



律呂

三角法



三角算法叙

算學有勾股三率于數無所不統天文家又有三邊三角諸法蓋度數之法皆取之割圓而或分或合其有定者也至于懸空立義本無定法而皆稟于大圓則無定法者皆有定理明



哲之士因其有定者以為樞而用其  
無定者以窮其變神哉技至此無以  
加矣又何事物紛曠雜沓者之足慮  
哉誠曆學致用之第一義也癸巳秋  
月與穆先生作此于白下而為之記

北海薛鳳祚書

三角算法

目錄

三角解

算三角九例

正線正角

第一有兩角

第二有二邊一正角

第三有二邊一正角

正線鈍角三角法

第一有兩角一邊

第二有兩邊一角

第三有兩邊一角

第四有三角

圈線正角三角法

第一有一正角兩邊

第二有一角兩邊

第三有兩角一邊



第四有兩角一邊

第五有三角

圈線鈍角三角法

第一有一角兩邊

第二有一角兩邊

第三有兩角一邊

第四有二角一邊

第五有三角

第六有三角

算三角法

三角解

三角形有三角有三邊角即兩邊相交之處邊或係正線

謂之正線三角或係割圓謂之圈線三角

一圓分四方謂之割圓每方九十共三百六十度角之量

即割圓邊割圓九十度名正角九十以外名鈍角以內

一名銳角凡邊大者對角亦大邊小者對角亦小

三角共一百八十度整數故有兩角即可知三角以三

南海穆尼閣著

北海薛鳳祚纂



角乃兩角之餘

算三角凡例

凡稱一率者相減二率三率者相加稱四率者為算中所求之數

凡稱餘線即九十度餘度之正線如四十度餘線即五十度正線一百三十度餘線即五十度之正線

凡稱正線切線取各線之對數其對數至末位不能盡同皆取其近小之數

凡兩數相加者稱摠數相減者稱較數

凡各法皆立有設數則所算諸法不為空理

算法

三角有四有正線正角有正線鈍角有圈線正角有圈線  
鈍角

正線正角三角法

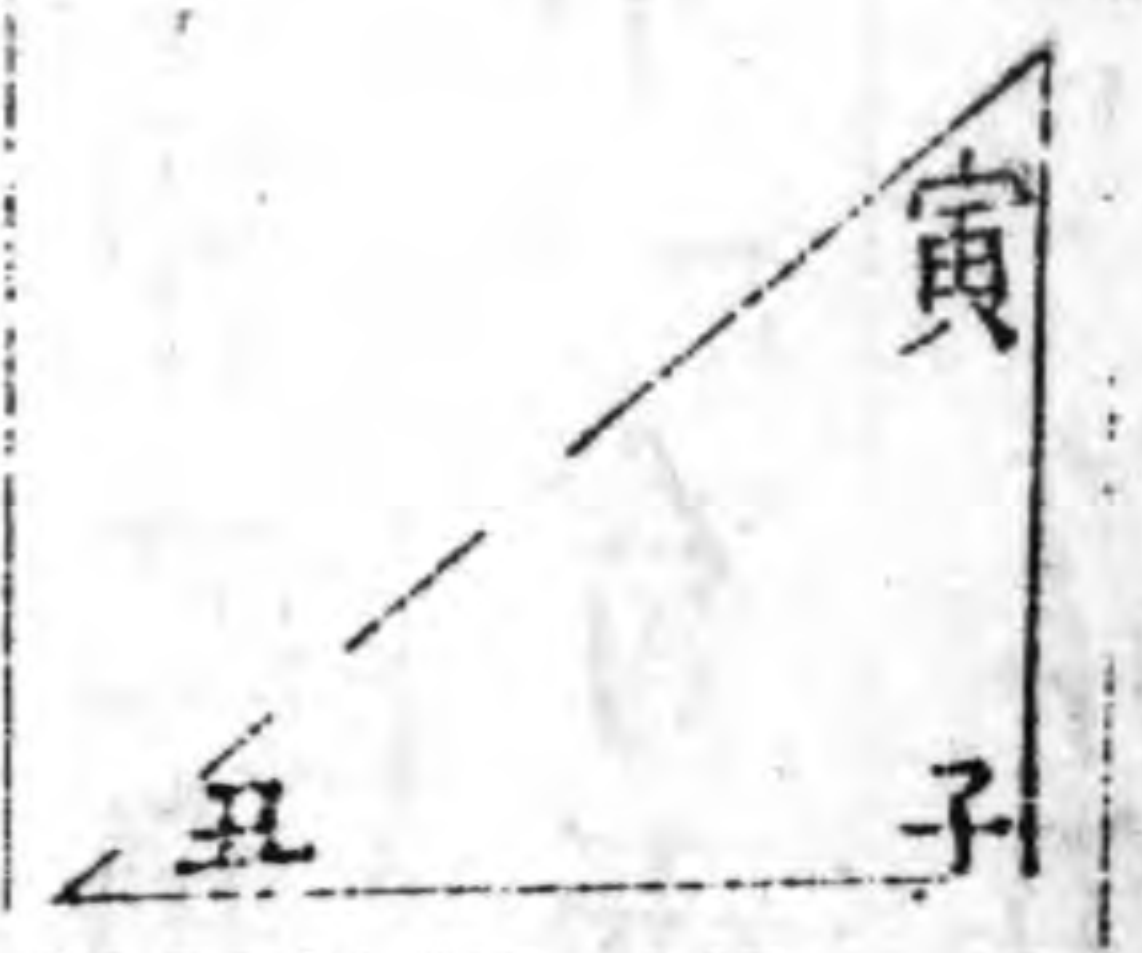
先有三件算三件 有三法

第一有兩角一邊 第二有兩邊一正角其正角為兩邊相對之角 第三有兩邊一正角其正角為兩邊相連之角

第一有兩角一邊求一角兩邊

算角





如圖 有子爲正角 有丑角 有子丑邊算  
寅角

設 丑角  $四十七度$  子角  $九十度$  子丑邊  $二八$  子角丑角總數  $百一$   
 $三十七度$  減  $一百八十度$  餘  $四十二度$  即寅角  
 $五十分$

