100

ÉLÉMENTS D'ASTRONOMIE.

Par M.r CASSINI, Maître des Comptes, de l'Académie Royale des Sciences, & de la Société Royale de Londres.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXL. (1740)

WELLCOME HISTORICAL MEDICAL LIBRARY

PRÉFACE.

L'ASTRONOMIE eſt une Science qui a pour objet la contemplation de tous les Aſtres ou Corps Céleſtes.

Elle enſeigne à déterminer leur ſituation dans le Ciel, leur mouvement, leur grandeur & leur diſtance. Elle ſert à regler les temps & les ſaiſons, en nous donnant la meſure des années, des mois & des jours. C'eſt par ſon ſecours que l'on peut découvrir la grandeur de la Terre & ſa figure, la ſituation de toutes ſes parties les unes à l'égard des autres, de même que leur étendue, leurs limites, & tout ce qui concerne la Géographie. Elle eſt auſſi la guide la plus ſûre que l'on ait dans la Navigation; & l'uſage que l'on en a fait pour découvrir des terres inconnuës, & étendre le Commerce dans les pays de la Terre les plus reculés, nous fait aſſés voir de quelle utilité elle doit être pour le bien du Public.

Si l'on conſidére ſon origine, elle eſt auſſi ancienne que celle du monde. La révolution journaliére du Soleil diſtingua le premier jour, de la premiére nuit. Le mouvement propre de la Lune autour de la Terre, nous donna la meſure des mois; & celui du Soleil, nous fixa le cours de l'année.

Des objets ſi admirables par leur éclat, leur beauté & leur variété attirérent l'admiration & la curioſité de nos premiers Peres; ils en contemplérent la diſpoſition; & la néceſſité où ils ſe trouvérent d'y avoir recours pour établir quelque ordre, tant dans les affaires de la ſociété civile, que dans les jours deſtinés à l'exercice de la Religion, les obligea d'en faire une étude particuliére.

Les Hiſtoires ſacrées nous fourniſſent des preuves authentiques de cette vérité. Les années qu'ont vêcu les Patriarches, avant le déluge, ſont marquées diſtinctement dans la Geneſe ; & l'on n'auroit pas pû en tenir compte, ſans la connoiſſance du cours du Soleil, qui fixe la grandeur de ces années. Leurs mois étoient auſſi reglés par le cours de la Lune, & l'hiſtoire du déluge où l'on en tient compte, nous en fournit un témoignage certain.

A des autorités ſi reſpectables, on peut ajoûter ce que Joſephe rapporte dans ſon hiſtoire des Juifs, qu'on doit aux deſcendants de Seth la ſcience des Aſtres & la connoiſſance des choſes céleſtes ; & qu'ayant appris d'Adam, que le monde périroit par l'eau & par le feu, la crainte qu'ils eurent que les découvertes qu'ils avoient faites dans l'Aſtronomie, ne vinſſent à ſe perdre & à être enſévelies dans l'oubli, les porta à élever deux colomnes, l'une de brique & l'autre de pierre, ſur chacune deſquelles ils gravérent les connoiſſances qu'ils avoient acquiſes, afin que s'il arrivoit qu'un déluge ruinât la colomne de brique, celle de pierre demeurât, pour conſerver à la poſtérité la mémoire de ce qu'ils y avoient écrit. Il ajoûte même que cette prévoyance leur réuſſit, puiſqu'on diſoit de ſon temps, que cette colomne ſe voyoit dans la Syrie.

Cet Auteur étoit ſi fort perſuadé de l'utilité de l'Aſtronomie, qu'il ne fait pas de difficulté d'avancer que Dieu avoit prolongé la vie aux premiers hommes, non-ſeulement pour récompenſer leur vertu, mais auſſi pour leur donner le moyen de perfectionner l'Aſtronomie & la Géométrie, qu'ils avoient inventées; ce qu'ils n'auroient pû faire s'ils avoient vêcu moins de ſix cens ans, parce que ce n'eſt qu'après la révolution de ſix ſiécles, que s'accomplit la grande année. Il appuye ſon témoignage ſur l'autorité de tous ceux qui ont écrit l'hiſtoire, tant des Grecs que des autres Nations, entre leſquels il cite Manethon, Beroſe, Mochus, Heſtiœus & Jerôme l'Egyptien.

L'Aſtronomie s'étant ainſi préſervée par la ſage prévoyance de nos premiers Peres, du naufrage univerſel qui avoit inondé toute la Terre, fut cultivée par les deſcendants de Noë. Les Hiſtoires profanes font mention d'Uranus Roy des peuples qui habitoient les bords de l'Océan Atlantique, qui paſſa pour être de la race des Dieux, parce qu'il avoit la connoiſſance du Ciel. Promethée Roy de Scythie, que l'on croit fils de Japhet & petit-fils de Noë, enſeigna à ſon peuple la ſcience des Aſtres, ce qui a fait dire aux Poëtes qu'il avoit dérobé le feu du Ciel. Enfin, Zoroaſtre Roy de la Bactriane s'acquit une gloire immortelle, parce qu'il excelloit dans l'Aſtronomie.

Quoi qu'il en ſoit, il paroît certain que les Chaldéens cultivoient cette ſcience peu de temps après le déluge. Philon rapporte que Tharé, qui étoit né plus de cent ans avant la mort de Noë, enſeigna l'Aſtronomie à ſon fils Abraham; & Joſephe aſſûre que la connoiſſance qu'eut Abraham, du cours du Soleil, de la Lune & des E'toiles, lui avoit fait juger qu'il y a quelque Puiſſance ſupérieure qui regle leurs mouvements, & ſans laquelle toutes choſes tomberoient dans la confuſion & le deſordre. Ces motifs lui donnérent la hardieſſe de ſoûtenir qu'il n'y a qu'un Dieu, que l'Univers eſt l'ouvrage de ſes mains, & que c'eſt à ſa ſeule bonté, & non pas à nos propres forces, que nous devons attribuer tout notre bonheur.

Ce que nous venons de rapporter, ſuffit pour prouver l'excellence de l'Aſtronomie, & l'antiquité de ſon origine; ceux qui voudront s'inſtruire de tout ce qui a été fait dans la ſuite des temps pour le progrès de cette ſcience, pourront voir le Traité de l'origine & du progrès de l'Aſtronomie, par mon Pere, qui eſt imprimé dans les anciens Mémoires de l'Académie: je me contenterai de faire remarquer ici, que la plus grande partie des découvertes & recherches curieuſes en Aſtronomie, dont on a tâché de faire uſage dans cet ouvrage, ſont dûes aux grands E'tabliſſements que le feu Roy a faits pour le progrès des Sciences, de même qu'à la protection que le Roy veut bien leur accorder, à l'exemple de ſon auguſte Biſayeul.

Perſonne n'ignore que de tous les édifices qui ont été conſtruits juſqu'à préſent, pour travailler aux Obſervations Aſtronomiques, aucun n'égale, ni même approche de la magnificence de l'Obſervatoire Royal de Paris.

Sa fondation a la même origine que celle de tout ce qui fut entrepris dans le ſiécle précédent, pour l'avancement des Sciences & des Arts, ſous un Miniſtére éclairé, où l'on ſçavoit que leur progrès étoit un des moyens des plus aſſûrés pour procurer le bien de l'E'tat.

Ce même goût qui s'eſt conſervé depuis ce temps-là, n'a jamais paru avec plus d'éclat que ſous ce Miniſtére, qui ſera regardé par la poſtérité, comme mémorable, par tous les grands ouvrages qui y ont été entrepris depuis pluſieurs années, & dont les guerres, ordinairement ſi contraires aux progrès des Sciences, n'ont pas même pû interrompre l'exécution.

On avoit regardé d'abord comme une grande entreprise de mesurer l'étendue d'un degré, ou environ, d'un Méridien de la Terre, & d'en déterminer la grandeur par les Observations Astronomiques comparées aux mesures Géométriques ; & c'étoit en effet le seul ouvrage en ce genre, qui eût été jusqu'alors exécuté avec précision. On avoit ensuite à plusieurs reprises différentes, décrit de la même maniére, la Méridienne qui traverse la France depuis une extrémité du Royaume jusqu'à l'autre ; mais on a dans ces temps-ci beaucoup encheri sur ces ouvrages, puisque depuis l'année 1733, jusqu'à présent, on travaille sans aucune interruption à tracer dans la France, diverses Méridiennes & Paralleles, & à déterminer par le secours de l'Astronomie jointe aux opérations Géométriques, la position de toutes les Villes & lieux principaux du Royaume; ouvrage qui, sans parler des avantages que l'on en doit retirer pour le bien de l'E'tat, doit être d'une grande utilité pour le progrès de l'Astronomie, puisque connoissant par ce moyen avec la derniére précision, la différence de longitude & de latitude entre tous les lieux de la France & l'Observatoire de Paris, on pourra profiter de toutes les Observations qui ont été faites, & qui se feront dans la suite, dans tous ces différents endroits, en les réduisant à un même lieu.

Mais quelque grandes que fussent ces entreprises, on n'a pas cru devoir les borner à l'intérieur de la France.

On avoit déja envoyé en 1671 & 1672 des Astronomes de l'Académie Royale des Sciences, d'une part en Dannemarck, à Uranibourg, lieu célébre par les Observations qui y ont été faites par Tycho, & de l'autre part dans l'Amérique, à Cayenne, pour constater les principaux E'léments de l'Astronomie, tels que les Réfractions, la Parallaxe du

Soleil & de la Lune, l'Obliquité de l'Ecliptique, &c. On a dans ces temps-ci entrepris de porter les mêmes recherches à une plus grande précision, & d'en faire de nouvelles pour déterminer la figure de la Terre, en envoyant vers le Nord, dans des Pays les plus éloignés qu'il seroit possible, & vers le Midi sous l'Equateur même, des Observateurs dont la pénétration n'a rien laissé échapper jusqu'à présent de tout ce qui pouvoit être utile aux progrès des Sciences. Nous avons déja le résultat des Observations qui ont été faites vers le Nord ; & nous espérons recueillir une moisson encore plus abondante, après le retour des Astronomes qui sont actuellement au Pérou.

Il est vrai que l'on n'a pas pû encore mettre à profit dans ces Eléments que je donne au Public, toutes les connoissances que l'on peut retirer des Observations qui ont été faites dans ces différents voyages ; mais aussi je ne me flate pas de les avoir portés à la plus grande perfection à laquelle on peut aspirer.

Les Anciens avoient fait des Observations, qui, quoique imparfaites, ne laissent pas d'être très-précieuses, & fort utiles pour déterminer les mouvements des Planetes, par la comparaison de ces Observations avec celles que nous avons faites avec beaucoup plus de précision. Celles que l'on fera dans la suite, serviront de plus en plus à perfectionner l'Astronomie, & l'on aura toûjours beaucoup à y travailler.

La Terre & tous les Corps Célestes qui l'environnent, sont disposés à diverses distances les uns à l'égard des autres, avec de certains degrés de mouvements ; & quelque systeme que l'on suive, tous ces Corps doivent avoir quelque action les uns sur les autres, soit par l'entremise de la matiére qui les sépare suivant les regles de Méchanique, soit

par

par la volonté du Créateur, qui leur a imposé de certaines loix. Comment déterminer dans chacun de ces Corps, l'effet d'un si grand nombre de combinaisons, & quelle étendue de génie ne faudroit-il pas avoir pour le faire avec succès?

Aussi, bien-loin de s'étonner qu'après tant d'Observations, on ne soit pas encore parvenu à une plus grande précision dans la détermination du mouvement des Astres, n'a-t-on pas plus sujet d'admirer qu'on ait pû trouver le moyen de déterminer, par exemple, à quelques minutes d'heure près, les Eclipses du Soleil & de la Lune?

Mais outre les variations qui peuvent être produites par l'action réciproque des Corps les uns sur les autres, ne peut-il pas y en avoir quelques-unes causées par quelques effets dans la Nature, dont nous n'avons point encore de connoissance?

Avant la découverte de la propagation de la Lumiére, on ne se seroit jamais imaginé que ce qui sert à nous faire appercevoir les Astres, fût cause que nous ne les voyons pas dans l'endroit où ils sont réellement: cependant il résulte de la Théorie ingénieuse de M. Bradley, que cette propagation de la Lumiére les écarte en apparence de leur véritable situation; & les Observations que l'on en a faites depuis quelques années, ont confirmé cette découverte, dont nous n'avons pas pû faire d'usage dans ces Eléments d'Astronomie, ni dans les Tables que l'on avoit même commencé d'imprimer avant que l'on en eût fait ici des Observations.

Mais, sans chercher ailleurs d'autres causes de dérangement dans le cours des Astres, pouvons-nous être assûrés qu'étant sujets, comme on l'a reconnu, à différentes inégalités, ils persévérent toûjours dans le même degré de mouvement, ſans qu'il y arrive aucune altération par la ſuite des ſiécles?

Il eſt vrai que la plûpart des Obſervations anciennes, comparées aves les nôtres, ſemblent appuyer ce ſentiment, qui eſt reçû généralement de tous les Aſtronomes, & dont nous n'oſerions nous écarter ſans avoir des preuves bien complettes du contraire; mais auſſi il y en a beaucoup d'autres qui paroiſſent ne s'y pas accorder.

L'on a déterminé, par exemple, le mouvement des E'toiles fixes (ou, ce qui revient au même, celui de la Terre autour de ſon axe) par la comparaiſon de nos Obſervations avec celles qui avoient été faites par les Anciens, & on a trouvé que ce mouvement étoit plus prompt que celui que l'on a déterminé en dernier lieu par les ſeules Obſervations modernes comparées enſemble, qui ont été faites à un intervalle ſuffiſant pour pouvoir le déterminer avec préciſion.

Doit-on attribuer cette différence au défaut des Obſervations, ou à quelque inégalité réelle dans ce mouvement? C'eſt cependant ſur les diſtances des E'toiles aux Planetes, que ſont fondées principalement les Obſervations des Anciens. Si donc l'on a ſuppoſé le mouvement des E'toiles fixes, plus prompt ou plus lent qu'il n'a été réellement, on aura la ſituation des Planetes par les Obſervations anciennes, différente de celle où on a dû les appercevoir, ce qui produira quelqu'erreur dans la quantité de leurs mouvements.

Mais quand même il ſeroit tel qu'on l'a ſuppoſé, peut-on s'aſſûrer que les Orbes que les Planetes décrivent, ont toûjours conſervé la même figure & la même excentricité, & qu'ils ayent toûjours été inclinés les uns à l'égard des autres, d'une égale quantité?

L'Écliptique même, sur le plan de laquelle se fait le mouvement du Soleil ou de la Terre, a-t-elle toûjours eu la même inclinaison à l'égard de l'Équateur?

Si l'on compare les Observations des Anciens avec les nôtres, cette inclinaison paroît variable, comme il y a bien de l'apparence; mais quelle est la progression de cette variation, & où en sera le terme? Ira-t-elle se réunir à l'Équateur, pour rendre les jours égaux aux nuits par toute la Terre; ou bien, après s'en être approchée par la suite des temps, d'une certaine quantité, par un mouvement de libration, comme l'ont supposé divers Astronomes, s'en retournera-t-elle à la situation où elle étoit anciennement?

Après avoir exposé en abregé les difficultés qui restent à surmonter pour porter l'Astronomie à une plus grande perfection, il me reste présentement à rendre compte du dessein que je me suis proposé dans cet ouvrage, & de l'ordre que j'y ai observé.

Comme on n'avoit point encore d'Éléments d'Astronomie écrits en François, & que le Public sembloit le desirer, j'ai cru devoir préférer cette Langue à toute autre, pour instruire ceux de la Nation qui voudront s'appliquer à l'Astronomie; d'autant plus que la Langue Françoise est si fort répandue dans tous les pays de l'Europe, qu'il n'y a guéres de gens de lettres qui n'en ayent une connoissance suffisante pour entendre tout ce qui est rapporté dans cet ouvrage.

La méthode que j'ai suivie, a été de ne supposer, autant qu'il a été possible, que ce qui étoit parfaitement connu, & de passer des notions les plus simples, à celles qui paroissent les plus composées. Je dis autant qu'il a été possible, car il y a des recherches en Astronomie qui sont tellement compliquées, qu'il faut nécessairement en supposer quelques-unes qui ne ſont pas encore parfaitement connuës, pour en déduire celles que l'on veut trouver.

Comme l'Aſtronomie conſiſte principalement à meſurer le mouvement des Aſtres & leurs diſtances entr'eux, on a ſuppoſé que ceux qui veulent s'en inſtruire, ont quelques connoiſſances de la Géométrie ordinaire, que l'on n'y a cependant employé que dans ce qui étoit néceſſaire pour l'intelligence de cet ouvrage, afin qu'il n'y eût preſque perſonne qui ne fût en état de profiter d'une partie de ce qui y eſt contenu.

On a ſuppoſé auſſi que le Lecteur auroit quelque teinture de la Trigonométrie rectiligne & ſphérique, & ſçauroit au moins en mettre les regles en pratique.

On n'a pas jugé devoir donner au commencement de cet ouvrage, des principes de la Sphere, qui doivent précéder ceux de l'Aſtronomie, parce qu'il y a peu de perſonnes qui les ignorent. Cependant, comme les termes n'en pourroient pas toûjours être familiers, & qu'on en a ſouvent beſoin pour l'intelligence du diſcours, on a cru devoir en donner l'explication, ou du moins la définition, en les appliquant à une figure de la Sphere, pour en retracer le ſouvenir.

On a enſuite traité des différents Syſtemes, parce que comme les mouvements des Planetes ſe font la plûpart autour du Soleil, & qu'on a beſoin de les rapporter à la Terre, d'où nous les obſervons, il faut d'abord bien concevoir, du moins celui de Tycho, avant que de conſidérer, ſuivant celui de Copernic, tous ces mouvements à l'égard du Soleil, où nous ne pouvons les tranſporter qu'avec quelqu'effort d'imagination; quoique ſuivant ce dernier Syſteme une fois bien entendu, ces mouvements paroiſſent beaucoup plus fimples & plus fufceptibles des raifons phyfiques qui fervent à les expliquer.

On a enfuite donné les regles de la Réfraction & de la Parallaxe, qui font voir les E'toiles dans des fituations différentes de celles où on les appercevroit réellement fi on les obfervoit du centre de la Terre, & qui varient fuivant les différents endroits où nous nous trouvons fur fa furface, & fuivant les différentes hauteurs des Aftres.

Ces connoiffances nous ont paru devoir précéder la Théorie des Planetes & des E'toiles fixes.

J'ai enfuite diftribué cet ouvrage en neuf livres.

Dans le premier, on traite des E'toiles fixes, de leurs mouvements & des découvertes qu'on y a faites par rapport aux E'toiles nouvelles & changeantes. L'on y a auffi donné la méthode de déterminer dans le Syfteme de Copernic, leurs diftances à la Terre, & leur grandeur, par le moyen de la Parallaxe de l'Orbe annuel.

Le fecond livre traite du Soleil & de fa révolution autour de fon axe, ce qui a donné occafion de parler des Taches qui ont fervi à découvrir fa révolution, & d'en donner la théorie.

Avant que d'expliquer de quelle maniére l'on conçoit fon mouvement apparent autour de la Terre, qui fe fait fuivant un grand cercle de la Sphere, qu'on nomme *Ecliptique,* il a été néceffaire d'expofer les recherches qui ont été faites pour connoître la fituation de ce cercle par rapport aux autres cercles de la Sphere, & de faire remarquer les variations que l'on a obfervées dans fon inclinaifon à l'égard de l'E'quateur. On a enfuite donné les différentes hypothefes, tant anciennes que modernes, qui fervent à repréfenter fon mouvement, de même que diverfes méthodes que l'on peut employer pour déterminer le lieu de ſon Apogée & de ſon Périgée, l'excentricité de ſon Orbe, & ſa plus grande E'quation ; & l'on a déterminé la grandeur de l'année, par les Obſervations, tant des E'quinoxes, que des Solſtices, que l'on a eu ſoin de rapporter.

Le troiſiéme livre renferme la théorie de la Lune, ſuivant les principes de mon Pere, à laquelle j'ai cru devoir faire quelques additions pour la rendre plus conforme aux obſervations. On y a traité au commencement, de la libration de cette Planete, ou de ſa révolution autour de ſon axe.

Le quatriéme livre traite de Saturne, où j'ai parlé d'abord des bandes que l'on avoit remarquées ſur ſon globe, & de l'apparence de l'Anneau qui l'environne, dont il n'y a aucun autre exemple dans le Ciel. J'ai enſuite expoſé la théorie des mouvements de cette Planete, que l'on a déduit principalement des Obſervations de ſon Oppoſition avec le Soleil, qui y ſont rapportées.

Dans le cinquiéme livre, après avoir parlé des bandes que l'on a remarquées ſur le diſque de Jupiter, & des taches qui ont ſervi à déterminer la révolution de cette Planete autour de ſon axe, j'ai donné la théorie de ſon mouvement autour du Soleil, à peu-près de la même maniére que celle de Saturne.

Le ſixiéme livre traite de Mars, de ſes taches, de ſa révolution autour de ſon axe, & de la théorie de ſon mouvement autour du Soleil, au ſujet de laquelle Képler a fait un excellent Traité, dans lequel il a expoſé ſon hypotheſe, que j'ai ſuivie dans toutes les Planetes, par préférence à toutes les autres, comme étant la plus conforme aux Obſervations Aſtronomiques.

Dans le ſeptiéme livre, j'ai d'abord conſidéré la révolution de Venus autour de ſon axe, qui, ſuivant mon Pere, n'eſt que d'environ 23 heures, & différe beaucoup de celle que M. Bianchini lui a attribuée d'un peu plus de 23 jours dans un ouvrage imprimé à Rome en 1725, ce qui m'a engagé à y inſérer une Diſſertation, pour prouver que les Obſervations modernes ne concluent rien qui ſoit contraire à celles que mon Pere avoit faites en 1666 & 1667, dont il s'étoit ſervi pour déterminer cette révolution.

A l'égard du mouvement de cette Planete autour du Soleil, après avoir expoſé la théorie des Anciens, & examiné les Obſervations qu'ils nous en ont laiſſées, j'ai trouvé que pour déterminer avec préciſion, les mouvements de cette Planete, on devoit y employer par préférence les Obſervations modernes, c'eſt-à-dire, celles qui ont été faites depuis le célébre paſſage de Venus devant le Soleil, obſervé par Horoccius en 1639, juſqu'à préſent; & cette recherche m'a ſi bien réuſſi, que preſque toutes les Obſervations que j'ai eu lieu de comparer avec ce qui réſultoit de cette théorie, s'y accordent avec une préciſion qui égale à peu-près celle des mouvements du Soleil ou de la Terre, qui ſont les plus parfaitement connus.

Le huitiéme livre traite de Mercure, dont on n'a pas encore diſtingué de mouvement autour de ſon axe, ce qui vient apparemment de ce que cette Planete s'écartant fort peu des rayons du Soleil, ſon diſque ne paroît jamais bien terminé, & qu'on y apperçoit des variétés de couleurs qui empêchent de diſtinguer s'il y a des taches ou non.

On a été auſſi obligé dans la Théorie de cette Planete, de n'y employer que les Obſervations modernes, qui ne ſont pas en grand nombre, parce qu'on ne le voit dans ſes

Conjonctions que lorſqu'il paſſe devant le diſque du Soleil, ce qui n'eſt encore arrivé que huit fois ; & que hors de ſes Conjonctions on ne l'apperçoit ordinairement que vers ſes plus grandes digreſſions, où les moindres erreurs en cauſent de fort grandes dans ſa ſituation ſur ſon Orbe. On n'a pas laiſſé cependant de déterminer par les Obſervations modernes, ſa ſituation, avec une préciſion qui ſemble ſurpaſſer celle de la plûpart des autres Planetes.

On a enfin terminé cet ouvrage par un Abregé de la theorie des Satellites de Jupiter & de Saturne, où l'on a eu ſoin de rapporter ce que l'on a remarqué de plus ſingulier dans les apparences de ces Satellites.

TABLE DES MATIERES CONTENUES DANS CE VOLUME.

LIVRE II. *DU SOLEIL.* 80

LIVRE III. *DE LA LUNE.* 251

LIVRE IV. *DE SATURNE.* 335

LIVRE VI. *DE MARS.* 457

LIVRE VII. *DE VENUS.* 509

LIVRE VIII. *DE MERCURE.* 579

LIVRE IX.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne. 620

Fautes à corriger.

Page 5, *Ligne* 21, *lisés :* RX, *au lieu de* PX.
11, 2, *lis.* TS, *au lieu de* TF.
11, 11, *lis.* Jupiter, Mars, Venus, *au lieu de* Jupiter, Venus.
13, *penultiéme, lis.* SI, *au lieu de* ST.
62, 3, *lis.* BSPC, *au lieu de* BPSC.
88, 6, *lis.* DE, *au lieu de* DF.
95, 3 & 33, *lis.* Gig, *au lieu de* GIg.
99, 5, *lis.* EO × OF, *au lieu de* EOF.
105, 3, *lis.* HG, *au lieu de* HI.
124, 25, *lis.* de la, *au lieu de* la de.
154, 10, *lis.* & 24 heures, *au lieu de* & de celle de l'E'toile.
167, 22, *lis.* FTG, *au lieu de* FIG.
173, 22, *lis.* aux points *C* & *A*, *au lieu de* aux lignes *C* & *A*.
175, 21, *lis.* BGK, *au lieu de* BGZ.
200, 23, *lis.* ZY, *au lieu de* SY.
215, 20, *lis.* le Soleil n'avoit pas passé, *au lieu de* le Soleil avoit passé.
238, 17, *lis.* APB, *au lieu de* ABP.
269, 9, *lis* iO, *au lieu de* io.
269, 10, *lis.* Op, *au lieu de* op.
271, 6, *lis.* la Tache de la Lune, *au lieu de* la Lune.
280, 23, *lis.* INL, *au lieu de* IML.
292, 2, *lis.* Fig. 44, *au lieu de* Fig. 41.
295, 28, *lis.* Paris, *au lieu d'*Alexandrie.
295, 31, *lis.* $4^h\ 40'$, *au lieu de* $4^h\ 30'$.
320, 30, *lis.* ALHB, *au lieu de* AHBK.

Page 324,	*Ligne* 30,	*lisés :* TK, *au lieu de* TR.
327,	7,	*lis.* Ellipse, *au lieu d'*Eclipse.
329,	15,	*lis.* k, *au lieu de* K.
332,	19,	*lis.* CI, *au lieu de* KI.
342,	23,	*lis.* Bβa, *au lieu de* βBa.
342,	34,	*lis.* oriental, *au lieu d'*occidental.
342,	36,	*lis.* occidental, *au lieu d'*oriental.
345,	5,	*lis.* $11^h\ 5'$, *au lieu de* $14^h\ 38'$.
347,	1,	*lis.* $1^h\ 5'\ 57''$, *au lieu de* $1^h\ 55'\ 57''$.
398,	34,	*lis.* l'angle *PAR*, *au lieu de* l'arc *PAR*.
433,	21,	*lis.* TS, *au lieu de* IS.
467,	10,	*lis.* 27 Mai, *au lieu de* 26 Mai.
479,	22,	*lis.* TSM, *au lieu de* STM.
480,	2,	*lis.* $0^d\ 29'\ 32''$, *au lieu de* $0^d\ 29'\ 27''$.
542,	7,	*lis.* RG, *au lieu de* SG.
542,	24,	*lis.* SD, *au lieu de* GD.
543,	19 & 25,	*lis.* I, *au lieu de* E.
548,	*penultiéme,*	*lis.* BβC, *au lieu de* FβC.
596,	14,	*lis.* $3^d\ 59'\ 56''$, *au lieu de* $4^d\ 0'\ 36''$.
598,	6,	*lis.* EA, *au lieu de* BA.
608,	*antepenultiéme,*	*lis.* Fig. 83, *au lieu de* Fig. 82.

ELEMENTS

ÉLÉMENTS D'ASTRONOMIE.

DES CONNOISSANCES PRÉLIMINAIRES NÉCESSAIRES POUR L'INTELLIGENCE DES ÉLÉMENTS D'ASTRONOMIE.

I.

Des Cercles de la Sphere.

AVANT que de conſidérer les mouvements des Etoiles fixes, du Soleil, de la Lune & des autres Planetes, il eſt à propos de donner quelque notion des Cercles de la Sphere, auxquels il eſt néceſſaire de les rapporter pour les divers uſages auxquels on les employe dans l'Aſtronomie, ce que nous ferons ſuccinctement, ſans entrer dans le détail de toute la Sphere, dont on ſuppoſe que le Lecteur a du moins quelque teinture.

Les Anciens ayant attribué à chaque Planete un Ciel ou une Sphere particuliére, ont ſuppoſé que les E'toiles fixes étoient toutes attachées au huitiéme Ciel, qu'on nomme autrement *Firmament*, & ils ont jugé que ce Firmament étoit entraîné par un premier mobile, de l'Orient vers l'Occident, dans l'eſpace d'environ 24 heures, ce qui produit le mouvement journalier apparent des E'toiles fixes.

Ce mouvement ſe fait autour de deux points *P, p, (Fig. 1.)* ſuppoſés fixes dans le Ciel, qu'on nomme *Poles du Monde.* On appelle *Pole Arctique, Boréal* ou *Septentrional,* celui qui eſt le plus proche des ſept E'toiles de la grande Ourſe, & *Pole Antarctique, Auſtral* ou *Méridional,* celui qui lui eſt diamétralement oppoſé.

La ligne *Pp* qui joint ces deux Poles, s'appelle *Axe du Monde.* On ſuppoſe qu'elle paſſe par le centre de la Terre, & qu'elle marque ſur ſa circonférence deux Poles *P, p,* qui répondent à ceux du Ciel, & ont la même dénomination.

Le grand Cercle de la Sphere *DFEG,* qui eſt à égale diſtance des deux Poles, s'appelle *E'quateur.* Son plan paſſe par le centre *C* de la Terre, & détermine ſur ſa circonférence un grand Cercle, qu'on nomme *E'quateur* ou *E'quinoctial,* parce que ceux qui y habitent, ont les jours égaux aux nuits pendant tout le cours de l'année.

On diviſe ce Cercle, de même que tous les autres Cercles de la Sphere, en 360 parties égales, qu'on nomme *Degrés.* Chacun de ces degrés ſe ſouſdiviſe en 60 minutes, chaque minute en 60 ſecondes, & chaque ſeconde en 60 tierces, &c.

Les Cercles que les E'toiles paroiſſent décrire autour du Pole par leur révolution journaliére, s'appellent *Paralleles à l'E'quateur,* ou tout ſimplement *Paralleles,* à quelque diſtance qu'ils ſoient de l'un des deux Poles.

Les Paralleles *ZPR, SpO,* qui ſont éloignés de $23^{d}\ 29'$ ou environ, de chacun des deux Poles, s'appellent *Cercles Polaires,* & on nomme *Tropiques,* les Paralleles *HMBN, AYIQ,* qui ſont éloignés de part & d'autre de l'E'quateur, d'une pareille quantité. Celui qui eſt vers le Pole Boréal, s'appelle *Tropique de l'E'creviſſe,* & on nomme *Tropique du Capricorne,* celui qui eſt vers le Pole Auſtral.

Tous les grands Cercles de la Sphere, comme *PXps*, qui paſſent par les deux Poles & par une Etoile, s'appellent *Cercles de déclinaiſon*, parce que l'on compte ſur eux la diſtance des Etoiles à l'Equateur, qu'on nomme *Déclinaiſon*, qui eſt le complément de leur diſtance au Pole. Le Cercle *ZAOB* de déclinaiſon, qui paſſe par le Pole *P* & le point Z du Ciel, qui eſt perpendiculaire ſur notre tête, s'appelle plus particuliérement *Méridien*. On nomme le point Z, *Zénit*, & le point *O* qui lui eſt oppoſé, *Nadir*.

Le Méridien *ZAOB*, ſépare en deux parties égales l'horiſon, qui eſt le ſeul Cercle viſible que nous ayons dans le Ciel, & que l'on nomme *Horiſon ſenſible*, pour le diſtinguer de l'*Horiſon rationel AFBG*, qui eſt un grand Cercle de la Sphere qui lui eſt parallele, & dont l'on ſuppoſe que le plan paſſe par le centre *C* de la Terre.

La partie de ce Cercle *AGB*, ainſi partagée par le Méridien, où toutes les Etoiles paroiſſent ſe lever, s'appelle *Orientale*, & la partie *AFB*, où elles paroiſſent ſe coucher, ſe nomme *Occidentale*.

Le point *A* de l'horiſon, qui ſe trouve dans ſon interſection avec le Méridien, le plus près du Pole Auſtral, s'appelle *point du Midi* ou *du Sud*, & le point *B* qui lui eſt oppoſé, & le plus près du Pole Boréal, ſe nomme *point du Septentrion* ou *du Nord*.

Les deux points *G* & *F* de l'horiſon, qui ſont à égale diſtance des points du Midi & du Septentrion, ſe nomment, l'un le *point de l'Eſt* ou *de l'Orient*, & l'autre le *point de l'Oüeſt* ou *de l'Occident*.

L'arc de l'horiſon compris entre le point de l'Eſt, & le lieu où ſe leve une Etoile, s'appelle *Amplitude ortive*, & on nomme *Amplitude occaſe*, la diſtance entre le lieu où une Etoile ſe couche, & le point de l'Oüeſt.

Les grands Cercles de la Sphere, comme *ZXO*, *ZAO*, qui paſſent par le Zénit & le Nadir, & coupent l'horiſon dans deux points diamétralement oppoſés, s'appellent *Verticaux*.

Celui qui paſſe par le point de l'Eſt & de l'Oüeſt, s'appelle *premier vertical*, qui eſt ici repréſenté par la ligne droite *ZCO*. Il coupe à angles droits le Cercle *ZAOB*, qui paſſe par les points du Sud & du Nord, & ſe confond avec le Méridien du lieu où l'on obſerve. C'eſt ſur ces Cercles que l'on meſure la hauteur apparente des Aſtres ſur l'horiſon, dont la plus grande eſt toûjours celle qui eſt priſe ſur le Méridien.

Les Cercles paralleles à l'horiſon, comme $a X \beta$, qui terminent la hauteur des Aſtres, s'appellent *Almicantarath.*

L'Equateur $DFEG$, coupe l'horiſon rationel $AFBG$ aux deux points G & F de l'Eſt & de l'Oüeſt, & paroît diverſement élevé ſur l'horiſon des différents lieux de la Terre, ſuivant qu'ils ſont plus près ou plus éloignés des Poles. Il eſt perpendiculaire ſur l'horiſon de ceux qui ſont ſur l'Equinoctial. Il s'incline enſuite à meſure qu'on s'en éloigne, & paroît couché ſur l'horiſon de ceux qui ſont placés ſous l'un des deux Poles.

Les Paralleles à l'Equateur, que les Aſtres paroiſſent décrire par leurs révolutions journaliéres de l'Orient vers l'Occident, ſont auſſi différemment inclinés ſur l'horiſon de divers lieux de la Terre. Ils ſont, de même que l'Equateur, perpendiculaires ſur l'horiſon de ceux qui habitent ſous l'Equinoctial, & ſont coupés par cet horiſon en deux parties égales, ce qui rend, pendant chaque révolution journaliére, la durée de l'apparition des Aſtres ſur l'horiſon, égale au temps qu'on ceſſe de les voir, & les jours égaux aux nuits dans toutes les ſaiſons de l'année. Ces Paralleles ſont enſuite coupés en des parties inégales par l'horiſon, à meſure qu'on s'éloigne de l'Equinoctial, ce qui cauſe l'inégalité des jours que l'on obſerve dans les différents climats juſqu'aux Cercles Polaires, où le Soleil paroît, dans le temps des Solſtices, un jour entier ſans ſe coucher, & reſte un autre jour ſous l'horiſon ſans ſe lever, parce que les paralleles $HMBN$, $AYIQ$, qu'il décrit alors, touchent cet horiſon ſans le couper, le premier au point B, & le ſecond au point A. Cette préſence ou abſence du Soleil augmente enſuite en s'approchant des Poles, où le Cercle qu'il décrit, étant parallele à l'horiſon, il eſt ſix mois de l'année ſans ſe coucher, & ſix autres mois ſans ſe lever.

Le grand Cercle de la Sphere $HKIL$, autour duquel le Soleil fait ſa révolution annuelle, s'appelle *Ecliptique.* On le ſuppoſe placé au milieu d'une bande large d'environ 16 degrés, qu'on nomme *Zodiaque.* On diviſe le Zodiaque en douze parties égales, chacune de 30 degrés, qu'on nomme *Signes*, & qui répondoient autrefois à 12 Conſtellations, dont on leur a donné le nom, qui ſont le *Belier*, le *Taureau*, les *Gemeaux*, l'*Ecreviſſe*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verſeau* & les *Poiſſons*.

L'Ecliptique *HKIL* eſt inclinée de 23^d $29'$ ou environ à l'Equateur, qu'elle coupe en deux points *K, L,* oppoſés l'un à l'autre. L'un de ces points où ſe trouve le Soleil dans l'Equinoxe du Printemps, s'appelle *le point du Belier,* & celui où eſt le Soleil dans l'Equinoxe d'Automne, s'appelle *le point de la Balance.* Ce cercle eſt terminé des deux côtés par les Tropiques *HMBN, AYIQ,* de l'Ecreviſſe & du Capricorne, qui le touchent en deux points *H* & *I,* éloignés, de part & d'autre, de 90 degrés des points du Belier & de la Balance. L'Ecliptique a deux Poles *R* & *S* qui ſont éloignés de 23^d $29'$ de ceux de l'Equateur, & qui ſe rencontrent par conſéquent ſur les Cercles Polaires.

On nomme *Colure des Solſtices,* le Méridien ou Cercle de déclinaiſon *RISH,* qui paſſe par les Poles de l'Equateur & ceux de l'Ecliptique, & *Colure des Equinoxes,* le Cercle qui paſſe par les Poles de l'Ecliptique & par les interſections *K* & *L* de l'Ecliptique avec l'Equateur, qui eſt repréſenté ici par la ligne *RS.* Ces deux Colures ſe coupent à angles droits, & diviſent l'Ecliptique & l'Equateur en deux parties égales.

Les grands Cercles de la Sphere, comme *RTS,* qui paſſent par les Poles de l'Ecliptique & par une Etoile *X,* s'appellent *Cercles de latitude,* parce qu'on meſure ſur ce Cercle, la diſtance *PX* de cette Etoile au Pole de l'Ecliptique dont le complément eſt ſa latitude.

La diſtance *CT* entre le point du Belier & le point de l'Ecliptique où répond le Cercle de latitude *RXTS,* qui paſſe par une Etoile *X,* s'appelle *Longitude,* & ſe compte de l'Occident vers l'Orient, de même qu'on nomme *Aſcenſion droite,* la diſtance *CV* entre le point du Belier & le point de l'Equateur où répond le Cercle de déclinaiſon *PXVp* qui paſſe par la même Etoile *X.*

Dans la Géographie, on nomme *Latitude,* la diſtance en degrés d'un lieu de la Terre à l'Equinoctial, meſurée ſur le Méridien de ce lieu. Cette diſtance eſt égale à la hauteur du Pole de ce lieu, & on appelle *Longitude,* la diſtance d'un lieu au premier Méridien, meſurée ſur le Parallele de ce lieu.

La poſition de ce premier Méridien eſt arbitraire. Les uns le font paſſer par le Pic de Ténérif, d'autres, comme les François, par l'Iſle de Fer qui eſt la plus occidentale des Canaries.

Il ſuffit pour l'Aſtronomie, de ſçavoir les différences de Longitude entre le lieu de la Terre, pour le Méridien duquel les Tables ſont calculées, & les différents endroits de la Terre, ce qu'on appelle autrement *Différences de Méridiens.* On les compte en degrés, ou en heures, à raiſon de 360 degrés pour 24 heures, parce que le Soleil employe 24 heures à retourner au Méridien, & à décrire ſon Parallele, qui, de même que tous les autres Cercles de la Sphere, ſe diviſe en 360 degrés.

II.

Des Syſtemes du Monde.

POur expliquer l'ordre & l'arrangement des parties de l'Univers, & de quelle maniére les Corps céleſtes ſe meuvent les uns à l'égard des autres, on a imaginé diverſes hypotheſes, qu'on nomme plus particuliérement *Syſtemes du Monde.*

Cet arrangement ſe peut concevoir en pluſieurs maniéres différentes, qui repréſentent toutes les mêmes apparences.

Les uns ont cru que la Terre étoit placée au centre de l'Univers, que c'eſt autour d'elle que le Soleil & les Etoiles font nonſeulement leur révolution journaliére de l'Orient vers l'Occident qui leur eſt commune à toutes, mais auſſi une révolution particuliére à chacune d'elles de l'Occident vers l'Orient.

Les autres ayant placé le Soleil immobile au centre du Monde, ont ſuppoſé que toutes les Planetes, & même la Terre, font leur révolution particuliére autour de cet Aſtre; & que le mouvement journalier de l'Orient vers l'Occident, n'étoit qu'une apparence produite par la révolution de la Terre autour de ſon axe, qu'elle acheve dans l'eſpace de 24 heures, par un mouvement en ſens contraire de l'Occident vers l'Orient.

Le ſentiment de l'Immobilité de la Terre a été expliqué en deux maniéres différentes dans les Syſtemes de Ptolemée & de Tycho.

L'autre ſentiment de l'Immobilité du Soleil qui avoit été propoſé par Ariſtarque, Philolaüs & d'autres Philoſophes anciens, a été adopté par Copernic, qui en a formé un Syſteme, lequel a été ſuivi par Képler, Galilée, & la plûpart des Aſtronomes modernes.

Nous donnerons une idée abbrégée de ces trois Syſtemes, cette matiére ayant été traitée amplement par divers Philoſophes & Aſtronomes.

Du Syſteme de Ptolemée.

Il ne fut pas difficile de s'appercevoir d'abord que la Lune étoit de toutes les Planetes celle qui ſe trouve la plus proche de la Terre. Non-ſeulement elle nous cache par ſa rencontre, les Etoiles fixes, mais même le Soleil & toutes les Planetes. On la voit de divers lieux de la Terre, répondre en même temps à différents endroits du Ciel, & elle éclipſe aux uns des Etoiles, pendant qu'elle en paroît éloignée aux autres. Ces apparences qui, par les raiſons d'Optique, doivent être plus grandes, plus les objets ſont près de la Terre, étant preſque inſenſibles dans les autres Planetes, il fut aiſé de conclurre que la Lune en étoit la plus proche. On conſidéra auſſi que ſon mouvement étoit plus prompt que celui de tous les objets céleſtes, ce qui donna lieu de juger que plus le mouvement d'une Planete eſt lent à l'égard des autres, & plus elle eſt éloignée de la Terre.

Par cette raiſon, on plaça Mercure au-deſſus de la Lune, parce que ſon mouvement propre parut plus prompt que celui des autres Planetes, enſuite Venus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne, chacun dans une Sphere particuliére. A l'égard des Etoiles fixes dont le mouvement eſt fort lent, elles furent placées dans une huitiéme Sphere au de-là des Planetes, à une grande diſtance, & on donna à toutes ces Spheres un mouvement commun qui les entraînoit autour de la Terre dans l'eſpace de 24 heures, qu'on appella le *premier Mobile.*

Les trois Planetes qui ſont au-deſſous du Soleil, ſçavoir, la Lune, Mercure & Venus, furent nommées *inférieures,* & les trois autres, Mars, Jupiter & Saturne, *ſupérieures.* La révolution du Soleil, de même que celle de la Lune, fut repréſentée par des Cercles excentriques à la Terre, que ces Planetes décrivoient autour de la Terre par un mouvement qui fut nommé *Périodique.*

A l'égard des autres Planetes *(Fig. 2.)* on repréſenta leurs révolutions par le moyen d'un Cercle excentrique à la Terre, nommé *Déférent,* ſur la circonférence duquel étoit placé le centre d'un Epicycle qui parcouroit cette circonférence par un mouvement périodique, pendant que cette Planete décrivoit cet Epicycle par un mouvement beaucoup plus prompt; de ſorte que le centre *A* de l'Epicycle *BHCI* de Saturne, par exemple, achevoit ſa révolution ſur ſon excentrique *ADEF,* dans l'eſpace de 30 années, celui de Jupiter en 12, & celui de Mars en près de 2 années, pendant que la Planete placée en *C* ſur ſon Epicycle, parcouroit la circonférence *CIBH* de cet Epicycle dans l'eſpace d'une année.

Ce fut en cette maniére que l'on expliqua d'abord les apparences des mouvements des Planetes, & leurs différentes diſtances à la Terre, par quelle raiſon elles paroiſſoient aller d'abord ſuivant la ſuite des Signes avec un mouvement rapide qui ſe rallentiſſoit peu à peu, juſqu'à ce qu'il fut inſenſible pendant quelque temps; après quoi elles retrogradoient ou retournoient en arriére, paroiſſoient de nouveau ſtationnaires, & reprenoient ſucceſſivement le même cours.

A l'égard de Mercure & de Venus, on jugea que le centre de leur Epicycle étoit ſur une ligne qui étant tirée du centre de la Terre, paſſoit auſſi fort près du centre du Soleil, d'où Mercure pouvoit s'éloigner de part & d'autre, par rapport à la Terre, de près de 28 degrés, & Venus de près de 48.

On donna donc à Mercure & à Venus un mouvement apparent périodique, peu différent du mouvement apparent du Soleil, pendant que ces Planetes faiſoient leurs révolutions autour de leur Epicycle, par des mouvements fort différents entr'eux.

Pour repréſenter les différentes diſtances des Planetes entr'elles, on ſuppoſa que la plus petite diſtance de la Planete ſupérieure n'excedoit que très-peu la plus grande diſtance de ſon inférieure, & ayant déterminé dans chaque Planete la proportion de ſa plus petite diſtance à ſa plus grande, qui réſultoit de la compoſition de ſes mouvements, on donna à leur Orbe toute l'épaiſſeur que cette compoſition demandoit.

Enfin, pour expliquer l'inégalité du mouvement vrai ou apparent des Planetes, Ptolemée ſuppoſa que le Soleil avoit un mouvement égal ſur la circonférence d'un Cercle excentrique à la Terre, à qui il avoit donné une excentricité ſuffiſante pour repréſenter toute l'inégalité apparente de ſon mouvement.

A l'égard

A l'égard des autres Planetes, il ſuppoſa que le mouvement du centre de l'Epicycle autour de l'excentrique ou déférent, étoit inégal, plus lent vers l'Apogée que vers le Périgée. Il le réduiſoit à l'égalité, en rapportant le mouvement du centre *A* de l'Epicycle à un point *D (Fig. 3.)* pris dans la ligne de ſon Apogée, éloigné du centre *T* de la Terre, du double de l'excentricité *CT*. Car s'il avoit placé le centre *C* de l'excentrique de la Planete, auſſi éloigné de la Terre que le centre *D* de ſon moyen mouvement, la variation de la grandeur des Epicycles vûë de la Terre, auroit été évidemment trop grande; ainſi l'excentricité *DT* du moyen mouvement étoit diviſée en deux parties égales par le centre de l'excentrique.

Tel eſt le Syſteme que l'on attribuë à Ptolemée, qui peut repréſenter exactement les apparences, pourvû qu'on donne à Mercure & à Venus, le même excentrique qu'au Soleil, qu'on les faſſe mouvoir ſur des Epicycles dont le centre ſoit peu éloigné de celui du Soleil, & qu'à l'égard des Planetes ſupérieures, on les place ſur des Epicycles dont les demi-diametres ſoient égaux à celui de la diſtance du Soleil à la Terre.

Du Syſteme de Copernic.

Copernic *(Liv. 1. chap. 11.)* ſubſtitua au mouvement journalier du Soleil, des Planetes & des Etoiles Fixes, celui de la Terre, qu'il jugea avoir trois différentes ſortes de mouvements. Le premier autour de ſon axe de l'Occident vers l'Orient, en décrivant le Cercle équinoctial dans le cours du jour & de la nuit. Le ſecond, qui eſt le mouvement annuel du centre qui ſe fait autour du Soleil ſur l'Ecliptique, dans le même ſens de l'Occident vers l'Orient. Le troiſiéme, qu'il appelle *de déclinaiſon*, & qui eſt auſſi annuel, lequel ſe fait contre la ſuite des Signes, & qui, étant combiné avec le ſecond, eſt cauſe que l'axe de la Terre paroît toûjours être dirigé au même point du Ciel, de même que s'il étoit immobile.

Ayant donc placé le Soleil fixe au centre du Monde *(Liv. 1. ch. 10.)* il diſpoſa autour de cet Aſtre, toutes les Planetes, comme elles ſont repréſentées ici *(Fig. 4.)* en commençant par Saturne, Jupiter & Mars, & laiſſant entre la convexité de l'Orbe de Venus, & la concavité de celui de Mars, une étenduë ſuffiſante pour y placer la Terre avec l'Orbe de la Lune, qu'il regarde comme ſon Satellite.

Il plaça sur la circonférence de l'excentrique de chaque Planete, le centre d'un Epicycle, auquel il attribua un mouvement synodique, pendant que la Planete parcouroit la circonférence de l'Epicycle par un mouvement périodique. Cet Epicycle avoit pour diametre, l'excentricité que Ptolemée attribuoit aux Cercles des Planetes.

Képler réduisit cette hypothese à une plus grande simplicité, car il substitua aux Excentriques & aux Epicycles que Copernic avoit attribués aux Planetes, des Ellipses qui représentent à peu-près les mêmes apparences.

Il supposa donc de même que Copernic, le Soleil fixe au centre de l'Univers, & il plaça autour de cet Astre, d'abord Mercure, ensuite Venus, la Terre avec la Lune autour d'elle, Mars, Jupiter & Saturne.

Pour représenter les différentes hauteurs du Soleil sur l'horison, en différents jours de l'année, que Copernic avoit expliqué par un mouvement en déclinaison, il supposa que le mouvement de la Terre se faisoit sur l'Ecliptique, de maniére que l'axe de son Equateur fut pendant le cours de l'année, dirigé à un même point du Ciel, ce qui forme les mêmes apparences. Enfin, pour ôter aux Etoiles fixes, toute sorte de mouvement, même celui qu'elles semblent parcourir autour des Poles de l'Ecliptique dans l'espace de 25000 années ou environ, il attribua à l'axe de la Terre qui passe par les Poles de l'Equateur, un mouvement très-lent autour des Poles de l'Ecliptique, de l'Orient vers l'Occident, qui s'acheve dans ce nombre d'années.

Cette hypothese est beaucoup plus simple que la précédente, & représente parfaitement toutes les apparences, pourvû que l'on suppose que les Etoiles fixes soient à une distance fort grande par rapport à celle de la Terre au Soleil. Car supposant la Terre en *T* sur son Orbe annuel, & une Etoile fixe en *F*, à telle distance que l'on jugera à propos, la Terre parcourant par son mouvement propre, l'Orbe annuel *TIRG* dans l'espace d'une année, se trouvera après six mois en *R*, éloignée du lieu où elle étoit auparavant, de tout le diametre de cet Orbe. Elle verra donc la même Etoile fixe *F*, suivant la direction *RF*, inclinée à la premiére direction *TF*, d'une quantité mesurée par l'angle *TFR*, qu'on nomme *Parallaxe*;

& cette Etoile paroîtra répondre à divers endroits du Ciel, qui ſeront moins éloignés l'un de l'autre, plus ſa diſtance *TF* au Soleil ſera grande, & l'angle *TFR* diminuëra de grandeur. Il eſt donc néceſſaire de placer les Etoiles fixes à une diſtance immenſe, pour que cet angle ſoit preſque inſenſible, & qu'on n'apperçoive point ou peu de Parallaxe, par le mouvement annuel de la Terre, dans le Syſteme de Copernic.

Du Syſteme de Tycho-Brahé.

Tycho-Brahé trouva la diſtance des Etoiles fixes au Soleil, qui réſulte du Syſteme de Copernic, peu vraiſemblable, & ſuppoſant de même que lui, que Saturne, Jupiter, Venus & Mercure tournent autour du Soleil, il jugea devoir attribuer au Soleil, le mouvement annuel autour de la Terre, comme les Anciens.

Dans cette hypotheſe (*Fig. 5.*) le Soleil & la Lune tournent autour de la Terre *T*, ſuppoſée immobile au centre de l'Univers, pendant que chacune des cinq autres Planetes, fait ſa révolution particuliére autour du Soleil. Deux de ces Planetes, ſçavoir, Mercure & Venus, paſſent pendant une partie de leurs révolutions, entre le Soleil & la Terre, & forment diverſes Phaſes ſemblables à celles de la Lune, que l'on apperçoit par le ſecours des Lunettes.

Les cercles des trois autres Planetes ſupérieures, comprennent la Terre, qui ſe trouve ſituée entre le cercle de Venus, & celui de Mars. Il eſt aiſé de concevoir que ce Syſteme repréſente les apparences, puiſque le mouvement apparent de chaque Planete eſt compoſé de ſon mouvement propre autour du Soleil, & du mouvement général avec lequel elles ſont entraînées avec le Soleil autour de la Terre.

III.

Des Réfractions Aſtronomiques.

UN des principaux objets de l'Aſtronomie, étant de déterminer la ſituation des Corps céleſtes, il eſt néceſſaire, avant toutes choſes, de ſçavoir diſcerner les cauſes qui, par une apparence trompeuſe, nous font appercevoir les Aſtres dans une ſituation différente de celle qu'ils occupent dans le Ciel.

On ſçait que la Terre eſt environnée d'un air groſſier, qu'on nomme *Atmoſphere*, dans lequel nous reſpirons, qui s'étend à une certaine diſtance dont on ne connoît pas encore bien toute l'étenduë, & au de-là de laquelle on ſuppoſe une matiére beaucoup plus déliée, qu'on nomme *Ether*.

C'eſt au travers de cette Atmoſphere que nous regardons les Aſtres dont les rayons qui la pénétrent, s'étendent juſqu'à nos yeux.

Si ces rayons étoient dirigés au centre de la Terre, ils traverſeroient perpendiculairement l'Atmoſphère, ſans ſe détourner de leur direction. Mais comme, à la réſerve des rayons qui paſſent par notre Zénit, ceux qui viennent des Aſtres juſqu'à nous, traverſent obliquement l'Atmoſphere, en paſſant d'un milieu plus rare dans un milieu plus denſe, ils ſont obligés de ſe rompre ou plier; ce qui nous les fait appercevoir écartés de leur véritable ſituation; faiſant un effet ſemblable à un objet qui, vû au travers de l'eau, du verre, ou de quelqu'autre corps diaphane plus denſe que l'air, paroît répondre à un lieu écarté de celui où il eſt réellement, & où on le voit lorſque l'on a retiré le corps diaphane, au travers duquel on l'appercevoit.

L'action par laquelle les rayons de lumiére qui viennent des Aſtres juſqu'à notre œil, ſe rompent où ſe plient, s'appelle *Réfraction Aſtronomique*.

Pour en donner une idée ſenſible, Soit *ABD* (*Fig. 6.*) la ſurface de la Terre; *EGHL*, la circonférence extérieure de l'Atmoſphere, ou de la matiére qui cauſe la réfraction; *F* une Etoile élevée ſur l'horiſon *AHI* du point *A*, où l'on ſuppoſe que l'Obſervateur eſt placé. Les rayons qui viennent de l'Etoile *F*, paſſant de l'Ether dans l'Atmoſphere où la matiére réfractive, ſe plient au point *G*, & ſe rendent à notre œil en *A*, en ſorte que nous appercevons cette Etoile ſuivant la direction de la ligne *AG* prolongée en *T*. L'angle *IAT* repréſentera donc la hauteur apparente de l'Etoile *S* que la réfraction a élevée au-deſſus de ſa ſituation véritable, de la quantité de l'angle *FGT*.

On peut déterminer les réfractions en deux maniéres différentes, ou par des obſervations immédiates des Aſtres, faites à tous les degrés de hauteur, ou bien par deux ſeules obſervations faites à deux degrés différents de hauteur, par le moyen deſquelles on trouve la hauteur de la matiére qui rompt les rayons, & la réfraction qui convient à tous les autres degrés jusqu'au Zénit.

La premiére méthode paroît la plus naturelle, & on s'en sert ordinairement pour déterminer les réfractions des Astres lorsqu'ils sont peu élevés sur l'horison; mais on est obligé d'avoir recours à la seconde dans les plus grandes hauteurs, lorsque la différence d'un degré à l'autre n'est pas assés sensible pour être apperçûë par des observations immédiates.

Premiére Méthode de déterminer les Réfractions.

On peut employer la premiére méthode dans tous les lieux de la Terre; mais la plus simple & la plus exacte est celle que l'on pratique sous la Ligne Equinoctiale, en observant les différentes hauteurs des Astres qui sont à l'Equateur, ou du Soleil lorsqu'il est dans l'un de ses Equinoxes.

Il suffit pour cette observation, d'avoir un Instrument exact pour prendre les hauteurs, & une Pendule bien reglée pour sçavoir le temps qu'une Etoile ou le Soleil employe à retourner au Méridien d'un jour à l'autre.

On marquera l'heure que le Soleil ou l'Etoile est arrivé à différentes hauteurs sur l'horison, & l'on fera, comme le temps que l'Astre a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est à l'intervalle entre l'heure de l'observation & celle de son passage par le Méridien, ainsi 360 degrés sont à la distance de cet Astre au Zénit, dont le complément est sa hauteur véritable sur l'horison. La différence entre cette hauteur & celle qui a été observée, est la quantité de la réfraction qui convient à la hauteur apparente des Astres.

Lorsqu'un Observateur est placé hors de l'Equinoctial, & que l'Astre a quelque déclinaison, il faut réduire, de même qu'on l'a marqué ci-dessus, en degrés, minutes & secondes, la différence entre l'heure de l'observation, & celle du passage de l'Etoile par le Méridien. Connoissant ensuite la hauteur du Pole du lieu où l'on observe, & la déclinaison de l'Astre, on a deux côtés d'un Triangle sphérique ZPS (*Fig.* 7.) dont l'arc ZP, distance du Pole au Zénit, mesure le complément de la hauteur du Pole de ce lieu, & l'arc PS est le complément de la déclinaison ST de cette Etoile à l'égard de l'Equinoctial EF; l'angle ZPS compris entre ces deux côtés, qui eſt la différence entre l'heure de l'obſervation & le paſſage de l'Etoile par le Méridien, réduite en degrés, eſt auſſi connu. On aura donc la valeur du troiſiéme côté ZS, diſtance véritable de l'Etoile au Zénit au moment de l'obſervation, dont le complément GS eſt la hauteur véritable de l'Etoile au-deſſus de l'horiſon AH.

La différence entre cette hauteur & celle qui a été obſervée, meſure la réfraction, à laquelle il faut adjoûter ce qui convient à la Parallaxe, dont nous parlerons ci-après, lorſque l'Aſtre obſervé en a quelqu'une.

EXEMPLE.

Le 1.er Mai de l'année 1738, à $5^h\ 20'\ 0''$ du matin, on a obſervé à Paris la hauteur apparente du centre du Soleil au-deſſus de l'horiſon, de $5^d\ 0'\ 14''$, on demande quelle doit être la réfraction qui convient à cette hauteur.

Soit S (*Fig. 7.*) le Soleil dans le temps de l'obſervation, AH l'Horiſon, Z le Zénit, P le Pole, PZ la diſtance du Pole au Zénit de l'Obſervatoire, qui eſt connuë de $41^d\ 9'\ 50''$, PS le complément de la déclinaiſon du Soleil, qui étoit alors de $15^d\ 0'\ 25''$. L'angle ZPS, compris entre les arcs PZ & PS eſt meſuré par l'intervalle entre le temps de l'obſervation & le paſſage du Soleil par le Méridien, qui eſt de $6^h\ 40'\ 0''$, leſquelles converties en degrés, ſont 100 degrés; c'eſt pourquoi l'on trouvera, ſuivant les regles de la Trigonométrie ſphérique, l'arc ZS ou ſon complément GS, qui meſure la hauteur véritable du centre du Soleil au deſſus de l'horiſon de $4^d\ 49'\ 52''$, les retranchant de ſa hauteur apparente, obſervée de $5^d\ 0'\ 14''$, reſte $10'\ 22''$, auxquelles il faut adjoûter la Parallaxe du Soleil, qui étoit alors de $10''$, & l'on aura $10'\ 32''$ pour la réfraction véritable qui convient à la hauteur des Aſtres de $5^d\ 0'\ 14''$ ſur l'horiſon.

Seconde Méthode de déterminer la Réfraction.

La ſeconde méthode ſuppoſe, comme on l'a dit ci-deſſus, qu'on ait déterminé par obſervation, la réfraction qui convient à deux différents degrés de hauteur, & qu'il y ait une ſurface élevée à une certaine diſtance au deſſus de la Terre où les rayons ſouffrent la réfraction.

Soit *S* (*Fig. 6.*) le Soleil ou une Etoile, dont le rayon *SH*, rencontrant la surface réfractive *EGH* en *H*, se rompt & vient à notre œil en *A*; en sorte que *HA* soit perpendiculaire au demi-diametre *AC* de la Terre.

Cette Etoile sera vûë suivant la ligne *AHI*, & l'angle *IHS* mesurera la réfraction horisontale que l'on a trouvée par observation, de 32′ 20″, de même qu'elle est marquée dans la Connoissance des Temps.

L'Etoile étant parvenuë de *S* en *F*, soit un autre rayon *FG*, qui rencontre en *G* la surface réfractive *EGH*, & vienne en *A*; en sorte que l'angle *HAG* ou *IAT*, qui mesure la hauteur apparente de cette Etoile sur l'horison, soit de 10 degrés. L'angle *TGF* mesurera la réfraction qui convient à la hauteur de 10 degrés, que l'on a trouvée par observation, de 5′ 28″.

Suivant la regle des réfractions que souffrent les rayons, en passant dans différents milieux, les sinus d'incidence sont toûjours proportionnels aux sinus des réfractions; ainsi il s'agit de déterminer quelle doit être la hauteur *AE* de la surface réfractive *EHL* au dessus de la surface de la Terre *ABD*, pour que le sinus de l'angle d'incidence *PGF* du rayon *FG*, soit au sinus de l'angle *PGT* où *AGC* de réfraction de ce même rayon, comme le sinus de l'angle d'incidence *OHS* du rayon *SH*, est au sinus de l'angle de réfraction *OHI* où *AHC* de ce rayon; & que l'angle *TGF*, qui mesure la réfraction à la hauteur de 10 degrés, soit à l'angle *IHS*, qui mesure la réfraction horisontale, comme 5′ 28″ à 32′ 20″.

Soit supposé *AE*, hauteur de la surface réfractive, de 2000 toises; le demi-diametre *AC* de la Terre étant, suivant la Mesure de la Terre, de 3271600 toises, on aura *CE*, *CG* & *CH* de 3273600 toises; & dans le Triangle rectangle *CAH*, dont les côtés *CA*, *CH* sont connus, on trouvera l'angle *CHA* ou *OHI* de 87^d 59′ 50″, auquel si l'on adjoûte l'angle *IHS* de 32′ 20″, on aura l'angle *OHS* de 88^d 32′ 10″.

Maintenant dans le Triangle *CAG*, dont les côtés *CA*, *CG* sont connus, de même que l'angle *CAG* de 100 degrés, qui est égal à l'angle droit *CAH*, plus l'angle *HAG* de 10 degrés, hauteur apparente de l'Astre sur l'horison; on trouvera l'angle *AGC* ou *FGT* de 79^d 48′ 12″, & l'on fera, comme le sinus de l'angle

CHA de réfraction, lorsque l'Astre paroît à l'horison, que l'on a trouvé de $87^d\ 59'\ 50''$ est au sinus de l'angle *OHS* d'incidence, qui est de $88^d\ 32'\ 10''$; ainsi le sinus de l'angle *AGC* de réfraction, lorsque l'Astre est élevé de 10 degrés sur l'horison, qui est de $79^d\ 48'\ 12''$, est au sinus de l'angle *PGF* d'incidence qui lui répond, que l'on trouvera de $79^d\ 53'\ 40''$, dont retranchant l'angle *PGF* de $79^d\ 48'\ 12''$, reste l'angle *TGF* de $5'\ 28''$, qui mesure la réfraction qui convient à la hauteur de 10 degrés.

Si cette réfraction avoit été trouvée plus grande ou plus petite que celle qui avoit été déterminée par observation, il auroit été nécessaire de diminuer ou augmenter la hauteur *AE* de la surface réfractive, jusqu'à ce qu'on l'eût trouvée de la quantité requise.

La hauteur de la surface réfractive étant une fois établie, on peut trouver de la même maniére, la réfraction qui convient à tous les degrés de hauteur apparente d'un Astre sur l'horison, comme lorsqu'il est en *K*; car dans le Triangle *AKC*, les côtés *CA* & *CK* étant connus, aussi-bien que l'angle *CAK*, qui est égal à la hauteur donnée plus 90 degrés, on trouve l'angle *CKA* ou *RKN*, que ce rayon fait avec la perpendiculaire, & l'on fera, comme le sinus de l'angle *CHA* de $87^d\ 59'\ 50''$ est au sinus de l'angle *OHS* de $88^d\ 32'\ 10''$; ainsi le sinus de l'angle *CKA* ou *RKN* est au sinus de l'angle *RKM*, dont retranchant l'angle *RKN*, reste l'angle *MKN*, qui mesure la réfraction qui convient à la hauteur apparente de l'Astre sur l'horison.

Suivant cette hypothese, qui représente assés exactement les Réfractions que l'on a déterminées par observation, pour les diverses hauteurs des Astres sur l'horison, la substance qui cause les Réfractions s'étend au dessus de nous à une distance beaucoup plus petite que celle qui compose l'Atmosphere, puisque l'on trouve qu'elle ne monte qu'à 2000 toises, au lieu que l'Atmosphere doit surpasser de beaucoup la hauteur des Montagnes de la Terre les plus élevées, dont il y en a plusieurs qui excedent cette étenduë.

Il est vrai que l'on a supposé dans cette recherche, que les rayons, après avoir rencontré la surface réfractive qui les détourne de leur premiére direction, viennent droit à notre œil sans souffrir d'autre réfraction, au lieu qu'il y a beaucoup d'apparence, qu'en traversant l'Atmosphere, ils passent continuellement d'un milieu plus

plus rare dans un milieu plus denſe, & forment une ligne courbe ſuivant la tangente de laquelle nous appercevons les Aſtres. Mais comme il ſeroit néceſſaire, pour déterminer cette courbe, de connoître les diverſes dilatations de la matiére réfractive, à différentes hauteurs au deſſus de la ſurface de la Terre, ce que l'on ignore juſqu'à préſent; nous nous ſommes contentés de rapporter cette Méthode ſimple, par le moyen de laquelle on trouve avec facilité les Réfractions, à peu-près de la même quantité que par les obſervations immédiates.

I V.

De la Parallaxe.

OUtre les erreurs qui ſont cauſées dans la ſituation des Aſtres par la réfraction des rayons qui viennent à notre œil, il y en a d'autres qui viennent des différentes directions ſuivant leſquelles nous les appercevons.

Nous conſidérons dans l'Aſtronomie tous les mouvements des Cieux comme décrits autour du centre de la Terre, & c'eſt par rapport à ce centre que nous établiſſons la ſituation véritable des Aſtres, au lieu qu'étant placés ſur la ſurface de la Terre, chaque Obſervateur les voit répondre à divers endroits du Ciel, ſuivant les différents lieux où il ſe trouve, & les différentes élevations de ces Aſtres ſur l'horiſon.

La différence d'apparence entre la ſituation d'un Aſtre conſidéré du centre de la Terre, & celle où on l'apperçoit de quelqu'endroit de ſa ſurface, s'appelle *Parallaxe.*

Pour en donner une idée ſenſible, Soit *C (Fig. 8.)* le centre de la Terre, *ABD* ſa circonférence, *A* le lieu de la ſurface de la Terre où eſt placé l'Obſervateur, qui a pour Zénit le point Z, *ZIH* le Cercle ſur lequel l'Aſtre eſt ſitué, *PONM* un autre Cercle qu'on ſuppoſe à une diſtance infinie.

Lorſqu'une Etoile ſe trouvera à l'horiſon en *H,* ſa diſtance apparente au point Z du Zénit ſera meſurée par l'angle *HAZ,* qui eſt de 90 degrés, & ſa diſtance véritable par l'angle *HCZ.* La différence eſt l'angle *AHC,* qui meſure la Parallaxe horiſontale de cette Etoile lorſqu'elle paroît à l'horiſon.

L'Etoile étant parvenuë par ſon mouvement apparent de *H* en *I*, l'angle *ZCI* meſure ſa diſtance véritable au Zénit, & l'angle *ZAI* ſa diſtance apparente. La différence eſt l'angle *AIC*, qui meſure la parallaxe de l'Etoile, qui convient à ſa hauteur apparente *HAI* ſur l'horiſon.

L'angle *AHC* ou *AIC* de la parallaxe d'une Etoile, à une hauteur donnée, étant connu, on déterminera la diſtance *CH* ou *CI* de cette Etoile au centre *C* de la Terre, par rapport à ſon demi-diametre *AC*. Car dans les Triangles *HAC* & *IAC*, les angles *AHC* & *AIC* étant donnés, de même que les angles *GAH*, & *CAI*, qui meſurent la hauteur apparente de l'Etoile ſur l'horiſon, & le diametre *CA* de la Terre étant connu, on trouvera par la Trigonométrie, la diſtance *CH* où *CI* de l'Etoile au centre de la Terre.

La diſtance *CH* ou *CI* de l'Etoile au centre de la Terre étant connuë, on trouvera réciproquement ſa parallaxe; car dans les mêmes Triangles *HAC* & *IAC*, le demi-diametre *CA* de la Terre étant connu, de même que le côté *CH* ou *CI*, & les angles *CAH*, *CAI*, l'on trouvera la valeur des angles *AHC*, *AIC*, qui meſurent la parallaxe qui convient à la diſtance donnée de l'Etoile au Zénit.

On remarquera ici que l'Etoile étant en *H*, paroît à un Obſervateur placé en *A* ſur la ſurface de la Terre, répondre au point *M* du Firmament au deſſous du point *N* où elle ſeroit vûë du centre *C* de la Terre, & que la même Etoile étant parvenuë en *I*, paroît répondre au point *O* au deſſous du point *P* où on l'appercevroit du centre de la Terre; d'où il ſuit que la Parallaxe fait paroître tous les Aſtres au deſſous de leur véritable ſituation, ce qui eſt contraire à l'effet de la Réfraction qui les fait paroître plus élevés qu'ils ne ſont réellement.

On voit auſſi que plus une Etoile eſt éloignée du centre de la Terre, & plus ſa parallaxe eſt petite, puiſque l'angle *AHC* ou *AIC* diminuë de grandeur, à proportion que les côtés *CH* ou *CI* ſont plus grands par rapport au demi-diametre de la Terre *AC*.

On remarquera enfin que la parallaxe d'une même Etoile eſt la plus grande qui ſoit poſſible à l'horiſon, & qu'elle diminuë enſuite continuellement dans les différentes hauteurs ſur l'horiſon, ſuivant la proportion des ſinus du complément de ſa hauteur apparente. Car dans le Triangle rectangle *HAC*, le ſinus de l'angle *CAH* ou *ZAH* de 90 degrés, eſt au ſinus de l'angle *AHC* qui meſure la parallaxe horiſontale, comme *HC* eſt à *AC*. Mais le ſinus de l'angle *CAI* eſt au ſinus de l'angle *AIC*, comme *IC* ou *HC* eſt à *AC*: Donc le ſinus de l'angle *CAH* eſt au ſinus de l'angle *CAI*, complément de la hauteur apparente de l'Etoile lorſqu'elle eſt en *I*, comme le ſinus de l'angle *AHC* au ſinus de l'angle *AIC*; d'où il ſuit que le ſinus de l'angle *CAH* de 90 degrés étant le plus grand de tous les ſinus, la parallaxe horiſontale *AHC* qui lui répond, eſt la plus grande qui ſoit poſſible.

On aura de même, le ſinus de l'angle *AKC*, parallaxe de l'Etoile lorſqu'elle eſt en *K*, eſt au ſinus de l'angle *CAK*, ou ſon ſupplément *ZAK*, qui meſure ſa diſtance au Zénit, comme *AC* eſt à *CK*. Mais le ſinus de l'angle *AIC*, parallaxe de l'Etoile lorſqu'elle eſt en *I*, eſt au ſinus de l'angle *CAI*, ou de ſon ſupplément *ZAI*, qui meſure ſa diſtance au Zénit, comme *AC* eſt à *CI* ou *CK*, qui lui eſt égal : Donc le ſinus de la parallaxe de l'Etoile lorſqu'elle eſt en *K*, eſt au ſinus de ſa parallaxe lorſqu'elle eſt en *I*, comme le ſinus de l'angle *ZAK*, complément de ſa hauteur apparente lorſqu'elle eſt en *K*, eſt au ſinus de l'angle *ZAI*, complément de ſa hauteur apparente lorſqu'elle eſt en *I*.

Pour déterminer la Parallaxe des Aſtres, on peut employer diverſes Méthodes, dont nous nous contenterons de rapporter ici les deux principales.

Première Méthode de déterminer la Parallaxe.

Cette méthode demande qu'il y ait deux Obſervateurs placés ſous un même Méridien, les plus éloignés qu'il ſoit poſſible les uns des autres, de maniére cependant qu'ils puiſſent appercevoir ſur leur horiſon, l'Etoile dont on veut déterminer la parallaxe.

Chacun de ces Obſervateurs prendra la hauteur de cette Etoile à ſon paſſage par le Méridien, qu'il corrigera par la réfraction pour avoir ſa hauteur méridienne véritable, dont le complément eſt ſa diſtance au Zénit. Il déterminera auſſi la hauteur du Pole du lieu où il obſerve, dont le complément eſt la diſtance du Pole au Zénit, & qui, étant comparée à la diſtance de l'Etoile au Zénit, donne la diſtance de l'Etoile au Pole pour le lieu de chaque obſervation. La différence entre cette diſtance, meſure la parallaxe de cette Etoile vûë de ces deux lieux différents, d'où l'on déduira ſa parallaxe horiſontale, en faiſant, comme la ſomme des ſinus du complément de la diſtance de l'Etoile au Zénit de chacun de ces Obſervateurs, lorſque cette Etoile s'eſt trouvée de part & d'autre du Zénit, ou bien, comme la différence entre ces ſinus lorſque l'Etoile s'eſt trouvée du même ſens à l'égard du Zénit, eſt au ſinus total; ainſi la parallaxe obſervée eſt à la parallaxe horiſontale.

Exemple I.

Le 30 Mars de l'année 1738, on a obſervé à Paris la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, de $44^d\ 58'\ 5''$, dont retranchant la réfraction, qui eſt de $1'\ 0''$, reſte ſa hauteur corrigée de $44^d\ 57'\ 5''$, dont le complément $45^d\ 2'\ 55''$, meſure ſa diſtance au Zénit. La hauteur du Pole de l'Obſervatoire de Paris a été déterminée de $48^d\ 50'\ 10''$, dont le complément $41^d\ 9'\ 50''$ meſure la diſtance du Pole au Zénit, qui étant adjoûtée à $45^d\ 2'\ 55''$, donne la diſtance du Soleil au Pole le 30 Mars 1738, à midi, de $86^d\ 12'\ 45''$.

On ſuppoſe que le même jour on a obſervé dans la partie Auſtrale de la Terre, à la diſtance de 30 degrés de la Ligne Equinoctiale, & ſous le même Méridien que Paris, la hauteur méridienne du centre du Soleil, corrigée par la réfraction, de $56^d\ 12'\ 33''$, dont le complément $33^d\ 47'\ 27''$ eſt ſa diſtance au Zénit; l'adjoûtant à la hauteur de l'équateur de ce lieu, qui eſt de 60 degrés, on aura la diſtance du Soleil au Pole méridional de la Terre, de $93^d\ 47'\ 27''$, dont le ſupplément à 180 degrés, meſure ſa diſtance au Pole ſeptentrional, que l'on trouvera de $86^d\ 12'\ 33''$. La différence entre cette diſtance & celle que l'on a obſervée à Paris, de $86^d\ 12'\ 45''$, eſt de 12 ſecondes qui meſurent la parallaxe du Soleil qui convient à la diſtance entre ces deux Obſervateurs, par le moyen de laquelle on trouvera ſa parallaxe horiſontale, en cette maniére:

On prendra le ſinus de $45^d\ 2'\ 55''$, diſtance du Soleil au zénit de Paris, qui eſt de 70770 parties, dont le rayon eſt 100000.

On prendra auſſi le ſinus de $33^d\ 47'\ 27''$, diſtance du Soleil au zénit du lieu qui eſt à la diſtance de 30 degrés de l'Equateur vers le Pole Auſtral, qu'on trouvera de 55615 de ces mêmes parties; & l'on fera, comme 126385, ſomme de ces ſinus, eſt à 100000, ainſi le ſinus de la parallaxe obſervée de 12 ſecondes, eſt au ſinus de la parallaxe horiſontale, que l'on trouvera d'environ 10 ſecondes.

Exemple II.

Si l'on ſuppoſe l'Obſervateur placé en de-çà de la Ligne, à la diſtance de 30 degrés vers le Pole ſeptentrional, & que la hauteur méridienne du centre du Soleil ait été le 30 Mars 1738, de 63^d $47'$ $18''$, on aura ſa diſtance au Zénit, de 26^d $12'$ $42''$, qui étant adjoûtée à la diſtance du Pole au Zénit, qui eſt de 60 degrés, donne la diſtance du Soleil au Pole, de 86^d $12'$ $42''$. La différence entre cette diſtance, & celle que l'on a déterminée à Paris le même jour, de 86^d $12'$ $45''$, eſt de 3 ſecondes.

On prendra le ſinus de 26^d $12'$ $42''$, qui eſt de 44168, qu'on retranchera de 70770, ſinus de 45^d $2'$ $55''$, diſtance du Soleil au zénit de Paris; & l'on fera, comme 26602, différence entre ces ſinus, eſt à 100000; ainſi la parallaxe obſervée entre ces deux lieux, de 3 ſecondes, eſt à la parallaxe horiſontale du Soleil, qu'on trouvera d'environ 11 ſecondes.

Comme dans ces Exemples, on a été obligé, pour déterminer la hauteur méridienne du Soleil, & la hauteur du Pole du lieu où l'on obſerve de part & d'autre, d'employer la réfraction qui, faute d'être parfaitement connuë, pourroit faire paroître ſa parallaxe plus grande ou plus petite qu'elle n'eſt effectivement; on peut, pour éviter les erreurs cauſées par la réfraction, obſerver les Planetes par rapport à une Etoile fixe voiſine, qui ſoit à peu-près dans le même Parallele. Car comme les Etoiles fixes n'ont aucune parallaxe ſenſible par rapport au diametre de la Terre, & qu'elles ont la même réfraction que les Planetes, lorſqu'elles ſont à la même hauteur, la diſtance de la Planete à l'Etoile ne doit varier de part & d'autre, que d'une quantité égale à ſa parallaxe.

On peut même employer dans cette recherche, des Etoiles fixes éloignées de la Planete de pluſieurs degrés en aſcenſion droite, pourvû qu'elles ſoient à peu-près ſous le même Parallele, parce qu'étant obſervées ſous le même Méridien, dans le même inſtant, le mouvement de la Planete en déclinaiſon dans l'intervalle entre ſon paſſage & celui de l'Etoile par le Méridien, eſt égal dans ces deux lieux différents; de ſorte qu'elle paroîtra de part & d'autre à diſtance égale de l'Etoile en déclinaiſon, ſans autre différence que celle qui eſt produite par ſa parallaxe.

On peut auſſi déterminer la parallaxe d'une Planete, lorſque les deux Obſervateurs ne ſont point ſous un même Méridien, pourvû que l'on connoiſſe la différence qu'il y a entre les Méridiens des lieux où l'on obſerve.

Il faudra pour cet effet adjoûter à la différence de déclinaiſon entre cette Planete & une Etoile fixe voiſine, la quantité du mouvement de la Planete en déclinaiſon qui convient à la différence des Méridiens, ou l'en retrancher, pour avoir ſa diſtance à l'Etoile au temps de ſon paſſage par le Méridien d'un des lieux où l'on obſerve, que l'on comparera à la diſtance obſervée dans l'autre de ces lieux, pour avoir la différence qui meſure la parallaxe qui convient à la différence entre le Parallele de ces deux lieux, par le moyen de laquelle on trouvera de la maniére qui a été enſeignée ci-deſſus, ſa parallaxe horiſontale.

EXEMPLE III.

Le 10 Octobre de l'année 1736, deux jours avant l'Oppoſition de Mars avec le Soleil, qui étoit le temps le plus favorable pour déterminer la parallaxe de cette Planete, parce qu'elle ſe trouvoit alors plus près de la Terre que dans tout autre endroit de ſa révolution à l'égard du Soleil; la différence de déclinaiſon entre cette Planete & une Etoile de la 5.^{me} grandeur, qui eſt dans le lien des Poiſſons, nommée μ par Bayer, a été obſervée vers le minuit, de $9' \; 43''$, dont Mars étoit plus vers le Nord.

Le 11 Octobre à la même heure, la déclinaiſon de Mars à l'égard de cette Etoile, étoit de $6' \; 10''$ vers le même ſens, ſa différence en aſcenſion droite étant de $4' \; 45''$, dont Mars étoit plus à l'Occident.

On ſuppoſe que cette même Planete ait été obſervée en Amérique le 11 Octobre à ſon paſſage par le Méridien, dans un lieu qui eſt 5 heures, ou 75 degrés à l'Occident de Paris ſous la ligne Equinoctiale, & qu'on ait trouvé ſa déclinaiſon à l'égard de l'Etoile, de $5' \; 45'' \frac{1}{2}$, dont Mars étoit plus vers le Nord.

Comme le lieu où l'obſervation a été faite en Amérique, eſt plus occidental que Paris, de 5 heures, pendant leſquelles le mouvement de Mars en déclinaiſon a été de 44″ ½, dont il s'eſt approché de l'Etoile, on les adjoûtera à la diſtance en déclinaiſon obſervée en Amérique, de 5′ 45″ ½, & l'on aura la déclinaiſon de Mars à l'égard de l'Etoile au temps de l'obſervation faite à Paris, de 6′ 30″, dont retranchant celle qui a été obſervée à Paris le 11 Octobre à minuit, de 6′ 10″, reſte 20 ſecondes pour la parallaxe qui convient à la différence entre le Parallele des lieux où l'on fait cette obſervation.

La déclinaiſon de l'Etoile fixe étoit alors de 4^d 46′ 40″, ce qui donne ſa hauteur méridienne à Paris, de 45^d 56′ 30″, & ſa diſtance au Zénit, de 44^d 3′ 30″, dont le ſinus eſt 65939.

Sous l'Equateur, la diſtance de cette Etoile au Zénit, qui eſt égale à ſa déclinaiſon, étoit de 4^d 46′ 40″, dont le ſinus eſt 8324, qu'il faut adjoûter à 65939, ſinus de 44^d 3′ 30″, diſtance de l'Etoile au zénit de Paris, parce que la diſtance entre le zénit de ces deux lieux, eſt de 48^d 50′ 10″, égale à la ſomme de ces angles; & l'on fera, comme 74263, ſomme de ces ſinus, eſt à 100000; ainſi 20 ſecondes ſont à la parallaxe horiſontale de Mars, qu'on trouvera de 27 ſecondes, par le moyen de laquelle on déterminera la diſtance de Mars à la Terre dans le temps de l'obſervation; en faiſant, comme le ſinus de 27 ſecondes, eſt au ſinus total, ainſi le demi-diametre de la Terre ſuppoſé de 1500 lieuës, eſt à la diſtance de Mars à la Terre, qu'on trouvera de 11 millions 460 mille lieuës, ou 7640 demi-diametres de la Terre.

Seconde Méthode de déterminer la Parallaxe.

Comme la premiére méthode que nous avons propoſée pour déterminer la Parallaxe des Aſtres, demande que deux Obſervateurs ſoient placés en différents lieux de la Terre, ſous deux Paralleles fort éloignés l'un de l'autre, ce qui ne ſe peut rencontrer que rarement: Que d'ailleurs, à moins de comparer une Planete à une Etoile fixe qui en ſoit voiſine, & à peu-près ſur le même parallele, cette méthode eſt ſujette aux erreurs qui proviennent de la différence des Inſtruments qu'on y employe, & de la quantité de réfraction qui convient aux différentes hauteurs des Aſtres ſur l'horiſon, mon Pere en proposa une autre dans le Traité de la Comete de 1680, par le moyen de laquelle un seul Observateur peut dans un même jour, déterminer avec le même Instrument, la parallaxe d'une Planete avec une assés grande précision.

Cette méthode consiste à comparer la Planete à une Etoile fixe qui lui soit voisine, en observant l'intervalle de temps entre leur passage par un cercle de déclinaison en diverses heures du jour, principalement dans les temps qu'elles passent par le Méridien & par le Cercle de 6 heures avant & après : ce que l'on peut exécuter facilement, en plaçant dans une Lunette, au foyer commun de ses deux verres, deux fils qui se croisent à angles droits, & dirigeant cette Lunette de maniére que la Planete ou l'Etoile suive exactement par son mouvement journalier, un de ces fils qui représente un Parallele, car alors le fil perpendiculaire répondra à un Cercle horaire, ou de déclinaison; & marquant à la Pendule, le moment auquel l'Etoile & la Planete passent par ce fil, on aura leur différence horaire en ascension droite.

Pour l'intelligence de cette méthode, soit *EBF (Fig. 9.)* le plan de l'Equinoctial de la Terre, dont le Pole est projetté en *P*, *DTR*, le cercle que la Planete paroît décrire par sa révolution journaliére, lorsqu'elle est sur l'Equateur, dont le demi-diametre *PD* mesure sa distance au centre de la Terre.

Si l'on suppose un Observateur placé sur la surface de la Terre au point *B* sous la ligne Equinoctiale, & la Planete en *K* sur l'Equateur, de maniére que l'angle *TBK* soit de 90 degrés, tel qu'il est 6 heures ou environ avant & après son passage par le Méridien; tirant des points *P* & *B* au point *K*, les lignes *PK*, *BK*, l'angle *TPK* mesurera sa distance au Méridien par rapport au centre de la Terre, l'angle *TBK* sa distance apparente, & l'angle *BKP*, différence entre ces angles, mesurera sa plus grande parallaxe en ascension droite, qui, dans ce cas où la Planete est à l'horison 6 heures avant & après son passage par le Méridien, sera égale à sa parallaxe horisontale. Cette parallaxe est, comme on l'a démontré ci-dessus, la plus grande qui soit possible, elle diminuë ensuite à mesure que la Planete s'éloigne des points *D* & *R*, & cesse entiérement à son passage par le Méridien en *T*, où elle est vûë dans la direction de la ligne *PAT*, qui passe par le centre *P* de la Terre.

Si donc

Si donc l'on a obſervé une Planete en *T,* à ſon paſſage par le Méridien, en même temps qu'une Etoile fixe qui eſt dans la même direction, mais à une diſtance preſque infinie ; ſix heures ou environ après, cette Planete (faiſant abſtraction de ſon mouvement propre) ſera parvenuë en *K,* en même temps que l'Etoile fixe eſt arrivée en Z dans la direction de la ligne *PKZ,* menée du centre *P* de la Terre à la Planete. Tirant du point *B* à l'Etoile fixe, la ligne *BZ,* qui, à cauſe de la diſtance preſque infinie de cette Etoile par rapport à *BP,* peut être regardée comme parallele à *PK;* l'Obſervateur la verra ſuivant la direction de la ligne *BZ,* éloignée de la Planete qui eſt en *K,* de toute la quantité de l'angle *KBZ,* qui, à cauſe des lignes *PK, BZ,* cenſées paralleles, eſt égal à l'angle *BKP* de la plus grande parallaxe en aſcenſion droite. Si donc l'on dirige une Lunette garnie de fils qui ſe croiſent à angles droits au foyer commun des deux verres, de maniére que le fil perpendiculaire à la route que l'Etoile paroît décrire par ſa révolution journaliére, ſoit dans la direction de la ligne *BZ;* le paſſage de la Planete *K* par ce fil, paroîtra précéder celui de l'Etoile qui eſt en Z, d'une quantité qui, étant convertie en degrés, à raiſon de 360 degrés pour le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, donnera la valeur de l'angle *KBZ* ou *BKP,* qui lui eſt égal & meſure ſa plus grande parallaxe en aſcenſion droite.

Dans les autres ſituations de la Planete ſur le cercle *DTR;* comme en *Y,* ſa parallaxe en aſcenſion droite ſera auſſi repréſentée par l'angle *BYP,* qui meſure la différence entre ſon paſſage & celui de l'Etoile par le fil perpendiculaire de la Lunette que l'on y aura dirigée, convertie en degrés, de la maniére qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

Connoiſſant par obſervation, la parallaxe d'une Planete, lorſqu'elle s'eſt trouvée en quelque lieu du cercle *DTR,* qu'elle décrit par ſa révolution journaliére, comme en *Y,* il faudra, pour déterminer ſa plus grande parallaxe en aſcenſion droite, convertir en degrés, l'intervalle de temps entre le paſſage de l'Etoile par le Méridien & par le Cercle horaire, à raiſon de 360 degrés pour le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *TBY,* qui meſure cet intervalle, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de la parallaxe *BYP,* que l'on a trouvée par l'obſervation, eſt au ſinus de la plus grande parallaxe en aſcenſion droite, laquelle eſt meſurée par l'angle *BKP.*

Si l'on ſuppoſe préſentement, que la Planete étant ſur l'E'quateur, l'Obſervateur ſoit placé en *A* ſous un Parallele quelconque, tel que *HAI.* Ayant mené *AG* perpendiculaire à *AP,* & tiré les lignes *AG, PG,* l'angle *AGP* meſurera ſa plus grande parallaxe en aſcenſion droite, qui convient au Parallele de l'Obſervateur, & l'on aura ſa parallaxe horiſontale, en faiſant, comme *PA,* ſinus de la diſtance du Parallele de l'Obſervateur au Pole, eſt au rayon *PB;* ainſi le ſinus de l'angle *AGP,* qui meſure l'intervalle entre le paſſage de la Planete & de l'E'toile par le fil horaire, converti en degrés, eſt au ſinus de l'angle *BKP* de la parallaxe cherchée.

Enfin, ſi l'on ſuppoſe que l'Obſervateur étant placé en *A* ſous le Parallele *HAI,* la Planete ait quelque déclinaiſon à l'égard de l'E'quateur, on prendra ſur le cercle *DTR,* l'arc *Dt,* égal à la déclinaiſon de la Planete dans le temps de l'obſervation, & ayant mené *tC* perpendiculaire ſur *DR,* on décrira du centre *P* à l'intervalle *PC,* le cercle *CVL,* qui coupera en *L,* la ligne horiſontale *AG.* Il eſt évident que *PC* ſera à *PD,* comme le ſinus du complément de la déclinaiſon de la Planete eſt au ſinus total; & que le cercle *CVL* repréſentera le Parallele que cette Planete paroît décrire par ſa révolution journaliére. Joignant *PL* & *AL,* & menant du point *A* à l'E'toile *S,* la ligne *AOS,* qui, à cauſe de la grande diſtance de cette E'toile à la Terre, peut être cenſée parallele à *PLS;* ſi l'on ſuppoſe la Planete en *L,* & l'E'toile en *S,* vûës du centre de la Terre dans une même direction *PLS,* l'Obſervateur placé en *A,* verra la Planete en *L,* & l'E'toile en *O,* ſuivant la direction de la ligne *AO,* parallele à *PS,* & l'arc *LO* de ce Parallele, qui eſt meſuré par l'angle *LPO* ou *AOP,* repréſentera la plus grande parallaxe en aſcenſion droite, obſervée entre le paſſage de la Planete & de l'E'toile par un fil perpendiculaire de la Lunette, que l'on a placé dans la direction de la ligne *AO,* parallele à *PL.*

L'arc *MN* de ce même Parallele, qui eſt meſuré par l'angle *MPN* ou *AMP*, repréſentera auſſi la parallaxe de la Planete en aſcenſion droite, obſervée entre le paſſage de la Planete & de l'Etoile par un fil perpendiculaire, qui eſt, ſuivant la direction de la ligne *AM*, parallele à *PN*, par le moyen de laquelle on trouvera la parallaxe horiſontale de la Planete, en faiſant, comme le ſinus de l'angle *VAM*, diſtance apparente de la Planete au Méridien, qui eſt meſurée par l'intervalle de temps entre le paſſage de l'Etoile par le Méridien *AV*, & par le Cercle de déclinaiſon *AM*, convertie en degrés, à raiſon de 360 degrés pour le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de l'angle *AMP*, ou de l'arc *MN*, qui eſt meſuré par l'intervalle entre le paſſage de la Planete & de l'Etoile par le fil horaire, converti auſſi en degrés, eſt au ſinus de l'angle *ALP*, qui repréſente la plus grande parallaxe en aſcenſion droite qui convient au Parallele *HAI* de l'Obſervateur, lorſque la déclinaiſon de l'Etoile eſt meſurée par l'arc *Dt*.

Connoiſſant la valeur de l'angle *ALP*, on aura la parallaxe de la Planete réduite à un grand Cercle de la Sphere, qui eſt meſurée par l'angle *AGP*; en faiſant, comme *PG* ou *PD*, eſt à *PC* ou *PL*, c'eſt-à-dire, comme le ſinus total, eſt au ſinus du complément de la déclinaiſon de la Planete; ainſi le ſinus de l'angle *ALP* de la plus grande parallaxe en aſcenſion droite ſur le Parallele de l'Etoile, eſt au ſinus de l'angle *AGP* cherché.

Enfin, l'on trouvera la valeur de l'angle *BKP*, qui meſure la parallaxe horiſontale de la Planete, en faiſant, comme *AP* eſt à *BP*, c'eſt-à-dire, comme le ſinus de la diſtance du Parallele de l'Obſervateur au Pole de la Terre, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de l'angle *AGP* de la parallaxe horaire qui convient au Parallele de l'Obſervateur, réduite à un grand Cercle de la Sphere, eſt au ſinus de l'angle *BKP*, qui meſure la parallaxe horiſontale cherchée.

Ces deux derniéres analogies ſe réduiſent à celle-ci : comme le ſinus de la diſtance de l'Obſervateur au Pole de la Terre, eſt au ſinus de la diſtance de la Planete au même Pole; ainſi le ſinus de la plus grande parallaxe horaire qui réſulte de l'obſervation, eſt au ſinus de la plus grande parallaxe cherchée.

On peut, par le moyen de ces analogies, choiſir les obſervations les plus favorables pour déterminer la parallaxe d'une Planete, & les lieux de la Terre où on doit l'appercevoir avec le plus d'évidence. Car puiſque par la troiſiéme, *AP* eſt à *PB*, comme le ſinus de l'angle *AGP* de la parallaxe horaire, eſt au ſinus de l'angle *BKP* de la parallaxe horiſontale, il eſt évident que plus l'Obſervateur ſera près de l'Equateur, & plus la parallaxe obſervée approchera de la parallaxe horiſontale.

L'on voit auſſi par la ſeconde analogie, que plus une Planete aura de déclinaiſon, & plus ſa parallaxe horaire obſervée ſera grande, puiſque l'angle *ALP* augmente à meſure que *PL* ou *PC*, qui meſure le ſinus du complément de la déclinaiſon de la Planete, diminuë; de ſorte qu'il y a des cas où la parallaxe horaire obſervée, excédera même ſa parallaxe horiſontale. Car la Planete décrivant, par exemple, le Parallele *CVO*, par rapport à l'Obſervateur placé en *B* ſous la Ligne, ſa plus grande parallaxe horaire ſera meſurée par l'angle *BXP* qui eſt plus grand que la parallaxe horiſontale *BKP*.

Il réſulte de-là que l'endroit de la Terre où l'on doit obſerver avec plus d'évidence la parallaxe des Planetes, eſt ſous l'Equateur, & que leur ſituation la plus favorable pour cette recherche, eſt lorſque leur déclinaiſon eſt la plus grande qui ſoit poſſible, parce qu'alors le cercle *CVL*, qui repréſente leur Parallele, étant plus éloigné de l'Equateur *DTR*, l'angle *BXP*, qui meſure la parallaxe horaire en aſcenſion droite, eſt plus grand que dans toute autre ſituation.

On a juſqu'à préſent conſidéré la parallaxe des Planetes, ſans avoir égard à leur mouvement propre; mais comme, à la réſerve du temps où elles ſont ſtationnaires, elles en ont un particulier qui les fait écarter des Etoiles fixes, dans la direction deſquelles elles ſe rencontrent, il eſt néceſſaire d'y avoir égard dans la détermination de la parallaxe, ſoit en obſervant pluſieurs jours de ſuite leur vrai lieu pour avoir la quantité de ce mouvement, qui répond à l'intervalle entre ces obſervations, ſoit en le calculant par les Tables Aſtronomiques qui, dans un intervalle de quelques heures, ne s'écartent pas ſenſiblement de ce qui réſulte de l'obſervation. Prenant la différence entre le mouvement apparent de la Planete à l'égard de l'Etoile, & ſon mouvement vrai, le reſte eſt ce qui convient à la parallaxe horaire, par le moyen de laquelle on trouve la parallaxe horisontale, ainsi qu'on vient de l'enseigner.

EXEMPLE.

Le 12 Octobre de l'année 1736, jour de l'Opposition de Mars avec le Soleil, ayant dirigé une Lunette montée sur une Machine parallactique, de maniére que l'Etoile μ, qui est dans le lien des Poissons, suivît exactement l'un des fils qui se croisent à angles droits au foyer commun de ces deux verres, on a observé à 6^h $19' 21''$ du soir, l'intervalle entre le passage de cette Etoile & du centre de Mars par le fil perpendiculaire de cette Lunette, de $1' 17''$, dont Mars étoit plus à l'Occident, la hauteur du Pole du lieu où cette observation a été faite, étant de 49^d $21'$.

Le 13 Octobre à 0^h $16' 35''$ du matin, on a observé la différence entre le passage de la même Etoile & de Mars, qui étoient alors fort près du Méridien, de $1' 37'' \frac{1}{8}.^e$; dont retranchant $1'$ $17''$, reste $20'' \frac{1}{8}.^e$, ou $20'' 7'''$ pour le mouvement apparent de cette Planete en ascension droite, à l'égard de cette Etoile, dans l'intervalle de 5^h $57' 14''$.

Par les observations de Mars & de cette Etoile, qui ont été faites le 12 & le 13 Octobre, on a trouvé le mouvement de la Planete à l'égard de l'Etoile, de $1' 16'' \frac{2}{3}$ dans l'intervalle de 24 heur. c'est pourquoi l'on fera, comme 24^h $0' 0''$ sont à 5^h $57' 14''$; ainsi $1' 16'' \frac{2}{3}$ sont à $19'' 1'''$, qui mesurent le mouvement vrai de la Planete à l'égard de l'Etoile, dans l'intervalle entre ces observations; les retranchant de son mouvement apparent, qui a été observé de 20 secondes 7 tierces dans le même intervalle de temps, on aura 1 seconde 6 tierces d'heure, ou 16 secondes & demi de degré pour la parallaxe de Mars qui résulte de l'observation.

On prendra ensuite la différence entre 6^h $20' 38''$, passage de l'Etoile par le fil de la Lunette, & son passage par le Méridien, qui est arrivé à 0^h $2' 41''$ après minuit; & l'on aura 5^h $42' 3''$, qui étant converties en degrés, à raison de 360 degrés pour 23^h $56' 22''$; temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien, depuis le 11 jusqu'au 12 Octobre, sont 85^d $44'$ qui mesurent l'angle QAV, dont le sinus est 99723.

On prendra auſſi la différence entre $0^h\ 2'\ 41''$, & le paſſage de l'Etoile par le fil horaire, qui eſt arrivé à $0^h\ 18'\ 12''$; & on aura $15'\ 31''$, qui étant converties en degrés, font $3^d\ 53'\ 20''$, qui meſurent l'angle *VAM,* dont le ſinus eſt 6782; & l'on fera, comme 106505, ſomme des ſinus des angles *QAV* & *VAM,* ſont à 100000, ſinus de l'angle *VAL* de 90 degrés; ainſi le ſinus de la parallaxe obſervée, qu'on a trouvée de 16 ſecondes & demi de degré, eſt au ſinus de l'angle *ALP* de la plus grande parallaxe de Mars en aſcenſion droite, qui convient au Parallele de l'Etoile, que l'on trouvera de $15''\ 30'''$.

La déclinaiſon de l'Etoile μ étoit le 12 Octobre 1736, de $4^d\ 46'$, & la hauteur du Pole du lieu où l'on a obſervé, de $49^d\ 21'$, dont le complément $40^d\ 39'$ eſt la diſtance du Parallele de l'Obſervateur au Pole de la Terre; c'eſt pourquoi l'on fera par la regle preſcrite, comme le ſinus de $40^d\ 39'$ eſt au ſinus de $85^d\ 14'$, complément de la déclinaiſon de l'Etoile μ; ainſi le ſinus de l'angle *ALP* de $15''\ 30'''$, eſt au ſinus de l'angle *BKP,* qui meſure la parallaxe horiſontale de Mars cherchée, qu'on trouvera de $23''42'''$, par le moyen de laquelle on déterminera ſa diſtance à la Terre, en faiſant, comme le ſinus de $23''\ 42'''$, eſt au ſinus total; ainſi le demi-diametre *PB* de la Terre, qui eſt de 1500 lieuës, eſt à la diſtance *KP* de Mars à la Terre, qu'on trouvera de 10 millions 784 mille lieuës, ou 7189 demi-diametres de la Terre.

Comme dans cette obſervation, Mars étoit en Oppoſition avec le Soleil, qui eſt le temps où, comme on l'a remarqué ci-deſſus, cette Planete eſt plus près de la Terre que dans tout autre lieu de ſa révolution à l'égard du Soleil, & où par conſéquent ſa parallaxe eſt la plus grande; cette obſervation eſt très-favorable pour cette recherche, & on peut l'employer pour déterminer la parallaxe du Soleil, & ſa diſtance à la Terre, en cette maniére.

On cherchera dans les Tables Aſtronomiques, la diſtance de Mars au Soleil pour le 12 Octobre de l'année 1736, que l'on trouvera de 14220 parties dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000. On cherchera auſſi pour le même temps, la diſtance de la Terre au Soleil, que l'on trouvera de 9965 de ces mêmes parties, & qui, étant retranchées de 14220, donnent la diſtance de Mars à la Terre, de 4255 parties, qui approche fort de la véritable, parce que la latitude de Mars vûë du Soleil étoit moindre d'un degré; c'eſt pourquoi l'on fera, comme la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, ſuppoſée de 10000, eſt à la diſtance de Mars à la Terre, qu'on a trouvée de 4255; ainſi la parallaxe horiſontale de Mars, qui eſt de 23″ 42‴, eſt à 10″ 5‴, qui meſurent la parallaxe horiſontale du Soleil lorſqu'il eſt dans ſa moyenne diſtance. On fera enfin, comme 10″ 5‴ ſont au ſinus total; ainſi le demi-diametre de la Terre, qui eſt de 1500 lieuës, eſt à la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, qu'on trouvera de 30 millions 675 mille lieuës, ou 20450 demi-diametres de la Terre.

On trouvera de la même maniére, la Parallaxe horiſontale & la diſtance à la Terre de toutes les Planetes dont on ſçait la diſtance par rapport à celle de la Terre au Soleil.

LIVRE PREMIER.

DES ETOILES FIXES.

LES Etoiles qu'on obſerve dans le Ciel, conſervent preſque toutes entr'elles la même ſituation, de ſorte qu'on les voit après pluſieurs ſiécles dans la même configuration les unes à l'égard des autres, qu'elles avoient auparavant, ce qui les a fait nommer *Fixes,* pour les diſtinguer de celles qu'on appelle *Planetes,* c'eſt-à-dire, errantes, parce qu'on les voit décrire par rapport aux Etoiles fixes, des mouvements dont quelques-uns paroiſſent fort irréguliers & en ſens contraire de ceux que l'on avoit apperçûs auparavant.

Ainſi dans le deſſein où nous ſommes, de paſſer, autant qu'il ſera poſſible, des connoiſſances les plus ſimples à celles qui ſont plus compoſées, nous donnerons d'abord la théorie des Etoiles fixes dont les mouvements ſont beaucoup moins compliqués que ceux des Planetes.

CHAPITRE I.

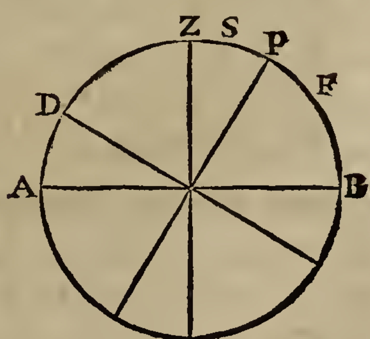
De la ſituation des Etoiles fixes entr'elles, & par rapport aux Cercles de la Sphere.

POUR déterminer la ſituation des Etoiles fixes dans le Ciel les unes à l'égard des autres, la méthode la plus ſimple eſt de meſurer avec des Inſtruments diviſés en degrés & minutes, leur diſtance apparente entr'elles, & de la rapporter ſur une Sphere ou Globe céleſte.

Mais comme cette méthode, qui a été employée par les anciens Aſtronomes,

Aſtronomes, demande qu'on obſerve dans le même inſtant, la diſtance entre deux objets qui ſont dans un continuel mouvement, ce qui en rend la pratique difficile; nous en propoſerons d'autres par le moyen deſquelles on peut déterminer la ſituation des Etoiles fixes entr'elles, & par rapport aux Cercles de la Sphere, avec toute la préciſion qu'on peut deſirer.

On choiſira pour cet effet, les Etoiles qui ſont les plus près du Pole, & qui font leurs révolutions journaliéres, ſans être cachées ſous l'horiſon; on obſervera avec un Quart-de-cercle ou un autre Inſtrument garni d'une Lunette, & diviſé en degrés & minutes, leur hauteur méridienne *BS*, dans le temps qu'elles paſſent dans la partie ſupérieure du Cercle qu'elles décrivent autour du Pole, ce que l'on reconnoîtra lorſqu'ayant augmenté continuellement de hauteur, elles ſont quelque temps ſans paroître s'élever; après quoi on les voit ſe rapprocher de l'horiſon. On attendra enſuite le temps que la même Etoile qu'on a obſervée, paſſera dans la partie inférieure de ſon Cercle, ce qui doit arriver 11 heur. 58 minutes après. Si cette Etoile paſſe de nuit, ou eſt viſible de jour, on obſervera ſa hauteur méridienne *BF*; autrement il faudra différer à une autre Saiſon, dans laquelle on puiſſe l'obſerver dans la partie inférieure de ſon Cercle. On corrigera pour une plus grande exactitude, chacune de ces hauteurs par la réfraction, & on prendra la différence *SF* entre la plus grande & la plus petite; la moitié de cette différence *PS* ou *PF*, meſure la diſtance de cette Etoile au Pole, l'adjoûtant à la plus petite hauteur *BF* de l'Etoile ſur l'horiſon, ou la retranchant de la plus grande *BS*, on aura la hauteur *PB* du Pole ſur l'horiſon du lieu où l'on obſerve, le complément de cette hauteur meſure la diſtance *PZ* du Pole au Zénit, qui eſt égale à la hauteur *AD* de l'Equateur ſur l'horiſon, les arcs *PZ*, *AD* étant le complément des deux arcs *PD*, *ZA*, qui ſont chacun de 90 degrés.



La hauteur de l'Equateur étant ainſi connuë, on obſervera la hauteur méridienne des Etoiles fixes dont on veut déterminer la ſituation; on comparera la hauteur de ces Etoiles à celle de l'Equateur, pour avoir leur diſtance à ce Cercle ou leur Déclinaiſon, qu'on nomme *Septentrionale* lorſque l'Etoile eſt ſituée entre le Pole ſeptentrional & l'Equateur, & *Méridionale* lorſqu'elle eſt entre l'Equateur & le Pole méridional.

La diſtance de ces Etoiles à l'Equateur étant connuë, on obſervera avec une Pendule à ſecondes, le temps qu'une d'entr'elles employe à faire ſa révolution journaliére autour de la Terre, en retournant au même point d'où elle étoit partie; ce que l'on peut exécuter aiſément en dirigeant à l'Etoile une Lunette qui ait au foyer commun de ſes verres, deux fils qui ſe coupent à angles droits, & obſervant le temps auquel cette Etoile paſſe par un de ces fils qui ſoit à peu-près perpendiculaire à la route qu'elle décrit.

On dirigera enſuite la Lunette d'un Quart-de-cercle à une Etoile, quelques heures avant ſon paſſage par le Méridien, & ayant placé exactement ſur le point d'une diviſion du limbe de cet Inſtrument, à une hauteur quelconque, le cheveu ou fil perpendiculaire qui paſſe par le centre de l'Inſtrument, on obſervera le temps que cette Etoile paſſera par le fil horiſontal de la Lunette, le plus près du centre qu'il ſera poſſible. On attendra enſuite le moment auquel cette Etoile, après avoir paſſé par le Méridien, retournera à la même hauteur: la moitié de l'intervalle entre l'heure de ces obſervations, étant adjoûtée au temps de la premiére, donne l'heure du paſſage de cette Etoile par le Méridien. On fera le même jour, de ſemblables obſervations ſur diverſes Etoiles, pour avoir le temps de leur paſſage par le Méridien, & l'on fera, comme le temps que la premiére Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre le temps du paſſage des deux Etoiles par le Méridien; ainſi 360 degrés ſont au nombre de degrés, minutes & ſecondes compris entre les Cercles de déclinaiſon qui paſſent par les deux Etoiles, qui meſurent leur différence en aſcenſion droite.

La déclinaiſon de ces Etoiles & leur différence en aſcenſion droite étant connuës, on marquera dans la Sphere, leur ſituation entr'elles, & ainſi de toutes les autres Etoiles, ce qui ſervira à en faire la deſcription telle qu'on la voit repréſentée ſur les Globes céleſtes.

Cette méthode de déterminer la différence d'aſcenſion droite entre les Etoiles fixes, eſt la plus exacte de toutes celles que l'on peut pratiquer, parce qu'elle ne demande pas qu'une Pendule ſoit bien reglée, mais ſeulement qu'il n'y ait aucune variation ſenſible d'un jour à l'autre ; elle n'exige pas même que l'Inſtrument ſoit diviſé exactement, puiſqu'il ne s'agit que de placer après le paſſage de l'Etoile par le Méridien, le fil perpendiculaire ſur le même point de la diviſion où il étoit avant ce paſſage. Mais comme cette opération demanderoit beaucoup de temps, ſi on vouloit l'employer pour la détermination de toutes les Etoiles, on pourra pour la faciliter, ſe ſervir d'un Inſtrument fixe placé ſur le Méridien, avec une Lunette mobile qui tourne autour de ſon centre, pour la diriger aux Etoiles ſuivant leur différente élevation, & prendre la différence entre leur paſſage, qu'on réduira en degrés, minutes & ſecondes, ainſi qu'on l'a enſeigné.

On peut, faute d'Inſtruments placés ſur le Méridien, obſerver la différence d'aſcenſion droite entre les Etoiles dont on veut déterminer la ſituation par le moyen d'un plan élevé perpendiculairement ſur l'horiſon, en plaçant à quelque diſtance de ce plan, un fil perpendiculaire qui ſoit exactement dans la direction de ce plan & d'une Etoile fixe, au temps du paſſage de cette Etoile par le Méridien, déterminé par des hauteurs correſpondantes. Bornoyant par ce fil & par le plan, les Etoiles dont on veut connoître la ſituation, le moment auquel elles ceſſeront de paroître, marquera celui de leur paſſage par le Méridien, dont on aura par conſéquent la différence en aſcenſion droite.

On peut auſſi employer pour cet effet, une Lunette mobile ſur deux pivots ou tourillons placés dans une direction perpendiculaire à l'axe de la Lunette, & ſoûtenus ſur deux appuis fermes. On dirigera cette Lunette ſuivant le plan du Méridien, en faiſant répondre le fil vertical aux deux points du Midi & du Nord, déterminés ſur l'horiſon ; ou bien en la plaçant de maniére qu'une Etoile rencontre ce fil au temps de ſon paſſage par le Méridien, qu'on aura déterminé par des hauteurs correſpondantes, ainſi qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

La ſituation des Etoiles les unes à l'égard des autres, étant déterminée à l'égard des Poles & de l'Equateur, on peut les rapporter toutes au point du Bélier ou de l'interſection de l'Equateur avec l'Ecliptique, d'où l'on commence à compter les degrés en aſcenſion droite & en longitude, ce que l'on fera en cette maniére :

On obſervera le jour de l'Equinoxe, & quelques jours avant

& après, la différence entre le paſſage du Soleil & de quelques Étoiles fixes par le Méridien, que l'on convertira en degrés, en faiſant, comme le temps que l'Étoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre ſon paſſage & celui du Soleil par le Méridien; ainſi 360 degrés ſont au nombre de degrés, minutes & ſecondes qui meſurent la différence d'aſcenſion droite entre cette Étoile & le Soleil pour le midi du jour de chaque obſervation.

On prendra en même temps la hauteur méridienne du centre du Soleil. Si cette hauteur corrigée par la réfraction, eſt égale à celle de l'Équateur, la différence que l'on a trouvée, meſure la diſtance en aſcenſion droite de l'Étoile au point du Belier ou de l'interſection de l'Équateur avec l'Écliptique. Si elle eſt plus grande ou plus petite, on prendra la différence entre cette hauteur & celle de l'Équateur, & l'on fera, comme la variation de la hauteur du Soleil d'un jour à l'autre, eſt à cette différence; ainſi le mouvement du Soleil en aſcenſion droite depuis le midi du jour qui précéde, juſqu'au midi du jour ſuivant, eſt au nombre de degrés, minutes & ſecondes, qu'il faut retrancher de la différence entre l'aſcenſion droite de l'Étoile & celle du Soleil obſervée le jour qui précéde l'Équinoxe; lorſque l'Étoile eſt à l'Orient, & qu'il faut y adjoûter au contraire lorſque l'Étoile eſt à l'Occident, & l'on aura la diſtance de l'Étoile au point de l'interſection de l'Équateur avec l'Écliptique.

