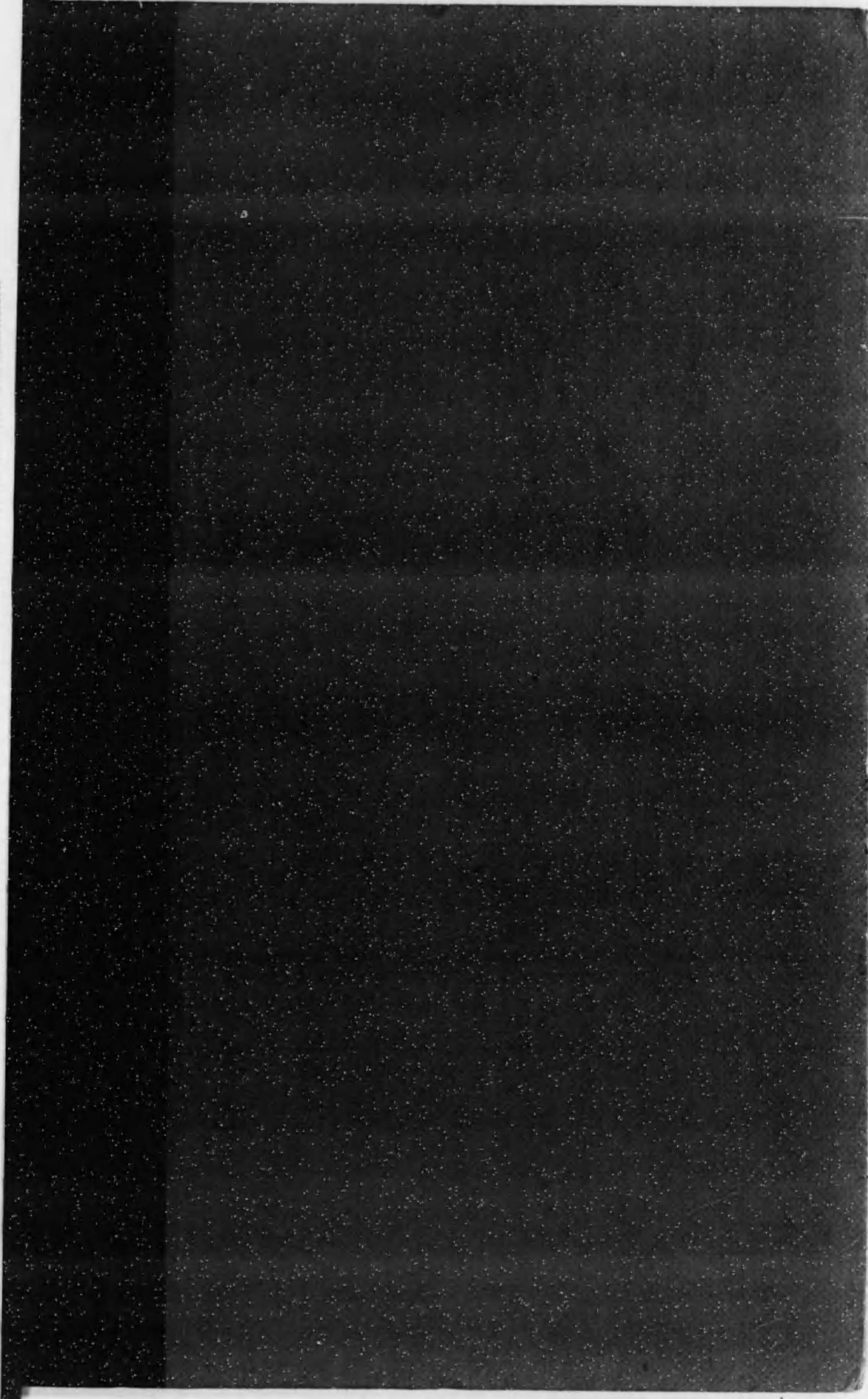
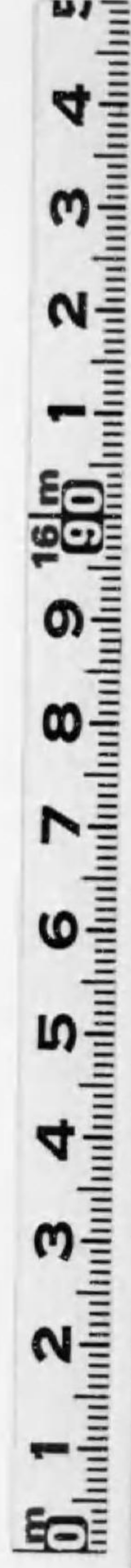




始



507

160

早稻田大學出版部藏版

水

力

學

工學博士 沖巖 著

大正  
13. 3. 17  
丙交

## 緒 言

水力學の事を英語にて Hydraulics と云ふ。此語は元希臘の「水を流す管」と云ふ語から出来たのである。夫れが今日ではもつと廣い意味になりて水の運動や力に關する工學上の總ての問題を包含する様になつたのである。永い間幼稚であつた所の水力學も近年幾分精密の度を増し又一方に於て餘りに數學的なりし流體力學も追々實際問題を取扱ふ様になりて兩者は著しく接近し來りたるの觀あり。

本書は題して水力學と云ひ普通の水力學を幾分正確に記述した積りである。但し流體力學の知識を要する所は成可く避けたからして根本理論に於ては尙説明不充分なる點少なからず。之れは

何れ稿を更めて實用的の流體力學の書となす積りである。又水力機械に關する部分も別に一書を作る考へである。

本書を著はすに當りては先輩知己の援助を辱ふし又内外の書籍雜誌より多數の圖及び表を借用せり。茲に深厚なる謝意を表す。

大正十二年十二月

著 者 記 す

## 目 次

### 第一章 水の物理學的性質

1. 流體の定義 ..... 1
- ✓ 2. 水の重さ ..... 2
- ✓ 3. 水の壓縮率 ..... 4
4. 水蒸汽の張力 ..... 5
5. 水の瓦斯吸收力 ..... 6
6. 凝聚力 附着力 毛細管引力 ..... 9
7. 粘性 ..... 13

### 第二章 靜止せる水の平衡

- ✓ 8. 壓力 ..... 17
9. 壓力計 ..... 18
10. 擴大壓力計 ..... 23
11. 大氣壓 工學氣壓 ..... 25
12. 壓力に關する法則二つ ..... 27
13. 平面板に働く靜水壓 ..... 30
14. 堰堤の形と其安定 ..... 33
15. 曲面上の水壓 ..... 35

16. 静水平衡の一般方程式 ..... 40  
 17. 回轉する水の表面 ..... 42  
 18. 回轉速度計 ..... 43

### 第三章 水の運動

19. 流體運動の二状態 ..... 47  
 20. 混亂流動 ..... 48  
 21. 平均水速 ..... 49  
 22. 連続の理 ..... 50  
 23. ベルヌーイの定理 ..... 52  
 24. ベルヌーイ定理の實驗的説明 ..... 55

### 第四章 孔 口

25. 小孔口 ..... 60  
 26. 水量調節器スバッシュモジュール ..... 64  
 27. 孔口に於ける水流收縮 ..... 65  
 28. 最小断面に於ける水速 ..... 68  
 29. ボルダの呑口 ..... 71  
 30. 孔口の外に圓管ある場合 ..... 74  
 31. 孔口の外に圓錐管ある場合 ..... 76  
 32. 鈴形呑口 ..... 77  
 33. 水槽中の水速の影響 ..... 78

34. 水槽水面降下の時間 ..... 80  
 35. 水中にある孔口 ..... 83

### 第五章 大孔口及び堰

36. 矩形大孔口 ..... 87  
 37. 圓形大孔口 ..... 89  
 38. 矩形堰 ..... 91  
 39. 矩形堰の流出公式 ..... 94  
 40. 三角堰 ..... 100  
 41. 堰の水面降下の時間 ..... 104  
 42. 量水器としての孔口及堰の比較 ..... 105  
 43. 量水器としての堰の設備 ..... 107  
 44. 水面を高くする爲めの堰 ..... 110  
 45. 水面下にある堰 ..... 111  
 46. 厚さ大なる堰 ..... 112  
 47. プーシネスクの理論 ..... 117

### 第六章 水力摩擦

48. レイノルズの研究 ..... 123  
 49. 極細き圓管中の流線運動 ..... 128  
 50. フロードの實驗 ..... 132  
 51. 水力摩擦に関する法則 ..... 135

52. 圓板摩擦	138
----------	-----

## 第七章 送水管の水頭損失

### I 圓管の摩擦水頭

53. 圓管及管路	146
✓54. 摩擦水頭の表はし方	148
55. レイノルズ型の公式	150
56. レイノルズの理論	152
✓57. 實用的公式	157
58. ピールの公式の由來	160
59. 諸公式の比較	162
60. 管の年齢と摩擦計數	164
61. 蛇管(ホース)の摩擦抵抗	165

### II 管路に於ける雜種の損失

62. 雜種の損失	166
63. 管の斷面積が緩徐なる變化をなす場合	167
64. 斷面積が急激に廣くなる場合	171
65. 斷面積が急激に小さくなる場合	174
66. 管路に孔のある隔壁を置いた場合	177

67. 管路にある瓣コック類	178
68. 管路屈曲に依る損失	180
69. 管路出口に於ける損失	186
70. 管路の總損失	188

## 第八章 管路に關する一般問題

### I 水量と水頭

71. 損失ある場合のベルヌーイ方程式	192
72. 水力傾線	192
73. 二の水槽を連結する管路	195
74. 長距離管路	199
75. 圓管の經濟的直徑	200
76. 數本の管路を併列に用ゆる事	202
77. 管路の集合點	205
78. 送水方法と水力傾線	208
79. サイフォン	208
80. 逆のサイフォン	213

### II 樣路に依る水の動力傳達

81. ポンプの廻轉數と馬力	214
82. 遠方にある水壓機に送水する場合の	

- 効率 ..... 216
83. 水壓機の馬力が最大なる場合 ..... 218
84. 嘴角の太さと最大馬力 ..... 219

## 第九章 溝渠

### I 水路に沿ふて水速一樣なる場合

85. 溝渠に於ける水頭損失 シエジーの  
公式 ..... 224
86. 流速係數 ..... 226

### II 水路の最良断面

87. 矩形の溝 ..... 229
88. 梯形の溝 ..... 231
89. 圓形の溝 ..... 233
90. 暗渠の断面形 ..... 235
91. 水速が水深に無關係なる断面形 ..... 236
92. 溝渠に於て適當なる水速 ..... 238

### III 水路に沿ふて水速一樣ならざる場合

93. 水面勾配の一般的方程式 ..... 241
94. 堰に依る水面の上昇 ..... 245

95. ボアレの方法 ..... 250
96. 水面曲線に關する種々なる問題 ..... 252

## 第十章 水速及び流水量の測定

97. 水速と流水量 ..... 258
98. ヴェンチュレーター ..... 259
99. 森式量水計 ..... 263
100. ビトー管 ..... 264
101. ビトー管の理論 ..... 265
102. ビトー管の實用型式 ..... 269
103. 圓管内の流體速度の分布 ..... 276
104. 流速計カーレントメーター ..... 283
105. 河川の流速曲線 ..... 285
106. 浮子 ..... 287
107. 河川の流水量測定 ..... 289
108. 河川の流量曲線 ..... 290

## 第十一章 噴出水の衝突力

109. 衝突の意義 ..... 296
110. 静止し居る平面に直角に衝突する所の  
ゼットの力 ..... 296
111. 平板が  $u$  の速度にてゼットと同方



- 向に動く場合……………299
112. 平板が引續きて無數に現はれ來る  
場合……………301
113. 静止して居る平板に斜に衝突する  
ゼットの力……………302
114. 静止せる彎曲面に働くゼットの力……………305
115. 彎曲面がゼットの方向に  $u$  の速さにて  
動く場合……………306
116. 絶對速度と關係速度……………309
117. ゼットの衝突に關する實驗結果……………310
118. 流體の運動量に關するオイラー方程  
式……………312
119. 水の運動量に關する例題……………318

## 第十二章 管路内水柱の運動

120. 水柱運動の一般方程式……………321
121. U字管内水柱の動搖……………322
122. 水槌……………324
123. 管路の終端にある制水瓣を等速度に  
て緩かに閉づる場合……………324
124. 管路末の瓣を急激に閉づる場合……………330

125. 管壁材料の弾性の影響……………334
126. 水壓波の傳播状態……………337
127. 急激に瓣を閉ぢる場合の實驗……………341
128. 管路末にある瓣を開く場合……………343
129. アリエビの理論……………347
130. 水槌計算の例題……………352
131. アリエビの略公式……………356

## 第十三章 流體運動の二三

132. 流體微分子の廻轉……………362
133. 水面に起る二種の渦卷……………365
134. 渦卷の強さ……………368
135. 流體中にある物體の周圍の流線……………370
- 索引……………377

# 水 力 學

## 第一章 水の物理學的性質

### 1. 流體の定義

我々が流體(Fluid)と名付ける所の物が静止状態に在る時は互に接觸する所のこの部分の間の境界面に沿ふては切りも無ければ従つて剪断も全く存在せぬのである。其流體に少しでも剪力が働けば必ず其所に運動が起る。而して其運動が極めて緩慢なる場合でも相當の時間が経てば遂に目立つ程の變形を遂げるのである。例へば静止せる一の器の中に粘り強い流體を注ぎ込めば初めは山の様な形をして居ても遂には重力の爲めに流れて平になり器の形に従ふなり。固體にありては然らず。外力が働いて形を變へ様としても剪断内力が起りて之れと平衡を保ち或程度以上の變形を妨げる。之れ流體と固體との異なる所である。

流體は液體(Liquid)と瓦斯體(Gas)とに分たれる。壓縮可能の程度で此二の區別を付けるなり。液體は壓力の働く事に依りて極めて僅か壓縮さる。水は代表的液體であり而して水力学は水に関する工學である。

我々は先づ本著述に必要な程度に於て水の物理學的性質を明確にせんとす。

## 2. 水の重さ

蒸溜したる水は攝氏4度に於て最大比重を有し1立方センチメートルの重さは1グラムなり。即ち1立方メートルは1000キログラムの重さあり。温度の上昇と共に水は膨張し比重減す。

-10°	.99815	60°	.9933
0°	.99987	70°	.9778
10°	.99973	80°	.9718
20°	.99823	90°	.9653
30°	.99567	100°	.9584
40°	.99224	150°	.9173
50°	.98807	200°	.8628

Ferschheimer "Hydraulik" 1914

又ギブソンの著書にはランキンの公式から計算して次の如き數を與へたり。

T	G	T	G	T	G
32	62.42	80	61.23	140	61.37
40	62.42	90	62.13	160	60.98
50	62.41	100	62.02	180	60.55
60	62.37	110	61.89	200	60.07
70	62.31	120	61.74	210	59.82

G=水の重さ キロ/立方呎。 T=温度華氏にて

寺田理學博士の「海の物理學」にては海水は大洋の中央に行く程重く又寒帯より熱帯の方重しと云へり。陸に近い所は雨水河水の流入に依りて鹽分少なく例へばバルチック海の海水は鹽分7.8%で又世界中鹽分の最大なるは紅海の40%なりと。而して大洋の中央では35%とすべしと云ふ。

水力學にては普通の温度に於て普通の水を

1立方メートルの重さ=1000キログラム  
(1リートル=1キログラム)

とす。即ち英國式にては

1立方呎の重さ=62.4ポンド

又英國では海水の重さを普通

1立方呎=64ポンド

とせり。即ち比重1.025に當る。

本書に於ては1立方メートル又1立方呎の水の重さをGと表はす事とす。

重量の單位。攝氏4度に於ける1リートルの蒸溜水が巴里にて重力( $g=9.806$  米/秒/秒)に働かれて居る時の力を以て力の單位とし之れを1キログラム重量( $kg$ )或は單に1キログラムと云ふ。而して物理學にては前記1リートルの水が1物理學質量單位を有すとせり。工學に於ては

$$\frac{1 \text{ キログラム重量}}{1 \text{ 單位加速度}} = 1 \text{ 單位質量}$$

と云ふ。即ち1リートの水の質量は $\frac{1}{g}$ 工學單位質量に當る又Gキログラムの水はG/g工學單位質量を有す。

我國にては寺田博士の地球物理學(大正四年)に依れば東京に於ける重力を海面に引直した價は

$$g = 9.79821 \text{ 米/秒/秒} = \text{大略} 9.80 \text{ 米/秒/秒}$$

なり。即ち $g = 32.15$ 呎/秒/秒となる。

### 3. 水の壓縮率 (Compressibility)

水は一般の物質と同様に外から壓力を受ければ容積小さくなる即ち壓縮可能なり。壓力 $p_1$ 氣壓の下に $V_1$ の容積を有する水が壓力 $p_2$ に高まりたる爲めに其容積が $V_2$ に縮まりたりとすれば壓縮率 $\beta$ は

$$\beta = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \frac{1}{p_2 - p_1} \quad (1)$$

を以て表はさる。即ち一氣壓の増加に依りて容積の縮まる割合なり。

アマガー氏 (Amagat) の研究に依れば水の $\beta \times 10^6$ の値下の如し。

壓力の範圍 氣壓にて	水の溫度 攝氏		
	0°	10°	20°
1-25	52.5	50.0	49.1
25-50	51.6	49.2	47.6
50-75	50.9	47.3	45.6
75-100	50.2	47.0	45.3
1-10)	51.1	48.3	46.8

此表で見ると $\beta$ の平均値は十萬分の五なり。即ち壓力が一氣壓増す毎に水は元の容積の十萬分の五丈縮まるなり。瓦斯體に比すれば水は非常に壓縮し難いが固體に比すれば尙壓縮され易いのである。例へば鋼にては $\beta = 0.68 \times 10^{-6}$ なる故水は鋼よりも70倍壓縮され易い。

水力學の普通の問題にては水の壓縮に依る容積の變化は全く考へるの必要なし。即ち壓力の變化ありても比重不變と見るなり。水の壓縮可能を考慮に取るは水中に於ける壓力の傳播速度を研究する如き特殊の場合に限らる。

依りて水力學に於ては或特別なる場合を除きて常に水を壓縮不可能即ち比重一定なりとして取扱ふ。

### 4. 水蒸汽の張力

水から發散する蒸汽は其時の溫度に對して夫々の壓力を有す。次ぎに多くの表を参照して大略の値を

示す。

温度攝氏にて	壓力 水銀柱ミリ	水柱メートル
0°	4.6	.0625
5	6.5	.0884
10	9.1	.1240
15	12.7	.1727
20	17.4	.2370
25	23.5	.3195

### 5. 水の瓦斯吸収力 (Absorption of Gas)

水は他の液體と同様に瓦斯を吸収する力あり。之れに關して一の法則あり。

ヘンリーの法則。一定の温度に於て單位容積の水に吸収される瓦斯の容積は其吸収さるべき瓦斯の壓力の下に計算して常に同一なり。云い換れば吸収されたる瓦斯の重さは其壓力に正比例す。

$v =$  吸収されたる瓦斯が水銀柱76センチメートルに相當する壓力の下に攝氏0°に於て有する容積。

$p =$  其吸収さるべき瓦斯の壓力を水銀柱の高さセンチメートルにて表はしたものの。

然る時は次の關係あり。

$$v = a \frac{p}{76} \quad (2)$$

$a =$  吸収係數にして  $p=76$  の時の  $v$  の値に等し。

温度は云ふ迄もなく 0°C なり。

例へば空氣中の酸素及窒素に就て云へば

$$\left. \begin{aligned} \text{酸素} \quad a_o &= 0.04115 - 0.00109t + 0.00002256t^2 \\ \text{窒素} \quad a_N &= 0.020346 - 0.0005388t + 0.00001115t^2 \end{aligned} \right\} (3)$$

ダルトン法則。混合瓦斯の壓力は其各瓦斯の壓力の和に等し。

例へば大氣の空氣の中には容積にて 0.2096 の酸素と 0.7904 の窒素あり故に各瓦斯の部分壓力は空氣の壓力  $P_L$  に對して

$$\text{酸素} \quad p_o = 0.2096 P_L$$

$$\text{窒素} \quad p_N = 0.7904 P_L$$

混合瓦斯の場合其各が水に吸収される容積は吸収される前に有して居る所の各瓦斯の壓力に正比例する理なり。依りて前記の  $p=76$  センチメートルに對する吸収係數  $a_o$  及び  $a_N$  (3) に依りて空氣全體としての吸収係數  $a_L$  を計算する事を得。即ち

$$a_L = 0.2096 a_o + 0.7904 a_N \quad (4)$$

吸収が温度  $t=0^\circ\text{C}$  に於て行はれるとすると

$$a_o = 0.04115 \quad \& \quad a_N = 0.020346$$

$$\therefore a_L = .008635 + .01651 = .024726$$

之れに依りて觀るに  $t=0^\circ\text{C}$  に於て水に吸収される空氣は酸素 34%、窒素 66% の容積割合なり。大氣の空氣

に比して酸素の割合が大きい。

ヘンリーの法則に依りて空氣の壓力が水銀柱の  $p$  センチメートルなる時は單位容積の水に吸収される空氣の容積を  $t=0^\circ\text{C}$ ,  $p=76\text{cm}$  に換算したる  $v$  は

$$v = .024726 \frac{p}{76} \quad (5)$$

なり。例へば  $t=15^\circ\text{C}$ ,  $p=750$  ミリに於て吸収されたる空氣の容積  $v$  は下の如し。

$t=15^\circ\text{C}$  に於ての  $a_0, a_N$  より  $a_L=0.017938$

を得。故に

$$v = 0.017938 \frac{75}{76}$$

又  $a_L=0.017938$  は溫度  $t=15^\circ\text{C}$  に於て 1 氣壓の下に吸収されたる空氣の容積を  $t=0^\circ\text{C}$  及  $p=1$  氣壓に換算したるものなり。此容積を  $t=15^\circ\text{C}$  にて計れば

$$a_L(15^\circ) = 0.017938 \times \frac{273+15}{273} = 0.018924$$

同じ溫度  $15^\circ\text{C}$  にて唯壓力が  $1/2$  氣壓に下りたとすれば其時に尙吸収されて残りて居る空氣の容積は  $1/2$  氣壓にて計算して矢張り  $a_L=0.0189$  なり。1 氣壓の下に吸収したる空氣の容積を  $1/2$  氣壓にて計算すれば等溫變化に依り  $2 \times 0.0189$  なり。依りて  $t=15^\circ\text{C}$ ,  $p=1/2$  氣壓になりたる時は

$$2 \times 0.0189 - 0.0189 = 0.0189$$

の空氣容積 ( $1/2$  氣壓にて計算して) が水から吐出される。

$p = \frac{1}{3}$  氣壓に下れば水の容積の 3.78% が吐出される理なり。

ポンプの吸込口とかサイホン管の最高點の如く低壓の所にては水中から空氣が吐出されて其所に蓄積する又水流が急激なる曲角を廻る所にては其後に低壓の空虛部(第68節)を生じ此所にも亦空氣が蓄積す。此様な空氣はポンプの吸上力を沮害したり又上に述べた如く酸素に富むの故を以て鐵管を腐蝕する事大なりと云ふ。(Prázil "Technische Hydrodynamik" より取る)。

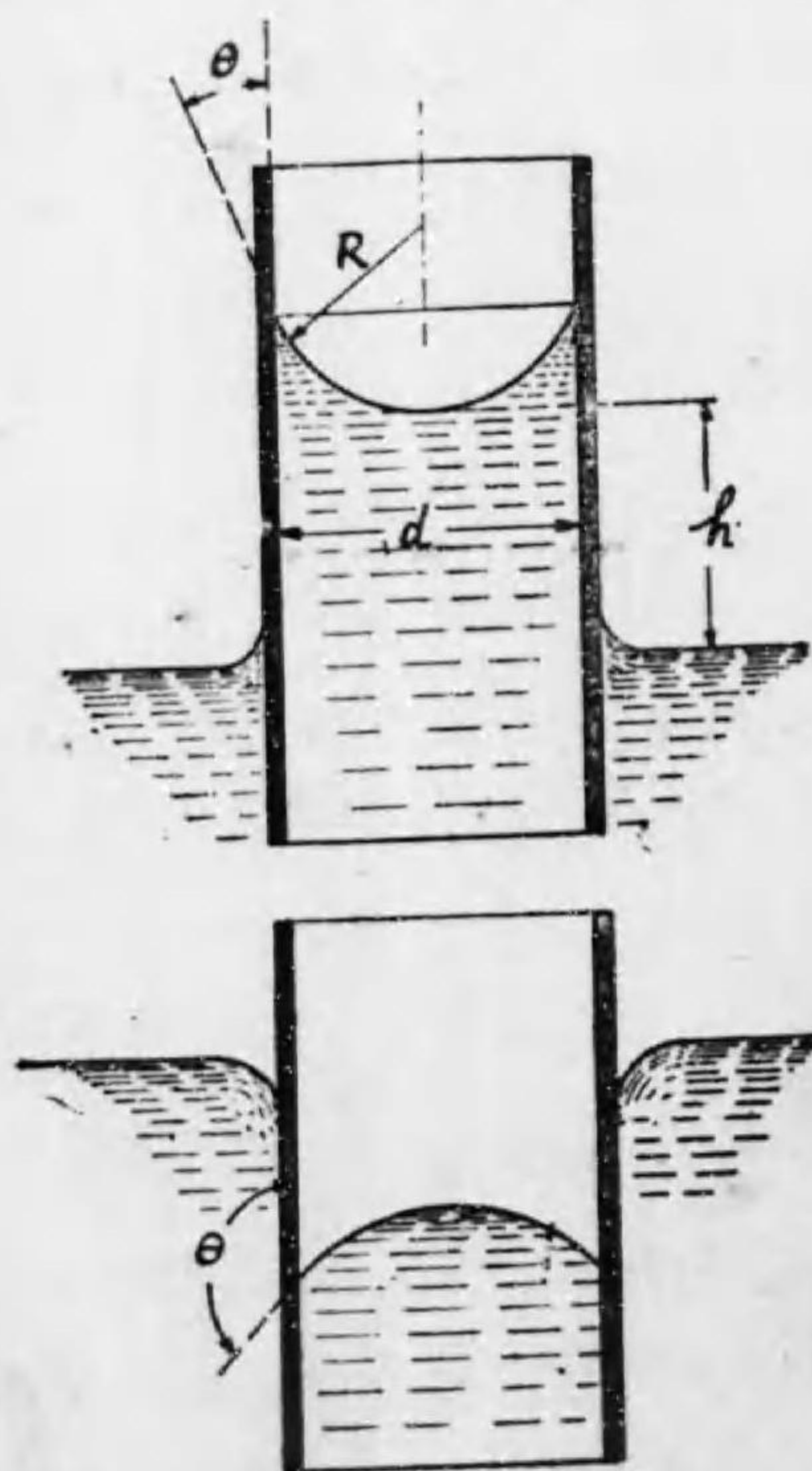
## 6. 凝聚力(Cohesion,) 附着力(Adhesion,) 毛細管引力(Capillarity)

凝聚力。固體或は液體に於て其相隣る微部分を引離さんとする時に起る抵抗力なり。固體の時には之を抗張力と云ふ。液體にては固體程大ならざれども矢張或抵抗力を有する理なり。液體の相隣る二の部分が一の平面を境として相接すると考へた時に其二の部分を境界平面に於て一齊に引離す爲には可なり大なる力を要するならんも普通は其様にして引離さるゝ事なく大抵一方から段々に引離さる。丁度紙を一方の縁から引裂くが如く僅少の力にて引離す事を得るなり。水力学の普通の問題に於ては凝聚力を考へる事なし。

附着力。液體が固體の表面に附着して離れざらんとする力なり。之れ亦固體の抗張力に比すれば極めて小なる力なり。水力學に於て此附着力を考へるは全く特種の場合にして水が鐵管の中を流れる時に管壁表面に於て水が這るか否かを考へたり又其他二三の小さな問題に就て起り來るのみなり。

毛細管引力。凝聚力は表面張力を生じ而して表面

第一圖



張力は附着力と相合して所謂毛細管引力を起す。硝子管を水の中に立てた時管中の水は外の水面より高く昇り其頂上に中凹の表面を造る水は硝子の表面を潤す故に硝子面と水面との接觸角 $\theta$ は鋭角となる。管の半径を $r$ として水面の曲率

徑を $R$ とす。簡單の爲に水面を球面と見たのである。此球面の單位面積に

$$p = K - \frac{2a}{R} \quad (6)$$

の壓力が働く。此式の導き方は大きな物理書に載せあり。茲に $K$ は外の水面に働く壓力。 $a$ は水の表面張力なり球面の一小部分 $\delta a$ に直角に $p\delta a$ の壓力働く。之れを垂直方向に分けたものは $p\delta a \cos\theta$ なる故垂直方向の總壓力は管の水平横断面 $\pi r^2$ に $p$ が働くと同様なり。而して此 $p$ が外の壓力より低き爲めに水柱が押し上げられ居るものなる故

$$\begin{aligned} Gh\pi r^2 &= (K - p)\pi r^2 \\ &= \frac{2a}{R} \pi r^2 \end{aligned}$$

然るに  $R\cos\theta = r = \frac{1}{2}d$ ,  $d$  = 管徑,  $G$  = 水の重さ

$$\therefore h = \frac{4a\cos\theta}{Gd} \quad (7)$$

水が細き管の中に在る時は角 $\theta$ 小なる故に $\cos\theta = 1$ と見て

$$h = \frac{4a}{Gd} \quad (8)$$

として宜ろし。

$hd$  をミリメートルにて計る。  $G = 1$  ミリグラム,  $a$  は表面上の直線の長さ1ミリメートルを境として引離すに抵抗する張力にして水の場合  $a = 7.2$  乃至  $8.3$  ミ

リグラムなり。式(8)に於て  $a=7.2$  として

$$h=4 \times \frac{7.2}{d} = \frac{28.8}{d} \text{ ミリメートル} \quad (9)$$

故に  $d=0.1$  ミリなれば  $h=288$  ミリなり。

・ 水が硝子管中にて

$d \approx \gamma=0.1$	1.0	5.0	10	20
$h \approx \gamma=288$	28.8	5.76	2.88	1.44 (寸)
	332	33.2	6.64	3.32
				1.66 に至る

キプソンの著書には

硝子管中に	角 $\theta$	表面張力 1 呎毎
水	$25^\circ 32'$	.005548 ポンド
水銀	$128^\circ 52'$	.03698 ポンド

として例へば水にては

$$h = \frac{4 \times .005548 \cos 25^\circ 32'}{62.4d} \text{ 呎単位}$$

$$= \frac{.04624}{d} \text{ 吋単位} \quad (10)$$

液体の柱の高さ  $h$  吋にて

	硝子管の内径 $d$ 吋					
	.06	.1	.15	.2	.25	.3
水 銀	.263	.158	.105	.079	.063	.053
水	.771	.462	.308	.231	.185	.154

之れ等は總て後に述べる所の水銀又は水マノメーターの誤差となるものなり。水銀の比重 13.6 なる故に水

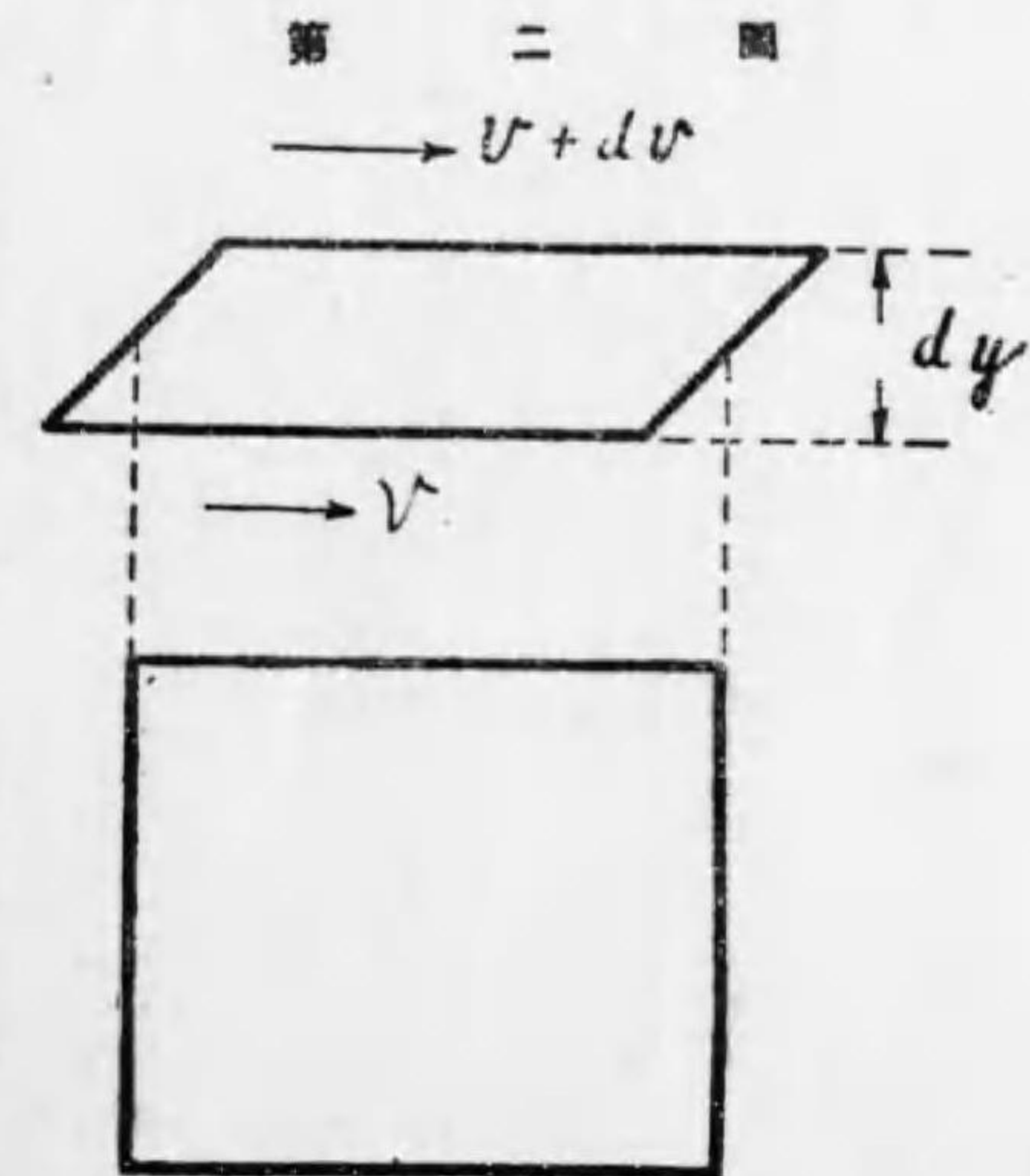
銀マノメーターにて計りたる水の高さは水マノメーターにて計りたる水の高さに對して 4.63 倍(但し方向相反す)の誤差ある事は上の表から分る。マノメーターに用ゆる硝子管は内径 0.3 吋より小さくては誤差が闊却出來ない程である。併し U 形管の場合は左右兩支管に同様の誤差があるから眞の誤差は小さくなる。

### 7. 粘性 (Viscosity)

液體の内て油や油等が粘る性質を有する事は誰れでも知り居るけれども水や空氣の如きものが亦粘性を有し而かも場合に依りては夫が非常な働を表はす事は普通の人の一吋氣の付かない事である。

一の薄い水の層が其上側の面と下側の面との間に速度の差を有する時

には此層は不絶剪斷力を受けるのである。此の層の厚さを  $dy$  とし上下の兩面間の速度の差を  $dv$  とすると同じ  $dy$  に對して





- 1,  $dv$  の大なる程大なる剪斷力を要す。
- 2,  $dv$  が同じでも液體が粘り強い程大なる剪斷力を有す。

前記の層の廣さを單位面積なりとして此面に働く剪斷力を  $f$  と書けば

$$f = \mu \frac{dv}{dy} \quad (11)$$

の關係あり。此所に  $\mu$  は粘性係數なり。

C. G. S 單位で表はせば速度  $v$  はセンチメートル/秒  
 $y$  はセンチメートル  $f$  はグラム/平方センチメートル  
 にして水に對する粘性係數  $\mu$  はポアソイユ (Poiseuille)  
 の實驗に依り

$$\mu = \frac{.0000181}{1 + .03368t + .000221t^2} \quad (12)$$

此所にもは溫度、攝氏にて。

又ポンド、呎、攝氏溫度にて表はせば

$$\mu = \frac{.00003716}{1 + .03368t + .000221t^2} \quad (13)$$

水の粘性係數 $\mu$			
溫度 C	ポンド/平方呎	グラム/平方センチ	キログラム/平方米
0	.00003716	.0000181	.000181
10	.0002735	.0000133	.000133
20	.0002109	.0000102	.000102
30	.0001635	.0000051	.000081
50	.0001150	.0000056	.000076

此表にて分かる如く水の粘性係數は溫度の高くなるに従つて小さくなる。然し其變化の度合は油の場合程大ならず。故に水は油の粘度を試験する時に標準液體として用ゐらる。

上記の式(11)は液體の粘性に就て明確な意義を表はせり。少しにても  $dv \geq 0$  ならば其所に剪斷力  $f$  が生ず即ち靜止せる或は平衡状態に在る液體にては粘力抵抗なし。或は云い換れば少しでも力を加へれば液體は必ず流動す。固體の場合は然らず外力の加はる事に依りて固體は或程度迄形を變へるけれども剪斷内力が其外力と釣合ふに至れば運動止まりて永く平衡状態を保つ。固體では一の層の兩面の間に關係變位ある丈で剪斷内力起り液體にては一の層の兩面間に關係速度ある時に粘力抵抗起る。更に言ひ換れば靜止したる状態に於て流體の或一小部分に働く壓力は其小部分の境界面に垂直に向ふて居る。之れは靜水力學に於て壓力計算上最大切なる事柄である。

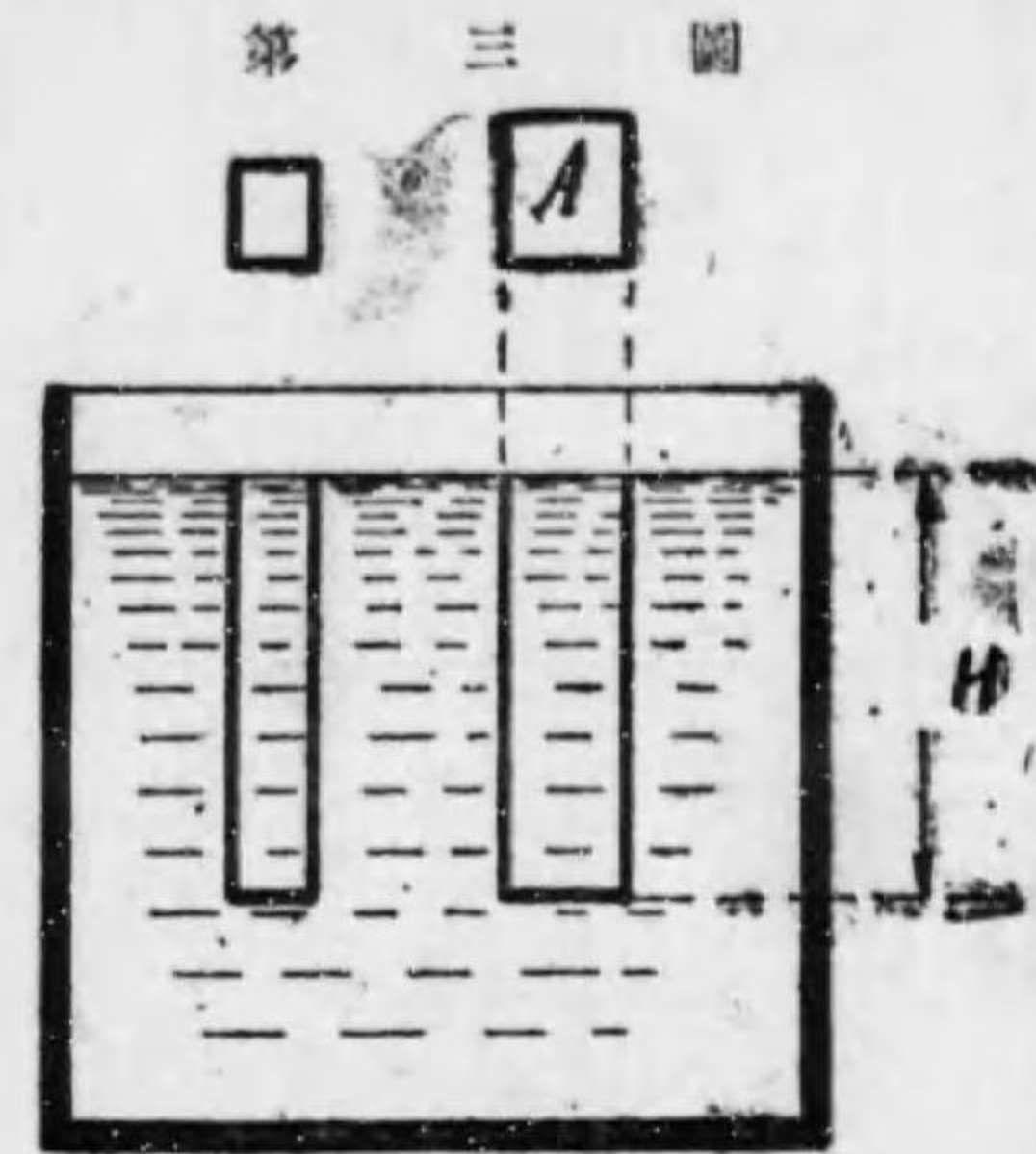
液體に限らず總て流體が規則立ちたる運動即ち流線運動をなして居る時に於てさへ運動を表はす數學式は大抵複雑のものとなりて之に粘性係數を入れて流動抵抗を計算する事は極めて簡単な場合の外は不可能である。況んや最普通に起る所の所謂混亂流動

の場合に在りては流體微分子の運動は全く不規則となりて到底計算にも圖示にも掛ける事は出來ないのである。依りて水力學では粘性が極めて大切な事項なるに拘らず。水の粘性係數を其儘計算に用ゆる事なく唯或形に於て $\mu$ を含む所の數値を用ゐて全體としての流動抵抗を表はす方法を取る。第56節に述べる所のレイノルズの抵抗法則の如きもの其一例なり。尙後に比較法則其他の章に於て粘性係數の用ゐ方を説明すべし。流體力學に於ては特別の場合の外は總て流體を粘性なく且壓縮不可能のものとして取扱ふ。之れを假想流體(Ideal fluid,)或は完全流體(Perfect fluid)と云ふ。靜止状態に平衡を保てる水は粘性が其作用を現はさぬからして此場合には水を完全流體と同様に考へて壓力其他の計算をなす事を得。

## 第二章 靜止せる水の平衡

### 8. 壓力

一の器の中に靜止して居る水の表面は重力の方向に直角なり。之を水平面と云ふ。若し表面の一部が他の部よりも高いときは表面に於ける切線方向に重力の分力が働いて高い部分を低い方に押遣り位置の勢力は運動の勢力に變り表面の動搖起る。



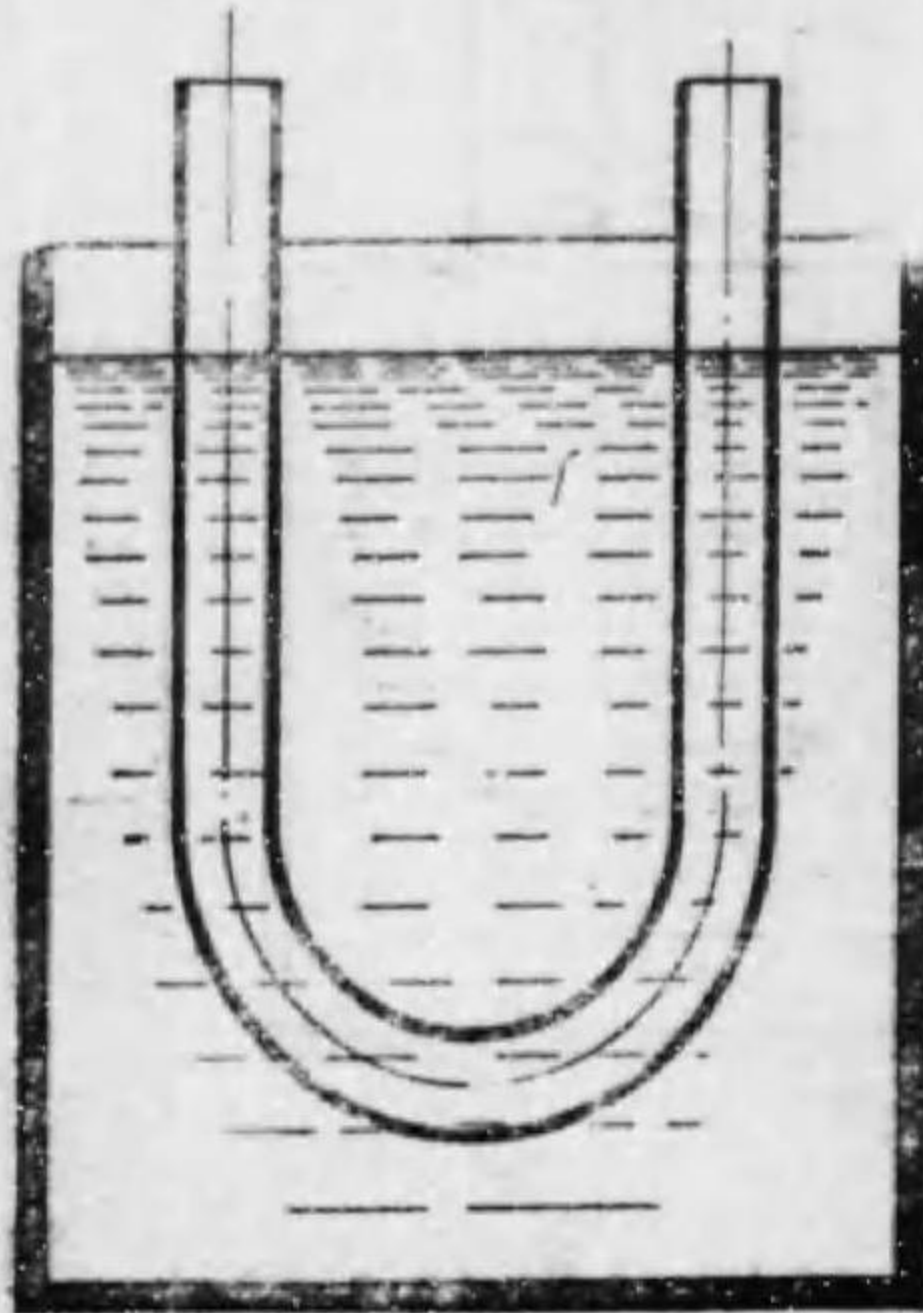
然し水の粘力抵抗の爲めに勢力は漸次消耗されて運動は遂に止り表面は水平となる。

前記の器に於て靜止せる水の表面から $H$ メートルの深さに達する垂直の筒を想像せよ。筒は上から下迄一樣なる水平斷面積 $A$ 平方メートルを有すとす。此筒柱を支ふるに要する力を考へて見る。此の場合水は靜止して平衡状態に在るから粘力に依る抵抗即摩擦力の如きものは全然存在しない。故に筒柱の側面に沿ては何等の切線力働かず即筒柱を支へる力と

しては唯筒の底面に於て上方に向ふ水の力  $P$  キログラムあるのみなり。

筒柱の容積は  $AH$  立方メートル其の水の重量  $GAH$  キログラムなり。依りて

第 四 圖



$$P = GAH$$

底面に於ける平均の水の力は

$$p = \frac{P}{A} = GH \quad \text{キログラム / 平方メートル} \quad (14)$$

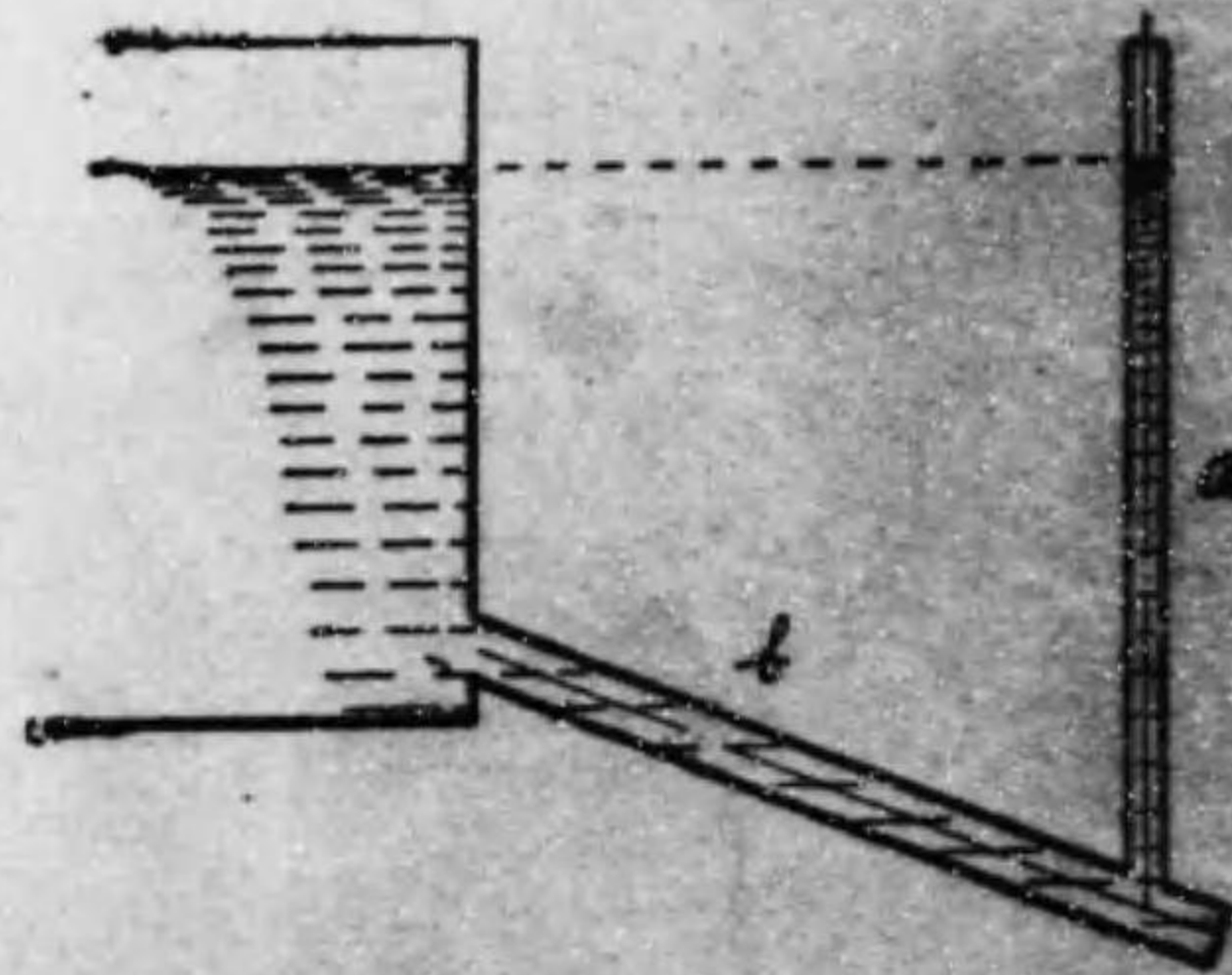
而して  $p$  の値は筒の断面積  $A$  に無関係なり。  $p$  を深さ  $H$  メートルに於ける静水壓力と云ふ。静水壓力は深さに

に正比例す。従つて同じ深さに於ては同じ値を有す。  $p$  は壓力の強さを表はし  $P$  は  $A$  面上の總壓力なり。

### 9. 壓力計

U字管に水を入れると水は兩支管に同じ高さ迄達

第 五 圖



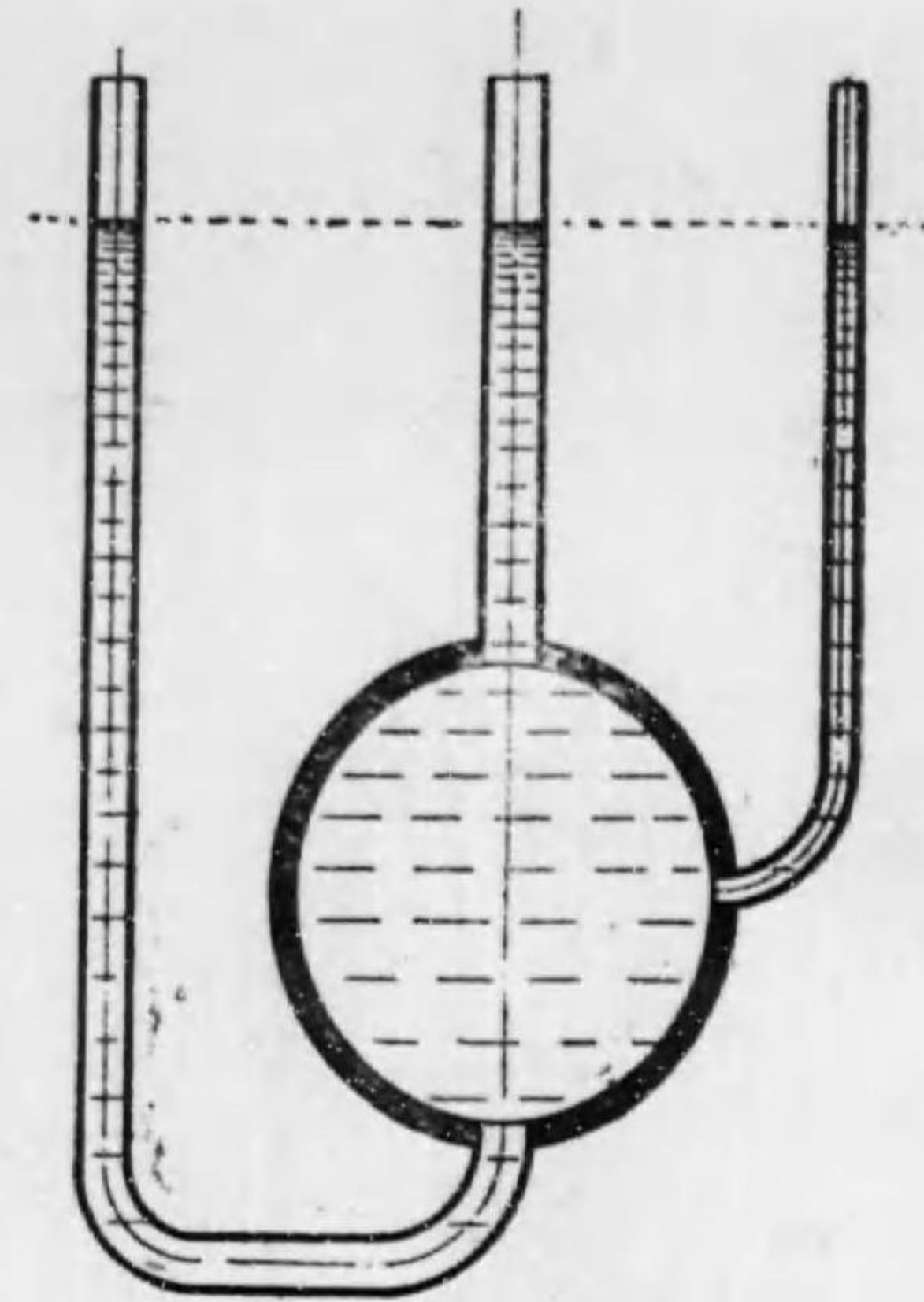
して止まると云ふ事を證明するには前に述べた器の中の水から丁度 U字管に相當する部分を其儘抜取りたと見ても宜し。

U字管の支管の一方が擴大して大きな水溜めであつたとすると第五圖の如くなりて非常に遠方にある水溜の水面の高さを

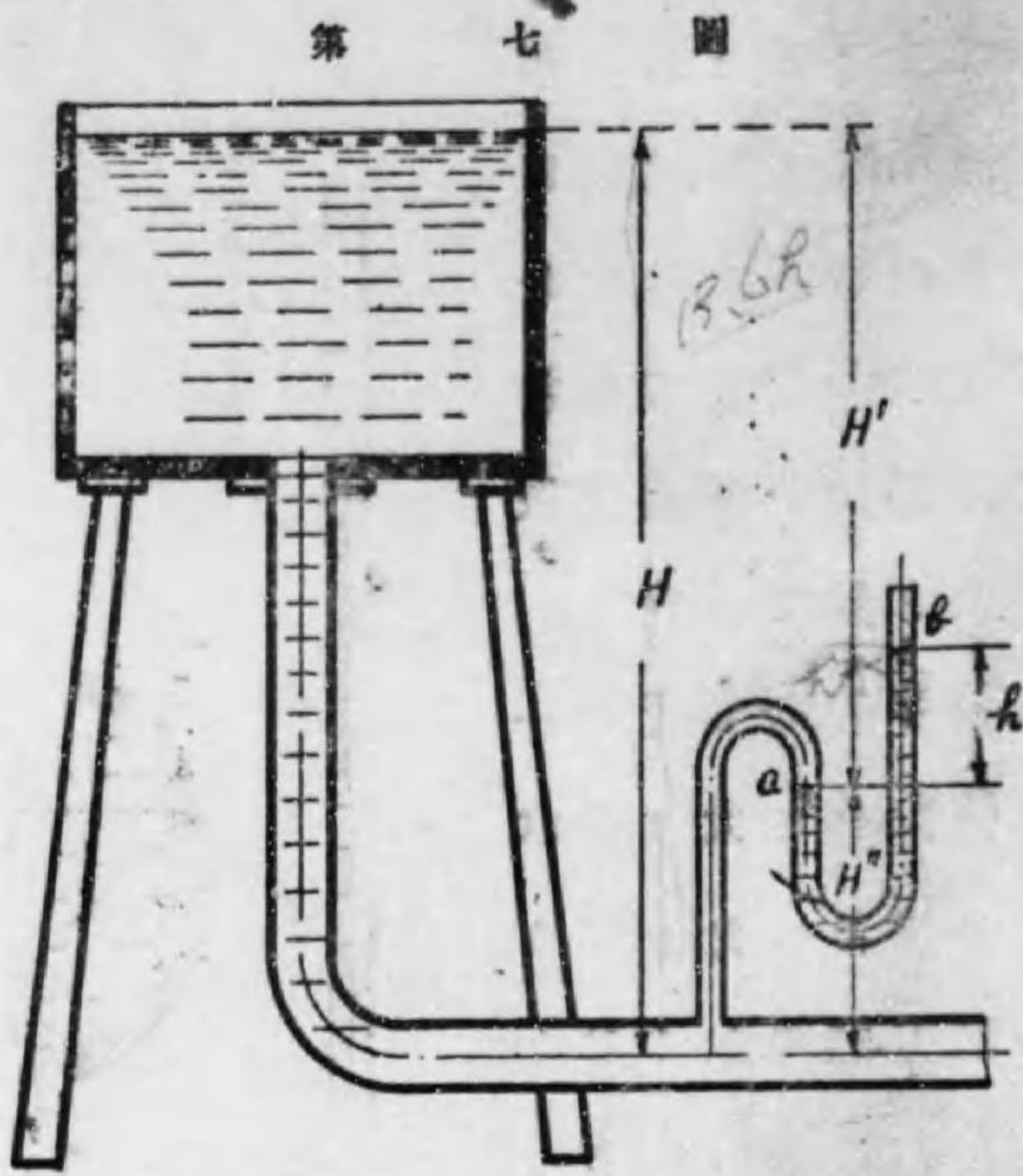
單に硝子管  $a$  を立てる丈で容易に知り得るのである。勿論此時鐵管の出口は締めてあつて中の水は静止し居るものとす。斯の如き硝子管をパイゾメーター(或はピエゾメーター) (Piezometer) と云ふ。硝子管  $a$  を  $b$  鐵管に取付ける個所は鐵管の一横断面中何處でも宜ろし。又硝子管の内徑は毛細管引力の影響を避ける爲めに  $3/8$  吋即 10 ヲリ以上を用ゆれば水面の高さは常に同一なり。(第六圖)。

前記の水溜めが餘り高い時は硝子管を立てる事困

第 六 圖



難であり又目盛を読むにも不便であるから水柱の代りに水銀柱を用ゆ。第七圖の如し。之れを水銀(示差)マンノメーターと云ふ。



水銀柱の  $ab$  間の差  $h$  メートルは水柱  $H' = 13.6h$  メートルに當る。水柱  $H$  メートルは

$$H = H' + H'' = 13.6h + H'' \quad (15)$$

U字管の  $b$  支管は上端開きて大氣に通するなり。水頭  $H'$  餘り大なる時は水銀柱と硝子管の壁面との間を水が漏れ流れて或時間の後に  $b$  支管の水銀頂上に水が溜る事あり。故に水銀マンノメーターも餘り高き水頭には都合悪し。

水銀示差マンノメーターの兩支管が各水槽 A, B に接続する時は水銀柱  $h$  メートルよりして水頭  $H_1$  及  $H_2$  メ

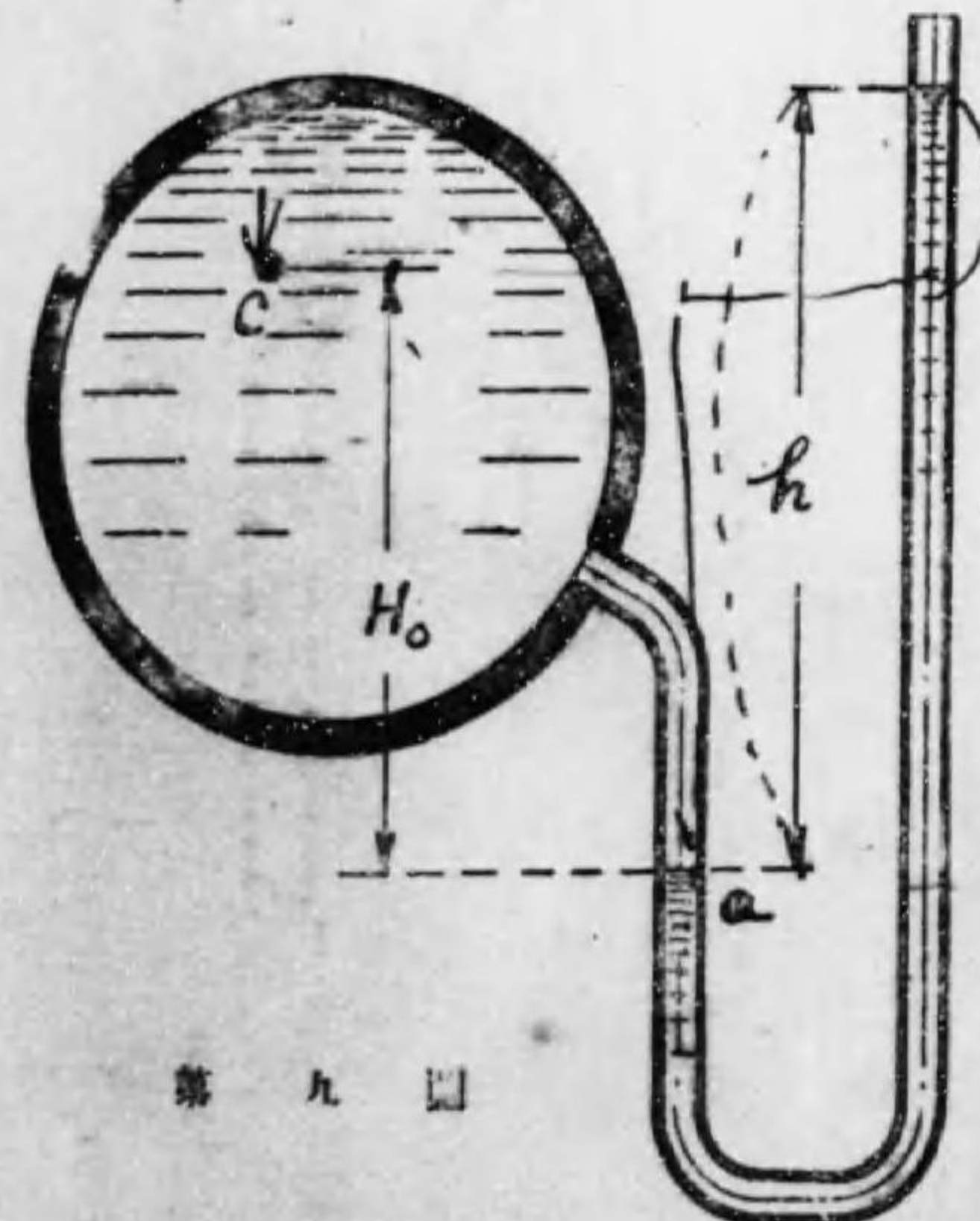
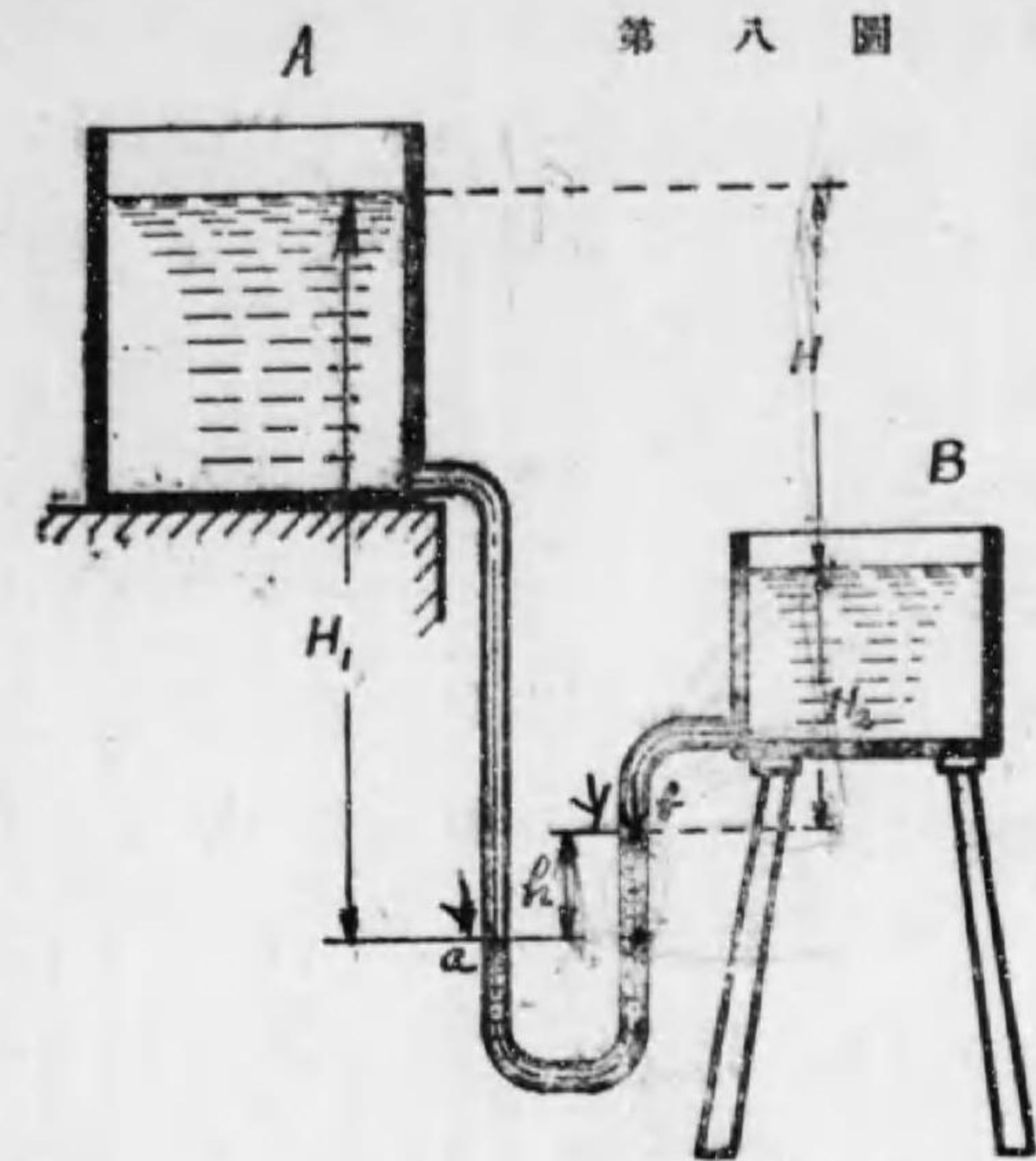
ートルの間に

$$H_1 = 13.6h + H_2$$

$$H_1 = h + H_2 + H$$

の関係あり。故に兩水槽の水面差は(第八圖)

$$H = (13.6 - 1)h = 12.6h \text{ メートル} \quad (16)$$



例題 1. 一の鐵管に取附けたる水銀マンノメーターが  $h$  ミリメーターを示す時鐵管内の  $c$  點に於ける水の壓力は幾何なりや。但し  $ca$  の間は  $H_0$  ミリの高さあり。

