工程學報

廣東國民大學土木工程研究會印行

目錄

(工程譯述)
橋樑計劃靜力學
(計劃及意見書)
擬建河南自來水廠計劃書
(工程論文)
杆樑撓度基本公式及其應用
建築材料的研究
(附錄)
廣東國民大學工學院土木工程系課程表及課程內容
廣東國民大學工學院職教員表

中華民國二十三年六月一日出版

第二卷 第二期

廣東國民大學工學院土木工程研究會

中華郵政特准掛號認為新聞紙類
西南出版物審查會發給審字第壹壹五號許可証

本報投稿簡章

(一) 本報登載之稿，概以中文爲限，原稿如係西文，應請譯成中文投寄。

(二) 投寄之稿，不拘文體。文言，白話，撰譯，自著，均一律收受。

(三) 投寄譯稿，并請附寄原本，如原本不便附寄，請將原文題目，原著者姓名，出版日期及地址詳細敍明。

(四) 稿末請註明姓名，別號，級別，住址，以便通訊。

(五) 如非本會會員來稿，經本會出版委員會審查或同意，亦得酌量刊入。

(六) 投寄之稿，不論揭載與否，原稿概不發還，惟在五千字以上而附有郵票之稿，不在此限。

(七) 投寄之稿，俟揭載後，酌酬本報。

(八) 投寄之稿，本報編輯部得酌量增刪之，但以不變更原文內容爲限，其不願修改者，應先特別聲明。

(九) 本報所有稿件經編輯部編輯審定後，最後取捨，仍歸學校出版審查委員會負責，合併聲明。

(十) 投稿者請交廣州市惠福西路國民大學工學院土木工程研究會工程學報出版委員會收。

橋樑計劃靜力學

胡 鼎 勳 譯

譯自 (Concrete and Constructional Engineering) 第二十九卷第一期

原著者 G. Dunn M. A , B.Sc. (Eng)

欲使橋樑初步計劃時之各種預定，達最高準確之程度，俾精密覆算時，雖有更改而甚微，是橋樑工程中一困難之事項也○關於覆核性質，以最後計劃之決定與原來之假設所差，最微爲貴○本篇主旨，擬詳集關於簡單塊面，大樑，拱形等橋各部之計算方法○供應一切公式，以爲初步計劃之需，及隨述精確覆核之方法○

第一章——塊面橋

I　不用樑而兩支端非固定之簡單塊面橋○

——不用樑兩支端非固定之平塊面橋，以兩支持之淨距離計算可由 16呎至 28呎○

(a)死重——每呎寬塊面之灣率及剪力

$$M_1=\frac{W_1 l^2}{8}\text{ 呎磅}=1.5W_1 l^2\text{ 吋磅} \cdots\cdots (1)$$

W_1＝共死重，包括路鋪面以每平方呎若干磅計○

$$S_1=\tfrac{1}{2}W_1 l\text{ 磅} \cdots\cdots (2)$$

凡遇重要情形，如載重鉅而跨度短者，應覆核其結合力○結合力需計算之部份，可由下式求之

$$x=-e+\sqrt{e(1+e)} \cdots\cdots (3)$$

e 爲由支持軸向外量至鋼筋屈鈎後邊之長度○

在X 點之灣率(圖 1)

$$Mx = \frac{1}{2}W_1\ (lx - x^2) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

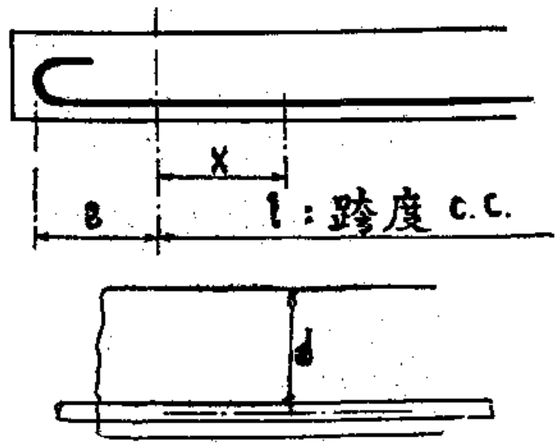


圖 一

$$u_1 - \frac{Mx}{{}_{s}do(x+e)} \text{(近似值)} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

u_1 爲死重之結合力，O 爲每呎寬塊面內鋼條之週長○

若 D＝塊面總厚度，S＝塊鋼條直徑，則$d = D - 1(\delta \times 1)$或$D - \frac{3}{2}\delta$取其最小者計算○

(b)活重——依照運輸取締章程，活重常當作一均等載重每平方呎 W_2 磅加一刀口形之集中重於中央，最大灣率在橋之中央，最大剪力在二支持邊○

$$w_2 = \frac{W_2 l^2}{8} + \frac{Wl}{4}\ \text{呎磅} = 1.5 w_2{}^2 l^2 + 3Wl\ \text{吋磅} \cdots\cdots (6)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} w_2 l + W\ \text{磅} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

運輸取締章程所載w_2之值，列如表 I ，W＝2,700磅○

表 I

跨度 呎	跨度 吋	每平方呎 磅數	跨度 呎	跨度 吋	每平方呎 磅數
3	0	2420	7	0	625
3	6	2020	7	6	525

4	0	1700	8	0	444
4	6	1445	8	6	374
5	0	1225	9	0	314
5	6	1033	9	6	265
6	0	872	10	0	220
6	6	735	10	0以上	220

依照章程，無論支持與路線路平行抑正交，而W恆當作與支持平行•

對於活重之結合力計算：

依前法　$x=-e+\sqrt{(l+e)}$ ……………………(8)

$Mx=\frac{1}{2}W_2(lx-x^2)$ ……………………(9)

關於均佈載重 $u_2=\frac{Mx}{\frac{7}{8}d(x+e)}$ ……………………(10)

關於集中載重 $u_3=\frac{W(l-x)x}{\frac{7}{8}d(x+e)}$(近似值)……………………(11)

$u=u_1+u+u_3$=關於活重及死重之總結合力○

死重與活重之總灣率及剪力

$M=M_1+M_2$；$S=S+S_2$

假定塊面深度○抵抗灣率計算如下

$R.M.=12Rd$ ……………………(12)

每呎寬塊面所需之鋼筋面積

$H=\frac{M}{f_sjd}$ ……………………(13)

對於"標準"應力fe=600磅每平方吋，fs=16000磅每平方吋

$R.M.=1{,}140d^2$ ……………………(14)

至其他各三合土應力，而 $f_2=16{,}000$ 每平方吋者，依照取締章程各相當值如表II所示○

表 II

三合土比例	m	fc	R.M.	A	
1:2:4	15	950	$1600d^2$	$\frac{M}{13,800d}$	……(16)
1:1½:3	15	900	$2090d^2$	$\frac{M}{13,600d}$	……(17)
1:1¼:2½	12	1050	$2360d^2$	$\frac{M}{13,600d}$	……(18)
1:1:2	10	1200	$2650d^2$	$\frac{M}{13,700d}$	……(19)

若 fs=18,000 磅每平方吋各相當值如表III

表 III

三合土比例	m	fc	R.M.	A	
1:2:4	15	750	$1510d^2$	$\frac{M}{15,700d}$	……(20)
2:1½:3	15	900	$1980d^2$	$\frac{M}{15,400d}$	……(21)
1:1¼:2½	12	1050	$2240d^2$	$\frac{M}{15,500d}$	……(22)
1:1:2	10	1200	$2500d^2$	$\frac{M}{15,600d}$	……(23)

單位剪力

$$v=\frac{S}{7/8bd}=\frac{S}{10.5d}\text{近似值}\cdots\cdots(24)$$

其定限如下：

三合土比例	每平方吋磅數
1:2:4	v=60
1:1½:3	v=65
1:1¼:2½	v=70
1:1:2	v=75

如由上式算得之單位應力，超過此定限時，則必須將些鋼筋成斜度，或加用肋筋。

鋼筋兩端雖已屈作鈎形，包藏於三合土中，其結合應力不應超過６０至８０磅每平方吋，無論任何比例之三合土均如是。屈斜之鋼筋其結合力應由支持邊之鈎曲灣率計算。其不屈起而直達支持之鋼筋，此部份之結合力，當作平均分佈於此長度，可估計得之。

若單位應力超過表中定限時，則全部剪力當歸鋼筋負担，所須之鋼筋橫剖面積由下式計之。

$$A = \frac{S \times s}{\sqrt{2} \times 7/8d \times 16{,}000} \cdots\cdots(25)$$

此處 S 爲屈斜筋或肋筋距離吋數。

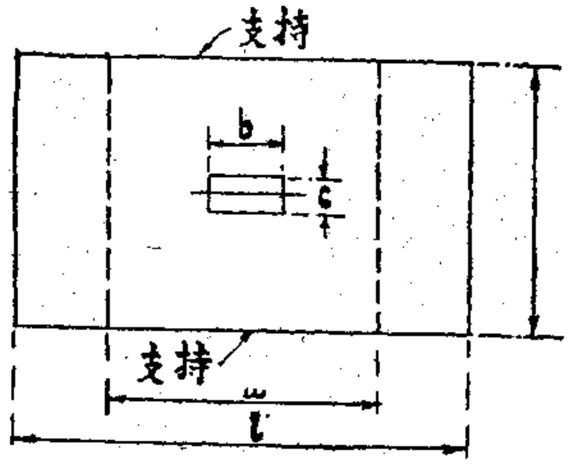
如不將鋼筋屈斜，祗有直筋及加用肋筋，而鋼筋之直徑不超過跨度之 $\frac{1}{150}$ 至 $\frac{1}{200}$，則結合力可無不足之虞。

以上活重灣率及剪力之計算，其集中重當爲一均等重加一與支持線平行之刀口形載重。然而，有時則需計算真正集中載重，計算之法，普通用沙氏(Slaters)公式，此式曾經實驗證明而得者。集中載重所分佈之寬度 $w=b+kl$，此處 w＝集中載重面積之寬度，l＝兩支持間之塊面跨度，k 爲常數列表 IV，l' 爲塊面寬度其量度之方向與支持平行。

表 IV

$\frac{l'}{l}$	k	$\frac{l'}{l}$	k	$\frac{l'}{l}$	k	$\frac{l'}{l}$	k
0.1……	…0.10	0.6	0.49	1.1	0.65	1.6	0.72
0.2……	…0.20	0.7	0.53	1.2	0.66	1.7	0.73
0.3……	…0.29	0.8	0.56	1.3	0.68	1.8	0.74
0.4……	…0.37	0.9	0.59	1.4	0.70	1.9	0.75
0.5……	…0.43	1.0	0.62	1.5	0.71	2.0	0.76

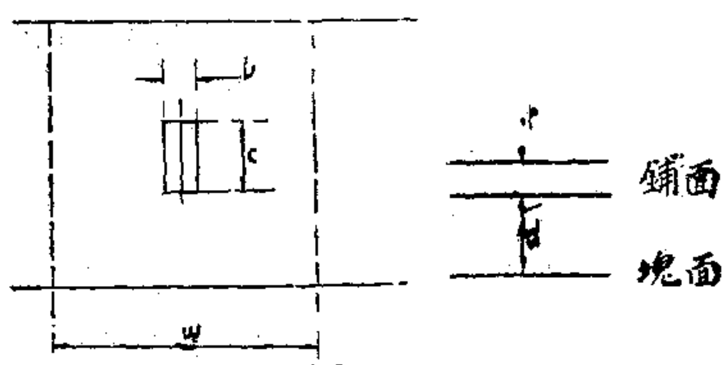
當車輪之圓平面正交於支持時(圖2)，b等於輪之厚度加路鋪面厚度(t)之二倍



圖二

當輪之圓平面與支持線平行時(圖3) b等於輪與路面接觸之寬度加路鋪面厚度(t)之式倍

$$M=\frac{W}{4w}\left(l-\frac{c}{2}\right)\cdots\cdots(26)$$



圖三

此處　　$M=(b_o\div 2t\div kl)$或$(3$吋$+2t+kl)\cdots\cdots(28)$

$C=(3$吋$+2t)$或$)b_o+2t)\cdots\cdots(27)$

b_o為輪之寬度而輪與路面接觸之寬度當作3吋

計算剪力，通常當作載重之一邊，與支持之距離等於塊面之厚度而計之。

若以C_1=支持之寬度(圖4)

$$S = M\frac{l-d-\frac{1}{2}(c+c_1)}{l} \cdots\cdots (29)$$

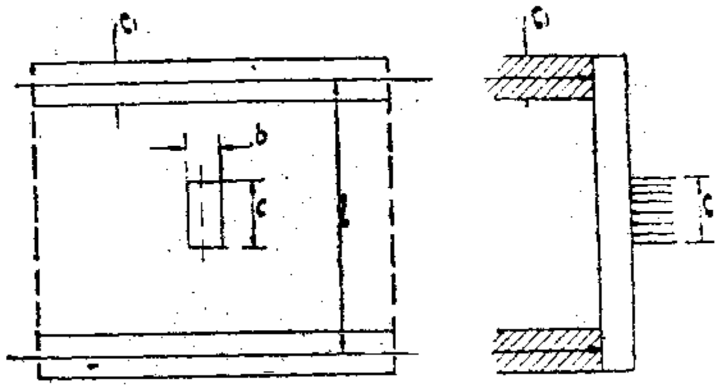
均佈之寬度　$w = b + k(2l + c + c_1) \cdots\cdots (30)$

此處 k 通常當作 $\frac{3}{4}$

$$w = b + 0.75(2d + c + c_1) \cdots\cdots (31)$$

此處　$b = bo + 2t$ 或3吋 $+ 2t \cdots\cdots (32)$

$c = 3$吋 $+ 2t$ 或 $bo + 2t \cdots\cdots (33)$



圖四

依照輪之方向而定

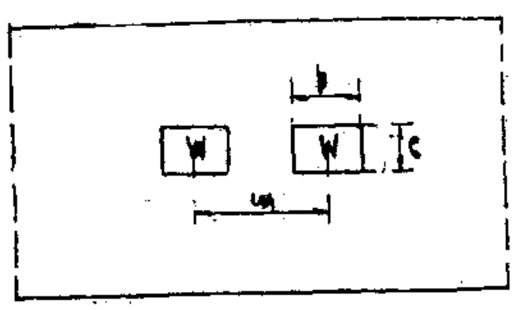
單位剪力

$$v = \frac{S}{7/8dw} \cdots\cdots (34)$$

$$v^1 = \frac{S}{dW} \cdots\cdots (35)$$

倘若有兩集中重載(圖5及圖6)，其相當公式如下。

第一類——輪面正交於支持(圖5)。



圖五

對於灣率，b_o=輪寬，

當 $w < w,$ $\quad w = b + kl = b_o + 2t + kl$ ……………………(35)

若 $w > w,$ $\quad w = \frac{1}{ }(w\,b + kl)$ ……………………(36)

$$= w(w, + b_o + 2t + kl)$$

每呎寬塊面灣率

$$M = \frac{W}{4w}\left(1 - \frac{c}{2}\right) \cdots\cdots (37)$$

$$c = 3\text{吋} + 2t \cdots\cdots (38)$$

以上俱以呎爲單位。

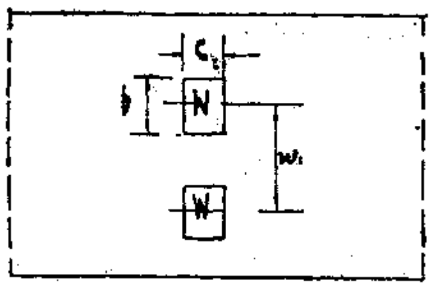
對於剪力，依前法，

$$S = W\frac{1 - d - \frac{1}{2}(c + e,)}{l} \cdots\cdots (39)$$

$$w = b_o + 2t + 0.75(2d + c + c,) \cdots\cdots (40)$$

$$v = \frac{s}{\frac{7}{8}dw} \cdots\cdots (41)$$

第二類——輪面與支持平行(圖6)



圖六

對於灣率 $\quad w = c + k(1 - w,)$ ……………………(42)

$$c = 3\text{吋} + 2t \cdots\cdots (43)$$

以呎爲單位

每呎寬塊面灣率

$$M = \frac{W}{2w}\left(1 - w, - \frac{b}{4}\right) \cdots\cdots (44)$$

對於剪力

$$S=W\frac{l-d-\frac{1}{2}(b+c_1)}{l}\cdots\cdots(45)$$

$$w=3\text{吋}+2t+0.75(2d+b+c_1)\cdots\cdots(46)$$

$$S=W\frac{l-d-\frac{1}{2}(b+c_1)-w_1}{l}\cdots\cdots(47)$$

$$w'=3\text{吋}+2t+0.75(2d+b+c_1)+2w_1\cdots\cdots(48)$$

$$S_1=\frac{S}{w}\cdots\cdots(49)$$

$$S_2=\frac{S'}{w'}\cdots\cdots(50)$$

而

$$v=\text{共單位剪力}=\frac{S_1+S_2}{10.5d}\cdots\cdots(51)$$

以上公式，係根據多回之實驗而得者，而使分佈嚴密起見，宜用分佈鋼筋，此種鋼根之橫剖面積，約等於主要鋼筋之$\frac{1}{3}$至$\frac{1}{2}$，

塊面上載集中重之另一計算方法，係必佐(M.Pigeaud) 以薄版片之應力由微分方程推得之法，此版片當作純勻性物質。此舉對於互成直角兩向筋之三合土，奏效如何，殆難肯定；而對於一向筋者，其利便遠勝他法。亦有些工程論著(例如，Morsch,"Der Eisenbetonbau."葛氏 (Goodrish)譯本第113頁)認為此項設置，對於鋼筋三合土為不適用。玆從別方面言，構造工程之公式，普通祇認為對於歸納實驗結果之簡縮符號而已，而確定其各理之安全率也，尤貴乎有理論的根據。為此之故，必佐之歸納，似屬有可取之道，其所用之單位應力，蓋經實驗而定者也。

用必佐之方法計算單一集中載重(Annales des Ponfs ef Chaussees, Memoires 1929-II)

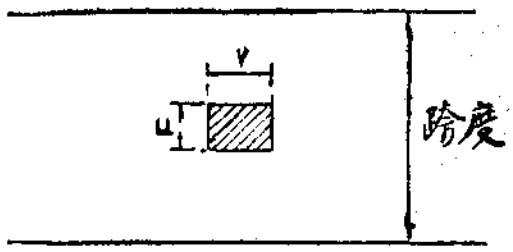
(I)

$$u=bo+2t,\text{或}3\text{吋}+2t\cdots\cdots(52)$$

$$v=3\text{吋}+2\text{ 或 }bo+2t\cdots\cdots(53)$$

依照輪之方向而定。

(2)計算$\frac{u}{a}$及$\frac{v}{b}$(圖7)由必佐氏曲線圖(圖8—15)決定



圖七

M_1及M_2。各對曲線圖(8—15)表示對於$\frac{u}{a}$及$\frac{v}{b}$各值之M_1及M_2之相當值，比率$p=\frac{a}{b}=0.9$，0.8，0.707，0.6，0.5，0.4，0.3，及0.2圖16及17，$p=0$。圖18，$p=1$，塊面爲正方形。另圖19亦表示M_1及M_2之值，而全塊塊面受均等載重者，p由0排至3。惟須知M_1及M_2非實際灣率，實際灣率誌以M及M'，爲M_1及M_2之直線式函數。此處之適用曲線圖爲p=0之圖(參看圖16)，以$\frac{v}{a}$代替$\frac{v}{b}$。

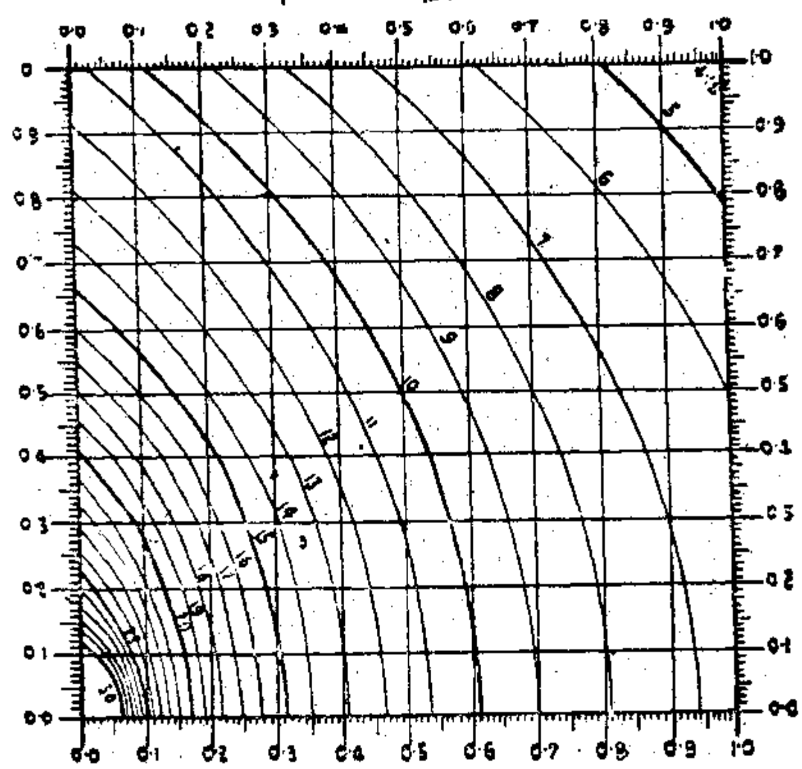
於是　M＝橫度跨度a之最大灣率＝$(M_1+0.15M_2)P$……………………(54)

M'＝縱向之最大灣率　＝$(0.15M_1+M_2)P$……………………(55)

