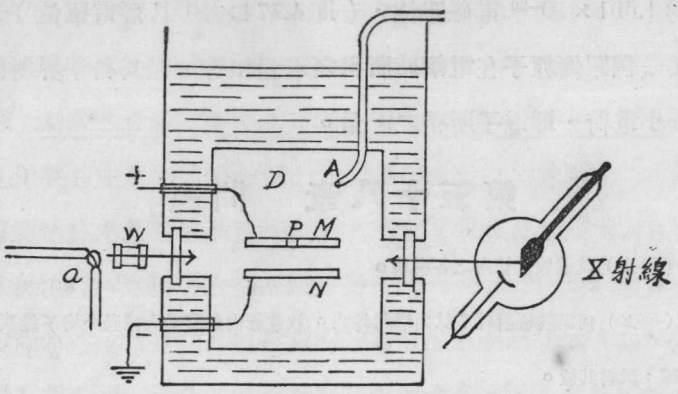
第四一九圖

1.25 倍以下，則水滴將僅凝結於負游子之上；若膨脹在 1.3 倍以上時，則正負游子上均凝結有水滴。

(58.7) J. J. Thomson 量測電子所荷之電量之方法 利用 Wilson 之儀器，以使水滴凝結於已游子化之空氣中負游子上，J. J. Thomson 先觀察雲之下沈速度。自此速度及水之密度與已知空氣之滯性 Thomson 乃計得每個水滴之半徑 r。引用熱力學原理，彼亦能計得所產生之雲之總質量 m。由 r 及 m，水滴之數目 N 乃可計出。各水滴上所帶之總電荷 Q，則以一極靈敏之靜電計接於雲所沈澱之版上而量測之。自 Q 與 N 之值，可算出每個負游子之電荷 e。此實驗結果，表示陰極射線中質點所荷之電量與氫游子在電解液中所荷者相等。此實驗甚爲難作，惟經 Millikan 加以改良後，電子所荷電量之準確價值乃以確定。

(58.8) 電子之質量 自上述之實驗結果觀之，電子之質量僅約爲氫原子之 $\frac{1}{1840}$。惟依照相對論 (theory of relativity)，物體之質量當隨其速度而增大。若其運動速度等於光之速度，則其質量將爲無限大。自相對論所推出電子質量與其速度之關係亦曾經 Bucherer 之實驗，完全證實。至於本章所述之結果，則係指電子靜止時之質量而言。

(58.9) Millikan 之油滴實驗 Millikan 以油滴代水滴，重作實驗，以測電子所荷之電量。其所用之設備略如圖 (420)。甚小之油滴由 A 射入於 D 房內後，因其自身之重量，有時可自 M



第四二〇圖

版上小孔P落入M與N兩版之間。此中之氣體因受X射線之作用而游子化，故落入其間之油滴，常可拾得一個或數個之游子。油滴在M與N間之運動，可藉一置在a處之弧光之映照而觀察之。弧光先經過相當之水層，以吸收其熱射線，而免M及N間之氣體受熱而生對流。作實驗時，可藉一顯微鏡以觀察某一定油滴之自由降落速度。自此速度及油滴之密度，卽可計出其質量。此後則調節電版之電位差，使此油滴靜止。由所需之電場强度，卽可計出此油滴所荷之電量。惟觀察一滴，歷時頗久，故有時此滴因復拾得一同號或異號電荷，其靜止狀態立被破壞。遇此種情形時，須變更電版之電位差，方能復使此油滴靜止。此種觀察所得之結果，表示油滴所拾得之電量，均爲一最小值之倍數，例如自二倍以至於四五倍不等。自其結果，Millikan 乃斷定最小之電

荷爲 1.591×10^{-20} 電磁單位，（即 4.774×10^{-10} 靜電單位）。此值與一個單價原子在電解時所帶之電量相等，是爲科學界所公認之最小電荷，即電子所帶之電量。

第五十八章 問題

（58.1）試述放電管內之各現象。

（58.2）何謂陰極射線？試列舉其特性。放電管內氣壓過大或過小均不能產生陰極射線，試言其故。

（58.3）試簡述測定陰極射線中各質點所荷之電量與其質量比值之方法，並推出計算時所用之公式。

（58.4）何謂陽射線？

（58.5）何謂碰撞游離法？試根據此事而解釋氣體之導電。

（58.6）試述 J. J. Thomson 測定電子所荷電量之方法。

（58.7）試述 Millikan 測定電子所荷電量之方法，並其優點。

第五十八章 習題

（58.1）試計算一個靜止電子之質量。

（58.2）設已知在每秒內陰極射線射於一靜電計上之總電量 Q，及其所產生之熱量，問其 $\frac{e}{m}$ 之值當如何推求之？

（58.3）若用以偏轉陰極射線之電場與磁場係互相平行，其方向則與射線之原始方向正交，試述如何計算其速度及其 $\frac{e}{m}$？

(58.4) 設已知氫游子所荷之電量爲 1.591×10^{-19} 庫侖，試自其電化當量之值計出在標準情形下，每立方糎氫所含分子之數目。

*(58.5) 試求在溫度爲 0°C 時，金屬品中自由電子亂動之平均速度。

(58.6) 設自鉑原子內擊出一電子所需之功約爲 6.5×10^{-12} 爾格，問氫游子與鉑質陰極相碰撞時，其速度應如何方能產生陰極射線？

第五編　光學

(0.12)　光學總說　光學所討論之現象，乃基於視覺，故其問題頗似聲學中各問題，亦可分之爲生理的，心理的，及物理的三種。在物理學中吾人所注重者，爲光之傳播情形與其本性兩大問題。

光之傳播，其較顯著之定律有三：光之直進，光之反射及光之折射是也。根據此三條實驗的律例而引用幾何學原則，以演繹光線進行之情形，其所得結果已屬不尠。此等論述，實爲最初物理學者對於光學之貢獻。此部之光學常名爲幾何光學(geometrical optics)。幾何光學僅授吾人以如何應用上述各實驗律例之方法，而未能解釋此等律例何以必如實驗所示。今如欲解釋此等律例，則對於光之本性，必須作深切之探討。明乎光之本性，不但可以解釋幾何光學各原理，且可由之而推得其他爲純粹幾何學方法所不能推導之現象。此部分之光學常名爲物理光學(physical optics)。由此言之，幾何光學實可視爲物理光學之粗淺部分。

對于光線之直進及其反射現象，人類知之頗早，蓋此等現象極爲常見，吾人稍加考察，無有不洞悉其所遵循之律例者。反射現象在 Euclid 時(西曆前330-275年)已有正確之定律。世有傳 Archimedes 用反射鏡以焚毀羅馬艦隊者，其說雖不可信，然亦足以見反射鏡之應用，已遠在希臘文化全盛之時代也。

折射現象雖亦甚常見，然正確折射定律之制定，反在望遠鏡發明之後。其初研究折射光學(dioptrics)者，僅知將折射角與射入角之相當的價值列成一表，以備檢用。至 1621 年時 Snell 氏方發現其關係。至于利用各式靈視 (lens) 以作簡單之光學儀器，則在十三世紀時，已有眼鏡之發明，而在十七世紀初葉，Galileo (1609年) 與 Kepler (1611年) 等已知如何合併兩個靈視以作望遠鏡。是則折射現象之應用，爲時亦頗早矣。

關於光之本性之論述，在十七世紀時 認光爲發自光源之微粒者，有 Newton 及其門徒，而倡光係取波浪方式而傳播者，則有 Huygens 等。依 Newton (1687年) 之光之微粒說 (corpuscular theory of light)，光之直進與其反射，均易解釋；至于折射定律與光之顏色亦可另用一二假設而說明之(見後第六十五章)。Huygens(1679年)所首倡之光之波動說(wave theory of light)，對於反射及折射兩現象之解釋，雖亦甚簡，惟因波浪常能繞阻碍物之邊沿而傳達於其後，而不爲 Newton 等所採納。至 Young (1801年) 與 Fresnel (1815–1826)等作實驗以表示光之干涉作用(interference)後，波動說方攫得微粒說之地位而代之，此蓋因干涉作用，乃波動之特徵而非微粒說所能解釋者也。

Maxwell 所倡之光之電磁說 (electromagnetic theory of light)與 Hertz 之實驗，將熱，光，及電磁各現象，悉追溯之於同一之源泉，是誠十九世紀物理學界最重要貢獻之一。在其時，

較樂觀之物理學家，且有認物理學之發展，已達登峯造極之境者。迨十九世紀末葉(1895年) Roentgen 發現X光線，與Becquerel 等發現放射物質，研究物理學者乃復得新途徑。此等現象之研究與 Lummer 及 Pringsheim 兩人(1899年)對于輻射之準確實驗，復表示光之波動說，尙非完璧。爲解釋 Lummer 與 Pringsheim 之實驗結果起見，Planck(1901年)乃創量子說(quantum theory)主張能量之輻射爲不連續的。其後 Einstein(1905年)引用量子說以解釋光電定律 (photoelectric law)， Bohr (1911年) 及 Sommerfeld (1922年) 等藉之以解釋光譜(spectrum)中各線之產生，Debye (1912年)亦根據之以說明比熱與溫度之關係，光之微粒說之外形于以復生；然量子說之假設，與 Newton 所倡之微粒學說不盡相同。光之量子與其波動說所主張者雖大相逕庭，然二者各有實驗基礎，孰取孰去，爲二十世紀初，物理學中最難解決之問題。惟自有 de Broglie(1923年)，Schrödinger (1925年)及Dirac (1926年) 等之理論工作，與 Davidsson 及 Germer (1925年)，G. P. Thomson (1926年)，Dempster 及 Johnson (1926年) 等之實驗結果以後，吾人對於光之微粒說與波動說同時並重，而不認其係不能相容之二論，蓋此諸人之結論，不但表示光之傳播，有時類似波浪，而有時則與微粒無異，卽組成物質之兩基本微粒——電子與質子——，在相當情形之下，亦可以發生波浪所特具之干涉作用也。

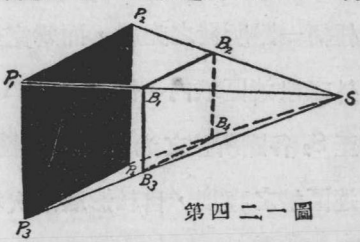
本篇之論述，先及幾何光學各原理及其應用，次述量測光之速度與光之照度之方法，再次比較 Newton 之微粒說與 Huygens 之波動說，然後略舉數例以明干涉作用之情形及雙折射與光之偏化等現象之意義。光譜之分析，色覺及輻射等問題，雖亦分別討論，惟對於較新之學說，如量子論等，則僅作簡淺之陳述。

第五十九章 光之直進與其反射

(59.1) 光之直進 在均勻之媒介質中，光顯然沿直線而進行。例如置不透明之物體於燈光之下，僅其向光之面，被照明亮，其背光之面幾完全黑暗，即足以表示光係自光源沿直線而傳播於遠近者也。惟如細察阻碍物所生之影，則吾人即將發見光亦能繞過阻碍物之邊沿而進行，蓋物體之影，其明暗區域之分界線，驟視之雖甚明晰，細察之則見分界線旁之暗區內，仍留有多少光之痕跡。此繞射現象 (diffraction)，固甚重要，然在幾何光學中，吾人可不計及其事，而認光之直進爲一基本定律。

(59.2) 光線，光束，及焦點 吾人既承認光自光源沿直線向四方傳播，則討論其傳播情形時，可以直線表示其進行方向。茲爲簡便起見，名表示光進行方向之直線爲光線 (rays of light)。若有多數之光線圍繞一軸線而分布，此組光線常名爲光束 (pencil 或 beam)。如此等光線係會聚於一點，則其會聚之點名爲光束之焦點 (focus)。

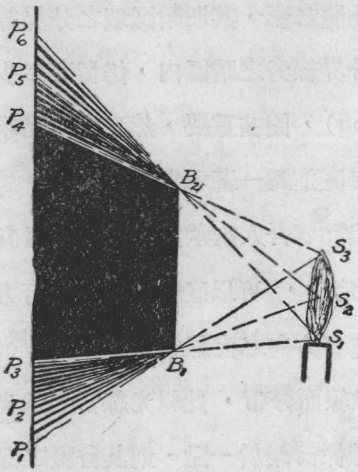
(59.3) 影 影之構成，可視爲光沿直線進行之結果。物體所生之影，其形式不但由物體邊沿之形式而定，且視光源之大小而異。設發光者爲一甚小之物體而可視作一點之光源如圖(421)



第四二一圖

中之S，則自S至物體B之邊沿之光線如SB_1P_1，SB_2P_2等即爲明暗區域之分界線。蓋在B之背後，及此等光線所包圍之區域內，光線全被B所隔斷，故其間乃成完全黑暗之境。此黑暗區域常名爲核影(umbra)。今若在$P_1P_2P_3P_4$處置以幕，則幕上立呈與物體周沿相似而較大之影。

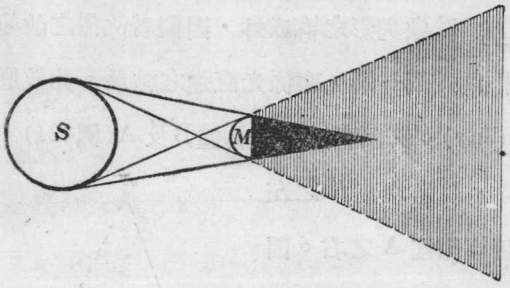
若發光體佔有相當之空間而不能視爲一點之光源，則在全黑暗之核影之周圍，尙有半黑暗之區域，名爲半影(Penumbra)者，如圖(422)中虛線所示。欲明半影所以構成之故，可將發光體分爲甚多之小點光源，而考究各點所生之影。例如在圖(422)甲中$B_1B_2P_6P_3B_1$，$B_1B_2P_4P_1B_1$，及$B_1B_2P_5P_2B_1$各爲自S_1，S_3及S_2三點所發之光線所不能達到之區域；是以此等區域之公同部分，卽$B_1B_2P_4P_3B_1$，不能收到自發光體上任何一點所發之光線，而爲完全黑暗之核影。至於在此核影周圍外之毗連區域內，例如$B_2P_4P_5$，其處雖不能收及自發光體上S_1至S_2各點所生之光，然仍可收得自S_2至S_3各點所發者，故此毗連區域之亮度，自核影起漸次增强；至于B_2P_6與B_1P_1各光線之



第四二二圖甲

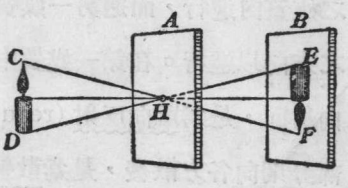
外，乃爲完全光明之境。由是言之，若在B之後置一幕，則幕上所顯之影亦爲兩部，其中央爲完全黑暗之面積，其外周則圍有半黑暗之面積。

若發光體S較阻碍物M爲更大時，如圖(422)乙，則全黑暗之核影並非無限大。遇發光體與阻碍物均爲球形時，此核影所佔之區域將爲一錐體。若幕距阻碍物之遠度，較此錐體之高度爲小，則核影與半影兼備，否則幕上僅有半影。日月之蝕其情形與本段所述者甚相似，均可依此而說明之。



第四二二圖乙

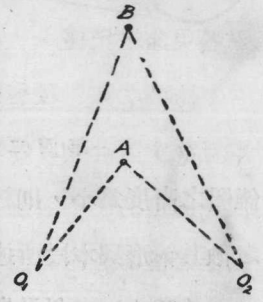
(59.4) 針孔像 若前節之阻碍物之範圍極大，則其背後爲完全黑暗區域，已如上述。今如在此阻碍物A中鑿一小孔H，使光線可通過此小孔以達到置于物後之幕B上，則見幕上呈現光源之像(圖423)；此像不但上下倒置，其左右亦調換。此式像之構成蓋亦光之直進之結果，因自光源頂點，C所生之光束將以CH爲軸線而射于幕上F點之四周，而自其最低點D所生之光束則幾全聚于幕上之E點故也。若所鑿



第四二三圖

之穴H愈小，則自光源上各點達到幕上之光束亦愈細，而所得之像之外形遂亦較清楚。惟穴孔愈小，所通過之光量亦愈少，而像之亮度則亦較遜。至孔之半徑約在 5×10^{-5} 糎之下時，光復四散而像不可得，此乃繞射之結果（見後67.8節），茲不申述。

（59.5） 位視差 除像與影之構成外，因觀者位置之改變而察得物體位置之像似的差異一事，亦係光直進之結果。此效應常簡名爲位視差(parallax)。例如有遠近兩物體B及A(圖424)，當觀者自 O_1 處視之時，則見 B 在 A 之左，惟改于 O_2 處視之則 B 係在 A 之右。因此效應，吾人常能辨別兩物之孰遠孰近，（參較後 62.23節）。測定虛像之位置(參較59.12 及 61.7節)時，亦多用此理；蓋當一小物與所欲定之虛像之地位完全符合時，無論觀點何在，二者將不呈現相對的位變也。

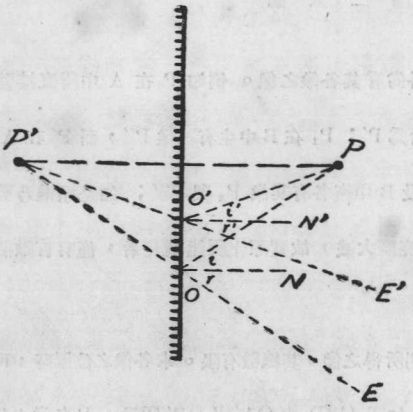


第四二四圖

（59.6） 光之反射，散射，透射與吸收 當光線在一均一之媒質內進行，而遇另一媒質之界線時，卽分爲數部，各向不同之方向以進行。在第一媒質中，有一部分之光線，將依一定之方向射回，是爲單向反射 (regular reflection) 或簡稱反射；又有一部分則向各方散發，是爲散射(scattering 或 diffused reflection)；至于第二媒質內，一部分之光線可穿透之而沿一個或二個新方向以進行，是爲透射之光（transmitted light）。此外，當光線

通過各種物質時，均有一部分爲物質所吸收，是即被吸收之光(absorbed light)。討論光之傳播時，此四現象同屬重要，惟媒質之性質與分界面之情形，常不相同，於是四項之一，有時較其他三項爲顯著。例如在已擦亮的不透明之面處，如鏡之類，散射之光極爲微小，可以勿庸討論，而在其前之媒質中，除原有之入射光線(incident ray)外，僅有依照一定律例而進行之反射光線(reflected ray)。茲先叙述入射線與反射線之關係，以作討論反射各現象之根據。

(59.7) 反射定律 試在一平面鏡M之前置一小物體P，則見鏡中有此物之像P′。用簡單之觀察即可顯示四事：(1)像之位置係固定的，不因觀者E所立之地點而稍變；(2)變換物之位置則像之位置亦隨之而變；(3)聯物與像之直線係與反射平面作直角；(4)像在平面後之遠度，與物在平面前之遠度，二者係相等。

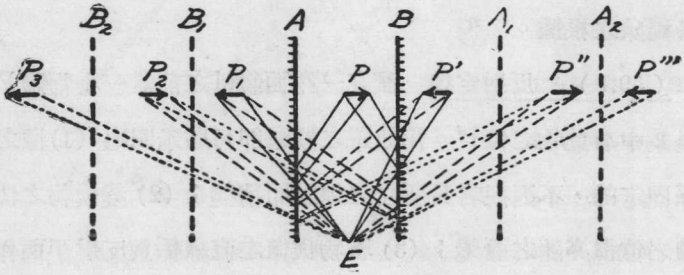


第四二五圖

細究此四事，(見圖425)，即知當入射光線PO與一反射面相遇之時，其反射線OE與PO，及通過O點而垂直于反射面之法線ON三者必均在一平面上，而OE與ON所作之角度r且等于OP與ON

所作之角度 i；r 角之名爲反射角，(angle of reflection)，i 角則名爲入射角 (angle of incidence)。此反射定律係一極準確之自然律，其發現雖遠在科學尚未發達之時代，然即用今日極精細之儀器以作實驗，亦可證其絲毫不差。

(59.8)　在兩個平面上之多次反射　設有兩個平面鏡，A 與 B，平行的相對而立，今在二者中間置一物體 P 如圖 (426)，則所窺及之像不只一個，此蓋因當吾人

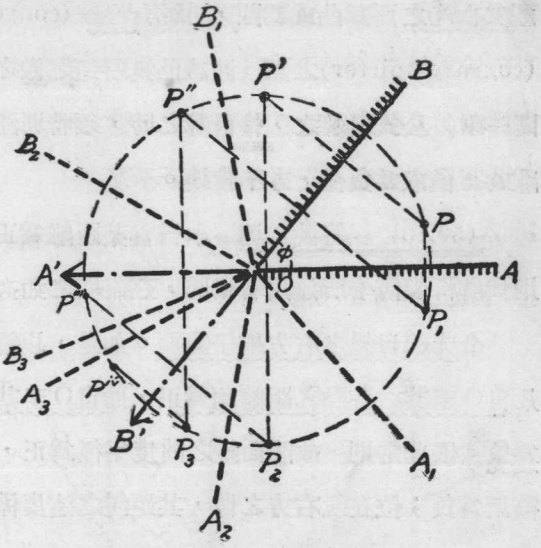


第四二六圖

向一鏡觀察時，所見者除 P 之像外尚有其各像之像。例如 P 在 A 中所直接發生之像爲 P_1；其在 B 中所直接發生者爲 P′；P_1 在 B 中生有一像 P″，而 P′ 在 A 中亦生有一像 P_2；P″ 與 P_2 在 A 及 B 中復各有其像 P_3 與 P‴；如是類推乃至于無限多。惟反射多次之後，各像之亮度大減，故實際上所能窺見者，僅有首數個之像而已。

若兩平面鏡係相交而作 φ 角，則所得之像，其總數有限。求各像之位置時，可先延長兩鏡，使其伸出于其交線之後，如圖 (427) 中 OA′ 及 OB′ 所示。P 各像之位置

必均在於以O爲中心，OP爲半徑之圓周上，故自P作二直線分別與OA及OB垂直，其與圓周相交之兩點，P_1與P′即爲P在A及B中直接所生之像。P_1係位在B鏡之前故在B中仍有一像P″，其位置亦可仿前自P_1作垂線於OB而確定之。P″如尚在A鏡之前，則在A中仍有一像P_2，如是推求，至所求得像之位置(例如P^{iv}，)落在兩鏡之背後，即A′OB′角度內，乃不復再生他像。P′各像之位置亦可仿此求之。圖(427)中OA_1，OA_2，……，爲OB，OB_1，……各直線在A鏡中之像，OB_1 OB_2……則爲OA，OA_1，……等直線在B鏡中之像，此等直線蓋即屢次反射後，A及B兩鏡面之各像也。



第四二七圖

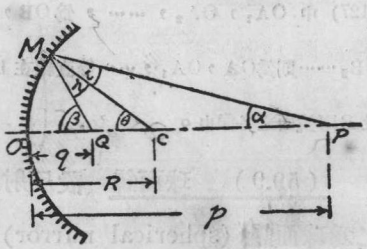
(59.9)　**球面鏡**　設反射之面爲一圓球面之一部分，則名之爲球面鏡 (spherical mirror)。鏡面上之中心點名爲鏡之頂點 (vertex)，例如圖(428)或(429)之O點；圓球之中心，名爲鏡之曲度中心(center of curvature)，例如圖(429)或(431)中之C點。聯O于C之直線則名爲鏡之主軸 (principal axis)。各球鏡面

視其向光之面爲凸或爲凹，而有凸鏡 (convex mirror) 與凹鏡 (concave mirror)之別。凹或凸鏡所造之像之位置及大小均可用同一射鏡公式計算之，惟計算之時，須特別注意公式中所指之距離爲正值或爲負值，方不致誤。

(59.10) 符號定則 本書言某距離爲正或爲負，所用之原則與解析幾何學所通用者相同，茲說明之如次。

令光線自鏡之右方射于鏡面。如是，以鏡面頂點O爲原點，凡自O至其右各點之距離均爲正，而自O至其左各點之距離則均爲負。依此定則，故凹面鏡之曲度半徑爲正，而凸面鏡之曲度半徑則爲負；位在鏡右方之像，其距鏡之遠度係正號，而在鏡左方之像，其距鏡之遠度則爲負號。

(59.11) 球面鏡公式 欲求球面鏡所造之像之位置時，可引用反射定律。設鏡爲凹鏡如圖 (428)，而物係位在主軸上之P點。令 PM 表入射線之一。自M先作 CM 直線，是卽通過M點之法線。故按反射定律，反射線MQ之方向必使 i = ∠PMC 及 r = ∠CMQ 兩角相等。若所用之各入射線與主軸所作之角度甚爲微小，則各反射線均將與主軸相交于Q點，而Q卽爲P之像。令 OQ 之距離爲 q ，OP 之距離爲 p ，OC 之距離爲 R ，至于各



第四二八圖

角則如圖 (428) 所示。茲求 p，q 及 R 之關係如下：

因 $\angle r = \angle i$，且自 PMC 及 CMQ 兩三角形而知

$$\theta = i + \alpha \quad \cdots\cdots (1)$$

及　　$\beta = r + \theta \quad \cdots\cdots (2)$

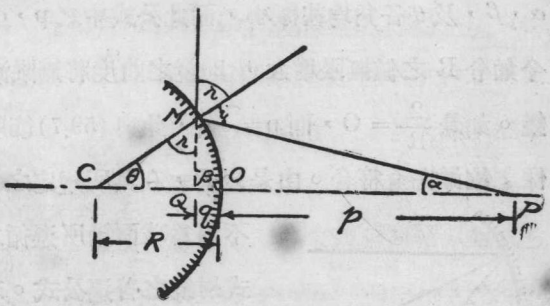
故有　　$\beta - \theta = \theta - \alpha$　或 $\alpha + \beta = 2\theta \quad \cdots\cdots (3)$

α，θ，β 各角均甚微小，故 $\alpha = \frac{OM}{OP} = \frac{OM}{p}$；$\beta = \frac{OM}{OQ} = \frac{OM}{q}$

而 $\theta = \frac{OM}{OC} = \frac{OM}{R}$。以此諸值代入方程(3)，消去 OM，即得

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{2}{R} \quad \cdots\cdots (4)$$

此公式雖係假定鏡爲凹面而推得者，實亦可用之于凸鏡。例如在凸鏡前之物 P，其像 Q 與曲度中心之位置，將如圖 (429) 所示。此圖各角之名稱與距離均與圖 (428) 相同。

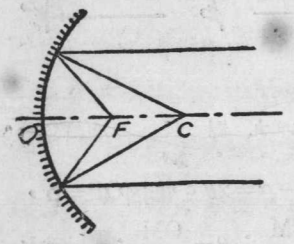


第 四 二 九 圖

自此圖觀之，$\theta = i - \alpha$，$\beta = r + \theta$，故 $\beta - \alpha = 2\theta$。惟因 OP = p，OQ = −q，OC = −R，故 $\beta = \frac{OM}{-q}$；$\alpha = \frac{OM}{p}$；$\theta = \frac{OM}{-R}$；而方程 (4) 仍爲眞實。

(59.12)　虛像與實像　自(59.11)節所述之結果言之，置物于P點，則其像現于Q點，若將物置于Q點，則其像將出現于P點。凡具有P與Q之關係之兩點，均稱爲共軛焦點(conjugate foci)，或共軛點(conjugate points)。在凹鏡上所反射之光線，實際上通過線所在之點，例如圖(428)中之Q點，其所造之像乃實像，(real image)；換言之，如在圖(428)中Q點之處，置一小幕，幕上即有P之像呈現，至于自凸鏡上所反射之光線，須將之向後延長，方聚集于一處而造成物之像，例如圖(429)中之Q點，故其所造之像係虛像(virtual image)，而非置于該處之小幕所能顯示之者。

(59.13)　射鏡公式之討論　推求射鏡公式時，吾人僅假設α，β，及θ各角均甚微小，而此公式中之p，q，及R均無限制。今如令R之值無限增大，則鏡之曲度將無限減小，而成一平面鏡。如是$\frac{2}{R}=0$，而$p=-q$，此與(59.7)節所述在平面鏡中之像之位置完全符合。由是以言，在其所規定之範圍內，公式(4)不但爲球面鏡所遵循之公式，實亦爲各式射鏡之普遍公式。若就凸鏡而言，此公式表示當物在極遠之處時(即$p=\infty$)，像之位置係在距頂點爲$\frac{R}{2}$之F點(圖430)。此F點常名爲焦點(focus)，蓋爲與主軸平行之小光束所聚會之點也。焦點至頂點之距離常名爲鏡



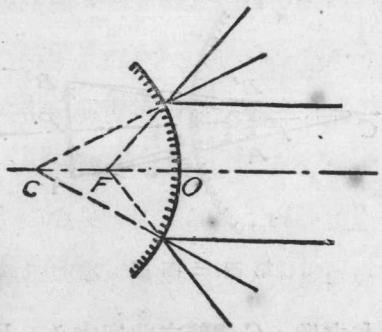
第四三〇圖

之焦距 (focal length)。今以 f 表之。如是公式(4)可書爲

$$\frac{1}{q}+\frac{1}{p}=\frac{1}{f} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(若令物自甚遠之處向凹鏡移近，則其像將自F點離鏡面向曲度中心C而移，迨物移至曲度中心之處，像亦于C點呈現；此後若將物仍向鏡移近，則其像將自C點離鏡向外移遠，至物達到F點之時，像乃移至右方極遠之點；在此距離內之物，(卽自甚遠之處至F點內)，其所生之像均爲實像；惟旣抵F之後，若令物仍向鏡面移近則其造成者爲虛像，其位置將自鏡後(卽左方)甚遠之處向鏡面移近；至物到達頂點時，像之位置亦到達頂點。

就凸鏡而言，物在極遠之處時，其像在F(圖431)，OF之距離亦等于鏡之曲度半徑之半。此焦點F顯爲虛焦點 (virtual focus)，因反射光線僅像似的而非實際的通過此點也。若物自極遠之點向鏡面移近，其像亦將自F點向頂點移近，至物達到頂點時，二者乃符合。

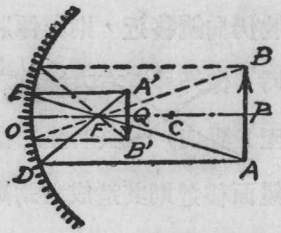


第四三一圖

(59.14)　圖解方法　已知物之位置及鏡之焦距 $f=\frac{R}{2}$，像之位置固可由公式(4)或(5)推演之，惟初學者對于此種及類似問題，最好須先作一圖，以表示物與像之位置之大概，以備與所算得之結果互相比較而視其是否無誤。作圖之時，所用之光線，

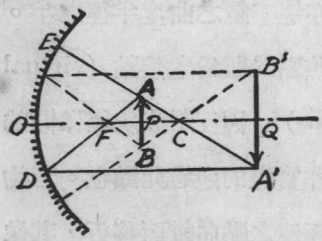
只須滿足于入射角等于反射角一條件，實無其他限制。惟如注意下述三事，而自其中任選二線，以確定像之位置于兩反射線之交點，則繪圖較易。

(1)與主軸平行之入射線，其反射線必通過焦點F；(2)通過焦點之入射線，其反射線必與主軸平行；(3) 通過曲度中心之入射線與反射線二者之方向互相符合。

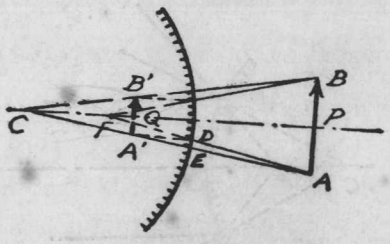


第四三二圖

圖(432)，(433)，及(434) 分別表示用(1)及(2)，(1)與(3)，及(2)與(3)各光線所求得在球鏡上所造成之像之情形。在此諸圖中，APB矢表置在P點之物，A′QB′表此矢之像，C爲鏡之曲度中心，F爲其焦點。今自A點作AD及AE入射線，或與主軸平行，或通過C點，或通過F點，則可按前段原則而繪反射線DA′及EA′，此二者相交之A′點卽爲A點之像之位置。用同法可確定B之像于B′點。



第四三三圖



第四三四圖

原书缺页

原书缺页

原书缺页

原书缺页

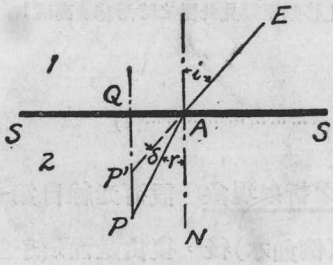
原书缺页

原书缺页

原书缺页

原书缺页

令圖 (440) 中之 SS′ 直線表分界平面，今自 SS′ 之上窺視在其下 P 點之物體，則見此物之像似的位置升至 P′點。欲求 PP′之距離時，假設 E 爲觀者眼球所在之地點。作 EP′ 直線與 SS′ 面相交于 A 點，次作聯 A 點于 P 點之直線。如是 P 點之光線係沿 PAE 途徑以達于 E 點；換言之，如認 EA 爲入射線，則 AP 將爲折射線。故按折射定律，而有 $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$。惟自圖言之，入射角 i 亦等于 P′AN，且若作 PP′ 垂線于 SS′ 而令 Q 爲垂線之足，則 $\sin i = \sin(P'AN) = \frac{QA}{P'A}$。又 $\sin r = \sin(QPA) = \frac{QA}{PA}$。故 $n_{12} = \frac{QA}{P'A} \cdot \frac{PA}{QA} = \frac{PA}{P'A}$。今若令觀者眼珠漸向 PP′ 線之延長部分移近則 A 點將漸趨近 Q 點，而當觀者之眼正在 PP′ 線上時，$\frac{PA}{P'A}$ 乃等于 $\frac{PQ}{P'Q}$。故如令 t 表物在 SS′面下之實際深度，d 表其像上移之距離，即 $t = PQ$，$d = PP'$，則：



第四四〇圖

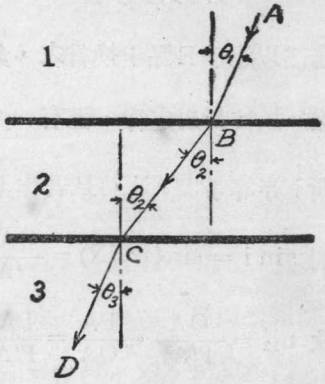
$$n_{12} = \frac{t}{t-d} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

利用此方程可以測得兩面平行之物質，對于空氣之折光指數，（例如玻璃片，及透明之液體等）。作此等實驗時，先在一白紙上作一點，而以一顯微鏡觀察此點，並誌顯微鏡筒旁所示之高度 h_1。次將標本置于此點之上，而後將顯微鏡向上移動，至

復窺見此點時，而誌鏡筒之高度 h_2，如是則 h_2-h_1 即方程(3)中之 d。欲求樣本之厚薄時，可在樣本之上另作一點，而將鏡筒向上移動至窺見此點之時而誌其高度 h_3。如是 h_3-h_1 即等于 t，而樣本之折光指數遂爲

$$n_{12}=\frac{h_3-h_1}{h_3-h_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

(60.5) 數個平行平面所生之折射現象 設有光線自第一種媒質(例如空氣)射于第二種媒質(例如水)後，復由是而射于第三種媒質(例如玻璃)中，且各折射之面均爲平行，則其所取之途徑亦可用方程(1)求之。在圖(441)中，令 AB 表原始入射線，BC 表在第二種媒質中之光線，CD 表自是折射而入于第三種媒質之光線。圖(441)中所示各角，按方程(1)應合于下列兩關係：



第四四一圖

$$n_{12}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}\ ;\quad n_{23}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3}$$

故
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_3}=n_{12}\,n_{23}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

自此方程言之，若第三媒質與第一媒質相同，按方程(2)之關係，則 θ_3 必等于 θ_1，是即謂將一個兩面平行之版置於另一媒質中，其所生之影響僅將光線之位置移動，而不改變其方向。

不論第二媒質之厚薄如何，方程(5)均係眞實。今如將第二媒質減薄以至其不復存在之時，此方程仍爲有效。惟當第二媒質不存在之時，θ_1係表光線自第一媒質射于第三媒質之入射角，θ_3則表其在第三媒質中之折射角，故按折光指數之定義，$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_3}$之值，卽等于第三媒質對于第一媒質之折光指數$n_{13}$；因此，自方程(5)知：

$$n_{13} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_3} = n_{12}\, n_{23} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

$\frac{1}{n_{31}} = n_{13}$

或

$$n_{12}\, n_{23}\, n_{31} = 1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

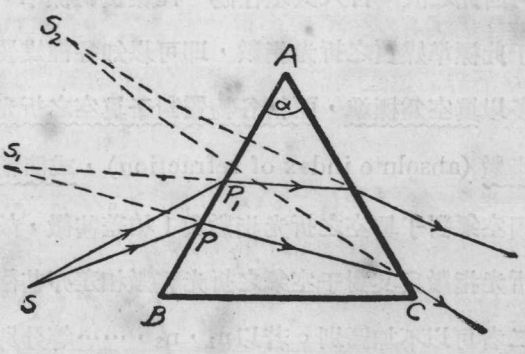
(60.6.) 絕對折光指數 自方程(7)觀之，如已知第二種媒質對于第一種媒質之折光指數，及第三種媒質對于第二種媒質之折光指數，則第三種媒質對于第一種媒質之折光指數卽可計得。因此之故，吾人只須任認一種媒質爲標準，而求其他各媒質對于此標準媒質之折光指數，卽可以知各種媒質之折光情形。通常多以眞空爲標準，而稱各物質對于眞空之折光指數爲其絕對折光指數(absolute index of refraction)，或簡稱之爲折光指數。惟因空氣對于眞空之折光指數與1相差甚微，故各物質對于眞空之折光指數與其對于空氣之折光指數相差亦甚微，而在計算之時，二者可以不加區別。若以n_1，n_2，……等分別爲各媒質之折光指數，θ_1 θ_2…等表在各媒質中光線與垂直于分界面法線所作之角，

因　$n_{12}=\frac{n_2}{n_1}$　　$n_{13}=\frac{n_3}{n_1}$　故折射定律(1)可書作

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3 \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

此方程之應用，有時較方程(1)更爲便利。

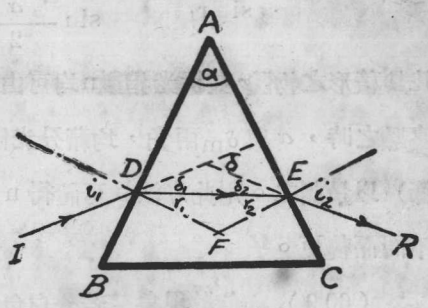
(60.7)　稜鏡　在前(60.4)節中，若光線出入之兩平面係交叉作一角度α而非平行時，則射入光線與射出線(emergent ray)亦不平行。此情形在光學上之應用頗廣。今名透明體之各平面互交而作稜柱形者爲稜鏡(prism)。與稜鏡各稜(edge)作直角之橫斷面名爲稜鏡之主截面(principal section)。在尋常問題中，射入于稜鏡之光線均係在其主截面上，故在稜鏡中之折射線與自之所射出之光線，亦均在此主截面上。最簡單且最常見之稜鏡，其主截面爲三角形。光線出入于三稜鏡之二面，其相交之稜，名爲折射稜(refracting edge)，其所含之角α常名爲三稜鏡之角(angle of prism)；在折射稜對方之平面，名爲三稜鏡之底面(base of prism)。自其主截面ABC言之，(圖442)，若AB與AC爲光線出入之邊，則BAC角等于α，而BC則表示三稜鏡之底面。



第四四二圖

射入于三稜鏡之光線，因折射作用，其射出線之方向，多係折向稜鏡之底面。是以如有光源原在S點，今以三稜鏡觀之，則將見其位置移于S_2點，此蓋因自S所發之光束PSP_1，在第一平面BA處折射之後，將焦聚於S_1點，在第二平面AC處折射，其焦聚之點乃爲S_2點。光源S移變位置之多寡，視光源與觀者之位置而定，其計算頗繁。茲在下節僅考究通過稜鏡之光線，其方向改變之情形。

(60.8) 最小偏差角 光線通過三稜鏡後，其偏差角δ可自圖(443)所示之作法求得之。



第四四三圖

令α表稜鏡之頂角，n表稜鏡之折光指數。如是射出線ER與射入線ID所作之角δ，係等于DE與ID所作之偏差角δ_1及DE與ER所作之偏差角δ_2二者之和，即：

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 \quad \cdots\cdots (8)$$

惟自圖：$i_1 = \delta_1 + r_1$；　$i_2 = \delta_2 + r_2$ ……(9)

故　　$\delta = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$ ……(10)

又自ADFE四邊形中，因DF⊥BA，　FE⊥AC，

故　　$\alpha = r_1 + r_2$ ……(11)

而　　$\delta = i_1 + i_2 - \alpha$ ……(12)

用微分學原理或實驗方法即可證得，當射入線與射出線之位置對于稜鏡係對稱的時，則 δ 角之值爲最小。令 δ_m 表此最小之偏差角，且當出入光線爲對稱的時，$r_1=r_2$，$i_1=i_2$，故自(11)及(12)兩方程即得：

$$r_1 = r_2 = \frac{\alpha}{2} \quad \cdots\cdots(13)$$

及

$$i_1 = i_2 = \frac{\delta_m+\alpha}{2} \quad \cdots\cdots(14)$$

是以

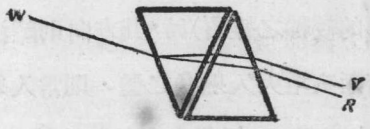
$$n = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin\frac{\delta_m+\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \quad \cdots\cdots(15)$$

凡具稜形之物體，其折光指數n均可由此公式計得之。尋常作此種實驗之時，α 與 δ_m 兩角，均藉分光儀(spectrometer)（見後69.4節）以量測之。用此方法且可證得 n 之值，實隨所用光之顏色之不同而變更。

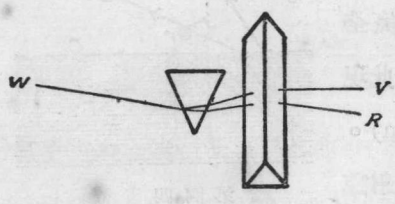
(60.9)　色散現象　若令白色光束射于三稜鏡，則通過稜鏡之後，光束將被分散爲有色彩之光帶。此現象名爲色散 (dispersion)。色散現象，在1672年爲 Newton 所首先考究。彼用一三稜鏡，將通過小穴之日光，射于暗室中之幕上。因各色被折射程度不同，故幕上之像，遂展成爲含有彩色之光帶。在此光帶中，紫光被折最甚，紅光最微，其他各色則依次爲紫，靛，藍，綠，黃，橙與紅。Newton名其所得之各色彩爲光譜(spectrum)。

在 Newton 之時代以前，學者多認白色爲最簡單之光，而稜

鏡所生之各色，係稜鏡將白光改造而來。Newton 先在其第一稜鏡之後安置另一與之平行且底面相對之稜鏡，以表示第一稜鏡所產生之各顏色可復合而成白色光，（見圖444甲）。爲考究稜鏡是否可以改變光之性質（即顏色）起見，Newton 次將第二稜鏡之方向改變，令之與第一稜鏡垂直，（圖444乙）。其所得之顏色，與前無異。自此等實驗結果，Newton 乃深信白光實爲多數顏色之組合色。稜鏡之功用，並非將白光改造，實係將之分解，此蓋因各色光之折光指數不同，故將白光通過稜鏡後，即可將其組合各色分別顯出。



第四四四圖甲



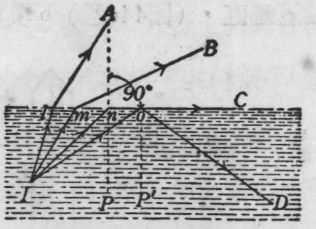
第四四四圖乙

各色光之折光指數，既不相等，故言 n 之時必指出所用光之顏色。惟在尋常問題中，如非特別聲明，n 隨光色而變更之差值可以不計。第二十七表列舉用黃色鈉光(yellow sodium light) 時，各種物質之折光指數之值。

第二十七表　折光指數(黃色鈉光)。

水	1.3330	冕號玻璃	1.516	空氣 (0°C,76cm)	1.000292
CS_2	1.629	燧石玻璃	1.572至1.963	H_2 (0°C,76cm)	1.000138
$(C_2H_5)_2O$	1.352	石英晶	1.544	He (0°C,76cm)	1.000035
C_2H_5OH	1.362	金鋼石(15°C)	2.417	O_2 (0°C,76cm)	1.000272

(60.10)　全反射現象　光線自折光指數較小之媒質射入于折光指數較大之媒質時，其方向係折向于法線；反之，當光線自n較大之媒質(即光學的較密之媒質)射入于n較小之媒質（即光學的較稀之媒質)時，其方向則離法線而折轉。在後述之情形中，若漸次增大入射角之值，則當入射角達某一定之臨界值(critical value)時，折射角之值將適等于90度。如圖(445)中之IOC。此時折射線之方向與分界面平行。今若再增大入射角，則光線將完全被反射而入于原始之媒質中。此現象名爲全反射 (total reflection)。令θ_c表某物質對于眞空之全反射臨界角 (critical angle of total reflection)，按折射定律則：



第四四五圖

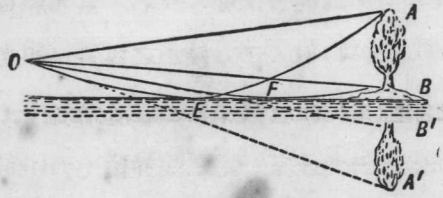
$$n \sin \theta_c = \sin 90° = 1 \quad 或 \quad \sin \theta_c = \frac{1}{n} \cdots\cdots (16)$$

自此方程觀之，利用全反射現象，即可以測定折光指數之值。自水中向水面上觀察，所能見及之景物僅在一定角度之內，即因全反射之故。

(60.11)　海市蜃樓及天文的折射現象　因折射及全反射作用而生之現象頗多，海市蜃樓即其一例，茲陳述之于下。

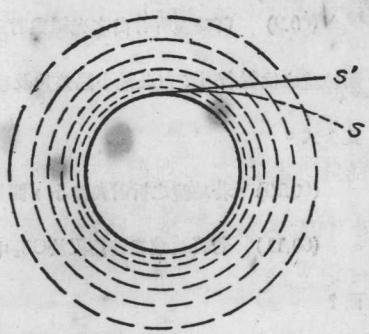
在與熱體接觸面上之空氣，例如火爐之上，或陽光所照之平地上，愈近于熱體者，其密度愈稀，故其折光指數亦愈小。

設圖(446)甲中之O點表觀者眼球所在之位置，AB表在遠方之物體。自A及B所射出之光線有可直接達到O點如AO及BO者，惟其向下進行之光線，因n漸次減小之故，其方向有漸向上彎折者，如AEO及BFO等。於是在O點所見者，除AB原物外，尙有其倒立之幻景如A′B′，是卽海市蜃樓之構成。



第四四六圖甲

當太陽初上，及適將西落之時，因在陽光所經過之路途中，空氣之密度漸次增大，(卽其折光指數漸次變大)，故自太陽至觀者之光線亦不作直線，而作彎曲形狀如圖(446)乙。因此之故，當朝陽尙未出現於水平線之上，或夕陽已沈落於水平線之下時，吾人均能見之。星之閃動亦係同種理由所造成，蓋其像似的位置及强度，因空中氣體密度之變動，乃作迅速的變更，而使吾人覺其閃閃發光也。