$c$  點に於ける水頭

第九圖

H は

$$H = (13.6h - H_0) \text{ ミリ} = H' \text{ メートル}$$

水頭 10 メートルが  $1 \text{ kg/cm}^2$  故に  $H'$  に相当する圧力  $p$  は

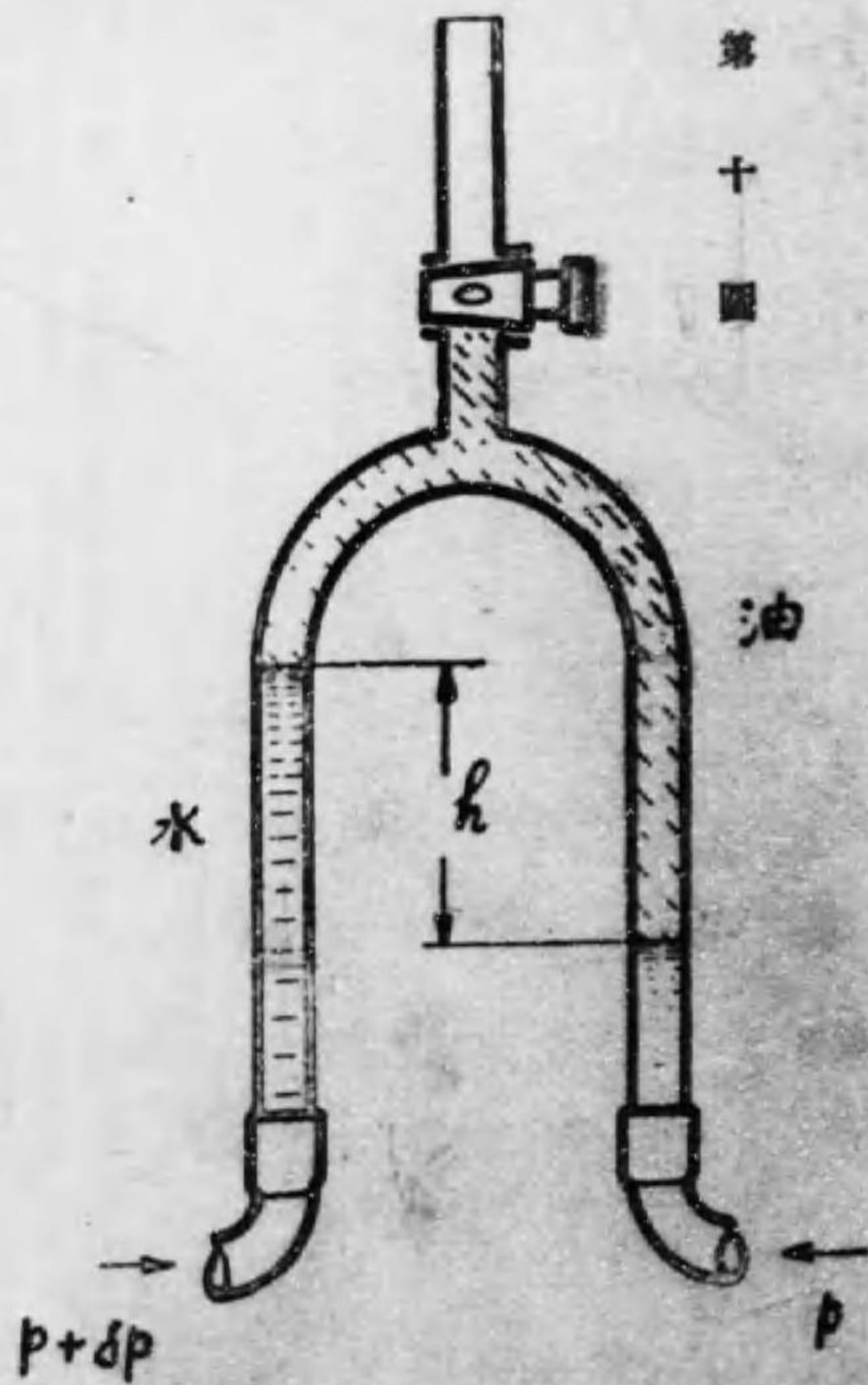
$$p = \frac{H'}{10} \text{ kg/cm}^2$$

例題 2. 空気の低き圧力を計るに U 字管に水を入れたる水の示差マンノメーターを用ゆる事あり。今其指示が  $h$  ミリなれば空気の圧力幾何なりや。水頭

$\frac{1}{1000} h = h'$  メートルに相当する圧力は

$$p = \frac{h'}{10} \text{ kg/cm}^2$$

空気は水に比すれば比重甚小なる故鐵管や空氣槽内の空氣の壓力を示すに何所の點(前記の  $\circ$  の如き)と特に明記せず即ち到る所同様と認む。然し乍ら大氣の如く廣大なる所にては地球表面と表面から遠く高き所とは氣



第十圖

$$= h p + p$$

$$h = h p$$

$$h(1 - p) = 0$$

壓の差あるは勿論なり。

### 10. 擴大壓力計

極く僅かな壓力の差を計るには擴大壓力計を用いて示差を擴大して讀む。

水の壓力差が極く小なる時には第十圖の如き逆さ U 字管の上部に油を入れて置く。油の比重を  $s < 1$  とする時は左右兩管の水頭差  $H$  は

$$H = (1 - s)h \quad (17)$$

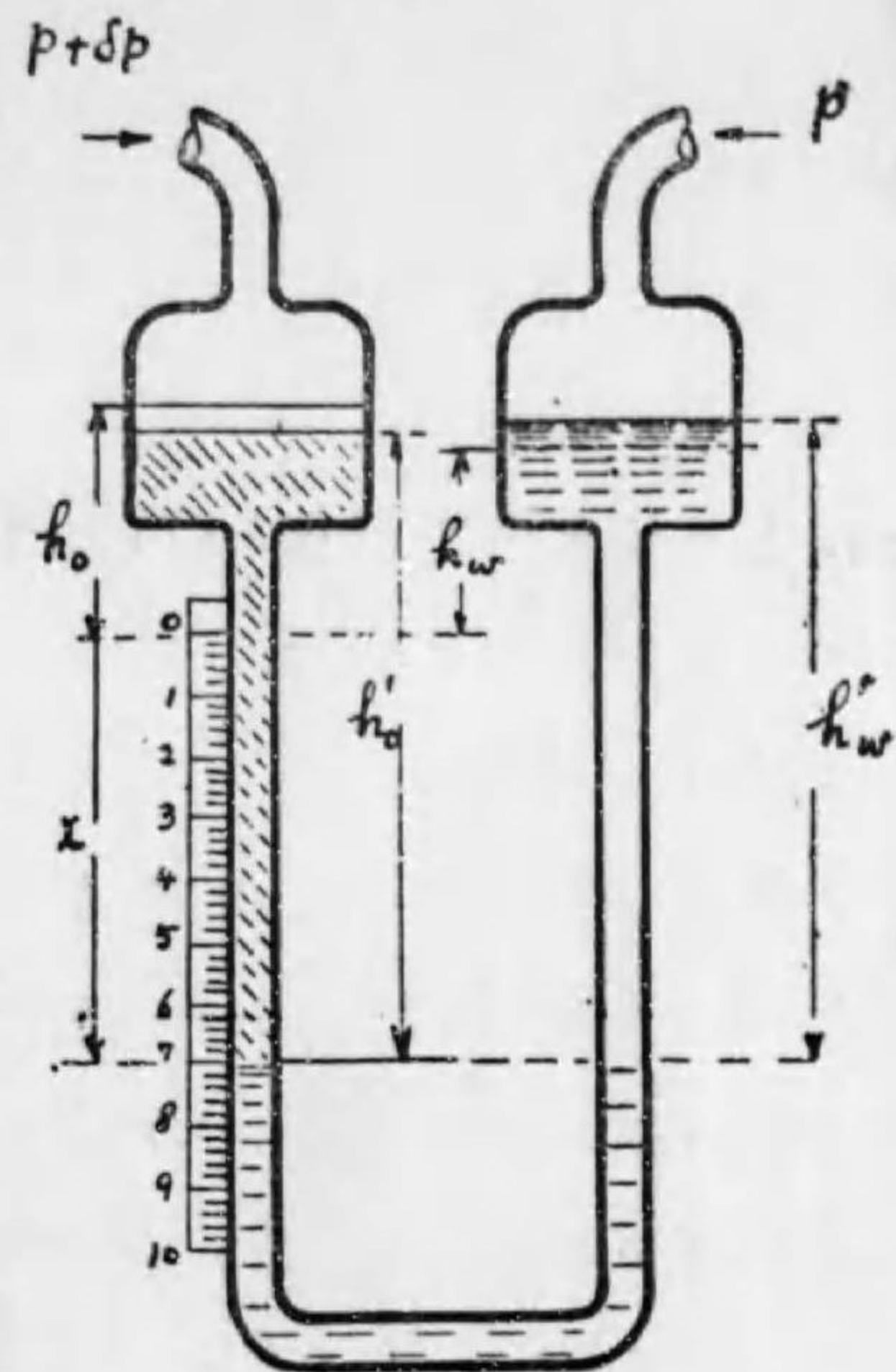
に依りて示差  $h$  より

計算する事を得。油の比重  $s = 0.84$  とすれば

$$H = 0.16h \quad \text{即} \quad h = 6.25H$$

實際の水頭差を約 6 倍に擴大して見せるなり。空氣の僅かな壓力差を擴大して讀む爲めに第十一圖の如きマンノメーターあり。U 字管の一方に水を注ぎ込み他の一方に水より輕きもの即ち油 (比重  $s < 1$ ) を注ぎ

第十一圖



$$h - h_o = H$$

$$h = h_o + H$$

第 十 二 圖

込む。管の太き所はA,細き所はaの断面積ありとす。

壓力差なき時に油と水との相接する所を讀みの零點0とす。油の表面は

ひれより $h_0$ 。水の表面は $h_w$ の高さにあり。比重の差によりて此兩者は平均す。

$$\therefore sh_0 = h_w$$

油の入つて居る方の管の空氣の壓力が一方の管の氣壓より水柱にてHメートル高いとすると油と水の接觸點が讀みの $x$ メートルの所に下る。U字管内の液體の平衡からして次ぎの三式を得。

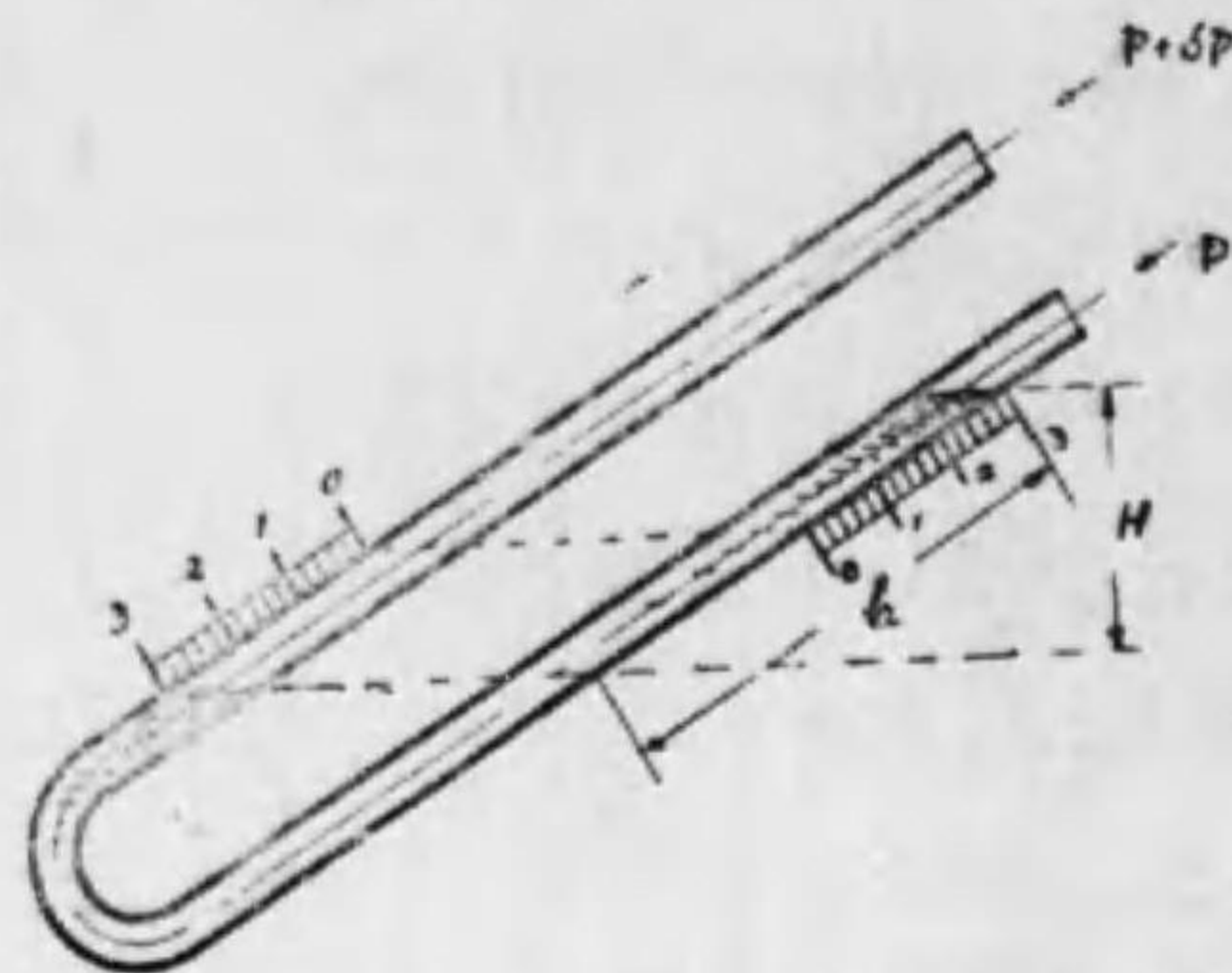
$$H = h'_w - sh'_0$$

$$h'_0 = h_0 + x - x \frac{a}{A} = h_0 + x \left(1 - \frac{a}{A}\right)$$

$$h'_w = h_w + x + x \frac{a}{A} = h_w + x \left(1 + \frac{a}{A}\right)$$

之れからして

$$\begin{aligned} H &= h_w + x \left(1 + \frac{a}{A}\right) - s \left\{ h_0 + x \left(1 - \frac{a}{A}\right) \right\} \\ &= x \left\{ \frac{a}{A} (1+s) + 1-s \right\} \end{aligned} \quad (18)$$



油の比重  $s=0.82$ , 面積比  $a/A=1/16$  なる時は  $x=3.4H$  なり。比重  $s=0.82$  の石油を一方に用い他の一方には水の代りに水とアルコールの混合にて比重 0.85 のものを用い  $a/A=\frac{1}{100}$  なる時は  $x=21H$  なり。水と酒精との割合を變へて適當の比重を得。此様なマンメーターは溫度の變化に依りて二種の液體の比重が夫々に變るので誤差が生じて來ると云ふ缺點あり。

空氣の極小なる壓力差を計る事は困難であつて誤差も伴はれ易い。第一二圖の様にU字管に水を入れたものを $\theta$ 角傾ければ。

$$H = h \sin \theta \quad (19)$$

$\theta=30^\circ$  として  $h=2H$  なり。此等の原理を用いて種々なる擴大壓力計が出来て居る。航空通風,其他空氣に關する工學に於て最も困難を感じるは極く僅の氣壓差を測定する事なり。

## 11. 大氣壓,工學氣壓

水力学及其他の流體に關する工學に於ては大氣壓を標準とする事多し。工學に用ゆる工學氣壓と眞の大氣壓とは少しく異なる。

英國式にては水銀柱760ミリを以て工學氣壓とせり。

### 大氣壓

- =760 ミリ, 攝氏  $0^\circ$  の水銀柱の高さ。
- =762 ミリ 攝氏  $15^\circ$  の水銀柱の高さ。
- =29.922 吋, 攝氏  $0^\circ$  の水銀柱の高さ。
- =10.333 メートル, 攝氏  $4^\circ$  の水柱の高さ。
- =33.9 呎 " "
- =14.7 ポンド/平方吋。
- =1.0333 工學氣壓。

1 工學氣壓=1キログラム/平方センチ= $4^\circ$ の10米水柱。

- =735.5 ミリ, 攝氏  $0^\circ$  の水銀柱の高さ。
- =737.4 ミリ, "  $15^\circ$  " "
- =28.96 吋 "  $0^\circ$  " "
- =14.223 ポンド/平方吋。
- =0.968 大氣壓。

此工學氣壓は水柱の高さに換算するに便利である。  
前記の換算表はキログラム/平方センチをポンド/平方吋と  
比較するに宜ろし。

攝氏  $4^\circ$  の水柱1ミリ=.0736 ミリ水銀柱。

水銀柱1ミリ=13.6ミリ水柱。

1ポンド/平方吋=2.31呎水柱。

1吋水銀柱=1.134呎水柱。

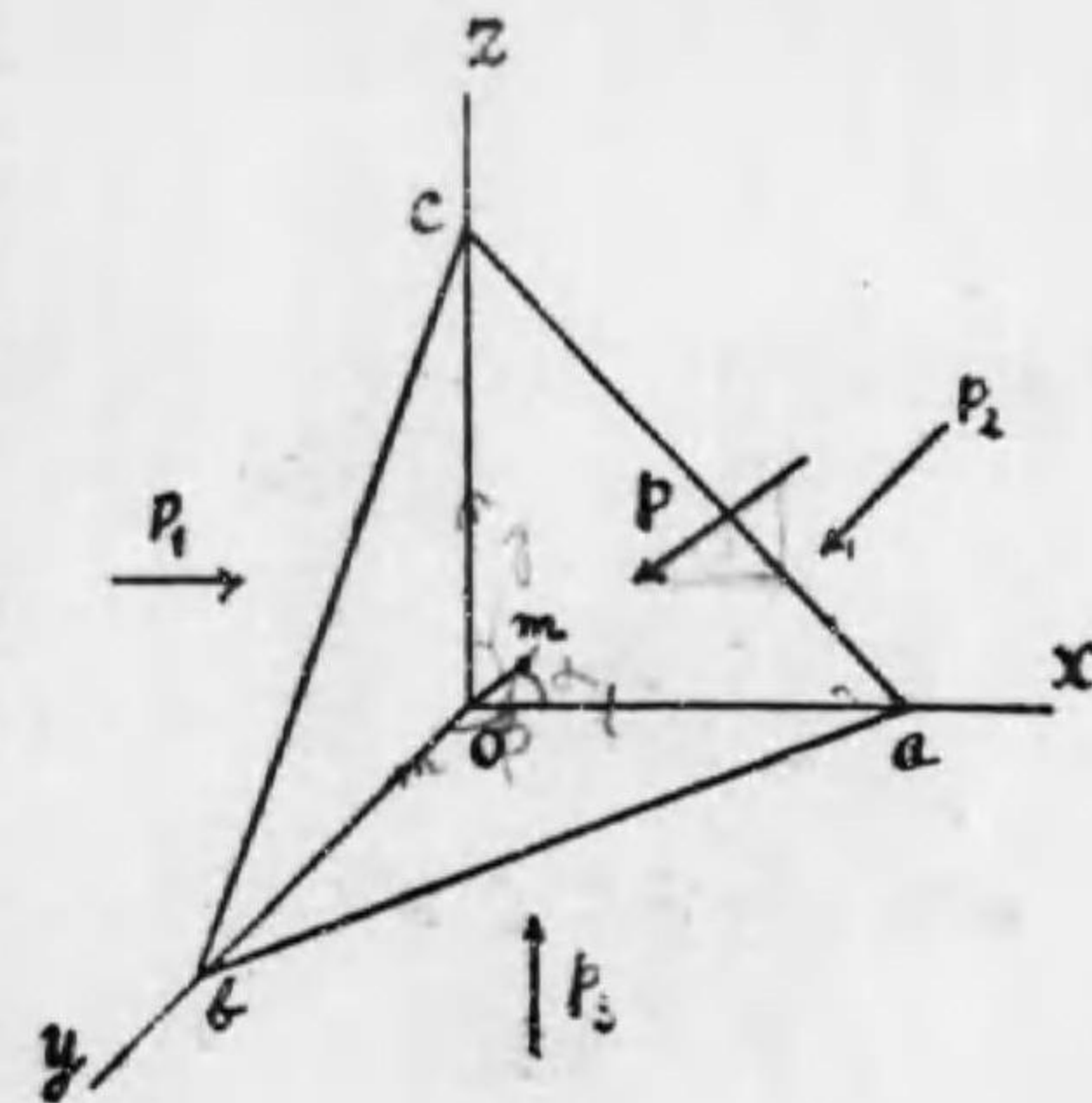
=.492ポンド/平方吋。

## 12. 壓力に関する法則二つ

a. 静止せる水中の一點に於て壓力の強さ  $p$  は總ての方向に同様なり。前節迄は靜水中或深さに於ての壓力とは唯上下方向にのみ向ふと考へたれども實際には壓力は一點から

第十三圖

總ての方向に働くのである。靜水中に第十三圖の如き極めて小なる四面體を考へる。直角軸  $xyz$  が爲す  $xy$  面は水平なりとす。此  $ao$  面上の壓力の強さ  $p_3$  は水面から  $O$  點に至る深さに相



當する靜水壓力にして方向は此面に垂直なり。同様にして  $boc$  面に垂直に  $p_1$ ,  $coa$  面に  $p_2$  が働く。  $abc$  面の面積を  $\Delta$  と表し又此面に垂直に働く壓力の強さを  $p$  とす。

今水は静止せる故四面體の面に沿ふて粘力抵抗働くことなし。即ち四面體の平衡を考へるには  $p, p_1, p_2, p_3$  に就いて計算すれば宜ろし。  $O$  點から  $abc$  面に引いたる垂線  $om$  が  $xyz$  軸と夫々  $\alpha, \beta, \gamma$  の角をなすとする。  $\cos$

$a=l$ ,  $\cos\beta=m$ ,  $\cos\gamma=n$  と書け。然る時は  $boc$  面の面積は  $l\Delta$  なり。而して  $abc$  面上の總壓力  $p\Delta$  の  $x$  軸に平行なる分力は  $lp\Delta$  なり。 $x$  軸方向の力の平衡は

$$p \cdot l\Delta = lp\Delta$$

$$\therefore p_1 = p$$

四面體は極小さき故  $boc$  面上一様に  $p_1$  なりと見る。四面體の容積は  $\frac{1}{3} \times$  底面積  $\times$  高なり。故に此四面體の

重量は  $G \frac{1}{3} n\Delta \cdot \overline{oc}$  然る時は  $Z$  軸方向の力の平衡は

$$p_3 \cdot n\Delta = n \cdot p\Delta + G \frac{1}{3} n\Delta \cdot \overline{oc}$$

$$\text{或は } p_3 = p + G \frac{1}{3} \overline{oc}$$

四面體は非常に小さくして殆ど一點に收縮する位なりとせば式の最後の項は他の項に比して度外視する事を得。

$$\therefore p_3 = p$$

其他同様にして

$$p_1 = p_2 = p_3 = p.$$

而して  $abc$  面の方向は任意に取りたるもの故壓力の強さ  $p$  は  $O$  點に於て總ての方向に一様にして  $O$  點の靜水壓力  $p_3$  に等し。

此法則は靜止せる總ての流體に適用す。又流體の

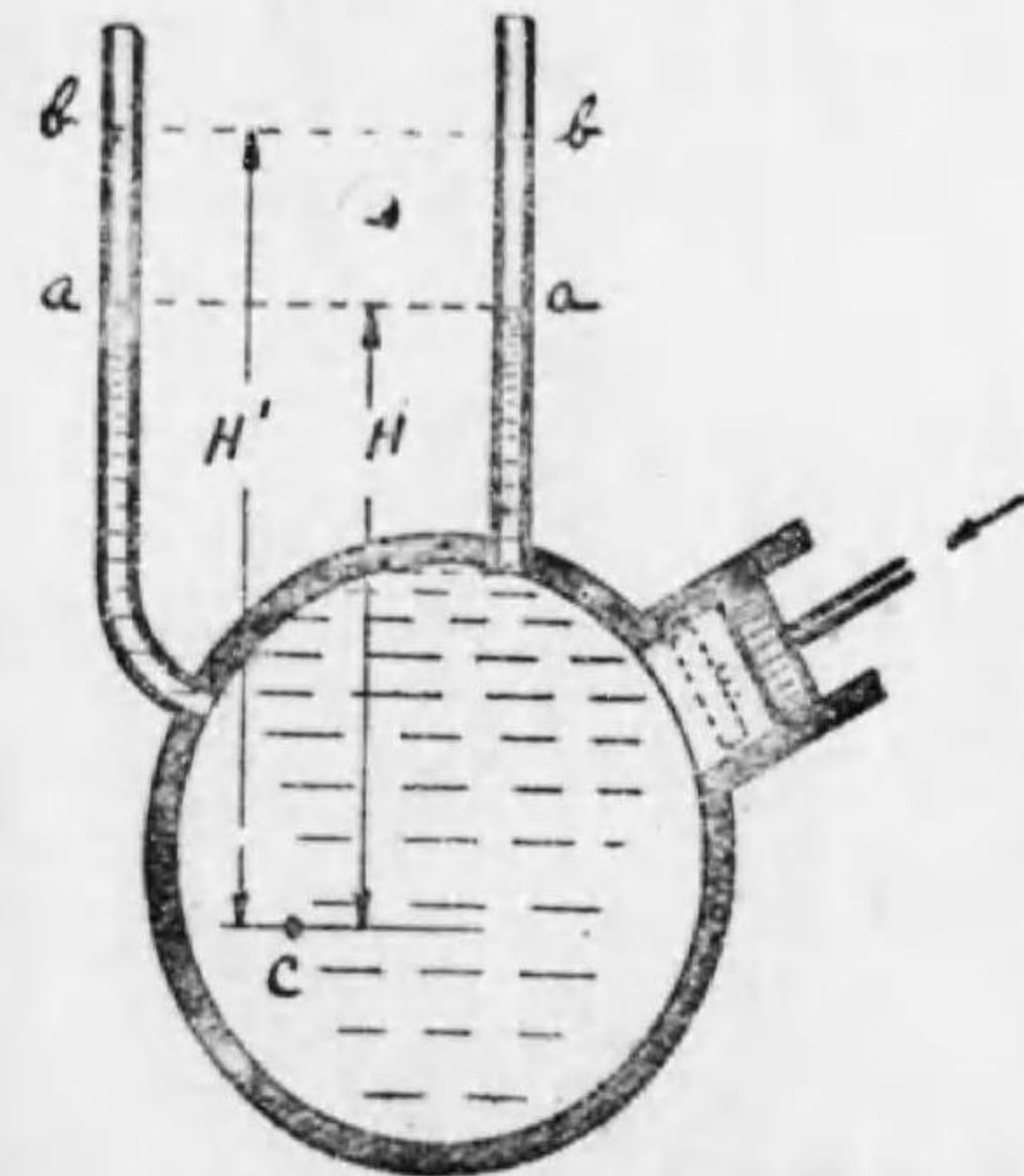
或一塊りが一體となり直線の等速運動をなす場合も真である。併し其他の運動に於て流體の各微部分の間に關係運動起れば最早状態が變りて粘力の働きが現はれる。

b. 器の中の水が器の外部へ逃げる事なければ水中の一點から總ての他の點に一様に壓力を傳へ得。

壓力を計る硝子管

第十四圖

を除きては全く密閉されたる器あり。其周壁に取附けあるピストン P (第一四圖) を或距離押込み其後或時間を経て水の運動が全く止まりたる時に於て器の中の水の壓力の強さの高まり

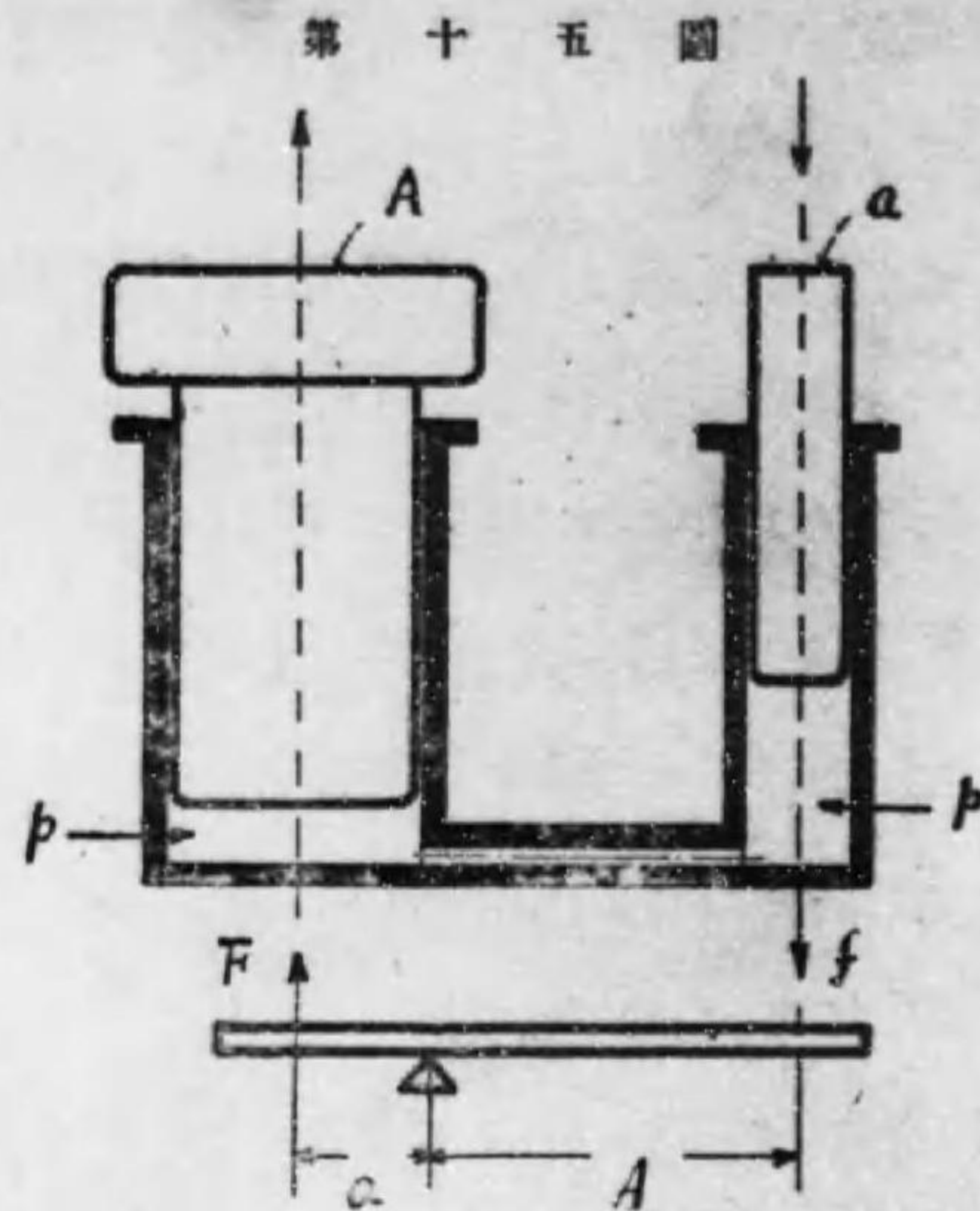


方が到る所一様である事は硝子管中の水面が  $aa$  から  $bb$  に上りたるに依りて明かなり。  $c$  の如き水中の點に於てのみならず壁面上の點に於ても面に直角なる壓力が前述  $a$  の理に依り同様に高くなりたるなり。又 P の如きピストンを他の場所に數多取附ければ總



てのピストン面上の圧力の強さは一様に増加す。之れをパスカル (Pascal) の法則と云ふ。

ブラマー (Bramah press) は此法則を應用して水壓機械(第一五圖)を發明せり。小なる力  $f$  を大きな  $F$  に變へる事は



水の同じ圧力  $p$  に對してラムの面積を  $a$  から  $A$  に大きくした事のみに基づく。

$$F = pA, \quad f = pa$$

$$\therefore \frac{F}{f} = \frac{A}{a} \quad (20)$$

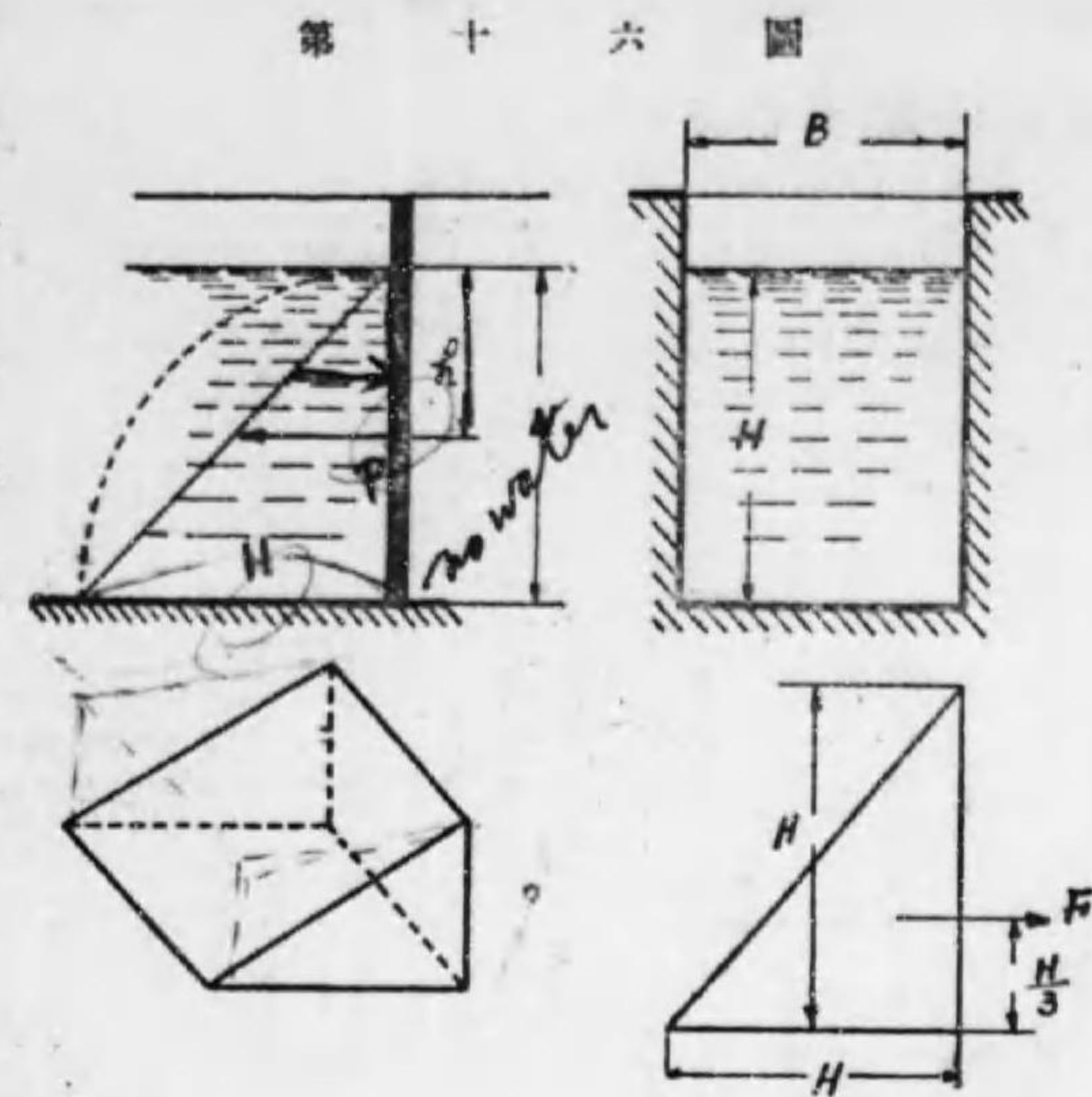
恰も挺の長さの比に依りて力を大きくするのと同じ。實際の水壓機械に在りては機械各部の摩擦抵抗の爲め  $F$  は幾分小なり。即ち

$$\frac{F}{f} < \frac{A}{a}$$

### 13. 平板に働く静水壓

(a) 堰として用いられたる垂直板。

深さ  $H$  幅  $B$  の矩形溝の水を止め下流の側には少しも水無しとす。板の面上  $p$  點に於ての圧力の強さは  $p$  點の水深  $h$  に比例す。



且其壓力は板面に直角なり。依りて  $P$  點から左方へ水平に  $h$  の長さに於て一點を取る。斯様な點を數多接續すれば高さ  $H$ 、底邊  $H$  なる直角三角形が出来る。板の面に働く總壓力  $F$  は第一六圖に示す如き三稜角に相當する容積の水の重量に等し。長さをメートルにて表せば

$$\text{三稜角容積} = B \frac{H^2}{2} \text{ 立方メートル}$$

$$\therefore F = G \frac{BH^2}{2} \text{ キログラム} \quad (21)$$

三角形の重心は底邊より高さの  $1/3$  の所にあり。故に此場合壓力の中心は水底より  $\frac{1}{3} H$  メートルの高さに

在り。

水壓に依りて板が覆らんとするモーメントは板の最下點の周りにモーメントを取りて

$$\text{モーメント} = \frac{1}{3}HF = \frac{G}{6}BH^3 \text{メートル, キログラム} \quad (22)$$

なり。

(b) 前記の板が垂直線に對して  $\theta$  角傾斜せる時此場合には三角錐の容積は  $\frac{1}{2}BHl = \frac{BH^2}{2\cos\theta}$  故に總壓力は

$$F = \frac{GBH^2}{2\cos\theta} \quad (23)$$

壓力中心は板面上板の最下點より  $\frac{1}{3}l = \frac{H}{3\cos\theta}$  にあり故に此板を覆さんとする水壓モーメントは  $\frac{1}{3}Fl = \frac{H}{3\cos\theta} \cdot \frac{GBH^2}{2\cos\theta}$

$$\text{モーメント} = \frac{GBH^3}{6\cos^2\theta} \text{メートルキログラム} \quad (24)$$

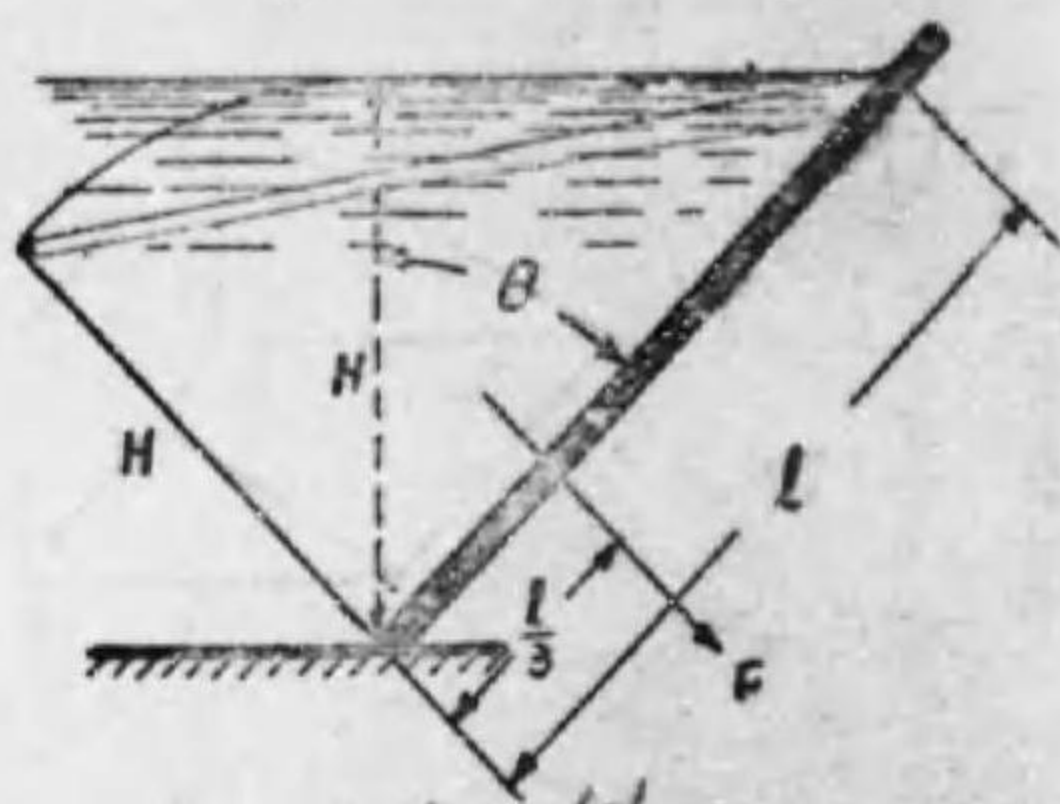
(c) 前記の傾斜堰に一の矩形孔ある時其孔の蓋に働く水壓力  $F$  を求む。

板の幅  $B_1$ , 高さ  $\overline{ad}$  とす。

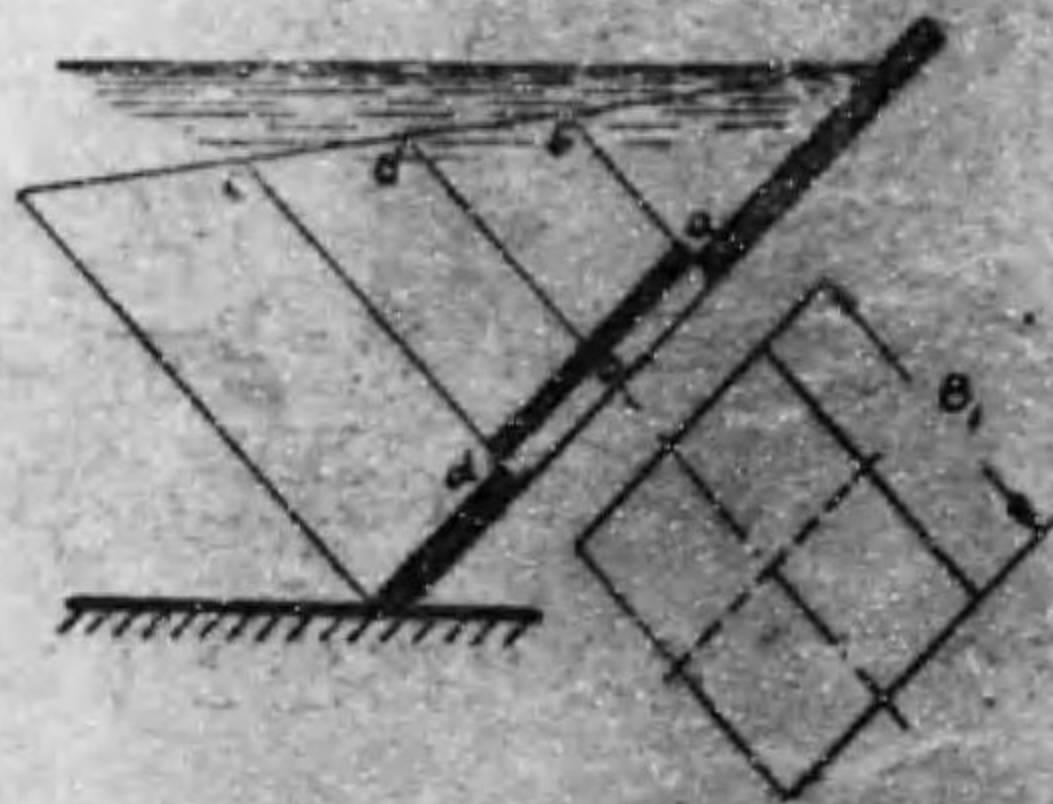
$$\text{面積 } abcd = \frac{1}{2}(\overline{ab} + \overline{dc})\overline{ad}$$

$$\therefore F = \frac{1}{2}GB_1(\overline{ab} + \overline{dc})\overline{ad}$$

第十七圖



第十八圖



然るに  $\frac{1}{2}(\overline{ab} + \overline{dc}) = \overline{oo'} =$  孔中心の水深  $H_m$

$$\therefore F = GB_1 \overline{oo'} \cdot \overline{ad} = (B_1 \times \overline{ad}) \times GH_m = Ap_m \quad (25)$$

$A =$  孔の面積  $B_1 \times \overline{ad}$ ,  $p_m =$  蓋の上の平均壓力  $GH_m$  なり。

(d) 垂直堰に圓形孔ある時其孔の蓋の上の水壓力  $F$  を求む。

$$A = \frac{\pi}{4}d^2 \text{ 孔の面積}$$

$$p_m = \text{孔の面積上の平均壓力} = G\overline{oo'}$$

$$= GH_m$$

$$F = Ap_m = \frac{\pi}{4}d^2 GH_m \quad (26)$$

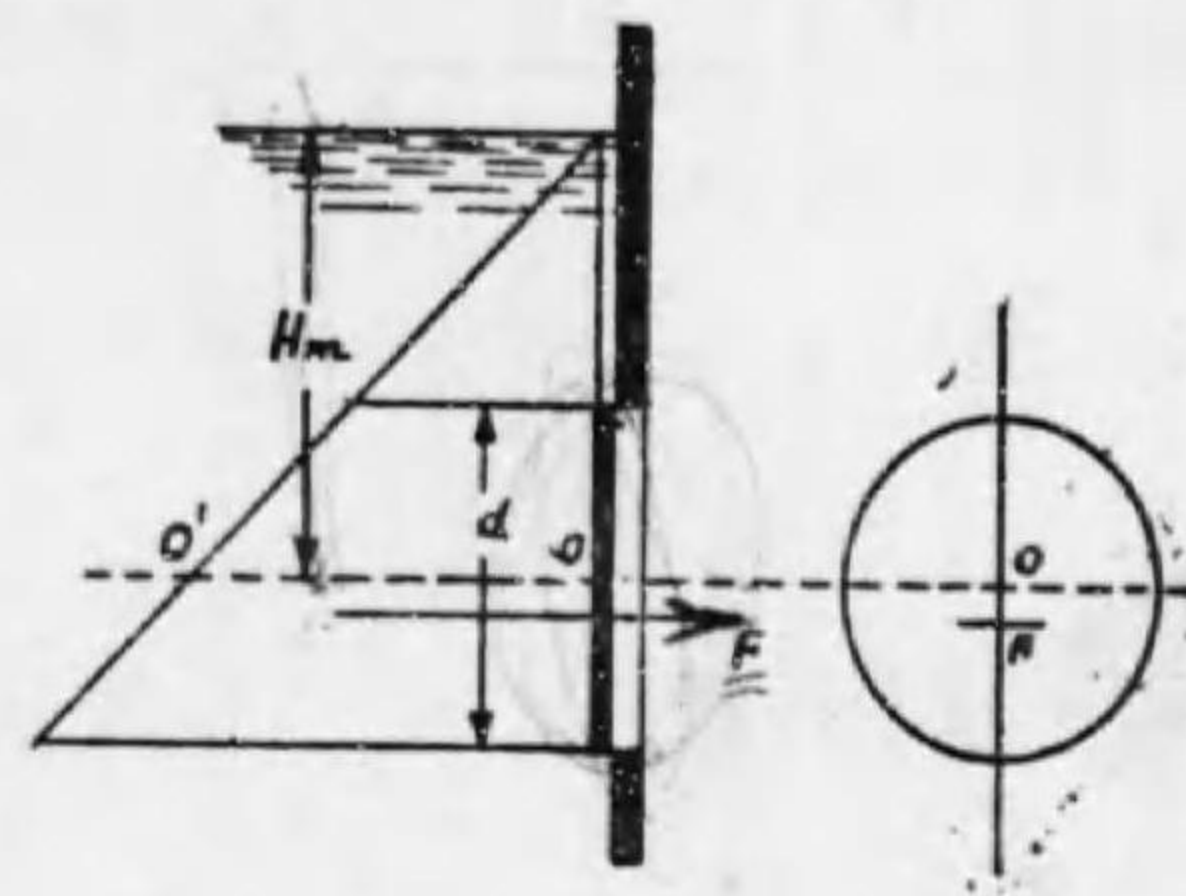
例題. 水門の全幅 4 米, 各扉の幅 2.1 米にして内側の水深 3 米, 外側の水深 1 米なる時各扉上の全壓力及び二の扉の互に押合ふ力を求む。答 8.4 噸及び 13.75 噸

## 14. 堰堤の形と其安定

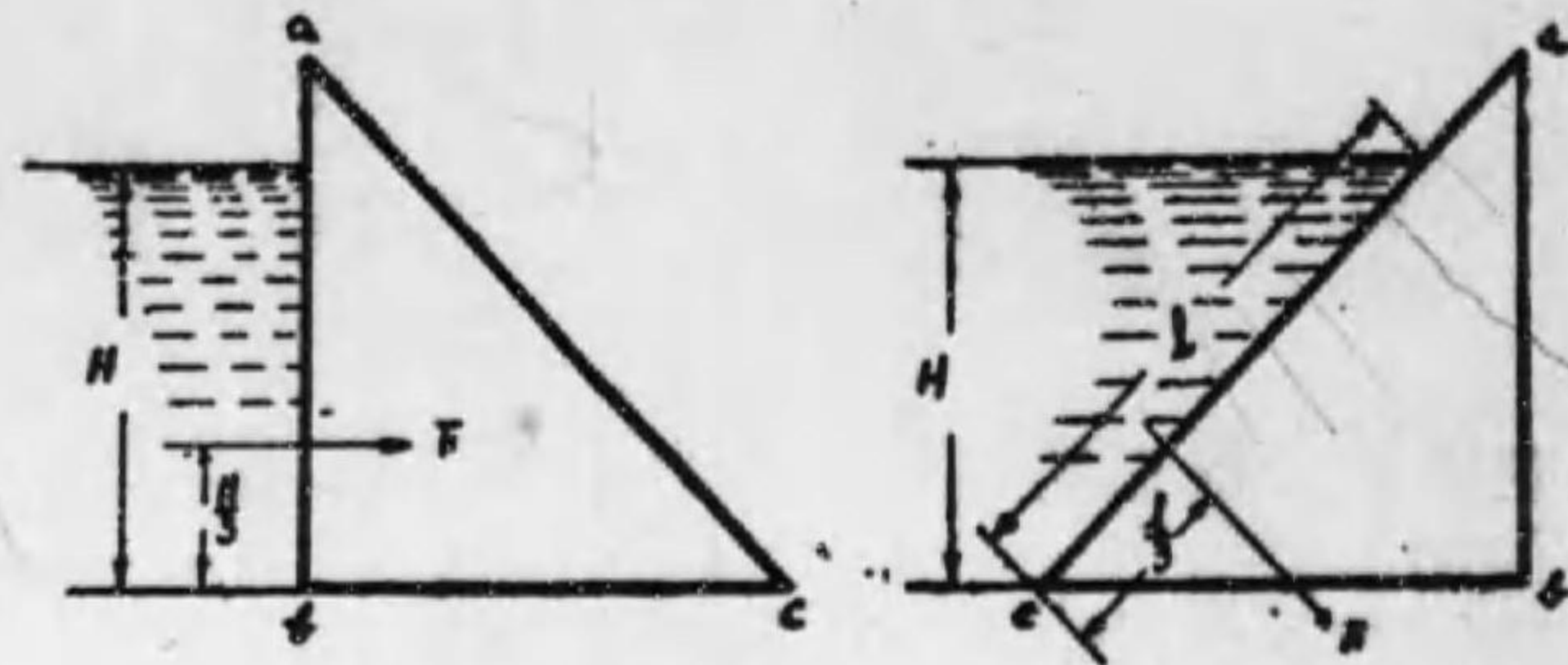
断面が直角三角形なる堰堤の垂直壁を水の側に用ゆる場合(甲)と斜面を水の側に用ゆる場合(乙)と何れが安定なりや。水深を  $H$  とし幅は二者同じとす。

(甲) 垂直壁面の總水壓力  $F$  は水底より  $\frac{H}{3}$  の所に於て

第十九圖



第 二 十 圖



水平に働く。然る時は堰堤の動き方に二通りあり。  
 (1) 堰堤は角点 C の周りに時計方向に倒れんとす。(2) 壓力 F は堰堤の自己重量に依りて起る底邊 bc 上の摩擦抵抗に打勝ちて堰堤全體を右の方に転らさんとす。此形にて堰堤の安定を保つには底邊を充分廣く取る。然るときは自己重量も大きくなりて(1)の如く倒れることもなくなり又(2)の如く転る事もなし。

(乙) 此場合底邊の割合に高さが小なれば斜面に働く水壓力 F は第二〇圖乙の如く底邊の b と c との間に働く様になり。(1) 堰堤は倒れないのみならず益々安定である。(2) 底邊上に加はる力は堰堤の自己重量の外に水壓力 F の垂直分力あり故に底邊に於ける摩擦抵抗増大す。

甲乙の何れを採る可きかは構築材料の種類に依り

て定まる。石積なれば甲に依らざるべからず。板、鐵筋コンクリート等なれば乙に従ふ方利益なり。

殆ど全部土を積んで構築する場合は甲乙の兩者を併用して梯形断面とするなり。

### 15. 曲面上の水壓

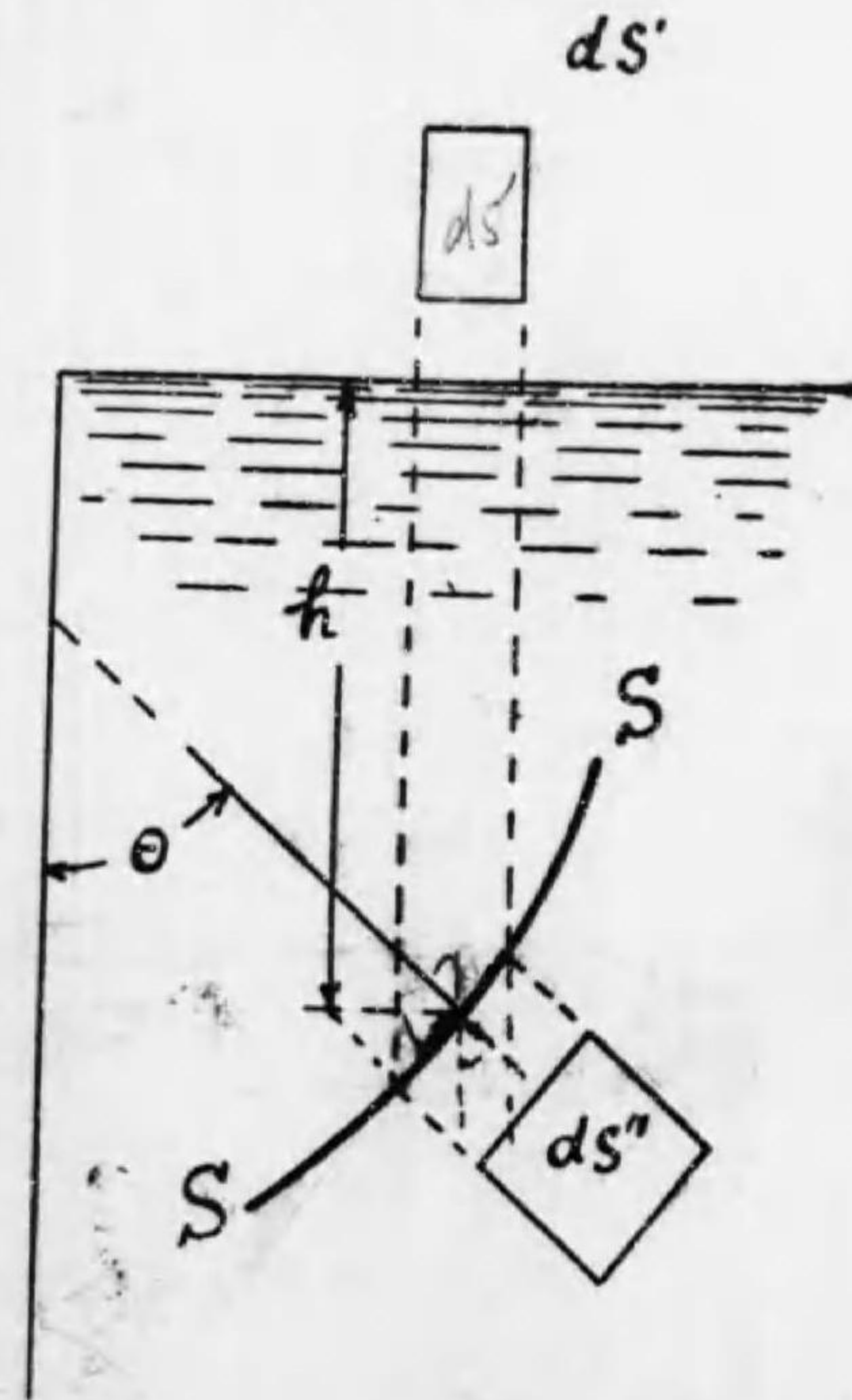
全然水中に没した

第 二 十 一 圖

る曲面 S を考へよ。  
 水面より深さ h にある一小面 ds に於ては壓力の強さ  $p=Gh$  にして面積 ds の上には  $pds$  の壓力働く。ds に直角に立てたるノルマルが垂直線となす角を  $\theta$  とせば  $pds$  を垂直方向に分けたものは  $pds \cos\theta$  なり。ds  $\cos\theta$  は水平投影  $ds'$  なり

$$\therefore pds \cos\theta = pds'$$

又  $pds$  を水平方向に分けたものは  $pds \sin\theta$  なり。ds  $\sin\theta$  は ds の垂直投影  $ds''$  なり。



S が水を入れたる一の器の壁面である時は此  $pds''$  は壁の相對する部分の  $ds$  に於ける  $pds''$  と大きさ等しく方向相反して互に平均す。而して垂直方向の總壓力は

$$P = \sum pds' = \sum Ghds' = G \sum hds'$$

$\sum hds'$  は器中の水の全容積  $V$  なり。

$$\therefore P = GV \quad (27)$$

次ぎに S が水中に没したる物體の表面であるとせよ。水深  $h_1$  にある一小面積  $ds$  の上に働く壓力の水平分力は前同様に之れに正反對に働く壓力にて平均されるが垂直方向の分力  $Gh_1ds'$  は深さ  $h_2$  に在る他

の小面積上の壓力の垂直分力  $Gh_2ds'$  よりも

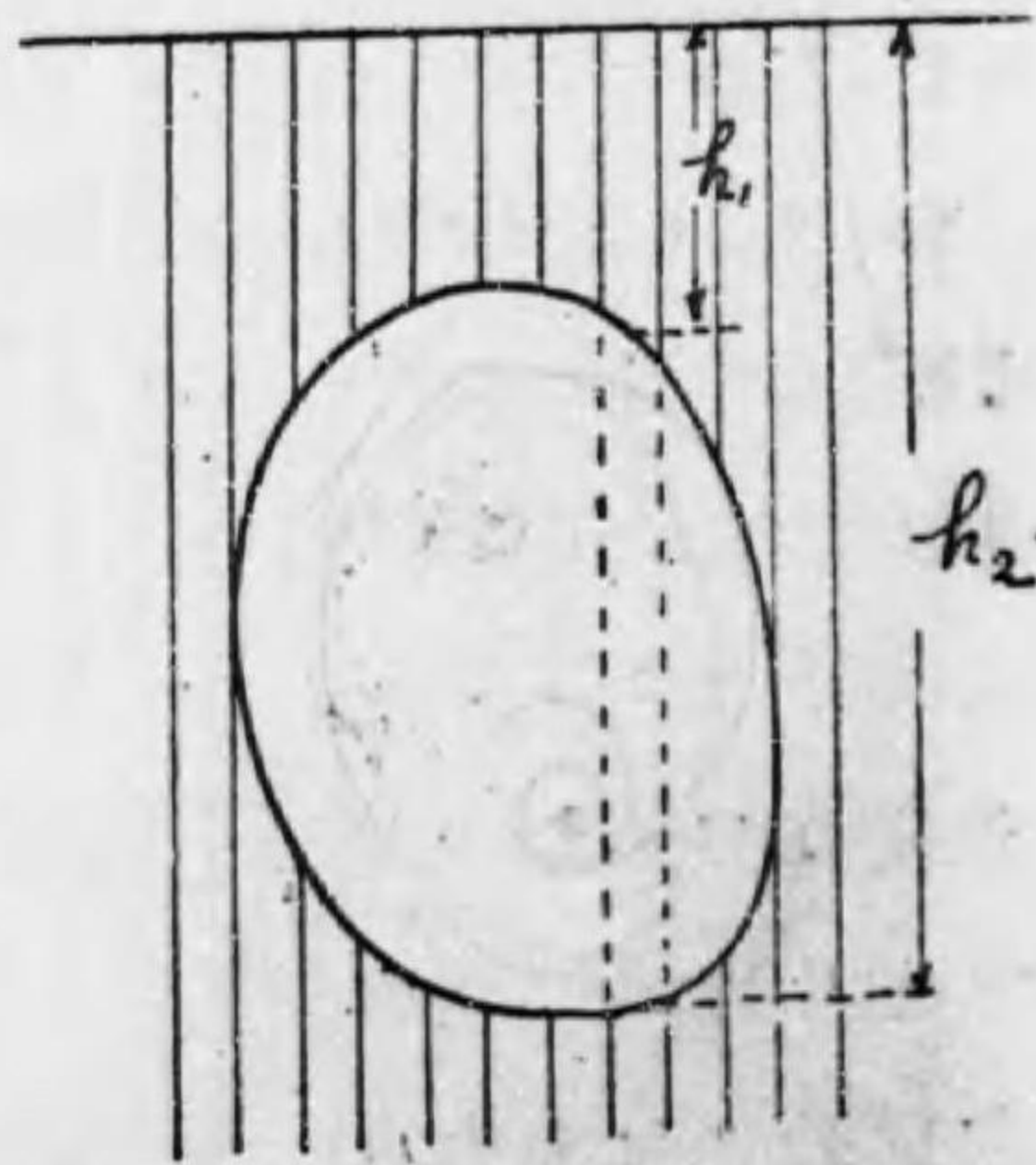
$$Gh_2ds' - Gh_1ds' = G(h_2 - h_1)ds'$$

丈小なり。垂直方向の總壓力  $P$  は

$$P = \sum G(h_2 - h_1)ds' = G \sum (h_2 - h_1)ds'$$

$$\therefore P = GV$$

二十 二 圖



$V$  は物體の容積なり。  $P$  は上方に向つて働く。

物體の重量を  $W$  とせば水中に在る物體には

$$W - P$$

の力が垂直に働くなり。物體は水中に於て其容積に等しき水の重さ即  $P$  丈軽くなる。此  $P$  を浮力と云ふ。浮力の中心は全部水中に没せる物體に在りては物體の幾何學的重心と一致す。水上に浮遊せる船舶の如く其一部丈水中に在るものにおいて浮力の中心は物體の水中に在る部分の幾何學的重心に一致す。故に浮力中心と物體全體の重心との間に或距離あり。船體が傾斜せる時に元の位置に回復させんとする隅力の起るは之れが爲めなり。

以上は面上の總壓力を簡單に計算し得る場合なり。彎曲面の或限られたる部分に働く水の總壓力の大きさ及壓力中心を計算する事は一般には困難なり。

空氣や蒸汽の如く輕き流體にありては可なり廣い器の中にも壓力一樣なりと考へ得て計算比較的容易になる。次ぎに二三の簡單なる場合に就て述べん。或密閉せる器内の空氣の壓力が  $p$  キログラム/平方米なりとす。器の一部を平面  $XX$  にて切る。此平面より外側に於て壁の上の一小面積  $ds$  に加はる壓力は  $pds$

なり。本節の初に於て述べたる如く曲面  $acb$  の上の壓力は平面  $XX$  に平行なる方向には互に平衡し其平面に直角なる方向には總壓力  $F$

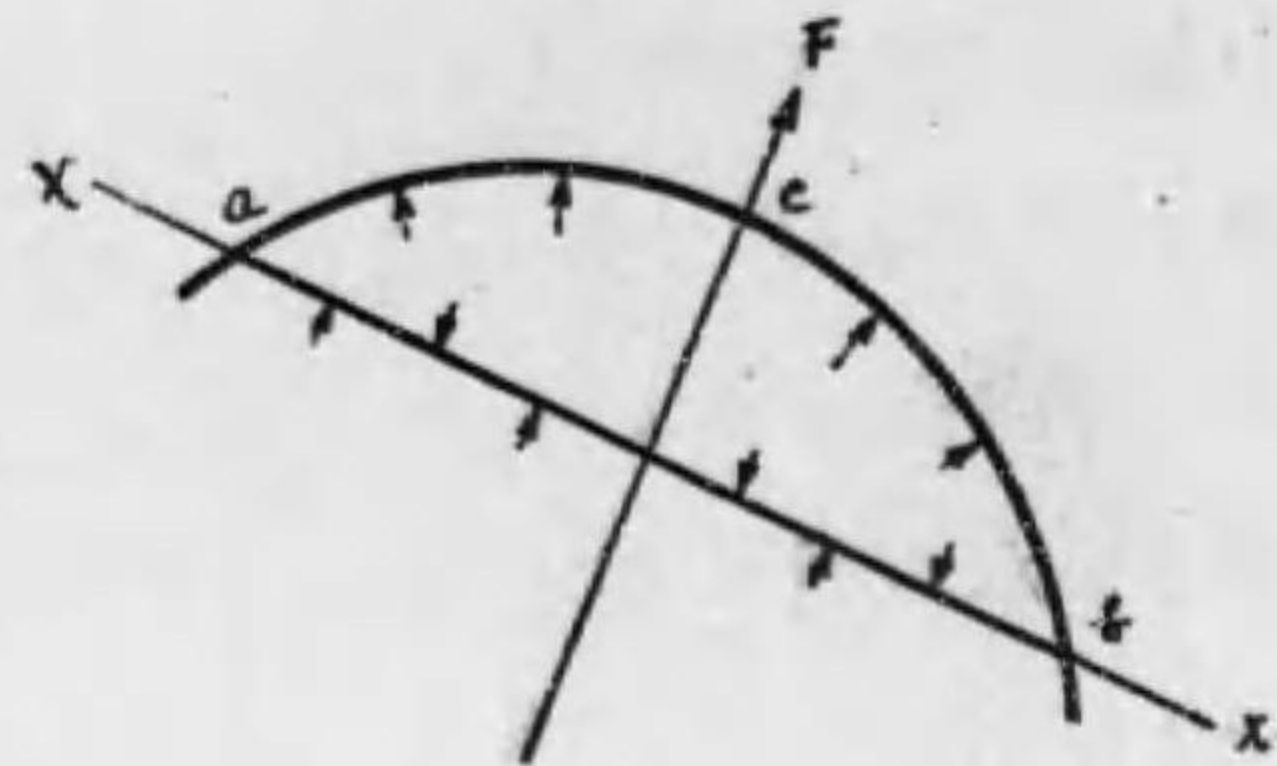
$$F = \int p ds \cos \theta$$

あり。  $p$  は一定なり故に  $F = p \int ds \cos \theta$  なり。茲に  $\theta$  は  $ds$  の上のノルマルと平面  $XX$  の上のノルマルとの間の角なり。  $\int ds \cos \theta$  は曲面  $acb$  を平面  $XX$  の上に投影したるものにして即ち切斷面  $ab$  の面積  $A$  なり。

$$\therefore F = pA \quad (28)$$

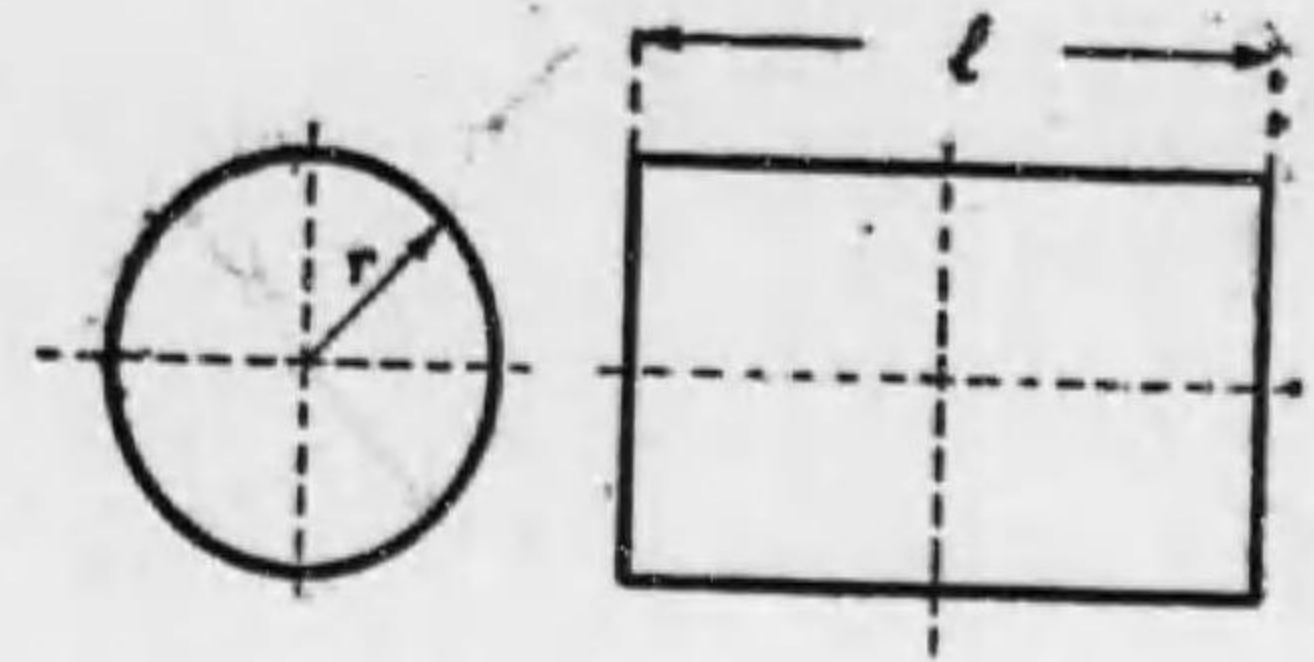
なり。恰も  $acb$  が一つの密閉せる器であつて  $acb$  が平衡状態に静止し居れば曲面  $acb$  上の總壓力は平面  $ab$  上の總壓力  $pA$  と平衡を保つと考へたものと同じ。或は器の内外兩側が平面  $ab$  を境として  $pA$  の壓力にて互に押合い居ると見ても宜し。  $F$  の値は方向に依りて變る事あり。前記の器が球ならば球は其大圓の面積  $\pi r^2$  を境として二の半部に割れ、其力  $p\pi r^2$  なり。此力の大きさは方向に無關係なり。併しながら前記の