CHAPITRE II.

Des Conſtellations.

LE nombre des Étoiles fixes étant trop grand pour pouvoir les diſcerner les unes des autres, on a été obligé de les ranger ſous diverſes figures ou Conſtellations pour ſe former une idée de leurs configurations entr'elles, & les reconnoître avec plus de facilité.

On a donné à ces Conſtellations, le nom & la figure de divers perſonnages célébres dans l'Antiquité, & même de pluſieurs Animaux & autres corps inanimés, que les Fables ont feint avoir été tranſportés de la Terre au Ciel.

On a diſtribué toutes les Etoiles en ſix claſſes, à proportion de leur grandeur, & on en a dreſſé divers Catalogues, où l'on a marqué leur ſituation en Longitude & en Latitude.

Le premier dont nous ayons la connoiſſance, eſt celui de Ptolemée, qui eſt rapporté au 7.me Livre de ſon Almageſte, & qu'il a dreſſé ſur ſes obſervations comparées à celles d'Hipparque & des Aſtronomes anciens.

Il en a formé 48 Conſtellations, dont 12 ſont autour de l'Ecliptique, 21 vers ſa partie ſeptentrionale, & 15 vers ſa partie méridionale.

Les Conſtellations qui ſont vers la partie ſeptentrionale, ſont

La petite Ourſe.
La grande Ourſe.
Le Dragon.
Céphée.
Le Bouvier.
La Couronne Boréale.
Hercule.
La Lyre.
L'Oiſeau *ou* le Cygne.
Caſſiopée.
Perſée.
Le Cocher.
Ophiucus *ou* le Serpentaire.
Le Serpent.
La Flêche.
L'Aigle.
Le Dauphin.
Le petit Cheval.
Pegaſe.
Andromede.
Et le Triangle.

Les Conſtellations qui ſont autour de l'Ecliptique, ſont

Le Belier.
Le Taureau.
Les Gemeaux.
L'Ecreviſſe.
Le Lion.
La Vierge.
La Balance.
Le Scorpion.
Le Sagittaire.
Le Capricorne.
Le Verſeau.
Et les Poiſſons.

Les Conſtellations décrites par Ptolemée, vers la partie méridionale à l'égard de l'Ecliptique, ſont

La Baleine.
Orion.
Le Fleuve Eridan.
Le Lievre.
Le grand Chien.
Le petit Chien.
Le Navire.
L'Hydre.
La Coupe.
Le Corbeau.
Le Centaure.
Le Loup.
L'Autel.
La Couronne Méridionale.
Et le Poiſſon Auſtral.

Ayant diviſé l'Ecliptique en douze parties égales qui ſont chacune de 30 degrés, on a aſſigné un Signe à chacun de ces intervalles, & on lui a donné le nom de la Conſtellation qui s'y rencontroit alors; à la reſerve du ſigne de la Balance, dont les

Étoiles étoient autrefois dans le Scorpion, qui occupoit deux Signes.

Pour faire répondre une Conſtellation à chaque Signe, on propoſa de rétrécir l'eſpace qu'occupoit le Scorpion, pour y placer la figure de Jules-Céſar avec une balance à la main, comme on le voit repréſenté dans quelques bas-reliefs & pierres gravées antiques. C'eſt ce qui a donné occaſion à ces vers de Virgile, dans leſquels il feint que le Scorpion s'eſt retiré pour lui céder une place dans le Ciel, ce qu'il exprime en ces termes:

. . . Ipſe tibi jam brachia contrahit ardens
Scorpius, & cœli plus juſtâ parte relinquit.

Nonobſtant cela, Ptolemée & divers Aſtronomes qui l'ont ſuivi, ont appellé *Forcipes* ou *Chelæ*, c'eſt-à-dire, les Serres du Scorpion, les Étoiles qui étoient dans le ſigne de la Balance, nous les voyons ainſi marquées dans le Catalogue des Étoiles fixes de Copernic. Cependant dans les Tables Alfonſines, on a décrit les Étoiles qui ſont dans la Conſtellation de la Balance, ce qui a été imité par Tycho, & enſuite généralement reçû de tous les Aſtronomes.

Outre les Étoiles compriſes dans chaque Conſtellation, Ptolemée a marqué celles qui les environnent, qu'on nomme *informes*, à cauſe qu'elles ne ſont point compriſes ſous aucune figure, & il a déterminé la Longitude de toutes ces Étoiles, & leur Latitude pour le commencement de l'Empire d'Antonin, qui répond à l'année 137 de Jeſus-Chriſt.

Ces Étoiles ainſi décrites, ſont au nombre de 1022, dont 360 ſont dans la partie ſeptentrionale, 346 autour de l'Écliptique, & 316 vers la partie méridionale.

Entre les Aſtronomes modernes, Tycho eſt le premier qui ait déterminé avec exactitude par ſes propres obſervations, la longitude & la latitude des Étoiles fixes, dont il a formé 45 Conſtellations. Il a adjoûté à celles qui avoient été décrites par Ptolemée, la Chevelure de Bérénice, qui comprend les Étoiles informes qui ſont près de la queuë du Lion, & Antinoüs, qui eſt compoſé de celles qui ſont près de l'Aigle, mais il a obmis cinq de celles qui ſont vers la partie méridionale: ſçavoir, le Centaure, le Loup, l'Autel, la Couronne Méridionale, & le Poiſſon Auſtral, qu'il n'avoit pas pû obſerver, à cauſe de la trop grande élevation du Pole d'Uranibourg.

Après Tycho, Jean Bayer nous a donné des Tables & des figures exactes de 60 Conſtellations, dont il y en a 48 qui ſont les mêmes que celles de Ptolemée, & 12 qui avoient été découvertes depuis vers le Pole Auſtral. Il a eu ſoin de marquer la grandeur & la ſituation de toutes les Etoiles qui ſont compriſes dans les 48 Conſtellations anciennes, & il a déſigné chaque Etoile par une lettre de l'alphabet grec & latin, ce qui a été reçû de tous les Aſtronomes qui l'ont ſuivi.

A l'égard des 12 Conſtellations qui ſont près du Pole méridional, il s'eſt contenté de les repréſenter toutes dans une Planche avec les Etoiles qu'elles comprennent, ſans avoir déſigné leur nombre, ni leur grandeur : en voici les noms.

Le Paon.	La Dorade.	L'Abeille.
Le Toucan.	Le Poiſſon Volant.	L'Oiſeau Indien.
La Gruë.	L'Hydre.	Le Triangle.
Le Phœnix.	Le Cameleon.	Et l'Indien.

Dans les 21 Conſtellations de l'Hémiſphere ſeptentrionale, il y a 700 Etoiles, dont 3 ſont de la premiére grandeur, 25 de la ſeconde, 81 de la troiſiéme, 151 de la quatriéme, 105 de la cinquiéme, 134 de la ſixiéme, & 201 informes.

Autour de l'Ecliptique, il y a 445 Etoiles, dont 5 ſont de la premiére grandeur, 11 de la ſeconde, 51 de la troiſiéme, 80 de la quatriéme, 121 de la cinquiéme, 132 de la ſixiéme, & 45 informes.

Et dans les 27 Conſtellations qui ſont dans la partie auſtrale du Ciel, il compte 561 Etoiles, dont 9 ſont de la premiére grandeur, 27 de la ſeconde, 64 de la troiſiéme, 184 de la quatriéme, 122 de la cinquiéme, 75 de la ſixiéme, & 80 informes.

Toutes ces Etoiles jointes enſemble, font le nombre de 1706, dont il y en a 17 de la premiére grandeur, 63 de la ſeconde, 196 de la troiſiéme, 415 de la quatriéme, 348 de la cinquiéme, 341 de la ſixiéme, & 326 informes.

Après Bayer, Jules Schiller imprima en 1627, un Catalogue d'Etoiles avec des figures, ſous le nom de *Cœlum Stellatum Chriſtianum*. Il ſubſtituë aux noms anciens & profanes des Conſtellations, des noms tirés de l'Hiſtoire ſacrée, ce qui n'a pas cependant été imité par aucun Aſtronome, étant très-difficile de changer des uſages auxquels on eſt accoûtumé depuis long-temps, & qui ont été généralement reçûs de toute ancienneté.

En 1665, le P. Riccioli a donné dans ſon *Aſtronomie reformée;* un Catalogue d'Etoiles fixes, dont il a formé 62 Conſtellations, y ayant compris celles d'Antinoüs & de la Chevelure de Bérénice, déſignées par Tycho. Il a diſtribué les Etoiles compriſes dans ces Conſtellations, en quatre claſſes : la premiére contient les Etoiles qu'il a déterminées par ſes propres obſervations, & celles du P. Grimaldi : la ſeconde, les Etoiles obſervées par Tycho ou Képler: la troiſiéme, les Etoiles obſervées par Hipparque & Ptolemée : & la quatriéme, les Etoiles nouvelles, découvertes dans la partie auſtrale, par des Pilotes qui en ont déterminé la ſituation.

Il donne à la ſituation de ces Etoiles, différents degrés d'exactitude, & en marque la Longitude & la Latitude pour l'année 1700, à laquelle il a réduit toutes ces obſervations.

Ce Catalogue a été ſuivi de pluſieurs Cartes céleſtes, qui ont été données au Public en 1673, par le P. Pardies, qui y a repréſenté toutes les Conſtellations, avec les Etoiles qu'elles comprennent.

Nous avons eu auſſi depuis, un Catalogue des Etoiles fixes de Jerôme Vitalis, qui nous a donné dans ſes *Tables du premier Mobile,* la Longitude, la Latitude, l'Aſcenſion droite & la Déclinaiſon des Etoiles pour l'année 1675.

Peu de temps après, Auguſtin Royer imprima en 1679, des Cartes du Ciel réduites en quatre Tables, avec un Catalogue des Etoiles fixes pour l'année 1700, où il donne la Longitude & la Latitude des Etoiles marquées dans la deſcription de Bayer, & dont la ſituation a été corrigée par les obſervations du P. Anthelme Chartreux. Il y a adjoûté pluſieurs Etoiles qui n'avoient point encore été obſervées, & d'autres qui ſont extraites du Catalogue du P. Riccioli, & qui ne ſe trouvent point dans Bayer.

Il a formé, des Etoiles qu'on nomme *informes,* onze nouvelles Conſtellations, dont cinq ſont du côté du Septentrion : ſçavoir, la Giraffe, le Fleuve Jourdain, le Fleuve du Tigre, le Sceptre, & la Fleur-de-Lys, & les ſix autres du côté du Midi, ſont

la Colombe,

la Colombe, la Licorne, la Croix, le grand Nuage, le petit Nuage, & le Rhomboïde.

Les Etoiles dont il donne la deſcription, ſont au nombre de 1806, dont il y en a 15 de la premiére grandeur, 62 de la ſeconde, 218 de la troiſiéme, 504 de la quatriéme, 479 de la cinquiéme, 513 de la ſixiéme, & 15 nébuleuſes.

Il a joint à ſon ouvrage, le Catalogue des Etoiles auſtrales obſervées par M. Halley avec un très-grand ſoin dans l'Iſle de S.te Helene, où il étoit allé exprès pour en déterminer la ſituation.

Hevelius a encore enchéri ſur ceux qui l'avoient précédé, ayant raſſemblé pluſieurs Etoiles informes, pour en former de nouvelles Conſtellations, telles que le Monocéros & le Camelopard, qui avoient été décrits par Bartſchius, le Sextans d'Uranie, les Chiens de Chaſſe, le petit Lion, le Lynx, le Renard avec l'Oye, l'Ecu de Sobieski, le Lézard, le petit Triangle, & le Cerbere. Gregori adjoûte l'Anneau de l'Armille.

Quelques-unes de ces Conſtellations répondent à celles de Royer, comme le Camelopard à la Giraffe, les Chiens de Chaſſe au Jourdain, & le Renard au Fleuve du Tigre; & il a donné pour l'année 1700, la Longitude & la Latitude de toutes ces Etoiles, dans leſquelles il n'a pas compris celles qui ſont dans les Conſtellations les plus proches du Pole auſtral.

Enfin M. Flamſteed nous a donné un Catalogue d'Etoiles fixes, beaucoup plus ample que ceux qui avoient paru juſqu'alors; il y a marqué la Longitude, la Latitude, l'Aſcenſion droite & la Diſtance au Pole d'un grand nombre d'Etoiles fixes, telles qu'elles étoient au commencement de l'année 1690, qu'il a déterminées par ſes propres obſervations. Il a diſtribué toutes ces Etoiles en ſept grandeurs, diſtinguant celles de Bayer par les lettres déſignées par cet Auteur, & a marqué leur variation en Aſcenſion droite & en Déclinaiſon, pour pouvoir trouver leur ſituation dans les années ſuivantes.

Ce Catalogue a été ſuivi d'un *Atlas céleſte*, imprimé à Londres en 1729, où l'on a décrit en diverſes Cartes, les figures des Conſtellations qui ſe voyent dans notre Hémiſphere, avec la poſition exacte des Etoiles fixes par rapport aux Cercles de la Sphere, telle qu'elle réſulte du dernier Catalogue corrigé de M. Flamſteed.

CHAPITRE III.

De la Lumiére des Etoiles fixes.

QUOIQUE l'ordre & l'arrangement que conſervent entr'elles les Etoiles fixes, ſuffiſent pour les diſtinguer des autres Aſtres, tels que les Planetes ou Cometes, qui changent continuellement de configuration à leur égard, on peut encore les reconnoître par leur lumiére qui, pendant la nuit, paroît plus vive & plus éclatante.

En effet, en les conſidérant attentivement, on apperçoit dans les principales Etoiles fixes, une eſpece d'étincellement ou vibration de lumiére, qui eſt beaucoup plus grande que dans les Planetes qui ſont le plus près du Soleil, telles que Mercure & Venus, & qu'on ne diſtingue point dans Mars, Jupiter & Saturne, ni même dans les Cometes, dont la lumiére eſt pour l'ordinaire plus foible que celle des Planetes.

Cette vivacité de lumiére dans les Etoiles fixes, nonobſtant leur éloignement prodigieux du Soleil, dont on parlera dans la ſuite, a fait juger avec raiſon, qu'elles ont en elles-mêmes la ſource de leur lumiére, qu'elles n'empruntent point du Soleil, comme font les Planetes.

Il eſt vrai qu'entre les Etoiles fixes, il y en a un grand nombre de fort petites, & même de nébuleuſes, dont la lumiére eſt aſſés foible; mais comme elles conſervent toutes entr'elles la même ſituation, on a conjecturé qu'elles ſont auſſi de la même nature, & que la foibleſſe de leur lumiére eſt cauſée principalement par l'éloignement où elles ſont de la Terre, ce qui, par des raiſons d'Optique, doit diminuer leur lumiére, auſſi-bien que leur grandeur apparente.

Il faut cependant remarquer qu'il y a des Etoiles fixes dont la lumiére a divers degrés de force, quoique leur grandeur apparente ſoit la même, ce qui donne lieu de conjecturer que les moins lumineuſes, ſont d'une nature un peu différente de celle des autres, ou bien qu'elles ont ſur leur diſque, quelques taches qui interceptent une partie de leur lumiére, & en diminuent l'éclat.

Entre les Etoiles fixes, celle qui nous paroît la plus brillante eſt ſans contredit, *Sirius,* ou le grand Chien, qui ne s'éleve ſur notre horiſon qu'à la hauteur d'environ 25 degrés. On peut placer après elle la Chevre, la Lyre, *Rigel, Arcturus, Antares* ou le Cœur du Scorpion, l'Epaule occidentale d'Orion, *Aldebaran* ou l'Œil du Taureau, le petit Chien, l'Epy de la Vierge, & le Cœur du Lion.

Pour ce qui eſt de la cauſe de l'étincellement qu'on apperçoit dans les Etoiles, on peut l'attribuer à la grande quantité des rayons lumineux qu'elles répandent, jointe au mouvement de l'air.

Car outre les rayons qui viennent directement à notre œil, il y en a pluſieurs qui en ſont écartés, & que nous ne laiſſons pas d'appercevoir par quelque réflexion ou réfraction extraordinaire, cauſée par l'air qui eſt toûjours en agitation. Tous ces rayons ainſi épars, venant à ſe raſſembler de divers endroits, forment cette eſpece d'étincellement, qui eſt plus ſenſible dans celles dont la lumiére eſt plus vive. Car pour celles qui ſont moins brillantes, les rayons qu'elles répandent dans l'air, & qui vont ſe réunir à notre œil, ſont en trop petite quantité pour être apperçûs, de ſorte que nous voyons leur diſque dépouillé de cette chevelure lumineuſe qui environne les autres.

En effet, cet étincellement paroît beaucoup moins ſenſible par les Lunettes, qui réuniſſent plus parfaitement les rayons écartés, & qui interceptent même une partie de la lumiére.

On peut même le diminuer très-conſidérablement, en couvrant avec un carton, une grande partie de la circonférence du verre objectif, & ne lui laiſſant qu'une très-petite ouverture autour du centre. Car alors on voit le diſque des Etoiles beaucoup mieux terminé, & l'on ſe ſert ordinairement de cette méthode pour obſerver Mercure & Venus, dont le voiſinage du Soleil rend la lumiére plus éclatante que celle des autres Planetes.

CHAPITRE IV.

Du Mouvement apparent des Etoiles fixes en Longitude.

CE n'eſt qu'après une longue ſuite d'années & même de ſiécles, qu'on s'eſt apperçû que les Etoiles, qu'on croyoit fixes, avoient un mouvement propre de l'Occident vers l'Orient.

Les ayant d'abord comparées à l'horiſon, qui eſt le ſeul terme ſenſible que nous ayons dans le Ciel, on les a vûës pendant pluſieurs années, ſe lever & ſe coucher aux mêmes points de cet horiſon. Mais dans la ſucceſſion des temps, on a reconnu que les unes s'approchoient des points des Equinoxes, pendant que les autres s'en éloignoient, ce qui a fait juger qu'elles avoient un mouvement particulier, & que ce mouvement ne ſe faiſoit point autour du Pole de l'Equinoctial, puiſqu'elles ne conſervoient pas à ſon égard la même ſituation.

On obſerva auſſi qu'au paſſage des Etoiles fixes par le Méridien, leur hauteur ſur l'horiſon, & par conſéquent leur déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial, étoit ſujette à quelque variation, mais que cette variation n'étoit pas uniforme dans toutes les Etoiles fixes; que les unes s'approchoient de l'Equinoctial, & les autres s'en éloignoient de pluſieurs ſecondes par année, plus ou moins ſuivant leurs différentes ſituations à l'égard des points des Equinoxes & des Poles du Monde, de ſorte qu'il étoit preſque entiérement inſenſible dans celles qui étoient vers de certaines régions du Ciel.

Ayant comparé enſemble tous ces mouvements, on a reconnu qu'ils ſe faiſoient autour d'un point fixe dans le Ciel, ſitué dans la Conſtellation du Dragon, qui eſt préſentement éloigné d'environ 23 degrés & demi des Poles de l'Equateur, & qui eſt le même que le Pole de l'Ecliptique, autour duquel le Soleil paroît faire ſa révolution annuelle.

Ptolemée *(Chap. III. du 7.e livre de ſon Almageſte)* entreprend de démontrer que les Etoiles fixes ont un mouvement autour des Poles du Cercle qui paſſe par le milieu des Signes, à l'égard duquel elles conſervent toûjours une même latitude. Il rapporte pour cet effet, le ſentiment d'Hipparque, qui, par la comparaiſon de ſes obſervations avec celles de Timocharis, faites 155 ans auparavant, avoit trouvé que l'Epy de la Vierge avoit conſervé la même diſtance à l'égard de l'Ecliptique, & non pas à l'égard de l'Equinoctial, ſa latitude ayant toûjours été de 2 degrés vers le Midi; ce qui lui donna lieu de ſuppoſer que ce mouvement ſe faiſoit autour des Poles du Zodiaque, dont il lui reſta cependant quelque doute, n'étant pas aſſûré de l'exactitude des obſervations de

Timocharis, joint à ce qu'il n'y avoit pas assés de temps écoulé entre ces observations & les siennes, pour pouvoir le connoître avec une entiére évidence.

Pour nous, adjoûte Ptolemée, ayant trouvé par des observations faites après un plus grand intervalle de temps, le même mouvement qu'Hipparque, dans presque toutes les Etoiles fixes, nous assûrons que leur mouvement se fait autour des Poles du Zodiaque, puisque les distances en latitude de ces Etoiles au grand Cercle qui est décrit autour de ces Poles, se trouvent presque les mêmes que celles qu'Hipparque avoit déterminées, avec de si petites différences, qu'on doit les attribuer aux erreurs qui peuvent se glisser dans les observations. Il n'en est pas de même, continuë-t-il, des distances des Etoiles à l'Equinoctial, celles qui sont dans l'Hémisphere depuis le Solstice d'Hyver, jusqu'au Solstice d'Eté, c'est-à-dire, depuis le commencement du Capricorne, jusqu'à celui de l'Ecrevisse, étant toûjours de plus en plus septentrionales, au lieu que celles qui sont à l'opposite, deviennent de plus en plus méridionales; de maniére cependant que les Etoiles qui sont les plus près des points des Equinoxes, ont un mouvement plus grand en déclinaison que celles qui sont proches des points des Solstices, ce qu'il confirme par les observations qu'il a faites de la déclinaison de plusieurs Etoiles fixes, qu'il compare à celles qui ont été déterminées par Aristille, Timocharis & Hipparque.

A l'égard de la quantité du mouvement des Etoiles fixes en longitude, on n'a pû le déterminer que par la comparaison de diverses observations de la situation de ces Etoiles, faites dans des temps éloignés les uns des autres.

Hipparque, suivant le rapport de Ptolemée, trouva que de son temps, c'est-à-dire, 128 ans avant la naissance de Jesus-Christ, l'Epy de la Vierge étoit éloigné de 6 degrés du point de l'Equinoxe d'Automne contre l'ordre des Signes. Timocharis l'avoit trouvé 155 ans auparavant, à la distance de 8 degrés de la Balance, vers le même sens; d'où il résulte que cette Etoile avoit parcouru dans l'espace de 155 années, deux degrés suivant la suite des Signes, ce qu'il remarque être arrivé de même, à très-peu de chose près dans les autres Etoiles fixes.

Suivant cette observation, le mouvement des Etoiles fixes en longitude ſeroit d'un degré en 77 années & 6 mois, au lieu que Ptolemée ne leur en attribuë qu'un d'un degré en 100 années, conformément au ſentiment d'Hipparque, qui, ſelon lui, avoit trouvé que les Etoiles fixes n'avoient pas parcouru moins de la centiéme partie d'un degré par année, & de 3 degrés en 300 ans.

Pour confirmer ce ſentiment, il rapporte que dans la ſeconde année de l'Empire d'Antonin, c'eſt-à-dire, dans la 138.e année après la naiſſance de Jeſus-Chriſt, le Cœur du Lion étoit à $2^d\ 30'$ de ce Signe, & à la diſtance de $32^d\ 30'$ du point du Solſtice d'Eté. Hipparque l'avoit trouvé 128 ans avant Jeſus-Chriſt à $29^d\ 50'$ de l'Ecreviſſe, de ſorte que dans l'eſpace de 265 années ou environ, qui ſe ſont écoulées entre l'obſervation d'Hipparque & la ſienne, cette Etoile a avancé de $2^d\ 40'$, ce qui eſt à peu-près en raiſon d'un degré en 100 années. Il adjoûte que, ſuivant les obſervations qu'il a faites de l'Epy de la Vierge, & des principales Etoiles du Zodiaque, il a trouvé que depuis Hipparque, juſqu'à lui, les Etoiles ont avancé de $2^d\ 40'$ ſuivant la ſuite des Signes, à très-peu de choſe près.

Pour comparer les obſervations d'Hipparque aux nôtres, & en déduire le mouvement des Etoiles fixes en longitude, nous employerons celles de l'Epy de la Vierge & du Cœur du Lion, qui ſont toutes les deux de la premiére grandeur, & ont été obſervées par Hipparque, comme nous l'avons remarqué ci-deſſus, la premiére à 6 degrés du point de l'Equinoxe d'Automne contre la ſuite des Signes, c'eſt-à-dire, à 24 degrés de la Vierge, & la ſeconde à $29^d\ 50'$ du point du Solſtice d'Eté ou de l'Ecreviſſe.

La longitude de l'Epy de la Vierge étoit au commencement de l'année 1738, à $20^d\ 11'\ 45''$ de la Balance, dont la différence à 24 degrés de la Vierge, eſt de $26^d\ 11'\ 45''$, qui étant partagés en 1866 années, intervalle entre les obſervations d'Hipparque & les nôtres, donnent le mouvement annuel de cette Etoile, de $50''\ 32'''$.

Prenant de même la différence entre la longitude du Cœur du Lion, pour le temps d'Hipparque, qui étoit à $29^d\ 50'$ de l'Ecreviſſe, & celle qu'on a trouvée en 1738, à $26^d\ 11'\ 40''$ du Lion, on aura le mouvement de cette Etoile dans l'eſpace de 1866 années, de $26^d\ 21'\ 40''$, ce qui eſt à raiſon de $50''\ 50'''$ par année.

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, on aura le mouvement des Étoiles fixes, ſuivant les obſervations d'Hipparque, de 50″ 41‴ par année, & d'un degré en 71 ans & quelques jours.

Pour déterminer de même le mouvement des Étoiles fixes en longitude, par le moyen de nos obſervations, comparées à celles de Ptolemée, nous avons choiſi principalement *Aldebaran* ou l'Œil du Taureau, & *Antares* ou le Cœur du Scorpion, qui ſont tous les deux de la premiére grandeur. Ces Étoiles ſont préſentement éloignées l'une de l'autre de 6 Signes aſſés préciſément, la longitude d'*Aldebaran* étant au commencement de l'année 1738, à 6^d 8′ 10″ des Gemeaux, & celle du Cœur du Scorpion à 6^d 6′ 30″ du Sagittaire. Cette même différence ſe trouve à peu-près dans le Catalogue des Étoiles fixes de Ptolemée, qui détermine la longitude d'*Aldebaran* à 12^d 40′ du Taureau, & celle d'*Antares* à 12^d 40′ du Scorpion.

Prenant la différence entre la longitude de ces Étoiles, marquée par Ptolemée, & celle qui réſulte de nos obſervations, on trouvera que dans l'eſpace de 1660 années, qui ſe ſont écoulées entre les obſervations de Ptolemée & les nôtres, le mouvement d'*Aldebaran* en longitude a été de 23^d 28′ 10″, & celui d'*Antares* de 23^d 26′ 30″, ce qui donne le mouvement annuel d'*Aldebaran* de 52″ 48‴, & celui d'*Antares* de 52″ 44‴.

Prenant un milieu, on aura le mouvement des Étoiles fixes, qui réſulte des obſervations de Ptolemée, de 52′ 46″ par année, & d'un degré en 68 ans & près de 3 mois; ce qui eſt bien différent des 100 années que Ptolemée leur avoit aſſigné pour parcourir un degré, & approche beaucoup plus près de ce qui réſultoit des obſervations de Timocharis, comparées à celles d'Hipparque.

Les obſervations de Ptolemée ont été ſuivies par celles d'Albategnius, Prince Arabe qui vivoit 741 ans après lui, & 878 après Jeſus-Chriſt. Cet Aſtronome dans ſon Livre intitulé *De la Science des Étoiles*, rapporte *(Chap. 50, page 202)* que l'année 1627 de Nabuchodonoſor, qui répond à l'année 878 de Jeſus-Chriſt, il avoit trouvé que l'Étoile qui eſt entre les deux Yeux du Scorpion, que nous appellons la *Luiſante du front* de cette Conſtellation, étoit à 17^d 20′ de ce Signe. Nous l'avons trouvée en 1738, à 29^d 33′ 20″ du même Signe, de ſorte qu'elle a parcouru en 860 années

12^d $13'$ $20''$ en longitude, ce qui eſt à raiſon de $51''$ $9'''$ par année.

Il rapporte auſſi l'obſervation du Cœur du Lion, qu'il a trouvé à 14^d $0'$ de ce Signe. Il étoit en l'année 1738, à 26^d $11'$ $40''$ du même Signe, d'où il réſulte que cette Etoile a parcouru 12^d $11'$ $40''$ dans l'intervalle de 860 années, ce qui eſt à raiſon de $51''$ $3'''$ par année. On l'avoit trouvé par l'obſervation précédente, de $51''$ $9'''$, la différence eſt de 6 tierces, qui étant partagée en deux, & adjoûtée à la premiére, donne le mouvement des Etoiles fixes, ſuivant les obſervations d'Albategnius, de $51''$ $6'''$ par année, & d'un degré en 70 ans & 5 mois.

Il eſt à remarquer que la différence entre la longitude du Front du Scorpion & du Cœur du Lion, déterminée par Albategnius, ne differe que de $1'$ $40''$ de celle que l'on trouve préſentement, ce qui eſt une preuve de l'exactitude de ſes obſervations.

Prenant un milieu entre la quantité du mouvement des Etoiles fixes, qui réſulte des Obſervations d'Hipparque, de Ptolemée, & d'Albategnius, comparées aux nôtres, on trouvera que ce mouvement eſt de $51''$ $31'''$ par année, & à peu-près d'un degré en 70 ans.

Depuis Albategnius, juſqu'à Tycho, il y a eu pluſieurs Aſtronomes qui nous ont donné la ſituation des Etoiles fixes; mais comme ils ne rapportent point d'obſervations qu'ils ayent employées pour les déterminer, & qu'il paroît qu'ils n'ont fait, pour la plûpart, que réduire à leur époque, les longitudes marquées dans le Catalogue de Ptolemée, en y adjoûtant la quantité de mouvement qu'ils ont attribué à ces Etoiles, nous nous contenterons de rapporter celles que Tycho a rapportées, ou qu'il a déterminées par ſes propres obſervations, & qu'il a inſérées dans ſon Catalogue des Etoiles fixes pour l'année 1600 complette.

La longitude d'*Aldebaran* y eſt marquée à 4^d $12'$ $30''$ des Gemeaux. Nous l'avons déterminée pour le commencement de l'année 1738, à 6^d $8'$ $10''$ du même Signe, la différence eſt de 1^d $55'$ $40''$ que cette Etoile a parcouru en 138 années, ce qui eſt à raiſon de $50''$ $39'''$ par année.

On trouve pareillement en 1600, la longitude du Cœur du Scorpion, à 4^d $13'$ du Sagittaire. Elle étoit en 1738, à 6^d $6'$ $30''$ du même du même ſigne, la différence eſt de $1^d\ 53'\ 30''$, qui meſure le mouvement de cette Etoile pendant 138 années, ce qui eſt à raiſon de $49''\ 43'''$ par année.

Si l'on compare de même la longitude de *Regulus,* qui a été déterminée en 1600, par Tycho, à $29^d\ 17'$ du Lion, avec celle de cette Etoile pour l'année 1738, qui étoit à $26^d\ 12'\ 40''$ du même ſigne, on aura ſon mouvement en 138 années, de $1^d\ 55'\ 40''$, & de $50''\ 39'''$ par année.

Enfin, ſi l'on employe la longitude de l'Epy de la Vierge, qui, au rapport de Tycho, fut obſervée par Copernic en 1515, à $17^d\ 3'\ 2''$ de la Balance, & qui étoit au commencement de 1738, à $20^d\ 11'\ 45''$ du même ſigne, on trouvera que cette Etoile a parcouru $3^d\ 10'\ 45''$ en 223 ans, d'où l'on trouve ſon mouvement annuel, de $50''\ 39'''$.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura, ſuivant les obſervations de Tycho & de Copernic, le mouvement des Etoiles fixes, de $50''\ 20'''$ par année, & d'un degré en 71 ans & 6 mois.

Nous ne rapporterons point ici les obſervations des Etoiles fixes, qui ont été faites depuis Tycho par divers Aſtronomes, pour déterminer leur poſition, parce que l'intervalle entre ces obſervations & les nôtres, nous a paru trop petit, pour que l'on en pût déduire avec quelque certitude, la quantité de leur mouvement. Nous remarquerons cependant que celui que l'on vient de déterminer par les obſervations de Tycho, de $50''\ 20'''$ par année, eſt encore plus grand que celui qui réſulte des obſervations qui ont été faites à Paris depuis l'établiſſement de l'Académie Royale des Sciences, ſuivant leſquelles on l'a trouvé d'environ 50 ſecondes par année, & d'un degré en 72 ans; ce qui pourroit faire ſoupçonner que le mouvement apparent des Etoiles fixes ſe ſeroit rallenti dans la ſuite des années.

Cependant comme les variations que l'on obſerve dans la poſition des Etoiles fixes en diverſes ſaiſons de l'année, peuvent avoir empêché de déterminer leur véritable ſituation avec toute la préciſion requiſe, nous avons cru, en attendant que nos obſervations ſoient confirmées par celles qui ſe feront dans la ſuite avec toutes les précautions que l'on y apporte préſentement, devoir employer dans nos Tables, le mouvement des E'toiles fixes, tel qu'il résulte des observations anciennes, préférablement aux modernes, & le déterminer d'un degré en 70 ans.

CHAPITRE V.

De la Grandeur des E'toiles fixes, & de leur Distance à la Terre.

ON ne peut guére séparer la considération de la grandeur des E'toiles fixes, de celle de leur distance, puisque ces deux connoissances sont si étroitement unies ensemble, que l'une étant déterminée, l'autre en résulte nécessairement.

En effet, la Géométrie nous apprend qu'en mesurant la grandeur apparente d'un objet éloigné, c'est-à-dire, l'angle qu'il fait à notre œil, on peut, en connoissant sa distance, déterminer sa grandeur véritable, & que réciproquement sa grandeur véritable étant connuë, on sçait sa distance.

On peut déterminer avec assés de précision & de facilité, les diametres apparents du Soleil, de la Lune, & des autres Planetes dont le disque est assés bien terminé; mais il est difficile de mesurer celui des E'toiles fixes, à cause que les rayons qu'elles jettent de toutes parts, & la vivacité de la lumiére qui les environne, ne permettent pas de discerner avec la même évidence, le terme de leur circonférence.

Entre les méthodes que l'on peut employer pour cette recherche, nous avons préféré celle qui résulte de la comparaison de leur diametre à celui de Jupiter, qui, à la réserve du Soleil & de la Lune, est de tous les Astres celui dont l'on connoît plus exactement les dimensions.

Nous avons aussi choisi entre les E'toiles fixes, *Sirius*, ou la Luisante du grand Chien, qui est la plus belle & la plus éclatante des E'toiles qui paroissent sur notre horison.

Pour diminuer l'éclat & la vivacité de sa lumiére, nous avons appliqué au verre objectif d'une Lunette de 34 pieds de longueur, un carton qui couvroit la plus grande partie de la surface de ce verre, & ne laiſſoit qu'une ouverture ronde au milieu, d'un pouce & demi de diametre.

La Lunette étant ainſi préparée, nous l'avons dirigée à Sirius, dont le diſque nous parut aſſés bien terminé, & dépouillé des rayons étincellants qui l'environnent ordinairement.

Jupiter étant alors ſur l'horiſon, nous l'avons obſervé avec la même Lunette, & l'ayant comparé à Sirius par différentes fois, nous avons jugé que ſon diametre étoit dix fois plus grand que celui de cette Etoile. Le diametre apparent de Jupiter étoit alors de 50 ſecondes, d'où il réſulte que celui de Sirius étoit d'environ 5 ſecondes.

La grandeur apparente de cette Etoile étant ainſi connuë, on auroit, comme on l'a remarqué ci-deſſus, ſa grandeur véritable, ſi l'on pouvoit connoître ſa diſtance; mais il faut avoüer que quelques tentatives qu'on ait faites juſqu'à préſent, pour parvenir à cette connoiſſance, elles ſe ſont trouvées preſque inutiles, parce que, ſuivant les obſervations les plus exactes, on n'a reconnu dans les Etoiles fixes, aucune parallaxe, ou elle s'eſt trouvée ſi peu ſenſible, qu'on peut l'attribuer aux petites erreurs qui peuvent ſe gliſſer dans les obſervations que l'on y a employées.

Tout ce que l'on ſçait de certain, & qui eſt généralement reçû de tous les Aſtronomes, eſt que leur diſtance à la Terre ſurpaſſe celle de toutes les Planetes, dont la plus éloignée de nous, qui eſt Saturne, eſt d'environ 300 millions de lieuës, ou 100 mille diametres de la Terre.

Suppoſant que le diametre apparent de Sirius ſoit de 5 ſecondes, tel que nous venons de le déterminer, & que cette Etoile ſoit à la même diſtance de nous que Saturne, on déterminera ſa grandeur véritable, en faiſant, comme le ſinus total eſt au ſinus de 5 ſecondes; ainſi 300 millions de lieuës, ſont à 7 mille lieuës, qui meſurent ſon diametre, lequel excede de plus de deux fois le diametre de la Terre, & qui eſt cependant le plus petit qu'on peut lui aſſigner, dans quelque Syſteme que l'on ait choiſi pour expliquer les mouvements des Cieux.

Si l'on ſuppoſe avec la plûpart des Philoſophes, que les Etoiles fixes ſont ſemblables au Soleil, & qu'étant de la même nature, & également lumineuſes par elles-mêmes, elles ſont auſſi à peu-près de la même grandeur : la diſtance du Soleil à la Terre étant d'environ 10 mille diametres de la Terre, & le diametre apparent de Sirius étant à celui du Soleil, comme 1 à 384, on aura la diſtance de Sirius à la Terre, de 3 millions 840 mille diametres de la Terre.

A l'égard des autres Etoiles fixes, leur diſtance à la Terre doit être ſans comparaiſon plus grande, ſi l'on ſuppoſe que pluſieurs d'entr'elles ſont à peu-près de la même grandeur, & ne nous paroiſſent plus petites les unes que les autres, que parce qu'elles ſont placées à une plus grande diſtance. Car outre celles que l'on apperçoit à la vûë ſimple, lorſque le Ciel eſt fort ſerein, nous en diſtinguons encore par nos Lunettes un plus grand nombre, ſans comparaiſon, qui paroiſſent de la même grandeur que les plus petites que nous diſcernons ſans leur ſecours, & plus nous employons de grandes Lunettes, plus nous en découvrons, de ſorte qu'il n'eſt pas poſſible d'en déterminer le nombre. Quelques-unes de ces Lunettes augmentent de plus de 200 fois la grandeur des objets ; ainſi, comme le diametre apparent des plus petites Etoiles que l'on diſtingue dans le Ciel à la vûë ſimple, eſt environ 6 fois plus petit que celui des Etoiles de la premiére grandeur, on aura le diametre apparent de quelques-unes de celles que nous découvrons par nos Lunettes, 1200 fois plus petit que celui des plus grandes Etoiles ; & ſuppoſant leur grandeur uniforme, ces Etoiles ſeront 1200 fois plus éloignées de nous que Sirius, dont la diſtance a été trouvée au moins de 3 millions 840 mille diametres de la Terre.

Quelque prodigieux que ſoit cet éloignement, il doit être encore ſans comparaiſon plus grand, ſi l'on conſidére la diſtance des Etoiles fixes à la Terre, qui réſulte du Syſteme de Copernic, lequel eſt le plus généralement reçû de tous les Philoſophes, à cauſe de ſa merveilleuſe ſimplicité.

Suivant ce Syſteme, le Soleil & les Etoiles ſont fixes, la Terre fait une révolution autour de ſon axe en 23 heures 56 minutes; d'où réſulte l'apparence du mouvement journalier du Soleil, des Planetes & des Etoiles fixes. Elle acheve auſſi dans l'eſpace d'une année, ſa révolution autour du Soleil, en décrivant un Cercle, qu'on appelle *Ecliptique* ou *Orbe annuel*. On attribuë auſſi le mouvement des Etoiles fixes, qui ſe fait autour des Poles de l'Ecliptique, à un mouvement preſque inſenſible de la Terre autour de ce Cercle, qui s'accomplit en 26 mille années ou environ.

Il réſulte de ce Syſteme, que la Terre dans l'eſpace de 6 mois, parcourt la moitié de ſon Orbe, & eſt tranſportée par ce mouvement à l'oppoſite du lieu d'où elle étoit partie, dont elle eſt par conſéquent éloignée du double de ſa diſtance au Soleil, c'eſt-à-dire, d'environ 20 mille diametres de la Terre.

Soit, par exemple, *S (Fig. 10.)* le Soleil; *F* une Etoile fixe placée ſur le plan de l'Ecliptique à une diſtance quelconque; *ABCD*, l'Orbe annuel, ſur lequel la Terre eſt placée d'abord en *A*, & 6 mois après en *C*, dans deux ſituations oppoſées, éloignées l'une de l'autre de 20 mille de ſes diametres, de maniére que les angles *FSA*, *FSC* ſoient chacun de 90 degrés. L'Etoile *F*, vûë de la Terre lorſqu'elle eſt en *A*, paroîtra répondre au point *E* du Firmament, que l'on ſuppoſe à une diſtance infinie.

On la verra enſuite, par le mouvement de la Terre ſur ſon Orbe de *A* vers *B*, s'avancer de *E* vers *G*, juſqu'à ce que la Terre étant arrivée en *C*, on la voye répondre au point *H*, éloignée du lieu où elle étoit 6 mois auparavant, de toute la quantité de l'arc *EH*, qui eſt meſuré par l'angle *EFH*, ou *AFC*, dont la moitié *AFS* eſt la *Parallaxe de l'Orbe annuel.*

L'angle *AFC*, ou ſa moitié *AFS*, étant connuë, on fera, comme le ſinus de l'angle *AFS*, eſt au ſinus total; ainſi *AS* demi-diametre de l'Orbe annuel, qui eſt de 10 mille diametres de la Terre, eſt à *AF*, diſtance de l'Etoile fixe à la Terre.

Si, au lieu de ſuppoſer l'Etoile *F* ſur le plan de l'Ecliptique, elle ſe trouve placée à l'un des Poles de ce Cercle, de maniére que la ligne *FS*, tirée du point *F* au Soleil, ſoit perpendiculaire au plan de l'Ecliptique; la Terre étant en *A*, cette Etoile paroîtra répondre au point *E*, & ſa diſtance à l'Ecliptique ſera meſurée par l'angle *CAF*, qui différe de l'angle droit *CSF*, d'une quantité égale à l'angle *AFS*, qui meſurera la plus grande parallaxe de l'Orbe annuel en latitude. La Terre étant tranſportée par ſon mouvement autour du Soleil, de *A* vers *B*, l'Etoile qui étoit en *E*, paroîtra décrire autour du Pole *G* de l'Ecliptique, un cercle dont le demi-diametre ſera repréſenté par l'arc *EG*, qui eſt meſuré par l'angle *EFG* ou *AFS,* qui eſt d'autant plus petit que l'Etoile *F* eſt éloignée du point *S.*

Dans les autres ſituations d'une Etoile à l'égard du Pole de l'Ecliptique, comme en *I,* ſa diſtance apparente à ce Cercle ſera meſurée, lorſque la Terre eſt en *A,* par l'angle *CAI,* & ſa diſtance véritable par l'angle *CSI.* La différence eſt l'angle *AIS,* qui meſure ſa parallaxe en latitude, & qui eſt à la plus grande parallaxe d'une Etoile placée en *F* au Pole de l'Ecliptique, à la même diſtance *SF,* comme le ſinus total eſt au ſinus de la latitude de l'Etoile, qui eſt le complément de ſa diſtance au Pole de l'Ecliptique. Car dans le Triangle *AFS,* on aura *FS* ou *FA,* qui n'en différe pas ſenſiblement, eſt à *AS,* comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *AFS* de la plus grande parallaxe. Mais dans le Triangle *AIS, IS* ou *FS* eſt à *AS,* comme le ſinus de l'angle *SAI,* qui meſure la latitude apparente de l'Etoile, eſt au ſinus de l'angle *AIS* de ſa parallaxe : Donc le ſinus total eſt au ſinus de la latitude de l'Etoile, comme le ſinus de la plus grande parallaxe eſt au ſinus de ſa parallaxe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Il ſuit de là que les Etoiles qui ſont ſur l'Ecliptique, n'ont aucune parallaxe en latitude, & qu'on n'apperçoit alors que celle qu'elles ont en longitude, qui, comme on l'a remarqué, leur fait paroître décrire l'arc *EH,* qui eſt ſuivant la direction du plan de l'Ecliptique.

On voit auſſi que les temps les plus favorables pour déterminer la parallaxe des Etoiles en longitude, ſont lorſqu'elles ſont éloignées de 3 ou 9 Signes du Soleil, parce qu'alors l'angle *FSA* étant droit, l'angle *AFS,* qui meſure cette parallaxe, eſt le plus grand qui ſoit poſſible.

Tout au contraire, les temps qui conviennent le mieux pour déterminer la parallaxe des Etoiles en latitude, ſont lorſque la Terre ſe trouve dans le même lieu de l'Ecliptique que l'Etoile, ou dans ſon oppoſite, parce qu'alors le cercle de latitude *FIL,* ſur lequel ſe fait cette apparence, paſſe en même temps par l'Etoile & le centre de la Terre.

Comme l'Ecliptique & ſes Poles changent continuellement de ſituation dans le Ciel à l'égard de l'Horiſon & du Zénit, à cauſe de la révolution journaliére du premier Mobile, il eſt difficile de déterminer par des obſervations immédiates, la parallaxe des Etoiles fixes en longitude & en latitude ; c'eſt pourquoi on y employera leurs variations en aſcenſion droite & en déclinaiſon, cauſées par la parallaxe de l'Orbe annuel, en cette maniére.

Soit *AEBG (Fig. 11.)* le colûre des Solſtices, ou le Cercle de latitude qui paſſe par les Poles *P* & *R* de l'Equateur, & par les Poles *E* & *G* de l'Ecliptique, qui eſt ici repréſentée par le diametre *A B, A* le lieu de la Terre, lorſqu'elle eſt au commencement de l'Ecreviſſe, le plus près qu'il eſt poſſible du Pole ſeptentrional *P* de l'Equateur ; *B* le lieu de la Terre à l'oppoſite, au commencement du Capricorne, *S* une Etoile fixe quelconque, par laquelle on a mené le Cercle *ESG* de latitude, & le Cercle *PSR* de déclinaiſon. Soit mené par le point *S*, un grand Cercle *HSO*, qui ſoit perpendiculaire au Cercle *PSR* de déclinaiſon, & coupe l'Ecliptique *AB* au point *O*.

Pour trouver les lieux de la plus petite & de la plus grande parallaxe de l'Etoile *S* en déclinaiſon, il faut conſidérer que cette parallaxe doit être nulle, lorſque la Terre par ſa révolution autour du Soleil, paſſe par le point *O*, ou par ſon oppoſite ; parce qu'alors cette Etoile obſervée dans ces deux ſituations, paroît à la même diſtance du Pole, que ſi elle avoit été conſidérée du Soleil, auquel cas il n'y a point de parallaxe en déclinaiſon.

Cette parallaxe augmente enſuite dans la raiſon du ſinus de la diſtance de la Terre à ce point, juſqu'à 90 degrés où cette parallaxe eſt la plus grande ; après quoi elle diminuë de la même maniére qu'elle avoit augmentée, juſqu'à ce que la Terre ſoit arrivée à l'oppoſite du point *O*, où elle ceſſe entiérement.

A l'égard de la parallaxe en aſcenſion droite de l'Etoile *S*, il eſt aiſé de voir qu'elle doit être nulle lorſque la Terre ſe trouve ſur l'Ecliptique *A B*, au point *N*, ou dans ſon oppoſite, dans l'interſection de ce Cercle avec le Cercle de déclinaiſon *PSR*, qui paſſe par cette Etoile, parce qu'alors elle eſt vûe du point *N*, ou de ſon oppoſite, dans la même direction que du centre du Soleil, ſans s'en écarter de part ou d'autre, auquel cas il n'y a point de parallaxe en aſcenſion droite.

Dans les autres ſituations de la Terre ſur l'Ecliptique, cette parallaxe augmente dans la raiſon du ſinus de la diſtance au point *N* juſqu'à 90 degrés, où cette parallaxe ſera la plus grande; après quoi elle diminuera juſqu'à ce que la Terre ſoit arrivée à l'oppoſite du point *N*, où cette parallaxe ceſſe entiérement.

Nous ne donnerons point ici le détail de toutes les apparences qui doivent réſulter de la parallaxe des Étoiles fixes, ce qui a été expliqué avec beaucoup de préciſion, & dans toute ſon étenduë, par M. Manfredi dans un Traité imprimé à Bologne en 1729, il nous ſuffira de donner ici la méthode de déterminer pour chaque Étoile, le lieu où la Terre ſe doit trouver lorſque la parallaxe tant en déclinaiſon qu'en aſcenſion droite eſt nulle, ou la plus grande qui ſoit poſſible, qui ſont les termes où il convient principalement de l'obſerver.

Dans le Triangle *PSE*, l'arc *PE*, diſtance entre les Poles de l'Équateur & de l'Écliptique, eſt connu, de même que l'arc *PS*, complément de la déclinaiſon de l'Étoile; & l'angle *AEN*, meſure ſa diſtance au point de l'Écreviſſe & du Capricorne qui eſt le plus proche; c'eſt pourquoi l'on trouvera l'angle *PSE*: & dans le Triangle *SMO*, rectangle en *M*, dont le côté *SM*, latitude de l'Étoile eſt connu, de même que l'angle *OSM*, complément de l'angle *MSN* ou *PSE*, trouvé ci-deſſus, on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus de *SM*, latitude de l'Étoile; ainſi la tangente de l'angle *OSM*, eſt à la tangente de l'arc *OM*, qu'il faut adjoûter au lieu de l'Étoile lorſque le point *O* eſt plus avancé ſuivant la ſuite des ſignes, que le point *M*, & qu'il faut en retrancher lorſqu'il eſt moins avancé, pour avoir le vrai lieu de la Terre lorſque la parallaxe en déclinaiſon eſt nulle. Y adjoûtant 90 degrés, ou les en retranchant, on aura les lieux où la parallaxe eſt la plus grande.

On déterminera de même la plus petite ou la plus grande parallaxe en aſcenſion droite par une ſimple analogie, en faiſant, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'arc *AP*, complément de *PE*; ainſi la tangente de l'angle *APN*, qui meſure l'aſcenſion droite de l'Étoile depuis le point *A* de l'Écreviſſe, ou *B* du Capricorne, eſt à la tangente de l'arc *AM*, qu'il faut y adjoûter, ou qu'il en faut retrancher ſuivant que le point *M* ſe trouve plus ou moins avancé ſuivant la ſuite des ſignes, que ces deux points, & l'on aura le lieu de la Terre dans les temps où la parallaxe en aſcenſion droite eſt nulle. Y adjoûtant 90 degrés, ou les en retranchant, on aura

aura les lieux de la plus grande variation de l'Etoile en aſcenſion droite.

Ayant employé cette méthode pour découvrir la parallaxe des Etoiles fixes, on a trouvé que les variations qui lui paroiſſent favorables, ſont extrêmement petites, & que la plus grande partie de celles qu'on a obſervées en diverſes ſaiſons de l'année dans la poſition des Etoiles fixes, doivent être attribuées à l'Aberration de la lumiére, comme on peut le voir dans les Tranſactions Philoſophiques de la Societé Royale de Londres, & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences; d'où il eſt néceſſaire de conclurre que la diſtance des Etoiles fixes à la Terre ou au Soleil, dans le Syſteme de Copernic, eſt ſi grande que tout le diametre de l'Orbe annuel, dont l'étenduë eſt d'environ 60 millions de lieuës, n'y a preſque aucun rapport ſenſible.

CHAPITRE VI.

Des Etoiles nouvelles.

IL y a dans le Ciel, pluſieurs Etoiles fixes, qu'on y apperçoit préſentement, & qui n'ont point été décrites par les Anciens; d'autres que nous ne voyons plus à préſent, quoiqu'on en ait marqué autrefois la ſituation; d'autres enfin, qui augmentent & diminuent de grandeur, & qui, après avoir diſparu entiérement, ſe rendent de nouveau viſibles, & forment ſucceſſivement de nouvelles apparences.

A l'égard de celles que l'on découvre préſentement, & qui n'ont point été marquées dans les anciens Catalogues, ou dans les figures des Conſtellations qu'on a dreſſées, il y a beaucoup d'apparence que la plûpart de ces Etoiles ne laiſſoient pas d'être alors viſibles; mais qu'à cauſe de leur petiteſſe, elles ont échappé à la diligence de ceux qui ont fait d'abord la deſcription des Etoiles.

Telle eſt la ſeptiéme des Pléïades, qu'on raconte avoir paru avant l'embraſement de Troye, après lequel elle s'eſt cachée, & a reparu enſuite de nouveau, ce qui a donné lieu de douter ſi les Pléïades étoient au nombre de ſix ou de ſept.

Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain que quoique Homere, Attalus

& Geminus n'en comptent que ſix, Simonides, M. Varron, Pline, Aratus, Hipparque & Ptolemée dans le texte grec, les mettent au nombre de ſept, ce qui a été ſuivi de la plûpart des Aſtronomes; d'où l'on peut conjecturer que la ſeptiéme a paru nouvelle à quelques-uns, à cauſe qu'elle ne ſe peut diſcerner que par les perſonnes qui ont la vûë excellente.

Depuis la découverte des Lunettes, Galilée apperçut 36 Etoiles dans les Pléïades, dont il donne la deſcription & la figure dans le Livre intitulé *Nuncius Sidereus.* Il avertit cependant qu'on découvre dans les Pléïades, par les Lunettes, plus de 40 Etoiles, qu'on n'apperçoit point à la vûë ſimple, ſans y comprendre celles qu'on y remarque ordinairement, dont il ne compte que ſix, parce que, ſelon lui, la ſeptiéme ne paroît preſque jamais.

Depuis Galilée, divers Aſtronomes ont donné la configuration des Pléïades & des Etoiles qui les environnent. Nous en avons une de M. de la Hire dans les Mémoires de l'Académie de 1693, où, à l'occaſion du paſſage de la Lune par ces Etoiles, il les a décrites au nombre de 64, entre leſquelles, outre les ſept reconnuës anciennement, il y en a deux qui y ont été adjoûtées par Langrenus, & à qui on a donné le nom d'*Atlas* & de *Mater Pleïone.* Il ſoupçonne même par leur ſituation, qui eſt différente de celle qui eſt marquée par le P. Riccioli, que les Etoiles fixes peuvent avoir quelque mouvement particulier, & qu'elles ne conſervent pas exactement entr'elles la même poſition.

Depuis ce temps-là, feu M. Maraldi a donné dans les Mémoires de l'Académie de 1708, page 297, la figure des Pléïades & des Etoiles qui les environnent. La ſituation des plus claires a été déterminée en obſervant leur paſſage au Méridien, & leur hauteur méridienne; les autres ont été déterminées en obſervant leurs différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon à l'égard des plus claires. Le nombre de ces Etoiles eſt de 56, moindre de 8 que celles qui ſont dans la figure de M. de la Hire, dont il y en a quatre vers le Midi, une vers le Septentrion, une entre *Alcione* & *Pater Atlas,* une autre près de *Celeno,* & la huitiéme entre *Alcione* & *Celeno.*

A l'égard de la ſituation que l'on a marquée de ces Etoiles, dans les deux figures, quoiqu'il y ait quelque différence, elle eſt ſi peu ſenſible, qu'on peut aiſément l'attribuer à la difficulté qu'il y a de placer toutes ces Etoiles dans leur juſte ſituation.

Nous ne nous arrêterons pas à rapporter tout ce qui a été écrit au ſujet de diverſes Etoiles nouvelles, dont la ſituation n'a pas été déterminée exactement, ou bien dont on n'a pas de certitude, ſi c'étoient des Etoiles fixes ou des Cometes.

Telle eſt celle qui, au rapport de Pline *(liv. 2. chap. 6.)* fut obſervée par Hipparque, environ 125 ans avant Jeſus-Chriſt.

Une autre qui parut au temps de l'Empereur Hadrien vers l'année 130 de Jeſus-Chriſt.

Une troiſiéme que Cuſpinianus, au rapport de Licetus *(p. 259)* découvrit l'an 389 vers l'Aigle, & qui ceſſa de paroître, après avoir été vûë auſſi brillante que Venus, dans l'eſpace de trois ſemaines. Cette Etoile peut être la même que celle qui fut apperçûë au temps de l'Empereur Honorius, que quelques-uns rapportent à l'année 388 ou 389, & d'autres à l'année 398.

Une quatriéme qui fut apperçûë par Meſſahala Haly & Albumazar, dans le neuviéme ſiecle, au 15.^{e} degré du Scorpion, qui parut pendant l'eſpace de quatre mois entiers, & dont la clarté étoit ſi grande, qu'elle répandoit autant de lumiére que la quatriéme partie de la Lune.

Une cinquiéme qui, au rapport de Cyprianus Leovitius, fut découverte en l'année 945, au temps de l'Empereur Othon, entre les Conſtellations de Caſſiopée & de Céphée.

Une ſixiéme enfin, qui, ſelon le même Auteur, parut en l'an 1264, à peu-près vers le même endroit du Ciel, près de Caſſiopée, ſans avoir aucun mouvement propre.

Les obſervations de toutes ces Etoiles ne ſont point aſſés circonſtanciées, pour qu'on puiſſe établir à leur ſujet, quelque fondement certain.

Mais rien n'a paru de plus ſingulier, ni avec plus d'évidence, que l'Etoile qui fut découverte dans la Conſtellation de Caſſiopée, au commencement du mois de Novembre de l'année 1572. On la vit 16 mois entiers dans le même lieu du Ciel, ſans changer de ſituation à l'égard des autres Etoiles fixes, faiſant un rhombe parfait avec les Etoiles α, β, γ de cette Conſtellation.

Cette E'toile n'avoit point de chevelure, comme on en apperçoit à certaines Cometes, mais elle étoit brillante, de même que toutes les E'toiles fixes, telles que *Sirius* & la Lyre, qu'elle ſurpaſſoit en grandeur & en clarté.

Elle paroiſſoit même alors plus grande que Jupiter, qui s'approchoit de ſon Périgée, & que toutes les Planetes, à la réſerve de la Lune & de Venus.

On la vit dès le commencement fort éclatante, comme ſi elle s'étoit formée ſur le champ de cette grandeur.

Elle conſerva pendant preſque tout le mois de Novembre, ſa grandeur & l'éclat de ſa lumiére, de ſorte que ceux qui avoient la vûë excellente, la voyoient de jour, & même en plein midi, lorſque le Ciel étoit ſerein ; on l'appercevoit auſſi ſouvent de nuit, au travers des nuages qui n'étoient pas fort épais, pendant que les autres E'toiles en étoient cachées.

Elle ne reſta pas cependant long-temps de la même grandeur, car au mois de Décembre, elle étoit diminuée, de ſorte qu'elle paroiſſoit à peu-près ſemblable à Jupiter.

Au mois de Janvier de l'année ſuivante 1573, elle étoit un peu plus petite que Jupiter, & un peu plus brillante que les E'toiles de la premiére grandeur, qu'elle égaloit dans les mois de Février & de Mars.

Aux mois d'Avril & de Mai, elle ne paroiſſoit plus que de la ſeconde grandeur, & diminuoit continuellement, en ſorte qu'aux mois de Juin, de Juillet & d'Août, elle étoit ſemblable aux plus grandes E'toiles de Caſſiopée, qu'on a jugées de la troiſiéme grandeur.

Aux mois de Septembre, Octobre & Novembre, elle étoit égale aux E'toiles de la quatriéme grandeur, & au mois de Décembre, on la voyoit ſemblable à l'E'toile appellée $\varkappa$ par Bayer, dont elle étoit proche.

Vers la fin de l'année 1573, & au mois de Janvier de l'année ſuivante, elle ſurpaſſoit peu les E'toiles de la cinquiéme grandeur.

On l'apperçut encore au mois de Février, égale aux E'toiles de la ſixiéme grandeur, & elle devint enfin ſi petite au mois de Mars, qu'on la perdît entiérement de vûë.

La vivacité de ſa lumiére fut ſujette auſſi à divers changements, à meſure que ſa grandeur diminuoit; car lorſqu'elle paroiſſoit égale à Venus & à Jupiter, ſa lumiére étoit blanche & éclatante. Elle devint enſuite un peu jaunâtre, & parut au commencement du Printemps de l'année 1573, de même couleur que Mars, ſemblable à *Aldebaran,* & un peu moins brillante que l'Epaule droite d'Orion. Au mois de Mai, on la vit d'une blancheur pâle, de même que Saturne, couleur qu'elle conſerva toûjours, juſqu'à ce qu'elle diſparut entiérement; à la réſerve que plus elle étoit près de ſa fin, plus cette couleur étoit trouble & foible.

Elle ne laiſſa pas cependant d'étinceller toûjours, juſqu'à ce qu'on la perdit entiérement de vûë, & cet étincellement ſuivit proportionnellement la diminution de ſa grandeur & de ſa lumiére.

Les obſervations de cette Etoile ont été rapportées par divers Aſtronomes, & principalement par Tycho, qui l'apperçut le 11 Novembre 1572, & compoſa à ſon ſujet, un excellent Traité intitulé *De nova Stella anni 1572.*

Il détermina ſa longitude à $6^d\ 54'$ du Taureau, ſa latitude boréale de $53^d\ 45'$, ſon aſcenſion droite de $0^d\ 26'$, & ſa déclinaiſon boréale de $61^d\ 47'$.

Il fit auſſi pluſieurs recherches pour déterminer la diſtance de cette Etoile à la Terre; mais n'y ayant point trouvé de parallaxe ſenſible, il jugea que non-ſeulement elle étoit plus éloignée que la Lune, mais même qu'elle étoit au de-là des autres Planetes dans la région des Etoiles fixes.

Comme cette Etoile n'étoit éloignée du Pole que de 28 degrés & 13 minutes, elle faiſoit toute ſa révolution journaliére, ſans être cachée ſous l'horiſon, ce qui donna à Tycho la commodité de l'obſerver à ſon paſſage par le Méridien, tant dans la partie ſupérieure de ſon cercle, que dans la partie inférieure, & il trouva qu'elle étoit toûjours préciſément à la même diſtance de l'Etoile Polaire & de diverſes Etoiles fixes; ce qui ne ſeroit pas arrivé, ſi elle n'eût été à une très-grande diſtance de la Terre. Car la parallaxe faiſant paroître les Aſtres au deſſous de leur véritable ſituation, on auroit vû cette Etoile s'approcher du Pole dans ſa plus grande hauteur, & s'en éloigner au contraire dans ſa plus petite, comme il eſt aiſé de le démontrer.

Soit, par exemple, *QNO (Fig. 12.)* un Méridien de la circonférence de la Terre; *N,* le lieu de l'obſervation, dont le zénit eſt *B; BPSC,* un Méridien placé à une très-grande diſtance dans la ſphere des Étoiles fixes. Soit *P,* le Pole du Monde; *T,* une Étoile fixe obſervée à ſon paſſage par le Méridien dans ſa plus grande hauteur; *t,* la même Étoile à ſon paſſage dans ſa plus petite hauteur; *S,* la nouvelle Étoile dans ſa plus grande hauteur; & *s,* la même Étoile dans ſa plus petite hauteur. Il eſt conſtant que ſi cette Étoile étoit en *G,* dans ſa plus grande hauteur, & en *H,* dans ſa plus petite hauteur, beaucoup plus près de la Terre que n'eſt l'Étoile *T,* l'Obſervateur placé ſur la Terre en *N,* la verroit dans ſa plus grande hauteur, répondre au point β, éloigné du point *T,* de l'intervalle $T\beta$, qui eſt plus grand que l'arc *TS,* de la quantité $S\beta$; & qu'on la verroit au contraire dans ſa plus petite hauteur, répondre au point δ, éloigné de la même Étoile placée en *t,* de l'intervalle $t\delta$, qui eſt plus petit que l'intervalle *ts,* de la quantité $s\delta$; d'où il réſulte que ſa diſtance βP au Pole dans ſa plus grande hauteur, ſeroit plus petite que ſa diſtance $P\delta$ au Pole dans ſa plus petite hauteur, d'une quantité $S\beta$ plus $s\delta$, plus ou moins grande, ſelon que l'Étoile ſeroit plus proche ou plus éloignée de la Terre.

Quelque évidentes que paroiſſent les démonſtrations de Tycho, le P. Riccioli prétend qu'elles ne ſont point ſeulement ſuffiſantes pour prouver que cette Étoile étoit au deſſus de la Lune.

Il avouë que ſes raiſons ſont bonnes, ſi la nouvelle Étoile décrit par ſa révolution journaliére, un Cercle parallele à l'Équateur, & dont le centre ſoit dans l'axe *AP* du Monde, ou bien une Ellipſe dont les diametres ſoient coupés en deux également par cet axe; mais qu'elles ne prouvent rien, ſi cette Étoile décrit un Cercle ou une Ellipſe excentrique, & dont le diametre ſoit diviſé inégalement par l'axe du Monde.

Quoique les objections du P. Riccioli ſoient fondées ſur des principes de Géométrie, il eſt aiſé d'y répondre, qu'il faudroit que le Cercle ou Ellipſe que décrit l'Étoile par ſa révolution journaliére, fût incliné à l'Équateur, & dirigé à notre œil, de telle ſorte que cette Étoile parût autant éloignée du Pole dans ſa hauteur ſupérieure, que dans ſon inférieure, ce qu'il eſt difficile de ſuppoſer ; à quoi l'on peut adjoûter que dans l'hypotheſe de Copernic, ces objections n'ont point lieu, le mouvement journalier de tous les Aſtres, qui n'eſt qu'apparent, étant cauſé par la révolution de la Terre autour de ſon axe, ſuivant laquelle ils doivent paroître décrire des Cercles parfaits.

Nous ſommes donc portés à juger avec Tycho, que cette Etoile étoit beaucoup plus éloignée de la Terre, que n'eſt la Lune, & qu'il y a beaucoup d'apparence qu'elle étoit dans la région des Etoiles fixes, quoiqu'on ne puiſſe pas conclurre par ces obſervations, qu'elle fût au deſſus de Saturne, ni même au deſſus du Soleil, dont la parallaxe eſt preſque inſenſible, & beaucoup plus petite que celle que cet Aſtronome ſuppoſoit.

Depuis que cette Etoile a ceſſé de paroître, on en a remarqué une à peu-près ſemblable dans le Serpentaire, au commencement d'Octobre de l'année 1604. Elle fut obſervée en diverſes parties de la Terre fort éloignées les unes des autres, en Allemagne, en Italie, & en Eſpagne, par divers Mathématiciens, & entr'autres par Képler, qui compoſa à ſon ſujet un livre intitulé *De Stella nova Serpentarii.*

Après avoir rapporté le temps de la premiére apparition de cette Etoile, qu'il juge être le 10 Octobre 1604, quoique Georges Spate aſſûre qu'elle a été vûë par Herlicius dès le 27 Septembre; il dit que cette Etoile étoit exactement ronde, ſans chevelure ni queuë, étincellante, & d'une lumiére ſi éclatante, que pluſieurs perſonnes prétendoient n'en avoir jamais vû qui eût tant de vivacité.

On y appercevoit ſucceſſivement toutes les couleurs que l'on diſtingue dans un Diamant à facettes expoſé au Soleil. Preſque tous ceux qui l'ont obſervée, étoient d'accord que non-ſeulement elle ſurpaſſoit en grandeur, les Etoiles de la premiére grandeur, mais même Saturne, Mars, & Jupiter, qui étoit proche de cette Etoile pendant tout le mois d'Octobre, & que cette Etoile étoit parfaitement ſemblable à la nouvelle Etoile de Caſſiopée.

Quelques perſonnes jugérent qu'elle pouvoit diſputer de grandeur avec Venus lorſqu'elle eſt fort élevée, mais Képler ne fait aucune difficulté d'avouer qu'elle étoit plus petite.

Elle parut conſerver ſa même grandeur pendant tout le mois d'Octobre, avec la seule différence que comme elle entroit dans les rayons du Soleil, & que Jupiter s'en écartoit, elle parut un peu plus petite que cette Planete.

On continua de la voir à Turin jusqu'au 23 de Novembre, qu'elle fut cachée dans les rayons du Soleil.

Le 3 Janvier de l'année 1605, le Ciel s'étant éclairci, après plusieurs jours de mauvais temps, la nouvelle E'toile reparut de nouveau; elle étoit fort étincellante, quoique diminuée de sa première grandeur, elle ne laissoit pas cependant de paroître plus grande que le Cœur du Scorpion, qui étoit plus éloigné qu'elle des rayons du Soleil.

Le 13 Janvier, on la jugea plus grande qu'*Arcturus* & que Saturne, qui étoit près des rayons du Soleil; elle diminua ensuite de plus en plus, car le 20 Mars, elle étoit beaucoup plus petite que Saturne, & ne surpassoit de guére les E'toiles qui sont dans le Genou du Serpentaire.

Le 21 Avril, elle étoit égale à la claire du Genou du Serpentaire, appellée η par Bayer.

Le 12 & le 14 d'Août, on la jugea égale à l'E'toile de la Jambe du Serpentaire, qui lui étoit proche, qu'on estime de la troisiéme grandeur, & plus petite que celle du Genou. Elle ne laissoit pas cependant d'être plus étincellante que les autres E'toiles.

Le 13 Septembre, elle parut plus petite que celle de la Jambe.

Le 8 Octobre, il fut très-difficile de l'appercevoir, à cause qu'elle s'approchoit des rayons du Soleil.

Le 26 Janvier de l'année 1606, on ne put appercevoir cette E'toile, ni celle qui est dans la Jambe du Serpentaire, à cause du Crépuscule du matin, & le 6 Février, Képler fut dans l'incertitude, s'il l'avoit apperçûë; de sorte qu'on ne pût pas déterminer quel jour elle cessa de paroître, entre le mois d'Octobre de l'année 1605, & le mois de Février de l'année 1606, ayant été pendant tout ce temps-là dans la lumiére du Crépuscule, ou dans les rayons de la Lune, ou couverte par les nuages.

Ce qui est certain, est qu'au mois de Mars, on ne vit aucun vestige de cette E'toile dans l'endroit où elle étoit située.

Il est à remarquer que pendant toute sa durée, elle se trouva en Conjonction avec toutes les Planetes qui passerent fort près d'elle.

Elle

Elle étoit dans les commencements, preſque jointe à Jupiter & à Mars. Le 25 Octobre, la Lune paſſa au deſſus d'elle, de même que tous les mois ſuivants.

Le Soleil arriva au même degré du Zodiaque le 10 Décembre des années 1604 & 1605.

Saturne paſſa tant ſoit peu au deſſous le 11 Décembre 1604.

Mercure la joignit le 13 Décembre de la même année, & le 17 Décembre de l'année ſuivante.

En dernier lieu, Venus paſſa au deſſus de cette Etoile le 21 Janvier 1605, & y retourna le 12 Novembre, avec la différence qu'elle paſſa au deſſous.

Par la comparaiſon de pluſieurs obſervations de cette Etoile, faites par divers Aſtronomes, pour déterminer ſa ſituation, Képler trouve que ſa longitude étoit à $17^d\ 40'$ du Sagittaire, ſa latitude ſeptentrionale de $1^d\ 56'$, ſon aſcenſion droite de $256^d\ 47'$, & ſa déclinaiſon auſtrale de $21^d\ 1'\ 30''$.

Il n'y reconnut aucun mouvement propre, & ne lui trouva aucune parallaxe ſenſible, ce qui lui fit juger qu'elle étoit non-ſeulement au deſſus de la Lune, mais même au de-là de toutes les Planetes, & dans la région des Etoiles fixes.

Ce ſentiment, qui a été ſuivi de la plûpart des Aſtronomes de ce temps-là, a été combattu par Scipio Claramontius, qui, ayant calculé le lieu de cette Etoile par les obſervations qui en avoient été rapportées, trouva de ſi grandes différences dans ſa longitude & ſa latitude, déterminées ſuivant ces diverſes obſervations, qu'il jugea qu'on pouvoit aiſément les attribuer à quelque parallaxe plus grande que celle qu'on obſerve dans la Lune.

On pourroit adjoûter à cela, que quelques Aſtronomes ont jugé que cette Etoile avoit quelque mouvement propre, & entre autres Blaew, dans ſon Globe céleſte, qui lui a attribué par ſes propres obſervations, un mouvement de deux ou trois degrés, ſuivant la ſuite des Signes. Cependant, comme Képler, avec la plûpart des Aſtronomes de ce temps-là, aſſûre qu'elle a toûjours gardé la même ſituation à l'égard des Etoiles fixes qui l'environnoient, dont il donne la deſcription exacte, il y a tout lieu de croire que les différences que l'on a trouvées dans ſa ſituation, viennent du peu d'exactitude des obſervations qu'on en a faites,

& qu'elle n'a eu effectivement ni mouvement, ni parallaxe sensible.

Avant la découverte de cette Etoile du Serpentaire, David Fabricius en apperçut une nouvelle dans le Col de la Baleine le 13 Août de l'année 1596, elle lui parut alors de la troisiéme grandeur, & il trouva qu'elle étoit à $25^d\ 45'$ du Belier, avec une latitude australe de $15^d\ 54'$; elle disparut ensuite après le mois d'Octobre de la même année.

Bayer, dans ses Cartes du Ciel, imprimées en 1603, la marque par la lettre o, comme une Etoile de la quatriéme grandeur, parce qu'apparemment il avoit fait la description de cette Constellation dans le temps qu'elle étoit visible.

Cependant elle fut regardée comme toute nouvelle en 1637, par Phocylides Holwarda, qui n'avoit peut-être pas de connoissance de la description de Bayer. Il la vit reparoître neuf mois après l'avoir perduë, & depuis ce temps-là, on a remarqué qu'elle avoit tous les ans une période assés reglée; à la réserve que depuis le mois d'Octobre de l'année 1672, jusqu'au 23 Décembre 1676, elle n'a pû être apperçûë par Hevelius.

Bouillaud, dans un Traité imprimé à Paris en 1667, ayant comparé ensemble les observations qui en avoient été faites depuis l'année 1638, jusqu'en 1666, détermine la période du retour de cette Etoile à sa plus grande clarté, de 333 jours. Il trouve aussi que l'intervalle qui est entre le temps où elle commence à paroître de la sixiéme grandeur, & celui où elle cesse de paroître, est d'environ quatre mois ou 120 jours : qu'elle reste dans sa plus grande clarté environ 15 jours : que depuis le temps qu'on a commencé à la voir de la sixiéme grandeur, jusqu'à ce qu'elle arrive à la quatriéme grandeur, elle augmente avec plus de vîtesse que depuis la quatriéme jusqu'à la troisiéme grandeur; & qu'elle est ensuite beaucoup plus de temps à arriver à la seconde grandeur.

Pour rendre raison de ce phénomene, il suppose que cette Etoile est un globe, dont la plus grande partie de la surface est obscure, & l'autre partie est lumineuse : que ce globe a un mouvement propre autour de son axe, & présente à la Terre tantôt sa partie claire, & tantôt sa partie obscure, ce qui cause la vicissitude de ces apparences.

Cette opinion qu'on lui attribuë ordinairement, avoit été avancée avant lui par le P. Riccioli, au ſecond Tome de ſon Almageſte, *(p. 176)* imprimé en 1651, où, pour rendre raiſon des Etoiles qui paroiſſent & diſparoiſſent, il dit que ſon ſentiment eſt, que les Etoiles nouvelles ont été créées dans le Ciel dès le commencement du Monde; mais que parmi elles, il s'en trouve quelques-unes qui ne ſont pas lumineuſes dans toute leur étenduë : Qu'il y a, par exemple, une moitié de leur globe lumineuſe, & une moitié obſcure, & que lorſqu'il plaît à Dieu de faire paroître aux Hommes quelque ſigne extraordinaire, il leur expoſe la partie éclairée qui étoit oppoſée à la Terre, en la faiſant tourner ſubitement par le moyen de quelque intelligence, ou par quelque faculté attribuée à cette Etoile; après quoi, par une ſemblable révolution, elle ſe dérobe tout d'un coup aux yeux, ou elle diminuë peu à peu, de même que la Lune dans ſon décours.

Ces deux opinions ne différent entr'elles, qu'en ce que Bouillaud attribuë à l'Etoile de la Baleine, une période reglée autour de ſon axe, au lieu que le P. Riccioli juge que ces révolutions ſe font par quelque volonté particuliére de Dieu, dont il croyoit avoir beſoin pour expliquer les apparences de l'Etoile nouvelle de Caſſiopée, & de celle du Serpentaire, qui parurent tout d'un coup dans leur plus grande clarté. Il auroit pû ſuppoſer avec plus de vraiſemblance, que ces Etoiles ont eu une période de leur accroiſſement, ſemblable à celle de leur diminution, mais qu'elles n'ont été apperçûës que lorſqu'elles ont été diſtinguées des autres Etoiles en les ſurpaſſant de grandeur.

Quelque vraiſemblable que ſoit l'opinion de Bouillaud, ſur la cauſe des apparences de l'Etoile du Col de la Baleine, il paroît qu'une révolution ſimple de cette Etoile autour de ſon axe n'eſt pas ſuffiſante pour expliquer les variations qu'on y apperçoit. Car premiérement, elle n'arrive pas toutes les années à la même grandeur apparente, puiſqu'on la voit quelquefois ſurpaſſer les Etoiles de la ſeconde grandeur, & qu'en d'autres révolutions elle ne paroît pas égaler celles de la troiſiéme.

En ſecond lieu, le temps qu'elle employe à paroître, n'eſt pas toûjours de la même durée; puiſque dans quelques années, elle n'eſt viſible que pendant trois mois, & en d'autres elle paroît pendant plus de quatre mois.

En troisiéme lieu, elle n'employe pas toûjours un temps égal depuis qu'elle a commencé à paroître jusqu'à sa plus grande clarté, ni depuis sa plus grande clarté jusqu'à ce qu'elle cesse de paroître; mais tantôt elle augmente plus vîte qu'elle ne diminuë, & tantôt il lui arrive tout le contraire.

En quatriéme & dernier lieu, elle a été, au rapport d'Hevelius, quatre années entiéres sans paroître, depuis le mois d'Octobre de l'année 1672, jusqu'au mois de Décembre de l'année 1676.

On expliqueroit donc mieux ces variations, & plusieurs autres, en attribuant un mouvement particulier aux Poles de la révolution de cet Astre autour de son axe, qui feroit paroître la durée de son apparition tantôt plus grande, tantôt plus petite, suivant la diverse position de ces Poles par rapport à la partie lumineuse de cette E'toile, qu'elle nous présenteroit sous divers aspects.

Pour déterminer la période de ses apparences, nous avons comparé ensemble les premiéres observations qui en ont été faites en 1596, avec celles qui ont été faites dans la suite; & nous avons trouvé que depuis le 13 Août 1596, jusqu'au 1.er Janvier 1678, temps auquel cette E'toile a paru dans sa plus grande clarté, il y a 81 années 4 mois & 18 jours, ou 29725 jours, qui, partagés par 89, donnent chacune de ses révolutions, de 334 jours, au lieu de 333 jours que Bouillaud l'a déterminée.

On l'a jugée aussi au commencement d'Août de l'année 1703, de la troisiéme grandeur, de même qu'elle avoit été observée le 13 Août de l'année 1596, par David Fabricius.

Dans cet intervalle, il y a un nombre complet de 107 années, dont 24 sont bissextiles, ce qui fait en tout 39080 jours, qui, étant partagés par 117, donnent chaque révolution, assés exactement, de 334 jours.

Cette révolution peut passer pour moyenne entre toutes celles qu'on a observées, car il faut avouer que par la comparaison de toutes les observations qui en ont été faites, la période de son retour est tantôt plus grande, tantôt plus petite de 3 à 4 jours.

Depuis l'E'toile de la Baleine, on en a découvert trois autres changeantes dans la Constellation du Cygne.

La premiére fut apperçûë par Képler en 1600, à la racine du Col du Cygne, proche de celle qui est dans la Poitrine, appellée γ par Bayer.

Elle ne ſe trouve point dans le Catalogue des Etoiles fixes de Tycho, quoiqu'il ait remarqué pluſieurs Etoiles qui en ſont proches, & qui paroiſſent même plus petites qu'elle.

Bayer la regarde comme une Etoile nouvelle, il la marque de la troiſiéme grandeur, & dit qu'elle n'a point changé de ſituation; elle étoit à 16^d 18$'$ d'*Aquarius*, avec une latitude ſeptentrionale de 55^d 32$'$, ſon aſcenſion droite étant de 300^d 45$'$ 30$''$, & ſa déclinaiſon ſeptentrionale de 36^d 52$'$ 30$''$.

Guillaume Janſon prétend auſſi qu'elle eſt nouvelle, & qu'il l'apperçut le premier, l'an 1600.

Ce qu'il y a de ſingulier, eſt que pendant 19 années qu'elle fut obſervée par Képler, elle parut toûjours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait ſi grande que celle qui lui eſt proche dans la Poitrine du Cygne, & jamais ſi petite que celle qui eſt dans le Bec.

Elle paroiſſoit encore, au témoignage de Liceti, en 1621; elle diminua enſuite juſqu'à ce qu'elle ſe perdit de vûë.

Elle fut obſervée de nouveau en 1655, par mon Pere.

Elle augmenta pendant cinq années, juſqu'à ce qu'elle vint à égaler les Etoiles de la troiſiéme grandeur, & diminua enſuite.

Elle reparut, au rapport d'Hevelius, au mois de Novembre 1665. Elle étoit encore fort petite en 1666. Elle augmenta enſuite, ſans jamais arriver à la troiſiéme grandeur, puiſque en 1677 & 1682, elle n'étoit encore que comme une Etoile de la ſixiéme grandeur.

On voyoit le 24 Juin 1715, en *P*, dans l'endroit où elle eſt marquée par Bayer, une Etoile de la ſixiéme grandeur, égale aux trois qui ſont près de celle de la Poitrine du Cygne, nommée *b* par Bayer, préciſément en ligne droite avec l'Etoile γ de la Poitrine, & la plus proche de ces Etoiles.

La ſeconde Etoile changeante, fut découverte le 20 Juin de l'an 1670, par le P. Anthelme, Chartreux, proche de la Tête du Cygne du côté de la Flêche; elle étoit égale aux Etoiles de la troiſiéme grandeur, & après avoir paru pendant trois mois, elle diminua peu à peu, & ſe perdit entiérement.

Cette Etoile ne ſe trouve point dans aucun Catalogue ancien d'Etoiles fixes, quoique pluſieurs Etoiles voiſines qui ſont beaucoup plus petites, y ſoient exactement marquées.

On s'apperçut dès le commencement de Juillet, qu'elle commençoit à diminuer. Elle paroissoit encore le 3 Juillet de la troisiéme grandeur, mais sa lumiére étoit sensiblement affoiblie. La nuit du 11 du même mois, elle paroissoit à peine de la quatriéme grandeur. Elle n'étoit plus le 10 Août que de la cinquiéme grandeur, & elle a toûjours diminué depuis ce temps-là, de maniére qu'on l'a perduë enfin de vûë.

Supposant l'obliquité de l'E'cliptique de $23^d\ 30'$, la longitude de cette E'toile, étoit, suivant l'observation de M. Picard, à $1^d\ 55'$ du Verseau, sa latitude boréale de $47^d\ 28'$, son ascension droite de $293^d\ 33'$, & sa déclinaison boréale de $26^d\ 33'$.

Elle passoit par le Méridien $16'\ 44''$ après l'E'toile du Bec du Cygne, & 27 secondes avant la Luisante de l'Aigle.

Cette E'toile, après avoir disparu, a été plus de 6 mois sans pouvoir être apperçûë, & on ne pût la découvrir que le 17 Mars de l'année 1671, que le P. Anthelme la découvrit au lieu où elle étoit l'année précédente, & la jugea de la quatriéme grandeur.

Elle parut à mon Pere, le 3 Avril, plus grande que les deux E'toiles de la troisiéme grandeur, qui sont au bas de la Constellation de la Lyre, mais un peu plus petite que celle du Bec du Cygne. Il la jugea le lendemain 4 du même mois, presque aussi grande, & beaucoup plus brillante que celle du Bec du Cygne. Elle lui parut un peu diminuée le 9, & presque égale à la plus grande des deux E'toiles qui sont au bas de la Lyre.

Le 12, elle étoit égale à la plus petite de ces deux E'toiles, mais le 15, il s'apperçut qu'elle croissoit, & qu'elle égaloit pour la seconde fois la plus grande de ces deux E'toiles.

Depuis le 16 jusqu'au 27, on la vit de différentes grandeurs, tantôt égale à la plus grande de ces deux E'toiles, tantôt plus petite, & quelquefois moyenne entre les deux.

Le 27 & le 28 du même mois d'Avril, elle étoit devenuë aussi grande que l'E'toile du Bec du Cygne, & elle parut plus grande depuis le 30 jusqu'au 6 Mai.

Le 15, elle étoit plus petite que cette E'toile. Le 16, elle étoit moyenne entre les deux, & depuis ce temps-là elle a toûjours diminué, jusqu'au 17 Août, qu'Hevelius eut de la peine à l'appercevoir à la vûë simple.

Ainſi cette Etoile a été deux fois dans ſa plus grande ſplendeur, la premiére le 4 Avril, & la ſeconde au commencement de Mai 1671, ce qu'on ne ſçait point être jamais arrivé à aucune Etoile.

Par la comparaiſon des obſervations de ces deux années, il paroiſſoit d'abord qu'elle employoit environ 10 mois à revenir à la même phaſe, de ſorte qu'on auroit dû la voir au mois de Février de l'année 1672; cependant on n'a pû l'appercevoir, au rapport d'Hevelius, que le 29 Mars de la même année, lorſqu'elle n'étoit encore que de la ſixiéme grandeur, & elle n'a plus paru depuis, ce qui a fait connoître qu'il y a des changements phyſiques dans l'apparence de ces ſortes d'Etoiles.

La troiſiéme Etoile changeante du Cygne fut découverte par M. Kirkius, qui obſerva en 1686, que l'Etoile de cette Conſtellation marquée χ par Bayer, de la cinquiéme grandeur, augmente & diminuë, de même que celle qui eſt dans le Col de la Baleine.

Ayant comparé le 11 Juillet 1686, les Cartes de Bayer avec le Ciel, il ne put l'appercevoir; mais le 19 Octobre de la même année, l'ayant cherchée de nouveau, elle lui parut égale aux Etoiles de la cinquiéme grandeur. Il la vit enſuite diminuer continuellement, juſqu'au mois de Février de l'année 1687, qu'il ne pût pas même l'appercevoir avec la Lunette.

Il la vit reparoître par une Lunette de 4 pieds, le 6 Août de la même année, mais il ne put la diſtinguer à la vûë ſimple, que le 23 Octobre, & il continua de la voir juſqu'au 4 Février de l'année 1688.

Il eſpéroit de voir ſon retour au mois de Septembre 1688, mais il ne put l'appercevoir avec une Lunette de 8 pieds, que le 20 Octobre.

Elle fut dans ſa plus grande clarté aux mois de Décembre 1688 & Janvier 1689, elle diminua enſuite juſqu'au 13 Avril, qu'on la vit pour la derniére fois avec une Lunette de 8 pieds.

En 1692, M. Maraldi n'y put appercevoir aucun changement; mais au mois de Juillet 1694, il ne reſta aucun veſtige de cette Etoile, juſqu'au 15 de ce mois, qu'on commença à l'appercevoir. Il trouva ſa hauteur méridienne de $73^{d}\ 21'\ 30''$.

Ayant cherché cette Etoile à la fin du mois d'Août de la même année, il ne pût pas la diſtinguer, de ſorte qu'elle diſparut dans l'intervalle qui est entre le 15 Juillet & la fin d'Août. Elle ne reparut ensuite que le 30 Juillet de l'année 1695, elle étoit alors si petite, qu'à peine on pouvoit l'appercevoir à la vûë simple; mais peu de temps après sa lumiére augmenta, car le 2 Août, elle paroissoit de la sixiéme grandeur. Le 12, elle égaloit celles de la cinquiéme, & elle augmenta un peu jusqu'au 30. Le 9 de Septembre, elle parut un peu plus petite, & diminua ensuite peu à peu, de sorte que vers le 16 d'Octobre, on la perdit entiérement de vûë.

Il paroît par ces observations, que cette Etoile est arrivée à sa plus grande clarté le 31 Août 1695, & comparant ces apparences avec celles qui ont été observées par M. Kirkius, on trouve que la période de ses variations est d'environ 13 mois & un tiers, ou 405 jours, quoique sujette à des changements physiques, puisqu'elle a été presque invisible pendant les années 1699, 1700 & 1701, même dans les temps que par les observations des années précédentes & suivantes, elle devoit être dans sa plus grande clarté.

Parmi les observations que l'on a faites dans la suite, de cette Etoile, on a remarqué que le 12 Mai 1712, elle paroissoit égale à l'Etoile φ du Cygne.

Le 9 Juin, on la jugea égale à l'Etoile informe qui lui est proche, mais le 16 du même mois, elle parut plus petite.

Le 24 Juin de l'année 1715, on n'en voyoit aucun vestige, mais le 25 Août suivant, je la jugeai égale à l'Etoile informe qui lui est proche, formant un triangle isoscele avec cette Etoile & une autre très-petite, qu'on ne distingue que dans les nuits les plus sereines.

En comparant cette derniére observation avec celle du 31 Août 1695, on voit que dans cet intervalle, qui est de près de 20 années, il y a eu 18 révolutions, chacune de 405 jours, conformément à celle qui avoit été déterminée par les premiéres observations comparées à celles de 1695; & qu'ainsi le temps de son apparition répond assés exactement à celui de la période qui avoit été établie par M. Maraldi, quoique dans les différentes révolutions de cette Etoile, on ait remarqué de grandes variations par rapport à sa grandeur apparente.

Outre ces Etoiles dont on vient de faire le rapport, mon Pere en a en a découvert plusieurs autres plus petites, qu'on présume être nouvelles.

Par exemple, il en a observé une de la quatriéme grandeur, & deux de la cinquiéme dans la Constellation de Cassiopée, où il est certain qu'elles ne se voyoient pas auparavant, n'y ayant aucun Astronome qui en ait fait mention, quoiqu'il y en ait eu plusieurs qui ayent exactement compté jusqu'aux plus petites Etoiles de cette Constellation.

En 1671, il trouva cinq nouvelles Etoiles dans la Cassiopée, dont trois avoient ensuite disparu.

Il découvrit aussi vers le commencement de la Constellation de l'Eridan, deux Etoiles, l'une de la quatriéme, & l'autre de la cinquiéme grandeur, quoiqu'on soit assûré qu'elles n'y étoient point sur la fin de l'an 1664, parce que cet endroit du Ciel par où passa la Comete, qu'on vit alors paroître, fut observé avec soin par plusieurs Astronomes, qui ne remarquérent point ces deux Etoiles, quoiqu'ils en ayent apperçû beaucoup d'autres petites, qu'on a continué de voir depuis ce temps-là.

Il en a distingué quatre de la cinquiéme ou sixiéme grandeur, vers le Pole Arctique, que les Astronomes qui ont souvent les yeux arrêtés sur cet endroit du Ciel, auroient, sans doute, apperçûës, si elles y avoient paru auparavant.

Il a aussi remarqué que l'Etoile que Bayer place auprès de celle qu'il nomme ε dans la Constellation de la petite Ourse, ne paroissoit plus : Que celle qui est marquée *A* dans Andromede, avoit aussi disparu, & a paru de nouveau en 1695 : Qu'au lieu de celle qui est marquée υ au Genou de la même Constellation, il y en a deux autres plus boréales, & que l'Etoile ξ est fort diminuée de grandeur : Que l'Etoile que Tycho place à l'extrémité de la Chaîne d'Andromede, comme étant de la quatriéme grandeur, étoit si petite qu'on avoit de la peine à l'appercevoir, & que celle qui, dans son Catalogue, est la vingtiéme de la Constellation des Poissons, ne se voyoit plus, à moins qu'on ne se fut imaginé qu'elle fût descenduë de plus de quatre degrés, au lieu marqué o dans la figure de Bayer.

Depuis ces observations, M. Maraldi a remarqué plusieurs changements dans les apparences des Etoiles fixes.

L'Etoile κ qui est dans la Jambe gauche du Sagittaire, & est marquée par Bayer de la troisiéme grandeur, ne parut en 1671 que de la sixiéme. M. Halley la trouva en 1676 de la troisiéme grandeur; à peine pût-il la distinguer en 1692; mais en 1693 & 1694, il l'apperçut de la quatriéme grandeur.

Il trouva aussi dans la même Constellation, plusieurs autres Etoiles, dont la grandeur apparente est fort différente de celle qui est marquée dans les Cartes du Ciel, telle que l'Etoile du Bras droit du Sagittaire, que M. Halley marque de la troisiéme grandeur, & qui est beaucoup diminuée. Celle qui étoit dans sa Cuisse, & qui est désignée par θ dans Bayer, avoit disparu. M. Maraldi a commencé à la voir en 1699, de la sixiéme grandeur, & elle lui parut en 1709, composée de deux Etoiles éloignées entr'elles de 35 minutes en latitude.

On a remarqué la même variation dans la Queuë du Serpent, désignée par la lettre θ, que Tycho & Bayer ont trouvée de la troisiéme grandeur, que Montanari a jugé de la cinquiéme, & qui est augmentée les années suivantes.

On a trouvé aussi dans le Serpentaire, quelques Etoiles dont la grandeur apparente a varié, & qui ont même disparu entiérement, comme celle qui étoit dans le Pied précédent de cette Constellation, marquée ρ par Bayer, qui n'a pas paru depuis le temps de Montanari jusqu'en 1695.

L'Etoile ♃ de la Constellation du Lion fut apperçûë en 1667, par Montanari, quoiqu'elle eût entiérement disparu auparavant. M. Maraldi l'a vûë en 1691, mais très-petite.

L'Etoile ξ de cette même Constellation, que Tycho & Bayer avoient marquée de la quatriéme grandeur, paroissoit à peine en 1693.

L'Etoile *i* de la sixiéme grandeur, qui est dans la Poitrine du Lion, n'étoit plus visible en 1709, mais on appercevoit aux environs, huit autres Etoiles qui ne sont point marquées dans les Catalogues, ni dans les Cartes célestes.

L'Etoile de Méduse, marquée β par Bayer, a été trouvée par Montanari, de différentes grandeurs en diverses années. M. Maraldi n'y pût appercevoir presque aucun changement en 1693, mais en 1694, elle augmenta & diminua considérablement, ayant paru en certains temps, de la ſeconde grandeur, & dans d'autres, de la troiſiéme & de la quatriéme.

L'Etoile γ qui eſt à l'Oreille droite du grand Chien, a été marquée par Tycho & par Bayer, de la troiſiéme grandeur. Suivant les obſervations de Montanari faites en 1670, elle n'étoit plus viſible; mais en 1692 & 1693, elle paroiſſoit comme une Etoile de la quatriéme grandeur.

Ce même Aſtronome apperçut dans le grand Chien, quatre nouvelles Etoiles, qui ne ſe trouvent point dans le Catalogue de Bayer. Il reconnut auſſi en 1695, que les Etoiles β & γ de la ſeconde grandeur, dans la Conſtellation du Navire, avoient diſparu.

En 1704, M. Maraldi découvrit une nouvelle Etoile dans la Conſtellation de l'Hydre, en ligne droite avec les deux derniéres de la Queuë, marquées π & γ par Bayer, autant éloignée vers l'Orient, de la derniére π, que celle-ci l'eſt de l'antepénultiéme ♃.

Cette Etoile ayant été décrite en 1670, dans des remarques manuſcrites de Montanari, qui lui avoient été communiquées par M. Bianchini, M. Maraldi ne put en appercevoir aucun veſtige au mois d'Avril 1702; mais ayant conſidéré depuis ce temps-là l'endroit du Ciel où elle avoit paru, dans l'eſpérance qu'elle pourroit dans la ſuite ſe rendre de nouveau viſible, il l'apperçut pour la premiére fois au commencement du mois de Mars de l'année 1704, dans la ſituation où elle avoit été marquée 34 ans auparavant par Montanari. Elle lui parut égale aux Etoiles de la quatriéme grandeur, & plus belle que l'antepénultiéme de l'Hydre, marquée ♃ par Bayer. Elle continua de paroître à peu-près de la même grandeur, juſqu'au commencement du mois ſuivant. On la vit enſuite diminuer peu à peu, juſqu'à la fin de Mai, qu'on la perdit entiérement à la vûë ſimple. On ne laiſſa pas de l'appercevoir encore par la Lunette pendant un mois entier, après lequel elle diſparut entiérement.

On ne pût enſuite la voir que vers la fin de Novembre de l'année 1705, lorſque cette partie du Ciel commençoit à ſortir des rayons du Soleil; elle étoit fort foible, & diminua enſuite juſqu'à la fin de Février 1706, qu'on avoit de la peine à la diſtinguer, même avec la Lunette.

Depuis ce temps-là, on ne l'a vû reparoître que le 18 Avril 1708, lorſqu'elle étoit plus grande que les E'toiles de la ſixiéme grandeur. Elle augmenta enſuite juſqu'au 11 Mai ſuivant, qu'elle égala l'antepénultiéme de l'Hydre. Elle parut encore plus grande le 16 & le 20 du même mois. Mais le 5 Juin, après pluſieurs jours de temps couvert & de clair de Lune, on reconnut qu'elle étoit plus petite, & elle continua à diminuer les jours ſuivants; mais à cauſe du crépuſcule du ſoir, qui effaçoit toutes les E'toiles voiſines, on fut obligé de l'obſerver par la Lunette, juſqu'à la fin de Juin, où elle paroiſſoit encore égale à la plus claire des deux E'toiles qui compoſent l'antepénultiéme de l'Hydre, ce qui fit juger qu'on l'auroit encore apperçûë pendant quelque temps, ſi elle ne s'étoit pas trouvée dans les vapeurs qui ſont près de l'horiſon.

Le 23 Novembre 1709, elle reparut de nouveau, de la même grandeur que l'antepénultiéme de l'Hydre. Elle étoit le 6 Décembre égale à celle qui en eſt proche, laquelle n'eſt viſible qu'à la Lunette.

Le 7 Février 1710, elle étoit ſi petite, qu'on avoit de la peine à la voir par la Lunette.

Le 24 Mai de l'année 1712, cette E'toile reparut pour la cinquiéme fois, elle étoit un peu plus petite que l'antepénultiéme de l'Hydre. On la jugea le 9 Juin, égale à l'E'toile informe qui lui eſt proche, & on ne laiſſa pas de la diſtinguer aiſément, nonobſtant le clair de la Lune. Elle parut un peu plus petite le 16 Juin, & ſe perdit enfin de vûë.

Outre les variations que nous venons de rapporter dans l'apparition des E'toiles, M. Maraldi en a remarqué diverſes autres dans les Mémoires de l'Académie de 1709.

La plus méridionale des deux E'toiles marquées par Bayer au deſſous de la Main Auſtrale de la Vierge, qui étoit de la ſixiéme grandeur, ne s'appercevoit plus, & on ne voyoit que la plus ſeptentrionale, qui eſt marquée de la cinquiéme grandeur, & qui étoit reſtée dans le même état.

On ne diſtinguoit plus auſſi une E'toile de la ſixiéme grandeur, décrite par le P. Riccioli, qui l'avoit placée dans la Cuiſſe boréale de la Vierge, & qui n'avoit pas été marquée par Bayer.

On ne voyoit plus depuis quelques années, aucun veſtige de l'E'toile de la ſixiéme grandeur, que Bayer avoit marquée dans la Balance occidentale, à $10^d \frac{1}{2}$ du Scorpion, avec une latitude ſeptentrionale de 3 degrés.

Tycho & Bayer avoient trouvé une Etoile de la quatriéme grandeur, dans le Baſſin oriental de la Balance. Hevelius ne la marque point, & dit qu'elle avoit diſparu; cependant on la voyoit depuis près de 15 ans, moindre à la verité que Tycho & Bayer ne l'avoient trouvée, mais plus belle que les deux prochaines que Hevelius marque un degré & demi plus à l'Occident.

L'Etoile de la quatriéme grandeur, que mon Pere avoit découverte proche de la Conſtellation du Lievre, paroiſſoit dans le même état en 1709.

Enfin, M. Halley & mon Pere avoient obſervé que l'Etoile de la troiſiéme grandeur, qui eſt dans la Cuiſſe poſtérieure, avoit diſparu. Quoiqu'on l'eût cherchée depuis ce temps-là pluſieurs fois, on ne la pût appercevoir qu'en 1699, qu'elle paroiſſoit à la vûë ſimple, de la ſixiéme grandeur; on la voyoit avec une Lunette, compoſée de deux Etoiles éloignées entr'elles de 35 minutes en latitude.

CHAPITRE VII.

Des Etoiles Nébuleuſes.

IL y a des Etoiles nébuleuſes qui paroiſſent à la vûë ſimple, de même que la voye de lait, former une eſpece de blancheur ou nébuloſité, & qui ſont compoſées de pluſieurs petites Etoiles près l'une de l'autre, qu'on diſtingue par le ſecours des Lunettes, & d'autres dont la Lunette ne fait qu'augmenter la grandeur, ſans qu'on y apperçoive un grand nombre de petites Etoiles.

Telle eſt la nébuleuſe d'Andromede, qui fut obſervée en 1612, par Simon Marius; elle eſt ſituée près de l'Etoile la plus boréale de la ceinture d'Andromede, appellée ν par Bayer. Elle lui parut, à la vûë ſimple, comme un petit nuage, mais par la Lunette, il y apperçut des rayons blancs qui étoient plus clairs plus ils s'approchoient du centre. Son diametre occupoit environ un quart de degré, & elle étoit fort ſemblable à la Comete que Tycho obſerva en 1586.

Il n'ose pas assûrer si elle étoit nouvelle ou non, quoiqu'il soit surpris qu'elle n'ait point été remarquée par Tycho, qui avoit déterminé la situation de l'Etoile boréale de la ceinture d'Andromede.

Bouillaud l'observa de nouveau en 1664, & jugea qu'il y arrive des changements qui la font paroître & disparoître. Son sentiment est appuyé sur ce qu'il a trouvé qu'elle étoit représentée dans des figures des Constellations décrites vers l'an 1500 : Qu'elle n'a pas été apperçûë par Tycho, ni représentée par Bayer dans son Uranométrie : Qu'elle a été observée en 1612, par Simon Marius : Que depuis ce temps-là jusqu'en 1664, elle n'a été remarquée par aucun Astronome : Et qu'en 1666, temps auquel il écrivoit, elle étoit diminuée de clarté. Quoi qu'il en soit, il est certain que depuis 1664, jusqu'à présent, elle a toûjours été observée, sans avoir jamais cessé de paroître. Sa figure est à peu-près triangulaire.

Il y a aussi une Etoile nébuleuse dans l'Epée d'Orion, qui a été découverte par M. Huygens en 1656, & qui, vûë par la Lunette, paroît en forme de parallelogramme fort irrégulier, où l'on distingue quelques petites Etoiles, qui ne sont point cependant en assés grand nombre pour produire toute la clarté qu'on y apperçoit.

On remarque aussi près de la Tête du Sagittaire, une Etoile nébuleuse, qui, au rapport de Kirkius, fut observée par Abraham Ihle le 26 Août 1665. Il avouë cependant qu'il a reconnu depuis qu'elle avoit été remarquée long-temps auparavant par Hevelius.

La quatriéme Etoile nébuleuse a été apperçûë par Kirkius en 1681, proche du pied boréal de Ganimede. Sa figure étoit peu différente de la Comete de 1680, vûë le 4 Mai. On ne pouvoit point la distinguer à la vûë simple, mais on la voyoit par le moyen d'une Lunette de 4 pieds, entre diverses Etoiles informes qui sont près de cette Constellation.

L'apparence de ces Etoiles nébuleuses, vûës par la Lunette, étant à peu-près la même que celle des autres nébuleuses à la vûë simple, on peut conjecturer qu'elles sont formées par un grand nombre d'Etoiles extrêmement petites, & fort près l'une de l'autre, lesquelles ne se peuvent pas distinguer séparément par nos plus excellentes Lunettes, mais dont la lumiére étant réunie, forme cette apparence de figure irréguliére, & de couleur blancheâtre.

A l'égard des Etoiles nébuleuſes de la premiére eſpece, il n'y a aucun doute que leurs apparences ne ſoient cauſées par le grand nombre d'Etoiles qu'on y découvre par le ſecours des Lunettes.

On peut mettre au nombre de ces Etoiles, celle qui eſt dans l'Ecreviſſe, dans la Tête du Sagittaire, & une autre que mon Pere a découverte dans l'eſpace qui eſt entre le grand Chien & le petit Chien, qui eſt une des plus belles qu'on voye par la Lunette.

LIVRE SECOND.

DU SOLEIL.

QUELQUE ſituation que l'on attribuë au Soleil, par rapport à l'Univers, il eſt conſtant que de tous les Corps céleſtes, c'eſt celui qui nous intéreſſe le plus. Non-ſeulement il eſt le principe de preſque toute la lumiére qui nous éclaire, mais il forme les jours, les ſaiſons & les années. Il anime tout ce qui végéte ſur la Terre, & ſa chaleur eſt néceſſaire pour notre conſervation.

Le Soleil, ſuivant les Syſtemes de Ptolemée & de Tycho-Brahé, fait, comme nous l'avons expliqué ci-devant, ſa révolution autour de la Terre, & eſt la principale des Planetes, conformément à l'idée commune que nous en avons. Mais ſuivant Copernic, le Soleil n'eſt point une Planete, mot dérivé du grec, qui ſignifie *E'toile errante ;* il eſt placé au centre du Monde, & c'eſt autour de lui que les Planetes, au nombre deſquelles on comprend la Terre, font leurs révolutions.

Dans quelque hypotheſe que l'on ſuive, il eſt néceſſaire d'avouer que le Soleil eſt un Corps ſphérique lumineux, qui répand ſa lumiére tout autour de lui à une aſſés grande diſtance pour éclairer la Terre, & toutes les E'toiles qu'on appelle *Planetes.* Car pour ce qui eſt des E'toiles fixes, nous avons remarqué ci-deſſus qu'elles ne reçoivent point leur lumiére du Soleil, mais qu'elles ſont lumineuſes par elles-mêmes.

Nous laiſſons aux Philoſophes le ſoin de diſcuter de quelle nature eſt ce Corps lumineux : ſi c'eſt un Globe de feu, comme l'ont cru chés les Anciens, Platon, Zenon, Pythagore, Metrodore, &c. & parmi les Modernes, Képler, Kircher, Reita, Scheiner & Riccioli ; ou bien s'il eſt compoſé d'une matiére ſubtile, capable d'exciter la ſenſation de lumiére & de chaleur, comme l'ont

ſoûtenu

ſoûtenu Deſcartes, & quelques autres après lui. Nous nous contenterons de rapporter ici ce que l'on en découvre par le ſecours des Lunettes, & les Phénomenes que l'on apperçoit ſur ſon diſque, ſur leſquels chacun pourra appuyer ſes conjectures.

CHAPITRE I.

Des Taches du Soleil.

On ne peut pas obſerver immédiatement le Soleil à la vûë ſimple dans un temps ſerein, lorſqu'il eſt élevé ſur l'horiſon, à cauſe de ſa grande lumiére qui éblouit nos yeux, & on ne peut le regarder fixement que lorſqu'il eſt près de l'horiſon, ou bien au travers des nuages rares, auquel temps il paroît de figure circulaire. On eſt donc obligé pour l'obſerver dans un temps ſerein, de placer devant l'œil un verre coloré ou noirci par la fumée, qui fait l'effet des nuages rares & des vapeurs. Dans cet état, ſon diſque paroît à la vûë ſimple, d'une couleur uniforme, qui varie ſuivant la différente couleur du verre au travers duquel on le regarde. Il paroît de même avec les plus grandes Lunettes, avec la ſeule différence qu'on y apperçoit quelquefois des Taches que l'on ne peut pas diſtinguer à la vûë ſimple.

Ces Taches ſont pour l'ordinaire noires, environnées d'une nébuloſité brune, qui eſt un peu plus claire dans la partie intérieure adhérente à la noirceur, que dans l'extérieure.

Leur figure eſt irréguliére, & ſujette à divers changements. On en voit ſouvent pluſieurs enſemble qui s'approchent ou s'éloignent les unes des autres, dont la figure varie tous les jours, & dont le nombre augmente & diminuë.

Les Taches du Soleil ne ſont pas permanentes ſur ſa ſurface, mais elles ſe diſſipent après quelque temps, & il en reparoît ſouvent de nouvelles aux endroits où on avoit ceſſé de les appercevoir. On n'en a jamais vû qui ait paru plus long-temps que celle qui fut obſervée au mois de Novembre & de Décembre de l'année 1676, & au mois de Janvier de l'année 1677, qui demeura ſur le diſque du Soleil pendant plus de 70 jours.

Elles furent apperçûës d'abord en 1611, par le P. Scheiner

Jésuite, ou par Galilée qui lui en dispute la découverte. On ne trouvoit alors presque jamais le Soleil sans Taches ; il en avoit souvent plusieurs en même temps, de sorte que le P. Scheiner témoigne d'en avoir compté cinquante tout à la fois.

Elles parurent ensuite plus rarement, de sorte que depuis l'année 1650, jusqu'en l'année 1670, il n'y a pas de mémoire qu'on en ait pu trouver plus d'une ou deux, qui furent observées fort peu de temps.

Depuis ce temps-là, il en a paru quelquefois plusieurs dans la même année. Il y a eu aussi plusieurs années où l'on n'en a point apperçûës ; & depuis le commencement de ce siécle jusqu'à présent, il n'y a point d'années où l'on n'en ait découvert, quoiqu'en nombre fort différent, comme on le peut voir dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, imprimés depuis ce temps-là. Elles sont présentement si fréquentes, qu'il est très-rare d'observer le Soleil, sans y en appercevoir quelques-unes, & même souvent un assés grand nombre à la fois.

Il est manifeste par ce que nous venons de rapporter, qu'il n'y a point de regle certaine de leur formation, ni de leur nombre & de leur figure.

Leur mouvement apparent vû de la Terre, se fait de l'Orient vers l'Occident ; mais si on le considére vû du centre du Soleil, il se fait de l'Occident vers l'Orient, de même que tous les mouvements propres des Corps célestes.

On a d'abord douté si ces Taches étoient plattes & adhérentes au globe du Soleil, ou bien si ç'étoient des Planetes qui fissent leur révolution autour de cet Astre ; mais les apparences qu'on y observe, suffisent pour démontrer qu'elles sont plattes & adhérentes au Soleil, ou du moins qu'elles en sont fort peu éloignées.

On remarque en premier lieu, que les Taches du Soleil sont plus larges proche de son centre, que vers sa circonférence. Elles ont été ainsi représentées dans toutes les figures qui en ont été données au Public, où l'on voit que des Taches qui sont presque rondes vers le milieu du Soleil, paroissent vers les bords si étroites, qu'on ne les distingue que comme un trait fort délié. Or cela seul suffit pour prouver qu'elles sont plattes, & fort près du Soleil, ou placées sur sa surface. Car par les loix de l'Optique, une portion de la surface d'un globe vûë près de son centre, paroît beaucoup plus large que lorsqu'elle est proche de sa circonférence; au lieu qu'un corps épais, détaché de la surface d'un globe, paroît y occuper à peu-près le même espace, soit qu'il soit vû près du centre de ce globe, ou vers sa circonférence.

Soit, par exemple, *ABCDEL (Fig. 13.)* le globe du Soleil, *AB* le diametre horisontal d'une Tache ronde adhérente à ce globe, qui, par son mouvement apparent, soit parvenuë en *DE;* il est évident qu'un Observateur placé sur la Terre en *T,* verra la Tache en *AB* de toute sa largeur, mesurée par l'angle *ATB;* au lieu que lorsque la Tache sera en *DE,* près de la circonférence du disque apparent du Soleil, son diametre horisontal sera un angle peu sensible à l'œil placé en *T,* de sorte qu'on n'appercevra que son diametre vertical, dans la forme d'un trait délié. On verra à peu-près la même apparence, si cette Tache étant près du Soleil, & détachée de sa surface, a une figure platte qui soit conforme à la circonférence du Soleil, de même que des nuages placés dans une Atmosphere.

Il n'en seroit pas de même d'un corps solide, tel que *FG,* qui feroit sa révolution autour du globe du Soleil, lequel nous cacheroit toûjours en apparence à peu-près la même quantité de son disque, soit qu'il répondît au centre, comme lorsqu'il est en *FG,* soit qu'il se trouvât vis-à-vis de la circonférence comme en *HI.*

On peut démontrer en second lieu, que les Taches du Soleil lui sont adhérentes, ou qu'elles en sont fort proche, par la mesure du temps qu'on les apperçoit sur son disque, qui est à peu-près égal à celui qu'elles restent cachées derriére sa surface, ce qui n'arriveroit pas, si elles en étoient éloignées. Car supposant comme ci-dessus, la Tache en *FG,* éloignée de la surface du Soleil, de son demi-diametre, on ne l'appercevra sur le disque du Soleil que pendant qu'elle parcourra la portion *MI* de sa révolution, & elle cessera de paroître dans tout le temps qu'elle décrira l'autre portion *INM,* qui est pour le moins cinq fois aussi grande, comme il est aisé de le démontrer; au lieu que supposant cette Tache en *AB,* adhérente au Soleil, on la verra sur son disque pendant tout le temps qu'elle décrira l'arc *LD,* qui ne différe de la demi-circonférence du globe du Soleil, qui est de 180 degrés, que de la grandeur apparente de ſon diametre, qui, vû de la Terre, eſt d'environ 32 minutes.