算邊



如圖 有正角求邊對角 有子丑邊 有子

設 寅角  $四十二度$  正線  $九八二九$  爲一率 子丑邊  $二八$   
 $五十分$

比例線  $〇三六二$  爲二率 通弦  $〇〇〇〇$  爲三率 總

數  $六一二四五$  較數  $三六二六$  較數原數  $三〇二$  即丑

寅邊

算二邊



如圖 有子丑邊對寅角 有子丑邊 有子

寅邊對丑角算子寅邊

設 寅角  $四十二度$  正線  $九八二九$  爲一率 子  $二八$   
 $五十分$

比例線  $〇六二$  爲二率 丑角  $四十七度$  正線  $九八二九$

六三 爲三率 總數  $三六九三$  較數  $〇一〇$  較



數原數 三一 卽子寅邊

第二有二邊正角其角為一邊對角求二角一邊

算角

如圖 有子寅邊 有丑寅邊 有子正角算

丑角



設 丑寅邊 四二 比例線 三六六 為一率 通弦 一〇〇〇〇 為

二率 子寅邊 三一 比例線 三四九 為三率 摠數

四一 較數 九八六 得 四十七 為丑角正

線

算寅角

先有二角一子正角九十度一丑角 四十七 度 其一角為

先有二角一百八十度之餘四十二度三十分為寅

角

算邊

用第一法有兩角一邊取一邊

如圖 有丑寅邊對子正角 有丑寅邊 有

子丑邊對寅角求子丑邊



設 丑寅邊對角通弦 一〇〇〇〇 為一率 丑寅邊 四二 比例

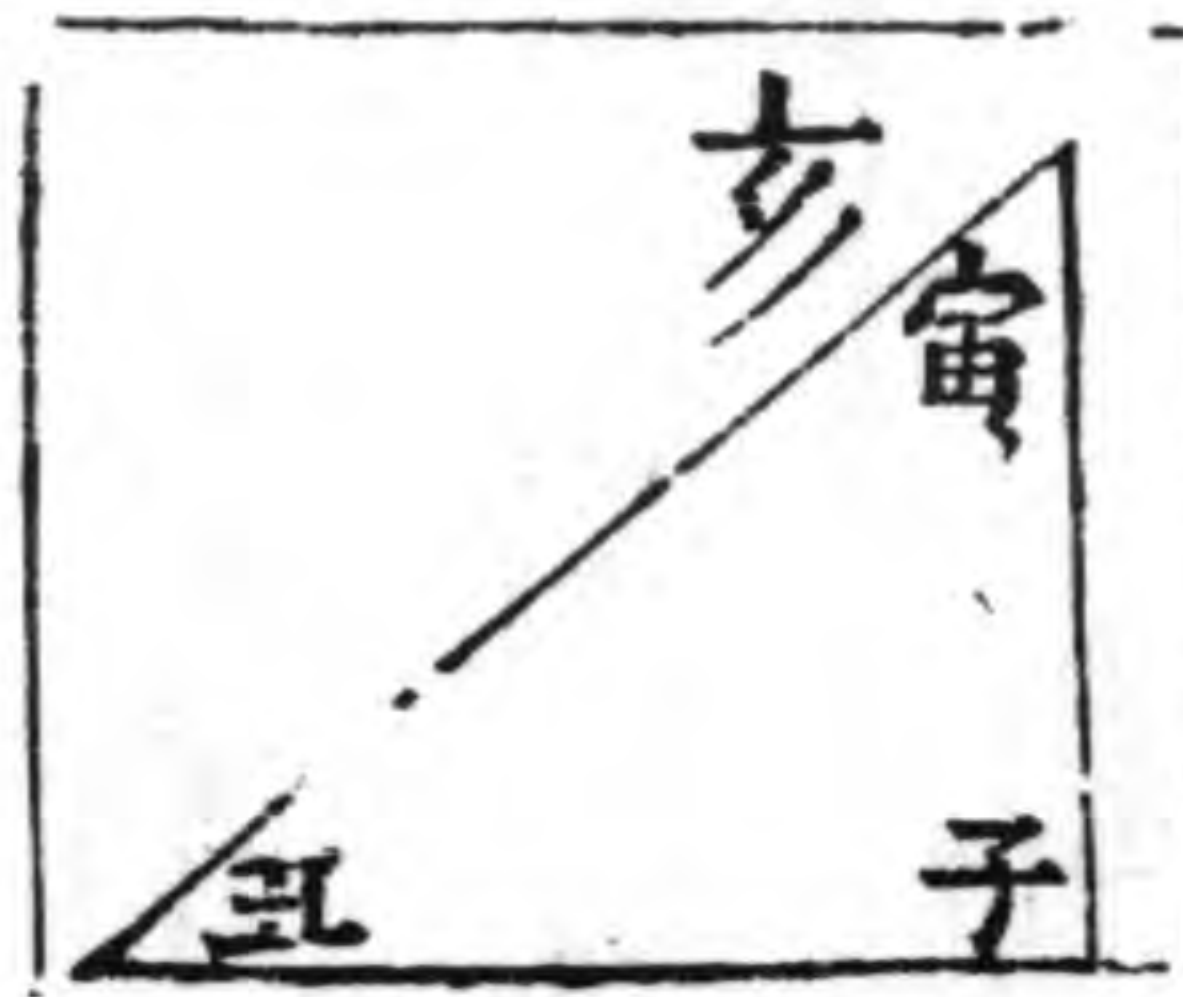


線三六三六為二率 子丑邊對寅角四十分度正線  
九八二九為三率 總數一三四五 較數三四五六  
六八三為子丑邊正線  
 得原數二八為子丑邊正線

第三有二邊一正角其角為兩邊相連之角求一邊二角

算寅角

如圖 有寅角對子丑邊 有寅角相連子寅



邊 有子角正角

設子寅邊三二比例線三三四四為一率 子丑邊二八

比例線三三四四為二率 通弦一〇〇〇〇為三率 總

數一三四五較數九九六二得四十二度為寅角

切線

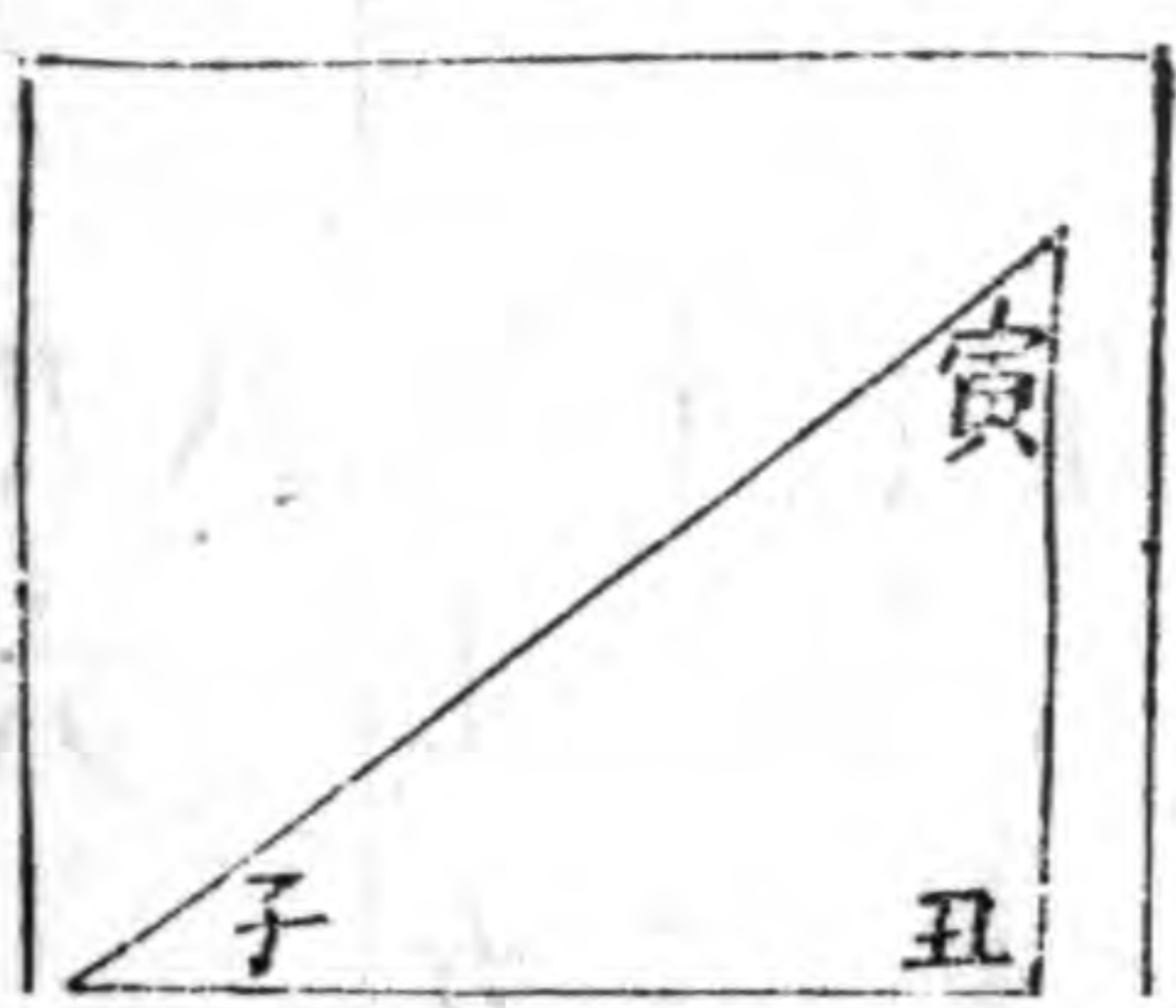
算丑角

上二角總數一正角一寅角減四十二度五十分一百八十之餘四十七度為丑角

算丑寅邊

如圖 有子寅邊 有子丑邊 有三角

一法有二角一邊即有三邊角第一法



又法 設大邊子寅三九比例線三四九四加一倍六九八八



以二八小邊五八子丑二八比例線三四五六○二六減加倍數餘三五

九六三四其原數三四加小邊子丑二八為六二比例線五六

三七九六三四五六加子丑邊比例線三四五六○六二摠數七二

七二三三四五六半之二八七原數四二○二郎所求丑寅邊五二

五七七二八七若先有正角對邊求正角相連子寅邊

如圖 有正角 有子丑邊 有丑寅邊



設 有丑寅邊四二子丑邊二八摠數七八比例線三八

五二二八二邊相減餘數一三比例線三一三七二比

例數并之六八九八七半之三四九三原數三一九即

子寅邊

有丑寅邊子寅邊求正角相連子丑邊同上法

正線鈍角三角法

先有三件算三件有四法

第一有兩角一邊 第二有兩邊一角其角為先有之邊對角

第三有兩邊一角其角為先有之邊相連之角 第四有三邊求三

角

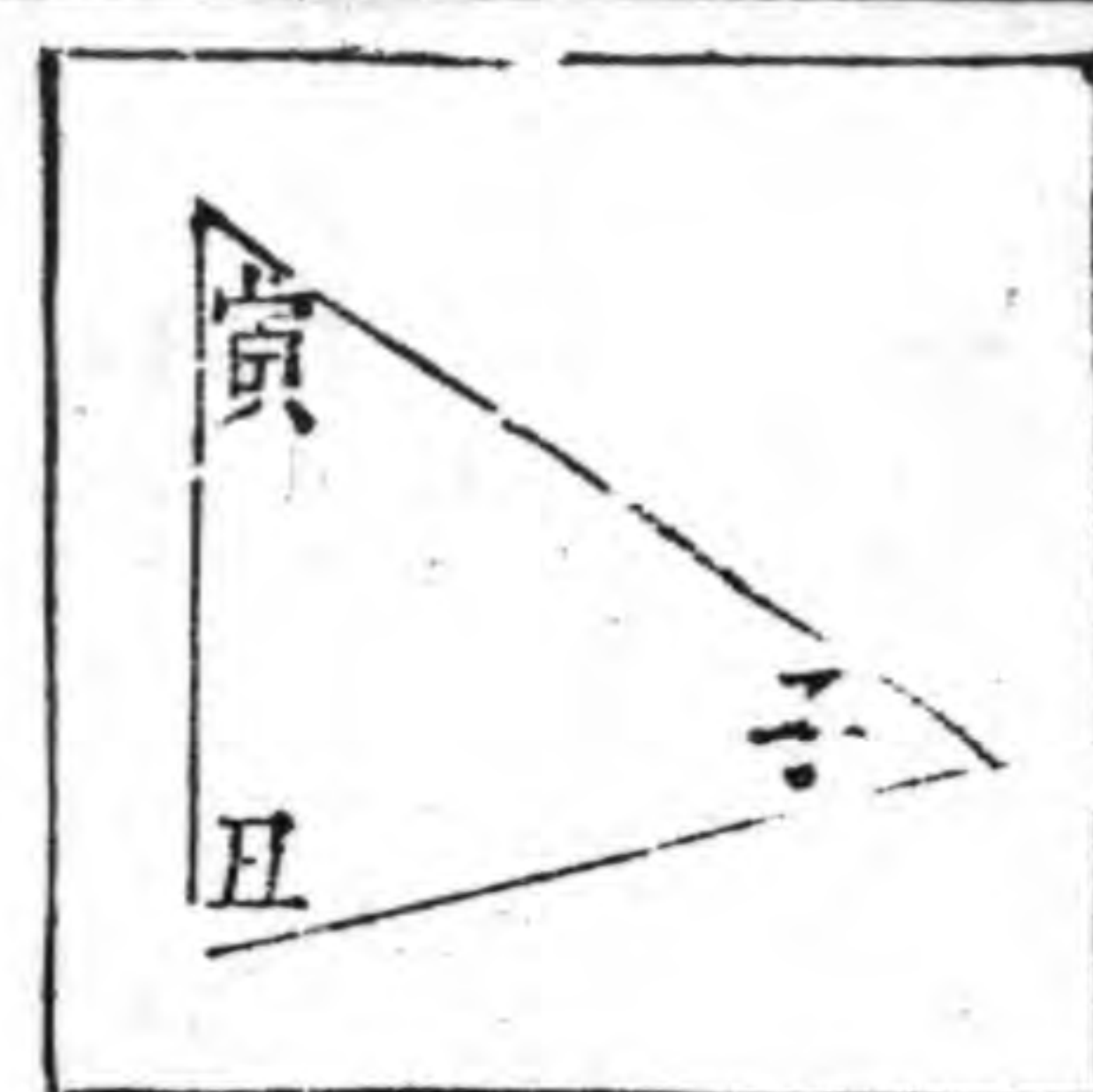
第一有兩角一邊求一角兩邊

與上正角第一法同



第二有兩邊一角 其角為先有之邊對角求兩角一邊

算丑角



如圖 有寅角 有寅角對子丑邊 有所求角對子寅邊

設子丑邊  $0.6$  比例線  $3.115$  為一率 寅角  $110$

分正線  $9.966$  為二率 子寅邊  $1.2$  比例線  $0.9$

九二為三率 總數  $1307$  較數  $9960$  得

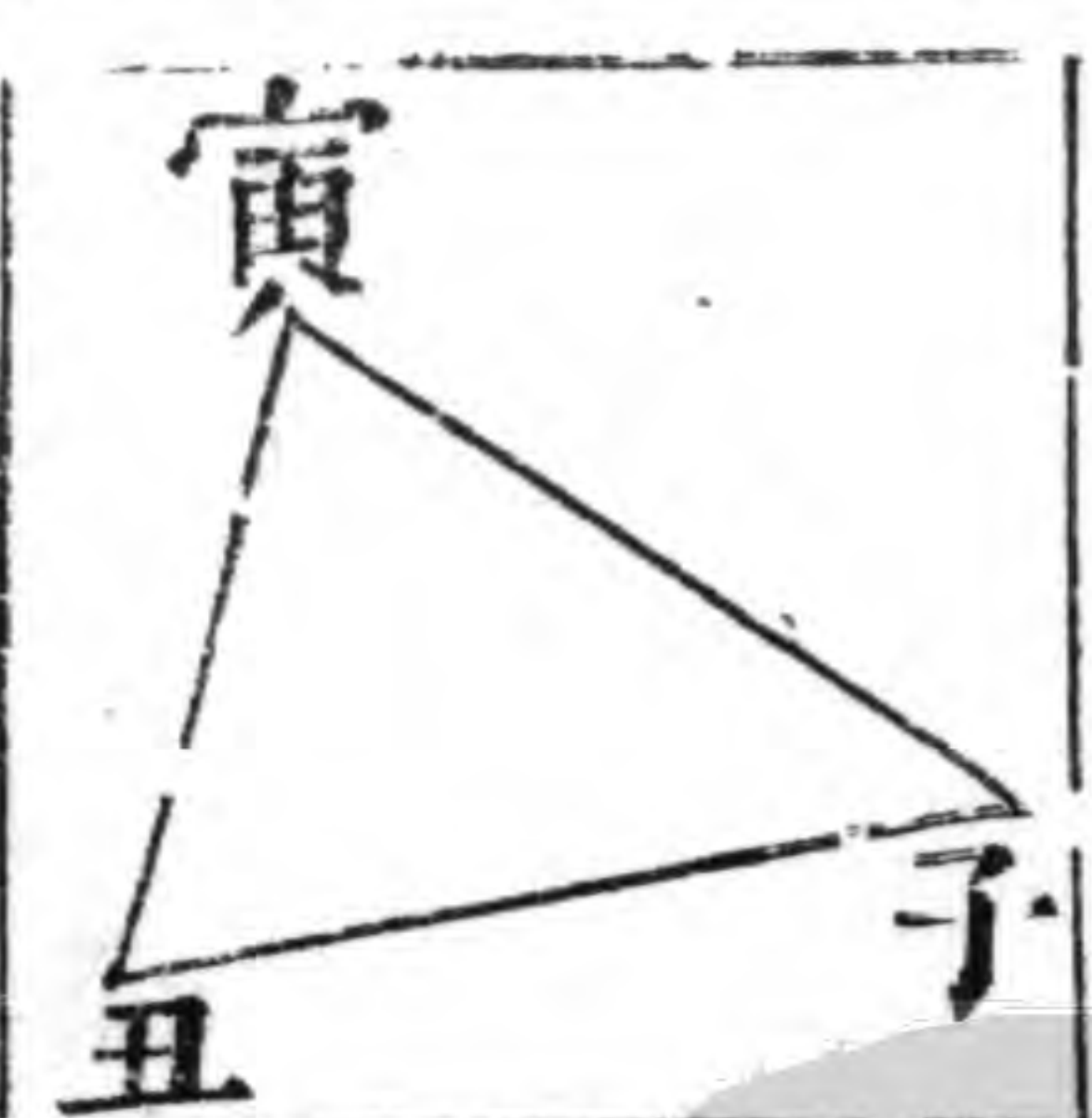
三十六為丑角切線

算子角

有丑角有寅角子角即一百八十度之餘 一度八十三分

算丑寅邊

如圖 有寅角 有子丑邊 有子寅邊



此與正角有兩角一邊求一邊同法 若先有一角為鈍

角則所求即銳角可用前法但恐同為銳角則所求角

有鈍有銳若知所求角為鈍角則四率所得加九十度

如不知不用此法

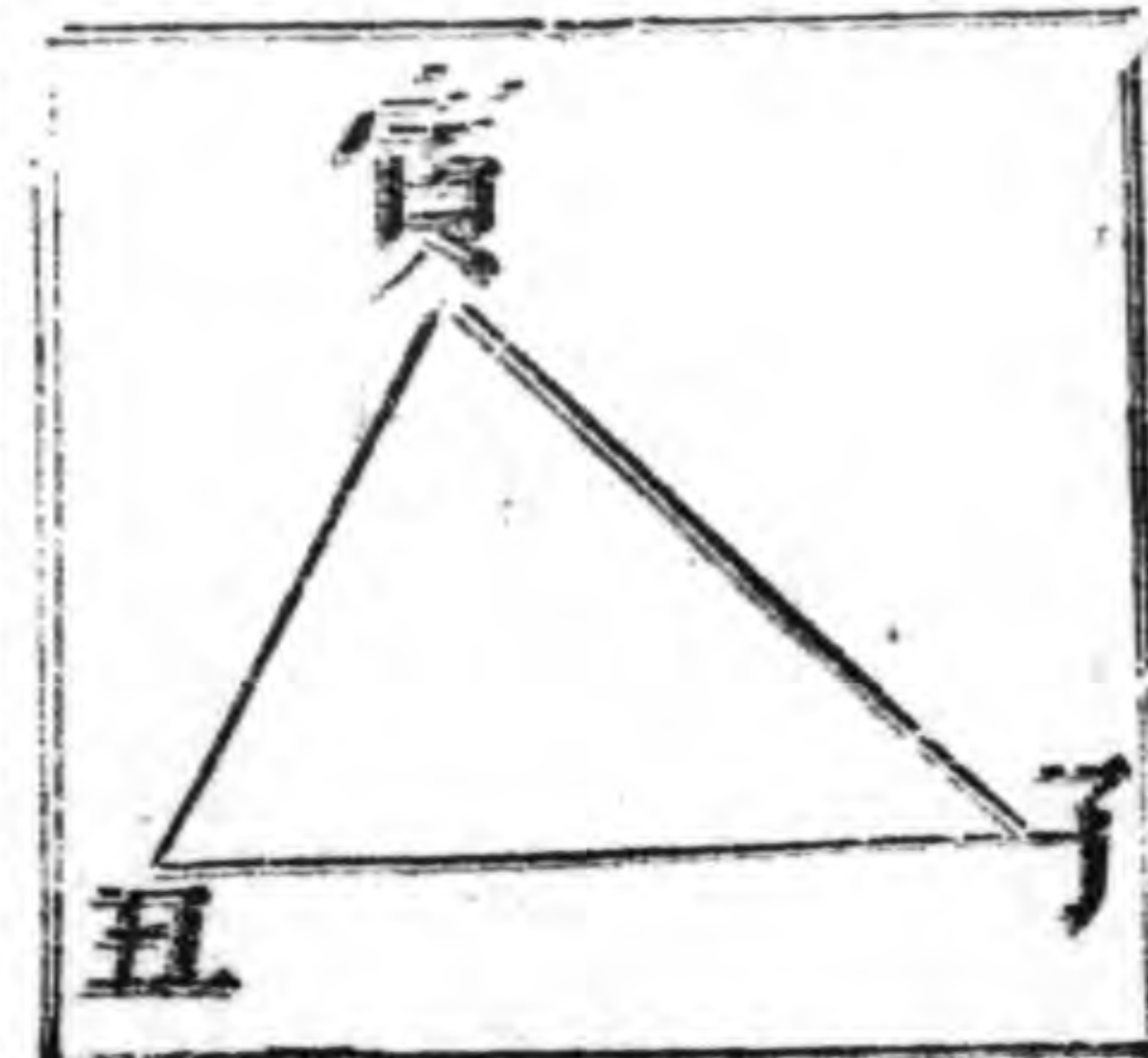
第三先有兩邊一角其角為先有邊在中之角求兩角一



邊

算丑角

如圖 有子寅邊 有丑寅邊 有寅角



設子寅大邊 八二 且寅小邊 六四 總數 一三 半之 六六 比例

線 二八二四 為一率 大邊 八二 與總數之半 六六 相

減餘 一六二 比例線 二七九三 為二率 寅角 一四六

減一百八十度餘 九十七度半 切線 九十八

一廿為三率 總數 一三六 較數 一三六 得

二度切線 三率切線度得 六十六度 為大邊所對

之丑角減之得 十六度八分 為小邊所對之子角

算子丑邊

有三角有二邊用前第一法

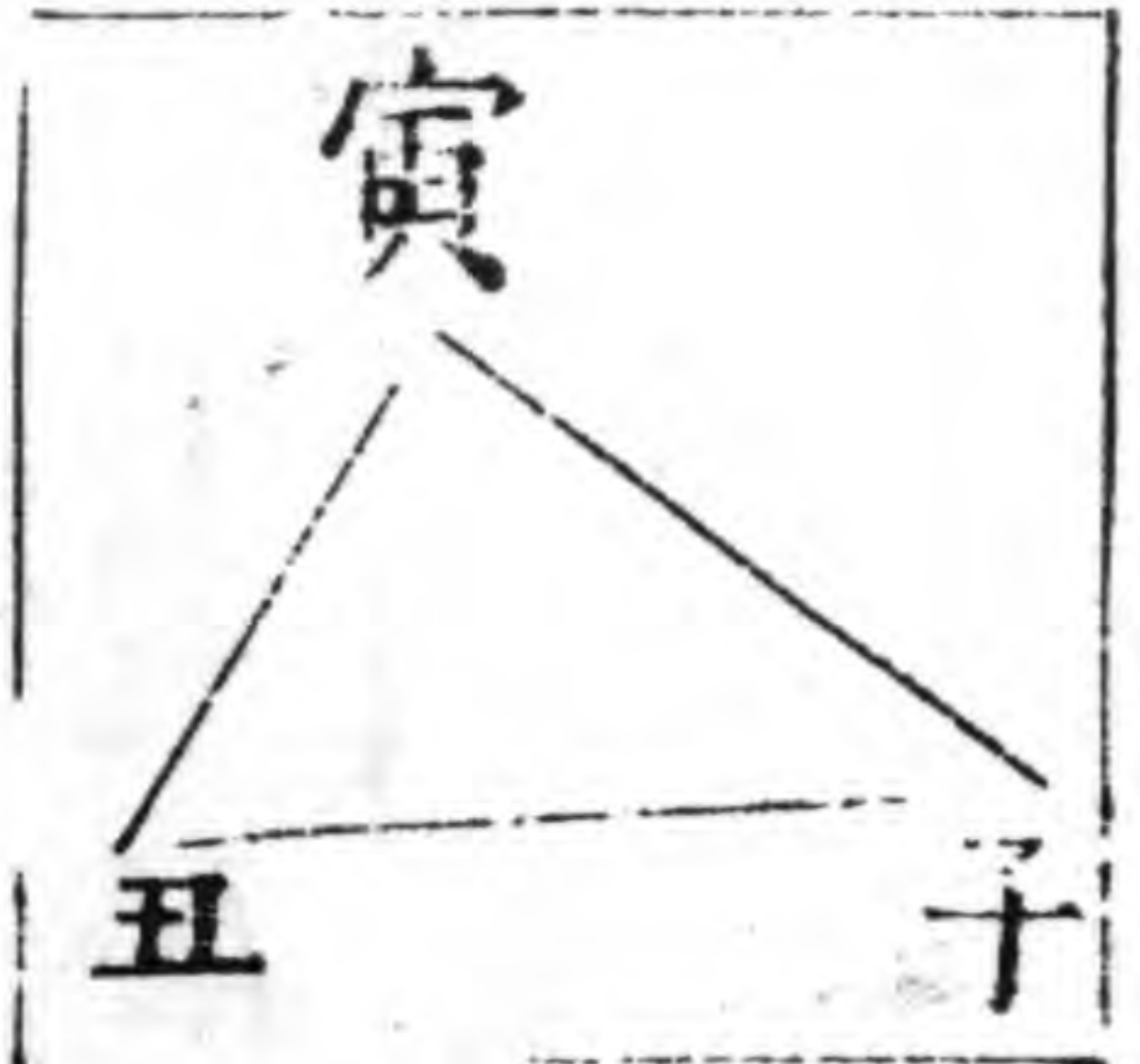
第四有三邊算三角

算三角

如圖 有丑子邊 有丑寅邊 有子寅邊求

三角

先取三餘



設子丑邊 一三 子寅邊 八二 丑寅邊 六四 相加總數 二六



半之二〇三比例線三一四二〇

取三餘子丑〇一三減半摠數得四一為子丑邊餘比例線

一一四六子寅八一二減半摠數得三為子寅邊餘比

例線一五〇五丑寅六四減半摠數得七四為丑寅邊

餘比例線一三〇五

求寅角

設寅角對子丑邊餘比例線一一四六加半摠比例線三

二〇五摠數四二六六為一率子寅邊餘比例線五

七四摠數七〇二為一率子寅邊餘比例線五

〇五一五丑寅邊餘比例線三六九五相加四六一〇

為二率通弦二〇〇〇為三率摠數二四六一

較數三〇三半之一八〇為五十六切線倍之百

求丑角

設丑角對子寅邊餘比例線一五〇五加半摠比例線三

二〇五摠數四六二五為一率子丑邊餘比例線一

七四摠數七二四為一率子丑邊餘比例線一

四六一丑寅邊餘比例線三六九五并之四二五為

二率通弦二〇〇〇為三率摠數二四二五

數一九六二半之九八二為三十三切線倍之六六

求子角

三



設寅角度六十分 加丑角度六十六分 得度一百七十二分 以減一

百八十度得一度八十八分爲子角

若三角同大即三角亦同大如一角六十即若二邊同

大即二角亦同大以減一百八十度爲其餘

有三邊算三角省法 分一鈍三角爲兩正三角作正線