此處P＝集中重(以磅計)，M及M'爲呎磅，爲每呎寬增面之灣率。

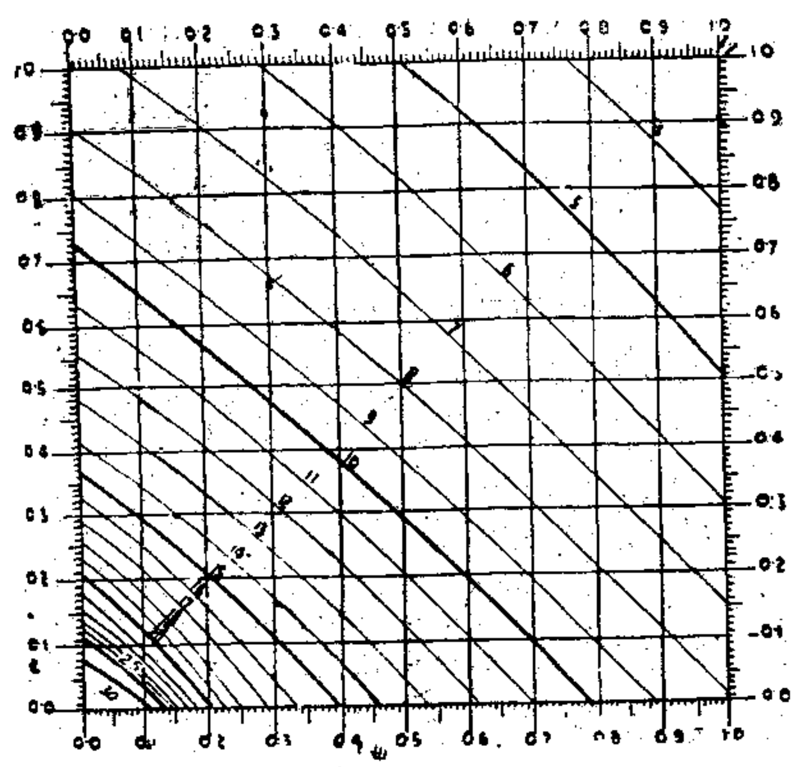
$\rho=0.9$

$M_1\times10^2$ 之值



$\frac{v}{b}$ 之值

$\frac{u}{a}$ 之值



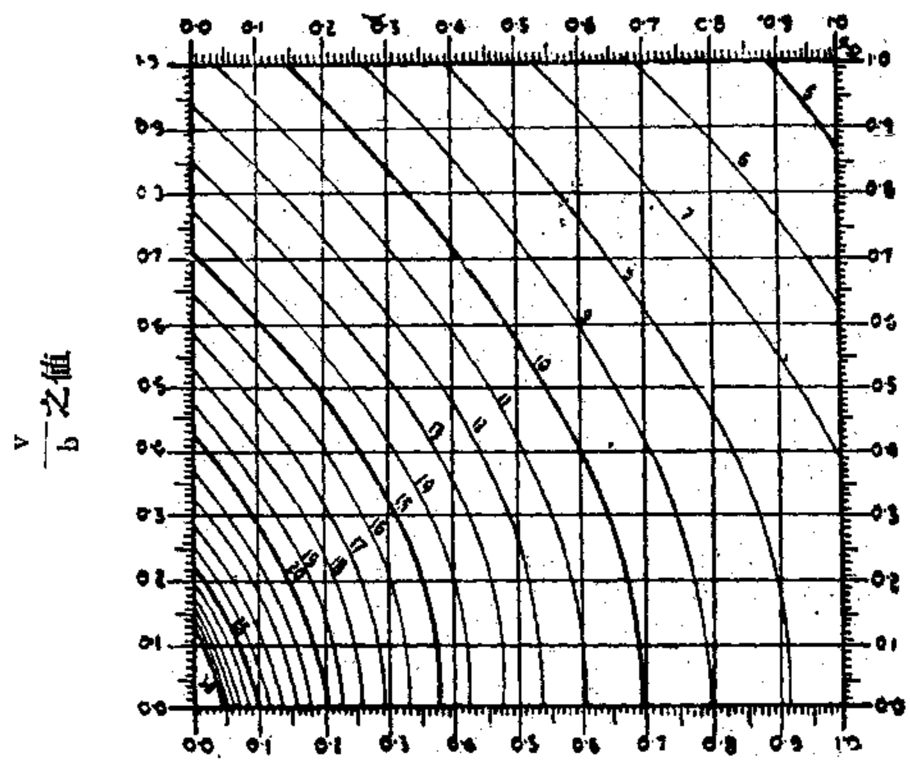
$\frac{v}{b}$ 之值

圖八

$\frac{u}{a}$ 之值

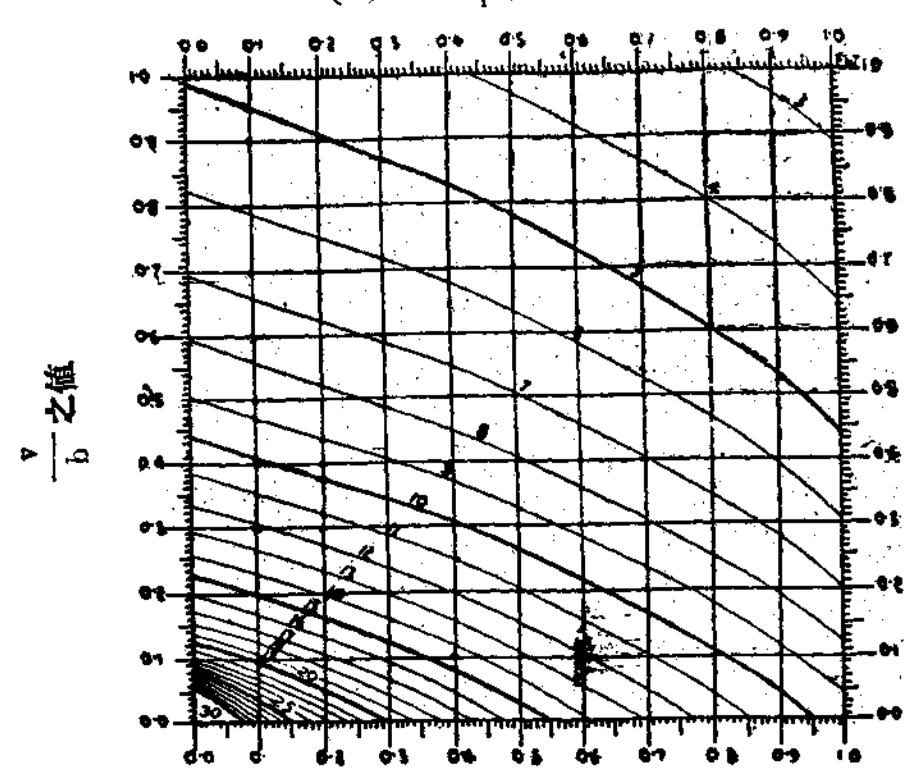
$\rho=0.8$

(a) $M_1\times10^2$ 之值



$\frac{u}{b}$之值

(b) $M_1\times10^2$



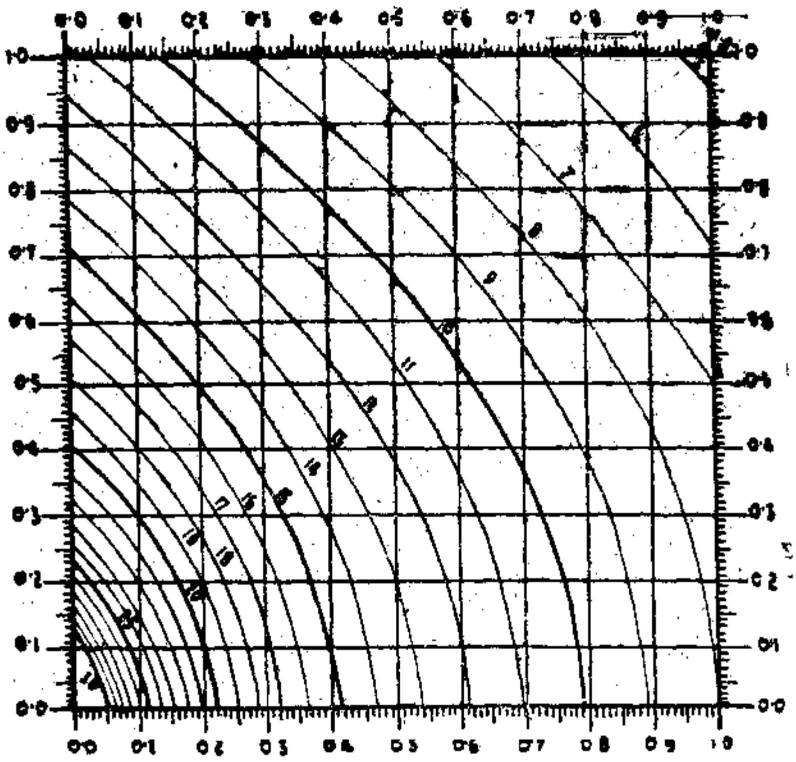
圖九

$\frac{u}{a}$之值

$$\rho=\sqrt{\frac{2}{2}}=0.707$$

(a) $M_1\times10^2$之值

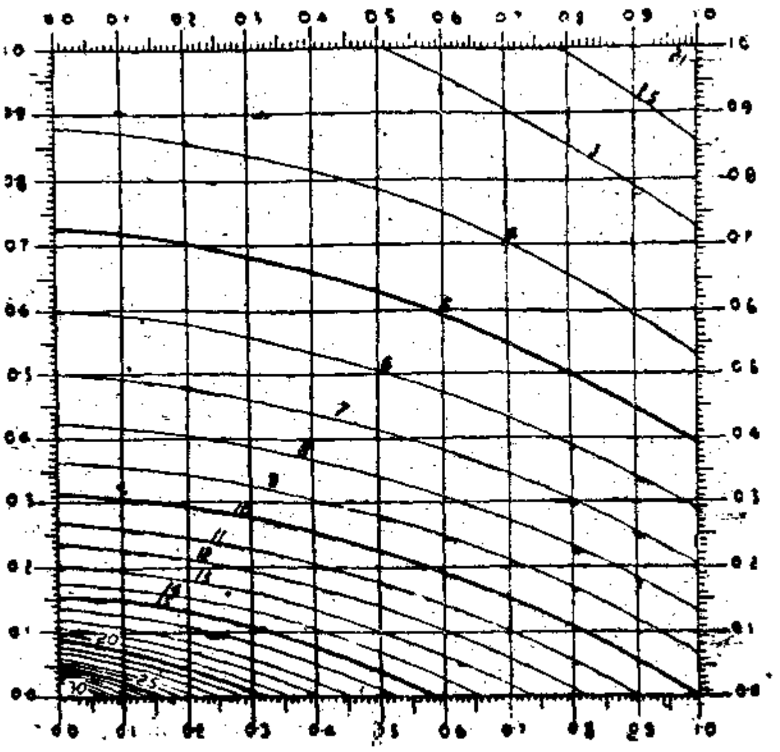
$\frac{v}{b}$之值



$\frac{u}{a}$之值

(b) $M_2\times10^2$之值

$\frac{v}{b}$之值

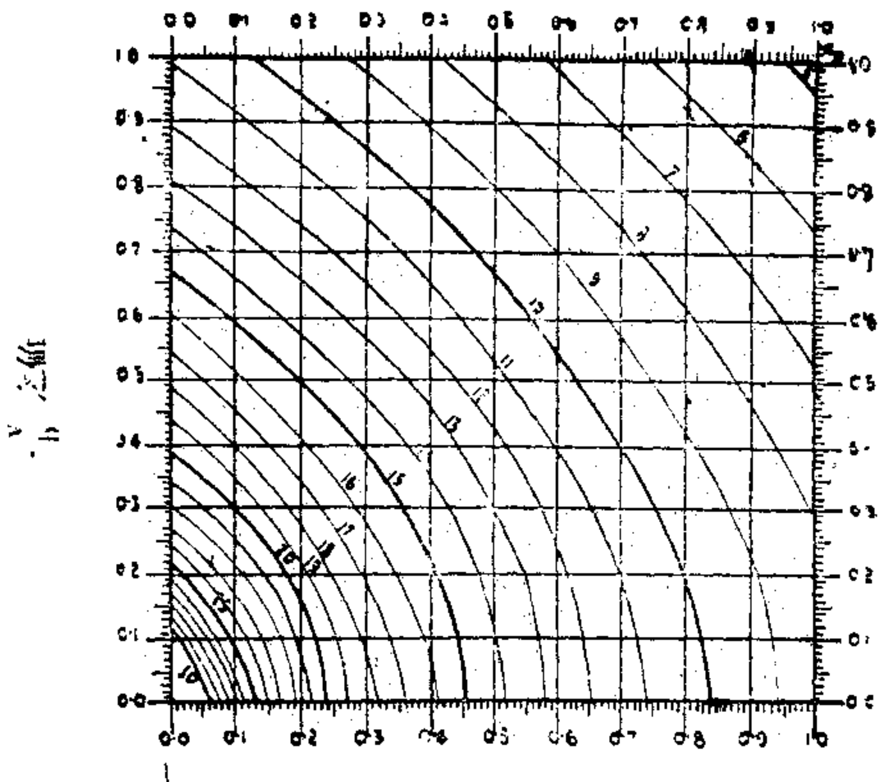


圖十

$\frac{u}{a}$之值

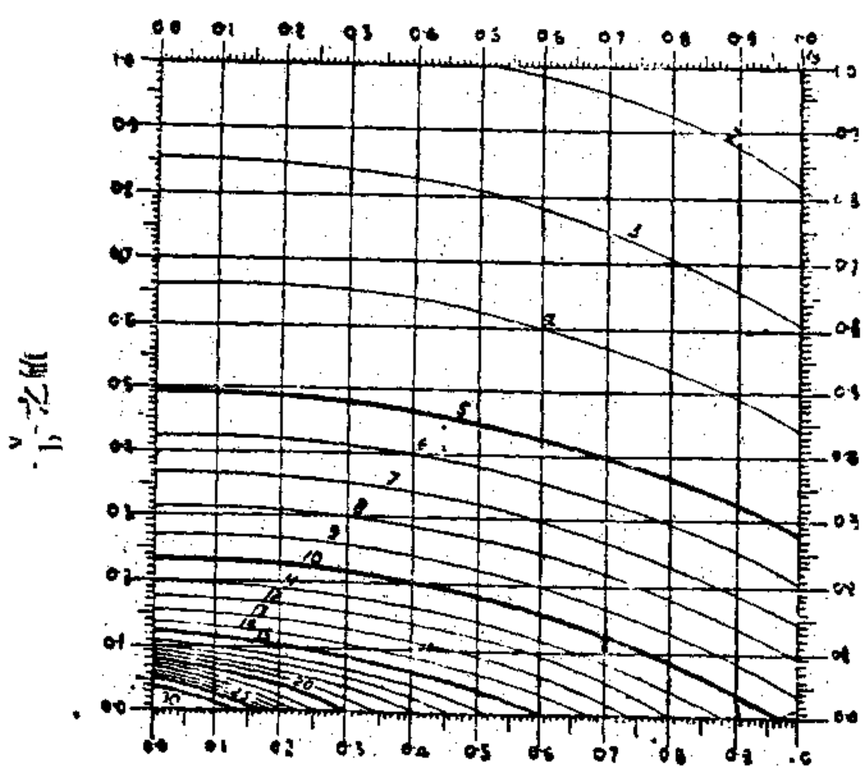
ρ 0.6

(a) $M_1 \times 10^2$ 之值



$\frac{u}{a}$ 之值

(b) $M_2 \times 10^2$ 之值



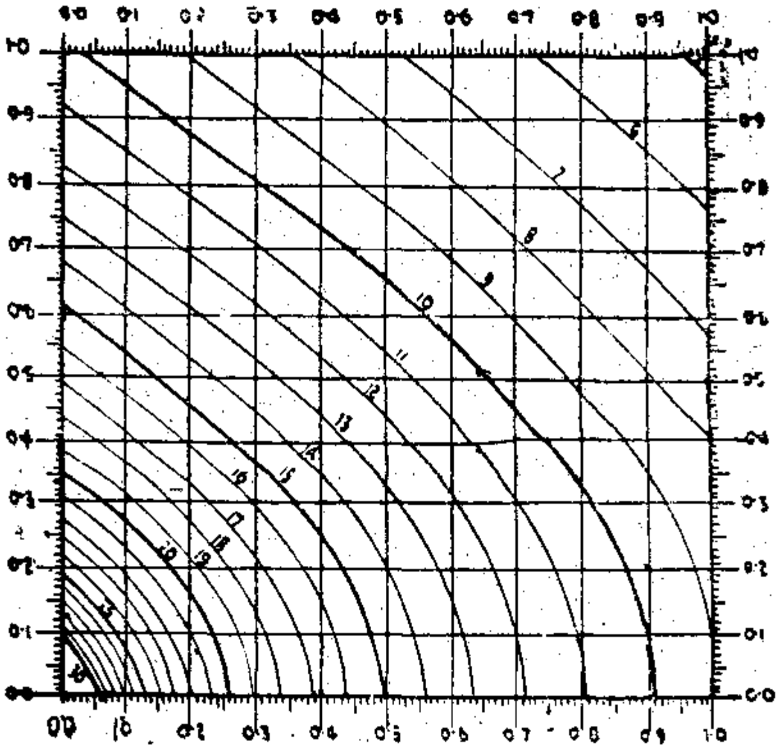
圖十一

$\frac{u}{a}$ 之值

$\rho - 0.5$

( ) $M_1 \times 10^2$之値

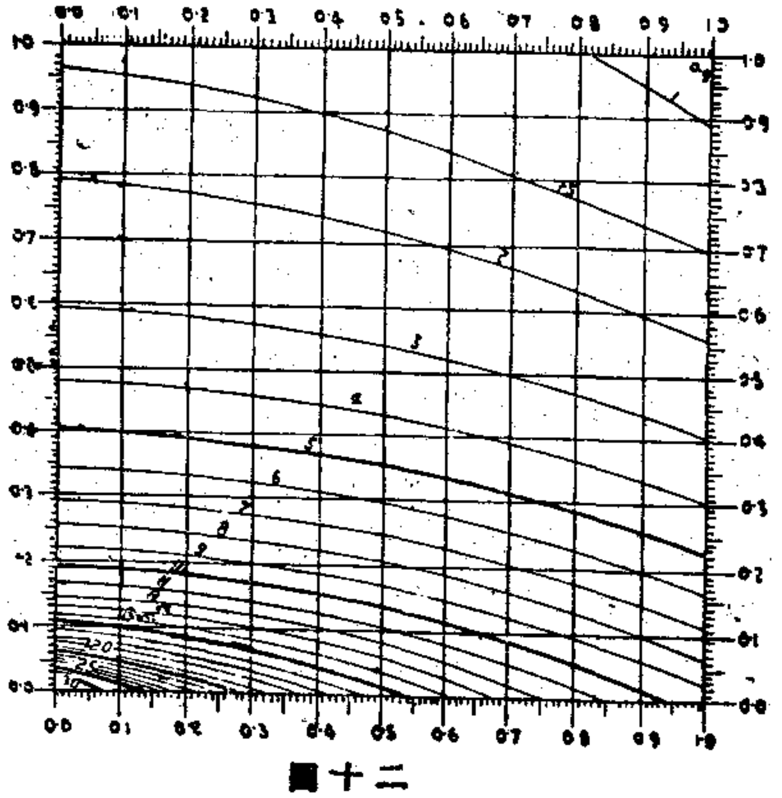
$\frac{v}{b}$之値



$\frac{u}{a}$之値

(b) $M \times 10^2$之値

$\frac{v}{b}$之値

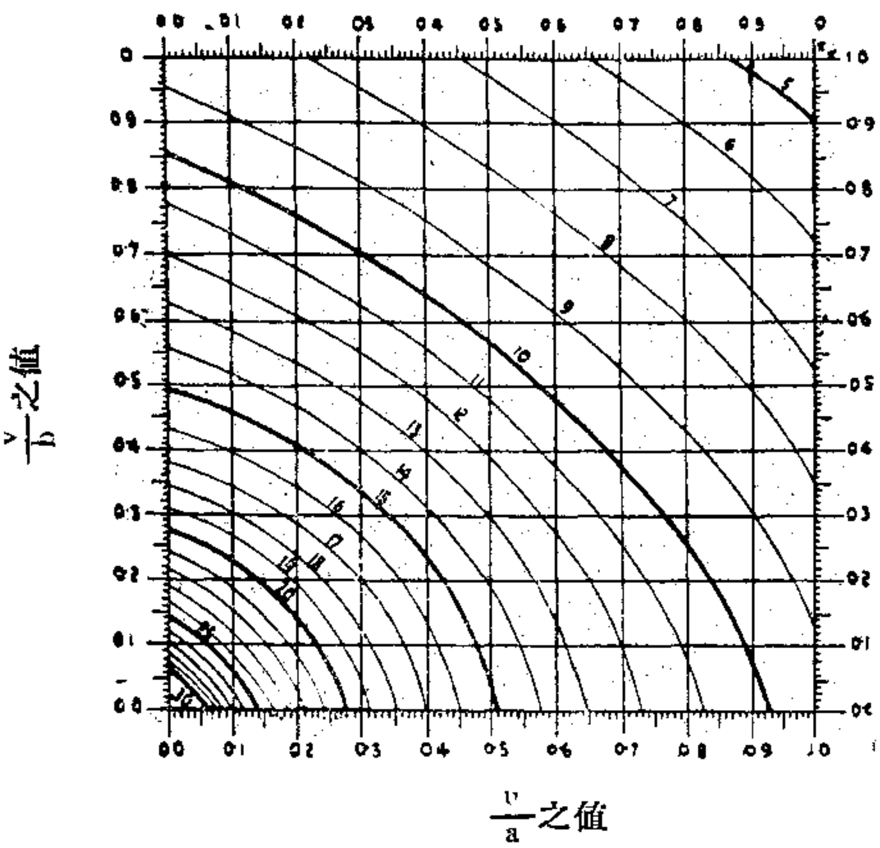


圖十二

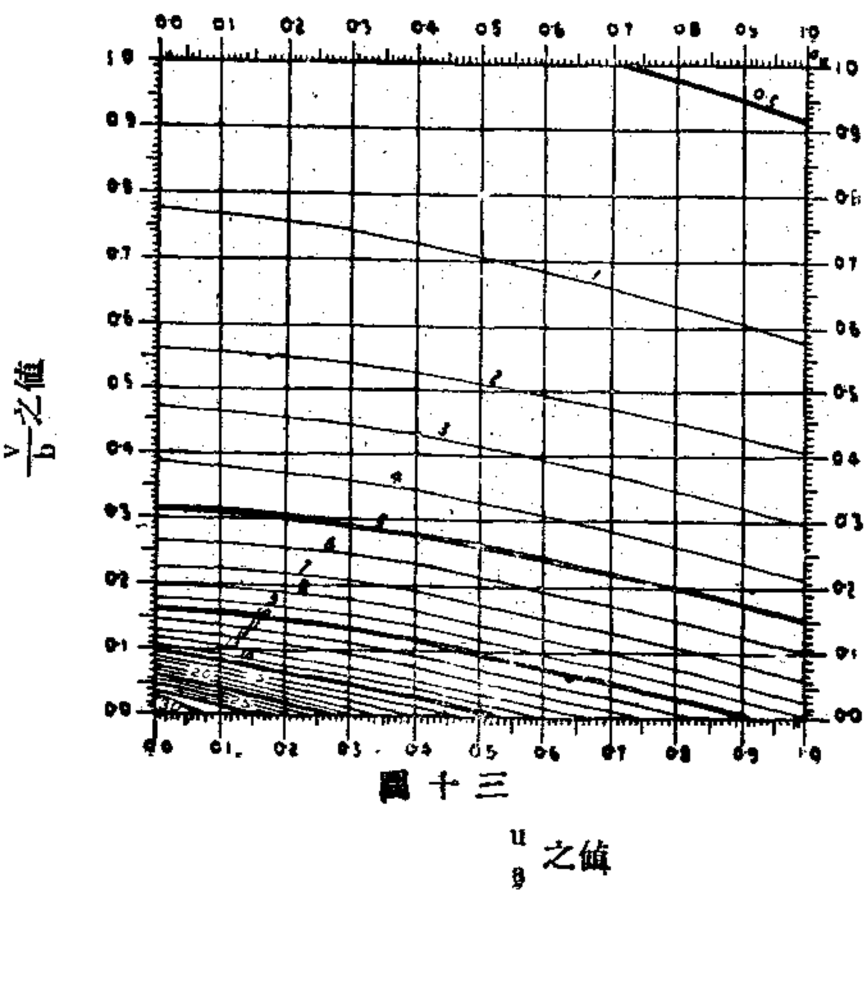
$\frac{u}{a}$之値

$\rho=0.4$

(a) $M_1\times10^2$之值



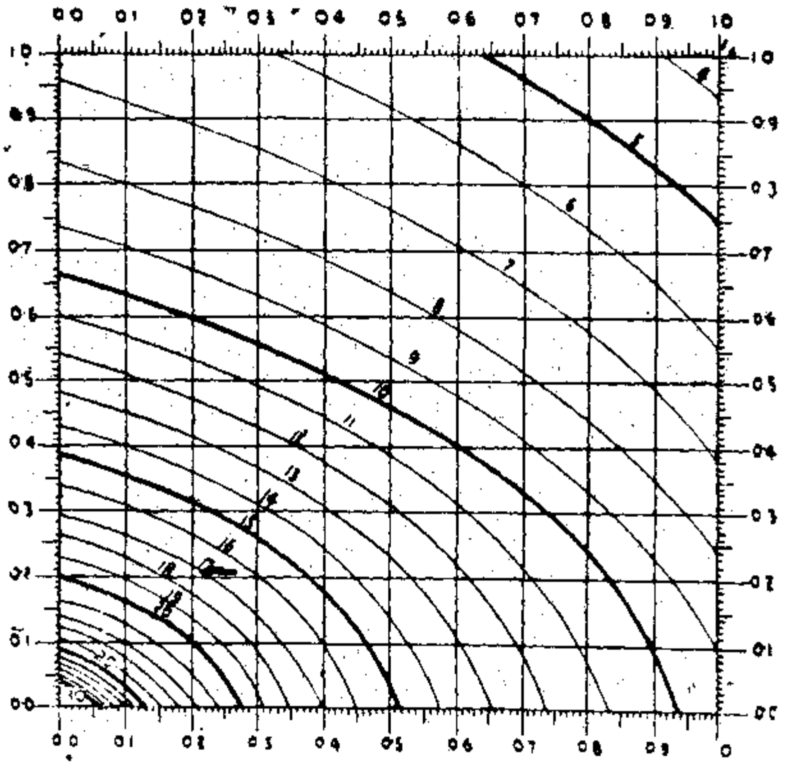
(b) $M_2\times10^2$之值



圖十三

$\rho=0.3$

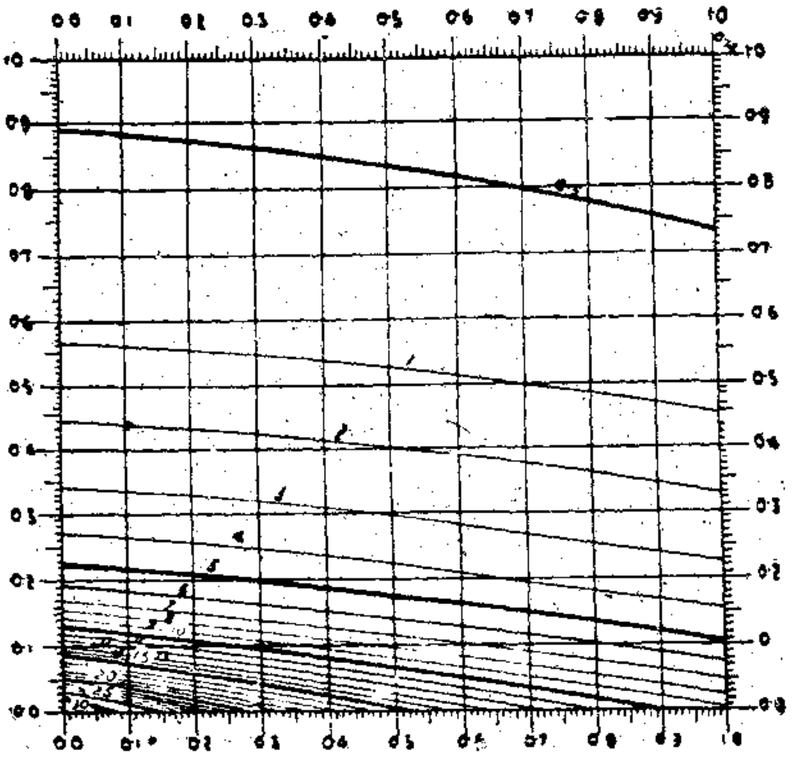
$\frac{v}{p}$之值



$\frac{u}{a}$之值

(b) $M_2\times10^2$之值

$\frac{v}{p}$之值

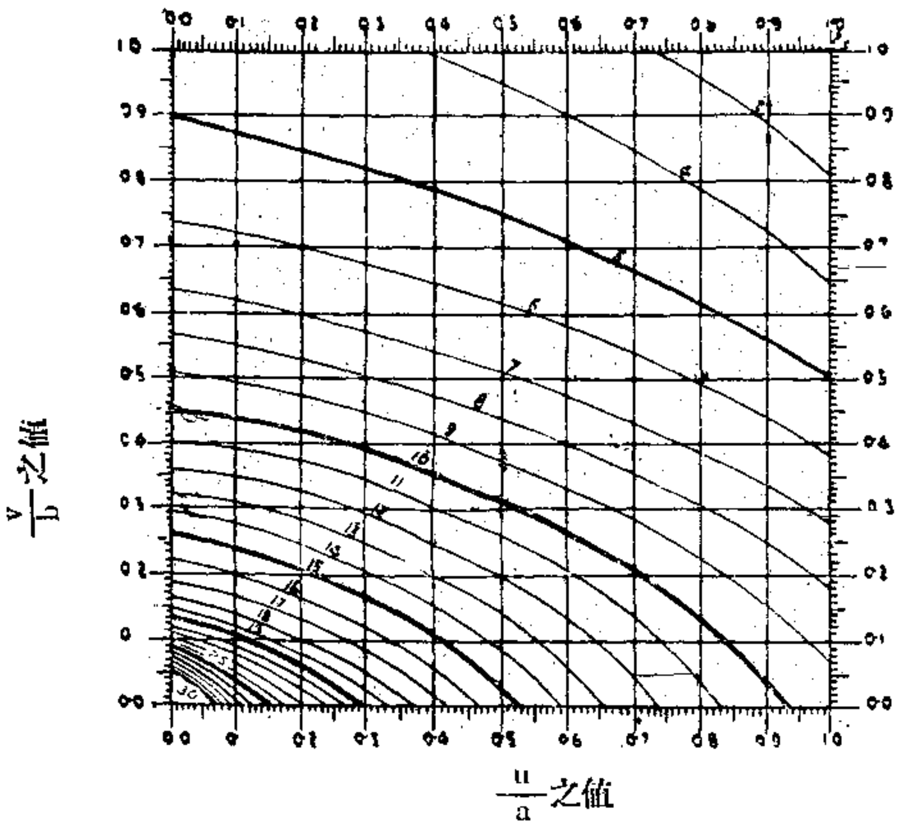


圖十四

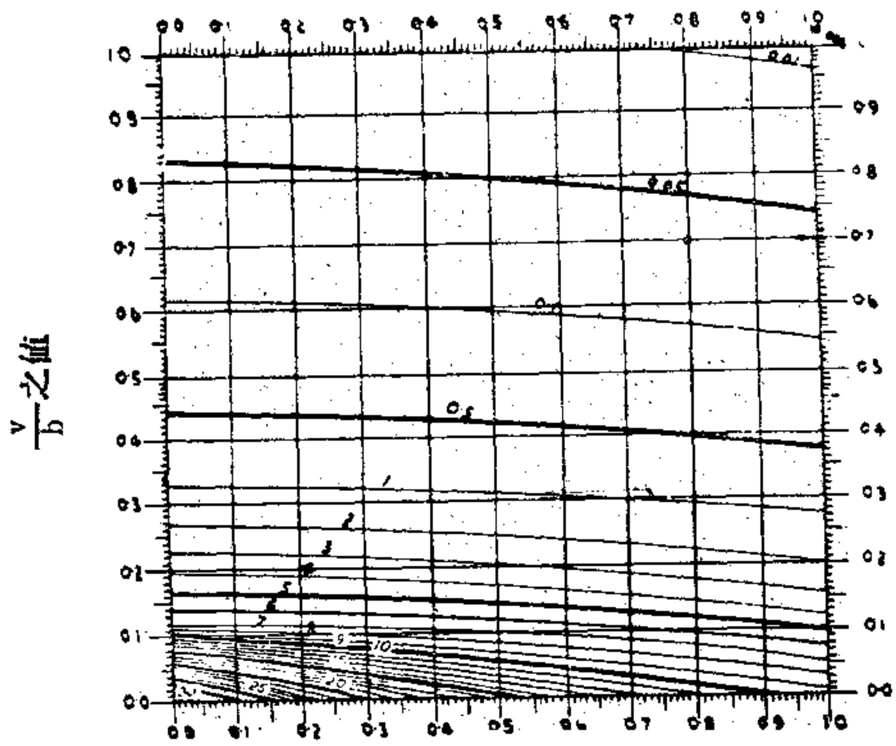
$\frac{u}{a}$之值

$\rho=0.2$

(a) $M_1\times10^2$之値



(b) $M\times10^2$之値



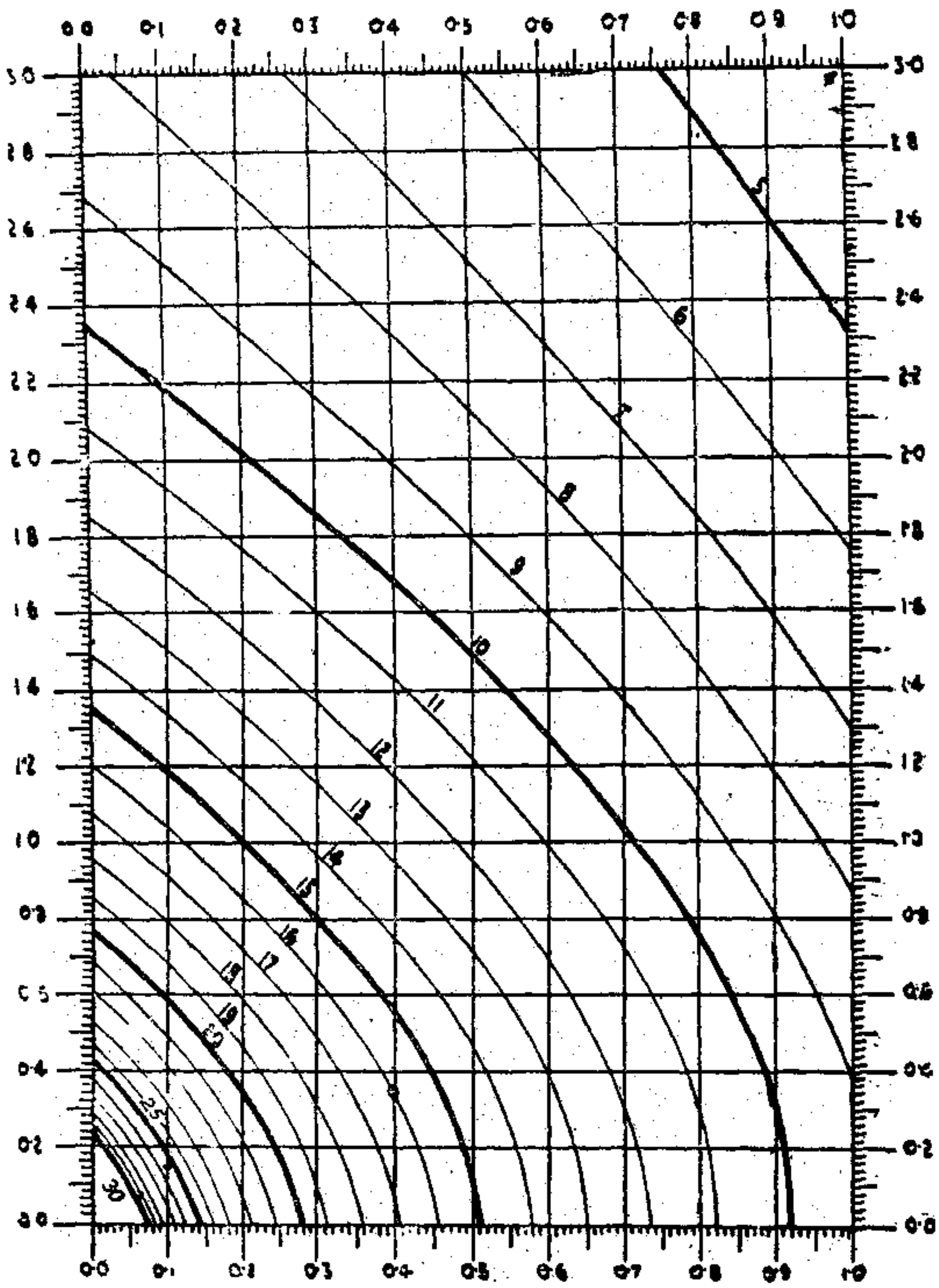
圖十五

$\frac{u}{a}$之値

$\rho=0$

$M_1 \times 10^2$之值

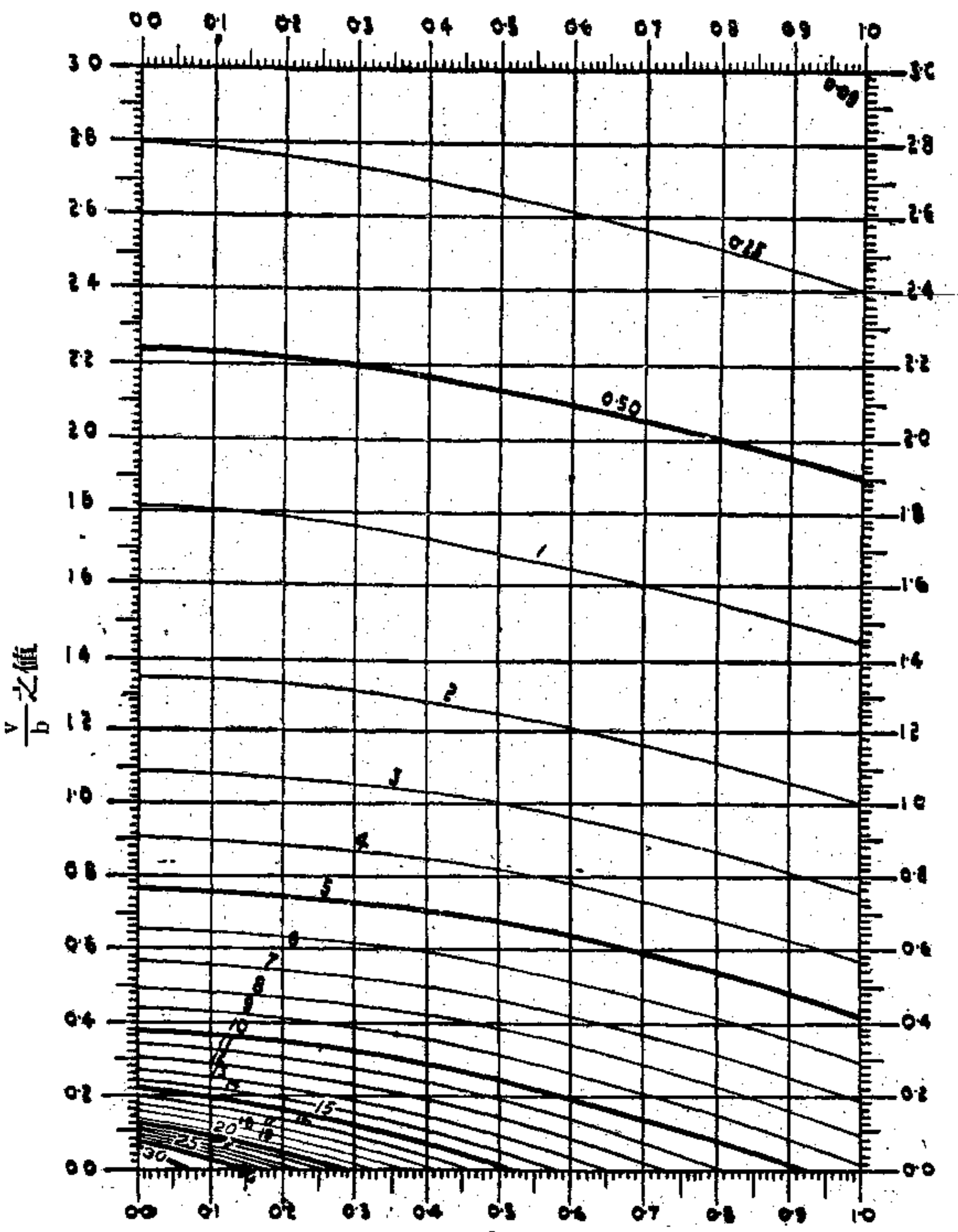
$\frac{v}{b}$之值



圖十六

$\frac{u}{a}$之值

ρ_0



圖十七

$\frac{u}{a}$之值

一部份載重之塊面(總重$P=1$)

