テ轉動圓ヲ畫キ me' ト圓周トヲ夫々 n(ナルベク偶數)等分シ　其分點ヲ夫々 $a', b', c', \ldots\ldots$ 及ビ $a, b, c \ldots\ldots$ トシ　O ヲ通リ底ニ平行ニ線 OE′ ヲ引キ $a', b', c', \ldots\ldots$ 等ニテ me' ニ垂直ニ引ケル線トノ交リヲ A′, B′, C′,.... トシ　A′ ヲ中心

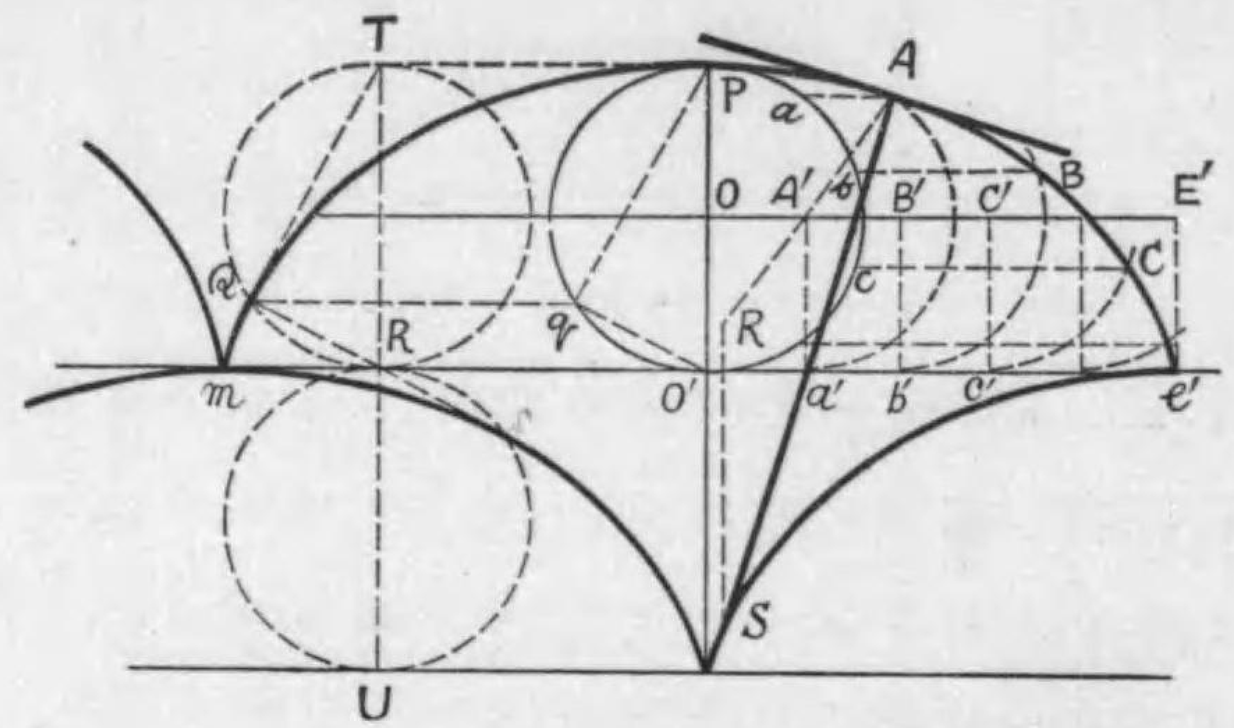


Fig. 230.

r ヲ半徑トシテ畫ケル圓ト a ヲ通リ底ニ平行ナル直線 aA トノ交點ヲ A トシ　B′ ヲ中心 r ヲ半徑トシテ畫ケル圓ト b ヲ通リ底ニ平行ナル直線 bB トノ交點ヲ B トシ以下カヽル點 C,D.... 等ヲ求メ之レヲ連結セバ之レ求ムル擺線ナリ。

上ノ方法ノ他ニ A ヲ求ムルニ O′a ニ平行ニ a'A ヲ引キ aA トノ交點ヲ A トスルモ可ナリ又 O′a ニ平行ナル a'A ト圓 A′ トノ交點ヲトルモ可ナリ, B 以下亦同樣ナリ。

問題　49. 擺線ノ法線,切線,曲率中心,曲率半徑及ビ漸縮線ヲ求ム。 (Fig. 231)

圖ニ於テ PBe' ヲ與ヘラレシ擺線トシ B ニ於ケル法線,

切線等ヲ求メントス。 (1) B ヲ通ル轉動圓ノ中心ヲ B′ トシ,之ヨリ底ヘノ垂線ノ足ヲ b' トセヨ。 然ラバ Bb' ハ求ムル法線ニシテ,之レヲ延長シ Bb'=$b'b$ ナル點 b ヲ求ムレバ之レ曲率中心ニシテ, Bb' ニ直角ナル TB ハ切線ナリ。(2) 104 條ノ一般方法ニヨリ, Bb' ニ垂線 $b'c$ ヲ引キ, c ヨリ底ニ垂線ヲ引キテ, Bb' ノ延長トノ交リ b ヲ求ムルモ可ナリ。 又ハ (3) b' ニ於テ,底圓ノ下側ニ轉動圓ト等形ノ圓ヲ切セシメ,之ト Bb' トノ交點 b ヲ求ムルモ可ナリ。 (4) B ヨリ底ニ平行ニ線 Ba ヲ引キ,中心 O ナル轉動圓トノ交リヲ a トシ aO′ ヲ結ビ之ニ平行ニ B$b'b$ ヲ引キテ法線ヲ得。 以上ノ方法ニテ曲率中心ヲ多ク求メ之ヲ結ビ合スレバ漸縮線ヲ得。

106. 擺線ノ漸縮線ハモトノ擺線ト等形ナリ。

(Fig. 231)

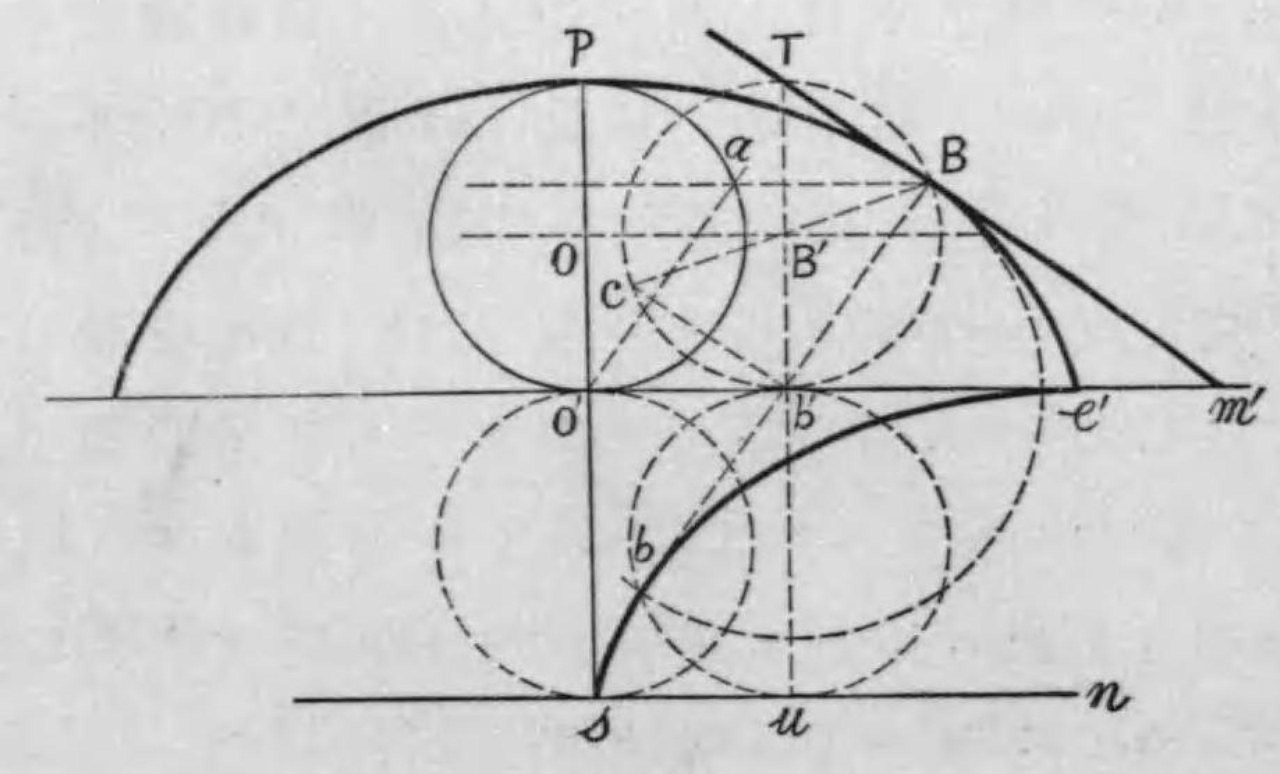


Fig. 231.

b ヲ通ル圓 $b'bu$ ハ轉動圓ト等形ニシテ, Bb'=$b'b$ ナル故

ニ b ハ B ガ如何ナル位置ニアルモ常ニ轉動圓ト底トノ切點ヲ切點トセル半徑 r (卽チ轉動圓ノ半徑ト等シキ)ナル圓周上ニアリ,且ツ $b'b=Bb'$ ナル故 $\widehat{bu}=\widehat{Pa}$ ナリ,故ニ轉動圓ガ中心 O ヨリ Pa 丈轉動セバ $b'bu$ モ直線 sun 上ヲ bu 卽チ Pa 丈轉動セルモノト考フルコトヲウル故ニ b ハモトノ擺線ト等形ノ擺線ヲ畫クベシ。

107. 余擺線. 底直線上ヲ一圓ガ轉動スルトキ,其圓周上ニアラザル一點ニヨリ畫カレタル動跡線ヲ**余擺線**ト稱ス。P ガ圓周外ニアルトキハ**外點ノ**余擺線又ハ高余擺線圓內ノ點ナルトキハ**內點ノ**余擺線又ハ偏余擺線ト稱ス,屢略シテ**內(外)點ノ**擺線ト云フ。

問題 50. 轉動圓ト跡點 P_0 (P_0') トヲ與ヘテ余擺線ヲ畫ケ。 (Fig. 232)

轉動圓ト底トヲ畫クコト,前作圖題ノ如クシ次ギニ O ヲ中心, P_0O ($P_0'O$) ヲ半徑トスル圓ヲ畫キ,轉動圓周ヲ n 等セル分點ヲ中心ト結ビ,之ヲ延長シテ圓 P_0O ($P_0'O$) トノ交リヲ a, b, c 等トセヨ,(又ハ最初ヨリ圓 OP_0 (OP_0') ノ周ヲ n 等分シ之レヲ a, b, c 等トスルモ可ナリ) 然ル後轉動圓ト底線トノ切點ガ a', b', c' 等トナリシトキノ轉動圓ノ中心 A', B', C' 等ヲ中心トナシ OP_0 (OP_0') ヲ半徑トスル圓ヲ畫キ,a, b, c 等ヨリ底ニ平行ニ引ケル線トノ交リ A, B, C 等ヲ求ムレバ之レ余擺線上ノ點ナリ。

又ハ Oa ヲ結ビ之ニ平行ニ $a'A$ ヲ引キ aA トノ交リヲ A トシテモ可ナリ(圖中ノ右ガ偏余擺線,左ガ高余擺線ナ

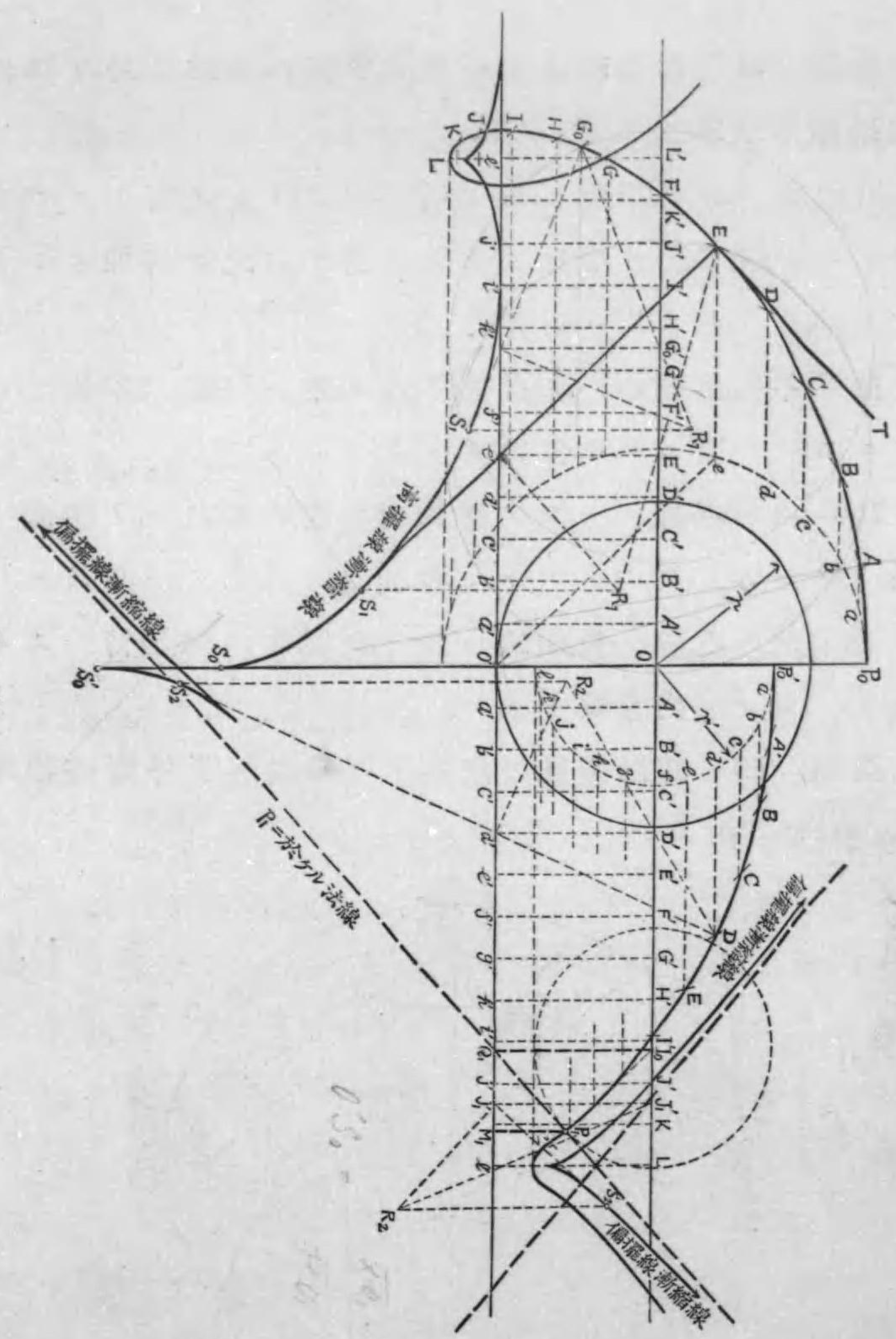


Fig. 232.

リ)

問題 51. 余擺線上ノ一點Eヲ與ヘ其點ニ於ケル法線,切線等ヲ求ム。 (Fig. 232)

E ヲ通リ底ニ平行ニ Ee ヲ引キ圓 P_0O トノ交リ e ヲ求メ eO' ヲ結ビ之ニ平行ニ ES_1 ヲ引ケバ之レ法線ニシテ之ニ垂直ノ線 ET ハ切線ナリ。

曲率半徑,曲率中心,漸縮線ノ求メ方ハ一般ノ方法 (111 條)ニヨル。圖ニツキ會得スベシ。

108. 内外擺線。 一ツノ轉動圓ガ他ノ圓(之レヲ**底圓**ト云フ)ノ外方ヲ轉動スルトキ轉動圓ノ周上ノ一點 P ニヨリ畫カルヽ曲線ヲ**外擺線**ト云ヒ,底圓ノ内部ヲ轉動スルトキノソレヲ**内擺線**ト云フ。

問題 52. 轉動圓及ビ底圓ノ徑ヲ與ヘテ外擺線ヲ求ム。 (Fig. 233)

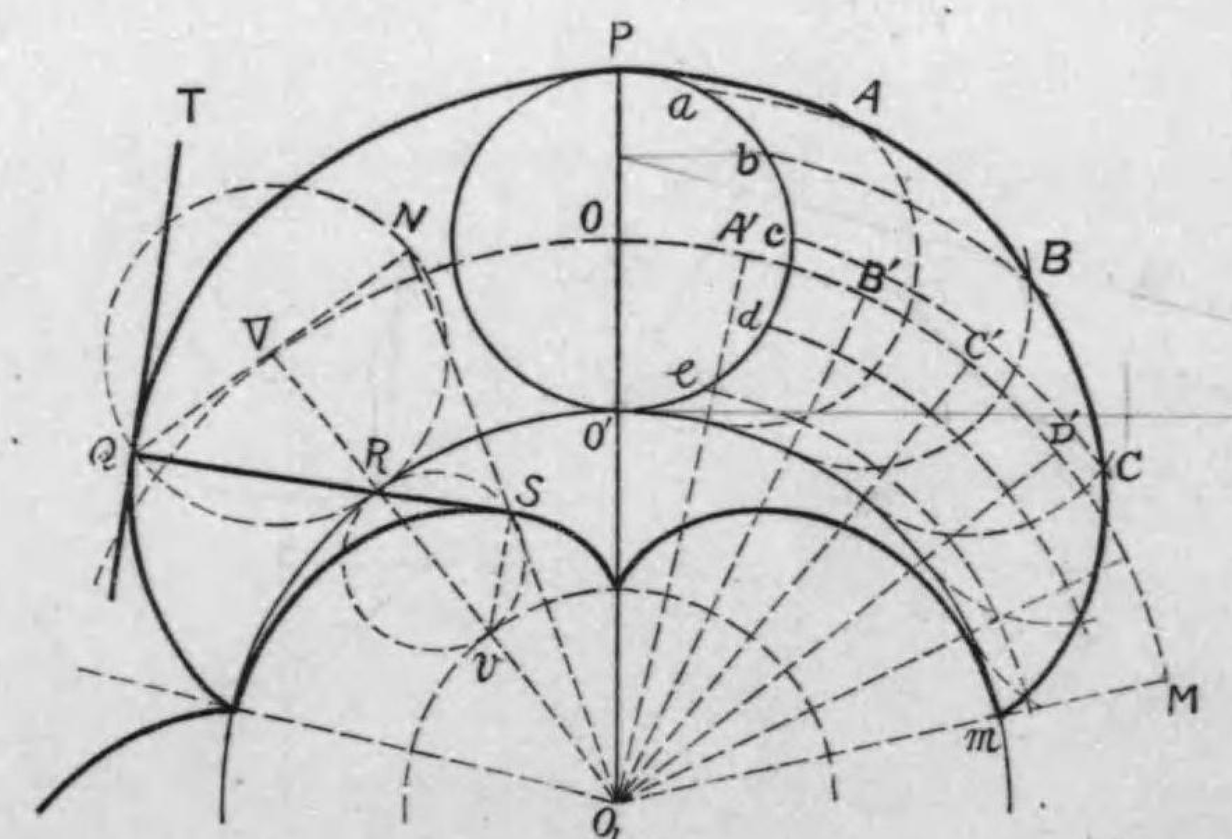


Fig. 233.

轉動圓ノ半徑 $=r$, 底圓ノ半徑 $=R$ トシ O_1O' ヲ底圓ノ

半徑ニ等シクトリ其線上ニ OO′ ヲ轉動圓ノソレニ等シクトレ。然ル後底圓ノ周上ニ圓弧 $O'm$ ヲ圓 PO ノ半周ニ等シクトリ O_1m ヲ結ビ延長シテ半徑 $r+R$ ナル圓,卽チ中心 O_1, 半徑 O_1O ナル圓ノ周トノ交リヲ M トシ, 圓 OP ノ半周ト圓弧 OM トヲ等シキ數ニ分チ其分點ヲ夫々 a, b, c...... A′, B′, C′ 等トセヨ。然ラバ

O_1 中心,	O_1a	半徑ニテ畫ケル圓ト	中心	A′,	半徑 r	ニテ畫ケル圓トノ	交リチ	A,
〃	O_1b	〃	〃	B′,	〃	〃	〃	B,
〃	O_1c	〃	〃	C′,	〃	〃	〃	C.

等トシ A, B, C 等ヲ曲線ニテ適當ニ結べバ可ナリ。

問題 53. 外擺線ノ法線,曲率半徑,曲率中心及ビ漸縮線ヲ求ム。 (Fig. 233)

與ヘタルタ擺線上ノ一點 Q ヲ通ル轉動圓ノ中心 V ヲ求メ VO_1 ト底圓 mO' トノ交點 R ト Q トヲ結べバ之レ Q ニ於ケル法線ニシテ之ニ直角ナル QT ハ切線ナリ。QV ト轉動圓トノ交リヲ N トセバ直線 NO_1 ト QR トノ交リ S ハ曲率中心 QS ハ曲率半徑ナリ。

S ニ於テ RS ニ直角ニ Sv ヲ引キ VR ノ延長トノ交リヲ v トシ,中心 O_1, 半徑 vO_1 ニテ圓ヲ畫ケバ S ノ軌跡卽チ漸縮線ハ O_1v ヲ半徑トスル圓ヲ底圓トシ, Rv ヲ徑トスル外擺線ナリ,而シテ之レハモトノ外擺線ニ相似ナリ。如何トナレバ一般ニ二ツノ外擺線ニ於テ其底圓ノ半徑ノ比ト轉動圓ノ半徑ノ比ガ等シケレバカヽル外擺線ヲ相似ト稱シ,而シテ此場合ニ二者ノ比ハ等シケレバ

[$\triangle NRO_1 \infty \triangle SvO_1$ ナレバ] ナリ。

今 $O_1R=R$, $VR=r$, $vR=2r'$ トスレバ $r'=\dfrac{r\cdot R}{R+2r}$ ナリ。

問題 54. 轉動圓及ビ底圓ノ徑ヲ與ヘテ内擺線ヲ求ム。 (Fig. 234)

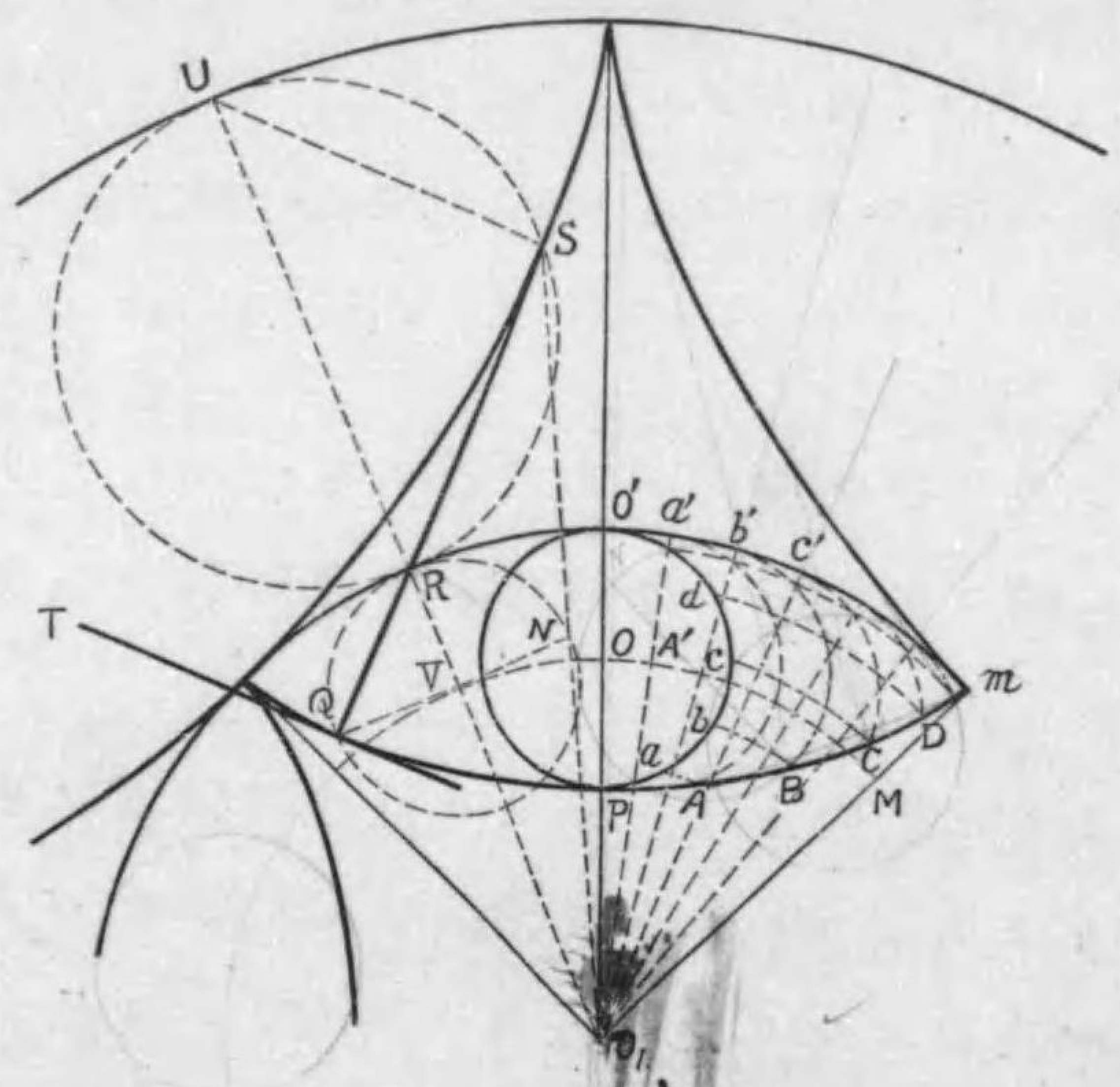


Fig. 234.

轉動圓ノ半徑 $=r$, 底圓ノ半徑 $=R$ トス, O_1 ヲ中心 $O_1O'=R, OO'=r$ トセル二圓ヲ内切セシメ, $\widehat{O'm}=\pi r$ = 轉動圓ノ半周トシ, $O'm$ 及ビ圓 O ノ半周ヲ n 等分シ各分點ヲ $a', b', c', \ldots$ 及ビ $a, b, c \ldots\ldots$ トセヨ。

然ル後 O_1O ヲ半徑トセル圓ト O_1a' トノ交リヲ A', O_1b' トノソレヲ B', 以下カクノ如クシ, A' ヲ中心 r ヲ半徑トセル圓ト O_1a ヲ半徑, O_1 ヲ中心トセル圓トノ交リヲ A, B' ヲ中心, r ヲ半徑トセル圓ト O_1b ヲ半徑トセル圓トノ交リヲ B 等以下カクノ如クシテ求メシ A, B, C, D 等ヲ適當ニ結ビシ曲線ハ求ムル内擺線ナリ。

問題 55. 與ヘラレシ内擺線ノ Q 點ニ於ケル法線, 切線, 曲率半徑, 曲率中心, 及ビ其軌跡ナル漸縮線ヲ求ム。 (Fig. 234)

Q ヲ通ズル轉動圓(中心 V) QRN ト底圓トノ切點ヲ R トセバ, QR ハ求ムル法線ニシテ, 之ト垂直ナル QT ハ切線ナリ。

QV ノ延長ト圓 V トノ交リヲ N トシ, O_1N ト QR トノ交リヲ S トセバ之レ曲率中心ニシテ QS ハ曲率半徑ナリ。

RS ニ直角ニ SU ヲ引キ O_1R ノ延長トノ交リヲ U トセバ S ハ UR ヲ直徑トスル圓ヲ轉動圓トシ O_1U ヲ半徑トスル圓ヲ底トスル内擺線上ニアリ。

漸縮線ハ原トノ内擺線ニ相似ナルコトハ容易ニ證明シウベシ。而シテ $UR=2r'$ トスレバ $r'=\dfrac{r.R}{R-2r}$ ナリ。

109. 内外擺線ノアル性質。 Fig. 235 ニ於テ ACBD ヲ底圓, CD ヲ其直徑, P ヲ CD 間ノ任意ノ點トセバ, CP ヲ直徑トセル轉動圓上ノ P モ, DP ヲ直徑トセル轉動圓上ノ P モ, 同一ノ内擺線ヲ畫ク。如何トナレバ P ヲ圓 CaP 上ノ一點ト考ヘ, モト A ニアリシモノガ $\widehat{AP}$ ヲ畫キシ結果圖ノ P ノ位置迄來リシトセバ $\widehat{CA}=\widehat{CaP}$ ナラザルベカラズ, 此弧ノ長サハ圓 CaP ノ半周ニ等シ卽チ $\widehat{AC}=\pi r$ (爰ニ $2r=CP$ トス)。

今 $CD=2R$, $PD=2r_1$ トセバ

$\widehat{AD}=\widehat{CAD}-\widehat{CA}=R\pi-r\pi=(R-r)\pi$ ……(1)

然ルニ $CD=CP+PD$

$\therefore$ $PD=CD-CP=2(R-r)$ ……(2)

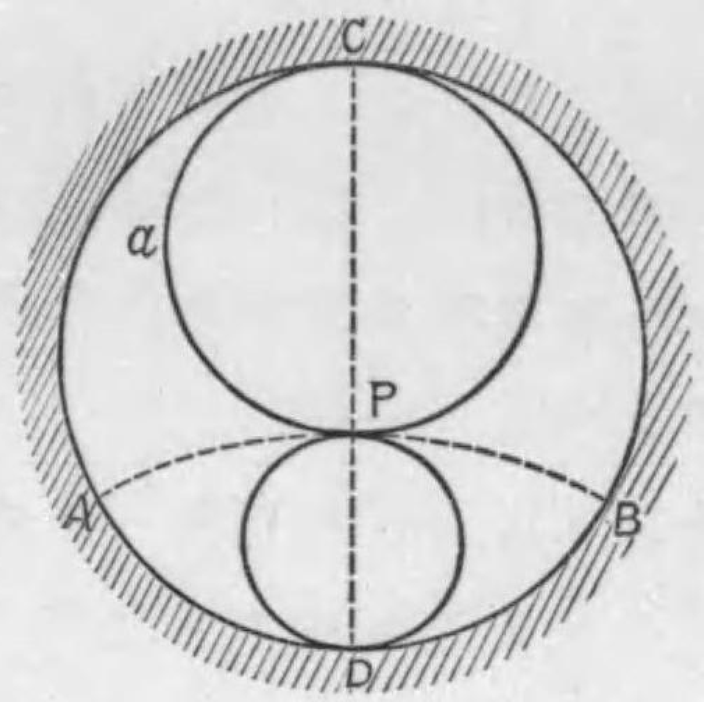


Fig. 235.

之ヲ(1)ヘ入ルレバ

$\widehat{AD}=\frac{1}{2}\overline{PD}\pi$

卽チ之ニヨリ圓 PD 上ノ P ガ A ノ位置ニアリシモノガ圖上ノ P 迄來リシト考フルトキニ $\widehat{AD}=\frac{1}{2}\overline{PD}\pi$ ト考ヘシト一致スレバナリ。

モシ $CP=PD=\frac{1}{2}CD$ トセバ $\widehat{APB}$ ハ一直線トナリ CD ニ直角ナル直徑トナル 又 $CP=\frac{1}{4}CD$ ナルトキハ**星芒形**ト稱スル線ヲ畫ク。

練習問題。前圖ニ於テ CaP 又ハ PD ヲ固定圓 CADB ヲ轉動圓ト考ヘシトキ其上ノ一點ガ畫ク軌跡ヲ求ム。

外擺線ニ於テ轉動圓ト底圓トガ同徑トセバ**心臟形曲線**ヲ生ズ。

110. 擺線ノ應用。 齒車ノ齒ノ側面ノ曲線ハ**節圓**ト稱スル圓(二ツノ齒車ガ嚙ミ合フ結果ハ二ツガ恰モ齒ナキ圓筒ガ相接スルト同樣ニ考フルコトヲ得ル如キ其圓筒ノ切口ナル圓)ノ內外ニ沿フテ轉動スル二ツノ轉動圓上ノ一點ガ畫ク內外擺線ヲ以テ造ル。Fig. 236 ニ於テ AB,

CD ハ二ツノ節圓ニシテ, P ニテ相切ス今此點ニ於テ更ニ相切スル二ツノ轉動圓(點線ニテ示ス小ナル圓)アリ,上ノ轉動圓上ノ一點ガ AB ヲ底圓トシテ畫ク內擺線ハ中心 O_1 ノ齒車ノ節圓ヨリ內部ニアル齒側ノ曲線ニシテ,轉動圓ガ CD ヲ底圓トシテ畫ク外擺線ハ中心 O_2 ノ齒車ノ節圓 CD ヨリ外部ニアル齒側ノ曲線ヲ畫ク,下ノ轉動圓ニツキテモ同樣ニ考ヘラル。カヽル曲線ヲモツ齒ヲ用レバ嚙ミ合フ二齒ノ間ニハ摺動ナシ Fig. 237 ハ以上ノ說明ニ基キ畫キシモノナリ。

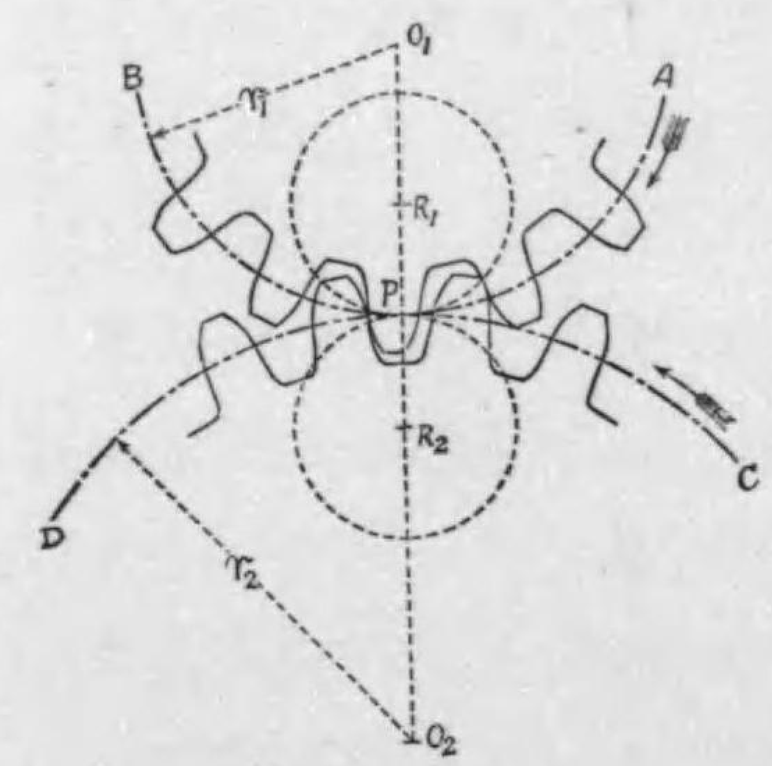


Fig. 236

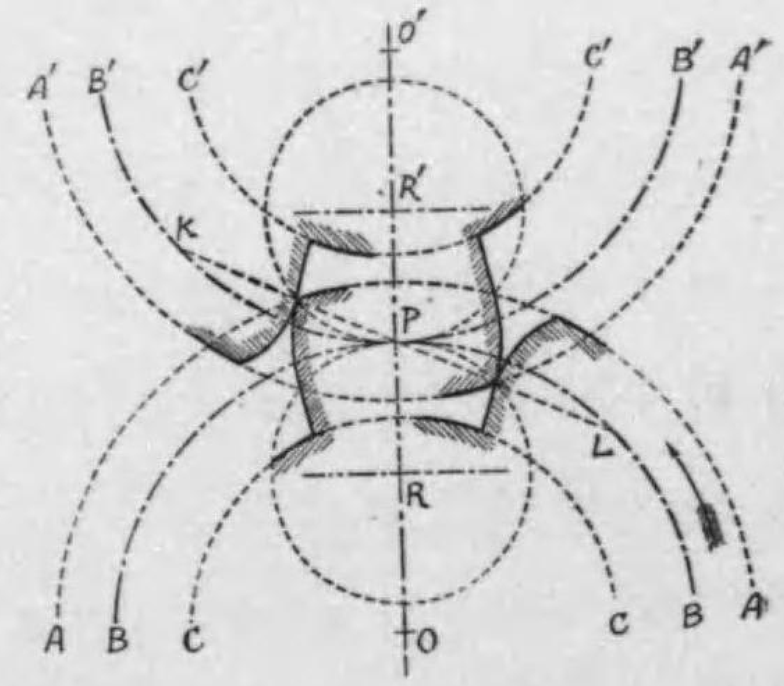


Fig. 237.

111. 內外點ノ內外余擺線。 轉動圓ガ底圓ノ外側ニ轉動スルトキ,「畫ク點 P」ガ轉動圓ノ外ニアリテ畫ケル**曲線ヲ外點ノ外余擺線**ト稱シ, P ガ轉動圓ノ內部ニアルトキハ**內點ノ外余擺線**ト稱ス,又轉動圓ガ底圓ノ內側ニ轉動シ, P ガ轉動圓ノ外部ニアルトキ其畫ク擺線ヲ**外點ノ內余擺線**, P ガ轉動圓ノ內部ニアルトキハ**內點ノ內余擺線**

ト稱ス,(內外余擺線ヲ屢內外擺線ト略稱ス)。

本欵ニ述ベシ曲線ヲ總稱シテ擺曲線ト稱ス。

問題 56. 內外點ノ外余擺線ヲ畫ケ。 (Fig. 238)

問題 57. 內外點ノ內余擺線ヲ畫ケ。 (Fig. 239)

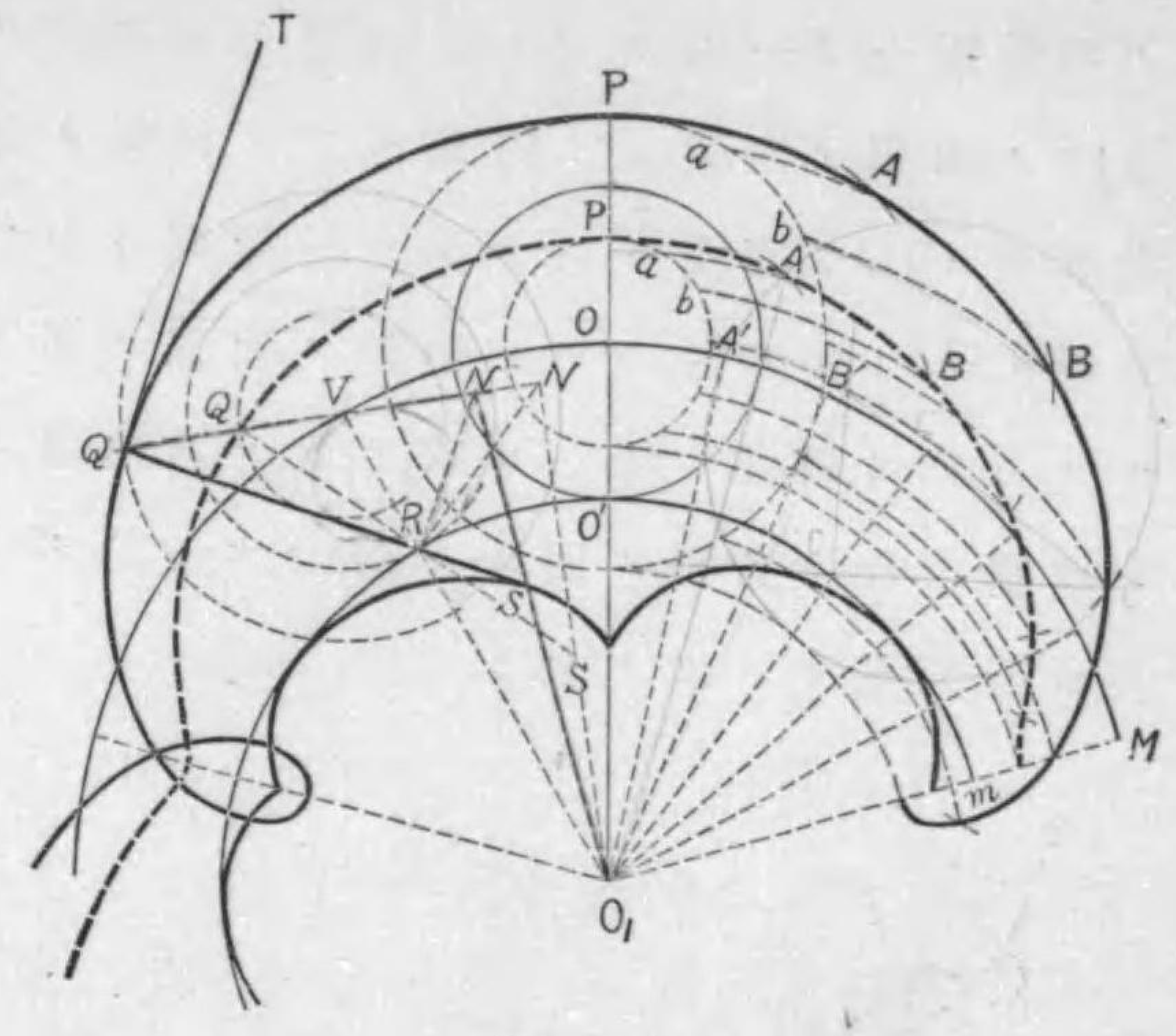


Fig. 238.

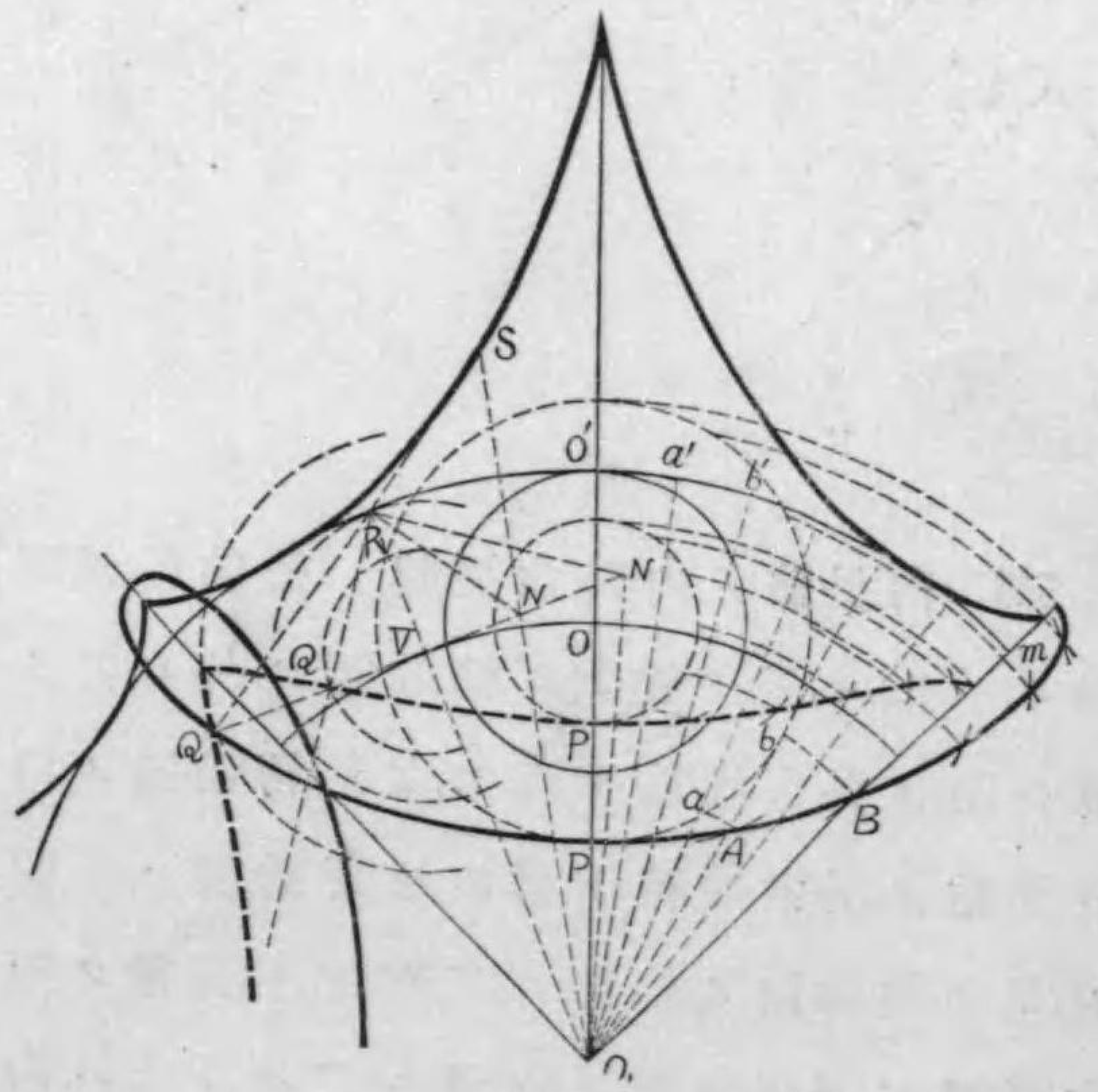


Fig. 239.

以上ノ二作圖題ニ於テ其原理ハ既ニ學ビシ各種ノ擺曲線ト同樣ナレバ圖ニツキ自得スベシ。

112. 內(余)擺線ニ於テ轉動圓ノ直徑

ガ底圓ノ半徑ニ等シキトキニPノ位置ニヨリ曲線ハ種々ノ形ニ表ハル。

i) Pガ轉動圓ノ上ニアルトキ曲線ハ直徑トナルコトハ既ニ述ベタリ。

ii) Pガ轉動圓ノ內ニアリテ其中心ト一致セザルトキハ楕圓,一致スルトキハ圓トナル(圓ノ徑ハ轉動圓ト等シク,楕圓ノ長軸ハPト轉動圓ノ中心トノ距離ノ二倍ニ轉動圓ノ徑ヲ加ヘシモノニシテ,短軸ハ其差)。

iii) Pガ轉動圓ノ外ニアルトキハ楕圓ニシテ其長軸ハPト轉動圓ノ中心トノ距離ノ二倍ニ底圓ノ徑ヲ加ヘシモノニシテ,短軸ハ其差ナリ。

113. 圓ノ漸伸線。 一直線ガ一底圓ノ上ヲ轉動スルトキ其線上ノ一點Pガ畫ク曲線ヲ**圓ノ漸伸線**ト云フ。

(此曲線ハ次ノ如ク考フルコトヲ得)。

"伸縮セザル太サナキ糸ヲ圓筒ニ卷キ付ケオキ,此圓筒ヲ固定シオキテ,糸ヲ緊張シツヽ漸次解キ行クトキニ糸ノ先端ノ畫ク曲線ハ此漸伸線ナリ" ト。

問題 58. 與ヘラレタル圓(半徑=) r ノ漸伸線ヲ畫クコト。 (Fig. 240)

r ヲ半徑,Oヲ中心トスル圓周ヲ任意ノ數(ナルベク偶數ニ n 等分シ(圖ニテハ12等分),其各分點ニ切線ヲ引キ,點Aノ切線 Aa ノ長サヲ圓周ニ等シクシ之ヲ n 等分セヨ。然ラバ其一區分ノ長サハ圓周ノ一區分ノ長サニ等シ。

今兩者ノ分點ヲ夫々,1′,2′,3′....1,2,3.....トシ1′ニ於

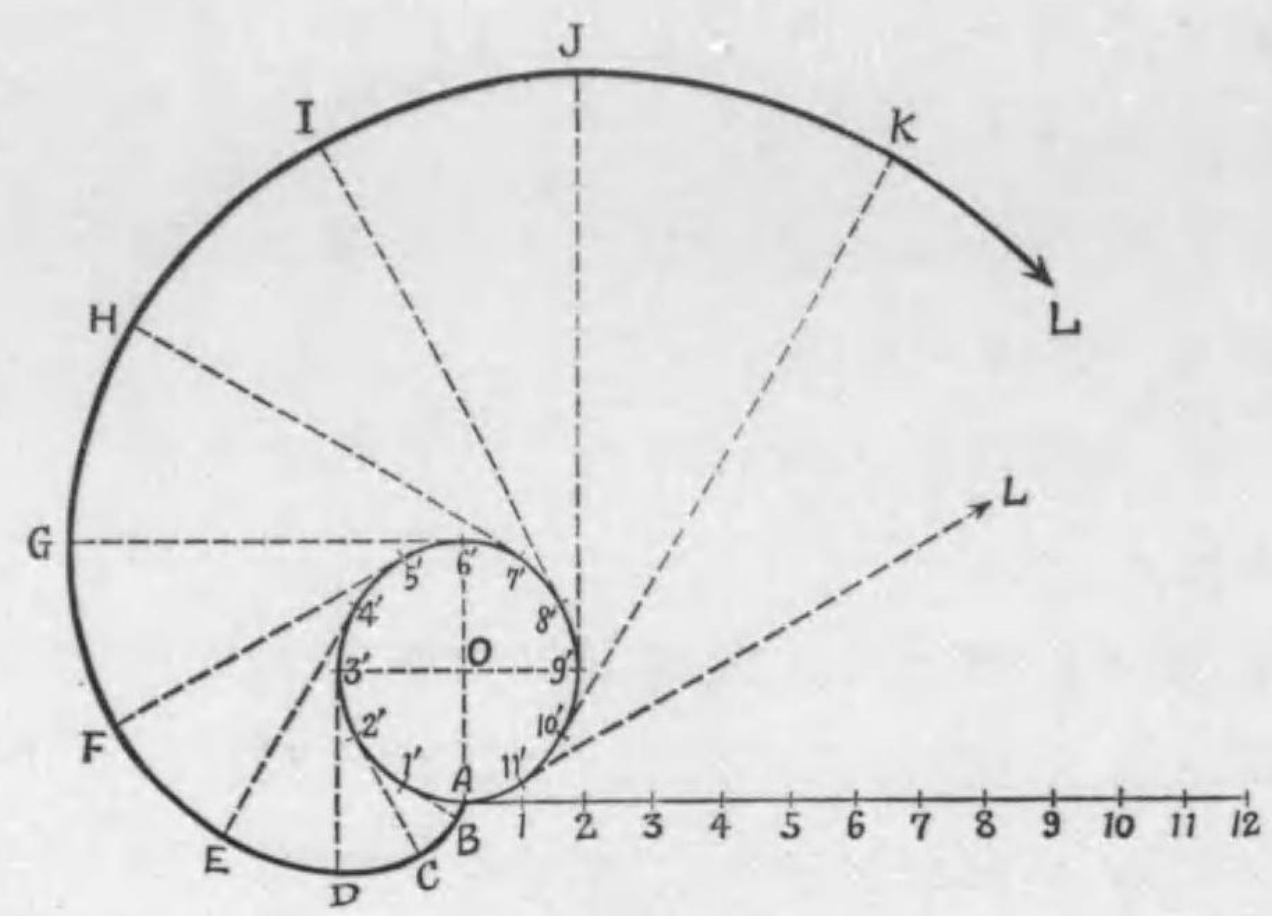


Fig. 240.

ケル切線ノ長サ 1'-B ヲ=A-1, 2' ニ於ケルソレノ長サ 2'-C =A-2, 3' ニ於ケル切線 3'-D ヲ=A-3 等トシ之等ノ點 A,B, C,D 等ヲ結ベバ之レ求ムル曲線ナリ。

作圖ヨリ直チニ知ラルヽ如ク切線ノ長サハ何レモ切點ヨリA迄ノ圓弧ノ長サニ等シキ故ニ此圖ハ定義ニヨリ直チニ圓ノ漸伸線ナルコトヲ知ルベシ。

114. 漸伸線ノ法線,切線,曲率半徑,曲率中心。

圓ノ任意ノ點ニ於ケル切線ハ其切點ヲ中心トシテ回轉シ其先端ガ漸伸線ヲ畫ク故ニ,圓ノ切線ハ曲線ノ法線ニシテ,曲線ト切點トノ間ニアル切線ノ長サガ曲率半徑,切點ガ曲率中心ナリ。故ニ曲線ノ一點ニ於テ圓ニ切線ヲ引ケバ以上ノ三ツ卽チ法線,曲率半徑,曲率中心ヲ得ベク又此點ニ於テ法線ニ垂線ヲ引ケバ切線ヲ得ベシ。

115. 垂曲線。 拋物線ガ一直線上ヲ轉動スルトキ,其焦點ノ畫ク曲線ヲ垂曲線ト稱ス。(Fig. 241)

其作圖法ハ與ヘラレタル拋物線ヲ厚紙ニ畫キ之ヲ切リ拔キ一直線上ヲ順次轉ジ行キ其度毎ニ焦點ノ位置ヲ**ブリッカー**ニテ記シテ之ヲ適當ナル曲線ニテ結ベバ可ナリ。或ハ拋物線ヲ短直線ノ集合ヨリナルトシテ近似的ニ曲線ノ長サヲ求メ103ニヨリテ求ムルモ可ナリ。然レドモ尙數學的ニ畫ガカントセバ第二十章ニ說明スル所ニヨルベシ。

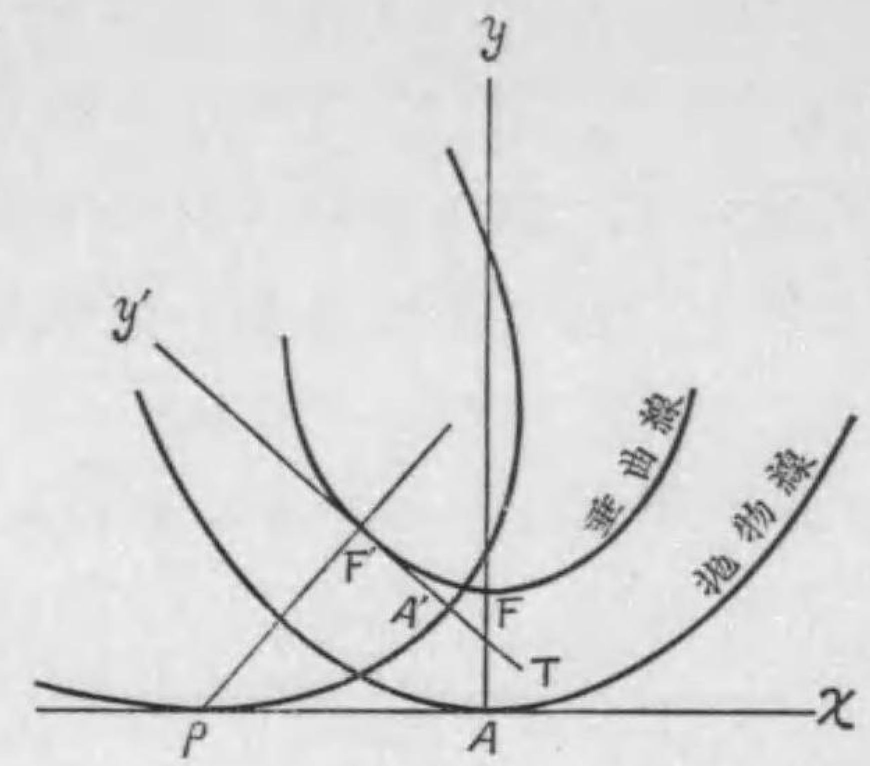


Fig. 241.