On démontre en troiſiéme lieu, que les Taches du Soleil ſont ſur ſa ſurface, ou qu'elles en ſont à une très-petite diſtance, par la meſure du chemin qu'elles décrivent ſur ſon diſque apparent. Car ayant meſuré l'eſpace qu'elles ont parcouru en 24 heures dans les temps qu'elles ſont près du milieu du diſque du Soleil, on remarque qu'elles reviennent aux mêmes endroits, après avoir achevé toute leur révolution dans un intervalle de temps proportionné au chemin qu'elles ont décrit pendant les 24 heures, ce qui n'arriveroit pas ſi les Taches étoient des corps éloignés de la ſurface du Soleil.

Car ſi l'on ſuppoſe qu'une Tache adhérente au Soleil, ſoit parvenuë dans l'intervalle de 24 heures de *A* en *B*, l'eſpace *AB* doit être à toute la circonférence *ACDL*, qui eſt de 360 degrés, comme 24 heures ſont au temps que la Tache a employé à retourner au point *A*; au lieu que ſuppoſant cette Tache dans la circonférence du cercle *MIN*, parvenuë du point *F* au point *G*, qui, vûs de la Terre, répondent aux points *A* & *B*, l'arc *FG* qu'elle a décrit effectivement, a un rapport beaucoup plus petit à tout le cercle *MIN*, que le temps qu'elle a employé à parcourir l'arc *AB*, n'a au temps qu'elle employe à achever toute ſa révolution.

On peut adjoûter à toutes ces raiſons, que le grand nombre de variations que l'on obſerve dans les Taches, leur augmentation & leur diminution, leurs figures irréguliéres, & la nébuloſité dont elles ſont accompagnées, ne ſçauroient convenir à des corps opaques éloignés du Soleil; & qu'ainſi il eſt néceſſaire de conclurre que les Taches du Soleil en ſont fort proche, ou bien qu'elles lui ſont adhérentes.

A l'égard de la nature de ces Taches, & de la maniére dont elles ſe forment ſur le Soleil, il y a eu différents ſentiments.

Les uns ont cru que le Soleil étoit un corps opaque, ayant des éminences & inégalités à peu-près ſemblables à celles de la Terre, leſquelles ſont couvertes par une matiére fluide & lumineuſe qui l'environne de toutes parts : Que ce fluide étant porté en certains endroits plus que dans d'autres, par une cauſe qui a du rapport à celle des Marées, laiſſe quelquefois entrevoir une ou pluſieurs de ces pointes ou rochers, qui forment l'apparence des Taches, autour deſquelles il ſe fait une eſpece d'écume qui repréſente ces nébuloſités : Que ces Taches diſparoiſſent lorſque le fluide les recouvre, & qu'elles paroiſſent de nouveau lorſque ce fluide s'écoule vers un autre endroit ; ce qui explique aſſés bien pourquoi on les voit reparoître ſouvent aux mêmes endroits du diſque du Soleil, après un certain nombre de révolutions.

D'autres ont penſé de même qu'il y avoit au centre du Soleil, une eſpece de noyau ou corps opaque, recouvert entiérement de matiére fluide & lumineuſe : Que dans ce corps opaque, il y avoit des Volcans ſemblables à ceux du Véſuve & du Mont Etna, qui jettent de temps en temps des matiéres bitumineuſes, qui ſont portées ſur la ſurface du Soleil, où elles font l'apparence des Taches, de même que la nouvelle Iſle qui s'eſt formée dans l'Archipel, près de l'Iſle Sentorin, & celle qui a paru depuis vers les Açores : Que cette matiére bitumineuſe eſt altérée par celle dont le Soleil eſt couvert, qui la conſomme peu à peu, & forme les nébuloſités & variations qu'on apperçoit dans les Taches, leſquelles ceſſent de paroître lorſque cette matiére eſt entiérement détruite : Qu'elles reparoiſſent enfin de nouveau aux mêmes endroits du diſque du Soleil lorſque ces Volcans jettent de nouvelles matiéres.

Quelques-uns ont jugé que le Soleil étoit composé d'une matiére fluide, dans laquelle il y avoit cependant quelques corps ſolides & irréguliers, qui, par le grand mouvement de ce fluide, étoient tantôt plongés au dedans de cet Aſtre, & paroiſſoient enſuite ſur ſa ſurface où ils formoient l'apparence des Taches qui varioient de figure ſuivant les ſurfaces irréguliéres que ces corps nous préſentoient.

D'autres enfin, ont ſuppoſé que le Soleil étoit formé par une matiére ſubtile qui eſt dans une continuelle agitation : Que des matiéres hétérogenes & plus groſſiéres qui s'y trouvoient renfermées, s'en ſéparoient par le mouvement rapide de ce fluide, & étoient portées vers la ſurface du Soleil où elles ſe réuniſſoient, à peu-près de même que l'écume qui paroît au deſſus du métal fondu, ou de quelqu'autre matiére qui bouillonne : Que ces écumes étoient agitées par la matiére du Soleil, ce qui les faiſoit paroître ſous les différentes figures que l'on obſerve dans les Taches, où, indépendamment des raiſons d'Optique, on les voit augmenter ou diminuer de grandeur apparente, s'approcher & s'éloigner un peu les unes des autres : Que ces Taches diſparoiſſoient enfin entiérement après avoir été diſſipées par l'agitation continuelle de la matiére ſubtile qui compoſe le Soleil.

CHAPITRE II.

De la Révolution du Soleil autour de ſon Axe.

PAR l'obſervation aſſiduë des Taches dans le Soleil, on a reconnu qu'après avoir parcouru le diſque apparent de cet Aſtre, dans l'eſpace d'environ 13 jours, par un mouvement de l'Orient vers l'Occident, elles paſſoient dans l'hémiſphere du Soleil qui nous eſt caché, où après avoir reſté à peu-près le même eſpace de temps, elles revenoient après l'intervalle de 27 jours & quelques heures, au même lieu où on avoit commencé à les appercevoir.

Ces apparences ont donné lieu de conclurre que les Taches avoient un mouvement reglé ſur la ſurface du Soleil, ou, ce qui eſt le plus vraiſemblable, que c'étoit le Soleil qui avoit un mouvement autour de lui-même, & qu'il entraînoit par ſa révolution, les Taches qui étoient placées ſur ſon diſque, ce qui faiſoit la même apparence que ſi elles euſſent eu un mouvement réel autour de cet Aſtre.

Ce dernier ſentiment eſt confirmé par ce que nous avons fait voir ci-deſſus, qu'elles ſont adhérentes ſur la ſurface du Soleil, ou qu'elles en ſont extrêmement proche, ce qui eſt ſi généralement reçû de tous les Philoſophes modernes, qu'il ſeroit inutile de vouloir en rapporter d'autres preuves.

Pour déterminer le temps que le Soleil employe à faire ſa révolution autour de lui-même, & la direction de ſon Axe par rapport à un point fixe dans le Ciel, il a été neceſſaire de déterminer la ſituation de ces Taches, par rapport aux grands Cercles de la Sphere pendant tout leur cours apparent dans le diſque du Soleil, de même que dans le Ciel on a placé les Etoiles à l'égard de l'Ecliptique & de l'Equateur, & ſur la Terre, les Villes & les différentes Régions par rapport à différents Cercles de la Sphere.

On considérera pour cet effet, que le centre du Soleil & de la Terre étant placés sur le plan de l'Ecliptique, la section de ce plan dans le disque du Soleil, vûë de la Terre, doit paroître par les regles d'Optique, en forme d'une ligne droite ou de diametre, qui passe par le centre du Soleil, & c'est par rapport à cette ligne qui est invariable pendant le cours de l'année, qu'il faut déterminer la situation des Taches dans les différentes observations que l'on en fait.

A l'égard du Parallele que le Soleil paroît décrire par sa révolution journaliére, on sçait qu'il se trouve différemment incliné au plan de l'Ecliptique en divers jours de l'année, & comme c'est par rapport à ce Parallele & au Cercle de déclinaison qui lui est perpendiculaire, que l'on détermine immédiatement sur le disque du Soleil, la situation de ses Taches, comme on le fera voir dans la suite, nous donnerons d'abord la méthode de décrire sur ce disque, la situation des Paralleles par rapport à l'Ecliptique pour tous les jours de l'année, en cette maniére.

PROBLEME I.

Déterminer sur le disque apparent du Soleil, la situation du Parallele qu'il décrit par rapport à l'Ecliptique.

Soit décrit à volonté un Cercle *ADBE* (*Fig. 14.*) qui représente le disque du Soleil exposé à nos yeux, que l'on nomme *inférieur*, par rapport à celui qui nous est caché, qui est le supérieur; & soit mené par le centre *C* de ce disque, le diametre *ACB*, qui représente la section du plan de l'Ecliptique, sur lequel on élevera le diametre perpendiculaire *DC*.

Lorsque le Soleil est dans les Solstices, le point *D* représentera le Pole de l'Ecliptique, & le diametre *AB* le Parallele que le centre du Soleil décrit par son mouvement journalier.

Lorsque le Soleil est dans les Equinoxes, on prendra sur le cercle *ADBE*, les arcs *DF*, *DG*, chacun de $23^d\ 29'$, & on menera par le centre *C*, les diametres *FK*, *GN*, sur lesquels on élevera les diametres perpendiculaires *HCI* & *LCM*.

Le Pole de l'Ecliptique étant comme ci-dessus, au point *D* du cercle *ADBE,* le diametre *ICH* repréſentera le Parallele que le centre du Soleil décrit par ſon mouvement journalier lorſqu'il eſt au point du Bélier, & le diametre *LCM* repréſentera ce Parallele lorſqu'il eſt au commencement de la Balance.

Enfin, dans les autres ſituations du Soleil ſur l'Ecliptique, on joindra *FG,* qui coupera le diametre *DF* au point *P.* Du point *P,* comme centre, & de l'intervalle *PG* ou *PF,* on décrira le cercle *GSFO,* qu'on diviſera en 360 degrés. On prolongera *CD* en *S,* & marquant au point *S,* le degré où ſe trouve le Soleil dans le temps de l'obſervation de la Tache, on cherchera ſur les diviſions du petit cercle *GSF,* ſuivant la ſuite des Signes, le lieu où ſe rencontre le point de l'Ecreviſſe par rapport au point *S,* qui ſera par exemple, en *R* ou *r.* On menera du point *R* ou *r,* la ligne *RTr,* parallele à *SC,* & du point *T,* on tirera par le centre *C,* la ligne *TCV,* ſur laquelle on élevera le diametre perpendiculaire *XCZ*, qui repréſentera le Parallele que le centre du Soleil décrit par ſa révolution journaliére par rapport à l'Ecliptique *AB.*

DÉMONSTRATION.

Lorſque le Soleil eſt dans l'un des Solſtices, le Colure ou Cercle de latitude qui paſſe par le centre du Soleil, & par les Poles de l'Ecliptique, concourt avec le Cercle de déclinaiſon qui paſſe par les Poles du Monde ; c'eſt pourquoi il doit être repréſenté ſur le diſque du Soleil par le diametre *DCE,* qui paſſe par le Pole *D* de l'Ecliptique ; auquel cas le Parallele que le centre du Soleil décrit par ſon mouvement journalier, qui eſt perpendiculaire au Cercle de déclinaiſon, ſera repréſenté par le diametre *ACB,* perpendiculaire au diametre *DC.* *Ce qu'il falloit d'abord démontrer.*

Hors des Solſtices, le Cercle de latitude qui paſſe par les Poles de l'Ecliptique & le centre du Soleil, ne concourt plus avec le Colure ou Cercle de déclinaiſon qui paſſe par les Poles du Monde, & par les points de l'Ecreviſſe & du Capricorne ; mais il s'en éloigne de l'Occident vers l'Orient, ſuivant le cours du Soleil, ou, ce qui revient au même, le Cercle de latitude qui paſſe par les Poles de l'Ecliptique, & par le centre du Soleil, étant ſuppoſé fixe dans le Ciel, le Cercle de déclinaiſon qui paſſe par les Poles de l'Equateur & les points des Solſtices, doit paroître s'en éloigner de la de la même quantité d'un ſens contraire de l'Orient vers l'Occident.

Si donc l'on ſuppoſe que le Pole boréal du Monde, lequel eſt éloigné du Pole boréal de l'Ecliptique de $23^d\ 29'$, ſoit projetté dans le diſque du Soleil, il répondra ſucceſſivement à divers points de ce diſque, éloignés de $23^d\ 29'$ du point *D*, qui répond au Pole boréal de l'Ecliptique, & décrira de l'Orient vers l'Occident, un petit cercle *FSGO*, lequel ſera parallele au plan de l'Ecliptique, & dont tous les points de la circonférence ſeront éloignés du point *D*, d'une quantité qui ſera meſurée par les arcs *DF* ou *DG* de $23^d\ 29'$, de la même maniére que dans le Syſteme de Copernic, le Soleil étant ſuppoſé fixe, le Pole boréal de l'Equateur décrit autour du Pole boréal de l'Ecliptique, un Cercle qui lui eſt parallele.

Ce Cercle *FSGO*, parallele au plan de l'Ecliptique, doit paroître de la Terre placée ſur ce plan, en forme d'une ligne droite *FPG*, ou, pour parler plus exactement, ſous la figure d'une Ellipſe dont le petit diametre eſt meſuré par l'élevation de l'œil ſur le plan de ce petit cercle, qui n'eſt que d'environ 15 minutes de degrés d'un grand cercle ; ce qui rend par conſéquent cette Ellipſe ſi étroite, qu'elle peut paſſer pour une ligne ſenſiblement droite.

Le Soleil étant donc parvenu du point de l'Ecreviſſe à celui de la Balance, le Pole boréal de l'Equateur qui répondoit au point *S*, dans l'hémiſphere ſupérieur du Soleil qui nous eſt caché, a dû décrire un arc ſemblable de 90 degrés ſur le petit cercle *FSGO*, de l'Orient vers l'Occident, & répondre en *G* ſur le bord apparent du diſque du Soleil, éloigné du point *S*, de 3 Signes, meſurés ſur le cercle *GSFO*, & du point *D* de $23^d\ 29'$, meſurés ſur le cercle *ADBE*. Le Colure ou Cercle de déclinaiſon qui paſſe par les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, & par les points de l'Ecreviſſe & du Capricorne, ſera donc repréſenté par le cercle *ADBE*, qui concourt alors avec la circonférence du diſque apparent du Soleil; & plaçant en *S*, le vrai lieu du Soleil qui eſt au commencement de la Balance, ſa diſtance au Pole boréal de l'Equateur qui répond ſur l'Ecliptique au commencement de l'Ecreviſſe, ſera meſurée par l'arc *SFOG*, de 9 Signes, ou de 270 degrés de l'Occident vers l'Orient.

Dans cet état, le diametre *GCN* repréſentera l'axe du Monde, & le diametre *LCM*, qui lui eſt perpendiculaire, une portion de l'Equateur que le centre du Soleil décrit alors par ſa révolution journaliére, & qui eſt inclinée à l'Ecliptique de 23^{d} $29'$ de *A* vers *D*, ou de *B* vers *E*.

Le Soleil continuant ſon mouvement ſuivant la ſuite des Signes, le Pole de l'Equateur projetté ſur le diſque du Soleil, paroîtra aller de *F* vers *P*, & l'inclinaiſon apparente du Parallele à l'égard de l'Ecliptique, continuëra de diminuer juſqu'à ce que le Soleil ait parcouru 3 Signes, & ſoit parvenu au Solſtice d'Hyver au point du Capricorne, auquel cas le Pole de l'Equateur répond au point *P*, où cette inclinaiſon ceſſe entiérement, parce qu'alors le Cercle de déclinaiſon qui paſſe par les Poles & le centre du Soleil, concourt avec le Cercle de latitude *DCE*, & le Parallele que le centre du Soleil décrit, eſt repréſenté par le diametre *AB*.

Le Soleil ayant paſſé le Tropique du Capricorne, le Pole de l'Equateur projetté ſur le diſque du Soleil, paroît aller de *P* vers *F*, où il arrive lorſque le Soleil eſt parvenu au commencement du Bélier. Dans cet état, le diametre *FCK* repréſente l'axe du Monde, & le diametre *ICH*, qui lui eſt perpendiculaire, une portion de l'Equateur que le centre du Soleil décrit par ſa révolution journaliére, & qui eſt inclinée à l'Ecliptique de 23^{d} $29'$ de *A* vers *E*, ou de *B* vers *D*.

Enfin, dans toutes les autres ſituations du Soleil ſur l'Ecliptique, le Pole boréal ſe trouve projetté ſur le diſque du Soleil en quelque point de la ligne *FG*, comme en *T*, qui eſt dans l'hémiſphere ſupérieur, ou qui nous eſt caché, lorſque le Pole eſt en *R*, dans le demi-cercle *GSF*, où ſa diſtance au vrai lieu du Soleil, placé en *S*, eſt meſurée par l'arc *SR*; le point *T* eſt au contraire dans l'hémiſphere inférieur ou apparent lorſque le Pole eſt en *r*, dans le demi-cercle *FOG*, où ſa diſtance au vrai lieu du Soleil eſt meſurée par l'arc *SFr*. Dans ces deux cas, la ligne *TV* repréſentera l'axe du Monde, & le diametre *XZ*, qui lui eſt perpendiculaire, le Parallele que le centre du Soleil décrit par ſon mouvement journalier. *Ce qu'il falloit démontrer.*

On peut auſſi déterminer par la Trigonométrie, pour tous les jours de l'année, l'inclinaiſon du Parallele que le centre du Soleil décrit par ſon mouvement journalier à l'égard de l'Ecliptique, en cette maniére.

Soit dans la Sphere *ADBE (Fig. 15.) D* le Pole de l'Ecliptique, dont le plan vû de la Terre, eſt repréſenté en forme d'une ligne droite *AB*; *P* le Pole de l'Equateur, lequel eſt repréſenté par une Ellipſe *AMB*; *CBM* l'angle de l'inclinaiſon de l'Equateur à l'égard de l'Ecliptique, qui eſt de $23^d\ 29'$.

Du point *P*, ſoit mené un Cercle de déclinaiſon *PST*, qui paſſe par le centre du Soleil, ſuppoſé en *S* ſur l'Ecliptique, & coupe l'Equateur à angles droits au point *T*.

Dans le Triangle ſphérique *BTS*, rectangle en *T*, la diſtance *BS* du Soleil au point du Bélier ou de la Balance, qui eſt le plus proche, eſt donnée, & l'angle *CBM* ou *SBT* eſt de $23^d\ 29'$: c'eſt pourquoi l'on fera, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle *SBT*; ainſi le ſinus du complément de l'hypothenuſe *BS*, lequel eſt meſuré par la diſtance *CS* du Soleil au point de l'Ecreviſſe; eſt à la tangente du complément de l'angle *BST*, inclinaiſon de l'Ecliptique avec le Cercle de déclinaiſon, lequel meſure l'inclinaiſon du Parallele à l'égard de l'Ecliptique, qu'il faut prendre *(Fig. 14.)* de *A* vers *E*, lorſque la longitude du Soleil eſt depuis 0 juſqu'à 3 Signes, ou depuis 9 juſqu'à 12, parce qu'alors la portion de l'Ecliptique où ſe trouve le Soleil, eſt inclinée à l'égard de l'Equateur, du Midi vers le Septentrion; & qu'il faut au contraire prendre de *A* vers *D*, lorſque cette longitude eſt depuis 3 juſqu'à 9 Signes, parce qu'alors l'Ecliptique eſt inclinée à l'égard de l'Equateur, du Septentrion vers le Midi.

PROBLEME II.

Déterminer dans le diſque du Soleil, la ſituation des Taches par rapport à l'Ecliptique.

Ayant déterminé dans le diſque du Soleil, la ſituation du Parallele qu'il décrit par ſa révolution journaliére par rapport à l'Ecliptique, on décrira ſur ce diſque la ſituation des Taches pour tous les jours qu'elles ont été obſervées; ce que l'on peut pratiquer en différentes maniéres, dont nous nous contenterons de rapporter ici les plus ſimples.

On obſervera avec un Quart-de-cercle, la hauteur méridienne de la Tache & des deux bords du Soleil, & on prendra en même temps, l'heure du passage de cette Tache & des deux bords du Soleil par le fil vertical placé au foyer de la Lunette de ce Quart-de-cercle.

Le Parallele du Soleil par rapport à l'Ecliptique *AB* (*Fig. 16.*) étant représenté pour le temps de l'observation par le diametre *HI*, & le Cercle de déclinaison qui, dans le Méridien, concourt avec le fil vertical, par le diametre *LM*, qui lui est perpendiculaire; on tirera par les points *L* & *M*, les lignes *FG*, *NO*, paralleles à *HI*, & par les points *H* & *I*, les lignes *FN*, *GO*, paralleles à *LM*, & perpendiculaires à *HI*, qui formeront avec les deux premiéres un quarré *FGON*, circonscrit au cercle *LHMI*. On divisera les côtés *FN*, *GO* de ce quarré, en autant de minutes & secondes que contient le diametre du Soleil observé; & on prendra sur ces divisions, la différence entre la hauteur du bord supérieur du Soleil & celle de la Tache, que l'on portera de *F* vers *N*, & de *G* vers *O*, comme en *R* & en *S*. On joindra *RS*, qui sera parallele aux côtés *FG*, *HI*; on divisera ensuite les côtés *FG*, *NO*, en autant de parties que le Soleil a employé de secondes à passer par le fil vertical; & on prendra sur ces divisions, la différence en secondes entre le passage du bord précédent, qui est l'occidental, & celui de la Tache; on la portera de *G* vers *F*, & de *O* vers *N*, comme en *T* & en *V*, & on joindra *TV*, qui coupera *RS* au point *X*. Ce point représentera la situation de la Tache par rapport à l'Ecliptique *AB*, & à son Pole, qui répond au point *D*.

Lorsqu'on n'a pas observé les Taches du Soleil à leur passage par le Méridien, on pourra déterminer leur situation par le moyen d'une Lunette, au foyer de laquelle on a placé quatre fils qui se croisent au centre, & forment entr'eux des angles de 45 degrés. On dirigera la Lunette de maniére que le bord du Soleil rase un des fils en le parcourant par son mouvement journalier.

On observera l'intervalle de temps entre le passage des bords du Soleil & de la Tache par le fil qui est perpendiculaire au Parallele que le Soleil a parcouru, & qui représente le Cercle horaire; on comptera aussi les minutes & secondes entre le passage de la Tache par le fil perpendiculaire & par les fils obliques, ou du moins un de ces fils.

On circonſcrira enſuite, de même que ci-deſſus, au cercle *LHMI,* un quarré *FGON,* dont les deux côtés *FG, NO,* ſeront paralleles au diametre *HI,* que le bord du Soleil a parcouru par ſon mouvement journalier, & les deux autres lui ſeront perpendiculaires. On diviſera chacun de ces côtés en autant de parties que le Soleil a employé de ſecondes à paſſer par le Cercle horaire. On prendra la différence entre le paſſage du bord précédent & celui de la Tache par ce Cercle horaire, qu'on portera de *G* vers *F,* & de *O* vers *N,* comme en *T* & en *V,* & on tirera *TV.* On prendra auſſi la différence entre le paſſage de la Tache par le Cercle horaire & par un des obliques, que l'on portera de *G* vers *O,* & de *F* vers *N,* comme en *S* & en *R,* lorſque c'eſt le bord ſupérieur du Soleil qui a parcouru le fil parallele; & au contraire de *O* vers *G,* & de *N* vers *F,* lorſque c'eſt le bord inférieur qui a parcouru ce parallele.

Ayant ainſi déterminé les points *S* & *R,* on menera la ligne *RS,* qui coupera *TV* au point *X,* lequel déterminera la ſituation de la Tache par rapport au parallele *HI,* & au Pole *D* de l'Ecliptique.

La raiſon de cette opération eſt que la différence de temps entre le paſſage de la Tache *X (Fig. 17.)* par le fil horaire *AD,* & par le fil oblique *EG,* qui ſont au foyer de la Lunette *AFDH,* eſt meſurée par la ligne *XB,* qui, à cauſe des angles égaux de 45 degrés, que font ces fils au foyer de la Lunette, eſt égale à la ligne *XC,* diſtance de la Tache au bord du Soleil qui raſe le fil parallele *FH.*

Lorſque la Lunette avec laquelle on obſerve, n'a au foyer commun de ſes verres, que deux fils qui ſe croiſent à angles droits, on obſervera en quelque ſituation qu'elle ſoit, le temps du paſſage des bords & des Taches par les fils de la Lunette; & ayant circonſcrit au cercle qui repréſente le diſque du Soleil, un quarré *FGON (Fig. 18.)* on diviſera les côtés *FG* & *NO,* en autant de parties que le Soleil a employé de ſecondes à paſſer par le fil *GO* de l'Orient vers l'Occident, & les côtés *FN* & *GO,* en autant de parties que le Soleil a employé de ſecondes à paſſer par le fil *FG,* du Midi vers le Septentrion, ſi c'eſt le matin, ou du Septentrion vers le Midi, ſi c'eſt le ſoir. On prendra la différence entre le paſſage de la Tache & du bord précédent par le fil *GO,* que l'on portera de *G* vers *F*, comme en *T*, & de *O* vers *N*, comme en *V*, & l'on joindra *TV*. On prendra ensuite la différence entre le passage du bord supérieur du Soleil & de la Tache par le fil *FG*, que l'on portera de *G* vers *O*, comme en *S*, & de *F* vers *N*, comme en *R*, & on joindra *RS*, qui coupera *TV* au point *X*.

On prolongera *LG* en *P*, lorsque l'observation a été faite le matin, & *LF* en *K*, lorsqu'elle est arrivée le soir; & l'on fera *LP* à *LG*, ou *LK* à *LF*, comme le temps que le diametre du Soleil a employé à passer par le fil *FG*, est au temps qu'il a été à passer par le fil *GO*, & l'on tirera des points *P* & *K*, par le centre *C*, les lignes *PHCI*, *KECQ*. Le diametre *HCI* représentera le Parallele que le centre du Soleil décrit par sa révolution journaliére par rapport à la Tache *X*, lorsque l'observation a été faite le matin, & le diametre *ECQ* représentera ce Parallele par rapport à la Tache *X*, lorsque cette observation a été faite le soir.

La raison de cette derniére opération est que *PC* ou *KC* est à *CY* ou *CZ*, comme *LP* ou *LK* est à *LG* ou *LF*. Mais par la construction, *LP* ou *LK* est à *LG* ou *LF*, comme le temps que le demi-diametre du Soleil a employé à passer par le fil *FG*, est au temps qu'il a employé à passer par le fil *GO*: Donc *CP* ou *KC* est à *CY* ou *CZ*, comme le temps que le demi-diametre du Soleil a employé à passer par le fil *FG*, est au temps qu'il a employé à passer par le fil *GO*: Donc *CP* représente le Parallele que le centre du Soleil a décrit lorsqu'il alloit du Midi vers le Nord, c'est-à-dire, le matin, & *KC* représente ce Parallele lorsque le mouvement apparent du Soleil étoit du Septentrion vers le Midi, c'est-à-dire, le soir.

PROBLEME III.

Déterminer par le moyen des observations des Taches, la situation du Pole de la révolution du Soleil autour de son Axe, & l'Inclinaison de cet Axe à l'égard de l'Ecliptique.

On déterminera par la méthode que l'on a enseignée ci-devant, la situation des Taches du Soleil par rapport au Parallele & à l'Ecliptique pour tous les jours qu'elles ont été observées, & on tracera la ligne qu'elles ont paru décrire, qui ſera tantôt droite comme *RCr* & *LMl* (*Fig. 19.*) tantôt elliptique comme *AIB* & *GIg.* On obſervera le temps que les Taches ont paru décrire une ligne droite, telle que *RCr* ou *LMl*, & on tirera par le centre *C*, un diametre *ECe*, perpendiculaire à cette ligne. Le point *E* marquera ſur la circonférence du cercle, la ſituation du Pole boréal de la révolution du Soleil, & le point *e* qui lui eſt oppoſé, le Pole auſtral. Les arcs *DE* & *de*, marqueront auſſi l'inclinaiſon des Poles de la révolution du Soleil à l'égard des Poles de l'Ecliptique qui répondent aux points *D* & *d* du diſque du Soleil. On déterminera la ſituation du Pole boréal de ſa révolution, en adjoûtant 3 Signes au vrai lieu du Soleil, lorſque ſon axe *ECe* eſt incliné au Cercle de latitude *DCd*, de *D* vers *E*, de l'Occident vers l'Orient; & retranchant 3 Signes de ce vrai lieu, ou y adjoûtant 9 Signes, lorſque cet axe eſt incliné au Cercle de latitude *DCd*, de *D* vers *F*, de l'Orient vers l'Occident.

Lorſque les Taches du Soleil décrivent une Ellipſe *AIB*, dont le diametre *ACB* eſt dans le plan de l'Ecliptique, on menera de l'extrémité *I* de ſon petit diametre *CI*, la tangente *RIz*, qui eſt parallele à *AB*. On prendra de côté & d'autre du point *D*, les arcs *DE*, *DF*, égaux aux arcs *AR* & *Bz*, & l'on tirera *EF* qui coupera au point *P*, le diametre *DCd* qui repréſente un Cercle de latitude. Le point *P* repréſentera le Pole boréal de la révolution du Soleil, lequel eſt dans l'hémiſphere du Soleil, qui nous eſt caché, lorſque la convexité de l'Ellipſe que la Tache décrit, regarde le Septentrion, & dans l'hémiſphere qui nous eſt expoſé, lorſque cette convexité regarde le Midi. Dans le premier cas, le vrai lieu de ce Pole eſt le même que le vrai lieu du Soleil; & dans le ſecond, il en eſt éloigné de 6 Signes.

On déterminera de même l'inclinaiſon du Pole de la révolution du Soleil à l'égard de celui de l'Ecliptique, c'eſt-à-dire, la diſtance entre ces deux Poles, lorſque les Taches décrivent une Ellipſe telle que *GIg*, dont le grand diametre *Gg* eſt parallele à l'Ecliptique, en formant ſur ce diametre un cercle *GNg*, auquel on tirera du point *i*, la ligne *iN*, parallele à *Gg*. L'arc *GN* meſurera ſur ce cercle, la diſtance entre le Pole du Soleil & celui de l'Ecliptique.

Dans les autres ſituations où les Taches décrivent des Ellipſes dont les diametres ne ſont point paralleles à l'Ecliptique, telles que *Lbl,* on tirera au grand diametre *Ll* de cette Ellipſe, un diametre perpendiculaire *TCt,* & on décrira ſur le diametre *Ll,* le demi-cercle *LΥl,* auquel on menera du point *b,* la ligne *bΥ,* parallele à *Ll.* On prendra ſur le grand cercle *ADBd,* de côté & d'autre du point *T,* les arcs *TK, TV,* ſemblables à l'arc *LΥ,* c'eſt-à-dire, du même nombre de degrés, & on menera la ligne *KV,* qui coupera *TC* au point *O.* Du point *O,* on tirera au diametre *DCd,* la perpendiculaire *EF* qui le coupera au point *P,* & rencontrera le cercle *ADBd* aux points *E* & *F;* les arcs *DE, DF* repréſenteront la diſtance entre le Pole de la révolution du Soleil & celui de l'Ecliptique. *Ce qu'il falloit d'abord trouver.*

Du point *P,* comme centre, & de l'intervalle *PE* ou *PF,* on décrira un cercle *ESFs;* & du point *O,* on menera la ligne *OH* ou *Oh,* parallele à *CD,* qui rencontrera le cercle *ESFs* aux points *H* & *h.* Prolongeant *CD* en *S,* & plaçant au point *S,* le vrai lieu du Soleil, on aura le vrai lieu du Pole boréal de ſa révolution au point *H,* lorſque la convexité de l'Ellipſe *Lil,* regarde le Septentrion, & au point *h,* lorſque cette convexité regarde le Midi; & on connoîtra ſa ſituation ſur l'Ecliptique, en adjoûtant aux degrés du vrai lieu du Soleil, les degrés de l'arc *SH* ou *Sh,* meſurés ſur la circonférence du cercle *ESFs.*

DÉMONSTRATION I.

Soit dans le diſque du Soleil *DAdB,* un Cercle de latitude *DCd,* qui paſſe par les Poles de l'Ecliptique & le centre *C* du Soleil, *E* le Pole boréal de la révolution du Soleil, que l'on ſuppoſe d'abord être ſur le bord de ſon diſque.

Du point *E,* ſoit mené le diametre *ECe,* qui repréſente l'axe du Soleil, auquel on tirera le diametre perpendiculaire *RCr.*

Le Soleil parcourant l'Ecliptique par ſon mouvement journalier, le Cercle de latitude *DCd,* qui paſſe par ſon centre, répond tous les jours à divers degrés de l'Ecliptique; d'où il réſulte que dans l'eſpace d'une année, ce Cercle doit paroître ſe mouvoir de l'Occident vers l'Orient, & faire une révolution entiére autour du Pole de la révolution du Soleil, ſuppoſé fixe dans le Ciel; ou bien,

bien, ce qui revient au même, le Cercle de latitude *DCd* étant ſuppoſé immobile, le Pole de la révolution du Soleil doit, dans l'eſpace d'une année, paroître décrire autour de lui, de l'Orient vers l'Occident, un cercle *ESFs*, parallele à l'Ecliptique, dont les points *E* & *F* de ſon interſection avec le diſque du Soleil, doivent être éloignés du point *D*, qui répond au Pole de l'Ecliptique, d'une quantité qui eſt meſurée par les arcs *DE* ou *DF*, égaux à la diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Ecliptique, & dont le diametre *EP* ou *FP*, meſure par conſéquent le ſinus de cette diſtance.

Notre œil étant ſur le plan de l'Ecliptique, le cercle *ESFs*; que le Pole du Soleil décrit par ſa révolution apparente, nous doit être repréſenté par une ligne *EPF*, qui eſt ſenſiblement droite, & qui eſt réellement Elliptique ; mais que l'on peut regarder comme une ligne droite, parce que l'élevation de l'œil ſur le plan de ce cercle, eſt meſurée par *PC*, qui n'eſt que de 15 à 16 minutes.

Le Pole du Soleil ſe trouvant donc ſucceſſivement ſur divers points du cercle *ESFs*, comme en *H* & *X*, paroîtra répondre aux divers points correſpondants de la ligne *EF*, comme *O* & ω, & les lignes *OH*, ωX repréſenteront les ſinus de l'élevation du Pole ſur le diſque du Soleil, qui, par les regles d'Optique, ſont la meſure des petits demi-diametres des Ellipſes que les Taches paroiſſent décrire par leur révolution apparente.

Lorſque le Pole du Soleil eſt en *E* ou en *F*, ſur les bords du Soleil, ſans être élevé ſur ſon diſque, ſon Equateur doit paroître ſous la forme d'une ligne droite, & être repréſenté par le diametre *RCr*, perpendiculaire à ſon axe *ECe*. Les Paralleles que les Taches décrivent, doivent auſſi paroître en forme d'une ligne droite, parallele à *RCr*, & perpendiculaire à ſon axe *ECe*. Le Pole boréal du Soleil paroiſſant ſe mouvoir de *E* vers *S*, de l'Orient vers l'Occident, arrivera au point *S*, après que le Soleil aura parcouru 3 Signes; & alors le vrai lieu de ce Pole ſera le même que celui du Soleil ſur l'Ecliptique, puiſqu'il ſe rencontre ſur le Cercle de latitude *SDCd*, qui paſſe par le centre du Soleil, & répond à ſon vrai lieu ſur l'Ecliptique.

Le vrai lieu du Pole du Soleil lorſqu'il étoit au point *E*, étoit donc alors plus avancé de 3 Signes, que le vrai lieu du Soleil;

c'eſt pourquoi ſi l'on adjoûte 3 Signes au vrai lieu du Soleil, lorſque la Tache décrit la ligne droite *RCr* ou quelqu'autre qui lui ſoit parallele, on aura le vrai lieu de ce Pole lorſqu'il eſt en *E.*

Par la même raiſon, le Pole boréal du Soleil arrivera du point *S* au point *F,* après que le Soleil aura parcouru trois autres Signes. Le Pole du Soleil étant au point *F,* le Soleil ſera donc plus avancé de 3 Signes, que lorſque ce Pole étoit au point *S,* où ſon vrai lieu étoit le même que celui du Soleil; c'eſt pourquoi ſi l'on retranche 3 Signes du vrai lieu du Soleil, lorſque la Tache décrit une ligne droite *ZCz,* on aura le vrai lieu de ce Pole lorſqu'il eſt en *F.* Dans l'une & l'autre de ces ſituations, l'arc *DE* ou *DF* repréſente la plus grande diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique, & le demi-diametre *EP* ou *FP* du petit cercle *ESFs,* meſure dans le grand cercle *ADBd,* le ſinus de cette plus grande diſtance. *Ce qu'il falloit d'abord démontrer.*

Lorſque les Taches du Soleil décrivent une Ellipſe dont le grand diametre eſt parallele à l'Écliptique, le Colure qui paſſe par le Pole de la révolution du Soleil & le Pole de l'Écliptique, ſe confond avec le Cercle de latitude, & eſt par conſéquent repréſenté par le diametre *DPCd.* Dans cet état, le Pole boréal du Soleil ſe trouve au point *S,* où ſon vrai lieu eſt le même que celui du Soleil, ou au point *s,* éloigné de 6 Signes du vrai lieu du Soleil. Dans le premier cas, le Pole boréal répond au point *P* ſous le diſque du Soleil qui nous eſt caché, & la convexité des Ellipſes qui repréſentent l'Équateur & ſes Paralleles, doit regarder le Septentrion. Dans le ſecond cas, le Pole boréal du Soleil répond au point *P* ſur le diſque apparent du Soleil, & l'Équateur du Soleil, de même que les cercles que ces Taches décrivent autour du Soleil, doivent nous paroître en forme d'Ellipſes, comme *AIB* & *Gig,* dont la convexité regarde le Midi, & dont les grands diametres ſont repréſentés par *AB* & *Gg,* perpendiculaires à *Dd.* Leur petit demi-diametre *CI* & *Mi,* doit paroître en même temps le plus grand qui ſoit poſſible, & eſt par la propriété de l'Ellipſe, la meſure du ſinus de la plus grande élevation du Pole du Soleil ſur ſon diſque, qui eſt égale à la plus grande diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Écliptique. L'arc *GN,* dont le ſinus *Nn* eſt égal à *Mi,* meſure donc cette diſtance. *Ce qu'il falloit démontrer en ſecond lieu.*

Dans les autres ſituations du Pole du Soleil ſur ſon diſque, où les Taches décrivent des Ellipſes qui ne ſont point paralleles à l'Ecliptique, telles que *Lbl*, on conſidérera que par la propriété du cercle, le rectangle de *EO* par *OF* eſt égal au quarré de *OH* ou *Oh*. Mais le rectangle *EOF* eſt égal à *KO* × *OV*, c'eſt-à-dire, au quarré de *KO* ou *OV*, à cauſe que, par la conſtruction, les arcs *TK* & *TV*, dont ils repréſentent les ſinus, ont été pris égaux entre eux : Donc le quarré de *OH* ou *Oh* eſt égal au quarré de *OK* ou *OV*. Mais *OK* eſt le ſinus de l'arc *TK*, qui, par la conſtruction, a été pris ſemblable à l'arc *L*♈, dont le ſinus *u*♈, meſure le petit demi-diametre de l'Ellipſe *Lbl*, & repréſente l'élevation de l'œil ſur le plan de cette Ellipſe : Donc *OH* ou *Oh* meſure l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Ellipſe *Lbl*, qui eſt égale à l'élevation du Pole du Soleil ſur ſon diſque. Lorſque ce Pole eſt ſur le demi-cercle *EsF*, lequel eſt ſur le diſque apparent du Soleil, comme en *h* & en *x*, alors par les regles d'Optique, la convexité de l'Ellipſe que les Taches décrivent, doit regarder le point *d* qui eſt vers le Midi. Le contraire arrive lorſque le Pole du Soleil eſt en *H* ou en *X* ſur le demi-cercle *ESF*, qui nous eſt caché. On déterminera ſa ſituation dans l'un & l'autre cas, en adjoûtant au vrai lieu du Soleil, les degrés compris dans les arcs *SH*, *Sh*, lorſque le point *H* ou *h* eſt vers l'Orient ; & retranchant au contraire les degrés compris dans les arcs *SX*, *Sx*, lorſque le point *X* ou *x* eſt vers l'Occident.

On peut auſſi déterminer par la Trigonométrie, la plus grande diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Ecliptique, auſſi-bien que ſon vrai lieu, en faiſant, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *DCO*, que l'axe *OC*, perpendiculaire à la révolution apparente *Lbl* des Taches, fait avec le Cercle de latitude *DCd* ; ainſi le ſinus du complément de l'arc *L*♈ ou *TK*, qui lui eſt ſemblable, eſt au ſinus du complément de la plus grande diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Ecliptique. On fera enſuite, comme le ſinus de l'arc *DE*, qui meſure la plus grande diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Ecliptique, eſt au ſinus de l'arc *L*♈, qui meſure l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Equateur du Soleil ; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'arc *EH*, complément de la diſtance du Pole du Soleil à ſon vrai lieu. On aura donc l'arc *SH* ou *Sh*, qu'il faut adjoûter au vrai lieu du Soleil pour avoir le vrai lieu de ſon Pole, lorſque l'inclinaiſon de l'axe à l'égard du Cercle de latitude eſt vers l'Orient, & qu'il faut retrancher au contraire du vrai lieu du Soleil, lorſque cette inclinaiſon eſt vers l'Occident.

Démonstration II.

Soit dans la Sphere *ADBE (Fig. 15.) ACB* l'Ecliptique dont le Pole eſt *D, AMB* l'Equateur du Soleil dont le Pole eſt *P, CBM* l'angle de l'inclinaiſon de l'Equateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique, *DPCE* un Cercle de latitude qui paſſe par le Pole *D* de l'Ecliptique & par le Pole *P* de la révolution du Soleil, & qui détermine en *C* le vrai lieu du Pole du Soleil ſur l'Ecliptique, *S* le vrai lieu du Soleil, par rapport à ſon Pole *P*. Soit mené du point *P*, par le point *S*, le Cercle de déclinaiſon *PST* qui coupe l'Equateur à angles droits au point *T*, le ſinus de l'arc *ST* meſure l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Equateur du Soleil, & l'angle *BST* l'inclinaiſon de l'Ecliptique *ACB* avec le Cercle de déclinaiſon *PST*; c'eſt pourquoi dans le Triangle ſphérique *BTS*, rectangle en *T*, dont le côté *ST* eſt connu, de même que l'angle *BST*, inclinaiſon de l'Ecliptique avec le Cercle de déclinaiſon, dont le complément meſure l'inclinaiſon de l'axe de l'Ecliptique à l'égard de celui du Soleil, on aura cette analogie, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *BST*; ainſi le ſinus du complément de l'arc *ST* eſt au ſinus du complément de l'angle *SBT* ou *CBM*, qui meſure l'inclinaiſon de l'Equateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique, laquelle eſt égale à la diſtance du Pole du Soleil à celui de l'Ecliptique. On aura auſſi, comme le ſinus de l'angle *CBM* ou *SBT* eſt au ſinus de l'arc *ST*; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'arc *BS*, complément de la diſtance *CS* du Pole de la révolution du Soleil à ſon vrai lieu.

Ayant appliqué ces diverſes méthodes à un grand nombre d'obſervations, pour déterminer la ſituation du Pole du Soleil & ſon inclinaiſon à celui de l'Ecliptique, nous avons trouvé que le Pole boréal du Soleil répond au 10.me degré des Poiſſons, & le Pole auſtral au 10.me degré de la Vierge : Que l'axe de la révolution du Soleil eſt incliné à l'axe de l'Ecliptique, de 7 degrés & demi, & eſt toûjours dirigé au même point du Ciel, ſans qu'il y ait eu aucun changement ſenſible dans l'eſpace de plus de 100 années entre nos obſervations & celles du P. Scheiner, qui a déterminé cette inclinaiſon, de 7 degrés, & aſſûre qu'il ne l'a jamais trouvée moins de 6 degrés, ni plus de 8.

PROBLEME IV.

Déterminer pour tous les jours de l'année, la ſituation apparente du Pole de la révolution du Soleil ſur ſon diſque, & les Ellipſes que les Taches doivent paroître décrire par la révolution du Soleil autour de ſon Axe.

Soit le diſque du Soleil *ADBd (Fig. 19.)* auquel on menera à volonté le diametre *ACB*, qui repréſente l'Ecliptique, à l'égard de laquelle on déterminera la ſituation d'une Tache obſervée dans le Soleil, ſuivant les regles preſcrites dans le ſecond Probleme. Soit mené à *ACB*, le diametre perpendiculaire *DCd*. Du point *D*, ſoient pris de part & d'autre, les arcs *DE*, *DF*, chacun de 7 degrés & demi, qui meſurent l'inclinaiſon de l'axe de la révolution du Soleil à l'axe de l'Ecliptique; & ſoit mené *EF*, qui coupe *DCd* en *P*. Du point *P*, & du rayon *PE* ou *PF*, ſoit décrit le petit cercle *ESFs*, & ſoit prolongé *CD*, juſqu'à ce qu'il rencontre ce cercle en *S*. Le vrai lieu du Soleil pour le jour propoſé, étant connu par l'obſervation ou par les Ephémérides, ſoit priſe la diſtance de ce vrai lieu au Pole boréal du Soleil, qui répond au 10.^{me} degré des Poiſſons, qu'on portera de *S* vers *E*, comme en *H* ou *h*, & *X* ou *x*. Des points *H* ou *h*, *X* ou *x*, ſoient menées *HO* ou *hO*; *Xω* ou *xω*, paralleles à *SC*. Les points *O* & *ω* repréſenteront la ſituation apparente du Pole boréal du Soleil, qui ſera ſur le diſque apparent lorſque les points *h* & *x* ſont ſur le demi-cercle inférieur *EsF*, & ſe rencontrera au contraire dans l'hémiſphere du Soleil, qui nous eſt caché, lorſque les points *H* & *X* ſont ſur le demi-cercle ſupérieur *ESF*.

A l'égard du Pole auſtral, il ſera placé dans l'oppoſite, ſous le diſque apparent du Soleil lorſque le Pole boréal ſera ſur le diſque, & il ſera ſur le diſque apparent lorſque le Pole boréal nous ſera caché.

Du point *O*, qui repréſente le Pole boréal du Soleil lorſqu'il eſt en *h*, ſoit menée par le centre *C*, la ligne *OCt*, à laquelle on tirera le diametre perpendiculaire *QCq*. Soit pris de *C* vers *t*, *Cm* égal à *hO*, à cauſe que dans ce cas le Pole boréal du Soleil eſt en *h* ſur ſon diſque apparent; & ſoit menée par les points *Qmq*, l'Ellipſe *Qmq*. Cette Ellipſe repréſentera l'Equateur du Soleil, que les Taches paroîtront décrire lorſqu'elles ſe rencontrent ſur ce cercle.

Dans les autres ſituations des Taches ſur le Soleil, comme en *b*, elles décriront des Ellipſes telles que *Lbl*, ſemblables & paralleles à *Qmq*; & leur déclinaiſon à l'égard de l'Equateur du Soleil ſera meſurée par l'arc *LQ* ou *lq*, qui eſt intercepté entre le diametre de l'Equateur du Soleil & le diametre du Parallele que la Tache a décrit.

Il faut remarquer que le Pole boréal du Soleil changeant tous les jours de place ſur le petit cercle *ESFs*, répond auſſi à divers points de la ligne *EF*, ce qui fait varier la figure & la poſition des Ellipſes que les Taches paroiſſent décrire; ainſi on y aura égard, lorſque cette variation eſt aſſés ſenſible pour être apperçûë.

Exemple.

Le 14 Septembre de l'année 1706, on a obſervé une Tache vers le bord oriental du Soleil, & l'on veut déterminer l'Ellipſe qu'elle a dû paroître décrire dans le Soleil.

Ayant placé cette Tache par rapport à l'Ecliptique du Soleil, comme en *β*, ſoient pris les arcs *DE*, *DF* de 7 degrés & demi, & ayant tiré *EF*, ſoit décrit le cercle *ESFs*. Le vrai lieu du Soleil étant le 14 Septembre de l'année 1706, au 21.me degré de la Vierge, ſa diſtance au 10.me degré des Poiſſons, qui eſt le vrai lieu du Pole boréal du Soleil, eſt de 5 Signes & 19 degrés, ou 169 degrés, qu'on prendra de *S* vers *E*, comme en *h*, & on menera *hO*, parallele à *DC*, qui coupera *EF* en *O*, d'où l'on menera par le centre *C*, le diametre *TCt*. On prendra ſur ce diametre, de *C* vers *t*, *Cm* égale à *Oh*, & ayant tiré le diametre *QCq*, perpendiculaire à *TCt*, on menera par les points *Qmq*, l'Ellipſe *Qmq*, qui repréſentera l'Equateur du Soleil. Du point *β*, on menera la ligne *βδγ*, perpendiculaire à *QCq*, qui rencontrera l'Ellipſe *Qmq* au point *δ*, & ayant mené des points *β* & *δ*, les paralleles $\beta\eta$, $\delta\varepsilon$ à QCq, on prendra l'arc QL, égal à l'arc $\varepsilon\eta$, & l'on menera du point L, la ligne LMl, parallele à QCq, qui représentera le grand axe de l'Ellipse $L\beta bl$ que la Tache β a dû paroître décrire, & que l'on déterminera par les méthodes connuës. L'arc QL mesure sa déclinaison méridionale à l'égard de l'Equateur du Soleil.

PROBLEME V.

Déterminer le temps de la révolution des Taches ou du Globe du Soleil autour de son Axe.

Pour déterminer la période de la révolution du Soleil autour de son axe, on cherchera par le Probleme précédent, la situation du Pole boréal du Soleil dans le temps qu'une Tache est vers le milieu de son cours apparent dans le disque du Soleil; & ayant tiré par ce Pole, que l'on suppose en O, le diametre TCt (*Fig. 19.*) qui représente un Cercle de déclinaison, on observera le temps vrai auquel cette Tache passe par ce cercle, que, pour une plus grande exactitude, on réduira au temps moyen. On observera ensuite le temps moyen auquel la même Tache, après avoir fait une révolution entiére, revient au Cercle de déclinaison qui passe par le Pole du Soleil & son centre, lequel a changé de situation apparente sur son disque, & est représenté, par exemple, par le diametre ECe.

L'intervalle entre ces temps mesure la révolution apparente du globe du Soleil à l'égard de la Terre, qui n'est égale à la véritable que lorsque le mouvement vrai du Soleil pendant la révolution observée, est égal à son moyen mouvement. Dans les autres temps, la révolution apparente est sujette aux inégalités causées par la différence entre le mouvement vrai du Soleil, & son mouvement moyen.

Pour reconnoître la différence entre la révolution apparente du Soleil & la véritable, soit dans le Systeme de Copernic, $ABDE$ (*Fig. 20.*) le Soleil dont le centre est C; $FIHG$, l'Orbe annuel ou l'Ecliptique, sur laquelle la Terre est d'abord en I; $IBCG$, un Cercle de latitude dont le plan passe par le centre du Soleil, par une Tache placée en T, & par la Terre supposée en I. Cette

Tache qui, vûë de la Terre, fait sa révolution apparente sur le disque du Soleil, de l'Orient vers l'Occident, se meut à l'égard du centre du Soleil de l'Occident vers l'Orient, du même sens que la Terre autour du Soleil. Ainsi pendant que la Terre, par son mouvement annuel, est portée de *I* vers *M*, la Tache qui a un mouvement beaucoup plus vîte, va de *T* vers *P*, & revient au Cercle de latitude *COM*, dont le plan passe par le centre *C* du Soleil & le lieu *M* de la Terre, après avoir décrit une révolution entiére, plus l'arc *TO*, semblable à l'arc *IM*, qui mesure le mouvement vrai de la Terre pendant la révolution apparente de la Tache.

Si l'on suppose que le mouvement vrai de la Terre, pendant cet intervalle de temps, soit mesuré par l'arc *IM*, qui est plus petit que l'arc *IL* de son moyen mouvement ; il est constant que la Tache arrivera plus tard au plan du Cercle de latitude *CL*, qui passe par le centre *C* du Soleil & le lieu de la Terre, supposé en *L*, qu'elle n'arrivera à celui qui passe par le centre du Soleil & le point *M*. Tout au contraire, si l'on suppose que le mouvement vrai de la Terre soit mesuré par l'arc *IN*, qui est plus grand que l'arc *IL*, il est évident que la Tache arrivera plûtôt au plan du Cercle de latitude qui passe par le centre *C* du Soleil & le lieu de la Terre en *L*, qu'à celui qui passe par le centre du Soleil & le point *N*; c'est pourquoi l'on fera, comme 360 degrés, plus le mouvement vrai du Soleil dans l'intervalle de la révolution observée, sont à 360 degrés, plus le mouvement moyen du Soleil qui convient à ce même intervalle de temps; ainsi l'intervalle entre le temps de la révolution observée, qu'on a réduit en temps moyen, est au temps de la révolution véritable ou moyenne, que nous avons déterminée par un grand nombre d'observations, de 27 jours 12 heures 20 minutes.

Lorsqu'une Tache ne reste pas assés de temps sur la surface du Soleil, pour décrire une révolution entiére, on déterminera sa situation en divers jours, comme en *D*, *E* & *F* (*Fig.* 21.) par le moyen des méthodes prescrites ci-devant, & l'on tracera l'Ellipse *AEB* de sa révolution apparente. On décrira sur le grand diametre *AB* de cette Ellipse, un demi-cercle *AGB*, & des points *D*, *E*, *F*, on menera les lignes *DH*, *EG*, *FI*, perpendiculaires

à *AB*;

à *AB*. Les arcs *HG*, *GI*, mesureront sur la circonférence *AGB*, les arcs diurnes de la révolution apparente du Soleil ; & l'on fera, comme les degrés compris dans l'arc *HI*, sont à 360 degrés ; ainsi un jour est au temps de la révolution entiére du Soleil. On fera aussi, comme l'arc *HI* est à 360 degrés ; ainsi le nombre de jours & d'heures que la Tache a employé à parvenir de *D* en *F*, est à toute la révolution de la Tache autour du Soleil. Cette révolution est sujette aussi aux inégalités causées par celle du mouvement vrai du Soleil ; c'est pourquoi il faut, pour avoir par cette méthode la révolution moyenne des Taches autour du Soleil, choisir les temps où le mouvement vrai ou apparent du Soleil est égal à son moyen mouvement.

Pour déterminer cette révolution à l'égard d'un point fixe dans le Ciel, on considérera que lorsque la Tache *T* (*Fig.* 20.) après avoir fait une révolution entiére, est arrivée au point *O* dans le plan du Cercle de latitude qui passe par le centre du Soleil & la Terre supposée en *M*, elle a décrit une révolution entiére *TPST* à l'égard des Etoiles fixes, plus l'arc *TO*, qui est semblable à l'arc *IM*, lequel est mesuré par le mouvement vrai de la Terre dans l'intervalle d'une révolution apparente. Il faut donc adjoûter à 360 degrés, le mouvement vrai de la Terre pendant cette révolution, & faire, comme 360 degrés, plus ce mouvement vrai, sont à 360 degrés ; ainsi le temps moyen que la Tache a employé à retourner au Cercle de latitude qui passe par le centre du Soleil & la Terre, est à la révolution des Taches à l'égard d'un point fixe dans le Ciel.

La révolution moyenne des Taches à l'égard du Soleil, ayant été déterminée de 27 jours 12 heures 20 minutes, on aura leur révolution à l'égard des Etoiles fixes, ou d'un point fixe dans le Ciel, en faisant, comme 360 degrés, plus 27 degrés 7 minutes 8 secondes, moyen mouvement de la Terre dans l'espace de 27 jours 12 heures 20 minutes, sont à 360 degrés ; ainsi 27 jours 12 heures 20 minutes, sont à 25 jours 14 heures 8 minutes, qui mesurent cette révolution.

CHAPITRE III.

De l'Obliquité de l'Ecliptique.

OUTRE le mouvement journalier apparent du Soleil autour de la Terre, de l'Orient vers l'Occident, qui s'achève en 24 heures, & lui est commun avec toutes les Etoiles, cet Astre a encore un mouvement particulier, qui se fait en sens contraire de l'Occident vers l'Orient. Cela se remarque en comparant sa situation par rapport aux Etoiles fixes, en divers temps de l'année. Si l'on observe, par exemple, l'heure du passage du Soleil & de diverses Etoiles fixes par le Méridien, on trouvera que l'intervalle de temps entre le passage du Soleil & celui d'une Etoile située vers l'Orient à l'égard du Soleil, diminuë tous les jours, & qu'au contraire l'intervalle entre ce passage & celui d'une Etoile qui est à l'Occident, augmente continuellement; d'où il suit que les Etoiles étant supposées fixes, le Soleil s'approche de celles qui sont à l'Orient, & s'éloigne de celles qui sont vers l'Occident. Ces apparences reviennent à la même heure après un certain temps, que l'on a appellé *année solaire*, c'est-à-dire, retour du Soleil au même point du Ciel.

Après avoir reconnu que le Soleil avoit un mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, qui s'achève dans l'espace d'une année, on a remarqué que ce mouvement ne se faisoit pas autour des Poles du Monde ou de l'Equateur, de même que le mouvement journalier du Soleil & de toutes les Etoiles.

La hauteur méridienne du Soleil varie tous les jours, de telle sorte que cet Astre est en certains temps de l'année, plus élevé sur l'horison que dans d'autres temps, de plus de sa moitié d'un quart de Cercle; d'où il résulte que sa distance au Pole boréal, que l'on suppose avoir toûjours la même élevation sur l'horison, est sujette à la même variation. Sa distance à l'Equinoctial, qui est un grand Cercle de la Sphere, éloigné de part & d'autre des Poles, de 90 degrés, varie aussi continuellement. Car ayant déterminé les points *A* & *B* (*Fig. 22.*) de l'Orient & de l'Occident où l'Equinoctial coupe l'horison, on s'apperçoit que le lever & le coucher du Soleil répond tous les jours à divers points de l'horiſon. Quelquefois il ſe rencontre dans l'interſection *AB* de l'Equateur avec l'horiſon, comme dans les Equinoxes où les jours ſont égaux aux nuits. En d'autres temps, il s'en éloigne juſqu'à une certaine diſtance, comme en *CD*, après quoi il paroît revenir ſur ſes pas juſqu'en *EF*.

Cette diſtance à l'Equateur eſt égale de part & d'autre, du côté du Midi & du côté du Nord, en ſorte que le Soleil s'éloigne l'Hiver du point *B*, du Couchant vers le Midi, autant qu'il s'éloigne l'Eté du point *A*, du Levant vers le Nord, & ſe trouve avant & après les Equinoxes, dans des points diamétralement oppoſés; & comme il eſt démontré que deux grands Cercles de la Sphere ont leurs interſections dans les points directement oppoſés, il ſuit que le Soleil ſe trouve continuellement dans un grand Cercle qui coupe l'horiſon, & eſt incliné à l'Equateur, de pluſieurs degrés, qu'on nomme *Ecliptique*. Le Cercle parallele que le Soleil décrit par ſon mouvement journalier, lorſqu'il eſt à ſa plus grande diſtance de l'Equateur, du côté du Nord, s'appelle le *Tropique de l'Ecreviſſe*, & le Cercle qu'il décrit lorſqu'il eſt à ſa plus grande diſtance du côté du Midi, s'appelle le *Tropique du Capricorne*. Ces Cercles ſont nommés *Tropiques*, du mot grec τροπὴ, qui ſignifie *retour*, parce que le Soleil revient ſur ſes pas, après être arrivé à ce terme, & on appelle *Solſtices*, les jours auxquels le Soleil eſt dans les Tropiques, à cauſe que vers ce temps-là les points du lever & du coucher du Soleil, & ſa hauteur méridienne, ne varient pas ſenſiblement.

Pour déterminer la plus grande déclinaiſon ou obliquité de l'Ecliptique à l'égard de l'Equateur, on obſervera la hauteur méridienne du centre du Soleil ſur l'horiſon, lorſqu'il eſt dans ſa plus grande élevation, ce qui arrive vers le 20 du mois de Juin de chaque année. Six mois après, ou environ, on obſervera la hauteur méridienne du centre du Soleil lorſqu'il eſt dans ſa plus petite élevation. On corrigera ces deux hauteurs par la réfraction & par la parallaxe, & on prendra la différence qui, étant partagée en deux également, donne l'obliquité véritable de l'Ecliptique, que l'on trouve préſentement de $23^d\ 28'\ 20''$, ou à quelques ſecondes près.

EXEMPLE I.

Le 22 Juin de l'année 1715, la hauteur méridienne du centre du Soleil, corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été trouvée de $64^d\ 38'\ 48''$. Le 22 Décembre suivant, jour du Solstice d'Hiver, elle a été déterminée de $17^d\ 41'\ 27''$. La différence entre ces deux hauteurs, est $46^d\ 57'\ 21''$, dont la moitié $23^d\ 28'\ 40''$, mesure l'obliquité de l'Ecliptique.

On peut aussi, par le moyen d'une seule observation du Soleil, faite à l'un des Solstices, déterminer l'obliquité de l'Ecliptique, pourvû que l'on ait connu auparavant la hauteur du Pole du lieu où l'on a fait l'observation, de la maniére qui a été expliquée ci-devant au Liv. 1. Chap. 1. des Etoiles fixes. On prendra le complément de cette hauteur du Pole, qui est égal à la hauteur de l'Equateur sur l'horison, & on le retranchera de la hauteur méridienne du centre du Soleil au Solstice d'Eté, ou bien on retranchera la hauteur méridienne du centre du Soleil au Solstice d'Hiver, de la hauteur de l'Equateur, & on aura l'obliquité de l'Ecliptique.

EXEMPLE II.

La hauteur du Pole de l'Observatoire de Paris a été déterminée par un grand nombre d'observations, de $48^d\ 50'\ 10''$, dont le complément $41^d\ 9'\ 50''$, est la hauteur de l'Equateur, le retranchant de la hauteur méridienne du centre du Soleil au Solstice d'Eté de 1738, qui a été trouvée de $64^d\ 38'\ 10''$, on aura l'obliquité de l'Ecliptique de $23^d\ 28'\ 20''$, qui est plus exacte que celle que l'on détermine par la hauteur du Soleil au Solstice d'Hiver, à cause des variations qui peuvent être causées par la réfraction & la parallaxe qui est beaucoup plus grande vers l'horison, que vers le Zénit.

En comparant ensemble un grand nombre de ces observations faites à l'Observatoire Royal depuis 66 années, on trouve que l'obliquité de l'Ecliptique a diminué dans cet intervalle d'environ 30 secondes, ce qui paroîtroit s'accorder à ce qui résulte des observations anciennes que nous rapporterons ici, afin d'examiner s'il y a eu quelque changement réel dans cette obliquité, ou bien si les variations qu'on y a trouvées, doivent s'attribuer à quelque défaut dans les Instruments, & dans la maniére d'observer.

Eratosthene, qui vivoit 230 ans avant Jésus-Christ, avoit trouvé que la différence entre la hauteur du Soleil, observée dans les deux

Solstices, étoit de 11 parties dont un grand Cercle de la Sphere est de 83; faisant, comme 83 est à 11, ainsi 360 degrés est à un autre nombre, on a la distance entre les termes des Solstices, de 47^d 42′ 40″, ce qui donne l'obliquité de l'Ecliptique de 23^d 51′ 20″.

Hipparque la détermina 90 ans après, de la même quantité, & elle fut trouvée à peu-près de même vers l'année 140 après Jesus-Christ, par Ptolemée, qui rapporte ces deux déterminations, & adjoûte qu'il a toûjours trouvé l'intervalle entre les Tropiques depuis 47^d 40′ jusqu'à 47^d 45′, de même que ces deux Astronomes qui l'avoient précédé.

Pappus, qui vivoit 390 ans après Jesus-Christ, & 250 après Ptolemée, assûre dans ses Collections Mathématiques *(liv. 6. theor. 35.)* que le quarré du diametre de la Sphere est au quarré du diametre du Tropique, comme 629 est à 529, & que la ligne droite tirée du centre de la Sphere au centre du Tropique, est au demi-diametre du Tropique, comme 10 à 23. Prenant la racine quarrée de 629, on aura 25 & $\frac{8}{100}$, & prenant la racine quarrée de 529, on aura 23; c'est pourquoi si l'on fait, comme 25 & $\frac{8}{100}$ est à 23; ainsi le sinus total 100000 est à un quatriéme nombre. On aura le demi-diametre du Tropique de 91706, qui est le sinus de 66^d 30′, dont le complément mesure l'obliquité de l'Ecliptique, qui sera par conséquent de 23^d 30′, à peu-près de même qu'on l'observe présentement. On trouvera la même obliquité de l'Ecliptique, en faisant, comme 23 est à 10, ainsi le demi-diametre du Tropique, qui est de 91706, est à la ligne droite tirée du centre de la Sphere au centre du Tropique, qu'on trouvera de 39875, sinus de 23^d 30′, obliquité de l'Ecliptique; d'où il est manifeste que dès le temps de Pappus, qui vivoit, comme on l'a dit, 250 ans après Ptolemée, l'obliquité de l'Ecliptique avoit été déterminée de 23^d 30′.

Albategnius, Astronome Arabe, observa vers l'an 880, dans la ville d'Aracte, avec un très-grand soin, la plus petite distance du Soleil au Zénit, de 12^d 26′, & la plus grande de 59^d 36; d'où il détermine l'intervalle entre les deux Solstices, de 47^d 10′, & l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 35′.

Cette observation a été suivie, au rapport de Copernic *(liv. 3. chap. 6.)* de celle d'Arzachel, qui observa 190 ans après, c'est-à-dire, en 1070, l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 34'$, & de celle de Prophatius, qui la trouva en l'année 1300, de $23^d\ 32'$.

Vers l'an 1460, Regiomontanus, dans ſon Epitome de l'Almageſte *(liv. 1. prop. 17.)* aſſûre avoir obſervé l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 28'$, quoique dans ſes Tables du premier Mobile *(probl. 2.)* il avouë que par les obſervations les plus récentes, il a trouvé la plus grande obliquité de l'Ecliptique, de 23 degrés & près de 30 min. qui eſt celle qu'il employe dans ſes Tables.

Quelques-unes de ſes obſervations ſont rapportées par Jean Schoner, avec celles de Waltherus ſon diſciple, qui obſerva à Nuremberg depuis l'année 1475 juſqu'en 1504, un grand nombre de hauteurs méridiennes du Soleil, par le moyen d'un Inſtrument appellé *Regle de Ptolemée,* qui meſuroit la corde de la diſtance du Soleil au Zénit.

Ayant comparé enſemble les obſervations de 12 Solſtices d'Eté, on trouve, en prenant un milieu, que la corde de la plus petite diſtance du Soleil au Zénit, étoit de 44890 parties, dont le rayon eſt 100000, ce qui donne la diſtance apparente du Zénit au Tropique de l'Ecreviſſe, de $25^d\ 56'\ 38''$, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de $25^d\ 57'\ 2''$.

Ayant auſſi examiné ſept de ces obſervations les plus exactes, faites au Solſtice d'Hiver, on trouve, en prenant un milieu, que la corde de la plus grande diſtance du Soleil au Zénit, étoit de $118791\frac{3}{10}$, ce qui donne la diſtance apparente du Zénit au Tropique du Capricorne, de $72^d\ 52'\ 34''$, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de $72^d\ 55'\ 34''$. On aura donc l'arc entre les deux Tropiques, de $46^d\ 58'\ 32''$, dont la moitié $23^d\ 29'\ 16''$, meſure l'obliquité de l'Ecliptique, qui ne différe que d'environ une minute de celle que l'on obſerve préſentement.

M. Wurtzelbaur, dans ſon Livre intitulé *Uranies Noricæ baſis,* imprimé en 1697, examine les obſervations de Waltherus, & en conclud l'obliquité de l'Ecliptique, un peu plus grande que celle que nous venons de trouver, ce qui vient de ce qu'il employe à Nuremberg, une Table des réfractions différente de celles que nous obſervons à Paris.

Ces obſervations de Waltherus, ſe trouvent confirmées par celles de Copernic, qui vivoit à peu-près dans le même temps, lequel *(liv. 2. chap. 2.)* assûre avoir trouvé la distance entre les Tropiques, de 46 degrés & près de 57 minutes, & l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 28′ 24″. Il ne marque pas s'il a tenu compte de sa réfraction & de la parallaxe, ce qui augmenteroit cette obliquité de près de 2 minutes.

En 1570, Ignace Danti observa à Florence, suivant ce qu'il rapporte *(Chap. 34. de la 2.^{de} partie de son Astrolabe)* la plus grande hauteur méridienne du Soleil, de 69^d 49′, & la plus petite de 22^d 51′, d'où il conclud la distance entre les Tropiques, de 46^d 58′, & l'obliquité de l'Ecliptique de 23^d 29′. Il ne paroît pas qu'il ait employé dans ces hauteurs, la réfraction & la parallaxe, dont si l'on veut tenir compte, on aura la hauteur du Soleil au Solstice d'Été, de 69^d 48′ 42″, & au Solstice d'Hiver, de 22^d 48′ 52″, ce qui donne la distance entre les Tropiques, de 46^d 59′ 50″, & l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 29′ 55″.

On trouve à peu-près la même obliquité par les observations Hessiennes, faites à Cassel depuis 1561 jusqu'en 1582.

Le 13 Décembre 1566, la hauteur méridienne du Soleil y fut observée de 15^d 12′ 0″, & le 12 Juin 1567, de 62^d 11′ 0″, ce qui donne la distance entre les Tropiques, de 46^d 59′ 0″, & l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 29′ 30″, de même que par les observations suivantes, dont quelques-unes ont été faites par le Landgrave de Hesse, qui observa à Cassel en 1572, la plus petite hauteur méridienne du Soleil, de 15^d 14′. La plus grande y fut observée en 1574, par un grand Quart-de-cercle, de 62^d 13′, ce qui donne l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 29′ 30″. Employant l'observation faite en 1574, par un petit Quart-de-cercle, par laquelle la plus grande hauteur méridienne du Soleil y a été trouvée de 62^d 12′, on aura l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 29′ 0″.

Ces observations étant corrigées par la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve présentement, donnent l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 30′ 30″, ou de 23^d 31′ 0″.

Cette obliquité est plus petite que celle que Tycho, qui vivoit vers ce temps-là, a marquée dans ses Tables, où il la suppose de 23^d 31′ 30″, ce qui vient de ce que dans les hauteurs solsticiales du centre du Soleil, il a employé des réfractions & des parallaxes, différentes de celles que l'on obſerve préſentement.

Vers le commencement du ſiécle précédent, Gaſſendi dans ſon Inſtitution Aſtronomique *(p. 12.)* ſuppoſe l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 31'.

Bouillaud, dans ſon Aſtronomie Philolaïque *(liv. 5, p. 229.)* la détermine de 23^d 32', quoique dans ſes Tables de déclinaiſon, il ne la ſuppoſe que de 23^d 31' 30"; & Riccioli, dans ſon Almageſte, ne la trouve que de 23^d 30' 0", par des obſervations choiſies, faites en 1643 & 1646.

Il adjoûte dans ſon Aſtronomie réformée, qu'on peut la ſuppoſer de 23^d 30', quoique les obſervations faites avec le plus d'exactitude, la donnent de 23^d 30' 20".

En 1656, mon Pere *(Voy. Eph. Malv. p. 176.)* obſerva à la Méridienne de S.t Petrone, qu'il avoit conſtruite l'année précédente, la diſtance du Soleil au Zénit dans le Solſtice d'Eté, de 21^d 0' 0". Le 21 Décembre ſuivant, au Solſtice d'Hiver, il obſerva la diſtance du Zénit au bord ſupérieur du Soleil, de 67^d 40' 5", & à ſon bord inférieur, de 68^d 12' 9". Employant la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve préſentement, on aura la diſtance du Soleil entre les deux Tropiques, de 46^d 58' 4", dont la moitié 23^d 29' 2", meſure l'obliquité de l'Ecliptique, qui ne différe que de 2 ſecondes de celle qu'il employa alors dans ſes Tables, de 23^d 29' 0".

Cette détermination a été confirmée par les obſervations qui furent faites en 1672, dans l'Iſle de Cayenne, près de l'Amérique Méridionale, qui n'eſt éloignée de l'Equateur, que de 5 degrés. M. Richer, qui y fut envoyé exprès par ordre du Roy, pour y travailler aux Obſervations Aſtronomiques, y détermina le 20 Juin au Solſtice d'Eté, la diſtance apparente du centre du Soleil au Zénit, de 18^d 32' 20" vers le Nord, & le 20 Décembre au Solſtice d'Hiver, de 28^d 24' 44" vers le Midi, ce qui donne la diſtance apparente entre les Tropiques, de 46^d 57' 4". Adjoûtant à ces obſervations, l'excès de la réfraction ſur la parallaxe, qui, dans celle du 20 Juin, étoit de 17", & dans celle du 20 Décembre, de 27", on aura la diſtance entre les deux Tropiques, de 46^d 57' 48", & l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 28' 54", peu différente de celle qui avoit été déterminée en 1656.

Enfin,

Enfin, nous avons trouvé par un grand nombre d'obſervations faites dans les années derniéres, l'obliquité de l'Ecliptique de 23^d $28'$ $20''$, plus petite de 23 minutes que celle qu'Eratoſthene avoit déterminée 1970 années auparavant, ce qui eſt à raiſon de $1'$ $10''$ pour 100 années.

Suppoſant que cette obliquité ait toûjours diminué dans la même proportion, on trouvera qu'elle a dû être au temps des divers Aſtronomes, d'une quantité que nous avons comparée ici avec leurs obſervations, en cette maniére.

Obliquité de l'Ecliptique.

Suivant les Obſervations des Aſtronomes.					Suppoſant une variation annuelle.		
Eratoſthene 230 ans avant Jeſus-Chriſt	23^d	$51'$	$20''$	....	23^d	$51'$	$20''$
Hipparque 140 ans avant J.C.	23	51	20	....	23	50	17
Ptolemée 140 ans après J.C.	23	51	10	....	23	47	0
Pappus .... en 390,	23	30	0	....	23	44	7
Albategnius .... en 880,	23	35	0	....	23	38	21
Arzachel ...... en 1070,	23	34	0	....	23	36	8
Prophatius ..... en 1300,	23	32	0	....	23	33	27
Regiomontanus.. en 1460,	23	30	0	....	23	31	35
Copernic ...... en 1500,	23	28	24	....	23	31	7
Waltherus ..... en 1500,	23	29	16	....	23	31	7
Danti .... en 1570,	23	29	55	....	23	30	18
Tycho .... en 1570,	23	31	30	....	23	30	18
Gaſſendi ...... en 1600,	23	31	0	....	23	29	57
Caſſini .... en 1656,	23	29	2	....	23	29	19
Richer .... en 1672,	23	28	54	....	23	29	6
A l'Obſervatoire en 1738,	23	28	20	....	23	28	20

On voit par cette comparaiſon, que ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique variable, il y a encore des différences qui peuvent faire douter s'il y a une variation réelle & uniforme dans cette obliquité, ou ſi l'on doit plûtôt attribuer ces différences au peu d'exactitude qu'il y a dans les obſervations des Anciens, où l'on trouve des erreurs encore plus grandes que celles que l'on a remarquées entre les différentes obliquités de l'Ecliptique. On peut conſulter ſur cela ce qui eſt rapporté par le P. Riccioli, au 3.me livre de ſon Almageſte, pour prouver l'immobilité de l'Ecliptique, & concilier les obſervations d'Eratoſthene & de Ptolemée, avec celles qui ont été faites de ſon temps.

On pourroit auſſi attribuer ces variations à quelque mouvement dans l'axe de la Terre, qui ſe rétabliroit dans la ſuite, conformément au ſentiment de Copernic, qui détermina de ſon temps cette obliquité de $23^{d}\ 28'\ 30''$, & conjectura qu'elle n'avoit jamais été plus grande de $23^{d}\ 51'\ 20''$, ni plus petite de $23^{d}\ 28'\ 0''$, ce qu'il tâche d'expliquer par un mouvement de libration qu'il donne à l'axe de la Terre.

CHAPITRE IV.

Du Mouvement vrai ou apparent du Soleil à l'égard de la Terre.

QUOIQUE la plûpart des Auteurs qui ont traité de l'Aſtronomie, ayent d'abord eſſayé de déterminer le mouvement moyen du Soleil, avant que de preſcrire les regles pour déterminer ſon vrai mouvement; cependant l'ordre que nous nous ſommes propoſé de ne ſuppoſer que ce qui eſt abſolument néceſſaire, & de paſſer des notions les plus connuës à celles qui le ſont le moins, ſemble demander de nous, que nous commencions à parler du mouvement que le Soleil paroît décrire à notre égard, que nous appellons *mouvement vrai ou apparent,* & que l'on peut déterminer en différentes manieres.

Premiére Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

La premiére méthode & la plus ſimple pour déterminer le mouvement vrai ou apparent du Soleil, eſt d'obſerver tous les jours, ou le plus ſouvent qu'il eſt poſſible, la hauteur méridienne du centre du Soleil, ce que l'on peut faire par le moyen d'un Quart-de-cercle ou d'un Gnomon, dont la hauteur eſt connuë, & qui tranſmet l'image du Soleil ſur un plan horiſontal.

On corrigera cette hauteur par la réfraction & la parallaxe,

& on aura la hauteur véritable du centre du Soleil à ſon paſſage par le Méridien.

On prendra la différence entre la hauteur véritable du centre du Soleil, & celle de l'Equateur du lieu où l'on obſerve, que l'on ſçait être le complément de la hauteur du Pole, & l'on aura ſa déclinaiſon qui ſera ſeptentrionale lorſque la hauteur du Soleil eſt plus grande que celle de l'Equateur, & méridionale lorſqu'elle eſt plus petite.

On réſoudra enſuite le Triangle ſphérique *ABC (Fig. 23.)* rectangle en *B*, dans lequel *AC* repréſente la diſtance du Soleil à l'interſection du Bélier ou de la Balance, *AB* ſon aſcenſion droite, *BC* ſa déclinaiſon qui eſt connuë, & l'angle *BAC* l'obliquité de l'Ecliptique, que nous avons ſuppoſée de $23^d\ 29'\ 0''$; c'eſt pourquoi l'on trouvera l'arc *AC*, qui meſure la diſtance du Soleil au point du Bélier ou de la Balance.

Lorſque la déclinaiſon du Soleil eſt ſeptentrionale, & augmente d'un jour à l'autre, l'arc *AC* meſure la longitude du Soleil priſe depuis le point du Bélier; & lorſqu'elle va en diminuant, l'arc *AC* repréſente la diſtance du Soleil au point de la Balance, qu'il faut retrancher de 180 degrés pour avoir la longitude du Soleil.

Lorſque la déclinaiſon du Soleil eſt méridionale, & augmente d'un jour à l'autre, l'arc *AC* repréſente la diſtance du Soleil au point de la Balance, qu'il faut adjoûter à 180 degrés pour avoir la longitude du Soleil; & lorſqu'elle va en diminuant, l'arc *AC* repréſente la diſtance du Soleil au point du Bélier, qu'il faut retrancher de 360 degrés pour avoir la longitude du Soleil.

On déterminera de la même maniére, la longitude du Soleil pour le jour ſuivant, ou tel autre jour que l'on voudra, & l'on prendra la différence entre ces deux longitudes qui meſure le vrai mouvement du Soleil pendant un intervalle de temps connu. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLE I.

Le 30. Avril 1717, la hauteur méridienne du centre du Soleil a été obſervée de $56^d\ 0'\ 7''$, retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui, à cette hauteur, eſt de 40 ſecondes, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $55^d\ 59'\ 27''$, dont il faut retrancher la hauteur de l'Equateur, qui est à l'Observatoire de Paris, de $41^d\ 9'\ 50''$, & on aura la déclinaison septentrionale du Soleil à midi, de $14^d\ 49'\ 37''$.

Le 31 Juillet 1717, la hauteur méridienne du centre du Soleil a été observée de $59^d\ 29'\ 8''$, retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui, à cette hauteur, est de 35 secondes, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $59^d\ 28'\ 33''$, dont il faut retrancher la hauteur de l'Equateur, qui est de $41^d\ 9'\ 50''$, pour avoir la déclinaison septentrionale du Soleil à midi, de $18^d\ 18'\ 43''$.

La déclinaison septentrionale du Soleil étant connuë dans ces deux observations, on fera, comme le sinus de l'angle *CAB*, de $23^d\ 29'\ 0''$ est au sinus total; ainsi le sinus de l'arc *CB*, qui mesure la déclinaison observée le 30 Avril 1717, de $14^d\ 49'\ 37''$ est au sinus de l'arc *AC*, de $39^d\ 57'\ 20''$, qui mesure la longitude du Soleil, à cause que sa déclinaison, qui étoit septentrionale, alloit en augmentant.

On fera aussi, comme le sinus de $23^d\ 29'\ 0''$ est au sinus total; ainsi le sinus de la déclinaison du Soleil, qui a été trouvée le 31 Juillet 1717, de $18^d\ 18'\ 43''$, est au sinus de $52^d\ 2'\ 30''$, qu'il faut retrancher de 180 degrés, à cause que la déclinaison du Soleil qui étoit septentrionale, alloit alors en diminuant, & on aura la longitude du Soleil le 31 Juillet 1717, à midi, de $127^d\ 57'\ 30''$.

On a trouvé ci-dessus, la longitude du Soleil le 30 Avril à midi, de $39^d\ 57'\ 20''$. La différence, qui est de $88^d\ 0'\ 10''$, mesure le vrai mouvement du Soleil pendant l'intervalle entre ces deux observations, qui est de 92 jours.

EXEMPLE II.

Le 21 Mars de l'année 1715, la hauteur méridienne du centre du Soleil corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été observée de $41^d\ 15'\ 55''$.

Le 20 Mars de l'année 1716, elle a été observée de $41^d\ 10'\ 5''$. Retranchant de ces deux hauteurs, celle de l'Equateur, qui est de $41^d\ 9'\ 50''$, on aura la déclinaison septentrionale du Soleil le 21 Mars 1715, à midi, de $6'\ 5''$, & le 20 Mars 1716, de $0'\ 15''$, par le moyen desquelles on trouvera, en calculant le

Triangle *ABC*, la longitude du Soleil le 21 Mars 1715, de 15′ 16″, & le 20 Mars 1716, de 0^d 0′ 38″. Prenant la différence entre ces deux longitudes, on aura 359^d 45′ 22″, qui meſurent le mouvement vrai du Soleil dans l'eſpace d'une année commune de 365 jours, ce qui eſt à raiſon de 59′ 8″ 15‴ par jour.

Seconde Méthode de déterminer le mouvement vrai ou apparent du Soleil.

On obſervera dans le cours d'une année, le plus ſouvent qu'il eſt poſſible, les points de l'horiſon où le Soleil ſe leve & ſe couche, & on meſurera la diſtance horiſontale de ces points à celui du Midi ou du Septentrion.

Si l'on ſuppoſe préſentement un Méridien *AZPB (Fig. 24.)* qui paſſe par le Zénit Z, & par le Pole *P* du lieu où l'on a obſervé, *ACB* l'horiſon, *ECF* l'Equateur, *H* le point de l'horiſon où le Soleil s'eſt levé ou s'eſt couché, lorſque ſa diſtance au point du Midi étoit moindre de 90 degrés, *h* le point de l'horiſon où le Soleil s'eſt levé ou s'eſt couché, lorſque ſa diſtance au point du Midi excedoit 90 degrés.

Soit mené du point Z, par les points *H* & *h*, les verticaux *ZHN*, *ZhN*, & du Pole *P*, par les mêmes points *H* & *h*, les Cercles de déclinaiſon *PHG*, *PhG*.

Dans les Triangles ſphériques *ZPH*, *ZPh*, les angles *PZH* ou *PZh*, qui meſurent la diſtance horiſontale du Soleil au point du Nord, ſont connus, de même que l'arc *ZP*, diſtance du Zénit au Pole, & l'arc *ZH* ou *Zh*, diſtance du Soleil au Zénit, qui eſt de 90 degrés plus la réfraction corrigée par la parallaxe; c'eſt pourquoi l'on trouvera par la Trigonométrie ſphérique, les arcs *PH* ou *Ph*. Retranchant de l'arc *PH*, l'arc *PI* de 90 degrés, reſte l'arc *HI*, qui meſure dans ce cas la déclinaiſon méridionale du Soleil. Prenant le complément de l'arc *Ph*, on aura l'arc *hi*, qui meſure la déclinaiſon ſeptentrionale du Soleil.

Connoiſſant la déclinaiſon du Soleil pour le temps des diverſes obſervations qu'on en a faites à l'horiſon, on trouvera de la maniére qui a été enſeignée ci-devant, la longitude du Soleil, & par conſéquent ſon mouvement vrai pendant l'intervalle de temps écoulé entre ces obſervations.

Exemple I.

Le 1.er Mai de l'année 1717, le centre du Soleil a paru à l'horiſon artificiel de l'Obſervatoire de Paris entre l'Orient & le Nord, éloigné du point du Midi, de 113^d 50'.

La diſtance du centre apparent du Soleil au Zénit, étoit de 90 degrés, à laquelle il faut adjoûter la réfraction horiſontale moins la parallaxe, qui eſt de 32' 10", dont le Soleil paroiſſoit plus élevé qu'il n'étoit effectivement, & on aura la diſtance véritable du Soleil au Zénit, qui eſt meſurée par l'arc Zh, de 90^d 32' 10". L'arc ZP, diſtance du Pole au Zénit de l'Obſervatoire eſt de 41^d 9' 50", & l'angle PZh, compris entre ces arcs, ſupplément de la diſtance du centre du Soleil au point du Midi, eſt de 66^d 10'; c'eſt pourquoi l'on trouvera par la Trigonométrie ſphérique, l'arc Ph, de 74^d 58' 24", dont le complément hi meſure la déclinaiſon du Soleil, qui eſt de 15^d 1' 36", & qui eſt ſeptentrionale, à cauſe que le centre du Soleil étoit vers le Nord. Cette déclinaiſon étant connuë, on aura la longitude du Soleil, de 40^d 35' 20".

Exemple II.

Le 1.er Août 1717, le centre du Soleil a paru ſe lever à l'Obſervatoire de Paris entre l'Orient & le Nord, éloigné du point du Nord, de 61^d 20', la hauteur de l'horiſon ſenſible étant de 30 minutes.

La diſtance du centre apparent du Soleil au Zénit, étoit donc de 89^d 30', à laquelle il faut adjoûter la réfraction moins la parallaxe, qui, à cette hauteur, eſt de 30' 8", & on aura l'arc Zh, de 90^d 0' 8". L'arc ZP eſt de 41^d 9' 50", & l'angle PZh, de 61^d 20'; c'eſt pourquoi l'on trouvera l'arc Ph, de 71^d 52' 20", dont le complément hi meſure la déclinaiſon du Soleil, qui eſt de 18^d 7' 40" vers le Septentrion, avec laquelle on déterminera la diſtance du Soleil au point de la Balance, de 51^d 20', dont le ſupplément meſure la longitude du Soleil, qui eſt de 128^d 40'.

On l'avoit trouvée le 1.er Mai, à 4^h 45' du matin, de 40^d 35' 20", la différence eſt de 88^d 4' 40", qui meſurent le vrai mouvement du Soleil dans l'eſpace de 92 jours.

Troisième Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

La méthode que nous proposons ici, ne demande point d'Instruments pour observer les distances horisontales, mais seulement une Pendule ou Horloge à secondes, bien reglée à une Méridienne.

On observera pour cet effet, l'heure du lever ou du coucher du Soleil. La différence entre cette heure & midi, réduite en degrés, à raison de 360 degrés pour le temps que le Soleil a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, mesure l'angle ZPH ou ZPh (*Fig. 24.*) entre le Méridien $PZAN$, & le cercle vertical PHG ou PhG, qui passe par le Pole & le centre du Soleil placé sur l'horison en H ou en h, & par conséquent dans le Triangle ZPH ou ZPh, les angles ZPH ou ZPh étant connus, aussi-bien que l'arc ZP entre le Pole & le Zénit, & l'arc ZH ou Zh, distance du Zénit au Soleil, qui est de 90 degrés plus la réfraction moins la parallaxe, on trouvera les arcs PH ou Ph. Retranchant de l'arc PH, l'arc PI, de 90 degrés, on aura l'arc HI, qui mesure la déclinaison méridionale du Soleil. Prenant le complément de l'arc Ph, on aura l'arc hi, qui mesure la déclinaison septentrionale du Soleil.

E x e m p l e.

Le 1.er Mai de l'année 1717, le centre du Soleil a paru à l'horison artificiel de l'Observatoire de Paris, à $4^h\ 45'\ 6''$ du matin. La distance du lever du Soleil à midi, est de $7^h\ 14'\ 54''$, qui, réduites en degrés, mesurent l'angle ZPh, de $108^d\ 43'\ 30''$. L'arc ZP est de $41^d\ 9'\ 50''$, & le côté Zh est de $90^d\ 32'\ 10''$; c'est pourquoi dans le Triangle sphérique ZPh, dont l'angle ZPh est connu, & les côtés ZP & Zh, on trouvera l'arc Ph, de $74^d\ 58'\ 24''$, dont le complément $15^d\ 1'\ 36''$, mesure la déclinaison septentrionale du Soleil, avec laquelle on trouvera sa longitude le 1.er Mai 1717, à $4^h\ 45'\ 6''$ du matin, de $40^d\ 35'\ 20''$.

Quatrième Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

Nous avons supposé dans les méthodes précédentes, la connoissance de la parallaxe du Soleil, & principalement de sa réfraction horiſontale, que l'on ſçait être ſujette à quelques variations, à cauſe des vapeurs qui environnent l'horiſon; c'eſt pourquoi nous donnerons ici une méthode qui n'eſt point ſujette à ces éléments, & dont l'on peut même ſe ſervir pour en déterminer la quantité.

On obſervera la diſtance horiſontale du centre du Soleil au point du Midi ou du Septentrion, ſoit que le Soleil ſe rencontre alors à l'horiſon artificiel, ſoit qu'il ſe trouve plus ou moins élevé, & on marquera l'heure véritable de cette obſervation. La différence de cette heure à midi, réduite en degrés, meſure l'angle *ZPH* ou *ZPh*, & la diſtance horiſontale du centre du Soleil au point du Nord, meſure l'angle *PZH* ou *PZh*; & par conſéquent dans le Triangle *ZPH* ou *ZPh*, dont l'arc *ZP* eſt connu de $41^d\ 9'\ 50''$, & les angles *ZPH* ou *ZPh*, *PZH* ou *PZh*, on aura le côté *PH* ou *Ph*, & par conſéquent la déclinaiſon du Soleil *HI* ou *hi*, & ſa vraye longitude.

On fera auſſi, comme le ſinus de l'angle *PZH*, eſt au ſinus de l'angle *ZPH*; ainſi le ſinus de l'arc *PH*, eſt au ſinus de l'arc *ZH*, diſtance véritable du Soleil au Zénit, qui, étant comparée avec la diſtance apparente, donne la quantité de la réfraction moins la parallaxe, qui convient à la hauteur apparente du centre du Soleil.

Exemple.

Le 1.er Mai de l'année 1717, à $4^h\ 45'\ 6''$ du matin, heure vraye, la diſtance entre le centre du Soleil, qui étoit à l'horiſon, & le point du Midi, étoit de $113^d\ 50'$. La différence entre $4^h\ 45'\ 6''$ & midi, eſt de $7^h\ 14'\ 54''$, qui, réduites en degrés, meſurent l'angle *ZPh*, de $108^d\ 43'\ 30''$; & dans le Triangle ſphérique *ZPh*, dont l'arc *ZP* eſt connu de $41^d\ 9'\ 50''$, l'angle *ZPh*, de $108^d\ 43'\ 30''$, & l'angle *PZh*, ſupplément de la diſtance horiſontale du Soleil au point du Midi, eſt de $66^d\ 10'$, on trouvera l'arc *Ph*, de $74^d\ 58'\ 24''$, dont le complément $15^d\ 1'\ 36''$, meſure la déclinaiſon ſeptentrionale du Soleil *hi*, par le moyen de laquelle on trouvera ſa longitude de $40^d\ 35'\ 20''$.

On trouvera auſſi dans le même Triangle, l'arc *Zh*, diſtance véritable du centre du Soleil au Zénit, de $90^d\ 32'\ 10''$, dont retranchant ſa diſtance apparente, qui étoit de $90^d\ 0'\ 0''$, reſte la réfraction moins la parallaxe horiſontale du Soleil, de $32'\ 10''$.

Cinquiéme

Cinquième Méthode de déterminer le Mouvement vrai ou apparent du Soleil.

Ayant connu par les Tables des Etoiles fixes, l'aſcenſion droite d'une Etoile fixe, priſe à volonté, on obſervera pluſieurs jours de ſuite, la différence entre le paſſage du Soleil & de cette Etoile par le Méridien. On réduira cette différence en degrés, minutes & ſecondes, à raiſon de 15 degrés par heure, pour avoir la différence entre l'aſcenſion droite du Soleil & celle de l'Etoile, au temps de ſon paſſage par le Méridien, qu'il faut adjoûter à l'aſcenſion droite de l'Etoile, lorſqu'elle paſſe par le Méridien avant le Soleil, & qu'il faut retrancher de l'aſcenſion droite de l'Etoile lorſque ſon paſſage ſuit celui du Soleil, & l'on aura l'aſcenſion droite du Soleil au temps du paſſage de l'Etoile par le Méridien. Connoiſſant l'aſcenſion droite du Soleil, on trouvera ſa longitude véritable : car dans le Triangle ſphérique *ABC (Fig. 23.)* rectangle en *B*, l'arc *AB*, diſtance en aſcenſion droite du Soleil au point du Bélier ou de la Balance, étant connu, auſſi-bien que l'obliquité de l'Ecliptique *BAC*, de $23^d\ 29'\ 0''$; on fera, comme le ſinus total eſt à la tangente du complément de l'arc *AB*; ainſi le ſinus du complément de l'angle *BAC*, de $23^d\ 29'\ 0''$ eſt à la tangente du complément de l'arc *AC*, diſtance du Soleil au point du Bélier ou de la Balance, priſe ſur l'Ecliptique qui meſure ſa longitude véritable.

On calculera de la même maniére, la longitude du Soleil pour le jour ſuivant, ou tel autre que l'on voudra, & on prendra la différence qui meſurera le vrai mouvement du Soleil, pendant un intervalle de temps donné.

Exemple.

Le 23 Décembre de l'année 1717, le paſſage de Sirius par le Méridien, a été obſervé 11 heur. 32 minutes 20 ſecond. $\frac{1}{2}$ avant celui du Soleil. Réduiſant ces heures en degrés, on aura la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & cette Etoile, de $173^d\ 5'\ 7''$, qui, étant adjoûtée à l'aſcenſion droite de l'Etoile, qui étoit alors de $98^d\ 11'\ 58''$, à cauſe que ſon paſſage a précédé celui du Soleil, donne l'aſcenſion droite du Soleil le 23 Décembre à 11^h 32′ 20″$\frac{1}{2}$ avant midi, de 271^d 17′ 5″. On fera présentement, comme le sinus total est à la tangente du complément de l'arc *AB,* de 88^d 42′ 55″, distance en ascension droite du Soleil au point du Bélier; ainsi le sinus du complément de l'angle *BAC,* de 23^d 29′ de l'obliquité de l'Ecliptique, est à la tangente du complément de l'arc *AC,* distance en longitude au point du Bélier, qu'on trouvera de 88^d 49′ 19″, dont le supplément à 360 degrés, mesure la longitude véritable du Soleil, qui sera par conséquent de 271^d 10′ 41″.

Le 6 Janvier de l'année 1718, le passage de Sirius par le Méridien, a été observé 11 heur. 21 minut. 29 second. $\frac{1}{2}$ après celui du Soleil. Réduisant ces heures en degrés, on aura 170^d 22′ 22″ $\frac{1}{2}$, qui, étant retranchés de 98^d 12′ 0″, à cause que le passage de l'Etoile a suivi celui du Soleil, donne l'ascension droite du Soleil le 6 Janvier 1718, à 11^h 21′ 29″$\frac{1}{2}$, de 287^d 49′ 37″, dont le supplément à 360 degrés, est 72^d 10′ 22″, avec lequel on trouvera la distance du Soleil au point du Bélier, de 73^d 33′ 59″, dont le supplément à 360 degrés, mesure sa longitude, qui étoit de 286^d 26′ 1″, à 11^h 21′ 29″$\frac{1}{2}$ du soir.

La différence entre la longitude du Soleil observée le 23 Décembre 1717, à 11^h 32′ 20″$\frac{1}{2}$ avant midi, & le 6 Janvier 1718, à 11^h 21′ 29″$\frac{1}{2}$ du soir, est de 15^d 15′ 20″, qui mesurent le mouvement vrai du Soleil pendant l'intervalle de 15 jours moins une heure 6 min. 10 sec. ce qui est à raison de 61′ 12″$\frac{1}{2}$ par jour.

CHAPITRE V.

De la grandeur apparente du Diametre du Soleil;

Et du rapport de sa plus grande à sa plus petite distance de la Terre.

AYANT observé la grandeur apparente du Soleil pendant le cours d'une année, on a remarqué que son diametre paroissoit de différente grandeur, suivant les différentes situations du Soleil sur l'Ecliptique; & comme, suivant les regles d'Optique, le même objet paroît plus grand plus il s'approche de nous, & diminuë en apparence à meſure qu'il s'en éloigne, on a reconnu que la diſtance réelle du Soleil à la Terre étoit ſujette à diverſes variations.

Pour les déterminer de même que celles du diametre apparent du Soleil, on peut employer diverſes méthodes.

La premiére eſt d'obſerver avec un Quart-de-cercle garni d'une Lunette, la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil, & celle de ſon bord inférieur, au temps de ſon paſſage par le Méridien, ce que l'on peut faire alors plus commodément que dans toute autre ſituation de cet Aſtre ſur l'horiſon, parce que le Soleil ne change pas ſenſiblement de hauteur dans l'eſpace d'une ou de deux minutes. On corrigera chacune de ces hauteurs par la réfraction & la parallaxe, pour avoir la hauteur véritable du bord ſupérieur du Soleil & de ſon bord inférieur, dont la différence meſurera le vrai diametre vertical du Soleil.

Cette méthode eſt fort ſimple, & donne la grandeur apparente du diametre du Soleil, & par conſéquent le rapport des diverſes diſtances du Soleil à la Terre, avec autant de préciſion que l'on en peut eſpérer de la diviſion de l'Inſtrument dont on s'eſt ſervi.

La ſeconde méthode de déterminer le diametre apparent du Soleil, eſt d'obſerver à une Pendule bien reglée, le temps que ce diametre employe à paſſer par le Méridien, ou par un Cercle horaire.

Lorſque le Soleil parcourt par ſon mouvement journalier, l'Equateur ou un Cercle parallele qui lui eſt fort proche, on réduira les minutes & ſecondes d'heures de ſon paſſage en minutes & ſecondes de degrés, à raiſon de 360 degrés pour le temps que le Soleil a employé à retourner au Méridien, ou au même Cercle horaire d'un jour à l'autre, & on aura la grandeur apparente de ſon diametre horiſontal.

Mais lorſque le Soleil décrit un Parallele éloigné de l'Equateur, on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de la déclinaiſon du Soleil; ainſi le temps que le diametre du Soleil a employé à paſſer par le Méridien, réduit en minutes & ſecondes de degrés, eſt au ſinus de l'arc d'un grand Cercle qui meſure le diametre horiſontal du Soleil.

Cette méthode ſe peut pratiquer très-commodément, & ſeroit fort exacte, ſi l'on pouvoit diſtinguer les parties de ſecondes que le Soleil employe à paſſer par le Méridien.

La troiſiéme méthode de déterminer le diametre apparent du Soleil, eſt de placer dans une Lunette au foyer commun du verre objectif & de l'oculaire, deux réticules ou fils déliés, paralleles entr'eux, poſés ſur un Micrometre, qui eſt un inſtrument deſtiné à meſurer les petits intervalles, que l'on peut conſtruire en différentes maniéres.

Dans les Micrometres qui ſe font par le moyen d'une vis qui ſert à approcher ou reculer les réticules l'un de l'autre, on a ſoin d'y placer deux index avec des diviſions, dont l'un marque chaque tour de vis par une de ces diviſions, & l'autre les centiémes parties de chaque tour de vis. On diſpoſera les réticules de maniére qu'ils comprennent un certain nombre exact de tours de vis ou de diviſions, & on déterminera l'arc du Ciel qui répond à ces diviſions, ce qui peut s'exécuter en deux maniéres différentes.

La premiére eſt de placer fixement la Lunette garnie de ſon Micrometre, de ſorte que les fils ſoient dans une ſituation verticale, & de meſurer avec ſoin ſuivant la direction de cette Lunette ſur un terrein uni, une baſe, à l'extrémité de laquelle on placera ſur un plan perpendiculaire à la direction de la Lunette, deux mires ou marques viſibles, que l'on ajuſtera de maniére qu'elles comprennent exactement l'intervalle entre ces fils, & l'on fera, comme la diſtance meſurée ſur le terrein, depuis le tiers de l'épaiſſeur de l'objectif, du côté de l'objet, juſqu'au plan ſur lequel ſont poſées les mires, eſt à la moitié de l'intervalle entre ces mires; ainſi le ſinus total eſt à la tangente la de moitié de l'arc qu'occupe dans le Ciel le nombre des diviſions marquées par l'index.

On aura par ce moyen, l'arc qui répond à chaque tour de vis & à chaque centiéme partie d'un de ces tours, dont on dreſſera une Table qui ſervira à déterminer la grandeur apparente du diametre du Soleil ou de tel autre objet que l'on voudra, en diſpoſant ces fils de maniére qu'ils comprennent exactement l'image du Soleil, & remarquant le nombre de tours de vis & de centiémes parties compriſes dans cet intervalle, qu'on réduira par le moyen de cette Table, en minutes & ſecondes d'un grand Cercle.

On peut auſſi, pour une plus grande facilité, placer à une diſtance connuë, deux mires à tel intervalle que l'on voudra l'une de l'autre, & remarquer le nombre de tours de vis & de centiémes parties compriſes entre cet intervalle, par le moyen deſquelles on dreſſera une Table qui donnera les arcs qui répondent à chaque diviſion du Micrometre.

La ſeconde maniére de déterminer, par le moyen du Micrometre, la grandeur apparente du diametre du Soleil, eſt de meſurer avec un compas, la diſtance entre les fils qui comprennent l'image du Soleil, & de comparer cette meſure avec la diſtance de ces fils juſqu'au tiers de l'épaiſſeur du verre objectif en dedans de la Lunette. On fera enſuite, comme cette diſtance eſt à la moitié de l'intervalle entre ces fils; ainſi le ſinus total eſt à la tangente du demi-diametre du Soleil.

Pour rendre raiſon de cette derniére opération, ſoit *(Fig. 25.)* *AC* le diametre du Soleil, *LMTQ* le verre objectif de la Lunette, dont les ſurfaces *LM, QT* ſont également convexes. Soit mené des extrémités *A* & *C* du diametre *AC*, les rayons *AO, CN*; qui ſe rompant en *O* & en *N*, s'approchent de la perpendiculaire, & décrivent les lignes *OH, NE,* qui ſe croiſent au centre *D* du verre objectif; ces rayons étant arrivés en *E* & en *H*, ſe rompront en entrant dans l'air, & s'écartant de la perpendiculaire, ils parviendront en *P* & en *R* au foyer commun du verre objectif & de l'oculaire, de ſorte que le point *C* du Soleil ſera repréſenté par le point *P*, & le point *A* par le point *R*. Prolongés les rayons *AO, CN,* juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en *S*, & les rayons *PE, RH,* juſqu'en *I*. Les angles *DNS, DEI,* qui meſurent l'inclinaiſon du rayon rompu *NE* à l'égard des rayons *CN* & *PE*, ſont égaux, à cauſe que les points *N* & *E* des ſurfaces également convexes, ſont à égale diſtance du centre. Y adjoûtant les angles *KDN, EDG,* qui ſont auſſi égaux entr'eux, on aura l'angle *KSN* égal à l'angle *GIE*; & par conſéquent l'angle *ASC*, double de l'angle *KSN* égal à l'angle *PIR*, double de *GIE*. Mais l'angle *ASC* meſure le diametre du Soleil vû du point *S*: donc l'angle *PIR* meſure ce diametre, lequel eſt repréſenté par *PR* qui eſt au foyer commun des deux verres.

Soit mené du point *B*, centre de l'arc *QT*, les rayons *BE, BG*, l'angle *BEI* ou *PEV*, repréſentera l'angle de réfraction du rayon *PE* en ſortant du verre, & l'angle *BED* l'angle d'incidence, dont les ſinus ſont comme 3 à 2, ſuivant les expériences que l'on en a faites. Maintenant à cause de la distance *EG* entre les rayons *BE* & *BG,* qui est fort petite par rapport à la grandeur du rayon *BG,* les lignes *BE* & *BG,* peuvent passer pour paralleles. On aura donc l'angle *EIG* égal à l'angle *BEI,* & l'angle *EDG* égal à l'angle *BED,* & par conséquent le sinus de l'angle *EIG* sera au sinus de l'angle *EDG* comme 3 à 2. Mais le sinus de l'angle *EIG* est au sinus de l'angle *EDG,* comme *ED* est à *EI,* ou bien, comme *DG* est à *IG,* qui n'en différe pas sensiblement: donc *DG* est à *IG,* comme 3 à 2. Si donc l'on adjoûte à *GF,* distance du point *F* à la surface intérieure de l'arc *QT* du verre objectif, les deux tiers de la moitié de son épaisseur, on aura la valeur de *IF,* avec laquelle on trouvera la grandeur du diametre apparent du Soleil, en faisant, comme *IF* est à *PF,* moitié de l'image du Soleil, comprise entre les fils du réticule du Micrometre; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle *FIP* ou *XSC,* dont le double mesure le diametre *AC* du Soleil.

Cette même démonstration sert à rendre raison de la premiére maniére qu'on a enseignée pour déterminer la grandeur apparente du diametre du Soleil, ou de tel autre arc du Ciel compris entre les fils du Micrometre. Car supposant les mires en *A* & en *C,* qui comprennent un intervalle semblable au diametre apparent du Soleil, ou à tel autre arc du Ciel que l'on voudra; les angles *ASC, PIR* étant égaux, on aura *IF* à *FP,* comme *SX* est à *XC.* Mais l'on a démontré que *IF* est à *FP,* comme le sinus total est à la tangente de l'angle *FIP,* dont le double mesure le diametre du Soleil, ou tel autre arc du Ciel, mesuré par l'angle *ASC:* Donc la distance *SX* mesurée sur le terrein, depuis le tiers de l'épaisseur de l'objectif vers l'objet *AC,* jusqu'au plan sur lequel sont placées les mires *A* & *C,* est à *XC,* moitié de l'intervalle *AC* entre ces mires, comme le sinus total est à la tangente de la moitié de l'image du Soleil, ou tel autre arc dans le Ciel, mesuré par l'angle *FIR* ou *ASX.*

Exemple.

Dans la construction d'un Quart-de-cercle de 6 pieds de rayon qu'on a placé fixement en 1732 dans le cabinet de la Tour orientale de l'Observatoire, on y a mis un Micrometre garni de fils paralleles qui répondent au foyer de la Lunette, que l'on peut approcher ou reculer l'un de l'autre par le moyen d'une vis avec deux index, dont le premier qui est à côté, marque le nombre des tours de vis, & le second qui est au dessus, marque sur un cercle divisé en 100 parties, les centiémes de chaque tour de vis.

Avant que de placer cette Lunette sur le Quart-de-cercle, nous avions eu soin de vérifier l'espace que comprennent les divisions du Micrometre, par les deux maniéres rapportées ci-dessus.

Suivant la premiére, qui consiste à mesurer un intervalle sur le terrein, j'ai trouvé que 30 tours de vis répondoient à un arc de 37′ 31″ 20‴, & suivant la seconde de 37′ 31″ 7‴, avec une différence de l'une à l'autre de 13 tierces.

Employant la premiére, qui mérite la préférence, parce que les mesures étant plus grandes, les petites erreurs y sont moins sensibles, on trouve que chaque tour de vis mesure un arc de 1′ 15″ 2‴ $\frac{1}{2}$, & chaque centiéme 0′ 0″ 45‴.

Le 23 Décembre de l'année 1732, au passage du Soleil par le Méridien, ayant disposé les fils du réticule, de maniére qu'ils comprissent exactement l'image du Soleil, je remarquai que son diametre occupoit 26 parties & un centiéme, ce que je trouvai de même le 24 & le 30 Décembre, temps auquel le diametre du Soleil doit être le plus grand. Suivant la mesure que nous venons de marquer, 26 divisions & un centiéme, répondent à 32′ 31″ 54‴, qui mesurent le diametre apparent vertical du Soleil. Y adjoûtant 5 secondes & demie, dont la réfraction qui convient à la hauteur méridienne du Soleil, devoit diminuer son diametre vertical, on aura la grandeur véritable du diametre du Soleil, lorsqu'il paroît le plus grand, de 32′ 37″ 24‴, ou 32′ 37″ $\frac{1}{2}$.

Le 30 Juin de l'année 1735, temps auquel le diametre apparent du Soleil est le plus petit, j'ai observé à son passage par le Méridien, qu'il occupoit 25 divisions & $\frac{21}{100}$.es, qui répondent à 31′ 31″ 52‴. Y adjoûtant 32 tierces, dont la réfraction diminuoit alors son diametre vertical, on aura la grandeur véritable du diametre du Soleil, lorsqu'il paroît le plus petit, de 31′ 32″ 24‴, ou 31′ 32″ $\frac{1}{2}$.

Suivant les observations de M. le Chevalier de Louville, rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1724, il a trouvé le plus grand diametre du Soleil, de 32′ 37″ 24‴, & le plus petit de 31′ 32″ 49‴, ce qui ne différe que de quelques tierces de celui que nous venons de déterminer.

Connoiſſant la valeur du plus grand & du plus petit diametre du Soleil, on aura le rapport de ſa plus grande à ſa plus petite diſtance de la Terre qui eſt en raiſon inverſe de ſon diametre apparent, en faiſant, comme la demi-ſomme de ces diametres, qui eſt de 32′ 5″, eſt au plus grand diametre obſervé de 32′ 37″ $\frac{1}{2}$; ainſi 100000 ſont à 101688, qui meſure ſa plus grande diſtance à la Terre. La retranchant de 200000, on aura ſa plus petite diſtance de 98312; la différence à la plus grande eſt 3376, dont la moitié 1688, meſure la plus grande excentricité de l'Orbe du Soleil qui eſt un des principaux éléments de ſa théorie.

CHAPITRE VI.

Des Hypotheſes qui ſervent à repréſenter le Mouvement apparent du Soleil, & ſa Diſtance à la Terre.

AYANT déterminé de la maniére qui a été expliquée ci-devant, le mouvement vrai ou apparent du Soleil à l'égard de la Terre, il a été aiſé de reconnoître que ce mouvement n'eſt pas toûjours uniforme, mais plus prompt ou plus lent dans les différentes ſituations où le Soleil ſe trouve ſur l'Ecliptique.

On a remarqué cette inégalité de mouvement, en comparant les obſervations de la hauteur méridienne du Soleil, faites près des Equinoxes, par leſquelles on a trouvé que dans l'intervalle de 186 jours, depuis le 21 Mars 1715 juſqu'au 23 Septembre de la même année, le mouvement du Soleil en longitude a été de 179^{d} 28′ 33″, plus petit de 48′ 16″ que dans un intervalle de 179 jours, depuis le 23 Septembre de l'année 1715 juſqu'au 20 Mars 1716.

On peut auſſi obſerver immédiatement cette inégalité de mouvement dans le Soleil, ſans le ſecours d'aucun Inſtrument, en remarquant le point de l'horiſon où le Soleil ſe leve le jour d'un Equinoxe, & comptant l'intervalle de jours qui s'écoule juſqu'à ce qu'il ce qu'il paroiſſe ſe lever à peu-près au même lieu dans l'Equinoxe qui ſuit immédiatement. Car quoique le Soleil s'éloigne également des points des Equinoxes, du côté du Midi ou du Nord, en allant vers les Tropiques du Capricorne ou de l'Ecreviſſe, on s'apperçoit que du point de l'Equinoxe du Printemps au point de l'Equinoxe d'Automne, il employe huit jours de plus que du point de cet Equinoxe à celui du Printemps.

Pour rendre raiſon de ces apparences, on a imaginé diverſes hypotheſes que nous expliquerons ici, en examinant celles qui ſont les plus conformes aux obſervations.

I.

De l'Hypotheſe du Mouvement circulaire du Soleil autour de la Terre.

Ayant conſidéré que les inégalités apparentes du mouvement du Soleil, étoient à peu-près ſemblables dans les mêmes endroits de l'Ecliptique après un intervalle de pluſieurs années, on a d'abord ſuppoſé que l'Orbe du Soleil étoit d'une figure circulaire, & que l'inégalité de ſon mouvement étoit cauſée par les diverſes diſtances de la Terre au Soleil, lequel décrivoit ſon mouvement autour d'un Cercle dont le centre étoit éloigné de celui de la Terre; en ſorte que le Soleil parcourant en temps égaux des arcs égaux de ce cercle, il paroiſſoit, à cauſe de ſes diverſes diſtances à la Terre, ſe mouvoir avec différents degrés de vîteſſe.

Soit, par exemple, *ABPE (Fig. 26.)* le Cercle que décrit le Soleil par ſon mouvement propre, *T* la Terre en quelqu'endroit au dedans de la circonférence de ce Cercle, éloignée de ſon centre *C* d'une diſtance quelconque *CT*. Soit mené de la Terre *T* par le centre *C* du Cercle *ABPE*, le diametre *ACP*, & ayant pris les arcs *AS*, *PH*, égaux entr'eux, ſoit tiré du point *S* par le centre *C*, le diametre *SCH*, & par la Terre *T*, la ligne *STI*, & ſoient jointes les lignes *TS*, *TH*.

Si l'on ſuppoſe préſentement que le Soleil décrive par un mouvement égal & uniforme, la circonférence du Cercle *ABPE*, il eſt évident qu'il employera autant de temps à décrire l'arc *PH* que l'arc *AS*, qui lui eſt égal; & que par conſéquent il arrivera du point P au point I, en moins de temps que du point A au point S.