第四四六圖乙

第六十章 問題

(60.1) 試舉數事象以表示光之折射。

(60.2) 設有漁夫在水外以槍瞄準在水內之魚，槍身與水面作 45°角。問子彈所擊之處失之太高抑太低？

(60.3) 何謂光路之可逆性？

(60.4) 自水中觀察水面上之物體其距水面之遠度較實際之值爲近抑爲遠？試言其故。

(60.5) 試述測定平行的透光版之折光指數之方法。

(60.6) 試區別相對的及絕對的折光指數之值。

(60.7) 設有光線自空氣中射入于一堆平行版，不論此堆版之數目及其各個之折光指數爲何，自之復射出於空氣中之光線必與原始之入射光線平行，試證明之。

(60.8) 何謂稜鏡？自稜鏡一面射入之光線，其方向與自他一面射出光線之方向有何關係？

(60.9) 自稜鏡所射出之光線與射入於稜鏡之光線，二者方向之差異如爲最小，則稜鏡之位置若何？自此最小偏差角及稜鏡之折射角可計得稜鏡之折光指數，試推求其公式。

(60.10) 若稜鏡之折射角甚小，問最小偏差角與折光指數之關係如何？

(60.11) 若將玻璃三稜鏡置於CS_2中，問射出光線之方向是否亦係折向稜鏡之底面？

(60.12) 何謂色散現象？

(60.13) 試說明全反射現象。

(60.14) 試作圖以表示如何利用稜鏡以（1）更變光線之方向；（2）不改變其方向，但使所造之像倒立；及（3）除（2）之情形外，同時並使像左右對調。

(60.15) 用假鑽石之首飾，其鑽石之底面須多塗以黑色不透光之漆，以增加其亮度。若用眞鑽石者則否，試言其故。

(60.16) 太陽初出及將入之時，較其在中午時，其直徑似爲較大，試言其故。

(60.17) 試述在沙漠中所見之海市蜃樓之成因。

(60.18) 星辰之閃閃發光，其故安在？

第六十章 習題

(60.1) 玻璃之折光指數爲$\frac{3}{2}$；水之光折指數爲$\frac{4}{3}$；問玻璃對水之折光指數，及水對於玻璃之折光指數各若干？

(60.2) 設注折光指數爲1.41之液體於一杯中，杯底似向上升移1.37糎，問所注入液體之深度若干糎？

(60.3) 有一直桿，今插之於折光指數爲n之液中，其在液外空中與液面所作之角爲θ。若自液外空中向下直視，問其在液中之部分與液面所作之角如何？

(60.4) 設有一層醇精，(n=1.36)，厚2糎，浮於水上。水之折光指數爲1.33，其深度則爲3糎，問水底距醇精面之像似的深度若干？

*(60.5) 設已知通過三稜鏡之光綫，其偏差角有最小值。試利用光路之可逆性原則，以證明光綫所取之途徑對於三稜鏡爲對稱的時，其偏差角方爲最小。

(60.6) 設有60度之三稜鏡，其對於黃色光之折光指數爲1.620，其對於藍色光之折光指數則爲1.630。問當入射之白光與稜面作45°角時，其射出之黃與藍兩光綫與稜面所作之角度如何？

(60.7) 問玻璃對於水之全反射臨界角爲若干度？

(60.8) 有一稜鏡，其折光指數爲$\sqrt{2}$。設凡射入角較 45° 爲小之光線通過此稜鏡之一面後，均被他面所全反射，問此稜鏡之折射角若干？

*(60.9) 若自稜鏡所射出之光線適與其一面平行。問射入角之值應若何？試將此題分作下列五項而討論之。(1)$\alpha > 2A$；(2)$\alpha = 2A$；(3)$2A > \alpha > A$；(4)$\alpha = A$；及(5)$\alpha < A$；A表用作稜鏡之物質之臨界角，α則表稜鏡之角。

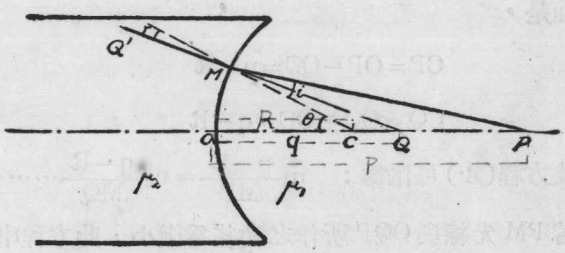
(60.10) 試作一曲線以表光線自水折射入空氣後其偏差角與入射角之關係。

第六十一章 靈視

(61.1) 在球面處之折射 前數章所討論者，均爲在平面所生之折射現象，茲在此後數節中討論球面所生折射現象之情況。

若兩媒質之分界面爲一圓球面之一部分，而發自一點P之光束，其所含之角度復甚微小，則其折射後之光束亦將焦聚於一點Q，此點可名爲P點之像。茲引用折射定律以推求P與Q二者位置之關係如下：

令圖(447)中P點表物之位置，C點表球面之曲度中心。P之像Q，其位置顯然係位於通過聯P於C之直線上。令此直線與球面相交於O點。令 PM 表自P出發之光線；並作 CM 法線。此入射線折射之後，將取 MQ′ 方向。按折射定律



第四四七圖

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad \cdots\cdots (1)$$

且自圖 PMC 及 CMQ 兩三角形知：

$$\frac{MP}{\sin \theta} = \frac{CP}{\sin i} \quad \cdots\cdots (2)$$

及 $$\frac{MQ}{\sin\theta}=\frac{CQ}{\sin r}\cdots\cdots(3)$$

由此消去 $\sin\theta$ 則有

$$\frac{MP}{CP}\sin i=\frac{MQ}{CQ}\sin r$$

再與方程(1)合併即得

$$n_1\frac{CP}{MP}=n_2\frac{CQ}{MQ}\cdots\cdots(4)$$

茲令 p 及 q 各表物及像距折射面之距離， R 表球面之半徑，此三者之爲正號或負號，仍按前（59.10）節之符號定則決定之。如是，

$$CP=OP-OC=p-R$$

$$CQ=OQ-OC=q-R$$

故方程(4)可化爲： $$n_1\frac{p-R}{MP}=n_2\frac{q-R}{MQ}\cdots\cdots(5)$$

若 PM 光線與 OQP 所作之角甚爲微小，此方程中之 MP 及 MQ 可各以 OP 及 OQ 代之，即 MP 約等於 p ， MQ 約等於 q ，而方程(5)再以 R 除之之後，將化爲：

$$n_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{p}\right)=n_2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{q}\right)\cdots\cdots(6)$$

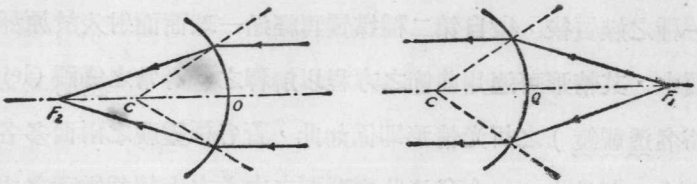
或 $$\frac{n_2}{q}-\frac{n_1}{p}=\frac{n_2-n_1}{R}\cdots\cdots(7)$$ √

推求此公式時，雖先假設向光者爲折射面之凹面，然如採用(59.10節)所規定之符號定則，則此公式亦可用之於折射面之凸面係向光之時。此事讀者可自行證明之，今從略。

自此公式觀之，若第一媒質爲眞空，（或空氣）即 $n_1=1$，第二媒質之折光指數爲 n，則 q 與 p 之關係可書之爲

$$\frac{n}{q}-\frac{1}{p}=\frac{n-1}{R}=\frac{n}{f_2}=-\frac{1}{f_1}\cdots\cdots\cdots(8)$$

自此即知，當物在極遠之處時，（即 $p=\infty$），或射入線爲平行時，其折射光束所焦聚之點爲 F_2（圖 448 甲）；今名 F_2 點爲第二焦點；其至 O 點之距離，即 $f_2=\frac{nR}{n-1}$，則名爲第二焦距(second focal length)。若欲折射光線之方向爲平行（即 $q=\infty$），則射入光束所出發之點 F_1（圖 448 乙）名爲第一焦點，OF_1 之距離，即 $f_1=-\frac{R}{n-1}$，則名爲第一焦距。此公式右方前之負號，乃表示 F_1 之位置與折射面之曲度中心 C 係分居於分界面之兩方。讀者當已注意 F_1 與 F_2 至 O 點之距離不相等。



甲　　第四四八圖　　乙

若折射面爲一平面，則 $R=\infty$，

而　　$q=np$

是即（60.4）節第三方程所示之關係也。

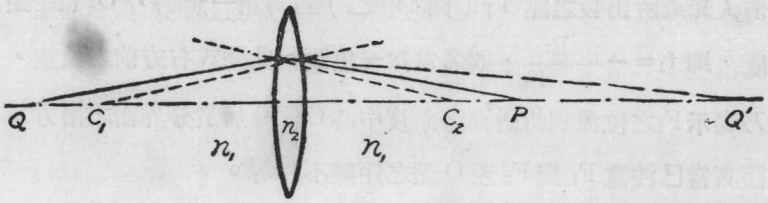
若認反射面之折光指數爲 -1，（負號係表示反射之方向與

入射之方向相反），則方程(8)亦可用以表示反射之各情形，因以 n=−1 代入，即得前(59.11)節之公式(4)：——

$$\frac{1}{q}+\frac{1}{p}=\frac{2}{R}$$

總之，方程(7)或(8)可視爲包括一切反射及折射現象之一較普遍之公式。

(61.2)　靈視　若光線自第一種媒質經過一球面而射入於又一種之媒質後，復自第二種媒質再經過一球面而射入於原始之媒質中，其情形可連用前節之方程以解釋之。尋常之靈視 (lens)（俗名透視鏡）之折光情形即係如此，蓋各種靈視之兩面多各爲球面之一部分也，今名連此兩球面之中心之直線爲靈視之主軸 (principal axis)。多數之靈視，其厚薄較其兩球面之曲度半徑爲甚小，今稱之爲薄靈視 (thin lens)。薄靈視所生之像較易討論，本書之陳述，僅以薄靈視爲限。



第四四九圖

設置物於主軸上之 P 點，見圖(449)，今欲求其像之位置，可先求在第一面折射後之像之位置 Q′，再求 Q′ 在第二面折射

後之像之位置Q。計算之時，可次第引用方程(7)。今推求之如次：

令自Q′至靈視之距離爲q′，則應用公式(7)即得：

$$\frac{n_2}{q'}-\frac{n_1}{p}=\frac{n_2-n_1}{R_1} \quad \cdots\cdots(9)$$

此中之 R_1 表第一面之曲度半徑，n_2 及 n_1 各表靈視與其所在之媒質之折光指數。自Q′出發之光束在第二面折射之後，其焦聚之點爲Q，Q 距靈視之遠度 q 其與 q′之關係，因靈視甚薄之故，遂爲

$$\frac{n_1}{q}-\frac{n_2}{q'}=\frac{n_1-n_2}{R_2} \quad \cdots\cdots(10)$$

此中之R_2表第二面之曲度半徑。將(9)及(10)兩方程相加以消去 q′，即得

$$\frac{1}{q}-\frac{1}{p}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \quad \cdots\cdots(11)$$

此方程右方之分數完全由靈視之形狀及兩媒質之折光指數而定，故在一定之情形下其值不變，茲爲簡單起見，令

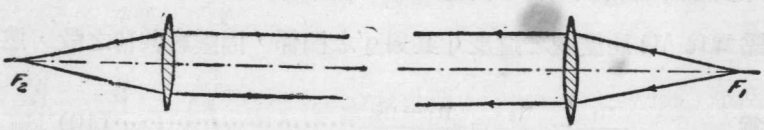
$$f=\frac{n_1}{n_2-n_1}\left(\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}\right) \quad \cdots\cdots(12)$$

於是方程(11)可書作：

$$\boxed{\frac{1}{q}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f} \quad \cdots\cdots(13)}$$

自此方程觀之，當物體在極遠之處時，(即 $p=\infty$)，其像將於

距靈視爲 f 之點呈現，（即 q = f ）。換言之，將平行光線射於靈視，其會聚之焦點（focus）F_2，距靈視之遠度即爲 f ；f 之名爲靈視之第二焦距（second focal length）。若欲令所生之像位於極遠之處時，（即 q = ∞ ），則應將物置於距靈視爲 − f 之點 F_1，F_1至靈視之遠度常名爲第一焦距（first focal lentgh），（見圖 450 ）。



第四五〇圖甲　　第四五〇圖乙

在靈視兩方之媒質如係相同，則第一焦距與第二焦距之數值彼此相等。在多數問題中，其情形均係如此。如無特別聲明，此後言焦距時，均指靈視之第二焦距而言。

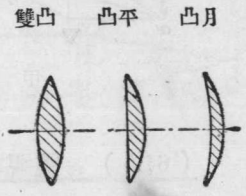
靈視焦聚或折射光線之本領，通常多以其焦距倒數之數值表之。茲名此值爲靈視之焦度（dioptric power）。焦距爲 1 米時之焦度，其名爲一第(diopter)。凸面靈視之焦度，常冠以正號；凹面靈視則冠以負號。此與下節所述焦距之符號適反，讀者須特別加以注意。

（61.3） 靈視之種類與 f 之符號　今若將靈視置於眞空（或空氣）中，則其焦距之值將爲：

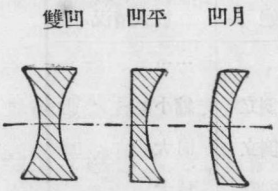
$$f=\frac{1}{n-1}\cdot\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

因n之值恆大於1，故在眞空中之靈視，其符號之正負，可自R_1與R_2之值及其符號定之。f爲正值之靈視，其名爲凹面或散發靈視(concave 或divergent lens)。f爲負值之靈視，其名則爲凸面或會聚靈視(convex 或 convergent lens)。

凡中部較其邊沿爲厚之靈視，例如圖(451)所示之雙凸(double convex)，凸平(convexo-plane)，及凸月(convex meniscus)各形，其f之值均不難證其爲負，故此等靈視均係會聚的。凡中部較其邊沿爲薄之靈視，例如圖(452)所示之雙凹(double concave)，凹平(concavo-plane)，及凹月(concave meniscus)各形，其f之值均爲正，故俱爲散發的。



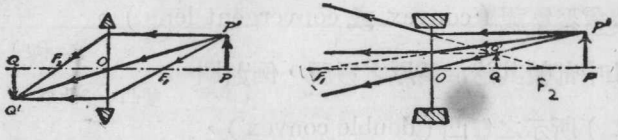
第四五一圖



第四五二圖

(61.4) 圖解方法 引用方程(13)，固可以確定各種靈視所造之像之位置，惟如欲知所造之像之狀態及大小，則以作圖求之爲最善。作圖之時，所用之光線可自下述三組中任取其二：(1)與主軸平行之射入光線，其射出線之方向必通過靈視之第二焦點；

(2)通過第一焦點之射入線，其射出線之方向，必與主軸平行；(3)通過靈視光心 (optical center) 之光線，其射出線之方向，與射入線平行；在薄靈視中，其光心可視爲與其中心點符合，故凡通過薄靈視中心之光線，其方向均不改變。圖(453)甲及乙分別表示求凸面及凹面靈視所造像之作圖方法。



甲　　乙

第四五三圖

(61.5)　靈視之放大率及像之狀態　自前節所述之作圖方法觀之，通過靈視中心之光線，其方向既不改變，則像之長度與

第二十八表　凸面靈視造像情況(f爲負)

p	q	像之狀態	放大情況
∞	f	眞像，	……
自∞至−2f	自f至2f	眞像，倒立	縮小
−2f	2f	眞像，倒立	同大
自−2f至−f	自2f至∞	眞像，倒立	放大
−f	∞	……	……
自−f至0	自∞至0	虛像，豎立	放大
0	0	……	同大

物之長度之比(即Q′Q與P′P兩直線之比)，即等於像與物距靈視之遠度 q 及 p 之比。換言之，靈視之長度放大率 (linear

magnification) 爲

$$m = \frac{q}{p} \cdots\cdots\cdots\

先用前法以大略測定 f 之值。次將一小物 P 放在距幕 S 約爲焦距之 5 倍至 7 倍之處，而在二者之中放置靈視 L 如圖（454）。如是若保持 P 至 S 之位置，而將 L 自物向幕移動，則當 L 在兩個相當之位置時，幕上均將呈現物之明晰之像。此蓋因將物置於 P 點，如其像係於 Q 點出現，則將物置於 Q 點，其像必於 P 點出現也。由是言之，如在第一位置時，自 L 至 P 之距離爲 p，則當 L 移動 x 距離而達到第二位置時，其距 S 之遠度亦爲 p，欲自 x 及 P 至 S 之距離 l 之值二者以計算 f，可應用方程（13）。因在第一位置 $p_1=p$，

$$q_1=-(l-p) \quad \cdots\cdots (16)$$

在第二位置 $p_2=(l-p)$，

$$q_2=-p \quad \cdots\cdots (17)$$

且

$$p_2-p_1=x \quad \cdots\cdots (18)$$

故

$$l-2p=x;$$

$$p_1=p=\frac{l-x}{2} \quad \cdots\cdots (19)$$

$$q_1=-(l-p)=-l+\frac{l-x}{2}=-\frac{l+x}{2} \quad \cdots\cdots (20)$$

以此二值代入方程（13）即有：

$$\frac{1}{f}=-\frac{2}{l+x}-\frac{2}{l-x}=-\frac{4l}{l^2-x^2} \quad \cdots\cdots (21)$$

或

$$f=-\frac{l^2-x^2}{4l} \quad \cdots\cdots (22)$$

此公式右方之負號即以表示靈視係一凸面者。

用此法測定 f 時，P 至 S 之距離最少須在焦距之四倍以上，因若非如此，則幕上將不能有像呈現。至於作實驗之時，l 之值以在焦距之 5 倍至 7 倍之間爲最宜，此蓋因如 l 太小則 x 亦小，所計得之 f，其誤差頗大；如 l 太大，則 x 亦甚大，而 l^2 與 x^2 之值相差不多，致所計得之 f，其誤差亦將爲頗大故也。

（61.7） 凹面靈視焦距之測定 凹面靈視所造之像，係虛像，故前節所述之實

驗方法均不可用。通常所採用以測凹面靈視之焦距之方法有二：其一利用位視差（parallax）原則；其他則將一凸面靈視與所考究之凹面靈視合併以成一組會聚靈視，然後再用前節法則以測此組合之焦距。茲分別述之如次：

在凹面靈視之後 P 點置一小直桿，而在其前觀察之，如是則見其像位於 Q 點。欲定此點之位置，可在 Q 前後另置一稍長之桿 R，同時觀察 R 及 Q，若 R 與 Q 完全脗合，則不論觀者如何移動其視線，其所直接窺見 R 桿之延長部分，均與其自靈視中所見之 Q 在一直線上，而不作相對的移動。如二者位置不符合，則稍改變觀察之方向即見 R 與 Q 不在一直線上。像距靈視之遠度 q 既已由此方法測定，且物至靈視之遠度 p 可以直接量得，故應用 $\frac{1}{q}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f}$ 公式，即可計得 f 之值。

用第二法時，若所測得之組合之焦距爲 F，凹面靈視之焦距爲 f_d，凸面靈視之焦距爲 f_c 則：

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{f_d}+\frac{1}{f_c}$$

或

$$\frac{1}{f_d}=\frac{1}{F}-\frac{1}{f_c} \quad \cdots\cdots\cdots\

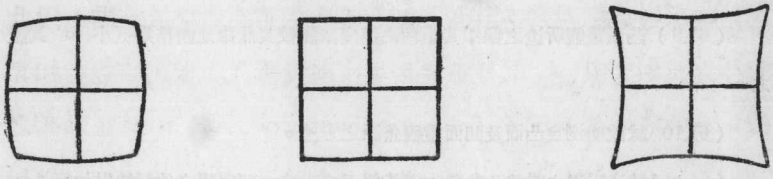
(61.8)　靈視造像之缺點　當推出靈視公式之時，吾人曾假設所用之光束甚爲細小，於是在P點所發之光乃得完全焦聚於Q點。若所用之光線不僅限於與主軸作微小之角度者，例如所用之光線係通過靈視之邊沿者，則此等光線將不焦聚於一點。因此所生之折射光線，其分布情形與反射鏡所生之偏焦曲線甚相類似，其效應亦名爲球差（spherical aberration）。糾正球差之法有三：(1)將靈視之兩面磨作相當之形狀；(2)用兩個球差相反之靈視組成一複靈視；(3)將自靈視邊沿所通過之光線完全阻斷。後一法之應用雖較便利，然因其所通過之光較微，故精細之儀器多用第二法。至於第一法則因研磨之手續較繁，用時頗少。

在靈視公式(11)中，其右方含有靈視之折光指數n之值。惟n之值視所用之光色而異，故嚴格言之，靈視公式之右方非一固定不變之常數。易言之，靈視之焦距f視所用之光色而異。因此之故，位於主軸上一點之顏色不純之物體，其所生之像，亦不能完全聚會於一點；此種效應名爲色差(chromatic aberration)。如用數個相當之靈視以組成一複靈視，則色差之效應，常可減至甚微之程度。

除色差與球差外，靈視尙有其他缺點。茲分述之於下：(1)凡非位在靈視軸線上一點之物，其像常非一點而作兩個正交之直線，是爲焦線差（astigmatism）；(2)凡物體上與靈視軸線正交之直線，其像常作曲線形狀；(3)因靈視對於物體各點之放大

率不同，故像之形式常不與物之原形相同，此種缺點常名爲畸變（distortion）。圖（455）甲及丙表示視場中之兩種畸變情形。

第四五五圖



甲 乙 丙

邊沿放大率較中心爲小時之像 物之原形 邊沿放大率較中心爲大時之像

爲補救此等缺點起見，上等光學儀器之靈視均由數個靈視合併而成。

第六十一章 問題

（61.1）反射定律可視之爲折射定律之一特別情形，試申述之。

（61.2）物體在球形分界面處折射而生之像，其位置與物之位置之關係何若？試推證之。

（61.3）何謂靈視？試推證其公式。在推演此公式時，重要之假設有二，試分別陳述之。

（61.4）試定靈視之主軸及其焦點與其焦距之義。

（61.5）靈視有幾種，其特性各如何？

（61.6）設將凸面玻璃靈視置於 CS_2 中，問其所造之像之情形與將該靈視置於空

氣中時有何不同之點？

（61.7）試述作圖以求靈視所造之像之法則。

（61.8）物自極遠之處向靈視移近之時，其像之狀態位置，及大小何如，試逐步陳述之。

（61.9）凸面靈視所造之像；其距物之遠度不能較其焦距之四倍爲更小。試證之。

（61.10）試說明測定凸面及凹面靈視焦距之方法。

（61.11）試述靈視之球差及色差，與其糾正之方法。問靈視之他種缺點如何？

（61.12）問溫度計中水銀絲之像似的大小與其實際的大小之比若何？

第六十一章 習題

（61.1）設有物體，其距凸面靈視之遠度爲100糎。靈視之焦距爲90糎。今物體以每秒一糎之速度離靈視而移動，問其像之移動速度如何？若物體共移動2糎問其像共移動若干糎？

（61.2）設有一凸面靈視，其在空中之焦距爲40糎，其在水中之焦距則爲136.8糎，問此靈視之折光指數若干？（水之折光指數爲1.33）。若將此靈視置之於 CS_2 中，（CS_2 之 $n=1.63$）問其焦距如何？

（61.3）設有甚薄之鏡玻璃兩塊，其曲度半徑各爲20糎及25糎，今將其邊沿膠合使二者之中包含空氣，而後置之於水中，問此組合之效果與凸面靈視相同，抑與凹面靈視相同？其焦距若何？

（61.4）設有一雙凸之玻璃靈視，今浮之於水中，使其一面完全在水中，其他面則在空氣中，問計算在水中物體之像之位置，其公式若何？

（61.5）設有一物體，位於一凹面靈視之主軸上，距凹面48糎，凹面之曲度半徑爲8糎，其中部之厚爲14糎。今若將其平面塗以水銀，使成一完善之反射平面，問此

物體在凹面折射，復在平面反射後，其像之位置如何？（此靈視之n=1.5）。

（61.6）設有一靈視，其所造之像係倒立，其大小則等於物之兩倍。若物與像之距離爲15吋，問靈視之焦距若干？又問像係眞像或虛像？靈視爲凸面抑爲凹面？靈視距物之遠度若何？

（61.7）若前題中靈視所造之像，係豎立者，則其答案如何？又若像爲豎立，其大小則僅爲物之一半，試求其答案。

（61.8）設將一燈置在幕前10呎，而在二者之中，放置一凸面靈視於相當之地點，則幕上可呈現燈之像。若將靈之移動2呎，則幕上復可有像呈現。問兩次所得之像，其大小之比若何？又問靈視之焦距若何？

（61.9）一凸面與一凹面靈視互相接觸而組成一組複靈視。當物距此組合爲80糎時，其眞像距靈視爲60糎。若凸面靈視之焦距爲10糎，問凹面靈視之焦距如何？

（61.10）試作圖以表示如何放置兩個凸面靈視，使其所造者爲豎立之眞像？若兩靈視之焦距相等，試另作一圖以表示二者相對位置如何方能使物與其豎立之眞像之大小復相等。

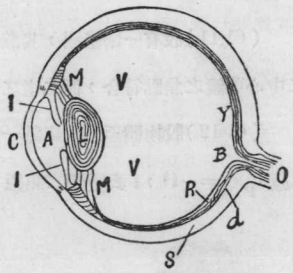
（61.11）設有一薄靈視，其焦距爲 f_1，今置之於焦距爲 f_2 之球面鏡前。若靈視之中心與鏡之焦點符合，而二者之光軸亦一致，問此組合之焦點何在？

（61.12）設物體至靈視之第一焦點之距離爲 x_p，其像至第二焦點之距離爲 x_q，試證 $x_p x_q = -f^2$，f 表靈視之焦距。

第六十二章　光學儀器

(62.1)　本章之目的　各種光學儀器之主要部分，不外各式靈視，反射鏡，及三稜鏡等。故將此等之鏡組合以成望遠鏡，顯微鏡等等，其所用及之定律，亦不外前二章所已陳述者。茲根據前二章之原理，而申述各種較簡單光學儀器之結構及功用。惟此等儀器，常因光之本性而各有其相當限度。換言之，利用前此所已說明之幾何光學原理，吾人固可製得望遠鏡，顯微鏡，照像機或分光儀等；然欲知如何可製得最佳之望遠鏡，顯微鏡，照像機或分光器等，則吾人對於光之本性須先有深切之了解。此等問題擬於後第六十七章中討論之，本章則不涉及。

(62.2)　眼　眼爲觀察各種現象之最後器官，在光學中，其位置之重要，實勿庸述。眼之構造及其動作之詳細情形，乃生理學之問題，茲敘述其大概如下(圖456)。



第四五六圖

眼之最外一層S曰鞏膜(sclerotic)。鞏膜之前面爲一透明之膜C，名爲角膜(cornea)。鞏膜與角膜所包圍之穴幾成球狀；前者爲質極固，故足以保護眼之內部，且以維持其形狀；後者之彎曲較甚，因其透明之故，遂爲光線入眼之第一門戶。S之內面d，有一層不透光之黑色膜，其名爲脈絡膜(choroid)，

其功用乃使眼穴中完全黑暗，脈絡膜之前面爲有色之虹彩 I（iris）。眼珠之彩色蓋卽虹彩所致，虹彩之中有一圓孔，是爲瞳孔（pupil）。自瞳孔進入眼中之光量，則由虹彩啓縮（卽瞳孔之大小）以調節之。虹彩之後爲眼珠，眼珠係一晶狀之雙凸體視 L，其功用乃將光線焦聚於眼後之網膜 R（retina）上，以造成明顯之像，然後由佈滿于網膜上之視神經，傳入腦內以生視覺。網膜上正對視神經入口之點 B 不起光覺，故名爲盲點（blind spot），然網膜上亦有一點其視覺最爲敏銳，此點 Y 位于眼之軸線上，四周略呈黃色，故稱爲黃斑點（yellow spot）。

在角膜與虹彩及眼球間之空間 A，名爲前室（anterior chamber）；其中充滿一種透明之液體，其名爲水液（aqueous humour）。在眼珠及網膜間之空間 V，名爲後室（posterior chamber），其中則充滿另一種透明之液體，其名爲玻璃液（vitreous humour）。角膜，水液，與玻璃液三者，其折光指數均約爲 1.34。眼珠乃由多層密度不同之無色質組織而成。其最外一層頗爲柔軟，其最內一層則頗爲堅固。最外一層之折光指數 n 約爲 1.405，中間一層之 n 約爲 1.429，其最內一層之 n 則約爲 1.454。因眼珠各層之折光指數不同，其球差途賴以糾正。進入眼中之光線，經此角膜與眼球前後各折射面之折射作用後，方焦聚于網膜之上，其所造成之像，雖係倒立且左右對調者，然自長久之經驗，吾人腦中神經亦能解釋之無誤，不致以上爲下，或以左爲右也。

眼珠前面之曲度較其後面爲小。因受與虹彩相連之毛狀筋 M（ciliary muscle）之節制，且可以任意變更。此節制手續常名爲眼之自節（accomodation of the eye）。當毛狀筋放鬆以令眼休息之時，眼珠之曲度則使在最遠之物體適可焦聚於網膜上。若欲

視近物時，毛狀筋則緊縮以牽動眼珠，使其略向前移動，同時並增加其兩面之曲度。因自節作用所能明瞭窺見之最遠與最近之點，其名分爲遠點（far point）與近點（near point）。常人之眼，其遠點在極遠，其近點則約距眼20糎；且當物體距眼之遠度約爲 25 糎（即 10 吋）之時 在網膜上所造成之像最爲明顯，是即所號爲最明視距離（distance of most distinct vision）者也。用顯微鏡時，吾人多調節之以達到最明視位置爲準。至於用望遠鏡時，因所欲得者，爲遠物之印像，故多調節之，以使進入眼中之光線爲平行的。

（62.3） 視官之缺點及其矯正 眼之自節本領，與年俱衰。在七十歲左右之人，其眼之自節本領幾等於零。此種眼故名爲老視眼（presbyopic eye）。老視眼之眼珠，其曲度既不能增大，故近物所生之像，將落於網膜之後。欲矯正此弊，可用凸面靈視配作眼鏡。

遠點不在極遠之處之眼，名爲近視眼（myopic eye），因其不能視察遠物故也。近視眼之成因，或爲眼球之曲度太甚，或爲眼珠至網膜之距離過長，以致遠物所生之像落於網膜之前，故矯正之法 均以用凹面靈視配作眼鏡。

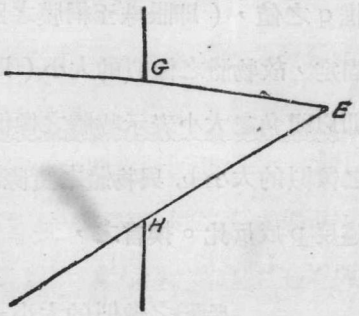
近點太遠之眼名爲遠視眼（hypermetropic eye），因其不能視察在近處之物體故也。遠視眼之成因，或爲眼珠之曲度不足，致其折射作用太微，或爲自眼珠至網膜之距離太短；因此，

近物所生之像，雖經眼珠之極度彎曲及自節，仍落於網膜之後。矯正之法，以用凸面靈視配作眼鏡。

常眼之角膜與眼珠之各面均作球形，已如前述。惟有時角膜各截面之曲度半徑不互相等。如是之眼對於一點之物體，其所生像將作線形，是爲線視眼（astimagtic eye）。矯正線視眼所用之眼鏡，或爲凸面柱形靈視（cylindrical lens），以增加曲度較小之截面之曲度，或爲凹面柱形靈視，以減小曲度較大之截面之曲度。若有線視眼同時復爲近視眼或遠視眼，則其所需之眼鏡，一面爲柱形，其他一面則爲球面形。

(62.4) 視場 眼所能窺見之空間，名爲視場（field of view）。惟眼珠既能動轉，故靜止之眼，其視場較轉動時爲狹小，且兩眼之視場亦較一眼爲廣。此外，因吾人能左右上下轉動其頭部，故實際之視場，較靜止單眼所能窺見者廣大殊甚。在此後之論述中，視場一詞，僅指轉動眼珠所能窺見之場所而言。

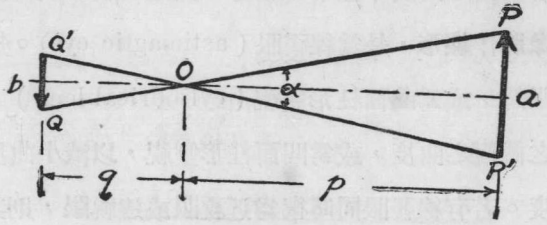
當吾人向窗外眺望時，窗外之視場將由窗之大小及眼珠所在之位置而定。蓋凡外物之位置係在於以眼珠E爲頂點及窗之周圍GH爲底面之錐形空間之內者，如圖（457），皆能被窺見。眼之位置愈近于窗，視場則愈大；



第四五七圖

反之，眼離窗愈遠，則視塲愈小。

(62.5)　物體之像似的大小及光器之放大率　物體在眼之光心所張割之角度名爲視角(visual angle)。例如圖(458)中之O爲眼之光心，PP′爲一物體，QQ′表此物之像。如是則PP′所張割之視角α爲∠POP′=∠QOQ′。在多數問題中，視角之值均不大，故多可以其正切之值代之。例如在圖(458)中，若令p表物距O之遠度，q表其像距O之遠度，復令a表物之高度，b表像之高度，



第四五八圖

則：　$\tan\angle POP' = \frac{a}{p} = \tan\angle QOQ' = \frac{b}{q} =$ 視角α ……(1)

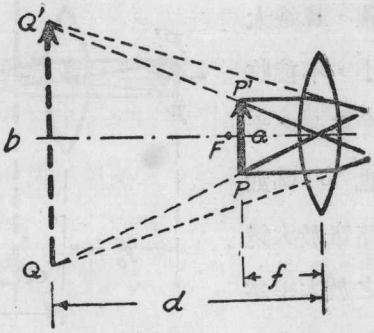
惟q之值，(即眼珠至網膜之距離)，其變更甚爲有限，可視作固定，故物體之像似的大小(即b之值)與其視角α成正比。茲即以視角之大小表示物體之像似的大小。自方程(1)觀之，物體之像似的大小b，與物體之實際的大小a成正比，而與其距眼之遠度p成反比。換言之，

$$\text{物體之像似的大小} = \frac{\text{物之長度(或高度)}}{\text{物距眼之遠度}} \cdots\cdots (2)$$

物愈近于眼，則所生之像亦愈大，而其上之精細部分亦愈易察見。尋常光學儀器之功用，即用以增大物之像似的大小，故各種光學儀器之放大率 m，可視作係等于用儀器觀察時，所得之像之大小 A_i，與不用儀器而直接觀察時所得之像之大小 A_d，二者之比，即：

$$m=\frac{A_i}{A_d}=\frac{\text{用儀器時之視角}(\alpha_i)}{\text{不用儀器時之視角}(\alpha_d)}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

(62.6)　簡單顯微鏡或放大鏡　簡單放大鏡爲一焦距頗短之會聚（凸面）靈視。當移近物體 PP′ 使其位置略在放大鏡焦點 F 之內時，則置于鏡後之眼，將見物之放大的豎立虛像，如圖（459）中之 QQ′。若此像之高度爲 b，其距眼之遠度適等于最明視距離 d　則物之像似的大小將約爲：



第四五九圖

$$A_i=\frac{b}{d}=\frac{a}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

此中之 a 表 PP′ 之高度，f 則表放大鏡之焦距之數值。惟不用放大鏡而將物置于最明視距離之點，其像似的大小係

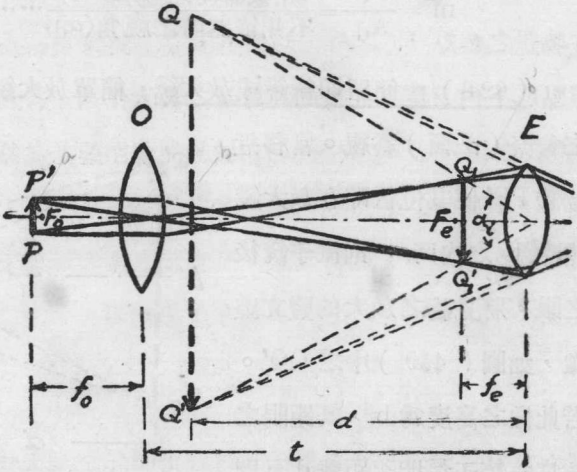
$$A_d=\frac{a}{d}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

是以簡單放大鏡之放大率m約爲

$$m=\frac{A_i}{A_d}=\frac{b}{d}\cdot\frac{d}{a}=\frac{b}{a}=\frac{d}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

由此觀之，焦距愈短之放大鏡，其放大率亦愈大。

(62.7)　複式顯微鏡　簡單放大鏡之放大率，殊爲有限，因焦距甚短之靈視不但不易磨製準確，且嫌太小，不能收集多量之光也。例如簡單放大鏡之放大率爲100倍者，其焦距僅爲0.1吋，如用平凸靈視，其凸面之半徑將僅爲0.05吋左右。若欲得放大率較大之設備，可用複式顯微鏡。圖(460)表複式顯微鏡結構之原理。O爲接近于物之鏡，其名爲接物鏡，或物鏡(objective)，其目的乃以收集多量之光，且以造成與物絲毫不差之實像。爲保存物原有之狀況且免除色差，球差及靈視之其他



第四六〇圖

缺點起見，在精巧顯微鏡中，其物鏡之結構甚爲複雜，常由五個或六個之靈視組合而成。茲僅欲說明其原理，故只以一簡單之會聚靈視表之。物鏡所造之像 Q_1Q_1'，則以接近于目之靈視 E 名爲目鏡（eye piece 或 ocular）者觀察之。目鏡之功用雖與簡單之放大鏡同，然其結構常亦由二個靈視組成，以減小色差及球差等。

用複式顯微鏡時，先將物鏡對準物體，使物體 PP′ 之位置適在物鏡之焦點 F_o 之外，以使其倒立之眞像 Q_1Q_1' 適可于目鏡之焦點 F_e 下內呈現。如是則經目鏡之放大作用，吾人所窺見者將爲 Q_1Q_1' 之像 QQ′，其位置則在於最明視距離 d 之點。若目鏡之焦距，其數值 f_e 較諸顯微鏡筒之長度爲甚小時，（t 即等于物鏡與目鏡之距離），則自 Q_1Q_1' 至物鏡之遠度幾等于 t，而 Q_1Q_1' 之大小 b′，與物 PP′ 之大小 a 之比將約爲

$$\frac{b'}{a}=\frac{t}{f_o} \quad \cdots\cdots(7)$$

此中之 f_o 表物鏡焦距之數值。惟經過目鏡之放大作用後，Q_1Q_1' 像所張之視角爲：

$$\alpha_i=\frac{b}{d}=\frac{b'}{f_e} \quad \cdots\cdots(8)$$

此中之 b 表 QQ′之大小，d 則表最明視距離。惟如無顯微鏡則物之視角將爲：

$$\alpha_d=\frac{a}{d} \quad \cdots\cdots(9)$$

故複式顯微鏡之放大率約爲：

$$m=\frac{\alpha_i}{\alpha_d}=\frac{b}{d}\times\frac{d}{a}=\frac{b'}{f_e}\times\frac{dt}{b'f_o}=\frac{dt}{f_ef_o}\cdots\cdots(10)$$

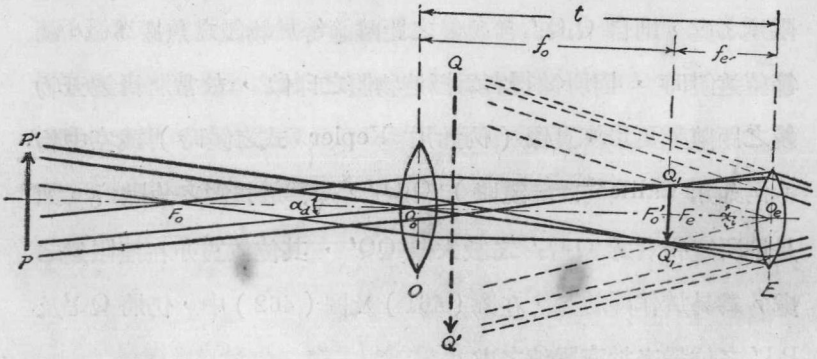
由是言之，顯微鏡筒愈長，或目鏡與物鏡之焦距愈短，則其放大率亦愈大。

(62.8) 折射式望遠鏡 常人之眼，雖可自節以使極遠物體所發出之光線焦聚於網膜上，然因遠物所張之視角甚爲微小，故其精細部分實非肉眼所能分別。前此所述之顯微鏡，其功用乃以增加在近點物體所張之視角，故其物鏡所造之像，其大小實較大于物體；至於用以觀察遠物之望遠鏡，其物鏡所造之像，雖實較原物爲小，然因其視角較大之故，網膜上之像亦係較大，此爲計算望遠鏡之放大率時所當注意者也。

望遠鏡可分爲折射式與反射式兩大類。折射式望遠鏡 (refracting telescope) 亦由一組物鏡與一組目鏡所組成。望遠鏡之物鏡均爲聚會靈視，其目的亦爲收集多量之光，而聚集之于其實像 (例如 Kepler 式之望遠鏡) 或其空中物 (aerial object) (例如 Galileo 式之望遠鏡)，故其口徑常達甚大之值，因此之故，肉眼不能窺見之星辰，常能藉望遠鏡而觀察之。美國Yerkes天文台之主要折射式望遠鏡，其物鏡之直徑爲 40 吋，此物鏡係由二個靈視組合而成，以消除其色差，球差及其他缺點。除其口徑甚大之外，望遠鏡之物鏡之焦距亦須甚長，此蓋因望遠鏡之放

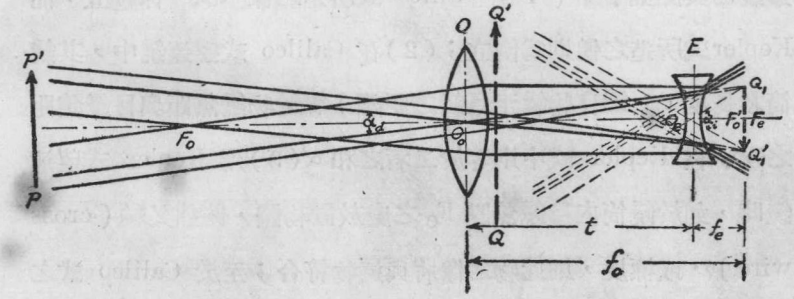
大率與其物鏡之焦距成正比故也，（見62.9節）。Yerkes 天文台 40 吋直徑之望遠鏡，其焦距爲 62 吋；此物鏡之製造，需美金六萬六千元。至於此望遠鏡之其他部分，其總值則僅爲美金五萬五千元。於此可見物鏡之重要矣。

目鏡之配合在後 (62.15)及(62.16) 各節將另詳論。在較簡單之設備中，望遠鏡之目鏡 E 或爲一單個之凸面靈視如圖 (461)，



第四六一圖

或爲一單個之凹面靈視如圖（ 462 ）。前式爲天文家 Kepler 於



第四六二圖

1611年時所提倡，故常名爲 Kepler 式之望遠鏡，或簡單天文望遠鏡（astronomical telescope）後式爲荷蘭製眼鏡者所首先發明，經 Galileo 於 1609 年改造，故常名爲Galileo式望遠鏡，或荷蘭式望遠鏡（Dutch telescope）。

用望遠鏡時，物鏡所造成者，係縮小且倒立之實像，或空中物 Q_1Q_1'。若物（圖 461 或 462 中之 PP′）之位置，係位於無限遠之處，則自 Q_1Q_1' 至物鏡之距離適等於物鏡之焦距 f_o。調節望遠鏡時，因所欲得者爲極遠物體之印像，故常將目鏡至物鏡之距離變更以使實像（例如用 Kepler 式之鏡時）或空中物（例如用 Galileo 式之鏡時）Q_1Q_1'，適落於目鏡之焦點 F_e。如是則所窺得者爲 Q_1Q_1' 之放大像 QQ′，其位置實亦在無限遠之處。爲易於作圖起見，在圖（461）及圖（462）中，仍將 QQ′及 PP′之位置表於有限遠之處。

自（461）及（462）兩圖觀之，Galileo 式與 Kepler 式望遠鏡之異點如下：（1）Galileo 式所造之像 QQ′ 係豎立，而 Kepler式所造之像則爲倒立；（2）在 Galileo 式望遠鏡中，其鏡筒之長度 t（即自物鏡至目鏡之距離）等於物鏡焦距與目鏡焦距之差；在 Kepler 式中則等於二者之和。（3）用 Kepler 式望遠鏡時，如於鏡筒內目鏡焦點 F_e 之處放置物體，例如叉絲（cross wire），或標度，則此物之像將與遠物符合；至於 Galileo 式之望遠鏡則不能加配此等設備。（4）Galileo 式之目鏡既爲凹面靈

視，故由之所透出者係散發之光束。惟眼珠所能收集之光束，爲角不大，故一部分之光線不能進入眼中，而此式望遠鏡之視場遂不大；至於 Kepler 式望遠鏡之視場，因目鏡爲凸面之故，可以較大。(5)因 Galileo 式望遠鏡之目鏡爲凹面之故，其糾正物鏡色差之本領實較 Kepler 式爲優。

尋常之觀劇鏡 (opera gass)，即爲一對之 Galileo 望遠鏡裝在一起，且可用同一之螺旋以調節其長度者。

(62.9) 望遠鏡之放大率 自圖 (461) 及 (462) 觀之，即知不用望遠鏡時，物體 PP′ 所張之視角 α_d 係等於 $\angle Q_1O_oQ_1$。若 Q_1Q_1' 像之高度爲 b'，物鏡焦距之數值爲 f_o，則

$$\alpha_d=\frac{b'}{f_o} \quad \cdots\cdots(11)$$

惟用望遠鏡後，像 QQ′所張之視角α_i 係 $\angle Q_1O_eQ_1'$，故如f_e表目鏡焦距之數值，則：

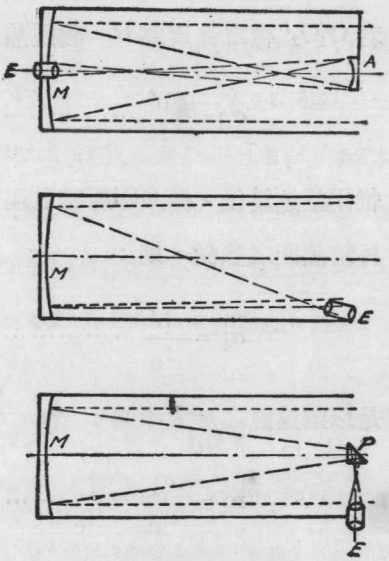
$$\alpha_i=\frac{b'}{f_e} \quad \cdots\cdots(12)$$

是以望遠鏡之放大率爲：

$$m=\frac{\alpha_i}{\alpha_d}=\frac{f_o}{f_e} \quad \cdots\cdots(13)$$

(62.10) 反射式望遠鏡 望遠鏡之物鏡，亦可不用靈視，而以一反射鏡充任之。此式望遠鏡之優點，在於可以完全免除物

鏡靈視之色差。若此反射面爲抛物線形，則球差亦可完全免除。圖（463）示三種反射望遠鏡（reflecting telescope）佈置之情形。甲圖示光線自廣大之反射面 M 反射之後，復爲在A點之球面鏡（凹面或凸面）所反射，由是所造成之像可自鑲于 M 中之目鏡 E 觀察之。乙圖示反射面 M 略爲傾斜，第二個反射鏡完全不用，目鏡E之位置則在鏡筒一旁。在此種佈置情形下，一部之光線常被觀者頭部所遮蔽，故除非 M 之鏡面甚大之時，其運用頗感困難。丙圖用一小三稜鏡 P 置于 M 鏡之焦點，以使由 M 所反射之光線爲此稜鏡所全反射後，而可在其旁之目鏡E觀察之。