于大邊之上分大邊爲二取子卯邊

算子卯邊



如圖 有三邊求三角 作正線于卯分子丑

爲兩先求子卯邊取卯丑邊

一率大邊比例線 二率二小邊相並比例線 三率

二小邊相較之比例線 四率比例線原數即子卯邊

減子丑得卯丑邊

一算子卯寅三角 有子卯邊 有子寅邊 有正角

用上法算子角

一算卯寅丑三角 有卯丑邊 有寅丑邊 有正角

用上法算丑角

算卯寅丑角算子寅卯角卯寅丑角加子寅卯角得子

寅丑角

若二立邊同大則線分子子丑之中省子卯算即有兩



三角子角丑角同上求一角

圈線

圈線三角邊皆割圓其數俱一百八十度畧少圈線角測量亦割圓獨離其極九十度

邊角俱在九十度外或俱在九十度內稱為同類或一多一少稱異類

圈線三邊總計三百六十度微少三角各一百八十度微多總計五百四十度微少

一割圓從一割圓起成兩角共一百八十度但明一角即知左邊一角為右邊一角之餘兩割圓相交上下及兩

旁之對角同大

三角之內二角正線與二角對邊之正線其比例相等

圈線正角法

先有三件算三件

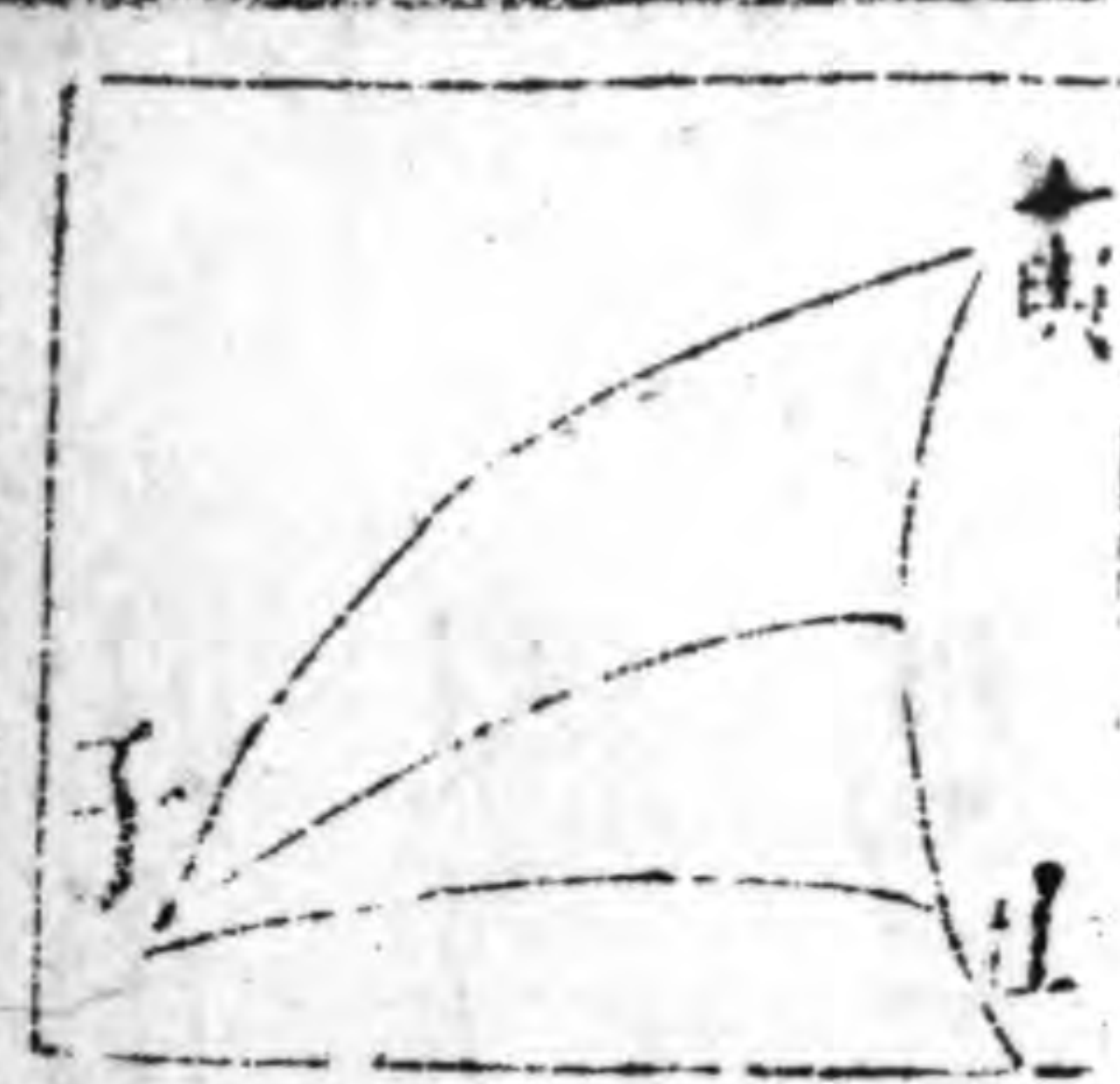
第一有正角有兩邊 第二有兩角一邊 第三有三角

第一有一正角兩邊正角在二邊之中算一邊二角

算子寅邊

如圖 有五正角 有子丑邊 有五寅邊

二邊異類正角對邊九十度外二邊同類正角對邊九十度內





設 丑寅邊 四十二度 餘 三十八分 餘

線 九八六八 為二率 子丑邊 六十度 餘 九六九

四 為三率 總數 五五九 較數 九五七五 得 二十一

八 為子寅邊 正線 其餘 六十八度 為子寅邊

算寅角

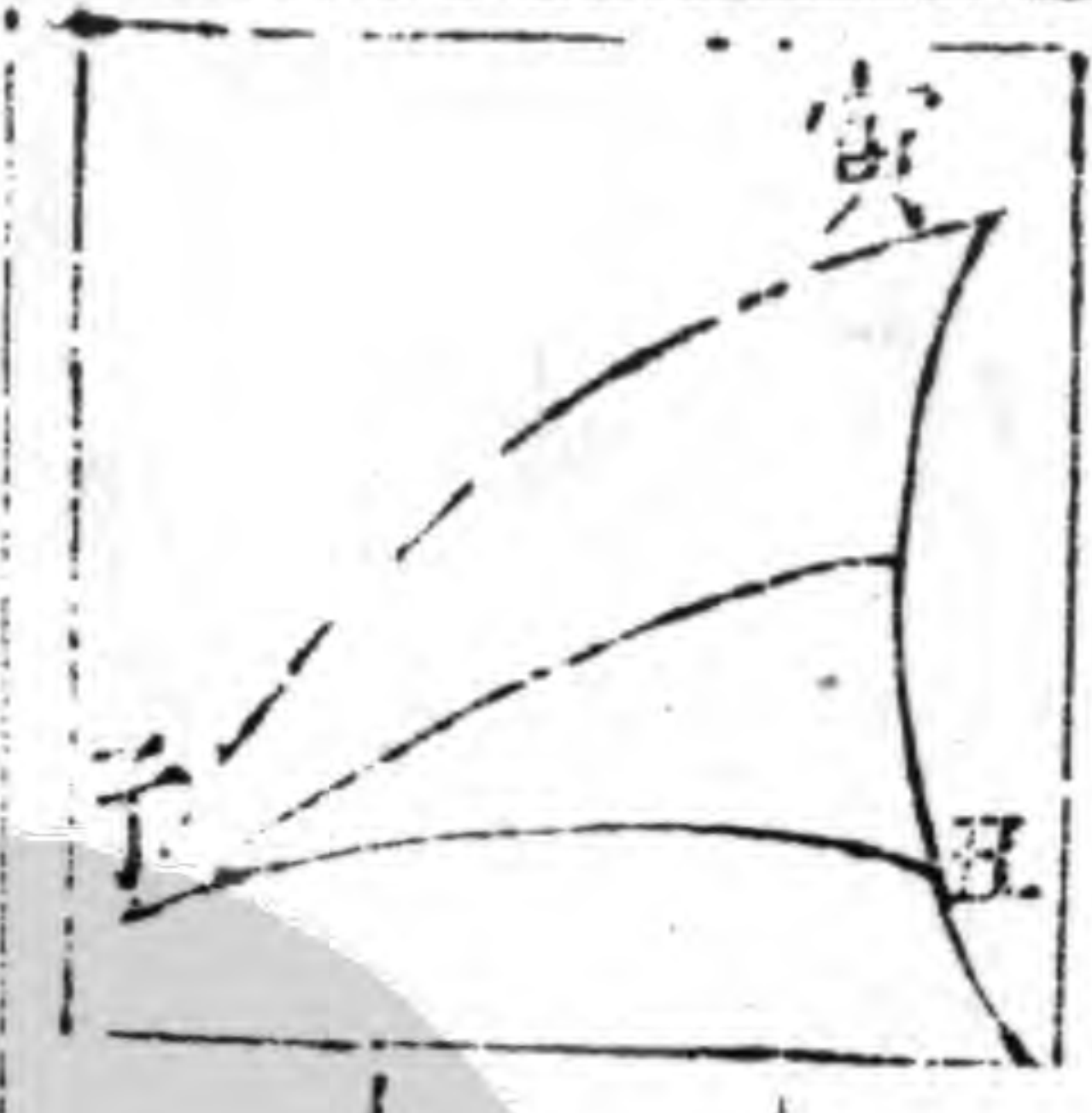
如圖 有寅角相連 丑寅邊 有寅角對子丑

邊 有正角

對邊 九十度大為鈍角 小為銳角

設 丑寅邊 四十二度 正線 九八二八 為一率 通弦 〇〇〇

〇 為二率 子丑邊 六十度 切線 一四〇八 為三率



總數 二〇二四 較數 一〇四二 得 六十八度 為寅角

切線

算子角

如圖 有子角相連 丑寅邊 有丑正角 有子

角對丑寅邊

對邊 九十度大為鈍角 小為銳角

設 子丑邊 六十度 正線 九九三八 為一率 通弦 〇〇〇

〇 為二率 丑寅邊 四十二度 切線 九九五九 為三率

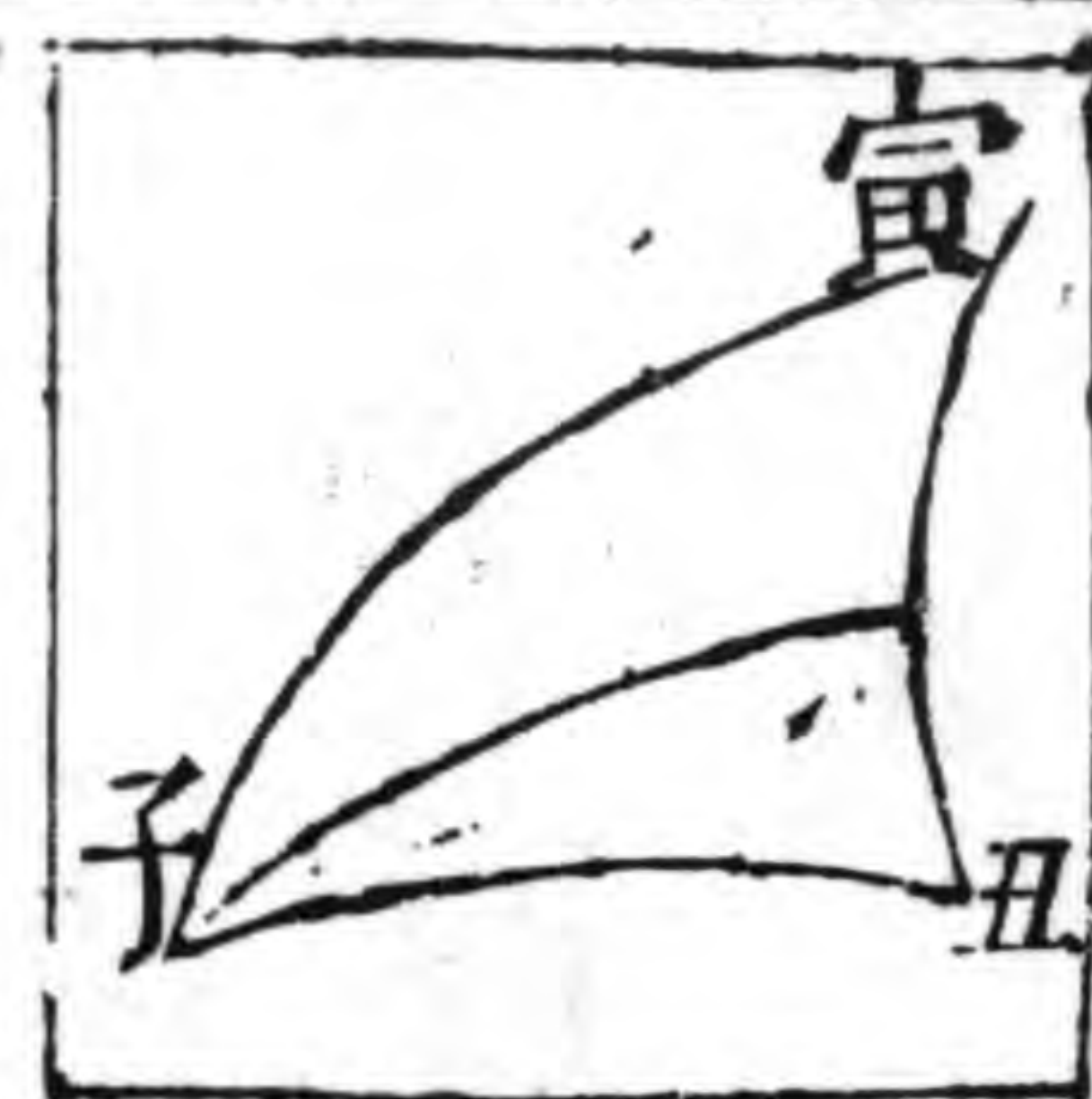
總數 九九五五 較數 一〇二五 八 得 四十六度 為子角

切線



第二法有一角兩邊一邊與正角相連求兩角一邊

算子丑邊



如圖 有丑正角 有正角相對子寅邊 有

正角相連子丑邊 子寅丑寅二邊同

類即子丑邊九十度小異類則九度大

設丑寅邊 四十二度 餘線 九八六八 為一率 通弦 〇一〇〇

〇〇〇 為二率 子寅邊 六十八度 餘線 九五六五 為三

率 總數 一九五六 較數 九六九六 得 二十九度 為

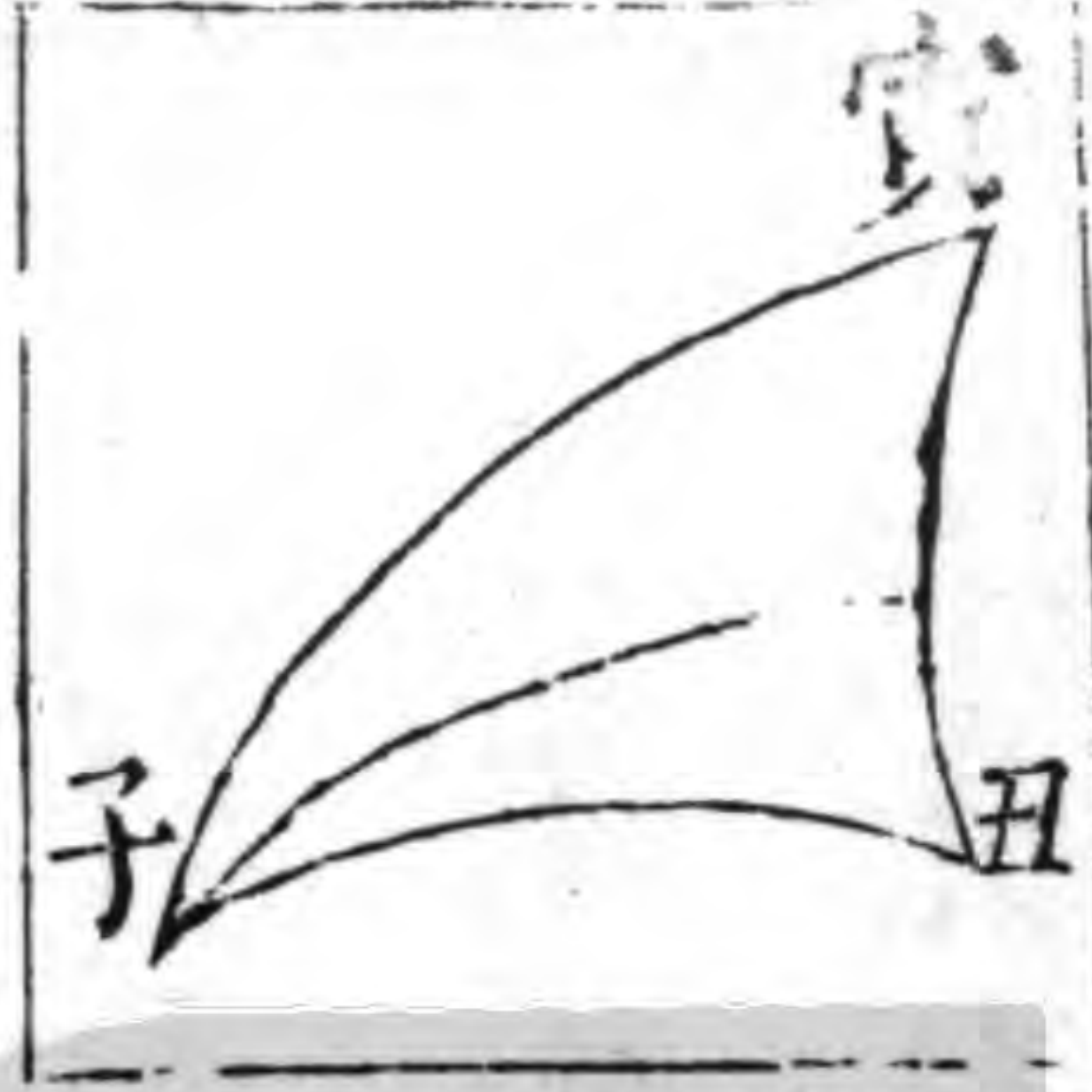
子丑邊餘線其十六度 為子丑邊

算寅角 先有相連之邊

如圖 有丑正角 有正角對子寅邊 有所

求角相連丑寅邊 先有二邊同類寅

為銳角異類為鈍角



設通弦 〇一〇〇〇〇 為一率 子寅邊 六十八度 餘切線 九

四七三 為二率 丑寅邊 四十二度 切線 九九五 為三

率 總數 二九五五 較數 九五五六 得 二十一分 為寅

角正線其餘 六十八度 為寅角

算子角

對邊在九十度以外為鈍角對邊在九十度以內

為銳角





如圖 有丑正角 有正角對子寅邊 有所求角對丑寅邊

設

子寅邊

六十八度四十一分

正線

九九六八

為一率

通弦

一〇〇

〇〇

〇〇為二率

五寅邊

四十三度三十三分

正線

三九〇八

為二

率

總數 八九三〇

較數 九八七三

為

四十六度

子

角正線

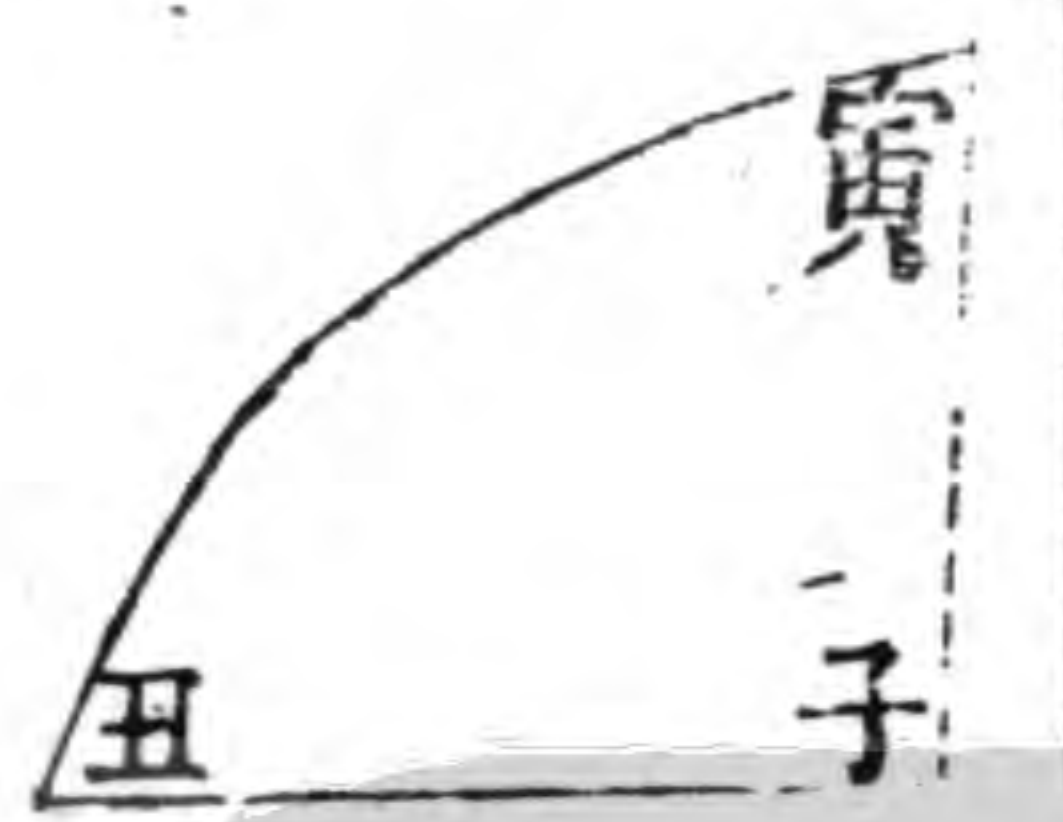
〇〇

角正線

第三有兩角一邊 有三法 一法先有邊為所求角對邊 二法先有邊為先有角對邊 三法先有邊為正角對邊 一法先有一邊為所求角對邊

求寅角

先有邊所對之角



寅子

如圖

有丑正角

有子丑邊為寅角對邊

寅角對邊在九十度外寅即鈍角在內

即銳角

設

通弦

一〇〇〇〇

為一率

子丑邊

六十度十六分

餘線

九六九

為二率

子角

四十六度四十分

正線

八八五九

為三率

總數

六六九五

較數

九五五六

得

二十二度

為寅角正

線其餘

六十八度八分

為寅角

求子寅邊

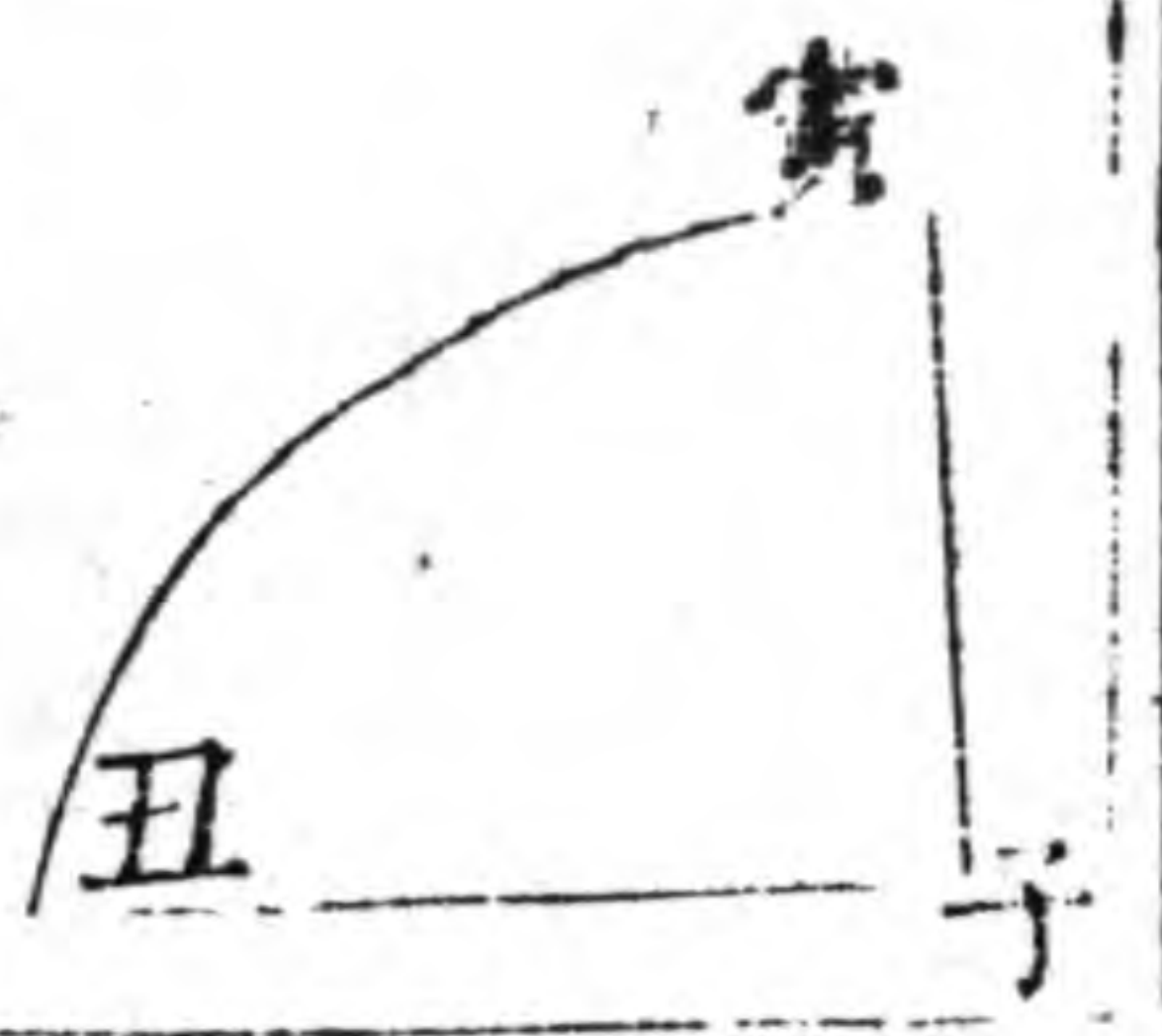
正角對邊

先有角與先有邊同類正角對邊九十度內異類



九十度外

如圖 有丑正角 有子角 有子丑邊



設通弦 一〇〇〇〇〇 爲一率 子角 四十六度 餘線 九八三

九爲二率 子丑邊 六十分 餘切線 九七五 爲三率

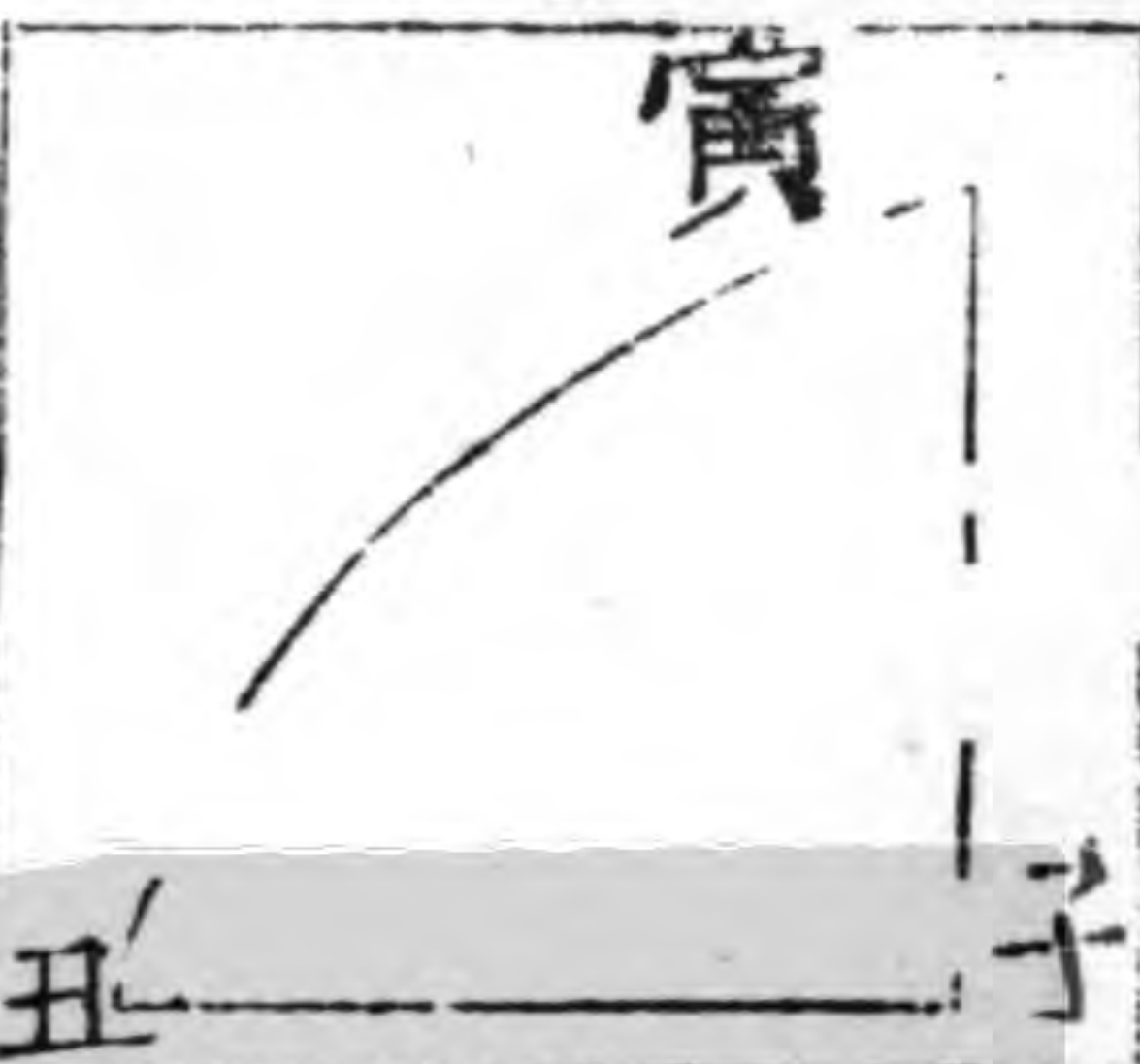
摠數 七一九五九 較數 九五六七 得 五十八分 爲子寅

邊餘線其餘 六十八度 爲子寅邊

求丑寅邊 先有角對邊

所求邊對角在九十度外爲鈍角 內爲銳角

如圖 有丑正角 有子角 有子丑邊



設通弦 一〇〇〇〇〇 爲一率 子丑邊 六十六度 正線 九九三

七爲二率 子角 四十六度 切線 一〇〇〇 爲三率

摠數 九四八九五 較數 九九五九 得 四十三分 爲丑寅

邊正線

一法有兩角一邊 先有邊爲先有角對邊求一角二邊

求子角

若知對邊在九十度外子爲鈍角在內爲銳角



又法正角對邊在九十度內先有角為銳角則子角亦銳角先有角為鈍角則子角亦鈍角 正角對邊在九十度外先有角為銳角則子角為鈍角先有角為鈍角則子角為銳角不知銳鈍不可筭

寅  
子  
如圖 有丑正角 有寅角 有寅角對子丑邊

設子丑邊 六十度 餘線 九六九六 為一率 通弦 〇〇〇〇

〇〇 為二率 寅角 六十八度 餘線 九五五六 為三率  
 總數 六九二六 較數 八八五九 得 四十六度 為子角

正線 若子角為鈍角則加九十度

求子寅邊 正角對邊

寅  
子  
如圖 有丑正角 有寅角 有子丑邊  
 一法先有寅同後得子角同類正角對邊在九十度內異類在九十度外 二法正角相連子丑寅二邊同類正角對邊在九十度內異類在九十度外 不可筭

