Modélisation des Réseaux et Web

Ensemble 3

Ale Abdo (LISIS-UGE)

Mesures

Centralités

Proximité

Closeness

Intermédiarité

Betweenness

Vecteur propre

Eigenvector

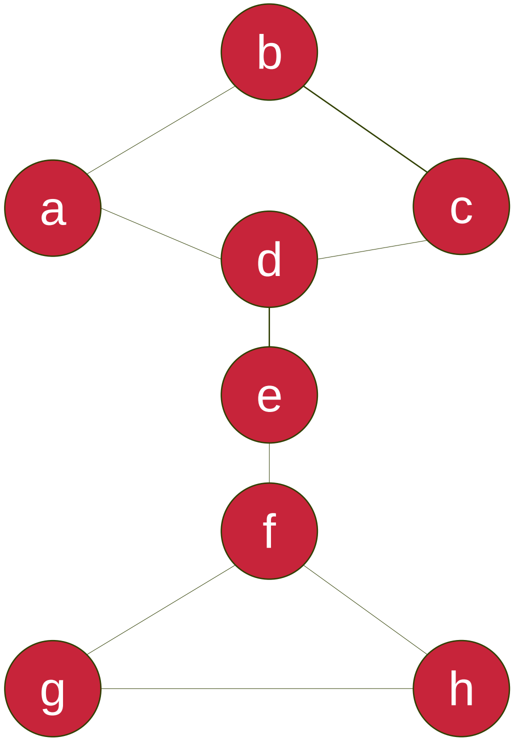
Mesures

Centralités

Proximité	Intermédiarité	Vecteur propre
Distance entre le nœud et chaque autre nœud.	Distance entre le nœud et chaque pair d'autres nœuds, plus les chemins les plus courts entre ces derniers.	État d'équilibre d'une dynamique de diffusion entre les nœuds.
Closeness	*Betweenness*	*Eigenvector*

Mesures

Proximité

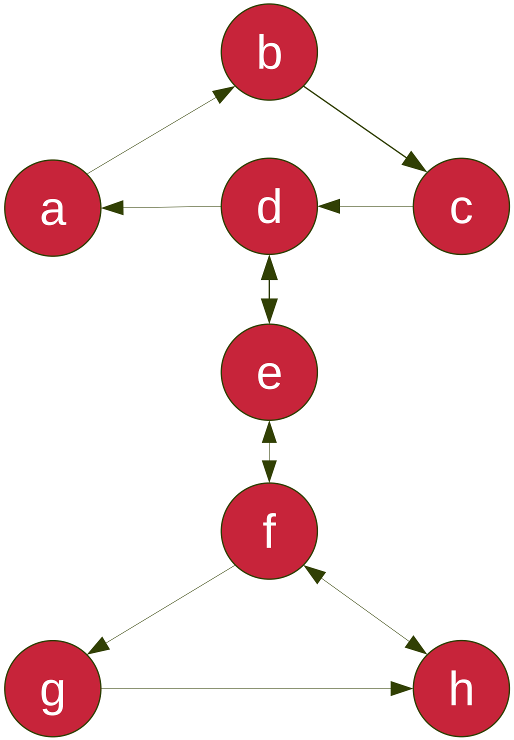


Déf. : l'inverse de la somme des distances entre le nœud et chacun des autres.

$$c_p(i) = [\sum_{j \in N_G} d(i,j)]^{-1}$$

Mesures

Proximité

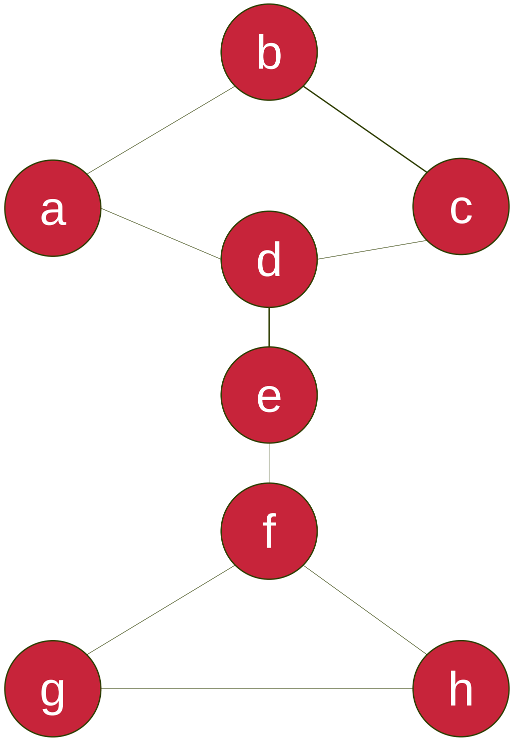


Déf. : l'inverse de la somme des distances entre le nœud et chacun des autres.

