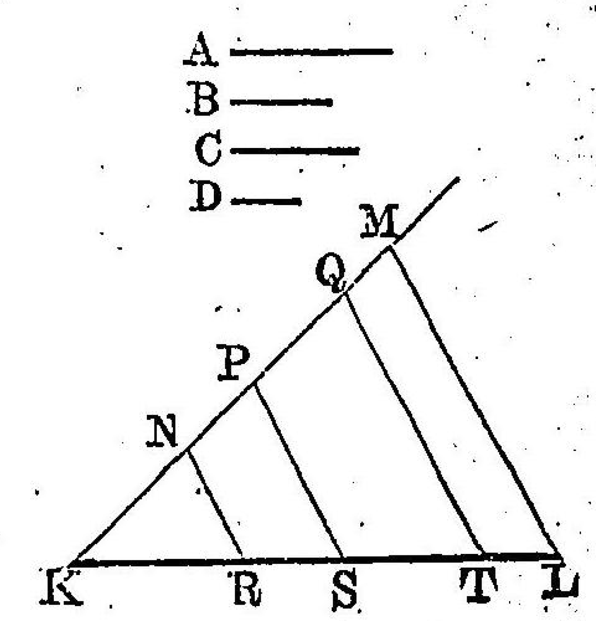
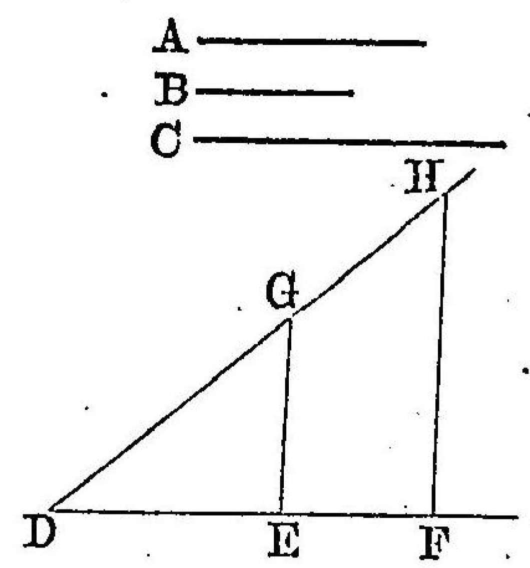


論　NR PS 等は各 ML と平行であります(法によりまして)故又互に平行であります(何れも定義第三十二によりまして)されば NR∥PS であります故に KR:RS::KN:NP であります(定義第百三十二によりまして)うして又 KN=A, NP=B, であります(何れも法によりまして)故 KN:NP::A:B であります(總論の定義第六により重ねて論ずるとが出來ませう)故に KR:RS::A:B でありませう(總論の定義第二によりまして)又已に申し上げたるが如く NR∥PS であります故 RS:KR::NP:KN であります(定義第百三十二によりまして)故に又 RS:KS::NP:KP であります(總論の定義第二十六によりまして)うして PS∥QT であります故 KS:ST::KP:PQ であります(定義第百三十二によりまして)故に RS:ST::NP:PQ であります(定義第二十二によりまして)して又 NP=B, PQ=C であります(何れも法によりまして)故 NP:PQ::B:C であります(總論の定義第六により重ねて論じますれば)故に RS:ST::B:C でありませう(總論の定義第二によりまして)又 ST:TL::C:D と申すとなども是と同法にて論ずるとが出來ませう因て KR:RS::A:B, RS:ST::B:C 等にして即ち直線 KL は R S 等の點に於て要する如く分たるゝでありませう

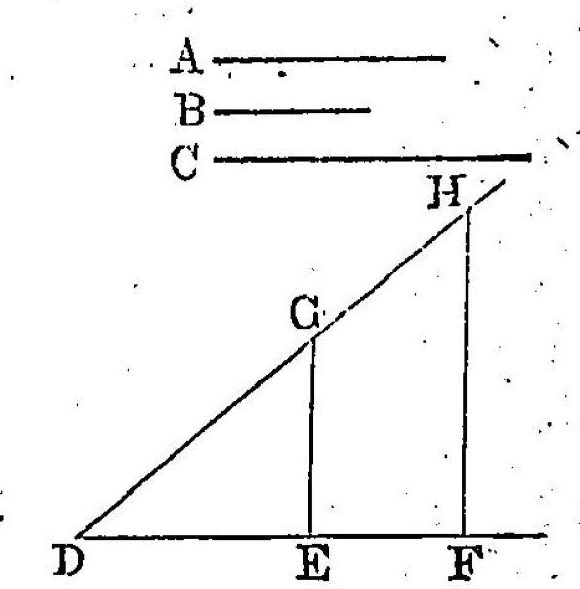
作法第四十八　有限ノ三直線ノ第四比例率ヲ作ル法



解　A B C を有限の三直線とし其第四比例率に相當する直線を引くとを要すると致します

法　先づ任意に一點Dを設け(公法第一によりまして)Dより任意の交角を作りて兩直線 DF DH を引き出だし(何れも作法第十二の法に於て直線 DE を引くと同法にて引き出だすとが出來ませう)DF 線上に於てAと等しく DE を截り B と等しく EF を截り又 DH 線上に於てCと等しく DG を截りて(何れも皆作

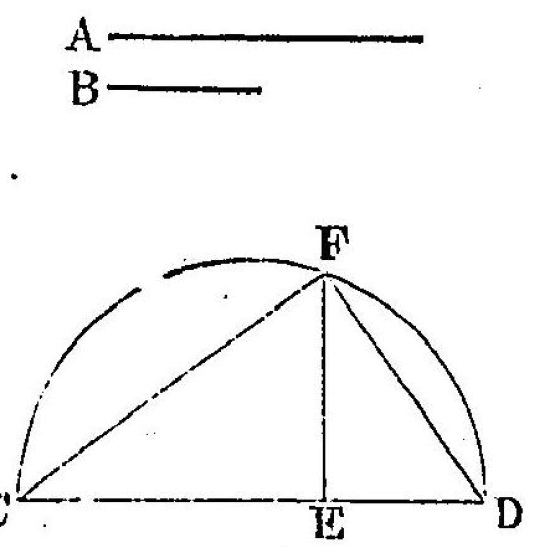
法第四によりましてGEを引き(公法第二によりまして)又FよりGE平行とにFHを引き(作法第十一によりまして)DHと會せしめて(其會する所以は定義第三十一によりまして)其會點をHと致しますればGHは所要の第四比例率であります



論　FH=GEであります(法によりまして)故　DE:EF::DG:GH　であります(定義第百三十二によりまして)又DE=A, EF=B であります(何れも法によりまして)故 A:B::DE:EF であります(總論の定義第六により重ねて論じますれば)故にA:B::DG:GH であります(總論の定義第二によりまして)しかして又DG=C であります(法によりまして)故 DG:GH::C:GH であります(總論の定義第六によりまして)故にA:B::C:GH であります(總論の定義第二によりまして)因て比例度總論の界說第四によりましてGHは三線ABCの第四比例率でありませう

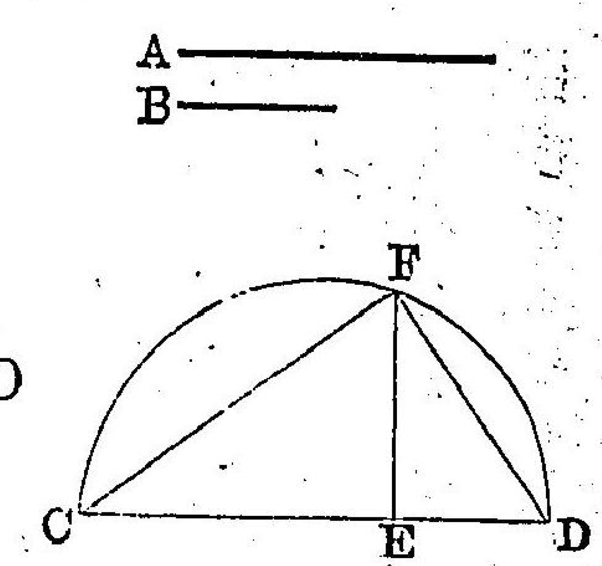
又右の法によりますと有限の兩直線の第三比例率をも作ることが出來ませう即ち右の圖に於てEFとDGとを各第二線と等しく致しますればGHが所要の第三比例率となるでありませうされば此作法は別に委しく申し上ぐる程でもありませぬが必要のものであります故御注意の爲めチョイと申し上げて置きます

作法第四十九　有限ノ兩直線ノ比例中率ヲ作ル法



解　AとBとを有限の兩直線とし其比例中率に相當する直線を引くことを要すると致します

法　先づ任意に一點Cを設け(公法第一によりまして)Cより任意の方向に一線CDを引き出だし(作法第十二の法にてDEを引くと同法にて)此CDよりAと等しくCEを截り又Bと等しくEDを截り(何れも作法第四によりまして)CDを圓徑として其上に半圓CFDを作り(作法第三十七によりまして)EよりCDの

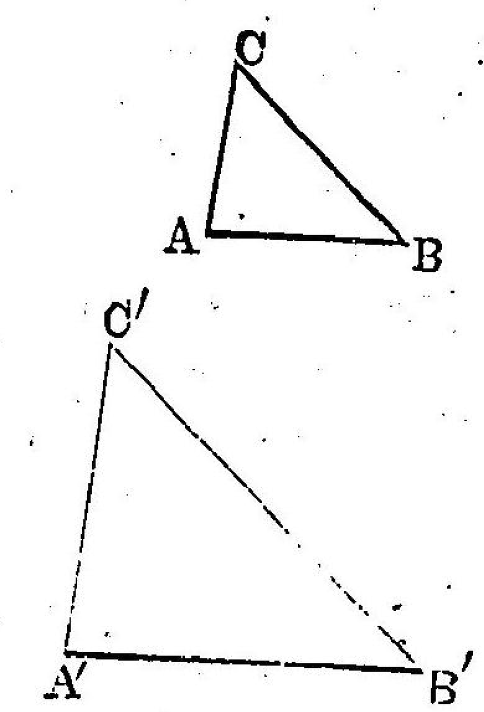


直立線EFを引き(作法第五によりまして)半圓周とFに於て會せしめますれば(其會する所以は定義第十四の論にてADがBCと交はるとと同理でありませう)EFは所要の比例中率であります

論　先づCF FDを引きますれば(何れも公法第二によりまして)CFDは半圓でありまず(法によりまして)故に角CFDは直角であります(定義第六十六によりまして)りしてEFはCDの直立線であります(法によりまして)故に兩三角形FECとFEDとは相似形にして CE:EF::EF:ED であります(定義第百三十六によりまして)そして CE=A, ED=B であります(何れも法によりまして)故 A:EF::CE:EF, EF:ED::EF:B であります(何れも總論の定義第六によりまして)故に A:EF::EF:B であります(總論の定義第二により重ねて論じますれば)因て比例度總論の界説第六によりますとEFはAとBとの比例中率でありませう

作法第五十　有限ノ定直線ヲ一邊トシテ定直線形ト相似ノ直線形ヲ作リ前ノ定線ト定直線形ノ定邊トヲ其同勢邊トナスノ法

先づ最初には定直線形を三角形と見做しませう



解　ABCを定三角形としA′B′を有限の定直線としA′B′を一邊として三角形ABCと相似の三角形を作りABとA′B′とを其同勢邊となすことを要すると致します

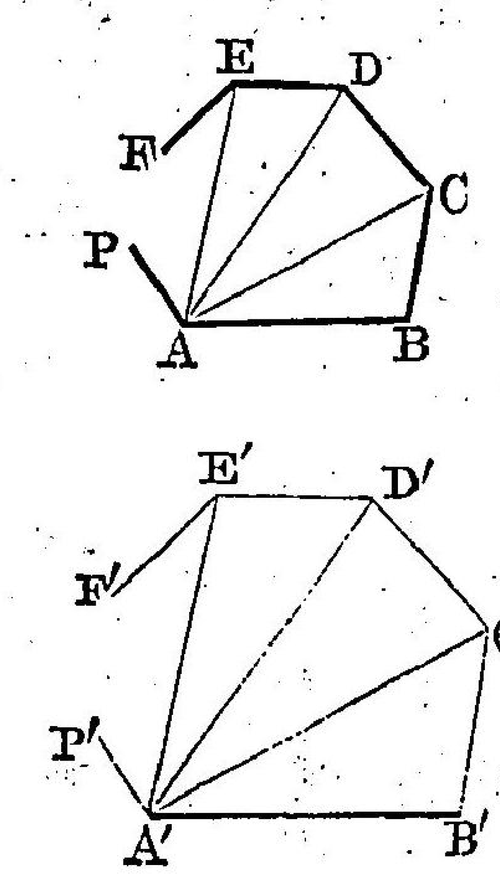
法　兩角CABとCBAとに等しき兩内角を有しA′B′を其間の一邊として三角形A′B′C′を作法第十五の法によりて作りますればA′B′C′は所要の三角形であります

論　兩三角形ABCとA′B′C′とは其兩内角を等しく致しました(法にて)故に相似形であります(定義第百二十七によりまして)そしてA′B′C′はA′B′を一邊として居ります因てA′B′C′は所要の三角形なることは明かでありませう

右の法によりますと所要の三角形が四通り出來ますナゼと申すに三角

形$A'B'C'$を作るに$A'B'$の上方に作りても宜しく其下方に作りても宜しく又$A'B'C'$の兩內角を兩角CAB CBAに等しくするに$\angle C'A'B'=\angle CAB$, $\angle C'B'A'=\angle CBA$としても宜しく$\angle C'A'B'=\angle CBA$, $\angle C'B'A'=\angle CAB$としても宜しき故であります

次に定直線形を四角形或は多角形として申し上げませう



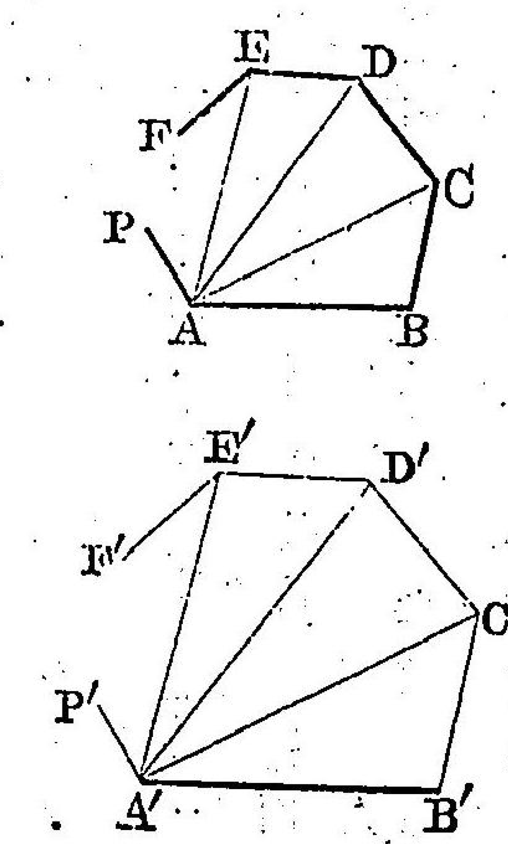
解　$ABCD$……を定直線形とし$A'B'$を有限の定直線として$A'B'$を一邊として$ABCD$……と相似の直線形を作りABと$A'B'$とを共同勢邊となすことを要すると致します

法　先づ直線形$ABCD$……の一角頭を任意に撰み今之をAと致しませうそしてAC AD等の角線を引き(何れも公法第二によりまして)$A'B'$を一邊として三角形ABCと相似の三角形$A'B'C'$を作りABと$A'B'$とを共同勢邊となし且ッ$\angle C'A'B'=\angle CAB$, $\angle A'B'C'=\angle ABC$となし(本題の

前の場合によりまして)次に$A'C'$を一邊として三角形ACDと相似の三角形$A'C'D'$を三角形$A'B'C'$と相對して作りACと$A'C'$とを共同勢邊となし且ッ$\angle D'A'C'=\angle DAC$, $\angle D'C'A'=\angle DCA$となし次に又$A'D'$を一邊として三角形ADEと相似の三角形$A'D'E'$を三角形$A'C'D'$と相對して作りADと$A'D'$とを共同勢邊となし且ッ$\angle E'A'D'=\angle EAC$, $\angle E'D'A'=\angle EDA$となします(何れも本題の前の場合によりまして)逐て此の如く同じ作法を施しますれば得る所の直線形$A'B'C'D'$……は所要の直線形であります

論　兩三角形ABCと$A'B'C'$とは相似形にしてABと$A'B'$とは其共同勢邊、$\angle C'A'B'=\angle CAB$, $\angle A'B'C'=\angle ABC$であります(法によりまして)故に又$\angle A'C'B'=\angle ACB$, $A'B':AB::B'C':BC$, $B'C':BC::A'C':AC$であります(何れも界說第六十七によりまして)又兩三角形ACDと$A'C'D'$とは相似形にしてACと$A'C'$とは其共同勢邊、$\angle D'A'C'=\angle DAC$, $\angle D'C'A'=\angle DCA$であります(法によりまして)故に又$\angle A'D'C'=\angle ADC$, $A'C':AC::C'D':CD$, $C'D':CD::A'D':AD$であります(何れも界說第六

十七によりまーて遂て此の如くでありますされば兩直線形 ABCD……と A′B′C′D′……とに於て $\angle A'B'C' = \angle ABC$ (己に申ー上げたるが如く)又己に申ー上げたるが如く $\angle A'C'B' = \angle ACB$, $\angle D'C'A' = \angle DCA$ でありますが故



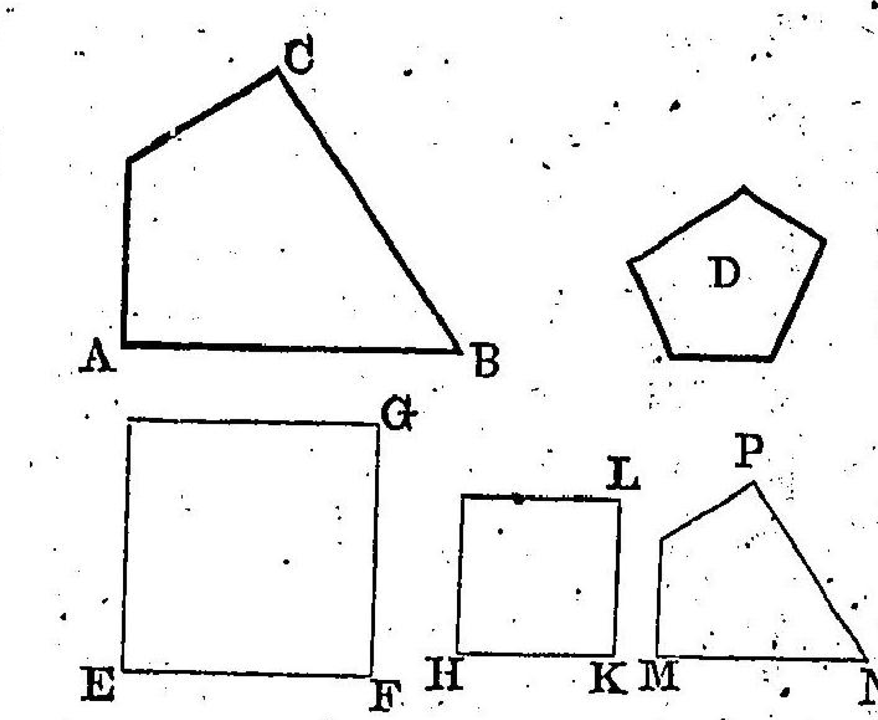
故相加へますれば $\angle B'C'D' = \angle BCD$ でありますす(推理第三と公理第十五及び推理第二とによりまーて)又同理にて $\angle C'D'E' = \angle CDE$, $\angle D'E'F' = \angle DEF$ 等でありませう又已に申ー上げたるが如く $\angle C'A'B' = \angle CAB$, $\angle D'A'C' = \angle DAC$ 等でありますす故 $\angle P'A'B' = \angle PAB$ でありませう(是も前と同理にて)故に ABCD……と A′B′C′D′……との兩直線形は其内角が夫々互に等ーうありますす又 A′B′ : AB :: B′C′ : BC (已に申ー上げたるが如く)又已に申ー上げたるが如く B′C′ : BC :: A′C′ : AC, A′C′ : AC :: C′D′ : CD でありますす故 B′C′ : BC :: C′D′ : CD でありますす(總論の定義第三によりまーて)又同理にて C′D′ : CD :: D′E′ : DE, D′E′ : DE :: E′F′ : EF 等でありませう故に ABCD……と A′B′C′D′……との兩直線形は等角の兩邊が順次に比例ーます因て此兩直線形は相似形でありますす(界説第六十七によりまーて)そーて A′B′C′D′……は A′B′ を一邊とーて居りますす之に因て直線形 A′B′C′D′……は所要の形ちでありませう

此場合も前の場合に於けるが如く所要の直線形が四通り出來ますナゼと申すに最初の三角形 A′B′C′ に四通りの作り方がある故でありますす

作法第五十一　定直線形ト相似ニシテ他ノ定直線形ト等積ナル直線形ヲ作ル法

解　ABC と D とを定直線形とーABC と相似にーて D と等積なる直線形を作るとを要するとと致ーますす

法・先づ定直線形 ABC と等積なる平方形 EFG 及び定直線形 D と等積なる平方形 HKL を作り(何れも作法第四十四によりまーて)次に平方形 EFG の任意の一邊 EF と平方形 HKL の任意の一邊 HK と直線形 ABC の任意の一邊 AB との三線

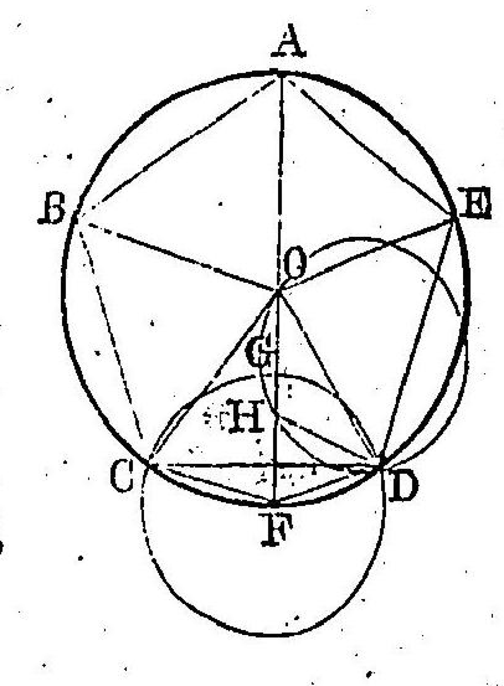


の第四比例率MNを作り(作法第四十八によりまして其MNを一邊としてABCと相似の直線形MNPを作りますれば(作法第五十によりまして)MNPは所要の直線形であります