M_1(或M_2)$\times 10^4$之值

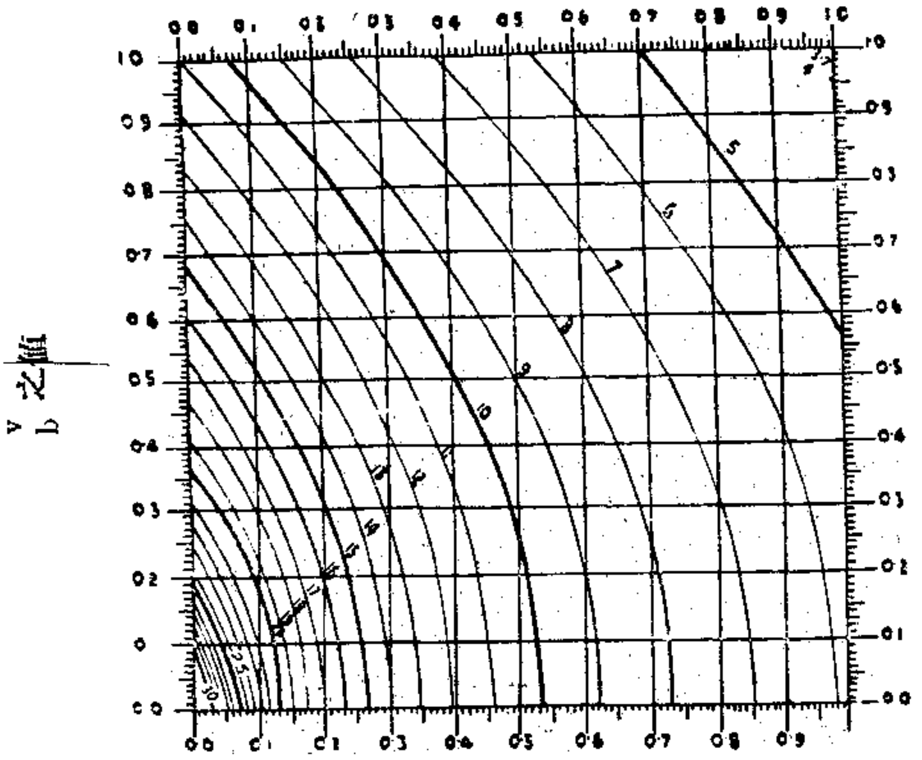
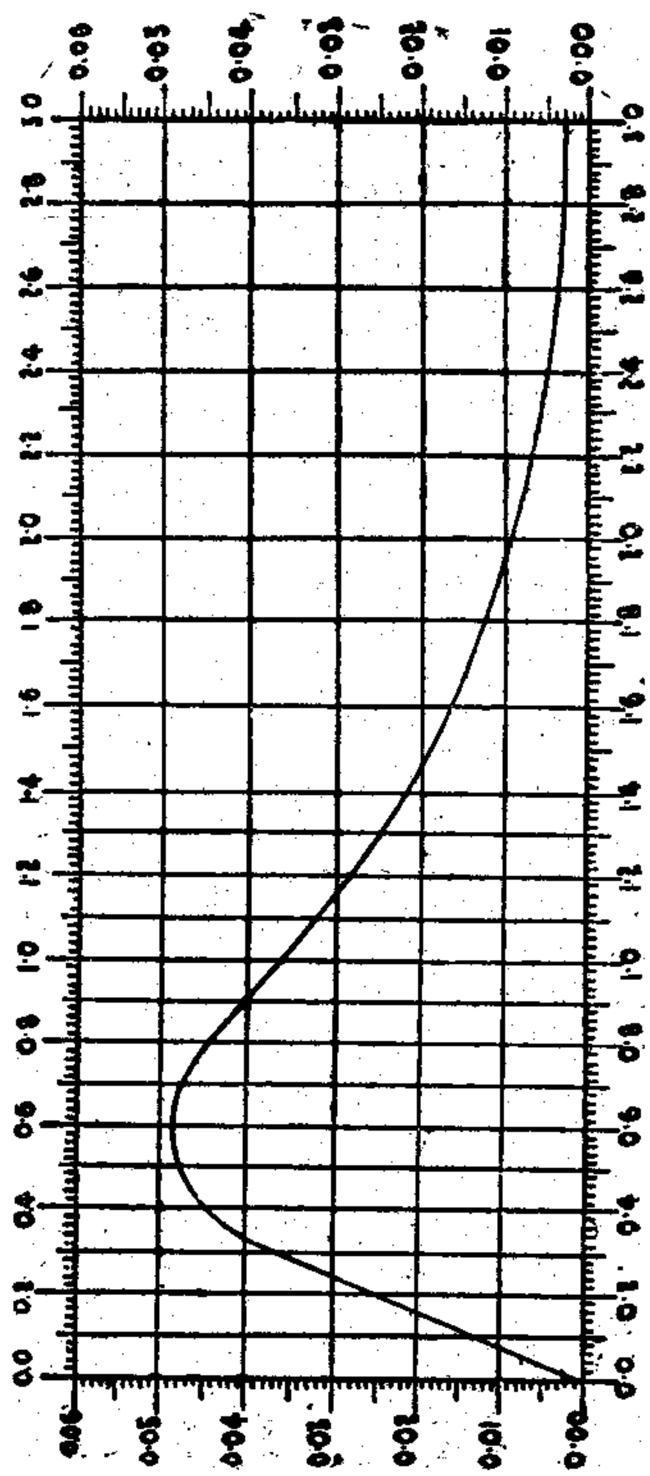


圖 十 八

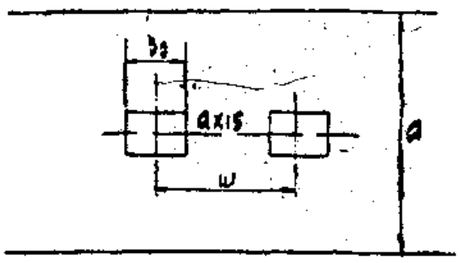
$\frac{u}{a}$之值

全塊面均載重
曲線表 M_1 或 M_2 之值
總重 $\rho=1$ 平均分佈於全塊面



圖十九

倘若有兩集中載重，而輪面正交於支持者，(圖20)通常以



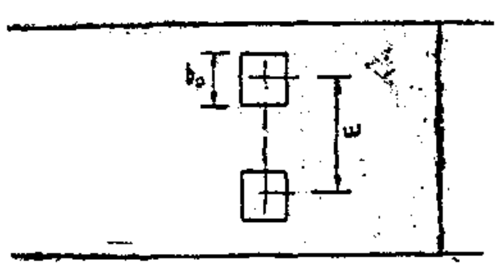
圖二十

$$v=3吋+2t \qquad (56)$$

$$v=w+b_0+2t \qquad (57)$$

變兩載重爲單一載重。

若輪面與支持平行時(圖21)



圖二十一

$$u=w+b_0+2t \qquad (58)$$

$$v=3吋+2t \qquad (59)$$

若需要計算均等重及加形集中重，必佐氏之車輪載重計算法，可用爲鋼筋需要數目之一指示

(待續)

工程學報第一卷第一期目錄

卷頭語

譯 著

鋼筋混凝土御墻之簡易設計法……吳民康……2…頁

運輸速度與道路交通量之關係……胡鼎勳……10…頁

平面測量學問答……吳民康……12…頁

用皮尺作圓形曲綫法……胡鼎勳……17…頁

道路淺說……黃德明……19…頁

我國路鐵概況……吳民康……32…頁

我國公路概況……吳民康……33…頁

量法述要……吳民康……43…頁

腊青混凝土路面之建築法……莫朝豪……54…頁

業主與承建人之規約章程……馮錦心……61…頁

建築材料調查報告……莫朝豪……67…頁

廣州市石灰之調查

廣州市磚瓦之調查

廣州市木材之調查

廣州市士敏之調查

工程常識

試驗鋼鐵之便法……黃德明……80…頁

土工計算之簡易法……連錫培……81…頁

特 載

英華工學分類字彙……溫其濬……84…頁

附 錄

廣東國民大學工學院土木工程研究會簡章

會務報告……張建勳……91…頁

擬建河南自來水廠計劃書

擬述者　吳民康

指導者　金肇組

目錄

一• 緒言
二• 各區戶口人數之調查
三• 用水量之預算
四• 水廠之地點
五• 水廠之佈置
六• 水源之選擇
七• 製水之設備
八• 管線之佈置
九• 建設費預算
十• 經常收支預算
十一• 擴充計劃
十二• 水價
十三• 結論
附錄一• 管線佈置草圖
附錄二• 水廠佈置草圖
附錄三• 安裝生鐵水管價目表

緒言

河南位於珠江之南，與河北遙遙相對，其隸屬於廣州之部份，有海幢洪德蒙聖三區，瀕江地位，東與大沙頭相望，西與沙面租界對峙，岸線蜿蜒數里，爲河南商務最發達之區，華洋廠棧沿江羅列，甚有類於上海之浦東，以之爲廣州之輔城，其地勢之優越，鮮有其匹，夫一地之重要公用事業，不過水電交通

三項，今電氣已有廣州電力分廠與自動電話，交通則有海珠鐵橋與公共汽車，所缺者惟自來水，倘能及時興辦，則河南之發展，可計日而待也。

河南之需要自來水，固爲一般身處其地之居民急切之要求無疑矣，河南居民因食不潔之飲料而致病者亦數見不鮮矣，當地人士屢起而爲改良食水之運動亦叠現於報章矣，當局與自來水專家籌商計劃亦不自今日始矣，然而河南之無自來水也如故，懷疑而反對之者更如故，經費問題耶，缺乏專門人才耶，否否，吾以爲兩者均未足爲其主要之原因，而水源之問題實爲其致命之傷也。或問曰，珠江之水，滔滔不絕，取之不盡，用之不竭，是水源固無所用其過慮也，殊不知水量固不足以爲憂，而河水之鹹淡斯則有待於論列矣。攷珠江之水，上接三江，下通大海，每年由三月至九月因雨量充足故水淡，由十月至二月因雨量缺乏故水鹹，因此之故，多以此爲數月間取水成一重大問題，惟據自來水專家言，此點雖屬可慮，然亦無大妨碍，勉強用之亦無不可，如必要時可加設自流井以補救之（此點下當再加論列）究非並無辦法可用也。且惜海珠鐵橋爲開合式不甚利於安裝水管，非然者，由河北裝設大管一條接駁河南，要亦一治標之法，惟恐水量或有不足，且對於　中山先生發展河南之計劃無大裨益，究不如爲一勞永逸計另設一新水廠以供其用之爲愈也。總之河南之有無水廠，對於居民之衛生，地方之興旺，房屋之保險，均有莫大關係，茲錄廣州自來水總工程師金肇組先生之呈文於下，以爲本文之一證。

謹查本市新水廠計劃大致已造成概算者約有四個，在此數計劃中，或互相包括，或彼此衝突，故河南供水計劃除有特別情形外，似不宜單獨進行，因各個新水廠計劃中，均已包括河南居民之食水在內也。惟　鈞座意旨，以爲亦可用河南附近之水爲水源單獨計劃，提出一概算以供參攷，故特行造具概算一份及草圖等，致該地之詳細地形及水源之眞確水質，均未加以討論，倘此計劃原則蒙獲採納批准，則於詳細設計時，對於水質地形等，尚須作一番測量研究工作也謹呈

市長劉　　　　　　　　　　　　　　　　　　自來水總工程師金

二 各區戶口人數之調查

河南之人口，據民廿一年全市人口調查報告所載爲十二萬六千餘人，與全市人口適爲八與一之比，玆將各區戶數人口探列如下：

（1） 各區人口數量

蒙聖 四萬五千三百人

海幢 二萬七千人

洪德 五萬四千人

合共拾弍萬六千三百人

（2） 各區戶口數量

蒙聖 九千壹百戶

海幢 七千三百戶

洪德 九千四百戶

合共弍萬五千八百戶

三 用水量之預算

河南各區人口之總數，雖如上述，然設計時則不能以之爲準則，因沿江各地，廠棧林立，工商業均發達，而其內部則村落星散，生活簡陋，自不能一概強之購用自來水，故水廠給水計劃擬按照全數三份之一計算，俟將來地方發達時，然後逐漸擴充可也。玆將城市用水與個人用水之途徑表列如下，以爲預算出水量之標準，

（一） 城市用水

（甲） 市民用水	35%
（乙） 救火及其他公共用水	30%
（丙） 工商業用水	10%
（） 耗漏及其他損失	25%
總計	100%

(二) 個人用水

(甲) 烹飪	0.75英加侖
(乙) 飲用	0 33英加侖
(丙) 沐浴	5.00英加侖
(丁) 淘洗	2.92英加侖
(戊) 浣濯	3.00英加侖
(己) 其他	3.00英加侖
總計	1 5.00英加侖

(甲) 以總戶口三份一計算共八千六百戶，每戶約五人，故用水戶口內人數共約四萬三千人，以每人每日消耗水量十五英加侖計，合共用水六十四萬五千英加侖。又用水戶口外用水人約二萬人，以每人每日四加侖計，共八萬英加侖。合共七十二萬五千英加侖。

(乙) 救火用水約計四十萬英加侖，及其他公共用水二十萬英加侖，共約六十萬英加侖。

(丙) 工商業用水計二十萬英加侖。

(丁) 耗漏四十一萬五千英加侖。

以上四項用水共一百九十四萬英加侖，即約合二百三十二萬五千美加侖。故水廠每日出水量應以三百萬美加侖計算。

四 水廠之地點

水廠之地點，最好利用市有土地，以免另行購買私地，查河南西部現正填築內港堤岸，該處新地自屬不少，可惜其地與市廛太近，且當白鵝潭之口，往來船隻甚多，對於水源不免有玷污之害，再查沿該新堤落下之地，即太古輪船公司貨倉附近，其地亦頗適用，惟不知其土質如何，須要詳加探驗，方可決定，總之該處附近一帶以之為水廠建築地點，實屬可用，且該處地價不昂，即

收用民地亦不見若何破費也○

五 水廠之佈置

考普通水廠之設備應具有下列各建築物，即進水間，進水井，碼頭，駁岸，動力室，混水機室，氣化處，混和間，沉澱池，辦公室，貨棧，修理工廠，化驗室，蓄水池，快濾池，炭酸化池，洗水塔，清水井，水表室，清水機間，職工宿舍，警衛室，運動場，花圃等。

上述各項，自然爲水廠設備完善時所應備之建築物，但第一期出水以前，是否能完成建設，尙須視將來經濟能力如何而定。茲將水廠各部佈置之大畧情形，概述如下：

江水自江中從進水箱流入進水井，即由混水機吸起，灌入混和間，如須加氣化作用時，即可將此時江水，與氣化處接通，經過氣化以後，再行流入反應間及沉澱池，倘認爲無須加以氣化時，即將接頭處關斷，江水即直接流入混和間，混水通過沉澱池，經四小時以上之澄清後，即流入快濾池，惟在未入快濾池以前，如將來製水手續上，有認爲須加以炭化者，即可於快濾池附近，建設炭化間，以爲補助，清水塔則建於快濾池之旁，以資冲洗沙層；江水旣經快濾，即注入清水池，於適當之地位，施以𣱝氣及氯氣之消毒，及去嗅味，然後由清水抽水機將製過之清水，施以高壓，送至水塔(或蓄水池)然後分佈全市用戶○

六 水源之選擇

致水源類之種約分兩種，一曰地面水，二曰地下水，屬於第一種者爲雨水河水，湖水，人工築池水等，屬於第二種者爲泉水，淺井水，深井水，地洞水等，各種水源之水質均有不同，須視乎當地之情形以適合何者而判斷之○河南水廠之水源，自以採用河水爲最便利，即普通所用之水源，亦必以採用河水爲原則，除非必要時或不得已時，然後採用雨水或地下水○如香港因四面環海之故，其水源乃取用人工築池水以收集年中落下之雨水，惟此爲最無把握之辦法

，因每年之旱濕程度不同，設該年天旱無雨，則將索人民於枯魚之肆矣，港地之所以常鬧水荒者，職是故也。

查珠江之水每年因有數月爲雨量缺乏期間，河水每爲潮水所冲入而混和，故水質因之而變鹹，對於飲用上，不無影响，惟幸其時適爲天冷時期，用水量較之平時自然減少許多，如能加鑿自流井或引用七星崗之礦泉以調劑之，自無不足之虞也。

水質之檢驗爲採用水源最先之工作，因水質不良，則雖有甚利便之水源，亦不能使用之也，茲將化驗水質之標準，臚列於下，以供參考。

(甲) 化學及衞生化驗標準

(一)溶化定質總數不得過百萬份之八百

(二)硬度總數不得過百萬份之三百

(三)氯酸鹽中氯質不得過百萬份之三百

(四)鉛不得過百萬份之零一

(五)銅不得過百萬份之零二

(六)鐵不得過百萬份之零三

(七)鋅不得過百萬份之零五

(八)硫酸不得過百萬份之二百五十

(九)鎂不得過百萬份之一百

(十)氯化物不得過百萬份之二百五十

(十一)全固體不得過百萬份之一千

(乙) 渾濁測驗標準

渾濁每立特(litre)不得過10度(矽砂標準)

(丙) 細菌測驗標準

乳糖培養發酵細菌總數每立特不得過10

河水與井水既爲普通多所採用之水源，則其利弊自不能不一比較之，以爲採用者之認識。

兩種水源之比較		
	利	弊
河水	取用不竭	清濾費較大
井水	製水費較廉	常有旱涸之虞宜時添設新井

七 製水之設備

製水之法，除用自流井直接取水外，餘多以明礬混凝沉澱，經過沙濾，沙濾分三種，曰慢性沙濾曰快性沙濾，曰壓力沙濾，就中以快性沙濾爲較便而採用亦以此爲最多，因其佔地少而出水快故也，玆請分別言之：

自流井　自流井之設備極簡，祇須開鑿深井一口建設地面池一埞，水塔一座，用氣壓機抽水至地面蓄水池，再由此池用離心力式抽水機，抽水至水塔然後由管線分送至用戶便得，又因地下水泉，已經地層之滲濾，水質較潔，可免沉澱殺菌等費用，惟水質之優劣與水源之旺枯，殊無一定之把握，故自流井之用，只可以之爲補助水源則可，如全靠之爲出水水源則未免窒碍叢生也。

壓濾池　用地面水源者，以壓濾池爲最廉，因其濾率甚速，佔據地位亦少，可向外洋訂購，如用此種濾池加以抽水氣壓機，加礬機，水塔等，則可由江邊引水，用抽水機打入壓濾池，一面加入礬水，經濾後即藉進水抽水機之壓力而直流上塔，並用氯氣，或用氯錏殺菌，即可由管線供送用戶矣，氣壓機乃于反冲濾沙時迫入空氣，以助冲洗污沙者，此種設備，頗爲簡便，本市東山水廠即用此種，惟仍須以經過沉澱爲好，不然，如遇潮大泥重時，所出之水，難臻上乘，以之供給一地之飲用，實屬不宜。

慢濾池　慢性沙濾，本屬較頁之法，惟其佔地過大，出水又慢，在此地價日增時代，殊不經濟，故不比快濾池爲好，無怪舊有慢濾池者亦多改用快濾池也。

快濾池　快濾池之所以較慢濾池爲好者，顧名思義，即已知之，蓋其佔

地不多而出水又快故也，本計劃中所採用者卽屬此種。

按快濾池設計。擬建沉澱池一個，容量爲五十萬美加侖〔(14 ×50 ×95')7.481〕，沉澱時間約四點餘鍾，每二十四小時可沉澱清水三百萬加侖；快濾池四個，每個濾水面積二百六十平方英呎，照每小時平方英呎濾水壹百二十美加侖計算，每個每二十四小時可濾水七十五萬美加侖，四個共計三百萬美加侖：又建清水池一個，容量爲六十萬美加侖；水塔一座，高出地面壹百呎。

八 管線之佈置

管線之佈置如圖，從太古貨倉附近之水廠引伸大管經洪德路直至南華東路尾止，復分支各處，於相當地點設置公共龍頭以爲零售者及消防之用，各段管徑之大小列如下表：

段	長度 (呎)	擬用管徑 (吋)	段	長度 (呎)	擬用管徑 (吋)
B	2050	12	CH	1400	6
BC	1480	12	HJ	1315	6
CD	985	6	GI	1230	12
DE	490	6	BD	820	12
E	985	6	CF	426	12
	1230	12	IJ	820	6
	655	6	IK	1315	6

九 建設費預算

出水量爲叁

(一) 進水口用二十四吋鋼管引水至混水井，鋼管長約八十呎，需銀約一千六百元，混水井及其他設備約需銀三千四百元，合共五千元。

(二) 混水機及清水機

(甲)十二呎水頭四十八匹馬力之混水機壹副連零件電板等，每拾萬美

加侖以弍百伍十元廣東毫銀算，則每副出水叁百萬美加侖約需銀七千五百元，連預備機壹副合共壹萬五千元。

(乙)一百呎水頭四百匹馬力之清水機壹副連零件電板等，每拾萬美加侖以三百七十五元廣東毫銀算，則每副每二十四小時出水叁百萬美加侖約需銀壹萬壹千弍百五十元，連預備機壹副，合共弍萬弍千五百元，一切廠內動力以引用市電廠電力為原則。

(三) 混水機及清水機室

機室(40呎×50呎)共弍拾井，每井以五百元算，約需銀壹萬元。

(四) 快濾池

快濾池四個，每池面積弍英井六(13 ×20)，四個連機室(35'×60)廿一英井，每井弍千元算，約需銀四萬弍千元。

(五) 快濾池機械及其他設備

快濾池機械設備，每百萬美加侖設備費約需銀弍萬五千元，今出三百萬美加侖，則約需七萬五千元。

(六) 沉澱池

沉澱也(14 ×50'×95') 面積四十七井五十方呎，每井壹千四百元算，需銀約六萬六千五百元。

(七) 清水池

清水池(14'×75 ×75') 面積約五十大井，每井以六百元算，約需銀三萬三千六百元。

(八) 混和機及氯氣機設備

弍項合共約需銀壹萬元。

(九) 辦公廳

壹座弍層樓(25'×35) 約需銀壹萬元。

(十) 碼頭

壹座約需銀三千元。

（十一） 圍墻

磚墻八百一十呎約需銀二千六百元。

鐵欄二百五十呎約需銀四百元。

二項合共三千元。

（十二） 收地

七百五十井（英井）每井以三十元算，約需銀二萬二千五百元。

（十三） 水塔

三合土水塔一個，約需銀一萬元。

（十四） 水管

（甲） 12寸水管約長二萬五千五百七十五英呎，每呎十元算，則需銀二十五萬五千七百五十元。

（乙） 6寸水管約長四萬五千五百呎，每呎五元算，則需銀二十二萬七千五百元。

（丙） 4寸水管約長四萬六千呎，每呎三元算，則需銀一十三萬八千元。

（但水管以在外國工廠定造者爲限，如在本國自鑄者，價須另加）

三項合共需銀六十二萬壹千二百五十元。

（十五） 水表 先備五百個約銀壹萬五千元。

以上十五項共需銀九十四萬四千三百五十元。

查上項預算，雖爲九十四萬四千餘元，但水管方面可以分期裝設，第一期可先裝水管三十六萬元左右，又濾水池可以暑從緩造，兩共可暫省去三十三萬餘元，故河南水廠建設時，倘能籌得六十萬元，以理測之，似可即行給水於市民食用矣。

十 經常收支預算

（甲） 支出預算

(一) 主任一人月支	二百元
技士一人	一百八十元
工目二人(每人八十元)	一百六十元
水管工人廿名每名(五十元)	一千元
廠內工人廿名(同上)	一千元
辦事員四人(二人各支八十元 二人各支六十元)	二百八十元
警察三人(每人廿元)	六十元
雜役(守閘運抬運工人 約十名每名廿元)	二百元
(二) 電費 每月	一萬二千元
滑油等	五百元
其他消耗修理	二千元
辦公費	五百元
硫酸鋁	二千元
硫酸錏	二百五十元
綠氣	七百元
利息及折舊	五千五百元

以上弍項每月合共支出弍萬六千五百三十元。

(乙) 收入預算

(一) 水費(共八千六百戶,每戶以三元半算)每月三萬元 (即每日售出一百二十餘萬加侖)

(二) 零售水費 每月	弍千元

以上二項每月共收入叁萬弍千元

每月營業除支出外,約可獲利五千四百七十元,茲將每月收支比較表列如下:

收入項目	元	角	分	支出項目	元	角	分
(一)水費	30,000	—	—	(一)職員薪金	3,080	—	—
(二)零售水費	20 000		—	(二)電費，及其他			
				藥雜費利息			
				折舊等。	23,450	—	—
				比對贏餘	5,470	—	—
	32,000	—	—		32,000	—	—

一　擴充計劃

水廠之擴充，自經濟方面立論，當視營業之盈虧而轉移，如以發展市政為政策，則視地方需要而增減，辦水廠之困難，在其創辦時設備不能不照預算當地最高之需要而建設，因此利息及折舊隨以增高，而收入則須視用戶之是否普遍而定，至於消防清道等市政用水，在水廠固出有代價以製成清水，而此項用水之代價，直接無所取償，祇能間接責償於市政之捐稅，然此在廠則為一種損失矣。故為穩健計，只可於初辦時減少開支，於可能的最低範圍內以待營業較盛時再行擴充組織，即廠外設備亦只能待諸異日而後擴充也。茲並將每年擴充之預算計列如下：

(甲)擬每年添埋6吋以下水管五千呎約需銀弍萬元

(乙)擬每年添設高立救火龍頭十處約需銀三千元

(丙)擬每年添購水表三百個約需銀九千元

(丁)擬每年添購新設備及工具等約需銀四千元

(戊)擬每年添聘人員薪俸壹千元

以上五項共計每年約需銀三萬七千元

十二 水價

本計劃擬完全採用水表制，先沿街裝設公共龍頭若干處，每十加侖水價售銅圓三枚，照現在廣州市價而論，每毫找換銅圓三十枚，每枚可購水三加侖，每元可購水約壹千加侖，如此代價，較之現在河南住戶挑水價目，不尤物美價廉耶，即由住戶雇夫挑回，每担(約十加侖)仍可減省銅圓四五枚，以視今日，真不可同日而語矣，玆將河南現在挑水價目探列於下，以資比較。

水之種類	每担價目(銅圓數)	
	樓下	樓上
井水	四枚	五枚
河水	八枚	十枚
泉水	二十六枚	三十枚

至於住戶請求裝水亦可，惟須繳納水費與水表押櫃，並担負接水各費耳。

十三 結論

頃閱報載，河南於三月廿七日又發生大火，地點在龍尾導西市地方，焚舖十三間，損失在五萬元以上，河南向無自來水，且該處距河涌甚遠，又値潮退，取水困難，至夜水漲，始能協同灌救，經三小時始行撲滅云，觀此，地方無自來水之害，愈益明顯，其實河南往者類此之事實甚多，人民之生命財產因此而受損失者爲數實不在小，關心民瘼者，其亦知所注意矣，玆更錄署名謝天君在越華報發表之，河南之食水問題，一文以爲本文之結論：

河南與河北一水相隔，交通不便，故一切建設，均覺落後，及馬路開闢，珠江鐵橋完成，而後河南始漸臻繁盛，畧具城市規模，且因地近鄉村，無都市繁雜聲之嘈擾，頗適於民居，故近日小港與鳳凰崗一帶，建築新屋日

多，蓋空氣之清潔，地方幽靜，實非車水馬龍之繁盛地點所能比，然居住河南善則善矣，但令人猶有感覺不妥者，則莫如食水問題是，因河南素無自來水之設， 飲料全仰給於河水或井泉，近河者自不待說， 皆取水於珠江，但居住稍遠者，則不能不取給於內涌或食井，面河南食井甚少，頁好者更不多覩，且皆味帶微鹹，尤非良好飲料，故不得不捨井而取涌，而內涌之面積不廣，沙泥淤積，涌床日淺，年前雖經一度挖掘，但不過畧去浮泥，現在又復堆積如故，且屋背臨涌之住戶，復滅絕公德，擧伸木架於涌上，蓋搭浴室廁所廚房等，亂棄穢物於涌中，水漲時沿涌居民，復携衣服器具或痰盂等，在其中洗濯，更兼設有皮革廠，牛奶廠布廠等，時常放出污水，由是涌水更不堪聞問，其汚濁處直令人見而毛戴，然因缺乏自來水之故，勢又不能不取作飲料，但祗可設法用沙濾滲，使其稍爲澄清而已，其中雖有水塘之設，如龍尾導坊衆所建之水塘等，但塘邊素爲停泊糞艇之處，清糞之日，糞艇雲集，黃白纍纍，令人可怕，總之食水在河南已成一絕大問題，致水爲人生日常所必需，不可以片刻缺，今如是，對於人民健康之影响，實至重大，前聞市府有舉辦河南自來水之議，後又因事中輟，現當努力建設之秋，想當軸者爲河南居民康健計，爲市政觀瞻計，諒必有以副河南之渴望也○

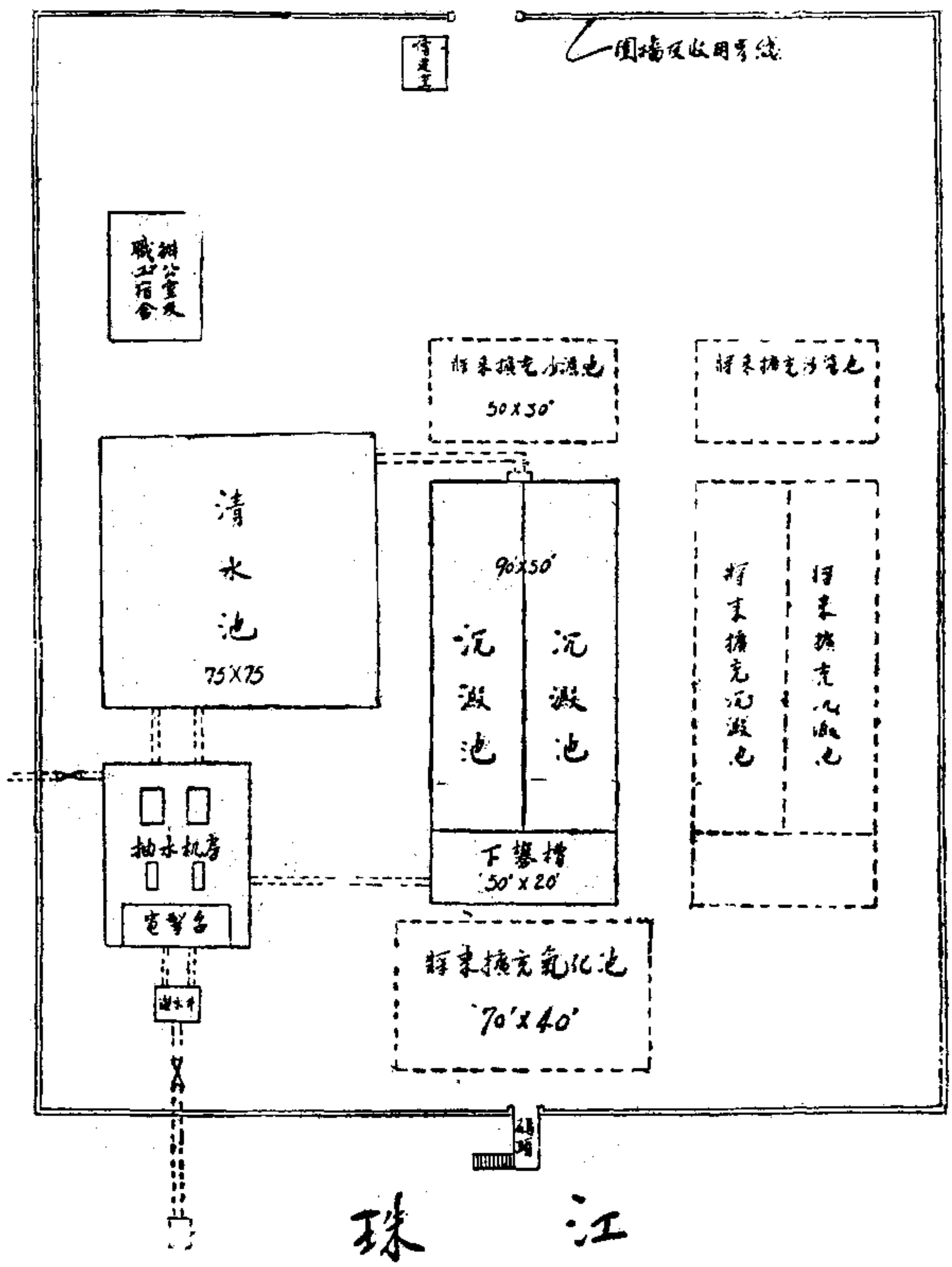
讀此其亦有感於中乎，吾知謝天君必爲老於河南者方能爲此言，亦必爲身受其苦者方能言之切，其行文之中肯，所論之痛快，孰有愈於此者耶○