$$c_p^{out}(i) = \left[\sum_{j \in N_G} d(i, j) \right]^{-1}$$

$$c_p^{in}(i) = \left[\sum_{j \in N_G} d(j, i) \right]^{-1}$$

Mesures



Proximité

Déf. : l'inverse de la somme des distances

$c_p(a)$ =

$c_p(b)$ =

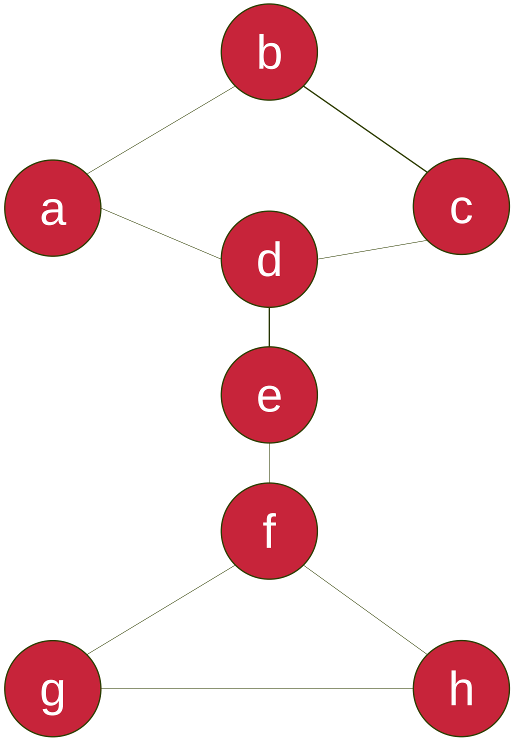
$c_p(d)$ =

$c_p(e)$ =

$c_p(f)$ =

$c_p(g)$ =

Mesures



Proximité

Déf. : l'inverse de la somme des distances

$c_p(a) = c_p(c) = 1/17$

$c_p(b) = 1/21$

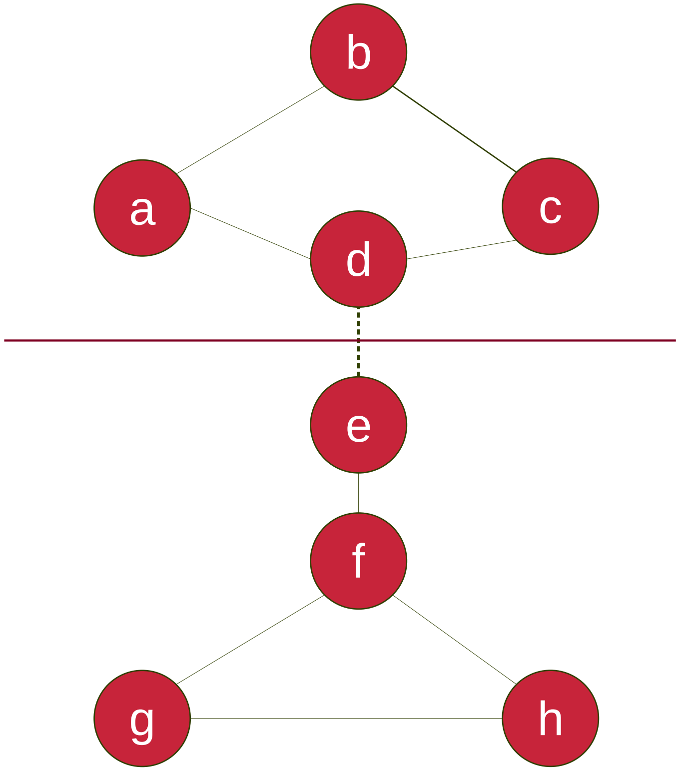
$c_p(d) = 1/13$

$c_p(e) = 1/13$

$c_p(f) = 1/15$

$c_p(g) = c_p(h) = 1/20$

Mesures



Proximité

Déf. : l'inverse de la somme des distances

$c_p(a) = c_p(c) =$

$c_p(b) =$

$c_p(d) =$

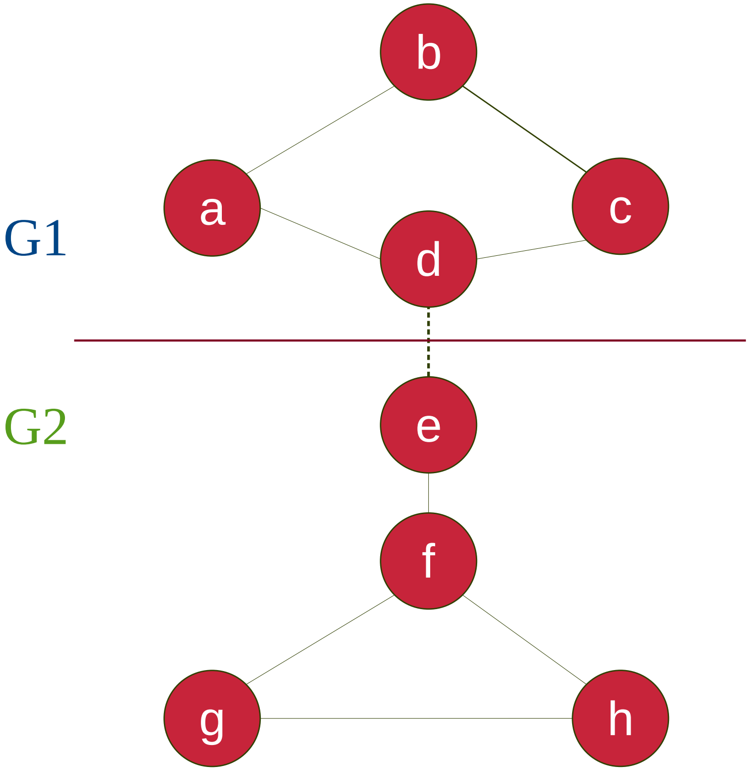
?