論　MNはEF HK ABの第四比例率(法によりまして)則ちEF:HK::AB:MNにして(比例度總論の界說第四によりまして)兩平方形EFGとHKLとはEFとHKとを同勢邊とする所の相似形(定義第百四十八に於て申し上げたるが如く平方形は皆相似形であります故)兩直線形ABCとMNPとはABとMNとを同勢邊とする所の相似形であります(法によりまして)故に平方形EFG：平方形HKL：：直線形ABC：直線形MNPであります(定義第百五十一によりまして)して平方形EFG＝直線形ABCであります(法によりまして)故に平方形HKL＝直線形MNPであります(總論の定義第十一に

よりまして)して又平方形HKL＝直線形Dであります(法によりまして)故に直線形MNP＝直線形Dであります(公理第一によりまして)そして前に申し上げたるが如くMNPとABCとは相似形であります因てMNPは所要の直線形なるとは明かでありませう

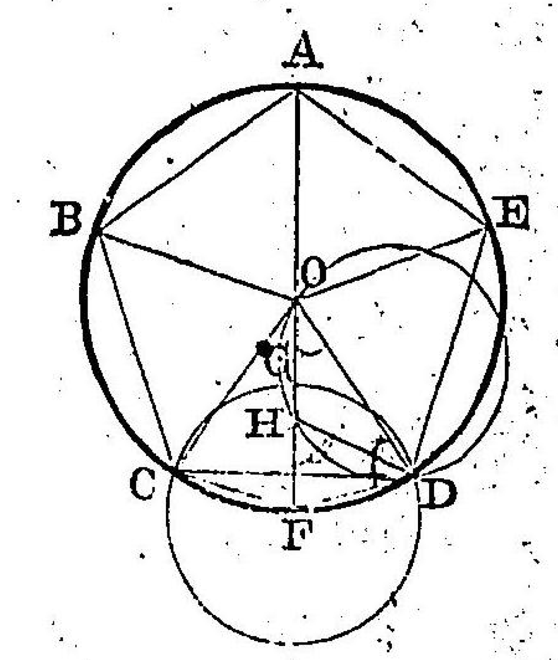
作法第五十二　定圓內ニ內切正五角形ヲ作ル法



解　ABCを定圓とし其內に內切正五角形を作るとを要すると致します

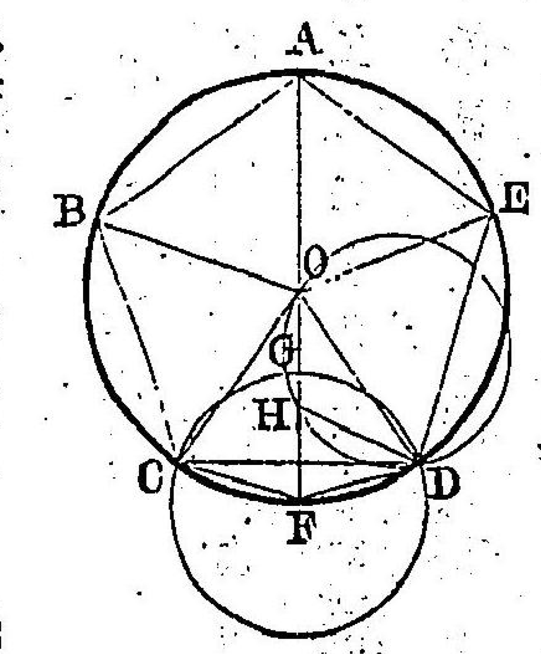
法　先づ定圓ABCの圓心Oを發見し(作法第十八によりまして)作法第二十八に於てACを引きたるが如く同法にて任意の圓徑AFを引きOFをGに於て分ちて$OG.OF=GF^2$となし(作法第四十五によりまして)Fを圓心としFGを半徑として圓周CGDを作りますれば(公法第四によりまして)定圓の圓徑AFが圓CGDの半徑GFに等しきか或はGFより小ならば圓ABCは全く圓CGDの內に

入りまして其兩圓周は交はりませぬがAFは明かにGFより大であります故兩圓周ABCとCGDとは必ず交はります(作法第十の法に於て兩圓周HKLとHMとが交はることと同理にて)うして其交點は必ず二點あります(定義第八十五によりまして)故に其兩交點をCDとしてOCとODとを引き(何れも公法第二によりまして)又兩角AOCとAODとを平分して兩直線OBとOEとを引き(何れも作法第九によりまして)定圓周ABCと會せしめ(其會する所以は定義第五十三の論に於てABが圓周と會する所以と同理でありませう)其會點を各BEとしてAB BC CD DE EAの五線を引きますれば(何れも公法第二によりまして)ABCDEは所要の内切正五角形であります



論　OFよりOGと等しくFHを截りて(作法第四によりまして)HD FD FCの三線を引き(何れも公法第二によりまして)又三角形OHDの外に外切圓OHDを作りま

すれば(作法第二十三によりまして)OG=HFであります故OG.OF=HF.OF(定義第四十五によりまして)又GF=FDであります(法と界説第二十三とによりまして)故$GF^2=FD^2$にして(定義第四十六によりまして)OG.OF=GF^2であります(法によりまして)故にHF.OF=FD^2であります(推理第二によりまして)故にFDは圓OHDの切線にしてDが其切點であります(定義第百五十七によりまして)故に∠FOD=∠HDFであります(定義第七十三によりまして)故に又∠FOD+∠ODH=∠HDF+∠ODHであります(公理第二によりまして)うして∠FOD+∠ODH=∠DHF(定義第三十四によりまして)∠HDF+∠ODH=∠ODFであります(推理第二によりまして)故に∠DHF=∠ODFであります(公理第十五によりまして)して又OF=ODであります(法と界説第二十三とによりまして)故∠ODF=∠OFDであります(定義第十四によりまして)故に∠DHF=∠OFDであります(公理第一によりまして)故に又HD=FDであります(定義第十六によりまして)然るに又前に申し上げたるが如く



OG=HFであります故OH=GFであります(公理第二によりまして)そうして前に已に申し上げたるが如くGF=FDであります故にOH=HDであります(推理第二によりまして)故に又∠FOD=∠ODHであります(定義第十四によりまして)そして前に申し上げたるが如く∠FOD=∠HDFであります故に2∠FOD=∠ODH+∠HDFであります(推理第二によりまして)して又前に申し上げたるが如く∠ODH+∠HDF=∠ODFであります故に∠ODF=2∠FODであります(公理第一によりまして)又前に申し上げたるが如く∠ODF=∠OFDであります故2∠ODF=∠ODF+∠OFDにして(公理第一によりまして)∠ODF+∠OFD=∠AODであります(定義第三十四によりまして)故に2∠ODF=∠AODであります(公理第一によりまして)然るに又OEは角AODの平分線であります(法によりまして)故∠AOE=∠EODであります(界説第二十五によりまして)

故に2∠AOE=∠AOD, 2∠EOD=∠AODであります(何れも公理第二と同第十五及び第一とによりまして)故に2∠AOE=2∠ODF, 2∠EOD=2∠ODFであります(何れも公理第一によりまして故に又∠AOE=∠ODF, ∠EOD=∠ODFであります(何れも公理第十二によりまして)そうーて前に申し上げたるが如く2∠FOD=∠ODFであります故に∠AOE=2∠FOD, ∠EOD=2∠FODであります(何れも公理第一によりまして)又直線CHを引き且つ三角形OHCの外切圓を作りて前の如くに論じますれば∠AOB=2∠FOC, ∠BOC=2∠FOCと申すとも分りませう又兩三角形OFCとOFDとに於てOC=OD, CF=FDにして(何れも法と界説第二十三とによりまして)OFは兩形に通じて居ります故∠FOC=∠FODであります(定義第二十二によりまして)故に∠COD=2∠FODにして(公理第二と同第十五及び第一とによりまして)且2∠FOC=2∠FODであります(公理第十一によりまして)故にAOB BOC COD DOE EOAの五個の角は皆互に等しうあります(推理第一及び同第二によりまして)故にAB BC CD DE EAの

五個の弧も亦皆互に等しうあります(定義第八十九によりまして)されば作法第三十の論中にて六弧AD DB BE EC CF FAが皆互に等しと申すことより六角形ADBECFの各邊各角が皆互に等しと申すことに論及したるが如く同じ方法にて論じますれば五角形ABCDEは正五角形だと申すことが分りませう因て五角形ABCDEは所要の内切正五角形でありませう

作法第五十三　定圓内ニ内切正十角形、内切正二十角形、内切正四十角形等追テ二倍ノ邊數ヲ有スル内切正多角形ヲ作ル法

前の作法第五十二によりて定圓周上に内切正五角形の五角頭を發見し其各角頭にて分ちたる弧の各を平分し(何れも作法第十九によりまして)其各平分點と之に隣れる内切形の角頭とを聯ねて十條の直線を引きますれば(何れも公法第二によりまして)定圓内に内切正十角形が出來ませう又其内切正十角形の各角頭にて分ちたる弧の各を平分して其各平分點と之に隣れる内切正十角形の角頭とを聯ねて二十條の直線を引きま

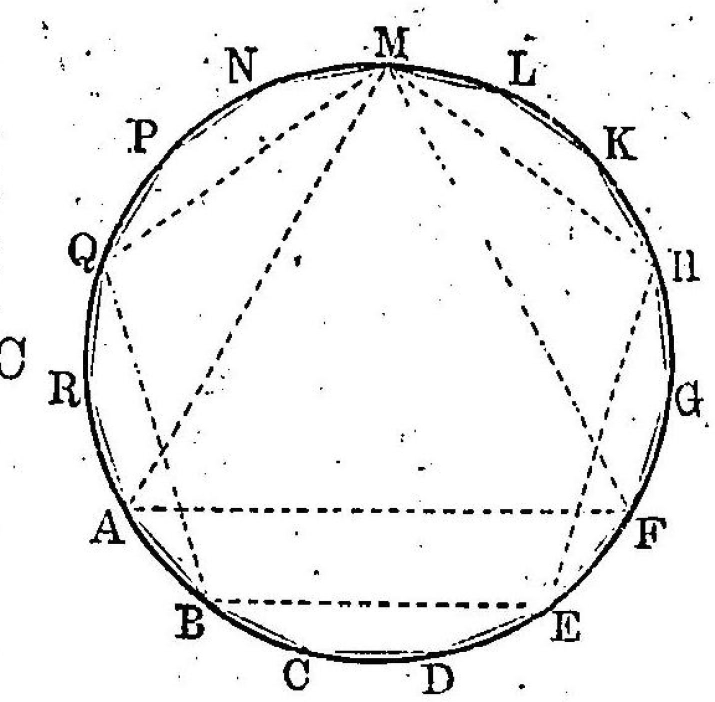
すれば定圓内に内切正二十角形を作ることが出來ませう追て此の如くに致しますれば順次に二倍の邊數を有する内切正多角形を定圓内に作ることが出來ませう此作法は作法第三十或は第三十二に類するを以て一々圖に就いて申し上ぐるにも及ばずと存じ大躰のみを申し上げました

作法第五十四　定圓外ニ外切正五角形、外切正十角形、外切正二十角形等追テ二倍ノ邊數ヲ有スル外切正多角形ヲ作ル法

作法第五十二によりて定圓周上に内切正五角形の五角頭を發見し其各角頭を貫きて五條の切線を引きますれば(何れも作法第二十によりまして)定圓外に外切正五角形を作ることが出來ませう又作法第五十三によりて定圓周上に内切正十角形の十角頭を發見し其各角頭を貫きて十條の切線を引きますれば定圓外に外切正十角形を作ることが出來ませう追て此の如くに致しますれば順次に二倍の邊數を有する外切正多角形を定圓外に作ることが出來ませう此作法は作法第三十一或は第三十三に類す

るを以て亦一々圖に就いて申し上ぐるにも及ばずと存じ大躰のみを申し上げました

作法第五十五　定圓内ニ内切正十五角形ヲ作ル法



解　ABCを定圓とし其内に内切正十五角形を作ることを要すると致します

法　先づ作法第二十六によりて定圓周ABCの上に内切等邊三角形の三角頭AFMを發見し又前の内切等邊三角形と一角頭Mを共にする内切正五角形の他の四角頭QBEHを作法第五十二によりて圓周ABCの上に發見してABを引き(公法第二によりまして)又圓周ABC上に於て弧ABと等しき弧BC CD DE等を順次に截りて(作法第三によりてBCD等を順次に圓心として弦ABに等しき半徑を有する圓周を作ればABと等しき弧を順次に截ることが出來ませう)BC CD等の直線を引きますればABCD……は所要の内切正十五角形であります

論　法によりますと三點AFMは等邊三角形の角頭であります故圓周ABCを三等分するとは明かでありませう故に弧ABFは圓周ABCの三等分の一即ち十五等分の五ッを含みて居るでありませう又MQBEHの五點は正五角形の角頭であります(是も法によりまして)故圓周ABCを五等分するとは明かでありませう故に弧BCEは圓周ABCの五等分の一即ち十五等分の三ッを含みて居るでありませう故に弧AB或はEFは全圓周の十五等分の一でありませう故に全圓周より弧ABに等しきBC CD等の弧を截りますれば全圓周は分れて丁度（テッド）十五個の等弧とあるでありませう故にABCD……は十五角形でありませうそして又十五角形ABCD……の等邊等角なるとは作法第三十の論中にて六弧AD DB BE EC CF FAの皆互に等しと申すとより六角形ADBECFの各邊各角が皆互に等しと申すとに論及したると同理にて明かでありませう之に因てABCD……は所要の内切正十五角形なるとは

明かでありませう

作法第五十六　定圓内ニ内切正三十角形内切正六十角形内切正百二十角形等追テ二倍ノ邊數ヲ有スル内切正多角形ヲ作ル法

前の作法第五十五によりて定圓周上に内切正十五角形の各角頭を發見し其各角頭にて分ちたる弧の各を平分し(何れも作法第十九によりまして)其各平分點と之に隣れる内切正十五角形の角頭とを聯ねて三十條の直線を引きますれば何れも公法第二によりまして定圓内に内切正三十角形を作ることが出來ませう又其内切正三十角形の各角頭にて分ちたる弧の各を平分して其各平分點と之に隣れる内切正三十角形の角頭とを聯ねて直線を引きますれば定圓内に内切正六十角形を作ることが出來ませう追て此の如くに致しますれば順次に二倍の邊數を有する内切正多角形を定圓内に作ることが出來ませう此作法は亦作法第五十三に於けるが如く作法第三十或は第三十二に類するを以て大躰のみを申し上げました

作法第五十七　定圓外ニ外切正十五角形外切正三十角形外切正六十角形等追テ二倍ノ邊數ヲ有スル外切正多角形ヲ作ル法

作法第五十五によりて定圓周上に内切正十五角形の各角頭を發見し其各角頭を貫きて十五條の切線を引きますれば(何れも作法第二十によりまして)定圓外に外切正十五角形を作ることが出來ませう又作法第五十六によりて定圓周上に内切正三十角形の各角頭を發見し其各角頭を貫きて三十條の切線を引きますれば定圓外に外切正三十角形を作ることが出來ませう追て此の如くに致しますれば順次に二倍の邊數を有する外切正多角形を定圓外に作ることが出來ませう此作法は作法第五十四に於けるが如く作法第三十一或は第三十三に類するを以て亦大躰のみを申し上げました

比例度に關して申し上げたきお話しは先づ是丈でありますれば例の如く

問題を差し上げませう

問題

第五百九　有限ノ兩平行線ノ兩端ヲ聯ヌル直線或ハ其引長線ノ交點ニ於テ分ル、分線ハ順次ニ比例ス其證ヲ問フ

第五百十　梯形ノ兩平行邊ノ中ナ一邊他ノ邊ノ二倍ナル片ハ兩角線互ニ三平分ノ點ニ於テ交ハル其證ヲ問フ

第五百十一　三角形ノ各邊ト正交スル三直線ニテ作ル三角形ハ原形ト相似ノモノナリ其證ヲ問フ

第五百十二　AB AC ヲ A ニ於テ會スル所ノ兩直線トシ AB 線上ノ一點 B ヨリ AC 線上ノ一點 C ヘ直線 BC ヲ引キ又 C ヨリ AB 上ノ一點 D ヘ直線 CD ヲ引キ D ヨリ BC ト平行ニ直線 DE ヲ引キ AC ト E ニ於テ會セシメ次ニ又 E ヨリ CD ト平行ニ直線 EF ヲ引キテ AB ト F ニ於テ會セシムル片ハ AD ハ AB AF ノ比例中率トナル其證ヲ問フ

第五百十三　三角形 ABC ノ兩邊 AB AC ノ上ニ於テ相等シキ兩線 BD CE ヲ截リ DE ヲ引キ之ヲ引長シテ底 BC ノ引長線ト F ニ於テ會セシムル片ハ AB : AC :: EF : DF ナリ其證ヲ問フ

第五百十四　兩相似三角形ノ等角頭ヨリ同勢邊ト等角ヲ作リテ各〻一直線ヲ引キ以テ其對邊ヲ兩分スレバ其分線順次ニ比例ス其證ヲ問フ

第五百十五　一點ヨリ出ヅル所ノ三直線ヲ以テ定平行線ヲ截ル片ハ其分線順次ニ比例ス其證ヲ問フ

第五百十六　三角形ノ三中央線ニテ作ル所ノ三角形ハ原三角形ト相似ナリ其證ヲ問フ

第五百十七　平行形ノ角線方形ハ原形ト相似ナリ其證ヲ問フ

第五百十八　平行形ノ兩餘方形ノ角線ト原形ノ角線ト共ニ三線ヲ引長スレバ其引長線皆一點ニ會ス其證ヲ問フ

第五百十九　兩平行線 AB CD ヲ各 P Q ニ於テ分チテ AP : PB :: CQ : DQ トナシ

三線AC BD PQヲ引キ且ツ之ヲ引長スル𪜈ハ其三引長線皆一點ニ會ス其證ヲ問フ

第五百二十　兩相似直線形ノ同勢邊各互ニ平行スル𪜈ハ同勢邊ノ同方ノ端ヲ貫ク所ノ諸線皆同一點ニ會ス其證ヲ問フ

第五百二十一　兩直線形ノ各邊互ニ平行ニシテ平行邊ノ同方ノ端ヲ貫ク諸線皆同一點ニ會スル𪜈ハ兩形相似形ナリ其證ヲ問フ

第五百二十二　正五角形ABCDEノ兩角線AD BEヲ引キテ其交點ヲFトスレバ本形ノ各邊ハ兩線AF AD ノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百二十三　平行形ノ四角頭ヨリ兩角線ヘ垂線ヲ引キ其垂線ノ下端ヲ聯ネテ四直線ヲ引ケバ其四線ニテ作ル所ノ四角形ハ原形ト相似ノ平行形ナリ其證ヲ問フ

第五百二十四　等邊三角形ABCノ底BCヲ引長シテCDヲBCト等シクシAC邊上ニ一點Eヲ設ケCD線ヨリCEト等シクCFヲ截リAF DEヲ引キ其交點ヲGトシ

テCGヲ引ク𪜈ハCG:CE::CA:CA+CEナリ其證ヲ問フ

第五百二十五　∠Aヲ直角トスル直角三角形ABCノ一鋭角Cノ平分線CDヲ引キテ其對邊ABト會スル所ヲDトスレバAB:AC::BC−AC:ADナリ其證ヲ問フ

第五百二十六　三角形ABCノ頂角Aヲ平分シテADヲ引キ底BCトDニ於テ會セシメ又CBヲCBノ方向ニ引長シテ其引長線上ニ一點Eヲ設ケAE=DEトナス𪜈ハDEハBE CEノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百二十七　平行形ABCDノ一角頭Aヨリ一線ヲ引キ出ダシテ角線BDトEニ於テ交ハラシメ一邊BCトFニ於テ交ハラシメ又一邊DCノ引長線トGニ於テ會セシムル𪜈ハAEハEF EGノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百二十八　三角形ABCノ底BCノ中央Dヨリ一線ヲ引キ出ダシテAB邊トEニ於テ交ハラシメCA邊ノ引長線トFニ於テ會セシメ又頂角頭Aヨリ底BCト平行ニAGヲ引キ出ダシテDFトGニ於テ會セシムル𪜈ハGE:GF::

DE : DF ナリ其證ヲ問フ

第五百二十九　三角形ABCノ兩底角頭B Cヨリ對邊ヘ垂線BF CFヲ引キ其會點ヲFトシ又兩邊AB ACノ中央D Eヨリ直立線DG EGヲ引キ出ダシテ其會點ヲGトシDEヲ引ケバ三角形BCFノ各邊ハ三角形DEGノ各邊ニ二倍ス其證ヲ問フ

第五百三十　三角形ABCノ底BCノ中央Dヲ貫ク所ノ一線ヲEFトシ其AB邊ト交ハル所ヲGトシAC邊ノ引長線ト交ハル所ヲHトシ又頂角頭Aヨリ底BCト平行ニ一線AFヲ引キテ其EFト會スル所ヲFトスレバ FG : FH :: GD : DH ナリ其證ヲ問フ

第五百三十一　兩圓互ニ外ニ相切スル𪜈切點Aヨリ任意ノ方向ニ直線ABヲ引キ出ダシテ內圓周トCニ於テ交ハラシメ外圓周トBニ於テ會セシムル𪜈ハABノACニ於ケルハ外圓徑ノ內圓徑ニ於ケルガ如シ其證ヲ問フ

第五百三十二　圓ノ內切四角形ABCDノ兩角線AC BDヲ引キ又兩角ACBトADBトノ平分線CEトDEトヲ引キテ其會點ヲEトシCEトBDトノ交點ヲFトシDEトACトノ交點ヲGトスレバ EF : EG :: ED : EC ナリ其證ヲ問フ

