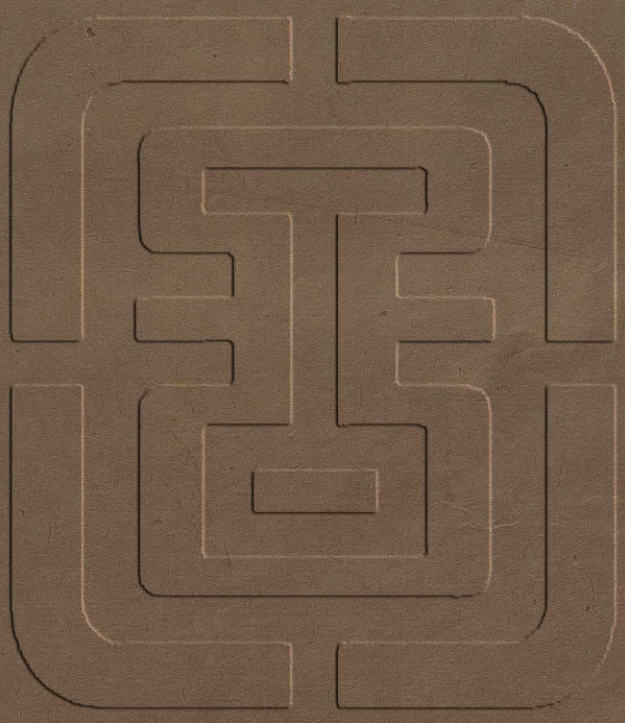
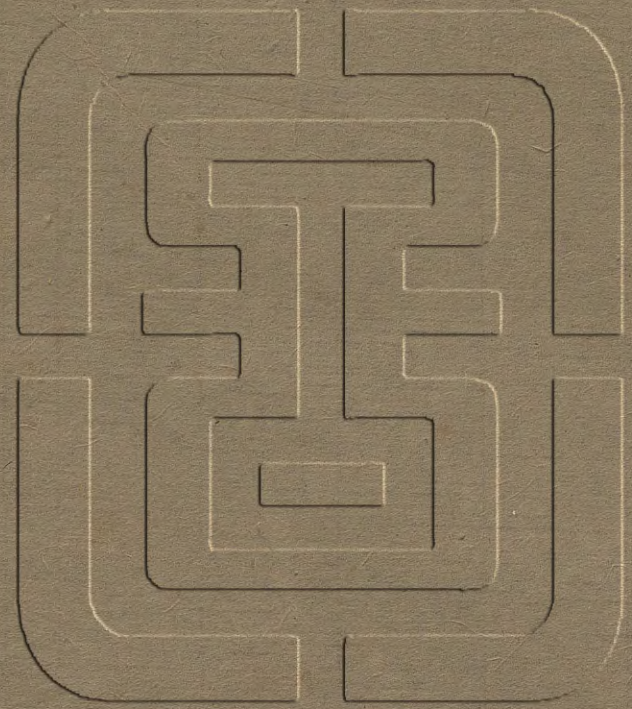
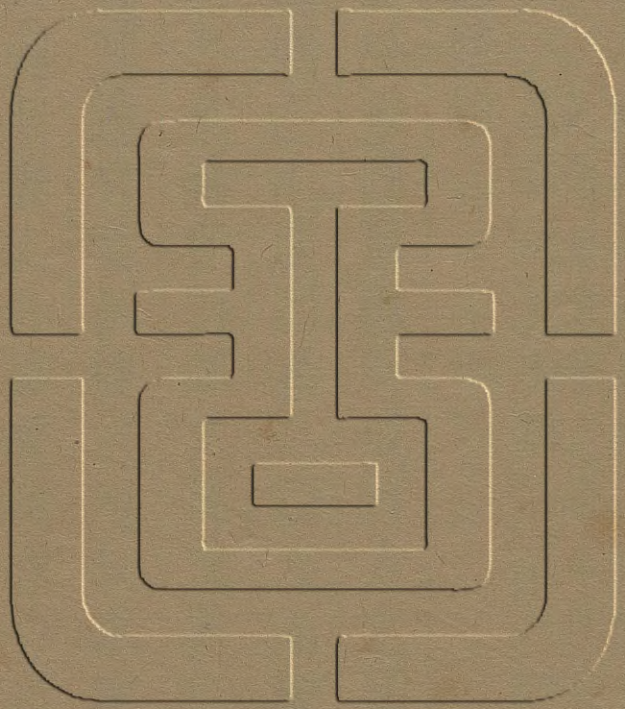


科 110  
845  
2  
第 2

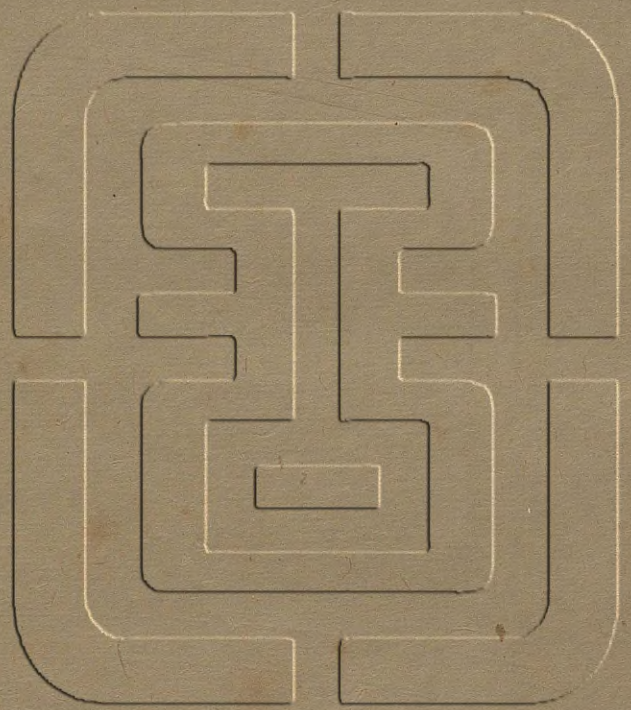


5  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44









九數通考卷二

虞山屈曾發省園



方田章第一

此章以邊線之長短求面積之多寡而丈暈田  
地之法本此矣以面形之大小求體積之多寡  
而盤量倉窖之法本此矣其方圓束法各  
樣堆棗量木捆法算法相同故悉隸焉

各面形總論

面之為形成於方圓直線所成皆方之類曲線所成皆圓之類  
立法則方為圓之本度圓者必以方而度方者必以矩所謂方  
有盡而圓無盡也論理則圓又為眾界形之本蓋眾界形或函  
圓或函於圓其邊皆當弧線之度故求眾界形者必以圓界為  
宗也因有方圓眾界之各異故邊線等者面積不等如眾界形  
之每一邊與圓徑俱設為一○○○○則方面積為一○○○  
○○○○而圓面積為七八五三九八一六三三等邊形面積



爲四三三〇一二七〇。五等邊形面積爲一七二〇四七七四  
一。六等邊形面積爲二五九八〇七六二〇。七等邊形面積爲  
三六三三九一二四〇。八等邊形面積爲四八二八四二七一  
二。九等邊形面積爲六一八一八二四二〇。十等邊形面積爲  
七六九四二〇八八三。此各形之面積皆以方積比例者也。或  
以圓面積設爲一〇〇〇〇〇〇〇。則圓徑得一一二八三  
小餘七九一六。如圓徑與衆界形之每一邊俱設爲一一二八  
三小餘七九一六。則圓面積爲一〇〇〇〇〇〇〇。而三等  
邊形面積爲五五十三八八九。方面積爲一二七三三三九  
五四。五等邊形面積爲二一九〇五七九八六。六等邊形面積  
爲三三〇七九七三三四。七等邊形面積爲四六二六八四〇  
九八八。八等邊形面積爲六一四七七四四三五。九等邊形面積

爲七八七〇九四三〇。二十等邊形面積爲九七九六五七〇  
九九。此各形之面積皆以圓積比例者也。蓋因各形之邊線相  
等面積不同。故皆定爲面與面之比例也。面積等者。邊線不等。  
如衆界形之面積與圓面積俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇。而圓徑爲  
〇〇〇〇〇〇。則方邊爲一〇〇〇〇〇〇〇。而圓徑爲  
一一二八三七九一六。三等邊形每邊爲一五一九六七一三  
七。五等邊形每邊爲七六二三八七〇。五六等邊形每邊爲六  
二〇四〇三二四七。等邊形每邊爲五二四五八一。二六。八等  
邊形每邊爲四五五〇八八九。九等邊形每邊爲四〇二一  
九九六。三十等邊形每邊爲三六〇五一〇五八。此各形之邊  
線皆以方邊比例者也。或以圓徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇。則圓面  
則圓面積爲七八五三九八一六三三九七四四八三。如圓面







設如圓徑一尺二寸。問周幾何。答曰：三尺七寸六分九釐九毫一絲一忽一微八纖。法用周徑定率比例。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。周數三一四一五九二六五爲二率。今所設之徑一尺二寸爲三率。推得四率。卽所求之周數也。蓋圓之數奇零不盡。立法必自方數始。是故圓內容形。屢求句股。至億萬邊。圓外切形。屢求句股。至億萬邊。內外湊集。使圓周變爲直線。較之古法精密已極。始爲得之。爰設圓徑爲一。而圓周得三一四一五九二六五有餘。是爲定率。故以圓徑一與圓周三一四一五九二六五之比。卽同於今所設之徑與今所求之周之比也。

設如圓周一丈五尺。問徑幾何。答曰：四尺七寸七分四釐六毫四絲八忽二微有餘。法用周徑定率比例。以周數三一四

一五九二六五爲一率。徑數一爲二率。今所設之周五尺爲三率。推得四率。卽所求之徑數也。蓋前法徑求周。故以徑定率與周定率爲比。卽如今所設徑與今所求周爲比。此法周求徑。故以周定率與徑定率爲比。卽如今所設周與今所求徑爲比也。

圓內容各等邊形圓外切各等邊形求邊及積法

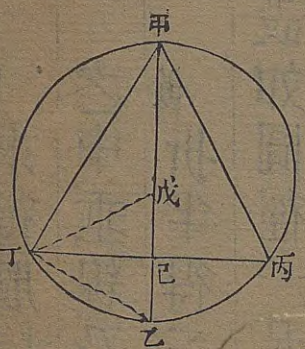
設如圓徑一尺二寸。求內容三等邊形之每一邊及面積幾何。答曰：每邊一尺〇三分九釐二毫三絲有餘。積四十六寸七

十六分五十三釐有餘。法以圓徑一尺爲弦。

如甲半徑六寸爲句。如丁戊卽如丁乙爲圓內

得股一尺〇三分九釐爲內容三等邊形之每一

邊。爰以每一邊爲弦。半邊爲句。



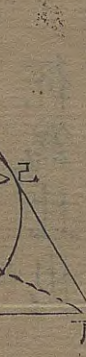


已求得股<sup>九寸</sup>或取圓徑四分之三亦得<sup>甲已</sup>如為三等邊形之中垂線乃以每一邊線與中垂線相乘得<sup>九十三寸五分</sup>七釐有餘折半得三等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切三等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊二尺〇七分八釐四毫六絲有餘積一尺八十七寸〇六分一十四釐有餘法以圓徑<sup>一尺二寸</sup>為弦<sup>如甲乙</sup>即

半徑<sup>六寸</sup>為句<sup>庚</sup>求得股<sup>一尺〇三分九釐二毫</sup>倍之<sup>如丙</sup>為



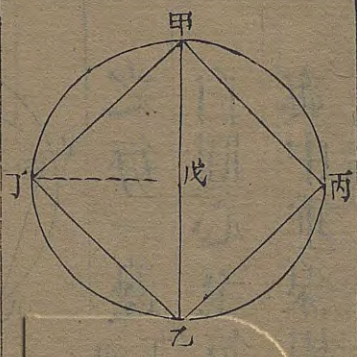
外切三等邊形之每一邊爰以每一邊為弦<sup>如丙</sup>半邊為句<sup>如丁</sup>求得股<sup>一尺八寸</sup>或以半徑

<sup>六寸</sup>三倍之亦得<sup>一尺八寸</sup>為三等邊形之中垂線乃以每一邊線與中垂線相乘得<sup>三尺七十四寸</sup>

八釐有餘折半得三等邊形之面積

設如圓徑一尺二寸求內容正方形之每一邊及面積幾何答

曰每邊八寸四分八釐五毫二絲八忽有餘積七十二寸



法以圓徑折半得<sup>六寸</sup>自乘得<sup>三十六寸</sup>如甲戊積倍之得<sup>七十二寸</sup>即正方形面積開方得正方形之每一邊或以圓徑自乘折半亦得正方形積開方亦得邊<sup>此即斜求方法</sup>

設如圓徑一尺二寸求外切正方形之每一邊及面積幾何答

曰每邊一尺二寸積一百四十四寸法因圓



徑即方邊徑自乘即外切正方形之面積故他法皆不設止存一題以備體焉

設如圓徑一尺二寸求內容五等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊七寸〇五釐三毫四絲二忽有餘積八十五寸五



十九分五十釐有餘 法以圓徑折半得六為首率如庚用

理分中末線詳後三角法中有首率求中率末率使中率末率相加

與首率等之法求得中率三寸七分。八毫二絲有餘。如庚

等邊形之每一邊乃以中率與首率相減餘九釐一毫

八為末率如辛折半得一寸一分四釐五毫九絲為半末率

與中率乙即以此半末率為句中率為弦求得股

絲三寸五分二釐六毫七倍之得內容五等邊形

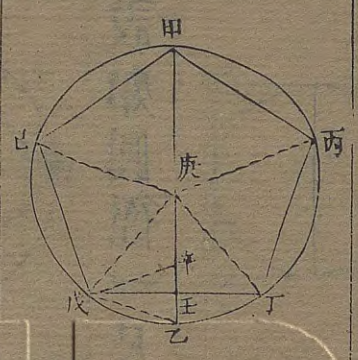
之每一邊如戊又以中率半末率相加得四寸八分五釐為

自圓心至每一邊之中垂線如庚乃以每邊折半之數如戊

與中垂線相乘得十七寸一分九釐有餘五因之得類

角形積丁戊五三即五等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切五等邊形之每一邊及面積幾何



答曰每邊八寸七分一釐八毫四絲八忽有餘積一百三十

寸七十七分七十二釐有餘 法以圓徑折半得六為首率

如辛 亦用理分中末線法求得中率三寸七分。八毫二絲有餘 倍之得

七寸四分一釐六毫四絲有餘為自圓心至每一角之分角線

如辛 乃以分角線為弦圓半徑為股如辛求得

句四寸三分五釐九毫二倍之得外切五等邊

形之每一邊如戊爰以每邊之半與半徑即五三角形之相

乘得二十六寸一十五分五十四釐五因之得類辛戊巳五

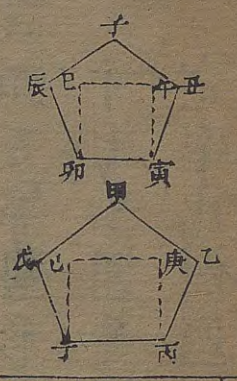
即五等邊形面積

設如五等邊形每邊一尺二寸問面積幾何答曰二百四十七

寸七十四分八十七釐有餘 法用邊線相等面積不同之

定率比例以定率之正方面積一。為一率如午寅卯巳正



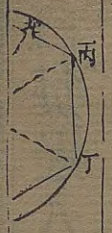


方形五等邊形面積一七二〇。四為二率。如子  
積辰五等。今所設之五等邊形之邊二尺自乘  
得一百四十為三率。如庚丙丁己求得四率即面  
積。如甲乙丙丁戊。若有積求邊則以二率為一率以一率

為二率今所設之積為三率求得四率一百四十四寸開方即得邊  
也其六等邊至十等邊形有邊求積有積求邊之法俱與此  
同故後不再設

設如圓徑一尺二寸求內容六等邊形之每邊及面積幾何答  
曰每邊六寸積九十三寸五分〇四釐有餘法以圓

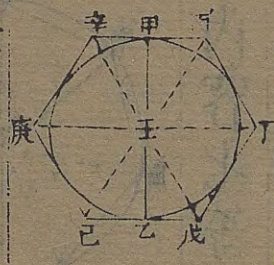
徑折半得六寸即內容六等邊形之每一邊爰以半徑六寸為弦  
如甲每邊折半三寸為勾如甲求得股五寸一分九釐六毫一  
庚為自圓心至每一邊之中垂線乃以每邊之半



與中垂線相乘得一十五寸五十八分八十四釐  
積六因之得類甲丙庚六即六等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切六等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊六寸九分二釐八毫二絲有餘積一尺二十四寸  
七十分七十六釐有餘法以圓徑折半得六寸自乘得六寸



為中垂線三歸四因得四十八寸為每邊線自  
自乘之方故用三歸四因開方得外切六等邊形  
之每一邊如丙乃以每邊之半如丙與半徑如  
壬相乘得二十寸七分八分四十六釐六因之得六寸三  
有餘如丙辛壬一三角形積六因之得六寸三

積即六等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求內容七等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊五寸二分〇六毫六絲有餘積九十八寸五十一



分○三釐有餘。法以圓徑折半得寸六為一率用理分中末

線有一率求二率三率四率使一率與四率相加與二率兩

倍再加一三率等之法求得二率寸六分七釐。二絲五

忽有餘為圓內容十四乃以半徑寸六分為底如王

邊形之每一邊如乙戊用三角形求中垂線

一率二率為兩腰如王戊之法算之求得寸六分。三毫倍之如戊為

內容七等邊形之每一邊爰以半徑寸六分為弦如戊每邊之半

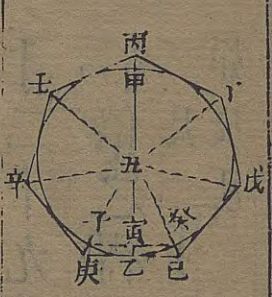
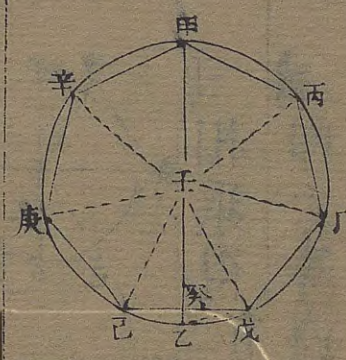
為句如戊求得股寸四分。五毫八為自圓心至每一邊

之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得分二十四寸。七

餘如壬戊巳七因之得類壬戊巳七即七等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切七等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊五寸七分七釐八毫八絲有餘積一尺二十一寸三



十五分六十二釐有餘。照前法求得內容七

等邊形之每邊為五寸二分。六求得自圓心

至每一邊之中垂線為五寸四分。五毫八絲

與癸子之比即如丑乙與己乃以中垂線數為一率每邊之

數為二率今所設之半徑寸六分為三率如丑求得四率為外切

七等邊形之每一邊如己爰以每邊之半與半徑相乘得十

七寸三十三分六釐有比因之得類丑巳庚七即七等

邊形面積

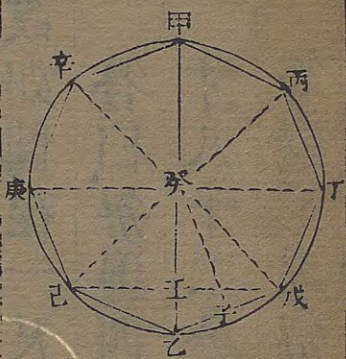
設如圓徑一尺二寸求內容八等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊四寸五分九釐二毫一絲九忽有餘積一尺○一

寸八十二分二十四釐有餘。法以圓徑一尺求得內容四

等邊形之每一邊為八寸四分八釐五折半得四寸二分四





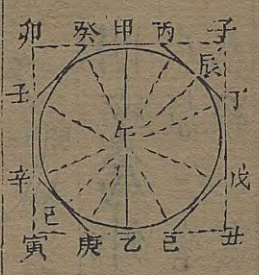
四忽為股如戊壬又以此數與半徑六寸相減餘寸六分有餘寸七分五釐七毫為句如壬求得弦四寸五分毫三絲六忽有餘為內容八等邊形之每一邊爰以餘如戊乙為內容八等邊形之每一邊爰以半徑六寸為弦二寸二分九釐六毫忽有餘

為句如子求得股五寸五分四釐三毫二絲八忽有餘如癸子為自圓心至每一邊之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得十二分七厘

八釐有餘如癸戊八因之得類癸戊乙八即八等邊形面積乙一三角形積

設如圓徑一尺二寸求外切八等邊形之每一邊及面積幾何  
答曰每邊四寸九分七釐○五絲六忽有餘積一尺一十九寸二十九分二十八釐有餘 法以圓徑二尺自乘得四寸

四倍之得二百八十八寸開方得一尺六寸九分七釐內減圓徑一尺二寸餘即外切八等邊形之每一邊如子辰與己寅兩段即如丙丁一面



乃以每邊之半二寸四分八釐五毫二絲八忽與半徑六寸相乘得一十四寸九分一釐一毫六忽八因之得類丙丁八三即八等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求內容九等邊形之每一邊及面積幾何  
答曰每邊四寸一分○四毫二絲二忽有餘積一尺○四寸一十三分○九釐有餘 法以圓徑折半得六寸為一率如子

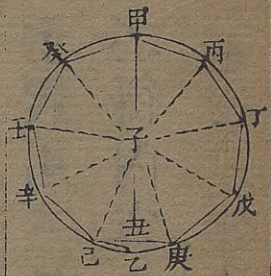
用理分中末線有一率求二率三率四率使一率與四率相加與二率三倍等之法求得二率二寸○八釐三毫七絲七忽有餘為內容九等邊形之每一邊

形之每一邊如子乃以半徑六寸為底如子以一率如子二率如子為兩腰用三角形求中垂線法算之得寸○五釐二毫一倍

之得內容九等邊形之每一邊如子爰以半徑六寸為弦如子

每邊之半為句如子求得股五寸六分三釐八毫一絲五忽有餘如子丑為白圓





心至每一邊之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得一十一寸五十七分。一釐九因之得類子已庚九即九等邊形面積。