$c_p(e) =$

$c_p(f) =$

$c_p(g) = c_p(h) =$

Mesures



Proximité

Déf. : l'inverse de la somme des distances

$c_p(a) = c_p(c) =$

$c_p(b) =$

$c_p(d) =$

c^{G1}_p

composante connexe :

G1

$c_p(e) =$

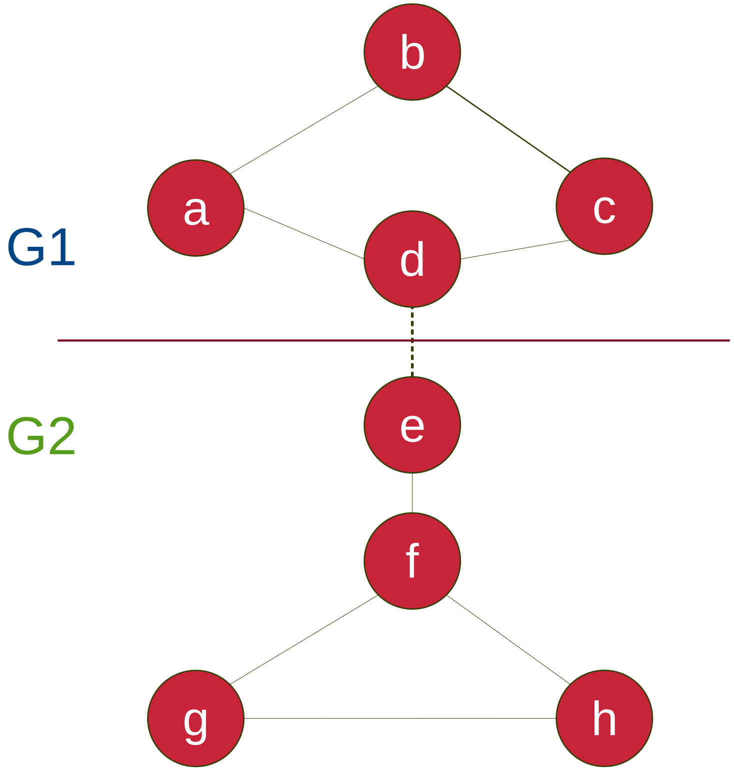
$c_p(f) =$

$c_p(g) = c_p(h) =$

c^{G2}_p

G2

Mesures



Proximité

Déf. : l'inverse de la somme des distances

$c_p(a) = c_p(c) = 1/4$

$c_p(b) = 1/4$

$c_p(d) = 1/4$

c^{G1}_p

composante connexe : G1

$c_p(e) = 1/5$

$c_p(f) = 1/3$

$c_p(g) = c_p(h) = 1/4$