Cependant, à cauſe des angles ATS & PTI, ſuppoſés égaux, le Soleil a paru décrire depuis le point P juſqu'au point I, une quantité de mouvement ſemblable & égale à celle qu'il avoit décrite depuis le point A juſqu'au point S, quoiqu'en effet il n'ait parcouru que l'arc PI, qui eſt plus petit que l'arc AS ou PH, de toute la quantité IH. Le Soleil a donc paru décrire des chemins égaux en temps inégaux, & ſe mouvoir avec différents degrés de viteſſe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Le Cercle $ABPE$ que le Soleil parcourt par ſon mouvement propre, a été appellé *Excentrique*, à cauſe que la Terre eſt placée hors de ſon centre à la diſtance CT, qui meſure l'excentricité. On a auſſi nommé *Apogée*, le point A qui eſt à l'extrémité du diametre AP, la plus éloignée de la Terre ; *Périgée*, le point P qui eſt à l'extrémité la plus proche ; *Anomalie moyenne*, la diſtance du Soleil à ſon Apogée, ſuivant l'ordre des Signes, conſidérée du centre C du moyen mouvement, & meſurée par l'arc AS ou l'angle ACS ; *Anomalie vraye*, la diſtance du Soleil à ſon Apogée par rapport au centre T de la Terre, meſurée par l'angle ATS ; & *E'quation du Soleil*, l'angle CST, différence entre l'anomalie moyenne & l'anomalie vraye, ou, ce qui revient au même, la différence entre le lieu du Soleil vû du centre T de la Terre, & ce lieu conſidéré du centre C du moyen mouvement.

Si l'on ſuppoſe, conformément au Syſteme de Copernic, que le Soleil ſoit immobile au point T, & que la Terre décrive autour de cet Aſtre, le Cercle $ABPE$, ou telle autre Courbe que l'on voudra, le point A, le plus éloigné du Soleil, ſera nommé *Aphélie*, & le point P, qui en eſt plus proche, *Périhélie*.

Le rapport de l'excentricité CT de l'Orbe du Soleil $ABPE$, à la moyenne diſtance AC du Soleil à la Terre, étant connu, on déterminera l'E'quation du Soleil & ſon vrai lieu, pour telle anomalie moyenne que l'on voudra, comme, par exemple, lorſqu'elle eſt meſurée par l'angle ACS. Car dans le Triangle SCT, les côtés SC, ou AC, & CT, étant connus, de même que l'angle SCT, compris entre ces côtés, qui, dans ce cas, eſt le ſupplément à deux droits de l'angle ACS, qui meſure ſon anomalie moyenne ; on trouvera la valeur de l'angle CST, qui meſure l'E'quation du Soleil &

de l'angle ATS de ſon anomalie vraye. L'adjoûtant à l'angle ATE, qui meſure le vrai lieu de l'Apogée depuis le point d'*Ariès,* on aura l'angle ETS, qui meſure la *Longitude* du Soleil, ou ſon vrai lieu.

Exemple.

La diſtance CT de la Terre au centre du moyen mouvement du Soleil, ayant été déterminée par Ptolemée, de cinq parties, dont le rayon AC ou SC, eſt de 120, on cherche l'Equation du Soleil qui répond à 30 degrés d'anomalie moyenne, de même que ſon anomalie vraye & ſon vrai lieu.

Faites comme SC plus CT 125 eſt à SC moins CT 115; ainſi la tangente de $15^d\ 0'\ 0''$, demi-ſomme des angles CTS & CST, eſt à la tangente de leur demi-différence que l'on trouvera de $13^d\ 50'\ 53''$, qui, étant adjoûtés à 15 degrés, donnent l'angle ATS de l'anomalie vraye du Soleil, de $28^d\ 50'\ 53''$. Le retranchant de l'angle ATS de l'anomalie moyenne, on aura l'angle CST, qui meſure l'Equation du Soleil, de $1^d\ 9'\ 7''$.

Adjoûtant l'angle ATS, de $28^d\ 50'\ 53''$ au lieu de l'Apogée du Soleil, que Ptolemée avoit déterminé à $5^d\ 30'$ des Gemeaux, on aura le vrai lieu du Soleil à $4^d\ 20'\ 53''$ de l'Ecreviſſe.

Pour déterminer la plus grande Equation du Soleil qui arrive lorſqu'il eſt au point B, à 90 degrés de ſon Apogée, on fera, comme CB 120 eſt à CT 5; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de l'angle CBT, qui meſure la plus grande Equation du Soleil, que l'on trouvera de $2^d\ 23'\ 15''$, conforme à celle de Ptolemée qui l'avoit déterminée de $2^d\ 23'$. *(Voy. Almag. liv. 2. chap. 4.)*

Dans cette hypotheſe, le mouvement apparent du Soleil près de ſon Apogée, eſt à ſon mouvement apparent près de ſon Périgée dans la raiſon de la grandeur apparente de ſon diametre; car ſi l'on ſuppoſe que l'arc GS ou KH, qui lui eſt égal, meſure le mouvement du Soleil de part & d'autre de ſon Apogée ou de ſon Périgée, & que SO & IH repréſentent ſon diametre, l'angle GTS, qui meſure le mouvement apparent du Soleil depuis G juſqu'en S, eſt à l'angle STO, qui meſure ſon diametre apparent, comme l'arc GS eſt à l'arc SO.

L'angle KTH, qui meſure le mouvement apparent du Soleil dans un eſpace égal de temps depuis K juſqu'en H, eſt à l'angle

ITH, qui meſure ſon diametre apparent, comme l'arc *KH* eſt à l'arc *IH*. Mais l'arc *GS* eſt égal à l'arc *KH*, & l'arc *SO* eſt égal à l'arc *IH*: donc le mouvement apparent du Soleil depuis *G* juſqu'en *S*, eſt à ſon mouvement apparent dans un eſpace de temps égal depuis *K* juſqu'en *H*, comme ſon diametre apparent, lorſqu'il eſt en *S*, eſt à ſon diametre apparent lorſqu'il eſt en *H*.

Cette hypotheſe du mouvement égal du Soleil ſur un Cercle excentrique à la Terre, eſt celle que Ptolemée *(Almag. liv. 3. ch. 4.)* a employée pour repréſenter l'inégalité apparente du Soleil & de la Lune. Dans la Théorie des autres Planetes *(liv. 10, 11 & 12.)* il a ſuppoſé trois cercles égaux *BQY, DNO, ARX (Fig. 27.)* dont le premier eſt concentrique à la Terre, le ſecond lui eſt excentrique, & le troiſiéme tient le milieu entre les deux précédents.

Le premier cercle *BQY*, concentrique à la Terre, a ſon rayon *BT*, égal à la diſtance du Soleil à la Terre, dans le temps qu'elle eſt moyenne entre la plus grande & la plus petite. On conçoit ce cercle diviſé en douze parties égales qui comprennent chacune un Signe, & il eſt appellé par Ptolemée, *Zodiaque*.

Le ſecond *DNO*, qui lui eſt égal, eſt celui du moyen mouvement de la Planete, qui paroît décrire à l'égard du centre *F* de ce cercle, des arcs égaux en temps égaux, & que Ptolemée appelle *Excentrique*; la diſtance *FT* de ce centre à celui du Zodiaque, doit être telle qu'elle puiſſe repréſenter la plus grande & la plus petite quantité du vrai mouvement de la Planete.

Le troiſiéme cercle *ARX*, qui eſt placé entre les deux précédents, eſt celui que la Planete décrit par ſon mouvement périodique, & ſur lequel Ptolemée ſuppoſe que ſe meut le centre de ſon Epicycle. Car les diſtances obſervées, font voir évidemment que les Planetes ſe meuvent entre la circonférence de l'excentrique & du concentrique; c'eſt pourquoi Ptolemée ayant partagé la diſtance *FT* entre ces deux cercles en deux également au point *C*, a décrit de ce point, comme centre, un cercle dont le rayon eſt égal à celui des deux précédents, & qu'il a regardé comme la route du vrai mouvement.

Le mouvement de la Planete ſur ce cercle eſt telle qu'elle ne décrit pas des arcs égaux en temps égaux, mais qu'elle eſt, pour ainſi dire, retenuë par des lignes droites *EFR*, *GFX*, qui paſſent par le centre de l'excentrique *DNO*, de ſorte que paroiſſant décrire du centre *F* de cet excentrique, des arcs égaux *EG*, *NO* en temps égaux, elle parcourt ſur le cercle *ARX*, des arcs inégaux *HS*, *RX*; d'où il réſulte que plus la Planete eſt éloignée du Soleil, plus elle ſe meut lentement, & que ſon mouvement eſt plus prompt plus elle en eſt proche.

Il faut remarquer ici que Ptolemée a fait en ſorte de placer autant qu'il étoit poſſible, la Planete de maniére que dans ſa route elle ſe trouvât au milieu entre les deux premiers cercles, ce qui eſt exact dans l'Apogée & le Périgée, mais qui ne l'eſt pas de même dans les autres ſituations, à cauſe que par la propriété du cercle, celui qui eſt placé entre les deux, s'approche davantage de l'excentrique dans ſa partie ſupérieure, & ſe trouve plus près du concentrique dans la partie inférieure, avec une différence que nous donnerons la maniére de corriger dans la ſuite.

Les Aſtronomes qui, après Ptolemée, ont conſervé le mouvement circulaire, ou compoſé de mouvements circulaires, ont tous abandonné ſa méthode, jugeant qu'il étoit abſurde de meſurer l'égalité des mouvements périodiques des Planetes dans un cercle ſur la circonférence duquel elles ne ſe meuvent pas réellement; c'eſt pourquoi ils ont employé des méthodes différentes pour placer les Planetes ſur des cercles autour deſquels elles euſſent un mouvement égal.

Copernic repréſenta donc le mouvement périodique par un Excentrique & un Epicycle; Tycho par un Cercle concentrique & deux Epicycles, ce qui a été ſuivi par Longomontanus; Lanſberge aima mieux expliquer l'inégalité apparente du Soleil par un petit cercle ſur la circonférence duquel il faiſoit mouvoir le centre de l'excentrique.

Pour nous, ſans entrer dans le détail de ces différentes méthodes que l'on peut conſulter dans les Auteurs, & qu'il ſeroit inutile d'expliquer ici plus au long, parce qu'on les a entiérement abandonnées, nous examinerons ce qui réſulte des hypotheſes elliptiques, qui, depuis Képler, ont été ſuivies de tous les Aſtronomes, comme les plus propres à repréſenter les mouvements apparents, non-ſeulement du Soleil, mais auſſi de toutes les autres Planetes.

II.

Du Mouvement du Soleil autour d'une Ellipſe.

Les hypotheſes des mouvements du Soleil ou des Plánetes autour d'un ou de pluſieurs Cercles, ſe trouvant trop compliquées, ou n'étant pas ſuffiſantes pour repréſenter leurs mouvements apparents, qui ſont tels que l'accélération apparente de ce mouvement eſt à peu-près le double de l'augmentation apparente de leur diametre; les Aſtronomes ont diſtingué l'inégalité que l'on obſerve dans le mouvement des Planetes en deux parties à peu-près égales, qui ont deux cauſes différentes, l'une Optique ou apparente, qui dépend de leurs diverſes diſtances à la Terre ou au Soleil, & l'autre Phyſique, qui leur imprime un mouvement plus prompt lorſqu'elles ſont plus près de la Terre ou du Soleil, que lorſqu'elles en ſont plus éloignées, & cela à peu-près ſuivant la proportion de l'augmentation & de la diminution apparente de leur diametre.

Pour repréſenter cette inégalité, on a imaginé deux hypotheſes, dont l'une a été inventée par Képler, & a conſervé le nom de ſon Auteur, l'autre ſe nomme *hypotheſe elliptique ſimple*, à cauſe de la plus grande facilité qu'il y a de calculer par ſon moyen, les Équations des Planetes, joint à ce qu'on peut les déterminer avec une préciſion géométrique, à laquelle on ne peut pas arriver par l'hypotheſe de Képler.

De l'Hypotheſe Elliptique ſimple.

Soit ſur le diametre *ACP (Fig. 28.)* du cercle *ADPE*, le point *T* qui repréſente la Terre dans les Syſtemes de Ptolemée & de Tycho, ou le Soleil dans le Syſteme de Copernic, qui ſoit placé de ſorte que *AT* ſoit à *TP*, comme la grandeur apparente du Soleil lorſqu'il eſt dans ſon Périgée, eſt à ſa grandeur apparente lorſqu'il eſt dans ſon Apogée, c'eſt-à-dire, comme 30 à 29, ou plus exactement, comme 1017 à 983. Ayant pris *CF* égal à *CT*, qui eſt de 17 parties, dont le rayon *AC* eſt de 1000, ſoit fait l'angle *ATH* égal à l'anomalie vraye du Soleil, ou à ſa diſtance véritable de l'Apogée. Prolongés *TH* en *V*, de ſorte que *TV* ſoit égal au diametre *AP*. Joignés *FV*, & faites l'angle *VFI* égal à l'angle *TVF.* Suppoſant que le mouvement du Soleil à l'égard du point *F,* ſoit égal & uniforme, l'angle *AFI* meſurera ſon anomalie moyenne, ou la quantité de ſon moyen mouvement depuis l'Apogée. Le point *I* repréſentera le vrai lieu du Soleil qui ſera ſur une Ellipſe dont les foyers ſont en *T* & en *F,* & l'angle *FIT,* l'Equation du Soleil, c'eſt-à-dire, ſon inégalité qui ſera le double de celle qui réſulte de l'hypotheſe circulaire.

Démonstration.

Soit mené *CG (Fig. 28.)* parallele à *FI,* & ſoit joint *TG.* Dans le Triangle *FIV,* les angles *IVF, IFV* étant égaux par la conſtruction, *FI* eſt égal à *IV.* Y adjoûtant *TI,* on aura *FI* plus *TI* égal à *TV.* Mais *TV* a été pris égal au diametre *AP:* donc *FI* plus *TI* eſt égal à *AP,* ce qui eſt la propriété d'une Ellipſe dont le grand diametre eſt *AP,* & les foyers ſont en *F* & en *T.* Le point *I* qui détermine le vrai lieu du Soleil, ſera donc ſur une Ellipſe.

Maintenant, à cauſe des paralleles *GC, IF; FT* eſt à *FC,* comme *FI* eſt à *OC,* comme *IT* eſt à *OT.* Mais *FT* eſt double de *FC:* donc *FI* eſt double de *OC,* & *IT* eſt double de *OT:* donc *FI* plus *IT* eſt double de *OC* plus *OT.* Mais *FI* plus *IT* a été démontré égal à *AP:* donc *AP* eſt double de *OC* plus *OT,* & par conſéquent le rayon *GC* eſt égal à *OC* plus *OT.*

Retranchant de part & d'autre *CO,* on aura *GO* égal à *OT,* les angles *OGT, OTG* ſeront donc égaux, & l'angle *COT* externe, ſera le double de l'angle *OGT.* Mais à cauſe des paralleles *GC, IF,* l'angle *FIT* eſt égal à l'angle *COT:* donc l'angle *FIT* ſera le double de l'angle *CGT.* L'angle *AFI* meſurant donc le moyen mouvement du Soleil dans l'hypotheſe elliptique, l'angle *ACG,* qui lui eſt égal, meſurera auſſi le moyen mouvement dans l'hypotheſe circulaire, & l'angle *CGT,* différence entre le vrai & le moyen mouvement dans l'hypotheſe circulaire, ſera la moitié de l'angle *FIT,* différence entre le vrai & le moyen mouvement dans l'hypotheſe elliptique. Mais nous avons démontré dans l'hypotheſe circulaire, que le mouvement apparent du Soleil près de ſon Aphélie, eſt à ſon mouvement apparent près de ſon Périhélie, en même raiſon que la grandeur apparente de ſon diametre : donc dans l'hypotheſe elliptique où l'inégalité apparente de ce mouvement eſt double de celle qui réſulte de l'hypotheſe circulaire, le rapport du mouvement apparent du Soleil dans ſon Apogée & ſon Périgée, ſera le double de celui que l'on obſerve dans la grandeur apparente de ſon diametre. On démontrera de même que dans toute autre ſituation du Soleil ſur l'Ellipſe *AIP*, ſuppoſant le mouvement moyen du Soleil égal & uniforme autour du foyer *F*, la différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil, ſera le double de celle qui réſulte de l'hypotheſe circulaire, ce qui eſt conforme aux obſervations.

La nature de la courbe que le Soleil décrit par ſon mouvement propre, étant connuë, on trouvera l'Equation du Soleil qui convient à tous les degrés de ſon anomalie moyenne. Car la diſtance *AT* du Soleil à la Terre dans ſon Apogée, étant à ſa diſtance *TP* dans ſon Périgée, comme 1017 à 983, on aura l'excentricité *CT* de 17 parties, dont le rayon *AC* eſt de 1000 ; c'eſt pourquoi dans le Triangle *GCT*, dont les côtés *GC* & *CT* ſont connus, & l'angle *AFI* ou *ACG*, où ſon ſupplément *GCT*, qui meſure le moyen mouvement, eſt pris à volonté, on trouvera l'angle *CGT*, dont le double *COT* ou *FIT*, meſure l'Equation du Soleil.

Suivant cette hypotheſe, la plus grande Equation d'une Planete doit arriver lorſqu'elle ſe trouve en *B* ou en *E* (*Fig. 28.*) à l'extrémité du petit diametre de l'Ellipſe *BE*, qui eſt perpendiculaire à *AP*. Car ſi l'on décrit un cercle par les trois points *B*, *F*, *T*; il eſt évident que le centre de ce cercle ſe trouvera en quelque point du petit diametre *BC*, comme en *R*; que par conſéquent ce cercle touchera au point *B*, l'Ellipſe *ABPE*, qui lui eſt circonſcrite, ſans la couper. L'arc *FBT*, qui eſt ſoûtendu par l'arc *FT*, & repréſente l'Equation de la Planete lorſqu'elle eſt au point *B*, ſera donc par la propriété du cercle, égal à l'angle *FRT* ou *FNT*, & par conſéquent plus grand que tous les autres angles, tels que *FIT* & *FKT*, qui meſurent cette Equation à différents degrés d'anomalie, & ſe terminent à la circonférence de cette Ellipſe.

Exemple.

L'excentricité de l'Orbe du Soleil *CT* ou *CF*, étant à ſon demi-axe demi-axe *AC*, comme 1685 à 100000, on cherche l'Equation du Soleil qui convient à 30 degrés d'anomalie moyenne, qui eſt ici repréſentée par l'angle *AFI* ou *ACG*. Faites comme *GC* plus *CT* ou *AT* (*Fig.* 28.) 101685, eſt à *GC* moins *CT* ou *TP* 98315; ainſi la tangente de 15 degrés, demi-ſomme des angles *CTG*, *CGT*, eſt à la tangente de leur demi-différence, qu'on trouvera de $14^d\ 31'\ 27''$, laquelle étant retranchée de $15^d\ 0'\ 0''$, donne l'angle *CGT* de $0^d\ 28'\ 33''$, dont le double $0^d\ 57'\ 6''$, meſure l'angle *FIT* de l'Equation du Soleil qui convient à 30 degrés.

Pour trouver la plus grande Equation du Soleil, on fera, comme *FB* ou *AC* 100000, eſt à *FC* 1685; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *FBC*, que l'on trouvera de $0^d\ 57'\ 56''$, dont le double $1^d\ 55'\ 52''$, meſure la plus grande Equation du Soleil. Adjoûtant l'angle *FBC* de $0^d\ 57'\ 56''$, à l'angle droit *ACB*, on aura l'angle *AFB* de l'anomalie moyenne, à laquelle répond ſa plus grande Equation, de $90^d\ 57'\ 56''$.

Dans l'hypotheſe du mouvement circulaire du Soleil autour d'un Excentrique, ſon excentricité étant ſuppoſée de 3370 parties, dont le rayon eſt 100000, c'eſt-à-dire, le double de celle que nous avons employée dans l'hypotheſe elliptique ſimple, la plus grande Equation du Soleil eſt de $1^d\ 55'\ 50''\frac{1}{2}$, qui ne différe pas ſenſiblement de celle que nous venons de trouver; mais comme les diametres apparents ſont en raiſon réciproque des diſtances, on aura la grandeur apparente du diametre du Soleil dans ſon Apogée à ſa grandeur apparente dans ſon Périgée, comme 966 à 1034, c'eſt-à-dire, à peu-près comme 28 à 30, ce qui excede le double de la proportion que l'on obſerve dans ces diametres, & montre l'inſuffiſance de cette hypotheſe.

Nous avons remarqué ci-devant que pour repréſenter le mouvement apparent des Planetes, Ptolemée avoit imaginé un Cercle placé à diſtance égale de l'Excentrique & du Concentrique, ſur lequel il ſuppoſoit que les Planetes avoient un mouvement périodique inégal, qui répondoit à un mouvement égal par rapport à l'Excentrique.

Cette hypotheſe, quelque abſurde qu'elle ait paru à des Aſtronomes modernes, repréſente exactement les apparences près de l'Apogée & du Périgée. Dans les autres ſituations, elle différe peu de l'hypotheſe elliptique ſimple, à laquelle on peut la faire accorder parfaitement, en ſuppoſant que la Planete ne décrit pas un cercle exact, mais une ligne courbe telle que paroiſſant parcourir ſur la circonférence de l'excentrique, des arcs égaux en temps égaux, elle ſe conſerve toûjours à diſtance égale de ce cercle & du concentrique.

Soit *BQZ (Fig. 27.)* le Cercle concentrique, dont le centre *T* eſt celui de la Terre, *DNO* l'excentrique dont le centre *F*, qui eſt celui du moyen mouvement, ſoit placé à la diſtance *FT* du point *T*, qui ſoit telle que le mouvement apparent de la Planete dans ſon Apogée en *A*, ſoit à ſon mouvement apparent dans ſon Périgée en *P*, comme *TM* à *TD*, dont la différence eſt le double de *TF*. Cette Planete étant ſuppoſée en *A* dans ſon Apogée, à diſtance égale des points *D* & *B*, il eſt clair que ſon diametre apparent dans ſon Apogée en *A*, ſera à ſon diametre apparent dans ſon Périgée en *P*, comme *TP* eſt à *TA*, dont la différence eſt meſurée par *TF* qui eſt la moitié de la précédente.

Si l'on ſuppoſe préſentement que le moyen mouvement de la Planete depuis l'Apogée, ſoit meſuré par l'arc *DG*; prenant ſur la ligne *FG*, un point *S*, tel que ſa plus petite diſtance *SI* au Cercle concentrique *BQZ*, ſoit égale à ſa plus petite diſtance *SG* au Cercle excentrique *DNO*; je dis que la ligne *SI*, prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre le diametre *AP* du Cercle *ARX*, paſſera par le centre *T* de la Terre; que le point *S* ſera le vrai lieu de la Planete qui ſe rencontrera ſur une Ellipſe dont le grand axe eſt *AP*, & que l'angle *FST* meſurera ſon Equation, ou la différence entre ſon anomalie vraye & ſon anomalie moyenne, qui ſera le double de celle qui réſulte de l'excentricité ſimple.

DÉMONSTRATION.

La ligne *SI* meſure par la conſtruction, la plus proche diſtance du point *I* à la circonférence du Cercle *BQZ*; c'eſt pourquoi elle paſſe par le centre *T* de ce Cercle, qui eſt celui de la Terre.

Maintenant, puiſque *FG* & *TI*, ſont rayons de deux Cercles égaux, ſi l'on adjoûte à *TI*, la ligne *SI*, & que l'on retranche de *FG*, la ligne *GS*, égale à *SI*, on aura *TS* plus *SF*, égale à

FG plus *TI*, c'eſt-à-dire, au diametre du Cercle *ARX*. Le point *S* ſera donc ſur une Ellipſe dont le grand axe eſt meſuré par *AP*, & dont les foyers ſont en *F* & en *T*. Soit prolongé *FG* en *V*, en ſorte que *SV* ſoit égale à *ST*, on aura *FV* égale à *FS* plus *ST*, c'eſt-à-dire, à l'axe *AP*. Joignés *TV*, & du point *C*, menés *CK*, parallele à *FV*, qui rencontrera *TV* au point *K*. A cauſe des paralleles *FV*, *CK*, on aura dans les Triangles *TFV*, *TCK*; *FV* à *CK*, comme *FT* eſt à *CT*. Mais *FT* eſt double de *CT*: donc *FV* ou *AP*, qui lui eſt égale, eſt double de *CK*, qui ſera par conſéquent égale au rayon *AC* du Cercle *ARX*, & le point *K* ſera ſur la circonférence de ce Cercle. On aura auſſi, à cauſe des paralleles *FV*, *CK*, l'angle *ACK*, égal à l'angle *DFG*. Mais l'angle *DFG* ou l'arc *DG*, a été pris égal au moyen mouvement de la Planete depuis ſon Apogée: donc l'angle *ACK*, meſure ſur le Cercle *ARX*, la diſtance moyenne de la Planete depuis ſon Apogée. Maintenant dans le Triangle *TSV*, les deux angles internes *SVT* & *STV*, ſont égaux à l'angle externe *FST*. Mais à cauſe de *SV*, qui a été pris égal à *ST*, les angles *SVT*, *STV*, ſont égaux entr'eux : donc l'angle *FST* eſt le double de l'angle *SVT* ou *CKT*, qui lui eſt égal, à cauſe des paralleles *FV*, *CK*. Mais l'angle *FST* meſure l'Equation de la Planete, ou la différence entre l'angle *DFG* de ſon anomalie moyenne, & l'angle *ATS* de ſon anomalie vraye; & l'angle *CKT* meſure l'Equation qui convient à l'angle *ACK* ou *DFG* de la même anomalie moyenne dans l'hypotheſe circulaire lorſque l'excentricité eſt ſimple: donc le point *S*, qui eſt à égale diſtance des Cercles *DNO*, *BQZ*, repréſentera ſur une Ellipſe, le lieu de la Planete, qui ſera tel que ſon Equation ſera le double de celle qui réſulte de l'excentricité ſimple. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Pour déterminer géométriquement le point *S* de l'Ellipſe où ſe trouve le Soleil ſur la ligne *FG*, lorſque l'anomalie moyenne eſt meſurée par l'angle *DFG*, on menera *CK*, parallele à *FG*, & ayant joint *TK*, on élevera du point *K* ſur cette ligne, la perpendiculaire *KS*, qui déterminera au point *S* le vrai lieu du Soleil. Car ayant prolongé *TK* & *FG*, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en *V*, on aura à cauſe des paralleles *FG* & *CK*; *FV* à *CK*, comme *FT* eſt à *FC*. Mais *FT* eſt double de *CT*: donc *FV* eſt double du rayon *CK*, & eſt par conſéquent égal au diametre *AP*. On aura auſſi *VK* à *KT*, comme *FC* eſt à *CT*. Mais *FC* eſt égale à *CT*: donc *VK* eſt égale à *KT*. Maintenant dans les Triangles *VKS*, *TKS*, rectangles en *K*, les côtés *VK*, *KT*, étant égaux entr'eux, & le côté *KS*, commun, on aura le côté *SV*, égal au côté *ST*; & par conſéquent *ST* plus *SF*, ſera égal à *SV* plus *SF* ou *FV*, qui a été démontré égal à *AP*. Le point *S* ſera donc ſur une Ellipſe, & repréſentera le vrai lieu du Soleil lorſque ſon anomalie moyenne eſt meſurée par l'angle *DFG*.

De l'Hypotheſe de Képler.

L'hypotheſe du mouvement des Planetes autour d'une Ellipſe, qui a été inventée par Képler, eſt fondée ſur d'autres principes, qui, quoiqu'on ne puiſſe pas par leur moyen, déterminer les Equations des Planetes avec la même préciſion géométrique que dans l'hypotheſe elliptique ſimple, ont l'avantage de s'accorder plus parfaitement aux mouvements des Planetes dont l'excentricité eſt la plus grande, en repréſentant avec à peu-près la même exactitude, les mouvements de celles dont l'excentricité eſt moindre.

Ce célébre Aſtronome, dans ſon Traité de la Phyſique Céleſte, après avoir fait voir l'inſuffiſance des hypotheſes circulaires pour repréſenter les mouvements des Planetes, ſuppoſe que le Soleil eſt placé au foyer d'une Ellipſe, ſur la circonférence de laquelle la Planete ſe meut, de maniére que les aires compriſes entre les arcs qu'elle décrit, & les rayons tirés du Soleil à la Planete, ſoient proportionnelles aux temps que la Planete employe à parcourir ces arcs; c'eſt-à-dire, que ſuppoſant le Soleil en *S* (*Fig. 29.*) à l'un des foyers de l'Ellipſe *AGPE*, & la Terre ſur la circonférence de cette Ellipſe, d'abord en *A*, & enſuite en *L*, le temps que cette Planete employe à faire ſa révolution entiére, eſt au temps qu'elle employe à parcourir l'eſpace *AL*, comme toute l'aire ou la ſurface de l'Ellipſe eſt à l'aire *LSA*; & ſuppoſant la Planete parvenuë de *L* en *G*, le temps qu'elle a employé à décrire l'arc *LG*, eſt au temps qu'elle a employé à décrire l'arc *AL*, comme l'aire *LSG*, eſt à l'aire *ASL*.

Comme la méthode que Képler a donnée pour déterminer, ſuivant cette hypotheſe, les Equations des Planetes, eſt longue

& embarraſſante, divers Aſtronomes en ont propoſé d'autres plus faciles à pratiquer; ce qui ne ſe peut faire cependant que par approximation: car comme il s'agit de calculer l'aire d'un Secteur formé par deux lignes droites, & terminé par un arc d'Ellipſe, la réſolution géométrique de ce Probleme, ſuppoſe la quadrature de l'Ellipſe, qui eſt inconnuë, de même que celle du Cercle. Auſſi tous ceux qui ont donné juſqu'à préſent, la maniére de calculer les Equations des Planetes ſuivant cette hypotheſe, n'ont prétendu autre choſe que de les déterminer par approximation, & avec autant de préciſion qu'il eſt néceſſaire pour les calculs aſtronomiques.

Nous avons une de ces méthodes dans l'Aſtronomie de M. Gregori. Il y en a auſſi une de M. de la Hire dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1710, qui paroît plus facile à pratiquer, & qui ne laiſſe autre choſe à deſirer, ſi ce n'eſt qu'on pût, par ce moyen, trouver immédiatement l'Equation d'une Planete pour chaque degré d'anomalie moyenne donné. M. Keill Profeſſeur d'Aſtronomie à Oxford, en a publié une dans les Tranſactions Philoſophiques de l'année 1713, tirée des principes de M. Newton. Enfin nous en avons propoſé une dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, qui eſt aiſée à pratiquer, & par laquelle on détermine pour chaque degré d'anomalie moyenne, le vrai lieu des Planetes, ſuivant l'hypotheſe de Képler.

Pour l'intelligence de cette méthode, ſoit *ALPE (Fig. 29.)* une Ellipſe qui repréſente l'Orbe d'une Planete dont *C* ſoit le centre, & *S* un des foyers où ſoit placé le Soleil; en ſorte que *AS* ſoit à *SP,* comme la plus grande diſtance de la Planete au Soleil à ſa plus petite, c'eſt-à-dire, en raiſon réciproque du ſinus des angles qui meſurent les diametres apparents de cette Planete.

Soit circonſcrit à cette Ellipſe, un Cercle *AHPM,* & ayant placé la Planete au point *L,* ſoit tirée ſur le diametre *AP,* la perpendiculaire *LF,* qui, étant prolongée de l'autre ſens, rencontre le Cercle en *I.*

Suivant l'hypotheſe de Képler, l'aire *ASL* eſt à l'aire entiére de l'Ellipſe, comme le temps que la Planete employe à décrire l'arc *AL,* eſt au temps qu'elle employe à parcourir toute la circonférence de l'Ellipſe. Mais le temps que la Planete employe à décrire l'arc *AL*, eſt au temps qu'elle employe à décrire l'Ellipſe, comme le moyen mouvement qui répond à l'arc *AL* du vrai mouvement, eſt au moyen mouvement qui convient à la révolution entiére, puiſque la quantité du moyen mouvement des Planetes eſt en raiſon du temps qu'elles employent à le décrire, & qu'en temps égaux, elles ont une égale quantité de moyen mouvement: donc l'aire *ASL* eſt à l'aire entiére de l'Ellipſe, comme la quantité du moyen mouvement qui répond à l'arc *AL*, eſt à celle qui convient à la révolution entiére.

Soit le moyen mouvement qui répond à l'arc *AL*, meſuré par l'arc *AD*, & le moyen mouvement qui convient à la révolution entiére, meſuré par la circonférence du cercle *AHPM*. L'arc *AD* ſera à toute la circonférence du cercle *AHPM*, comme l'aire *ASL*, eſt à l'aire entiére de l'Ellipſe *AGPE*. Mais l'arc *AD* eſt à la circonférence du cercle *AHPM*, comme l'aire du Secteur *ACD* eſt à toute l'aire du cercle: donc l'aire *ASL*, eſt à l'aire entiére de l'Ellipſe, comme l'aire *ACD*, eſt à toute l'aire du cercle. Mais par la propriété de l'Ellipſe, l'aire *ASL* eſt à l'aire entiére de l'Ellipſe, comme l'aire *ASI*, eſt à l'aire entiére du cercle: donc l'aire *ACD* eſt à toute l'aire du cercle, comme l'aire *ASI* eſt à la même aire du cercle; & par conſéquent le Secteur *ACD* eſt égal au Secteur *ASI*.

L'angle *ACD* du moyen mouvement de la Planete depuis ſon Aphélie, étant donc pris à volonté, il s'agit de trouver ſur l'Ellipſe *AGPE*, l'angle *ASL* du vrai mouvement, qui ſoit tel que tirant du point *L* ſur le grand axe *AP*, la perpendiculaire *LF*, prolongée de l'autre côté juſqu'à ce qu'elle rencontre en *I*, le cercle *AHPM*, l'aire *ASI* ſoit égale au Secteur *ACD*.

Pour déterminer la grandeur de cet angle *ASL*, il faut conſidérer que l'aire *ASI* eſt compoſée du Secteur *ACI*, & de l'eſpace triangulaire *ICS*. Le Secteur *ACD*, qui lui doit être égal, eſt auſſi compoſé du Secteur *ACI* plus le Secteur *DCI*. Retranchant de part & d'autre le Secteur *ACI*, qui eſt commun, on aura le Secteur *DCI*, égal à la ſurface du Triangle *ICS*.

Le Secteur *DCI* eſt égal à l'arc *DI*, multiplié par la moitié de *CI*. L'eſpace triangulaire *ICS*, eſt égal à la ligne *SB*, perpendiculaire ſur *ICK*, multipliée par la moitié de *CI*. Diviſant les deux termes de l'égalité par un demi *CI*, on aura l'arc *DI*, égal à la ligne *SB*.

Du point *D*, ſoit menée au diametre *IK*, la ligne *DO*, qui lui ſoit parallele, & la ligne *DT*, qui lui ſoit perpendiculaire, & qui meſure le ſinus de l'arc *DI*. La ligne *SB* étant égale à l'arc *DI*, & la ligne *OB* au ſinus *DT* de l'arc *DI*, on aura *SB* moins *OB* ou *SO*, égal à la différence entre l'arc *DI* & ſon ſinus *DT*.

Cette différence n'eſt que d'une demi-ſeconde, lorſque l'angle *DCI*, n'excede pas un degré & demi; c'eſt pourquoi on peut alors la négliger entiérement, & conſidérer les lignes *DT*, *SB*, comme égales entr'elles, & les lignes *DS*, *IB*, comme paralleles; on aura donc l'angle *CDS*, ſenſiblement égal à l'angle *DCI*. Maintenant dans le Triangle *DCS*, dont le côté *DC* eſt égal au demi-axe de l'Ellipſe, le côté *CS* meſure l'excentricité connuë, & l'angle *DCS*, compris entre ces côtés, eſt le ſupplément à deux droits de l'angle *ACD* de l'anomalie moyenne donnée, on trouvera la valeur du côté *DS*, & de l'angle *CDS* ou *DCI*, qui étant retranché de l'angle *ACD*, reſte l'angle *ACI*; & dans le Triangle *ICS*, dont les côtés *IC*, *CS* ſont connus, & l'angle *ICS*, compris entre ces côtés, qui eſt le ſupplément de l'angle *ACI*, on trouvera l'angle *ASI*. Maintenant dans le Triangle rectangle *GCS*, dont le côté *GS* eſt, par la propriété de l'Ellipſe, égal au côté *AC*, & l'excentricité *CS* eſt connuë, on aura la valeur du côté *GC*. Mais par la propriété de l'Ellipſe, *HC* eſt à *GC*, comme *IF* eſt à *FL*; & *IF* eſt à *FL*, comme la tangente de l'angle *ISF*, eſt à la tangente de l'angle *FSL*: donc *HC*, moitié du grand axe de l'Ellipſe, eſt à *GC*, moitié du petit axe, comme la tangente de l'angle *ISF*, que l'on vient de déterminer, eſt à la tangente de l'angle *FSL* ou *ASL*, qui, dans l'hypotheſe de Képler, meſure le vrai mouvement de la Planete depuis ſon Apogée ou ſon Aphélie, qui répond à l'angle *ACD* de l'anomalie moyenne donnée.

Lorſque l'angle *CDS* excede deux degrés, auquel cas la différence entre l'arc *DI* & le ſinus *DT*, correſpondant, commence à devenir plus ſenſible; il faut avoir égard à cette différence dans le calcul du vrai lieu de cette Planete. On conſidérera pour cet effet, que le rayon du cercle étant ſuppoſé de 10000000 parties, sa circonférence est de 6283 1860, qui divisés par 360, donnent la grandeur d'un degré de 174533. On aura donc l'arc de 2 degrés, de 349066, celui de 3 degrés, de 523600, & ainsi des autres.

La différence entre ces arcs & les sinus qui leur répondent, qu'on trouvera dans les Tables des sinus, mesure *SO*, qu'on déterminera en parties dont le rayon *AC* est de 10000000.

On fera donc, comme *DS*, déterminé ci-dessus en parties semblables, est à *SO*; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *ODS*, qui étant retranché de l'angle *CDS*, reste l'angle *CDO*, qui, à cause des paralleles *IB*, *DO*, est égal à l'angle *DCI*. On retranchera cet angle *DCI*, de l'angle *ACD* de l'anomalie moyenne donnée, & on aura l'angle *ACI*, par le moyen duquel on déterminera, ainsi qu'il a été expliqué ci-dessus, l'angle *ASL* de l'anomalie vraye de la Planete. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour abbréger ce calcul, on a dressé une Table où l'on a marqué de 10 en 10 minutes, depuis 1 degré jusqu'à 13, la différence entre l'arc *DI*, & le sinus *DT*, en parties dont le rayon est de 10000000, & l'on a réduit cette différence en secondes de degrés, qui sont chacune de 48 $\frac{1}{2}$ de ces parties. Pour trouver la valeur de l'angle *ODS*, on se servira de la différence en parties, ainsi qu'on vient de l'enseigner; ou bien l'on employera la différence en minutes & secondes, qui, lorsque l'excentricité de la Planete est petite, est sensiblement égale à l'angle *ODS*; mais qui, lorsque l'excentricité est grande, excede cet angle, que l'on trouvera, en faisant, comme *DS* est au rayon *DC*; ainsi cette différence est à la grandeur de l'angle *ODS*.

TABLE de la Différence entre les Arcs d'un Cercle, & les Sinus correspondants.

ARCS d'un CERCLE.		DIFFE'RENCE en parties, dont le rayon est 10000000.	DIFFE'R.s en minutes & secondes de degré.		ARCS d'un CERCLE.		DIFFE'RENCE en parties, dont le rayon est 10000000.	DIFFE'R.s en minutes & secondes de degré.	
1	0	9	0′	0″	7	0	3037	1′	3″
	10	15	0	0		10	3259	1	7
	20	23	0	0		20	3492	1	12
	30	31	0	1		30	3734	1	17
	40	42	0	1		40	3989	1	22
	50	56	0	1		50	4255	1	27
2	0	71	0	1	8	0	4532	1	33½
	10	90	0	2		10	4822	1	40
	20	113	0	2		20	5122	1	46
	30	139	0	3		30	5435	1	53
	40	169	0	3		40	5761	1	59
	50	203	0	4		50	6100	2	6
3	0	239	0	5	9	0	6450	2	13
	10	281	0	6		10	6815	2	20
	20	328	0	7		20	7194	2	28
	30	380	0	8		30	7585	2	37
	40	437	0	9		40	7985	2	45
	50	499	0	10		50	8404	2	54
4	0	567	0	12	10	0	8848	3	3
	10	641	0	13		10	9299	3	12
	20	720	0	15		20	9755	3	22
	30	807	0	17		30	10235	3	31
	40	900	0	19		40	10730	3	41
	50	1000	0	21		50	11241	3	52
5	0	1108	0	23	11	0	11767	4	3
	10	1222	0	25		10	12312	4	14
	20	1344	0	28		20	12873	4	26
	30	1474	0	30		30	13450	4	38
	40	1613	0	33		40	14042	4	51
	50	1759	0	36		50	14654	5	3
6	0	1913	0	39	12	0	15278	5	16
	10	2077	0	43		10	15921	5	29
	20	2255	0	47		20	16585	5	42
	30	2432	0	50		30	17266	5	56
	40	2625	0	54		40	17964	6	11
	50	2827	0	58		50	18680	6	26
7	0	3037	1	3	13	0	19415	6	41

On voit par cette Table, que la différence entre l'arc d'un degré & son sinus, n'est que de 9 parties, qui ne montent pas à un quart de seconde de degré; & qu'ainsi il est inutile d'en tenir compte dans la théorie du Soleil, où dans les moyennes distances, l'arc *DI* n'excede pas un degré.

Dans la théorie des autres Planetes, cette différence est plus grande plus elles ont d'excentricité, & il est nécessaire d'y avoir égard dans la détermination du vrai lieu de ces Planetes.

Exemple I.

On veut déterminer, suivant l'hypothese de Képler, l'Equation du Soleil qui convient à 30 degrés d'anomalie moyenne, supposant l'excentricité de son Orbe, de 1685 parties dont la moitié du grand axe est de 100000.

On trouvera d'abord dans le Triangle *GCS*, rectangle en *C*, dont le côté *GS*, égal à *AC*, & l'excentricité *CS*, sont connus, le côté *GC*, de 99986, qui mesure le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Soleil décrit, ce qui servira pour le calcul de toutes les Equations du Soleil.

Dans le Triangle *DCS*, les côtés *DC* & *CS*, étant connus, de même que l'angle *DCS*, compris entre ces côtés, qui est le supplément de l'angle *ACD* de l'anomalie moyenne donnée de 30 degrés, on aura l'angle *CDS*, de $0^d\ 28'\ 33''$, qui ne différe pas d'une seconde de l'angle *CDO* ou *DCI*, à cause qu'il n'excede pas un degré. Retranchant l'angle *DCI*, de $0^d\ 28'\ 33''$, de l'angle *ACD*, de 30 degrés, on aura l'angle *ACI*, de $29^d\ 31'\ 27''$, & dans le Triangle *ICS*, dont les côtés *IC*, *CS*, sont connus, de même que l'angle *ICS*, compris entre ces côtés, qui est le supplément de l'angle *ACI*, on aura l'angle *ASI*, de $29^d\ 3'\ 19''$.

On fera ensuite, comme *HC* 100000, est à *GC* 99986; ainsi la tangente de l'angle *ASI*, de $29^d\ 3'\ 19''$, est à la tangente de l'angle *ASL* de l'anomalie vraye, qui répond à 30 degrés d'anomalie moyenne, qu'on trouvera de $29^d\ 3'\ 3''$. Le retranchant de 30 degrés, on aura l'Equation du Soleil qui répond à 30 degrés d'anomalie moyenne, de $0^d\ 56'\ 57''$, plus petite seulement de 9 second. que celle qui répond à la même anomalie moyenne dans l'hypothese elliptique simple.

Comme dans le calcul de cette Equation, il faut résoudre les deux Triangles *DCS, ICS,* dans lesquels les côtés connus, sçavoir, le rayon & l'excentricité, sont toûjours les mêmes, il suffira de retrancher du logarithme de la tangente de la demi-somme des angles cherchés, la différence entre les logarithmes de la somme de ces côtés & de leur différence. On prendra aussi la différence entre les logarithmes du grand & du petit demi-diametre de l'Ellipse, qu'on retranchera du logarithme de la tangente de l'angle *ASI,* pour avoir le logarithme de la tangente de l'angle *ASL* du vrai mouvement cherché, ce qui rend ce calcul très-aisé à pratiquer.

Si l'on calcule suivant les deux hypotheses, l'Equation du Soleil qui répond à divers degrés de son Orbe, on trouve que la plus grande différence entre ces Equations, est à la distance d'environ 45 degrés de l'Apogée & du Périgée, où elle monte à 16 ou 17 secondes; & que dans la partie de l'Ellipse depuis 0 jusqu'à 90 degrés ou environ, & depuis 180 jusqu'à 270 degrés, le vrai lieu du Soleil dans l'hypothese de Képler, précéde son vrai lieu dans l'hypothese elliptique simple; au lieu que dans la partie de l'Ellipse depuis 90 jusqu'à 180 degrés, & depuis 270 jusqu'à 360, le vrai lieu du Soleil est plus avancé dans l'hypothese elliptique simple que dans celle de Képler, ce qui s'observe aussi dans les autres Planetes.

EXEMPLE II.

On veut déterminer suivant l'hypothese de Képler, l'Equation qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne, supposant l'excentricité de 4344 parties, dont le rayon est 100000, telle qu'on l'observe dans l'Orbe de la Lune.

On calculera d'abord dans le Triangle *GCS,* rectangle en *C,* dont le côté *GS* est égal au rayon *AC,* & le côté *CS* mesure l'excentricité connuë, la valeur du côté *GC,* de 99905, qui mesure le petit demi-diametre de l'Ellipse *AGPE,* ce qui servira pour le calcul de toutes les Equations.

Dans le Triangle *DCS,* les côtés *DC, CS,* étant connus, & l'angle compris *DCS,* de 120 degrés, supplément de l'angle *ADC* de l'anomalie moyenne, on aura l'angle *CDS,* de $2^{d}\ 6'\ 31''$. On cherchera dans la Table ci-devant, la différence en secondes entre un arc de $2^d\ 6'\ 31''$, & le ſinus correſpondant, qu'on trouvera d'un peu moins de 2 ſecondes de degré, qui meſure ſans aucune erreur ſenſible, l'angle *ODS*, à cauſe que l'excentricité *CS* eſt petite par rapport au rayon *AC*. Le retranchant de l'angle *CDS*, on aura l'angle *CDO* ou *DCI*, qui lui eſt égal, de $2^d\ 6'\ 29''$, qu'il faut retrancher de l'angle *ACD*, de 60 degrés, pour avoir l'angle *ACI* de $57^d\ 53'\ 31''$; & dans le Triangle *ICS*, dont les côtés *IC*, *CS*, ſont connus, & l'angle compris *ICS*, de $122^d\ 6'\ 29''$, ſupplément de l'angle *ACI*, on aura l'angle *CSI* ou *ASI*, de $55^d\ 49'\ 55''$. On fera enfin, comme *HC* 100000, eſt à *GC* 99905; ainſi la tangente de l'angle *ASI*, de $55^d\ 49'\ 55''$, eſt à la tangente de l'angle *ATL* du vrai mouvement, qui répond à l'anomalie moyenne donnée, qu'on trouvera de $55^d\ 48'\ 20''$. Le retranchant de 60 degrés, on aura l'Equation qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne, de $4^d\ 11'\ 40''$.

On calculera de la même maniére, l'Equation qui convient à divers degrés de l'Orbe de la Planete, & l'on trouvera qu'elle eſt, à 45 degrés d'anomalie moyenne, de $3^d\ 23'\ 15''$, plus petite de $1'\ 35''$ que celle qui réſulte de la même excentricité dans l'hypotheſe elliptique ſimple.

Exemple III.

On veut déterminer ſuivant l'hypotheſe de Képler, l'Equation qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne, ſuppoſant l'excentricité de 20878 parties, dont le demi-axe eſt de 100000, telle qu'on l'obſerve dans l'Orbe de Mercure.

On trouvera d'abord dans le Triangle *GCS*, rectangle en *C*, dont les côtés *GC* & *CS*, ſont connus, le côté *GC*, de 97796. Maintenant dans le Triangle *DCS*, les côtés *DC*, *CS*, étant connus, & l'angle compris *DCS*, de 120 degrés, on aura l'angle *CDS*, de $9^d\ 17'\ 52''$, & le côté *DS*, de 111905 parties, dont *DC* eſt de 100000. On cherchera dans la Table, la différence en parties, qui convient à $9^d\ 17'\ 52''$, que l'on trouvera de 7120, qui meſurent *SO*; & l'on fera, comme *DS* 111905, eſt à *SO* 7120; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *ODS*, que l'on trouvera de $2'\ 11''$: ou bien on prendra dans cette Table, la différence en minutes & ſecondes, qui répond à $9^d\ 17'\ 52''$, que l'on trouvera de 2′ 27″; & l'on fera, comme *DS* 111905, eſt à *DC* 100000; ainſi 2′ 27″, ſont à l'angle *ODS*, que l'on trouvera comme ci-deſſus de 2′ 11″, que l'on retranchera de l'angle *CDS*, de 9^d 17′ 52″, & on aura l'angle *CDO* ou *DCI*, qui lui eſt égal, de 9^d 15′ 41″, qu'il faut retrancher de l'angle *ACD*, de 60^d 0′ 0″, pour avoir l'angle *ACI*, de 50^d 44′ 19″; & dans le Triangle *ICS*, dont les côtés *IC*, *CS*, ſont connus, & l'angle compris *ICS*, eſt de 129^d 15′ 41″, ſupplément de l'angle *ACI*, on aura l'angle *CSI*, de 42^d 36′ 45″$\frac{1}{2}$; & l'on fera, comme *HC* 100000, eſt à *GC* 97796; ainſi la tangente de l'angle *CSI* ou *ASI*, de 42^d 36′ 45″$\frac{1}{2}$, eſt à la tangente de l'angle *ATL* du vrai mouvement, qui convient à 60 degrés d'anomalie moyenne, qu'on trouvera de 41^d 58′ 38″. Le retranchant de 60 degrés, on aura l'Equation qui y répond, de 18^d 1′ 22″, qui eſt plus petite de 34′ 22″ que dans l'hypotheſe elliptique ſimple.

III.

Autre Hypotheſe du Mouvement apparent du Soleil autour de la Terre.

Depuis l'obſervation exacte de la grandeur apparente des diametres du Soleil, mon Pere a trouvé une autre Courbe différente de l'Ellipſe, qui ſert à repréſenter fort exactement les mouvements vrais du Soleil, & ſes diverſes diſtances à la Terre.

Il ſuppoſe que la Terre étant placée à l'un des foyers de cette Courbe, le Soleil la parcourt par ſon mouvement propre, de maniére que tirant de ſon centre aux deux foyers de la Courbe, deux lignes droites, le rectangle fait ſur ces deux lignes, ſoit toûjours égal au rectangle fait ſur la plus grande & la plus petite diſtance du Soleil à la Terre.

Soit, par exemple, *AP* (*Fig.* 30.) une ligne qui repréſente le grand axe de cette Courbe, dont *C* ſoit le centre, *F* un des foyers où eſt placée la Terre, *E* l'autre foyer à égale diſtance du point *C*, *H* & *L* le Soleil en deux ſituations différentes. Si l'on mene des points *H* & *L* aux foyers *E* & *F*, les lignes *HE*, *HF* & *LE*, *LF*; le rectangle ſous les lignes *HE*, *HF*, de même que ſous les lignes *LE, LF,* doit être égal au rectangle ſous les lignes *AF, FP,* qui meſurent la plus grande & la plus petite diſtance du Soleil à la Terre.

Pour déterminer les points *H* & *L*, qui répondent aux diſtances données du Soleil à la Terre, on décrira du point *C,* comme centre, & de l'intervalle *CA* ou *CP,* le cercle *ADPG,* & ayant pris *FD* à diſcrétion d'une quantité qui ſoit plus grande que *FP,* & plus petite que *AF,* on décrira du foyer *F,* comme centre à l'intervalle *FD,* l'arc de cercle *DH,* qui coupera le cercle *ADPG* en *D.* On prolongera *DF* en *G,* & du point *E,* comme centre à l'intervalle *ET,* égal à *FG,* on décrira un arc de cercle *TH,* qui coupera le précédent *DH* au point *H.* Je dis que le point *H* repréſentera un des points de la Courbe cherchée où ſe rencontre le Soleil lorſque ſa diſtance à la Terre eſt meſurée par *FD,* car le rectangle fait ſous les lignes *FH, HE,* eſt égal au rectangle fait ſous les lignes *FD, FG,* qui par la conſtruction, leur ſont égales. Mais le rectangle fait ſous les lignes *FD, FG,* eſt par la propriété du cercle, égal au rectangle ſous les lignes *AF, FP,* qui meſurent la plus grande & la plus petite diſtance du Soleil à la Terre : donc le rectangle ſous les lignes *FH, HE,* eſt égal au rectangle fait ſous la plus grande & la plus petite diſtance à la Terre, & par conſéquent le Soleil eſt au point *H.*

On déterminera de la même maniére le point *L* où ſe trouve le Soleil ſur la Courbe cherchée, lorſque ſa diſtance à la Terre eſt meſurée par *FI,* qui eſt plus petite que ſa moyenne diſtance *PC,* en menant du point *F* à l'intervalle *FI,* l'arc de cercle *IL,* & du point *E* à l'intervalle *EK,* égal à *FM,* l'arc *KL,* qui coupera le précédent au point *L* cherché.

Pour déterminer préſentement l'Equation du Soleil, ou la différence entre ſon anomalie moyenne & ſon anomalie vraye, qui répond aux différents points de ſon Orbe, comme, par exemple, lorſqu'il eſt en *H,* on fera, comme *FD* ou *FH,* diſtance donnée du Soleil à la Terre, eſt à ſa plus grande diſtance *AF;* ainſi ſa plus petite diſtance *FP,* eſt à la grandeur de *FG* ou *HE;* & dans le Triangle *EHF,* dont les côtés *FH, HE,* ſont connus, de même que *FE,* qui meſure le double de l'excentricité de l'Orbe du Soleil, on trouvera l'angle *EFH* de ſon anomalie vraye, &

l'angle *FEH* ou *AEH* de ſon anomalie moyenne. La différence *EHF*, meſure l'Equation du Soleil lorſqu'il eſt au point *H*, à la diſtance donnée *FH* du Soleil à la Terre.

Exemple.

La plus grande diſtance du Soleil à la Terre, ayant été meſurée de 1016850 parties, dont la moyenne eſt 1000000, & la plus petite 983150, on cherche l'anomalie vraye du Soleil, ſon anomalie moyenne, & ſon Equation lorſque ſa diſtance eſt de 1010000.

On fera d'abord, comme *FH* 1010000, eſt à *AF* 1016850; ainſi *FP* 983150, eſt à *EH*, qu'on trouvera de 989818; & dans le Triangle *EHF*, dont le côté *FH* eſt connu de 1010000, de même que le côté *EH*, de 989818, & le côté *EF*, différence entre *AF* & *FP*, de 33700, on trouvera l'angle *EFH* de l'anomalie vraye du Soleil, de $52^d\ 26'\ 28''$, & l'angle *FEH*, de $126^d\ 0'\ 45''$, dont le ſupplément $53^d\ 59'\ 15''$, meſure ſon anomalie vraye; ſa différence à $52^d\ 26'\ 28''$, eſt de $1^d\ 32'\ 47''$, qui repréſente l'Equation du Soleil qui répond à $53^d\ 59'\ 15''$ d'anomalie moyenne.

L'Equation du Soleil qui répond à la même anomalie ſuivant l'hypotheſe elliptique deKépler, eſt de $1^d\ 32'\ 33''$, plus petite ſeulement de 14 ſecondes que celle que nous venons de déterminer, ce qui eſt peu ſenſible dans les obſervations.

CHAPITRE VII.

De l'Equation des Jours, ou de la différence entre le temps véritable & le temps moyen.

Il y a diverſes maniéres de compter les jours. Les uns ont pris pour le commencement du jour civil, le lever du Soleil, comme ont fait autrefois les Aſtronomes Chaldéens. D'autres ont choiſi le coucher du Soleil, comme font encore les Italiens dans l'uſage civil. D'autres enfin, ont meſuré la durée des jours, par le temps que le Soleil employe à retourner au même Méridien; & cet uſage eſt reçû par le plus grand nombre des Peuples de l'Europe, avec la différence que dans l'uſage civil, le jour commence à minuit, au lieu que les Aſtronomes le font commencer à midi par le moment du paſſage du Soleil par le Méridien, & comptent 24 heures juſqu'au midi ſuivant qui termine le jour.

Quoique ces différentes maniéres de compter les jours, s'accordent enſemble en ce qu'on a choiſi pour la meſure des jours, le retour du Soleil à un grand Cercle de la Sphere, tel que l'horiſon ou le Méridien du lieu où l'on ſe trouve; cependant elles différent entr'elles dans la durée de ces jours, qui eſt beaucoup plus inégale lorſqu'on les compte depuis le lever ou le coucher du Soleil, que lorſqu'on les meſure par le retour du Soleil au Méridien.

Il eſt vrai que ſous l'Equateur, les jours qui ſe terminent à l'horiſon, ſont les plus ſimples & les plus égaux entr'eux qu'il ſoit poſſible, parce que ceux qui y habitent, ont les deux Poles de la Terre à leur horiſon, lequel concourt avec un Cercle de déclinaiſon, & coupe perpendiculairement l'Equinoctial & les paralleles que le Soleil décrit par ſa révolution journaliére. Mais hors de l'Equateur, l'horiſon coupe obliquement ces paralleles, d'où il ſuit que les jours ſont inégaux entr'eux d'autant plus qu'on eſt éloigné de l'Equateur & des Cercles Polaires, au de-là deſquels le Soleil paroît des jours entiers ſans ſe coucher, & dans d'autres jours il reſte ſous l'horiſon ſans ſe lever; ce qui rend alors les deux premiéres maniéres de compter les jours par le lever & le coucher du Soleil, abſolument impraticables.

Ainſi c'eſt avec raiſon que les Aſtronomes ont eu ſoin de rapporter leurs obſervations aux jours qui ſe meſurent par la révolution du Soleil à l'égard du Méridien, lequel coupe perpendiculairement l'Equateur, de même que les Paralleles que le Soleil décrit par ſa révolution journaliére, & qui ſont par conſéquent égaux à ceux qui ſe terminent à l'horiſon ſous l'Equateur.

Quoique ces jours ſoient, comme nous l'avons remarqué, les plus ſimples & les plus égaux entr'eux que l'on puiſſe choiſir, & que chaque jour de l'année ſoit de la même grandeur ou durée dans tous les lieux de la Terre, on ne laiſſe pas d'y obſerver deux inégalités, dont l'une dépend du mouvement annuel du Soleil ſur

l'Ecliptique

l'Ecliptique qui a divers degrés de vîteſſe à meſure qu'il s'approche ou s'éloigne de ſon Apogée ou de ſon Périgée; l'autre eſt cauſée par l'obliquité de l'Ecliptique à l'égard de l'Equinoctial, d'où il ſuit que des parties égales de l'Ecliptique, parcouruës par le mouvement propre du Soleil, répondent à des parties inégales de l'Equinoctial.

Pour concevoir la différence qu'il y a entre le jour véritable & le jour moyen, on conſidérera que le jour véritable eſt meſuré par le retour du Soleil au même Méridien, qui eſt compoſé de toute la révolution de l'Equinoctial, qui eſt de 360 degrés plus l'arc de l'Equateur qui répond au mouvement journalier du Soleil ſur l'Ecliptique.

A l'égard du jour moyen qui doit être d'une égale durée dans tout le cours de l'année, il eſt meſuré par la révolution de l'Equinoctial qui eſt de 360 degrés, joint au moyen mouvement journalier du Soleil qui eſt de $59' 8''$.

Comme la révolution de l'Equinoctial eſt une partie commune du jour véritable & du jour moyen, la différence entre la durée de ces deux jours, conſiſte toute dans celle qui eſt entre le moyen mouvement journalier du Soleil, qui eſt de $59' 8''$, & ſon mouvement journalier véritable en aſcenſion droite.

On peut déterminer immédiatement, ſans le ſecours d'aucune hypotheſe, la différence entre le jour moyen & le jour véritable dans tous les temps de l'année, en cette maniére.

Ayant obſervé en quelque jour de l'année, principalement vers les Equinoxes, le vrai lieu du Soleil, par le moyen de ſa hauteur méridienne, ou par quelqu'autre méthode expoſée ci-devant, on déterminera à pareil jour de l'année ſuivante, ſon vrai lieu, & l'on aura ſon moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre ces obſervations, qui, étant partagé par 365, lorſque c'eſt une année commune, donnera le moyen mouvement journalier du Soleil, que l'on trouvera de $0^d 59' 8'' 15'''$, comme on peut le voir dans le ſecond exemple de la premiére méthode du Chapitre IV.

Comme dans chaque jour moyen, le Soleil parcourt tout l'Equinoctial, ou l'un de ſes paralleles, qui eſt de 360 degrés plus ſon moyen mouvement journalier, que l'on vient de trouver de $0^d 59' 8'' 15'''$; on ſera, comme 360 degrés plus $0^d 59' 8'' 15'''$, ſont à 360 degrés; ainſi 24 heures ſont au temps que tout l'Equinoctial employe à paſſer par le Méridien, que l'on trouvera de $23^h\ 56'\ 4''\ 4'''$, qui meſurent à très-peu près le temps que les Etoiles fixes employent à retourner au Méridien.

La révolution journaliére des Etoiles fixes étant ainſi connuë, on obſervera dans le cours de l'année, l'heure du paſſage du Soleil & d'une ou de pluſieurs Etoiles fixes par le Méridien. Si la Pendule eſt reglée ſur le moyen mouvement, c'eſt-à-dire, ſi elle avance exactement de $3'\ 56''$ par jour, la différence entre la durée de la révolution journaliére du Soleil & de celle de l'Etoile, meſurera pour ce jour, l'Equation du temps.

Si la Pendule n'avance pas préciſément de cette quantité, on prendra la différence à $3'\ 56''$, que l'on adjoûtera à la premiére différence ſi la Pendule avance de plus de $3'\ 56''$, & que l'on retranchera au contraire ſi elle avance d'une moindre quantité, & on aura l'Equation du temps qui convient au jour donné.

EXEMPLE I.

Le paſſage de *Sirius* par le Méridien a été obſervé le 19 de Décembre 1738, à $1^h\ 0'\ 31''\frac{1}{2}$ du matin, & le 20 à $0^h\ 56'\ 39''$ du matin. La différence eſt de $3'\ 52''\frac{1}{2}$, plus petite de $3''\frac{1}{2}$ que la révolution journaliére des Etoiles fixes.

Le paſſage du centre du Soleil par le Méridien a été obſervé le 19 Décembre 1738, à $0^h\ 14'\ 6''$, & le 20 à $0^h\ 14'\ 40''$. La différence eſt de $34''$, dont retranchant 3 ſecond. $\frac{1}{2}$, à cauſe que la Pendule avançoit d'une moindre quantité que la révolution des Etoiles fixes, reſte 30 ſecond. $\frac{1}{2}$, qui meſurent l'Equation du temps, qui convient à l'intervalle entre le 19 & le 20 de Décembre de l'année 1738.

EXEMPLE II.

Le paſſage d'*Aldebaran* par le Méridien a été obſervé le 16 Janvier 1733, à $9^h\ 5'\ 40''$ du ſoir, & le 20 à $8^h\ 49'\ 48''$. La différence eſt de $15'\ 52''$, qui meſurent le retardement apparent des Etoiles fixes pendant quatre jours, au lieu qu'à raiſon de $3'\ 56''$ par jour, il auroit dû être de $15'\ 44''$; la différence eſt de 8 ſecondes, dont la révolution apparente des Etoiles fixes a excedé leur révolution véritable dans l'espace de quatre jours.

Le passage du centre du Soleil par le Méridien a été observé le 16 Janvier 1732, à $11^h\ 59'\ 35''\frac{1}{2}$, & le 20 à $0^h\ 0'\ 42''$, de sorte que la Pendule a avancé dans cet intervalle, de $1'\ 6''\frac{1}{2}$. Y adjoûtant 8 secondes, à cause que la révolution apparente de cette Etoile a surpassé la véritable, on aura $1'\ 14''\frac{1}{2}$ pour la différence entre le temps vrai & le temps moyen, qui répond à l'intervalle de 4 jours entre le 16 & le 20 Janvier.

On peut, par cette méthode, construire une Table de l'Equation qui convient à tous les jours de l'année, ce qui servira pour plusieurs années suivantes, à cause que le mouvement de l'Apogée du Soleil, qui est fort lent, n'y peut causer aucune différence sensible dans le cours de quelques années.

Mais comme le temps ne permet pas toûjours de faire les observations néceſſaires pour cette recherche, qui demande d'ailleurs un Quart-de-cercle exactement placé sur le Méridien, & d'excellentes Pendules, on peut déterminer le temps moyen qui répond au véritable, par le moyen de la théorie du Soleil, en cette maniére.

On prendra pour Epoque primitive du temps moyen, celui où l'Apogée du Soleil s'est rencontré au commencement du Bélier, parce que le Soleil étant dans son Apogée, sa longitude moyenne est la même que sa longitude véritable, & que se trouvant en même temps dans l'intersection de l'Equinoctial avec l'Ecliptique, il n'y a aucune différence entre son ascension droite & sa longitude véritable; d'où il suit que le temps moyen a dû alors concourir avec le temps vrai : cette Epoque est d'ailleurs celle qu'on prend ordinairement pour principe de tous les mouvements des Astres.

Calculant pour tous les temps depuis cette Epoque, la longitude moyenne du Soleil, sa longitude véritable, & son ascension droite; la différence entre la longitude moyenne du Soleil & son ascension droite véritable convertie en temps, donnera la différence entre le temps vrai & le temps moyen, qu'on appelle *Equation du temps,* qu'il faut adjoûter au temps vrai pour avoir le moyen lorsque la longitude moyenne est plus petite que l'ascension droite véritable, parce que dans ce cas le lieu moyen du Soleil sur l'Ecliptique est plus avancé vers l'Occident que son vrai lieu par rapport à l'Equateur, & qu'il faut retrancher dans le cas contraire.

Exemple III.

On veut trouver l'Equation du temps pour le 16 & le 20 Janvier de l'année 1733.

On déterminera d'abord pour le 16 Janvier 1733, à midi, la longitude moyenne du Soleil, de $295^d\ 53'\ 49''$, & sa longitude véritable de $296^d\ 29'\ 59''$, par le moyen de laquelle on trouvera son ascension droite véritable, de $298^d\ 31'\ 24''$; la différence à $295^d\ 53'\ 49''$, est de $2^d\ 37'\ 35''$, qui, étant convertis en temps, à raison de 15 degrés par heure, donnent l'Equation du temps de $10'\ 30''\ 20'''$, qu'il faut adjoûter au temps vrai pour avoir le moyen, à cause que la longitude moyenne est plus petite que l'ascension droite véritable.

On déterminera ensuite pour le 20 Janvier suivant, la longitude moyenne du Soleil, de $299^d\ 50'\ 23''$, & sa longitude véritable de $300^d\ 34'\ 2''$, par le moyen de laquelle on trouvera son ascension droite véritable, de $302^d\ 46'\ 40''$; la différence à $299^d\ 50'\ 23''$, est de $2^d\ 56'\ 17''$, qui, étant convertis en heures, donnent l'Equation du temps, de $11'\ 45''\ 8'''$, qu'il faut adjoûter au temps vrai pour avoir le moyen; la différence à $10'\ 30''\ 20'''$, est de $1'\ 14''\ 18'''$, qui ne différe que de $48'''$ de celle que l'on avoit trouvée par les observations des 16 & 20 Janvier 1733.

CHAPITRE VIII.

De l'Apogée & du Périgée du Soleil, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

APRÈS avoir considéré la figure de l'Orbe que le Soleil décrit par son mouvement propre, il est nécessaire de déterminer la position de cet Orbe dans le Ciel, c'est-à-dire, les points de l'Ecliptique auxquels répondent son Apogée & son Périgée, qui sont à l'extrémité du grand diametre qui passe par le centre de son Orbe & celui de la Terre, de même que l'Excentricité de cet Orbe, & la plus grande Equation du Soleil; ce que l'on peut pratiquer en diverses maniéres.

Premiére Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de ſon Orbe, & ſa plus grande Equation.

On obſervera par un Micrometre, ou par des réticules placés au foyer d'une Lunette, la grandeur apparente du diametre du du Soleil en divers temps de l'année, & on choiſira entre ces obſervations, celles où le diametre du Soleil a paru le plus grand ou le plus petit; car, par les regles d'Optique, la grandeur apparente d'un objet qui s'approche de nous, étant en proportion réciproque de ſes diverſes diſtances, il eſt évident que le Soleil eſt dans ſon Apogée lorſque ſon diametre nous paroît le plus petit, & qu'il eſt au contraire dans ſon Périgée lorſqu'il nous paroît le plus grand.

Comme le Soleil, vers le temps de ſon paſſage par ſon Apogée & ſon Périgée, eſt pluſieurs jours ſans que ſon diametre paroiſſe augmenter ou diminuer ſenſiblement de grandeur, il faut l'obſerver pluſieurs jours avant & après, choiſiſſant les heures où il ſe trouve à la même hauteur ſur l'horiſon, afin d'éviter les erreurs cauſées par la parallaxe & la réfraction; on comparera enſemble ces obſervations, & en ayant choiſi deux où le diametre du Soleil a paru de la même grandeur, on prendra l'intervalle de temps qui s'eſt écoulé entre ces deux obſervations, dont la moitié étant adjoûtée au temps de la premiére, donne le temps auquel le Soleil eſt arrivé à ſon Apogée ou ſon Périgée. On calculera pour le temps de ces obſervations, le vrai lieu du Soleil par l'une des méthodes expoſées ci-deſſus, & on prendra le milieu qui donnera le vrai lieu de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Pour déterminer ſon Excentricité, on obſervera la grandeur du diametre du Soleil dans les temps où il paroît le plus grand & le plus petit; & l'on fera, comme la ſomme de ces diametres eſt à leur différence; ainſi le grand demi-diametre de ſon Orbe, ſuppoſé de 100000, eſt à un quatriéme nombre qui meſure ſon Excentricité.

Connoiſſant le rapport de l'Excentricité au grand diametre de l'Orbe du Soleil, on trouvera dans l'hypotheſe elliptique ſimple ou de Képler, l'Equation du Soleil pour tous les degrés de l'anomalie moyenne, ainſi qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

Cette méthode, quoique fort ſimple, n'a pas été pratiquée par les Anciens, qui n'avoient pas d'Inſtrument convenable pour meſurer les diametres des Aſtres avec toute l'exactitude requiſe.

Seconde Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil.

On obſervera pluſieurs jours de ſuite, la hauteur méridienne apparente du bord ſupérieur & du bord inférieur du Soleil avant ſon paſſage par ſon Apogée ou ſon Périgée. Corrigeant ces hauteurs par la réfraction & la parallaxe, on aura la hauteur véritable des deux bords du Soleil, dont la différence meſure la grandeur véritable de ſon diametre. Prenant un milieu entre ces hauteurs, on aura celle du centre du Soleil, qu'il faut retrancher de la hauteur de l'Equateur du lieu où l'on a obſervé, lorſque celle de l'Equateur eſt plus grande, & dont il faut retrancher au contraire la hauteur de l'Equateur, lorſqu'elle eſt plus petite, pour avoir la déclinaiſon du Soleil, qui, dans le premier cas, eſt méridionale, & dans le ſecond cas, eſt ſeptentrionale.

On choiſira enſuite les jours auxquels le diametre du Soleil a été obſervé de la même grandeur, avant & après ſon paſſage par l'Apogée & par le Périgée. La déclinaiſon du Soleil étant connuë, & l'obliquité de l'Ecliptique, on trouvera par la Trigonométrie ſphérique, le vrai lieu du Soleil pour le temps des deux obſervations correſpondantes. La différence étant partagée en deux, & adjoûtée au vrai lieu du Soleil pour le jour de la premiére obſervation, donne le vrai lieu de ſon Apogée ou de ſon Périgée.

Troiſiéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil.

Ayant placé au foyer d'une Lunette, deux fils perpendiculaires, dont l'un ſoit dirigé de maniére qu'un des bords du Soleil le parcoure par ſon mouvement journalier, on meſurera le temps que le Soleil employe à paſſer par l'autre fil qui repréſente un Cercle horaire, & on convertira ce temps en degrés & minutes, à raiſon de 15 degrés par heure.

Comme le Soleil décrit par ſon mouvement journalier, un Parallele dont la déclinaiſon à l'égard de l'Equateur, varie continuellement, il ſuit que ſon diametre occupe un plus grand arc de ce Parallele, à meſure qu'il s'éloigne de l'Equateur; c'eſt pourquoi il faut réduire le temps de ſon paſſage, converti en degrés & minutes du Parallele où il s'eſt trouvé dans chaque obſervation, en degrés & minutes d'un grand Cercle de la Sphere, en faiſant, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de la déclinaiſon du Soleil au temps de l'obſervation; ainſi les minutes & ſecondes de degré que le diametre du Soleil occupe ſur le Parallele, ſont aux minutes & ſecondes du diametre du Soleil pris ſur l'Equateur.

On choiſira enſuite deux obſervations correſpondantes avant & après le paſſage du Soleil par ſon Apogée ou ſon Périgée, dans leſquelles le diametre du Soleil, ainſi réduit, ſe trouve de la même grandeur, & on calculera ſon vrai lieu dans ces deux différentes ſituations. La différence étant partagée en deux, & adjoûtée au vrai lieu du Soleil dans le temps de la premiére obſervation, donne le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

Il eſt aiſé de voir que l'exactitude avec laquelle on peut, par cette méthode, de même que par les deux précédentes, trouver le lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil, dépend de la préciſion avec laquelle on peut déterminer la grandeur du diametre du Soleil qui, dans le cours d'une année, ne varie que d'une minute & quelques ſecondes.

Quatriéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de ſon Orbe, & ſa plus grande Equation.

On obſervera pluſieurs jours de ſuite, en diverſes ſaiſons de l'année, la hauteur méridienne du Soleil qui, étant corrigée par la réfraction & la parallaxe, & comparée à la hauteur de l'Equateur, donnera la déclinaiſon du Soleil au temps de ces différentes obſervations. Cette déclinaiſon étant déterminée, & connoiſſant l'obliquité de l'Ecliptique, on calculera par la Trigonométrie ſphérique, le vrai lieu du Soleil pour le temps de chaque obſervation. Ayant ainſi connu la quantité du mouvement du Soleil pendant l'intervalle d'un ou de pluſieurs jours, on cherchera dans une autre ſaiſon, le temps où le mouvement vrai du Soleil a été d'une quantité égale à celui qu'on lui a reconnu pendant le même nombre de jours. La différence entre le vrai lieu du Soleil, déterminé par les obſervations correſpondantes, étant partagée en deux également, & adjoûtée au vrai lieu du Soleil dans la premiére obſervation, donne le vrai lieu de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Lorſque le mouvement vrai du Soleil en longitude, pendant un certain nombre de jours, eſt plus grand ou plus petit que dans le même nombre de jours correſpondants, d'une certaine quantité, on comparera les obſervations des jours qui précédent ou ſuivent immédiatement, & ſont telles que dans un pareil nombre de jours, la quantité du mouvement du Soleil ſoit plus grande ou plus petite que dans les deux autres obſervations.

On déterminera l'Apogée ou le Périgée, qui réſulte de ces nouvelles obſervations, & on le comparera à celui que l'on avoit déterminé en premier lieu, pour avoir la différence, dont on prendra la partie proportionnelle qui convient à la différence que l'on a trouvée entre la quantité de ces mouvements, qu'il faut appliquer au lieu de l'Apogée ou du Périgée, trouvé par l'une de ces déterminations, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

On a ſuppoſé ici que la différence entre le temps vrai & le temps moyen, dans l'intervalle entre les premiéres obſervations, étoit égale à la différence entre le temps vrai & le temps moyen dans l'intervalle entre les obſervations correſpondantes, ou qu'elle n'en différoit pas ſenſiblement.

Lorſque cette différence eſt conſidérable, il faudra réduire le temps vrai de chaque obſervation, en temps moyen; on prendra enſuite le mouvement du Soleil qui convient à la différence entre le temps moyen compris dans chacun de ces intervalles, qu'on adjoûtera au vrai mouvement que l'on a trouvé dans le plus petit intervalle, pour avoir le mouvement vrai du Soleil pendant deux intervalles de temps égaux. On comparera enſuite ces vrais mouvements, pour déterminer le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil, de la maniére qu'on vient de l'expliquer.

Il eſt aiſé de reconnoître que cette méthode demande un grand nombre d'obſervations de hauteurs méridiennes du Soleil, entre leſquelles l'on doit préférer celles qui ſont éloignées les unes des autres, d'un intervalle de temps conſidérable; afin que la différence entre la quantité du mouvement obſervé, ſoit plus ſenſible.

Pour

Pour déterminer l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, & ſa plus grande Equation, il faut d'abord connoître la quantité du moyen mouvement du Soleil qui répond à un nombre de jours donné, ce que l'on déterminera en obſervant le vrai lieu du Soleil pour tel jour que l'on voudra, principalement vers les Equinoxes, & quelques jours après, où ſon vrai mouvement différe fort peu du moyen, & attendant le temps où, après une ou pluſieurs révolutions, il eſt retourné au même degré du Zodiaque où on l'avoit trouvé dans la premiére obſervation : car alors la quantité de ſon moyen mouvement eſt ſenſiblement égale à celle de ſon mouvement vrai ou apparent.

On prendra enſuite la différence entre le vrai lieu du Soleil, déterminé par les obſervations correſpondantes faites avant & après le paſſage du Soleil par ſon Apogée ou ſon Périgée, & on aura la quantité de ſon mouvement vrai pendant cet intervalle, qui eſt meſuré par l'angle *STR* (*Fig. 31.*)

On prendra auſſi le moyen mouvement qui convient à ce même intervalle de temps, qui eſt meſuré par l'angle *SFR*; la différence entre cet angle & l'angle *STR*, eſt égale à la ſomme des angles *FST*, *FRT*, qui ſont égaux entr'eux, lorſque les obſervations ont été faites à diſtance égale de part & d'autre de l'Apogée.

On retranchera le lieu de l'Apogée déterminé ci-deſſus, du vrai lieu du Soleil lorſqu'il étoit en *S*, & l'on aura l'angle *ATS* de ſon anomalie vraye, auquel cas l'angle *FST*, meſurera l'Equation du Soleil. On prolongera la ligne *TS* en *V*, en ſorte que *SV* ſoit égale à *SF*, & on aura *TS* plus *SV*, égale à *TS* plus *SF*, qui, par la propriété de l'Ellipſe, eſt égale à l'axe *AP*. On aura auſſi, à cauſe des côtés *SV*, *SF*, égaux, l'angle *FVT*, égal à la moitié de l'angle *FST* de l'Equation du Soleil ; & dans le Triangle *FVT*, dont le côté *TV*, égal à *AP*, eſt connu, de même que les angles *TVF* & *ATS*, on trouvera la valeur de *TF*, qui meſure dans l'hypotheſe elliptique ſimple, le double de l'Excentricité *CT*. Enfin dans le Triangle *BCT*, rectangle en *C*, dont l'hypothenuſe *BT* eſt, par la propriété de l'Ellipſe, égale au demi-axe *AC*, & le côté *CT*, meſure l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, on aura la valeur de l'angle *CBT*, dont le double meſure la plus grande Equation de l'Orbe du Soleil dans la même hypotheſe.

Pour trouver l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, & ſa plus grande Equation dans l'hypotheſe de Képler, on calculera ſuivant cette hypotheſe, par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, l'Equation du Soleil qui répond à ſa diſtance à l'Apogée, qui ſera plus petite de quelques ſecondes que celle que l'on avoit employée d'abord, & qu'il faut par conſéquent y adjoûter pour avoir une Equation, par le moyen de laquelle on calculera de nouveau dans l'hypotheſe elliptique, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, & ſa plus grande Equation, qui ſeront plus grandes que par la premiére détermination, telles qu'elles doivent être dans l'hypotheſe de Képler.

La raiſon de cette opération eſt que comme dans l'hypotheſe de Képler, l'Equation d'une Planete eſt plus petite que dans l'hypotheſe elliptique ſimple, il eſt néceſſaire d'augmenter cette Excentricité pour avoir la même Equation dans ces deux hypotheſes.

EXEMPLE.

Le 29 Janvier de l'année 1738, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été obſervée de 23^d 17′ 56″, dont retranchant 2′ 7″ pour la réfraction moins la parallaxe, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de 23^d 15′ 49″, qui, étant retranchés de 41^d 9′ 50″, hauteur de l'Equateur à l'Obſervatoire de Paris, reſte 17^d 54′ 1″ pour la déclinaiſon méridionale du Soleil, par le moyen de laquelle, ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique de 23^d 28′ 20″, telle qu'on l'a déterminée en 1738, on trouvera la longitude du Soleil, de 309^d 29′ 44″ le 29 Janvier à midi, temps vrai, qui, réduit au temps moyen, répond à 0^h 13′ 51″ après midi.

Cette obſervation, de même que les ſuivantes, ont été faites à la Ligne Méridienne qui eſt dans la grande Salle de l'Obſervatoire.

Le 14 Mai ſuivant, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été obſervée de 59^d 48′ 27″, dont retranchant 30″ pour la réfraction moins la parallaxe, & 41^d 9′ 50″ pour la hauteur de l'Equateur, reſte 18^d 38′ 7″ pour la déclinaiſon ſeptentrionale du Soleil, au moyen de laquelle on trouvera ſa longitude, de 53^d 20′ 47″, le 14 Mai à midi, temps vrai, & le 13 Mai à 23^h 55′ 53″, temps moyen.

La différence entre la longitude du Soleil, qui résulte de ces observations, est de $103^d\ 51'\ 3''$, qui mesurent son vrai mouvement dans l'intervalle de 103 jours 23 heur. 42 min. 2 second. temps moyen, depuis le 29 Janvier 1738, à $0^h\ 13'\ 51''$ du soir, jusqu'au 13 Mai, à $23^h\ 55'\ 53''$.

Le 16 Août de la même année, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été observée de $54^d\ 56'\ 57''$, dont retranchant 36 secondes pour la réfraction moins la parallaxe, & $41^d\ 9'\ 50''$ pour la hauteur de l'Equateur; reste $13^d\ 46'\ 31''$ pour la déclinaison septentrionale du Soleil, suivant laquelle on trouvera sa longitude, de $143^d\ 17'\ 10''$, le 16 Août à midi, temps vrai, & à $0^h\ 3'\ 43''$ du soir, temps moyen.

Le 29 Novembre suivant, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été observée de $19^d\ 40'\ 34''$, dont retranchant $2'\ 32''$ pour la réfraction moins la parallaxe, on aura la hauteur véritable du centre du Soleil, de $19^d\ 38'\ 2''$, qui, étant retranchés de $41^d\ 9'\ 50''$, reste $21^d\ 31'\ 48''$ pour la déclinaison méridionale du Soleil, au moyen de laquelle on trouvera sa longitude, de $247^d\ 7'\ 41''$, le 29 Novembre à midi, temps vrai, & le 28 Novembre à $23^h\ 48'\ 51''$, temps moyen.

La différence entre la longitude du Soleil, qui résulte des observations du 16 Août & du 29 Novembre, est de $103^d\ 50'\ 31''$, qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans ce dernier intervalle de 103 jours 23 heur. 45 min. 8 second. temps moyen, lequel est plus grand que le premier, de $3'\ 6''$, auxquelles il répond $8''$ de mouvement du Soleil, qu'il faut adjoûter à $103^d\ 51'\ 3''$, différence entre la longitude du Soleil observée le 29 Janvier & le 14 Mai, parce que l'intervalle de temps entre les premiéres observations, étoit plus petit que dans les derniéres, & l'on aura $103^d\ 51'\ 11''$ pour le vrai mouvement du Soleil pendant un intervalle de temps égal à celui qui est entre les observations des 16 Août & 29 Novembre 1738.

Prenant la différence entre la longitude du Soleil, observée le 14 Mai, de $53^d\ 20'\ 47''$, & le 16 Août, de $143^d\ 17'\ 10''$, on aura le mouvement vrai du Soleil entre ces observations, de $89^d\ 56'\ 23''$, dont la moitié $44^d\ 58'\ 11''\frac{1}{2}$, étant adjoûtée à $53^d\ 20'\ 47''$, donne $98^d\ 18'\ 58''\frac{1}{2}$, qui seroit le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, si son mouvement vrai avoit été égal dans les deux intervalles de temps égaux que l'on a comparés ensemble.

Mais comme il y a une différence de 40″, dont le premier, qui est de 103^d 51′ 11″, est plus grand que le second, qu'on a trouvé de 103^d 50′ 31″, on choisira deux autres observations les plus prochaines, éloignées entr'elles d'un même nombre de jours, telles que le 14 Août & le 27 Novembre.

Suivant la premiére de ces observations, la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil, corrigée par la réfraction & par la parallaxe, a été déterminée de 55^d 34′ 11″, & suivant la seconde, de 19^d 59′ 13″, ce qui donne la longitude du Soleil le 14 Août, de 141^d 20′ 45″, & le 29 Novembre, de 245^d 5′ 23″.

La différence entre ces longitudes, mesure le mouvement du Soleil dans l'intervalle entre les observations des 14 Août & 27 Novembre, qui est de 103^d 44′ 38″, plus petit de 6′ 33″, qu'entre le 29 Janvier & le 14 Mai.

Comparant l'observation du 14 Mai, où la longitude du Soleil étoit de 53^d 20′ 47″, avec celle du 14 Août, où on l'a trouvée de 141^d 20′ 45″, on aura le mouvement vrai du Soleil dans l'intervalle entre ces observations, de 87^d 59′ 58″, dont la moitié 43^d 59′ 59″, étant adjoûtée à 53^d 20′ 47″, donne 97^d 20′ 46″ pour le lieu de l'Apogée du Soleil, qui résulte de ces observations, lequel seroit le véritable, si son mouvement dans ce dernier intervalle avoit été plus grand de 40 secondes, que celui que l'on avoit trouvé entre le 16 Août & le 29 Novembre, & égal à celui que l'on avoit déterminé entre le 29 Janvier & le 14 Mai. Mais comme on l'a trouvé plus petit de 6′ 33″, c'est une preuve que l'Apogée du Soleil étoit au de-là de la premiére détermination : c'est pourquoi l'on fera, comme 6′ 33″ sont à 40″; ainsi 58′ 12″, différence entre les deux déterminations de l'Apogée, sont à 5′ 55″, qui, étant adjoûtées à la premiére, de 98^d 18′ 58″, donnent le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, de 98^d 24′ 53″, ou à 8^d 24′ 53″ de l'Ecrevisse, pour le temps milieu entre ces observations, qui répond à la fin de Juin 1738.

On voit par cet exemple, le degré de précision avec lequel on peut déterminer l'Apogée du Soleil par cette méthode, puisqu'une différence de 40 secondes dans le vrai lieu du Soleil, n'en produit qu'une de 5′ 55″ dans le lieu de ſon Apogée, ce qui eſt à raiſon de 18 minutes pour 2 minutes de différence dans le vrai lieu du Soleil, qui eſt une erreur beaucoup plus grande que celle que l'on peut commettre dans des obſervations faites aveo préciſion. Ainſi l'on peut s'aſſûrer de trouver par cette méthode, le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, à un quart de degré près, & même avec beaucoup plus d'exactitude, ſi l'on n'y employe que des obſervations choiſies, faites dans les circonſtances convenables, & en aſſés grand nombre pour rectifier les unes par les autres.

On déterminera auſſi par ces mêmes obſervations, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil & ſa plus grande Equation, pourvû que l'on connoiſſe la quantité du mouvement du Soleil, compriſe dans une ou pluſieurs de ſes révolutions, comme, par exemple, depuis le 21 Mars de l'année 1737, juſqu'au 21 Mars de l'année 1738, pendant leſquels on ſuppoſe que le mouvement vrai du Soleil, qui eſt alors égal à ſon mouvement moyen, a été de $359^d\ 45'\ 42''$, à raiſon de $59'\ 8''\ 15'''$ par jour.

On retranchera pour cet effet, le lieu de l'Apogée du Soleil, qui a été trouvé de $98^d\ 24'\ 53''$, du vrai lieu du Soleil, déterminé le 16 Août, de $143^d\ 17'\ 10''$, & l'on aura la diſtance du Soleil à ſon Apogée, ou ſon anomalie vraye, de $44^d\ 52'\ 17''$, qui eſt repréſentée par l'angle *ATS* (*Fig. 31.*)

On prendra enſuite la différence entre le vrai lieu du Soleil, qui étoit le 13 Mai 1738, à $23^h\ 55'\ 53''$, temps moyen, de $53^d\ 20'\ 47''$, & le vrai lieu du Soleil déterminé le 16 Août ſuivant, à $0^h\ 3'\ 43''$, temps moyen; de $143^d\ 17'\ 10''$, qu'on trouvera de $89^d\ 56'\ 23''$, qui meſurent l'angle *STR* du vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 94 jours 0 heur. 7 min. 50 ſecondes.

On prendra auſſi le moyen mouvement qui répond à 94 jours 0 heur. 7 minut. 50 ſecond. à raiſon de $59'\ 8''\ 15'''$ par jour, qu'on trouvera de $92^d\ 39'\ 23''$, qui meſurent l'angle *SFR*. La différence à l'angle *STR*, de $89^d\ 56'\ 23''$, qui eſt de $2^d\ 43'\ 0''$, eſt égale à la ſomme des angles *FST*, *FRT*, qui repréſentent l'Equation du Soleil en *S* & en *R*, & qui ſont égaux entr'eux lorſque les obſervations ont été faites à égale diſtance de part & d'autre de l'Apogée du Soleil. On aura donc l'angle *FST* ou *FRT*, de 1^d $21'$ $30''$, & prolongeant TS en V, en sorte que SV soit égal à FS, on aura TV, égal à TS plus SF, qui, par la propriété de l'Ellipse, est égal au grand axe AP. L'angle SFV, ou TVF, qui lui est égal, sera donc de 0^d $40'$ $45''$, moitié de l'angle FST, qui a été trouvé de 1^d $21'$ $30''$. Adjoutant l'angle TVF, de 0^d $40'$ $45''$ à l'angle ATS, déterminé ci-dessus, de 44^d $52'$ $17''$, on aura l'angle AFV, de 45^d $33'$ $2''$; & dans le Triangle FVT, dont le côté TV, égal à AP, est supposé de 200000, & les angles FVT, VFT, ou son supplément AFV, sont connus, on trouvera la distance FT entre les foyers F & T de l'Orbe du Soleil $ABPD$, de 3321, dont la moitié $1660\frac{1}{2}$, mesure son Excentricité CT. Enfin, dans le Triangle rectangle BCT, dont l'hypothenuse TB, égale à AC, est de 100000, & le côté CT, de $1660\frac{1}{2}$, on trouvera l'angle CBT, de 0^d $57'$ $5''$, dont le double 1^d $54'$ $10''$, mesure la plus grande Equation du Soleil.

On a supposé dans cet Exemple, que l'Equation du Soleil étoit égale à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil observé entre le 14 Mai & le 16 Juillet; ce qui seroit exact, si ces observations avoient été faites à égale distance de part & d'autre de l'Apogée. Mais comme on y a trouvé une différence de $5'$ $55''$, dont l'Apogée étoit plus près du lieu du Soleil dans l'observation du 16 Juillet, on calculera par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, l'Equation qui convient à 44^d $52'$ $17''$ moins $5'$ $55''$, que l'on trouvera de 1^d $21'$ $32''$, plus petite que la première de 8 secondes. Cette Equation représente l'Equation vraye du Soleil, qui répond à 44^d $52'$ $17''$ d'anomalie vraye, par le moyen de laquelle on trouvera, de la maniére qui a été enseignée ci-dessus, l'Excentricité véritable du Soleil, de 1658, & sa plus grande Equation, de 1^d $53'$ $59''$ dans l'hypothese elliptique simple.

Pour trouver l'Excentricité du Soleil & sa plus grande Equation dans l'hypothese de Képler, on supposera d'abord l'Excentricité du Soleil, telle qu'on la vient de déterminer, & on calculera suivant cette hypothese, l'Equation du Soleil qui répond à son anomalie vraye, de 44^d $52'$ $17''$, que l'on trouvera de 1^d $21'$ $7''$, plus petite de 15 second. que celle que l'on avoit déterminée ci-dessus, de 1^d $21'$ $22''$, & qu'il faut par conséquent y adjoûter pour avoir 1^d 21′ 37″, par le moyen de laquelle on calculera de nouveau l'Excentricité du Soleil, que l'on trouvera de 1662 $\frac{3}{4}$, & sa plus grande Equation de 1^d 54′ 20″, qui sont celles qui conviennent à l'hypothese de Képler, puisque, calculant dans cette hypothese, l'Equation de l'Orbe du Soleil qui répond à 44^d 52′ 17″ d'anomalie vraye, & supposant l'Excentricité telle qu'on la vient de déterminer, on trouvera cette Equation de 1^d 21′ 22″.

On déterminera de la même maniére, l'Excentricité & la plus grande Equation de l'Orbe du Soleil par les observations correspondantes des 29 Janvier & 29 Novembre 1738, en prenant la différence entre le vrai lieu du Soleil déterminé par ces deux observations, qui est de 297^d 37′ 57″. On prendra aussi le moyen mouvement qui convient à 303^j 23^h 35′, intervalle de temps entre ces observations, qu'on trouvera de 299^d 37′ 10″, dont la différence à 297^d 37′ 57″, qui est de 1^d 59′ 13″, est égale à la somme des angles *FHT, FDT,* supposés égaux.

On aura donc l'angle *FHT,* de 59′ 36″$\frac{1}{2}$, & l'angle *FGT,* de 29′ 48″$\frac{1}{4}$. Retranchant le lieu de l'Apogée du Soleil, déterminé de 98^d 24′ 53″, de son vrai lieu, qui étoit le 29 Novembre de 247^d 7′ 41″, reste l'angle *ATH* de son anomalie vraye, de 148^d 42′ 48″, auquel adjoûtant l'angle *HTG* ou *FGT,* de 29′ 48″$\frac{1}{4}$, on aura l'angle *FIG,* de 149^d 12′ 36″; & dans le Triangle *FGT,* dont le côté *FG* ou *AP,* est de 200000, & les angles *FTG, FGT,* sont connus, on trouvera la distance *FT* entre les foyers, de 3387, dont la moitié 1693 $\frac{1}{2}$, mesure l'Excentricité *CT* de l'Orbe du Soleil.

Enfin, dans le Triangle rectangle *BCT,* dont l'hypothenuse *TB,* égale à *AC,* est de 100000, & le côté *CT,* de 1693 $\frac{1}{2}$, on trouvera l'angle *CBT,* de 0^d 58′ 13″$\frac{1}{2}$, dont le double 1^d 56′ 27″ mesure la plus grande Equation.

Comme on a supposé dans ce calcul, que l'Equation du Soleil étoit égale à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil depuis le 29 Janvier jusqu'au 29 Novembre, au lieu que l'Apogée étant plus près de la derniére observation, de 5′ 55″, cette Equation a dû être plus grande; on calculera, par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, l'Equation qui convient à 149^d 12′ 36″ moins 5′ 55″, qu'on trouvera de

$0^d\ 59'\ 47''$, plus grande que la premiére de $10''\frac{1}{2}$. Cette Equation représente l'Equation vraye du Soleil, qui répond à $148^d\ 42'\ 48''$ d'anomalie vraye, par le moyen de laquelle on trouvera l'Excentricité véritable du Soleil, de $1698\frac{1}{2}$, & sa plus grande Equation de $1^d\ 56'\ 47''\frac{1}{2}$ dans l'hypothese elliptique simple.

Pour trouver l'Excentricité du Soleil, & sa plus grande Equation dans l'hypothese de Képler, on calculera suivant cette hypothese, par le moyen de l'Excentricité que l'on vient de déterminer, de $1698\frac{1}{2}$, l'Equation du Soleil qui répond à son anomalie vraye, de $149^d\ 12'\ 36''$, que l'on trouvera de $0^d\ 59'\ 33''$, plus petite de $14''$ que celle que l'on avoit déterminée ci-dessus, de $0^d\ 59'\ 47''$, & qu'il faut par conséquent y adjoûter pour avoir cette Equation, de $1^d\ 0'\ 1''$, par le moyen de laquelle on calculera de nouveau l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, que l'on trouvera de $1705\frac{1}{2}$, & sa plus grande Equation de $1^d\ 57'\ 15''$.

Prenant un milieu entre les déterminations qui résultent de ces observations & des précédentes, on aura l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, suivant l'hypothese elliptique simple, de 1678 parties, dont la moyenne distance du Soleil à la Terre, est de 100000, & la plus grande Equation de l'Orbe du Soleil, de $1^d\ 55'\ 23''$. On trouvera aussi, suivant l'hypothese de Képler, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, de 1684, & sa plus grande Equation, de $1^d\ 55'\ 48''$.

Cinquiéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil.

On observera en divers jours de l'année, le passage par le Méridien, du Soleil & d'une Etoile fixe, dont l'ascension droite est connuë. Réduisant en degrés, l'intervalle entre ces passages, à raison de 360 degrés pour le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, on aura la différence entre l'ascension droite du Soleil & celle de cette Etoile au temps du passage du Soleil par le Méridien, qu'il faut appliquer à l'ascension droite de l'Etoile, pour avoir l'ascension droite du Soleil au temps de son passage par le Méridien, par le moyen de laquelle on trouvera la longitude véritable du Soleil.

On déterminera de la même maniére, le vrai lieu du Soleil pour

pour le jour ſuivant, ou tel autre que l'on voudra, & l'on aura la quantité du mouvement vrai du Soleil pendant un certain nombre de jours.

Ayant trouvé par la même méthode, le vrai lieu du Soleil dans une autre ſaiſon, on cherchera le temps où le mouvement du Soleil en longitude pendant l'intervalle d'un ou de pluſieurs jours, eſt égal au mouvement qu'on avoit obſervé pendant le même nombre de jours. La différence entre le vrai lieu du Soleil, qui réſulte des obſervations correſpondantes, étant partagée en deux également, & adjoûtée au vrai lieu du Soleil dans la premiére obſervation, donne le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

Lorſque le mouvement vrai du Soleil pendant le même intervalle de jours, n'eſt pas préciſément de la même quantité, on comparera les obſervations des jours qui précédent ou ſuivent immédiatement, & qui ſoient telles que la quantité du mouvement, compriſe dans un même intervalle de temps, ſoit plus grande ou plus petite que dans la premiére comparaiſon. On déterminera l'Apogée ou le Périgée du Soleil, qui réſulte de ces obſervations, & on aura la différence entre les deux déterminations de l'Apogée, dont on prendra la partie proportionnelle qui convient à la différente quantité du mouvement, qu'il faut appliquer au lieu de l'Apogée ou du Périgée trouvé par l'une de ces déterminations, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil.

On peut employer pour cette recherche, différentes Etoiles fixes, & au cas que l'on ne connoiſſe point exactement leur aſcenſion droite, il faudra obſerver la hauteur méridienne du Soleil pour avoir ſa déclinaiſon qui eſt repréſentée par *BC (Fig. 23.)* au moyen de laquelle, & de l'angle *BAC,* qui meſure l'obliquité de l'Ecliptique, on déterminera dans le Triangle ſphérique *ABC,* rectangle en *B,* l'aſcenſion droite *BA* du Soleil pour le temps de ſon paſſage par le Méridien. On prendra le même jour, la différence entre le paſſage du Soleil & de l'Etoile par le Méridien, qu'on convertira en degrés, minutes & ſecondes, à raiſon de 360 degrés pour le temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, & l'on aura la différence entre l'aſcenſion droite du Soleil & celle de l'Etoile à midi, que l'on adjoûtera à l'aſcenſion droite du Soleil, lorſque l'Etoile a paſſé après midi, & que l'on en retranchera lorſque ſon paſſage eſt avant midi, & on aura l'aſcenſion droite véritable de l'Etoile, avec laquelle on déterminera le vrai lieu de l'Apogée ou du Périgée du Soleil, de la maniére qu'on l'a expliqué ci-deſſus, ayant ſoin de réduire le temps vrai en temps moyen, lorſqu'il s'y trouve une différence conſidérable.

Cette méthode a beaucoup de rapport à la précédente, en ce que l'on y employe le vrai lieu du Soleil déterminé par des obſervations éloignées l'une de l'autre d'un intervalle égal avant & après ſon paſſage par ſon Apogée ou ſon Périgée; mais elle a cet avantage que dans la quatriéme méthode, il étoit néceſſaire dans chaque obſervation, de déterminer le vrai lieu du Soleil par le moyen de ſa déclinaiſon, ce qui oblige de choiſir les temps où cette déclinaiſon varie conſidérablement d'un jour à l'autre, pour avoir plus exactement ſon mouvement en longitude; au lieu que dans celle-ci l'aſcenſion droite d'une Etoile étant une fois déterminée exactement par des obſervations choiſies, on peut connoître le vrai lieu du Soleil, & par conſéquent ſon vrai mouvement dans tous les temps de l'année : car comme on ne ſuppoſe par cette méthode, que l'aſcenſion droite de l'Etoile connuë, & la différence entre le paſſage du Soleil & de cette Etoile par le Méridien, toute l'erreur qui peut ſe trouver dans cette détermination, doit provenir de ces deux cauſes.

A l'égard de celle qu'il peut y avoir dans l'aſcenſion droite de l'Etoile, elle ne peut guére monter qu'à une minute, & elle n'en cauſe qu'une de la même quantité dans la détermination de l'Apogée du Soleil.

Pour ce qui eſt de l'intervalle entre les paſſages, quand même on ſuppoſeroit qu'il y eût une erreur de 2 ſecondes, plus grande que celle qui peut réſulter des obſervations faites avec préciſion; cela n'en cauſeroit qu'une de 4 ou 5 minutes dans le premier exemple qui a été rapporté par la quatriéme méthode, ce qui eſt une exactitude plus grande que celle à laquelle on a cru juſqu'à préſent pouvoir parvenir dans la détermination du vrai lieu de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

On peut déterminer auſſi par cette méthode, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil & ſa plus grande Equation, de la même maniére que par la précédente.

EXEMPLE.

Le 16 Février de l'année 1738, le paſſage de *Sirius* par le Méridien, a été obſervé $8^h\ 32'\ 45''\frac{3}{4}$ après celui du Soleil à la Pendule, ſuivant laquelle le retour de *Sirius* au Méridien, a été déterminé de $23^h\ 56'\ 30''\frac{1}{2}$.

On fera donc, comme $23^h\ 56'\ 30''\frac{1}{2}$, ſont à $8^h\ 32'\ 45''\frac{3}{4}$; ainſi 360 degrés ſont à $128^d\ 30'\ 11''$, différence d'aſcenſion droite entre *Sirius* & le Soleil, qui étant retranchée de l'aſcenſion droite de *Sirius*, qui étoit alors de $98^d\ 24'\ 5''$, à laquelle il faut adjoûter 360 degrés, reſte l'aſcenſion droite du Soleil, de $329^d\ 53'\ 54''$, par le moyen de laquelle, & de l'obliquité de l'Ecliptique, ſuppoſée de $23^d\ 28'\ 20''$, on trouvera la longitude du Soleil, de $327^d\ 42'\ 13''$, le 16 Février 1738 à midi, temps vrai, & à $0^h\ 14'\ 42''$, temps moyen.

Le 20 Juin ſuivant, le paſſage de *Sirius* par le Méridien, a été obſervé $0^h\ 38'\ 48''$ après celui du Soleil; les convertiſſant en degrés, à raiſon de 360 degrés pour $23^h\ 55'\ 50''$, temps que *Sirius* a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, on aura $9^d\ 43'\ 41''$ pour la différence d'aſcenſion droite entre *Sirius* & le Soleil, qui étant retranchée de l'aſcenſion droite de *Sirius*, qui étoit alors de $98^d\ 24'\ 20''$, reſte l'aſcenſion droite du Soleil, de $88^d\ 40'\ 39''$, par le moyen de laquelle on trouvera ſa longitude, de $88^d\ 47'\ 13''$ le 20 Juin à midi, temps vrai, & à $0^h\ 0'\ 46''$, temps moyen.

Le 10 Juillet de la même année, le paſſage de *Sirius* par le Méridien eſt arrivé $43'\ 38''$ avant celui du Soleil; les convertiſſant en degrés, à raiſon de $23^d\ 55'\ 50''$ pour 360 degrés, on aura $10^d\ 56'\ 24''$ pour la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & *Sirius*, qui, étant adjoûtée à l'aſcenſion droite de *Sirius*, qui étoit alors de $98^d\ 24'\ 22''$, donne l'aſcenſion droite du Soleil, de $109^d\ 20'\ 46''$, par le moyen de laquelle on trouvera ſa longitude, de $107^d\ 51'\ 4''$ le 10 Juillet à midi, temps vrai, & à $0^h\ 4'\ 34''$, temps moyen.

Enfin, le 11 Novembre, le paſſage de *Sirius* par le Méridien eſt arrivé à $15^h\ 26'\ 53''$, & celui du Soleil le 12 Novembre à $0^h\ 1'\ 47''$, le retour de l'Etoile au Méridien a été de 23^h

55′ 6″, d'où l'on trouve la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & *Sirius* le 12 Novembre, de 129^d 4′ 29″, qui, étant adjoûtée à celle de *Sirius*, qui étoit alors de 98^d 24′ 37″, donne l'aſcenſion droite du Soleil le 12 Novembre à midi, de 227^d 29′ 6″, par le moyen de laquelle on trouve la longitude du Soleil, de 229^d 56′ 16″ le 12 Novembre, & de 228^d 55′ 48″ le 11 Novembre à midi, temps vrai, & à 11^h 44′ 37″ du matin, temps moyen.

La différence entre la longitude du Soleil, qui réſulte des deux premiéres obſervations, eſt de 121^d 5′ 0″, qui meſurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 104^j 23^h 46′ 4″; & celle qui réſulte des deux derniéres, eſt de 121^d 4′ 44″, qui meſurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 104^j 23^h 40′ 3″, lequel eſt plus petit que le précédent de 0^h 6′ 1″, pendant leſquelles le mouvement du Soleil eſt de 15″. Les adjoûtant à la différence que l'on a trouvée par les derniéres obſervations, de 121^d 4′ 44″, on aura 121^d 4′ 59″ pour le mouvement vrai du Soleil depuis le 10 Juillet 1738 juſqu'au 11 Novembre ſuivant, qui ne différe que d'une ſeconde de celui que l'on avoit trouvé dans un intervalle de temps égal entre le 16 Février & le 20 Juin 1738.

Prenant la différence entre la longitude du Soleil, obſervée le 20 Juin, de 88^d 47′ 13″, & le 10 Juillet, de 107^d 51′ 4″, on aura 19^d 3′ 51″, dont la moitié 9^d 31′ 55″$\frac{1}{2}$, étant adjoûtée à 88^d 47′ 13″, donne 98^d 19′ 8″, pour le lieu de l'Apogée qui eſt le véritable, parce que le mouvement vrai du Soleil a été égal de part & d'autre dans un même intervalle de temps, n'y ayant qu'une différence d'une ſeconde, qui n'en peut cauſer qu'une de 10 ſecond. dans la détermination de l'Apogée, ce qui eſt abſolument inſenſible.

Sixiéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de ſon Orbe, & ſa plus grande Equation.

Les méthodes que nous venons de propoſer, demandent des obſervations choiſies, faites à diſtance égale de part & d'autre de l'Apogée & du Périgée, ce que l'on ne peut par conſéquent pratiquer, qu'en comparant enſemble un grand nombre d'obſervations.

C'eſt pourquoi nous en donnerons ici une qui a été inventée par mon Pere, & rapportée dans le Journal des Sçavants de l'année 1669, par le moyen de laquelle on peut déterminer immédiatement le vrai lieu de l'Aphélie & du Périhélie des Planetes dans l'hypotheſe elliptique ſimple, y employant ſeulement trois obſervations faites en des temps différents.

Ayant décrit un cercle *CBED* (*Fig. 32.*) à volonté, on prendra de l'Occident vers l'Orient, comme de *C* vers *B*, l'arc *CB*, égal à la différence entre le vrai lieu d'une Planete, déterminé par les deux premiéres obſervations, & l'arc *BA*, égal à la différence entre le vrai lieu de cette Planete, déterminé par la ſeconde & la troiſiéme obſervation.

Du point *B*, qui eſt entre les points *C* & *A*, on menera par le centre *L* du cercle *CBED*, le diametre *BLD*, qui rencontrera ſa circonférence au point *D*. Le moyen mouvement du Soleil qui répond à l'intervalle entre chaque obſervation, étant connu, on prendra du point *D* vers *C*, l'arc *DF*, égal au moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la premiére & la ſeconde obſervation, & du point *D* vers *A*, l'arc *DE*, égal au moyen mouvement depuis la ſeconde juſqu'à la troiſiéme obſervation. On menera du point *B*, aux points *F* & *E*, les lignes *BFG*, *BHE*, & du point *D* aux lignes *C* & *A*, les lignes *DC*, *DA*, qui, étant prolongées, s'il eſt néceſſaire, couperont *BF*, *BE*, aux points *G* & *H*, par leſquels on menera la ligne *GH*.

Du point *B*, on tirera ſur *GH*, la perpendiculaire *BI*, & du point *I*, on menera par le centre *L* du cercle *CBED*, le diametre *MILN*, ſur lequel on prendra *IO*, égal à *IL*. L'angle *BIM*, meſurera la diſtance du Soleil à ſon Apogée dans le temps de la ſeconde obſervation. Le point *I* ſera le centre de l'Ellipſe que le Soleil décrit par ſon mouvement propre, dont le grand axe ſera égal au diametre *MN*. Le point *L* ſera placé à l'un des foyers de l'Ellipſe, & repréſentera le centre du vrai mouvement où la Terre eſt placée; & le point *O*, ſera dans l'autre foyer, autour duquel la Planete parcourt ſon moyen mouvement.

On peut employer de la même maniére, un plus grand nombre d'obſervations faites avant & après celle où le Soleil étoit en *B*, en tirant des extrémités *B* & *D* du diametre *BD*, aux points de la circonférence, qui marquent les mouvements vrais & moyens du Soleil, des lignes, dont les interſections doivent toutes ſe rencontrer ſur la ligne *HG*, prolongée de part ou d'autre.

DÉMONSTRATION.

L'angle *BHA (Fig. 32.)* externe, eſt égal à l'angle *BDA*, moitié de l'angle au centre *BLA*, qui meſure le mouvement vrai du Soleil depuis la ſeconde juſqu'à la troiſiéme obſervation, & à l'angle *DBE*, moitié de l'angle *DLE*, qui meſure ſon moyen mouvement; c'eſt-à-dire, au milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement.

L'angle *BGK*, externe, eſt égal à l'angle *BDC*, moitié de l'angle *BLC*, qui meſure le mouvement vrai du Soleil depuis la premiére juſqu'à la ſeconde obſervation, & à l'angle *DBF*, moitié de l'angle *DLF*, qui meſure ſon moyen mouvement; c'eſt-à-dire, au milieu arithmétique entre ces mouvements.

Du point *B*, ſoit mené aux points *A* & *C*, les lignes *BA*, *BC*. L'angle *BAH* ou *BAD*, qui eſt dans le demi-cercle *BAD*, eſt droit. L'angle *BIH*, eſt auſſi droit par la conſtruction : donc les points *B*, *A*, *H*, *I*, ſont ſur un cercle dont le diametre eſt *BH*. L'angle *BIA*, qui ſoûtend l'arc *BA*, eſt donc égal à l'angle *BHA*, qui ſoûtend le même arc *BA*, & a été trouvé égal au milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement.

On trouvera de même que les angles *BCD* ou *BCG*, & *BIG*, étant droits, les points *B*, *I*, *C*, *G*, ſont ſur un cercle dont le diametre eſt *BG*, & que l'angle *BIC*, dont le ſupplément ſoûtend l'arc *BLC*, eſt égal à l'angle *BGK*, dont le ſupplément *BGC* ſoûtend le même arc, & qui a été trouvé égal au milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement.

Du point *I*, comme centre, & de l'intervalle *IV*, égal à *LM*, ſoit décrit le cercle *VPT*. Soit fait l'angle *BIR*, égal à l'angle *IBL*, & ſoit prolongé *IR*, juſqu'à ce qu'il rencontre le cercle *VPT* en *P*. Joignés *LP*, & du point *O*, menés à *IP*, la parallele *OS*, qui rencontre en *S*, le rayon *LB*.

Les angles *IBL*, *BIP*, étant égaux par la conſtruction, les côtés *BR* & *RI*, ſeront auſſi égaux. Les retranchant des rayons égaux *LB*, *IP* des cercles égaux *CBED*, *VPT*, on aura les côtés

PR, *RL* du Triangle *PRL*, égaux; les angles *RPL*, *RLP*, feront donc égaux entr'eux. Mais l'angle *IRL* externe, eft égal à la fomme des angles *RPL*, *RLP*, de même qu'à la fomme des angles *IBL*, *BIP*; les quatre angles *RPL*, *RLP*, *IBL*, *BIP*, feront donc égaux entr'eux, & la ligne *PL* fera parallele à la ligne *BI*.

Maintenant, à caufe des paralleles *OS* & *IR*; *SL* eft à *RL* ou *PR*, qui lui eft égal, comme *SO* eft à *RI*, comme *OL* eft à *IL*. Mais *OL* eft double de *IL*, donc *SL* eft double de *RL* ou *PR*, & *SO* eft double de *RI*: donc *SL* plus *SO* eft double de *PR* plus *RI*, c'eft-à-dire, du rayon *PI*, qui eft égal à la moitié du diametre *VT*. Le point *S* eft donc fur une Ellipfe dont le grand axe eft *VT*, & dont les foyers font aux points *O* & *L*.