第五百三十三　圓周上ノ二點A Bヨリ各〻切線AT BTヲ引キ出ダシテTニ於テ會セシメ又Aヨリ半徑BOノ引長線ヘ垂線ANヲ引ク𪜈ハ BT : BO :: BN : NA ナリ其證ヲ問フ

第五百三十四　兩圓ノ各ニ切スル直線ノ兩切點間ノ部分ハ兩圓徑ノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百三十五　圓周上ナル一點Pヨリ圓內線ABヘ垂線PMヲ引キ之ヲ引長シテ圓周トQニ於テ會セシメ又Pヨリ切線ヲ引キ出ダシテ此切線ヘAヨリ垂線ANヲ引キAP AQ MNノ三線ヲ引ク𪜈ハ兩三角形NAMトPAQトハ相似形ナリ其證ヲ問フ

第五百三十六　圓ACBノ弧ACBヲCニ於テ平分シ兩弦AB ACヲ引キ又Cヨリ弦CEヲ引キテABトDニ於テ交ハラシメ圓周トEニ於テ會セシムル𪜈ハAC

ハCDCEノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百三十七　圓ノ内切三角形ABCノAヲ貫ク切線ト平行ニBヨリBDヲ引キ出ダシテAC或ハ其引長線トDニ會セシムレバABハACADノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百三十八　三角形ABCノ外切圓ABCヲ作リ又角BACヲ平分シテ一線AEヲ引キBC邊トDニ於テ交ハラシメ圓周トEニ於テ會セシムル時ハAEハADABACノ第四比例率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百三十九　三角形ノ外切圓ノ圓徑ハ一角頭ヨリ對邊ヘ引ケル垂線ト其角ノ兩邊トノ第四比例率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百四十　三角形ノ兩邊ヲ弦トシテ底邊或ハ其引長線ノ上ニテ相交ハル所ノ兩圓ヲ作ル時ハ其兩圓徑ハ三角形ノ兩邊ト共ニ順次ニ比例ス其證ヲ問フ

第五百四十一　兩三角形ABC BDC底BCト一底角Bトヲ通有シ且ツAC=CDナル

時DA或ハ其引長線上ニテDEヲ截リテ之ヲABACノ第三比例率ニ相當セシメCEヲ引ケバ兩三角形ABCトBCEトハ相似形ナリ其證ヲ問フ

第五百四十二　三角形ノ頂角頭ヨリ底邊ヘ引ケル垂線底ノ兩分線ノ比例中率ニ相當スル時ハ其頂角ハ直角ナリ其證ヲ問フ

第五百四十三　直方形ノ兩邊ABACノ上ニ各〻相似三角形ヲ作リABACヘ各對角頭ヨリ垂線ヲ引キ引長シテ相會セシムル時ハ其會點常ニ直方形ノ角線上ニアリ其證ヲ問フ

第五百四十四　直角三角形ABCノ弦BC上ニ一點Dヲ設ケテDヨリ直立線DFヲ引キ出ダシ一邊トEニ於テ交ハラシメ他ノ一邊ノ引長線トFニ於テ會セシメ又DF上ニ一點Gヲ設ケテDGヲDEDFノ比例中率トナス時ハGヨリ弦BCノ中央ニ到ル直線弦ノ半ニ等シ其証ヲ問フ

第五百四十五　ABCトA′B′C′トヲ大小兩圓トシOトO′トヲ各〻其圓心トシAトA′トニ於テ兩圓ノ各ニ切スル直線AA′ヲ引キ又OO′ヲ貫ク直線ヲ引キテ其

兩線ヲTニ於テ會セシメTヨリ兩圓ニ通ジテ一割線ヲ引キ其兩圓周ト交ハル處ヲ順次ニB′ C′ B Cト命ジA′B′ A′C′ AB AC O′B′ O′C′ OB OCノ八線ヲ引クトキハA′B′∥AB, A′C′∥AC, O′B′∥OB, O′C′∥OCナリ其證ヲ問フ

第五百四十六　前題ニ於テ兩四角形ABOCトA′B′O′C′トハ相似形ナリ其證ヲ問フ

第五百四十七　梯形ノ兩平行邊ト平行ナル一線ヲ以テ兩斜邊ヲ截ルトキハ其分線順次ニ比例ス其證ヲ問フ

第五百四十八　梯形ノ兩角線ノ交點ヲ貫キ兩平行邊ト平行スル直線ノ兩斜邊ノ間ノ部分ハ其交點ニテ平分トナル其證ヲ問フ

第五百四十九　梯形ノ兩角線ノ交點ト兩斜邊ノ引長線ノ交點トヲ貫ク所ノ直線ハ兩平行邊ヲ平分ス其證ヲ問フ

第五百五十　同底AB上ニアリテ且ツ同ジ平行線ノ間ニアル兩三角形ACB ADBノ兩邊ノ交點Eヨリ他ノ兩邊ノ各ト平行ニ兩直線ヲ引キテ底邊ABト會セシムレバ其兩會點兩底角頭ヨリ等距離ノ處ニアリ其證ヲ問フ

第五百五十一　等底上ニアリテ且ツ同ジ平行線ノ間ニアル兩三角形ノ底線ト平行ニ一直線ヲ引キテ兩形ノ兩邊或ハ其引長線ト交ハラシムルトキハ此線ノ兩邊ノ間ニ介マル部分ハ相等シ其證ヲ問フ

第五百五十二　三角形ノ頂角頭ヨリ一底角ノ平分線ヘ垂線ヲ引キ其下端ヲ貫キ底邊ト平行スル直線ヲ引ケバ此線兩邊ヲ平分ス其證ヲ問フ

第五百五十三　等邊三角形內ナル一點ヨリ各邊ニ到ル三垂線ノ和ハ常ニ一角頭ヨリ對邊ニ到ル垂線ニ等シ其證ヲ問フ

第五百五十四　三角形ABCノAC邊ヲ引長シテCDヲACト等シクシBDヲ引キ又AB邊ト平行ニ任意ノ一線ヲ引キテAC BCト交ハラシメ其兩交點ヨリBDト平行スル直線ヲ引キ出ダシテAB邊ニ會セシムレバ此會點ヨリA Bニ到ル距離相等シ其證ヲ問フ

第五百五十五　三角形ABCノAC邊上ニ任意ニ一點Dヲ設ケ又CB邊ヲCBノ方

向ニ引長シテ其引長線上ニ一點Eヲ設ケテ BE=AD トナシ DE ヲ引キ其AB邊ト交ハル處ヲFトスレバ DF:FE::CB:CA ナリ其證ヲ問フ

第五百五十六　兩定點A Bヨリ定線CDヘ兩垂線AC BDヲ引キ又AD BCヲ引キ其交點EヨリDCヘ垂線EFヲ引キAF BFヲ引ケバ此兩線ハCDト等角ヲ作ル其證ヲ問フ

第五百五十七　三角形ABCノ底BC上ニ一點Dヲ設ケテADヲ引キ又兩底角頭B CヨリADト平行ニ兩直線BE CFヲ引キ出ダシAD上ノ一點Pヲ貫キテ兩直線COE BOFヲ引キBE CFト各E Fニ於テ會セシムレバ BD:CD::BE:CF ナリ其證ヲ問フ

第五百五十八　定義第百三十二ト同第百三十三トヲ應用シテ問題第百十九ヲ論ズベシ

第五百五十九　同底上ノ兩三角形ACB ADBノ底AB上ナル一點EヨリAC ADト平行ニEF EGヲ引キBC BDトF Gニ於テ會セシメFG CDヲ引ケバ此二線相平行ス其證ヲ問フ

第五百六十　三角形ノ底邊上ナル一點ヨリ兩邊ト平行ナル直線ヲ引キ出ダシテ本形內ニ作レル平行形ノ兩角線ノ交點ハ定線上ニアリ其證ヲ問フ

第五百六十一　兩平行線AB CDノ一線ABノ兩端A Bヨリ各兩直線ヲ引キ出ダシ兩線ハCDノ中央Eヲ貫キ他ノ兩線ハC Dヲ貫キAC BEハFニ於テ交ハリAE BDハGニ於テ交ハルトスレバ直線FGハAB或ハCDト平行ス其證ヲ問フ

第五百六十二　三角形ABCノ底BCノ中央Dト頂角頭Aトヲ聯子テ直線ADヲ引キ又兩底角頭B Cヨリ兩線ヲ引キテAD線上ナル一點Pニ於テ交ハラシメ對邊トE Fニ於テ會セシメEFヲ引ケバ此EFハ底BCト平行ス其證ヲ問フ

第五百六十三　三角形ABCノAC邊上ニテCDヲACノ三分之一トナシ又BC邊上

ニテCEヲCBノ三分之一トナシテAE BDヲ引キ其交點ヲOトスレバOE ODハ各AE BDノ四分之一ナリ其証ヲ問フ

第五百六十四　三角形ノ兩底角頭ヨリ對邊ト平行シ且ツ之ニ近キ邊ト等シキ直線ヲ引キ出ダシ其端ヨリ相對スル底角頭ヘ直線ヲ引ケバ此線ニテ分ツ所ノ兩邊ノ分線ノ頂角頭ニ近キモノ相等シ其證ヲ問フ

第五百六十五　前題ニ於テ頂角ニ近キ分線ハ底角ニ近キ兩分線ノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百六十六　三角形ノ各角頭ヨリ對邊ニ到ル三垂線ノ交點ヨリ各角頭ニ到ル三線ノ三中央ヲ貫ク所ノ圓周ハ又各垂線ノ下端及ビ各邊ノ中央ヲモ、貫ク其證ヲ問フ

第五百六十七　定義第百三十四ヲ應用シテ二等邊三角形ノ頂角ノ平分線ハ底邊ヲ平分スル所以ヲ論ズベシ

第五百六十八　三角形ABCノ底BCノ中央Dト頂角頭Aトヲ聯子テ直線ADヲ

引キ兩角ADB ADCノ平分線DE DFヲ引キテ兩邊AB ACト會セシメ其會點ヲ各E FトシテEFヲ引ケバ此EFハ底BCト平行ス其證ヲ問フ

第五百六十九　一點Aヨリ交互ニ半直角ヲ作リテ四直線ヲ引キ出ダシ又別ニ一線BCDEヲ引キテ前ノ四線トB C D Eニ於テ交ハラシメ二等邊三角形BAEヲ作レバBC或ハDEハBE CDノ比例中率ナリ其證ヲ問フ

第五百七十　直角三角形ABCノ直角頭AヨリAB邊ト等角ヲ作リテAD AEヲ引キ出ダシ一ハ弦CBトDニ於テ會セシメ一ハCBノ引長線トEニ於テ會セシムレバ$BE:BD::CE:CD$ナリ其證ヲ問フ

第五百七十一　三角形ABCノ頂角Aノ平分線ト底BCトノ會點ヲDトシ又BCノ中央ヲOトスレバ$OB:OD::AB+AC:AB\sim AC$ナリ其證ヲ問フ

第五百七十二　三角形ABCノ頂角Aノ平分線ト底BCトノ會點ヲDトシ頂外角ノ平分線トBCノ引長線トノ會點ヲEトシ又BCノ中央ヲOトスレバBOハDO EOノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百七十三　定義第百三十四ヲ應用シテ問題第五十五ヲ論ズベシ

第五百七十四　定線AB上ニ任意ニ一點Cヲ設ケCBヲ半徑トシBヲ圓心トシテ一圓周ヲ作リ又任意ノ方向ニ半徑BPヲ引キ出ダシテAPヲ引キ角CBPノ平分線BQヲ引キテAPトQニ於テ會セシメCQヲ引キ角AQCノ平分線QRヲ引キテABトRニ於テ會セシムルトキハRノ位置ハBPノ方向ニ係ラズ常ニ一定不易ナリ其證ヲ問フ

第五百七十五　兩三角形ABCトA'B'C'トニ於テ　$\angle B=\angle B'$, $\angle C+\angle C'=2\llcorner$ナルトキハ$AB:AC::A'B':A'C'$ナリ其證ヲ問フ

第五百七十六　三角形ABCノ底BCト平行ニ一線DEヲ兩邊ノ間ニ引キ之ヲFニ於テ分チテ$DF:EF::BD:CE$トナセバFハ常ニ一定ノ直線上ニアリ其證ヲ問フ

第五百七十七　三角形内ニ角頭ヲ各邊上ニ有スル他ノ三角形ヲ作リ内形ノ兩邊ヲシテ各外形ノ各邊ト等角ヲ作ラシムレバ外形ノ一角頭ト内形ノ對角頭トヲ貫ク直線ハ外形ノ邊ト正交ス其證ヲ問フ

第五百七十八　直角三角形ノ内ニ一邊ヲ弦ニ合セテ形内ニ充ル所ノ平方形ヲ作レバ弦ノ三分線順次ニ連比例ヲナス其證ヲ問フ

第五百七十九　直角三角形ABCノ直角頭Aヨリ弦BCヘ垂線ADヲ引キDヨリ兩邊AB ACヘ垂線DM DNヲ引ケバ$\angle BMC=\angle BNC$ナリ其證ヲ問フ

第五百八十　圓徑ABノ兩端A Bヨリ兩切線AP BQヲ引キ出ダシ其間ニ又一切線PCQヲ引キCヲ其切點トスレバ半徑ハPC QCノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百八十一　三角形ABCノ底BC上ナル一點DヨリAB ACト平行ニDE DFヲ引キ出ダシ其各邊ニ會スル處ヲE FトシテEFヲ引クトキハ三角形AEFハ兩三角形FBDトEDCトノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百八十二　三角形ABCノ底BCト平行ニ一線DEヲ引キ兩邊AB ACト各D Eニ於テ會セシメBE CDヲ引キ其交點ヲFトシAFヲ引ケバ兩三角形ADF AEFハ

等積ナリ其証ヲ問フ

第五百八十三　前題ニ於テAFヲ引長スル𪜈ハ其引長線底BCヲ平分ス其証ヲ問フ

第五百八十四　三角形ノ底邊上ナル兩點ヨリ各邊ト平行シ且ツ形内ニ於テ相交ハル所ノ兩直線ヲ引キ出ダシ其交點ト各角頭トヲ聯子テ三直線ヲ引ケバ其三線ト原三角形ノ各邊トニテ作レル三個ノ三角形ハ底ノ三分線ト共ニ順次ニ比例ス其證ヲ問フ

第五百八十五　三角形ABCノ一邊ACハ他ノ一邊ABノ二倍ニ相當スル𪜈頂角Aノ平分線ADト頂外角ノ平分線AEトヲ引キテ底邊或ハ其引長線ト會スル所ヲ各DEトスレバ △ADC=2△ABD, △ABE=3△ABD, △ADE=4△ABD ナリ其證ヲ問フ

第五百八十六　二等邊三角形ABCノ一邊AC上ニ一點Dヲ設ケテADヲ底BCト等シクナシDト對角頭Bトヲ聯子テ直線BDヲ引ク𪜈此BD底BCト等シケ

レバ三角形ABDハ兩三角形ABCトBDCトノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百八十七　三角形ノ三中央線ハ互ニ三等分ノ點ニ於テ交ハル其證ヲ問フ

第五百八十八　三角形ノ各角頭ヨリ對邊ヘ下ス三垂線ノ交點ト各邊ノ中央ヨリ出ヅル三直立線ノ交點ト三中央線ノ交點ト共ニ三點一直線上ニアリ其證ヲ問フ

第五百八十九　三角形ノ一底角頭ヨリ一線ヲ引キ出ダシテ底ノ中央線ノ中央ヲ貫キ對邊ニ到ラシムレバ共邊ノ兩分線ノ中チ一ハ他ノモノヽ二倍ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百九十　三角形ABCノAB邊上ニテADヲABノ三分之一トナシAC邊上ニテAEヲACノ三分之一トナシCD BEヲ引キ其交點ヲFトスレバ三角形BFCハ三角形ABCノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第五百九十一　前題ニ於テ四角形ADFEハ三角形CFE或ハBDFト等積ナリ其證ヲ

問フ

第五百九十二　三角形ABCノ內ニ任意ニ一點Dヲ設ケテDB DCヲ引キ又ADヲ引キテBC邊トEニ於テ會セシムレバ凹四角形BACDノ三角形BDCニ於ケルハADノDEニ於ケルガ如シ其證ヲ問フ

第五百九十三　兩直線ノ直方形ハ其兩平方ノ比例中率ニ相當ス其證ヲ問フ

第五百九十四　一角相等シキ兩三角形或ハ兩平行形ハ等角ノ兩邊ニテ作ル所ノ兩直方形ト共ニ順次ニ比例ス其証ヲ問フ

第五百九十五　八直線アリテ四線ヅヽ順次ニ比例スルトキハ同節ノ同率ニテ作ル所ノ四直方形亦順次ニ比例ス其証ヲ問フ

第五百九十六　三角形ABCノ各角頭ヨリ形內ナル一點Oヲ貫キテ三直線AD BE CFヲ引キ對邊ト各D E Fニ於テ會セシムレバAF.CE:AE.BF::CD:BDナリ其証ヲ問フ

第五百九十七　三角形ノ頂角頭ヨリ底或ハ其引長線ヘ垂線ヲ引クトキ其垂線形內ニ入ルトキハ底ノ兩邊ノ和ニ於ケルハ兩邊ノ差ノ底ノ兩分線ノ差ニ於ケルガ如ク又其垂線形外ニ出ヅルトキハ底ノ兩邊ノ和ニ於ケルハ兩邊ノ差ノ底ノ兩分線ノ和ニ於ケルガ如シ其証ヲ問フ

第五百九十八　直角三角形ABCノ一斜角B他ノ斜角Cノ二倍ニ相當スルトキ∠Bノ平分線BDヲ引キテACトDニ於テ會セシメ又AトDトノ兩點ヨリ弦BCヘ各垂線AE DFヲ引クトキハAE.BF—BE.DF=BF.DFナリ其証ヲ問フ

第五百九十九　兩平行線AB CDノ外ナル一點Eヨリ兩直線ECA EDBヲ引キ出ダシテ平行線トA B C Dニ於テ交ハラシメ又C Dヨリ各直線CF DFヲ引キ出ダシテFニ於テ會セシメ其ABト交ハル所ヲG HトシEFヲ引キ其ABト交ハル所ヲKトスレバAK.HK=BK.GKナリ其証ヲ問フ

第六百　二等邊三角形ABCノ兩底角頭B Cヨリ兩邊ト直角ヲ作リテ各一直線ヲ引キ出ダシ其會點ヲDトシテADヲ引ケバAD.BC=2AB.BDナリ其

証ヲ問フ

第六百一　平行形ABCDノ一角頭Aヨリ一線AMNヲ引キ出ダシテBC CD或ハ其引長線トM Nニ於テ交ハラシムルトキハ直線AMNノ方向如何ニ關ラズBM DNノ直方形ハ一定不易ナリ其証ヲ問フ

第六百二　平行形ABCDノ角線AC或ハ其引長線上ナル一點Pヲ貫キテ一直線ヲ引キAB CB或ハ其引長線トM Nニ於テ交ハラシメAD DC或ハ其引長線トM′ N′ニ於テ交ハラシムルトキハ$PM.PN=PM'.PN'$ナリ其証ヲ問フ

第六百三　四角形ノ兩對邊ノ兩直方形ノ和ハ兩角線ノ直方形ヨリ決シテ小ナルヿナシ其証ヲ問フ

第六百四　三角形ノ外切圓ノ半徑ト其内切圓ノ半徑トノ直方形ハ外切圓ノ弦ノ内切圓ノ圓心ヲ貫クモノ、其圓心ニテ分ル、兩分線ノ直方形ニ等シ其證ヲ問フ

第六百五　前題ニ於テ内切圓ヲ邊外切圓ニ換フルモ同理ナリ其証ヲ問フ

右の問題に於て邊外切圓と申すは三角形の一邊と兩邊の引長線とに切して形外に作りたる圓のとであります以下皆左樣御了解下されたし

第六百六　三角形ノ兩邊ノ直方形ハ頂角頭ヨリ底ニ到ル垂線ト外切圓ノ圓徑トノ直方形ニ等シ其証ヲ問フ

第六百七　平行形ABCDノ一角頭Aヲ貫キテ一圓周ヲ作リ兩邊AB AD或ハ其引長線ト各E Gニ於テ交ハラシメ又角線AC或ハ其引長線トFニ於テ交ハラシムレバ$AB.AE+AD.AG=AC.AF$ナリ其証ヲ問フ

第六百八　三角形ABCノ底BC上ナル一點Dヨリ兩邊AB ACト平行ニ兩直線DE DFヲ引キ出ダシテ兩邊ト各E Fニ於テ會セシメ又ADヲ引ケバ$AB.AE+AC.AF=AD^2+BD.DC$ナリ其証ヲ問フ

第六百九　三角形ABCノ形内ナル一點Oヲ貫キ各邊ト平行スル三直線EF GH KLヲ引キテ其兩端ヲ各邊ニ止メ又AOヲ引キ引長シテ外切圓ノ圓周ニ達

セシメ共圓周ト會スル所ヲMトスルトキハ$EO \cdot FO+GO : HO+KO : LO=AO.MO$ナリ其証ヲ問フ

第六百十　圓周上ノ一點Pヨリ任意ノ弦ヘ引ケル垂線ノ平方ハ弦ノ兩端ヨリPヲ貫ク切線ヘ引ケル兩垂線ノ直方形ニ等シ其証ヲ問フ

第六百十一　圓ノ內切四角形ABCD兩角線ノ交點ヲOトスレバAB.BC,BC.CD,CD.DA,DA.ABハBO CO DO AOト二ツヾヽ順次ニ比例ス其証ヲ問フ

第六百十二　圓ノ內切四角形ノ兩對邊ノ兩直方形ノ和ハ兩角線ノ直方形ニ等シ其証ヲ問フ

第六百十三　圓周上ナル一點ヨリ內切四角形ノ各邊及ビ兩角線ヘ垂線ヲ引ケバ兩角線ノ兩垂線ノ直方形ト兩對邊ノ兩垂線ノ兩直方形ト三個ノ直方形皆互ニ等シ其証ヲ問フ

第六百十四　直角三角形ABCノ直角頭Aヨリ弦BCヘ垂線ADヲ引ケバ$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: BD : CD$ナリ其証ヲ問フ