116. 楕圓或ハ双曲線ガ直線上ヲ轉動スルトキモ此等ノ曲線ト一定ノ關係ニアル一點ガ畫ク曲線ヲ考ヘ得ル筈ナリ,然レドモ,カヽル曲線ハ只動跡線ノ一部トシテノミ考ヘラレ,其作圖モ,曲線ノ長サヲ求ムルコトガ困難ナル爲メ可ナリ難キモノトナル,故ニ此硏究ハ爰ニテハ省略ス。

117. 垂曲線ノ最下點ヨリ始マル漸伸線ヲ**追跡線**ト云フ。其性質ハ垂曲線ヲ知ラザレバ知ルコト能ハザル故ニ爰ニテハ單ニ近似的畫法ノミヲ述ベン。(Fig. 242)

軸 OX ニ垂直ニ OP ヲ a(前項ノ拋物線ノ頂點ト焦點トノ距離)ニ等シクトリ OX 上ニ任意ノ點 $a,b,c...$ ヲトリ

aP 上ニ aA ヲ a ニ等シク取レバ A ハ追跡線上ノ點ナリ bA 上ニ bB ヲ a ニ等シク取レバ B ハ又追跡線上ノ點ナリ。又 cB ヲ結ビ cC ヲ a ニ等シクトレバ c ハ所要線上ノ點ナリ。以下同樣ニシテ DE 等ヲ求メ曲線 PABCD... ヲ作レ。然ラバ此曲線ハ近似追跡線ナリ。a, b, c.....ノ

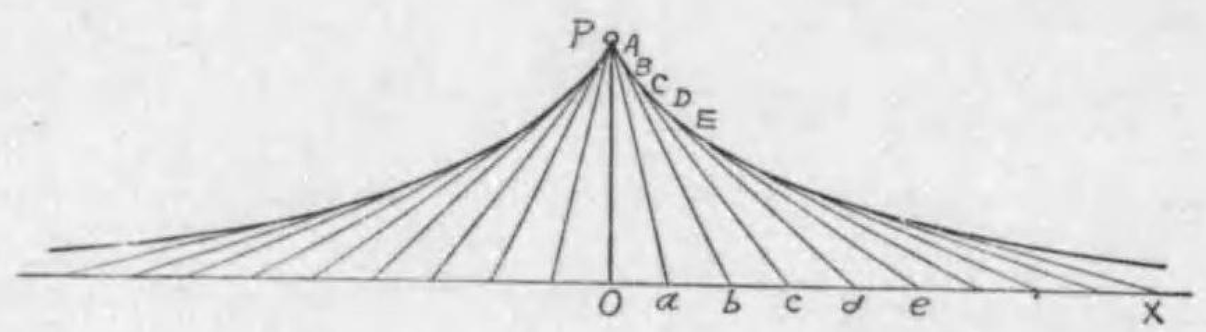


Fig. 242.

間隔ハ小ナル程曲線ハ正確ナルモノニ近シ。

第十四章
螺獅線

118. ぐりせっと。 一線 AB ガ常ニ二定點ヲ通リ,又ハ一定點ヲ通リソノ一端 A ガ一定線上ヲ摺動シ,又ハ二端 A,B ガ二定線上ヲ摺動スルトキ動線 AB ノ一固定點 (AB ニ對シテ固定セル點) P ニヨリテ書カルル曲線又ハ AB ノ包絡線ヲ**ぐりせっと**ト云フ。前者ヲ**點ぐりせっと**,後者ヲ**包絡ぐりせっと**ト云フ。

119. AB ガ一ノ折線 ACB ニシテ AC ハ一定點 x_1 上ヲ CB ハ同 y_1 上ヲ摺動セバ點 C ノ軌跡ハ三點 x_1Cy_1 ヲ通ル圓ナリ,之レ點ぐりせっとノ一例ナリ。(Fig. 243)

AB ガ一定直線ニシテ,二定線ガ相直交スル二直線ナルトキ, AB 又ハ延長上ノ一點 P ガ畫ク曲線ハ楕圓ニシテ AB ノ包絡線ハあすとろいどナリ,之等ハ點及ビ包絡線ぐりせっとノ一例ナリ。(Fig 244)

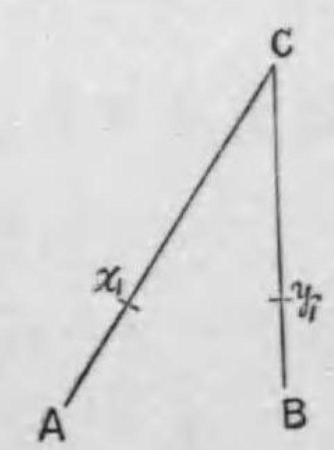


Fig. 243.

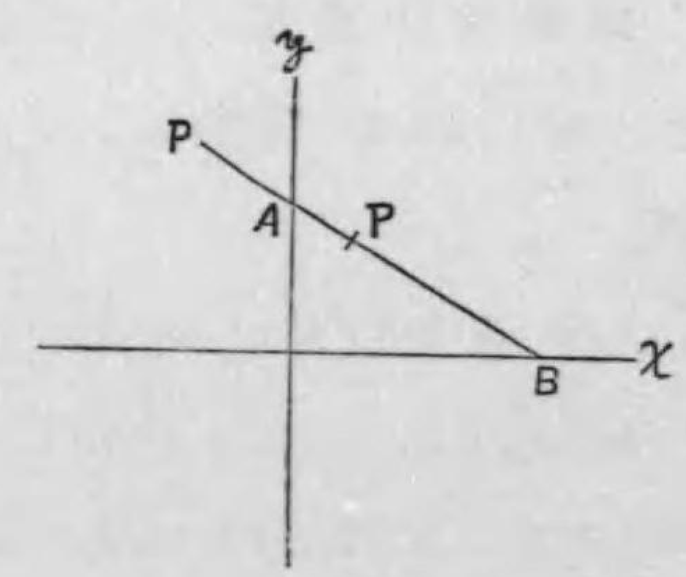


Fig. 244.

然ラバ一定點一定直線上ヲ AB ガ辷ルトキ AB 上ノ一點 P ニヨリ畫カレタル點ぐりせっと如何,コハ讀者ノ未ダ知ラザル新曲線ニシテ**にこめてすノ螺獅線**ト稱スルモノナリ。

120. 反曲線。 極坐標ニテ表ハセル一曲線アリ,其動徑(又ハ延長)上ニ一點 P アリ,極ヲ O トセルトキ,動徑ノ長サ ρ ト OP トノ間ニハ $\rho\overline{OP}$=一定數ナル關係アルトキ P ノ畫ク曲線ヲモトノ曲線ノ**反曲線**ト稱ス。

121. 螺獅線。 一點 O, 一線 L ガ與ヘラレシ際,一直線 AB ガ常ニ O ヲ通リ,其一定端 A ハ L 上ヲ辷ルトキ, AB ト相對的關係,變化セザル一定點 P ニヨリ畫カレタル曲線ヲ**螺獅線**ト云フ。

ぐりせっとノ一種ト螺獅線ノ一種トハ互ニ相共通スルコトハ此定義ヨリ知リ得ベシ。

122. にこめてすノ螺獅線。 L ガ直線ニシテ, P ガ AB 上ノ點ナルトキノ螺獅線ヲ**にこめてすノ螺獅線**ト云フ, AP($=l$) ノ長サヲ**もていゆらす**, O ヲ**極**, L ヲ**底**ト云フ。

133. 螺獅線ノ畫法。

問題 59. 極 O, 底 O'X, l ヲ與ヘテ螺獅線ヲ畫ケ (Fig. 245)

i). O ヲ過ギ O'X ト交ハル數多ノ線ヲ引キ, O'X トノ交リヲ $A_1, A_2, A_3, \ldots$ トシ線 $OA_1, OA_2, OA_3 \ldots$ 上ニ $A_1, A_2, A_3, \ldots$ ノ上下ニ $A_1P_1=A_1P_1'=A_2P_2=A_2P_2'=A_3P_3=A_3P_3' \ldots\ldots=l$ ナル點 $P_1, P_2, P_3, \ldots P_1', P_2', P_3', \ldots$ ヲ求メ,之ヲ適當ニ結

ベバ螺獅線ヲ得。

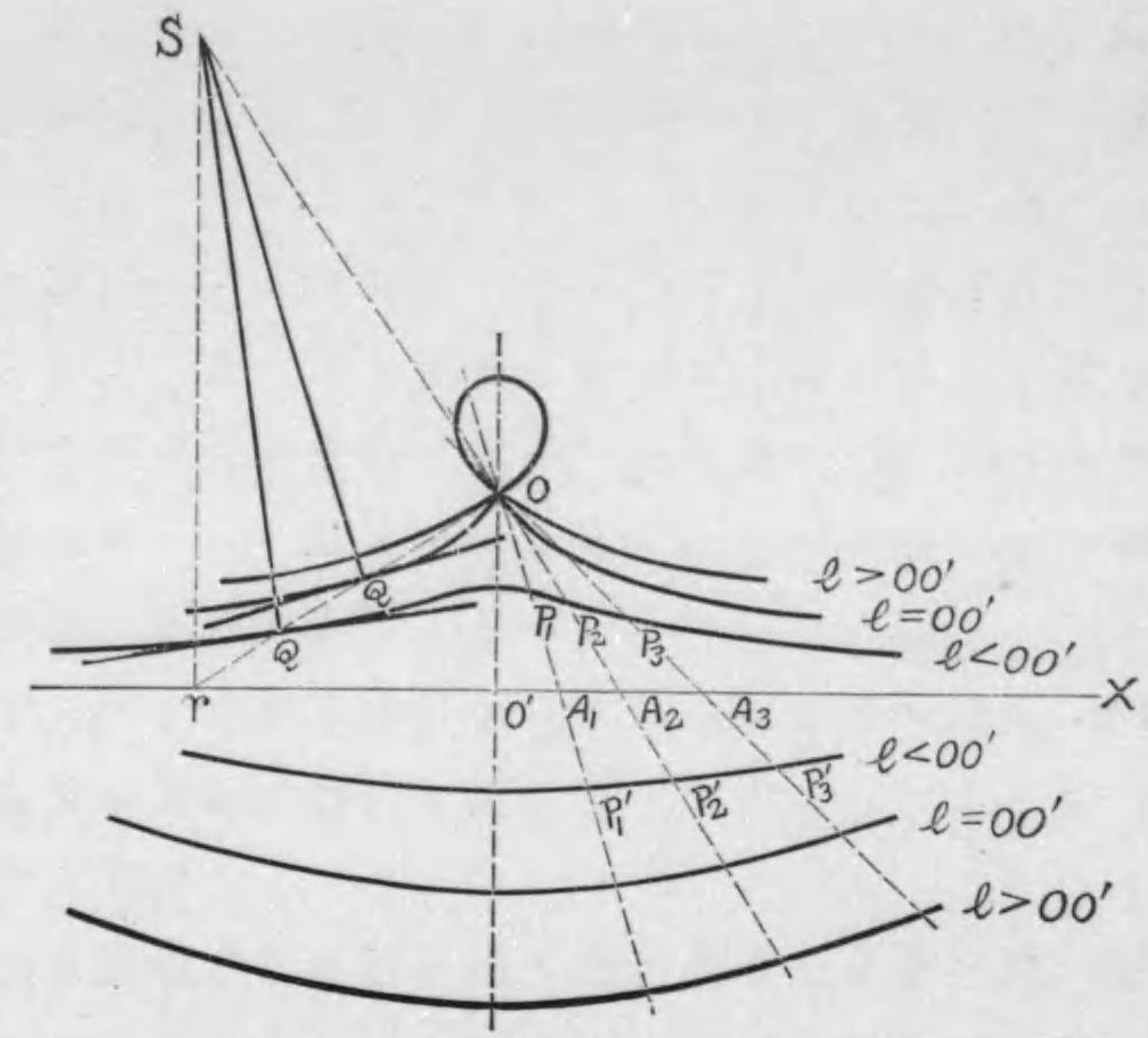


Fig. 245.

ii). 同上ノ作圖ヲ器械的ニナスコト。 (Fig. 246)

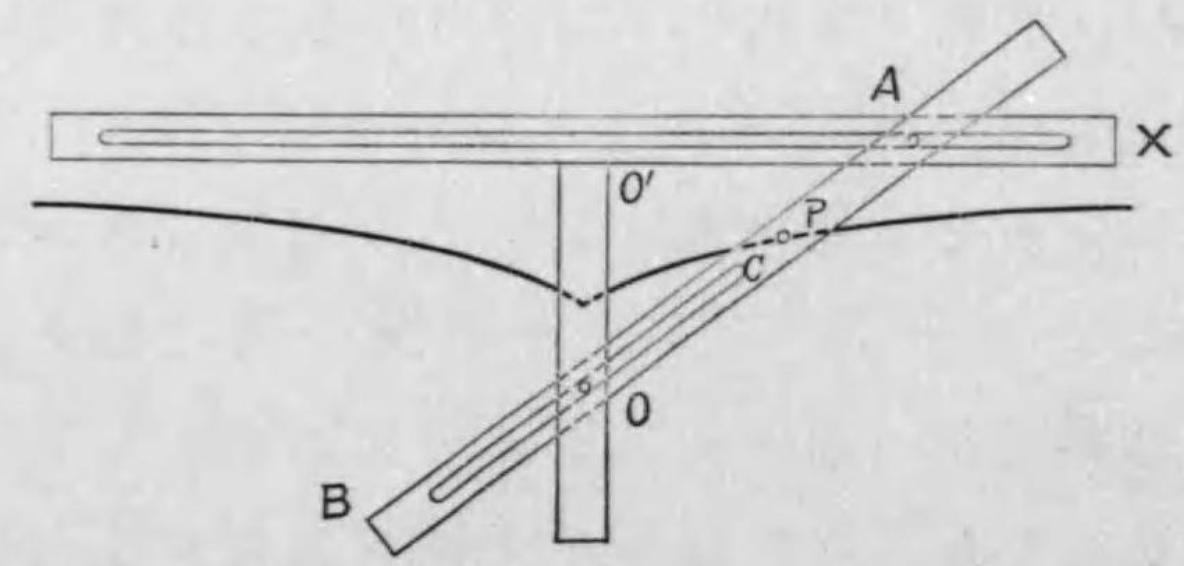


Fig. 246

O'X ハ中央ニ**スリット**ヲ有スル桿ニシテ, O'O ハ之ト直

角ニ交ハリ其中線 O'O 中ニ**ピン** O ヲ固定シタル桿ナリ(**ピン** O ハ取リ外シテ自由ニ位置ヲ轉換シ得ル如ク造ル) AB ハ一ノ桿ニシテ,一端ニ**スリット** BC ヲ有シ他端ニ**ピン** A ヲ固定ス,**スリット** BC ハ前ノ固定**ピン** O ニ適合シ**ピン** A ハ**スリット** O'X 中ヲ往復スルニ適ス。AB ニ固定セル P ハ鉛筆ニシテ AP ノ距離ハ前項ノ l ニ等シキ様ニ取付ケラル,桿 AB ヲ動カセバ一方ハ固定セラレタル O ニテ導カレ,一方ハ A ガ O'X ニ導カルヽ故ニ P ハ螺獅線ヲ畫ク。

124. 前項ノ螺獅線ニ於テ l ガ O ヨリ底ニ下セシ垂線 OO' ヨリ大ナルカ小ナルカニ從ヒ**高螺獅線**又ハ**偏螺獅線**ト云フ。

125. 與ヘラレタル螺獅線ノ與ヘラレタル點 Q ニ於ケル法線,切線,曲率半徑,曲率中心ヲ求ムルコト。 (Fig. 245)

Q ヲ通ル直線 OQ ヲ引キ, OX トノ交リ r ヲ求メ rS ヲ O'X ニ垂直ニ引キ, QO ニ垂直ナル OS トノ交リ S ヲ求ムレバ SQ ハ法線ノ方向ヲ示シ, QS ハ曲率半徑, S ハ曲率中心, Q ヲ通リ QS ニ垂直ナル線ハ切線ナリ。

126. にこめです螺獅線ニ於テ A ヲ通リ AB ニ垂直ニ直線 PAP_1 ヲ引キ $PA=P_1A$ ナル P 及ビ P_1 二點ノ軌跡ヲトレバ之亦一種ノ螺獅線ヲ畫ク。 (Fig. 247)

127. りまそん。 L ガ圓ニシテ,極ガ其圓周上ニアリ, l ガ其圓ノ直徑ニ等シカラザルトキノ螺獅線ヲ**りまそん**又ハ**ぱすかるノ蝸牛**ト云フ。りまそんハ又焦點ヲ極トセルトキノ楕圓又ハ双曲線ノ反曲線ナリ。

楕圓又ハ双曲線ノ極坐標ハ $\rho'=\frac{b^2}{a}\frac{1}{1+e\cos\theta}$ ニシテ反曲線ノ動徑ヲ ρ トセバ $\rho\rho'=k^2$ トオキ得ル故ニ $\frac{k^2}{\rho}=\frac{b^2}{a}\frac{1}{1+e\cos\theta}$

$\therefore\ \rho=\frac{k^2a}{b^2}(1+e\cos\theta)=R\cos\theta+S$　ナル形ニテ表サル之りまそんノ方程式ナリ。

128. りまそんノ作圖。

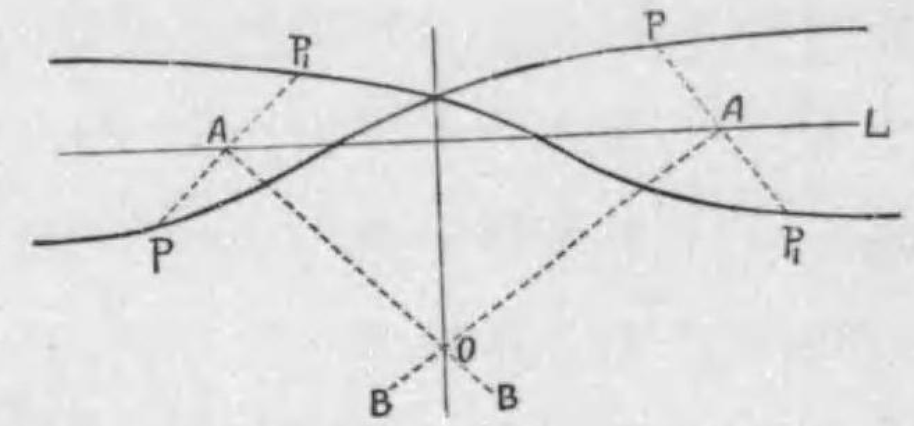


Fig. 247.

問題 60. 極 O, 圓 L, もてゆらす l ヲ與ヘテりまそんヲ畫ケ。

定義ニ從ヒ O ヲ通ル數多ノ直線ヲ引キ各ガ周ト交ル點 a ヲ求メ $aP=aP_1=l$ ナル P, P_1 ヲ求メ之レヲ連絡スベシ。 (Fig. 248)

問題 61. $\rho=R\cos\theta+S$ ノ R 及ビ S ヲ與ヘテ,りまそんヲ畫ケ。

(Fig. 249) R ヨリ大ナル S ヲ S_1, 小ナル S ヲ S_1' トス)直徑ガ R ニ等シキ圓ヲ前項ノ圓 L トシ任意ノ一線 Oa ト一定直徑トノ間ノ角ヲ θ トセバ,

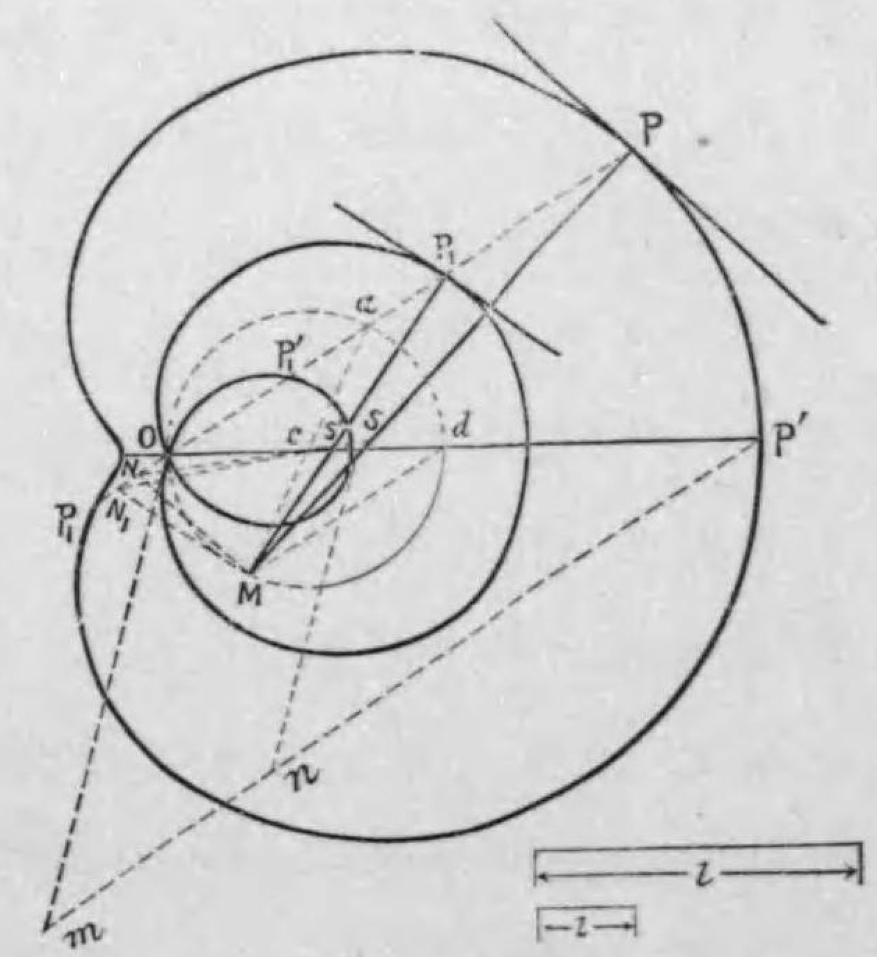


Fig. 248.

$Oa=R\cos\theta$ ナルベシ,又 $\pm l=S$ トセバ, OP ハ此方程式ヲ滿足スル ρ ト全ク同一ナル事ヲ知ルベシ. 故ニ此問題ハ前題ト同一ノモノナリ。

129. りまそんノ與點Pニ於ケル法線,切線,曲率中心,曲率半徑ヲ求ムルコト。 (Fig. 249)

a ヲ通リ OP ニ平行ニ ad ヲ引キ圓 Oa トノ交リヲ d トシ Pd ヲ結ベバ之レ法線ナリ。

OP ヲ徑トスル半圓ト PO ニ垂直ナル $b'e$ (b' ハ Oa ヲ直徑トセル圓ト OP トノ交リナリ)トノ交リヲ e トシ, P ヲ中心, Pe ヲ半徑トセル圓ト Pd トノ交リヲ f トシ, fg ヲ de ニ平行ニ引キ Pe トノ交リヲ g トシ, Pe 上ニ $Ph=2Pd$ ナル h ヲトリ別ニ di ヲ Pg ニ平行ニ且ツ等シクシ,

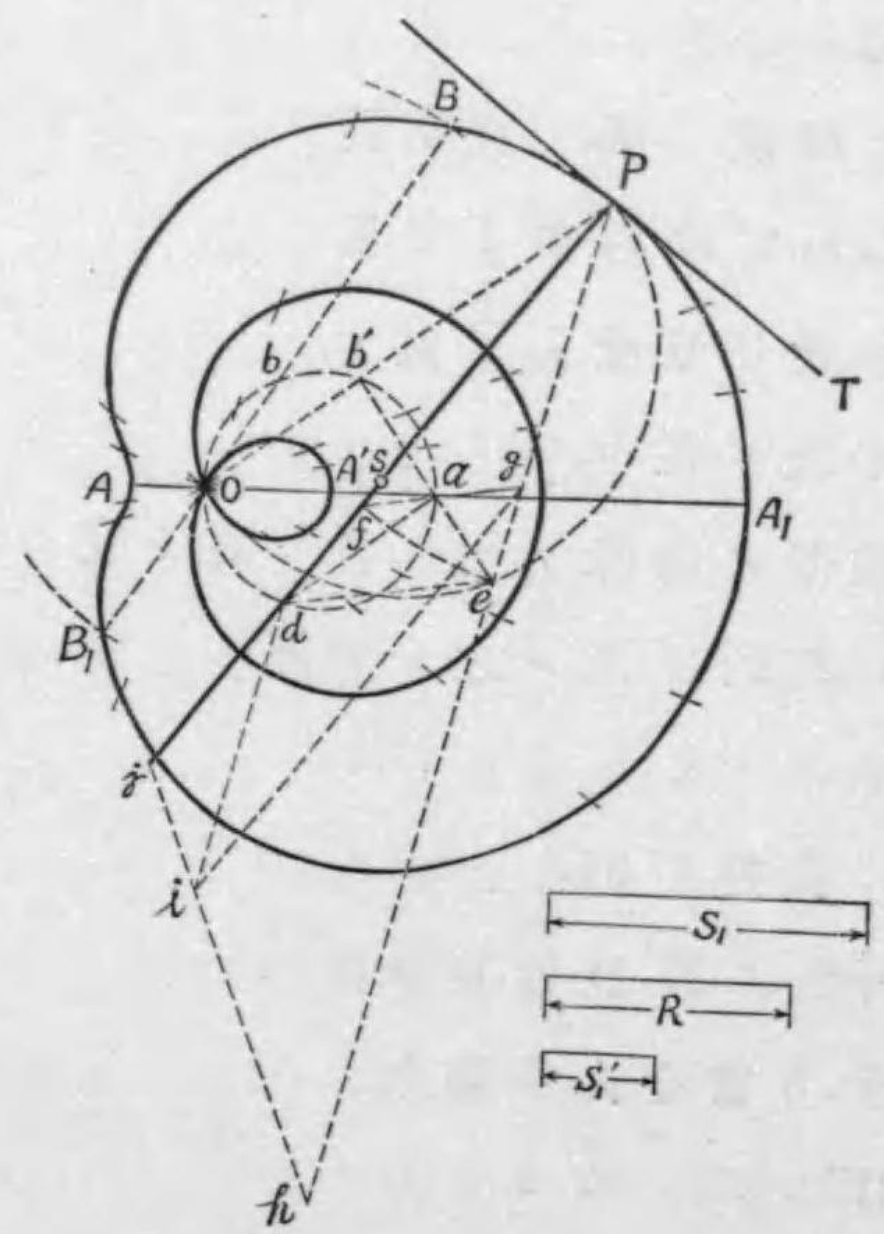


Fig. 249.

hi ト Pd トノ交リヲ j トシ, $PS=\frac{1}{2}Pj$ トセバ S ハ所要ノ曲率中心ニシテ從テ PS ハ其半徑ナリ。

別法。 (Fig. 248)

圓ノ中心ヲ C トシ,直線 aC(又ハ半徑 OC ト圓周トノ交

點 d ヨリ PO ニ平行ニ引ケル線)ト圓周トノ交點ヲ M トセバ PM ハ法線ナリ。

$\angle PMN$ (又ハ P_1MN_1)$=90°$ ナル樣ニ引ケル MN(N_1) ト Pa トノ交點ヲ N(N_1) トシ N(N_1)C ト P(P_1)M トノ交點ヲ S(S′) トセバ之レ曲率中心ナリ。 $\overline{OC}$ 上ニ來リシ P ヲ P′ トセヨ,此トキハ此方法ニテハ求メラレズ故ニ次ノ如クス。任意ノ方向ニ $P'm$ ヲ引キ $P'm=2d+l$ (但シ d ハ圓ノ直徑) トシ其線上ニ $P'n=d+l$ ナル n ヲトリ mO ニ平行ニ nS ヲ引キ OP′ トノ交リ S ヲトレバ之レ曲率中心ナリ。 (Fig. 248)

130. 三等分線。 Fig. 250 ハりまそんノ方程式ニ於テ 2S=R ナルトキヲ表ハシタルモノトシ, P ヲ曲線上ノ一點, PAC ヲ其動徑角 θ トス。 角 PAQ ヲ $\frac{1}{3}\theta$ ニトリテ AQ ト曲線トノ交點ヲ Q トシ更ニ Q ヨリ AP ニ平行線ヲ引キテ AB トノ交點ヲ O′ トセヨ。 然ルトキハ

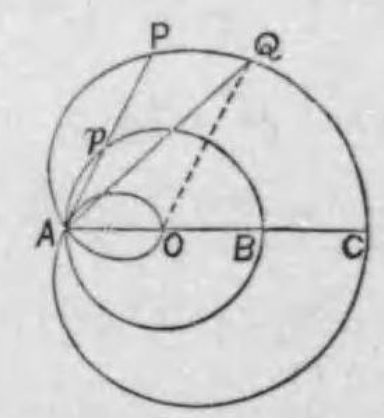


Fig. 250.

$$AO'=\frac{AQ\sin\frac{\theta}{3}}{\sin\theta}=\frac{\left(R\cos\frac{2}{3}\theta+S\right)\sin\frac{\theta}{3}}{\sin\theta}$$

$$=\frac{S\left(2\cos\frac{2}{3}\theta+1\right)\sin\frac{\theta}{3}}{\sin\theta}=S$$

トナル。故ニ O′ ハ O ト一致セザル可カラズ。コノ性質ヲ應用スレバ任意ノ角ヲ三等分スルコトヲ得ベシ。卽チ θ ヲ與ヘタル角トスレバ角 BAP ヲ θ ニ等シク取リ O

ヨリ AP ニ平行線ヲ引キテ曲線トノ交點ヲ Q トセヨ。然ラバ角 PAQ ハ角 BAP ノ三分ノ一ニ等シ。依テ R=2S ナル蝸牛形ヲ特ニ**三等分線**ト稱ス。

131. 心臟形。 りまそんニ於テ $l=d$(圓ノ徑)ナルトキノ曲線ヲ**心臟形**(かるどいおいど)ト云フ。作圖ハ定義ニ從ヒ之ヲナスコトヲ得。かるどいおいどハ底圓ト轉動圓ノ直徑ガ等シキ一ノ外擺線ナリ,故ニ此方法ニヨリテモ畫クコトヲ得。

本線ハ又拋物線ノ反曲線ニシテ $\rho=\mathrm{R}(1+\cos\theta)$ ナル方程式ニテ表ハサル(拋物線ハ焦點ヲ極トセルトキハ $\rho=\dfrac{2a}{1+\cos\theta}$ ニテ示サル,第十二章91條參照)

132. 與ヘラレシかるどいおいどノ與ヘラレシ點 P ニ於テ法線,切線,曲率中心,曲率半徑ヲ求ム。 (Fig. 251)

P ト極 O トヲ結ビ,直徑 Oa ノ一端 a ヨリ PO ニ平行線 ab ヲ引キ圓トノ交點ヲ b トセバ, Pb ハ法線ニシテ,之ト直角ナル PT ハ切線ナリ。次ニ Pb ニ垂直ナル $b\mathrm{P}_1$ ト PO トノ交點 P_1 ト C (圓ノ中心)トヲ結ビテ Pb トノ交點ヲ S トスレバ S ハ P ノ曲率中心ニシテ PS ハ曲率半徑ナリ。或ハ F(EF⊥Pb, EF=Ea) ト C

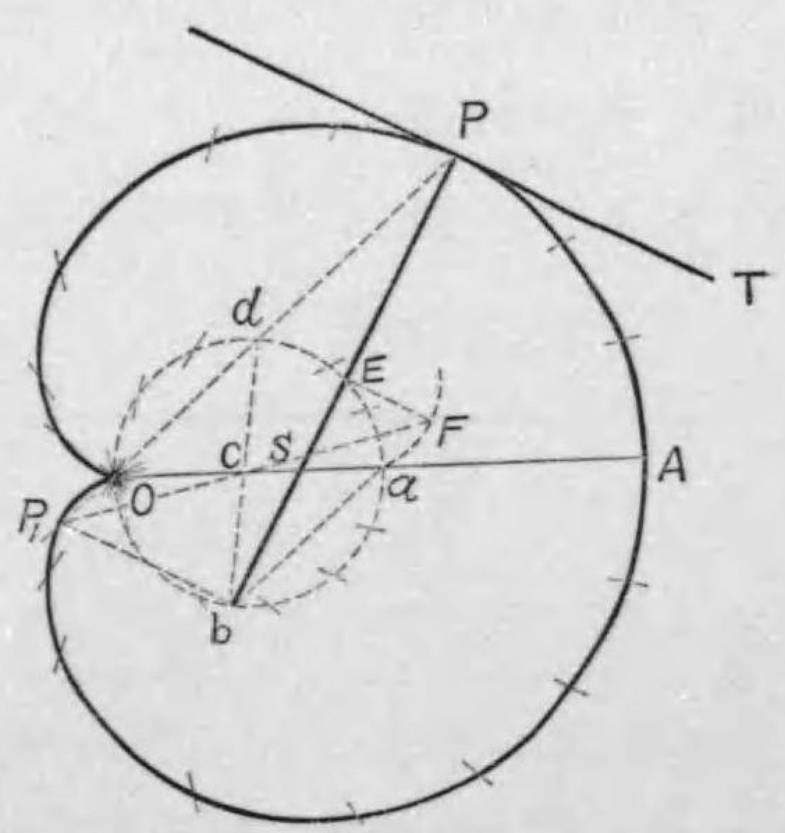


Fig. 251.

トヲ結ビソ Pb トノ交點ヲ S トスルモ可ナリ。

133. 圓錐曲線其他ノ螺獅線。

圓錐曲線其他ノ曲線ニヨル螺獅線モ種々面白キ特性ヲ有スルモ難カシキ曲線多キ故ニ茲ニテハ省略ス。

134. でかるとノ橙形。 二定點 $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2$ アリ。一點 P ヨリ此二點ニ至ル距離ヲ夫々 m, n 倍(m, n ハ任意ノ數)シタルモノノ和(又ハ差)ガ一定セルトキ P ノ軌跡ヲ**でかるとの橙形**ト稱ス。二點 $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2$ ヲ**焦點**,直線 $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ ヲ**軸**ト云フ。代數的ニでかるとノ橙形ヲ表ハセバ次ノ如シ, $\mathrm{PF}_1=\rho_1$, $\mathrm{PF}_2=\rho_2$ トセバ

$$m\rho_1 \pm n\rho_2 = c \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

此兩邊ヲ m ニテ除シ $\rho_1 \pm \dfrac{n}{m}\rho_2 = \dfrac{c}{m}$ トシ更ニ $\dfrac{n}{m}=v, \dfrac{c}{m}=k$ トセバ (1) 式ハ,

$$\rho_1 \pm v\rho_2 = k \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

トナル。

問題 61. 二焦點 $\mathrm{F}_1, \mathrm{F}_2$ 及ビ常數 v, k ヲ與ヘテでかるとノ橙形ヲ畫ケ。 (Fig. 252)

F_1 ヲ中心トシ任意ノ半徑 $r_1=\mathrm{F}_1\mathrm{A}_1$ ヲモツ圓ト, F_2 ヲ中心トシ $r_2=\dfrac{r_1-k}{v}=\mathrm{F}_2\mathrm{A}_2$ ヲ半徑トスル圓トヲ畫キ,任意ノ方向ニ直線 $\mathrm{F}_1\mathrm{P}$ ヲ引キ圓トノ交リヲ A_1 トシ之ニ平行ニ $\mathrm{F}_2\mathrm{B}$ ヲ引キ $\mathrm{F}_2\mathrm{B}=r_1-k$ トシ直線 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}$ ト $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ トノ交點ヲ W, 圓 F_2 トノ交點ヲ A_2 トセヨ。$\mathrm{F}_2\mathrm{A}_2$ ガ F_1 P トノ交リヲ P トセバ P ハ所要曲線上ノ點ナリ。之ニヨリ W ヲ通ル數多ノ割線ヲ引キ圓トノ交點ヲ多ク求メ以テ數多ノ P ヲ

得テ之レヲ結ベバでかるとノ橙形ヲ得。

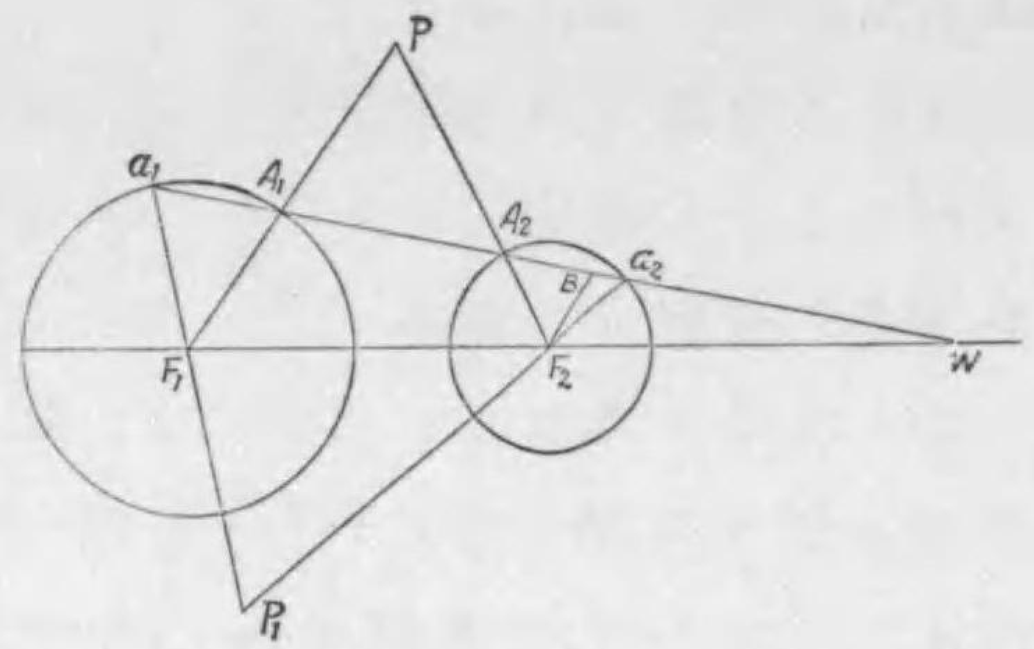


Fig. 252.

〔證〕 先ヅWガ一定點ナルコトヲ云ハン。F_1P ノ方向如何ニ不拘 $F_1W:F_2W$ ハ一定比 $r_1:vr_2$ ニ等シキ故ニWハ一定點ナリ,次ギニ $\triangle A_1PA_2$ ト $\triangle BF_2A_2$ トハ相似形ナレバ

$PA_1:PA_2=BF_2:F_2A_2=vr_2:r_2=v.$

$$\therefore\ \overline{PA_1}=v\cdot\overline{PA_2} \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

次ギニ $\overline{PA_1}=\overline{PF_1}-\overline{A_1F_1}=\rho_1-r_1,$

$\overline{PA_2}=\overline{PF_2}-\overline{A_2F_2}=\rho_2-r_2,$

之レヲ(3)ニ入レテ, $\rho_1-r_1=v(\rho_2-r_2)$ 書キ變ヘテ

$$\rho_1-v\rho_2=r_1-vr_2$$

後者ハ一定數ニシテ $r_1-v\dfrac{r_1-k}{v}=k$ ナレバ

$\rho_1-v\rho_2$ モ一定數ニシテ k ニ等シ　故ニPハでかるとノ橙形ナリ, A_1A_2 ト圓トノ他ノ交點ヲ a_1, a_2 トセバ前ト同樣ニシテ $\rho_1-v\rho_2=-k$ ヲ得。

問題　62.　與ヘラレシでかるとノ橙形上ノ與ヘラレシ點Pニ切線ヲ引ケ。

Fig. 253 ニ於テ F_1, F_2 ハ焦點,圓 DE ハ F_1 ヲ中心, k ヲ半徑トスル圓, QSQ_1, PRP_1 ハ二ツノ橙形トス。P ニ於ケル切線ヲ求ムルニハ F_1P ヲ結ビ延長シテ外部ノ橙形トノ交點ヲ Q トシ P, Q, F_2 ヲ通ル圓ヲ引キ圓 F_1 トノ交點ヲ n トセバ n ハ P 及ビ Q ニ於ケル法線上ノ點ナリ。故ニ $Pn\,(Qn)$ ニ垂直ナル PT (QT) ハ求ムル切線ナリ, 外方ノ橙形ヲ書カヌトキハ $\angle PF_2D=\angle DF_2Q$ ナル F_2Q ヲ引キ F_1P トノ交點ヲ Q トセバ可ナリ,如何トナレバ

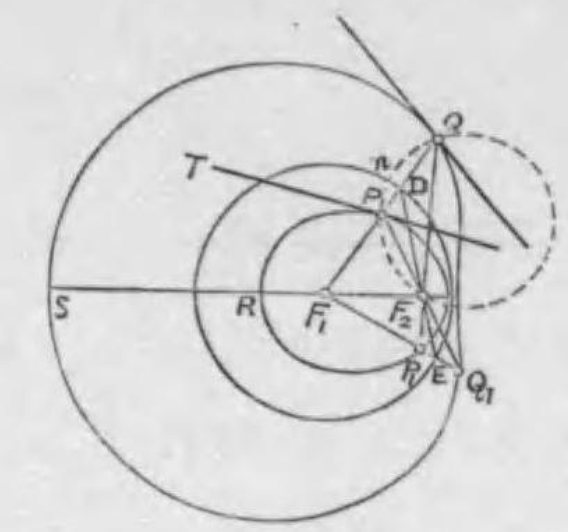


Fig. 253.

$$PD=k-\rho_1=v.\rho_2=v.F_2P$$

トナルベシ。同樣ニシテ F_1D ノ延長ガ外側ノ曲線ト交ル點ヲ Q トスレバ $DQ=v.F_2Q$ トナルベシ。從ツテ

$$F_2Q:F_2P=DQ:PD$$

$\therefore$ F_2D ハ角 PF_2Q ヲ二等分スベシ。

注意　此說明明ニテハ螺獅線タルコトハ明瞭ナラザルモ之レヲ證明スルハ困難ナル故ニ爰ニテハ單ニ螺獅線タルコトノミヲ聲明シテ共證明ヲ省ク. Dr. H. Wieleitner 氏著 Spezielle Ebene Kurven. II. Abschnitt. Konchoider § 14. Die cartesischen Ovale (1908)參照。

第十五章

疾走線

135. 疾走線。 二線 x,y, 一點 O アリ, O ヲ通ル直線 L (卽チらざいえんと)ト此二線 x,y トノ交點ヲ夫々 A,B トセルトキ,直線 L 上ニ OP=OB±OA ナル點 P ヲトリ,種々ノ L ニ對シカヽル P ヲトレバ P ハ一ツノ曲線ヲ畫ク之レヲ **しつそいど** 卽チ **疾走線** ト云フ。

x,y ガ平行直線ナレバ,しつそいどハ亦之ニ平行ナル直線ニシテ,O ヨリノ距離ハ x,y ノ距離ニ等シ,x,y ガ相交ハル直線ナルトキハ曲線トナリ形狀ハ圖ノ如シ,O ト交點トヲ結ブ直線ニ對シ xy ガ對稱的ナラバ曲線モ亦然リ。

136. どいおくれすノしっそいど x ガ直線, y ガ之ニ切スル圓ニシテ,O ガ中心ニ對シ切點ト對稱ノ位置ニアルトキノしっそいどヲ **どいおくれすノしっそいど** ト云フ。普通單ニしっそいどト云フハ之レナリ。x ヲ底 O ヲ極ト云フ。

137. しっそいどノ作圖。

問題 63. 底極ヲ與ヘテどいおくれすノしっそいどヲ畫ケ。

第一法 定義ニ從ヒ,畫ケバ可ナリ,卽チ O ヲ通ル數多ノ直線ヲ引キ圓周トノ交點ヲ $a,b,c,$......底トノ交點ヲ $a',b',c',$......トシ,各線上ニ OA=aa, OB=bb', OC=cc',......

トシ A,B,C,......ヲ結ブベシ。

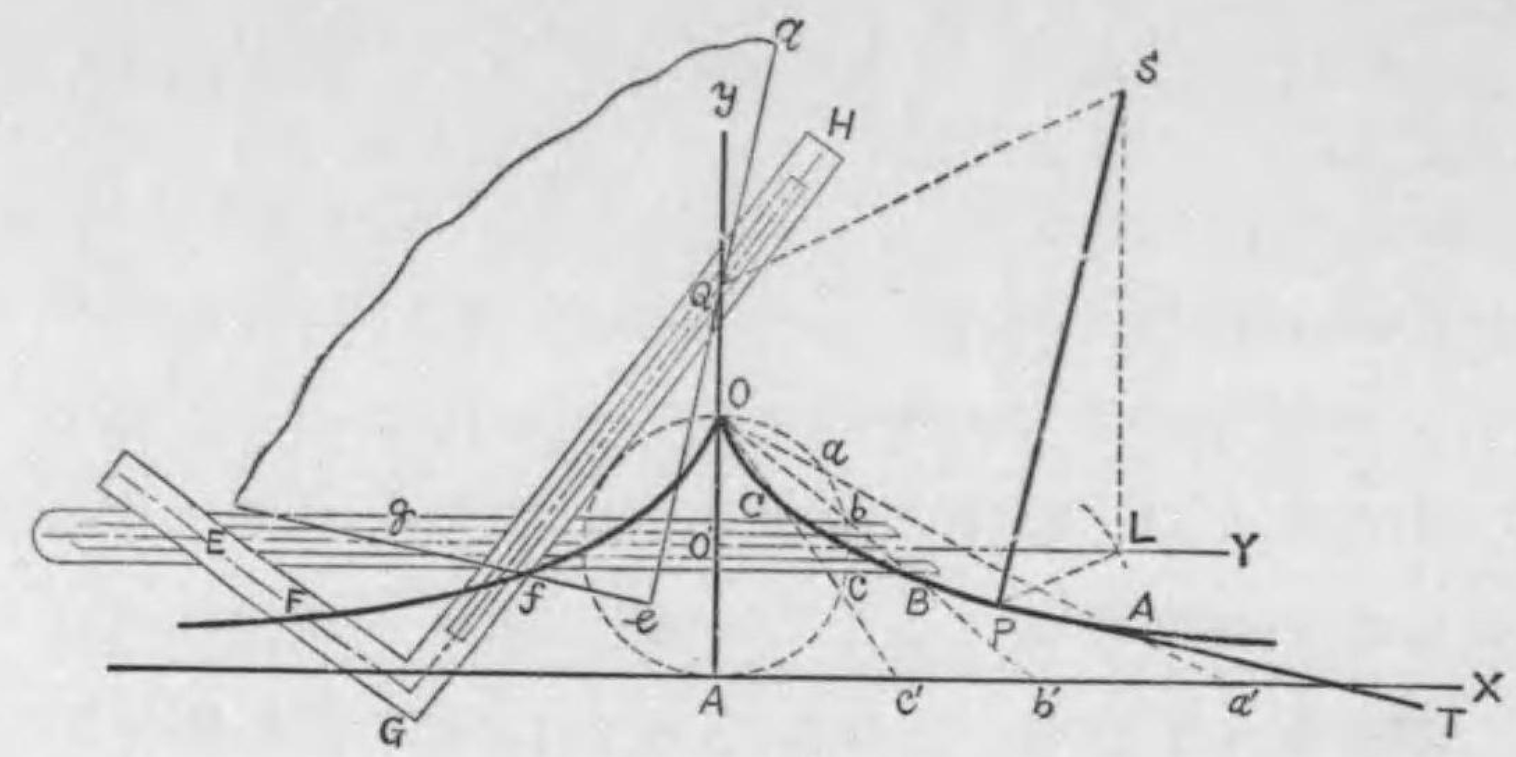


Fig. 254.

第二法。 (Fig. 255) x ニ垂直ナル徑ヲ n 等分シ(圖ニテハ $n=8$)中心ヨリ上下ニトリシ等分點ヲ夫々 $1,1',2,2',3,3',$...トシ,之等ノ點ヲ通リ底ニ平行線ヲ引キ圓トノ交點ヲ夫々 $1_0,2_0,3_0,$.....$1'_0,2'_0,3'_0$ トシ直線 01_0 ト $1'1'_0$ トノ交リ I, 02_0 ト $2'2'_0$ トノ交リ II,等ヲ取リ I,II 等ヲ結ベバ之レ求ムル曲線ナリ。

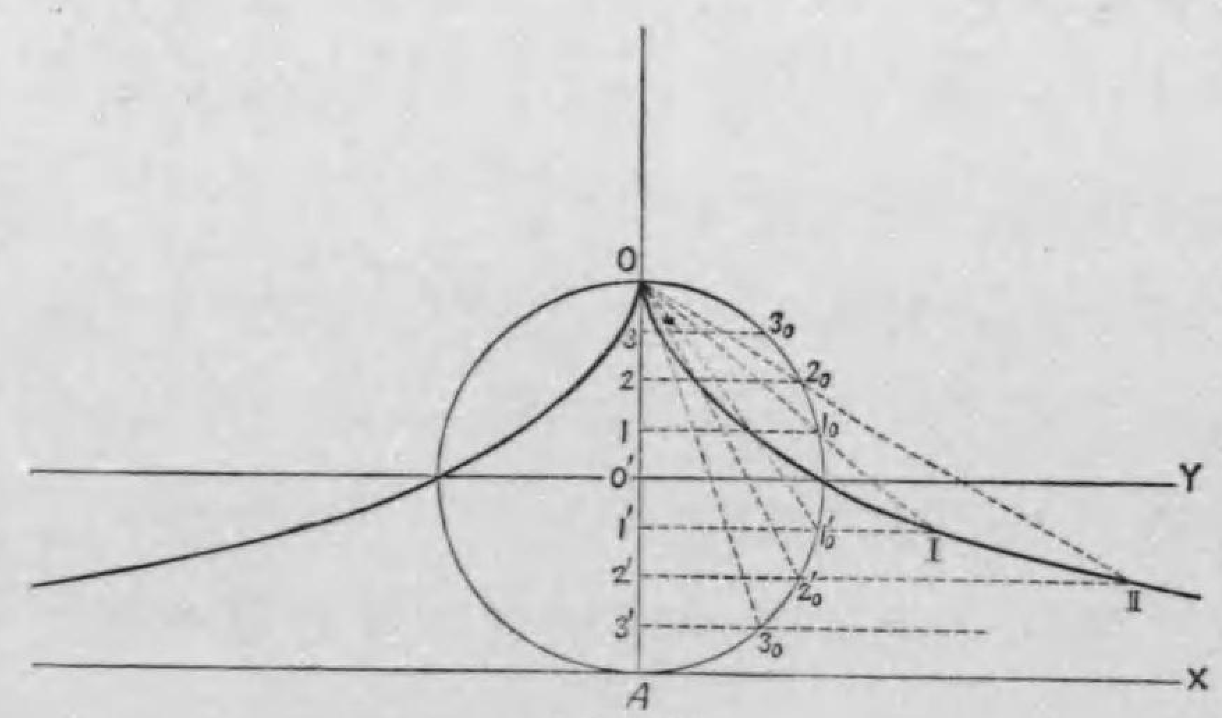


Fig. 255.

Fig. 254 ニ於テ,どいおくれすノしっそいどハ亦次ノ如ク考ヘラル。

平行セル二直線 X,Y アリ,(其距離 $=r$ トス) x 上ノ一點 A ヨリ之ニ垂線ヲ立テ AQ$=3r$ ナル點 Q ヲ求メ,別ニ e ニテ直角ニ交ハル二線 ge, ed ヲトリ, $ge=2r$ (其中點ヲ f トス)トシ,此折線 ged ヲ de ガ常ニ Q ヲ通リ,點 g ガ常ニ Y 上ニアリテ,動クトキ f ニヨリ畫カレタル軌跡ヲどいおくれすノしっそいどト云フ,カク考フルトキ此しっそいどハ螺獅線ナルコトヲ知ルベシ。

第三法。 (Fig. 254) 前項ニ説明セシ事項ニヨリ紙片 $gfed$ 又ハ桿 EFGH ヲ造リ f 又 F ノ跡ヲ求ムベシ。

138. 與ヘラレタルどいおくれすしっそいどノ與ヘラレタル點 P ニ於ケル法線,曲率半徑,曲率中心,切線ヲ求ム。 (Fig. 254)

圓ノ中心 O′ ヨリ底ニ平行線 O′L ヲ引キ, P 中心, AO′ 半徑ニテ圓ヲ書キ O′L トノ交點 L ヲ求メ, O′L ニ垂直ニ SL ヲ引キ Q ヲ通リ PL ニ平行ナル QS ヲ引キ LS トノ交リ S ヲ求ムレバ之レ曲率中心ナリ,従テ SP ハ曲率半徑(従テ法線)之ニ垂直ナル PT ハ切線ナリ。

139. せろいど。 Fig. 256 ニ於テ AB ヲ直徑トスル圓ノ中心ヲ O トシ CD ヲ AB ニ平行ナル直線トス。O ヲ通ル任意ノ直線ト圓及ビ CD トノ交點ヲ夫々 p, p' トスルトキ pp' ノ中點 P ノ軌跡ヲ**せろいど**ト稱ス。コノ際 AB, CD ヨリ等距離ニアル EF ハ漸近線トナル。

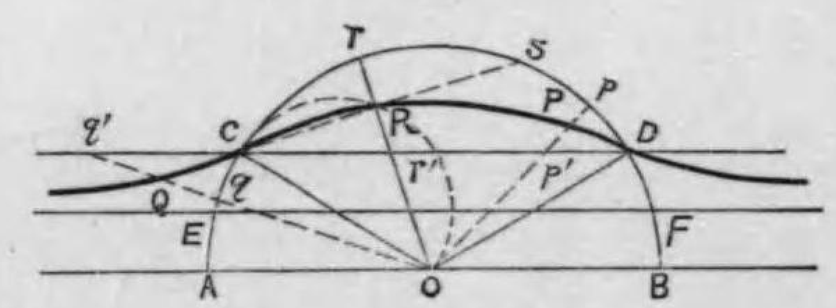


Fig. 256.

今直線 CD ト圓トノ交點ヲ C, D トシ CO ヲ直徑トスル圓ト曲線トノ交點ヲ R トシ, R ヲ通ル半徑 Or ト CD トノ交點ヲ r' トシ CR ヲ結ビタル直線ト圓 ACB トノ交點ヲ S トセヨ。然ルトキハ rR$=$Rr', CR$\perp$OR ナルヲ以テ $\angle DCS=\angle SCr=\angle CSr$ トナルベシ。従ツテ $\widehat{DS}=\widehat{Sr}=\widehat{rC}$ トナリ $\angle COr=\frac{1}{3}\angle COD$ トナルベシ。コノ關係ヲ應用シテ與ヘラレタル角ヲ三等分スルコトヲ得ベシ。

せろいどハ一ノ疾走線ナリ。 今圓ノ半徑ヲ r トシ,直線 CD ト AB トノ距離ヲ a, 任意ノ半徑 Or ガ O ニ於ケル AB ヘノ垂線トナス角ヲ θ トセバ, $OR=\frac{1}{2}(r+a\sec\theta)=\frac{1}{2}r+\frac{a}{2}\sec\theta$ 故ニ $\frac{1}{2}r$ ヲ半徑トセル圓ト, AB ヨリ $\frac{1}{2}a$ ノ距離ニアリテ之ト平行ナル線 EF トヲ引キ OR トノ交點ヲ夫々 S_1, S $\angle NOR$ (NO$\perp$AB) ヲ θ トセバ, $OS=\frac{a}{2}\sec\theta$, $OS_1=\frac{r}{2}$ ナル故ニ $OR=OS_1+OS$ 従ツテ定義ニヨリ疾走線ナリ。

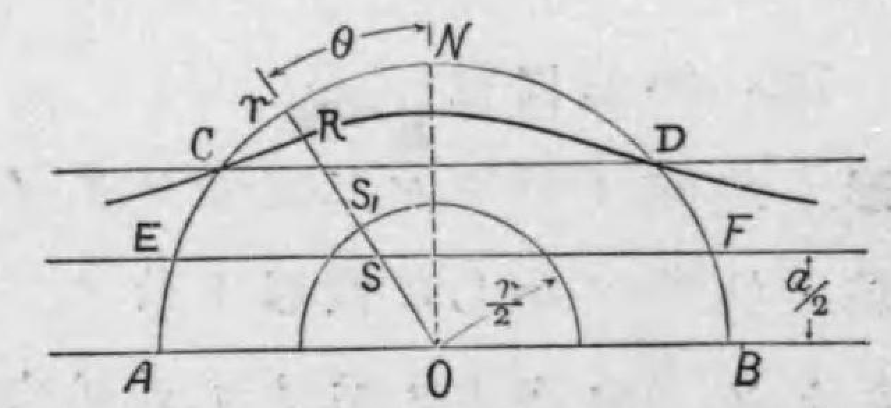


Fig. 257.