On démontrera de même, que fi l'on fait l'angle *CIZ*, égal à l'angle *ICL*, & l'on mene *OQ*, parallele à *IZ*, qui rencontre *LC*, prolongée, s'il eft néceffaire, en *Q*, le point *Q* eft fur une Ellipfe dont le grand axe eft *VT*, & les foyers *O* & *L*. Si l'on adjoûte préfentement à l'angle *SLQ* ou *BLC*, qui, par la conftruction, mefure l'arc *BC* du vrai mouvement du Soleil, l'angle *PLB*, on aura l'angle *CLP* ou *CXB*, qui lui eft égal, à caufe des paralleles *PL*, *BX*. Retranchant de l'angle *CXB*, l'angle *ICL* ou *ICX*, on aura l'angle *BIC* ou *BGZ*, qui lui eft égal, que l'on a démontré mefurer le milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil. Si l'on adjoûte de même à l'angle *BIC*, l'angle *PLB* ou *PIB*, qui lui a été démontré égal, on aura l'angle *PIC*, duquel fi l'on retranche l'angle *ICL* ou *CIZ*, qui lui eft égal par la conftruction, on aura l'angle *PIZ*, qui, à caufe des paralleles *OS*, *IP*, & *OQ*, *IZ*, eft égal à l'angle *SOQ*. La différence entre l'angle *BLC* ou *SLQ* du vrai mouvement, & l'angle *BIC*, milieu arithmétique entre le vrai & le moyen mouvement, eft donc égale à la différence entre cet angle *BIC*, & l'angle *SOQ*, lequel repréfentera par conféquent dans l'hypothefe elliptique, le moyen mouvement qui fe fait autour d'un des foyers *O* de l'Ellipfe *VST*, pendant que le vrai mouvement fe fait autour de l'autre foyer *L*, qui repréfente le centre de la Terre. La ligne *VT*, qui paffe par les foyers *O* & *L*, fera donc l'axe de l'Ellipfe que le Soleil décrit par fa révolution, dont l'extrémité *V* du côté du point *O*, repréfente fon Apogée, & l'extrémité *T*, fon Périgée.

L'angle *VOS*, meſurera la diſtance moyenne du Soleil à ſon Apogée, & l'angle *VLS*, ſa diſtance véritable, qui, étant retranchée du vrai lieu du Soleil, déterminé en *S*, donne le vrai lieu de ſon Apogée. *Ce qu'il falloit chercher.*

On peut déterminer géométriquement par cette méthode, le vrai lieu de l'Aphélie des Planetes & leur Excentricité, en décrivant une grande figure diviſée exactement, & choiſiſſant la détermination qui réſulte des obſervations qui paroiſſent avoir été faites avec le plus d'exactitude. Mais comme on ne pourroit pas s'aſſûrer de trouver par ce moyen, les Aphélies des Planetes, & leur Excentricité avec toute la préciſion qui eſt à déſirer, on les déterminera par le calcul, en cette maniére.

Exemple.

Le 28 Juillet de l'année 1717, la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil, a été obſervée de $60^d\ 11'\ 5''$, ce qui donne ſa déclinaiſon ſeptentrionale, de $19^d\ 1'\ 15''$, & ſon vrai lieu, de $4^f\ 5^d\ 7'\ 36''$, ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 29'\ 0''$.

Le 13 Novembre de la même année, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été obſervée de $23^d\ 7'\ 12''$, ce qui donne ſa déclinaiſon méridionale, de $18^d\ 2'\ 38''$, & ſon vrai lieu, de $7^f\ 21^d\ 0'\ 56''$.

Le 8 Février de l'année 1718, la hauteur méridienne du centre du Soleil, a été obſervée de $26^d\ 9'\ 52''$, ce qui donne ſa déclinaiſon méridionale, de $14^d\ 59'\ 58''$, & ſon vrai lieu, de $10^f\ 19^d\ 29'\ 50''$.

Le mouvement vrai du Soleil dans l'eſpace de 108 jours, depuis le 28 Juillet juſqu'au 13 Novembre 1717, a donc été de $105^d\ 53'\ 20''$, & dans l'eſpace de 87 jours, depuis le 13 Novembre 1717 juſqu'au 8 Février 1718, de $88^d\ 28'\ 54''$.

Soit pris ſur le cercle *CBED*, l'arc *BC*, de $105^d\ 53'\ 20''$, & l'arc *BA*, de $88^d\ 28'\ 54''$, & ayant tiré le diametre *BLD*, ſoit pris l'arc *DF*, de $106^d\ 26'\ 29''$, égal au moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la premiére & la ſeconde obſervation, & l'arc *DE*, de $85^d\ 46'\ 18''$, égal au moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la ſeconde & la troiſiéme obſervation.

L'angle

L'angle *BDC* à la circonférence, étant la moitié de l'angle *BLC* au centre, qui mesure l'arc *BC*, de $105^d\ 53'\ 20''$, sera de $52^d\ 56'\ 40''$. L'angle *DBF* à la circonférence, étant la moitié de l'angle *DLF*, qui mesure l'arc *DF*, de $106^d\ 26'\ 29''$, sera de $53^d\ 13'\ 14''\frac{1}{2}$; & par conséquent dans le Triangle *BGD*, dont les angles *BDG* & *DBG*, sont connus, & le côté *BD* est égal au double du rayon supposé de 100000, on trouvera le côté *BG*, de 166178.

L'arc *BA* étant de $88^d\ 28'\ 54''$, & l'arc *DE*, de $85^d\ 46'\ 18''$, on aura l'angle *BDA*, de $44^d\ 14'\ 27''$, & l'angle *DBE*, de $42^d\ 53'\ 9''$; & par conséquent dans le Triangle *BHD*, dont les angles *BDH* & *DBH*, sont connus, de même que le côté *BD*, on trouvera le côté *BH*, de 139711. Maintenant dans le Triangle *GBH*, dont les côtés *BG*, *BH*, sont connus, & l'angle compris *GBH*, est de $96^d\ 6'\ 13''\frac{1}{2}$, égal à la somme des angles *DBG* & *DBH*, on trouvera l'angle *BHG*, de $46^d\ 23'\ 41''\frac{1}{4}$; & dans le Triangle rectangle *BIH*, dont le côté *BH* est connu de 139711, & l'angle *BHG* ou *BHI*, de $46^d\ 23'\ 41''\frac{1}{4}$, on trouvera le côté *BI*, de 101166. Retranchant l'angle *DBE* ou *DBH*, qui a été trouvé de $42^d\ 53'\ 9''$, de l'angle *IBH*, de $43^d\ 36'\ 18''\frac{3}{4}$, complément de l'angle *BHI*, on aura l'angle *IBL*, de $0^d\ 43'\ 9''\frac{3}{4}$; & dans le Triangle *BIL*, dont le côté *BI* vient d'être trouvé de 101166, & le rayon *BL* est connu, aussi-bien que l'angle *IBL* compris entre ces côtés, qui est de $0^d\ 43'\ 9''\frac{3}{4}$, on aura l'angle *BLI* ou l'arc *BM*, de $132^d\ 21'\ 23''$, qui, étant retranché du vrai lieu du Soleil en *S*, au temps de la seconde observation, qui a été trouvée de $7^s\ 21^d\ 0'\ 56''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en ♋ $8^d\ 39'\ 33''$. On aura aussi *IL*, qui mesure l'Excentricité du Soleil, de 1719 parties, dont le rayon *IV* est 100000, d'où l'on trouve sa plus grande Equation, de $1^d\ 58'\ 11''$.

Si, au lieu d'employer, comme on l'a fait dans le calcul du vrai lieu du Soleil, l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 29'\ 0''$, on la suppose de $23^d\ 28'\ 30''$, comme elle étoit à peu-près en l'année 1717, on trouvera par les mêmes observations, le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en ♋ $7^d\ 53'\ 48''$, moins avancé de $46'$ que par la précédente détermination; on trouvera aussi l'Excentricité du Soleil, de 1691 parties, dont le grand demi-axe est de 100000, & sa plus grande Equation, de $1^d\, 56'\, 18''$.

Septiéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Equation.

Etant donné par trois observations quelconques, le mouvement vrai du Soleil, & le moyen mouvement qui lui répond, déterminer dans l'hypothese elliptique, le vrai lieu de l'Apogée de cette Planete, & l'Excentricité de son Orbe.

Soit dans le cercle *ABDP (Fig. 33.)* le moyen mouvement qui convient à l'intervalle de temps entre la premiére & la seconde observation, mesuré par l'angle *ACB*, & le moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la seconde & la troisiéme observation, mesuré par l'angle *BCD*. Ayant prolongé le rayon *BC* au de-là du centre *C*, soit fait l'angle *CAE*, égal à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement qui convient au premier intervalle, & soit pris l'angle *CDG*, égal à la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement qui convient au second intervalle. Soit décrit par les points *A*, *B*, *E*, le cercle *ABHE*, dont le centre est en *V*, & par les points *B*, *D*, *G*, le cercle *BDHG*, dont le centre est en *T*, qui coupe le cercle *ABHE* au point *H*. Soit mené du point *H*, par le centre *C* du cercle *ABDP*, la ligne droite *HCF*; je dis que le point *F*, représentera l'Apogée du Soleil, le point *P*, son Périgée, le point *H*, un des foyers de l'Ellipse autour duquel le Soleil paroît décrire son vrai mouvement, & *HC*, l'Excentricité de l'Orbe du Soleil.

Pour déterminer l'Ellipse que la Planete décrit par sa révolution, soit fait l'angle *DHI*, égal à l'angle *CDH*, & ayant pris *CK* égal à *CH*, soit mené *KI*, parallele à *CD*, qui rencontrera *HI* au point *I*. Soient faits aussi les angles *BHN* & *AHL*, égaux aux angles *CBH* & *CAH*, & soient menées les lignes *KN* & *KL*, paralleles aux lignes *CB*, *CA*, qui rencontrent les lignes *HN* & *HL* aux points *N* & *L*; je dis que les points *I*, *N*, *L*, seront sur une Ellipse dont les foyers sont *H* & *K*, & qu'ils représentent le vrai lieu du Soleil dans les trois observations données.

DÉMONSTRATION.

A cauſe des paralleles *DC* & *KI,* on aura dans les Triangles *HCM, HKI; HC* eſt à *HK,* comme *HM* eſt à *HI,* comme *CM* eſt à *KI.* Mais *HC* eſt la moitié de *HK,* donc *HM* eſt la moitié de *HI,* & *CM* eſt la moitié de *KI:* donc *HM* plus *CM* eſt égal à la moitié de *HI* plus *KI.* Mais à cauſe des angles égaux *DHI, CDH; DM* eſt égal à *HM:* donc *DM* plus *CM,* c'eſt-à-dire, le rayon *CD* eſt égal à la moitié de *HI* plus *KI;* & par conſéquent le point *I* eſt ſur la circonférence d'une Ellipſe dont un des foyers eſt le point *H,* & l'autre foyer, le point *K.*

Il faut préſentement conſidérer que l'angle *BHA* eſt égal à l'angle *BCA,* moins les angles *CBH* & *CAH.* Mais l'angle *BEA,* qui lui eſt égal, à cauſe qu'il ſe termine à la même circonférence, meſure l'angle *BCA,* moins l'angle *CAE,* demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement: donc les angles *CBH* & *CAH,* meſurent auſſi cette même demi-différence. Si donc l'on retranche de l'angle *BHA,* les angles *BHN* & *AHL,* qui, par la conſtruction, ont été faits égaux aux angles *CBH* & *CAH,* on aura l'angle *LHN,* égal à l'angle *ACB* du moyen mouvement moins deux fois la demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement; d'où il ſuit que l'angle *LHN,* meſure le vrai mouvement de la Planete qui répond au premier intervalle.

On trouvera de même, que l'angle *BGD* ou *BHD,* qui eſt à la circonférence du cercle *BDHG,* eſt égal à l'angle *BCD,* moins l'angle *CDG,* demi-différence entre le vrai & le moyen mouvement. Mais l'angle *CDG* eſt égal à l'angle *CDH,* moins l'angle *GDH* ou *GBH,* qui lui eſt égal, à cauſe qu'il ſe termine à la même circonférence: donc l'angle *CDH* moins l'angle *GBH* ou *CBH,* meſure cette demi-différence. Si donc l'on retranche de l'angle *BHD,* l'angle *DHI,* qui a été fait égal à l'angle *CDH;* & que l'on y adjoûte l'angle *BHN,* qui a été fait égal à l'angle *CBH;* on aura l'angle *IHN,* égal à l'angle *BCD* moins deux fois l'angle *CDG;* d'où il ſuit que l'angle *IHN,* repréſente le vrai mouvement qui convient au ſecond intervalle. Mais à cauſe des lignes *KL, KN, KI,* paralleles aux lignes *CA, CB, CD,* l'angle *LKN* eſt égal à l'angle *ACB,* & l'angle *NKI* eſt égal à l'angle *BCD:* donc les angles *LKN* & *NKI*, meſurent le moyen mouvement qui ſe fait à l'égard du foyer *K* de l'Ellipſe, pendant que le Soleil décrit ſon vrai mouvement autour de l'autre foyer *H* de la même Ellipſe; d'où il réſulte que le point *F*, repréſente le vrai lieu de l'Apogée, le point *P*, le Périgée, *CH*, l'Excentricité de l'Orbe de la Planete, & les points *L*, *N*, *I*, ſon vrai lieu dans les trois obſervations propoſées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

EXEMPLE.

Le vrai lieu du Soleil ayant été déterminé en 1722, le 16 Mai, de $1^{f}\ 25^{d}\ 10'\ 54''$, le 18 Juillet, de $3^{f}\ 25^{d}\ 22'\ 0''$, & le 30 Août, de $5^{f}\ 6^{d}\ 40'\ 6''$, on cherche le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, & l'Excentricité de ſon Orbe.

L'angle *ACB* du moyen mouvement du Soleil, depuis le 16 Mai 1722 juſqu'au 18 Juillet ſuivant, eſt de $62^{d}\ 5'\ 44''$, dont retranchant le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle, qui a été obſervé de $60^{d}\ 11'\ 6''$, reſte la différence entre le vrai & le moyen mouvement, de $1^{d}\ 54'\ 38''$, dont la moitié $57'\ 19''$, étant adjoûtée à $60^{d}\ 11'\ 6''$, ou retranchée de $62^{d}\ 5'\ 44''$, donne *AEB* ou *AHB*, de $61^{d}\ 8'\ 25''$.

L'angle *BCD* du moyen mouvement, depuis le 18 Juillet 1722 juſqu'au 30 Août ſuivant, eſt de $42^{d}\ 22'\ 59''$, dont retranchant le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle, qui eſt de $41^{d}\ 18'\ 6''$, reſte la différence entre le vrai & le moyen mouvement, de $1^{d}\ 4'\ 53''$, dont la moitié $32'\ 26''\frac{1}{2}$, étant retranchée de l'angle *BCD*, de $42^{d}\ 22'\ 59''$, donne l'angle *BGD* ou *BHD*, de $41^{d}\ 50'\ 32''\frac{1}{2}$.

L'angle *ACB* étant de $62^{d}\ 5'\ 44''$, & l'angle *BCD*, de $42^{d}\ 22'\ 59''$, on trouvera l'angle *ABC*, de $58^{d}\ 57'\ 8''$, & l'angle *CBD*, de $68^{d}\ 48'\ 30''\frac{1}{2}$, dont la ſomme $127^{d}\ 45'\ 38''\frac{1}{2}$, meſure l'angle *ABD*. Soient menées du centre *C*, par les centres *V* & *T*, les lignes *CVR*, *CTO*, qui partagent les cordes *AB*, *BD*, en deux parties égales.

L'angle *BVR*, moitié de l'angle au centre *AVB*, eſt égal à l'angle *AHB*, de $61^{d}\ 8'\ 25''$, qui eſt à la circonférence. L'angle *BTO* ſera par la même raiſon, égal à l'angle *BHD*, de $41^{d}\ 50'\ 32''\frac{1}{2}$; on aura donc l'angle *ABV*, de $28^{d}\ 51'\ 35''$, &

l'angle *TBD*, de $48^{d}\ 9'\ 27''\frac{1}{2}$, dont la ſomme $77^{d}\ 1'\ 2''\frac{1}{2}$, étant retranchée de l'angle *ABD*, de $127^{d}\ 45'\ 38''\frac{1}{2}$, reſte l'angle *TBV*, de $50^{d}\ 44'\ 36''$.

L'angle *ACB*, étant de $62^{d}\ 5'\ 44''$, on aura l'angle *BCR*, de $31^{d}\ 2'\ 52''$; dont le ſinus *BR* eſt de 51575 parties, dont le rayon *BC* eſt 100000. On aura auſſi l'angle *BCO*, moitié de l'angle *BCD*, de $21^{d}\ 11'\ 29''\frac{1}{2}$, dont le ſinus *BO* eſt 36149; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *BVR* ou *AHB*, de $61^{d}\ 8'\ 25''$, eſt au ſinus total; ainſi *BR* 51575, eſt à *BV*, qu'on trouvera de 58888. On fera auſſi, comme le ſinus de l'angle *BTO* ou *BHD*, de $41^{d}\ 50'\ 32''\frac{1}{2}$, eſt au ſinus total; ainſi *BO* 36149, eſt à *BT*, qu'on trouvera de 54190.

Maintenant, dans le Triangle *BVT*, dont le côté *BV* eſt de 58888, le côté *BT*, de 54190, & l'angle *TBV*, compris entre ces côtés, a été déterminé de $50^{d}\ 44'\ 36''$, on aura l'angle *BTV*, de $69^{d}\ 38'\ 7''$, qui eſt la moitié de l'angle *BTH*, qui ſera par conſéquent de $139^{d}\ 16'\ 14''$; on aura donc l'angle *TBH*, de $20^{d}\ 21'\ 53''$, qui, étant adjoûté à l'angle *TBD*, de $48^{d}\ 9'\ 27''\frac{1}{2}$, donne l'angle *DBH*, de $68^{d}\ 31'\ 20''\frac{1}{2}$: mais l'angle *BHD*, eſt de $41^{d}\ 50'\ 32''\frac{1}{2}$, on aura donc l'angle *BDH*, de $69^{d}\ 38'\ 7''$, dont retranchant l'angle *CBD* ou *CDB*, de $68^{d}\ 48'\ 30''\frac{1}{2}$, reſte l'angle *CDH*, de $49'\ 36''\frac{1}{2}$. On fera préſentement, comme le ſinus de l'angle *BHD*, de $41^{d}\ 50'\ 32''$, eſt au ſinus de l'angle *DBH*, de $68^{d}\ 31'\ 20''\frac{1}{2}$; ainſi *BD* 72298, eſt à *HD*, qu'on trouvera de 100854; & dans le Triangle *CDH*, dont le côté *CD* eſt connu de 100000, le côté *DH*, de 100854, & l'angle compris *CDH*, de $49'\ 36''\frac{1}{2}$, on trouvera l'angle *DHC*, de $59^{d}\ 4'\ 37''$, dont retranchant l'angle *DHI*, égal à l'angle *CDH*, de $49'\ 36''\frac{1}{2}$, reſte l'angle *FHI*, de $58^{d}\ 15'\ 0''$, diſtance de l'Apogée du Soleil à ſon vrai lieu dans la troiſiéme obſervation, qui étoit en ♍ $6^{d}\ 40'\ 6''$. On aura donc le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en ♋ $8^{d}\ 25'\ 6''$. On trouvera auſſi *CH*, moitié de l'Excentricité de ſon Orbe, de 1682 parties, dont le rayon eſt 100000; d'où l'on tire ſa plus grande Équation, de $1^{d}\ 55'\ 39''$.

Cette méthode a beaucoup de rapport à la précédente, mais le calcul en eſt un peu plus long; on peut l'employer très-utilement pour trouver les obſervations qui ſont les plus favorables pour la recherche de l'Aphélie & du Périhélie des Planetes, parce que leur détermination se faisant par l'intersection de deux cercles, il est certain que l'on trouvera plus de précision par les observations faites dans les lieux où l'intersection de ces cercles est la moins oblique, & la plus approchante de la perpendiculaire.

Huitiéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de son Orbe, & sa plus grande Equation, dans l'hypothese de Képler.

On a donné dans les deux méthodes précédentes, la maniére de déterminer géométriquement, dans l'hypothese elliptique simple, l'Apogée & le Périgée du Soleil, par trois seules observations faites en quelqu'endroit que ce soit de leurs Orbes.

Ces méthodes peuvent s'appliquer au Soleil & aux autres Planetes dont les Orbes sont fort peu excentriques, mais l'on a remarqué que dans les Orbes des Planetes dont l'Excentricité est grande, telles que Mars & Mercure, les Equations qui résultent de l'hypothese de Képler, représentent plus parfaitement la différence entre leur vrai & leur moyen mouvement. Nous avons donc jugé qu'il seroit très-utile d'avoir une méthode pour déterminer, suivant cette hypothese, l'Aphélie & le Périhélie des Planetes, en ne supposant qu'un petit nombre d'observations: car comme elles font leurs révolutions autour du Soleil, & que l'on ne peut déterminer que rarement leur vrai lieu vû du Soleil, par des observations immédiates, comme nous l'expliquerons dans la suite; on ne peut pas y employer avec une précision suffisante, les autres méthodes qui demandent un grand nombre d'observations.

Comme dans l'hypothese de Képler, on ne peut pas calculer géométriquement, les vrais lieux des Planetes, mais seulement par approximation, il ne faut pas non plus espérer de déterminer géométriquement, suivant cette hypothese, l'Apogée & le Périgée du Soleil, mais seulement par approximation, ce qui suffit pour cette recherche, pourvû que l'on puisse approcher à l'infini de la précision géométrique.

On considérera pour cet effet, que la distance des Planetes au Soleil, lorsqu'elles sont dans leurs Aphélie & Périhélie, devant être toûjours la même, dans quelque hypotheſe que ce ſoit, leurs Orbes doivent avoir auſſi une même Excentricité, & qu'ainſi l'Ellipſe qu'elles décrivent, ſuivant l'hypotheſe de Képler, doit être la même que ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple. Le vrai lieu des Planetes ſuivant l'une & l'autre de ces deux hypotheſes, doit donc être ſur la même Ellipſe, mais diſtribué diverſement, parce que, ſuivant Képler, les Planetes parcourent des aires égales en temps égaux, au lieu que, ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, le moyen mouvement de ces Planetes ſe diſtribuë également à l'égard d'un des foyers de l'Ellipſe, pendant que le vrai ou apparent ſe fait autour de l'autre foyer.

On ſuppoſera donc d'abord le lieu de l'Aphélie d'une Planete & l'Excentricité de ſon Orbe, tels qu'on les a trouvés dans l'hypotheſe elliptique ſimple, par trois obſervations données ſuivant l'une des deux méthodes précédentes, & l'on calculera dans l'hypotheſe de Képler, la diſtance moyenne de cette Planete à ſon Aphélie qui répond à ſa diſtance vraye obſervée.

La diſtance moyenne de la Planete à ſon Aphélie, étant ainſi connuë dans les trois obſervations données, on déterminera, ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, le vrai lieu qui y répond, qui ſera différent de celui qui a été obſervé, & l'on ſe ſervira de ce vrai lieu pour déterminer géométriquement dans l'hypotheſe elliptique ſimple, le lieu de l'Aphélie qui en réſulte, & l'Excentricité de l'Orbe, qui ſeront auſſi différents de ceux que l'on avoit d'abord ſuppoſés, & qui repréſenteront à peu-près le vrai lieu de l'Aphélie de la Planete, & l'Excentricité de ſon Orbe, qui répondent au vrai lieu de cette Planete dans l'hypotheſe de Képler.

Pour une plus grande exactitude, on employera l'Aphélie & l'Excentricité que l'on vient de trouver, pour calculer de nouveau, ſuivant l'hypotheſe de Képler, le lieu moyen de la Planete qui répond à ſon vrai lieu dans les trois obſervations données, & on aura la diſtance moyenne de la Planete à ſon Aphélie, par le moyen de laquelle on déterminera, ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, le vrai lieu de la Planete qui y répond.

On calculera enſuite, ſuivant la ſixiéme méthode, le lieu de l'Aphélie qui convient au vrai lieu de la Planete ainſi déterminé, & l'Excentricité de ſon Orbe, qui différent de ceux que l'on avoit trouvés par les deux opérations précédentes, & qui approcheront des véritables avec toute la précision que l'on peut souhaiter.

On peut recommencer ce calcul autant de fois que l'on voudra, & approcher ainsi à l'infini de la précision géométrique, mais cela est inutile dans cette recherche.

EXEMPLE.

Le vrai lieu du Soleil ayant été déterminé le 28 Juillet 1717, de $4^s\ 5^d\ 7'\ 36''$, le 13 Novembre suivant, de $7^s\ 21^d\ 0'\ 56''$, & le 8 Février 1718, de $10^s\ 19^d\ 29'\ 50''$, on veut trouver, suivant l'hypothese de Képler, l'Apogée du Soleil, & l'Excentricité de son Orbe.

On employera d'abord l'Apogée qui résulte de l'hypothese elliptique simple, qu'on a trouvé par les mêmes observations dans l'exemple de la sixiéme méthode, en ♋ $8^d\ 39'\ 33''$, & l'Excentricité qui a été déterminée de 1719 parties, dont le rayon est 100000, & on aura la distance véritable du Soleil à son Aphélie dans la premiére observation, de $0^s\ 26^d\ 28'\ 3''$, dans la seconde, de $4^s\ 12^d\ 21'\ 23''$, & dans la troisiéme, de $7^s\ 10^d\ 50'\ 17''$.

Si l'on suppose présentement, que le point L *(Fig. 29.)* représente dans l'hypothese de Képler, le vrai lieu du Soleil sur son Orbe ALP, supposé elliptique, en sorte que l'angle ASL, mesure son anomalie vraye dans la premiére observation, qui a été trouvée de $26^d\ 28'\ 3''$, & CS, son Excentricité qui est de 1719 parties, dont AC est 100000. Ayant circonscrit à l'Ellipse ALP, le cercle AHP, on menera par le point L, la ligne FI, parallele à CH. On joindra LC, LS, IC, IS, on menera SB, perpendiculaire sur ICK, & ayant pris SO, égal à la différence entre le sinus de l'arc CIS, & l'arc qui lui répond, on menera OD, parallele à CI, & on joindra DC & DS. L'angle ACD, mesurera l'anomalie moyenne du Soleil, qui répond à l'angle ASL de son anomalie vraye, comme il a été démontré *(page 143.)*

Pour la déterminer, on cherchera dans le Triangle GCS, rectangle en C, dont le côté GS, égal à AC, est de 100000, & le côté CS, de 1719, la valeur de GC, que l'on trouvera de 99985; & l'on fera, comme GC 99985, est à HC 100000; ainsi la tangente de l'angle ASL, de $26^d\ 28'\ 3''$, qui mesure

l'anomalie

l'anomalie vrayë du Soleil dans la premiére obſervation, eſt à la tangente de l'angle ASI, que l'on trouvera de $26^d\ 28'\ 15''$. On fera enſuite, comme CI 100000, eſt à CS 1919; ainſi le ſinus de l'angle ASI, de $26^d\ 28'\ 15''$, eſt au ſinus de l'angle CIS, de $0^d\ 26'\ 20''\frac{1}{2}$, qui, étant adjoûté à l'angle ASI, donne l'angle ACI ou AVD, de $26^d\ 54'\ 35''\frac{1}{2}$. On retranchera de l'angle AVD, l'angle SDV, oppoſé au côté SO, lequel a été pris égal à la différence entre le ſinus de l'angle CIS, & de l'arc qui lui répond, qui, dans cet exemple, n'eſt pas d'une ſeconde entiére, comme on peut le voir dans la Table *(p. 145.)* c'eſt pourquoi on peut la négliger, & l'on aura l'angle ASD, de $26^d\ 54'\ 35''\frac{1}{2}$; & dans le Triangle CDS, on fera, comme CD 100000, eſt à CS 1919; ainſi le ſinus de l'angle ASD, de $26^d\ 54'\ 35''\frac{1}{2}$, eſt au ſinus de l'angle CDS, de $0^d\ 26'\ 44''\frac{1}{2}$, qui, étant adjoûté à l'angle ASD, donne l'angle ACD, qui meſure dans l'hypotheſe de Képler, la diſtance moyenne du Soleil à ſon Apogée dans la 1.ere obſervation, de $27^d\ 21'\ 20''$.

Cette diſtance moyenne étant connuë, on trouvera dans l'hypotheſe elliptique ſimple, le vrai lieu du Soleil qui y doit répondre ſur l'orbe ASP *(Fig. 31.)* en retranchant de l'angle ACE, l'angle ECI, que l'on fera de $0^d\ 53'\ 29''$, double de l'angle CET, qui a été trouvé de $0^d\ 26'\ 44''\frac{1}{2}$, & menant du point T, la ligne TS, parallele à la ligne CI; l'angle ACI ou ATS, qui lui eſt égal, meſurera la diſtance véritable du Soleil à ſon Apogée, qui ſera de $26^d\ 27'\ 51''$, plus petite de 12 ſecondes que ſuivant l'hypotheſe de Képler, & le point S, marquera le vrai lieu du Soleil, ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, qui doit différer de ſon lieu moyen, du double de l'Equation qui ſe fait au centre.

On trouvera de la même maniére dans la ſeconde obſervation, la diſtance du Soleil à ſon Apogée, de $132^d\ 21'\ 38''\frac{1}{2}$, plus grande de $15''\frac{1}{2}$ que ſuivant l'hypotheſe de Képler; & dans la troiſiéme, de $220^d\ 50'\ 2''$, plus petite de $15''$ que ſuivant cette hypotheſe. Ces diſtances étant connuës, on les adjoûtera au lieu de l'Apogée du Soleil déterminé ci-deſſus de $3^f\ 8^d\ 39'\ 33''$, pour avoir le lieu du Soleil dans l'hypotheſe elliptique, qui répond à ſon vrai lieu dans l'hypotheſe de Képler, dans la premiére obſervation, de $4^f\ 5^d\ 7'\ 24''$, dans la ſeconde, de $7^f\ 21^d\ 1'\ 11''\frac{1}{2}$, & dans la troiſiéme, de $10^f\ 19^d\ 29'\ 35''$.

Le lieu du Soleil étant ainſi déterminé dans l'hypotheſe elliptique ſimple, on trouvera de la maniére qui a été enſeignée par la ſixiéme méthode, la diſtance véritable du Soleil à ſon Apogée dans la ſeconde obſervation, de $132^d\ 28'\ 46''$, dont il faut retrancher $15''\frac{1}{2}$, à cauſe que ſon vrai lieu eſt plus avancé de cette quantité, ſuivant l'hypotheſe elliptique, que ſuivant celle de Képler; & l'on aura la diſtance véritable du Soleil à ſon Apogée, ſuivant l'hypotheſe de Képler dans la ſeconde obſervation, de $132^d\ 28'\ 30''\frac{1}{2}$, qui, étant retranchée de ſon vrai lieu, qui a été obſervé alors de $7^s\ 21^d\ 0'\ 56''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, ſuivant l'hypotheſe de Képler, de $3^s\ 8^d\ 32'\ 26''$, moins avancé de $7'\ 7''$ que ſi le mouvement du Soleil ſe fût fait ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple. On trouvera auſſi l'Excentricité de ſon Orbe, de 1713 parties, plus petite de 6 parties, que ſuivant cette hypotheſe, & ſa plus grande E'quation, de $1^d\ 57'\ 48''$.

Le lieu de l'Apogée du Soleil, & l'Excentricité de ſon Orbe, étant ainſi connus dans l'hypotheſe de Képler, on prendra la diſtance du Soleil à ſon Apogée, qui a été trouvée dans la ſeconde obſervation, de $132^d\ 28'\ 30''\frac{1}{2}$, & que l'on trouvera dans la premiére, de $26^d\ 35'\ 10''\frac{1}{2}$, & dans la troiſiéme, de $220^d\ 57'\ 24''\frac{1}{2}$. On calculera enſuite, comme ci-devant, la diſtance moyenne du Soleil à ſon Apogée, ſuivant l'hypotheſe de Képler, que l'on trouvera dans la premiére obſervation, de $27^d\ 28'\ 30''\frac{1}{4}$, dans la ſeconde, de $132^d\ 34'\ 37''\frac{3}{4}$, & dans la troiſiéme, de $239^d\ 40'\ 56''$. Cette diſtance moyenne étant connuë, on trouvera la diſtance vraye du Soleil à ſon Apogée, ſuivant l'hypotheſe elliptique dans la premiére obſervation, de $26^d\ 34'\ 58''\frac{1}{4}$, dans la ſeconde, de $132^d\ 28'\ 47''\frac{1}{4}$, & dans la troiſiéme, de $220^d\ 57'\ 9''$. L'adjoûtant au lieu de l'Apogée, déterminé ci-deſſus de $3^s\ 8^d\ 32'\ 26''$, on aura la longitude du Soleil dans l'hypotheſe elliptique, qui répond à ſa vraye longitude, ſuivant l'hypotheſe de Képler, dans la premiére obſervation, de $4^s\ 5^d\ 7'\ 24''\frac{1}{4}$, dans la ſeconde, de $7^s\ 21^d\ 1'\ 13''\frac{1}{4}$, & dans la troiſiéme, de $10^s\ 19^d\ 29'\ 35''$.

On calculera enſuite, ſuivant la ſixiéme méthode, la diſtance du Soleil à ſon Apogée, que l'on trouvera dans la ſeconde obſervation, de $132^d\ 27'\ 39''$, dont retranchant $17''$, différence entre le vrai lieu du Soleil ſuivant les deux hypotheſes, on aura la diſtance véritable du Soleil à ſon Apogée dans l'hypotheſe deKépler, de $132^d\ 27'\ 22''$, qui, étant retranchée du vrai lieu du Soleil dans la ſeconde obſervation, qui étoit de $7^f\ 21^d\ 1'\ 13''\frac{1}{4}$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, ſuivant l'hypotheſe de Képler, en ♋ $8^d\ 33'\ 34''$, plus avancé de $1'\ 8''$, que par la comparaiſon précédente, & moindre de $6'$ que ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple où on l'a trouvé en ♋ $8^d\ 39'\ 33''$. On aura auſſi l'Excentricité de l'Orbe du Soleil, de 1713 parties, dont le demi-axe eſt de 100000, & ſa plus grande Equation, de $1^d\ 57'\ 48''$, de même que par le calcul précédent.

L'on voit par cet Exemple, que la différence entre le lieu de l'Apogée du Soleil, qui réſultoit de l'hypotheſe elliptique ſimple & de celle de Képler, étoit par le premier calcul, de $7'\ 7''$, & par le ſecond, de $5'\ 59''$, avec une différence de l'un à l'autre ſeulement de $1'\ 8''$, de ſorte que ſi l'on recommence ce calcul, la différence entre le vrai lieu de l'Apogée & du Périgée, ſuivant l'hypotheſe de Képler, & celui que l'on vient de déterminer, ne ſeroit que de quelques ſecondes, qui eſt une préciſion inutile dans cette recherche, puiſqu'il ſeroit à ſouhaiter qu'on pût s'en aſſûrer à quelques minutes près.

L'on a employé dans le calcul du vrai lieu du Soleil, l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 29'\ 0''$; au lieu que ſi on la ſuppoſe de $23^d\ 28'\ 30''$, telle qu'elle étoit alors, ou environ, on trouvera par cet Exemple, le vrai lieu de l'Apogée du Soleil vers la fin de Juin de l'année 1717, en ♋ $7^d\ 53'\ 0''$, ſuivant l'hypotheſe de Képler.

Neuviéme Méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, l'Excentricité de ſon Orbe, & ſa plus grande Equation.

Dans l'incertitude où l'on eſt ſur le choix des hypotheſes que l'on doit ſuivre pour déterminer les Orbes des Planetes, nous avons cru devoir propoſer pour déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil, de même que l'Aphélie & le Périhélie des Planetes, l'Excentricité de leur Orbe, & leur plus grande Equation, une méthode où l'on ne ſuppoſe aucune de ces hypotheſes, mais ſeulement que le mouvement vrai de la Planete depuis ſon Aphélie juſqu'à ſon Périhélie, ſoit ſemblable à celui que l'on obſerve en ſens contraire depuis ſon Périhélie juſqu'à ſon Aphélie.

Pour l'intelligence de cette méthode, ſoit une figure quelconque *ABPK (Fig. 31.)* circulaire ou elliptique, qui repréſente l'Orbe du Soleil ou d'une Planete ; *T*, la Terre placée ſur quelque point du diametre ou de l'axe *AP*, qui paſſe par les points *A* & *P* de l'Apogée & du Périgée.

Si l'on ſuppoſe que la Planete parcourt l'Orbe *ABPK* avec tous les degrés de vîteſſe qu'elle a réellement, de maniére cependant que les arcs *ABP* & *AKP*, étant ſemblables, ſon mouvement depuis *A* vers *B* juſqu'en *P*, ſoit pareil à celui qu'elle a dans l'autre partie de l'Orbe *AKP* ; il eſt conſtant que cette Planete ſe trouvant au temps de ſon Apogée en *A*, on la verra paſſer par tous les degrés de ſes inégalités, juſqu'à ce qu'elle ſoit arrivée à ſa moyenne diſtance en *B*, où ſon Equation eſt la plus grande qui ſoit poſſible ; après quoi elle diminuëra juſqu'à ce que la Planete ſoit arrivée à ſon Périhélie en *P*, où cette inégalité ceſſera entiérement.

La Planete continuant enſuite ſon cours de *P* vers *K*, ſes inégalités reparoîtront de nouveau, de la même maniére qu'elles avoient diminué ou augmenté, juſqu'à ce qu'elle ſoit revenuë à ſon Aphélie en *A*, où ſon vrai lieu concourt avec le moyen.

Il ſuit de là que ſi la Planete ſe trouve d'abord dans les moyennes diſtances, comme en *K*. Après qu'elle aura achevé la moitié de ſa révolution, & qu'elle ſera parvenuë en *B*, ſon vrai mouvement ſera meſuré par l'angle *BTK*, & ſon moyen par l'angle *AFK* plus *AFB*, dont la différence eſt le double de la plus grande Equation. Il en arrivera de même dans le cours de la Planete depuis *B* juſqu'en *K*, avec la différence que le mouvement vrai du Soleil y ſera plus grand que le moyen, de la même quantité dont le moyen mouvement ſurpaſſoit le vrai dans le cours de la Planete depuis *K* juſqu'en *B*.

Dans les autres ſituations de la Planete entre ſon Aphélie, ſon Périhélie, & ſes moyennes diſtances, comme en *R*, la différence entre ſon vrai & ſon moyen mouvement va en augmentant, & le terme de cette augmentation eſt lorſque la Planete ſe trouve dans ſa moyenne diſtance, comme en *B* ; car alors ſon mouvement vrai eſt meſuré par l'angle *RTB,* & le moyen par l'angle *RFB,* dont la différence eſt égale à l'angle *FRT,* qui eſt conſtant, plus l'angle *FBT,* qui eſt le plus grand de tous ceux que l'on peut concevoir.

Cette différence entre la quantité du vrai & du moyen mouvement de la Planete, diminuë enſuite, & ceſſe entiérement lorſqu'elle eſt arrivée à un point de ſon Orbe, comme en *D,* où l'angle *FDT* eſt égal à l'angle *FRT;* elle recommence enſuite, & augmente à meſure que la Planete s'éloigne du point *D,* juſqu'à ce qu'elle parvienne à ſa moyenne diſtance oppoſée en *K,* où elle eſt la plus grande qui ſoit poſſible dans cette partie de ſon Orbe; car alors le mouvement vrai de la Planete étant meſuré par l'angle *DTK,* égal à l'angle *DLK* moins l'angle *FDT,* & ſon moyen mouvement par l'angle *DFK* ou *DLK* moins *TKF.* La différence entre ces deux mouvements, eſt égale à l'angle *TKF,* qui meſure la plus grande Equation moins l'angle conſtant *FDT* ou *FRT,* & eſt par conſéquent la plus grande qui ſoit poſſible dans cette partie de l'Orbe de la Planete, elle diminuë enſuite, & ceſſe entiérement lorſque la Planete eſt retournée au point *R.*

Ces différences n'augmentent de la même quantité de part & d'autre, ni dans la même proportion, que lorſque la Planete eſt dans ſon Apogée & dans ſon Périgée; mais cependant la ſomme des plus grandes différences eſt toûjours égale au double de la plus grande Equation. Car ſi l'on adjoûte à l'angle *FRT* plus *FBT,* qui meſure la plus grande différence entre les angles *RTB* & *RFB* du vrai & du moyen mouvement, l'angle *FKT* moins l'angle *FRT,* qui meſure auſſi la plus grande différence entre le vrai & le moyen mouvement dans la partie *PDA* de cet Orbe, on aura l'angle *FBT* plus l'angle *FKT,* pour la meſure de la ſomme des deux plus grandes différences, qui eſt le double de la plus grande Equation.

L'angle *FBT,* qui meſure la plus grande Equation de la Planete, étant ainſi connu, ſi on le retranche de la plus grande différence obſervée entre le vrai & le moyen mouvement, qui eſt égale à la ſomme des angles *FRT* plus *FBT,* on aura la valeur de l'angle *FRT,* qui meſure l'Equation de l'Orbe de la Planete lorſqu'elle étoit au point *R*, dont on ſe ſervira pour trouver le vrai lieu de ſon Apogée, en cette maniére.

Le Soleil étant, par exemple, arrivé au point *O* dans une des obſervations ſuivantes, on prendra le moyen mouvement qui répond au temps moyen écoulé depuis ſon paſſage par le point *R* & ſon arrivée au point *O*. Si la différence entre le vrai mouvement obſervé, & le moyen mouvement que l'on vient de déterminer, eſt égale à l'angle *FRT*, alors l'Apogée eſt réellement au point *O*. Si elle eſt plus petite, c'eſt une preuve que le Soleil n'y étoit pas encore arrivé; auquel cas on choiſira une autre obſervation où la différence entre le vrai & le moyen mouvement, ſoit plus grande que l'angle *FRT*; car alors le vrai lieu du Soleil ſera comme en *S*, au de-là du point *A* de ſon Apogée, dont on déterminera la ſituation, en faiſant, comme la différence entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil, qui eſt meſurée par la ſomme des angles *FOT* & *FST*, eſt à l'angle *FOT*; ainſi la quantité de ſon mouvement vrai depuis *O* juſqu'en *S*, dans l'intervalle entre ces deux obſervations, eſt à un certain nombre de degrés, minutes & ſecondes, qui, étant adjoûté au vrai lieu du Soleil lorſqu'il étoit en *O*, donne le vrai lieu de ſon Apogée.

Enfin, l'on déterminera le temps du paſſage du Soleil par ſon Apogée, en faiſant, comme la ſomme des angles *FOT* & *FST*, eſt à l'angle *FOT*; ainſi le temps qui s'eſt écoulé entre les deux obſervations que l'on vient de comparer enſemble, eſt à un certain nombre de jours, heures & minutes, qui, étant adjoûtés au temps de la premiére obſervation, donnent le temps auquel le Soleil eſt arrivé à ſon Apogée.

Comme la ſituation de cet Apogée, ſe déduit de tous les lieux du Soleil ſur ſon Orbe, que l'on vient de comparer enſemble, on aura pour époque de l'Apogée, le temps milieu entre les obſervations que l'on a employées pour le déterminer.

Il eſt à propos de remarquer que pour trouver avec plus de préciſion, le lieu de l'Apogée ou du Périgée, il faut, autant qu'il eſt poſſible, choiſir les obſervations qui en ſont les plus proches de part & d'autre, parce qu'alors la variation d'un degré à l'autre entre le vrai & le moyen mouvement, eſt la plus uniforme.

EXEMPLE.

Le 21 Mars de l'année 1717, à midi, le vrai lieu du Soleil a été déterminé par sa hauteur méridienne en ♈ $0^d\ 47'\ 28''$, le 2 Avril suivant, il a été observé en ♈ $12^d\ 37'\ 25''$.

Le mouvement vrai du Soleil dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 12 jours, a donc été de $11^d\ 49'\ 57''$, ce qui est à raison de $59'\ 10''$ par jour, peu différent de son moyen mouvement journalier, qui est de $59'\ 8''$; ce qui fait voir que dans ces deux observations, le Soleil étoit près de ses moyennes distances où son mouvement vrai est égal à son moyen mouvement.

Six mois ou environ après, le vrai lieu du Soleil a été observé le 23 Septembre en ♎ $0^d\ 15'\ 50''$.

Depuis le 21 Mars jusqu'au 23 Septembre, il y a 186 jours, pendant lesquels le mouvement vrai du Soleil a été de $5^f\ 29^d\ 28'\ 22''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle, qui est de $185^j\ 23^h\ 45'$, temps moyen, on aura $6^f\ 3^d\ 19'\ 12''$, dont retranchant $5^f\ 29^d\ 28'\ 22''$, reste $3^d\ 50'\ 50''$, dont la moitié $1^d\ 55'\ 25''$, mesure la plus grande Équation du Soleil.

Le 21 Mars de l'année suivante 1718, le vrai lieu du Soleil a été observé en ♈ $0^d\ 32'\ 0''$.

Depuis le 23 Septembre 1717 jusqu'au 21 Mars 1718, il y a 179 jours, pendant lesquels le mouvement vrai du Soleil a été de $6^f\ 0^d\ 16'\ 10''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle, qui est de $179^j\ 0^h\ 15'$, temps moyen, on le trouvera de $5^f\ 27^d\ 25'\ 37''$, qui, étant retranché de $6^f\ 0^d\ 16'\ 10''$, reste $3^d\ 50'\ 33''$, dont la moitié $1^d\ 55'\ 16''\frac{1}{2}$, mesure la plus grande Équation du Soleil.

Si l'on compare de même l'observation du 28 Mars 1717, dans laquelle le vrai lieu du Soleil a été déterminé en ♈ $7^d\ 40'\ 3''$, avec celle du 27 Septembre suivant, où le vrai lieu du Soleil étoit en ♎ $4^d\ 10'\ 35''$, on trouvera que dans cet intervalle, qui est de 183 jours, le vrai mouvement du Soleil a été de $5^f\ 26^d\ 30'\ 32''$, & son moyen mouvement, de $6^f\ 0^d\ 21'\ 47''$. La différence, qui est de $3^d\ 51'\ 15''$, étant partagée en deux parties égales, donne la plus grande Equation du Soleil, de $1^d\ 55'\ 37''\frac{1}{2}$.

Le 28 *Mars* 1718, le vrai lieu du Soleil a été obſervé en ♈ $7^d\ 26'\ 35''$. Il a été trouvé le 27 Septembre 1717, en ♎ $4^d\ 10'\ 35''$. Le mouvement du Soleil a donc été dans cet intervalle, qui eſt de 182 jours, de $6^s\ 3^d\ 16'\ 0''$, auxquels il répond $5^s\ 29^d\ 23'\ 53''$ de moyen mouvement. La différence eſt de $3^d\ 52'\ 7''$, dont la moitié $1^d\ 56'\ 3''\frac{1}{2}$, meſure la plus grande Equation du Soleil.

On déterminera de la même maniére, la plus grande Equation du Soleil, par les obſervations du paſſage de cet Aſtre par le Méridien, comparées avec celles des Etoiles fixes, qui ont cet avantage, que la ſituation d'une Etoile étant une fois déterminée exactement, il n'eſt pas néceſſaire d'y employer, comme dans les hauteurs du Soleil, ſa réfraction & ſa parallaxe, ni la hauteur de l'Equateur, & que l'erreur qui pourroit ſe trouver dans l'obliquité de l'Ecliptique, n'en peut cauſer qu'une très-petite dans la détermination de la longitude du Soleil, où l'on n'employe que le complément de cette obliquité.

Ayant donc examiné les obſervations du paſſage du Soleil & de quelques Etoiles fixes par le Méridien, nous avons trouvé que le 27 Septembre de l'année 1717, *Sirius* avoit paſſé par le Méridien $5^h\ 41'\ 44''$ avant le Soleil, d'où l'on trouve que la longitude du Soleil étoit ce jour-là à midi, de $6^s\ 4^d\ 12'\ 9''$. Elle a été déterminée, par rapport à la même Etoile, le 25 Mars 1718, de $0^s\ 4^d\ 29'\ 29''$. La différence eſt de $6^s\ 0^d\ 17'\ 20''$, qui meſure le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle, qui eſt de 189 jours de temps vrai, ou de $189^j\ 0^h\ 15'$ de temps moyen. Prenant le moyen mouvement qui y répond, on aura $5^s\ 26^d\ 26'\ 28''$, qui étant retranchés de $6^s\ 0^d\ 17'\ 20''$, reſte $3^d\ 50'\ 52''$, dont la moitié $1^d\ 55'\ 26''$, meſure la plus grande Equation du Soleil.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura la plus grande Equation du Soleil, de $1^d\ 55'\ 34''$.

Pour trouver préſentement le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, on comparera l'obſervation du 27 Septembre 1717, où la longitude du Soleil étoit de $6^s\ 4^d\ 12'\ 9''$, avec celle du 27 Décembre ſuivant, où on l'a trouvée par rapport à la même Etoile, de $9^s\ 5^d$

44'

44′ 17″. La différence eſt de 3^{f} 1^{d} 32′ 8″, qui meſurent le mouvement vrai du Soleil dans cet intervalle, qui eſt de 91 jours de temps vrai, & de 91^{j} 0^{h} 11′ de temps moyen. Prenant le moyen mouvement qui y répond, on le trouve de 2^{f} 29^{d} 42′ 5″, moins avancé de 1^{d} 50′ 3″ que ſon mouvement vrai. Comme cette différence eſt plus petite de 5′ 23″ que la plus grande Equation du Soleil, qui a été déterminée par les mêmes obſervations, de 1^{d} 55′ 26″, on examinera l'obſervation ſuivante du 6 Janvier 1718, dans laquelle la longitude du Soleil a été trouvée de 9^{f} 15^{d} 56′ 33″. La différence entre cette longitude, & celle du 27 Septembre, eſt de 3^{f} 11^{d} 44′ 24″, qui meſurent le mouvement vrai du Soleil dans cet intervalle, qui eſt de 99^{j} 0^{h} 16′ de temps moyen. Prenant le moyen mouvement qui y répond, on le trouve de 3^{f} 9^{d} 33′ 41″, qui, étant retranchés de 3^{f} 11^{d} 44′ 24″, donnent la différence de 2^{d} 10′ 43″, plus grande de 15′ 17″ que l'Equation du Soleil, ce qui fait voir que le Périgée du Soleil étoit entre les deux obſervations du 27 Décembre 1717, & du 6 Janvier 1718.

On fera donc, comme 20′ 40″, ſomme de ces deux différences, ſont à 5′ 23″; ainſi 10^{d} 12′ 16″, différence entre le vrai lieu du Soleil du 27 Décembre 1717 & du 6 Janvier 1718, ſont à 2^{d} 39′ 0″, qui, étant adjoûtés au lieu du Soleil le 27 Septembre 1717, qui étoit de 9^{f} 5^{d} 44′ 0″, donnent le lieu du Périgée du Soleil en ♒ 8^{d} 23′ pour le 27 Décembre de l'année 1717.

CHAPITRE IX.

Du Mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

APRÈS avoir déterminé par les méthodes qui ont été expliquées ci-deſſus, la figure de l'Orbe que le Soleil décrit par ſa révolution, & la ſituation de ſon Apogée & de ſon Périgée, il reſte à examiner ſi la poſition de cet Orbe à l'égard des points fixes de l'Ecliptique, eſt invariable, ſans qu'il y arrive par la ſuite des temps, aucun dérangement, ou ſi elle eſt ſujette à quelque variation.

Ptolemée *(Almageste, liv. 3. chap. 4.)* ayant trouvé que l'Apogée du Soleil répondoit à $5^d\ 30'$ des Gemeaux, au même lieu où il avoit été déterminé par Hipparque 280 années auparavant, jugea que la position de l'Orbe du Soleil étoit immobile.

Les autres Astronomes après lui, ayant observé que l'Apogée du Soleil ne répondoit plus aux mêmes points du Ciel où il avoit été trouvé par Hipparque & Ptolemée, ont été obligés de reconnoître que la ligne qui passe par le centre de la Terre & de l'Orbe du Soleil, changeoit de position, mais leurs sentiments ont été partagés sur la direction de ce mouvement.

Les uns ayant comparé ensemble les diverses observations qui avoient été faites en des temps éloignés les uns des autres, suivant lesquelles l'Apogée du Soleil paroissoit tantôt s'avancer suivant l'ordre des Signes, & en d'autres temps se mouvoir en sens contraire, ont jugé que ce mouvement n'étoit point progressif, mais successivement direct & retrograde, conformément à ce que nous appercevons dans les révolutions des Planetes supérieures.

D'autres Astronomes ayant remarqué que suivant le plus grand nombre des observations du Soleil, son Apogée paroissoit s'avancer continuellement suivant l'ordre des Signes, ont attribué les inégalités qu'on avoit observées dans son mouvement, à la difficulté qu'il y a de déterminer exactement sa situation, & ont conclu qu'il avoit un mouvement progressif suivant la suite des Signes.

Comme ce mouvement est fort lent, & difficile à discerner dans l'espace de quelques années, il est néceſſaire, pour déterminer sa quantité, de comparer les observations éloignées l'une de l'autre d'un intervalle de temps considérable, entre lesquelles celles de Hipparque & de Ptolemée, sont les plus reculées. Mais comme suivant la détermination de Ptolemée, l'Apogée étoit au même endroit qu'au temps de Hipparque, quoiqu'après un intervalle de 280 années, ce qui augmenteroit la quantité de son mouvement d'environ la cinquiéme partie; nous avons cru devoir examiner laquelle des deux déterminations, méritoit la préférence.

On a choisi pour cet effet, les observations du Soleil faites par Waltherus à Nuremberg en l'année 1503, entre lesquelles il s'en trouve un grand nombre qu'il a marqué avoir faites avec un très-grand ſoin. Ayant choiſi celles qui paroiſſoient s'accorder le mieux enſemble, & repréſenter le vrai mouvement du Soleil le plus conforme à celui que nous obſervons préſentement, nous avons calculé le vrai lieu du Soleil qui en réſulte, & nous avons employé la quatriéme méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil par des obſervations correſpondantes, faites avant & après dans le même intervalle de temps, en cette maniére.

Le 18 Mars de l'année 1503, à midi, le vrai lieu du Soleil étoit de $0^s\ 6^d\ 32'\ 6''$; il étoit le 9 Mai ſuivant, de $1^s\ 27^d\ 7'\ 5''$, ce qui donne le vrai mouvement du Soleil dans l'eſpace de 52 jours, de $50^d\ 34'\ 59''$.

Le 26 Juillet de la même année, à midi, le vrai lieu du Soleil étoit de $4^s\ 11^d\ 25'\ 16''$; il étoit le 16 Septembre ſuivant, de $6^s\ 2^d\ 0'\ 41''$, ce qui donne le vrai mouvement du Soleil dans le même intervalle de 52 jours, de $50^d\ 35'\ 25''$.

La différence eſt de 25 ſecondes de degré, dont le vrai mouvement du Soleil, depuis le 18 Mars juſqu'au 9 Mai 1503, eſt plus petit que depuis le 26 Juillet juſqu'au 16 Septembre.

Quoique cette différence ſoit aſſés petite pour qu'on puiſſe l'attribuer à quelque erreur dans les obſervations, cependant ſi l'on veut en tenir compte, il faut conſidérer que la quantité du mouvement du Soleil ayant été trouvée plus petite dans le premier intervalle que dans le ſecond, c'eſt une preuve que le Soleil, qui diminuë de vîteſſe plus il s'approche de l'Apogée, en étoit plus près dans les deux premiéres obſervations que dans les deux derniéres, d'une quantité que l'on trouvera de 14 minutes de degré. Les retranchant du vrai lieu du Soleil obſervé le 9 Mai à midi, de $1^s\ 27^d\ 7'\ 5''$, on aura $1^s\ 26^d\ 53'\ 5''$ pour le vrai lieu du Soleil dans le temps qu'il étoit à la même diſtance de l'Apogée que le 26 Juillet à midi, où on l'a trouvé de $4^s\ 11^d\ 25'\ 16''$. La différence eſt de $2^s\ 14^d\ 32'\ 11''$, dont la moitié $1^s\ 7^d\ 16'\ 6''$, étant adjoûtée à $1^s\ 26^d\ 53'\ 5''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, en 1503, de $3^s\ 4^d\ 9'\ 10''$.

Nous avons trouvé l'Apogée du Soleil, en 1738, de $3^s\ 8^d\ 19'\ 8''$ *(Voy. page 172)*. La différence eſt de $4^d\ 9'\ 58''$, qui meſurent le mouvement de l'Apogée du Soleil dans l'intervalle de 235 années, ce qui eſt à raiſon de $1'\ 4''$ par année.

Si l'on compare présentement la situation de l'Apogée du Soleil, déterminée par Hipparque 140 ans avant l'époque de Jesus-Christ, à $5^d\ 30'$ des Gemeaux, avec celle qui a été observée en 1738, à $8^d\ 19'$ de l'Écrevisse, on trouvera que dans l'espace de 1878 années, l'Apogée a eu un mouvement de $32^d\ 49'$, ce qui est à raison de $1'\ 2''\ 54'''$ par année.

Ce même mouvement de $32^d\ 49'$ étant divisé par 1598 années depuis Ptolemée jusqu'à nous, donne le mouvement annuel de l'Apogée du Soleil, de $1'\ 14''$.

La quantité du mouvement de l'Apogée du Soleil, qui résulte des observations de Waltherus, s'accorde donc plus exactement aux observations de Hipparque, qu'à celles de Ptolemée, qui, dans la détermination de l'Apogée du Soleil, aussi-bien que dans celle de l'obliquité de l'Écliptique, semble n'avoir pas osé s'écarter de ce qui avoit été déterminé par Hipparque.

Ce mouvement de l'Apogée, qui résulte des observations de Hipparque, est aussi plus conforme à la situation de l'Apogée déterminée en divers temps par plusieurs Astronomes, que nous avons jugé à propos de rapporter ici.

Déterminations de l'Apogée du Soleil.

Hipparque, 140 ans avant Jesus-Christ.	♊	5^d	$30'$	$0''$
Ptolemée, 140 ans après Jesus-Christ...	♊	5	30	0
Albategnius, en 883	♊	22	17	0
Arzachel, en 1076.	♊	17	50	0
Alphonse, en 1252.	♊	28	40	0
Waltherus, en 1503	♋	4	9	0
Copernic, en 1515.	♋	6	40	0
Tycho, en 1588.	♋	5	30	0
Képler, en 1588.	♋	5	32	0
Riccioli, en 1646.	♋	7	26	15
Riccioli, en 1655	♋	8	36	0
A l'Observatoire, en 1738	♋	8	19	8

En comparant ces obſervations avec les nôtres, faites en 1738, on trouvera le mouvement annuel de l'Apogée,

Suivant Hipparque, de	. . . .	1′	3″
Ptolemée, de	. . . .	1	14
Albategnius, de	. . . .	1	7 ½
Arzachel, de	. . . .	1	51 ½
Alphonſe, de	. . . .	1	10
Waltherus, de	. . . .	1	4
Copernic, de	. . . .	0	25
Tycho, de	. . . .	1	7
Képler, de	. . . .	1	6 ½
Riccioli, en 1646, de	. . .	0	34

Toutes ces variétés dans la quantité du mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil, ou de l'Aphélie & du Périhélie de la Terre, qui réſultent de ces obſervations, ſuivant leſquelles ce mouvement eſt tantôt plus grand, & tantôt plus petit de 50 ſecondes, ont fait juger à quelques Aſtronomes, que l'Orbe de la Terre étoit toûjours dirigé au même point du Ciel, & que le mouvement apparent de la ligne qui paſſe par ſon Aphélie & ſon Périhélie, étoit cauſé, de même que celui des Etoiles fixes, par la préceſſion des Equinoxes, ou le mouvement du Pole de la Terre autour de celui de l'Ecliptique.

CHAPITRE X.

De la grandeur de l'Année Solaire.

L'ANNÉE Solaire eſt la meſure du temps que le Soleil, dans le Syſteme de Ptolemée & de Tycho, ou la Terre, dans le Syſteme de Copernic, employe par ſon mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, à parcourir l'Ecliptique, & à retourner au même point d'où il étoit parti.

Elle ſe diſtingue en apparente & moyenne.

L'année Solaire moyenne, eſt le temps du retour du Soleil au même point de l'Écliptique, considéré du centre du moyen mouvement; elle est toûjours la même, sans être sujette à aucune variation.

L'année Solaire apparente, est le temps du retour du Soleil au même point de l'Écliptique, considéré du centre de la Terre; elle n'est pas toûjours de la même durée, étant sujette aux variations causées par le mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Pour expliquer la maniére dont l'on conçoit ces deux différentes années; soit *AP (Fig. 34.)* l'axe de l'Ellipse ou de l'Orbe annuel *ASPI,* que le Soleil décrit par sa révolution autour de la Terre, dont l'Apogée *A* répond dans le Firmament, supposé à une distance immense, au point *L,* qui est à 5^d 30′ des Gemeaux, de même qu'il a été observé du temps de Hipparque; *T,* la Terre éloignée du centre *C* de l'Orbe annuel *ASPI* de la distance *CT,* dont la proportion au grand axe *AP,* est connuë.

Soit pris sur le grand axe *AP, CH* égal à *CT.* Le point *H,* représentera dans l'hypothese elliptique simple, un des foyers de l'Ellipse autour duquel le Soleil décrit son moyen mouvement.

Soit fait l'angle *ATI* ou *LTN,* de 65^d 30′ 0″ égal à la distance de l'Apogée du Soleil au point du Bélier, dans le temps de Hipparque, le point *N* répondra dans le Firmament au commencement du Bélier. Soit pris sur la ligne *TN, TV* égal à *AP;* & soit joint *VH.* Soit fait l'angle *VHI,* égal à l'angle *HVI;* & soit prolongé *HI* en *D.* Le Soleil étant sur son Orbe au point *I,* qui, vû de la Terre en *T,* répond au commencement du Bélier; l'angle *LHD,* mesurera la quantité du moyen mouvement qui convient à l'angle *LTN* du vrai mouvement, & l'angle *HIT,* différence entre les angles *LHD* & *LTN,* représentera l'Équation de l'Orbe du Soleil. Car, à cause des angles égaux *HVI, VHI,* les côtés *HI, VI,* sont égaux; on aura donc *HI* plus *IT,* égal à *VI* plus *IT;* c'est-à-dire, à *TV,* qui a été pris égal à l'axe *AP.* Le point *I* sera donc sur une Ellipse dont les foyers sont en *T* & en *H,* & représentera le vrai lieu du Soleil. L'angle *HIT,* ou son opposite *NID,* qui, à cause de la distance supposée immense du cercle *LEKN,* mesure l'arc *ND,* représentera donc l'Équation de l'Orbe du Soleil, ou la différence entre les angles *LTN* & *LHI* de ſon vrai & moyen mouvement, dont l'on trouvera la valeur. Car dans le Triangle *HTV*, dont les côtés *VT*, ou *AP*, & *TH*, ſont connus, & l'angle *HTV* de la diſtance du Soleil à ſon Apogée, eſt de $65^d\ 30'\ 0''$, on aura l'angle *HVT*, de $0^d\ 53'\ 5''$, qui, à cauſe des angles égaux *HVT*, *VHI*, eſt la moitié de l'angle externe *HIT*, qui ſera par conſéquent de $1^d\ 46'\ 10''$.

Si l'on ſuppoſe préſentement que l'Apogée du Soleil ſe ſoit avancé de *A* vers *B*, & qu'il réponde au point *M*, à $8^d\ 20'\ 0''$ de l'Ecreviſſe, comme il eſt préſentement, tirant du point *M*, par le centre *T* de la Terre, la ligne *MTK*, l'Orbe du Soleil ſera repréſenté par l'Ellipſe *BZG*; & prenant ſur ſon grand axe de *T* vers *B*, *TF* égal à *TH*, le point *F*, répondra au centre du moyen mouvement, & le Soleil étant retourné au point du Bélier, ſe trouvera ſur ſon Orbe en *G*, dans la direction de la ligne *TN*, qui paſſe par le point *I*, où il étoit du temps de Hipparque.

Tirant du point *F*, par le lieu du Soleil en *G*, la ligne *FGR*, & menant du point *I*, la ligne *IO*, parallele à *FGR*, l'angle *FGT*, ou ſon oppoſite *NGR*, lequel, à cauſe des paralleles *GR*, *IO*, eſt égal à l'angle *NIO*, meſurera l'Equation du Soleil, lorſqu'il étoit au point du Bélier dans les obſervations modernes, qui différera de l'angle *NID* ou *HIT*, qui meſuroit cette Equation au temps de Hipparque, de la quantité de l'angle *DIO*.

Le Soleil étant donc, par ſon mouvement vrai ou apparent, retourné en *N* au point du Bélier, par rapport au centre *T* de la Terre, après le nombre de révolutions qu'il y a eu depuis Hipparque juſqu'à nous; ſi on le conſidére du centre de ſon moyen mouvement, d'où il répondoit du temps de Hipparque au point *D* de l'Ecliptique, il ſera retourné dans le même intervalle de temps au point *R*, après avoir achevé la même quantité de révolutions moins un arc qui eſt meſuré par l'angle *DIO*, différence entre les angles *HIT* & *FGT* de l'Equation qui répond au vrai lieu du Soleil dans ces deux obſervations; d'où il ſuit que dans ce cas la révolution vraye ou apparente du Soleil, s'acheve en moins de temps que ſa révolution moyenne, d'une quantité qu'il faut adjoûter à la révolution apparente pour avoir la moyenne.

Pour trouver la différence entre ces deux ſortes de révolutions, on calculera l'Equation du Soleil qui convient à $98^d\ 20'\ 0''$, diſtance véritable du Soleil à ſon Apogée dans les obſervations modernes, qu'on trouvera de $1^d\ 54'\ 20''$, qui meſurent l'angle *FGT* ou *NGR* ou *NIO*, dont retranchant l'angle *HIT* ou *NID*, qui a été trouvé de $1^d\ 46'\ 10''$, reſte l'angle *DIO*, de $0^d\ 8'\ 10''$, que le Soleil parcourt par ſon mouvement propre, lorſqu'il eſt dans l'Equinoxe du Printemps, en 3 heur. 18 minutes, à raiſon de $59'\ 22''$ en 24 heures. Partageant $3^h\ 18'$ par 1880 années qui ſe ſont écoulées entre les obſervations de Hipparque & les nôtres, on aura $6''\frac{1}{3}$ dont l'année Solaire apparente, priſe depuis le commencement du Bélier, eſt plus petite que l'année moyenne.

On déterminera de la même maniére, la différence entre l'année apparente & la moyenne, conſidérée de divers points de l'Ecliptique, comme, par exemple, du point *E* de la Balance; car dans ce cas, on aura l'angle *LTE* du vrai mouvement du Soleil depuis le lieu de l'Apogée, au temps de Hipparque, de $114^d\ 30'\ 0''$, par le moyen duquel on trouvera l'angle *HST* ou *ESX* de l'Equation du Soleil, lorſqu'il étoit dans l'Equinoxe d'Automne, de $1^d\ 44'\ 40''$. On aura auſſi l'angle *MTE*, diſtance du Soleil au lieu de ſon Apogée, déterminé par les obſervations modernes, de $81^d\ 40'\ 0''$, au moyen duquel on trouvera l'angle *TZF* ou *EZY*, de $1^d\ 54'\ 54''$, lequel, à cauſe de *SQ*, parallele à *SY*, eſt égal à l'angle *ESQ*. Retranchant de cet angle, l'angle *HST* ou *ESX*, qui a été trouvé de $1^d\ 44'\ 40''$, reſte l'angle *QSX* ou *XbY*, qui meſure l'arc *XY*, de $0^d\ 10'\ 14''$, que le Soleil parcourt, lorſqu'il eſt dans l'Equinoxe d'Automne, en 4 heures 10 minutes, à raiſon de $58'\ 50''$ en 24 heures. Les partageant par 1880 années, on aura 8″ dont l'année Solaire apparente, priſe depuis le commencement de la Balance, excede l'année Solaire moyenne, à cauſe que le Soleil étant, par ſon mouvement vrai ou apparent, retourné en *E* au point de la Balance, par rapport au centre *T* de la Terre, après un certain nombre de révolutions; ſi on le conſidére du centre du moyen mouvement, d'où il répondoit du temps de Hipparque, au point *X*, il eſt parvenu après le même intervalle de temps au point *Y*, après avoir achevé la même quantité de révolutions plus l'arc *XY*, meſuré par l'angle

XbY

XbY ou *XSQ*, différence entre les angles *ESX*, *EZY*, ou leurs oppoſites *HST*, *FZT*, qui repréſentent l'Equation du Soleil lorſque ſon Apogée étoit en *L* & en *M*.

Connoiſſant de la maniére que l'on vient d'expliquer, la différence entre l'année Solaire apparente, & la moyenne, dans tous les temps, pour tous les points du Zodiaque, il reſte préſentement à déterminer la grandeur de l'année Solaire apparente, pour en déduire la moyenne, ce que l'on peut faire en pluſieurs maniéres.

Première Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par le lever & le coucher du Soleil.

La méthode qui paroît la plus ſenſible pour déterminer la grandeur de l'année Solaire, eſt de remarquer un terme fixe à l'horiſon où l'on apperçoit le Soleil à ſon lever ou à ſon coucher en quelques jours de l'année, & d'obſerver le temps auquel il retourne vers le même point, après avoir paſſé par les deux points Solſticiaux. On fera cette obſervation deux ou pluſieurs jours de ſuite, l'un avant que le Soleil ſoit arrivé au lieu où il étoit l'année précédente, & l'autre après; & l'on meſurera l'arc de l'horiſon intercepté entre ces différents points. On fera enſuite, comme l'arc de l'horiſon compris entre le point du lever ou du coucher du Soleil d'un jour à l'autre, eſt à l'arc de l'horiſon compris entre le lever ou le coucher du Soleil d'une année à l'autre; ainſi 24 heures ſont à un quatriéme nombre, qui, étant adjoûté au nombre de jours écoulés entre les deux premiéres obſervations, donnera la grandeur de l'année Solaire.

EXEMPLE.

Ayant remarqué le point de l'horiſon où le Soleil s'eſt levé le 20 Mars de l'année 1716, on a obſervé le 20 Mars 1717, que le Soleil s'eſt levé à un point de l'horiſon qui en étoit éloigné de 9 minut. vers le Septentrion; le lendemain 21 Mars, le Soleil s'eſt levé à un point de l'horiſon plus avancé de 37 minutes vers le Midi que le jour précédent. On fera donc, comme 37 minut. ſont à 9 minutes; ainſi 24 heures ſont à 5 heures 50 minutes, qui, étant adjoûtées à 365 jours, intervalle entre le 20 Mars 1716, & le 20 Mars 1717, donnent la grandeur de l'année

Solaire apparente, de $365^{j}\ 5^{h}\ 50'\ 0''$. On a choisi pour cette recherche, le temps où le Soleil est près des Equinoxes, à cause que l'intervalle entre le lever ou le coucher du Soleil d'un jour à l'autre, est alors le plus grand qu'il soit possible.

Cette méthode demande que la partie de l'horison où l'on a observé le Soleil à son lever ou à son coucher, soit unie sans aucune inégalité sensible; elle est aussi sujette aux erreurs causées par les réfractions horisontales, où l'on remarque souvent des variations extraordinaires.

Seconde Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les observations des Etoiles fixes, comparées à celles du Soleil.

On observera à une Pendule bien reglée, l'heure vraye du passage d'une Etoile fixe par le Méridien.

L'année suivante, ou plusieurs années après, on observera deux jours de suite, le passage de la même Etoile fixe par le Méridien, de telle sorte que l'un soit avant, & l'autre après celui de l'année précédente; & l'on fera, comme la différence entre le passage de l'Etoile fixe par le Méridien, d'un jour à l'autre, est à la différence entre le passage de cette Etoile par le Méridien, de l'année précédente, & son passage par le Méridien dans la premiére observation de l'année suivante; ainsi l'intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est au nombre d'heures, minutes & secondes, qui, étant adjoûtées à l'intervalle de jours écoulés entre les deux premiéres observations, donnent la quantité d'une révolution du Soleil par rapport aux Etoiles fixes.

Comme cette révolution est plus grande que celle du Soleil à l'égard du même point de l'Ecliptique, à cause que le mouvement propre des Etoiles fixes se fait du même sens que celui du Soleil; on fera, comme 360 degrés plus $0'\ 50''$, mouvement annuel des Etoiles fixes, sont à 360 degrés; ainsi la révolution du Soleil, que l'on vient de déterminer, est au retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, qui mesure la grandeur de l'année Solaire.

On peut employer pour cette détermination, les Etoiles fixes que l'on juge à propos, quand même leur déclinaiſon ſeroit fort différente de celle du Soleil dans les jours obſervés, pourvû que l'on ait un Quart-de-cercle mural fixe, dirigé exactement au Méridien, ou dont l'on connoiſſe les variations à différentes hauteurs.

Lorſqu'on n'a point de Quart-de-cercle mural, on peut ſe ſervir d'une Lunette fixe qui ait à ſon foyer, deux fils perpendiculaires, dont l'un ſoit dirigé de ſorte que le Soleil le parcourt par ſon mouvement journalier. On choiſira une Etoile qui ait à peu-près la même déclinaiſon que celle du Soleil, de maniére qu'elle paſſe par la même ouverture de cette Lunette, & l'on obſervera à une Pendule, l'intervalle de temps entre le paſſage de cette Etoile & du Soleil par le fil horaire, que l'on réduira à l'heure vraye, en faiſant, comme le temps du retour de l'Etoile fixe, obſervé à la Pendule, eſt à $23^h\ 56'\ 4''$, temps que les Etoiles fixes employent à retourner au Méridien, lorſque la Pendule eſt exactement reglée ſur le moyen mouvement; ainſi l'intervalle obſervé entre le paſſage de l'Etoile & du Soleil par le fil horaire, eſt à l'intervalle vrai entre ces paſſages. On obſervera l'année ſuivante, ou quelques années après, à la même heure, l'intervalle vrai entre le paſſage de cette Etoile & du Soleil par le même fil horaire, pendant deux ou pluſieurs jours de ſuite, de telle ſorte que dans l'une de ces obſervations, cet intervalle ſoit plus grand que celui de l'année précédente, & dans l'autre il ſoit plus petit; & l'on fera, comme la différence entre le paſſage de l'Etoile par le fil horaire, d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre l'intervalle obſervé l'année précédente, & celui que l'on a trouvé par la premiére obſervation de l'année ſuivante; ainſi l'intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien, d'un jour à l'autre, eſt au nombre d'heures, minutes & ſecondes, qui, étant adjoûtées à l'intervalle d'années & de jours écoulés entre les deux premiéres obſervations, donnent la quantité d'une ou de pluſieurs années Solaires par rapport aux Etoiles fixes, que l'on réduira à ſa révolution par rapport au même point de l'Ecliptique, ainſi qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

Lorſqu'on n'a point de Lunette fixe dirigée à une Etoile, on peut employer telle autre Lunette mobile que l'on voudra, pourvû qu'elle ait à ſon foyer, deux fils perpendiculaires, dont l'un ſoit dirigé ſuivant le cours du Soleil, ce que l'on fera commodément en la plaçant ſur une Machine Parallactique, & prenant la différence entre le paſſage du Soleil & d'une Etoile fixe, dont la déclinaiſon ſoit à peu-près la même, de la maniére qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

Exemple.

Le paſſage de *Sirius* par le Méridien a été obſervé le 21 Mai de l'année 1717, à $2^{h}\ 39'\ 58''$. Le 21 Mai de l'année 1718, à $2^{h}\ 40'\ 0''$, & le 22 Mai, à $2^{h}\ 36'\ 0''$.

La différence entre le paſſage de cette Etoile par le Méridien du 21 au 22 Mai de l'année 1718, eſt de $0^{h}\ 4'\ 0''$; & du 21 Mai de l'année 1717, à pareil jour de l'année 1718, de 0^{h} $1'\ 2''$: c'eſt pourquoi l'on fera, comme $4'$ ſont à $1'\ 2''$; ainſi $23^{h}\ 56'$, intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien entre le 21 & le 22 Mai de l'année 1718, ſont à $6^{h}\ 10'\ 54''$, qui, étant adjoûtées à 365 jours, intervalle entre le 21 Mai de l'année 1717, & pareil jour de l'année 1718, donnent la révolution du Soleil à l'égard des Etoiles fixes, de $365^{j}\ 6^{h}\ 10'\ 54''$. On fera enſuite, comme $360^{d}\ 0'\ 50''$, ſont à 360 degrés; ainſi $365^{j}\ 6^{h}\ 10'\ 54''$, ſont à $365^{j}\ 5^{h}\ 50'\ 37''$, qui meſurent la grandeur de l'année Solaire, par rapport au même point de l'Ecliptique.

Troiſiéme Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les hauteurs méridiennes du Soleil.

On obſervera par le moyen d'un Quart-de-cercle ou d'un Gnomon, la hauteur méridienne du Soleil en quelque jour de l'année, & principalement vers les Equinoxes, où le mouvement du Soleil en déclinaiſon d'un jour à l'autre, eſt le plus ſenſible.

L'année ſuivante, on obſervera deux hauteurs méridiennes du Soleil, dont l'une ſera moindre, & l'autre plus grande que celle de l'année précédente, & l'on fera, comme la différence entre la hauteur méridienne du Soleil d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre la hauteur méridienne du Soleil de l'année précédente, & celle que l'on a trouvée l'année ſuivante dans la premiére obſervation;

ainſi 24 heures ſont à un nombre d'heures, minutes & ſecondes, qui, étant adjoûtées à 365 jours, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, qu'on réduira à la moyenne, ainſi qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

On peut comparer de la même maniére, les hauteurs méridiennes du Soleil, obſervées en différentes années, éloignées les unes des autres, pourvû que ce ſoit dans un même lieu, & l'on ſe ſervira, s'il eſt poſſible, du même Inſtrument bien reglé, pour prendre les hauteurs.

EXEMPLE I.

Le 21 Mars de l'année 1715, on a obſervé à Paris avec un Quart-de-cercle, la hauteur méridienne apparente du bord ſupérieur du Soleil, de $41^d\ 33'\ 0''$.

L'année ſuivante, on a obſervé par le même Inſtrument, la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, le 20 Mars, de $41^d\ 27'\ 10''$, & le 21 Mars, de $41^d\ 51'\ 0''$. La différence entre la hauteur obſervée d'un jour à l'autre, eſt de $23'\ 50''$, & d'une année à l'autre, eſt de $5'\ 50''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $23'\ 50''$ ſont à $5'\ 50''$; ainſi 24 heures ſont à $5^h\ 52'\ 27''$, qui, étant adjoûtées à 365 jours, donnent la grandeur de l'année Solaire, de $365^j\ 5^h\ 52'\ 27''$.

EXEMPLE II.

Le 20 Mars de l'année 1672, la hauteur méridienne apparente du bord ſupérieur du Soleil, a été obſervée par mon Pere à l'Obſervatoire Royal, de . . . . $41^d\ 43'\ 0''$.

Le 20 Mars de l'année 1716, la hauteur méridienne apparente du bord ſupérieur du Soleil, a été obſervée au même endroit, de . . . . $41^d\ 27'\ 10''$, & le 21 Mars de la même année, de . . . . $41^d\ 51'\ 0''$. La différence de hauteur entre les deux premiéres obſervations des 20 Mars 1672 & 1716, eſt de . . . . $15'\ 50''$, & entre les deux dernieres des 20 & 21 Mars 1716, de $23'\ 50''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $23'\ 50''$, ſont à $15'\ 50''$; ainſi 24^h ſont à $15^h\ 56'\ 39''$, qu'il faut adjoûter au 20 Mars 1716, & l'on trouvera que le Soleil eſt arrivé ce jour-là au même point de l'Écliptique où il étoit le 20 Mars de l'année 1672, à midi; l'intervalle entre ces deux temps, eſt de 44 années, dont 34 communes & 10 biſſextiles, plus 15^{h} $56'$ $39''$. Les partageant par 44, on aura la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . 365^{j} 5^{h} $49'$ $0''$ $53'''$.

Pour réduire cette révolution apparente à la moyenne, on cherchera le vrai lieu de l'Apogée du Soleil pour le 20 Mars de l'année 1672, qu'on trouvera de . . . . . 3^{f} 7^{d} $7'$ $6''$.

Le Soleil étoit dans cette obſervation fort près du commencement du Bélier, c'eſt pourquoi la diſtance de ce point à l'Apogée du Soleil, étoit de 8^{f} 22^{d} $52'$ $54''$, avec laquelle on trouvera ſon Équation, de 1^{d} $54'$ $42''$, qu'il faut retrancher de ♈ 0^{d} $0'$ $0''$, pour avoir le lieu moyen du Soleil au temps de l'Équinoxe de l'année 1672, de . . . . 11^{f} 28^{d} $5'$ $18''$.

Le lieu de l'Apogée du Soleil étoit le 20 Mars 1716, de 3^{f} 7^{d} $52'$ $23''$, qui, étant retranché de ſon vrai lieu au temps de l'Équinoxe, qui étoit en ♈ 0^{d} $0'$ $0''$, donne la diſtance du Soleil à ſon Apogée, de . . . . 8^{f} 22^{d} $7'$ $37''$, avec laquelle on trouvera ſon Équation, de 1^{d} $54'$ $29''$, qu'il faut retrancher de 0^{f} 0^{d} $0'$ $0''$, pour avoir le lieu moyen du Soleil au temps de l'Équinoxe de 1716, de . . . 11^{f} 28^{d} $5'$ $31''$.

Le lieu moyen du Soleil au temps de l'Équinoxe du Printemps étoit donc plus avancé en 1716 qu'en 1672, de $0'$ $13''$ de degré, auxquelles il répond $5'$ $16''$ de temps; d'où il ſuit que les révolutions moyennes, compriſes dans cet intervalle, qui eſt de 44 années, ſe ſont achevées plûtôt que les révolutions apparentes, d'une quantité qu'il faut retrancher de la révolution apparente, pour avoir la moyenne, & que l'on trouvera en partageant $5'$ $16''$ par 44, ce qui donne pour chaque année, $7''$ $11'''$, qui, étant retranchées de la grandeur de l'année Solaire apparente, déterminée de . . . . 365^{j} 5^{h} $49'$ $0''$ $53'''$, donnent la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^{j} 5^{h} $48'$ $53''$ $42'''$.

Quatriéme Méthode de déterminer la grandeur de l'année Solaire, par les obſervations des Equinoxes.

Cette méthode eſt à peu-près la même que la précédente, avec la différence que l'on employe d'abord les hauteurs méridiennes du Soleil, pour trouver le temps que le Soleil eſt arrivé à un de ſes Equinoxes, dont on ſe ſert enſuite pour déterminer la grandeur de l'année Solaire, en comparant ces Equinoxes, non-ſeulement avec ceux qui ont été obſervés dans un même lieu, mais même en différents lieux qui ſont ſous divers paralleles, ayant égard à la différence des Méridiens entre ces lieux.

On déterminera d'abord avec le plus d'exactitude qui ſoit poſſible, la hauteur de l'Equateur du lieu où l'on obſerve, de la maniére qui a été enſeignée ci-deſſus *(page 33)*.

On choiſira enſuite les hauteurs méridiennes du Soleil qui ont été obſervées le plus près de l'Equinoxe, & s'il eſt poſſible, celles qui l'ont précédé & ſuivi immédiatement; on les corrigera par la réfraction & la parallaxe, & l'on prendra leur différence qui meſure le mouvement du Soleil en déclinaiſon, compris entre ces obſervations.

On prendra auſſi la différence entre la hauteur de l'Equateur du lieu où l'on obſerve, & la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil au temps de la premiére obſervation, & l'on fera, comme la différence entre les hauteurs méridiennes véritables du centre du Soleil obſervées près de l'Equinoxe, eſt à celle que l'on a trouvée entre la hauteur de l'Equateur, & celle du centre du Soleil au temps de la premiére obſervation; ainſi l'intervalle de temps qui s'eſt écoulé entre ces obſervations, eſt à l'intervalle entre le temps de la premiére obſervation, & celui que le Soleil eſt arrivé à l'Equinoxe, qui, étant adjoûté au temps de la premiére obſervation, donne le temps vrai de l'Equinoxe véritable, que l'on réduira au temps moyen par la Table de l'Equation du temps.

Lorſqu'on n'a pû faire qu'une obſervation près des Equinoxes, on ne laiſſera pas de déterminer avec à peu-près la même préciſion, le temps de l'Equinoxe, en employant le mouvement journalier du Soleil en déclinaiſon, tel qu'il réſulte d'un grand nombre d'obſervations, de $23' 40''$ en 24 heur. dans l'Equinoxe du Printemps, & de $23' 28''$ dans l'Equinoxe d'Automne.

On prendra ensuite, de même qu'on l'a marqué ci-dessus, la différence entre la hauteur méridienne observée du centre du Soleil & celle de l'Équateur du lieu où l'on observe; & l'on fera, comme 23′ 40″ dans l'Équinoxe du Printemps, & 23′ 28″ dans l'Équinoxe d'Automne, sont à cette différence; ainsi 24 heures sont à l'intervalle entre le temps de l'observation, & celui que le Soleil est arrivé à l'Équinoxe, qu'il faut adjoûter au temps de l'observation, ou l'en retrancher, suivant qu'elle a été faite avant ou après, pour avoir le temps vrai de l'Équinoxe, que l'on réduira au moyen.

Le temps moyen de l'Équinoxe étant ainsi déterminé en différentes années, on prendra l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre les Équinoxes, que l'on veut comparer ensemble, & on le divisera par le nombre d'années comprises entre ces différentes observations, pour avoir la grandeur de l'année Solaire apparente, que l'on réduira à la moyenne, de même que dans la méthode précédente.

Exemple.

Le 20 Mars de l'année 1672, la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, a été déterminée à l'Observatoire Royal de Paris, de $41^d 43' 0''$. Retranchant de cette hauteur, la réfraction moins la parallaxe, qui est de $0' 58''$, & le diametre du Soleil, de $16' 6''$, on aura la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil le 20 Mars 1672, de $41^d 25' 56''$, dont retranchant la hauteur de l'Équateur, qui est à l'Observatoire de Paris, de $41^d 9' 50''$, reste $16' 6''$, qui mesurent le mouvement du Soleil en déclinaison depuis son passage par l'Équinoxe du Printemps. On fera donc, comme $23' 40''$ sont à $16' 6''$; ainsi 24^h sont à $16^h 19'$, qui, étant retranchées du 20 Mars de l'année 1672 à midi, déterminent cet Équinoxe au 19 Mars 1672, à $7^h 41'$.

Le 21 Mars de l'année 1731, l'Équinoxe du Printemps a été déterminé de la même maniére, par les observations faites à la Méridienne, à $14^h 45'$. Il y a donc eu dans l'intervalle entre ces Équinoxes, 59 années, dont 13 bissextiles plus $1^j 7^h 4'$, qui, étant partagées par 59, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j 5^h 48' 53''$,

de laquelle

de laquelle il faut retrancher 7″ 0‴, pour avoir l'année Solaire moyenne, de . . . . 365j 5h 48′ 46″.

Comme le mouvement du Soleil en déclinaiſon vers les E'quinoxes, eſt dans l'eſpace de 24 heur. d'un peu moins de 24 minut. on voit qu'une erreur de 10 ſecondes dans la hauteur du Soleil, en doit cauſer une de 10 minutes dans la détermination du temps des E'quinoxes, & de 10 ſecondes dans la grandeur de l'année Solaire, qui réſulte de la comparaiſon des E'quinoxes éloignés l'un de l'autre de 60 années.

On peut comparer de la même maniére, les autres E'quinoxes, tant du Printemps que de l'Automne, obſervés à Paris, que nous rapporterons ici, en remarquant ſeulement qu'ils n'ont pas pû être tous déterminés avec une égale exactitude, faute d'avoir eu la diſpoſition du temps favorable.

E'quinoxes obſervés à Paris.

	E'quinoxes du Printemps.				E'quinoxes d'Automne.			
1672	Mars	19	7h	41′				
1680	Mars	19	5	48				
1681	Mars	19	11	18				
1682	. . . . .	. . .	. . .	. . .	Septembre	22	6h	34′
1683	Mars	19	23	3	Septembre	22	12	31
1684	Mars	19	5	10	Septembre	21	18	1
1685	. . . . .	. . .	. . .	. . .	Septembre	22	0	31
1686	Mars	19	16	15	Septembre	22	5	34
1687	Mars	19	22	34	Septembre	22	11	45
1688	Mars	19	4	17	Septembre	21	17	53
1689	Mars	19	9	56	Septembre	21	23	0
1690	Mars	19	16	12	Septembre	22	5	7
1691	Mars	19	21	46	Septembre	22	10	16
1692	Mars	19	4	0	Septembre	21	16	34
1693	. . . . .	. . .	. . .	. . .	Septembre	21	22	25
1694	Mars	19	15	41	Septembre	22	4	22
1695	Mars	19	21	0	Septembre	22	9	48

	Équinoxes du Printemps.				Équinoxes d'Automne.			
1696	Mars	19	2^h	43'	Septembre	21	15^h	36'
1697	Mars	19	8	35	Septembre	21	21	48
1698	Mars	19	14	45	Septembre	22	3	8
1699	Mars	19	20	30				
1701	. . . . .				Septembre	23	20	41
1702	Mars	20	13	57	Septembre	23	2	39
1703	Mars	20	20	4	Septembre	23	8	22
1704	Mars	20	1	9				
1705	Mars	20	7	4	Septembre	23	19	10
1706	. . . . .				Septembre	23	1	37
1707	Mars	20	18	54				
1708	Mars	20	0	25				
1709	. . . . .				Septembre	22	19	44
1710	Mars	20	12	43	Septembre	23	1	12
1711	Mars	20	18	43	Septembre	23	6	24
1712	Mars	20	0	13	Septembre	22	12	21
1713	Mars	20	6	3	Septembre	22	17	52
1714	Mars	20	12	2	Septembre	22	23	41
1715	Mars	20	17	56	Septembre	23	5	34
1716	Mars	19	23	46	Septembre	22	11	12
1717	Mars	20	5	24	Septembre	22	17	22
1718	Mars	20	10	58	Septembre	22	23	32
1719	Mars	20	17	2	Septembre	23	5	12
1720	Mars	19	23	8	Septembre	22	10	44
1721	Mars	20	5	13	Septembre	22	16	44
1722	Mars	20	10	36	Septembre	22	22	20
1723	Mars	20	16	39	Septembre	23	4	2
1724	Mars	19	21	56	Septembre	22	9	45
1725	Mars	20	4	33				
1726	Mars	20	10	23	Septembre	22	21	19

	E'quinoxes du Printemps.					E'quinoxes d'Automne.			
1727	. . . .					Septembre	23	3^h	20′
1728	Mars	19	21^h	11′		Septembre	22	9	3
1729	Mars	20	3	25		Septembre	22	15	28
1730	Mars	20	9	35					
1731	Mars	20	14	37					
1732	Mars	19	21	1	*dub.*				
1733	Mars	20	2	37					
1734	Mars	20	8	31		Septembre	22	20	32
1735	Mars	20	14	21		Septembre	23	2	6
1736	Mars	19	20	1		Septembre	22	7	47
1737	Mars	20	2	1					
1738	Mars	20	8	4		Septembre	22	19	21
1739	Mars	20	13	51					

Quoique les E'quinoxes que nous venons de rapporter, ayent l'avantage d'avoir été déterminés preſque tous dans un même lieu, pendant un intervalle de plus de 60 années ; cependant comme une erreur peu ſenſible dans chaque obſervation, en peut cauſer une de pluſieurs ſecondes dans la grandeur de l'année Solaire, ainſi que nous l'avons remarqué ci-deſſus, on a jugé néceſſaire de comparer les obſervations modernes des E'quinoxes avec celles qui ont été faites dans les temps les plus reculés, quoiqu'en des lieux éloignés les uns des autres, avec des Inſtruments moins exacts, & d'une conſtruction fort différente.

E'quinoxes obſervés par Hipparque.

Une des plus anciennes obſervations des E'quinoxes, dont on ait conſervé la mémoire, eſt celle de Hipparque, qui arriva le 27.^{me} du mois de Mekir de la 32.^{me} année de la 3.^{me} Période de Calippus, que Ptolemée rapporte à la 602.^{me} depuis Nabonaſſar, & nos Chronologiſtes au 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jeſus-Chriſt, ſuivant le Calendrier Julien ; ce qui ſe confirme en calculant pour ce jour-là, le lieu moyen de la Lune, par les Tables modernes réduites à la forme Julienne, qu'on trouve au même degré que par les Tables de Ptolemée, calculées pour les années Egyptiennes, & l'époque de Nabonassar.

Cette observation de Hipparque fut faite avec des Armilles ou Cerceaux de Bronze, qui avoient été placés sur le plan de l'Equinoctial, dans un Portique d'Alexandrie, & qui étoient destinés pour ces sortes d'observations; ce qui avoit été exécuté pendant le regne de Ptolemée Evergete, sous la direction d'Eratosthene son Bibliothéquaire, Mathématicien très-célébre.

Aux jours de l'Equinoxe, la convexité de l'Armille exposée au Soleil, faisoit ombre à la concavité opposée, & comme cette ombre étoit plus étroite que la largeur de l'Armille, à cause de la grandeur apparente du Soleil qui la diminuoit de part & d'autre, on jugeoit que l'Equinoxe arrivoit lorsque le milieu de la largeur de l'ombre concouroit avec le milieu de la largeur de l'Armille, de sorte que ses bords fussent également éclairés de part & d'autre.

Dans cette observation, qui fut faite avec beaucoup d'attention, Hipparque détermina l'Equinoxe au matin, c'est-à-dire, sur les 6 heures. Il observa cinq heures ou environ après, c'est-à-dire, sur les 11 heures du matin, que les Armilles étoient également éclairées de part & d'autre, de sorte qu'il y eut, à ce qu'il rapporte, une différence d'environ cinq heures entre ces deux observations du même Equinoxe.

Il est aisé de voir que ces deux déterminations de l'Equinoxe si éloignées l'une de l'autre par des observations faites en un même jour, & avec un même Instrument fixe & immobile, sont l'effet des réfractions qui élevant le Soleil près de l'horison, l'avoient fait paroître sur l'Equateur lorsqu'il en étoit encore éloigné, & qui venant à diminuer à mesure qu'il s'élevoit, paroissoient l'éloigner de cet Equateur pendant qu'il s'en approchoit réellement par son mouvement en déclinaison, ce qui doit avoir produit l'apparence de deux Equinoxes observés dans un même jour.

On pourra même par ce moyen, déterminer l'heure de l'Equinoxe avec plus d'exactitude que ne l'a fait Hipparque, qui n'aspirant qu'à la précision qu'il croyoit possible, se contentoit de déterminer les Equinoxes à un quart de jour près.

Il faut considérer pour cette recherche, que dans l'intervalle de cinq heures qui se sont écoulées, suivant Hipparque, entre ces deux déterminations, le mouvement du Soleil en déclinaiſon a été d'environ 5 minutes; & comme dans l'obſervation du matin, le Soleil paroiſſoit avoir la même déclinaiſon que dans celle qui fut faite cinq heures après, il étoit néceſſaire, ſuppoſant ces deux obſervations exactes, que la réfraction moins la parallaxe ait élevé le Soleil dans le temps de la premiére obſervation, de 5 minutes plus que dans la ſeconde, ſuivant un cercle de déclinaiſon.

Pour repréſenter ces apparences, on a ſuppoſé que dans le temps de la premiére obſervation, le Soleil étoit élevé de $5^d\ 12'$ ſur l'horiſon d'Alexandrie.

La hauteur du Pole de cette ville ayant été déterminée par les obſervations de l'Académie, de $31^d\ 11'\ 0''$, & le Soleil paroiſſant alors ſur l'Equateur, on réſoudra le Triangle ſphérique *CFI*, rectangle en *F* (*Fig. 35.*) dans lequel l'arc *IF*, repréſente la hauteur apparente du centre *I* du Soleil ſur l'horiſon *AB*, qui eſt de $5^d\ 12'\ 0''$, & l'angle *FCI* ou *ACD*, meſure l'arc *AD* de l'élevation de l'Equateur *DE* ſur l'horiſon, qui eſt de $58^d\ 49'$; c'eſt pourquoi l'on trouvera la valeur de l'arc *CI*, qui meſure une portion de l'Equateur, depuis le point *C* de l'horiſon juſqu'au centre *I* du Soleil, de $6^d\ 4'\ 50''$, & l'angle *CIF*, que l'Equateur *DE* fait avec le cercle vertical *ZIF*, qui paſſe par le centre du Soleil, de $33^d\ 20'\ 20''$.

La réfraction moins la parallaxe qui convient à la hauteur apparente du Soleil ſur l'horiſon, de $5^d\ 12'\ 0''$, eſt de $10'\ 2''$, qui ſont repréſentées par l'arc *IG*, en ſorte que le point *G* marque le vrai lieu du centre du Soleil, par lequel on tirera le cercle de déclinaiſon *PHG*, qui coupe l'Equateur à angles droits au point *H*; c'eſt pourquoi dans le Triangle *GHI*, rectangle en *H*, dont le côté *IG* eſt connu de $10'\ 2''$, & l'angle *HIG* ou *CIF* a été déterminé de $33^d\ 20'\ 20''$, on aura l'arc *GH*, de $5'\ 31''$, qui meſure la déclinaiſon du Soleil à l'égard de l'Equateur dans le temps de la premiére obſervation où cet Aſtre paroiſſoit être arrivé à l'Equinoxe. On trouvera auſſi l'arc *HI*, de $8'\ 23''$, qui, étant retranché de l'arc *CI*, déterminé ci-deſſus de $6^d\ 4'\ 50''$, donne l'arc *CH*, de $5^d\ 56'\ 27''$, qui meſure la diſtance du point *C* de l'horiſon juſqu'au cercle de déclinaiſon *PHG*, qui paſſe par le vrai lieu du Soleil qui eſt en *G*. Cet arc étant réduit en minutes

& ſecondes d'heure, à raiſon de 15 degrés par heure, donne 0^h 23′ 46″, qui meſurent le temps écoulé depuis le lever du Soleil juſqu'au temps de la premiére détermination de l'Equinoxe, qui ſera par conſéquent à 6^h 24′, le Soleil s'étant levé ce jour-là à 6 heures. On trouvera enſuite la hauteur du Soleil pour 5 heur. ou environ après, c'eſt-à-dire, à 11^h 24′: car dans le Triangle *ZDL*, rectangle en *D*, la diſtance *DZ* de l'Equinoctial au Zénit, qui eſt de 31^d 11′, égale à la hauteur du Pole d'Alexandrie, étant connuë, de même que l'arc *DL*, de 9 degrés, qui répondent à 36 minutes d'heure, intervalle entre la ſeconde obſervation & midi, l'on aura l'arc *ZL*, de 32^d 19′ 15″, dont le complément meſure la hauteur du Soleil ſur l'horiſon à 11^h 24′ 0″, qui ſera par conſéquent de 57^d 40′ 15″.

La réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur, eſt de 32 ſecondes, qui, étant réduite ſur un cercle de déclinaiſon, de la maniére qui a été expliquée ci-deſſus, donne 31 ſecondes pour la déclinaiſon du Soleil à l'égard de l'Equateur dans le temps de la ſeconde obſervation. La retranchant de celle que l'on a trouvée au temps de la premiére obſervation, de 5′ 31″, on aura 5′ 0″ dont le Soleil, par l'effet de la réfraction, étoit plus élevé en apparence ſur le plan de l'Equinoctial dans la premiére obſervation que dans la ſeconde. Mais le mouvement du Soleil en déclinaiſon dans l'intervalle de ces deux obſervations, dans l'eſpace de 5 heur. a élevé le Soleil, dans la ſeconde obſervation, ſur le plan de l'Equinoctial, 5 minutes au deſſus du lieu où il étoit dans la premiére. Le Soleil a donc dû paroître avoir la même déclinaiſon dans ces deux obſervations, conformément à ce qui avoit été remarqué par Hipparque.

Si l'on ſuppoſe préſentement que l'Armille d'Alexandrie ait été placée exactement ſur le plan de l'Equateur, on trouvera que dans la ſeconde obſervation, la déclinaiſon du Soleil à l'égard du plan de l'Equateur, étoit de 31 ſecondes vers le Midi, que le Soleil parcourt en 31 minutes. Les adjoûtant à 11^h 24′, temps de la ſeconde obſervation, on aura le temps véritable de l'Equinoxe à 11^h 55′ du matin, c'eſt-à-dire, vers le midi du 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jeſus-Chriſt dans la forme Julienne, & de l'année 145 avant Jeſus-Chriſt, ſuivant notre maniére de compter. *(Voy. les Tables Aſtronomiques.)*

Il eſt vrai que les Anciens n'ayant pas une connoiſſance exacte de la réfraction des Aſtres, & de la parallaxe du Soleil, il eſt difficile de s'aſſûrer que cet Inſtrument ait été dirigé ſur le plan de l'Equateur avec toute la préciſion poſſible ; mais comme on ne ſçait point la méthode qui a été pratiquée pour le placer, & qu'ainſi on ne peut point connoître la correction qu'il faudroit y employer, nous ne pouvons mieux faire que de ſuppoſer cet Inſtrument dans une ſituation exacte, & de nous ſervir des obſervations telles que les Anciens nous les ont laiſſées.

Ayant ainſi établi le temps de l'Equinoxe du Printemps, obſervé par Hipparque, nous le comparerons à nos obſervations, en cette maniére.

Le 20 Mars de l'année 1735, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été obſervée à la Méridienne de l'Obſervatoire Royal, de $40^d\ 56'\ 40''$. La réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur, eſt de 59 ſecondes, qui, étant retranchées de $40^d\ 56'\ 40''$, donnent la hauteur véritable du centre du Soleil le 20 Mars 1735 à midi, de $40^d\ 55'\ 41''$, plus petite de $14'\ 9''$ que la hauteur de l'Equateur à l'Obſervatoire Royal, qui eſt de $41^d\ 9'\ 50''$, ce qui marque que le Soleil avoit paſſé l'Equinoxe.

Le 22 Mars ſuivant, la hauteur méridienne du centre du Soleil, corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été obſervée à la Méridienne, de $41^d\ 43'\ 4''$. La différence à $40^d\ 55'\ 41''$, eſt $47'\ 23''$, qui meſurent le mouvement du Soleil en déclinaiſon, depuis le 20 juſqu'au 22 Mars à midi ; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $47'\ 23''$ ſont à $14'\ 9''$; ainſi $48^h\ 0'\ 0''$ ſont à $14^h\ 20'\ 40''$, qui, étant adjoûtées au 20 Mars à midi, donnent le temps vrai de l'Equinoxe du Printemps de l'année 1735 à Paris le 20 Mars, à $14^h\ 20'\ 40''$.

La différence des Méridiens entre Paris & Alexandrie, eſt, ſuivant les obſervations de l'Académie Royale des Sciences, de $1^h\ 51'\ 46''$, qui, étant adjoûtée à $14^h\ 20'\ 40''$, à cauſe que Alexandrie eſt plus orientale que Paris, donne l'heure de cet Equinoxe à Alexandrie le 20 Mars de l'année 1735, à $16^h\ 12'\ 26''$. Réduiſant ce temps à l'année Julienne, en retranchant 11 jours, dont le Calendrier Grégorien anticipe le Julien, on aura l'Equinoxe du Printemps à Alexandrie, ſuivant le Calendrier Julien, le 10 Mars 1735, à 4^h $12'$ $26''$ du matin.

Nous avons déterminé ci-deſſus que l'Équinoxe du Printemps, obſervé par Hipparque à Alexandrie, eſt arrivé le 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jeſus-Chriſt, à 11^h $55'$ du matin. Il y a donc eu entre ces deux obſervations, un intervalle de 1880 années Juliennes moins 14^j 7^h $42'$ $34''$.

Il faut remarquer ici que la plûpart des Chronologiſtes marquent l'année 1 avant Jeſus-Chriſt, celle dans laquelle on ſuppoſe que Notre Seigneur eſt né, en ſorte que pour avoir le nombre des années qui ſe ſont écoulées entre des obſervations faites avant & après cette époque, il faut en retrancher une de la ſomme de ces années.

Pour éviter cet inconvénient, nous avons, dans nos Tables, marqué 0, l'année de la Naiſſance de Jeſus-Chriſt, en ſorte que ſuivant nous, l'Équinoxe que nous venons de comparer, eſt arrivé l'année 145 avant Jeſus-Chriſt, qui, étant adjoûtée à 1735, donne l'intervalle entre ces obſervations, de 1880 années.

Dans ce nombre d'années, il y en a un quart de biſſextiles, & trois quarts de communes, ce qui donne chaque année de 365 jours 6 heures. Si l'on diviſe préſentement 14^j 7^h $42'$ $34''$, dont l'Équinoxe de 1735 a anticipé celui de Hipparque, par 1880 années, on aura pour chacune $10'$ $58''$ $10'''$, qui, étant retranchées de 365 jours 6 heures, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . 365^j 5^h $49'$ $1''$ $50'''$, à laquelle adjoûtant $6''$ $10'''$, dont l'année apparente eſt plus petite que la moyenne, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h $49'$ $8''$ $20'''$.

Si l'on examine de même l'obſervation de l'Équinoxe d'Automne de l'année précédente, qui, au rapport de Ptolemée, fut faite par Hipparque, avec une très-grande exactitude, & qui, ſuivant les Chronologiſtes, eſt arrivé le 26 Septembre de l'année 147 avant Jeſus-Chriſt, à minuit; on trouvera qu'entre cet Equinoxe & celui qui a été obſervé à Paris le 23 Septembre de l'année 1714, à 11^h $41'$ du matin, lequel, étant réduit au Méridien d'Alexandrie, & au Calendrier Julien, ſe rapporte au 12 Septembre de l'année 1714, à 1^h $33'$ $0''$ du ſoir, il y a un intervalle de

1860

1860 années Juliennes moins 14^j 10^h 27', qui, étant partagées par 1860, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . 365^j 5^h 48' 49" 22'''. Retranchant 8 ſecond. dont l'année Solaire apparente, priſe depuis le commencement de la Balance, a été trouvée plus grande dans cet intervalle que l'année Solaire moyenne, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48' 41" 22''', plus petite de 27" que par la comparaiſon précédente.

On trouvera de la même maniére par l'Equinoxe d'Automne de l'année 162 avant Jeſus-Chriſt, obſervé par Hipparque le 27 Septembre à 6^h du ſoir à Alexandrie, comparé à l'Equinoxe obſervé à Paris le 23 Septembre 1715, à 5^h 34' du ſoir, la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48' 24".

Par l'Equinoxe du 27 Septembre de l'année 159 avant Jeſus-Chriſt, à 6^h du matin, comparé à celui du 23 Septembre de l'année 1714, à 11^h 41' du matin, la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48' 34".

Par l'Equinoxe du 27 Septembre de l'année 158 avant Jeſus-Chriſt, à midi, comparé à celui de 1715, de 365^j 5^h 48' 34".

Par l'Equinoxe du 27 Septembre de l'année 146 avant Jeſus-Chriſt, à 6 heures du matin, comparé à celui de l'année 1715, de . . . . 365^j 5^h 48' 41".

Par l'Equinoxe du 26 Septembre de l'année 143 avant Jeſus-Chriſt, à 6 heures du ſoir, comparé à celui de l'année 1714, de . . . . 365^j 5^h 48' 52".

Par l'Equinoxe du 23 Mars de l'année 135 avant Jeſus-Chriſt, à minuit, comparé à celui du 20 Mars 1714, à 12 heur. 2 minut. de . . . . 365^j 5^h 49' 16".

Et par l'Equinoxe du 23 Mars de l'année 128 avant Jeſus-Chriſt, à 6 heures du ſoir, comparé à celui du 20 Mars 1717, à 5^h 24' du ſoir, de . . . . 365^j 5^h 49' 13".

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48' 49".

Equinoxes obſervés par Ptolemée.

Examinons préſentement ce qui réſulte des Equinoxes obſervés par Ptolemée, & comparés aux nôtres.

Le premier eſt arrivé le 7.^{me} du mois d'*Athir* de l'année 17 d'Hadrien, ou 456 avant la mort d'Alexandre, que le P. Riccioli dans ſon Aſtronomie réformée, rapporte au 25 Septembre de l'année 132, à 2 heures du ſoir, quoique dans ſon Almageſte il l'ait marqué un jour auparavant.

Le ſecond eſt arrivé le 9.^{me} du mois d'*Athir* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, que le P. Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée, rapporte au 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, & dans ſon Almageſte, au 25 Septembre de la même année.

Le troiſiéme a été obſervé le 7.^{me} du mois de *Pachon* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, à une heure après midi, que le P. Riccioli rapporte dans ſon Aſtronomie réformée, de même que dans ſon Almageſte, au 22 Mars de l'année 140 après Jeſus-Chriſt.

Cette différence d'un jour entre la détermination des deux premiers Equinoxes, par le P. Riccioli dans ſon Almageſte & dans ſon Aſtronomie réformée, m'a obligé de m'aſſûrer du temps de ces obſervations. Pour cet effet, j'ai comparé l'Equinoxe d'Automne, obſervé par Hipparque l'année 147 avant Jeſus-Chriſt, avec celui qui a été obſervé l'année 139 après Jeſus-Chriſt, par Ptolemée, qui marque qu'il y avoit entre ces deux obſervations, 285 années 70 jours & 7 heures, & j'ai trouvé que cet intervalle s'accorde à celui qui s'eſt écoulé entre le 26 Septembre de l'année 147 avant Jeſus-Chriſt, à minuit, & le 26 Septembre de l'année 139 après Jeſus-Chriſt, à 7 heures du matin.

J'ai enſuite calculé le lieu moyen de la Lune pour le temps de ce dernier Equinoxe, ſuivant les Tables de Ptolemée & les nôtres, & j'ai trouvé qu'elles ne s'écartoient pas les unes des autres, de plus de 2 degrés, quoique le moyen mouvement d'un jour à l'autre, ſoit de plus de 13 degrés, ce qui fixe l'obſervation de Ptolemée au jour qu'elle eſt rapportée dans l'Aſtronomie réformée, & aſſûre en même temps le jour de l'obſervation de Hipparque, que nous avons examinée ci-deſſus.

L'obſervation de l'Equinoxe d'Automne étant arrivée le 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, il eſt aiſé d'en conclurre le temps de l'Equinoxe d'Automne de l'année 132;

car entre le 7 du mois d'*Athir* de l'année 456 avant la mort d'Alexandre, à 2 heur. du ſoir, & le 9 du même mois, à 7 heur. du matin, il y a 7 années Egyptiennes, de 365 jours chacune plus un jour & 17 heur. ou bien 6 années communes, une biſſextile, & 17 heures, qui, étant retranchées du 26 Septembre de l'année 1719, à 7 heures du matin, donnent le temps de l'Equinoxe d'Automne de l'année 132, le 25 Septembre, à 2 heures du ſoir, conformément à ce qui eſt marqué dans l'Aſtronomie réformée du P. Riccioli.

Ayant ainſi établi le temps de ces Equinoxes obſervés par Ptolemée, nous avons comparé le premier avec celui qui a été obſervé à Paris le 22 Septembre de l'année 1716, à $11^h\ 12'$, & nous avons trouvé la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 42''$, de laquelle il faut retrancher 6 ſecond. pour la différence entre l'année Solaire apparente & la moyenne dans cet intervalle, & l'on aura l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 36''$.

Par le ſecond Equinoxe comparé avec celui qui a été obſervé à Paris le 23 Septembre 1715, à $5^h\ 34'$ du ſoir, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 35''$.

Enfin, par le troiſiéme & dernier Equinoxe obſervé par Ptolemée, comparé à celui qui a été obſervé à Paris le 20 Mars 1716, à $11^h\ 45'$ du matin, on a la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 10''$, à laquelle il faut adjoûter 4 ſecond. pour avoir l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 14''$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 48''$.

Equinoxe obſervé par Albategnius.

Depuis les obſervations de Ptolemée, nous n'en avons point de plus anciennes que celle de l'Equinoxe d'Automne, qu'Albategnius, dans ſon livre intitulé *De Scientia Stellarum, cap. 27,* dit avoir obſervé à Aracte le 8 du mois de *Pachon* de l'année 1206 depuis la mort d'Alexandre, à $1^h\ 15'$ du matin, & qui, réduite au Méridien d'Alexandrie, lequel eſt plus occidental qu'Aracte, de 40′, y eſt arrivée à $0^h\ 35'$ du matin.

Le P. Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée *(p. 8.)* rapporte cet E'quinoxe au 19 Septembre, $4^h\ 45'$ avant le lever du Soleil, & dans la Table de la page ſuivante, il le marque le 19 Septembre de l'année 882, à $13^h\ 15'$ après midi ; ce qui nous a obligé de rechercher exactement le temps de cet E'quinoxe, & nous trouvons que la différence entre l'obſervation d'Aracte du 8 du mois de *Pachon* de l'année 1206 depuis la mort d'Alexandre, à $0^h\ 35'$ du matin, & celle de Ptolemée, qu'il marque être arrivée le 9 du mois d'*Athir* de l'année 463 depuis Alexandre, à 7^h du matin, eſt de 743 années E'gyptiennes $178^j\ 17^h\ 35'$, conformément à ce qui eſt rapporté au même Chapitre par Albategnius. Les convertiſſant en années Juliennes, on aura 743 années, dont 186 ſont biſſextiles, moins $7^j\ 6^h\ 25'$, qui, étant adjoûtées au temps de l'E'quinoxe de Ptolemée, que nous avons trouvé ſe rapporter au 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, donnent le 19 Septembre de l'année 882, à $0^h\ 35'$ du matin, pour le temps vrai de l'obſervation d'Albategnius, y ayant entre les années 139 & 882, 743 années, dont 186 biſſextiles.