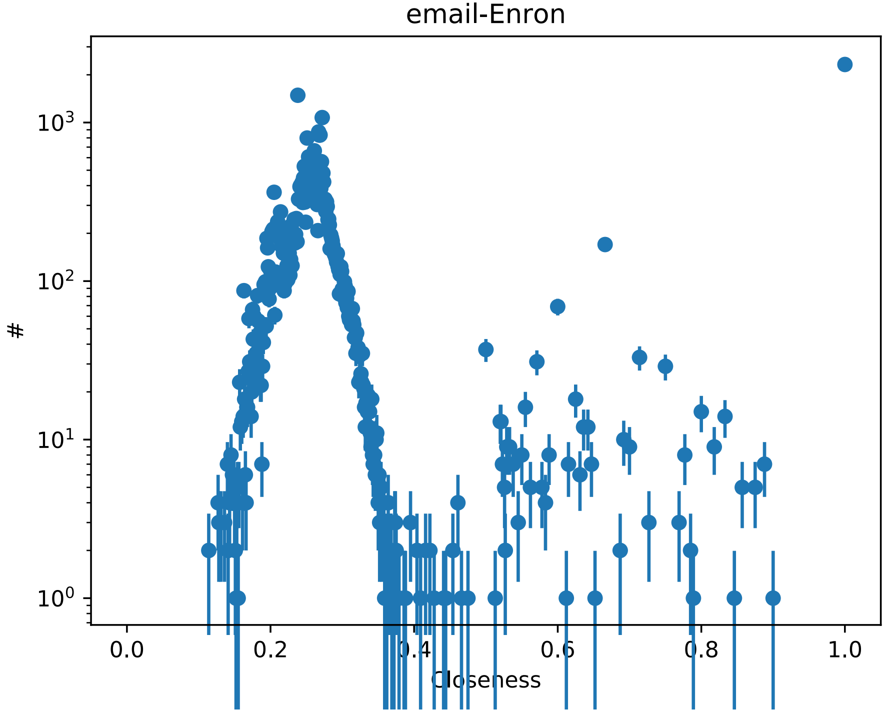
c^{G2}_p

G2

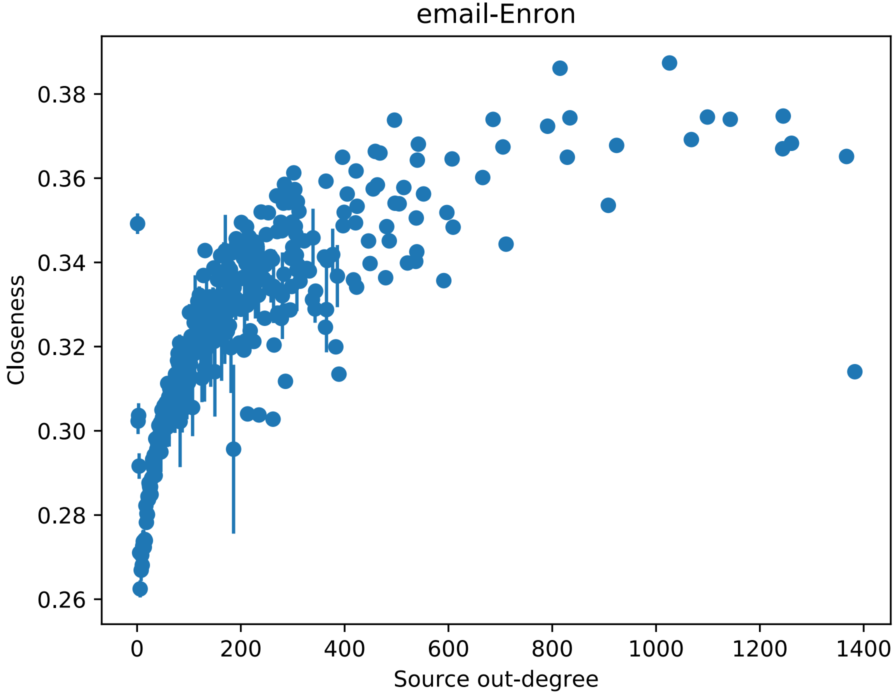
Mesures

Proximité

Distribution de proximité

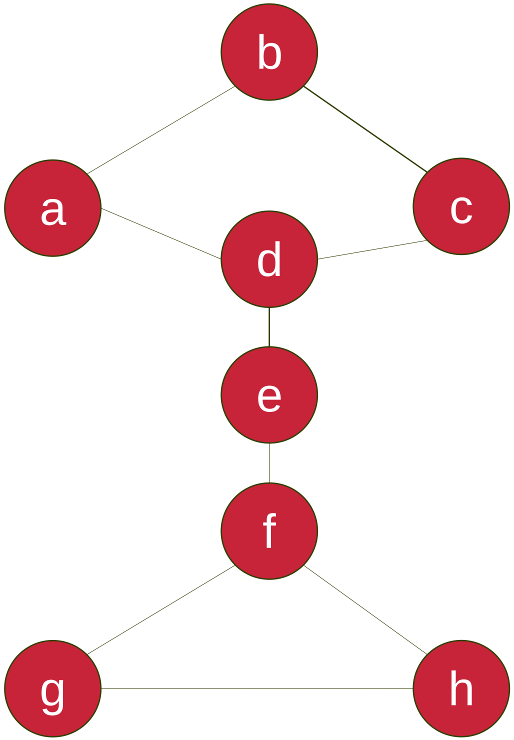


Corrélation degré et proximité



Mesures

Intermédiarité



Déf. : la somme, pour chaque pair des autres nœuds, de la fraction des chemins les plus courts entre ces nœuds qui passent par le premier.

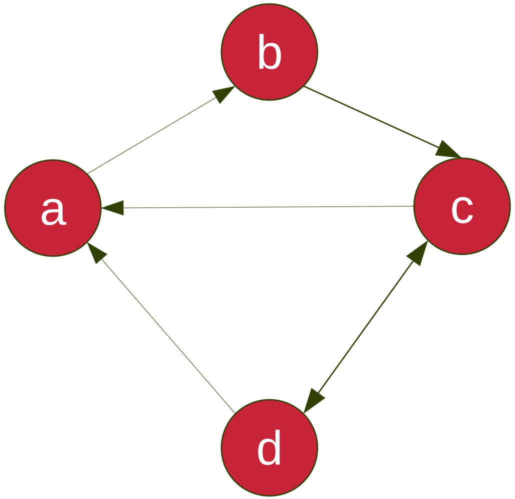
$$g(i) = \sum_{j,k \in N_G | i \neq j \neq k} \frac{\sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}}$$