設如圓徑一尺二寸求外切九等邊形之每一邊及面積幾何。

答曰每邊四寸三分六釐七毫六絲二忽有餘積一尺一十

七寸九十二分五十七釐有餘。照前法求得內容九等邊

之每一邊為四寸一分。四毫二絲二忽有餘如丑寅求得自圓心至每一邊之

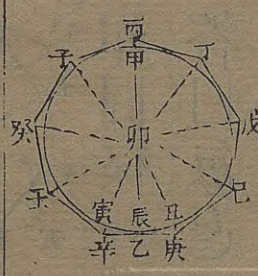
中垂線為五寸六分三釐八毫一絲五忽有餘。與庚辛之比為

如卯辰卯辰與丑寅之比即如卯乙相當比例四率乃以中垂線數為一率每一邊

數為二率今所設之半徑六寸為三率如卯求得

四率為外切九等邊形之每一邊如庚爰以每邊之半二寸

八釐三毫與半徑六寸相乘得一十三寸一十分二十八釐九



因之得類卯庚辛九即九等邊形面積。

設如圓徑一尺二寸求內容十等邊形之每一邊及面積幾何。

答曰每邊三寸七分。八毫二絲有餘積一尺〇五寸八十

分一十釐有餘。法以圓徑折半得六寸為首率如子用理分

中末線有首率求中率末率使中率末率相加與首率等之

法求得中率三寸七分。八毫二絲有餘如己乙即內容十等邊形之每一邊

爰以半徑六寸為弦如子每邊之半一尺八分五釐四毫一絲

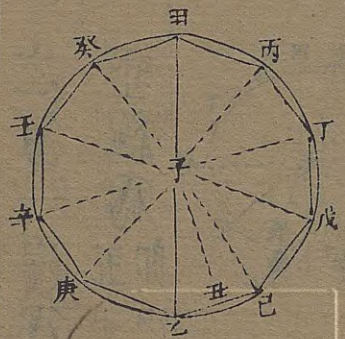
有餘為旬求得股五寸七分。六毫三絲三忽有餘如子丑為自圓

心至每一邊之中垂線乃以每邊之半與中垂

線相乘得一十寸五十八分。一釐有餘。十因之

得類子已乙十即十等邊形面積。

設如圓徑一尺二寸求外切十等邊形之每一邊及面積幾何。





答曰每邊三寸八分九釐九毫○三忽有餘積一尺一十六

寸九十七分一十二釐有餘 照前法求得內容十等邊形

之每一邊為 三寸七分○八毫 求得自圓心至每一邊之中

垂線為 五寸七分○六毫三絲三忽有餘 如辰巳辰巳與寅

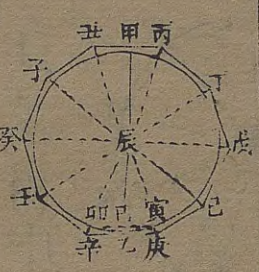
乃以中垂線數為一率每一邊數為二率今所

設之半徑 六寸 為三率 如辰 求得四率為外切十

等邊形之每一邊 如庚 爰以每邊之半 一寸九

與半徑 六寸 相乘得 一十一寸六分九釐七分七釐

十因之得 類辰庚辛十 卽十等邊形面積



丈量田地訣

方自乘之積步明 直田長濶互相乘 甸股圭梭長乘濶  
將來折半步分明 梯斜兩頭濶相併 折半乘長見積分

三廣倍中加二濶 四歸得步以長乘 圓田半周乘半徑

周徑相乘四歸明 橢圓小徑乘大徑 比作長方定率分

環田內外周相併 折半須將徑步乘 半弧將矢乘弧背

折半將來見積分 田形不一須推類 分截裁量術始精

却將積步為之實 二四歸除畝數明

設如方田長濶各六十步問積及稅畝各幾何答曰積三千六



設如長方田 即直 長六十步濶三十步問積及稅畝幾何答曰

積一千八百步稅七畝五分 法以長 六十 濶 三十

相乘得積步 四 除之得稅畝 此之謂直田長濶互相乘也



設如甸股田股長六十步勾濶三十步問積及稅畝幾何答曰

積九百步稅三畝七分五釐 法以股<sup>六</sup>句<sup>三</sup>

相乘折半得積步<sup>四</sup>除之得稅畝

法將半股乘句或半句乘股亦得積步<sup>下三</sup>形同

設如圭田<sup>卽兩等邊</sup>正中長六十步<sup>卽中</sup>下濶三十步問積及

稅畝幾何答曰積九百步稅三畝七分五釐

法以中長<sup>六</sup>下濶<sup>三</sup>相乘折半得積步<sup>四</sup>除之

得稅畝

設如斜圭田<sup>卽不等邊</sup>長六十步正濶三十步<sup>卽中</sup>問積及稅

畝幾何答曰積九百步稅三畝七分五釐 法

以長<sup>六</sup>正濶<sup>三</sup>相乘折半得積步<sup>四</sup>除之得稅

畝<sup>勾</sup>不通方故曰斜圭<sup>但</sup>不量<sup>勾</sup>而量正濶則與正圭無異矣



設如梭田中長六十步中濶三十步問積及稅畝幾何答曰積

九百步稅三畝七分五釐 法以中長<sup>六</sup>中濶

相乘折半得積步<sup>四</sup>除之得稅畝<sup>以上四形</sup>

<sup>文半</sup>故皆用折半法所謂甸股圭<sup>梭長乘濶將來折半步分明也</sup>

設如梯田中長六十步上廣二十五步下廣三十五步問積步

及稅畝幾何答曰積一千八百步稅七畝五分 法併上下

廣共<sup>以</sup>折半得<sup>三</sup>以乘中長<sup>六</sup>得積步<sup>四</sup>除之

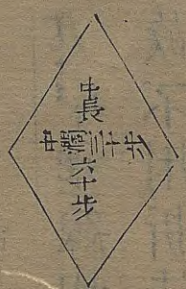
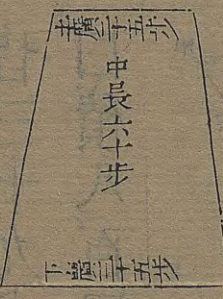
得稅畝 一法併二廣以乘半長或併二廣以

乘長折半俱得積步<sup>下</sup>形同

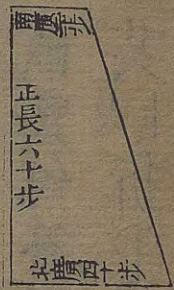
設如斜田正長六十步南廣二十步北廣四十步問積步及稅

畝幾何答曰積一千八百步稅七畝五分 法併南北二廣

其<sup>六</sup>折半得<sup>三</sup>以乘正長<sup>六</sup>得積步<sup>四</sup>除之得稅畝<sup>以上二</sup>







濶廣之有餘以補狹廣之不足適成長方形故用折法所謂梯斜兩頭濶相併折半乘長見積也

設如兩兩等邊無直角斜方形一日象目形小邊皆二十五丈大邊

皆三十九丈對兩小角斜線五十六丈問積及稅畝幾何答

曰積八百四十丈稅一十四畝法以兩三角形算之以對

角斜線為底大小兩邊為兩腰用三角形求中

垂線法求得中垂線丁戊與乙己乃以對角斜

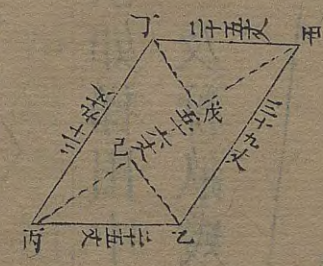
線如五十六丈相乘得八百四十丈每爰以四因

之得二千三百以四除之得稅畝此法因斜線

與中垂線相乘所得比一三角形積大一倍恰合斜方形積

故不用折法即得面積也此法歌訣未載

設如三廣田正長六十步南廣二十七步中廣十九步北廣五



十五步問積及稅畝幾何答曰積一千八百步稅七畝五分

法倍中廣併南北二廣共一百二十步四歸得三十

與長六十步相乘得積步四除之得稅畝此之謂

中加二濶四歸一法併南北二廣折半加中廣

共以乘長折半亦得積步按三廣田即二段梯田之併必其

段長短不等俱不可用必以二梯算而併之乃為無弊

設如方環田外周二十八丈內周一十二丈問積及稅畝各幾

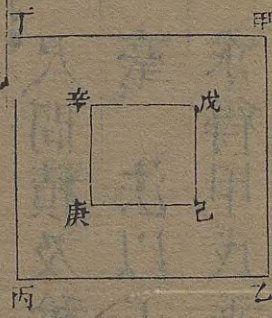
何答曰積一百六十步稅六分六釐三分釐之

二法以外周八丈四歸之得七丈如甲乙自乘得

四丈又以內周二丈四歸之得三丈如丙丁自乘得

九兩自乘數相減餘四丈以每丈四步因之得積步四除之得

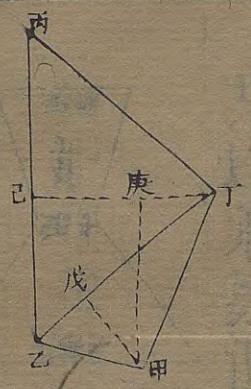
稅畝





設如無直角四不等邊形田甲乙邊十尺甲丁邊十七尺丁丙邊二十八尺乙丙邊三十五尺自丁角至乙角斜線二十一尺問積及稅畝幾何答曰積一十五步一分二釐稅六釐三毫

法以下乙斜線分為甲乙丁丁乙丙兩三角形算之先求得甲戊垂線八尺與乙丁一尺相乘折半得四尺為甲乙丁三角形積又求得丁已垂線一尺八寸與乙丙五尺相乘折半得九尺九寸為丁乙丙三角形積兩積相併得十三尺八寸每步積二十五再以五除之得積步以二除之得稅畝凡無法多邊形皆任以兩角作對角斜線分為幾三角形算之舊術四不等邊形分一句股一斜方算必有二平行線然後可若此形無二平行線者則必分為丁已丙丁甲庚二句股形庚甲乙已一斜方



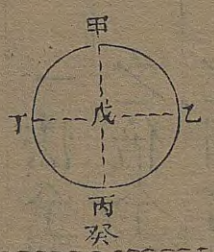
形然後可算不如分兩三角形算為簡捷而密合也法歌訣

載未

設如圓田徑八步問積及稅畝幾何答曰五十步二分六釐五毫四絲八忽二微四纖稅二分〇九毫四絲三忽九微五纖

一沙

五步一分三釐二毫七絲四忽二微二纖折半得一十一二步五分六釐六毫三絲七忽六纖與半徑四相乘得積步四除之得稅畝蓋圓之半徑線如戊若與直



角三角形之小邊線度等如己而圓之周界如甲又與三角形之大邊線度等如庚則此三角形之面積如辛與圓田面積等是故以戊丙半徑相等之已庚與乙丙丁半周相等之庚壬

九章算術卷之二 丈量田地 相乘所得之癸壬庚已長方形同於已庚辛三角形即為圓



田面積也。若以周求積，則用周求徑法，求得半徑與半周相乘，亦得面積。此之謂圓田半周乘半徑也。

一法，全周與全徑相乘，以四歸之，亦得面積。蓋全周為半周之倍，全徑為半徑之倍，則所乘之積必為半與半相乘之積之四倍。為連比例，隔一位相加之比例，故必用四歸而得積也。此之謂周徑相乘，四歸明也。

又徑求積法，以徑自乘得數，與圓積定率七八五三相乘得積。舊術以圓積得方積四分之三，故徑自乘數用七五乘，此仍以周三徑一立法，故徑求積得數必小，積求徑得數必大也。

又周求積法，以周自乘得數，與圓積定率七九五七相乘得積。舊術圓積為周自乘方積十二分之一，故周自乘數用十

二除，此仍以徑一圍三立法，故周求積得數必大，積求周得

數必小也。此二法歌訣未載。

設如橢圓田，一名鴨蛋形，大徑九步，小徑六步，問積及稅畝幾何？答

曰：積四十二步四十一分一十五釐。六十四絲，稅一分

七釐六毫七絲一忽四微五纖八沙六塵。法以大徑九步小

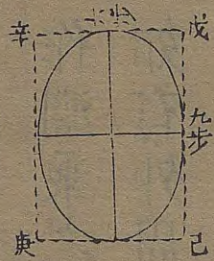
徑六步相乘得五十步為長方積，如戊巳庚辛乃用方邊

圓徑相等方積，圓積不同之定率比例，以方積

所得之長方積五十步為三率，求得四率，即面積

為一率，圓積七八五三為二率，今

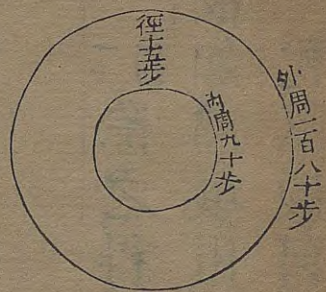
二除之，得稅畝。此之謂橢圓大徑乘小徑，比作長方定率分也。



設如圓環田，外周一百八十步，內周九十步，徑十五步，問積及

稅畝幾何？答曰：積二千。二十五步，稅八畝四分三釐七毫

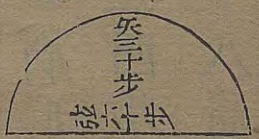




五絲 法併外內二周折半得一百三十五步以徑五步乘之得積步以二除之得稅畝此法併內外二周而折半之者是減外周之長以補內周之短通得兩周中間一路之長恰成直形故以徑

作濶乘之得積步也此之謂環田內外周相併折半須將徑步乘也

如有外周內周求積則先以外周求得外徑次以內周求得內徑乃以兩徑相減餘數折半得環田徑依前法算之得積如有外徑內徑求積則先以外徑求得外周次以內徑求得內周乃以兩徑相減餘數折半得環田徑依前法算之得積  
 設如平半圓弧矢田弦長六十步矢濶三十步問積及稅畝幾何  
 答曰積一十四百一十三步七十一分六十六釐九十二毫五十絲稅五畝八分九釐。四絲八忽六微二纖一沙八



塵七埃五渺 法以弦長六十步即圓徑用徑求周法求得全周一百八十八步四分九釐五毫五絲五忽九微折半得九十四步四分九釐五毫五絲五忽九微與矢濶三十步相乘即得二千八百二十七步四分九釐五毫五絲五忽九微折半得平半圓弧矢田積一千五百三十七步四分九釐五毫五絲五忽九微

二除之得稅畝此之謂半弧將矢乘弧背折半將來見積分也

設如細半圓弧矢田弦長八十步矢濶二十步問積及稅畝幾何  
 答曰積一千一百十八步二十四分五十釐稅四畝六分

五釐九毫三絲五忽有餘 法先用弧矢形有弦矢求圓徑

法見少廣章分田截積類求得圓徑一百步折半得半徑五十步為一

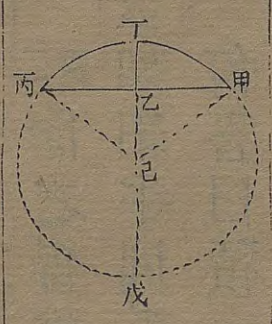
率半弦四十步為二率以半徑五十步為三率求得四率八十步

即甲為甲丁半弧之正弦檢表得五十三度七分倍之得甲

丁丙全弧一百〇六度十八分此先比例得正弦檢表而得弧度

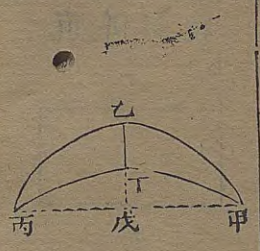


也乃以全圓三百六十度化作一百二十九萬六千秒為一率全弧一百六十度五分之三三十八萬二千化為五百三十八秒為二率全徑一百步求全周得百三十八步一分五釐為三率求得四率九十二步七分二釐為全弧之數此以度分比例得步數也乃以全弧數與半徑五十步相乘折半得二千三百八十八步為自圓心所分弧背三角形積如甲乙丙丁形又於半徑五十步內減矢二十步餘三十步與弦八十步相乘折半得一千二百步為自圓心至弦所分直線三角形積如甲乙丙形



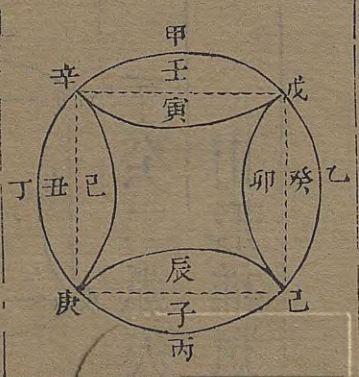
角形積相減餘即弧矢田積二除之得稅畝

設如眉形田兩尖相距弦如長二十四步外弧距弦九步內弧距弦四步俱如問積及稅畝幾何答曰九十三步七十四分五十八釐稅三分九釐〇六絲〇七微有餘照前法求得外



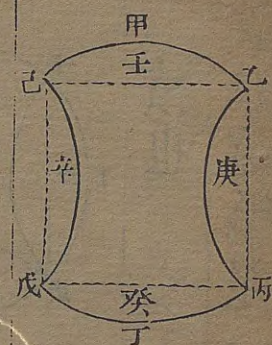
弧矢全積一百五十九步二分又照前法求得內弧矢虛積六十五步七分六釐如甲戊丙丁形相減餘即眉形田積如甲乙丙丁形以二除之得稅畝

設如錢形徑一尺二寸問積幾何答曰八十二寸一十九分四十六釐法以徑二尺求得圓面積一尺一十三寸七分七釐又求得內容方積七寸兩數相減餘四分七十一釐倍之得錢形積如圖甲乙丙丁錢形作戊己己庚庚辛辛戌四線則分為壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形故先求得圓積減去內容方積餘壬癸子丑四弧矢積倍之併得寅卯辰巳四弧矢積即為錢形積也



設如錠形徑一尺二寸問積幾何答曰七十二寸法以徑一尺





壬癸二弧矢積等故乙丙戊己正方形積即與銀錠形積等也

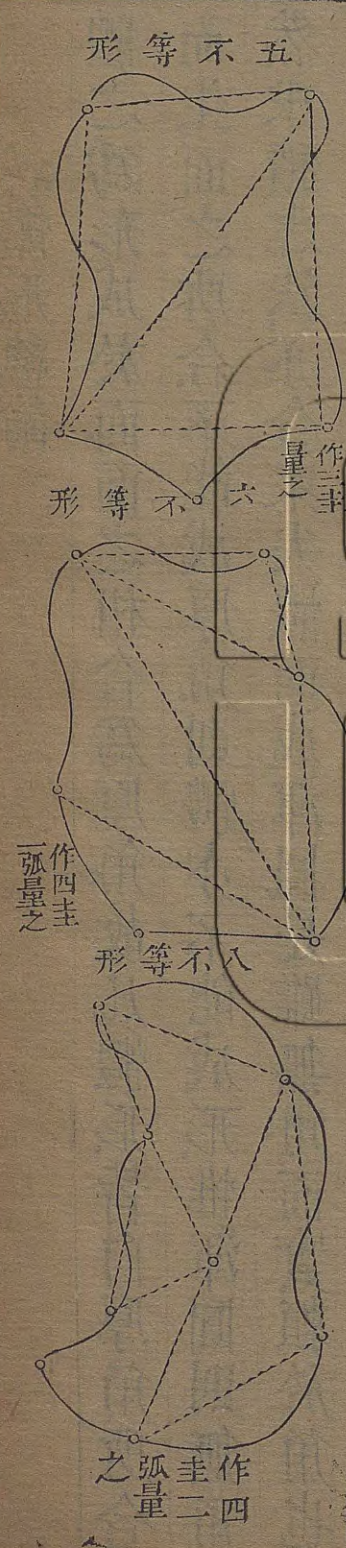
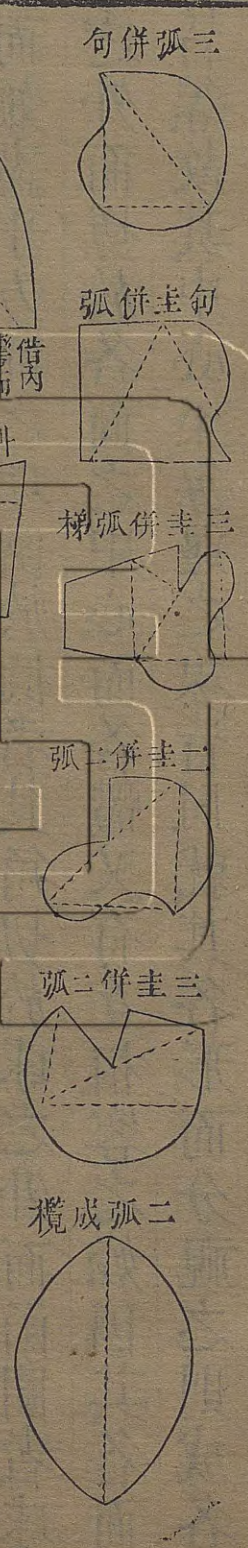
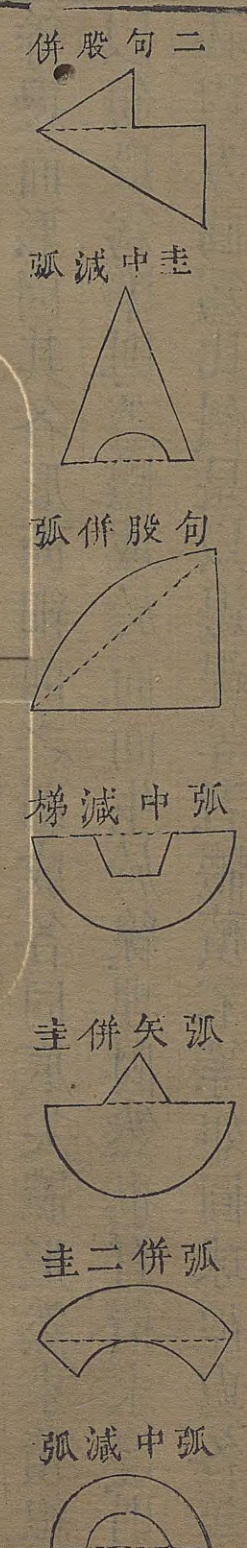
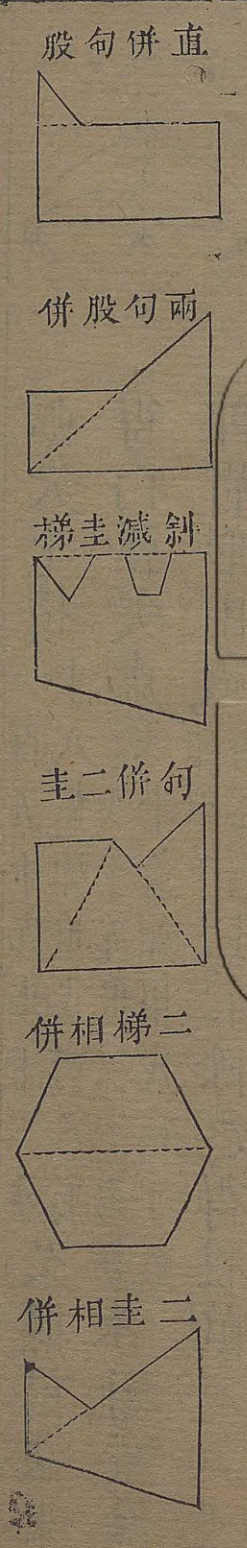
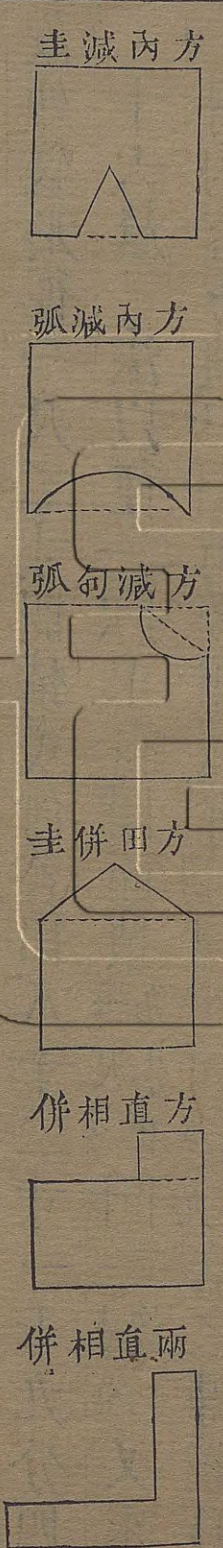
田形推類