Si l'on compare préſentement cette obſervation avec celle de l'E'quinoxe d'Automne de l'année 1714, qui, réduit au Méridien d'Alexandrie & au Calendrier Julien, y eſt arrivé le 12 Septembre à $1^h\ 33'$ après midi, on aura entre ces deux obſervations, un intervalle de 832 années Juliennes moins $6^j\ 0^h\ 11'\ 2''$. Partageant ces $6^j\ 0^h\ 11'\ 2''$ par 832, on aura pour chaque année $11'\ 10''\frac{2}{3}$, qui, étant retranchées de $365^j\ 6^h\ 0'$, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''\frac{1}{3}$, de laquelle il faut retrancher 20 tierces pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, ce qui s'éloigne beaucoup de la grandeur de l'année, qui réſulte des obſervations de Ptolemée, & s'accorde aſſés exactement aux obſervations de Hipparque.

E'quinoxes obſervés à Nuremberg.

Les obſervations les plus célébres que nous ayons depuis Albategnius, ſont celles qui ont été faites à Nuremberg par Regiomontanus & Waltherus ſon diſciple, qui y ont obſervé ſucceſſivement pendant l'eſpace de plus de 30 années, le Soleil à ſon paſſage par le Méridien, par un Inſtrument appellé *Regle de Ptolemée*, qui marquoit la corde de la diſtance du Soleil au Zénit; la moitié de cette corde eſt le ſinus de l'arc de la moitié de la diſtance du Soleil au Zénit, dont le double meſure ſa véritable diſtance au Zénit.

Entre toutes ces obſervations, nous avons choiſi celles qu'on a marqué avoir été faites avec le plus d'évidence, que nous avons cru devoir rapporter ici avec le temps des E'quinoxes qui en réſulte, y employant la hauteur de l'E'quateur, de $41^d\ 33'\ 42''$, telle qu'elle réſulte de la plus grande & de la plus petite hauteur ſolſticiale, auſſi-bien que la réfraction & la parallaxe du Soleil, telles qu'elles ont été déterminées par les obſervations modernes.

A Nuremberg.

Corde de la diſtance du Soleil au Zénit.	E'quinoxes. *Années.*	*Mois.*	*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
83675	1477	Mars	11	2	27
83820	1478	Mars	11	8	5
83050	1478	Septembre	13	21	10
83434	1488	Septembre	13	6	54
83625	1489	Mars	11	0	40
83320	1493	Septembre	13	11	13
83171	1494	Septembre	13	17	5
84280	1495	Septembre	13	21	56
83490	1496	Septembre	13	4	26
84234	1501	Mars	11	0	3
83367	1501	Septembre	13	9	16

Pour faire uſage de ces obſervations, on a réduit celles qui ont été faites à Paris, au Calendrier Julien, en y retranchant 11 jours, & au Méridien de Nuremberg, en y adjoûtant 35 minut. dont Nuremberg eſt plus oriental que Paris; & on a trouvé par l'E'quinoxe du 11 Mars 1477, comparé à celui qui a été déterminé à Paris le 20 Mars 1717, à $5^h\ 24'$ du ſoir, la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''$, de laquelle il faut retrancher 6 ſecond. pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 47''$.

Par l'E'quinoxe du 11 Mars de l'année 1478, comparé à celui du 20 Mars de l'année 1714, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 51″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1478, comparé à celui du 23 Septembre 1714, on a la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . 365^j 5^h 48′ 35″, à laquelle il faut adjoûter 4 ſecond. pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 39″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1488, comparé à celui du 22 Septembre 1716, à 11^h 12′ du ſoir, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 44″.

Par l'E'quinoxe du 11 Mars 1489, comparé à celui du 20 Mars 1717, on a l'année moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 40″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1493, comparé à celui du 22 Septembre 1713, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 57″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1494, comparé à celui du 23 Septembre 1714, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 56″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1495, comparé à celui du 23 Septembre 1715, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 49′ 13″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1496, comparé à celui du 23 Septembre 1716, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 49′ 9″.

Par l'E'quinoxe du 11 Mars 1501, comparé à celui du 20 Mars 1717, on a l'année moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 13″.

Enfin, par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1501, comparé à celui du 22 Septembre 1716, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 49′ 9″.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 51″.

E'quinoxes obſervés par Copernic, à Fruemberg.

Quelques années après les obſervations de Waltherus, Copernic obſerva à Fruemberg, qui eſt dans la Pruſſe Ducale, l'E'quinoxe d'Automne de l'année 1515 le 14 Septembre, à 6^h 30′ du matin,

& l'Equinoxe du Printemps de l'année 1516 le 11 Mars, à 4^h $30'$ du matin.

Il ne marque point de quelle maniére il a fait cette obſervation, ni s'il a tenu compte de la réfraction & de la parallaxe pour corriger les hauteurs apparentes.

Si l'on ſuppoſe qu'il n'y a point eu égard, comme il y a beaucoup d'apparence, on pourra réduire les hauteurs apparentes aux véritables, en cette maniére.

La latitude de Fruemberg a été déterminée par Copernic *(liv. 3. chap. 2.)* de $54^d\ 19'\ 30''$, ce qui donne la hauteur de l'Equateur, de $35^d\ 40'\ 30''$. Il a auſſi établi *(liv. 2. chap. 2.)* l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 28'\ 24''$, qui, étant adjoûtée à la hauteur de l'Equateur, donne la hauteur méridienne apparente du Soleil au Solſtice d'Eté, de $59^d\ 8'\ 54''$, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de $59^d\ 8'\ 24''$. Cette même obliquité étant retranchée de la hauteur de l'Equateur, donne la hauteur méridienne du Soleil au Solſtice d'Hiver, de $12^d\ 12'\ 6''$, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de $12^d\ 7'\ 46''$. La différence entre ces hauteurs, meſure la diſtance entre les Tropiques, qui eſt de $47^d\ 0'\ 38''$, dont la moitié $23^d\ 30'\ 19''$ eſt l'obliquité de l'Ecliptique, qui, étant adjoûtée à la plus petite hauteur, ou retranchée de la plus grande, donne la hauteur véritable de l'Equateur à Fruemberg, de $35^d\ 38'\ 5''$. Y adjoûtant la réfraction moins la parallaxe du Soleil, on aura la hauteur apparente de l'Equateur à Fruemberg, de $35^d\ 39'\ 19''$, plus petite de $1'\ 11''$ que celle qui avoit été établie par Copernic.

Si l'on ſuppoſe préſentement que Copernic a déterminé l'Equinoxe dans le temps que la hauteur apparente du Soleil étoit égale à celle de l'Equateur, qui étoit ſelon lui, de $35^d\ 40'\ 30''$, il réſulte que le Soleil avoit alors une déclinaiſon ſeptentrionale de $1'\ 11''$, & que par conſéquent, l'Equinoxe du Printemps a anticipé ſon obſervation, de tout le temps que le Soleil a employé alors à parcourir $1'\ 11''$ en déclinaiſon, c'eſt-à-dire, d'environ $1^h\ 12'$, qu'il faut retrancher du temps de ſon obſervation pour avoir le vrai temps de l'Equinoxe du Printemps. Le contraire doit arriver dans ſon obſervation de l'Equinoxe d'Automne, à laquelle il faut adjoûter à peu-près la même quantité de temps pour avoir le vrai temps de cet Equinoxe.

L'Equinoxe d'Automne de 1515, marqué par Copernic le 14 Septembre, à 6^h $30'$ du matin, a donc dû arriver à 7^h $42'$, & l'Equinoxe du Printemps, déterminé le 11 Mars, à 4^h $20'$ du matin, n'a dû arriver qu'à 3^h $8'$.

Pour comparer présentement le premier de ces Equinoxes avec celui qui a été observé 200 ans après à Paris le 23 Septembre de l'année 1715, à 5^h $34'$ du soir, on retranchera 11 jours de ce dernier Equinoxe, pour le réduire au Calendrier Julien, & on y adjoûtera 1^h $12'$ pour la différence des Méridiens, dont Fruemberg est plus oriental que Paris, & on aura l'Equinoxe d'Automne de l'année 1715, réduit au Calendrier Julien & au Méridien de Fruemberg, le 12 Septembre à 6^h $46'$ du soir. La différence à 7^h $42'$ du matin du 14 Septembre 1715, est de 200 années moins 1^j 12^h $56'$, qui, étant partagées par 200, donnent l'anticipation annuelle des Equinoxes, de $11'$ $5''$, l'année Solaire apparente, de 365^j 5^h $48'$ $55''$, & la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h $48'$ $59''$.

Si l'on compare pareillement l'Equinoxe du Printemps de 1516, avec celui qui est arrivé à Paris le 20 Mars 1716, à 11^h $46'$ du matin, & qui, réduit au Calendrier Julien & au Méridien de Fruemberg, se rapporte au 9 Mars 1716, à 0^h $58'$, on trouvera que cet Equinoxe a anticipé celui qui a été déterminé le 11 Mars 1516, à 3^h $8'$ du matin, de 1^j 14^h $10'$, qui, étant partagées par 200 années, donnent l'anticipation annuelle de $11'$ $27''$, la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . 365^j 5^h $48'$ $33''$, & la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h $48'$ $27''$.

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . 365^j 5^h $48'$ $43''$.

Equinoxes observés à Cassel.

Les observations de Copernic ont été suivies de celles qui ont été faites par le Landgrave de Hesse & ses Mathématiciens à Cassel, où ils ont observé la hauteur méridienne du Soleil en divers jours de l'année, depuis 1561 jusqu'en 1580.

On n'a marqué pour l'ordinaire dans ces hauteurs, que les minutes, & rarement les demi-minutes, sans tenir compte des secondes, de sorte qu'on ne peut pas espérer de pouvoir déterminer les Equinoxes avec

avec toute la précision qui seroit nécessaire pour en déduire la grandeur de l'année Solaire; car une minute d'erreur dans la hauteur du Soleil, en cause une d'une heure dans la détermination de l'Equinoxe, & de 24 secondes sur la grandeur de l'année, dans l'intervalle d'environ 150 ans, qu'il y a entre ces observations & les nôtres. D'ailleurs, il y a dans les hauteurs solsticiales, qui devroient toûjours être de la même quantité, des différences qui montent quelquefois à plus de 2 minutes; c'est pourquoi nous nous contenterons d'examiner ici celle de l'Equinoxe du Printemps de l'année 1573, qui est la seule que l'on ait marqué avoir été faite avec soin.

La hauteur méridienne du Soleil fut observée à Cassel le 11 Mars de l'année 1576, de 38^d 56′ 0″, dont il faut retrancher la réfraction moins la parallaxe, qui est de 1′ 5″, pour avoir la hauteur véritable du Soleil, de 38^d 54′ 55″. Supposant la hauteur de l'Equateur à Cassel, de 38^d 39 34″, telle qu'elle résulte des observations qui y ont été faites du Solstice d'Hyver de 1566, & du Solstice d'Eté de 1567, on aura la déclinaison du Soleil le 11 Mars de l'année 1573, à midi, de 15′ 21″ que le Soleil parcourt alors en 15 heur. 34 minut. & qui, étant retranchées du midi du 11 Mars de l'année 1573, à cause que le Soleil avoit passé alors l'Equinoxe, donnent son vrai temps le 10 Mars 1573, à 8^h 26′ du soir.

Pour comparer cet Equinoxe avec celui du Printemps de l'année 1717, qui est arrivé à Paris le 20 Mars, à 5^h 24′, on y adjoûtera 29′, dont Cassel est plus oriental que Paris, & on en retranchera 11 jours pour réduire ce temps au Calendrier Julien; & on aura le 9 Mars de l'année 1717, à 5^h 53′ pour le temps de cet Equinoxe ainsi réduit. La différence à 8^h 26′ du 10 Mars de l'année 1573, est de 1^j 2^h 33′ 0″, qui, étant partagées par 144 années, intervalle entre ces observations, donnent l'anticipation annuelle de l'Equinoxe, de 11′ 4″, & la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . 365^j 5^h 48′ 56″, de laquelle il faut retrancher 6″ 44‴, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48 49″.

Equinoxes observés par Tycho.

Examinons présentement la grandeur de l'année, qui résulte des observations de Tycho.

Cet illustre Astronome rapporte dans le premier Chapitre de ses Ouvrages, dix Equinoxes, sçavoir, cinq du Printemps, & cinq d'Automne, qu'il a observés avec un très-grand soin à Uranibourg, dans l'espace de cinq années, depuis l'an 1584, jusques & compris l'an 1588. Il ne donne pas le détail des observations qu'il a employées pour déterminer ces Equinoxes, & il se contente d'avertir qu'il les a corrigées par la parallaxe du Soleil, qu'il supposoit être de 3′ 0″ à l'horison, & par la réfraction qui, suivant lui, est de 34 min. à l'horison, & de 5 second. à la hauteur de 45 degrés.

Le P. Riccioli qui rapporte ces Equinoxes dans son Astronomie réformée, tâche de corriger ces observations de Tycho, par la réfraction, & principalement par la parallaxe, qu'il suppose fort différente de celle de Tycho; & il détermine suivant ses principes, le vrai temps des Equinoxes observés.

Pour nous, qui avons trouvé la parallaxe horisontale du Soleil, de 10 à 12 second. seulement, beaucoup plus petite que ne l'ont supposée Tycho & Riccioli, & qui avons reconnu que les réfractions élevent les Astres au dessus de leur hauteur véritable, jusqu'au Zénit; nous les employerons dans l'examen des Equinoxes observés par Tycho, avec d'autant plus de précision que nous avons les observations qui ont servi à déterminer ces Equinoxes, lesquelles ont été imprimées en 1666, par Lucius Barrettus, depuis l'édition de l'Astronomie réformée du P. Riccioli. Nous avons outre cela l'avantage de connoître exactement la hauteur du Pole d'Uranibourg, siége des observations de Tycho, & sa différence de Méridien à l'égard de Paris, telles qu'elles ont été déterminées dans le Voyage que M. Picard y a fait par ordre du Roy en l'année 1671.

Le premier de ces Equinoxes se tire des hauteurs méridiennes du Soleil, observées à Uranibourg en 1584 le 5 Mars, de 32^d $7'$ $40''$, & le 14 Mars de 35^d $40'$ $10''$.

Corrigeant ces observations par la réfraction & la parallaxe, on aura pour la premiére 32^d $6'$ $14''$, & pour la seconde 35^d

$38' 36''$, dont la différence $3^d\ 32'\ 42''$, est le mouvement du Soleil en déclinaison dans l'espace de 9 jours, ce qui est à raison de $23'\ 38''$ par jour.

La hauteur du Pole d'Uranibourg étant, suivant les observations de M. Picard, de $55^d\ 54'\ 15''$, & la hauteur de l'Equateur, de $34^d\ 5'\ 45''$, on aura entre cette hauteur & celle du Soleil dans la premiére observation, une différence en déclinaison, de $1^d\ 59'\ 31''$ que le Soleil a parcouru en $5^j\ 1^h\ 21'$; d'où il suit que l'Equinoxe est arrivé le 10 Mars 1584 à $1^h\ 21'$, à la distance de $3^h\ 51'$ de celui que Tycho a déterminé.

Si l'on compare présentement cet Equinoxe à celui qui a été observé 132 ans après à l'Observatoire Royal de Paris le 19 Mars 1716, à $23^h\ 46'$, & qui, réduit au Calendrier Julien & au Méridien d'Uranibourg, qui est plus oriental que Paris de $42'$, y est arrivé le 9 Mars 1716, à $0^h\ 28'$, on aura dans cet intervalle, une anticipation de $24^h\ 53'$, qui, étant partagées par 132, donnent l'anticipation annuelle de $11'\ 18''$. On aura donc la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 42''$, de laquelle il faut retrancher $6''\ 38'''$, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 35''$.

Il seroit trop long de rapporter ici le détail de toutes les observations de Tycho, il suffira de remarquer que la hauteur méridienne du Soleil ayant été observée par divers Instruments dans un même jour, nous avons pris une hauteur moyenne entre les plus grandes & les plus petites, que nous avons corrigée par la parallaxe & la réfraction, telles que nous les observons présentement, pour avoir la hauteur véritable du Soleil, que nous avons comparée à la hauteur de l'Equateur d'Uranibourg, déterminée par M. Picard, pour connoître le temps vrai de l'Equinoxe.

Ayant ainsi déterminé ces Equinoxes, qui sont au nombre de 19, nous les avons comparés à ceux qui ont été observés à Paris, & nous en avons déduit la grandeur de l'année Solaire apparente, dont nous avons retranché $6''\ 38'''$ dans les Equinoxes du Printemps, & à laquelle nous avons adjoûté 5 secondes dans les Equinoxes d'Automne, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne.

E'QUINOXES observés à URANIBOURG.	*E'QUINOXES observés à* PARIS.	*Grandeur de l'année Solaire moyenne.*
1584 Mars 10 à $1^h\,21'$	1716 Mars 19 à $23^h\,46'$	$365^j\;5^h\;48'\;35''$
1584 Sept. 12 à 12 1	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 49 7
1585 Mars 10 à 7 26	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 23
1585 Sept. 12 à 17 53	1713 Sept. 22 à 17 52	365 5 49 10
1586 Mars 10 à 13 16	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 28
1586 Sept. 12 à 23 56	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 49 3
1587 Mars 10 à 18 30	1715 Mars 20 à 17 56	365 5 48 42
1587 Sept. 13 à 6 27	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 45
1588 Mars 10 à 0 51	1716 Mars 19 à 23 46	365 5 48 27
1588 Sept. 12 à 11 25	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 49 $3\frac{1}{2}$
1589 Mars 10 à 5 40	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 50
1589 Sept. 12 à 17 39	1713 Sept. 22 à 17 52	365 5 48 55
1590 Mars 10 à 11 $49\frac{1}{2}$	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 48
1590 Sept. 12 à 23 42	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 48 48
1592 Sept. 12 à 11 19	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 48 45
1594 Mars 10 à 10 59	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 50
1594 Sept. 12 à 23 16	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 48 39
1595 Sept. 13 à 4 23	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 $55\frac{1}{2}$
1597 Mars 10 à 4 48	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 32

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de $365^j\;5^h\;48'\;47''$, fort approchante de celle qui résulte des obſervations de Hipparque.

Il nous reſte préſentement à examiner les obſervations qui ont été faites dans le ſiécle précédent pour déterminer les E'quinoxes.

Entre ces obſervations, nous avons celles qui ont été faites à Bologne, depuis l'année 1641 juſqu'en 1654, par le P. Riccioli, qui s'en eſt ſervi pour déterminer le temps de dix E'quinoxes, dont huit du Printemps, & deux d'Automne, qu'il rapporte dans ſon Aſtronomie réformée *(p. 13)*.

Comme la détermination des E'quinoxes ſuppoſe celle de la hauteur de l'E'quateur, nous examinerons d'abord les obſervations que le P. Riccioli a faites pour trouver la hauteur de l'E'quateur à Bologne, y employant les réfractions dont il n'a point tenu compte dans cette recherche, parce qu'il les croyoit nulles ou insensibles à la hauteur de 45 degrés, qui est à peu-près celle de l'Equateur à Bologne.

Ces observations, qui sont rapportées au Chapitre 14 du Livre 4 de son Astronomie réformée, furent faites, tant par un Gnomon, que par divers autres Instruments, au College de S.te Lucie. Il y observa à la fin de l'année 1655, par deux Sextans, l'un de 7, & l'autre de 12 pieds, la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire dans la partie supérieure de son cercle, de $47^d\ 2'\ 42''$, & dans sa partie inférieure, de $41^d\ 57'\ 36''$; d'où il détermina la hauteur du Pole du lieu où il faisoit ses observations, de $44^d\ 30'\ 9''$, qu'il trouva ensuite de $44^d\ 30'\ 10''$ par d'autres observations faites avec le Gnomon.

Retranchant de la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire, observée dans sa partie supérieure de $47^d\ 2'\ 42''$, la réfraction qui est de 56 secondes, on aura sa hauteur véritable, de $47^d\ 1'\ 46''$. Retranchant pareillement de la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire, observée dans sa partie inférieure, de $41^d\ 57'\ 36''$, la réfraction qui est de $1'\ 5''$, on aura sa hauteur véritable, de $41^d\ 56'\ 31''$. La différence entre ces hauteurs, est de $5^d\ 5'\ 15''$, dont la moitié $2^d\ 32'\ 37''\frac{1}{2}$ étant retranchée de la plus grande, ou adjoûtée à la plus petite, donne la hauteur du Pole de Bologne, de $44^d\ 29'\ 8''\frac{1}{2}$, plus petite d'une minute que celle qui a été déterminée par le P. Riccioli.

Cette hauteur du Pole se confirme par les observations des hauteurs méridiennes faites dans les Solstices, qui sont rapportées au Chapitre 5 du 1.er Livre, dont la plus certaine est selon lui, de $69^d\ 0'\ 5''$. Retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui est à cette hauteur, de 18 secondes, on aura la hauteur véritable du Tropique de l'Ecrevisse, de $68^d\ 59'\ 47''$, de laquelle si l'on ôte l'obliquité de l'Ecliptique, que nous avons trouvée de $23^d\ 29'\ 2''$ par les observations faites à Bologne vers ce temps-là, reste la hauteur de l'Equateur, de $45^d\ 30'\ 45''$, & celle du Pole, de $44^d\ 29'\ 15''$, éloignée seulement de $6''\frac{1}{2}$ de celle qui a été déterminée ci-dessus.

Si l'on employe présentement la hauteur de l'Equateur que nous venons de déterminer, qui s'écarte le moins de celle du P. Riccioli, avec la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve présentement, on aura le temps des Equinoxes, tel que nous le rapporterons ici, avec la grandeur de l'année, qui résulte de la comparaison de ces Equinoxes avec les nôtres; ayant égard à la différence de Méridiens, de 37 minutes, dont Bologne est plus oriental que Paris, & à la différence entre l'année moyenne & l'apparente, qui est dans l'Equinoxe du Printemps, de 6 secondes, qu'il faut retrancher de l'année apparente; & dans l'Equinoxe d'Automne, de 5 second. qu'il faut y adjoûter.

EQUINOXES observés à BOLOGNE.	*EQUINOXES observés à PARIS.*	*Grandeur de l'année Solaire moyenne.*
1641 Sept. 22 à 8^h 15′	1713 Sept. 22 à 17^h 52′	365^j 5^h 48′ 36″
1642 Mars 20 à 2 29	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 31
1643 Mars 20 à 8 33	1715 Mars 20 à 17 56	365 5 48 14
1643 Sept. 22 à 19 40	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 51
1644 Mars 20 à 14 13	1716 Mars 19 à 23 46	365 5 48 22
1645 Mars 20 à 20 13	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 4
1647 Mars 20 à 7 27	1719 Mars 20 à 17 2	365 5 48 24
1649 Mars 19 à 19 17	1721 Mars 20 à 5 13	365 5 48 42
1653 Mars 19 à 18 7	1725 Mars 20 à 4 33	365 5 49 7
1654 Mars 20 à 0 1	1726 Mars 20 à 10 23	365 5 49 4

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de 365^j 5^h 48′ 35″, plus petite de 12 second. que celle que l'on a trouvée ci-dessus. Cette différence ne doit pas paroître bien considérable, si l'on remarque qu'elle peut être causée par une erreur d'environ 15 second. tant dans la hauteur de l'Equateur de Bologne & de Paris, que dans les observations des hauteurs du Soleil, faites en ces deux villes.

Ces observations ont été suivies par celles que mon Pere a faites dans la même ville à la Méridienne de S.t Petrone, que le P. Riccioli rapporte immédiatement après les siennes.

Ayant employé dans ces observations, la réfraction & la parallaxe du Soleil, nous avons déterminé le temps des Equinoxes, tels que nous les rapporterons ici, supposant la hauteur de l'Equateur de Bologne, de 45^d 30′ 40″, comme elle a été trouvée par un grand nombre d'observations. On a ensuite comparé ces Equinoxes avec les nôtres, ayant égard à la différence des Méridiens entre Paris & Bologne, & à la différence entre l'année Solaire moyenne & l'apparente, qui, dans l'Equinoxe du Printemps, est de 7″ 0‴, qu'il faut retrancher de l'année apparente, & dans l'Equinoxe d'Automne, de 5″ 0‴, qu'il faut y adjoûter.

Autres EQUINOXES observés à BOLOGNE.	*EQUINOXES observés à PARIS.*	*Grandeur de l'année Solaire moyenne.*
1655 Sept. 22 à 17^h 3′	1735 Sept. 23 à 2^h 6′	365^j 5^h 49′ 20″
1656 Mars 19 à 11 51.	1736 Mars 19 à 20 1	365 5 48 29
1656 Sept. 22 à 23 11	1736 Sept. 22 à 7 47	365 5 48 43

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 53″$\frac{1}{2}$, peu différente de celle qui résulte des observations de Hipparque.

Nous finirons cette recherche par l'examen des observations qui ont été faites à Dantzick, par Hevelius, depuis l'année 1652 jusqu'en 1678.

Le 1.^{er} Décembre de l'année 1676, il y observa la hauteur apparente de l'Etoile Polaire dans la partie supérieure de son cercle, de 56^d 48′ 25″, dont retranchant la réfraction, qui est de 30″, reste la hauteur véritable, de . . . . 56^d 47′ 47″.

Le 2 Avril de l'année suivante 1677, il observa la hauteur apparente de cette Etoile dans la partie inférieure de son cercle, de 51^d 57′ 25″, dont il faut retrancher 47″ pour la réfraction, & l'on aura sa hauteur véritable, de . . . . 51^d 56′ 38″, dont on ôtera 6″ pour son mouvement en déclinaison, depuis le 1.^{er} Décembre 1676 jusqu'au 2 Avril 1677, qui l'a fait approcher du Pole, de cette quantité, & l'on aura la hauteur véritable de l'Etoile Polaire dans sa partie inférieure pour le 1.^{er} Décembre 1676, de 51^d 56′ 32″. La retranchant de 56^d 47′ 47″, la différence est de 4^d 51′ 15″, dont la moitié 2^d 25′ 37″$\frac{1}{2}$, étant adjoûtée à 51^d 56′ 32″, donne la hauteur du Pole à Dantzick, de 54^d 22′ 10″, & celle de l'Equateur, de 35^d 37′ 50″.

La hauteur de l'Equateur à Dantzick étant connuë, & la différence des Méridiens entre Paris & cette ville, de 1^h 7′ dont Dantzick est plus oriental, on trouve l'anticipation annuelle des Equinoxes l'un portant l'autre, de 11 min. & quelques secondes.

Il eſt à remarquer que toutes les obſervations des E'quinoxes du Printemps, donnent l'anticipation annuelle plus petite que celles de l'E'quinoxe d'Automne, d'une quantité qui monte quelquefois à plus de 2', ce qu'il eſt cependant aiſé de concilier, en ſuppoſant que l'Inſtrument dont Hevelius s'eſt ſervi, faiſoit paroître les objets plus élevés qu'ils ne ſont effectivement, de 30 ſecond. de degré, qui, étant retranchées de toutes les obſervations, donnent la hauteur du Pole de Dantzick, de 54^d 21' 40", & accorde les obſervations des E'quinoxes, tant du Printemps que de l'Automne, avec toute la préciſion que l'on peut eſpérer. Cette correction n'eſt pas trop grande pour qu'on ne la puiſſe ſuppoſer dans des obſervations qu'il declare avoir faites ſans le ſecours des Lunettes, & j'ai cru la devoir propoſer pour ſuivre en cela l'intention de ce célébre Aſtronome, qui, dans ſa Préface au ſecond tome de ſon livre intitulé *Machina Cæleſtis*, p. 45, invite les Aſtronomes, d'examiner & de faire connoître à la poſtérité, juſqu'à quel point d'exactitude il a pû arriver. Cette recherche pourra auſſi être utile aux Aſtronomes qui voudront dans la ſuite, comparer leurs obſervations avec celles d'Hevelius.

Si l'on examine preſentement la grandeur de l'année Solaire, qui réſulte des obſervations des E'quinoxes, à la réſerve de celles de Ptolemée, qui s'éloignent d'une minute de toutes les autres, on trouve qu'elle eſt, ſuivant les obſervations

de Hipparque, de	365^j	5^h	48'	49"
d'Albategnius, de	365	5	48	49
de Regiomontanus & de Waltherus, de	365	5	48	51
de Copernic, de	365	5	48	43
du Landgrave de Heſſe & de ſes Mathématiciens, de	365	5	48	49
de Tycho, de	365	5	48	47
du P. Riccioli, à Bologne, de	365	5	48	35
de M. Caſſini, à Bologne, de	365	5	48	53
Et ſuivant nos obſervations faites à l'Obſervatoire de Paris, de	365	5	48	46

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48' 47".

Cinquiéme

Cinquiéme Méthode de déterminer la grandeur de l'année Solaire, par les obſervations des Solſtices.

Il faut préſentement examiner la grandeur de l'année, qui réſulte des obſervations des Solſtices, leſquelles ont deux avantages conſidérables.

Le premier eſt que pour déterminer les Equinoxes, il faut ſuppoſer la hauteur de l'Equateur, que l'on trouve ou par l'obſervation de l'Etoile Polaire, qui eſt ſujette à quelques variations en divers temps de l'année, ou bien par la comparaiſon des hauteurs Solſticiales de l'Eté à l'Hyver, qu'il faut corriger par la parallaxe & par la réfraction ; au lieu que la détermination des Solſtices ne dépend point de celle de l'Equateur, & ne peut être altérée ſenſiblement par les variations cauſées par la réfraction & la parallaxe.

Le ſecond avantage eſt que quand même l'Inſtrument dont on ſe ſert, ne donneroit pas les hauteurs du Soleil exactes, on ne laiſſe pas de déterminer avec à peu-près la même préciſion, le temps du Solſtice qui eſt celui où le Soleil arrive à midi à ſa plus grande ou à ſa plus petite hauteur.

Il eſt vrai que vers le temps du Solſtice, le mouvement du Soleil en déclinaiſon eſt preſque inſenſible, de ſorte qu'il eſt très-difficile d'en déterminer le moment avec préciſion ; mais on remédie à cet inconvénient, en obſervant pluſieurs jours avant ou après, la hauteur méridienne du Soleil dans des temps où ſon mouvement eſt plus ſenſible, & remarquant les jours auxquels le Soleil, après avoir paſſé par le Solſtice, retourne à la même hauteur, ou à celle qui approche le plus de la premiére obſervation.

Lorſque la hauteur du Soleil, trouvée par la ſeconde obſervation, n'eſt pas préciſément la même que celle qui a été trouvée par la premiére, ce qui arrive le plus ſouvent, on prendra la différence entre les hauteurs du Soleil d'un jour à l'autre, dont l'une ſera plus grande & l'autre plus petite que dans la premiére obſervation ; & l'on fera, comme cette différence eſt à celle qui a été trouvée entre les deux obſervations faites avant & après le Solſtice ; ainſi 24 heures ſont au nombre d'heures, minutes & ſecondes, qu'il faut adjoûter au temps de la ſeconde obſervation, ou l'en retrancher, pour avoir l'heure à laquelle le Soleil avoit la même déclinaiſon que dans la premiére obſervation.

Comme le mouvement du Soleil en déclinaiſon d'un jour à l'autre, ne ſe diſtribuë pas également dans les 24 heures, principalement près des Solſtices, on peut, pour une plus grande préciſion, prendre la déclinaiſon qui réſulte des trois obſervations, & calculer l'aſcenſion droite qui y répond. On fera enſuite, comme la différence entre l'aſcenſion droite d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre l'aſcenſion droite qui répond aux deux premiéres obſervations, l'une avant, & l'autre après le Solſtice; ainſi 24 heur. ſont au nombre d'heures, minutes & ſecondes, qu'il faut adjoûter au temps de la ſeconde obſervation, ou l'en retrancher, pour avoir l'heure qui répond à la premiére obſervation.

Prenant le milieu entre le temps de la premiére obſervation & celui de la ſeconde ainſi réduit, on aura le temps apparent du Solſtice, qui ſeroit le véritable, ſi le mouvement du Soleil étoit égal de part & d'autre du Solſtice, comme il eſt arrivé il y a environ 400 ans dans le temps que l'Apogée du Soleil étoit au commencement de l'Ecreviſſe.

Mais comme cet Apogée en eſt éloigné préſentement de plus de 8 degrés, il arrive que le mouvement du Soleil avant & après les Solſtices, eſt inégal dans des temps égaux, plus prompt avant le Solſtice d'Eté où le Soleil eſt plus éloigné de l'Apogée, qu'après ce Solſtice où le Soleil en eſt plus proche.

Pour reconnoître cette inégalité, ſoit *ABPI (Fig. 36.)* l'Orbe elliptique du Soleil, dont l'Apogée eſt en *A*, & le Périgée en *P*, *F* la Terre à l'un des foyers, *E* le centre du moyen mouvement qui eſt à l'autre foyer, *S* le point du Solſtice d'Eté qui répond au commencement de l'Ecreviſſe, *T* le point du Solſtice d'Hyver qui eſt à l'oppoſite, *L* le point du Bélier, & *H* celui de la Balance.

La déclinaiſon du Soleil étant connuë par le moyen de ſa hauteur méridienne, on aura ſon vrai lieu, comme en *I*, pour le temps de la premiére obſervation, & en *B*, pour le temps de la ſeconde, & les angles *LFI*, *LFB*, meſureront la longitude du Soleil dans ces deux ſituations. La différence *BFI* entre ces angles étant partagée en deux également par la ligne *FS*, le point *S* marquera le vrai lieu du Solſtice ſur l'Orbe du Soleil.

Si l'on retranche préſentement du vrai lieu du Soleil dans ces deux obſervations, le vrai lieu de ſon Apogée, on aura dans la premiére, l'angle *AFI*, ou ſon ſupplément à 360 degrés, & dans la ſeconde, l'angle *AFB*, par le moyen deſquels on trouvera les angles *EIF* & *EBF* de l'Equation du Soleil.

Adjoûtant les angles *EIF* & *EBF* à l'angle *BFI*, qui meſure le mouvement vrai du Soleil entre ces deux obſervations, on aura l'angle *BEI*, qui meſure ſon moyen mouvement dans cet intervalle. Partageant cet angle *BEI* en deux également par la ligne *ED*, le point *D* marquera le lieu du Solſtice apparent, où le Soleil, qui paroît décrire du centre *E* du moyen mouvement, des arcs égaux en temps égaux, eſt arrivé dans le temps milieu entre les deux obſervations. L'arc *DS* meſurera donc la différence entre le lieu du Solſtice vrai qui eſt en *S*, & le lieu du Solſtice apparent qui eſt en *D*.

Pour trouver cette différence, on calculera l'Equation *ESF*, qui convient à l'angle *AFS*, diſtance du vrai lieu du Solſtice en *S* au vrai lieu de l'Apogée, & l'on aura l'angle *ESF*, qui, étant adjoûté à l'angle *AFS*, donnera l'angle *AES*. La différence entre l'angle *AES* & l'angle *AED*, diſtance du lieu apparent du Solſtice à l'Apogée du Soleil, meſurera le moyen mouvement du Soleil entre le Solſtice vrai & l'apparent, qu'on réduira en heures, à raiſon de 59′ 8″ par jour, qu'il faut adjoûter au temps du Solſtice apparent lorſque l'angle *AES* eſt plus petit que l'angle *AED*, & qu'il faut retrancher au contraire lorſqu'il eſt plus grand, pour avoir le vrai temps du Solſtice.

On peut auſſi trouver le vrai temps du Solſtice, en calculant l'angle *EDF* de l'Equation qui convient à l'angle *DEI* de la longitude moyenne du Soleil pour le temps du Solſtice apparent. Adjoûtant dans le Solſtice d'Eté, l'angle *EDF* à l'angle *DEI*, & le retranchant au contraire de l'angle *DEI* dans le Solſtice d'Hyver, on aura l'angle *LFD*, qui meſure la longitude véritable du Soleil pour le temps du Solſtice apparent. La différence entre l'angle *LFD* & l'angle *LFS*, qui eſt de 90 degrés dans le Solſtice d'Eté, & de 270 degrés dans le Solſtice d'Hyver, meſure l'angle *DFS* du vrai mouvement du Soleil entre le temps du Solſtice apparent & du vrai Solſtice, qu'on réduira en heures, minutes & ſecondes, à raiſon du mouvement journalier du Soleil, qui eſt de $57' 10''$ dans le Solſtice d'Eté, & de $61' 10''$ dans le Solſtice d'Hyver. Les adjoûtant au temps du Solſtice apparent lorſque l'angle *LFD* eſt plus petit que l'angle *LFS*, & les retranchant au contraire lorſqu'il eſt plus grand, on aura le vrai temps du Solſtice.

Pour la pratique, il ſuffira de calculer les angles *EIF* & *EBF* de l'Equation du Soleil qui convient à ſon vrai lieu lorſqu'il eſt en *I* & en *B*. Lorſque ces deux Equations ſont de même dénomination, c'eſt-à-dire, toutes les deux additives ou ſouſtractives, on les adjoûtera enſemble, & on en prendra la moitié. Mais lorſque ces deux Equations ſont de différente dénomination, c'eſt-à-dire, l'une additive, & l'autre ſouſtractive, on retranchera la plus petite de la plus grande pour avoir la différence dont on prendra auſſi la moitié. On calculera enſuite l'Equation qui convient au vrai lieu du Soleil dans le Solſtice, que l'on comparera avec la moitié de ces Equations ci-deſſus trouvées, ou leur demi-différence, & l'on retranchera la plus petite de la plus grande pour avoir la différence entre le Solſtice moyen & l'apparent, que l'on convertira en temps, & qu'il faut adjoûter au temps du Solſtice apparent, ou qu'il en faut retrancher, ſuivant ce qui a été expliqué ci-deſſus.

EXEMPLE.

La hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil a été obſervée le 17 Mai de l'année 1716, de $60^d\ 51'\ 55''$, le 25 Juillet, de $61^d\ 5'\ 0''$, & le 26 Juillet, de $60^d\ 52'\ 0''$.

La différence entre les hauteurs méridiennes du Soleil du 25 au 26 Juillet, meſure ſon mouvement en déclinaiſon dans cet intervalle, qui eſt de $13'\ 0''$, & la différence entre les deux obſervations correſpondantes du 17 Mai & du 26 Juillet, eſt de $0'\ 5''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $13'\ 0''$, ſont à $5''$; ainſi 24 heur. ſont à $9'\ 14''$, qu'il faut adjoûter au midi du 26 Juillet, à cauſe que la déclinaiſon du Soleil du 25 au 26 Juillet, alloit en diminuant, & que cette déclinaiſon étoit plus grande le 26 Juillet que le 17 Mai. Prenant l'intervalle entre le 17 Mai à midi, & le 26 Juillet à $0^h\ 9'\ 14''$ après midi, on aura $70^j\ 0^h\ 9'\ 14''$, dont la moitié $35^j\ 0^h\ 4'\ 37''$, étant adjoûtée au 17 Mai de l'année 1716, donne le temps du Solstice apparent le 21 Juin de l'année 1716, à 0^h $4'$ $37''$ après midi.

La hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil ayant été observée le 17 Mai 1716, de 60^d $51'$ $55''$, on en retranchera la réfraction moins la parallaxe, qui est de $28''$, le demi-diametre du Soleil, qui est de $15'$ $51''$, & la hauteur de l'Equateur, qui est à Paris de 41^d $9'$ $50''$, & l'on aura la déclinaison du Soleil le 17 Mai à midi, de 19^d $25'$ $46''$, qui est la même que celle du 26 Juillet à 0^h $4'$ $37''$, avec laquelle on trouvera, supposant l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d $29'$ $0''$, la longitude vraye du Soleil le 17 Mai à midi, de 1^f 26^d $35'$ $35''$, & le 26 Juillet à 0^h $4'$ $37''$, de 4^f 3^d $24'$ $25''$, qui est son supplément à 180 degrés. Retranchant le lieu de l'Apogée, qui étoit le 17 Mai 1716, de 3^f 7^d $52'$ $46''$, de 1^f 26^d $35'$ $35''$, on aura l'anomalie vraye du Soleil, de 10^f 18^d $42'$ $49''$, avec laquelle on trouvera son Equation, de 1^d $17'$ $9''$, qu'il faut retrancher du vrai lieu du Soleil pour avoir le moyen, de 1^f 25^d $18'$ $26''$. Retranchant pareillement le lieu de l'Apogée du Soleil, qui étoit le 26 Juillet 1716, de 3^f 7^d $52'$ $58''$, de 4^f 3^d $24'$ $25''$, on aura l'anomalie vraye du Soleil, de 0^f 25^d $31'$ $27''$, avec laquelle on trouvera son Equation, de $50'$ $29''$, qu'il faut adjoûter à la longitude vraye du Soleil, qui étoit le 26 Juillet à 0^h $4'$ $37''$, de 4^f 3^d $24'$ $25''$, pour avoir sa longitude moyenne, de 4^f 4^d $14'$ $54''$. La difference entre cette longitude & celle du 17 Mai, qui a été trouvée de 1^f 25^d $18'$ $26''$, est de 68^d $56'$ $28''$, dont la moitié 34^d $28'$ $14''$, étant adjoûtée à 1^f 25^d $18'$ $26''$, donne le lieu moyen du Solstice apparent, de 89^d $46'$ $40''$.

On trouvera de même l'Equation qui convient à 7^d $42'$ $56''$, distance de l'Apogée au Solstice, de 1 $6'$ $6''$, qui, étant retranchée de 3^f 0^d $0'$ $0''$, vrai lieu du Solstice, donne le lieu moyen du Solstice d'Eté de l'année 1716, de 2^f 29^d $43'$ $54''$, plus petit que le lieu moyen du Solstice apparent, de $2'$ $46''$, que le Soleil parcourt en 1^h $7'$ $20''$, à raison de $59'$ $8''$ en 24 heures, & qu'il faut retrancher du temps du Solstice apparent, déterminé le 21 Juin à 0^h $4'$ $37''$, pour avoir le vrai temps du Solstice d'Eté de l'année 1716 le 21 Juin à 10^h $57'$ $17''$ du matin.

Pour la pratique, il suffit de retrancher la seconde Equation du Soleil, qui est de 50′ 29″ $\frac{1}{2}$, de la premiére de 1^d 17′ 9″ $\frac{1}{2}$, pour avoir la différence de 26′ 40″, dont la moitié 13′ 20″, étant retranchée de 16′ 6″, Equation du vrai lieu du Soleil dans le Solstice, reste 2′ 46″, différence entre le lieu moyen du Solstice apparent, & le lieu moyen du Solstice vrai, que le Soleil parcourt en 1^h 7′ 20″, qui, étant retranchées du temps du Solstice apparent, qui a été trouvé le 21 Juin à 0^h 4′ 37″, donnent le vrai temps de ce Solstice le 21 Juin à 10^h 57′ 17″ du matin.

Autre Méthode de déterminer le temps des Solstices.

Comme dans la méthode que l'on vient de donner, on a supposé la connoissance du vrai lieu du Soleil & de son Equation, ce qui peut causer quelque variété dans la détermination du temps des Solstices, suivant les différents éléments que l'on y employe; M.^{rs} Flamsteed & Manfredi en ont proposé une qui ne suppose aucun de ces éléments, mais seulement que l'on connoisse à peu-près l'obliquité de l'Ecliptique.

Pour l'intelligence de cette méthode, soit *ABP (Fig. 37.)* un Colûre qui passe par le Pole *P*, & les points *A* & *B* des Equinoxes, *AB* l'Equateur, *ADB* l'Ecliptique, *PDC* le Colûre des Solstices, qui passe par le Pole *P* & le point *D* qui est au commencement de l'Ecrevisse où le Soleil se trouve lorsqu'il est au Solstice d'Eté, *EG* un Parallele à l'Equateur, *F* ou *f* une Etoile fixe placée à tel endroit que l'on voudra.

Si l'on suppose que le Soleil avant son passage par le Solstice, ait été observé à son passage par le Méridien lorsqu'il étoit au point *G* sur l'Ecliptique, & qu'après avoir passé par le Solstice, il soit arrivé au point *E* sur le même Parallele; il est évident que dans ces deux situations, il se sera trouvé à égale distance de part & d'autre du Solstice dont on déterminera le temps, en cette maniére.

On observera un mois ou environ avant le Solstice, la hauteur méridienne du Soleil, & l'on prendra le même jour, la différence entre son passage par le Méridien & celui d'une Etoile fixe quelconque placée en tel endroit que l'on voudra, comme en *F*, par le moyen de laquelle on trouvera la différence d'ascension droite entre le Soleil & cette Etoile, qui sera mesurée par l'angle *GPF*.

Le jour du Solſtice, de même que ceux qui le précédent ou le ſuivent immédiatement, on obſervera la différence entre le paſſage par le Méridien, du Soleil & de la même Etoile fixe, à laquelle on en peut ſubſtituer une autre dont la différence d'aſcenſion droite ſoit parfaitement connuë, au cas qu'on ne puiſſe point l'obſerver.

On attendra enſuite le temps auquel le Soleil, après avoir paſſé par le Solſtice, ſera arrivé en *E*, où ſa déclinaiſon eſt la même que dans la premiére obſervation, & l'on obſervera ſa hauteur méridienne, de même que la différence entre ſon paſſage & celui de la même Etoile fixe par le Méridien, par le moyen de laquelle on trouvera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & cette Etoile au temps de la derniére obſervation, qui eſt meſurée par l'angle *FPE*. Prenant la différence entre les angles *FPE* & *FPG*, on aura l'angle *EPG*, dont la moitié *DPG*, meſure la quantité du mouvement vrai du Soleil en aſcenſion droite, depuis ſon paſſage par le point *G* de l'Ecliptique, juſqu'à ſon paſſage par le Solſtice. L'adjoûtant à l'angle *FPG*, on aura l'angle *FPD*, qui meſure la diſtance de cette Etoile au point du Solſtice, ayant égard à ce qui peut être produit par l'Aberration des Etoiles, lorſqu'elle eſt ſenſible.

Lorſque l'Etoile ſe trouve placée, comme en *f*, entre les points *G* & *E*, qui marquent le lieu du Soleil dans les deux obſervations extrêmes, on prendra la différence entre les arcs *GPf* & *EPf* ou *GPH*, qui meſurent la diſtance en aſcenſion droite de l'Etoile au Soleil dans ces deux obſervations, & l'on aura l'angle *fPH*, dont la moitié *DPf*, étant adjoûtée à 90 degrés lorſque l'Etoile eſt au de-là du point de l'Ecreviſſe, ou en étant retranchée lorſqu'elle eſt en deçà, donne ſon aſcenſion droite véritable.

Dans ces deux cas, il eſt évident que lorſque la différence entre l'aſcenſion droite du Soleil & celle de l'Etoile *F* ou *f*, ſera égale à l'angle *FPD* ou *DPf*, le Soleil paſſera par le point *D* du Solſtice.

Pour le déterminer, on comparera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & l'Etoile, pour le jour du Solſtice à midi, avec l'angle *FPD* ou *fPD*. Si elle ſe trouve de la même grandeur, c'eſt une preuve que le Soleil a paſſé à midi par le point du Solſtice. Si elle ſe trouve plus grande ou plus petite, on prendra la partie proportionnelle du temps, qui répond à la différence obſervée entre cet angle & la diſtance en aſcenſion droite du Soleil à l'Etoile, qui, étant adjoûtée à midi, ou en étant retranchée, donne le vrai temps du Solſtice.

Comme dans les obſervations correſpondantes du Soleil, faites avant & après le Solſtice, il arrive rarement qu'à ſon paſſage par le Méridien, il ſe trouve à la même hauteur; on déduira des obſervations faites un jour avant ou après, le temps auquel il a dû avoir la même déclinaiſon que dans la premiére obſervation, pour lequel on calculera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & l'Etoile.

Exemple.

Le 29 Mai 1737, à midi, temps vrai, on a obſervé la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, de $63^d\ 6'\ 0''$.

Le 14 Juillet ſuivant, à midi, temps vrai, on a obſervé la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, de $63^d\ 7'\ 0''$, & le lendemain 15 Juillet, de $62^d\ 57'\ 35''$, avec une différence d'un jour à l'autre, de $9'\ 25''$.

Comme la hauteur du Soleil étoit le 14 Juillet, plus grande d'une minute que le 29 Mai, on prendra la partie proportionnelle du temps qui convient à cette quantité, à raiſon de $9'\ 25''$ pour 24 heures, que l'on trouvera de $2^h\ 32'\ 55''$, qui, étant adjoûtée à l'heure de l'obſervation du 14 Juillet, donne $2^h\ 32'\ 55''$ pour le temps vrai auquel la déclinaiſon du Soleil & ſa diſtance au point du Solſtice, étoit le 14 Juillet 1737, de la même quantité que le 29 Mai à midi.

Ce même jour 29 Mai, on a obſervé la différence entre le paſſage du Soleil & celui de *Sirius* par le Méridien, de $2^h\ 8'\ 15''\frac{1}{4}$, qui, étant converties en degrés, à raiſon de 360 degrés pour $23^h\ 56'\ 1''\frac{1}{2}$, temps du retour de *Sirius* au Méridien, donnent la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & *Sirius*, de $32^d\ 9'\ 8''$ à midi.

Le 14 Juillet ſuivant, le paſſage de *Sirius* par le Méridien, conclu par les obſervations du 15 & du 16 Juillet, eſt arrivé à $11^h\ 0'\ 59''$, & celui du Soleil a été obſervé à $0^h\ 1'\ 51''\frac{1}{2}$, ce qui donne la différence entre ces paſſages, de $1^h\ 0'\ 52''\frac{1}{2}$, qui, convertie en degrés, à raiſon de $23^h\ 55'\ 22''\frac{1}{2}$, retour de *Sirius* au Méridien, au Méridien, donne la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & *Sirius*, de $15^d\ 16'\ 4''$ à midi.

Le mouvement vrai du Soleil en aſcenſion droite entre le 14 & le 15 Juillet, étant de $1^d\ 0'\ 45''$, on en prendra la partie proportionnelle qui convient à $2^h\ 32'\ 53''$, que l'on trouvera de $6'\ 40''$, qui, étant adjoûtées à $15^d\ 16'\ 4''$, aſcenſion droite de *Sirius* le 14 Juillet à midi, donnent $15^d\ 22'\ 44''$ pour l'aſcenſion droite du Soleil le 14 Juillet à $2^h\ 32'\ 55''$, temps vrai auquel la diſtance du Soleil au point du Solſtice étoit de la même quantité que le 29 Mai à midi.

Retranchant cette aſcenſion droite de celle qui avoit été trouvée le 29 Mai, de $32^d\ 9'\ 8''$, on aura $16^d\ 46'\ 24''$, dont la moitié $8^d\ 23'\ 12''$, meſure la diſtance de *Sirius* au point du Solſtice, qu'il faut adjoûter à 90 degrés, à cauſe que le 21 Juin, le paſſage de *Sirius* ſuivoit celui du Soleil, & l'on aura l'aſcenſion droite de *Sirius* le 21 Juin 1737, de $98^d\ 23'\ 12''$.

Pour trouver préſentement le temps du Solſtice, on employera les obſervations des 19 & 20 Juin 1737, ſuivant leſquelles on trouve que le paſſage de *Sirius* par le Méridien, eſt arrivé le 21 Juin à $0^h\ 33'\ 34''$, ce qui donne la différence d'aſcenſion droite entre cette Etoile & le Soleil pour le temps de cette obſervation, de $8^d\ 23'\ 30''$, plus grande de 18 ſecondes que la diſtance en aſcenſion droite de *Sirius* au point du Solſtice, qui avoit été trouvée le 21 Juin, de $8^d\ 23'\ 12''$; d'où il ſuit que le Soleil, dont la différence d'aſcenſion droite par rapport à *Sirius*, alloit en diminuant, n'étoit pas encore arrivé au Solſtice, & qu'il en étoit éloigné d'un intervalle de temps qui répond à 18 ſecondes d'aſcenſion droite, qu'on trouvera de 7 minutes, & qui, étant adjoûté à $0^h\ 33'\ 34''$, donne le Solſtice d'Eté le 21 Juin 1737 à $0^h\ 41'$ après midi, temps vrai.

On voit que par le moyen de cette méthode, on peut déterminer immédiatement l'aſcenſion droite des Etoiles fixes, & qu'elle eſt préférable à la précédente pour déterminer le temps des Solſtices, en ce qu'elle ne ſuppoſe aucun élément. Mais comme outre les obſervations du Soleil, qui lui ſont communes avec la premiére, elle demande celles d'une Etoile fixe, faites en trois temps différents ; les petites erreurs qu'il eſt difficile d'éviter dans un grand nombre d'obſervations, peuvent égaler celles qui proviennent du défaut de préciſion dans la ſituation de l'Apogée du Soleil & de ſon E'quation, que nous avons employés pour déterminer le temps vrai de pluſieurs Solſtices, tels qu'on les a rapportés ici.

Solſtices obſervés à Paris.

Solſtices d'E'té.					Solſtices d'Hyver.			
1672	Juin	20	7h	24'				
1684	Juin	20	5	26	Décembre	20	8h	21'
1685	Juin	20	10	40	Décembre	20	14	7
1686	Juin	20	17	10	Décembre	20	20	4
1687	Juin	20	23	0	Décembre	21	1	43
1688	Juin	20	4	47	Décembre	20	7	42
1689	Juin	20	10	30	Décembre	20	13	36
1690	Juin	20	16	17	Décembre	20	19	25
1691	Juin	20	22	0	Décembre	21	1	16
1692	Juin	20	3	32	Décembre	20	6	56
1693	Juin	20	9	13	Décembre	20	12	34
1694	Juin	20	15	14	Décembre	20	18	40
1695	Juin	20	21	1	Décembre	21	0	12
1696	Juin	20	2	45	Décembre	20	6	16
1697	Juin	20	8	35	Décembre	20	11	56
1698	Juin	20	14	30	Décembre	20	17	50
1699	Juin	20	20	10	Décembre	20	23	40
1700	Juin	21	2	0	Décembre	21	5	46
1701	Juin	21	7	50	Décembre	21	11	40
1702	Juin	21	13	36	Décembre	21	17	34
1703	Juin	21	19	35	Décembre	21	23	16
1704	Juin	21	1	16	Décembre	21	5	0
1705	Juin	21	7	14	Décembre	21	10	50
1706	Juin	21	13	15	Décembre	21	16	32

	Solstices d'Eté.				Solstices d'Hyver.			
1707	Juin	21	18^h	52′	Décembre	21	22^h	20′
1708	Juin	21	0	43	Décembre	21	4	31
1709	Juin	21	6	18	Décembre	21	9	57
1710	Juin	21	12	3	Décembre	21	15	34
1711	Juin	21	17	50	Décembre	21	21	29
1712	Juin	20	23	36	Décembre	21	3	11
1713	Juin	21	5	29	Décembre	21	9	39
1714	Juin	21	11	15	Décembre	21	15	25
1715	Juin	21	17	2	Décembre	21	21	13
1716	Juin	20	22	57	Décembre	21	3	5
1717	Juin	21	4	50	Décembre	21	8	56
1718	Juin	21	10	47	Décembre	21	14	32
1719	Juin	21	16	38	Décembre	21	19	58
1720	Juin	20	22	20	Décembre	21	2	8
1721	Juin	21	4	11	Décembre	21	7	37
1722	Juin	21	9	30 *dub.*	Décembre	21	13	38
1723	Juin	21	15	1 *dub.*	Décembre	21	19	53
1724	Juin	20	21	18	Décembre	21	1	49
1725	Juin	21	3	18	Décembre	21	7	32
1726	Juin	21	8	46	Décembre	21	13	27
1727	Juin	21	14	34	Décembre	21	18	54
1728	Juin	20	20	2	Décembre	21	0	36
1729	Juin	21	2	9	Décembre	21	6	12
1730	Juin	21	8	16	Décembre	21	12	10
1731	Juin	21	13	35	Décembre	21	18	7
1732	Juin	20	19	28	Décembre	20	23	51
1733	. . . .				Décembre	21	5	46
1734	Juin	21	7	16	Décembre	21	11	57
1735	Juin	21	13	18	Décembre	21	17	42
1736	Juin	20	18	55	Décembre	20	23	21

	Solstices d'Eté.			Solstice d'Hyver.		
1737	Juin 21	0^h	41′	Décembre 21	5^h	15′
1738	Juin 21	6	33			

Il faut présentement examiner quelle est la grandeur de l'année qui résulte des observations des Solstices, dont l'erreur sera moins sensible plus elle sera partagée par un grand nombre d'années.

Solstice observé à Athenes le 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ.

La plus ancienne de ces observations est celle qui, au rapport de Ptolemée *(liv. 3. chap. 2.)* a été faite à Athenes par Meton & Euctemon le 21.^{me} jour du mois de *Phamenoth* de l'année 316 de Nabonassar, au matin, ce qui, réduit à nos époques, se rapporte au 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ, à 5^h du matin.

Les circonstances de cette observation méritent qu'on y ait un égard particulier, tant à cause qu'elle a été faite par le moyen d'un célébre Héliometre ou Instrument pour mesurer le cours du Soleil, que Méton fils de Pausanias, dédia publiquement dans l'assemblée des Etats, que parce que ce Solstice fut pris pour l'époque de son Cycle de 19 années, qui est encore en usage parmi toutes les Nations.

Suivant nos observations, le Solstice d'Eté de l'année 1717, est arrivé à Paris le 21 Juin à 4^h 50′. Retranchant 11 jours de ce temps pour le réduire à la forme Julienne, & y adjoûtant 1^h 28′ dont Athenes est plus oriental que Paris, on aura le Solstice d'Eté de l'année 1717, réduit à la forme Julienne & au Méridien d'Athenes, le 10 Juin à 6^h 18′.

L'intervalle de temps entre ce Solstice & celui de Méton, est de 2148 années moins 16^j 10^h 42′, ce qui fait voir que dans l'intervalle de 2148 années Juliennes, de 365 jours 6 heur. le temps du Solstice a retardé de 16^j 10^h 42′, ce qui est à raison de 11^h 1′ 30″ par année. Les retranchant de 365 jours 6 heur. on aura la grandeur de l'année, de . . 365^j 5^h 48′ 58″ 30‴, à laquelle il faut adjoûter 50″ 9‴, dont l'année Solaire moyenne retarde à l'égard de l'année apparente, & l'on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . . 365^j 5^h 49′ 48″ 39‴, qui excede de près d'une minute, celle qui a été déterminée par l'obſervation des Equinoxes.

On trouvera une moindre différence, ſi l'on ſuppoſe avec Scaliger *(lib. 2. de Emend. Temp.)* & le P. Petau *(Uran. var. diſſ. lib. 6. cap. 10.)* que Méton, par l'obſervation du temps du vrai Solſtice, avoit déterminé le moyen au 21.^{me} du mois de *Phamenoth* de l'année 316 de Nabonaſſar, & qu'il s'en étoit ſervi pour commencer le Cycle Solaire qui porte ſon nom. Car ſuivant nos Tables, le vrai Solſtice étant arrivé plus tard que le moyen, de $23^h\ 36'$, ſi on les adjoûte au 27 Juin de l'année 431 avant Jeſus-Chriſt à 5 heures du matin, on aura le temps du Solſtice vrai le 28 Juin de la même année à $4^h\ 26'$ du matin. Comparant ce temps avec celui du Solſtice de l'année 1717, on aura, toute réduction faite, la grandeur de l'année Solaire, de . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 9''\ 23'''$.

Solſtice obſervé à Alexandrie le 24 Juin de l'année 140 après Jeſus-Chriſt.

Depuis l'obſervation du Solſtice faite par Méton, juſqu'au ſecond ſiécle après J. C. nous n'en avons point trouvé d'autre que celle qui, au rapport de Ptolemée, eſt arrivée le 11 du mois de *Meſſori* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, peu de temps après minuit, ce qui ſe rapporte au 24 Juin de l'année 140 après Jeſus-Chriſt, à 13 heures.

Entre cette obſervation & celle de Méton, il y a 571 années, dont 143 biſſextiles moins 2 jours 4 heures, ce qui eſt conforme à l'intervalle entre ces obſervations, que Ptolemée remarque être de 571 années Egyptiennes, de 365 jours chacune plus 140 jours & 20 heures.

Le Solſtice d'Eté de l'année 1732, eſt arrivé, ſuivant nos obſervations, à Paris le 20 Juin à $19^h\ 28'\ 30''$. Retranchant de ce temps 11 jours pour le réduire à la forme Julienne, & y adjoûtant $1^d\ 51'\ 36''$, dont Alexandrie eſt plus orientale que Paris, on aura le Solſtice d'Eté de 1732, réduit à la forme Julienne & au Méridien d'Alexandrie, le 9 Juin à $21^h\ 20'$.

L'intervalle de temps entre ce Solſtice & celui de Ptolemée, eſt de 1592 années Juliennes moins $14^j\ 15^h\ 40'$, qui, étant partagées par 1592, donnent pour chaque année $13'\ 15''$, qu'il

faut retrancher de 365 jours 6 heures, pour avoir la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . $365^j\ 5^h\ 46'\ 45''$.
Y adjoûtant $51''\ 12'''$, dont l'année Solaire moyenne retarde à l'égard de l'année apparente, l'on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 36''$.

Cette grandeur de l'année s'accorde à quelques secondes près avec celle qui résulte des obſervations des Équinoxes, faites par Ptolemée, lequel, par la comparaiſon de ſes obſervations avec celles des Anciens, juge que l'année Solaire moyenne ne retardoit à l'égard de l'année Julienne, que d'un jour dans l'eſpace de 300 ans; au lieu que, ſuivant le Calendrier Grégorien qui eſt en uſage parmi nous, & dans lequel on a ſuppoſé le mouvement du Soleil à peu-près conforme à ce qui réſulte des obſervations les plus exactes, ce retardement eſt de 3 jours dans l'eſpace de 400 années.

Ptolemée qui rapporte ces obſervations des Solſtices, ne fait pas de difficulté d'avouer qu'il n'eſt pas facile de diſcerner avec préciſion, le moment du Solſtice, qu'il déterminoit, ſelon toutes les apparences, par l'obſervation du temps où le Soleil paroiſſoit être dans ſa plus grande déclinaiſon à l'égard de l'Équateur, ce que l'on ſçait être ſujet à erreur, à cauſe que ſon mouvement en déclinaiſon eſt alors preſque inſenſible.

Examinons préſentement quelle eſt la grandeur de l'année Solaire moyenne, qui réſulte des obſervations des Solſtices déterminés par les hauteurs correſpondantes du Soleil, de la maniére qui a été expliquée ci-deſſus.

Les plus anciennes de ces obſervations qui ſoient venuës à notre connoiſſance, ſont celles qui ont été faites à Nuremberg, par Regiomontanus & Waltherus, dont nous avons déja fait mention dans la comparaiſon des Équinoxes.

Le 22 Novembre de l'année 1487, la Corde de la diſtance du Soleil au Zénit de Nuremberg, étoit de 116475 parties, dont le rayon eſt 100000.

Elle fut obſervée le 2 Janvier de l'année ſuivante 1488, de 116525, & le 3 Janvier de 116275.

La différence entre l'obſervation du 2 & du 3 Janvier, eſt de 250, & entre celle du 22 Novembre & du 2 Janvier, elle eſt de 50; c'eſt pourquoi l'on fera, comme 250 ſont à 50;

ainſi 24 heures ſont à $4^h\ 48'$, qu'il faut adjoûter au midi du 2 Janvier, & l'on trouvera que le 2 Janvier à $4^h\ 48'$, le Soleil avoit la même déclinaiſon que le 22 Novembre à midi. L'intervalle entre ces deux déterminations, eſt de $41^j\ 4^h\ 48'$, dont la moitié $20^j\ 14^h\ 24'$, étant adjoûtée au midi du 22 Novembre, détermine le Solſtice d'Hyver apparent de l'année 1477 au 12 Décembre à $14^h\ 24'$. Y adjoûtant 12 minutes, dont le temps du Solſtice vrai excedoit celui du Solſtice apparent, on aura le temps du Solſtice vrai de l'année 1487, à Nuremberg le 12 du mois de Décembre à $14^h\ 36'$.

On trouvera de la même maniére, le temps du Solſtice vrai obſervé à Nuremberg en différentes années, tel qu'on l'a marqué ici.

Solſtices obſervés à Nuremberg.

1487	Décembre	12	à	14^h	$36'$	$0''$
1493	Décembre	12	à	0	51	0
1498	Décembre	12	à	5	6	21
1503	Juin	12	à	12	46	34

Pour comparer préſentement l'obſervation du Solſtice d'Hyver de l'année 1487 avec celle de 1731, qui eſt arrivée à Paris le 21 Décembre à $18^h\ 7'$, on retranchera de la derniére 11 jours pour la réduire à la forme Julienne, & on y adjoûtera $34'\ 56''$, dont Nuremberg eſt plus oriental que Paris, & on aura le 10 Décembre à $18^h\ 42'$ pour le temps du Solſtice de 1731, réduit à la forme Julienne & au Méridien de Nuremberg. L'intervalle de temps entre ce Solſtice & celui de 1487, eſt de 244 années Juliennes moins $1^j\ 0^h\ 19'\ 54''$, qui, étant partagées par 244, donnent pour chaque année 365 jours 6 heures moins $10'\ 48''\frac{1}{2}$, ou $365^j\ 5^h\ 49'\ 11''\frac{1}{2}$ pour la grandeur de l'année apparente, dont il faut retrancher $50''\ 37'''$ pour avoir la grandeur de l'année moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 21''$.

On trouvera de la même maniére, par la comparaiſon des Solſtices des 12 Décembre 1493 & 21 Décembre 1729, la grandeur de l'année, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 27''\frac{1}{2}$.

Par les Solſtices des 12 Décembre 1498 & 21 Décembre 1730, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''\frac{1}{2}$.

Et par les Solstices des 12 Juin 1503 & 21 Juin 1731, de . . . . 365^j 5^h 48′ 35″.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 31″.

Depuis les observations de Waltherus faites à Nuremberg vers les Solstices, nous avons celles qui ont été faites à Uranibourg, par Tycho, qui y a employé divers Instruments dont la description est rapportée dans l'Histoire Céleste de Lucius Barettus.

Entre ces observations, nous avons choisi celles qui ont été faites avec les Instruments les plus solides, parce qu'étant moins sujets à s'altérer, il doit y avoir moins de variation dans les hauteurs correspondantes observées dans des temps éloignés l'un de l'autre; & nous avons déterminé le vrai temps des Solstices, ainsi qu'il est rapporté ici.

Solstices observés à Uranibourg.

1582	Décembre	11	à	15^h	6′
1583	Juin	11	à	19	29
1584	Juin	11	à	2	10
1584	Décembre	11	à	2	7
1585	Juin	11	à	7	45
1585	Décembre	11	à	8	30
1586	Juin	11	à	13	37
1586	Décembre	11	à	14	8
1588	Juin	11	à	1	36
1589	Décembre	11	à	7	4
1590	Décembre	11	à	13	8
1591	Juin	11	à	18	37
1594	Décembre	11	à	12	24
1595	Décembre	11	à	18	34

Pour déterminer, par le moyen de ces observations, la grandeur de l'année moyenne, on a adjoûté au temps des Solstices arrivés à Uranibourg, 11 jours, & l'on en a retranché 42 minut. différence des Méridiens, dont Uranibourg est plus oriental que Paris,

Paris, & on a eu le temps de ces Solſtices, réduit à la forme Grégorienne, & au Méridien de Paris, que l'on a comparé à ceux qui ont été obſervés à Paris, ayant égard à la différence entre l'année Solaire apparente & l'année Solaire moyenne, qui eſt de 50 ſecondes, qu'il faut retrancher de l'année apparente dans le Solſtice d'Hyver, & qu'il faut y adjoûter dans le Solſtice d'Eté.

Suivant ces obſervations, on trouve par la comparaiſon des Solſtices d'Hyver des années 1582 & 1714, la grandeur de l'année Solaire, de . . . . $365^j\ 5^h 48'\ 43''$

Par les Solſtices d'Eté de 1583 & 1715, de	365	5	49	3
Par les Solſtices d'Eté de 1584 & 1716, de	365	5	48	48
Par les Solſt. d'Hyver de 1584 & 1716, de	365	5	49	1
Par les Solſtices d'Eté de 1585 & 1717, de	365	5	48	55
Par les Solſt. d'Hyver de 1585 & 1717, de	365	5	48	47
Par les Solſtices d'Eté de 1586 & 1718, de	365	5	48	47
Par les Solſt. d'Hyver de 1586 & 1718, de	365	5	48	50
Par les Solſtices d'Eté de 1588 & 1716, de	365	5	48	42
Par les Solſt. d'Hyver de 1589 & 1717, de	365	5	49	7
Par les Solſtices d'Eté de 1590 & 1714, de	365	5	48	32
Par les Solſt. d'Hyver de 1590 & 1714, de	365	5	48	59
Par les Solſtices d'Eté de 1591 & 1715, de	365	5	48	48
Par les Solſt. d'Hyver de 1594 & 1714, de	365	5	49	1
Et par les Solſt. d'Hyv. de 1595 & 1715, de	365	5	48	50

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h 48'\ 52''$.

Il ſeroit inutile d'examiner ce qui réſulte des obſervations des Solſtices, faites par les Aſtronomes qui ont ſuivi Tycho, parce qu'une erreur de 10 minutes dans la détermination de l'heure de l'un de ces Solſtices, en cauſe une de pluſieurs ſecondes dans la détermination de l'année Solaire moyenne.

Il suffira de remarquer, qu'en comparant le Solstice d'Eté de l'année 1672, observé à Paris le 20 Juin à $7^h\ 24'\ 0''$, avec celui de l'année 1732, qui a été déterminé dans la même ville le 20 Juin à $19^h\ 58'\ 0''$, il y a dans cet intervalle, 60 années, dont 14 bissextiles plus $12^h\ 4'$; qui, étant partagées par 60, donnent la grandeur de l'année apparente, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 4''$, à laquelle adjoûtant 50 secondes, dont l'année moyenne excede l'apparente, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 54''$, peu différente de celle que nous avons déterminée par les observations de Tycho.

LIVRE TROISIE'ME.

DE LA LUNE.

LA LUNE est de toutes les Planetes, celle qui est la plus près de la Terre, & dont le mouvement propre est le plus prompt, sa révolution autour de la Terre s'achevant dans l'espace d'environ un mois. Cette révolution se fait sur une Orbite, dont le plan est incliné à celui de l'Ecliptique, d'environ 5 degrés, & le coupe en deux points opposés, qu'on nomme *Nœuds*. Le Nœud ascendant est celui où la Lune se trouve lorsqu'elle passe de la partie méridionale de son Orbite à la partie septentrionale; & le Nœud descendant est celui où elle passe de la partie septentrionale à la partie méridionale.

CHAPITRE I.

Des Phases de la Lune.

ON appelle *Phases de la Lune*, ses différentes apparences à l'égard de la Terre, lesquelles sont produites par sa diverse situation à l'égard du Soleil.

La Pleine Lune ou Opposition est l'état où elle se trouve lorsque son disque nous paroît entiérement éclairé. La Nouvelle Lune ou Conjonction est celui où elle cesse entiérement de paroître; l'une & l'autre de ces Phases, s'appellent *Sizygie*.

Le premier Quartier de la Lune est l'état où elle paroît en forme d'un demi-cercle dont la circonférence regarde le Couchant, & le dernier Quartier est celui où on la voit de la même figure, ayant sa circonférence tournée vers le Levant. Ces deux Phases s'appellent *Quadratures*.

Le temps depuis la Nouvelle jusqu'à la Pleine Lune, s'appelle le *Croissant*, & on nomme *Décours*, celui qui est entre la Pleine & la Nouvelle Lune.

Pour rendre raison de toutes les Phases de la Lune, soit *T* (*Fig. 38.*) la Terre, *S* le Soleil à une grande distance, *GLEI* l'Orbe que la Lune décrit par son mouvement propre.

Lorsque la Lune est en *L*, entre la Terre & le Soleil, son hémisphere *ABC* est éclairé du Soleil, pendant que l'autre hémisphere *ADC*, qui est exposé à la Terre, est dans l'obscurité, c'est pourquoi on cesse de l'appercevoir, & elle est Nouvelle. Tout au contraire, lorsque la Lune est en *I*, dans une situation opposée, sa partie *ABC* éclairée par le Soleil, est exposée vers la Terre, c'est pourquoi elle nous paroît Pleine.

Lorsque la Lune est dans son premier Quartier, comme en *G*, éloignée du Soleil de 90 degrés, il n'y a que la moitié *BC* de l'hémisphere *ABC* éclairé par le Soleil, qui soit exposée vers la Terre, c'est pourquoi nous n'appercevons que la moitié du disque de la Lune, dont la circonférence *BC* regarde l'Occident. Par la même raison, lorsque la Lune est dans son dernier Quartier, comme en *E*, éloignée du Soleil de 270 degrés suivant la suite des Signes, nous ne pouvons appercevoir que la moitié *AB* de son hémisphere *ABC* éclairé par le Soleil, c'est pourquoi elle paroît en forme de demi-cercle, dont la circonférence *AB* regarde l'Orient.

Dans les autres situations de la Lune dans son Orbe, quoique cette Planete soit toûjours éclairée par le Soleil d'une égale quantité, ses divers aspects à l'égard de la Terre, sont cause que nous n'appercevons qu'une partie de son disque, qui augmente à mesure qu'elle s'éloigne des nouvelles Lunes, comme en *F* & en *H*, & diminuë dans la même proportion, à mesure qu'elle s'en approche, comme en *N* & en *M*, ce qui cause ces vicissitudes des Phases de la Lune, qu'on apperçoit dans chacune de ses révolutions.

Ces apparences démontrent clairement que la Lune est un corps opaque qui réfléchit la lumiére, sans en avoir aucune qui lui soit particuliére.

Il est vrai que lorsque la Lune est dans son Croissant, ou dans son Décours, comme en *F* ou en *M*, on distingue assés clairement la partie *COF* ou *APM* de ſon diſque, qui n'eſt point éclairée du Soleil ; mais cette lumiére eſt cauſée par la réflexion de la partie de la Terre éclairée par le Soleil, ſur le diſque de la Lune, qui y produit un effet ſemblable à celui que nous appercevons ſur la Terre dans les clairs de Lune.

CHAPITRE II.

Des Taches de la Lune.

OUTRE les Taches que l'on apperçoit dans la Lune, à la vûe ſimple, on en découvre pluſieurs par la Lunette, dont les unes reſſemblent à des rochers, d'autres à des cercles ou ovales qui ont ſouvent une petite montagne ou éminence vers le milieu.

La diverſe expoſition de la Lune à l'égard du Soleil & de la Terre, produit une diverſité d'apparence dans chacune de ces Taches, qui ſert beaucoup à connoître leur conformation particuliére.

Il eſt aiſé de reconnoître qu'il y a dans la Lune, des parties éminentes, ſemblables aux Montagnes de la Terre : car lorſque le Soleil eſt perpendiculaire ſur l'endroit où elles ſont placées, elles ne font point d'ombre, mais lorſqu'il les regarde obliquement, elles font une ombre vers la partie oppoſée au Soleil, qui a une forme triangulaire, & ſe termine pour l'ordinaire en pointe.

On apperçoit auſſi en diverſes Taches circulaires ou approchantes de cette figure, que leur partie expoſée au Soleil eſt éclairée pendant que la partie oppoſée eſt obſcure, faiſant à peu-près l'effet d'un hémiſphere concave expoſé obliquement à la lumiére, ce qui montre évidemment qu'il y a de grandes cavités ou enfoncements.

La ſection de la Lune, qui diſtingue ſa partie éclairée d'avec celle qui eſt obſcure, eſt l'endroit qui eſt expoſé au Soleil le plus obliquement ; c'eſt-là par conſéquent où les ombres des éminences lunaires ſont les plus grandes, & nous les appercevons mieux dans les quadratures de la Lune que dans ſes autres Phaſes, parce que les ombres qui tombent alors vers le milieu de ſon diſque, qui eſt la partie la plus expoſée à notre vûe, ſont plus ſenſibles, par la même raiſon que les Taches du Soleil paroiſſent plus grandes

& ſe diſtinguent mieux lorſqu'elles ſont vers le milieu de ſon diſque.

Ces ombres de la Lune augmentent, diminuënt & tournent à meſure que la Lune s'approche ou s'éloigne du Soleil.

Dans le Croiſſant, la Lune étant à l'Orient à l'égard du Soleil, les ombres tournent à l'Orient; & dans le Décours, la Lune étant occidentale à l'égard du Soleil, les ombres ſe dirigent vers l'Occident, ſuivant les regles de la perſpective. Nous voyons auſſi par les Lunettes, au de-là du terme de la lumiére, des parties lumineuſes qui paroiſſent détachées de la Lune, ſemblables à des E'toiles qui en ſeroient proches : ce ſont des Montagnes qui ſont dans la partie obſcure de ſon diſque, mais ſi élevées ſur ſa ſurface, que leurs ſommets ſont éclairés du Soleil, pendant que leur pied eſt privé de la lumiére de cet Aſtre.

Dans la Pleine Lune, nous ne diſtinguons point d'ombres, parce qu'il n'y en a point dans le milieu de ſon diſque qui eſt expoſé à la Terre, à peu-près de même qu'au Soleil; & qu'à l'égard de celles qui ſe forment vers les bords de la Lune, elles ne peuvent pas être apperçûes, parce que nous voyons les parties éminentes du même côté qu'elles ſont vûes du Soleil, c'eſt pourquoi les endroits où s'étendent ces ombres, nous ſont auſſi cachés; les mêmes parties de la Lune lorſqu'elle eſt Pleine, nous forment donc une apparence bien différente de celle qu'on y découvre dans le Croiſſant & dans le Décours.

Quoique dans le temps de la Pleine Lune, l'apparence des élevations & des profondeurs y ſoit entiérement effacée, on ne laiſſe pas d'y appercevoir dans ſes différentes parties, une grande différence de clarté & d'obſcurité, ce qui vient de ce que les unes ſont plus diſpoſées à réfléchir la lumiére que les autres. On y voit même des Taches qui ſemblent répandre des rayons ſur la ſurface de la Lune, telles que Tycho, Copernic & Képler; quoique ces rayons qui, ſelon les apparences, ſont des parties plus élevées de la Lune que celles qui les environnent, ne ſe diſtinguent pas la plûpart dans le Croiſſant & le Décours, parce que la ſuite de ces éminences qui ſont inégales, peut être interrompuë par des ombres que les parties élevées font ſur celles qui ſont plus baſſes.

Cette différence de clarté & d'obſcurité, qui ſe remarque dans le temps de la Pleine Lune, a fait donner à ces différentes parties, le nom de *Continents*, de *Mers*, de *Lacs*, de *Golfes*, d'*Isles*, de *Promontoires*, par analogie à ce que nous voyons sur la Terre. On auroit pû aussi avec quelque fondement, donner à ce que nous appellons *Mers*, le nom de *Forêts* qui absorbent la lumiére, & sont moins propres à la réfléchir que les eaux qui en réfléchissent une certaine quantité.

Quoi qu'il en soit, il y a grande raison de présumer que les éléments dont la Lune est composée, sont fort différents de ceux qui forment la Terre, car on n'y découvre aucune apparence semblable à celle qui seroit produite par les nuages qui, suivant qu'ils seroient rares ou épais, & qu'ils varieroient de situation, altéreroient continuellement la configuration apparente de ses parties, les rayons qui entrent dans les nuages, y étant absorbés en partie, & ne se réfléchissant pas de la même maniére que ceux qui se répandent sur la surface de la Terre lorsque l'air est serein. On n'a pas pû même encore s'assûrer qu'il y ait un athmosphere semblable au nôtre, les Etoiles fixes ou Planetes qui sont éclipsées par la Lune, ne souffrant aucune altération sensible dans leur figure & dans leur couleur, lorsqu'elles entrent dans la Lune, ou qu'elles en sortent; ce que l'on devroit appercevoir si cette Planete avoit autour d'elle un athmosphere d'une consistance différente de la matiére céleste qui l'environne. Il y a donc lieu de juger que la matiére dont la Lune est composée, n'est pas disposée à fournir des vapeurs, envoyer des exhalaisons, & former des météores semblables à ceux que l'on apperçoit sur la Terre que nous habitons.

CHAPITRE III.

De la Libration apparente de la Lune, ou de la Révolution de la Lune autour de son Axe.

PAR l'observation assiduë des Taches de la Lune, on a reconnu que cette Planete nous présentoit toûjours la même face, avec la seule différence que ses Taches qui conservent entr'elles la même situation, paroissent tantôt s'approcher un peu du bord de ſon diſque apparent, & tantôt s'en éloigner à peu-près de la même quantité.

Cette apparence a fait d'abord juger que le globe de la Lune ne faiſoit point de révolution autour de ſon axe, mais qu'il étoit ſeulement ſujet à quelques balancements ſemblables à ceux que l'on apperçoit dans une boule dont on change le centre de peſanteur, ce qui lui a fait donner le nom de *Librations*.

Ces mouvements irréguliers en apparence, & différents de ceux qu'on a découverts dans la plûpart des autres Planetes qui font leurs révolutions autour de leur axe, ont donné lieu à mon Pere de juger que cette libration de la Lune étoit produite par la combinaiſon de deux mouvements, dont l'un eſt celui de la Lune autour de la Terre, & l'autre eſt ſa révolution autour de ſon axe.

Pour diſcerner l'effet de ces deux mouvements, il faut conſidérer qu'il y a dans le globe de la Lune, de même que dans celui du Soleil, un axe qui paſſe toûjours par les mêmes Taches fixes ſur la ſurface de la Lune, à l'extrémité duquel ſont placés deux Poles élevés ſur le plan de l'Ecliptique, de 87 degrés $\frac{1}{2}$, & ſur le plan de l'Orbite de la Lune, de 82 degrés $\frac{1}{2}$; d'où il ſuit que l'Equateur de la Lune, qui eſt éloigné de chacun de ces Poles, de 90 degrés, & qui paſſe auſſi toûjours par les mêmes Taches, eſt incliné à l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & à l'Orbite de la Lune, de 7 degrés $\frac{1}{2}$.

On conſidérera en ſecond lieu, que les Poles de la Lune ſont toûjours dans un grand cercle du globe de cette Planete, parallele au grand cercle qui paſſe par les Poles de l'Orbite, & par ceux de l'Ecliptique, qu'on peut nommer *Colûre de la Lune*, par la même raiſon qu'on appelle *Colûre des Solſtices*, le grand cercle qui paſſe par les Poles de l'Equinoctial & de l'Ecliptique, à la diſtance de 90 degrés de l'interſection de ces deux cercles.

On ſuppoſera en dernier lieu, que le globe de la Lune tourne autour de ſon axe d'Occident en Orient dans l'eſpace de 27 jours & 5 heures, par une période égale à celle du retour de la Lune au Nœud de ſon Orbite avec l'Ecliptique. Ce mouvement eſt analogue à la révolution de la Terre autour de ſon axe qui ſe fait d'Occident en Orient, & retourne au même Colûre dans l'eſpace de 23 heur. 56 minutes.

Ces

Ces hypotheſes ſuffiſent pour expliquer toutes les variétés de la libration apparente de la Lune.

On remarquera d'abord que dans le globe de la Lune, ſes Poles qui ſont éloignés de ceux de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & qui, ſuivant l'hypotheſe, ſont toûjours placés ſur un grand cercle parallele à celui qui paſſe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique; ſes Poles, dis-je, doivent paroître ſe mouvoir autour des Poles de l'Ecliptique, en décrivant deux cercles Polaires qui en ſont éloignés de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & achever leurs révolutions en 18 ans & 7 mois, de l'Orient vers l'Occident, en même temps & du même ſens que les Nœuds de la Lune; de la même maniére que dans l'hypotheſe de Copernic, les Poles de la Terre ſont leurs révolutions autour des Poles de l'Ecliptique, de l'Orient vers l'Occident, ſuivant deux cercles qui en ſont éloignés de 23 degrés $\frac{1}{2}$, dans une période de 25000 années, ce qui cauſe l'apparence du mouvement propre des Etoiles fixes autour des Poles de l'Ecliptique dans le même intervalle de temps.

On remarquera en ſecond lieu, que les Poles de l'Orbite repréſentés ſur le globe de la Lune, doivent toûjours paroître ſur la circonférence de ſon diſque, car le centre de la Lune étant ſur ſon Orbite, ſon globe eſt ſéparé en deux parties égales par le plan de cette Orbite qui y forme une ſection circulaire, laquelle vûe de la Terre placée dans ce même plan, doit paroître en forme d'un diametre ou d'une ligne droite *AB (Fig. 39.)* qui paſſe par le centre *C* de la Lune. Les Poles de la Lune qui ſont à la diſtance de 90 degrés de tous les points de cette ſection circulaire qui repréſente l'Orbite, doivent donc ſe rencontrer ſur la circonférence de ſon diſque, comme en *P* & en *D*.

Lorſque la Lune eſt dans ſes Nœuds, le grand cercle qui paſſe par les Poles *P* & *D* de l'Orbite & par ſes Nœuds, paſſe auſſi par le centre de la Lune, & y forme une ſection circulaire, qui, vûe de la Terre placée dans le plan & au centre de ce grand cercle, eſt repréſentée par le diametre *PD*.

Les Poles de la révolution de la Lune, qui, ſuivant nos hypotheſes, ſont dans un grand cercle parallele à celui qui paſſe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique, & coupe ces cercles à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds, ſont donc ſur la circonférence

APBD du diſque de la Lune, qui coupe à angles droits la ſection circulaire qui paſſe par ſes Nœuds.

Prenant les arcs *PE, PH, DF, DI,* chacun de 7 degrés $\frac{1}{2}$, le Pole boréal de la Lune ſera en *E* ou en *H,* & le Pole auſtral en *F* ou en *I.* Menant à la diſtance de 90 degrés des points *H* & *F,* le diametre *GK,* & à la diſtance de 90 degrés des points *E* & *I,* le diametre *MN;* ces deux diametres repréſenteront dans cet état, l'Equateur de la Lune qui paſſe toûjours par les mêmes Taches fixes, leſquelles paroîtront alors diſpoſées en ligne droite.

Lorſque la Lune eſt à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds, le grand cercle qui paſſe par le Pole de ſon Orbite & celui de l'Ecliptique, paſſe auſſi par le centre de la Lune, & y forme une ſection circulaire, qui, vûe de la Terre, y eſt repréſentée par le diametre *PCD,* & concourt avec le Colûre de la Lune, que l'on a ſuppoſé parallele au grand cercle qui paſſe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique. Les Poles du globe Lunaire doivent donc être repréſentés ſur le diametre *PD,* & on déterminera leur ſituation en tirant des points *E* & *H, F* & *I,* éloignés des points *P* & *D,* de 7 degrés $\frac{1}{2}$, les lignes *EH, FI,* paralleles à *AB,* qui couperont le diametre *PD* aux points *O* & *R,* cherchés.

Lorſque la Lune eſt dans ſa plus grande latitude ſeptentrionale, le plan de l'Ecliptique eſt vers le Midi à l'égard du plan de l'Orbite. Le Pole boréal de l'Ecliptique ſera donc repréſenté ſur l'hémiſphere apparent du globe Lunaire, comme en *S,* éloigné de 5 degrés ou environ, du Pole *P* de l'Orbite vers le Midi, & le Pole auſtral, qui lui eſt oppoſé, ſera en *L* dans l'hémiſphere qui nous eſt caché, éloigné de 5 degrés ou environ, du Pole auſtral *D* de l'Orbite vers le Septentrion.

Le Pole boréal de l'Equateur de la Lune, qui eſt éloigné de 7 degrés $\frac{1}{2}$ du Pole de l'Orbite, & de 2 degrés $\frac{1}{2}$ de celui de l'Ecliptique, ſera donc en *O* dans l'hémiſphere apparent de la Lune, & le Pole auſtral, qui lui eſt oppoſé, au point *R* dans ſon hémiſphere qui nous eſt caché. Le plan de l'Equateur de la Lune, qui eſt à diſtance égale de ces deux Poles, ſera donc alors repréſenté par une Ellipſe *AVB,* dont la concavité regardera le point *P.*

Tout au contraire, lorſque la Lune eſt dans ſa plus grande latitude méridionale, le plan de l'Ecliptique eſt vers le Septentrion à l'égard du plan de l'Orbite. Le Pole boréal de l'Ecliptique ſera donc repréſenté au point *S* ſur l'hémiſphere qui nous eſt caché, pendant que le Pole auſtral ſera au point *L* ſur l'hémiſphere apparent. Le Pole boréal du globe Lunaire ſera auſſi en *O* ſur l'hémiſphere qui nous eſt caché, & le Pole auſtral en *R* ſur l'hémiſphere apparent; d'où il ſuit que l'Equateur de la Lune paroîtra en forme d'une Ellipſe *ATB*, dont la convexité regarde le point *P*. Dans l'une & l'autre de ces ſituations, les Taches qui, lorſque la Lune étoit dans ſes Nœuds, paroiſſoient diſpoſées en ligne droite, paroîtront ſuivant une ligne elliptique ou ovale.

Dans les autres ſituations de la Lune hors de ſes Nœuds & de ſa plus grande digreſſion de l'Ecliptique, les Poles du globe de la Lune ſeront placés ſur les lignes *EH*, *FI*, paralleles à *AB*, & les cercles qui repréſentent l'Ecliptique & l'Equateur, ſe transformeront en des Ellipſes plus ou moins ouvertes, ſuivant que la Lune eſt plus ou moins éloignée de ſes Nœuds.

Pendant que les Poles du globe de la Lune font leurs révolutions de l'Occident vers l'Orient, le Colûre de la Lune ſur lequel ces Poles ſont placés, & qui eſt repréſenté en ligne droite lorſque cette Planete eſt à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds, tourne du même ſens, & ſe transforme en une Ellipſe dont la largeur augmente juſqu'à ce que la Lune étant arrivée à ſon Nœud, il ſe conforme au bord oriental de cette Planete; & comme ce Colûre qui eſt fixe ſur la ſurface de la Lune, paſſe toûjours par les mêmes Taches, il ſuit que ſi la Lune n'avoit aucun mouvement autour de ſon axe, on verroit ces Taches paſſer ſucceſſivement du bord occidental de la Lune à ſon bord oriental, & revenir au même endroit après le retour de la Lune à ſes Nœuds, ce qui eſt contraire à ce que nous obſervons de la Lune, dont on découvre toûjours à peu-près la même face & les mêmes Taches.

Il eſt donc néceſſaire pour expliquer cette apparence, de ſuppoſer que le globe de la Lune tourne autour de ſes Poles, d'un mouvement égal & uniforme de l'Occident vers l'Orient, qui, étant vû de la Terre, paroît être de l'Orient vers l'Occident, au contraire du mouvement apparent du Colûre.

Ce mouvement contraire ne peut pas empêcher que les Taches qui ſont près du Pole de la Lune, où les paralleles qu'elles décrivent, font très-petits, ne foient toûjours emportées par le Colûre vers l'Orient, en forte que les mouvements de ces Taches autour de l'axe, qui fe font en apparence vers l'Occident, ne peuvent nullement recompenfer les mouvements contraires, mais ils fervent à modifier leur vîteffe, tantôt l'augmentant, tantôt la diminuant, comme font les Epicycles aux mouvements des Planetes.

Cette compenfation ne peut pas non plus être jufte, fi ce n'eft lorfqu'il fe rencontre que le même arc d'un parallele, faffe des angles égaux au Pole de la Lune, & au Pole de l'Orbite, qui eft un cas fort rare, & qui varie en un inftant; c'eft pourquoi cette feule caufe produit divers balancements, tant en longitude, qu'en latitude.

Mais il y a une autre caufe qui augmente beaucoup ces balancements, & principalement celui de longitude, c'eft que les mouvements qui fe font autour des Poles de la Lune, font à peu-près égaux en temps égaux, au lieu que les angles que le mouvement du Colûre fait au Pole de l'Orbite, ont les mêmes inégalités que le mouvement apparent de la Lune autour du Zodiaque, qui peuvent monter à 7 degrés $\frac{1}{2}$.

Lors donc que le mouvement de la Lune eft vîte, le mouvement du Colûre dans le difque apparent de la Lune, qui fe fait vers l'Orient, l'emporte fur le mouvement du globe autour de fon axe, qui fe fait en apparence vers l'Occident; & lorfque le mouvement de la Lune eft lent, le mouvement du globe vers l'Occident, l'emporte fur le mouvement du Colûre qui fe fait vers l'Orient.

I.

De l'apparence du Mouvement propre des Etoiles fixes à l'égard de la Lune.

Les Poles de l'Ecliptique, fuivant les hypothefes les plus fimples, répondent toûjours à une même Etoile fixe, & les mêmes Etoiles fixes font toûjours fur l'Ecliptique ou fur fes paralleles; c'eft pourquoi dans l'hypothefe de Copernic, les Poles de la Terre fixes fur fa furface, fe meuvent autour des Poles de l'Ecliptique en 25000 années ou environ, fur un cercle éloigné de fes Poles, de $46^d\ 58'$, ce qui forme l'apparence du mouvement des Etoiles fixes autour des

Poles de l'Ecliptique en 25000 années, & fait varier leur déclinaison ou distance aux Poles, de 46^d $58'$ dans l'espace de 12500 années, ou une demie de ses révolutions.

Par la même raison, les Poles de la Lune fixes sur sa surface, faisant leurs révolutions autour des Poles de l'Ecliptique en 18 ans & demi, sur un cercle qui en est éloigné de 2 degrés $\frac{1}{2}$, représentent à la Lune, un mouvement des Etoiles fixes autour des Poles de l'Ecliptique en 18 ans & demi, qui fait varier leur déclinaison ou distance au Pole de la Lune, de 5 degrés dans l'espace de 9 ans & quelques mois, ce qui est manifeste par la comparaison de cés deux hypotheses.

I I.

De l'apparence de la Libration de la Lune à l'égard des Etoiles fixes.

Une Etoile fixe placée au Pole boréal de l'Ecliptique, voit le Pole boréal de l'Ecliptique lunaire au centre apparent de la Lune, & le Pole boréal de la Lune à la distance de 2 degrés $\frac{1}{2}$ du centre de cette Planete.

Le Colûre de la Lune, de même que tous les grands cercles qui passent par ce Pole & par le centre de la Lune, y sont représentés en forme d'une ligne droite; & comme ce Colûre tourne autour de l'Ecliptique, de l'Orient vers l'Occident, dans l'espace de 18 années & demie, il suit que cette Etoile voit décrire au Pole boréal de la Lune, dans ce même espace de temps, un cercle autour de son centre apparent, qui en est éloigné de 2 degrés $\frac{1}{2}$.

Les Táches de la Lune, qui passent par le Colûre, de l'Occident vers l'Orient, & achevent leurs révolutions dans l'intervalle de 27 jours & 5 heures, temps du retour de la Lune à son Nœud, paroissent donc, de cette Etoile fixe, faire leurs mouvements suivant des cercles paralleles entr'eux, qui ont toûjours pour centre, le lieu apparent du Pole, & qui, étant inclinés au disque apparent de la Lune, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, y sont représentés en forme d'Ellipses qui lui sont excentriques ; c'est pourquoi la distance des Taches à la circonférence du disque de la Lune, varie de la quantité de 5 degrés par un mouvement composé de celui des Poles en

18 ans & demi, & de celui des Taches autour des Poles en 27 jours & 5 heur. d'où il résulte que chacune de ces Taches forme sur le disque apparent de la Lune, une espece de spirale, semblable à celles qu'on observe de la Terre dans le mouvement apparent des Planetes, & qui est plus ou moins large, suivant que ces Taches sont plus près ou plus éloignées de la circonférence du disque de la Lune.

Toutes les Taches qui ne sont éloignées des Poles que de 87 degrés $\frac{1}{2}$, demeurent toûjours dans le disque apparent de la Lune; les autres qui sont plus près du bord, sont tantôt dans l'hémisphere apparent, & tantôt dans l'hémisphere occulte.

L'apparence des Taches de la Lune, vûes d'une Etoile fixe placée sur l'Ecliptique, est bien différente. On verroit de cette Etoile, le plan de l'Ecliptique dans le disque de la Lune, en forme d'un diametre. Les Poles de l'Ecliptique lunaire seroient par conséquent sur le bord de son disque à la distance de 90 degrés des extrémités de ce diametre, & les Poles de la Lune qui sont éloignés de ceux de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, seroient tous les 9 ans sur le bord de la Lune.

Pendant l'un de ces intervalles, le Pole boréal seroit dans le disque apparent, & parcourroit un demi-cercle qui se répréfenteroit en ligne droite, & pendant les neuf autres années, le Pole austral paroîtroit sur le disque apparent, & le Pole boréal seroit caché. On verroit aussi les Taches décrire une révolution entiére autour des Poles, suivant des paralleles qui seroient représentés tantôt par des lignes droites, tantôt par des Ellipses.

Dans les autres situations des Etoiles hors du Pole & du plan de l'Ecliptique, le Pole de l'Ecliptique sera placé en quelqu'endroit du disque de la Lune entre son centre & sa circonférence. Le cercle que le Pole lunaire décrit autour du Pole de l'Ecliptique dans l'espace de 18 années $\frac{1}{2}$, paroîtra en forme d'une Ellipse plus ou moins ouverte, suivant que ce Pole sera plus ou moins près du centre, & on verra par la révolution du globe de la Lune autour de son axe, qui se fait en 27 jours & 5 heures, une partie des Taches de la Lune paroître sur son disque, & disparoître successivement par un mouvement de l'Orient vers l'Occident, pendant que l'autre partie restera continuellement sur le disque. Cette apparence eſt ſemblable à celle que ceux qui ſont comme nous, dans la Sphere oblique, apperçoivent dans les Etoiles fixes, dont une partie paroît ſe coucher tous les jours, pendant qu'un certain nombre reſte continuellement ſur notre horiſon.

III.

De l'apparence de la Libration de la Lune à l'égard du Soleil.

Nous voyons quelquefois la Lune s'éloigner de part & d'autre de l'Ecliptique, de 5 degrés $\frac{1}{3}$, mais le Soleil qui eſt éloigné de la Lune au moins 300 fois plus que la Lune ne l'eſt de la Terre, ne la voit jamais éloignée de l'Ecliptique, de plus d'une minute; c'eſt pourquoi le plan de l'Ecliptique qui paſſe par le centre du Soleil, ne peut jamais être incliné au plan de l'Orbite de la Lune, de plus d'une minute, & le Soleil voit toûjours les Poles de l'Ecliptique ſur le bord apparent de la Lune, à la diſtance ſeulement d'une minute.

Mais les Poles de la Lune, autour deſquels ſe fait le mouvement des Taches, ſont éloignés de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$; on les verroit donc du Soleil, parcourir ſur le diſque apparent de la Lune, deux demi-cercles en forme de ligne droite, de même qu'on les voit des Etoiles fixes placées ſur le plan de l'Ecliptique, mais avec une période bien différente. Car le mouvement annuel, ſoit du Soleil autour de la Lune, ſoit de la Lune autour du Soleil, fait varier ſur le diſque de la Lune, le Colûre qui porte les Poles de cette Planete, lequel retourne au même état en 11 mois $\frac{1}{3}$, ſelon le retour du Soleil au Nœud, ce qui détermine l'année Solaire dans la Lune, un peu moindre que l'année Solaire dans la Terre.

Cette année Solaire dans la Lune, a ſes Equinoxes & ſes Solſtices. Les Equinoxes arrivent lorſque les Poles de la Terre ſont ſur ſon bord à l'égard du Soleil qui eſt alors dans les Nœuds de la Lune, car les paralleles à l'Equinoctial ſont alors coupés en deux parties égales par ſon bord qui ſert d'horiſon. Les Solſtices arrivent lorſqu'un des Poles de la Lune eſt le plus élevé qu'il eſt poſſible ſur l'horiſon apparent au Soleil, lequel eſt alors à 90 degrés des Nœuds de la Lune dans le lieu de ſa plus grande latitude.

Le peu de distance du Pole de l'Equateur de la Lune à celui de l'Ecliptique, est cause que les différentes saisons ne peuvent pas produire sur la surface de la Lune, des changements semblables à ceux que l'on apperçoit de l'Eté à l'Hyver sur la Terre, où le Pole de l'Equateur est éloigné de celui de l'Ecliptique, de $23^d \frac{1}{2}$.

Il doit y avoir en récompense sur la Lune, des variétés causées par les différentes températures de l'air du jour à la nuit; car au lieu que la révolution de la Terre autour de son axe, qui compose le jour & la nuit, s'acheve en 24 heures, celle de la Lune autour de son axe à l'égard du Soleil, qui compose le jour & la nuit lunaire, ne s'accomplit qu'en 29 jours $\frac{1}{2}$. Ainsi depuis la fin du jour lunaire, où l'on cesse de voir le Soleil, jusqu'au commencement du jour suivant où on commence à l'appercevoir, il y a près de 15 jours, chacun de 24 heures, pendant lesquels chaque endroit de la surface de la Lune est privé de la lumiére & de la chaleur du Soleil, ce qui doit y causer un très-grand froid, qui est suivi d'un très-grand chaud causé par la lumiére du Soleil, qui reste sur le même horison pendant l'espace d'environ 15 jours.

Mais ce qu'il y a de plus singulier dans cette Planete, est que pendant que tous les endroits de sa surface jouissent successivement, & presque également de la présence du Soleil, près de la moitié de son hémisphere est privée de la lumiére que le Soleil répand sur la Terre, qui, surpassant beaucoup la Lune en grandeur, doit réfléchir sur cette Planete lorsqu'elle est en Conjonction avec le Soleil, une lumiére beaucoup plus éclatante que celle que nous recevons d'elle dans le temps de son Opposition.

On peut déduire de ces apparences, une preuve très-forte du mouvement de la Lune autour de son axe, car le Soleil paroissant répondre successivement à tous les lieux de la Lune dans l'espace de 29 jours $\frac{1}{2}$, il faut de deux choses l'une, ou que le Soleil ait un mouvement réel autour de la Lune dans cet espace de temps, ou que la Lune tourne en sens contraire autour de son axe dans le même intervalle: or il n'y auroit tout au plus qu'un habitant de la Lune qui pût s'imaginer que le Soleil tournât autour d'elle dans l'espace d'un mois, & il seroit absurde à tout autre de le penser; il est donc nécessaire de se persuader que c'est la Lune qui tourne réellement autour de son axe.

Méthode

Méthode de déterminer la ſituation apparente des Taches de la Lune, pour tous les temps de l'année.

Après avoir expliqué le mouvement de la Lune autour de ſon axe, qui, combiné avec le mouvement propre de cette Planete autour de la Terre dans un ſens contraire, produit ſa libration apparente; nous avons cru devoir donner la méthode de déterminer la ſituation des Taches de la Lune, & leurs configurations entr'elles pour tous les jours donnés.

On conſidérera d'abord les temps où la Lune étant Pleine, elle ſe trouve près de ſes Nœuds; car alors, comme on l'a remarqué ci-deſſus, le Colûre de la Lune, ſur lequel ſont placés les Poles de l'Orbite de l'Ecliptique & du globe Lunaire, ſe conforme au bord apparent du diſque de la Lune, & le plan de ſon Equateur qui paſſe toûjours par les mêmes Taches, eſt repréſenté en ligne droite qui paſſe par le centre de la Lune, & eſt inclinée au plan de l'Orbite, de 7 deg. $\frac{1}{2}$, & au plan de l'Ecliptique, de 2 deg. $\frac{1}{2}$.

Ayant donc décrit un cercle *APBp (Fig. 40.)* qui repréſente le diſque de la Lune, on tirera le diametre *DE*, qui repréſentera le plan de l'Equateur du globe Lunaire. On prendra de côté ou d'autre des points *D* & *E*, les arcs *DA*, *EB*, de 7 degrés $\frac{1}{2}$. On menera le diametre *AB*, qui repréſentera le plan de l'Orbite, & du centre *C*, l'on tirera à *AB*, le diametre perpendiculaire *Pp*, dont les points *P* & *p*, déterminent les Poles de l'Orbite qui ſont toûjours ſur la circonférence du diſque apparent de la Lune.

On prendra de côté & d'autre du point *P*, les arcs *PF*, *PG*, chacun de 5 degrés, & les arcs *PH*, *PI*, de 7 degrés $\frac{1}{2}$. Le point *G*, repréſentera le lieu du Pole de l'Ecliptique ſur le diſque de la Lune lorſqu'elle eſt dans ſon Nœud aſcendant, & qu'elle va de la partie méridionale de ſon Orbite à la partie ſeptentrionale; & le point *F*, le même Pole de l'Ecliptique lorſque la Lune eſt dans ſon Nœud deſcendant. Le point *I*, marquera auſſi le Pole du globe de la Lune lorſqu'elle eſt dans ſon Nœud aſcendant, & le point *H*, ce même Pole lorſqu'elle eſt dans ſon Nœud deſcendant.

Pour trouver la ſituation des Taches de la Lune, lorſqu'elle ſe rencontre dans un de ſes Nœuds, comme, par exemple, dans ſon Nœud aſcendant, on prendra de côté & d'autre du Pole *G* de l'Ecliptique, les arcs *GK, GL*, chacun de 23^d 29', & on menera *KL*, qui coupera le rayon *GC* au point *M*. Du point *M* à l'intervalle *MK* ou *ML*, on décrira le cercle *KNL*, qu'on divisera en signes & degrés, marquant au point *N*, le lieu de la Lune dans l'Ecliptique, qui est supposée être dans ses Nœuds. On cherchera ensuite, sur ce cercle ainsi divisé, le point de l'Ecrevisse, que l'on trouvera, par exemple, en *O*. Du point *O*, on menera *OQ*, parallele à *NC*, & du point *Q*, on tirera par le centre *C*, la ligne *QC*, qui représentera le plan du cercle de déclinaison de la Lune au temps de l'observation. Le diametre *RS*, qui lui est perpendiculaire, représentera sur le disque de la Lune une portion du parallele que la Lune décrit par son mouvement journalier.

On observera ensuite le temps que le diametre de la Lune employe à passer par le cercle horaire, & l'on fera, comme le temps que la Lune employe à retourner d'un jour à l'autre au Méridien, est au temps du passage de la Lune par le cercle horaire; ainsi 360 degrés, sont aux minutes de degré que le diametre de la Lune comprend sur un parallele, que l'on réduira en minutes de degré d'un grand cercle.

On observera aussi la variation de la Lune en déclinaison d'un jour à l'autre, qui est égale à la différence de la hauteur méridienne de la Lune corrigée par la réfraction & la parallaxe, & l'on fera, comme le temps du retour de la Lune au Méridien, est au temps du passage de la Lune par le cercle horaire; ainsi la variation de la Lune en déclinaison d'un jour à l'autre, est à la variation de la Lune en déclinaison pendant le temps de son passage par le cercle horaire. On fera enfin, comme le diametre de la Lune, déterminé en minutes de degré d'un grand cercle, est à la variation de la Lune en déclinaison pendant le temps de son passage par le cercle horaire; ainsi le diametre de la Lune *RS*, est à une quantité qu'on portera de *S* vers *P*, comme en *Y*, lorsque la déclinaison va en augmentant vers le Nord, & de *S* vers *p*, comme en *X*, lorsqu'elle va en diminuant vers le Midi. On menera par l'un de ces points, comme *Y*, ainsi déterminé, le diametre *ZCY*, qui représentera le plan du cercle que le centre de la Lune parcourt par son mouvement journalier.

Pour déterminer dans cette figure, la situation des Taches de la Lune par rapport aux cercles qui y ſont décrits, on obſervera cette Planete par le moyen d'une Lunette qui a au foyer de ſes verres, quatre fils qui ſe croiſent, en faiſant entr'eux des angles de 45 deg. & ayant fait en ſorte que le bord de la Lune raſe exactement un de ces fils par ſon mouvement apparent, on obſervera le temps du paſſage des bords & des Taches par le fil horaire & les obliques, pour déterminer leur ſituation dans le diſque apparent de la Lune par rapport au diametre *ZY.* Toutes les Taches qui ſeront diſpoſées ſur le diametre *DE,* lequel repréſente, comme il a été dit ci-deſſus, le plan de l'E'quateur du Pole Lunaire, ſeront placées ſur la circonférence de l'E'quateur, & celles qui ſeront diſpoſées ſur les paralleles à ce diametre, ſeront auſſi ſur la circonférence des paralleles à l'E'quateur. On conſervera cette figure avec la diſpoſition des Taches qui y ſont placées, & on déterminera leur aſcenſion droite & leur déclinaiſon, en tirant du point *a,* qui repréſente la ſituation d'une Tache, la ligne *bac,* parallele à l'E'quateur *DE,* & la ligne *TaV,* parallele au cercle de déclinaiſon *dIC,* qui rencontre aux points *T* & *V,* le cercle *bTcV,* décrit ſur le diametre *bc.* L'arc *dbeV,* meſurera l'aſcenſion droite de la Tache depuis le vrai lieu du Nœud de la Lune, & l'arc *Ec,* ſa déclinaiſon, qui eſt ſeptentrionale, lorſque la Tache eſt placée dans l'hémiſphere ſeptentrional *DGE,* & méridionale, lorſqu'elle eſt placée dans l'hémiſphere méridional *DpE.* On trouvera de la même maniére, la longitude & la latitude des Taches de la Lune par rapport à l'Ecliptique.

Pour déterminer la configuration des Taches de la Lune dans une autre ſituation, lorſqu'elle eſt, par exemple, éloignée de ſon Nœud aſcendant, de 60 degrés, on décrira des points *x* & *L,* *(Fig. 41.)* où les lignes *FG, HI,* rencontrent le diametre *Pp,* les cercles *FMG, HNI;* & ayant pris les arcs *GM, IN,* chacun de 60 degrés, on menera à *Pp,* les paralleles *MO, NQ,* qui rencontreront *FG* & *HI,* aux points *O* & *Q,* leſquels repréſentent, ſçavoir, le point *O* le Pole de l'E'cliptique, & le point *Q* le Pole du globe Lunaire. On tirera par le point *Q,* le rayon *TV,* & on menera à ce rayon, la perpendiculaire *RS,* qui repréſentera le diametre de l'E'quateur de la Lune. On prendra ſur le diametre *TV,* qui paſſe par le Pole *Q* du globe Lunaire, *CK* & *CX* égaux à *NQ*, & on menera par les points *RKSX*, l'Ellipſe *RKSX*, qui repréſentera l'Equateur de la Lune, dont la partie *RXS* eſt ſur l'hémiſphere apparent lorſque la Lune eſt dans la partie ſeptentrionale de ſon Orbite, & la partie *RKS* eſt ſur l'hémiſphere apparent lorſque cette Planete eſt dans la partie méridionale.

On tirera enfin par les points *POQp*, la demi-Ellipſe *POQp*, qui repréſentera le Colûre de la Lune, & coupera l'Equateur aux points *Y* & *Z*. La Tache qui étoit en *S* à l'extrémité de l'Equateur, ſera tranſportée, par le mouvement de la Lune autour de la Terre, en *Z*, lorſque cette Planete eſt dans la partie ſeptentrionale de ſon Orbite, & en *Y*, lorſqu'elle eſt dans la partie méridionale, & toutes les Taches qui étoient diſpoſées ſuivant la ligne *DE*, ſe rencontreront ſur l'Ellipſe *RKSX*.

Il faut préſentement conſidérer que pendant que le Colûre de la Lune eſt emporté de l'Occident vers l'Orient par le mouvement de la Lune autour de la Terre, qui eſt irrégulier, les Taches ſont tranſportées autour du Pole de la Lune par un mouvement régulier qui eſt contraire en apparence, lequel s'acheve en 27^j 5^h.

Pour connoître la différence entre ces deux mouvements, on prendra l'intervalle qui s'eſt écoulé entre le temps où la Lune étoit dans ſes Nœuds, & le temps où elle en étoit éloignée d'une certaine quantité, & on cherchera les degrés & minutes du mouvement moyen de la Lune autour de ſon axe, qui répondent à cet intervalle. S'ils ſont égaux à ceux du mouvement apparent de la Lune, la Tache qui, par ce mouvement apparent, avoit été tranſportée du point *S* au point *Y*, ſera reportée par ſon mouvement autour de ſon axe, du point *Y* au point *S*, à l'extrémité de l'Ellipſe *RKSX*. Si les degrés du mouvement moyen de la Lune autour de ſon axe ſont en plus petite quantité que ceux du mouvement apparent, par exemple, de 5 degrés, on prendra de côté & d'autre du point *S*, les arcs *Sa*, *Sb*, chacun de 5 deg. & joignant *ab*, ſon interſection *d*, avec la partie *RKS* de l'Ellipſe qui eſt dans l'hémiſphere apparent, marquera la ſituation de la Tache. Si le mouvement de la Lune autour de ſon axe eſt plus grand de la même quantité, la Tache ſera dans l'hémiſphere de la Lune qui nous eſt caché, placée dans l'interſection *f* de la ligne *ab*, avec l'autre partie *RXS* de l'Ellipſe.

Pour trouver la ſituation d'une autre Tache qui étoit, par exemple, au point *a* (*Fig. 42.*) dans le temps que la Lune étoit dans ſes Nœuds, on menera par le point *a*, la ligne *bac*, parallele à *DE*, qui repréſente l'Equateur de la Lune lorſqu'elle eſt dans ſes Nœuds, & par le point *K* de l'Ellipſe *RKS*, qui repréſente l'Equateur de la Lune dans une autre ſituation, lorſque ſon Pole eſt en *Q*, la ligne *gh*, parallele au diametre *RS*. On décrira ſur *bc*, comme diametre, le demi-cercle *bdc*, & du point *a*, on tirera *ad*, parallele à *CI*. On prendra les arcs *Sl*, *Ri*, égaux aux arcs *Ec*, *Db*, & les arcs *lp*, *ln*, *io*, *im*, égaux aux arcs *Sh*, *Rg*. On joindra *mn*, *op*, qui couperont le diametre *TV*, qui paſſe par le Pole *Q* de l'Equateur, aux points *k* & *q*. On diviſera *kq*, en deux parties égales au point *o*, par lequel on menera la ligne *eof*, parallele à *RS*, qui ſera terminée en *e* & en *f*, par les perpendiculaires *ie*, *lf*, tirées des points *i* & *l* ſur cette ligne. L'Ellipſe *ekfq*, décrite ſur le grand axe *ef*, & ſur le petit axe *kq*, repréſentera le parallele de la Tache *a*, lorſque le Pole de la Lune eſt en *Q*.