第二十三圖



器が直徑  $d$  長さ  $l$  の圓筒なれば第二四圖の如く縦に兩斷する力は  $pdl$ 、横に兩斷する力は  $p \frac{\pi d^2}{4} l$  なり。

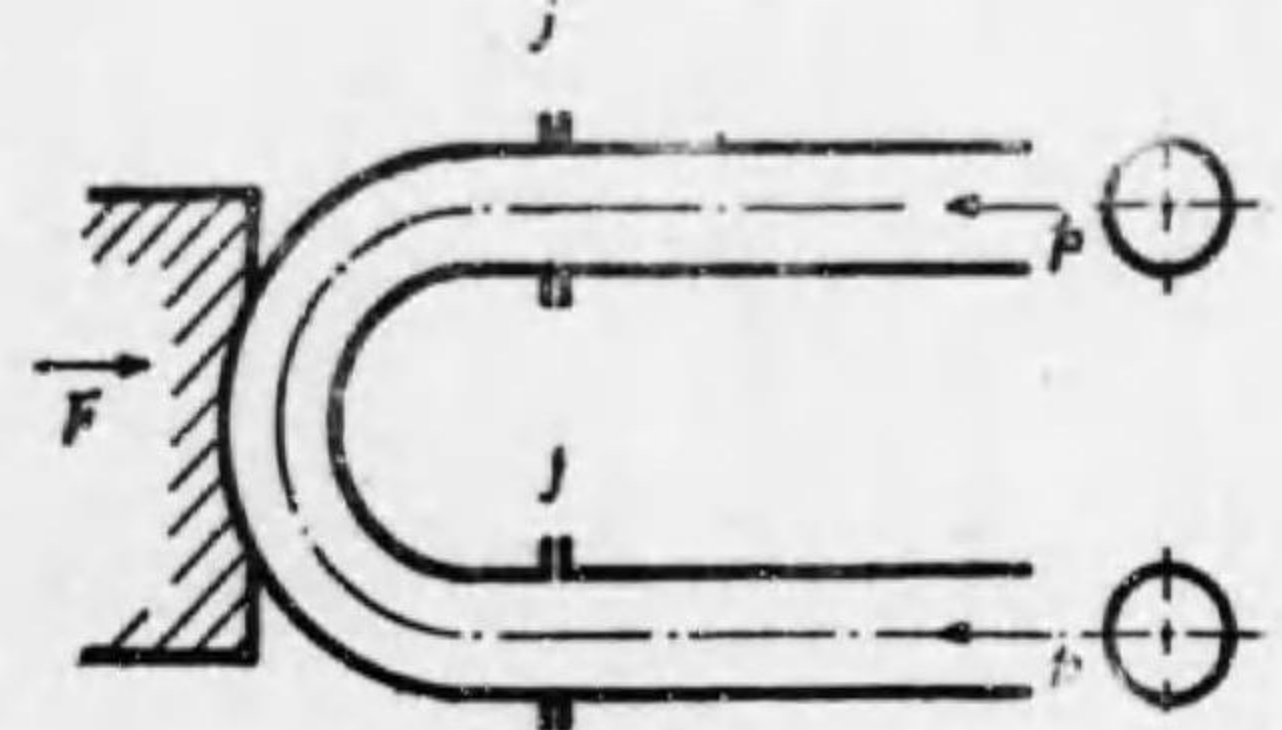
第二十四圖



切斷面積  $a$  なる圓管が U 字形に取附けられてある時は内部の壓力  $p$  の

第二五圖

爲めに  $2ap = F$  の力にて U 字管を吹飛ばんとす。接續點  $jj$  に於ては單に水漏れを防ぐのみならず前記  $F$



に對する力をも加へて螺子を締めざるべからず。螺子の應力を小さくして安全を計る爲めに  $c$  點に於て臺を設けて  $F$  又は夫以上の力にて U 字管を押す様にする。

U 字管の中心線より外方の壁面は内方の壁面より面積大なる故に外半部の受ける總壓力は内半部のよりも大なり。之れを別々に考へると計算六ヶ敷なるが U 字管全體として見れば兩者の差は前記の  $F = 2pa$

に外ならず。此 U 字管の二の入口が蓋を用いて密閉してあれば其中の流體壓力は總て平衡を保ち U 字管は移動もしなければ又變形もせず。

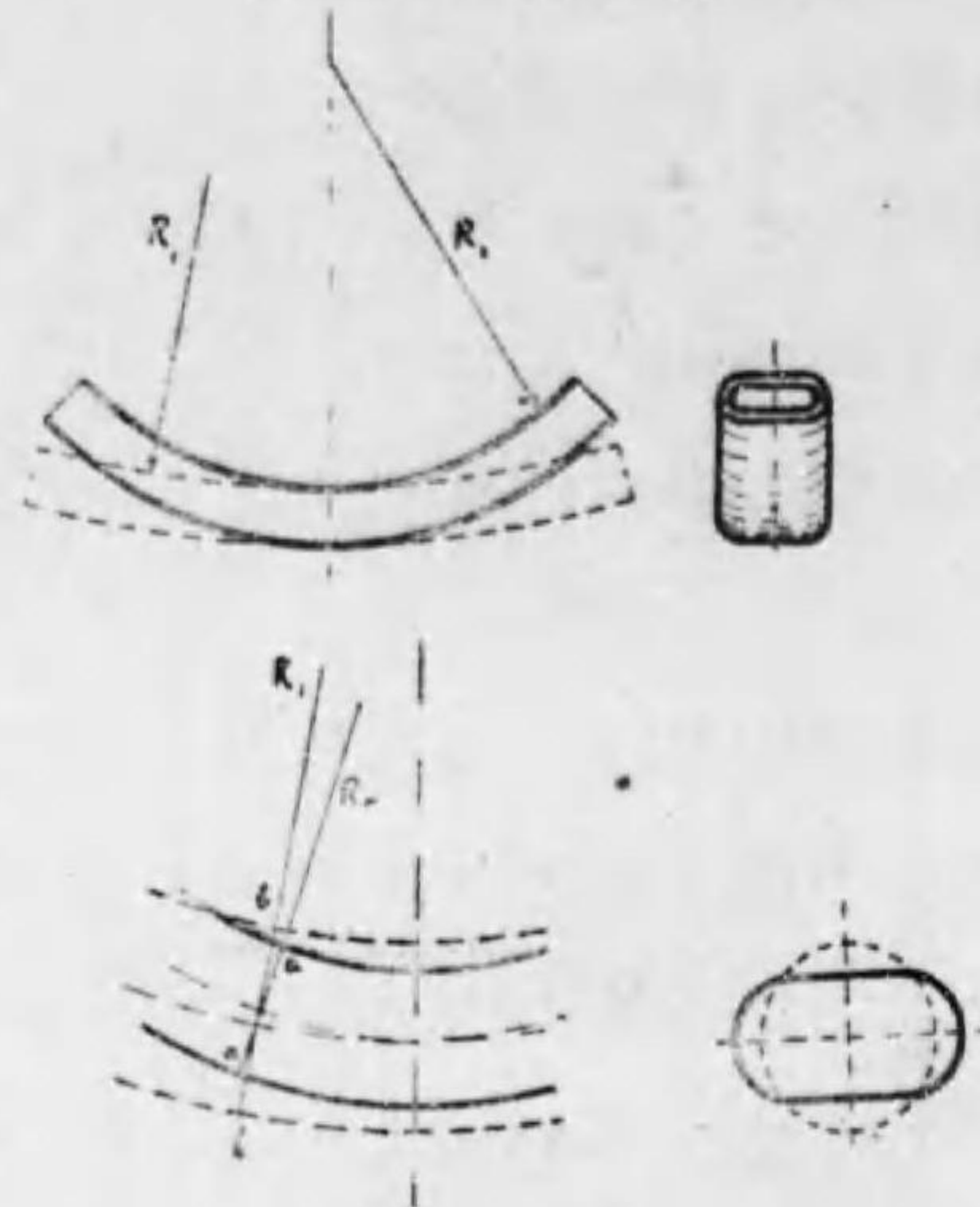
U 字管の切斷面が圓形である代りに第二六圖の如く扁平であれば前の場合と異

なり流體壓力の爲めに點線の如き形を取る最大容積となる爲めには切斷面が圓形になり而して其結果曲半徑が大きくなる事は同圖乙で明かである。扁平鐵管は壓力計(Bourdon's Pressure Gauge)に用ひらる。

### 16. 靜水平衡の一般方程式

今迄は水に働く外力が單に地球重力のみとせるが一般的に考へるには直角座標軸  $xyz$  の方向に夫々  $XYZ$  の加速度ありとすべし。此三者の合成を  $F$  とす。今此  $F$  と  $\theta$  角をなす一の極めて細き圓筒を水中に假想せよ。其の軸の長さ  $ds$  にして之れに直角なる斷面積

第二六圖



を  $a$  とす。加速度  $F$  は圓筒軸の方向に  $F \cos \theta$ , 夫れに直角なる方向に  $F \sin \theta$  と分つ事を得。水の密度を  $\rho$  とせば圓筒内の質

量は  $\rho a ds$  なり。圓筒兩端に働く壓力を  $p_1$  及  $p_1 + dp$  とすれば圓筒軸方向の力の平衡は

$$p_1 a + \rho a ds F \cos \theta = (p_1 + dp) a$$

$$\therefore \rho a ds F \cos \theta = dp$$

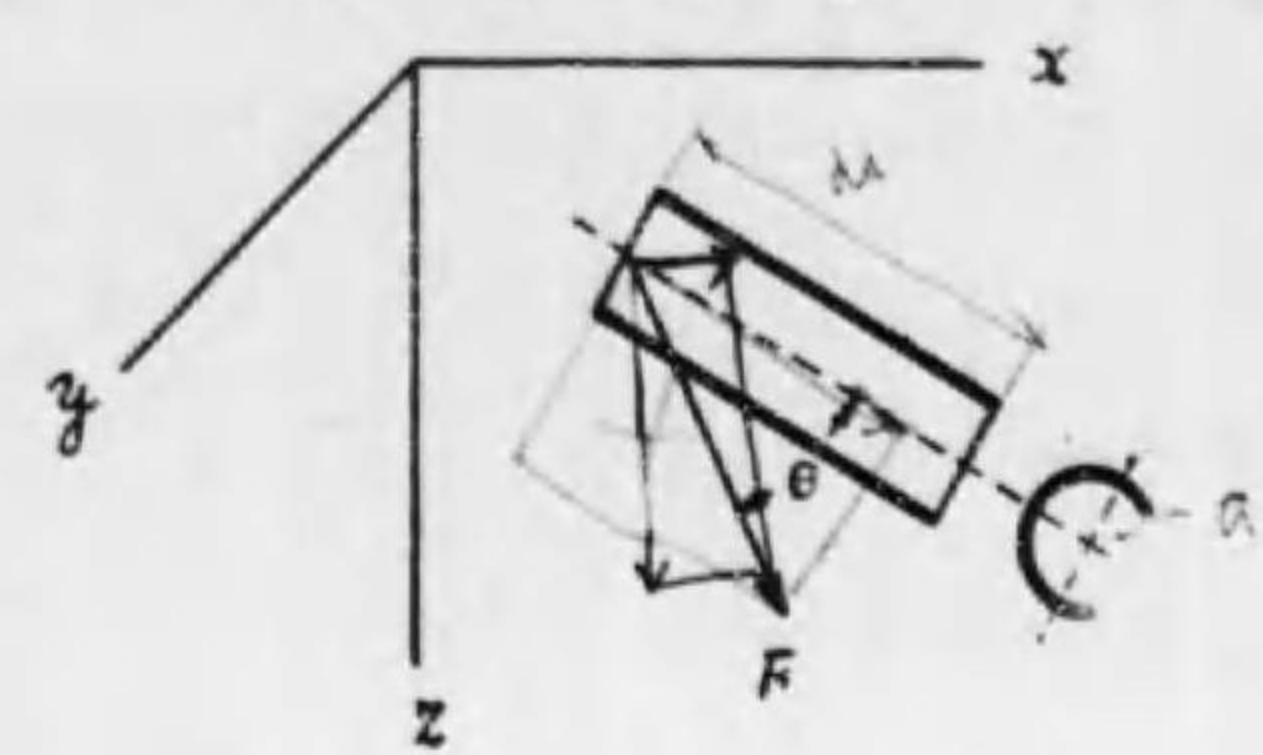
$$\text{或} \quad F \cos \theta = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} \quad (29)$$

(29) の式に於て  $\cos \theta = 0$  ならば  $dp = 0$  即ち  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ならば  $p = \text{定値}$  なり。

「 $p = \text{定値}$  なる面は加速度  $F$  の方向に直角なり。」

斯の如き面を等壓面と云ふ。一般には  $F$  の方向が場所に依りて變るから等壓面は曲面である。外力が單に地球重力のみなれば  $F$  は垂直下方に向い等壓面は所謂水平面に平行なり。之れ本章の最初の節に述べたるものを更に説明したるなり。地球全體に就て云へば重力の方向は場所に依りて變るから平均水準面は橢圓の形を取る。

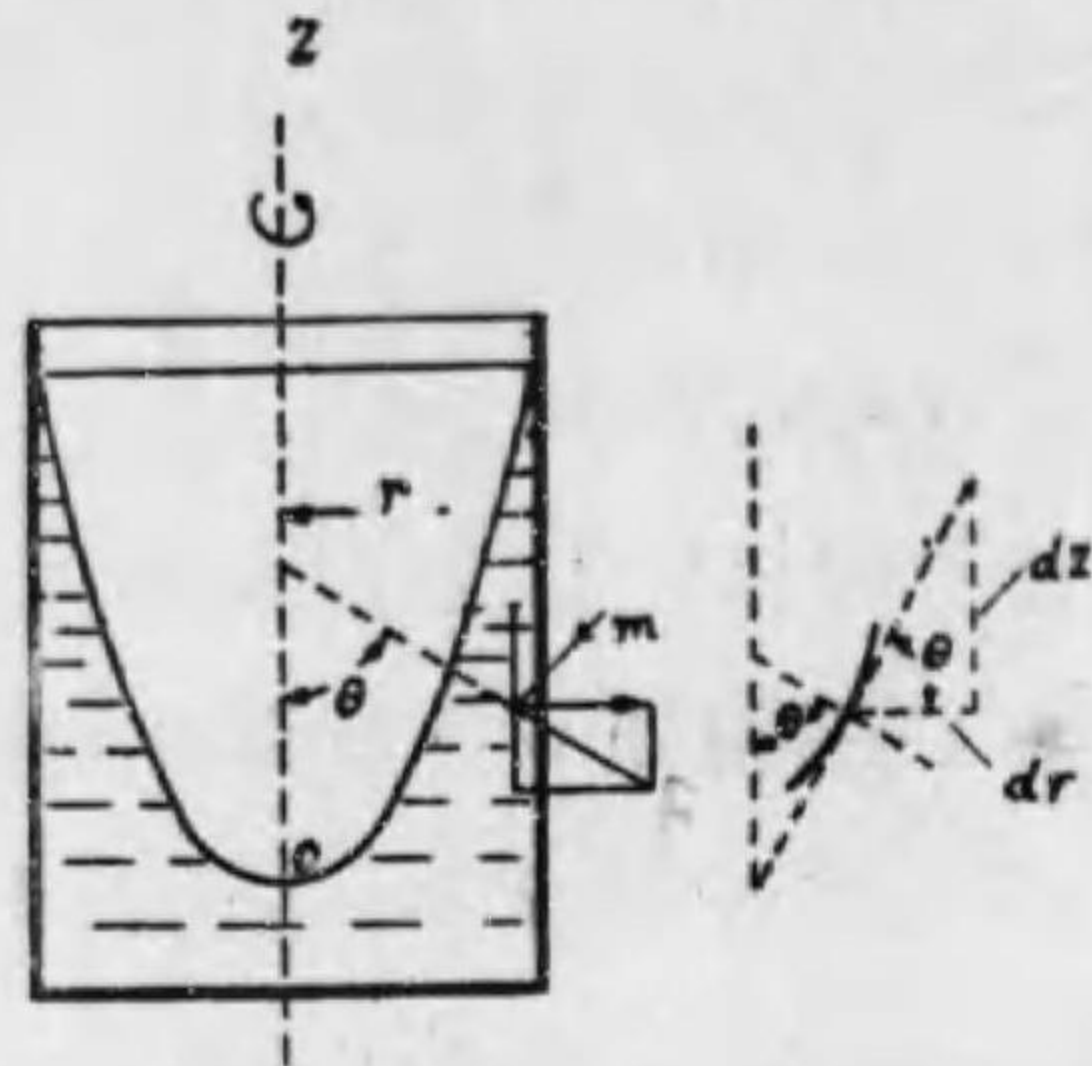
第二七圖



## 17. 廻轉する水の表面

一の器の中にある水が垂直軸  $oz$  の周りに一様の角速度  $\omega$  を以て廻轉すれば(実際には器も共に  $\omega$  にて廻轉さすべし)水は恰も一の固體の如く一體となりて運動し各層の間に剪断力の働く事なし。水の或微部分  $m$  に加はる加速度は(1)水平方向には半径  $r$  の場所に於ける遠心加速度  $r\omega^2$ , (2)垂直上方には地球重力  $-g$  なり。Zの符號を上方に正とす。

第二八圖



$z$  軸を含む平面にて此水を切斷すれば其平面に於ては水の運動表はれず即静止の場合と同様に考へる事を得。而して前節の理に依りて等壓線は前記(1)及(2)の合成加速度  $F$  に直角なるべきなり。 $m$  に於ての  $F$  の方向は

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan \theta$$

に依りて定まる。 $\theta$  は  $F$  と  $z$  軸とのなす角なり。然る時は  $m$  に於ける等壓線が此  $F$  に直角なる事に依り

て其等壓線の方向は

$$\frac{dz}{dr} = \tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$$

即ち  $dz = \frac{\omega^2}{g} r dr$

之れを積分すれば一の等壓線を表はす即ち

$$z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 \quad (30)$$

茲には  $r=0$  の點を  $z=0$  としたる故積分定數を要せず。即ち此式は  $r=z=0$  に頂點を有するパラボラを表はす。而して前記の  $z$  軸を含む垂直平面は任意の方向に取りたるもの故に「等速廻轉をなす水の自由表面はパラボロイドなり」と云ふ事になる。

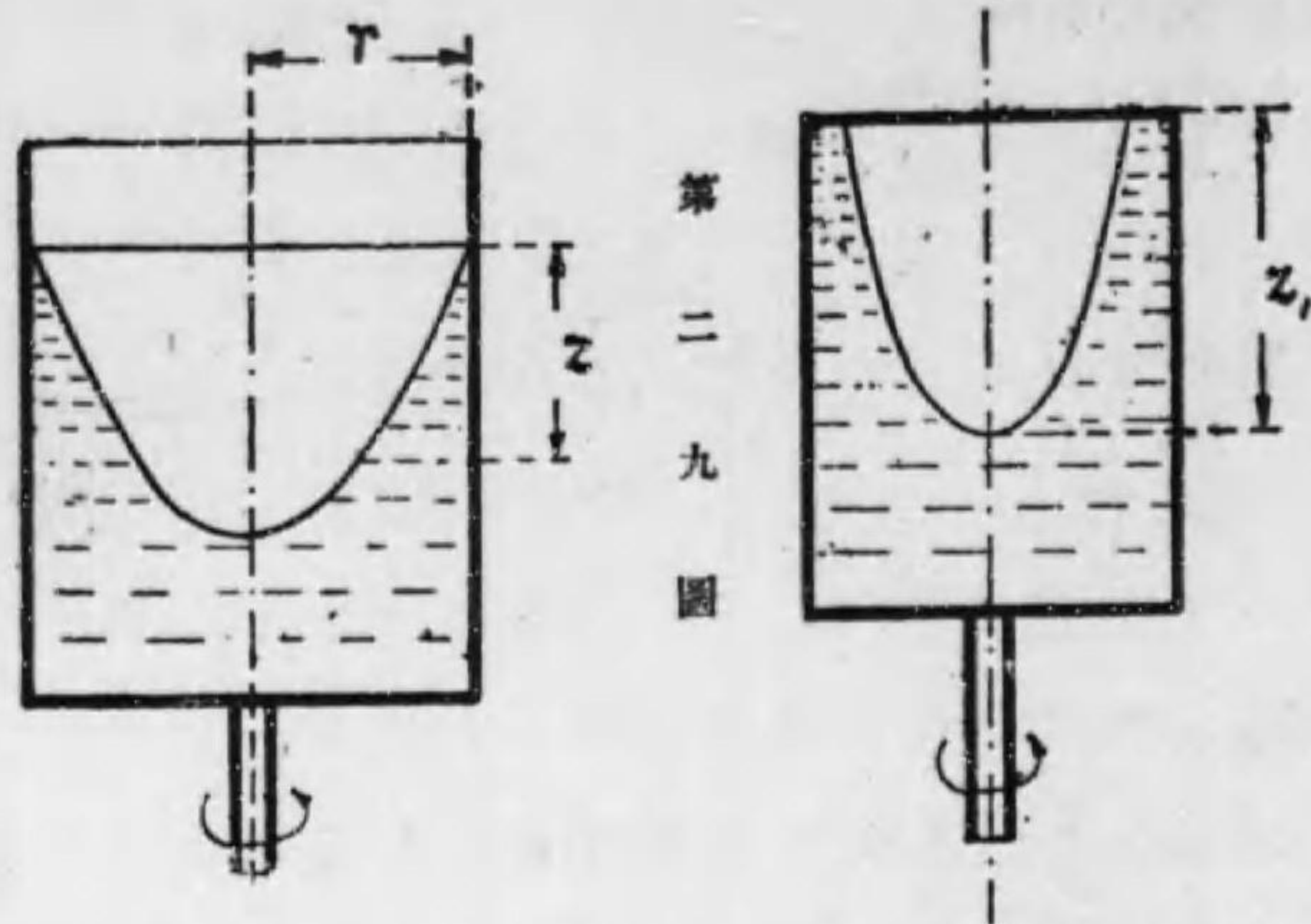
## 18. 廻轉速度計

前節に述べたる廻轉する液體の表面がパラボロイドになることは水力学或は流体力學に於て種々なる問題に關聯して起つて來るが夫れは後に詳説するとして今は最分り易く且つ面白い一の應用の例を述べて見よう。

小さなコップに液體を入れて垂直軸に廻轉を與へれば第二十九圖の如くパラボロイドの最低點と上の縁との高さの差  $z$  によりて次の關係

$$\omega = \frac{1}{r} \sqrt{2gz} \quad (31)$$

で廻轉速度  $\omega$  が知れる。半径  $r$  は定まつたものであ



る。毎分間の廻轉數を  $n$  とすると

$$n = \frac{60}{2\pi r} \sqrt{2gz} \quad (32)$$

なり。 $n$  は  $\sqrt{z}$  に比例するからコップの横の面に刻むべき目盛は面倒である。

同圖乙にてはコップの上部を密閉したる故に軸の廻轉數  $n$  が或程度に達すると液體は丁度上の蓋に接し  $n$  が之れより高くなると圖の様な液體表面を形造くる。液體の上の縁が蓋に丁度接する時の  $z$  の値を  $z_0$  とすれば之れより高き廻轉數  $n$  にては

$$n = \frac{60}{2\pi r} \sqrt{\frac{2g}{z_0} z} \quad (33)$$

となり其時の  $z$  に正比例す。 $z$  の目盛に或係數を乗すれば廻轉數を知る。[Griffiths "Engineering instruments

and meters" (1920) 此場合パラボロイドの容積一定なり。

$$V = \text{容積} = \int_0^z \pi r^2 dz = \text{一定}$$

之れに  $z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$  を用いて  $r^2$  を追出し  $c \int z dz = c \frac{z^2}{2}$

となる。  $V = \frac{\pi g z^2}{\omega^2} = \frac{\pi g z_0^2}{\omega_0^2}$   $z_0 = \frac{\omega_0^2}{2g} r^2$  にて  $\omega_0$  を追出す。)

### 問題

1. 内徑 2 米の圓筒形水槽を長軸を水平にして置きたり。之れに水を滿したる時に水槽の鏡板に加はる總壓力は幾キログラムなるか。

3141.6

2. 水門の幅 10 米にして水深は片側に 8 米他の側に 4 米なり。合成壓力及び水底から壓力中心に至る高さを求む。

壓力 240 噸, 高さ  $3\frac{1}{9}$  米

3. 船渠戸扉外側の水深 7.5 米, 底の幅 15 米, 水面に於ける幅 19 米なり, 扉面は垂直にして船渠内は空虚なり。然るときは扉面に加はる全水壓力を求めよ海水の比重 1.025 とす。

460 噸

4. 貯水池の堰堤の内面が水平面に對して傾斜  $60^\circ$



をなせり。縦横共に1米の方形の流出口あり其口の蓋は上の縁に於て蝶番にて取付けられ又下の縁には板の面と45°をなせる鎖が結び付けられ夫れで板を引上げる様になりて居る。板の上縁から水面迄4米なる時鎖の張力幾何なりや。但し蓋の重さは200キログラムなり。

3310キログラム

### 第三章 水の運動

#### 19. 流體運動の二状態。流線運動。

(Stream line flow)

水が細い真直な圓管の中を極く静かに一樣の速度で流れ居る時は恰も線を引いた様になりて流れるのである。必ずしも細い管と限らず場所の廣さと速度の関係が適當に取りてあれば水の運動方向が一の曲線に沿ふて表はされる。斯の如きを流線運動と云ふ。

流線の定義。

「流動せる流體中に一の假想の曲線を引きたる時或一瞬間に於て曲線上各點に於ける流動方向が其點に於ける曲線の正切方向に一致するならば其曲線を流線なりと云ふ。」

簡単に云へば或瞬間に於て流體の各點の運動方向を繼いで出来る所の曲線である。流體の或特別の微分子が時の経過と共に畫く所の通路は流線とは別物である。流動状態が時間に依りて變らぬ時にのみ流線と通り路とが一致す。依りて流線運動の中に又二の場合ある事を知る。

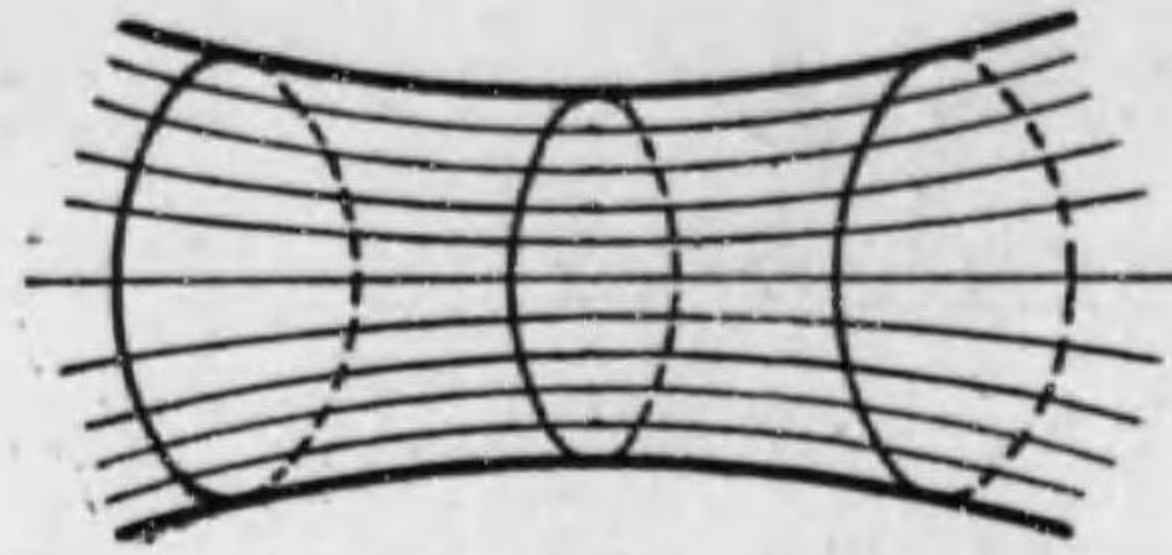
流線運動(永久不變のもの)

(絶えず變化するもの。

永久不變の流線運動にありては或る一點に於ての速度は方向及大きき共に永久不變である。

流動せる流體中に一の極く小なる環狀曲線を想像せよ。此曲線上各點を通過する流線は相集まりて一の假想的筒を造る(第三〇圖)。之れを流線管と云ふ。

第三十圖



## 20. 混亂流動 (Turbulent flow)

太き管の中を水が大なる速度にて流れるか又は急激なる曲り角を廻る時に於ては流線が壊れて全く不規則なる状態にて流れる。之れを混亂流動と云ふ。此場合には各微分子の運動を知る事も出来ねば従つて計算も出来ぬ。我々が日常普通に接して居る所の流動状態は殆ど總て此混亂流動であつて流線運動の如き規則正しきものは極めて細き管の中を靜かに流體が流れる場合にのみ起るのである。尙此問題に就いては後章に於て詳説す。

混亂流動にありては各微分子の運動不規則なれども全體としては或法則の下に支配されて居る。例へ

ば一の圓管の中を水が流れる場合に毎秒間の流出水量が一定なる間は其管の摩擦抵抗は同じ値であり而して水量が増せば抵抗が或割合で増加するが如し。又一の溝の中を流れる水量が急に變化すれば其所に浪が起る。斯様にして混亂流動も

混亂流動 { 状態變化せぬもの,  
                  { 絶えず變化するもの,

の二の場合あり。

## 21. 平均水速。

流線の成立して居る場合でも流水通路の一横断面上速度の分布は一樣ならず。例へば圓管内を水が流れる時には粘性の爲めに管壁に近き所は速度小にして中央に於て最大なり。又管が末擴がりの形なる時は流線が中央と壁面に近き所とは方向を異にす。混亂流動の場合に於ても大體同様に考へて宜ろし。

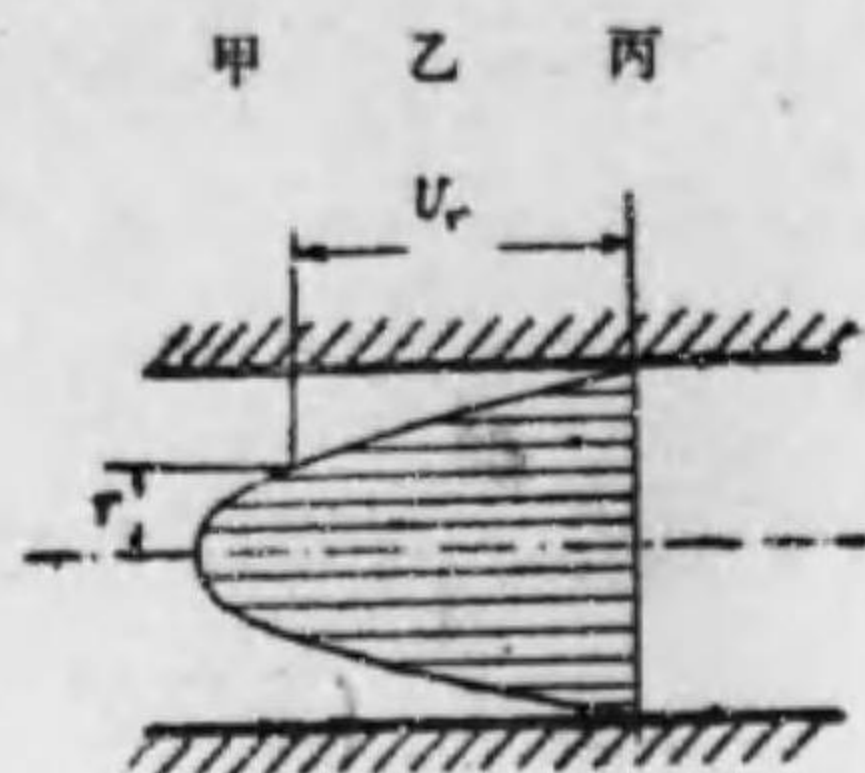
水力學に於ては水の各微分子の速度を正確に表はす事困難なる場合多く又其必要少なし。圓管や溝の如き場合には一般に平均水速なるものを用ゆ。管の横断面積を  $a$  平方メートルとし毎秒流出水量を  $Q$  立方メートルとせば平均水速  $v$  は

$$v = Q/a \text{ メートル/秒} \quad (34)$$



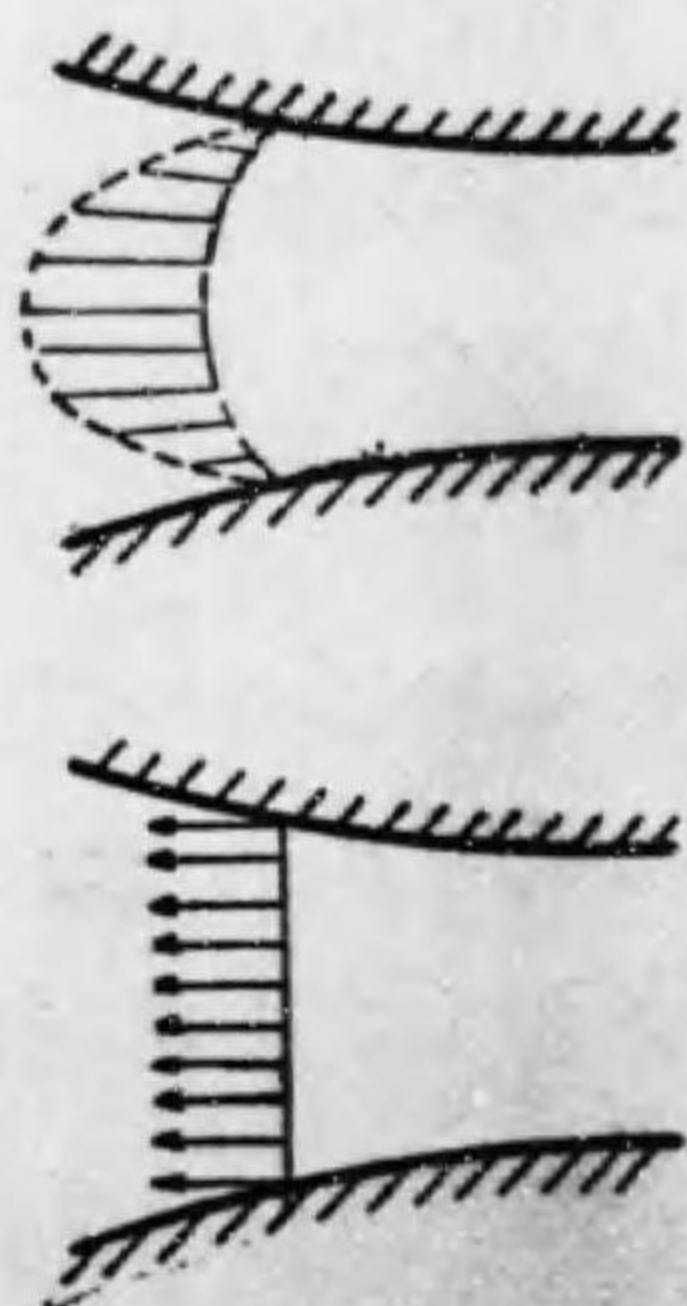
なり。末擴がりの管に於ては眞の通路面積は第三一圖乙の點線にて示す如きものなれども前記の  $a$  は管の中心線に直角なる鎖線にて示す斷面積なり。即ち平均速度  $v$  は同圖丙に示す如く考へたるものなり。

第三一圖

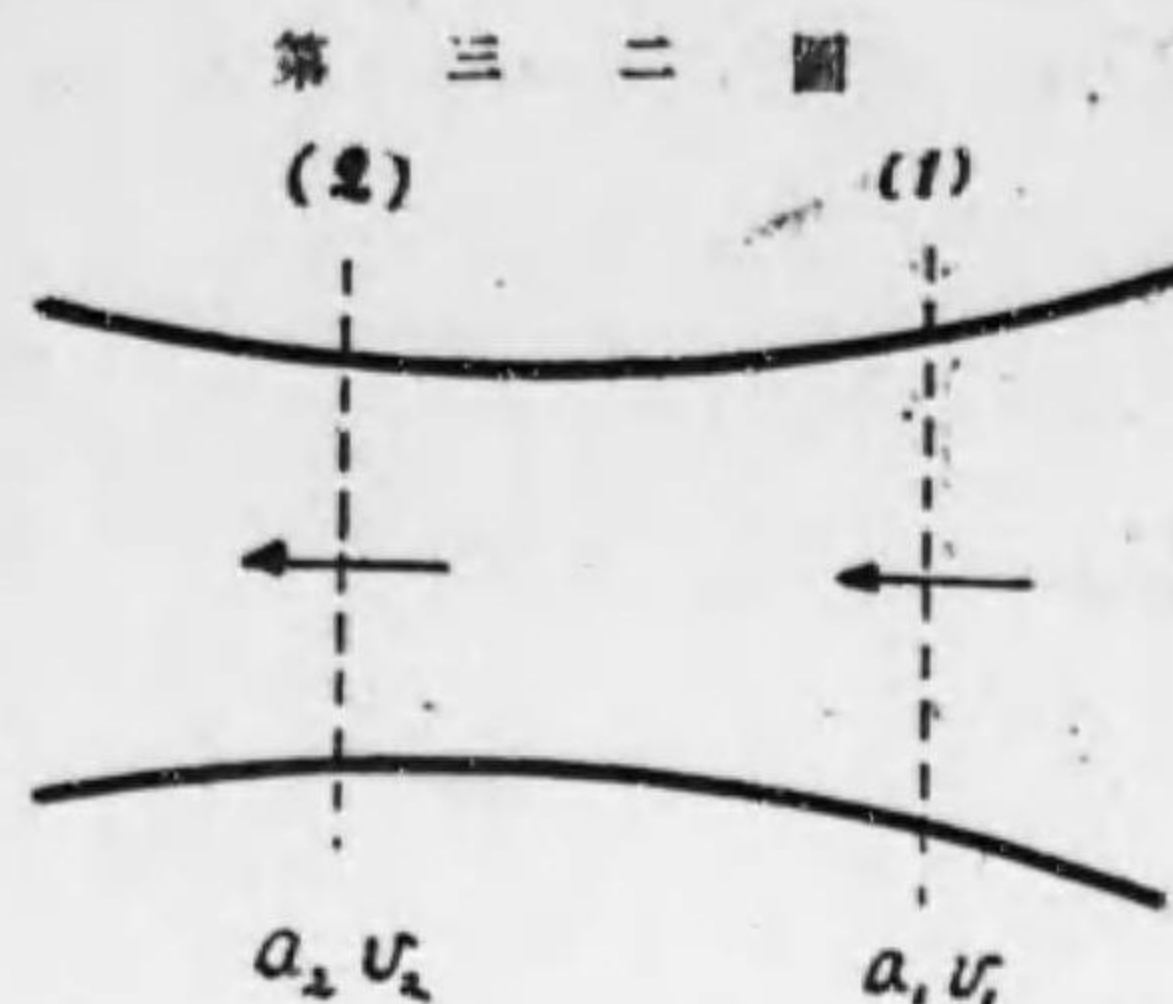


22. 連續の理。(Principle of Continuity)

流體中に或一の不動且つ有限の領域を假想せよ。或時間に領域内に質量が増加したらば其増加したるものは其内で發生したるものではなくて必ず領域の境界面を通して其所に流込みたるものなり。質量の減じたる場合は總ての關係が全く反對となる。之れを流體の連續の理と云ふ。水は壓縮不可能と考へてあるから一の定つた領域内の質量は不變である。或時間に其境界面の或部分を通して其中に流入したる質量あり



とせば必ず同時に其質量丈のものが境界面の他部分から流出しなければならぬ。水を流す鐵管の場合を取りて考ふるに管の斷面(1)及(2)の間を與へられたる領域とすれば單位



時間に(1)を通る水量は其斷面  $a_1$  と平均水速  $v_1$  とに依りて  $Q=a_1 v_1$  なり。又夫れ丈の水量  $Q$  は(2)から出去らねばならぬ故に  $Q=a_2 v_2$  なり即ち

$$Q=a_1 v_1=a_2 v_2= \dots \dots \dots (35)$$

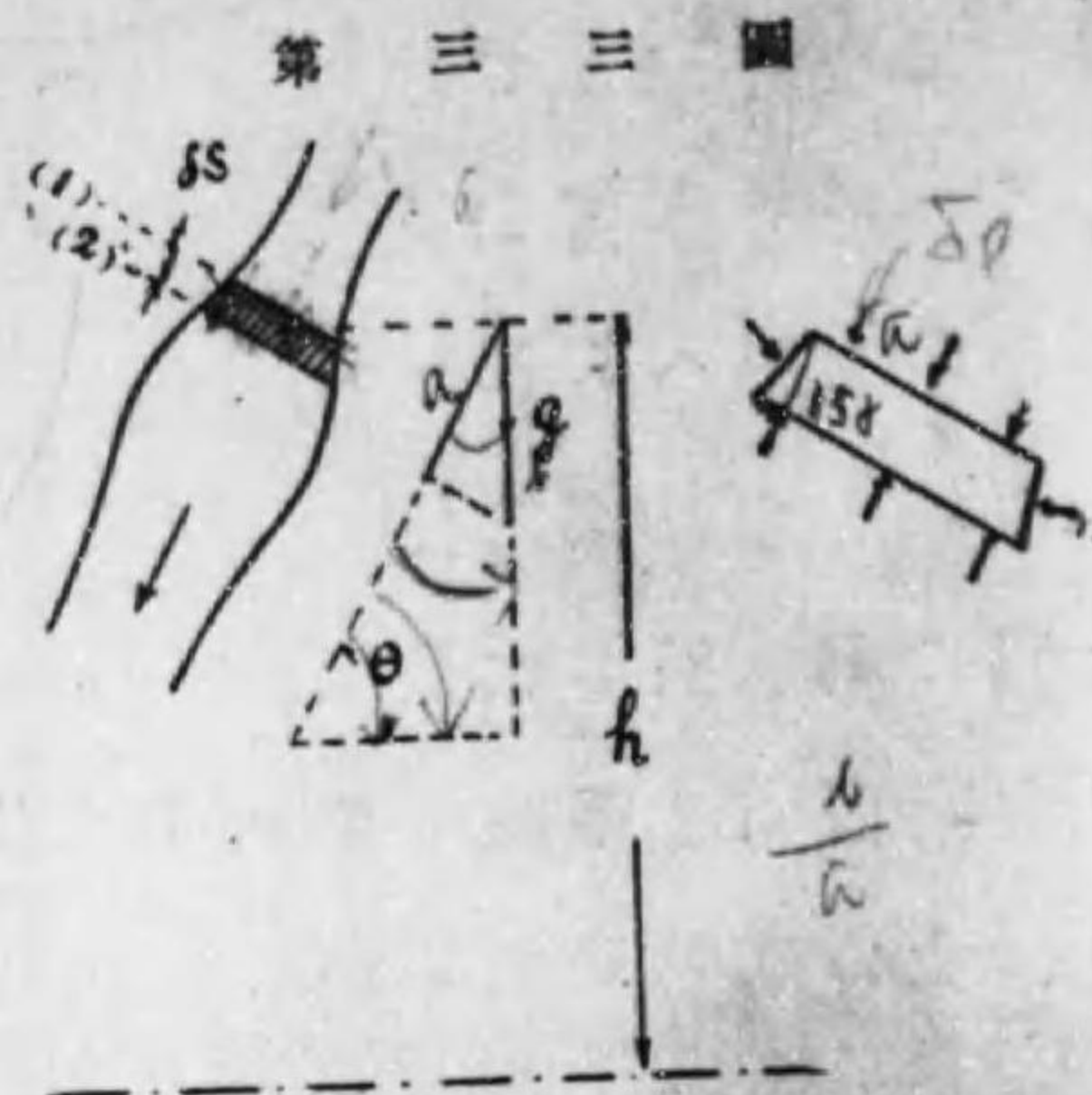
或瞬間に於ては鐵管の到る所の斷面に於て流水量  $Q$  立方メートル/秒は同一なり。

次の瞬間には  $Q$  が異なる値を取り得。其時は鐵管の總ての斷面に於て新しき  $Q$  の値を取るなり。之れは水を壓縮不可能としたからである。空氣の如く壓縮容易のものにありては容積丈では論じられぬ。必ず之れに密度を乗じて質量の流れに就て論じなければならぬ。流れの度合が急激に變る場合には空氣の如きものは直に鐵管の全線に沿ふて同時に新しき流

出量とはなり得ぬ。

23. ベルヌーイ<sup>(1)</sup> (Daniel Bernouilli) (或は Bernoulli) の定理。

水を完全流體なりと假定す。其流線管は第三三圖の如く太さの一樣ならざる細き管の如きものにして且つ運動状態は何時迄経ちても變化なしとす。



此流線管の一小部分長さ  $ds$  を取りて之れに働く加速度、重力、壓力及其他の關係を明にせんとす。小部分  $ds$  の入口を (1)、出口を (2) と記す。

$a, a+da$  = (1) 及 (2) に於ける横斷面積、平方メートル

$m$  = 小部分の質量 =  $\frac{G}{g} a ds$

$v$  = 質量  $m$  の速度、メートル/秒

$m \frac{dv}{dt}$  = 質量  $m$  が加速度の爲めに要する力、キログラム

$mgsin\theta$  = 質量  $m$  に働く地球重力の流線方向に分

1 (1738) 瑞西の有名なるベルヌーイ家の一人。

$da = \frac{da}{ds} ds$

けたるもの、キログラム

$pa$  = 斷面積  $a$  に其所の壓力  $p$  を乗じたる總壓力、キログラム。

$(p+\partial p)(a+\partial a)$  = 斷面  $(a+\partial a)$  に其所の壓力  $(p+\partial p)$  が働く總壓力、キログラム

小部分  $m$  の入口 (1) 及出口 (2) の斷面に働く總壓力の差

$$(p+\partial p)(a+\partial a) - pa = a\partial p + p\partial a$$

茲に  $\partial p \partial a$  の如き二次の微小量を度外視す。  $p\partial a$  は (1) (2) の間の横壁面上に働く。壓力の分力と釣合ふ。故に此小部分に働く總ての力を集めて次ぎの如き運動方程式を得。

$$m \frac{dv}{dt} = mgsin\theta - a\partial p \tag{36}$$

$m$  に前記の形を書換へると

$$\frac{G}{g} ds \frac{dv}{dt} = Gsin\theta ds - dp \tag{37}$$

數學上では  $ds \frac{dv}{dt} = \frac{ds}{dt} dv$  としても差支なし。  $ds$  を  $dt$  時間に流れる距離とすれば  $\frac{ds}{dt} = v$  速度であり又  $sin\theta ds = -dh$  は其間に降下する垂直距離である。但し  $h$  は或假想の基本水平面に對して有する垂直高とす。依りて上の式は

5

$$\frac{1}{g}v dv + dh + \frac{dp}{G} = 0$$

となる。之れを積分すれば其流線管に沿ふて

$$\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{G} = \text{定数} \quad (38)$$

此場合水は壓縮不可能にして重量  $G$  一定なりとしたるなり。此式の左邊の各項は重量  $mg=1$  キログラムの流體が有する三の形のエネルギーを表はす。  $mg=1$  として

$$\frac{v^2}{2g} = \text{運動のエネルギー, キログラムメートル}$$

$$h = \text{位置のエネルギー, "}$$

$$p/G = \text{壓力のエネルギー, "}$$

依りて式(38)は「三のエネルギーの總和が一の流線に沿ふて其線上一定の値を有す」と云ふ事を表はす。之れをベルヌーイの定理と云ふ。

又式(38)の第一項は第三項と共に第二項の  $h$  の如く水柱の高さにて表はさる。水力學にては水柱の高さを水頭<sup>(1)</sup>と云ふ。

$$\frac{v^2}{2g} = \text{速度水頭, メートル}$$

$$h = \text{位置の水頭, メートル}$$

$$\frac{p}{G} = \text{壓力水頭, メートル}$$

ベルヌーイの定理は又三種の水頭の和が一流線に沿

1 英語にてはheadと云ふ故に頭と云ふ字を用ゆ。

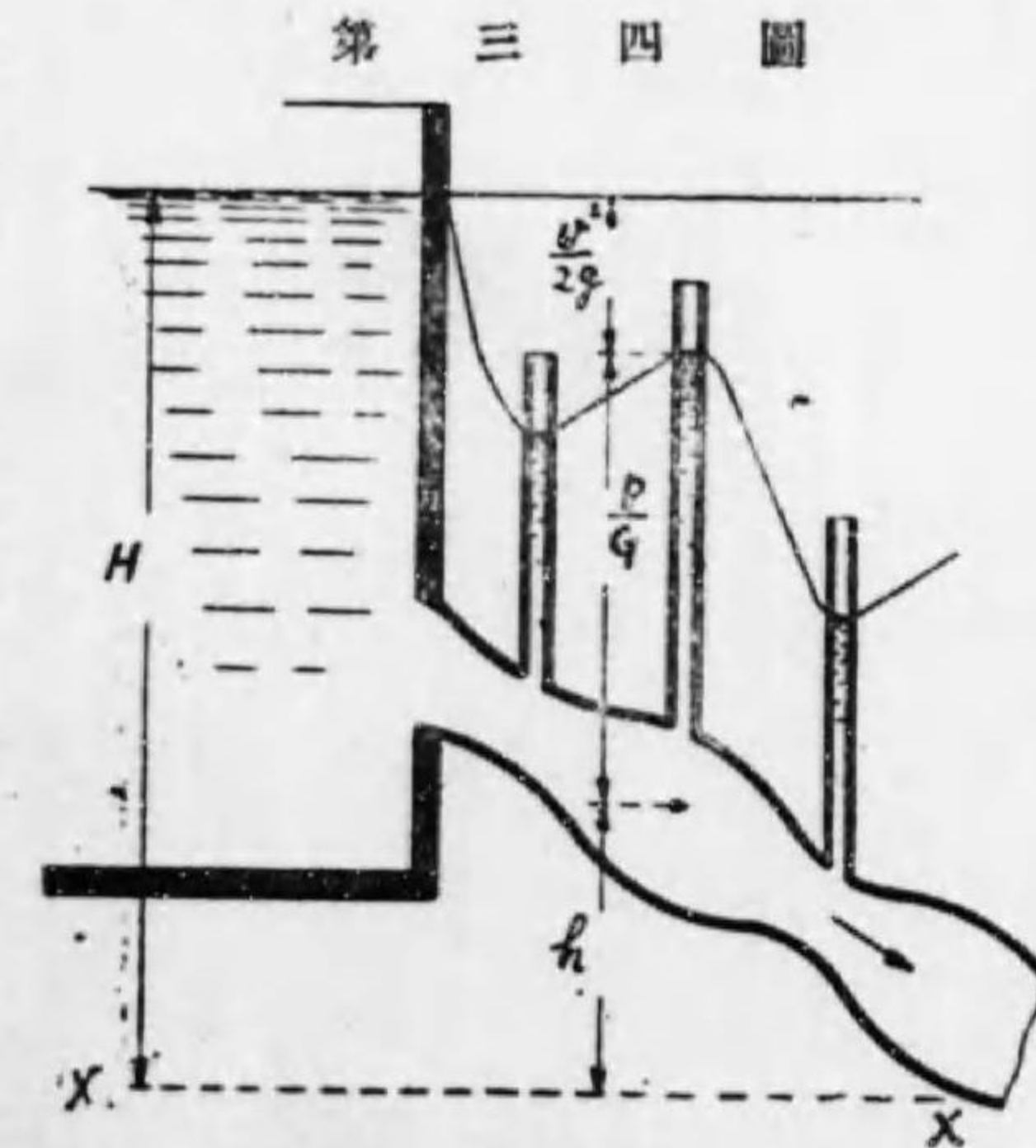
ふて一定なり」と云ふ事になる。茲に云ふベルヌーイの定理は總て粘性なく且つ壓縮不可能の流體が永久不變の流動をなす場合にのみ適用するなり。即ち摩擦抵抗ある場合には上の定理は異なりたる形を取る。前記ベルヌーイの定理は實に水力學の基礎をなすものにして各種のエネルギーを最分り易き形に表はしたる所はベルヌーイの非常なる功績なり。

#### 24. ベルヌーイの定理の實驗的説明。

水槽に粘性なき水(斯の如きものありと假定して)を入れて太さの一樣ならざる鐵管にて流下せしむ。

第三四圖。管の何所に於ても流動に對する抵抗なしとすれば流體は流線運動をなし之れにベルヌーイの定理を適用する

を得るは明かなり。鐵管の諸所に細き硝子管(パイゾメーター)を立てれば其中に水が或高さ迄上る。硝子管内の水柱の高さ  $z$  メートルは其點に於ける鐵管内



の水壓に比例す。

壓力  $p$  は絶対壓力を用いても宜ろしいのであるが水力學に於ては普通に大氣壓以上の壓力を取るを便利とす。鐵管の一點に於ての水の壓力が大氣壓以上に  $p$  キログラム/平方メートルなりとせば其點に立てた硝子管中の水柱の高さ

$$z = \frac{p}{G} \text{メートル} \quad (39)$$

なり。毎秒流量  $Q$  立方メートルと其點の鐵管斷面積  $a$  平方メートルとからして水速  $v$  メートル/秒が知れ従つて速度水頭  $\frac{v^2}{2g}$  メートルが分かる。之れに基線  $XX$  上の位置の水頭  $h$  メートルを加へたものは

$$\frac{p}{G} + h + \frac{v^2}{2g} \text{メートル}$$

なり。

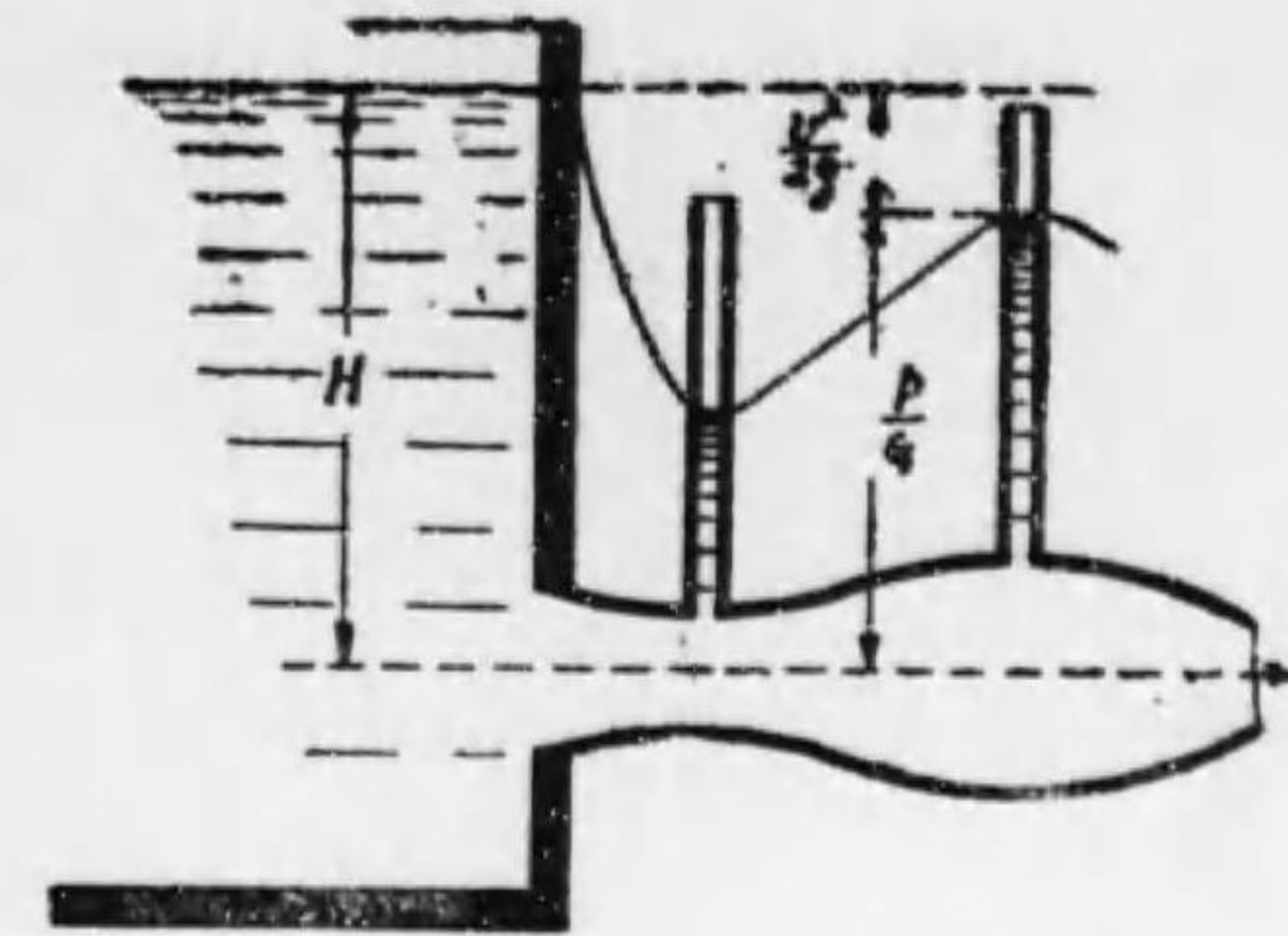
一方に於て水槽は非常に大きくして鐵管の方に水が流出しても暫時は水面の低下なしとせば水槽水面に於ては水速  $v=0$  なり。又其所には大氣壓が水面上に働くのであるから  $p=0$  なり。故に前記の三の水頭の和は水槽水面高  $H$  メートルに等しき理なり。即ち鐵管の總ての點に於て

$$\frac{p}{G} + h + \frac{v^2}{2g} = H = \text{一定}$$

なり。

## 第三五

基線  $XX$  は任意の高さに取りて宜ろし。唯計算の都合よき様にする。例へば水槽から導かれたる鐵管の中心線が水平である



時には其中心線を取りて直に基線とす。然る時はベルヌーイの方程式は鐵管の到る所にて

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{G} = H = \text{一定} \quad (40)$$

となり頗る簡單なり此式を見ると速度水頭と壓力水頭の和が一定であるから速度の大なる所では壓力が低くなる事が分る。

## 第三六圖

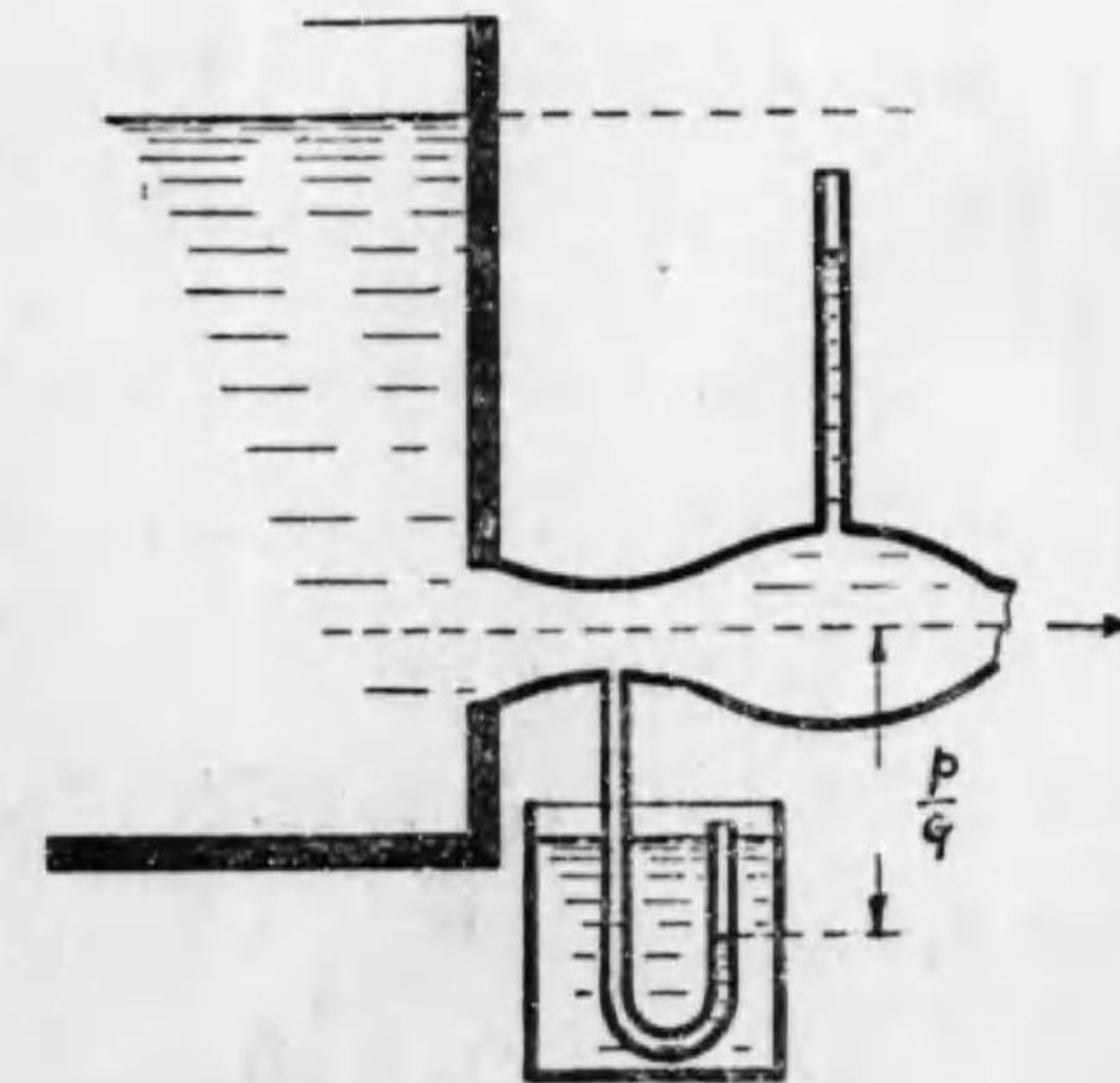
即ち

$$\frac{p}{G} = H - \frac{v^2}{2g}$$

の式に於て  $H < \frac{v^2}{2g}$

なれば  $\frac{p}{G}$  は負なり。

第三六圖の切斷面積最少なる所に於ては硝子管を下方



に立てざるべからず。大氣壓は真空に對して 10.3 米計りの水頭となる。故に  $p/G$  は -10.3 米に達する事もある。其硝子管中の水面より少し高くなる程にコップに水を入れると大氣壓に押されてコップ中の水は鐵管の方に流れて行く。云ひ換れば鐵管中の低壓の爲めに水が吸上げらる。之れ所謂霧吹き装置なり。

次に面白き例あり。第三七圖甲の如く管の端末に圓板が取り附けてあるとす。今此管から水が流出で居る時他の圓板を管口に近く持來すと水の働きで第二の板が管口に吸付けらるゝ如き現象を呈す。次ぎに之れを説明せん。

$r_1, p_1, v_1, a_1$  を管の口即ち水が板の兩面間隙に入る所の半径、壓力、速度、水の通路面積とし  $r_0, p_0, v_0, a_0$  を板の兩面間隙から空氣中に放出される所のものとす。然る時は

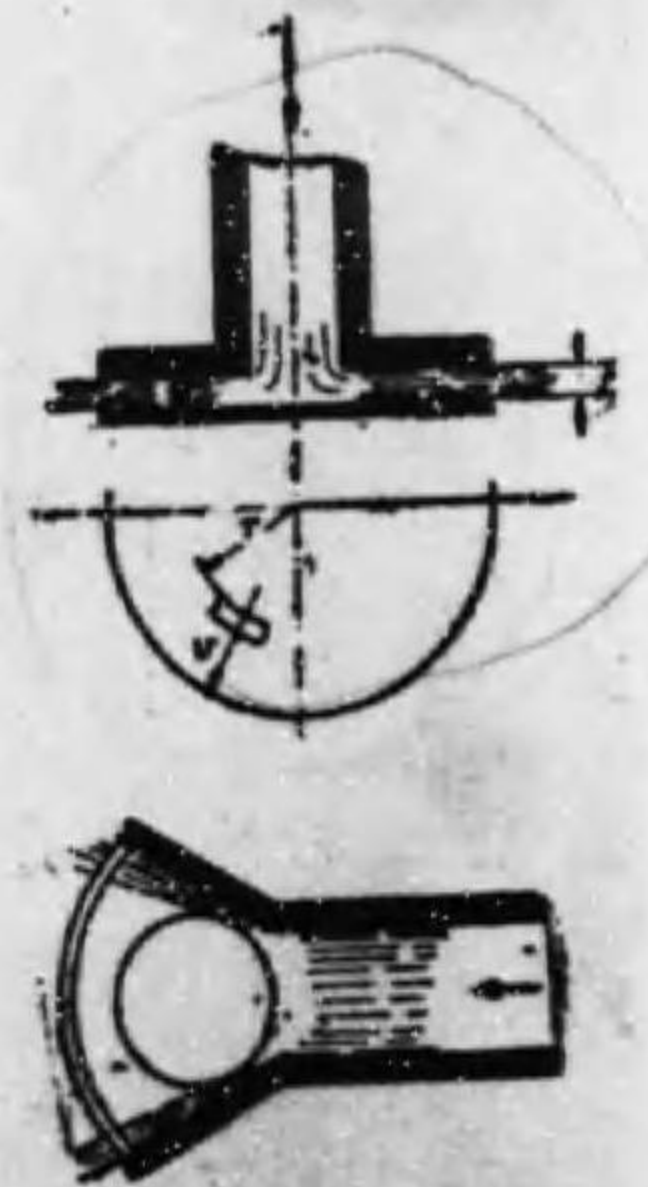
$$a_1 = 2\pi r_1 t \quad \text{及} \quad a_0 = 2\pi r_0 t$$

$t$  = 兩面の間隔なり。流體連續の理に依りて流出水量

$$Q = v_1 a_1 = v a$$

$$\therefore v_0 = v_1 \frac{a_1}{a_0} = v_1 \frac{r_1}{r_0}$$

第三七圖



兩面間を水が流れるに當りて摩擦其他の抵抗無きものとせば兩面間隙の入口及出口に於けるベルヌーイ方程式は

$$\frac{p_1}{G} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_0}{G} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_0}{G} + \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2$$

$$\therefore \frac{p_0 - p_1}{G} = \frac{v_1^2}{2g} \left\{ 1 - \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 \right\} \quad (41)$$

$p_0$  は大氣壓なり。故に  $r_0$  が  $r_1$  に比して大きければ大きい丈  $p_1$  は大氣壓より低くなる即ち兩面間の壓力は出口を除く其他の點に於ては大氣壓より低し。故に第二の圓板は第一の圓板の方に吸付けらる。而して餘り近づくと流出水量が減するから  $v_1$  が小さくなりて  $p_0 - p_1$  の差は少なくなり若し兩方の板が密着すれば中心に於ては水の壓力  $p_1$  は水の靜水壓力に昇る故に第二の圓板は管の口から遠けらる。斯の如く第二の圓板は近寄りたり遠かりたりする。

消火用の噴管には球を附して噴水を極く薄い層にて一樣に四方へ振り撒く様にしたり。此球も亦前記の圓板と同様な働きをなすなり。初めに水を噴出する時に球が飛び出さぬ様に球を圍みの中に置いてある。第三七圖乙