第六百十五　直方形ノ一邊ノ平方他ノ邊ノ平方ノ二倍ニ相當スルトキ兩對角頭ヨリ一角線ヘ垂線ヲ引ケバ其角線兩垂線ニテ三等分セラル其証ヲ問フ

第六百十六　直角三角形ノ一邊他ノ邊ノ二倍ナルトキ直角頭ヨリ弦ニ到ル垂線ニテ本形ヲ兩分スレバ一分形他ノ分形ノ四倍ニ相當ス其証ヲ問フ

第六百十七　梯形ABCDノ底邊BCト平行ニ一線EFヲ引キテ兩斜邊AB DCト各E Fニ於テ會セシムレバ梯形AEFDノ梯形EBCFニ於ケルハ$\overline{EF}^2$ $\overline{AD}^2$ノ差ノ$\overline{BC}^2$ $\overline{EF}^2$ノ差ニ於ケルガ如シ其証ヲ問フ

第六百十八　平方形ABCDノ一角頭BトAD邊ノ中央Eトヲ聯子テBEヲ引キ角線ACトFニ於テ交ハラシメ又CEヲ引ケバ$\triangle CEF=2\triangle AEF$, $\triangle ABE=3\triangle AEF$, $\triangle BCF=4\triangle AEF$ナリ其証ヲ問フ

第六百十九　三角形ABCノ一邊AB上ナル一點Dヨリ底BCト平行ニ一線DEヲ引キ出ダシテAC邊トEニ於テ會セシメ又底線上ナル一點Fト頂角頭A

トヲ聯ネテFAヲ引キDEトGニ於テ交ハラシムル𪜈ハ $AB.BF:AD.DG::AC.CF:AE.EG$ ナリ其證ヲ問フ

第六百二十　直角三角形ノ三邊上ニ各同ジ邊數ノ正多角形ヲ作ル𪜈ハ弦上ノ形ハ兩邊上ナル兩形ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第六百二十一　三角形ノ兩邊ノ直方形ハ頂角ノ平分線ノ頂角頭ヨリ底ニ到ル迄ノ平方ト底ノ兩分線ノ直方形トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第六百二十二　三角形ノ頂外角ノ平分線ヲ引キテ底ノ引長線ニ會セシムル𪜈ハ兩邊ノ直方形ハ底ノ兩分線ノ直方形ト頂外角ノ平分線ノ平方トノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第六百二十三　三角形ABCノ兩角頭A Bヨリ對邊ヘ垂線AD BEヲ引ケバ $AC.CE=BC.CD$ ナリ其證ヲ問フ

第六百二十四　直角三角形ABCノ弦BC上ナル一點Dヨリ直立線DEFヲ引キ出ダシテAC邊トEニ於テ交ハラシメBA邊ノ引長線トFニ於テ會セシムル𪜈ハ $\overline{DE}^2=BD.DC-AE.EC$, $\overline{DF}^2=BD.DC+AF.FB$ ナリ其證ヲ問フ

第六百二十五　圓心ト弦上ナル一點トヲ聯ヌル直線ノ平方ト其點ニテ分ル、弦ノ兩分線ノ直方形トノ和ハ半徑ノ平方ニ等シ其證ヲ問フ

第六百二十六　圓內ニ於テ圓徑トAニ於テ正交スル一弦アリ今他ノ一弦BCヲ引キテ前ノ弦ト交ハラシメ其交點ヲDトスレバBD CDノ直方形トADノ平方トノ和ハ弦BCノ位置ニ關ラズ常ニ一定不易ナリ其證ヲ問フ

第六百二十七　圓徑上ニ圓心ヨリ等距離ナル兩點A Bヲ設ケ其一點Aヲ貫キテ弦CDヲ引キ又BC BDヲ引ケバBC BD CDノ和ハ常ニ一定不易ナリ其證ヲ問フ

第六百二十八　三圓互ニ交ハル𪜈ハ兩交點ヲ貫ク所ノ三線一點ニ於テ相會ス其證ヲ問フ

第六百二十九　三角形ノ各角頭ヨリ對邊ニ到ル三垂線ノ其交點ニテ分ル、兩分線ノ直方形ハ皆相等シ其證ヲ問フ

第六百三十　圓徑AB上ナル一點Cヨリ直立線ヲ引キテ圓周トDニ於テ交ハラシメ弦AF或ハ其引長線トGニ於テ會セシムルトキハAF AGノ直方形トAB ACノ直方形トADノ平方トノ三形皆相等シ其証ヲ問フ

第六百三十一　三角形ABCノ內切圓トAB邊トノ切點ヲDトシ其邊外切圓トAB邊トノ切點ヲEトスレバ兩圓ノ半徑ノ直方形トAD BDノ直方形トAE BEノ直方形トノ三形皆相等シ其証ヲ問フ

第六百三十二　半圓ACDBノ圓徑ABノ兩端A Bヨリ兩弦APD BPCヲ引キ相交ハラシメテ其交點ヲPトスレバ$AD.AP+BC.BP=\overline{AB}^2$ナリ其証ヲ問フ

第六百三十三　兩圓周相交ハルトキ其兩交點ヲ貫ク直線上ノ一點ヲ貫キテ兩圓ヘ兩弦或ハ兩割線ヲ引クトキハ其圓周ト相會スル四點一圓周上ニアリ其証ヲ問フ

第六百三十四　兩圓周相交ハルトキ其兩交點ヲ貫ク直線上ノ一點ヨリ兩圓ヘ切線ヲ引クトキハ其兩切線相等シ其証ヲ問フ

第六百三十五　兩圓周相交ハルトキ其兩交點ヲ貫ク直線ハ兩圓ノ各ニ切スル一直線ヲ其交點ニ於テ等分ス其証ヲ問フ

第六百三十六　兩圓周ABCDトEBCFトノ兩交點B Cヲ貫キテ直線GBCHヲ引キ又兩圓ノ各ニ切スル兩直線AE DFヲ引キテ其切點ヲA E D FトシGBCH直線ト相交ハル所ヲ各G Hトスレバ$\overline{GH}^2=\overline{AE}^2+\overline{BC}^2$, $\overline{GH}^2=\overline{DF}^2+\overline{BC}^2$ナリ其證ヲ問フ

第六百三十七　數多ノ圓周互ニ交ハルトキ一定點ヨリ各圓ニ到ル切線皆相等シキトキハ各兩圓周ノ兩交點ヲ貫ク所ノ直線亦皆該定點ヲ貫ク其証ヲ問フ

第六百三十八　數多ノ圓周同ジ一點ニ於テ互ニ內ニ切スルトキ其切點ニ於テ各圓ニ切スル一直線ヲ引キ其線上ノ一點ヲ圓心トシテ各圓周ト交ハル所ノ圓周ヲ作リ其圓心ヨリ各圓ヘ兩圓ノ交點ヲ貫ク割線ヲ引キ出ダストキハ其割線ノ圓內ノ部分皆相等シ其証ヲ問フ

第六百三十九　兩圓周相交ハルトキ其兩交點ヲ貫ク直線上ナル一點ヨリ一圓周ヘ切線ヲ引キ他ノ圓周ヘ割線ヲ引キ其切點ト兩切點トヲ貫キ一圓周ヲ作レバ此圓周ハ切線ヲ引キタル圓周ト其切點ニ於テ相切ス其證ヲ問フ

第六百四十　一圓ノ兩半徑OA OB互ニ直角ヲ作ルトキBヨリ弦BNPヲ引キテOAトNニ於テ交ハラシメA N Pヲ貫キテ圓周APNヲ作リABヲ引ケバABハ圓周APNニ切ス其証ヲ問フ

第六百四十一　兩圓ノ內切相似直線形ハ兩圓ト共ニ順次ニ比例ス其証ヲ問フ

第六百四十二　直角三角形ノ兩邊ヲ圓徑トシテ作レル兩圓ノ和ハ弦ヲ圓徑トシテ作レル圓ニ等シ其証ヲ問フ

第六百四十三　直角三角形ノ三邊上ニ各〻半圓ヲ作ルトキハ兩邊上ナル兩刪圓ノ和ハ原三角形ニ等シ其証ヲ問フ

右の題に於て刪圓と申すは同じ直線を弦とし其同方にある兩缺圓の兩弧にて圍みたる形ちのとであります以下皆左樣御了解下されたし

第六百四十四　半圓ノ圓徑ヲ兩分シ其兩分線ヲ圓徑トシテ形內ニ兩半圓ヲ作レバ三半圓周ニテ圍ミタル形ハ圓徑ノ兩分線ノ比例中率ヲ圓徑トスル圓ニ等シ其証ヲ問フ

第六百四十五　圓內ニ正交スル兩圓徑AB CDアリ今AD或ハBDヲ半徑トシテ弧AEBヲ作リ圓徑CDトEニ於テ交ハラシムルトキハ刪圓AEBCハ三角形ABDニ等シ其證ヲ問フ

第六百四十六　直角三角形ノ兩邊ヲ圓徑トシテ作レル兩圓ハ直角頭ヨリ弦ニ到ル垂線ニテ分チタル弦ノ兩分線ト共ニ順次ニ比例ス其証ヲ問フ

第六百四十七　直角三角形ノ直角頭ヨリ弦ヘ垂線ヲ引キテ本形ヲ兩直角三角形ニ分ツトキハ其兩形ト兩形ノ內切圓トハ順次ニ比例ス其証ヲ問フ

第六百四十八　四角形ノ兩角線互ニ正交スルトキハ兩對邊ヲ圓徑トシテ作

レル兩圓ノ和相等シ其証ヲ問フ

第六百四十九　有限ノ定直線AB上ニ定點Cアリ此定線ヲ引長シテ其引長線上ニ一點Dヲ設ケ　AD:BD::AC:BC　トナスノ法如何

第六百五十　有限ノ定直線AB上ニ定點Cアリ此定線ヲ引長シテ其引長線上ニ一點Dヲ設ケCDヲAD　BDノ比例中率トナスノ法如何

第六百五十一　有限ノ定直線上ニ定點Cアリ此線上ニ一點Dヲ設ケテDBヲAB　DCノ比例中率トナスノ法如何

第六百五十二　有限ノ定直線AB上ニ定點CアリAトCトノ間ニ一點Dヲ設ケテAD:CD::AB:CBトナスノ法如何

第六百五十三　有限ノ定直線AB上ニ兩定點CDアリCトDトノ間ニ一點Eヲ設ケテAE:BE::CE:DEトナスノ法如何

第六百五十四　有限ノ定直線ニ等シキ底邊ヲ有シ定角ニ等シキ頂角ヲ有シ且ツ兩邊他ノ有限ノ兩定線ト順次ニ比例シ兩邊及ビ兩定線共ニ同節ノ

兩率トナルベキ三角形ヲ作ル法如何

第六百五十五　有限ノ定直線ニ等シキ底邊ヲ有シ頂角ノ平分線ト底邊トノ交角定角ニ等シク且ツ兩邊他ノ有限ノ兩定線ト順次ニ比例シ兩邊及ビ兩定線共ニ同節ノ兩率トナルベキ三角形ヲ作ル法如何

第六百五十六　左ノ如キ一直線ヲ以テ定三角形ヲ平分スベシ

第一　一邊ト平行スル直線　　第二　一邊ト正交スル直線

第三　定直線ト平行スル直線　　第四　定直線ト正交スル直線

第五　形内ナル一定點ヲ貫ク直線　　第六　形外ナル一定點ヲ貫ク直線

第六百五十七　定三角形内ノ一點ヨリ各角頭ニ到ル三直線ヲ以テ本形ヲ三等分スル法如何

第六百五十八　三角形ABCノAB邊或ハ其引長線上ナル定點Pヨリ一直線ヲ引キ出ダシAC邊或ハ其引長線ニ會セシメBC邊ニテ平分トナラシムル法如何

第六百五十九　定平方形ノ角線ト正交シテ兩邊ニ止マリ角線ノ長ギ分線ト等シキ直線ヲ引ク法如何

第六百六十　定三角形內ニ一邊ヲ底邊上ニ有シ兩角頭ヲ兩邊上ニ有スル平方形ヲ作ル法如何

第六百六十一　定三角形內ニ一邊ト平行シ他ノ一邊ト底邊トニ止マル直線ヲ引キテ之ヲ底ノ兩分線ノ比例中率ニ相當セシムル法如何

第六百六十二　定點Pヨリ一直線PBCヲ引キ出ダシテ兩定線AB AC ヲBCニ於テ截リABノACニ於ケルヲ有限ノ兩定線ノ一線ノ他ノ線ニ於ケルガ如クナラシムル法如何

第六百六十三　定三角形內ニ一邊ヲ底邊上ニ有シ兩角頭ヲ兩邊上ニ有シテ定平行形ト相似ノ平行形ヲ作ル法如何

第六百六十四　定三角形ト等積ニシテ之ト頂角ヲ共ニスル二等邊三角形ヲ作ル法如何

第六百六十五　定平方形ト等積ニシテ有限ノ定線ニ等シキ兩邊ノ和ヲ有スル直方形ヲ作ル法如何

第六百六十六　三角形ノ底邊ヲ引長シテ底邊ト引長線トノ直方形ヲ兩邊ノ平方ノ差ニ等シクスル法如何

第六百六十七　三角形ノ底邊上ナル一點ヨリ兩線ヲ引キ出ダシ一ハ頂角頭ヲ貫キ他ノ一ハ一邊ト平行シテ底邊ノ兩分線ヲ底トスル兩等積三角形ヲ作ル法如何

第六百六十八　定平方形ト等積ニシテ一邊ノ他ノ邊ニ於ケルハ有限ノ一定線ノ他ノ有限ノ定線ニ於ケルガ如クナル直方形ヲ作ル法如何

第六百六十九　兩直線ヲ引キテ其平方ノ和ヲ定平方ニ等シクシ其直方形ヲ定直方形ニ等シクスル法如何

第六百七十　有限ノ定直線ヲ分チテ一分線ノ平方ノ他ノ分線ノ平方ニ於ケルヲ有限ノ一定線ノ他ノ有限ノ定線ニ於ケルガ如クナスノ法如何

第六百七十一　有限ノ定直線ヲ分チテ一分線ノ他ノ分線ニ於ケルヲ一定平方形ノ他ノ定平方形ニ於ケルガ如クナスノ法如何

第六百七十二　定三角形ト等積ニシテ之ト一角ヲ共ニスル直角三角形ヲ作ル法如何

第六百七十三　定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ一點ニ相會スル三定線ト交ハラシメ共三定線ノ間ニ介マル部分ヲシテ相等シカラシムル法如何

第六百七十四　定角內ナル一定點ヲ貫キ兩角邊ニ止マル所ノ直線ヲ引キテ其定點ニテ分ル、一分線ノ他ノ分線ニ於ケルヲ有限ノ一定線ノ他ノ有限ノ定線ニ於ケルガ如クナラシムル法如何

第六百七十五　定點ヲ貫キテ一直線ヲ引キ他ノ兩定點ヨリ之ニ垂線ヲ引クトキ一垂線ノ他ノ垂線ニ於ケルハ有限ノ一定線ノ他ノ有限ノ定線ニ於ケルガ如ク順次ニ比例セシムル法如何

第六百七十六　定點Pヨリ直線PMNヲ引キ定平行線AM BNトM Nニ於テ交ハ

ラシメ共平行線上ナル兩定點A BヨリAM BNヲ引クトキAMノBNニ於ケルハ有限ノ一定線ノ他ノ有限ノ定線ニ於ケルガ如ク順次ニ比例セシムル法如何

第六百七十七　一線上ナル四定點ヲ順次ニA B C DトスルトキハAハ別ニ一點Oヲ此線上ニ發見シテAO BOノ直方形ヲCO DOノ直方形ニ等シクスル法如何

第六百七十八　三定點ヨリノ距離三定線ト共ニ順次ニ比例スベキ一點ヲ發見スベシ

第六百七十九　三定線ヨリノ距離他ノ三定線ト共ニ順次ニ比例スベキ一點ヲ發見スベシ

第六百八十　定三角形ABCノ底BCト平行ニEFヲ引キABトEニ於テ交ハラシメBE CFノ和ヲBCト等シクナスノ法如何

第六百八十一　定角ニ等シキ一角ヲ有シ一邊ノ他ノ一邊ニ於ケルハ一定線ノ他ノ定線ニ於ケルガ如クナル平行形ヲ定三角形內ニ作ル法如何

第六百八十二　兩相似三角形ノ差ト等積ニシテ兩原形ト相似ノ三角形ヲ作ル法如何

第六百八十三　一線ヲ引キテ頂角ヲ共ニスル兩相似三角形ト相似ニシテ其比例中率ニ相當スル三角形ヲ作ル法如何

第六百八十四　相平行スル三定線ノ各線上ニ各角頭ヲ有シ定三角形ト相似ノ三角形ヲ作ル法如何

第六百八十五　圓心ヲ共ニスル三定圓ノ圓周上ニ各角頭ヲ有シ定三角形ト相似ノ三角形ヲ作ル法如何

第六百八十六　有限ノ定直線ヲ底邊トシテ底角ノ二倍ニ相當スル頂角ヲ有スル二等邊三角形ヲ作ル法如何

第六百八十七　有限ノ定直線ヲ底邊トシテ底角ノ三倍ニ相當スル頂角ヲ有スル二等邊三角形ヲ作ル法如何

第六百八十八　有限ノ定直線ヲ一邊トシテ正五角形ヲ作ル法如何

第六百八十九　梯形ノ底邊ト平行ナル直形ヲ以テ本形ヲ平分スル法如何

第六百九十　定點ヲ貫ク所ノ一直線ヲ以テ定三角形ヲ兩分シ一分形ヲシテ他ノ分形ノ二倍トナスノ法如何

第六百九十一　底邊ト頂角ノ平分線トヲ有限ノ兩定線ニ等シクシ頂角ヲ定角ニ等シクシテ三角形ヲ作ル法如何

第六百九十二　三定點ヲ三邊ヨリ對邊ニ到ル三垂線ノ下端トシテ三角形ヲ作ル法如何

第六百九十三　直角ヲ五等分スル法如何

第六百九十四　定正五角形ノ四邊上ニ四角頭ヲ有シ他ノ一邊ト平行ナル一邊ヲ有スル平方形ヲ作ル法如何

第六百九十五　左ノ如キ圓周ヲ作ルベシ

第一　兩定點ヲ貫キ一定線ニ切スル圓周

第二　一定點ヲ貫キ兩定直線ニ切スル圓周

第三　兩定點ヲ貫キ一定圓周ニ切スル圓周
第四　一定點ヲ貫キ一定直線ト一定圓周トニ切スル圓周
第五　一定點ヲ貫キ兩定圓周ニ切スル圓周
第六　兩定直線ト一圓周トニ切スル圓周
第七　一定直線ト兩圓周トニ切スル圓周
第八　三定圓周ノ各ニ切スル圓周

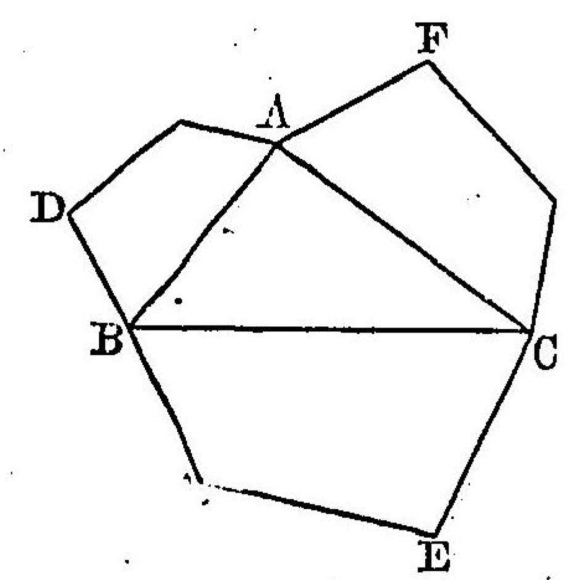
幾何學講義錄

千葉　馬込銀平講述

第十六回

一種之論法

定義第百五十三は定義第百二十一を應用して左の如くに論ずるとも出來ます

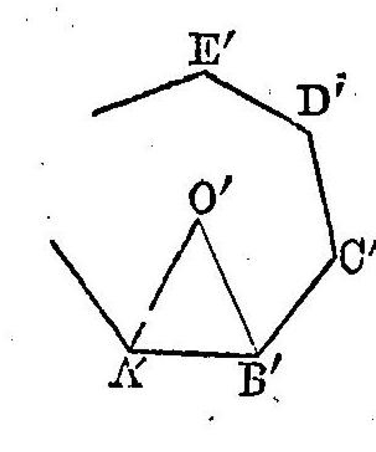


論　兩形BCEとABDと相似形にしてBCとABとが其同勢邊BCEとCAFと相似形にしてBCとACとが其同勢邊であります(何れも解によりまして)故に　ABD:BCE::$\overline{AB}^2$:$\overline{BC}^2$, CAF:BCE::$\overline{CA}^2$:$\overline{BC}^2$ であります(何れも總論の定義第百四十八によりまして)故に　ABD+CAF:BCE::$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$:$\overline{BC}^2$であります(總論の定義第三十一によりまして)そして$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$であります(解と定義第百二十一とによりまして

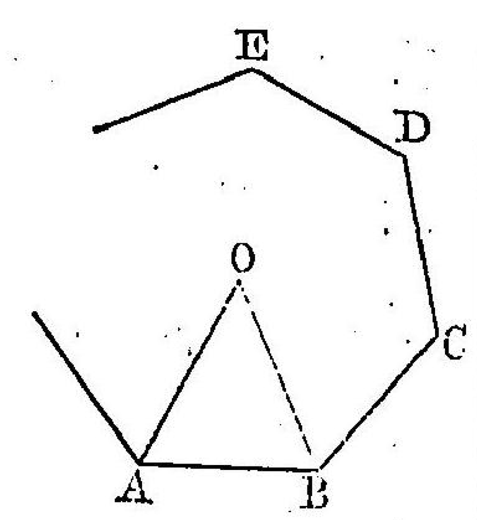
て)因て總論の定義第一と同第十とによりまして ABD+CAF=BCE でありませう