民康寫於黃花節日

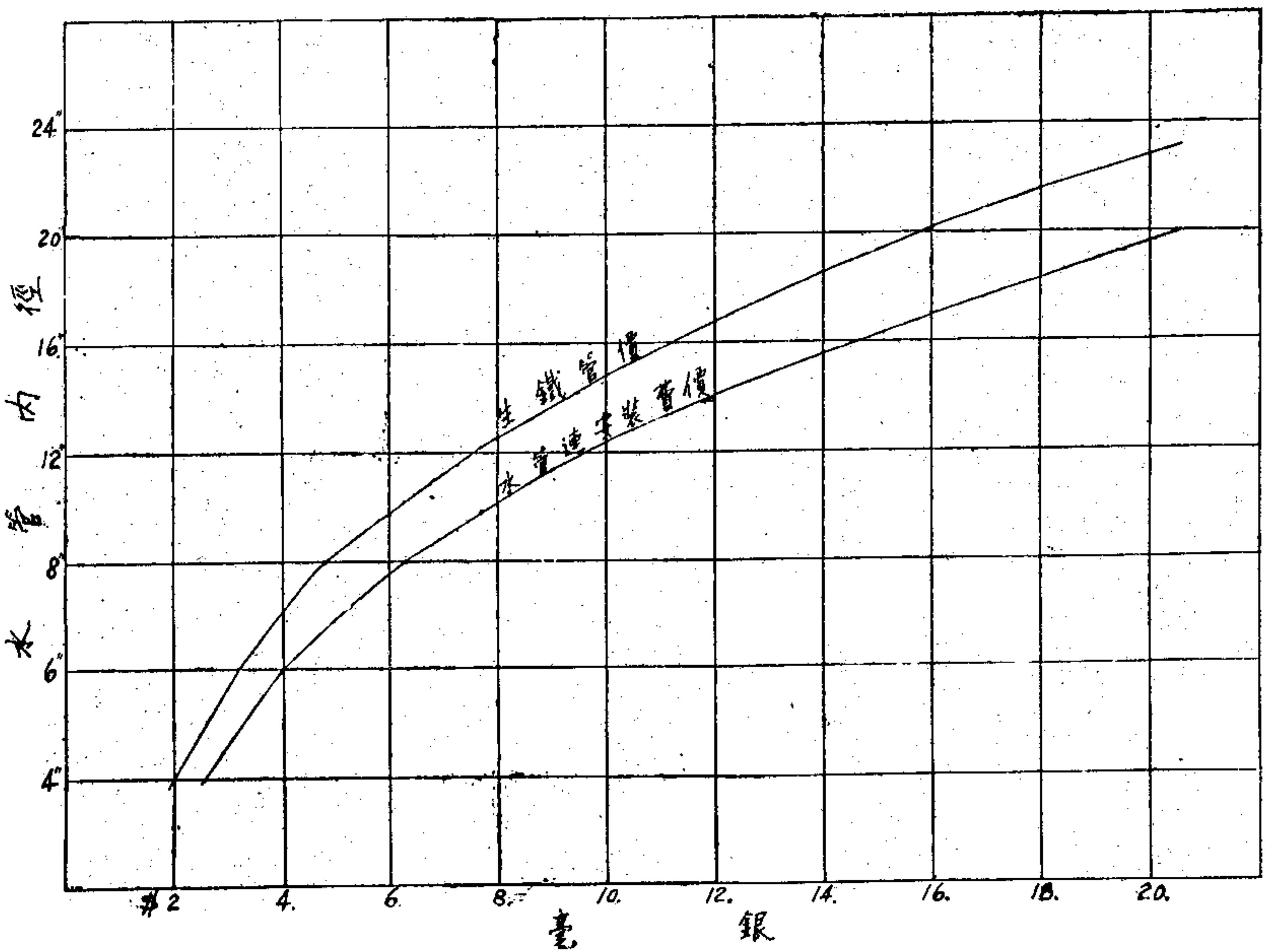
河南水廠佈置草圖

比例尺：1吋＝20尺

面積七百五十英方



安裝生鐵水管價目表




北河
珠江
大沙頭
北
白鵝潭
珠江
圖例
現有住宅
新填地
初辦管綫
公共龍頭
水廠位置
注：本圖採自廣州市城市設計委員会最近擬定之廣州道路系統图
擬築河南自來水廠
管線佈置草圖
比例尺 二萬五千份之一

桿梁撓度基本公式之直接證明及應用法

廖 安 德

第一章　總論

第二章　撓度之基本公式

第三章　各種靜定梁撓度之計算法

(甲)運用二次積分法

(乙)運用彎率面積法

第四章　靜定梁因受剪力而致之撓度

第五章　各種不靜定梁撓度之計算法

第六章　特種桿梁——各種不變力梁之撓度

第七章　桿梁撓度之正確公式

第八章　結論

本文所用之符號

符號	英文解	中文解
a b	distance of concentrated load from support.	由支點至集中重之距離
B	some special breadth.	特別濶度
D	some special depth.	特別深度
C	distance from neutral axis to extreme fiber.	由中和軸至最外纖維線之距離
c_1, c_2, c_3, c_4,	integration constants	積分常數
d_1	depth	深度
E	modulus of elastricity	彈率

E_2	modulus of elastricity in sheur	剪力彈率
I	moment of inertia	惰性率
In	msximnm moment of inertia of a beam of Variable section.	變更剖面梁之最大惰性率
l_1	length of beam between two supports.	間於兩距離中梁之長度
M	moment	彎率，
M_0	moment -at origin of co-ordinates	在坐標原點之彎率，
P	concentratod load	集中重，
R	reaction at supports	在支點處之反力
R_1	reaction at left supports	在左支點之反力，
R_2	reaction at right supports	在右支點之反力，
S	unit- stress	單位應力
Ss	unit shearing stress	單位剪應力
V	total vertical shear	總垂直剪力
V_0	upward siearing force	向上剪力
Vx	vertical shear for a sectin distance x	在距離x之剖面垂直剪力
w	distributed load for unit length	每單位長度之均等重，
W	total load unfromely distributed	總均等載重，
Y	def lection in a beam	梁中之撓度，
$\triangle$	maximum deflection in a beam	梁之最大撓度，
$\in$	unit deformation	單位變形
P	radius of curvature	曲率半徑
$Z:\left(\frac{s}{1}\right)$	section moldulus	斷面率，剖面率

第一章 總　論

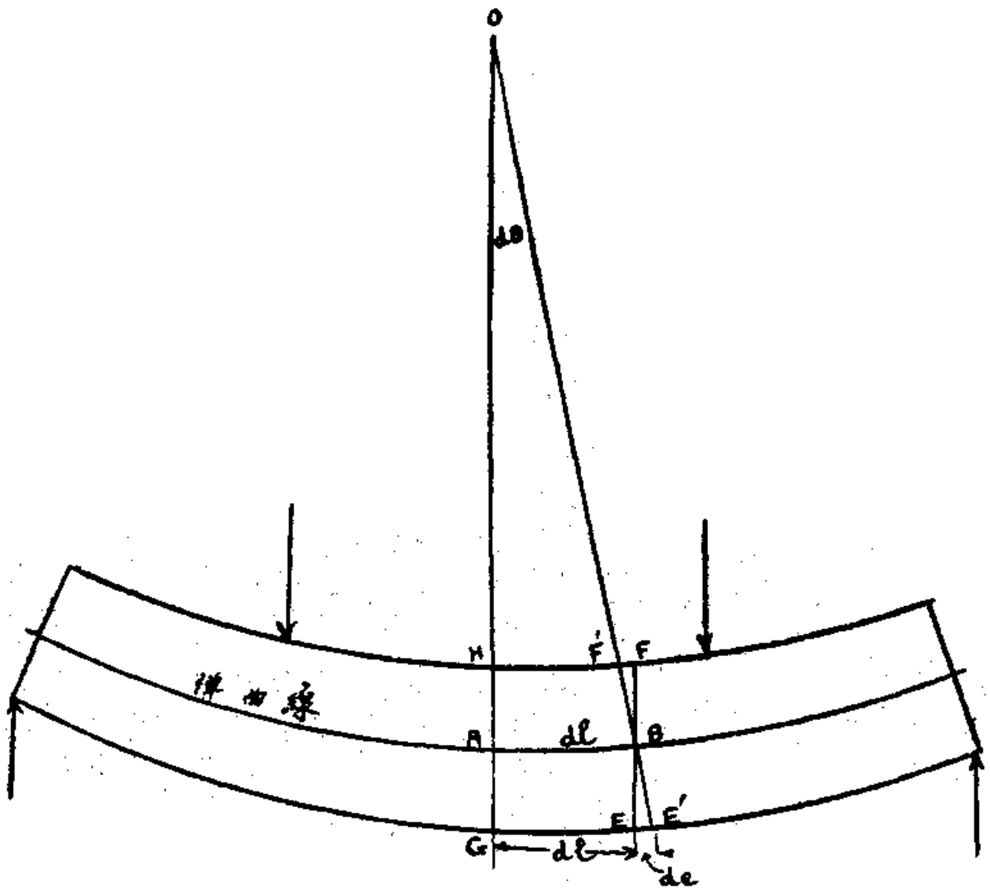
建築物與機械之杆梁，凡用以抵抗平定載重者必須富有強硬性與抵抗力，方可無撓度(deflectios)之發現○其撓曲之原理，無非因建築物內部之變化•換言之,因載重之過太，構造物質之失強硬性,與夫其剖面積之過小有以使然也•

普通建築物之主要部分可分爲三種：卽梁(beams)，柱(columns)及坂(S a s)等是也•此三種建築物中以梁之內部變化最爲複雜，致於柱及坂之撓度計算法，樑之撓度一旦解决，則迎刃而解也○

第二章 撓度之基本公式

欲研究梁撓度之大小，必須先將彈曲線方程式，(Elastic Curve Equation)討論之•梁之彈曲線爲受壓力後梁之曲線中量軸•其最大之單位壓應力，不得超過其構造物質之比例限度 (Proportional limit) 彈曲線旣然位於梁之中和平面(neutral surface)雖梁之若何撓曲，不影響及也•

玆將普通彈曲線方程式列下•第一圖中表一受載重過大而致撓曲之梁•其理因最大之纖維應壓力少於構造物質抵抗力之比例限度故也•凡一直線形梁，受載重過大而成撓曲者，其纖維線之應力恒與纖維線(fiber)至中和平面之距離成一正比例•圖中GH與E'F'爲梁未撓曲時之上下兩邊平行線 ，設AB爲間於此二平行邊線之微動長度(differential length)，則用•



第一圖 梁之撓度

dl 表之，l 則爲彈曲線之長度，劃一直線EF經過B點，與GH平行(卽與E'F'之原線平行)，若梁撓曲時，則在上線HF之長度顯然縮短F F, 致於下線則伸長E' E. 命 de而代 EE' 所伸長之數，由此觀之，其餘纖維線所伸張度數均與其與中和平面之距離爲正比例，所以下線變形後之單位應力爲

$$E = \frac{de}{dl}$$

圖中之弧形三角OAB 與BEE'互相似形，由此

$$\frac{BE}{OA} = \frac{EE'}{AB}$$

但OA爲彈曲線之曲率半經，其距離爲由O至A.今以ρ表之，BE爲中和平面至纖維線之距離，其所變形之數爲de,以c表之，由撓曲公式(flexure formula)求得，故

$$\frac{c}{\rho} = \frac{de}{dl} = \epsilon\;;\quad \rho = \frac{c}{\epsilon} \qquad (1)$$

但C與ϵ均與外力(external force)有關係。材料之強硬度與梁剖面積均據以下之方程式得來：

$$M=\frac{SI}{C}\quad 及\ E=\frac{S}{\epsilon}$$

以此值代入方程式(1)則得

$$\rho=\frac{EI}{M}\quad 或\quad M=\frac{EI}{\rho}\qquad (2)$$

在上之方程式中，ρ為彈曲線之曲率半徑，位在梁之任何一部當其灣率為，M時；ϵ為材料彈性率係數；I則為該梁與中和軸正交之截面之撓曲率（假定其數值在梁之各部均等)若E以每平方吋若干磅表之，I以(inches,^{4})吋^4,ρ以吋，M則以吋磅表之。

若梁之不變剖面如此載重，由上述方程式觀察起來，灣率M在梁之任何一部不變，則在此一部之彈曲線之曲率半徑亦將不變(既然E與I均不變)，因此之故，在此部之彈曲線成一圓形之弧弓；換言之，若梁之曲度，成一圓形之弧弓，在此梁各部之灣率均等。除此以外，在上列之方程式，若M等於零時，ρ必等於一無限數；故在點曲點(Inflection point)(M=O)處，由梁至曲率之中心，成一無定限之距離。

曲率半徑式P在微積分課本內，吾人常見之：

$$\rho=\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

梁在未撓曲前，均為直綫形，建築件及機械件恒多見其撓曲，蓋用其構造材料超過其最大應力值故也，因撓曲而致有傾斜度(slope)$\frac{dy}{dx}$之值與單位比較起常來為微細數目，故$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$可減省之而無重要之差誤，因此，上列$\rho$之值，可寫為下式

$$\rho = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}} \qquad (4)$$

由此觀之，灣率方程式 $M = \frac{EI}{\rho}$(2)又可寫爲

$$M = EI\frac{d^2y}{dx^2} \qquad (5)$$

方程式(5)爲梁之彈曲線基本公式上列之方程式，M爲梁一分部之灣率其距離由坐標之原點爲x，而y則爲同此分部之彈曲線撓度，

欲由已知數x求撓度y之值，M則以x數表之。以上列式(5)之微分方程式，運用二次積分法則求得梁之撓度公式，致於公式之標記，則藉梁之種類若何(小梁或飄梁等)與何種載重(集中重或均等重)而定之

應用彈曲線方程式 $M = EI\frac{d^2y}{dx^2}$ 時，吾人務要明白 M 與$\frac{d^2y}{dx^2}$之記號關係， E與I在若何時均是正數，故不必注意，所注意者則當一水平梁，在其下邊之纖維線發生牽應力時，M則爲正號，若所受之力爲壓應力時，M則爲負號，至於 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 之記號則藉軸線之正負選擇。

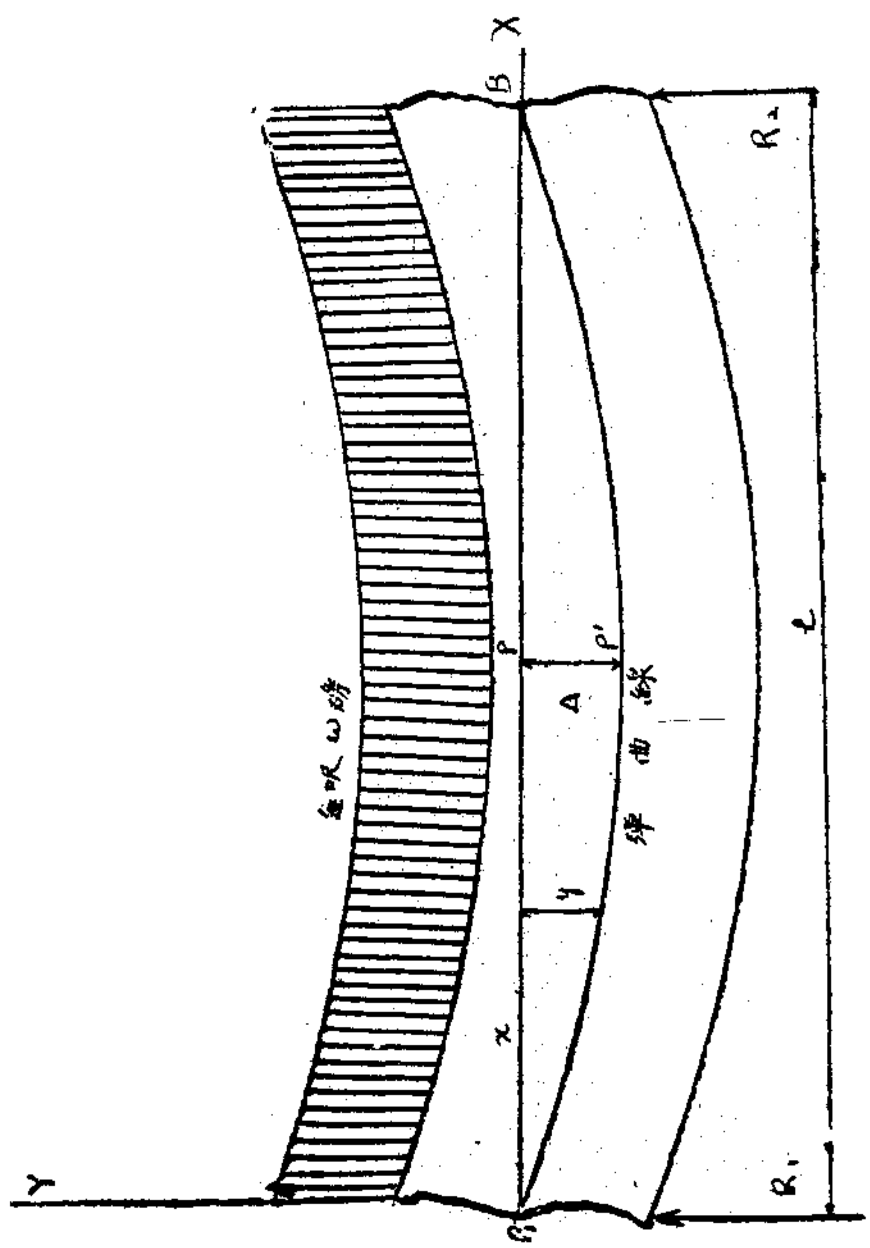
第三章 各種梁撓度之計算法

(甲)運用二次積分法，(double integratioum ethod)

(1) 均等重小梁之撓度，

第二圖內 A,P,B, 代表一小梁之中和軸，假定該梁每呎受w磅時發生外加灣率 (bendingmoment) 以致中和軸撓成 AP' B之曲線，又假定其跨度(span)爲 p呎，彈率 (modulus of Efasticily) 爲E.隋性率爲 I. 已知數，除 w 與 l 外，E與 I 均能得之 (E 在材料力學書內可得 I 則由梁之剖面求得，今梁之剖面，既爲矩形，命 b =矩形之濶度 d=高度，

則$I = \frac{bd^3}{12}$)



第二圖　均布重小樑之撓度

今假定 y 軸線爲上向，故其號爲正，彈曲線之基本公式爲 $M = EI\frac{d^2y}{dx^2}$
但 M 值改變時，x 亦變，故 M 值可由 x 數內求之因此，無論在梁之任何一部，由外加灣率至左支力之距離爲x時，其值爲

$$M_x = R_1x - w.\ x.\frac{x}{2} = \frac{wlx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$

以此值代入彈曲線公式內之M,則得

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{wlx}{2} - \frac{wx^2}{2} \qquad (6)$$

第一次運用積分法則得，

$$EI\frac{dy}{dx}=\frac{wlx^2}{4}-\frac{wx^3}{6}+C_1,$$

若 $x=\frac{l}{2}$，$\frac{dy}{dx}=0$　（因傾斜值與梁底部水平）

故　$$C_1=-\frac{wl^3}{16}+\frac{wl^3}{48}=-\frac{wl^3}{24}$$

上列方程式變爲：

$$EI\frac{dy}{dx}=\frac{wlx^2}{4}-\frac{wx^3}{6}-\frac{1}{24}wl^3 \qquad (7)$$

運用第二次積分則得：

$$EIy=\frac{wlx^3}{12}-\frac{wx^4}{24}-\frac{wl^3x}{24}+C_2,$$

若 $x=0$，$y=0$，故 $C_2=0$

因此之故，小梁彈曲線之方程式，當其受均等重時，爲

$$EIy=\frac{wlx^3}{12}-\frac{wx^4}{24}-\frac{wl^3x}{24} \qquad (8)$$

小梁之最大撓度，常在其中部發現，在上列方程式，若 $x=\frac{l}{2}$ 時，$y=\Delta$. 故最大撓度爲

$$\Delta=\frac{1}{EI}\left(\frac{wl^4}{96}-\frac{wl^4}{384}-\frac{wl^4}{48}\right)$$

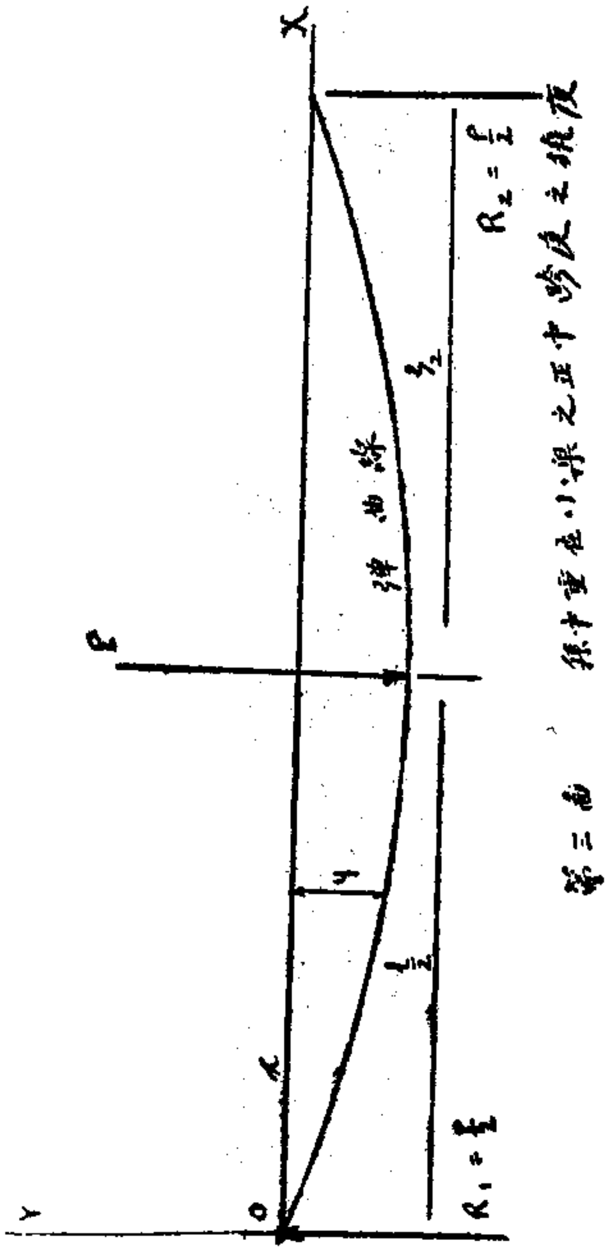
$$\Delta=-\frac{5}{384}\cdot\frac{wl^4}{E}=-\frac{5}{384}\cdot\frac{Wl^3}{EI} \qquad (9)$$

（W爲全樑之總載重。）

方程式(9)之負號，表示撓度與 y 軸線之正向相反。若全梁之總載重爲W磅，l 爲若干吋，E每平方吋若干磅 (Pounds per square inch) I 爲吋 ^{4}，所求得之△則爲吋。

(II)集中重在小梁中部之撓度。

在第三圖中，假定所選之軸線在梁之左方，梁之左半部，任一處



$$M = R_1 x = \frac{px}{2}$$

故

$$\frac{EI^2y}{dx^2} = \frac{px}{2} \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

用運第一次積分，則得

$$EI\,\frac{dy}{dx} = \frac{px^2}{4} + C_1$$

若$x = \frac{l}{2}$，$\frac{dy}{dx} = o$，故$C_1 = -\frac{pl^2}{16}$

即 $$EI\,\frac{dy}{dx} = \frac{px^2}{4} - \frac{pl^2}{16} \qquad (11)$$

運用第二次積分則得

$$EIy = \frac{px^3}{12} - \frac{pl^2}{16} + c\ ;$$

若$x = o$，$y = o$，而$C_2 = o$

因此，左半部梁之彈曲線方程式為

$$EIy = \frac{px^3}{12} - \frac{pl^2}{16} \qquad (12)$$

若 $x = \frac{l}{2}$，y 則變為△即最大之撓度常發現在小梁之正中跨度故

$$\Delta = \frac{1}{EI}\left(\frac{pl^3}{96} - \frac{pl^3}{32}\right) = -\frac{1}{48}\,\frac{pl^3}{EI} \qquad (13)$$

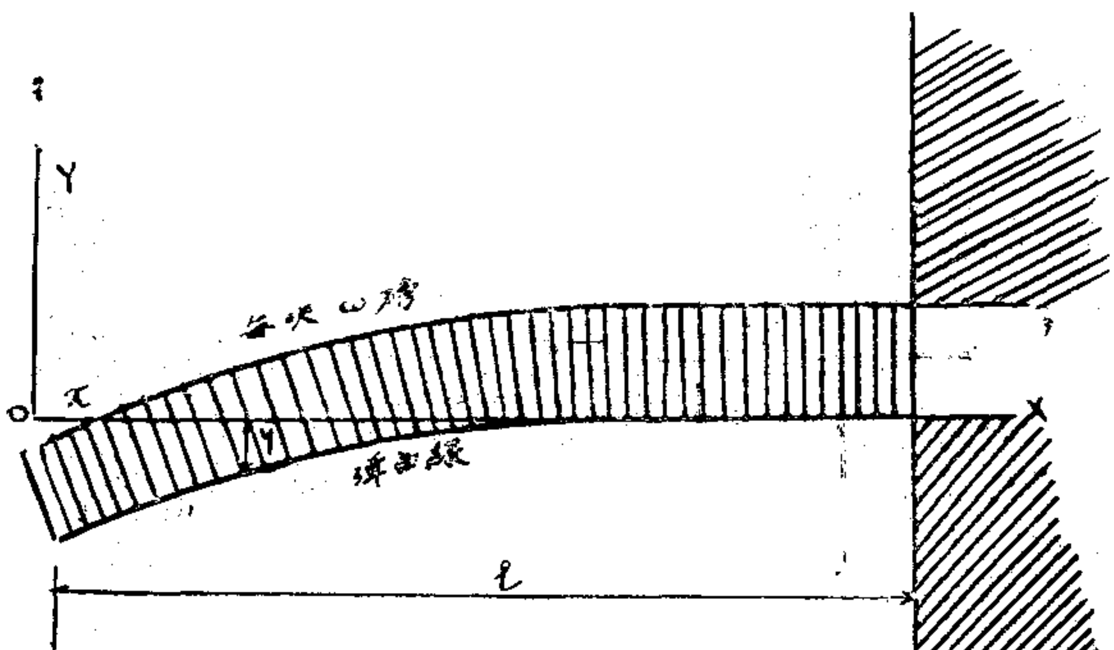
若所選之軸線在梁之右方下部，則最大之撓度成為正號；因左方原有傾斜，雖為正號，但當 x 數增加時，其數值則減少，故$\frac{d^2y}{dx^2}$，變為負數，M 既為正號則方程式寫可為，

$$M = -EI\frac{d^2y}{dx^2} \tag{14}$$

若上列小梁，所選之軸線在梁之右方，其最大撓度之方程式之求法如在左方一般，惟號則相反，

$$故\ -\Delta(右方)= \frac{1}{48}\ \frac{pl^3}{EI} \tag{15}$$

(III)受均等重飄梁之撓度，



第四圖　飄梁受均等重之撓度

假定飄梁所受之均等重每呎爲w磅其軸線之選擇如第四圖，

飄梁之外加灣率，常爲負數，故彈曲線方程式可寫爲

$$EI\ \frac{dy^2}{dx^2} = M = -\frac{wx^2}{2} \tag{16}$$

第一次積分則得，

$$EI\ \frac{dy}{dx} = \frac{wx^3}{6} + C_1$$

若$x=l$，$\frac{dy}{dx} = o$，故$C_1\ \frac{wl^3}{6}$

$$即\quad EI\ \frac{dy}{dx} = \frac{wx^3}{6} + \frac{wl^3}{6} \tag{17}$$

再次積分求得，

$$EIy=-\frac{wx^4}{24}+\frac{wl^3x}{6}+c_2,$$

若$x=l$，$y=o$，故$c_2=-\frac{1}{8}wl^4$

彈曲線方程式爲

$$EIy=-\frac{wx^4}{24}+\frac{wl3x}{6}-\frac{1}{8}wl^4 \tag{18}$$

當$x=0$時，其最大撓度y發現，故

$$\triangle=-\frac{1}{8}\frac{wl^4}{EI}=-\frac{1}{8}\frac{Wl^3}{EI} \tag{19}$$

(IV)若飄梁之不固定端 (free end) 加集中重P 時，其彈曲線方程式則爲

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=M=-Px \tag{20}$$

第一次積分求得，

$$EI\frac{dy}{dx}=\frac{px^2}{2}+c_1; \tag{20a}$$

若$x=l$；$\frac{dy}{dx}=0$，故$c_1=\frac{pl^2}{2}$

即 $$EI\frac{dy}{dx}=\frac{px^2}{2}+\frac{pl^2}{2} \tag{21}$$

第二次積分則得，

$$EIy=\frac{px^3}{6}+\frac{pl^2x}{2}+c_2; \tag{21a}$$

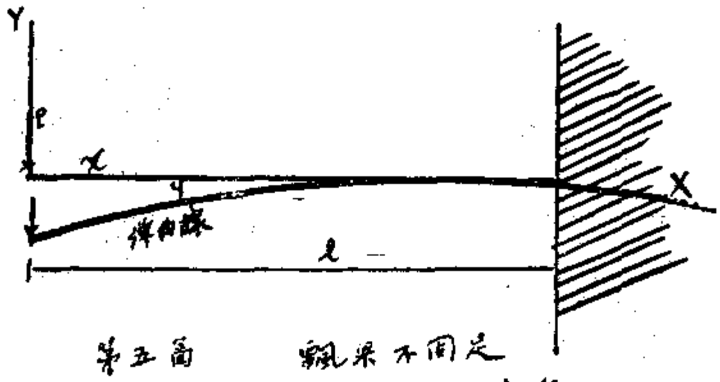
若$x=l$，$p=o$，$c_2=\frac{pl^3}{6}+\frac{3pl^3}{2}=\frac{pl^3}{3}$