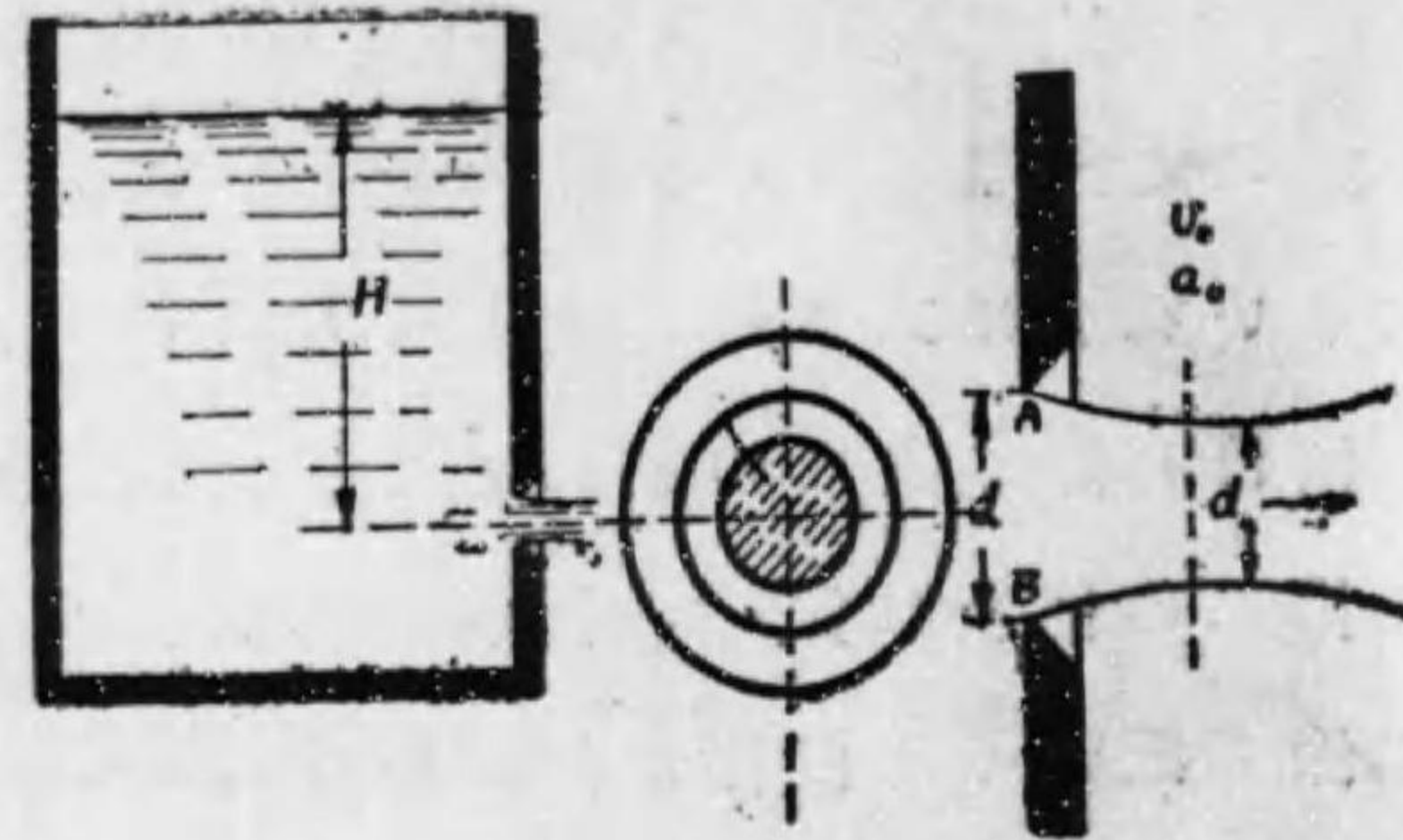
第四章 孔 口。

25. 小 孔 口。

水槽の横壁上に小さな孔を穿つて夫れから水を流出せしむ。

第 三 八 圖

斯の如き孔を孔口(Orifice)と云ふ。孔の大きさが孔の中心に於ける水深



Hに比して非常に小さい時に孔を小孔口と云ふ。孔の上縁に於ても亦下縁に於ても水速が殆ど同じなりと考へ得るなり。又孔口の問題に於ては普通に孔口の面積に比して水槽が遙かに廣いものとす。故に水が流出しても暫くの間は水槽の水面降下が目に見えぬ程小さい即ち水槽水面に於ては水速零と見る事を得。此面上に働く壓力は大氣壓 $p_a$ なり。基本水平面を孔口の中心の高さに取ると水槽水面の位置水頭はHメートルなり。

孔口外にては亦大氣壓が働く。孔口内に於ては水

が四方から集る故に噴出水の形が圓錐狀に狭くなる。孔口を出でて少し進んだ所即ち孔口の高さ AB の約半分の距離で噴出水が最も細くなる。之れを最小断面(Vena contracta)と云ふ。孔口に於ては各流線の方向一様ならず。従つて壓力も中央と外縁の方とで多少變つて居る。然るに最小断面に於ては流線が平行し居りて外から中心迄壓力一樣なりと考へらる。故に流出速度の測定其他の計算には總て此最小断面を取る方都合宜し。但し最少断面に於ても速度の大きさは一樣ならず。實際の場合に於て孔口縁邊の摩擦及空氣摩擦等ありて断面の中央速度最大にして外縁速度小なり。最小断面積を $a_0$ 平方メートルとし断面上の平均水速を $v_0$ メートル/秒とす。

先づ初めに何所にも摩擦抵抗なしとし即ち水を完全流體と考へて水槽水面と最小断面との二個に就て一の流線に對するベルヌーイ公式を作る。茲に壓力 $p$ は絶對壓力を表はすとす。然る時は該二個所に於て働く大氣壓を $p=p_a$ と書くべし。

$$\text{水槽水面} \quad \text{最小断面}$$

$$H + \frac{p_a}{G} = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_a}{G} \text{メートル}$$

依りて



$$H = \frac{v_0^2}{2g}, \text{ 或は } gH = \frac{v_0^2}{2}$$

即ち何所にもエネルギー損失なき時最小断面に於ての速度水頭は水槽水面の位置水頭に等し。或は位置エネルギーが全部運動エネルギーに變る事を示す。

又之を書換へて

$$v_0 = \sqrt{2gH} \text{ メートル/秒} \quad (42)$$

孔口を通過するに當りて水は諸種の抵抗に基づく水頭損失を受ける。故に最小断面の平均水速は此理論式に依る値より少しく小なり。眞の平均水速  $v_0$  は

$$v_0 = c_v \sqrt{2gH} \text{ メートル/秒} \quad (43)$$

なり。  $c_v$  = 速度係數にして  $c_v < 1$  なり。

孔口の面積を  $a$  平方メートルとすると。

$$a_0 = c_a a \quad (44)$$

$c_a$  = 收縮係數にして之れ亦  $c_a < 1$  なり。

流出水量  $Q$  立方メートル/秒は

$$Q = a_0 v_0 = c_a c_v a \sqrt{2gH}$$

$c = c_a c_v$  = 流出係數とせば

$$Q = ca \sqrt{2gH} \text{ 立方メートル/秒} \quad (45)$$

孔口の中にて最大切なるは鋭及圓形孔口 (Sharp-edged circular orifice) なり。第三八圖に示す如し。孔口の標準型として定めるに都合よく流量を測定するに便

用いらる。鋭及圓形の孔口にては普通

$$c_v = .96 - .99, \quad c_a = .64$$

とせば誤りなし。  $c_a = .64$  は直徑に於て .8 の比に當る。之等  $c_v, c_a$  の値は孔口の精粗に依りて皆多少の差違あるなり。

流出係數  $c$  も實驗する人の巧拙装置の良否に依りて種々なる値が表はれ未だ一定したるものを得ず。一般の傾向としては直徑大なる程又水頭大なる程  $c$  の値小さくなり段々と或値に近づくが如し。

次に示す流出係數  $c$  の値は垂直壁に於ける鋭及圓形孔口の收縮完全なる場合にしてハミルトン・スミス氏が諸家の實驗結果に基きて得たるものなり。

孔口中心 の水深 H		孔口の直徑, 呎及センチメートル				
		.02	.04	.07	.12	.20
呎	センチ メートル	.6	1.2	2.1	3.7	6.1
.4	12	—	—	.624	.612	—
.6	18	.655	.630	.618	.609	.601
1.0	30	.644	.623	.612	.605	.600
6.0	183	.618	.607	.602	.599	.598
20.0	610	.601	.599	.597	.596	.596
100.0	3000	.593	.592	.592	.592	.592

ビルトン (Bilton, 1903) は次の表に示す如く孔口の直徑

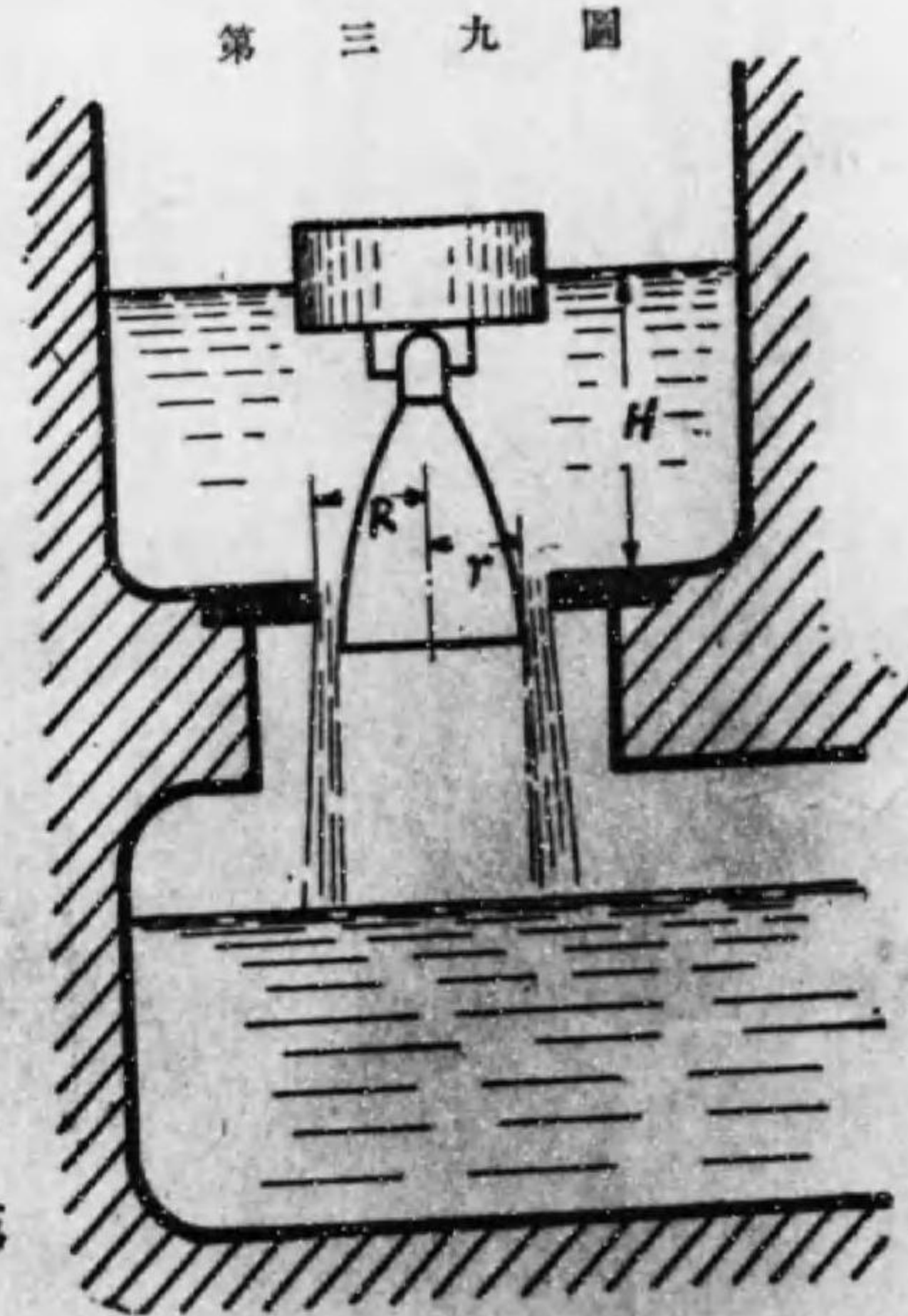
と水頭とが或値以上になると係数  $c$  が一定になると云へり。

水頭 H 呎	孔 口 直 徑 吋					
	2½以上	2	1½	1	¾	½
22及以上	—	—	—	—	—	.621
18	—	—	—	—	.613	.623
17	.598	.599	.603	.608	.614	.625
12	.600	.601	.606	.612	.618	.630

## 26. 水量調節器 スパニッシュモデュール

(Spanish module)

前節に述べたるものを應用して水頭  $H$  の變化する場合にも流出水量を殆ど一定に保つ装置あり。農園に於て灌溉用水を分配する場合等に適す。上の水面に浮ぶ所のウキに釣下げたる釣鐘様のものが第三九圖の如く孔口の



中央に位置を占めて居る上の溝に水が深くなりて水頭  $H$  が増せば反對に釣鐘が上りて流出通路を狭くする。釣鐘の形狀は次の如くして定むべし。

水頭  $H$  なる時に孔口の面に於ける釣鐘断面の半径を  $r$  とす。孔口の半径を  $R$  とす。便宜上流出係数  $c$  を不變と考へる。然る時は流出水量  $Q$  は

$$Q = c\pi(R^2 - r^2)\sqrt{2gH}$$

$$\therefore r^2 = R^2 - \frac{Q}{c\pi\sqrt{2gH}} \quad (46)$$

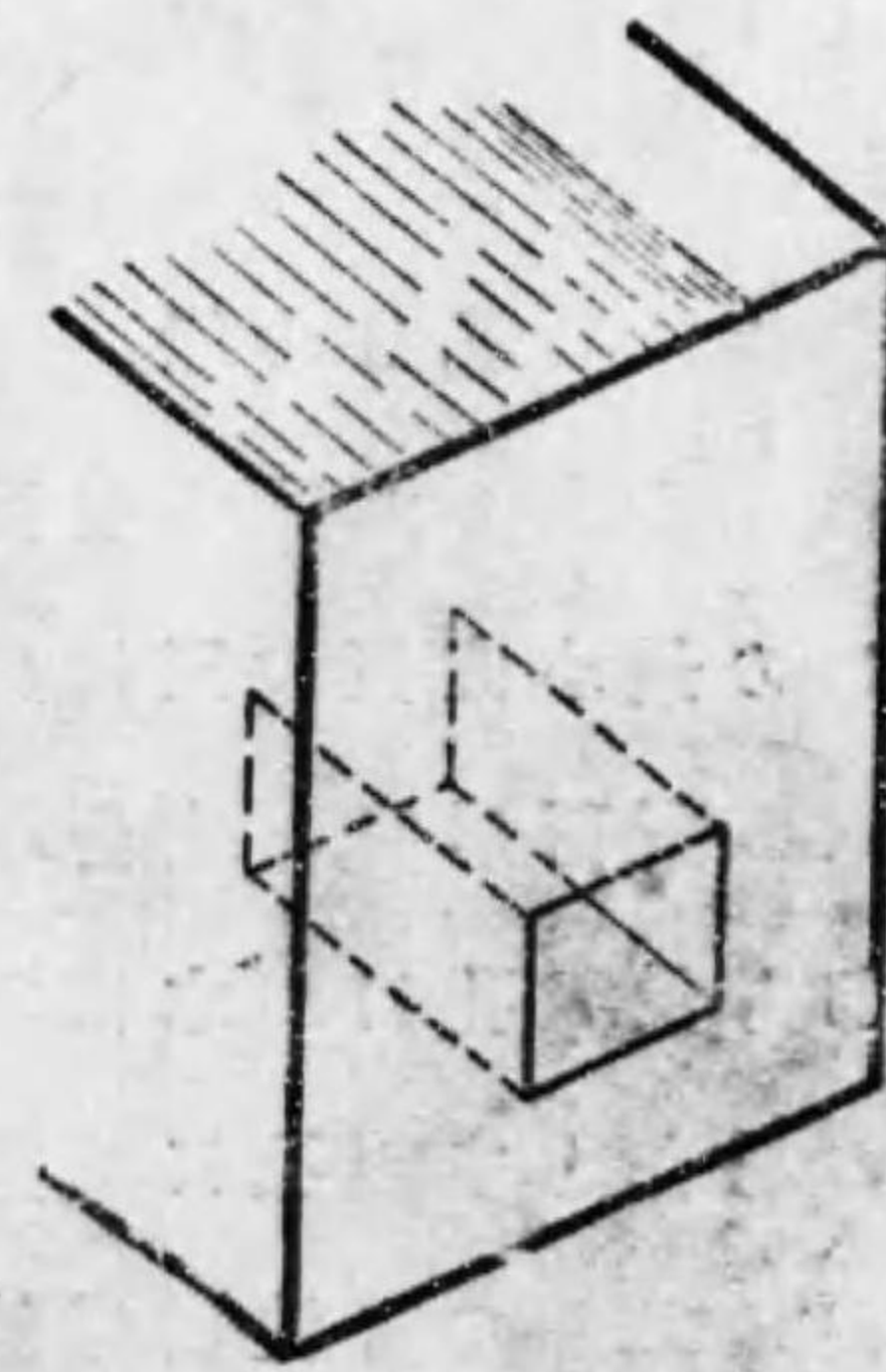
流量  $Q$  を一定なりとする故に  $r$  は  $H$  の函數として表はさる。

## 27. 孔口に於ける水流收縮。

孔口に於ける水流第 四 圖  
状態を今一層委しく調べて見る。

ビドローヌ (Bidone 1838) の研究。54 ミリに 27 ミリの邊を有する矩形孔口の内側に第 四〇圖の如く孔口の縁に於て孔口に直角

なる板を立て水が板の面に平行に流れて或部分は水



流收縮を起さぬ様にする事に依りて流出係数を

$$c = .608(1 + .152 \frac{s}{S}) \quad (47)$$

と見出せり。Sは孔口の全縁、sは板にて圍まれたる縁の長さ又 .608は板を用いざる時即ち收縮完全なる場合の流出係数なり。

之れによりて見るに此孔口の一邊が第四一圖の如く

水槽底面上にある場合

には孔口が底邊より遙に

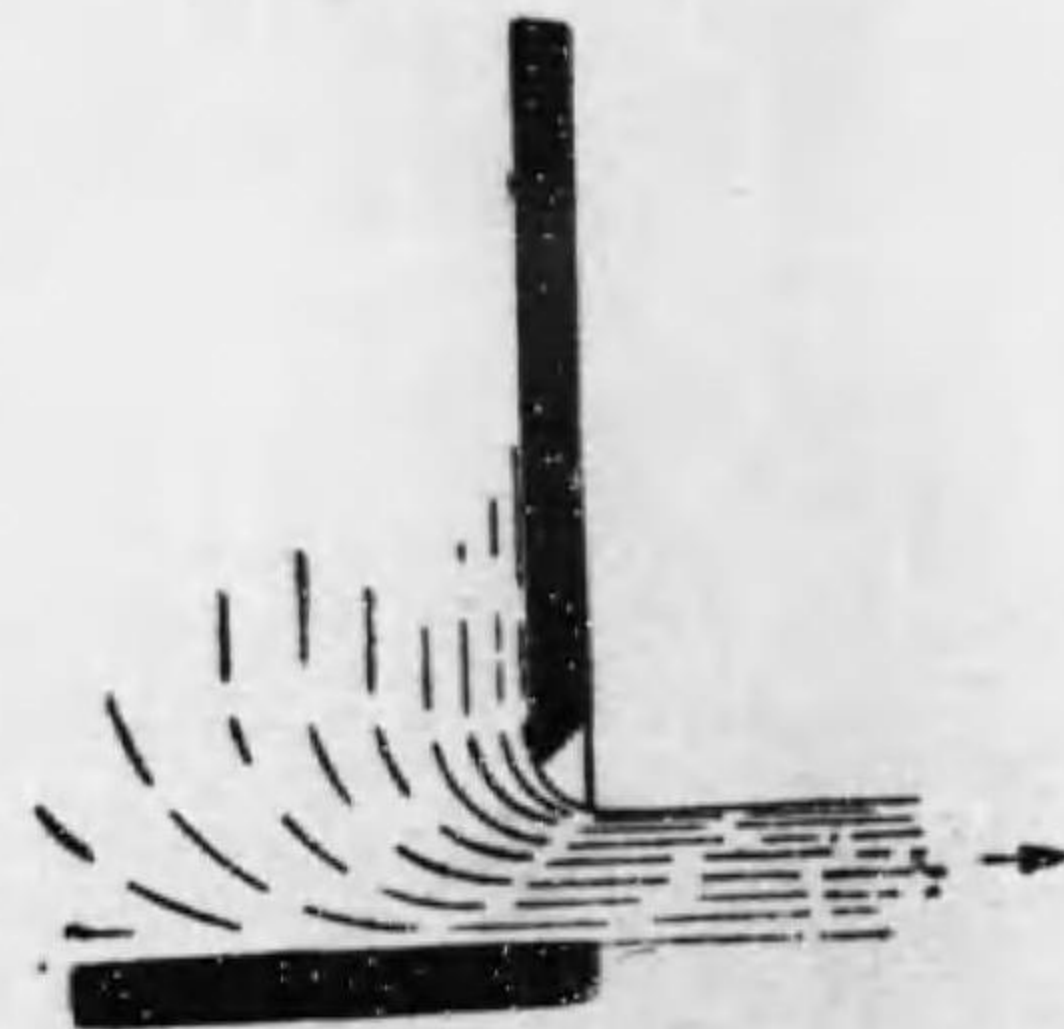
高き所にある場合に比して

水が流出し易き事となる。

標準孔口としては我々は完全收縮の場合を探るべし。夫れには孔口の縁

周の如何なる點も水槽の横壁面又は底面から少なくとも孔口の最小直徑の三倍は隔り居らざるべからず。

噴出水の断面形狀。完全收縮の場合のみに就て考へる。即ち銳乃孔口が水槽の壁面に依りて收縮を妨害されぬ場合とす。孔口が垂直壁面にありても又は水平底面にありても流出係数は同じであると考へらる。然し乍ら噴出水の收縮形狀は兩者一樣ならず。



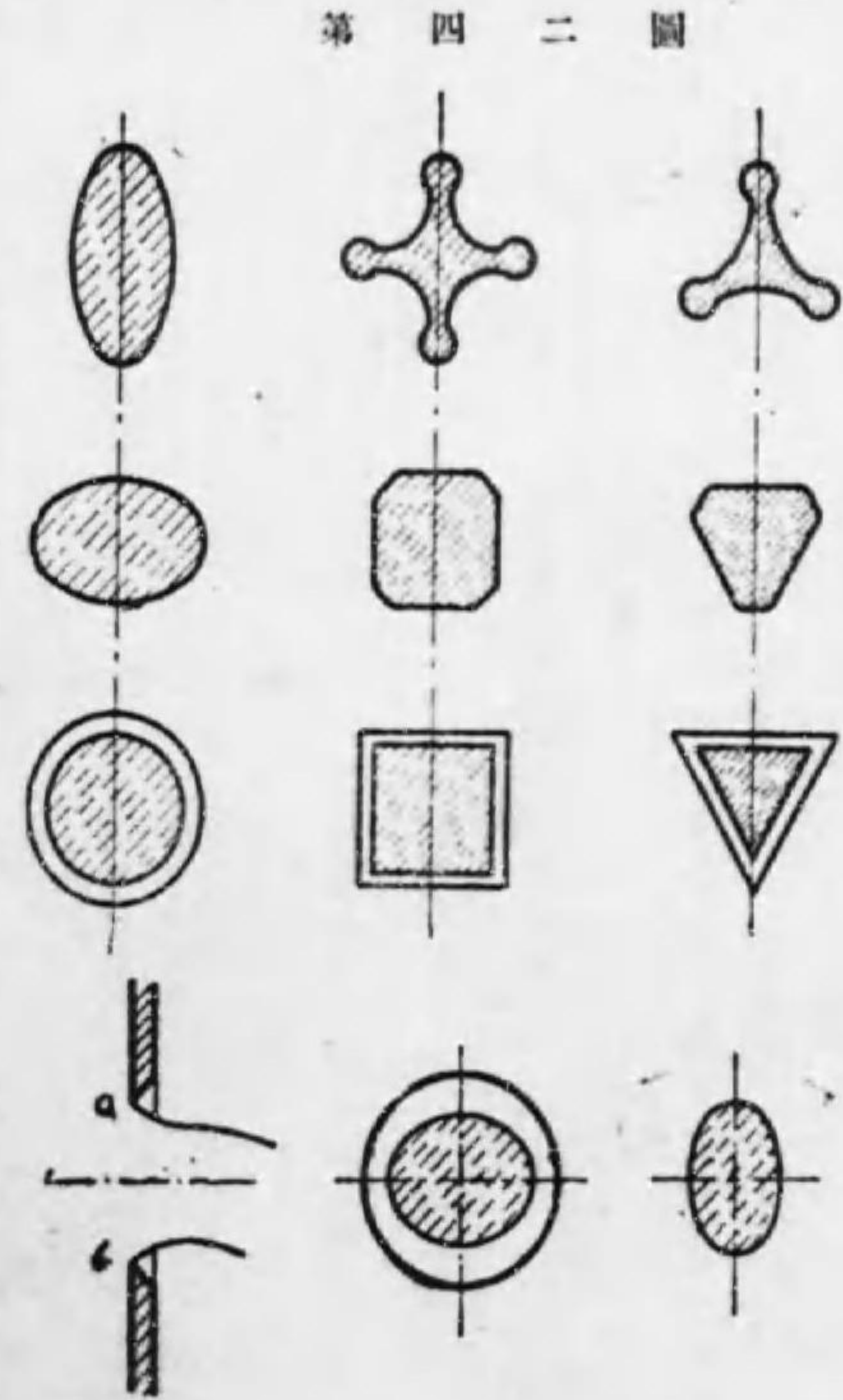
第 四 一 圖

水平底面にある孔口から流出したる水は最小断面以後重力の爲めに下降速度益々加はりて切斷面積は段々に減少し遂に小滴に分離す孔口が圓形である時には最明瞭に表はれる。孔口の形が三角や正方形である時には水の落下と共に断面面積の漸減するは前と同じなれども断面形狀は段々に變化す。第四二圖甲の如し。之れ

は孔口に於ての水流方向の不平均と表面張力の反動とで起るなり。

孔口が垂直壁面にある時は前の場合とは異なる。圓形孔口であつても亦水流の断面形狀が所々にて變化す。

此時孔口の上部 a 點よりも下部 b 點に於ての水速大



第 四 二 圖

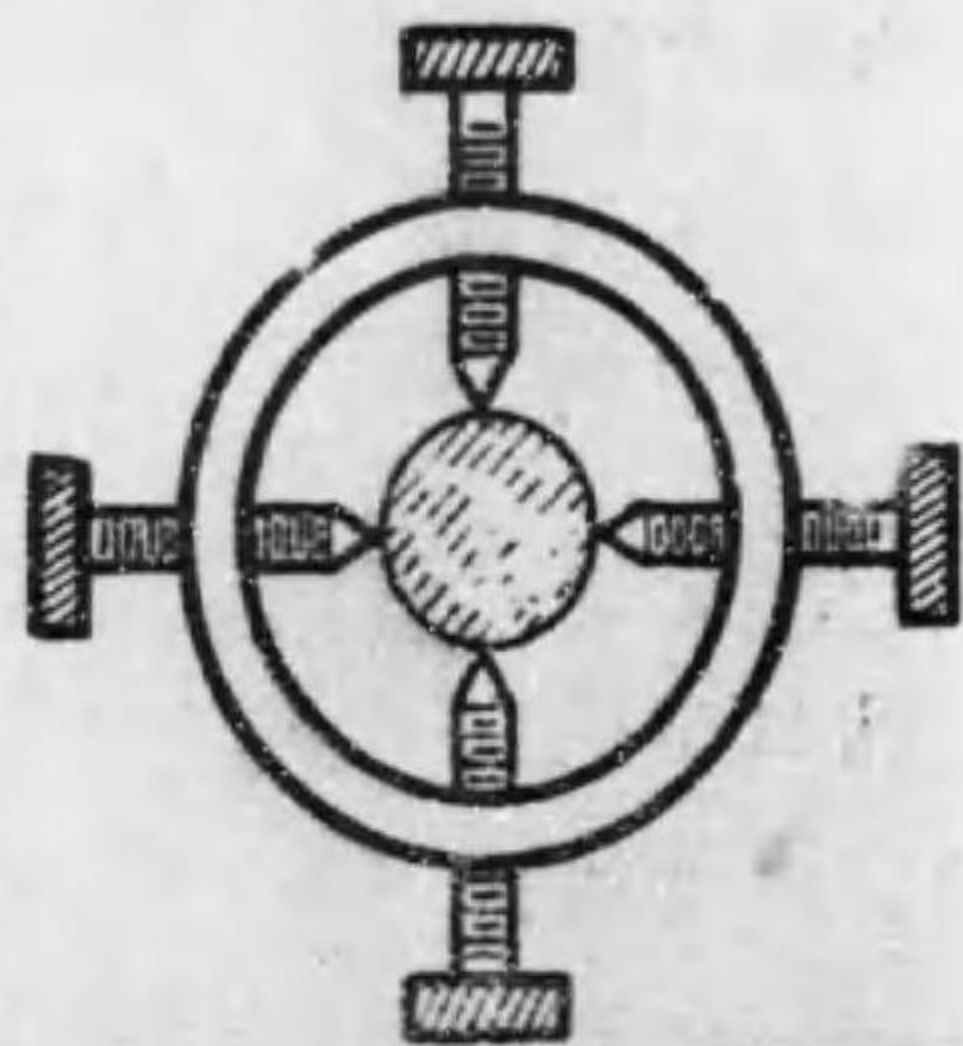
甲

乙

なり。水平直径の兩端に於ての水速は互に等し。故に垂直直径方向には水流断面形が扁平となる傾あり。故に第四二圖乙に示す如く孔口を出で、後は先づ断面が水平に長軸を有する橢圓となり其後に垂直に長軸を有する橢圓となりて交互に方向を變へる。依りて水平に水が噴出する時は最小断面らしきものは表はれるが然し果して所謂最小断面が眞に最小断面なるか或は其後の點に於て断面が漸減することなきかは

正確に證明されたるものなし。噴出水の直径を計る爲には第四三圖の如きものを造り之れを水流の諸點に移動して垂直及水平の直径を計るなり。水の面と針頭と

第四三圖



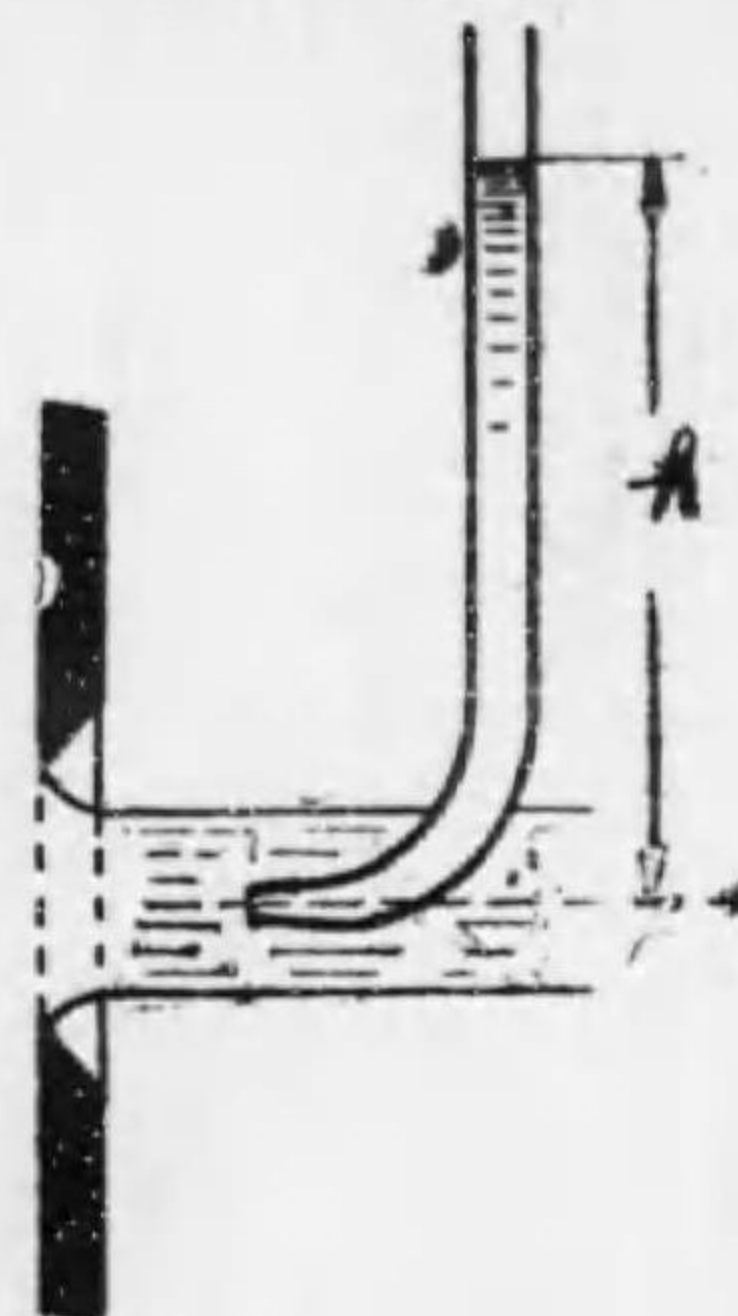
がすれすれに接觸する様に針を加減する事が六ヶ敷いから正確なる面積測定が出来ないのである。所謂最小断面と云ふのは水の流線が略平行になりたる點である。之れは孔口直径の0.5から0.8位の所に表はれると云ふ。

## 28. 最小断面に於ける水速。

此断面に於て水流の方向は略平行なれども水速は断面上一樣ならず。孔口の周邊或は空氣の抵抗に依りて断面の外縁よりも中央の方速度大なり。次ぎに水速を計る方法を二三説明せん。

ビトー管。後の節に於て詳しく述べる所のビトー管を用いて水流断面上各點の水速を計る事を得。水速は垂直直径上に於て稍々下方に片寄りたるパラボラ狀の曲線に従つて分布するらん。

第四四圖



流出水量に依る方法。之れより以下三の方法は最小断面に於ける平均水速を求むるに用ゆ。

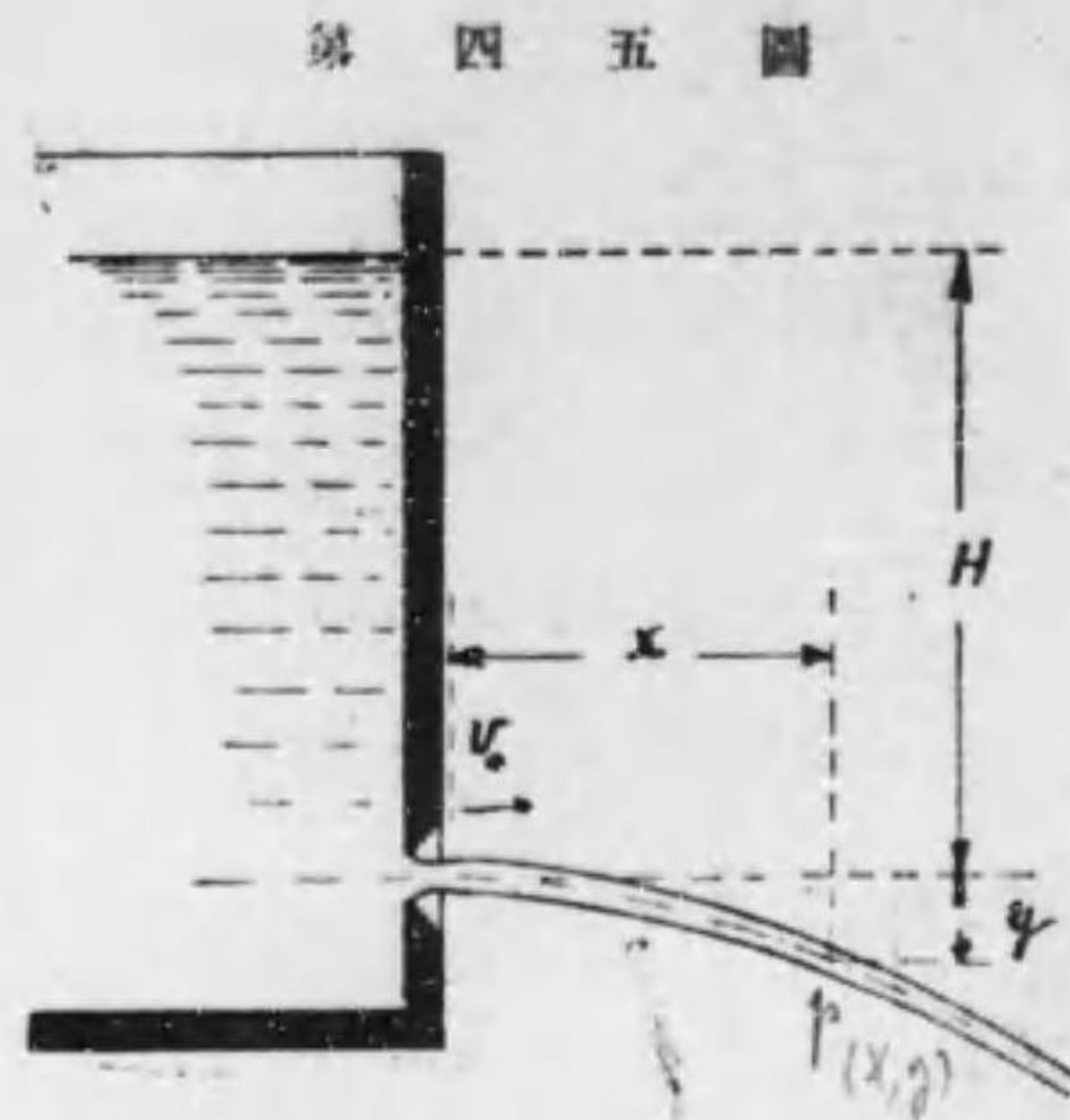
先づ初めに流出水量 $Q$ 立方メートル/秒を量水槽容積と時間とからして知り又最小断面積 $a_0$ 平方メートルを測定すれば平均水速 $v_0$ は

$$v_0 = Q/a_0 \text{ メートル/秒}$$

之れ最正確なるが如きも實は最小断面積 $a_0$ の測定の誤差亦輕少ならず。

噴出曲線に依る方法。垂直壁面に在る孔口からの

噴出水は空氣抵抗なき時に於て一のパラボラ曲線となる事明かなり。最小断面を直角座標の原点とす。然る時は曲線上一點 $p$ (第四五圖)の座標 $xy$



は

$$x = vt_0 \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

茲に  $t$  は最小断面から  $xy$  點に水が達する時間。  $y$  の方向には重力の加速度のみ働くとす。  $t$  を追出せば上の方程式は

$$\frac{x}{v_0} = t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

然るに

$$v_0 = c_v \sqrt{2gH} \\ \therefore x^2 = 4c_v^2 Hy \quad (48)$$

$x$  と  $y$  とを測れば  $v_0$  又は  $c_v$  を求むる事を得。此方法も亦正確ならず。

噴出の反動に依る方法。第四六圖の如く小さき水槽を尖端にて支へる。垂直壁面の孔口から噴出する

水量  $Q$  立方メートル

ル/秒其質量  $QG/g$  に

對して噴出の反動

$F$  は

$$F = \frac{QG}{g} v_0 \text{ キログラム}$$

なり。此力  $F$  が孔

口の中心に於て水

平方向に働く。之れを平均するには水槽後方に取附けたる杆に重錘  $w$  キログラムを掛けて

$$wx = FD = \frac{QG}{g} v_0 D \text{ メートルキログラム (48)a}$$

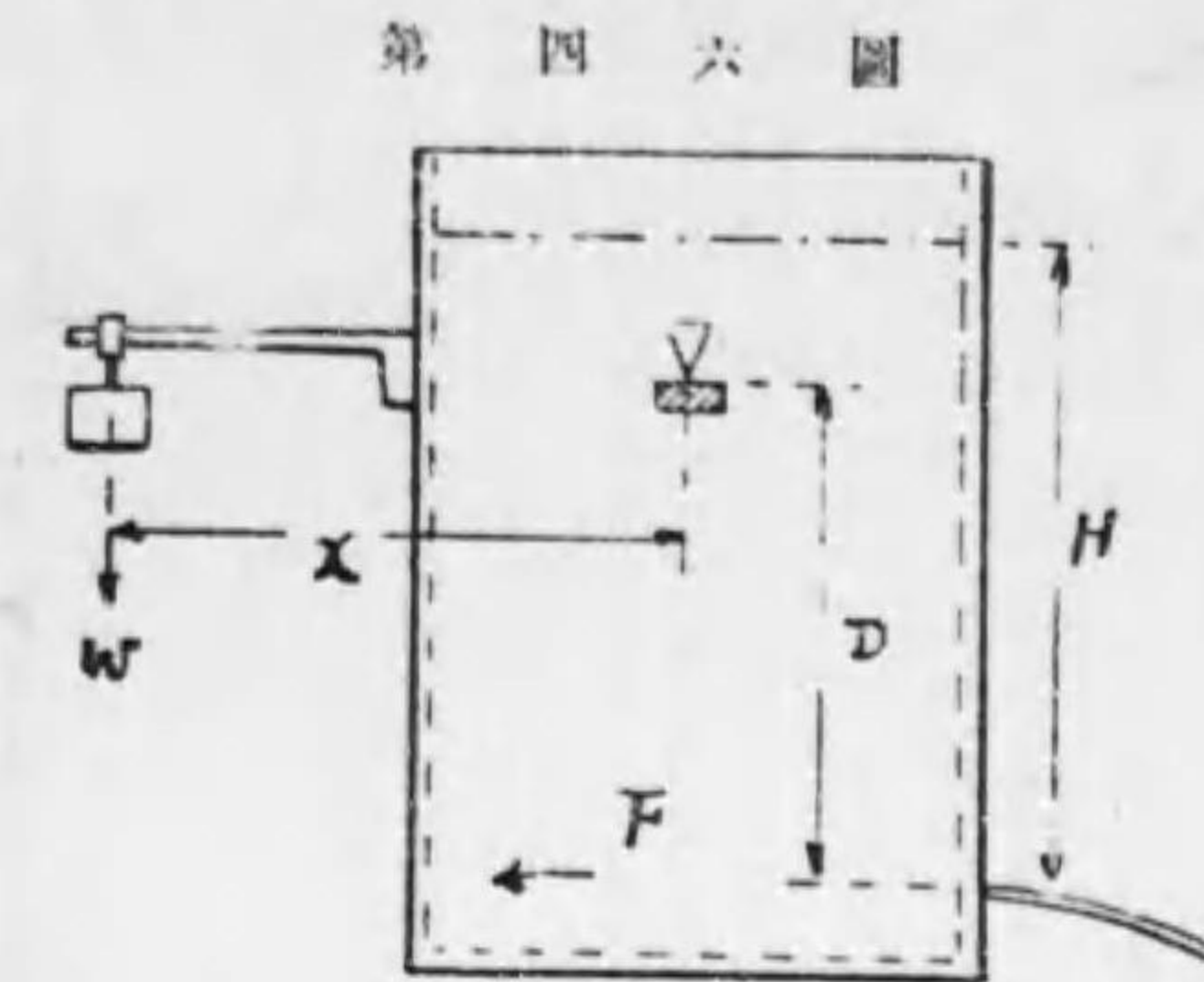
のモーメントを與へる。斯くすれば  $w$  からして  $v_0$  が正確に定まる理なり。此方法は小規模にのみ用い得るなり。ゼットの反動に就ては第119節を参照すべし。

## 29. ボルダの呑口 (Borda mouthpiece)

呑口とは總て小孔口に取附けたる特殊の筒の事である。第四七圖の如く短かき管を圓形孔口の内側に箱めたものをボルダ氏の呑口と云ふ。極めて靜かに水が流出する時は噴出水は充分收縮し管壁から全く離れて流出す。此場合断面の收縮係數は  $1/2$  なり。

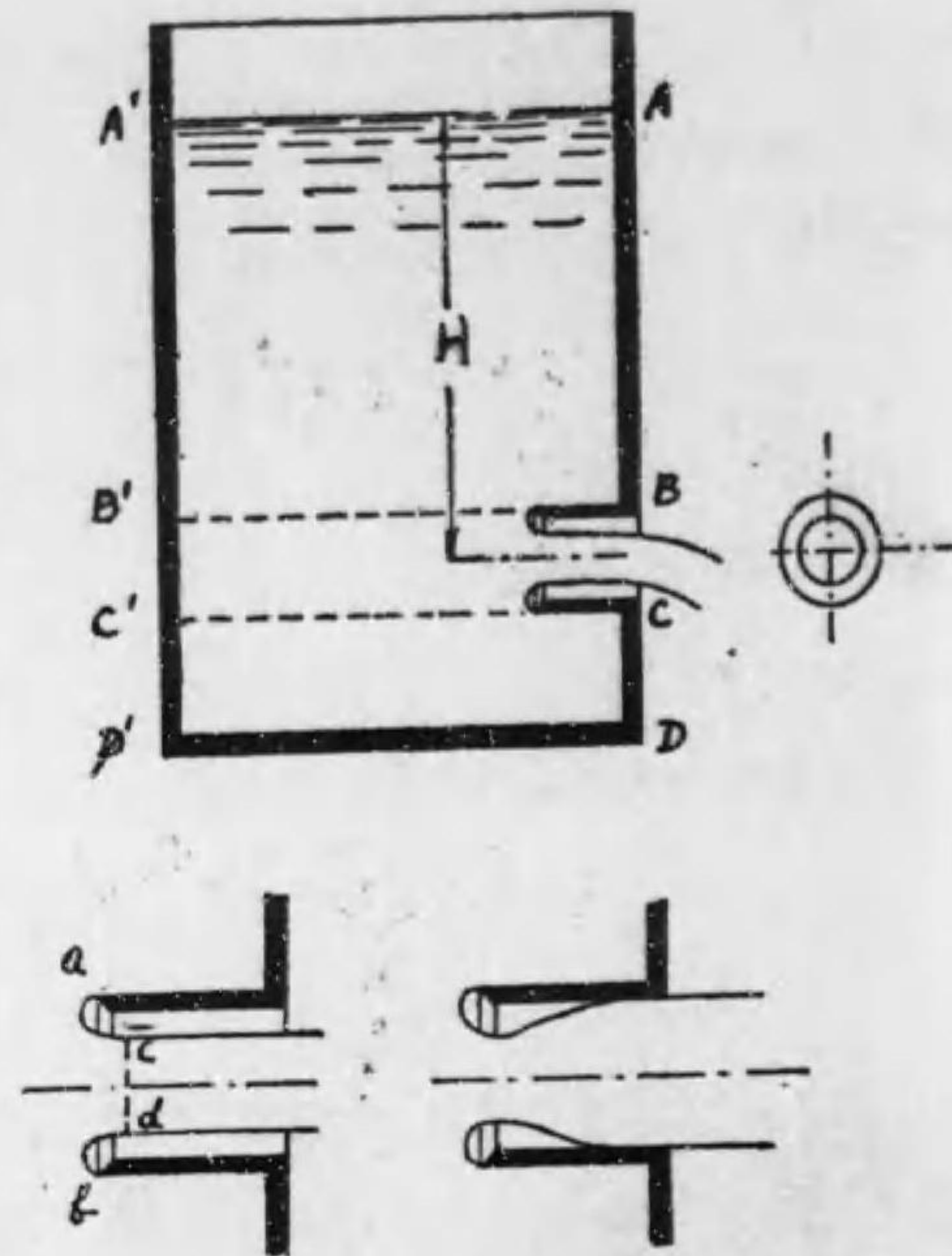
次に其理を説明す。

短かき圓管の直徑を  $d$  即断面は  $a = \frac{\pi}{4}d^2$  なりと



す。又管の中心に於ける水深  $H$  なり。水槽の壁面  $A'D'$  又他の壁面の  $AB$  及  $CD$  の部には水流殆どなし故に此等の面の上には夫々深さに相當する静水壓力が加はる。之れ前に述べ

第 四 七 圖



た普通の孔口と異なる點なり。最小断面  $cd$  にては水流の方向平行にして外面から中心迄大氣壓  $p_a$  にあり又  $adcb$  の表面も大氣壓にあり。故に圓管の入口  $ab$  の面積  $a$  に大氣壓を乗じたるものが圓管入口の總壓力なり。夫れと相對する  $B'C'$  面上には静水壓力  $a \times (GH + p_0)$  が働く。故に  $A'D'$  面にては  $AD$  面より總壓力に於て  $a \times GH$  丈大なり。

噴出水の  $dc$  に於ける斷面積を  $a_0$  とす。水には粘性

なきものとせば其點の水速  $v_0 = \sqrt{2gH}$  と表はす事を得。水槽中の水は初め水平方向の速度なし。而して之れが  $v_0$  の速度を得る故に毎秒流出質量  $M$  に働く運動量の變化即ち噴出水の反動  $F$  は

$$F = Mv_0 \text{ キログラム}$$

$$= \frac{G}{g} Qv_0 = \frac{G}{g} a_0 v_0^2 = \frac{G}{g} a_0 2gH = 2Ga_0H$$

此の反動は  $B'C'$  面上の超過壓力  $aGH$  と釣合ふ可きものなり。故に

$$aGH = 2Ga_0H$$

$$\therefore a_0 = \frac{1}{2}a \quad (49)$$

即ち 收縮係數  $c_a = \frac{1}{2}$

ボルダの呑口に於て噴出水が少しく亂れると水流が管の壁に附着して管一杯になりて流れる。即ち噴出水の太さは管の太さと一致するから此場合には  $c_a = 1.0$  なり。而して流水に對する抵抗は管の入口の縁の摩擦入口に於て少しく收縮したものが再び管を満す時に急に速度が變るので衝突の爲めの水頭損失(第65節)及び管の壁面の摩擦抵抗なり。夫れに依りて速度係數  $c_v$  あり。流出係數  $c = c_a c_v = c_v$  となる。ギブソンの水力學にては此場合にも亦ベルヌーイの定理を應用して計算の結果  $c = .745$  を得たり。又ピルトン氏は

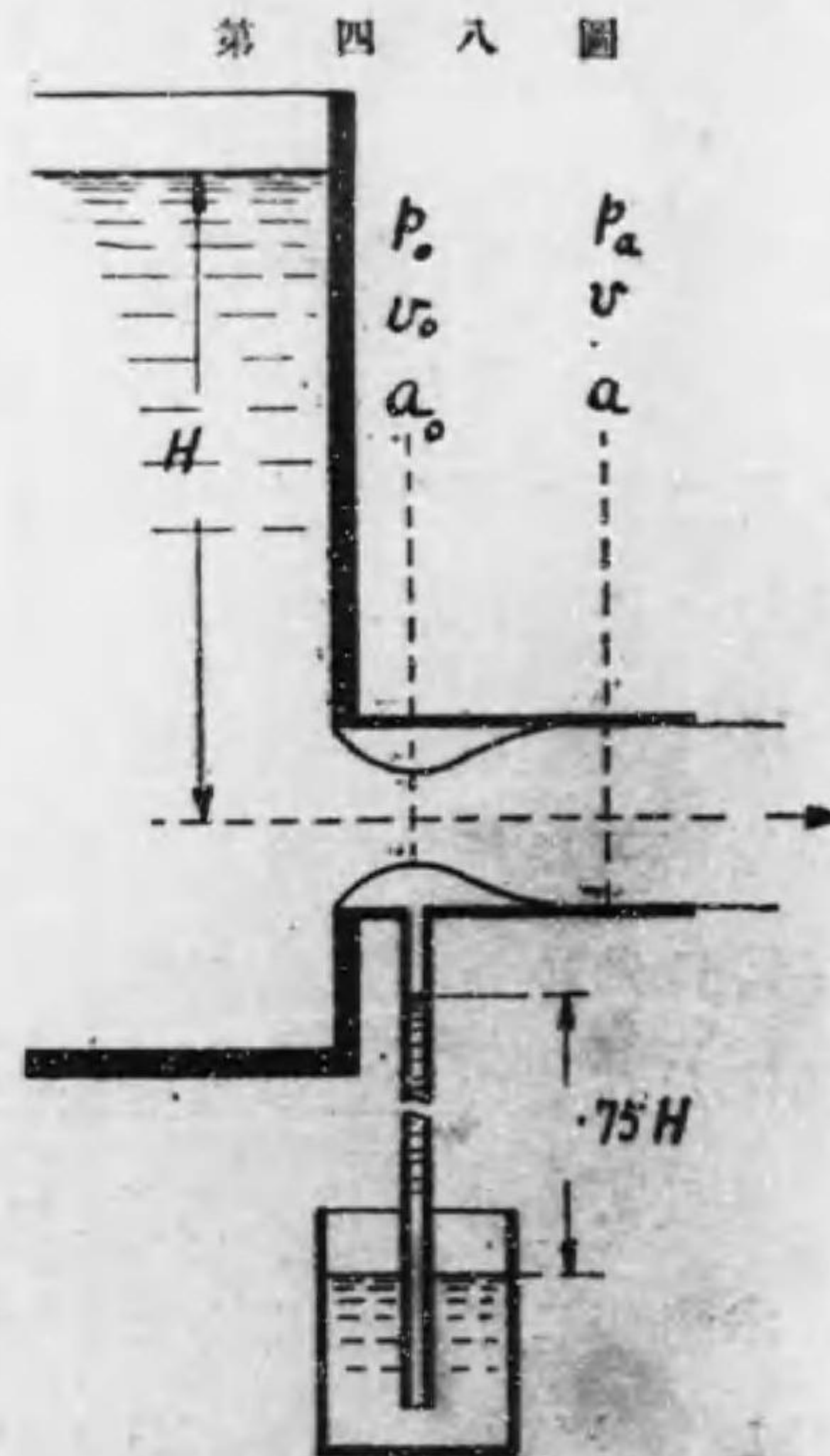
管内径の  $2\frac{1}{2}$  倍の長さを用いて實驗的に次の如き  $c$  の値を得たり。

管内径、吋	1/8	1/4	1/2	3/4	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$
$c$	.91	.87	.83	.81	.79	.77	.76	.75

### 30. 孔口の外に圓管ある場合。

第四八圖の如く薄き壁面にある孔口或は鋭刃孔口の外側に圓管を附したる場合に圓管が極く短かければ噴出水は何等の支障なく流出するが或長さを越すと圖の如く最小断面の後に於て水流は圓管を満し一杯になりて流れる。故に收縮係數  $c_a=1$  なり。圓管の長さが孔口直径即ち圓管内径の 2 乃至 3 倍なる時には速度係數  $c_v=.82=c$  なり。

最小断面の周圍には水なくして自由表面が成立するものとせば鋭刃孔口の場合



に倣いて收縮係數  $c_a=.62$  と取り得。水槽を出て、最小断面に至る間の僅少なる水頭損失を計算に入れないとすればベルヌーイの公式は

$$H = \frac{p_0}{G} + \frac{v_0^2}{2g}$$

而して  $v_0 = v/.62 = \frac{.82}{.62} \sqrt{2gH}$  なる故に

$$\frac{p_0}{G} = -0.75H \quad (50)$$

即ち最小断面の附近に於ては大氣壓より  $0.75H$  丈水頭低し。最小断面の所に硝子管を立て其下端を器の中の水中に入れると此水面から  $0.75H$  程高く水柱が昇る事は實驗に依りて知られたり。斯くの如く最小断面に於て壓力  $p_0$  が大氣壓より低い結果此場合には普通の鋭刃孔口よりも水が多く流出する理である。併し圓管の長さ増すに従つて摩擦抵抗増加するに依り速度係數  $c_v (=c)$  は段々小くなる。又長さの比同じなる時は太き管の方  $c$  が小なり。

ワイスバッハ氏は内径の約 3 倍の長さを有する圓管を用いて次ぎの如き實驗結果を得たり。

圓管内径	$d$ センチ	1	2	3	4
流出係數	$c$	.843	.832	.821	.810

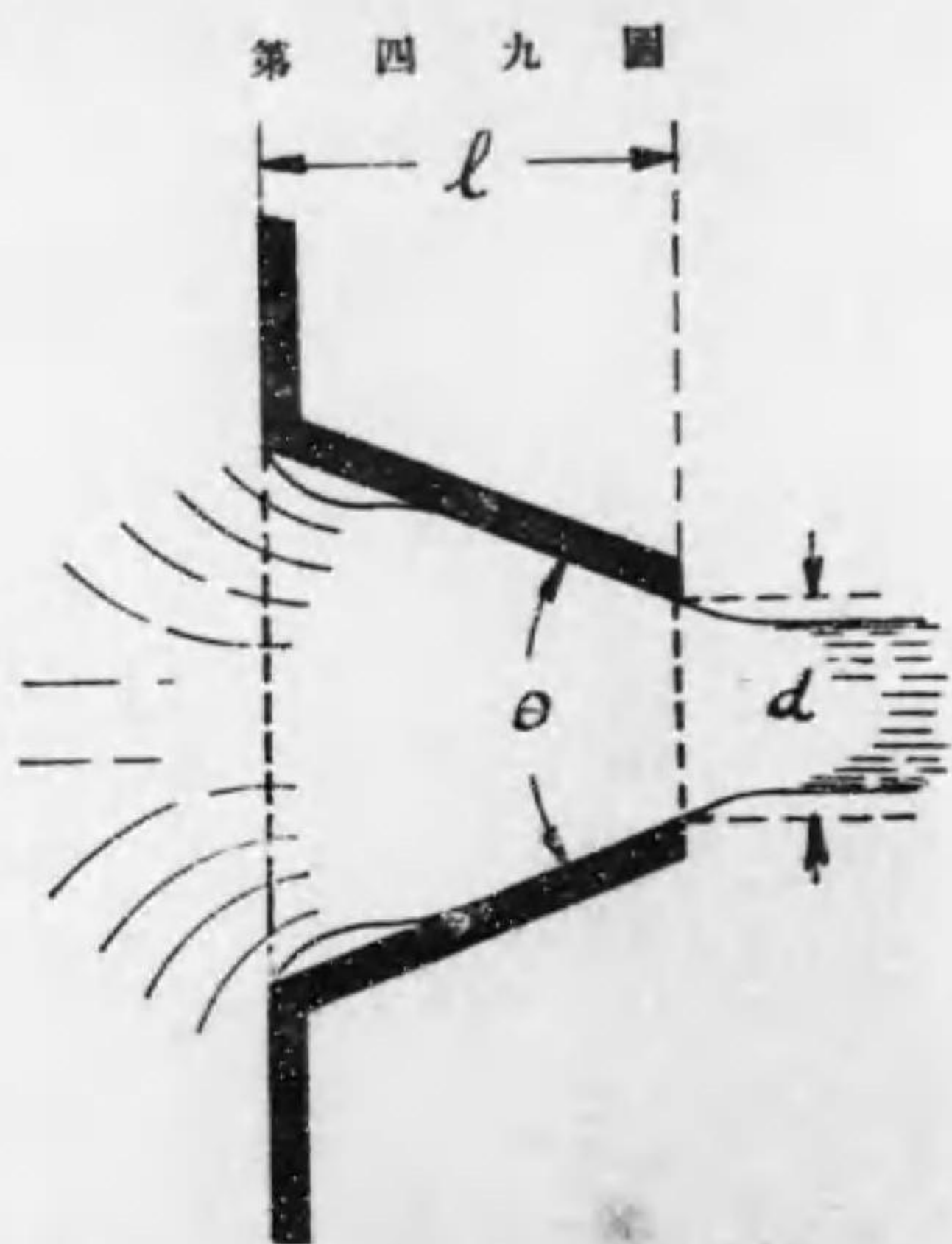
又圓管の長さ  $l$  を變へた時の流出係數  $c$  の平均値は

$l/d$	1	2-3	12
$c$	.88	.82	.77

鋭及孔口即ち  $l/d=0$  の時大略  $c=.6$  なる事を記憶する  
ならん。

### 31. 孔口の外に圓錐管ある場合。

カステル氏 (Castel, 1838) は第四  
九圖の如く狭ま  
る圓錐管に就て  
實驗せり。出口  
の直径  $d=2$  セン  
チ、長さ  $l=5$  セン  
チにて圓錐頂角  
 $\theta$  を變へ出口に  
於ける速度係數  
 $c_v$ 、流出係數  $c$  を  
求めたり。



$\theta$	$6^{\circ}54'$	$12^{\circ}10'$	$13^{\circ}40'$	$15^{\circ}2'$	$33^{\circ}52'$
$c_v$	.938	.957	.964	.967	.979
$c$	.938	.949	.956	.949	.920

カステルは尙小さき圓錐管  $d=15.5$  ミリに就ても同様

$\theta=13^{\circ}-14^{\circ}$  の間に於て  $c$  の最大値を得たり。

### 32. 鈴形唇口。

鋭及孔口から噴出する水の收縮表面に従つて唇口  
を造れば理想的なり。此唇口は最小断面に於て終るも  
のとする。然る時は出口に於  
いての收縮係數  $c_v=1$  なる  
事明かなり。又速度係數  $c_v$   
は水の粘力抵抗のみに依り  
て起る。  $c=c_v$  なり。唇口内  
面の精粗に依りて多少の差  
はあるはずなるが普通  $c=.9$   
75位とす。ワイスバッハは  
第五〇圖の如く造りたる鈴形唇口を以て標準型とせ  
り。



鈴形唇口の外に廣がる圓錐管を附したる場合。第  
24節に述べたる場合の如く最小断面  $a_0$  の所に低壓  $p_0$   
生ず。

$$\frac{p_0}{G} = \frac{p_a}{G} - H \left( \frac{a^2}{a_0^2} - 1 \right) \text{メートル} \quad (51)$$

出口の面積  $a$  が  $a_0$  より大なる程  $p_0$  の絶対値小さくな  
る。又夫れ丈流出水量増大す。



## 33. 水槽中の流速の影響。

孔口面積  $a$  に比して水槽断面積  $A$  が餘り大ならざる時は水槽中の降下流速  $V$  の影響を計算中に加へる必要あり。水槽中の水面高  $H$  を一定に保つ爲めには絶へず新らしき水を補給するを要す。孔口

と水槽水面とに於てベルヌーイの式を立てる。便宜上流出係數  $c=1$  とす。然る時は

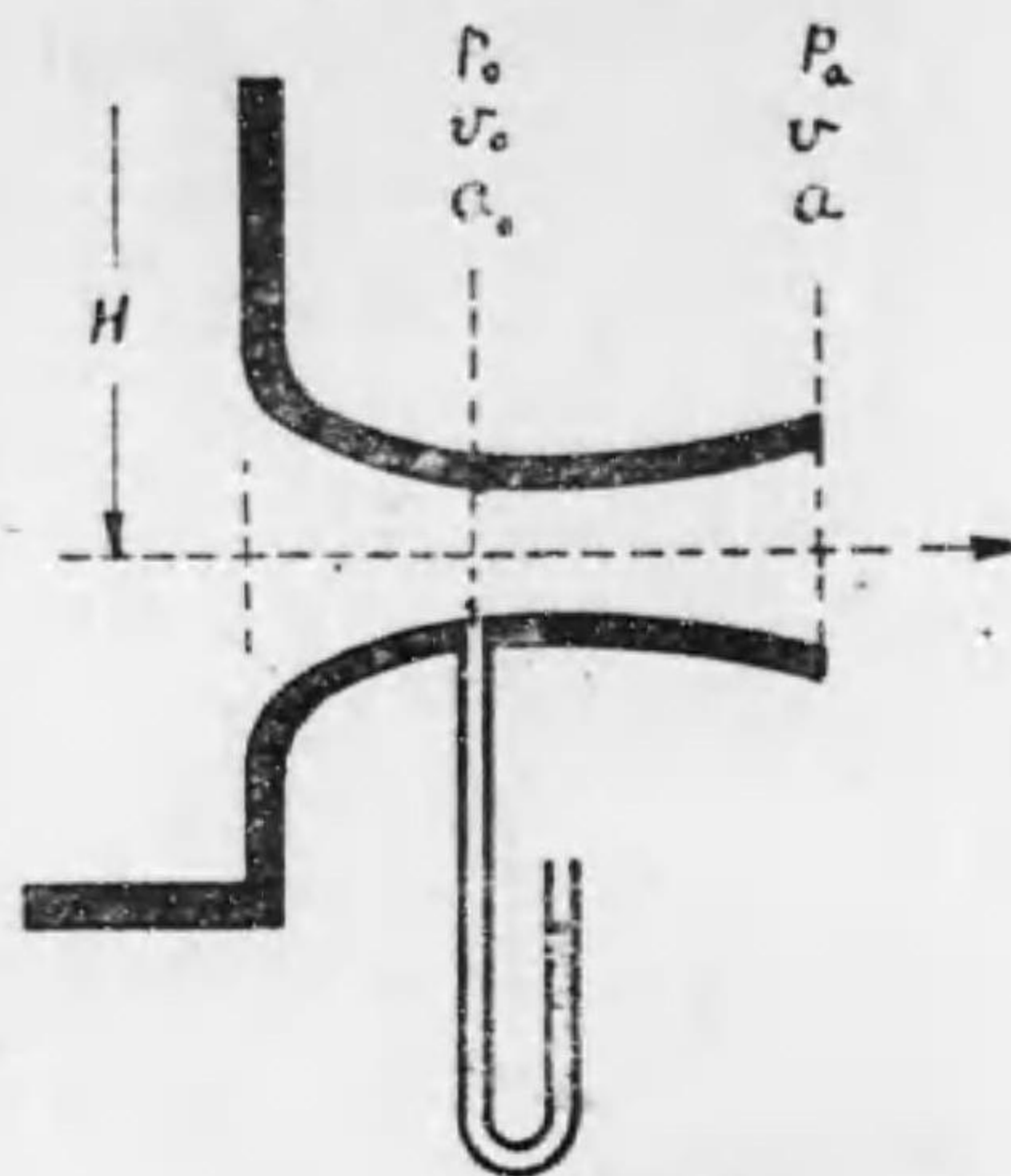
$$(1) \quad \frac{V^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{或は} \quad H = \frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}$$

流量  $Q$  立方メートル/秒は何所の断面で考へても一様なり即ち  $Q = AV = av$

$$\therefore H = \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{a^2}{A^2}\right)$$

第 五 一 圖



$$\therefore v = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \quad (52)$$

$a < A$  故  $1 - \frac{a^2}{A^2} < 1$  にして  $V=0$  の時の流出速度  $\sqrt{2gH}$  に比して  $v$  の値  $1/\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}$  倍なり。之を接近速度の影響と云ふ。

$$a/A = \text{非常に小なる時} \quad v = \sqrt{2gH}$$

$$a = A \text{ の時} \quad v = \infty$$

$v$  が無窮大なると云ふは不合理なり。之れ式(52)は  $a/A$  の大きなる値には適用せぬ事を示すなり。何となれば此場合降下速度の増す割合に断面積が減ぜぬから水流は通路一杯にならないで自由落下の體となるからである。併し一般には斯の如き場合起らず。例へば水槽直径一メートル孔口直径10センチメートルとすると孔口の大き大なるに拘らず

$$a/A = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}, \quad \frac{a^2}{A^2} = \frac{1}{10000}$$