問題 64. 與ヘラレシせろいどノ P ニ於ケル切線,法線ヲ引クコト。 (Fig. 258)

第一法。 PO ヲ結ビ AB ニ垂直ナル OM 上ニ O$a=\frac{1}{2}a$ (CD, AB ノ距離ヲ a トス)ナル點 a ヲトリ AB ニ平行ナル ab ト OP トノ交リヲ b トシ, OM 上ニ Oc=Ob ナル點 c ヲトリ AB ニ平行ナル線 cd ト OP トノ交リヲ d トセヨ,別

ニ PO ニ垂直ニ ONo ヲ引キ ONo$=cd$ ナル No ヲ定ムレバ NoP ハ法線ニシテ之ニ垂直ナル PT ハ切線ナリ。

第二法。 Fig. 258 ノ b ヨリ AB ニ垂線ヲ下シ之ト $\hat{\text{PON}}o=90°$ ナル ONo トノ交リヲ No トセバ PNo 又ハ其ノ延長 PS ハ法線ナリ。

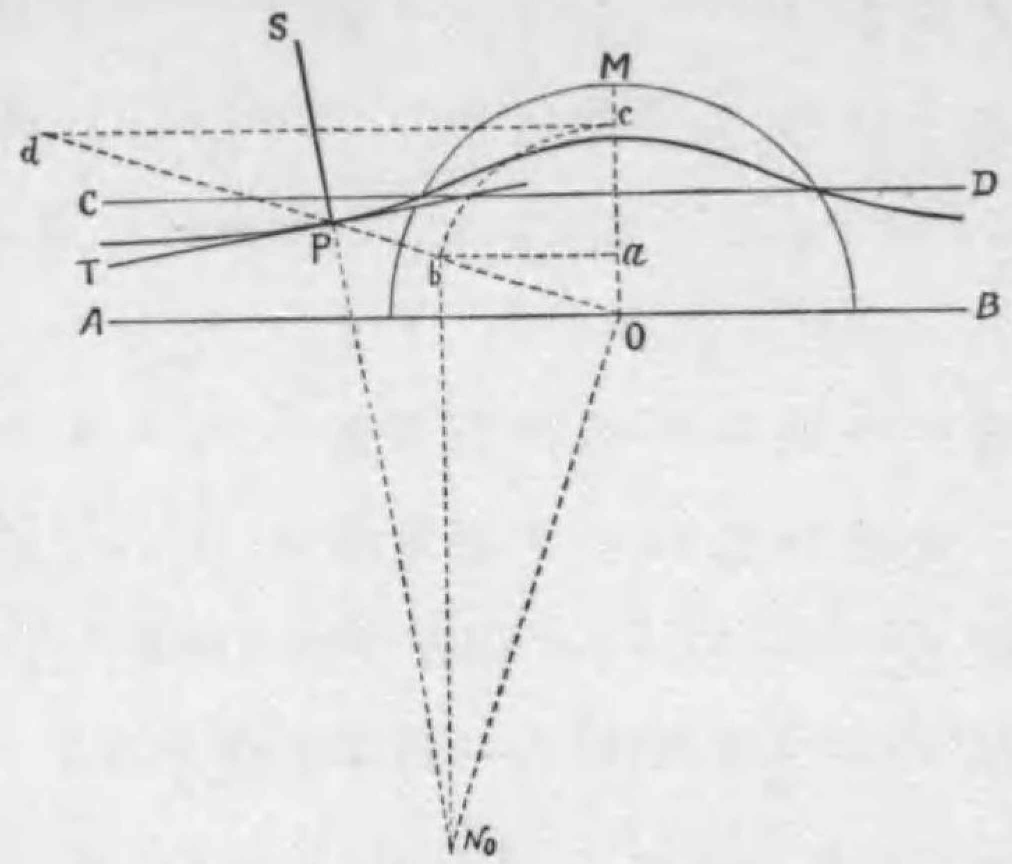


Fig. 258.

140. かしに橙形。 焦點ト稱スル二定點ヨリノ距離ノ積ガ一定數ナル點ノ軌跡ヲ**かしに橙形**ト云フ。二焦點ヲ F,F$_1$ 一定數ヲ k^2 トシ　曲線上ノ點 P ヨリ F,F$_1$ 迄ノ距離ヲ ρ,ρ_1 トセバかしに線ノ方程式ハ,

$$\rho\rho_1=k^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

トナル。二焦點 F,F$_1$ 間ノ距離ヲ $2a$ トセバ橙形ノ形ハ k ト a トノ關係ニヨリコトナル。

i) $k<a$......F,F$_1$ ノ周リニ別々ノ橙形ヲ畫ク。

ii) $k=a$......**べるぬりーノ紐狀線**(又ハ**連珠形**)ト稱スル曲線ニシテ ∞ 字形ヲ呈ス。

iii) $\sqrt{2}a>k>a$......中央ノ縊レタル繭形ヲ呈シ,

iv) $k>\sqrt{2}.a$......一般ノ橙形トナル。

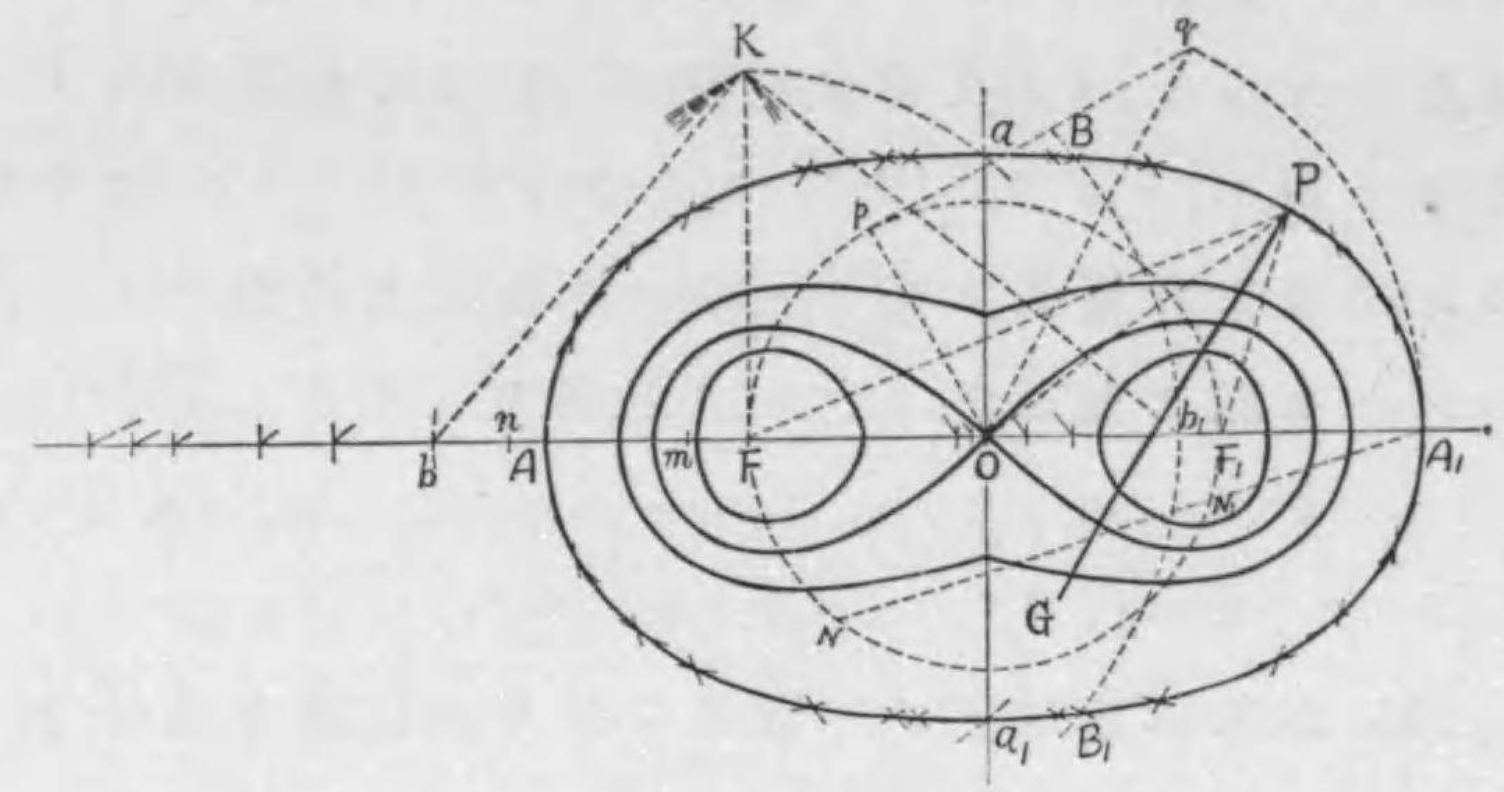


Fig. 259.

141. 二焦點 F,F$_1$ 間ノ距離 $2a$ ト一定數 k^2 トガ與ヘラレシトキノかしに橙形ノ作圖。 (Fig. 259)

第一法。 $k=\overline{\text{FK}}$ ナル線ヲ FF$_1$ ニ垂直ニ引キ OK=OA=OA$_1$ ナル A,A$_1$ ヲ FF$_1$ ノ延長上ニトレ。然ラバ此二點ハかしに橙形上ノ點ナリ。

∵ $\overline{\text{OK}}^2=\overline{\text{OF}}^2+\overline{\text{KF}}^2$ ナル故ニ $\overline{\text{OK}}^2-\overline{\text{OF}}^2=\overline{\text{KF}}^2$, 此方程式ノ前項$=(\text{OK}+\text{OF})(\text{OK}-\text{OF})=(\text{AO}+\text{OF}_1)(\text{AO}-\text{OF})=\overline{\text{AF}_1}\cdot\overline{\text{AF}}=\overline{\text{KF}}^2=k$

次ニ F ヲ中心,任意ノ半徑 r $(\overline{\text{FA}}<r<\overline{\text{FA}_1})$ ニテ畫キシ圓弧 Bb_1B$_1$ ト FA トノ交リヲ b_1 トシ b_1K ニ垂直ナル Kb ト FF$_1$ トノ交點ヲ b トシ　F$_1$ ヲ中心, Fb ヲ半徑トセル圓ガ $\widehat{\text{B}b_1\text{B}_1}$ ト交ハル點ヲ B,B$_1$ トセバ之レ線上ノ點ナリ。カカル點ヲ數多求メ之等ヲ連絡セバ求ムル曲線ヲ得。

∵ $\text{FB}\cdot\text{F}_1\text{B}=\text{F}b_1\cdot\text{F}b=\overline{\text{FK}}^2=k^2$

第二法。 Fig. 259　FF$_1$ ヲ直徑トセル圓周上ニ任意ノ點 p ヲトリ切線 pq ヲ k ニ等シクトリ O ヲ中心, Oq ヲ半

徑トセル圓周ト FF_1 トノ交點 A,A_1 ヲトレバコレ曲線上ノ點ナリ。A_1 ヨリ任意ノ割線 AN_1N ヲ引キ圓 FF_1 トノ交リヲ N,N_1 トシ A_1N, A_1N_1 ヲ夫々半徑トシ F_1F_1 ヲ中心トシテ畫ケル圓弧ノ交リハ求ムル曲線上ノ點ナリ。故ニカヽル點ヲ數多求メ之レヲ連絡セバ可ナリ。

∵カヽル點ヨリ F,F_1 ニ至ル距離ハ夫々 A_1N, A_1N_1 ニ等シクカカルモノ積ハ $\overline{pq}^2$ 卽チ k^2 ニ等シケレバナリ。

142. かしに橙形上ノ一點Pニ於ケル切線ト法線ト

第一法。動徑 OP ト PF トノ間ノ角ハ法線 PG ト PF_1 トノ間ノ角ニ等シ。故ニ此性質ヲ利用シテ $\angle F_1PG = \angle OPF$ ナル PG ヲ引ケバ之レ求ムル法線ナリ。

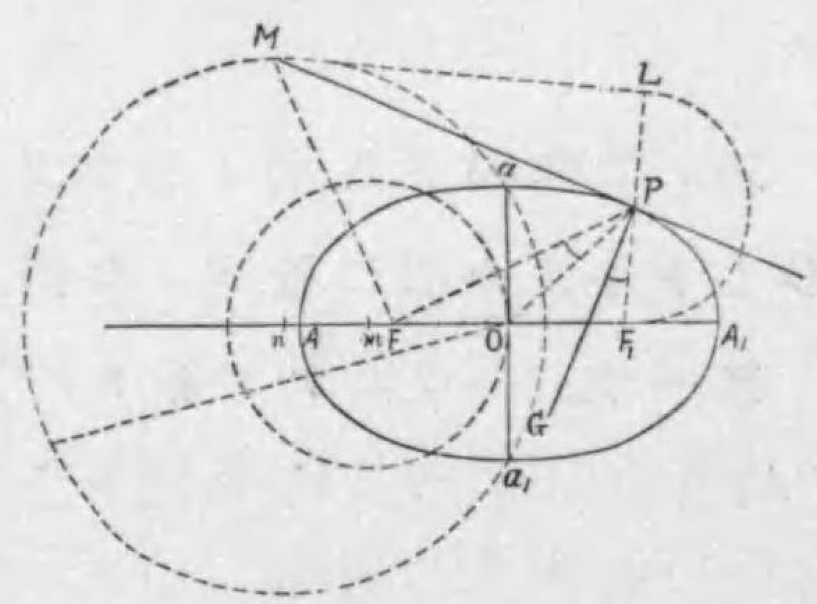


Fig. 260.

第二法。直線 $F_1(F)P$ ノ延長上ニ $PL = PF_1(F)$ ナル L ヲ求メ之ニ垂直ニ LM ヲ引キ, $PFM = 90^\circ$ ナル FM 線トノ交點 M ヲトレバ之レ切線上ノ點ナリ。

143. べるぬりー紐狀線。 既述ノ如クかしに橙形ノ一種ナルモ,又次ノ二樣ノ考ヘ方アリ。

i) 一直線 FF_1 上ニ, OF ヲ半徑, F ヲ中心トスル圓ト交點 B(コノ圓ト FF_1 トノ交リ)ヲ中心トシ,$\sqrt{2}\cdot$OF ヲ半徑トスル圓トガ與ヘラレシトキ FF_1 ノ中點 O ヲ極トシ前記ノ二圓ヲ底トスル疾走線ガ此紐狀線ナリ。(Fig. 261)

ii) **中心ヲ極トセル直角双曲線ノ反曲線。**

直角双曲線ノ極坐標ハ $\rho^2 . \cos 2\theta = a^2$ ニシテ,べるぬりー線ノ動經ヲ ρ トセバ $\rho\rho' = k^2$ ガ反曲線ノ式ナル故ニ,

$$\rho^2\rho'^2 = k^4,\quad \rho^2 = \frac{k^4}{\rho'^2} = \frac{k^4}{a^2}\cos 2\theta = K^2 \cos 2\theta$$

$$\left(\text{但シ}\ \frac{k^2}{a} = \mathrm{K}\right)$$

∴ べるぬりー線ノ極坐標ハ $\rho = \pm \mathrm{K}\sqrt{\cos 2\theta}$ ニテ示サル。

144. べるぬりー連球形ノ作圖。

i) 疾走線ト考ヘシ時卽チ底圓 OB ガ與ヘラレシモノトス。

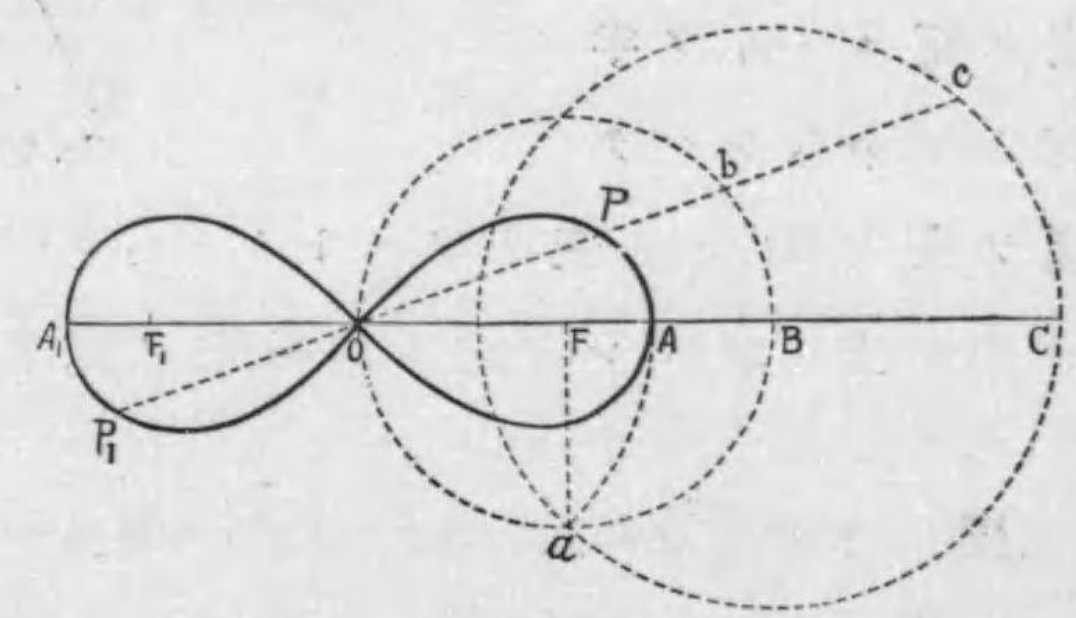


Fig. 261.

OB ノ中點 F ハ一ツノ焦點ニシテ, B ヲ中心トシ, $\sqrt{2}\cdot$OF ヲ半徑トセル圓ハ第二ノ底圓ナリ,任意ノ直線 Obc ヲ引キ二底圓トノ交リヲ b,c トセバ此線上ニ於テ $OP = OP_1 = bc$ トセシ P,P_1 二點ハ紐狀線上ノ點ナリ,二圓ノ交點ヲ a トセバ $Oa = OA = A_1O$ ナル點 A,A_1 ヲ OB ノ上ニトレバ之レ亦曲線上ノ點ナリ。

ii) 反曲線ト考ヘシ時卽チ定數 K ヲ與ヘテ紐狀線ヲ書クコト。(Fig. 262)

互ニ直角ニ交ハル二線 Ox, Oy ヲトリ Ox 上ニ $OA = OA_1 = \mathrm{K}$ ナル二點 A,A_1 ヲトレバ之レ求ムル線上ノ點ナリ。(∵ $\rho^2 = \mathrm{K}^2\cos 2\theta$ ニ於テ $\theta = 0$ トセバ $\rho = \pm \mathrm{K}$ ナル故ニ) 次

ニ A_1b ヲ A_1O ニ直角ニ且ツ $A_1b=A_1O$ トシ Ob ヲ半徑 O ヲ中心トスル圓ト O ヲ通ル任意ノ線 Op トノ交リ p ヨリ Ox ヘ垂線 pp_1 ヲ引キ,更ニ Op_1 ヲ半徑 A ヲ中心トシテ

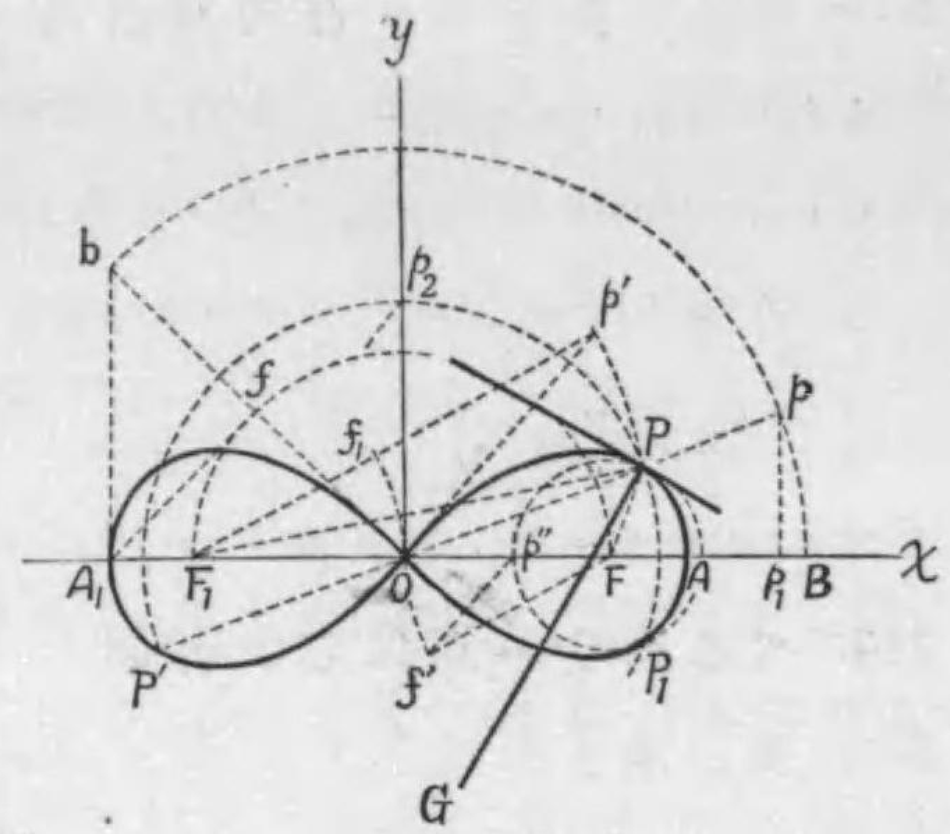


Fig. 262.

圓ヲ書キ Oy トノ交リヲ p_2 トシ $Op_2=OP=OP'$ ナル點 P,P′ ヲ Op 上ニ求ムレバ之レ曲線上ノ點ナリ。

〔證〕 $\rho^2=\overline{OP}^2=\overline{Op_2}^2=\overline{A_1p_2}^2-\overline{OA_1}^2=\overline{Op_1}^2-K^2$

然ルニ $\overline{Op_1}^2=\overline{Op}^2\cos^2\overline{pOx}=(\sqrt{2}\cdot OA)^2\cos^2\theta=(\sqrt{2}K)^2\cos^2\theta$

$\therefore\quad \rho^2=2K^2\cos^2\theta-K^2=K^2(2\cos^2\theta-1)$

iii) かしに線ト考ヘシトキ。(Fig. 262)

Ox, Oy ヲ引キ,A點ヲ定ムルコトハ前ノ如クシ,二軸 xy 間ノ角ヲ二等分スル線 Ob ヲ引キ A_1 ヨリ之ヘ垂線 A_1f ヲ引ケ。然ラバ O ヲ中心,Of ヲ半徑トスル圓ト Ox トノ交リ F_1,F ハ求ムル曲線ノ焦點ナリ。次ニ任意ノ線 F_1f_1 及ビ之ニ平行ナル Ff' ヲ夫々 OF_1(F) ニ等シク引キ,F_1f_1 上ニ任意ノ點 p' ヲトリ $p'O$ ヲ結ビ之ニ平行ニ $f'p''$ ヲ引キ Ox トノ交リ p'' ヲ求ムレバ F ヲ中心,Fp'' ヲ半徑トシテ書

ケル圓ト F_1 ヲ中心,F_1p' ヲ半徑トシテ書ケル圓トノ交點 P,P′ ハ求ムル線上ノ點トナルベシ。

〔證〕 $\triangle F_1p'O \backsim \triangle Ff'p''\quad \therefore\ F_1p' : F_1O :: Ff' : Fp''$

$\therefore\ F_1p'\cdot Fp''=F_1O\cdot Ff'$ ……………………………………(1)

此前項ハ作圖ニヨリ $=F_1P\cdot FP$, 後項ハ $=\overline{F_1O}^2$

$\therefore\ F_1P\cdot FP=\overline{F_1O}^2\quad \therefore\ \rho\rho'=a^2(=k^2)$

145. べるぬりー紐狀線上ノ一點 P ニ於ケル法線ト切線トヲ求ムルコト。 (Fig. 262)

動徑 OP ト法線 PG トノ間ノ角ガ POA ノ二倍ナリトノ性質ヲ利用シテ書ク。

146. かしに橙形ハ二圓ヲ底トスル一種ノ狹走線ナリ。

數學的ニ之レヲ立證スルコトハ本書ニテハ困難ナレバ結果ニツキテノミ述ベントス。紐狀線ガ然ルコトハ既ニ述ベシガ一般かしに橙形モ亦其中心ヲ FF_1 線上ニ有スル二圓ヲ底トスルモノニテ此二圓ノ中心ヲ夫々 m, n トシかしに線ノ中心ヲ O トセバ O ハ極ニシテ, Om ハ圓 m ノ半徑$(=r$ トセヨ$)$R ハ n ノ半徑トセバかしに橙形ノ動徑 ρ' ハ次ギノ式ニテ與ヘラル。($On=l$ トス)

$\rho'=(l-2r)\cos\theta\pm\sqrt{R^2-l^2\sin^2\theta}$ ……………………………(1)

既ニ述ベシ二焦點ヨリノ距離ノ積ガ一定ナルコトヲ示ス方程式(140條)ト本式トノ關係ヲ知ラントセバ二者ヲ聯立方程式トシテ解ケバ可ナリ。140條ノ方程式(1)ハ次ノ形ニテ示サル

$(\rho\rho_1)^2=k^4\quad \therefore\ \{(x+a)^2+y^2\}\{(x-a)^2+y^2\}=k^4$ …………(2)

本式ニ於テ, $x=\rho'\cos\theta,\ y=\rho'\sin\theta$ ヲ代入セバ(2)ハ

$$(\rho'^2+2a\rho\cos\theta)\,(\rho'^2-2a\rho\cos\theta)=k^4 \text{ 即チ } \rho'^4-4a^2\rho'^2\cos^2\theta=k^4$$

此最後ノ式ト(1)トニ於テ θ ノ特別ノ値即チ $\theta=0,\ =45°,\ =90°$ ヲ代入シ之レヨリ定數 l,r,R ヲ定ムルコトヲ得ベシ。Fig. 260 ノ圓 m,n ハカクシテ求メシモノナリ。

147. 二圓ヲ底トセル疾走線ハ前記べるぬりー線ノ外ニ**ぶーすノ紐狀線アリ**,此線ハ楕圓ノ焦點Fヨリ中心迄ヲ直徑トセル圓ト, F ヲ中心長軸ノ半分ヲ半徑トセル圓トヲ底圓トシ中心Oヲ極トセルしそいどナリ。(Fig. 263)

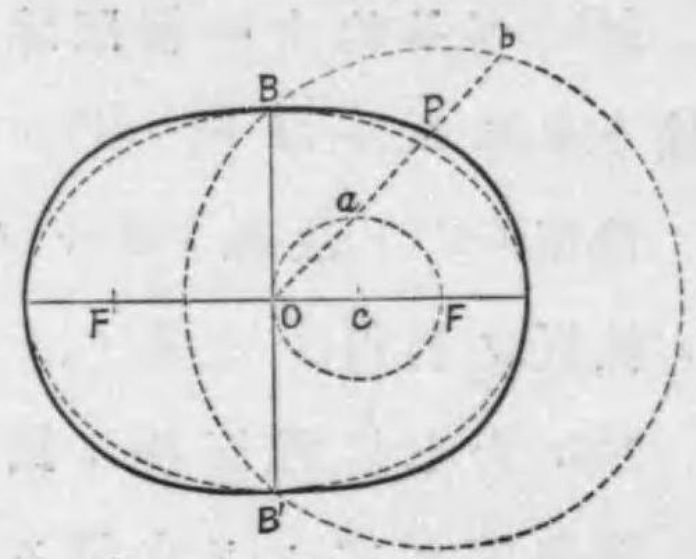


Fig. 263.

問題 65. 直徑 a ナル圓ト四葉ばら $\rho=a\cos 2\theta$ トヲ導線トスル疾走線ヲ畫ケ。

カヽル疾走線ハ之レヲ方程式ノ形ニ書ケバ

$$r=a\cos\theta+b\cos 2\theta$$

トナルベシ。故ニ次圖ノ如クセバ可ナリ。

AO$=a$, BO$=b$ ナル二點 A,B ヲ一直線上ニトリ之等ヲ直徑トスル圓ヲ畫キ

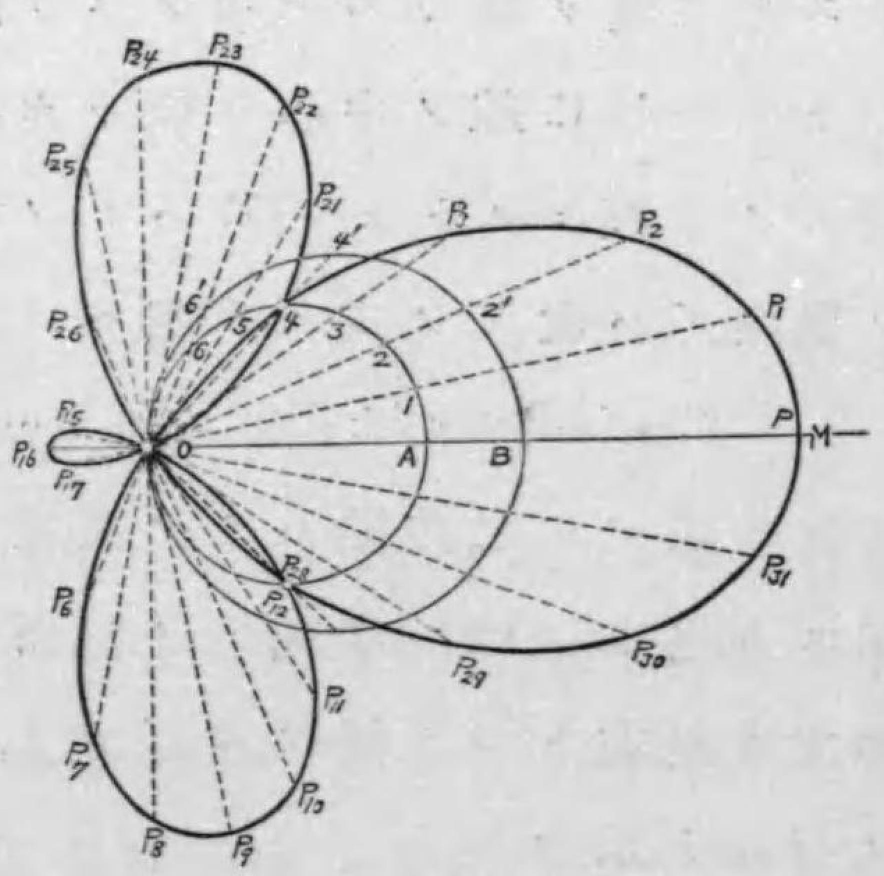


Fig. 264.

$\angle$BO1$=\alpha$ トシ $\angle$BO2$=2\alpha$, $\angle$BO3$=3\alpha$, $\angle$BO4$=4\alpha$,......等トシ圓周トノ交點ヲ夫々 1,1′, 2,2′, 3,3′ 等トシ O1 線上ニ1ヨリノ距離ガ O2′ ニ等シキ點 P_1, P_{17} ヲ求メ O2 上ニ2ヨリノ距離ガ O4′ ニ等シキ點 P_2, P_{18} (圖ニハ之レナシ)ヲ求メ以下同様ノ方法ニテ P_3 等ヲ求メ之等ノ諸點ヲ結ベ。其結果ハ Fig. 264 ニ示セシモノナリ。

148. 迂弛線。 Fig. 265 ニ於テ AD ヲ圓ノ直徑, GpP ヲ之ニ直角ナル直線トシ之ト AD トノ交リヲ G, 圓トノ交リヲ p トスルトキ Gp ノ延長上ニ點 P ヲ,

$$\frac{GD}{AD}=\frac{pG}{PG} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ヲ滿足スル如ク,トリシトキ P ノ軌跡ヲ迂弛線ト稱ス。

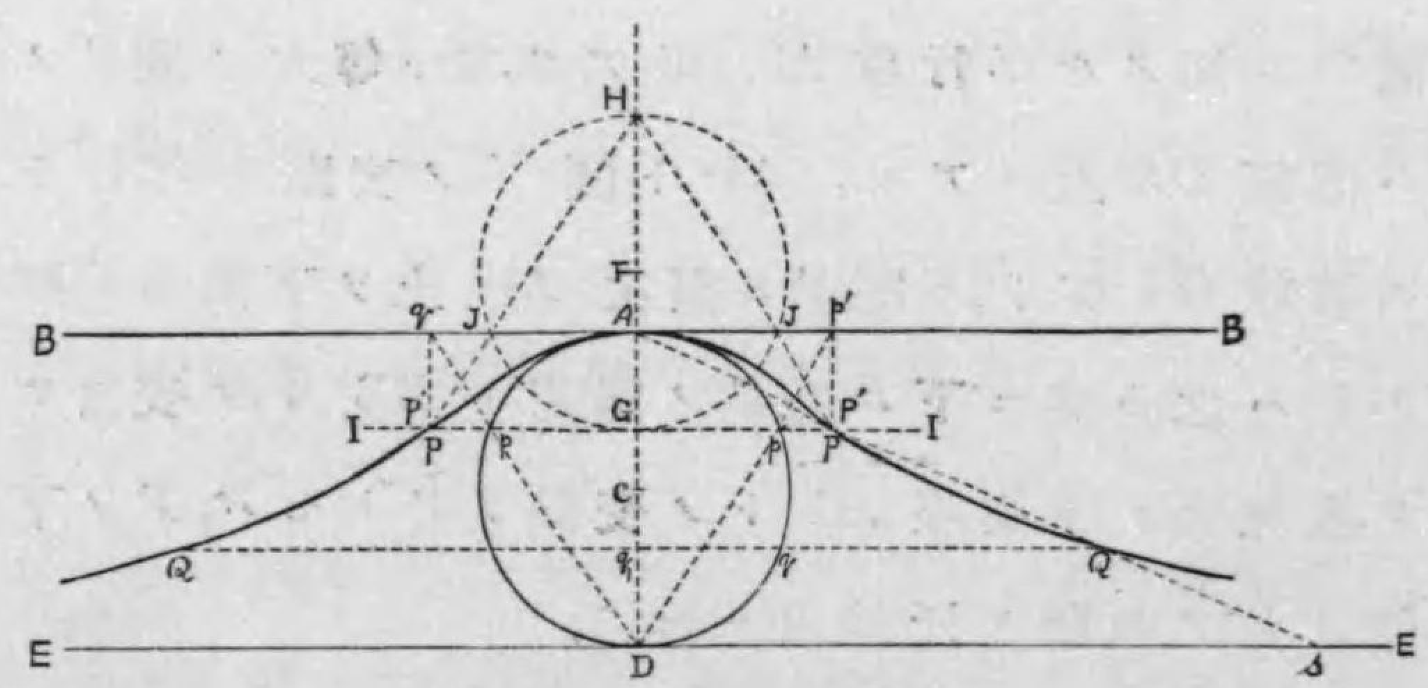


Fig. 265.

149. 圓ヲ與ヘテ之ニ應ズル迂弛線ヲ畫ケ。 (Fig. 266)

AO ヲ直徑, C ヲ中心トセル圓ニ於テ A ニ切線ヲ引キ, 任意ノ線 Oe, Of.... 等ヲ引キ圓トノ交リヲ E, F ..... トシ A ヘノ切線トノ交リヲ e, f .....トセヨ。E, e ヲ通リ夫々

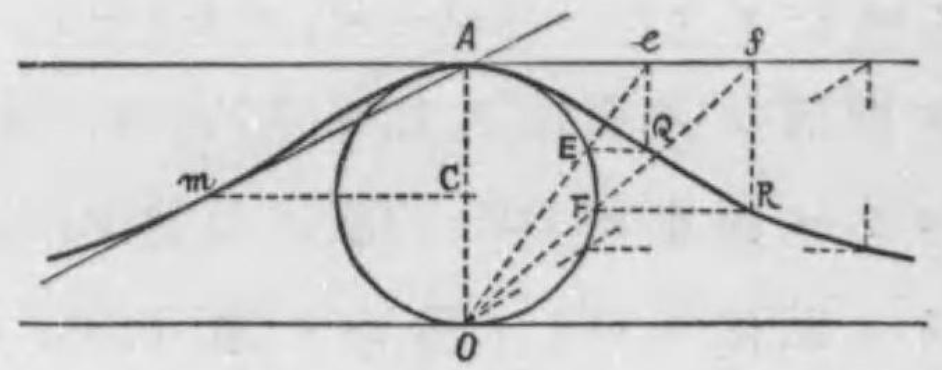


Fig. 266.

切線ニ平行ト垂直トノ線ヲ引キ其交點ヲQトセバ之レ所要線上ノ一點ナリ, F, f ニツキテモ同樣ニシテ, R ヲ得ベシ。

AO ト直角ナル徑ガ曲線ト出逢フ點ヲ m トセバ Cm ハ AO ニ等シク, m ニ於ケル切線ハ A ヲ通過ス。

證明ハ作圖ヨリ直チニ導キ得ベク,簡單ナレバ之レヲ省ク。

150. 迂弛線ノ他ノ考ヘ方。 (Fig. 265)

148 條ノ定義ニヨル迂弛線ハ次ノ如クモ考ヘラル。

圓 C ニ切スル平行線 AB, DE アリ, C ト等大ノ圓 F ノ中心ハ直徑 DA 上ニアリ, AD ト圓 F ノ交點ヲ G, H トシ G ニ切線 GI アリ。圓 F ガ漸次 AD 上ヲ下降スル際,切線 GI ハ之ト共ニ下ル,今 F ノ圓周ト BB トノ交點ヲ J トシ,直線 HJ ト切線 GI トノ交點ヲ P トセバ, F ノ下降ニ伴フ P ノ軌跡ヲ迂弛線ト云フ。

∵ 直線 GP ト曲線トノ交點チ P', 圓 C トノ交點チ p トセバ, P' ハ最初ノ定義ニヨリ $P'G:pG::AD:GD$ 然ルニ $Gp=AJ$, $AD=GH$, $AH=GD$, ∴ $P'G:AJ::GH:AH$ 又 $\triangle HAJ \infty \triangle HGP$ ナル故ニ $PG:AJ=GH:AH$ 故ニ $PG=P'G$ 故ニ P ト P' トハ同點ナリ。

151. 迂弛線ハ一種ノ疾走線ナリ。

圓ノ直徑 AD 上ニ $AG=Dq_1$ ナル點 G, q_1 ヲトリ, AD ニ

直角ニ直線 GP, q_1Q ヲ引キ迂弛線トノ交點ヲ P, Q トシ圓周トノ交點ヲ p, q トセヨ, 然ラバ $Gp=q_1q$ ナルベク又曲線ノ性質ヨリ,

$$PG:Gp=AD:GD \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$q_1q:q_1Q=q_1D:AD \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)×(2) ヨリ $PG:q_1Q=q_1D:GD=AG:Aq_1$

∴ A, P, Q ハ一直線上ニアリ,故ニ AQ ヲ延長シ DE トノ交點ヲ s トセバ, $AP=Qs$ ナリ, 換言セバ A ヲ極,曲線 APQ 及ビ直線 DE ヲ底線トセルトキ迂弛線ハ夫レ自身ノ疾走線ナルベシ。

152. 迂弛線ノ一點 P ニ切線ヲ引クコト。 P ニ切線ヲ引カントセバ AH ノ半分ニ等シク HP' ヲ HP (又ハ延長上)ニトリ OH ノ中點 M ト P' トヲ結ビ $P'N$ ヲ MP' ニ直角ニトリ, HO トノ交點ヲ N トセバ, NP ハ切線ナリ。(Fig. 267 ∵ 數學ノ證明ニヨリ $tna\,P\hat{N}H=2\,PH\cdot HO:AH^2$)

153. 迂弛線ノ P 點ニ於ケル曲率中心。

Ox 上ニ $O-1=PH$ トシ $A1$ ニ $\perp r$ ニ $1-2$ ヲ引キ AO トノ交リ 2 ヲ求メ $2-3$ ヲ $1A$ ニ平行ニ引キ Ox トノ交リヲ 3 トセヨ。$A-3$ ヲ結ビ Pp (ox ニ平行ニ P ヲ通リテ引キ OA トノ交リヲ p トス)トノ交點ヲ 4 トシ $P5$ ヲ $p4$ ノ 4 倍ニトリ別ニ pP 上ニ $5-6$ ヲ OA ニ等シクトリ之ニ直角ニ $6-8$ ヲ引キ其長サヲ OA ニ等シクセヨ。直線 $8-p$ ニ直角ニ $p9$ ヲ引キ $8-6$ トノ交點ヲ 9 トシ又 $6-p$ ヲ徑トスル圓ト 5 ニ於テ $6-p$ ニ $\perp r$ ニ引ケル $5-7$ トノ交リヲ

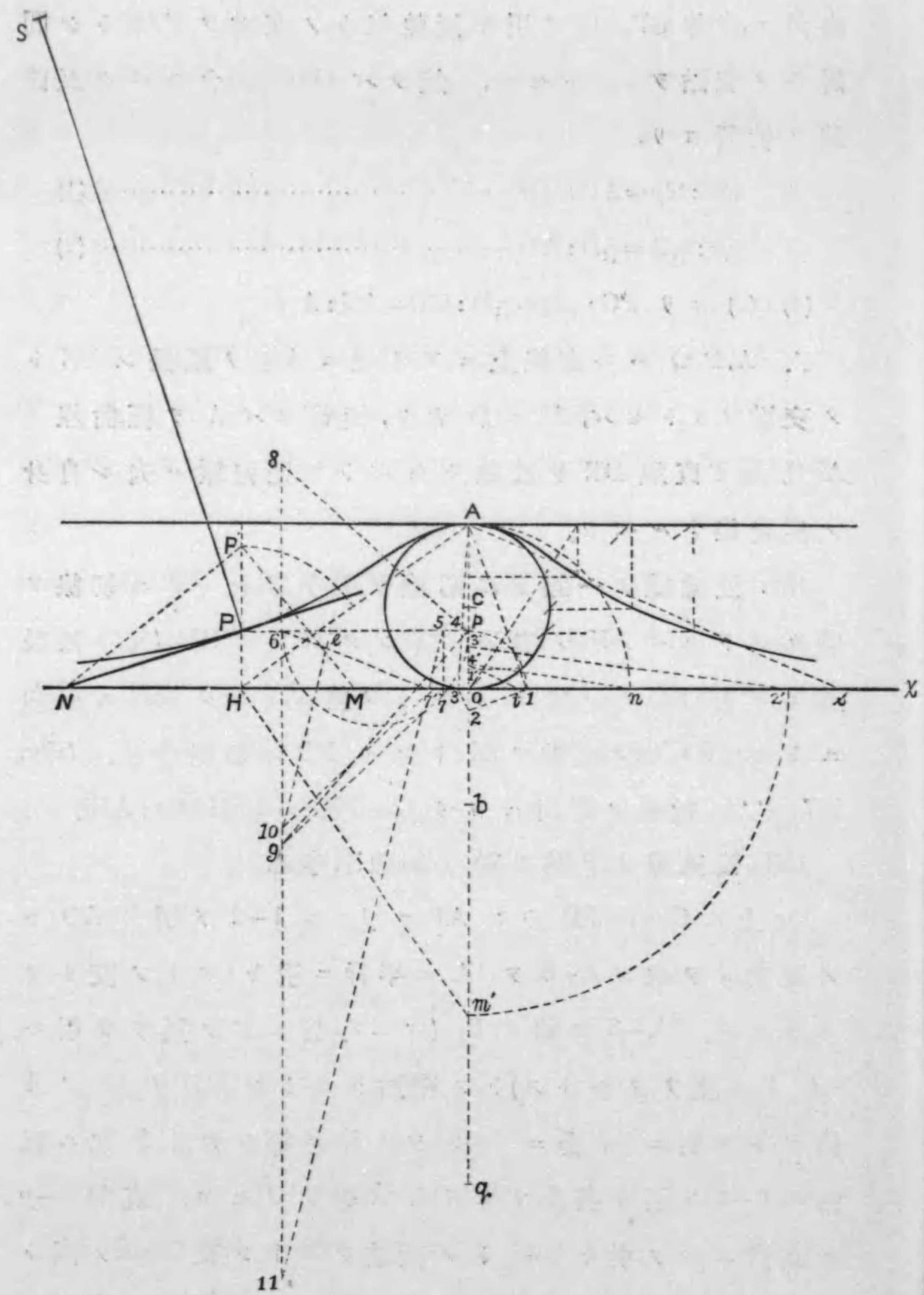


Fig. 267.

7 トシ, 6−7 上ニ 6−7′=OA ニトリ 7−9 ニ平行ニ 7′−10 ヲ引キ 6−9 トノ交點ヲ 10 トセヨ。次ニ O ヲ中心, Op ヲ半徑トスル圓ト圓 OA トノ交點ヨリ OA ニ垂線ヲ下シ其足ヲ 1′ トシ O−1′ ノ二倍ニ等シク, O−3′ ヲ OA 上ニトリ,又 AH ニ ⊥r ニ Hm' ヲ引キ AO トノ交リヲ m' トシ Ox 上ニ O2′=Om' トシ, On=OA トシ 2′−3′//n−4′ ヲ引キ OA トノ交リ 4′ ヲ得ヨ, 次ギニ OA ヲ延長シ Oq=3.OA トシ, Ob=2.PH トシ, qb=Os ヲ Ox 上ニ求メ As ニ平行ニ 4′t ヲ引キ, Ox トノ交リヲ t トス。

Pp 上ニ 6−l=Ot ニトリ l−10 ニ平行ニ 5−11 ヲ引キ, 6−10 トノ交リヲ 11 トセヨ。然ラバ 6−11 ハ P ニ於ケル曲率半徑ノ長サナリ。

第十六章

螺　　線

154. 螺線。 一點Oヲ中心トシ,一直線 OP ガ同一平面内ヲ同一方向ニ回轉スルト同時ニ點PガアルI一定ノ法則ニ從ヒ此直線上ヲ一定方向ニ運動スルトキPニヨリ畫カレタル線ヲ**螺線**(渦線ト云フ人モアリ)ト稱ス。コノ際中心Oヲ**極**, 回轉ノ角度ヲ計ル基調トナル直線ヲ**首線**, 螺線上ノ一點ト極トヲ結ブ直線ヲ**動徑**, 動徑ト首線トノ間ノ角ヲ**向徑角**(動徑角)ト稱ス。圓ノ漸伸線ハ螺線ノ一例ナリ。

155. あるきめてす螺線ト其作圖。 動徑ノ長サガ向徑角ニ比例スルモノヲ**あるきめてす螺線**(又ハ**正匝線**)ト稱ス,之レヲ極坐標ニテ示セバ:

$$\rho=a\theta \ (\rho \text{ ハ動徑}, \theta \text{ ハ向徑角}, a \text{ ハ常數})$$

ニシテ, $\theta=1$ (弧度法ニヨル)ナルトキ $\rho=a$ ナリ

問題 66. 螺線上ノ二點A,Eト極Oトヲ與ヘテあるきめてす螺線ヲ畫ケ。 (二ツノ動徑ト其間ノ角ヲ與ヘテあるきめてす螺線ヲ畫ケト云フト同一ナリ) (Fig. 268)

A′O ヲ AO 上ニ EO ニ等シクトリ, A′A ヲ n 等分シ其分點ヲ $a,b,c.....$ トシ之ト同數ニ $A\hat{O}E$ ヲ等分シ,其分ツ線ヲ OD, OC, OB 等トシ, OD=Oa, OC=Ob 等トシテ D, C, B ナル點ヲ求メ,又 EOA ノ前後ニハ $A\hat{O}L=L\hat{O}M=M\hat{O}N=...$

$=D\hat{O}E=E\hat{O}F=F\hat{O}G=G\hat{O}H.......$ ナル動徑 OL, OM, ON, OF, OG 等ヲ引キ其各ノ長サヲ,

$$\overline{OL}=\overline{OA}+\frac{A'A}{n}=\overline{OA}+\overline{ab},\quad \overline{OM}=\overline{OL}+ab,$$

$$\overline{ON}=\overline{OM}+\overline{ab},\quad \overline{OF}=\overline{OE}-\frac{A'A}{n}=\overline{OE}-\overline{ab},$$

$$\overline{OG}=\overline{OF}-ab,\quad OH=OG-ab,$$

トシ,一回轉以上ヲトリ,之等ノ諸點 A, B, C, D, E, F..... ヲ結ベバ所要ノ螺線ヲ得。

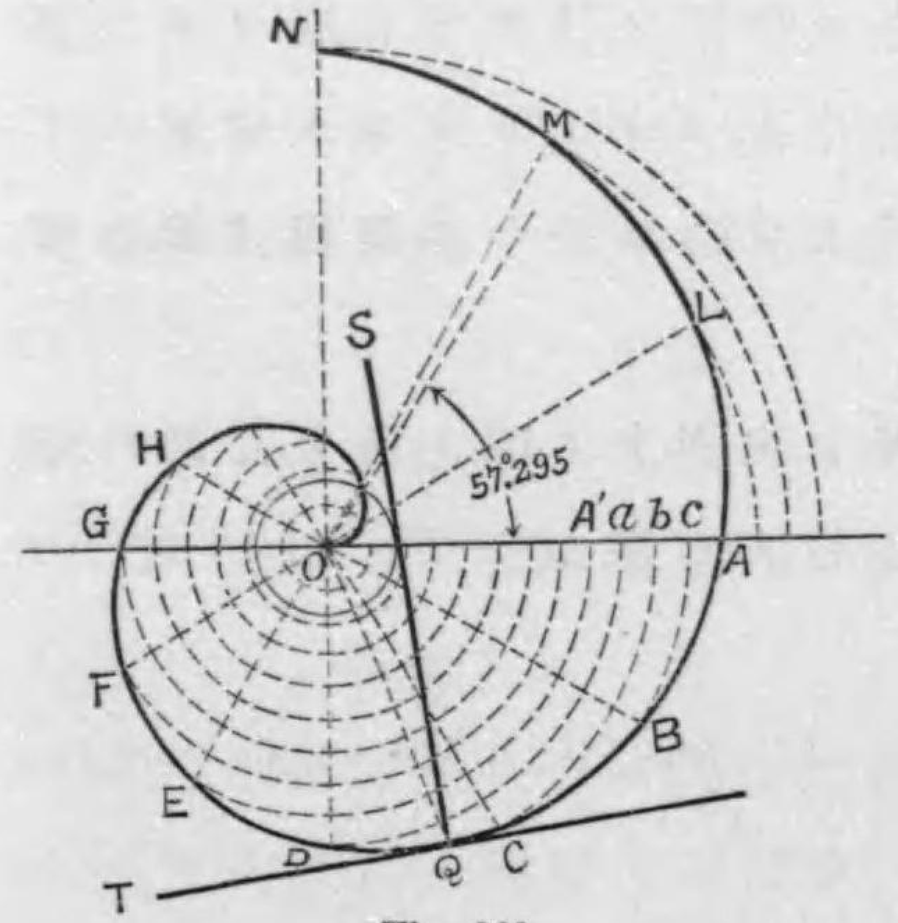


Fig. 268.

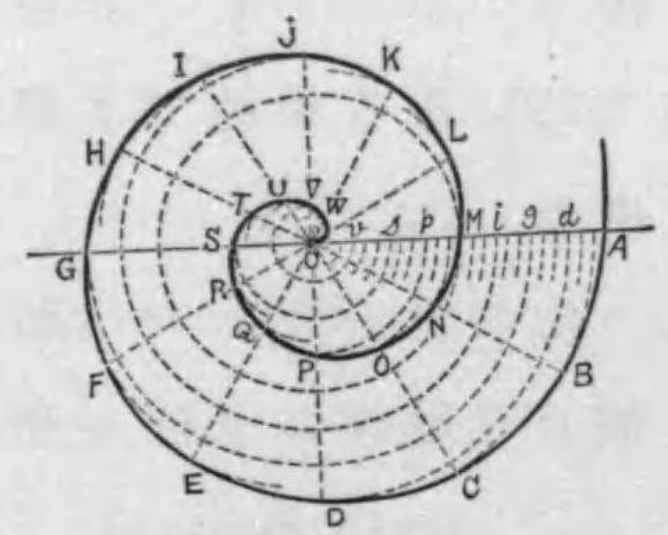


Fig. 269.

問題 67. 常數 a ト之ヲ計ル單位トヲ與ヘテあるきめてす螺線ヲ畫ケ。

單位ヲ $cm.$ トシ, $a=0,34$ トセヨ。 (Fig. 269)

4直角ノ n 倍ニ相當スル動徑ノアル長サヲ取リ之ヲ基トシテ圖ヲ畫カントス。今 $n=2$ トスルトキハ動徑ハ首線ト一致ス, OA ヲ首線上ニアリテ四直角ノ 2 倍卽チ

8 直角ニ相當スル動徑トセヨ.然ラバ

$$OA=0.34\times4\times3.1416=4.28cm$$

OA ニ直角ニ OD ヲ引キ $\angle AOD$ ヲ m 等分シ(圖ニテハ $m=3$) OB,OC ヲ引ケ。次ギニ OA ヲ $4mn$ 等分シ(圖ニテハ $4mn=4\times3\times2=24$), O ヨリ各分點迄ノ距離例ヘバ OA ノ $9/4mn$ ナル點 p 迄ヲ半徑トシテ弧ヲ畫キ 8 直角 $\times\frac{9}{4mn}$ (圖ニテハ $\frac{8\times9}{4\times3\times2}=3$ 直角)ナル角ヲ與フル線 OD トノ交リヲ P トセヨ。然ラバ之レ動徑ノ長サナリ,斯クシテ,各動徑ノ長サヲ定メ,其分點ヲ結ベバ之レ求ムル螺線ナリ。

156. あるきめてす螺線ノQ點ニ於ケル切線,法線,曲率中心.