故 $$EIy=-\frac{px^3}{6}+\frac{pl^3}{3}+\frac{pl^2x}{2} \tag{22}$$

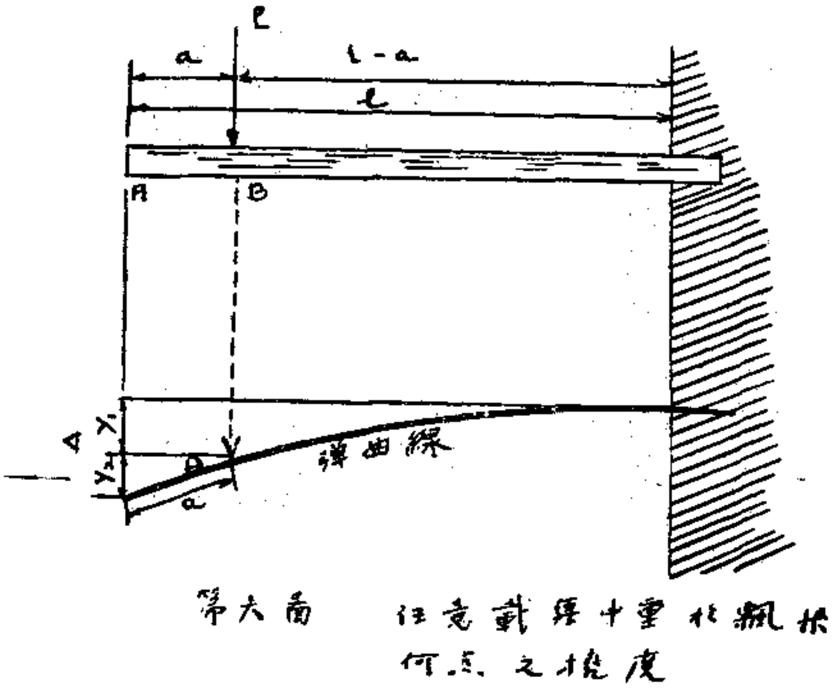
當$x=o$，其最大撓度爲

$$\triangle=\frac{pl^3}{3EI} \tag{23}$$

(V)任意載集中重飄梁之撓度○



第五圖 飄梁不固定端受集中重之撓度



第六圖 任意載集中重於飄梁何點之撓度

第六圖中之飄梁其右端是固定者，集中重P 與不固定端(即左端)之距離爲a若此飄梁本身重量不計·載重P之左部仍爲直線形，此種飄梁之撓度，可分爲二節計算，(1)載重P之右部仍爲一飄梁計法，其長度l − a，其末端則受集中重P此部之撓度，由方程式(23)求得爲○

$$y_1 = -\frac{p(l-a)^3}{3EI} \qquad (24)$$

(2)集中重P之左部,其撓度爲$y_2 = -a\ \sin\theta$，此處θ爲載重後,飄梁與水平綫所成之傾斜角,既然$\sin\theta$爲一角小,$\sin\theta$可寫爲$\tan\theta = \frac{dy}{dx}$由方程式(20a)載

重下之傾斜值爲

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{Pa(l-a)^2}{2EI} \qquad (25)$$

$$故\ y_2=-\frac{Pa(l-a)^2}{2EI}$$

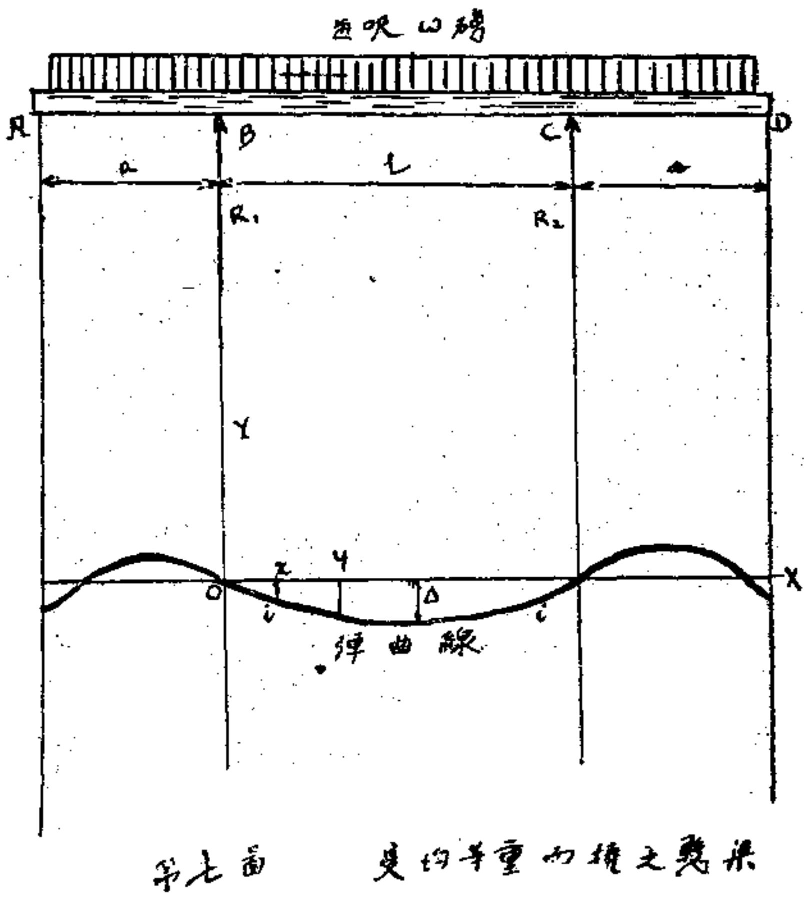
$$\Delta=-\frac{P(e-a)^2}{3EI}-\frac{Pa(l-a)^2}{2EI}$$

$$=-\frac{P}{6EI}(2l^3-3l^2a+a^3) \qquad (26)$$

(VI)懸梁(overhanging beamss)受均等重過大之撓度。

第七圖所示爲一懸梁。兩端所懸之距離均等每呎梁載重 w 磅重量均佈於全梁，今所求者爲梁之正中部之彈曲線及其最大撓度，

軸線之選擇如第七圖，運用力之平衡公式，則求得反力R 如下



第七圖　受均等重過大而撓曲之懸樑

對於R_1之灣率

$$\left(-\frac{a.wa}{2}+\frac{(l+a)w(l+a)}{2}\right)\times\frac{1}{l}=R_2$$

$$=\left(-\frac{a^2w}{2}+\frac{wl^2+2wal+a^2w}{2}\right)\times\frac{1}{l}$$

$$=\frac{wl^2+2awl}{2l}$$

$$\therefore R_2=\frac{wl}{2}+aw$$

間於B與C之任何分部，其外加灣率爲

$$Mx=R_1x-\frac{w(a+x)^2}{2}$$

$$=-\tfrac{1}{2}wx^2-\tfrac{1}{2}wlx-\tfrac{1}{2}wa^2 \qquad (27)$$

彈曲線方程式，在B與C之間爲 $EI\frac{d^2y}{dx^2}=M=-\frac{1}{2}wx^2+\frac{1}{2}wlx-\frac{1}{2}wa^2$ (28)

經二度積分，運用下文之要件：若$x=\frac{l}{2}$，$\frac{dy}{dx}=0$；若x=0，z0=；若$x=\frac{l}{2}$，y=

△懸梁中部(由B至C)之彈曲線公式求得爲

$$EIy=-\frac{1}{24}wx^4+\frac{1}{12}wlx^3-\frac{1}{4}Wa^2x^2-\frac{1}{24}wl^3x+\frac{1}{4}wa^2lx, \qquad (29)$$

其最大之撓度爲

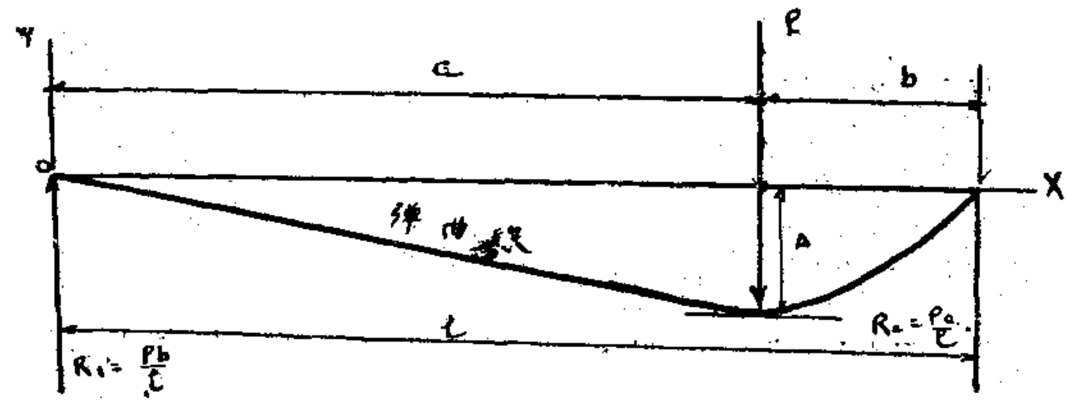
$$\triangle=-\frac{5}{384}\frac{wl^4}{EI}+\frac{1}{16}\frac{wl^2a^2}{EI} \qquad (30)$$

(VJ) 集中重受不在跨度正中之少梁撓度

第八圖示一小梁，受不在正中跨度之集中重而撓曲。今假定載重P壓於梁上，無論載重之在梁之正中跨度與否， 其在載重左或右二端之M數， 均不同由此發生二彈曲線其方程式均不同，若載重不壓於梁之正中跨度用積分求得式中之常數，故不能決定其値，上文之常數所以求得者，則藉運用此二彈曲線之公共切線與載重下之公共縱線之眞理彙以梁之最大撓度爲曲綫方程式中 y 之最大值。

第八圖所示爲一受集中重P之小梁，集中重幷不在梁之正中跨度集中重P與左支點(support)之距離爲a，與右支持爲b，假定a數大於b數，今所求者爲小梁左部之彈曲綫方程式及其最大撓度軸綫之選擇如第八圖，在P左方任何分部之外加灣率爲

$$M = B_1 . x = \frac{pb}{l} x \qquad (31)$$



第八圖

小梁之撓度，其載重是集中重在樑上之何點

x 之值可由 o 增至 a 在 p 右方任何分部之外加灣率爲

$$M = \frac{pb}{l} x - p(x-a) \qquad (32)$$

在此處 x 之值不能小於 a 或不能大於 l

在載重左方之各點　　　　在載重右方之各點

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{pbx}{l} \quad (33) \qquad EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{pbx}{l} - P(x-a) \quad (35)$$

$$EI \frac{dy}{dx} = \frac{pbx}{2l} + C_1 \quad (34) \qquad EI \frac{dy}{dx} = \frac{pbx^2}{2l} - \frac{l(x-a)^2}{2} + c_3 \quad (63)$$

既然上述之二曲綫在載重之下者具有公共切線，若命 x值

在方程式(34)與(36)等於 a時，

在(34)之$\frac{dy}{dx}$之值則等於在 (36)之$\frac{dy}{dx}$之值

故 $\frac{pda^2}{2l} + C_1 = \frac{pba^2}{2p} - \frac{p(=)^2}{2} + C_3$:

由此點 $c_1 = e_3$

在方程式(36)處以 c_1 代 e_3 及將(36)，(34)求其積分則得

$$EIy = \frac{pbx^3}{bl} + C_1x + c_2 \quad (37) \qquad EIy = \frac{pbx^3}{bl} - \frac{p(x-a)^3}{b} + c_1x + e_4 \quad (38)$$

若 $x = o$. $y = o$.

故 $c_2 = o$

既然在載重下之二曲線，均具有一公共縱線，在當 $x = a$ 時，在(37)與(38)二方程式中之 y 值相等，故

$$\frac{pba^3}{6l} + c_1a = \frac{pba^3}{6l} + c_1a + e_4$$

$$e_4 = o$$

在(38)方程式中，當 $x = p$ 時，$y = o$. 故 $c = -\frac{pbl^3}{6l} + \frac{p(l-a)^3}{6l} =$

$$-\frac{pb}{6l}(l^2 - b^2) \quad (39)$$

將 c_1 之值代入方程式 (37) 中，小梁左方之彈曲線方程式所求得爲

$$EIy = \frac{pbx^3}{6l} - \frac{pb(l^2 - b^2)x}{6l} \tag{40}$$

x 值，能令 $\frac{dy}{dx} = o$ 時即 x 値能令在方程式(40) 之 y 值最大，而此 y 値，卽所求之最大撓度也，惟 $\frac{dy}{dx}$ 之值已在方程式(34)求得故將其等於零時則得

$$x^2 = \frac{l^2 - b^2}{3} = a\frac{(a+2b)}{3}$$

以 x 之值代入方程式(40)中，則求得最大之撓度

$$A = -\frac{pb(l^2 - b^2)\sqrt{3(l^2 - b^2)}}{27EIl} \tag{41}$$

$$A = -\frac{pba(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EIl} \tag{42}$$

在載重下之撓度爲

$$ya = -\frac{Pa^2b^2}{3EIl} \qquad (43)$$

在上公式，如 a 與 b 均等於 $\frac{l}{2}$ 時，換言之，載重壓於梁之正中跨度A 之值爲 $\frac{1}{48}\frac{pl^3}{EI}$，與第二種所求得之結果無異也○

B 灣率面積法　(moment area method)

用灣率面積法而求梁之撓度，在數種情形中會顯其利點尤以載重集中及已知某點斜度爲更便○

由方式　$M = EI\frac{d\theta}{dl} = EI\frac{d\theta}{dx}$，當 θ 爲一小角度時，

$$d\theta = \frac{M}{EI}dx; \qquad (44)$$

$$\theta = \int\frac{M}{EI}dx + C = \frac{1}{EI}\int Mdx + C, \qquad (45)$$

當 I 不變時

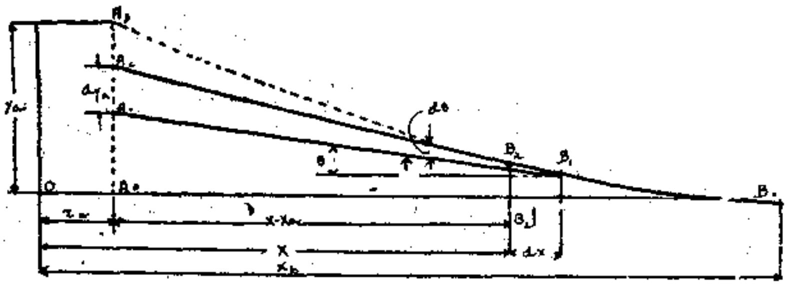
既然 $\int Mdx$ 爲灣率圖之面積，在一不變剖面梁之二點成傾斜之微數爲間於此二點中之灣率圖之面積，以 EI 除之，若其情性率變更時傾斜度之微數 $\frac{M}{I}$ 圖之面積除以E 數○

在第九圖中，A_0B_0梁中之一部$A_1B_1B_0$綫受灣率，撓曲後，由A_1至B_1爲一直綫，惟由B_1至B_0則爲一曲綫，間於B_1與B_2之小部，受灣率M撓曲時，A_1點則移於A_2點，間於A_2B_2切綫與A_1B_1切綫中之角度(或間于B_1與B_2法綫之角度) $d\theta$ (角度之値，有如是小，實實際上θ等於 $\tan\theta$ 而A_0A_1A 各點成一直綫幾爲垂直)由A_1至A_2當最微長度 B_1B_2彎曲時，撓度ya爲$A_2B_2d\theta$(或$A_1Bd\theta$，既然B_1B_2之長度是極微)既然B 爲一小角，A_2B_2 實際上等于水平投影 (horizontal Proiection) A_0B_1，其長度爲 $x-x_1$

$$dya = (x - x_a)d\theta \; ; \qquad (46)$$

$$dya = \frac{M}{EI}(x - xa)dx \qquad (47)$$

第 九 圖



A 點之總撓度爲 $$ya = \int \frac{M}{EI}(x - xa)\,dx \qquad (48)$$

在一不變剖面梁之撓度爲 $$EIya = \int M(x - x_a)\,dx \qquad (49)$$

當縱坐標(co-ordinates)之起點在A點算時

$$EIya = \int Mxdx \qquad (50)$$

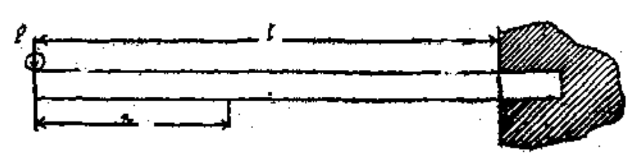
既然Mdx爲灣率圖之一要部(element)，(x－xa)Mxdx爲根據 A_0A_1A 綫此要部之灣率運用積分而求公式(49)與(50)則得由A至B_0，根據A點之全灣率圖之率灣，距離ya爲由在B_0切綫之A點撓度，此之謂灣率面積法，傾斜値撓度法，或Mxdx積分法。

對於集中載重或反力，其灣率圖爲一三角形；對於佈均重，則爲一拋物綫形，既得知此種圖形之面積及其重心點之位置，其灣率則恒以幾何上法求之，不必用積分也，其餘之各種載重，其灣率則可由積分求出，當惰性率不變時，方式(48)則可用爲求 $\frac{M}{EI}$ 之灣率，或 $\frac{M}{I}$ 圖之灣率，在此情形積分之採用，更爲利便。

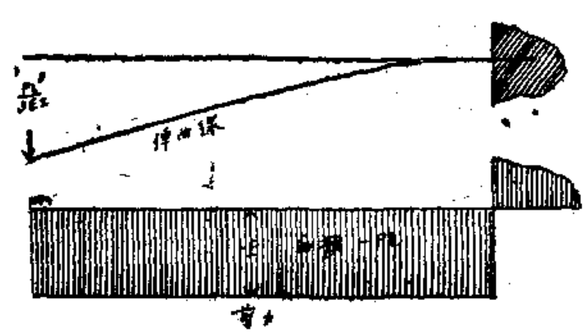
(1)運用灣率面積法求載重不固定端飄梁之撓度。

第十圖中之飄梁，其載重在不固定端，此圖將彈曲綫與放大之撓度，剪力圖，及灣率圖表出，灣率圖爲一負數之三角形，最大縱距爲$-pl$，此數爲剪力圖之面積，灣率三角形之面積爲$-\frac{pl^2}{2}$由左至右之重心點爲$\frac{2l}{3}$，由右端水平切線起算左端之撓度。

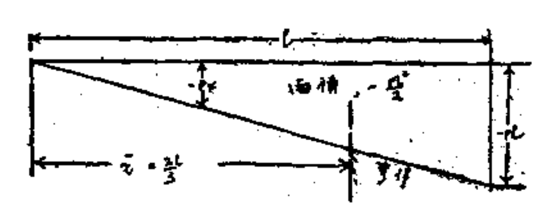
第十圖　用灣率面積法求飄梁之撓度



第十圖(一)



第十圖(二)



第十圖(三)

$$EI\Delta = -\frac{pl^2}{2} \times \frac{2l}{3} = -\frac{pl^3}{3}; \qquad (51)$$

$$\Delta = -\frac{pl^3}{3EI} \qquad (52)$$

由不固定端至固定端(fixed end)傾斜值之變更爲灣率圖之面積以 EI 除之，既然此樑之固定端爲水平，在不固定端之傾斜値爲

$$\theta = -\frac{pl^2}{2EI} = o, \qquad (53)$$

$$\theta = -\frac{pl^2}{2EI} \tag{54}$$

第十一圖為灣率圖用以求由不固定端起之x距離之撓度，在B點左方之面積可分為一距形，其底線為 $-p(l-x)$，高為$-px$及其下方一三角形，其底線為$l-x$高為$-p(l-x)$，距形之灣率臂為$\frac{l-x}{2}$，三角形之重心距則為$\frac{2(l-x)}{3}$

$$\text{距形之灣率} = -px(l-x) \times \frac{l-x}{2} = -\frac{px}{2}(l-x)^2 \tag{55}$$

$$\text{三角形之灣率} = -\frac{p(l-x)^2}{2} \times \frac{2(l-x)}{3} = -\frac{p(l-x)}{3}(l-x)^2 \tag{56}$$

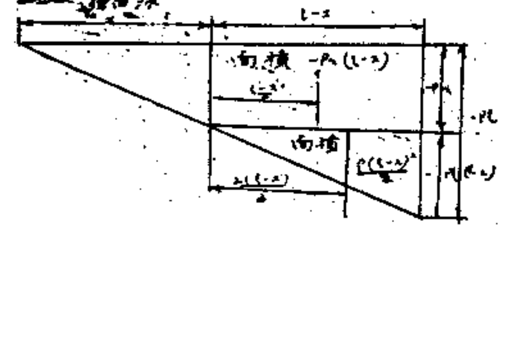
$$\text{灣率之總數} = EIy = -\frac{pl^3}{3} \times \frac{pl^2x}{2} - \frac{px^3}{6} \tag{57}$$

$$y = -\frac{p}{6EI}(2l^3 - 3l^2x + x^3) \tag{58}$$

此法亦可以用全個三角形減去B點左方之小三角形之差數灣率求之，全個三角形之面積為$-\frac{pl^2}{2}$，其重心點，在B之右方為$\frac{2l}{3}-x$，小三角形之面積為$-\frac{px^2}{2}$，其向B點左方起算之重心點為$\frac{x}{3}$

第十一圖

任何一點在飄梁之灣率面積圖



$$-\frac{pl^2}{2} \times \left(\frac{2l}{3} - x\right) = -\frac{pl^3}{3} + \frac{pl^2x}{2}; \tag{59}$$

$$-\left(-\frac{px^2}{2}\right) \times \left(-\frac{x}{3}\right) = -\frac{px^3}{6} \tag{60}$$

$$y = -\frac{p}{6EI}(2l^3 - 3l^2x + x^3) \tag{61}$$

其餘各種靜定樑 (determina'e) 及載重不同之公式，亦屬大同小異，均可由此法算出限於篇幅無庸再求，閱者諒之，以上所述，均是靜定梁，其餘不靜定之梁則在後篇再行討論

設有一兩端支持之矩形梁例題，三吋濶，二吋高，十呎長，載重４５磅於距左端六尺處，求其最大撓度，載重下之撓度，及正中部之撓度，假定E=1，500，000 #/"

解：　例題爲一小梁任意圖十二載重在一點，由第一節A，第七段，公式 (40)(42)及(43)求得其正中部撓度爲　(1)$y=\frac{1}{EI}\left(\frac{plx^3}{6l}-\frac{pb(l^2-b^2)\times}{6l}\right)$　(40)

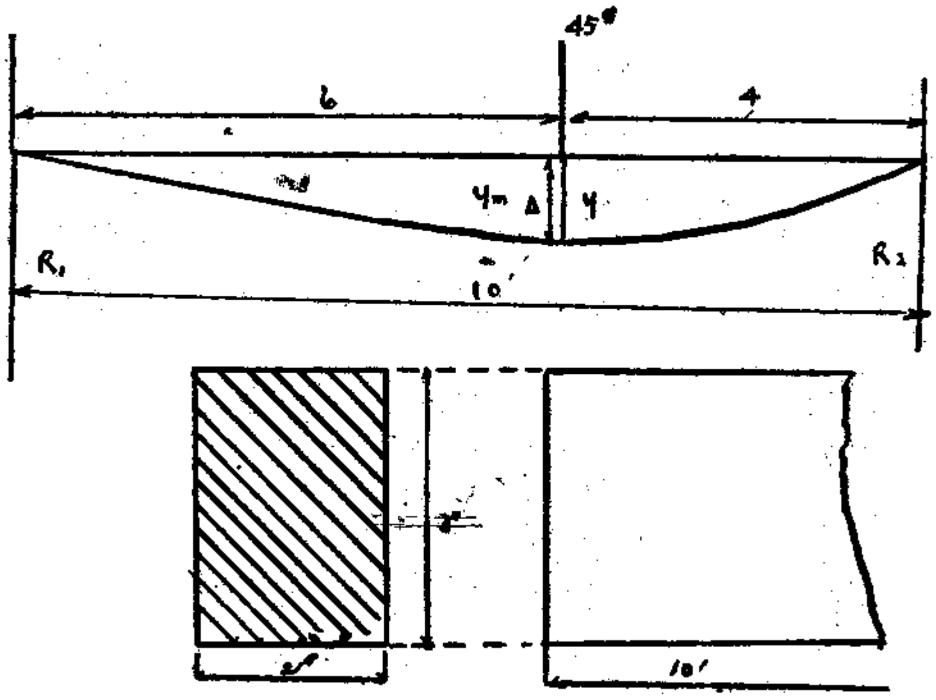
梁之惰性率爲$\frac{1}{12}\times bd^3=\frac{3\times 2\times 2+2}{12}=2$吋 4

將 a =6呎，b=4呎，x=5吋 (middle) 代入公式(40)則得

$$y_5=\frac{45\times 48\times 60}{6\times 1500000\times 2\times 120}\left(\overline{120}^2-\overline{48}^2-60\right)$$

$$y5=\frac{6}{100000}(14400-2304-3600)=\frac{50976}{100000}=0.50976\text{吋}$$

第十二圖



(ii) 由公式(42)求得其最大撓度

$$\Delta = -\frac{pb^2\,(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EIl} \qquad (42)$$

將已知數代入公式(42)得

$$\Delta = \frac{45\times48\times72(72+96)\sqrt{3\times72(72+96)}}{27\times1500000\times2\times120}$$

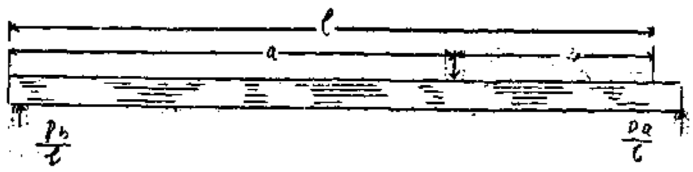
$$\Delta = \frac{26127360\sqrt{36288}}{972\times10^7} = \frac{26127360\times191}{972\times10^7}$$

$$\Delta = -\frac{499.032576}{972} = -\ 0.512\text{吋}$$

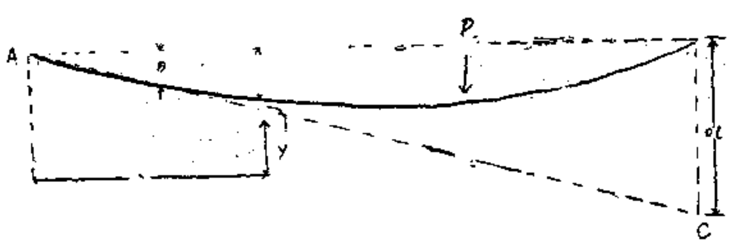
(iii) 由公式(43)求得其載重下之撓度

$$y_{\text{載重下}} = -\frac{pa^2b^2}{3EIl} = -\frac{45\times72\times72\times48\times48}{3\times150000\times120\times2}$$

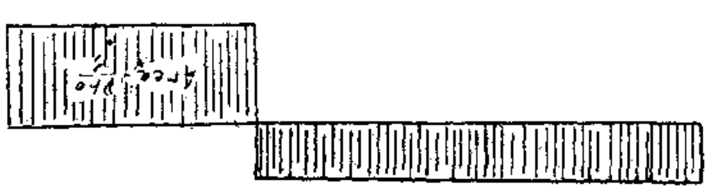
$$= -\frac{248832}{500000} = -\ 0\ 4976\text{吋}.$$



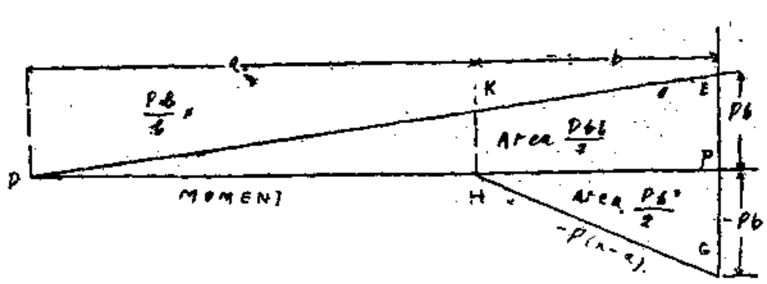
第十三圖(一)



第十三圖(二)



第十三圖(三)



第十三圖(四)

運用彎率面積法，其結果不異，在第十三圖中彎率圖所包含者爲一正數之三角形，其底線爲 l,與一負數之三角形其底線爲 b ，在左端之傾斜值用長度除以CB則求得，

$$EI \times CB = \frac{pbl}{2} \times \frac{l}{3} - \frac{pb^2}{2} \times \frac{b}{3} = \frac{pb}{6}(l^2 - b^2) \qquad (62)$$

$$CB = \frac{pb}{6EI}(l^2 - b^2) \qquad (63)$$

$$= \tan\theta = \frac{CB}{l} = -\frac{pb}{6EIl}(l^2 - b^2) \qquad (64)$$

在任何點之撓度 y 爲在任何點切線之撓度（其值爲負數）及由切線與彈曲線所成撓度之代數和。

在載重下之撓度

$$EIy = \frac{pba^2}{2l} \times \frac{a}{3} = \frac{pba^3}{6l} \qquad (65)$$

$$y = a\theta + y' = -\frac{pba}{6EIl}(l^2 - b^2) + \frac{pba^3}{6EIl}; \qquad (66)$$

$$y = -\frac{pba}{6EIl}(l^2 - b^2 - a^2) = -\frac{pa^2b^2}{3EIl}. \qquad (67)$$

由支持至某點其距離爲 x（若 x 少於 a），

$$EIy' = \frac{pbx^2}{2l} \times \frac{x}{3} = \frac{pbx^3}{6l} \qquad (68)$$

$$y = -\frac{pbx}{6EIl}(l^2 - b^2) + \frac{pbx^3}{6lEI} \qquad (69)$$

$$y = -\frac{pbx}{6EIl}(l^2 - b^2 - x^2) \qquad (70)$$

在最大撓度處，傾斜值則等于零，既然彎率圖之面積除以 EI 則算出傾斜值之

變更。

$$-\frac{pb}{6EIl}(l^2-b^2)+\frac{pbx^2}{2EIl}=0, \qquad (71)$$

$$x=\frac{l^2-b^2}{3}\;;\;x=\sqrt{\frac{l^2-b^2}{3}} \qquad (72)$$

爲最大撓度點之橫距，當此值代入方程式(69)時

$$\triangle=-\frac{pb(l^2-b^2)\sqrt{3a(l^2-b^2)}}{27EIl}$$

$$=-\frac{pb(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EIl} \qquad (73)$$

由此觀之，所求得之公式與積分法無異，將已知數代入，則得一樣之答數。

第四章 靜定杆梁因受剪力而致之撓度

前章所述梁之撓度經甚明晰，惟因受剪應力而致之者均從畧。實際言之，對於厚度畧大之梁，撓度之由剪力而致者，吾人亦須考慮之。當梁之撓曲也，除非灣率不變，撓度之一部，亦有因剪力而使然者，在圖十四中， dy_s 爲梁中一小部之剪力變形，長度dx之剪力變形爲$\frac{S_s}{E_s}dx$，長度 l 之總撓度爲，

$$y_s=\frac{1}{E_s}\int_0^l S_s\,dx \qquad (1)$$

若S_s在全梁之長度不變時，上式可寫爲

$$y_s=\frac{S_sl}{E_s} \qquad (2)$$

在 I 字形剖面之梁，假定其單位剪應力爲不變，運用上列公式，所得之結果爲一大約數，

例題 (1)

設有一十吋，25磅 I 字形剖面梁，其支持之距爲12吋，在跨度正中之載重

爲49,600磅，Es=12,000,000，E=29 000,000. 求其撓度。

（解法） 垂直剪力爲24,800磅，旣然桁腹(web)面積爲3.1方吋，單位應壓力每平方吋爲8,000磅，假定中部爲固定，任一端之向上剪力爲

$$y_s = \frac{8000 \times 6}{12000\,000} = 6.004\text{吋}$$

因彎力而致之撓度爲

$$y = \frac{49600 \times \overline{12}^3}{48 \times 29000000 \times 122.1} = 0.0005\text{吋}\cdot$$