定義第百五十九の嚢に申し上げたる論じ方は「ユークリッド」氏が其「エレメンツ」に掲げたるものにて極めて精密なる論じ方でありますが又左の定義によりて一層簡略に論ずることも出來ます

同ジ邊數ノ兩正直線形ハ其各角頭ヨリ等距離ナル一點(即チ外切圓或ハ内切圓ノ圓心)ト一角頭トヲ聯ヌル直線(即チ外切圓ノ半徑ニシテ和算ニテ所謂角中徑)ノ平方ト倶ニ順次ニ比例ス

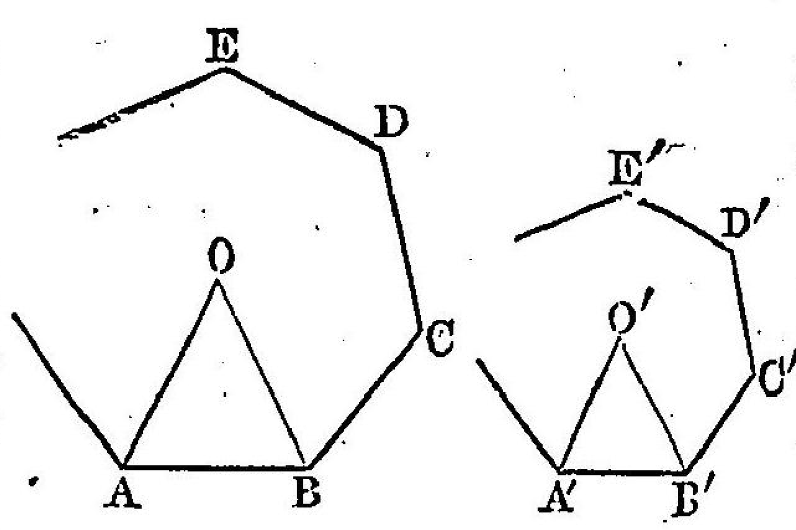


解 ABCD…… と A′B′C′D′…… とを同じ邊數の兩正直線形とし O と O′ とを各〻其各角頭より等距離なる一點即ち外切圓或は内切圓の圓心とし OA と O′A′ とを各〻其點と一角頭とを聯ぬる直線即ち外切圓の半徑と致しますれば ABCD……:A′B′C′D′……::$\overline{OA}^2:\overline{O'A'}^2$ でありあます



論 正直線形は其各邊各角が皆相等しうあります(等邊三角形は界説第三十と定義第十四とにより平方形は界説第四十五と定義第四十及び第四十一により又正多角形は界説第四十九によりて各邊各角が皆相等しいでありませう)故に又同じ邊數の正直線形は其内角が皆互に等しうあります(定義第五十と公理第十二とによりまして)故に同じ邊數の正直線形は皆相似形なることは總論の定義第六と同第二及び界説第六十七よりて明かでありませう故に ABCD…:A′B′C′D′…::$\overline{AB}^2:\overline{A'B'}^2$ であります(定義第百四十八によりまして)又 OB と O′B′ とを引きますれば(何れも公法第二によりまして)O と O′ とは何れも外切圓の圓心であります(解によりまして)故に OA と OB とは各〻∠A と ∠B とを平分し O′A′ と O′B′ とは各〻∠A′ と ∠B′ とを平分し(何れも作法第三十五の論によりまして)又前に申し上げたるが如く同じ邊數の正直線形は其内角が皆互に等しうあります故 ∠A=∠A′, ∠B=∠B′

であります故に$\angle OAB = \angle O'A'B'$; $\angle OBA = \angle O'B'A'$であります(何れも公理第十二によりまして)故に兩三角形OABと$O'A'B'$とは相似形にして $AB : A'B' :: OA : O'A'$ であります(定義第百二十七によりまして)故に又 $\overline{AB}^2 : \overline{A'B'}^2 :: \overline{OA}^2 : \overline{O'A'}^2$ であります(定義第百五十一によりまして)そして前に申し上げたるが如く $ABCD\ldots\ldots : A'B'C'D'\ldots\ldots :: \overline{AB}^2 : \overline{A'B'}^2$ であります故に $ABCD\ldots\ldots : A'B'C'D'\ldots\ldots :: \overline{OA}^2 : \overline{O'A'}^2$



なるとは總論の定義第二によりて明かでありませう

或は又左の如くに論ずるとも出來ます

論　前に己に申し上げたるが如く同じ邊數の正直線形は相似形にして又兩相似直線形は外切圓の圓徑の平方と順次に比例します(定義第百五十八によりまして)故に同じ邊數の正直線形は外切圓の半徑の平方と順次に比例するでありませう(定義第百十八と總論の定義第十二及び同第二によりまして)即ち $ABCD\ldots\ldots : A'B'C'D'\ldots\ldots :: \overline{OA}^2 : \overline{O'A'}^2$ でありませう

サテ又正直線形の各角頭より等距離なる點即ち外切圓或は內切圓の圓心と其點より各角頭に到る直線即ち外切圓の半徑の長さとを變ぜずして其邊數を次第に增して止まざれば各邊の長さは次第に減小し各角頭は益々互ひに接近して竟には直線形の外周を外切圓の圓周と見做すも實際差支なき程に至るでありませう故に圓は正直線形の邊數の無究に增加したるものと見做すとが出來ませうされば兩圓は同じ邊數にして且ッ其邊數の極めて多き兩正直線形と見做すとが出來ます故に前に述べたる定義によりて兩圓は其半徑の平方と順次に比例すると申すとが出來ませう已に兩圓は其半徑の平方と順次に比例すると申すとが分りますれば定義第百五十九の理即ち兩圓は其圓徑の平方と順次に比例すると申すとも容易く分るでありませう(定義第百十八と總論の定義第十二及び同第二によりまして)

或は又前の定義による代りに左の定義によりて前の如き躰裁に論ずると

も出來ます

同ジ邊數ノ兩正直線形ハ其各邊ノ中央ヨリ等距離ナル一點(是ハ各角頭ヨリ等距離ナル點ト同一點ニシテ亦外切圓或ハ內切圓ノ圓心)ト一邊ノ中央トヲ聯ヌル直線(即チ內切圓ノ半徑ニシテ和算ニテ所謂平中徑)ノ平方ト順次ニ比例ス

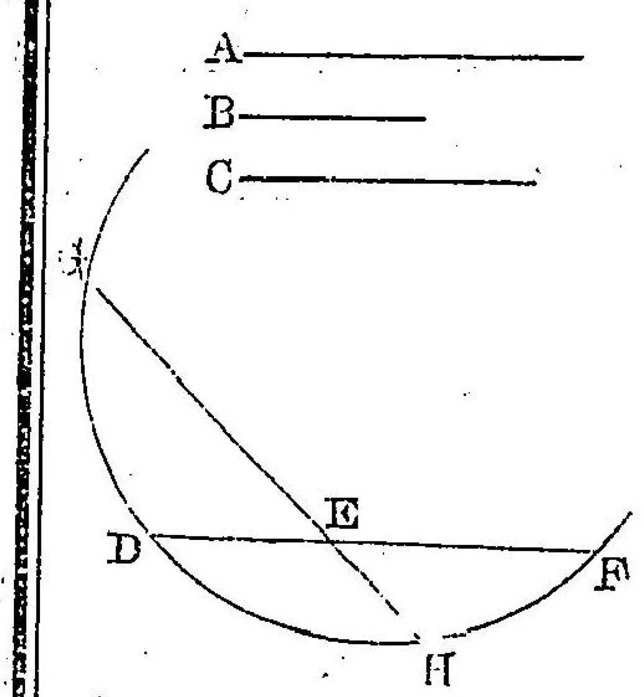
此定義の論は略しますが前の定義の論と大同小異であります故御習練の爲めに論じて御覽なさいソコデ又正直線形の各邊の中央より等距離なる點即ち外切圓或は內切圓の圓心と其點より各邊の中央に到る直線即ち內切圓の半徑の長さを變ぜずして各角頭を裁り取り次第に邊數を增すときは各邊の長さは次第に減少して各邊の中央は益〻互に接近して竟には直線形の外周を內切圓の圓周と見做すも實際差支なき程に至るでありませう故に此定義によるも亦前の定義によりて論じたるが如く同法にて定義第百五十九の理を論ずることが出來ませう

序でにチョイと申し上げて置きませう兩圓は前に申し上げたる如く同じ邊數にして且ッ其邊數の極めて多き兩正直線形と見做すことが出來又

兩正直線形ノ外周ハ其角中徑或ハ平中徑ト順次ニ比例ス

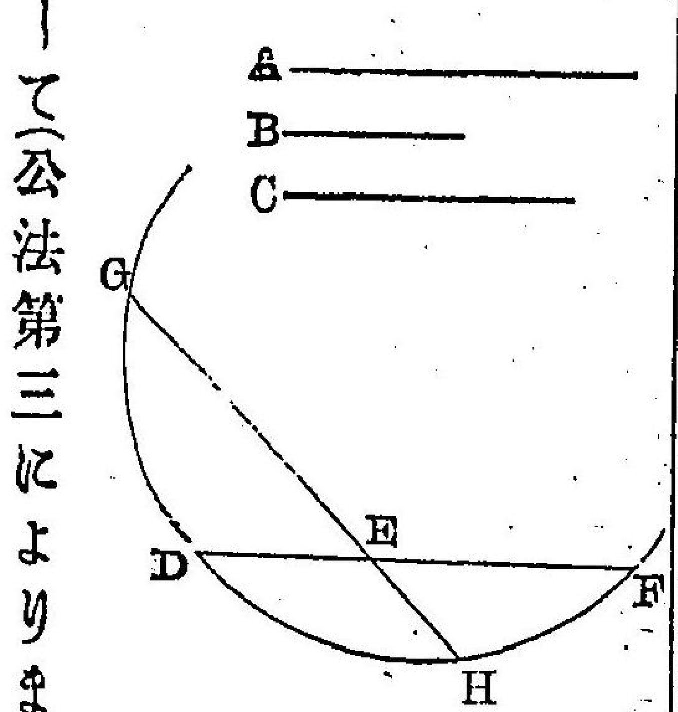
右の如き定義があります故に兩圓周は其半徑或は圓徑と順次に比例すると申すことが分るでありませう右定義の論もむつかしくはありませぬ故御習練の爲めにヤッテ御覽なさい

茲に又作法の別法をも申し上げて置きませう作法第四十八の法と論とを左の如くにすることが出來ます



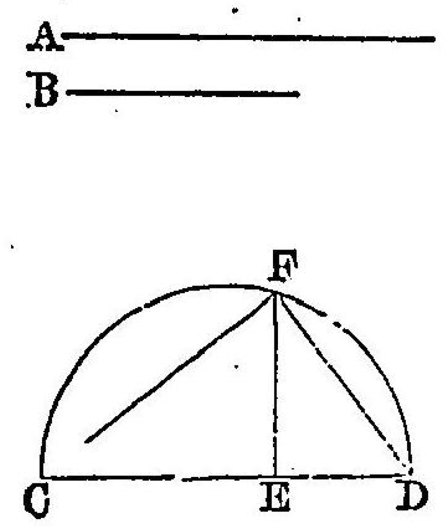
法　先づ任意に一點Dを設け(公法第一によりまして)Dより任意の方向に一線DFを引き出し(作法第十二の法に於て直線DEを引くと同法にて)DF線上に於てBと等しくDEを截りCと等しくEFを截り(何れも作法第四によりまして)又

DFと任意の交角を作りてEより一線EGを引き出だし(作法第十二の法に於て直線DEを引くと同法にて)Aと等しくEGを截り(作法第四によりまして)三點GDEを貫きて一圓周GDFを作り(作法第二十三によりまして)GEをGEの方向に引長して(公法第三によりまして)圓周GDFとHに於て會せしめますれば(其會する所以は定義第五十二の論にてDEの引長線が圓周と會する所以と同理でありませう)EHは所要の第四比例率であります



論　定義第百五十四の論中にてAE:CE::DE:BEと申すを論じたるが如く同法にてGE:DE::EF:EHと申すを論ずることが出來ませうそしてGE=A, DE=B, EF=Cてあります(何れも法によりまして)故にA:B::C:EHであります(總論の定義第六と同第二とによりまして)因て比例度總論の界說第四によりましてEHは三線ABCの第四比例率でありませう

作法第四十九の法と論とを左の如くにすることが出來ます



法　先づ任意に一點Cを設け(公法第一によりまして)Cより任意の方向に一線CDを引き出だし(作法第十二の法にてDEを引くと同法にて)此線よりAと等しくCDを截り又Bと等しくCEを截り(何れも作法第四によりまして)CDを圓徑として其上に半圓CFDを作り(作法第三十七によりまして)EよりCDの直立線EFを引き(作法第五によりまして)半圓周とFに於て會せしめ(其會する所以は定義第十四の論にてADがBCと交はることと同理でありませう)CFを引きますれば(公法第二によりまして)CFは所要の比例中率であります

論　先づFDを引きますれば(公法第二によりまして)CFDは半圓であります(法によりまして)故に角CFDは直角であります(定義第六十六によりまして)そしてEFはCDの直立線であります(法によりまして)故に兩三角形FCDとFCE

とは相似形にして $CD:CF::CF:CE$ であります(定義第百三十六によりまして)そして $CD=A$, $CE=B$ であります(何れも法によりまして)故に $A:CF::CF:B$ であります(總論の定義第六と同第二とによりまして)因て比例度總論の界說第六によりまして CF は A と B との比例中率でありませう

數値之論

平面幾何學の中に於て純ら幾何學に屬する御話しは先づ是迄にて一ト通り申し上げました樣でありますれば是より平面幾何學中に於て算術及び代數學に關係ある御話し即ち數値の御話しを致しまして平面幾何學の局を結びませう此御話しは算術及び代數學に關係あるを以て勿論此二ッの學科を修めたる御方でなければ御分りになりますまい故に私は成丈平易に御話し申す積りではありますが專ら筭術及び代數學に屬する事柄の如きは委しく說明を致しませぬ

偖是より數値の御話しを致しまするに就いては御承知かも知れませぬが念の爲め用語の意義を申し上げて置きませう凡そ同類なる兩量がありまして一量は他の量の幾倍に相當するか或は其幾分之幾何に相當するかを發見するとき其動作を顯はすに(後ノ量ヲ以テ前ノ量ヲ度ル)なる語を用ひます此場合に於て後の量を前の量の數基と稱し其幾倍或は幾分之幾何と

云へる數を後の量にて度れる前の量の數值と申すのであります假令へばAとBとが同類なる兩量にしてAがBの五倍に相當する塲合には(Bヲ以テ度リタルAノ數值ハ五ナリ)とか或は(Bヲ數基トシテ度レルAノ數值ハ五ナリ)と申しまする類であります又八匁の重量に於ては一匁が數基にして八が一匁を數基として度れる八匁の數值であります三尺と申す長さに於ては一尺が數基にして三が一尺を數基として度れる三尺の數值であります

ソコデ量と申すものは其大小を屢〻數值にて顯はすとは諸君も充分御承知の事でありませう假令へば重量の如きは匁とか貫目とか稱する數基を以て度れる數值にて顯はして何匁とか何貫目とか申します桝量の如きは石、斗、升、合等の數基を以て度れる數值にて顯はして何石、何斗、何升、何合等と申しまする類であります幾何學の度も亦左樣であります則ち線の長さの如きは里、町、間、或は尺、寸等の名稱ある數基を以て度りたる數值にて顯はし面

積即ち平面形の大小の如きは線の長さを度る數基を一邊とする平方形即ち平方尺、平方寸、或は町、段、畝、歩等の名稱ある數基を以て度りたる數值にて顯はし躰積即ち立躰形の大小の如きは立方尺、立方寸等の名稱ある數基を以て度りたる數值にて顯はし又角の大小の如きは度、分、秒の名稱ある數基を以て度りたる數值にて顯はし直角を以て九十度と致します線、角、面、躰の大小を顯はすに斯く數值を用ひまする故に私が玆にて數值の御話しを致しまして筭術の求積法に於けるが如く度の大小を數值にて論ずる塲合と幾何學の御話しとの間に連絡を通じやうと致すのであります

玆に又用語の御話しを致して置かねばなりませぬ凡り同類の兩量を比較して一量は他の量の幾倍或は幾分之幾何あるやを論ずる塲合に兩量の關係を稱して(前ノ量ノ後ノ量ニ於ケル比)と申し前の量を其比の前率と申し後の量を其後率と申しますそして其幾倍或は幾分之幾何と云へる數即ち後の量を以て度れる前の量の數值を比の值と致します假令へば同類の兩

量をABとしAをBの五倍と致しますればAのBに於ける比は五にしてAは其前率、Bは其後率であります又兩量の比を顯はすに符號(一)或は(:)を用ひます其用ひ方は假令へばAのBに於ける比を顯はしまするには$\frac{A}{B}$或はA:Bと記したるものを以てするの類ひであります

されば玆に同類なる兩量がありまして一量をm個に等分するとき其一分が他の量に等しきときは前の量は後の量のm倍後の量は前の量のm分之一であります故前の量の後の量に於ける比はmにして後の量の前の量に於ける比はm分之一であります又一量をm個に等分し他の一量をn個に等分するとき兩量の一分が互に等しくなりますれば前の量は後の量のn分之m、後の量は前の量のm分之nであります故前の量の後の量に於ける比はn分之mにして後の量の前の量に於ける比はm分之nであります故に斯る場合には兩量の比の値を知るとが出來ます併しながら一量を幾個に等分するも其一分が決して他の量と等しくならず又兩量の各を幾個に

等分するも兩量の一分が決して互ひに等しくならざる場合には一量は他の量の幾倍或は幾分之幾何に相當すと申すとは出來ずして兩量の比の値を知るとは出來ませぬソコデ前の如く値を知るとの出來る比を稱して可度之比と申し後の如く値を知るとの出來ぬ比を稱して不可度之比と申します

不可度之比は前に申し上げたるが如くにて其眞實の値は固より知るとが出來ませぬが近似の値は如何程近似のものにても知るとが出來ますナゼと申すに先づ不可度之比の前率をAとし其後率をBとしBをm個に等分して其一分をCとしAよりCに等しき量を次第に分ち取りてn次にしてCより小なる殘量を得ると致しますれば$B=mC$にしてAはnCより大$(n+1)C$より小であります故にA:Bの値は$\frac{n}{m}$より大にして$\frac{n+1}{m}$より小であります故に又A:Bと$\frac{n}{m}$との差は$\frac{n}{m}$と$\frac{n+1}{m}$との差$\frac{1}{m}$より小でありますりして其$\frac{1}{m}$はmを大になすとによりて如何程小なる數ともなすとが出

來ます故にA:Bと$\frac{n}{m}$との差はmを大になすことによりて如何程小なる數ともなすことが出來ます因て最初Bをm個に等分する節其mを大なる數となすときは$\frac{n}{m}$はA:Bの値に近似のものとなり其mを愈〻大になすときは$\frac{n}{m}$は益〻A:Bの値に接近〆て終には$\frac{n}{m}$を以てA:Bの値と見做すも差支へなき程に至るでありませう因て不可度之比の近似の値は如何程近似のものにても知ることが出來るでありませう此近似の値を近似値と申します、不可度之比が二ッありまして其近似値を求むるとき兩比の後率を同數に等分すれば得る所の近似値を同位の近似値と申します又可度之比に於ては兩比の値等數なるとき一比は他の比に(等シ)と申し不可度之比に於ては兩比の近似値常に等數なるとき一比は他の比に(等シ)と申します

右に申し上げたる用語の中ち已に筭術或は代數學にて御承知のものもありませうが不可度之比の如きは筭術や代數學にては充分に論じませぬが通例であります故に兎に角玆にて入用なる用語の意義を一ト通り申し上げ

たのであります又左の四個條は玆に必要なる公理であります

第一　相等シキ兩度ヲ同ジ數基ニテ度ル時ハ其數値亦相等シ

第二　大度ノ數値ハ同ジ數基ヲ以テ度レル小度ノ數値ヨリ大ナリ

第三　兩度ノ和ノ數値ハ其兩度ノ數値ノ和ニ等シ但シ數値ハ皆同ジ數基ヲ以テ度ルモノトス

第四　兩度ノ差ノ數値ハ其兩度ノ數値ノ差ニ等シ但シ數値ハ皆同ジ數基ヲ以テ度ルモノトス

次に數値に關〆て必要なる定義數個條を申〆上げませう

第一　兩度ノ數値ヲ度ルニ同ジ數基ヲ以テスル時ハ兩度ノ比ハ其後率ノ數値ヲ以テ除シタル前率ノ數値ニ等シ

兩度の數値が整數なるときは比の意義によりて已に明かでありませう故に其數値の分數なる場合のみを左に論じませう

解　ABを兩度と〆一度Uを數基と〆て度れる數値を各$\frac{n}{m}$ $\frac{n'}{m'}$と致

しますればA:Bは$\frac{n'}{m'}$を以て$\frac{n}{m}$を除したる商$\frac{nm'}{mn'}$に等しうあります

論　$A=\frac{n}{m}U$, $\frac{n}{m}=\frac{nm'}{mm'}$でありますす故$A=\frac{nm'}{mm'}U$でありますす故に$\frac{1}{nm'}A=\frac{1}{mm'}U$でありますす又$B=\frac{n'}{m'}U$, $\frac{n'}{m'}=\frac{mn'}{mm'}$でありますす故$B=\frac{mn'}{mm'}U$でありますす故に$\frac{1}{mn'}B=\frac{1}{mm'}U$でありますす故に$\frac{1}{nm'}A=\frac{1}{mn'}B$でありますす故に又$A=\frac{nm'}{mn'}B$でありますす因てA:Bは$\frac{nm'}{mn'}$に等しいでありませう

第二　比例度ノ第一ノ第二ニ於ケル比可度ナレバ第三ノ第四ニ於ケル比亦可度ナリ第一ノ第二ニ於ケル比不可度ナレバ第三ノ第四ニ於ケル比亦不可度ナリ

解　ABCDを四度としてA:B::C:Dなるものと致しますればA:Bが可度之比なるときはC:Dも亦可度之比でありますす又A:Bが不可度之比なるときはC:Dも亦不可度之比でありますす