知其銳鈍不可筭

設寅角 五十八度 正線 九九六九 為一率 通弦 〇〇〇〇  
 〇〇 為二率先有子丑邊 六十六度 正弦 九九三八 為三率

三角法

其



總數八一九九三  
較數九六八  
得六十八度  
為子寅

邊正線

求丑寅邊  
與先有角  
相對之邊



如圖 有子丑邊 有寅角 有丑正角

一法求邊對子角為銳角即丑寅邊在九十度內鈍角在九十度外 二法正

角對子寅邊與子丑邊同類即在九十度內異類即在九十度外不知銳鈍不

能算

通弦〇〇〇〇〇〇〇〇  
為一率 子丑邊六十分切線一〇二

八為二率 寅角六十八度餘切線八五八六為三率

總數八二九八二 較數九八二八 得四十二度為丑寅

邊正線

第四有兩角一邊 其邊為正角對邊

算寅角



如圖 有丑正角 有子角 有正角對子寅

邊 正角對子寅邊與子角同類寅為銳角異類寅為鈍角

設通弦一〇〇〇〇〇〇〇〇  
為一率 子寅邊六十八度餘線九五

六七為二率 子角四十四分切線一〇三二為三率

三角法

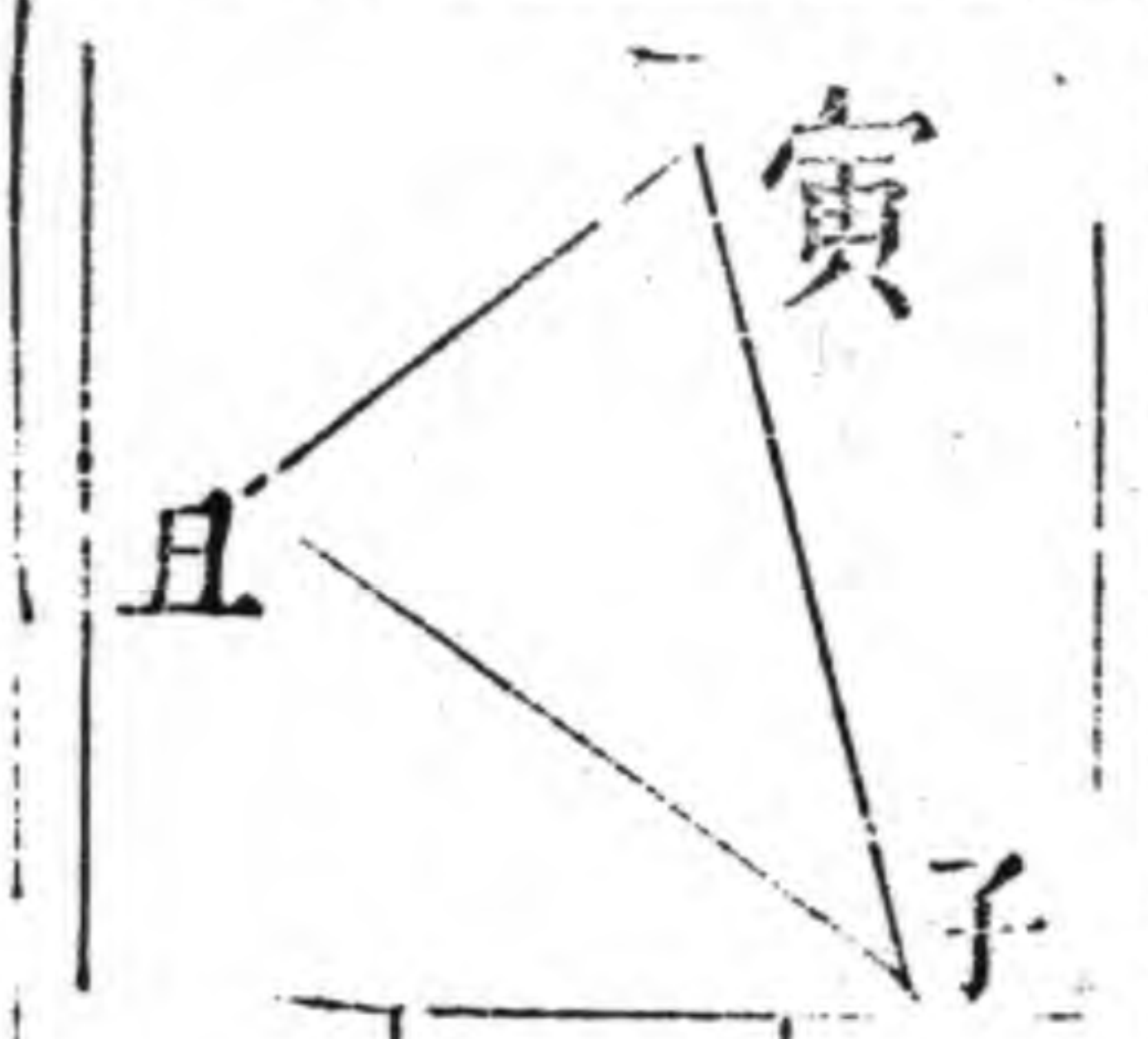
七



總數 一九五八 較數 九五八六 得 二十一 為寅角餘  
六九〇七

切線其餘 六十八度 為寅角  
八十八分

算子丑邊 先有角相連之邊



如圖 有子角 有丑正角 有正角對子寅

邊 正角對邊九十度外子為銳角或

為鈍角子丑邊即九十度內正角對邊

或為銳角子丑  
邊即九十度外度

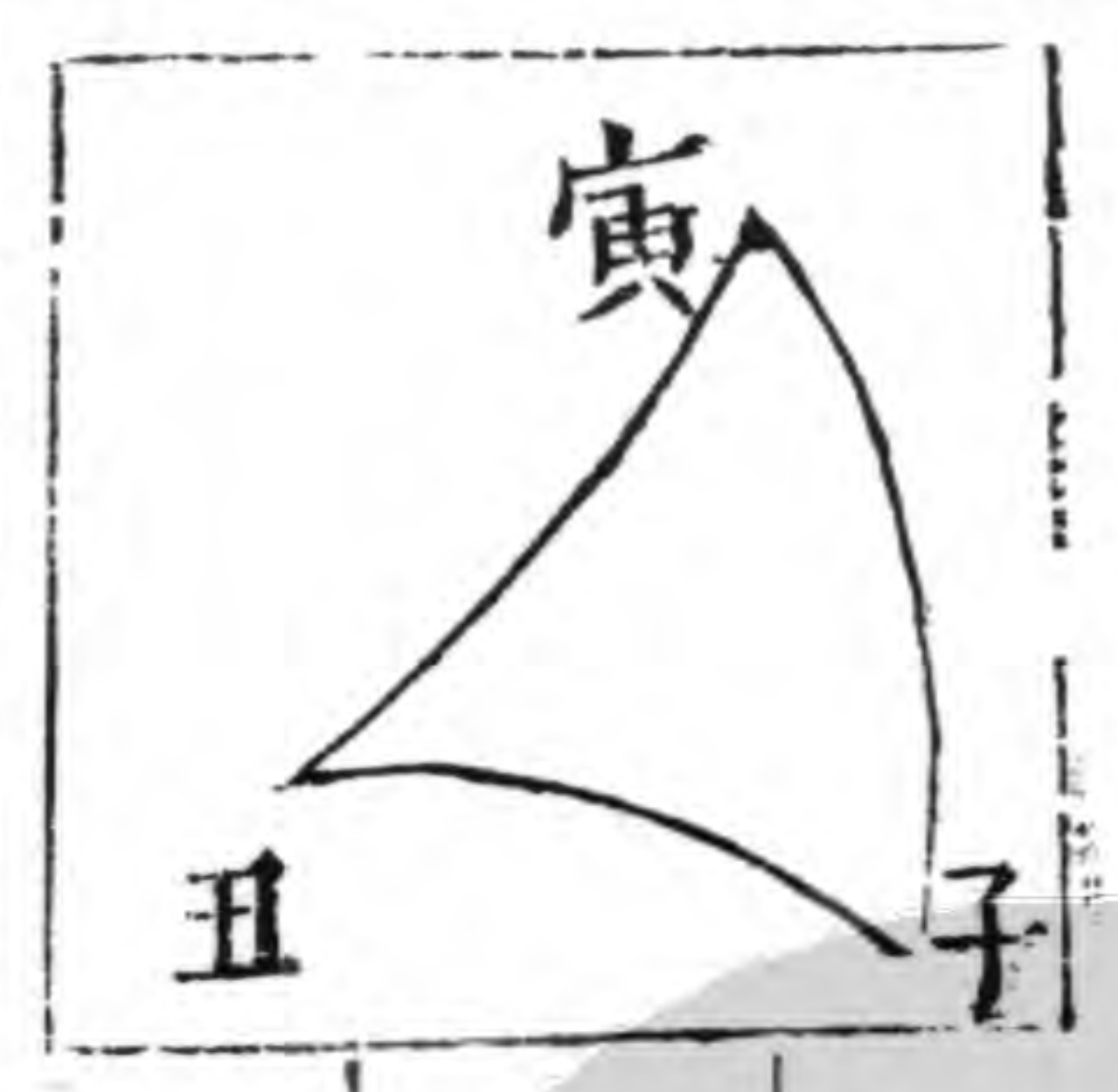
設 通弦 一〇〇〇 為一率 子角 四十六度 餘線 九八三  
〇〇〇

九為二率 子寅邊 六十八度 切線 一〇四 為三率  
四十二分

總數 二〇二四 較數 一三六二 得 六十六度 為子丑邊  
一三六二

切線

算丑寅邊



如圖 有丑正角 有求邊對子角 有子寅

邊 所求邊對子角是銳角即丑寅邊

在九十度內是鈍角在外

設 通弦 一〇〇〇 為一率 子寅邊 六十八度 正線 九八  
〇〇〇

四二為二率 子角 四十六度 正線 九八五九 為三率  
四十分

總數 一九八二 較數 九八二八 得 四十二度 為丑寅  
八二七〇

邊正線

第五有三角求三邊

三角法



求子寅邊 正角對邊



如圖

有子角 有正角 有寅角

子角寅角同類正角對子寅邊在九十

內異類在外

設通弦一〇〇〇〇〇〇為一率 子角四十六度餘切線九

八為二率 寅角六十八度餘切線九一五八六為三率

總數五九五六較數九五六五得二十一度為子寅

邊餘線其餘六十八度為子寅邊

求丑寅邊 子角對邊 所求丑寅邊對子角為銳角丑寅邊在九十度內

為鈍角在外

如圖 有正角 有子對角 有相連寅角



設寅角六十八度正線九一六九為一率 通弦一〇〇〇

〇〇為二率 子角四十六度餘線九一三八為三率

總數八九八三較數九八六八得四十七度為丑寅

邊餘切線其餘四十二度為丑寅邊

求子丑邊 子丑邊對角為銳角子丑邊在九十度內為鈍角



在九十度外

如圖 有相連子角 有正角 有寅角



設子角 四十六度 正線 八八五九 為一率 通弦 一〇〇〇

〇〇 為二率 寅角 六十八度 餘線 九五五六 為三率

總數 一九五五 較數 九六九六 得 二十九度 為子丑

邊餘 六六二六 線其餘 六十七度 為子丑邊

### 圈線鈍角三角法

三角鈍角之內無正角其三角或鈍角或銳角

算鈍角有二法一分鈍角為兩正角與算正角同法下文

止言理不作設數其設數已詳于前二法不分正線易

為者著于一法之後不易為者省之

凡鈍角分兩正角其下面二角同類者線在角內異類者

線在角外

### 圈線鈍角三角法

有三件算三件 有六法

第一先有一角兩邊其一邊與先有角相對 第二有

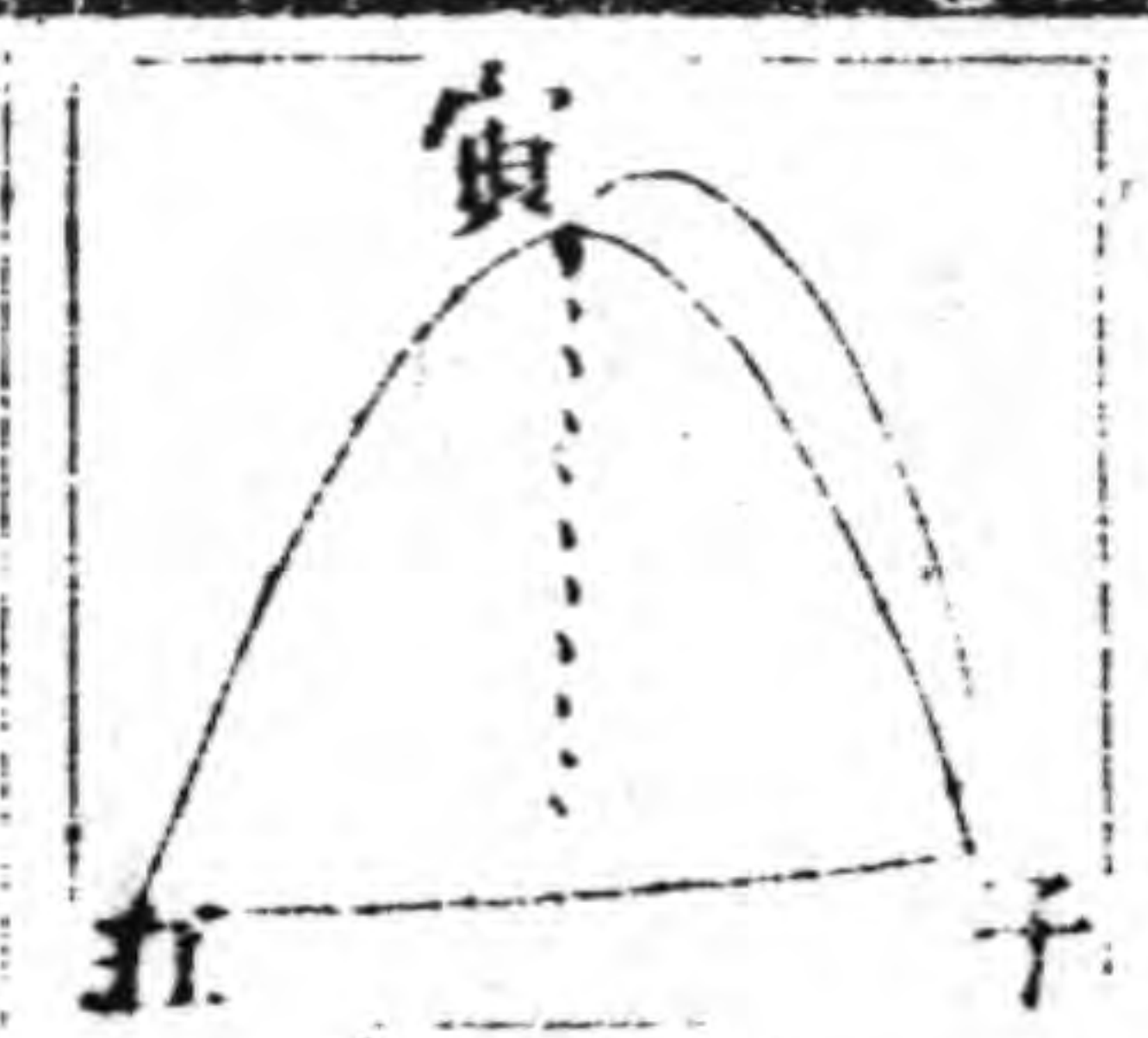
一角兩邊其先有角在兩邊之中 第三有兩角一邊

其邊與先有一角相對 第四有兩角一邊其邊在先



有二角之中 第五先有三角 第六先有三邊

第一先有一角兩邊 其一邊與先 求二角一邊 有角相對



如圖 有丑寅邊 有丑角對子寅邊 有丑

角 算寅角 算子角 算子邊 角

不明銳鈍不可算用下文二邊總數在

一百八十度內丑為鈍角子即銳角二

邊總數在一百八十度外丑為銳角子

即鈍角

分鈍角為兩正三角作線在是有二邊之中 線即當從寅上起

當分在外在內兩角同類線在內兩角異類線在外線

在內如圖先算丑 郊三角

有郊正角 有丑角 有正角 有正角對丑寅邊

用上正角法 算郊寅邊 算郊丑邊 算郊寅丑角

如上圖又算子寅郊三角

有卯正角 有郊寅邊 有正角對子寅邊

用上正角法 算子角 算子郊邊 子郊邊與子丑邊相加即子丑邊

算子寅郊角 子寅郊角與郊寅丑角相加即子寅丑角

若正線在外

先算丑寅郊大三角





如圖 有卯正角 有丑角 有丑寅邊為正  
角對邊

用上正角法 算卯寅邊 算卯丑邊 算丑寅郊角

如上圖又算子寅郊小三角

有卯正角 有卯寅邊 有子寅邊

算卯子邊 以郊子邊減卯

算子寅郊角 郊角即子寅角

算郊子寅角 郊子寅角一百八十八度

內算第二子角 先有邊 有截法不用分線



如圖 有丑角 有丑寅邊 有丑寅邊  
子寅邊 八十一度 正線 九九九四 為一率 丑角 五十一度  
子寅邊 三十三分 正線 九九九三 為一率 丑角 五十一度  
子寅邊 三十三分 正線 九九九三 為一率 丑角 五十一度