此之謂田形不一須推類分截裁量術始精也凡圖中用連點者以為丈量時用繩截補之

二自乘得十四尺四折半即得如圖甲乙丙丁戊

已銀錠形以甲丁徑自乘折半則得乙丙戊己

正方形積容方理其所虛庚辛二弧矢積與所盈







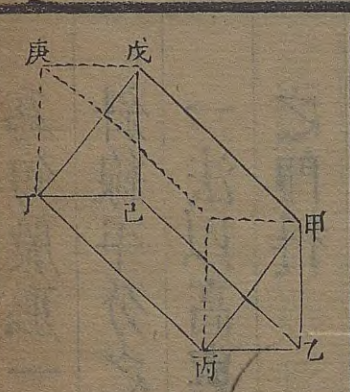


線相等。體積不同。故皆定為體與體之比例也。體積等者。邊線不等。如圓球體積與各等面體積。俱設為一〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇。而圓球徑為一二四〇七〇〇九八。四面體之每邊為二〇三九六四八九〇。八面體之每邊為十二八四八九八二九。十二面體之每邊為五〇七二二七〇七。二十面體之每邊為七七一〇二五三四。此各形之邊線。皆以方邊比例者也。或以圓球徑設為一〇〇〇〇〇〇〇。則圓球體積為五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一。九九二二三。如圓球體積與各等面體積。俱設為五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一。二二三。則圓球徑為一〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體之每邊為八〇五九九五九七四。四面體之每邊為一六四三九四八八一。八

面體之每邊為一〇三五六二二八五十二。四面體之每邊為四〇八八一八九五。二十面體之每邊為六二一四四三三二。此各形之邊線。皆以球徑比例者也。蓋因各形之體積相等。邊線不同。故皆定為線與線之比例也。要之邊求積者。亦皆本於句股。而積求邊者。一皆歸之正方。此方所以為立法之原。入算之本也。

各體形求積法

設如塹堵體形。濶五尺。長十二尺。高七尺。問積幾何。答曰。二百

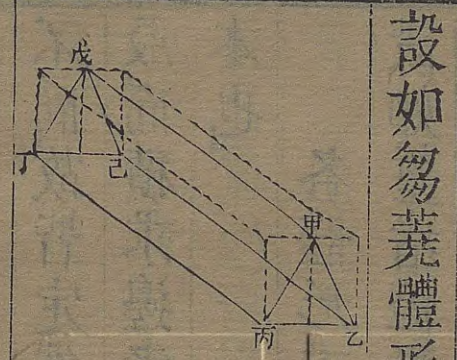


一十尺。法以濶五尺。如乙。乘長十二尺。如丙。得六十尺。如乙丙。又以高七尺。如甲。再乘得四百二十尺。如甲乙丙。折半得塹堵體形積。蓋此形即平行二句股面之三稜體。其兩端之二面。皆



為句股形。一為甲乙丙。一為丁戊己。俱平行為長方體對角斜線平分之一半。故折半而得積也。

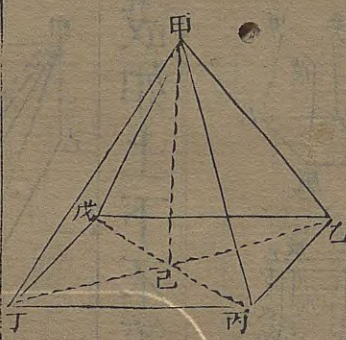
一法以高與濶相乘折半。得乙丙一旬股面積。再以長乘之即得。



設如芻蕘體形。濶四尺高四尺長一十二尺。問積幾何。答曰。九十六尺。兩法皆同。前蓋有直角者為塹堵形。無直角者為芻蕘形。塹堵形為平行兩句股形之三棱長體。芻蕘形為平行兩三角形之三棱長體。故求積法同也。

設如方底尖體形。底方每邊五尺。自尖至四角之斜線皆六尺。問自尖至底中立垂線之高。併積幾何。答曰。垂線高四尺八寸四分七釐六毫八絲有餘。積四十尺三百九十七寸三百

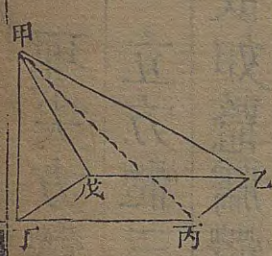
三十三分有餘。法以底方每邊五尺。用方求斜法。求得底面



對角斜線七尺。七分一釐。折半得三寸三分五釐五毫。為句。如乙。以自尖至角之斜線六尺為弦。如甲。用句弦求股法。求得股。如甲。即中立垂線之高。乃以底方邊五尺自乘得二十五尺。如乙。又以此垂線之高再乘得。如丙。丁。戊。平方面積。三

歸之得方底尖體形積。蓋凡方底尖體之積。皆居同高同底立方積三分之一也。

設如陽馬體形。底方每邊六尺。高亦六尺。問積幾何。答曰。七十

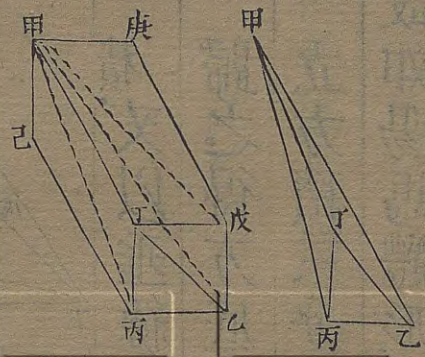


二尺。法以底方每邊六尺自乘得三十六尺。如丙。丁。戊。平方面積。又以高六尺乘之得二百一十六尺。如甲。歸之得陽馬體形積。蓋陽馬體形與尖方體同



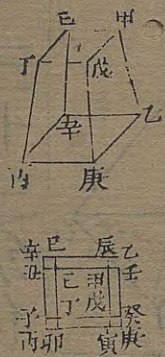
理尖方體形尖在正中陽馬體形尖在一隅皆居同底同高  
立方體三分之一故其算積亦同也。

設如鼈臙體形長與濶俱四尺高九尺問積幾何答曰二十四  
尺法以長四尺如濶四尺如相乘得一十六  
方面積正再以高九尺如乘之得一百四十四  
方體積六歸之得鼈臙體積蓋鼈臙體為陽  
馬體之一半即為同底同高長方體六分之一  
故以六歸之而得積也。



設如上下不等正方體形上方每邊四尺下方每邊六尺高八

尺問積幾何答曰二百〇二尺六百六十六寸  
有餘法以上方四尺自乘得一十六尺如甲戊  
下方六尺自乘得三十六尺如乙庚上下方四尺  
丙辛正方面形



相乘得二十四尺如壬癸三數相併得七十與高八相乘得

六百〇八尺如三歸之得上下不等正方體積蓋三長方體

其一上下方面俱如甲戊丁巳其一上下方面俱如乙庚丙

辛其一上下方面俱如壬癸子丑而乙庚丙辛長方體比甲

戊丁巳長方體多壬癸戊甲戊寅卯丁巳丁子丑辰甲巳巳

四方廉體又多乙壬甲辰癸庚寅戊丁卯丙子巳巳丑辛丙

長廉體而壬癸子丑長方體比甲戊丁巳長方體多壬癸戊

甲巳丁子丑二方廉體若將共多之六方廉體四長廉體俱

截去則此三長方體之上下方面必皆如甲戊丁巳乃以每

一方廉體變為二壑堵體每一長廉體變為三陽馬體共得

十二壑堵體十二陽馬體將甲戊丁巳類三長方體各加四

壑堵體四陽馬體則皆成上下不等三正方體故三歸之而



得一體之積也。

設如上下不等長方體形。上方長四尺。濶三尺。下方長八尺。濶

六尺。高十尺。問積幾何。答曰。二百八十尺。法以上長<sub>四尺</sub>乘

上濶<sub>三尺</sub>得<sub>一十二尺</sub>。下長<sub>八尺</sub>乘下濶<sub>六尺</sub>得<sub>四十八尺</sub>。又以上長<sub>四尺</sub>乘下

濶<sub>六尺</sub>下長<sub>八尺</sub>乘上濶<sub>三尺</sub>共得<sub>四十八尺</sub>。折半得<sub>二十四尺</sub>。三數相併得

<sub>八十尺</sub>。以高<sub>十尺</sub>乘之得<sub>八百四十尺</sub>。三歸之得積。此法與前法同。但

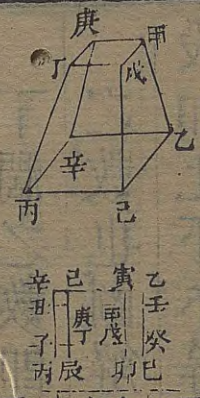
正方體上下俱係正方面。故止用上下方面。各自乘。上方邊

與下方邊相乘。此則上下方面。各有長濶。既用上方長濶相

乘。下方長濶相乘。又必以上長乘下濶。下長乘上濶。相加折

半。以取中數。乃可相併以乘高。三歸之而得體積也。

一法以上長<sub>四尺</sub>乘上濶<sub>三尺</sub>得數倍之得<sub>一十二尺</sub>。下長<sub>八尺</sub>乘下濶<sub>六尺</sub>得數倍之得<sub>四十八尺</sub>。又以上濶<sub>三尺</sub>乘下長<sub>八尺</sub>得<sub>二十四尺</sub>。下濶<sub>六尺</sub>乘上長<sub>四尺</sub>得<sub>二十四尺</sub>。三數相併得<sub>一百一十二尺</sub>。與高<sub>十尺</sub>相乘得<sub>一千一百二十尺</sub>。六歸之得積。此法四數相併乘高共得六長方體積。其二上下方面俱如甲



乘上長<sub>四尺</sub>得<sub>二十四尺</sub>。四數相併得<sub>一百一十二尺</sub>。與高<sub>十尺</sub>相乘得<sub>一千一百二十尺</sub>。六歸之得積。此法四數相併乘高共得六長方體積。其二上下方面俱如甲

戊丁庚其二上下方面俱如乙己丙辛其一上下方面俱如

壬癸子丑其一止下方面俱如寅卯辰巳而二乙己丙辛長

方體比二甲戊丁庚長方體多二壬癸戊甲二戊卯辰丁二

庚丁子丑二寅甲庚巳八方廉體又多二乙壬甲寅二癸巳

卯戊二丁辰丙子二巳庚丑辛八長廉體而一壬癸子丑長

方體比一甲戊丁庚長方體多一壬癸戊甲一庚丁子丑二

方廉體而一寅卯辰巳長方體比一甲戊丁庚長方體多一

寅甲庚巳一戊卯辰丁二方廉體若將其多之十二方廉體

八長廉體俱截去則此六長方體之上下方面必皆如甲戊



丁庚乃以每一方廉體分為二塹堵體每一長廉體分為三陽馬體共得二十四塹堵體二十四陽馬體將六長方體各加四塹堵體四陽馬體則皆成上下不等六長方體故六歸之而得一上下不等長方體積也

又法倍上長得八尺加下長共六尺乘上濶三尺得四十八尺倍下長

得六尺加上長共八尺乘下濶六尺得四十八尺兩數相併共一百一十八尺與高十尺相乘得一千一百八十尺六歸之亦得此法與前法同

此法之倍上長加下長乘上濶之數即前法之上長上濶相乘倍之又加上濶乘下長之數也此法之倍下長加上長乘

下濶之數即前法之下長下濶相乘倍之又加下濶乘上長

之數也圖解並同

按商功章築臺訣即此法

設如上下不等芻蕘體形上長十尺下長十四尺下濶五尺高

十二尺問積幾何答曰三百八十尺法以上長十尺乘下濶

五尺得五十尺如已辛再以高十二尺乘之折半得

三百尺如甲巳辛壬庚又以上下長相減餘四尺

與下濶五尺相乘得二十尺如乙丙辛巳庚壬再

以高十二尺乘之三歸得八十八尺如甲乙辛巳庚壬兩

數相併即上下不等芻蕘體積

設如兩兩平行邊斜長方體形長二尺四寸濶八寸高三尺七

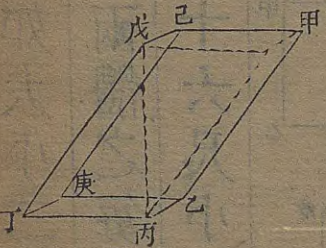
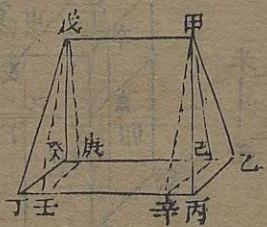
寸問積幾何答曰七尺一百〇四寸法以長二尺四寸乘

濶八寸如得一尺九十二寸如乙再以高七寸乘

如丙乘之得積凡平行平面之間所有立於等

積底之各平行體其積必俱相等故斜倚之長

方體積同於正立之長方體積也





設如大小二正方體共邊二十四尺共積四千六百〇八尺問

兩體之每邊及積各幾何答曰大方邊十六尺積四千〇九

十六尺小方邊八尺積五百十二尺 法以其邊四尺自乘

再乘得一萬三千八百二十四尺內減共積四千

六百〇八尺如壬乙癸子總正方體積餘九千二百一十

六尺辛大兩正方體積餘六尺如丑寅卯

三方廉體積三歸之得三千〇七十二尺如

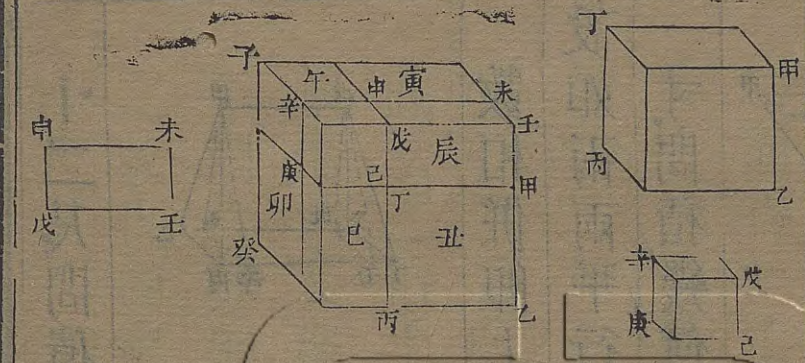
廉體以其邊二十四尺除之得一百一十八尺為長方

面積如未壬乃以其邊四尺為長濶和未壬

甲等其壬戌長與甲乙用帶縱和數開平方法

算之得濶八尺即小方邊未與共邊長濶和相

減餘六尺即大方邊戊如壬各以大方邊自乘再



設如圓球徑二尺問外面積幾何答曰一十二尺五十六寸六

十三分七十釐有餘 法以徑二尺用徑求周法求得周六尺

八分三釐一毫與徑二尺相乘即得蓋凡圓面半徑與球體半

徑等者其圓面積為球體外面積四分之一而圓面半徑與

球體全徑等者其圓面積與球體外面積等故圓球全徑與

全周相乘即得球外面積也

設如圓球徑一尺二寸問積幾何答曰九百〇四寸七百七十

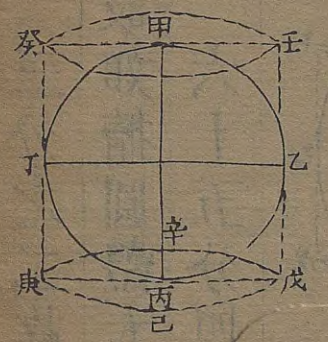
八分六百八十二釐有餘 法以徑二尺用徑求圓面積法

求得圓面積一尺一十三寸〇九分七十三釐

再以徑二尺為高乘之得寸一尺三百五十七

〇二十四釐有餘如三歸二因即得蓋凡球體

與長圓體同徑同高者其球體積為長圓體積







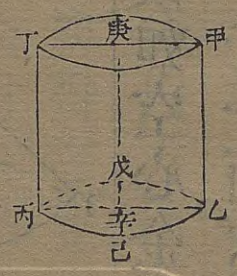


小徑六尺高十尺問積幾何答曰二百一十九尺九百一十一寸四分八十五分六百三十三釐有餘 法以上大徑四尺乘上小徑三尺得十二尺以下大徑八尺乘下小徑六尺得四十八尺又以上大徑四尺乘下小徑六尺得二十四尺下大徑八尺乘上小徑三尺得二十四尺折半得四十二尺三數相併得八十四尺乃用方積圓積之定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇爲一率圓積八七五三九爲二率今所得之八十四尺爲三率求得四率六十五尺九寸三十分三十四釐有餘與高四尺相乘得六百五十九尺七寸三分三十四釐有餘蓋上下不等橢圓面體立法與上下不等圓面體同但彼上下俱係圓面故求得上下三圓面積相併與高相乘三歸之而得體積此上下俱係橢圓面故必求得上下三長方面積相併用定率比例得三橢圓面積



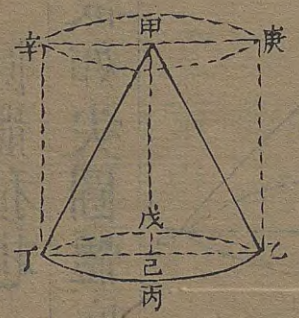
乃與高相乘三歸之而得體積也

設如長圓體徑與高皆七尺問積幾何答曰二百六十九尺三



百九十一寸五百六十九分七百三十七釐有餘 法以徑七尺如用徑求圓面積法求得圓面積三十八尺四寸八分四釐九絲有餘如乙巳丙戊形以高七尺乘之得積

設如尖圓體底徑六尺中高六尺問積幾何答曰五十六尺五



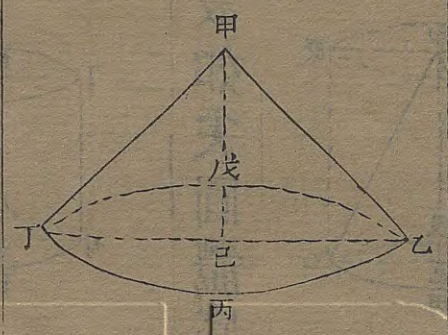
百四十八寸六百六十七分七百七釐有餘 法以底徑六尺用徑求圓面積法求得圓面積二十七寸四分三分三釐八十五毫有餘如乙丙丁戊以高六尺乘之得積一百六十九尺六寸四分三釐三歸之得積一百釐有餘如庚乙丁辛長圓積三歸之得積

蓋上下面平行各體與平底尖體同底同高者其平底尖體



皆得上下面平行體三分之一故以長圓體積三歸而得尖  
圓體積也。

設如尖圓體底周二十二尺自尖至底周之斜線五尺問中垂



線之高幾何答曰三尺五寸六分九釐三毫三  
絲三忽有餘。法以底周二十二尺如用周求  
徑法求得徑七尺。二釐八毫一折半得三  
五寸。一釐四毫。八以自尖至底周斜線五  
忽有餘為句如乙巳。求得股即中垂線之高也。

設如空心金球一箇外徑一尺二寸厚三分問重幾何答曰二

千一百六十七兩九錢四分有餘。法以外徑二尺自乘再  
乘得二十八寸。乃用方邊球徑相等方積球積不同之定率  
比例以方積一。為一率球積八七七五。為二率。

今所得之正方體積一尺七寸。為三率求得四率九寸七

十八分六釐有餘。為球全體積。又以厚三分倍之得六寸與外徑一

寸相減餘一尺四分。為空心徑自乘再乘得寸五尺四百八十一

仍以方積一。為一率球積八七七五。為二率。今

所得之正方體積一尺四寸四分。為三率求得四率七寸

五寸七分三釐四分。為球內空心虛積兩積相減餘一十九寸

六寸四分。為空心球體積。乃以寸為一率。金寸方重十

六兩。為二率。空心球體積為三率求得四率。即空心金球體

之重也。

設如截球體一段高二寸底徑九寸六分問積幾何答曰七十

六寸五百七十一分八十八釐有餘。法以高二寸。如

率。如底徑折半得四寸八分。為中率。如用矢弦求圓徑法求



得球之截徑一尺一寸五分加高二寸得一尺三寸五分為球

全徑庚辛乃用徑求周法求得圓周四尺二寸四分七釐四

庚癸與高二寸相乘得八十四寸九分四厘與甲乙丙截球體一段之外面積等蓋球體全徑與長圓體

底徑高度相等者其相當每段之外面積皆相等故也既得

截球體一段外面積乃與圓球半徑六寸七分六釐相乘得數

三歸得一百九十一寸四分為白圓球中心所分球面

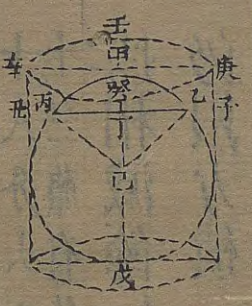
尖圓體積如甲乙丙又以底徑九寸六分用徑求圓面積法求

得底面積七十二寸三分乃於圓球半徑六寸七分六釐與

底面積相乘得數三歸得一百一十四寸八分與

四釐為白圓球中心至截球徑所分平面尖圓體積如甲乙丙

有餘



與球面尖圓體積相減餘即截球體積也

設如四面體每邊一尺二寸問積幾何答曰二百〇三寸六百

四十六分七百三十七釐有餘法以每邊一尺二寸為弦如乙

每邊折半得六寸為句如丙求得股一尺。四微有餘如乙戊即

如甲為每一面之中垂線與每邊一尺二寸相乘折半得六

二寸三十五分三毫為每一面之面積如乙又以每邊二寸

八釐二十四毫有餘為每一面之面積如丙又以每邊二寸

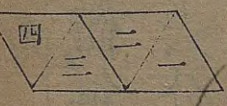
為弦如甲取中垂線三分之二得六寸九分二釐八毫為句

如乙求得股九寸七分九釐七毫九絲五忽九微為自尖至底中心之立垂線

如甲或以每一面之中垂線為弦如甲取中垂線三分之一

得三寸四分六釐四毫為句如乙亦得股如甲

為立垂線以此立垂線與每一面之面積相乘得數三歸之即得四面體之積也按四面體其稜六角四平





九數通考 卷二  
鋪之面亦成  
四三角形

設如八面體每邊一尺二寸問積幾何答曰八百一十四寸五

百八十六分九百七十六釐有餘法以八面體自體正中

對四角上下平分截之則成甲乙巳丁戊丙乙戊丁巳二尖

方體故用二尖方體算之以每邊二寸自乘如

乙得一尺四十四寸為七尖方體之其底面積

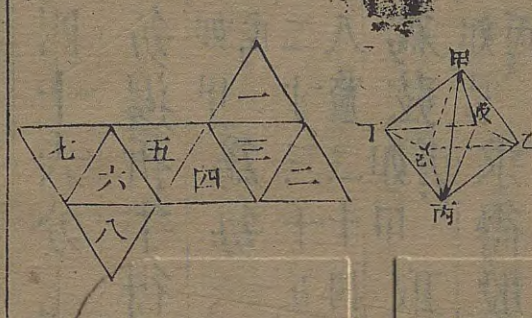
倍之開方得一尺六寸九分七釐五

方體之其高即八面體之對角斜線以此斜線

與其底面積相乘三歸之即得八面體之積也

按八面體其積十二角六

平鋪之面亦成八三角形



設如十二面體每邊一尺二寸問積幾何答曰一十三尺二百  
四十一寸八百六十八分三百四十八釐有餘法分作十

二箇五角尖體算之以每邊一尺求得五等邊

形之分角線為一尺二分七毫八

至每邊之垂線為九寸二分五釐八毫二絲

積為二尺四寸七分七厘四分八毫七釐三十

乃用理分中末線之大分六寸三分九釐九

比全分一為二率如巳今所設之每

邊二寸為三率如辛求得四率一尺九寸四分

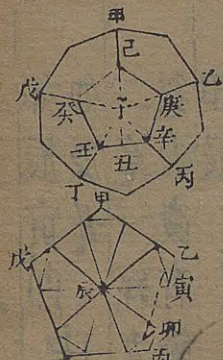
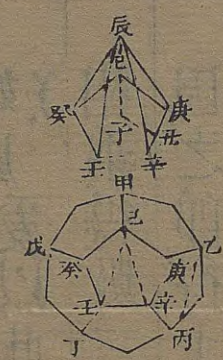
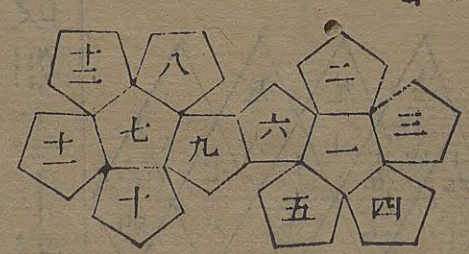
有餘七微為每一面兩角相對之斜線如巳辛即