σ_{jk} : nombre des chemins les plus courts entre *j* et *k*
$\sigma_{jk}(i)$: nombre de ces chemins qui passent par *i*

Mesures

Intermédiarité

$$g(i) = \sum_{j,k \in N_G | i \neq j \neq k} \frac{\sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}}$$



g(a) =

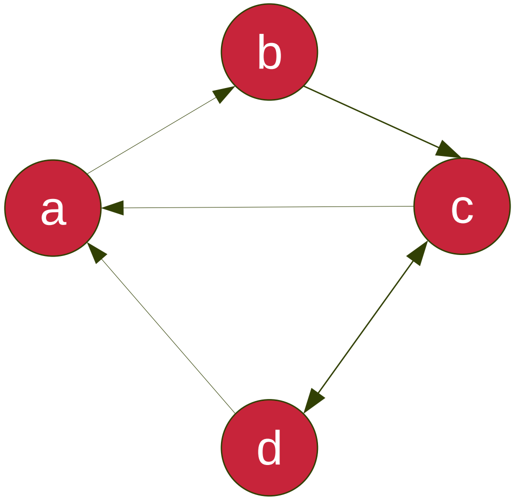
g(b) =

g(c) =

g(d) =

Astuce :
Au lieu de calculer pour chaque nœud, trouvez les chemins les plus courts entre les pairs et ajoutez la fraction correspondante aux nœuds qui les composent.

Mesures



g(a) = 2

g(b) = 2

g(c) = 3

g(d) = 0

g_{total} = 7

Intermédiarité

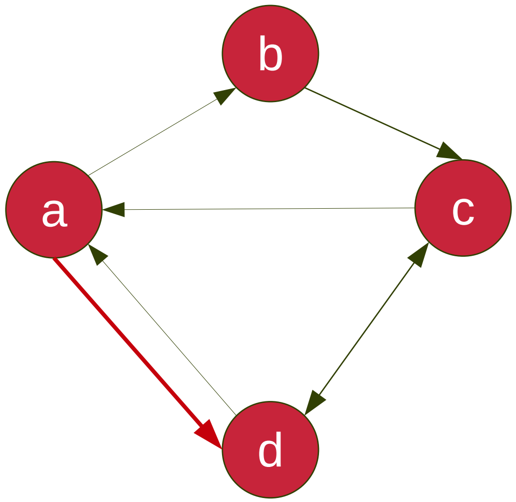
$$g(i) = \sum_{j,k \in N_G | i \neq j \neq k} \frac{\sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}}$$

Astuce :
Au lieu de calculer pour chaque nœud, trouvez les chemins les plus courts entre les pairs et ajoutez la fraction correspondante aux nœuds qui les composent.

Mesures

Intermédiarité

$$g(i) = \sum_{j,k \in N_G | i \neq j \neq k} \frac{\sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}}$$



g(a) = 2

g(b) = 2

g(c) = 3

g(d) = 0

$g_{total} = 7$

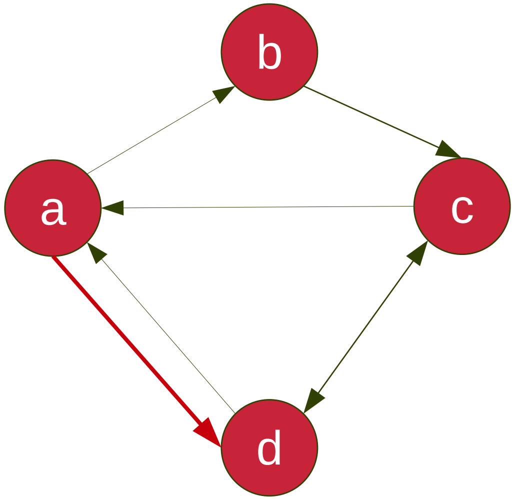
?

Astuce :
Au lieu de calculer pour chaque nœud, trouvez les chemins les plus courts entre les pairs et ajoutez la fraction correspondante aux nœuds qui les composent.

Mesures

Intermédiarité

$$g(i)=\sum_{j,k\in N_G|i\neq j\neq k}\frac{\sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}}$$