在上例題，因剪力而致之撓度，比因彎力而致之者爲大，若題中梁之長度改爲二倍，彎力撓度將爲8倍之大，惟剪力撓度則只增二倍，對於長度比剖面頗大之梁，撓度之由剪力而致者，均可從畧•

梁之剪應力，不是均分•當分佈剪應力得知時，梁之眞確剪力撓度，則能算出，矩形剖面梁之撓度用(Method of work and energy)工與能法，以公數1.2.乘之平均單位應力，亦可算出•

例題 (2)

設有一鋼造飄梁，剖面爲二吋方，長度爲 40吋，在不固定端之載重爲240磅，求其剪力撓度，

由公式(2)得，

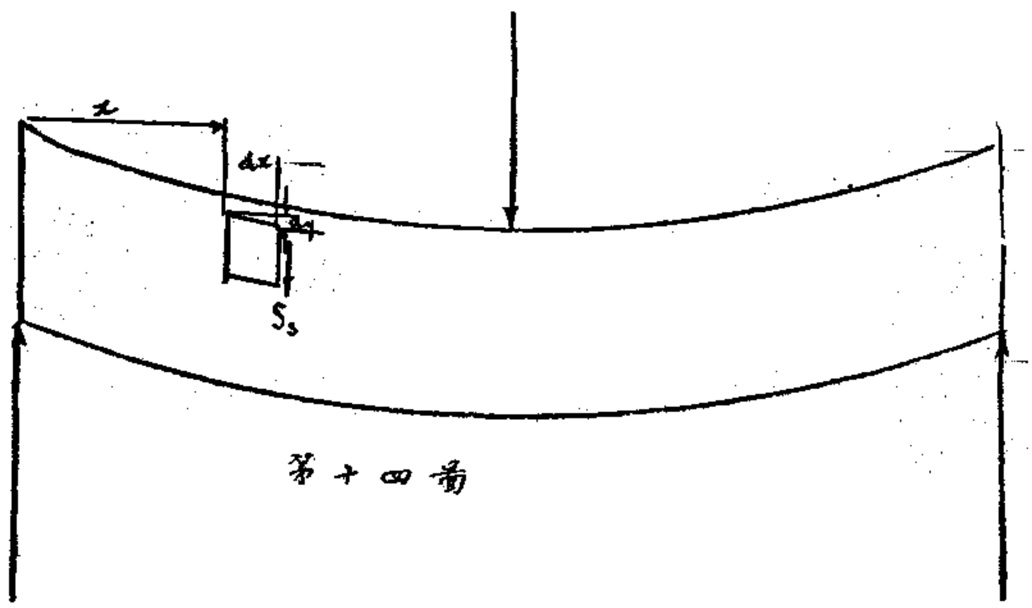
$$y_s = \frac{1.2 \times 60 \times 40}{12{,}000{,}000}\quad 0.00024\text{吋}$$

通常S_s在剖面上變值，惟若用S_s之平均數於公式(2)中，因受剪力而致之撓度之大約數値，均可求得。

旣然$Vdx = dM$（從彎率與剪力之關係）平均單位應剪力$S_s = \frac{V}{a}$公式(2)可寫爲

$$y_2 = \frac{M}{aE_s}$$

但以垂直剪力V在全長度l處不變為合。



第十四圖　因受剪力而致之撓度

第五章　不靜定性杆梁

前章所討論之梁，均當作以力支持平衡能令造成一組平行力在一平面上，所求得支點之反力，均運用在此組力之二平衡方程式；既然梁之支點，不能超過二處，則壓于梁上之外力未知數，亦不能超過二數，故所用之二平衡方程式，可將各外力未知數算出，換言之，壓在小梁，飄梁，與懸梁之力組，在前章所研究者均為靜定性梁。

雖然嵌箍梁與連續梁亦以在一平面之平行力，而致平定，但其支點之反力，不能只用二平衡方程式求得，蓋反力之未知數，多於二數故也，此種梁謂之不靜定性梁。運用力學之瀉率與普通之解法，不能將其反力算出。彈曲線方程式，必須運用，因此，除最簡單情形外，必須先討論撓度；然後方可計算應力，既然單位應力為工程論點上之最重要事實，其對於撓度方程式之理由之顯著更明矣。

(1)一端固定，一端支持之梁。

第十五圖示右端固定左端支持之梁，在右端梁底之切線，直過左端之支點

，載重爲均等式，用 R代以左端支點之反力未知數。由左支點， 在距離 x ，當作坐標之原點用，彎率爲

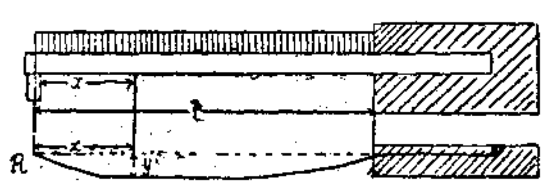
$$M = Rx - \frac{wx^2}{2} \qquad (1)$$

若R 得知，運用積分法，由題中條件，則可算出其值。

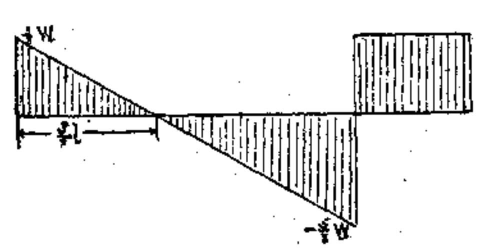
$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = Rx - \frac{wx^2}{2} ; \qquad (2)$$

$$EI\frac{dy}{dx} = \frac{Rx^2}{2} - \frac{wx^3}{6} + \left[C_1 = -\frac{Rl^2}{2} + \frac{wl^3}{6}\right] ; \qquad (3)$$

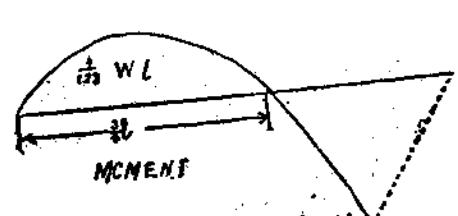
$$EIy = \frac{Rx^3}{6} - \frac{wx^4}{24} - \frac{Rl^2x}{2} + \frac{wl^3x}{6} + \left[C_2 = 0\right] \qquad (4)$$



第十五圖(一)



第十五圖(二)



第十五圖(三)

積分內之常數，由下列之條件可求得；

當 $x = l$，則 $\frac{dy}{dx} = 0$；$y = 0$，則$x = 0$

其餘之條件：

當 $x=l$，$y=o$

由此，反力之未知數可算出

$$R=\frac{3wl}{8}=\frac{3W}{8} \tag{5}$$

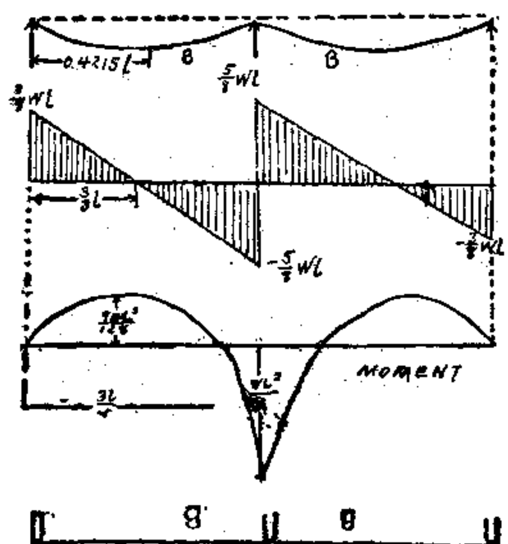
$$y=-\frac{w}{48EI}(2x^4-3\,x^3+l^3x) \tag{6}$$

此為彈曲線之方程式，灣率方程式為

$$M=\frac{3wlx}{8}-\frac{wx^2}{2} \tag{7}$$

$$\frac{Rl^3}{3EI}=\frac{Wl^3}{8EI}\ ;\ R=\frac{3W}{8}, \tag{8}$$

第十六圖(一)



第十六圖(二)


第十六圖(三)

反力與灣率均可由第三章之結果求得，其法更為簡短。若移去左支點，此

梁則成爲飄梁，其向下左端之撓度將爲$\frac{Wl^3}{8EI}$，反力R_1當作在飄梁末端之載重，必須能令此梁向上撓曲之數相等，

(2)兩跨度相等，均等重之梁，

第十六圖爲一兩相等跨度之連續梁，每跨度爲l長，若將中部支點移去，則變成一兩端支持之 2l 長度之梁，在正中部撓度爲$\frac{5w(2l)^4}{384EI}$，令欲將此梁中部提起與兩端支點成一直線，所用之力必與中部致撓之載重相等，

$$\frac{R_2(2l)^3}{48EI}=\frac{5w(2l)^4}{384EI}; \qquad (1)$$

$$R_2=\frac{10wl}{8} \qquad (2)$$

既然總載重爲 2wl ，$R_1+R_3=\frac{6wl}{8}$ 由均等而論，$R_1=R_3=\frac{3wl}{8}$明矣○梁之中支點上，顯明爲水平，左半部與第十五圖同樣，右半部與左半部均等•所算出之末端反力與一端支持,一端固定梁之末端反力同樣,其彈曲線方程式，剪力，剪力圖亦同樣，第二支點之最大彎率爲$-\frac{wl^2}{8}$，與兩端支持，受均等重梁中部之灣率之數目相同，超過三支點之連續梁比較同長跨度，自由安放於支點上之梁爲弱，若在此梁中部分割爲二份，每半份梁均安放於中支點上，剪力圖之值，當其經過每分跨度中部時，必等於零，經過每跨度全長之灣率爲一正數，彎力圖之最高點，必在每跨度之中部上○

圖十六之剪力圖，由末端至$\frac{3l}{8}$處,則等於零數,在$\frac{3l}{4}$處，由每分部末端，正剪力面積之數與負剪力面積之數相等，彎率則等於零,B與B'點則爲曲點，在此點之間，梁則向下凹落，彎率爲一負數，間於左端與B點，與間於右端與B'點，梁則向上凸出，彎率則爲一正數,每一曲點，梁則爲分二部,一部簡直放在別一部上,若梁之分配如圖十六(三)部，在各分部之彎率，剪力與曲點,將與圖十

八上部之連續梁相同，例如$\frac{3}{8}$之跨度重量放在中部B點上，在中支點之彎率爲

$$-\frac{3wl}{8}\times\frac{l}{4}-\frac{wl}{4}\times\frac{l}{8}=-\frac{wl^2}{8} \qquad (3)$$

梁中之不論何處，若發生曲點時，此梁則可分爲數部，各部貫以釘扣，或連以輕小凸筍，則可抵抗剪力。

(3)一端支持，一端固定，及受集中載重之梁。

第十七圖爲一右端固定，由左端起，至距離長度a處載重P之梁，左端因受支點，所施之反力R而致提高至梁之切線，因P載重而致向下之撓度與因反力而至向上之撓度相等，此二撓度數均可由第三章方程式(26)求得，或直接由灣率面積法求得。

$$\frac{Rl^2}{2}\times\frac{2l}{3}=\frac{p(l-a)^2}{2}\left[a+\frac{2(l-a)}{3}\right]; \qquad (1)$$

$$\frac{Rl^3}{3}=\frac{p(l-a)^2}{6}(2l+a)=\frac{p}{6}(2l^3-3l^2a+a^3); \qquad (2)$$

$$R=\frac{p(l-a)^2(2l+a)}{2l^3}=\frac{p}{2l^3}(2l^3-3l^2a+a^3); \qquad (3)$$

$$R=\frac{p}{2}(2-3K+K^3),$$

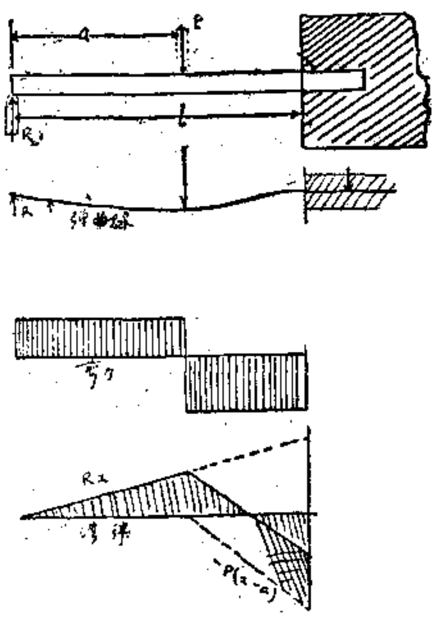
此處$K=\frac{a}{l}$

彈曲線方程式可由因在末端反力致向上撓曲之值加因載重P致向下撓曲之值求得

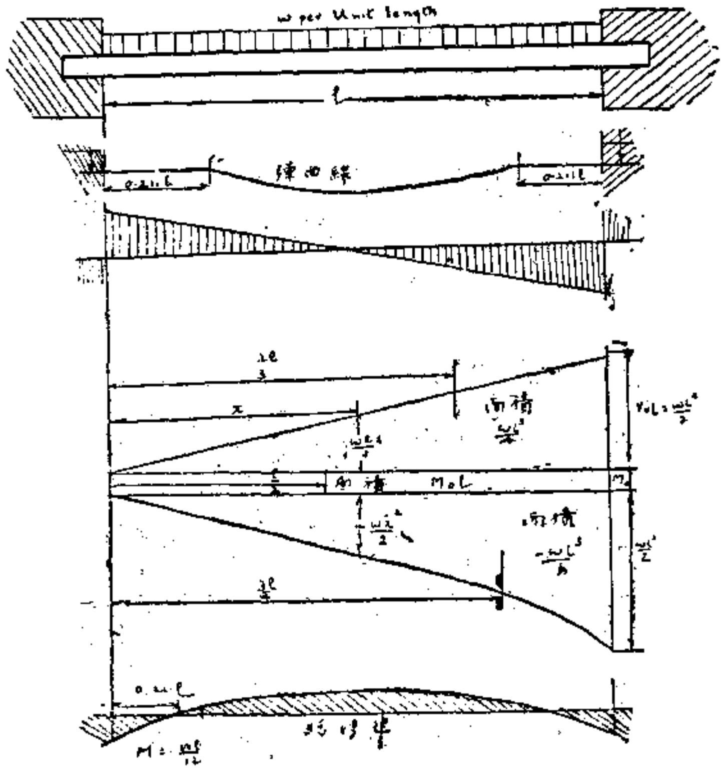
(4)兩端固定受均等重之梁

第十八圖爲一兩端固定受均等重之梁，普通灣率方程式爲

$$M=M_0+V_0x-\frac{wx^2}{2}, \qquad (1)$$



第十七圖



第十八圖

M_0與V_0 均爲現時未知之常數

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=M_0+V_0x-\frac{wx^2}{2};\qquad (2)$$

$$EI\frac{dy}{dx}=M_0x+\frac{Vox^2}{2}-\frac{wx^3}{6}+\left[e_1=o\right]$$

由以下之條件，若 $x=\frac{l}{2}$，$\frac{dy}{dx}=o$，

$$\frac{Mol}{2}+\frac{Vol^2}{8}-\frac{wl^3}{48}=o$$

由以下之條件：當 $x=l$，$\frac{dy}{dx}=o$ 等

$$Mol+\frac{Vol^2}{2}-\frac{wl^3}{6}=o\qquad (4)$$

由方程式(3)與(4)，$Mo=-\frac{wl^2}{12}$，$Vo=\frac{wl}{2}$

由　二次積分

$$EIy = -\frac{wl^2x^2}{24} \times \frac{wlx^3}{12} - \frac{wx^4}{24} + [e = o]\ ; \qquad (5)$$

$$y = -\frac{wx^2}{24EI}(l-x)^2 \qquad (6)$$

$$\Delta = -\frac{wl^4}{384EI} = -\frac{Wl^3}{384EI} \qquad (7)$$

在鋼筋三合土建築物，梁多固定於柱，或與連續過中部支點上，若柱完爲硬性，其最大彎率將爲$\frac{wl^2}{12}$若樑并非連續式，末端之連接處，爲完全任意轉動式，其最大彎率將爲$\frac{wl^2}{8}$通常採用其中數，與其最大彎率則假定爲$\frac{w\ ^2}{10}$

（5）載重任意點，兩端均固定之梁ｏ

第十九圖爲一兩端固定，由左端起至距離a（a—kl）處載重P之梁，剪力，灣率圖，彈曲線均表明於第二十圖，由左端至載重處，其彎率爲Mo＋Vox 由右端至載重處，其彎率爲 Mo ＋ Vox-P（x—a）。此三項數均以第二十圖中之矩形與二三角形代之，今欲求第二十圖中在右端，由切線成左端之撓度，EIy＝O

$$Mol \times \frac{l}{2} + \frac{Vol}{2} \times \frac{2l}{3} - \frac{pb^2}{2}\left(l - \frac{b}{3}\right), (1) \qquad 3\,Mol + 2\,Vol^3 - pb^2(3\,l - b)$$

＝O（2）求在左端由切線成右端之撓度，

$$EIy = o = Mol \times \frac{l}{2} + \frac{Vob}{2} \times \frac{L}{3} - \frac{pb^2}{2} \times \frac{b}{3}, \qquad (3)$$

$$3Mol^2 + Vol^3 - pb^2 = o \qquad (4)$$

由方程式（2）與（4）

$$Vo = \frac{pb}{l^2}\left(3 - \frac{2b}{l}\right) = p(l-k)^2(l+k), \qquad (5)$$

$$M o = -\frac{pb^2}{l^2}(l-b) = -\frac{pb^2a}{l} = -pk(l-k)^2 l. \quad (9)$$

由左端起，在距離x之撓度求得爲

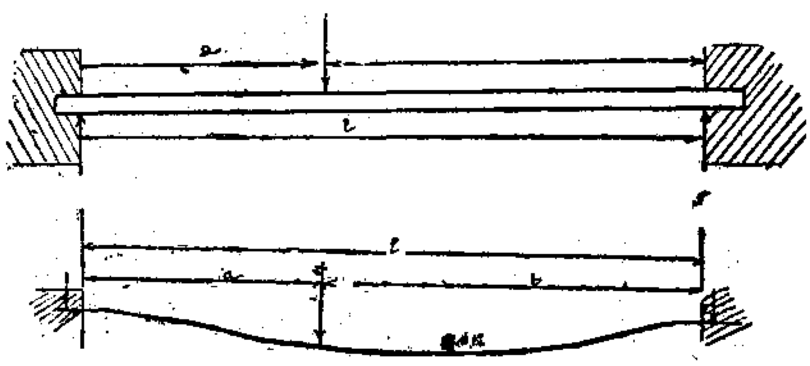
$$EIy = Mox \times \frac{x}{2} + \frac{Vox^2}{2} \times \frac{x}{3} = \frac{Mox^2}{2} + \frac{Vox^3}{6}, \quad (7)$$

x 必要不大於a. 遠離載重，數項

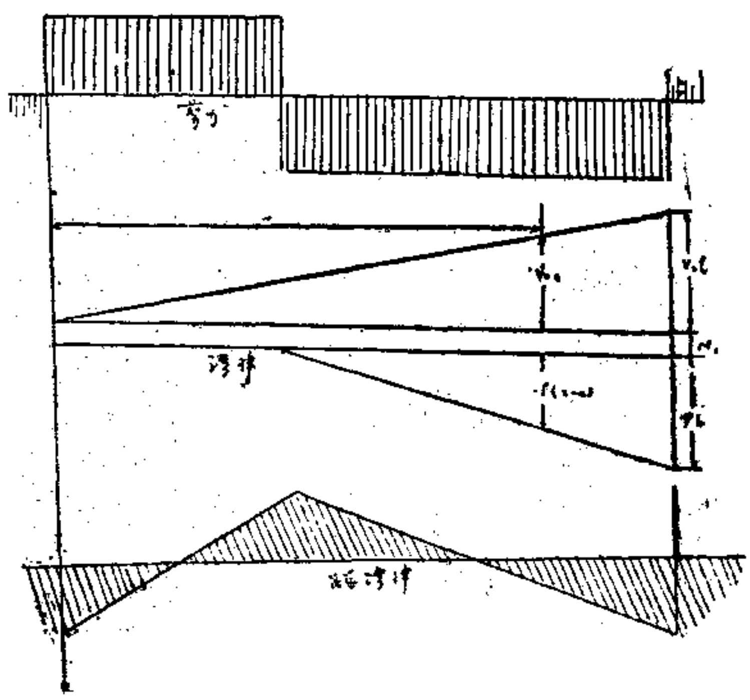
$\frac{p(x-a)^2}{2} \times \frac{x-a}{3}$ 則減去，與

$$EIy = \frac{Mox^2}{2} + \frac{Vox^3}{6} - \frac{p(x-a^3)}{6} \quad (8)$$

第十九圖



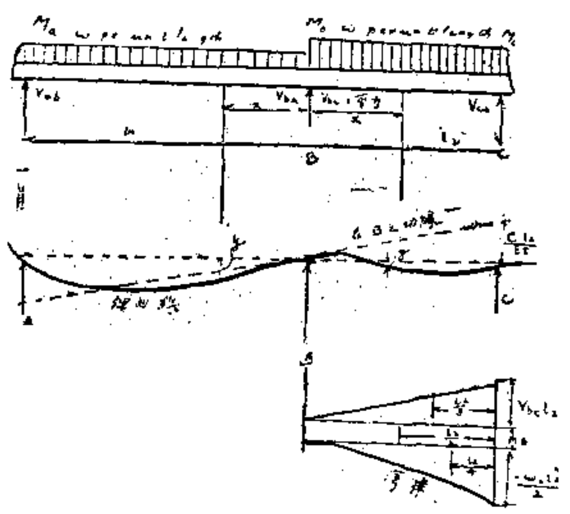
第二十圖



(6)三彎率之理論

無論分爲若干集中載重與若干跨度之梁，均可運用由前法算出，然程序非常煩勞；蓋必須得多於二灣率方程式解爲相對之常數故也。欲求灣力，反力，與剪力，而不需求得撓度者，如平常法一般，三彎率之原理，用途極大矣，

三彎率之理論爲一代數方程式，用中部跨度與其所載之重量數項解明在連續梁之連續支點之彎率關係。第二十一圖中，在支點上之彎率均代以Ma.Mb.Mc.由支點A至支點B之跨度之長爲l，與由B至C.爲l_2第二十一圖中，第一跨度之均等重亦以每單位長度爲w 磅代之，以w2磅代第二跨度之單位長度均等重，下面書之a,b,c,代由左至右之次序，對於無論何三連續點均可應用，下面書之 1 與 2 ，對於跨度與單位載重亦可同樣眞確鄰近B 向C方之剪力，用Vbc 指表之，向A方則用 Vba



第二十一圖

(7)對于均等重之三灣率原理

在第二十一圖，用第二支點之原點，對于第二跨度之微分方程式爲

$$E\,I\,\frac{b^2y}{dx^2}=Mb+Vbcx-\frac{w_2x^2}{2} \qquad (1)$$

$$E\,I\,\frac{dy}{dx}=M_{bx}+\frac{Vbcx}{2}-\frac{w_2x^3}{6}+{}_1 \qquad (2)$$

當$x=0$，既然$\frac{C_1}{EI}$為$\frac{dy}{dx}$之值，此為在梁中支點之切線。

$$EIy=\frac{M_bx^2}{2}+\frac{V_{bc}x^3}{6}-\frac{w_2x^4}{24}+c_1x\times[c_2=0]。\qquad(3)$$

當$x=l_2$，$y=0$，當此值代入方程式(3)時，其結果用l_2除之。

$$\frac{M_bl_2}{2}+\frac{V_{bc}l_2^2}{6}-\frac{w_2l_2^3}{24}+c_1=0\qquad(4)$$

方程式(4)用跨度之長度與其所支持之重量數項解釋灣率，剪力，與在第二跨度左端斜度之關係。在跨度左方之剪力代以右端之灣率則更便，由普通灣率方程式得：

$$M_c=M_b+V_{bc}l_2-\frac{w_2l_2}{2}\qquad(5)$$

由方程式(4)與(5)消去V_{bc}，

$$2M_bl_2+M_cl_2+\frac{w_2l^2}{4}+6c_1=0\qquad(6)$$

對於第一跨度，微分方程式現在可與B原點及由右至左之x正數寫出，既然其解法與第二跨度之解法完全相同，故不須續一計算也，最後之方程式由方程式(6)可寫為。

$$2M_bl_1+M_al_1+\frac{w_1l_1^3}{4}+6c_2=0\qquad(7)$$

由右至左B切線之斜度為$\frac{C_3}{EI}$，因此$C_3=-C_1$當方程式(6)與(7)加入，此等常數可消去

$$M_al_1+2M_b(l_1+l_2)+M_cl_2=-\tfrac{1}{4}(w_1l^3+l^3{}_2)\qquad(8)$$

方程式(8)謂之對於均等重之三彎率理論，當各跨度相等時與在二連續跨度每單位長度之載重相同時；三彎率之方程式變為

$$M_a+4M_b+M_c=-\frac{wl^2}{2}\qquad(9)$$

(8)對於均等重彎率之計算

三彎率之理論爲超過三連續支點，剖面不變，之梁中彎率之代數式關係•還要受載重後各支點仍爲一直線，對於用三支點之梁，一方程式可由此理論寫出，欲解决此題，必須求得其中之二彎率，(或求得別二獨立關係)對於四支點可寫爲二方程式，第一對於支點 1.2.3. 在次序上如理論之A,B,C, 第二對於支點2,3,4對於五支點，閱寫三方程式：在各情形中，二彎率多於獨立方程式

第二十二圖爲四支點與三跨等度之梁，兩端幷無懸飄，每單位長度載重爲w支點上之彎率，皆用 M_1，M_2，M_3，與M_4 代之，當三彎率理論用於第一與第二跨度時，Ma爲M_1，Mb爲M_2與M_2爲M_3，

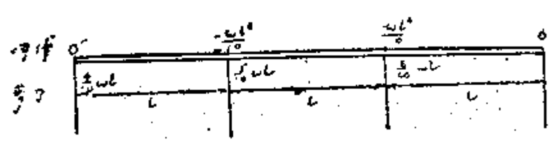
$$M_1+M_2+M_3=-\frac{wl^2}{2} \qquad (1)$$

當三彎率之理論用於第二與第三跨度時，Ma爲M_2，Mb爲$M_3$5Mc爲M_4

$$M_2+4M_3+M_4=-\frac{wl^2}{2} \qquad (2)$$

既然此梁末端支點幷不是懸飄，$M_1=0$與$M_4=0$. 當此值代入時，方程式(1)與(2)爲

$$M_2=M_3=-\frac{wl^2}{10}$$



第二十二圖

(9)用彎率求反力之計算。

支點上之彎率經用理論計出後，在每支點之反力可用普通上鄰近支點之彎率求得，

例 題

用四支點成三個等跨度之梁，如圖二十二，但在左支點懸飄$\frac{4}{10}$之跨度，與在右支點飄懸$\frac{2}{10}$之跨度，求每支點之反力(見二三圖)

今欲求左反力R_1，必須在第二支點上運用彎率原理，

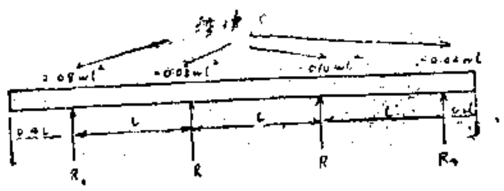
$$R_1l-1.4wl\times 0.7l=-0.08wl^2\ ; \quad (1)$$

$$R_1l=0.90wl^2\ ;\ R_1=0.00wl \quad (2)$$

欲求R_2必須在第三支點上運用彎率原理，

$$0.90wl\times 2l+R_2l-2.4wl\times 1.2l=-0.10wl^2 \quad (3)$$

$$R_2l=0.98wl^2\ ;\ R_2=0.98wl. \quad (4)$$



第二十三圖

在第四支點上運用同樣之灣率理論，$R_3=1.\ 1owl$，欲求R4，梁之第三支點向右梁之一部用以作不固定體計，R4=0. 62wl。

(10)運用總垂直剪力求反力之計算法。

當梁之超過四跨度時用上法求反力則極煩勞。當梁之末端為固定時，此種解法，不應實用。玆有更普通法，此法靠用右方與左方支點之差數。

若第二十一圖中之支點A，用以作坐標之原點，運用普通灣率方程式以求在B之灣率。

$$Mb=Mc+{}_1Vabl-\frac{w_1l_1^2}{2}, \quad (1)$$

$$Vab=\frac{Mb-Ma}{l_1}+\frac{w_1l_1^2}{2} \quad (2)$$

Vab為無論何支點正向右方之剪力。

Ma為在彼支點灣率，與Mb為鄰近之灣率；w_1l，為關於此支點之總均等載重，對於第二十二圖之梁，載有四支點，三相等跨度，幷無飄懸，在左支點之右方剪力為，

$$V_{12}=\frac{-\frac{wl^2}{10}-0}{l}+\frac{wl}{2}=0.4wl=0.4We$$

在第二支點之右方•

$$V_{23}=\frac{\frac{-wl^2}{10}+\frac{wl^2}{10}}{l}+\frac{wl}{2}=0.5\,W$$

用同樣之法，$V34=0.6wl=0.6W$,

第二十二圖表出在每支點上之彎率與每支點向右方之剪力○

在每支點之左方剪力，可由總垂直剪力定義求得○既然第二十二圖之在第一支點在右方剪力為 0.4wl ，在第二支點左方之剪力為

$$V_{21}=V_{12}-wl=0.4wl-wl=-0.6wl.$$

在第二十二圖中，第二支點之反力為在支點右方之剪力減去左方之剪力○

$$R_2=V_{23}-V_{21}=0.5wl-(-0.6wl)=1.1wl.$$

(10)對於集中載重之三灣率理論

第二十四圖為一連續梁，載重P 在距離 a ，由第二支點起，在左跨度上與別一載重Q ，在距離 c ，由第二支點起，在右跨度上，虛線與水平成一θ角均切線於第二支點上之曲彈線，（圖中此切線水平於第二支點右方之上及水平於彼支點左方之下若將斜度相調，其最後結果幷無差異）○

由左支點向下，此切線之撓度為θl_1 ，由直線向上，此直線在第二支點上成線切，在左支點，彈曲線之撓度為其灣率，對於第一跨度之全灣率圖以EI除之○

在圖二十四，對於跨度之灣率圖，經用在左支點坐標之原點畫出○普通灣率方程式其與此圖相符者經用Ma 之數項表明，此為在左支點灣率；Vab, 在右方左支點之剪力；及由第二支點，在距離a之載重p，關於左支點，圖之灣率為

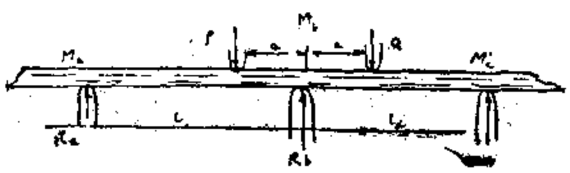
$$M_0 l_1\times\frac{l_1}{2}\times\frac{Vadl^2}{2}\times\frac{2l}{3}-\frac{pa^2}{2}\left(l_1-\frac{a}{3}\right);\qquad(1)$$