にして接近速度の影響は極めて微小のものとなる。故に普通の小孔口の場合には接近速度に就て考へる事なし。

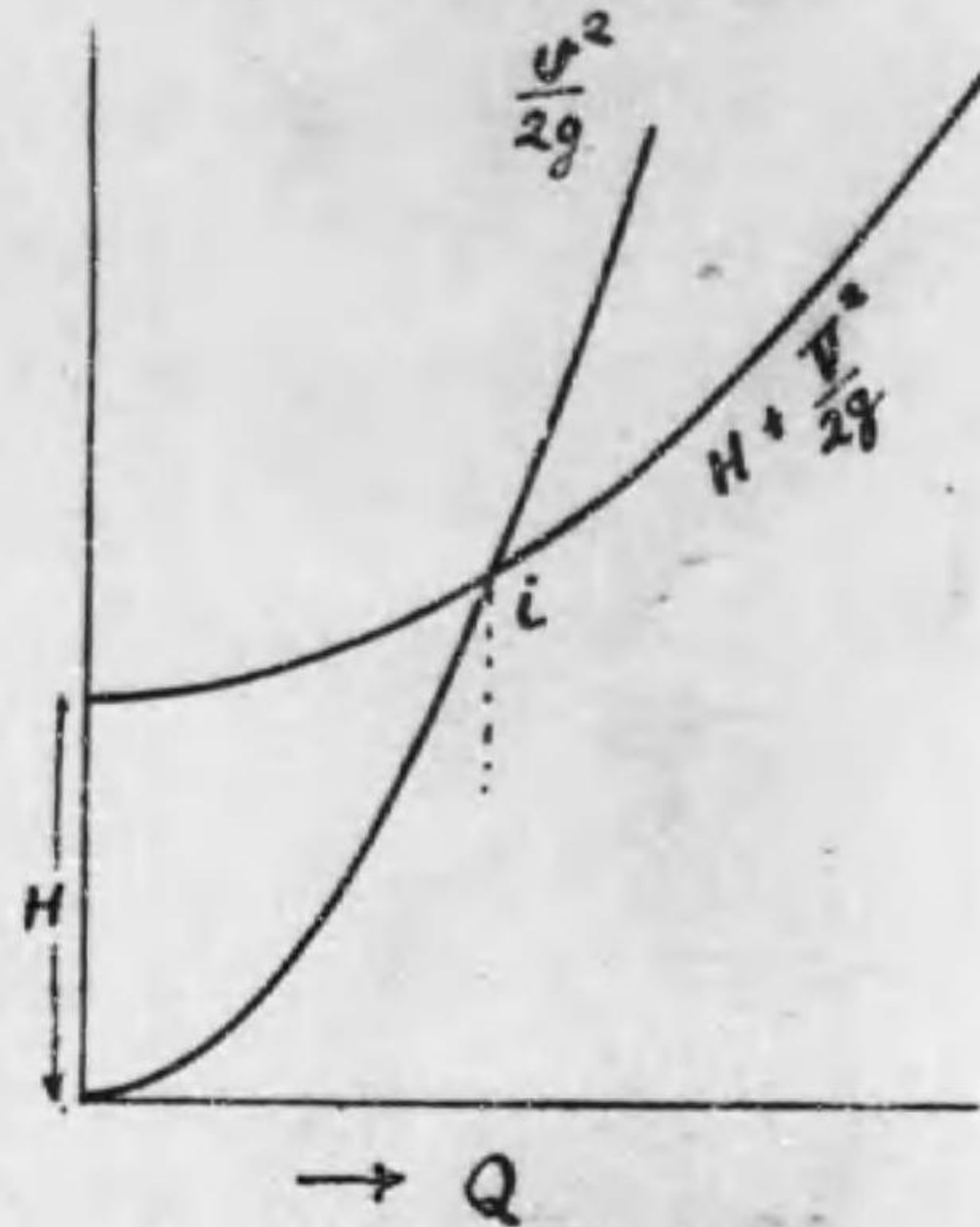
接近速度  $V$  があれば流出速度  $v$  が大きくなり、其結果復  $V$  が大きくなり斯様にして流出水量  $Q$  は限り

なく増大する様にも考へらる。併し之れは誤りである。流出水量増すに従つて流出の運動エネルギーの増加する事降下の運動エネルギー $\frac{V^2}{2g}$ の増加するよりも速なり。故に第五二圖に示す様に供給するエネルギー $H + \frac{V^2}{2g}$ よりも持去る所のエネルギーが超過するに至りて流出増加止む即二曲線の交點に依りて流出水量決定す。此様な例は他の場合にも數多あり。煙突中の通氣量の如き其一なり。

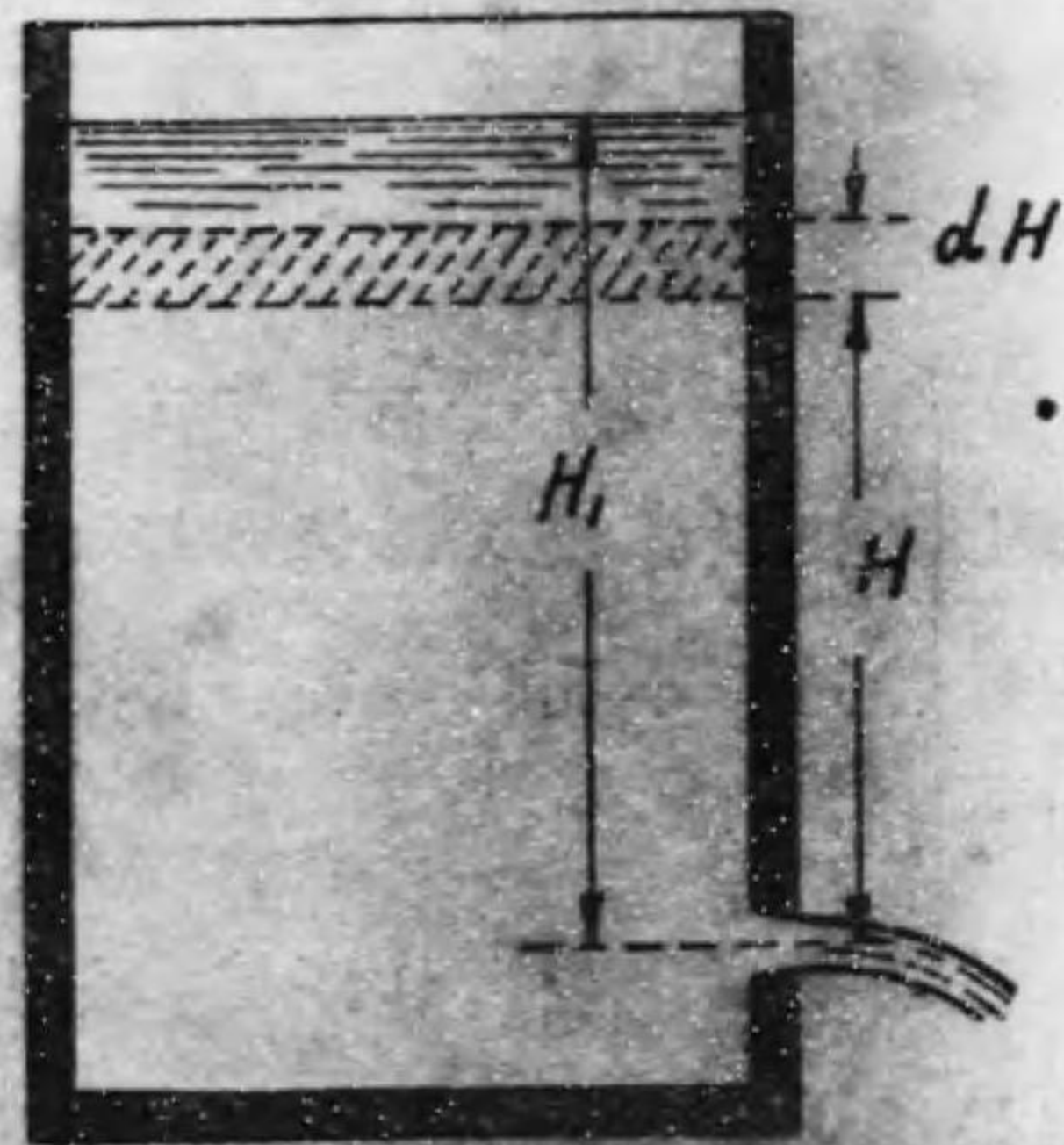
### 34. 水槽水面降下の時間。

水槽は上から下ま

第五二圖



第五三圖



で一樣なる斷面積  $A$  平方メートルを有す。他より水を補給する事なければ水面は降下す。其速度  $V$  なり。孔口の面積  $a$  平方メートル流出速度  $v$  メートル/秒。短時間  $dt$  に水面が  $-dH$  降下するから流出水量は  $-AdH$  立方メートルなり。又孔口から此時間に流出する水量  $cavd t$  である。即ち

$$-AdH = cavdt \quad (53)$$

$c =$  流出係數又  $v = \sqrt{2gH}$  なり。故に

$$dt = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}} \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

之れを初めの高さ  $H_1$  から終りの高さ  $H_2$  迄積分すれば其降下時間  $T$  秒は

$$T = -\frac{A}{ca\sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} \frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{A}{ca\sqrt{2g}} \left[ 2\sqrt{H} \right]_{H_2}^{H_1}$$

$$\therefore T = \frac{2A}{ca\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \text{ 秒} \quad (54)$$

水面が孔口中心に達するに要する時間は上の式に  $H_2 = 0$  と置きたるものなり。即ち  $ca = ca_0$ 。

$$T_0 = \frac{2A}{ca_0\sqrt{2g}} \sqrt{H_1} \quad (55)$$

併し乍ら孔口中心上の水頭が極く小さくなりたる時に尙普通の孔口の流出公式が適用するとは考へられず即ち實際に要する時間は  $T_0$  よりも大なる値を有す

るならん。

總て上記の式は水槽中の水の降下加速度  $\frac{dV}{dt}$  の影響を計算に入れず水槽断面積  $A$  に比して孔口面積  $a$  の非常に小にして従つて降下速度  $V = -\frac{dH}{dt}$  が非常に小なる時に適用するなり。

降下速度  $V = \text{一定}$  の場合。水面が等速度にて降下する爲めには水槽断面積  $A$  が上から下に向つて段々に小さくなるを要す。上の式(53)から

$$V = -\frac{dH}{dt} = \frac{ca}{A}v = \text{一定} k$$

水槽の断面が圓形なりとすれば  $A = \pi r^2$  なり。  $r$  は水槽最下部に在る孔口から高さ  $H$  に於ての半径なり。

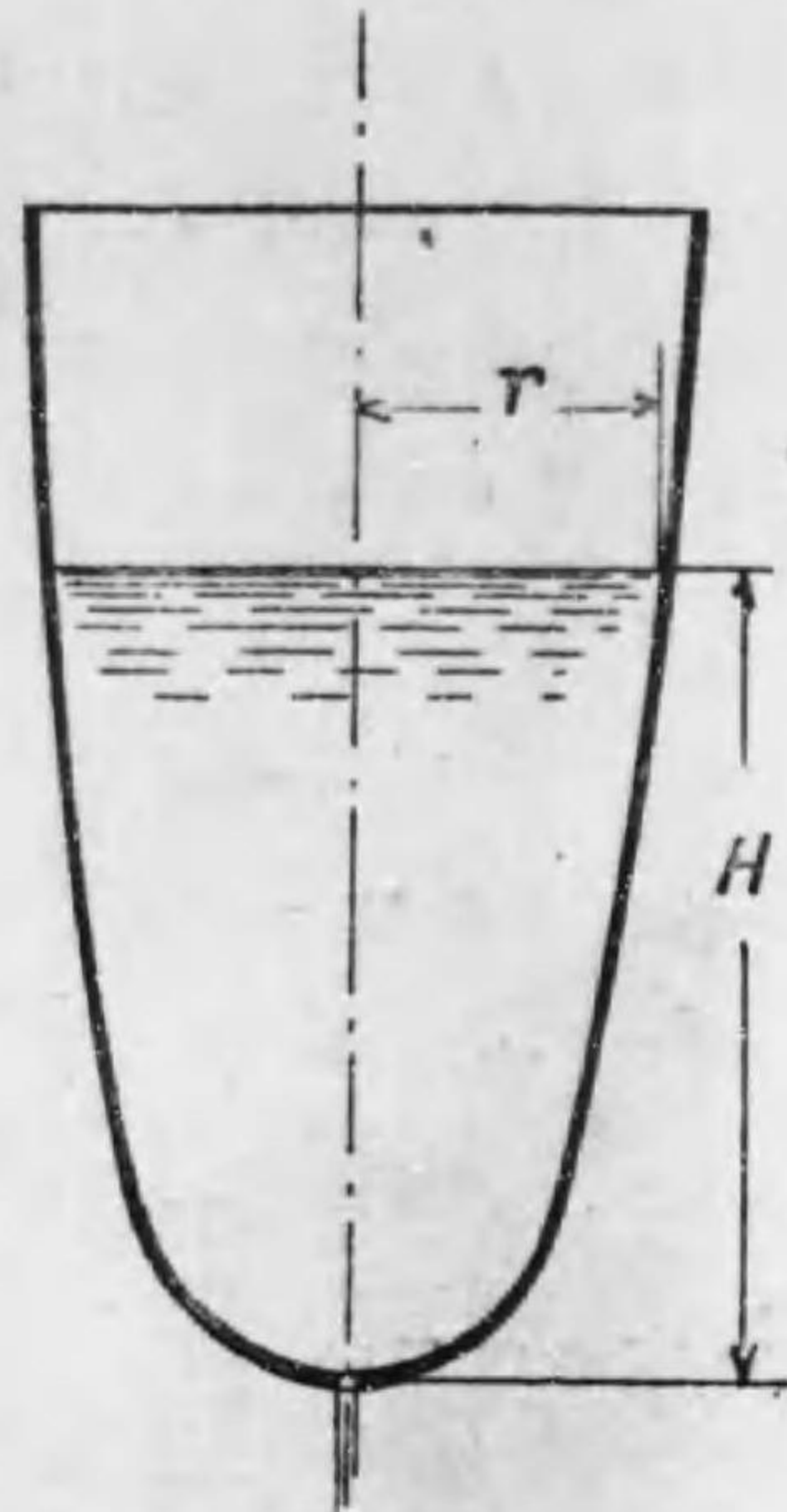
$v = \sqrt{2gH}$  なる故上の式より

$$ca\sqrt{2gH} = k\pi r^2$$

或は  $2g\left(\frac{ca}{k\pi}\right)^2 H = r^4$  (56)

$r$  に就て四次のパラボラなり。古代に用いたる水

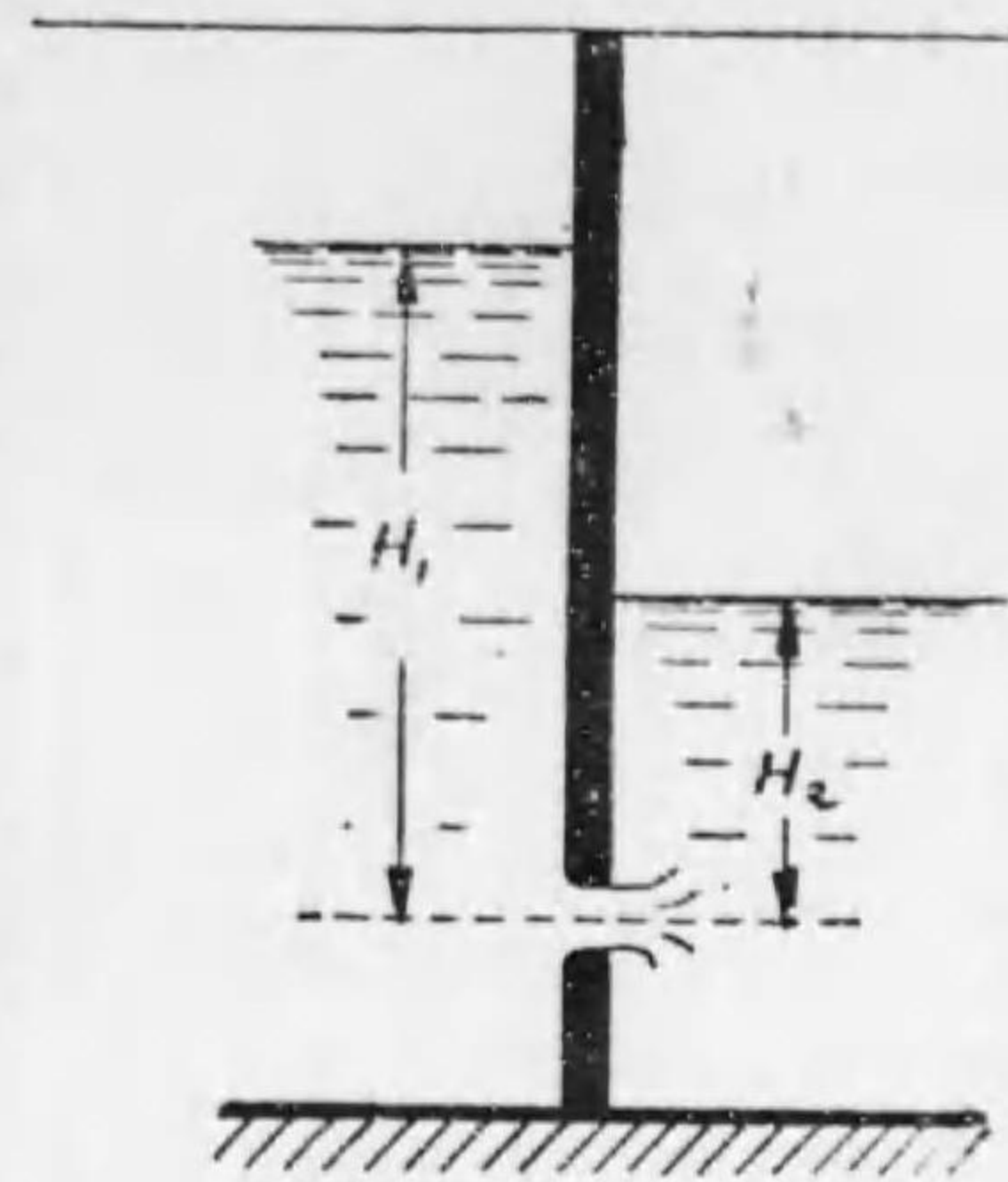
第五四圖



時計の原理之れなり。

水面が低下して徐々に水平孔口に近づきたる場合には水面に渦巻が起りて漏斗形の空虚部が深く孔口に達する事あり。此時は前の孔口の流出公式に依るよりも流量減するは明かなり。與へられたる公式は孔口中心の水深が孔口直径の少なくとも4倍以上ある時にのみ安全に適用すと云はる。

第五五圖



### ✓35. 水中にある孔口

第五五圖の如く孔口外にも亦深さ  $H_2$  の水ある場合には

$H = H_1 - H_2$  にして

$$Q = ca\sqrt{2g(H_1 - H_2)} \quad (57)$$

と書くべきである。此場合  $c$  の値は普通の空中に流出する場合の  $c$  と略同じなり。

例題。水槽 I の垂直壁上の小孔口を通して流出したる水は水槽 II に入る。I の水平断面積  $A_1$ , II は  $A_2$

なりとす。

孔口中心上

Iにては $H_1$

IIにては $H_2$

の水深あり。

兩水槽の水

面が平均す

る迄には幾

何時間を要

するか。孔口の断面積 $a$ なりとし接近速度の影響は

無きものとす。

平均したる水面 $\overline{oo'}$ は初めの水面よりもIにては $h_1$ 低くIIにては $h_2$ 高し。 $A_1 h_1 = A_2 h_2$ なり。又

$$H = H_1 - H_2 \quad \text{及び} \quad H = h_1 + h_2 = h_1 \left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right)$$

然る時は $oo'$ 線を基として考へて第34節の如くすれば $dt$ 時間の變化は

$$ca\sqrt{2gH} dt = -A_1 dh_1$$

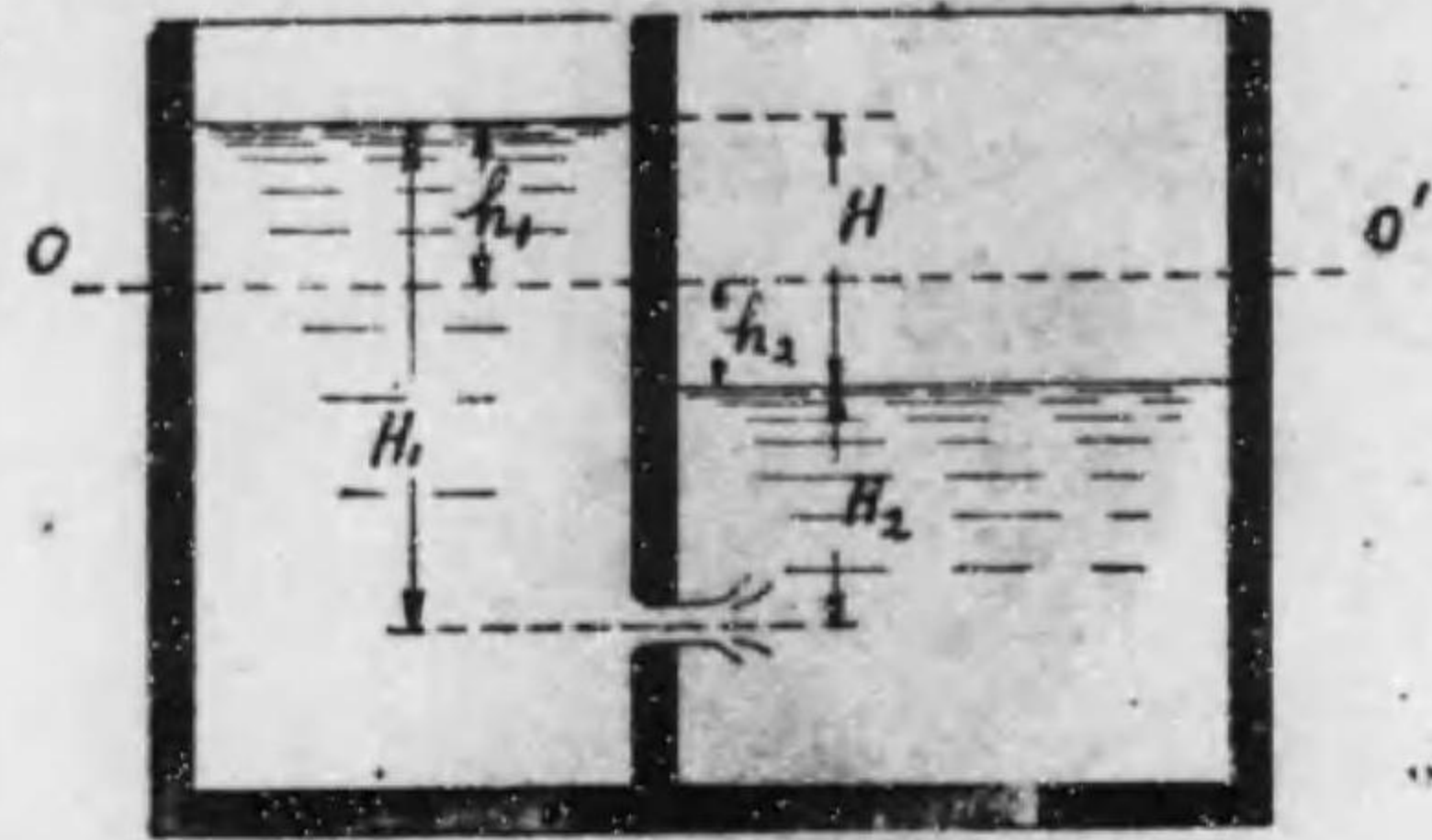
$$\frac{ca}{A_1} \sqrt{2g \left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right)} dt = -\frac{dh_1}{\sqrt{h_1}}$$

$\frac{ca}{A_1} \sqrt{2g \left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right)} = k$  と置きて上の式を積分すると水面が平均する迄に要する時間 $T$ は

第 五 六 圖

I

II



$$T = \frac{2}{k} h_1^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2}{ca\sqrt{2g}} \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \sqrt{H} \quad (58)$$

$A_2$ が非常に大きければ第34節の $T_0$ に等しくなる。 $A_1$ 及 $A_2$ が孔口面積 $a$ に比して餘り大ならざればU字管内に起る如き水柱動搖あり。

### 問 題

1. 水面下1.5米に在る圓形孔口を通して毎時56立方米の水が流出する。流量係数を0.62とすると孔口直径幾何。

7.68センチ

2. 圓形孔口の直径 $d$ をセンチメートル、水頭 $H$ をメートルにて表はしたる毎秒流出水量はリートルにて

$$Q = 0.348cd^2\sqrt{H}$$

なる事を證せよ。

3. 水槽の垂直壁上にある直径5センチの圓形孔口の中心は水面下3メートルにあり。流出係数 $c=0.6$ とせば毎秒流出水量は幾何キログラムなるか。

9.04 kg/sec

4. 汽罐の水面下75センチの所にある孔口から水の噴出する速度幾何。但し蒸汽壓力は壓力計にて2.7氣

壓なり。孔口の速度係数 = 1 とす。又温水の比重も 1 と取る。

23.3米/秒

5. 深さ 3 米、面積 1 平方米の水槽に水を満したり。之を槽底にある直径 10 センチの圓形鋭刃孔口から流出せしむ。幾分間に空になるか。  $c = 0.6$  とす。

2分46秒

## 第五章 大孔口 (Large orifice) 及堰 (Weir 又は Notch)

### 36. 矩形大孔口

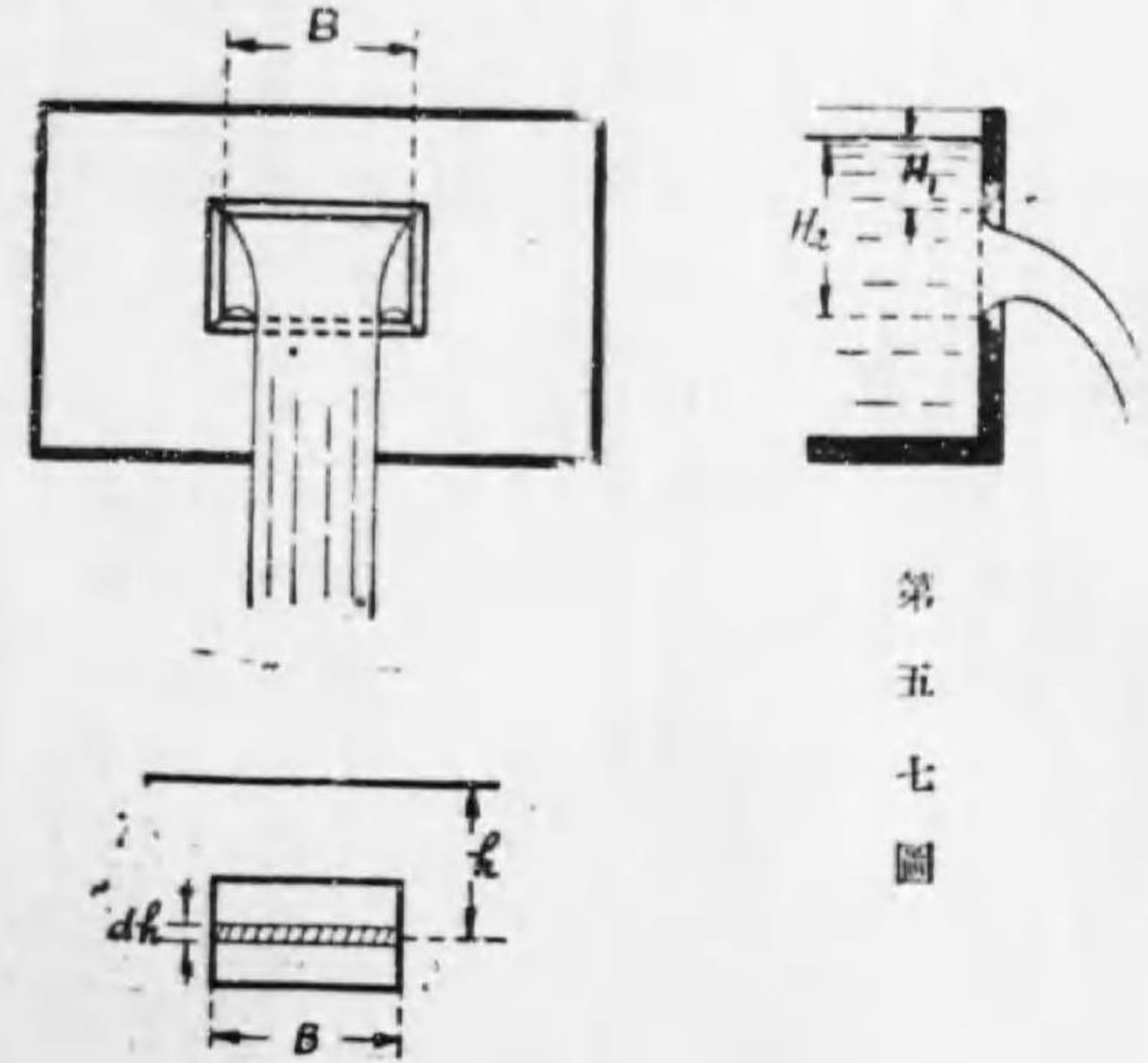
垂直壁面に在る大孔口が水面に近く在る時は孔口の上縁に近き所は水速小にして下縁に近き所は水速大なり。斯

の如く水頭の割合に孔口が大なるを大孔口と云ふなり。

先づ矩形大孔口第五七圖の流出水量を計算せ

ん。孔口の面を數多の層に分ち各層より出づる流量を求め然る後夫れを積分するなり。

水深  $h$  メートルに於ては流出速度  $v = \sqrt{2gh}$  メートル/秒なり。此深さに於て高  $dh$  幅  $B$  メートルの薄き層を假定すると此小面積  $Bdh$  から流出する水量  $dQ$  は



第五七圖

$$dQ = cBdh\sqrt{2gh} \text{ 立方メートル/秒} \quad (59)$$

c は此層に於ての流出係數にして水深に依りて異なる事明かなれども假に一定として上の微分方程式を積算すれば總水量 Q は

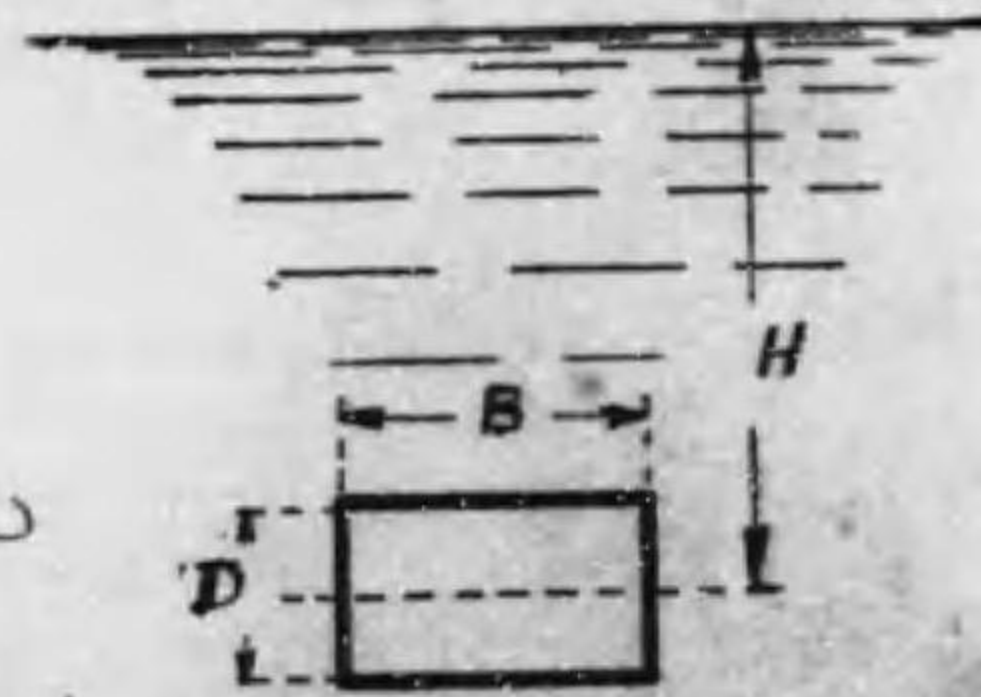
$$Q = c \int_{H_1}^{H_2} Bdh\sqrt{2gh} = cB\sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} \sqrt{h} dh$$

$$= \frac{2}{3} c\sqrt{2g} B (H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}}) \text{ 立方メートル/秒} \quad (60)$$

ハミルトン・スミス氏の與へたる鋭角正方形大孔口の流出係數は右の表の如く可なり廣き範圍に互りて  $c=0.6$  の平均値なり。

孔口中心の水深 H 呎	中心の水深 H センチメートル	正方形孔口の邊の長さ	
		0.4 12.2	1.0 ft 30.5 cm
0.6	18	.601	
1.0	30	.603	.599
3.0	91	.605	.603
20.0	610	.601	.600

第五八圖



若し前記の孔口が水面下可なり深き所にある時は

$$H_2 - H_1 = D, \quad \frac{1}{2}(H_2 + H_1) = H \text{ とす即}$$

$$H_1 = H - \frac{D}{2}, \quad H_2 = H + \frac{D}{2}$$

$$\therefore H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}} = \left(H + \frac{D}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(H - \frac{D}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$= H^{\frac{3}{2}} \left[ \left(1 + \frac{D}{2H}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 - \frac{D}{2H}\right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

矩形の高さ D は水深 H に比して可なり小さき故  $\frac{D}{2H}$  の二次以上を棄却し得。故に

$$H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}} = H^{\frac{3}{2}} \left[ \left(1 + \frac{3}{2} \frac{D}{2H}\right) - \left(1 - \frac{3}{2} \frac{D}{2H}\right) \right]$$

$$= H^{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \frac{D}{H} = H^{\frac{1}{2}} \frac{3}{2} D$$

$$\therefore Q = cBD\sqrt{2gH} \quad (61)$$

となりて小孔口の場合の式に一致す。

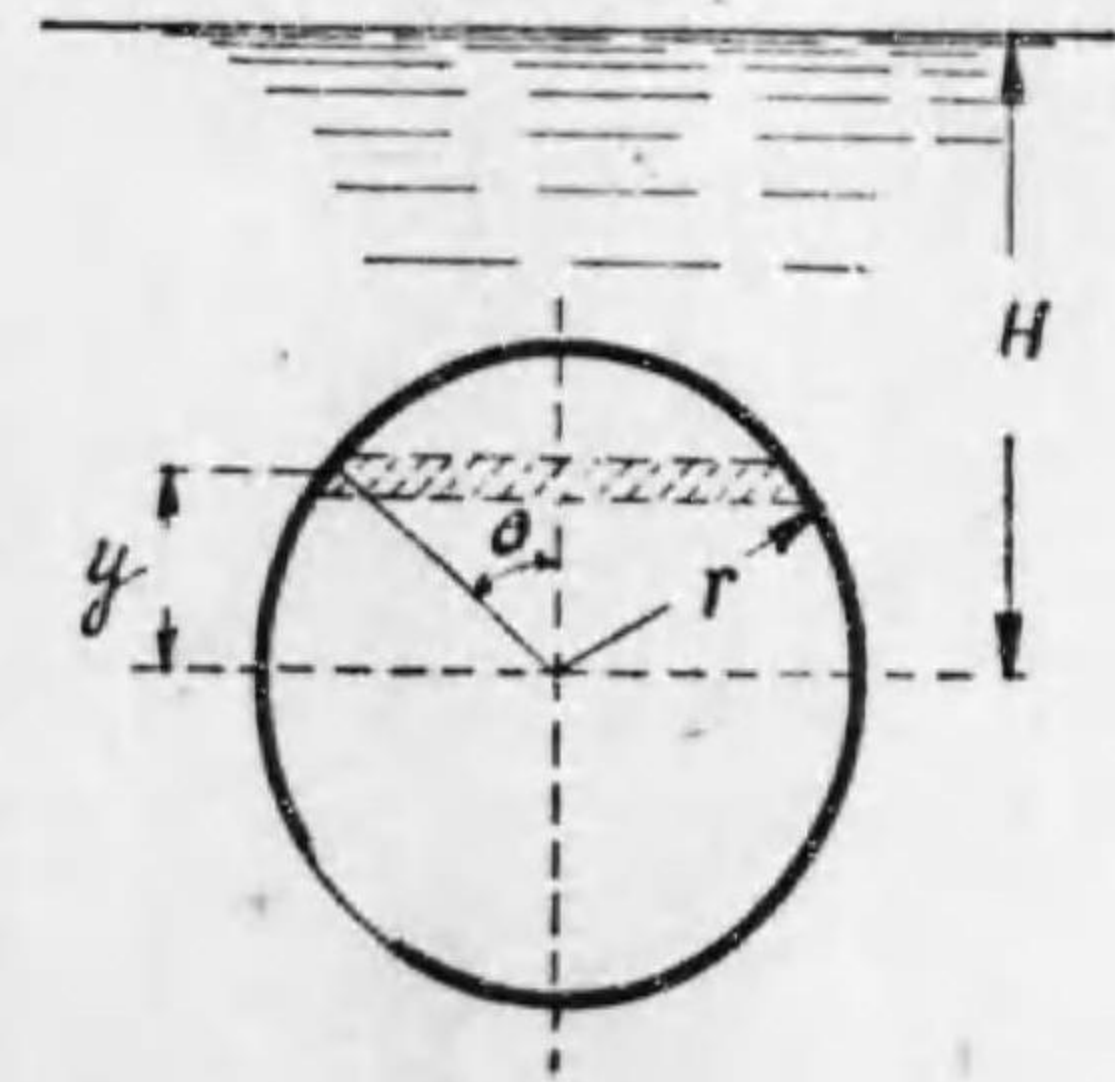
### 37. 圓形大孔口

垂直壁上水深 H メートルに中心を有する半径 r の圓形大孔口の面に於いて水深 H-y の所に水平の薄き層を假定す。此所の幅は  $2r\sin\theta$  なり。

又層の高さ  $dy = d(r\cos\theta)$ ,

第五九圖。而して水速  $v = \sqrt{2g(H-y)} = \sqrt{2g(H-r\cos\theta)}$  然る時は總流出水量 Q は

第五九圖



$$Q = c \int_0^\pi 2r \sin \theta \sqrt{2g(H - r \cos \theta)} d(r \cos \theta)$$

$$= -c 2r \sqrt{2g} \int_0^\pi \sin \theta \frac{2}{3} d(H - r \cos \theta)^{\frac{3}{2}}$$

$\int x dy = xy - \int y dx$  の積分法に依りて

$$Q = -\frac{2}{3} c 2r \sqrt{2g} I$$

茲に  $I = \int_0^\pi \sin \theta (H - r \cos \theta)^{\frac{3}{2}} d(r \cos \theta)$

$$= \int_0^\pi (H - r \cos \theta)^{\frac{3}{2}} \cos \theta d\theta$$

$$= \int_0^\pi H^{\frac{3}{2}} \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{r}{H} \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{r^2}{H^2} \cos^2 \theta \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3.2} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{r^3}{H^3} \cos^3 \theta + \dots \dots \right) \cos \theta d\theta$$

$$= H^{\frac{3}{2}} \left( -\frac{3}{2} \frac{r}{H} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2^4} \frac{r^2}{H^2} \frac{3}{8} \pi + \frac{3}{2^8} \frac{r^5}{H^5} \frac{5}{16} \pi + \dots \right)$$

$$= -H^{\frac{3}{2}} \frac{3}{4} \frac{r}{H} \pi \left( 1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{H^2} - \frac{5}{1024} \frac{r^4}{H^4} + \dots \right)$$

$$\therefore Q = c \pi r^2 \sqrt{2gH} \left( 1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{H^2} \right) \text{立方メートル/秒 (62)}$$

ハミルトン・スミスに依れ

ば鋭及圓形大孔口の流出

係数  $c$  の値は次の表の如

し。平均値は .595 位なり。

$r=H$  としても

$$Q = c \left( 1 - \frac{1}{32} \right) \pi r^2 \sqrt{2gH}$$

にして小孔口の場合より極僅か係数が小さくなるの

孔口中心 の水深 $H$	圓形孔口 の直径 $2r$	0.4 12.2	1.0ft 30.5cm
0.7	21	.597	.590
1.0	30	.598	.591
3	91	.599	.597
20	610	.596	.594

みなり。

上述の大孔口は總て大氣中に自由に水を流出するものとす又接近速度の影響を度外視したり。

### 38. 矩形堰。 (Rectangular weir.)

第36節の矩形大孔口の上縁が取去られたる時は所謂矩形堰

第 六 〇 圖

となる。

此場合水

槽は非常

に大きく

貯水池又

は溝の如

きものであつて

水面の高さは全く或は殆ど變化なきものとす。

水が流出して居る時は水面は堰の少しく

上流から段々に傾斜し堰の面に於ては  $H$  程低くなり

て居る。其所の水面速度は

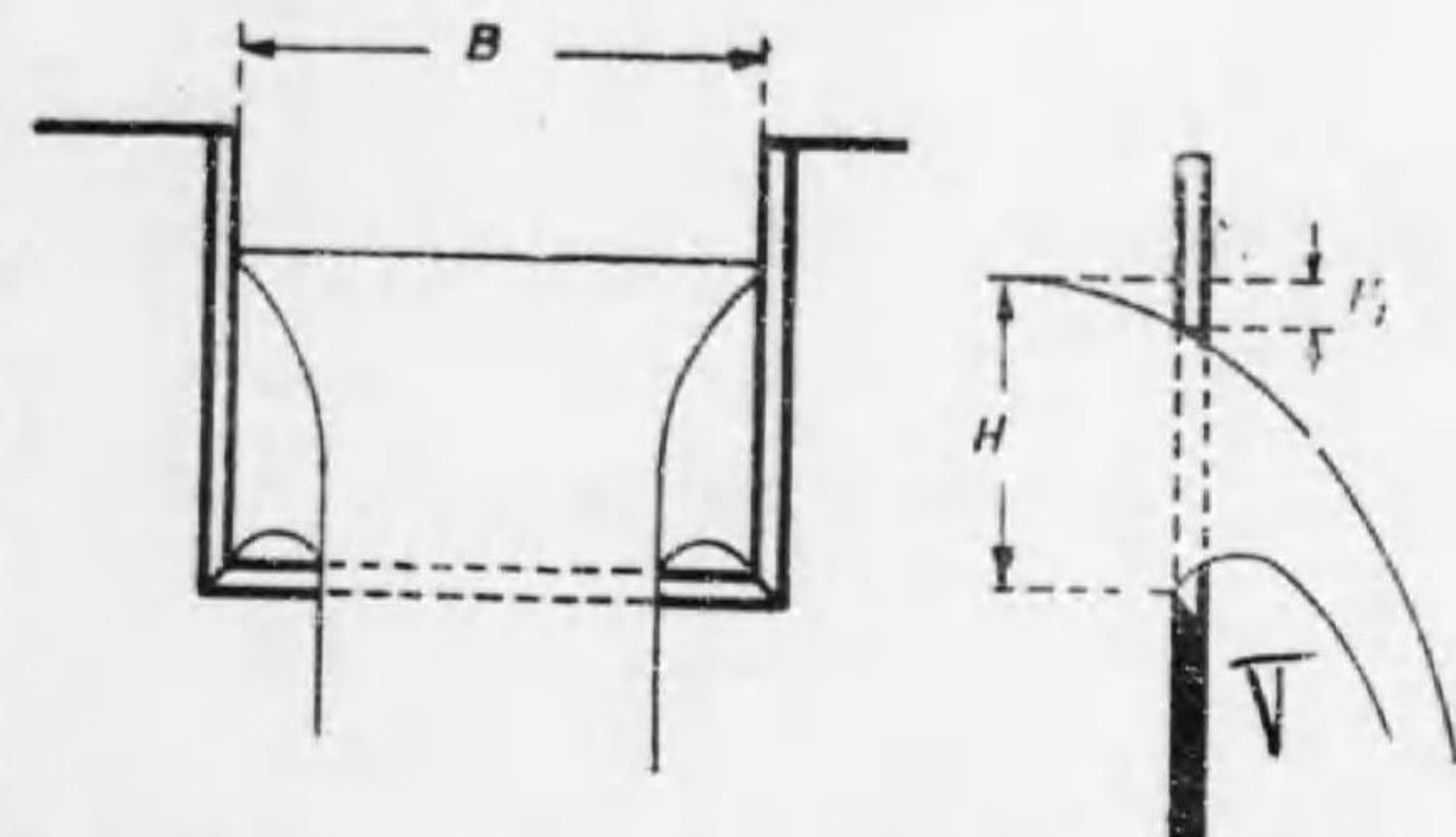
$$v_1 = \sqrt{2gH_1}$$

なる筈なり。又下縁 (Crest 又は Sill 水平縁) に於ては

$v = \sqrt{2gH}$  なる理なり。故に上縁がないに拘らず丁度

大孔口の場合と同じ様に考へて

$$Q = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} B (H^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}})$$



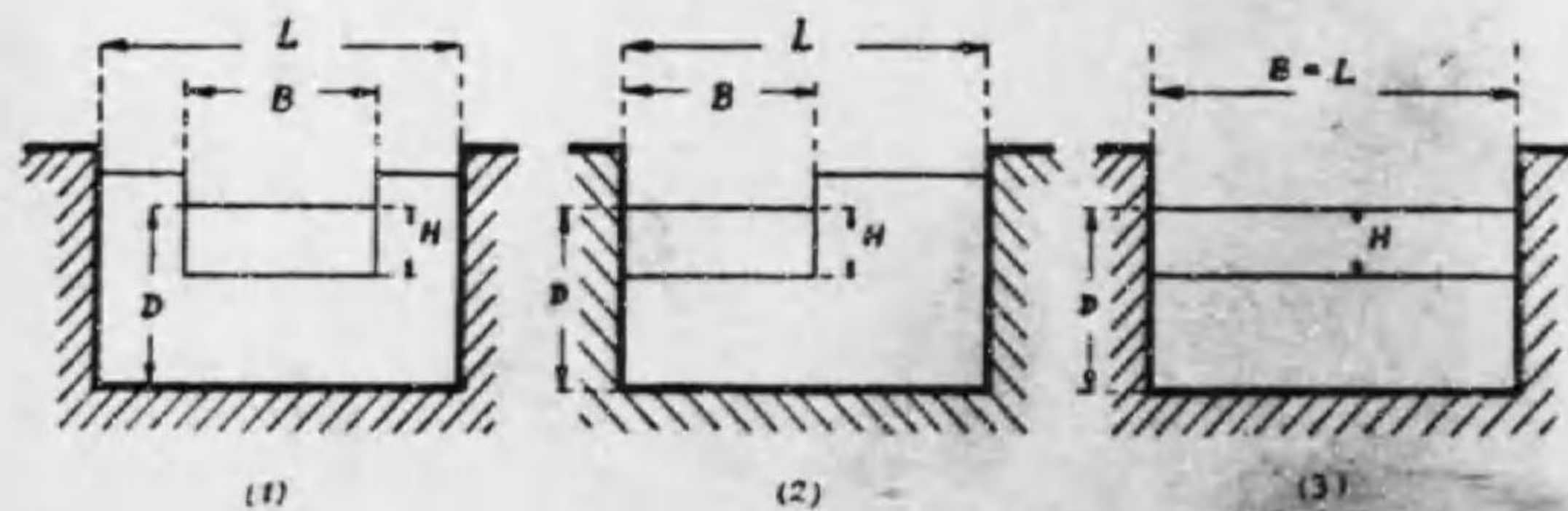
としても宜ろしいのである。併し此堰の場合には $H_1$ が幾何であるかと云ふ事は豫め知る事が出来ぬ。堰の中央の部は左右の縁に近き所よりも低下の度大なり。斯様な次第で $H_1$ は實驗的にも定める事が出来ない。依りて $H_1$ は省略して

$$Q = \frac{2}{3} c \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \quad (63)$$

とし流出係數  $c$  で適當に修正するなり。此形の式の  $c$  は鋭刃矩形堰の場合  $c=0.6-0.66$  の間に在り。

矩形堰には次ぎに示す如き三の場合ありて上の式の  $c$  の値が夫々に多少の差異あり。

第 六 一 圖



(1)完全收縮即ち横の收縮  $n=2$  の場合。横の縁及下の縁は皆溝の壁及底より充分遠く水は堰に於て完全に收縮す。若し縁と壁との距離近ければ收縮不完全なり。

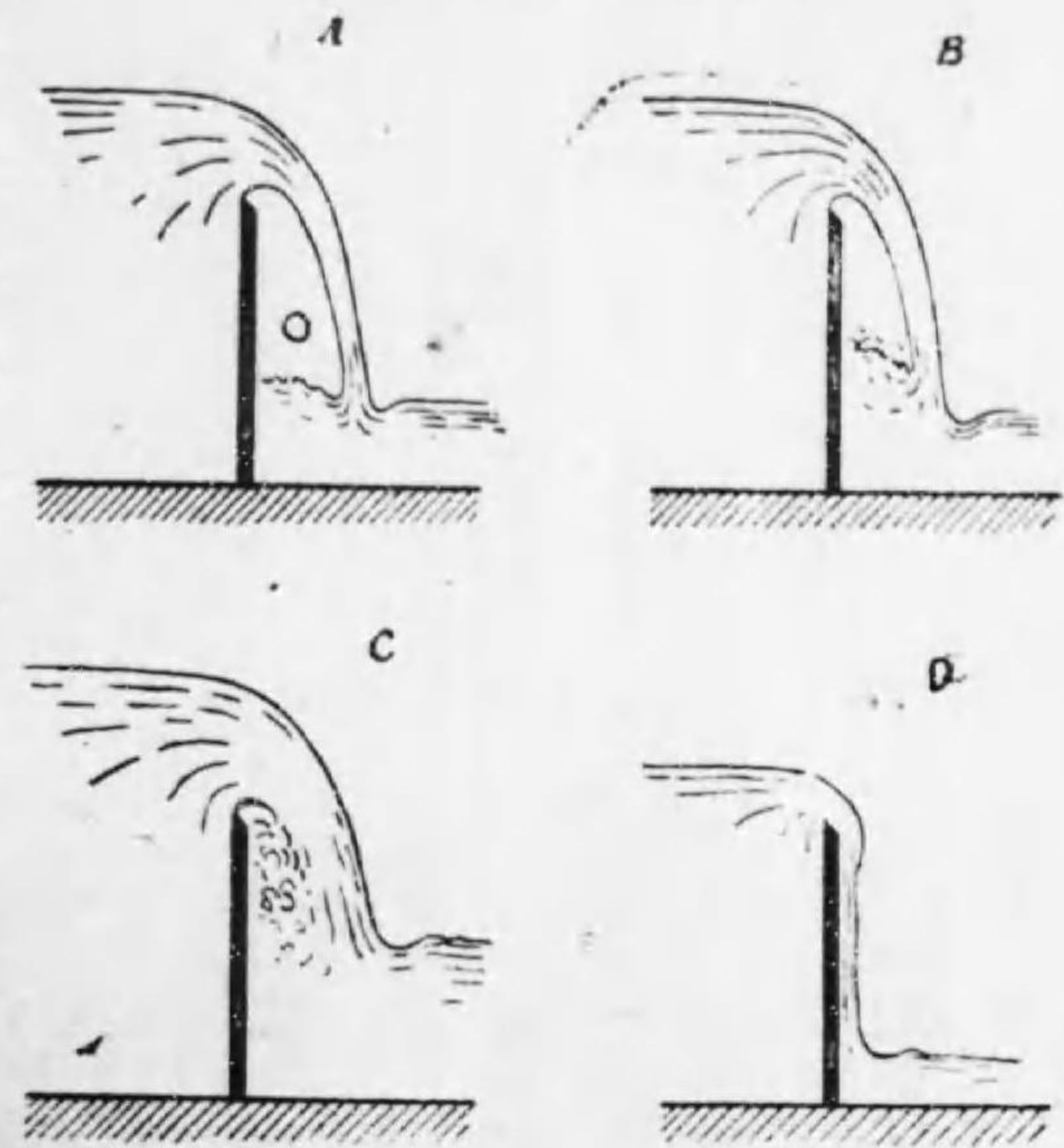
(2)横の收縮  $n=1$  の場合。

(3)横の收縮  $n=0$  の場合。之れを收縮なき堰(Suppressed weir.)と云ふ。

此三種の場合の内普通に用いられるは(1)及(3)なり。堰から落ちる所の一枚の布の様な水流を云ひ表は

すに佛蘭西語のナツプ<sup>(1)</sup>と云ふ語を用ゆ。今前記の(3)の場合に於てはナツプが溝の幅一杯になりて居るからしてナツプと堰との間に取り

第 六 二 圖



圍まれたる空氣は水に持去られ段々少なくなり其所に真空が出来様とする。其程度によりて第六二圖B, C, Dに示す様な三の場合が起る。

バザンは横縁のなき鋭刃堰が上流側の溝底から高

(1) (Nappe, B=Depressed, C=Drowned, D=Adhering nappe)



さ75センチ,其上の水頭Hが20センチなる場合に於てA, B, C, Dの四の状態の下に流出水量を計りたる所が次に示す如き流出係數を得たり。

	K	K'	百分率
A	0.433	0.347	1.00
B	0.460	0.369	1.06
C	0.497	0.399	1.148
D	0.554	0.444	1.279

茲にKは $Q=KB\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}$ に於けるものにして式(63)の $\frac{2}{3}c$ に等しく單位に無關係なり。K'は $K\sqrt{2g}$ にして此所には $g=32.2$ 呎/秒/秒としたものなり。上の表のCの場合には下流側の水面から堰の水平縁迄の高さが約0.126米なり。一般にCの場合は大なる水頭の時に起りDの場合は水頭小なる時に起る。

第六二圖Aの如く横の方からナツブの下に空氣を送ればナツブは全く奇麗に離れて自由に落下するなり。以下我々が主として考へるのは此ナツブの自由落下の場合なり。

### 39. 矩形堰の流出公式。

フランシス(J. B. Francis 1852)の公式。銳角矩形堰の實驗的公式である。呎秒單位で

$$Q=3.33\left(B-\frac{n}{10}H\right)H^{\frac{3}{2}} \quad (64)$$

と書く。(1)には $n=2$ , (2)には $n=1$ , (3)には $n=0$ と置き前記三種の矩形堰の何れの場合にも用ゆる事を得るものなり。例へば横縁一個に依る完全なる收縮を $0.1H$ とするなり。

溝の幅L及び深さDなれば溝の中の水流斷面積は $A=LD$ なり。流出水量Qに對して溝の中の平均流速は $v=Q/LD$ なり。若し此流速が大なる時は孔口の場合にも述べし如く接近速度の影響が大きくなりて流出水量の上にも或増加を見る様になる。此接近速度に依る速度水頭は

$$h=\frac{v^2}{2g} \quad \text{メートル}$$

なり。之れ丈の水頭が上流の水面に加はりたるものとしてフランシスは前記の公式を

$$Q=3.33\left(B-\frac{n}{10}H\right)\left[(H+h)^{\frac{3}{2}}-h^{\frac{3}{2}}\right] \quad (65)$$

と書いて接近速度の影響を計算に取る事とせり。

フランシスの公式を正しく適用し得るは縁に於ての收縮が完全なる場合に限り夫れには第六三圖の如く横縁と壁との間は $B_1>2H$ ある事又堰の水平縁と溝底との間は $D_1>3H$ あるを要す。又 $H<\frac{1}{3}B$ にして $0.5<H<2.0$ 呎なれば結果最宜ろしと云ふ。

## フテレー及スタ

ーンズ(Fteley and Stearns 1883)の公式、自身の実験結果にフランスの實驗結果を參酌して呎秒單位にて次の如く表はせり。

横縁なき堰には

$$Q = 3.31BH^{\frac{3}{2}} + .007B \quad (66)$$

完全なる横縁を有する堰にはBの代りに $B - .1nH$ と置く。 $n$ は前出の $n$ と同じものなり。

接近速度の影響を入れる爲めには(66)のHの代りに $H + ah$ とする。茲に $h$ は前出の速度水頭にして $a$ は

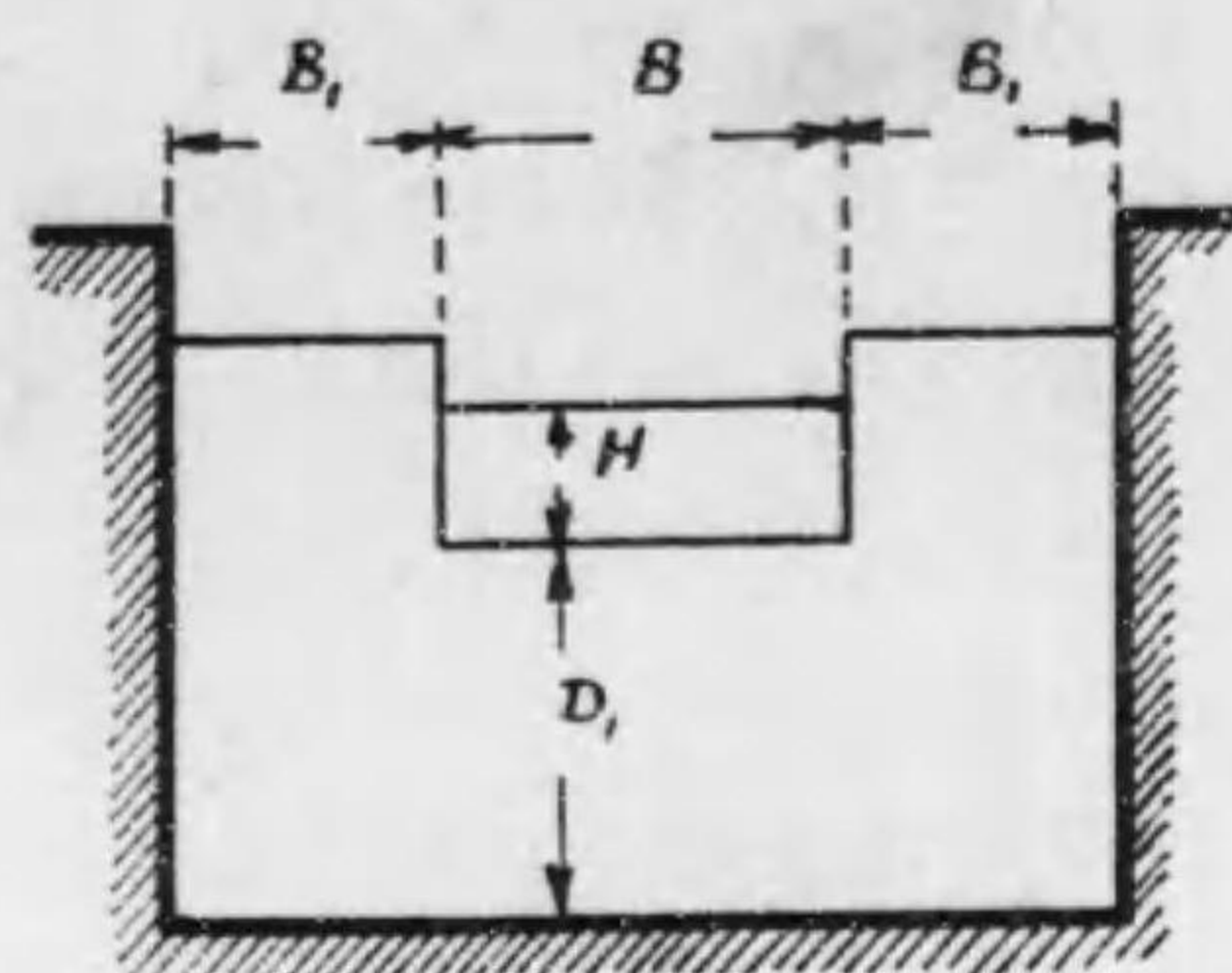
$a = 1.5$  横縁なき場合。

$a = 2.05$  横縁二個を有して收縮完全なる場合。

と取る。實は $a$ は溝の深さや水頭に依りて多少變るべきものなり。

ハミルトンスミス(Hamilton Smith, 1883)の公式。スミスは彼自身、フランス及其他の人の實驗結果より呎秒單位で

第 六 三 圖



$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ には } & Q = 3.29 \left( B - \frac{H_1}{10} \right) H_1^{\frac{3}{2}} \\ (2) \text{ には } & Q = 3.29 B H_1^{\frac{3}{2}} \\ (3) \text{ には } & Q = 3.29 \left( B + \frac{H_1}{7} \right) H_1^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

の公式を得たり。茲に $H_1 = H + ah$ にして横の縁あるものには $a = 1.4$ 、横の縁なきものには $a = 1.33$ とす。 $h$ は前記の速度水頭なり。

バザン(Bazin, 1898)の公式。横の縁なき堰に用ゆるものにして水平縁は鋭刃とす。メートル秒單位にて

$$Q = \left\{ .405 + \frac{.003}{H} \right\} B \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \quad (68)$$

接近速度の影響を計算に入れるならば

$$Q = \left\{ .405 + \frac{.003}{H} \right\} \left\{ 1 + 0.55 \frac{H^2}{D^2} \right\} B \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \quad (69)$$

と書く。Dは溝の深さなり。或は $D - H =$ 堰の高さなり。

Hが0.1米乃至0.3米である時には簡単に

$$Q = \left\{ .425 + .212 \frac{H^2}{D^2} \right\} B \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \quad (70)$$

として宜ろし。其誤差は2% - 3%なり。

此等のバザンの公式は單に堰板の高さを知るのみで直ちに接近速度の影響を計算に入れる事が出来るので大に便利である。

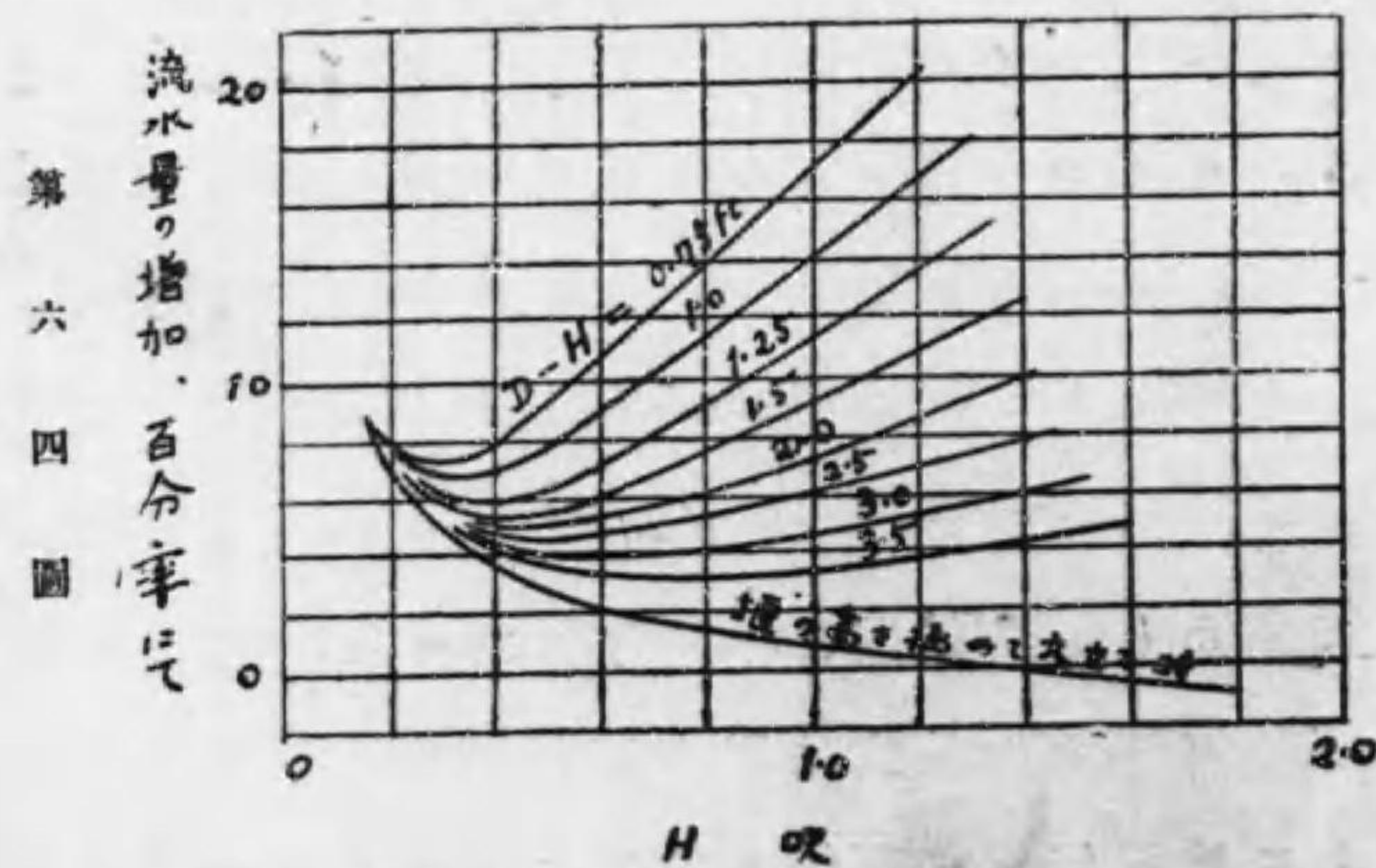
上の式を作る基となりし彼自身の實驗結果を

$$Q = KB \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \quad (71)$$

として表はしたる時のKの値は次ぎの表の如し。

水 頭 H メー ト ル	堰の水平線より溝底に至る深さ(D-H)米			
	0.2	0.4	0.6	1.0
0.1	.459	.442	.437	.434
0.2	.480	.447	.436	.428
0.3	.500	.460	.443	.430
0.4	.516	.472	.451	.433
0.5	—	.482	.459	.437
0.6	—	.491	.466	.441

マルクスのポケットブックには此バザンの実験結果に對して横縁なき場合のフランシスの公式  $Q=3.33BH^{3/2}$



夫れは接近速度の影響を入れてない所の係數 3.33 を幾何パーセント修正すべきかと云ふ事を圖表第六四圖にて極く分り易く説明せり。

上述の如く鋭刃矩形堰の流出水量が多く公式にて夫々多小の差違あるは堰と溝との大きさの関係堰板の内面の水に接する部分の精粗及び縁の刃の鋭さの程度等に依るならん。又実験設備の良否や実験の巧拙精粗等が大なる原因をなすものと思はる。

此等の公式の何れが最良なるかと云ふ事は斷言するを得ず。其内でフランシスの公式は簡單にして使用上便利なるを以て最廣く用いらる。唯此公式は餘り小なる水頭には適せず。

遠藤正直氏が九州帝國大學に於て行ひたる小型の完全收縮鋭刃矩形堰に関する実験結果(機械學會誌第四十號)は水頭 H の極く小なる場合を除きてはハミルトン・スミス氏の公式に最良く一致す。而して又前記の結果はフランシスの公式或はフテレー及びストーンズの公式と何れも  $H = \frac{1}{4}B$  の附近に於てのみ相近づき其他の水頭にては差違大なり。詳細は該論文に載せあり。

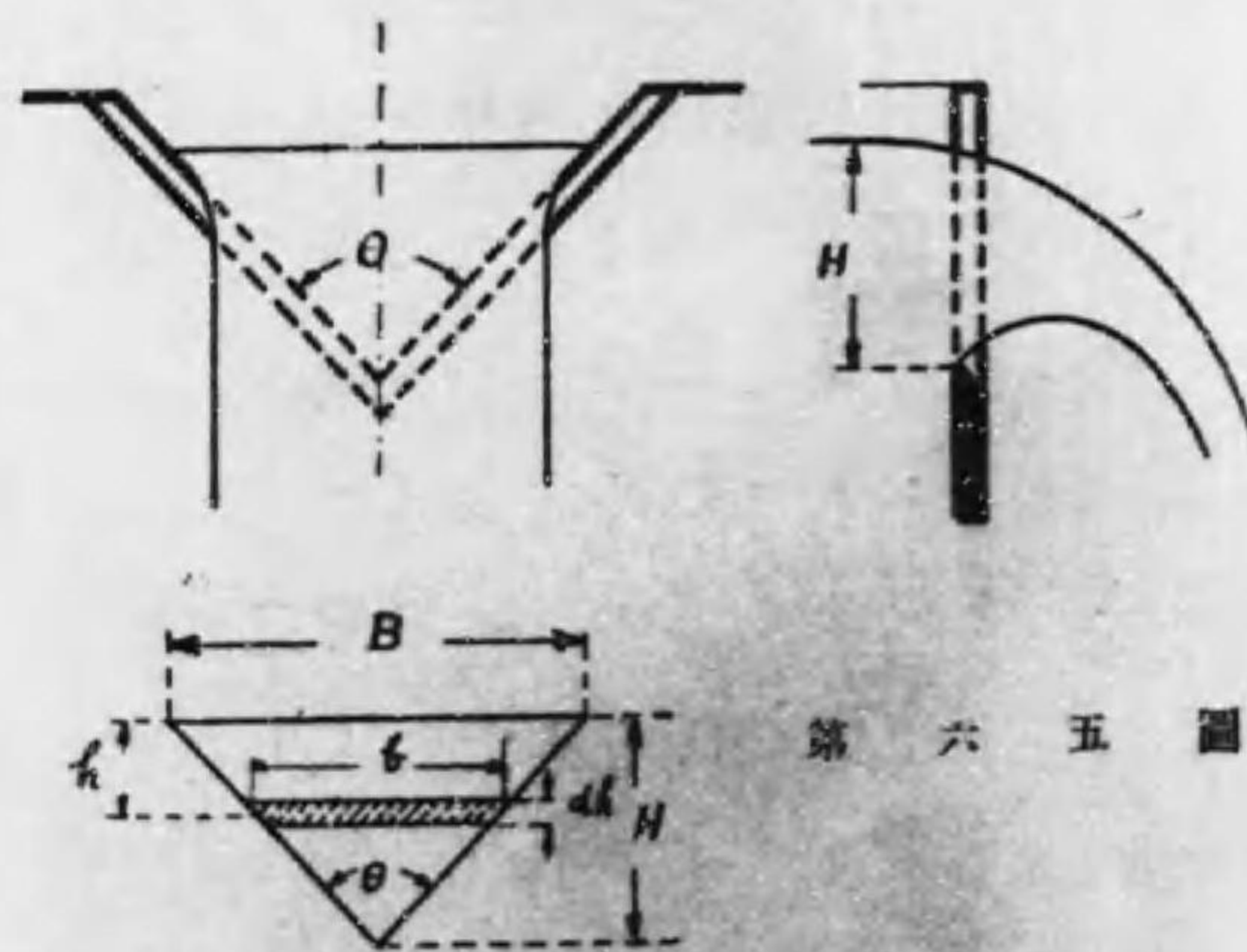
前記の諸公式の外に獨逸にて用いられるブラシュマン(Braschmann), フレーゼ(Frese), ハンゼン(Hansen)氏等の諸公式あれども此所には省略す。

(1) (L.S. Marks, Mechanical Engineering Handbook, 1921.)