子寅邊 八十一度 正線 九九九四 為一率 丑角 五十一度  
正線 九九九四 為二率 丑寅邊 三十三分 正線 九九九三 為一率 丑角 五十一度

二為三率 總數 一九七七 較數 九七七九 得六十三度

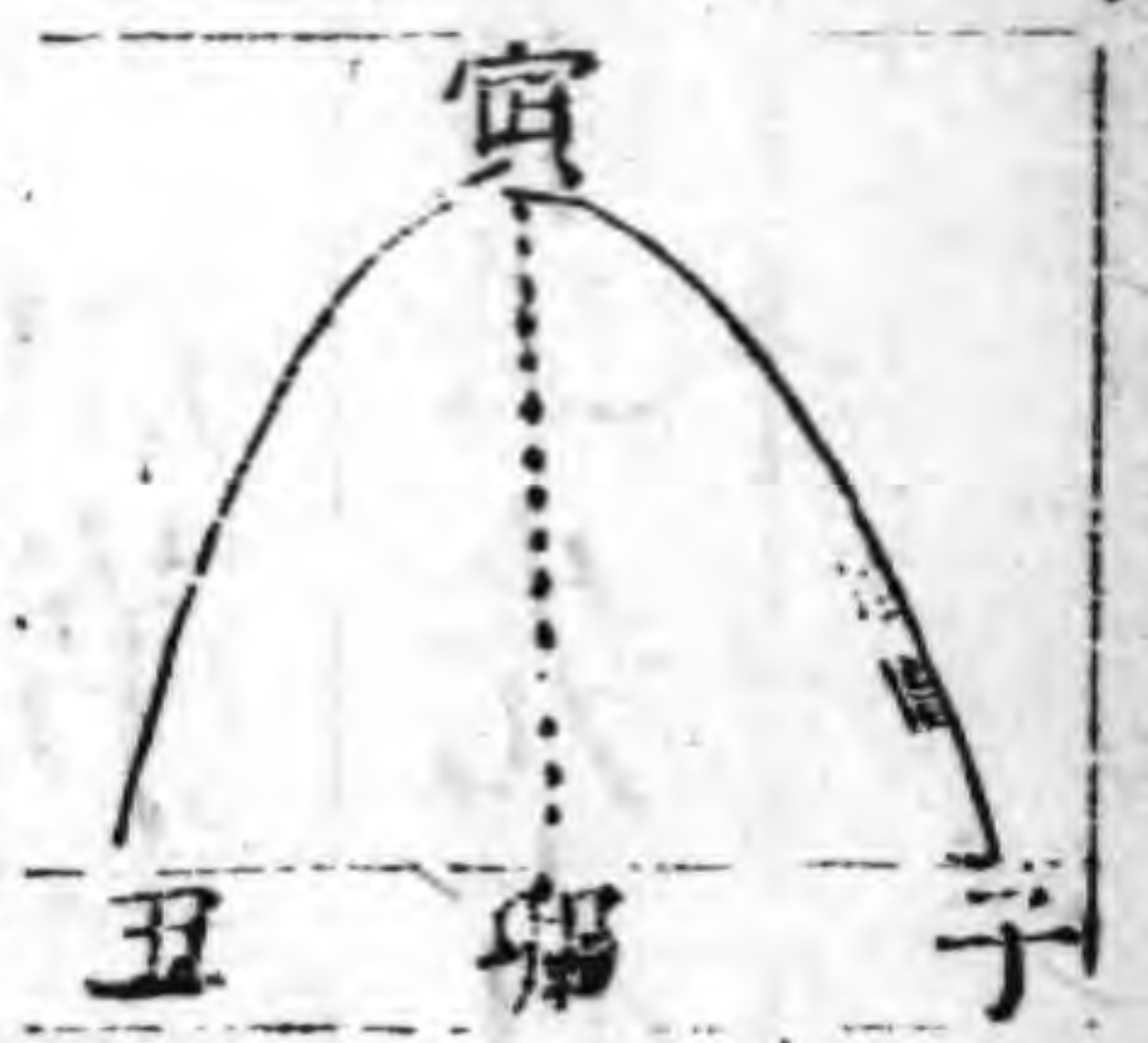
九十分為子角正線

知第二角算第三角第三邊用下法

第二先有一角兩邊 先有角在先有二邊 之中求兩角一邊

如圖





有丑角 有子丑邊 有丑寅邊  
子角 算角 算子寅邊

線分鈍角為兩三角作線當從不知之角分

不拘何一角如作寅卯線

欲知分線在內分線在外先算丑寅卯三角 有郊正角

有丑角 有正角對丑寅邊

用上正角法 算郊丑邊郊丑比子丑大正線在外小

正線在內

分線在內如上圖算丑寅郊三角

用上正用法 算郊寅邊 算郊寅丑角

如上圖又算子寅郊三角

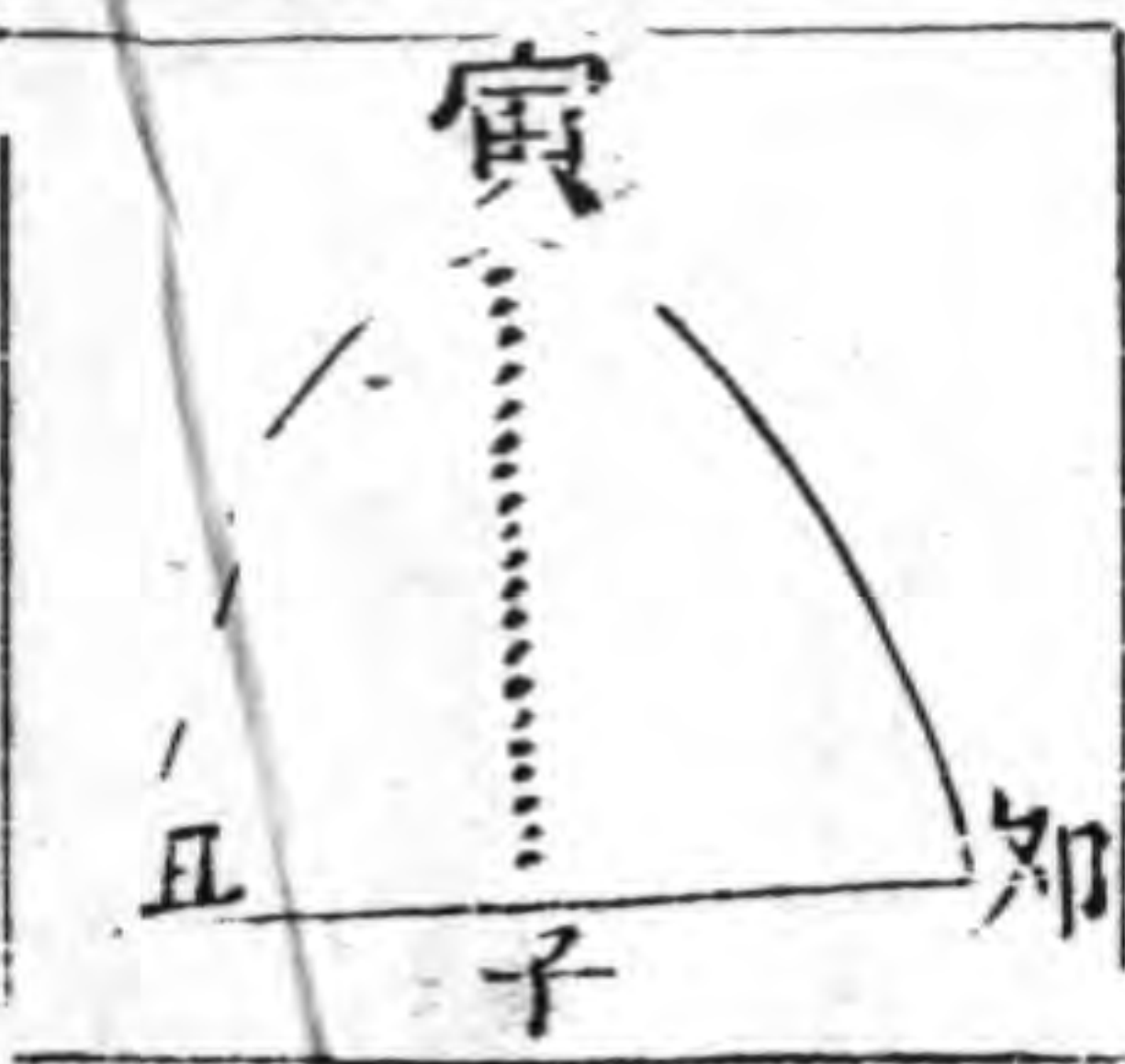
有郊正角 有郊寅邊 有子郊邊 郊丑邊減子丑邊即郊子邊

用上正角法 算子角 算子寅邊 算子寅郊角 郊寅

丑角加子寅郊角即子寅丑角

分正線在外先算丑寅卯大三角

如圖 有郊正角 有丑角 有寅丑邊 正角對邊



用上法 算郊寅邊 算丑寅郊角 算卯丑邊 以卯

減丑子邊即子卯邊



又算子寅卯小三角

如圖 有郊正角 有子郊邊 有郊寅邊

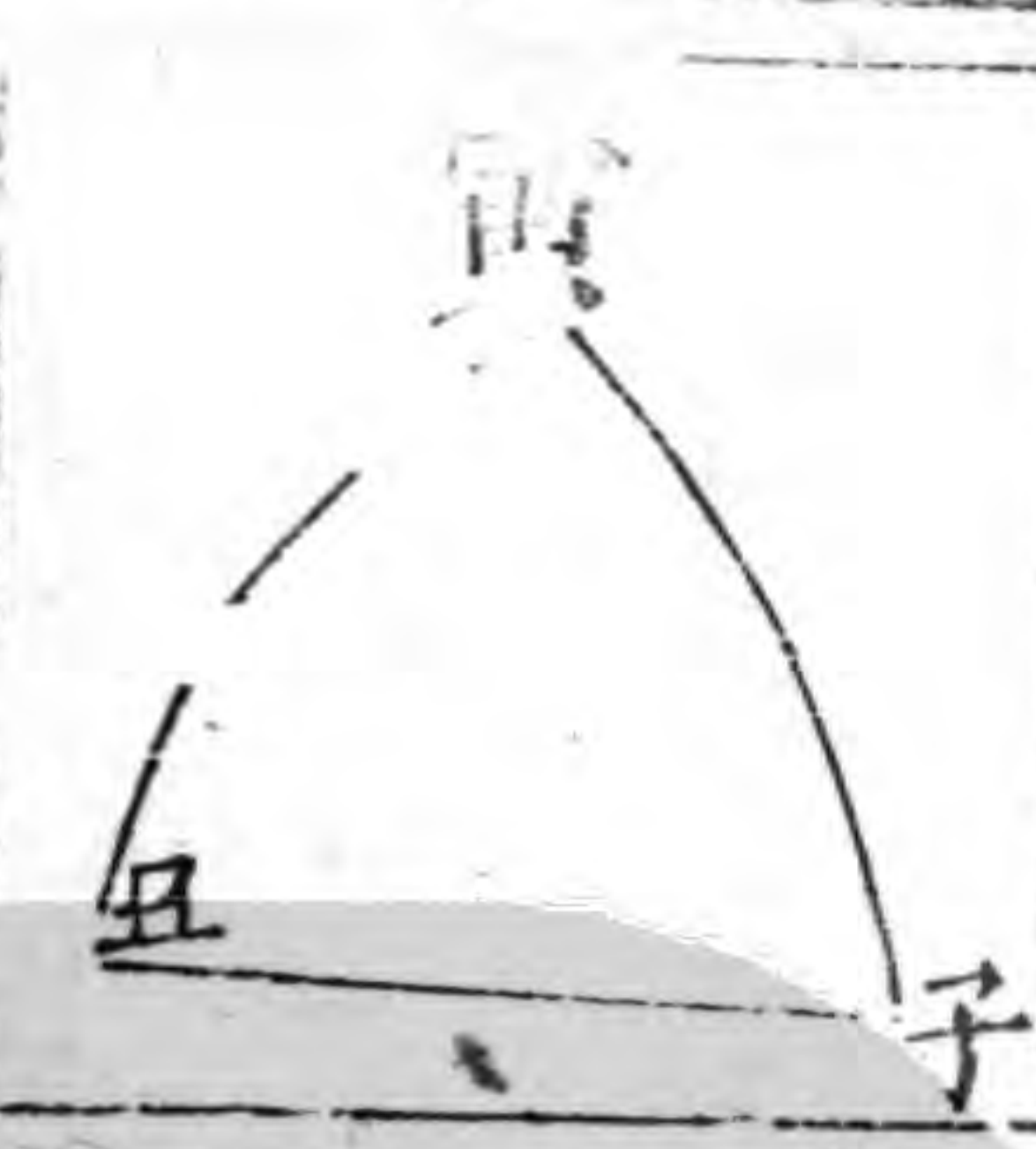
用上法先有兩邊正角在兩邊中間 算卯子寅角

算子寅邊 算子寅卯角 子寅郊角減卯寅丑角即子寅丑角

○算子角

郊子寅角減一百八十度即寅子丑角

若不用分線有三率法



如圖 有子角 有子寅邊 有子丑邊

求丑角 求寅角

設子角一百〇五度 子寅邊三十八度 子丑邊六十七度 兩邊摠數

一百〇五分 半之五十二度 餘線九十七分 為一率

兩邊較數二十七分 半之十四度 餘線九十八分 為

二率 子角一百〇五度 半之五十二度 餘切線九十八分

為三率 摠數〇一六〇 較數九五二六 得八十七

分 為二角摠數之半數

又算兩邊摠數之半五十二度 正線九十九〇 為一率

兩邊較數半之十七度 正線九四〇 為二率 子

角半數五十二度 餘切線九八〇 為三率 摠數九

二九四 較數九三九二 為十三度 切線為二角餘



之半數

二半數相加得六十四度為大寅角大邊對二數相減

三十六度為小丑角小邊對

有兩角 算第三丑寅邊用下有兩角一邊 算一邊

法在第三法不分線內

第三先有兩角一邊其邊與先有一角相對求一角兩邊  
要求不知一角對邊或在九十度內或在九十度外



如圖 有丑角 有子角 有丑寅邊  
算子寅邊 算子丑邊 算寅角

線分鈍角為兩三角作線當從不知之角分 子丑二角

同類正線在內二角異類正線外

正線在內如上圖 算丑寅卯小三角

有郊正角 有丑角 有丑寅邊

用上法 算郊丑邊 算郊寅邊 算丑寅郊角

如上圖又算子郊寅小三角

有郊正角 有子角 有郊寅邊

用上法算子郊邊子郊邊加郊丑邊即子丑邊

算子寅邊 算子寅郊角子寅郊角加丑寅郊角即子寅丑角

正線在外先算郊寅丑大三角





如圖 有卯正角 有丑角 有正角對丑寅邊

又用上法算卯寅邊 算卯寅丑角 算卯丑邊

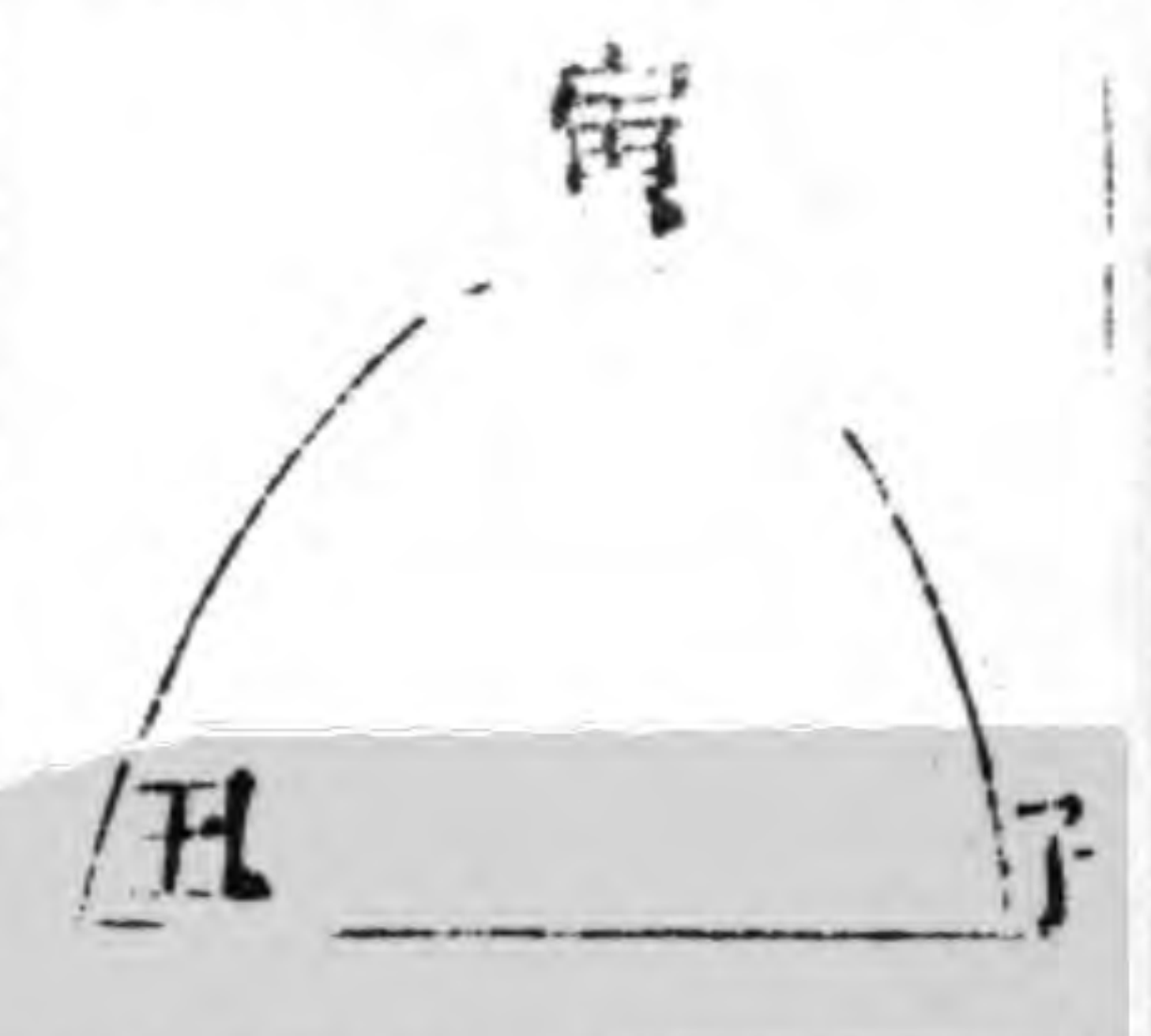
如圖 有卯正角 有卯寅邊 有丑子寅角減一

百八十度即卯子寅角

用上法 算子寅邊 算卯子邊 卯子邊減卯丑邊即子丑邊

算卯寅丑角 卯寅子角減卯寅

若不用分線有三率法 算丑寅邊



如圖 有子角 有丑角 有丑寅邊

設子角三十六度 正線九七七九 爲一率 丑寅邊三十八度

正線九七九 爲二率 所求邊對丑角一百〇餘七

五正線九四四 爲三率 摠數四九七七 較數九

九四九得八十一度 爲子寅邊正線

又算子丑邊

設子角三十六度 丑角一百〇相較六十八度 正線九七

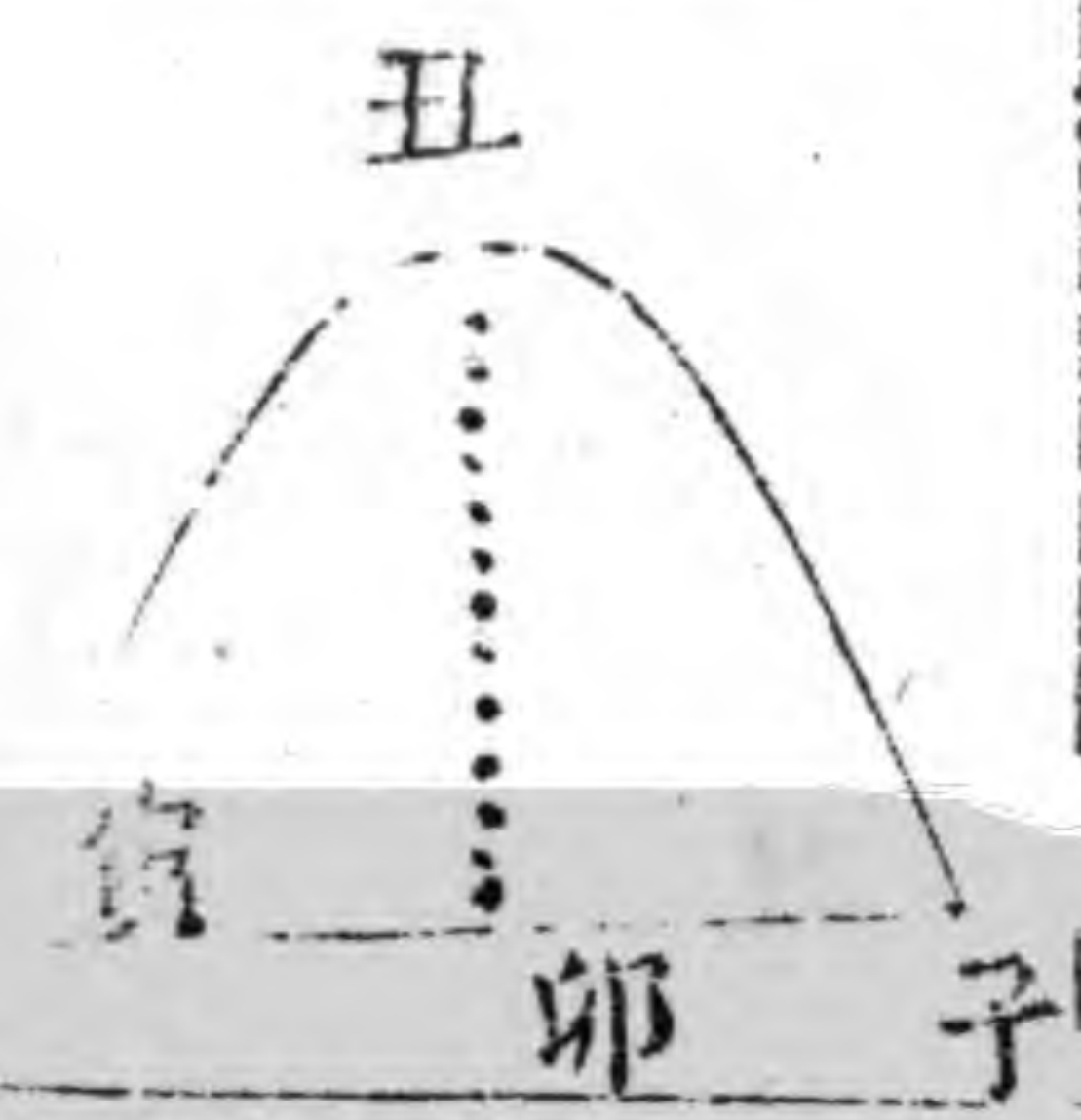
七四爲一率 子丑二角摠數一百四十一半之七十九



十九 正線九七七五 爲二率 子寅邊三十一 丑寅邊八  
 分 一度三分相較四十三度半之二十一度切線九五九九  
 十三分 總數四十二分 較數九八二六 爲三十三  
 爲三率 總數四九七七 較數九六八 爲度八十三  
 八分切線倍之得六十七度 爲子丑邊