此螺線ニ於テハ, "**動徑ト法線トノ間ノ角ノ正切ハ常數 a ヲ動徑ニテ除シタルモノニ等シ**". (Fig. 268)ニ於テ

$$\tan OQS=a/OQ$$

$r=a\theta$ ナル故ニ (Fig. 270) $\theta=1$ ($\theta=57°.2957$ ナル角)ナル Oa ヲ首線ヨリトリ,螺線トノ交點迄ヲ半徑トシ,O ヲ中心ト

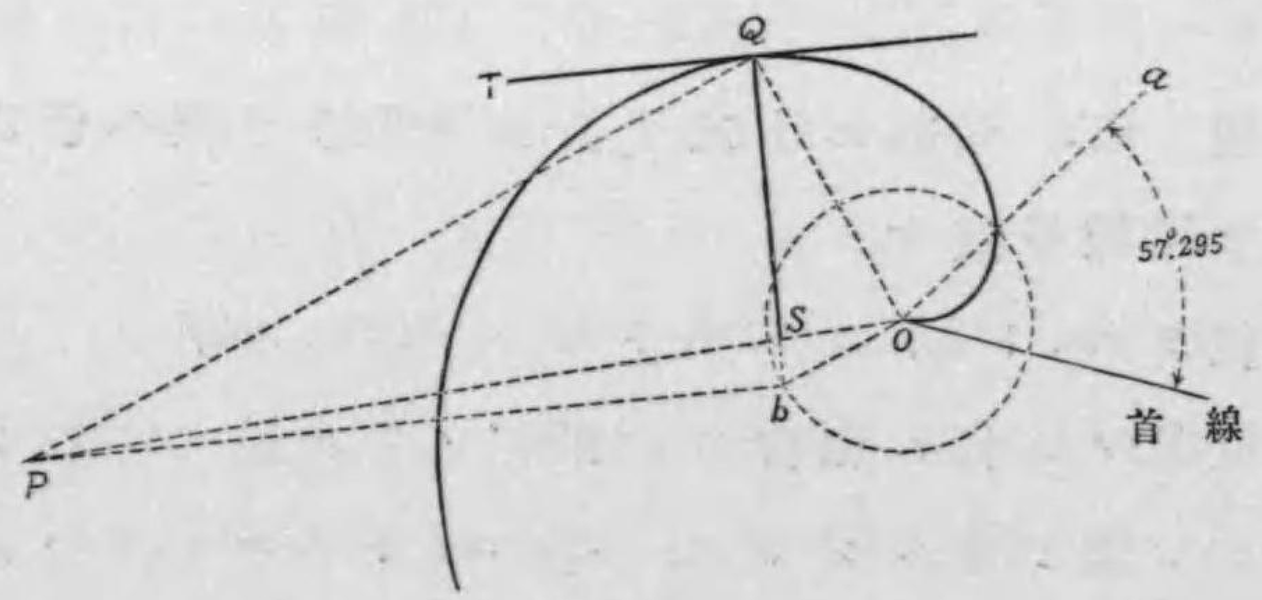


Fig. 270.

シテ圓ヲ畫キ, $Q\hat{O}b$ ヲ直角ニトリ圓トノ交リヲ b トシ Qb ヲ結ベバ之レ法線ニシテ之ト直角ナル QT ハ切線ナリ。

又 OQ ニ直角ナル QP, Qb ニ直角ナル bP トノ交リヲ P トシ OP ヲ結ビ Qb トノ交點ヲ S トセバ之レ Q ニ於ケル曲率中心ニシテ QS ハ同半徑ナリ。

157. あるきめてす螺線ノ應用.

正匝線ニヨリテ任意ノ圓弧ノ長ヲ求ムル方法。

Fig. 271 ニ於テ O ヲ中心トシ任意ノ半徑 r ヲ以テ圓ヲ引キ O ヲ通ル一直線 OM トノ交點ヲ A トセヨ。O ト OM トヲ極,及ビ首線トシ 動徑角ガ 0 ヨリ 2π マデ增加スル間ニ動徑ガ 0 ヨリ $2\pi r$ マデ增加スル正匝線 OBP ヲ引ケ。

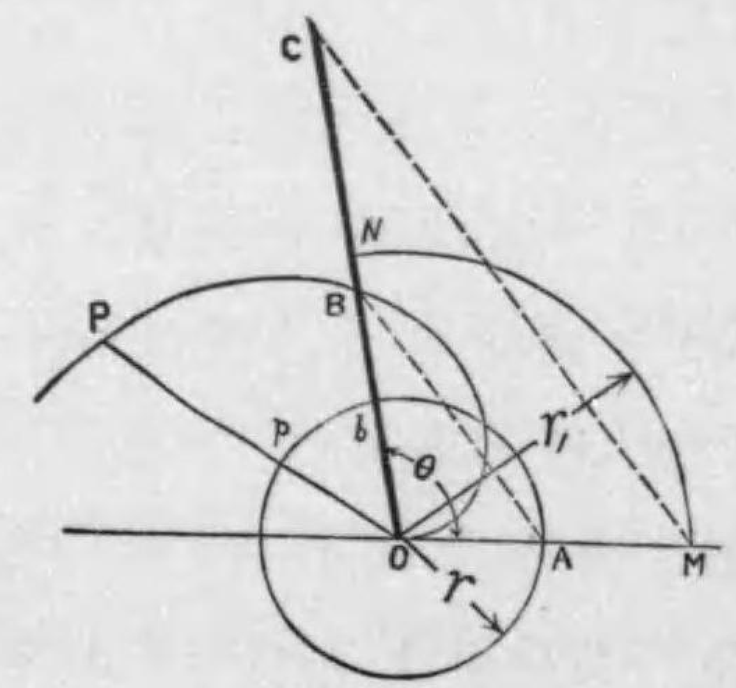


Fig. 271.

今與ヘタル圓弧ノ半徑,中心角ヲ夫々 r_1,θ トセヨ。O ヨリ OM ト θ ヲ成ス OB ヲ引キテ曲線トノ交點ヲ B トシ 又 O ヲ中心トシ r_1 ヲ半徑トスル圓弧ト OM,OB トノ交點ヲ夫々 M,N トセヨ。然ル後 M ヨリ直線 AB ニ平行線ヲ引キテ OB トノ交點ヲ C トスレバ OC ハ與ヘタル圓弧ノ實長ニ等シ。

$$\because\ OC=\frac{OM.OB}{OA}=\frac{r_1.r\theta}{r}=r_1\theta$$

ナレバナリ。

158. 代數螺線ト其作圖。 既ニ述ベシ如クあるきめです螺線ハ $\rho=a\theta$ ナル式ヲ有スルガ更ニ之レヲ一般ノ形

$$\rho=a\theta^n \qquad (n=\text{常數})$$

トスルトキ,カヽル曲線ヲ**代數螺線**ト稱ス,故ニあるきめです螺線ハ代數螺線ノ特別ノ場合ナリ(卽チ $n=1$)

問題 68. $\rho=a\theta^2$ ガ表ハス代數螺線ヲ畫クコト。

(Fig. 272)

$\theta=1$ トセバ, $\rho=a$. 今 $a=3^{mm}$ トセヨ。

O ヲ極, OA ヲ首線トス, AO ヲ延長シ $OP=a\times\pi^2=3^{mm}\times 9.87=29.61^{mm}$ ナル點 P ヲ定メ角 AOP 卽チ 180° ヲ 10 等分シ其分線上ニ OP ヲ $10^2=100$ ト假定シ之ト同ジ割合ヲ有スル $1^2,2^2,3^2,4^2$.....ノ大サヲ示ス點 a,b,c,d.....ヲ順次第一分線,第二分線.....ノ上ニトリ此各點ヲ適當ニ結ベバ此レ求ムル螺線ナリ。

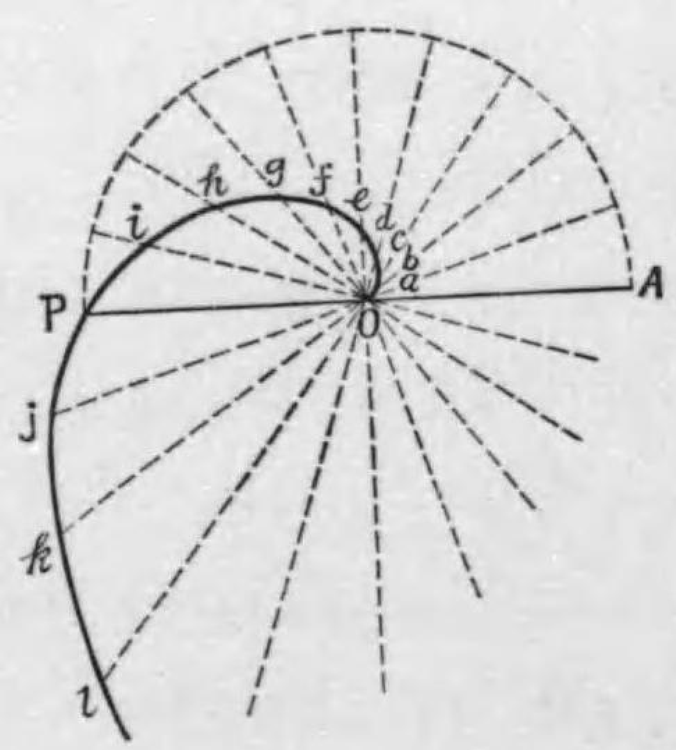


Fig. 272.

卽チ $Oa=\dfrac{OP}{10^2}\times 1^2=0.296^{mm}$,

$Ob=\dfrac{OP}{10^2}\times 2^2=0.296\times 4=1.18^{mm}$,

$Oc=0.296\times 3^2=0.296\times 9=2.66^{mm}$,

$Od=0.296\times 4^2=4.75^{mm}$, $\quad Oe=0.296\times 5^2=7.40^{mm}$

$Of=0.296\times 6^2=10.65$, $Og=0.296\times 7^2=14.50^{mm}$

$Oh=0.296\times 8^2=18.76$, $Oi=0.296\times 9^2=23.68$

$Oj=0.296\times 11^2=35.82$, $Ok=0.296\times 12^2=41.30$

$Ol=0.256\times 13^2=50.00$, ...

トシテ之レヲ各分線上ニ求ムルナリ。

以上ノ計算ヲ用ヒズニ作圖セントセバ Fig. 273 ニ於テ AO ニ直角ニ $OS=1^{cm}$, $Oa=\sqrt{a}\left(\frac{1}{2}\pi\right)=\sqrt{3}.\times 1.5708=1.732\times 1.571=2.72^{cm}$ ニトリ, Sa ヲ結ビ $\angle SaB=$直角 ナル線 aB ヲ引キ SO ノ延長トノ交リ B ヲトレバ之レ曲線上ノ點ナリ,如何ナレバ $OS.OB=\overline{Oa}^2$ ニシテ, $OS=1$ ナル故ニ $OB=\overline{Oa}^2=a\left(\frac{1}{2}\pi\right)^2$ ナレバナリ。次ギニ $\angle aOB$ ヲ二等分セル線 OC ヲ引キ Oa ノ二等分點 b ヲ求メ, $\angle Sbc=90^\circ$ ニトリ OB トノ交リヲ c トシ O ヲ中心, Oc ヲ半徑トセル圓弧ト OC トノ交リ C ハ亦曲線上ノ點ナリ,同樣ニシテ Oa ノ 10 分ノ 1 ノ點ト S トヲ結ベルモノト直角ヲナス線ヲ引キ SO ノ延長トノ交リヲ求メ之ヲ d トセバ $\angle aOB$ ヲ 10 等分セル線上ニ Od ニ等シク OD ヲトレ,然ラバ D ハ求ムル線上ノ點ナリ,以下同樣ニシテ各點ヲ求メ之ヲ連絡スベシ。 ($a=3^{cm}$ トセリ)

159. 代數螺線ノ P 點ニ於ケル切線,法線,曲率中心。

O 中心, OP 半徑ノ圓圜ト $\angle POA$ ヲ二等分スル線 OR トヲ引キ交點ヲ R トシ RP ノ半分ニ等シク PQ ヲ RP ノ延長上ニ引キ QR 半徑, Q 中心ノ圓ト, P ニ於ケル圓ノ切線トノ交點ヲ L トシ PL ニ平行ニ且ツ等シク OM ヲ

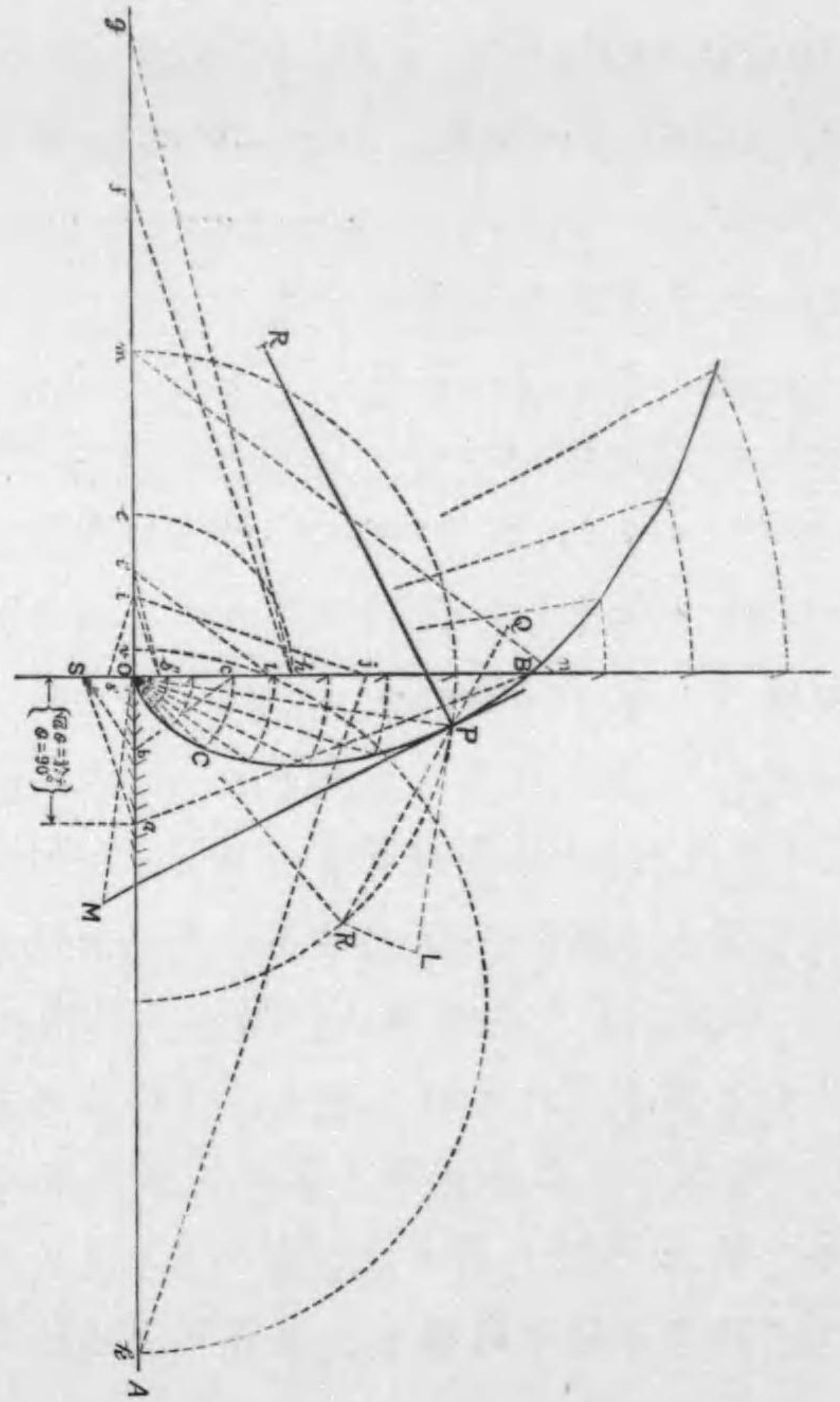


Fig. 273.

引キ MP ヲ結ベバ切線ヲ得。

曲率中心ヲ求ムルコト。 AO ノ延長上ニ $Oe=\frac{\rho}{2}$ $\left(=\rho\right.$ ニテモ可ナレドモ場所ヲ廣クトル故ニ $\left.\frac{\rho}{2}\right.$ トセリ$\left.\right)$ $ef=2a$. ($\overline{Oe}=\rho$ ナラバ, $\overline{ef}=4a$ ニトル, a ノ長サハ $\theta=1$ ノトキノ

ρ ノ長サナリ) $\overline{eg}=3a$ ($\overline{Oe}=\rho$ ナラバ $\overline{eg}=6a$), 又 OB 上ニ $\overline{Oh}=\overline{Oe}$, $Os'=Os''=\frac{OS}{2}$ ($Oe=\rho$ ナラバ, s' ノ代リニ S ヲ用フ) ニトレ。hf ヲ結ビ,之ニ平行ニ $s''i$ ヲ引キ AO トノ交點ヲ i トシ, $s'\hat{i}j=90°$ ニトリ OB トノ交點ヲ j トシ $i\hat{j}k=90°$ ニトリ OA トノ交點ヲ k トセヨ。AO ノ延長上ニ $Ov=Os'$ トシ, vk ヲ直徑トセル半圓ト BO トノ交點 l ヲ求メヨ。又 gh ニ平行ニ $s''i'$ ヲ引キ Og トノ交點ヲ i' トシ又 $Om=OP$ ナル m ヲ求メ, $i'l$ ニ平行ニ mn ヲ引キ OB トノ交點ヲ n トセヨ。然ラバ On ハ曲率半徑ノ長サナリ。

160. 双曲線螺線(又ハ反螺線)ト其作圖。

$$1/\rho=a\theta$$

ナル式ニテ示サルヽ曲線即チ動徑ノ長サガ角ニ反比例スルモノヲ**双曲線螺線**ト稱ス。式ニテ知ラルル如ク $\theta=0$ ノトキ $\rho=\infty$ ニシテ θ ノ増スト共ニ ρ ハ減少スレドモ θ ノ有限値ニ對シテハ極ニ達スル能ハズ,又 $\theta=1$ ナルトキハ $\rho=\frac{1}{a}$ トナル。首線ト平行ニシテ之ト $\frac{1}{a}$ ノ距離ニアル直線ハ曲線ニ對スル漸近線ナリ。

問題 70. 極,首線,單位,常數 a ヲ與ヘテ双曲線螺線ヲ畫ケ。 (Fig. 274)

O ヲ極, OA ヲ首線, 1 ヲ單位, $\frac{1}{a}=33.5^{mm}$ トス。

O—4 ヲ OA ニ垂直ニ引キ, $\frac{1}{a}$ ヲ半徑, O ヲ中心トスル圓ヲ畫キ,其周ヲ n (圖ニテハ $=16$)等分セヨ。

圓ト首線トノ交リヲ A トシ, A ニ於テ圓ニ切線 AA′ ヲ引キ漸近線トノ交リヲ A′ トシ其 1/4 ニ等シク Aa ヲトリ

a ヲ中心 aA' ヲ半徑トシ圓ヲ畫キ圓周トノ交リヲ B ト

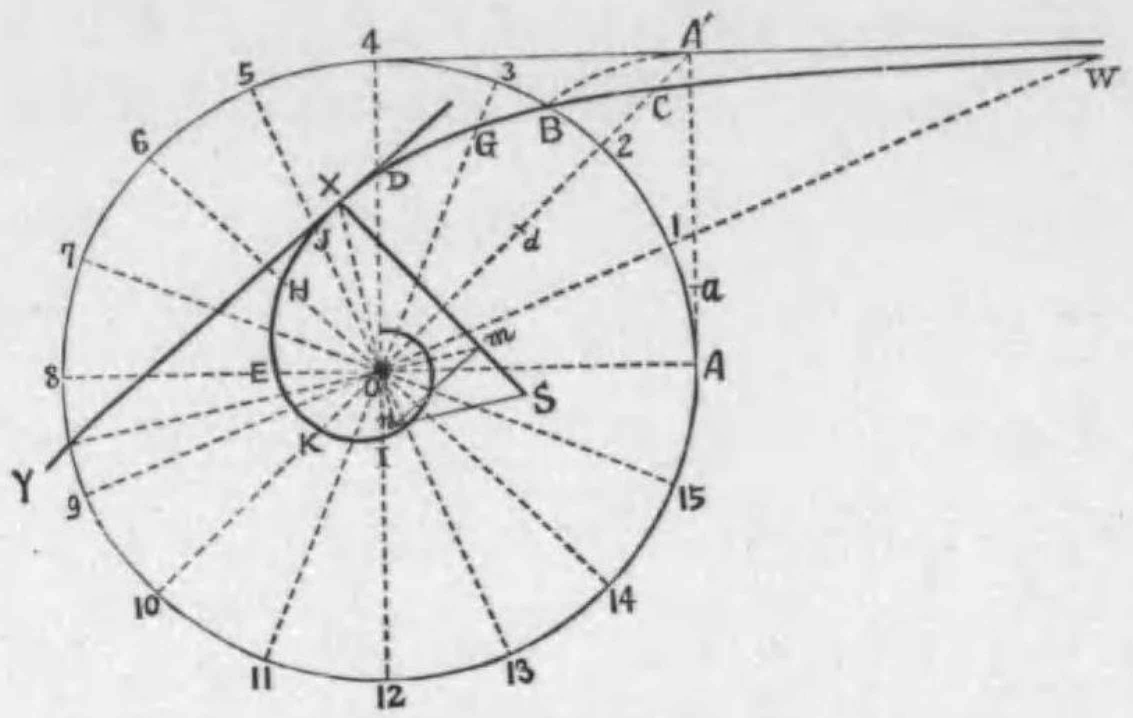


Fig. 274.

セバ $\widehat{BA}$ ハ圓ノ半徑ニ等シキ故ニ角 BOA ハ一弧度ニ等シ,故ニ B ハ求ムル曲線上ノ一點ナリ。

圓周ノ任意ノ都合ヨキ區分ニ相當スル動徑ノ長サ(例ヘバ首線ト 45° ヲナス動徑)ヲ求メントセバ:—

$$\rho=\frac{1}{a}\cdot\frac{4}{\pi}=\frac{4\times 33.5}{3.1416}=42.63^{mm}$$

O−2 線上ニ $OC=42.63^{mm}$ ニセバ C ハ曲線上ノ一點ナリ,角ヲ二倍セバ動徑ハ半減シ, 3 倍セバ ρ ハ 1/3 トナル,以下カクノ如クナル故ニ順次動徑ノ長サヲ決定シ之ヲ連絡セバ求ムル曲線ヲ得。

仍テ OC ヲ d ニテ二等分セバ Od ハ首線ト直角ナル線 OD ノ D 點ヲ與フル長サナリ,次ギニ $22\frac{1^\circ}{2}$ ヅツノ線ニツキ長サヲ求メン:—

2−O ハ OA ト 45° ヲナス線ニシテ計算ニヨリ $=42.63^{mm}$ ナルコトヲ知レリ,此角ノ 2 倍ハ $45^\circ\times 2=90^\circ$ ニシテ 0−4 線ハ之ヲ表ハス。今其線上ニ $OD=\frac{1}{2}.OC$, 又其角ノ 2

倍ハ $90^\circ\times 2=180^\circ$....O−8 線ニシテ其上ニ $OE=\frac{1}{2}OD=\frac{1}{4}OC$. 其角ノ 2 倍ハ $180^\circ\times 2=360^\circ$....O−A 線ニシテ $OF=\frac{1}{2}OE=\frac{1}{8}OC$. 又 1−O ハ $\angle 1\text{-}O\text{-}A=22\frac{1^\circ}{2}$ ニシテ OC ノソレノ $\frac{1}{2}$ ノ角ナル故ニ $OW=2.OC$. トセバ W ハ曲線上ノ點ナリ。次ギニ O−3 ハ $\angle 2OA$ ノ $\frac{3}{2}$ 倍ナル故ニ $OG=\frac{2}{3}\times OC$ ナリ。此角ハ $67\frac{1^\circ}{2}$ ニシテ,其 2 倍ハ $67\frac{1}{2}\times 2=135^\circ$ ニシテ O−6 線ハ之ニ相當スル線ナレバ其上ニ $OH=\frac{1}{2}OG$ トセバ可ナリ, 135° ノ 2 倍ハ 270° ニシテ O−12 線之レナリ,故ニ其上ニ $OI=\frac{1}{2}OH$ トセバヨシ,線 O−5 ガ OA トナス角ハ $\widehat{2OA}$ ノ $2\frac{1}{2}$ 倍ナリ,故ニ其線上ニテ曲線迄ノ長サハ $OC\times\frac{2}{5}=OJ$ ナリ。

以上ノ如クシテ求メシ點 C.B.G 等ヲ結ベバ曲線ヲ得。

問題 71. 双曲線螺線ノ切線,法線,曲率中心,同半徑。

(Fig. 274)

動徑 XO ニ垂直ナル動徑 OY ヲ引キ圓トノ交リ Y ヲ求メ XY ヲ結ベバ XY ハ求ムル切線ニシテ,之ニ垂直ナル XS ハ法線ナリ。

動徑 XO ニ垂線 Om ヲ引キ,法線 XS トノ交リヲ m トシ, $\angle Xmn=90^\circ$ ナル mn ヲ引キ XO トノ交リヲ n トシ $\angle XnS=90^\circ$ ナル nS ヲ引キ XS トノ交點ヲ S トセバ S ハ曲率中心ナリ。

161. 對數螺線ト其作圖。 角度ガ等差級數ニテ進ムトキ動徑ノ長サガ等比級數ニテ進ムモノヲ**對數螺線**(又ハ**等角螺線**)ト稱ス,之ヲ式ニテ示セバ:—

$$\rho=a^{\theta}\qquad(a=\text{常數})$$

$$\therefore\ \log\rho=\theta\log a$$

ニテ明ラカナル如ク θ ハ動徑ノ對數ニ比例ス。

問題 72. 單位ノ長サト常數 a トヲ與ヘテ對數螺線ヲ畫ケ。 (Fig. 275) $a=1.25$ トス,

$\rho=1.25^{\theta}$ ナル故ニ, $\theta=0$ ノトキ, $\theta=\dfrac{3}{2}\pi$ ノトキ

$\rho=1.25^{0}=1,$ $\rho=2.86$

$\theta=2\pi$ ノトキ,

$\rho=1.25^{3.1416\times2}=4.07,$

トナル故ニ

OM$=1$ 單位 $=1^{cm}$ トセバ

ON$=4.07^{cm}$, OQ$=2.86^{cm}$

此値ヲ首線及ビ之ニ垂直ナル線上ニ NO 及ビ OQ ヲトリ, $N\hat{Q}A=90°$ ナル QA ヲ引キ首線トノ交リ A ヲ定メ $M'\hat{A}Q=90°$ ナル線 AM′ ト QO ノ延長トノ交點ヲ M′ トシ, $Q\hat{N}V=90°$ ナル NV ト OM′ ノ延長トノ交リヲ V トシ以下此方法

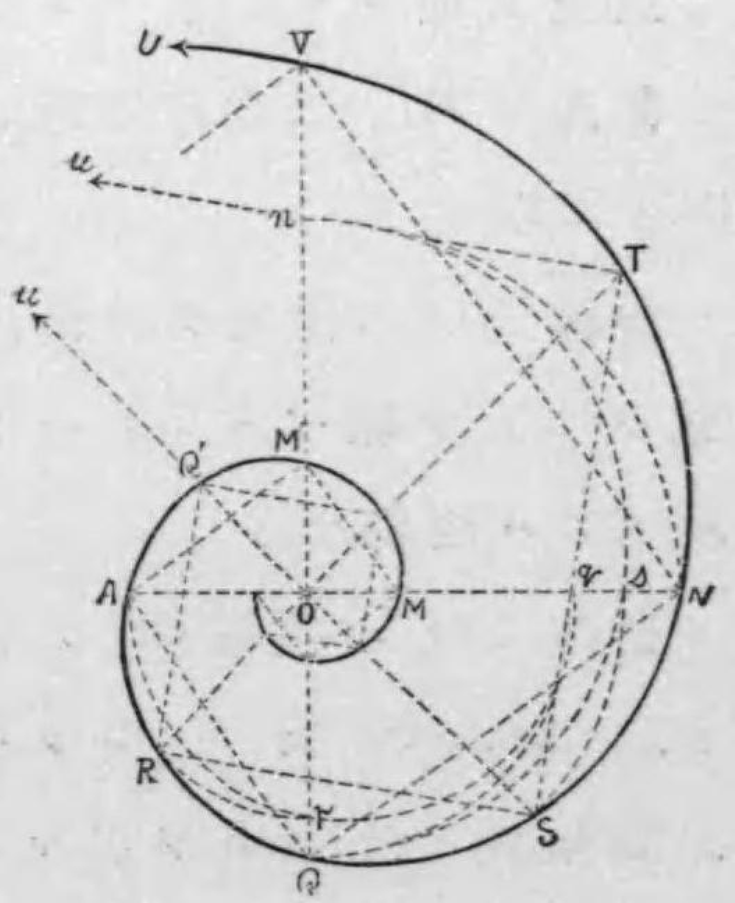


Fig. 275.

ヲ繰リ返セバ,直交セル二線 AOM ト QOV トノ上ニアル螺線上ノ點ヲ得。次ギニ此直交セル二線ノ間ノ角ヲ二等分スル線ヲ引キ, $V\hat{O}N$ ノ二等分線ヲ OT, $Q\hat{O}N$ ノソレヲ OS トシ, OT ヲ OV,ON ノ比例中項, OS ヲ ON,OQ ノ比例中項ニ等シクトレバ T,S ハ所要線上ノ點ナリ。從ツテ直線 ST ニ於テ點 S 及ビ T ニ夫々垂線ヲ引キ TO, SO トノ交點 R 及ビ U ヲトレバ之亦所要線上ノ點ナリ。カカル點ヲ數多ク求メ之レヲ連結スベシ。

注意! 以上ノ方法ハ理論ニ正シケレドモ OM. OA ノ長サガ小ナルトキハ作圖上誤差ヲ生ジ易キ故ニ最初ニ計算ニヨリ出ス動徑ハナルベク大ナルモノヲトルヲヨシトス。例ヘバ $\theta=2\pi$ 及ビ 3π 等ヲトリ π 以下ノモノヲトラザルガ如シ。

問題 73. 相隣レル二ツノ動徑 OA,OB ト其間ノ角(=30°トセヨ)トヲ與ヘテ對數螺線ヲ畫ケ。

(Fig. 276)

任意ノ直線上ニ Oa=OA ニトリ a ニ垂線 ab ヲ引キ, OB ヲ半徑トシ O ヲ中心トシテ圓ヲカキ ab トノ交リ b ヲ求メ, a ヨリ Ob ニ垂線 ax ヲ引キ, b ニ於テ Ob ニ垂線 bc ヲ

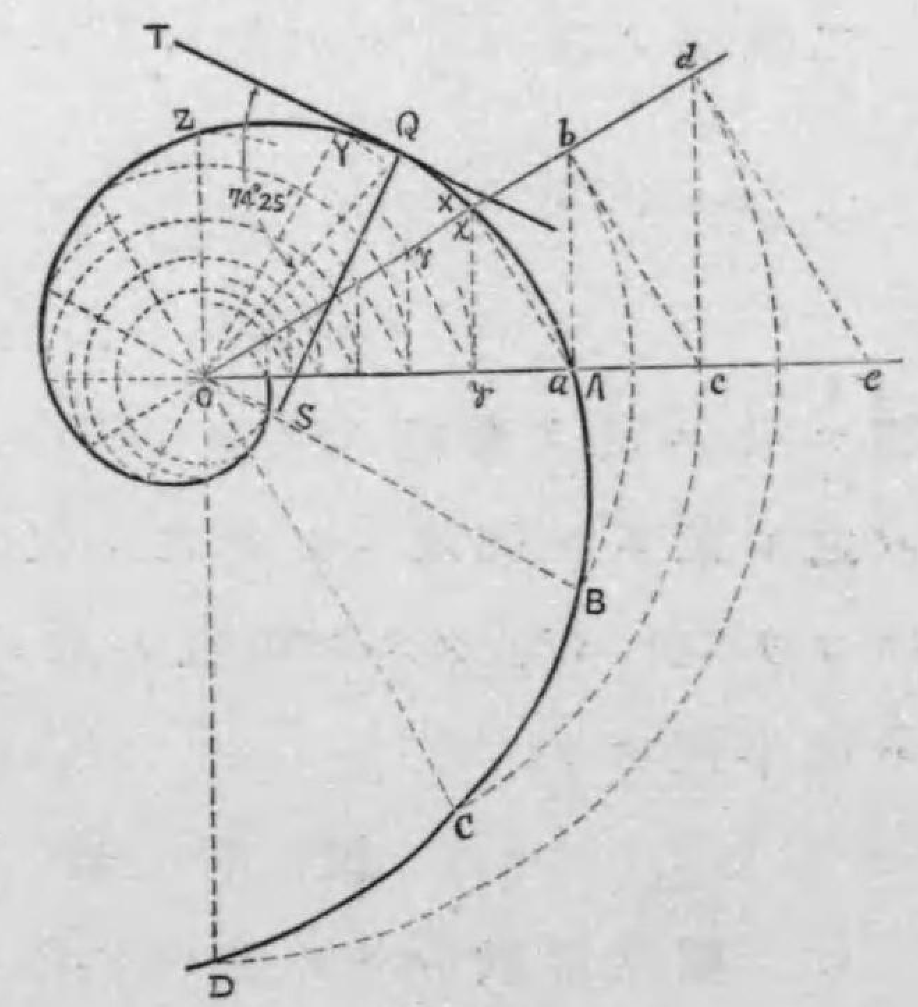


Fig. 276.

引キテ垂線ノ足 x, c ヲ求メ,以下 xy, cd 等ヲ ba ニ平行ニ, yz, de 等ヲ ax ニ平行ニ引ケ, 直線OAヨリ $30°$ ヅツノ角度ニOヨリ放射線ヲ引キ,其上ニ $OA=Oa$, $OB=Ob$, $OC=Oc$, $OD=Od$, $OX=Ox$, $OY=Oy$, $OZ=Oz$ ニトレバ之等ハ皆求ムル線上ノ點ナリ。

對數螺線ノ法線,切線,曲率中心。

對數螺線ノ任意ノ點ニ於ケル切線ト動徑トノナス角ヲ y トセバ

$$log\, tg\, y=\frac{1}{log_e a} \text{(=與ヘラレシ螺線ニ於テハ常數)}$$

$$=\frac{0.434294}{log_{10} a}$$

ナル關係アルヲ以テ之ニヨリ任意ノ點ニ於テ切線ヲ引クコトヲ得。Fig. 276 ニ於テ, $OA=\rho_1=4.05$, $Ox=\rho_2=3.5^{cm}$

二線間ノ角 $=\frac{\pi}{6}$ ナル故ニ $\frac{\rho_2}{\rho_1}=a^{\frac{\pi}{6}}$ ヨリ $log\, a=0.121$

$\therefore\ a=1.323$ $\quad log\, tg\, y=\frac{0.434294}{0.121}$

$$=3.585 \quad \therefore\ y=74°-25'$$

卽チQニ於テ動徑QOト $74°25'$ ヲナス直線QTヲ引ケバ之レ求ムル切線ニシテ之ト直角ナルQSハ法線ナリ。OヨリQSニ下シタル垂線ノ足Sハ曲率中心ニシテQSハ同半徑ナリ。

練習問題

1. 極O,常數 $a=3$ ヲ與ヘテ,あるきめです螺線ヲ畫ケ。

2. 與ヘラレタル直線MN上ノ與點Pニ切スルあるきめです螺線ヲ畫ケ。但シ極Oハ與ヘラレタルモノトス。

3. 極O曲線上ノ二點P,Qヲ與ヘテ双曲線螺線ヲ畫ケ。

4. 3點P,Q,Rハ夫々三角形ABCノ三邊上ノ點ナリ。此三點ヲ切點トスル對數螺線ヲ畫ケ。

5. a, n ノ値ヲ任意ニ定メテ代數螺線ヲ畫ケ。

第十七章

連桿運動

162. 連桿運動。 Fig. 277 ニ於テ ABCD ハ四本ノ桿ヲ A, B, C, D ニテ聯結シタルモノニシテ　各桿ハ夫々ノ聯結點ノ周リニ動キ得ルモノトス。今任意ノ一ツノ桿 CD ヲ固定スルトキハ殘リノ三本ノ桿ノ中ノ一ツ AD ヲ D ノ周リニ動カストキハ他ノ二ツハ運動ヲ起スベシ。此際各々ノ桿ハ相互ニ拘制ヲ受クルヲ以テ各桿ノ運動ハ制限サルベシ。斯クノ如キ機械的拘制運動ヲ連桿運動ト稱シ，各桿ヲ連桿ト稱ス。

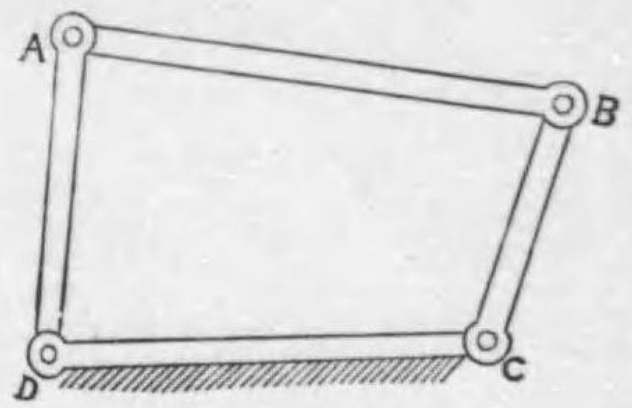


Fig. 277.

Fig. 278 ニ於テ OA, AB, BC ハ連桿ニシテ O, C ハ固定點ナリ。コノ構造ニ於テ OA ハ完全ニ O ノ周リヲ廻轉シ得ルモ B 點ハ弧 B_1BB_2 ノ間ヲ往復シ得ルノミ。OA ノ如ク完全ニ一廻轉スル連桿ヲ特ニ曲柄ト稱ス。コノ圖ニ於ケル曲線 PP′ ハ連桿 AB 上ノ一點 P ノ軌跡ナリ。

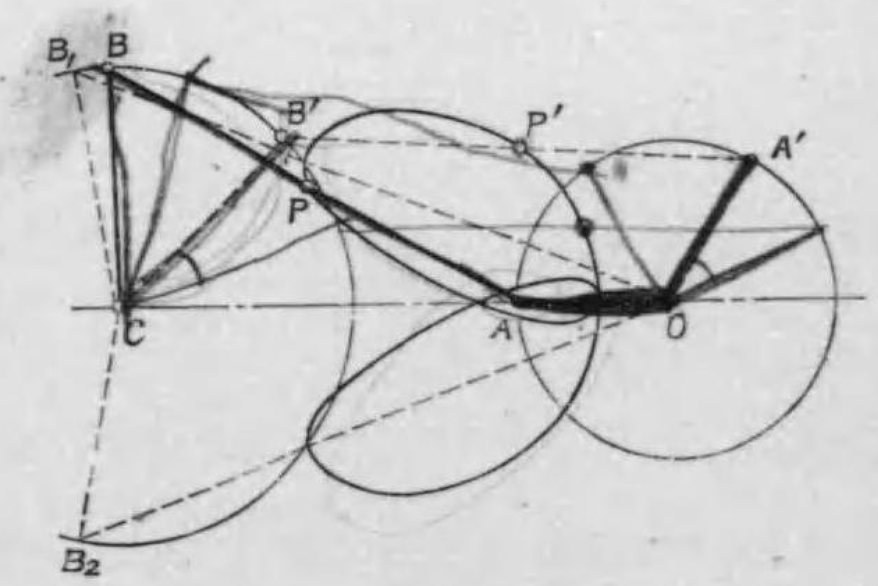


Fig. 278.

Fig. 279 ニ於テ CA, AB, OB ハ連桿ニシテ C, O ハ

固定點ナリ。C, O 間ノ距離ハ CA ニ等シ。又 AB ノ延長上ニ一點 P アリテ OB=AB=BP ナリ。今 CA ヲ C ノ周リニ動カストキハ OB ハ O ノ周リニ運動ヲ起シ　而シテ P 點ノ運動ハ曲線 OPP′ トナルベシ。コノ際角 POX ヲ θ トシ CA, OB ヲ夫々 a, b トスレバ

$$OP^2 = AP^2 - OA^2 = 4(b^2 - a^2 \sin^2\theta)$$

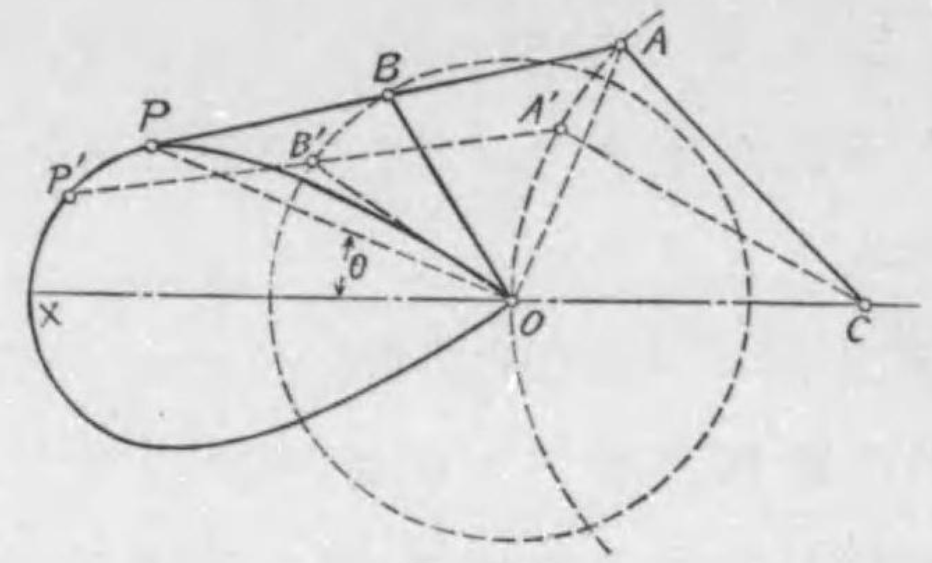


Fig. 279.

トナルベシ。曲線 OPP′ ハ連珠形トナルベシ。モシ

$$b^2 = \frac{1}{2}a^2 \text{ トスレバ } OP^2 = 2a^2 \cos 2\theta \text{ トナルベシ。}$$

(問題46參照)

163. 「ぽーせりゑ」ノ直線運動。 Figs. 280 及ビ 281 ニ於テ 8 本ノ連桿ヲ圖ノ如ク聯結セヨ。但シ

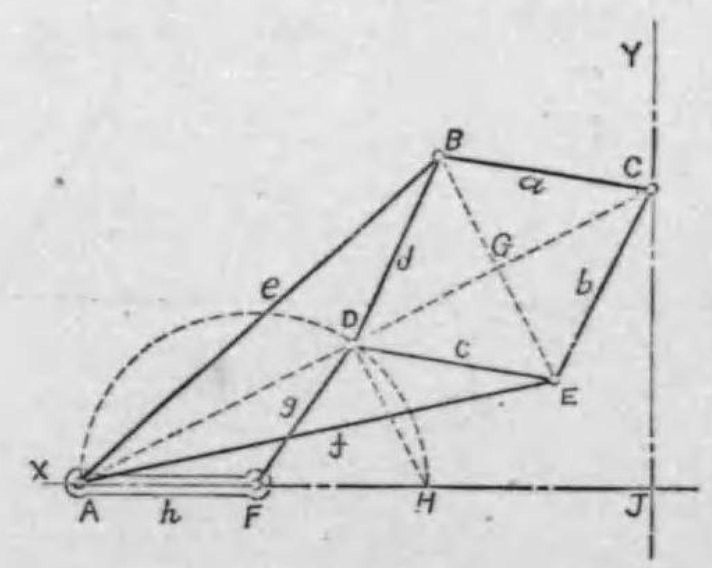


Fig. 280.

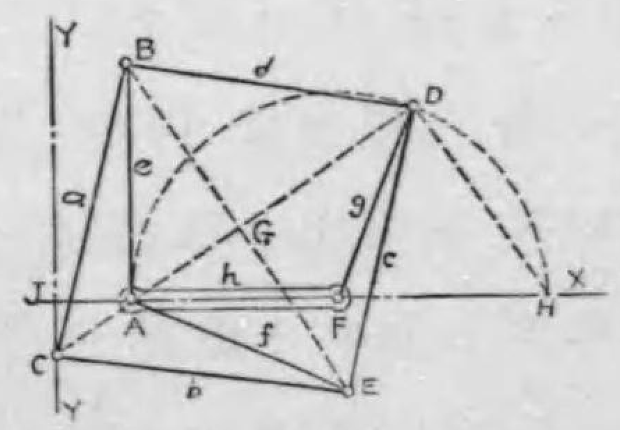


Fig. 281.

DB=BC=CE=ED　AB=AE　AF=FD　トス。

今 AF ヲ固定セバ C 點ハ一直線上ヲ動クベシ。何ト

ナレバ構造ヨリ知ラル、如クADCハBEニ垂直ナル一直線ナルベシ。依テ

$$AB^2-BC^2=AG^2-GC^2=AC\cdot AD \quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

即チACトADノ積ハ常ニ一定ナリ。直線ADCガAFト一致セシトキノCノ位置ヲJ,Dノ位置ヲHトスレバ(1)式ニヨリテ

$$AC\cdot AD=AJ\cdot AH \quad\cdots\cdots\cdots(2)$$

ナル關係ヲ得ベシ。而シテ三角形ADH, AJCニ於テ∠HADハ共通ナルヲ以テ(2)式ニヨリテコノ二ツノ三角形ハ相似ナリ。然シテ∠ADHハ直角ナルヲ以テ∠AJCモ亦直角ナルベシ。依テCノ軌跡ハAFニ垂直ナル一ツノ直線ナリ。

コレヲ「ぽーせりえ」ノ直線運動ト稱ス。

164.「はーと」ノ直線運動。 Fig. 282ニ於テABCDヲ四邊形トシ AB=CD, AD=CB ナリトス。然ルトキハ直線BDハ直線ACニ平行ナルベシ。今A,CヨリBDニ垂線AH,CKヲ引キテ矩形AHKCヲ作リHKノ中點ヲNトセヨ。又AB上ニ一點Oヲ取リテ AO:OB=AP:PD=CQ:QB ナル如キ點P,Qヲ夫々AD, CB上ニ取レ。然ルトキハ

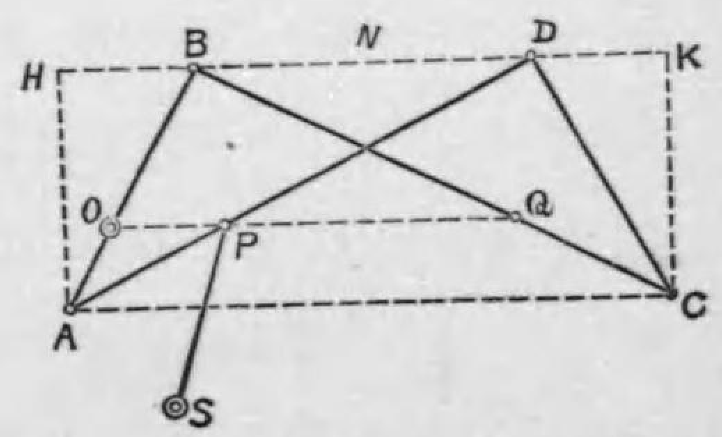


Fig. 282.

$$AC\cdot BD=2NH\cdot 2NB=DH^2-BH^2=AD^2-AB^2 \quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

トナルベシ。今 $AO:OB=m:n$ トスレバ

$$OP:BD=AO:AB=m:m+n$$

$$OQ:AC=BO:AB=n:m+n$$

トナル。依テコノ二式ヲ乘ジテ(1)ノ關係ヲ入レルトキハ

$$OP\cdot OQ=\frac{mn}{(m+n)^2}(AD^2-AB^2)=\text{一定} \quad\cdots\cdots\cdots(2)$$

トナルベシ。

仍リテFig. 283ニ於ケル如クAB, BC, CD, DAヲ連桿トシ又O,Pヨリ等距離ニアル一點Sヲ取リテSPナル連桿ヲ聯結シOトSトヲ固定點トセヨ。SPヲSノ周リニ動カシテSP′ナル位置ヲ取リタルトキノ連桿ノ位置ヲA′B′C′D′, Q點ノ位置ヲQ′トセヨ。然ルトキハO′P′Q′ハ一直線上ニアリテ(2)式ニヨリテ

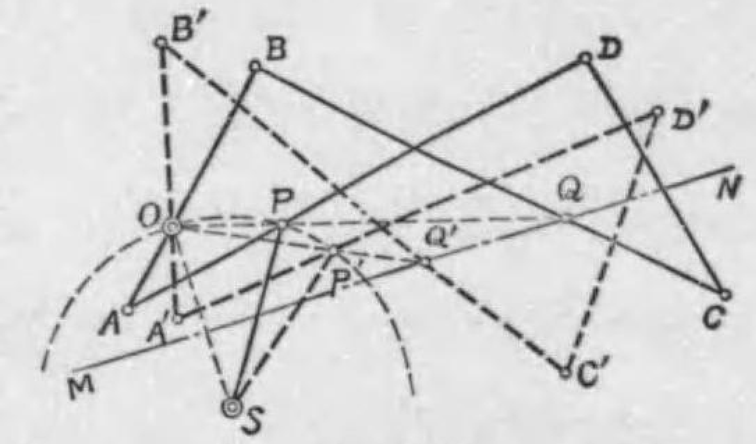


Fig. 283.

$$OP\cdot OQ=OP'\cdot OQ' \quad\cdots\cdots\cdots(3)$$

ヲ得ベシ。従ツテP,Q,P′,Q′ハ一ツノ圓周上ニアルベシ。依テ $\angle PQQ'+\angle PP'Q'=180^\circ$ トナル。然ルニ

$$\angle PP'Q'=180^\circ-\angle OP'P=180^\circ-\frac{1}{2}\angle OSP$$

ナルヲ以テ

$$\angle PQQ'=\frac{1}{2}\angle OSP=\text{一定} \quad\cdots\cdots\cdots(4)$$

トナルベシ。即チO,Sヲ固定點トシテSPヲSノ周リニ動カストキハQハ直線OPQト $\frac{1}{2}\angle OSP$ ヲ成ス直線MN上ヲ動クベシ。

コレヲ「はーと」ノ直線運動ト稱ス。

165.「ゑばん」ノ直線運動。 Fig. 284 ニ於テ三本ノ桿 OP, PQ, QR ハ連桿ニシテOトRハ固定點トス。然ルトキハ桿 QP ノ延長上ノ一點Bノ軌跡ハ扇形ニ似タル形トナリソノ一部分ハ直線トナル。依テBガコノ直線ノ間ノミ動キ得ル様装置スレバ桿 OP 或ハ RQ ヲO或ハRノ周リニ動カスコトニヨリテBニ直線運動ヲ與フベシ。コレヲ「ゑばん」ノ直線運動ト云フ。圖ニ於テハB'ニ桿 BA, Aニ曲柄 CA ヲ連結シテ CA ヲCノ周リニ廻轉セシムルコトニヨリテBガ直線 CX 上ヲ正シク往復スルコトヲ示シタル模型ナリ。

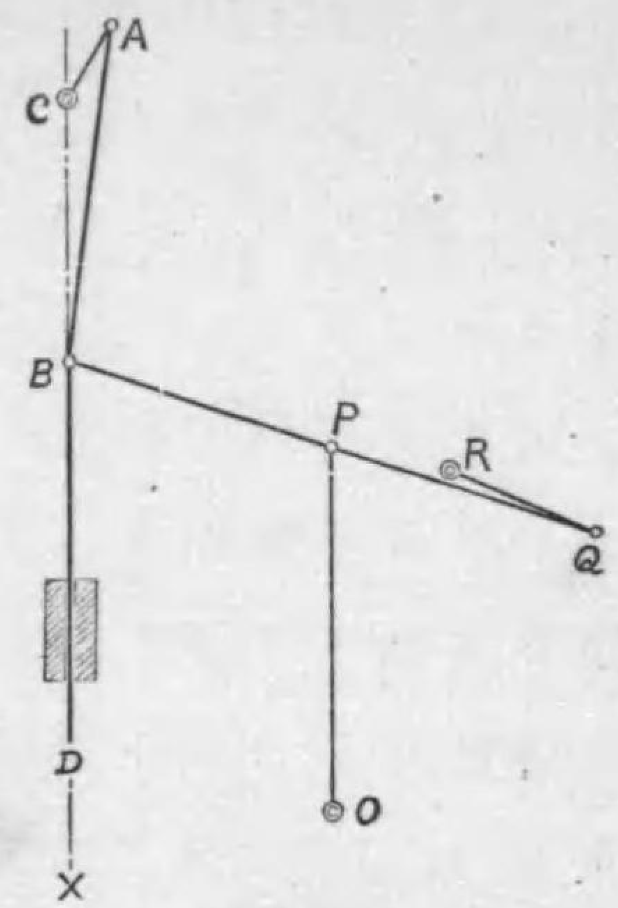


Fig. 284.

166.「わっと」ノ平行運動。 Fig. 285 ニ於テ AB, BC, CD ハ連桿ニシテAトDトハ固定點トス。然ルトキハ AB ハ角 B_1AB_2 内ヲAノ周リニ動キ DC ハ角 C_1DC_2 内ヲDノ周リニ動クベシ。而シテ BC 上ニ適當ナル位置ニPヲ取ルトキハPノ軌跡ハ圖ノ如ク8字形トナルベシ。圖ニ於テ明ナル如ク曲線ノ一部分ハ殆ンド直線トナルベシ。依テPガコノ直線ニ近キ間ノミ往復スル様ナラムレバ圓運動ヨリ近似的直線運動ヲ與フルコトヲ得ベシ。

P點ノ位置ハ AB:DC=BP:PC ナラシムルガ普通ナリ。但シ下圖ハ然ラズ。

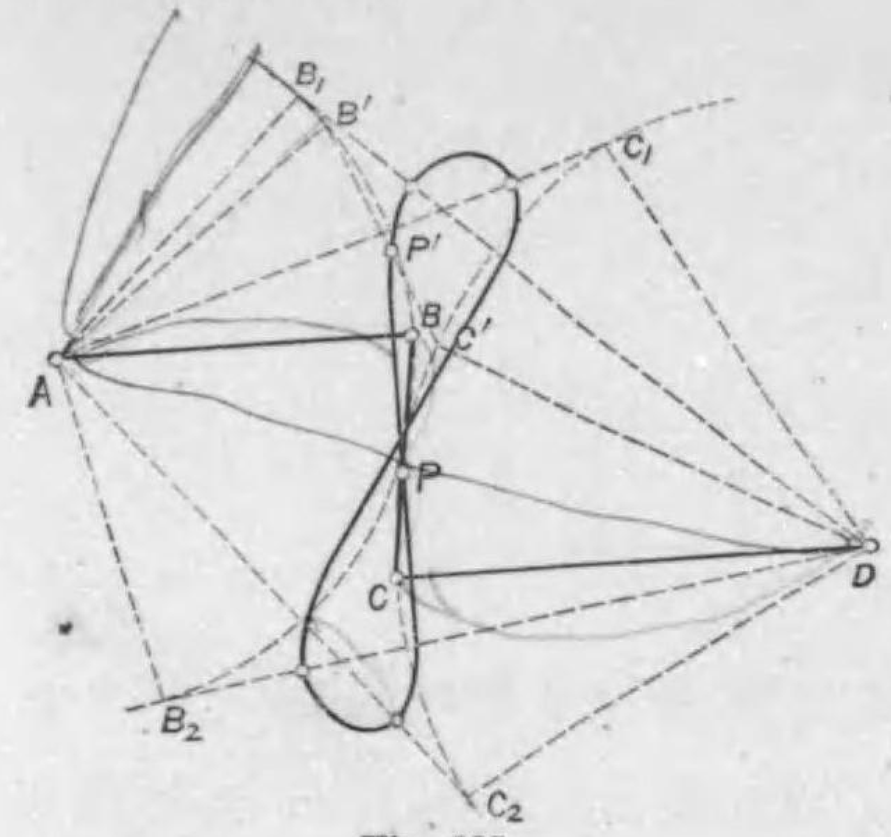


Fig. 285.