g(a) = 2

g(b) = 0,5

g(c) = 2

g(d) = 0,5

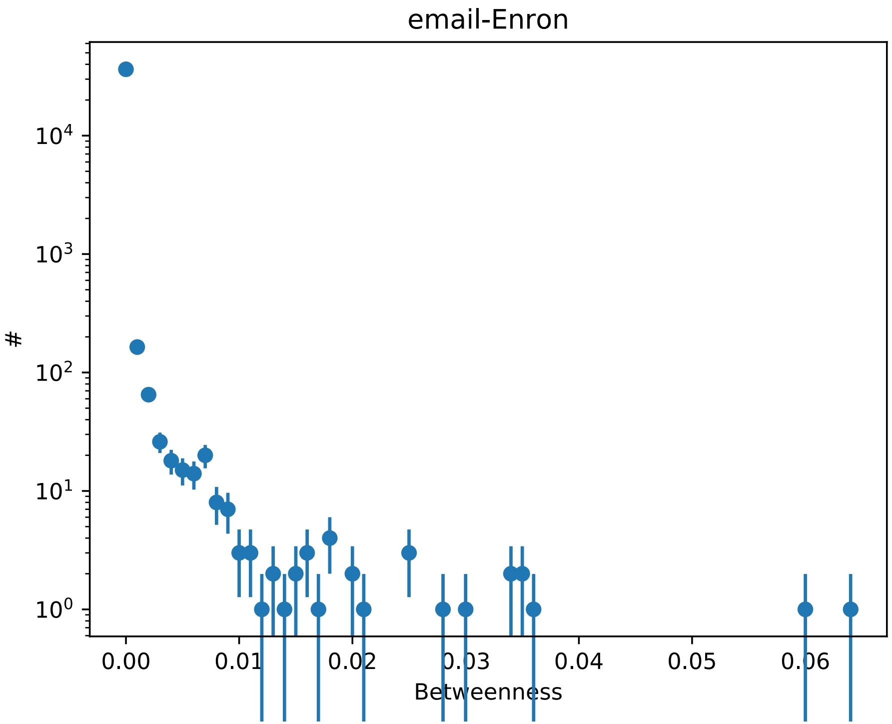
g_{total} = 5

Astuce :
Au lieu de calculer pour chaque nœud, trouvez les chemins les plus courts entre les pairs et ajoutez la fraction correspondante aux nœuds qui les composent.

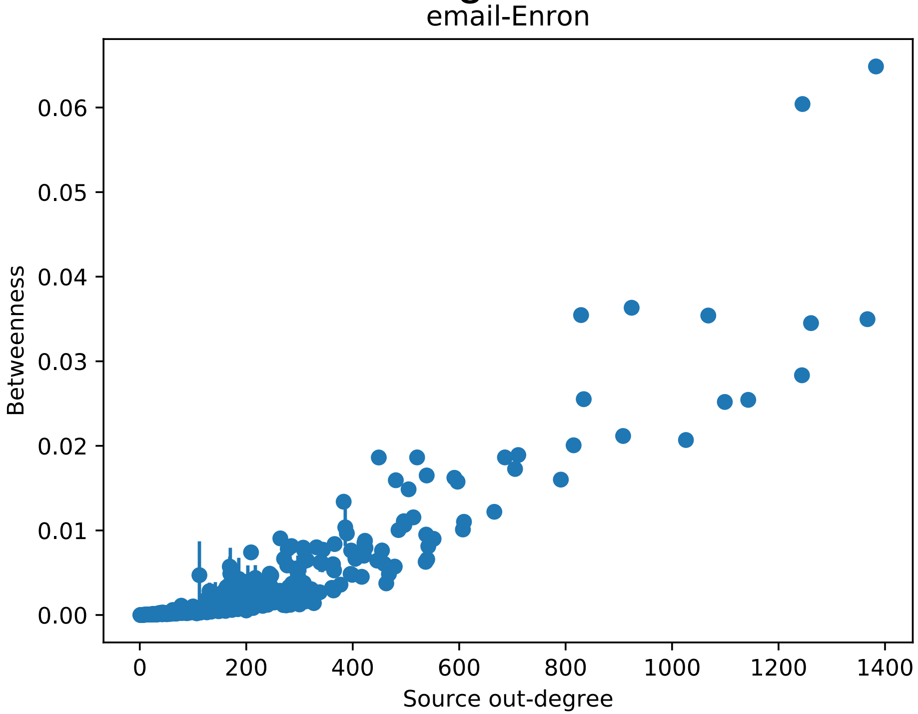
Mesures

Intermédiarité

Distribution d’intermédiarité



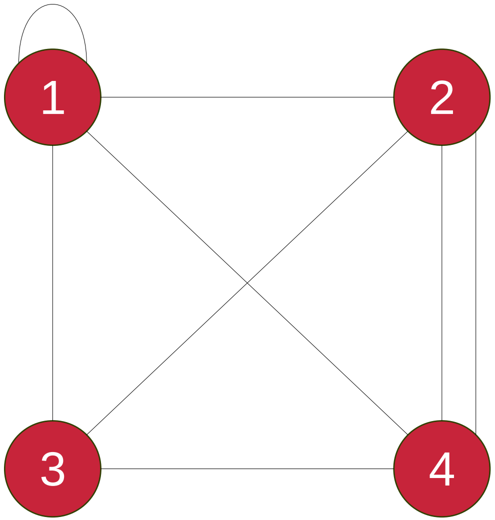
Corrélation degré et intermédiarité



Mesures

Vecteur propre

Déf. : état d'équilibre d'une dynamique de diffusion linéaire entre les nœuds.