算寅角

先有二邊有三角用圈線鈍角第一法末後有設數得寅  
 第四有二角一邊其邊在兩角之中算一角二邊



如圖 有子角 有丑角 有子丑邊

分鈍角爲兩三角從先有之一角作線 如先有子丑寅

又有子丑角中 間之子丑邊 卽從丑作線至卯

欲知分線在內分線在外先算子丑寅角

有正角 有子丑邊 有子角爲先有邊相連之角

用上法算子丑寅角子卯角較子寅丑角大分線在外  
 小分線在內

分線在內如上圖算卯丑子三角

有卯正角 有子角 有子丑邊

用上法 算卯丑邊 算子卯邊

又 算卯丑寅三角



有邪正角

有邪丑邊

有邪丑寅角

子丑卯角減子丑寅角為

邪丑寅角

算寅卯邊

子卯邊與寅卯邊相加即子寅邊

算丑寅邊

有三件用上法

算寅角

有三件用上法

若分線在外先算子丑卯大三角

如圖

有邪正角

有子角

有子丑邊



用上法

算卯丑邊

算子卯邊

用上法

算子丑卯角

子丑卯角減子丑寅角即寅

寅丑卯角

又算丑寅卯小三角

如圖

有邪丑邊

有邪正角

有丑寅卯角

同上法算寅卯邊

寅卯邊減卯子邊即子寅邊

同上法算丑寅邊

算卯寅丑角

卯寅丑角減一百八十度即丑寅子角

若不分線用三率法

如圖

有丑角

有子角

有子丑邊

為二角中間之



算子寅邊

寅丑邊

子寅丑角



設丑角一百五度子角三十六度相加一百四十一度半之七十九分

度四十分餘線九五為一率 二角相減六十八分半

之三十分餘線九九為二率 子丑邊六十七分

半之八十三分切線九八為三率 摠數七十九

較數二五為五十九度六十六分切線即

子寅子丑兩邊之半數

又算兩角摠數之半七十度五分正線九九七五為一率

兩角較數之半三十四度正線七七四九為二率 子

丑邊三十三度切線七八二七為三率 摠數一九五

較數九五九九得二十一度為子丑子寅兩邊所

餘之半數二數相加得八十二度為子寅大邊二數相

減得三十一度為丑寅小邊

若算角用圈線鈍角第一後有設數之法

第五有三角算三邊 第六有三邊算三角

三角與三邊各大小不同者不用分線法用下別法各

不同則分線不省便

若先有三角內兩角同大線平分第三角亦平分對邊

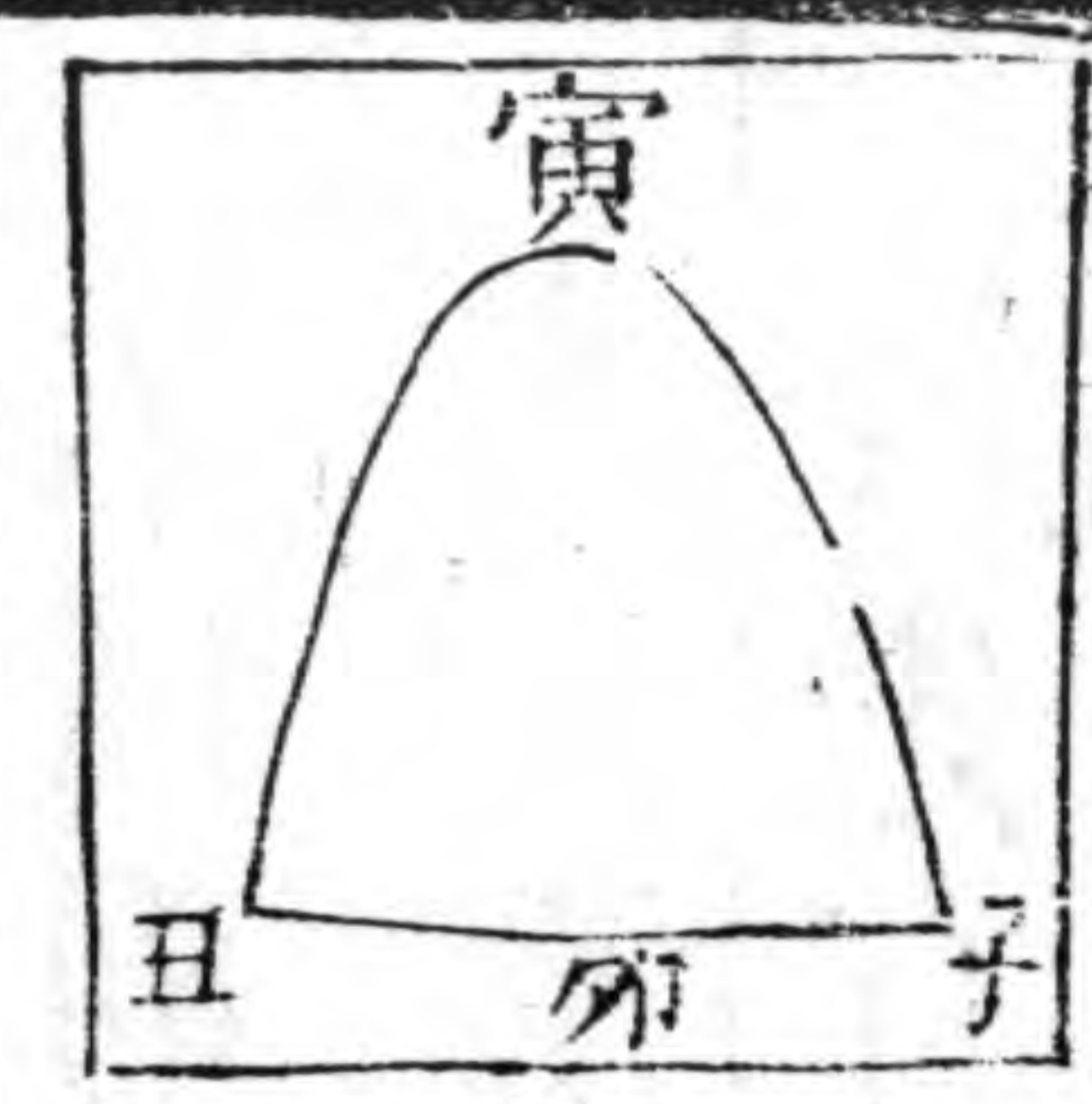
若先有三邊內兩邊同大線平分第三邊亦平分對角

但兩角同大則兩對邊亦同大 有三邊求三角 若有兩邊大小同者自同邊中間之角



分線向不同之邊為兩正角線定在內

算子寅丑三角 有子寅邊與寅丑邊同大



算子卯寅三角

如圖 有子卯邊即子丑之半以有平分線 有子

寅邊 有卯正角

用上法算卯子寅角 又算子寅卯角

又算卯寅丑三角

如圖 有卯丑邊之半 有丑寅邊

用法算卯寅丑角 算丑寅卯角 丑寅卯角卯寅子角

有三角求三邊 若有兩角大小同者從不同角分線為

兩正角線定在內

算子寅丑三角 有卯寅丑角為子寅卯角之半



算卯寅丑三角

如圖 有卯正角 有丑角 有丑寅卯角



用上圈線正角法 算丑寅邊 算卯丑邊

算子卯寅三角

如圖 有子角 有卯寅子角 有正角

用上圈線正角法 算子寅邊 算子卯邊 子寅邊與子卯邊相

加即得子丑邊

若三邊俱卯同算三角不用分線用省法

算丑角



如圖 有子丑邊 六十七度四十六分 有子寅邊 八十二度

二十分 有丑寅邊 八十三度

丑角相連子丑邊 六十七度七十六分 正線 九十九度四十七分 相連丑寅

邊 三十一度 正線 九十七度八分 兩正線相加 一九七五為一率

二邊相減餘度 七十九度 餘度同所求角對子寅邊

八十一度 相加 一百一十分 半之 五十五度 正線 九九一

二邊相減餘度 七十九度 餘度同所求角對子寅邊

八十一度 相減餘 五十六分 半之 二十五度 正線 九九六

四五 二正線相加 一九八四 二率 倍通弦 二〇〇

為三率 摠數 三九五四四 較數 一九七九半之八

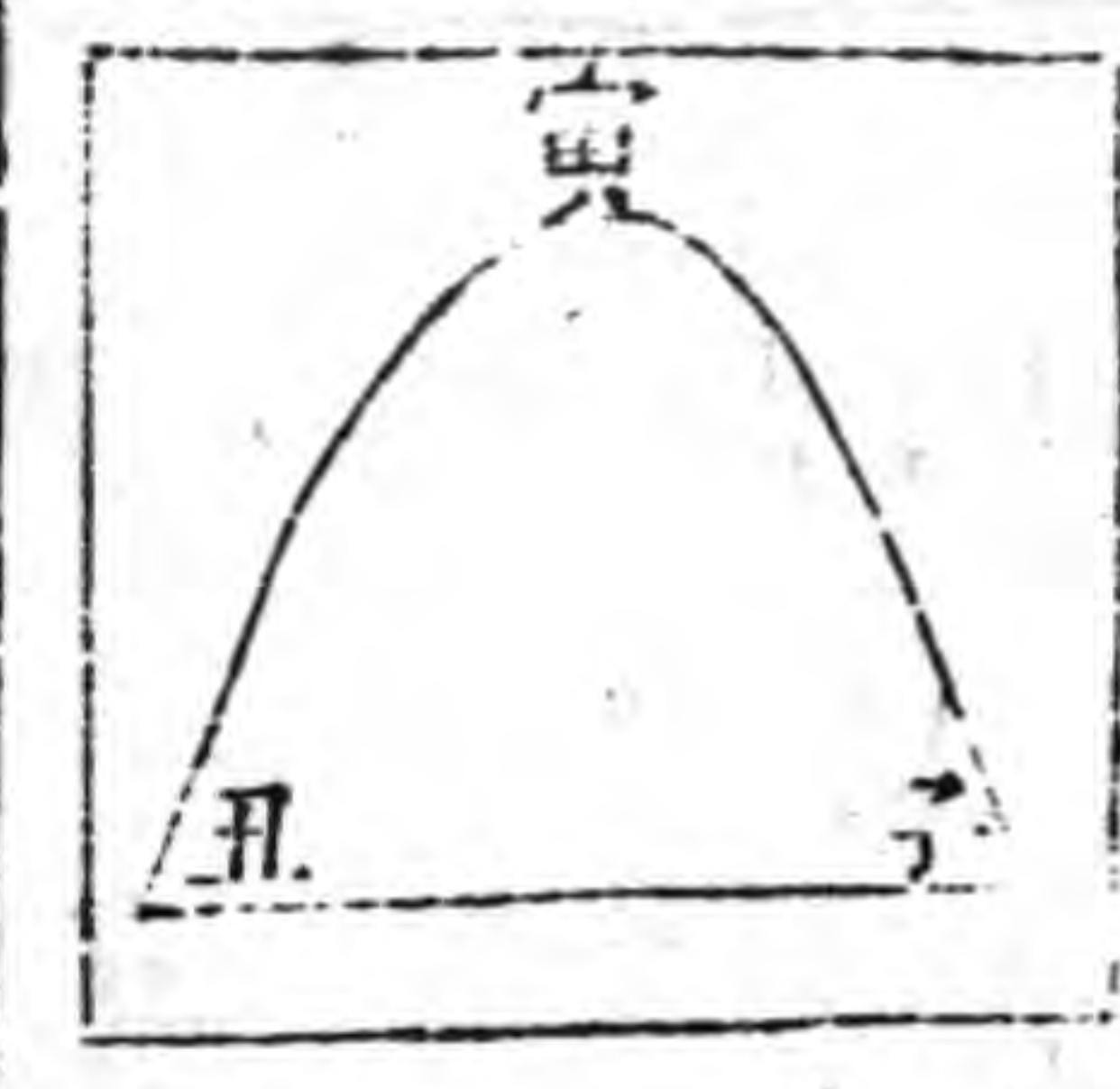
九九四 得 五十二度 正線加一倍 二百〇 為丑角

算子角



算寅角 二法皆與算丑角同理同法

若三角俱不同算三角不用分線一圖不能算當用相對之圈別作一圈線三邊



如圖 有子寅丑三角別作一圖為丁丙壬三

邊即子丑寅三角之餘邊如壬丙邊即

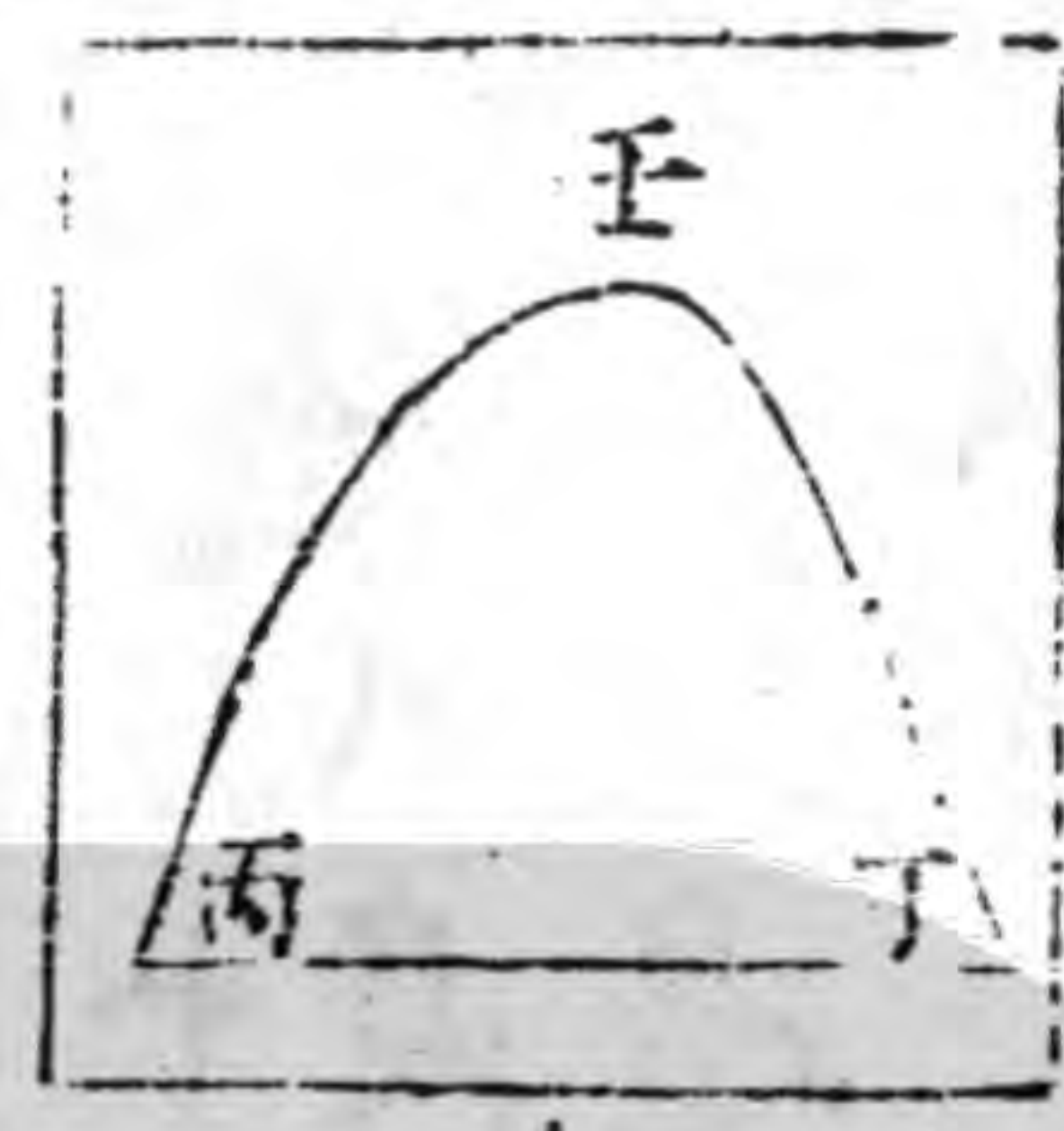
子對角一百八十度之餘丁丙邊即寅

對角一百八十度之餘丁壬邊即丑對

角一百八十度之餘

反之則丁壬丙作角子寅丑亦其餘故

欲知子丑寅三角要求丁丙壬三邊



設算子丑寅三角 有丑角一百〇五度 一百八十度之餘十一

度五為丁壬邊 有子角三十六度九分 一百八十度之餘一百

四十三度為丙壬邊 有寅角六十四度七十五分 一百八十度

之餘一百一十五度二十五分為丁丙邊

有上法先有三邊求三角今有三角又有三邊若求丑寅

邊算丁角 丑寅為丁角對邊以丁角一

設丁角相連丁丙邊一百一十五度 正線九九五 丁角相

連丁壬邊七十五度 正線九九八 二正線相加一九九四

為一率 二邊相減餘度四十五度 同丁角對丙壬邊一百

四十三度 相加一百八十三度 半之九十一度 即八十八



度三十八分正線九九九二邊相減餘四十五分同丁

角對丙壬邊一百四十三度一分相減七十六分半之五十一度三十八分

正線八九九二兩正線相合二六六二為二率 二通

弦二〇〇〇為三率 摠數二六六二 較數一九九五

一半之九九七五為七十一度正線加一倍得一百四

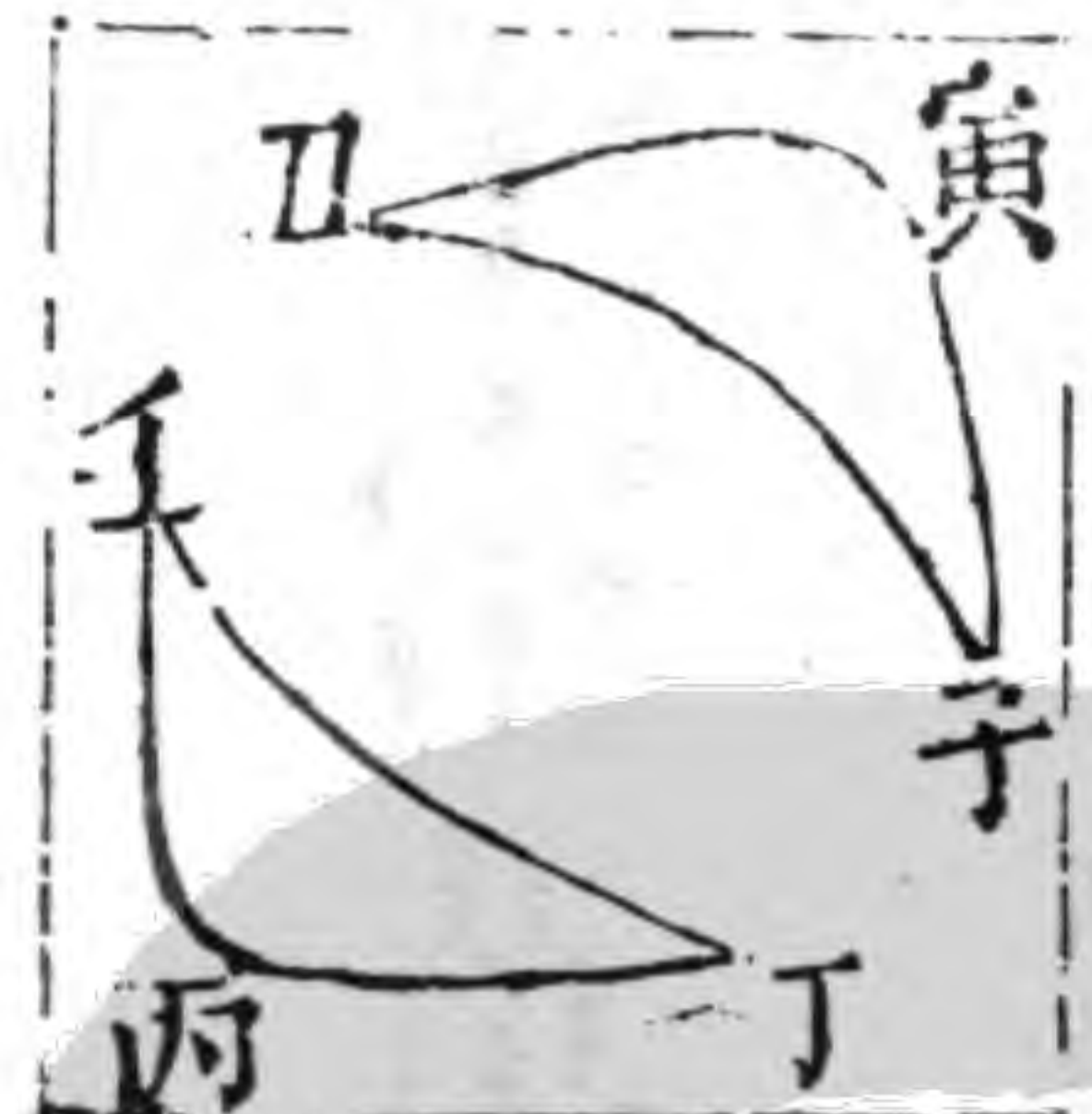
十二度為丁角以減一百八十度其餘三十八度為丑寅邊

### 算子丑邊

算子寅邊 與上算丑寅邊同法同

上法有三角不能遽求三邊而別算一二三角其邊為此角

二百八十度之



如圖

有兩三角第一子丑寅三角第二丁丙

壬三角丁丙壬三角之邊即子寅丑三

角一百八十度之餘子寅丑三角之角

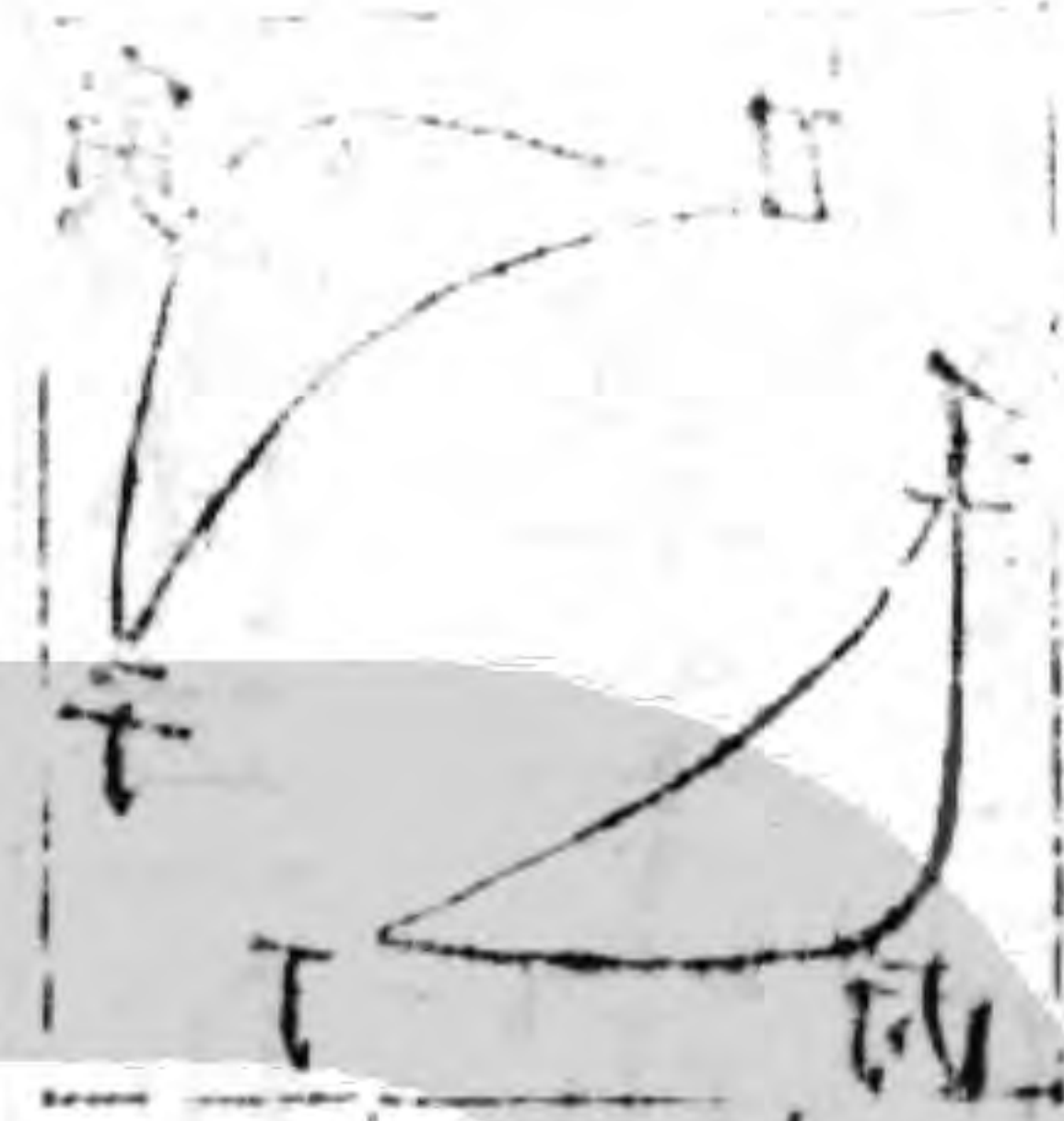
即是丁壬丙三邊一百八十度之餘閱

圖自明其理脩載圈線幾何



圖自即其聖創燁國象幾何

謂景丁壬丙三數一百八十度之繪闊  
角一百八十度之繪于寅丑三角之角  
壬三角丁丙壬三角之數謂于寅丑三  
角兩三角第一于丑寅三角第二于



收圖

### 律呂叙

宇宙萬事皆本于天而論黃鐘者亦  
以爲萬事根本夫天者理之自出亦  
數之所由生也聖人制曆以紀天九  
夫數有盈縮氣有盈虛物有盛衰一  
皆出于自然而卽有不得不然之勢



孰爲爲之哉五音本始乎數而和則  
宮動脾正聖商動肺正義角動肝正  
仁徵動心正禮羽動腎正智律呂之  
道與物相感如此極之神人以治上  
下以和非陰陽氣化咸歸在宥者使  
然哉而古人驗氣則政事之寬猛君  
臣之暴縱又可以預見誠數學之綱  
領曆家之統會也



於觀宋文孫會也

司文暴繇文所以所貝婚嫂學之繇

律呂

黃鐘

黃鐘長九寸空圍九分積七百二十九分

天數終于九爲陽之九黃鐘陽聲之始也故其管長九寸其  
內空圍容九分其積實七百二十九分是爲律本而十二律  
由是損益度量衡于是受法焉

算術置一分圍容九分以九寸之每寸九分共八十一分



之得共圍積實七百二十九分依古圓田法三分益一益以九分三分之每一分得三分益一得一十二分以開方除之得三分四釐六毫強爲實徑之數強者不盡二毫八絲四忽若仍求圓積之數以徑三分四釐六毫自乘之得一十一分九釐七毫一絲六忽加以不盡之二毫八絲四忽得一十二分以管長八十一分乘之得九百七十二分爲方積四分取三爲圓積得七百二十九分

蔡季通以管長九十分乘一十二分得一千八十分爲方積四分取三爲圓積得八百一十分非也蓋九分爲寸釐毫絲皆用九無用十之理故長九寸以分九之得八十一分再以釐九之得七百二十九釐長八十一分以空容九分九之得積七百二十九分始終無八百一十分之數且空圍與徑之分皆九釐之分若以十釐之分十分之寸乘之則圍之橫分長而長之豎分短計短九之一也立方上下四旁皆均若上下短九之一則不方何以成數然則黃鐘之積斷乎爲七百二十九分明矣然謂以十爲尺者約九爲十而爲尺約十爲九而爲律其實一也

### 黃鐘之實

子一

黃鐘之律一而已

丑二

爲絲法



寅九

為寸數

卯二十七

為毫法

辰八十一

為分數

巳二百四十三

為釐法

午七百二十九

為釐數

未二千一百八十七

為分法

申六千五百六十一

為毫數

酉一萬九千六百八十三

為寸法

戌五萬九千〇四十九

為絲數

亥一十七萬七千一百四十七

黃鐘之實

鐘之律以三歷十二辰所得之數在子寅辰午申戌六陽

辰為黃鐘寸分釐毫絲之數子為黃鐘之律寅為九寸辰為

八十一分午為七百二十九釐申為六千五百六十一毫戌

為五萬九千四十九絲

在亥酉未巳卯丑六陰辰為黃鐘寸分釐毫絲之法亥為黃

鐘之實酉之一萬九千六百八十三為寸未之二千一百八

十七為分巳之二百四十三為釐卯之二十七為毫丑之三

為絲

其寸分釐毫絲之法皆用九數故九絲為毫九毫為釐九釐

為分九分為寸為黃鐘蓋子一為黃鐘之律三其一則丑為



三三其三則寅爲九三其九則卯爲二十七三其二十七則辰爲八十一三其八十一則巳爲二百四十三三其二百四十三則午爲七百二十九三其七百二十九則未爲二千一百八十七三其二千一百八十七則申爲六千五百六十一三其六千五百六十一則酉爲一萬九千六百八十三其一萬九千六百八十三則戌爲五萬九千四十九三其五萬九千四十九則亥爲一十七萬七千一百四十七

以是數爲黃鐘之實而定管之短長以三爲絲故有五萬九千四十九絲以二十七爲毫故有六千五百六十一毫以二百四十三爲釐故有七百二十九釐以二千一百八十七爲分故有八十一分以一萬九千六百八十三爲寸故有九寸合而觀之積絲毫釐分之長爲寸皆九合絲毫釐分寸之數皆一十七萬七千一百四十七在陽辰順而左行爲數在陰辰逆而右行爲法也

黃鐘生十一律

子一分

一爲九寸

半無

黃鐘之實十七萬七千一百四十七

丑二分

三其一  
二倍其一

一爲三寸 二爲六寸



全六寸 半三寸不用

林鐘之實十一萬八千〇九十八

十七萬七千一百四十七數內三分損一減五萬九千四十九

寅九分 三其八 四其二

一為一寸 八為八寸

全八寸 半四寸

太簇之實十五萬七千四百六十四

寸一萬八千〇九十八內三分益一加三萬九千三百六十六

卯二十七分 三其九 倍其八

三為三寸 一為三分

十五為五寸 一為三分

全五寸三分 半二寸六分不用

南呂之實十萬四千九百七十六

十五萬七千四百六十四內三分損一減五萬二千四百八十八

辰八十一分 三其二十七 四其十六

九為一寸 一為一分

六十三為七寸 一為一分



全七寸一分 半三寸五分

姑洗之實十三萬九千九百六十八

十萬四千九百七十六內三分益一加三萬四千九百九十二

已二百四十三分

三其八十一

一百二十八

倍其六十四

二十七為寸 三為一分 一為三釐

一百〇十八為四寸 十八為六分 二為六釐

全四寸六分六釐 半二寸三分三釐不用

應鐘之實九萬三千三百一十二

十三萬九千九百六十八內三分損一減四萬六千六百

五十六

午七百二十九分

三其二百四十三

五百一十二

四其一百二十八

八十一為一寸 九為一分 一為一釐

四百八十六為六寸 一十八為二分 八為八釐

全六寸二分八釐 半三寸一分四釐

蕤賓之實十二萬四千四百一十六

九萬三千三百一十二內三分益一加三萬一千一百四

未二千一百八十七分

三其七百二十九

一千二十四

倍其五十二

二百四十三為一寸 二十七為一分 三為一釐 一

為三毫



九百七十三為四寸 二十七為一分 二十四為八釐  
一為三毫

全八寸三分七釐六毫對冲陽宮倍數 半四寸一分八釐三毫

大呂之實十六萬五千八百八十八

十二萬四千四百一十六內三分損一減四萬一千四百七十二為八萬二千九百四十四倍之

申六千五百六一分三共二千一百八十七 四千〇九十六四共一千二十四

七百二十九為一寸 八十一為一分 九為一釐 一為一毫

三千六百四十五為五寸 四百〇五為五分 餘四十

五為五釐 一為一毫

全五寸五分五釐一毫 半二寸七分二釐五毫

夷則十一萬〇五百九十二

十六萬五千八百八十八內三分損一減五萬五千二百九十六

酉一萬九千六百八十三分三共六千五百六十一 八千一百九十二

倍其四千九十六

二千一百八十七為一寸 二百四十三為一分 二十

七為一釐 三為一毫 一為三絲



六千五百六十一為三寸 一千四百五十八為六分

一百六十二為六釐 九為三毫 二為六絲

全七寸四分三釐七毫三絲對冲陽宮倍數 半三寸六分六釐三毫六絲

夾鐘之實十四萬七千四百五十六

十一萬五百九十二內三分益一加三萬六千八百六十四

四  
戊五萬九千四十九分 三倍一萬九千六百八十三 三萬二千七百六十

八四其八千一百九十二

六千五百六十一為一寸 七百二十九為一分 八上

一為一釐 九為一毫 一為一絲

二萬六千二百四十四為四寸 五千八百三十二為八

分 六百四十八為八釐 三十六為四毫 八為八絲

全四寸八分八釐四毫八絲 半二寸四分四釐二毫四

絲

無射之實九萬八千三百〇四

十四萬七千四百五十六內三分損一減四萬九千一百

五十二

亥一十七萬七千一百四十七分 三其五萬九千四十九 六萬五千五

百三十六 倍其三萬二千七百六十八



一萬九千六百八十三爲一寸 三千一百八十七爲一分 一百四十三爲一釐 二十七爲一毫 三爲一絲 一爲三忽

五萬九千四十九爲三寸 四千三百七十四爲二分 一千九百四十四爲八釐 一百六十二爲六毫 六爲二絲 一爲三忽

全六寸五分八釐三毫四絲六忽餘二筭用對宮倍數 半三寸二分八釐六毫二絲二忽

仲呂之實十三萬一千〇七十二 九萬八千三百四內三分益一如三萬二千七百六十八

黃鐘生十一律子寅辰午申戌六陽辰皆下生丑卯巳未酉亥六陰辰皆上生其上以三歷十二辰者皆黃鐘之全數 其下陰數以倍者倍其實三分本律而損其一也 陽數以四者四其實三分本律而益其一也

六陽辰當位自得六陰辰則居其冲其林鐘南呂應鐘三呂在陰無所增損其大呂夾鐘仲呂三呂在陽則用倍數方與十二月之氣相應蓋陰之從陽自然之理也

曰子一分者數起子 一也丑三分二者三其法爲三分兩實爲二也寅九分八者三其法爲九分四其實爲八也以 下生者倍其實以上生者四其實也



其法以子拆為三分每分五萬九千四十九丑于三分之中

得其二為十一萬八千九十八律分積六寸為林鐘此黃

鐘之實十七萬七千一百四十七三分損一下生林鐘也以子一拆為

九分每分得一萬九千六百八十三九歸一十七萬七千一百四十五寅

于九分之中得其八為十五萬七千四百六十四八乘一萬九千

六百八十三寸法一萬九千積八寸八百六十三為太簇此林鐘之實三分

益一上生太簇也自卯而下倣此

首段云三歷十二辰皆黃鐘之全數者蓋子一分則一為九

寸是黃鐘之全數丑三分二則一為三寸三三為九寸一

是黃鐘九寸之全數三分取其二故林鐘得六寸寅九分

八則一為一寸九為九寸亦是黃鐘九寸之全數九分取

其八故太簇得八寸

黃鐘生十一律陽皆下生倍其實而損陰皆上生四其實而

益蕤賓以後陽反四上生益而陰反倍下生損何也蓋從

子至亥黃鐘太簇姑洗陽之陽也林鐘南呂應鐘陰之陰

也陽生陰退故律生呂言下生呂生律言上生蕤賓夷則

無射陰之陽也大呂夾鐘仲呂揚之陰也陰升陽退故律

生呂言上生呂生律言下生故鄭氏重上生法所以為不

易之論而真西山失載其說不能不令人疑耳

凡律用半者以上律短而下律長故下用半以成宮商角徵



羽之五聲林鐘南呂應鐘三律受役于陽律依序而下乃自爲上律而上律更無短者故不用半以相生之不及也十二律之實約以寸法則黃鐘林鐘太簇得全寸約以分法則南呂姑洗得全分約以釐法則應鐘蕤賓得全釐約以毫法則大呂夷則得全毫約以絲法則夾鐘無射得全絲至仲呂之實十三萬一千七十二以三分之不盡二筭其數不行此律之所以止于十二也

變律六

黃鐘十七萬四千七百六十二小分四百八十六  
全八寸七分八釐一毫六絲二忽不用

半四寸二分八釐五毫三絲一忽

前正律至仲呂之實十三萬一千七十二以三分之不盡二筭其數既不可行當有以通之律當變者有六故置一而六三之蓋自子之一而至午之六以三歷之得七百二十九以七百二十九乘仲呂之十三萬七十二共九千五百五十五萬一千四百八十八以三分之每分得三千一百八十五萬四百九十六三分益一共一萬二千七百四十萬一千九百八十四復以七百二十九歸之每黃鐘之一當七百二十九爲黃鐘之十七萬四千七百六十二不盡零小分四百八十六爲三分一之二蓋以七百二十九爲一小分三分之每分



得二百四十三則四百八十六爲二百四十三者二乃三分一之二也以寸法計之十五萬七千四百六十四得寸者八以分法計之一萬五千三百九得分者七以釐法計之一千九百四十四得釐者八以毫法計之二十七得毫者一以絲法計之一十八得絲者六以忽法計之小分四百八十六一爲三忽三分一之二爲二忽得忽者二此全數也半數得八萬七千三百八十一小分二百四十三以寸分釐毫絲忽法計之得四寸三分八釐五毫三絲一忽全數不用者黃鐘君象也受役之律無長于此諸律不得而役之故虛其正而不用所用卽再生之變者就再生之變又缺其半所謂缺其半

者蓋君大呂爲宮黃鐘爲變宮時黃鐘管最長所以只得用其半其餘宮亦倣此

林鐘十一萬六千五百八

小分三百二十四

全五寸八分二釐四毫一絲一忽三初

半二寸八分五釐六毫五絲六初

以黃鐘之一萬二千七百四十萬一千九百八十四三分之每分四千二百四十六萬七千三百二十八三分損一爲八千四百九十三萬四千五百五十六以七百二十九歸之爲下生林鐘之十一萬六千五百八零小分三百二十四以寸分釐毫絲法計之得全五寸八分二釐四毫一絲小分三百



二十四以二百四十三爲一忽餘八十一以二十七爲一初  
爲三初半之爲五萬八千二百五十四小分一百六十二以  
法計之得半二寸八分五釐六毫五絲餘一百二十六爲六  
初

大簇十五萬五千三百四十四

小分四百三十二

全七寸八分二毫四絲四忽七初不用

半三寸八分四釐五毫六絲六忽八初

以林鐘之八千四百九十三萬四千六百五十六三發之每  
分二千八百三十一萬一千五百五十二三分益一爲一萬  
一千三百二十四萬六千二百八以七百二十九歸之爲上

生太簇之十五萬五千三百四十四零小分四百三十二以  
法計之得全七寸八分二毫四絲三忽餘小分四百三十二  
除二百四十三爲一忽其前爲四忽餘一百八十九爲七初  
半之爲七萬七千六百七十二小分二百一十六以法計之  
得半三寸八分四釐五毫六絲六忽餘二百一十六爲八初

南呂十萬三千五百六十三

小分四十五

全五寸二分三釐一毫六絲一初六秒

半二寸五分六釐七絲五忽一初三秒

以太簇之一萬一千三百二十四萬六千二百八三分之每  
分二千七百七十四萬八千七百三十六三分損一爲七千



五百四十九萬七千四百七十二以七百二十九歸之為下  
 生南呂之十萬三千五百六十三零小分四十五以法計之  
 得全五寸二分三釐一毫六絲餘小分四十五除二十七為  
 一初餘十八三為一秒為六秒半之為五萬一千七百八十  
 一小分五百二十二零五以法計之得半二寸五分六釐七  
 絲三忽餘五百二十五零五除四百八十六為二忽共前五  
 忽餘三十六零五除二十七為一初餘九零五除九為三秒  
 不盡舊本四忽五初  
三秒今多六初  
 姑洗十三萬八千八十四小分  
六十  
 全七寸一釐二毫二絲二初二秒不用