論　AがBの幾倍か或は幾分之幾何かに相當するときはC亦Dの同じ幾倍か或は同じ幾分之幾何かに相當します(總論の定義第十五と同第二十五とによりまして)故にA:Bが可度之比なるときはC:D亦可度之比なるとは明かでありませう又A:Bが不可度之比なる塲合に若しC:Dを可度之比と見做しますればA:B::C:Dでありますす(解によりまして)故C:D::A:Bにして(總論の定義第一によりまして)C:Dは可度之比A:Bは不可度之比となりますす故此定義の前の塲合に合ひませぬ因てA:Bが不可度之比なるときはC:D亦不可度之比でなければなりますまい

第三　四度比例度ナルトキハ第一ノ第二ニ於ケル比ハ第三ノ第四ニ於ケル比ニ等シ

解　ABCDを四度としてA:B::C:DなるものとA致しますればA:BはC:Dに等しうあります

論　AがBの幾倍か或は幾分之幾何かに相當するときはC亦Dの同じ幾倍か或は同じ幾分之幾何かに相當します(總論の定義第十五と同第二

十五とによりまして)故に $A:B$ が可度之比なるときは $A:B$ は $C:D$ に等しと申すとは明かでありませう又 $A:B$ が不可度之比なるときは $C:D$ 亦不可度之比に〻て(第二によりまして)此兩比の近似値は常に相等しうありますナぜと申すに先づBとDとを各 m 個に等分〻てBの一分をUとしDの一分を U' としAよりUに等しき度を次第に分ち取りて n 次にしてUより小なる殘餘を得るとし之をRと命じ又Cより U' に等しき度を次第に分ち取りて n' 次にして U' より小なる殘餘を得るとし之を R' と命じますれば $A=nU+R$, $B=mU$, $C=n'U'+R'$, $D=mU'$ であります又 A' B' C' D' D'' の五度を作りて A' と C' とを各AとCとの m 倍となし B' と D' とを各BとDとの n 倍となし D'' をDの n' 倍となしますれば $m(nU+R)=mnU+mR$, $m(n'U'+R')=mn'U'+mR'$ であります(何れも推理第八によりまして)故に $A'=mnU+mR$, $B'=mnU$, $C'=mn'U'+mR'$, $D''=mn'U'$ であります故に又 $A'=B'+mR$, $C'=D''+mR'$ であります(何れも公理第二と同第一とによりま

して)倍又 $A:B::C:D$ であります(解によりまして)故 $A'>=<B'$ に從ひて $C'>=<D'$ であります(比例度總論の界說第二によりまして)うして $A'=B'+mR$ なるを以て $A'>B'$ なるとは明かであります故に $C'>D'$ でなければなりませぬして又 $C'=D''+mR'$ であります故に $D''+mR'>D'$ でなければなりませぬ(公理第七によりまして)然るに又 $R'<U'$ 則ち $U'>R'$ であります故 $mU'>mR'$ にして(公理第十三によりまして) $D=mU'$ であります故に $D>mR'$ であります(公理第七によりまして)故に又 $D''+D>D''+mR'$ であります(公理第五によりまして)因て $D''+D>D'$ でなければなりませぬそして $D''=n'D$, $D'=nD$ であります故に $n'D+D>nD$ でなければなりませぬ則ち $(n'+1)D>nD$ でなければなりませぬ因て $n'+1>n$ でなければなりませぬ又 $A:B::C:D$ であります故 $C:D::A:B$ であります(總論の定義第一によりまして)故に B' と D' とを各BとDとの n 倍となす代りに各BとDとの n' 倍とな〻又 D'' をDの n' 倍となす代りにDの n 倍となしますれば前と同理にて $n+1>n'$ でなけれ

ばならぬとが分りませうされば $n'+1>n$ 則ち $n'>n-1$ にして又 $n+1>n'$ 則ち $n'<n+1$ でなければなりませぬ故に $n'=n$ でなければなりませぬ因て $A:B$ の近似値 $\frac{n}{m}$ と $C:D$ の近似値 $\frac{n'}{m}$ とは同數でなければなりませぬうして此理は m と n とが如何なる數にても常に同じでありませう因て兩比 $A:B$ と $C:D$ との近似値は常に等しうあります是に因て $A:B$ が不可度之比なるときも $A:B$ は $C:D$ に等しと申すとが出來ませう

第四　四度アリテ第一ノ第二ニ於ケル比第三ノ第四ニ於ケル比ニ等シキトキハ其四度順次ニ比例ス

解　A B C D を四度とし $A:B$ と $C:D$ とを等しと致しますれば $A:B::C:D$ であります

論　A と C とが各 B と D との同じ幾倍か或は同じ幾分之幾何かに相當するときは總論の定義第十四と同第二十四とによりて $A:B::C:D$ であります故 $A:B$ が可度之比なるときは論ずるまでもな

く明かでありませう又 $A:B$ が不可度之比なるときは如何と申すに先づ $A'B'C'D'$ の四度を作りて A' と C' とを各 A と C との m 倍となし B' と D' とを各 B と D との n 倍となし又 B と D とを各 m 個に等分して B の一分を U とし D の一分を U' となし A より U に等しき度を次第に分ち取り p 次にして U より小なる殘餘を得るとし之を R と命じ又 C より U' に等しき度を次第に分ち取りますれば $A:B$ と $C:D$ とは解にて等しと致しまする故其近似値は常に等しうあります故に此場合にも亦 p 次にして U' より小なる殘餘を得ねばなりませぬソコデ此殘餘を R' と命じますれば
$A'=mA,\ B'=nB,\ C'=mC,\ D'=nD,\ A=pU+R,\ B=mU,\ C=pU'+R',\ D=mU'$ にして
$m(pU+R)=pmU+mR,\ m(pU'+R')=pmU'+mR'$ であります(何れも推理第八によりまして)故に $A'=pmU+mR,\ B'=nmU,\ C'=pmU'+mR',\ D'=nmU'$ であります故に又 V と V' との兩度を作りて其各を U と U' との m 倍となしますれば $A'=pV+mR,\ B'=nV,\ C'=pV'+mR',\ D'=nV'$ となりますされば $A'>B'$ なる

場合には $pV+mR>nV$(公理第七と同第八とによりまして)又 $R<U$ でありますゆえ故 $mR<mU$(公理第十三によりまして)則ち $mR<V$ であります(公理第七によりまして)故に $pV+mR>nV$ なるときは $p>n$ か或は $p=n$ にして決して $p<n$ ではありませぬ又 $p>n$ か或は $p=n$ なるときは $pV'>nV'$ 或は $pV'=nV'$ なるを以て明かに $pV'+mR'>nV'$ であります又 $pV'+mR'>nV'$ なるときは $C'>D'$ であります(公理第七と同第八とによりまして)因て $A'>B'$ なる場合には $C'>D'$ であります又 $A'=B'$ なる場合には $pV+mR=nV$ でなければなりませぬが(推理第二によりまして)前に申し上げたるが如く $mR<V$ 則ち mR はVに對して端末(ハシタ)の度でありますゆえ故に $pV+mR=nV$ なるとは決してありませぬ因て $A'=B'$ なる場合も亦決してありませぬ次に又 $A'<B'$ なる場合に於ては $pV+mR<nV$ (公理第七と同第八とによりまして)又前に申し上げたるが如く $mR<V$ でありますゆえ故 $pV+mR<nV$ なるときは $p<n$ でなければなりませぬ又 $p<n$ なるときは $pV'<nV'$ にして

$R'<U'$ なるを以て $mR'<mU'$ (公理第十三によりまして)則ち $mR'<V'$ であります(公理第七によりまして)故に $pV'+mR'<nV'$ であります又 $pV'+mR'<nV'$ なるときは $C'<D'$ であります(公理第七と同第八とによりまして)因て $A'<B'$ なる場合に於ては $C'<D'$ でありますされば $A'>B'$ か或は $A'<B'$ かに從ひて $C'>D'$ となり或は $C'<D'$ となり又 $A'=B'$ なるとはありませぬそして此理は m と n とが如何なる數にても常に同じでありますゆえ因て比例度總論の界說第二によりまして A:B::C:D でありますゆえ是に因て A:B が不可度之比なるときも亦 A:B::C:D でありませう

第五 兩度ノ比ハ同ジ數基ヲ以テ度レル兩度ノ數値ノ比ニ等シ

解 AとBとを兩度としUを數基として度れる此兩度の數値を各 a b と致しますれば A:B は $a:b$ に等しうあります

論 $A=aU$, $B=bU$ でありますゆえ故此處の定義の第一によりますと A:B の値は $\frac{a}{b}$ にして $a:b$ の値も亦 $\frac{a}{b}$ なると明かでありませう因て A:B は

$a:b$ に等しいでありませう

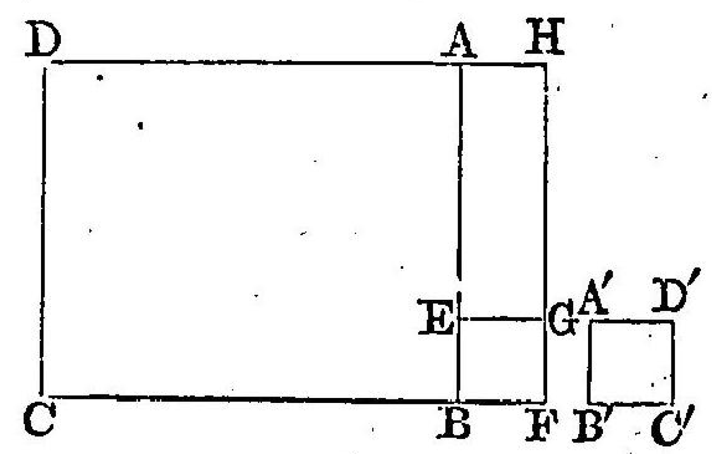
第六　衆度アルトキ第一ノ第二ニ於ケル比、第二ノ第三ニ於ケル比、第三ノ第四ニ於ケル比等ヲ悉ク乘ジタル乘積ハ第一ノ最後ノ度ニ於ケル比ニ等シ

解　A B C……S T を衆度と致しますれば A:B, B:C, ……S:T を皆悉く乘じたる乘積は A:T に等しうあります

論　先づ一度 U を數基として度りたる A B C……S T の數値を各 a b c …… s t と致しますれば A:B, B:C, ……S:T の値は比の意義によりて各 a/b b/c …… s/t であります故に其衆比の乘積は $\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}\times\cdots\cdots\times\frac{s}{t}=\frac{a}{t}$ でありますうして此 a/t は A:T の値であります因て衆比 A:B, B:C, …… S:T の乘積は A:T に等しいでありませう

第七　直方形ノ積ノ數値ヲ度ルノ數基若シ其兩邊ノ數値ヲ度ル數基ノ平方ナルトキハ積ノ數値ハ兩邊ノ數値ノ乘積ニ等シ

解　ABCD を直方形とし平方形 A'B'C'D' を以て其積の數値を度るの數基

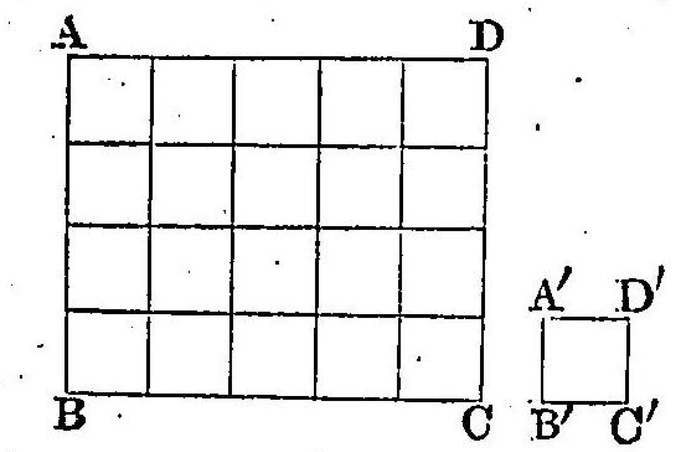


とし又其一邊 A'B' を以て直方形の兩邊 AB 及び BC を度るの數基と致しますれば ABCD の積の數値は AB の數値と BC の數値との乘積に等しうあります

論　先づ B' を B に合せ A'B' を AB 線上に合せて平方形 A'B'C'D' を直方形 ABCD の傍(カタハラ)に置き EBFG を以て其位置となし又 DA と FG とを引長して其相會する所を H と致しますれば ABCD は直方形にして EBFG は平方形であります故 DH EG CF の三線及び DC AB HF の三線は夫々互に平行であります故に定義第百四十三によりますと ABCD : ABFH :: BC : BF, ABFH : EBFG :: AB : EB 則ち ABCD : ABFH :: BC : A'B', ABFH : A'B'C'D' :: AB : A'B' であります故に ABCD : ABFH は BC : A'B' に等しく又 ABFH : A'B'C'D' は AB : A'B' に等しうあります(何れも此處の定義の第二によりまして)故に又兩比 ABCD : ABFH と ABFH : A'B'C'D' との乘積は兩比 BC : A'B' と AB : A'B' との乘積に等しうあります

うして兩比 $ABCD : ABFH$ と $ABFH : A'B'C'D'$ との乘積は $ABCD : A'B'C'D'$ に等しうあります(此處の定義の第五によりまして)故に $ABCD : A'B'C'D'$ 即ち $A'B'C'D'$ を數基として度れる $ABCD$ の積の數値は $BC : A'B'$ 即ち $A'B'$ を數基として度れる BC の數値と $AB : A'B'$ 即ち $A'B'$ を數基として度れる AB の數値との乘積に等しいでありませう

又直方形 $ABCD$ の兩邊が丁度平方形 $A'B'C'D'$ の一邊の幾倍かに相當する場合には左の如く一層簡單に論ずることが出來ます



論　先づ AB を $A'B'$ の m 倍となし BC を $A'B'$ の n 倍となして論じませう偖上圖の如く直方形 $ABCD$ の一邊 AB を m 個に等分し他の一邊 BC を n 個に等分し其各分點より直方形の兩邊と平行なる直線を引き出だして對邊に到らしめますれば直方形 $ABCD$ は分れて各〻平方形 $A'B'C'D'$ に等しき mn 個の平方形となると申すとは此

上委しく論ぜざるも明かでありませう故に平方形 $A'B'C'D'$ を數基として度れる $ABCD$ の積の數基は mn でありませううして m は $A'B'$ を數基として度れる AB の數値、n は $A'B'$ を數基として度れる BC の數値であります因て $A'B'C'D'$ を數基として度れる $ABCD$ の積の數値は $A'B'$ を數基として度れる AB の數値と $A'B'$ を數基として度れる BC の數値との乘積に等しいでありませう

此定義によりますと平方形の一邊の數値を a とすれば其積の數値は $a.b$ 或は ab であります第三號の界說第四十三にて申し上げたる直方形の記法は畢竟是より出でたるものであります

第八　平方形ノ積ヲ度ルノ數基亦平方形ニシテ其一邊本形ノ一邊ヲ度ルノ數基ナルトキハ積ノ數基ハ一邊ノ數値ノ二乘冪ニ等シ

平方形は直方形の兩隣邊の相等しきものであります故此理は此處の定義の第六によりまして明かでありませう

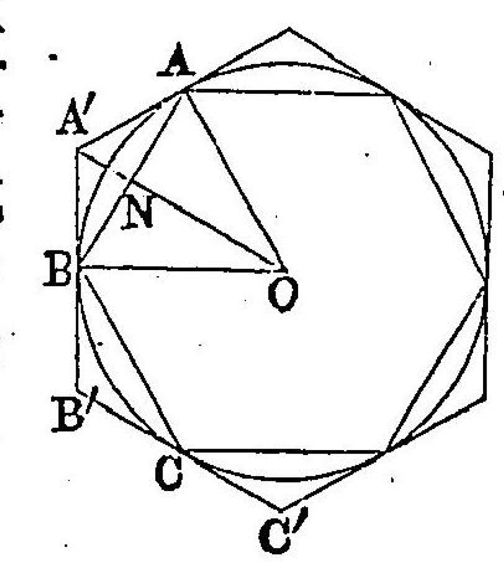
此定義によりますと平方形の一邊の數値をaとすれば其積の數値はa^2であります第三號の界說第四十五にて申し上げたる平方形の記法は畢竟是より出でたるものであります

第九　三角形ノ積ヲ度ルノ數基平方形ニシテ其一邊本形ノ底及ビ高ヲ度ルノ數基ナルドハ積ノ數値ハ底ノ數値ト高ノ數値トノ乘積ノ半ニ等シ

三角形の積は同底同高なる直方形の積の半であります(定義第百九によりまして)故に此理は此處の定義の第六によりまして明かでありませう

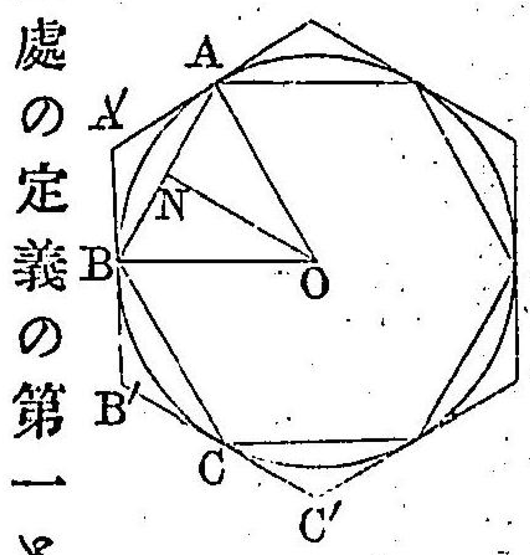
是迄の御話しにては數値を度る爲に用ふる所の數基を一々申し上げましたが以下の論に於ても皆是迄の如く一論中にて同類の度の數値を度るには皆同じ數基を以てし某形の積の數値を度るには其線の數値を度る數基を一邊とする平方形を數基とするのであります去れども必要の塲に臨み一々之を申し上ぐるは益なくして啻に煩雜を增すのみであります故に以下皆略して御斷りを致しませぬ

第十　圓ノ內切正直線形ノ一邊ノ數値ヲsトシ同圓ノ外切正直線形ニテ前ノ正直線形ト同ジ邊數ヲ有スルモノヽ一邊ノ數値ヲSトシ圓ノ半徑ノ數値ヲrトスレバ$s=\frac{2rS}{\sqrt{4r^2+S^2}}$　$S=\frac{2rs}{\sqrt{4r^2-s^2}}$ナリ



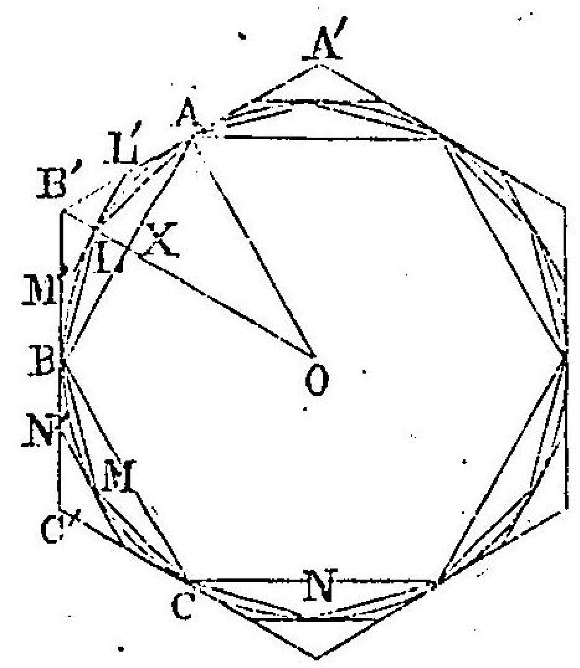
論　先づABC……を以て圓ABCの內切正直線形とし A′B′C′……を以て同じ邊數を有する同圓の外切正直線形とし又Oを圓ABCの圓心としてOA OB及びOA′を引きますればOA=OB, ∠AOA′=∠BOA′であります(作法第二十七の論にて ∠AOE=∠BOE と申すと同理にて)故に AB=2BN, ∠ONB=∟であります(何れも問題第十二によりまして)又A′B′は切線でありますから∠A′BO=∟であります(定義第六十八によりまして)故に兩三角形BNOとA′BOとは相似形にして BN : A′B : : OB : OA′ であります(定義第百三十六によりまして)然るに又前に申し上げたるが如く AB=2BN にして又 A′B′=2A′B であります(作法第二十七の論にて 2AE=DE と申すと同理

にて)故に AB:A′B′::BN:A′B であります(比例度總論の定義第十二によりまして)故に又 AB:A′B′::OB:OA′ であります(比例度總論の定義第二によりまして)因て OA′ の數値を b と致しますれば $\frac{s}{S}=\frac{r}{b}$ であります

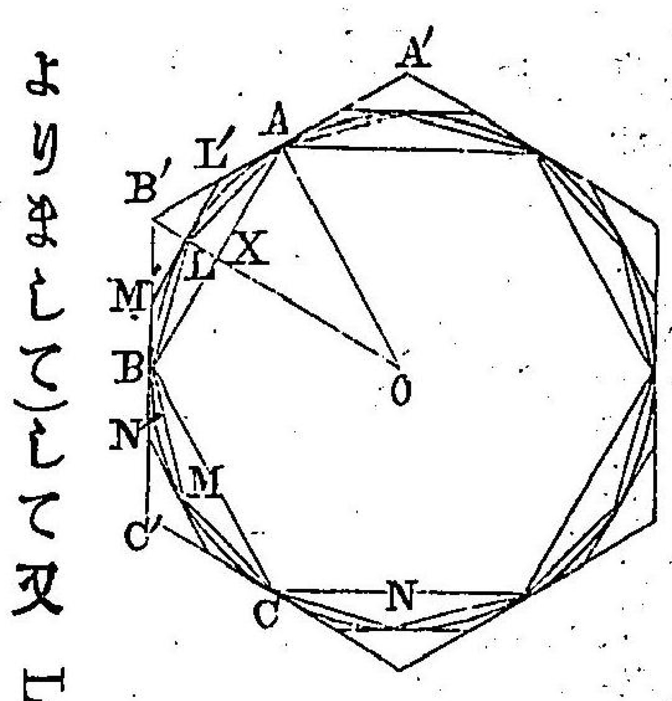


(此處の定義の第一と第三とによりまして)又 ∠A′BO=∟ であります故 $\overline{OA'}^2=\overline{OB}^2+\overline{A'B}^2$ にして(定義第百二十一によりまして)前に申し上げたるが如く A′B′=2A′B であります故に $b^2=r^2+(\frac{1}{2}S)^2$ であります故に又 $b=\sqrt{r^2+\frac{1}{4}S^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4r^2+S^2}$ であります故に此式を前に得たる $\frac{s}{S}=\frac{r}{b}$ に代用すれば $\frac{s}{S}=\frac{2r}{\sqrt{4r^2+S^2}}$ 故に $s=\frac{2rS}{\sqrt{4r^2+S^2}}$ を得るでありませう又此得式より $s\sqrt{4r^2+S^2}=2rS$ 故に $s^2(4r^2+S^2)=4r^2S^2$ を得ます是より S を求めますれば $S=\frac{2rs}{\sqrt{4r^2-s^2}}$ を得るでありませう