又用理分中末線之大分六寸三分九釐九

比全分一為二率如辰今所得之兩

角相對斜線如乙折半得九寸七分八毫為

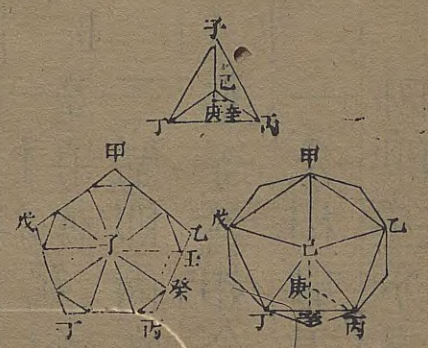
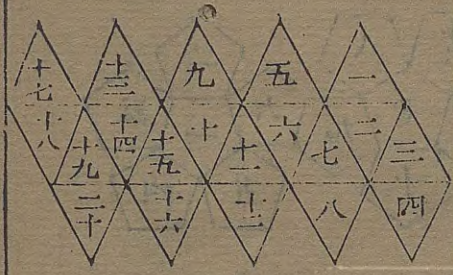
三率如卯求得四率一尺五寸七分二微有餘為十



九數通考 卷二 各體形求積法



二面體之中心至每邊正中之斜線如辰寅乃以此斜線為弦  
如辰寅即中心至每邊之垂線為句如子求得股一分三寸  
如辰丑忽六微有餘為十二面體之中心至每一面中心之立垂線  
子爰以此立垂線與每一面積八尺四寸七分七十四分  
相乘得數三歸得二十九釐有餘為一五角尖體積十二  
因之即得十二面體之積也按十二面體其稜三十角二十  
平鋪之面亦成十二五角形  
設如二十面體每邊一尺二寸問積幾何答曰三尺七百六十  
九寸九百六十八分三百釐有餘法分作二  
十箇三角尖體算之以每邊一尺求得三等邊  
形之分角線為六寸九分二釐八毫二自中心  
至每邊之垂線為三寸四分六釐四毫一面積  
為六十二寸三十五分三十八釐二十乃用理  
四毫有餘如巳丙丁三等邊形面積

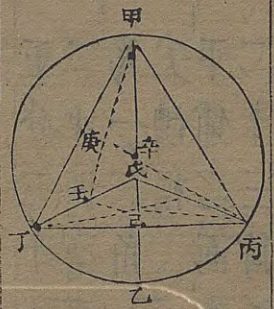


分中末線之大分六一八為一率全分一  
三三九為二率今所設之每邊折半得六為三  
三為四率九寸七分八毫二絲為二  
癸如壬求得四率三微有餘如子壬為二  
十面體之中心至每邊正中之垂線乃以此斜  
線為弦如子壬即中心至每邊之垂線為句如  
辛求得股九寸六釐九毫一絲為二十面體之中心至每一  
面中心之立垂線如子爰以此立垂線與每一面積六十二  
庚五分三十八釐相乘得數三歸得八分四百一十五釐有餘  
為一三角二十因之即得二十面體之積也按二十面體其  
尖體積平鋪之面亦成二十三角形  
二十三角形  
球內容外切各等面體求邊及積法

設如圓球徑一尺二寸求內容四面體之每一邊及體積幾何



答曰每邊九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘積一百一十寸八百五十一分二百五十釐有餘 法以球徑二寸



如甲 三歸二因得八寸為球內容四面體自尖至每面中心之立垂線 如甲已 自乘得六十二歸

三因得六寸開平方得內容四面體之每一邊

如丙 乃用等邊三角形求中垂線法求得每面中垂線八寸

八釐五毫二絲七忽九微有餘如丙壬與甲壬與每邊相乘折半得四十一寸五十分

一十九毫有餘為每一平面積如丙戌爰以中心立垂線八寸相乘得數

三歸即內容四面體之積也此法以全徑三歸二因而得立

垂線者如命甲乙全徑為六分則甲辛半徑為三分辛已為

一分相加得甲已立垂線為四分是立垂線為全徑六分之

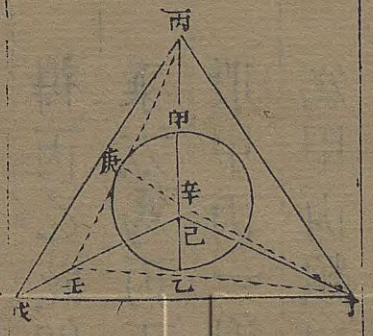
四即三分之二也其以立垂線自乘三歸三因開方而得邊

者凡四面體立垂線自乘方為每邊自乘方三分之二也

設如圓球徑一尺二寸求外切四面體之每一邊及體積幾何

答曰每邊二尺九寸三分九釐三毫八絲七忽六微有餘積

二尺九百九十二寸九百八十三分七百七十六釐有餘



法以球徑倍之得二尺為球外切四面體自尖

至每面中心之立垂線如丙乙 自乘得五尺七

二歸三因得八尺六寸開平方得外切四面體之

每一邊乃用等邊三角形求面積法求得每一

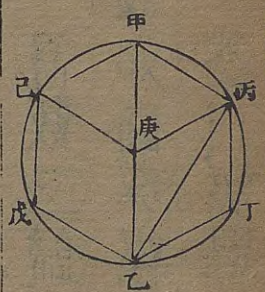
平面積二尺七十四寸一十二分與中心立垂線二尺相乘

得數三歸即得外切四面體之積也

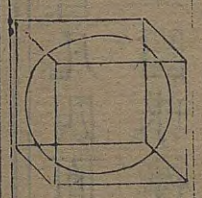
設如圓球徑一尺二寸求內容正方體之每一邊及體積幾何

答曰每邊六寸九分二釐八毫二絲〇三微有餘積三百三





十二寸五百五十三分七百四十四釐有餘  
 法以球徑一尺自乘得一百四十四寸三歸之得四十八寸  
 開平方得球內容正方體之每一邊以一邊自  
 乘再乘即得體積也試以丙丁一邊為股丁乙一邊為句求  
 得丙乙弦即每十面之對角斜線句與股既相等則丙乙自  
 乘方為丙丁或丁乙自乘方之二倍矣又試以丙乙斜線為  
 股甲丙一邊為句求得甲乙弦即圓球徑則甲乙自乘方又  
 為甲丙類自乘方之三倍矣故以球徑自乘三歸開方而得  
 一邊也

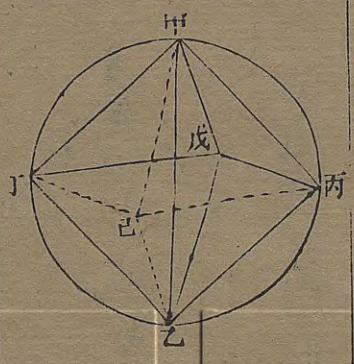


設如圓球徑一尺二寸求外切正方體之每一邊及體積幾何  
 答曰每邊一尺二寸積一尺七百二十八寸  
 法因球徑即方邊自乘再乘即體積故他法皆

不設止存一題以備體焉

設如圓球徑一尺二寸求內容八面體之每一邊及體積幾何

答曰每邊八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘積二百  
 八十八寸  
 法以球徑一尺自乘得一尺四寸折半得七寸開  
 平方得內容八面體之每一邊自乘得七寸與



球徑一尺相乘得數三歸即八面體之積也此  
 法亦以二尖方體算之甲乙球徑為二尖方體  
 之共高即甲丙乙丁正方面之對角斜線試以

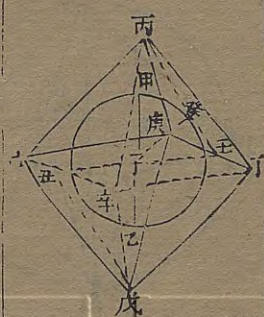
甲丙一邊為股乙丙一邊為句則甲乙球徑為弦句與股既  
 相等則甲乙自乘方為甲丙自乘方之二倍故以球徑自乘  
 折半開方而得甲丙之一邊也以甲丙類之戊丙一邊自乘  
 得戊丙己丁二尖方體之共底面積與甲乙共高再乘三歸



之得二尖方體積卽八面體之總積也。

設如圓球徑一尺二寸求外切八面體之每一邊及體積幾何

答曰每邊一尺四寸六分九釐六毫九絲三忽八微有餘積一尺四百九十六寸四百九十一分八百八十八釐有餘



法以球徑折半得六寸為外切八面體中心至每面中心之立垂線如子自乘得三十六寸六寸因之得

二百一十六寸開平方得外切八面體之每一邊乃用

筆邊三角形求面積法求得每一面積九十三寸五十三分

餘如丙丁庚與半徑六寸如子相乘三歸之得一百八十七寸六寸

有餘為一三角尖體積如子丙八因之卽八面體之總積

也如圖外切八面體自丁辛巳庚四角平分之則成丙丁辛

巳庚戌巳庚丁辛二尖方體將二尖方體自尖依各稜直剖

之則又得子丙丁庚類八三角尖體圓球之外面皆切於各

面之中心圓球之半徑卽八面體中心至每面中心之立垂

線其以立垂線自乘六因開方而得每邊者蓋癸壬為丙壬

一面中垂線三分之一則癸壬自乘方必為丙壬自乘方九

分之一而丙壬自乘方原為丙丁每邊自乘方十二分之一九

則癸壬自乘方必為丙丁自乘方十二分之一又子壬為每

邊之半則其自乘方必為每邊自乘方四分之一今命為十

二分之三癸壬為每自乘方既為邊自乘方十二分之一子

壬為弦自乘方又為邊自乘方十二分之三則子癸為股自

乘方必為邊自乘方十二分之一故用六因也

設如圓球徑一尺二寸求內容十二面體之每一邊及體積幾

何答曰每邊四寸二分八釐一毫八絲六忽五微有餘積六







如申 乃以每邊與邊垂線如辰相乘得數折半五因之得四

九寸九十五分二十六釐九毫有餘為十二面體之每一面積如丙午與球

半徑六寸相乘三歸之得九十九寸九百五分為每一五角

尖體積如寅丙午十二因之即得外切十二面體之總積也

設如圓球徑一尺二寸求內容二十面體之每一邊及體積幾

何答曰每邊六寸三分〇八毫七絲七忽三微有餘積五百

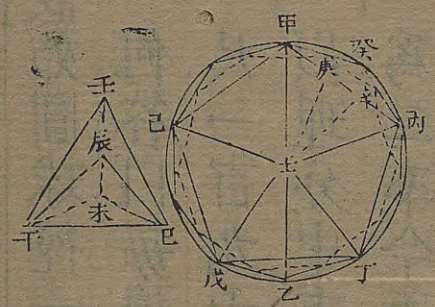
四十七寸八百〇八分四百七十釐有餘法以理分中末

線之全分一〇〇〇〇為股如庚大分六一八

九為句如甲求得弦七一五五為一率如甲

大分六七八九為二率如甲今所設之球徑一

二為三率如甲求得四率六寸三分〇八毫七



即內容二十面體之每一邊乃以每邊用等邊

三角形求面積法求得每一面積一十七寸二十三分四分

午一 又用等邊三角形求外切圓徑法求得半徑即分為三

六分四釐二毫三絲七忽一微有餘為句如未球半徑六為弦如壬巳與求得

股四寸七分六釐七毫為自圓球中心至每面中心之立垂

線如壬與每一面積相乘得數三歸得二十七寸三百九十

餘為一三角尖體積如壬辰巳午二十因之即得內容二十

面體之總積也

設如圓球徑一尺二寸求外切二十面體之每一邊及體積幾

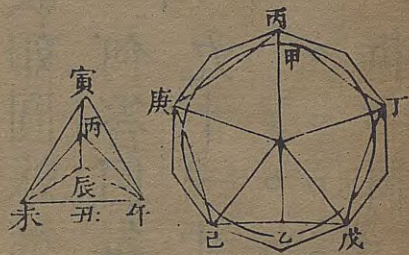
何答曰每邊七寸九分三釐九毫〇一忽四微有餘積一尺

九十一寸六百七十六分有餘 法以理分中末線之全分

一〇〇〇〇 為一率小分三八一九為二率今所設之球徑

折半得六寸為三率求得四率七寸二分九釐一毫為外切二





十面體每面中心至邊之垂線如辰三因之得

六寸八分七釐五毫三絲八忽八微有餘為每面自一角至對邊之

中垂線如丙自乘三歸四因開平方得外切二

十面體之每一邊如午未凡中垂線自乘方為

歸四乃以每邊用等邊三角形求面積法求得

每一面積二十七寸二十九分一釐有餘與球半徑六寸相乘如寅三

歸之得五十四寸五百八十分一釐有餘為一三角尖體積如寅丙二十

因之即得外切二十面體之總積也

盤量倉窖歌

方倉長濶互相乘 高再乘之見積分 圓周自乘求面積

復以高乘總積明 尖堆底周求底積 與高乘見三歸分

倚壁倍周底積見 將來折半與高乘 內角四因周求底

四而取一乘高身 外角三歸四因是 有積四歸復三因

再將高數相乘畢 三法皆用三歸明 若還方窖併圓窖

上下方周各自乘 乘了另將上乘下 併三取一再乘深

圓法三周求三面 相併三歸與高乘 都將二五除積數

一升一合不差爭

設如方倉一座長十五尺濶十五尺高十五尺問積米幾何答

曰一千三百五十石 法以長濶相乘得二百二十五尺再

以高乘之得三千七百五十尺以斛法一尺五寸除之即得

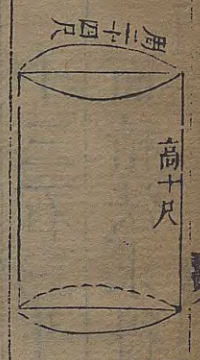
此之謂方倉長濶互相乘高再乘之

見積分也 長倉法同 設如圓倉一座周二十四尺高十尺問積米幾何答曰一百八

十三石三斗四升六合四勺有餘 法以周二十四尺用圓周求

面積法求得圓面積四十五尺八十三寸六分二釐有餘與高十尺相乘得

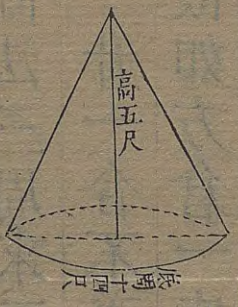




四百五十八尺三百六十寸二分有餘。以斛法二除之即得。  
積復以高乘總積明也。

一法以周乘高取徑四分之一乘之以斛率二除之亦得。  
倉與求長圓體積之法同。

設如平地淋尖米十堆底周十四尺高五尺問積米幾何答曰  
 一十石〇圭斗九升八合一勺有餘。法以底周十四用周



求面積法求得底面積一十五尺五寸七分八釐一十一分八釐  
二毫與高五尺相乘得九百二十七尺九寸五分六釐有餘  
三歸之得二百五十九尺九寸五分六釐有餘以斛法

二除之即得。  
此之謂尖堆底周求底積與高乘見三歸分也。

一法以周乘高取徑四分之一乘之再三歸之以斛率二除之亦得。  
按尖堆與求尖圓體積之法同。

設如倚壁米一堆底周六尺高四尺問積米幾何答曰三石〇

五升五合之勺七撮有餘。法以底周六倍之得全周二尺

用周求面積法求得全面積一十一尺四寸五分  
五釐折半得倚壁堆底面積五尺七寸二分九釐  
有餘與高四尺相乘得二十二尺九寸八分有餘三歸

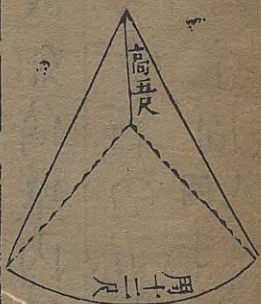
之得七尺六寸三分有餘以斛法二除之即得。  
此之謂倚壁將來折半與高乘也。

一法倍周乘高取徑四分之一乘之再六歸之以斛率二除

之亦得。  
按倚壁居尖圓之半故周用倍法而歸用六也。  
 設如倚壁內角米一堆周十二尺高五尺問積米幾何答曰三

十石〇五斗五升七合七勺有餘。法以周一尺四寸四分得  
 全周八尺用周求面積法求得全面積一百八十三尺三寸





釐有餘 四歸之得內角尖圓堆底面積 四十五尺  
六十六分二釐有餘 與高五尺相乘得 二百二十九尺一  
十二釐有餘 與高五尺相乘得 百八十三寸一百  
分十三歸之得 七十六尺三百九十九 以斛率 二

除之即得 此之謂內角四因周求積四而取一乘高身也

一法四因下周乘高取徑四分之一乘之再十二除之以斛

率 二 除之亦得 按內角居尖圓四分之一故周用四因而歸用十二也

設如倚壁外角米一堆底周三十三尺高六尺問積米幾何答

曰九十二石四斗三升七合一勺八撮有餘 法以周三歸

四因得全周 四尺 用周求面積法求得全面積 一百五十四尺六寸一十

九分八十一釐 四歸三因得外角尖圓堆底面積 一百一十五尺五寸六分

積 四 分八十六釐 四十四毫有餘 與高六尺相乘

得 六 百九十三尺二寸七分八寸九分 三歸之得



二百三十一尺九寸二分八釐有餘 以斛率 二 除之即得 此之謂外角三

歸四因是有積四歸復三因再將高數相乘畢三法皆用三歸明也

一法以周三歸四因乘高取徑四分之一乘之再四歸三因

之再三歸之以斛率 二 除之亦得 按外角居尖圓四分之一三故周用三歸四因乘畢又

用四歸三因復以三歸也

設如方窖一座上方六尺下方八尺深十二尺問積米幾何答

曰二百三十六石八斗 法以上方自乘得 三十六尺 下方自乘

得 六 十四尺上下方相乘得 四十八尺 併三數共 一百一十八尺 三歸之得 四

九尺三寸 三分有餘 再以深乘之得 五百九十二尺 以斛法 二 除

之即得 此之謂上下方各自乘乘了另將上乘下併三取一再乘深也



設如圓窖一座上周十八尺下周二十四尺深十二尺問積米

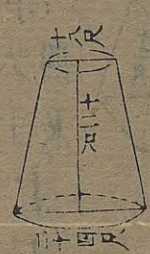
幾何答曰一百六十九石五斗九升五合六勺九撮六抄。



六粟有餘 法以上周自乘得三百二十四尺求得上面積二十七尺

八寸三十一分八毫下周自乘得五百七十六尺求得底面積四十五尺

六十七分四毫上下周相乘得四百三十二尺求得腰面積三十四尺



八再以深尺乘之得四百三十三尺九寸九分以斛率

五除之即得此之謂圓法三周求三面相併三歸與高乘也

設如船倉一隻南頭面廣六尺腰廣六尺五寸底廣五尺北頭

面廣七尺腰廣七尺五寸底廣六尺深二尺四寸長九尺問

積米幾何答曰五十六石一斗六升 法倍南頭腰廣併入

面廣底廣共四尺四歸之得六尺另倍北頭腰廣併入面廣底

廣共八尺四歸之得七尺併二數折半得六尺五寸以深乘之得一

五尺再以長乘之得尺一百四十四寸以斛率五除之即得

設如有席二領長濶相同先以一領作圍較之盛米二石五斗

問席二領作圍盛米幾何答曰二十石 法以蘆席二自乘

得四以較圍米五乘之即得若問三四以外俱做此例自

乘再以較數乘之即得蓋凡面加一倍者積必加四倍為連

比例隔一位相加之比例如面二尺則積得四尺若面加一

倍為四尺則積必加四倍而為十六矣

束法歌

四方之束添八乘 十六歸除數得明 圓束外周加六湊

乘來十二法除清 三角加九乘周數 十八歸除不差爭

各要臨時添一數 束積推詳數可成

設如方束外周四十問積幾何答曰一百二十一 法以外周





加四得四十四歸之得每邊一十自乘即得蓋四隅之四各為兩邊所同用故必以外周加四以四歸之始得每邊之數也

一法以外周加八得八十與外周四十相乘得一千九百二十以六除之得一百加中心一亦得蓋方束以八包一每層皆遞加八為超位平加之數試引而長之成一梯形外周四十即梯底層內周八即梯上層併之以乘層數即得長方形折半即可得積然其層數之五乃係八歸外周所得今以內周八與外周四十相加即與外周四十相乘是未用八歸故將相乘所得之數必以八歸又以二歸始能得積夫先用八歸後用二歸即與用十六歸除等故以十六歸除加中心一而得積也此方束每邊十一係奇數故有中心之一若邊係偶數者則