百〇八平方開之得圍以三歸圍得徑

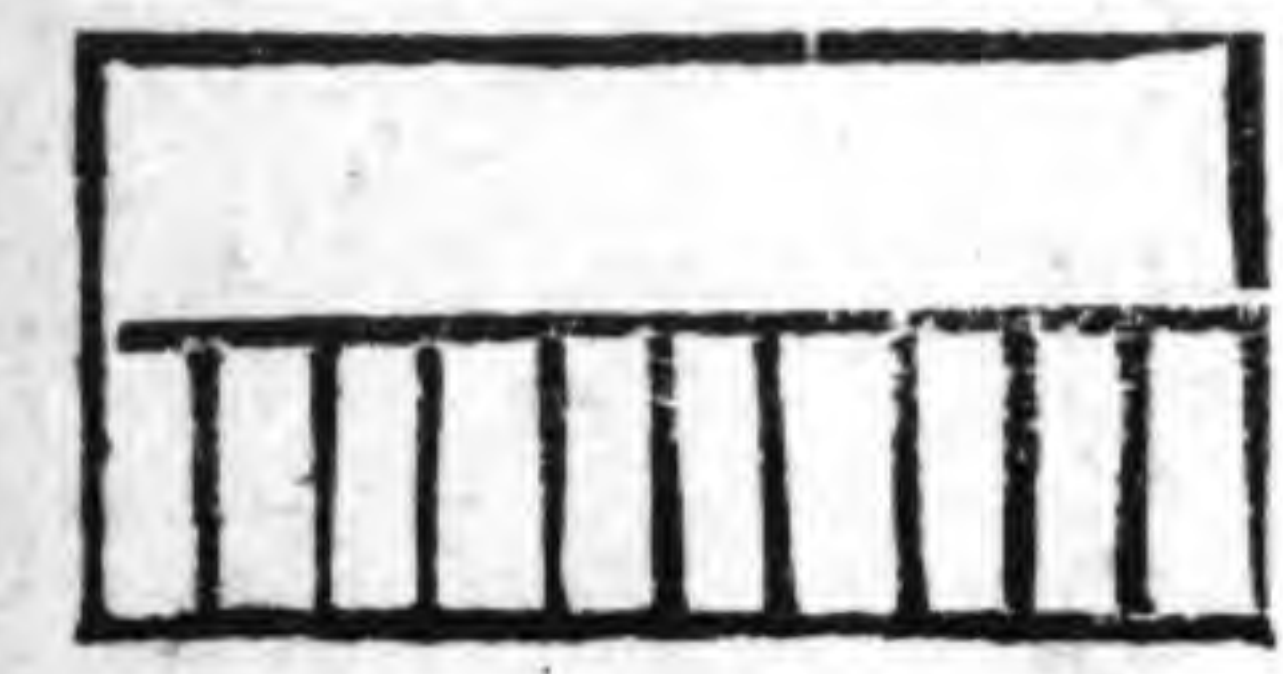
以今真寔舉求之得幾

答曰圍一十〇分八釐一毫六絲

徑三分四釐六毫四絲

術曰以周取圍法十三乘黃鐘之九得一百一十七平方  
 得周以徑取圍法三一二二除周得徑

鄭世子黃鐘玉尺定寸



工部營造尺即木匠曲尺縱黍八十一寸尺于營  
 造尺八寸之內均作九寸每寸九分斜黍尺九十  
 寸尺于營造尺八寸之內均作九寸每寸十分橫



黍尺一百分子營造尺八寸之內均作十寸每寸十分

愚按于谷子對苗言之非北方之謂秬黍黑黍也不訓大中者大與次大之間非至大之謂也今驗黍者有多寡輕重之殊其雜在此數爲律度量衡之原故不厭詳

法律呂部

候氣

候氣之法爲室三重戶閉塗釁必周密布緹縵室中以木爲案每律各一案內庫外高從其方位加律其上以葭灰實其端覆以緹素按曆而候之氣至則吹灰動素小動爲氣和大動爲君弱臣強專政之應不動爲君嚴猛之應其陞降之數陽候則陽律陞多陰律陞少陰候則陰律陞多陽律陞少在冬至則黃鐘九寸陞五分一釐三毫大寒則大呂八寸三分七釐六毫陞三



分七釐六毫雨水則太簇八寸陞四分五釐一毫六絲春分則  
夾鐘七寸四分三釐七毫三絲陞三分三釐七毫三絲穀雨則  
姑洗七寸一分陞四分五毫四絲三忽小滿則仲呂六寸五分  
八釐三毫四絲六忽陞三分三毫四絲六忽夏至則蕤賓六寸  
二分八釐陞二分八釐大暑則林鐘六寸陞三分三釐四毫處  
暑則夷則五寸五分五釐五毫陞二分五釐五毫秋分則南呂  
五寸五分陞三分四毫一絲霜降則無射四寸八分八釐四毫  
八絲陞二分二釐四毫八絲小雪則應鐘四寸六分六釐陞三  
分一毫一絲

### 審度

度者分寸尺丈引所以度長短也生于黃鐘之長以子穀秬黍  
中者九十枚度之一爲一分十分爲寸十寸爲尺十尺爲丈十  
丈爲引

### 嘉量

量者龠合升斗斛所以量多少也生于黃鐘之容以子穀秬黍  
中者一千二百實其龠以井水准其槩以度數審其容合龠爲  
合十合爲升十升爲斗十斗爲斛

### 謹權衡

權衡者銖兩斤鈞石所以權輕重也生于黃鐘之重以子穀秬  
黍中者一千二百實其龠百黍一銖一龠十二銖二十四銖爲



一兩十六兩爲斤三十斤爲鈞四鈞爲石

### 候氣議

後漢志載律可以相傳者惟候氣而已天效以景地效以響卽律也陰陽和則景至律氣應則灰除是故天子常以日冬夏至御前殿合八能之士陳八音聽樂均度晷景候鐘律權土灰放陰陽冬至陽氣應則樂均清景長極黃鐘通土灰輕而衡仰夏至陰氣應則樂均濁景短極蕤賓通土灰重而衡低進退于先後五日之中八能各以候狀聞太史封上效則和否則占

其法閉室布縵使不通風案律加灰氣至灰去其爲氣所動者其灰散人及風動者其灰聚殿中用玉律十二惟二至乃候靈

臺用竹律六十候如其曆

信都芳深有巧思能以管候氣仰觀雲色嘗與人對語卽指天曰孟春之氣至矣人往驗管而飛灰已應每月所候言皆無爽又爲輪扇二十四埋地中以測二十四氣每一氣感則一扇自動他扇自住與管灰相應若符契焉

隋開皇九年平陳後高祖遣毛爽及蔡子元于普明寺以候節氣依古于三重密室之內以木爲案十有二具每取律呂之管隨十二辰位置于案上而以土埋之上平于地中實葭莩之灰以輕緹素覆律呂每其月氣至與律冥符則灰飛衝素散出于外而氣應有早晚灰飛有多少或初入月其氣卽應或至中下



旬間氣始應者或灰飛出三五夜而盡或終月纔飛少許者高祖異之以問牛弘牛弘對曰灰飛半出爲和氣吹灰全出爲猛氣吹灰不能出爲衰氣和氣應者其政平猛氣應者其臣縱衰氣應者其君暴高祖駭之曰臣縱君暴其政不平非日別而月異也今十二月于一歲之月應用不同安得暴君縱臣若斯之甚也弘不能對令爽等草定其法爽因稽諸故實以著于篇名曰律譜

許魯齋云蔡西山所述月令章句蔡邕說也如邕所云則是爲十二月肆布室內十二辰若其月氣至則辰之管夾飛而管空管斜埋地下入地處庫出地處高故曰內庫外高黃鐘埋于子位上頭向南蕤賓埋于午位上頭向北夾鐘埋于卯位上頭向西南呂埋于酉位上頭向東其餘八律亦各依其辰位

蔡元定律呂新書載其升降之數以十二律之分釐毫絲忽定升灰之分釐毫絲忽

以上諸家之論詳哉其言之矣以余論之後漢志載律制莫能辨惟候氣曰相傳則必古法也古法不知傳自何代考候氣之法不見經典而緯書有之天子常以日冬夏至合八能之士聽樂度畧權夾候占之說緯書之文也緯書乃後人僞爲之未可盡信後漢志乃載閉室布縵案律飛灰之法使果如其法各律各從辰位皆應氣而灰飛也豈不神妙抑如芳深觀雲動扇與



行  
灰合契毛爽氣至灰符與其父兄管尺飛灰皆應及蔡氏所載  
升降之數如其分釐毫絲忽不爽也豈不如神然何乃開景侯  
氣或初入月應或中下旬應或灰飛三五夜盡或終月纔飛少  
許牛弘三說隋帝難之而無以應耶曰此正其候氣之不足憑  
也蓋冬至一陽生古人于此候氣驗其陽氣上升則有之嗣是  
一陽既升氣騰而上無日不飛豈有必得一氣之變所埋管灰  
始升寸內數分之理又豈有一處按方並埋十二管而其氣至  
止某管飛灰之理且均一室也子位埋九寸之管則黃鐘飛餘  
十一管皆不飛此室假北移數武則子不可爲午乎然則黃鐘  
之飛灰又變而爲蕤賓不飛之灰乎則何以應焉卽觀開皇之

應不一其曰或三五夜盡或終月纔飛少許者可知也終月纔  
飛少許灰且不飛矣况應律管之絲忽及升灰之絲忽哉絲忽  
之數誰見之而誰量之耶縱曰應矣如冬至陽在下故用九寸  
大寒至小滿陽漸升管漸短其說猶通若夏至後則陽氣下降  
管宜漸長也乃大暑較夏至漸短至小雪寒極陽氣深入地中  
而管卻止四寸六分耶小雪用四寸六分短管卽可接灰而上  
過此一節乃陽氣又突然潛入深地須用九寸長管方得飛灰  
耶不俟言之畢而明者况地有南北燥濕不同南方冬月地猶  
生物北方地寒正月地猶凍二三尺以寒冬子月加九寸之管  
豈能下通故曰候氣之不足憑也然則芳深扇動灰飛及毛氏



父子候氣之驗皆非歟嘻我知之矣扇之動灰之飛皆機也機通其竅人鼓其機扇動灰飛時刻不爽暗作假事以欺人主猶如巧術之製木人應期而捧時銅人如候而鳴鐘從古有之其機猶是也歷代欺以傳欺至今欽天監官詣順天府用機械造假灰候氣于立春等節以告人曰灰飛矣以入告曰灰飛矣將誰欺欺天乎

### 審度議

古尺不一莫辨真偽惟以黍約之可也古稱子穀秬黍中者子北方北方黑謂黑黍也秬之言大謂大黍也取上黨之秬黍酌千二百黍之數實之而復以人聲正之如今議律長短圍徑章術以得黃鐘之管黃鐘定則十二律皆定而度量衡一以貫之矣蓋三陽壹稟于律度量衡有不同而律則無不同故虞書曰同律度量衡量律先于度正謂此也論五度所起則十纖爲微十分分爲寸十寸爲尺十尺爲丈十丈爲引

### 嘉量議

夫考周禮象氏之量正也嗣是代度不同量亦各異如一斛也而有容九斗七升者十斗者有魏斛大尺長王莽斛小尺短者有五升爲斗者有玉升大官斗小者有積與重不同者諸如此類更相是非然不知代制不同豈能齊一况其式不存真偽莫



辨亦惟以黍約管定尺卽尺求斛守臬氏之術而已蓋臬氏嘉  
量黼方尺深尺外圓函方以句股求弦術句十寸自之得百寸  
股十寸自之得百寸相併二百寸開方除之得弦一尺四寸一  
分四釐二毫一絲三忽五微六纖爲黼之內徑以徑取周秘法  
三一二六乘之得四尺四寸二分八毫三絲一忽五微六纖爲  
黼之內周周自之得一十九尺五寸四分三釐七毫五絲一忽  
六微七纖以周取圍秘法十三而一得一百五十寸三分三釐  
六毫五絲五忽一微三纖爲黼之面幕以深十寸乘之得一千  
五百三寸三分六釐五毫五絲一忽三微爲黼之積實是也黼  
重一鈞三十斤叩之聲中黃鐘之宮

### 權衡議

鄭世子考羊頭山秬黍以時制等則秤之百粒得二分五釐積  
至兩龠二千四百粒重六錢則今之六錢爲古一兩以約度量  
今之八寸卽古一尺今之三斗卽古一斛度以八爲率量以三  
爲率權以六爲率故也

### 歷代樂論

上古歷代之樂各載古史其詳難考至周公作勺又有房中之  
樂以歌后妃之德王出入則令奏王夏尸出入則令奏肆夏牲  
出入則令奏昭夏凡日月蝕四鎮五嶽崩大傀異災諸侯薨令  
去樂大禮大凶大災大臣死凡國之大憂令弛懸凡建國禁其



淫聲過聲凶聲

師曠曰吾歌北風又歌南風南風不競多死聲楚必無功北風者夾鐘無射以北南風者姑洗南宮以南南律氣不至故死聲多也

李太常周舞節論曰凡樂之音本于天凡舞之容本于音周樂之音雲門起羽故一舞在羽屬水其數一 一舞在角屬木其數三十舞在宮屬土其數五咸池起徵故一舞在徵屬火其數二 二舞在商屬金其數四是故羽之舞也其容水角之舞也其容木宮之舞也其容土徵之舞也其容火商之舞也其容金一舞之足舉者示欲用武也舉左示欲興文也雲門初舞兩手一橫

示一統也咸池初舞手足兩冲合乎火之數也木舞之手右曲直從木之性也足有橫直八從木之象也八分左右從木之類也宮舞兩手對襟尊宮于中五仰取諸陽五俯取諸陰徵舞手足冲天火性之炎上左冲右冲得火之生數商舞必歸于日躔太白不宜遠于太陽作圖圈以四指示不敢出乎四十度處過四十則爲晝見過六十則爲經天自古作樂忌商凌宮周人尤避之爲是故耳至舞咸池陰調不得已而用之亦不敢不爲之防聖人防微杜漸之意深矣六陽辰之舞由子而三進由午而三退六陰辰之舞由丑而三進由未而三退于進則咸退咸進則于退更番而迭出也翟進則籥退籥進則翟退因時而損益



也是故武舞三進而三退取乎六伐止齊之義焉文舞三進而三退取乎六爻變動之理焉武舞有進而有退此文質之齊所以時中而無敝戚顧于胸天下既定入而輔衛乎王宮也戚顧右耳中原既平屯兵以守乎西關也翟顧左耳用文以達乎四聰也翟顧于目用文以明乎四目也夫樂以象成故凡以武功定天下後以文德致太平者舞皆先武而後文中間節以節奏所以發揚祖宗功德合天欲後人世守之勿替又曰武舞在先文武在後武舞左執干右執戚未開舞時戚內干外文舞左執籥右執翟未開舞時籥內翟外武舞遇陽辰則左其手足遇陰辰則右其手足

足文舞遇陽辰則右其手足遇陰辰則左其手足武德陰陽之正文德陰陽之濟文以濟武陽中有陰陰中有陽是物相雜武皆用右文皆用左商舞武皆以戚向日躔文皆以翟向日躔不論辰之陰陽而分左右如十一月日躔丑十二月日躔子之類各考其所躔之方以戚翟向而舞之其餘非應五音之舞武皆以干同左足前向合陽辰之氣而戚同右足後向應之如子一陽之辰也干近左足護左戚垂後股指右寅二陽之辰也干漸遠前足護左戚近後股指右辰三陽之辰也干極前開護左戚極後離足指右午四陽之辰也干極前護右戚小前近身開右指左申五陽之辰也干稍退近身護右戚又前開右顧耳戌六



陽之辰也干又退開右至身戚又前向左顧胸以戚同右足前  
向合陰辰之氣而干隨身橫向應之如丑一陰之辰也戚近右  
足伐左干近身護左卯二陰之辰也戚漸遠右足伐左干漸遠  
身護左巳三陰之辰也戚極遠右足伐左干極遠身護左未四  
陰之辰也戚極遠右足伐右干極遠身護右酉五陰之辰也戚  
漸遠右足伐右干漸近身護右亥六陰之辰也戚近右足伐右  
干近身護右文舞則以右手之翟合陽辰之氣而籥隨之但干  
言護翟言執其形豎以左手之籥合陰辰之氣而翟隨之但戚  
言後籥言舉其形平蓋武舞其容勇文舞其容雅是之分耳  
考古歷代樂論或興或廢淫雅不同大都古樂漸亾厥初猶未

甚也暴秦雖燔樂經燔其文耳乃其樂之器數節奏猶存也曰  
五行曰壽人卽周之大武房中卽二世娛鄭衛其聲固淫乎其  
宮商律呂豈遽相遠以故漢興世世在太樂者皆記其鏗鏘鼓  
舞時故連作文武猶古降神等樂而河間與毛生諸雅材類能  
采著存肄之奈何歷漢迄唐陵天一壞于新莽復雜再壞于劉  
宋梵唄胡聲大羅法曲與金釵梨園輩又相率而溷亂之輕蕩  
吟哭驚聚焦殺靡所不至大都漢唐創業之初稍興雅正而後  
遂凌弛亾當也其間龜茲之七聲雖涉哀怨尙可爲七均之證  
若何妥以黃鐘一宮佞人主則餘律幾廢其去亂正之音亦不  
能一寸耳宋興制樂初亦可觀嗣是諸儒持議紛如聚訟如去



清聲缺匏土等類皆舛也至李太常周舞論一出則有合于文武陰陽之節而古樂之儀賴之以存矣宋而金而元率用漢律之樂已不合古而胡元專尚雜劇隊戲以北鄙殺伐之聲爲辨髮天魔之舞備諸惡態益前代猶以夷亂夏元則胥夏而變之火也至其樂章則盡易古詩歌爲詞曲俚藝殊甚百餘年衣冠禮樂悉化爲夷茲聲穢氣大乖天和則古樂斯滅殆盡而壞亂極矣 明制禮作樂卓越千古可謂極治而獨古樂未盡復元穢未盡洗故崔銑之言曰今中原史俗未之能革者俗樂其尤也然則及時反正在今日矣

### 聲音名義

五聲者一曰宮宮者中也取中和之義屬土中央音其性圓而居中聲出于腭合口通音重而尊雄雄洪洪然二曰商商者張也取開張之義屬金七月音其性方而成器聲出于肺開口吐聲張而明鏘鏘倉倉然三曰角角者觸也取觸動之義屬木正月音其性直而崇高聲出于肝張呀湧吻輕而易制喔喔確確然四曰徵徵者止也取止盛之義屬火四月音其性明而辨物聲出于心齒合吻開泛而不流倚倚巘巘然五曰羽羽者舒也取舒育之義屬水十月音其性潤而澤物聲出于腎齒開吻聚渙散而抑詡詡吁吁然故宮動脛而和正聖商動肺而和正義角動肝而和正仁徵動心而和正禮羽動腎而和正智



宮爲君調則政和國安亂則荒其國危商爲臣調則刑法不作  
威令行亂則陂其官壞角爲人調則四民安亂則憂其人怨徵  
謂事調則百事理亂則哀其績墮羽爲物調則庶物備亂則危  
其財賈

八音者樂器曰金曰石曰土曰革曰絲曰木曰匏曰竹八音八  
卦之音各有風乾之音石其風不周坎之音革其風廣莫艮之  
音匏其風融震之音竹其風明庶巽之音木其風清明離之音  
絲其風景坤之音土其風涼兌之音金其風閭闔

金之器鐘也大鐘曰鏞其餘鐃鈸鈺鐸之類石之器磬也以玉  
爲之土之器埴也燒土爲之缶類革之器鼓鞀之屬以桴擊之  
絲之器琴瑟筑箏琵琶空篋之類皆是木之器祝敔也以止樂  
之終春柝爲相及拍板亦其類也匏之器笙也箏也古以匏爲  
之後易以木列管匏內施簧管端吹笙則簧鼓也竹之器簫管  
箎簫笛之類以和律呂笳角篳篥亦其屬則其聲悲此八音之  
大較也

自昔唐虞教胄子依聲和律以諧八音其來尚矣大都樂有五  
聲被之八音竹與匏土其口吹絲其指彈皆與歌相爲用也金  
石革木節樂而已然八音之數惟絲爲自然其七音皆倚此而  
起數至于竹管則六律六呂用以和鳴度量權衡爲萬事之根  
本聖人所尤重也



五聲之清濁高下不同然必用律以齊之如作黃鐘宮調則衆音之聲皆用黃鐘爲節作太簇商調則衆音之聲皆用太簇爲節然後清濁高下自齊一而不亂是爲律和聲故謂之調八音中絲竹匏土聲器相合固用金石革木以節樂而金與石又在成始成終之先後焉故曰金聲而玉振之大成之條理備矣樂器樂懸與夫樂章歌舞雜歌舞曲清散部妓四方四夷之類載在杜氏通典及文獻通考與大明集禮其雅俗不一繁簡具備是在治律者簡擇而去取之耳茲不詳錄

器

唐禮樂志曰聲無形而樂有器古之作樂者知夫器之必有聲而聲不可言傳懼夫器失而聲遂亡也乃多爲之法以著之故始求聲者以律而造律者以黍自一黍之廣積而爲分寸一黍之多積而爲龠合一黍之重積而爲銖兩此造律之本也故爲之長短之法而著之于度爲之多少之法而著之于量爲之輕重之法而著之于權衡是三物者亦必有時而敝則又總其法而著之于數使其分寸龠合銖兩皆起于黃鐘然後律度量衡相用爲表裏使得律者可以制度量衡因度量衡亦可以制律不幸而皆亡則推其法數而制之用其長短多少輕重以相參考四者既同而聲必至聲至而後樂可作矣夫物用于有形而必敝聲藏于無新而有竭以有數之法求無形之聲其法具存



無作則已苟有作者雖去聖人于千萬歲後無不得焉此古之君子知物之終始而憂世之慮深其多爲之法而丁寧纖悉可謂至矣

### 句股密率

顧應祥算術載古法後劉徽祖冲之代各不同今錄古法如問黃鐘之管空容九分其正徑各若干

以言法圍三徑一術求

答曰圍一十〇分三釐九毫二絲

徑三分四釐六毫四絲

術曰置九分三歸四因得十二爲圍法以圍法十二乘九得一

半三寸四分五釐一毫一絲一初一秒

以南呂之七千五百四十九萬七千四百七十二分之每分二千五百一十六萬五千八百二十四三分益一爲一萬六十六萬三千二百九十六以七百二十九歸之爲上生姑洗之十三萬八千八十四零小分六十以法計之得全七寸一釐二毫二絲餘小分六十除五十四爲二初餘六爲二秒

舊本一初二秒今多一初

半之爲六萬九千四十二小分三十以法計之得半三寸四分五釐一毫一絲餘小分三十除二十七爲一初餘三爲一秒



應鐘九萬二千五十六小分四十

全四寸六分七毫四絲三忽一初四秒餘

半二寸三分三毫六絲六忽六秒強不用

以姑洗之一萬六十六萬二千二百九十六三分之每分三千三百五十五萬四千四百三十二三分損一為六千七百一十萬八千八百六十四以七百二十九歸之為下生應鐘之九萬二千五十六零小分四十以法計之得全四寸六分七毫四絲三忽餘小分四十除二十七為一初餘十三除十二為四秒不盡半之為四萬六千二十八小分二十以法計之得半二寸三分三毫六絲六忽餘小分二十除十八為六

秒不盡

變律者在正律之位而非正律之聲也律所以變者其故有三其一黃鐘至尊為君不為他律所役其十二律各自為官以生五聲二變共七聲黃鐘林鐘太簇南宮姑洗應鐘六律則能具足如黃鐘為宮則林鐘為徵太簇為商南呂為羽姑洗為角應鐘為變宮蕤賓為變徵林鐘為宮則太簇為徵南呂為商姑洗為羽應鐘為角蕤賓為變宮大呂為變徵十二律中自能具足五聲二變各得其正矣至蕤賓大呂則夾鍾無射仲呂六律則取黃鐘林鐘太簇南呂姑洗應鐘六律之聲少下不和故有變律變律者其聲近正而少高于正律



也蓋蕤賓爲宮則未免反取黃鐘爲變徵大呂爲宮則未免反取黃鐘林鐘爲變宮變徵黃鐘既變其次所生之律若仍本律則長不成曲亦當變焉如黃鐘爲商則林鐘之羽太簇之角南律之變宮姑洗之變徵皆隨而變黃鐘爲角則林鐘之變宮太簇之變徵皆隨而變臣之從君理固然也