既然在左支點之總撓度與在該二支點切線向下之撓度相等，

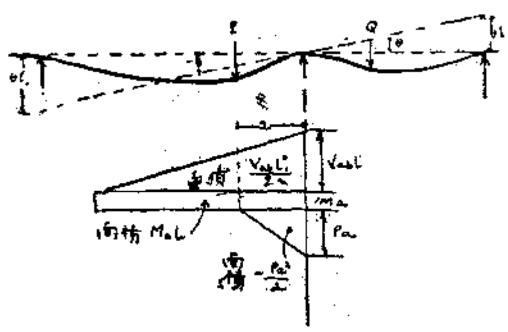
$$EIy=0=-EI\theta l_1+\frac{Mal_1^2}{2}+\frac{Vabl_1^3}{3}-\frac{pa^2l_1}{2}+\frac{pa^3}{6},\ (2)$$

以 6 乘方程式(2)然後以 l_1 除之，結果為 $-6EI\theta+3Mal_1+2Vabl_1^2-3pa^2+$

$\frac{pa^3}{l_1} = 0.$ (3)



第二十四圖(一)



第二十四圖(二)

由普通灣率方程式

$Mb. = Ma + Vabl_1 - Pa$;

$Vabl_1 = Mb - Ma + Pa.$ (4)

當以剪力但代入方程式(3)結果爲 $-6EI\theta + Mal + 2(Mb - Ma)l_1 + 2Pal_1 - {}^3Pa^2$

$(+\frac{Pa^3}{l_1} = 0)$; (5)

$$-6EI\theta + Mal_1 + 2Mbl_1 = -2Pal_1 + 3Pa^2 - \frac{pa^3}{l_1} \quad (6)$$

對於第二跨度，切線之撓度，θl_2 爲正數由與方程式(6)相類之數，對於此，

跨度之方程式可寫爲，

$$6EI\theta + Mcl_2 + 2Mbl_2 = -2Qcl_2 + 3Q\ {}^2 - \frac{QC^3}{l_2} \quad (7)$$

當方程式(6)與(7)相加，θ 則可消除，與

$$Mal_1 + 2Mb(l_1 + l)_2 + Mcl_2 = -Pa\left(2l_1 - 3a + \frac{a^2}{l_1}\right) - Qc\left(2l_2 - 3c + \frac{c^2}{l_2}\right) \quad 8)$$

若$\frac{a}{l_1}=k_1$，與$\frac{c}{l_2}=k_2$，方程式(8)變爲

$$M_a l_1+2M_b(l_1+l_2)+M_c l_2=-k_1 p l_1^2\left(2-3k_1+k_1^2\right)-Q k_2 l_2^2\left(2-3k_2+k_2^2\right) \quad (9)$$

方程式（8）爲對于集中載重三彎率之理論，在相等號之左方數項與受均等重方程式之數項同樣，當集中重與均等重連合時，本章第六段方程式（8）之第二節與本章第十段方程式（8）或（9）之第二節相加則得三彎率方程式。

(11)當數集中載重在每跨度上時，三彎率之理論爲

$$M_a l_1+2M_b(l_1+l_2)+M_c l_2=-\Sigma P k_1 l_1^2\left(2-3k_1+k_1^2\right)\Sigma Q k_2 l_2^2\left(2-3k_2+k_2^2\right) \quad (10)$$

在上式$Pk_1 l_1^2\left(2-3k_1+k_1^2\right)$爲$l_1^2 p\{_1\left(2k_1-3k_1^2+k_1^3\right)+p_3\left(2k_3-3k_3^2+k_3^3\right)+\cdots\}$式之數項之級數總數，在此式中$p_1 p_2\cdots$爲在第一跨度上，由中支點在$K_1 l_1$，$K_2 l_2$，等距離之載重，

例 題

一剖面不變之梁，長37呎，兩端支持，由左端至10呎及由右端至12呎，一載重爲1.000磅在左端至7呎處。又一載重800磅在左端至16呎處，又一載重540磅在右端起至8吋處，又一載重800磅在右端起至6呎處，求每支點上之灣率及每支點之反力，

對於第一與第二跨度，$k_1=0.3$，$k_2=0.4$，$p=1,000$，$Q=800$，$l_1=10$呎，$l_2=15$呎，

$$0+50M_2+15M_3=-1,000\times100\times0.3(2-0.9+0.09)-800\times225\times0.4(2-1.2+0.16)\text{；}50M_2+15M_3=-104,820.$$

由第二與第三跨度

$$15M_2+54M_3=-800\times225\times0.6(2-1.8+0.36)-540\times144\times$$

$$\frac{1}{3}\left(2-1+\frac{1}{9}\right)-800\times144\times\frac{1}{2}\left(2-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)$$

$$15M_2+54M_3=-132,480.$$

由此等方程式，$M_2=-1,484$ $M_3=-2,041$ 呎磅，

在每支點之右方剪力(除第四外)可用普通彎率方程式求得，與反力則可由在每支點上對面剪力之差數求得，反力又可用在每支點上彎率計算，在第二支點

$$10R_1-3,000=-1,48,4$$

$$R_1=151.6\text{磅},$$

(12)撓度當彎力不平行於惰性之主要軸，

當彎力不平行於惰性之主要軸時須先求得彎率，或求得力之平行於此等軸計然後算纖維線應力，

在同樣法，欲求撓度，力必須轉爲分力，所算出之撓度平行於此二軸之每一軸，合力撓度，無論在何點爲分力之方經示線(Vector)之和數

例　　題

一二吋濶三吋高之木飄梁，長度十呎，三吋面與水平成35^0角求在末端撓度之大小與方向。假定此撓度因載重20磅在末端若 E 爲1,200,000 #/□"

載重之分力爲 $20\cos w35^0$ 與$20\sin35^0$

相符之彎率爲 2 吋^4 與 4 5吋^4 垂直於三吋面上之撓度爲 $4.8\times0.8192=$ 3.932吋。

平行於三吋面撓度爲$\frac{3\ 2}{1\ 5}\times0.5736=1\ 224$吋。

合力撓度與二吋面構造成之ϕ角爲

$$\tan\phi=\frac{1,224}{3\ 932}=\frac{3\ 2\sin35^0}{15\times4\ 8\cos w35^0}=\frac{2}{4.5}\tan35^0=0\ 3112.$$

$$\varnothing = 17^{0}17'$$

合力撓度＝3.932 $\sec\varnothing$ ＝4.118吋，與垂直成 $17^{0}43$

第六章 特種杆梁

不變力之梁

不變力梁中之在外纖維線之單位應力，在各分部上均不變其值既然 $S=\frac{Mc}{I}=\frac{M}{Z}\left(若\ Z=\frac{c}{I}\right)$ 當斷面率變更如外加灣率一般時，應力仍不變。今以載重在一端之飄梁爲例。灣率是直接與由一端之距離成比例，若深度不變，濶度就由不固定端至固定端有定之增加，斷率則直接變更如灣率一般，惟在外纖維線之單位應力則不變，若不需補償其在不固定端之剪力及壓力，則此梁將爲一不變剖面之相等力梁之半重，甚致增加材料以應剪力與壓力之需求，然利用不變力之梁，則重量可大慳矣。

不變力梁之撓度

既然在不變力梁之惰性率與x而變更，其撓度之計算，與剖面不變之梁大有差別。在關於中和平面均分之梁。

$$M=\frac{2SI}{d}$$

在此式中，S爲在全長度之不變數，d則可變或不變。在研究上欲分別變與不變者，不變之深度則用大楷D代之，不變之濶度則以大楷B代之。

1) 不變深度梁之撓度

$$M=EI\frac{d^{2}y}{dx^{2}}=\frac{2SI}{D} \qquad (1)$$

運用二次積分法

方程式(1)用I除之。

$$E\frac{d^{2}y}{dx^{2}}=\frac{2S}{D} \qquad (2)$$

$$E\frac{dy}{dx}=\frac{2Sx}{D}+C1 \qquad (3)$$

若x軸之方向，如此選擇致令$\frac{dy}{dx}=0$，當$x=a$時，c_1 則$=-\frac{2Sa}{D}$

$$Ey=\frac{Sx}{D}-\frac{2Sax}{D}+c_2 \qquad (4)$$

若坐標之原點如此選擇致令$y=0$，當$x=a$時，則$c_2=\frac{Sa^2}{D}$

故
$$Ey=\frac{S}{D}(x^2-2ax+a^2)=\frac{S}{D}(a-x)^2 , \qquad (5)$$

在原點處

$$Ey=\frac{Sa2}{D} \qquad (6)$$

運用彎率面積法

當惰性率變更時，彎率面積之原理爲$Ey=\int\frac{Mx}{I}dx^3$ 或

$Ey=\frac{M}{I}$圖之彎率。$\frac{M}{I}=\frac{2S}{D}$當S與D皆不變時，$\frac{M}{I}$亦爲不變，則$\frac{M}{I}$圖爲一矩形，欲求由原點，在距離a所成之切線之原點之撓度。

$$Ey=\frac{2Sa}{D}\times\frac{a}{2}=\frac{Sa2}{D} \qquad (6)$$

由原點，在距離x，矩形之底線爲$a-x$。其重心，由某一點，其橫線爲x時爲$\frac{a-x}{2}$

$$Ey=\frac{2S(a-x)}{D}\times\frac{a-x}{2}=\frac{S}{D}(a-x)^2 \qquad (5)$$

方程式(5)與(6)對於深度不變，若何載重之不變力梁爲有效。致於飄梁，$a=l$，其彎率爲一負數，因此

$$E\Delta=-\frac{sl2}{D} \ ; \ Ey=-\frac{S}{D}(l-x)^2 \qquad (7)$$

不固定端上載重之飄梁，

對於不變深度D之飄梁，載重在不固定端上，$S=\frac{PlD}{2Im}$，Im 爲式中之最大惰性率，用此S值代入方程式(7)中則得

$$E\Delta=-\frac{Pl^3}{2Im} \qquad (8)$$

在不變力飄梁末端之撓度，其深度不變，載重在不固定端時，其值爲剖面不變之飄梁，其剖面等於不變力梁之最大剖面之撓度一倍又半。不變力梁之體積爲剖面不變梁之半數

均等載重之飄梁。

對於不變深度，均等載重之飄梁

$$S=\frac{wlD}{4Im}$$

及 $$E\Delta=\frac{-Wl^3}{4Im} \qquad (9)$$

此值大於不變剖面，其剖面等於不變力梁之最大剖面，之飄梁二倍，不變力梁之體積爲不變剖面梁之三分一數

一端支持，中部載受重P之梁。

在梁中部之彎率爲$\frac{pl}{4}$與$S=\frac{plD}{8Im}$在方程式(6)，$a=\frac{1}{2}$，在中部，由切線向上末端之撓度求得爲

$$E\Delta=\frac{Pl^3}{32Im} \qquad (10)$$

此值爲不變剖面梁之半數，此數亦可直接由載重在不固定端飄梁之結果求得

兩端支持及均等載重之梁

在梁中部之灣率$M=\frac{Wl}{8}$ $S=\frac{WlD}{16Im}$ S與$a=\frac{1}{2}$

$$E\Delta=\frac{Wl^3}{64Im}$$

此值爲不變剖面梁之撓度之$\frac{5}{6}$數

（2）不變闊度矩形梁之撓度。

$M=\frac{2S}{d}$，此處 d 爲x之函數，

載重在不固定端之飄梁

$$d^2=\frac{6Px}{SB}，與\frac{M}{I}=2S\sqrt{\frac{SB}{6P}}x^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$E\triangle=\int\frac{M}{I}xdx=2S\sqrt{\frac{SB}{6P}}\int_o^l x^{\frac{1}{2}}dx=\frac{2}{3}\times 2S\sqrt{\frac{SB}{6p}}l^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

既然 $\frac{M}{Im}=2S\sqrt{\frac{SB}{6P}}l^{-\frac{1}{2}}$， 與$M=-Pl$，

$$E\triangle=\frac{2Ml^2}{3Im}=-\frac{2Pl^3}{3Im} \quad (3)$$

此撓度爲不變剖面梁之二倍。

中部受載重，兩端支持之梁。

矩形剖面及不變濶度之梁，其兩端受支持，其中部則受載重，此梁之計算，等於二飄梁。

$$E\triangle=\frac{pl^3}{24Im} \quad (4)$$

均等重之飄梁

$$\frac{M}{I}=\frac{2S}{d}; \quad d2=\frac{3wx^2}{SB}; \frac{M}{I}=\frac{2S}{x}\sqrt{\frac{SB}{3w}}$$

由彎率面積得，

$$E\triangle=\int\frac{M}{I}xdx=2S\sqrt{\frac{SB}{3w}}\int_o^l dx=2Sl\sqrt{\frac{SB}{3w}} \quad (5)$$

既然 $\frac{M}{Im}=\frac{2S}{l}\sqrt{\frac{SB}{3w}}$，與 $M=-\frac{wl^2}{2}=-\frac{Wl}{2}$，

$$Ey=\frac{Ml^2}{Im}=-\frac{wl^4}{2Im}=-\frac{Wl^3}{2Im}, \qquad (6)$$

此值爲不變剖面梁之四倍。

彈曲線可程式求得(以二次積分法更佳)爲

$$Ey=-2S\sqrt{\frac{SB}{3w}}\left(x\log\frac{x}{l}-x+l\right) \qquad (7)$$

均等載重—5 兩端支持之梁

$$M=\frac{w}{2}(lx-x^2);\ d^2=\frac{6M}{SB}=\frac{3w(lx-a^2)}{SB}; \qquad (8)$$

$$\frac{M}{I}=\frac{2S}{d}=2S\sqrt{\frac{SB}{3w(lx-x^2)}} \qquad (6)$$

$$E\triangle=\int\frac{M}{I}xdx=2S\sqrt{\frac{SB}{3w}}\int\frac{xdx}{\sqrt{lx-x^2}} \qquad (10)$$

$$\int\frac{xdx}{\sqrt{lx-x^2}}=\int\frac{xdx}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2-\left(\frac{l}{2}-x\right)^2}}=-\frac{l}{2}\int\frac{dz}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2-Z^2}}+$$

$$\int\frac{Zdz}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2-Z^2}}; \qquad (11)$$

當 $Z=\frac{l}{2}-x$；$dz=-dx$

$$E\triangle=2S\sqrt{\frac{SB}{3w}}\left[-\frac{l}{2}\sin^{-1}\frac{2x}{l}-\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2-Z^2}\right]_{Z=\frac{l}{2}}^{Z=o} \qquad (12)$$

(當 $x=o, Z=\frac{l}{2}$； 當 $x=\frac{l}{2}$；$Z=o$)

$$E\triangle=Sl\sqrt{\frac{SB}{3w}}\left(\frac{\pi}{2}-1\right) \qquad (13)$$

既然 $S=\dfrac{3wl^2}{4BD^2}$，

$$E\triangle=\frac{3wl^4}{8BD^3}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=\frac{wl^4}{32Im}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=\frac{6\ 85wl^4}{384Im} \quad (14)$$

31 不變力與剖面相似梁之撓度。

$I=kc^4$ 此處K為一常數，根據各剖面之幾何法而得，c為中和軸至外纖維線之距離 $Z=\dfrac{I}{c}=kc^3$

$$S=\frac{M}{Z}=\frac{M}{kc^3};\ c^3\ \frac{M}{kS};$$

$$\frac{M}{I}=\frac{M}{kc^4}=M^{-\frac{1}{3}}k^{\frac{1}{3}}S^{\frac{4}{3}} \quad (1)$$

均等載重飄梁之撓度。

$$M=\frac{wx^2}{2};\ \frac{M}{I}xdx=w^{-\frac{1}{3}}\ 2^{\frac{1}{3}}\ k^{\frac{1}{3}}\ S^{\frac{4}{3}}\ x^{\frac{1}{3}}\ dx$$

$$\int_0^l\frac{M}{I}xdx=\frac{3w^{-\frac{1}{3}}\ 2^{\frac{1}{3}}\ k^{\frac{1}{3}}\ S^{\frac{4}{3}}\ l^{\frac{4}{3}}}{4} \quad (4)$$

既然 $S=\dfrac{wl^2}{2kc^3m}$，$S^{\frac{4}{3}}=\dfrac{w^{\frac{4}{3}}\ l^{\frac{8}{3}}}{2^{\frac{4}{3}}\ k^{\frac{4}{3}}\ c^4m}$，與

$$E\triangle=\frac{3wl^4}{8kc^4m}=\frac{3wl^4}{8Im}=\frac{3Wl^3}{8Im} \quad (3)$$

此值為剖面不變梁之撓度之三倍

飄梁載重在不固定端之撓度

$$M=px,\ 與\ \frac{M}{I}x=p^{-\frac{1}{3}}k^{\frac{1}{3}}S^{\frac{4}{3}}x^{\frac{2}{3}};$$

$$\int_0^l\frac{M}{I}xdx=\frac{3P^{-\frac{1}{3}}S^{\frac{4}{3}}k^{\frac{1}{3}}l^{\frac{5}{3}}}{5} \quad (4)$$

然既 $S=\frac{pl}{kc^3m}$ ，此處Cm 爲c 之最大值；

$$E\Delta=\frac{3pl^3}{5kc^4m}=\frac{3pl^3}{5Im} \qquad (5)$$

此值爲剖面不變梁撓度之$\frac{9}{5}$。

第八章 杆梁撓度之正確公式

前章所述各種不易梁之撓度，均由以下之彈曲線公式算出

$$M-EI\frac{d^2y}{dx^2} \qquad (1)$$

此公式固便于計算而採用，實際言之，其完備之公式爲

$$M=\frac{EI\frac{d^2y}{dx^2}}{\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad (2)$$

通常所建築之梁，其發生之撓度，實際工作，以大約公式(1)計算則已完善蓋此大約公式，不獨用以推出之彈曲線，抑亦柱曲線之所由來也。雖大約公式與正確公式之差數爲極微，然當撓度極大時，其所差之微數亦隨之而變，大故公式(2)之研究，吾人不可忽視之也，蓋實際工作，絕不如理論之完善，複雜情形亦週易於計算時假設之簡單，故爲免避破壞危險起見，工程師之數值，莫不計算從寬，或假定一安全率 (factor of safety) 取其約數，而公式(1)之採用，未免無因也。

撓度之基公式爲下列公式推出

$$M=EI\frac{d\theta}{dl} \qquad (3)$$

上式亦可寫爲

$$M=EI\frac{d\theta}{dx}\times\frac{dx}{dl}=EI\cos\theta\frac{d\theta}{dx} \qquad (4)$$

方程式(4)之積分爲

$$EI\sin\theta = \int Mdx + C_1, \tag{5}$$

又可寫爲

$$EI\frac{dy}{dx} = \int Mdx + C_1, \tag{6}$$

方程式(1)之積分爲

$$EI\frac{dy}{dx} = \int M-dx + C_1, \tag{7}$$

$$EI\ ton\ \theta = \int Mdx + C_1, \tag{8}$$

由正確式求得之方程式(5)內載 s n of $= \left(\text{或}\frac{dy}{dx}\right)$ 由大約式求得之方程式(8)內載 tangent of $= \left(\text{或}\frac{dy}{dx}\right)$，當灣率不變時，$\int Mdx = Mx$，若坐標之起點所選擇當 $x=o$，$\theta=o$ 時，則 $C_1=o$ 當灣率不變時，方程式(5)爲

$$EI\frac{dy}{dx} = Ex; \tag{9}$$

$$\frac{EIdy}{\sqrt{dx^2+dy^2}} = Mx; \tag{10}$$

$$\left(\frac{EI}{M}\right)^2 dy^2 = x^2dy^2 + x^2dx^2; \tag{11}$$

$$dy = \frac{xdx}{\sqrt{\left(\frac{EI}{M}\right)^2 - x^2}} \tag{12}$$

$$y = -\sqrt{\left(\frac{EI}{M}\right)^2 - x2} + C_2 \tag{13}$$

若X軸所選擇爲$y = \frac{EI}{M}$ 當$x = o$ • $c_2 = o$

則 $$y^2 = \left(\frac{EI}{M}\right)^2 - x^2 \; ; \qquad (14)$$

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{EI}{M}\right)^2 \qquad (15)$$

方程式(15)爲圓形之方程式，當其半徑之值爲$\frac{EI}{M}$ 此結果與第二章中方程式(2)相同•

今以飄梁爲例，其載重p在不固定端上

$$M = -px \; ,$$

$$Mdx = -\frac{px^2}{2} + \left[C_1 = \frac{pl^2}{2}\right]$$

當起點在不固定端算時，l則爲全梁之水平投影，不是全梁之眞長度•

$$\frac{EI\,dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{p}{2}(l^2 - x^2) \; ; \qquad (16)$$

$$\left(\frac{2EI}{p}\right)^2 dy^2 = (l^2 - x^2)^2 (dx^2 + dy^2) \qquad (17)$$

$$\left[\left(\frac{2EI}{p}\right) - (l^2 - x^2)^2\right] dy^2 = (l^2 - x^2)^2 dx^2 \; ; \qquad (18)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{l^2 - x^2}{\sqrt{\left(\frac{2EI}{p}\right)^2 - (x^2 - x^2)^2}} \qquad (19)$$

方程式(19)之母數，用二項式展開得

$$\left(\frac{2EI}{p}\right)^{-1} + \frac{1}{2}\left(\frac{2EI}{p}\right)^{-3}(l^2 - x^2)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{2EI}{p}\right)^{-5}(l^2 - x^2)^4 + \text{etc} \qquad (20)$$

當此級數用子數$(l^2 - x^2)$乘之，方程式(19)變爲

$$\frac{dy}{dx}=\frac{p}{2EI}(l^2-x^2)+\tfrac{1}{2}\left(\frac{p}{2EI}\right)^3(^2l-x^2)^3+\tfrac{3}{8}\left(\frac{p}{2EI}\right)^5(^2l-x^2)^5+etc \quad (21)$$

$$y=c_2+\frac{Bl^2x}{2EI}-\frac{px^3}{6EI}+\tfrac{1}{2}\left(\frac{p}{2E}\right)^3\left(l^6x-l^4x^3+\frac{3l^2x^5}{5}-\frac{x^7}{7}\right)+\tfrac{3}{8}\left(\frac{p}{2EI}\right)^5\left(l^{10}x-\frac{5l^8x^3}{3}+2l^6x^5-\frac{10l^4x^7}{7}+\frac{5l^2x^9}{9}-\frac{x^{11}}{11}+etc\right) \quad (22)$$

方程式(22)中右方之首三項與第二章飄梁之方程式(21a)絕對相同，由此等項c_2值算出為$-\frac{pl^3}{3EI}$

加入方程式(22)中之餘項：

$$c_2=-\frac{pl^3}{3EI}-\frac{1}{35}\left(\frac{p}{EI}\right)^3l^7-\frac{1}{231}\left(\frac{p}{EI}\right)^5l^{11}-etc- \quad (23)$$

今舉例題以證明之

例　　題

設有一六吋闊，一吋高，100 吋長之木製飄梁，載重10磅在不固定端處，若E=2 000 000#/□" 時，求其末端之撓度。

$$EI=-1.000\,000,\ \frac{p}{EI}=\frac{1}{100.000}=\frac{1}{10^5},\ l=\overline{10}l^2$$

$$C_2=-\frac{10}{3}-\frac{1}{35}\times\frac{\overline{10}^{14}}{\overline{10}^{15}}-\frac{1}{231}\times\frac{\overline{10}^{22}}{10^{25}}-etc\ ;$$

$$C_2=-3.333333-0,002857-0.000004--3.336294\bullet$$

由第二項至第三項結果之變更為$\frac{1}{1,200}$

若載重改為50磅(此數造成最大單位應力，每平方吋5.000磅)

$$\frac{p}{EI}=\frac{1}{2\times\overline{10}^4}\quad 5$$

$$C_2 = -\frac{50}{3} - \frac{1}{35} \times \frac{\overline{10}^4}{8 \times \overline{10}^3} - \frac{1}{231} \times \frac{\overline{10}^{22}}{32 \times \overline{10}^{20}} - \text{etc} ;$$

$$C_2 = -16.6667 \times .3571 - 0.0135 - = -17.0373$$

通常公式所算出之最大撓度，其差誤多於百分之二。

方程式(23)所算出載重在不固定端飄梁之眞確撓度似大於以下之公式，

$$\triangle = \frac{pl^3}{3EI} \qquad (24)$$

雖然，其差誤幷不在此點，方程式(24)之 l ，爲通常用以代梁之長度，旣然灣率臂 x 爲由載重至剖面之水平距離，在固定端 x 之值（在方程式(16) 爲受載重梁之水平投影，其數少於眞確長度，今欲求其眞確撓度，，必須將灣率轉爲確已知數之長度 (actuat element of leudyn) 或求其水平投射之眞確長度。後法覺爲簡便，故採用之。

今爲簡便計，長度之巳知數可用ds代以dl

$$\frac{EIdy}{dx} = \frac{p}{2}(l^2 - x^2) ; \qquad (16)$$

$$\left(\frac{2EI}{p}\right)^2 dy^2 = (l^2 - x^2) ds^2 ; \qquad (25)$$

$$\left(\frac{2EI}{p}\right)^2 (ds^2 - dx^2) = (l^2 - x^2) ds^2 ; \qquad (26)$$

$$ds = \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{p^2}{2EI}(l - x)}} ; \qquad (27)$$

$$ds = dx\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{p}{2EI}\right)^2 (l^2 - x^2)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{p}{2EI}\right)^4 (l^2 - x^2)^4 + \ldots\right] \qquad (28)$$

$$S = (e = o) + x + \frac{1}{8}\left(\frac{p}{EI}\right)^2\left(l^4 x - \frac{2l^2x}{3} + \frac{x^5}{5}\right) + \frac{3}{128}\left(l^8 x - \frac{4l^6x^3}{8} + \frac{6l^4x^5}{5} - \frac{4l^2x^7}{7} + \frac{x^9}{9}\right) + \ldots \qquad (29)$$

當 $x=$；l全長度可稱爲li

即 $$l_1 = l + \frac{1}{8}\left(\frac{p}{EI}\right)^5 l^{\bullet}\left(1-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right) + \frac{3}{128}\left(\frac{p}{EI}\right)^4 l^9\left(1-\frac{4}{3}\right.$$

$$\left.+\frac{6}{5}-\frac{4}{7}+\frac{1}{9}\right)+ \qquad (30)$$

$$li = l + \frac{1}{15}\left(\frac{p}{EI}\right)^2 l^5 + \frac{1}{105}\left(\frac{p}{EI}\right)^4 l^9 + \cdots \qquad (31)$$

在上例題，若水平投影爲100吋，當載重爲10磅時，

$$l_1 = 100 + 0\ 0667.$$

若將此長度代入方程式(24)中之100吋長度，算得之結果爲

當其載重爲50磅時，

$$li = 100 + \frac{1}{15} \times \frac{\overline{10}^{10}}{4\times\overline{10}^8} + \frac{1}{105} \times \frac{\overline{10}^{18}}{16\times\overline{10}^{\ 6}},$$

$$li = 100 + 1.667 + 0.059 = 101.726\text{吋},$$

若將此長度代入方程式(24)中之100吋長度，其結果爲

$$\triangle = 17.557\text{吋},$$

方程式(23)用以求載重在末端，飄梁之撓度，長度l爲受載重梁之水平投影。若用原有之長度，方程式(23)所算示之差誤大於方程式(24)。

當一梁放於固定支持上，中部則載重，反力之垂直分力之瀉率仍爲不變；同時，反力亦有一水平分力，此分力則更增大其撓度。由大約微分方程式(1)可易求得彈曲線方程式。而方程式(2)之解法則甚困難也，明矣。

在此節中所算出之公式，雖能將其差誤顯出，然在建築界中，對於大約方程式之微差數，若其撓度不甚大時，吾人固可畧之也。

除去當M數不變，或$\frac{M}{I}$不變外，用積分求得方程式，(2)之數，爲一級數若同樣瀉率方程式與方程式(2)并用時，如平常與方程式(1)并用一般(即若

灣率因撓度致變更而無補償時），則左方之數項內載有在一元式 (1st pouer) 之EI者必等於全部解法與方程式(1)幷用，差誤之因用，方程式(1)而代方程式(2)者，通常必少於因變更灣率臂所致之差誤也。

第八章 結論

各種梁之撓度公式，經於上文求之，不靜定梁之計算法，比靜定梁爲煩難然一經明其理，從一而推二，雖最煩難之公式，亦可隨之解。總之，下文之公式，任何種梁與梁之受何種載重，均可算出。

$$\delta=\int_0^l \frac{M\,m}{E\,I}\,dx$$

此表式內之M爲所求撓度之彎率，m則爲指數彎率 (Index ~~bem~~ling moment)，此項指數彎率由是明於撓點上受外力F=1 而發生之彎率也，

建築材料的研究

廖安德

建築上最要緊的問題，就是材料，欲得建築物堅固，必須用良好的材料，所以選擇材料，爲建築界最重要的問題，我們建築房屋樓宇的宗旨，求所建築的物件堅固，耐用，美觀，和經濟，以上的問題，缺了一件，就不算是模範的建築物，倘若對於材料，不認眞選擇，雖然美觀和經濟，其結果未必良好，致於建築物本身的堅固和耐用，尙存疑問！甚或發生危險的狀態呢！故我們欲建築物堅固，耐用，美觀，和經濟，非悉心研究建築材料不爲功，建築材料的研究，在今日的建築料，實不容緩呢。

建築材料的變遷，隨世界的進化而不同，一時代有一時代的建築材料，我們從歷史上得知道上古時代的人，利用天然物爲避身所，如利用山洞爲住所是也，有巢氏構木爲巢，人民起自經營房屋，再後，利用坭和土，而建築成我們夢想不到，鄙陋不堪的小坭屋，但到了現代，就大不同了，由山洞而巢居而坭屋！又由坭屋而變爲石和磚建築成的屋，直到而今，世界的科學，一天天進化起來由磚瓦木石而至夢想不到的鋼筋三合土，將來難免有一新建築材料比鋼筋三合土要堅固和耐用出現來建築數百層的巍峨高廈，聳入雲霄，那麼，建築材料的研究更重要了！

建築材料的進化，大約分爲五時代卽(一)原始時代，(二)木材時代，(三)木石合用時代，(四)石材時代，(五)鐵石混用時代，以上的五時代，我們雖然沒有精確地來分別它，然亦不出乎那次序了。

建築材料的選擇，旣然要堅固，耐用，美觀，和經濟，往往有許多人，當健築房屋時，審選材料，以求華麗，徒壯觀瞻；對於實際，則不甚考究，這是一件很不對的事情了！因爲建築物，不特要美觀，還要求其堅固，耐用，和經濟的實際的應用，不要徒費金錢來購得金玉其外，敗絮其中的建築物呢：購選

材料時，不得不注意看下列數點○

(一)材料務選十分乾燥的○

(二)材料須無臭惡味發生的○

(三)材料最好向總出產地直接購買，

(四)材料務求其堅固，耐用，平直和無裂歪情形的，

(五)材料宜採購國貨，不得已時，方可酌量選購外貨，

(一)石材○

建築工程裡，採用石材的，時期極早○我們從羅馬，埃及，希臘的遺跡上觀察，就得到十分的確的証明了○中國裡的石室和石碑，又是別一個証明○因為用石來建築的物，不獨壯麗美觀，還是十分堅固和耐用呢○在中世紀的建築物，就多數利用起石材○ 尤其是教堂，皇宮和貴族住宅， 無不用石來建築○到了現在的時候，採用石材來建築的屋宇，還是不少，申江外灘一帶的建築物，多用石建築○ 香港為產石的富區，稍大的樓宇， 亦多用石甚致小小的住宅的地脚，無不用石建築，蓋取其堅固○現代所用的石材雖比中世紀少用一些；然在建築界裡，有很好的地位○雖鋼筋三合士，有時亦不及它的美觀，莊嚴，和經濟○石的量度，分體積，面積，和長度三種，論面積者如十方尺○或百方尺計的○每一方尺的價格，須以石這的品質和厚度來估定○其除如工作的難易，輸運的路程○直接和間接均影響及價格的貴賤○故在估算石作工程之前，最好先令石工作精密的計算，庶不致吃虧了○