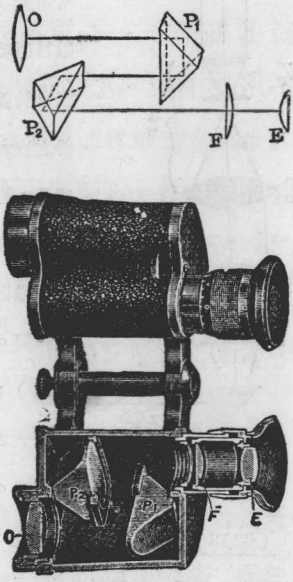


第四六三圖

最大之反射式望遠鏡之直徑爲100吋，現爲美國 California 州之 Mt. Wilson 天文台所有。其次者爲加拿大 Victoria 天文台之73吋直徑之望遠鏡。較此更大之反射望遠鏡其直徑爲200吋，現正在製造

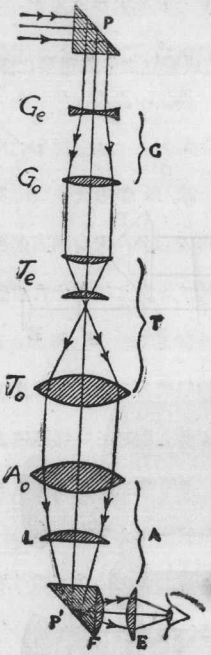
中。

(62.11) 稜鏡式雙目鏡 在地上應用之望遠鏡，以能造成豎立之像爲重要之條件。除用 Galileo 式之望遠鏡，或用特別之正像目鏡外（見後 62.17 節），尙有用稜鏡以作雙目鏡者，（ prism binocular ）。此爲觀劇鏡之較佳者，其結構係于物鏡 O與目鏡 E F 之間加裝一對三稜鏡 P_1 及 P_2 如圖(464)。光線進入物鏡 O 之後爲第一稜鏡 P_1 所全反射乃將物鏡所造之倒像上下倒調，復經第二稜鏡 P_2 之全反射作用，而將像之左右互換，故自目鏡所窺見者，遂爲與物之狀況完全相同之豎像。自圖（464）觀之，稜鏡式之雙目鏡，其物鏡之有效焦距較同長之天文望遠鏡約大三倍，故其放大率亦可較大。用此原理所製之觀劇鏡，其視場亦較 Galileo 式之觀劇鏡爲大。



第四六四圖

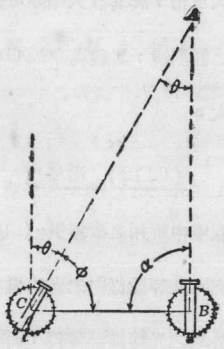
(62.12) 潛望鏡 在潛水艇上與匿藏於戰壕中所用之潛望鏡（ periscope ）或高射炮之瞄準器等均藉稜鏡以改變觀察之方向。此等設備內之光的組合頗爲繁複。圖(465)所示者爲潛望鏡各部分之配置情形。外來之光線經過稜鏡 P而被其全反射後，乃先穿透一 Galileo 式望遠鏡 G 之目鏡 G_e 而自其物鏡 G_o 平行的透出。由是乃穿透天文望遠鏡 T之目鏡 T_e 與其物鏡 T_o 而達



第四六五圖

成縮小之實像。由 T 透出之平行光線，乃射入於第二之天文望遠鏡 A 之物鏡 A_o，通過一用作焦聚之靈視，L（focussing lens），而爲第二稜鏡 P′ 所全反射後，方進入目鏡中。目鏡之向場靈視 F（見後 62.14 節）常粘於 P′ 之面上，以減少光線所遇玻璃與空氣分界面之數目而免光量之散失。器內之 Galileo 式望遠鏡 G，可以旋轉於鏡筒一邊，使其不在光線行走之途徑上，以備增加器之放大率時之使用，惟不用 G 時，器之視場則較小耳。因此，起初偵察敵人時，均先用 G；及已窺見敵人之位置而欲知詳情時，乃將 G 移轉於一旁。T 望遠鏡雖先將像倒置，惟因 A 復將之倒置，故最後所見之像與物之情況亦完全相同。將 T 倒用，（即令光線先通過其目鏡而後進入其物鏡），其所造之像固較小，惟其目的係以收羅多量之光於廣大之視場內。至於放大作用，則藉直用之望遠鏡 A 以完成之。

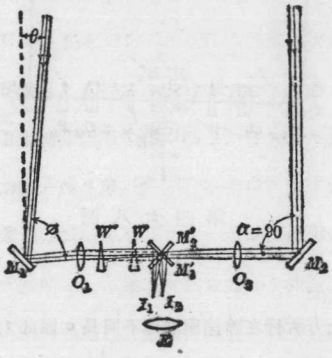
(62.13) 測遠器 在軍事上，欲在短時間內測知遠物至觀者之距離，常用測遠器。尋常測遠器所用之原理，不外自三角形之已知兩角及其所含之邊以計算其他邊。圖（466）表兩個距離固定之望遠鏡 B 與 C，各裝于一有刻度之水平圓盤上。今將 B 與 C 各對準 A 點，而在其圓盤上讀出 CA 與 BA 兩直線與 BC 直線所作之角度 α 與 φ，即可利用三角原理以求 BA 之距離。此種測遠法則之準確度，隨所用底線 BC 之長度以俱增，故在沿海要塞上，其應用較佳。至于在陸地上，可以攜帶之測遠器，



第四六六圖

其原理雖亦同此，然因底線不能甚長之故，其各部之佈置情形乃較此繁複遠甚。

圖（467）示所號爲符合測遠器 (coincidence range finder) 之配置情形。M_1 與 M_2 表在一長管兩端之反射鏡。自遠方物體所射來之光線，爲 M_1 及 M_2 所反射，乃各通過物鏡 O_1 及 O_2，以達于在管中央之另一反射鏡 M_1' 與 M_2'。由是反射之兩像，可以同一之目鏡 M 觀察之。M_1 與 M_2 之起始位置係適以使凡來自兩方而與管軸作直角之光線，反射之後得于目鏡視場中央互相符合。換言之，M_1 與 M_2 之起始位置適使在無限遠方之物體之兩像于目鏡視場之中央符合。若物不在無限遠之處，則 M_1 與 M_2 須略轉動，然後其所造之兩像方能于目鏡視場中央符合。自 M_1 所轉動之角度 θ，及二者之距離，即可用三角學原理以計得物之距離。

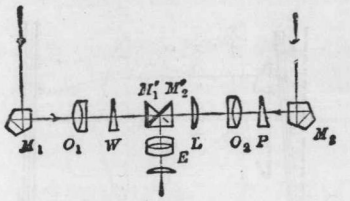


第四六七圖

符合測遠器之原理，如上所述，雖頗簡易，惟在實用之時，M_1 或 M_2 所轉動之角度 θ 甚爲微小，故所得結果之準確程度，亦殊不佳。因此之故，此式測遠器中之 M_1，M_2，M_1' 及 M_2' 四反射鏡，均係預先固定于一定之位置，而另藉一薄三稜鏡 W 以作調節之用。將此三稜鏡 W 置于管中一物鏡（例如 O_1）與其反射鏡（例如 M_1'）之間，其所生之效應，乃將光線之方向改變，故起始之時，管端之一反射鏡（例如 W_1）須永久略轉動少許，以使無窮遠物體之兩像可在視場中央互相符合。此手續在配製此器之時，已先期調節妥善。當使用此器以測某物之遠度時，可將此三稜鏡 W 之位置移變，例如自 W 遷移于 W′，以更改光線之方向，而求兩像之符合。如是自 W 所移動之距離及製造此器者所供給之圖表，即可知物距觀者之遠度。

除用 W 三稜鏡以調節外，符合測遠器之反射鏡 M_1，M_2，M_1'，M_2' 等，且多

改用全反射之稜鏡，如圖（468）。光線在 M_1 及 M_2 兩處，各經兩次之全反射作用後，方射入器之管中。如是器管雖不免受溫度變更或機械的形變之影響而作不規則之彎撓，然射入器中之光線仍得維持其方向不變。蓋若器管彎撓，以致 M_1 及 M_2 略轉少許，則在其第一面全反射後，光線之方向亦轉動，惟因稜鏡第二面與第一面所作之角度係固定不變，故第二面之全反射作用可使光線向反方轉動同大之角，而管中光線之方向乃不改變，至於在管中央之兩個直角全反射稜鏡 M_1' 與 M_2'，其一居上，其他居下，故自目鏡視察之，視場係分爲上下兩半。若調節妥善，則垂直之物之上下二半，卽能在視場中連直。



第四六八圖

器中左邊既多一個稜鏡 W，故光線在此方所行之路途與右方不同長。因此，兩方之焦距亦不等。爲免除此弊起見，在器管之右方，常另置一靈視 L 以補償之。此外，右方管中復另有一三稜鏡 P，可以旋轉于管軸，其目的乃以備當各鏡之佈置略有差失之時，得藉此以糾正之。

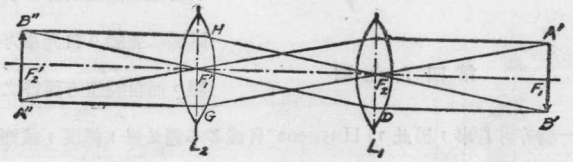
(62.14) 目鏡 光器中之目鏡係用以放大物鏡所造成之像。如僅用一個靈視以作目鏡，則不但有色差，球差與其他缺點，且物鏡所收集之光亦將有不少部分，不能通過目鏡以致走失。爲矯正此等缺點起見，通常目鏡多由兩個靈視組成。在此兩靈視之中，其面向物鏡者常名爲向場靈視（field lens）。其面向觀者之眼者，則名爲向目靈視（eye lens）。重要之目鏡有兩種：一爲 Huygens 所首創；其他則爲 Ramsden 所發明，茲分名之爲 Huygens 目鏡及 Ramsden 目鏡。

(62.15) Huygens 目鏡 Huygens 目鏡多由兩個平凸之靈視組成。向場靈視之焦距 f_f 常爲向目靈視 f_e 之三倍，二者之凸面均面向物鏡，其相隔之距離 d，爲減少色差起見，係等于 f_f 與 f_e 兩焦距之平均值（理由過繁，茲不述），卽：

$$d=\frac{f_f+f_e}{2}=2f_e \quad \cdots\cdots\cdots\

(62.17)　正像目鏡　用一個會聚靈視，或 Huygens 式，或 Ramsden 式目鏡，以觀察物鏡所造成之倒像，所得之最後之像亦爲倒立。在天文望遠鏡或顯微鏡中，像之倒立，不引起何種不便，惟在地上觀察物體時，則以能得豎像爲佳。於是遂有所號爲正像目鏡者，(erecting eyepiece)以改正最後之像，使其豎立。

正像目鏡設備之原理，甚爲簡單。蓋在物鏡與目鏡之間，若另放一凸面靈視于相當位置，卽可將物鏡所造之像改爲豎像。今調節目鏡，使此豎立之眞像適落於目鏡焦距之內，則得一放大豎立之虛像矣。尋常之正像目鏡卽于Huygens 或 Ramsden 目鏡之前，另備兩個焦距相等之凸面靈視。配置兩個靈置之用意，乃以減小其所生之球差及色差等。故此兩靈視相隔之距離係等于其焦距。其所生之效應，可自圖(471)得之。在

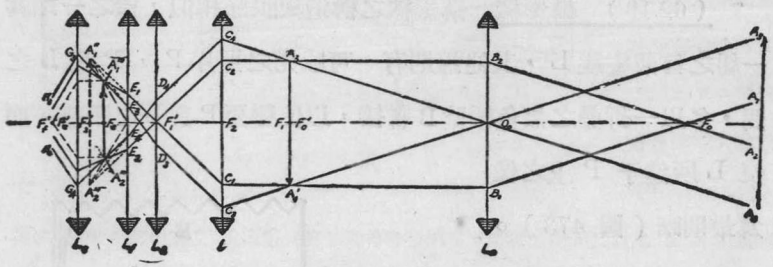


第四七一圖

此圖中 A′B′ 表物鏡所生之倒像，其距正像靈視之第一靈視 L_1 之遠度適等于 L_1 之焦距。自 A′B′ 之兩端作與主軸平行之兩光線如 A′C 及 B′D 與 L_1 分別交于 C 及 D 點，則其折射後之方向將通過 L_1 之第二焦點 F_1'。惟兩靈視之距離亦等于其焦距，故 F_1' 點卽爲第二靈視 L_2 之光心而 CF_1' 與 DF_1' 兩光線通過 L_2 後之方向乃不改變。欲確定此兩個靈視所造成之像之狀況。可自 A′B′ 兩端另作通過 L_1 之光心之光線，惟 L_1 之光心亦卽 L_2 之焦點 F_2，故此兩光線 A′F_2 及 B′F_2 與 L_2 分別交于 G 及 H 兩點之後，將折與主軸平行，而與 CF_1' 及 DF_1' 分別交于 A″ 及 B″兩點，故 A″B″ 卽爲 A′B′ 之像。自目鏡所窺見者蓋卽 A″B″ 之放大虛像也。在尋常正像目鏡中，L_1 及 L_2 與目鏡之向場及向目兩靈視，係同建于一管之中而成一單位以便調節。

(62.18) 光線進行圖 各種光學儀器所造之像之情形，可自光線在其中進行之路途而窺見其梗概。作此等光線進行圖（ray diagram）時，除用(61.4)節所述之三組光線以確定像之位置外，尙可利用相交於焦面（focal plane）之各光線。所謂爲某靈視之焦面者，蓋卽指通過其焦點而垂直于主軸之平面也；位于焦面上之物體，其像既係在無窮遠之處，故相交于第一焦面之光線，通過靈視之後，其方向必爲平行。反之，平行之光線，通過靈視之後，其相交之點必位于第二焦面上。

茲用前段所述之法則，作圖(472)以表在望遠鏡中之光線所取之路途。在此圖中，L_o 表望遠鏡之物鏡；L_1 及 L_2 表正像目鏡之前後兩靈視；L_f 及 L_e 則分別表 Huygens 目鏡之向場及向目兩靈視。至于 F 各點，附以相當之下標，卽表示各靈視

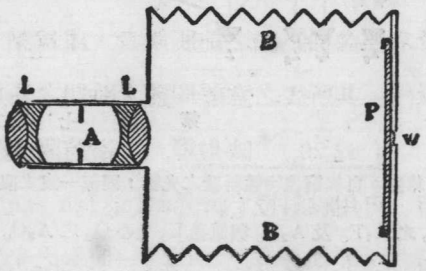


第 四 七 二 圖

之焦點。自無窮遠物體所發之光線，固無一定之限制，惟作光線進行圖時，以用通過 F_o 之 A_1F_o 及 A_2F_o 與通過 L_o 光心 O_o 之 A_3O_o 及 A_4O_o 兩組平行光線爲最便利。茲就圖(472)而申述其進行之途徑，A_1F_o 及 A_2F_o 與 L_o 交于 B_1 及 B_2 後，其所取之方向係與主軸平行，而 A_3O_o 及 A_4O_o 透過 L_o 之後，其方向不改，故此二組光線將分交于 L_o 之焦面上 A_1' 及 A_2' 兩點，$A_1'A_2'$ 卽爲物鏡 L_o 對于位在無窮遠物體所造之像。B_2A_2' 及 B_1A_1' 與 L_1 相交于 C_2 及 C_1，折射後，其方向乃會聚于 L_2 之光心 F_1'，因 F_1' 卽 L_1 之第二焦點也。至于 O_oA_2' 及 O_oA_1' 與 [illegible] 分別交於

C_4 及 C_3 後，其折射之方向將分別與 C_2F_1' 及 C_1F_1' 平行，而各與 L_2 相交於 D_4 及 D_3 兩點。按圖（471）所示之作法，L_1 及 L_2 對於 $A_1'A_2'$ 所造成者，係倒立同大之像如 $A_1''A_2''$，其位置則在於 L_2 之焦面上，故如無 Huygens 目鏡之向場靈視 L_f，則 C_4D_4 及 C_3D_3 折射後必分別與 C_2F_1' 及 C_1F_1' 相交於 A_2'' 及 A_1'' 兩點。惟通過 Huygens 目鏡之向場靈視 L_f 後，其所造之像必適位在向目靈視 L_e 之焦面上。故各光線與 L_f 分別交於 E_1，E_3，E_4，及 E_2 各點後，將折取 E_1A_1'''，E_3A_1'''，E_4A_2''' 及 E_2A_2''' 之方向，而於 L_e 之焦面處造成物之豎立的實像 $A_1'''A_2'''$。此後經過 L_e，各光線乃被折如圖。

（62.19） 攝影機 攝影機之構造與眼頗相似，機之一端爲一組之會聚靈視 L，其他端則有一可感光之照片 P，P 與 L 之間，多以一折疊之黑色輭壁 B 聯接，以便變更 P 與 L 之距離，而使 L 所造于 P 上之像爲最明晰（圖 473）。此種調節手續名爲焦聚 (focussing)。照像之時先將機焦聚妥善，然後將照片露光 (expose)，經一定之時間（百分之一秒以至數分鐘不等）後，乃取出照片而置之于相當之溶液中而冲洗之。由是所得者常名爲負片或底片（negative），其受光最甚之處作黑色，不受光



第四七三圖

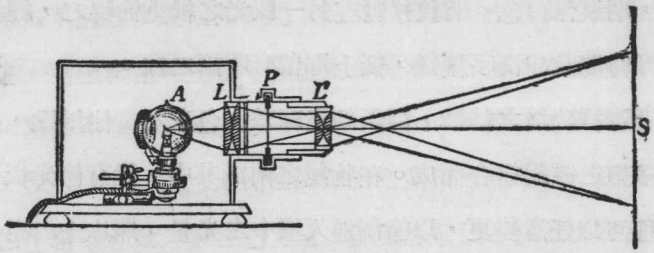
之處，則反作白色。將負片放在另一感光之紙上而曝之，經相當之露光時間及冲洗手續後，紙上即留有所攝之像。

攝影機物鏡之結構，因須糾正球差，色差及其他缺點，故亦係由多數之靈視組合而成。在物鏡之前或其中，置有節光板A，其孔徑可以任意變更，以節制進入機中之光量。照片上之亮度，可證其係與節光板孔徑D之平方成正比，而與物鏡之焦距f之平方成反比，故露光時間亦由 $(D/f)^2$ 而定。若孔徑最大之值係爲焦距之四分之一，則得下列所示之關係以表孔徑之大小及露光時間之長短：——

孔徑D	$\frac{f}{4}$	$\frac{f}{5.65}$	$\frac{f}{8}$	$\frac{f}{11.3}$	$\frac{f}{16}$	$\frac{f}{22.6}$	$\frac{f}{32}$	$\frac{f}{45.2}$	$\frac{f}{64}$
露光時間	1	2	4	8	16	32	64	128	256

尋常照像機鏡頭之前所鐫者，或爲第一行之數碼，或爲第二行之數碼，其所表之意義即露光時間之長短也。

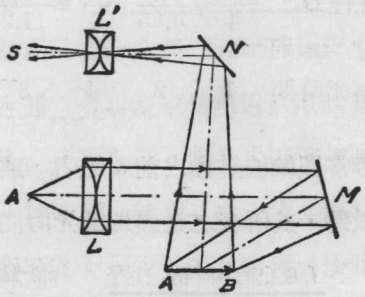
(62.20) 映射燈　欲將圖畫映射于幕上以供公衆觀看之時，可用映射燈(projecting lan ern)，(俗名幻燈)。此種設備之主要部分有三：(1)一明亮之光源A，(圖474甲)，例如自弧燈或燈絲集中之白熾電燈所生者；(2)一對廣大惟焦距甚短之平凸靈視L，以收集自A所發之光而會聚之于物體P之上，此組靈視常名爲集光鏡(condensing lens)，其凸面係相對而立如圖；(3)一組完善之靈視L′，以造成P之明晰之像于幕S



第四七四圖甲

上。因所映射于幕之像甚爲廣大，故用作 L′ 之靈視，以能將物之中部及其邊沿同樣放大者爲最佳。L′所造成者係倒反之眞像，此爲放置玻璃片時，所當注意者也。

若欲映射不透光之圖畫，例如書報上所印者，則佈置之情形須略更改，如圖(474)乙，自集光鏡 L 所收集之光，先射于 M 反射鏡，由之反射于物 AB 之上後，復反射于第二個反射鏡 N，自此乃反射而入于物鏡L′，而于幕上呈現。

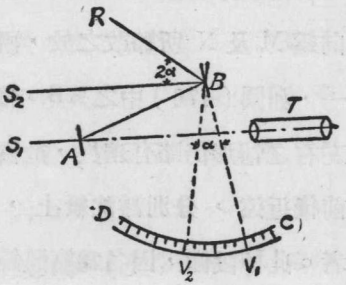


第四七四乙

(62.21) 活動電影　活動電影雖亦爲映射景物之一種設備，然其成功實賴另一現象，即所號爲視覺之持久性 (persistence of vision) 也。蓋吾人腦中對于景物所留印像之時間常可達$\frac{1}{16}$秒以上，故對于運動人物，每隔約$\frac{1}{16}$秒，爲之攝照一像

于一連續之長片上，而後將此長片仍按其攝照時之速度映射于幕上，則運動之人物之動作將依次呈現于幕上。活動影片，每張之大小僅約爲1吋寬，$\frac{3}{4}$吋長。片爲一種堅固之纖維所製成，其兩旁各鑿有一行小孔，以備捲轉時輪齒插入之用。映射之時，片之捲轉實爲間斷的，而非連續的，蓋在映射每張景物于幕上之短時內，此張景物應靜止不動；一張映射完畢，第二張景物乃跳出，取前張之位置而代之，在兩張交代之時間內，一不透光之障碍板且跳至鏡頭之前，以斷絕光線，如是可免前後兩景物在幕上互相交錯而亂視覺。

(62.22) 六分儀 當一平面射鏡轉動一角度時，由之反射之光線將轉動二倍之角度。六分儀(sextant)之原理即基于此。其功用乃以測計兩個遠物在觀者地點所張之角度。圖(475)表其構造之大概。T爲一遠望鏡，其光軸對準玻璃片A。A爲半塗銀(half silvered)之玻片(即所透過之光量與其所反射者相等)。與A相對且可以轉動者爲另一個之反射鏡B，其轉動之角度可自圓標度CD上指標V之位置讀得。

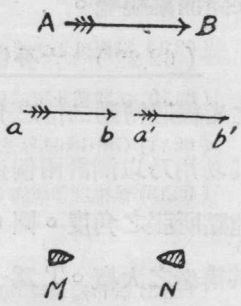


第四七五圖

用六分儀以觀察兩物所張之角度時，先將望遠鏡對準一物，

而旋轉B使此物直接透出A鏡之像S_1，與其自B與A反射後之像S_2同在望遠鏡視場中疊合。得此位置後，乃復轉動B，以令第一物自B及A反射後之像R與第二物自A直接透出之像於場中疊合。若B鏡自第一位置轉至第二位置之角度爲α，則兩物所張之角度必爲2α，是以C標度上所刻之角度常等於其實值之二倍，以便計算。

(62.23) 實體鏡 吾人藉兩眼以視察，因二者位置不同，其所造成之像亦略有差異，故可由之以辨識物之遠近及其實體狀況。今若在兩不同之相當地位攝得同物之影一對，如圖(476)之ab及a′b′，而後置之於兩個半靈視M及N之前，以備左右兩眼分別觀察左右兩圖，則因光線方向爲M及N所略改之故，兩圖將融合爲一，如圖(476)中之AB。惟融合之後，左右之情形仍略有差異，故觀者頓覺圖中前後近遠，分別浮沈紙上，宛如實體然者。此種設備，因名爲實體鏡(stereoscope)，其用以拍照實體圖之器具，則名爲實體攝影機(stereoscopic camera)。



第四七六圖

第六十二章 問題

(62.1) 試述眼之主要分部及其功用。

(62.2) 何謂眼之自節？何謂最明視距離？近視眼，遠視眼，老視眼及綠視眼之情形及矯正之法各若何？試陳述之。

(62.3) 置眼於水中時，何以不能窺見近物？

(62.4) 何謂視場？何謂視角？

(62.5) 問物體之像似的大小由何而定？

(62.6) 簡單放大鏡之放大率約等於像之高度與物之高度之比亦等於最明視距離與放大鏡焦距之商，試證明之。

(62.7) 試說明複式顯微鏡結構之原理。

(62.8) 複式顯微鏡之放大率，係等於其物鏡之放大率，與其目鏡之放大率，二者之乘積。試證明之。

(62.9) 顯微鏡之物鏡與望遠鏡之物鏡，其功用之異同若何？

(62.10) 試說明折射式與反射式望遠鏡構造之異同。

(62.11) Galileo式望遠鏡與Kepler式望遠鏡之優劣點各若何？

(62.12) 試推證望遠鏡之放大率與其物鏡之焦距成正比而與其目鏡之焦距作反比。

(62.13) 試作圖以表稜鏡式雙目鏡造像之情形。

(62.14) 試略述潛望鏡結構之大概。

(62.15) 試述測遠器之構造及原理。

(62.16) 試述 Huygens 與 Ramsden 目鏡之構造。

(62.17) 試述用二個焦距相等之凸面靈視作正像目鏡之原理及光線通過此等靈視所取之路途。

(62.18) 試述攝影機之結構及鏡頭前所刻各數碼之意義。

(62.19) 試述映射燈之構造。

(62.20) 試考察活動電影機構造之情形。

(62.21) 六分儀之原理何在？其應用如何？試分述之。

(62.22) 試略述實體鏡之原理。

第六十二章 習題

*(62.1) 設眼各部之距離，曲度半徑及折光指數各如下表，試計算平行光線所焦聚之點。

A.折光指數：(1)角膜=1.376 (2)水液及玻璃液=1.336

(3)眼珠前後兩部=1.386 (4)眼珠中部=1.406

B.各部中央之厚：(1)角膜=0.5粍 (2)水液=3.1粍

(3)眼珠前部=0.546粍 (4)眼珠中部=2.419粍

(5)眼珠後部=0.635粍

C.各部之曲度半徑：(1)角膜前面=−7.7粍

(2)角膜後面=−6.8粍 (3)眼珠前面=−10.0粍

(4)眼珠中部前面=−7.911粍 (5)珠眼中部後面=+5.76粍

(6)眼珠後面=+6.0粍

(62.2) 一近視眼之人，須將物品放在眼前6吋之處，方能窺見明晰，問其所應戴之眼鏡之焦度如何？

(62.3) 一遠視眼之近點爲100糎，今欲窺見放在25糎處之物品，問其所需之眼鏡之焦度如何？

(62.4) 方程(6)乃簡單放大鏡放大率之近似值，試引用靈視公式以求其放大率之正確值。

(62.5) 一複式顯微鏡之目鏡，其焦距爲2粍，其物鏡之焦距則爲2糎。設物體之位置在物鏡焦距外0.2粍，問其放大率若何？試作一圖以表示像之位置，大小，及狀況。

(62.6) 一複式顯微鏡之物鏡之焦距爲 1.5 糎，其目鏡之焦距則爲 3.0 糎。二者之距離爲18.0 糎。設觀者之最明視距離爲24.0 糎，問物應置在物鏡之前何處？

(62.7) 用某望遠鏡以觀在無窮遠物體之時，目鏡與物鏡之距離爲 1 呎。今若以之觀察一建築物，二鏡之距離則應爲1.02 呎。試計算此物距觀者之遠度。計算時先假設望遠鏡爲 Galileo 式，次復令之爲 Kepler 式，而比較兩結果相差若干。又問此望遠鏡之放大率若何？

(62.8) 若將一觀劇鏡"倒"用，則所見之物將爲較小，試計算其縮小率。

(62.9) 設有兩個凸面薄靈視，其距離爲 70 糎，第一個靈視之焦距爲 80 糎，第二靈視之焦距爲 4 糎。今在第一靈視之前 1000 糎處，放置一物，試求此物之像之位置，大小及狀況。

(62.10) 設有一凸面靈視，焦距爲 6 吋，今在其後置一凹面靈視，其焦距爲 2 吋，問距凸面靈視爲一哩之物體，自凹面靈視後觀之。其像之大小，位置及狀態若何？

*(62.11) 一天文望遠鏡，用 Huygens 式目鏡，問其物鏡所造之空中物，應位在何處方能使由之所發出之光線爲平行。

*(62.12) 若前題之目鏡爲 Ramsden 式，試求其答案。

*(62.13) 有時Huygens式目鏡之向場靈視之焦距等於其向目靈視焦距之二倍，問此二靈視之距離若何，及物鏡所造成之空中物之位置何在？

*(62.14) 試計算 Ramsden 式或 Huygens 式目鏡用作放大鏡時，其放大率之值。

*(62.15) 試作在下述各組靈視中光線進行之圖：——

(1) Galileo 式望遠鏡

(2) Kepler 式望遠鏡

(3) 用 Huygens 式目鏡之望遠鏡

（4）用 Ramsden 式目鏡之望遠鏡

（5）用 Ramsden 式目鏡並添正像設備之望遠鏡。

(62.16) 設有一攝影機，其物鏡之焦距爲 7 吋，乾片係寬四吋長五吋。今有距機三十呎之物體，其像適可以完全攝在片上。問此物體之大小若何？

*(62.17) 在攝影機中，遠物之像之大小與其鏡頭之焦距成正比。若增長焦距，則機身亦須增長，惟如以一凸面及一凹面靈視組成鏡頭，將機上鏡頭取下，而以此組合之凹面靈視裝於原有機頭之處，則勿須增長機身，卽可攝得較大之像，試說明其用法。[此種鏡頭常名爲攝遠鏡頭（telephoto lens）]

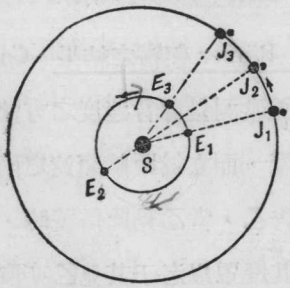
(62.18) 有映射燈一座，距幕爲 20 呎。若此燈之物鏡焦距爲 10 吋，玻璃片之寬爲 4 吋，高爲 3 吋，問此片離物鏡之遠度若干？又問幕之大小若何方能將全片映出？

第六十三章　光之速度

(63.1) Galileo 實驗之失敗與 Römer 觀察之結果　Galileo 在 1600 年左右曾用如第(22.1)節所述測量聲音速度之方法以測計光之速度。彼令甲乙二人各備一燈，而立於距離頗遠之兩山頂上。甲先取去其燈罩，以作一信號告乙，當乙見此信號時，立即取去其燈罩以應之。如是自甲取去其燈罩以迄于其見乙亦取去其燈罩所經過之時間，當爲光線往返于甲乙所隔之距離所需之時間。用此簡單方法以量測光之速度者，雖頗衆多，然均無結果，此蓋因光之速度甚大，在七分之一秒內即可繞地球一周而有餘，故即以在地上最長之距離作如此簡單之實驗，實仍嫌其太短；何況作此種觀察者，僅用數哩之距離以作實驗乎？

用天文學上之觀察結果以估計光之速度者，當以 Römer (1675年)爲首。其所觀察之現象，爲木星(Jupiter)上各衛星之蝕。以當時所風行之普通望遠鏡，Römer 已能見及木星上各衛星之四顆。此四衛星繞木星而行之週期，最短者約爲 42 小時，最長者約爲$16\frac{2}{3}$日。Römer 以爲此諸衛星之週期均各有一定不變之值，故若光之速度爲無窮大，則在地上觀察木星衛星每連續二次之蝕，其相隔之時間，彼此必爲相同，且必等于其週期。惟其觀察之結果，則表示當地球與木星之距離漸增時，例如地球自圖(477)中 E_1 進至 E_2，同時因木星之週期較大，故僅自 J_1 轉至

J_2），每連續二次之蝕所隔離之時間均較平均值爲長；而當地球與木星之距離漸減時，例如地球自



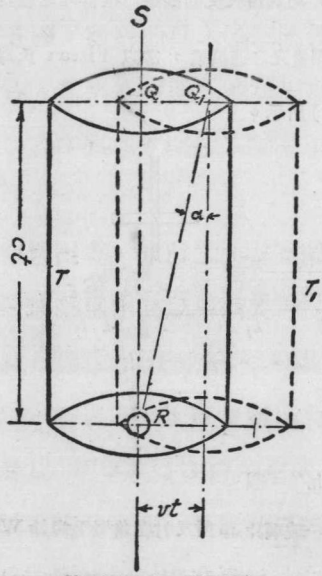
第四七七圖

圖(477)中 E_2 進至 E_3，同時木星則自 J_2 進至 J_3，此間隔則均較平均值爲短。Römer 以爲此種差異係因光有一定有限之速度而起。彼認木星上某衛星之蝕，可視作自木星上所發之有週期的信號。此等信號係以光之速度而傳播，故必經歷若干秒後方能行抵地球。倘地球與木星之距離不變，則地球上之觀察者收到此等信號之各時刻，其間隔亦將與衛星被蝕之週期同。今若地球離木星而移遠，則各信號達到地球之各時刻，其間隔必較長于信號之週期。反之，若地球向木星而移近，則此間隔必較短于信號之週期。此與(23.2)節所述之 Doppler 原則完全相同。

根據此種解釋，Römer 先自其觀察多次之結果，算出週期最短（約42小時）之衛星之被蝕週期。次以地球與木星相離最近時，即圖（477）中所示地球位于 E_1，木星位于 J_1 之時，爲始，推計約六個月後，當地球與木星之距離爲最大時，即圖(477)中所示 E_2 及 J_2 之位置，此衛星之蝕應于何時刻發生。其預測之時刻，與觀察之時刻相較，前者較早約爲十一分鐘。若以地球在 E_2 之時刻爲始，則當其達到 E_3 時，蝕之預測時刻較遲于觀

察所得之時刻亦約十一分鐘。于是 Römer 以爲此差值卽光線行走較長之 J_2E_2 路途與其行走較短之 E_1J_1 路途所差之時間。換言之，光線橫越地球軌道（J_2E_2 與 E_1J_1 之差約等于地球軌道之直徑，其值約等186,000,000哩）所需之時間約爲十一分鐘。若用最新方法作觀察，則此值實爲1001.6秒，而光之速度遂約爲每秒186,000哩，（卽每秒300,000粁）。

(63.2) Bradley 之方法 若將 Römer 所主張之解釋，應用于其他週期較長之衞星之蝕，則所得結果之差異頗大，故其說法在 Römer之時，頗鮮深信之人。此說法之無誤，在Römer去世後，方爲 Bradley 之實驗所證實。Bradley（1727年）亦藉天文學方法以測算光之速度，其所根據之原理，可自圖（478）見之。



第四七八圖

令T表一垂直之望遠鏡，指向天空正中之恆星S。若望遠鏡與此恆星無相對的運動，則自此恆星所發出之光線，在T鏡管內所取之方向亦將爲垂直的，如圖(478)中之QR直線，而S之位置將于鏡底R點呈現。惟若T與S有相對的運動，（例如因地球繞日而行之故），當光綫自望遠鏡口行抵鏡底之時，望遠鏡已由圖中實線之位置移至圖中虛線所示 T_1 之位置，故S在鏡底之像似的位置將向後移。此情形與在岸旁射擊沿岸旁前進之舟，頗爲相似。設S之方向，其像似的改變爲 α 角（見圖），望

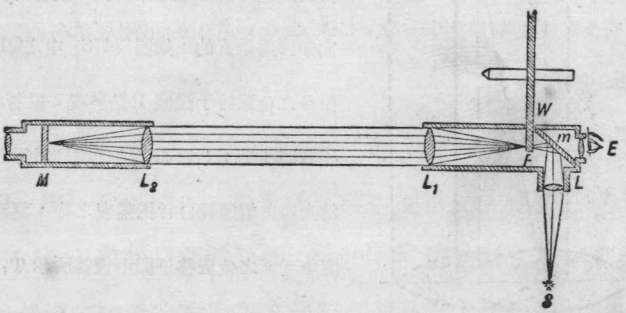
遠鏡前進之速度（即地球繞太陽而行之速度，至其自轉之速度與此相較，係甚微小，可暫不計）爲v，光之速度爲c，則在光線自 Q 行抵 R 之時間 t 秒內，Q 點將移於 Q_1，故$QR=ct$；$QQ_1=vt$ 而

$$\tan\alpha=\frac{v}{c}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

α 角之大小可自地球與 S 同在太陽之一邊時，及其分在太陽之兩方時，所測得之位置決定之。知此，則 c 之值可由已知之 v 之值計得。

上段所述係假定 S 在天空正中，如是則 α 之值約爲 20 秒（最近所公認之值爲 0.455 秒）。若 S 不在天空正中，α 之值將較此爲小。用 v=20.455 秒即可計得光之速度約爲每秒 299,000 粁。

(63.3) Fizeau 之方法 前兩節所述者，均爲自天文的觀察而推得光之速度之值。至于在地上用吾人可以節制之實驗方法以測量光之速度者，當以 Fizeau 氏爲始（1849年）。Fizeau 所用之方法略如圖（479）所示。



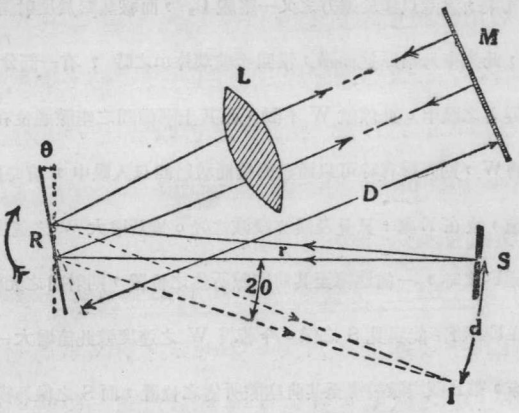
第 四 七 九 圖

光線自光源 S 出發，通過一靈視 L 之後；爲一玻璃片 m 所反射而焦聚于齒輪 W 邊沿之 F 點。惟既通過齒輪上兩齒間之空隙，即可由另一靈視 L_1 將之展開爲平行

光束，遇進以達於遠方之又一靈視 L_2，而被焦聚於反射鏡 M 上。經M之反射作用後，此光束乃沿原途而歸，惟回至玻璃片m之時，有一部分可透出m而達于立在m後之覩者之眼中。此係就 W 不動，而其上兩齒間之空隙適位在 F 點之時而言也。今若旋轉W，則光線有時可以通過齒輪而被射回以入眼中，有時則爲齒輪上各齒所阻不得通過，故在 E 處，只見及倏亮倏滅之光。惟若增大 W 之速度，使光自F行抵 M 而射回至F 之時，一齒適轉至其前空隙所佔之位置，則射回之光線將完全被此齒所隔斷，而在E處將不能窺見 S 之像。今若將 W 之速度較此值增大一倍，則當光線反射回至 F 時，第二個空隙將轉至其前空隙所佔之位置，而 S 之像乃得復現。若W之速度較前增大三倍，則第二齒將阻斷光線，是爲像之消失之第二次。如是類推，將齒輪之速度增加，像乃交替的出沒。若已知齒輪 F 至M之距離D，齒輪之齒數 T，及當像消失至第 n 次時，齒輪之轉動速度爲每秒ω次，卽可計得光之速度 C 爲

$$C=\frac{4\omega DT}{2n-1}\cdots\cdots\cdots

光線自光源S出發，在一可以疾轉之反射鏡R處反射之後，乃透出靈視L及相當之其他光器而達於遠方之反射鏡M。在M處，此光線被射回



第　四　八　〇　圖

沿原途而歸，故若R不動，則將仍回至S。惟若當光線自M返至R之時，R已旋轉一角度θ，則S之像將于I點呈現而SRI之角度將等于2θ。故若SI之距離爲d，SR之距離爲r，R至M之距離爲D，而n表R每秒轉動之次數，t表光往返于R至M(即2D)所需之時間，則

$$2\theta=\frac{d}{r}\cdots\cdots(3)$$

$$t=\frac{\theta}{2\pi n}\cdots\cdots(4)$$

而光之速度$C=\frac{2D}{t}=\frac{4\pi nD}{\theta}=\frac{8\pi nrD}{d}\cdots\cdots(5)$

Foucault 用一短焦距之靈視而置之于S與R之間，故D之值較短，僅約爲20米。因此，n之值雖已達每秒800次，而d仍僅爲0.7粍。Foucault 所得之C亦約爲299,000粁/秒，Michelson

初用一長焦距之靈視以作L，且置之于R及M之間如圖，如是r及D之值均得以增長，而所得之結果遂較爲準確。Michelson在1924至1926年所作之實驗，其D之值達35.4粁（等于美國California州Wilson山至San Antonio山之距離），故乃有前所述準確程度。

(63.5) 光在各種媒質中之速度 Foucault所用以測定光在空中之速度之方法，亦可用之以測算光在其他各種媒質（例如水）中之速度。蓋如在R與M之間，裝置一長管，中盛以水或所欲考究之液質，則自方程(5)所計得者，即爲光在此液質中之速度。Foucault所得之結果，表示光在水中之速度，較其在空氣中之速度爲緩。此結果與Newton解釋光之折射現象之假設（見後65.2節）完全相反。Michelson所得之較確準結果，表示光在空氣中之速度，較其在水中速度大1.33倍，而較其在二硫化炭（CS_2）中之速度則大1.76倍。此等結果與波動說所示折光指數與速度之關係完全符合，是亦可視作波動說之一强有力之佐證。

(63.6) 光之速度與其顏色之關係 量測光之速度時，Römer用太陽之光；Bradley用恆星之光；Fizeau, Foucault, Michelson及其他諸實驗者，則用人造之各種光。然其所得結果均表示在空間，光之速度與其顏色無關係。換言之，各色光在空間之傳播速度均同。因此，當發生白光之恆星被月球所遮蔽而蝕

滅時，吾人不覺其顏色漸改。蓋如藍色光之速度較大于紅色光，則在此等恆星將蝕之前，吾人必見其色爲紅，而在其將復現之前，必見其色爲藍也。此外，其他天文觀察亦證實各色光在空間之速度毫無差別。

至于各色光在他種媒質中（例如玻璃）之速度，則各實驗之結果，表示其略有差異。Michelson 曾測得藍色光在二硫化炭（CS_2）中之速度較紅色光約小百分之1.4（按波動說，媒質折光指數之值，與光在其中之速度成反比，詳見後65.6節），若媒質爲氣體時，則各色光之速度相差極爲微小，而無從察見之。

（63.7） 光之速度與光源及觀察者之運動 在空間，光之速度，不但與其顏色無關，且與光源或觀察者之運動無關。此事在1887年爲 Michelson 與 Morley 之實驗所完全證實，其意義之重大，在後 Einstein 創相對論時（1905年）方爲世人所明悉。Michelson 與 Morley 實驗所根據之原理在後（65.12）節略有敘述，茲暫不贅。

第六十三章 問題

（63.1） 試述 Römer 推測光之速度之原理。

（63.2） 問在圖（477）中地球與木星之位置各應如何，然後所觀察之木星上衛星兩次連續之蝕所隔之時間方爲最大或最小？

（63.3） 問將 Römer 所主張之解釋，應用之於週期較長之衛星，結果則不

佳，其故安在？

(63.4) 試述 Bradley 測定光之速度之方法與其原理。

(63.5) 若作 Bradley 實驗時，S 之方向係在水平線上，問其方向之像似的改變如何？

(63.6) 試述 Fizeau 測定光之速度之方法。

(63.7) 作 Fizeau 之實驗時，何以必藉像消失時齒輪轉動之速度以計算光之速度？

(63.8) 試述 Foucault 與其後 Michelson 等測定光之速度之方法。

(63.9) 光在空氣中之速度與在其他種媒質中之速度相較，孰爲較大？

(63.10) 若各色光在空間之速度各不相等，而用白光作 Michelson 實驗，問所見者將有何種現象？

(63.11) 試述各色光在透光之固體，液體及氣體中傳播時，其速度不同之情形。

(63.12) 問光在空間傳播之速度與光源及觀者之相對的運動有無關係？

第六十三章 習題

(63.1) 設光之速度爲 299,796 粁/秒；地球之半徑爲 6337 粁，而光橫越地球軌道所需之時間爲 1001.6 秒，問地球在太陽處所張之角度若干？

(63.2) 設光之速度爲 299,796 粁/秒，在天空垂直方向之恆星，其方向之像似的改變爲20.445"，問地球繞日而行之速度爲何？

*(63.3) 若作 Bradley 之實驗時，望遠鏡之軸線與水平方面原作 θ 角，試推

求 α 角與 C，v 及 θ 之關係。

*（63.4） 作 Fizeau實驗時，令 n表像不見之回次。ω表齒輪每秒轉動之次數，T表齒數，D表自M至F之距離，試推證方程 (2) 所示之關係無誤。

*（63.5） 用 Fizeau 方法以測光之速度時，T=720；D=10 粁，齒輪轉動使像不見之四個連續角速度爲 326,457,588,及 719 弧度/秒，問與此四值相關之 n 爲何？又問由此等數據所計得之光之速度如何？

（63.6） 當 Michelson 初作其實驗以測光之速度時，D=625 米，r=9 米，d=133耗，問 R 每秒應轉動若干次？

第六十四章 光度學

(64.1) 光能 電燈之光，係由電流變換而來；蠟燭之光，則由化學作用而生。他種發光體之發光原因，亦不外其所吸收之能量甚大，以致其溫度增至可以發光之程度。由此觀之，光爲能量之一種，實至明顯。

關于光能之問題，可分爲實用的與理論的兩方面。在實用的方面，如房屋之應如何照亮，所用燈之數目應爲若干，其位置當如何，以及各種燈之强度與效率之測定等問題，驟視之，似僅需常識即足以解決一切，然欲得最經濟且最有效之設備或佈置，實亦當依據一定之物理的原則而設計。此種光度的 (photometric) 問題，乃本章所欲特別討論者也。

至于理論上，光能之如何傳播，及光源之如何發生能量等問題，近代物理學對之均有極重要之發明，其較簡單部分，則于後數章中次第陳述之。

(64.2) 光源之强度 各種光源所發生之光量，殊不相同。例如弧光燈之光較强于"50燭光"之電燈，而"50燭光"之電燈，則較强于煤油燈。不但如此，同種光源所生之光量，亦視其使用時之情形而大異。例如欲使煤油燈發出較明亮之光，可將其燈心伸長；又如欲增加電燈之亮度，可增大所加之電壓，以增多其所通過之電流。

光源發光之能率名爲其强度 (intensity)。欲比較兩個光源之强度時，亦須先有一客觀的標準以作强度之單位。此與作他種物理的量測時完全相同。此標準之定義，雖可任意採定，惟其規定須極明確，以免誤解，且須隨時隨地均易于仿製，以便實驗時比較之用。各國所用光源强度之單位甚不一致。本書所採用者爲英美法各國所用之强度單位，其名爲燭光(candle power)。此單位原等于一枝標準蠟燭之强度，惟因此等原標準之調節及使用，頗費手續，故尋常實驗室中多用電燈以作副標準而代替之。惟此等副標準所生燭光之值，與其所通過電流之關係，須經可靠之標準實驗室之鑑定，方得應用。

(64.3) 光量 光既爲一種之能量，言光源每秒所發生之光量之多寡時，固可以能量之單位如爾格(erg)，焦耳 (joule) 等表示之。惟實用上，則另採用所號爲流明 (lumen) 者爲光量之單位。此單位光量之值，係等于一枝燭光所生之光之 4π 分之一。此種規定之理由，與靜磁學中，吾人假設一單位磁極所發出之磁力線之總數爲 4π 條，頗爲相似；蓋光源所生光量之多寡，亦可以"光線"之數目表之，故如一條"光線"代表一流明之光量，則一枝燭光共發出 4π 條"光線"。讀者至此，當注意此處所謂之"光線"，其意義係通俗的，(例如通俗的說法稱光量多者爲光線好)，而非前數章表示光進行方向之直線也。依本段之定義，則如光源之强度爲 I，每枝燭光所發生之光量爲 F 流明，則二者