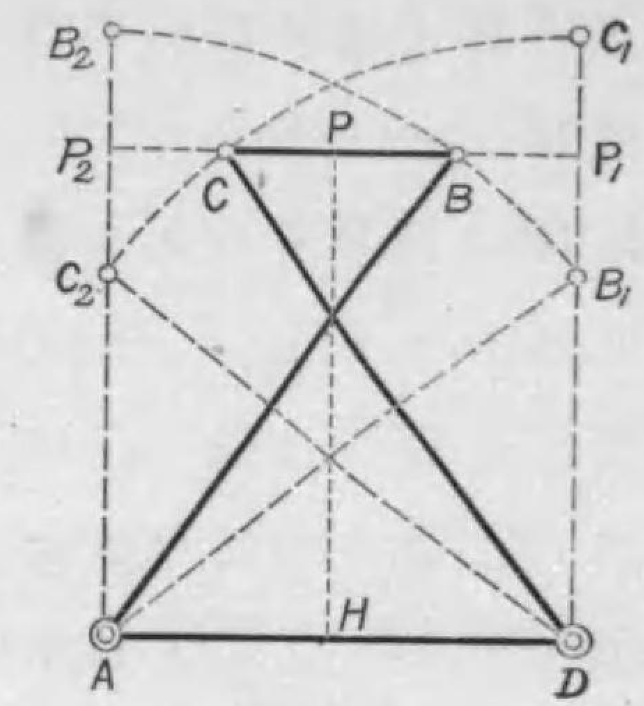


Fig. 286.

167.「ちぇびしぇふ」ノ近似直線運動。 Fig. 286 ニ於テ AB, BC, CD, DA ハ連桿ニシテ

$$AB=CD=5,\quad BC=2,\quad DA=4$$

ナル關係ヲ有スルモノトシ Pヲ BC ノ中點トス。

今 BC ヲ DA ニ平行ナラシメテPヨリ DA ニ垂線 PH ヲ引ケ。然ルトキハ

$$PH=\sqrt{AB^2-(AH+\frac{1}{2}BC)^2}$$
$$=\sqrt{5^2-3^2}=4$$

トナルベシ。従ッテ DA ヲ固定スルトキハPハ近似的ニ DA ニ平行ナル直線上ヲ動クコトヲ得ベシ。

コレヲ「ちぇびしぇふ」ノ近似直線運動ト稱ス。

168.「ろばーと」ノ近似直線運動。 Fig. 287 ニ於テ AB, BC, CD, PB, PC ハ連桿ニシテ AB=DC, PB=PC ナリ。A,D ヲ

固定スルトキハPハ近似的ニ直線AD上ヲ動クベシ。コレヲ「**ろばーと**」ノ近似直線運動ト稱ス。

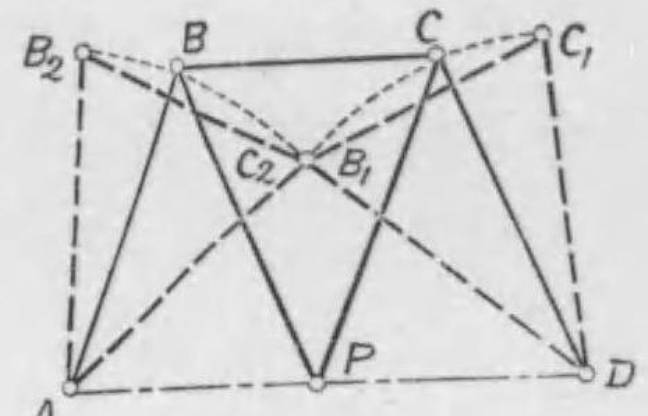


Fig. 287.

169. 角ヲ等分スル器械。

Fig. 288 ニ於テ OPMR, OQNS ハ連桿ニシテ

OP=OQ=OR=OS

PM=MR, QN=NS

トシ M,N ハ夫々 OQ,OR 上ヲ滑ベリ得ル樣作ラレタリトス。然ルトキハ常ニ ∠POQ=∠QOR=∠ROS ナル關係ヲ保ツベシ。依テコノ器械ニヨリテ任意ノ角ヲ三等分スルコトヲ得ベシ。例ヘバ角ABCヲ與ヘタル角トスレバ OP, OS ヲ夫々 BA, BC ニ重ネヨ。然ラバ OQ,OR ハ三等分線トナルベシ。

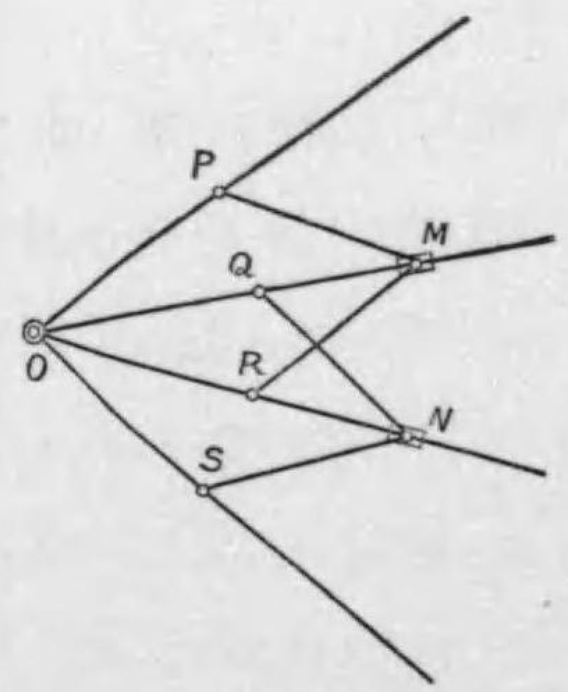


Fig. 288.

同樣ノ連桿ヲ組合スレバ角ヲ4, 5, 6,.....ニ等分スル器械ヲ得ベシ。

170. 萬能製圖器械ノ原理。 Fig. 289 ニ於テ連桿 AB, CD ノ兩端ハ夫々 K,P ニ取付ケラレテ四邊形 ACDB ハ平行四邊形ヲ成ス。又連桿 EF, GH ノ兩端ハ夫々 P, Q ニ取付ケラレテ四邊形 EFHG ハ平行四邊形ヲ成ス。又定規 MN ハ互ニ垂直ナル樣ニ Q ニ取付ケラル。從ツテKヲ

製圖板ニ固定スルトキハ定規M,Nハ常ニ平行ニ動クコ

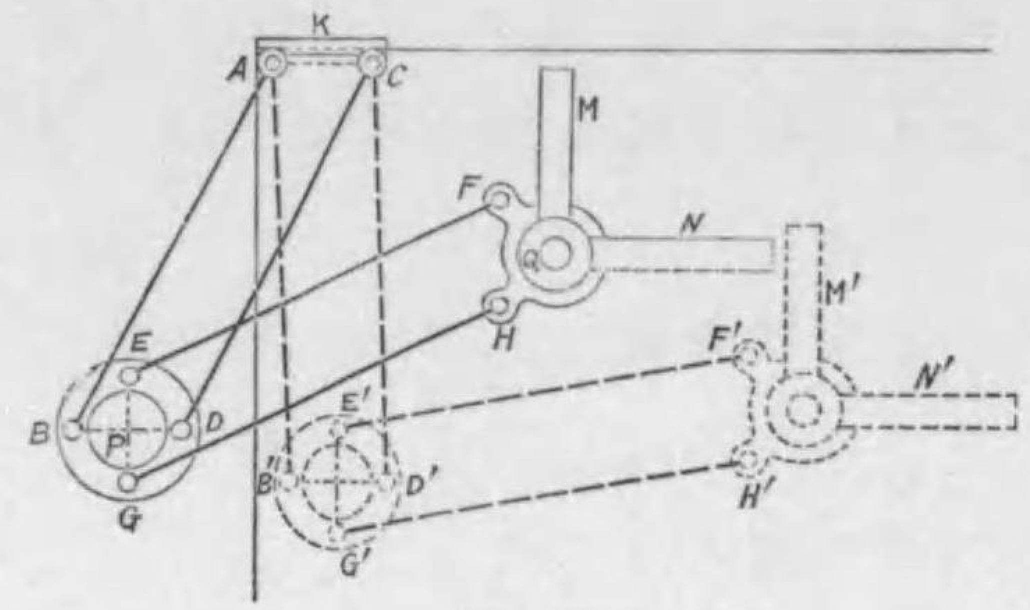


Fig. 289.

トヲ得ベシ。依テコノ器械ニテ平行線及ビコレニ垂直ナル直線ヲ引クコトヲ得ベシ。

コノ器械ヲ**萬能製圖器械**ト稱ス。

171. 縮圖器械。 圖形ヲ一定ノ比ニ擴大或ハ縮小スル器械ヲ一般ニ**縮圖器械**ト稱ス。次ニ實用上廣ク用ヒラルルモノ三ツヲ説明セン。

(i) 「**ぺんたぐらふ**」 Fig. 290 ニ示ス器械ヲ「**ぺんたぐら**

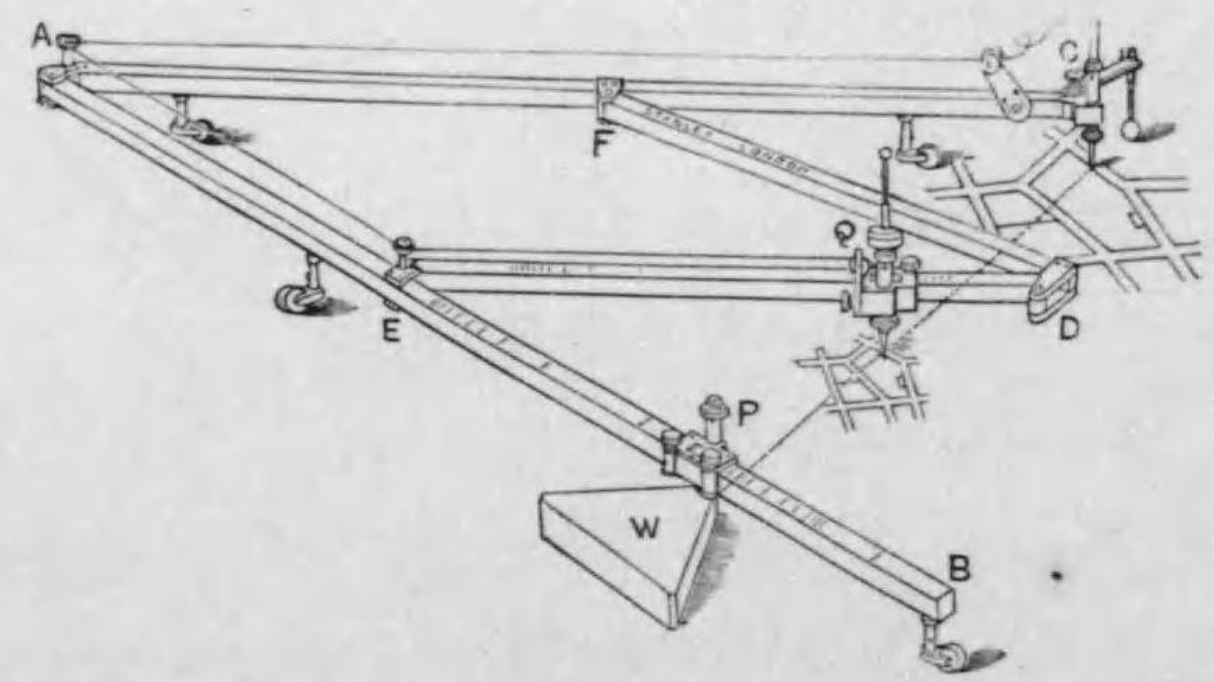


Fig. 290.

ふ」ト稱ス。 AF, FD, DE, EA ハ連桿ニシテ平行四邊形ヲ

形成ス。AF ノ延長上ニアル C ニハ鉛筆或ハ針ヲ挿入スルコトヲ得。又 P,Q ハ夫々 AE, DE 上ヲ滑ベルコトヲ得 且ツ夫々ヲ任意ノ位置ニ固定シ得ル如ク作ラル。又 P,Q ニハ鉛筆或ハ針ヲ挿入スルコトヲ得。

W ハ錘ニシテ器械全體ガコノ錘ニ取リツケラレタル軸ノ周リニ動クコトヲ得。且ツコノ錘ハ P,或ハ Q ニ取付クルコトヲ得ル如クセラル。

EB, ED ニハ夫々目盛ガ施サレ P,Q ニアル指標ヲ夫々同ジ目盛ニ合スルトキハ P,Q,C ハ一直線上ニアル様作ラレタリ。

今説明ノ便宜上錘 W ヲ取リツケシ點ヲ**固定點**,鉛筆ヲ取リツケシ點ヲ**描點**,針ヲ取リツケシ點ヲ**跡點**ト名付ケン。

Fig. 291 ニ於テ P ヲ固定點トシ PQC ヲ一直線上ニ置ケ。然ルトキハ PQ : PC = PE : PA ナルベシ。次ニ器械ヲ P ノ周リニ動カシテ破線ニテ示サレタル位置ヲ取リタリトシ A, E, Q, C 等ノ位置ヲ夫々 A_1, E_1, Q_1, C_1 等トセヨ。然ラバ前ト同様ニシテ $PQ_1 : PC_1 = PE_1 : PA_1$ トナルベシ。然ルニ $PE = PE_1$ $PA = PA_1$ ナルヲ以テ $PQ ; PC = PQ_1 : PC_1$ トナルベシ。従ツテ $CC_1 // QQ_1$, $CC_1 : QQ_1 = PA : PE$ トナルベシ。卽チ C 點ノ動キタル長

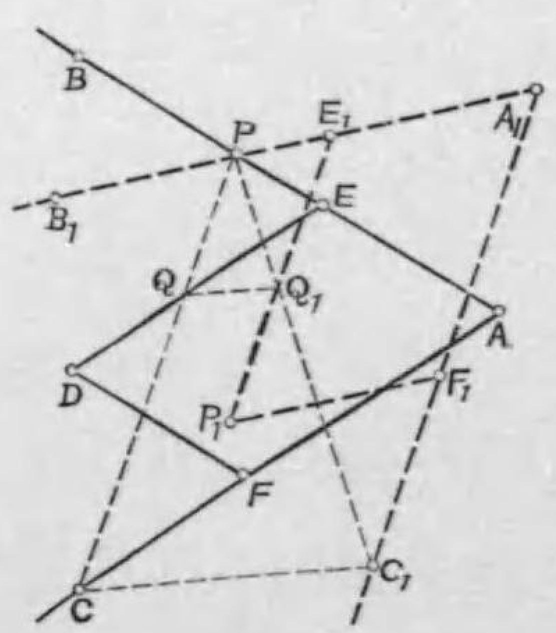


Fig. 291.

サト Q 點ノ動キタル長サトノ比ハ PA ト PE ノ比ニ等シ。依テ P ヲ固定點トスレバ與ヘタル圖形ヲ PA : PE ナル比ニ擴大或ハ PE : PA ナル比ニ縮小スルコトヲ得ベシ。

同様ニシテ Q ヲ固定點トスルトキハ圖形ヲ EA : PE ナル比ニ擴大或ハ PE : EA ナル比ニ縮小スルコトヲ得ベシ。

次ニ目盛ノ方法及ビ使用法ヲ説明セン。

Fig. 292 ニ於テ EB 上ニ P ヲ取リ PE, EA ヲ夫々 x, l トシ $(l+x) : x = n$ トセヨ。普通ノ器械ニ於テハ n ヲ 2, 3, 4,... 10 ニ取ル。コレラノ値ヲ n ニ代入シテ x ノ長サヲ計算シ x ニ相當スル P ニ夫々 1−2, 1−3, 1−4,.... 1−10 ナル記號ヲ記入セヨ。更ニ PC ヲ結ビテ ED トノ交點ニ P ニ相當スル記號 1−2, 1−3, 1−4,.... 1−10 ヲ記入セヨ。今與ヘタル圖形ヲ三倍ニ擴大スルニハ P,Q ヲ夫々 1−3 ナル目盛ニ合セヨ。而シテ P, Q, C ヲ夫々固定點,跡點,描點トシ Q ニ挿シタル針ノ先ニテ與ヘタル圖形ノ上ヲ辿ラシメヨ。然ルトキハ C ニ挿シタル鉛筆ノ描ク圖形ハ原形ノ三倍トナルベシ。反對ニ三分ノ一ニ縮小スルニハ C,Q ヲ夫々跡點,描點トスレバ可ナリ。

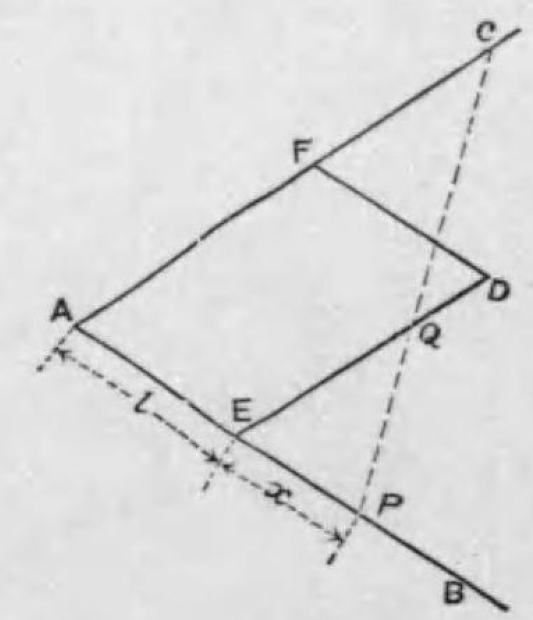


Fig. 292.

Qヲ固定點トスル場合ニハ $x:l=n$ トシ $n=\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\ldots\ldots\frac{9}{10}$ 等ノ値ヲ代入シテ x ノ値ヲ計算セヨ。而シテ x ニ相當スルPニ 2−3, 3−4, 4−5,.....,9−10 ナル記號ヲ記入シ　更ニコレラノ點トCトヲ結ビテ ED トノ交點ニ夫々同ジ記號ヲ記入セヨ。與ヘタル圖形ヲ$\frac{2}{3}$ニ縮小スルニハ　P,Q ヲ夫々2−3ナル目盛ニ合セテ C,P ヲ夫々跡點,描點トスレバ可ナリ。又$\frac{3}{2}$ニ擴大スルニハ C,P ヲ夫々描點,跡點トスベシ。

(ii)「**ぱんとぐらふ**」 Fig. 293ニ示ス器械ヲ「**ぱんとぐらふ**」ト稱ス。MD, DC, CP, AB ハ連桿ニシテ四本トモ同ジ長サニ作ラレタリ。DM, BA, CP ニハ夫々D, B, Cヲ零トシテ耗マデ度ルコトノ出來ル尺度ヲ施セリ。桿 AB ノ

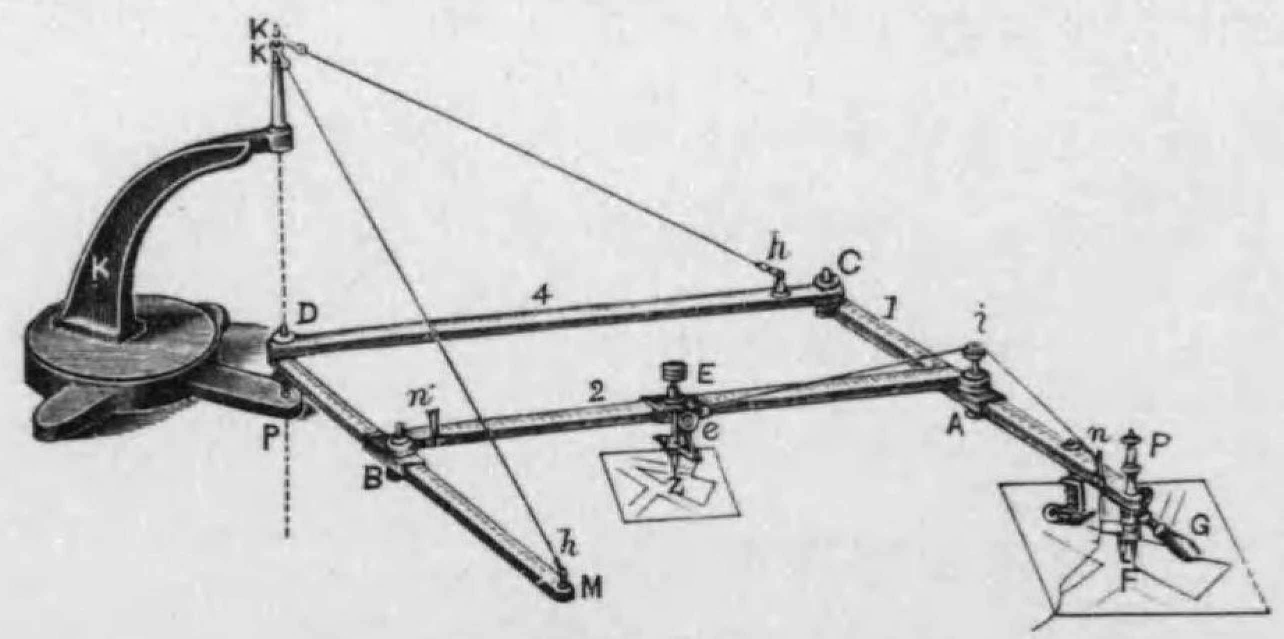


Fig. 293.

兩端A, Bハ夫々桿 CP, DM 上ヲ滑動シ且ツ任意ノ位置ニ固定スルコトヲ得　又EハAB上ヲ滑動シ任意ノ位置ニ固定スルコトヲ得ル如ク造ラル。而シテA, B, Eニハ游尺ヲ附シテ正確ナル目盛ニ合シ得ル樣作ラレタリ。

今各桿ノ長サヲ l トシ　A,B,E ノ游尺ヲ何レモ$\frac{1}{n}.l$ナル目盛ニ合セヨ。然ルトキハD,E,Pハ一直線上ニアリテ DP:DE=CP:CA=n トナルベシ。依テDヲ固定點トシP,Eヲ夫々描點,跡點或ハ跡點,描點トスレバ與ヘタル圖形ヲ n 倍ニ擴大或ハ n 分ノ一ニ縮小スルコトヲ得ベシ。

普通コノ器械ノ大サヲ表スニハ桿ノ長サヲ以テス。例ヘバ 60糎ノ「ぱんとぐらふ」トハ桿ノ長サガ 60糎ナル器械ナルコトナリ。

(iii)「**あいどぐらふ**」 Fig. 294ニ示ス器械ヲ「**あいどぐらふ**」ト稱ス。コノ器械ハ前記ノモノト異リ連桿運動ヲ應

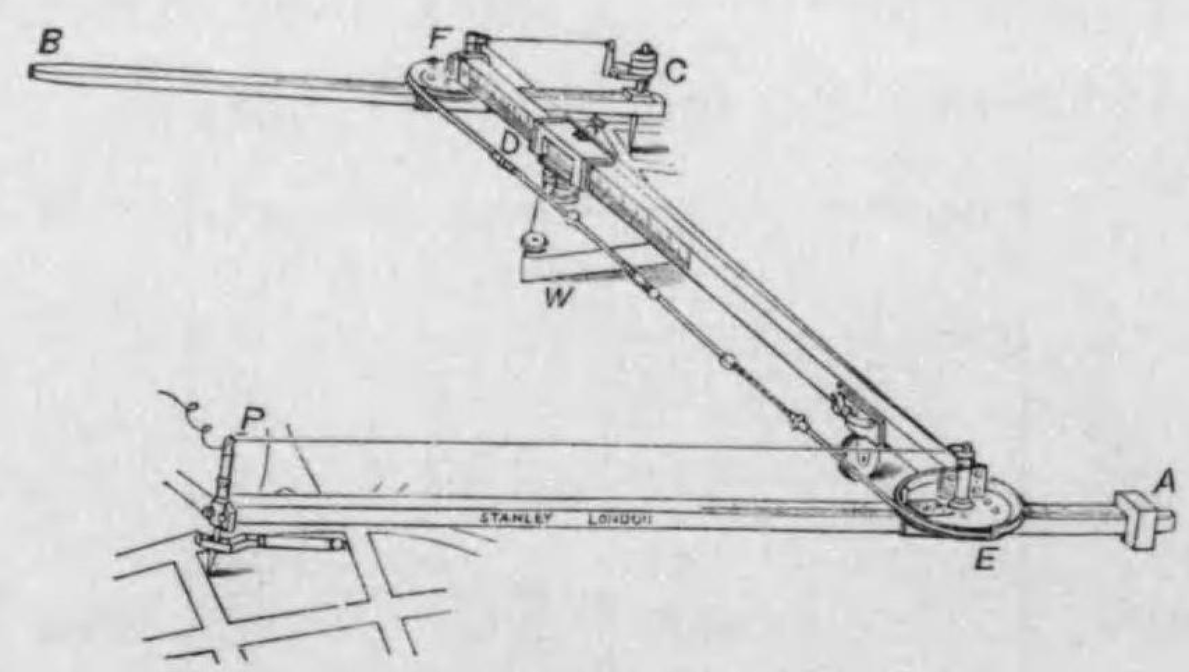


Fig. 294.

用セズ。圖ニ示ス如ク長サ等シキ三本ノ桿 AP, EF, CB ヨリ成リテ EF ノ兩端 E,F ニハ夫々滑車ヲ有ス。而シテ AP,BC ハ夫々ノ滑車ノ軸ノ周リニ平行ヲ保チツヽ廻轉スルコトヲ得ル樣作ラレタリ。

桿 EF ハ錘 W ニ取付ケタル D ノ中ヲ貫通シ桿 AP, BC

ハ夫々滑車ノ下側ニ挿入サレタリ。而シテ各桿ニハ中央ヲ零トシ兩端ヲ100トシテ目盛ヲ施シE,F,Dニアル游尺ニヨリテ正確ニ目盛ヲ讀ムコトヲ得ベシ。更ニ AP, BC ノ一端 P,C ニハ夫々針,鉛筆ヲ挿入スルコトヲ得ル様作ラレタリ。

今 $\frac{100+x}{100-x}=n$ トシ n ニ或ル値ヲ入レテ x ヲ計算セヨ。而シテ AP, EF, BC 上ノ零ヨリ夫々 A,F,C ノ方向ニ E,D,F ニアル游尺ノ零ヲ x ナル目盛ニ合セヨ。然ルトキハ C,D,P ハ一直線上ニアリテ PD:DC$=n$ トナルヲ以テ 器械ヲWナル錘ノ軸ノ周リニ廻轉シツツ P ヲシテ與ヘタル圖ノ上ヲ辿ラシムレバCノ描ク圖ハ原形ノ n 分ノ一ニ縮小スベシ。同様ニシテ目盛ノ取リ方ヲ反對ニスレバ n 倍ニ擴大スルコトヲ得ベシ。

$n=1$	$x=0$	$n=6$	$x=71.43$
2	33.33	7	75.00
3	50.00	8	77.77
4	60.00	9	80.00
5	66.67	10	81.82

第十八章

週期運動ノ曲線

172. 週期運動。 一定ノ速度ニテ一定ノ方向ニ動ク點アリ。コノ動點ノ任意ノ位置ヲPトシ一定ノ時間ヲ置キテ動點ガPヲ通ルトキニハソノ運動ヲ**週期運動**ト稱ス。コノ際動點ガアル點ヲ一度通過シタル後再ビ通過スル迄ニ要スル時間ヲ**週期**ト稱シ 單位時間内ノ週期ノ數ヲ**振動數**ト稱ス。今 T,N ヲ夫々週期,振動數トスレバ

$$N=\frac{1}{T}$$ ナリ。

173. 單一弦運動。 Fig. 295ニ於テPハOヲ中心トスル圓周上ヲ等速度ニテ回轉スルモノトス。然ルトキ動點Pヨリ一直徑 CD ニ引ケル垂線ノ足Mハ或ル速度ヲ以テCD上ヲ往復スベシ。コノ際M點ノ運動ヲ**單一弦運動**ト稱ス。斯クノ如キM點ハ等速度ヲ有セズシテ P點ガC,Dヲ通ルトキ最モ遲ク,CDニ垂直ナル直徑 AB ノ兩端ヲ通ルトキ最モ速ナルモノナリ。

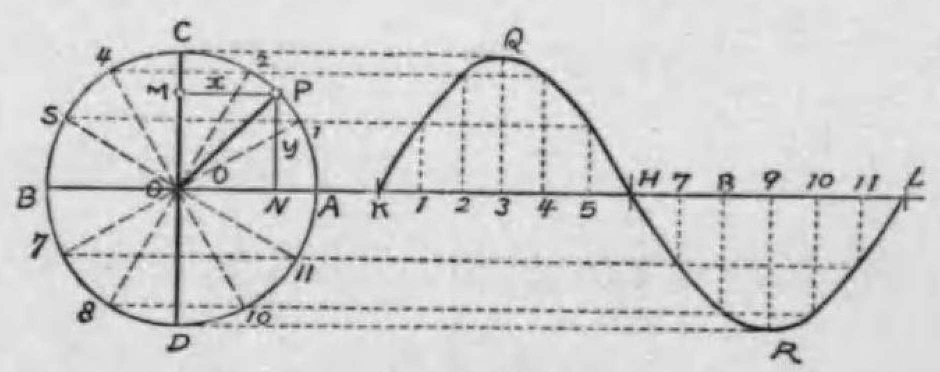


Fig. 295.

コノ運動ニ於テソノ全行程 CD ノ半バニ相當スル長サ卽チ圓Oノ半徑ヲ**振幅**ト稱ス。而シテP點ガAヨリ

運動ヲ始ムルトキ角 AOP ヲ**位相角**ト稱ス。

次ニ P ヨリ AB ニ垂線 PN ヲ下ストキハソノ足 N ハ又直徑 AB 上ヲ單一弦運動ヲ成スベシ。今 PM,PN ヲ夫々 x,y トシ　角 AOP ヲ θ, 圓ノ半徑ヲ r トスレバ

$$y=r\sin\theta,\qquad x=r\cos\theta\cdots\cdots\cdots(1)$$

トナルベシ。又 P ノ圓周上ノ速サヲ V トシ ω ヲソノ角速度トスレバ　$\omega=\mathrm{V}/r$　ニシテ　t ヲ時間トスレバ

$\theta=\omega t$　ナルベシ。依テ(1)式ハ

$$y=r\sin\omega t,\qquad x=r\cos\omega t\cdots\cdots\cdots(2)$$

トナルベシ。

次ニ AB ノ延長上ニ KL ヲ週期ニ等シク取リテコレヲ任意ノ數ニ等分シタル點ヲ 1,2,3,.... トセヨ。又圓周ヲ A ヨリ始メ前ト同數ニ等分シタル點ヲ 1,2,3,.... トセヨ。然ル後 KL 上ノ 1,2,3,.... ヨリ同線ニ引ケル垂線ト圓 O 上ノ 1,2,3,.... ヨリ AB ニ引ケル平行線トノ對應スル交點ヲ結ブ曲線 KQHRL ヲ作レ。然ルトキハコノ曲線ハ時間ト y トノ關係ヲ示ス所ノ一曲線ナリ。コノ曲線ヲ**調和曲線**ト稱ス。θ ノ大サハ時間 t ニ比例スルヲ以テ KL ニ沿フテ計レル長サハ θ ヲ表スモノト考ヘラレ　y ノ値ハ $\sin\theta$ ノ大サヲ示ス。故ニコノ調和曲線ヲ**正弦曲線**トモ稱ス。

Fig. 296 ノ如ク動點 P ガ P_0 ヨリ運動ヲ始ムルモノトセバ調和曲線ハ　$P_0P_2P_8P_{12}$ ノ如クナルベシ。コノ際角 AOP_0 ヲ**初位角**ト稱ス。初位角ヲ α トスレバ(2)式ハ

$$y=r\sin(\alpha+\omega t),\qquad x=r\cos(\alpha+\omega t)\cdots\cdots\cdots(3)$$

トナルベシ。

問題 74. $y=a\sin(45^\circ+\omega t)$ ナル調和曲線ヲ作ルコト。

但シ　$a=2$糎　週期$=3$秒　トシ　1秒 ヲ 2糎 ニ取レ。

Fig. 296 ニ於テ一直線 AB ヲ引キ　同線上ノ任意ノ一點 O ヲ中心トシ 2糎 ヲ半徑トスル圓ヲ引ケ。更ニ OA ト 45° ヲ成ス半徑 OP ヲ引キテ圓ヲ P_0 ヨリ任意ノ數ニ等分セヨ。又 AB 上ニ KL ヲ 2糎×3=6糎 ニ等シク取リテ同線ヲ前ト同數ニ等分セヨ。而シテ圓周上ノ等分點ヨリ AB ニ引ケル平行線ト KL 上ノ等分點ヨリ同線ニ引ケル垂線トノ對應スル交點ヲ結ブ曲線 $P_0P_2P_8P_{12}$ ヲ作レ。然ルトキハコノ曲線ハ求ムル所ノ曲線ナルベシ。

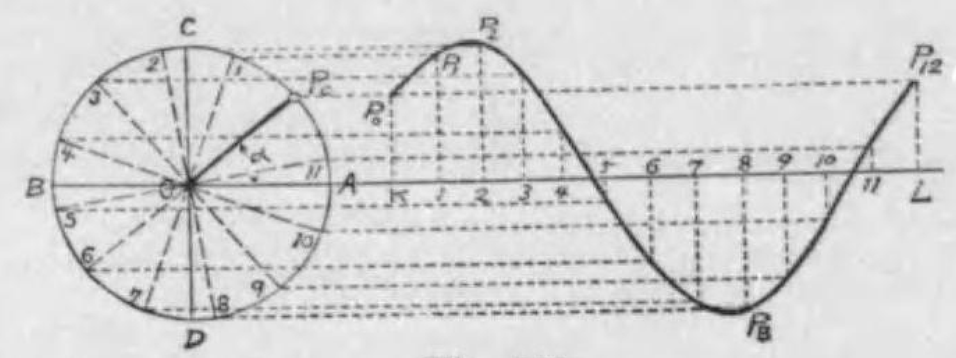


Fig. 296.

174. 調和曲線上ノ一點ニ於ケル切線,法線,曲率中心ヲ求ムル一般圖法。

Fig. 297 ニ於テ AB, CD ヲ圓 O ノ互ニ垂直ナル直徑トシ　AB 上ニ KL ヲ週期ニ等シク取リテ Fig. 295 ト全ク同様ニシテ調和曲線ヲ作リタルモノトス。H ヲ KL ノ中點トシ　G ヲ HL ノ中點トス。

P ヲ曲線上ノ任意ノ一點トシ　P ヨリ KL ニ平行ニ引ケル直線ト圓及ビ CD トノ交點ヲ夫々 p,m トセヨ。Pp 上ニ PE ヲ KH ニ等シク取リ　E ヨリ同線ニ引ケル

垂線 ES ヲ適當ナル單位ニテ度リタル π(圓周率)ニ等シク又 EP 上ニ同ジ單位ニテ EU ヲ單位長ニ等シク取レ。更ニ EP 上ニ EF ヲ pm ニ等シク取リテ F ヨリ直線 SU ニ平行線ヲ引キ ES トノ交點ヲ Q トセヨ。然ルトキハ直線 PQ ハ P ニ於ケル切線トナルベシ。

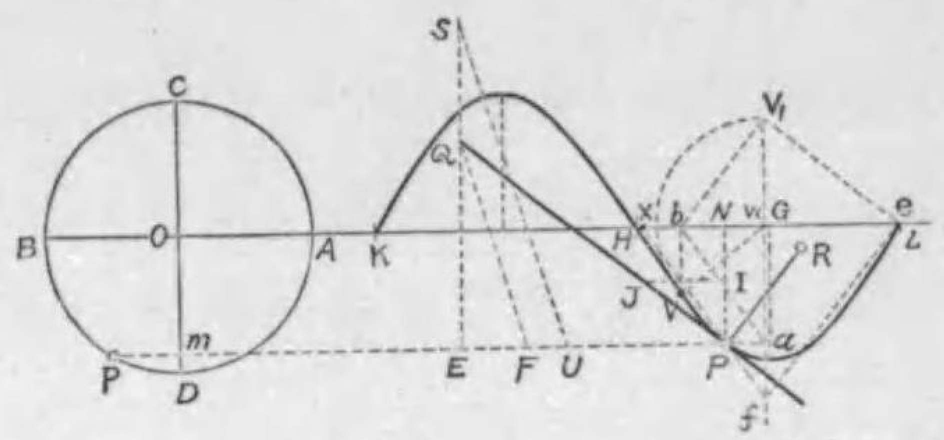


Fig. 297.

或ハ P ヨリ KL ニ引ケル垂線 PN 上ニ PI ヲ pm ニ等シク取リ　更ニ I ヨリ KL ニ引ケル平行線 IJ ヲ KL ノ 2π 分ノ一ニ等シク取レ、然ルトキハ P,J ヲ結ブ直線ハ P ニ於ケル切線トナルベシ。(若シモ KL ヲ圓 AB ノ圓周ニ等シク取ラバ IJ=OA ナリ)

從ツテ P ヨリ PQ ニ垂線 PR ヲ引ケバ P ニ於ケル法線ヲ得ベシ。

次ニ P ヨリ KL ニ引ケル垂線ノ足ヲ N トシ　KL 上ニ Hb ヲ GN(G ハ HL ノ中點)ニ等シク取リタル b ヨリ同線ニ垂線ヲ引キテ曲線トノ交點ヲ V トセヨ。又 bW ヲ KL ノ 2π 分ノ一ニ等シク取リタル W ト V トヲ結ビ W ヨリ KL ニ引ケル垂線 WV_1 ヲ WV ニ等シク取レ。而シテ V_1 ヨリ V_1b ニ垂線ヲ引キテ KL トノ交點ヲ e トシ e ヨリ V_1e ニ垂線ヲ引キテ V_1W ノ延長トノ交點ヲ f トシ P ヨリ V_1W ニ引ケル垂線ノ足 a ト b トヲ結ブ直線ニ平行線 fX ヲ引キテ KL トノ交點ヲ X トセヨ。然ルトキハ WX ハ P 點ノ曲率半徑ノ長サヲ表ハス。依テ法線 PR ヲ WX ニ等シク取レバ R ハ P ノ曲率中心トナルベシ。

175. 單一弦運動ヲ示ス機構。 Fig. 298 ニ於テ OP ハ O ヲ囘轉中心トスル曲柄ニシテソノ他端 P ニ挿入サレタル鋲ハ T 形桿 S ノ頭部ノ溝中ヲ滑動スルコトヲ得ルモノトス。又桿 S ノ軸ハ O ヲ通ル直線 OY ト一致シテ動クモノトス。然ルトキハ曲柄ヲ等速度ニテ囘轉セシムルコトニヨリテ桿 S ハ直線 OY 上ヲ單一弦運動ヲ以テ上下スベシ。コノ際單一弦運動ノ振幅ハ曲柄 OP ノ理論上ノ長サニ等シ。

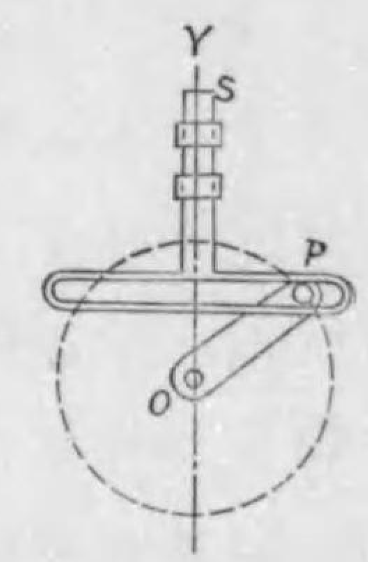


Fig. 298.

176. 同一直線上ニ作用スルニツ以上ノ單一弦運動ノ合成ヲ示ス曲線。

Fig. 299 ニ於テ $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ ハ滑車ニシテ A_1, B_1, C_1 ハ固定サル。滑車ニ懸ケラレタル綱ノ一端ハ K ニテ固定サレ他端 W ニハ錘ヲ附シテ常ニ綱ヲ張ラシム。A_2, B_2, C_2 ニハ夫々 D, E, F ナル直立桿ヲ附シテ夫々曲柄 A, B, C ニヨリテ上下ニ單一弦運動ヲナスコトヲ得。

依テ曲柄 A, B, C ノ中何レカ一ツヲ等速度ニテ囘轉セシムルトキハ W ハ上下ニ單一弦運動ヲナスベシ。從ツテ三ツノ曲柄ノ中二ツヲ同時ニ囘轉セシムルトキハ W

ハ二ツノ單一弦運動ノ合成運動ヲナシ　三ツノ曲柄ヲ同時ニ回轉セシムルトキハWハ三ツノ單一弦運動ノ合成運動ヲナスベシ。

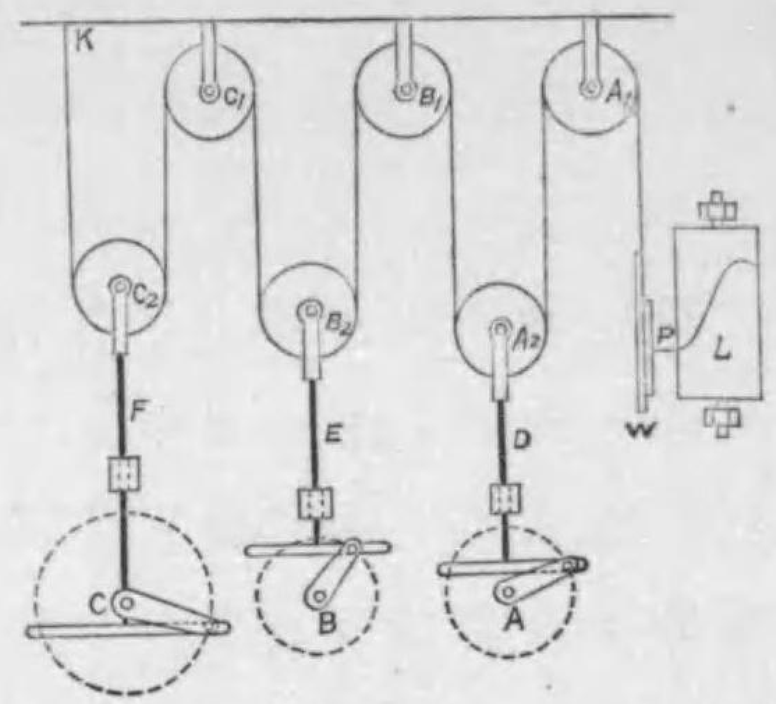


Fig. 299.

今曲柄, A,B,C ノ各々ニヨリテ生ズルWノ單一弦運動ヲ夫々 $y_1=a\sin(\alpha+\omega_1t)$, $y_2=b\sin(\beta+\omega_2t)$, $y_3=c\sin(\gamma+\omega_3t)$ トスレバ　コレラノ單一弦運動ノ合成運動ハ

$$y=a\sin(\alpha+\omega_1t)+b\sin(\beta+\omega_2t)+c\sin(\gamma+\omega_3t)$$

ナル式ニテ表サルベシ。

Lヲ直立圓壔トシコレニWニ附シタル鉛筆Pノ尖端ヲ接觸セシメ　曲柄A,B,Cヲ等速度ニテ回轉セシムルト同時ニ圓壔ヲソノ軸ノ周リニ等速度ニテ回轉セシメヨ。然ルトキハPガ圓壔面ニ記ルス曲線ハ三ツノ單一弦運動ノ合成ヲ示ス所ノ曲線トナルベシ。コレ單一弦運動ノ合成ヲ示ス所ノ機構ナリ。

問題 75. $y=a\sin(\alpha+\omega_1t)+b\sin(\beta+\omega_2t)$ ナル曲線ヲ作ルコト。 但シ $\omega_1:\omega_2=1:2$ トス。

Fig. 300ニ於テ直線AB上ノ一點Oヲ中心トシ a,b ヲ夫々半徑トスル圓ヲ引キ　更ニOAト α,β ヲ成ス半徑OP,OQヲ引ケ。而シテ問題74ト同樣ニシテ二ツノ調和曲線 $P_0P_1'HI$, $Q_0Q_1'HJ$ ヲ作レ。然ル後二ツノ曲線ノ縦距

ノ代數的和(例ヘバ $R_0'K=P_0K+Q_0K$, $R_1'N=P_1'N+Q_1'N$) ヲ取リテ曲線 $R_0'R_1'$ HSTヲ作レバ所要曲線ヲ得ベシ。

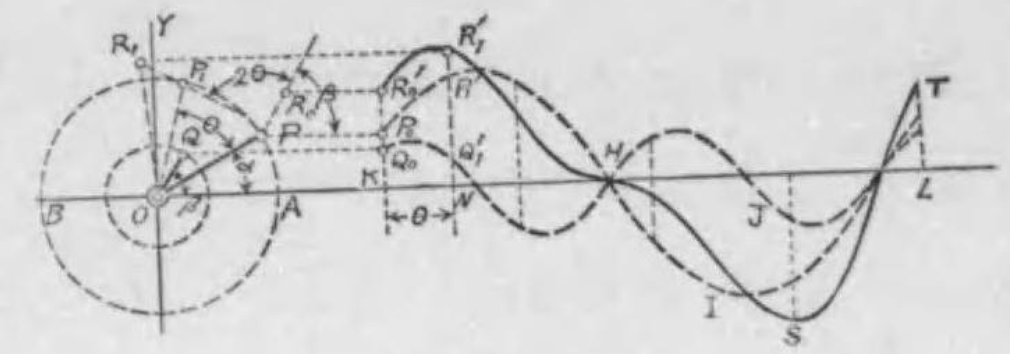


Fig. 300.

或ハPヨリOQニ引ケル平行線 PR_0 ヲOQニ等シク取リ　R_0 ヨリABニ引ケル平行線トAB上ノ一點Kヨリ同線ニ引ケル垂線トノ交點ヲ R_0' トセヨ。次ニ任意ノ半徑 OP_1 ヲ引キ　P_1 ヨリ PR_0 ト角 POP_1 ノ二倍ニ等シキ角ヲナス P_1R_1 ヲOQニ等シク取レ。而シテAB上ニ角 POP_1 ニ相當スルKNヲ取リNヨリKNニ引ケル垂線ト R_1 ヨリ引ケル平行線トノ交點ヲ R_1' トセヨ。然ルトキハ R_1' ハPガ P_1 マデ進ミタルトキニ於ケル合成曲線上ノ一點ナルベシ。同樣ニシテ曲線上ノ點ヲ求ムレバ所要曲線 $R_0'R_1'$ HSTヲ得ベシ。

コノ問題ニ於ケル如ク二ツノ單一弦運動ノ週期ガ等シカラザルトキハ合成運動ヲ示ス曲線ハ正弦曲線トナラズ。

問題 76. $y=a\sin\omega t+b\sin(\beta+\omega t)$ ナル曲線ヲ作ルコト。

Fig. 301ニ於テ直線OKヲ引キテ同線上ニOPヲ a ニ等シク取リ　又OKト β ヲナスOQヲ b ニ等シク取レ。然ル後Oヲ中心トシOP,OQヲ夫々半徑トスル圓ヲ引キテFig. 295, 296ト同樣ニシテ二ツノ正弦曲線ヲ作レ。

而シテコノ二曲線ノ縱距ノ代數的和ヲ取リテ曲線 R_0S-TU ヲ作レバ所要曲線ヲ得ベシ。

然ルニ與ヘタル二ツノ單一弦運動ノ週期等シキヲ以テソノ合成ヲ示ス曲線ハ又一ツノ正弦曲線トナルベシ。依テ OP, OQ ヲ二邊トスル平行四邊形ノ對角線 OR ヲ求メテコレヲ半徑トスル圓ヲ作リ, 然ル後角 KOR ヲ初位角トシテ問題74ニヨリテ正弦曲線ヲ作ラバ所要曲線ヲ得ベシ。

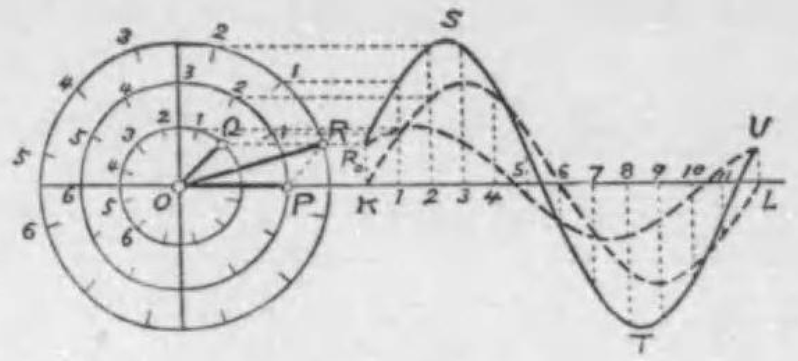


Fig. 301.

問題 77. 週期等シキ二ツ以上ノ單一弦運動ノ合成ヲ示ス曲線ヲ作ルコト。

與ヘタル單一弦運動ヲ示ス正弦曲線ノ縱距ノ代數的和ヲ取リテ曲線ヲ作ルモ可ナレドモ　與ヘタル單一弦運動ノ週期等シキヲ以テソノ合成ヲ示ス曲線ハ一ツノ正弦曲線トナルベシ。依テ次ノ方法ヲ用フルヲ便利トス。

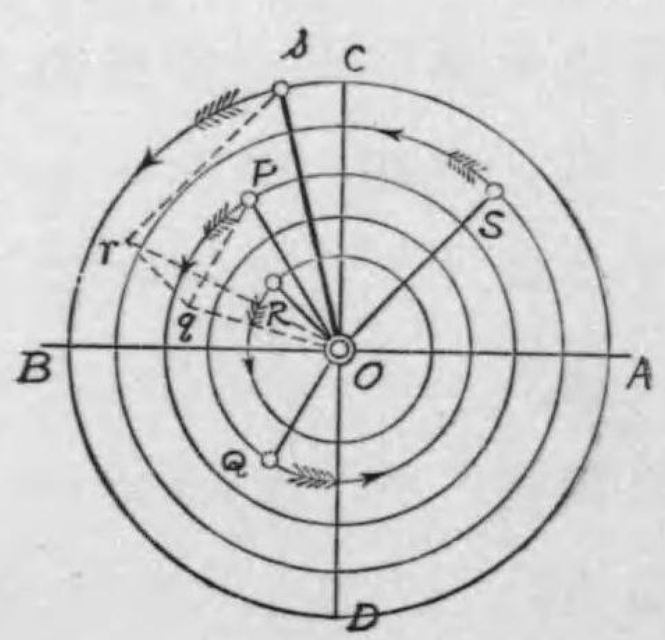


Fig. 302.

Fig. 302 ニ於テ OP, OQ, OR, OS ヲ單一弦運動ヲナスベキ四ツノ曲柄ノ最初ノ位置トセヨ。P ヨリ OQ ニ引ケル平行線 Pq ヲ OQ ニ等シク取レバ Oq ハ OP, OQ ガナス

單一弦運動ノ合成運動ヲナス曲柄トナルベシ。又 q ヨリ OR ニ平行ニ引ケル qr ヲ OR ニ等シク取ラバ Or ハ Oq, OR ガナス單一弦運動ノ合成運動ヲナス曲柄トナルベシ。卽チ Or ハ OP, OQ, OR ノ合成トナルベシ。同樣ニシテ r ヨリ OS ニ平行ニ引ケル rs ヲ OS ニ等シク取ラバ Os ハ OP, OQ, OR, OS ノ合成トナルベシ。依テ O ヲ中心トシ Os ヲ半徑トスル圓ヲ引キ角 AOs ヲ初位角トシテ正弦曲線ヲ作レバ所要曲線ヲ得ベシ。

177. 直角ノ方向ニ於ケル二ツノ單一弦運動ノ合成。

Fig. 303 ニ於テ桿 A_1B_1 ハ曲柄 C_1 ニヨリテ上下ニ單一弦運動ヲ成シ　A_2B_2 ハ曲柄 C_2 ニヨリテ A_1B_1 ニ垂直ノ方向ニ單一弦運動ヲ成スモノトス。ソコデ桿 A_1B_1, A_2B_2 ノ軸ニ沿フテ穿タレタル間隙ノ交會スル所ニ鋒ヲ挿入シ置クトキハ鋒ノ運動ハ二ツノ單一弦運動ノ合成運動ヲナスベシ。

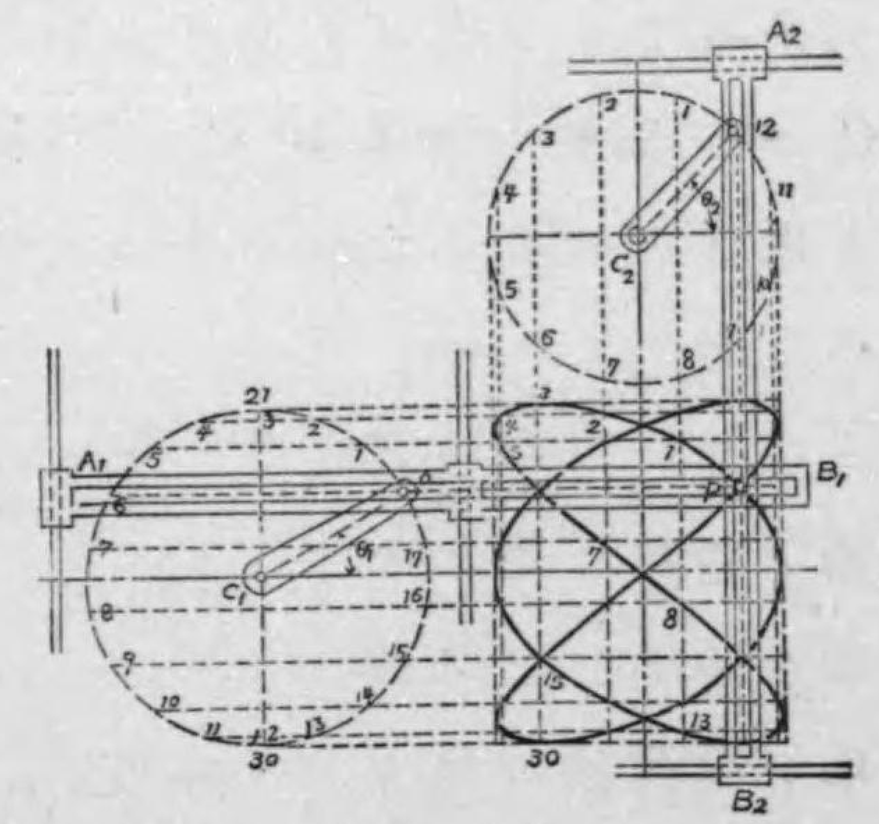


Fig. 303.