大量の水を取扱ふ矩形堰にては横縁なきもの最も宜ろし。何となれば横縁のある場合には横縁板の長短に依りて其收縮影響が大に變るから上記のフレーゼの公式の如き複雑なるものを用いねばならぬが横縁なければ收縮は唯水平縁のみに依りて起るのであるからバザンの公式の如く堰板の高さのみを考慮に取ればよいからである。

#### 40. 三角堰 (Triangular notch.)

此時も亦前の例に従ひて堰の面を薄き水平層に分ち其各の流出水量を求めて然る後積分するなり。第六五圖に於て三角の二邊は垂直線に對して對稱なり又頂角を $\theta$ とす。深さ $h$ にしは幅 $b$



$$b = 2(H-h) \tan \frac{\theta}{2}$$

なり。幅 $b$ で高さ $dh$ の小面積より出る流出量 $dQ$ は

$$dQ = c b d h \sqrt{2gh}$$

總流出水量

$$Q = \int_0^H c b d h \sqrt{2gh}$$

便宜上流出係數 $c$ は全體を通じて一定なりとすれば

$$\begin{aligned} Q &= c \sqrt{2g} \int_0^H b \sqrt{h} dh \\ &= 2c \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \int_0^H (H-h) \sqrt{h} dh \\ &= 2c \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \left\{ \frac{2}{3} H^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5} H^{\frac{5}{2}} \right\} \\ &= \frac{8}{15} c \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} H^{\frac{5}{2}} \end{aligned}$$

$\theta = 90^\circ$ の時は $\tan \frac{\theta}{2} = 1$  故に

$$Q = \frac{8}{15} c \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}} \quad (72)$$

$\theta = 90^\circ$ の時鋭角三角堰にてはトムソン(J. Thomson, 1861)

の實驗に依れば $c = .593$ なる故に式(72)は

$$Q = .316 \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}} \quad (73)$$

メートル秒單位にては

$$Q = 1.49 H^{\frac{5}{2}} \quad (74)$$

呎秒單位にては

$$Q = 2.534 H^{\frac{5}{2}} \quad (75)$$

$H$ を時にて表はし $Q$ を立方呎/分と表はせば

$$Q=0.305H^{\frac{5}{2}} \quad (76)$$

之れをトムソンの公式と云ふ。

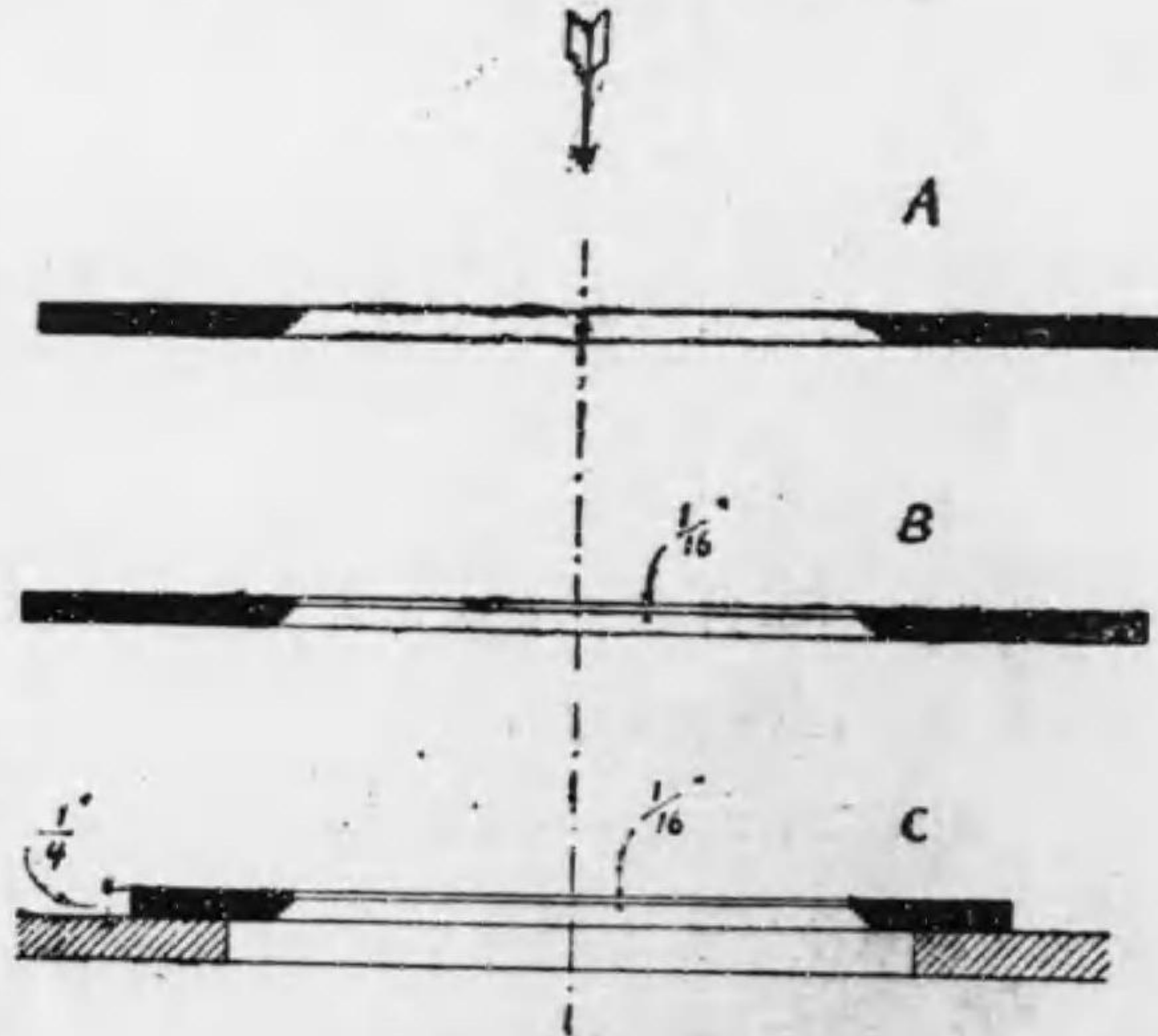
英人ゼームス・バール(J. Barr, 1910)は極めて精密なる  
實驗に依りて鋭刃直角三角形堰の流出水量

$$Q=KH^{\frac{5}{2}}$$

Hは吋, Q立方呎/分の係數Kを定めたり。第六六圖に  
示すが如く Aは全く鋭き刃を有し Bは1/16吋の面を取  
る。C

第 六 六 圖

は幅3  
吋厚さ  
1/4吋  
の真鍮  
板を二  
枚直角  
に組合  
せて堰  
板の内  
側に取



付けたるが此 C の場合の流出係數 K は次の表の如く  
なりて A 及び B の場合の K に比して小なる水頭にて  
は稍々差異あれども少しく大なる水頭にては殆ど三

者共 K の値同一なりと見るを得。

C 型直角三角形堰

水頭 H 吋	K	水頭 H 吋	K
2	.3104	6½	.3017
2½	.3084	7	.3013
3	.3068	7½	.3009
3½	.3057	8	.3006
4	.3047	8½	.3003
4½	.3038	9	.3000
5	.3032	9½	.2998
5½	.3026	10	.2995
6	.3021		

ストリクランド(Strickland)は上記の表による K の値を  
基にして

$$Q = \left( 0.2907 + \frac{0.028}{\sqrt{H}} \right) H^{\frac{5}{2}} \text{ 立方呎/分} \quad (77)$$

の式を造りたり。茲に H は吋なり。

又バースは彼れの著書に

$$Q = 2.48H^{2.45} \text{ 立方呎/秒} \quad (78)$$

(茲に H は呎)なる式を載せたり。之れ亦前記の C 型  
直角三角形の K の値を表す爲めに造られたるものな  
り。兩氏の公式は何れも酷く前記の實驗結果に一致  
す。

(A. Barnes—Hydraulic flow reviewed. 1916)

上述のバールの實驗結果はトムソンの公式が誤差極めて小なる事を裏書するものなり。実際には  $H$  が 2 吋以下になると三角形の頂角附近に於て堰の縁に水が附着して奇麗に離れない様になりトムソンの公式並に上の式(77)及(78)を適用し得ぬ事多し。

#### 41. 堰の水面降下の時間

面積  $A$  平方メートルの廣さを有する貯水池あり。堰を通して水を流出せしめる時に堰の水頭が  $H_1$  メートルから  $H_2$  メートルに下るに要する時間  $T$  秒を求む。

(a) 矩形堰の場合。流出水量を米秒單位にて

$$Q = K_1 B H^{\frac{3}{2}}$$

と表はすべし。  $dt$  秒に水面が  $dH$  降下すれば

$$\begin{aligned} -A dH &= Q dt \\ &= K_1 B H^{\frac{3}{2}} dt \end{aligned}$$

$$\text{或は } dt = -\frac{A}{K_1 B} H^{-\frac{3}{2}} dH$$

之れを  $H_1$  から  $H_2$  迄積分すれば時間  $T$  は

$$T = \frac{2A}{K_1 B} \left( H_2^{-\frac{1}{2}} - H_1^{-\frac{1}{2}} \right) \text{秒} \quad (79)$$

(b) 直角三角形堰の場合。流出水量をメートル單位で  $Q = K_2 H^{\frac{5}{2}}$  と表はせ。然る時は前同様

$$T = \frac{2}{3} \frac{A}{K_2} \left( H_2^{-\frac{3}{2}} - H_1^{-\frac{3}{2}} \right) \text{秒} \quad (80)$$

a 及 b の何れの場合にも  $H=0$  になる迄水を出すには

時間  $T=\infty$  となる。係数  $K_1$  及  $K_2$  を定値としても時間無窮大なり。実際には表面張力の爲に小なる  $H$  には水が流出し難くなる故  $H$  の小さくなる程水面降下の速度小となり水面は容易に下がらず。孔口の場合(第34節)を参照すべし。

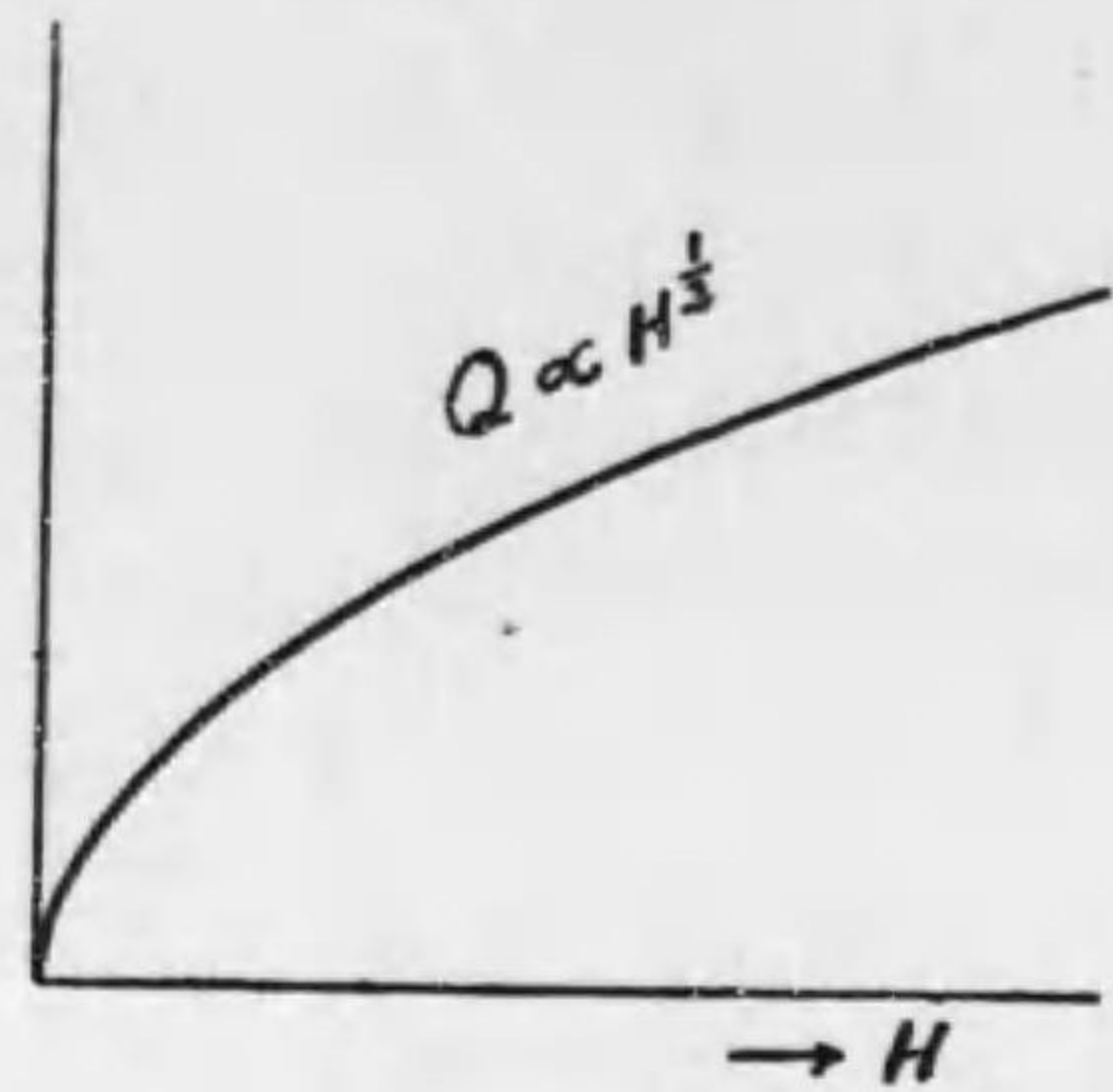
#### 42. 量水器としての孔口及び堰の比較。

。鋭刃の矩形堰及直角三角形堰は堰の標準型として製作するに都合好く亦流出係数も定め易き故に流量を計るに屢用いらる。横座標軸に水頭  $H$  を取り縦座標軸に流量  $Q$  を取ると矩形堰は  $H^{\frac{3}{2}}$  に、三角堰は  $H^{\frac{5}{2}}$  に比例する上向きのパラボラなり。之れに反して孔口にては水量曲線に横向きのパラボラなり。此等の事からして考へると。

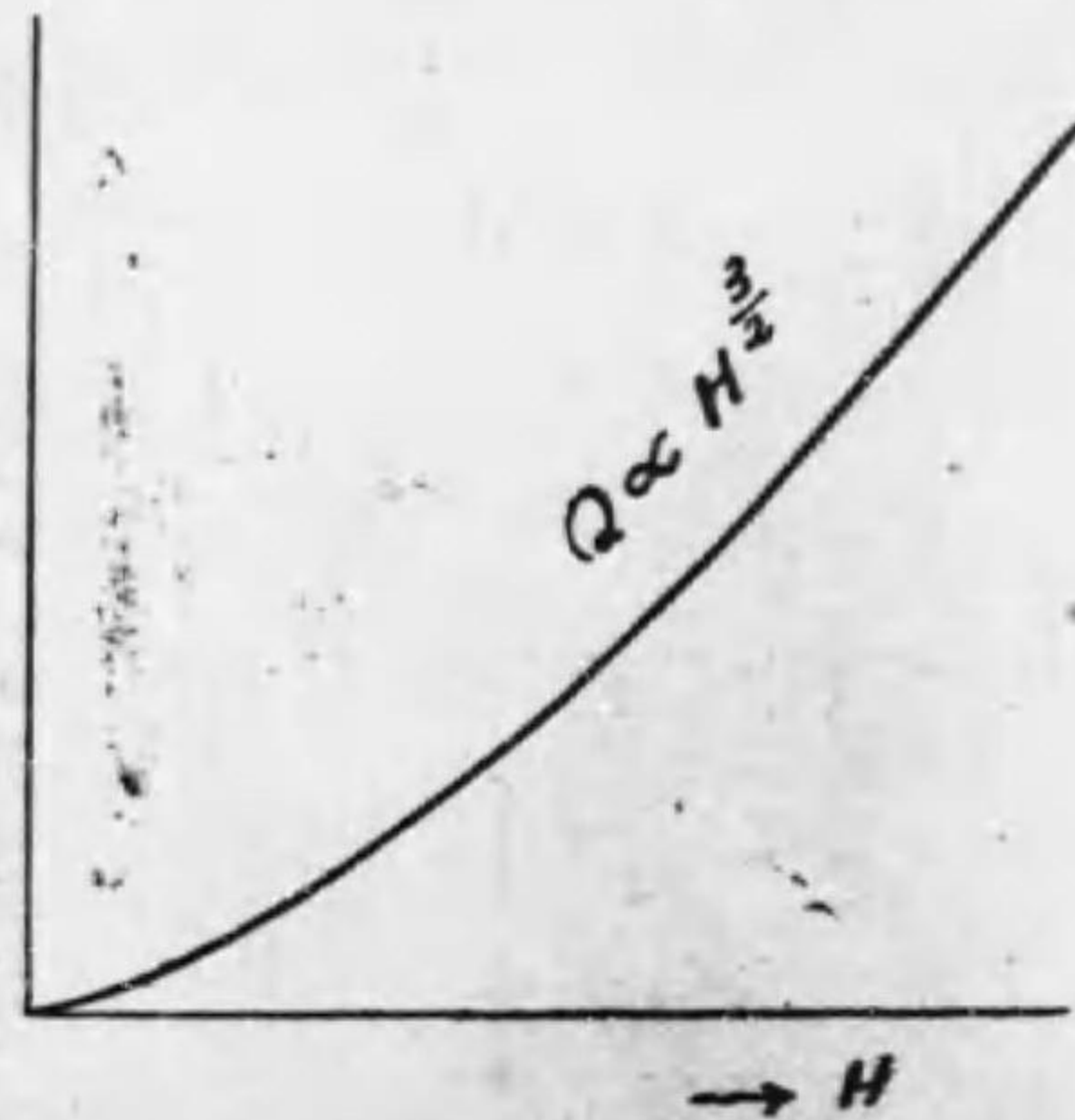
孔口は水量が少しく増せば水頭が非常に増すから水頭の讀みを取るのに少し位誤りありても水量の方には夫れ程誤差表はれず。併し缺點としては小なる水量には都合好けれども小なる水量より大なる水量に變化する如き場合には水頭非常に大きくなりて到底普通の高さの水槽にては間に合はぬなり。即ち孔口は取扱ひ得られる流量  $Q$  の範圍小なり。

第 六 七 圖

矩形堰は幅を大きく取りて置けば随分大なる水量を通す事を得。其代りに小水量には水頭  $H$  が小さくなりて読み取るに頗る困難なり。



三角堰は前二者の中間にありて小水量から可なり大きな水量迄計る事を得。矩形堰に比すれば水量の變化に對する水頭の變化大なる故水頭の読み取り易く又水頭の廣き範圍に亘



りて流出係數殆ど一定なるを以て流量公式も最簡單なり。故に工場内にて水量を計る場合又はポンプの水量試験等には直角三角形堰最重寶なり。而して水頭  $H$  の読みも適當の方法を用ゆれば随分精密に読み得るなり。

### 43. 量水器としての堰の設備。

流水量を計る目的にて堰を設置するに當りては次の如き設備を施すべし。

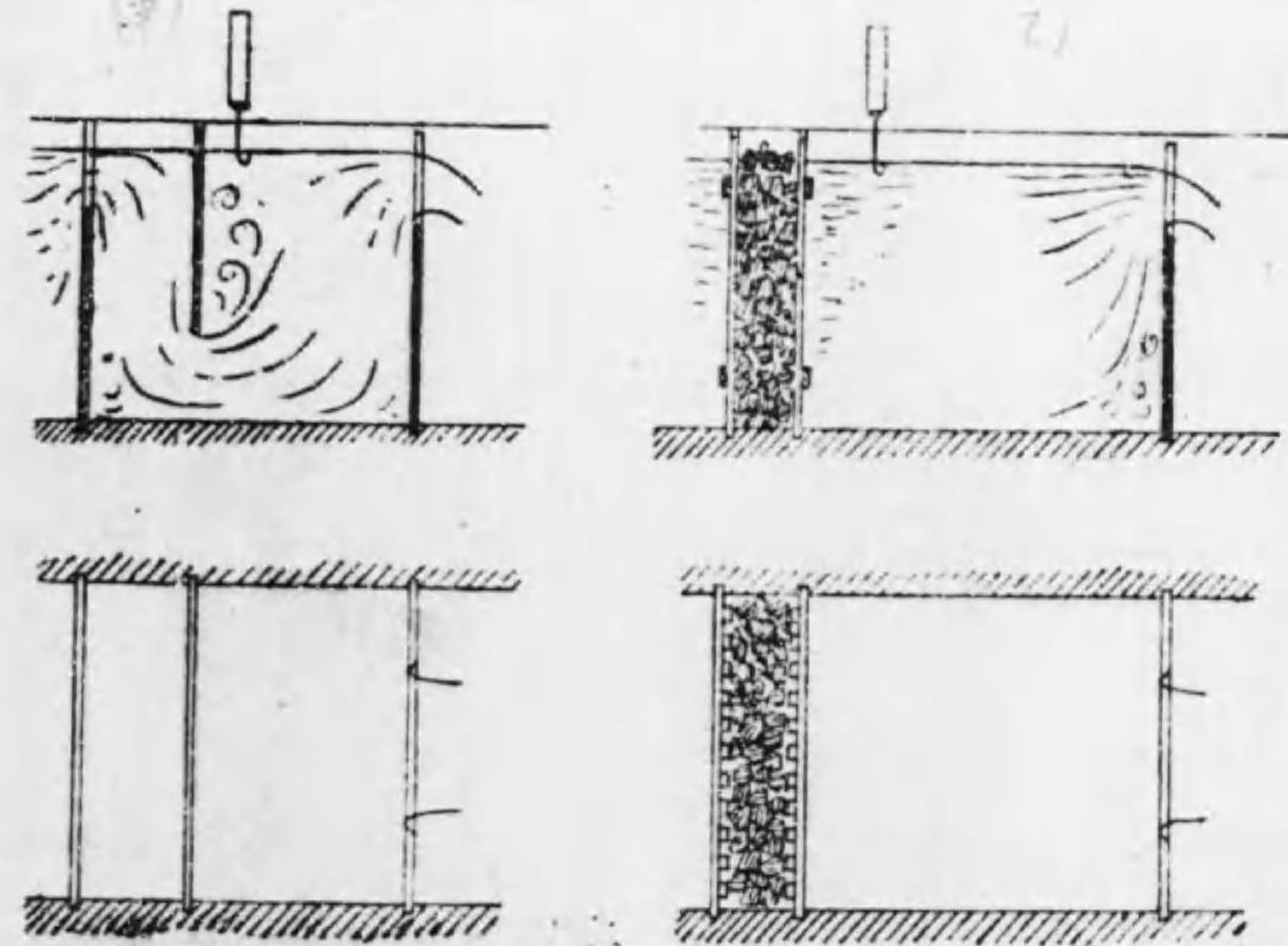
溝の形狀大小。堰からして上流或距離の間の溝の断面が規則正しく且つ一様でありて直線なるを要す。此の如き溝の長さは堰の水頭  $H$  の  $30H$  位なければならぬ。又此溝の断面積は矩形堰の面積  $a(=BH)$  の

$A > 6a$ , 横縁  $n=2$  の場合,

$A > 3a$ , 横縁  $n=0$  の場合,

なるを要すと云へり。

第 六 八 圖



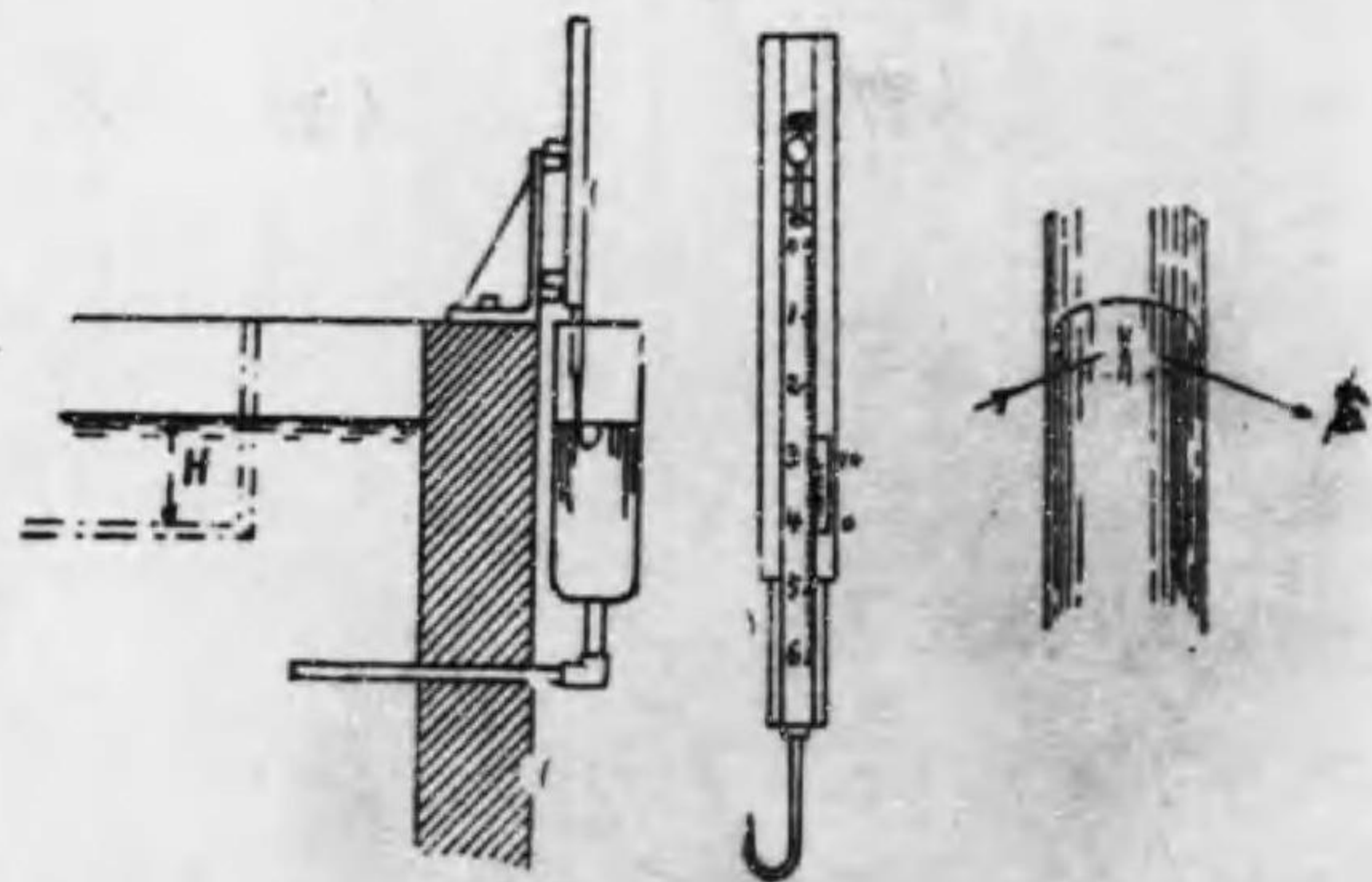
溝の水面波動を静止する装置。此目的を以て溝の中に第六八圖甲の如く板を數枚互ひに入れたるものあり。之れで水面の波動は或程度迄止める事が出来るならんも夫れが爲めに却つて悪い事が起る。即ち堰に近き所にて水流の大體の方向が圖に示す様になりて流出の具合を變化する。一般流出公式を用いては可なりの誤りを生づるならん。著者は木の格子の中に骸炭を填充したものをを用いて好成績を挙げたり。第六八圖乙。これならば水流の方向も宜ろし。

堰の水頭を測る方法。極く粗雑なものとしては溝の中に棒抗を立てて之れに尺度を目盛するなり。併し精密なる設備にはフックゲージ(Hook gauge.)を用ゆ。

フック

第 六 九 圖

とは第  
六九圖  
甲の如  
く鈎針  
にして  
之の尖  
端が水



面に丁度達する様に螺子で加減する。同圖乙の如く

堰の上流或距離に於て水流に直角に細き管を壁に貫き管の入口を水流に平行にし他の端を立て、硝子筒に接続する。此筒の中の水面は溝の中の水面と同じ高さであり。接続管を少し長くすれば溝の水面の動搖は硝子筒の中の水に傳はらず故に此所にフックを入れて水面を讀めば大に都合良し。フックの尖端は全反射を利用して水面下より見れば非常に精密に合せる事が出来る。ゲージには副尺ありて例へば英國式で云へば時の1/100迄は容易に讀み得るなり。又フックゲージの讀みの零點を定めるには水面を下げて堰の水平縁或三角堰の角頂に一致させる。之れは少しく六ヶ敷い仕事であるが鏡を用いて水面の反射を見るか又別に固定したるフックを堰の内側に取付けて標準器にて堰の下縁と此のフックの頭とを平にすれば此フックとゲージのフックとを同一水面に合せる事は比較的容易なり。斯の如くして堰に依る流水量の計測は可なり精密に出来るなり。又パール(第40節)の論文を参照すべし。

例題。直角三角形堰の水頭3吋なる時水頭の讀みに於て1/100時の誤差は流水量に於て幾何の誤差なるか。トムソン公式を用いよ。



$$Q = 0.305 \times 3^{\frac{5}{2}} = 4.754 \text{ 立方呎/分}$$

$$Q = 0.305 \times 3.01^{\frac{5}{2}} = 4.794 \text{ ,, ,,}$$

水量に於て 0.04 立方呎/分即 0.8% の誤差である。又  $H = 6$  時の時 1/100 時の讀誤りは  $Q$  に於て 0.41% の誤差なり。

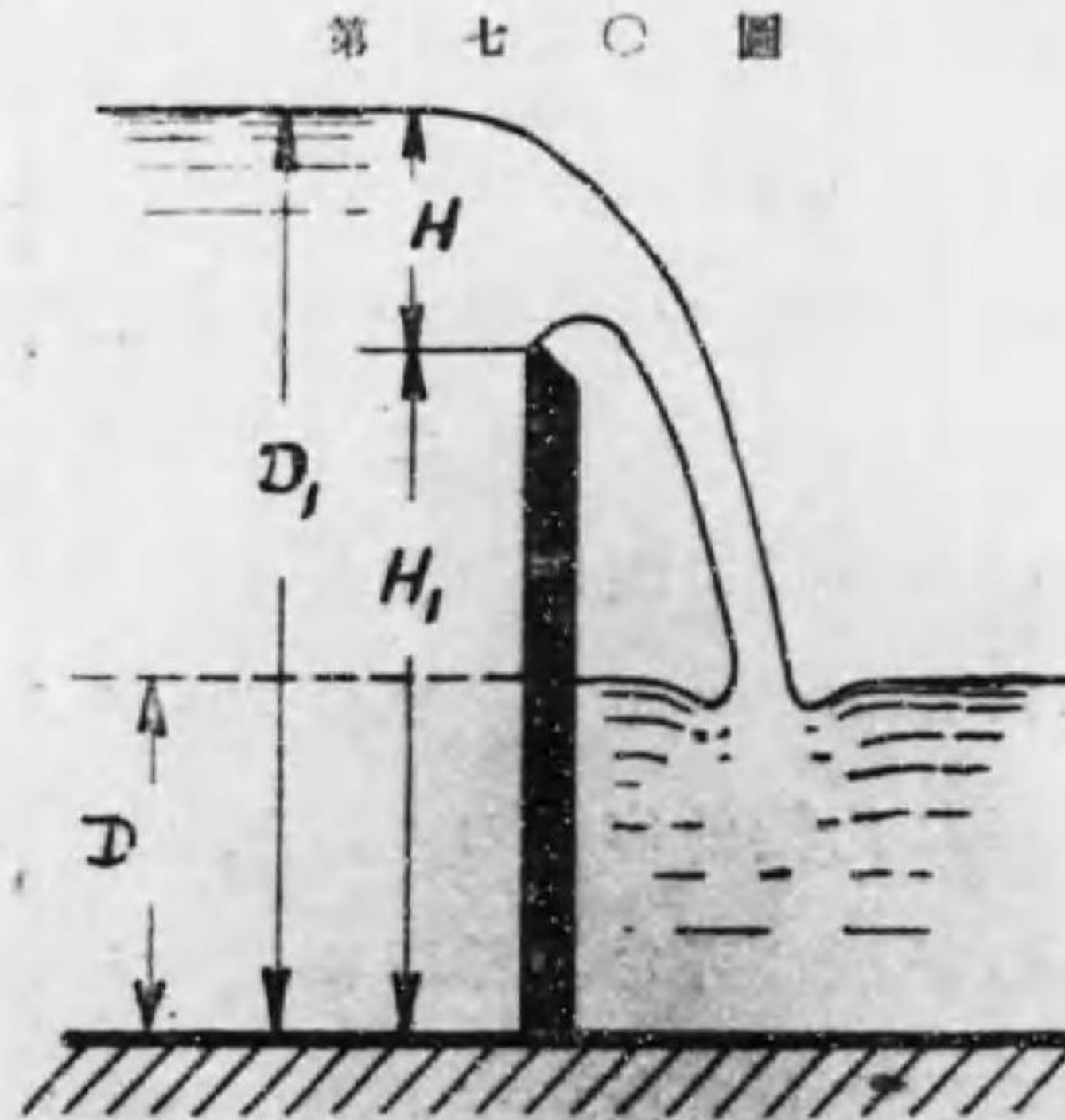
#### 44. 水面を高くする爲めの堰。

堰の他の重要な用途は夫れに依りて溝或は川の水深を増し動力又は灌漑用の水を取入れるに都合好くし或は其所に大量の水を貯蓄せんとする等なり。

溝の幅を  $B$  と

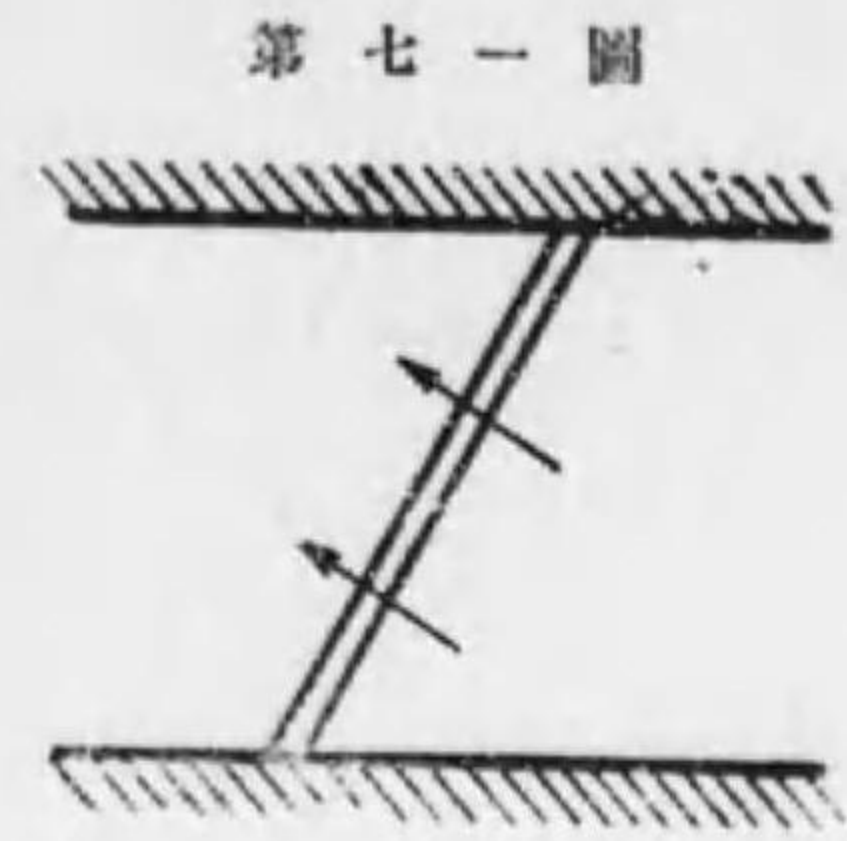
し初めの水深を  $D$  とすれば高さ  $H_1$  の堰板を設けた後に於ては水深が  $D_1$  となる。横縁のなき堰であれば  $Q = KBH^{\frac{3}{2}}$  に依りて  $H$  が知

れるから水面の高くなりたるは  $D_1 - D = H + H_1 - D$  なり。流出水量  $Q$  は堰の有無に關せず同じなり。唯此時注意を要するは堰の所にて水面が高くなると其影



響は可なり遠く上流に及ぶ。

第94節に詳説す。流水量が變化しても水面が餘り甚しく上下せぬ爲めには  $Q = KBH^{\frac{3}{2}}$  に於て  $B$  を出来る丈大きくすれば宜ろし夫れには溝(或は川)に斜に堰を設けるも一策なり。



#### 45. 水面下にある堰。 (Submerged weir)

堰の下流に於ける水面が堰の水平縁より高くなれば即ち水中に没したる堰が

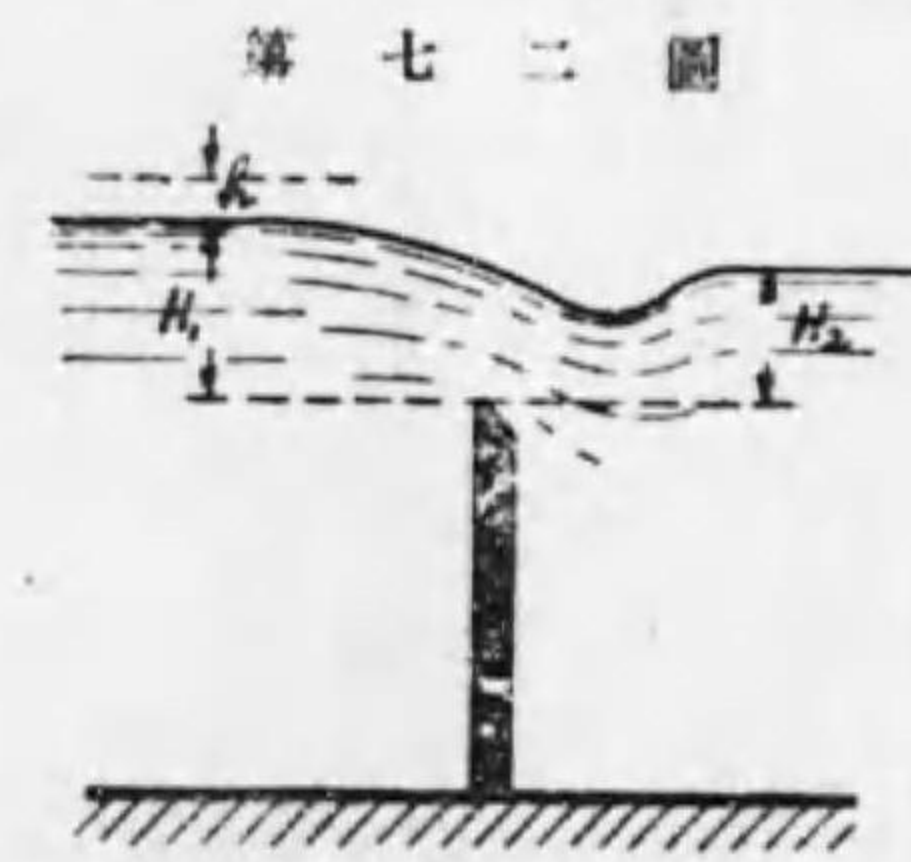
出来る。堰の横幅を  $B$  とす。上流の水頭を  $H_1$ 、下流の水頭を  $H_2$  とす。堰の流出面を二に分けて考へ上部  $H_1 - H_2$  は矩形堰であり下部  $H_2$  の所は水中に在る孔口(第35節)であるとして計算す。

$$\text{上部にて} \quad Q_1 = \frac{2}{3} c_1 B \sqrt{2g} (H_1 - H_2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{下部に} \quad Q_2 = c_2 B H_2 \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$$

便宜上  $c_1 = c_2 = c$  と假定せば總流出水量は

$$Q = c B \sqrt{2g(H_1 - H_2)} \left\{ \frac{2}{3} (H_1 - H_2) + H_2 \right\}$$



$$=cB\sqrt{2g(H_1-H_2)}\left\{\frac{2}{3}H_1+\frac{1}{3}H_2\right\} \quad (81)$$

接近速度の影響を計算に取れば

$$Q_1=\frac{2}{3}c_1B\sqrt{2g}\left\{(H_1-H_2+h)^{\frac{3}{2}}-h^{\frac{3}{2}}\right\}$$

$$Q_2=c_2BH_2\sqrt{2g(H_1-H_2+h)}$$

$$\therefore Q=cB\sqrt{2g(H_1-H_2+h)}\left\{\frac{2}{3}(H_1-H_2+h)+H_2-\frac{\frac{2}{3}h^{\frac{3}{2}}}{(H_1-H_2+h)^{\frac{1}{2}}}\right\}$$

式の中の微小量を棄却すれば

$$Q=cB\sqrt{2g(H_1-H_2+h)}\left\{\frac{2}{3}(H_1+h)+\frac{1}{3}H_2\right\}$$

流出係数  $c$  は横縁なき  $B=L=22.2$  呎の鋭刃堰にて堰の高さ  $H_1=.85-2.3$  呎なる時

$H_2/(H_1+h)$	0	.1	.3	.5	.7	.9
$c$	.623	.625	.606	.594	.594	.596

なり。フランスの實驗結果なり。

#### 46. 厚さ大なる堰 (Broad-crested weir.)

堰の厚さに比して水頭  $H$  が大ならざる時は水は堰の平な面を略平行に流れる。假に摩擦無く流線は水平なりとすべし。又堰の上流に於て接近速度は極く小さく計算に入れなくて宜ろしとすれば前記平行部に於ける水速  $v$  は  $v=\sqrt{2g(H-h)}$

故に堰の幅を  $B$  とせば流出水量は

$$Q=Bh\sqrt{2g(H-h)}$$

第七三圖

此水流の厚さ  $h$  は未知なり。之れに最大流量の原理を應用すれば流出水量を定むる事を得。

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dh} &= B\sqrt{2g}\left\{\sqrt{H-h}-\frac{h}{2\sqrt{H-h}}\right\}=0 \\ \therefore 2(H-h)-h &= 0 \\ \therefore h &= \frac{2}{3}H \end{aligned}$$

此關係を用いて上の  $Q$  の式は

$$Q=.385B\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}} \quad (83)$$

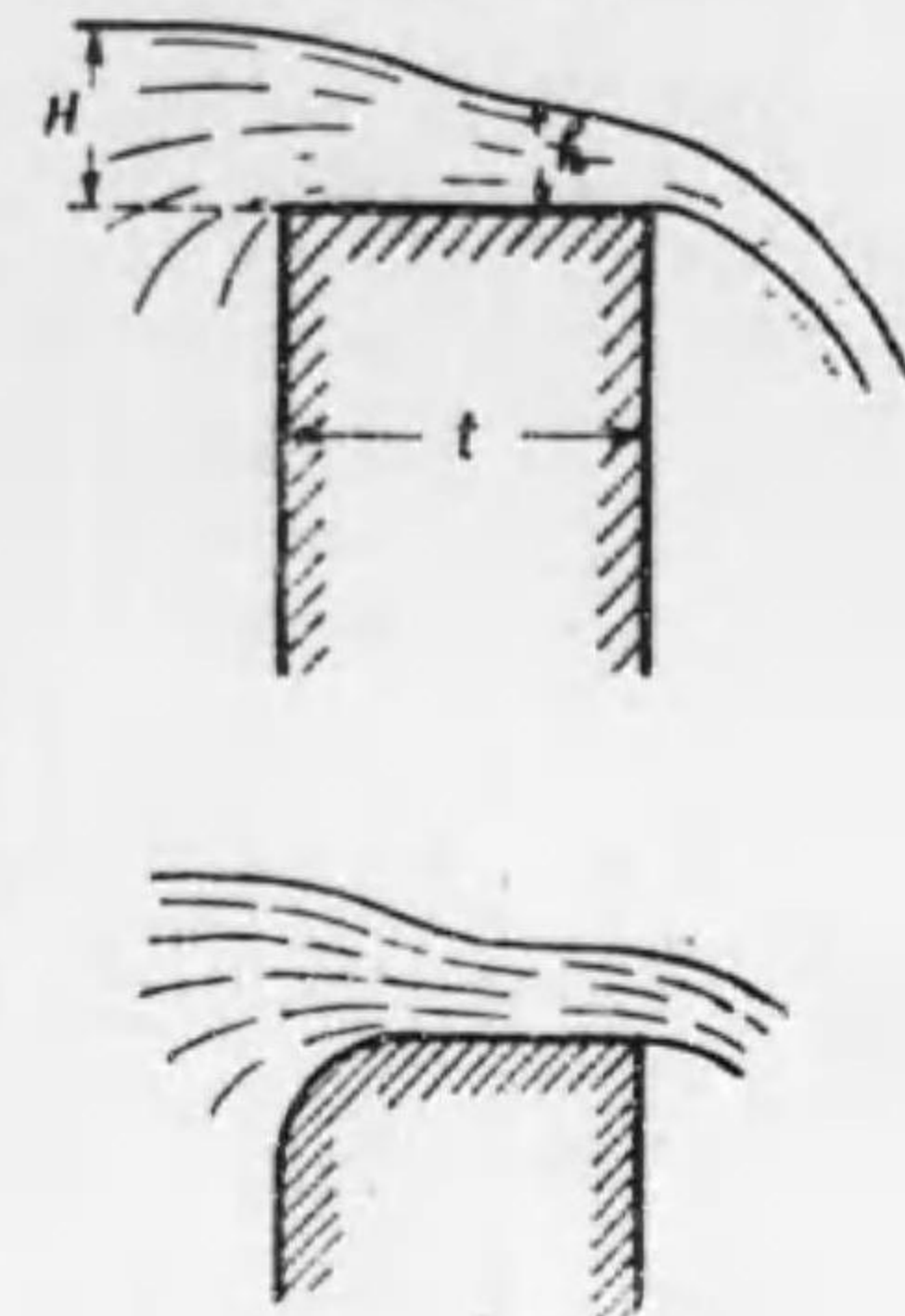
と定まる。實際には摩擦其他の損失ある爲めに流出水量は此公式が示すより小なり。レブロー氏(Lesbros)は 0.35 と云ふ係数を實驗結果から得た。

米國カーネル大學の實驗に依れば第七三圖の如き矩形の断面を有する頭の平な堰にては

$$Q=K'BH^{\frac{3}{2}} \text{ 呎秒單位}$$

の式に於ける  $K'$  の値次の表の如し。

此表に依ると厚さ  $t$  に比して  $H$  が大なれば  $K'$  の値はフランスの公式第39節(58)の  $K=3.33$  に一致する様



水 頭 H 呎	厚 さ t 呎							
	0.48	0.93	1.65	3.17	5.89	8.98	12.24	16.3
0.5	3.01	2.76	2.73	2.66	2.61	2.61	2.61	2.61
1.0	3.24	3.01	2.93	2.70	2.67	2.66	2.65	2.64
1.5	3.33	3.19	3.03	2.73	2.69	2.67	2.67	2.65
2.0	3.33	3.29	3.08	2.73	2.68	2.67	2.66	2.65
3.0	3.33	3.33	3.12	2.71	2.65	2.64	2.62	2.61
4.0	3.33	3.33	3.15	2.69	2.63	2.61	2.60	2.59

になる。又 H に比して t が大なれば K' は或定まつた値に漸近するが如し。而して此場合の平均値 2.64 はフランシス公式の 3.33 に比して丁度 80% である。此堰の内側の角に或半径を以て丸味を附ければ流量は幾分増加す。而して此丸味の効能は厚さ t の小なる場合の方著し。

同じくカーネル大學に於て行はれたるラフター (Rafter, 1900) の堰に関する廣汎なる實驗結果の中から第七四圖の如く断面形式 A, F, G, L 及 P の五種を選びて夫れに對する  $Q=K'BH^{\frac{3}{2}}$  の K' の値を次の表に示せり。A と F とは断面の形が極端に異なるに拘らず K' の値が夫れ程違つて居らぬ事は全く思ひ寄らぬ事である。

又断面形式 G と L とは唯下流の側が前者にては垂

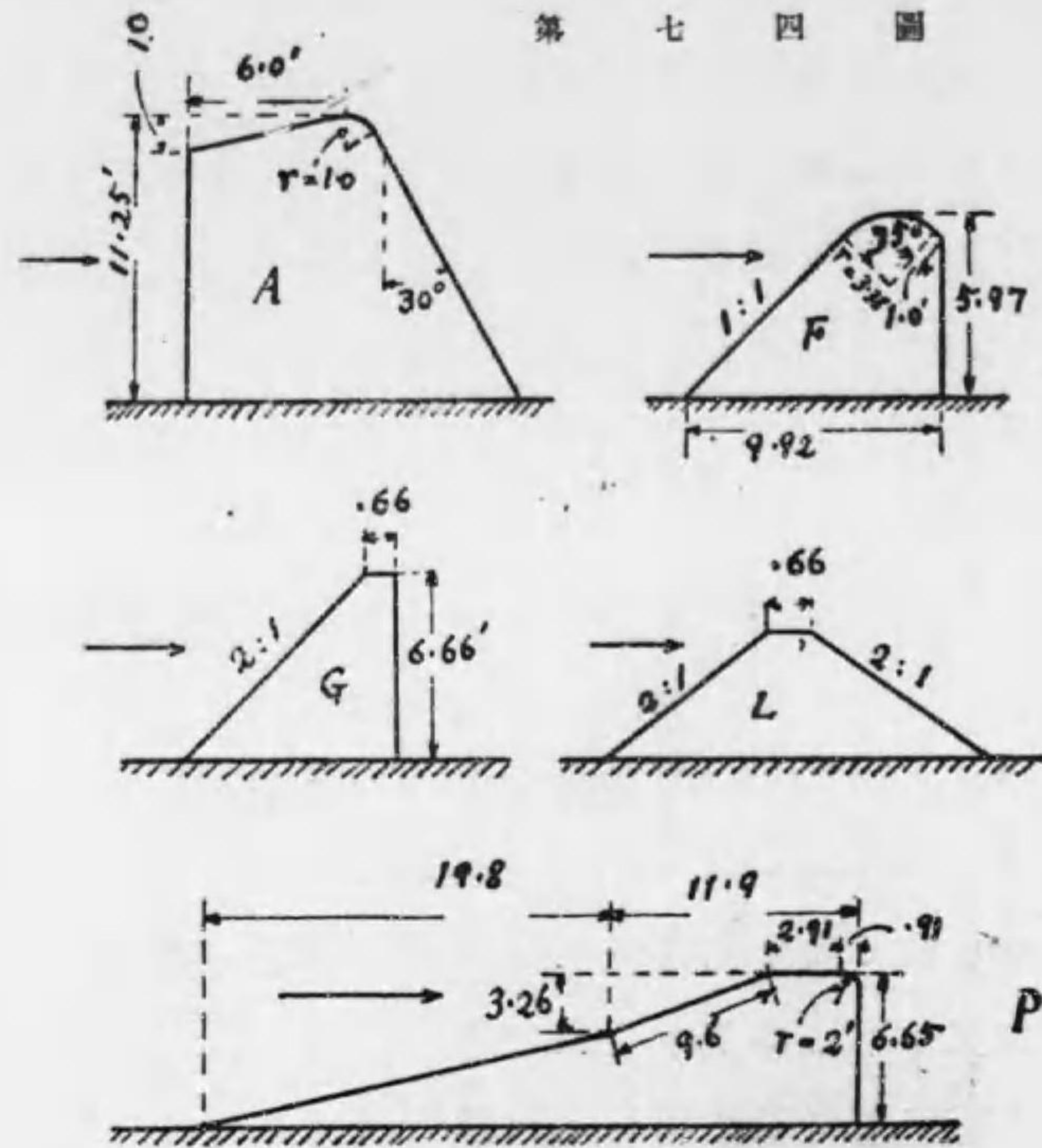
直であるに對し後者にては上流の側と同じ斜面をなすの相違ある丈で従つて流出量も兩者略相等し。P は上流側の斜面が緩で餘り長過ぎる爲めに却て摩擦抵抗大きく K' の値も豫想外に小なり。

水 頭 H 呎	断 面 形 式				
	A	F	G	L	P
0.5	3.21	3.23	3.22	3.14	3.06
1.0	3.42	3.27	3.44	3.42	3.05
1.5	3.54	3.40	3.59	3.52	3.04
2.0	3.55	3.46	3.66	3.61	3.11
3.0	3.33	3.87	3.68	3.66	3.29
4.0	3.14	3.65	3.70	3.66	3.27

上の實驗では下流に向つた側の堰の面が垂直であれば水流の下に空氣を入れて壁面から水が離れる様にし又面が傾斜して居れば水流が壁面を傳つて流れる様にしたのである。

以上述べた所に依れば厚さ大にして頂上平なる堰の K' = 2.59 を最小とし F の 3.87 を最大とす。他の例に依るに K' が 4 を越すものは稀れなり。唯バザンの實驗結果中 K' が 4 よりも大きくなり居るものあれども之れは或特別なる場合に屬す。(第 38 節)。即ち堰には種々の断面形式あれども要するにフランシス公式(64)

第 七 四 圖



の  $n=0$  なる場合の流出水量に比すると 20% 小なるか或は 20% 大なるかの兩極端の間にありて實際に用いられる断面形式の大低のものはフランス公式に ± 1.0% 迄の修正を加へれば充分である。之等の値を左右するものは主として上流側の斜面の緩急及び頂上の厚さ及形であるが又下流側の斜面の形状及び此所に於ける水流が斜面から奇麗に離れて居るか或は全

く附着した様になりて流下するか或は其中間にあるかにも依るなり。

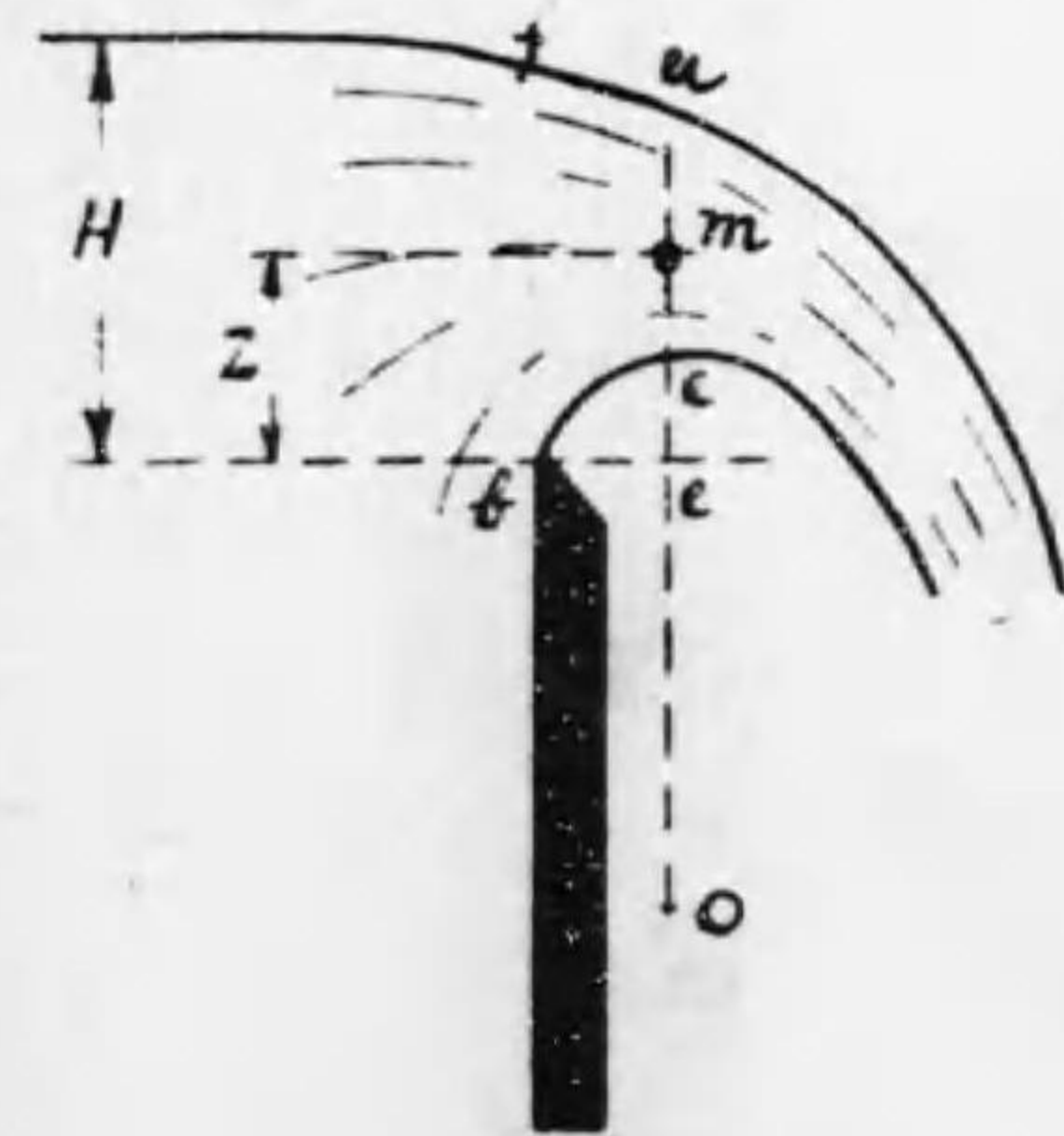
厚さ大なる堰の流出水量に関する第一の研究家としてはバザンを推さねばならぬ。米國の實驗は多くバザンの研究を基として出来たものである。バザンの實驗報告に就てはフルシュハイマーの水力学に詳しく載せたり。

47 ブーシネスク (Boussinesq, 1889.) の理論。

前節に引用したる最大流量の原理と言ふのは妙な名稱である。他の方に廣く用いては無い様であるがブーシネスクは此原理を應用して鋭刃矩形堰の流出水量を理論的に計算したり。

堰は横縁の無きものとす。第七五圖に於て水流が狭まる所の断面  $ac$  を通過する時に總ての流線は此断面  $ac$  に垂直にして且つ堰の水平縁に平行なる共通の中心線  $o$  を有するとす。  $oc=R_1$  を水流の内側の曲半径とし且

第 七 五 圖



つ  $c$  點が堰の縁  $b$  より高き事  $ce = \varepsilon$  とすれば  $b$  より  $Z$  丈高い所にある  $m$  點の曲半径  $R = R_1 + Z - \varepsilon$  なり。此點の水速を  $v$  とす。堰の水平縁  $b$  を第七五圖に於ける座標の原點とす。

完全流體の各微部分が廻轉する事なく運動する時は廻轉なき流動と云ふ。第132節に詳しく説明す所なり。堰の上を越して流れ落ちる水が完全流體であるとし且つ共通の中心  $o$  の周りに圓運動をなすとすれば

$$Rv = \text{一定}$$

の關係が成立つなり。

水流の  $c$  點に於ける水速を  $v_1$ 、 $a$  にての水速を  $v_2$  とす又  $ac$  の高さを  $h$  と表はすと上記の關係に依りて

$$v_1 R_1 = v(R_1 - \varepsilon + Z) = v_2(R_1 + h)$$

上側の表面  $fa$ 、下側の表面  $bc$  に就てベルヌーイの式を造ると其表面は何れも大氣壓  $p_a$  に在るものなる故

$$H + \frac{p_a}{G} = \varepsilon + h + \frac{p_a}{G} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$H + \frac{p_a}{G} = \varepsilon + \frac{p_a}{G} + \frac{v_1^2}{2g}$$

なり。之れからして

$$v_2 = \sqrt{2g(H - \varepsilon - h)}$$

$$v_1 = \sqrt{2g(H - \varepsilon)}$$

依りて  $m$  點に於ける速度  $v$  は

$$v = \frac{v_1 R_1}{R} = \sqrt{2g(H - \varepsilon)} \frac{R_1}{R_1 - \varepsilon + Z}$$

$\frac{v_2}{v_1} = \lambda$  と表はせ。然る時は前記諸式に依り

$$\lambda = \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_1}{R_1 + h} = \sqrt{\frac{H - \varepsilon - h}{H - \varepsilon}} = \sqrt{1 - \frac{h}{H - \varepsilon}}$$

之れからして

$$R_1 = \frac{\lambda h}{1 - \lambda^2}, \quad 1 - \lambda^2 = \frac{h}{H - \varepsilon},$$

$$\therefore R_1 = \lambda(1 + \lambda)(H - \varepsilon)$$

水速  $v$  にて幅  $B$  の堰から流出する水量は

$$Q = \int_{\varepsilon}^{h+\varepsilon} Bv dZ = B \int_{\varepsilon}^{h+\varepsilon} R_1 \sqrt{2g(H - \varepsilon)} \frac{dZ}{R_1 - \varepsilon + Z}$$

$$= BR_1 \sqrt{2g(H - \varepsilon)} \int_{\varepsilon}^{h+\varepsilon} \frac{dZ}{R_1 - \varepsilon + Z}$$

$$\therefore Q = B \sqrt{2g(H - \varepsilon)}^{\frac{3}{2}} (\lambda + \lambda^2) \log \frac{1}{\lambda} \quad (84)$$

茲に  $\lambda$  は  $h$  の函數なる故  $Q$  は  $h$  に依りて變る。 $Q$  を

求むるには最大水量の原理を應用すべし。即ち

$$\frac{dQ}{d\lambda} = B \sqrt{2g(H - \varepsilon)}^{\frac{3}{2}} \left[ (1 + 2\lambda) \log \frac{1}{\lambda} - (\lambda + \lambda^2) \frac{1}{\lambda} \right] = 0$$

$$\therefore (1 + 2\lambda) \log \frac{1}{\lambda} = 1 + \lambda$$

$$\lambda = 0.469$$

$$\therefore h = (1 - \lambda^2)(H - \varepsilon) = .781(H - \varepsilon)$$

$$Q = 0.522 B \sqrt{2g(H - \varepsilon)}^{\frac{3}{2}}$$

或は

$$Q = 0.522B\sqrt{2g} \left(1 - \frac{\epsilon}{H}\right)^{\frac{3}{2}} H^{\frac{3}{2}}$$

$$= K\sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (85)$$

$$\text{茲に } K = 0.522 \left(1 - \frac{\epsilon}{H}\right)^{\frac{3}{2}}$$

バザンの精密なる實驗に依れば

$$\epsilon = 0.13H$$

なり。依りて

$$K = 0.522(1 - 0.13)^{\frac{3}{2}} = 0.423$$

$$\therefore Q = 0.423\sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \quad (86)$$

第39節に挙げたるバザンの實驗結果の表中のKの値に稍近し。

$$\text{又 } K = \frac{2}{3}c \text{ とすれば}$$

$$c = \frac{3}{2}K = \frac{3}{2} \times 0.423$$

$$= 0.635$$

にして矢張尤らしき値となる。

### 問 題

1. フランシスの堰の流量公式をメートル單位にて表はせ。

$$Q = 1.832B - \frac{n}{10} H) H^{\frac{3}{2}}$$

2. 完全なる横縁を有する所の幅1米水頭0.1米の矩形堰流出水量をフランシス公式にて計算せよ。

$$.0568 \text{ 立方米/秒}$$

3. 幅9米の横縁なき堰にて水頭50センチあり。堰板の高さは1米なり。流出水量をバザンの公式にて算出せよ。

$$6.13 \text{ 立方米/秒}$$

4. 前問題にフランシス公式を用ゆれば流出水量幾何なりや。(初めは接近速度の影響なしとして水量を計算し夫れから接近速度を求めて次ぎに其影響を入れて水量を算出す。此方法を繰返す事に依りて段々或値に近づくなり。)

$$\text{約 } 5.98 \text{ 立方米/秒}$$

5. 幅2米の溝に高さ0.59米の堰板を立て其上を越して毎秒1.3立方米の水を流さんとす。水頭幾米なるべきか。バザンの公式を用よ。(水頭に尤らしき二三の値を與へてそして得た水量を方眼紙上に取りて曲線を引き所要水量に相當する水頭を見出す。)

$$0.476 \text{ 米}$$

6. 鋭角直角三角形堰にて水頭15センチなる時ストリックランドの公式にて流出水量を算出せよ。

$$12 \text{ リートル/秒}$$

7. 鋭角直角三角形堰に對するトムソン公式に於て水頭Hをセンチメートル流出水量Qをリートル/秒

にて表はせば

$$Q=0.014H^{\frac{5}{2}}$$

なる事を證せよ。

## 第六章 水力摩擦

### 48. レイノルツの研究 (Osborne Reynolds, 1883)

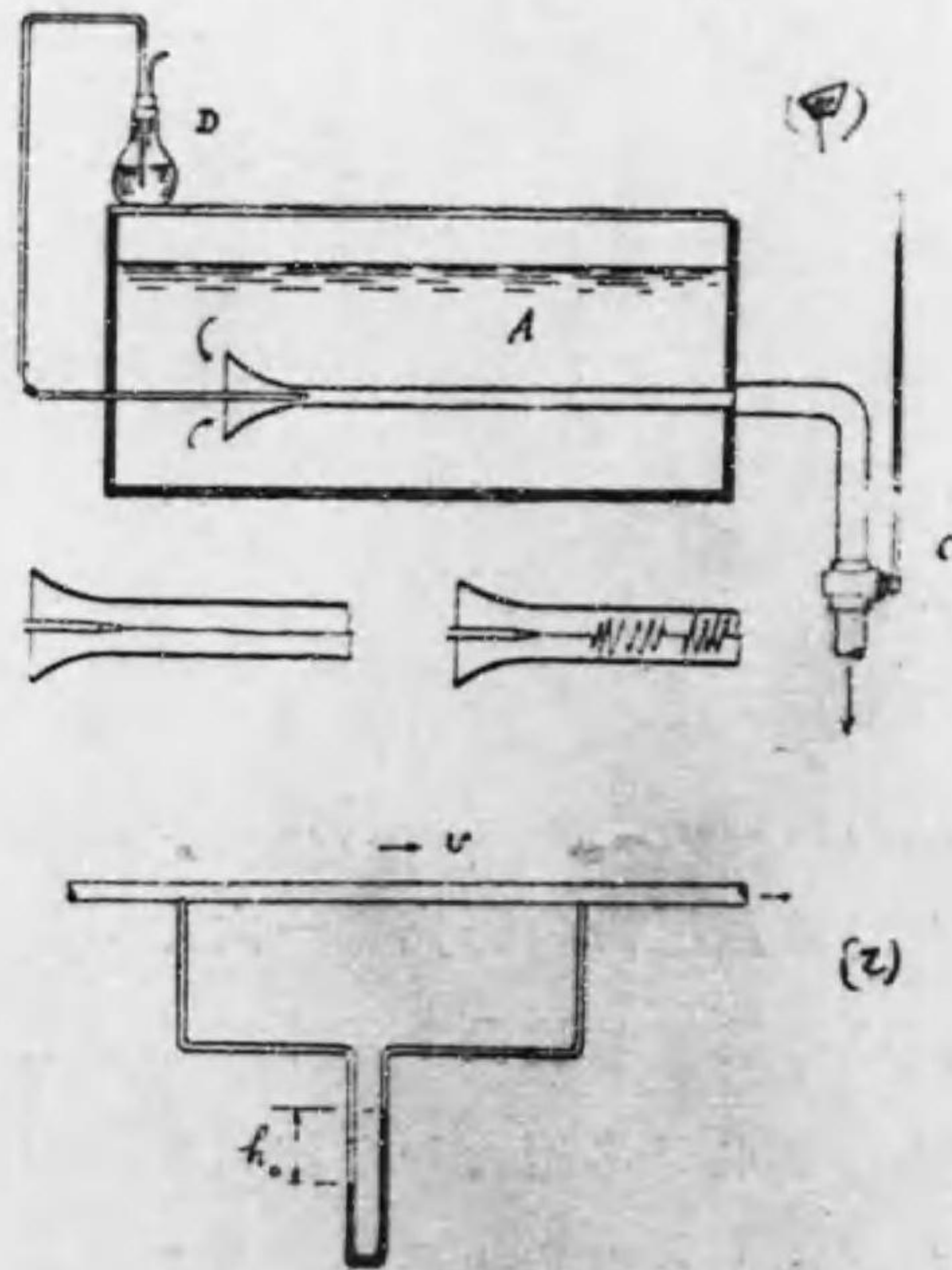
一の物體の表面上を水が流れるときは水は一種の抵抗を受ける。之れ水力摩擦あるが爲めなり。水力摩擦は固體同士の間に於ける摩擦とは大に性質を異にし例へば非常に滑かなる物體表面に對して水が必ず滑べるとは定まつて居らぬ。水は物體表面に附着せんとする性質(第6節)あるが爲めに其上を這らんとする時には附着力に對して一種の抵抗を受ける理なり。其他の點に於ても水と固體との摩擦は固體同士の夫れとは大に異なる。水力摩擦は水の粘性が其原因をなして居るのであるが既に第19節に述べたる一般の流動状態即ち混亂流動に於ては各微部分の運動頗る複雑であつて抵抗は單に粘性のみの函數ではないのである。