必有下述之關係：

$$F=4\pi I \quad \cdots\cdots(1)$$

(64.4) 照度 在光源之周圍之物體均被照亮。某處被照亮之程度（簡名爲照度），可以通過該處光線之密度（即與光線正交之單位面積上所收集之光量）表之。照度 (illumination) 之單位，名爲勒司 (lux) 者，係等于每方米一流明。至其名爲輻透 (phot) 者，則等于每方糎一流明。若以E表照度，S表與光線正交之平面積，F表落于此面積上之光量，則：

$$E=\frac{F}{S} \quad \cdots\cdots(2)$$

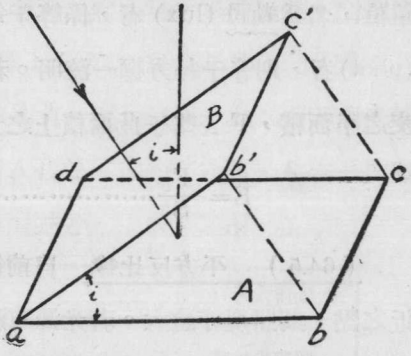
(64.5) 平方反比律 自前節所述之定義言之，距光源愈近之點，其照度亦愈大。若光源可視作係集中于一點，則在其四周各點之照度，與各點距光源之遠度成反比，而與光源之强度成正比。欲明此理，可以光源所在之地點爲中心，距離 r 爲半徑作一球面。令光線之强度爲 I，光源所發出之光量 F，既必完全落于此球面上，且因光源乃集中于一點之故，此光量之分配，對于光源必爲完全對稱的，是以在此球面上每單位面積所收集之光量，（即在此球面上各點之照度）爲：

$$E=\frac{F}{S}=\frac{4\pi I}{4\pi r^2}=\frac{I}{r^2} \quad \cdots\cdots(3)$$

自方程 (3) 言之，在距一枝燭光爲一單位距離之處，其照度亦爲一單位。因此，一勒司（即每方米一流明）之照度又常名

爲一米燭 (meter candle)，而每呎一流明之照度亦名爲一呎燭 (foot candle)。

(64.6) Lambert 之餘弦律 方程 (3) 只可用以求凡被照亮之面積與光線作直角時之照度。若光線射入于某平面之角度爲 i，則上述結果須乘以 cos i 方能表示此平面被照之程度。此理甚顯。因如令A表被照之面積 abcd，i 表射入角如圖 (481)則 A cos i 表此面積在與光線正交之平面 ab′c′d 上之投影面積 B，(即 B=Acosi)。若光源之强度爲I，ab′c′d 平面距光源之遠度爲 r，則射于A或B面積上之光量將爲：



第 四 八 一 圖

$$F=\frac{I}{r^2}B=\frac{I}{r^2}A\cos i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

因此，A之照度遂爲：

$$E=\frac{F}{A}=\frac{I}{r^2}\cos i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

(64.7) 亮度 實際上，光源均非一點，其對于吾人視官所引起之明亮之感覺，不但由其强度而定，且視其發光之面積之大小而異。一定强度之光，集中于較小之面積則較亮，反之，則

較暗。故光源之亮度 (brightness) 或固有亮度(intrinsic brilliancy) 常以其每單位面積之强度表之，例如每方糎爲若干枝燭光(candle power per cm²)。惟因每枝燭光所發出之光量，有其一定之值，故亮度之值有時亦用每單位面積所發生之光量爲若干流明者表之(lumen per cm²)。在美國用朗伯 (lambert) 爲亮度之單位，其值係等于每方糎一流明。

發光體各有其亮度，至于不發光之物體，如書紙等等，因被光源所照之故，亦可發亮。此蓋因此等物體，將射於其上之光線之一部分，散射于各方，故吾人觀之，亦覺光線自之出發也。

第三十表　各種操作所需之照度

操作性質	所需照度(呎燭)
讀書與抄寫	3 至 4
繪圖	5 至 10
街衢	0.1 至 0.6
工場(粗工)	1 至 3
工場(細工)	5 至 10
商業陳列所	8 至 20
辦公室	2 至 5
教室	2 至 3

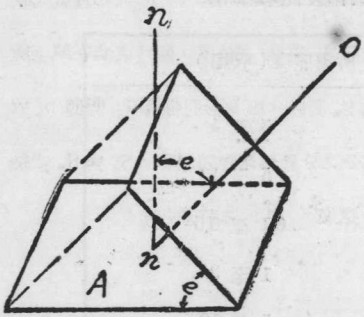
不發光之物體之亮度B，與其照度E成正比。以方程表之則得：

$$B = \rho E \quad \cdots\cdots(6)$$

此中之 ρ 名爲物體之反射能率 (reflecting power)。B之單位與E相同，卽等于每單位面積發生一流明。

各種光源之亮度約如下值：——弧光燈之陷口，40,000 朗伯；鎢絲電燈，500 朗伯；炭絲電燈，250 朗伯；煤油燈，5 朗伯；白紙爲正午之日光所照時，10 朗伯；白紙爲明亮月光所照時，約爲 0.00001 朗伯；至于各種設備，則約需第三十表所列之照度，方能得到圓滿之亮度。

(64.8) 亮度與觀察者視線方向之關係　在物體單位面積上所發出之光線，其方向係正交於此面積。前節所述之亮度，亦係指沿此方向以觀察發亮之面積而言。今若觀者視線之方向不與發亮面積作直角，而與其法線 n n 作 e 角度如圖(482)，則仍覺其亮度不改變。自此事可推斷發光之平面，其向某方向所射出之光量，與射出角之餘弦（卽 cos e）亦成正比。此理甚易證明。令 F_n 表發光面積A沿法綫方向所發射之光量。如是若 b 表沿法線 nn 方向之亮度，則



第四八二圖

$b=\frac{F_n}{A}$；惟當沿o n之方向觀察之時，所見之發光面積僅爲 A cos e，而其亮度仍同前，故在此方向所射發之光量爲：

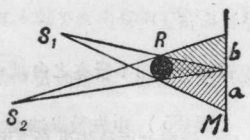
$$F_e = bA\cos e = \frac{F_n}{A} A\cos e = F_n \cos e \cdots\cdots\cdots (7)$$

光度學與光照學所需之觀念及定律已盡于前此數節。茲進而

討論實驗方法及各種設備之佈置情形。

(64.9) 光度計 比較光源强度或照度之儀器，名爲光度計 (photometer)，各種光度計之原理，均以前(64.5)節之方程(3)爲依據。此蓋因光源强度之大小，固不易直接比較，惟若將同色光所照之部分相旁而置，則甚易判別其亮度之是否相同。茲將較常用之光度計數種分述于下：

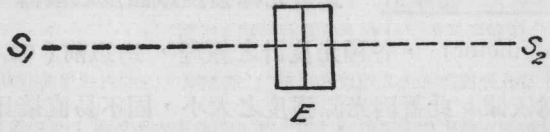
(1)比影光度計(shadow photometer) 此種光度計爲 Rumford 所首創，其方法係比較兩光源所生之影之明暗，而藉以計算其強度之比。圖(483)略示用此法之佈置情形：M爲一幕，R爲一障礙物，例如鐵桿，S_1 及 S_2 則爲欲比較之兩光源。調節 S_1 與 S_2 之位置，即可使其在M上所造之a及b兩影，其邊互相旁接。因a影僅爲 S_2 所照，而b影則僅爲 S_1 所照，故當此兩部分之照度呈同一明亮程度時，即兩部分之分界線無從判別時，S_1 與 S_2 之強度(即 I_1 與 I_2)之比，即等於其距分界線之遠度 r_1 與 r_2 之平方之比：



第 四 八 三 圖

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{r_1^2}{r_2^2} \quad \cdots\cdots\cdots\

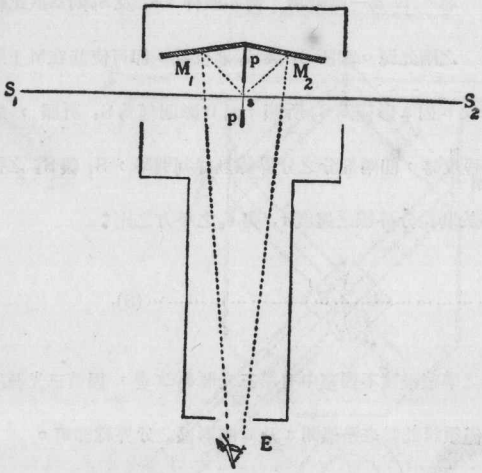
之用。今將欲比較之光源 S_1 與 S_2 分置於此匣之左右如圖(484)，則進入匣左右之光



第 四 八 四 圖

線將爲蠟所散射而在其中部之穴口 E 處觀之，則蠟左右兩方之亮度未必一致。今若調節 S_1 與 S_2 至匣之距離，以使蠟兩部分之亮度完全相等，則 S_1 與 S_2 之強度 I_1 及 I_2 之比亦可由方程(8)計得之。

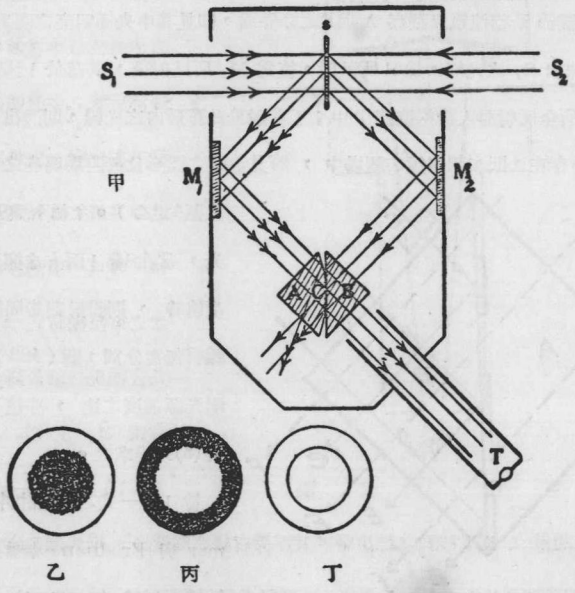
(3)油點光度計 此式光度計爲 Bunsen 所首創用。彼在一粗而不發亮之白紙 P（圖485）中央敷以油滴，以使此部分半透明。有時因油滴所成之半透明面積之邊沿不甚分明，故將兩張白紙之中央剪去同大之星形面積後，再以一張薄紗紙夾於二者之中而糊貼之。今若置此含油點之紙於斜交之兩反射鏡 M_1 及 M_2 之間如圖（485），調節光源 S_1 及 S_2 至油點 P 之距離，則當油點之照度等於其四周白紙之照度時，兩光源強度之比，即等於其距油點遠度之平方之正比。換言之，當觀者向 M_1 及 M_2 兩鏡觀察，而不能判



第 四 八 五 圖

別油點邊沿之分界線時，方程(8)所表示之關係，理論上應當成立。惟在實驗時，欲使油點與其四周白紙之照度完全一致，實不可能，故用此式光度計時，多調節之以使自M_1與M_2兩鏡所反射之油點之像達同一亮度時爲止。

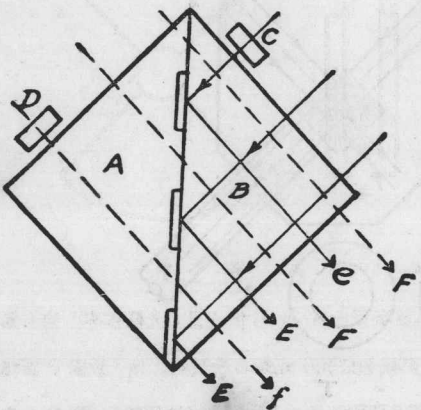
理論上當此光度計兩方之照度相同時，油點與其四周白紙係同等明亮，不能分別，其理由如下。設單位光量射於油點上時，若被油點所散射之部分爲b，則透過油點之部分將爲1−b。同理，當單位光量射於油點四周之白紙上時，若被紙散射之部爲分a，則透過之部分爲1−a。如是，因光度計兩方所收集之光量相等（照度相等），故自油點所透出之光量與（1−b）成正比，其所反射之光量則與b成正比，而由油點所射發之光量遂與（1−b）＋b＝1成正比。同理，油點四周白紙所射發之光量則與（1−a）＋a＝1成正比。故用此光度計時，理論上應調節之使油點之界限與其四周白紙不能分別清楚爲準。惟因油點與白紙吸收光線之能率不等，故實際上，



第四八六圖

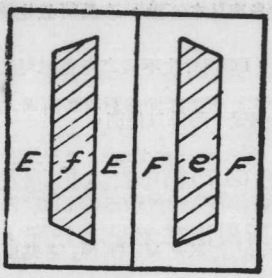
此情形實不能達到，而實驗之時，僅求 M_1 及 M_2 兩鏡中所反射之油點之亮度達同等程度爲止。

(4) Lummer-Brodhun 光度計　用油點光度計時，因不能使油點與其四周之亮度完全一致，故實驗之時常感不易測得準確結果。Lummer-Brodhun 之光度計即本油點光度計之原理，而加以改良，使易於測驗。圖(486)甲表示此式光度計內部結構之平面圖。S爲一散射幕，可置於兩光源 S_1 及 S_2 之間。M_1 及 M_2 各爲反射鏡；A與B本爲一塊長方形玻璃，今沿其兩對角而切斷之以成兩個全反射之三稜鏡。切斷之後，復將A之一面之邊沿磨去少許，僅留其中央一圓形部分C可與B面完全接觸而復合置之。來自 S_1 之光線，爲S所散射後，有一部分爲 M_1 所反射，而落於A與B接觸之面上。因A與B之接觸，僅於其中央之圓形C處照合無遺，故光線亦僅能通過此中央圓形面積，至於落在圓形外之光線均爲A所全反射如圖。因此，若光源 S_2 不存在，調節T望遠鏡以觀察A與B之分界面，卽見其中央極明亮之圓形(圖486丙)。至於來自 S_2 之光線，爲S所散射，復爲 M_2 所反射後，其落於上述圓形之外者，均爲B所全反射而入於望遠鏡T中；至其射於此圓形內之光線，則透出他方。於是，若 S_1 不存在，則在望遠鏡之視場中，將見黑暗之圓形位於四周明亮之背景中，(圖486乙)。今如 S_1 與 S_2 同時發光，當在S幕上兩方之照度達同等價值時，則圓形與其周圍之分界線將無從分別，圖(486丁)，而兩光源強度之比，亦復可引用方程(8)以推求之。



第四八七圖甲

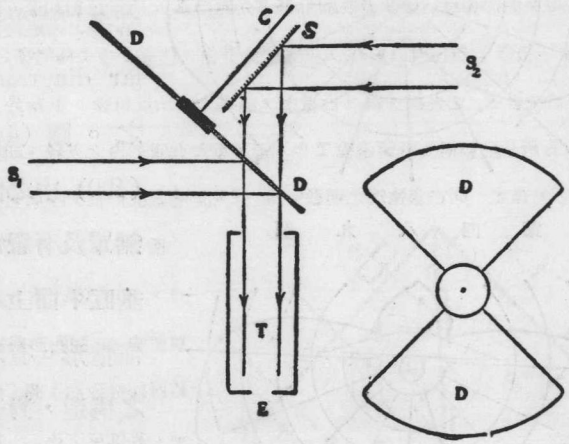
除上述一式之光度計外，Lummer 與 Brodhun 亦曾製得更靈敏之襯托式 (contrast) 光度計。



第四八七圖乙

此式光度計之A與B兩部分之情形，略如圖(487)甲所示。來自一方之光線，一部分爲C所吸收，故反射之後，乃呈現EE明亮及e較暗之左右兩區域。至於來自他方之光線亦有一部分爲D所吸收，故在視場中，乃呈現FF明亮及f較暗之兩區域。e位於F之中央，而f位於E之中央，(圖487乙)明暗區域互相襯托，乃更易於比較。

(5)閃亮光度計 上所述之數種光度計，均僅可用以比較顏色相差不多之光源。如遇顏色相差頗甚之時，則用閃亮光度計(flicker photometer)爲較佳。此式光度計之佈置略如圖(488)。D表一十字形之白色輪盤，可以旋轉於其軸線C，S爲一不動

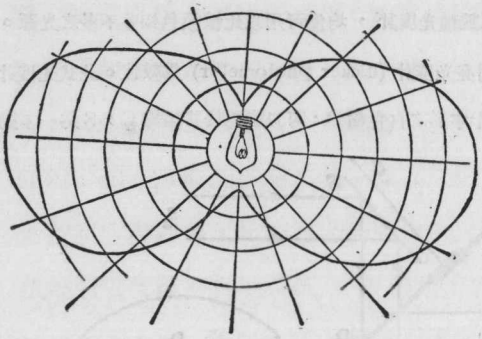


第四八八圖

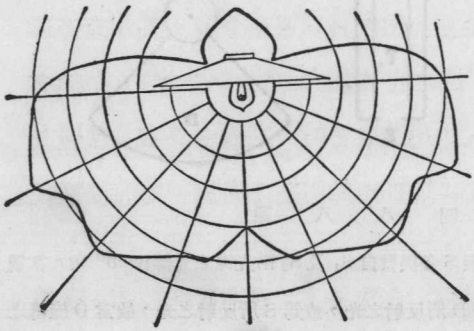
之幕，其顏色與D完全相同。D與S各與發自S_1及S_2兩光源之光線作45°角。當觀者置眼於E處時，則所見者或爲D所反射之光，或爲S所反射之光，故當D旋轉之時，若S與D之亮度不等，觀者立覺其閃閃發光。若調節光源之距離使S與D之亮度

相等，則閃光卽可消滅。此時方程 (8) 仍可應用。此式光度計之優點，在於可以比較顏色不同之光源，此蓋因D之速度增大至相當之價值時，D與S所生不同之光色雖可融合爲一，而其亮度不同之影響，則仍舊遺留閃閃發光之感覺，而得以辨別。

(64.10) 燈光强度之分布曲線 在(64.7)節中吾人已述及各式燈光之强度，均非集中于一點，故其所射出之光量之分配，各方實不皆同。此分配情形，更因燈之有罩而改變。故測計各種燈之强度時，必須指定其輻射之方向。燈在某方向之强度，尋常多以極坐標圖(polar diagram) 表示之。圖 (489) 及圖 (490) 中之曲線表示無罩及有罩電燈在一垂直平面上之强度分佈情形。有時因燈絲之構造，對于其垂直之軸線不甚對稱，於是在一水平之平面上，其强度之分配情形亦非均勻。因此吾人



第 四 八 九 圖



第 四 九 〇 圖

常分別在水平方向之平均燭光(mean horizontal candle power)，及其在球面上之平均燭光 (mean spherial candle power)。前者表示在通過燈之中心點之水平面上各方向之强度之平均值，後者則表其在空間各方向之强度之平均值。此等平均值均可自相當之强度分配(例如圖489或圖490)曲線計算得之。

(64.11) 炫目之光 光源之强度愈大，其所生之照度亦愈佳。惟如直接觀察亮度甚强之光源，例如太陽與白熾之燈絲，則常反生痛苦之感覺。有時因光源太亮，吾人不能睜開眼睛以直視之。此等炫目之光對于照耀不但無益，有時反足以引起危險，例如開汽車者，因被對面車燈之炫耀，致不能見及車前之物，遂以肇禍。除亮度過甚外，光之炫目與否，亦視其光源四周之亮度如何而定。四周黑暗，光源受其襯托，乃益炫目。爲免除白熾燈絲之炫光起見，有時用半透光之玻璃(卽磨玻璃 frosted glass)以作燈泡。如是，同大之光量可自較大之面積散射。用倒置之燈罩，將燈光反射于屋頂或牆上，然後再以照亮全房，其用意亦以免除直接燈光之炫目。弧光燈之亮度甚大(見前64.7節)，必須有散射之罩，方可應用。如不能用燈罩之時，則觀者必戴上黑色之眼鏡，方免傷及目力 因直接觀察如此明亮之光源，常有失明之虞也。

(64.12) 燈之發光效率 在理論上，燈之發光效率，係等於其所發出之光能與其所收入之能量之比。惟因量測光能多寡，

須用較繁雜之法，故尋常多用燈之强度 I 與其所收入之功率W之比以表示其效率。卽燈之發光效率(luminous efficiency)爲：

$$e = \frac{I}{W} \quad \text{燭光/瓦特} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

燈之發光效率，由其溫度而定。溫度愈高，則其發光效率亦愈大。弧光燈之溫度可達 3800° C 左右，其效率約爲每瓦特產生三枝燭光。尋常炭絲電燈，發生每枝燭光，約需 3 至 4 瓦特；至于鎢絲電燈之效率，則約爲炭絲燈效率之一倍。

第六十四章 問題

(64.1) 試舉數例以表示光爲能量之一種。

(64.2) 試定光源之强度，光量，及照度之單位。

(64.3) 光源所生於某點之照度，與二者之遠度之關係何若；試證明之。

(64.4) 置書或紙於案上，其所收集自燈光發出之光量之多寡，係由何四事決定，試陳述之。

(64.5) 何謂亮度？亮度之單位若何？物體之亮度不因觀者視線方向之改變而異，其故安在？

(64.6) 何謂光度計？試說明各種光度計所根據之原理。

(64.7) 試分別說明比影，散射，油點，Lummer-Brodhun 及閃亮各式光度計之構造與用法。

(64.8) 何謂燈之平均水平燭光及其平均球面燭光？

(64.9) 光之炫目與否，由何二事而定？其補救方法如何？

(64.10) 問燈之發光效率，實用上如何計算？

第六十四章　習題

(64.1) 設將幻燈(映射燈)照亮位在13呎處之幕上時，其照度爲3呎燭，試用平方反比律以計燈之燭數爲若干？問實際上何以光源之強度不必如此之強烈？若幕被映亮之面積，其直徑爲6呎，問射於此面積上之光量有若干流明？

(64.2) 在一室中，有三張繪圖棹，排列成一行，各棹中心之距離爲2米。在第一棹中心之上，離棹面2.5米，置有一組電燈，其強度爲125枝燭光。燈後備有反射罩，其效果與將燈之強度增加一倍相同，問各棹中央之照度若干？

(64.3) 在前題中，若每棹中心之上均置有如上述之一組電燈，問各棹中央之照度各若何？

(64.4) 設有一房，其牆壁之總面積爲1300平方呎，其反射能率爲0.7。今用平均球面強度爲20燭光之燈以照之，使各牆面之亮度爲每方呎四流明，問燈之數目若干？

(64.5) 一圓形面積，直徑爲6呎，位於牆上，其照度爲12呎燭。今以一光度計量測此面積所發之光，則當自光度計至此面積之距離爲1.21呎時，其距16枝燭光電燈之遠度，須爲6呎，方呈平衡，問此面積之反射能率若何？

(64.6) 問每方呎一枝燭光之亮度，等於若干朗伯？又問一朗伯之亮度，等於每方釐若干枝燭光？

(64.7) 設印照片時，將照片放在距32枝燭光之電燈3呎之處，則所需露光時間爲3秒。問當將其置在距16枝燭光爲2呎之處時，其露光時間應爲若干秒？

(64.8) 各號 MazdaB與C白熾電燈，用於110伏特電路時，其所發出之光量如下，試計算其發光效率。(即發生每枝燭光所需之瓦特數目。)

	Mazda B			Mazda C		
瓦特數	25	50	100	100	200	300
流明數	226	472	995	1260	3100	4840

(64.9) 設每枝燭光每秒所發生之光能爲 1.3×10^6 爾格，試計算前題各燈之實際的效率。

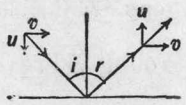
*(64.10) 設圖(489)及圖(490)各表燈絲完全對稱的電燈在垂直平面上之強度分配之情形，試計算其平均球面燭光之值。

第六十五章 光之本性

(65.1) 光能傳播之二說 能量之傳播，其所取之方式，僅有連續的波浪之邁進，與不連續的質點之流動二者，在第二十章中已陳述之。在十七世紀之時，能量一觀念，雖尚未爲科學界所公用，然對於光之傳播方式，已有不連續之微粒說 (corpuscular theory)與連續的波動說(wave theory)兩種解釋。主微粒說者，爲 Newton (1672年)，而倡波動說者則爲 Huygens (1678年)。因 Newton 在物理界之聲望，雖微粒說須益以其他假設方能解釋一切現象，亦竟在學術界佔勢，約百餘年。此百餘年中，雖有少數學者對於微粒說有所指摘，然均不能推翻之。

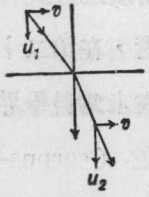
(65.2) Newton 之微粒說 十七世紀時，關於光之現象，所已知者，僅有光之直進，反射，折射與色散各事實。Newton 認光源所發出者爲速度甚高之多數微小光粒，其最重要之實驗的根據，卽爲光之直進一事。彼以爲若光爲一種波動，則必當如聲波或水波可以繞過障碍物之邊而進行。今物體之影之邊界均甚明顯，足證光非波動。

微粒說對於光之反射之解釋甚爲簡單，蓋此等光粒可視作完全彈性的小球，故當其與反射面相碰撞時，按碰撞原理（見前 14.14 節），其切線方向之速度 v 不改，而其法線方向之速度 u 則適完全反向，如圖（491），故反射角 r 與入射角 i 適爲相等。



第四九一圖

對於折射現象，Newton 假設在透光質中，光粒爲物質所吸引以解釋之。因物質吸引光粒，當光粒行抵分界面時，其切線方向之速度 v 雖仍舊，其法線方向之速度 u_1 則增爲 u_2（圖 492），故光粒自空中射入透光之物質中，其方向將折向法線。若承認此解釋無誤，則光在物質中之速度，較其在空中之速度爲大，乃必然結果。惟此結果與實驗完全相反，不幸在 Newton 之時未有實驗方法足以判定之耳。（Foucault 量光在水或他種透光質中之速度，其實驗係作於 1862 年，較 Young 與 Fresnel 等之干涉實驗尙後約六十年。）此外，Newton 且認光之顏色係由大小不同之光粒所生，而各色光之折光指數略有差別，卽色散現象，亦藉以解釋。



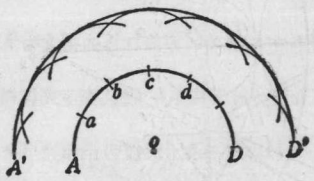
第四九二圖

1666 年，Grimaldi 已發現物體之影較用第五十九章幾何方法計算而得者略大少許；有時在影之邊界及內部，彼且察得有彩色之光帶。此等現象，實已表示光能繞過物體之邊而進行，惟 Newton 以爲此種效應乃光粒被物體之邊所反復吸拒而造成。

(65.3)　光之波動說　Huygens 認光爲一種波浪，且以爲空間有一種密度極稀之媒質爲傳播光波之媒介，而名此媒質爲光媒，或以太（ether）。Huygens 之學說對於反射及折射兩定律之解釋均甚簡單，惟因不能解釋直進一事，故爲贊成微粒說者所拋棄。然如贊成微粒說者不爲 Newton 之聲望所壓服，而細察水紋亦能產生邊界明顯之"影"，則對於其所認爲波動說之缺點，或亦將不斤斤計較。波動說雖于 1690 年已經 Huygens 在其所著之光學中作相當之進展，然其實驗的基礎，實爲 Young 及 Fresnel 諸人所奠定。Young 于 1802 年以實驗方法表示兩光源所生

之效果，有時互毀，并引用波動說以解釋此所謂光之干涉(interference) 作用者。惟其主張仍不爲當時學者所信仰。至 1815 年，Fresnel 重作實驗以表示光之干涉與繞射 (diffraction) 作用後，信仰波動說者方日增。Young 與 Fresnel 之實驗方法，當于下二章陳述干涉與繞射現象時中論之。茲先說明波動說中之 Huygens 原則，以備此後之引用。

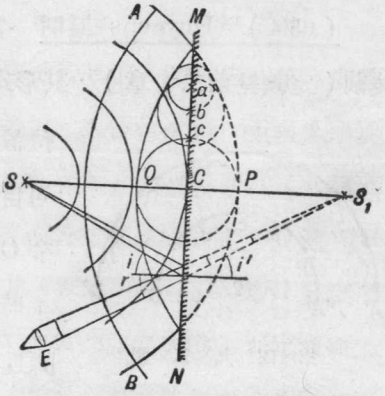
(65.4) Huygens 原則　當波浪進行時，其在某時刻之波前(定義見前二十章)，其形式，均可自其較早之隣近波前之位置求得之。此種隣近波前之關係可自圖(493)所示之作法見之。令 O 表光源，A′D′ 表一球面波前在 t 時刻之位置，AD 則表一較早之隣近波前。如是，在AD上各點 a, b, c, d, ……等遂爲波浪自O出發達到A′D′之位置時，所必經之各點。今若以 a, b, c, d,……諸點爲中心，而作多數半徑同大之球面如圖，則 A′D′ 波前必與諸球面相切。因此，在 AD 波前上之 a, b, c, d,……諸點可視爲發生球形副波之源，而包切于此諸球形副波之曲面即爲波前之新形式。此即 Huygens 所採用以求波前之原則。茲應用之以求光源在平面反射鏡中之位置于下節。



第 四 九 三 圖

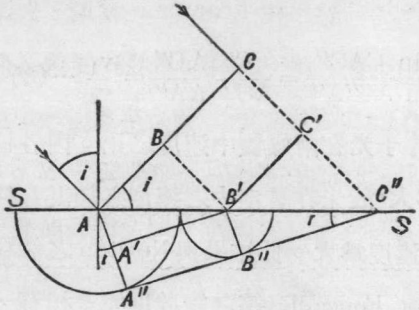
(65.5) 平面反射鏡　在圖(494)中，令S表光源所在之點，MCN 表平面鏡。自S出發之球形波浪，其波前與 MC

N 鏡最先接觸者爲鏡離S最近之C點。按 Huygens 原則，此點在此時刻，卽可視作發生球形副波之源。此後，自C至鏡邊各點次第與原波接觸，故亦可視作依其距C之遠近而次第發出球形副波。在某一定時刻，此等球形副波之半徑如何，可先假定 MCN 反射鏡不存在而求之。因如無 MCN 反射鏡時，則波前將前進至如圖(494)中 APB 之位置。故自 MCN 平面上 a,b,c, … 各點所發出之球形副波，其半徑必適使之與 APB 相切。據此以言，則反射後波前之形式將爲如圖之 MQN，其中心 S_1 將在 PC 直線上，且 SC 之距離必等于 S_1C。是卽 (59.6) 節所述之結果。至于反射定律，亦可用此方法以推證之。惟所當注意者，卽前此所視爲光線之方向，實卽指與波前正交之直線而言也。



第　四　九　四　圖

(65.6)　折射定律　茲爲使讀者對於運用 Huygens 原則有較深切之了解起見，在本節再引用之以證明折射定律。令 SS 表分界面，v_1 表在 SS 之上媒質中光之速度，v_2 則表在其下面之媒質中之光之速度。次假設一平面波前斜向此分界面 SS 進行如



第　四　九　五　圖

圖（495）。當此波前行抵ABC之位置時，其與分界面相遇之A點亦可視爲另生一球面副波以v_2速度在第二媒質中進行。此後AC上各點將次第與SS相遇而次第各發出球面副波。在一定時刻，此等球面副波之半徑如何，可自波浪在兩媒質中之速度v_1及v_2求得之。當波前達到圖中ABC之位置時，除A點外，其他各點如B及C均仍以速度v_1沿與波前正交之直線BB′及CC′等方向（即前此所名爲入射光線之方向）而進行。迨B到達B′或C到達C′點時，其速度乃改變爲v_2。惟自A點出發之球面副波，其速度則已爲v_2，故在C行抵C″之時間$t=\frac{CC''}{v_1}$內，此球面副波之半徑乃達到

$$AA''=v_2\,t=\frac{v_2}{v_1}CC''\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

之值。同理，亦可證$B'B''=\frac{v_2}{v_1}C'C''$。由是乃知

$$\frac{AA''}{B'B''}=\frac{CC''}{C'C''}=\frac{AC''}{B'C''}\cdots\cdots\cdots(2)$$

而與此等球面副波相切者必爲A″B″C″平面；是即折射後之波前。自圖言之，AA″係正交于A″B″C″之直線，故即折射光線之方向，而折射角r即如圖所示，且亦等於AC″A″角。惟入射

角 i 亦等於 CAC″，是以：

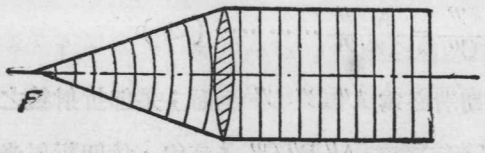
$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12} = \frac{\sin CAC''}{\sin AC''A''} = \frac{CC''}{AC''}\,\frac{AC''}{AA''} = \frac{v_1}{v_2} \cdots (3)$$

故前所述之折光指數 n_{12} 即等于光在兩媒質中速度之比。因各種透光媒質之折光指數均較1爲大，故光在眞空中之速度必較其在任何物質中(例如水或玻璃)之速度爲大。此結果與 Newton 之微粒說所預料者，完全相反，惟與 Foucault 等之實驗則完全相符，故實爲波動說正確無誤之一强有力之證據。

(65.7) 靈視公式之推演 反射及折射定律既可用波動說以推得之，則前此(61)章所推得之反射鏡與靈視各公式亦可利用"光線"之觀念而證之。惟爲保存波動說之精神起見，茲在本節說明如何利用波前之曲度 (curvature of wave front) 之觀念以導出靈視公式。

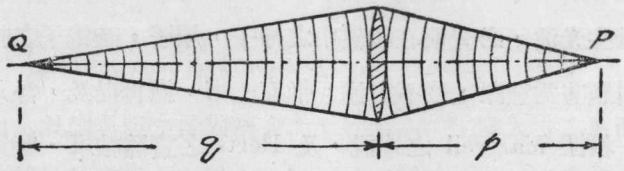
在曲面下某點之曲度，通常係以與曲面相切於該點之球面之半徑之倒數表之；例如半徑爲 R 之球面，其上各點之曲度即爲……C $= \frac{1}{R}$……(4)

C之符號係與R同，(參較 59.9 節)。依此意義，則前(61.2)節所號爲靈視之焦度(dioptric power)，即 $\frac{1}{f}$ 之值者，可視爲靈視對於射入波前所增加之曲度，此蓋因射入於靈視之曲度爲零之平面波前(平行光線)，因靈視之作用，其形式乃改作半徑爲 f 之球形波前而射出也。因此，如有光源 P，其所在之點離靈視之遠度爲 p，則



第 四 九 六 圖 甲

當由 P出發之球面波前達到靈視之時，其曲度將爲 $\frac{1}{p}$(圖496乙)。今靈視之作用既爲將波前之曲度增大 $\frac{1}{f}$，此波前通過靈



第 四 九 六 圖 乙

視之後，其曲度將改爲：$\frac{1}{q}=\frac{1}{p}+\frac{1}{f}$ 即 $\frac{1}{q}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f}$ ……(5)

而光源之像乃於離靈視爲 q 之點呈現。

(65.8) 光色與波長或振動頻率之關係 主波動說者以爲光之顏色乃由光源之振動頻率而定。其實驗的證據將在下章陳述之。簡言之，若按頻率高低之次序而排列，則得紫，靛，藍，綠，黃，橙，及紅各色。因各色光在眞空中傳播速度不變(見前63.6節)，且按波動說原理(見前20.5節)頻率與波長之乘積，等于傳播速度，故在各色光中，其波長最短者爲紫，其他則依次爲靛，藍，綠，黃，橙，以至於最長之紅色光波。尋常波長之值，多以埃斯通單位(Ångström unit)表之，今簡作 A.U.；此單位之值係等于 10^{-8} 糎。在可見之區域內，最長之波長(紅色)約爲7800 A.U.；其最短者，則約爲 4000 A.U.(參較第三十三表)。

(65.9) 光源與光波之本性 吾人既承認光之傳播係取波動方式，則自第二十章所討論波動之結果言之，發光之物體必係振動不息。惟第六十四章曾述及光源多爲溫度甚高之物體。物體之溫度增高，按熱之惟動說(見前三十三章)，卽係其中之分子，

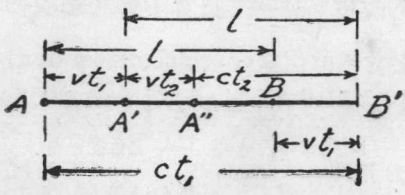
原子，或電子等之運動及振動，較烈之表徵，是以欲深究光源之如何發生光波，必先明在物質中之分子，原子，及電子之情形。此等問題甚爲艱深，茲不申述。惟有一事，應再提及，吾人所謂光波，根據 Maxwell 之學說，及 Hertz 之實驗結果，實與熱波及電波等完全相似，其性質均爲電磁的。最近研究物質之結構者皆以爲各原子均係由多數帶負電之電子與帶正電之質子 (proton) 組織而成。如是，則吾人所能見之光波與不能見之他種電磁波，乃由此等電荷之振動而產生，實不難於想像也。

(65.10) 光之電磁說與折光指數 按 Maxwell 之電磁說，折光指數與媒質之介電係數K之平方根，應作反比。在尋常電磁學問題中，K之值實一不變之常數，故若無他種假設，Maxwell 之學說，不能解釋色散現象。自 Lorentz 與 J. J. Thomson 等創電子說 (electron theory) 後，此困難遂完全解決。蓋物質既由帶有正負電荷之質點組成，光波在物質中之速度，必因各質點之位置及運動情形之不同而改變。詳細之計算不但可以說明各物質能發生如 (60.9) 節之正常色散現象(normal dispersion)，且可解釋何以有時各色光之折射情形不按尋常次序。因此，色散現象亦爲光爲波動之又一有力證據。

(65.11) 光媒 吾人所習見之波浪，其傳播均須藉相當之媒質，前在聲學中已申述之。爲說明光波之傳播起見，Huygens曾假設宇宙間有一種極稀之媒質，而認此爲傳播光波之光媒

(luminiferous ether)。在光之電磁說未發明之前，學者多認光媒爲一種奇特之彈性體，其密度較最稀之氣體爲尤薄，其彈性則與金屬相彷彿。光波在此光媒中之進行，與其他波浪在其相當之媒質中之進行頗爲相似。至于光波速度之變更，則可以物質中光媒之密度較大爲其解釋。當此光之彈性固體說 (elastic solid theory)盛行時，實驗物理學家已以各種方法考究光媒是否能與物質作相對的運動，惟所得結果則殊不一致。自光之電磁說成立之後，學者又修改對於光媒之觀念，以與電磁說互相呼應。例如因電磁說認物質之折光指數n等于其介電常數K及導磁率μ二者乘積之平方根，遂有認光媒之彈性係數及密度各與$\frac{1}{K}$及μ作正比者。然對於物質與光媒不能相對運動之問題，仍未解決，此爲 Michelson 與 Morley 二人在 1886 年作其實驗之目的也。茲在下節說明 Michelson-Morley 實驗之原理。

(65.12) Michelson-Morley 實驗　令A與B表相離爲 l 之兩觀者，如圖(497)甲，同以一定之速度 v 向右移動。今若令 A 先發出一光波，以速度 c 向 B 進行，則其追及 B 所需之時間 t_1，可自下述之方程計得之：



第四九七圖甲

$$t_1=\frac{l}{c-v} \quad \cdots\cdots\cdots\

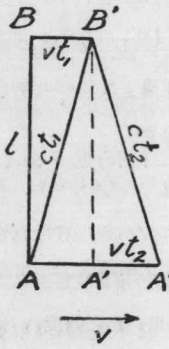
$=ct_1$ 故也。設當此光波到達 B′ 時，B 立即發出一光波以告 A，則此第二波自B′出發迄其與 A 相遇，其所需之時間 t_2 將爲：

$$t_2=\frac{l}{c+v} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

此蓋因在 t_2 秒內，A已自 A′移至 A″，即移動 vt_2，故光波所應行之路程僅爲 $l-vt_2=ct_2$ 也。由此觀之，若有光波自 A 出發而於其達到 B 之時，即被反射以回射於 A，則因A 及 B 與光波之移動方向在同一之直線上之故，其往返於 A 及 B 間所需之總時間乃爲：

$$t=t_1+t_2=\frac{l}{c-v}+\frac{l}{c+v}=\frac{2cl}{c^2-v^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

此係就 v 之方向與觀者同在一直線上時而言。若 A 及 B 之速度 v 與 A B 方向正交，而不與之平行，如圖（497）乙，則自 A 出發之光波，迨及 B 所需之時間 t'_1，與其自B復返於 A 之時間 t'_2 係相等，且均各爲：



第四九七圖乙

$$t'_1=t'_2=\frac{l}{\sqrt{c^2-v^2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

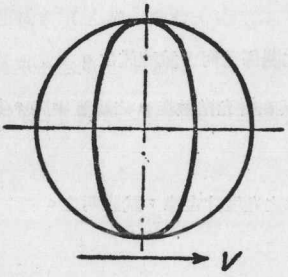
換言之，其往返一次所需之總時間爲：

$$t'=t'_1+t'_2=\frac{2l}{\sqrt{c^2-v^2}} \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

此蓋因自 A 出發之光波追及 B 之時，B 之位置已移至於 B′，而其所行之路途 AB′遂爲 $ct_1=\sqrt{l^2+v^2t_1^2}$。同理自 B′ 射回之光波行抵 A 時，A 之位置已自 A′移至 A″，故其所行之路途 B′A″ 則爲 $ct_2=\sqrt{l^2+v^2t_2^2}$。將（6）及（8）兩方程互相比較，即知當在地上作如第（63.4）節之 Michelson 之實驗以量測光之速度時，其結果視光線進行之方向與地球運動之方向如何而略有差別。在地球面上一點之直線速度（即 v）僅約爲光之速度 c 之萬分之一，故 t 與 t′ 相差甚微，而非（63.4）節之

設備所能量得。惟如用 Michelson 發明之干涉計（見後 66.9 節），則較此更小十倍之值亦能測得，然 Michelson 與 Morley 及其後諸人所作之實驗，均表示此差異爲零。換言之，用地上之實驗方法，吾人實無從以測得地球對於光媒之運動速度。

(65.13) Lorentz-Fitzerald 之縮短假設 爲解釋 Michelson 與 Morley 實驗之結果及其他相關之電磁現象起見，在 1895 年 Lorentz 及 Fitzerald 互相獨立的創倡"縮短假設" (contraction hypothesis) 謂各物之長度，因其移動之方向及速度 v 如何而有變更；與移動之方向平行之長度 l 將縮短而爲 $l' = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$（c 爲光之速度），與移動方向正交之長度則不變。由是言之，靜止時之球體，因其運動之故，將作橢圓形如圖（498），（此圖表示 v 之值約爲每秒 160,000 哩）。若以縮短之長度 $l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 代替方程（6）中之 l，則此式右邊即與方程（8）之右邊相同，而 Michelson-Morley 實驗結果遂爲必然之事實。



第四九八圖

(65.14) 狹義的相對論 Einstein 於 1905 年直截的以 Michelson-Morley 實驗爲根據，而創狹義的相對論，（special theory of relativity），其所用之假設有二：（1）在任何物體上之觀察者，無法測得此物體在空間（即光媒）之等速直綫運動，（2）量光在空間之速度時，無論觀察者與光源之相對的運動如何，所得之值係一定不變。自相對論出世後，物理學界傾向於只認識光之傳播現象而不談光媒。根據上述之兩假設，吾人且須修正空間及時間之觀念。由是推出之結果，表示 Newton 之力學，僅爲第一次之近似式，用之於速度不大之物體，固可得甚準確之結果，惟若用之於速度與光速可以比擬之物體時，則誤差甚大。然在日常之物理學問題中，吾人所遇及之速度，較諸光速甚爲微小，故 Newton 式力學，仍屬適用也。

第六十五章 問題

(65.1) 對於光之傳播方式何以僅有二種說法？

(65.2) 試述光之微粒說之主要假設及其缺點。

(65.3) 光之波動說之優點何在？

(65.4) 試述 Huygens 原則。並引用之以解釋平面鏡所造之像之位置。

(65.5) 折光指數與光在媒質中之速度有何關係？試引用波動說以推證之。

(65.6) 靈視之對於入射波前曲度之影響如何，試陳述之。試以波動說爲根據而推求靈視公式。

(65.7) 波動說對於光色與振動頻率及波長之關係若何？試陳述之。

(65.8) 同一顏色之光波，其在空中時，與其在折光指數爲 n 之媒質中時，其波長之比若何？

(65.9) 若承認光爲一種波浪，則可推證前章之光度計定律，試說明之。

(65.10) 光波之本性爲電磁的，於何見之？

(65.11) 按光之電磁說，折光指數n與物質之介電常數K及導磁率μ有何關係？

*(65.12) 爲說明色散現象起見，光之電磁說應加以何項假設？

(65.13) 何謂光媒？試略述學者對於光媒觀念變遷之沿革。

*(65.14) 若認光源所發出者爲微粒，Michelson 與 Morley 之實驗結果是否必然？

*(65.15) 相對論所用之力學與 Newton 式力學不同，何以吾人在日常問題中仍可沿用後者？

第六十五章 習題

(65.1) 設 Newton 對於折射現象之解釋無誤，問光線在水中之速度與其在玻

璃中速度之比，其關係若何？

(65.2) 設有一平面波前斜射於一平面鏡，試引用 Huygens 原則，以求其反射後波前之位置，並推證反射角等於入射角。

(65.3) 設盛水於杯至深度爲 d 時，杯底至水面之像似的距離則爲 t，試引用 Huygens 原則以求光在水中之速度與其在空氣中速度之比。

(65.4) 試引用波前曲度之觀念，以推證球面反射鏡之公式，並由是推出鏡之焦距等於其半徑之半。

(65.5) 若兩媒質之分界面爲球形，其半徑爲 R，問其對於入射波前所增加之曲度如何？

(65.6) 問靈視兩面對於入射波前所增加之曲度各如何？

(65.7) 試計算第四十五章廿五表中各物質之折光指數（此等物質之導磁率均約等於 1）。

(65.8) 鈉所生之黃色光，其波長有二；其一爲 5895·93 A. U.，其他則爲 5889.97 A. U.，問其振動頻率之差若干？

*(65.9) 設有兩觀者，其相對的移動速度爲 v。今二人各在其所處之系統上量測光之速度，試用相對論之假定，以證明一觀者對於其他觀者所用之時間單位將認其係較長 $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 倍。

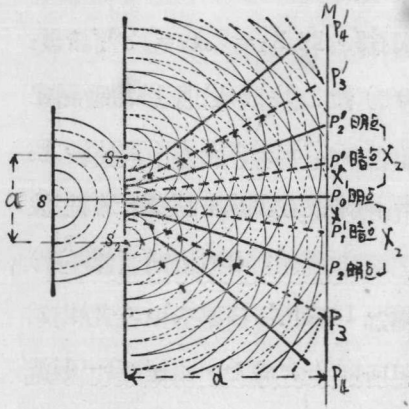
第六十六章 光之干涉

(66.1) 波浪之干涉 在第(65.3)節及第二編聲學中，吾人對于波浪干涉之意義，曾已申述。簡言之，干涉現象，乃由疊加作用而起。所謂疊加作用者，即指兩列或兩列以上之波浪，在媒質中同時傳播之時，在任何一點之擾動情況，係等于各波浪單獨所生之效果之總和。是以如有兩列振幅完全相等之簡諧波浪，則在一波之峯(或谷)與他波之峯(或谷)相遇之地點，兩波將互助以使該點之振動加倍，而在一波之峯(或谷)與他波之谷(或峯)相遇之點，兩波將互毀，以使該點之振動爲零。此種互毀的干涉作用，乃波浪傳播時之特性，而非不連續的質點流動時所亦有，蓋將兩組質點之流動相加，除其動量完全相等且相反時，兩組所生之總效果均較任何組所獨生者爲大，永無互相毀滅而呈靜止之情形。故欲解決光之傳播，果爲波浪式的，抑爲質點式的，最有效之證驗，即在其能否產生互毀的干涉。