$p_1 = d(1)$ → $p_1 =$ → $p_1 =$

$p_2 = d(2)$ → $p_2 =$ → $p_2 =$

$p_3 = d(3)$ → $p_3 =$ → $p_3 =$

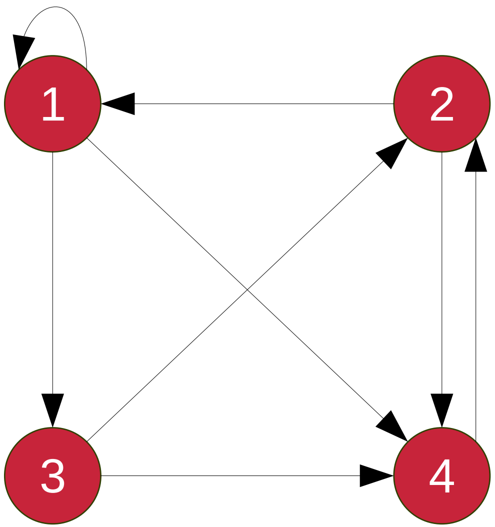
$p_4 = d(4)$ → $p_4 =$ → $p_4 =$

p_i : quantité de matière pour le nœud *i*

Mesures

Vecteur propre

Déf. : état d'équilibre d'une dynamique de diffusion linéaire entre les nœuds.

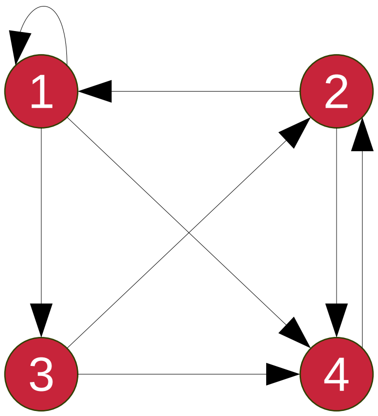


$p_1 = d^-(1)$		$p_1 =$		$p_1 =$
$p_2 = d^-(2)$	→	$p_2 =$	→	$p_2 =$
$p_3 = d^-(3)$		$p_3 =$		$p_3 =$
$p_4 = d^-(4)$		$p_4 =$		$p_4 =$

p_i : quantité de matière pour le nœud *i*

Mesures

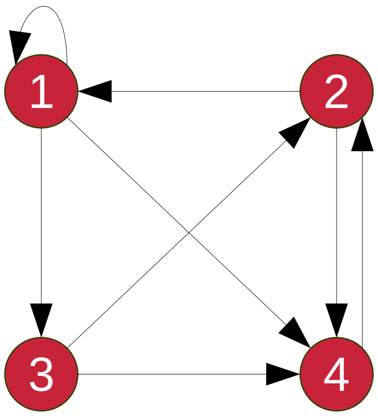
Vecteur propre



$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad M^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Mesures

Vecteur propre



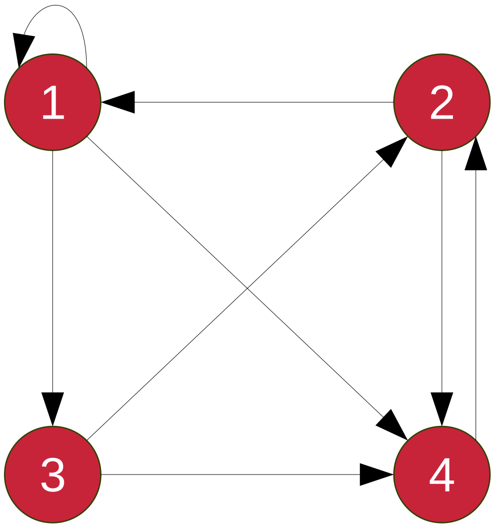
Déf. : avec a_{ij} la matrice d’adjacence et p_i la densité de matière, l’état d’équilibre d’une dynamique de diffusion entre les nœuds est la solution du système linéaire :

$$p_i = \sum_j m_{ji} * p_j \quad \text{où} \quad m_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_j a_{ij}} \quad \text{et} \quad \sum_i p_i = 1$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad M^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Mesures