英國のレイノルツ教授は非常に巧妙なる實驗に依りて流體運動の研究に一大光明を與へたり。第七六圖甲に其實驗装置を示す。内徑約1時の硝子管Bを通して水が水槽Aから流出する時に其中的水流状態をアニリン色素の細き流線に依りて直接に見得る様

にした。Dはアニリン容器である。硝子管の出口に在るコックCを極く少し開いて置けば管中の水速低くしてアニリン流線は一直線となりて少しも運動せざる如くに見ゆ。コックを段々に開き水速を高め或る範圍を起すと流線が少しづつ亂れ遂に管中全部に互りてアニリンが混亂状態を呈するに至る。前者は流線運動で後者は混亂流動である。此二の状態の分かれる所を限界速度(Critical velocity.)と云ふ。

流體運動に二状態ある事は他の方法を以ても説明出来るがレイノルズは又第七六圖乙の如き装置にて細き鉛管(内徑6.15及12.7ミリの摩擦に依る水頭損失を計りて極はめて明瞭に限界速度を定めたり。水銀

第七六圖



レイノルズの管摩擦實驗装置

第七七圖

マノメーターの示差を水柱の高さに計算し直したるもの  $h$  メートルは  $ab$  二點間の管路水頭損失なり。此  $h$  は管中の平均水速  $V$  メートル/秒に對して次の如き關係あり。

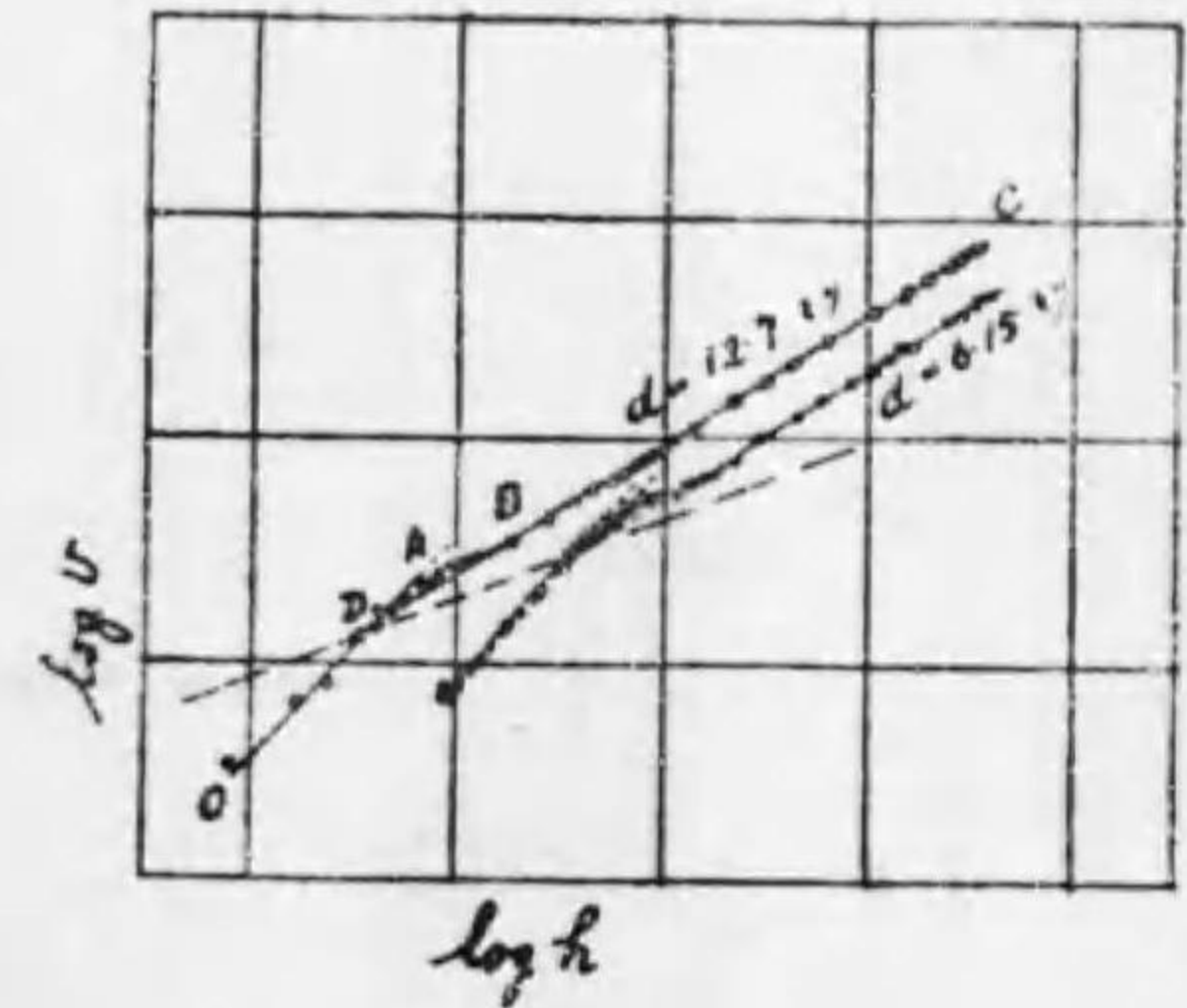
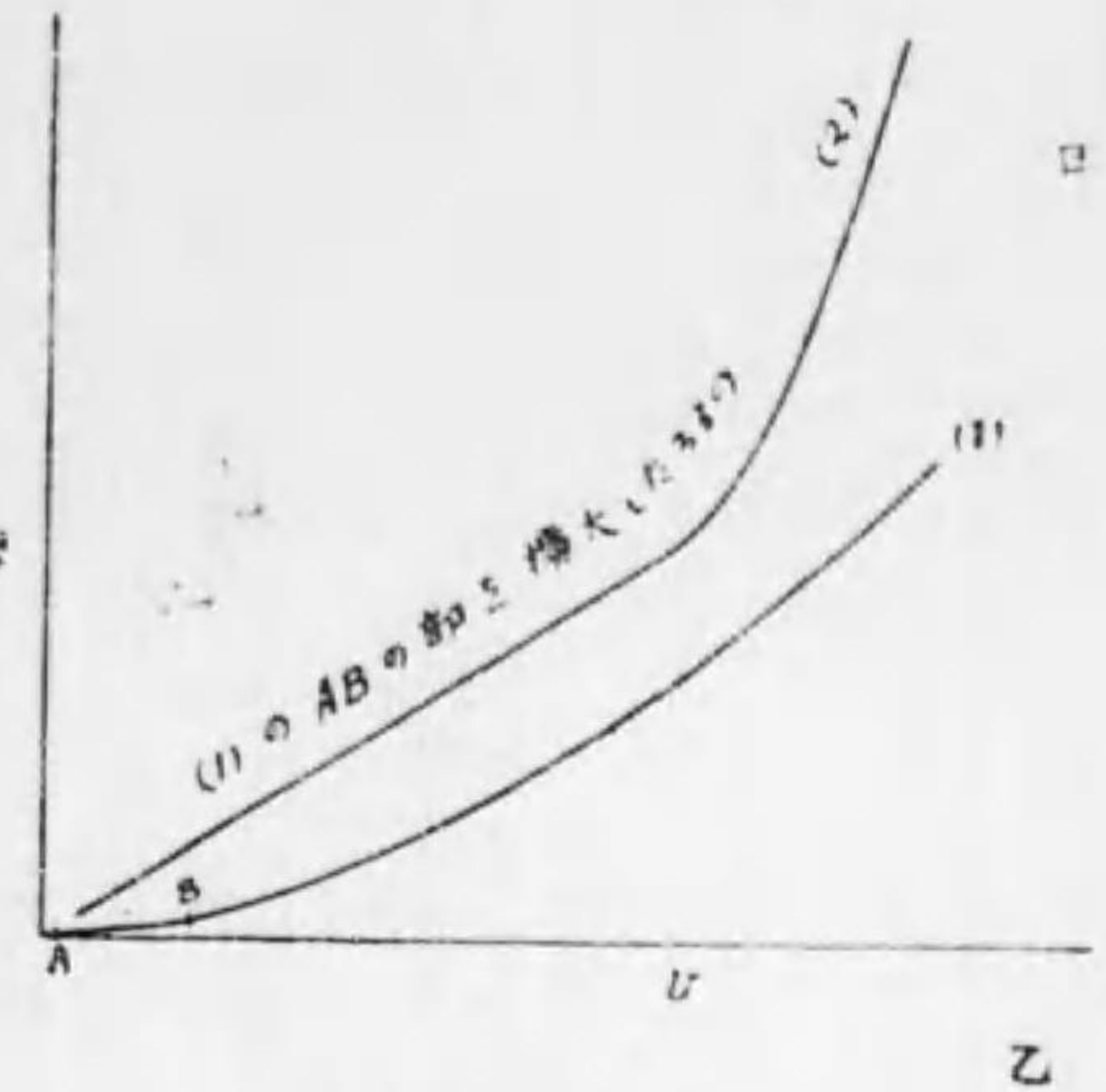
$$h = f v^n \quad (87)$$

$n$  は或指數,  $f$  は摩擦係數なり。此公式に就ては後に詳説す。

今横座標に  $v$  を取り縦座標に  $h$  を取ると第七七圖甲の如く始め直線で後に上向きに登る曲線を示す。又上の公式を對數にて展開すると

$$\log h = \log f + n \log v \quad (88)$$

なり。  $f$  が定値なれば此方程式は對數線圖にて一直





線を表はす而して  $n$  は其直線が水平軸となす角の正切に當る。レイノルズは彼の實驗を對數線圖にて表はした所が第七七圖乙の如く水速小なる時は  $n=1$  にて進み A に至りて急に上の直線 BC に移る。BC 線の値は管の材質に依りて種々なれども古き鐵管の 2 より硝子管の 1.72 に至る。CB 線の延長が OA 線と交はる所を D 點とす。管の内徑及水の溫度を變へれば同一の管壁粗度にては數多の平行なる DCB 線を得るが其等の線上の總ての D 點は皆一の直線上にある事がレイノルズに依りて發見せられたり。混亂流動の状態から段々水速を減じて來る場合に D 點よりも速度小さくなれば必ず流線運動になるなり。而して A 點の方は實驗の具合により多少變動ありて確かな値が定まらない。レイノルズは此等二の點を名付けて

D=低き限界速度  $v_{c1}$

A=高き限界速度  $v_{c2}$

と云ふ。此等の限界速度は水の速さのみならず水の粘度と管の直徑とに關係す。粘度は又溫度に依りて變化する事を記憶すべし。

レイノルズは實驗結果より

$$v_c = \frac{1}{h} \frac{P}{d} \text{メートル秒}$$

の關係を得たり。P は粘性係數(第 7 節)に關係ある數にして水の場合攝氏  $t$  度を用いて

$$P = \frac{1}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2}$$

長さの單位をメートルとせば

$$v_{c1} \text{ には } h=278,$$

$$v_{c2} \text{ には } h=43.79,$$

故に

$$v_{c1}d = \frac{1}{278} \cdot \frac{1}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \text{メートル秒 (89)}$$

$t=0^\circ\text{C}$  ならば

$$v_{c1}d = \frac{1}{278} \text{メートル秒}$$

或は  $v_{c1}d = 36$  センチメートル秒

内徑  $d=1$  センチならば  $v_{c1}=36$  センチ/秒  $=0.36$  米/秒である。之れより少し越せば混亂流動になるのである。故に流線運動が成立するのは誠に狭い範圍であつて我々が日常用ゆる如き太い管中を 2 米/秒位の速度で動く場合の如きは勿論混亂流動である事を知る。茲に高い限界速度  $v_{c2}$  の範圍はレイノルズの實驗結果から定まるが如きも此方は實驗の方法等に依りて尙高い  $v_{c1}d$  の値迄流線状態を繼續する事を得るなり。レイノルズ以後の研究家に依りて認められ居る事實なり。何故に限界速度にて流動状態が一變するかと云

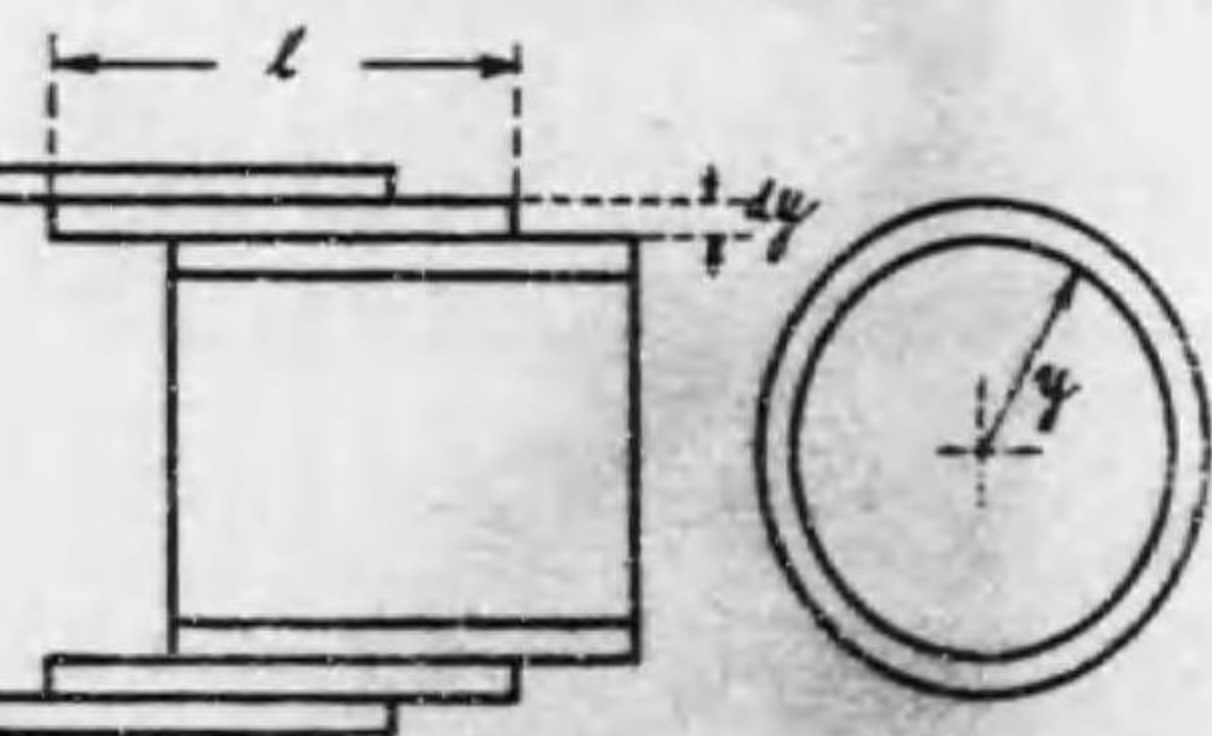
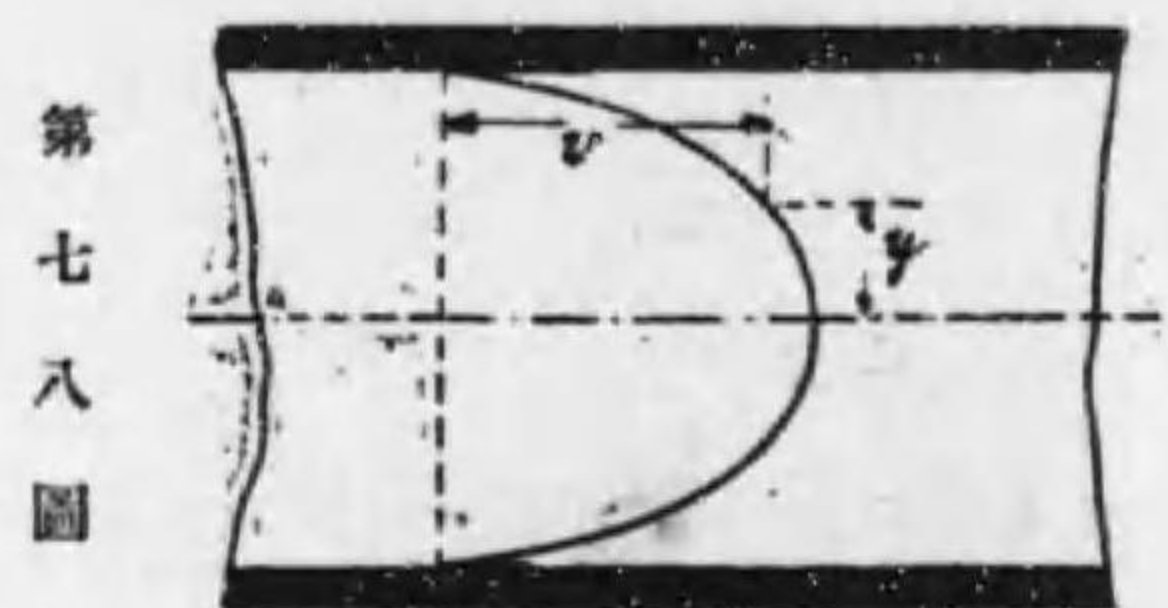
ふ事は未だ明かに説明せられず。段々に狭くなる所の管にては上記の圓筒管の場合よりも高き  $v_{ed}$  の値迄流線運動が安定なりと云ふ。

#### 49. 極く細き圓管中の流線運動。ポアソユの法則。 (Poiseuille's law 1845)

前節レイノルズの實驗に依りて細き管の中を低い速度で水が流れる

時は其所に流線が成立する事を知りたり。之れに流線運動に對する粘力抵抗の方程式を應用して數學的に流動の總抵抗を計算せんとす。

此場合圓筒内に於ては水が同心の圓筒的薄層をなし各層は半径  $y$  = 定値なる表面にして其面上至る所同一の速度  $v$  を有す而して中心に近き層は速度大なる事も想像し得らる。二の層の接觸面に於ける流體の粘力は第7節の抵抗方程式に依りて接觸面の一平方米毎に



第七八圖

$$f = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \text{ キログラム/平方米}$$

( $\frac{\partial}{\partial y}$  は  $y$  の部分微分)

なり。茲に  $\mu$  = 粘性係數なり。半径  $y$  長さ  $\delta l$  米の圓筒面には總粘力  $F$

$$F = \mu \frac{\partial v}{\partial y} 2\pi y \delta l \text{ キログラム}$$

が働く。今圓筒の壁は厚さ  $\delta y$  ありとすれば前記の如き粘力  $F$  が壁の内外兩面に働くなり。但し其二つの  $F$  の間に次ぎの如き差  $\delta F$  あり。

$$\begin{aligned} \delta F &= \frac{\partial F}{\partial y} \delta y = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} 2\pi y \delta l \right) \delta y \\ &= 2\pi \mu \delta l \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} y \right) \delta y \end{aligned}$$

又一方に於ては此圓筒壁兩端の切口面積  $2\pi y \delta y$  に働く總壓力の差は

$$\delta p 2\pi y \delta y \text{ キログラム}$$

なり。今圓管内の流量  $Q$  立方米/秒は一定即ち時間に依りて變る事なしとすると水の微分子には加速度働かず。又管の中心軸は水平なりとす即ち重力の影響もなきなり。故に圓筒壁面の粘力抵抗に打勝つものは兩端の壓力差のあるのみなり。而して今運動が全く恒定の状態にある故に此の二の力は平衡せざるべからず。依りて運動方程式は

$$\delta p 2\pi y \delta y = 2\pi \mu \delta l \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} y \right) \delta y$$

となる。

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial l} y = \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} y \right)$$

我々は今圓管の内徑が全管長に亙りて一樣なりとする故に流線は互に平行なり。即ち流線に直角に力の働く事なく従つて一の切斷面上壓力の不同なき事を知る。依りて  $\frac{\partial p}{\partial l}$  は  $y$  に無關係なり。

其所で上の方程式を積分すると

$$\frac{\partial v}{\partial y} y = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial l} \frac{y^2}{2} + c_1$$

再び積分すると

$$v = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial l} \frac{y^2}{4} + c_1 \log y + c_2$$

之れ管の一切斷面上の水速分布を表す式なり。此式では管中心  $y=0$  にて  $\log y = -\infty$  即ち  $v = -\infty$  となる。

之れ不合理なり故に  $c_1=0$  ならざるべからず。次ぎに圓管の内壁面上  $y=r$  にては水が少しも迂らぬとする

から  $v=0$  即ち  $c_2 = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial l} \frac{r^2}{4}$

$$\therefore v = -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial l} (r^2 - y^2) \quad (90)$$

圓管内の水速は  $y^2$  に依りて變る即ちパラボラ曲線に従つて居る。中心  $y=0$  にて最大で  $y=r$  で  $v=0$  なり。

又  $r > y$  なる故  $\frac{\partial p}{\partial l} < 0$  即ち水の流れる方向に壓力の強さ  $p$  が減少する事を示すなり。

流量  $Q$  は次ぎの如くして計算す。  $y$  及  $y+\partial y$  の二

個の圓筒面の間を流れる水量  $dQ$

$$dQ = v 2\pi y dy$$

之れを積分すれば

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^r -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial l} (r^2 - y^2) 2\pi y dy \\ &= -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial l} 2\pi \int_0^r (r^2 - y^2) y dy \\ &= -\frac{1}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial l} \pi r^4 \text{ 立方米/秒} \end{aligned}$$

圓管の斷面積は  $\pi r^2$  なり。故に平均水速  $v_m$  は

$$v_m = \frac{Q}{\pi r^2} = -\frac{1}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial l} r^2 \text{ 米/秒}$$

$$\text{或は } -\frac{\partial p}{\partial l} = \frac{8\mu}{r^2} v_m \quad (91)$$

此結果は水が流線運動をなす時に

「壓力損失は平均水速に正比例し、

半径  $r$  の二乗に反比例し、

粘度係數  $\mu$  に正比例す」

る事を示す。之れをポアソユの法則と云ふ。非常に細き管例へば動物の血管の如きものの中に於ける流體運動を論ずるに應用さる。

一定の壓力の下に極小な孔から流體を流出せしむると上の法則に依りて一定時間の流出量は粘性係數に逆比例する事からして流體の粘度を測定する粘度計が出来て居る。

式(91)を實用上都合良き形とするには内徑  $d$  米の管の中を水が毎秒  $v$  米の平均速度にて流るゝ時長さ  $l$  米の間にての水頭損失  $h$  米を

$$h = \frac{32\mu}{G} \frac{l}{d^3} v \quad \text{キログラム, 米, 秒} \quad (91)_a$$

と書く。茲に  $\mu$  は第7節の表の最右列に示すものにして  $G$  は一立方米の水の重量キログラムなり。

### 50. フロード (W. Froude 1872.) の實驗。

限界速度以上の状態に於ける水力摩擦に關しては早くから數多の實驗が行はれて居るが静止せる廣き流體中を物體が進行する時の表面摩擦に就ての研究は英人フロード以前には大したもの無かりし様なり。フロードは厚さ 3/16 吋高 19 吋長さ 1-50 呎の平板を垂直面中に保ちながら試験水槽の靜水中を一定の速度にて曳き動かす。板の上縁は水面下  $1\frac{1}{2}$  吋の所に保たれ又板の尖頭には別に“水切り”を附して豫め夫れ丈の抵抗を測り置く。板の面には種々なるものを塗りにて面の粗さを色々に變へ又種々なる速度にて板を曳き其實驗結果を

$$R = f S v^n \quad (92)$$

$R$  = 總抵抗ポンド;  $S$  = 板の摩擦總面積平方呎;

$v$  = 曳く速度呎/秒;

の公式に入れた時係數  $f$  及指數  $n$  は次ぎの如く表面の種類に依りて略々定まる所の値となれり。

フロード氏實驗結果の一。

曳く速度  $v = 10$  呎/秒,

面の種類 A = 船底塗料, B = パラセン蠟,

C = 錫泊, D = 中位の粗さの砂を塗りたり。

$R/S$  = 平均抵抗ポンド/平方呎,

$R_0$  = 後端の 1 呎に於て每平方呎の抵抗ポンド

面の長さ呎	2		8		20		50	
面の種類	A	B	A	B	A	B	A	B
$n$	2.00	1.95	1.85	1.94	1.85	1.93	1.83	—
$R/S$	.41	.38	.325	.314	.278	.271	.250	—
$R_0$	.39	.37	.264	.260	.240	.237	.226	—
面の種類	C	D	C	D	C	D	C	D
$n$	2.16	2.00	1.99	2.00	1.90	2.00	1.83	2.00
$R/S$	.30	.90	.278	.625	.262	.534	.246	.488
$R_0$	.295	.73	.263	.488	.244	.465	.233	.456

フロードは實驗結果からして次の如き結論を得たり。

1) 摩擦抵抗は表面の状態に依りて大に變る。例へば長さ 50 呎の板を毎秒 10 呎の速さに曳き動かして每平方呎の平均抵抗  $R/S$  は次の如く異なる。

表面種類	船底塗料	錫泊	細目砂	布張り	中位の砂
平均抵抗ポンド/平方呎	.250	.246	.405	.470	.488

2) 抵抗は速度  $v$  の  $n$  乗に比例す。 $n$  は

- イ、表面状態に關係し、
- ロ、板の長さ程小さくなり遂に或値に達す。
- ハ、速度の大小には殆ど無關係なり。

3) 毎平方呎の抵抗  $R/S$  は長さ板程小さいが總抵抗は板の長い程大なり。之れ  $R = f/Sv^n$  の式にて明かなり。其  $f$  は

- イ、表面状態に關係し、
- ロ、板の長い程小くなり遂に略一定の値に達す、
- ハ、水壓の大小に無關係なり、
- ニ、流體の比重に關係し溫度に依りて極少しく變化す。

毎平方呎の抵抗が板の尖端に近き部分より後端に近き部分に於ける方遙に小なるは今迄静止し居たる水が初めて板に接する部分に於ては水と板との關係速度大にして従つて抵抗亦大なれども板が進行するに連れて其水の接觸する時間永く段々に引づられる様になりて其水が板の後端に近づく頃には其水と板の面との間の關係速度餘程小さくなり其結果毎平方呎の抵抗が小さくなるなり。長い板程終りの部分の抵抗少なく従つて總抵抗が割合に大きくならぬなり。

## 51. 水力摩擦に関する法則。

今迄に述べたる二種の流動状態は種々なる點に於て相違あり。其摩擦抵抗も非常に異なりたる法則に依りて支配さる。次ぎに其兩者を比較して見る。

### A. 流線運動の摩擦抵抗は

- 1) 水速に正比例す。
- 2) 流水の壓力に殆ど無關係なり。
- 3) 水に接する表面の大きさに正比例す。
- 4) 水に接する表面の精粗に無關係なり。
- 5) 水の粘度に正比例す。故に溫度に大なる關係あり。

### B. 混亂流動の摩擦抵抗は

- 1) 水速  $v$  の  $n$  乗即  $v^n$  に比例す。 $n$  は 2 に近き數なり。
- 2) 流水の壓力に無關係なり。
- 3) 水に接する表面の大きさに關係す。表面が長さ程正比例に近づく。
- 4) 水に接する表面の精粗に大に關係す。
- 5) 水の粘度及比重に依りて變る。

各項に就て説明を加へ以て摩擦の性質を一層明にせん。

- 1) に就ては既にレイノルズが實驗に依りて證明せ

り。

- 2) 固體同志の摩擦と水力摩擦とが異なるは此項に於て最も顯著なり。二の固體の接觸面にては兩方の面の小さき凹凸が互に嚙合つて居る故に二の固體が互に強く押される程凹凸の嚙合が一層確實になる而して横に迂る事に對して抵抗が増加するのである。

水と固體面との間では水壓力の大小に拘らず兩者接觸の具合は同様であるし又流動の難易に何等の影響も無いのである。水力摩擦が水壓に無關係なる事は水力學上の重要事項の一つである。軸承の減摩劑として液體を用ゆるのも確かに此理由が入つて居るのである。

- 3) フロードの實驗に依りて明かにせられたり。普通用ゆる鐵管の如く長さ大なるものには摩擦抵抗が長さに正比例するとして差支へないのである。
- 4) 流線運動が混亂流動に對して全く異なる點は此所にあり。流線の成立せる時固體表面に於て水が迂るとも云ひ又全く迂らぬとも云ふ。何れにしても固體表面を擴大して見た所は第七九圖甲

第七九圖



同 乙 圖



の如く水は固體表面の微小なる突起を靜に迂回して流れる。勿論其の流速も極めて小さい。故に其突起の大小即面の精粗は關係しないのであらう。物體の周りの流線運動に

就ては本書後章に詳説せり。

水速が大きくなると突起を靜に迂回する事なく水の各微部分は突起に衝當りて突起の後方に渦卷を生じつゝ側方に突進す。第七九圖乙の如し。斯くなれば突起の大小は抵抗に大なる關係ある事勿論なり。

- 5) 流線運動の際は既にポアソイエの法則が説明する如く摩擦抵抗の中に比重の項を含まず。混亂流動にては水の各微分が互に衝突し或は互に摩擦し合ひて其運動エネルギーを失ふ。故にエネルギーの損失が微部分の重さと速度に關係ある事は  $m\frac{v^2}{2}$  の形に依りて明かなり。尤も種々なる關係から  $v^2$  とならず  $v^n (n \geq 2)$  となるならん。流線運動にては摩擦抵抗は粘度に正比例すれども混

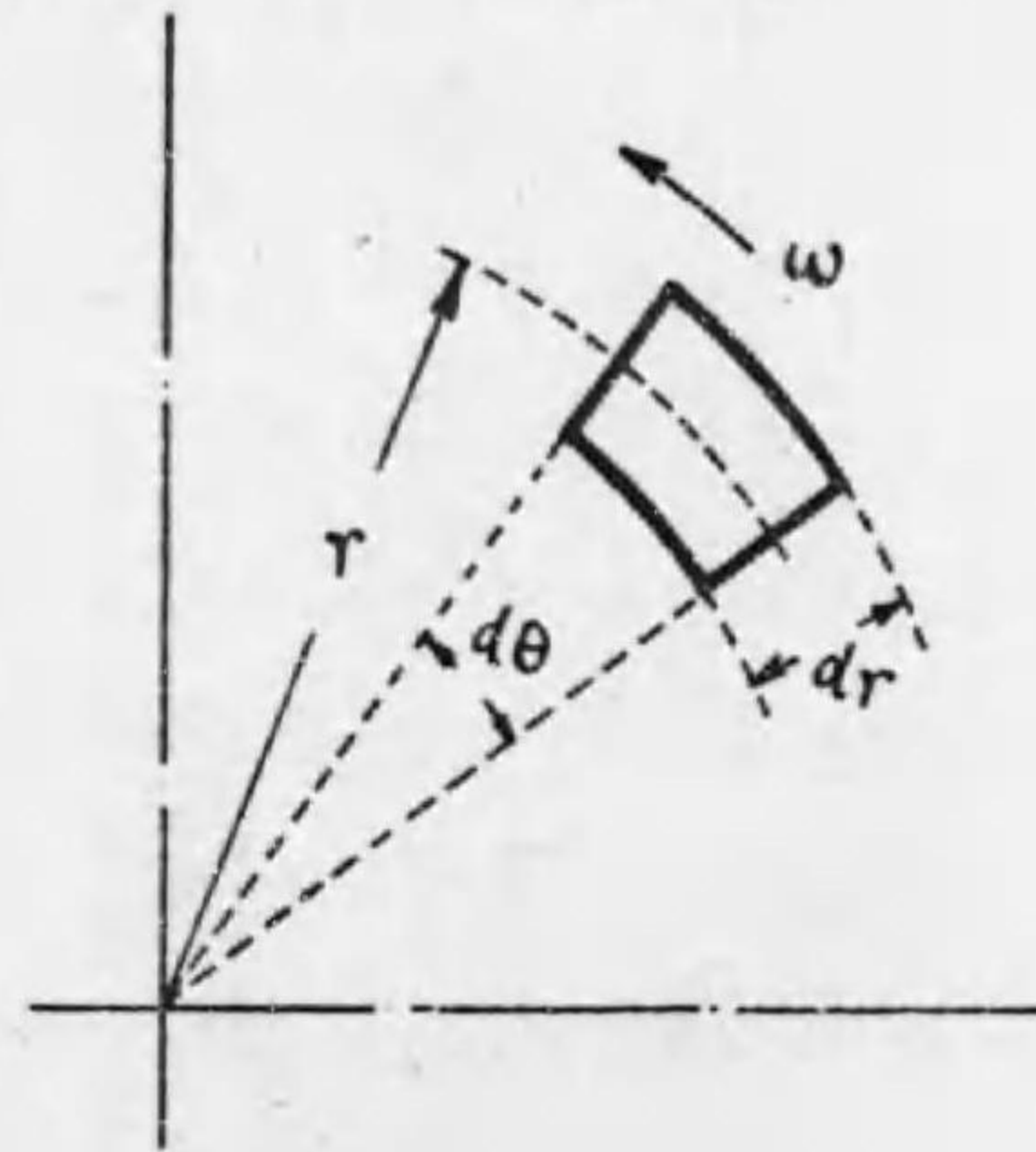
亂流動にては粘度の或複雑なる函数となりて表はれるなり。故に温度に關しても前者程に明かな變化を受けないのである。

## 52. 圓板摩擦 (Disc friction.)

全部水中にある圓板が其中心軸の周りに廻轉するとき周圍の靜止せる水に對して水力摩擦を生ず。之を圓板摩擦と云ふ。

第 八 〇 圖

圓板の角速度は一定にして $\omega$ なりとす。圓板の半径  $R$ , 厚さ  $B$  メートルなり。總ての面に水力摩擦働くとし且つ水は半径方向に流れぬものと假定す。



圓板面上半径  $r$  の所に在る微小面積  $rd\theta dr$  の圓周速度は  $r\omega$  メートル/秒にして水力摩擦は速度の  $n$  乗に比例する故に微小面積に働く摩擦抵抗は  $f rd\theta dr \overline{r\omega^n}$  なり。圓板平面圓筒面上の總摩擦モーメントは  $n$  及  $f$  を全面に一樣として

$$M = 2 \int_0^{2\pi} \int_0^R f r d\theta dr \overline{r\omega^n} r + f B 2\pi R \overline{R\omega^n} R$$

$$= 2f \frac{2\pi}{n+3} R^{n+3} \omega^n + f 2\pi R^{n+2} B \omega^n$$

$$\therefore M = 2\pi f \omega^n R^{n+2} \left\{ \frac{2R}{n+3} + B \right\} \text{メートルキログラム}$$

$$(93)$$

之れが爲めに費す馬力は

$$\text{F.H.P.} = 2\pi f \omega^{n+1} R^{n+2} \left\{ \frac{2R}{n+3} + B \right\} \frac{1}{75} \quad (94)$$

薄き圓板に於ては  $B$  を度外視しても差支なし。

又大略の計算には  $n=2$  と置て宜ろし。然る時は

$$\text{F.H.P.} = \frac{4\pi f}{5} \omega^3 R^5 \frac{1}{75} \quad (95)$$

大體に於て摩擦馬力が半径の 5 乗に比例するからして同じ圓周速度  $\omega R = k$  を有する薄圓板の摩擦馬力は

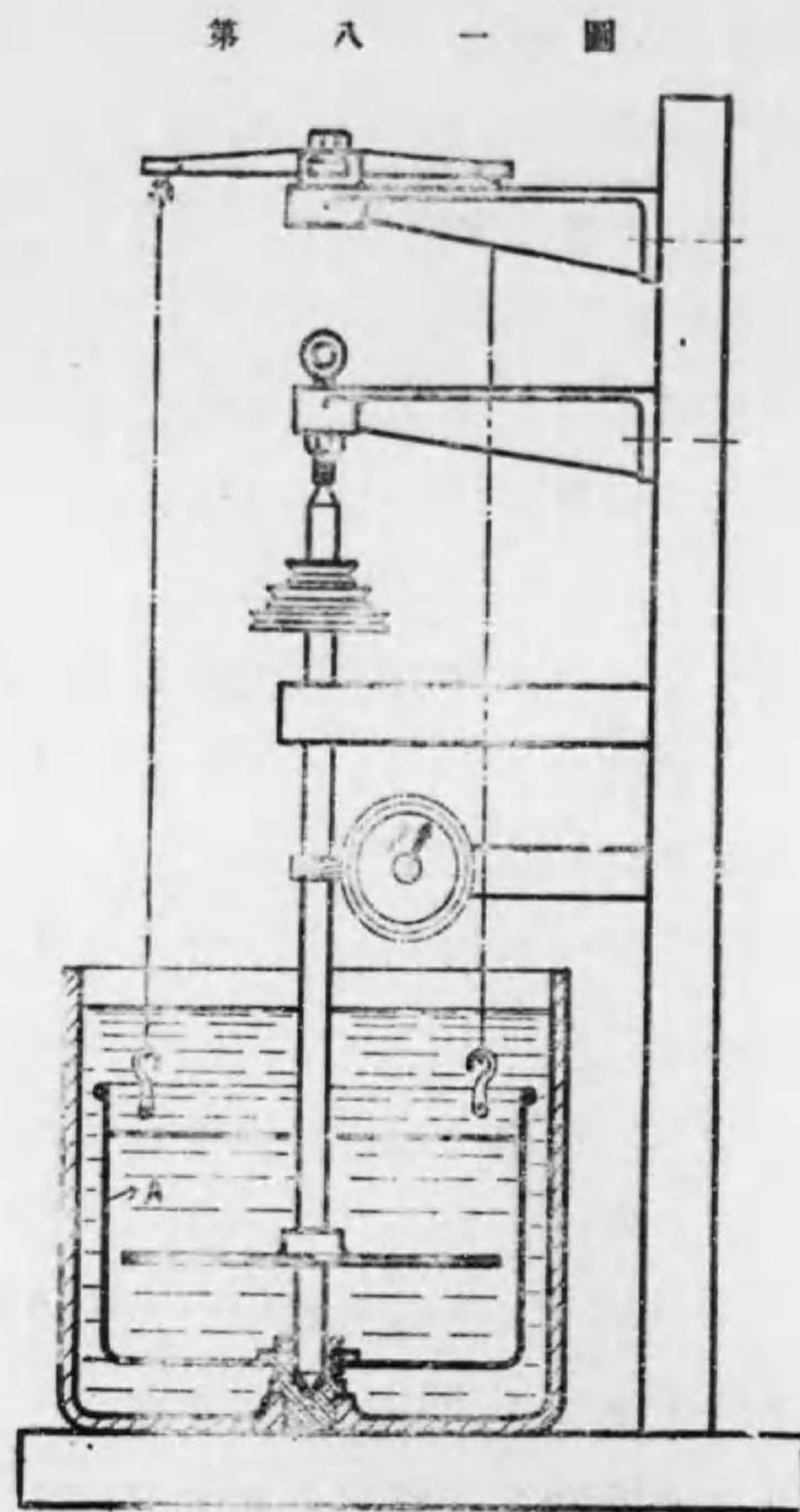
$$\text{F.H.P.} = \frac{4\pi f}{5} \frac{k^5}{\omega^2} \frac{1}{75} \text{ 或は } \frac{4\pi f}{5} k^5 R^2 \frac{1}{75} \quad (95a)$$

となりて半径を小さくして廻轉速度を大きくする方馬力少なし。

圓板摩擦に關する實驗中重要なるものはアンウィン (Unwin, 1885.) 及びギブソン (Gibson, 1910.) の行ひたる二つなり。(1) アンウィンの行ひたるは第八一圖の如し。

水中に在る器 A の中にて垂直軸の周に圓板を廻轉すると器中の水が夫れに連れて廻轉するから水力摩擦にて器 A にもモーメント生ず。此モーメントを計りて圓板に働くモーメントとす。圓板の直径は 10, 15 及 20 吋にして圓板と器 A の底との間隔を  $1\frac{1}{2}$ , 3, 6 吋に變へる。廻轉數に毎分 60—350 なり。(2) ギブソンは

第八二圖の如く水を充したる外匣中に圓板を廻轉して其外匣に働くモーメントを計りたり。外匣は鑄鐵製にして内徑13吋又圓板は厚さ0.2吋にして外徑9吋及12吋なり。外匣の幅を種々に變へ又其内面及圓板表面を滑かに或は粗くして實驗す。

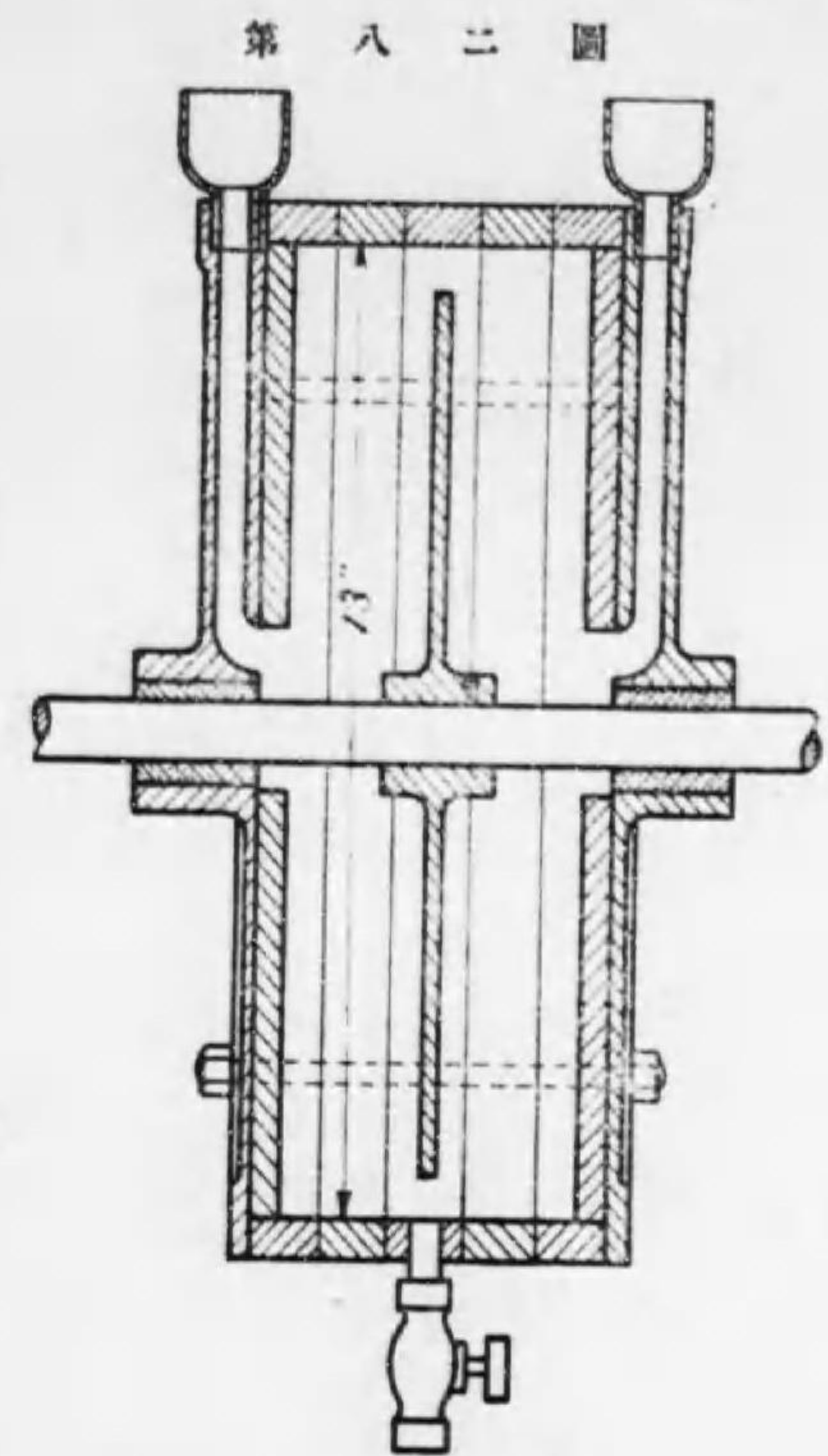


アンウインの圓板摩擦實驗裝置

廻轉數は450—2200/分なり。此等の實驗の結果を前記の式(93)に入れて得たる $\mu$ 及 $f$ の價は次の表の如し。

此表を見るに $f$ 及 $\mu$ は圓板及外匣内面の精粗に依

りて大に變る事は勿論と思はるれども圓板と外匣との側面間隙の大小が $f$ 及 $\mu$ に大なる影響を及ぼす事は頗る興味ある事柄なり。アンウイン及びギブソンの何れの實驗に於ても滑かなる表面に對しては側面間隙の大なる程 $\mu$ は小さくなり $f$ は大きくなる。表面粗なる時は其變化甚小なり。



ギブソンの圓板摩擦實驗裝置

前記の式(94)にては水と圓板との關係速度を唯圓周方向のみなりとしたれども實際には圓板に近接したる水は遠心力の爲に半径方向に投出され圓板に遠き所にて中心の方に返る即ち循環運動が起る。故に側面間隙の大なる時は循環流動盛になりて夫れが爲め



圓板	外 匣 内 面	側 面 間 隙 時	n	f	モーメント ト 呎 ボン ド (1500 r/m)
マブソンの実験の中より					
磨いたる直 徑 12 吋の眞 鍍圓板 (65°F) に直す	滑かなる 金屬面	1/8	1.816	0.00346	3.311
		5/8	1.809	0.00373	3.459
		1 1/8	1.785	0.00438	3.773
		1 5/8	1.772	0.00421	3.428
		2 1/8	1.766	0.00471	3.750
直徑 12 吋の 鑄放し鑄鐵 圓板	鑄放し鑄 鐵	5/8	1.912	0.00300	4.385
		1 1/8	1.915	0.00301	4.457
		1 5/8	1.912	0.00297	4.345
		2 1/8	1.915	0.00302	4.467
アンワインの実験の中より					
直徑 0.8488 呎 磨いた眞鍍 圓板(60°F)	滑かなる 金屬面	1 1/2	1.85	0.00296	
		3	1.85	0.00296	
		6	1.85	0.00326	

に大なるエネルギーが消費さるゝなり。故に式(94)は完全なるものに非らず。又一方に側面間隙の極小なる時は外匣内面から圓板平面に至る間の速度の増加度合非常に大きくなりて丁度細き鐵管に於て摩擦損失大なると同様な結果を生ずる如く考へらる。

著者は圓板の爲めに起る水の循環運動を分り易く説明する爲めに次の如き方法を考案したり。底の平

な圓形の金盥に水を入れ其中に灰を少しく入れて置く。灰は底面上に散在せり。此金盥を別の水の上に浮べ夫れに急激なる廻轉を與へると底面上の灰は四方に散じて圓周の方に集ま



る。其所で又廻轉せる金盥を急に止めると灰は中心の方に集る。斯くの如くして灰の集散離合が意の如く出来る。始動の時は底面に接し居る水の方が廻轉運動大にして遠心力の爲め水が外方に流動し急止の時は表面の水の方が大なる廻轉運動を有し表面に沿ふて外方に流れ底面に沿ふて内方に流る灰は水より重き故に上昇する事出来ずして底面上を彼方此方と移動するなり。始動の時は灰に働く遠心力も亦其外方移動を助く。

圓板摩擦を利用して原動機の出力を計る圓板出力計(Hydraulic disc brake.)なるものあり。又圓板摩擦は水車や渦巻ポンプの廻轉體に於て大なる動力損失を起

すものなり。

例題。フロードの實驗結果の表の中で A, C, D の場合長さ 50 呎の板の後端 1 呎の所に於ての毎平方呎の抵抗  $R_0 = f_0 v^n$  の値から  $f_0$  の値を算出して見よ。  $v = 10$  呎/秒なり。

	A. 船底塗料,	C. 錫泊,	D. 中位の砂
$n$	1.83	1.83	2.00
$R_0$	.226	.233	.456
$f_0$	.00334	.00345	.00456

之れをギブソンの圓板摩擦實驗に於ける側面間隙小なる場合の  $n$  及  $f$  の値と比較せよ。

#### 問 題

1. 内徑 50 ミリの鐵管にて水の溫度が攝氏 0, 20, 50 度なる時の低き限界速度を求めよ。

7.2, 4.1, 2.22 センチ/秒

2. レイノルズの實驗にて内徑 6.15 ミリ長さ 1.524 米の鉛管内を溫度攝氏  $10^\circ$  の水が 36.4 センチ/秒の速さにて流るゝ時水頭損失 65.6 ミリなりと云ふ式(91)aを用いれば水頭損失幾ミリなるか。

62.5 ミリ

3. 前問題の鉛管内を溫度攝氏 20 度にて水の 20 倍の

粘性係数を有し比重は .9 なるシリンドル油を通すときは抵抗は水柱高にして何メートルなるか。

1.39 米

4. フロードの實驗を基とし速度 3 米/秒の時毎平方米に 1.94 キログラムの摩擦抵抗ありとせば 1100 平方米の摩擦表面を有する船が 15 ノットの速度にて走る時の摩擦抵抗及び之に打勝つべき馬力を算出せよ。

總摩擦 14150 キログラム, 馬力 1460。

## 第七章 送水管の水頭損失。

## 1. 圓管の摩擦水頭。

## 53. 圓管及び管路。

水を送るに用ゆる管は其断面が殆ど總ての場合圓形なりと云ひても差支なし。又一本の管は入口から出口迄一樣の太さを有す。之れ製作上又一般世間の使用上好都合であるからである。斯の如き管を數多繼ぎて布設したるものを管路と云ふ。管路は或距離の間必ず一定の太さを有す而して或管の所から急に次の太さに移るなり。此二種の太さの接續箇所には特に末廣がり又は末狭まりの管を用いて切斷面積の急變を避ける事あり。此の特殊の管は長さ左迄大ならず。

圓管の内徑を  $d$  メートルとすれば切斷面積は  $a = \frac{\pi}{4} d^2$  平方米なり。圓管内を一杯になりて水が流れる時には流水量  $Q$  立方米/秒に對して平均速度  $v = Q/a$  米/秒なり。壓縮不可能なる水にては流體連續の理(第22節)に依り管路全線に互りて  $Q = av =$  各瞬間毎に定値なり。我々は今勿論限界速度以上の流動即ち混亂流動の場合のみを考へるのであるが其内にも管の種類及

び流量の變化に依りて次ぎの如き場合あり。

1)  $Q =$  何時迄經つても變らぬ場合。

イ、圓管の直徑が何所も一樣なるもの。

$v$  は管路の何れの點に於ても一樣で且つ時間に依りて變らず。即ち  $v$  は管路上の位置及時間に無關係なり。

ロ、管の直徑が所に依りて變るもの。

$v$  は管路上の位置に關係し時間に無關係なり。

2)  $Q$  が時間に依りて變るもの。

イ、圓管の直徑が何所も一樣なるもの。

$v$  は管路上の位置に無關係で時間に關係す。

ロ、圓管の直徑が所に依りて變化するもの。

$v$  は管路上の位置及時間に關係す。

上述の事柄を方程式にて表はすには

$$Q = f(t) = \text{時間の函数}$$

$$a = \varphi(x) = \text{管路上或一の原點からの距離 } x \text{ の函数}$$

$$v = \frac{Q}{a} = \frac{f(t)}{\varphi(x)}$$

とすべし。

水力摩擦の問題として最論じ易く又工學上最一般的なるは前記の諸項中 1)イなり。流水量  $Q$  が時間に

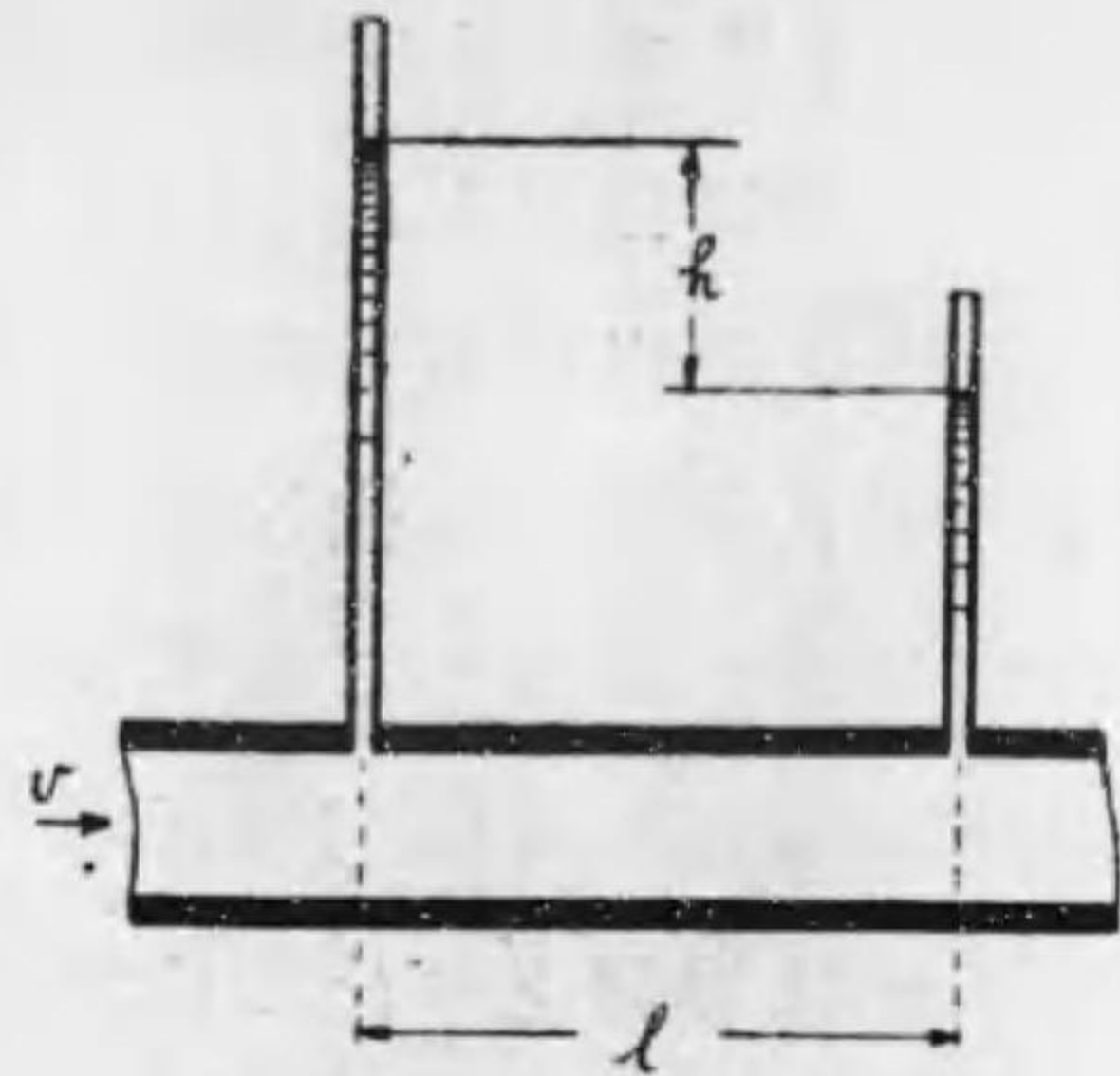
依りて變る場合は後の章に於て詳説すべし。

#### 54. 摩擦水頭の表し方。

圓管の摩擦に依る損失水頭を實驗にて定めるには  
第八四圖の如くす。

第 八 四 圖

水平の位置に在る内  
徑  $d$  メートルの圓管  
上  $l$  メートルを距り  
たる二點に於てピエ  
ゾメーターを立てる。  
水が管の中を一杯に  
なりて流れる場合に  
指示水頭の差  $h$  メー



トルは摩擦に依る損失水頭なり。管の中の平均水速  
 $v$  が大きくなれば示差  $h$  も大きくなるなり。水の  
一立方メートルの重さ  $G$  キログラムなる故に  $Gh = p$  キログラ  
ム/平方メートルは  $h$  に相當する損失壓力にして管の切斷面  
積  $a$  平方メートルに働く  $ap$  キログラムは管長  $l$  米の間の摩  
擦抵抗なり。之れは亦一方に於て摩擦法則に依り平均水速  
 $v$  の  $n$  乗及び接觸面積  $A = Sl$  に比例する、 $S$  は  
接水周圍茲には圓周なり。夫れ故摩擦係數  $f$  を用い  
て摩擦抵抗は

$$ap = aGh = f^n Slv^n$$

と書く事を得。書き換れば

$$h = \frac{f^n l}{G \frac{a}{S}} v^n$$

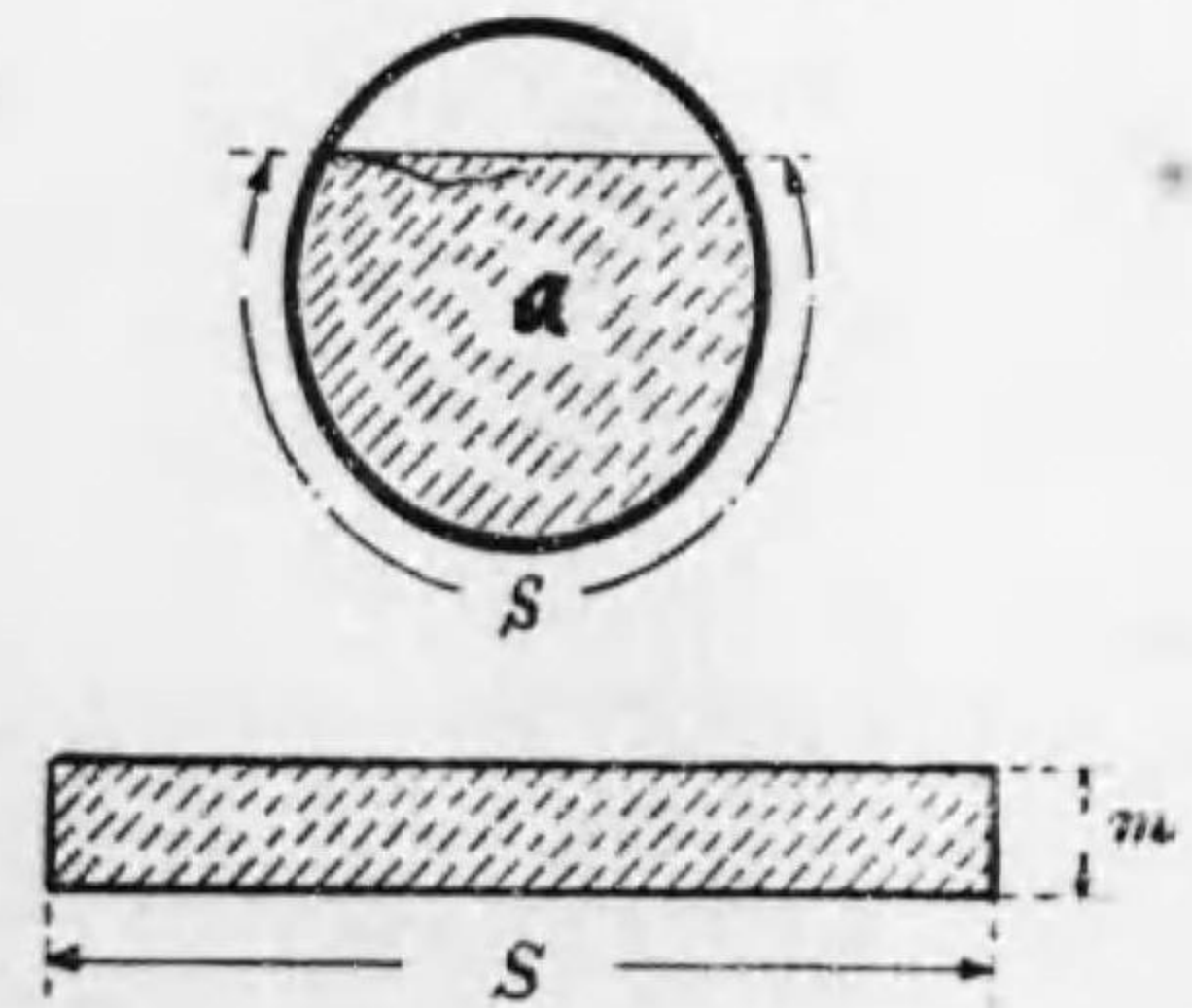
となる。  $a/S = m$  及び  $f^n/G = f$  と置けば

$$h = f \frac{l}{m} v^n \quad (96)$$

なり。此  $m$  を水力水深(Hydraulic mean depth)と云いて水  
力學上では實際の水深よりも重要な意義を有する  
ものなり。例へば管の中の流水が斷面一杯ならずし  
て第八五圖の如く其一部を占め居る時は流水斷面積  
 $a$  平方メートル接水周圍  $S$

第 八 五 圖

米により  $m = a/S$  は平  
均水深を表はす即  $m$   
が大なる事は同一の  
流水斷面積  $a$  に對し  
て摩擦を起す接水周  
圍  $S$  の小なる事を意  
味し従つて其結果摩  
擦水頭  $h$  が小さくなるなり。



圓管の中を水が一杯に流れる時は  $a = \frac{\pi}{4} d^2$  及び  $S = \pi d$ 。

$$\therefore m = \frac{a}{S} = \frac{\pi}{4} d^2 / \pi d = \frac{d}{4}$$

となり。式(96)は此場合

$$h = f \frac{l}{d} v^n \quad (97)$$

なり。

假に係数  $f$  を定値なりとせば摩擦水頭  $h$  は  $v^n$  に比例し内径  $d$  に逆比例す而して比重に無関係なり。

### 55. レイノルツ型の公式。

上の式(97)の形に於ける係数  $f$  は實驗の結果單一なる定數に非ざる事を知る。即ち粘度や温度に依りて變るのみならず内径  $d$  にも大なる關係あり。レイノルツ(Osborne Reynolds 第48節)は彼れの理論(第56節)を基にして夫れに多くの人の實驗結果を用ひ

$$h = f \frac{l}{d^x} v^n$$

或は  $i = h/l$  と置きて

$$i = f \frac{v^n}{d^x} \quad (98)$$

と云ふ公式を造りたり。茲に  $f, n, x$  は圓管の内面状態に依りて定まる所の定値なり。

之れを對數にて展開すると

$$\log i = \log f + n \log v - x \log d$$

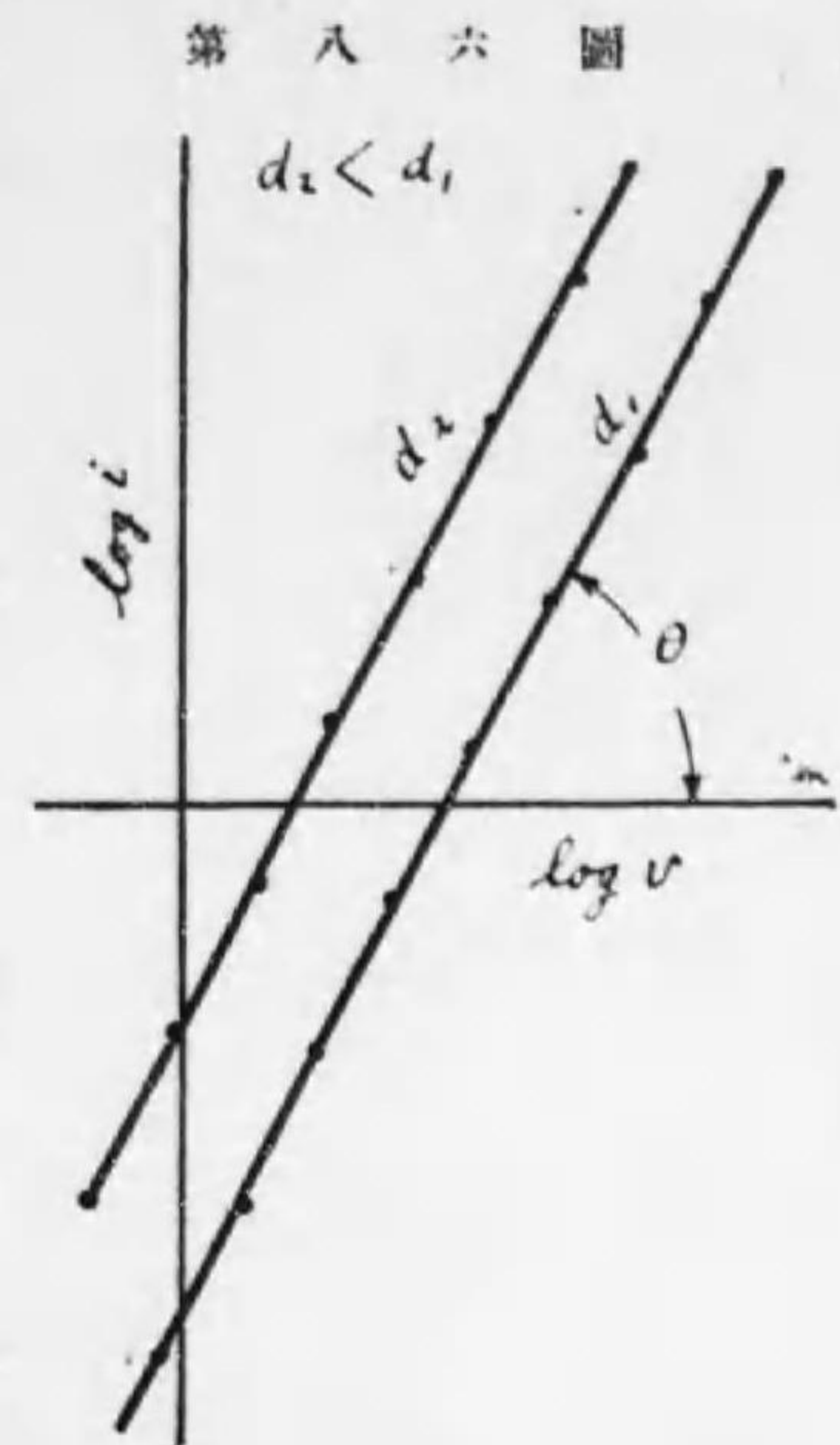
なり。與へられたる圓管に於ては材質及び内径  $d$  が、

定まつて居るから既に第48節に述べた如く上の對數式は

$$\log i = C + n \log v$$

茲に  $C = \log f - x \log d = \text{定値}$ 。

實驗の結果  $\log v$  に對する  $\log i$  の關係は直線となる故に第八六圖の如く其直線の傾斜角の正切  $\tan \theta = n$  を求め得。細き管なれば直線が高い所に表はれる。斯様にしてレイノルツは次ぎの如き  $n$  の値を得たり。



レイノルツの  $n$

鉛管	$n=1.79$
ワニスを塗りたる管	1.82
硝子管	1.79
新鑄鐵管	1.88
垢にマミレたる古き鑄鐵管	2.00

アンウイ、ン及タ、トン二氏は又公式(98)を呎秒單位で表はしたる場合の  $f, x, n$  を種々なる人の實驗結果が

ら計算して求めたり。

アンウイ ンの値。

面 の 種 類	管徑吋	$f$	$x$	$n$
鍛鐵管	1 $\frac{1}{2}$	.000351	1.210	1.75
アスファルトを塗た管	10—48	.000395	1.127	1.85
リベットした鍛鐵管	10—26	.000405	1.390	1.87
新鑄鐵管	3—20	.000334	1.168	1.95
掃除したる鑄鐵管	3—12	.000378	1.168	2.00
垢にマミレタル鑄鐵管	2—9	.000685	1.160	2.00

タ ー ト ンの値。

面 の 種 類	管徑呎	$f \times 10^6$	$x$	$n$
木	1.05—6.0	439	1.295	1.96
新鍛鐵管	.4—4.0	347—606	1.129	1.82
アスファルト塗の管	.4—4.0	446—706	1.129	1.82
新鑄鐵管	.27—2.0	300—458	1.295	1.96
セメント塗の管				
古鑄鐵管	{ 少し腐蝕 甚しく腐蝕	{ 426—945 1120—7250	{ 1.295 1.295	{ 1.96 1.96

## 56. レイノルツの理論。

レイノルツは管の長さ  $l$  に於ける壓力損失  $\Delta p$  が管の半径  $r$ , 粘性係数  $\mu$ , 流體密度  $\rho$  及流速  $v$  の函数であると假定し或定數  $k$  を用いて

$$\Delta p = k r^x \mu^n \rho^m v^l \quad (99)$$

と表はせり。

此式の兩邊に於てディメンション(Dimension)が合致す可き事からして指數  $x, y, z, n$  が定めらるゝなり。

ディメンションの物理學的定義は

「物理的數量の中に在る基本的單位即ち時間長さ及び質量の冪數」

なり。

時間を  $T$ , 長さを  $L$ , 質量を  $M$  とすれば速度のディメンションは

$$[v] = \frac{L^1}{T^1}$$

加速度は

$$[a] = \frac{L^1}{T^2}$$

力は

$$[F] = M^1 \frac{L^1}{T^2}$$

壓力  $p$  は單位面積上の力なる故に

$$[p] = \left[ \frac{\text{力}}{\text{面積}} \right] = M^1 \frac{L^1}{T^2} \frac{1}{L^2} \\ = \frac{M^1}{L^1 T^2}$$

粘力抵抗は方向を指定さる。之れを  $x$  軸の方向とせば  $x$  軸に平行なる粘力抵抗  $f_x$  は單位面積に於ける力を表はす(第七節参照)。

故に  $f_x = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$  に於て

$$[f_x] = \left( \frac{\text{力}}{\text{面積}} \right) = \frac{M^1}{L^2 T^2}, \quad \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{L^1}{T^1} \frac{1}{L^1} = \frac{1}{T^1}$$

$$\therefore [\mu] = \left( f_x / \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{M^1}{L^2 T^2} T^1 = \frac{M^1}{L^2 T^1}$$

密度  $\rho = \frac{\text{質量}}{\text{容積}}$

$$\therefore [\rho] = \frac{M^1}{L^3}$$

方程式(99)の両邊のデメンションは

$$\frac{M^1}{L^2 T^2} = k L^x \left( \frac{M^1}{L^2 T^2} \right)^y \left( \frac{M^1}{L^3} \right)^z \left( \frac{L^1}{T^1} \right)^n L^1$$

$$\therefore L^{-1} M^1 T^{-2} = k L^{x-y-3z+n+1} (M)^{y+z} (T)^{-y+n}$$

兩邊のデメンションが一致する爲めには

$$x - y - 3z + n + 1 = -1$$

$$y + z = 1$$

$$-(y + n) = -2$$

の關係を有す可きなり。夫れからして

$$x = n - 3, \quad y = 2 - n, \quad z = n - 1$$

依りて方程式(99)は

$$\partial p = k r^{n-3} \mu^{2-n} \rho^{n-1} v^n l \quad (100)$$

となる。

壓力損失  $\partial p$  に相當する水頭を  $h$  とせば

$$\partial p = g \rho h$$

なり。  $h/l = i$  と置けば且つ直徑  $d = 2r$  に依り

$$i = \frac{k}{2^{n-3} g} \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{2-n} \frac{v^n}{d^{3-n}} \quad (101)$$

レイノルズは此式を

$$i = \frac{B P^{2-n}}{A} \frac{v^n}{d^{3-n}} \quad (102)$$

と書けり。

$P$  は粘性係數  $\mu$  に比例するものにして第48節に説明したるものなり。メートル單位にて

$$B = 396.3 \quad (103)$$

$$A = 67700000$$

なり。

(101) は又(103)の數を用いて水の場合に

$$h = 91900 \left( \frac{7.03}{100} \right)^n \left( \frac{\mu}{\rho v d} \right)^{2-n} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (104)$$

と書き換へ得。

(104) は單位に無關係なり。

$n = 1.75$  とせば(104)は

$$h = .279 \sqrt[4]{\frac{\mu}{\rho v d}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (105)$$

ブラシウスはザーフ、シヨルダー兩氏の水を眞銚管

に用いたる實驗結果からして

$$h = .3164 \sqrt[4]{\frac{\mu}{\rho v d}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (106)$$

の公式を得たり。係數が少しく異なるのみにして式

(1) Blasius, 機械學會雜誌第八號。此等の問題に關しては機械學會誌第七十號「ピール氏の圓管摩擦公式に就て」を參照すべし。

(105)<sup>\*</sup>に酷似せり。

(102)は流線運動の場合にも適用す。其時は $n=1$ とすべし。

$$h = 64 \frac{\mu}{\rho v d} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 64 \frac{\mu l v^2}{\rho d^2 g}$$

或は  $\frac{dp}{l} = 32 \mu \frac{v}{d^2}$

となる。式(91)と同じものなり。

流線運動  $n=1$  から混亂流動  $1 < n \leq 2$  に移るは

$$\frac{\rho v d}{\mu} = 2000 \text{ (大略)} \quad (107)$$

の時なり。之の數量は單位に無關係なり。何れれば  $\rho v d / \mu$  はディメンション=0のものなればなり。

レイレー<sup>(1)</sup>は流體が管の中を流れる時でも亦物體が流體中を運動するときでも流體摩擦に依る抵抗Rを

$$R = \rho v^2 \varphi \left( \frac{\rho v d}{\mu} \right)$$

とすべしと云へり。φは函數の或形なり。式(105)や(106)は其一例である。

$$\frac{\rho v d}{\mu} = N$$

をレイノルツの數と云ひ甲の流體を以て行いたる實驗を乙の流體にて行ふ場合にレイノルツの數が同じになる様に速度及び直徑(長さも)を適當に變へれば同一の抵抗係數  $R/\rho v^2$  を得るなり。之れをレイノルツの比較法則<sup>(2)</sup>と云ふそしてNの値の可なり廣き範圍に互

りて殆ど誤りなし。又  $\mu/\rho = \nu$  を運動粘性係數<sup>(3)</sup>と云ふ。空氣のνは水のνの十數倍の値を有す。

## 57. 實用的公式。

前節レイノルツ型の公式は理論上の價値に於て少なくとも現在に於ては之れに勝るものなけれども我々が實地に用ゆるには指數が半端で甚だ都合が悪るい。種々なる公式が出来て居るが實用公式としてはメートル秒單位で

$$h = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \text{ メートル} \quad (108)$$

の形のもの最便利で最廣く用いられて居る。之れは $v^n$ に於て $n=2$ としたもので $v^2/2g$ が速度水頭である故に摩擦水頭が速度水頭の幾何倍であると表はすことが出来るし又 $v^2/2g$ が1キログラムの水の有する運動エネルギーである故に摩擦の爲めに失はれるエネルギーの計算にも都合宜ろし。上式の係數fは表面の粗度及び流體の粘度のみならず水速及び管の内徑の大小に依りて變るものである。古來諸大家は適當なるfの形を見出すに苦心して居る。次ぎに其主要なるもの二三を擧げん。

(1) Lord Rayleigh

(2) Law of Comparison or Principle of Similitude,

(3) Kinematic Coefficient of viscosity.