(66.2) Young 之干涉實驗 兩個光源在相當之情形下，可以發生干涉作用一事，首由 Young 于 1802 年以實驗證明之。Young 于一不透光之幕 M 上鑿刺相隔約爲 0.5 粍之針孔 S_1及S_2二個(或兩狹縫亦可)，而用以觀察位在頗遠處之小光源 S,(圖 499)。如是彼即見在光源之兩旁另有暗明相間之像多個。但若閉塞針孔之一，則視場中之亮度幾完全一致。Young 認此爲干

涉作用。且擴充 Huygens 之光之波浪說，以計算其所觀察得明暗各點相距之遠度。欲知 Young 之計算法，請先引用 Huygens 原則作圖以表示兩光源發生干涉之情形。

(66.3) **兩光源之干涉** 令 S 表小光源，S_1 與 S_2 表幕上之兩針孔，當自 S 出發之波前行抵 S_1 及 S_2 時，此兩點可視作發生副波之源。今以 S_1及S_2兩點爲中心，波長及其倍數之長度爲各半徑而作兩組同心圓周(圖499中實線)以表在某時刻自 S_1 與S_2 所發出各波峯之位置。復以半波長及其奇值倍數之長度爲各半徑，亦作兩組同心圓周，(圖中虛線)以表在同時刻自 S_1與自S_2 所發出各波谷之位置。各實線(或虛線)所示者既爲兩組之波峯(或谷)，故兩實線及兩虛線相交之各點，即爲兩組波浪相助，而振動呈雙倍之值之處，今若自中部之 SP_0 直線始，分別聯之以曲線，(圖中之粗實線)，則在此等曲線上各點，兩波均係互助。同理，若將一組實線圓周與他組虛線圓周相交之各點，分別聯以曲線，(圖中之粗虛線)，則得兩波互毀之位置。



第 四 九 九 圖

(66.4) **兩光源互相干涉時明暗條紋所隔之遠度** 自前節

所述之情形言之，若在 S_1S_2 之一邊安置一幕M以接受自 S_1及S_2所生之光，則在此幕與圖（499）中各粗實線相交之點$P_0,P_2,P_2',\cdots$，即爲明點之位置，而其與各粗虛線相交之點$P_1,P_1',\cdots$等即爲暗點之位置。換言之，此幕上將有明暗相間之干涉條紋 (interference fringes) 呈現。設 S_1S_2 之距離爲 a，自幕至S_1S_2 中心點之遠度爲 D，而令$X_1,X_3,X_5,\cdots\cdots X_{n+1}$等表自各暗條至$P_0$點之距離，$X_2$, $X_4,X_6\cdots\cdots X_{2n}$ 表各明條至 P_0 之距離，即 $X_1=P_0P_1=P_0P_1'$；$X_2=P_0P_2=P_0P_2'$，餘類推。自圖（499）觀之 P_1或P_1' 所以爲暗點之故，乃因自S_1及S_2 所發出之副波在此兩處相差爲一個半波長，P_3或 P_3' 所以亦爲暗點之故，則因兩副波在其處相差爲三個半波長，餘類推。故如S_1P_m與S_2P_m相差之距離適等于半波長（即$\frac{\lambda}{2}$）之奇倍數時，則P_m將爲暗點。同理，P_2或P_2', P_4或P_4'，…所以爲明點之故，乃因自 S_1及S_2 所發出之副波在此兩處相差適爲一個波長（即二個半波長）餘類推。故如 S_1P_m 與 S_2P_m 相差之距離，適等于波長 λ 之倍數時，（即半波長$\frac{\lambda}{2}$之偶倍數）時，則P_m 點將爲明點。總之，明暗各點之位置可以下列方程概括表之：

$$S_2P_m-S_1P_m=m\frac{\lambda}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

此中 m 爲整數；若其值爲奇數，則P_m爲暗點，若 m 爲偶數，則爲明點。

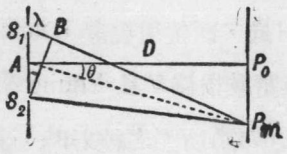
方程(1)所表之干涉條件，有時改用位相差以表示之更爲便利。當波浪所行之光路爲一波長時，其位相增 2π 弧度，故如以

$\frac{2\pi}{\lambda}$乘方程(1)之兩邊即得其位相差爲

$$\Delta=\left(\frac{S_2P_m-S_1P_m}{\lambda}\right)2\pi=m\pi \qquad (1a)$$

欲求方程(1)中左方之值，可在 S_1P_m 直線上截出 $BP_m=S_2P_m$一段(圖500)，如是

$$S_1P_m-S_2P_m=S_1B$$



第五〇〇圖

因 $a=S_1S_2$ 較諸 $D=AP_0$ 甚爲微小，故 S_2B 可視作與 S_1P_m 正交，且 S_1S_2B 角可視作約等於於 P_mAP_0 角，(即θ)，是以$S_1B=a\sin\theta$，而方程(1)可化爲：

$$a\sin\theta=m\frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

尋常所能見及之明暗各點均在 P_0之附近，其數目既不多，即 X_m 之距離較諸 AP_0亦爲甚短，于是 $\sin\theta$ 可以 X_m/D代之，而方程(1)可化爲：

$$X_m=\left(\frac{D}{a}\right)m\left(\frac{\lambda}{2}\right) \qquad (3)$$

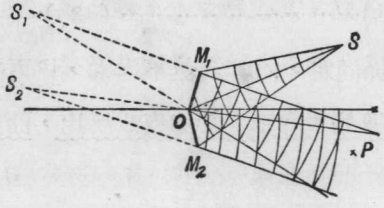
由此觀之，若幕至針孔之距離係固定，而m之值不過大，則兩鄰近明點或兩鄰近暗點之距離，與 S_1及S_2相隔之遠度成反比，而與所用之波長成正比。

本節之計算，係假設光源爲單色者。若用顏色不同之各單色光以作本節所述之試驗，即可證明紫色光較紅色光之波長爲短，即紫色光之頻率較紅色光之頻率爲高。若光源爲白光，則除P_0點亦爲白色光外，其餘各明點如 $P_2,P_2',P_4,P_4',\cdots$等均將爲各色彙有

之色帶。在此等光帶中，紫色居內，紅色居外，亦足以表明紫光之波長較紅光爲短。

(66.5) Fresnel之干涉實驗　Young之實驗結果，以吾人今日之眼光分析之，已足推翻光之微粒說。惟當時贊成微粒說者，則認Young之結果，係繞射之另一式，而繞射現象，Newton亦有解釋，故尙以爲光之波動說仍無實驗根據。且Young用干涉作用解釋單狹縫(single slit)(見後67章)所生之繞射時，其預期結果，與觀察所得者大異；益足以貽批評者以口實。Young解釋單狹縫干涉條紋之誤點，在于假定狹縫兩邊爲發生兩波之源。除糾正Young之錯誤外，Fresnel(1815－1826年)另作不用小孔之干涉實驗，以攻破反對者所執之理由。自是之後，光之波動說之基礎方臻穩固。

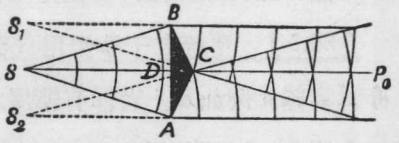
Fresnel所設計之干涉實驗有二：其一利用自幾作平面之兩斜交鏡所反射之二光源，其他則利用自兩個薄三稜鏡所折射之二光源。Fresnel雙平面鏡實驗(bimirror experiment)之佈置情形略如圖(501)。



第五〇一圖

S表光源，M_1與M_2則表兩平面鏡。光源S在M_1中之像S_1與其在M_2中之像S_2所生之干涉作用，與Young實驗中之兩光源S_1及S_2完全相同。計算其明暗各點之距離時，可先由S至M_1及M_2交線O之距離b，及M_1M_2所作之角度α以求S_1S_2之距離a，然後再應用方程(3)或(2)。

Fresnel 之第二實驗方法，係將兩個薄三稜鏡並底而置如圖（502）。光源S 通過居上之稜鏡後，其像似的位置將移于S_1點，而透過居下稜鏡之光束則頗似係由S_2點出發。通過一薄稜鏡之光線，其偏差角既等于



第 五 〇 二 圖

$$\delta=(\mu-1)\varepsilon$$

ε 表稜鏡之角 DBC，且S_1S_2又幾與 CDS 正交，故

$$a=\overline{S_1S_2}=2\overline{SD}\ \sin\ \delta=2\,b\,\varepsilon\,(n-1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

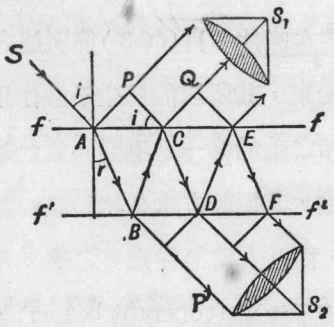
b 表光源S 至稜鏡D 點之距離。既知a 之值，則引用方程(2)或(3)即可計得各明暗紊紋之位置。

（66.6） 發生干涉作用之基本條件 自(66.3)節所述之作圖方法觀之，從 S_1及S_2出發之兩光束，其所以能發生干涉作用，乃因在 S_1與S_2兩點之振動，其位相之差始終一定不變。蓋如是在圖(499)中粗曲線或粗虛線上各點，其振動方永久相助或相毀，否則相助或相毀之地點變遷無常，而吾人將無從窺見之矣。凡兩光束可以發生干涉作用者常名爲相干光束 (coherent beams)，其不能發生干涉作用者，則名爲不相干光束(incoherent beams)。自（66.2)及(66.5）節所述之 Young 與 Fresnel 之實驗佈置觀之，相干光束，如追溯之，則必發自同一之源。此蓋因當光源之振動頻率，多至每秒 10^{15} 週上下時， 兩獨立光源之位相，實不能完全保持一定之差值故也。惟若兩光束係同出于一源，即使光

源之振動位相忽然變換，其對于兩光束所生之影響亦爲相同，故二者之位相差得始終保持一固定之值而能干涉。

(66.7) 薄板之干涉作用 光之干涉現象，在日常生活中，亦爲易見。例如水上若浮有薄層之油，則由之所反射之光常呈燦爛之彩色，即係薄層上下兩面所反射之光波互相干涉之結果。此種干涉現象之構成與前所述者略異。茲申述之于次。

令圖(503)之 ff 與 f′f′ 表一置在另一媒質中(例如空氣)之一平行透光體(例如玻璃)之上下兩面。當單色光線 SA 射於此層上面時，一部分爲其所反射而取圖中 AP 方向，又一部分則透入層內，折射而取AB方向。此折射光線在層下面B點之處，亦分爲兩部分：其一反射如BC,其他則透出如BP′(BP′係與SA平行)。BC與ff相遇之時，亦分爲 CD 反射線及與 AP 平行而透出層上面之 CQ光線。如是屢次反射，每次雖均有若干光線透出上面，惟因其强度漸次減弱之故，除 AP 及 CQ 外，其他常可不必計較。若就 AP 及 CQ 兩光束而言，二者既係發自同源，故可相干。依前所述之方程(1a)，則當此兩光束所行之路程，適使其達到P 與 C時之位相差爲 π 弧度之奇倍數時，二



第 五 〇 三 圖

者將互毀，若其位相差適爲 π 弧度之偶倍數時，結果將爲互助。是以如用單色光，則觀者可見明暗相間之條紋，而當射入之光爲白色時，則見七彩俱備之光帶。

自上段所述之情形言之，明暗條紋之位置顯然與入射角 i，折光指數 n，及薄層之厚度 t 有關。欲求其準確關係，吾人須注意兩事：(1) 光波在折光指數爲n之媒質中，其速度僅爲其在空中之 $\frac{1}{n}$ 倍，其波長故亦減短 $\frac{1}{n}$ 倍；(2) 在薄層上面 ff 與在薄層下面 f′f′ 反射時，其位相之改變，各不相同，(參較20.12節，波浪在固定端及其在自由端之反射)。茲根據此兩事而計自A點出發之光波，分取AP及 ABC 兩路途而行抵P 及 C點時之位相差。令光波在薄層上面媒質中之波長爲 λ_1，其在薄層中之波長爲 λ_2。又令 n_1 及 n_2 分表薄層上面之媒質及薄層本身之折光指數。如是 $\lambda=n_1\lambda_1=n_2\lambda_2$ 表光波在眞空中之波長。若在A 點及在B點反射之情形完全相同，則行走 AP及ABC 兩路後之位相差將爲

$$\Delta_1=\left(\frac{AB+BC}{\lambda_2}-\frac{AP}{\lambda_1}\right)2\pi \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

惟因在A 點與在B 點之反射情形不同之故，此值應爲

$$\Delta=\left(\frac{AB+BC}{\lambda_2}-\frac{AP}{\lambda_1}\right)2\pi+\Delta_2 \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

Δ_2 表兩處反射情形不同所引起之位相差。欲求 Δ_2 之值可假設薄層之厚度 t 無限減少，如是則 Δ_1 等於O 。惟薄層既不存在，將無反射之光，故在 S_1 觀之必爲黑暗，而按方程 (1a)，$\Delta_2=\pm\pi$ 或其奇倍數。在本節之討論中，Δ_2 之值果爲 $-\pi$，或 $+\pi$，或 3π……，實無關重要，因將位相增或減 2π，其對於干涉作用之條件不生影響故也。茲令 $\Delta_2=\pi$。

自圖 (503) 言之，若 i 表入射角，r 表折射角，則 $AB=BC=\frac{t}{\cos r}$

或　$$AB+BC=\frac{2t}{\cos r} \quad \cdots\cdots\cdots\

自圖即知在P點氣層之厚 t 可自下列方程求得之：

$$R^2=(2\rho-t)t \quad \cdots\cdots(10)$$

惟在實際情形中，t 之值較諸 ρ 甚爲微小，故上式可直書之爲：

$$R^2=2\rho t \quad \cdots\cdots(11)$$

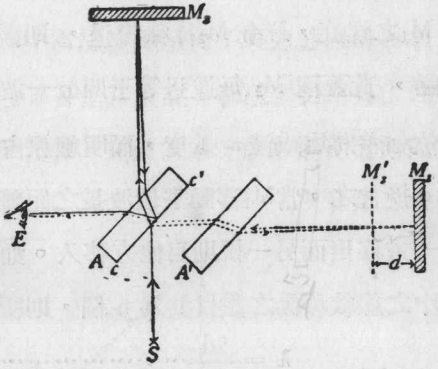
將方程 (9a) 之 t 值代入此中，且注意氣層之 n 爲1，即得

$$R^2=\rho m'\frac{\lambda}{2} \quad \cdots\cdots(12)$$

m′爲奇數時，即得明亮之環。換言之，第n個明亮之環之半徑爲：

$$R=\sqrt{\rho\ (2n-1)\ \frac{\lambda}{2}} \quad \cdots\cdots(13)$$

(66.9) Michelson 之干涉計　凡用以考究兩光束發生干涉作用之設備，均可稱之爲干涉計，(interferometer)。Michelson 所發明之干涉計，其佈置之情形如圖 (505)。A 與 A′ 爲厚薄相等且兩面平行之玻璃片。A之cc′ 面，其上塗有稀薄之銀膜，以使其所反射與其所通過之光之强度相等。M_1 與M_2 爲反射鏡，M_1且可以相當之螺旋移動之使其向A′前後進退。自單色光源 S 出發之平行光線，于其行抵A 面時，一半透過A ，一半則爲A 所反射。



第 五 〇 五 圖

透出A之光束爲M_2所反射後，乃沿原途而回；當其行抵A之時，乃有一半爲A所反射，而向E方向進行。至于原爲A之cc′面所反射之光束，通過A′爲M_1所反射，而回歸于A時，亦有一半可透出A而向E方向進行。透過A之光線，共通過A之內部三次，而被A所反射之光線，則通過A′之內部兩次，A之內部一次，（共亦爲三次），且前者曾爲A面反射入于玻璃中，而後者則曾爲A面所反射入于空中，故若A至M_2與其至M_1之距離相等，則兩組光束之位相差將適等于π弧度，而在E處，二者乃發生互毀的干涉。然因自A周圍所透出之光線與視線不完全平行，故此時視場中所見者爲多數之明暗相間之干涉條紋 (interference fringes)。此等條紋之距離與其曲度，隨M_1之位置的遷移而改變。今若徐轉節制M_1之螺旋，以令M_1徐徐後退，則觀者將覺各干涉條紋向一方移動，此蓋因M_1每進退等于四分一波長之距離時，前此兩光束之位相差將增或減π弧度，而明線原占之位置將爲暗線所取而代之。換言之，當M_1移動半個波長之距離時，視場中將有一根線紋自一方移出而另一根則自他方移入。如是，若M_1共移動d糎，視場中之線紋移動之數目共爲n個，則所用之波長λ將等于

$$\lambda = \frac{2d}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

此種干涉計之準確程度甚大，其用途甚廣。前所述之Michelson-Morley實驗即藉此以作之。Michelson又曾利用之以測定鎘 (cadmium) 光譜中紅線之波長。其結果表示在溫度爲15°C，

大氣壓力爲76糎錄高時，1米內共含1,553,163.5個此色光波。吾人所認爲標準米之長度，實無永不改變之理由，至于某一定光波之波長，除宇宙完全改變外，吾人深信其性質永不改變，故Michelson 此項工作，可視爲將長度之標準另建于永久之基礎上。是後倘國際長度單位之原器，受意外天災人禍而致毀失，其複型亦不難重行再製。根據 Michelson 與其後實驗者所得之結果，1907年國際太陽研究會(International Solar Union)曾採定以 6438.4696×10^{-10} 米爲鎘光譜中紅線之波長，斯亦足見干涉計功用之一斑矣。

第六十六章 問題

(66.1) 試說明波浪干涉之意義。

(66.2) 兩波可以構成互毀的干涉，而仍不背能量不滅原則，其故安在？

(66.3) 試說明 Young 所作之光之干涉實驗。

(66.4) 在 Young 所作之實驗中，若S_1與S_2兩狹縫距光源S之遠度不相等，問幕上干涉條紋之位置如何改變？

(66.5) 試用 Huygens 原則作圖以表示兩相干光源在何方向互助或互毀？

(66.6) 在兩相干光源所生之干涉條紋之中，其明暗各條之距離若何？試推求之。

(66.7) 試述 Fresnel 所用以表示光之干涉之方法及其優點。

(66.8) 何謂相干光束？其必須滿足之基本條件爲何？試陳述之。

(66.9) 問胰皂泡之顏色由何而生？當其漸次漲大時，問其顏色變更之情形如何？

(66.10) 自薄板反射之光，何以可以發生干涉作用；試說明之。

(66.11) 問透出薄板之光線是否亦可發生干涉作用。試詳述此式干涉條紋與前題所述者不同之點。

(66.12) 試說明 Newton 同心環如何產生。問各環之半徑與所用之波長之關係如何？

(66.13) 何謂干涉計？Michelson 干涉計之構造若何？試陳述之。

第六十六章 習題

(66.1) 自一狹縫透出之光線，通過兩個與之平行之狹縫，而射於位在 100 糎處之幕上。若兩狹縫之距離爲0.2耗，而幕上中間兩暗條之距離爲 2.95 耗，問所用之光之波長若干？

(66.2) 用 Fresnel 斜交射鏡作干涉實驗時，若兩鏡之角度爲 α，光源 S 至兩鏡之交綫 O 之距離爲 b，自O 至幕之遠度爲 d，問各干涉條紋之距離與 α，b，d 及波長 λ 之關係如何？

(66.3) 設有 Fresnel 式之並底稜鏡，其角爲10分，其折光指數爲1.62，問當狹縫位在距稜鏡 20 糎處時，其兩像之距離若干？若用紅色鎘光，問在距稜鏡50糎之幕上所呈之干涉條紋，其距離如何？

*(66.4) 設有薄片，其兩面不平行而作一微小之角，今以反射光觀之，問所生之暗條之位置若何？

*(66.5) 一凸面玻璃靈視，今置之於平面玻璃上，而用反射光以觀察其所生之 Newton 環，設光線在氣層與平面正交，所用之光爲黃色鈉光（波長爲 5890 A.U.），而第二十五個之明亮環之半徑爲 1 耗，問其第十個明亮環之半徑若干？

*（66.6）若在前題中，觀者係以透射光觀測各明亮環之半徑，問答案有無改變？又若代氣層以水，而仍用反射光觀察之，則第十個與第二十五個明亮之環之半徑各若干？

（66.7）設用 Michelson 之干涉計時，在一鏡之前插入一薄層之玻璃片，則200條干涉條紋向一方移動。若此玻璃片之折光指數爲1.54 試計算其厚薄。

第六十七章 光之繞射

(67.1) 繞射與干涉 試將自甚强之光源(例如弧光)出發之光綫，射于刀片，而觀察此刀片在牆上之影，則見明暗區域之分界綫不甚明晰；二者之間常有數個條紋。此種現象表示光綫繞過障碍物之邊沿時，其所取之方向非完全爲直綫的。此現象首爲 Grimaldi 所發現，在 Newton 之時已爲學者所共悉。Grimaldi 名此現象爲 diffraction，茲則以繞射稱之。當Fresnel 未作干涉實驗之前，學者多附和 Newton 之說法而認繞射現象乃光粒經過障碍物之邊沿時爲其所反復吸拒而生之結果。惟 Fresnel 則根據光之波動說，示明繞射現象實即同一波前中鄰近各點所發出副波互相干涉而呈之效應。據此則光之直進僅爲一近似之說法，而幾何光學之方法實爲近似的。凡遇必須計較與光波之波長相埒之長度問題時，近似的方法遂不可復用。茲在本章說明如何利用波浪之干涉原理以解釋繞射現象。

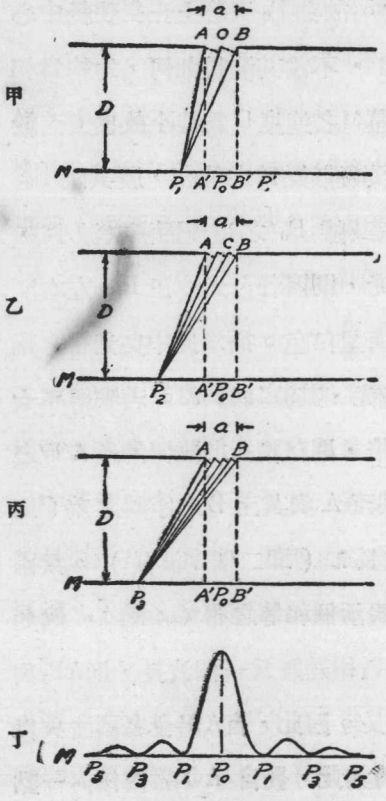
(67.2) 單狹縫 設有一平行光束，垂直的通過一狹縫 AB 而射于一距 AB 頗遠(約二三米)之白幕M上。按光之直進原則，幕上被照亮之部分應僅爲 AB 在幕上幾何的像。換言之，自 A 與 B 作直綫與 AB 垂直，其與M相交之兩點 A′ 與 B′ (圖506)應即表明暗區域之分界。然實際之結果則不然。在幕之中央，既有較 A′B′ 略寬少許之明亮光帶，而此中央光帶之兩旁更有亮度

遞減之若干光帶。如所用者爲白光，中央光帶固亦爲白色，惟兩旁光帶則呈色彩。此等光帶蓋乃透出狹縫光束之各部分互相干涉而構成者。茲根據 Fresnel 之說法解釋之如下：

按 Huygens 原則，當平行光綫行抵此狹縫時，其中各點可視作發生副波之光源。如是在幕M上任意點之擾動情形係等於此諸副波所生于該點之效果之總和。故如 P_0 表幕上正對狹縫中心之點，則各副波達到 P_0 點之位相，不論其波長如何，均約爲相同，此蓋因狹縫之寬度 a 較其至幕M之遠度 D 爲甚小故也。至於在 P_0 之左右各點，因各副波達到各該點時之位相，視其距 P_0 之遠近略有差別，故其亮度則視其離 P_0 之遠度而漸次減小，（圖 506 丁）。惟若所用者爲白光，則因各色光波在 P_0 左右所生之效果互相疊加，故中央光帶將呈白色。欲求此中央光帶之寬度爲何時，先假設所用者爲單色光，其波長爲 λ。若狹縫不太寬，惟較諸波長 λ，則仍大若干倍，則在狹縫之幾何的像 A′B′之外（圖506甲）可尋出一點 P_1，其至 A 與其至 B 之距離之差（即 $AP_1 - BP_1$ 之值）適等於一個波長 λ（即二個半波長）。欲求在 P_1 點之亮度，可將 AB 狹縫分爲兩個相等之帶（zone），例如 AO 與 OB，（圖506甲）。AP_1 與 BP_1 相差既爲一個波長，則 AP_1 與 OP_1，相差可視作係等于半個波長。因此，自A出發之副波與自O出發之副波將互毀於 P_1 點。不但如此，發自 AO 帶內任何一點之副波，其所生于 P_1 點之效果，亦適爲在 OB 帶內一相當之點所

發出之副波所生者所毀滅。換言之，AO 與 OB 兩帶所生于 P_1 點之效果適互相毀滅，而 P_1 點之亮度乃落至最小之值。此即中央光帶之邊界。若以 x_1 表 P_0P_1 之距離，則參照前章方程（1）與（3）之計算法即可推出：

$$a\sin(P_0OP_1)=2\frac{\lambda}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(1)$$



第五〇六圖

因 $\sin(P_0OP_1)$ 約等于 $\frac{x_1}{D}$，故上述方程亦可書爲

$$x_1=\frac{D}{a}\lambda\cdots(2)$$

今若令所討論之點 P 之位置自 P_1 向外推移，則 AP 與 BP 之差將較一個波長爲大，而在 AB 寬度內吾人可尋出一點 C 使 (AP − CP) 之值適等于一個波長。如是 AC 內各點所發之副波將互毀于 P 點，惟 CB 內各點所發之副波則將在 P 點互助，以使 P 點之亮度漸次增加（圖586丁）。當 P 之位置爲 P_2，而適使（AP_2-BP_2）之差值爲 $\frac{3}{2}\lambda$（3個半波長）時，AB 寬度即可分爲三個相

等之帶，（圖506乙）。此時P_2所收及之光係自AB狹縫之三分之一內所發，雖遠不及 P_0 之明亮，然其亮度亦較其左右爲大（圖506丁）。此後當P點與 P_3 點符合，而(AP_3-BP_3)之差值適等于2λ(四個半波長)時，(圖506丙)，則AB可分爲四個相等之帶。因鄰旁兩帶在P_3點之效果互毀之故，P_3之亮度遂亦爲最小。如是類推，即可證得亮度最大與最小各點 P_m ，可以下述之方程表之：

$$AP_m - BP_m = (m+1)\frac{\lambda}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

此中之 m 表一整數（0 除外），當m爲奇數時，亮度爲最小，而當m爲偶數時，則亮度爲最大。若參照前章方程（1）至（3）之算法，則自亮度最大（m 爲偶數）與亮度最小（m爲奇數）各點 P_m至P_0之距離，可以下列之近似關係表之：

$$x_m = \frac{D}{a}(m+1)\frac{\lambda}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

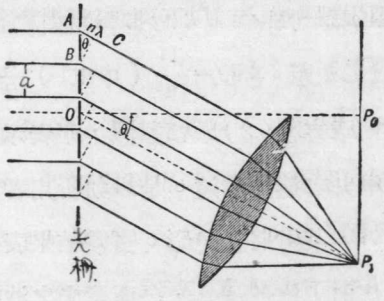
此與前章方程(3)頗相類似，亦表示所用之波長愈長，則明暗各條距中央之遠度愈遠。是以如所用者爲白光，則除中央之光帶爲白色外，其旁將呈色彩。實驗結果表示在此等有色彩之光帶中，紫色居內，紅色居外，是亦紫光之波長較短，紅光之波長較長之又一證據也。圖 (506) 丁之曲線表示通過單個狹縫之亮度之變更情形。

(67.3) 光之直進之解釋 自上節所述之結果觀之，即知所用之波長愈長，則中央明亮光帶愈寬；例如所用之波長 λ 較狹縫之寬度 a 爲大時，即使P_1位于無窮遠，而仍不能滿足方程(1)

所指示之條件。此即尋常聲波(波長在數米以上)能透出小穴而達于位在穴他方各點之理由也。若所用之波長λ，較諸狹縫之寬度a爲甚微小，則在狹縫之幾何的像A′B′之外各點，其至A與B之距離之差值將較λ多若干倍，而自狹縫中各點所發之副波，將幾完全互毀于此等點。據此以言，因光之波長甚短，故當其通過穴孔或障碍物之邊沿時，簡陋之實驗，將表示其沿直線進行也。

(67.4) 光柵 在一片塗煙之玻璃上，畫多數距離均等之平行狹縫，以代前(67.2)節之單個狹縫而作實驗，則所得之繞射條紋，更爲明顯美麗。此等含多數平行狹縫之面，常名爲繞射光柵(diffraction grating)或光柵(grating)。

光柵之作用可以圖(507)說明之。令a表光柵上兩鄰近狹縫中心之距離。設有平行之單色光線射于光柵，則在與光柵正交之方向OP_0觀察之(或以靈視焦聚之于幕上)，立見一明亮之光帶。若視線之方向改作與法線成θ角(即OP_1方向)，則自兩個相鄰狹縫中(例如A與B)之相當各點所發之副波，其所行路途之差值，將爲 AC=a sin θ。按前章方程(1)，此等路途之差值適等于波長之倍數時，即：



第五〇七圖

$$a \sin \theta = n\lambda \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

n 爲整數，則各副波互助，而明條乃于 P_n 各點呈現。自方程(5)觀之，光柵所產生之條紋，其距離實與雙狹縫所生者完全相同。惟因前者有較多之狹縫，故其所產生之條紋較爲明顯。

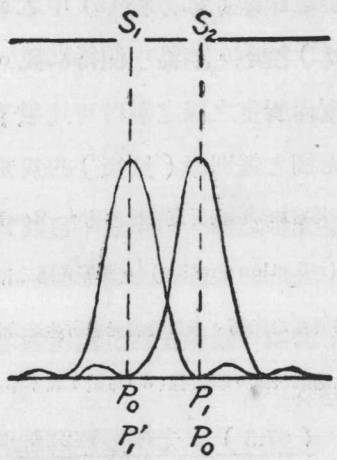
若以白光作上述之實驗，則各條紋之中央亦爲白色，因各色波在P_0點均互增助；至于其他之明條則散爲有色彩之光譜。此蓋因θ 隨波長而改變；波長較短之紫光在內，而波長較長之紅光在外。光柵所生各光譜之級次(order) 常以方程 (5) 中之整數 n 名之。

本節所述之光柵可以鑽石在玻璃片上劃直線以製之。有時用細線張懸于螺旋上亦可製得粗簡之光柵，惟如此製得之光柵，其兩縫之距離（即方程 (5) 中之 a ）較大，故各明條所張之視角（即θ ）較小，不易于測得準確。光柵造法，經多人改良後，不但每糎內所畫之線之數目可達數千，且其寬度，竟有十一吋者。此等光柵之鑑別率（見後）約爲幾十萬倍。

爲增加每糎內所畫之線起見， Rowland 首先在金屬片上畫平行之線以作反射光柵 (reflectlon grating) 。此等光柵之作凹面形者，無須用靈視卽可直接藉反射光以觀察所生之光譜。至於玻璃光柵所生之光譜，藉透射光或反射光以觀察之均可。惟反射光柵之公式，較方程(5)爲繁，茲不申述。

(67.5) 光學儀器之鑑別率 在(62)章討論各種光學儀器時，曾注重其放大率。各光器既有放大之本領，則增加其放大率

（例如連用數個顯微鏡，或增長望遠鏡物鏡之焦距）吾人似應能將任何微小之物體(例如原子或電子)放大至可見之程度。惟事實上，此事乃不可能，其理由則因各光學儀器爲光之本性所限制，其效用均有相當限度，蓋將物體放大，固屬重要，惟同時須辨別物體上細微距離，否則放大之效果與伸張畫于橡皮上之圖畫無異，徒見其精細部分混亂散失而已，實無濟於明晰觀察。各光器辨別細微距離之本領名爲其鑑別率(resolving power)。通常欲明光器鑑別率何以有一定之限度，可用圖（506）丁所示透過單狹縫之亮度曲綫說明之。設有兩個狹縫 S_1 及 S_2 爲不相干的光源所照亮，則其所生於幕上之繞射條紋之亮度將如圖（508）所示。今若將兩縫之距離減短，至第一縫之中央最亮之點（即 P_0）適落于第二縫中央光帶邊界最暗點（即 P_1'）則實驗結果表示二者將合爲一，而不能爲吾人所鑑別。此時兩狹縫在觀者處所張之角度名爲最小鑑別角 (angle of minimum resolution)。鑑別率則以鑑別角之倒數表之。如 Δx 表兩點可以鑑別之最短距離，x 表其距觀者之遠度，則最小鑑別角爲 $\frac{\Delta x}{x}$，而鑑



第五〇八圖

別率則爲$\frac{x}{\Delta x}$。

若光源非狹縫，而爲小點，則因繞射作用，其像將爲同心之圓，其居中者即與圖(506)丁之中央光帶相當。用較繁複之計算卽可推出此等圓周之第一個暗環之半徑 r_1 係等於 (67.2) 節所計得之P_0P_1之距離(卽x_1)乘以1.22，卽$r_1=1.22x_1$。實驗結果表示當兩小點所生之像之距離較此值爲大時，吾人方能辨別其爲二像，否則兩像互相疊蓋，而無從辨別其邊界何在。

(67.6) 望遠鏡之鑑別率 望遠鏡之物鏡，其直徑常爲甚大之值，其理由有二：一爲增加其所收集之光量(參較62.8節)，其他則爲增大其鑑別率，此蓋因望遠鏡之最小鑑別角係與其物鏡之直徑作反比故也。茲計算望遠鏡之最小鑑別角于下：

令D表物鏡之直徑，f_0 表其焦距，λ 表光源之波長。若以寬度爲D之縫代物鏡，則按本章方程(4)所示之關係，中央光帶之寬度 $2x_1$ 爲：

$$2x_1=\frac{2\lambda f_0}{D}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

一點光源之第一暗環之半徑既爲$r_1=1.22x_1$，故：

$$r_1=\frac{1.22\lambda f_0}{D}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

惟$\frac{r_1}{f_0}$表第一暗環在物鏡處所張之角度，故望遠鏡物鏡之最小鑑別角應爲：

$$\theta=\frac{r_1}{f_0}=\frac{1.22\lambda}{D}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

此卽兩星能被鑑別爲兩個天體時所張之最小角度也。若以尋常之

光色代入，（即$\lambda=5\times10^{-5}$糎），則直徑爲1糎之物鏡其最小鑑別角約爲13秒。

(67.7)　眼之鑑別率　眼之最小鑑別角亦可以方程（8）計得之，因瞳孔之直徑即可視作望遠鏡物鏡之直徑也。在尋常情形下，瞳孔直徑約爲3糎。令以$\lambda=0.0005$糎及D=3糎代入方程（8）即得眼之最小鑑別角約爲：

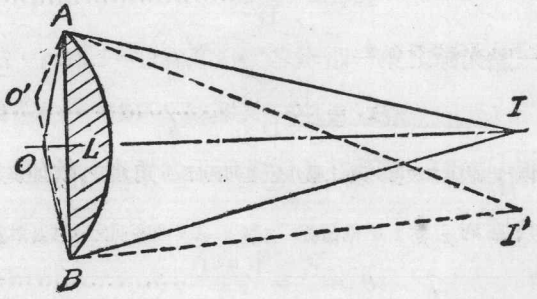
$$\theta=\frac{1.22\times0.0005}{3}=0.0002\text{弧度}$$

或

$$\theta=0.0002\times\frac{180}{\pi}\times60\times60=40\text{秒}$$

Helmholtz 之實驗結果則表示此最小鑑別角之値約自1分至2分。

(67.8)　顯微鏡之鑑別率　置于顯微鏡物鏡下之物體，係由發自同一光源之光所照亮故其上各點不能完全視作不相干之獨立光源。因此，其最小鑑別角之準確値頗難計得。茲以圖(509)所示之簡單情形而討論顯微鏡之鑑別率之大概。令AB表物鏡L之直徑之兩端，O表位在物鏡之軸綫上之一點，I表此點之像之中心，I′表此像外之第一暗環。如是按前此所述



第　五　〇　九　圖

，AI′與BI′之差值約等於一個波長λ。今如有一點O′位在O之鄰右，其像之中心適落于I′點，則O與O′即可被鑑別。AI′與BI′之差既約爲一個波長λ，則O′B與O′A之差亦必約爲一波長λ。換言之，OA與O′A及O′B與OB亦必各約差半波長即$\left(\frac{\lambda}{2}\right)$。因此，爲L所鑑別之兩點，O與O′，其距離必約爲半波長。由是觀之，複式顯微鏡之鑑別率幾完全由所用之波長而定，而與鏡其他部分之構造幾完全無關係。波長愈短，則鑑別率愈佳。尋常爲減短自物至物鏡間之波長起見，在二者之間常浸以折光指數n頗大之油，如是則其鑑別率可增大n倍。

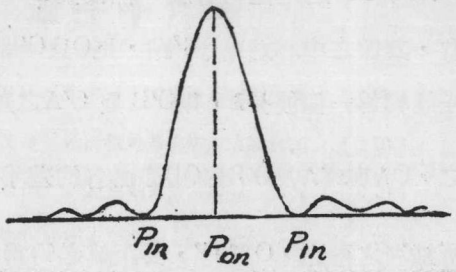
Abbê 所得之結果表示顯微鏡所能鑑別兩點之最近距離爲：

$$x=\frac{\lambda}{2n\sin\alpha}，且\ \alpha=\tan^{-1}\frac{D_0}{2f_0} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

D_0表物鏡之直徑，f_0表其焦距，n表在物體與物鏡二者間之媒質之折光指數，λ則表所用光波在眞空中之波長。在此方程中α幾爲90度，故此值亦可簡書$\frac{\lambda}{2n}$。此與上段所述者完全符合。

(67.9) 光柵之鑑別率 光柵之重要用途之一，既爲量測波長，故其優劣當視其所能鑑別之波長相差之最小值若何而定。通常鑑別率卽以其最小鑑別角之倒數表之（見前67.5節）。惟如有一光柵，其所能鑑別之兩波長爲λ與λ＋⊿λ，則其鑑別率，常以$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$表之。

欲求光柵之鑑別率，請先討論光柵所生之像之亮度分佈情形，（圖 510）。設圖中P_{0n}表第 n 級像所在之中心。按前方程（5）兩鄰近之縫至P_{0n}相差之距離爲$a\sin\theta = n\lambda$，故如光柵上之縫數總共爲N，則首末兩縫



第 五 一 〇 圖

至P_{0n}點所差之距離將爲：

$$Na\sin\theta = Nn\lambda \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

今若將θ角略改少許，例如改爲$\theta+\Delta\theta$，以使首末兩縫在此方向所差之路途增多一個波長，即：

$$Na\sin(\theta+\Delta\theta) = Nn\lambda+\lambda \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

則全光柵所生於此方向之效果將等於零，此與單狹縫兩帶之效果互相毀滅之理相同。於是P_{1n}點遂爲P_{0n}點鄰右第一暗點。至於圖（510）線所示之亮度分佈情形，均可仿此解釋之。

此係就光源之波長爲λ時而言。今若令光源之波長略變少許，例如自λ改爲$\lambda+\Delta\lambda$，則其第 n 級之像之中心P_{0n}，按前述鑑別率之意義當落於P_{1n}點或P_{1n}點之外，方能爲吾人所鑑別。換言之，（$\lambda+\Delta\lambda$）必須滿足下列之方程（參較方程10）

$$Na\sin(\theta+\Delta\theta) = Nn(\lambda+\Delta\lambda) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

吾人方能辨別λ與$(\lambda+\Delta\lambda)$之差異。將（12）與（11）兩方程互相比較，即知

$$Nn\lambda+\lambda = Nn\lambda+Nn\Delta\lambda \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

或：

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nn \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

此即表示光柵之鑑別率$\left(\frac{\lambda}{\Delta\lambda}\right)$係等於光柵上所畫之線之總數 N 與其光譜級次 n 之乘積。N 愈大則鑑別率愈佳，此爲製造光柵者有時竟用寬二十餘糎之光柵之理由也。

第六十七章　問題

（67.1）　光之繞射情形若何？試申述之。繞射現象與干涉作用之關係若何？

（67.2）　試說明白光透出單狹縫而射於幕上所生繞射條紋之情形。

（67.3）　設將一狹縫之寬度漸次減窄，問幕上所生之繞射條紋將如何變化？

（67.4）　自波動說立論，光之直進應如何解釋之。

（67.5）　前說明針孔照相機時曾言，所用之孔愈小，則像愈清楚，問此結論應如何修改方爲無誤。

（67.6）　試述光柵之構造及其用途。

（67.7）　問光柵所生之各級光譜，其寬度與級次之關係若何？有時各級光譜互相疊蓋，試言其故。

（67.8）各種光學儀器之限度由何而定？何謂鑑別率與最小鑑別角？

（67.9）試說明望遠鏡物鏡之鑑別率與其直徑及焦距之關係。

（67.10）顯微鏡之鑑別率幾完全由所用之波長而定，試言其故。在複式顯微鏡之物鏡與物體之間，常浸以油，其故安在？

*（67.11）望遠鏡或複式顯微鏡目鏡之放大率與其物鏡之鑑別率應有若何關係方爲最經濟？

（67.12）製造光柵時，不但每單位距離內所畫之線須甚多，且柵上線之總數亦須甚多，其理由安在？

第六十七章　習題

（67.1）今以黃色鈉光照一狹縫，則在距縫 100 糎之幕上所呈現之條紋，其中央光帶之寬度爲 2粍，問狹縫之寬度若何？又問此光帶兩旁各明暗條紋之寬度若何？

(67.2) 設將光柵置於眼前而觀察遠方之黃色鈉光，若光柵上每糎之線數爲5500，問所能見及之像共有幾個？若在距光柵爲2米之處置一標度與光柵平行，而在標度上誌各像之位置，問其距離若何？

(67.3) Yerkes 天文台之最大折射式望遠鏡，其物鏡之直徑爲 40 吋，其焦距爲 65 呎。問其最小鑑別角如何？問此鏡之放大率及其目鏡之焦距之值應各爲若干？(計算時，假設光之波長爲 2×10^{-5}吋，眼之最小鑑別角爲1分 30 秒)。

(67.4) 設複式顯微鏡之物鏡與物體之間之媒質，其折光指數爲 1.6，所用之光，其在空中之波長爲 5.3×10^{-5} 糎，問其所能鑑別兩點之最近距離應如何？設觀者之最明視距離爲25糎，其眼之最小鑑別角爲 1.5 分，問此鏡之放大率應爲若干倍？

(67.5) 設有光柵其寬爲 11 吋，用以觀察波長爲 0.000059 糎之黃色光時，其第一級像之方向與法線方向作 17 度角，問其鑑別率如何？又問其每吋內共有幾線？

*(67.6) 設射入於透射光柵之光線與其法線作 i 角，試證第 n 級光譜之位置應在與法線作θ_n之方向求之，θ_n之值則可自下列方程求之。

$$a(\sin i-\sin\theta_n)=n\lambda$$

又證此公式亦可用之以求反射光柵 n 級光譜之位置，若 θ_n 之符號視爲負。

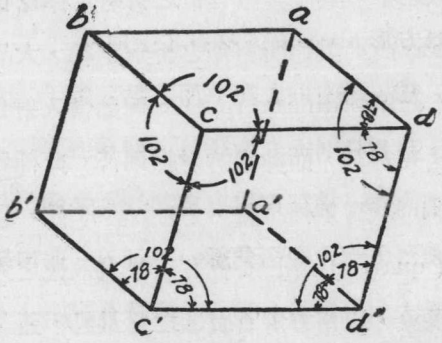
第六十八章　雙折射與偏化

(68.1)　雙折射現象　在前此討論光綫自空中射入另一媒質時，吾人均假定媒質爲各向同性 (isotropic) 之透光體。於是折射光綫依定律在媒質中作單方向之進行。若所用之媒質爲各向異性(anisotropic)者，例如方解石(calcite即 $CaCO_3$ 之結晶)，則折射光綫常有兩個，分別向兩個不同之方向進行。在此兩折射光線之中，其一遵循尋常之折射定律，故名爲尋常光線 (ordinary ray)，其他所遵循之折射定律，大異於尋常，故名爲非常光線 (extraordinary ray)。例如當入射角爲零時，尋常光線之折射角亦爲零，而非常折射線則否。此種雙折射現象 (double refraction) 爲多種晶體，[例如雲母石，電氣石 (tourmaline)，石英 (quartz) 等] 所皆有，惟其效應之大小，則各不相同。雙折射現象，以用方解石表顯之爲最易，蓋是即 Erasmus Bartholinus 在1669年最初發現此現象時所用之晶體也。

Newton與 Huygens 對於雙折射現象，均曾作相當之研究。前者雖承認此現象表示光之傳播，有時各方不同，宛如磁鐵之有南北兩極然者，然終不能自脫光之微粒說之束縛，而作確當之解釋；後者之考究，雖曾將非常光線之折射定律判定，然因其誤認光波與聲波同爲稀密相間之縱波，故亦未有若何進境。自 Malus (1808年) 發現用他種方法以"偏化" (polarize) 光線後，光

爲橫波一事方漸爲 Young與Fresnel 等倡光之波動說者所承認。於是雙折射現象與光在其他各向異性晶體中進行之情形乃大明。本章先陳述方解石之雙折射，次詳釋光之"偏化"之意義，再次乃論產生偏化光之方法，與其他有關係之問題。

(68.2) 方解石之形式；光軸與主截面 方解石屬於六面晶體系，甚易沿三個斜交平面裂破而成斜方六面體 (rhomb)。組成各面之平行四邊形，其兩銳角約爲 78 度，其兩鈍角則爲 102 度。在斜方體之兩對角處，三面之鈍角相交，其他各六角，則爲兩面之銳角與一面之鈍角之交點，(圖 511)。此晶體各邊之長實無一定之值，惟爲便于作圖起見，常假設其係等長。

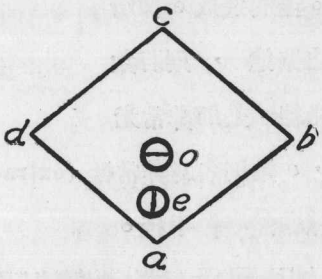


第 五 一 一 圖

若自三面之鈍角相遇之點，(圖511中之 c) 作一直線與三面各作等角，則與此直線平行之任何直線名爲晶體之光軸 (optical axis)。此定義僅指某一定之方向爲光軸，而並不規定光軸爲某直線，故過晶體內之任意點，均可畫一直線以作光軸。通過光軸而與晶體兩對面正交之平面，常名爲主截面 (principal section)。若晶體爲天然斜方六面形，且其兩對面之各邊相等，則與此兩對

面正交之主截面將必與其較短之對角線平行。此節所述之定義與關係，須由讀者作一模型以表之方易明瞭。

(68.3) 方解石之雙折射 當射於方解石或其他單軸晶體之光線係在其主截面上時，則其尋常與非尋常光線亦在此主截面上，且除非光線進行之方向與光軸平行，尋常與非常兩線均係分別透出；故如將方解石之天然結晶，置於紙上黑點而觀察之，則所見之像有二。圖（512）甲之斜方形 abcd 表方解石之上面，o 及 e 兩圓則表在下面之點之像。茲爲分別此二像起見，暫在 o