第十一　圓ノ内切正直線形ノ一邊ノ數値ヲ s トシ同圓ノ外切正直線形ニテ前ノ正直線形ト同ジ邊數ヲ有スルモノ、一邊ノ數値ヲ S トシ又同圓ノ内切正直線形ニテ其邊數前ノ内切形ニ二倍スルモノ、一邊ノ數値ヲ s' トシ同圓ノ外切正直線形ニテ其邊數前ノ外切形ニ二倍スルモノ、一邊ノ數値ヲ S′ トスレバ $S'=\frac{sS}{s+S}$, $s'=\sqrt{\frac{1}{2}sS'}$ ナリ



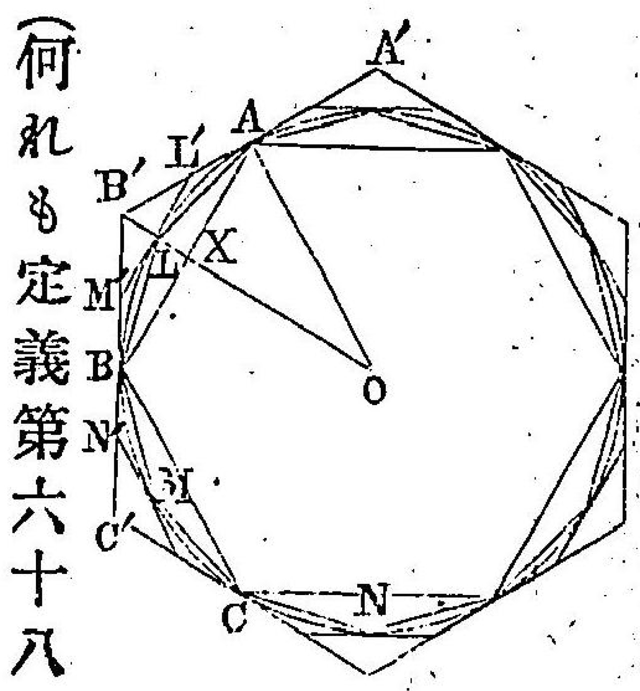
論　先づ ABC……を以て圓 ABC の内切正直線形とし A′B′C′……を以て同じ邊數を有する同圓の外切正直線形とし又 LBM……を以て同圓の内切正直線形にて其邊數が ABC……に二倍するものとし L′M′N′……を以て同圓の外切正直線形にて其邊數が A′B′C′……に二倍するものとし且つ O を圓心として OA 及び OB′ を引きますれば此處の定義の第十の論にて ∠ONB=∟ と申すと同理にて ∠OXA=∟ でありませうして ∠B′LL′=∟ であります(定義第六十八によりまして)故に兩三角形 B′LL′ と B′XA とは相似形にして LL′:B′L′::XA:B′A であります(定義第百二十七によりまして)故に又 LL′:LL′+B′L′::XA:XA+B′A で



あります(比例度總論の定義第二十六によりまして)して $LL'=L'A$ であります(問題第百五十七の理によりまして)故 $LL'+B'L'=B'L'+L'A$ 則ち $LL'+B'L'=B'A$ であります故に $LL':B'A::XA:XA+B'A$ であります(比例度總論の定義第六と同第二とによりまして)して又 $L'M'=2LL'$, $A'B'=2B'A$, (何れも此處の定義の第十の論にて $A'B'=2A'B$ と申すヿと同理にて) $AB=2XA$ であります(此處の定義の第十の論にて $AB=2BN$ と申すヿと同理にて)故に又 $AB+A'B'=2(XA+B'A)$ であります(推理第八によりまして)因て $L'M':A'B'::AB:AB+A'B'$ であります(比例度總論の定義第十六によりまして)因て又 $\frac{S'}{S}=\frac{s}{s+S}$ であります(此處の定義の第一と第三とによりまして)之に因て $S'=\frac{sS}{s+S}$ と申すヿが出來ませう次に又 $AL=LB$, $LL'=L'A$ であります故 $\angle LBA=\angle LAB$, $\angle L'AL=\angle L'LA$ にして(何れも定義第十四によりまして) $\angle LBA=\angle L'LA$ であります(定義第七十三によりまして)故に兩三角形 LBA と L'LA とは相似形にして $AB:AL::AL:LL'$ であります(定義第百三十六によりまして)故に又 $AL^2=AB.LL'$ であります(定義第百四十五によりまして)そして $LL'=\frac{1}{2}L'M'$ であります故に $s'^2=s\times\frac{S'}{2}=\frac{1}{2}sS'$ であります(此處の定義の第七と第八及び公理の第一とによりまして)之に因て $s'=\sqrt{\frac{1}{2}sS'}$ と申すヿが出來ませう

第十二　圓ノ內切正直線形ノ積ノ數値ヲ a トシ同圓ノ外切正直線形ニテ前ノ正直線形ト同ジ邊數ヲ有スルモノヽ積ノ數値ヲ A トシ又同圓ノ內切正直線形ニテ其邊數前ノ內切形ニ二倍スルモノヽ積ノ數値ヲ a' トシ同圓ノ外切正直線形ニテ其邊數前ノ外切形ニ二倍スルモノヽ積ノ數値ヲ A' トスレバ $A'=\frac{2a'A}{a'+A}$, $a'=\sqrt{aA}$ ナリ

論　先づ ABC……を以て圓 ABC の內切正直線形とし A'B'C'……を以て同じ邊數を有する同圓の外切正直線形とし又 LBM……を以て同圓の內切正直線形にて其邊數が ABC…… に二倍するものとし L'M'N'……を以て同圓



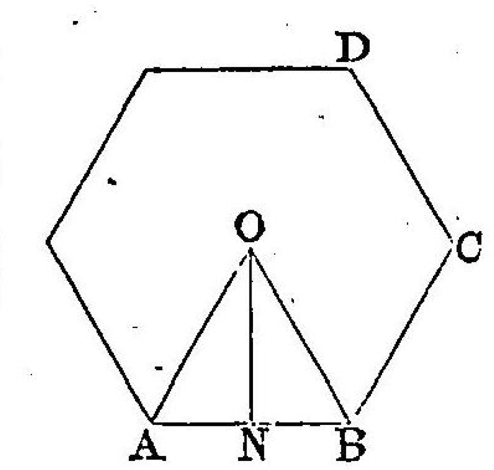
の外切正直線形にて其邊數が A'B'C'……に二倍するものとし且つ O を圓心として OA 及び OB' を引きますれば △ALO:△AB'O::LO:B'O, △ALL':△L'LB'::L'A:L'B' であります(何れも定義第百三十九によりまして)又兩角 O'AB' と B'LL' とは共に直角であります(何れも定義第六十八によりまして)故兩三角形 OAB' と B'LL' とは相似形にして AO:B'O::LL':L'B' であります(定義第百三十六によりまして)ゝして AO=LO, LL'=L'A であります(LL'=L'A と申すとは已に此處の定義の第十一の論中にて申し上げたる如くであります)故に LO:B'O::LL':L'B' であります(比例度總論の定義第六と同第二とによりまして)因て △ALO:△AB'O::△ALL':△L'LB' であります(比例度總論の定義第一と同第二とによりまして)ゝして △ALL'=AL'LO−△ALO, △L'LB'=△AB'O−AL'LO であります故に △ALO:△AB'O::AL'LO−△ALO:△AB'O−AL'LO であります(比例度總論の

定義第六と同第二とによりまして)倍又內切形 LBM……或は外切形 L'M'N'…の邊數を n と致しますれば LBM……$=n$△ALO, A'B'C'……$=n$△AB'O, L'M'N'……$=n$AL'LO にして(此理は委しく申し上げざれども明かでありませう)L'M'N'……−LBM……$=n$(AL'LO−△ALO), A'B'C'……−L'M'N'……$=n$(△AB'O−AL'LO)であります(何れも推理第九によりまして)故に LBM……:A'B'C'……::L'M'N'……−LBM……:A'B'C'……−L'M'N'…… であります(比例度總論の定義第十六によりまして)故に $\frac{a'}{A}=\frac{A'-a'}{A-A'}$ であります(此處の定義の第一と第三とによりまして)故に $a'(A-A')=A(A'-a')$ 故に代數學の法によりまして此式を解き以て A' の値を求めますれば $A'=\frac{2a'A}{a'+A}$ を得るでありませう

次に又 △AB'O:△ALO::B'O:LO, △ALO:△AXO::LO:XO にして(何れも定義第百三十九によりまして)又∠OXA=∟と申すとは此處の定義の第十一の論にて申し上げたるが如くであります故兩三角形 AB'O と AXO とは相似形にして B'O:AO::AO:XO であります(定義第百三十六によりまして)ゝして

AO＝LO であります故 B'O : LO :: LO : XO であります(比例度總論の定義第六と同第二とによりまして)因て △AB'O : △ALO :: △ALO : △AXO であります(比例度總論の定義第一と同第二とによりまして)そして前に申しあげたるが如く A'B'C'……＝n△AB'O, LBM……＝n△ALO, ABC……＝n△AXO であります故に A'B'C'…… : LBM…… :: LBM…… : ABC…… であります(比例度總論の定義第十六によりまして)故に $\frac{A}{a'}=\frac{a'}{a}$ であります(此處の定義の第一と第三とによりまして)故に $a'^2=aA$ 因て $a'=\sqrt{aA}$ でありませう

第十三　正直線形ノ積ノ數値ハ其外周ノ數値ト平中徑ノ數値トノ乘積ノ半ニ等シ



解　ABC……を正直線形としOを其內切圓或ハ外切圓の圓心としONをOよりABに到る垂線即ち平中徑としABC…の積の數値をaとし外周即ちAB＋BC＋…の數値をpとしONの數値をmとすれば $a=\frac{1}{2}mp$ であります

論　先づOAとOBとを引き且つ正直線形の邊數をnと致しますれば正直線形の各邊ハ皆互に等しうあります故一邊ABの數値ハp/nであります故に三角形OABの數値は$\frac{1}{2}\left(m\times\frac{p}{n}\right)=\frac{mp}{2n}$でありますそして正直線形ABC……は三角形OABのn倍に相當するとハ委しく申し上げざるも明かでありませう因て $a=\frac{mp}{2n}\times n=\frac{1}{2}mp$ でありませう

第十四　圓ノ積ノ數値ハ其半徑ノ數値ト圓周ノ數値トノ乘積ノ半ニ等シ

定義第百五十九の別の論じ方にて申し上げたるが如く圓ハ正直線形の邊數の極めて多きものと見做すことが出來ます故に此處の定義の第十三によりますと圓の積の數値ハ其半徑の數値と圓周の數値との乘積の半に等しいでありませう

第十五　圓ノ積ノ數値ハ其半徑ノ數値ノ二乘羃ト圓周率トノ乘積ニ等シ

右に申したる圓周率と申すハ御承知でもありませうが圓周の圓徑に於ける比の事であります之を顯はすに通例符號πを用ひます是は圓周と

申す意義のある希臘語の頭字であります

ソコデナゼ此定義の如くであるかと申すに今半徑の數値をrとし圓周率を通例の如くπと致しますれば圓周の數値ハ$2r\pi$であります故に此處の定義の第十四によりまして圓の積の數値ハ $\frac{1}{2}r.2r\pi=r^2\pi$ となる故であります

定義ハ先づ是丈に致しまして左に圓周率を發見する方法を申し上げませう此圓周率を發見するにハ樣々の方法がありますが今左に最も解し易きものを二ッ通り申し上げませう

第一法　圓周率と申すハ圓周の圓徑に於ける比であります故圓徑を數基とした圓周の數値を求めますればソレデ宜しいでありませう故に先づ圓徑を數基即ち1と致しますれば一圓の外切正四角形の一邊の數値も亦1でありませう又此處の定義の第十一の $s=\frac{2rS}{\sqrt{4r^2+S^2}}$ なる式に於て $2r=1,\ S=1$ と致しますれば $s=\frac{1}{\sqrt{2}}$ とあります故に同圓の內切正四角形の

一邊の數値は $\frac{1}{\sqrt{2}}$ であります因て外切正四角形の外周の數値は4にして同圓の內切正四角形の外周の數値は $\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}=2{\cdot}8284271$ であります但し此小數は七位迄を求めて其餘を切り捨てたるのであります此後も小數ハ皆七位にて止め置きますれば其心にて御覽下さるべし

次に一圓の外切正直線形の外周の數値をPとし同圓の內切正直線形にて其外切形と同じ邊數のものゝ外周の數値をpとし兩形の邊數をnと致しますれば外切形の一邊の數値ハ $\frac{P}{n}$ にして內切形の一邊ハ $\frac{p}{n}$ であります又前の外切形の邊數に二倍する邊數の外切正直線形の外周の數値をP'とし前の內切形の邊數に二倍する邊數の內切正直線形の外周の數値をp'と致しますれば其兩形の一邊の數値ハ $\frac{P'}{2n}$ と $\frac{p'}{2n}$ とになります因て此處の定義の第十二の兩式 $S'=\frac{sS}{s+S}$ と $s'=\sqrt{\frac{1}{2}sS'}$ とに $S=\frac{P}{n},\ s=\frac{p}{n},\ S'=\frac{P'}{2n},\ s'=\frac{p'}{2n}$ を代用すれば $\frac{P'}{2n}=\frac{\frac{p}{n}\times\frac{P}{n}}{\frac{p}{n}+\frac{P}{n}},\ \frac{p'}{2n}=\sqrt{\frac{1}{2}\times\frac{p}{n}\times\frac{P'}{2n}}$ となります故

に $\frac{P'}{2n}=\frac{pP}{n(p+P)}$, $\frac{p'}{2n}=\frac{1}{2n}\sqrt{pP'}$ でありますす因て $P'=\frac{2pP}{p+P}$, $p'=\sqrt{pP'}$ となりますソコデ此式の P と p とに代用するに前に得たる兩四角形の外周の數値を以てしますれば $P'=\frac{2\times4\times2{\cdot}8284271}{4+2{\cdot}8284271}=3{\cdot}3137085$, $P'=\sqrt{2{\cdot}8284271\times3{\cdot}3137085}=3{\cdot}0614675$ を得ます是れ前の圓の外切正八角形と內切正八角形との外周の數値であります次に又 $P'=\frac{2pP}{p+P}$, $p'=\sqrt{pP'}$ の兩式に於て $P=3{\cdot}3137085$, $p=3{\cdot}0614675$ と致しますれば前と同じ圓の外切正十六角形と內切正十六角形との外周の數値を得るでありませう逐て斯の如く次第に二倍の邊數を有する外切正直線形と內切正直線形との外周の數値を求めますれば左の表の如きものを得ます

邊數	外切形の外周	內切形の外周
4	4·0000000	2·8284271
8	3·3137085	3·0614675
16	3·1825979	3·1214452
32	3·1517249	3·1365485
64	3·1441184	3·1403312
128	3·1422236	3·1412773
256	3·1417504	3·1415138
512	3·1416321	3·1415729
1024	3·1416025	3·1415877
2048	3·1415951	3·1415914
4096	3·1415933	3·1415923
8192	3·1415928	3·1415925
16384	3·1415927	3·1415926
32768	3·1415926	3·1415926

倍又圓周ハ正直線形の邊數の極めて多きものと見做すとが出來ます故圓周ハ其外切正直線形の外周より小にして內切正直線形の外周より大なるとそ定義第十八によりて明かでありませう因て圓周の數値ハ其外切正直線形の外周の數値より小にして內切正直線形の外周の數値より大でありませううして右の表を見まするに三万二千七百六十八の邊數ある外切正直線形の外周の數値と內切正直線形の外周の數値とを小數七位迄求めますれば何れも 3·1415926 でありますす因て圓徑を數基即ち 1 と致したるときの圓周の數値即ち圓周率は小數七位迄を取りますれば

3·1415926 でなければなりますまい

又前の方法に於ては初め四角形の外周の數値を求めましたが是は何角形より初めますするも更に差支へはありますまいされども五角形、七角形、八角形等の外周の數値を初めより求むるは甚だ困難でありますゆゑに四角形より初めましたのでありますﾞ併し内切正六角形の一邊は半徑に等しと申すとは幾何學の理によりて容易く分ります(作法第二十六と同第三十とを御參考あらば分りませう)故に内切正六角形より初めても宜しう御座いますソコデ此内切正六角形より初めますれば圓徑を1と致しますゆゑ其内切正六角形の一邊は $\frac{1}{2}$ でありますゆゑ又此處の定義の第十一の $S=\frac{2rs}{\sqrt{4r^2-s^2}}$ なる式に於て $2r=1,\ s=\frac{1}{2}$ と致しますれば $S=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=0·5773527$ となります是れ即ち外切正六角形の一邊の數値であります因て前の内切正六角形の外周の數値は $\frac{1}{2}\times6=3$ にして同圓の外切正六角形の外周の數値は $0·5773527\times6=3·4641162$ であります次に前の第一法に於て得たる兩式 $P'=\frac{2pP}{p+P},\ p'=\sqrt{pP'}$ に於て $P=3·4641162,\ p=3$ と致しますれば $P'=\frac{2\times3\times3·4641162}{3+3·4641162}=3·2153966,\ p'=\sqrt{3\times3·2153966}=3·1058316$ であります因て前と同じ圓の外切正十二角形の外周の數値は 3·2153966 にして同圓の内切正十二角形の外周の數値は 3·1058316 であります遂て斯の如く二倍の邊數を有する外切形と内切形との外周の數値を求めますれば遂には其兩數値の小數七位迄の所は何れも 3·1415926 となるでありませう因て前法の如く圓周率の値は小數七位迄の所にては 3·1415926 だと申すとが分りませう

第二法　第一法に於ては一圓の外切正直線形の外周の數値と同じ圓の内切正直線形の外周の數値とを求めましたが又其兩形の積の數値を求むるも圓周率の値を知るとが出來ますナゼと申すに圓の積の數値は其外切正直線形の積の數値より小にして同圓の内切正直線形の積の數値より大でありませう又圓積の數値は半徑の二乘羃と圓周率との乘積に等

しうあります(此處の定義の第十五によりまして)故半徑を數基即ち1と致しますれば圓積の數値は圓周率の値と等しくなります因て半徑の數値を1と致しまして一圓の外切正直線形と同じ圓の內切正直線形との積の數値を求めますれば圓周率の値を知ることが出來ますソコデ先づ半徑の數値を1としまして外切正四角形の積の數値を求めまするに一邊の數値が2でありますゆゑ積の數値は4であります(此處の定義の第八によりまして)又其內切正四角形の積の數値は明かに2でありませう次に此處の定義の第十三の $a'=\sqrt{aA}$ 及び $A'=\frac{2a'A}{a'+A}$ なる兩式に於て $a=2$, $A=4$ と致しますれば $a'=\sqrt{8}=2·8284271$, $A'=\frac{2\times4\times2·8284271}{4+2·8284271}=3·3137085$ を得ます故に前と同じ圓の內切正八角形の積の數値は 2·8284271 にして同圓の外切正八角形にて其內切形と同じ邊數を有するもの丶積の數値は 3·3137085 でありますゆ次に又 $a'=\sqrt{aA}$, $A'=\frac{2a'A}{a'+A}$ の兩式に於て $a=2·8284271$, $A=3·3137085$ と致しますれば前と同じ圓の內切正十六角形の積の數値及び同圓の外切正十六角形の其內切形と同じ邊數を有するもの丶積の數値を求むることが出來るでありませう逐て斯の如く二倍の邊數を有する內切形と外切形との積の數値を求めますれば左の表の如くになります

邊數	外切形の積	內切形の積
4	4·0000000	2·0000000
8	3·3137085	2·8284271
16	3·1825979	3·0614675
32	3·1517249	3·1214452
64	3·1441184	3·1365485
128	3·1422236	3·1403312
256	3·1417504	3·1412773
512	3·1416321	3·1415138
1024	3·1416025	3·1415729
2048	3·1415951	3·1415877
4096	3·1415933	3·1415914
8192	3·1415928	3·1415923
16384	3·1415927	3·1415925
32768	3·1415926	3·1415926

因て半徑の數値を1とするときの圓積の數値即ち圓周率の値は小數七位迄にては 3·1415926 でありませう

又右の方法にても第一法に於けるが如く內切正六角形或は其他の直線形より初むるとも出來ますが四角形より初むるが最も便利でありませう

又右の表を第一法の表に比べまするど其數値が皆互に等しきとを發見するでありませう是は外切形に於てハ兩表の最初の段が相等しく內切形に於てゝ右の表の第二段が第一法の表の第一段と等しくして且つ第一法にて得たる兩式 $P'=\frac{2pP}{p+P}$, $p'=\sqrt{pP'}$ が定義の第十三の兩式 $A'=\frac{2a'A}{a'+A}$, $a'=\sqrt{aA}$ と各同じ形狀でありますゆゑ是非共等數にならねばなりませぬ

偖平面幾何學に關する御話しハ先づ是にて大尾に相成ました故左に雜問を少々差し上げまして御究を蒙むるとを致しませう尤も私の最初の考案にては引續きて立躰幾何學をも講ずる積りでありましたが平面幾何學のみにて豫想外に號數も相嵩み期限も永く成りました故一先づ是にて終講と申すとに致しました倘又立躰幾何學の講義に取りかゝりまする節ハ更に廣告仕るにより購讀諸君何卒惡からず御思召可被下候