其二黃鐘林鐘太簇南呂姑洗應鍾上六律長蕤賓大呂夷則夾鐘無射仲呂下六律短以上律役下律則或正或半通而和以下律役上律則或正或半戾而不和故以上律役下律以下律役下律皆不必變惟以下律役上律則必變其上律使少短而與下律通也

其三相生之法至仲呂而窮使不再生六律則上律不能遍七聲之用下律亦無由而通故以六三之乘仲律之實三分益一復變而再生黃鐘之宮因再生故不及黃鐘九寸之舊數止得八寸有奇其不相因而生五律亦各于舊爲減皆數之自然也太簇姑洗之全不用者其律長相生所不及也應鐘之半不用者數之窮也故律止于六至應鐘而窮也蓋應鐘之實六千七百一十萬八千八百六十四以三分之每分二千二百三十六萬九千六百二十一餘一又不盡一算數不可行此變律之所以止于六也



律生五聲

宮聲八十一

下生 徵

商聲七十二

下生 羽

角聲六十四

下生 變宮

徵聲五

十四

上生 商

羽聲四十八

上生 角

黃鐘之數九九八十一以為宮是為五聲之本以宮之八十

一數三分之每分二十七三分損一于八十一數損其二十

七餘五十四下生徵故徵數五十四也徵三分益一七十二

上生商商三分損一四十八下生羽羽三分益一六十四上



生角是黃鐘爲均用五聲之法以下十一辰辰各有五聲是  
十二律之正聲也各有五聲其爲宮商之法亦如之詳此是  
十一律皆可爲宮蓋置本律之實以九九因之三分損益以  
爲五聲再以本律之實約之則宮固八十一商亦七十二角  
亦六十四徵亦五十四羽亦四十八也如應鐘爲宮置本律  
應鐘之實九萬三千三百一十二以九九八十一乘之得七  
百五十五萬八千二百七十二爲宮以九萬三千三百一十  
二約之爲八十一三分宮損一得五百三萬八千八百四十  
八爲徵以九萬三千三百一十二約之爲五十四三分徵益  
一得六百七十一萬八千四百六十四爲商以九萬三千三  
百一十二約之爲七十二三分商損一得四百四十七萬八  
千九百七十六爲羽以九萬三千三百一十二約之爲四十  
八三分羽益一得五百九十七萬一千九百六十八爲角以  
九萬三千三百一十二約之爲六十四是也蓋十二律生于  
黃鐘雖各長短不齊及其旋相爲宮以生五聲二變皆約以  
八十一起數而五十四以後次之則八十四聲各有所歸矣  
然五聲至角其數六十四以三分之每分二十一不盡一算  
數不可行此正聲所以止于五也通而變之角聲乃生變宮  
變徵以足五聲三變之數耳



變宮聲四十二餘小分九分分之六變徵聲五十六餘小分九分分之八

角後徵前不生

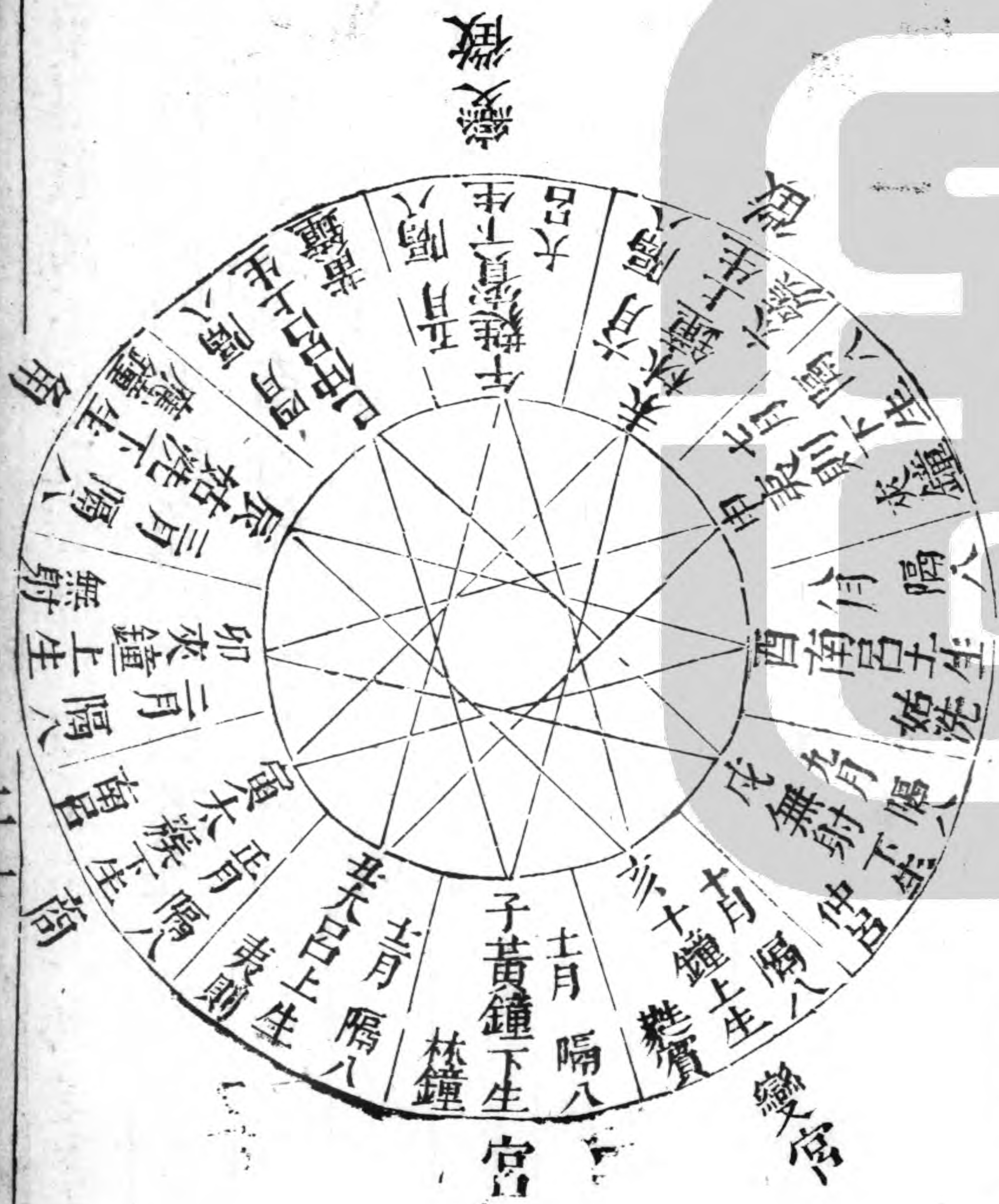
考國語周景王問于泠州鳩曰七律者何韋昭註曰周有七音黃鐘為宮太簇為商姑洗為角林鐘為徵南呂為羽應鐘為變宮蕤賓為變徵然則五聲二變有自來矣蓋五聲宮與商商與角徵與羽相去各一律至角與徵羽與宮相去乃二律以隔八相生之序言之如黃鐘為宮則相去一律而太簇為商商相去一律而姑洗為角角相去二律始得林鐘之徵徵相去一律而南呂為羽南呂之羽距黃鐘之宮又相去二律焉相去一律則音節和相去二律則音節遠故角徵之間

近徵收一聲比徵少下謂之變徵羽宮之間近宮收一聲少高于商謂之變宮也五聲相生至于角位其數六十有四以三分之每分二十有一不盡一算五聲之正至此而窮然既不可行當有以通之聲之變者二故置一而兩三之置子之一而兩至寅以三歷之得九以九因角聲之實六十四得五百七十六以三分之每分一百九十二三分損一為三百八十四以九歸之為四十二下生變宮是姑洗生應鐘也餘六不用又以變宮之三百八十四三分之每分一百二十八三分益一為五百一十二以九歸之為五十六上生變徵是應鐘生蕤賓也餘八不用至變徵之數五百一十二以三分之



又不盡二算其數又不行此變聲所以止于二也變聲者所  
 以濟五聲之不及宮比于宮徵比于徵雖有七聲其實五聲  
 而已淮南子曰姑洗生應鐘比于正音故為和應鐘生蕤賓  
 不比于正音故為謬曰謬則已難比于正故變聲非正不為  
 調也

五聲二變二十律相生圖





旋宮八十四聲圖

宮生下徵生上商生下羽生上角生下變生上徵生上此

一宮十二月黃正林正太正南正姑正應正蕤正

二宮六月林正太正南正姑正應正蕤正大正夷正

三宮正月太正南正姑正應正蕤正大正夷正

四宮八月南正姑正應正蕤正大正夷正夾正

五宮三月姑正應正蕤正大正夷正夾正無正

六宮十月應正蕤正大正夷正夾正無正仲正

七宮五月蕤正大正夷正夾正無正仲正黃正

八宮十二月正夷正夾正無正仲正黃正變林正

九宮七月夷正夾正無正仲正黃正變林正大正

十宮二月夾正無正仲正黃正變林正太正南正

十一宮九月無正仲正黃正變林正太正南正姑正

十二宮四月仲正黃正變林正太正南正姑正應正

此言十二律還相為宮以次生五聲二變成八十四聲也律

呂之數往而不返惟黃鐘不為他律所役所用七聲皆正律

無空積忽微蓋黃鐘為宮則林鐘為徵太簇為商南呂為羽

姑洗為角應鐘為變宮蕤賓為變徵皆正無餘分

自林鐘而下則有半聲如太簇為宮則以大呂為變宮大呂

為宮則以黃鐘為變宮一半聲也姑洗為宮則以大呂為羽



夾鐘爲變宮夾鐘爲宮則以黃鐘爲羽太簇爲變宮二半聲也林鐘蕤賓四半聲南呂夷則五半聲應鐘無射六半聲自蕤賓而下則有變律如蕤賓爲宮則以黃鐘變爲變徵一變律也大呂爲宮則以黃鐘變爲變宮林鐘變爲變徵二變律也夷則三變律夾鐘四變律無射五變律仲呂六變律半聲變律皆有空積忽微不得其正故黃鐘一均獨爲聲氣之元也

其序每一律役六律已往者退方來者進如黃鐘爲宮下生林鐘徵徵上生太簇商商下生南呂羽羽上生姑洗角角下生應鐘變宮變宮上生蕤賓變徵一均既畢黃鐘者退大呂者進林鐘爲宮上生太簇徵徵下生南呂商商上生姑洗羽羽下生應鐘角角上生蕤賓變宮變宮下生大呂變徵一均既畢林鐘者退夷則者進

自此以往至于蕤賓則變黃鐘爲徵大呂則變黃鐘爲變宮變林鐘爲變徵以次夷則三變夾鐘四變無射五變至仲呂六變總之十二律各備七聲七聲各足十二律而後終焉然黃鐘爲元十一律皆受法于黃鐘雖其管長短不齊及其用而爲宮則一也宮數八十一則皆約以八十一起數三分損益以序生二聲四變有條而不紊者也

以正言之黃鐘爲宮置黃鐘本律之實十七萬七千一百四



十七以宮八十一乘之得一千四百三十四萬八千九百七  
爲宮數以本律之實約之爲八十一爲宮三分宮數每分四  
百七十八萬二千九百六十九三分損一得九百五十六萬  
五千九百三十八以本律之實約之爲五十四爲徵是爲黃  
鐘之宮下生林鐘之徵

置林鐘本律之實十一萬八千九十八以徵五十四乘之得  
六百三十七萬七千二百九十二爲徵數三分徵數每分二  
百一十二萬五千七百六十四三分益一得八百五十萬三  
千五十六以本律之實約之爲七十二爲商是爲林鐘之徵  
上生太簇之商

置太簇本律之實十五萬七千四百六十四以商七十二乘  
之得一千一百三十三萬七千四百八爲商數三分商數每  
分三百七十七萬九千一百三十六三分損一得七百五十  
五萬八千二百七十二以本律之實約之爲四十八鴉是爲  
太簇之商下生南呂之羽

置南呂本律之實十萬四千九百七十六以羽四十八乘之  
得五百三萬八千八百四十八爲羽數三分羽數每分一百  
六十七萬九千六百一十六三分益一得六百七十一萬八  
十四百六十四以本律之實約之爲六十四爲角是爲南呂  
之羽上生姑洗之角



置姑洗本律之實十三萬九千九百六十八以角六十四乘之得八百九十五萬七千九百五十二爲角數三分角數每分二百九十八萬五千九百八十四三分損一得五百九十七萬一千九百六十八以本律之實約之爲四十二餘六不用爲變宮是爲姑洗之角下生應鐘之變宮

置應鐘本律之實九萬三千三百一十二以變宮四十二乘之得三百九十一萬九千一百四爲變宮數三分變宮每分一百三十萬六千三百六十八三分益一得五百二十二萬五千四百七十二以本律之實約之爲五十六爲變徵是爲應鐘之變宮上生蕤賓之變徵此正律皆全數也

以正與正半言之如林鐘爲宮置林鐘全數之實十一萬八千九十八以宮八十一乘之得九百五十六萬五千九百三十八爲宮數以本律全數約之爲八十一爲宮三分宮數每分三百一十八萬八千六百四十六三分損一得六百三十七萬七千二百九十二以本律全數約之爲五十四爲徵是爲林鐘全數之宮下生太簇正半之徵

置太簇半數之實七萬八千七百三十二以徵五十四乘之得四百二十五萬一千五百二十八爲徵數三分徵數每分一百四十一萬七千一百七十六三分益一得五百六十六萬八千七百四以本律半數約之爲七十二爲商是爲大簇



正半之徵上生南呂全數之商

置南呂全數之實十萬四千九百七十六以商七十二乘之得七百五十五萬八千二百七十二爲商數三分商數每分二百五十一萬九千四百二十四三分損一得五百三萬八千八百四十八以本律全數約之爲四十八爲羽是爲南呂全數之商下生姑洗正半之羽

置姑洗半數之商六萬九千九百八十四以羽四十八乘之得三百三十五萬九千二百三十二爲羽數三分羽數每分一百一十一萬九千七百四十四三分益一得四百四十七萬八千九百七十六以本律半數約之爲六十四爲角是姑

洗半數之羽上生應鐘全數之角

置應鐘全數之實九萬三千三百一十二以角六十四乘之得五百九十七萬一千九百六十八爲角數三分角數每分一百九十九萬六千五百五十六三分損一得三百九十八萬一千三百一十二以本數全律約之爲四十二爲變宮是爲應鐘全數之角下生蕤賓正半之變宮

置蕤賓半數之實六萬二千二百八以變宮四十二乘之得二百六十一萬二千七百三十六爲變宮數三分變宮數每分八十七萬九千一百一十二三分益一得三百四十八萬三千六百四十八以本律半數約之爲五十六爲變徵是爲蕤賓



正半之變宮上生大呂正半之變徵此正與正半之律也餘  
倣此

以正與變與變半言之如夾鐘爲宮置夾鐘全數之實十四  
萬七千四百五十六以宮八十一乘之得一千一百九十四  
萬三千九百三十六爲宮數以本律全數約之爲八十一爲  
宮三分宮數每分三百九十八萬一千三百一十二三分損  
一得七百九十六萬二千六百二十四以本律全數約之爲  
五十四爲徵是爲夾鐘全數之實下生無射全數之徵

置無射全數之實九萬八千三百四以徵五十四乘之得五  
百三十萬八千四百一十六爲徵數三分徵數每分一百七  
十六萬九千四百七十二三分益一得七百七萬七千八百  
八十八以本律全數約之爲七十二爲商是爲無射全數之  
徵上生仲呂全數之商

置仲呂全數之實十三萬一千七十二以商七十二乘之得  
九百四十三萬七千一百八十四爲商數三分損一得六百  
二十九萬一千四百五十六以本律全數約之爲四十八爲  
羽是爲仲呂全數之商下生黃鐘變半之羽

置黃鐘變半之實八萬七千三百八十一小分不用以羽四  
十八乘之得四百一十九萬四千二百八十八爲羽數三分  
羽數每分一百三十九萬八千九十六三分益一得五百五



二十九萬二千三百八十四以本律半數約之爲六十四爲角  
是爲黃鐘變半之羽上生林鐘變數之角

置林鐘變數之實十一萬六千五百八以角六十四乘之得  
七百四十五萬六千五百一十二爲角數三分角數每分二  
百四十八萬五千五百四三分損一得四百九十七萬一千  
八以本律全數約之爲四十二爲變宮是爲林鐘變數之角  
下生太簇變半之變宮

置太簇變半之實七萬七千六百七十二以變宮四十二乘  
之得三百二十六萬二千二百二十四爲變宮數三分變宮  
數每分一百八萬七千四百八三分益一得四百三十四萬  
九千六百三十二以本律半數約之爲五十六爲變徵是爲  
太簇變半之變宮上生南呂變數之變徵此正與變與變半  
之律也餘倣此

如應鐘四寸六分六釐律之最短者然既爲宮則短中之君  
也由此三分損一下生蕤賓正半之徵則三寸一分四釐益  
一上生大呂正半之商則四寸一分八釐損一下生夷則正  
半之羽則二寸七分二釐益一上生夾鐘正半之角則三寸  
六分六釐損一下生無射正半之變宮則二寸四分四釐益  
一上生仲呂正半之變徵則三寸二分八釐凡所生四聲二  
變其數更無長于四寸六分六釐者則應鐘之爲宮爲君也



何疑且其損益相生之數機括消息皆與黃鐘之正律合符也

六十調圖

宮 商 角 變徵 徵 羽 變宮

黃鐘宮黃 正 太 正 姑 正 蕤 正 林 正 南 正 應 正

此黃鐘為宮黃鐘第一調也所謂黃鐘一均之備者也

無射商無 正 黃 變 太 變 姑 變 仲 變 林 變 南 變

此黃鐘為商黃鐘第二調也

夷則角夷 正 無 變 太 變 應 變 黃 變 仲 正 林 變

此黃鐘為角黃鐘第三調也

仲呂徵仲 正 林 變 南 變 應 變 黃 變 太 變 姑 變

此黃鐘為徵黃鐘第四調也

夾鐘羽夾 正 仲 正 林 變 南 變 無 正 黃 變 太 變

此黃鐘為羽黃鐘第五調也上下角宮商徵羽者黃鐘得

五聲所謂黃鐘一均之備者也左右宮商角徵羽者五聲

盡黃鐘所謂黃鐘一調之備者也共五調此黃鐘一大調

也下十二律同

大呂宮大 正 夾 正 仲 正 林 變 夷 正 黃 變 無 正

應鐘商應 正 大 正 夾 正 仲 正 蕤 正 夷 正 無 正

南呂角南 正 應 正 大 正 夾 正 姑 正 蕤 正 夷 正



蕤賓徵蕤 正 夷 正 無 正 黃 變 大 正 夾 正 仲 正  
姑洗羽姑 正 蕤 正 夷 正 無 正 應 正 夾 正 大 正

此大呂一大調也

太簇宮太 正 姑 正 蕤 正 夷 正 南 正 應 正 大 正

黃鐘商黃 正 太 正 姑 正 蕤 正 林 正 商 正 應 正

無射角無 正 黃 變 太 變 姑 變 仲 正 林 變 南 變

林鐘徵林 正 南 正 應 正 大 正 太 正 姑 正 蕤 正

仲呂羽仲 正 林 變 南 變 應 變 黃 變 太 變 姑 變

此太簇一大調也

夾鍾宮夾 正 仲 正 林 變 南 變 無 正 黃 變 太 變

大呂宮大 正 夾 正 仲 正 林 變 夷 正 無 正 黃 變

應鐘角應 正 大 正 夾 正 仲 正 蕤 正 夷 正 無 正

夷則徵夷 正 無 正 黃 變 太 變 夾 正 仲 正 林 變

蕤賓羽蕤 正 夷 正 無 正 黃 變 大 正 夾 正 仲 正

此夾鍾一大調也

姑洗宮姑 正 蕤 正 夷 正 無 正 應 正 大 正 夾 正

太簇商太 正 姑 正 蕤 正 夷 正 南 正 應 正 大 正

黃鐘角黃 正 太 正 姑 正 蕤 正 林 正 南 正 應 正

南呂徵南 正 應 正 大 正 夾 正 姑 正 蕤 正 夷 正

林鐘羽林 正 南 正 應 正 大 正 太 正 姑 正 蕤 正



此姑洗一大調也

仲呂宮仲 正 林 變 南 變 應 變 黃 變 太 變 姑 變

夾鐘商夾 正 仲 正 林 變 南 變 無 正 黃 變 大 變

大呂角大 正 夾 正 仲 正 林 變 夷 正 無 正 黃 變

無射徵無 正 黃 變 太 變 姑 變 仲 正 林 變 南 變

夷則羽夷 正 無 正 黃 變 太 變 夾 正 仲 正 林 變

此仲呂一大調也

蕤賓宮蕤 正 夷 正 無 正 黃 變 大 正 夾 正 仲 正

姑洗商姑 正 蕤 正 夷 正 無 正 應 正 大 正 夾 正

太簇角太 正 姑 正 蕤 正 夷 正 南 正 應 正 大 正

應鐘徵應 正 大 正 夾 正 仲 正 蕤 正 夷 正 無 正

南呂羽南 正 應 正 大 正 夾 正 姑 正 蕤 正 夷 正

此蕤賓一大調也

林鐘宮林 正 南 正 應 正 大 正 太 正 姑 正 蕤 正

仲呂商仲 正 林 變 南 變 應 變 黃 變 太 變 姑 變

夾鐘角夾 正 仲 正 林 變 南 變 應 變 黃 變 太 變

黃鐘徵黃 正 太 正 姑 正 蕤 正 林 正 南 正 應 正

無射羽無 正 黃 變 太 變 姑 正 仲 變 林 變 南 變

此林鐘一大調也

夷則宮夷 正 無 正 黃 變 大 變 夾 正 仲 正 林 變



蕤賓商蕤正 夷正 無正 黃變 大正 夾正 仲正

姑洗角姑正 蕤正 夷正 無正 應正 太正 夾正

大呂徵大正 夾正 仲正 林變 夷正 無正 黃變

應鐘羽應正 太正 夾正 仲正 蕤正 夷正 無正

此夷則一大調也

南呂宮南正 應正 大正 夾正 姑正 蕤正 夷正

林鐘商林正 南正 應正 大正 太正 姑正 蕤正

仲呂角仲正 林變 南變 應變 黃變 太變 姑變

太簇徵太正 姑正 蕤正 夷正 南正 應正 大正

黃鐘羽黃正 太正 姑正 蕤正 林正 南正 應正

此南呂一大調也

無射宮無正 黃變 太變 姑變 仲正 林變 南變

夷則商夷正 無正 黃變 太變 夾正 仲正 林變

蕤賓角蕤正 夷正 無正 黃變 犬正 夾正 仲正

夾鐘徵夾正 仲正 林變 南變 無正 黃變 太變

大呂羽大正 夾正 仲正 林變 夷正 無正 黃變

此無射一大調也

應鐘宮應正 大正 仲正 蕤正 夷正 無正 夾正

南呂商南正 應正 大正 夾正 姑正 蕤正 夷正

林鐘角林正 南正 應正 大正 太正 姑正 蕤正



姑洗徵姑 正 蕤 正 夷 正 無 正 應 正 大 正 夾 正

太簇羽大 正 姑 正 蕤 正 夷 正 南 正 應 正 大 正

此應鐘一大調也

十二律旋相為宮五聲二變各具七聲共八十四聲以相生之序言之則曰宮曰商曰羽曰角曰變宮曰變徵以高下清濁言之則曰宮曰角曰變徵曰徵曰羽曰變宮以律之長短為序也合七聲為一調合五調為一曲宮聲十二商聲十二角聲十二徵聲十二羽聲十二凡六十聲為六十調共四百二十聲其變宮十二在羽聲之後宮聲之前變徵十二在角聲之後徵聲之前宮不成宮徵不成徵凡二十四聲不可為

調

黃鐘宮至夾鐘羽並用黃鐘起調始于黃鐘終于黃鐘五調為一 大調黃鐘畢曲大呂宮至姑洗羽並用大呂起調大呂畢曲以至應鐘皆然

其正者以正律全聲應也正半者以正律半聲應也變者以變律半聲應也旋相為宮若到應鐘為宮其聲最短而清則下四聲皆當低去所以有半聲亦為之 聲近時所謂清聲是也蓋樂律最忌下陵上應鐘為宮如用大呂為之商則是商聲高似宮聲為臣陵君用夾鐘為之角則是角聲高似宮聲為民陵君徵羽亦然皆不可用遂乃用半律之清聲以應



之也

官商角三十六調為陽徵羽二十四調為陰大調五律除調  
首中聲必有二陽二陰六十調皆同如陽律為宮而角商皆  
陽徵羽為陰陰律為宮而商角皆陰徵羽為陽故調成而陰  
陽備也



書