Fig. 303 ニ於テハ曲柄 C_1 ガ二回轉スル間ニ曲柄 C_2 ハ三回轉スルモノトセリ。故ニ C_1, C_2 ヲ夫々半徑トスル圓ヲ 3 ト 2 ノ割合(例ヘバ 18 ト 12)ニ等分シテ夫々ノ等分點ヨリ夫々 A_1B_1, A_2B_2 ニ引ケル平行線ノ對應スル交點ヲ結ブ曲線ヲ作レバ P ノ軌

跡トナルベシ。

Fig. 304 ハ曲柄 C_1, C_2 ノ初位角何レモ零ニシテ C_1 ガ二回轉スル間ニ C_2 ガ一回轉スル場合ノ合成運動ヲ求メタルモノナリ。

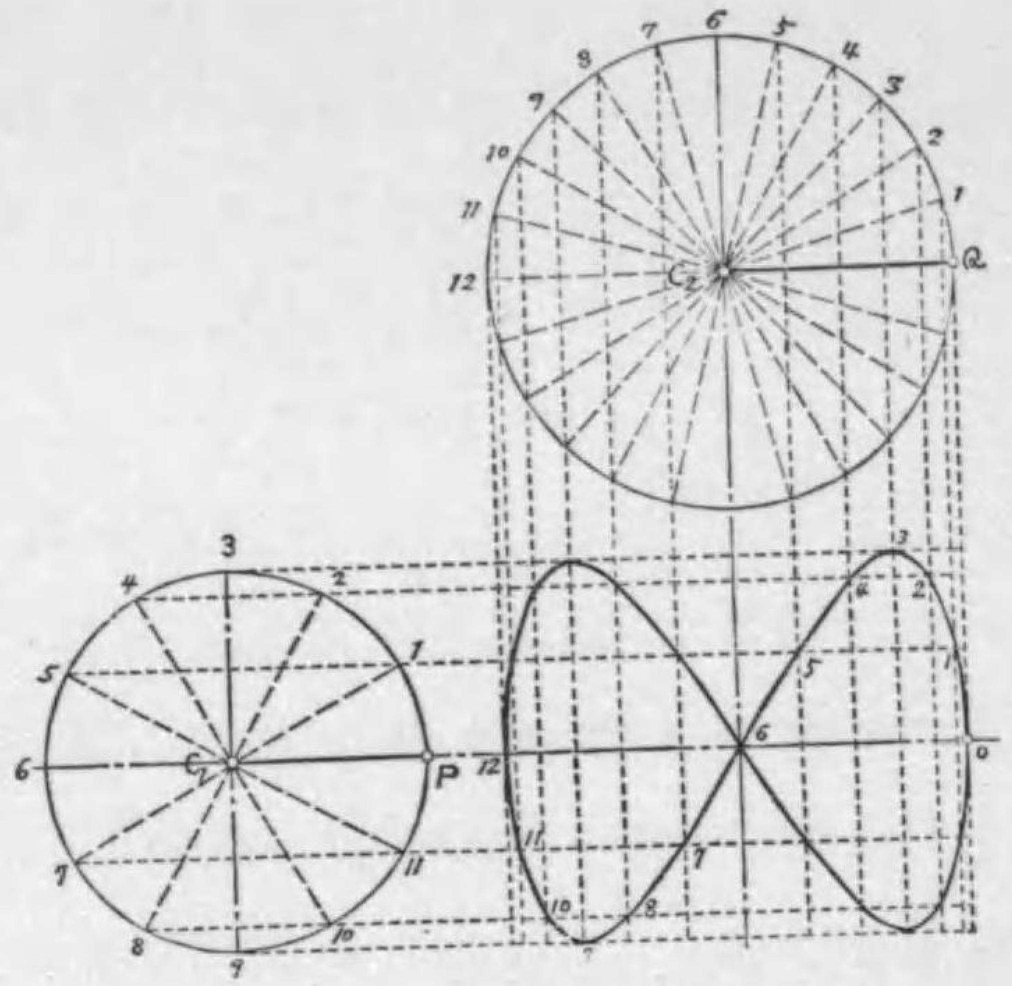


Fig. 304.

Fig. 305 ハ曲柄 C_1, C_2 ノ初位角ハ何レモ零ニシテ C_1 ガ三回轉スル間ニ C_2 ガ一回轉スル場合ノ合成運動ヲ求メタルモノナリ。

二ツノ單一弦運動ノ週期ガ等シキ場合卽チ二ツノ曲柄ノ角速度ガ等シキ場合ニ於テハ合成運動ヲ示ス曲線ハ次ノ如クナルベシ。

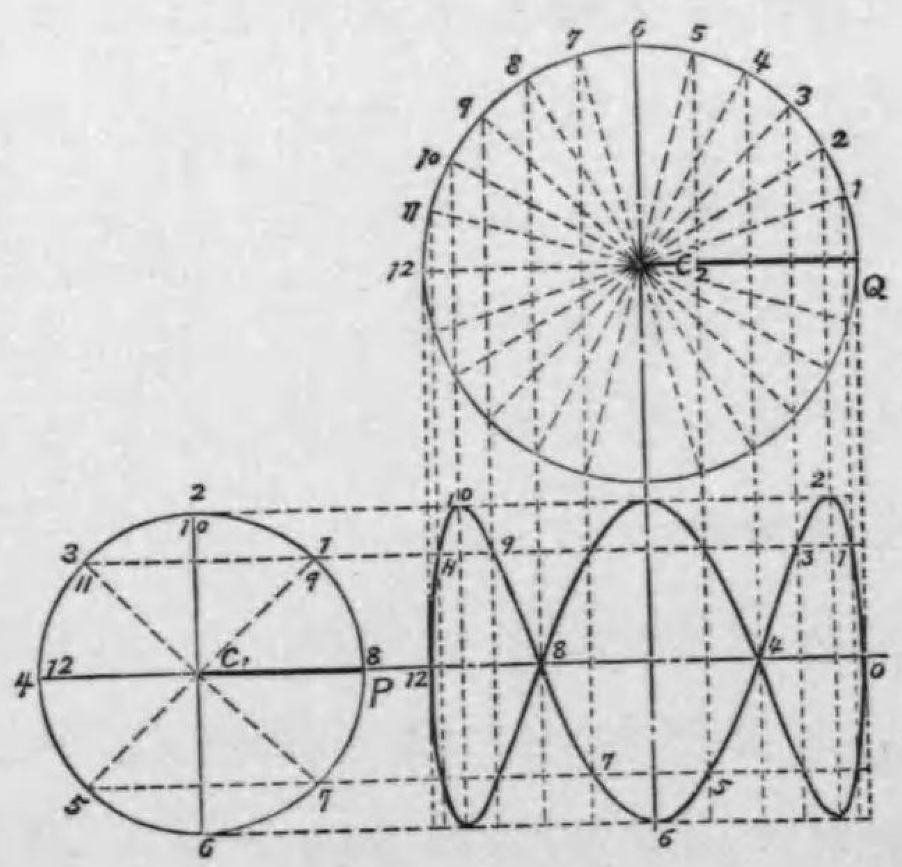


Fig. 305.

a) 初位角ノ差ガ90°ナルトキハ Fig. 306 ニ示ス如ク直

線トナル。

b) 其ノ他ノ場合ハ一般ニ Fig. 307 ニ示ス如ク楕圓トナル。

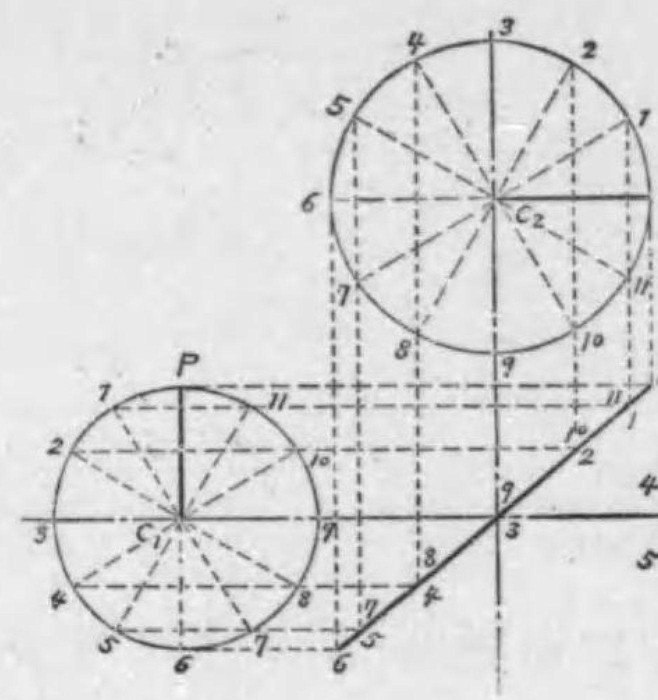


Fig. 306.

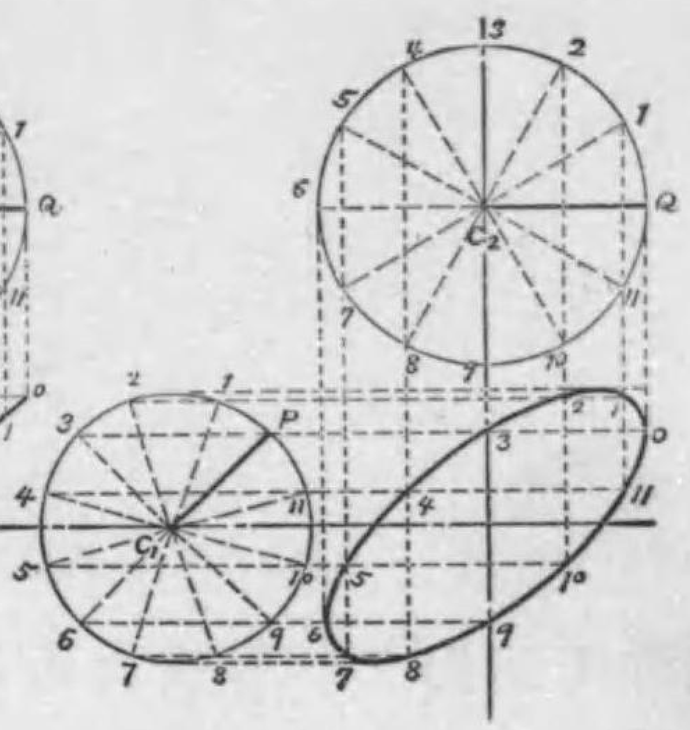


Fig. 307.

c) 二ツノ曲柄ノ長サガ等シクシテ初位角ノ差ガ零或ハ180°ナルトキハ圓トナル。

178. 直働機關ノ連桿中ノ一點ノ通路。 Fig. 308 ニ於テ

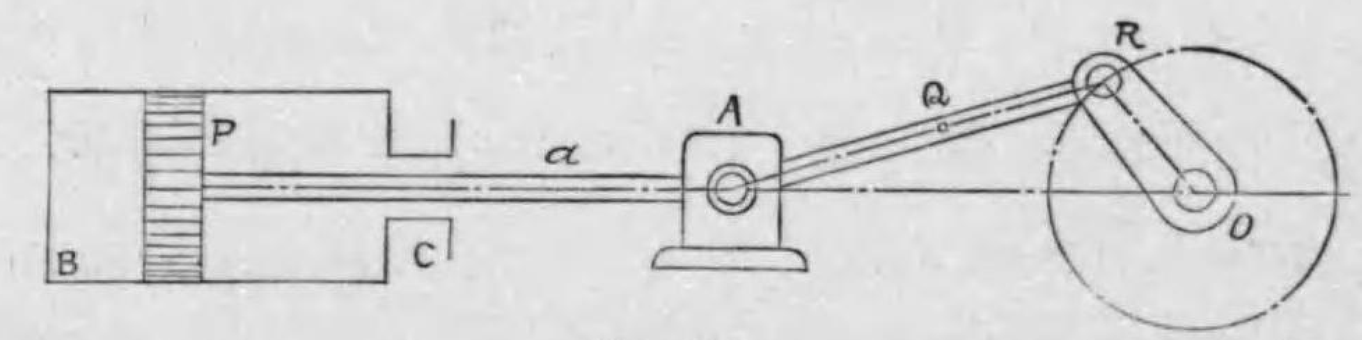


Fig. 308.

BC ハ汽筩, P ハ喞子, *a* ハ喞子桿, A ハ聯桿器, AR ハ連桿, RO ハ曲柄ニシテ　P ガ左右ニ往復運動ヲスルトキ連桿ニヨリテ曲柄ガ O ノ周リヲ回轉スルモノナリ。今曲柄ガ O ノ周リヲ回轉スルトキ連桿 AR 上ノ一點 Q ノ通路ヲ求メントス。之ヲ幾何學的ニ述ブレバ"一定長アル AR 線アリテ一端 A ハ一定直線 OA 上ヲ往復運動ヲ

ナシ他端 R ハ O ヲ中心トシ OR ヲ半徑トスル圓周上ヲ圓運動ヲナストキ Q ノ軌跡如何"ト云フニ歸ス。故ニ一種ノ螺獅線ナリ。

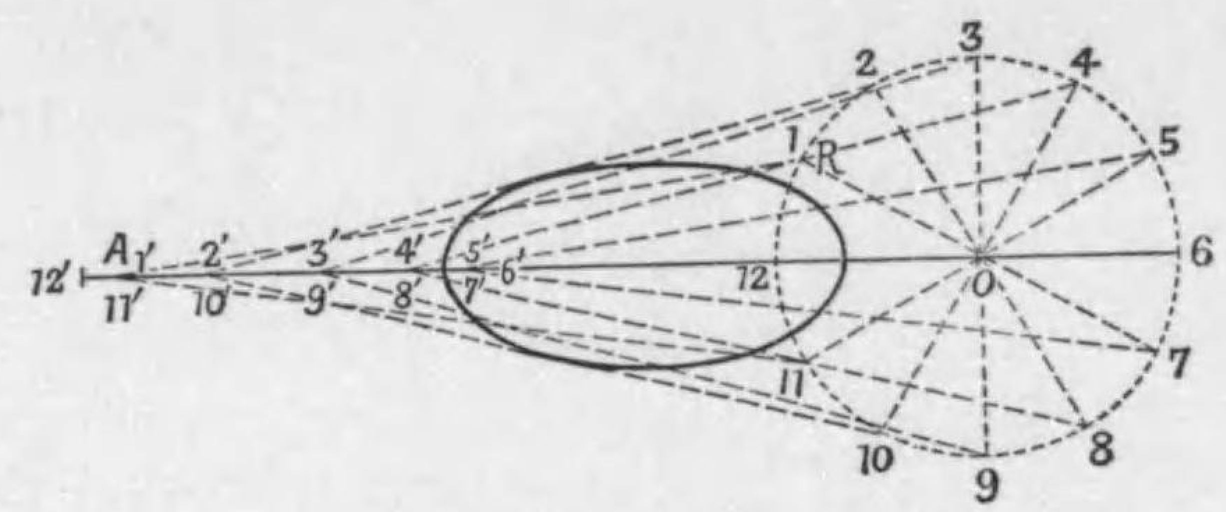


Fig. 309.

便宜上圓周ヲ 12 等分シ其各分點ニ R ガ來リシトキ Q ハ何所ニアルカヲ見ン。Fig. 309 ニ於テ R ガ 12, 1, 2, 3, ... 11 ニアルトキ之等ノ點ニ中心ヲ有シ半徑 RA ナル圓ト定直線 OA トノ交リヲ求ムレバ 12′, 11′, (1′), 10′, (2′), 9′, (3′), 8′ (4′), 7′, (5′), 6′ トナルベシ。此ヨリ AR ノ各々ノ位置ニ於ケル 12′−12, 1′−1, 2′−2, 3′−3, ..., 10′−10, 11′−11 ヲ求メ其上ニテ AQ ニ等シキ $12'-p_{12}$, $1'-p_1$, $2'-p_2$, $3'-p_3$, ..., $10'-p_{10}$, $11'-p_{11}$ ヲ求メヨ。然ラバ $p_{12}, p_1, p_2, p_3, \ldots p_{10}, p_{11}$ ヲ結ブ曲線ハ所要軌跡トナルベシ。

179. 反復運動ヨリ生ズル曲線ノ例。

問題。 78. P, O ハ C ヲ中心トスル圓上ノ二點ニシテ O ヲ通ル直徑ヲ OA トス。今 P ガ圓周上ヲ右周リニ等シキ速サニテ一回轉スル間ニ圓ノ直徑 OA ガ O ノ週リニ等速圓運動ヲナシテ直角 AOA′ 間ヲ一往復スルトキ P ノ軌跡ヲ求ムルコト。 (Fig. 310)

中心 C ナル圓ヲ $2n$ (圖ニテハ 12) 等分シタル點ヲ 1, 2, 3, ... トシ 之ト同時ニ OA ヲ半徑トスル四分圓弧 AA′ ヲ n 等分シタル點ヲ 1′, 2′, 3′, ... トセヨ。

今圓 C ガ O ノ周リヲ回轉シテソノ直徑 OA ガ O1′ ノ位置ニ來ルトキハ P ハ圓 C 上ヲ弧 P1 ダケ動クベシ。依テ O1′ ヲ直徑トスル圓ヲ描キテ O ヲ中心トシ 1 ヲ通ル圓弧トノ交點ヲ I トセバ之レ所要線上ノ一點トナルベシ。

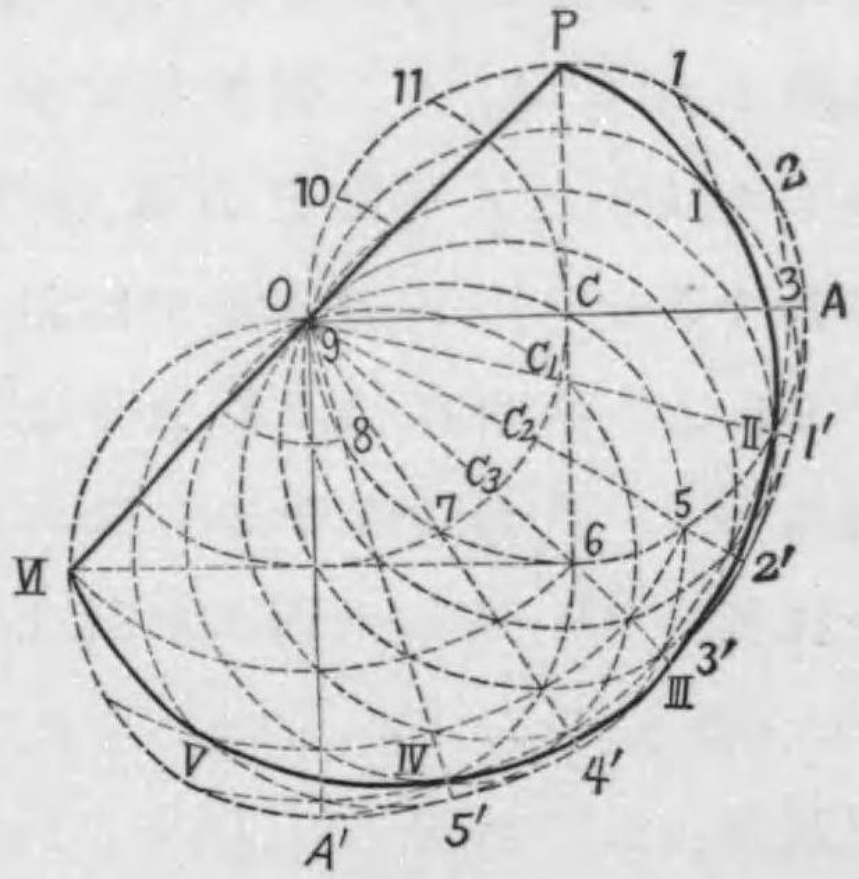


Fig. 310.

以下同樣ニ O2′, O3′, O4′, ... ヲ直徑トスル圓トOヲ中心トシ O2, O3, O4, ... ヲ半徑トスル圓トノ交リヲ夫々 II III, IV, ... トスレバ之等ハ求ムル線上ノ點ナリ。

コノ問題ヲ考フルニ P ガ圓 C 上ヲ回轉スル際ソノ O ニ對スル角速度ハ圓自身ガ O ノ周リヲ回轉スル角速度ニ等シ。詳言スレバ ∠PO1 = ∠AO1′, ∠PO2 = ∠AO2′, ... ナルガ如シ。依テ曲線上ノ點ヲ求ムルニ次ノ如クスルモ可ナリ。

圓 C 上ノ偶數番目ノ點 2, 4, 6, ... ト O トヲ結ビテ O ヲ中心トシ 1, 2, 3, ... ヲ通ル圓弧トノ交點ヲ夫々 I, II, III,

...トスレバ之等ハ求ムル線上ノ點ナリ。然ルニ圓CノΛ直徑 OA ガ OA′ ノ位置ニ來リタル後逆行スル間ハ圓自身ノ回轉ト P ガ圓周上ヲ動ク回轉トハ反對トナルヲ以テコノ間ニ於ケル P ノ軌跡ハ直線 VI—O—P トナルベシ。

問題 79. 直線 AO_0 ノ一端 O_0 ガ垂直線 O_0A_0 上ヲ摺動スルト同時ニ AO_0 ガ O_0 ヲ中心トシテ AO_0A_0 ノ面內ニ回轉シ角 AO_0A_0 ノ二倍丈行キテ又モトノ位置迄戻リ來ルトキ AO_0 上ノ一點 P ガ O_0 ヨリ A ニ進ミ又 O_0 ニ返リ來ルトスレバ P ノ畫ク曲線如何。但シ AO_0 ノ角速度，P ノ O_0A 上ノ速サ O_0 ガ O_0A_0 上ヲ上下スル速サハ何レモ等速ニシテ P ガ O_0A ヲ二往復スル間ニ O_0 ハ O_0—VIII ヲ一往復シ AO_0 モ亦一同ノ往復運動ヲナスモノトス。

(Fig. 311)

此運動ハ三ツニ分ツコトヲ得。(1) P ガ O_0A 上ヲ往復スルコト (2) O_0A ガ往復圓運動ヲスルコト (3) O_0 ガ O_0—VIII ノ間ヲ往復スルコト之レナリ。

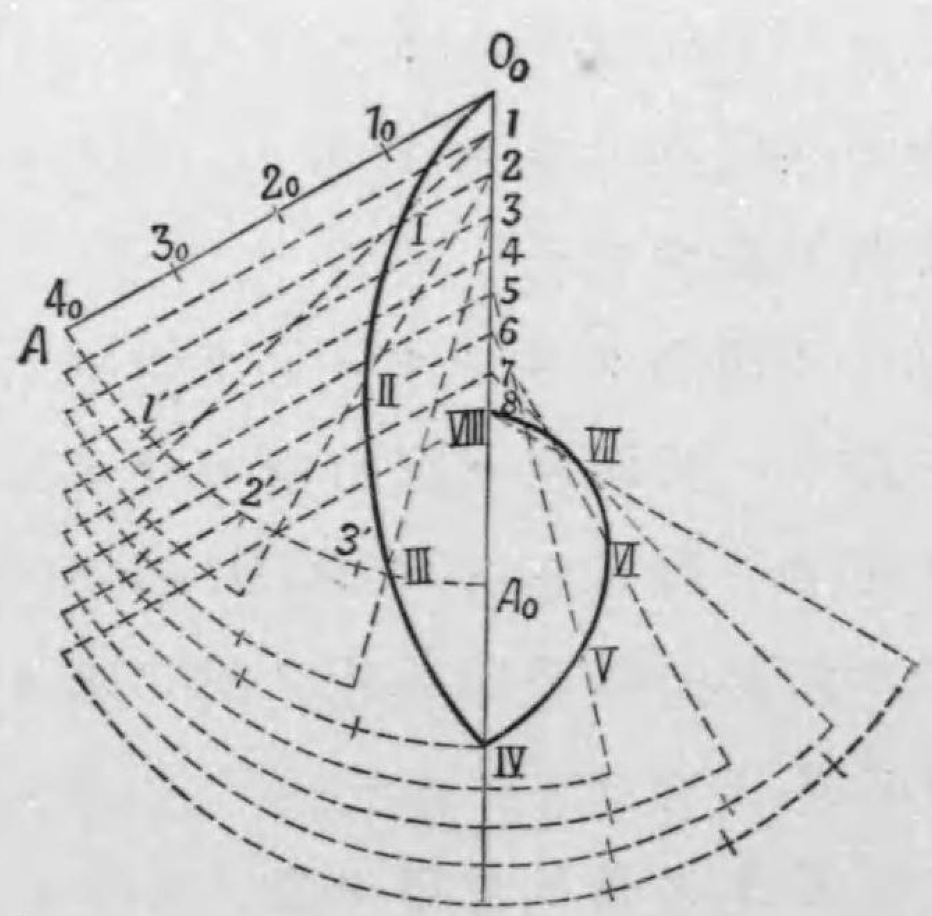


Fig. 311.

O_0—VIII ヲ $2n$(圖ニテハ 8)等分シタ

ル點ヲ 1, 2, 3, ... トシ O_0A 及ビ O_0 ヲ中心トスル圓弧 AA_0 ヲ n 等分シタル點ヲ夫々 $1_0, 2_0, \ldots 1', 2', \ldots$ トセヨ。

P ガ 1_0 ニ來リシトキ O_0 ハ 1 ニ O_0A ハ角 AO_01' 丈進ムベキヲ以テ其ノトキノ O_0A ノ眞位置ハ O_01' ニ平行ナル 1—I トナルベシ。依テ其トキノ P ノ眞位置ハ 1—I 上ニテ $1\mathrm{I}=O_01_0$ ヲ滿足スル I ニアルベシ。以下同様ニ各所ニ於ケル P ノ位置ヲ知リ得ベシ。

斯クシテ求メシ I, II, III, ...VIII ヲ結ベバ所要曲線ヲ得ベシ。

次ニ曲線上ノ一點 P_2 ニ於ケル切線ヲ引ク方法ヲ說明セン。(Fig. 312)

動直線 OA ノ O ガ 2 ニ來タリタルトキ動點 P ノ位置ヲ P_2 トシ P_2 ニ於ケル切線ヲ求メントス。

O ヨリ $2P_2$ ニ平行線ヲ引キテ O_1 ヨリ OO_1 ニ引ケル垂線トノ交點ヲ a トシ O_1a 上ニ O_1b ヲ O2 ノ二倍ニ等シク取レ。又 OO_1 上ニ Oc ヲ $2{\cdot}OA$ ニ等シク取リ O_1 ヨリ ac ニ引ケル平行線ト Oa トノ交點ヲ d トセヨ。更ニ OO_1 上ニ Oe, O_1f ヲ夫々 $Od, 2{\cdot}O_1a$ ニ等シク取リ f ヨリ引ケル垂線 fg ヲ ab ニ等シク取レバ P_2 ヲ通リ eg ニ平行ニ引ケル直線ハ所要切

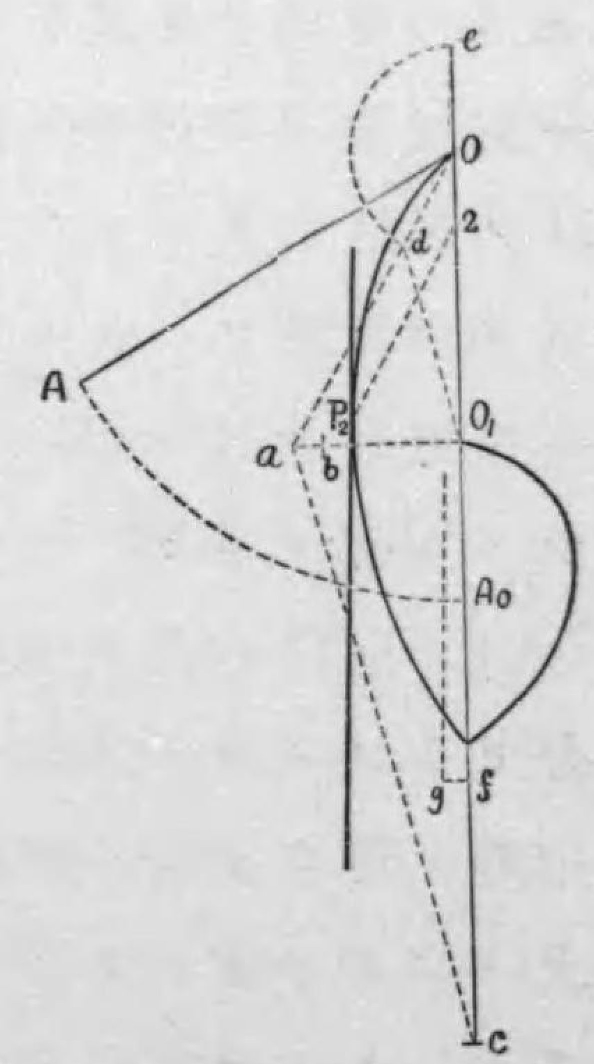


Fig. 312.

線トナルベシ。

練　習　問　題

1　振幅3糎,週期2秒ナル單一弦運動ノ曲線ヲ作レ。但シ1秒ヲ6糎トシテ作圖シ　1秒, 1·3秒ナル時刻ニ於ケル曲線上ノ點ノ切線ヲ求メヨ。

2　$y=2^{\text{糎}}\sin(30^\circ+\theta)+3^{\text{糎}}\sin(90^\circ+\theta)$ ナル方程式ノ y ト θ トノ關係ヲ示ス曲線ヲ作レ。

3　$y=2^{\text{糎}}\sin(30^\circ+\theta)+3^{\text{糎}}\sin(90^\circ+2\theta)$ ナル方程式ノ y ト θ トノ關係ヲ示ス曲線ヲ作レ。

4　$y=\sin\theta+1{\cdot}5\ \sin(30^\circ+\theta)+2\ \sin(120^\circ+\theta)+2{\cdot}5\ \sin(270^\circ+\theta)$ ナル方程式ノ y ト θ トノ關係ヲ示ス曲線ヲ作レ。

5　動點Pハ水平及ビ垂直ノ方向ニ於ケル二ツノ單一弦運動 $x=2{\cdot}5^{\text{糎}}\cos\omega t,\ \ y=2^{\text{糎}}\sin(30^\circ+\omega t)$ ノ合成運動ヲナス。Pノ軌跡ヲ求メヨ。

6　動點Pハ水平及ビ垂直ノ方向ニ於ケル二ツノ單一弦運動 $x=2^{\text{糎}}\cos(30^\circ+\omega_1 t),\ \ y=3^{\text{糎}}\sin(75^\circ+\omega_2 t)$ ノ合成運動ヲナス。$\omega_1:\omega_2=4:3$ ナルトキPノ軌跡ヲ求メヨ。

7　O, Cヲ夫々中心トスル二ツノ薄キ圓板ガ重ナリ合ヒテソノ中心距離ハ3糎ナリ。今二ツノ圓板ガ夫々ノ中心ノ周リヲ同一等速度ニテ回轉スルトキ一ツノ圓板上ノソノ中心ヨリ2糎ナル距離ニアル一定點ノ他ノ圓板上ニ於ケル跡ヲ求メヨ。但シ二ツノ圓板ノ回轉方向ガ同ジナル場合ト反對ナル場合ニ就テ作圖セヨ。

8　直線OXトOQトハ一直線上ニアリテ圓AハOニ於テOXニ切セリ。今圓AガOX上ヲXノ方向ニ轉ガリテ一回轉シタル後逆轉シテモトノ位置マデ戻ル間ニ直線OXノ端OハOQ間ヲ一往復シ且ツOXハOノ周リヲ左回リニ90°回轉シ直チニ逆轉シテモトノ位置マデ戻ルトキ圓A上ノ點Pノ軌跡ヲ求メヨ。上記ノ三ツノ運動ハ何レモ等速ナリトス。(Fig. 313)

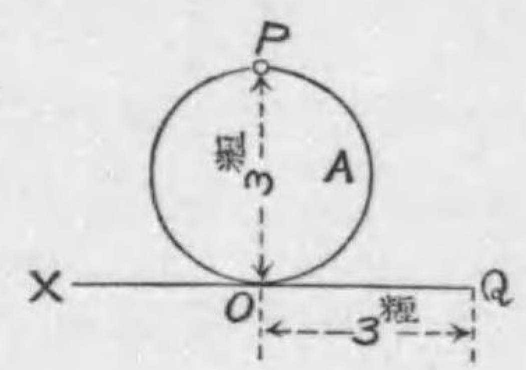


Fig. 313.

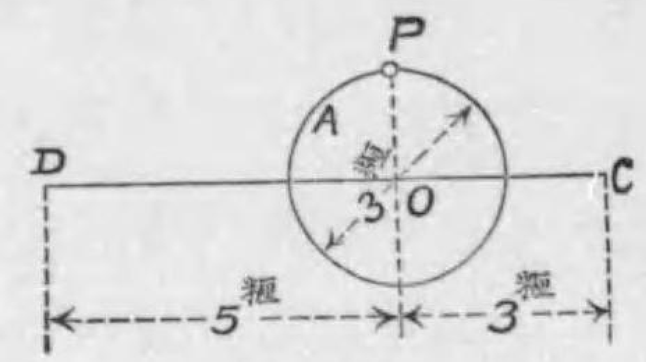


Fig. 314.

9　Pガ圓Aノ周リヲ右回リニ一回轉スル間ニ中心OハOD間ヲ一往復シ　且ツ直線CDハCノ周リヲ左回リニ一回轉スルトキPノ軌跡ヲ求メヨ。總テノ運動ハ等速ナルモノトス。(Fig. 314)

10　長軸,短軸夫々5糎,3糎ナル楕圓板ト一ツノ圓板ト重ナリ合ヒ其中心距離4糎ナリ。今一點Pガ等角速度ニテ楕圓周上ヲ一回轉スル間ニ圓板ガソノ中心ノ周リヲ一回轉スルトキPノ圓板上ニ於ケル軌跡如何。但シ回轉方向ガ同一ナルトキト反對ナルトキトノ兩者ヲ求メヨ。

11　$y=3\sin(30^\circ+3\theta),\ \ x=2{\cdot}5\cos(60^\circ+4\theta)$ ナル互ニ垂直ナル直線上ヲ動ク二ツノ單一弦運動アリ。コノ二ツノ運動ノ合成ヲ示ス曲線ヲ作レ。

12　$y=3\sin\theta,\ \ x=2\cos(45^\circ+3\theta)$　ナル互ニ垂直ナル直線

上ヲ動ク二ツノ單一弦運動アリ。コノ二ツノ運動ノ合成ヲ示ス曲線ヲ作レ。

第十九章

偏突輪

180. 偏突輪. Fig. 315ニ於テSハ上下ニ往復スル桿ニシテ，ソノ終端RハCヲ回轉ノ中心トスル不規則ナル形ヲ有スル薄板Aノ周緣上ニ接觸ス。今AヲCノ周リニ回轉スルトキハ桿Sハ上下ニ往復運動ヲナスベシ。斯クノ如ク回轉運動ヨリ直線往復運動ヲ傳フル所ノ一種ノ板ヲ**偏突輪**ト稱ス。一般ニ偏突輪ハ回轉運動ヲナスモノナレドモ時トシテハFig. 316ニ於ケルCノ如ク直線往復運動ヲナスモノモアリ。

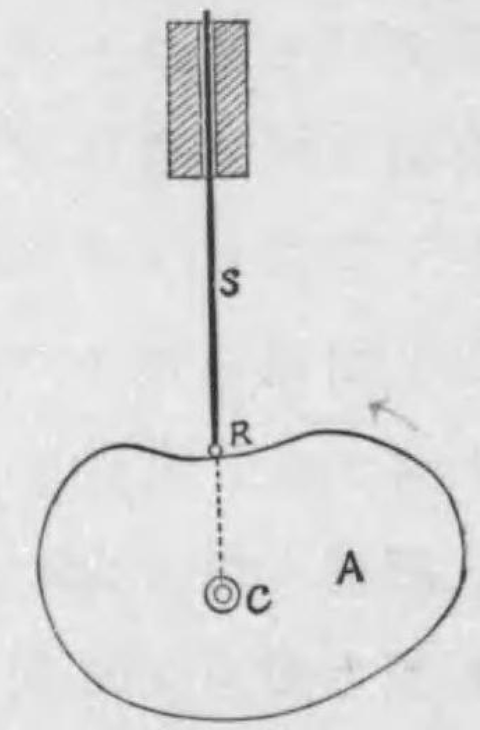


Fig. 315.

偏突輪ト直立桿トノ接觸面ノ摩擦ヲ少クスルタメニ直立桿ノ尖端ニ輾子ヲ附スヲ普通ス。

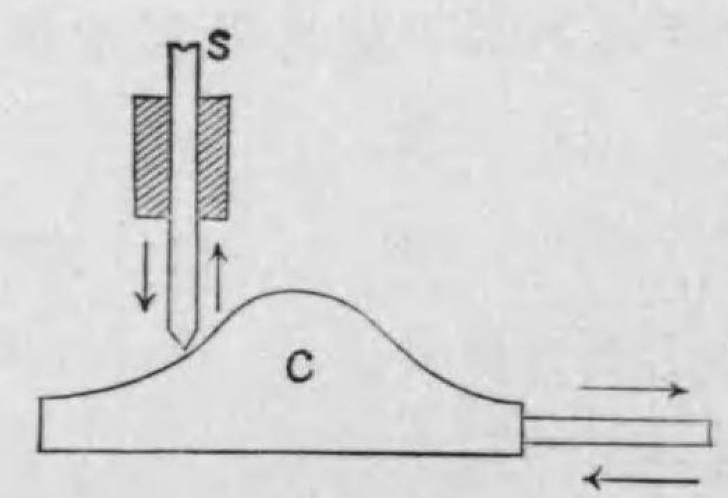


Fig. 316.

問題 80. 直立桿ノ軸ノ延長上ノ一點Cヲ回轉中心トシ等速度ニテ左回リニ一回轉スル間ニ直立桿ノ尖端ガAB間ヲ等速度ニテ一往復スベキ偏突輪ノ外形ヲ求ムルコト。 (Fig. 317)

Cノ周リヲ任意ノ偶數ニ等分シタル線ヲ CA, CR_1, CR_2,

....トシ　又 AB ヲソノ半バニ等分シタル點ヲ 1,2,.....トセヨ。然ル後 $CR_1, CR_2, ...CR_6$ ヲ夫々 C1, C2, ... CB ニ等シク取リ $A, R_1, R_2, ...R_6$ ヲ中心トシ桿ノ尖端ニ附スベキ輾子ト同半徑ノ圓ヲ引キテコレラノ圓ニ切スル曲線 *abcd* ヲ作リCノ左半分ニモ之ト同様ニシテ曲線ヲ作レバ之等ノ曲線ハ求ムル所ノ外形トナルベシ。

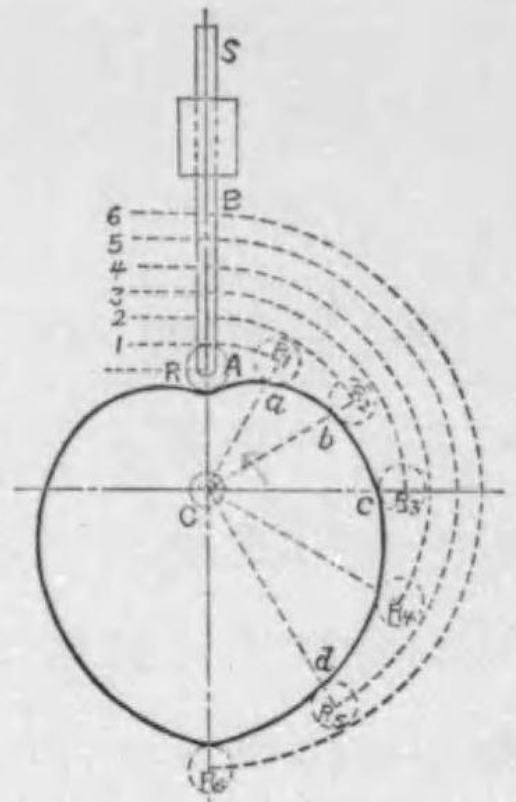


Fig. 317.

問題　81. AB 上ノ一點 C ヲ回轉ノ中心トシ等速度ニテ右回リニ 90° 回轉スル間直立桿ハ靜止シ，次ノ 180° 回轉スル間ニ直立桿ノ尖端ガ等速度ニテ A ヨリ B マデ上リ，最後ノ 90° 回轉スル間ニ等速度ニテ B ヨリ A マデ下ルタメニハ偏突輪ノ外形ヲ如何ニスベキカ。 (Fig. 318)

先ヅ CA ヲ半徑トシCヲ中心トスル四分圓 AR_9 ヲ引ケ。次ニ二直角 R_0CR_8 ヲ任意ノ數例ヘバ八ツニ等分シタル線ヲ $CR_1, CR_2, ...$トシ又 AB ヲ A ヨリ前ト同數八ツニ

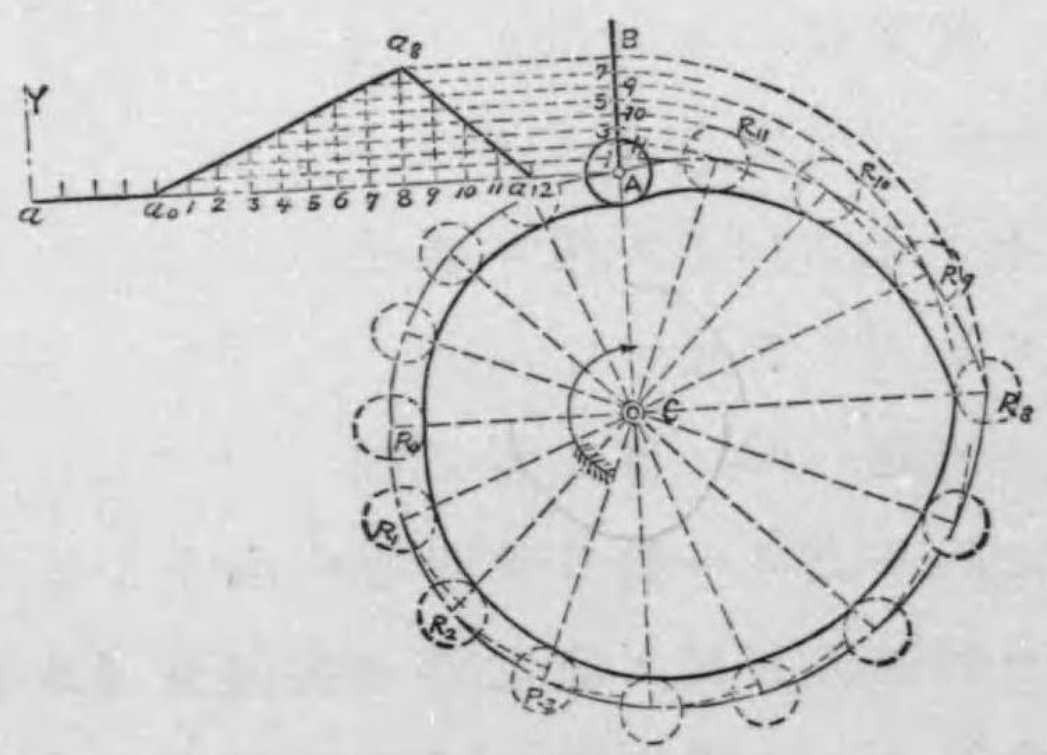


Fig. 318.

等分シタル點ヲ 1,2,.....トセヨ。而シテ $CR_1, CR_2, ...$ヲ夫々 C1, C2,....ニ等シク取リテ曲線 $R_0R_1R_2....R_8$ ヲ作レ次ニ直角 R_8CA ヲ任意ノ數例ヘバ四ツニ等分シタル線ヲ CR_9, CR_{10}, CR_{11} トシ BA ヲ B ヨリ四ツニ等分シタル點ヲ 9,10,11 トセヨ。而シテ CR_9, CR_{10}, CR_{11} ヲ夫々 C9,C10,C11 ニ等シク取ツテ曲線 R_8R_9A ヲ作レ。然ル後曲線 $AR_0R_1 ....R_8R_9....A$ 上ニ中心ヲ有シ輾子ト同半徑ノ數多ノ圓ヲ引キテコレラノ圓ニ切スル曲線ヲ作レバ求ムル所ノ偏突輪ノ外形ヲ得ベシ。

圖ノ左上ナル $aa_0a_8a_{12}$ ハ直立桿ノ上下運動ト偏突輪ノ回轉トノ間ノ關係ヲ示スモノナリ。ソノ圖法ハ簡單ナルヲ以テ説明ヲ略スベシ。

問題　82. 直立桿ノ軸ノ延長上ノ一點 C ヲ回轉中心トシ等速ニテ一回轉スル間ニ輾子ノ中心ガ AB 間ヲ單一弦運動ニテ一往復スベキ偏突輪ノ外形ヲ求ムルコト。

Fig. 319 ニ於テ CA ヲ一分割線トシテCノ周リヲ任意ノ偶數ニ等分シタル線ヲ $CR_1, CR_2, CR_3, ...$トシ AB ヲ直徑トスル半圓ヲ前ノ半バニ等分シタル點ヨリ AB ニ引ケル垂線ノ足ヲ 1, 2, 3, ... トセヨ。而シテ $CR_1, CR_2, CR_3, ...$ ヲ夫々 C1, C2, C3, ...ニ等シク取リ $A, R_1, R_2, R_3, ..$

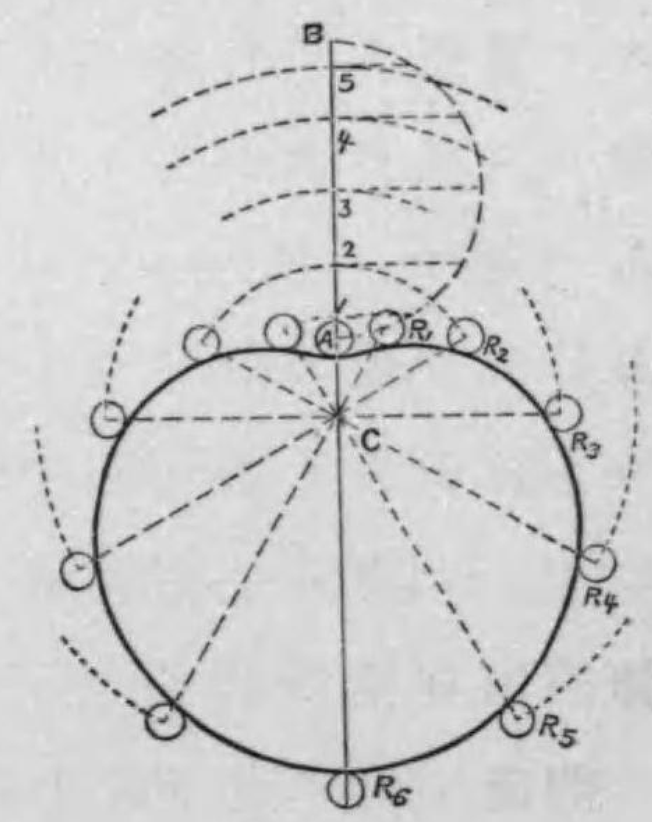


Fig. 319.

..R_6 ヲ中心トシ輾子ト同半徑ナル圓ヲ引ケ。然ラバコレラノ小圓ニ切スル曲線ハ所要偏突輪ノ外形ノ半分トナルベシ。同樣ニシテ左半分ヲ作レ。

問題　83. 直立桿ノ軸上ニアラザル一點Cヲ回轉中心トシ等速度ニテ左回リニ225°回轉スル間ニ桿ノ尖端Aハ等速度ニテBマデ上リ,次ノ瞬間ニ於テ重力ニヨリテ元ノ位置マデ落下シテ殘リノ135°回轉スル間ハ靜止スルタメニハ偏突輪ノ外形ヲ如何ニスベキカ。(Fig. 320)

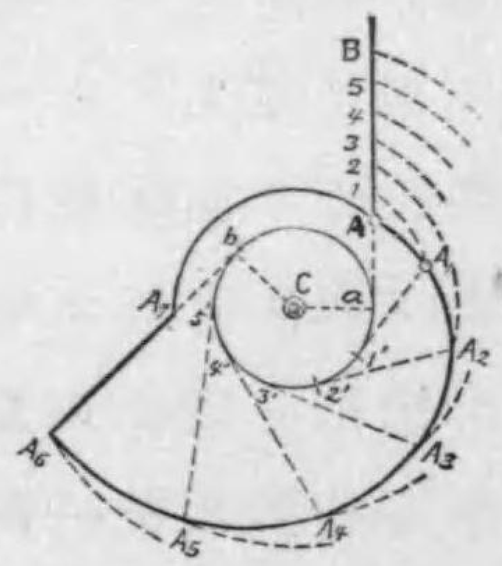


Fig. 320.

Cヲ中心トシ AB ノ延長ニ切スル圓ヲ引キテソノ切點ヲ a トシ弧 ab ヲ全圓周ノ $\frac{5}{8}$ ニ等シク取レ。而シテ弧 ab ヲ任意ノ數ニ等分シタル點ニ於ケル切線 $1'A_1, 2'A_2, \ldots . bA_6$ ヲ引キテ AB ヲ前ト同數ニ等分シタル點 1, 2, 3,.... ヲ通リCヲ中心トスル圓弧トノ對應スル交點ヲ結ブ曲線 $AA_1A_2A_3 \ldots . A_6$ ヲ作レ。又Cヲ中心トシAヲ通ル圓弧ト bA_6 トノ交點ヲ A_7 トセヨ。然ルトキハ曲線 $AA_1A_2 \ldots . A_6$, 直線 A_6A_7, 圓弧 A_7A ヨリ成ル線ハ求ムル所ノ偏突輪ノ外形トナルベシ。

上圖ニ於テ弧 $a2'b$ ガ AB ニ等シキトキハ曲線 $AA_1A_2 \ldots$ $\ldots . A_6$ ハ圓 ab ノ漸伸線トナル。斯クノ如キ偏突輪ヲ**漸伸線偏突輪**ト稱ス。

問題　84. 桿PAノ一端AハPニ於テ聯結サレタル桿PQガソノ上ノ一點Oノ周リニ回轉スルコトニヨリ

テ直線AY上ヲ往復スルモノトス。今Cヲ中心トスル偏突輪ノ周緣ニQヲ作用セシメテ偏突輪ガ等速度ニテ右回リニ90°回轉スル間ハAガ靜止シ,次ノ180°回轉スル間ニAガAY上ヲBマテ等速ニテ上リ,最後ノ90°回轉スル間ニAガ元ノ位置マデ單一弦運動ヲ以テ下ルタメニハ偏突輪ノ外形ヲ如何ニスベキカ。 (Fig. 321)

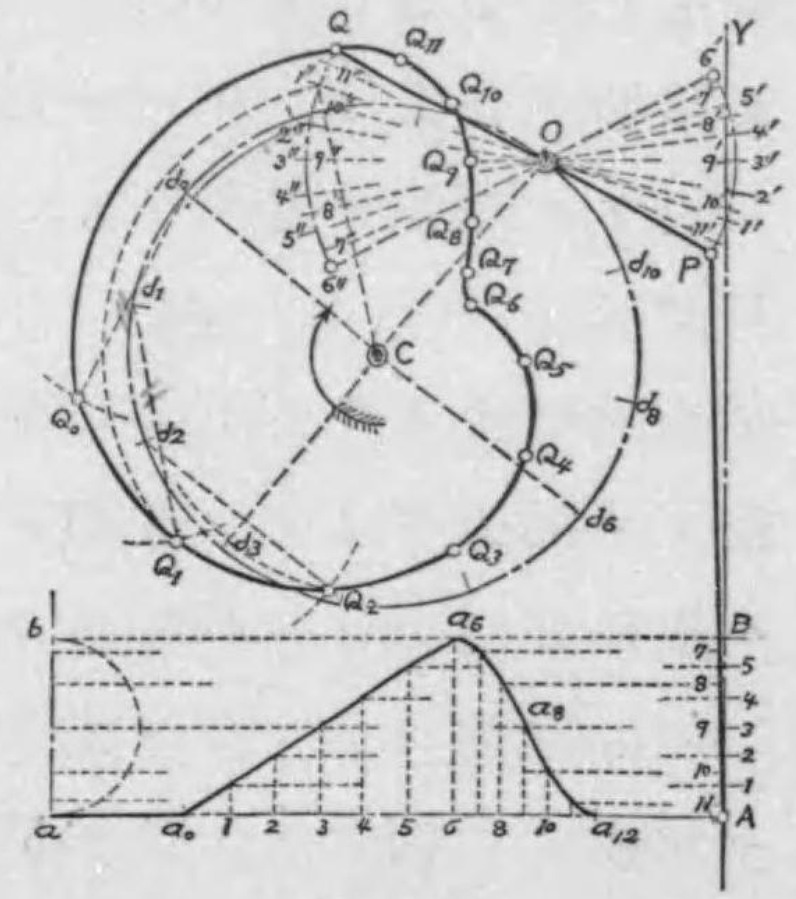


Fig. 321.