雜問

第一　四角形ノ對邊ノ中央ヲ聯ヌル兩直線ト兩角線ノ中央ヲ聯ヌル直線トノ三線ハ皆同ジ一點ニ於テ交ハル其証ヲ問フ

第二　三角形ABCノ各邊上ニ平方形ABDE, ACFG, BCHKヲ作リ其隣角頭ヲ聯子テ三線EG KD FHヲ引ケバEGハBC邊ノ中央線ノ二倍ニ等シク且ツ之ト正交シDKハAC邊ノ中央線ノ二倍ニ等シク且ツ之ト正交シ又FHハAB邊ノ中央線ノ二倍ニ等シク且ツ之ト正交ス其証ヲ問フ

第三　三角形ABCノBC邊上ニテBDヲBCノ四分之一トナシAC邊上ニテCEヲACノ四分之一トナシAD BEヲ引キ其交點ヲ貫キテCヨリ一直線ヲ引キ出ダシテAB邊ニ會セシムレバ其會點ニテ分ルヽABノ兩分線ノ比ハ一ノ九ニ於ケル比ニ等シ其証ヲ問フ

第四　三角形ノ各角頭ヨリ對邊ヘ三等線ヲ引キ又形內ナル一點ヨリ前ノ

三等線ト平行ナル三直線ヲ引キ出ダシテ各邊ニ會セシムレバ其三線ノ和前ノ三等線ノ各ニ等シ其証ヲ問フ

第五　圓ノ外切等邊多角形ノ邊數奇數ナルモノハ其內角皆相等シク邊數偶數ナレバ否ラズ其証ヲ問フ

第六　圓ノ內切四角形ABCDノ角線ABハ圓心ヲ貫キ一角頭Dハ弧ADBノ中央ニアレバ其四角形ノ二倍ハ角線CDノ平方ニ等シ其証ヲ問フ

第七　三角形ノ各邊ヲ弦トシテ形內ニ向ヒテ缺圓ヲ作リ其圓周角ト對角トノ和ヲ兩直角ニ等シクスレバ三缺圓皆等圓ノ缺圓ニシテ其三弧一點ニ相會ス其証ヲ問フ

第八　圓周上ナル一點ヲ圓心トシテ任意ノ圓周ヲ作リ原圓トABニ於テ交ハラシメBヨリ新圓ノ半徑ニ等シキ弦BDヲ新圓ノ內ニ作リADヲ引長シテ原圓トQニ於テ會セシムレバDQハ原圓ノ半徑ニ等シ其証ヲ問フ

第九　鋭角三角形ノ一角頭ヨリ對邊ヘ垂線ヲ引キテ原形ヲ兩分形トナシ其各分形ノ內ニ各內切圓ヲ作リ又他ノ兩角頭ヨリ前ノ如ク垂線ヲ引キテ前ノ如ク內切圓ヲ作ルトキハ得ル所ノ六圓ノ圓徑ト三邊トヲ悉ク加ヘタル和ハ三垂線ノ和ノ二倍ニ等シ其証ヲ問フ

第十　三圓中各兩圓ノ公切線ノ相會スル所ハ三點皆一直線上ニアリ其証ヲ問フ

第十一　兩圓ノ交點Aヲ貫キテ一線BACヲ引キ圓周トBCニ於テ交ハラシメBCヲ圓心トシテ兩圓ノ一ト正交スル兩圓周ヲ作リ又BCヲ圓徑トシテ圓周ヲ作レバ此三圓周一點ニ相會ス其証ヲ問フ

第十二　兩交圓ノ割線ABCDEヲ引キテ一圓周トADニ於テ交ハラシメ他ノ圓周トBEニ於テ交ハラシメ且ツ兩圓ノ通弦トCニ於テ交ハラシムルトキハ$BD^2 : AE^2 :: BC \cdot CD : AC \cdot CE$ナリ其証ヲ問フ

第十三　圓ノ內切四角形ノ兩對邊ヲ引長シテ會セシメ其兩會點ノ間ニ直線ヲ引キ之ヲ圓徑トシテ一圓ヲ作レバ此圓原圓ト正交ス其証ヲ問フ

第十四　圓外ナル一點Aヨリ出ヅル兩切線AB ACノ中央ヲ聯ヌル直線上ナル一點Rヨリ切線ヲ引キ出ダセバ此切線ハARニ等シ其証ヲ問フ

第十五　定三角形ノ一底角頭ヲ貫キ且ツ對邊ト平行スル直線上ノ一定點ヲ貫ク直線ヲ引キテ原形ト等積ニシテ頂角ヲ共ニスル三角形ヲ作ル法如何

第十六　定點ヲ貫ク直線ヲ引キテ定三角形ノ一邊及ビ他ノ一邊ノ引長線ト會セシメ以テ本形ト等積ナル三角形ヲ作ル法如何

第十七　左ニ掲グル所ノモノヲ定メテ三角形ヲ作ルベシ

第一　頂角ト兩邊ノ和ト頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ニテ分ル、底ノ兩分線ノ差

第二　頂角ト兩邊ノ差ト頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ニテ分ル、底ノ兩分線ノ差

第三　頂角ト兩邊ノ和ト頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ニテ分ル、底ノ兩分線ノ比

第四　頂角ト兩邊ノ差ト頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ニテ分ル、底ノ兩分線ノ比

第五　兩邊ノ和ト兩底角ノ差ト頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ニテ分ル、底ノ兩分線ノ差

第十八　圓心ヲ共ニスル三圓周上ニ角頭ヲ置キテ定三角形ト相似ノ三角形ヲ作ル法如何

第十九　定角內ナル定點ヲ貫キテ兩角邊ニ止マル直線ヲ引キ定點ニテ分ル、兩分線ノ直方形ヲ定平方形ト等積ニナスノ法如何

第二十　左ノ如キ圓周ヲ作ルベシ

第一　兩定圓周ヲ平分シ定點ヲ貫ク圓周

第二　相等シキ三定圓周ヲ平分スル圓周

第三　不等ナル三定圓周ヲ平分スル圓周

第二十一　兩定點ヲ貫ク兩直線ト定線ニ平行スル直線トヲ以テ定圓內ニ內切三角形ヲ作ル法如何

第二十二　三定點ヲ貫ク所ノ三直線ヲ以テ定圓內ニ內切三角形ヲ作ル法如何

第二十三　兩定直線ニ到ル兩垂線ノ和ノ最小ナル一點及ビ最大ナル一點ヲ定圓周上ニ發見スベシ

第二十四　定點Oヨリ任意ノ方向ニ直線OPヲ引キ定線トPニ交ハラシメOP線上ニ一點Qヲ設ケOPノOQニ於ケル比ヲ定比ニ等シカラシムルトキハQノ蹤跡如何

第二十五　定點Oヨリ任意ノ方向ニ直線OPヲ引キ出ダシテ定圓周トPニ於テ會セシメOP線上ニ一點Qヲ設ケOQノOPニ於ケル比ヲ定比ニ等シカラシムルトキハQノ蹤跡如何

第二十六　定點Oヨリ任意ノ方向ニ直線OAヲ引キ出ダシ定線MNトAニ於テ交ハラシメOA線上ニ一點Pヲ設ケテOA OPノ直方形ヲ定平方形ニ等シカラシムルトキハPノ蹤跡如何

第二十七　定圓周上ナル定點Oヲ貫キテ任意ノ方向ニ割線OAヲ引キ其圓周ト交ハル所ヲAトシ其割線上ニ一點Pヲ設ケテOP OAノ直方形ヲ定平方形ニ等シカラシムルトキハPノ蹤跡如何

第二十八　兩定線ニ到ル兩垂線ノ比一定不易ナル點ノ蹤跡ヲ發見スベシ

第二十九　定圓內ナル任意ノ弦ノ兩分線ノ比一定不易ナルトキハ其分點ノ蹤跡如何

第三十　定點上ナル四定點ABCDヘ四直線ヲ引クトキABトCDトノ等角ヲ開クベキ一點ノ蹤跡ヲ問フ

第三十一　有限ノ定直線ヲ底邊トナシ兩邊ノ比ヲ定比ニ等シクスル三角形ノ頂角頭ノ蹤跡ヲ問フ

第三十二　三角形ノ三邊ノ數値13 14 15ナルモノハ鋭角三角形ナリ其証ヲ

問フ又此場合ニ於テ各邊ノ中央線ノ數値及ビ各角頭ヨリ對邊ニ到ル垂線ノ數値ヲ發見スベシ

第三十三　三角形ノ三邊ノ數値8 11 15ナルモノハ鈍角三角形ナリ其証ヲ問フ

第三十四　三角形ノ三邊ノ數値3 4 5ナルモノハ直角三角形ナリ其証ヲ問フ

第三十五　三角形ノ三邊ノ數値 $m^2+n^2,\ m^2-n^2,\ 2mn$ ナルモノハ直角三角形ナリ其証ヲ問フ

第三十六　三角形ノ底ABヲDニ於テ分チテ $mAD=nBD$ トナストキハ $m\overline{AC}^2+n\overline{BC}^2=m\overline{AD}^2+n\overline{DB}^2+(m+n)\overline{CD}^2$ ナリ其証ヲ問フ

第三十七　三角形ノ底ABノ引長線上ニ一點Dヲ設ケテ $mAD=nDB$ トナストキハ $m\overline{AC}^2-n\overline{BC}^2=m\overline{AD}^2-n\overline{DB}^2+(m-n)\overline{CD}^2$ ナリ其証ヲ問フ

第三十八　直角三角形ノ兩邊ノ數値ヲa bトシ直角頭ヨリ弦ニ到ル垂線

ノ數値ヲpトスレバ $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{p^2}$ ナリ其証ヲ問フ

第三十九　三角形ノ三邊ノ數値ヲa b cトシ其和ノ半ヲsトスレバ內切圓ノ切點ヨリ各角頭ニ到ル直線ノ數値ハ $s-a,\ s-b,\ s-c$ ナリ其証ヲ問フ

第四十　三角形ノ三邊ノ數値ヲa b cトシ其和ノ半ヲsトシ又積ノ數値ヲAトシ內切圓ノ半徑ノ數値ヲrトシ外切圓ノ半徑ノ數値ヲRトシaヲ數値トスル邊ニ切スル邊外切圓ノ半徑ノ數値ヲr'トシbヲ數値トスル邊ニ切スル邊外切圓ノ半徑ノ數値ヲr''トシcヲ數値トスル邊ニ切スル邊外切圓ノ半徑ノ數値ヲr'''トスレバ左ノ如キ式ヲ得

第一　$rr'=(s-b)(s-c)$　　第二　$A=rs=r'(s-a)$

第三　$A^2=s(s-a)(s-b)(s-c)=rr'r''r'''$　　第四　$r'+r''+r'''=4R+r$

第五　$\frac{1}{r}=\frac{1}{r'}+\frac{1}{r''}+\frac{1}{r'''}$　　第六　$r'r''+r''r'''+r'''r'=s^2$

第四十一　三角形ノ內切圓ノ圓心ニ於テ互ニ切シ且ツ各邊外切圓ニ切スル兩圓ノ半徑ノ數値ヲρ ρ'トシ內切圓ノ半徑ノ數値ヲrトスレバ $\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}=\frac{2}{r}$

ナリ其証ヲ問フ

第四十二　正多角形ノ邊數ヲnトスレバ其外周或ハ形内ナル一點ヨリ各邊ニ到ル乘垂線ノ和ハ内切圓ノ半徑ノn倍ニ等シ其証ヲ問フ

第四十三　正多角形ノ邊數ヲnトシ其外切圓ノ半徑ヲRトシ又其圓心ト任意ノ一點Pトヲ聯ヌル直線ヲR′トスル片ハPヨリ正多角形ノ各角頭ニ到ル乘線ノ平方ノ和ハ$n(R^2+R'^2)$ニ等シ其証ヲ問フ又P點外切圓ノ圓周上ニアル片ハ如何ニ變ズベキヤ

第四十四　三角形ABCノ∠A及ビ其外角ノ平分線ノBCト會スル處ヲ各D　D′トシ∠B及ビ其外角ノ平分線ノACト會スル處ヲ各E　E′トシ∠C及ビ其外角ノ平分線ノABト會スル處ヲ各F　F′トシテBC　AC　AB　DD′　EE′　FF′ノ數値ヲ順次ニa　b　c　d　e　fトスレバ$d=\frac{2abc}{b^2-c^2}$, $\frac{1}{d}+\frac{1}{e}+\frac{1}{f}=0$, $\frac{a^2}{d}+\frac{b^2}{e}+\frac{c^2}{f}=0$ナル三式ヲ得其証ヲ問フ

第四十五　相等シキ圓心角ヲ有スル兩圓分ノ弧ノ比ハ兩半徑ノ比ニ等シク其積ノ比ハ兩半徑ノ平方ノ比ニ等シ其証ヲ問フ

第四十六　圓分ノ積ノ數値ハ其弧ノ數値ト半徑ノ數値トノ乘積ノ半ニ等シ其証ヲ問フ

第四十七　三角形ABCノ各角頭A　B　Cヨリ形内ナル一點Oニ於テ相會スル三直線ヲ引キ對邊ニ會セシメ其會點ヲ順次ニA′　B′　C′トスレバ三比OA′:AA′, OB′:BB′, OC′:CC′ノ和及ビ三比BA′:A′C, CB′:B′A, AC′:C′Bノ乘積ハ何レモ一個ナリ其証ヲ問フ

第四十八　a　b　c　dヲ以テ一圓ノ内切四角形ノ各邊ノ數値トシsヲ以テ其和ノ半トスレバ内切四角形ノ積ノ數値ハ$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ナリ其証ヲ同フ

第四十九　Rトrトヲ以テ邊數nナル正多角形ノ外切圓ト内切圓トノ半徑ノ數値トシR′トr'トヲ以テ邊數$2n$ナル正多角形ノ外切圓ト内切圓トノ半徑ノ數値トスレバ$R'=\sqrt{rR}$, $r'=\sqrt{\frac{r(r+R)}{2}}$ナリ其証ヲ問フ

第五十　三角形ABCノ内切圓ノ圓心ヲOトシBC AC AB OA OB OCノ數値ヲ順次ニa b c d e fトスレバ$\frac{d^2}{bc}+\frac{e^2}{ca}+\frac{b^2}{ab}=1$ナリ其証ヲ問フ

質問答義

丸川龜之助

其一　幾何學にて用ふる相似形の符號∽、圓の符號⊙、等角形の符號∠∠、の英語を問ふ

答　每々符號の名稱を御尋ねになりますが是等の符號は人により或は用ひ或ゐ用ひざるものにて一定の名稱はありませぬ唯∽は「シミラル」(即ち相似)なる語の代り⊙は「サークル」(即ち圓)の代り∠∠は「エクイアングラー」(即ち等角)なる語の代りに用ふるのみであります故に名稱の如きは何とでも御付なされて宜しう御座りませう

其二　相似形と等角形との區別を問ふ

答　相似形とは講義錄第十四號の界說第六十七にて申し上げたる如く等角にして其等角の兩邊が順次に比例する兩形の事であります又等角形と申せば兩形が單に等角なるのみでありますす故に其異なる處あるを

は明かでありませう

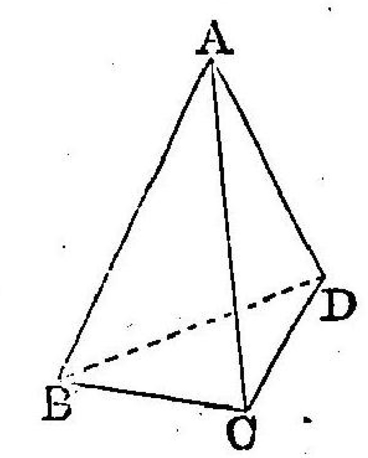
其三　純正幾何學とは如何なるものに候哉

答　斯る名稱は是迄聞及びませぬ故シカとは申し上げ兼ます且譯語は人によりて異なります故尚更御答が出來ませぬ併し其用處に就いて御推察を下さば自ら分らうと存じます

其四　例を擧げて定義と界說との區別を御說明被下度候

答　前にも申し上げました如く譯語は人によりて異なりますが私の講義にては英の「セオレム」と申す語を定義と譯し其「デフィニション」と申す語を界說と譯しましたソコデ私の譯し方によりますれば界說と申すは論ずへき物の名稱を定め且其意義を解釋するものであります故に一例を擧げますれば(三直線ヲ以テ圍ミタル直線形ヲ三角形ト云フ)と申すの類であります又定義と申すは論ずべき物に具はる所の理であります例を擧げますれば(三角形ノ二邊ノ和ハ他ノ一邊ヨリ大ナリ)とか或は(三角形ノ二邊相等シケレバ其對角亦相等シ)と申すの類であります

其五



上圖の躰積を示すにA－BCDの如く記すれども之を何と口誦致し候哉又符號－は英語にて何と申し候哉

答　口誦は何とでも御勝手にて宜しからん又－は文法上の符號にて英語にて「ダッシ」と申すものでありませう

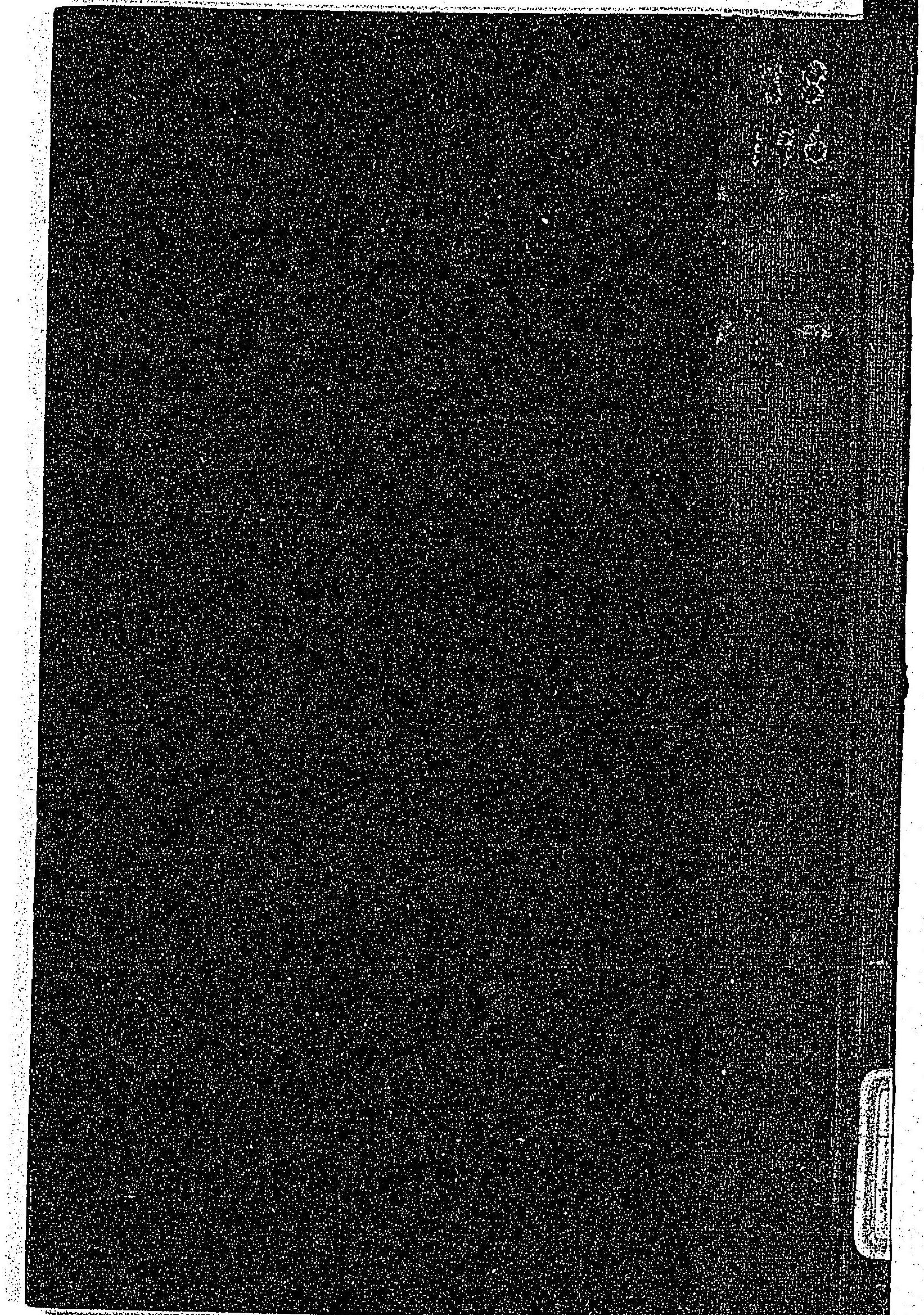
御質問の義尙澤山有之候へ共講義結了候に付餘の答案は逐次質疑者へ宛郵送可仕候

第十五號正誤表

頁	行	誤	正
四	十三	(定義第二十二	(總論の定義第二十二
六	二	GE平行とに	GEと平行に
六十三	一	直形	直線

第十六號正誤表

一	十	(何れも總論の定	(何れも定
八	四	三點GDE	三點GDF
二十七	十二	第二	第三
二十八	二	第五	第六
二十九	十一	積ノ數基ハ	積ノ數値ハ
同	十三	第六	第七
三十	七	同	同
三十二	圖	A'とNとの間に直線あるべし	
同	十	$=4rS^2$	$=4r^2S^2$
三十五	四	$S'^2=S\times\frac{\Sigma}{2}=\frac{1}{2}sS'$	$s'^2=s\times\frac{S'}{2}=\frac{1}{2}sS'$
三十六	九	LO:B'O::LL':L'B'	LO:B'O::L'A:L'B'
三十九	三	でありますそして	であります(此處の定義の第九によりまして)そして
四十	十二	第十一の	第十の
四十一	十一	第十二の	第十一の
四十二	三	$P'=\sqrt{2\cdot8284271}\times$	$p'=\sqrt{2\cdot8284271}\times$
四十四	九	第十一	第十
同	十三	前の第一法に	前に
四十六	八	第十三の	第十二の
四十八	七	同	同
五十	五	四角形ABCD	四角形ACBD
五十九	十	同フ	問フ
六十	二	$+\frac{b^2}{ab}$	$+\frac{f^2}{ab}$



38
196

[illegible]9.11