石的種類甚多，由構成方面來分別，可總括分為三種○

(1) Arqillaceous Stone 黏土質之石，其結合的以鋁質為最重要 (Al_2O_3)

(2) Calcareous Stone 帶灰之石，其最重要的結合物為石灰 ($CaCO_3$)

(3) Siliceous Stone 硅質石，其重要的結合物為硅質 (SiO_2)

最普通的黏土質石為石版；帶灰之石，為灰石和雲石；硅質石，為沙石和花崗石，以上的石為建築上最重要的石材○

花崗石 (Granites) 主要的成分為石英，雲母和長石所組成，副成分為輝石

和角閃石質堅而耐用，頗貴重，上海外灘的滙豐銀行，海關等，係用此類花崗石來建築，在申江生色不少，香港的高等裁判署，歐戰紀念碑，紐約國家銀行和很多偉大的建築物，採用石材，廣州市內的石室天主堂，海關，念碑等亦是石的建築物，此等建築在各地均佔有相當的形勢，在中國蘇州和香港所產的花崗石亦佳，常有一二十尺的大料，這是難能可貴的天然石礦呢○

上海普通所用的石爲蘇石，蘇石更分爲二種產，枝金石地方，就叫做金山石產於焦山地方的，就叫做焦山石金山石色帶黃紅質地頗良，產量不多，焦山石質稍次，色青白，產量多向較金山石貴，均係火成岩花崗石，是謂硬石，此外尚有寧波綠石，紫石，質較嫩，便於雕刻，是謂軟石，均用於建築，致於雲南所產的大理石，則用以裝飾，但極少用於建築

焦山石价表　國幣算　魯班尺

工料	體積及面積	價格	備註
毛坯石	一至十立方尺	每立六尺一元至一元二角	以上海蘇州河岸交貨爲標準
毛坯石	十立方尺以外	每過十立方尺加洋二角至三角	仝上
毛坯石	一百立方尺以外	另議	
鑿工及裝置工	一平方尺	洋一元二角至一元五角	祇鑿平面
雕刻脚線及裝置	一方	洋一百八十元至二百元	雕鑿花草人物另議

此種焦山石可用於重量擠壓的建築，如過梁和法圈等；亦有用於踏步，勒脚及外牆專建築，

焦山石爲花崗石的一種，色是青灰，是年晶体的火成巖石，重要的成分爲石英和苛性鉀，長石礫和其他的主要附屬品所凝成，質堅硬，惟不及金山石的頁好，

花崗石於建築界用途極廣的，惟少禦火的能力，遇熱度高過時，則分裂爆碎，蓋其最大的關係，因其組織和構造物的複雜•每一小粒，各有不同的膨脹性，但其中含有小水泡和流質炭氣，也不無相當的關係•九龍亦爲產石的區域

•石色潔白，含有雲母石黑點，極美觀•上海滙豐銀行，麥堅利銀行，廣州中山紀念堂和南京的總理陵園，皆採用那種石•

香港石價表

尺寸	每方尺價格	備註
一方尺至三十方尺	港幣四毫	此價在九龍碼頭交貨
三十一方尺至四十方尺	港幣六毫	仝上
四十一方尺至五十方尺	港幣七毫	仝上
五十一方尺至六十方尺	港幣八毫	仝上
六十一方尺至七十方尺	港幣九毫	仝上
七十一方尺至八十方尺	港幣一元二角	仝上
八十一方尺至九十方尺	港幣一元三角	仝上

註港尺一尺合英尺十四寸六分每方尺合港尺一尺方三寸厚

由建築工程上觀察，最適用的石材，首推沙石(Sandstone)其抵抗風力極強，幷不受火的影響•質料係沙所膠結而成，此外還有一種石灰石(Lime Stone)顏色極美觀，適合建築物的裝飾材料，其餘如大理石(Marble)亦爲裝飾石的一種，多爲炭酸鈣的岩石•

(二)木材

在現在建築界裡，木材似乎不如昔日的重要•但是實際上言之，雖然它的用途，一天比一天少下去，但我們仔細地想想，建築物沒有了木材，可以到底成功嗎？其所少的理由，却因現時所建築的牆，地板，多代以磚和鋼筋三合土了•然建築物裡，未必樣樣可用鋼筋三合土做起來夠美觀和經濟呢•那麼，木材現時還在建築界裡佔了一個相當的地位•

我國所出產的木材，以杉木爲最大宗，出產地以福建，兩湖，廣西爲最多•長度以中國的木尺計算•每木尺合英尺十一寸二分•它的長度尺碼大概是一樣的•長梢的大小，均以排計算•共分四種(一)大鑄，每排約二十六根，大小

以木行普通用的圍木尺計算。每圍木尺約合英尺一尺一吋二分左右致於舶來的材木，皆用英尺F. B.M. 計算 每一英尺 F.B.M. 為百四十四立方寸，即一尺長，一尺濶，一吋高。無論何種木材，皆可用此法推算。這是一個計算材木節省的方法。

我國民居，所需的木料，均以杉木為多。但門，窗，地板，樓，欄，棚各種裝修，近今亦多採用舶來品的柚木(teakwood)，因其堅固，耐用和美觀，門窗亦間有用洋松(花旗松)，呂安，麻栗等，地板也有用本松或企口洋松，麻栗等。

木材的價格，固時而異，然下列的價，也可為一種定準。

名稱	造材分類	長度或面積	單位價目
洋松	板材	八尺至三十二尺	每千尺一百二十元
坤甸	圓材	一尺二寸長尾長八尺	六十七元八角——八十七元
半寸洋松			每千尺一百二十七元
洋松二寸光板			每千尺八十九元
俄紅　松方			每千尺八十七元
俄麻栗光邊板			每千尺一百五十六元
柚木	頭號(僧帽牌)		每千尺七百三十五元
柚木	甲種(龍牌)		每千尺五百八十五元
柚木	乙種(仝上)		每千尺五百八十六元
柚木段	(仝上)		每千尺五百八十五元
硬木			每千尺二百六十元
硬木	火介方		每千尺二百四十七元
柳安			每千尺二百八十六元
紅板			每千尺一百五十六元

抄板			每千尺一百八十二元
皖松	十二尺三寸68		每千尺七十八元
柳安企口板	一二五四寸		每千尺二百六十元
皖松	十二尺二寸		每千尺七十八元
建松	片		每千尺七十八元
樟木	圓材	一尺尾長丈二	五元半至六元二角
甌松板	八尺寸		每丈五元二角半
台松板			每丈五元三角

此價表錄自建築月刊二十二年六月份廣東銀毫伸我們選擇木材時，應注意其乾燥和少節疳，風食，白身的，不良現象○木材顏色愈深，年輪愈密○其質地亦愈堅固○以外木材強度，亦當注意，總之，當選擇木材時，我們務要細心考察，以免吃虧○　茲將木材的應力，以表列下

木材名稱	木材應力		每方吋……磅	
	極力 Ultimate Stress		工作應力 Working stress	
	拉力 Tension	壓力 Compression	拉力 Tension	壓力 Compression
槐Ash	10 000	8,000	1 200	1.000
黃楊Box	16 000	8,500	2 000	1 100
柏樹Cedar	6 000	4,000	800	500
楡Elm	10 500	5 000	13.00	600
紅松Red pine	10.000	5.000	1 200	600
白松Vhite Pine	6 000	4.000	800	500
黃松Yellow Pine	7.500	4.500	950	600
橡樹Oak	10.000	6.000	1.200	750

（三）磚瓦

磚亦爲建築重要材料的一種，大多用爲牆壁的建築材料；瓦，普通用以蓋屋，那兩種材料實有極大的效用，磚色揀靑，敲之音高釘鐺的爲佳，倘若是新磚，須埋窖中一二十天，去其燥性，才可砌牆，否則砌上的灰水，一刻卽乾，不能耐久，堅固，選擇時須注意其平面，角銳，及大小一律，其邊互相成平行，粗織須成均勻，瓦色揀白黃者爲下，倘購舊瓦來建築更妙，因爲久經風霜，而不破裂的瓦，其堅固性必倍於常，且購買舊瓦，亦合經濟原理，這是一舉兩得的良好方法。　　　　茲將磚瓦價目表列後

磚的種類	單位價格	備註
上明企	二百五十元至 三百六十五元	廣東銀毫計算俱以一萬爲單位
中明企	二百二十元至 二百三十元	仝上
地河	二百十元至 二百十五元	仝上
大靑	六百五十五元	古代建築所用形狀比常的大而扁
東莞縣大靑	六百八十二元	仝上
上寸半	二十元至二十一元	以每百塊計
中寸半	十七元至十八元	仝上
中寸方	六十元至十八元	仝上
上寸方	十八元至二十元	仝上
灰沙磚	一百八十元至二百元	以萬塊計
空心磚(甲)	三百十元至 三百二十元	大中磚公司 12"×12×10 用以間格能受力每千計車挑力在外。
空心磚(乙)	一百十元至 一百十五元	9¼"×9¼"×6'(大中出品)每千計
空心磚(丙)	二十八元至三十元	9¼'×4¼"×2"(大中出品)每千計
白瓦連筒	一百三十元至 一百八十元	四成瓦筒，六成瓦片
淨白瓦片	一百九十元止 二十二十元	全是瓦片

綠瓦連筒	三百五十元至三百七十元	訂製的則或高或低
大中瓦	七十九元至八十二元	以千計15×9½"(大中出品)
西班牙瓦	七十元至七十二元	每千計16'×5½"(大中出品)
英國式灣瓦	四十元至四十二元	每千計11"×6½'(大中出品)
脊 瓦	一百五十八元至一百六十二元	每千計18×8'(大中出品)
瓦 筒	八角至一元	每只計十二寸(義合出品)
瓦 筒	一元至一元三角	每只計大十三號(義合出品)
瓦 筒	九角至一元一角	每只計小十三號(義合出品)
青水泥花磚	二十五元至二十七元	每方計(義合出品)
白水泥花磚	三十五元至三十六元	每方計(義合出品)

(四)生鐵

生鐵爲現代建築工程中最重要的材料，其原料爲

(1)Hematite Fe_2O_3 赭鐵鑛純淨時含有百分之七十鐵質

(2)Limonite $Fe_2O_3nH_2O$水質殺鐵鑛純淨時含有百分之六十鐵質

(3)Magnetite, Fe_3O_4磁鐵鑛純淨時含有百分之七十二鐵質

(4)Siderite $FeCO_3$攝鐵鑛，純淨時含有百分之四十八鐵質

製造方法將鐵鑛置於熔鐵爐混合煤或燃料中熔化即爲生鐵(Pig-iron)用煤或燃料均與鐵鑛成一比例，爐中熱度均華氏表千四百度左右，時間約二小時，氣壓爲由千五至三千磅每平方吋，其程序如下

$$C+O_2=CO_2$$

$$CO_2+C=2CO$$

$$2Fe_2O_3+8CO=4Fe+7CO_2+C$$

$$3Fe_2O_3+CO=2Fe_3O_4+CO_2$$

$$Fe_3O_4+CO=3FeO+CO_2$$

$$FeO+CO=Fe+CO_2$$

製成的生鐵含有百分之三至五的炭和少量的硅，硫，磷，等•其斷面呈炭色•再將生鐵運至翻砂廠，投入熔鐵爐中，熔化變爲流質，傾入各種模型內，即可鑄種種鐵條，鐵管，鐵柱，等建築所上應用的材料•

生鐵富於脆性•牽引力甚低,故受衝擊的建築物，不宜應用,致於它的伸長度亦極微,沒有彈性的作用•但生鐵的價極廉,故在建築工程上用途也很廣的•

（五）熟鐵

將生鐵置反射爐中加熱使溶，并通空氣，使其中的碳及其他的雜物，因氧化而除去，或將生鐵埋在氧化的粉末中，赤熱數日，則其中的炭量減至百分之三•五以下○此種鍊出的鐵，稱爲熟鐵，亦稱鍊鐵，質硬不脆，富有展性和延性，可供鍛　之用•能抵抗外來的衝擊力，牠的發明頗早，在中國周朝已經有了•一一從古代所用的兵器，可以知道•在建築工程上，也是一件最重要的建築材料•

（六）鋼

將熟鐵埋入木炭粉中，而加強熱，使增加碳量，即爲鋼鐵•製鋼之法不一，有西門子，馬丁法和柏塞麥法二種，致於大間爐法則漸淘汰了•此處限於篇幅，不能一一細述•

鋼因製法的不同，故其物理性質，要以化學成分爲定•普通鋼中碳的成分，自百分之五至六，其炭之多寡○和鋼強度及硬度，極有關係•如熱至通紅時，忽投於水，使其遇冷，則得質堅而脆之鋼•如徐徐而冷，則得軟而富有彈性•鍛鍊的鋼質，至於它的種類頗多•有罐鋼，柏塞麥鋼，及露焔爐鋼等•罐鋼多用以機機•柏塞麥鋼多用於製造鐵路的軌條•露焔爐鋼的功用頗大，如鎗炮，鐵甲板，以及各種武器，和近代建築工程上多用之，故此類鋼爲最佳，功用最大•

建築裡所用鋼來做的甚多•如鋼筋，鋼窗，鋼橋，門等•普通所用鋼筋之牽力每平方吋爲一萬六千磅至二萬餘磅不等•

茲將鋼所含炭分量的牽力列左

含炭的百分數	變形點每方吋…磅	極牽力每方吋‥磅
0•00	三萬	52500
0•20	39500	68400
0•31	46500	80600
0•37	50000	85200
0•57	55000	117400
0•81	70000	149600
0•97	79000	152600

大約計算炭質鋼的牽力公式爲

牽力=(40,000 至45000)+1000C.

此處C爲鋼含炭之點數○一點的炭等於百分之一炭○

鋼筋的大約價格列左

貨名	尺寸	數量	價格	備註
鋼條	四十尺長二分及二分半光圓	每噸	九十二两	
竹節	四十尺長三分至一寸圓	每噸	九十六两	

現時所建築的樓宇，所用的鋼筋，多爲外貨，時價忽漲忽下，故無從查得異確，從畧○

（七）石灰

石灰也是建築材料的一種，將石灰石放在爐中加熱，即放出二氧化炭氣而成石灰○其原料爲$CaCo3$及$MgCo_3$ $CaCo_3$+熱度=$CaO+CO_2$ 生石灰卽一養化鈣如注水於其中，則發生劇熱，而變成消石灰

$$CaO \times H_2o = Ca(OH)_2$$

$$75.7 \times 24.3 = 100$$ (灰雜重)

卽氫氧化鈣，消石灰爲白色粉末，略能溶解於水稱爲石灰水，如放在空氣中，則漸失去水份，幷吸收空氣中的二氧化炭，以結成很硬的固體，故用此種石灰，在建築工程上，用以粉刷牆壁，或配合灰泥，能在空氣中凝結堅固，且石灰有膠性，吸潮力，故極合粉飾牆壁之用，

石灰的價格分爲二種，單燒灰每担值一元六角，煤灰每担值一元二角，最低也值一元左右發高亦不能超過二元，蜆灰和蠔灰每担約值十五六元不等草根灰則最平，每担約值四五角而已○

（八） 三合土

三合土名稱，因其色含坡崙士敏土泥，細沙，和小石混合和以相當的水份，受化學的作用而成的緣故，其最主要的物質，則爲坡崙士敏土，泥沙石的限制，只求其合度和潔淨則可，坡崙士敏土泥的製法，恒取含泥和石灰的物質，按適宜的成分，密切混合，幷煆燒至初溶之時，然後將此初溶的渣，研成粉末，但煆燒之後，除水和已煆或未煆的石膏外，不得再加入他種物質，方成良土，坡崙士敏泥的大約成分列下：

石灰	Cao	56%
硅	Sio_2	20－25%
鐵和鋁	Fe 及 Al	5－12%

天然士敏土，係用較低的熱度，將富有膠質的石灰（廣東省英德縣所產的黑石亦宜）煆燒成細末，前一種則適合各種受力的建築件，後一種則不然，只適於厚大的建築物，如橋躉，地脚等。

士敏土的色澤，以青灰色的爲最佳，致若黃黑棕色，或淺籃灰色的，皆用原料不良，或製練不精之故，白色士敏土，則用以裝飾外，其餘少用之，因其價格大昂。

士敏土的幼度，對於建築物，最爲重要。其幼度以200號之篩（每一英方寸，縱橫均有200線相間的）篩之，其合格度，以所存留於篩的土，僅佔百分之二十至二十五爲標準

三合土的能成一堅固物質者，除以上述的士敏土，孖細沙(南崗沙)·小石外，水量的多寡，亦爲重要·近世現研究三合土的，無不以水量爲要務，蓋水量適中，則所成的三合土，價廉而堅固，此法謂之水泥比

(Watercementratio) 設以W爲水的體積，C 爲士敏土的體積，X 爲士敏土的體積與水的體積之比，S 爲三合土混合，經二十八天後，每平方英寸能受的最大壓力，經無數的實驗，而得下式

$$X=\frac{W}{C} \qquad (1)$$

$$S=\frac{14000}{9^{x}} \qquad (2)$$

由以上二式，X和 S 爲反比例，即水量愈大，則所成三合土力量愈細，假如每平方英寸，須受二千磅的最高壓力，則每一立方尺的士敏土須和水量幾何，由以上(1)式得

$$2000=\frac{14\ 0}{9^{x}}$$

$$9^{x}=7 \qquad 則 x\log\ 9=\log\ 7$$

$$X=\frac{(0.846)}{(0.954)}=0.886$$

由(1)式C=1.W=0.886立方尺

即每一立方尺的士敏土須用0 886立方尺水以勻和之

士林(Slump)和幼度常數(Fineness Modul 18) 亦爲造三合土的要件，士林爲試驗三合土凝結度的方法，士林器爲一上心下大的圓柱形鐵筒，上邊直經爲四英寸，下邊直經爲八英寸，高度爲十二英寸，法將已勻和的三合土，分三次傾入筒中，每次約四寸高，傾入後，則用⅝' 直經，二英尺長的鐵筆，揷三數十次，使其黏貼，然後將筒隨隨抽起，則已傾入三合土凝結成一鐵筒形，其高度必小於鐵筒其缺高度則爲士林，純淨三合土的士林，不得過三英寸，鋼筋三合土薄企身部份及柱，士林不得過六英寸，厚身部份，不得過三英寸薄平面部份，不得過八英寸等·

幼度常數—粗幼混合物(沙，小石等)依次用各標準篩之，得其存留篩中的物料，分別量其重量或體積計算為全量百分之幾，將其各百分數之和，用一百除之，其所得之數，謂之幼度常數•設有兩種混合物用篩篩之，其留存在各篩的百份量如下

篩號	100	50	30	16	8	4	⅜’	¾”
第一種混合物	9c	94	75	70	54	50	36	15
”二‘　”　”	100	97	93	88	83	82	65	20

則第一種混合物的幼度常數為

(96+94+75+70+54+50+36+15)÷100==4•9

第二種混合物的幼度常數為

(700+97+93+88+83+82+65+20)÷100==5•28

總之幼度常數愈高，則三合土之力愈大，然過一定的規制，其力反弱；故幼度常數，必須適宜

每方三合土的詳細分析　一•三•六成分

水泥三•八五桶或一五•四〇立方尺	每桶洋六元半	洋二五•〇二五元
南崗沙　一•九三三頓	每頓三元三	洋六•三七九元
石　子　三•八三頓	每頓洋四元半	洋一七•二三五元
擣　工		洋三•〇〇〇元
水		洋〇•〇五〇元
共計　洋五一•六八九元		

成分：一，二，四

水泥五•五五桶•或二•二二立方尺	每桶洋六元半	洋三六•〇七五元
南崗沙二•〇八噸或四九•九二立方尺	每噸洋三元三	洋六•八六四元
石　子　三•六六八噸	每噸四元半	洋一六，四九七元
擣　工		洋三•〇〇〇元
水		洋〇•〇五〇元
共計　洋六二•四八六元　均以國幣算		

以上的價格，因時價或工價的不同而差異，石子每立方尺重九十八磅，恆以二十立方尺爲一噸，南崗沙爲良好的沙平均重每一立方碼有二千四百磅至三千五百磅，通常以二十四立方尺作一噸算，一方三合土即一百平方尺

試例：設某地層爲二百方原五吋半，用一，三六，三合土，上粉一，三合半寸厚細沙

$$20000\text{平方尺}\times\frac{11''}{2}\times\frac{1}{12}=110,000\times\frac{1}{12}=91.666\text{方}$$

91.666 方	依上列表	每方用水泥	三•八五桶	結需三五二•九四四桶	每桶六元半	洋二•二九三•九四一元
,,	,,	每方黃沙	一•九三三噸	結需一七七•一九〇桶	每噸三元三	洋五八四•七二七元
,,	,,	每方石子	三•八三噸	結需三五一•〇八〇噸	每噸四元半	洋一•五七九•八六〇元
,,	,,	每方搗工	每方三元			洋二七四•九九八元
,,	,,	每方水	每方五分			洋四五•八三三元
共計 洋四，七七九•三五九元正•						

致於各種士敏土的種類價格和拉力等請參觀本報第一卷第一期莫朝豪君的建築材料調查報告表，此處限於篇幅從畧○

末了，建築材料的性質和選擇，上文經已畧述之，其餘各項材料，因限篇幅，未能説及，閱者諒之○

廣東國民大學工學院

土木工程學系課程內容

各院共同必修課目

黨義——(一)總論(二)總理史畧及中國國民黨史(三)民族主義，民權主義，民生主義，(四)政治建設一建國大綱及五權憲法(五)物質建設一實業計畫，(六)社會建設一中國國民黨孫文學說

國文——選講：論，辨，書，說，序，記，狀，碑，誌，辭，賦，諸模範文，

第一外國語——讀本及文法

第二外國語——讀本及文法

軍事訓練——學課方面分(一)步兵操典(二)野外勤務(三)射擊教範(四)軍隊內務等項

術課方面分(一)制式教練(二)野外教練等項

土木工程學系必修課目

普通物理及實驗——物理之原理，定律，及其應用，

微積分及微分方程——微積分及微分方程之原理及其對于一個及多個之函數或方程之應用

建築畫——習字，及樓宇基本建築物：如牆壁，塑型，窗，門，陰影，拱頂，屋頂樓梯，建築款式等之繪畫。

投影幾何學　Descriptive Geometry

投影幾何之基本原理；點綫及平面問題，相交及開展，投影等講授及習題

透視學——透視學之原理，及其對于繪畫樓則之應用。

高級建築畫——普通樓宇之平面，立面，剖面，及透視圖之繪畫。

平面測量及實習——各種測量儀器及計算機之應用，測量地方，繪畫平面圖，及計算面積，定線及測平水。

陸地測量及實習——用經緯儀，測距器，及平板儀等，測量地形，及繪畫形圖，

鐵路測量及實習——鐵路曲線，路叉，路線之初測及定測，製地形圖，側面曲線圖，體積表示圖，土方及預算。

經界測量及實習——三角網，距離及角度之核算，經界位置之測定，經界水平，天文之測量，經界地圖之繪畫。

水文測量及實習——錘測，流速測量，水位觀測，水體積及流量之測量，潮汐之研究，海平面之決定，及水文圖之繪畫。

工程力學——力系統，平衡，重心，磨擦，靜力，及動力，

材料力學及實驗——材料之力，材料之性質，及其在建築上之要件，材料規範及其標準試驗，

構造材料——構造材料之種類，性質，用途，製造，來源及價格之調查，

混凝土學——士敏土之歷史，及其製造法，士敏土，沙，石之試驗，材料之分配，混凝土製造之學理及方法，三合土之試驗，材料及混凝土之價格，

鋼筋混凝土——鋼筋混凝土之基本原理，塊面，陣，柱，墻，等之力量計算及設計，

水力學及實習——水壓力及流動，水的原動力之利用，水之量度，水之能力，及效率，應用係數之求法，

熱力學及實習——熱，初級熱力原理，水蒸氣之性質，量熱器及機械混合器燃，及燃料，鍋爐等，

結構學——計算靜力學範圍內各種結構體之內應力，

結構計劃——計劃鋼鐵及木建築物，製圖，

鋼鐵樓宇結構計劃——計劃鋼架構宇或工廠製圖，

土石結構及基礎——磚石結構，基礎，橋臺，水壩，禦墻涵洞及拱橋等，

鋼筋混凝土計劃——計劃鋼筋三合土禦墻，基礎，水池，合併柱臺，涵洞等，

鋼筋混凝土樓宇計劃——計劃鋼筋三合土樓宇，力量表，及建築圖。

鋼筋三合土橋樑計劃——計劃鋼筋三合土塊面橋，丁樑橋，大陣橋，張臂橋，連續橋，拱橋，翼墻，及橋臺等。

道路工學——道路之經濟原理，路線之測勘，泥路，花沙路面，碎石路面，水結麥加當路面，三合土路面，及柏油路面等之建造。

電機學及實習——電力之發生及傳達，直流及交流電機之應用，發電機，發動機，變壓機等之管理及試驗。

工程契約及規範——契約及規範對於工程之關係，契約在應用上之法律，規範應用之名詞，契約與規範之格式及舉例。

渠工學——渠道系統，污水量之推算，雨量及泄量之推算，渠管水力學，渠管系統之計劃，渠工附屬物之設備，渠管之建築及保養。

都市給水——地面及地下之水源，水井之理論，河道之流量，蓄水池，給水管之系統，及其工程之計劃。

建築設計畫——設計及繪製近代式之樓則。

建築學史——討論各種建築形式，由埃及時代以至現在之演進，及其將來之趨勢，

營造學——各種樓宇及橋樑之建築方法，其與建築需用之器具，

高級結構原理—研究彈性原理，及該原理對于靜力學所不能計算的建築之應用

樓宇計劃及設備——樓宇對于住用方面之計劃，電燈，冷熱水供水管及去水管，化糞池，煖爐，蒸氣管，氣流，電話，聲學，避雷，防火，防濕等設備，

鋼橋計劃——計劃公路或鐵路需用之鋼板橋及鋼架橋，製圖，

市政管理學——市政制度及其比較，都市組織及其管理，

都市設計——都市設計之歷史，世界著名都市輿圖及計劃圖之研究，城市測量，計劃之原理，運輸系統，道路系統園林系統，分區制度，市中心及廣場公共建築物之佈置，等，

市政工程學——城市之觀測，城市之衞生，街道之建築，交通之設備，街道之

清潔，市政府公用估價，及其他市內物質上之建設問題，

橋樑計劃——計劃鋼筋三合土塊面橋、丁樑橋，大陣橋，鋼板橋、及鋼架橋等。

道路計劃——計劃公路系統，選擇路線，計劃路面，計算土方，預算及製圖。

道路建築——路基建築方法及器具，各種路面之建築方法，及其比較，建築章程，建築費用。

道路保養——道路之巡察，各種路面之毀壞，及其保養與修整之方法，管理及其保養之費用。

清濾學——清濾之原理及其方法，清濾廠之計劃及其建築，食水清潔度之標準及其試驗。

污水處理學——污水之性質及其試驗，污水處理之原理及其方法，各種處理廠之計劃及其建築。

氣象學——風向及其風力，雨量，蒸發，滲透及流量，氣象觀測，河流水力力學等。

灌溉學——灌溉需要水量灌溉之方法，水溝系統及其建築，蓄水池，及水壩泵水工程。

防潦工學——中國及廣東之水患問題，潦水輪廻之推算，防潦之方法，防潦計劃及工程。

水電力學——雨量及流量之記錄，發電能力之估算，

水力機及水輪之原理及試驗，水壩及水力廠之計劃及建築，

水工計劃——計劃自來水廠或清濾廠。

鐵路工學——鐵路之經濟原理，測量，建築，及管理等概論，

鐵路及道路建築——鐵路及道路建築方法及器具，土方之計算，路基，路面，路渣，枕木，鐵軌等之建築，

鐵路及道路管理——鐵路及道路之管理方法，

鐵路及道路保養——鐵路及道路之保養方法，

鐵路計築——選擇路線，改良路線，或坡度，改良交點，計用車站，停車場，或機車終站，

工學院土木工程學系職教員表

姓名	性別	年齡	籍貫	學歷	經歷	所授學科	本學期每週授課時數	本校兼任職務	到校年月
盧頌芳	男	四十九	廣東東莞	北京大學工學士	曾任中山大學教授廣東高等師範學校專任教員東莞中學校校長等職	物理學 微積分	20	工學院院長兼總務長	十四年八月
李文邦	男	三十一	廣東台山	美國伊利諾大學土木工程學士美國士丹佛大學土木工程師	歷任廣州市政府工務局廣東省政府廣東建設廳廣東治河委員會等處工程師	都市設計 污水管理法	6	土木工程學系主任	二十年九月
伍夢衡	男	二十七	廣東台山	美國普渡大學土木工科學士美國哥倫比亞大學研究院土木工科碩士	歷任萬國工程公司及世界工程公司工程師新華職業學校教師廣東建設廳建築西村士敏土廠技士	混凝土學 工程契約及規範	4		二十三年三月
黃汝光	男	二十五	廣東清遠	美國加省大學土木工程科碩士	美羅省公路部工程師	橋樑計劃	4		二十二年九月

曾學厚	男	三十一	廣東台山	美國士丹佛大學工程學士電機工程師	美國士丹佛大學高壓輸電研究所助理員	電機學及實習熱力學及實習	6		二十二年九月
劉耀鈿	男	三十一	廣東中山	美國包利大學土木工程學士	免那實業建築公司嶺南大學工學院教授廣州市工務局技士廣九鐵路車務處英文主任	道路工學道路建築及保管	4		二十二年六月
金肇組	男	三十七	廣東	北國嶺城大學造船級畢業唐山交通大學土木科畢業	曾任南京市政府自來水處處長公務局局長現任廣州市政府設計專員自來水總工程師	市政工程學清濾法	6		二十二年九月
梁啟壽	男	三十二	廣東番禺	美國米西根大學土木工程科學士	美國橋樑公司畫則師	鋼筋混凝土計劃	3		十九年十月
羅濟邦	男	三十一	廣東中山	美國嘝斯烈工科大學土木碩士		結構學	5		二十二年三月
黃森光	男	三十七	廣東台山	美國米西根大學建築工程學士	美國米西根省的釆城工務局技士開平工務局局長廣州市工務局技士廣州市政府設計專員粵漢鐵路株韶局工程顧問交通夜學建築科教員廣州市建築工程師審查委員	建築畫高等建築畫	9		二十年九月

蔡杰林	男	三十三	廣東中山	美國米西根省立大學工程科學士	現任廣東省政府建設廳技士新華職業學校教授	平地測量	4		二十三年二月
張金德	男	三　十	廣東廣寧	美國華盛頓大學政治學博士	國際局專員第一軍軍部參議軍校教官	市政管理學	2		二十二年二月
楊兆熊	男	三十四	廣東中山	美國米西根省立大學市政科碩士		英　文	4		十八年九月
許論博	男	五十四	廣東潮安	法國巴黎大學商科	曾充兩廣高等學堂方言學堂法文教席	法　文	2		二十二年九月
方瀛鷗	男	四　十	廣東東莞	日本帝國大學農科畢業		日　文	2		十四年九月

工程學報第二卷第二期

出版期	中華民國廿三年六月一日
編輯者	廣東國民大學工學院土木工程研究會
發行者	廣東國民大學工學院土木工程研究會
分售處	廣州各大書局
印刷者	廣州市惠福西路宏藝印務公司
會　址	廣州市惠福西路　　自動電話一〇七一五