先ヅ初メノ90°回轉スル間ハAハ靜止スルヲ以テソノ間ニ於ケル偏突輪ノ外形ハ圓弧トナルベシ。故ニCヲ中心トシOヲ通ル圓ヲ引キテ弧 Od_0 ヲソノ $\frac{1}{4}$ ニ等シク取リCヲ中心トシQヲ通ル圓弧ト d_0 ヲ中心トシ OQ ヲ半徑トスル圓弧トノ交點ヲ Q_0 トスレバ圓弧 QQ_0 ハ初メノ90°回轉スル間ニ於ケル偏突輪ノ外形トナルベシ。

次ニ AB ヲ任意ノ數例ヘバ六ツニ等分シタル點 1, 2, 3,.... ヲ夫々中心, AP ヲ半徑トスル圓弧トOヲ中心 OP ヲ半徑トスル圓弧トノ交點ヲ夫々 $1', 2', \ldots . 6'$ トシOトコレラノ點トヲ結ビテOヲ中心 OQ ヲ半徑トスル圓弧トノ交點ヲ夫々 $1'', 2'', \ldots . 6''$ トセヨ。又半圓 d_0d_6 ヲ前ト同數六ツニ等分シタル點ヲ $d_1, d_2, d_3, \ldots .$ トセヨ。然ル後

C ヲ中心トシ $1'', 2'', \ldots\ldots 6''$ ヲ通ル圓弧ト $d_1, d_2, \ldots\ldots d_6$ ヲ夫々中心トシ OQ ニ等シキ長サヲ半徑トスル圓弧トノ對應スル交點ヲ夫々 $Q_1, Q_2, \ldots Q_6$ トセヨ。然ルトキハ曲線 $Q_0 Q_1 Q_2 \ldots\ldots Q_6$ ハ次ノ 180° 回轉スル間ニ於ケル偏突輪ノ外形トナルベシ。

最後ニ A ヨリ AB ニ引ケル垂線上ノ一點 a ヨリ AB ニ引ケル平行線 ab ヲ AB ニ等シク取リ ba ヲ直徑トスル半圓ヲ任意ノ數例ヘバ六ツニ等分シタル點ヨリ AB ニ引ケル垂線ノ足ヲ $7, 8, \ldots\ldots 11$ トセヨ。而シテ $7, 8, \ldots\ldots 11$ ヲ夫々中心トシ AP ヲ半徑トスル圓弧ト圓弧 $6'P$ トノ交點ヲ夫々 $7', 8', \ldots\ldots 11'$ トシ更ニコレラノ點トOトヲ結ビテ圓弧 $6''Q$ トノ交點ヲ夫々 $7'', 8'', \ldots\ldots 11''$ トセヨ。然ル後四分圓 d_0O ヲ六等分シテ前記ト同樣ニシテ $Q_7, Q_8 \ldots\ldots Q_{11}$ ヲ求メコレラノ點ヲ結ブ曲線 $Q_6 Q_7 Q_8 \ldots Q$ ヲ作ラバ最後ノ 90° 回轉スル間ニ於ケル偏突輪ノ外形ヲ得ベシ。

Fig. 321 ニ於ケル $a a_0 a_6 a_8 a_{12}$ ハ偏突輪ノ回轉スル角ト A ノ運動トノ間ノ關係ヲ示ス圖ナリ。

第二十章

平衡曲線

181. 伸縮ナキ等質ノ材料ヨリ成レル曲線アリ,其兩端ヲ支持セルトキ外力ガ之ニ働キ,内部ニ切線的方向ヲ有スル應力ヲ生ジ外力ト平衡ヲ保テルトキ此曲線ヲ**平衡曲線**ト稱ス,應力ガ張力ナルトキト壓力ナルトキトノ二種アリ。本章ニ於テハ最モ普通ナルモノ二種ヲ撰ビテ述ベントス。

182. 垂曲線。 等積ノ切斷面ヲ有シ,伸縮ナク等質ニシテ自由ニ屈曲シ得ベキ絲ノ兩端ヲ支ヘテ空中ニ垂下スルトキ,其絲ノトルベキ曲線ヲ**垂曲線**ト稱ス。コレ絲ノ張力ト重力トガ釣合ヒテ生ズル曲線ナリ。力學ノ敎フル所ニ從ヘバ此曲線ノ方程式ハ直角坐標ニヨレバ:—

$$y = \frac{a}{2}\left\{ e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

式中 y ハ曲線中ノ任意ノ點ノ縱距ニシテ,x ハ其點ノ横距ナリ,e ハ自然對數ノ底ニシテ 2.71828.....ナル定數ニシテ,a ハ曲線ト y 軸トノ交點ヨリ原點迄ノ距離ナリ。

183. 垂曲線ノ畫キ方。 正確ナル圖ヲ畫カン爲メニハ,上ノ式中 x ヲ適當ニ假定シ,之ニ對スル y ヲ計算シ之等ノ一對ノ縱横距ニヨリ畫クベキナリ。

(1)式ヲ書キ換ヘ $\dfrac{y}{a}=\dfrac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$ トシ

$\dfrac{x}{a}=\alpha,\ \dfrac{y}{a}=\dfrac{1}{2}\left(e^{\alpha}+e^{-\alpha}\right)$ トセルトキ

右邊ハ α ノ函數トナル之レヲ表ハスニ $\cosh \alpha$ ナル式ヲ用ヒ之ヲ**双曲線餘弦**ト稱ス,故ニ $y=a\cosh \alpha$ ニテ表ハサル。$\dfrac{1}{2}\left(e^{\alpha}-e^{-\alpha}\right)$ ナル式ヲ $\sinh \alpha$ ニテ表ハシ之ヲ**双曲線正弦**ト云フ其他 $\tanh \alpha, \coth \alpha$ 等アリ,但シ

$\tanh \alpha=\dfrac{\sinh \alpha}{\cosh \alpha}$ トセルモノ, $\coth \alpha=\dfrac{\cosh \alpha}{\sinh \alpha}$ トセルナリ。

α ノ値ノ 0 ヨリ順次0·1ヅヽ增加スル値ニ對シ双曲線函數ヲ計算セル表アリ,カヽル表ヲ用フルトキハ計算ハ餘程簡單ニナル。(卷末附錄參照)

垂曲線ノ式 $y=\dfrac{a}{2}\left\{e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right\}$

ニ於テ原點Oヨリノ橫距ガ a ナルトキ卽チ

$x=a$ ナレバ $y=\dfrac{a}{2}\left\{e^{1}+e^{-1}\right\}$ ……………………(1)

$x=2a$ ナレバ $=\dfrac{a}{2}\left\{e^{2}+e^{-2}\right\}$ ……………………(2)

$x=3a$ ナレバ $=\dfrac{a}{2}\left\{e^{3}+e^{-3}\right\}$ ……………………(3)

…………………………………

$x=na$ ナレバ $=\dfrac{a}{2}\left\{e^{n}+e^{-n}\right\}$ ……………………(4)

之等ノ式ニ於テ $a=1$ トセバ

(1) ハ, $y=\dfrac{1}{2}\left\{e^{1}+e^{-1}\right\}$ ……………………(1′)

(2) ハ, $=\dfrac{1}{2}\left\{e^{2}+e^{-2}\right\}$ ……………………(2′)

等トナル。

x ノ値ノ變化ニ對シ $\dfrac{y}{a}$ ノ變化ヲ表示セバ次ノ如クナル。之レ上式ニ於テ $e=2.7182818..$, $\log_{10}e=0.434294..$ トシテ計算セルナリ。

(1)	x ,	$\frac{1}{2}\left\{a^{\frac{x}{a}}+a^{-\frac{x}{a}}\right\}$	$=\frac{y}{a}$.
(2)	$\frac{a}{4}$,	$\frac{1}{2}\{1.28405+0.77880\}$	1.03142
(3)	$\frac{a}{2}$,	$\frac{1}{2}\{1.6487+0.60653\}$	1.12761
(4)	$\frac{3a}{4}$,	$\frac{1}{2}\{2.117+0.47144\}$	1.29472
(5)	a	$\frac{1}{2}\{2.71828+0.36788\}$	1.54308
(6)	$2a$,	$\frac{1}{2}\{7.389+0.13534\}$	3.76217
(7)	$3a$,	$\frac{1}{2}\{20.0855+0.049787\}$	10.0676
(8)	$4a$,	$\frac{1}{2}\{54.598+0.018316\}$	27.308

問題 85. a ノ値ヲ與ヘテ垂曲線ヲ畫ク事。 (Fig. 322) 曲線ノ直交軸 Oy, Ox ヲ引キ, Oy 上ニ OA$=a$ ニトレバ, A 點ハ最下點ヲ與フ, Ox 上ニ O$p=pq=qr=\ldots\ldots=a$ ナル點 p, q, r, s 等ヲトリ p ヲ通リ Ox ニ垂直ニ pP ヲ引キ其長サヲ上ノ表ノ第三項ナル $\dfrac{y}{a}$ ノ値ノ中ニ(5)ニ相當スルモノ卽チ 1.54308 ヲトリ之レヲ a ニ乘ジタル 1.54308a ニ等シクトレバ P ハ求ムル垂曲線上ノ一點ナリ, 以下同樣ニ qQ$=3.76217a$, rR$=10.0676a$ ニトリ, p ト A ノ間ニテハ橫距

ヲ夫々 $a/4, a/2, 3a/4$ 等ニトリ之ニ相等スル $\frac{y}{a}$ ヲ前ノ表ニテ求メ之ニ a ヲ乘ゼバ縱距ヲ得,カクシテ其各點ヲ適當ニ連結シテ垂曲線ヲ得,a ヲ**通徑又ハ母數**ト稱ス。

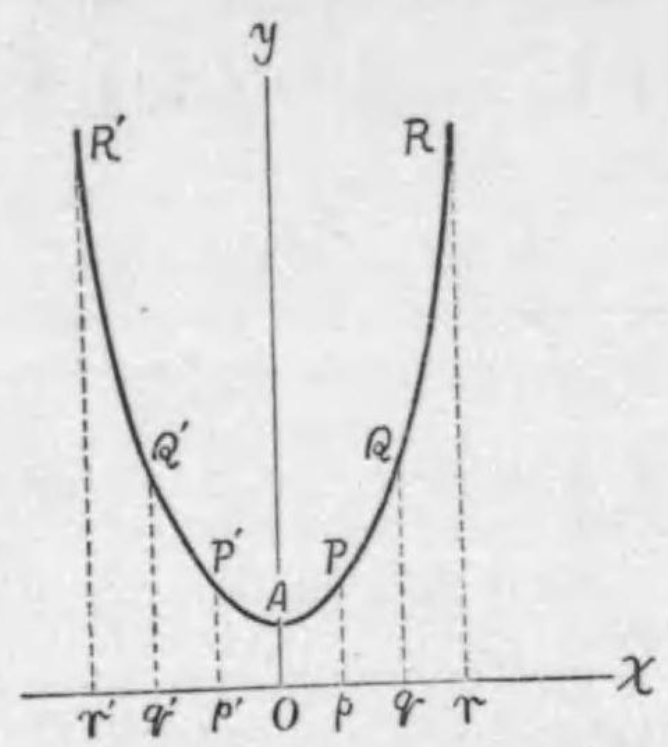


Fig. 322.

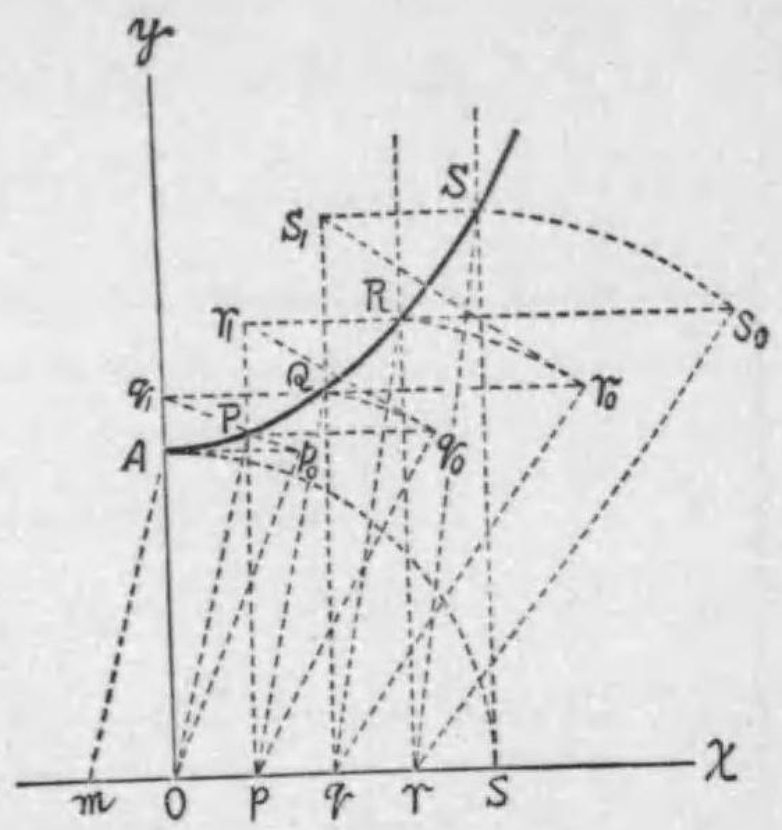


Fig. 323.

a ノ大サニヨリテハ横距ヲ a ノ倍數ニトリテハ距離大ニ過ギ曲線ヲ畫クニ不便ナルコトアリ,カヽルトキハ次ギニ述ブル如クスベシ。等シキ間隔ヲヲ有スル縱距ヲ y_{n-1}, y_n, y_{n+1} トセバ

$$y_{n-1}\times y_{n+1}=y_n^2+k^2 \ldots. (2) \quad (k=\text{常數})$$

ナル關係アルコトハ垂曲線ノ式, $y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$ ヨリ導クコトヲ得。

計算ニヨリ $x=\frac{a}{n}$ ニ對スル y ヲ出スベシ,今 $n=4$, トスレバ (Fig. 323) $Op=\frac{a}{4}$, $y=1.0314a=pP$ トシ, $Am=pP$ ナル

m ヲ Ox 上ニ求メ, $Om=k$(卽チ Om ヲ一ツノ定數ト見做スベシ)$=Op$ トシ,更ニ $Op=pq=qr=rs=\ldots.$ トシ $y_{n-1}=OA$, $y_n=pP$, $y_{n+1}=qQ$ トセバ,式(2)ニヨリ y_{n+1} 卽チ qQ ヲ計算シ得ベシ,卽チ Ap_0 ヲ Op ニ平行ニ引キ O ヲ中心トスル $\overparen{Pp_0}$ トノ交リ p_0 ヲ求メ p_0O ニ垂直ナル p_0q_1 ト Oy トノ交點ヲ q_1 トスレバ $Oq_1=qQ$ ナリ。如何トナレバ作圖ヨリ $OA:Op_0::Op_0:Oq_1$ 卽チ qQ ハ OA, Op_0 ノ第三比例項ナリ

$$\therefore \overline{Oq_1}\times\overline{OA}=\overline{Op_0}^2=\overline{OP}^2=\overline{pP}^2+\overline{Op}^2$$
$$=\overline{pP}^2+\overline{Om}^2=\overline{pP}^2+k^2$$

次ギニ pQ ヲ結ビ之ヲ半徑, p ヲ中心トシテ $\overparen{Qq_0}$ ヲ引キ, Ox ニ平行ナル Pq_0 トノ交リ q_0 ヲ求メ $\angle pq_0r_1$ ヲ直角ニ引キ pP トノ交リ r_1 ヲ求メ $pr_1=rR$ トセバ, R ハ所要點ナリ,故ニ Ox ニ平行ナル r_1R ト rR トノ交リ R ヲ求ムレバ之レ曲線上ノ點ナリ,以下之ヲ繰返セバ可ナリ。

問題 86. a ヲ與ヘテ近似的方法ニヨリ垂曲線ヲ畫ケ。 (Fig. 324)

(1) a ヲ計リシト同一ノ單位ニテ $e(=2.71828\ldots.)$ ヲ計リ其半分ヲ $=x_1$ トセル長サヲ横距トセバ(其點ヲ P トス)其縱距 y_1 ハ AP ニ等シ,故ニ PIII=AP

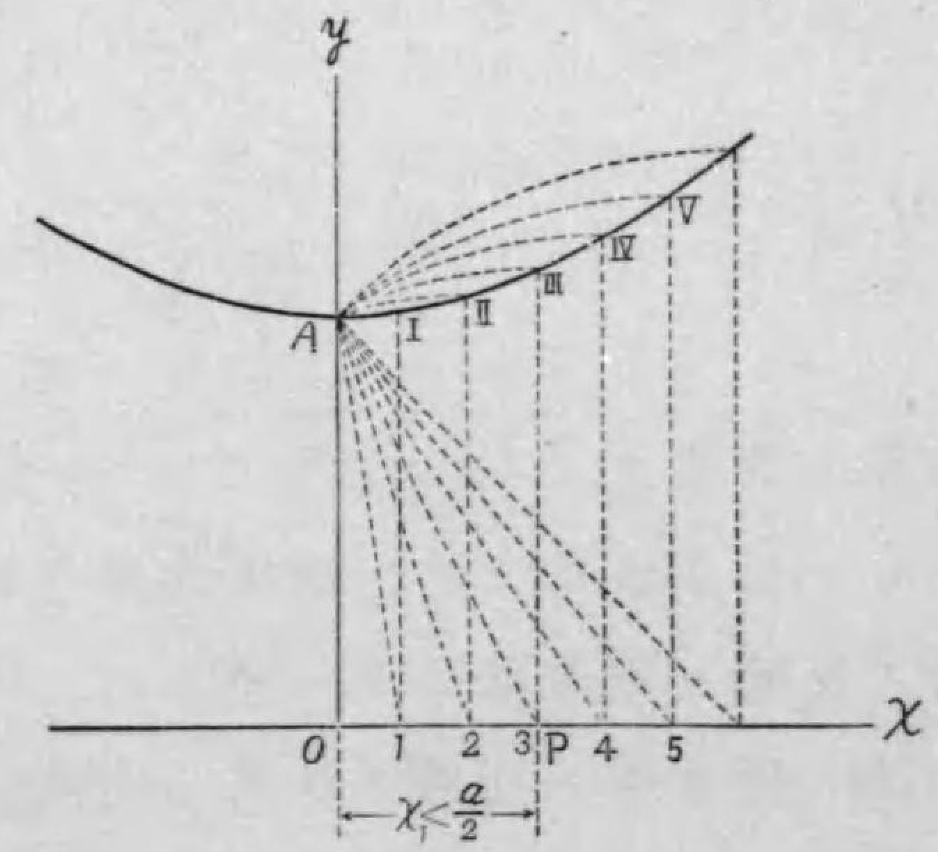


Fig. 324.

トセバ III ハ所要ノ點ナリ, x_1 ヨリ小ナル横距ニ對シテハ此方法ヲ用ヒテ縱距ヲ求メ之ヨリ垂曲線ヲ得。

此方法ハ $x-1$ ノ値ガ$\frac{e}{2}$ヨリ大ナラヌ時ハ比較的精密ナルモ,其以上ニテハ不精密トナル。

(2) **圓弧ヲ用ヰテ垂曲線ヲ畫ケ。** (Fig. 325)

y 軸上ニ OA=AS ナル點 S ヲ求メ中心 S 半徑 AS ニテ圓ヲカキ,短キ弧 AI(長サ適宜)ヲ引キ SI ヲ結ビ OX トノ交リ 1 ヲ求メ I1 ノ延長上ニ I1=IS$_1$ ヲトリ S$_1$ ヲ中心, S$_1$I ヲ半徑トシテ,弧 I-II ヲカキ S$_1$II ノ延長ト OX トノ交リ 2

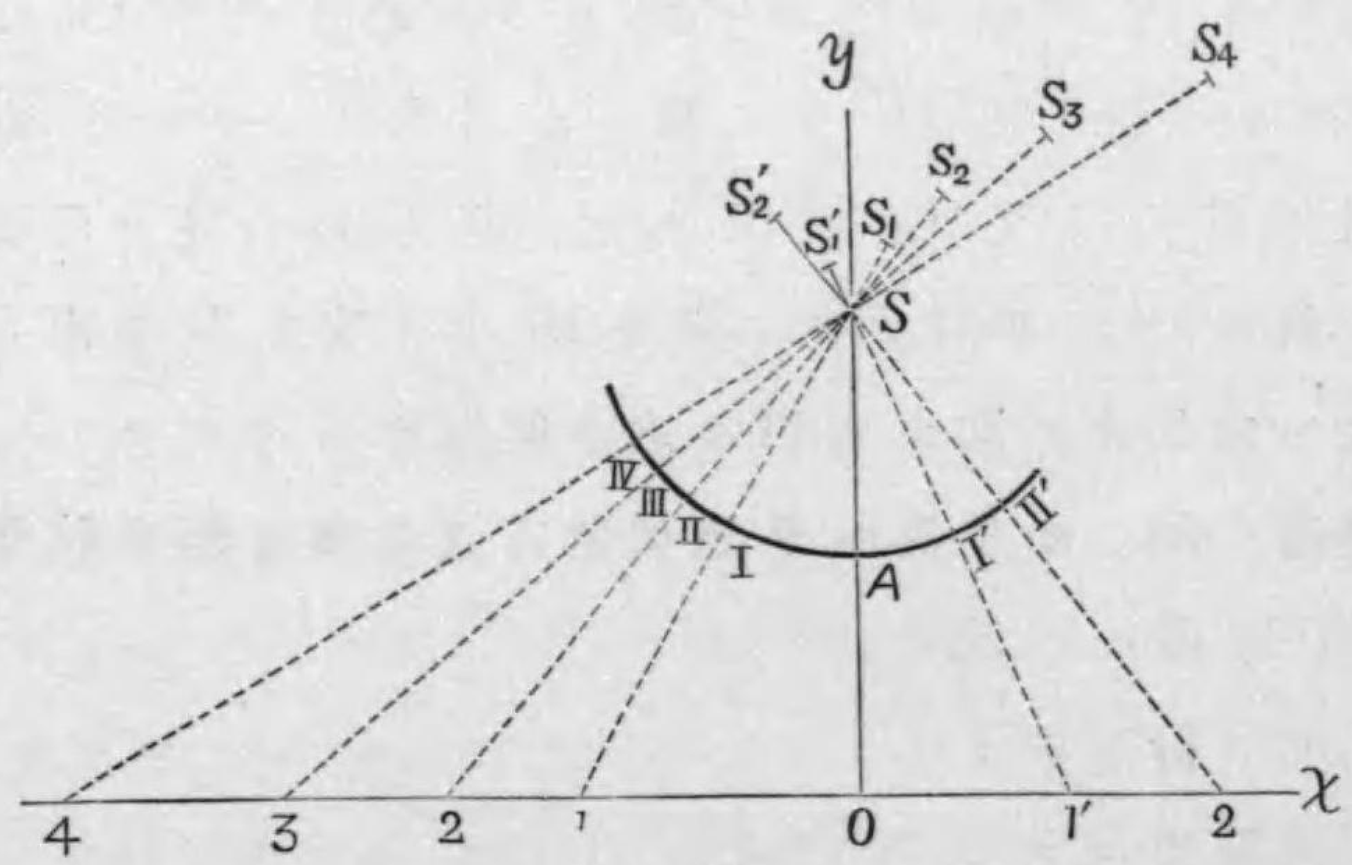


Fig. 325.

ヲ求メ其線上ニ 2II=IIS$_2$ ヲトリ S$_2$ ヲ中心, S$_2$II ヲ半徑トシテ,弧 II-III ヲカキ以下此順ヲ繰リ返ヘセバ之等ノ弧ノ連續ハ垂曲線ナリ。

184. 垂曲線ノ切線ノ性質。 (Fig. 326) (1) 垂曲線上ノ任意ノ點 P ニ於ケル切線 PT ハ P ヨリ OA ニ下セル垂

線ノ足 p_1 ヨリ圓 atA (中心 O, 半徑 OA) ニ引ケル切線 p_1t

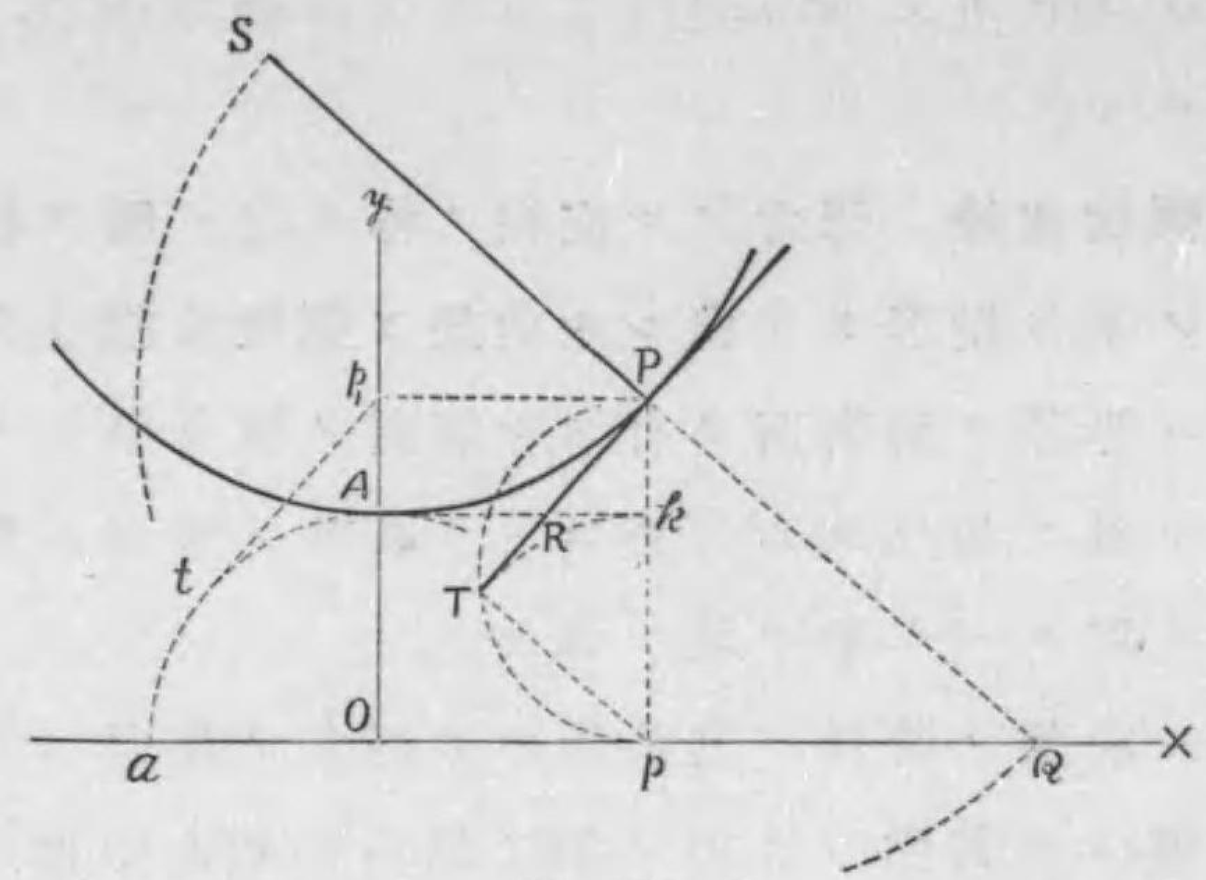


Fig. 326.

ト平行ナリ, (2) P ヨリ OX ニ下セル垂線ノ足ヲ p トセバ, p ヨリ切線 PT ヘ下セル垂線 pT ハ OA ト等長ナリ, (3) 圓 atA ノ點 A ニ切線 Ak ヲ引キ Pp トノ交リヲ k トシ PT トノソレヲ R トセバ RT=Rk ナリ,又直線 PT ハ垂曲線 AP ト等長ナリ。

問題 87. 垂曲線上ノ一點 P ニ切線 PT ヲ引ケ。 (Fig. 326) (I) 本條ノ (1) ニヨリ, (II) p (P ヨリ OX ニ下セシ垂線ノ足)中心, OA 半徑ノ圓ヘ P ヨリ切線 PT ヲ引クコトニヨリ, (III) Pp ヲ直徑トスル圓ト p 中心, OA 半徑ノ圓トノ交リ T ヲ求メ之ト P トヲ結ブコトニヨリ得ラル。(Fig. 326)

185. 垂曲線上ノ一點 P ニ於ケル曲率半徑ト曲率中心。 (Fig. 326)

P ニ切線ヲ引キ之ニ垂直ニ SPQ ヲ引キ OX トノ交リ Q ヲ求メ, QP 上ニ PS=QP トセバ S ハ曲率中心, SP ハ同半徑ナリ。

186. 彈性曲線。 彈力アル直線ノ棒ガ,之ニ働ク張力又ハ壓力ノ下ニ變形シテ成レル曲線ヲ彈性曲線ト稱ス。爰ニテハ等積ノ切斷面ヲ有スル等質ノ細キ平タキ發條ガ等シク且ツ相反スル二力ニヨリ長サノ方向ニ壓セラレシトキ,取ルベキ形ニ就テ論ゼン。

カヽル曲線ノ特性ハ其曲線中ノ任意ノ點 P ニ於ケル曲率半徑 ρ ガ其點ヨリ力ノ働ク線ヘノ垂直距離 y ニ反比例スルコトナリ。

之ヲ式ニテ示セバ

$$\rho=\frac{a^2}{y}$$（a ハ一定數ニシテ發條ノ長サ,切斷面ノ形,其彈性係數及ビ壓力ノ大サヨリ定マルモノナリ。）

此曲線ハ小圓弧ノ集合ヨリナルト考ヘテ大差ナシ,次ノ作圖法ハ之ニヨル。

問題　88. ***a* ノ値, *y* ノ最大値 y_0 ヲ與ヘテ彈性曲線ヲ畫ケ。** y_0 ガ a ニ比シテ小ナル場合 (Fig. 327)

直線 AA_1 ヲ力ノ働ク方向ト考ヘ,之ニ垂直ニ AA_1 ノ約中央ニ線 bB ヲ引キ(力ノ働ク點, A, A_1 ノ位置ハ不明ナリ). AA_1 トノ交リヲ b トシ, $bB=y_0$ トセバ,點 B ハ求ムル曲線上ノ點ナリ。

中心 B, 半徑 a ニテ圓ヲ畫キ AA_1 トノ交リヲ c トシ cB ニ垂直ニ cO_1 ヲ引キ Bb トノ交リヲ O_1 トセバ之レ B 點ノ曲率半徑ナリ。[證(1)]

次ギニ O_1 ヲ中心, O_1B ヲ半徑トシテ,短キ任意ノ圓弧 BD ヲ引キ Dd ヲ AA_1 ニ平行ニ引キ bB トノ交リヲ d トシ別ニ $\overline{be}=a$ ナル點 e ヲ AA_1 上ニトリ $\overline{ed}$ ヲ結ビ之ニ垂直ニ $\overline{ef}$ ヲ引キ Bb トノ交リヲ f トセバ fb ハ點 D ニ於ケル曲率半徑ノ長サナリ,故ニ

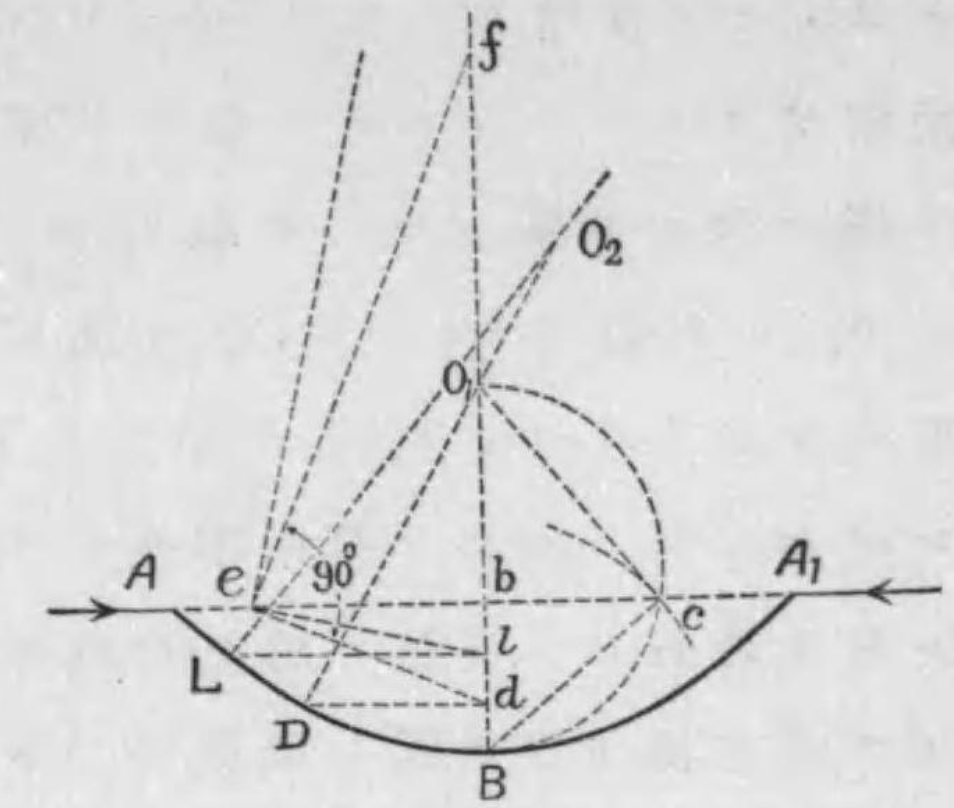


Fig. 327.

DO_1 ノ上ニ $DO_2=\overline{fb}$ ナル點 O_2 ヲ求メ之ヲ半徑トシテ DL ノ曲線ヲ畫ク,順次カクシテ最後ニ曲線ニ切線ヲ引キテ AA_1 ノ交リヲ夫々 A, A_1 トセバ $ADBA_1$ ハ求ムル曲線ナリ。[證(2)]

〔證(1)〕 $\triangle O_1Bc$ ト $\triangle cBb$ トハ相似ニシテ從テ

$$\overline{Bc}^2=\overline{O_1B}.\overline{bB}.$$

然ルニ $\overline{Bc}=a,\ O_1B=\rho,\ bB=y.$

$$\therefore\ a^2=\rho y$$

〔證(2)〕 $\triangle ebd$ ト $\triangle fbe$ トハ相似ナレバ

$$\overline{db}:\overline{be}::\overline{eb}:\overline{bf}\quad\therefore\ \overline{be}^2=\overline{db}.\overline{bf}$$

然ルニ $\overline{be}=a,\ \overline{db}=y$ at D.

$$\therefore\ a/y=\rho$$

i) $a>y_0$ ニシテ曲線ガ AB 線ト交ハル場合 (Fig. 328)

不定直線 AB 上ニ, A ニ近ク一點 p ヲ定メ AB ニ垂直

ナル pq ヲ y_0 ニ等シク引キ, q ヲ中心, a ヲ半徑トセル圓ト AB トノ交點ヲ r トシ $\widehat{qrs}=90°$ ナル rs ヲ引キ pq トノ交點ヲ s トセバ, s ハ q ノ曲率半徑ナリ。 s ヲ中心, sq ヲ半徑トセル圓弧上ニ t ヲ取リ, ts ヲ結ビ, $tt_1//AB$ ナル線ト pq トノ交リヲ t_1 トシ,又 pq 及ビ pr 上ニ $pu=pu_1=a$ ナル u, u_1 ヲトリ, uv_1 ヲ t_1u_1 ニ平行ニトリ AB 上ニ v_1 ヲ定ムレバ pv_1 ハ t ニ於ケル曲率半徑ナリ。斯クノ如ク順次ニ曲線ヲ延長シテ,其點ニ於ケル曲率中心,曲率半徑ヲ求メツツ此方法ヲ繰リ返シ最後ニ AB ニ近キ曲線ニテ之ニ切線ヲ引キ AB トノ交リヲ A トス。此方法ハ pq ノ反對

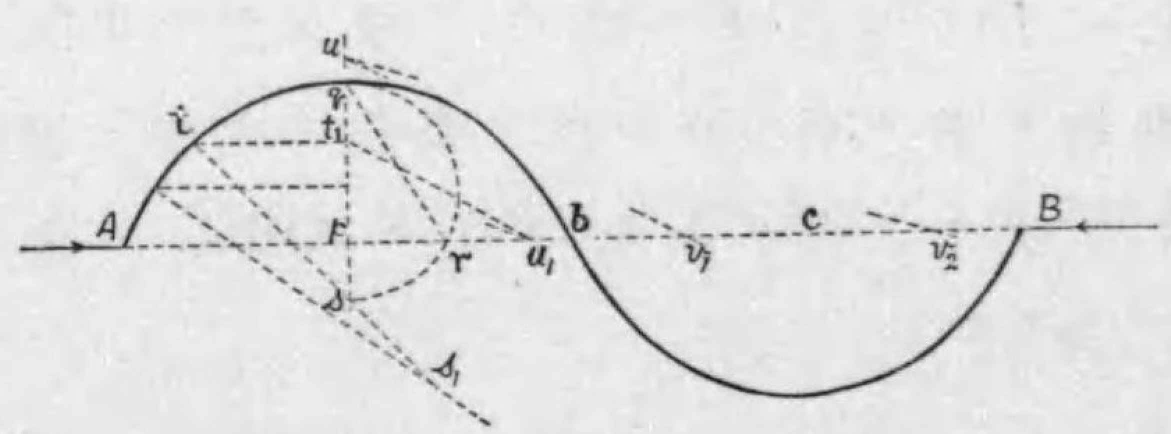


Fig. 328.

ノ側ニテモ同樣ニシテ進ミ AB トノ交點ヲ b トス。カクシテ直線 AB ノ上側ニ於ケル曲線ヲ完成セバ,次ギニ, $bc=Ap$ ナル點 c ヲ AB 上ニトリ前法ヲ繰返シテ, AB ノ下側ノ曲線ヲ得。

ii) $a<y_0$ ニシテ曲線ガ AB ト交ハル場合(Fig. 329)

AB 線上ニ A ニ近ク p ヲ定メ, AB ニ垂直ニ pq ヲ y_0 ニ等シクトリ, q ヲ中心, a ヲ半徑トセル圓弧ト pq ヲ直徑トセル半圓周トノ交リヲ r トシ, rs ヲ AB ニ平行ニ引キ

pq トノ交點ヲ s トセバ之レ q ニ於ケル曲率中心ナリ,故ニ之レヲ中心, sq ヲ半徑トセル短キ圓弧ヲ畫キ,其一端ヲ t トシ tt_1 ヲ AB ニ平行ニ引キ, pq トノ交リヲ t_1 トシ,又別ニ pq, pB 上ニ別々ニ $pu=pu_1=a$ ナル點 u, u_1 ヲトリ以下前法 i) ノ如クセバ所要ノ曲線ヲ得。

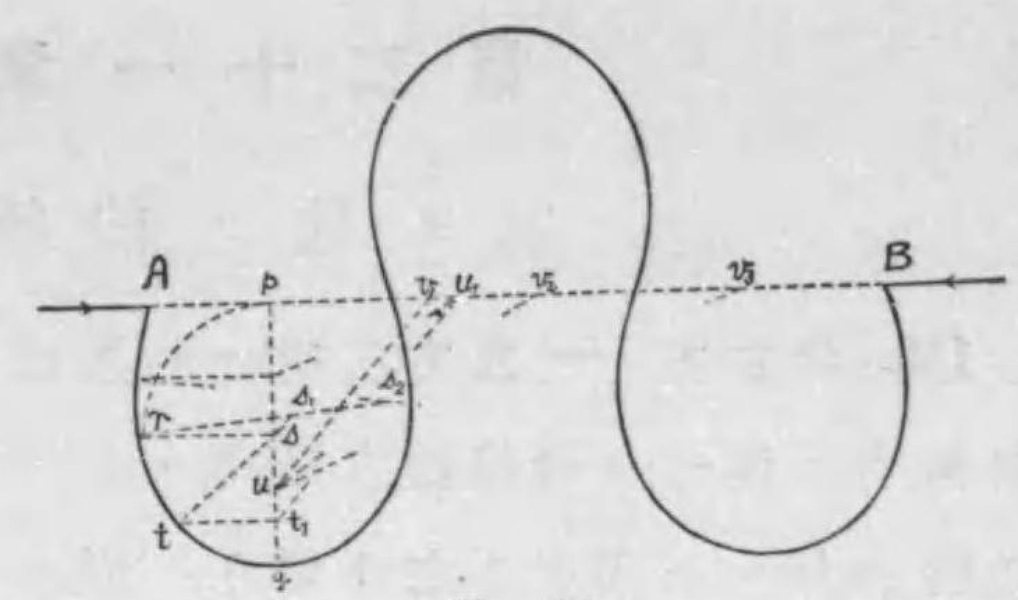


Fig. 329.

以上ノ二ツハ何レモ(1)ノトキト同樣ナル,證明法ニヨリ $\rho y=a^2$ ヲ滿足スルコトヲ知ルベシ。

187. 本曲線ノ切線,法線,曲率半徑,曲率中心ハ,前ノ作圖法ヨリ直チニ求メ得ベシ。

第 二 十 一 章

其 ノ 他 ノ 曲 線

188. 半立方——，立方(三次)——，及ビ高次拋物線[1] 圓錐曲線中ニ述ベシ拋線線方程式ハ $y^2=4ax$ ナルコトハ讀者ノ既ニ知レル所ナリ，之ト似タル形ニテ指數ノ異ナルモノ卽チ $y^{\frac{3}{2}}=ax$, $y^3=ax$, $y^n=ax$, ノ如キモノヲ夫々半立方拋物線，三次拋物線，n 次拋物線ト稱ス。

189. 主軸 AX, 曲線上ノ一點 P, 頂點 A ヲ與ヘテ以上各種ノ拋物線ヲ畫クコト。

i) **半立方拋物線。** P ヨリ主軸 AX ニ垂線 PX ヲ引キ，AX, PX ヲ二邊トスル矩形 ABPX ヲ書キ BP, AB ヲ相等シキ數(圖ニテハ 5)ニ等分シ，其分點ヲ夫々 1′, 2′, 3′, 4′, P 1, 2, 3, 4, B トシ，1′, 2′, 3′, 4′ ヨリ BP ニ引ケル垂線ト半圓 BaP トノ交點ヲ夫々 a, b, c, d トセヨ。然ル後 B ヲ中心，半徑 Ba, Bb, Bc, ... ナル圓弧ト BP トノ交點ヲ夫々 a', b', c' .. ...トシ之等ノ點ト B トヲ結ビシモノ卽チ a'A, b'A, c'A 等ト AX ニ平行ナル 1I, 2II, 3III, 等トノ交リヲ夫々 I, II, III, 等トセバ之等ハ求ムル曲線上ノ點ナリ。

計算ヲ簡單ニスル爲メニ圖ニ示ス如クシテ坐標ヲ表ハサン。

$$\frac{y}{x}=\frac{y_0}{x_1}=\frac{y_0}{\sqrt{B2'.BP}}=\frac{y_0}{\sqrt{\frac{2}{5}x_0.x_0}}=\frac{y_0}{x_0\sqrt{\frac{2}{5}}}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

[1] 本項ニツキテハ熊本商工學校教諭中村只八氏ニ負フ所多シ。

又 $x=\frac{2}{5}x_1=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{2}}x_0\cdots\cdots(2)$　又 $y_0^{\frac{3}{2}}=ax_0\cdots\cdots(3)$

(1), (3) ヨリ $\dfrac{y^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{y_0^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{4}}x_0^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{a}{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{4}}x_0^{\frac{1}{2}}}$

$$\therefore\ y^{\frac{3}{2}}=\frac{ax^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{4}}x_0^{\frac{1}{2}}}=ax\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{3}{4}}x_0^{\frac{1}{2}}}$$

此最後ノ項ハ $=1$ ナルコトハ(2)ヨリ直チニ知ラル故ニ $y^{\frac{3}{2}}=ax.$

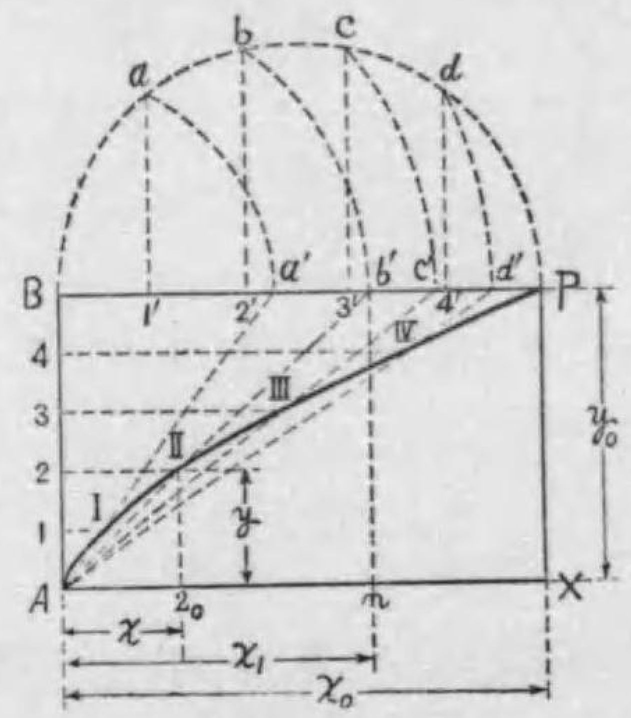


Fig. 330.

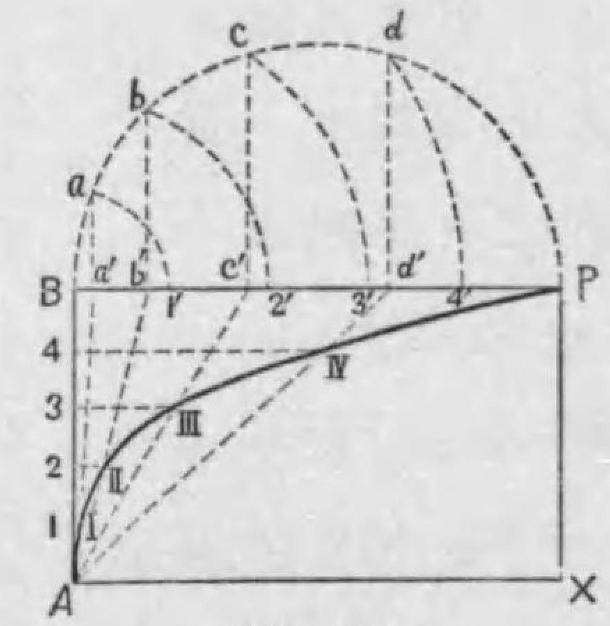


Fig. 331.

ii) **三次拋物線。** (Fig. 331)

ABPX ノ矩形及ビ BP 上ニ半圓ヲ造リ BP, AB ヲ等シク等分スルコトハ前ノ如シ。B ヲ中心，B1′, B2′, 等ヲ半徑トシテ畫ケル圓ト半圓周トノ交リヲ夫々 a, b, c, d 等トシ之等ノ點ヨリ BP ニ垂線 aa', bb', cc' 等ヲ引キ a'A ト 1I (1 ヲ通リ AX ニ平行ナル線)トノ交リヲ I, b'A ト 2II (2 ヲ通リ AX ニ平行ナル線)ヲ II トシ以下同樣ニシテ求メシ點ヲ III, IV 等トセバ，I, II, III, IV 等ハ所要線上ノ點ナリ。

證明ハ前ト同樣ニシテ得ラルベシ。

190. 三次抛物線ノP點ニ切線,法線及ビ曲率中心ヲ求ム。 (Fig. 332)

PヨリAXニ垂線ヲ下シ其足ヲnトシXA上ニ$\overline{nm}=3\overline{nA}$ナル$m$ヲトリ之レトPトヲ結ベバ之レ切線ナリ,從ツテ之ニ垂線ナルPSハ法線ナ。

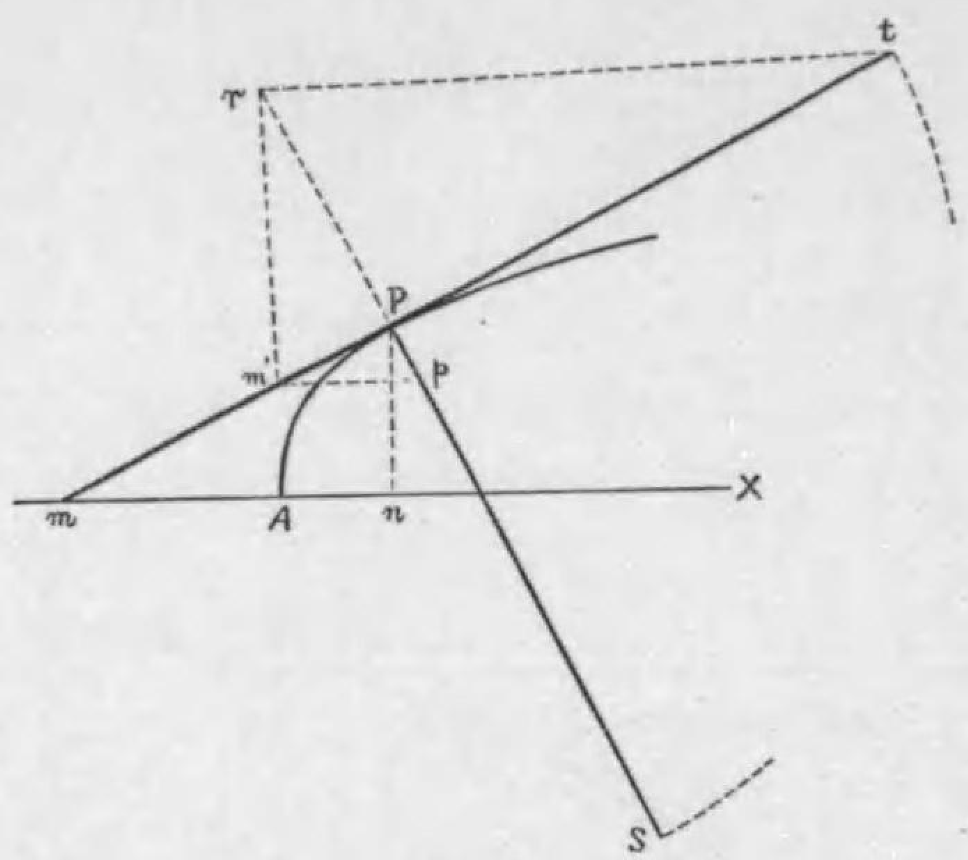


Fig. 332.

PS上ニ$\mathrm{P}p=\frac{1}{3}\cdot\mathrm{P}n$ナル$p$ヲ求メ又Pm上ニ其$\frac{1}{3}$ナル$\mathrm{P}m'$ヲトリ,$\widehat{pm'r}=90^\circ$ナル$m'r$トPSトノ交リ$r$ヲ求メ$\widehat{m'rt}=90$ナル$rt$ト$m$Pトノ交點$t$ヲトリP$t$ニ等シクPSヲP$p$上ニトレバSハ曲率中心ナリ。

191. 一般ニ$y^n=ax$ナル抛物線ノPニ於ケル切線ハ,PヨリAXニ下セシ足ヲn_0トスルトキハXA上ニ$\overline{n_0m}=n\cdot\overline{An_0}$ナル$m$ヲトリ之レトPトヲ結ベバ可ナリ。

192. 頂點A,主軸AX,曲線上ノ一點Pガ與ヘラレシトキn次ノ抛物線ヲ與ヘテ$n+1$次又ハ$n-1$次抛物線ヲ畫クコト。 (Fig. 333)

矩形ABPXヲ造ルコトハ前ノ如シ,AB,BPヲn等分セヨ(圖ニテハ5等分)分點4及ビ4′ヲ通リ夫々AX,BAニ平行ナル線ハAP上ニテ交ハルベシ(其點ヲ4″トセヨ)A4′ト44″トノ交點IV$_2$ハ二次抛物線(卽チ$n=2$ナルトキ)上ノ點ナリ。

PハP線上ノ點ナレバ$\overline{PX}^2=a.\overline{AX}$ヲ滿足セザルベカラズ。

$$\frac{\mathrm{IV}_2\,n_2}{\mathrm{A}\,n_2}=\frac{4''\,4_0}{\mathrm{A}n_2}=\frac{4''\,4_0}{\frac{4}{5}\cdot\mathrm{A}4_0}=\frac{\overline{\mathrm{PX}}}{\frac{4}{5}\,\overline{\mathrm{AX}}}$$

$$\therefore\ \frac{\overline{\mathrm{IV}_2\,n_2}^2}{\overline{\mathrm{A}n_2}^2}=\frac{\overline{\mathrm{PX}}^2}{\left(\frac{4}{5}\right)^2\overline{\mathrm{AX}}^2}\qquad \text{然ルニ}\ \frac{\overline{\mathrm{PX}}^2}{\overline{\mathrm{AX}}}=a\quad \overline{\mathrm{A}n_2}=\left(\frac{4}{5}\right)^2\overline{\mathrm{AX}}$$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{IV}_2\,n_2}^2=\frac{a}{\left(\frac{4}{5}\right)^2\overline{\mathrm{AX}}}\ \overline{\mathrm{A}n_2}^2=a\,\overline{\mathrm{A}n_2}$$

故ニIV$_2$ハ$y^2=ax$ヲ滿足ス。

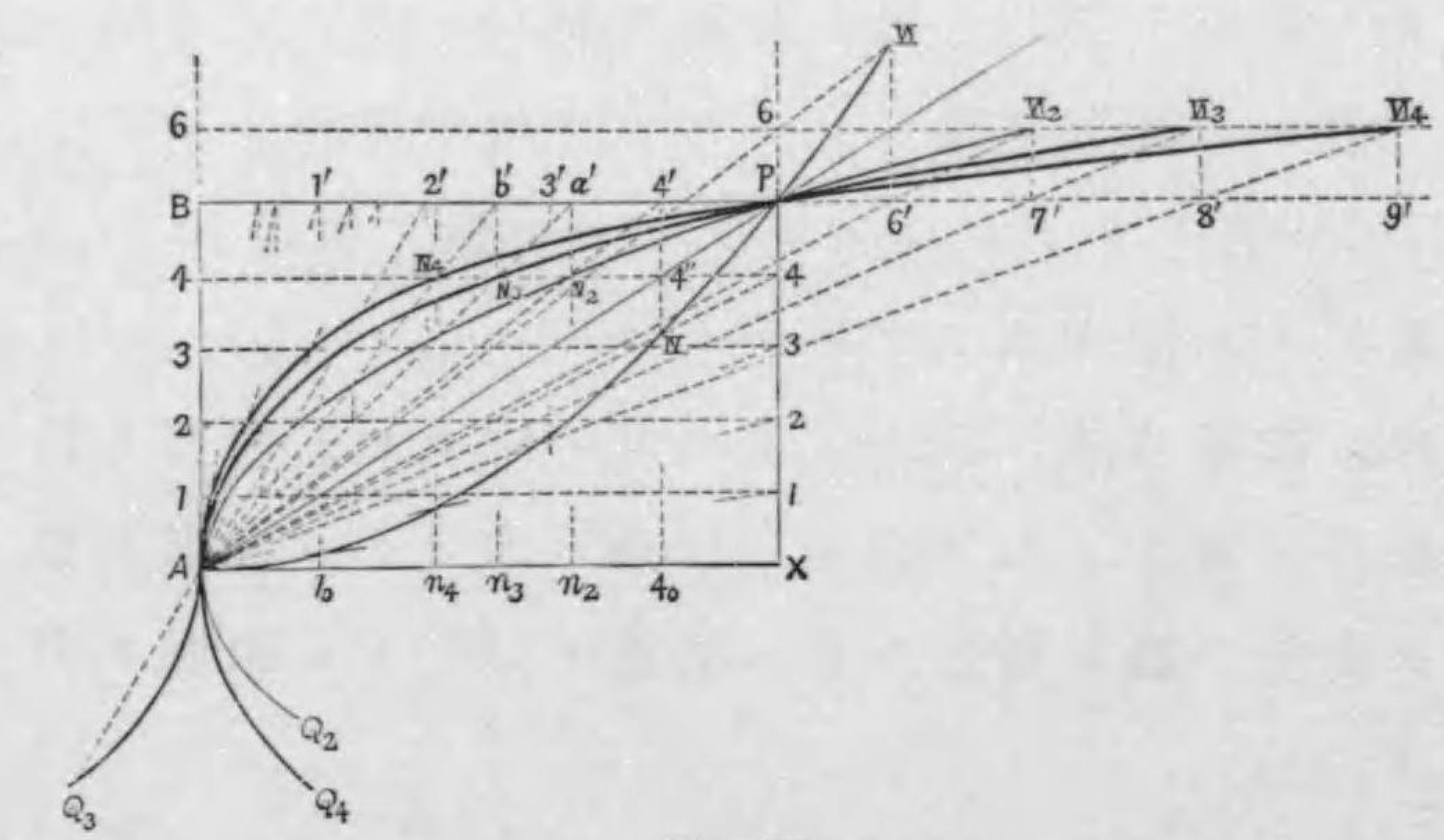


Fig. 333.