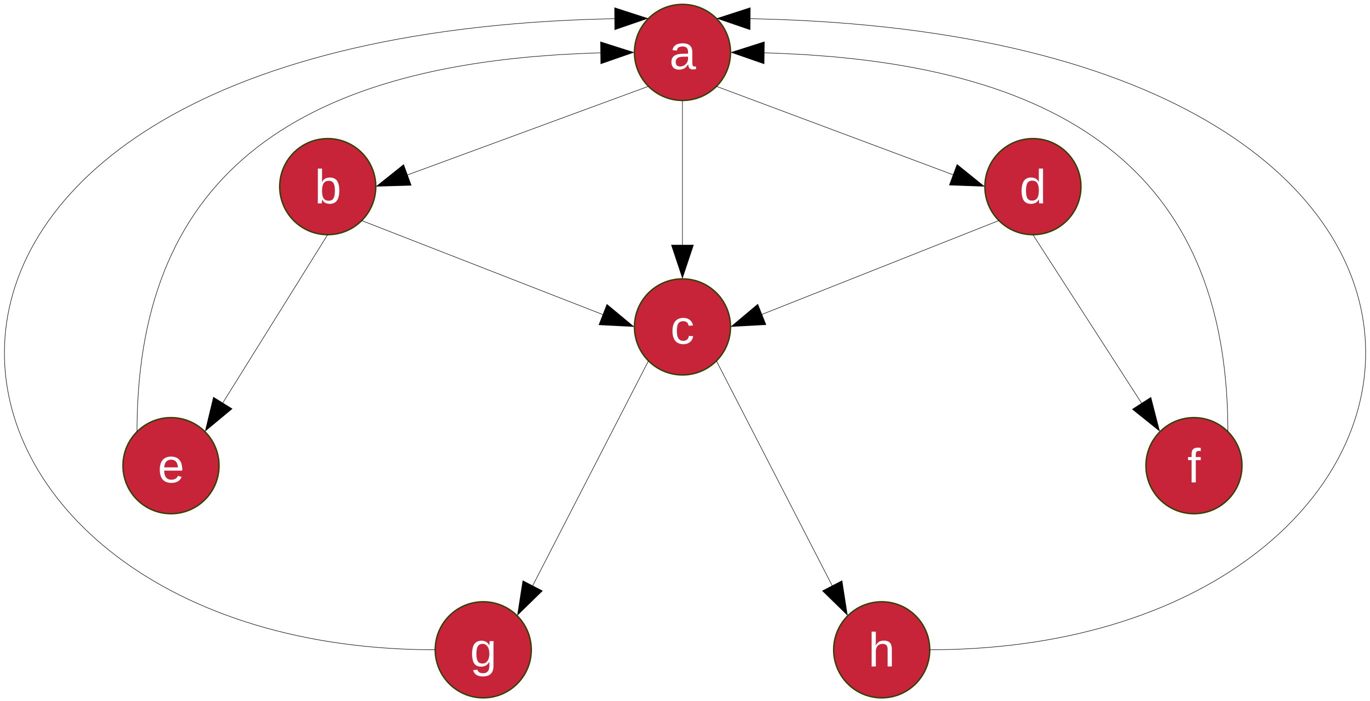
Vecteur propre



$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix}$$

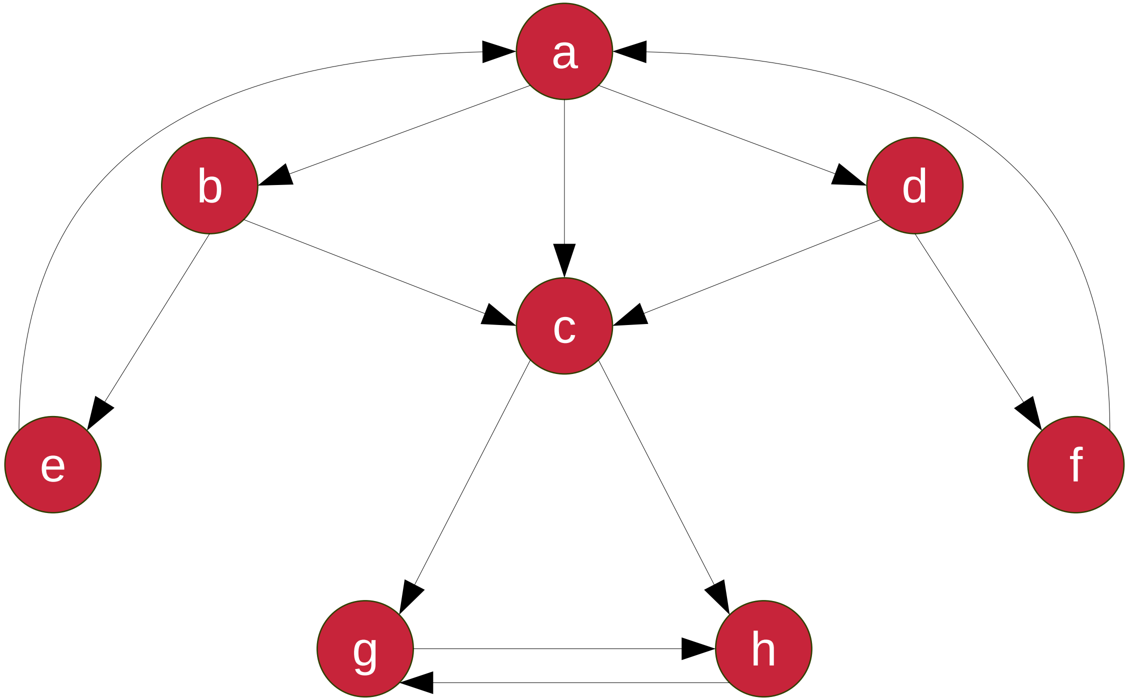
Mesures

Vecteur propre



Mesures

Vecteur propre



Mesures

- Le *Graphe du Web* n'est pas fortement connexe
- Dans PageRank, Google a réglé ça :
  - On applique une itération de la diffusion
  - On réduit les densités multipliant par fraction : $s < 1$
  - On distribue l'excédent 1-s également entre les nœuds
  - On recommence
- Faut bien choisir s pour avoir des bons résultats