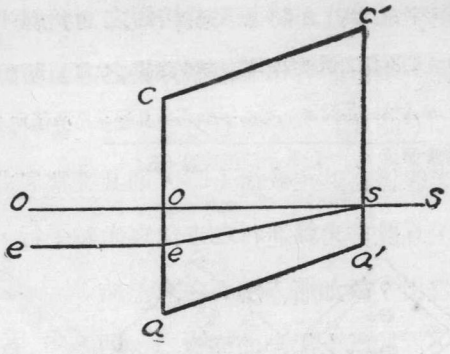


第五一二圖甲

圓內作一橫線與斜方形之長對角線db平行，而在e圓內作一縱線與斜方形之短對角線ac平行，（此兩線之方向乃以表示光波之振動方向，在後（68.9）節將有說明）。設以通過光源而垂直于方解石之面之直線爲軸線而旋轉方解石，則o像不動，e像將隨石轉動，而作一圓，惟連o與e兩像之直線，則永與短對角線 ac 平行，因如是，非常尋常兩光線方能均與入射線同在一主截面也。

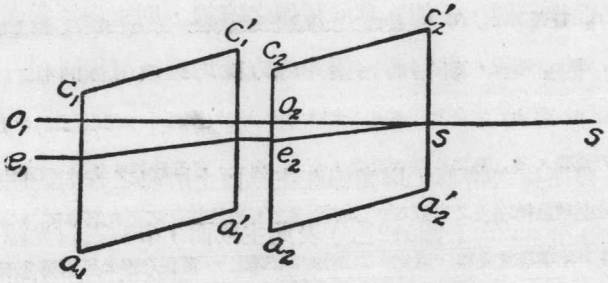
前段所述之情形，以光線在主截面上所取之方向說明之或更爲明瞭。令 aa′c′c（圖512乙）表此主截面；令ss表自光源出發而正射於方解石之光線。通過石之後，so 光線之方向不改，是即

尋常光線，其所造成之像 o 即爲尋常像 (ordinary image)，此蓋因旋轉石於s s直線時，o 點不動故也。至於造成 e 像所取之路途，則將如 se光線，是即非常光線，e 像則名爲非常像 (extraordinary image)。圖中之oo及ee兩直線顯然必係平行。



第 五 一 二 圖 乙

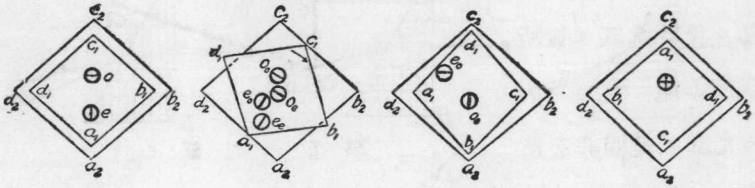
如以厚薄相等之方解石兩塊觀察其所造之像，所得結果更富興趣。設圖(514)甲中之 a_2 b_2 c_2 d_2 與 a_1 b_1 c_1 d_1各表兩晶之上面同樣排置，而圖(513)之 a_1a_1' $c_1'c_1$ 及 a_2 a_2' c_2' c_2 則分別表其主截面。如是，因兩晶同厚，故 o 與 e 兩像之距離將較僅用一塊時遠一倍，至其亮度則亦爲相等，此蓋因尋常光線通過第二晶體時，其方向仍舊不改，而非常光線在第二晶體中之方向與其在第一晶體中之方向平行故也，見(圖513)。



第 五 一 三 圖

今若維持居下之晶不動，而以 sso_2o_1 直線爲軸，略轉居上之晶少許，（圖514乙），則所得之像將爲四個。細察四個之位置，即知自第一晶體透出之尋常與非常光線，通過第二晶體後，均各折射爲尋常與非常兩部分。若令自第一晶體透出尋常光線之尋常像爲 o_o，則其位置仍與圖（514）甲之 o 點相同，而與是相關之非常像則位

第　五　一　四　圖



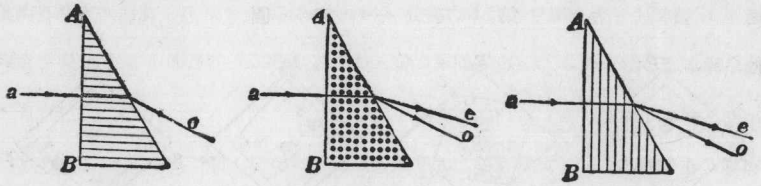
甲　乙　丙　丁

於 e_o 點，e_o 距 o_o 之遠度與圖(514) 甲所示者亦同，且 e_oo_o 亦與 a_1c_1 平行。因此，e_o 將隨 $a_1b_1c_1d_1$ 之轉動而轉動。同理，自第一晶體透出之非常光線，其尋常像 o_e 之位置距 o_o 之遠度僅爲圖（514）甲中之 oe 距離之一半；至於其非常像 e_e 之位置，其對於 o_e 之關係亦如 e_o 對於 o_o 之關係：換言之，此四像所組成之平行四邊形，其鄰右兩邊係各與 a_2c_2 及 a_1c_1 平行。此係就四像之位置而言。若考究其強度，則見 o_o 與 e_e 兩像將隨 $a_1b_1c_1d_1$ 晶之轉動而漸次減淡，同時 e_o 與 o_e 則漸次增亮，至兩晶作 45 度角時，四像則呈同等亮度。此後，若繼續旋轉之，則 e_o 與 o_e 益亮，o_o 與 e_e 益淡，至兩晶作90度角時，o_o 與 e_e 則完全消滅，而僅餘 e_o 與 o_e 兩像（圖514丙）。過 90 度之後，o_o 與 e_e 將復出現，其亮度漸增，同時 e_o 與 o_e 之亮度則漸減。當兩晶作 135° 角時，四像復爲同等明亮，而當其作180°角時，e_o 與 o_e 則不可見，而 o_o 與 e_e 兩像則符合爲一，（圖514丁）。

此後若繼續旋轉在上之方解石，則前所述之情形將按反序而次第呈現。本節所述之現象可以非常與尋常光線“偏化”之不同而解釋之，惟在未作此等解釋之前，茲先陳述測量方解石折光指數之方法。

(68.4)　方解石之折光指數　自方解石透出之光線，既不只一個，其折光指數自亦不僅一值。欲求單軸晶體之折光指數如方解石者，可先製成光軸方向各異之三稜鏡三個如圖（515）甲，乙，丙。在圖甲中，光軸方向與稜鏡一面 AB 正交。今若

第　五　一　五　圖



甲　　乙　　丙

令光線 a 正射於此面，則雙折射作用不發生，而所求得者，爲尋常光線 o 之折光指數。如用黃色鈉光，n_o之值爲1.6585。

在乙圖中，光軸方向與稜鏡之主截面正交，（即與紙面正交），故入射面亦與光軸正交，而射出之光線有二。若用黃色鈉光，其一（即尋常光線）之折光指數，亦爲 $n_o=1.6585$；其他（即非常光線）之折光指數則爲 $n_e=1.4865$。在此情形下，在稜鏡中光線之方向，固視入射角之值而有差異，惟因其方向均與光軸正交，故無論入射角之值爲何，所得之 n_o 與 n_e 仍不變。

在圖丙中，光軸亦在主截面上，惟與光線射入之面平行，若入射角爲零，則所得結果與圖乙所示者同，惟若入射角變更，則尋常光線之 n_o 仍舊不變，而非常光線之 n_e 則自 1.4865 之值變至 1.6865 之值。

自上述結果觀之，僅在圖乙之情形下，吾人方能利用最小偏差角方法以測 n_o 與 n_e。總之，透出方解石之尋常光線，其折光指數有固定之值（即遵守尋常折射定律），至其非常光線之 n_e 則視此光線所取之方向而定。當非常光線取光軸之方向時，n_e 值爲最大，且等於尋常光線之 n_o（圖515甲），因此，若光線沿光軸之方向進行，所得之像僅爲一個。當非常光線之方向與光軸正交時，則其 n_e 爲最小（圖515

乙或丙)。至於沿其他方向進行時，非常光線之折光指數則在其最大與最小兩值之間。

(68.5) 方解石中之波面 在各向同性之物質中，光波傳播之速度，各方皆同，故在此等物質中之任何一點所生之擾動，在一定時間內，必達到以是爲中心之球面上。換言之，各向同性晶體中之波面(wave surface)，乃一球面。方解石與其他單軸晶之尋常光線之 n_o 既爲固定之值，故其速度亦係各方皆同，而與此尋常光線相當之波面，亦爲球面。至於非常光線，因其 n_e 各方不同，故其在各方之速度亦不相等。在光軸之方向，非常光線之速度係與尋常光線相同，惟在其他方向，其速度則均較大。自 n_e 變化之情形，Huygens 乃以爲與非常光線相關之波面，係一扁橢圓球，其短軸與光軸符合，其長軸則與之正交。由是言之，在方解石中任何一點，所發出之副波，共爲兩個：一爲球形，其他則爲外切於此球之扁橢圓球。

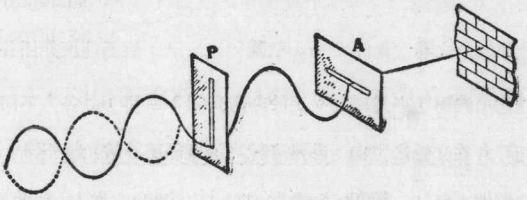
他種雙折射晶體中之波面，亦係由一個球面與一個橢圓球組成之。惟有時橢圓球內切于球面，而非常光線之速度，除沿軸線方向外，均較尋常光線之速度爲小。n_e 較 n_o 爲小之單軸晶體，例如方解石，常名爲單軸負晶(negative uniaxial crystal)，反之 n_e 較大于 n_o 者，如石英，則名爲單軸正晶(positive uniaxial crystal)。

(68.6) 偏化之意義 在前數章討論光之干涉與繞射時，吾人不必考究光波之振動方向果爲如何。惟欲解釋雙折射現象，則對於光之偏化之意義，必加以考究。Huygens 以爲光波與聲波完全相似，其振動方向係與其進行方向一致。此說法初亦爲 Young 與其他主光之波動說者所共認，蓋當時除雙折射現象外，尚無他事足以表示光之性質係各方不同故也。自 Malus 於1808年發現光之偏化後，光波係橫波而非縱波一事方爲實驗所證實。

欲明縱波與橫波之區別可以前二十章所述之長彈簧之振動爲

例。設有版一塊，中有一長縫適可容納彈簧。今將彈簧穿過此縫，而令之沿其長度振動以產生縱波。振動之方向既與彈簧之方向一致，故無論版上長縫之方向如何，彈簧之振動均可自版之一邊達於其他邊。

設將彈簧上下搖動以產生一橫波，則當版中長縫之方向爲垂直時，（圖516），

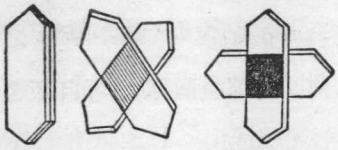


第 五 一 六 圖

此上下振動之橫波亦可通過無阻。惟如將版旋轉，使長縫與垂直方向作 θ 角，則所能通過之振幅將自A減爲A cos θ。若長縫與橫波之振動方向適成90度角，則波浪將爲版所阻止而不能傳至版之他邊矣。

據上所述則知在與傳播方向正交之平面上，縱波之情況各方完全相同；橫波則否，其振動方向似表示其有兩方性，宛如磁鐵之有兩極性然者，此乃偏化（polarisation）一詞所自來，其意實即代表波浪之振動之情況。今如能確定光波亦有兩方性，則吾人即可斷定其爲橫波。表示橫波之振動方向時，可用偏化平面（plane of polarisation）一詞，此即指與振動方向正交之平面。

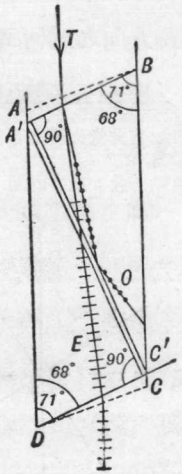
（68.7） 電氣石與 Nicol 稜晶之作用 方解石之雙折射作用，固已表示光有兩方性。但如欲考究光之偏化，則以用僅透出



第五一七圖

一種光線之晶體爲較佳。若有一片之電氣石 (tourmaline)，其兩面與晶體之軸線平行，僅其非常光線可以透出，其尋常光線則完全爲晶體所吸收。此種晶片之作用，與前節之長縫甚爲相似，因其可以阻止振動爲一定方向之光波，而不任之通過也。故如有兩片電氣石，今令光線通過其一，而以其他觀察之，則當兩晶之軸線互相交叉而作直角時，光線將全被斷絕，（圖517）。

除電氣石外，他種雙折射晶體，經用特別方法製造，亦可僅容許其非常光線透出。此等晶體之最常見者，爲 Nicol 氏所發明之稜晶。Nicol 將一塊方解石晶，沿其兩對面之短對角線（圖518中之 AC 線）分割之爲二，而後以加拿大膠 (Canadian balsam) 粘之。此膠之折光指數在方解石之非常與尋常光線之折光指數之間，故當尋常光線射於此分界面時，若其入射角較其臨界角爲大，即可完全被反射於稜晶旁之黑面BC而被吸收。於是能透出者僅餘非常光線。Nicol稜晶之功用與電氣石同，惟因其不帶顏色，且吸光本領較微，故應用時較

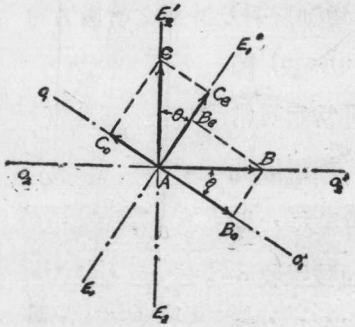


第五一八圖

爲便利。

(68.8)　自然光之偏化情形　用尋常之光，吾人無從測得其兩方性。惟若用前節之電氣石或 Nicol 稜晶兩枚，以觀察尋常之光，則當兩晶之軸線交叉時，毫無光線透出。且如只有一片電氣石，或一枚 Nicol 稜晶，則無論其方向如何轉動，吾人均可見得自然光。是以在自然的光波中，其振動實各方皆有，惟通過電氣石之非常光線，其振動因受晶體之特別作用，始成爲單向的。此振動方向，通常均假定其係與晶體之長軸平行。總之，尋常之光，可視爲由無數平面偏化光組成，惟其偏化平面在短時內屢作無定則的變化，故各方皆有，而吾人用尋常方法，乃不易辨別其振動方向之爲何耳。

(68.9)　方解石雙折射之分析　今若用電氣石以觀察自方解石所透出兩光線，卽可知其非常光線之振動方向，與其尋常光線之振動方向互作直角，且前者與電氣石之長軸一致。此事既明，則前(68.3)節所述各像亮度之變化甚易解釋。令 O_1O_1'與 E_1E_1'(圖519)分表在居上方解石中尋常與非常兩光線之振動方向，O_2O_2'及E_2E_2'，則分別表通過居下方解石後之振動方向。若原始光波之偏化平面各方皆有，則通過居下晶體後，其尋常與非常兩光線之振幅均係相等。茲以AB與AC在O_2O_2'及E_2E_2'兩方向之投影表之。於是：



第五一九圖

$$(AB_o)^2=(AB\cos\theta)^2=(ACe)^2=(AC\cos\theta)^2\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

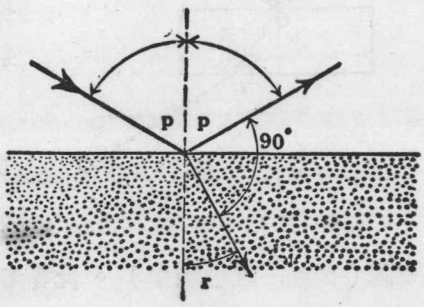
表 o_o 與 e_e 兩像之亮度，而：

$$(AB_e)^2 = (AB\sin\theta)^2 = (AC_o)^2 = (AC\sin\theta)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

則表 o_e 與 e_o 兩像之亮度。自此兩方程，即可推出前此所述各像亮度之變化情形也。

(68.10) 反射光與透射光之偏化 除以具有雙折射特性之晶體表示光之偏化外，反射光與折射光在相當情形下，亦爲偏化的。此等事實，首爲 Malus 于1808年及1809年發現。Malus 之實驗結果，表示當未偏化之光，射入於鏡上時，若其入射角適等於某一定之值，則反射之光之偏化平面，與入射平面脗合。換言之，當入射角等於偏化角 (angle of polarisation) 時，尋常光之振動方向，除與反射平面平行者得以反射外，在其他方向之振動或被吸收或透射而出，均不能於反射光中窺見之。

入射角等於偏化角時，不但反射光爲偏化的，即透出光亦略具兩方性。惟透射光之偏化，遠不及反射光之甚，故欲表示此效應時，必用多數之板或片以增加反射及透射之次數方可。Malus 首先以實驗表顯當入射角爲偏化角時，自一堆玻璃片所透出之光線，其偏化方向與反射光之偏化方向互相垂直。其後，(1811年) Brewster 發見當入射角



第 五 二 〇 圖

爲偏化角時，反射光線與折光線且互作直角（圖520）。此定律之發現，甚爲重要，因由各物質之折光指數，即可計算偏化角之值，茲推演之如下：

令p表偏化角，r表折射角。按 Brewster 實驗結果（p+r）應爲90度，故：

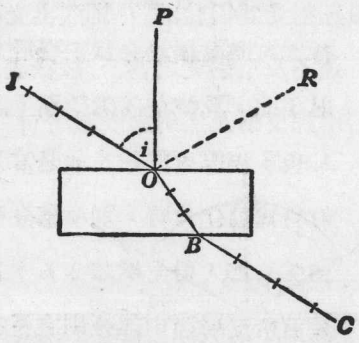
$$\cos p = \cos(90^0 - r) = \sin r \quad \cdots\cdots(3)$$

惟：
$$n = \frac{\sin p}{\sin r} \quad \cdots\cdots(4)$$

故
$$n = \tan p \quad \cdots\cdots(5)$$

因n之值常大於I，故各物質之偏化角必均較 45^0 爲大。

(68.11) 反射光與透射光偏化之解釋　多數實驗結果（參較後 70.6及70.7 節）均表示光波與物體相遇時，必先略穿入物體之面而後方被反射。換言之，透射作用必發生於反射作用之先。據此則頗易說明何以反射光幾完全偏化，而透射光則僅略呈偏化。

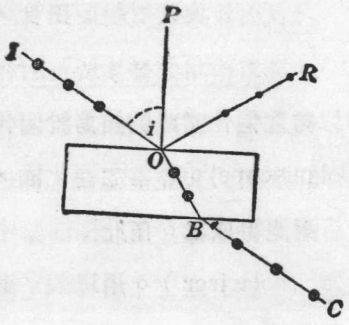


第五二一圖

設有偏化光線IO，（圖521），其偏化平面與入射平面正交。今令之射入於一反射鏡（例如一堆玻璃片）。此等光波之振動方向，既在入射平面上，且必與入射線方向正交，茲在圖（521）中作短橫線

以表示其振動之方向。當入射角 i 爲偏化角時，按 Brewster 定律，反射線 OR 與透射線 OB 必作直角。此時，因透射作用在先之故，在玻璃片中之振動方向必與 OB 正交而與 OR 平行。惟光波爲橫波，於是在 OR 方向遂不能有光。若入射角不等於偏化角，OB 與 OR不作 90° 角，透射光波之振動方向將有一部分與OR作直角，於是卽可有反射光線。

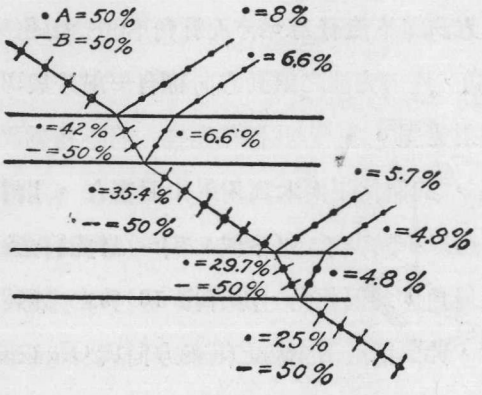
設前述之入射光線，其偏化平面本與入射平面脗合，則其振動方向與圖紙正交，茲以小點表示之（圖 522）。當此等光波與鏡面相遇時，卽使入射角 i 爲偏化角，仍有約 16 %之光能被反射而沿 OR 方向進行，此蓋因透射光波之振動方向與 OR 正交故也。



第 五 二 二 圖

若射入者爲未偏化光，則吾人可將其振動分爲正交於入射平面，及位在入射平面上之 A 與B 相等兩部分。如是當入射角爲偏化角時，則A 部分有 16 %（卽入射光能之 8 %）爲鏡面所反射而B 部分則完全透出。於是若假設鏡面毫無吸收作用，則反射者爲完全偏化光，其偏化平面與入射平面符合，而透出者則爲半偏化光，因其中所含者，爲B 之全部（卽射入光能

之50％）及A之84％（即射入光能之42％）。此係就第一個反射面之作用而言。若在第二個反射面處，B全部仍透射，至於A部分，則又僅有其已透出部分之84％可以透出（即射入光能之35.4％）。如是類推，即知經過多次之反射與透射作用後，透出之光線，亦幾爲完全偏化，其偏化平面則與入射平面正交，（見圖523）。

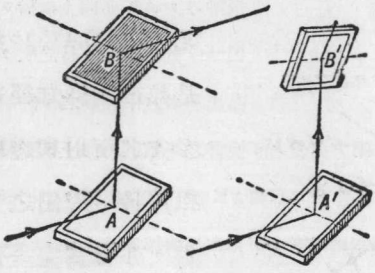


第　五　二　三　圖

（68.12）　偏化儀　凡可用以考究偏化光或物質對於偏化光之作用之儀器，均名爲偏化儀(polariscope)。尋常之偏化儀，多以前（68.7）節所述之 Nicol 稜晶兩個組成之。在此種儀器中，產生偏化光之第一稜晶名爲偏化鏡（polarizer）。用以觀察由此鏡所透出之偏化光之第二稜晶，則名爲顯偏鏡（analyser）。若將雙折射之物質置於此兩晶之間，即可考究其對於偏化光之作用。

較簡單之偏化儀，可利用反射光之偏化作用而製之。此式儀

之偏化鏡A 與顯偏鏡B 均爲一堆玻璃（圖 524 ）。當射入於A 之光線之入射角爲偏化角時，則自A 反射之光線之振動與入射平面正交。如是若顯偏鏡面B 與A 平行，則自A 反射之偏化光可以復爲B 所反射(圖524甲)。若以 AB 直綫爲軸，而旋轉B 90° 如圖(524) 乙，則自A′射入於B′之偏化光綫，將不得爲B′所反射。由是觀之，用兩堆玻璃A 與B 以作偏化儀，且A 與B 平行時，其效果與 Nicol 稜晶之軸綫平行相同；若將 B 旋轉 90°，以使之與A 交叉，則其效果與交叉之 Nicol 稜晶亦相同。用此式偏化儀時，可將欲考究之物質置於A 與B 之間。

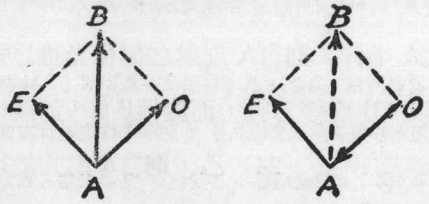


第　五　二　四　圖

（68.13）　偏化光之干涉　偏化平面互相正交之兩光束，顯然不能發生干涉作用。不但如此，若將一偏化光束之偏化平面轉動 90°，以與其他光束之偏化平面符合，結果二者仍未必能發生干涉作用。此等事實表示如欲兩偏化光互相干涉，不但兩光線須發自同源，（即前此之相干條件），且其偏化平面必互相符合。

設有光線自偏化鏡透出，其偏化方向爲垂直的，(圖525中AB)，而其進行方向則與紙面正交。今以一雙折射之晶體，（例如雲母片），其光軸與紙面平行者，置於其所行之路途中，則可將此光分爲兩個互相正交之偏化光。設此兩方向各與垂直方向作45°角，如圖（525）甲中之 AO與AE，自（68.4）節所述之折光指數之結果言之

第五二五圖

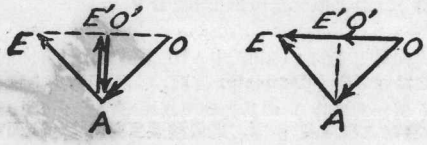


甲　　乙

，此兩光束（尋常與非常光線）在晶體中之速度不相等。茲假設 AO 之速度較慢，且晶體之厚薄適使其透出時落後半個波長。起初，當 AO 向上振動時，AE 亦向上振動，今因 AO 落後半個波長之故，自晶體透出之兩光線之振動情形可以圖（525）乙所示之 OA 及 AE 兩方向表之。換言之，當其一向上振動時，其他則向下振動。自前段所述之干涉條件言之，AO與AE 雖係發自同源，惟因其偏化平面互成直角，故在圖（525）甲及乙兩情形下，干涉作用均無從發生。

今若用一 Nicol 稜晶以觀察自晶體所透出之兩光線（圖 525 乙之情形），且稜晶之位置適使垂直振動可以通過無阻，（即與偏化鏡平行，如是則所窺見者將爲 OA 與 AE 兩振動在此方向之投影，如圖（525）丙中所示之 O′A 及 AE′。惟 O′A與 AE′ 之位相適相反，故二者互毀，而視場中將爲黑暗無光。若將顯偏之 Nicol 稜晶旋轉 90°，則所能通過之振動，其方向將改作水平，而 OA 與 AE 在此水平方向之投影，即 OO′ 及 E′E（圖525丙）將互相增助，以使視場中之光爲最亮。

第五二五圖



丙　　丁

若所用之晶片之厚薄適可使其一光線落後一個波長，則用與圖（525）相類似之作法即可證明當顯偏鏡所能通過之振動方向垂直時，視場爲最明亮，若將其旋轉 90 度，視場即爲最暗。除晶片甚薄外，前此所述兩光線所行之路途，其差均在數個波長以上。惟

仿照本節所已述者，即可說明其視場之明暗情形。

若以白光作上述實驗，因各色光之波長不等，通過晶片後，其位相之差異不相等，故視場中將略呈彩色。

(68.14) 偏化平面之轉動 前節所用之晶片，其光軸係位在晶片面上，故非常與尋常兩光線之速度不相等。今若用光軸與晶面正交之晶片，則兩光線之進行方向，係與光軸平行，故其速度相等（見68.4節）。於是視場中之變化，當與未插入晶片時相同。惟如所用者爲石英晶，則結果異是，茲陳述之如下。

當顯偏鏡與偏化鏡交叉以使視場黑暗時，若插入一片石英晶，其光軸係與晶面正交者，則視場中復可明亮。此時，試將顯偏鏡轉動若干度，則光線復被隔斷。由是知自石英片所所透出者，仍爲平面偏化光，惟其偏化平面則被轉動耳。此轉動之角之多寡，與晶片之厚作正比，而與所用之波長之平方幾作反比。能如此轉動偏化平面之物質名爲轉光質（optically active substance）。

除石英晶外，多種液體如糖水，酒石酸溶液（tartaric acid），松節油（turpentine）等，均能轉動偏化平面，惟其轉光之方向，或右或左，則各不同。即以石英晶而論，亦視其結晶之情形而有右轉石英，與左轉石英之別。石英晶因爲轉光質，惟融解後而復凝結之石英（fused quartz），則不具此特性。晶體之轉光現象，似起因於各分子在晶體中或原子在分子中之排佈情形。

各溶液在某溫度 t 之轉光本領，常以其轉光率 α_t（specific rotatory power）示之。α_t 之定義可以下列方程表之：

$$\theta = \alpha_t \, l \, \rho \cdots\cdots\cdots\

定之。此種手續常名爲量糖術(saccharimetry)。多數糖係右轉光質，惟亦有左轉者。第三十一表示各糖在 20°C 時之轉光率之值(正號表右轉，負號表左轉，所用之光爲黃色鈉光)。

第三十一表　　糖之轉光率

名　　稱	α (20°C)
甘蔗糖(sucrose)	$+66.44°+0.87\rho$
麥芽糖(maltose)	$+138.48-1.84\rho$
乳　糖(lactose)	$+52.53°$
右轉糖(dextrose)	$+52.50°+1.88\rho$
左轉糖(levulose)	$-88.13°-25.83\rho$

(68.15)　圓偏化光與橢圓偏化光　前此所述之偏化光，其振動方向均與一平面垂直，故名爲平面偏化光。設作(68.13)節之實驗時，所用晶片之厚薄適使所通過之尋常與非常兩光線之位相，相差與爲$\frac{\pi}{2}$(即與四分之一波長相當)，則按(12.8)節原理，此兩個垂直的正弦振動相加之後即成一圓周運動。凡在與進行方向垂直之平面上作圓周運動之波浪，號爲圓偏化波(circularly polarized wave)。圓周之直徑各方既爲相同，故在與進行方向正交之平面上，各方之情況亦均相等。是以若用顯偏鏡觀察圓偏化光波時，無論如何轉動之，所得之亮度均爲相同。

上述情形係就非常與尋常兩光線之振幅相等時而言。若二者不等，則按(12.8)節所述，合併後之運動，係作橢圓形。此種波浪名爲橢圓偏化光(elliptically polarized light)。若以顯偏鏡觀察橢圓偏化光，則當其主截面與橢圓長軸平行時，所見之光將爲最亮。若旋轉 90° 使主截面與短軸平行，則所得之亮度將爲最微。

第六十八章　問題

(68.1) 試說明雙折射現象。

(68.2) 試說明方解石之光軸與其主截面之意義。

(68.3) 設有同厚之方解石兩塊，今疊置之以觀察紙上之小點，試說明轉動其一後，各像變化之情形。

*(68.4) 將方解石製爲稜鏡而以最小偏差角方法以測定其折光指數，所得結果乃視光軸之方向如何而定，試申述之。

*(68.5) 試申述在單軸晶體中波面之情形。

*(68.6) 問在何種情形下，非常光線亦完全遵循折射定律？

(68.7) 何謂光之偏化？試定偏化平面之義。

(68.8) 試舉數事象以表示光波爲橫波。

(68.9) 電氣石晶與 Nicol 稜鏡之偏化作用有何異同？試說明之。

(68.10) 自然光之偏化情形如何？試申述之。

(68.11) 何謂偏化角？

(68.12) 試說明 Brewster 定律。

(68.13) 試列舉產生平面偏化光之方法，並比較各法之優劣。

*(68.14) 試述反射光與透射光可以偏化之理由。

(68.15) 試說明兩式偏化儀之構造及其作用。

*(68.16) 試說明偏化光發生干涉之條件並舉例以實之。

(63.17) 何謂偏化平面之轉動？何謂左轉與右轉？

*(68.18) 求轉光率時，何以最少必須用兩個濃度不同之溶液各作實驗一次方能測得其值？

*(68.19) 試分別說明圓偏化光與橢圓偏化光之意義及其產生法。

*(68.[illegible] 平面偏化光可分解爲左右旋轉之兩個圓偏化光，試說明之。

第六十八章 習題

*(68.1)－30 度之方解石稜鏡，其光軸與折射稜平行。今有黃色鈉光正射於一面，問其尋常與非常光線之偏差角各若何？

*(68.2)設射入於方解石之光線，其入射角爲 60 度，若光軸在晶面上並在入射平面中，試作圖以示尋常與非常光線之方向，並計算其與法線所作之角。

*(68.3)設前題之入射平面與光軸正交，則其答案如何？

(68.4)方解石之尋常光線之折光指數爲 1.66，加拿大膠之折光指數爲 1.55。問光線自方解石射入於加拿大膠之臨界角爲何？

*(68.5)設有平面極化光正射於一石英片，片之光軸與入射線正交。若振動方向與其主截面作 30° 角。問尋常與非常光線之強度之比若何？

(68.6)設石英之尋常折光指數爲 1.5442，其非常折光指數爲 1.5533，而前題之石英片之厚爲 1 粍，問用波長爲 0.000059 糎之鈉光時，兩光線通過此石英片後，其位相之差值共爲若干度？

(68.7)有一塊厚爲 2 粍之方解石，其軸線與其上下兩面平行，今置之於紙上，以觀案紙上小點，問尋常像與非常像之像似的位置離晶面若干粍？

(68.8)某種玻璃之偏化角爲 58°18′，問其折光指數如何？

(68.9)設有一偏化儀，用兩堆玻璃片爲偏化鏡 A 與顯偏鏡 B 如圖(524)。今若所用玻璃之折光指數爲 1.63，問光線射入於 A 之方向應與水平線作何角度，方可使在 A 反射後之光線取垂直之方向？

*(68.10)某君將 30.5 克，22.76 克，20.4 克，及 17.31 克之糖分別溶化於 100 立方糎之水中，然後次第貯之於長爲 23.5糎之長管中，而藉偏化儀以檢查其轉動偏化平面之角度。其所得結果依次爲 49.5°，36.1°，30.5°，及 23.5°，問此糖之轉光

光率如何？

*(68.11)設有自同晶切下之石英晶三片，其光軸均與晶面正交，各片之厚爲4.73粍，5.96粍，與9.05粍，而其轉光角則依次爲 77.5°，49° 及−18.3°。試求此石英片每粍轉光之角度。

第六十九章 光譜與輻射

(69.1) 分光學 在前三章中，吾人曾用波動說以解釋光之傳播各情形，惟對於產生此等波浪之光源，及吸收此等波浪而將之變爲他種能量之物質，均未討論。在說明稜鏡（前60.9節）與光柵（前67.4節）之作用時，白光所生光譜 (spectrum) 之情形已略有敘述。惟各種光源之光譜，其情形各不相同。在理論與應用上，光譜之分析，爲近代光學最重要問題之一，其所屬之學科，常名爲分光學 (spectroscopy)，茲在本章略論之。

(69.2) Fraunhofer 線 分光學起端于 Newton（1672年）發現通過三稜鏡之光，分爲多數顏色之時。惟其後百三十餘年中，毫無其他新發現以增富其內容。1802年，Wollaston 以狹縫代小穴，重作三稜鏡實驗，乃發見太陽光譜中有多數暗線。當時 Wollaston 以爲此等暗線，乃各顏色之天然分界綫。十二年後（1814年） Fraunhofer 復考究此現象，並在太陽光譜中共計得七百餘條暗線；在可見之區域內彼且將三百餘條暗線之位置畫出。其結果顯然表示 Wollaston 之解釋不確。其時，光柵之作用已甚顯著， Fraunhofer 乃利用之以測定太陽光譜中各主要暗線之波長。且以 A，B，C，D……等字母分別標識之。（參較第三十二表）用此等暗線以表示單色光，較諸用紅，黃，……，紫等字實爲準確，蓋因其波長均有一定之值也。

Fraunhofer 之後，以 Kirchhoff 與 Bunsen 對于光譜之研究（1860年）爲最重要。惟在未陳述其貢献之前，請先討論產生光譜之方法，分析光譜之儀器，及光譜之概況。

第三十二表 Fraunhofer 線之波長

顏色	線名	產生之物質	波長(A.U. 卽 10^{-8}糎)
紅			7700—6470
	A		7661
	B	氧(O)	6870
	C	氫(H)	6562.85
橙			6470—5880
	D_1	鈉(Na)	5895.93
	D_2	鈉(Na)	5889.97
黃			5880—5500
	D_3	氦(He)	5875.62
綠			5500—4920
	E	鐵(Fe)	5269.54
藍			4920—4550
	F	氫(H)	4861.33
靛與紫			4550—3600
	G	鐵，鈣 (Fe,Ca)	4307.91*—4307.74
	H	鈣(Ca)	3968.47
	K	鈣(Ca)	3933.67

*此處有二綫，一屬於鐵，其他屬於鈣，可用鑑別率較高之儀器分之。

(69.3) 產生光譜之各法 除太陽光譜外，各種光源亦有其特別之光譜。尋常實驗室中，產生光譜之光源有三種： Bunsen 焰，電花，電弧是也。茲分別陳述其大概如下：

(1) Bunsen 焰 此爲產生光譜之最簡單方法，可用以研究 Na, Li, Th, K, Ba, St, Ca, Ru, Cs 等質之一部分光譜。尋常用此法時，多以鉑絲作小圈，浸入鹽酸 (HCl) 中後，燒之於焰中，以除去絲上雜質，至焰不呈黃色時而後止。燒淨後，乃浸圈於欲考究之原質之鹽中，再伸入焰面上之最熱部分。若所用之鹽不能久留於圈中，則可用石棉少許浸透鹽溶液之後而置之於焰中。

(2) 電花 用感應圈以產電花 (electric spark) 之情形已見前 (54.9) 節。在空氣中電花所生之光譜，實爲空氣與電極物質之光譜疊併而成。惟若將電極置於氣壓頗低之管中，(如前 58.1 節所述 Geissler 管)，則電極所生之光譜不復呈現。故考究各種氣體光譜時，常用此式半眞空管。尋常稀氣管內所用之電極多爲一端溶化於鉑之鋁絲，然後將鉑封閉於玻璃，而令鋁絲伸入管中。不全用鉑絲作電極之理由，乃因若電極全爲鉑絲，則用久之後，管內壁上常有澱積，以致其效用減少。

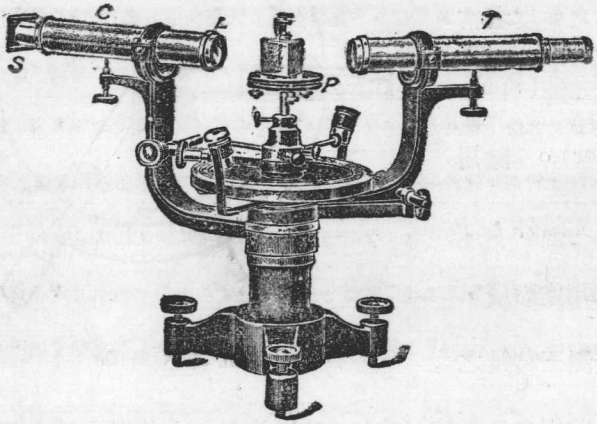
若在副電路中，加用串聯之電感，或並聯之電容，以使所生之電花爲反復的放電 (oscillatory discharge)，則管中氣體之光譜即被消除，而僅餘電極所產生之光譜矣。

用電花以考究溶液之光譜時，可將溶液注入底面封有鉑絲之玻璃管中，至液面超過鉑絲之上，浸沒之鉑絲須連於感應圈之負電極。在液面外另以一鉑絲連於感應圈之正電極，此鉑絲可先封於玻璃桿內，然後插入於管上之軟木塞中，其距液面之遠度約

爲1耗。所生之火花卽在此絲與液面間跳躍。

(3) 電弧 電弧之情形前亦已述及。若正炭極在下，而在其陷口中置某原質或其鹽，則成弧之後，此原質之光譜卽可於弧中察得。惟因在陷口中放置他質常使電弧閃跳不定，故尋常多將中心鑽有小孔之正炭塞以鹽質而後用之。如遇鋁，鐵等可用作電極之物質，則以直接令弧通過之爲較佳，惟不可通過太大之電流，以致正電極被融解。

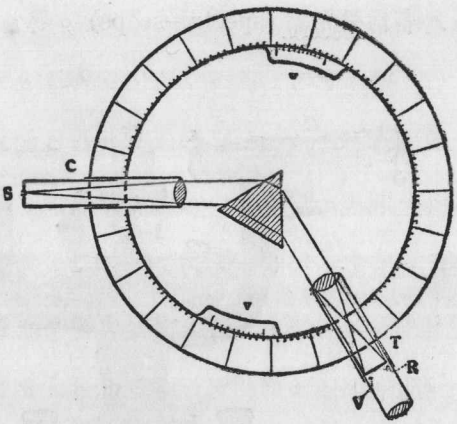
(69.4) 分光儀 凡用以檢查或探討各種光線或輻射之儀器，均名爲分光器 (spectro-scope)。尋常之分光器 (圖526) 之



第 五 二 六 甲 圖

主要部分有三：一爲平行光管 C (collimeter)，其一端有一寬度

可以變更之狹縫S，其他端爲一靈視L。S適位在L之焦點，故通過S之光線自L透出後將取平行之方向；二爲小台几 (platform) P，上可放置三稜鏡或光柵以分散自C射入于其上之平行光線而成光譜；三爲望遠鏡 T，用以觀察由三稜鏡或光柵所生之光譜。此三部分，C，P，T，均可旋轉于一垂直軸線。在P上且有相當之螺旋以調節其傾斜。分光器上之備有刻度及相當之游標 v，v (圖526乙)以表示各部分旋轉之角度者常名爲分光儀(spectrometer)。除用以分析光譜外，分光儀之用途頗廣，例如量測三稜鏡之角，及其折光指數等（前60.8節）皆是。如代分光儀之望遠鏡以一攝影機，以備拍照光譜之用，則得一光譜攝影器 (spectrogragh)。



第五二六圖乙

(69.5) 光譜之種類 光譜可分爲三種：連續光譜 (continuous spectra)，綫狀光譜，(line spectra) 及帶狀光譜 (band spectra) 是也。

(1) 連續光譜 此爲白熾固體或液體所生之光譜。例如白熾電燈之燈絲，電弧之陷口等，其所發之光，長短波長均有，故其光譜之可見部分自紫色以至于紅色連續不斷，其情形與太陽光譜頗相似，惟缺少其中之暗線而已。圖 (527) 甲示一白熾光之連續光譜，圖 (527) 乙則爲太陽之光譜。

(2) 線狀光譜 各種原質化爲氣體後，在適宜情形下，所生之光譜則作不連續的明亮線條，其背景或爲完全黑暗，或微呈連續彩色，則視光源所發白光之成分而定。在同一線狀光譜中，各線條之亮度多不相同。若以鑑別率强大之儀器視察之，各條之狀況亦有差別。各條之界限，有甚尖銳明晰者，有不甚清楚者，又有一邊明晰而他邊則甚糢糊者。此外，實驗結果表示各種原質之光譜，均無公同之線條，例如在鈉焰光譜中之黃色線(圖527丙)，實爲鈉之特有線，他原質均無之。故自分析光譜之結果卽可斷定某原質之有無。惟在一定原質之光譜中，線條之數目與狀況，常視所用光源之性質爲火焰或電花或電弧而異。尋常在 Bunsen 火焰中，燃燒鹽質以作光源時，因鹽汽化之後，焰中卽有金屬原質

之游子，故用 Bunsen 焰所生之光譜，均爲各金屬原質之標識線狀光譜 (characteristic line spectrum)，實與所用之鹽基無關。若用電花或電弧，所得之線狀光譜亦屬於所用之氣體或蒸汽，惟線條之數目較用火焰時爲多耳。

(3) 帶狀光譜 帶狀光譜係由數個光帶與暗區相間組成。各種化合物之光譜均作此狀。惟若以鑑別率强大之分光器觀察帶狀光譜，則亦可將各帶分析爲多數線條。在帶之一邊，此等細條愈隔愈近，最後乃合成一尖銳明晰之邊界。此明晰邊界常名爲光帶之首 (head of the band)。

(69.6) 吸收光譜 前節所述者，係指物質發光時之光譜，故常名爲發射光譜 (emission spectra)；又因各線均係明亮，故又名爲明線光譜 (bright line spectra)。惟如在發生連續光譜之光源，與分光儀之間，放置透光物質，(汽體，液體，固體均可)，則在連續明亮光譜上，將有若干條暗線或暗帶，宛如 Fraunhofer 所發見之太陽光譜中之各暗線。此等暗線或暗帶之位置，與所夾入物質中相當原質之發射光譜中之明線或光帶之位置完全相同，故常認爲係因該原質吸收所致，而名之爲吸收光譜 (absorption spectra)，(圖 527戊)，或暗線光譜 (dark line spectra)。此事爲 Kirchhoff 與 Bunsen 在 1860 年時所首先證

明。是後，太陽光譜中之各 Fraunhofer 暗線，乃有一簡單解釋。蓋太陽之內部甚熱，其外則爲一層溫度較低之氣層。內部所發生之白光，通過此氣層時，一部分爲氣層所吸收，故其光譜中遂有若干暗線。若將此等暗線位置與地球上各物質所發生之明線之位置互相比較，卽可證明在太陽之氣層中有何物質。當氦(He)尙未在地球上發現之前三十年，其標識暗線已在太陽光譜中發現，(1868年)，其後產生仝一位置之明線之新氣體，乃于空氣中尋得。

(69.7) 光譜之界限 前數節所述之光譜只限于其可見之部分，此部分自紫色至于紅色，其波長約自 4000 A.U.(卽0.00004 糎)至 8000 A.U, (卽0.00008 糎)止。在此區域外，肉眼雖不能察及光源所輻射之波浪，然在 1800 年時，Herschel 曾以靈敏之溫度計考察太陽光譜，而發現在紅色光之外，尙有波長較長之輻射，其後 Ritter 並發現可以引起化學作用而較紫色光波更短之不可見輻射。茲名波長較紅色光爲長者爲紅外線 (infra-red rays)；其較紫光爲短者，名爲紫外線(ultra-violet rays)。可見之光線，與不可見之紫外線及紅外線常總稱曰輻射 (radiation)。

(69.8) 紅外線 自 Melloni (1830年)製熱堆(見前57.5節)之後，因其靈敏度較溫度計爲佳，故研究紅外線者多利用之。此外，Langley 之電阻測溫器 (bolometer) (見前47.8節)，Boys 之輻射顯微計 (radiomicrometer) (見前57.5節)與 Crookes 之輻射計 (radiometer) 三者亦均可用以檢查或量測輻射。

第五二八圖

Crookes 之輻射計略如圖(528)。管中之輕軸，上裝有多付之翼。各翼之一面塗黑，他面則爲光亮。當輻射落於翼上時，其黑面將離射線而動，此乃因黑面所吸收之能量較大故較熱，其上分子之運動遂較速。於是黑面前氣體對於黑面之反作用乃迫之後退。如翼所附着之軸可以自由轉動，則當各翼受輻射之作用時，將見其轉動不息。若軸係懸於細絲，則轉動至相當之角度後，絲之反轉力矩卽足以阻止其轉動。於是自轉角之大小，卽可計得輻射之強弱。

研究紅外線時多用稜鏡，而不用光柵，其理由有二：一因用光柵時，各級光譜時常重疊，二則因光柵所生之光譜不若稜鏡所生者之強亮。稜鏡之材料常爲 NaCl 晶，KCl 晶，或螢石 (fluorite)，此蓋因前二者所能通過之輻射，其波長之限度最長，約爲0.0018 糎，(卽 180000 A.U.)，後者之限度約爲 0.0111 糎，而其他透明體，如石英(限度爲 0.0004 糎)，及玻璃(限度爲 0.00025 糎)，與是相較，其限度實皆嫌太短也。NaCl 之價雖較螢石低廉，惟因與 KCl 晶均爲收濕的 (hygroscopic)，須時常磨光，故不如螢石之便。作此等研究者多用凹面反射鏡代靈視，以免除焦聚手續。

利用熱堆，Melloni (1830年) 已能證明不可見之熱射線，其性質與光線完全相同。惟其時信之者尙少。自 Maxwell 所倡之光之電磁說經 Hertz 之實驗證實後，今日吾人對于光波，熱波與無線電波，已同認其爲電磁波之各式。用較靈敏之儀器，已能延長紅外譜之區域至與熱射線相啣接。至于最短無線電波與最長熱射線間之間隙亦于 1924 年爲 F. E. Nichols 之工作所補足。

從可用以通信之無線電波始，中經發生熱覺之射線，以至可見之光線已能連成一串，而電磁譜 (electromagnetic spectrum) 之一端乃告完成。

(69.9) 紫外線 紫外線雖不能見，然能影響尋常照相底片。故研究紫外線者多用光譜攝影器。尋常之玻璃幾能完全吸收較短之紫外線，其所能通過之最短波長約爲3000 A. U.，故如欲考究紫外光線時，須改用以他種透明物質所製之靈視。方解石所能通過之最短波長約爲2200 A.U.，石英晶之限度約爲 1800 A.U.，而螢石之限度則可達至 1000 A.U. 左右。在此三者之中，方解石之雙折射效應過大，而良善之螢石之可磨作三稜鏡或靈視者極尠，故尋常考究紫外線之光譜攝影器多用石英晶以代玻璃。