次ギニn_2IV$_2$ヲ延長シBPトノ交リヲa'トシ,a'Aト44トノ交點ヲIV$_3$トセバ之レ三次抛物線上ノ點ナリ。

IV$_3$ヨリAXヘノ垂線ノ足ヲn_3トセヨ,然ラバ$\mathrm{A}n_3=\frac{4}{5}\mathrm{A}n_2=\left(\frac{4}{5}\right)^3\overline{\mathrm{AX}}$

$$\therefore\quad \frac{\overline{\mathrm{IV}_3 n_3}}{\overline{\mathrm{A}n_3}}=\frac{\frac{4}{5}\ \overline{\mathrm{PX}}}{\left(\frac{4}{5}\right)^3\overline{\mathrm{AX}}}\qquad \therefore\quad \frac{\overline{\mathrm{IV}_3 n_3}^3}{\overline{\mathrm{A}n_3}^3}=\frac{\overline{\mathrm{PX}}^3}{\left(\frac{4}{5}\right)^6\overline{\mathrm{AX}}^3}$$

然ルニ $\overline{\mathrm{PX}}^3=a\overline{\mathrm{AX}}$

$$\therefore\quad \overline{\mathrm{IV}_3 n_3}^3=\frac{\overline{\mathrm{A}n_3}^3}{\left(\frac{4}{5}\right)^6\overline{\mathrm{AX}}^2}a=a.\overline{\mathrm{A}n_3}$$

∴ $y^3=ax$ ヲ滿足ス。

以下カクシテ n 次ガ與ヘラルレバ $n-1$ 又ハ $n+1$ 次ノ式ヲ得ベシ。Fig. 333 ハカクシテ求メシ種々ノ抛物線ニシテ, $\mathrm{VI_2PIV_2AQ_2}$ ハ二次, $\mathrm{VI_3PIV_3AQ_3}$ ハ三次, $\mathrm{VI_4PIV_4AQ_4}$ ハ四次ノ抛物線ヲ表ハス。VI, P, IV, A ハ 44 ト $4'4_0$ ノ交點ヨリ垂線ヲ BP ヘ出シ其足ヲ求ムル代リニ PX ヘ垂線ヲ出シテ其足ヲ求メ之トAトヲ結ビ其線ト $4'4''$ トノ交リ IV ヲトリシモノニシテ,カヽル點ノ軌跡ハ $x^2=\frac{1}{a}y$ ヲ滿足スル抛物線トナル。

193. 磁氣曲線。 底邊ノ長サガ一定セル三角形ニ於テ其底角ノ餘弦ノ和ガ常ニ一定數ニ等シケレバ其頂點ノ畫ク曲線ヲ磁氣曲線ト稱ス,底邊ヲ AB トシ頂點ヲ P トセバ

$$\cos\widehat{\mathrm{PAB}}+\cos\widehat{\mathrm{PBA}}=k$$

ナル式ニテ表ハサル,此曲線ハ二點 A,B ニ同一ノ强サノ極ヲ有スル滋石ノ力線ヲ示スモノナリ,k ノ値ハ餘弦ノ性質ヨリ

$$0\leqq k\leqq 2$$

ナルコトヲ知ルベシ。

問題 89. A, B ノ位置ト k ノ値トヲ與ヘテ磁氣曲線ヲ畫ケ。 (Fig. 334)

A, B ヲ中心,半徑 AB÷k ニテ圓ヲ畫キ其ノ交點ヲ C, D トセヨ,然ラバ C, D ハ所要線上ノ點ナリ, AB 上ニ任意ノ點 p, s.....ヲトリ AB ニ垂直ニ $pp'p''$, $ss's''$, ...ヲ引キ二圓トノ交リヲソレゾレ p', p'', s', s'', ... トセヨ, p'A, p''B ノ交點ヲ P; s'A ト s''B トノ交リヲ S, トセバ P, S.....ハ求ムル線上ノ點ナリ,故ニカヽル點ヲ適當ニ曲線ニテ結べバ可ナリ。

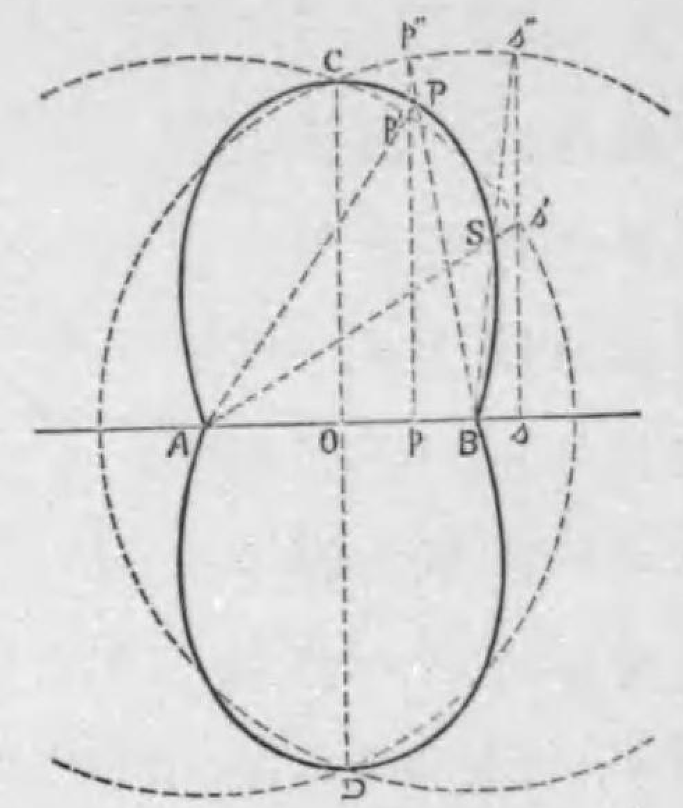


Fig. 334.

〔證〕 最初ノ作圖ニ於テ

$$\cos\widehat{\mathrm{CAB}}=\frac{\mathrm{AO}}{\mathrm{AC}},\quad (\text{O ハ AB ノ中點})。$$

$$\cos\widehat{\mathrm{CBA}}=\frac{\mathrm{AO}}{\mathrm{AC}}.$$

$$\therefore\quad \cos\mathrm{CAB}+\cos\mathrm{CBA}=\frac{2\mathrm{AO}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{AB}}{\frac{\mathrm{AB}}{k}}=k,$$

後ノ作圖ニテ

$$\cos p''\widehat{\mathrm{BA}}=\frac{\mathrm{B}p}{\mathrm{B}p''}\cdots\cdots(1)\qquad \cos p'\widehat{\mathrm{AB}}=\frac{\mathrm{A}p}{\mathrm{A}p'}\cdots\cdots(2)$$

然ルニ $\mathrm{A}p'=\mathrm{BP}''=\mathrm{AC}$

$$\therefore\quad (1)+(2)=\frac{\mathrm{B}p+p\mathrm{A}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=k$$

Fig. 335 ハ $k=\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ ニ對スル,カヽル曲線ヲ示スモノニシテ,ソレゾレ 1, 2, 3, 4, 5 ノ順序ニテ示サル。

194. 等電位線。 與ヘラレタル二極(點) A,B アリ,其距離 $=2a$ トス,一點 P アリテ A,B 點ヨリノ距離ヲ夫々 ρ, ρ' トセバ

$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho'}=\mathrm{K} \cdots\cdots\cdots\cdots (1) \qquad (\mathrm{K}\ ハ一常數トス)$$

ノ如キ式ヲ滿足スル P ノ軌跡ハ卽チ等電位線ナリ。等電位線ハ, A,B ヲ極トスル磁氣曲極ト直角ニ交ハル曲線ナリ, Fig. 335 ニ於テ鎖線ニテ示スモノ之レナリ。

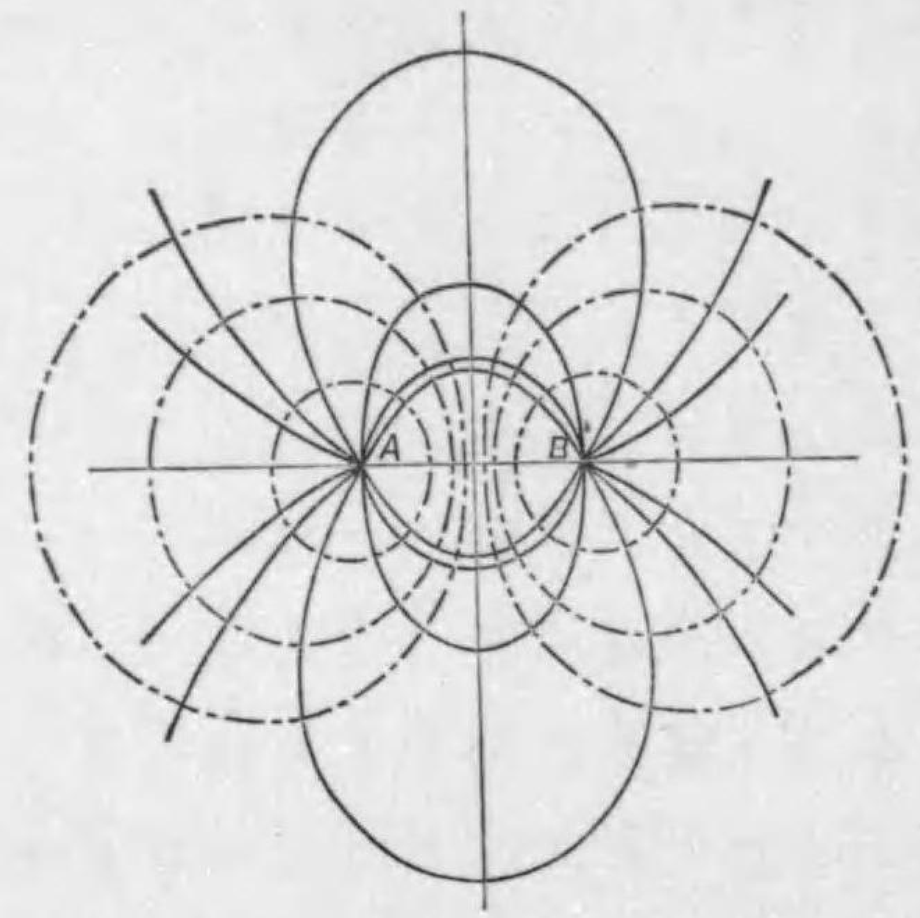


Fig. 335.

問題 90. 極 A, B, 定數 K ヲ與ヘテ等電位線ヲ畫ケ。 (Fig. 336)

曲線ト AB トノ交點ノ一ツヲ M トセヨ,然ラバ

$$\mathrm{AM}+\mathrm{MB}=2a, \quad \therefore\ \rho+\rho'=2a,\ 又ハ\ \rho'=2a-\rho \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

方程式 (1) (2) ヨリ

$$\frac{1}{\rho}-\mathrm{K}=\frac{1}{\rho'}=\frac{1}{2a-\rho} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

之ヲ書キ直セバ

$$\mathrm{K}\rho^2-2(1+a\mathrm{K})\rho+2a=0$$

之ヲ解キ二根ノ小ナルモノニ等シク AM ヲトレバ M 點ガ定マル。

次ニ AB 上ノ他ノ點 N ヲ定メントセバ

$$\mathrm{BN}-\mathrm{AN}=2a$$

ナル故ニ $\rho'-\rho=2a$, 從テ $\rho'=2a+\rho \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$

之ト (1) 式トヨリ

$$\rho_2+2a\rho-\frac{2a}{\mathrm{K}}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

之レヲ解キテ AN ノ長サガ定マル故ニ N 點ガ定マル。次ギニ曲線上ノ他ノ任意ノ點ヲ得ル爲ニハ, AB 上ニ O 點ヲ, $\mathrm{AO}=\frac{2}{\mathrm{K}}$ ノ式ヲ滿足スル樣ニトリ任意ノ直線 Ofg ヲ引キ其上ニ Op=OA ニトリ, p ノ兩側ニ Of 上ニ $pg=pg_1$ ナル二點 g, g_1 ヲ定メ, $ps//\mathrm{A}g, ps_1//\mathrm{A}g_1$ ナル線ヲ引キ AB トノ交リヲ s, s_1 トセヨ。然ラバ Bs, As_1 ハ ρ, ρ' ニ相當スルモノニシテ,從テ A ヲ中心, As ヲ半徑, B ヲ中心, As_1 ヲ半徑トスル圓ヲ畫ケバ其交點 C, $\mathrm{C_1}$ ハ線上ノ點ナリ。

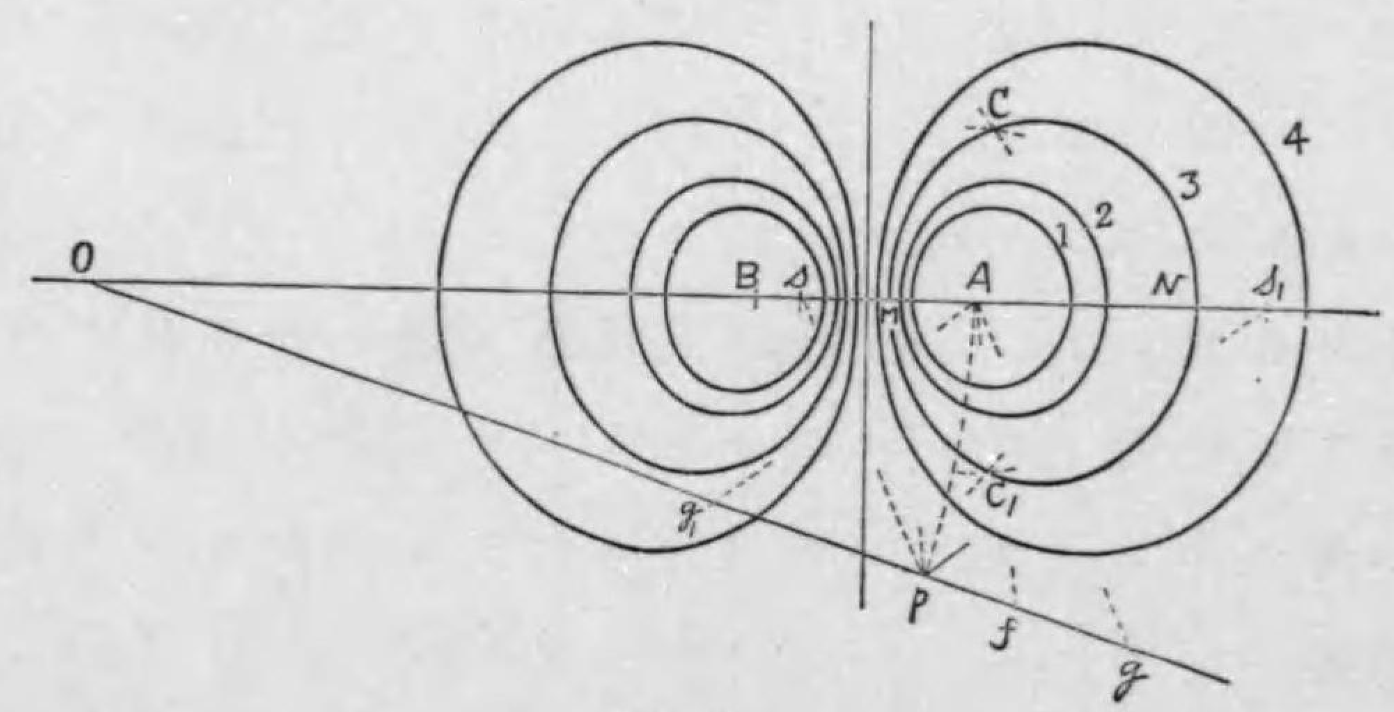


Fig. 336.

〔證〕 △OAg ト △Osp トガ相似故ニ

$$\frac{pg}{\mathrm{A}s}=\frac{\mathrm{O}g}{\mathrm{OA}}=\frac{\mathrm{OA}+pg}{\mathrm{OA}}=1+\frac{pg}{\mathrm{OA}}$$

兩邊ヲ pg ニテ除シ

$$\frac{1}{\mathrm{A}s}=\frac{1}{pg}+\frac{1}{\mathrm{OA}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

又 $\triangle OAg_1$ ト $\triangle Os_1p$ トガ相似故ニ

$$\frac{pg_1}{As_1}=\frac{Og_1}{OA}=\frac{OA-pg_1}{OA}=1-\frac{pg_1}{OA}$$, 之ヲ pg_1 ニテ除シ,

$$\frac{1}{As_1}=\frac{1}{pg_1}-\frac{1}{OA}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

然ルニ　$pg=pg_1$ ナル故ニ (5)−(6) ハ

$$\frac{1}{As}-\frac{1}{As_1}=\frac{2}{OA}$$, 然ルニ作圖ニヨリ $AO=\frac{2}{K}$ ナル

故ニ

$$=\frac{2}{\frac{2}{K}}=K.$$

$\therefore$ $As=\rho$, $As_1=\rho'$ トオケバ, $\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho'}=K$ トナリテ,本款ノ最初ニ定義ヨリ導キシ式トナル,故ニ s, s_1 ハ所要ノ點ナリ。

Fig. 336 ニ於テ 1 ト記セシ線ハ$\cdots\cdots\cdots$ $\frac{1}{K}=\frac{2}{3}AB$

2 〃 〃 $=AB$

3 〃 〃 $=2AB$

4 〃 〃 $=4AB$

ニテ畫キシモノナリ。

上ノ作圖ニ於テ $pg(=pg_1)$ ハ任意ト稱スルモ自ラアル制限アリ,如何トナレバ之ヨリ導カルヽ As ノ長サハ AN ヨリ大ナルコトナリ, AM ヨリ小ナルコトナケレバナリ此制限ハ:—

A ヲ通リ Mp ニ平行線ヲ引キ PO トノ交リヲ f トシ又 AB 上ノ n(AN=An ナル點ヲ N ノ反對ノ側ニトリ之レヲ n トス)ト p トヲ結ブ線ニ平行ナル Aq ヲ引キ Op トノ交リヲ q トセバ, g ハ f ト q トトノ間ニアラザルベカラズトノ條件ニ支配セラルレバナリ。

195. 圓積線。 圓ノ半徑ガ中心 O ノ周リヲ, AO ノ位置ヨリ始メ順次回轉スルト同時ニ AO ニ垂直ナル直線(卽チ Od ニ平行ナル)ガ A ヨリ始メ順次 AO 上ヲ辷リ行クトシ (Od ニ平行ノ狀態ヲ變ヘズニ)順次 I, II, …… ト移リ行キテ,丁度 h, マデ卽チ AO ノ二倍丈動キシトキ,半徑モ亦同一割合ニテ回轉シ來リ丁度 180° 丈動キテ h ニ來レリトセヨ,然モ尙ホ其同一ノ割合ヲ變ヘズ二者ガ進行ヲ續ケタリトセバ,其二線ノ交リナル點 I, II, ….V, VI 等ノ軌跡ヲ圓積線ト稱ス。

問題 91. 半經 OA ヲ與ヘテ圓積線ヲ求ム。 (Fig. 337)

OA ヲ半徑, O ヲ中心トスル圓ヲ畫キ, AOh ナル直徑ヲ引キ,之レト半圓周 Adh トヲ n(=8, 圖ニテハ)等分セル點ヲ夫々 a', b', c', …. h, 及ビ a, b, c, ….)トセヨ。然ラバ Oa ト a'I (OA ニ直角ナル)トノ交リ I, bO ト b'II (OA ニ直角ナル)トノ交リ II, ….等ノ點 I, II, III, ….ヲ結ブ線ハ求ムル圓積線ナリ。但シ D 卽チ $\theta=90°$ ノ所ニテハ上ノ方法ニテ求メラレズ $\overline{OD}=.318d=.636r$($d$ ハ直徑, r ハ半徑)ナリ。

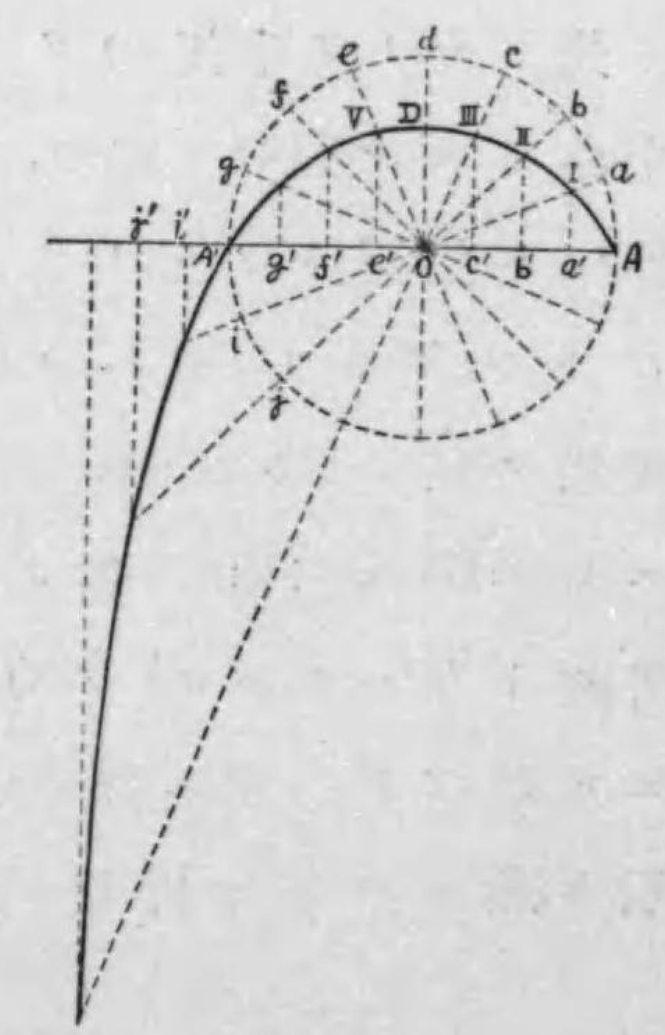


Fig. 337.

(證明ハ定義ヨリ直チニ知リ得ル故ニ之レヲ省ク)。

［注意］ 此曲線ヲ用キテ角ヲ n 等分スルコトヲ得。

問題 92. 與ヘシ圓積線上ノ點 P ニ切線 PT ヲ引ケ。

(Fig. 338) 切線ト動徑トノ間ノ角ヲ φ トシ P ノ坐標ヲ x, y トセバ φ ノ正切ト x, y トノ間ニハ次ノ關係アルコトヲ數學ハ吾人ニ數ユ卽チ:—

$$tg\,\varphi=\frac{y}{x-\frac{2r}{\pi}}$$

但シ r ハ圓 O ノ半徑トス

之レニヨリ吾人ハ次ノ如クシテ切線ヲ求ムルコトヲ得ベシ。

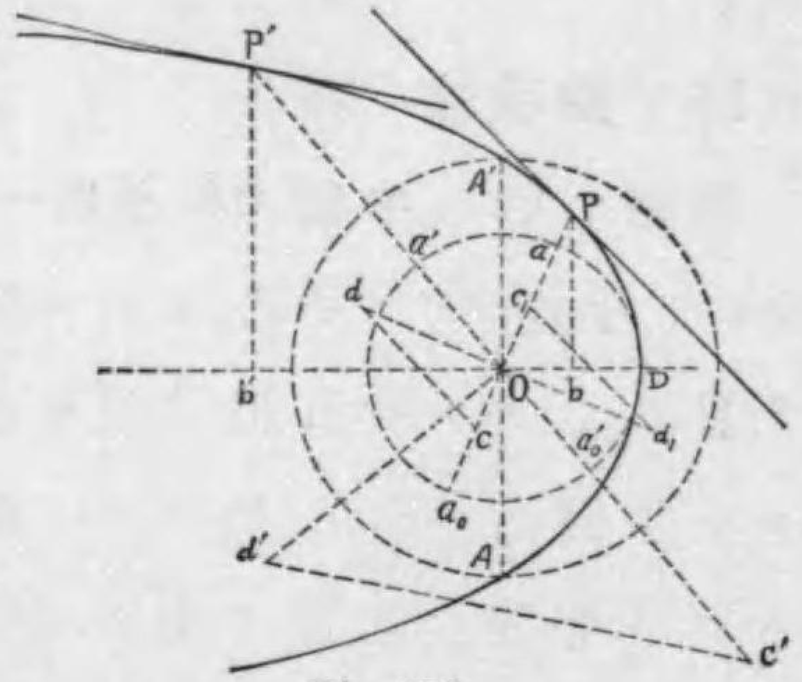
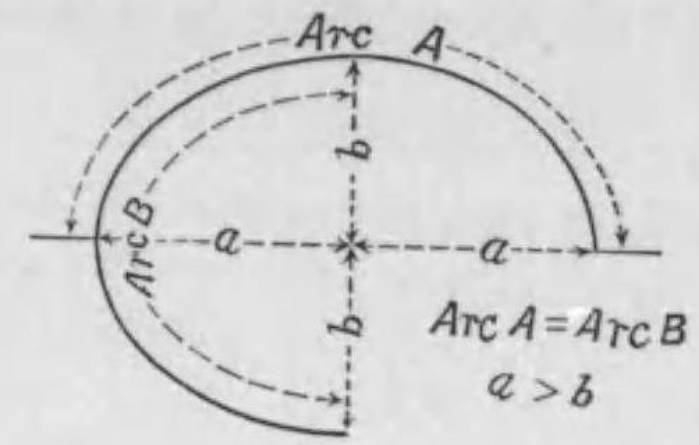


Fig. 338.

先ヅ OD ヲ半徑, O ヲ中心トスル圓 O ヲ畫キ, PO ト此圓トノ交リヲ a トシ, P ヨリ OD ヘノ垂線ノ足ヲ b トシ, Oa 上ニ Oc=Db ニトレ。但シ b ガ A'O ニ對シ D ト同一ノ側ニアルトキハ c ハ aO ノ方向ニ,然ラザルトキハ Oa ノ方向ニナルベシ。次ニ此 Oa ニ垂直ニ且ツ Pb ニ等シク Od ヲ引ケ,然ラバ P ニ於ケル切線ハ cd ニ平行ナリ。

——終——

第一表 楕圓周ノ計算ニ關スル表



$\frac{b}{a}$	c	$\frac{b}{a}$	c	$\frac{b}{a}$	c
0.00	2.00000	0.34	2.23459	0.68	2.66293
0.02	2.00193	0.36	2.25629	0.70	2.69118
0.04	2.00657	0.38	2.27854	0.72	2.71970
0.06	2.01334	0.40	2.30131	0.74	2.74846
0.08	2.02188	0.42	2.32457	0.76	2.77747
0.10	2.03198	0.44	2.34831	0.78	2.80671
0.12	2.04349	0.46	2.37249	0.80	2.83617
0.14	2.05624	0.48	2.39710	0.82	2.86584
0.16	2.07014	0.50	2.42211	0.84	2.89573
0.18	2.08509	0.52	2.44752	0.86	5.92582
0.20	2.10100	0.54	2.47329	0.88	2.95611
0.22	2.11782	0.56	2.49943	0.90	2.98658
0.24	2.13548	0.58	2.52590	0.92	3.01724
0.26	2.15392	0.60	2.55270	0.94	3.04807
0.28	2.17309	0.62	2.57982	0.96	3.07908
0.30	2.19296	0.64	2.60723	0.98	3.11026
0.32	2.21347	0.66	2.63494	1.00	3.14159

使用法:— 與ヘラレシ長短軸ノ比チ $\frac{b}{a}$ ヨリ求メ之ニ對スル c チ a ニ乘セバ,楕圓弧 A 又ハ B チ得。

第二表 双曲線余弦ノ表

$(\cos h\varphi = \frac{1}{2}(e^{\varphi} + e^{-\varphi})$ ニ於テ $\varphi=0.0$ ヨリ 5.95 ニ對スル)

φ	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00
0.00	1.0000	1.5431	3.7622	10.0678	27.308	74.210
0 05	1.0013	1.6038	3.9483	10.5814	28.707	78.014
0.10	1.0050	1.6685	4.1443	11.1215	30.178	82.014
0.15	1.0113	1.7374	4.3507	11.6895	31.725	86.219
0.20	1.0201	1.8107	4.5679	12.2369	33.351	90.639
0.25	1.0314	1.8884	4.7966	12.9146	35.060	95.286
0.30	1.0453	1.9707	5.0372	13.5748	36.857	100.171
0.35	1.0619	2.0583	5.2905	14.2689	38.746	105.307
0.40	1.0811	2.1509	5.5570	14.999	40.732	110.706
0.45	1.1030	2.2488	5.8373	15.766	42.819	116.381
0.50	1.1276	2.3524	6.1323	16.573	45.014	122.348
0.55	1.1551	2.4619	6.4426	17.421	47.321	128.621
0.60	1.1855	2.5775	6.7690	18.313	49.747	135.215
0.65	1.2188	2.6995	7.1123	19.250	52.297	142.148
0.70	1.2552	2.8283	7.4735	20.236	54.978	149.435
0.75	1.2947	2.9642	7.8533	21.272	57.796	157.097
0.80	1.3374	3.1075	8.2527	22.362	60.759	165.151
0.85	1.3835	3.2585	8.6758	23.507	63.874	173.619
0.90	1.4331	3.4177	9.1146	24.711	67.149	182.520
0.95	1.4862	3.5855	9.5792	25.977	70.591	181.878

注意:— 上表ニ於テ φ ノ値ノ整數ノ印ハ最上欄ニテ求メ, 小數ノ印ハ左端ノ行ヨリ求ム。 例, $\varphi=2.65$, $\cos h\varphi$? 上欄3番用目ニテ2.00ヲ求メ其行ヲ下降シ0.65行ト同列ナル 7.1123 ヲ求ムレバ之レ $\cos h\varphi$ ノ値ナリ。

第三表 双曲線正弦表

$(\sin h\,\varphi = \frac{1}{2}(e^{\varphi} - e^{-\varphi})$ ニ於テ $\varphi=0.00$ ヨリ $=0.595$ 迄ノ値ニ對スル)

φ	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00
0.00	0.00	1.1752	3.6269	10.0179	27.290	74.203
0.05	0.050	1.2536	3.8196	10.5340	28.690	78.008
0.10	0.1002	1.3356	4.0219	11.0765	30.162	82.008
0.15	0.1506	1.4208	4.2342	11.6466	31.709	86.213
0.20	0.2013	1.5095	4.4571	12.2459	33.336	90.633
0.25	0.2526	1.6019	4.6912	12.8758	35.046	95.281
0.30	0.3045	1.6984	4.9370	13.5379	36.843	100.166
0.35	0.3572	1.7991	5.1951	14.2338	36.733	103.302
0.40	0.4108	1.9043	5.4662	14.965	40.719	110.701
0.45	0.4453	2.0143	5.7510	15.734	42.808	116.377
0.50	0.5211	2.1293	6.0502	16.543	45.003	122.344
0.55	0.5782	2.2496	6.3645	17.392	47.311	128.617
0.60	0.6367	2.3756	6.6947	18.285	49.737	135.211
0.65	0.6967	2.5075	7.0417	19.224	52.288	142.144
0.70	0.7286	2.6456	7.4063	20.211	54.969	149.432
0.75	0.8223	2.7964	7.7894	21.249	57.788	157.094
0.80	0.8881	2.9422	8.1919	22.339	60.751	165.148
0.85	0.9561	3.1013	8.6150	23.486	63.866	173.616
0.90	1.0295	3.2682	9.0596	24.691	67.141	182.517
0.95	1.0995	3.4432	9.5268	25.958	70.584	191.875

使用法:— 前表ニ同ジ, 例. 1 $\varphi=2.65$ ノトキ $\sin h\,\varphi$? 前ト同様ニシテ $\sin h\,\varphi=7.0417$ 例. 2 $\varphi=2.65$ ノトキ e^{φ} 及ビ $e^{-\varphi}$ ノ値如何, $e^{\varphi}=\sin h\varphi+\cos h\varphi=7.0417+7.1123=14.1540$ $e^{-\varphi}=\cos h\varphi-\sin h\varphi=7.1123-7.0417=0.0706$

本表ヲ用ヒテ,第20章 183 條ノ垂曲線ノ縱距ヲ求メントセバ,平衡曲線ノ例中ニアル$x=\frac{a}{4}, \frac{a}{2}, \frac{3}{4}a, a, 2a,$ &c. ハ本表ニテハ $\varphi=\frac{x}{a}$ トシテ之ヲ算スベシ。故ニ $\frac{a}{4}$ ノトキ $\varphi=0.25$, $\frac{a}{2}$ ノトキハ $=0.5$ 以下此クセバ,φ ハ夫々$=0.75$, 1.00, 2.00, 4.00 トナル,之ニ對シ $\cos h\varphi$ ノ値ハ $\varphi=0.25$ ナレバ第一行目ノ 0.25 ノ列ト第一列ノ 0.00 ノ行トノ交リナル欄內ナル 1.0314 ヲトレバ丁度書中ニ例示セルモノト一致スベシ,其他,同樣ニシテ, $\varphi=0.5$ ニ對シテハ 1.1276, 0.75 ニ對シテハ 1.2947, 1.00 ニ對シテハ 1.5431, 2 ニ對シテハ 3.7622 ヲウベク,何レモ書中ニ計算セルモノト一致スベシ,尚 $\sin h\varphi$ ノ表ヲ有スルトキハ,弧ノ長サヲウベク,更ニ $\cos h$ ト合セ用フルトキハ $e^{\pm\varphi}$ ノ値ヲウベシ,如何トナレバ,

$$\cos h\,\varphi=\frac{1}{2}(e^{\varphi}+e^{-\varphi}),$$

$$\sin h\,\varphi=\frac{1}{2}(e^{\varphi}-e^{-\varphi}),$$

ナレバ $\cos h\,\varphi+\sin h\varphi=e^{\varphi}$, $\cos h\varphi-\sin h\varphi=e^{-\varphi}$ トナレバナリ。

索引及ビ術語對譯集

ZYUTUGO TAIYAKUSYÛ.

Nihon-Go		Eigo	Doitu-Go	Page
緒編	Tyoron	Introduction	Einleitung	1
平面圖學	Heimen-dugaku	Practical Plane Geometry	———	1
圖式法	Dusikiho	Graphic-method	Graphische Methode	1
立體圖學	Rittai-dugaku	Practical Solid Geometry or Descriptive Geometry	Darstellende Geometrie	1

Dai 1 Syô

製圖器具	Seidu-kigu	Drawing Instruments	Zeicheinstrumenten	2
製圖板	Seiduban	Drawing board	Zeichenbrett	3
丁定規	Teidyôgi	T-square	Anschlagwinkel	3
一傾斜付	—Keisyatuki	—With shifting stock	———	3
三角定規	Sankaku-Dyôgi	Triangles	Liniel	4
分廻 コンパス	Bunmawasi Konpasu	Compasses	Zirkel	5
割——	Wari Konpasu	Divider	Teilzirkel	6
小——	Syô Konpasu	Bow compasses	Bogenzirkel	6
ばね——	Bane Konpasu	Spring compasses	———	7
烏口(針付)	Karasuguti (Harituki)	Drawing pen (with pricker)	Reisfeder (———)	7
梁付 コンパス	Harituki Kompasu	Beam compasses	Stangenzirkel	9
分度器	Bundoki	Protracter	Protractor	9
比例 コンパス	Hirei Konpasu	Proportional divider	Proportionalzirkel	10
長定規	Nagadyôgi	Straight edge	———	12
曲線定規	Kyokusen-Dyôgi	Curve ruler	Kurvenliniel	12
萬能製圖器	Bannô Seiduki	Universal drafting machine	———	13
物差	Monosasi	Scale	Massstab	14

Nihon-Go		Eigo	Doitu-Go	Page
鉛筆(製圖用)	Enpitu (Seidu-yô)	Pencil (drawing)	Zeichenstift	16
墨	Sumi	Ink	Tinte (Zeichen)	16
硯	Suzuri	Ink tile	Tintenstein	16
製圖用ピン	Seidu-yô-pin	Drawing pin	Reisnagel	18
太線引烏口	Hutosen-biki-Kara-suguti	Border pen	——	8
曲線引〃〃	Kyokusen-biki „	Curve pen	——	8
双頭烏口	Sôtô-Karasuguti	Railway pen	——	8
點線引烏口	Tensen-biki-Kara-suguti	Dotting pen	Punktier feder	9
異形烏口	Ikei-karasuguti	Special pen	——	8
透寫紙	Tôsyasi	Tracing paper	Panspapier	17
透寫布	Tôsyahu	Tracing cloth	Pansleinmand	17
造船用定規	Zôsen-yô-Dyôgi	Shipcurve	——	12
自由〃 〃	Ziyû-Dyôgi	Adjustable curve ruler	——	12
撓 〃 〃	Tayumi Dyôgi	Spline curve ruler	——	13
平行〃 〃	Heiko Dyôgi	Parallel ruler	——	13
雲形〃 〃	Kumogata Dyôgi	Irregular curve or French curve	——	12
文鎭	Buntin	Weight	——	18
繪ノ具	Enogu	Water colours	Tuschfarbe	19
〃 〃 皿	Enogu zara	Colour dish	——	19
羽根箒	Hanebôki	Feather brush	Faderbeser	19
刷毛	Hake	Brush	Bürste	19
磨石	Toisi	Grinding stone	Mühlstein	19
油 〃 〃	Abura-Doisi	Oil stone	Oelstein	19

Dai 3 Syô

ワットマン	Wattoman	Whatman	Whatman	31
ケント	Kento	Kent	Kent	31
線	Sen	Line	Linie	33
實線	Zissen	Full line	——	33
虚線	Kyosen	Broken line	——	33
鎖線	Sasen	Chain line	——	33
點線	Tensen	Dotted line	Punktiert linie	33
鉛筆書キ	Enpitu-gaki	Pencil work	——	35
墨入レ	Sumiire	Inking	——	37

Nihon-Go		Eigo	Doitu-Go	Page

Dai 3 Syô

尺度	Syakudo	Scale (foot, feet, inch)	Massstab (fuss, zoll)	45
寸法線	Sunpôsen	Dimention line	——	45
縮尺	Syukusyaku	Reducing scale	Verjüngter Mass-stab	46
原寸	Gensun	Full size	——	46
擴大尺	Kakudaisyaku	Enlarged scale	Vergrösserter Massstab	46
縮尺比	Syukusyakuhi	「fraction Representative	——	46
對角線尺	Taikakusyaku	Diagonal scale	Diagonal massstab	47
游尺	Yûsyaku	Vernier	Nonius, Vernier	47
母尺	Bosyaku	Limb	Haupt massstab	48
順讀ミ游尺	Zyunyomi-Yusyaku	Direct vernier	——	49
逆讀ミ游尺	Gyakuyomi-Yusya-ku	Retrograde vernier	——	49
轉鏡儀	Tenkyogi	Transit	Theodlit-artiges Mess-instaument	50

Dai 5 Syô

線	Sen	Line	Linie	51
直線	Tyokusen	Straight line	Gerade Linie	51
曲線	Kyokusen	Curve or curved line	Kurve	51
線素	Senso	Element	Element	51
近接點	Kinsetu-ten	Consecutive point	Konsekutiven Punkt	51
切線	Sessen	Tangent	Tangentee	51
法線	Hosen	Normal	Normal	51
切點	Setten	Point of contact	Beruhrungs Punkt	51
曲度(曲率)	Kyokudo, Kyokuri-tu	Curvature	Krümmung	52
曲度半徑	Kyokudo Hankei	Radius of Curvature	Krummungshalb-messer	52
曲度圓	Kyokudo En	Circle of Curvature	Krummungskreis	52
曲度中心	Kyokudo Tyûsin	Center of Curvature	Krummung smitter-punkt	52
結節點	Kessetu-ten	Node, Knot	Knoten	53
重複點	Zyûhuku-ten	Multiple point	Mehrfacherpunkt	53
二重點	Nidyû-ten	Double point	Zweifacherpunkt	53
三重點	Sanzyû-ten	Triple point	Dreifacherpunkt	53
尖點	Senten	Cusp	Spitze	53

Nihon-Go		Eigo	Doitu-go	Page
自切點	Zisetten	Tac node	Selbstberührungspunkt	53
凸曲	Tokkyoku	Concave	Konkav	54
凹曲	Ookyoku	Convex	Konvex	54
變曲點	Henkyokuten	Point of inflexion	Wendepunkt	54
漸近線	Zenkin-sen	Asymptote	Asymptot	54
漸近曲線	Zenkin Kyokusen	Asymptototic curve	Asymptotische kurven	54
包絡線	Hôrakusen	Envelope	Einhllüende Kurve	54
漸縮線（縮閉線）	Zensyukusen (Syukuheisen)	Evolute	Evolute	54
漸伸線（伸開線）	Zensinsen (Sinkaisen)	Involute	Evolvente	54
吻接	Hunsetu	Osculation	Oskulation	55
吻接スル	Hunsetu suru	To osculate	Oskulieren	55

Dai 6 Syô

圓	En	Circle	Kreis, Zirkel	56
極（極點）	Kyoku	Pole	Pol	56
對極線	Taikyokusen	Polar	Polar	56
相似中心	Soozi-tyûsin	Center of similitude	Mitterpunkt der Änlichkeit	58
圓弧ノ長サ	Enko-no-nagasa	Arc length	Bogenlange	61
「ランキン」ノ法	Rankinsi-no-hô	Rankine's method	Rankinsche Methode	62
圓周ノ長サ	Ensyû-no Nagasa	Length of circumference	Lange der Kreisbogen	63
正多角形	Seitakakukei	Regular polygon	Regelmässige Polygon	65
圓ニ內切スル正多角形	En ni naisetusuru Seitakakukei	Regular polygon inscribing a circle	Das einemkreise einbeschreibende " "	65

Dai 7 Syô

圓錐曲線	Ensuikyokusen	Conics or conic section	Kegelschnitt	68
導線（準線）	Dôsen (Zyunsen)	Directrix	Leitlinie	68
離心率（偏心率）	Risinritu (Hensinritu)	Eccentricity	Ekzentrizitaet	68
焦點	Syôten	Focus (......ci)	Brenpunkt	68

Nihon-Go		Eigo	Doitu-go	Page
楕圓	Daen	Ellipse	Ellipse	68
抛物線	Hôbutusen	Parabola	Parabel	68
双曲線	Sôkyokusen	Hyperbola	Hyperbel	68
中心	Tyûsin	Centre	Mitterpunkt	71
軸	Dyuku	Axis (axes)	Achse	70
有心二次曲線	Yûsin Nizikyokusen	Central conics	Mitterkegelschnittpunkt	71
橫軸	Oodyuku	Transversal axis	Hauptachse	71
縱軸	Zyûdiku	Conjugate axis	Konjugierte Achse	71
頂點	Tyôten	Vertex	Scheiterpunkt	77
側心圓	Sokusinen	Eccentric circle	Ekzentrische Kreis	78
通徑（直弦）	Tuukei (Tyokugen)	Latus lectum (principal parameter)	Parameter	81
母數（變數媒數）	Bosû (Hensûbaisû)	Parameter	Paramerter (Hülfsveränderlichen)	91
抛物線規	Hôbutusenki	Paraboragraph	Paraboragraph	83
次法線	Zihôsen	Subnormal	Subnormale	86
次切線	Zisessen	Sub tangent	Subtangengente	86

Dai 9 Syô

副圓	Hukuen	Auxiliary circle	———	101
長軸	Tyôdiku	Major axis	Hauptachse	98
短軸	Tandiku	Minor axis	Nebenachse	98
對應點	Taioten	Corresponding point	Entsprechende Punkt	101
楕圓規	Daenki	Ellipsograph	Ellipsograph	108
共軛徑（共軛軸）	Kyôyaku-kei	Corjugate axis	Konjugierte Achse	111
主軸	Syudiku	Principal axis	Hauptachse	98

Dai 10 Syô

共軛双曲線	Kyôyaku-sôkyokusen	Conjugate hyperbola	Konjugierte-Hyperbel	122

Dai 11 Syô

弓形	Umigata	Bow-shaped	Bug-gestaltet	139

Dai 12 Syô

Nihon-Go		Eigo	Doitu-Go	Page
曲線ノ方程式	Kyokusen no Hôteisiki	Equation of a curve	Gleihung der Kurven	141
點ノ位置	Ten-no-iti	Position of a point	Einer Lage einer Punkt	141
原點	Genten	Origin	Anfangspunkt	141
橫距	Ookyo	Abssissa	Abszisse	142
縱距	Zûkyo	Ordinate	Ordinate	142
坐標	Zahyô	Co-ordinates	Koordinaten	142
直線ノ方程式	Tyokusen no Hôteisiki	Equation of a straight line	Gleichurg der gerade Linie	142
圓ノ方程式	En-no-Hôteisiki	Equation of a circle	———	145
傾斜坐標	Keisya zahyoo	Oblique-co-ordinates	Schiefe-Koordinaten	149
直角坐標	Tyokkaku-Zahyoo	Rectangular-co-ordinates	Rechtwinkelige Koordinaten	149
極坐標	Kyoku-Zahyoo	Polar-co-ordinates	Polarkoodinaten	150
首線	Syusen	Initial line	Anfangslinie	150
向傾角（動徑角）	Kôkeikaku (Dookeikaku)	Vectorial angle	———	150
動徑	Dookei	Radius vector	Radiusvektor	150
曲線ノ追跡	Kyokusen no Tuiseki	Curve tracing	Kurvekonstruction	155
極限	Kyokugen	Limit	Grenze	155
正葉線	Seiyoosen	Folium of Descartes	Cartesisches Blatt	160
四葉ばら	Siyoobara	Four leaved Rose	Vierblatt	171
三葉ばら	Sanyoobara	Three leaved rose	Dreiblatt	171
紐狀線（連珠形）	Tyuuzoosen (Rensyukei)	Lemniscate	Lemniskaten	172
べるぬりー氏ノ紐狀線	Berunuriisino „ „	Lemniscate of Bernoulli	Bernoullische Lemniskaten	
心臟形	Sinzoogata	Cardioid	Kardioide	172
高等曲線	Kootôkyokusen	Higher curve	Höherkurve	173

Dai 13 Syô

轉動	Tendô	Rolling	Rollen	177
摺動	Syuudoo	Sliding	———	177
滑動	Katudoo	Slipping	———	177
動跡線	Doosekisen	Roulette	Rouletten (Rollkurven)	177

Nihon-Go		Eigo	Doitu-Go	Page
轉動曲線	Tendookyokusen	Rolling curve	Rollende Kurve	177
轉動圓	Tendoo En	Rolling circle	Rollende Kreis	179
生成曲線	Seisei-kyokusen	Generating curve	Erzéugende Kurve	177
指導曲線	Sidoo-kyokusen	Curved directrix	Kurveenleitlinie	177
固定曲線	Kotei-kyokusen	Fixed (Base) curve	Feste Kurven	177
跡點	Seki-ten	Tracing point (describing point)	Erzöugendere Punkt	177
擺線	Haisen	Cycloid	Zykloide	179
普通擺線	Hutuu haisen	Common cycloid	Gewönliche Zykloide	179
余擺線	Yohaisen	Trochoid	Trochoide	182
外點ノ余擺線（高余擺線）	Gwaiten no Yohaisen (Koo Yohaisen)	Superior (curtate) trochoid	Verschlungene Trochoide	182
內點ノ余擺線（偏余擺線）	Naiten no yohaisen (Hen yohaisen)	Inferior (prolate) trochoid	Gestreckten Trochoide	182
外擺線	Gwai-haisen	Epicycloid	Epizykloide	184
內擺線	Naihaisen	Hypocycloid	Hypozykloide	184
外點ノ內余擺線	Gwaiten-no Naiyohaisen	Superior-hypotrochoid	Verschlungene Hypozykloide	189
內點ノ內余擺線	Naiten-no-naiyohaisen	Inferior hypotrochoid	Gestreckten Hypotrochod	189
外點ノ外余擺線	Gwaiten-no-gwaiyohaisen	Superior-epitrochoid	Verschlungene Epitrochoide	189
內點ノ外余擺線	Naiten-no-gwaiyohaisen	Inferior-epitrochoid	Gestreckten Epitrochoide	189
星芒形	Seibôkei	Astroid	Astroide	188
節圓	Setuen	Pitch-circle	Teilkreis	188
垂曲線	Suikyokusen	Catenary curve	Kettenlinie	192
追跡線	Tuisekisen	Tractrix	Traktrix	193
擺曲線	Haikyokusen	Cycloidal curve	Zyklische Kurven	190

Dai 14 Syô

ぐりせっと	Gurisetto	Glissette	———	195
包絡線ぐりせっと	Hôrakusen-Gurisetto	Envelope-glissette	———	195
點ぐりせっと	Ten-gurisetto	Point glissette	———	195
螺獅線	Rasisen	Conchoid	Konchoide	195
にこめですノ螺獅線	Nikomedesu-no-Rasisen	Conchoid of Nicomedes	Konchoide des Nikomedes	196
反曲線	Hankyokusen	Inverse curve	———	196
高螺獅線（偏一）	Kôrasisen (Hen-Rasisen)	Superior (Inferior) conchoid	Verlangerte (Verkurzte) Konchoide	198

Dai 15 Syô

Dai 16 Syô

Dai 17 Syô

Dai 18 Syô

Dai 19 Syô

Dai 20 Syô

Nihoh-Go		Eigo	Doitu-Go	Page

Dai 21 Syô

半立方拋物線	Hanrippoo Hoobutusen	Semi cubic parabola	Semikubische Parabel	284
三次拋物線	Sanzi-no-Hoobutusen	Cubic parabola	Kubische Parabel	284
磁氣曲線	Ziki-Kyokusen	Magnetic curve	Magnetischen Kurve	288
力線	Rikisen	Lines of force	Kraftlinie	288
等電位線	Tooden-i-sen	Equipotential curve	Equipotentiale Kurve	290
圓積線	Ensekisen	Quadratrix	Quadratrix	293

(Owari)

大正十五年六月二十五日印刷
大正十五年六月二十八日發行

平面圖學
定價金五圓

著作權登錄

著作者　高木剛三
著作者　溝口好忠
發行者　東京市日本橋區通三丁目十四、十五番地
丸善株式會社
右代表者
取締役　山崎信興
印刷者　東京府荏原郡世田谷町字下町五十番地
大久保秀次郎
印刷所　東京市京橋區築地二丁目十七番地
株式會社東京築地活版製造所

發行所

東京市日本橋區通三丁目（郵便振替貯金口座東京第五番）丸善株式會社
東京市神田區表神保町（郵便振替貯金口座東京第二八一六番）丸善株式會社神田支店
東京市芝區三田二丁目（郵便振替貯金口座東京一一八五二番）丸善株式會社三田出張所
東京市麴町區丸ノ内ビルヂング一階北通　丸善株式會社丸ノ内賣店
大阪市東區博勞町四丁目（郵便振替貯金口座大阪第七四番）丸善株式會社大阪支店
神戸市明石町參拾壹番（郵便振替貯金口座大阪第六八六七番）丸善株式會社神戸出張所
京都市三條通麩屋町西入（郵便振替貯金口座大阪第一七三番）丸善株式會社京都支店
名古屋市中區榮町六丁目（郵便振替貯金口座名古屋一〇二九番）丸善株式會社名古屋支店
横濱市辨天通二丁目（郵便振替貯金口座東京第七四番）丸善株式會社横濱支店
福岡市博多上西町（郵便振替貯金口座福岡第五〇〇〇番）丸善株式會社福岡支店
仙臺市國分町五丁目（郵便振替貯金口座仙臺第一五番）丸善株式會社仙臺支店
札幌市北八條西四丁目（郵便振替貯金口座小樽一〇八〇〇番）丸善株式會社札幌出張所

工學士 久保田圭右氏著

高等立體圖學

菊判洋装 全三冊
總紙數四百五十餘頁
挿圖四百二十餘種
定價各金貳圓貳拾錢
送料各金拾八錢

上卷目次 諸説、投象圖、總説、第一章 點、直線及平面、第二章 點、直線及平面ノ集マリ、第三章 多角形ト副投象、第四章 多面體ト截口及展開、第五章 曲線ト切線、第六章 曲面ト切平面

中卷目次 投象圖、第七章 圓錐曲線ニ關スル作圖題、第八章 面ノ交切ト相貫體、第九章 陰影、第十章 等測圖、第十一章 平面圖、斜投象圖

下卷目次 透視圖—總説、第一章 消點ト消線、第二章 消點ト測點、第三章 平行透視、第四章 有角透視、第五章 斜透視 第六章 雜題、第七章 陰影、第八章 反射ト屈折補遺機械圖

工學士 久保田圭右氏著

製圖者必携

袖珍洋装 全一冊
紙數百參拾餘頁
定價金貳圓貳拾錢
送料金拾八錢

目次 第一部 普通字體—百五十餘種 第二部 圓字體—三十餘種 第三部 地圖—十餘種 第四部 縮尺—四十餘種 第五部 雜例—二十餘種 第六部 諸數ニ比較—七種

第八高等學校教授 溝口好忠氏著

立體圖學

菊判洋装 全二冊
紙數五百二十餘頁
圖版七百卌餘種
定價上卷下卷各金四圓五拾錢
送料各金拾八錢

上卷目次 諸説、正投象圖、總説—點及直線—簡單ナル立體—副投象平面—點直線及平面—線—面—單曲面—拗面—複曲面—立體ノ切斷面—相貫體—切平面—面ノ接觸—展開—補遺

下卷目次 正投象圖、陰影—軸測投象圖—標高正面圖、斜投象透視圖、總説—消點ト消線—測點—平行透視—有角透視—斜透視—雜題—あとへまー氏法—三平面法—陰影—虚像附錄

工學博士 田中不二氏
工學博士 内丸最一郎氏 共著

増補改訂 機械設計及製圖

菊判洋装 全二冊
紙數八百五十餘頁
圖版六百五十餘種
定價 前編金參圓五拾錢 後編金四圓五拾錢
郵税各金貳拾七錢

前編 目次 第一章—製圖及び幾何畫法—製圖器具及び製圖法—幾何畫法—投影畫法—第二章—材料の强弱及び剛柔—第三章—材料の性質及び試驗成績—第四章—機素—螺旋、ボルト及びナット—キイ—楔栓—軸接手—面軸承—球入軸承—管乃び管接手—調帶裝置—繩帶裝置—針金繩裝置—連鎖—摩擦裝置—齒車裝置—螺齒裝置—第五章—簡單なる機械の設計法

後編 目次 第六章 蒸氣罐の設計法—蒸汽罐の胴—爐管—鋲接手—蒸汽罐用ステイ—平面板—取付け部分及び孔類—諸種の蒸汽罐—蒸汽罐の据付煉瓦積—烟突—第七章—蒸汽機關の設計法—汽筩—ピストン—ピストン桿—クロスヘッド—連桿—「クランク軸」—「はずみ車」—偏心輪—滑瓣—調速機—第八章—瓦斯及石油機關の設計法—第九章—往復運動喞筒の設計法—第十章—渦卷喞筒の設計法—第十一章—水車の設計法

工學博士 田中不二氏著

應用力學

四六倍判洋装 全二冊
第一編 紙數二百十餘頁 圖版百三十餘種 定價金參圓七拾錢
第二編 紙數二百八十餘種 圖版百九十餘種 定價金四圓五拾錢 郵税各金貳拾七錢

目次 第一編 材料及び構造强弱學 第一章 内力及歪み 第二章 梁及曲ぐること 第三章 傾斜荷物を受くる梁 第四章 柱 第五章 管のへこみ 第六章 剪斷と捩れと軸 第七章 聯立内力 第八章 鋲接手—問題集

第二編 水力學及水力機械 第一章 流體靜力學 第二章 水力學 第三章 孔より水の流れ 第四章 切り缺き及び堰よりの水の流れ 第五章 管内の水の流れ 第六章 水略内の水の流れ 第七章 羽根に於ける水の衝擊 第八章 ふき出し及筒口 第九章 水力原動機 第十章、喞筒

丸善株式會社發行工業書目

原田碧氏著
實用鐵筋コンクリート構法
菊半截 草裝 全一冊
紙數 五百四十餘頁　圖版 三百三十餘種　定價 金四圓　送料 金拾八錢

工學博士 中村達太郎氏著
耐震强度計算の手引
四六判 假裝 全一冊
紙數 百十餘頁　圖表 十四葉　挿圖 四十餘種　定價 金壹圓貳拾錢　送料 金六錢

工學博士 中村達太郎氏著
日本建築辭彙
四六判 洋裝 全一冊
紙數 四百八十餘頁　挿圖 四百七十餘種　定價 金參圓參拾錢　送料 金拾八錢

建築學會委員編纂 工學博士 曾根達藏氏外五名共編
英和築築語彙
菊判洋裝 全一冊
紙數 百九十餘頁　挿圖 四百八十餘種　定價 金貳圓八拾錢　送料 金拾八錢

工學博士 君島八郎氏著
增補改訂 君島 測量學
菊判洋裝 全一冊
紙數 四百五十餘頁　圖版 三百二十餘種　定價 金五圓五拾錢　送料 金貳拾七錢

工學博士 廣井勇氏著
築港
菊判洋裝 全二冊
總紙數 千四十餘頁　挿圖 二百三十餘種　定價 上下卷各金六圓　送料 金貳拾七錢

工學博士 君島八郎氏著
增補改訂 君島 大測量學
菊判洋裝 全二冊
總紙數 千六十餘頁　挿圖 三百七十餘種　定價 上卷 金四圓五拾錢 下卷 金六圓五拾錢　送料 各金貳拾七錢

工學士 川口虎雄氏外五名共著
土木工學
菊判洋裝 全三冊
總紙數 千九百餘頁　挿圖 四百十餘種　定價 上卷 金四圓八拾錢 中卷 金六圓 下卷 金四圓八拾錢　送料 各金貳拾七錢

工學博士 鶴見一之氏 工學士 草間偉氏 共著
土木施工法
菊判洋裝 全一冊
紙數 五百十餘頁　挿圖 二百九十餘種　定價 金五圓　送料 金貳拾七錢

工學士 平野正雄氏著
圖式力學
菊判洋裝 全一冊
紙數 三百三十餘頁　挿圖 二百二十餘種　定價 金參圓五拾錢　送料 金拾八錢

工學博士 中島鋭治氏外七名共著
增補 英和工學辭典
三五判 洋裝 全一冊
紙數 三百五十餘頁　定價 金貳圓　送料 金拾八錢

工學博士 中村達太郎氏著
鐵筋コンクリート早割出
四六判 假裝 全一冊
紙數 百四十餘頁　挿圖 三十餘種　定價 金壹圓五拾錢　送料 金六錢

終