無中心之一最內一層為四然其算法亦同按後法即歌訣下二條做此

設如圓束外周三十問積幾何答曰九十一法以外周六歸

之得五為一面三角尖堆之每邊用三角尖堆有邊求積法

以每邊五加一得六與每邊五相乘得三十折半得十五為每一

三角尖堆積六因之得十九加入中心一即得

一法以外周加六得三十六與外周相乘得一千八十以二除之



得十九加中心一亦得蓋圓束以六包一每層皆遞加六為超位平加之數故外周加六其用十二除者本應以六除之再以二除之今亦用異

除同除法

設如三稜角外周二十七問積幾何答曰五十五法以外周

加三得二十三歸之得十一為三稜束每邊之數用一面三角尖





堆有邊求積法以每邊十一加一得十與每邊十相乘得一百折半即得蓋三隅之三各為兩邊所同用故必加三以三歸之始得每一邊之數

一法以外周加九得三十與外周相乘得九百七以十除之得四十五加中心一亦得蓋王稜束以九包一每層皆遞加九為超位平加之數故外周加九其用十八除者本應以九除之再以二除之今亦用異除同除法

堆塚法

設如一面直角尖堆底十二問積幾何答曰七十八法以底二加尖上得二十為濶與層數二十為高相乘得一百五十六折半即得七十八

一面三角尖堆同此法與勾股求積異者勾股上尖一即其上之濶成斜方形故用斜田求積法以上濶下濶相併以高數乘之折半而得積也

設如一面梯形堆上五下九問積幾何答曰三十五法以上五與下九相併得十四為濶又以上五與下九相減餘四添一得五為高相乘得七十如斜方積折半即得如止有上濶或止有下濶與層數求積者則於層數內減一餘為上下濶之較與上濶相加得下濶與下濶相減得上濶皆用有上下濶法算之

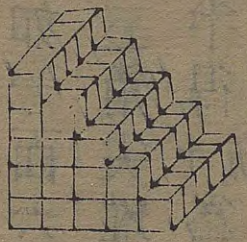
設如一面六角堆每邊六問積幾何答曰九十一法分作六三角尖堆算之以每邊六減一餘五為底與每邊六相乘折半得十五為每一面三角尖堆積六因之加中心一即得與圓理

堆塚訣

缶瓶堆塚要推詳 底脚先將濶減長 餘數折來添半箇  
併入長內濶乘長 再將濶搭一乘實 以三除之數相當



三角果垛亦堪知 底脚先求箇數齊 一二添來乘兩遍  
六而取一不差池 要知四角盤中果 添半仍添一箇隨  
乘此數來以為實 如三而一法求之



設如塹堵堆底五問積幾何答曰七十五 法以底五自乘得  
五 為底面積又以層數五加一得六與底面  
積相乘得一百五十如兩塹垛折半即得此題  
無所 體相合成長方體積

設如三角尖堆每邊五問積幾何答曰三十五 法以每邊加  
一得六與每邊五相乘得三十折半得十五為底面積又以層數  
五加二得七與底面積相乘得一百零五如上下相等平行  
倍 三歸之即得試作點排之第一層為一第二層為三第三  
層為六第四層為十第五層為十五為每次按位相加之數

其以層數加二為高者蓋兩三角面相合比原層數多一層  
今三三角體相湊乃成上下相等平行面之三稜體其高必

比原層數多二層也 此與歌訣法雖小異其理則同  
設如四角尖堆每邊五問積幾何答曰五十五 法以每邊加

半得五箇與每邊五相乘得二十七 又以每邊加一得六乘  
之得一百六十五如上下相等之三倍 三歸之即得試按層作點

排之第一層為一第二層為四第三層為九第四層為十六  
第五層為二十五為每次按位自乘相加之數其以邊數加

半為長以層數加一為高者蓋以三四角尖體相湊乃成上  
下相等之長方體其底必比原有之面多半行其高必比原

有層數多一層也 此即歌訣法

設如長方堆底長九濶七上一行收頂問積幾何答曰一百九



十六 法以長濶相減餘二折半得一添半得一箇併入長

內共十箇以乘濶得七十三又以濶加一為八乘之得五百

八為三長方堆相湊所成之長方體積三歸之即得此亦歌訣法

一法以底濶為方堆之底用四角尖堆有邊求積法求得四

角尖堆積四十七又以底濶七用一面三角尖堆有邊求積法

求得一面三角尖堆積八因長濶相減餘二故以二因之

得五十為兩一面三角尖堆積與前所得四角尖堆積相加

即得此法歌訣所無

半堆訣

半堆塚法另推詳上長倍之加下長却用上濶乘見數

下長仍倍加上長別以下濶乘見積下長另減上頭長

餘存三位同相併再以高乘為實良要知其積從何見

六而取一積該當

設如長方半堆酒瓶一棧上長二十五濶一十二下長三十濶

一十七高六層問積幾何答曰二千四百一十箇法倍上

長加下長以乘上濶得九百另倍下長加上長以乘下濶得

一千四百又以下長減上長餘五三數相併共二千四以六

乘之得一萬四千六歸之即得此即歌訣

一法以底長濶用長方堆求積法求得全長方堆積三千七

百四又以上長濶各減一得長四濶一十為上所虛小長方

尖堆底亦用前法求得小長方尖堆虛積一千三百與前所

得全積相減即得○三角半堆四角半堆求積俱同此法

量木捆訣若量方圓束木即以前束法算之

捆有封書模樣捆法不一一名一深濶各倍相乘以五寸為一

封書一名方捆



用倍法然 丈五除長再乘行 如長若干以每根長一丈五尺除之餘數再乘 書捆加深

為定 如一卦書捆深潤長俱乘訖 方捆須知加潤 如方捆深潤長俱乘訖又

照原潤若干 荒深三折倍成 又名荒排者異前二形即深三折

也 潤長皆是照前因 雖荒排潤亦倍之與三歸深者相三折一

加有準 凡荒排深潤長俱乘訖 亦照深三歸取一加

設如一卦書捆深七尺五寸潤四丈七尺長九丈問木幾何答

曰一萬四千八百〇五根 法倍深得五 十 倍潤得四 九 十 相

乘得 一千四百 為實另置長 九 以每根 五 尺 除之得 六 以乘

實得 八千四百 再以深 七 尺 加之或用 五 七 乘之即得

設如方捆深七尺潤五丈長六丈問木幾何答曰八千四百根

法倍深得 四 十 倍潤得 百 一 相乘得 一千 四 為實另置長 六

以 一 丈 除之得 四 以乘實得 五 千 六 再以潤 五 丈 加之即得

設如荒排深二丈一尺潤四丈四丈長六丈問木幾何答曰八

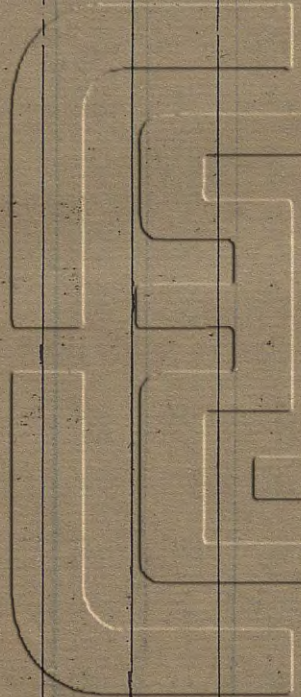
千三百七十七根六分 法以深 二 丈 三歸之得 七 倍之得

一 十 倍潤得 八 十 相乘得 一千 二 百 為實另置長 六 以 一 丈

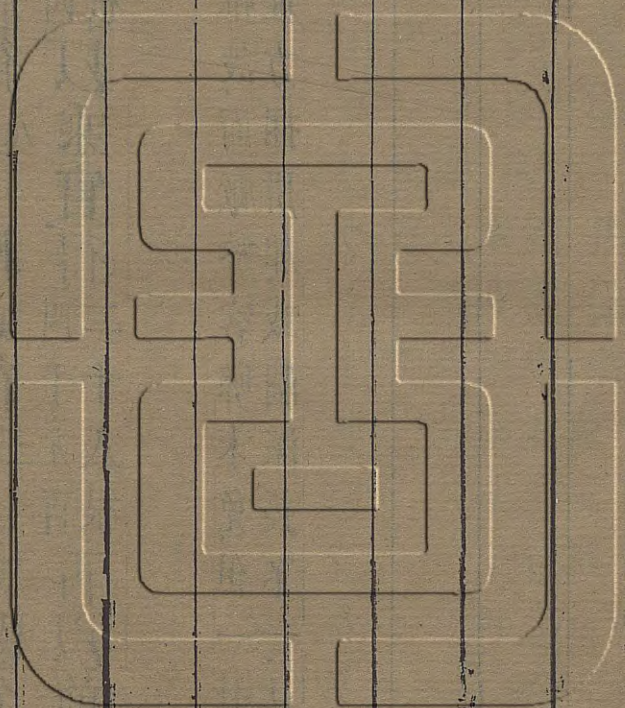
除之得 四 根 以乘實得 四 千 九 百 再以前三歸深所得之 七 加

之即得

右挾法雖設而厥弊容弊未免但一卦書併荒排法無異惟方捆所加或潤深長不一法難必耳







卷二終

九數通考卷三

虞山屈曾發省園氏輯

粟布章第二

此章以量法求多寡以衡法求輕重以度法求長短而易換抽分鍊礦銷銀諸法悉隸入焉

粟布訣

穀為糙米要須知

米實穀法以除之

若將易換貴求賤

乘來除去不差池

設如有穀八百六十八石五斗礬見糙米四百十六石八斗八

升問每穀一石礬米幾何答曰四斗八升 法以糙米為實

以穀數為法除之即得若糙米確白米法同 此所謂穀為糙

穀法以除之也

設如有糯米二百一十六石每糯米一石換粳米一石五斗問

共該粳米幾何答曰三百二十四石 法以糯米為實以每



石加<sup>五</sup>斗為法加之或用<sup>一</sup>石乘之即得

設如有粳米三百二十四石每米一石五斗換糯米一石問其

該糯米幾何答曰二百一十六石法以粳米為實以每石

<sup>五</sup>斗為法定身除之或用<sup>一</sup>石除之即得

設如有米七百六十石每米五斗換豆七斗問其該豆幾何答

曰一千〇六十四石法以米為實以<sup>五</sup>斗歸之以豆<sup>七</sup>因之

即得若用異乘同除法先以豆<sup>七</sup>因之再以<sup>五</sup>斗歸之亦得

設如有豆一千〇六十四石每豆七斗換米五斗問其該米幾

何答曰七百六十石法以豆為實以<sup>七</sup>斗歸之以米<sup>五</sup>因之

即得若用異乘同除法先以米<sup>五</sup>因之再以<sup>七</sup>斗歸之亦得上

四條所謂若將易換貴求賤乘來除去不差池也其驗價易換四色易換見一卷同乘同除法

衡法訣

斤如求兩身加六減六留身兩見斤論銖三百八十四

六十四分為一斤二十四銖為一兩三十二兩一裏名

一秤斤該一十五二秤併之為一鈞四鈞之數為一石

又名一馱實為真二百整斤為一引兩下別有毫釐分

截兩為斤訣

一退六二五 二一二五 三一八七五 四二二五

五三一二五 六三七五 七四三七五 八五

九五六二五 十六二五 十六八七五 二十七五

十三八一二五 四八七五 五九三七五

凡斤下帶兩兩位即設斤位之次止二子共十兩下五子是

五兩也若再遇一兩則進一於斤位退去十五再遇二兩則

進一於斤位退去十四以下做此〇若化兩為斤則用一退

六二五法從未位化起至斤下止不可化至斤上〇若乘除



首位止。○定位法，只認十兩。上是斤，斤上是十兩可也。

設如金一十二斤半，問該兩幾何。答曰：二百兩。此是化斤為

兩法。以<sup>斤半</sup>十二為實，以<sup>斤半</sup>六為法加之。或用<sup>斤半</sup>六兩乘之，即得。所謂

斤如求兩身加六也。

設如銀四百三十三兩，問該斤幾何。答曰：二十七斤。此是化

兩為斤法。以<sup>四百三十三兩</sup>十二為實，以<sup>四百三十三兩</sup>六為法通之。或用定身除法，以

<sup>六</sup>除之。或用<sup>六</sup>為法歸除之，即得。所謂減六留身兩見斤也。

設如心紅每斤價銀三錢八分，問每兩價幾何。答曰：二分三釐

七毫五絲。此是斤價求兩價法。以斤價為實，以截兩法通

之，即得。或置<sup>紅</sup>兩，用截兩法化為<sup>六</sup>二，以斤價乘之，亦得。

設如水銀每兩價銀一分八釐五毫，問每斤價幾何。答曰：二錢

九分六釐。此是兩價求斤價法。以兩價為實，以<sup>六</sup>為法加

之，即得。或以<sup>斤</sup>一化為<sup>兩</sup>十六，以兩價乘之，亦得。

設如大綠六兩，每斤價銀七錢六分五釐，問該銀幾何。答曰：二

錢八分六釐八毫七絲五忽。此亦斤價求兩價法。以斤價

為實，以截兩法通之，得每兩價。再以<sup>六</sup>兩因之，即得。或以綠<sup>六</sup>兩

用截兩法化為<sup>五</sup>七，以斤價乘之，亦得。

設如錠一十八斤，每兩價錢一十二文，問該錢幾何。答曰：三千

四百五十六文。此亦兩價求斤價法。以兩價為實，以<sup>六</sup>為

法加之，得每斤價。再以<sup>八</sup>斤乘之，即得。或以錠<sup>八</sup>斤用加<sup>六</sup>

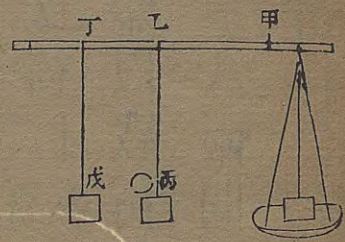
法得<sup>二百八</sup>十八兩，以兩價乘之，亦得。

設如以戥稱銀，戥數不足，將砵上加四兩稱之，得二百兩。原砵

重八兩，問銀實重幾何。答曰：三百兩。法以原砵與今加相

併得<sup>一百一十</sup>兩，以乘今稱<sup>二百</sup>得<sup>二千四</sup>百兩，以原砵<sup>八</sup>兩除之，即得。如

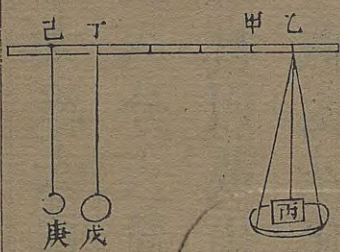




圖甲乙為二百兩之分丙為砵重一十二兩試將甲乙戥衡引長至丁甲丁為三百兩之分戊為原砵重八兩甲乙乘丙砵與甲丁乘戊砵之數等俱二千四百兩故以戊砵與甲乙之比同於丙砵

與甲丁之比為轉比例四率也

設如戥子失去墜砵欲配一砵不知輕重以重三兩之物用六錢之砵稱之得四兩問原砵重幾何答曰原砵重八錢法



以今稱得四兩與今砵重六錢相因得二兩以原重三兩除之即得如圖甲乙為戥盤距提繫之分丙為物重甲丁為三兩之分戊為原砵甲已為四兩之分庚為今砵以比例論之甲乙與戊砵之比同於甲丁與丙重之比又甲乙與庚砵之比同於甲已與

丙重之比是甲丁乘戊砵與甲已乘庚砵之數等俱二兩四錢故以甲丁與庚砵之比同於甲已與戊砵之比為轉比例四率也

設如胡椒六百斤價銀七十五兩問銖分兩裏秤鈞石引及各價各幾何答曰二十三萬〇四百銖每銖價銀三毫二絲五忽五微

三萬八千四百分每分價銀一釐九毫五絲三忽二微

九千六百兩每兩價銀七釐八毫

三百裏每裏價銀二錢五分

四十秤每秤價銀一兩八錢七分五釐

二十鈞每鈞價銀三兩七錢五分

五石每石價銀十五兩又曰馱

三引每引價銀二十五兩



法以六百為實以每裏二歸之得三百就以每秤七裏歸之

得四十又以每鈞二歸之得二十又以每石四鈞歸之得五却

以每石一百二乘之仍得原斤六百乃以每引二百歸之得三

仍用二乘之復得原斤六百乃以加六法加之得九千六又以

每兩四分乘之得三萬八千又以每分六乘之得二十三萬另

以價五兩為實以各得數除之得各每價

設如金與銀鎔於一處其得正方體積二十七寸重二百七十

四兩二錢問金與銀各幾何答曰金體積四寸銀體積二十

三寸法列其積七寸以銀寸方重九兩乘之得二百四與其

重相減餘三十一兩二錢即乃以銀率與金率相減餘七兩

為一率金寸為二率今所餘三十一兩二錢為三率推得四率寸即

金積數於其積內減之餘三寸即銀積數以金率與金積相

乘銀率與銀積相乘併之得共重數若欲先得銀數則以金

寸方重八錢乘其積得四百五十內減共重餘九兩四錢

即銀輕於仍以七兩為一率銀寸為二率今所餘九兩四錢

為三率推得四率三寸即銀積數也

設如金鑲玉爐一座共重四十六兩七錢問金玉各幾何答曰

金積一寸玉積一十一寸五百分法用盛水方器一件置

爐其中實之以水取出爐看水淺幾何設如盛水方器每邊

五寸水淺五分即以每邊寸自乘得五寸以水淺五分為高再

乘得一十二寸為爐之體積即金玉之共積爰置其積以玉

寸方重六錢乘之得三十二兩五錢與其重相減餘一十四兩二錢

數乃以玉率與金率相減餘兩二錢恰與今所餘數相合即

得金積為寸於其積內減之餘五十分即玉積數以金率



與金積相乘。玉率與玉積相乘。併之得共重數。如欲先得玉數。照前求之亦得。

設如金球一箇。徑二寸二分六釐。今欲作一銀球。其重與金球等。問徑幾何。答曰。二寸七分七釐有餘。法以金方邊一寸為一率。銀方邊一寸二分三釐為二率。今所設之金球徑二寸二分六釐為三率。推得四率。即銀球徑也。此法蓋因各色俱為正方體。其重數俱設為十六兩八錢。與金寸方等。故金方邊為一寸。銀方邊為一寸二分三釐。水銀方邊為一寸一分一釐。黑鉛方邊為一寸三分六釐。高錫方邊為一寸三分九釐。白石方邊為一寸八分九釐。水方邊為二寸六分四釐。油方邊為二寸七分四釐。皆係邊與邊之比例。故球徑與球徑之比。同於方邊與

方邊之比。為相當比例四率也。

設如青石一塊。正方一尺二寸。重四千九百七十六兩六錢四分。今欲作與青石一樣大熟鐵一塊。問重幾何。答曰。一萬一千六百二十九兩四錢四分。法以青石寸方重二千兩八錢為一率。熟鐵寸方重六兩七錢三分為二率。今所設之青石重四千九百七十六兩六錢四分為三率。推得四率。即與青石一樣大熟鐵之重數也。

鍊礦成金銀法

設如銅一經入爐。每十斤得八斤。今三經入爐。得七十五斤一

十三兩四錢四分。問原生銅幾何。答曰。一百四十八斤二兩

法以七十五斤用加六法化作兩。併入兩錢分數。共得一千二百

三兩四錢四分。為實。另以八自乘再乘。得五百為法。除之。得二千三百

兩。用斤法六歸除之。得一百四十八一二五乃斤下零數。用



加六法加之即得二併之得原生銅數以八斤自乘再乘為法者所謂異除同除也

設如有金不足色欲鍊成上等好金第一次入爐煨去三分之一第二次煨去四分之一第三次煨去五分之一第四次煨去六分之一方得上等好金二十七兩問原金幾何答曰五百四十兩法借三分四分五分六分俱分得盡之十六為原金總差此數三分之一得十二其四分之一得五十分之一得五十一其五分之一得二十一其六分之一得十七併之得七十五與原借數十六相減餘三為一率得上等好金二十七兩為二率總衰十六為三率求得四率即原金數此法因原金鎔銷四次所存二十七兩故借衰中亦減去四次之數所餘為三衰以三衰與二十七兩之比即六十衰與五百四十兩之比也此用借衰法

設如鍊礦為銀初次入爐每三兩得二兩二次入爐每七兩得五兩三次入爐每五兩得四兩今共鍊得足色銀一十六兩問原礦幾何答曰四十二兩法以銀一十六兩為實先用異乘同乘法以每次入爐三兩七兩五兩相乘得一五百乘實得一十六兩次用異除同除法以每次鍊得二兩四兩五兩相乘得四十五除之即得此用同乘同除法

傾煎論成色法

設如有八五色銀五兩六錢換九五色銀問該幾何答曰五兩

○一分○五毫有餘法先用成色求足色法以入五乘色

銀五兩得足紋銀四兩七錢六分再用足色求成色法以五

除足銀四兩七錢六分即得

設如足色銀七兩六錢五分傾出成色銀九兩問色幾何答曰



八五色 法以足色銀為實以成色銀九兩為法除之即得

設如足色銀三十五兩二錢欲傾八八色問用銅幾何答曰四兩八錢 法以足色銀為實以八八色為法除之得色銀四十兩

內減原銀數餘得銅數

設如有銅七錢五分欲煎八八色銀問用紋銀幾何答曰五兩

五錢 法以銅為實以每兩用銅一錢二分為法除之得色銀六兩

二錢五分內減原銅數餘得紋銀數

量算鹽場散堆歌每方一尺積鹽四十斤

長濶相乘共一遭 已乘之數又乘高 每方四十乘斤數

三百斤歸即引包

設如鹽一堆長一丈五尺濶一丈二尺高六尺五寸問斤引各幾何答曰四萬六千八百斤一百五十六引 法以長乘濶

得一百八尺再以高乘之得一千一百七十尺又以每尺四十斤乘之得

斤數又以每引三百斤除之得引數

度法訣

四丈為疋五丈端 或減或加尺寸寬 端正乘來見丈尺

尺求端正法除看

設如原借人布長四丈濶二尺今將狹布濶一尺八寸者還之

問該長幾何答曰四丈四尺九分尺之四 法以原長乘原

濶得八十尺為實以今濶為法除之即得不盡之數法實皆折半而命之

設如銀二十三兩買布七十五疋每疋長四丈濶二尺今要換

狹布長與前同濶止一尺六寸其所狹之數之價要退還問

該退幾何答曰四兩六錢 法以銀為實另置布七十疋以長

四乘之得三千尺再以濶乘之得六千尺為法除實得每方尺價



三釐八毫三絲三忽有零 另以原濶今濶相減餘寸<sup>四</sup>以乘原長<sup>三</sup>得千<sup>一</sup>尺<sup>二</sup>百<sup>二</sup>為所狹之數乃以方尺價<sup>三釐八毫三絲三忽三微</sup>乘之即得