至于較 1800 A. U. 更短之紫外波，則必用凹形反射光柵，如此則勿須靈視，即可焦聚光譜于乾片上。惟在尋常之氣壓，(76糎)，與溫度下，1 糎之空氣，即足以吸收較 1700A.U. 更短之輻射，故此項研究，必須在眞空管中作之。利用此原理，Lyman 在 1913年 時已能得到波長僅爲 900 A. U. 之輻射；1916 年時彼又攝得波長爲 600 A. U. 之輻射。晚近 Millikan 曾用較長之電花，而將此限度推至 136.6 A. U.。此兩值已侵入X射線 (750 A. U.) 之區域，故電磁譜之他端，自X射線，γ 射線與"宇宙射線" (見後 71.12 節) 發見之後，亦已能連成一串。

第三十三表 各式電磁波之波長與頻率

輻射之性質	波長範圍	頻率（每秒振動數）
"宇宙射線"	0.00032至0.00053 A.U.	10^{22}至 6×10^{21}
尚待考究者	0.00053 A.U.至0.01 A.U.	6×10^{21}至 3×10^{20}
γ射線	0.01 A.U.至1.4 A.U.	3×10^{20}至 3×10^{18}
X射線	0.1至750 A.U.	3×10^{19}至 4×10^{15}
紫外線	136至4000 A.U.	3×10^{16}至 $\frac{3}{4}\times10^{15}$
可見之光線	4000至7800 A.U.	$\frac{3}{4}\times10^{15}$至 $\frac{3}{8}\times10^{15}$
紅外線——熱射線	7800 A.U. 至0.03糎	$\frac{3}{8}\times10^{15}$至 10^{12}
無線電波	0.02糎以上	1.5×10^{11}以下

（69.10） 光譜分析在天文學上之應用 自各天體之吸收光譜，可查得其中所含之物質，已見前（69.6）節。此外，自其光譜中各線位置上之改變，吾人且能計得各星球之移動速度。蓋按（23.2）節之 Doppler 原理，振動之源向觀者移近時，觀者所收及之頻率較振源所產生者爲高；反之則較低。光波之速度既不變，故波長隨頻率之增減而改變。于是自某星球光譜中各線位置改變之情形，吾人卽可計得其運動之狀況。例如在頗多恆星之光譜中，各線位置常作有週期的變化，有時向藍色遷移，有時則向紅色遷移，此卽表此等天體爲雙星，一明一暗，兩者互繞而行，故觀者覺其在視線方向的往返移動。又例如在天空一方各恆星之光譜中，各線之平均位置均向藍色遷移，而在天空之

相反方向者，其光譜之各線則向紅色遷移，此卽表示太陽系全體似向第一方之各恆星進行。自各線遷移之多寡，吾人且可計算此進行速度每秒約爲 12.5 哩。

(69.11) 光譜之成因　在上列各節中，吾人僅陳述產生及分析光譜之方法，而對于各種光源何以有其特別之光譜，未加解釋。討論聲波之時，吾人曾謂產生之者，爲振動之物體。然則發生光波之振動物體爲何？自前數節所述，吾人已知光譜中每條明線或暗線各代表一定之波長，而此等波長較諸最短聲波且短數千倍，其頻率且較大數萬萬倍，此卽足以表示發生光波之振動物體，必係極細微者。自另一方面言之，光與熱同爲電磁波，而按熱之惟動說，熱之成因乃基于組成各物體之分子與原子之運動。是以頻率較熱射線更高之光，必由于分子或原子內部狀態之變更而起，其理不難領悟。此爲光譜之解釋與原子構造兩問題有連帶關係，而必須同時解決之理也。

簡括言之，吾人今日對于連續光譜，認其係因各分子或原子相隔太近，擁擠非常，乃不能按其特具之頻率而振動。于是其所產生之光譜遂含所有之波長。至于線狀光譜中之各線，乃原子自一個不輻射狀態 (stationary state) 跳入 (jump) 另一個不輻射狀態時所產生。

若用 Bohr 之原子模型，(後71.8節) 則當繞原核 (nucleus) 而行之電子，自一個容許之軌道 (卽原子之一個不輻射狀態) 跳入另一個之容許軌道 (卽原子之另一個

不輻射狀態）時，其所產生之輻射之頻率，卽與兩不輻射狀態之能量之差作正比。例如，令 E_1 表原子在第一不輻射狀態時所含之能量，E_2 表其在第二不輻射狀態時所含之能量，則自第一狀態跳入第二狀態時，原子所發出之輻射線，其頻率將爲：

$$\nu=\frac{E_1-E_2}{h} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

此中之h 表一普遍常數，卽量子論中之 Planck 常數是也。h 之值爲 6.56×10^{-27} 爾格-秒，（見後69.17節）。

用同樣方法，亦可表示帶狀光譜乃各分子自一個不輻射狀態跳入另一不輻射狀態時所發生。因各分子係由若干原子組織而成，故其不輻射狀態較原子之不輻射狀態更爲繁多，而帶狀光譜之解釋遂亦較繁。

原子與分子不但可將其內部之能量輻射于外以成電磁波，且亦能吸收外來之輻射以增其內部之能量。惟其所能吸收之波長，僅限於本身所能發射者。于是當含有各波長之輻射落于物體而透出時，其所短少之波長，卽係物體所吸收者，此吸收光譜中各暗線之所由來也。

（69.12） 物體之發射能率及其吸收能率 在前三十四章討論熱之傳播時，吾人對于熱輻射一現象已略有陳述，惟對于其性質則未討論。前數節之討論，已表示熱輻射與可見之光及不可見而富有化學作用之紫外射線，其性質完全相同。因此，在（69.7） 節中，曾以輻射一詞總稱不可見之紫外線與紅外線及可見之光線。茲對輻射問題作進一步的探討。

當輻射落于物質上時，一部分爲其反射，一部分得以通過，又一部分則被吸收。

此等事實前已屢言之。從研究氣體之吸收本領， Kirchhoff 因而推得一定律以表物體之輻射與其吸收之關係。欲明此律，請先規定發射能率與吸收能率之意義。設射于物體之能量爲U，被其吸收者爲U′，則此物體之吸收能率或吸收係數爲：

$$A=\frac{U'}{U} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

各物體之吸收能率視輻射之波長，而有差別。令 U_λ 表波長爲λ 之射入能量，U'_λ 表其被吸收之能量，則物體對于此波長λ 之吸收能率爲

$$A_\lambda=\frac{U'_\lambda}{U_\lambda} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

各輻射面之發射能率 (emissivity)，常以其每單位面積（平方釐）在每秒內所發射之總能量（以爾格計）表之。物體之發射能率不但視其表面之情形而定，且隨其溫度之增高而增大。茲以E 表物體發射各波長之總能率，而以 E_λ 表其發射波長爲λ 之能率。

(69.13) Kirchhoff 之輻射律 1860年，Kirchhoff 與 Bunsen 考究氣體之吸收與其發射光譜時，已推得二者之關係。利用 Prevost 之互換律（見前34.11節），Kirchhoff 且進而證明在一定溫度之下，各面之發射能率與其吸收能率之比均爲同一之值（證頗繁長，茲略）。換言之，即：

$$\frac{E}{A}=e \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

用同法，並可推得物體發射某波長之能率 E_λ 與其吸收能率 A_λ 之比值亦爲常數，即：

$$\frac{E_\lambda}{A_\lambda}=e_\lambda \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

此中之e 及 e_λ 各爲常數，與各面之情形無關，只視其溫度而定。

(69.14) 完全吸收體與完全發射體 尋常經驗表示黑色物體(例如燈炭，氧化銅等)幾能將射于其上之輻射完全吸收。Kirchhoff 因稱能完全吸收射于其面上之輻射之物體爲完全黑體 (perfectly black body)。完全黑體之吸收能率A與A_λ均爲1，其發射之總能率E，與發射某波長之能率E_λ按(4)與(5)兩公式遂各爲：

$$E=e \quad 及 \quad E_\lambda = e_\lambda \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

換言之，(4)與(5)兩方程中之常數e及e_λ即爲完全黑體之總發射能率及其發射某波長之能率。因A與A_λ不能大于1，故在一定溫度之下，完全黑體之總發射能率與其發射任何波長之能率亦較其他物體爲大。易言之，完全黑體不但爲完全吸收體，且亦爲完全發射體。

完全黑體實爲一種理想物體，其在輻射學中之位置，與完全光滑之平面或滑車在力學中之位置頗爲相似。在實驗方面，欲得與完全黑體相似之物體時，可用不透光之物質製成一封閉之空箱，而在箱面鑽一小穴。如是，自小穴入箱內之輻射經屢次反射後，將幾悉爲箱壁所吸收。今若箱壁之熱度爲均勻的，則自此小穴發射出之輻射即可視作係由完全發射體所產生。

(69.15) 發射之總能與溫度之關係 各種物體所發射之能量隨其溫度之增高而增大，前已述及。除完全黑體外，物體所發射之總能量與其溫度之關係均甚繁複。至于完全黑體，在1883年時，Boltzman 曾用熱力學原理推出前(34.12)節所述之 Stefan 之溫度四方律。若以T表完全黑體之絕對溫度，E表其總發射能率則 Stefan-Boltzman 定律如下：

$$E=\sigma T^4 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

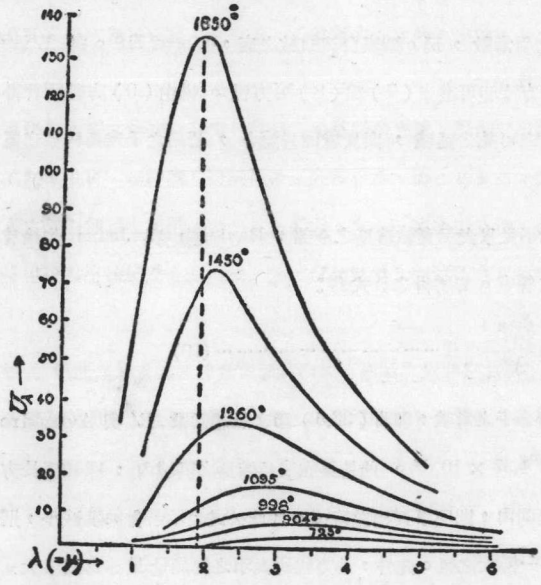
此中之σ爲一常數，其值約爲5.7×10^{-5}爾格/秒-方糎。

除 Kirchhoff 之輻射律與 Stefan-Boltzman 之四方律外，如欲對于輻射現象

作更深切之考究，則須討論完全黑體所輻射之能量如何分配于各波長。

(69.16) Wien 之遷移律 尋常經驗表示當熱體之溫度增高時，其面上之顏色隨之而變；初爲紅，繼而黃，而白，最後溫度甚高時乃作藍白色。反之，當斷絕電流以漸次減少電燈內燈絲之溫度時，則見其顏色自白而黃，而紅，最後乃不可見。不但如是，若用熱堆或他種靈敏設備檢查紅外區域，吾人且知即當熱體之輻射已不可見之時，在一定之溫度下，發射某波長之能量 E，亦有一最大值，此最大值隨溫度之增加，而向波長較短之區域遷移。

欲表示在輻射譜中能量分配於各波長之情形，可以波長爲橫坐標，熱堆在譜中各位置時所示之電位差爲縱坐標，作如圖（529）之曲線。此等能量分配圖顯然表示溫度愈高，則含能量最多之波長亦愈短。因能量分配于各波長之情形隨溫度而改變，故熱體顏色亦隨溫度而變更。



第 五 二 九 圖

輻射能量之分配情形，大致與圖（529）所示者相似，其正確之值則視各輻射面之情形而稍異。惟若用完全黑體，則此分配情形僅由黑體之絕對溫度而定。1893 年，Wien 首證明在完全黑體之輻射譜中，其含能量最

多之波長 λ_m 與黑體之絕對溫度之乘積爲一常數，即：

$$\lambda_m T = b \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

如 λ_m 以經計，則此中之常數 b 之值，約爲 0.2884。

(69.17) 輻射能量之分配公式 (8)與(7)兩方程僅能表示圖(529)中各曲線之頂點位置，及曲線下之面積。至于各曲線之形式，則尚未能表出。1896年，Wien 復用相當近理之假設而求得一公式以表示黑體發射波長 λ 之能率 E_λ，及其絕對溫度T三者之關係。Wien 之公式爲：

$$E_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

在此中 C_1 與 C_2 均爲常數，而 e 則表自然對數之底，即 e=2.718。自 Wien 之第二公式，用微積分學方法即可推出(7)與(8)兩方程。惟由(9)方程所計得之結果，用之于輻射譜中之可見之區域，與實驗固甚適合，若用之于波長較長之區域內，則相差甚遠。

Wien 之第二公式既不足以表示實驗結果之全部，Rayleigh 與 Jeans 先後曾改用他種假設以求此題之答案。其所得之公式爲：

$$E_\lambda = \frac{2\pi C_1}{\lambda^4} k T \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

此中之k 表每個氣體分子之常數，即前(33.5)節之氣體常數 R′ 與 Avogadro 數目 N 之商，其值約爲 1.37×10^{-16}。此結果在波長較長之區域內，雖較優於方程(9)，惟用於短波之範圍內，則與事實相差甚遠。且此公式表示若 λ 無限減小，則 E_λ 無限增加，而不能有一極大之值。此外，此方程所表示之總能量 E 亦爲無限大。此二事與 Wien 遷移律及 Stefan 之四方律均不符。在1899年時，Lummer與Pringsheim 以更精密之實驗方法，證實其實驗上所得之能量分配關係實無可非議之處。於是1900年，Planck 乃作一當時所認爲不甚合理之量子假設，以推出下述與實驗結

果完全適合之輻射公式。令ν示輻射之頻率E_ν表黑體發射此頻率之能率，T表示絕對溫度，則E_ν與ν及T二變數之關係爲：

$$E_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{C^2}\left(e^{\frac{h\nu}{kT}}-1\right)^{-1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

h爲一普遍常數，其值約等於6.56×10^{-27}爾格-秒，C爲光之速度，k與e之意義與方程(10)同。若以波長表示此關係，則 Planck 公式爲：

$$F_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5}\left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1\right)^{-1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

此中之C_1與C_2，其值與方程(9)中之值相等，$C_1=3.72\times10^{-15}$，$C_2=4.9656$。Planck 之公式可視作包括 Wien 與 Rayleigh-Jeans 兩公式，蓋當波長爲甚短而溫度不過高時，$e^{\frac{C_2}{\lambda T}}$與1相比，較大遠甚，故方程(12)遂與方程(9)相同。若波長較長，而溫度T較高，則將$e^{\frac{C_2}{\lambda T}}$展成級數，而將$\left(\frac{1}{\lambda T}\right)$之平方及各高次冪忽去，即可推得 Rayleigh-Jeans 公式。

(69.18) 量子論 前節已述及因 Wien 與 Rayleigh-Jeans 輻射公式之失敗，Planck 乃不得已創"量子"假設以說明輻射能量之分配情形。依 Planck 之假設，產生輻射之振動物體(原子，分子，及電子，茲暫不窮究其性質)，不能連續的發射，其所發射之能量均爲一定最小值之倍數。此最小能量，名爲一個量子 (quantum)，其值係等於一普通常數，(即前此之 Planck 常數 h)與輻射之頻率ν之乘積。換言之，發射物體，並不如傳統的波動說法，將其能量隨連續的波浪而連續的射出；反之，其所射出者，實頗類已分成小粒然者。此等小粒有時名爲光子 (photon)。此種假設與波動說大相逕庭，然誕生不久，Einstein (1905年) 即用之以解釋光電效應(photo-electric effect)(見後70.16節)。Bohr之原子模型(1911年)

亦用此假設，（見前69.11節）。此外，如前述各種物質之比熱與溫度之關係，亦賴量子假設而得準確解釋。總之，量子學說至今日已有堅固之實驗基礎，至于其發展與應用則有待于今後之物理學者尚多。

（69.19） 自然界之兩元性 自量子論之不連續性言之，其學說應與波動說不能共立，惟輻射之干涉與繞射各現象則非波動說不得解釋。十年前（1922 左右），物理學者對于此勢不兩立之兩學說之從違頗陷于難境。自 de Broglie（1923）與 Schrödinger(1925)等所倡之波力學(wave mechanics)成功之後，更益以 Davidsson 與 Germer 及 G. P. Thompson 等所作之電子波（electron wave）及 Dempster 等所作之原子波（atom wave）實驗，學者乃漸悟，不但連續的電磁波（輻射）有不連續性，卽不連續的基本質點，如電子及原核等，亦能呈現與波浪相似之連續性。故量子說與波浪說應視作互相補助的而非互相矛盾的者也。

第六十九章 問題

（69.1） 問在稜鏡光譜與在光柵光譜之中，各色之位置有何異同？試比較稜鏡光譜與光柵光譜之優劣各點。

（69.2） 何謂 Fraunhofer 線？試解釋其起因。

（69.3） 試說明三種產生光譜之方法。用此三種方法所產生之光譜，是否完全相同？試言其故。

（69.4） 何謂分光器，分光儀，與光譜攝影器？試列舉其重要部分及其功用。

（69.5） 明線光譜之種類有三，試說明其情況與如何產生。

（69.6） 何謂吸收光譜？並解釋其中各暗線之意義。

（69.7） 試討論光譜分析之應用。

(69.8) 光譜之限度如何？試申述之，何謂紫外線？何謂紅外線？

*(69.9) 紅外線與紫外線之考究方法各不相同，試分別討論之。

*(69.10) 試依波長之長短列舉各種輻射之名稱及其產生法。

*(69.11) 試陳述光譜各線所示之波長與原子或分子各不輻射狀態所含能量之關係。

*(69.12) 試述發射能率與吸收能率之定義。

*(69.13) Kirchhoff 之輻射律若何，試陳述之。

(68.14) 何爲完全黑體？完全黑體之發射能率與其吸收能率若何？

(69.15) 完全黑體所發射之總能量，與其絕對溫度有何關係，試陳述之。

*(69.16) 在輻射譜中能量之分配如何？何謂 Wien 之遷移律？

*(69.17) Wien, Rayleigh-Jeans 與 Planck 先後各推導一公式以以表示輻射能量分配于其各波長之情形。問三者之準確範圍各如何？

*(69.18) 量子論之基本假設爲何？除應用之于輻射現象外，試另舉三種現象之賴量子論而解釋者。

*(69.19) 量子論與波動說之基本假設各不相容，何以近來反有視二者爲互相輔助之兩學說？

*(69.20) 當增加燈絲之溫度時，其可見光之強度之增強，較絕對溫度之四方爲大，試言其故。

第六十九章 習題

(69.1) 設太陽系每秒以 12.5 哩之速度向各恆星移動，問恆星光譜中鈉線(波長=5890 A.U.)之波長改變若干？

*(69.2) 設日光所輻射之最大強度，其波長約爲 5500 A. U. 問其溫度大約若

干？

*（69.3） 設有物體，其四周之溫度爲 20° C，問當其溫度自 500°C 增至 1000° C 時，其發射能率增加若干倍？

*（69.4） 問與鈉光黃線相當之一個量子之能量若干？（λ=5890 A.U.）

*（69.5） 試證明 Rayleigh-Jeans 與 Wien 兩公式可視爲 Planck 之輻射律之近似式。

*（69.6） 設 λ=5500 A.U.，T=2000° K，問 E_λ 之值如何？又問在同波長處 E_ν 之值如何？試說明此二值何以有差異。

*（69.7） 試自 Wien 之輻射公式，推證 E_λ 最大值與絕對溫度之 5 方成正比。

*（69.8） 試證明 Wien 與 Planck 兩輻射律均滿足 Stefan 之四方律。

*（69.9） 試證明 Wien 與 Planck 之兩輻射律均滿足 Wien 之遷移律。

*（69.10） 試證明 Rayleigh-Jeans 輻射律不能滿足 Wien 之遷移律及 Stefan-Boltzman 之四方律。

*（69.11） 試自 Planck 之 E_ν 公式（即方程(11)），變換而得其 E_λ 之公式，（即方程(12)）。

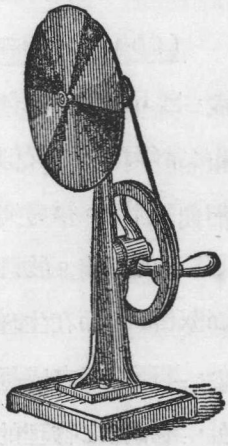
第七十章　色光——吸收與散射

(70.1)　物理的光色與生理的光色　白光係由各色光所組成，自 Newton 之色散實驗（見前60.9節）言之，實無疑義。惟按日常經驗，則又似未必盡然，蓋將各色顏料混合，則所得者將與白色懸殊。欲考究此等現象，首須辨別光色之物理的意義，與其生理的意義。物理學中所謂光色，係指頻率（或波長）有定值之電磁波，而在生理學中，光色係指一種感覺。一定頻率之電磁波，其所引起之感覺固爲一定之顏色；惟吾人所感覺之某一定顏色，其相當之物理的原因，未必僅限于某一定頻率之電磁波。因有此種區別，吾人此後言某單色時，除特別聲明外，均指波長（卽頻率）爲一定之值之光譜中之某色。

爲便於了解物體顏色之物理的原因，茲先述 Young-Helmholtz之色覺學說（theory of color vision）之概要。此學說之缺點頗多，最近已有較新之說代替之。惟因吾人之目的不在研究生理學或心理學，故引用此較易領悟而尙稱圓滿之說，實爲較便耳。

(70.2)　Young-Helmholtz 之色覺學說　依照 Young 首先倡創，及後爲 Helmholtz 所發展之色覺學說，人眼之網膜上有三種神經：此三者受刺激後，對于紅，綠，與紫三色之感覺特別敏銳。惟當單色光波落于網膜之上，尋常此三種神經均被激動，

惟其被激之程度各不相同。若三者被激之程度相同，則所感覺者爲白色。此學說之基本假設係以紅，綠，及紫三者爲原色（primary colors）。試以此三原色分塗于一圓盤上，使其各占一扇形面積，然後旋轉圓盤。如調節此三原色所占之面積，（卽調節其成分），卽可使盤呈任何顏色（圖530）。



第五三〇圖

（70.3）　互補色　作上述轉動色盤實驗時，不但紅，綠，紫三原色可以激發白色之感覺，卽用成分相當之其他兩單色亦可。此等單色名爲互補色

第三十四表　互補色

色名	波長(A.U.)	色名	波長(A.U.)
紅	6562	藍	4921
橙	6072	藍	4897
黃	5853	藍	4854
黃	5739	藍	4821
黃	5671	深藍	4645
黃	5644	深藍	4618
綠黃	5636	紫	4330

(complementary colors)。按 Helmholtz 之實驗結果，在第三十四表中，同行之左右兩色均爲互補的。

綠之補色爲金紫色(purple)，惟後者非單色，由紅與藍合成。除上述之互補色外，Helmholtz 之實驗且表示，若將光譜中相隔較兩互補色更近之兩單色混合，則所得之色將在二者之間，而此兩單色相隔愈近，則其所生之色覺將與白色相差愈遠。

網膜上之神經，若受某色之過分刺激，則易疲倦。于是當久視某單色後，忽移目于白色面上，則所見者將爲其補色。又如將一白色小物置于有色之背景中，則物將呈與背景互補之色。此外，若將兩互補色相旁而置，則覺其强度均增。此等作用半爲生理的，半爲心理的，茲不深究。

(70.4) 色盲 一定頻率之光波，其在常眼中所引起之感覺雖均相同，惟亦有不能正確辨別顏色之人。此種疾病名爲色盲(color blindness)。根據 Young-Helmholtz 學說，色盲之故，乃因三種司色覺之神經中，有一種或二種已失效用。最常見之色盲，爲不能辨識紅色。犯此病者，輒認紅色爲綠色。色盲能遺傳，男性犯色盲者，約有百分之四；女性則僅有千分之四。

(70.5) 顏料之色 畫家多認紅，黃，藍爲主要顏色，用以配成多數色彩。此與 Young-Helmholtz 所認之紅，綠，紫三原色，雖不符合，但不足爲Young-Helmholtz學說之病。蓋畫家所用之顏料，其所呈現之色，實乃顏料所不能吸收者，故混合顏

料之結果，與混合光譜中各單色之結果不必相同。例如，尋常藍色顏料，除藍色及一部分綠色外，幾可將射于其上之其他各色完全吸收；尋常黃色顏料，除黃色與一部分綠色外亦能完全吸收其他各色。于是將藍色與黃色顏料混合，所未被吸收者乃綠色，此卽混合藍與黃而得綠色之故也。此種作用可視作相減之效應，與（70.2）節所述之相加效應實大不同。因此之故，染色之物體其所引起之色感，常視用以照之之光色而改變。藍色顏料置于燭光之下，常作綠色，此因燭光中藍色之成分甚小，于是由顏料所散射者，綠色之成分反居多。

（70.6） 物體之色 物體之色，與顏料之色同，均由其所不能吸收者而定。光線射于物體時，均先透入其面下，而後方被反射，已如（68.11）節所述，故多數物體所反射之光，其色與所透出之光色相同（例外見下節）。物體之色乃由相減之效應而起，故欲物體呈現其天然之顏色，（卽在天然光下之顏色），所用以照之之光須含此色，否則所得者將爲他色，或竟完全爲黑色。

尋常物體所呈之色與光譜中之單色大不相同，蓋後者爲頻率有定值之純色，而前者則多有其他純色混雜其間。此蓋因自物體所散射之色，除完全爲其吸收者外，不僅限于吾人所見之色彩也。

（70.7） 表面之色與雙色體 用反射光以觀察各種物體，

其所呈現之色，有時與用透過之光觀得者不同。例如在反射光中，薄金片作黃色，若就通過之光觀之，則其色爲綠。此等物體所反射之色與其所通過之色爲互補的。此乃因物體面上有選擇的反射作用而發生。

物體所通過之色，有時亦視物體之厚薄而定。例如從通過之光觀之，一厚層之葉綠素（chlorophyll）作紅色，惟若改用薄層，則作綠色。此種雙色現象可以物質吸收兩色之本領不同解釋之。蓋如射入于葉綠素之光，綠色較紅色爲强，則通過薄層後，此薄層所吸收之綠色尙不多，故仍作綠色。惟如通過厚層，則因綠色之被吸收較甚于紅色，在通過之光中，紅色成分遂較多，物體乃作紅色。市塲中之綠色眼罩，用一層以觀電燈固作綠色，若用四五層則有時呈紅色，其故卽如上述。

（70.8）　天空，山，及海之色　天之藍色，乃因空氣中氣體分子之散射作用而來。繁複之計算表示此等小質點散射光波之本領與波長之四方作反比，此與聲波遇阻碍物時，較長之波常多繞射而出，較短者則被反射之情形頗相似。因此之故，空中散射光中，藍色光之成分較紅色光爲多。離太陽較遠之高天空，其色爲藍，卽因吾人所見者，爲自此等位置所散射之藍光。太陽初升或將落時，其四周之天空作紅霞色，則因陽光由此等位置達到吾人之前，已通過較厚之空氣層，此氣層將藍光及紫光散射，故所餘者爲紅色。同理，自霧或煙中觀察物體，其色亦常爲紅。惟若

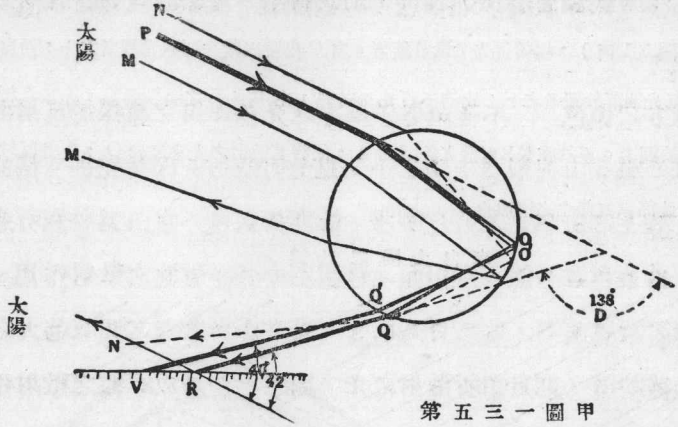
質點過多，例如濃雲，則各色光均被散射，而觀者所得之感覺乃爲黑色。

遠方之山色，不僅由射于其上之光色與山之選擇的反射而定，且亦視在山與觀者中間之小質點如何散射，而有差別。清朗之日，陸上之山爲天之藍色所照，故亦作藍色。當山爲雲影所遮蓋時，此藍色雖不能達到山面，惟因空中各小質點之散射作用，故望山時所收集者，藍光更爲顯著。若在山與觀者之間有甚大之湖澤，或沙漠，則自山所散射之光，因空中沙塵或水點之散射作用，常呈紫色，或金紫色。

清水之色略作藍綠，但不論其本色如何，靜水之色均與天色同。惟若破爲波浪時，則其本色之影響將立呈現。冰之顏色本與水同，然常可因汽泡之存在而被改變。當光自水或液內射出于空中時，大部分被其全反射，因此，水泡或沫多作白色。

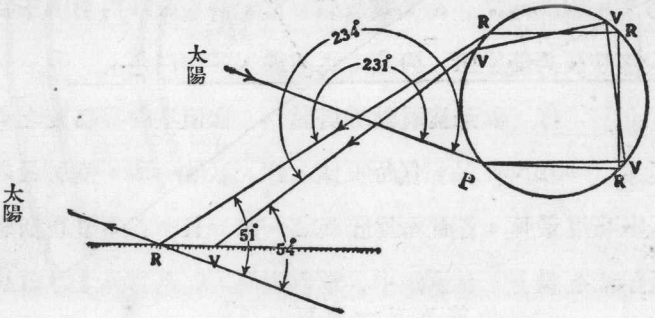
(70.9) 虹 陽光爲雨點所折射，常使空中呈弧形之色彩，是爲虹（rainbow）。有時所見之虹，不僅一個，惟居最內之原虹，其亮度最强。各虹均爲圓周之一部，其中心均位在通過觀者與太陽之直線上。在原虹中，紫色居內，紅色居外；在副虹中，各色之次序則反是。圖(531)示虹構成之情形。

在此各圖中，圓周均表雨點。設自太陽出發之光線，係射於雨點之上部，當有一部分之光線將先折射入於雨點之內，次在其內全反射，然後經第二次之折射而透出。若光線係取M及N之方向（圖531甲），則透出之光線將散發於四方。惟若有取



第五三一圖甲

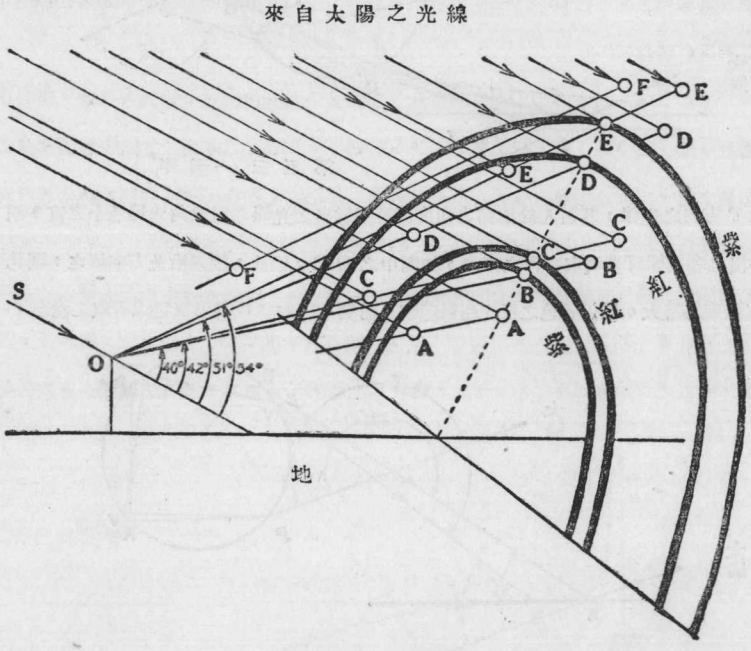
如P方向之光線，其射入於雨點之角度適可使射出之光線之偏差角約爲最小之值。則射出之各光線將幾均取平行之方向，如圖中之QR。因此，觀者沿此方向視之，則見其強度爲最大。惟因各色之折光指數隨波長而異，故如POQR表紅色線所取之途徑，



第五三一圖乙

則因紫色光線破折較甚，其所取之路途將如PO′Q′V。紅光與紫光之最小偏差角各約爲138°與140°，故POQR與PO′Q′R兩線，與自觀者至太陽之直線所作之角度將各爲42°與40°。因此，空中之雨點，凡其方向與OS軸線作40°角，例如B，(圖

531 丙），均將紫光送達於觀者O之眼中，而凡方向與 OS 軸線作 42° 角之雨點，例如 C，（圖 531 丙），均將紅光送達於觀者。自 C 出發之紫光則越過觀者之上，而自 B出發之紅光則落於觀者之下，故均不可見。同理，在 B與C 之間各雨點，亦依次將各色送達於觀者。至於在較B更低之各雨點 A，係將其散射之光送達於 O，故此區域作白色。此係原虹產生之情形也。

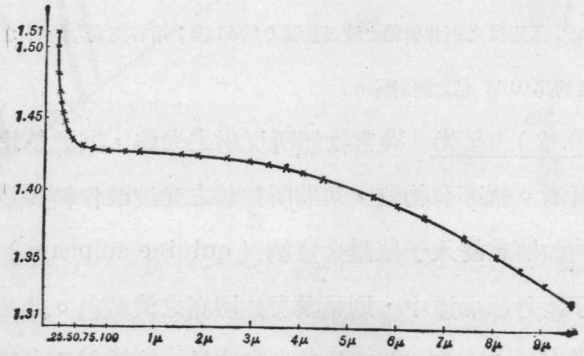


第五三一圖丙

產生副虹之光線，在雨點內部作兩次或多次之反射，被雨點所吸收較甚，故其亮度亦較微。茲就全反射兩次之情形加以說明，如圖（531）乙。設SP 表自太陽出發之光線，射於雨點之下部，且經折射兩次與全反射後，其射出線與入射線之方向亦約爲最小偏差角。如是 PRRR 與 PVVV 各表紅光與紫光所取之路途。其最小偏差角之值

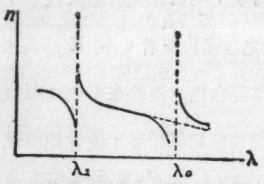
各約爲 231° 與 234°，故 RR 與 VV 將各與 OS 作51° 與 54°角。如是，在空中之雨點，凡其方向與OS 軸線作 51° 角者，例如 D（圖531丙），均將紅光送達於觀者；而凡方向與 SO 軸線作 54° 角之雨點，例知 E ，則將紫色送達於觀者。較 E 爲高之 F 各雨點，係將散射之光送達於 O，故在 E 上部之區域亦呈白色。至於在 C與D 兩弧間之各雨點，其所送達於 O 之波浪，用較完善之分析可證其位相係相反，故互相毀滅以使此區域作黑色。自圖（ 531 ）丙觀之，如欲見原虹，則太陽之方向與觀者視線所作之角度必約爲40°。

（70.10）　吸收光帶與反常的色散　當白光通過稜鏡而被分散爲各色時，其次序爲紅，橙，黃，綠，藍，靛，紫，（前 60.9節）。換言之，尋常之色散現象表示波長愈短之色，其折光指數亦愈大。惟亦有物質，其色散現象與此不同。例如碘之蒸汽與靛青顏料（aniline dye）之折光指數 n 與波長 λ之關係，不若如此之有規則。實驗結果表示此等反常色散現象（anomalous dispersion）均於光譜中吸收光帶之左右呈現。在此等光帶之一邊，n 之值增大極速，而在其他邊則減小殊甚，因此在稜鏡光譜中，各色之次序遂爲反常的。圖（ 532 ）甲曲線表示尋常之 n 與 λ之關係，至於反常



第 五 三 二 圖 甲

色散曲線則如圖（532）乙所示。



第五三二圖乙

各種物質之 n 與 λ 之關係，在相當波長區域內，均可反常。反常色散與吸收光帶均可用電子說解釋。簡言之，此等效應可視作一種共振作用。繁複之計算表示當物質中各質點之振動頻率與外來波浪之頻率相差不多時，在其中波浪之進行，或將加速，或被減緩，其值均可由質點之頻率較大或較小於波浪之頻率之多寡計得之，因速度變更，故 n 乃有如圖(532)乙曲線所示之變化。

(70.11) 選擇的反射與剩餘射線 選擇的反射現象，亦可用以說明剩餘射線（reststrahlen）。較尋常紅外線波長更長之射線，不能以繞射光柵或稜鏡研究之，已如前（69.8）節所述。惟如利用物質之選擇的反射，則經相當物質多次之選擇反射後，所剩餘者將爲頗純淨之射線。Rubens 與 Nichols 在1897年首用此法以研究波長較尋常熱外線更長之射線。此等射線因係多次選擇反射所剩餘者，故名爲剩餘射線。自 NaCl 晶所得之剩餘射線之波長約爲 0.0053 糎；用石英或方解石，Ruben 且曾分出波長約爲 0.011 糎之熱射線。

(70.12) 螢光 尋常物體所反射之光線，其波長均爲入射線所已有者。惟亦有物質，可將所吸收之光波改作較長之輻射而發出。例如將曾浸入于硫酸金雞納（quinine sulphate）溶液中之紙置于紫外線過道中，則見其發生明亮之淡藍色。此種現象，名爲螢光(fluorescence)。凡螢光之波長，均較射入者爲長，且射入之波長愈短，則螢光之發生亦愈易。考究紫外線者，每利用

其射于相當物質上時所發生之螢光，以資觀察。除紫外線外，陰極射線（見前章58節）與X光線亦可使相當物質，（例如鈾玻璃），發生明亮螢光。惟激發螢光時，原有短波輻射，一行斷絕，螢光亦隨之而滅。

（70.13）燐光　燐光(phosphorescence)與螢光頗相似，其異點在于激發燐光之光線斷絕之後，物質仍能發光。能發射燐光之物質頗多，例如硫化鋇(Ba)或鈣(Ca)，被强烈之光所照後，雖光源熄滅仍能繼續發光。紅或紅外線，對于發燐光之物質，具有特別作用。當其初爲紅外線所照時，其亮度甚强，惟歷時不久立卽熄滅。是以若用可發燐光之物質作幕而將光譜投射於幕上，在紅光與紅外線所占之區域處，將呈黑色，而與其餘之明亮背景相襯托。若所用者爲太陽光譜，則在此區域內之Fraunhofer暗線反呈明亮之色彩，此乃因此等暗線之存在，適足以阻止燐光之熄滅也。考究紅外線者有時利用此現象。

（70.14）輻射之化學作用　除使物體發熱外，射于物體之光波常可使其發生化學變化。照相所用之乾片卽其明例。除發生化學的分解作用外，射入于氯與氫之光線，常可使二者合併而爲氯化氫。光波對于植物之葉綠素（chlorophyll），常將其中之二氧化炭分解，令其放出氧氣，而吸收炭素。此外，光波亦可使物質之分子發生變化，例如將非晶形之硒變作晶形，或將晶形硒之電阻改變，及將白燐變作紅燐等皆是。此等效應與所吸收之熱的

作用完全無關，因將物體之溫度增大，並不能產生如此之變化也。概括言之，波長愈短者，其化學作用亦愈强。

(70.15) 光電效應 Hertz 實驗電磁波時(見前55.5節)，已發見若用紫外線射于共振器之空隙，則電花較易通過。其後，彼且證得若以紫外線射于置在絕緣體上之金屬物質，則此物質常可獲得少量之正電荷。惟此正電荷所生之電位，在平衡狀態時，約僅爲一伏特。此種作用名爲光電效應 (photo-electric effect)。各種物質之光電效應各不相同，例如鹼性金屬如鈉，鉀等，若射以尋常之光即能獲得頗大之正電荷。

自有電子說後，光電效應之性質方漸明瞭。蓋金屬受光之射照，有時可射出速度不甚大之電子。此等電子，名爲光電子 (photo electron)，其性質實與組成陰極射線，或用他法隔離之電子無異。其被擠出之理由，則因光波將金屬之原子游離爲電子與正電荷，故距面較近之電子，有時可掙脫正電荷之吸引而越出面外。

(70.16) 光電效應之定律 用精細儀器考究光電效應，所得之結果表示：(1) 用某一定之純淨金屬時，欲使其發射光電子，則所用之光波之頻率，須大于一定最小之值，(即波長須較一最長之值爲短)；(2)增加所用光之强度，固能增加所射出光電子之數目，惟其射發之速度則完全不變。

根據量子說(見前69.18節)，Einstein 於1905年首先對於此定律創簡單之解釋。

Einstein 以爲若單色光乃由含一定能量之光粒所組成，則當增加其強度時，僅能增加此等光粒之數目，而不能改變各個之能量。如是，當此等光粒射於金屬上時，其作用係各個互相獨立的，故其數目愈多，則被擊出之電子亦較多，惟各電子之能量則不能稍變，此光電子射發之速度與光之強度無關之理由也。又按 Planck 之學說，每個量子之能量與頻率成正比，故 Einstein 以爲光之波長愈短，則組成此光之光粒，其每個所含之能量亦較大。倘用可見之光不能將電子擊出，則用紫外光或可達到目的。擴充此說法，Einstein 更假設欲使一個光電子脫離某一定金屬質中正電荷之吸引力而越出面外，其所需之能量有一定之值 w，（即光電效應之第一律）。如是，若射於金屬面上之光粒，其每個所含之能量爲一個量子 $h\nu$，則離開金屬面後，每個光電子之能量E將僅爲：

$$E=h\nu-w \quad \cdots\cdots (1)$$

換言之，如 $h\nu$ 大於 w，則電子可被射出，否則不能。Einstein 於1905年發表此方程時，實驗結果尚不足以證明其確切。今日吾人已認方程(1)所表之關係實甚準確，其中之 w 常名爲工作函數（work function）。各物質工作函數各不相同，其性質與熱學中之汽化熱量頗爲相似，蓋自金屬面射發之光電子，與自液體面射發之分子甚爲相似也。光電效應之說明實量子說成功之一。

第七十章 問題

(70.1) 試辨別物理的光色與生理的光色之異同。

(70.2) 試述 Young-Helmholtz 之色覺學說之大概。

(70.3) 何謂互補色？

(70.4) 吾人所覺之色，有相加與相減兩手續之分，試申論之。

(70.5) 何謂色盲？依 Young-Helmholtz 學說，色盲之理由安在？

(70.6) 合併藍與黃顏料可以得綠色，而合併光譜中之黃與藍則得白色，試言

其故。

(70.7) 物體之顏色因何而生？購買衣料時，對於所用以照之之光何以必加以選擇？

(70.8) 物體之色，有時視所用者爲反射光抑爲透出光而定，試述其理由。厚薄不同之同質物體，其色有時亦不同，其故安在？

(70.9) 試說明天之藍色與紅霞之色。

(70.10) 試說明山與海之色。

*(70.11) 試說明虹之成因。

*(70.12) 何爲反常的色散？其故安在？

*(70.13) 何謂剩餘射線？其應用何在？

(70.14) 試陳述螢光與燐光之異同及其應用。

(70.15) 何謂光電效應？其所遵循之定律有二，試敘述之。

第七十章 習題

*(70.1) 設以冕號玻璃(n_D=1.51, n_F=1.52)之雙凸靈視與燧石玻璃(n_D=1.64, n_F=1.66)之平凹靈視之凹面膠合以成一組無色差之靈視，其焦距爲50糎，問各面之半徑如何？

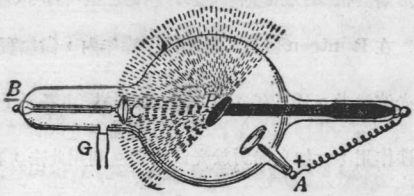
*(70.2) 設有射於一圓柱形之玻璃之光線，其射入平面與柱正交，問此光線在柱內經一次之全反射後，其偏差角之值若何？若經兩次之全反射，則結果又若何？試求其最小偏差角之值。

*(70.3) 設有一塊鈉，爲波長=4500 A. U. 之藍光所照時，其所射發之光電子之能量，每個爲1.1×10^{-12}爾格，問所用之光，其波長須在何值之下方能使鈉射發光電子？又問若用波長=3933 A. U. 之紫光，則所射出之光電子，其能量若干？

第七十一章 X射線，放射性，與原子之構造

(71.1) X射線 1895年，Röntgen 於試驗 Crookes 管時，發見置於實驗棹屜內未經露光之照相底片，受未知輻射之影響而被露光。詳細追究其原因，乃發見此等無名射線係發自 Crookes 管之陽極。Röntgen 名此爲X射線，今日科學界亦以 Röntgen 射線名之。

圖(533)甲示X射線管之一種。自凹面陰極C所射出之質點，可焦聚于對陰極 P(anticathode)之面上。P 面與陰極射線之方向約作 45° 度角。當其被高速之陰極射線所射擊時，其中之原子，內部發生變化，而當各原子恢復其原始之狀況時，乃將其過剩之能量射出以成X射線。此爲今日說明X射線產生之概要。圖中之A爲陽極，係與 P 連接，惟按理，管中雖僅有P亦可產生 X射線，但爲穩定其作用起見，此式X 射線管均配以陽極 A。經過長時間之使用，管內所剩餘之氣體逐漸減稀，管乃變成較"硬"。此時管旁 G 中之自節器 (automatic regulator) 卽放出少許之氣以補充之。如是管可回復原始之情況。X 射線之特性約如下：



第五三三圖甲

(1) X 射線能穿過玻璃及平常光線所不能穿過之多種物質。

惟物質之密度愈大，則愈難被穿刺。所謂"硬"或"輭"X射線者，即指其穿刺本領（penetrating power）之强弱而言。X射線管中之氣壓愈低，則產生射線所需之電位差愈大，而所得之X射線亦愈硬，即其穿刺本領愈强。

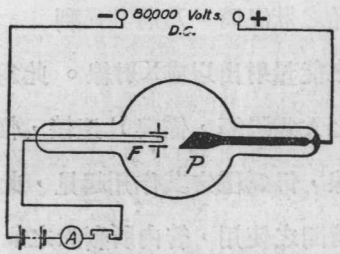
（2）X射線能影響照像底片一如尋常之光。

（3）X射線射於可發生螢光或燐光之物質時，此等物質即可發光。

（4）X射線可使氣體游子化。

（5）X射線之方向不被電場或磁場所改變，故其性質，根本上與陰極射線或陽極射線完全不同(參較前 58.3 及 58.4 各節)。

在 Röntgen 發見X射線後十餘年內，尙無實驗方法，足使X射線發生干涉作用，如光波然者。1912年，Laue 以爲晶體中各原子既排列整齊，當可用以考究X射線之干涉作用，一如光柵對於光波然者。利用此法，在照相底片上卽可照得如（圖 534）之 Laue 光點。其後（1913 年），Bragg 父子復用晶體以作反射柵而考究X射線。於是 X 射線可以互相干涉之情形乃更明顯，今日吾人已確認 X 射線之性質，與光波完全相同，惟其波長較短而已。X 射線之波長，約在可見光波波長之千分之一以下。



第五三三圖乙

（71.2） X射線之應用與 Coolidge 式X射線管 X射線，在醫學上，其應用頗廣。因其能通過密度較稀之物質，而不易通

過密度較密者，故醫士常藉之以拍照內臟與骨骼之影像，以便診斷病狀。又因其射於人體之有機質上時，可將其中之電子擊出，而所發生之化學效應，在生理學上頗爲重要，故亦有疾病，可藉X射線以治療之。惟如長時受其作用，則康健之體素（tissue）將至潰爛而不可治。故用X射線以作實驗時，必用甚厚之鉛或相當之障屏以保護實驗者之身體。