1) **ワイスバッハ** (Weisbach, 1845.) の公式。

一般の鐵管に用ゆるべく

$$f = 0.01439 + \frac{0.00947}{\sqrt{v}}$$

$$= \frac{1}{1000} \left( 14.4 + \frac{9.5}{\sqrt{v}} \right), \text{メートル秒單位} \quad (109)$$

とせり。今尙獨逸に於て用いらる。

2) **ダルシー** (Darcy, 1857.) の公式。

素裸の新しき鑄鐵管には

$$f = 0.0199 + \frac{0.000508}{d} = \frac{1}{1000} \left( 20 + \frac{1}{2d} \right), \text{米,秒} \quad (110)$$

垢にマミレた古き鑄鐵管には上の値を二倍して

$$f = \frac{1}{1000} \left( 40 + \frac{1}{d} \right), \text{米,秒} \quad (110)a$$

とせり。此式は佛蘭西は無論の事各國に於て廣く用いらる。形の簡單なのが其長所なり。餘り大ならざる直徑に適す。

英語の書物には呎秒單位にて次の如くせり。

$$h = f \left( 1 + \frac{1}{12d} \right) \frac{l}{m} \frac{v^2}{2g}, \text{呎} \quad (111)$$

 $m =$  水力水深圓管には  $d/4$ 。素裸の新き鑄鐵管  $f = 0.05$ 垢にマミレタル古き鑄鐵管  $f = 0.01$ 。3) **ラング** (Lang, 1889) の公式。

全く滑かなる管即ガラス管亞鉛管等には

$$f = 0.012 + \frac{0.0018}{\sqrt{vd}} = \frac{1}{1000} \left( 12 + \frac{2}{\sqrt{vd}} \right), \text{米,秒} \quad (112)$$

少しく粗い面即新しき鑄鐵管には

$$f = 0.02 + \frac{0.0018}{\sqrt{vd}} = \frac{1}{1000} \left( 20 + \frac{2}{\sqrt{vd}} \right), \text{米,秒} \quad (113)$$

獨逸に於て用ひらるゝ公式なり。今迄の公式よりは一層深き注意を加へあり。水の溫度の變化をも考慮に入れて居る即ち第二項の係數 .0018 の代りに

溫度攝氏にて	0°	10°	20°	100°	の時
	.0023	.002	.0018	.0004	

とすべしと云へり。溫度昇れば摩擦係數  $f$  が小さくなるのである。

4) **ビール** (Biel, 1907) の公式。新しき鑄鐵管にて

$$f = 0.00942 + \frac{0.00565}{\sqrt{d}} + \frac{0.000895}{v\sqrt{d}}, \text{米,秒} \quad (114)$$

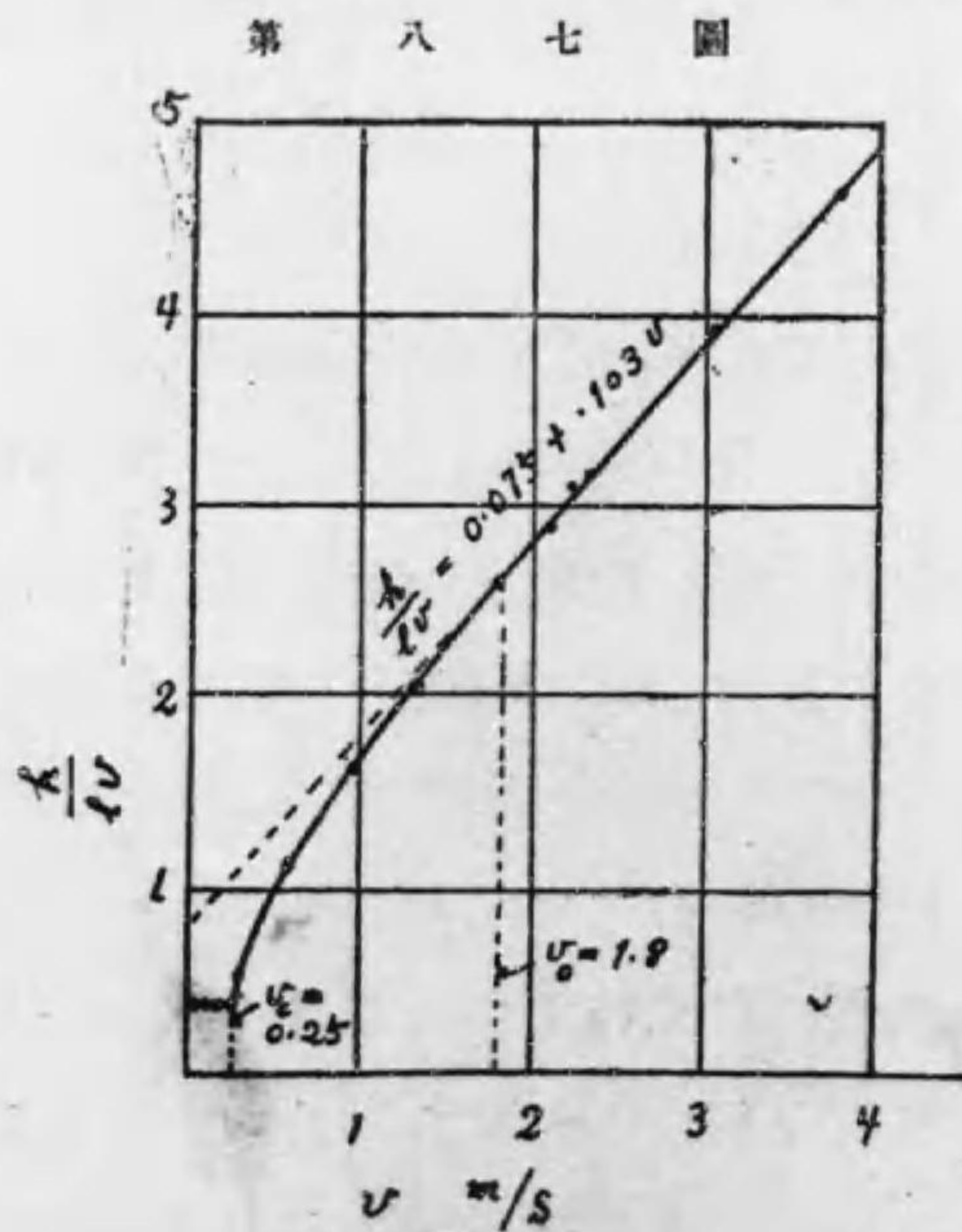
此式は次節に説明する如く多くの文獻を基として組織的に研究したる最新しき公式として世の注意を索けり。

此等の諸公式を見るにワイスバッハの公式は管内面の粗度に就て特記する事なく此儘一般の鐵管に用ゆるは當を得ぬと思はる。 $f$  の中に水速  $v$  の項を入れたるは確にワイスバッハの達見なるも管内の水速は普通 1米/秒—2.5米/秒の間に在るに反して直徑  $d$  の方は 2

乃至3センチから1米時には2米に及ぶ事もあり。故に  $f$  には水速よりも直径の影響の方が大きい即  $d$  の項を入れる方が必要である。其點に於てダルシーの公式は餘程優れて居る。ラングやビールの公式は  $f$  の中に  $v$  及  $d$  の兩者を入れたからして一層合理的と考へらる。

### 58. ビールの公式の由來。

ビールはザーフ及ショルダー兩氏 (Saph & Schoder, 1903) の精密なる實驗を基として理論的に研究したり。横座標に  $v$  を取り縦座標に  $h/v$  を取りて該實驗結果を圖示すると低き限界速度  $v_0$  以下にては水平直線に表はれる。これは水



内徑 0.6 cm の引拔眞鍮管, 溫度 21°C, ビールの線圖

頭損失が水速に比例する事を示す即ち  $h \propto v$  なり。次ぎの限界速度  $v_0$  以上にては傾いたる一直線となり兩限界速度の間にては一の曲線をなせり。上の方の直線部分は我々が日常接する所の場合にして此直線は  $v=0$  の時に零より大なる値を有す。之れを  $\frac{h}{v} = a (> 0)$  とす。此直線が水平軸に對して有する傾斜角の正切を  $\beta$  とせば直線は

$$\frac{h}{v} = a + \beta v$$

に依りて表はさる。即ち混亂流動に於ては摩擦水頭は

$$h = av + \beta v^2$$

となるべきなり。此形は佛蘭西にて永く用いられたるプロニー (Prony, 1804) 等の公式と同性質のものなり。

同一の圓管を用いて異なる溫度に於ける流水抵抗を計りたるに舊き直線に平行なる直線部分が表はれたり。依りて上の式の  $a$  のみが粘度に關係するものなる事を知る。上の式を書き換へれば

$$h = \left( \beta + \frac{a}{v} \right) v^2$$

なり。一般の管に適用する形に書けば

$$h = \frac{1}{1000} \left( a + \frac{b}{\sqrt{m}} + \frac{c}{v\sqrt{m}} \frac{\mu}{\rho} \right) \frac{l}{m} v^2 \quad (115)$$

$a + \frac{b}{\sqrt{m}} \propto \beta$  及び  $\frac{c}{\sqrt{m}} \frac{\mu}{\rho} \propto a$  なり。茲に  $m =$  水力水深,  $\mu =$

粘性係數,  $\rho =$  流體密度。

次の表に於て表面粗度を五種に分つ。

- I. 引抜真鍮管, 新しく輝きたる形正しき鉛管,
- II. 鍛鐵瓦斯管,
- III. 新しき鑄鐵管, 能くタ、きたるセメント面,
- IV. 粗ケヅリの木板, 普通のセメント面,
- V. 普通の煉瓦積, 切石積。

此等の表面に對して上の式 (115) の定數は米, 秒單位を用い

表面粗度	I	II	III	IV	V
定數 $a$	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
粗度に関する $b$	0.0064	0.018	0.036	0.054	0.072
粘度に関する $c$	0.95	0.71	0.46	0.27	0.27
$c \frac{\mu}{G}$ , 12°C の水	0.0118	0.0088	0.0057	0.0032	0.0032
100°C の水	0.00294	0.0022	0.0014	0.00084	0.00084

摩擦公式を  $h = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$  の形にすれば前節に擧げたる如

く新しき鑄鐵管にて普通の溫度に對して

$$f = \frac{1}{1000} \left( 9.42 + \frac{5.65}{\sqrt{d}} + \frac{0.895}{v\sqrt{d}} \right) \quad (114)$$

となるなり。

### 59. 諸公式の比較。

レイノルズ型の公式にアンウィン及タットン等の係

數及指數を入れてそれを  $h = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$  の形に直した時の  $f$  の値は次ぎの如し。

新鑄鐵管の  $f \times 100$

水速 呎 / 秒	直 徑, 吋						
	3	6	9	12	18	24	36
2	2.76	2.35	2.14	2.00	1.82	1.70	1.55
4	2.62	2.22	2.02	1.89	1.72	1.61	1.47
6	2.54	2.15	1.96	1.83	1.67	1.56	1.42
8	2.47	2.10	1.92	1.79	1.63	1.52	1.38

(マブソンの水力學(1912)308頁より抜萃)

實用公式中前記四種に就て  $h = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$  の  $f$  の値を比較すれば次の如し。表中の水速  $v$  及直徑  $d$  は米, 秒單位なり。

新しき鑄鐵管の  $f \times 100$

$v$	$d$	ワイスバツハ			ダルシー			ラング			ビール		
		.1	.5	1.0	.1	.5	1.0	.1	.5	1.0	.1	.5	1.0
1		2.39	2.39	2.39	2.5	2.1	2.05	2.63	2.28	2.20	3.00	1.87	1.50
2		2.11	2.1	2.11	2.5	2.1	2.05	2.45	2.20	2.14	2.87	1.80	1.50

レイノルズ型の公式に依る係數  $f$  の値が最正しきものとすればダルシー及ラングの公式は低い水速にて小い管徑の場合に適しビールの公式は大水速大直徑に適するが如し。何れにしても多少の差違ありて

一の公式を以て總ての水速及直徑に適する如きものを得る事能はず。加之管壁内面の粗度が正確に定められるものに非らざるを以て公式に依りて水頭損失を計算する事は其所に多少の誤差あるを免れざるなり。

### 60. 管の年齢と摩擦係數。

鐵管は敷設後年數の經つに従つて其内面に變化起り第一に腐蝕に依りて面が荒くなり且つ磨損す。第二には水質に依りて泥、石灰、貝類、藻類の如きものが一面に厚く沈積して通路の有効面積を減少す。木管に於ては面の荒くなる事なく摩擦係數は年數に關せず變化なき如し。米國に於て行はれたる鐵管及木管の新舊二状態に於ける比較試驗次ぎの如し。

$$h = f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \text{ の } f \times 100 \text{ の 値}$$

年 代	水 速 呎/秒							
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	5.5
直 徑 6 呎 の 鉄 接 鋼 管								
1897	2.12	2.08	2.12	2.20	2.20	2.08	—	—
1899	3.88	3.04	2.68	2.52	2.44	2.40	2.32	2.32
直 徑 6 呎 の 木 管								
1897	2.56	2.12	1.92	—	1.72	1.64	—	—
1899	1.92	1.84	1.80	—	1.76	1.72	1.72	1.72

此表に依れば古き木管の摩擦係數は水速の大小に依りて増し或は減ぜり。此結果を得る爲めに用いたる試験方法の精確の度が不明であるから決定的斷定は與へられないが摩擦係數が大して變らないと思つて宜ろしからう。之れに反して鐵管では前に述べたと同じく年數と共に摩擦係數が變る事明かなり。米國の他の或一例に依れば長さ一哩餘に互る48吋の銲接鐵管が七年間の使用後腐蝕と垢の沈積とに依りて流出水量が當初の0.71許になりしと云ふ。即ち摩擦係數が約2倍となりたのである。メルシーの公式に於て古き鐵管の摩擦係數を新しき鐵管の2倍としたるは誠に當を得た事である。

### 61. 蛇管(ホース)の摩擦抵抗。

消火栓に用ゆるホースにも種類ありて摩擦係數大に異なる。又管の中の水壓に依りて摩擦抵抗が變る何となれば多くのホースは水壓の増すと共に膨脹するから直徑が大きくなりて水が通り易くなるなり。第75章に説明する如く與へられたる水量Qを流通する場合に摩擦水頭hは内徑dの5乗に反比例す。故に直徑が少し増しても損失水頭は可なりに減少するなり。

フリーマン<sup>(1)</sup>氏は  $h=f \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$  の  $f$  の値を

素裸の麻ホース  $f=0.0336$

ゴム着セの滑かなる麻ホース  $f=0.0176$

と定めたり。之れは水速が 10—30呎/秒 に對するものなれども實際にホース使用の時には 100呎/秒 の高速度になる事ありて斯る場合には  $f$  の値少しく減するならんと云ふ。

## II. 管路に於ける

### 雜種の損失

## 62. 雜種の損失。

管の中には摩擦損失の外に種々なる損失あり。速度は大きさと方向とを有す即ち水速は管の太さと曲りに依りて變るなり。其變化には必ず多少の水頭損失が伴ふ。此等を雜種の損失と云ふなり。次ぎに大別して見ると

### i. 太さの變化

通路斷面積の緩徐なる變化

同上 急激なる變化

### ii. 方向の變化

(1) Freeman, (1889.) Hughes and Safford 著 A Treatise on hydraulics 参照。又フリーマンのノツブルに関する研究も委しく記載しあり。

緩徐なる曲り、

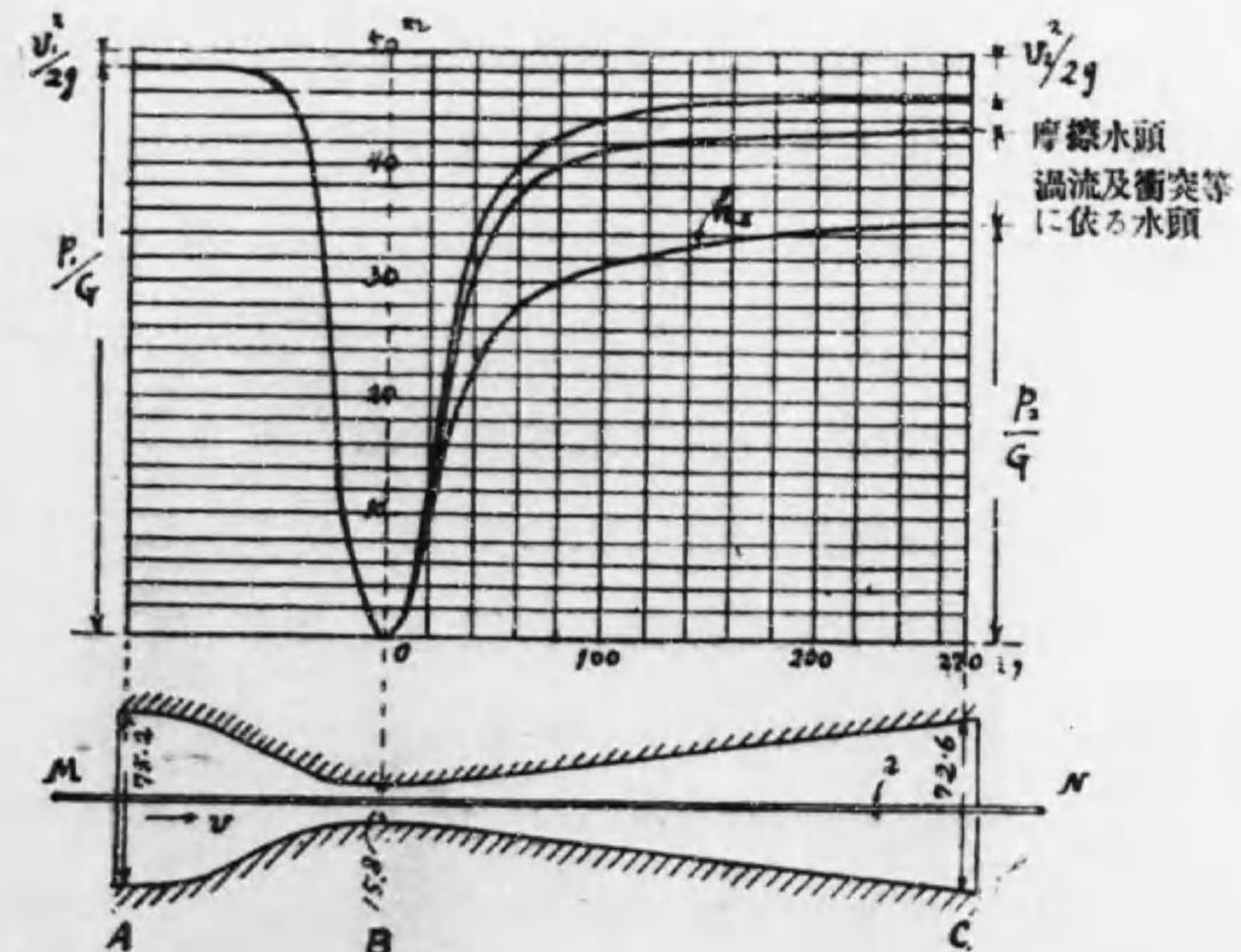
急激なる曲り、

なり。此等は管路損失としても重要なものなれどもポンプ、水車等の如き水力機械の内部に於て起る場合には一層重要なものであつて此方面に於ける研究上の好題目である。

## 63. 管の斷面積が緩徐なる變化をなす場合。

第八八圖の如く AB は漸次狭まり BC は漸次擴がる

第 八 八 圖



ア ン ド レ ス の 實 験 装 置

管ありとす。此場合に摩擦損失なしとせばベルヌーイの定理に依りて管路の此部分には何等の損失起らぬ理である。實際には摩擦損失もあるし又断面積の變化の度に依りては其所に一種の水頭損失<sup>(1)</sup>が起る。

アンドレス(K. Andres 1910)は同圖に示す如く ABC 管の中に更に直径 2 ミリの細き管 MN を入れた。そして其壁に小さき孔を穿ちたる故孔の直ぐ外の水壓は此細き管の中を傳つて管の他端に接続せる壓力計に指示さる。斯様にして測りたる ABC 管内各點の水壓は曲線  $h$  にて表はさる。ABC 管の入口及び出口の速度水頭及び壓力水頭からして管の中の水頭損失が分かる。損失の内には摩擦に依るものの外に流水が管壁から離れて其所に一の渦流を起す爲めに生ずる所のものがある。

BC の如き末擴りの管に関する實驗の中でギブソン(Gibson 1910)の實驗結果は大に有益である。直線的末擴り圓管 BC の B 及 C の部の内徑を  $d_1$  及  $d_2$  とすると  $d_2/d_1$  の或る與へられたる値に對して長さ BC を種々に變へれば圓錐頂角  $\theta$  が變る。長さ BC 小なれば  $\theta$  大にして水流の混亂甚し。

(1) 機械學會誌第七九號工學博士生源寺順氏及其他二氏

$\theta=180^\circ$  の時は後節に説明する所の断面積の急變する場合なり。又長さ BC が充分大なれば水流は安定を保ち渦流及衝突に歸する損失水頭は殆ど無くなるけれども夫れと反對に摩擦水頭を増加す。故に  $\theta$  は餘り小さくてもいかぬし又大き過ぎても宜ろしくない。ギブソンの實驗に依れば管の断面が圓形なる時  $\theta=5^\circ 30'$  の附近に於て損失最小なり。B 及 C の部の平均水速を  $v_1$  及  $v_2$  呎/秒とすると BC 間の水頭損失を

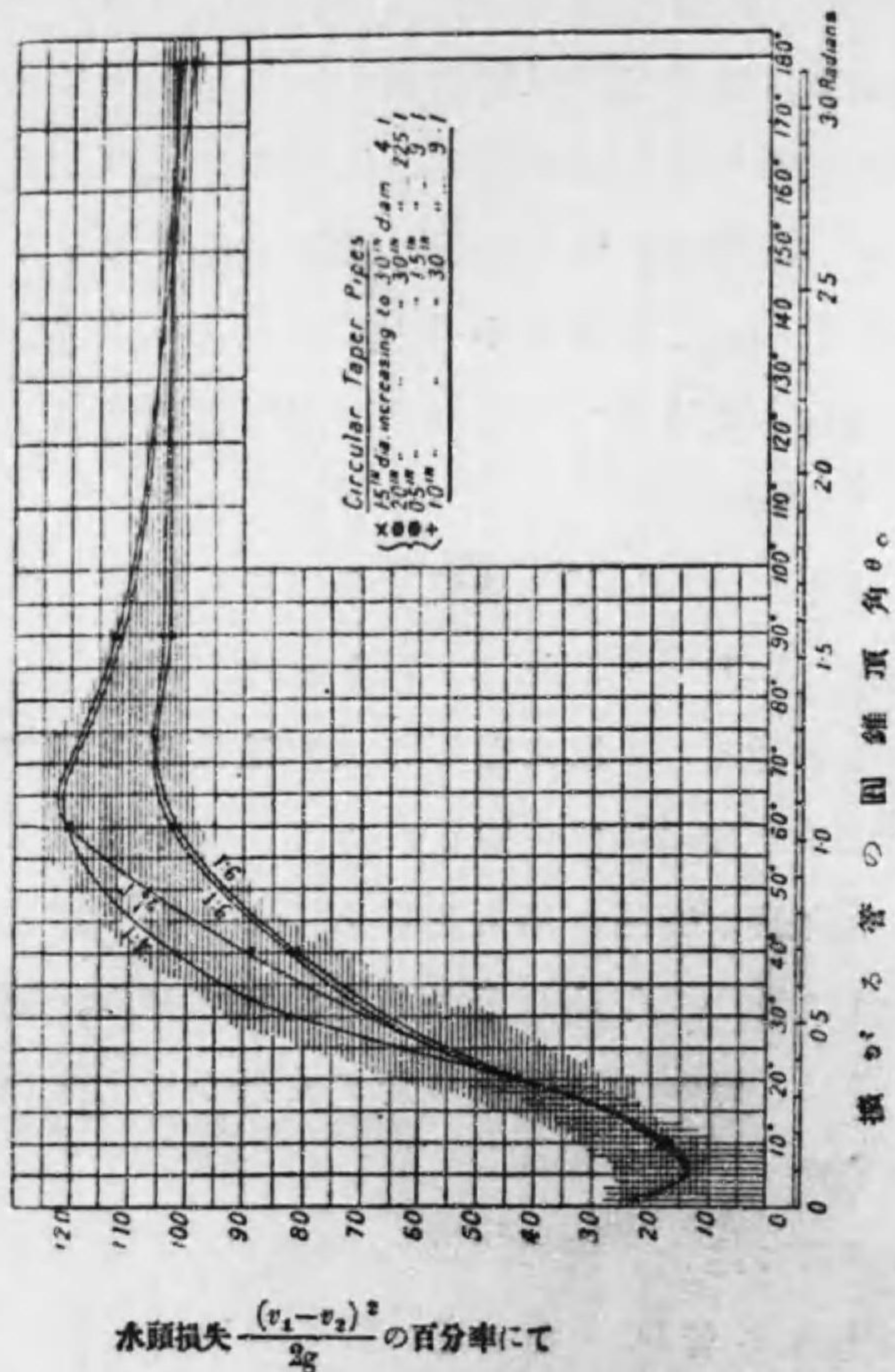
$$h_1 = f_1 \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (116)$$

と表はすべし。 $\theta=180^\circ$  の時は  $f_1=1$  即ち其時の水頭損失は  $\frac{1}{2g}(v_1 - v_2)^2$  なり。故に此項を基にして水頭を表はすと都合宜ろし。第八九圖には實驗結果を示す。 $\theta=5^\circ 30'$  にて  $f_1=13.5\%$  の附近にありて最小抵抗を呈す。此等の曲線の經過は頗る興味あるものなり。 $\theta$  の大なる値に對して  $f_1=1$  に近き事を注意すべし。断面が正方形なる時  $\theta=6^\circ$  の附近に於て  $f_1$  最小にして略 14.5% なり。

第 98 節に述ぶる所のヴェンチュリー管は狭まる管 AB と擴がる管 BC を合せ用いたる一例であるが其 BC 矩形断面の變化する通路中の水の流れの實驗を参照すべし。

第 八 九 圖

末擴管に於ける水頭損失・ギブソンの實驗結果。



の部は出来る丈最小の損失を以て初めの管徑即 A の部の太さに復するの役目をなすなり。故に圓形断面管の  $\theta = 5^\circ 30'$  の擴がりを用ゆべきなり。末擴り管の用途は速度水頭を壓力水頭に變へるにありて其時の水頭損失少なき程壓力回復の効率大なるなり。

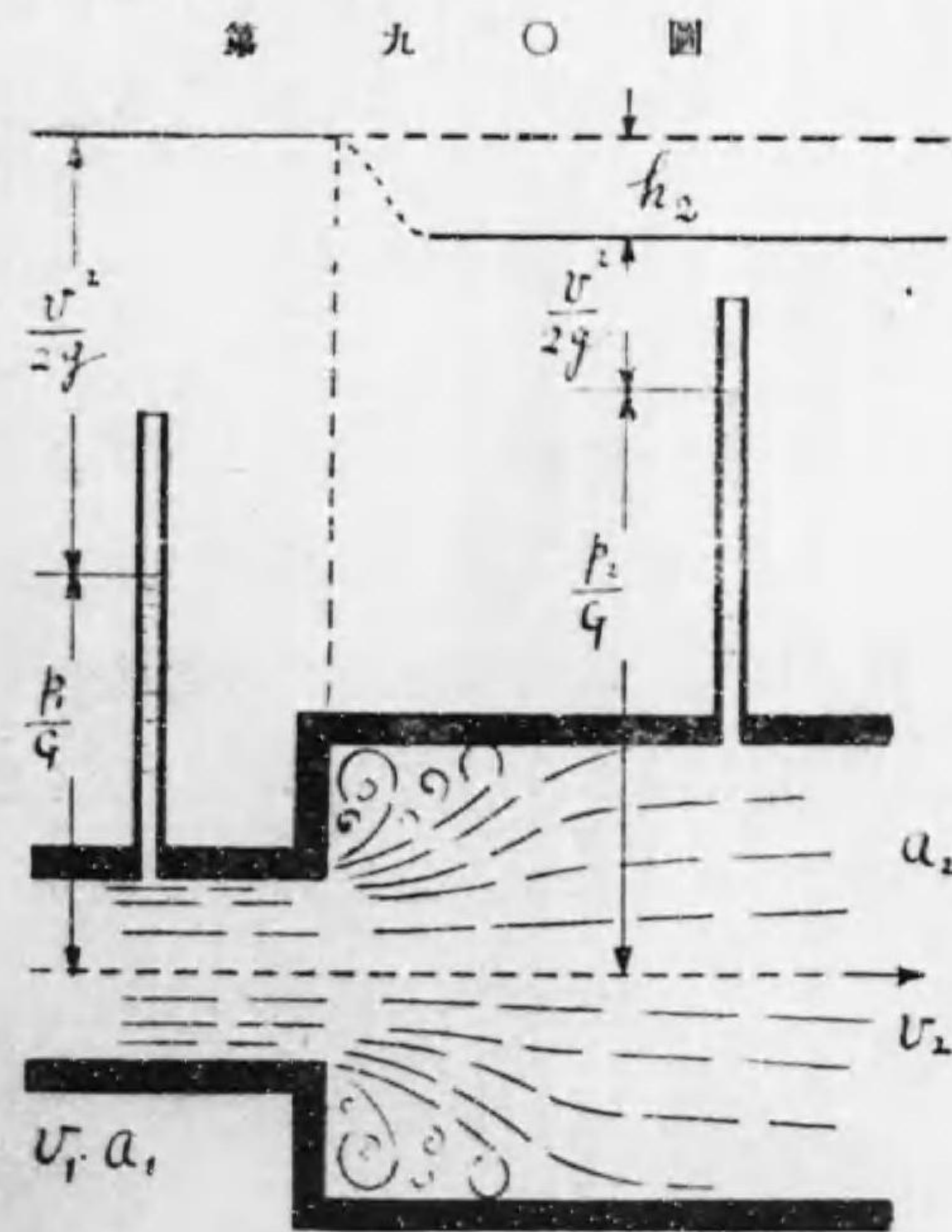
64. 斷面積が急激に廣くなる場合。

第九〇圖に於て水が細き管から太き管に急に移る。

小なる斷面積  $a_1$  平方米、大水速  $v_1$  米/秒

大なる斷面積  $a_2$  " 小水速  $v_2$  米/秒

とする。大なる速度  $v_1$  を以て小なる速度  $v_2$  の水に衝突するから夫れが爲めの勢力損失あり。又隅角の邊りには渦流が起るから其方の損失もあり。又壓力を計る二



點の間にては極く僅小ながら摩擦損失もありて全損失は此等の種々なる損失の總和である。損失水頭を

$$h_2 = f_2 \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

とすれば前節のギブソンの實驗結果に依りても分かる如く又他の實驗に依りても  $f_2 = 1$  に極近し。依りて我々は

$$h_2 = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (117)$$

と置く。

此の損失水頭  $h_2$  は第九〇圖の如く二のマノメーターの示差水頭と速度水頭とから算出すると後の方のマノメーターの立て所に依りて其價が種々に變る。本節から第68節に至る間に用ゆる損失水頭は管路に特殊のものあるが爲めに起る餘分の損失水頭の意なり。

異なりたる速度  $v_1, v_2$  を有する二の固體が衝突する時の運動勢力の損失が丁度  $\frac{1}{2g}(v_1 - v_2)^2$  である事からして此断面の急變の場合に於ける水頭の損失を固體の衝突と同様に論ずるものあれども此れは餘りにこちつけに失する。 $f_2 = 1$  になるのは全く偶然の一致に外ならないのである。連續の理に依りて

$$v_1 a_1 = v_2 a_2 = Q \text{ 立方呎/秒}$$

$$\therefore h_2 = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)^2 \quad (118)$$

水頭損失は断面面積の變化の度に依りて變はる。 $a_2 = \infty$

なる時は  $a_1/a_2 = 0$  なり。故に

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g}$$

なり。之れは管路の末端が大なる水槽に連接する場合の水頭損失(第69節)なり。 $h_2$  の最大なる値は速度水頭  $v_1^2/2g$  に一致す。

第九〇圖は管が水平に横はつて居る場合であるから水頭の方程式は

$$\frac{p_1}{G} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{G} + \frac{v_2^2}{2g} + h_2$$

にして  $h_2$  は失はれたる水頭に相當す。而して壓力の恢復は (117) 用いて

$$\begin{aligned} p_2 - p_1 &= \frac{G}{2g} [v_1^2 - v_2^2 - (v_1 - v_2)^2] \\ &= \frac{G}{g} v_2 (v_1 - v_2) \end{aligned}$$

$v_1$  は與へられたるものとして  $v_2$  のみを變へれば  $\frac{d}{dv_2}$

$= 0$  の時  $p_2 - p_1$  最大なり。即ち

$$v_2 = \frac{1}{2} v_1 \quad (119)$$

なる時壓力恢復最大なり。之れは井口博士が渦巻ポンプ論に於て効率計算の第一出發點として用いられた所のものである。

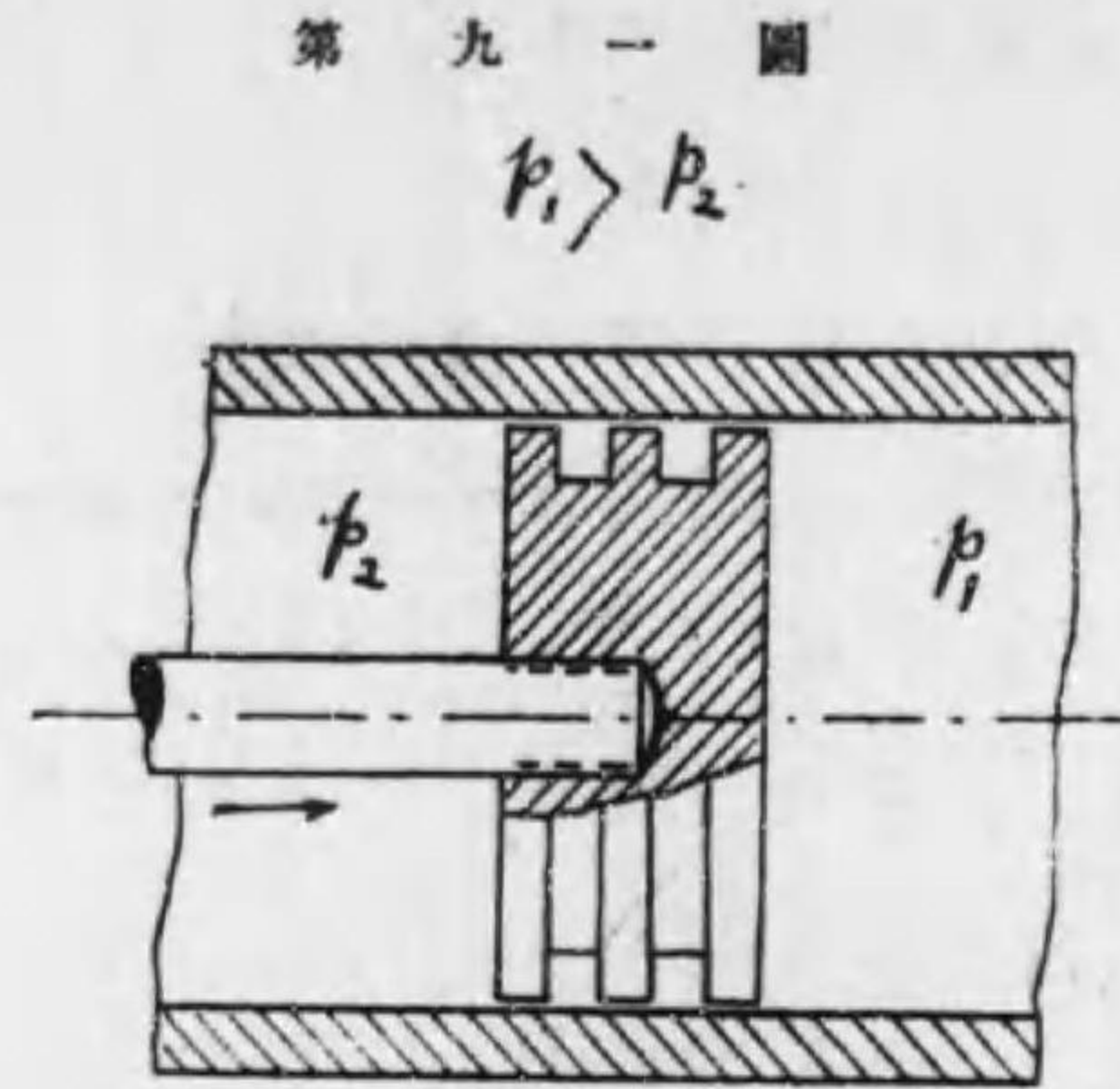
断面面積の急激なる變化は所謂ラビリントパッキングとして古くはピストンに、新しくは蒸汽タービンに

(1) (東京帝國大學工科大学紀要第二卷第四號或は井口集)



應用されて壓力ある流體の漏洩を簡単に防止する役目をなせり。

第九一圖はポンプのピストンに數多の溝を設けたる一種のラビリントパッキングを示す。高壓  $p_1$  の側から漏れ出る所の水は極狭き間隙を通りし後で急に溝の中に入る。其所で急激なる断面積の



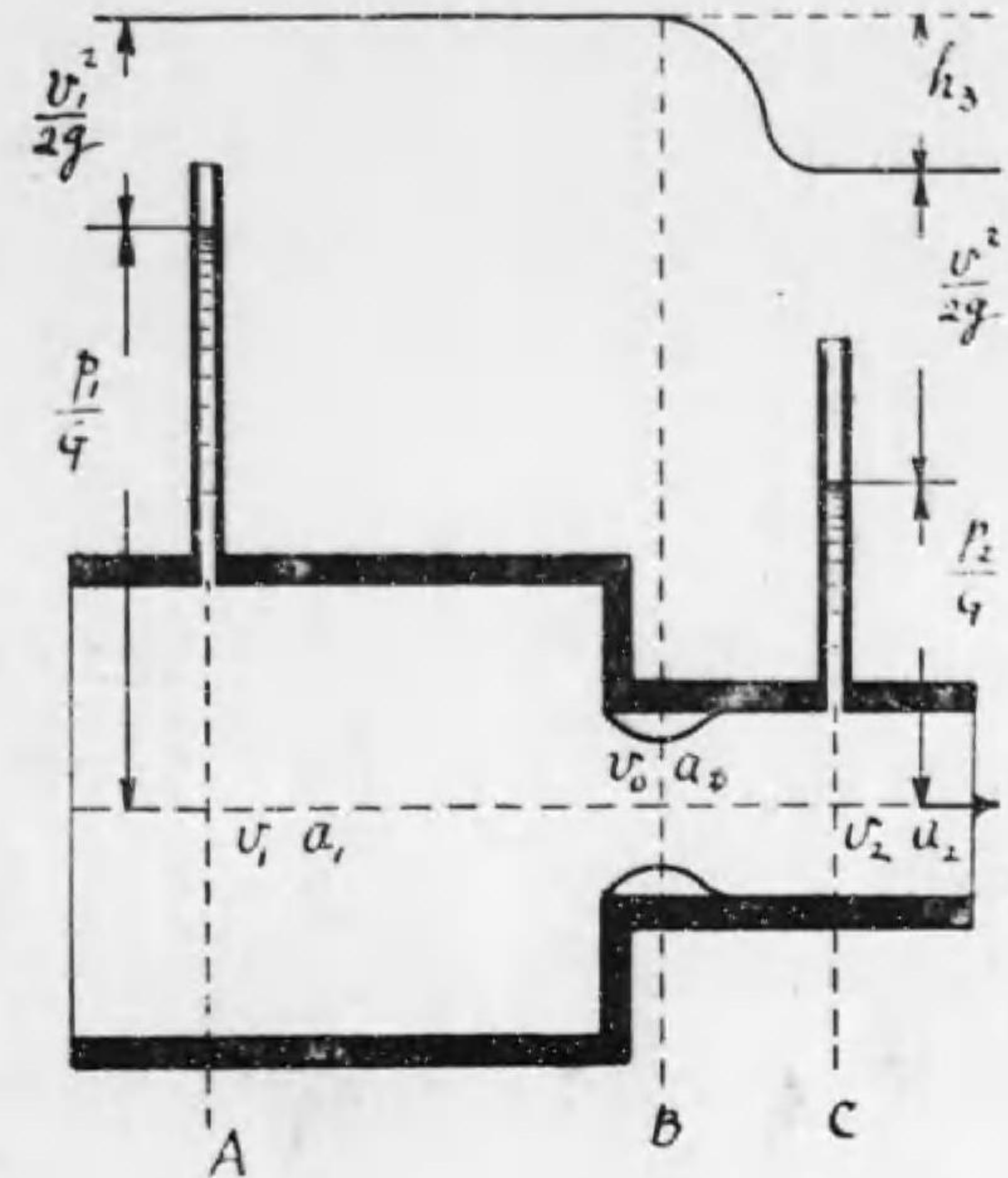
變化を受ける。斯の如き水頭損失が度重なれば可なり大きな抵抗となりて  $p_1 - p_2$  の壓力差に對して極めて僅小なる流出にて事済むなり。全く流出を止めるには非らず。中の流體が水の代りに油であれば其大なる粘度に依りて流出抵抗が一層大きくなるから此パッキングは益々有効なり。

**65. 断面積が急激に小さくなる場合。**

太き管から急に小さき管に移る。孔口の場合と同じ様に最小断面が出来る。太き管最小断面及細き管の断面積を  $a_1, a_0, a_2$  平方米又其所の水速を  $v_1, v_0, v_2$  とす。

第 九 二 圖

最小断面は孔口から空氣中に自由に放出する場合の如く明瞭なる表面を有するものには非ざるも其所の壓力水頭から逆に計算して見ると矢張水流



が收縮するものと考へらる。最小断面Bを過ぎると水流は急に擴大し前節に述べたる如き水頭の損失が起る。即ち BC の間にては水頭損失

$$\frac{(v_0 - v_2)^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} \left( \frac{a_2}{a_0} - 1 \right)^2$$

$a_0/a_2 = c_c$  を收縮率とすれば此損失は

$$\frac{v_2^2}{2g} \left( \frac{1}{c_c} - 1 \right)^2$$

なり。又 AB の間にては孔口同様に摩擦損失あり。

依りて AC 間の總損失は

$$h_3 = f_3 \frac{v_2^2}{2g}$$

とすべし。

或實驗に依れば 6 吋管より急に 3 吋管に移る所にては  $f_3 = .461$ , 又 6 吋管より急に 4 吋管に移る所にては  $f = .198$  なり。此  $f_3$  は實驗に依りて定めるの外に方法なければども簡単に

$$h_3 = \frac{v_2^2}{2g} \left( \frac{1}{c_a} - 1 \right)^2, \quad f_3 = \left( \frac{1}{c_a} - 1 \right)^2 \quad (120)$$

と表はして此式が成立つ様な  $c_a$  の値を求めると後の計算の爲めに大に都合宜ろし。上の例で云ふと 3 吋管の時  $c_a = .595$ , 4 吋管の時  $c_a = .692$  となる。ギブソンは直径 2.15 吋から直径 .625 吋に急に移る所即  $c_2/a_1 = 10.96$  の場合に平均値  $c_a = .6$  を得たり。斯くの如く假想的收縮率  $c_a$  は .6—7 の間にある故之れを用いて  $h_3$  を計算せば大なる誤りなしに概略の値を得。第 30 節に述べたる圓管を孔口外に取附たる場合に流出係數  $c = 0.82$  なるは即ち  $v_2 = .82\sqrt{2gH}$  にして之れを書換れば

$$H = 1.49 \frac{v_2^2}{2g} = (1 + f_3) \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\therefore f_3 = .49$$

に相當す。第四八圖は  $a_1$  が  $a_2$  に比して非常に大なる場合なり。一般に水槽又は貯水池から管路に流入する所にて孔口に角立ちて居れば  $f_3 = 0.50$  とし。

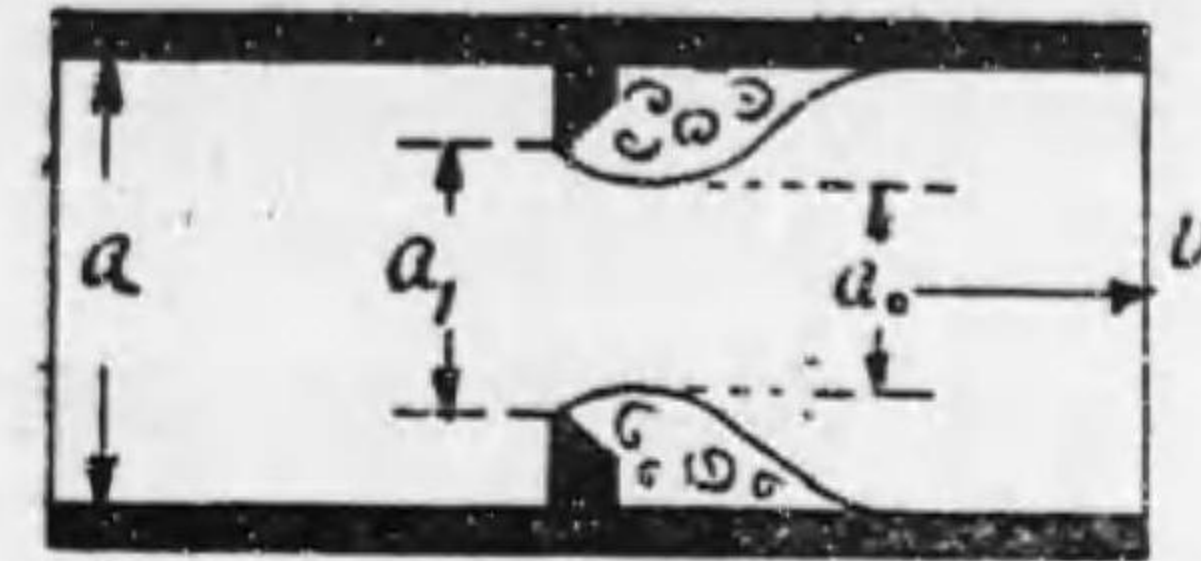
$$h_3 = 0.5 \frac{v^2}{2g} \quad (121)$$

とする。  $v$  = 圓管内の水速なり。之れを圓管入口の損失と云ふ。

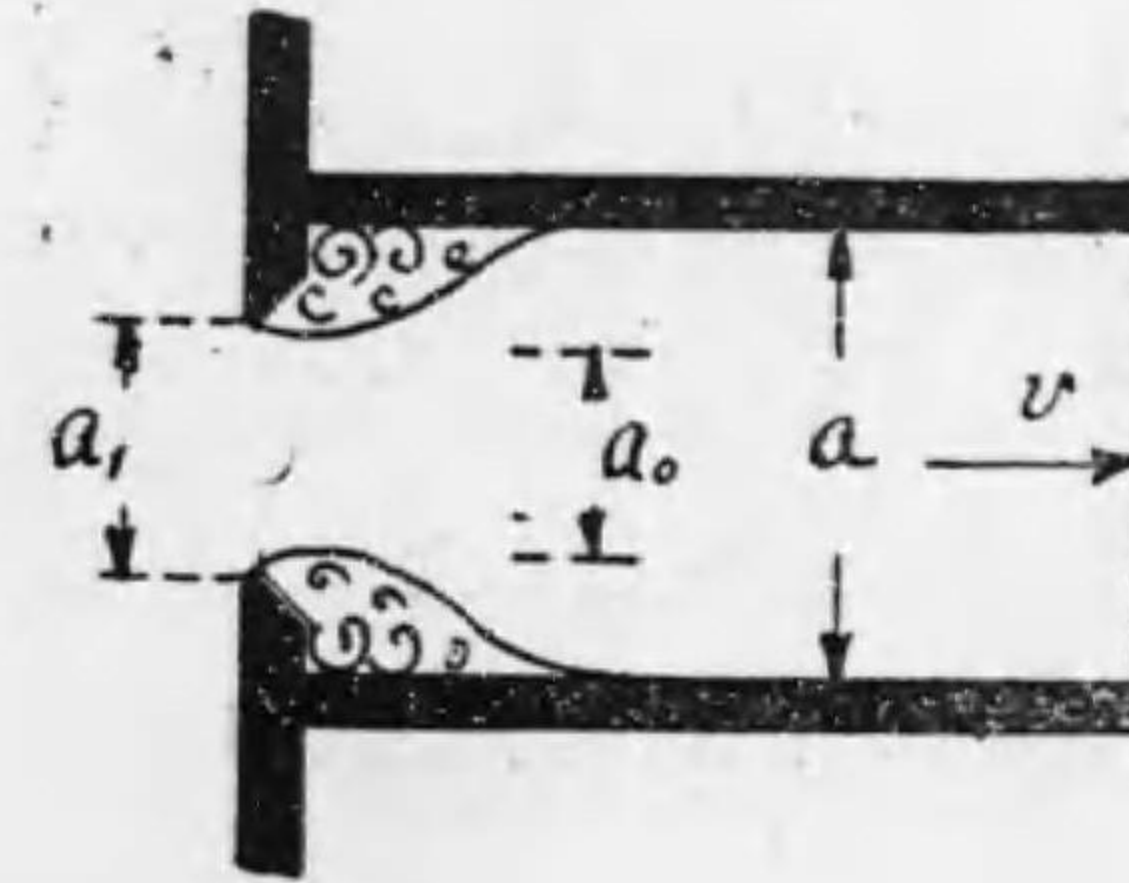
### 66. 管路に孔の在る隔壁を置いた場合。

第九三圖

隔壁上の孔が圓管と同心圓なりと



す。  $a_1, a_0$  を圓管、孔、最小断面の面積とすれば



此場合に

於ても總損失水頭を

$$h_4 = \frac{v^2}{2g} \left( \frac{a}{a_0} - 1 \right)^2$$

と表し假想的收縮係數

$c_a = \frac{a_0}{a_1}$  を用いて

$$h_4 = \frac{v^2}{2g} \left( \frac{a}{c_a a_1} - 1 \right)^2 = f_4 \frac{v^2}{2g}$$

とする。

$$f_s = \left( \frac{a}{c_a a_1} - 1 \right)^2$$

は實驗に依りて定まる而して  $f_s$  から  $c_a$  を計算す。ワイスバツハの實驗に依れば

$a_1/a$	.1	.3	.5	.7	.9	1.0
$C_a$	.624	.643	.681	.755	.892	1.0
$f_s$	225.9	17.51	3.753	.797	.06	0

$c_a$  は孔の大きさに依りて可なり變化す。<sup>(1)</sup>

第九三圖乙の如く大なる水槽から圓管に入る所に前記の隔壁が在れば

$a_1/a$	.1	.3	.5	.7	.9	1.0
$C_a$	.616	.612	.607	.603	.598	.593
$f_s$	231.7	19.78	5.256	1.876	.734	.480

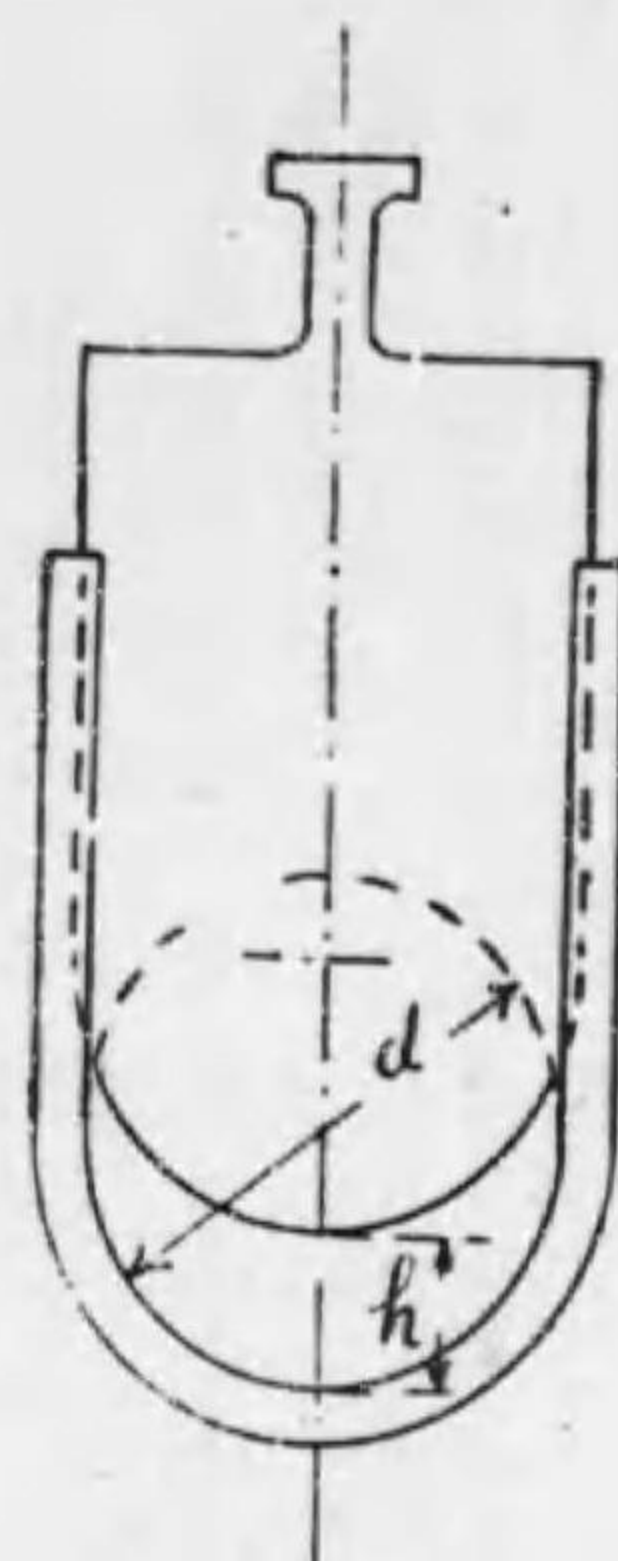
$c_a$  の平均値は 0.6 より甚しく大ならず而して  $\frac{a_1}{a} = 1$  なる時  $f_s = 0.48$  なるは前節の圓管入口の損失  $f_s = 0.49$  と略同じ結果なり。

### 67. 管路に在る瓣コック類。<sup>(2)</sup>

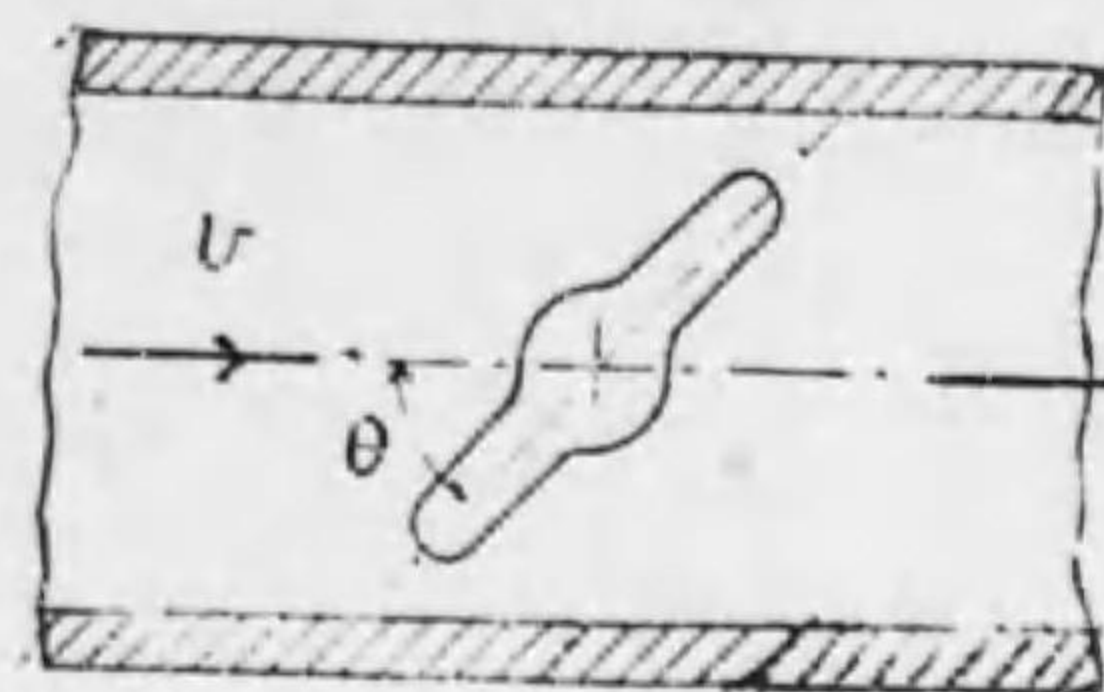
管路に在る辨やコックの爲めに起る抵抗は亦全く前節の如く通路斷面積の急變に基づくものなり。

- (1) 此種類の實驗に関しては亞米利加機械學會誌 1916 年九月號 H. Judd. "Experiment on Water flow through pipe orifice" を参照。  
 (2) ホンプ辨に関しては著者の論文「圓形辨の研究第一期報告」機械學會誌第 65 號を参照すべし。

第九四圖



第九五圖



スルースバルブに於て圓管直徑  $d$  に對して瓣が  $h$  丈開いて居る時圓管中の水速を  $v$  として水頭損失は

$$h_s = f_s \frac{v^2}{2g}$$

と表はすべし。ワイスバツハが第九四圖に示す如き簡單なるスルースバルブに就て行ひたる實驗の結果は  $f_s$  の値次ぎの如し。

$h/d$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1.0
$f_s$	97.8	17.0	5.52	2.06	.81	.26	.07	0

第九五圖の絞り弁に於て瓣の傾斜角  $\theta$  に依りて水頭損失を表はせば同じくワイスバツハに依りて  $f_s$  の値次の如し。

$\theta$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
$f_s$	.24	.52	1.54	3.91	10.8	32.6	118	751

ワイスバツハ以後二三の人々がスルースバルブ其他に就て實驗したるが同じ種類のバルブでも少しく構造の異なる事に依りて係數 $f_s$ の値は著しく異なる。従つて前出の表に依る $f_s$ の値を他のバルブの場合に其儘用ゆるは宜ろしからず。

普通に蒸氣管に用ゆる所謂ストップバルブと稱する瓣にては満開の時に於ても $f_s$ の値が可なり大きくブラッペー (Brabbee, 1916) 氏は管の徑 14 ミリのものにて $f_s=16$ を得又或特殊の型のストップバルブにて管徑 34 ミリのものにて $f_s=30$ を得たり。同一の型式にても管徑大小にて $f_s$ の値變化す。一般に管の細き程 $f_s$ の値大なり。

瓣を絞りて水頭損失を大きくすれば管路流出量が減するのである第70節の例題を見よ。

### 68. 管路屈曲に依る損失。

速度の方向變化に基づく損失である。曲り角の内側の方には空虚なる所が出来て其所にも亦最小断面が現はれる而して水流が再び擴がる時に前々節の如き断面積急變の水頭損失が起るなり。管路屈折に起る水頭損失も衝突、渦流、摩擦等の同時に混合したる複雑なものである。

第九六圖の如く彎曲せるものをベンド(Bend)と云ひ第九七圖の如きをエルボー(elbow)第九八圖の如きを丁字管(Tee)と云ふ。

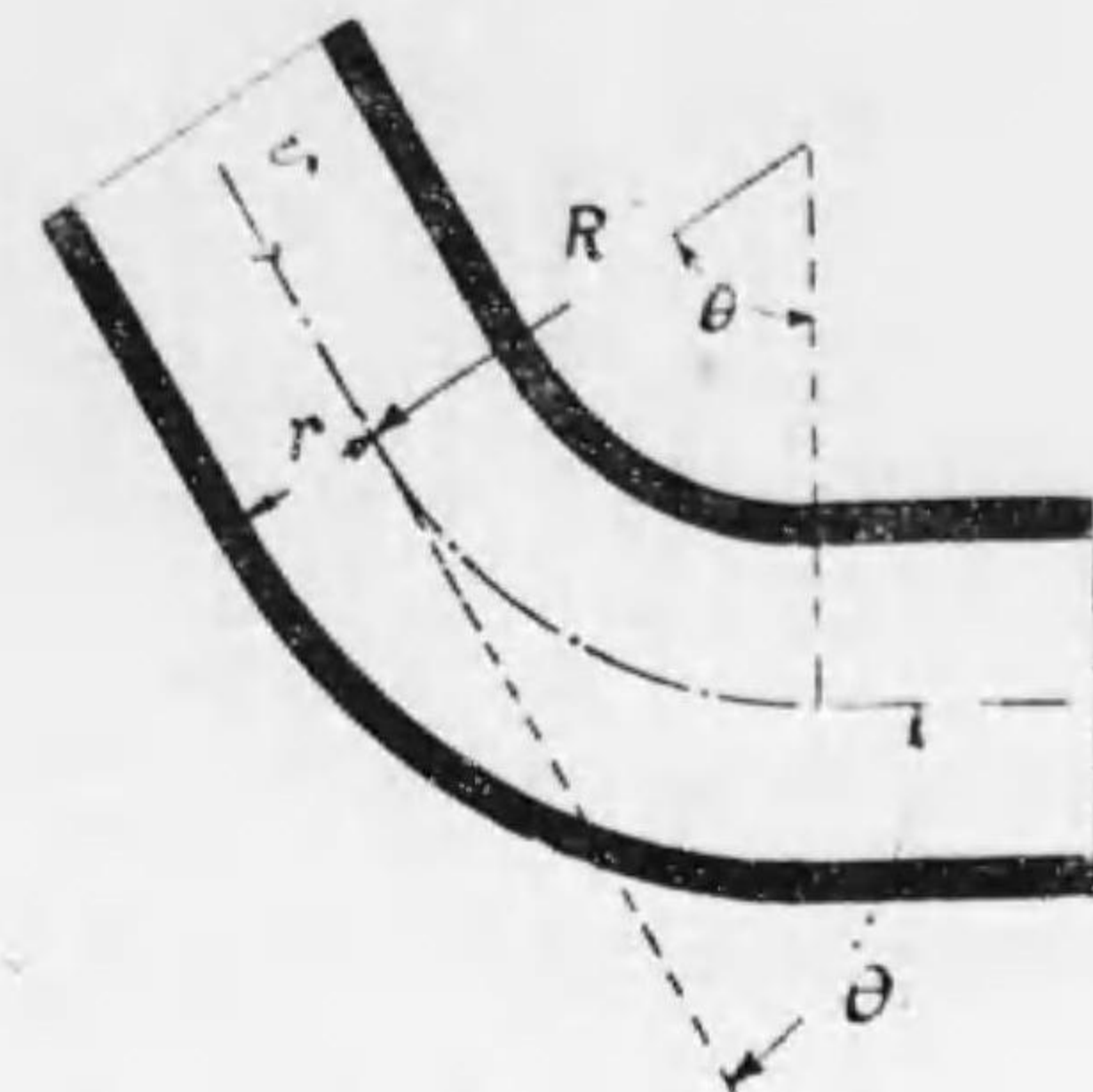
ベンド。<sup>(1)</sup> 水速の方向が緩かに變化する場合である。ワイスバツハは直徑 3 センチの圓管を用いて實驗したる結果から彎曲部の水頭損失を

$$h_0 = F \frac{v^2}{2g} \frac{\theta}{180} \quad (122)$$

と表はせり。 $\theta$ は第九六圖に示すものにして角の度数なり。而して其内の $F$ は

$$F = \left[ .131 + 1.847 \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{7}{2}} \right] \quad (123)$$

第九六圖



第九七圖