設如原借人布長二百四十八尺濶二尺一寸今將狹布長二百八十尺還之問該濶幾何答曰一尺八寸六分法以原濶乘原長得<sup>尺五百二十</sup>為實以今長為法除之即得

官糧帶耗訣

官糧帶耗在其中 一石例加七升同 要見正米減去七

隔位除之法更通

設如官糧二千七百六十五石九斗五升內正米一石帶耗米七升問該正耗米各幾何答曰正米二千五百八十五石耗米一百八十石○九斗五升 法以官糧為實以每石<sup>七</sup>隔位除之得正米或以<sup>一石</sup>七升為法除之亦得正米 以正米

為實以耗<sup>七</sup>因之得耗米 若要問正耗其米以正米為實

以耗<sup>七</sup>隔位加之即得其米 若以耗米問正米以耗米為

實以每石<sup>七</sup>為法歸之即得正米

就物抽分訣

抽分法就物中抽一腳價乘他物求 別用腳錢併物價

以之為法要除周 除來便見腳之總 餘者皆為主合留

算者不須求別訣 只將此法記心頭

設如有米三千五百石每石腳價五分因無存銀即將原米抽

出准還照原米價每石六錢五分扣算還腳問主脚米各幾

何答曰主米三千二百五十石脚米二百五十石 法以脚

價<sup>五</sup>乘其米得<sup>一百七</sup>為脚銀數另併脚價<sup>五</sup>米價<sup>六錢</sup>共

錢<sup>七</sup>除之得<sup>二百五</sup>為脚米數以減其米餘<sup>三千二百</sup>為主米



數 一法以米價乘其米得二千二百七十五兩併米價脚價共七錢除之得主米以減其米餘為脚米此法因三千五百石為正米脚米之共數故併米價脚價得七錢亦為米價脚價之共數以總價與總米之比即同於脚價與脚米之比又總價與總米之比即同於米價與正米之比也

設如白羅六十七丈五尺令於內抽一丈七尺五寸買顏色作染染得紅羅六丈二尺五寸問其各該幾何答曰紅羅五十二丈七尺三寸四分三釐七毫五絲買顏色羅一十四丈七尺六寸五分六釐二毫五絲法以染紅羅六丈二尺五寸乘總羅六十七丈五尺得四百二十一丈八尺七寸五分為實併染紅羅顏色羅共得八丈為法除之得紅羅數以減總羅餘得顏色羅數此即前條後一法

設如絲四十三斤十二兩織絹每疋用絲一斤與織工絲四兩

問其各該幾何答曰織絹絲三十五斤即織成絹疋織工絲八

斤一十二兩法以總絲二兩化為七共四十三以織工絲

四兩化為二乘之得九十三為實另併織絹絲織工絲共一

五為法除之得八斤七五乃斤下零數以六加之為二是

織工絲以減其絲餘得織絹絲一法以總絲四十三化為六

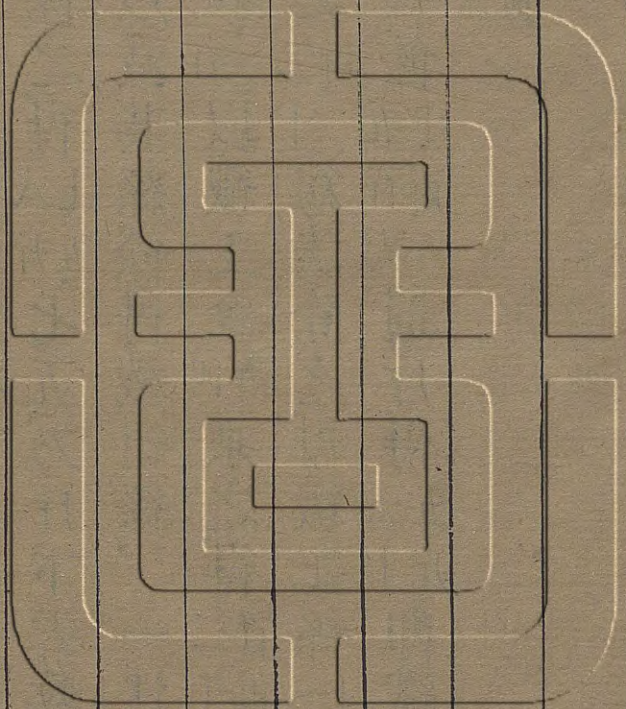
八十共七以織工絲四乘之得二千八百為實另併織絹絲

織工絲共二十為法除之得織工絲一百四通斤得八斤一

以減總絲餘五百六通斤得三十即織絹絲也前法以斤算後法以兩算

皆與首條前一法同





九數通考卷三終

衡法補遺

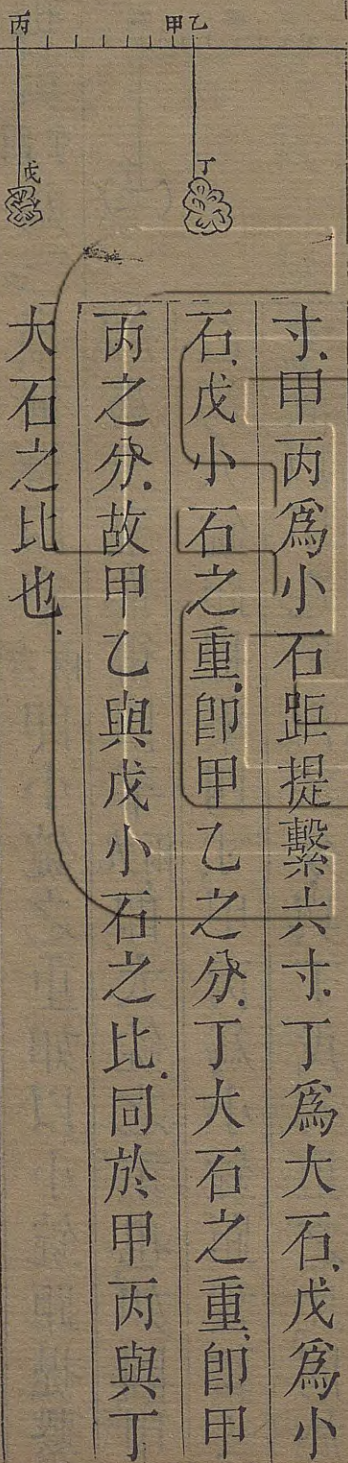
設如有一大石不知其重但知一小石重四兩求大石重幾何

答曰大石重二十四兩 法用一木杆結繫於中兩端令平

乃以大石掛於一端小石作砵稱之如大石距提繫寸小石

距提繫寸得平則以寸為一率小石重兩為二率寸為三率

推得四率兩即大石之重也如圖甲乙為大石距提繫一



寸甲丙為小石距提繫六寸丁為大石戊為小石戊小石之重即甲乙之分丁大石之重即甲丙之分故甲乙與戊小石之比同於甲丙與丁

大石之比也

設如有銀大小二錠共重十五兩求大小錠各重幾何答曰大

錠重九兩小錠重六兩 法用一木杆結繫於中兩端令平



乃以大錠小錠各掛一端如大錠距提繫<sup>四寸</sup>小錠距提繫<sup>六寸</sup>得平則以<sup>四寸</sup>六寸相加得<sup>十寸</sup>為一率共重<sup>十五兩</sup>為二率大錠距

提繫<sup>四寸</sup>為三率推得四率<sup>六兩</sup>即小錠之重如以小錠距提繫

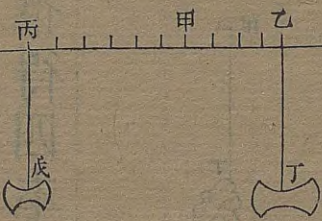
<sup>六寸</sup>為三率推得四率<sup>九兩</sup>即大錠之重也如圖甲

乙為大錠距提繫四寸甲丙為小錠距提繫六

寸故以甲乙甲丙共分與丁戊共重之比同於

甲乙與戊小錠之比亦同於甲丙與丁大錠之

比也



九數通考卷四

虞山屈曾發省園氏輯

差分章第三

差者等也物之混者求其等而分之以人戶之差求賦稅多寡以官品之差求俸祿多寡以物價之差求貨物多寡以合木之差求得利多寡之類是也

差分訣

差分法數不相平須要分教一分成將此一分為之實

乘來各數自無零法曰以總物為實併各差為法除之得一差以乘各差所謂乘而相併除而又乘者是也

四六差分

法各以四為首用加五以求各差首位四就身加五得六又加五得九又加五得十三差五

分又加五得二十差二分五釐如二位者四併得十三位者六併得十六

九併得二十四位者三差五分併得三十二五位者四併得三十六

差二分併得五十二差五釐併得七十二差五釐各併為法除實得一差以乘各差即得



設如有米一千五百五十八石。令甲乙丙三人四六納之。問各該幾何。答曰：甲七百三十八石，乙四百九十二石，丙三百二十八石。法以米為實，併丙四乙六甲九共十九為法除之，得八十

為一衰，以各人差數乘之，即得各人納米數。若令四人四六納之，則併三十一衰五分除總米，得一差數。若令五人四六納之，則併五十二差七分五釐除總米，得一差數。位數多者俱照此類併。設如有米三百八十五石五斗二升，令二等八人戶四六納之上

等二十六戶，下等四十戶，問二等每戶及每等各該幾何。答曰：上等每戶七石三斗二升，共七百九十九石三斗二升，下等每戶四石八斗八升，共一百九十五石二斗。法以上等戶

數六因之，得一百五十六差，下等戶數四因之，得一百六十差，併之共一百一十六差。為法除總米，得一石二斗二升為一差，以六因之，得上等每戶數，以四因之，得下等每戶數，各以戶數乘之，得各等共米數。

二八差分

法各以二為首，用四因以求各差。首位二，以四因之得八，又四因得三十二，又四因得一百二十八，又四因得五百十二，如位數多者遞四因以生各差，做此。二位者二併得十，三位者八併得二十，四位者二十四併得八十，五位者一百一十二併得三百一十二。各併為法，除實得一差，以乘各差，即得

設如有金三千兩，令甲乙丙丁四人二八納之，問各該幾何。答曰：甲二千二百五十八兩八錢一分六釐，乙五百六十四兩七錢〇四釐，丙一百四十一兩一錢七分六釐，丁三十五兩

二錢九分四釐。法併甲一百二十八乙一百一十二丙八丁二共一百七十三為法，以除總金，得十七兩六錢四分七釐零為一差，以乘各人差數，即得各人應

三七差分



法各以三為首除二位者不用求差外三位者用三因為首差  
 四位者用九因為首差五位者用二十七乘為首差却各用三  
 歸七因以求各差二位者甲七乙三不用求差三位者以三因  
 得九為丙差却以九三歸七因得二十一  
 為乙差以二十一三歸七因得四十九為甲差四位者以九因  
 得二十七為丁差却以二十七三歸七因得六十三為丙差  
 以六十三三歸七因得一百四十七為乙差以一百四十七三  
 歸七因得三百四十三為甲差五位者以二十七乘三得八十  
 一為戊差却以八十三歸七因得一百一十九為丙差以一百  
 一十九三歸七因得一百七十一為乙差以一百七十一三歸  
 七因得二百五十九為甲差  
 若位數多者通用三因異乘同乘法以求首差却各用三歸七  
 因法以求二位者三併得十三位者九三十一併得九十四位  
 者二十七六十三一百併得八十五位者四十一一百八十九  
 二十九二千併得四千一百各併為法除實得一差以乘各差  
 四百一併得四十一  
 即得

設如有銀四百九十七兩七錢令甲乙丙三人三七分之間各

該幾何答曰甲三百〇八兩七錢乙一百三十二兩三錢丙

五十六兩七錢法併甲四十九乙七十九共九十為法以除總銀

得六兩三錢為一差以乘各人差數即得各人應分銀數

遞折差分亦曰一線差分

設如有絹四百七廿丈一尺八寸四分令三等入戶照十分之

六遞折納之上等二十五戶中等三十戶下等四十八戶間

各等每戶該納幾何答曰上等每戶七丈八尺中等每戶四

丈六尺八寸下等每戶二丈八尺〇八分法置上等戶數

以一百因之得二千五百中等戶數以十六因之得一千八百下等戶

數以三十因之得二千七百併之共六千〇二十八為法以除總

絹得八分為一差以乘各戶差數即得各戶應納絹數

設如生銅入爐鎔化三次每一次去渣十分之二淨得上好熟



銅二百四十八兩問原銅幾何答曰四百八十四兩三錢七分五釐法以熟銅為實以八分自乘再乘十分去渣二分得淨銅八分故以八

為得五分十法得二分為法除之即得此異除同除法本應先以八分歸

熟銅二百四十八兩得第三次入爐銅三百再以八分歸三百得第二

次入爐銅三百八十五錢復以八分歸三百八十五錢得第一次入爐銅

四百八十四兩今以八分自乘再乘為法以代三次歸除而數

則一也定位法歸除三次故亦提前三位

設如有絲三百六十九斤令甲乙丙丁四人照十分之八遞折

分之問各得幾何答曰甲一百二十五斤乙一百斤丙八十

斤丁六十四斤法以一千為甲差八百為乙差四百為丙差二百

二十為丁差先將各人差數乘總絲為實然後併四人差數共

二千九百五十二為法除之得各人應得絲數此用先乘後除法若照前先除後乘須用通分否則斤數有奇零矣

加倍減半差分亦曰折半差分

法以所分物折半為差二位者二併得三三位者一併得七

四位者一併得五五位者一併得三各併為法除

實得一差以乘各差即得若位數多者遞用倍法以生各差做

此設如一人織絹日加一倍至第四日織成六丈七尺五寸問每

日織幾何答曰初日四尺五寸次日九尺第三日一丈八尺

第四日三丈六尺法併初日一次日二第共五為法以

除總絹得四尺是初日所織倍之得次日所織又倍之得第

三日所織又倍之得第四日所織設如一人借銀為商三次每次得利俱倍每次還銀二百兩三



次之後本利恰盡問原本幾何答曰一百七十五兩 法以  
 三次倍利一、二、四併之共七以乘三次還銀二百得一千四折  
 半三次得原本 一法以七乘二百得一千四 另以利率七  
 加本率一共得八為法除之亦得

設如一人賣酒每日比原數添一倍一日賣一斤六日賣完問  
 原酒幾何答曰一十五兩七錢五分 法以六次添倍共六  
三以乘每日賣六兩得十八 折半六次即得 一法以六  
三乘六兩得十八 另以添率三加原率一共四為法  
 除之亦得

遞加遞減差分

遞加者其數自少而多以漸而加也遞減者其數自多而少以  
 漸而減也加減之數遞次皆同故以遞次名之法中有三色者

以總法除總實即得中一數凡單位者俱做此五色七色九色  
 之類是也有四色者以總法除總實得中二數相和折半之數  
 凡雙位者俱做此六色八色十色之類是也既得中數按定數  
 加減首尾各數俱可得矣若命法中不定加減分數者則挨次  
 為差如二位者一、二併得三三位者一、二、三併得六四位者一、二、三、四併  
 得十五位者一、二、三、四、五併得十五各併為法除實得一差以乘各  
 差即得若位數多者挨次  
 遞增併之為法

設如有金七十五斤分與公侯伯子男五等自男以上遞加五  
 斤問各該幾何答曰公二十五斤侯二十斤伯十五斤子十  
 斤男五斤 法以五為法除總金數得十五是中一數為伯  
 所得加五為侯所得再加五為公所得於中數內減五為子  
 所得再減五為男所得



設如有鉛三百五十斤。欲作四球。依次遞加二十五斤。問各球重數幾何。答曰。第一球五十斤。第二球七十五斤。第三球一百斤。第四球一百二十五斤。法以<sup>四</sup>球除總鉛。得<sup>八十七斤半</sup>。為第二第三球相和折半之數。乃以遞加<sup>二十斤</sup>折半。得<sup>十二斤半</sup>。與中數<sup>八十七斤半</sup>相加。為第三球重。再加<sup>二十斤</sup>。為第四球重。以<sup>二十斤半</sup>與中數相減。為第二球重。再減<sup>二十斤</sup>。為第一球重。

設如有銀九十二兩。令伯仲叔季四子。遞減分之間。各得幾何。答曰。伯三十六兩八錢。仲二十七兩六錢。叔十八兩四錢。季九兩二錢。法併<sup>伯四仲三叔二季一</sup>共得<sup>十</sup>為法。以除總銀。得<sup>九兩</sup>。為季所得數。自下而上。遞加<sup>九兩</sup>。為叔仲伯所得數。

設如有中式舉人一百名。第一名賞銀一百兩。以下遞減五錢。問共該銀幾何。答曰。七千五百二十五兩。法以<sup>一百</sup>減去

第一名<sup>九十九名</sup>。以乘<sup>五錢</sup>。得<sup>四十九兩五錢</sup>。即第一名多於末名之數。以減<sup>一百</sup>。餘<sup>五十五兩</sup>。乃末名銀數。與首名<sup>一百</sup>相加。共<sup>一百五十五兩</sup>。以乘<sup>一百</sup>。得<sup>一萬五千</sup>。折半。即得。或併首末名數折半。得<sup>七十五兩五分</sup>。以乘<sup>一百</sup>。亦得。蓋首名得數最多。末名得數最少。兩數相併折半。即為中數。以中數乘名數。適得其數也。

設如一人織布。歷十三日。共織一千三百五十二寸。因日漸長。每日加功六寸。至末日。比初日多織七十二寸。問初末兩日各織幾何。答曰。初日六十八寸。末日一百四十寸。法以<sup>三十</sup>除共織數。得<sup>四十四寸</sup>。乃初末兩日之中數。即第七日所織之數。爰以第七日上計。初日下計。末日俱得<sup>六分</sup>。於是<sup>六分</sup>與日加<sup>六寸</sup>相乘。得<sup>三十三寸</sup>。乃以<sup>三十三寸</sup>於第七日數內減之。得初日所織之數。於第七日數上加之。得末日所織之數。此法雖求



初末兩日之數然必先求得中數既得中數按分加減何所不得此又遞次加減法中之又一例也

超位加減差分

超位加減者加減之中遞次分數不同即如三人分銀一得三分一得五分一得八分而彼此分數之比例不同又如三人買物第一人比第二人多出二倍第二人比第三人又多出一倍而加倍之比例不同故謂之超位加減然立差分求之與遞次加減無異故列於遞次加減之後

設如有銀五千兩買馬四匹園一區宅一所其園價比馬價多

三倍而宅價比園價又多四倍問各價幾何答曰馬價二百兩園價八百兩宅價四千兩法以 $\frac{1}{5}$ 為馬差 $\frac{4}{10}$ 為園差 $\frac{12}{100}$ 為宅差併之得 $\frac{25}{100}$ 為法以除總銀得 $\frac{200}{1}$ 為一差數以

乘各差即得各價

設如一人為商三次初次獲利比原銀多二倍二次獲利比初

次本利共銀多四倍三次獲利比二次本利共銀又多三倍

共計獲利併原銀得九百兩問原銀幾何答曰一十五兩

法以 $\frac{1}{5}$ 為原銀差 $\frac{2}{10}$ 為初次本利共銀差 $\frac{15}{100}$ 為二次本利

共銀差 $\frac{60}{100}$ 為三次本利共銀差即以此 $\frac{60}{100}$ 為法以除共

銀 $\frac{900}{100}$ 即得原銀數

設如有米二百六十五石令三等人戶出之上等二十戶每戶

比中等多七斗中等五十戶每戶比下等多五斗下等一百

十戶問每戶各幾何各等共幾何答曰上等每戶二石四斗

共四十八石中等每戶一石七斗共八十五石下等每戶一

石二斗共一百三十二石法置中等 $\frac{50}{1}$ 以每戶多下等



五因之得<sup>二十</sup>置上等<sup>二十</sup>以每戶多下等<sup>二石</sup>乘之得<sup>十二</sup>  
 斗<sup>五</sup>併之共得<sup>九十</sup>以減總米餘<sup>二百</sup>十為實併三等戶數共  
 石<sup>一百</sup>為法除之得<sup>二</sup>斗是下等一戶所出數加<sup>五</sup>是中等一  
 戶所出數再加<sup>七</sup>是上等一戶所出數各以戶數乘之得各  
 等共米數

互和折半差分

互和折半者亦如遞次加減之理但用法微異遞次加減知總  
 物數知總人數併知遞加遞減之數以求各數互和折半則亦  
 知總物數知總人數但知首末兩人之較數而求遞加遞減之  
 數以得各數是以三色者第一第三兩數相和折半即第二數  
 四色者第一第四兩數相和折半即第二第三兩數之中數既  
 得中數按較數之分加減之即得遞加之數五色六色以至多

位者止分奇耦立法總以三四為例俱可以相和折半而得故  
 名之曰互和折半也

設如有米一百八十石令甲乙丙三人互和折半分之但知甲  
 多丙米三十六石問各該幾何答曰甲七十八石乙六十石  
 丙四十二石 法以<sup>三</sup>除總米得<sup>六十</sup>石即乙應得之中數乃  
 以甲多丙<sup>三十六</sup>石<sup>十二</sup>分之二得<sup>八十</sup>石加於乙數內即甲應得數於  
 乙數內減之即丙應得數

設如有銀二百四十兩令甲乙丙丁四人互和折半分之但知  
 甲多丁一十八兩問各該幾何答曰甲六十九兩乙六十三  
 兩丙五十七兩丁五十一兩 法以<sup>四</sup>除總銀得<sup>六十</sup>兩即乙  
 丙兩人相和折半之中數乃以甲多丁<sup>一十八</sup>兩<sup>八</sup>兩三歸之得<sup>六</sup>兩即  
 四人遞加之數折半得<sup>三</sup>兩乃中兩人相和折半數與中兩人