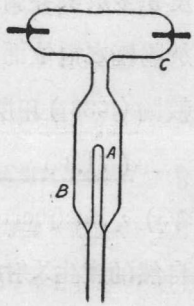
近日醫室或實驗室中所備之X射線管多爲熱陰極式（hot cathode）。此爲Coolidge氏所發明。此式X射線管之陰極，常用鎢絲或上敷有氧化層者，與雙極眞空管中之燈絲相同（圖533乙）。通電流於燈絲F而燃亮之後，絲卽射出電子。此等電子被高電位之鎢質或鉬（molybdenum）質之陽極P所吸引，可達甚大之速度，故當其與陽極碰撞時，卽有X射線自極面向一半球之四方射發。用此式X射線管，其强度與穿刺本領可以分別調節。蓋由燈絲之溫度，可節制所射出電子之數目，以變更X射線之强度；至於其穿刺本領，既由電子之速度決定之，則可由變更所加於陽極之電位而任意調節之。因此之故，Coolidge管在應用上較圖（533）甲所示者爲便。

（71.3） 放射性 Röntgen發現X射線之次年（1896年），Becquerel考究各種發螢光與燐光之物質，以測驗其能否自然的產生X射線。彼因而發見鈾(uranium)及其化合物能發出射線，足以影響照像底片。此等射線有時名爲Becquerel射線。

發生 Becquerel 射線之物質名爲放射質(radioactive substance)。放射性發見後不久，Curie 夫人(1898年)復自瀝青礦石(pitch-blende)中(富有鈾質之鑛)，經極繁複之手續，分出一新原質曰鐳(radium)。鐳之放射性，較鈾約大一百萬倍。是後，各種富有放射性之新原質如釷(thorium)，釙(polonium)及錒(actinium)等次第發見。今日吾人所知之放射質，已有四十種左右，中多原子量較大之原質，惟鉀(potassium)與鈹(beryllium)亦在內。

(71.4) α, β, 及 γ 各射線 Rutherford 於1899年實驗各放射體所發出之 Becquerel 射線，區別之爲 α 射線，β 射線及 γ 射線三種。每種射線，不問其係由何物質所放射，其性質悉同。考究此等射線之方法與考究陰極射線(前58章)，陽射線及X射線之方法，大體相同。茲將由此等實驗所察得之特性略述如下：

(1) α 射線可被强烈之電場或磁場所偏轉，自其偏轉之方向即知其係帶正電荷之質點，與陽射線相似，其所帶之電荷等於氫游子所帶者之二倍，而其質量則約爲氫原子之四倍。α 射線實即缺少二個電子之氦原子核(見後71.5節)。此事曾經(Rutherford)用如圖(535)所示之管作實驗證明之。



第五三五圖

A爲一薄玻璃管，封閉於另一較大之玻管B中，B之上部C封有二電極。先將C中之氣抽出使成一 Crookes 式之稀氣管。次在A中充滿以氦。數小時後，令電花通過C中電極而

以分光儀觀察其光譜。若所得之光譜無氦之標識明線，則A管不曾漏氣，於是乃將A管中之氦悉行抽淨而另置少許放射α射線之物質於A內。數小時後，再以分光儀觀察C中之電花，即見氦之標識光譜。由是乃有上述結論。

α射線可使相當物質（例如硫化鋅ZnS）發生螢光且亦能影響照相底片；其使氣體游子化之本領甚大，雖其速度僅及光速之$\frac{1}{30}$至$\frac{1}{15}$；其穿刺本領亦不弱；在尋常氣壓下，可在氣體中穿行數糎之距離，或竟穿透薄金屬如鋁片者。

β射線亦可爲電場或磁場所偏轉，其偏轉之方向表示其係帶負電之質點，與陰極射線同。β射線實即高速之電子，其速度常可達光速之$\frac{9}{10}$，其游離本領雖不及α射線之强大，其穿刺本領則甚大，可百倍於α射線。β射線亦能影響照像底片及使相當物質發螢光。

在各Becquerel射線中，以γ射線之穿刺本領爲最强，有時竟能穿過數糎之鉛。γ射線之游離本領，則較弱於α或β射線，電場及磁場對之均不能令其偏轉。γ射線實即波長較X射線更短之一種輻射。

（71.5）原子核與質子　爲表示α射線之游離本能及其在氣體中所取之途徑起見，Wilson曾用其雲凝儀器（見前58.6節）攝得如圖（536）所示之直線。按氣體之分子運動說，在尋常氣壓與溫度下，如有質點在氣體中逕行，其每糎行程內所遇之分子，無慮萬千，故從此等直線行程及α射線能穿透薄金屬片之事實觀之，α質點行程之四周，實與毫無物質之空間相似。換言之，此等事實表示各原子之內部，大部

分實係空虛。細察此等行程之端末，有時常分叉或忽取另一方向，再益以當 α 射線穿透金屬片時，常被散射而與原始方向作90度或更大之角度一事， Rutheford 以爲此係 α 射線遇及質量與其自身可以比擬之其他質點而與之碰撞之結果。

根據此等事實， Rutherford 乃假設在原子內之正電荷與其質量，均係集中於一微小之核心，（ nucleus ），在此原子核外，則有若干質量較小之電子。在中性之原子中，核外電子所帶負電之總量，適等於核內過剩之正電荷。其他實驗結果（例如陽射線）既表示正電荷必與原子相關*，且其值爲電子所荷電量之倍數，故核內過剩之正電荷，亦可視作核內一部分質點所荷帶，（核內其他質點所荷帶之正電，則與核內電子所帶之負電相中和）。此外，各實驗均表示氫原子核之結構最爲簡單，茲以質子（ proton ）名之。

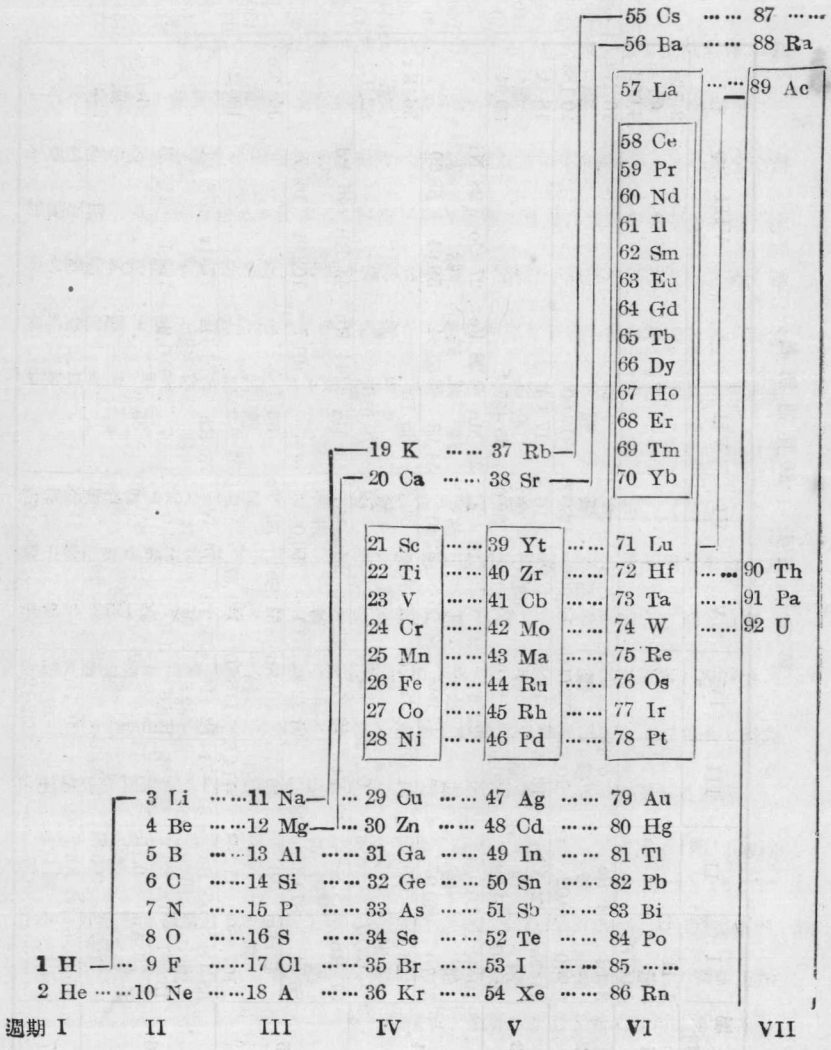
（71.6） 原子序數 各原子核所含之過剩正電量，Rutherford 曾從實驗推得其值約等於原子量之半，乘以一個電子所帶之電量。換言之，核內未經中和而帶正電之質點之數目（即核外電子之數目），約等於原子量之半。Moseley 於1913 年分析 X 射線譜，推得更可靠之結果，以表示核內帶過剩正電荷之質點數目。自此等實驗告成後，此數目，（即核外電子之數目），常名爲原子序數(atomic number)。

若將各原質按其原子序數排列，同時並將其中具有類似特性之同族原質以線連之如圖（537），則原質之週期性，一目了然；此與尋常之原質週期表 (periodic table)

*最近 C. D. Andenson 及 P. M. S. Blackett 等（1933年）之實驗，雖已表示獨立的正電荷，即質量甚小而可視作與電子相對應之"正電子"，（ positive electron ），亦有存在之可能，惟其結果之解釋，尚未臻完善。

第五三七圖

錄自 Ruark 與 Urey 所著之 Atoms, Molecules and Quanta, 1930 版，頁 271



第三十五表 原質週期表

週期＼屬	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			
1	1 H 氫 1.0078										2 He 氦 4.002
2	3 Li 鋰 6.940	4 Be 鈹 9.02	5 B 硼 10.82	6 C 碳 12.000	7 N 氮 14.008	8 O 氧 16.000	9 F 氟 19.00				10 Ne 氖 20 183
3	11 Na 鈉 22.997	12 Mg 鎂 24.32	13 Al 鋁 26.97	14 Si 矽 28.06	15 P 磷 31.02	16 S 硫 32.06	17 Cl 氯 35 457				18 A 氬 39.94
4	19 K 鉀 39.10	20 Ca 鈣 40.07	21 Sc 鈧 45.10	22 Ti 鈦 47.90	23 V 釩 50.96	24 Cr 鉻 52.01	25 Mn 錳 54.93	26 Fe 鉄 55.84	27 Co 鈷 58.94	28 Ni 鎳 58.69	
	29 Cu 銅 63.57	30 Zn 鋅 65.38	31 Ga 鎵 69.72	32 Ge 鍺 72.60	33 As 砷 74.96	34 Se 硒 79.2	35 Br 溴 79.916				36 Kr 氪 82.9
5	37 Rb 銣 85.44	38 Sr 鍶 87.63	39 Yt 釔 88.92	40 Zr 鋯 91.22	41 Cb 鈳 93.1	42 Mo 鉬 96.0	43 Ma 鐦 ……	44 Ru 釕 101.7	45 Rh 銠 102.91	46 Pd 鈀 106.7	
	47 Ag 銀 107.880	48 Cd 鎘 112.41	49 In 銦 114.8	50 Sn 錫 118.70	51 Sb 銻 121.77	52 Te 碲 127.5	53 I 碘 126.932				54 Xe 氙 130.2
6	55 Cs 銫 132.81	56 Ba 鋇 137.36	57—71 稀土族	72 Hf 鉿 178.6	73 Ta 鉭 181.5	74 W 鎢 184.0.	75 Re 錸 188.7	76 Os 鋨 190.8	77 Ir 銥 193.1	78 Pt 鉑 195.23	
	79 Au 金 197.2	80 Hg 汞 200.61	81 Tl 鉈 204.39	82 Pb 鉛 207.22	83 Bi 鉍 209.00	84 Po 釙 210.	85… ……				86 Rn 氡 222
7	87 …… ……	88 Ra 鐳 25.97	89 Ac 錒 ……	90 Th 釷 232.12	91 Pa ? ……	92 U 鈾 238.14					

57—71 稀土族

57 La 鑭 138.90	65 Tb 鋱 159.2
58 Ce 鈰 140.13	66 Dy 鏑 162.46
59 Pr 鐠 140.92	67 Ho 鈥 163.5
60 Nd 釹 144.27	68 Er 鉺 167.6
61 Il 鉕 ……	69 Tm 銩 169.4
62 Sm 釤 150.43	70 Yb 鐿 173.6
63 Eu 銪 152.0	71 Lu 鑥 175.0
64 Gd 釓 157.26	

實相同，只形式稍異耳。惟以前按原子量大小而排列之週期表，頗不完善，例如表中之氬(A)與鉀(K)，碲(Te)與碘(I)，及鈷(Co)與鎳(Ni)，按其原子量，其位置均應互相對調，惟按其特性，則應如第三十五表所示。由是觀之。爲表示原質之週期性起見，原子序數一觀念，實爲基本的。

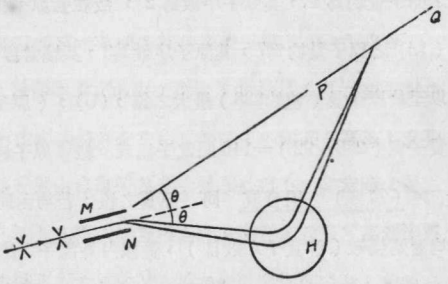
(71.7) 原子核之組成 按 Rutherford 之假設，原子之質量均集中於其核心，而各原質之原子量，除氫外，均約爲其原子序數之兩倍，是卽表示在原子核內，不但有未經中和之質子，且有已互相中和之質子及電子。此結論證以放射質之能發射高速之電子(卽β射線)及氦原子核(卽α射線)與破壞原子核實驗所得之結果(後71.11節)，頗爲切當。據此以言，若認各原子核僅由電子及質子組合而成*，則因氦之原子量約爲4，其原子序數爲2，故在氦原子核內共有四個質子及二個電子；鋰(Li)之原子量約爲7，其原子序數爲3，其核當含七個質子，四個電子；如此類推，以至於原子量(值約238)最大之鈾，(U)，(原子序數爲92)，卽知其核係由238個質子與(238−92)=146個電子組成。較重原子核之組織，其繁複於此可見矣。

(71.8) 同位質 同一原質之核，若均由同數之質子組成，則各原質之原子量均應爲整數(卽質子之數目)，蓋核內外電子之總質量甚爲微小，其值可以不計(例如最重之鈾原子中，各電子之總質量僅約及一質子之重之$\frac{1}{8}$。事實上，除少數原質外，整數原子量一事，不能成立。對於此事之說明，Soddy及Fajans於1913年時，首有所主張。彼等考究放射質之蛻變，指出多種放射原子，雖其原子量及放射特性迥異，然在週期表中則應占同一位置。彼等以爲無放射性之各原質或亦係數種原子量不等之原子混合而成。此等原子之化學特性完全相同，實不能以化學方法分開之，Soddy名之爲同位質(isotope)。在各同位質之原子核內，其過剩質子之數目固相

* 最近 Chadwick 等之實驗(1932年)表示不帶正或負電荷之質點(名爲中子neutron)，亦可存在，其對於原子核構造所占之地位，則尙無定論。

等，惟質子之總數則互異，故由數種同位質混合而成之原質，其原子量不但非一整數，且視其中各成分之多寡而不等，例如用各種不同礦苗或方法鍊得之鉛，其原子量自 206 至 208 約有十個不等之值。

(71.9) Aston 之質譜 J. J. Thomson 於 1911 年曾以平行之電場及磁場使陽射線偏向。陽射線中各質點之速度雖不相同，但其$\frac{e}{m}$等同者被偏向後，將取同一拋物線之行程。利用此理以觀察氖(Neon)之陽射線時，Thomson 所拍之照片，上有兩拋物線之痕跡；自其較強一線所計得之質量，其值爲 20，而其較弱一線所指示之質量則爲 22。此結果即表示氖原子係由質量爲20與22之比之兩同位質混合而成。Aston 後(1919年)將Thomson方法大加改良，令自狹縫透出之陽射線，先被一電場分散，再加以磁場使其射於一照像底片 PQ 上(圖 538)。如是質量不同之質點，其射落於 PQ 上之位置亦互異，其情形與光譜相同，是爲質譜(mass spectra)。從質譜中所示各線之位置即可計得各射線中質點之質量。如是 Aston 即可測得各原質之同位質之數目及原子量。



第五三八圖

(71.10) 核外電子之分佈與 Bohr 氏之原子模型 核外電子之數目係等於原子序數，已見前(71.6)節。至於其分佈情形，則與原子之週期的各特性及光譜與 X射線譜均有密切關係。無論用何種原子模型，已知之事實，均指示此等電子之分布，有其一定之不輻射狀態(stationary state)。在某不輻射狀態時，儲於各電子之能量，有一定值，故亦可說：電子居於某能量階段(energy level)。當各電子之分佈情形忽然自能量E_1較大之狀態，變作另一能量E_2較小之狀態時，其所生輻射之頻率即等於

(E_1-E_2)除以 Planck 常數 h （見前69.17節）。

核外電子之確切位置及其運動情形，既係不可知且爲不必知之事實，然爲便於討論起見，常想像相當之模型以形容核外電子之分佈。此等原子模型，以 Bohr 氏（1913年）所創者爲較常用。依此模型，核外各電子繞核運動，有一定之軌跡，其情形與各行星繞太陽而行頗相似。此等軌跡可爲圓形或橢圓形。若僅以較簡單之圓形軌跡爲例，則在離核最近之圓上，最多可有兩個電子。電子在此最內之軌跡上運動時，其位能最小。最內軌跡有時名爲 K 圜或K階段。K 圜之外爲 L 圜，其上最多可有 8 個電子；外此則爲M圜，最多可有18個電子；再外爲N 圜，如是推演至於內外各圜上共有92 個電子時，即得鈾原子之模型。用此模型，可以說明原質之週期性及化合價。簡單言之，凡最外圈上電子數相同之原質，其化學性質及化合價亦相同。

若以 Bohr 之原子模型爲說，則當一電子自最外圜被擊出原子之時，將有另一自由電子復行跳入以填補其空額，因此所生之輻射，其能量不甚大，其頻率常在紅外，可見，或紫外區域內；是即光譜中各明線之所由來。若有在內圜上之電子被擊出原子之外，則當其他在較外之圜上之電子或自由電子跳入填補時，其所輻射之能量較大，頻率較高，是即X射線。至於因放射作用，原核中之電子，質子，或質點被擠出原子之外後，核內重行排列而輻射之能量更大，其頻率更高；是爲 γ 射線。

(71.11) 放射質之自然崩潰與 Rutherford 破壞原子核之實驗 不論放射性之原因爲何，此特性決非由任何化學反應或物理作用而來，蓋 Curie 夫人曾證明放射物質之活動性，（activity），係與放射質量之多寡作正比，而與其化合物之性質或四周之溫度完全無關。此等原子內之自然蛻變，係將較繁複之原子化爲較簡單者。且細究在其變化前後之特性，即知當原子射出一個 α 質點後，其原子序數減 2，若射出一個 β 質點，則其原子序數增 1。此與原子序數之意義與同位質之觀念均符合。

除鈾，釷與其他放射原質之自然崩潰，以成較穩固之原子，（例如鉛或射氣 emanation）外，Rutherford 亦曾以速度較大之 α 質點射擊各種無放射性之原質而

獲得電子，質子或氦核。但亦有構造甚穩之原核如氦本身，與其他原子量爲4之倍數之原核如碳，氧，硫等不因此等打擊而崩裂。此等結果，似表示氦原核亦爲其他較繁複之各原子核之主要分子之一。綜言之，不少之證據似表示原子核係由：(a)含四個質子及兩個電子之氦核，(2)不及四個之質子，及(3)若干電子組成。*

(71.12) "宇宙射線" 除已述之各種射線外，大氣中復有一種穿刺本領極大之射線，有可穿過18呎厚之鉛或 200 呎之水者。其初物理家以爲此種射線乃發自大地中之放射質。近經 Millikan 及 Kohlhörster 等各在高原上之湖底，放置儀器以探查之，得知此種射線不因高度之增大而減弱。Kohlhörster 且得到此種射線之強度與天河之位置之關係：天河在天空正中時，射線最強，越十二小時則爲最弱。此種射線之性質及來歷，至今尚無定論。Millikan 視之爲波長較 γ 射線更短之輻射，且以爲係發自大氣外之宇宙間，故彼名之爲宇宙射線(cosmic rays)。

(71.13) 原子之建造 Millikan 從研究宇宙射線之結果，曾以爲宇宙內之原子不但常自然崩潰，如各放射質，且各簡單原子亦不斷的合併以成較繁複之原子。其作此論調所用之數量的關係，一爲相對論中所標示能量與質量之關係，其他爲 Aston 所測得各原質之質量之值。按相對論所推出，當產生能量爲 U 之輻射時，必有 $m=\frac{U}{c^2}$ 之質量被消滅，此中之 c 表光之速度。今若假設宇宙間最多之原子如氦，氧，矽，鉛，鐵，或鈉等(此數物質之總量約占所有物質質量之 $\frac{85}{100}$)係由質子與電子合併而成，則自 Aston 之實驗數據，可知當其組合之時，所損失之質量 m 爲若干。以此失去質量之值代入 $U=mc^2$ 公式中，再除以 Planck 常數 h，即可計得所生輻射之頻率 $\nu=\frac{mc^2}{h}$。Millikan 與 Cameron (1928年)曾從宇宙射線之穿刺本領，推出其頻率，所得值與照上述理論算得者適合，因而斷定宇宙射線乃自然界建造原子時所產生。此結論，雖極重要，然多數科學家，因其從穿刺本領計算宇宙射線頻率之

*參較(71.7)節下附注。

方法，頗多可議之處，至今不信此說爲眞確云。

第七十一章　問題

（71.1）　Becquerel 射線有幾種，其特性如何，試陳述之。

（71.2）　何謂原子核？試列舉各種事實，以表示 Rutherford 所主張之原核結構之情形尙爲合理。

（71.3）　試述質子，電子，及光子之區別，及其與 α,β,γ 各射線或陽射線，陰極射線，X 射線之異同。

（71.4）　試陳述原子序數之意義及其與原子量之關係。

（71.5）　何謂同位質？試舉兩個實驗之事實以表示同位質之存在。

（71.6）　核外電子之分布情形如何？試略述 Bohr 之原子模型之概要，及其對於各種輻射起因之解釋。

（71.7）　何謂宇宙射線？Millikan 對於宇宙射線之起因，作何解釋？

第七十一章　習題

（71.1）　鈾之原子量約爲 238，其原子序數爲 92。當鈾蛻化爲鉛時，（鉛之原子量爲 206，其原子序數爲 82），問每個原子所放出之 α 及 β 質點各爲若干？

（71.2）　鈾變化成鐳時，每原子共射出三個 α 質點，及二個 β 質點，問鐳之原子量與原子序數各如何？

（71.3）　釷變化爲鉛時，每原子共射出六個 α 質點，及四個 β 質點，試自鉛之原子量206，及原子序數 82，計出釷之原子量與其原子序數。

*(71.4）　假設在原子之建造進程中所消失之質量共爲 1 克，問由是所生之輻射能量爲若干？

*(71.5）　假設氦原子核係由四個氫原子核及兩個電子造成，問當此種建造進行

時，所輻射之能量，其頻率若何？

下册索引

二畫

人造磁鐵(artificial magnet)35.1
入射角(angle of incidence)59.7
入射線(incident ray)59.6
力(force)35.6; 40.6
力偶(couple)36.3
力線密度(density of lines of force) 37.3

三畫

三極眞空管(three electrode vacuum tube)56.5; 56.7; 56.8; 56.9;
干涉(interference)0.12; 65 3; 66.
干涉條紋(interference fringes)66.4
干涉儀(interferometer)66.9

四畫

中立區(neutral region)35.2
中立溫度(neutral temperature)57.2
互焦點(conjugate points)59.12
互感係數(mutual inductance)
互補色(complementary colors) 79.3
分子磁鐵(molecular magnets) 38.6
分光器(spectroscope)69.4
分光學(spectroscopy)69.1
反射(reflection)0.12; 59.6; 59.7
反射光柵 (reflecting grating) 62.4; 69.9
反射角(angle of reflection)59.7
反射線(reflected ray)59.6
反射能率(reflecting power)64.7
反射望遠鏡 (reflecting telescope) 62.10
反像(perverted image)
日變(diurnal variation) 39.8
天然磁鐵(naturnal magnet)35.1
方解石(calcite) 68.2;68.3;68.4;68.5; 68.9; 69.9
介電常數(dielectric constant) 45.1; 45.2; 65.1
介電體(dielectric)45.1; 45.4
比影光度計 (shadow photometer) 64.9
比熱(specific heat)0.12
毛狀筋(ciliary muscle)61.2
水平強度(horizontal intensity)39.6
水明液(aqueous humour)61.2
幻燈(projecting lantern)62.20

五畫

以太(ether)0.11; 65.11; 40.7
主截面(principal section)60.7; 68.2
凸鏡(convex mirror)59.9
凸靈視(convex lens)61.4; 61.5; 61.6
凹鏡(concave mirror)59.9
凹靈視(concave lens)61.4; 61.5;61.7
北極(north pole)35.2
半影(penumbra)59.3
半導體(semi-conductor)40.4
可起電體(electrics)40.4
失常色散(anomalous dispersion) 70.10
平凸(piano-convex)61.3
平凹(plano-concave)61.3
平方反比律(inverse square law)

64.5
平面鏡(plane mirror)59.7; 65.5
正晶(positive crystal)65.5
正極(positive pole)35.2
瓦時計(watthour meter)53.18
瓦特計(wattmeter)51.14
目鏡(eyepiece, ocular) 62.6; 62.7; 62.8; 62.14; 62.15; 62.16; 62.17
石英(quartz)68.1

六畫

光之吸收(absorption of light) 59.6
光之波動說 (wave or undulatory theroy of light)0.12;65.1;65.3
光之直進 (rectilinear propagation of light)0.12;59.3;59.4;59.5;67.3
光之速度(velocity of light)63;65.2
光之透射(transmission of light)59.6
光之微粒說(corpuscular theory of light)0.12; 65.1; 65.2
光之電磁說 (electromagnetic theory of light) 0.11; 0.12; 65.10
光之強度(light intensity)64.2
光心(optical center)61.4
光束(pencil)59.2
光波(light waves) 65.1; 65.3; 65.9
光柵(grating)67.4; 67.9
光度計(photometer) 64.9
光度學(photometrry)64
光路之可逆性(reversibility of light path)60.2
光電效應 (photo-electric effect) 0.12; 70.15; 70.16
光源(light source)64.2; 65.9
光譜(spectrum)0.12; 67.4; 69
光軸(optical axis)68.2
光學儀器(optical instruments) 62; 67.5
全反射(total reflection)69.10
冰桶實驗(ice pail experiment)42.6
同心球(concentric spheres)44.5
同位質(isotopes)71.8
向目靈視 (eye lens) 62.14; 62.15; 2.166
向場靈視 (field lens) 62.14; 62.15; 62.16
多次反射 (multiple reflection) 59.8
宇宙射線(cosmic rays)69.4;71.10
老眼(presbyopia)61.3
自由電荷(free charge)41.2
自感係數(inductance)
自節(accommodation)61.2
交流(alternating current)52.8; 53.4
曲度(curvature) 61.8
曲度中心(center of curvature) 59.9
色(color) 60.9; 65.2; 65.8;70
色差 (chromatic aberration) 61.8
色盲 (color blind)79.4
色覺(color vision) 79.1;79.2
色散(dispersion)60.9; 65.2

七畫

串聯(series connection)44.7
位視差(parallax)59.5; 61.7
均勻電場 (uniform electric field) 42.3
均勻磁場(uniform magnetic field) 36.1
折光指數 (refractive index) 60.2; 60.9; 65.10; 68.4
折射(refraction)0.12; 60; 65.6
折射光學(dioptrics) 0.12
折射角 (angle of refraction) 60.2
束縛電荷(bound charge)41.2
吸收光譜(absorption spectrun)69.6; 70.10

吸收能率(absorbing power)69.12
吸盤靜電計 (attracted disc electrometer)43.12
形變 (strain) 0.11; 37.4

八畫

並底稜鏡 (biprism) 66.5
並聯(parallel connection)44.8
盲點(blind spot) 61.22
兩元學說(dualistic theory) 69.19
波力學(wave mechanics)69.19
波長(wave length) 66.1; 66.2; 66.3; 66.4; 66.6; 66.7; 66.8
油點光度計 (grease spot photometer)64.9
放大率 (magnifying power) 59.16; 61.5; 62.4; 62.6; 62.7; 62.9
放大鏡(magnifying glass)62.6
放射性 (radioactivity) 71.3; 71.4; 71.11
放電(discharge)45.8
明線光譜(bright line spectrum)69.6
近視(myopia)61.3
近點(near point)61.2; 61.3
物理光學(physical optics) 6.12
物鏡(objective)62.6; 62.7; 62.8
金箔驗電器(gold leaf electroscope) 41.4
非常光線(extraordinary ray) 68.1; 68.3
非常折光指數(extraordinary refractive index)68.4
非常像(extraordinary image) 68.3
非導體(non-conductor)40.4

九畫

前室(anterior chamber)61.2
南極(south pole)35.2
保磁性(retentivity)
後室(posterior chamber)61.2
玻璃狀液(vitreous humour)61.2
虹 (rainbow) 70.9
虹彩(iris)61.2
螢光(fluorescence)70 12
版式蓄電器(plate condenser)44 3; 44.6
相對論 (theory of relativity) 0.11; 0.12; 65.14
弧(arc) 69.3
負晶(negative crystal)68.5
負極(negative pole)35.3
閃亮光度計 (flicker photometer) 64.9
亮度 (brightness) 64.7; 64.8
逆磁性(diamagnetism) 38.3
紅外線(infra-red)69.8

十畫

條形磁鐵(bar magnet) 35.1; 37.1
消磁力 (coercive force) 38.4
海市蜃樓(mirage)60.1
流明 (lumen) 64.3
核 (nucleus) 40.7; 69.11; 70.5; 71.5; 71.7; 71.8; 71.9; 71
狹縫(slit)66.3 ;67.2
視場(field of view) 62.4;62.8;62.11; 62.12
被感電荷(induced charge)41.1
被感磁性(induced magnetism)38.1; 38.2
被感電流(induced current)
朗伯(lambert) 64.7
眼(eye)61.2; 67.7
眞空管 (vacuum tube) 56.2; 56.4; 56.5; 56.7; 56.8; 56.9; 56.13
原子 (atom) 71

原子序數(atomic number)71.6
原子量(atomic weight) 71.6
針孔像(pin hole image) 59.4
高斯(gauss) 36.1
脈絡膜(choroid) 61.2
連續光譜(continuous spectrum) 69.5
起電(electrification) 40.1;41.2

十一畫

偏化(polarization) 68
偏化平面(plane of polarization) 68.14
偏化角(polarizing angle) 18.10
偏化儀(polariscope) 18.12
偏化鏡(polarizer) 68.12
偏焦曲線(caustics) 59.17
偏差角(angle of deviation) 60.3
倒像(inverted image)
測遠器(range finder) 62.13
順磁性(paramagnetism) 38.3
望遠鏡(telescope) 62.8; 62.9; 62.10; 67
球(sphere) 44.4
球面燭光(spherical candle power) 64.10
球面鏡(spherical mirror) 59.9
球差(spherical aberration) 59.17; 61.8
間遞作用(action in the medium) 0.11; 37.4
帶(zone)67.2
帶狀光譜(band spectrum)69.5
帶電體(charged body) 40.1; 41.4
尋常光線(ordinary ray)68.1; 68.3
尋常像(ordinary image)68.3

十二畫

焰(flame) 69.3
黃斑點(yellow spot)61.2
超距作用(action at a distance) 0.11;37.4
最小偏差角(angle of minimum deviation)60.8
最小鑑別角(angle of minimum resolution)67.5
最明視距離(distance of most distinct vision)61.2
焦平面(focal plane)62.18
焦距(focal length) 59.2; 61.6; 61.7; 62.6; 62.7; 62.8
焦線性(astimagtism) 61.8; 62.3
焦度(dioptric power)61.2
焦點(focus) 57.2;61.2
集光靈視(condensing lens) 62.10
散射(scattering or diffused reflection)59.6
散射光度計(diffusion photometer) 64.9
發散靈視(divergent lens)61.4
發光效率(luminous efficiency)64.12
發光能率(emissive power) 69.12
發射光譜(emission spectrum)69.6
等力線(isodynamic line) 39.7
等位面(equipotential surface) 43.8
等位線(equipotential line) 43.8
等偏線(isogonic line)39.7
等傾線(isoclinic line)39.7
單向反射(regular reflection)59.6
單位磁極(unit pole)35.7
單位電荷(unit charge)
單軸結晶(uniaxial crystal)68.5
無偏線(agonic line)39.7
無傾線(aclinic line)39.7

無感繞法(non-inductive winding) 47.10
虛焦點(virtual focus)59.12
虛像(virtual image)59.12
絕緣強度(dielectric strength) 45.8
絕對折光指數(absolute refractive index)60.6
異向同性(isotropic)60.3
象限靜電計(quadrant electrometer)43.12
量子說(quantum theory)0.11; 0.12; 69.18; 70.16
紫外(untra-violet)69.7;69.9

十三畫

傾角圓(dip circle)39.4
照度(illumination)64.4; 64.7
圓呎(circular mil)47.7 習題
圓偏化(circular polarization)68.15
圓柱靈視(cylindrical lens)62.3
歲變(annual variation)39.8
畸變(distortion)61.8
黑體(black body)69.13; 69.14
感應圈(induction coil)54.9
感應電流(inducing current)52.2
感應電荷(inducing charge)41.1
感應盤(electrophorus)41.5
稜鏡(prism)60.7;62.13
實焦點(real focus)59.12
實像(real image)59.12
實體鏡(stereoscope) 62.23
會聚靈視(convergent lens)61.3
電力線(electric lines of force) 42 43.9
電子(electron) 0.12; 40.4; 40.7
電子說(electron theory) 0.11
電位(electric potential)42.1; 43
電位差(electric potential difference) 43.2; 43.3
電阻(electrical resistance) 47
電阻測溫器(bolometer) 69.8
電荷(electric charge) 40.1; 40.2
電容(electric capacity) 44.1
電閃(electric lightning) 45.6
電樞(armature)53.3
電磁波(electromagnetic waves) 65.10; 469.9
電磁單位(electromagnetic units) 46.11; 46.13; 46.14; 51.17; 51.18
電磁學(electromagnetism) 0.11
電磁感應(electromagnetic induction)0.11;
電量(electric quantity) 40.5
電場(electric field) 42.1; 42.3; 42.4; 43.5
電場強度(electric field intensity) 42.1; 42.3; 43.1; 43.11
電能(electric energy)45
電氣石(tourmaline) 68.1; 68.7

十四畫

像(image) 59.4; 59.12; 61.5
像似深度(apparent depth)60.4
像差(aberration)59.17; 61.8
像留作用(persistence of vision) 62.21
竪像(erect image)59.15
複式顯微鏡(compound microscope) 62.7
蝕(eclipse) 59.3; 63.1
蓄電器(condenser) 44.2
網膜(retina)61.2
導體(conductor) 40.4; 42.4; 43.6; 43.10; 45.3
遠點(far point) 61.2; 61.3
遠視(hypermetropia) 61.3

磁力計(magnetometer)36.6
磁力線(magnetic lines of force) 37
磁化(magnetization) 35.4; 38;
磁化強度(intensity of magnetization) 50.5; 50.6; 50.7; 50.9
磁化線(lines of magnetization)50.8; 50.9
磁化率(magnetic susceptibility) 50.7; 50.10
磁阻(magnetic reluctance) 50.15
磁感(magnetic induction) 38;
磁感線(lines of magnetic induction) 50.9
磁針(magnetic needle)35.1; 35.6; 37.1; 38.2; 39.4
磁矩(magnetic moment) 36.4
磁偏角(declination) 39.2
磁傾角(dip) 39.2; 39.4
磁軸(magnetic axis) 35.2
磁極(magnetic pole)35.2;35.3;35.4; 35.5
磁量(magnetic pole strength) 35.5
磁場(magnetic field) 36; 39.5
磁場強度(magnetic field intensity) 36.1
磁鐵(magnet)35; 36.2;36.3;36.5;39.5
磁暴(magnetic storm)39.8

十五畫

橢圓極化(elliptical polarization) 68.15
衝擊電流計(ballistic galvanometer) 51.16
線狀光譜(line spectrum)69.5
鞏膜(sclerotic) 61.2
導電率(electrical conductivity)47.7
導磁率(magnetic permeability) 65.11

十六畫

衛鐵(armature of a magnet) 38.5
糖量學(saccharimetry) 68.14
輻射(radiation) 69; 70.14
輻射計(radiometer) 69.8
輻射顯微計(radiomicrometer) 69.8
選擇吸收(selective absorption) 70.11
靜電計(electrometer) 43.12
靜電單位(electrostatic units) 40.7; 42.3;51.18
靜電感應(electrostatic induction) 41
靜電感應機(electrostatic induction machine) 41.6
靜電學(electrostatics)0.11; 40
靜磁學(magnetostatics)0.11
蹄形磁鐵(horse shoe magnet)35.1

十七畫

潛望鏡(periscope)62.12
燭(candle) 64.2
燭光(candle power) 64.2
燐光(phosphoreseence) 70.13
瞳孔(pupil) 61.2
縮小學說(contraction theory)65.13
避電器(lightning arrester)45.6
簡單顯微鏡(simple microscope) 62.6

十八畫

繞射(diffraction) 59.1; 65.4; 67
繞射光柵(diffraction grating)67.4; 67.9
點極(point pole) 35.2
轉光性(optical activity) 68.14
轉光率(rotatory power) 68.14

鏡 (mirror) 59.6; 59.7; 59.11; 59.12
雙鏡 (bimirror) 66.5
雙折射(double refraction)68
穩定狀態 (stationary state)69.11

二十一畫

攝光譜器 (spectrograph)69.4
攝質譜器 (mass spectrograph)71
攝影機 (camera) 62.19
鐵 (iron) 38.4
鐵磁性 (ferromagnetism) 38.3
露光 (exposure) 62.19

二十二畫

顯偏鏡 (analyser) 68.12
顯微鏡(microscope) 62.6; 52.7; 67.8
驗電片(proof plane)41.4
驗電器(electroscope) 41.3

二十三畫

鑑別率(resolving power)67.6; 67.6; 67.8; 67.9
彎月形 (meniscus) 61.3

二十四畫

觀劇鏡(opera glass)62.8

二十五畫

靈視 (lens) 61; 62.6; 62.7; 62.13
靈視 (lens formula) 61.2; 65.7

全書外國人名地名索引

自一至三十四章見上册;三十五章以後見下册;
0.1至0.10見上册;0.11及0.12見下册.

Académie des Science, 22.1
Ampère, 0.11; 46.11; 50.19
Anderson, C.D., 71.5
Anström, 65.8
Archimedes, 0.8; 0.12; 4.8; 16.7; 16.9
Aristotle, 5.1
Armstrong, 56.9
Aston, 71.9
Atwood, 6.9
Avogadro, 33.2; 33.7; 69.17

Barlow, 53.11
Bartholinus, Erasmus, 68.1
Becquerel, 0.12; 71.3; 71.4
Bell, 54.12
Bernouilli, 17.5; 17.7;
Bernouilli, John; 0.8; 4.8
Biot, 50.1
Black, Joseph, 0.10
Blackett, 71.5
Bohr, 0.12; 69.11; 69.18; 71.10
Boltzmann, 0.10; 34.12; 69.14
Bourdon, 16.13
Boyle, 0.10; 18.6; 18.8; 26.11; 33.2; 33.4
Boys, 69.8
Bradley, 63.2; 63.6
Bragg, 71.1
Brahe, Tycho, 11.1
Branly, 55.8
Braun, 43.12
Brewster, 68.10
Brodhun, 64.9
Brown, 19.7
Bunsen, 34.7; 64.9; 69.2; 69.3; 69.6; 69.13

California, 59.17; 62.10; 63.5
Cameron, 71.11
Carnot, 31.1; 31.2; 31.5; 31.7; 31.8; 32.7
Cavendish, 11.4
Celzius, 25.7
Chadwick, 71.7
Charles, 25.12; 26.11; 33.2; 33.5
Chladni, 24.13
Clark, 49.3; 49.10
Clausius, 0.10; 31.1; 31.6; 31.10
Coolidge, 71.2
Copernicus, 11.1
Coulomb, 0.11; 13.2; 13.6; 35.6; 40.6
Crookes, 58.1; 58.4; 69.8; 71.1; 71.4
Curie, 71.11

d'Alembert, 0.8
Daniell, 49.3; 49.6; 49.11
d'Arsonval, 51.1; 51.3; 51.6; 51.10
Davidsson, 0.12; 69.19
Davy, Humphrey, 0.10; 30.3; 30.4; 31.2; 34.7; 49.13
Debye, 27.7; 0.12;
de Broglie, 012, 69.19

de Forest, 56.5
Dempster, 0.12; 69.19
Derham, 22.1
Dirac, 0.12
Doppler 23.2; 63.1
Dulong, 27.7

Edison, 47.15; 49.3; 49.8; 56.1
Einstein, 0.11; 0.12; 11.1; 63.7; 65.14; 68.18; 70.16
Euclid, 0.12
Ewing, 38.6

Fahrenheit, 25.6
Fajans, 71 8
Faraday, 0.2; 0.11; 0.12; 42.1; 42.4; 42.6; 45.1; 48.2; 52.1; 52.2; 52.7; 53.2; 53.3; 58.1
Fedderson, 55.1
Fitzerald, 65.13
Fizeau, 63.3; 63.6
Fleming, 51.5; 56.5
Florence, 25.5
Foley, 20.10
Fortin, 18.4
Foucault, 63.4; 63.5; 63.6; 65.3; 65.6
Franklin, Benjamin, 0.11; 40.7; 45.6
Fraunhofer, 69.2; 69.6
Fresnel, 0.12; 65.3; 66.5; 67.1; 67.2

Galileo, 0.8; 0.10; 0.12; 4.8; 5.1; 5.9; 6.1; 11.1; 18.3; 25.3; 25.5; 62.8; 63.1
Galvani, 46.2
Gauss, 36.2; 36.4
Gay-Lussac, 26.10; 26.11
Geissler, 0.11; 58.2
Germer, 0.12; 69.19
Gilbert, 0.11; 6.2; 39.1; 40.4; 41.3
Goldstein, 58.7
Grassi, 22.3
Gray, Stephen, 40.4
Greenland, 39.7
Grimaldi, 65.2; 67.1
Guericke, Otto von, 18.3; 18.6

Helmholtz, 0.9; 0.10; 24.9; 70.1; 70.2; 70.3; 70.4; 70.5
Henry, 52.1; 54.1; 55.1
Herschel, 69.7
Hertz, 0.11; 0.12; 55.5; 55.7; 55.8;
Heusler, 38.3
Hiero, 16.7
Hooke, 0.10; 14.6; 45.5
Huygens, 0.2; 0.8; 0.9; 0.12; 7.1; 25.6; 62.14; 62.15; 62.17; 62.18; 65.3; 67.2; 68.1; 68.6

Jeans, 69.17; 69.18
Johnson, 0 12
Joule, 0.10; 0.11; 30.4; 30.10; 33.8; 47.14

Kepler, 0.12; 11.1; 11 2; 62.8
Kirchhoff, 47.13; 49.11; 51.8; 51.13; 53.13; 69.2; 69.6; 69.12; 69.13; 69.15
Kleist, von, 44.3
Kohlhörster, 71.10
Kundt, 24.11

Lambert, 64.6
Langevin, 50.19
Langley, 69.8
Langmuir, 18.9
Laplace, 0.9; 22.2; 46.11; 46.12; 50.1

Laue, 71.1
Leclanche, 49.3; 49.5
Lenz, 0.2; 52.3
Lissajous, 12.9
Lodge, 55.4
Lorentz, 0.11; 65.10; 65.13
Lummer, 0.12; 64.9; 69.17
Lyman, 69.9

Malus, 68.6
Marconi, 55.8
Mariotte, 18.6
Maxwell, 0.10; 0.11; 0.12; 45.5; 55.7; 65.10
Mayer, 0.10; 30.6
McLeod, 18.8
Melde, 20.15
Melloni, 69.8
Michelson, 63.4; 63.5; 63.6; 63.7; 65.11; 65.12; 65.14; 66.9
Miller, 24.9
Millikan, 58.9; 69.9; 71.10; 71.11
Morley, 63.6; 65.11; 65.12; 65.14; 66.9
Moseley, 71.6

Nernst, 27.7; 49.13;
Newton, 0.2; 0.6; 0.8; 0.9; 0.10; 0.12; 6.1; 6.2; 6.5; 6.8; 11.1; 11.3; 13.1; 14.14; 22.1; 32.2; 34.13; 34.14; 43.10; 60.9; 63.5; 65.2; 65.14; 66.8; 67.1; 68.1
Nichols, 69.8; 70.11
Nicol, 68.7; 68.8; 68.13

Oersted, 0.11; 45.5; 46.8; 50.19
Ohm, 0.11; 47.4; 97.5; 47.13; 48.5; 49.11; 51.12
Onnes, 47.8

Pascal, 16.11; 18.6
Peltier, 57.6; 57.8
Petit, 27.7
Pisa, 5.1
Planck, 0.10; 0.11; 0.12; 69.11; 69.17; 69.18; 70.16
Plante, 49.7
Prevost, 34.11; 69.13
Pringsheim, 0.12; 69.17
Prony, 15.13

Ramsden, 62.14; 62.16; 62.17
Rankine, 17.11; 32.7; 0.10
Rayleigh, 0.9; 69.17; 69.18
Reaumur, 25.7
Regnault, 25.11
Richardson, 56.2
Ritter, 69.6
Römer, 63.1; 63.2; 63.6
Röngten, 0.12; 71.1; 71.3
Ross, James, 39.7
Rowland, 30.4; 46.9
Rubens, 70.11
Rumford, 0.10; 30.3; 30.4; 31.2; 64.9
Rutherford, 71.4; 71.5; 71.6; 71.7; 71.11

Sabine, 0.9; 23.7
San Antonio, 63.4
Savart, 50.1
Savary, Felix, 45.5
Schrödinger, 0.12; 69.19
Seebeck, 57.1
Sèvre, 1.2
Snell, 60.2
Soddy, 71.8

Stefan, 34.12; 69.15; 69.17
Stevin, 0.8; 4.8
Stromer, Marten, 25.7
Symmer, 0.11; 40.7
Syracuse, 16.7

Thompson, Benjamin, 0.10
Thomson, G. P., 0.12; 69.19
Thomson, J.J., 0.11; 58.7; 65.10; 71.9
Thomson, William (Lord Kelvin), 0.10; 30.10; 31.1; 31.6; 31.8; 33.8; 57.7; 58.3
Thurston, 13.6
Toricelli, 0.5; 17.7; 18.3; 18.4

Van der Waals, 33.9
Victoria, 62.10
Volta, 0.11; 49.13

Watt, James, 32.2
Weber, 38.6
Weston, 49.3; 49.10
Wheatstone, 47.8; 47.9; 47.10; 47.11; 48.5; 48.6; 48.7; 48.8; 49.2; 54.3
Wien, 58.7; 69.16; 69.17; 69.18
Wilson, C.T.R., 58.6; 58.7; 71.5
Wilson (Mount), 59.17; 62.10; 63.4
Wimshurst, 41.6
Wollaston, 69.2

Yerkes, 62.8
Young, 0.10; 0.12; 14.7; 22.3; 65.3; 66.2; 66.5; 68.6; 70.1; 70.2; 70.4; 70.5