On décrira ſur le diametre *ef*, le demi-cercle *erf*, ſur lequel on prendra l'arc *fr*, ſemblable à l'arc *cd*; & du point *r*, on menera *rs*, parallele à *QC*, qui rencontrera la demi-Ellipſe *esf*, qui eſt ſur l'hémiſphere apparent de la Lune, au point *S*, lequel marquera la ſituation de la Tache *a*, lorſque le mouvement apparent de la Lune depuis ſes Nœuds, a été égal au mouvement moyen de cette Planete autour de ſon axe.

Lorſque ces mouvements ne ſont pas d'une égale quantité, on prendra leur différence que l'on portera de *r* vers *K*, comme en *t*, lorſque le mouvement moyen eſt plus petit que l'apparent, & de *r* vers *f*, comme en *u*, lorſque le mouvement moyen eſt plus grand. Menant *tx* & *uy*, paralleles à *rs*, le point *x*, marquera le lieu de la Tache lorſque le mouvement de la Lune autour de ſon axe eſt plus petit que ſon mouvement apparent autour de la Terre, & le point *y*, ce même lieu lorſque le mouvement autour de ſon axe eſt plus grand.

On trouvera de la même maniére, la ſituation des autres Taches de la Lune, qu'on comparera à leur ſituation lorſque cette Planete étoit dans ſes Nœuds, pour diſcerner l'effet de la libration apparente de la Lune, qui réſulte de la compoſition des deux mouvements expliqués ci-deſſus.

DÉMONSTRATION.

Il eſt aiſé d'expliquer la théorie de ces différentes opérations, car dans la Figure 41.^{me}, la Lune étant éloignée de ſes Nœuds, de 60 degrés, le Pole *Q* de ſa révolution autour de ſon axe, qui étoit en *I*, a dû auſſi s'éloigner de 60 degrés du point *I* ſur le cercle *HNI*, parallele au plan de l'Orbite *ACB*, & arriver au point *N*, qui, vû de la Terre placée ſur le plan de l'Orbite, doit paroître répondre au point *Q*. Le Pole de l'E'cliptique a dû avancer en même temps ſur le petit cercle *GMF*, à la diſtance de 60 degrés du point *G*, & arriver au point *M*, qui, vû de la Terre, répond au point *O* du diametre *FG*. Le cercle *PApB*, lequel, lorſque la Lune eſt dans ſes Nœuds, paſſe par le Pole du globe Lunaire, & par celui de l'E'cliptique, a donc dû être transformé en l'Ellipſe *POQp*, qui paſſe par les mêmes Poles. L'E'quateur qui étoit alors repréſenté par le diametre *DCE*, perpendiculaire à *CI*, doit donc auſſi paroître en forme d'une Ellipſe dont le petit demi diametre *CK* eſt égal à *QN*, ſinus de l'arc *IN*. L'interſection *Y* ou Z de cette Ellipſe avec le Colûre *POQp*, marque donc le lieu où la Tache qui étoit en *E*, auroit été tranſportée par le mouvement apparent de la Lune. Mais comme le globe de la Lune tourne dans un ſens contraire autour de ſon axe, il ſuit que ſi ce mouvement contraire eſt égal au mouvement apparent, la Tache paroîtra en *S*, à l'extrémité de l'Ellipſe qui repréſente l'E'quateur, & que ſi ces mouvements ſont inégaux, la Tache ſe trouvera au point *d* ou *f* de l'interſection de l'E'quateur avec la ligne *ab*, dont les points *a* & *b*, ſont éloignés du point *S*, de la quantité des arcs *Sa*, *Sb*, égaux à la différence entre ces deux mouvements.

A l'égard d'une Tache qui étoit placée ſur le diſque de la Lune, comme en *a* (*Fig. 42.*) dans le temps que la Lune étoit dans ſes Nœuds, les arcs *Db*, *Ec*, meſurent ſa déclinaiſon de l'E'quateur *DE*, & l'arc *cd*, meſure ſa diſtance au bord de la Lune, priſe ſur un parallele à l'E'quateur. Suppoſant que le Pole de la Lune ſoit arrivé en *Q*, par ſon mouvement apparent, l'E'quateur de cette Planete ſera repréſenté comme dans la figure précédente, par l'Ellipſe *RKS*, qui a pour petit demi-axe, la ligne *KC*. Maintenant, par la conſtruction, l'arc *lp* a été pris égal à l'arc *Sh*. Adjoûtant de part &

d'autre, l'arc *Sp*, on aura l'arc *ph*, égal à l'arc *Sl*, qui a été pris égal à l'arc *Ec*, qui meſure la déclinaiſon de la Tache *a*; l'Ellipſe *eqf*, parallele à l'Equateur *RKS*, qui en eſt éloignée de l'arc *ph*, égal à la déclinaiſon de la Tache, repréſentera donc ſon parallele lorſque le Pole de la Lune eſt en *Q*. L'arc *fr* ayant été pris auſſi par la conſtruction, ſemblable à l'arc *cd*, diſtance de la Lune à ſon bord, la ligne *rs*, parallele à *QC*, rencontrera l'Ellipſe *eqf* au point *s*, qui déterminera la ſituation de la Tache lorſque le mouvement propre de la Lune autour de ſon axe, eſt égal à ſon mouvement autour de la Terre. Enfin, lorſque ces deux mouvements ſont inégaux, leur différence étant portée de côté ou d'autre du point *r*, comme en *t* ou en *u*, les lignes *tx* ou *uy*, paralleles à *QC* ou *rs*, doivent marquer aux points *x* ou *y*, la ſituation de la Tache. *Ce qu'il falloit démontrer.*

CHAPITRE IV.

De l'Inclinaiſon de l'Orbite de la Lune à l'égard de l'Ecliptique.

AYANT comparé la ſituation de la Lune à l'égard des Etoiles fixes diſpoſées de côté & d'autre de l'Ecliptique, on a remarqué que cette Planete, par ſon mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, paſſoit entre ces Etoiles à diverſes diſtances de l'Ecliptique.

Que dans le cours de ſa révolution, elle ſe rencontroit deux fois ſur l'Ecliptique en deux points à peu-près diamétralement oppoſés, & qu'elle s'en écartoit enſuite de part & d'autre, d'environ 5 degrés.

Ces apparences qui ſe renouvellent tous les mois, ont fait connoître que le mouvement propre de la Lune ne ſe fait pas de même que celui du Soleil ſur le plan de l'Ecliptique, mais ſur un autre plan qui le coupe en deux points oppoſés, & qui lui eſt incliné d'environ 5 degrés, qu'on nomme *Orbite de la Lune.*

Le point de l'interſection de l'Ecliptique avec l'Orbite de la

Lune, où cette Planete paſſe du Midi vers le Septentrion à l'égard de l'Ecliptique, s'appelle le *Nœud aſcendant*, ou la *Tête du Dragon*, & le point oppoſé où la Lune paſſe du Septentrion vers le Midi, s'appelle le *Nœud deſcendant*, ou la *Queuë du Dragon.*

De la variation de l'Inclinaiſon de l'Orbite de la Lune.

L'inclinaiſon de l'Orbite de la Lune à l'égard de l'Ecliptique, n'eſt pas toûjours préciſément de la même quantité, elle n'eſt jamais moindre de $5^d\ 1'$, & peut monter juſqu'à $5^d\ 17'$, de ſorte qu'on y apperçoit une variation de 16 minutes.

Cette variation de l'inclinaiſon de l'Orbite de la Lune, dépend de la diverſe diſtance du Soleil au Nœud de la Lune.

Lorſque cette diſtance eſt de 90 degrés, la Lune décrit un cercle incliné à l'Ecliptique de $5^d\ 1'$, que nous appellons *Orbite ſimple de la Lune,* parce que cette Planete s'y rencontre toûjours dans ſes Conjonctions ou Oppoſitions avec le Soleil. Mais lorſque le Soleil eſt dans les Nœuds de la Lune, cette Planete décrit un cercle incliné à l'Ecliptique, de $5^d\ 17'$, en ſorte que la diſtance de la Lune au Soleil étant de 90 degrés, ſa latitude qui meſure l'inclinaiſon de ſon Orbite par rapport à l'Ecliptique, eſt de $5^d\ 17'$, qui eſt la plus grande qu'on y apperçoive.

Dans les autres ſituations du Soleil, la Lune décrit un cercle plus ou moins incliné à l'Ecliptique, ſuivant que le Soleil eſt plus ou moins éloigné de ſes Nœuds.

Pour expliquer la maniére dont on conçoit cette variation, ſoit *ADBE (Fig. 43.)* un grand cercle de la Sphere, qui repréſente l'Ecliptique, *ACBF,* un autre grand cercle incliné à l'Ecliptique, de $5^d\ 1'$, que nous appellons *Orbite ſimple de la Lune,* & ſur lequel nous ſuppoſons que la Lune eſt placée dans le temps que le Soleil eſt à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds. Soit *AGBM,* un autre grand cercle incliné à l'Orbite ſimple de la Lune, de $16'$, & à l'Ecliptique, de $5^d\ 17'$.

Le Soleil étant en *A* ou en *B,* dans l'un des Nœuds de la Lune, cette Planete décrira le grand cercle *AGBM,* qui repréſentera dans ce cas, l'Orbite véritable de la Lune, & cette Planete étant en *G* ou en *M,* ſa latitude ſeptentrionale *GD,* ou méridionale *EM,* ſera

ſera meſurée par l'angle *DAG* ou *EAM*, qui eſt de $5^d\ 17'$. Dans une autre ſituation de la Lune ſur l'Orbite *AGBM*, comme en *P* ou en *T*, ſa latitude ſera repréſentée par les arcs *PY* & *TZ*; dont le premier eſt ſeptentrional à l'égard de l'Ecliptique, & le ſecond lui eſt méridional.

Si l'on ſuppoſe préſentement le Soleil en *D* ou en *E*, à la diſtance de 90 degrés des Nœuds de la Lune, cette Planete décrira l'Orbite ſimple *ACBF*, qui eſt inclinée à l'Ecliptique, de $5^d\ 1'$, ſans s'en écarter de part & d'autre; c'eſt pourquoi ſi l'on place la Lune en *C* ou en *F*, ſa latitude ſeptentrionale *CD*, ou méridionale *EF*, ſera meſurée par l'angle *CAD* ou *FAE*, qui eſt de $5^d\ 1'$. Dans une autre ſituation de la Lune ſur l'Orbite ſimple *ACBF*, comme en *L* & en *Q*, ſa latitude ſera meſurée par les arcs *LY* & *QZ*, dont le premier eſt ſeptentrional, & le ſecond méridional par rapport à l'Ecliptique.

Dans les autres ſituations du Soleil à l'égard des Nœuds de la Lune, comme en *S* ou en *N*, la Lune, au temps de ſa Conjonction ou de ſon Oppoſition avec le Soleil, ſe trouvera ſur l'Orbite ſimple de la Lune *ACBF*, aux points correſpondants *K* ou *R*. Mais en s'éloignant du Soleil, elle décrira un autre grand cercle *KPRT*, qui ſera incliné à l'Orbite ſimple *ACBF*, d'une quantité dont le ſinus ſera au ſinus de l'angle *CAG*, de 16 minutes, qui meſure la plus grande variation de l'Orbite de la Lune; comme le ſinus du complément de la diſtance *AS* ou *AN* du Soleil au Nœud de la Lune, eſt au ſinus total.

Il eſt aiſé de concevoir que le Soleil changeant tous les jours de ſituation à l'égard des Nœuds de la Lune, l'Orbite que cette Planete décrit, doit changer continuellement de direction, & être repréſentée par des cercles plus ou moins inclinés à l'Ecliptique & à l'Orbite ſimple de la Lune.

Ces cercles, quoique diverſement inclinés les uns aux autres, coupent tous l'Orbite ſimple de la Lune *ACBF*, & le cercle *AGBM* de la plus grande latitude en quatre points éloignés les uns des autres de 90 degrés, dont deux oppoſés ſont ſur l'Orbite ſimple, & les deux autres ſur le cercle de la plus grande inclinaiſon de l'Orbite, ce que l'on démontrera en cette maniére.

Soit *S*, le Soleil à une diſtance du Nœud aſcendant *A*, qui ſoit moindre de 90 degrés, & le point *L*, à la diſtance de 90 degrés du point *S* ou *K*, qui lui répond dans l'Orbite ſimple de la Lune. Si l'on retranche du demi-cercle *ACB*, le quart de cercle *KCL*, il eſt clair que les deux arcs *AK*, *BL*, qui reſtent, ſont égaux à 90 degrés, & que par conſéquent l'arc *BL* eſt le complément de l'arc *AK*.

On aura donc, ſuivant notre hypotheſe, le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'arc *AS* ou *AK*, c'eſt-à-dire, au ſinus de l'arc *BL*, comme le ſinus de l'angle *CAG* ou *GBC* de la plus grande variation, qui eſt de 16 minutes, eſt au ſinus de l'angle *PKL* de l'inclinaiſon de la ſeconde Orbite, qui eſt meſurée par l'arc *PL*. Mais dans le Triangle rectangle ſphérique *PBL*, le ſinus total eſt au ſinus de l'arc *BL* ou *BP*, qui n'en différe pas ſenſiblement, comme le ſinus de l'angle *GBC* eſt au ſinus de l'arc *PL*. Le point *P* de l'arc *KPR*, concourt donc avec le point *P* de l'arc *APB* de la plus grande inclinaiſon de l'Orbite; d'où il ſuit par la propriété de la Sphere, que les deux grands cercles *AGBM* & *KPRT*, ſe coupent aux deux points *P* & *T*, diamétralement oppoſés.

Si l'on ſuppoſe le Soleil dans le ſecond quart de cercle, comme en *Y*, éloigné du Nœud aſcendant de la Lune *A*, depuis 90 juſqu'à 180 degrés, & le point *R* à la diſtance de 90 degrés du point *Y* ou *L*, qui lui répond dans l'Orbite ſimple de la Lune; il eſt évident que l'arc *LBR* étant de 90 degrés, l'arc *BR* eſt le complément de l'arc *BL* ou *BY*, diſtance du Soleil au Nœud de la Lune qui eſt le plus proche.

Maintenant, ſuivant notre hypotheſe, le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'arc *BL*, c'eſt-à-dire, au ſinus de l'arc *BR*, comme le ſinus de l'angle *CBG* ou *RBX*, de 16 minutes, eſt au ſinus de l'angle *RPX* de l'inclinaiſon de la ſeconde Orbite qui eſt meſurée par l'arc *RX*. Mais dans le Triangle rectangle ſphérique *RBX*, le ſinus total eſt au ſinus de l'arc *BR*, comme le ſinus de l'angle *RBX*, eſt au ſinus de l'arc *RX*; le point *X* de l'arc *LX*, concourt donc avec le point *X* de l'arc *PBX* du grand cercle *AGBM*.

On démontrera de même que lorſque le Soleil eſt dans les deux autres quarts de cercle, l'Orbite véritable de la Lune coupe le cercle de la plus grande inclinaiſon à la diſtance de 90 degrés du vrai lieu du Soleil, & qu'ainſi quelque inclinaiſon qu'ait l'Orbite apparente de la Lune, elle coupe l'Orbite ſimple & le cercle de la plus grande inclinaiſon en quatre points éloignés l'un de l'autre de 90 degrés, dont deux oppoſés ſont ſur l'Orbite ſimple, à l'endroit où eſt placé le Soleil ou à ſon oppoſite, & les deux autres ſont ſur le cercle de la plus grande inclinaiſon de l'Orbite, à la diſtance de 90 degrés du vrai lieu du Soleil.

Il réſulte du mouvement de la Lune que l'on vient d'expliquer, que lorſque le Soleil eſt en *S*, ou tel autre endroit que l'on voudra, du quart de cercle, c'eſt-à-dire, lorſque la diſtance du Soleil au Nœud aſcendant de la Lune eſt depuis 0 juſqu'à 90 degrés, l'inclinaiſon *LKP* de l'Orbite véritable *KP* avec l'Orbite ſimple *KL*, eſt ſeptentrionale à l'égard de cette Orbite dans les ſix premiers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, depuis *K* vers *L*, juſqu'en *R*; & qu'elle eſt au contraire méridionale dans les ſix derniers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, depuis *K* vers *A*, juſqu'en *R*.

Que lorſque le Soleil ſe trouve dans le quart de cercle oppoſé, comme en *d*, c'eſt-à-dire, lorſque ſa diſtance au Nœud aſcendant de la Lune eſt depuis 180 juſqu'à 270 degrés, l'inclinaiſon *TRQ* de l'Orbite véritable *RT* avec l'Orbite ſimple *RQ*, eſt méridionale à l'égard de cette Orbite dans les ſix premiers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, depuis *R* vers *T*, juſqu'en *K*; & ſeptentrionale dans les ſix derniers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, depuis *R* vers *B*, juſqu'en *K*.

Que lorſque le Soleil ſe trouve en *Y*, dans le ſecond quart de cercle, c'eſt-à-dire, lorſque ſa diſtance au Nœud aſcendant de la Lune, eſt depuis 90 juſqu'à 180 degrés, l'inclinaiſon *RLX* de l'Orbite véritable *LX* avec l'Orbite ſimple *LB*, eſt méridionale à l'égard de cette Orbite dans les ſix premiers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, & ſeptentrionale dans les ſix derniers Signes.

Enfin, que lorſque le Soleil ſe trouve en *Z*, dans le dernier quart de cercle, c'eſt-à-dire, lorſque ſa diſtance au Nœud aſcendant de la Lune eſt depuis 270 juſqu'à 360 degrés, l'inclinaiſon *KQe* de l'Orbite véritable *QeL* avec l'Orbite ſimple *QAL*, eſt ſeptentrionale dans les ſix premiers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, & méridionale dans les ſix derniers.

Pour déterminer la latitude de la Lune dans toutes ces différentes circonstances, on calculera d'abord cette latitude pour tous les degrés de la distance de cette Planete à son Nœud lorsque l'inclinaison de l'Orbite est de $5^d\ 1'$, ce qui arrive lorsque le Soleil est éloigné de 90 degrés de ses Noeuds; en faisant, comme le sinus total est au sinus de l'angle *HAN*, de $5^d\ 1'$; ainsi le sinus de l'arc *AH* ou *BL*, distance de la Lune en *H* ou *L* au Nœud *A* ou *B*, qui est le plus proche, est au sinus de l'arc *HN* ou *LY*, qui mesure la latitude simple de la Lune, qui est septentrionale depuis le Nœud ascendant jusqu'au Nœud descendant, & méridionale depuis le Nœud descendant jusqu'au Nœud ascendant.

Dans les autres situations du Soleil, comme en *S*, la Lune étant en *O*, ou tel autre point que l'on voudra, de son Orbite véritable *KPRT*: on fera, comme le sinus total est au sinus du complément de l'arc *AS*; ainsi le sinus de l'angle *CAG*, de $16'$ est au sinus de l'angle *LKP*, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite véritable *KP* à l'égard de l'Orbite simple *KL*. On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus de l'arc *LKP*, que l'on vient de trouver; ainsi le sinus de l'arc *KO*, distance de la Lune au Soleil, est au sinus de l'arc *OH*, qui mesure la seconde latitude. On déterminera de la même maniére qu'on l'a marqué ci-dessus, l'arc *HN*, qui mesure la latitude simple de la Lune, lorsque sa distance au Nœud est mesurée par l'arc *AH*. S'il arrive que ces deux latitudes soient de même dénomination, c'est-à-dire, septentrionales ou méridionales, on les adjoûtera ensemble pour avoir l'arc *ON* de la vraye latitude de la Lune lorsqu'elle est au point *O*. Mais si elles se trouvent de différente dénomination, c'est-à-dire, l'une septentrionale, & l'autre méridionale, il faut retrancher la plus petite de la plus grande, & la différence sera la vraye latitude de la Lune, qui sera de la même dénomination que la plus grande des deux.

EXEMPLE I.

Le Soleil étant à la distance de 90 degrés des Nœuds de la Lune, on veut trouver la latitude de cette Planete lorsqu'elle est est en *H*, éloignée de 60 degrés de son Nœud ascendant.

L'arc *AH* étant de 60 degrés, & l'angle *HAN*, de $5^d\ 1'$:

on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus de 5^d $1'$; ainſi le ſinus de 60 degrés eſt au ſinus de 4^d $20'$ $36''$, qui meſure l'arc *HN*, lequel repréſente la latitude ſeptentrionale de la Lune.

Exemple II.

On cherche la latitude de la Lune lorſque la diſtance *AS* du Soleil au Nœud de la Lune eſt de 30 degrés; & la diſtance *KO* de la Lune au Soleil eſt auſſi de 30 degrés.

Faites, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'arc *AK*, de 30 degrés; ainſi le ſinus de l'angle *DAC*, de $16'$, eſt au ſinus de l'angle *LKP* de l'inclinaiſon de l'Orbite véritable par rapport à l'Orbite ſimple, qui eſt de $13'$ $51''$. Faites enſuite, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *LKP*, de $13'$ $51''$; ainſi le ſinus de l'arc *KO*, de 30 degrés, eſt au ſinus de l'arc *HO* de la ſeconde latitude, qui eſt de $6'$ $55''$ vers le Septentrion, à cauſe que la diſtance du Soleil au Nœud aſcendant de la Lune eſt depuis 0 juſqu'à 90 degrés, & que la diſtance de la Lune au Soleil, eſt depuis 0 juſqu'à 180 degrés. Adjoûtant l'arc *KH*, de 30 degrés, à l'arc *AK*, qui eſt auſſi de 30 degrés, on aura l'arc *AH*, de 60 degrés, avec lequel on trouvera la latitude ſimple *HN*, de 4^d $20'$ $36''$, qui eſt auſſi ſeptentrionale, à cauſe que la diſtance de la Lune à ſon Nœud aſcendant eſt depuis 0 juſqu'à 180 degrés; il faut donc l'adjoûter à l'arc *HC*, de $6'$ $55''$, & on aura la vraye latitude de la Lune *ON*, de 4^d $27'$ $31''$.

Exemple III.

On cherche la latitude de la Lune lorſque la diſtance *AH* du Soleil au Nœud de la Lune eſt de 60 degrés, & la diſtance de la Lune au Soleil eſt de 11 Signes ou 330 degrés.

Faites, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'arc *AH*, de 60 degrés; ainſi le ſinus de l'angle *DAC*, de $16'$, eſt au ſinus de l'angle *VHI* de l'inclinaiſon de l'Orbite véritable, qui eſt de 8 minutes. La diſtance de la Lune au Soleil étant de 330 degrés, on aura la Lune en *b*, éloignée du point *H*, de 30 deg. de l'Orient vers l'Occident contre la ſuite des Signes.

On fera donc, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *KHb*, de 8 minutes; ainſi le ſinus de l'arc *HK*, de 30 degrés, eſt au ſinus de l'arc *Kb*, que l'on trouvera de 4 minut. & qui eſt vers le Midi, à cauſe que la diſtance du Soleil au Nœud aſcendant de la Lune eſt depuis 0 juſqu'à 90 degrés, & que la diſtance de la Lune au Soleil eſt depuis 180 degrés juſqu'à 360. Adjoûtant la diſtance du Soleil au Nœud de la Lune, qui eſt de 60 degrés, à la diſtance de la Lune au Soleil, qui eſt de 330 degrés, & retranchant 360 degrés de leur ſomme, on aura la diſtance *AK* ou *Ab* de la Lune à ſon Nœud, de 30 degrés, avec laquelle on trouvera la latitude ſimple de la Lune *KS*, de $2^d\ 30'\ 30''$, qui eſt ſeptentrionale, à cauſe que la Lune ſe trouve dans la partie ſeptentrionale de ſon Orbite, depuis ſon Nœud aſcendant juſqu'à ſon Nœud deſcendant. Retranchant de cette latitude, l'arc *Kb*, qui a été trouvé de 4 minutes vers le Midi, on aura la latitude véritable de la Lune, de $2^d\ 26'\ 30''$.

CHAPITRE V.

De la ſituation des Nœuds de la Lune ſur l'Ecliptique.

APRÉS avoir expliqué de quelle maniére l'on conçoit que l'Orbite de la Lune eſt inclinée à l'Ecliptique, ſuivant les différentes ſituations des Nœuds de cette Planete à l'égard du Soleil; il faut déterminer la ſituation de ſes Nœuds ſur l'Ecliptique, ce qui ſe peut pratiquer en différentes maniéres.

Première Méthode de déterminer les Nœuds de la Lune.

On obſervera la hauteur méridienne des Etoiles fixes qui ſont près du Zodiaque, & leur paſſage par le Méridien à l'égard du Soleil, pour connoître leur ſituation par rapport à l'Ecliptique, de la maniére qui a été enſeignée dans le premier Livre.

On examinera enſuite la trace de la Lune au travers de ces Etoiles, & dans les temps qu'elle s'approche de l'Ecliptique, on obſervera le paſſage de la Lune & celui de quelques-unes de ces Etoiles par les fils placés à angles de 45 degrés au foyer d'une Lunette appuyée ſur une Machine parallactique, & on déterminera la ſituation apparente de la Lune par rapport à ces Etoiles, & par conſéquent à l'égard de l'Ecliptique.

On fera de pareilles obſervations après le paſſage de la Lune par l'Ecliptique, & on décrira ſa route apparente, qui marquera le lieu où l'Orbite coupe l'Ecliptique. On prendra enſuite l'intervalle de temps entre les deux obſervations, & on cherchera la partie proportionnelle qui convient à la trace de la Lune, décrite depuis la premiére obſervation juſqu'à ſon interſection avec l'Ecliptique. L'adjoûtant au temps de la premiére obſervation, on aura le temps que la Lune eſt arrivée à l'un de ſes Nœuds.

Cette méthode n'eſt pas ſujette aux erreurs cauſées par la réfraction qui éleve également les Etoiles fixes & la Lune lorſqu'elles ſont à une même hauteur ſur l'horiſon; mais il eſt néceſſaire d'y employer la parallaxe, qui eſt inſenſible dans les Etoiles fixes, mais qui fait paroître la Lune au deſſous du lieu où elle répond dans le Ciel lorſqu'elle eſt conſidérée du centre de la Terre; ainſi faute d'y avoir égard, on pourroit tomber dans des erreurs conſidérables ſur la détermination du vrai lieu du Nœud de la Lune.

Seconde Méthode de déterminer les Nœuds de la Lune, par les Eclipſes.

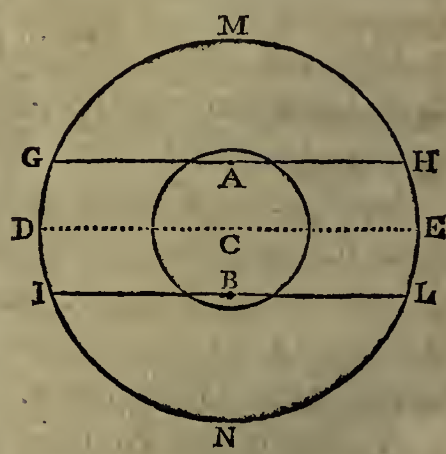
On ſçait que les Eclipſes du Soleil ſe font par l'interpoſition de la Lune entre la Terre & le Soleil, & que les Eclipſes de Lune arrivent lorſque la Terre ſe rencontre entre le Soleil & la Lune.

Lorſque les Eclipſes de Lune ſont centrales, la Terre & le Soleil étant toûjours ſur le plan de l'Ecliptique, il ſuit que le centre de la Lune eſt auſſi ſur ce plan, & que par conſéquent cette Planete ſe trouve dans l'un de ſes Nœuds, qui eſt l'interſection de ſon Orbite avec l'Ecliptique.

A l'égard des Eclipſes du Soleil, elles peuvent nous paroître centrales, ſans que le centre de la Lune ſoit ſur le plan de l'Ecliptique, parce que cette Planete étant beaucoup plus près de nous que le Soleil, un Obſervateur placé ſur la circonférence de la Terre, la voit par l'effet de la parallaxe, au deſſous du lieu où elle ſeroit vûe du centre de la Terre, pendant que le Soleil ne paroît pas changer ſenſiblement de ſituation, à cauſe de ſa parallaxe qui n'eſt que de peu de ſecondes. Ainſi ſans la connoiſſance de la diſtance de la Lune à la Terre & du parallele où nous ſommes ſitués, on ne peut trouver, par ce moyen, exactement la ſituation du Nœud de la Lune.

Il faut donc, pour une plus grande préciſion, employer dans la recherche des Nœuds, les Eclipſes de Lune centrales, qui ne ſont point ſujettes aux erreurs cauſées par la parallaxe & par la réfraction, parce que la grandeur de ces Eclipſes qui ſont cauſées par l'ombre de la Terre, ne dépend point du lieu où nous ſommes placés, ni de la hauteur de cet Aſtre ſur l'horiſon; les Eclipſes de Lune paroiſſant centrales à tous les habitans de la Terre lorſque le centre du Soleil, de la Terre & de la Lune, ſont réellement dans une même ligne, & par conſéquent ſur un même plan qui eſt celui de l'Ecliptique.

Comme la grandeur de l'ombre de la Terre excede de beaucoup celle du diſque de la Lune, en ſorte qu'on ne peut point en diſcerner les termes, on obſervera le temps de la demeure des Taches dans l'ombre, & on reconnoîtra que l'Eclipſe eſt centrale lorſque deux de ces Taches, comme *A* & *B*, également éloignées de part & d'autre du centre de la Lune, demeurent un temps égal dans l'ombre de la Terre. Car alors les cordes *GH, IL*, que décrivent ces Taches dans l'ombre de la Terre *DMEN*, étant égales, les ſegments *GMH, IML*, ſont auſſi égaux. Adjoûtant de part & d'autre, les eſpaces *GDEH* & *DEIL*, qui ſont égaux entr'eux, puiſqu'on ſuppoſe les Taches *A* & *B*, également éloignées du centre *C*, on aura la ſurface *DMEC*, égale à la ſurface *DNEC*; & par conſéquent le centre *C* de la Lune, ſera auſſi le centre du cercle *DMEN*, qui repréſente l'ombre de la Terre. Calculant pour le temps obſervé de l'Eclipſe centrale, le vrai lieu du Soleil, on aura à ſon oppoſite, le vrai lieu de la Lune, qui eſt dans ſon Nœud aſcendant lorſque cette Planete paſſe de la latitude méridionale à la latitude ſeptentrionale, & dans ſon Nœud deſcendant lorſqu'elle paſſe d'une latitude ſeptentrionale à une latitude méridionale.



Exemple I.

EXEMPLE I.

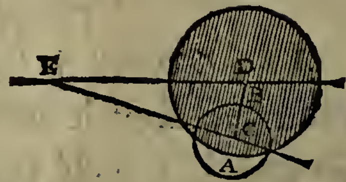
Le 16 Avril de l'année 1707, on a obſervé à Paris une Eclipſe centrale, dont le milieu a été déterminé à $13^h\ 48'$. Le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps, étoit de $0^f\ 26^d\ 19'\ 17''$, ce qui donne le vrai lieu de la Lune qui étoit à ſon oppoſite, de $6^f\ 26^d\ 19'\ 17''$ pour le 16 Avril 1707, à $13^h\ 48'$, temps vrai, qui, dans cet Exemple, ne différe que de quelques ſecondes du temps moyen. La Lune paſſoit alors de la latitude ſeptentrionale à ſa latitude méridionale, & ſe trouvoit par conſéquent dans ſon Nœud deſcendant. Le Nœud aſcendant de la Lune étoit donc alors à $26^d\ 19'\ 17''$ du Bélier, qu'on peut établir pour époque de ſon Nœud.

EXEMPLE II.

Le 9 Septembre 1718, on a obſervé à Paris une Eclipſe preſque centrale, dont le milieu a été déterminé à $8^h\ 4'\ 5''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors à $16^d\ 40'$ de la Vierge, & par conſéquent le vrai lieu de la Lune étoit à $16^d\ 40'$ des Poiſſons, le 9 Septembre 1718, à $8^h\ 4'\ 5''$, temps vrai, & à $8^h\ 1'\ 5''$, temps moyen. La Lune paſſoit alors de la latitude ſeptentrionale à ſa latitude méridionale, & ſe trouvoit par conſéquent dans ſon Nœud deſcendant. Le Nœud aſcendant étoit donc alors à $16^d\ 40'$ de la Vierge.

On peut auſſi déterminer le vrai lieu de la Lune par des Eclipſes partiales de la Lune, pourvû que l'on connoiſſe en minutes de degré, le demi-diametre de la Lune au temps de l'obſervation, & celui de l'ombre, qui eſt égal à la parallaxe de la Lune moins le demi-diametre du Soleil. Car ayant déterminé par l'obſervation, la grandeur de l'Eclipſe, qui eſt meſurée par *AB*, on la retranchera du demi-diametre de l'ombre *AD*, & l'on aura *DB*, diſtance du centre de l'ombre au bord de la Lune, qu'il faut adjoûter au demi-diametre *CB* de la Lune, pour avoir *CD*, qui meſure ſa latitude, laquelle eſt ſeptentrionale lorſque la partie éclipſée de la Lune eſt vers le Midi, & méridionale lorſqu'elle eſt vers le Nord.

Présentement dans le Triangle DCE, rectangle en C, la latitude CD de la Lune est connuë, aussi-bien que l'inclinaison de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qui est de 5^d $17'$, à cause que le Soleil est près des Nœuds de la Lune; c'est pourquoi on trouvera la distance DE du centre de l'ombre à l'un de ses Nœuds, qui est ascendant lorsque l'ombre de la Terre est vers le Nord, & que la latitude de la Lune va en diminuant, ou bien lorsque cette ombre est vers le Midi, & que la latitude de la Lune va en augmentant; & qui est descendant lorsque l'ombre de la Terre est vers le Nord, & que la latitude de la Lune va en augmentant, ou bien lorsque l'ombre de la Terre est vers le Midi, & que la latitude de la Lune va en diminuant.



EXEMPLE III.

Le 26 Mars 1717, on a observé à Paris une Eclipse de Lune, dont le milieu a été déterminé à 15^h $16'$, & la grandeur, de 7 doigts 17 minutes vers le Nord.

Le demi-diametre de la Lune étoit alors de $15'$ $46''$, & celui de l'ombre, de $42'$ $43''$.

On suppose le diametre de la Lune divisé en 12 parties égales, qu'on appelle *doigts*, & chaque doigt en 60 minutes: c'est pourquoi l'on fera, comme 12 sont à 7 & $\frac{17}{60}$; ainsi $31'$ $32''$ sont à $19'$ $8''$, qui mesurent la partie éclipsée de la Lune AB. La retranchant du demi-diametre de l'ombre AD, qui est de $42'$ $43''$, on aura BD, de $23'$ $35''$, auquel il faut adjoûter BC, de $15'$ $46''$, pour avoir la latitude de la Lune CD, de $39'$ $21''$, qui est méridionale, à cause que l'ombre de la Terre étoit vers le Nord.

Maintenant dans le Triangle DCE, rectangle en C, dont CD est connu de $39'$ $21''$, & l'angle CED, de 5^d $17'$, on aura la distance DE du centre de l'ombre au Nœud le plus proche, de 7^d $8'$ $26''$, qui est ascendant, à cause que l'ombre de la Terre étoit vers le Nord, & que sa latitude alloit en diminuant. Le vrai lieu du Soleil étoit alors de 0^f 6^d $20'$ $43''$, & par conséquent le vrai lieu du centre de l'ombre, de 6^f 6^d $20'$ $43''$. Y adjoûtant l'arc ED, qu'on vient de trouver de 7^d $8'$ $26''$, on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de la Lune, de 6^f 13^d $29'$ $9''$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CHAPITRE VI.

Du Mouvement des Nœuds de la Lune.

On sçait que les Eclipses du Soleil & de la Lune arrivent lorsque la Lune étant en Conjonction ou en Opposition avec le Soleil, se trouve en même temps près de ses Noeuds, c'est-à-dire, près de l'intersection de son Orbite avec l'Ecliptique; & comme les Eclipses paroissent lorsque le Soleil est en divers endroits de l'Ecliptique, il suit que les Nœuds de la Lune ont un mouvement sur l'Ecliptique, avec lequel ils entraînent l'Orbe de la Lune.

Pour déterminer la quantité de ce mouvement, on examinera les observations des Eclipses, faites en diverses saisons & en différentes années, & on cherchera pour ces temps, le vrai lieu du Nœud de la Lune, de la maniére que nous l'avons enseignée ci-dessus. Prenant la différence entre le vrai lieu du Nœud dans ces différentes observations, on aura la quantité de son mouvement pendant l'intervalle entre ces observations; d'où l'on déduira celui qui répond à un certain nombre de jours & d'années.

EXEMPLE.

Le 16 Avril de l'année 1707, à $13^h\,48'$, le lieu du Nœud ascendant a été déterminé à Paris par l'observation d'une Eclipse centrale de Lune, de $0^s\,26^d\,19'$.

Le 26 Mars 1717, à $15^h\,16'$, le lieu du Nœud ascendant a été déterminé à Paris par l'observation d'une Eclipse partiale, de $6^s\,13^d\,29'$.

Le 9 Septembre 1718, à $8^h\,4'$, le lieu du Nœud ascendant a été déterminé à Paris par l'observation d'une Eclipse presque centrale, de $5^s\,16^d\,40'$.

On voit d'abord par ces deux derniéres observations, que le mouvement des Nœuds de la Lune ne se fait pas suivant la suite des Signes, puisque le Nœud ascendant étoit plus avancé le 26 Mars 1717 que le 9 Septembre 1718. L'intervalle entre ces deux observations, est de $531^j\,0^h\,16'\,48''$, pendant lesquels le mouvement des Nœuds contre la ſuite des Signes, de l'Orient vers l'Occident, a été de $26^d\ 49'\ 0''$; c'eſt pourquoi ſi l'on diviſe $26^d\ 49'\ 0''$ par $531^j\ 16^h\ 48'\ 0''$, on aura le mouvement journalier du Nœud, de $3'\ 2''$.

Si l'on compare auſſi les obſervations du 16 Avril 1707 & du 9 Septembre 1718, on trouvera que dans cet intervalle, qui eſt de 11 années, dont trois ſont biſſextiles, $145^j\ 18^h\ 16'$, le mouvement des Nœuds contre la ſuite des Signes, a été de $219^d\ 39'$, qui, étant partagés par le nombre des jours écoulés entre ces obſervations, qui eſt de $4163^j\ 18^h\ 16'$, donnent le mouvement journalier du Nœud, de $3'\ 10''$. On aura auſſi le mouvement annuel, en faiſant, comme $4163^j\ 18^h\ 16'$, ſont à $219^d\ 39'$; ainſi 365 jours ſont à $19^d\ 15'\ 0''$. Enfin, ſi l'on fait, comme $219^d\ 39'$, ſont à 360 degrés; ainſi $4163^j\ 18^h\ 16'$, ſont à un quatriéme nombre, on trouvera la révolution entiére des Nœuds de la Lune autour de l'Ecliptique, de $6824^j\ 7^h\ 33'$, ou 18 années communes & $254^j\ 7^h$.

Depuis l'Eclipſe de Lune du 9 Septembre 1718, on en a obſervé une preſque centrale le 26 Mars 1736, dont le milieu eſt arrivé à Paris à $12^h\ 9'\ 0''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $0^ſ\ 6^d\ 36'$, & celui de la Lune, qui eſt à l'oppoſite, de $6^ſ\ 6^d\ 36'$.

Entre cette obſervation & celle du 16 Avril 1707, dont le milieu a été obſervé à $13^h\ 48'$, il y a 29 années, dont 8 biſſextiles moins $21^j\ 1^h\ 39'$, ce qui, ſuppoſé la révolution du Nœud, de 18 années 254 jours & 7 heur. telle qu'on l'a trouvée par l'obſervation de l'Eclipſe de Lune de 1718, comparée avec celle de 1707, fait voir que le Nœud de la Lune avoit parcouru une révolution entiére, ſix Signes & quelques degrés; & qu'ainſi le lieu du Nœud aſcendant étant au temps de l'Eclipſe de 1707, à $26^d\ 19'$ du Bélier, il devoit être dans celle de 1736 à l'oppoſite, & que la Lune, dont le vrai lieu étoit alors de $6^ſ\ 6^d\ 36'$, ſe trouvoit dans ſon Nœud aſcendant.

Retranchant $6^ſ\ 6^d\ 36'$ de $0^ſ\ 26^d\ 19'$, on aura $6^ſ\ 19^d\ 43'$, ou $199^d\ 43'$, qui, étant adjoûtés à une révolution entiére de 360 degrés, donnent le mouvement du Nœud de la Lune, de $559^d\ 43'$, ou 33583 minutes dans l'intervalle de 29 années communes moins $13^j\ 1^h\ 39'$, ou $10571^j\ 22^h\ 21'$. Partageant $33583'$ par $10571^j\ 22^h\ 21'$, on aura le mouvement journalier des Nœuds, de . . . . $3'\ 10''\ 36'''$.

On trouvera auſſi le mouvement annuel des Nœuds, en faiſant, comme $10571^j\ 22^h\ 21'$ ſont à $559^d\ 43'$; ainſi 365 jours ſont à $19^d\ 19'\frac{1}{2}$.

Enfin l'on fera, comme $559^d\ 43'$ ſont à 360 degrés; ainſi $10571^j\ 22^h\ 21'$ ſont au temps que les Nœuds employent à faire leurs révolutions, que l'on trouvera de 6800 jours.

Nous avons d'abord comparé enſemble le lieu des Nœuds de la Lune, obſervé dans des temps peu éloignés les uns des autres, pour reconnoître de quel ſens ils font leurs mouvements, & déterminer à peu-près le temps de leurs révolutions, afin que dans la comparaiſon des obſervations éloignées les unes des autres, on ne pût ſe méprendre d'une ou de pluſieurs révolutions entiéres; examinons préſentement quel eſt le mouvement des Nœuds, qui réſulte des obſervations les plus anciennes, comparées aux nôtres.

Ptolemée, dans ſon Almageſte, rapporte trois obſervations d'Eclipſes de Lune, faites à Babylone par les Chaldéens, qui ſont les plus anciennes dont on nous ait conſervé la mémoire.

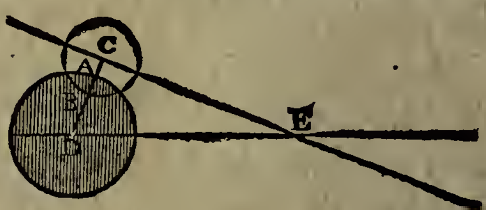
La premiére, qui étoit totale, eſt arrivée la premiére année de Mardocempade, le 29 du mois de *Thoth*, ce qui ſe rapporte au 19 Mars de l'année 720 avant Jeſus-Chriſt, ſuivant notre maniére de compter. Le commencement fut obſervé à $7^h\ 30'$ du ſoir, & le milieu ou la plus grande Eclipſe à $9^h\ 30'$.

La ſeconde Eclipſe fut obſervée le 19 du mois de *Thoth* de la ſeconde année de Mardocempade, ce qui ſe rapporte au 8 Mars de l'année 719 avant Jeſus-Chriſt. Le milieu arriva à minuit, & ſa grandeur fut déterminée de 3 doigts vers le Midi.

La troiſiéme fut obſervée le 15 du mois de *Phamenoth* de la même année, qui ſe rapporte au 1.er Septembre de l'année 719 avant Jeſus-Chriſt. Le milieu arriva à $8^h\frac{1}{2}$ du ſoir, & ſa grandeur parut plus de la moitié vers le Nord.

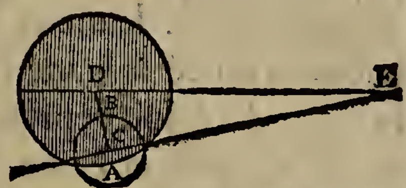
Comme on ne peut pas ſçavoir ſi la premiére de ces Eclipſes étoit centrale, & de combien la Lune étoit alors éloignée de ſes Nœuds, nous ne l'employerons point pour cette recherche, & nous examinerons ce qui réſulte des deux autres, en cette maniére.

La différence des Méridiens entre Babylone & Alexandrie est, suivant Ptolemée, de 50 minutes d'heure dont Alexandrie est plus à l'Occident, & la différence des Méridiens entre Paris & Alexandrie, a été déterminée par les observations de l'Académie Royale des Sciences, de $1^h\ 52'$, dont Paris est plus à l'Occident. On aura donc la différence entre les Méridiens de Babylone & de Paris, de $2^h\ 42'$, qu'il faut retrancher du milieu de l'Eclipse du 8 Mars de l'année 719 avant Jesus-Christ, observé à minuit, pour avoir le milieu de cette Eclipse, réduit au Méridien de Paris, le 8 Mars de l'année 719 avant Jesus-Christ, à $9^h\ 18'$ du soir. Le demi-diametre du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, de $16'\ 2''$, & sa parallaxe horisontale, de $10''$. Le demi-diametre de la Lune, de $14'\ 46''$, & sa parallaxe horisontale, de $54'\ 38''$. Retranchant de cette parallaxe, celle du Soleil, qui est de $10''$, & son demi-diametre, de $16'\ 2''$, on aura $38'\ 26''$, auxquelles il faut adjoûter $30''$, pour avoir le demi-diametre de l'ombre de la Lune *DA*, de $38'\ 56''$. La grandeur de l'Eclipse ayant été observée de 3 doigts, c'est-à-dire, de $7'\ 23''$, on la retranchera du demi-diametre de l'ombre, de $38'\ 56''$, & l'on aura la distance *BD* du centre de l'ombre au bord le plus près de la Lune, de $31'\ 33''$, à laquelle il faut adjoûter le demi-diametre *BC* de la Lune, qui est de $14'\ 46''$, pour avoir la distance *CD* du centre de la Lune à celui de l'ombre de la Terre, de $46'\ 19''$, qui est septentrionale, à cause que la partie éclipsée étoit vers le Midi; & dans le Triangle sphérique *ECD*, rectangle en *C*, dont le côté *CD* est connu de $46'\ 19''$, & l'angle *CED*, de $5^d\ 17'$, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de la Lune *CE* à l'égard de l'Ecliptique *DE*, on trouvera la distance *DE* du centre de l'ombre au Nœud de la Lune dans l'observation du 8 Mars de l'année 719 avant J. C. de $8^d\ 24'\ 50''$.



Dans l'Eclipse de Lune du 1.er Septembre de la même année, le demi-diametre du Soleil étoit, suivant nos Tables, de $16'\ 7''$, celui de la Lune, de $16'\ 46''$, & sa parallaxe horisontale, de $61'\ 57''$, d'où l'on tire le demi-diametre de l'ombre *DA*, de $46'\ 10''$.

Si l'on suppose présentement que la grandeur de l'Eclipse, qui a été obſervée de plus de la moitié, ait été de 6 doigts $\frac{1}{4}$, on aura la quantité de la Lune éclipſée *AB*, de 17′ 28″, qui étant retranchée de *DA* 46′ 10″, reſte la diſtance *DB* du centre de l'ombre au bord le plus près de la Lune, de 28′ 42″, à laquelle adjoûtant le demi-diametre de la Lune, de 16′ 46″,

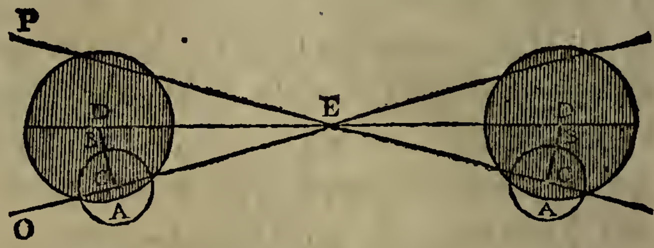


on aura la diſtance *CD* du centre de la Lune à celui de l'ombre de la Terre, de 45′ 28″, qui eſt méridionale; à cauſe que la partie éclipſée a été obſervée vers le Nord; & dans le Triangle ſphérique *ECD*, rectangle en *C*, dont le côté *CD* eſt connu de 45′ 28″, & l'angle *CED*, de 5′ 17″, on aura la diſtance *DE* du centre de l'ombre de la Terre au Nœud de la Lune dans l'obſervation du 1.er Septembre de l'année 719 avant J. C. de 8d 15′ 28″.

Comme on n'a pas marqué dans cette obſervation, ni dans la précédente, ſi la latitude de la Lune alloit en augmentant ou en diminuant, ce qui ſert à reconnoître le Nœud où elle ſe trouve, on le déterminera en cette maniére.

On calculera pour le 19 Mars de l'année 720 avant Jeſus-Chriſt, à 9h 30′ à Babylone, ou à 6h 48′ au Méridien de Paris, temps de l'obſervation totale de la premiére Eclipſe de Lune, rapportée par Ptolemée, le vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera à 21d 27′ des Poiſſons, & on aura celui de la Lune, qui eſt à l'oppoſite, à 21d 27′ de la Vierge. Depuis cette obſervation juſqu'à celle du 1.er Septembre 719, il y a près de 18 mois, pendant leſquels le mouvement des Nœuds a été d'environ 29 degrés contre la ſuite des Signes, qu'il faut par conſéquent retrancher du lieu de la Lune dans l'obſervation de l'année 720, que l'on ſuppoſe être peu différent de celui de ſon Nœud, à cauſe que l'Eclipſe étoit totale, & on aura le lieu d'un des Nœuds de la Lune dans l'obſervation du 1.er Septembre 719, au 23.me degré du Lion, & ſon oppoſite au 23.me degré du Verſeau. Le milieu de cette Eclipſe a été obſervé à 8h 30′ du ſoir à Babylone, c'eſt-à-dire, à 5h 48′ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve à 1d 7′ de la Vierge, & celui du centre de l'ombre qui lui étoit oppoſée, à 1d 7′ des Poiſſons. Le lieu du Nœud que nous venons de trouver au 23.me degré du Verſeau, étoit donc moins avancé d'environ 8 degrés que le centre de l'ombre;

d'où il résulte que la Lune étoit près de son Nœud-descendant, comme on peut le voir dans la Figure ci-jointe, où la partie éclipsée de la Lune *AB* étant vers le Nord, & le lieu du Nœud moins avancé suivant la suite des Signes que le lieu de la Lune, la ligne *EO* doit représenter l'Orbite de la Lune, & le point *E* son Nœud descendant où elle passe de la partie septentrionale à la partie méridionale; au lieu que si l'ombre étant vers le Nord, le lieu du Nœud eût été plus avancé que celui de la Lune, la ligne *EP* auroit représenté son Orbite, & le point *E* son Nœud ascendant.



Pour déterminer présentement le mouvement des Nœuds de la Lune, par la comparaison des observations anciennes avec les modernes, on retranchera du vrai lieu du centre de l'ombre, qui étoit le 1.er Septembre de l'année 719 avant Jesus-Christ, à $1^d\ 7'$ des Poissons, sa distance au Nœud descendant de la Lune, qui a été trouvée de $8^d\ 15'$, & l'on aura le vrai lieu du Nœud descendant de la Lune, le 1.er Septembre de l'année 719 avant Jesus-Christ, à $22^d\ 52'$ du Verseau, & par conséquent le vrai lieu de son Nœud ascendant, à $22^d\ 52'$ du Lion.

Le Nœud ascendant de la Lune étoit le 9 Septembre 1718 à $8^h\ 4'$ du soir, à $16^d\ 40'$ de la Vierge, plus avancé de $23^d\ 48'$, suivant la suite des Signes, que dans l'observation du 1.er Septembre de l'année 719 avant Jesus-Christ; d'où il suit qu'il manque cette quantité que les Nœuds de la Lune qui vont en sens contraire, n'ayent achevé un certain nombre de révolutions entiéres, qu'on trouve être de 131 révolutions, en divisant l'intervalle entre ces observations, qui est de 2437 années, dont 608 bissextiles, $19^j\ 2^h\ 16'$, par la révolution des Nœuds, trouvée ci-dessus de 6800 jours; c'est pourquoi si on partage cet intervalle par 130 révolutions $336^d\ 12'$, on aura la révolution moyenne des Nœuds de la Lune, de $6798^j\ 7^h\ 0'$.

On fera ensuite, comme $6798^j\ 7^h\ 0'$ sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont au mouvement annuel des Nœuds, qu'on trouvera de . . . . $19^d\ 19'\ 45''$.

Enfin,

Enfin, si l'on divise ce mouvement annuel par 365, on aura le mouvement journalier du Nœud, de . . . . 3′ 10″ 38‴, peu différent de celui que nous avions déterminé par des observations qui n'étoient éloignées les unes des autres que d'un intervalle de 12 années.

Si l'on examine de même le mouvement des Nœuds, qui résulte de l'Eclipse de Lune du 8 Mars de l'année 719 avant Jesus-Christ, dont le milieu est arrivé à 9^h 18′ du matin au Méridien de Paris, on trouvera d'abord que le vrai lieu du Soleil étoit à 10^d 36′ des Poissons, & que par conséquent le centre de l'ombre de la Terre, qui est à l'opposite, étoit à 10^d 36′ de la Vierge. Dans l'observation suivante du 1.er Septembre 719, le vrai lieu du Nœud ascendant a été déterminé à 22^d 52′ du Lion, ainsi il devoit être le 8 Mars au commencement de la Vierge; d'où il suit que la Lune, qui étoit à 10^d 36′ du même Signe, avoit passé son Nœud ascendant. Retranchant donc du lieu du centre de l'ombre, qui a été déterminé à 10^d 36′ de la Vierge, la distance de ce centre au Nœud de la Lune, qui a été trouvée le 8 Mars 719, de 8^d 24′ 50″, *(Voy. page 286.)* on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de la Lune à 2^d 11′ de la Vierge, plus avancé que le 1.er Septembre de la même année à 5^h 48′, de 9^d 21′, qui mesurent le mouvement des Nœuds contre la suite des Signes dans l'espace de 177^j moins 3^h 30′ entre ces observations, ce qui est à raison de 3′ 10″ 20‴ par jour, & fait voir que le mouvement des Nœuds qui résulte de cette observation comparée aux modernes, doit être le même que celui que nous venons de déterminer.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement vrai de la Lune à l'égard de la Terre.

NOUS avons enseigné dans le Livre précédent, diverses méthodes pour déterminer par des observations immédiates, le vrai lieu du Soleil; ces mêmes méthodes peuvent être employées pour trouver le vrai lieu de la Lune, pourvû que l'on ait égard à l'effet de la parallaxe qui la fait paroître souvent fort éloignée du lieu où elle seroit vûe du centre de la Terre, auquel il est néceſſaire de rapporter les mouvements des Corps céleſtes; ainſi nous nous contenterons d'expoſer ici ſeulement les méthodes avec leſquelles on peut déterminer ſon vrai lieu avec plus de facilité & d'évidence.

Première Méthode de déterminer le vrai lieu de la Lune.

On obſervera lorſque la Lune eſt Pleine, le paſſage de ſes deux bords par le Méridien, & lorſqu'elle eſt en Croiſſant ou en Décours, le paſſage de ſes deux cornes par le Méridien, dont le milieu donnera l'heure que ſon centre a paſſé par le Méridien. On prendra la différence entre ce paſſage & celui du centre du Soleil par le Méridien qui a précédé ou ſuivi immédiatement, & on la convertira en degrés, à raiſon de 15 degrés par heure, pour avoir la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & la Lune, qui, étant adjoûtée à l'aſcenſion droite du Soleil pour le temps de l'obſervation lorſque le paſſage de la Lune a ſuivi celui du Soleil, ou qui en étant retranchée lorſqu'il l'a précédé, donnera l'aſcenſion droite véritable de la Lune pour le temps de ſon paſſage par le Méridien.

On obſervera auſſi la hauteur méridienne des deux bords de la Lune lorſqu'elle eſt Pleine, & de ſes deux cornes lorſqu'elle eſt en Croiſſant ou en Décours; on retranchera de la hauteur de chaque bord ou de chaque corne, la réfraction qui lui convient, & on y adjoûtera la parallaxe pour avoir la hauteur véritable des deux bords ou des deux cornes, dont le milieu ſera la hauteur véritable du centre de la Lune. La différence entre cette hauteur & celle de l'Equateur du lieu où l'on obſerve, donnera la déclinaiſon de la Lune, qui ſera méridionale lorſque cette hauteur eſt plus petite que celle de l'Equateur, & ſeptentrionale lorſqu'elle eſt plus grande.

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon de la Lune étant ainſi connuës pour le temps de ſon paſſage par le Méridien, on déterminera par les regles de la Trigonométrie ſphérique, ſa longitude & ſa latitude.

EXEMPLE.

Le 30 Janvier de l'année 1708, le paſſage du bord occidental de la Lune par le Méridien, a été obſervé $5^h\ 44'\ 23''$ après celui du centre du Soleil, le paſſage de la premiére corne à $5^h\ 45'\ 14''$, & le paſſage de la ſeconde corne à $5^h\ 45'\ 58''$. La différence entre le paſſage de ces deux cornes, eſt de $44''$, dont la moitié 22 étant adjoûtée à $5^h\ 45'\ 14''$, donne le paſſage du centre de la Lune à $5^h\ 45'\ 36''$, temps vrai. Réduiſant ces heures en degrés, on aura la différence entre l'aſcenſion droite du Soleil & celle de la Lune, de $86^d\ 24'\ 0''$, qui, étant adjoûtée à l'aſcenſion droite du Soleil, qu'on a calculée de $312^d\ 29'\ 10''$ pour $5^h\ 45'\ 36''$ du ſoir, donne l'aſcenſion droite de la Lune le 30 Janvier 1708, à $5^h\ 45'\ 36''$ du ſoir, de $398^d\ 53'\ 10''$, ou de $38^d\ 53'\ 10''$.

La hauteur méridienne apparente de la corne ſupérieure de la Lune, a été obſervée de $59^d\ 2'\ 30''$, & celle de la corne inférieure, de $58^d\ 32'\ 20''$, ce qui donne la hauteur apparente de ſon centre, de $58^d\ 47'\ 25''$, dont retranchant $35''$ pour la réfraction, reſte $58^d\ 46'\ 50''$, auxquels il faut adjoûter $32'\ 0''$ pour la parallaxe qui convient à cette hauteur, & l'on aura la hauteur véritable du centre de la Lune, de $59^d\ 18'\ 50''$. Retranchant de cette hauteur, celle de l'Equateur, qui eſt à l'Obſervatoire de Paris, de $41^d\ 9'\ 50''$, reſte la declinaiſon ſeptentrionale de la Lune au temps de l'obſervation, de $18^d\ 9'\ 0''$, par le moyen de laquelle & de ſon aſcenſion droite que l'on vient de trouver de $38^d\ 53'\ 10''$, on déterminera ſa longitude, de $1^f\ 12^d\ 13'\ 27''$, & ſa latitude ſeptentrionale, de $2^d\ 45'\ 34''$ pour le temps de l'obſervation.

Seconde Méthode de déterminer le vrai lieu de la Lune.

On obſervera le temps du commencement & de la fin d'une Eclipſe de Lune pour avoir l'heure à laquelle l'Eclipſe a été la plus grande, ce que l'on peut auſſi déterminer en prenant le milieu entre le temps où la Lune a paru éclipſée d'une égale quantité après le commencement & avant la fin de l'Eclipſe. On calculera pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, dont l'oppoſite donnera le vrai lieu du centre de l'ombre de la Terre, qui ſera le même que celui de la Lune lorſque l'Eclipſe eſt centrale, mais qui, dans les Eclipſes partiales, en différe d'une certaine quantité que l'on trouvera en cette maniére.

On prendra la différence entre le vrai lieu du centre de l'ombre de la Terre, & le lieu du Nœud de la Lune, qui eſt meſuré par l'arc de l'Ecliptique *DE* (*Fig.* 41.) & dans le Triangle ſphérique *DCE*, rectangle en *C*, dont l'hypothénuſe *DE* eſt connuë, & l'angle *DEC*, meſure l'inclinaiſon de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qui eſt de $5^{d}\ 17'$, on trouvera l'arc *CE*, diſtance du centre de la Lune ſur ſon Orbite au vrai lieu de ſon Nœud. Maintenant dans le Triangle ſphérique *CLE*, rectangle en *L*, dont l'hypothénuſe *CE* eſt connuë, & l'angle *CEL*, on trouvera l'arc *CL*, qui meſure la latitude de la Lune, & l'arc *EL*, diſtance de la Lune à ſon Nœud, reduite à l'Ecliptique, qu'il faut retrancher du vrai lieu du Nœud de la Lune lorſqu'il eſt plus avancé ſuivant la ſuite des Signes, que le centre de l'ombre; & qu'il faut y adjoûter au contraire lorſqu'il eſt moins avancé, & on aura le vrai lieu de la Lune, réduit à l'Ecliptique. *Ce qu'il falloit trouver.*

CHAPITRE VIII.

Des moyens Mouvements de la Lune.

AYANT déterminé par l'une des méthodes précédentes, le vrai lieu de la Lune en deux temps différents, on aura le mouvement apparent de la Lune, qui répond à l'intervalle compris entre ces obſervations.

Ce mouvement apparent eſt égal au moyen lorſque dans la ſeconde obſervation, la Lune ſe trouve dans la même ſituation que dans la premiére à l'égard de ſon Apogée ou de ſon Périgée, & que ſes inégalités ſont les mêmes.

Ainſi la détermination exacte du moyen mouvement de la Lune, demanderoit celle de la théorie de cette Planete, qui demande auſſi réciproquement la connoiſſance du moyen mouvement, auquel il faut appliquer toutes les inégalités pour avoir ſa ſituation véritable.

Pour parvenir avec le plus d'exactitude qu'il eſt poſſible, à la connoiſſance des moyens mouvements, nous comparerons nos obſervations avec les plus anciennes dont on nous a conſervé la mémoire, afin que la différence qui provient des différentes inégalités de la Lune, venant à être partagée par un grand nombre de révolutions, en produiſe d'autant moins d'erreur dans la détermination de ſon moyen mouvement.

La plus ancienne de ces obſervations eſt celle qui, au rapport de Ptolemée *(Almageſte, liv. 2. chap. 6.)* a été obſervée à Babylone par les Chaldéens, le 19 Mars de l'année 720 avant Jeſus-Chriſt, ſuivant nôtre maniére de compter.

Le commencement de cette Eclipſe, qui étoit totale, a été obſervé à $7^h\ 20'$, & le milieu à $9^h\ 20'$.

La différence des Méridiens entre Paris & Babylone, ayant été déterminée ci-deſſus; de $2^h\ 32'$, dont Paris eſt plus à l'Occident, on aura le milieu de cette Eclipſe, réduit au Méridien de Paris, à $6^h\ 48'$.

Le vrai lieu du Soleil, ſuivant nos Tables calculées ſur la théorie du Soleil, étoit alors de $11^f\ 21^d\ 27'$; ainſi le vrai lieu de la Lune, qui étoit à ſon oppoſite, étoit de $5^f\ 21^d\ 27'$.

Le 20 Septembre de l'année 1717, on a obſervé à Paris une Eclipſe partiale, dont la grandeur étoit de 6 doigts 55 minutes, & dont le milieu fut déterminé à $6^h\ 2'$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, ſuivant nos Tables, de $5^f\ 27^d\ 34'$; ainſi le vrai lieu de la Lune ſur ſon Orbite, étoit de $11^f\ 27^d\ 34'$.

Pour comparer enſemble ces obſervations, on réduira le temps de la derniére à la forme Julienne, afin d'avoir un intervalle d'années, dont trois communes & une biſſextile; ce que l'on fera en retranchant 11 jours du 20 Septembre 1717, & on aura le vrai lieu de la Lune, le 9 Septembre de l'année 1717, à $6^h\ 2'$, de $11^f\ 27^d\ 34'$.

Il y a donc entre cette obſervation & celle de l'année 720 avant Jeſus-Chriſt, 2437 années, dont 609 biſſextiles plus 174 jours moins 46 minutes, ce qui fait en tout 890288 jours moins 46 minutes, pendant leſquels il y a eu un certain nombre de révolutions plus 6 Signes 6 degrés & 7 minutes.

Il ſeroit aiſé, dans un ſi grand intervalle de temps, de ſe méprendre d'une ou même de pluſieurs révolutions, puiſque ce nombre de jours étant partagé par une révolution Lunaire, il s'y en trouve plus de 30 mille, & que chaque révolution s'acheve en moins de 40 mille minutes; ainſi une révolution de plus ou de moins, ne feroit qu'une erreur d'une minute & de quelques secondes dans l'intervalle du retour de la Lune au même point de l'Ecliptique.

Pour éviter les erreurs qui pourroient arriver de cette part, nous examinerons d'abord les observations des Eclipses éloignées l'une de l'autre d'un petit intervalle, pendant lequel le nombre des révolutions est connu, afin de déterminer à peu-près le temps du retour de la Lune au même point de l'Ecliptique, que l'on employera ensuite pour déterminer le nombre des révolutions écoulées entre des intervalles plus éloignés.

Entre les observations modernes, nous avons celles du 9 Septembre 1718 & du 29 Août 1719, qui sont arrivées à peu-près à la même heure du jour, dans l'intervalle desquelles il s'est écoulé 13 révolutions. Le milieu de la premiére Eclipse, qui étoit totale, a été observé le 9 Septembre 1718, à 8^h $4'$ du soir, le vrai lieu du Soleil étant de 5^f 16^d $40'$. Le milieu de la seconde Eclipse est arrivé le 29 Août 1719, à 8^h $32'$ du soir, le vrai lieu du Soleil étant de 5^f 5^d $47'$. Il y a dans cet intervalle, 354 jours & 18 minutes, auxquels il répond 13 révolutions moins 10^d $53'$, ce qui est à raison de 27^j 7^h $6'$ pour chaque retour de la Lune au même point de l'Ecliptique dont nous nous servirons pour comparer des observations plus éloignées les unes des autres.

Entre ces observations, nous avons celle du 15 Mars 1699, dont le milieu est arrivé à Paris à 7^h $23'$ du soir, le vrai lieu du Soleil étant de 11^f 25^d $30'$. La comparant à celle du 27 Mars de l'année 1717, dont le milieu est arrivé à 3^h $16'$ du matin, le vrai lieu du Soleil étant de 0^f 6^d $21'$, on aura 18 années, dont quatre sont bissextiles, 11^j 7^h $53'$, qui répondent à un certain nombre de révolutions plus 10^d $51'$. Partageant ce temps, qui est de 6585^j 7^h $53'$, par 27^j 7^h $6'$, on aura 241 pour quotient, & environ un quart pour fraction, ce qui fait voir qu'il y a dans cet intervalle, 241 révolutions; c'est pourquoi l'on divisera 6585^j 7^h $53'$ par 241 révolutions plus 10^d $51'$, en réduisant les jours en heures & minutes, & les révolutions en degrés & minutes, & on aura le temps du retour de la Lune au même point de l'Ecliptique, de 27^j 7^h $43'$ $6''$, ce qui donne beaucoup plus exactement la révolution moyenne de la Lune, dont on se servira pour comparer de plus grands intervalles, & arriver, pour ainsi dire, par degrés à une plus grande exactitude.

Nous avons dit ci-dessus, qu'entre les observations des Eclipses de Lune du mois de Mars de l'année 720 avant Jesus-Christ, & du mois de Septembre de l'année 1717 après Jesus-Christ, il y avoit 890288 jours moins 46 minutes, les partageant par $27^j\ 7^h\ 43'\ 6''$, on aura 32585 révolutions, & un peu plus d'une demi-révolution, ce qui s'accorde à la différence entre le vrai lieu du Soleil, déterminé dans ces deux observations, qui est de $6^s\ 6^d\ 12'$; c'est pourquoi si l'on divise 890288 jours moins 46 minutes par 32585 révolutions plus $6^s\ 6^d\ 12'$, on aura la révolution moyenne de la Lune à l'égard du même point de l'Ecliptique, de $27^j\ 7^h\ 43'\ 5''$, qui est la plus exacte que l'on puisse trouver par des observations éloignées, & à laquelle il n'y a d'autre correction à faire que celle qui provient des différentes inégalités de la Lune dans ces deux observations où la Lune s'est trouvée à peu-près à la même distance de son Apogée.

Pour s'assûrer plus particuliérement si la révoluion de la Lune est de la quantité que nous venons de déterminer, nous examinerons si elle se trouve exactement un certain nombre de fois dans l'intervalle qui s'est écoulé entre d'autres observations.

Nous choisirons pour cet effet, l'Eclipse de Lune du 19 Mars de l'année 199 avant Jesus-Christ, qui est arrivée le même jour de l'année que celle de l'an 720 avant Jesus-Christ, dont le milieu a été observé à Alexandrie à $13^h\ 20'$, le vrai lieu du Soleil étant de $11^s\ 25^d\ 25'$. Retranchant $1^h\ 52'$ pour la différence des Méridiens, dont Alexandrie est plus oriental que Paris, on aura le milieu de cette Eclipse à Alexandrie, le 19 Mars, à $11^h\ 28'$ du soir, le même jour de l'année que celle de l'année 720 avant Jesus-Christ. L'intervalle entre ces deux Eclipses, est de 521 années, dont 130 bissextiles plus $4^h\ 30'$, qui, étant partagées par $27^j\ 7^h\ 43'\ 6''$, donnent 6965 révolutions & une très-petite fraction. Divisant présentement ce même intervalle par 6965 révolutions plus $3^d\ 58'$, différence entre le lieu du Soleil dans ces deux observations, on aura la révolution moyenne de la Lune, de $27^j\ 7^h\ 43'\ 5''$, précisément de même que nous l'avons déterminée par la comparaison précédente. On trouvera de même que depuis l'obſervation de l'Eclipſe de l'année 199 avant Jeſus-Chriſt, juſqu'à celle du 20 Septembre de l'année 1717, il y a 26520 révolutions de la même quantité de $27^j\ 7^h\ 43'\ 5''$.

Pour déterminer préſentement les moyens mouvements de la Lune, qui conviennent aux jours, aux heures, aux minutes & aux ſecondes, on diviſera 360 degrés par $27^j\ 7^h\ 43'\ 5''$, & on aura le mouvement journalier de la Lune, de $13^d\ 10'\ 35''$. Diviſant $13^d\ 10'\ 35''$ par 24 heures, on aura le mouvement horaire de la Lune, de $32'\ 56''\ 27'''\frac{1}{2}$; & partageant $32'\ 56''\ 27'''\frac{1}{2}$ par $60'$, on aura le moyen mouvement qui convient à une minute, de $32''\ 57'''$, & le moyen mouvement pour une ſeconde, de $33'''$. Multipliant le mouvement moyen journalier par 365, on aura le mouvement moyen de la Lune pour une année commune, & on trouvera de même les moyens mouvements qui conviennent aux centaines & milliémes d'années, dont on ſe ſervira pour conſtruire les Tables des moyens mouvements de la Lune.

CHAPITRE IX.

Des Epoques des moyens Mouvements de la Lune, de la ſituation de ſon Apogée, & de ſa premiére Inégalité.

ON appelle *Epoques des moyens mouvements de la Lune*, ou *d'une Planete*, le temps auquel cette Planete, conſidérée du centre de ſon moyen mouvement, répond à un certain point de l'Ecliptique.

Pour déterminer ces Epoques, on cherchera le temps où le vrai lieu de la Lune concourt avec le moyen, ou n'en différe que d'une petite quantité, ce qui doit arriver lorſque cette Planete eſt dans ſon Apogée ou ſon Périgée, parce qu'alors le rayon tiré de la Terre à la Lune, qui détermine dans l'Orbe de cette Planete, ſon vrai lieu, paſſe auſſi par le centre du moyen mouvement, & détermine ſon lieu moyen au même point de cet Orbe ; ainſi la connoiſſance du lieu de l'Apogée & du Périgée de la Lune, a une liaiſon néceſſaire avec les Epoques de ſes moyens mouvements.

Par

Par les obſervations de la Lune, faites en divers temps, on a remarqué que cette Planete étoit ſujette à beaucoup moins d'irrégularités lorſqu'elle eſt dans ſes Conjonctions & Oppoſitions avec le Soleil, que dans toutes ſes autres Phaſes.

Entre ces Conjonctions & Oppoſitions, que l'on nomme autrement *Sizygies*, les Eclipſes du Soleil & de la Lune ſont les plus remarquables & les moins ſujettes à erreur, parce qu'alors la Lune ſe trouve dans la direction du Soleil à la Terre, avec peu ou point de latitude à l'égard de l'Ecliptique.

A l'égard des Eclipſes du Soleil, on ne les apperçoit pas de la même grandeur, de tous les endroits de la Terre, à cauſe de la parallaxe de la Lune, dont il faut tenir compte pour comparer enſemble les obſervations qui en ont été faites, & déterminer la ſituation de la Lune par rapport au centre de la Terre.

Il n'en eſt pas de même des Eclipſes de Lune, elles paroiſſent, comme on l'a remarqué ci-deſſus, à tous ceux qui la voyent ſur leur horiſon, de la même maniére que s'ils la conſidéroient du centre de la Terre; & on peut obſerver avant & après l'Eclipſe, le diametre apparent de la Lune, dont on ſe ſert pour déterminer ſa diſtance à la Terre. Ainſi nous employerons principalement pour cette recherche, ces ſortes d'obſervations dont il ſe trouve un grand nombre qui ont été faites à Paris, & pluſieurs autres en différents Pays, qu'il eſt aiſé de réduire à notre Méridien, par la connoiſſance que l'on a des longitudes ſur Terre.

Première Méthode de déterminer l'Epoque des moyens Mouvements de la Lune, le lieu de ſon Apogée, & ſa première Inégalité.

Ayant obſervé une Eclipſe de Lune, & déterminé le temps auquel elle eſt arrivée au milieu, on calculera pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, dont l'oppoſite déterminera le vrai lieu de la Lune ſur ſon Orbite.

On examinera enſuite le plus grand nombre d'obſervations d'Eclipſes que l'on pourra recueillir, & on calculera pour le temps du milieu de ces Eclipſes, le vrai lieu de la Lune qui eſt à l'oppoſite du Soleil.

On prendra l'intervalle de temps moyen entre la premiére Eclipſe & l'une de celles que l'on veut examiner, & ayant cherché dans la Table des moyens mouvements de la Lune, le nombre de Signes, degrés, minutes & ſecondes qui conviennent à cet intervalle, on les adjoûtera au vrai lieu de la Lune dans le temps de la premiére Eclipſe ſi elle précéde celle que l'on veut examiner, & on la retranchera ſi elle la ſuit. On comparera cette ſomme ou différence ainſi déterminée, avec le vrai lieu de la Lune au temps de la ſeconde Eclipſe, & on fera la même opération ſur diverſes autres Eclipſes, en mettant à part celles où la différence entre le lieu vrai de la Lune & ce lieu ainſi déterminé, eſt la plus grande de part & d'autre, ſoit que le lieu vrai l'excede, ou qu'il ſoit moindre. Si ces différences ſont égales de part & d'autre, c'eſt une preuve que la Lune, au temps de la premiére Eclipſe, étoit alors dans ſon Apogée ou ſon Périgée, & que ſon lieu moyen étoit le même que ſon vrai lieu, auquel cas chacune de ces différences meſure la plus grande Equation de la Lune.

Si l'une eſt plus grande que l'autre, on prendra leur ſomme dont la moitié meſurera la plus grande Equation de la Lune.

Retranchant de cette Equation, la plus petite de ces différences, on aura l'angle *FRT (Fig. 31.)* qui meſure l'Equation de la Lune dans le temps de la premiére obſervation, qui, étant adjoûtée à ſon vrai lieu, ou en étant retranchée, ſuivant la ſituation de la Lune à l'égard de ſon Apogée ou de ſon Périgée, donne le lieu moyen de la Lune, qui répond à ſon vrai lieu dans le temps du milieu de la premiére Eclipſe.

Enfin, pour déterminer le lieu de l'Apogée ou du Périgée de la Lune, on cherchera par le moyen de la plus grande Equation, la valeur de l'excentricité *CT,* par rapport au demi-axe *AC* de l'Ellipſe *ABPK;* & ayant prolongé *TR* en *M,* en ſorte que *TM* ſoit égale à *AP,* on joindra *FM,* & on fera, comme *TF* eſt à *TM* ou *AP;* ainſi le ſinus de l'angle *TMF,* moitié de l'angle *FRT* de l'Equation trouvée, eſt au ſinus de l'angle *TFM* ou *AFM,* dont retranchant l'angle *FMT,* reſte l'angle *ATR,* diſtance de la Lune à ſon Apogée au temps de la premiére Eclipſe.

Cette méthode eſt à peu-près la même que la neuviéme expoſée dans la théorie du Soleil, dont elle ne différe qu'en ce que, dans celle-là, on a comparé les obſervations du Soleil faites dans une même révolution, où ſon Apogée ſe trouve dirigé à peu-près au même point du Ciel; au lieu que dans celle-ci on a comparé les obſervations de la Lune faites dans l'intervalle de pluſieurs révolutions, lorſque l'Apogée de cette Planete étoit dirigé à certains points du Ciel fort éloignés les uns des autres, ce qui revient au même, parce que la quantité du mouvement vrai de la Lune eſt préciſément égale à celle de ſon moyen mouvement après chaque retour de la Planete à ſon Apogée; d'où il ſuit que la différence entre le vrai & le moyen mouvement de cette Planete dans l'intervalle de temps entre deux obſervations éloignées l'une de l'autre, que l'on compare enſemble, dans quelque ſituation où ſe trouve ſon Apogée par rapport aux Etoiles fixes, eſt toûjours meſurée par la ſomme des angles *FRT* & *FBT*, qui repréſentent dans ces deux obſervations, l'Equation de la Planete ou la différence entre ſon vrai & ſon moyen mouvement depuis le point *R* juſqu'au point *B*.

EXEMPLE.

Entre les Eclipſes de Lune obſervées à Paris, nous en trouvons une totale du 10 Décembre 1685, rapportée dans l'Hiſtoire de l'Académie de M. Duhamel, qui avoit été annoncée comme étant près de ſon Apogée.

Le commencement n'en fut pas apperçû, mais on obſerva à Paris l'Immerſion de la Lune dans l'ombre à $9^h\ 52'\ 0''$, & ſon Emerſion à $11^h\ 36'\ 18''$, ce qui donne le milieu à $10^h\ 44'\ 9''$ du ſoir.

Ces deux Phaſes ſont celles qui ſe diſtinguent avec le plus d'évidence dans les Eclipſes totales, qui méritent d'ailleurs d'être préférées aux Eclipſes partiales, à cauſe que la Lune entre dans l'ombre de la Terre moins obliquement, ce qui rend le progrès de cette ombre plus ſenſible ſur le diſque de la Lune.

Le temps vrai étoit alors plus avancé que le temps moyen, de $5'\ 59''$, qui, étant retranchées du temps vrai du milieu de cette Eclipſe obſervé le 10 Décembre 1685, à $10^h\ 44'\ 9''$, donnent le temps moyen à $10^h\ 38'\ 10''$. Calculant pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♐ $19^d\ 40'\ 0''$, dont l'oppoſite marque le vrai lieu de la Lune, qui étoit par conſéquent en ♉ $19^d\ 40'\ 0''$.

On comparera cette obſervation avec celles des autres Eclipſes qui ont été faites dans la ſuite, de la maniére qui a été preſcrite ci-deſſus; & parce que le détail en ſeroit ici trop long, nous nous contenterons de rapporter celles où les différences entre le vrai & le moyen mouvement de la Lune, ſe ſont trouvées les plus grandes.

Entre ces obſervations faites depuis l'année 1685 juſqu'en 1720, on peut compter l'Eclipſe totale du 16 Mai 1696, obſervée à Marſeille, dont le commencement réduit au Méridien de Paris, eſt arrivé à $10^h\ 19'$, l'Immerſion à $11^h\ 22'$, l'Emerſion à $13^h\ 2'$, & la fin à $14^h\ 2'\frac{1}{2}$; d'où l'on tire le milieu à $12^h\ 12'$, temps vrai, & à $12^h\ 7'\ 56''$, temps moyen.

Entre cette obſervation & celle du 10 Décembre 1685, il s'eſt écoulé 10 années, dont trois biſſextiles, $157^j\ 1^h\ 29'\ 46''$, auxquelles il répond $5^f\ 12^d\ 53'\ 10''$ de moyen mouvement, qui, étant adjoûtés à $2^f\ 19^d\ 40'\ 0''$, vrai lieu de la Lune au temps de la premiére Eclipſe, donnent $8^f\ 2^d\ 33'\ 10''$. Calculant le vrai lieu du Soleil pour le 16 Mai de l'année 1696, à $12^h\ 7'\ 56''$, temps moyen de la ſeconde Eclipſe, on le trouve de $1^f\ 26^d\ 53'\ 35''$, dont l'oppoſite, qui eſt le vrai lieu de la Lune, eſt de $7^f\ 26^d\ 53'\ 35''$. La différence à $8^f\ 2^d\ 33'\ 10''$, eſt de $5^d\ 39'\ 35''$.

Depuis l'obſervation de l'Eclipſe de 1696, nous trouvons celle du 15 Mars 1699, dont la grandeur a été déterminée de 8 doigts $\frac{1}{2}$, & dont le milieu eſt arrivé à Paris à $7^h\ 23'$, temps vrai, & à $7^h\ 14'$, temps moyen.

Entre cette obſervation & celle du 10 Décembre 1685, il y a 13 années, dont trois biſſextiles, $94^j\ 20^h\ 35'\ 50''$, auxquelles il convient $3^f\ 1^d\ 24'\ 47''$ de moyen mouvement, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de la Lune, déterminé dans l'Eclipſe de 1685, de $2^f\ 19^d\ 40'\ 0''$, donnent $5^f\ 21^d\ 4'\ 57''$. Calculant pour le temps de l'Eclipſe de 1699, le vrai lieu du Soleil, on le trouve de $11^f\ 25^d\ 28'\ 41''$, & par conſéquent celui de la Lune, de $5^f\ 25^d\ 28'\ 41''$. La différence à $5^f\ 21^d\ 4'\ 47''$, eſt de $4^d\ 23'\ 54''$, dont le vrai lieu de la Lune excede celui qui a été trouvé ci-deſſus, au lieu que par la comparaiſon précédente des Eclipſes de 1685 & 1696, il étoit moindre de $5^d\ 39'\ 35''$.

Comme entre toutes les obſervations que l'on a comparées enſemble de la même maniére, depuis 1685 juſqu'en 1720, les Eclipſes de 1696 & 1699, ſont celles où les différences entre le vrai & le moyen mouvement, ſe ſont trouvées les plus grandes de part & d'autre, on les adjoûtera enſemble, & on aura $10^d\ 3'\ 29''$, dont la moitié $5^d\ 1'\ 44''\frac{1}{2}$, meſure la plus grande Equation de la Lune.

Retranchant de $5^d\ 1'\ 44''\frac{1}{2}$, la plus petite différence qui a été trouvée de $4^d\ 23'\ 54''$, on aura la premiére Equation de la Lune au temps de l'Eclipſe de 1685, de $0^d\ 37'\ 50''\frac{1}{2}$, qui, étant retranchée du vrai lieu de la Lune, qui étoit alors de $2^f\ 19^d\ 40'\ 0''$, donne le lieu moyen de la Lune le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$, de $2^f\ 19^d\ 2'\ 10''$, que l'on peut prendre pour Epoque des moyens mouvements de cette Planete.

La plus grande Equation de la Lune ayant été déterminée de $5^d\ 1'\ 44''\frac{1}{2}$, on aura l'angle *TBC*, de $2^d\ 30'\ 52''\frac{1}{4}$, & l'on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *TBC*, de $2^d\ 38'\ 52''\frac{1}{4}$; ainſi *TB* ou *AC* 100000, eſt à *CT*, que l'on trouvera de 4387, qui meſure la plus grande excentricité.

Enfin on fera, comme *FT* 8774 eſt à *TM* ou *AP* 200000; ainſi le ſinus de l'angle *FMT*, de $0^d\ 18'\ 55''\frac{1}{4}$, moitié de l'Equation de la Lune au temps de l'Eclipſe de 1685, qui a été trouvée de $0^d\ 37'\ 50''\frac{1}{2}$, eſt au ſinus de l'angle *TFM* ou *AFM*, que l'on trouvera de $7^d\ 12'\ 24''$, dont retranchant l'angle *FMT*, de $0^d\ 18'\ 55''\frac{1}{4}$, reſte l'angle *ATR*, diſtance de la Lune à ſon Apogée au temps de l'Eclipſe de 1685, de $6^d\ 53'\ 29''$. Les adjoûtant au vrai lieu de la Lune, qui étoit alors en ♊ $19^d\ 40'\ 0''$, on aura le lieu de ſon Apogée le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$, en ♊ $26^d\ 33'\ 29''$.

Examinons préſentement les Eclipſes qui ont été obſervées avant l'année 1685 en remontant juſqu'en 1600, ne jugeant pas néceſſaire d'aller au de-là, à cauſe que les obſervations les plus reculées, n'ont pas été toutes faites avec la même exactitude que celles du ſiécle précédent.

Entre ces obſervations, nous trouvons l'Eclipſe totale de la Lune du 7 Juillet 1675, qui eſt une de celles où la différence entre le vrai & le moyen mouvement eſt la plus conſidérable.

Le commencement de cette Écliſe a été obſervé à Paris le 7 Juillet à $1^h\ 7'\ 56''$ du matin, & l'Immerſion à $3^h\ 7'\ 45''$; d'où l'on a conclu le milieu à $3^h\ 42'\ 15''$, temps vrai, & à $3^h\ 46'\ 18''$, temps moyen.

Le moyen mouvement qui convient à 10 années, dont trois biſſextiles, $156^j\ 18^h\ 51'\ 52''$, intervalle entre le 7 Juillet 1675, à $3^h\ 46'\ 18''$ du matin, & le 10 Décembre 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$ du ſoir, eſt de $5^s\ 9^d\ 14'\ 46''$, qui, étant retranchés de $2^s\ 19^d\ 40'\ 0''$, vrai lieu de la Lune au temps de l'Écliſe de 1685, donnent $9^s\ 10^d\ 25'\ 14''$.

Calculant pour le temps de l'Écliſe de 1675, le vrai lieu du Soleil, on le trouve de $3^s\ 14^d\ 52'\ 46''$, ce qui donne le vrai lieu de la Lune, de $9^s\ 14^d\ 52'\ 46''$. La différence à $9^s\ 10^d\ 25'\ 14''$, eſt de $4^d\ 27'\ 32''$.

En remontant plus haut, l'on trouve une Écliſe totale qui a été obſervée à Paris le 14 Avril de l'année 1642. Le commencement de cette Écliſe eſt arrivé à $12^h\ 10'$, l'Immerſion totale à $13^h\ 11'$, l'Émerſion à $14^h\ 47'$, la fin, par Gaſſendi, à $15^h\ 48'$, & par Bouillaud, à $15^h\ 51'$; d'où l'on tire le milieu par l'Immerſion & l'Émerſion à $13^h\ 59'$.

Le vrai lieu du Soleil pour ce temps, qui ne différoit pas alors du temps moyen, étoit de $0^s\ 25^d\ 5'\ 34''$, & par conſéquent le vrai lieu de la Lune, de $6^s\ 25^d\ 5'\ 34''$.

Le moyen mouvement qui convient à l'intervalle entre cette obſervation & celle du 10 Décembre 1685, eſt de $7^s\ 18^d\ 57'\ 30''$, qui, étant retranché du vrai lieu de la Lune au temps de l'Écliſe de 1685, qui étoit de $2^s\ 19^d\ 40'\ 0''$, donne $7^s\ 0^d\ 42'\ 30''$. La différence au vrai lieu de la Lune, déterminé pour le temps de l'Écliſe de 1642, de $6^s\ 25^d\ 5'\ 34''$, eſt de $5^d\ 36'\ 56''$, dont le vrai lieu de la Lune eſt moins avancé que celui que l'on vient de trouver; au lieu que par la comparaiſon des Écliſes de 1675 & 1685, il l'excedoit de $4^d\ 27'\ 32''$.

N'ayant pas trouvé dans les autres obſervations d'Écliſes de Lune, de différences plus grandes que celles que nous venons de rapporter, on les adjoûtera enſemble, & on aura $10^d\ 4'\ 28''$, dont la moitié $5^d\ 2'\ 14''$, meſure la plus grande E'quation de la Lune, qui différe ſeulement de 37 ſecondes de celle que l'on a déterminée par les obſervations des E'clipſes qui ont ſuivi celle de l'année 1685.

Retranchant $4^d\ 27'\ 32''$, de $5^d\ 2'\ 14''$, on aura la premiére E'quation de la Lune au temps de l'E'clipſe de 1685, de $0^d\ 34'\ 42''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de la Lune, qui étoit alors de $2^f\ 19^d\ 40'\ 0''$, donne le lieu moyen de la Lune le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$, de $2^f\ 19^d\ 5'\ 18''$, qui différe de $3'\ 8''$ de celui que l'on a trouvé par la premiére comparaiſon.

La plus grande E'quation de l'Orbe de la Lune étant connuë de $5^d\ 2'\ 14''$, on trouvera ſon excentricité de 4398; & dans le Triangle *FMT*, dont le côté *FT*, double de cette excentricité eſt connu de 8796, & l'angle *FMT*, de $17'\ 21''$, moitié de l'E'quation de la Lune au temps de l'E'clipſe de 1685, on aura l'angle *AFM*, de $6^d\ 35'\ 19''$, dont retranchant l'angle *FMT*, de $0^d\ 17'\ 21''$, reſte l'angle *ATR*, diſtance de la Lune à ſon Apogée au temps de l'E'clipſe de 1685, de $6^d\ 17'\ 58''$. Les adjoûtant au vrai lieu de la Lune, qui étoit alors de $2^f\ 19^d\ 40'\ 0''$, on aura le lieu de ſon Apogée le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$, en ♊ $25^d\ 57'\ 58''$, moins avancé de $35'\ 31''$, que par les obſervations des E'clipſes qui ont ſuivi celle de 1685.

Toutes ces opérations ſuppoſent que l'E'quation de l'Orbe de la Lune, lorſqu'elle eſt Nouvelle ou Pleine, ſoit égale de part & d'autre à égale diſtance de ſon Apogée ou de ſon Périgée; que la Lune n'ait point alors d'autres inégalités que celles de ſon Orbe; & que dans le grand nombre d'obſervations que l'on a examinées, il s'en eſt trouvé quelques-unes près de ſes moyennes diſtances où l'E'quation de ſon Orbe eſt la plus grande.

Seconde Méthode de déterminer les E'poques des moyens Mouvements de la Lune, & la ſituation de ſon Apogée, par l'obſervation de ſon diametre.

On examinera les obſervations des diametres apparents, faites les jours des E'clipſes ou des Pleines Lunes, & on choiſira celles où le diametre de la Lune a paru le plus grand ou le plus petit qui soit possible.

Si dans le temps du milieu de l'Eclipse, le diametre de la Lune a paru plus grand ou plus petit qu'avant ou après, c'est une preuve que cette Planete étoit alors dans son Apogée ou son Périgée, auquel cas son lieu moyen est le même que son vrai lieu qui est à l'opposite de celui du Soleil. Mais si le diametre de la Lune ne se trouve pas alors le plus grand ou le plus petit, on choisira le temps où, après avoir augmenté ou diminué de grandeur, il occupe dans le Ciel le même intervalle qu'auparavant, & on prendra le milieu entre ces observations, qui marquera le temps que la Lune est arrivée à son Apogée ou son Périgée. Lorsque ce temps est après le milieu de l'Eclipse, on prendra le moyen mouvement de la Lune qui répond à l'intervalle entre le temps du milieu de l'Eclipse & celui auquel la Lune est arrivée à son Apogée, dont on retranchera 5 minutes par degré, parce que l'Equation de l'Orbe de la Lune étant d'environ 5 degrés, il convient environ 5 minutes d'Equation à chaque degré du moyen mouvement de la Lune près de son Apogée, & on aura le vrai mouvement de la Lune, qui, étant adjoûté à son vrai lieu dans le temps du milieu de l'Eclipse qui étoit à l'opposite du Soleil, donne le vrai lieu de l'Apogée de la Lune. Cette même Equation étant retranchée du vrai lieu de la Lune, donne son lieu moyen au temps de l'Eclipse, que l'on peut prendre pour Epoque des moyens mouvements de la Lune.

Lorsque le temps auquel la Lune est arrivée à son Apogée, précéde le milieu de l'Eclipse, il faudra faire la même opération que ci-dessus, à la réserve qu'il faudra retrancher le vrai mouvement de la Lune, de son vrai lieu dans le temps du milieu de l'Eclipse, pour avoir le lieu de l'Apogée de cette Planete, & qu'il faudra adjoûter l'Equation de 5 minutes par degré au vrai lieu de la Lune pour avoir son lieu moyen.

Lorsque la Lune est près de son Périgée, il faut adjoûter 5′ 30″ à chaque degré de moyen mouvement pour avoir le mouvement vrai qui excede alors le moyen, & faire les autres opérations énoncées ci-dessus.

EXEMPLE.

EXEMPLE.

Dans l'Eclipſe de Lune du 10 Décembre de l'année 1685, que nous avons employée ci-deſſus, le diametre apparent de la Lune a été obſervé à $13^h\ 46'$, de $0^d\ 30'\ 6''$. Il a été trouvé à $14^h\ 48'$, à la hauteur de 55 degrés, de $0^d\ 30'\ 0''$, & le 11 Decembre à $7^h\ 21'$ du ſoir, on l'a déterminé à la hauteur de 45 degrés, de $0^d\ 30'\ 0''$.

Comme on n'a pas marqué la hauteur de la Lune ſur l'horiſon au temps de la premiére obſervation, nous l'avons déduite de la hauteur méridienne du bord ſupérieur de cette Planete, qui fut obſervée de $64^d\ 15'\ 45''$, & de celle que l'on avoit déterminée à $14^h\ 48'$, de 55 degrés; & nous avons trouvé que la Lune étoit alors à la hauteur d'environ 58 degrés.

Calculant l'augmentation du diametre de la Lune, qui convient à ces différentes hauteurs, on trouve qu'elle étoit à la hauteur de 58 degrés, de 24 ſecond. à la hauteur de 55 degrés, de 22 ſecond. & à celle de 45 degrés, de 19 ſecond. qu'il faut retrancher du diametre obſervé, pour avoir la grandeur véritable de ce diametre réduit à l'horiſon, de $29'\ 42''$ dans la premiére obſervation, de $29'\ 38''$ dans la ſeconde, & de $29'\ 41''$ dans la troiſiéme, plus petit d'une ſeconde que celui qui a été obſervé le 10 Décembre à $13^h\ 46'$, & plus grand de 3 ſecondes que celui qui avoit été obſervé à $14^h\ 48'$, ce qui fait voir que la Lune n'étoit point encore arrivée à ſon Apogée dans la premiére obſervation, & qu'elle l'avoit paſſé le 11 Décembre à $7^h\ 21'$ du ſoir.

Il n'eſt pas aiſé dans des obſervations auſſi délicates, de pouvoir s'aſſûrer d'une ſeconde dans la grandeur du diametre de la Lune; cependant ſi l'on ſuppoſe les obſervations que je viens de rapporter, exactes dans toutes leurs circonſtances, on trouvera que le 10 Décembre à $14^h\ 1'$, le diametre de la Lune devoit être de $29'\ 41''$, égal à celui que l'on a obſervé le 11 Décembre à $7^h\ 41'$, & qu'ainſi la Lune étoit alors également éloignée de ſon Apogée de part & d'autre.

Prenant un milieu, on aura le paſſage de la Lune par ſon Apogée le 11 Décembre à $10^h\ 41'$ du matin, temps vrai, c'eſt-à-dire, $11^h\ 57'$ après le milieu de l'Eclipſe qui eſt arrivée le 10 Décembre

1685 à $10^h\ 44'\ 9''$ du soir. Le moyen mouvement qui convient à $11^h\ 57'$, est de $6^d\ 33'\frac{1}{2}$, auxquels il convient $32'\ 40''$ d'équation, à raison de 5 minut. par degré. Les retranchant de $6^d\ 33'\frac{1}{2}$, on aura $6^d\ 1'$ pour le vrai mouvement de la Lune depuis le milieu de l'Eclipse jusqu'au temps de son passage par son Apogée. Les adjoûtant au vrai lieu de la Lune, qui a été calculé de $2^f\ 19^d\ 40'\ 30''$, on aura le lieu de son Apogée le 10 Décembre à $10^h\ 44'\ 9''$ du soir, temps vrai, & à $10^h\ 38'\ 10''$, temps moyen, de $2^f\ 25^d\ 41'\ 30''$, moins avancé de 52 minutes qu'on ne l'avoit trouvé dans la premiére méthode, par la comparaison des Eclipses qui ont suivi celle de 1685, & de 18 minut. que par celles qui l'ont précédé.

Si l'on retranche présentement du vrai lieu de la Lune, déterminé pour le temps de l'Eclipse, de $2^f\ 19^d\ 40'\ 0''$, l'Equation que l'on vient de trouver de $32'\ 40''$, qui mesure la différence entre le lieu vrai de la Lune & son lieu moyen, on aura la longitude moyenne de la Lune le 10 Décembre 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$, temps moyen, de $2^f\ 19^d\ 7'\ 20''$, qu'on peut prendre pour Epoque des moyens mouvements de la Lune. On l'avoit trouvée dans la méthode précédente, par la premiére comparaison, de $2^f\ 19^d\ 2'\ 10''$, & par la seconde, de $2^f\ 19^d\ 5'\ 18''$; ainsi ces deux méthodes s'accordent à 4 ou 5 minutes près dans la détermination du lieu moyen de la Lune.

Il seroit trop long de rapporter ici toutes les observations que nous avons comparées ensemble pour déterminer les Epoques des moyens mouvements de la Lune, le lieu de son Apogée, & la plus grande Equation de son Orbe; il nous suffira de remarquer ici, qu'en prenant un milieu entre toutes les déterminations, nous avons trouvé qu'au temps de cette Eclipse, c'est-à-dire, le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h\ 38'\ 10''$ du soir, la longitude moyenne de la Lune devoit être de $2^f\ 19^d\ 8'\ 55''$, l'Apogée de cette Planete, de $2^f\ 24^d\ 32'$, & la plus grande Equation de son Orbe, de $4^d\ 58'\ 44''$.

CHAPITRE X.

Du Mouvement de l'Apogée de la Lune.

APRÈS avoir déterminé les Epoques & la quantité du moyen mouvement de la Lune, de même que la ſituation de ſon Apogée pour un temps donné, il faut examiner ſi cet Apogée eſt fixe, ou s'il répond ſucceſſivement à divers points du Zodiaque, & en ce cas quel eſt le degré de vîteſſe de ſon mouvement.

On voit d'abord, par les obſervations que l'on a rapportées ci-deſſus, que l'Apogée de la Lune ne conſerve pas toûjours la même ſituation.

Nous avons trouvé que le 10 Décembre de l'année 1685, à $10^h\ 38'$ du matin, il répondoit à $24^d\ 32'$ des Gemeaux, & qu'au temps de l'Eclipſe de Lune qui eſt arrivée le 16 Mai de l'année 1696, à $12^h\ 12'$, le vrai lieu de la Lune étoit à $26^d\ 53'\ 35''$ du Scorpion. Retranchant de ce lieu, celui de l'Apogée de la Lune, ſuppoſé fixe, on aura ſon anomalie vraye, de $5^f\ 2^d\ 21'\ 35''$, par le moyen de laquelle on détermine l'Equation de l'Orbe de la Lune, de $2^d\ 14'\ 39''$, au lieu qu'on l'auroit dû trouver d'environ 5 degrés, ainſi qu'elle réſulte de cette obſervation.

Ainſi, ſuppoſant l'Apogée de la Lune fixe, l'Equation qui répondoit à ſon anomalie moyenne, n'étoit pas ſuffiſante pour repréſenter ſon vrai lieu ; ce qui prouve évidemment que cet Apogée avoit changé de poſition.

Pour déterminer la quantité de ſon mouvement, nous examinerons d'abord ce qui réſulte des obſervations faites à des intervalles de temps peu éloignés les uns des autres, de crainte de ſe tromper d'une révolution entiére, ou du moins de pluſieurs Signes & degrés dans la recherche du lieu de l'Apogée, ſi l'on comparoit des obſervations faites dans un plus grand intervalle. Car il faut remarquer que dans l'Orbe de la Lune, de même que dans celui de toutes les Planetes, les Equations ſe trouvent les mêmes dans quatre endroits différents ; que depuis l'Apogée juſqu'au Périgée où les Equations ſont ſouſtractives, il y en a deux de la même quantité, ce qui laiſſe une incertitude ſur la ſituation de l'Apogée d'où commencent ces Equations; & qu'il en est de même depuis l'Apogée jusqu'au Périgée où cette Equation est additive.

L'Eclipse de Lune du 10 Décembre 1685, au temps de laquelle l'Apogée de la Lune a été déterminé en ♊ $24^d\ 32'$, a été précédée immédiatement par celle du 21 Décembre 1684, dont le commencement est arrivé à $9^h\ 28'\ 46''$, & la fin à $12^h\ 24'\ 12''$, ce qui donne le milieu à $10^h\ 56'\ 29''$, temps vrai, & à $10^h\ 55'\ 58''$, temps moyen. L'intervalle entre cette Eclipse & celle du 10 Décembre 1685, dont le milieu est arrivé à $10^h\ 38'\ 14''$, temps moyen, est de 354 jours moins $17'\ 44''$, pendant lesquels le moyen mouvement de la Lune a été de $11^f\ 14^d\ 16'\ 54''$, qui, étant retranchés de sa longitude moyenne déterminée le 10 Décembre 1685, à $10^h\ 38'\ 14''$, de $2^f\ 19^d\ 8'\ 55''$, donnent le lieu moyen de la Lune le 21 Décembre 1684, à $10^h\ 55'\ 58''$ du soir, de $3^f\ 4^d\ 52'\ 1''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $9^f\ 1^d\ 8'\ 0''$, & celui de la Lune qui étoit à l'opposite, de $3^f\ 1^d\ 8'\ 0''$. La différence à $3^f\ 4^d\ 52'\ 1''$, est $3^d\ 44'\ 1''$, qui mesurent l'Equation de son Orbe. Comme dans cette observation, le lieu moyen de la Lune étoit plus avancé que son lieu vrai, il suit que cette Planete étoit alors dans la partie de son Orbe, depuis son Apogée jusqu'à son Périgée.

Cette Equation de $3^d\ 44'\ 1''$, répond à deux degrés différents d'anomalie moyenne, sçavoir, à $1^f\ 20^d\ 54'$, & à $4^f\ 13^d\ 44'$. Retranchant la premiére du lieu moyen de la Lune, déterminé le 21 Décembre 1684, à $10^h\ 55'\ 58''$ du soir, de $3^f\ 4^d\ 52'\ 1''$, on aura le lieu de son Apogée, de $1^f\ 13^d\ 58'$; on l'avoit trouvé le 10 Décembre 1685, en ♊ $24^d\ 32'$. La différence est de $1^f\ 10^d\ 34'$, qui mesure le mouvement de l'Apogée de la Lune dans l'espace de 354 jours moins $17'\ 44''$, ce qui donne son mouvement journalier, de $6'\ 52''$, & sa révolution, de 8 années & près de 9 mois.

Si l'on retranche de même, du lieu moyen de la Lune, déterminé au temps de l'Eclipse de 1684, de $3^f\ 4^d\ 52'\ 1''$, son anomalie moyenne, que l'on a trouvée par la seconde détermination, de $4^f\ 13^d\ 44'$, on aura le lieu de l'Apogée de la Lune, de $10^f\ 21^d\ 8'$. La différence à $2^f\ 24^d\ 32'$, donne le mouvement de cet Apogée dans le même intervalle de temps, de 4^f

$3^d\ 24'$, d'où l'on trouve sa révolution d'environ 3 années, fort différente de la précédente.

Comme on ne peut pas sçavoir par ces deux seules observations, à laquelle des deux révolutions l'on doit donner la préférence ; il est nécessaire d'en examiner quelques autres faites à peu-près dans le même intervalle de temps.

Entre ces observations, il s'en trouve une du 29 Novembre 1686, dont le milieu est arrivé à Marseille à $11^h\ 30'\ 25''$, temps auquel la Lune parut éclipsée de 6 doigts. Retranchant de cette heure, la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, qui est de $12'\ 25''$, on aura le milieu de cette Eclipse à Paris le 29 Novembre 1686 à $11^h\ 18'\ 0''$, temps vrai, & à $11^h\ 7'\ 18''$, temps moyen. Calculant pour ce temps, le vrai lieu du Soleil, on le trouvera de $8^f\ 5^d\ 15'\ 20''$, & par conséquent le vrai lieu de la Lune, de $2^f\ 8^d\ 15'\ 20''$.

Prenant la différence entre le temps de cette Eclipse & celle du 10 Décembre 1685, on aura 354 jours 29 minut. auxquels il répond $11^f\ 14^d\ 42'\ 33''$ de moyen mouvement, qui, étant adjoûtés au lieu moyen de la Lune, déterminé dans l'Eclipse de 1685, de $2^f\ 19^d\ 8'\ 55''$, donnent le lieu moyen de la Lune le 29 Novembre 1686 à $11^h\ 7'\ 14''$ du soir, de $2^f\ 3^d\ 51'\ 28''$. La différence à son lieu vrai, déterminé ci-dessus de $2^f\ 8^d\ 15'\ 20''$, est de $4^d\ 23'\ 52''$, qui mesurent la premiére Equation de la Lune, laquelle étoit dans les six derniers Signes de son Orbe, à cause que son lieu vrai étoit plus avancé que le moyen. Cette Equation répond à deux degrés différents d'anomalie, sçavoir à $7^f\ 29^d\ 18$, & à $9^f\ 25^d\ 12'$.

Retranchant la premiére du lieu moyen de la Lune, déterminé au temps de l'Eclipse de 1686, de $2^f\ 3^d\ 51'\ 28''$, on aura le lieu de son Apogée, de $6^f\ 4^d\ 33'$; on l'avoit trouvé dans l'Eclipse de 1685, de $2^f\ 24^d\ 32'$. La différence est de $3^f\ 10^d\ 1'$, qui mesurent le mouvement de l'Apogée dans l'intervalle de 354 jours 29 minutes, ce qui ne peut s'accorder à aucune des deux déterminations qui résultent de la comparaison précédente.

Si l'on retranche pareillement la seconde anomalie, qu'on a trouvée de $9^f\ 25^d\ 12'$, de $2^f\ 3^d\ 51'$, on aura le lieu de l'Apogée de la Lune, de $4^f\ 8^d\ 39'$. La différence à $2^f\ 24^d\ 32'$, donne ſon mouvement, de $1^s\ 14^d\ 7'$, plus approchant de celui que l'on avoit trouvé par la premiére détermination; ce qui fait voir que la révolution de l'Apogée de la Lune, que l'on avoit déterminée d'abord de 8 années & près de 9 mois, eſt plus conforme aux obſervations.

Il faut préſentement déterminer la quantité de ce mouvement, qui réſulte des obſervations plus éloignées.

Nous avons choiſi pour cet effet, l'Eclipſe totale du 21 Janvier 1693, dont le milieu tiré de l'obſervation de Marſeille, eſt arrivé à Paris à $15^h\ 54'\ 55''$, temps vrai, & à $16^h\ 7'\ 30''$, temps moyen.

L'intervalle de temps entre cette Eclipſe & celle du 10 Décembre 1685, qui a été déterminée à $10^h\ 38'\ 14''$, eſt de 7 années, dont deux biſſextiles, $42^j\ 5^h\ 29'\ 16''$, auxquels il répond dans la Table des moyens mouvements, $1^s\ 18^d\ 27'\ 49''$, qui, étant adjoûtés à la longitude moyenne de la Lune, déterminée pour le temps de l'Eclipſe de 1685, de $2^s\ 19^d\ 8'\ 55''$, donnent ſa longitude moyenne le 21 Janvier 1693 à $16^h\ 7'\ 30''$, de $4^s\ 7^d\ 36'\ 44''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $10^s\ 2^d\ 59'\ 26''$, & celui de la Lune, de $4^s\ 2^d\ 59'\ 26''$. La différence à $4^s\ 7^d\ 36'\ 44''$, eſt de $4^d\ 37'\ 18''$, dont le lieu moyen de la Lune étoit plus avancé que ſon vrai lieu; ce qui fait voir que la Lune étoit alors dans la premiére partie de ſon Orbe.

Cette Equation répond à $2^s\ 10^d\ 56'$, & à $3^s\ 24^d\ 43'$ d'anomalie moyenne. Retranchant la premiére du lieu moyen de la Lune, déterminé de $4^s\ 7^d\ 36'\ 44''$, on aura le lieu de ſon Apogée le 21 Janvier 1693, de $1^s\ 26^d\ 41'$, plus avancé de $11^s\ 2^d\ 9'$, qu'au temps de l'Eclipſe du 10 Décembre 1685; ce qui donneroit la révolution de l'Apogée de la Lune, moindre de 7 années, & plus petite qu'on ne l'a trouvée par la comparaiſon précédente.

Il faut donc employer la ſeconde anomalie, de $3^s\ 24^d\ 43'$, qui, étant retranchée du lieu moyen de la Lune, déterminé le 21 Janvier 1693, de $4^s\ 7^d\ 36'\ 44''$, donne le lieu de l'Apogée, de $0^s\ 12^d\ 54'$; il avoit été déterminé le 10 Decembre 1685, de $2^s\ 24^d\ 32'$. La différence eſt de $9^s\ 18^d\ 22'$, qui meſurent le mouvement de l'Apogée de la Lune, qui répond à 7 années communes, $44^j\ 5^h\ 29'\ 16''$, intervalle entre ces obſervations. On fera donc, comme $9^f\ 18^d\ 22'$, ſont à 7 années communes, $44^j\ 5^h\ 29'\ 16''$; ainſi 360 degrés ſont à 3246 jours & 6 heures, ou 8 années communes, 326 jours & 6 heur. qui meſurent la révolution de l'Apogée; d'où l'on tire ſon mouvement annuel, de $1^f\ 10^d\ 29'\ 40''$, & ſon mouvement journalier, de $6'\ 39''$.

On comparera de même l'obſervation de l'Eclipſe de Lune du 10 Décembre 1685, avec celle du 20 Janvier 1647, dont le milieu a été obſervé à Paris par Gaſſendi, à $9^h\ 12'$, temps vrai, & à $9^h\ 23'\ 55''$, temps moyen.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors de $10^f\ 0^d\ 50'\ 40''$, & le vrai lieu de la Lune, de $4^f\ 0^d\ 50'\ 40''$. L'intervalle de temps entre cette Eclipſe & celle du 10 Décembre 1685, qui eſt arrivée à $10^h\ 38'\ 10''$, temps moyen, eſt de 38 années, dont 10 biſſextiles, $324^j\ 1^h\ 14'\ 19''$, auxquels il répond $10^f\ 18^d\ 11'\ 45''$ de moyen mouvement, qui, étant retranchées de $2^f\ 19^d\ 8'\ 55''$, lieu moyen de la Lune au temps de l'Eclipſe de 1685, donnent le lieu moyen de la Lune le 20 Janvier 1647, de $4^f\ 0^d\ 57'\ 10''$. La différence à ſon vrai lieu déterminé ci-deſſus de $4^f\ 0^d\ 50'\ 40''$, eſt de $6'\ 30''$, qui repréſentent l'Equation de la Lune, laquelle eſt dans la premiére partie de ſon Orbe, à cauſe que le lieu moyen de la Lune eſt plus avancé que ſon vrai lieu.

Cette Equation répond à $0^f\ 1^d\ 18'$, & à $5^f\ 28^d\ 49'$ d'anomalie moyenne. Retranchant la premiére, de $4^f\ 0^d\ 57'$, lieu moyen de la Lune en 1647, on aura le lieu de l'Apogée, de $3^f\ 29^d\ 39'$; on l'avoit trouvé en 1685, de $2^f\ 24^d\ 32'$. La différence eſt de $1^f\ 5^d\ 7'$, qui, ſuivant le mouvement de l'Apogée déterminé ci-deſſus, répondent à 317 jours, qui, étant retranchés de 38 années & 324 jours, intervalle de temps entre les obſervations de 1647 & 1686, donnent 38 années & 7 jours, pendant leſquelles l'Apogée de la Lune auroit fait quatre révolutions, à raiſon de 9 années & 6 mois pour chacune, ce qui ne s'accorde pas aux déterminations précédentes. Il faut donc employer la ſeconde anomalie, qui a été trouvée ci-deſſus de $5^f\ 28^d\ 49'$, & qui, étant retranchée du lieu moyen de la Lune, déterminé en 1647, de $4^f\ 0^d\ 57'$, donne le vrai lieu de ſon Apogée, de 10^f

2^d 8'. La différence à 2^s 24^d 32', lieu de l'Apogée en 1685, est de 4^s 22^d 24', ce qui fait voir que dans l'intervalle de 38 années communes, 334^j 1^h 14', ou 14204^j 1^h 14', il y a eu quatre révolutions entiéres plus 4^s 22^d 24'. On fera donc, comme 94944, nombre de minutes que l'Apogée a parcourues dans cet intervalle, sont à 14204^j 1^h 14'; ainsi 360 degrés ou 21600 minutes, sont à la révolution de l'Apogée, qu'on trouvera de 3231 jours & près de 11 heur. ou 8 années communes, 311^j 11^h, ce qui donne son mouvement annuel, de 1^s 10^d 39' 40", & son mouvement journalier, de 6' 41" 1'".

Ayant comparé de la même maniére un grand nombre d'observations exactes d'Eclipses de Lune, nous avons déterminé la révolution de son Apogée, de 8 années communes, 311 jours & 8 heures, son mouvement annuel, de . . . 1^s 10^d 39' 52", & son mouvement journalier, de . . . . 6' 41" 1'"; ce qui s'approche autant qu'on peut l'espérer, de la précédente détermination.

CHAPITRE XI.