應得數之較以此<sup>三</sup>與<sup>六十</sup>相加得乙銀數與<sup>六十</sup>相減得

丙銀數乙銀內再加<sup>六</sup>得甲銀數丙銀內再減<sup>六</sup>得丁銀數

此法以較數三歸者除甲本身不算外餘乙丙丁為三人也凡五位四歸六位五歸做此

設如有兵二萬三千八百令甲乙丙丁戊五將互和折半領之

只云戊少甲三千三百六十問各領幾何答曰甲六千四百

四十乙五千六百丙四千七百六十丁三千九百二十戊三

千〇八十法以<sup>五</sup>除共兵得<sup>四百七十</sup>為丙所領中數乃以

戊少甲<sup>三千三百六十</sup>用四歸之得<sup>八百四十</sup>為平分遞減遞加之數自

丙數而遞加之得乙與甲所領之數自丙數而遞減之得丁

與戊所領之數

設如有稻一百九十八畝令甲乙丙丁戊己六人互和折半收

之但知甲比已多收三十畝問各得幾何答曰甲四十八畝

乙四十二畝丙三十六畝丁三十畝戊二十四畝己十八畝

法以<sup>六</sup>除共稻得<sup>三十三</sup>即中兩人互和折半之數乃以甲

多已<sup>二十</sup>五歸之得<sup>六</sup>折半得<sup>三</sup>與<sup>三</sup>相加得丙收數以

<sup>六</sup>遞加之得乙與甲所收數以<sup>三</sup>與<sup>三</sup>相加減得丁收數以

<sup>六</sup>遞減之得戊與己所收數

首尾互準差分

首尾互準者即互和折半之變體蓋互和折半知總物數知總

人數又知首尾兩人之較數因此較數而得各人分數首尾互

準則不知總物數但知總人數與首尾二人各分數或但知首

尾幾位其分數由此互相準折而得各項分數與總數要之但

以互和折半之理逆推之而即得故次於互和折半之後焉

設如甲乙丙丁四人遞次分銀但知甲得六十九兩丁得五十



一兩問乙丙各得幾何答曰乙六十三兩丙五十七兩法

以甲丁銀數相減餘八兩另以甲多於丁三差除之得六為

四人平分遞加之數將丁銀加六得丙銀將丙銀再加六得

乙銀蓋甲數最多丁數最少相差一十八兩由丁至丙至乙

至甲相隔三位則知有三差故用三差為法除實一十八兩

而得遞加之數也若三色者以首尾二數互和折半即得中

數其法易求故不設例

設如五人遞次絡絲甲絡絲四十兩戊絡絲二十四兩問乙丙

丁各幾何答曰乙三十六兩丙三十二兩丁二十八兩法

以甲戊兩數相減餘六兩另以甲多於戊四差除之得四即

五人平分遞加之數將戊數加四得丁數將丁數加四得丙

數將丙數加四得乙數

又法將甲戊二數相加折半即丙數將甲丙二數相加折半

即乙數將丙戊二數相加折半即丁數此法即前互和折半

之法凡位數奇者俱可用如三五七九是也

設如七人運糧不言總數但知甲乙二人共運二十三石七斗

戊己庚三人共運二十六石一斗其遞加之數俱相等問丙

丁與前後五人各運幾何答曰甲十七石二斗乙十一石五

斗丙十石八斗丁十石一斗戊九石四斗己八石七斗庚八

石法以甲乙二人共運數折半得十一石八為甲乙兩人

相和折半之數戊己庚三人共運數三歸之得八石即已應

運之數乃以甲乙之中數一分與己第六分相減餘四分為

法另以甲乙兩人相和折半之數與己應運之數相減餘三

一斗為實以法除之得七即每人遞加之數由己數而減七



卽庚應運之數由已數而遞加<sub>七</sub>得戊至甲應運之數

設如有竹九節截爲九筒但知根底二節盛米六升三合梢上

二節盛米二升一合問各節所盛幾何答曰根起第一節三

升三合第二節三升第三節二升七合第四節二升四合第

五節二升一合第六節一升八合第七節一升五合第八節

一升二合第九節九合法以根二節共盛米折半得<sub>三升</sub>

<sub>五</sub>爲根二節相和折半之數以梢二節共盛米折半得<sub>一升</sub>

<sub>五</sub>爲梢二節相和折半之數乃以根二節之中數<sub>一分</sub>與梢

二節之中數<sub>八分</sub>相減餘<sub>七分</sub>爲法另以兩相和折半之數相

減餘<sub>二升</sub>爲實以法除之得<sub>三合</sub>卽每節遞加之數折半得<sub>一合</sub>

<sub>五</sub>與根二節相和折半之數相加得第一節盛米數以次遞

減<sub>三合</sub>得第二至第九節各盛米數

設如有米二百四十石令五人遞減納之定甲乙二人納數與

丙丁戊三人納數等問五人各納幾何答曰甲六十四石乙

五十六石丙四十八石丁四十石戊三十二石法以<sub>四</sub>爲

甲多於戊之差<sub>自甲至戊隔四</sub>以<sub>三</sub>爲乙多於戊之差併之

爲<sub>七分</sub>以<sub>二分</sub>爲丙多於戊之差<sub>外</sub>爲丁多於戊之差併之得<sub>三分</sub>

乃以<sub>七分</sub>相減餘<sub>四分</sub>爲前二人多於後三人之較又以<sub>前二</sub>

人相減餘<sub>一分</sub>爲後三人多於前二人之較夫前多<sub>四分</sub>後多<sub>一分</sub>

而其納數相等則四<sub>分</sub>卽爲一人之數爰定戊爲<sub>四分</sub>各加每

人所多差數則甲得<sub>八分</sub>乙得<sub>七分</sub>丙得<sub>六分</sub>丁得<sub>五分</sub>五數相併共

差<sub>三十</sub>以除總米得<sub>八石</sub>爲一差數以乘各人差數卽得各人應

納米數

設如有糧一千〇九十二石令七次遞減運送定前二次與後



五次運數相等。問每次各運幾何。答曰：第一次二百九十六石四斗，第二次二百四十九石六斗，第三次二百〇二石八斗，第四次一百五十六石，第五次一百〇九石二斗，第六次六十二石四斗，第七次十五石六斗。法以<sup>十八</sup>為第一次多於第七次之差。第一次至第七次相隔六位，應以六為差。因分較與次較相比，數有奇零，故皆變用。

三因，其比以<sup>十五</sup>為第二次多於第七次之差，併之為<sup>三十三</sup>。例仍同也。以<sup>十二</sup>為第三次多於第七次之差，併之為<sup>四十五</sup>。以<sup>六</sup>為第五次多於第七次之差，併之為<sup>五十一</sup>。乃以<sup>三十</sup>與<sup>三十三</sup>相減，餘<sup>三</sup>為前二次多於後五次之較。又以<sup>五</sup>與前<sup>二</sup>次相減，餘<sup>三</sup>為後五次多於前二次之較。夫前多<sup>三</sup>後多<sup>三</sup>，而其運數相等，則三分即為三次之數，而一分即為一次之數。爰定第七次為<sup>一</sup>，各

加每次所多差數，則一次得<sup>十九</sup>，二次得<sup>十六</sup>，三次得<sup>十三</sup>，四次得<sup>十</sup>，五次得<sup>七</sup>，六次得<sup>四</sup>，連七次併之，共<sup>七十</sup>為法。以除共糧得<sup>一十五</sup>石六斗，為一差數。以乘各差，即得各次運糧數。

合率差分

設如甲乙丙三人合本為商，甲出本銀一千兩，乙出本銀八百兩，丙出本銀六百兩，其得利銀一千二百兩。按各人所出本銀之分，分之問三人各得幾何。答曰：甲五百兩，乙四百兩，丙三百兩。法併三人本銀<sup>二千</sup>兩為一率，共利<sup>一千</sup>兩為二率。三人各本銀各為三率，推得各四率，即各人應得利銀也。蓋其本與其利之比，即如各本與各利之比也。

一法以其本除其利，得<sup>五</sup>錢為每一兩之利，以乘各本亦得。設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩，得利銀一百九



十兩甲分一百二十兩乙分四十兩丙分三十兩問各人原本幾何答曰甲九百六十兩乙三百二十兩丙二百四十兩法以其利為一率其本為二率每人分利各為三率推得各四率即各本銀

一法以其利除其本得八兩為每兩利銀之本以乘各利亦得

設如甲乙丙三人合本為商共得利銀三千二百二十兩甲本銀三千六百兩乙本銀五百一十兩丙本銀不知數但知該分利四百八十兩問其本銀幾何答曰七百二十兩法以

丙利與其利相減餘二千七兩為一率併甲乙本四千一兩

為二率丙利為三率推得四率即丙本銀也蓋甲乙二人共利與甲乙二人其本之比即若丙一人之利與丙一人之本之比也

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩今得本利共銀

一千七百一十兩甲分本利共銀一千〇八十兩乙分本利

共銀三百六十兩丙分本利共銀二百七十兩問三人本利

各幾何答曰甲本九百六十兩利一百二十兩乙本三百二

十兩利四十兩丙本二百四十兩利三十兩法以三人本

利共銀一千七兩為一率三人共本一千五兩為二率各人

所分本利共銀各為三率推得各四率即各人本銀數各與

所分本利共銀相減餘即各人利銀數

設如甲乙丙丁四人同商甲於癸亥年正月初九日付出銀三

十兩乙於乙丑年四月十五日付出銀五十兩丙於丙寅年

八月十八日付出銀七十兩丁於丁卯年十月廿七日付出

銀九十兩四共本銀二百四十兩至戊辰年終共得利銀一



百二十兩問各該利銀幾何答曰甲三十三兩八錢一分五釐五毫乙三十四兩九錢七分八釐八毫丙三十一兩二錢五分三釐丁十九兩九錢四分九釐七毫 法置各人年月日數先以每月三十日除日如月列於月之次位再以每年十二月除月如年列於年之次位併年以乘原本得各人通得之數

甲計五年十一月廿一日通得一百七十九兩二錢五分	乙計三年八月十五日通得一百八十五兩四錢一分六釐	丙計二年四月十二日通得一百六十五兩六錢六分	丁計一年兩月三日通得一百〇五兩七錢五分
------------------------	-------------------------	-----------------------	---------------------

將四人通得之數併之共六百三十六兩為法除共利一百一十八分三釐為每兩每年之利以乘各人通得之數即得各人應分利銀

設如人借去銀每年每兩加利二錢七分今有一年〇三月二十日收還銀三百六十二兩四錢七分問內本利各幾何答

曰本二百六十八兩利九十四兩四錢七分 法以還銀為實另照前法除日如月除月如年併年以乘利銀二錢七分得三錢五分二釐五毫為每兩一年三月二十日之利加本一兩一錢五分二釐五毫為法除實得本銀以減還銀餘得利銀

設如原借本銀十五兩每月加利二分五釐今有六月已還過九兩除作本及利問本利各幾何仍存本幾何答曰除本七兩八錢二分六釐利一兩一錢七分四釐仍存本七兩一錢七分四釐仍以原日起利法以先還銀為實另以六乘利銀二分五釐得一錢五分加本一兩一錢五分為法除實得除本銀以減還銀餘得利銀以減原借銀餘得存本銀

設如甲乙丙三商合本貿易共得利銀一千兩甲本銀三百兩係十箇月乙本銀六百兩丙本銀四百兩俱不知月分其利



銀則甲分五百兩乙分三百兩丙分二百兩問乙丙月分各幾何答曰乙丙俱三箇月 法以甲利<sup>五</sup>兩為一率甲本與<sup>十</sup>月相乘得<sup>千三</sup>兩為二率乙利<sup>三</sup>兩為三率推得四率<sup>一千八百</sup>為乙本與月分相乘之數以乙本<sup>六百</sup>兩除之得<sup>三</sup>月若以丙利<sup>二</sup>兩為三率推得四率<sup>一千二百</sup>為丙本與月分相乘之數以丙本<sup>四百</sup>兩除之亦得<sup>三</sup>月

設如甲乙丙三商合本貿易共得利銀三百八十兩乙利銀得甲三分之一丙利銀得甲四分之一甲本銀為八十兩收利十二箇月乙丙二人本銀不知數但知乙收利係八箇月丙收利係四箇月問三人利銀各幾何乙丙本銀各幾何答曰甲利二百四十兩乙本四十兩利八十兩丙本六十兩利六十兩 法以<sup>十二</sup>為甲差<sup>兩分母相乘之數</sup>取三分之一得<sup>四</sup>為乙

差四分之一得<sup>三</sup>為丙差併之共<sup>十九</sup>為一率共利<sup>三百八十</sup>兩為二率以三人差數各為三率推得各四率即各人利銀數

又以甲利<sup>四</sup>兩為一率甲本與<sup>十</sup>月相乘得<sup>九</sup>兩為二率乙利<sup>八</sup>兩為三率推得四率<sup>三百</sup>兩為乙本與月分相乘之數以乙<sup>八</sup>除之得乙本若以丙利<sup>十六</sup>兩為三率推得四率<sup>二百</sup>兩為丙本與月分相乘之數以丙<sup>四</sup>除之得丙本

設如有銀一千二百兩買綾絹議要絹一分綾二分綾每疋價三兩六錢絹每疋價二兩四錢問綾絹與價銀各幾何答曰綾二百五十疋其價銀九百兩絹一百二十五疋其價銀三百兩 法以綾價<sup>二</sup>因之得<sup>七</sup>錢併絹價共<sup>九</sup>兩為法以除總銀得絹疋數倍之得綾疋數各以每疋價乘之得各共價數



設如有銀三百三十六兩買羅八十疋絹一百二十疋羅價比絹價每疋加一倍問各價幾何答曰絹每疋價一兩二錢羅每疋價二兩四錢法以羅疋數倍之併絹疋數共二百疋為法以除總銀得絹疋價倍之得羅疋價

設如有銀七百八十五兩令甲乙丙丁四人分之乙得甲十分之七丙得乙十四分之三丁得丙十二分之九問各分銀幾

何答曰甲四百兩乙二百八十兩丙六十兩丁四十五兩法以一千六為甲差三分母連乘之數取十分之七得一千一百為乙差取十四分之三得二百五為丙差取十二分之九得一百

八十為丁差併之得三千二百為一率總銀為二率各人差數各為三率推得各四率即各人應分銀數也此法因各分母不同恐難度盡故以分母連乘為甲差數次各按分取其

差數乃併各差為其差數以其差與其銀之比即同於各差與各銀之比也

匿價差分訣

匿價分身法更奇多乘高物以為實得價減總餘又列

其物除餘低價知低價添多為高價各乘各物不差池

學者能知此般算三四物價也相宜

設如有銀二千九百二十九兩其買綾一百五十疋羅三百疋

絹四百五十疋只云綾疋價比羅疋價多四錢七分羅疋價

比絹疋價多一兩三錢五分問三色疋價各幾何答曰綾每

疋價四兩三錢二分羅每疋價三兩八錢五分絹每疋價二

兩五錢法以羅多絹價一兩三分乘羅疋得四百。另以

綾多羅絹價共一兩八分乘綾一百五疋得二百七併之以減總

錢二分乘綾得十三兩併之以減總



銀餘二千二百五十兩為實併三物共九百為法除之得二兩五錢為絹

疋價加多一兩三錢五分得羅疋價又加多四錢七分得綾疋價此法以

羅多絹價乘總羅以綾多絹價乘總綾相併以減其銀者是

於總銀內減去綾羅所多之價餘存之銀綾羅皆等於絹價

矣故以三色共物數除之適得絹下等疋價既得絹價按數

遞加即得中上二等之價矣

設如有綾七尺羅九尺其價適等只云羅每尺價比綾每尺價

少錢三十六文問各價幾何答曰綾每尺一百六十二文羅

每尺一百二十六文法以羅少綾價三十文乘羅九尺得三百

四文為實另以綾七尺羅九尺相減餘二尺為法除實得綾尺價若以

綾多羅價三十文乘綾七尺得二百一十文為實亦以二尺除之得羅尺

價此法因羅一尺少三十六文則羅九尺共少三百二十四

文夫羅價少三百二十四文綾少二尺而其價適等則三百

二十四文即綾二尺之價而綾每尺價為一百六十二文矣

又綾一尺多三十六文則綾七尺共多二百五十二文夫綾

價多二百五十二文羅多二尺而其價適等則二百五十二

文即羅二尺之價而羅每尺價為一百二十六文矣

設如有金球八銀球十二兩重相等今移換三則銀球邊多六

十兩問金球銀球各重幾何答曰金球重三十兩銀球重二

十兩法以多六十兩折半得三十兩為移換三金球比三銀球

多重之數以金球八乘之以移換三除之得八十為八金球

共多重之數夫金球多重八十兩銀球多四而其重適等則

八十兩即四銀球之重數而一銀球重二十兩可知矣加重

十兩則一金球重三十兩亦可知矣各以箇數乘之俱得百



四十一 其重相等也

設如有銀一千〇八兩買線一分絲二分綿三分共重三百六十斤俱不言價但知綿二兩當線一兩之價線一兩當絲一兩六錢之價問三色各重幾何每斤價各幾何答曰線六十分每斤價四兩四錢八分絲一百二十斤每斤價二兩八錢綿一百八十斤每斤價二兩二錢四分法併三色分數共六分以除共重三百斤得線重數二因得絲重數若三因得綿重數既得各色重數即以線重六十分為線差綿二兩當線一兩之價則以綿重數二歸之得九十分為綿差絲一兩六錢當線一兩之價則以絲重數六分除之得七十分為絲差併之共二百五十分以除總銀得線斤價二歸之得綿斤價若六除之得絲斤價

貴賤差分訣

差分貴賤法尤精 高價先乘共物情 却用都錢減今數 餘留為實甚分明 別將二價也相減 用此餘錢為法行 除了先為低物價 自餘高價物方成

設如有銀四百〇五兩七錢其買米麥五百石米每石價八錢

六分麥每石價七錢二分五釐問米麥各幾何答曰米三百

二十石麥一百八十石法以米高價八錢六分乘共物五百得

四百三與共銀四百〇五兩七錢相減餘二十四錢為實另以米麥價

相減餘一錢三分五釐為法除之得麥數與其物五百相減餘得米

數此法因米一石比麥一石其價相差一錢三分五釐是知

少一錢三分五釐而麥為一石今少二十四兩三錢則麥必

為一百八十石也既知麥數而米數即可知矣



設如有玉在石中其正方每邊四寸其重一百六十兩八錢問  
 玉有幾何答曰玉有八寸重二十兩八錢法以方邊四寸自  
 乘再乘得六十四寸乃以玉率二兩六錢乘之得一百六十兩八錢與其重相  
 減少五兩六錢為賤實另以玉率二兩六錢與石率五錢相減餘一錢為  
 法除實得石五寸六分與其積六十四寸相減餘得玉八寸以玉率乘之  
 得玉重數此法因玉一寸比石一寸其重相差一錢是知少  
 一錢而石為一寸今少五兩六錢則石必為五十六寸矣既  
 得石寸而玉寸即可知也

設如雞兔同籠但知頭共三十六足共一百問雞兔各幾何答  
 曰雞二十二隻兔一十四隻法倍共頭得七十二以減共足  
 餘二十八折半得兔十四因之得五十六以減共足餘四十四折半  
 得雞二十二法因共頭以減共足餘四十四折半得雞二十二即以十四

四減共足餘五十六以四歸之得兔十四前用倍法者是以雞二足  
 乘頭數於共足內減之所多者是一兔剩二足故折半得兔  
 後用四因者是以兔四足乘頭數與其足相減所少者雞足  
 也故折半得雞

設如狐狸一頭九尾鵬鳥一尾九頭只云前有七十二頭後有  
 八十八尾問二物各幾何答曰狐狸九箇鵬鳥七隻法以  
 頭尾相減餘六為二物共數以尾九因之得一百四十四內減  
 共尾餘五十六為實另以尾九內減頭一餘八為法除之得鵬  
 鳥七以減共數六餘得狐狸九

設如有銀九十三兩買綾羅紗絹共一百六十疋但知綾每疋  
 九錢羅每疋七錢紗每疋五錢絹每疋三錢問四色各幾何  
 答曰綾三十五疋羅紗俱四十疋絹四十五疋此四色差



分先以<sup>四</sup>除其物得<sup>四十</sup>就定中等羅紗二色各<sup>四十</sup>與共  
 物相減餘<sup>八十</sup>又以羅價乘<sup>四十</sup>得<sup>二十</sup>紗價乘<sup>四十</sup>得<sup>二十</sup>  
 兩俱與總銀相減餘<sup>四十</sup>以貴賤差分算之列餘<sup>八十</sup>以綾  
 價<sup>九</sup>乘之得<sup>七十</sup>減去前餘<sup>四十</sup>餘<sup>二十</sup>為實以綾價絹價  
 相減餘<sup>六</sup>為法除之得絹<sup>四十</sup>與前餘<sup>八十</sup>相減餘得綾<sup>三十</sup>  
<sup>五</sup>凡三色四色差分俱先定中等止留首尾二色以貴賤差  
 分法算之五六七八九色俱倣此

貴賤相和

設如有銀一百六十八兩買牛羊共一百隻只云牛三隻價十  
 二兩羊四隻價一兩五錢問牛羊併價各幾何答曰牛三十  
 六隻價一百四十四兩羊六十四隻價二十四兩法先用  
 互乘以齊其分以牛<sup>三</sup>羊<sup>四</sup>相乘得<sup>十二</sup>為乘出之總物分即

以<sup>二十</sup>乘總銀得<sup>二千</sup>為乘出之總銀數又以牛<sup>三</sup>乘羊價  
 得<sup>四</sup>兩為乘出之羊價以羊<sup>四</sup>乘牛價得<sup>八</sup>兩為乘出之牛  
 價然後以共物<sup>一百</sup>用乘出之羊價乘之得<sup>四百</sup>與乘出  
 之總銀相較則總銀多<sup>一千五百</sup>又以共物<sup>一百</sup>用乘出之  
 牛價乘之得<sup>四百</sup>與乘出之總銀相較則總銀少<sup>二千七</sup>  
<sup>四</sup>乃以乘出之牛價羊價相減餘<sup>四十三</sup>以除總銀少之數  
 得羊<sup>六十</sup>若以除總銀多之數得牛<sup>三十六</sup>既得羊數則以<sup>五</sup>  
 乘之以<sup>四</sup>歸之得羊價既得牛數則以<sup>二</sup>乘之以<sup>三</sup>歸之得  
 牛價此法因牛三羊四其數不同故用互乘以齊其分得牛  
 十二價四十八兩羊十二價四兩五錢今以十二隻當一隻  
 則為牛一隻價四十八兩羊一隻價四兩五錢是其價各加  
 十二倍故將總銀亦加十二倍即為牛羊共一百隻共價二



千〇十六兩而牛一隻比羊一隻其價相差四十三兩五錢  
是知牛價比羊價多四十三兩五錢而牛為一隻今其價比  
羊價多一千五百六十六兩則牛必為三十六隻也又羊價  
比牛價少四十三兩五錢而羊為一隻今其價比牛價少二  
千七百八十四兩則羊必為六十四隻也既得物數其價即  
可乘除而得也

設如有僧一百人給饅首一百箇大僧一人給三箇小僧三人  
給一箇問大小僧數及各得饅首幾何答曰大僧二十五人  
得饅首七十五箇小僧七十五人得饅首二十五箇 法先  
用互乘以齊其分以大一小三 相乘得三為乘出之總僧數  
即以三 乘共饅首得 三百 為乘出之共饅首數又以小僧三  
乘大僧饅首 三得 九 為乘出之大僧饅首數以大僧一乘小

僧饅首一得 一 為乘出之小僧饅首數然後以共僧百一乘大  
僧饅首 九得 九百 與乘出之共饅首 三百 相較則共饅首少  
六百 又以共僧百一乘小僧饅首一得 一百 與乘出之共饅首  
三百 相較則共饅首多 二百 乃以大僧饅首九 與小僧饅首  
一 相減餘 八 以除多 二百 得大僧 二十 如以除少 六百 得小  
僧 七十 再以 三 乘大僧得大僧饅首數以 三 除小僧得小僧  
饅首數此法用互乘得大僧三人饅首九箇小僧三人饅首  
一箇今以三人當一 人則為大僧一人饅首九箇小僧一人  
饅首一箇是饅首為加三倍故將共饅首亦加三倍即為共  
僧一百人共饅首三百箇而大僧一人比小僧一人饅首差  
八箇是知多八箇而大僧為一人今多二百箇則大僧必為  
二十五人也又少八箇而小僧為一人今少六百箇則小僧



必為七十五人也既得僧數一以三乘一以三除即得各饅首數矣

設如賞人飯肉共用碗一百但知二人共飯一碗三人共肉一碗問共人數及二項碗數各幾何答曰共一百二十人飯碗六十肉碗四十  
法以二人相乘得六又以二人乘肉碗得十二以三人乘飯碗得三併之得五為法以六乘共碗得百六為實以法除之得共人數爰以人數二歸之得飯碗三歸之得肉碗三此法亦用互乘以齊其分蓋二人共飯一碗則六人必共飯三碗三人共肉一碗則六人必共肉二碗是知有五碗為六人今有一百碗則必為一百二十人也既得人數則碗數即可歸而得也

設如賞人茶飯酒共用碗一千三百三十八但知三人共茶二碗五人共酒三碗七人共飯六碗問共人數及三項碗數各幾何答曰共六百三十人茶碗四百二十酒碗三百七十八飯碗五百四十  
法先以三人茶二碗五人酒三碗七人相乘得十五以三人乘酒碗得九以五人乘茶碗得十是為十五共用茶人十九再與七人飯六碗互乘以七十五人相乘得一百〇以十五乘得飯碗九十以七乘得茶酒一百三碗爰以兩碗數相併共二百二碗為法另以一百〇乘共碗得百九十四萬〇四為實以法除之得共人數爰以人數二因三歸之得茶碗數三因五歸之得酒碗數六因七歸之得飯碗數此法因用碗三項故用兩次互乘以齊其分得一百〇五人應用碗二百二十三碗是知有二百二十三碗為一百〇五人今有一千三百三十八碗則必為六百三十人也既得人數則各項碗俱可乘

貴賤相和



除而得矣

設如有燈大小二等大燈居小燈三分之二但知大燈三盞用

油四兩小燈四盞用油三兩其用油三百九十五兩問大小

燈數各幾何答曰大燈一百二十盞小燈一百八十盞法

以大燈三盞相乘得十二又以小燈四盞乘大燈油兩得大燈

用油兩十六以大燈三盞乘小燈油兩得小燈用油九兩又將大燈

油兩十六用二因之得三十二兩大燈因小燈油兩九用三因之得

二十七兩小燈相併得五十九兩為法另以十二乘其油得三百

四十分故用三因相併得九兩為法另以十二乘其油得三百

兩以法除之得六十分為一分數二因之得大燈數三因之

得小燈數此法因有帶分而互乘所得之十二盞為一分

之差數又因共油數為大燈二分小燈三分之共數故亦二

因十六兩三因九兩并之為五分之差數是知油五分之差

數五十九兩與燈一分之差數十二盞之比即同於五分共

油二百九十五兩與一分燈六十盞之比也既得一分為六

十盞故二因之得大燈數三因之得小燈數也

設如有銀二十五兩三錢買銅鐵二色其重相等鐵三斤價四

錢銅二斤價五錢問二色斤數及各價幾何答曰各六十六

斤鐵價八兩八錢銅價十六兩五錢法以鐵三斤相乘得

六又以三乘五得銅價一兩以二乘四得鐵價八錢併之得二

三為法以斤六乘共銀得一兩八錢以法除之得各重數四因

三歸得鐵價五因二歸得銅價此法因鐵三斤價四錢則六

斤價為八錢銅二斤價五錢則六斤價為一兩五錢是銅鐵

各六斤而其價為二兩三錢故以二兩三錢與各六斤之比

即同於其價二十五兩三錢與各六十六斤之比也既得斤



數其價乘除之而即得矣

設如有馬軍七人給禪布四十八尺步軍六人給襖布九十二

尺今共給過十二萬五千八百二十尺問馬步軍及禪襖布

各幾何答曰馬步軍各五千六百七十人禪布三萬八千八

百八十尺襖布八萬六千九百四十尺法以七乘九十得

六百四以六乘八十得二百八併之得九百三尺為法另以六

七相乘得四十八以乘其布得五百二十八萬以法除之得軍

數八乘之以七除之得禪布九乘之以六除之得襖布此法

因七人給禪布四十八尺則四十二人必給二百八十八尺

六人給襖布九十二尺則四十二人必給六百四十四尺夫

共給布九百三十二尺馬步軍各為四十二人今共給布十

二萬五千八百二十尺則馬步軍必各為五千六百七十人

矣既得軍數則禪布襖布乘除之而各得也

設如有錢不知總數以三數之餘二文以五數之餘三文以七

數之亦餘二文問錢總數幾何答曰二十三文法以三

乘得十五三五俱可度故為七數餘一之差三相乘得二

七俱可度盡惟故為五數餘一之差五相乘得三十

五不能度盡故為三數餘一之差三相乘得二則以二

惟三不能度盡故為一數餘一之差一相乘得二則以二

七得四十一今五數餘三則以七因二十得六十七今七

亦以二因五得十併之得二十三列位另以三五遞乘得百

五於前數內減兩次即得此法倍三十五得七十為三數餘

一之差者因三數三十五則餘二三數七十乃餘一其分方

齊也若問數在一百以外者則只須減一箇一百○五若問

數在二百以外者則不用減若問數更在以上者則遞加一

貴賤相和

三



百〇五求之必有合也

設如有一數不知幾何。但云以三乘之。再加一十。又以四乘之。

再加二十。又以五乘之。再加三十。又以六乘之。再加四十。共

得六千七百。問原數幾何。答曰十三。法先以所加之十一以

四。五。遞乘之得二千。再以所加之十二以六。遞乘之得百。再以

所加之十三以六乘之得八百。三數相併。再併所加之十四得二千

十。二與共數相減。餘四百八十。為連乘之整數。乃借一為原數。

亦以三四遞乘之得五百六十。為一率。原數差一為二率。以連乘

整數。四百八十為三率。推得四率。十即為原數也。此法因三乘

原數外。加一十。而又用四五乘之。則此一十已用四乘五

乘六乘矣。四乘後加二十。而又用五六乘之。則此二十已用

五乘六乘矣。五乘後加三十。而又用六乘之。則此三十已用

六乘矣。故將一十二三十之數。亦用連乘併後所加之四

十。與其數相減。然後為三四五六與原數連乘之整分。而以

連乘所得之三百六十。與原數一為比例。即同於今連乘所

得之四千六百八十與原數十三之比例也。

借差互徵

借差互徵者。有總數而無分數。或有分數而無總數。或無總數

分數之實率。而但有其虛率。則不得不別借一差數。以為比例。

然後可以得其真數。故曰借差。然而所借之差。又各不同。有借

於本數之中者。有借於本數之外者。借彼徵此。借虛徵實。故曰

互徵。蓋先借各項差數。合而為總差數。以總差數與總真數相

比。即若各項差數與各項真數之比也。或先借總差數。加減出

各差數之較。以各差數之較。與真數之較相比。即若總差數與



總真數之比也或以各差數之較與真數之較相比即若各項差數與各項真數之比也要之皆就比例之法而推廣之耳

設如兄弟三人小弟謂長兄曰我年比汝四分之三次兄年比汝六分之五比我多八歲問三人年各幾何答曰長兄九十

六歲次兄八十歲小弟七十二歲法以四分相乘得二十

為長兄差以四分互乘五得十為次兄差以六分互乘三得十八為

小弟差乃以次兄差二十相減餘二為法以除次兄多小弟

八歲得四為一差數以乘各人差數即得各人年數

設如漏壺一具上有渴鳥注水凡十二時而滿下有一孔通天

池洩水凡十八時而盡若上注下洩問幾時可得水滿答曰

三十六時法以十二時相乘得二百十即借二百十為壺

水差數又以十二時相減餘六時即借六分為一時水滿分數乃

以六為法以除二百十即得此法以十二時乘十八時者即

借一壺水作二百十六分算也十二時滿二百十六分則一

時滿十八分十八時盡二百十六分則一時洩十二分一時

滿十八分而洩十二分則壺中所存止得六分故以十二減

十八餘六分為一時所滿之水也滿水六分既得一時則壺

中滿二百十六分必得三十六時矣

設如漏壺一座注水於內下有三孔大孔流水二時而盡中孔

流水三時而盡小孔流水六時而盡若三孔齊開問水幾時

可盡答曰一時法以二時三時遞乘得三十即借三十為壺

水總差數以大孔二時除之得六中孔三時除之得十二小孔

六時除之得六併之得三十為法以除借差三十得一時蓋一時

三孔所流共得三十六分今壺中水止有三十六分故一時



可以流盡也

設如有井深至底二丈六尺不知水深多少但云自水面向上  
 取三分之一從水面往下取四分之一相併便是水深數問  
 該幾何答曰水深八尺法借十三差為井深數以除二丈得六尺  
 每一差深尺借四差為水深數以每差二尺乘之得八尺此法借十  
 三差為井深數者因水面往下取四分之一尚餘三分又取  
 水面向上三分之一補足水面下三分之數是水面上之一  
 分準水面下之三分今將水面下一分借一差則水面上  
 一分當借三差而三分必當借九差再加水面下四差是共得  
 十三差故十三差與二丈六尺之比即水面下四差與八尺  
 之比也

設如有羊一群不知數目但云賣去三分之一又分去四分之

一另為一群下餘一千隻問原共幾何答曰二千四百隻

法以兩分母相乘得二十為總差內減三分之一餘八又減四

分之一餘五為法以除餘羊一千得一百二乃以總差二十乘

之得原共數此法因兩分子同分母不同故以兩分母相乘

為總差分內減三分之一又減四分之一所餘五即如總數

分為十二分而一千為其五分也故五差與一千之比即如

十二差與二千四百之比也

設如有羊一群不知數目但云賞人七分之五又將所餘者賣

去五分之三尚餘八百隻問原共幾何答曰七千隻法以

兩分母相乘得三十為總羊差內去七分之五餘十一又將十

為所餘羊差數內去五分之三餘四為法以除餘羊一百得一

差為二百乃以總差三十乘之得原共數此法與前法微異者



前法雖三分四分不同皆於總數中計分故其為分則一此  
法七分之五是於總數中計分五分之三又於餘數中計分  
立法微異故借差中總分餘分相減亦別至減餘歸法其比  
例仍同也

設如遠望一塔上露三丈二尺中有林木遮去三分之一下尚  
露五分之一問共高幾何答曰二十四丈 法以兩分母相  
乘得五為塔高共差數內減遮去三分之一為十五之十又  
減下露五分之一為十五之三餘二以除上露三丈二尺得一差  
為六尺以其差五乘之即得此法因二十四丈三分之一得  
十六丈五分之一得四丈八尺與上露三丈二尺相加三共  
得二十四丈也以減餘二差與上露三丈二尺之比即同於  
共差十五與其高二十四丈之比也

設如有木匠瓦匠小工三項分工價瓦匠得木匠五分之二小  
工得木匠四分之一瓦匠比小工多一兩二錢問三項工價  
各幾何答曰木匠八兩瓦匠三兩二錢小工二兩 法以兩  
分母兩分子互相連乘得十為木匠差取五分之二得十為  
瓦匠差四分之十得十為小工差乃以十與十相減餘六以  
除瓦匠多小工二錢得一差為二錢以各差乘之即得此法互  
相連乘者謂以兩分母相乘得十兩分子相乘得二再以二  
與二互乘得十又以十互乘得一得五以四互乘二得八再  
以五與八相乘亦得四十也至於比例之理與前諸法同

設如一人為商三次第一次得利比本三分之一將利加入本  
第二次得利比本四分之三又將利加入本第三次得利比  
本五分之三三次本利共銀一千四百兩問原本幾何答曰

借差互徵



三百兩 法借<sup>十六</sup>為本銀差數 三分之二得<sup>四</sup>與<sup>十六</sup>相加得  
 一百又<sup>一百</sup>四分之三得<sup>七十</sup>與<sup>一百</sup>相加得<sup>一百七十</sup>又<sup>一百七十</sup>五  
 分之三得<sup>一百一十五</sup>與<sup>一百七十</sup>相加得<sup>二百一十五</sup>為法以除共銀<sup>一千</sup>  
 兩得<sup>一</sup>差為<sup>兩五</sup>以原借本銀<sup>六十</sup>乘之即得蓋三百兩三分  
 之二得二百與本銀相加得五百於五百內取四分之三得  
 三百七十五仍與五百相加得八百七十五於八百七十五  
 內取五分之三得五百二十五仍與八百七十五相加得一  
 千四百以合原問共銀數其本銀借六十差加三分之二得  
 一百即第一次本利共差數又加四分之三得一百七十五  
 即第二次本利共差數又加五分之三得二百八十即第三  
 次本利共銀數以本利共差與本利共銀之比即知本銀借  
 差與原有本銀之比也

疊借互徵

疊借互徵者因原問內設數隱伏一次借差尚不能得其真數  
 故不得不借兩數以比較之先借一數與原數相較復借一數  
 與原數相較然後據兩較以立算而真數可得故曰疊借蓋以  
 疊借之數比原問之數或多或少乃作盈朒法算之以求兩借  
 數之較也故其較之一多一少者用加或兩較俱多兩較俱少  
 者用減一如盈朒之例以兩差數之較與兩借數之較為比而  
 得借數與真數之較或以兩借數互乘兩差數以兩差數之較  
 與互乘所得兩差數之較為比而得所求之真數其法雖繁實  
 有條理亦借數之巧也

設如有銅磁二缸若於銅缸內添水五十斤則比磁缸內水多  
 二倍若於磁缸內添水五十斤則與銅缸內水相等問二缸



原貯水各幾何答曰銅缸貯一百斤磁缸貯五十斤 法先

借斤為銅缸水差加斤五十得斤六十此數三分之得斤二十為磁

缸水差以磁缸水差加斤五十得斤七十比所借銅缸水差斤十多

斤六十則是所借銅缸水差斤十為少斤六十再借二十斤為銅缸水

差加斤五十得斤七十此數三分之得斤二十為磁缸水差以磁缸

水差加斤五十得斤七十比所借銅缸水差斤二十多斤五十則是所

借銅缸水差斤二十為少斤五十乃以兩胸法算之以兩少數相

減餘斤八為一率因兩俱少故相減若兩借數相減餘斤十二為

二率前借數與銅缸相較之少斤六十為三率推得四率斤九十

加入前借數斤十得銅缸水數若以後借數與銅缸相較之少

斤二十為三率推得四率斤八十加入後借數斤二十亦得既得銅

缸水數則添斤五十得斤一百五十三歸之即得磁缸水數添斤五十

得斤一百與銅缸水等也

又法既得兩借數之差用互乘以齊其分以前借數斤互乘

後少斤五十為加十倍得少斤五百二以後借數斤二十互乘前少

斤六十為加二十二倍得少斤一千三百乃以原兩少數相減餘

斤八為一率以互乘所得兩少數相減餘斤八百為二率銅缸一

為三率得四率斤一百即銅缸水數也蓋所加十倍與二十二

倍相差為十二倍則互乘所得兩少數相差之八百斤即十

二倍總差數也然銅缸水為總差數八分之十二必為十二

倍總差八分之一故八分與八百斤之比即同於一分與一

百斤之比也

設如有甲乙二鐘未稱斤數但云取乙鐘銅八十斤入甲鐘則

所餘得甲鐘四分之一若取甲鐘銅八十斤入乙鐘則所餘



得乙鐘三分之二。問二鐘原銅各幾何。答曰：甲鐘二百四十斤，乙鐘一百六十斤。法先借十斤，為甲鐘差，取乙鐘銅八十斤，加之，則甲鐘得二百斤。此數四分之得五十斤，加原有八十斤，得一百三十斤，為乙鐘差。若取甲鐘銅八十斤，加之，則乙鐘得二百斤。而甲鐘止餘四十斤，加一半為一分二十斤，得六十斤，為乙鐘數。而與前二百斤相較，則少十斤。再借三十斤，為甲鐘差，取乙鐘銅八十斤，加之，則甲鐘得一百四十斤。此數四分之得三十五斤，加原有八十斤，得一百一十五斤，為乙鐘差。若取甲鐘銅八十斤，加之，則乙鐘得二百一十五斤。而甲鐘止餘三十五斤，加一半為一分一十七斤半，得五十二斤半，為乙鐘數。而與前一百一十五斤相較，則多十斤。乃以盈朒法算之，以一多一少兩數相加，得三斤，為一率。兩借數相減，餘二斤，為二率。前借數與乙差相較之，少十斤，為三率。推得四率，一百一十五斤，得甲鐘數。若以後借數與乙差相較之多，十斤，為三率。推得四率，一百一十二斤，與後借數三百六十斤相減，餘亦得甲鐘數。既得甲鐘，加乙鐘銅八十斤，為三百二十斤。四分之得八十斤，為乙鐘所餘之數。仍加入甲鐘銅八十斤，得乙鐘數。

又法：既得兩借數之差，用互乘以齊其分。以前借數一百二十斤，互乘後多十斤，得一百一十斤。以後借數三百六十斤，互乘前少十斤，得三千六百斤。乃以此互乘所得一多一少之數相加，得七萬二千斤，為實。以原一多一少之數相加，得三百斤，為法。除之，亦即得甲鐘數。

設如甲丙兩果園，不知畝數。將甲園擴五十畝，則比丙園大二倍。若將丙園擴五十畝，則比甲園大一倍。問兩園原畝數幾



何答曰甲園四十畝丙園三十畝 法借四十畝為甲園差加

五十畝得九十畝 此數三分之得三十畝為丙園差將丙園三十畝加

五十畝得八十畝與甲園四十畝相較適大一倍此數已合則不必

再借故凡疊借法中一借即合原數者皆如此例不再借也

設如有羊三羣甲群四百隻丙群為甲丁兩群二分之一丁群

為甲丙兩群三分之一問丙丁兩群羊各幾何答曰丙群三

百二十隻丁群二百四十隻 法先借三百隻為丙群差丙群

既為甲丁兩群二分之一則甲丁兩群當有六百隻內減甲群

四百隻餘二百隻為丁群差又併甲丙兩群得七百隻丁群既為甲

丙兩群三分之一則將丁群二百隻三因之得六百隻與甲丙兩

群七百隻相較則少一百隻再借二百隻為丙群差則甲丁兩群

當有四百八隻內減甲群四百隻餘八十隻為丁群差又併甲丙兩

群得六百四十隻將丁群八十隻三因之得二百四十隻與甲丙兩群六百

四十隻相較則少四十隻乃用兩腦法算之以兩少數相減餘三百

隻為一率兩借數相減餘六十隻為二率前借數與甲丙兩群

相較之少一百隻為三率得四率二十隻加前借三百隻即丙群數

若以後借數與甲丙兩群相較之少四百隻為三率得四率八十

隻加後借二百四十隻亦即丙群數加入甲群共得七百二十隻三歸

之即得丁群數

又法既得兩借數之差用互乘以齊其分以前借數三百隻互

乘後少四百隻得少十二萬隻以後借數二百四十隻互乘前少一百隻得

少二萬四千隻乃以互乘所得兩少數相減餘九萬六千隻為實以原

兩少數相減餘三百隻為法除之即得丙群數既得丙群其丁

群亦可照前加減而得矣



設如甲丙丁三人共有銀二百一十兩只云甲與丙四分之一

丁與甲二分之一丙與丁三分之一則每人均得銀七十兩

問三人原銀各幾何答曰甲四十兩丙九十兩丁八十兩

法先借十兩為甲差此數減四分之一二兩餘七兩與七十相

減餘六十二兩為丁銀二分之一倍之得一百一十五兩為丁差又併

甲丁兩差得一百三十五兩與總銀二百一十兩相減餘七十五兩為丙差又

於丙差七十五兩內減三分之一二十五兩餘五十兩加甲差四分之一

二兩得五十二兩此數與七十兩相較則少十七兩再借二十兩為

甲差此數減四分之一十七兩餘一兩與七十兩相減餘四十九兩為丁

銀二分之一倍之得九十八兩為丁差又併甲丁兩差得一百一十六兩

與總銀二百一十兩相減餘八十四兩為丙差又於丙差八十四兩內減三

分一十二兩餘五十六兩加甲差四分之一七兩得六十三兩此數與七十兩

兩相與少七兩乃以兩胸法算之以兩少數相減餘五錢為

一兩借數相減餘十八兩為二率前借數與七十兩相較之少

五錢為三率得四率三十兩加前借十兩得甲銀數若以後借

數與七十兩相較之少七兩為三率得四率十二兩加後借八兩亦

得甲銀數既得甲銀為四十兩則減四分之一餘三十兩與七十兩

相減餘四十兩倍之得八十兩即丁銀數併甲丁銀一百一十二兩與總

銀二百一十兩相減餘九十二兩即丙銀數此疊借三色之法也借差時

加減甚繁然條理分明自能了然如前借數甲差十兩丙差

七十五兩丁差一百二十五兩若丁差減去二分之一與甲

加丙差三分之一得八十七兩與七十兩相較則多十七兩丙差

與丁差其數一也至再借二十八兩為甲差其加減亦與前

借數同惟甲成七十兩至丙則少七兩丁則多七兩其數相同故但



取丙差數就其兩差之較數以比例之得甲之原銀數也

又法既得兩借數之差用互乘以齊其分以前借數兩十五乘

後少兩七得少兩七以後借數兩二十互乘前少兩十七得少兩四

兩九十乃以互乘所得兩少數相減餘兩四百二為實以原兩少

數相減餘兩五為法除之得甲銀兩四十既得甲銀其丙丁銀

照前加減而可得矣



九數通考卷四終