De la premiére Equation Solaire.

APRÈS avoir déterminé la situation de l'Apogée & du Périgée de la Lune, où son vrai lieu doit concourir avec le moyen, on a remarqué qu'à distance égale de ces points, les Equations que l'on observe dans les Conjonctions & Oppositions de la Lune avec le Soleil, où la plûpart de ses inégalités cessent, n'étoient pas toûjours égales entr'elles, ce qui auroit dû arriver s'il n'y avoit point eu d'autre cause d'inégalité que celle qui provient de la différente distance de la Lune à la Terre.

On a donc recherché d'où pouvoient provenir ces variations, & l'on a remarqué qu'elles dépendoient de la diverse situation du Soleil dans son Orbe ; que lorsque cet Astre étoit dans son Apogée ou dans son Périgée, il n'y avoit aucune variation sensible ; qu'on en appercevoit quelqu'une lorsqu'il s'en écartoit, qui augmentoit jusqu'à ce que le Soleil fût dans ses moyennes longitudes, où elle montoit jusqu'à près de 10 minutes, ensuite de quoi elle diminuoit

à peu-près

à peu-près dans la même proportion; enfin que cette E'quation devoit s'adjoûter au lieu moyen de la Lune pour avoir le vrai, lorſque le Soleil étoit placé dans les premiers Signes de ſon Orbe, depuis ſon Apogée juſqu'à ſon Périgée; & qu'il falloit au contraire la retrancher depuis le Périgée du Soleil juſqu'à ſon Apogée.

Comme ces inégalités dépendent uniquement de la diverſe poſition du Soleil dans ſon Orbe, nous avons donné le nom de *Solaire* à l'E'quation qui les repréſente.

Pour expliquer la maniére dont on conçoit cette E'quation, ſoit dans le Syſteme de Copernic, *S* (*Fig.* 45.) le Soleil à l'un des foyers de l'Orbe annuel *ABPD*, qui repréſente une Ellipſe, *A* la Terre dans ſon Aphélie, *EHFG* l'Orbe de la Lune, dont le point *G* repréſente ſon Apogée, & le point *H* ſon Périgée. Si l'on ſuppoſe la Lune en *G* dans ſon Oppoſition avec le Soleil, ou en *H* dans ſa Conjonction, on verra que le Soleil ne produit aucune inégalité dans le mouvement de la Lune.

Si l'on ſuppoſe préſentement que la Terre étant parvenuë en *B*, à la diſtance de 90 degrés de ſon Aphélie ou de ſon Périhélie, les points *L* & *I*, où la Lune eſt en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil, ſoient auſſi dans l'Apogée & le Périgée de la Lune; alors le lieu moyen de la Lune différera du lieu véritable, de 9′ 44″, qu'il faut adjoûter au lieu moyen pour avoir le véritable.

Cette E'quation, qui avoit augmenté depuis *A* juſqu'en *B*, dans la raiſon du ſinus de la diſtance de la Terre à ſon Aphélie, diminuë enſuite dans la même proportion, à meſure que la Terre s'approche du Périhélie en *P*, où la Lune étant en *M* ou *N*, en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil, elle ceſſe entiérement.

La Terre paſſant enſuite de ſon Périhélie à ſon Aphélie, cette E'quation augmente juſqu'à ce qu'étant en *D*, & la Lune aux mêmes points de ſon Orbe *O* & *T*, en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil, le vrai lieu de la Lune s'éloigne de ſon lieu moyen, de 9′ 44″, qu'il faut retrancher du lieu moyen pour avoir le vrai.

Cette E'quation diminuë enſuite dans la même proportion qu'elle avoit augmenté lorſque la Terre alloit de l'Aphélie aux moyennes diſtances, & elle ceſſe entiérement lorſque la Terre eſt parvenuë à ſon Aphélie ou à ſon Périhélie.

On a considéré ici la Lune dans son Apogée ou dans son Périgée, & dans ses Conjonctions ou Oppositions avec le Soleil, parce que dans ces deux circonstances, on n'y observe que l'Equation qui dépend de la différente situation de la Terre dans son Orbe à l'égard de son Aphélie & de son Périhélie: cependant elle subsiste de même dans toutes les situations de la Lune sur son Orbe à l'égard du Soleil; & il faut y avoir égard pour déterminer le vrai lieu de la Lune.

On peut expliquer également la maniére dont se fait cette Equation, en supposant le mouvement du Soleil autour de la Terre.

Soit, par exemple, *T (Fig. 46.)* la Terre au foyer de l'Ellipse *ABPD*, que le Soleil décrit dans l'espace d'une année, dont le point *A* représente l'Apogée, le point *P* le Périgée, & les points *B* & *D* les moyennes longitudes.

Soit aussi *EHFG*, l'Ellipse que la Lune décrit par son mouvement propre, qui ait pour foyer le point *T*, où est placée la Terre à l'égard du Soleil, que l'on suppose en *A* dans son Apogée, ou en *P* dans son Périgée.

La Lune étant en *G* ou en *H*, dans sa Conjonction ou Opposition avec le Soleil, & en même temps dans son Apogée ou Périgée, on n'observe aucune variation dans son mouvement, & son vrai lieu concourt avec le moyen. Mais à mesure que le Soleil s'approche du point *B*, on s'apperçoit de quelque inégalité qui va en augmentant jusqu'à ce que le Soleil soit arrivé en *B*, où elle est de 9′ 44″, de sorte que si l'Orbite de la Lune est alors représentée par l'Ellipse *IMLN*, qui ait la Terre à l'un de ses foyers *T*, & la Lune dans son Apogée ou Périgée en *I* ou *L*, auquel cas elle est dégagée de toutes ses autres inégalités; on appercevra entre le lieu vrai & le lieu moyen de la Lune, une différence de 9′ 44″, qu'il faut adjoûter à son lieu moyen pour avoir le véritable lorsque le Soleil est en *B*, & retrancher du lieu moyen lorsque le Soleil sera parvenu en *D*.

Dans les autres situations du Soleil sur son Orbe, hors des points *A*, *B*, *P*, *D*, la premiére Equation Solaire est plus ou moins grande, suivant qu'il s'éloigne plus ou moins des points *A* & *P*, dans la proportion des sinus de la distance du Soleil à son

Apogée ou à ſon Périgée. Elle eſt additive dans les ſix premiers Signes, depuis *A* juſqu'en *P*, ſouſtractive dans les ſix derniers, depuis *P* juſqu'en *A*; & il faut en tenir compte pour déterminer le vrai lieu de la Lune dans tous les points de ſon Orbe, & à quelque diſtance qu'elle ſe trouve à l'égard du Soleil.

CHAPITRE XII.

De la ſeconde Equation Solaire.

Le lieu moyen de la Lune, corrigé par l'Equation Solaire que nous venons d'expliquer, repréſente aſſés exactement ſon vrai lieu, lorſque dans ſes Conjonctions ou Oppoſitions avec le Soleil, cet Aſtre ſe trouve en même temps dans l'Apogée ou dans le Périgée de la Lune, de même qu'à diſtance égale de part & d'autre de ces deux points.

Hors de cette ſituation, on obſerve dans le mouvement apparent de la Lune, une inégalité qui peut monter juſqu'à 4 minutes, & qu'on a appellé *Luni-Solaire* ou *ſeconde Equation Solaire*, à cauſe qu'elle dépend de la poſition de l'Orbite de la Lune à l'égard du Soleil.

Elle eſt nulle ou inſenſible lorſque le lieu du Soleil eſt le même que celui de l'Apogée ou du Périgée de la Lune, ou bien lorſqu'il en eſt éloigné de 90 degrés. Elle augmente enſuite à meſure que le Soleil s'écarte de ces quatre points, de ſorte qu'à 15 degrés elle eſt de 2 minutes, & elle devient plus grande lorſqu'il eſt à la diſtance de 45 degrés.

Pour donner une idée ſenſible de la maniére dont l'on conçoit cette Equation, ſoit dans le Syſteme de Copernic, *S* (*Fig.* 45.) le Soleil à l'un des foyers de l'Ellipſe *ABPD*, qui repréſente l'Orbe annuel, *A* la Terre dans ſon Aphélie, *EHFG*, l'Orbite de la Lune, dont le point *G* repréſente l'Apogée, & le point *H* le Périgée.

Dans cet état, en quelqu'endroit que l'on place la Lune ſur ſon Orbite *EHFG*, elle ne ſera point ſujette à la ſeconde inégalité Solaire qui dépend de la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune qui eſt nulle dans ce cas.

Si l'on ſuppoſe préſentement que la Terre étant dans le même lieu de ſon Orbe à l'égard du Soleil, l'Apogée de la Lune ſoit en *R*, en ſorte que la diſtance *SAR* du Soleil à l'Apogée de la Lune ſoit de 45 degrés; alors la Lune étant en *R*, il n'y aura d'autre différence entre le vrai & le moyen mouvement, que celle qui provient de cette inégalité qui eſt alors la plus grande qui ſoit poſſible, & monte à 4 minutes, qu'il faut ſouſtraire du lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable, en quelqu'endroit que cette Planete ſoit placée ſur ſon Orbe.

Cette inégalité diminuë à meſure que le Soleil paroît s'éloigner de l'Apogée de la Lune, depuis 45 juſqu'à 90 degrés, où elle ceſſe entiérement.

On commence enſuite à l'appercevoir depuis ce point de 90 degrés juſqu'à la diſtance de 135 degrés avec le même progrès, avec la ſeule différence qu'au lieu de la ſouſtraire, il faut l'adjoûter au lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable, & elle diminuë dans la même proportion, juſqu'à ce que le Soleil ſoit dans le Périgée de la Lune.

Cette E'quation augmente & diminuë de même lorſque le Soleil ſe trouve dans la partie de l'Orbite de la Lune, depuis 180 juſqu'à 270 degrés; auquel cas il faut la ſouſtraire du lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable.

Enfin, lorſque la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt depuis 270 degrés juſqu'à 360, il faut adjoûter cette E'quation au lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable.

On peut repréſenter également la ſeconde E'quation Solaire, en ſuppoſant le mouvement du Soleil autour de la Terre, en cette maniére.

Soit *T* (*Fig. 46.*) la Terre au foyer de l'Ellipſe *ABPD*, que le Soleil paroît décrire par ſon mouvement propre, dont le point *A* repréſente l'Apogée, le point *P* le Périgée, & les points *K, B, R, O, D, Q*, le lieu du Soleil lorſqu'il eſt dans les moyennes diſtances, & à 45 degrés de ſon Apogée & Périgée.

Soit auſſi *EHFG*, l'Ellipſe que la Lune décrit par ſon mouvement propre autour de la Terre, dont l'Apogée ſoit en *G*, & le Périgée en *H*.

Le Soleil étant en *A* ou en *P*, dans l'Apogée ou le Périgée de la Lune, cette E'quation eſt nulle en quelqu'endroit que l'on place la Lune ſur ſon Orbite *EHFG.* Il en eſt de même lorſque le Soleil eſt en *B* ou en *D,* à la diſtance de 90 ou 270 degrés du lieu de l'Apogée de la Lune.

Mais lorſque le Soleil ſe trouve éloigné du point *A,* qui répondoit à l'Apogée de la Lune, on apperçoit une inégalité qui augmente juſqu'à ce que le Soleil ſoit parvenu en *K,* où étant éloigné de 45 degrés de l'Apogée de la Lune, cette inégalité eſt de 4 minutes, qu'il faut ſouſtraire du lieu moyen de la Lune pour avoir le véritable; elle diminuë enſuite à meſure que le Soleil s'éloigne du point *K,* juſqu'en *B,* où elle ceſſe entiérement.

Cette inégalité ſuit la même regle lorſque le Soleil eſt depuis *B* juſqu'en *P,* avec la différence qu'au lieu de la ſouſtraire, il faut l'adjoûter au lieu moyen pour avoir le véritable.

Enfin, lorſque le Soleil eſt depuis *P* juſqu'en *D,* il faut ſouſtraire cette inégalité du lieu moyen, & l'adjoûter au contraire depuis *D* juſqu'en *A* pour avoir le vrai lieu de la Lune.

CHAPITRE XIII.

De la ſeconde Inégalité de la Lune.

APRÈS avoir repréſenté les Inégalités que l'on obſerve dans le mouvement de la Lune lorſqu'elle eſt en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil, il faut conſidérer celles que l'on remarque auſſi dans toutes ſes autres ſituations.

La plus grande de ces Inégalités s'appelle *la ſeconde E'quation de la Lune*, elle dépend de la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, & de la diſtance de la Lune au Soleil.

Elle eſt la plus grande qui ſoit poſſible, lorſque le Soleil étant dans l'Apogée de la Lune, ou dans ſon Périgée, cette Planete eſt en même temps dans l'une de ſes Quadratures; & elle eſt nulle lorſque le Soleil eſt éloigné de l'Apogée de la Lune, de 3 ou de 9 Signes, à quelque diſtance que la Lune ſoit à l'égard du Soleil.

Dans les autres diſtances du Soleil à l'Apogée de la Lune, & de la Lune au Soleil, cette E'quation eſt plus grande plus le Soleil eſt près de cet Apogée, & plus la Lune approche des Quadratures.

Pour expliquer la maniére dont on conçoit cette E'quation, ſoit *T* (*Fig.* 47.) la Terre à l'un des foyers de l'Ellipſe *ALHP*, qui repréſente l'Orbite de la Lune, dont l'Apogée eſt en *A*, & le Périgée en *P*.

Soit *SMRN*, l'Orbe du Soleil dont l'Apogée eſt en *S*, & le Périgée en *R*. Si l'on ſuppoſe la Lune en *A* ou en *P*, en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil qui eſt en *S* ou en *R*, alors le vrai lieu de la Lune concourt avec le moyen, & on n'y obſerve aucune Inégalité. Mais ſi le Soleil étant ſuppoſé en *S* ou en *R*, la Lune s'en éloigne ſuivant la ſuite des Signes de *A* vers *L*, alors outre la premiére Inégalité, qui, dans l'hypotheſe elliptique ſimple, eſt meſurée par l'angle *DLT*, on en apperçoit une ſeconde qui augmente juſqu'à ce que la Lune ſoit arrivée à l'une de ſes Quadratures, où cette Inégalité eſt d'environ $2^d\ 30'$.

Suppoſons préſentement que le Soleil ſoit parvenu par ſon mouvement propre de *S* en *B*, alors la Lune étant en *L*, en Conjonction avec le Soleil, l'angle *DLT* meſurera ſa premiére Inégalité, & la ſeconde ceſſera. Mais lorſque la Lune s'éloignera du Soleil, cette Inégalité ſe fera appercevoir, & augmentera juſqu'à ce que la Lune ſoit dans une de ſes Quadratures, où elle ſera d'une quantité dont le rapport à la plus grande Inégalité, qui eſt de 2^d $30'$, ſera comme le ſinus du complément de l'angle *STL* de la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt au ſinus total; en ſorte que ſi la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune eſt de 60 degrés, dont le complément eſt 30 degrés, la ſeconde Inégalité de la Lune dans les Quadratures, ſera de $1^d\ 15'$, qui eſt à $2^d\ 30'$ comme le ſinus de 30 degrés, eſt au ſinus total.

Enfin, le Soleil étant parvenu en *M* ou en *N*, à la diſtance de 90 degrés des points *S* & *R*, qui répondent à l'Apogée ou au Périgée de la Lune, la ſeconde Inégalité ceſſe en quelqu'endroit de ſon Orbite qu'elle ſoit placée, comme en *L* ou en *H*.

Il eſt aiſé de voir par ce que nous venons de rapporter, que la Lune ne ſuit pas préciſément la circonférence de l'Ellipſe ſur laquelle elle ſe trouve placée dans ſes Conjonctions & Oppoſitions avec le Soleil; c'eſt pourquoi il faut avoir recours à une nouvelle hypotheſe pour repréſenter cette Inégalité.

On prendra pour cet effet ſur l'axe *AP* du point *T* vers *P*, *TK* de 2172 parties, dont le demi-axe *AC* eſt de 100000, & on décrira ſur le diametre *TK*, le petit cercle *TQKG*. Lorſque le Soleil eſt en *S* dans l'Apogée de la Lune, ou en *R* dans ſon Périgée, la Terre ſera en *K* à l'extrémité du diametre *TK*. Lorſque le Soleil eſt en *M* ou en *N*, à la diſtance de 90 degrés des points *S* & *R*, la Terre ſera en *T* dans le foyer de l'Ellipſe *ALHP*; & lorſque le Soleil eſt en *B*, ou à quelqu'autre diſtance que ce ſoit de l'Apogée de la Lune, la Terre ſera en *G* ſur le petit cercle *TQKG*, dans l'endroit où la ligne tirée du Soleil par le foyer *T* de l'Ellipſe, rencontre ce cercle.

Suivant cette théorie, la diſtance de la Lune à la Terre doit varier ſuivant que le Soleil s'approche ou s'éloigne de l'Apogée de la Lune : car le Soleil étant en *S*, & la Lune en *A* dans ſon Apogée, la diſtance de la Lune à la Terre eſt meſurée par *AK*, en ſorte que *CT*, qui repréſente l'excentricité ſimple, étant, comme on l'a ſuppoſé, de 4344 parties, dont le demi-axe *AC* eſt de 100000, & *TK* étant de 2172 de ces parties, on aura *CK*, diſtance de la Terre au centre *C* de l'Ellipſe, de 6516, qui, étant adjoûtées à *AC* 100000, donnent la diſtance *AK* de la Lune à la Terre, lorſqu'elle eſt dans ſon Apogée, de 106516.

Retranchant *CK*, de *AC* ou *PC*, on aura *PK*, diſtance de la Lune à la Terre lorſqu'elle eſt dans ſon Périgée, de 93484. Ce rapport de diſtances dans ces deux ſituations de la Lune, eſt conforme aux obſervations de la grandeur apparente du diametre de la Lune, qui, ſuivant les regles d'Optique, doit être en raiſon réciproque de la diſtance de la Lune à la Terre, le diametre apparent de la Lune dans ſon Apogée étant à ſon diametre apparent dans ſon Périgée, comme 29′ 30″ ſont à 33′ 38″, ou comme 93484 eſt à 106516.

Si l'on ſuppoſe préſentement que le Soleil étant en *S* dans l'Apogée de la Lune, l'angle *ADL* repréſente la diſtance moyenne de la Lune à ſon Apogée; alors la premiére Inégalité qui réſulte de l'hypotheſe elliptique ſimple, eſt meſurée par l'angle *DLT*; & la Terre étant en *K*, à l'extrémité du petit diametre *TK*, la ſeconde Inégalité ſeroit meſurée par l'angle *TLK*, ſi elle étoit produite ſeulement par le mouvement de la Terre de *T* en *K*. Mais comme l'on a remarqué que cette Inégalité ne ſuffiſoit pas pour repréſenter celle que l'on obſerve alors dans le mouvement de la Lune, il a été néceſſaire d'en ſuppoſer une autre réelle & phyſique, qui eſt à peu-près de la même grandeur que celle qui réſulte de l'apparence, ce qui provient de ce que la Lune étant plus éloignée de la Terre lorſqu'elle eſt en *K* que lorſqu'elle eſt en *T*, ſon mouvement dans ſon Orbe ſe rallentit à peu-près dans la proportion de ſes diverſes diſtances à la Terre.

Pour déterminer cette Inégalité, on décrira une nouvelle Ellipſe dont le point *T* ſera le centre, *K* l'un des foyers où ſe trouve la Terre lorſque le Soleil eſt en *S*, & *TL* eſt égal à la moitié du grand axe ; & on cherchera ſur cette Ellipſe le vrai lieu de la Lune ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple ou celle de Képler, en cette maniére.

Méthode de déterminer la ſeconde Inégalité de la Lune, dans l'hypotheſe elliptique ſimple.

Dans l'hypotheſe elliptique ſimple, le Soleil étant en *S*(*Fig. 47.*) & la Terre en *K*, on prendra de *T* vers *A*, *TI* égal à *TK*, & l'on joindra *KL*. Du point *I*, on menera *IO*, parallele à *TL*, & du point *L*, on élevera ſur *LK*, la perpendiculaire *LO*, qui rencontrera en *O*, la ligne *IO*. Le point *O* déterminera le vrai lieu de la Lune, qui ſera ſur une Ellipſe, dont *T* eſt le centre, *K* l'un des foyers, *I* l'autre foyer, & *TL* la moitié du grand axe. Joignant *KO*, l'angle *KOI* meſurera la ſeconde Inégalité de la Lune, qui eſt double de l'angle *TLK*, qui repréſentoit l'Inégalité optique ; ce que l'on démontrera de même qu'on l'a déja fait (*p. 139*).

Si l'on ſuppoſe le Soleil à quelque diſtance que ce ſoit de l'Apogée de la Lune, comme en *B*, & que la diſtance de la Lune à ſon Apogée, corrigée par la premiére E'quation, ſoit meſurée par l'angle *ATH* ; alors la Terre étant en *G*, à l'extrémité du rayon tiré du Soleil par le foyer *T* de la premiére Ellipſe *AHBK*, on prendra de *T* vers *B*, *TE* égal à *TG*. Du point *E*, on menera *EF*, parallele à *TH*, & ayant joint *GH*, on élevera du point *H*, *HF*, perpendiculaire à *GH*, qui rencontrera en *F* la ligne *EF*. Le point *F* repréſentera le vrai lieu de la Lune, & l'angle *EFG* meſurera ſa ſeconde Inégalité, qui ſera double de l'angle *THG*, qui repréſentoit ſon Inégalité optique.

Il réſulte

Il réſulte de cette hypotheſe, que lorſque le Soleil eſt entre les points *S* & *M*, comme en *B*, c'eſt-à-dire, lorſque la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt depuis 0 juſqu'à 3 Signes, la Terre ſe trouve en *G* dans le demi-cercle *TGH*, plus éloignée de la Lune que le centre *T* de la nouvelle Ellipſe ; & que par conſéquent la ſeconde Inégalité eſt ſouſtractive dans les ſix premiers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, & additive dans les ſix derniers : Que lorſque le Soleil eſt entre les points *M* & *R*, comme en *V*, auquel cas ſa diſtance à l'Apogée de la Lune eſt depuis 3 juſqu'à 6 Signes, la Terre ſe trouve dans le demi-cercle *TQK* en *Q*, plus proche de la Lune que le centre *T* de la nouvelle Ellipſe ; d'où il ſuit que la ſeconde Equation de la Lune eſt additive dans les ſix premiers Signes, & ſouſtractive dans les ſix derniers : Que lorſque le Soleil eſt entre les points *R* & *N*, comme en *X*, la Terre eſt en *G*, plus proche de la Lune que le centre *T* de la nouvelle Ellipſe ; & que par conſéquent la ſeconde Equation eſt additive dans les ſix premiers Signes, & ſouſtractive dans les ſix derniers : Enfin, que lorſque le Soleil eſt entre *N* & *S*, comme en *Y*, la Terre eſt en *Q*, plus éloignée de la Lune que le centre *T* de la nouvelle Ellipſe ; d'où il ſuit que la ſeconde Equation eſt ſouſtractive dans les ſix premiers Signes, & additive dans les ſix derniers.

Pour calculer cette Equation dans toutes ces différentes circonſtances, il faut d'abord connoître la diſtance *TG* de la Terre au foyer *T* de la premiére Ellipſe, qui eſt à *TK* 2172, comme le ſinus du complément de l'angle *ATL* de la diſtance de la Lune au Soleil, eſt au ſinus total. L'angle *ATH* de la diſtance de la Lune à ſon Apogée, corrigée par la premiére Equation, étant connu, on trouvera la diſtance *TH* de la Lune au foyer de la même Ellipſe ; & dans le Triangle *HTG*, dont les côtés *HT* & *TG* ſont connus, auſſi-bien que l'angle *HTG*, ſupplément de l'angle *LTH*, diſtance de la Lune au Soleil, on trouvera l'angle *THG*, dont le double *EFG* meſurera la ſeconde Equation.

EXEMPLE.

On veut calculer la ſeconde Equation de la Lune lorſque la diſtance *ATL* du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt de 20 degrés, & la diſtance *LTH* de la Lune au Soleil, corrigée par la premiére

Equation, eſt de 40 degrés. Adjoûtant la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, à la diſtance de la Lune au Soleil, on aura l'angle *ATH* de la diſtance de la Lune à ſon Apogée, de 60 degrés.

Soit prolongé *TH* en Z, en ſorte que *HZ* ſoit égal à *HD*, & joignés *ZD*. Dans le Triangle *DTZ*, dont le côté *TZ* eſt connu de 200000, *TD*, double de l'excentricité eſt de 8688, & l'angle *ATH* eſt de 60 degrés, on trouvera l'angle *DZH*, de 2^d 12′ 8″, qui, à cauſe des côtés égaux *HZ*, *HD*, eſt la moitié de l'angle externe *DHT*, qui ſera par conſéquent de 4^d 24′ 16″, on aura donc l'angle *HDT*, de 115^d 35′ 44″. Maintenant dans le Triangle *DTH*, dont les trois angles ſont connus, auſſi-bien que le côté *DT*, de 8688, on fera, comme le ſinus de l'angle *DHT*, de 4^d 24′ 16″, eſt au ſinus de l'angle *HDT*, de 115^d 35′ 44″, ou ſon ſupplément *ADH*, de 64^d 24′ 16″; ainſi *DT* 8688 eſt à *HT*, qu'on trouvera de 102028, & qui eſt la moitié du grand axe de l'Ellipſe ſur laquelle la Lune eſt placée lorſque la diſtance *ATL* du Soleil à l'Apogée de la Lune eſt de 20 degrés, & la diſtance de la Lune au Soleil, corrigée par la premiére Equation, eſt de 40 degrés.

Pour trouver l'excentricité de cette nouvelle Ellipſe, on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle *ATL*, de 20 degrés; ainſi *TK* 2172 eſt à *TG*, qu'on trouvera de 2041. Préſentement dans le Triangle *HTG*, dont les côtés *TH*, *TG* ſont connus, & l'angle compris *HTG*, ſupplément de l'angle *LTH*, de 40 degrés, qui meſure la diſtance de la Lune au Soleil, on trouvera l'angle *THG*, de 43′ 32″, dont le double 1^d 27′ 4″, meſure l'angle *EFG* de la ſeconde Equation, qui, étant retranché de l'angle *LTH* ou *LEF*, de 40 degrés, donne l'angle *LGF*, diſtance de la Lune au Soleil, de 38^d 32′ 56″.

Méthode de déterminer la ſeconde Inégalité de la Lune, dans l'hypotheſe de Képler.

Soit *ALP* (*Fig. 48.*) une Ellipſe qui repréſente l'Orbite ſimple de la Lune, dont *C* eſt le centre, & *T* l'un des foyers. Soit *ATL* la diſtance de la Lune à ſon Apogée dans l'hypotheſe de Képler, corrigée par la premiére Equation. Par la propriété de l'Ellipſe, *TH* eſt égal à la moitié du grand axe *AP*; c'eſt pourquoi dans le Triangle rectangle *HCT*, dont les côtés *TH* & *TC* ſont connus, on trouvera la valeur de *HC*, qui meſure la moitié du petit axe de cette Ellipſe. Le rapport du petit demi-diametre *HC* de l'Ellipſe *ALP* à ſon grand demi-diametre *AC*, étant connu, on aura celui de *LN* à *MN*, que l'on ſuppoſe paralleles à *HC*, & qui ſont dans la même proportion; c'eſt pourquoi l'on fera, comme *HC* eſt à *RC*, ou bien, comme *LN* eſt à *MN*; ainſi la tangente de l'angle *ATL*, diſtance de la Lune à ſon Apogée, corrigée par la premiére Equation, eſt à la tangente de l'angle *ATM*.

Maintenant dans le Triangle *MCT*, dont le rayon *MC* eſt connu, auſſi-bien que l'excentricité *CT*, & l'angle *ATM* ou *CTM*, oppoſé au côté *MC*, on trouvera l'angle *CMT* & le côté *TM*. Enfin, dans le Triangle *MLT*, dont le côté *TM* eſt connu, l'angle *TML* eſt le complément de l'angle *CTM*, & l'angle *MLT* eſt le ſupplément de l'angle *TLN*, dont le complément eſt l'angle *ATL*, diſtance de la Lune au Soleil, on trouvera la diſtance *TL* de la Lune au foyer de l'Ellipſe.

Si l'on ſuppoſe préſentement que la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, ſoit meſurée par l'angle *ATS*, on décrira du centre *T* à l'intervalle *TL*, le cercle *LDV*; & ayant prolongé *ST* en *V*, on prendra ſur *TV*, *TG* qui ſera à *TK* 2172, comme le ſinus du complément de l'angle *ATS*, eſt au ſinus total; & prenant *T* pour centre, & *G* pour foyer, on décrira par le point *B* une nouvelle Ellipſe *BIV*, ſur laquelle on trouvera le vrai lieu de la Lune ſuivant l'hypotheſe de Képler, en cette maniére:

Du point *T*, ſoit mené *TI*, perpendiculaire à *ST*, qui rencontre l'Ellipſe *BIV* au point *I*, & ſoit joint *GI*. Du point *G*, ſoit menée au point *L*, la ligne *GL*, & du point *T*, ſoit tirée la ligne *TF*, prolongée en *E*, qui ſoit telle que l'arc *LF* ſoit égal à la ligne *GE*, tirée perpendiculairement du point *G* ſur la ligne *GE*. Du point *F*, ſoit mené *FO*, parallele à *TI*, qui rencontre l'Ellipſe *BOIV* au point *O*; le point *O* repréſentera le vrai lieu de la Lune.

Exemple.

On veut calculer la ſeconde Equation de la Lune lorſque la diſtance *ATL* (*Fig. 48.*) de la Lune à ſon Apogée, corrigée par la premiére Equation de Képler, eſt de 60 degrés, & la diſtance *ATS* du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt de 20 degrés.

Le rayon *AC* ou *RC* ou *HT* étant ſuppoſé de 100000, & l'excentricité *CT*, de 4344, on fera, comme *HT* eſt à *CT*; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *CHT*, qu'on trouvera de $2^d\ 29'\ 23''$, & dont le complément $87^d\ 30'\ 37''$, meſure l'angle *CTH*. On fera enſuite, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *CTH*, de $87^d\ 30'\ 37''$; ainſi *HT* 100000, eſt à *HC*, qu'on trouvera de 99905. La proportion de *HC* à *RC* étant ainſi connuë, on fera, comme *HC* 99905, eſt à *RC* 100000; ainſi *LN* eſt à *MN*, ainſi la tangente de l'angle *ATL*, de 60 degrés, eſt à la tangente de l'angle *ATM*, qu'on trouvera de $60^d\ 1'\ 25''$. Maintenant dans le Triangle *CTM*, dont le rayon *CM* eſt connu, & l'excentricité *CT*, on fera, comme *CM* 100000 eſt à *CT* 4344; ainſi le ſinus de l'angle *CTM*, de $60^d\ 1'\ 25''$, eſt au ſinus de l'angle *CMT*, qu'on trouvera de $2^d\ 9'\ 23''\frac{1}{2}$, & qui, étant adjoûté à l'angle *CTM*, de $60^d\ 1'\ 25''$, donne l'angle *ACM*, de $62^d\ 10'\ 48''\frac{1}{2}$. On fera auſſi, comme le ſinus de l'angle *CTM*, de $60^d\ 1'\ 25''$, eſt au ſinus de l'angle *MCT*, ſupplément de l'angle *ACM*, de $62^d\ 10'\ 48''\frac{1}{2}$; ainſi *CM* 100000 eſt à *TM*, qu'on trouvera de 102099. Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'angle *TLN*, complément de l'angle *ATL*, de 60 degrés, eſt au ſinus de l'angle *TMN*, complément de l'angle *ATM*, de $60^d\ 1'\ 25''$; ainſi *TM* 102099 eſt à la diſtance *LT* de la Lune au foyer *T* de l'Ellipſe *ALHP*, qu'on trouvera de 102028, de la même grandeur que dans l'hypotheſe elliptique ſimple.

La diſtance *ATS* du Soleil à l'Apogée de la Lune, étant ſuppoſée de 20 degrés, on fera, comme *ST* eſt au ſinus du complément de 20 degrés; ainſi *TR* 2172 eſt à *TG*, qui ſera de 2041, & qui meſurera l'excentricité d'une nouvelle Ellipſe *BOIV*, dont le grand demi-diametre *LT* ou *BT* a été trouvé de 102028, & ſur laquelle on déterminera le vrai lieu de la Lune, ſuivant l'hypotheſe de Képler, en cette maniére:

Par la propriété de l'Ellipſe, *GI* eſt égal à ſon grand demi-diametre *TL* ou *TD*; c'eſt pourquoi dans le Triangle rectangle *ITG*, dont l'hypothénuſe *GI* eſt de 102028, & le côté *TG*, de 2041 toises, on fera, comme *GI* est à *TG*; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *TIG*, qu'on trouvera de 1^d 8′ 47″, & dont le complément mesure l'angle *TGI*, qui sera de 88^d 51′ 13″. On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus de l'angle *TGI*, de 88^d 51′ 13″; ainsi *GI* 102028, est à *TI*, qu'on trouvera de 102017. L'angle *ATL* ayant été supposé de 60 degrés, & l'angle *ATS*, de 20 degrés, on aura l'angle *BTL*, de 40 degrés, & son supplément *LTG*, de 140 degrés; c'est pourquoi dans le Triangle *LTG*, dont les côtés *LT* 102028, & *TG* 2041, sont connus, & l'angle compris *LTG* est de 140 degrés, on aura l'angle *TLG*, de 43′ 32″, qui ne différe pas sensiblement de l'angle *LTF*, à cause que l'arc *LF*, qui a été pris égal à la ligne *GE*, n'est que de 43′ 32″, & les deux lignes *GL*, *TF*, peuvent être censées paralleles, comme on peut le voir *(p. 143)*. Retranchant l'angle *LTF*, de 43′ 32″, de l'angle *BTL*, de 40 degrés, on aura l'angle *BTF*, de 39^d 16′ 28″; & dans le Triangle *FTG*, dont le côté *FT* est de 102028, le côté *TG*, de 2041, & l'angle compris *FTG*, de 140^d 43′ 32″, supplément de l'angle *BTF*, de 39^d 16′ 28″, on aura l'angle *TFG*, de 42′ 52″, qui, étant retranché de l'angle *BTF*, de 39^d 16′ 28″, reste l'angle *BGF*, de 38^d 33′ 36″. On fera enfin, comme *TD* est à *TI*, ou bien, comme *QF* est à *QO*; ainsi la tangente de l'angle *BGF*, de 38^d 33′ 36″ est à la tangente de l'angle *BGO*, qui mesure la distance véritable de la Lune au Soleil, qu'on trouvera de 38^d 33′ 16″. La retranchant de l'angle *BTL*, supposé de 40^d 0′ 0″, on aura la seconde Equation de la Lune, de 1^d 26′ 44″, plus petite seulement de 20 secondes que suivant l'hypothese elliptique.

CHAPITRE XIV.

De la troisiéme & derniére Inégalité de la Lune.

OUTRE l'Inégalité qui dépend de la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, & de la distance de la Lune au Soleil, on en remarque une autre qui dépend uniquement de la distance de la Lune au Soleil.

Cette Inégalité est la plus grande qui soit possible, lorsque la

Lune eſt dans ſes Octans à l'égard du Soleil, c'eſt-à-dire, lorſque ſa diſtance au Soleil eſt de 45, 135, 225, & 315 degrés, auquel cas on l'obſerve de 33′ 40″; elle eſt nulle dans les Conjonctions & Oppoſitions de la Lune au Soleil, & dans ſes Quadratures; & elle augmente à meſure qu'elle s'éloigne de ces diverſes Phaſes, & qu'elle s'approche des Octans.

Pour expliquer la maniére dont on conçoit cette Inégalité, ſoit *ALHP (Fig. 47.)* une Ellipſe qui repréſente l'Orbite de la Lune, dont l'Apogée eſt en *A*, & le Périgée en *P*. Soit *SMRN*, l'Orbe du Soleil, dont les points *S* & *R*, répondent à l'Apogée & au Périgée de la Lune, & les points *M* & *N* en ſont éloignés de 90 degrés. Si l'on ſuppoſe que la Lune ſoit en *A* dans ſon Apogée, & que le Soleil réponde aux points *M* & *N*, auquel cas la Terre eſt en *T* au foyer de l'Ellipſe *ALHP*, & la ſeconde Inégalité eſt nulle; alors la Terre changera de ſituation ſuivant la direction de la ligne *ATK*, perpendiculaire à la ligne *MN*, tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipſe, & ſera tranſportée à l'oppoſite de la Lune, de *T* en *a*, en ſorte que *Ta* ſera à *TA*, comme la ſolidité de la Lune à la ſolidité de la Terre, dont le rapport eſt à peu-près comme 100 à 5056, ou comme 1 à 50 $\frac{1}{2}$.

Le Soleil étant dans la même ſituation, ſi la Lune ſe trouve dans ſon Périgée en *P*, alors la Terre, qui étoit en *T*, ſera portée du côté oppoſé à la Lune, de *T* en *b*, ſuivant la même direction de la ligne *ATK*, perpendiculaire à la ligne *MN*, en ſorte que *Tb* ſera à *TP*, comme la ſolidité de la Lune eſt à la ſolidité de la Terre, ou comme 1 à 50 $\frac{1}{2}$.

Si l'on ſuppoſe préſentement le Soleil en *S* ou en *R* dans l'Apogée de la Lune, pendant que cette Planete eſt dans l'une de ſes Quadratures, la Terre ſera portée par ſa ſeconde Inégalité, de *T* en *K*, & par ſa troiſiéme Inégalité, elle changera de ſituation ſuivant la direction de la ligne *rt*, perpendiculaire à la ligne *AP*, en ſorte que la Lune étant en *m*, la Terre ſera à l'oppoſite, comme en *c*, éloignée du point *K*, de la diſtance *Kc*, qui ſera à *Kt*, comme 100 à 5056; & la Lune étant en *n*, la Terre ſera en *d*, éloignée du point *K*, de la diſtance *Kd*, qui eſt égale à *Kc*.

Dans toutes ces différentes ſituations de la Lune à l'égard du Soleil, la Terre & la Lune conſervant toûjours la même direction par rapport au même point du Ciel, on ne doit appercevoir aucun changement dans le mouvement de la Lune, mais ſeulement dans la grandeur apparente de ſon diametre, qui eſt en raiſon réciproque de ſa diſtance à la Terre, qui varie de la maniére qu'on le vient de repréſenter. Car la diſtance *AT* de l'Apogée de la Lune au foyer de l'Ellipſe *ALHP*, qui eſt de 104344, étant à la diſtance *Ta*, de la Terre au foyer de cette Eclipſe, comme 5056 à 100; on trouvera *Ta*, de 2064, qui, étant adjoûté à 104344, donne la diſtance *Aa* de la Lune à la Terre, de 106408, lorſque la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt de 3 Signes, & la Lune eſt dans ſon dernier Quartier; ou bien, lorſque la diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune, eſt de 9 Signes, & la Lune eſt dans ſon premier Quartier, ce qui s'accorde aux obſervations du diametre apparent.

Pareillement la diſtance *PT* du Périgée de la Lune au foyer *T* de l'Ellipſe *ALHP*, qui eſt de 95656, étant à la diſtance *Tb*, de la Terre au foyer de cette Ellipſe, comme 5056 à 100, on aura *Tb*, de 1892, qui, étant adjoûté à 95656, donne la diſtance *Pb* de la Lune à la Terre, de 97548, lorſque la Lune eſt dans ſon Périgée en Quadrature avec le Soleil; on aura donc *Aa* à *Pb*, comme 106408 eſt à 97548, ce qui s'accorde aux obſervations des diametres apparents de la Lune, qui ſont en raiſon réciproque de ces diſtances.

On peut donc conſidérer *AT* & *Ta*, de même que *PT* & *Tb*, ſemblables à deux bras d'une balance, dont le point *T* eſt le point d'appui, ſur laquelle la Terre & la Lune doivent reſter en parfait équilibre, leur diſtance au point d'appui *T*, étant en raiſon réciproque de leur ſolidité.

Suppoſons préſentement que le Soleil étant en *M* ou *N*, la Lune ſoit dans l'une de ſes Conjonctions ou Oppoſitions; alors la ſeconde Inégalité étant nulle, la Terre reſtera en *T* au foyer de l'Ellipſe *ALHP*, elle ne ſera point non plus déplacée par la troiſiéme Inégalité, qui ſe fait appercevoir ſuivant une perpendiculaire à la ligne *MTN*, tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipſe, parce que la diſtance de la Lune à la ligne *MTN*, étant nulle, la diſtance de la Terre à cette même ligne, qui ſuit la proportion que nous avons indiquée, doit être auſſi nulle; on n'obſervera donc alors que la premiére Equation, & la diſtance de la Lune à la Terre ſera meſurée par la ligne *Tm* ou *Tn*, conformément aux obſervations.

Il ne doit auſſi arriver par la même raiſon, aucune variation dans la ſituation de la Terre, cauſée par la troiſiéme Inégalité, lorſque le Soleil eſt en *S*, ou en quelqu'autre endroit de ſon Orbe en Conjonction ou en Oppoſition avec la Lune. Mais à meſure que la Lune s'éloigne du Soleil, la perpendiculaire tirée de la Lune ſur la ligne qui va du Soleil au foyer de l'Ellipſe, augmente de grandeur ; d'où il réſulte que la Terre s'écarte toûjours de plus en plus de ce rayon dans un ſens contraire.

Pour en diſcerner l'effet, ſuppoſons le Soleil en *S*, & la Lune en *O*, à la diſtance de 45 degrés du Soleil. Du point *O*, ſoit menée la ligne *Og*, perpendiculaire ſur la ligne *STR*, & du point *K*, ſoit élevée ſur la même ligne *STR*, une perpendiculaire *Kh*, qui ſoit à *Og*, comme 100 eſt à 5056. Le point *h* repréſentera alors la ſituation de la Terre, & la troiſiéme Inégalité ſera meſurée par l'angle *KOh*, dont on trouvera la grandeur, en cette maniére:

Du point *O*, ſoit menée *Oi*, parallele & égale à *Kg*, & ſoit joint *Ki*, qui ſera parallele & égale à *Og*, & perpendiculaire à la ligne *SR*. Dans les Triangles *KOi* & *hOi*, *Ki* ou *Og* eſt à *ih* ou *Ki* plus *Kh*, comme la tangente de l'angle *KOi* ou *OKg*, qui meſure la diſtance de la Lune au Soleil, eſt à la tangente de l'angle *hOi*, qui eſt égal à l'angle *KOi* de la diſtance de la Lune au Soleil, plus l'angle *KOh*, qui meſure la troiſiéme Inégalité. Mais *Ki* eſt à *ih*, comme 5056 eſt à 5156, c'eſt-à-dire, comme la ſolidité de la Terre eſt à la ſolidité de la Terre plus celle de la Lune : donc la tangente de l'angle de la diſtance de la Lune au Soleil, eſt à la tangente de l'angle de la diſtance de la Lune au Soleil plus l'angle de la troiſiéme Inégalité, comme 5056 à 5156. Prolongeant *hO* en *u*, & *KO* en *q*, la Terre étant parvenuë en *h*, par la troiſiéme Inégalité, verra répondre la Lune au point *u*, plus avancé ſuivant la ſuite des Signes que lorſque la Terre étant en *K*, la Lune répondoit au point *q*; & le même effet arrivant dans les trois premiers Signes de la diſtance de la Lune au Soleil, il ſuit que la troiſiéme Inégalité eſt alors additive.

Si l'on ſuppoſe préſentement la Lune en *e*, le Soleil reſtant

toûjours

toûjours au point *S*, on menera *ef*, perpendiculaire à *SR*, & on fera *Kh* à *ef*, comme 100 à 5156. Le point *h*, déterminera la ſituation de la Terre, qui verra la Lune répondre au point *l*, moins avancé ſuivant la ſuite des Signes que le point *p*, où ſe termine la ligne *Kep*, tirée du point *K* par la Lune ; & le même effet arrivant lorſque la diſtance de la Lune au Soleil eſt depuis trois juſqu'à ſix Signes, il ſuit que la troiſiéme Inégalité eſt alors ſouſtractive.

Le contraire arrive lorſque la Lune eſt en *o*, c'eſt-à-dire, lorſque ſa diſtance au Soleil eſt depuis 6 juſqu'à 9 Signes ; car alors la Terre ſe trouve de *K* vers *r*, comme en *d*, & le rayon *do*, tiré de la Terre à la Lune, étant prolongé au-de-là de l'Orbite, ſe termine à un point plus avancé ſuivant la ſuite des Signes, que le rayon *Ko*, prolongé à la même diſtance ; d'où il ſuit que la troiſiéme Equation eſt alors additive.

Enfin, lorſque la Lune eſt en *K*, où ſa diſtance au Soleil eſt depuis 9 juſqu'à 12 Signes, la Terre eſt en *d*, & le rayon *dk*, tiré de la Terre à la Lune, & prolongé au de-là de ſon Orbe, ſe termine à un point moins avancé ſuivant la ſuite des Signes, que le rayon *Kk*, prolongé à la même diſtance ; d'où il ſuit que la troiſiéme Equation eſt alors additive.

EXEMPLE I.

On veut trouver la troiſiéme Inégalité de la Lune lorſque la diſtance *AKO* de la Lune au Soleil eſt de 30 degrés.

Faites, comme 5056 eſt à 5156 ; ainſi la tangente de l'angle *AKO* ou *KOi*, eſt à la tangente de l'angle *iOh*, que l'on trouvera de $30^d\ 29'\ 17''$. Retranchant de l'angle *IOH*, l'angle *KOi*, de 30 degrés, on aura l'angle *KOh*, qui meſure la troiſiéme Inégalité, de $29'\ 17''$.

EXEMPLE II.

On cherche la troiſiéme Inégalité de la Lune lorſque la diſtance de la Lune au Soleil eſt de 45 degrés.

Faites, comme 5056 eſt à 5156 ; ainſi la tangente de l'angle *AKO* ou *KOi*, de 45 degrés, eſt à la tangente de l'angle *iOH*, que l'on trouvera de $45^d\ 33'\ 40''$. Retranchant l'angle *iOK*, de l'angle *iOH*, on aura l'angle *KOh*, qui meſure la troiſiéme Inégalité, de $33'\ 40''$.

EXEMPLE III.

On cherche la troisiéme Inégalité de la Lune lorſque ſa diſtance au Soleil eſt de 60 degrés.

Faites, comme 5056 eſt à 5156; ainſi la tangente de 60 deg. eſt à la tangente de $60^{d}\ 29'\ 0''$, dont retranchant 60 degrés, reſte la troiſiéme Inégalité, de $29'\ 0''$.

Méthode de déterminer le lieu de l'Orbite de la Lune, où ſa troiſiéme Inégalité eſt la plus grande qui ſoit poſſible, & la quantité de cette plus grande Inégalité.

La troiſiéme Inégalité de la Lune augmente, ainſi qu'il a été expliqué ci-deſſus, à meſure que cette Planete s'éloigne du Soleil, & s'approche des Octans; elle diminuë enſuite juſqu'aux Quadratures, quoique l'éloignement de la Terre, du lieu où elle étoit au temps de la Conjonction ou de l'Oppoſition de la Lune avec le Soleil, qui produit cette Inégalité, continuë à augmenter. Cela eſt conforme aux exemples que nous venons de rapporter, & on peut déterminer le point où cette Inégalité eſt la plus grande, en la calculant pour quelques degrés avant & après les Octans, & prenant des parties proportionnelles; cependant comme cette méthode n'eſt que par approximation, nous en propoſerons une géométrique pour déterminer le lieu où l'on doit appercevoir la plus grande Inégalité, & de quelle quantité elle doit être.

Soit, comme on l'a ſuppoſé ci-deſſus, la diſtance de la Terre à la ligne tirée du Soleil au foyer de l'Ellipſe qui repréſente l'Orbite de la Lune, à la diſtance de la Lune à cette même ligne, en raiſon réciproque de la maſſe de ces deux corps, c'eſt-à-dire, comme 100 à 5056, & ayant pris une ligne *OS* (*Fig. 49.*) à diſcrétion, ſoit fait *OR* à *OS*, comme 100 à 5056. Soit diviſé *OR* en deux parties égales au point *F*, & menés des points *F* & *S*, les lignes *FC*, *SD*, perpendiculaires & égales à la ligne *FS*. Joignés *CD*, qui ſera auſſi égale aux lignes *FS*, *FC* & *SD*, & du point *C*, comme centre à l'intervalle *CD* ou *FC*, ſoit décrit le cercle *DTFK*, qui touchera les lignes *RS*, *SD*, aux points *F* & *D*. Menés par les points *O* & *R*, les lignes *OT*, *RK*, paralleles à *FC*, qui coupent le cercle *DTFK* aux points *T* & *K*, & ſoient égales entr'elles; & tirés par les points *K* & *T*, la ligne *KTA*, qui ſera parallele & égale à la ligne *ROS*. Menés auſſi des points *K* & *T*, au point *D*, les lignes *KD* & *TD*; je dis que l'angle *AKD* meſure la diſtance de la Lune au Soleil où la troiſiéme Inégalité doit être la plus grande, & que l'angle *KDT* repréſente cette plus grande Inégalité.

DÉMONSTRATION.

Soit pris de côté & d'autre du point *D*, les points *H* & *L* à diſcrétion, & ſoit mené des points *H*, *D*, *L*, par le point *T*, les lignes *HTG*, *DTB*, & *LTE*, qui rencontrent aux points *G*, *B*, *E*, la ligne *KE*, parallele à *SL*.

Par la conſtruction, *OR* ou *TK* eſt à *OS* ou *TA*, comme 100 eſt à 5056; comme la diſtance de la Terre à la ligne, tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipſe qui repréſente l'Orbite de la Lune, eſt à la diſtance de la Lune à cette même ligne. Mais *TK* eſt à *TA*, comme *KG* eſt à *AH*, comme *KB* eſt à *AD*, comme *KE* eſt à *AL*: donc *KG* eſt à *AH*, *KB* eſt à *AD*, *KE* eſt à *AL*, comme la diſtance de la Terre à la ligne tirée du Soleil par le foyer de l'Ellipſe, eſt à la diſtance de la Lune à cette même ligne. Si donc l'on ſuppoſe que les lignes *AH*, *AD*, *AL*, meſurent la diſtance de la Lune au rayon *ATK*, tiré du Soleil par le foyer de l'Ellipſe, les lignes correſpondantes *KG*, *KB*, *KE*, meſureront la diſtance de la Terre à ce même rayon. La Terre étant donc parvenuë aux points *G*, *B*, *E*, verra la Lune ſuivant les lignes *GH*, *BD*, *EL*; au lieu que ſi elle fut reſtée en *K*, elle auroit apperçû la Lune dans ſes différentes ſituations ſuivant les lignes *KD*, *KD*, *KL*. Les angles *KHG*, *KDB*, *KLE*, formés par le concours de ces lignes, meſurent donc la troiſiéme Inégalité.

Il faut préſentement conſidérer que les angles *KHG*, *KDB*, *KLE*, ont pour baſe commune la corde *KT* du cercle *DTFK*, & que leur ſommet ſe rencontre ſur la ligne *AL*. Entre ces angles, il n'y a que l'angle *KDB*, qui ſe termine à la circonférence du cercle, pendant que les autres, & tous ceux qu'on peut s'imaginer, vont ſe terminer au dehors de cette circonférence. L'angle *KDT* eſt donc le plus grand de tous ceux dont le ſommet eſt ſur la ligne *AL*, & meſure la plus grande Inégalité qui ſoit poſſible. L'angle

AKD mesure donc aussi la distance de la Lune au Soleil où cette Inégalité est la plus grande.

Il faut remarquer que cet angle *AKD* est plus petit que l'angle *AID* ou *SFD*, qui n'en différe pas sensiblement, lequel est de 45 degrés ; & que l'angle *ATD*, qui mesure la distance de la Lune au Soleil, corrigée par la troisiéme Inégalité, est plus grand que le même angle *AID* ; de sorte que les termes de ces deux distances sont l'un en de-çà, & l'autre au de-là de 45 degrés.

Pour déterminer par le calcul, la grandeur de ces angles, on résoudra le Triangle *CIK*, rectangle en *I*, dont le côté *IK* ou *FR*, moitié de *OS*, est de 50 parties, & le côté *CK* ou *CF*, rayon du cercle *DTFK*, est égal à *OS* 5056 plus *OF* 50, c'est-à-dire, à 5106. On fera donc, comme *CK* 5106 est à *IK* 50 ; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *ICK*, qu'on trouvera de 33′ 38″, & qui, étant la moitié de l'angle au centre *TCK*, est par la propriété du cercle, égal à l'angle à la circonférence *KDT*, qui mesure la troisiéme Inégalité lorsqu'elle est la plus grande qui soit possible.

On fera ensuite, comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle *ICK*, de 33′ 38″ ; ainsi *CK* 5106 est à *KI* ou *AD*, qu'on trouvera de 5105 $\frac{8}{10}$. Maintenant dans le Triangle *KAD*, rectangle en *A*, dont le côté *AD* est de 5105 $\frac{8}{10}$, & le côté *AK* est de 5156, on fera comme *KA* est à *AD* ; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle *AKD*, qu'on trouvera de 44^d 43′ 10″, & qui mesure la distance de la Lune au Soleil lorsque la troisiéme Inégalité est la plus grande.

CHAPITRE XV.

De la grandeur apparente du diametre de la Lune.

NOUS avons remarqué dans la théorie du mouvement de la Lune, qu'une partie des Inégalités qu'on y observe, provient de la variation des distances de la Lune à la Terre ; ainsi la connoissance exacte des distances des diametres apparents de la Lune est très-importante pour la rectification de la théorie de la Lune, suivant laquelle on doit représenter non-seulement son mouvement apparent, mais aussi la grandeur apparente de son diametre.

Pour donner une idée des variations qu'on y obſerve, ſoit le Soleil en *S (Fig. 47.)* ou en *R* dans l'Apogée ou dans le Périgée de la Lune, auquel cas la Terre eſt en *K*, ainſi que nous l'avons expliqué; alors le diametre apparent de la Lune paroîtra de 29′ 30″ dans ſon Apogée, & de 33′ 38″ dans ſon Périgée.

Suppoſons que le Soleil ſoit parvenu en *M* ou *N*, à la diſtance de 90 degrés de l'Apogée de la Lune, auquel cas la Terre eſt en *T*; alors la Lune étant en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil, ſa diſtance à la Terre ſera meſurée par *Tm* ou *Tn*, qui ſont égales entr'elles, & ſon demi-diametre ſera de 15′ 39″.

Dans les autres ſituations du Soleil à l'égard de l'Apogée de la Lune, comme en *B*, la Terre ſera en *G*, & la Lune étant en Conjonction avec le Soleil, ſon demi-diametre apparent ſera à 14′ 45″, comme *AK* à *LG*.

Hors des Conjonctions & Oppoſitions, le Soleil étant dans l'Apogée de la Lune, & la Lune dans l'un de ſes Quartiers, la Terre ſera en *c* ou *d*, également éloignée du point *G*, ſa diſtance à la Lune ſera meſurée par les lignes *rc*, *dt*, & le diametre de la Lune ſera de 30′ 52″.

Le Soleil étant parvenu à la diſtance de 90 degrés du point *A* de l'Apogée, comme en *M*, & la Lune étant dans ſon premier Quartier en *P*, la diſtance de la Lune à la Terre ſera meſurée par la ligne *Pb*, & le diametre apparent de la Lune ſera de 32′ 14″. Dans cette même ſituation du Soleil, la Lune étant dans ſon dernier Quartier en *A*, & en même temps dans ſon Apogée, la Terre ſera en *a*, éloignée du point *T*, de la quantité *Ta*, qui eſt à *TA*, comme 100 à 5056, & le diametre apparent de la Lune ſera de 29′ 32″.

Enfin, le Soleil étant à l'oppoſite au point *N*, & la Lune dans ſon premier Quartier, la Terre ſera en *a*, & le diametre apparent de la Lune ſera de 29′ 32″. Dans cette même ſituation du Soleil, la Lune étant dans ſon dernier Quartier en *P*, le diametre apparent de la Lune ſera de 32′ 14″.

La grandeur du diametre apparent de la Lune ayant été déterminée dans l'une de ces ſituations par l'obſervation immédiate, on trouvera par le calcul la grandeur de ſon diametre apparent dans toutes ſes autres ſituations, tant à l'égard du Soleil qu'à l'égard de la Terre, en cette maniére.

Supposons d'abord que le Soleil soit en *B*, éloigné de 20 degrés de l'Apogée de la Lune, & que la distance *BTH* de la Lune au Soleil soit de 40 degrés. On fera d'abord, comme le sinus total est au sinus du complément de l'angle *KTG* ou *ATL*, de 20 deg. qui mesure la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune ; ainsi *TK* 2172 est à *TG*, qu'on trouvera de 2041.

Soit prolongé *TH* en Z, en sorte que *HZ* soit égal à *HD*, on aura *TZ* ou *TH* plus *HD* égal au grand diametre de l'Ellipse *AP*; & par conséquent dans le Triangle *ZTD*, dont le côté *TZ* est connu de 200000, *TD*, double de l'excentricité est de 8688, & l'angle *ATH* est de 60 deg. on trouvera l'angle *DZH*, de $2^d\ 12'\ 8''$, moitié de l'angle *DHT*, qui sera par conséquent de $4^d\ 24'\ 16''$; c'est pourquoi dans le Triangle *DHT*, dont les deux angles *DHT*, *DTH* sont connus, & le côté *DT*, on trouvera le côté *TH*, de 102028. Présentement dans le Triangle *THG*, dont le côté *TH* est connu de 102028, le côté *TG*, de 2041, & l'angle *HTG*, supplément de l'angle *LTH*, distance de la Lune au Soleil, est de 140 deg. on trouvera l'angle *THG*, de $43'\ 32''$, dont le double $1^d\ 27'\ 4''$, mesure l'angle *EFG*, qui, étant retranché de l'angle *LEF* ou *LTH*, de 40 deg. donne l'angle *LGF*, de $38^d\ 32'\ 56''$. On aura donc dans le Triangle *EFG*, comme le sinus de l'angle *EFG*, de $1^d\ 27'\ 4''$ est au sinus de l'angle *FEG* ou *LEF*, de $40^d\ 0'\ 0''$; ainsi *EG* 4082, double de *TG*, est à *GF*, qu'on trouvera de 103615. On fera ensuite, comme 5056 est à 5156; ainsi la tangente de l'angle *βFG* ou *LGF*, de $38^d\ 32'\ 56''$, qui mesure la distance de la Lune au Soleil, est à la tangente de l'angle *βFδ*, qu'on trouvera de $39^d\ 5'\ 46''$; & dans le Triangle *βFδ*, on fera, comme le sinus de l'angle *Fδβ*, de $50^d\ 54'\ 14''$, complément de l'angle *βFδ*, de $39^d\ 5'\ 46''$, est au sinus de l'angle *βGF*, de $51^d\ 27'\ 4''$, complément de l'angle *LGF*, de $38^d\ 32'\ 56''$; ainsi *GF*, déterminé de 103615, est à *Fδ*, distance de la Lune à la Terre, qu'on trouvera de 104414. Enfin on fera, comme *Fδ* 104414 est à *AK* 106516; ainsi $29'\ 30''$, diametre apparent de la Lune lorsqu'elle est en *A* en Conjonction avec le Soleil, est au diametre de la Lune lorsque sa distance à son Apogée est de 20 degrés, & sa distance au Soleil, de 40 degrés, qu'on trouvera de $30'\ 6''$.

LIVRE QUATRIE'ME.

DE SATURNE.

APRÈS avoir repréſenté les mouvements du Soleil & de la Lune, & leurs différentes Inégalités, il reſte à expliquer la théorie des cinq autres Planetes, dont trois, ſçavoir, Saturne, Jupiter & Mars, qui ſont plus éloignées que nous du Soleil, s'appellent *Planetes ſupérieures*, & les deux autres, ſçavoir, Venus & Mercure, qui ſont placées entre le Soleil & la Terre, ſe nomment *Planetes inférieures.*

CHAPITRE I.

Du Globe & de l'Anneau de Saturne.

SATURNE eſt de toutes les Planetes, celle qui eſt la plus éloignée du Soleil & de la Terre, & dont le mouvement eſt le plus lent.

Peu de temps après la découverte des Lunettes, Galilée crut voir autour de cette Planete deux Etoiles qui la joignoient de côté & d'autre, & qui étoient immobiles, ainſi qu'il s'en explique dans ſa Lettre du 13 Novembre 1610, écrite à Julien de Médicis, où il rapporte qu'*il a obſervé avec un grand étonnement que Saturne n'eſt pas une Etoile ſeule, mais qu'il eſt compoſé de trois Etoiles qui ſe touchent preſque, & ſont immobiles entr'elles, diſpoſées de ſorte que celle du milieu eſt plus grande que celles qui ſont à ſes deux côtés. Ces Etoiles*, adjoute-t-il, *ſont placées en ligne droite, l'une à l'Orient, & l'autre à l'Occident, non pas préciſément ſuivant la direction du Zodiaque, mais de maniére que l'occidentale s'éleve un peu vers le Nord.*

En les regardant avec une Lunette qui n'augmente pas beaucoup les objets, elles ne paroissent pas trois Etoiles distinctes & séparées, mais l'on voit Saturne sous la figure d'une Etoile longue en forme d'olive; au lieu qu'avec une Lunette qui augmente la surface des objets de plus de mille fois, on voit trois globes qui se touchent presque, en sorte qu'il n'y a qu'un filet obscur fort délié qui les sépare.

Cet habile Astronome ne fut pas long-temps à s'appercevoir que ces Etoiles qu'il croyoit accompagner Saturne, étoient sujettes à quelques variations, ainsi qu'il s'en explique dans une Lettre du 30 Décembre 1610, où il remarque qu'elles avoient diminué de grandeur depuis le mois de Juillet jusqu'au temps qu'il écrivoit; & enfin vers la fin de Novembre de l'année 1612, il reconnut qu'elles avoient entiérement cessé de paroître, en sorte qu'il n'apperçût que le globe de Saturne seul, parfaitement rond comme Jupiter, ainsi qu'il le décrit dans une de ses Lettres du 1.er Décembre de cette même année, où il rapporte ses conjectures sur la cause d'un Phénomene qui lui paroissoit si surprenant.

Divers Astronomes après Galilée, donnérent à Saturne diverses figures qui sont représentées dans le Systeme de Saturne, imprimé en 1659, par M. Huygens, qui découvrit enfin la vraye figure de cette Planete, & prouva que ce qui formoit les apparences qu'on avoit remarquées jusqu'alors, étoit un anneau circulaire & plat, détaché du globe de Saturne de toutes parts, qui, étant regardé obliquement de la Terre, devoit, suivant les regles de l'Optique, paroître en forme d'une Ellipse plus ou moins ouverte, suivant que notre œil est plus ou moins élevé sur son plan, qui est incliné à celui de l'Ecliptique d'environ 30 degrés; d'où il résulte, conformément aux apparences, que lorsque notre œil est dans le plan de cet anneau, il doit cesser entiérement de paroître si son épaisseur n'est pas suffisante pour nous renvoyer une assés grande quantité de rayons du Soleil pour être apperçûe. Il trouva que le demi-diametre extérieur de l'anneau étoit au demi-diametre du globe de cette Planete, comme 9 à 4, & que sa largeur étoit égale à celle de l'espace contenu entre le globe & sa circonférence intérieure.

Nous n'avons jusqu'à présent apperçû aucune Tache sur le globe de Saturne, de même qu'on en remarque dans la plûpart des autres Planetes,

Planetes, on y voit ſeulement en des temps différents, une ou deux bandes foibles à peu-près diſpoſées en ligne droite, & dans la direction du grand diametre de l'anneau.

Vers la fin de Mars de l'année 1719, temps auquel l'anneau avoit ceſſé de paroître, & que Saturne paroiſſoit exactement rond, nous apperçûmes ſur le diſque de cette Planete, par une Lunette de 114 pieds, trois bandes obſcures diſpoſées en ligne droite, & paralleles entr'elles; celle du milieu, qui étoit la plus foible, étoit formée par l'ombre que fait l'anneau ſur le diſque de Saturne, les deux autres étoient beaucoup plus ſenſibles, & la méridionale étoit plus large que la ſeptentrionale.

La diſpoſition de ces bandes & leur figure comparées à celles que l'on a remarquées en différents temps, peut ſervir à en découvrir la nature.

La méridionale & la ſeptentrionale de ces trois bandes paroiſſoient en ligne droite, & en même temps paralleles à celle du milieu, qui étoit formée par l'ombre de l'anneau ſur Saturne, ce qui prouve qu'elles étoient dans un plan parallele à celui de l'anneau, & que leur figure eſt ſemblable, & par conſéquent circulaire.

Au mois d'Août de l'année 1696, on avoit remarqué dans Saturne deux bandes à peu-près ſemblables à celles que l'on voyoit en 1719, à la réſerve qu'elles étoient beaucoup plus étroites; elles paroiſſoient exactement paralleles à la circonférence extérieure de l'anneau du côté du Midi, & avoient un peu de courbûre dont la convexité regardoit la partie antérieure de l'anneau, ſuivant la figure qui en fut décrite alors; le petit diametre de l'Ellipſe que l'anneau formoit par ſon apparence, étoit un peu moins de la moitié de ſon grand diametre, & l'élevation de l'œil ſur le plan de cet anneau étoit d'environ 26 degrés. De-là il réſulte que ſi les bandes qu'on a obſervées en 1696, euſſent été adhérentes au globe de Saturne, elles auroient paru en forme d'Ellipſes dont la largeur auroit été un peu moins de la moitié de leur longueur, ce qui ne s'accorde point à l'obſervation, ſuivant laquelle on n'apperçût qu'un peu de courbûre dans ces bandes, telle que ſeroit celle d'une Ellipſe dont le grand diametre auroit été à peu-près égal à celui de la circonférence extérieure de l'anneau. En diverſes autres occaſions, où l'on a apperçû une bande ſur Saturne, comme dans les années

1675, 1683 & 1708, on n'y a pas non plus obſervé de courbûre telle que le demanderoit l'élevation de l'œil ſur le plan de l'anneau; ainſi nous avons jugé que ces bandes ne ſont point adhérentes au globe de Saturne, mais qu'elles en ſont éloignées à une grande diſtance; en ſorte que nous ne diſtinguons ſur cette Planete qu'une partie de leur circonférence, dont la courbûre doit être, ſuivant les regles d'Optique, beaucoup moins ſenſible que celle d'une Ellipſe ſemblable, qui ſeroit adhérente au globe de Saturne: le ſurplus de la circonférence de ces bandes ne pouvant pas s'appercevoir par les Lunettes, doit être d'une matiére peu propre à réfléchir les rayons du Soleil, ce qui nous a fait conjecturer qu'elles ont quelque analogie aux nuages qui environnent la Terre, leſquels interceptent une partie des rayons du Soleil, ſans pouvoir les réfléchir. Ces nuages ayant une courbûre ſemblable à celle de la circonférence extérieure de l'anneau, doivent être à peu-près à la même diſtance, & par conſéquent l'athmoſphere dans lequel ils ſont placés, doit embraſſer entiérement cet anneau.

A l'égard de l'anneau de Saturne, ſa lumiére qui eſt preſque auſſi vive que celle du globe de Saturne, nous fait connoître que c'eſt un corps ſolide propre à réfléchir la lumiére du Soleil, mais dont l'épaiſſeur eſt peu conſidérable par rapport à ſa largeur, puiſqu'il diſparoît entiérement lorſque nous le voyons ſuivant cette direction, quoiqu'il ſoit éclairé de ce côté-là par le Soleil; on obſerve auſſi que la partie qui eſt la plus proche de Saturne eſt plus lumineuſe que celle qui en eſt la plus éloignée.

Toute cette maſſe ſe tient ainſi ſuſpenduë autour de Saturne, dont elle eſt entiérement détachée, ſemblable à un anneau large & plat, qui environneroit la Terre, dont le plan paſſeroit par ſon centre.

Cette apparence dont nous ne voyons aucun exemple dans les autres Corps céleſtes, nous a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de Satellites diſpoſés à peu-près ſur un même plan, leſquels font leurs révolutions autour de cette Planete: Que leur grandeur eſt ſi petite qu'on ne peut les appercevoir chacun ſéparément, mais qu'ils ſont en même temps aſſés près l'un de l'autre pour qu'on ne puiſſe point diſtinguer les intervalles qui ſont entr'eux, en ſorte qu'ils paroiſſent former un corps continu.

On pourroit oppoſer à cette hypotheſe, que ces Satellites doivent obſerver, de même que tous ceux qu'on a découverts juſqu'à préſent, la regle de Képler, ſuivant laquelle les quarrés des temps des révolutions, ſont comme les cubes des diſtances au centre de la Planete; d'où il ſuit que la quantité de leur mouvement n'eſt pas proportionnée à leur diſtance, & qu'il leur arriveroit ce que l'on obſerve dans les autres Satellites qui ſe trouvent ſouvent tous, ou du moins la plus grande partie, d'un même côté: qu'ainſi l'anneau paroîtroit ſouvent plus large & plus éclairé en des endroits que dans d'autres, & ſeroit ſujet à de grandes irrégularités dans ſa figure; mais cette difficulté ſe trouve levée *(Voy. Hiſt. de l'Acad. de 1715, p. 46.)* ſi l'on ſuppoſe différents cercles tous formés de Satellites autant qu'il en faut pour faire la largeur de l'anneau. Les Satellites diſpoſés ſur chaque cercle, feront tous leurs révolutions en même temps, puiſqu'ils ſeront à même diſtance du centre de Saturne, & par conſéquent ne changeront point de ſituation entr'eux.

Un autre cercle entier quelconque, fera ſa révolution ſelon la regle de Képler, c'eſt-à-dire, que le temps de cette révolution ſera au temps de la révolution du premier cercle dans le rapport que demandent les diſtances des deux cercles au centre de Saturne; mais quoique par-là les mêmes parties du premier cercle ne répondent pas toûjours aux mêmes parties du ſecond, il n'y aura rien de changé dans l'apparence totale, & ce ſera exactement la même choſe à cet égard, que ſi deux cercles concentriques avoient fait leurs révolutions en même temps, ce qui doit être de même de tous les cercles pris enſemble.

Mais quand même on ne voudroit pas admettre un tel arrangement dans les Satellites de Saturne, on peut ſuppoſer qu'étant tous renfermés dans l'athmoſphere de Saturne, ils ſont entraînés par le mouvement de Saturne autour de ſon axe, ſans être aſſujettis à la regle de Képler, qui ne doit s'étendre qu'aux Corps, leſquels ſont au de-là de l'athmoſphere d'une Planete.

CHAPITRE II.

Des Mouvements de Saturne.

DANS la théorie du Soleil & de la Lune, nous avons considéré ces Planetes comme faisant leurs révolutions autour de la Terre.

Il n'en est pas de même des autres Planetes dont les mouvements forment à l'égard de la Terre, diverses apparences suivant leurs différents aspects avec le Soleil, ce qui a fait connoître qu'elles font leurs révolutions autour du Soleil ; car quoiqu'on puisse, suivant le Systeme de Ptolemée, représenter également bien le mouvement des Planetes à l'égard de la Terre, en les faisant tourner autour d'un Epicycle, il paroît contraire à la Physique de faire mouvoir un Corps céleste autour d'un centre imaginaire, tel que celui de cet Epicycle, & on a jugé qu'il étoit plus raisonnable de se conformer à l'un des deux autres Systemes, suivant lesquels chaque Planete fait sa révolution autour d'un corps que l'on peut regarder comme le principe de son mouvement; ainsi laissant à part le Systeme de Ptolemée, nous employerons les deux autres, & principalement celui de Copernic qui est le plus simple, puisque établissant le Soleil fixe au centre du monde, la Terre, de même que toutes les autres Planetes, à la réserve de la Lune, font leurs révolutions autour de cet Astre.

Soit donc dans le Systeme de Copernic, *S (Fig. 50.)* le Soleil fixe au centre du Monde, *ATB* l'Orbe annuel de la Terre, *PCD* l'Orbe de Saturne, *FEG* le Firmament ou Cercle placé à une distance presque infinie par rapport à la distance de Saturne au Soleil. Il est aisé de concevoir que la Terre étant en *T,* & Saturne en *P,* cette Planete paroîtra répondre au point *F* du Firmament; au lieu qu'étant vûe du Soleil en *S,* elle doit paroître répondre au point *E,* éloigné du point *F* de l'arc *EF,* qui est mesuré par l'angle *ESF* ou *EPF,* qui lui est égal, à cause que la distance *SE* étant regardée comme infinie par rapport à la distance *SP* du Soleil à Saturne, l'angle *PFS,* qui mesure la différence entre les angles *FSE* ou *FPE,* est insensible.

Ainſi ayant obſervé le lieu de Saturne vû de la Terre, il faut, pour le réduire à ſon vrai lieu vû du Soleil, connoître la diſtance *SP* de Saturne au Soleil par rapport à la diſtance *ST* de la Terre au Soleil; car ayant déterminé par l'obſervation l'angle *PTS*, que le Soleil & Saturne font à l'égard de la Terre, on réſoudra le Triangle rectiligne *PST*, dans lequel les côtés *ST* & *SP* étant connus, auſſi-bien que l'angle *PTS*, compris entre ces côtés, on trouvera l'angle *SPT* ou *EPF*, qui lui eſt oppoſé, lequel, ſuivant ce que l'on a remarqué ci-devant, meſure la diſtance entre le vrai lieu de Saturne vû de la Terre & ſon vrai lieu vû du Soleil.

Comme nous ne pouvons point connoître par des obſervations immédiates, quelle eſt la diſtance de Saturne au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, nous ſommes obligés pour déterminer le vrai lieu de Saturne à l'égard du Soleil, de choiſir les temps où le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre eſt dans la même direction que celui qui eſt vû du Soleil, ce qui arrive au temps de ſes Conjonctions ou Oppoſitions avec le Soleil, où la Terre ſe trouve en *A* ou en *B* ſur la ligne tirée du Soleil à Saturne.

Dans les Conjonctions de Saturne avec le Soleil, où la Terre ſe trouve en *B*, la lumiére de Saturne eſt trop foible pour qu'on puiſſe l'appercevoir. Cette Planete eſt même cachée par le diſque du Soleil lorſque ſa latitude méridionale ou ſeptentrionale n'excede pas le demi-diametre de cet Aſtre; ainſi nous ne pouvons employer que les ſeules Oppoſitions, que les Aſtronomes ſont fort attentifs à obſerver, & qui arrivant à différents degrés du Zodiaque, donnent le vrai lieu de Saturne vû du Soleil dans les différents endroits de ſon Orbe, ce qui ne ſe peut faire cependant que dans une longue ſuite d'années, à cauſe que l'intervalle entre chaque Oppoſition eſt d'une année & quelques jours.

Premiére Méthode de déterminer le temps & le lieu d'une Oppoſition de Saturne avec le Soleil, par l'obſervation de ſa diſtance à diverſes Etoiles fixes.

Cette méthode a été pratiquée par divers Aſtronomes avant l'uſage des Pendules, & on voit pluſieurs déterminations ſemblables dans les obſervations de Tycho, rapportées dans ſon Hiſtoire

Céleſte, de même que dans les Obſervations d'Hevelius & de Flamſteed.

Pour trouver par le moyen de ces obſervations le temps de l'Oppoſition de Saturne ou d'une autre Planete à l'égard du Soleil, & leur vrai lieu pour ce temps; ſoit un cercle de latitude *BDA* (*Fig. 51.*) ſur lequel le point *B* repréſente le Pole boréal de l'Ecliptique, & le point *A* ſon Pole auſtral. Ayant obſervé la diſtance ha & $h\beta$ de Saturne à deux Etoiles fixes, telles que a & β, dont la longitude & la latitude ſont connuës, ſoit pris l'arc $B\beta$, égal au complément de la latitude d'une des deux Etoiles β; & ayant fait l'angle βBA, égal à la différence de longitude entre ces deux Etoiles, & mené par les Poles *B* & *A*, le cercle de latitude BaA, ſoit pris ſur ce cercle l'arc Ba, égal au complément de la latitude de la ſeconde Etoile, qui ſe trouvera par conſéquent placée au point a. Soient pris enſuite les arcs βh, ah, égaux à la diſtance obſervée de Saturne aux deux Etoiles qui détermineront au point h le vrai lieu de Saturne; & ſoit mené du point h, l'arc hE perpendiculaire à BE.

Dans le Triangle ſphérique $B\beta a$, les côtés $B\beta$ & Ba, compléments de la latitude des deux Etoiles, étant connus, de même que l'angle βBa, compris entre ces côtés, lequel meſure la différence entre la longitude de ces deux Etoiles; on trouvera l'arc $a\beta$, qui meſure la diſtance entre ces Etoiles, de même que l'angle βBa, entre le Pole boréal de l'Ecliptique & l'Etoile a.

Dans le Triangle ſphérique βah, dont le côté $a\beta$ eſt connu, de même que les côtés βh, ah, qui meſurent la diſtance obſervée de Saturne aux deux Etoiles β & a, on trouvera la valeur de l'angle $a\beta h$, qui, étant adjoûté dans ce cas à l'angle $B\beta a$, donne l'angle $B\beta h$; & dans le Triangle $B\beta h$, dont les côtés $B\beta$, βh, ſont connus, & l'angle $B\beta h$, compris entre ces côtés, on trouvera l'arc Bh, qui meſure la diſtance de Saturne au Pole boréal de l'Ecliptique, de même que l'angle βBh, qui meſure la différence de longitude entre Saturne & l'Etoile β, qu'il faut adjoûter à la longitude de cette Etoile lorſque Saturne eſt plus occidental, & qu'il faut retrancher au contraire de cette longitude lorſque Saturn eſt plus oriental, pour avoir la longitude véritable de cette Planete Prenant le complément de l'arc Bh, lorſqu'il eſt moindre de 90 deg.

on aura ſa latitude ſeptentrionale, & retranchant de 90 degrés, l'arc Bh lorſqu'il excede ce nombre, on aura ſa latitude méridionale.

Il eſt aiſé de ſuppléer aux autres cas où Saturne ſe trouve différemment placé à l'égard des deux Etoiles fixes; mais il faut toûjours avoir attention de placer les Etoiles a & β, de maniére qu'elles ſe trouvent dans le même hémiſphere que Saturne; on choiſira auſſi les obſervations qui ont été faites de part & d'autre le plus près de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil.

Le vrai lieu de Saturne étant ainſi connu pour le temps d'une ou de pluſieurs obſervations, on calculera pour ce temps le vrai lieu du Soleil dont l'oppoſite eſt le vrai lieu de la Terre, & on prendra ſa différence au vrai lieu de Saturne. On trouvera auſſi par les Tables ou par l'obſervation, le mouvement journalier du Soleil & celui de Saturne, qui eſt alors rétrograde; & l'on ſera, comme la ſomme de ces mouvements eſt à la différence entre le vrai lieu de la Terre & celui de Saturne; ainſi 24 heures ſont à un certain nombre d'heures & de minutes, qu'il faut adjoûter au temps de l'obſervation lorſque le vrai lieu de Saturne eſt plus avancé ſuivant la ſuite des Signes, que celui de la Terre, & qu'il faut retrancher au contraire du temps de l'obſervation lorſque le vrai lieu de Saturne eſt moins avancé que celui de la Terre, & l'on aura le vrai temps de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil.

Pour trouver le vrai lieu de cette Oppoſition à l'égard de l'Ecliptique, on ſera, comme 24 heures ſont aux heures & minutes que l'on vient de trouver; ainſi le mouvement journalier de Saturne eſt à la quantité de ſon mouvement dans cet intervalle de temps en minutes & ſecondes, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de Saturne lorſque le vrai lieu de la Terre eſt plus avancé, & qu'il faut retrancher au contraire lorſqu'il eſt plus petit, & l'on aura le vrai lieu de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil à l'égard de l'Ecliptique.

EXEMPLE.

Le 21 Août de l'année 1582 à $10^h\ 2'\ 25''$, la diſtance de Saturne à l'Epaule gauche du Verſeau, marquée β par Bayer, a été obſervée de $22^d\ 29'$, & à $10^h\ 32'\ 25''$, ſa diſtance à l'Epaule droite du Verſeau, marquée a par Bayer, a été obſervée de $16^d\ 5'$.

La longitude de l'Etoile β du Verſeau pour le 1.er Janvier de l'année 1741, eſt en ♒ $19^d\ 47'\ 20''$, & ſa latitude boréale, de $8^d\ 38'\ 40''$. La longitude de l'Etoile *a* pour le même temps, eſt en ♒ $29^d\ 45'\ 10''$, & ſa latitude boréale, de $10^d\ 40'\ 35''$. Retranchant de ces longitudes, le mouvement des Etoiles fixes, qui, dans l'eſpace de 158 ans & 4 mois eſt de $2^d\ 11'\ 58''$, à raiſon d'un degré en 72 ans, comme nous l'avons trouvé par les obſervations modernes, on aura pour le 21 Août de l'année 1582, la longitude de l'Etoile β du Verſeau en ♒ $17^d\ 35'\ 22''$, & la longitude de l'Etoile *a* en ♒ $27^d\ 33'\ 12''$. La différence entre ces deux longitudes eſt de $9^d\ 57'\ 50''$, qui meſurent l'angle *a B β;* & dans le Triangle *aBβ,* dont l'arc *Bβ,* complément de la latitude de l'Etoile β, eſt connu de $81^d\ 21'\ 40''$, l'arc *Ba,* complément de la latitude de l'Etoile *a,* eſt de $79^d\ 20'\ 18''$, & l'angle *βBa,* compris entre ces côtés, eſt de $9^d\ 57'\ 50''$, on trouvera l'angle *Bβa,* de $77^d\ 30'\ 0''$, & le côté *aβ,* de $10^d\ 1'\ 50''$.

Dans le Triangle *Bah,* dont le côté *Bh* a été obſervé de $22^d\ 29'$, le côté *ah,* de $16^d\ 5'$, & le côté *aβ* a été trouvé de $10^d\ 1'\ 50''$, on trouvera l'angle *aβh,* de $40^d\ 2'\ 20''$, qui, étant adjoûté à l'angle *Bβa,* de $77^d\ 30'\ 0''$, donne l'angle *Bβh,* de $117^d\ 32'\ 20''$; & dans le Triangle *Bβh,* dont le côté *Bβ* eſt connu de $81^d\ 21'\ 20''$, le côté *βh,* de $22^d\ 29'\ 0''$, & l'angle *Bβh,* compris entre ces côtés, eſt de $117^d\ 32'\ 20''$, on trouvera l'angle *βBh,* de $19^d\ 50'\ 5''$, & le côté *Bh,* de $92^d\ 3'\ 30''$. Adjoûtant l'angle *βBh* à la longitude de l'Etoile *β,* qui étoit alors en ♒ $17^d\ 35'\ 22''$, on aura la longitude de Saturne pour le temps de cette obſervation en ♓ $7^d\ 25'\ 26''$. Retranchant 90 deg. de *Bh,* reſte la latitude méridionale de Saturne, de $2^d\ 3'\ 30''$.

On calculera enſuite pour le 21 Août 1582 à $10^h\ 17'$, temps moyen entre les deux obſervations de Saturne, le vrai lieu de la Terre qui eſt à l'oppoſite du Soleil, qu'on trouvera en ♓ $7^d\ 55'\ 46''$, plus avancé de $29'\ 40''$ que celui de Saturne, qui étoit en ♓ $7^d\ 25'\ 26''$, ce qui montre que cette Planete avoit paſſé ſon Oppoſition. Le mouvement journalier apparent du Soleil étoit alors de $58'\ 16''$, & celui de Saturne, qui étoit retrograde, de $5'$ contre la ſuite des Signes. La ſomme de ces deux mouvements, qui ſont en ſens contraire, eſt de $1^d\ 3'\ 16''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $1^d\ 3'\ 16''$, eſt à $29'\ 40''$, différence entre le vrai

lieu

lieu de Saturne & celui de la Terre; ainſi 24 heur. ſont à $11^h\ 5'$, qui, étant retranchées du 21 Août de l'année 1582 à $10^h\ 17'$, donnent le temps de ſon Oppoſition avec le Soleil le 20 Août de l'année 1582 à $23^h\ 12'$. On fera auſſi, comme 24 heures ſont à $14^h\ 38'$; ainſi le mouvement journalier de Saturne, qui eſt de $5'$, eſt à $2'\ 21''$, qui, étant adjoûtées à ſon vrai lieu, qui a été trouvé en ♓ $7^d\ 25'\ 26''$, donnent le vrai lieu de ſon Oppoſition le 20 Août de l'année 1582 à $23^h\ 12'$, en ♓ $7^d\ 27'\ 47''$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Seconde Méthode de déterminer l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil, par ſon paſſage par le Méridien, ou par un Cercle horaire, comparé à une Etoile fixe.

Pour déterminer le vrai lieu & le temps de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil par le moyen du paſſage par le Méridien, ou par le Cercle horaire de cette Planéte & des Etoiles fixes, on prendra la différence entre le paſſage de Saturne & d'une Etoile par le Méridien ou par un Cercle horaire, & leur différence en déclinaiſon, que l'on peut déterminer par la différence de leur hauteur méridienne, ou par le paſſage de Saturne & de l'Etoile fixe par le Cercle horaire & les fils obliques d'une Lunette, ainſi qu'on l'a expliqué dans la théorie des Taches du Soleil. On réduira en degrés, la différence entre le paſſage par le Cercle horaire, à raiſon de 360 degrés pour le temps que l'Etoile fixe a employé à retourner au Méridien à la Pendule, lequel temps eſt de $23^h\ 56'\ 4''$, lorſqu'elle eſt reglée ſur le moyen mouvement, & on aura la différence d'aſcenſion droite entre Saturne & l'Etoile fixe au temps du paſſage de Saturne par le Méridien.

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon de cette Etoile fixe étant connuës par les Tables, ou déterminées par obſervation, de la maniére qu'on l'a enſeigné dans la théorie des Etoiles fixes, on y adjoûtera, ou bien l'on en retranchera la différence en aſcenſion droite & en déclinaiſon entre Saturne & l'Etoile, ſuivant leurs différentes ſituations à l'égard des points du Bélier & de la Balance, & on aura l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de Saturne au temps de ſon paſſage par le Cercle horaire.

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon de Saturne étant connuës, on calculera ſa longitude & ſa latitude pour le temps de l'obſervation; on calculera auſſi par les Tables le vrai lieu de la Terre pour ce temps, & on aura la différence entre ce vrai lieu & celui de Saturne, par le moyen de laquelle on déterminera de même que ci-devant, le vrai lieu & le temps de ſon Oppoſition avec le Soleil.

EXEMPLE.

Le 8 Décembre de l'année 1707, on a obſervé par la Machine Parallactique, le paſſage de l'Etoile ι, qui eſt dans le Front du Taureau, par le Cercle horaire à $8^h\ 49'\ 1''$, & celui de Saturne à $8^h\ 55'\ 47''$. La différence eſt de $6'\ 46''$, qui, étant réduite en degrés, à raiſon de 360 degrés pour $23^h\ 56'\ 4''$, ou plus exactement, de $23^h\ 55'\ 37''$, temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien à la Pendule, donne la différence d'aſcenſion droite entre Saturne & cette Etoile à $8^h\ 55'47''$, de $1^d\ 41'\ 47''$, dont Saturne étoit plus à l'Orient. La différence de déclinaiſon entre Saturne & cette Etoile fut auſſi déterminée de $14'\ 40''$, dont Saturne étoit plus méridional.

L'aſcenſion droite de l'Etoile ι fut alors déterminée par obſervation, de $71^d\ 26'\ 4''$, & ſa déclinaiſon ſeptentrionale, de $21^d\ 8'\ 0''$. Adjoûtant à $71^d\ 26'\ 4''$, $1^d\ 41'\ 47''$ dont Saturne étoit plus à l'Orient, on aura l'aſcenſion droite de cette Planete le 8 Décembre à $8^h\ 55'\ 47''$, de $73^d\ 7'\ 51$. Retranchant de $21^d\ 8'\ 0''$, la différence de déclinaiſon entre cette Etoile & Saturne, qui a été trouvée de $14'\ 40''$, dont Saturne étoit plus méridional, on aura la déclinaiſon ſeptentrionale de Saturne au temps de l'obſervation du 8 Décembre 1707, de $20^d\ 53'\ 20''$, par le moyen de laquelle, & de l'aſcenſion droite de Saturne, déterminée ci-deſſus de $73^d\ 7'\ 51''$, on trouvera ſa longitude le 8 Décembre à $8^h\ 55'\ 47''$ en ♊ $14^d\ 15'\ 53''$, & ſa latitude méridionale, de $1^d\ 40'\ 35''$. Calculant pour ce même temps le vrai lieu de la Terre, on le trouvera en ♊ $16^d\ 11'\ 18''$, plus avancé de $1^d\ 55'\ 25''$ que le vrai lieu de Saturne. Le mouvement journalier de Saturne étoit alors de $4'\ 54''$; l'adjoûtant au mouvement journalier de la Terre, qui étoit de $1^d\ 1'\ 3''$, on aura le mouvement journalier de Saturne au Soleil, de $1^d\ 5'\ 57''$; & l'on fera, comme

$1^d\ 55'\ 57''$ eſt à $1^d\ 55'\ 10''$; ainſi 24 heures ſont à $41^h\ 53'$, qui, étant retranchées du 8 Décembre de l'année 1707 à $8^h\ 55'\ 47''$, à cauſe que le vrai lieu de la Terre étoit plus avancé que celui de Saturne, donnent le temps de l'Oppoſition le 6 Décembre 1707 à $15^h\ 3'$. Enfin on fera, comme 24 heures ſont à 42 heures; ainſi $4'\ 54''$ ſont à $8'\ 34''$, qui, étant adjoûtées à ♊ $14^d\ 15'\ 53''$, donnent le vrai temps de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil le 6 Décembre de l'année 1707 à $15^h\ 3'$ en ♊ $14^d\ 24'\ 27''$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Troiſiéme Méthode de déterminer le temps & le lieu de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil, par l'obſervation de ſon paſſage par le Méridien.

On obſervera, ſi cela eſt poſſible, quelques jours avant & après minuit, le temps du paſſage de Saturne par le Méridien, & ſa hauteur méridienne. Convertiſſant ce temps en degrés & minutes, à raiſon de 15 degrés par heure, on aura la différence entre l'aſcenſion droite de Saturne & celle du Soleil au temps du paſſage de Saturne par le Méridien, qui, étant adjoûtée à l'aſcenſion droite du Soleil, calculée par les Tables pour ce temps, donne l'aſcenſion droite de Saturne au temps de ſon paſſage par le Méridien. On trouvera auſſi, par le moyen de la hauteur méridienne de Saturne, ſa déclinaiſon pour le temps de ces différentes obſervations.

On calculera enſuite la longitude & la latitude de Saturne, qui conviennent à l'aſcenſion droite & à la déclinaiſon que l'on vient de trouver; on déterminera auſſi pour le même temps le vrai lieu de la Terre, & l'on fera, comme la ſomme des mouvements de Saturne & de la Terre, eſt à la différence entre le vrai lieu de Saturne & celui de la Terre dans la premiére obſervation; ainſi l'intervalle des jours, heures & minutes compriſes entre ces différentes obſervations, eſt au nombre d'heures & minutes, qui, étant adjoûtées au temps de la premiére obſervation lorſqu'elle a été faite avant l'Oppoſition, donnent le temps de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil. Enfin l'on fera, comme l'intervalle entre le temps des obſervations, eſt au nombre d'heures & minutes que l'on vient de trouver; ainſi le mouvement de Saturne dans l'intervalle entre les obſervations, eſt aux minutes & ſecondes qu'il faut retrancher du lieu de Saturne dans la premiére obſervation, pour avoir le vrai lieu de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil.

Exemple.

Le 10 Juillet de l'année 1725, on a obſervé le paſſage de Saturne par le Méridien à $12^h\ 1'\ 36''$, & ſa hauteur méridienne, de $19^d\ 10'\ 25''$; & le 11 Juillet on a obſervé ſon paſſage par le Méridien à $11^h\ 57'\ 12''$, & ſa hauteur méridienne, de $19^d\ 9'\ 35''$. Convertiſſant les heures de ce paſſage en degrés, à raiſon de 15 deg. par heure, on aura la différence entre l'aſcenſion droite de Saturne & celle du Soleil le 10 Juillet à $12^h\ 1'\ 36''$, de $180^d\ 24'\ 0''$, & le 11 Juillet à $11^h\ 57'\ 12''$, de $179^d\ 18'\ 0''$, qui, étant adjoûtés à l'aſcenſion droite du Soleil, qui étoit le 10 Juillet à $12^h\ 1'\ 36''$, de $110^d\ 0'\ 27''$, & le 11 Juillet à $11^h\ 57'\ 12''$, de $111^d\ 1'\ 25''$, donnent l'aſcenſion droite de Saturne le 10 Juillet à $12^h\ 1'\ 36''$, de $290^d\ 24'\ 27''$, & le 11 Juillet à $11^h\ 57'\ 12''$, de $290^d\ 19'\ 25''$. On trouvera auſſi la déclinaiſon de Saturne au temps de la premiére obſervation, de $22^d\ 2'\ 12''$, & au temps de la ſeconde, de $22^d\ 3'\ 2''$ vers le Nord.

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon de Saturne étant connuës, on trouvera, en ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 29'\ 0''$, ſa longitude le 10 Juillet 1725 à $12^h\ 1'\ 36''$ en ♑ $18^d\ 51'\ 28''$, & ſa latitude méridionale, de $7'\ 6''$, & le 11 Juillet à $11^h\ 57'\ 12''$, ſa longitude en ♑ $18^d\ 46'\ 44''$, & ſa latitude méridionale, de $6'\ 57''$. On calculera auſſi le vrai lieu de la Terre, qui étoit, au temps de la premiére obſervation, en ♑ $18^d\ 28'\ 2''$, & au temps de la ſeconde en ♑ $19^d\ 25'\ 4''$; on aura donc dans l'intervalle de $23^h\ 55'\ 36''$ entre ces obſervations, le mouvement de Saturne en longitude, de $4'\ 44''$ contre la ſuite des Signes, & celui de la Terre, de $57'\ 2''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $1^d\ 1'\ 46''$, ſomme de ces mouvements, eſt à $23'\ 26''$, différence entre le lieu de Saturne & celui de la Terre au temps de la premiére obſervation; ainſi $23^h\ 55'\ 36''$, temps entre les deux obſervations, eſt à $9^h\ 5'$, qui, étant adjoûtées au temps de la premiére obſervation qui eſt arrivée le 10 Juillet à $12^h\ 1'\ 36''$, donnent le vrai temps de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil le 10 Juillet à 21^h 6'. Enfin l'on ſera, comme 23^h 55' 36" ſont à 9^h 5'; ainſi 4' 44" ſont à 1' 48", qui, étant retranchées du vrai lieu de Saturne, déterminé par la premiére obſervation en ♑ 18^d 51' 28", donnent le vrai lieu de ſon Oppoſition avec le Soleil en ♑ 18^d 49' 40".

C'eſt par l'une de ces trois méthodes que l'on a déterminé les Oppoſitions de Saturne avec le Soleil, depuis Tycho juſqu'à préſent, dont nous donnerons ici le réſultat, après avoir examiné les Oppoſitions de cette Planete, qui ont été obſervées dans les temps les plus reculés.

Oppoſition de Saturne avec le Soleil, obſervée par les Chaldéens.

La plus ancienne obſervation de Saturne dont la mémoire nous ait été conſervée, eſt celle qui a été faite par les Chaldéens le 14.^{me} du mois de *Tybi* de l'année 519 de Nabonaſſar, où l'on apperçut le ſoir, Saturne 2 doigts au deſſous de l'Etoile qui eſt dans l'Epaule auſtrale de la Vierge.

Ptolemée (*Almageſte, liv. 11. chap. 7.*) qui rapporte cette obſervation comme n'étant point douteuſe, détermine pour ce temps le lieu moyen du Soleil à 6^d 10' des Poiſſons. Il trouve que la longitude de cette Etoile étoit dans le temps de ſes obſervations à 13^d 10' de la Vierge, dont il retranche 3^d 40' pour le mouvement propre des Etoiles fixes en longitude pendant 366 années qui s'étoient écoulées depuis cette obſervation juſqu'à ſon temps, à raiſon d'un degré en 100 années, ce qui lui donne le vrai lieu de cette Etoile à 9^d 30' de la Vierge, qu'il ſuppoſe être le même que celui de Saturne.

Ayant réduit le temps de cette obſervation à nos époques, ſuivant leſquelles nous comptons 0 l'année qui précéde la Naiſſance de Jeſus-Chriſt, que la plûpart des Chronologiſtes marquent par 1, on trouve que cette obſervation eſt arrivée le 1.^{er} Mars de l'année 228 avant Jeſus-Chriſt.

Comme Ptolemée n'a pas marqué le lieu de cette obſervation des Chaldéens, qu'il dit être arrivée le ſoir, c'eſt-à-dire, vers les 6 heures, nous ſuppoſerons qu'elle a été faite à Babylone, dont la différence des Méridiens à l'égard de Paris, eſt d'environ 42 deg. c'eſt-à-dire, de trois heures, qui, étant retranchées du temps observé, donnent celui de la Conjonction de Saturne avec l'Etoile de l'Epaule australe de la Vierge, le 1.er Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à 3 heures du soir au Méridien de Paris.

Cette Etoile avoit alors une latitude boréale de 2^d $50'$, suivant le Catalogue des Etoiles fixes de Ptolemée, où il la marque de la troisiéme grandeur.

C'est la même qui est désignée dans Bayer par la lettre γ, dont nous trouvons la latitude boréale de 2^d $48'$ $55''$, & que nous pouvons encore reconnoître par sa différence de longitude à l'égard de l'Epy de la Vierge, qui, suivant Ptolemée, est de 13^d $30'$, à 10 minutes près de celle que nous y observons présentement.

La longitude de l'Etoile γ pour le commencement de l'année 1741, est à 6^d $35'$ $5''$ de la Balance, dont retranchant 28^d $7'$ $55''$ pour le mouvement des Etoiles fixes en longitude, depuis l'année 228 avant Jesus-Christ, jusqu'en 1741, à raison de 1^d $25'$ $43''$ en 100 années, comme nous l'avons trouvé par la comparaison des anciennes observations avec les modernes, on aura son vrai lieu pour le temps de l'observation des Chaldéens à 8^d $27'$ $10''$ de la Vierge, éloigné de 1^d $2'$ $50''$ de celui que Ptolemée avoit déterminé pour ce temps à 9^d $30'$ du même Signe. On l'auroit trouvé à 9^d $14'$ $15''$ de la Vierge, si on y avoit employé le mouvement des Etoiles fixes d'un degré en 72 ans, tel qu'il résulte des observations modernes, ce qui s'éloigne beaucoup moins de la détermination de Ptolemée.

Le lieu moyen du Soleil, suivant nos Tables, étoit le 1.er Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à 3 heures du soir, à 5^d $32'$ des Poissons, & son vrai lieu à 7^d $28'$, ce qui donne la distance de l'Etoile γ de la Vierge au vrai lieu du Soleil, de 6^s 0^d $59'$, & fait voir que Saturne qui étoit alors en Conjonction avec l'Etoile γ de la Vierge, se trouvoit fort près de son Opposition avec le Soleil, ce qui rend cette observation favorable pour la recherche des mouvements de Saturne. Car retranchant du vrai lieu de Saturne, $4'$ $0''$, qui mesurent son mouvement dans l'espace de 22 heures, & adjoûtant au vrai lieu du Soleil, $55'$ $0''$, qui mesurent son mouvement dans le même intervalle de temps, on aura le vrai lieu de Saturne en ♍ 8^d $23'$, & celui du Soleil en ♓ 8^d $23'$, précisément en Opposition avec cette Planete, 22 heures après l'observation ci-dessus marquée, c'est-à-dire, le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à une heure du soir.

Il est aisé de voir que l'exactitude avec laquelle on a déterminé cette Opposition, dépend principalement de celle du mouvement propre des Etoiles fixes que l'on a employé pour établir la situation de l'Etoile au temps de sa Conjonction avec Saturne.

Si l'on suppose avec Ptolemée que la longitude de cette Etoile fut alors à 9^d $30'$ $0''$ de la Vierge, & le lieu moyen du Soleil à 6^d $10'$ des Poissons, on aura son vrai lieu pour ce temps à 8^d $7'$ du même Signe, éloigné de 6^s 1^d $23'$ de celui de Saturne; d'où l'on trouve que l'Opposition de Saturne avec le Soleil seroit arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ à 10 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d $24'$ de la Vierge, plus avancé de 1^d $2'$ que suivant la premiére détermination.

L'Opposition de Saturne observée par les Chaldéens, a été suivie de celles que Ptolemée a faites à Alexandrie, & qu'il rapporte au Chapitre 5 du 11.me Livre de son Almageste.

La premiére est arrivée la onziéme année d'Hadrien, le 7.me jour du mois de *Pachon* au soir, Saturne étant à 1^d $13'$ de la Balance, diamétralement opposé avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde est arrivée la dix-septiéme année d'Hadrien, le 18.me du mois d'*Epiphi* à 4 heures après midi exactement, Saturne étant à 9^d $40'$ du Sagittaire.

La troisiéme, le 24.me jour du mois de *Messori* de la vingtiéme année d'Hadrien, à midi précisément, Saturne étant à 14^d $14'$ du Capricorne.

Cet auteur adjoûte, que de la premiére à la seconde observation, il y a 6 années Egyptiennes, 70 jours & 22 heures; d'où il suit que la premiére Opposition est arrivée le 7.me jour du mois de *Pachon* à 6 heures après midi, & que c'est ainsi que l'on doit entendre qu'elle a été observée le 7 de ce mois au soir.

Le P. Riccioli, qui a réduit le temps de ces observations à nos époques, marque *(Almageste, liv. 5. chap. 1.)* que la premiére de ces Oppositions se rapporte au 27 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ à 6 heures du soir.

La seconde au 4 Juin de l'année 133 à 4 heures du soir.

Et la troisiéme au 9 Juillet de l'année 136 à midi.

Ces trois Oppositions, de même que celles de toutes les autres Planetes, sont déterminées par Ptolemée par rapport au moyen mouvement du Soleil. Cet Astronome qui faisoit mouvoir le Soleil sur un cercle excentrique qu'il décrivoit par un mouvement égal autour du centre de ce cercle, regardant, pour ainsi dire, ce centre comme celui de l'Univers, avoit cru qu'il étoit nécessaire de lui comparer les mouvements de tous les Corps célestes, & dans cette opinion, il avoit déterminé le vrai lieu des Planetes par rapport au moyen mouvement du Soleil.

Tycho ayant suivi Ptolemée dans la détermination des Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, Képler, dans son Traité de l'Astronomie nouvelle ou de la Physique céleste, employa plusieurs démonstrations pour faire voir que cette méthode étoit sujette à erreur, & que pour déterminer les mouvements des Planetes, il falloit se servir de leurs Oppositions avec le vrai lieu du Soleil, & non pas avec le moyen.

Peut-être qu'une autorité aussi respectable que celle de Tycho engagea Képler à examiner avec soin ce sentiment pour en découvrir l'erreur.

Pour nous, sans employer les démonstrations de Képler, il nous suffira de remarquer ici que nous avons besoin, pour établir notre théorie, de connoître la véritable situation d'une Planete à l'égard de l'Ecliptique, telle qu'elle est vûe du Soleil qui est au foyer de son Orbe; que dans le temps qu'elle est en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre ne se trouve à l'opposite de son vrai lieu vû du Soleil, que lorsque cet Astre est en même temps dans son Aphélie ou dans son Périhélie, qui est un cas fort rare; & qu'ainsi les Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, nous donnent de fausses positions capables de nous jetter dans l'erreur.

Il est donc nécessaire de déterminer le temps & le vrai lieu des Oppositions de Saturne avec le vrai lieu du Soleil.

Comme Ptolemée n'a point expliqué la méthode dont il s'est servi pour ses recherches, nous supposerons ce qui nous a paru le plus vraisemblable, qu'ayant déterminé vers le temps de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete par rapport

rapport aux Etoiles fixes dont la situation lui étoit connuë, il en a déduit le temps qu'elle s'est trouvée en Opposition avec le lieu moyen du Soleil calculé par ses Tables.

Ainsi nous employerons pour la comparaison de ses observations avec les nôtres, le lieu de Saturne tel qu'il l'a marqué, & nous chercherons le temps vrai de son Opposition avec le vrai lieu du Soleil, par le moyen de nos Tables du Soleil, qui, par le grand nombre d'observations qui ont été faites depuis ce temps-là, doivent être jugées plus exactes que celles dont Ptolemée s'est servi. Nous réduirons aussi le temps de ses observations faites à Alexandrie, au Méridien de Paris, qui est plus occidental de 1^h $52'$, qu'il faut retrancher pour avoir l'heure véritable au Méridien de Paris, pour lequel nos Tables sont dressées.

Sur ce fondement, nous avons calculé pour le 27 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à 4^h $8'$ du soir, le lieu moyen du Soleil, que nous avons trouvé à 3^d $11'$ $10''$ du Bélier, plus avancé de 1^d $58'$ que ne l'avoit supposé Ptolemée, & son vrai lieu à 4^d $58'$ $15''$ du même Signe; d'où il suit que Saturne avoit déja passé le lieu de son Opposition avec le Soleil, qui a dû arriver le 23 Mars de l'année 127 à 14^h $6'$ du soir, le vrai lieu de Saturne étant à 1^d $29'$ de la Balance.

On calculera de même pour le 4 Juin de l'année 133 après Jesus-Christ, à 2^h $8'$ après midi, temps de la seconde Opposition déterminée par Ptolemée, & réduite au Méridien de Paris, le lieu moyen du Soleil, que l'on trouvera à 11^d $39'$ $9''$ des Gemeaux, plus avancé de 1^d $59'$ $9''$ que suivant Ptolemée, & son vrai lieu à 2^d $11'$ $36''$ du même Signe; d'où il résulte que la véritable Opposition est arrivée le 2 Juin de l'année 133 à 4^h $36'$ du soir, Saturne étant à 9^d $48'\frac{1}{2}$ du Sagittaire.

Enfin, l'on trouvera pour le 8 Juillet de l'année 136 après Jesus-Christ, à 22^h $8'$, temps de la troisiéme Opposition, réduit au Méridien de Paris, le lieu moyen du Soleil à 16^d $15'$ $18''$ de l'Ecrevisse, plus avancé de 2^d $1'$ $18''$ que ne l'a supposé Ptolemée, & son vrai lieu à 15^d $8'$ $8''$ du même Signe; ce qui donne le temps vrai de son Opposition le 8 Juillet de l'année 136 à 1^h $10'$, cette Planete étant à 14^d $18'$ du Capricorne.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Ptolemée à Alexandrie.

127	Mars	23	à	14^h	$6'$	♎	1^d	$29'$	☍♄☉
133	Juin	2	à	4	36	♐	9	$48\frac{1}{2}$	
136	Juillet	8	à	1	10	♑	14	18	

Si au lieu d'employer, comme nous l'avons fait, le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, pour déterminer le temps & le vrai lieu des Oppositions de Saturne avec le Soleil, rapportées par Ptolemée, on suppose que les observations faites par cet Astronome, pour déterminer ces trois Oppositions de Saturne avec le lieu moyen du Soleil, ont été exactes dans toutes leurs circonstances, & que le lieu moyen du Soleil ait été dans le temps marqué de ces Oppositions, éloigné précisément de six Signes du vrai lieu de Saturne, on réduira le lieu moyen du Soleil à son lieu vrai par le moyen de l'Equation du Soleil qui est connuë, & l'on trouvera que la premiére Opposition de Saturne avec le vrai lieu du Soleil, est arrivée le 25 Mars de l'année 127 après Jesus-Christ, à 10^h $30'$ du soir, Saturne étant à 1^d $20'$ $58''$ de la Balance.

La seconde le 4 Juin de l'année 133 à 1^h $20'$, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d $40'$ $10''$ du Sagittaire.

La troisiéme le 9 Juillet de l'année 136 à 22^h $51'$, Saturne étant à 14^d $9'$ $20''$ du Capricorne.

Dans ces deux différentes maniéres de déterminer le vrai lieu de Saturne au temps de ses Oppositions, il n'y a qu'une différence d'environ 8 minutes, ce qui seroit d'une exactitude suffisante, si l'on pouvoit s'assûrer de la détermination exacte du vrai lieu de cette Planete dans le temps marqué par Ptolemée.

Depuis ces observations jusqu'au quinziéme siécle, il n'est parvenu jusqu'à nous qu'une seule observation de Saturne faite à Athenes le 21 Février de l'année 503 à 11^h $44'$, où l'on vit cette Planete sortir du milieu de la circonférence de la partie éclairée de la Lune.

M. Bouillaud qui *(liv. 6. chap. 5 de son Astronomie)* rapporte cette observation qu'il a tirée d'un Manuscrit de la Bibliotheque du Roi, calcule pour ce temps le vrai lieu apparent de la Lune à $6^d\ 42'\ 28''$ de l'Ecreviſſe, & ſa latitude auſtrale de $19'\ 28''$.

Comme cette obſervation a été faite loin de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil, qui étoit alors à 5 degrés des Poiſſons, on ne peut pas l'employer pour déterminer les moyens mouvements de Saturne, & il faut avoir recours à celles qui ont été faites long-temps après par divers Aſtronomes, tels que Waltherus, Copernic, Pitatus, & principalement Tycho, qui a obſervé un grand nombre d'Oppoſitions de Saturne avec le Soleil.

Ces obſervations ſont rapportées dans le Livre qui a pour titre, *Hiſtoria Cœleſtis Lucii Barretti*, où l'on a marqué vers le temps des Oppoſitions de cette Planete, ſa diſtance obſervée à l'égard des principales Etoiles fixes qui étoient aux environs, ou bien ſa diſtance en aſcenſion droite à l'égard de ces Etoiles, & ſa déclinaiſon de l'Equateur; ce qui nous a donné le moyen de pouvoir calculer le temps & le lieu de ces Oppoſitions. Car la longitude & la latitude de ces Etoiles fixes ayant été déterminées de notre temps avec beaucoup d'exactitude, & le mouvement de ces Etoiles dans l'intervalle de temps depuis Tycho juſqu'à nous, étant connu, on trouve pour ce temps le vrai lieu de ces Etoiles, & par conſéquent celui de Saturne au temps de ſes Oppoſitions avec le Soleil, que nous rapporterons ici telles que nous les avons déterminées, avec la latitude de cette Planete au temps de quelques-unes de ces obſervations, que l'on n'a pas pu déduire avec la même préciſion que ſa longitude, à cauſe que les Etoiles fixes avec leſquelles il a comparé Saturne, étoient pour la plûpart près de l'Ecliptique.

Oppoſitions de Saturne avec le Soleil, obſervées par Tycho.

Temps de l'Oppoſition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1582 Août.... 20 à $23^h\ 12'$	♓ $7^d\ 27'\ 47''$ ☍ ♄ ☉	$2^d\ 1'\ 53''$ Auſt.
1583 Septembre 2 à 21 40	♓ 19 49 30	2 22 36 Auſt.
1584 Septembre 15 à 6 30	♈ 2 34 0	
1585 Septembre 28 à 18 0	♈ 15 44 0	
1586 Octobre.. 12 à 9 0	♈ 29 6 5	2 45 32 Auſt.
1587 Octobre.. 26 à 7 0	♉ 12 49 44	2 21 38 Auſt.
1588 Novembre 8 à 8 32	♉ 26 47 30	
1589 Novembre 22 à 12 18	♊ 10 54 10	1 52 11 Auſt.

Temps de l'Oppoſition.						Longitude de Saturne.				Latitude.			
1590	Décembre	6	à	19^h	40′	♊	25^d	14′	10″ ☍ ♄ ☉				
1591	Décembre	20	à	22	14	♋	9	23	14	0^d	20′	53″	Auſt.
1593	Janvier ..	3	à	1	20	♋	23	32	0	0	13	16	Bor.
1594	Janvier ..	17	à	3	0	♌	7	30	0	0	45	52	Bor.
1595	Janvier ..	30	à	23	0	♌	21	15	0				
1596	Février ..	13	à	10	28	♍	4	38	12	1	57	23	Bor.
1597	Février ..	25	à	19	0	♍	17	45	30	2	26	35	Bor.
1598	Mars	10	à	23	0	♎	0	33	35				
1599	Mars	23	à	18	40	♎	13	0	0				

Les obſervations de Tycho ont été ſuivies de pluſieurs autres faites par Longomontanus, le P. Riccioli & d'autres Aſtronomes, que nous rapporterons ici telles qu'elles ſont dans l'Aſtronomie réformée du P. Riccioli, obmettant celles qu'il a marquées avoir été faites avec moins d'exactitude.

Oppoſitions de Saturne avec le Soleil, obſervées par Longomontanus.

Temps de l'Oppoſition.						Longitude de Saturne.			
1608	Juillet ...	19	à	3^h	0′	♑	26^d	53′	0″ ☍ ♄ ☉
1609	Juillet ...	31	à	13	0	♒	8	31	0
1610	Août	12	à	12	0	♒	20	10	0
1611	Août	25	à	16	0	♓	2	12	0

Par le P. Riccioli, à Bologne.

1642	Septembre	13	à	23^h	45′	♍	21^d	33′	48″
1644	Octobre..	9	à	19	12	♈	17	38	0
1647	Novembre	20	à	6	50	♏	28	24	25

Par Muti, à Majorque.

1654	Février ..	10	à	19^h	0′	♌	22^d	54′	0″
1657	Mars	21	à	23	0	♎	2	18	0

Immédiatement après ces obſervations, nous avons celles qui ont été faites à Dantzick par Hevelius, & qui ſont rapportées dans ſon Livre intitulé *Machina Cæleſtis.* Entre ces obſervations, il y en a un grand nombre faites près des Oppoſitions de Saturne avec le Soleil, dans leſquelles il a meſuré, de même que Tycho, la distance de Saturne à diverses Etoiles fixes qui étoient aux environs; d'où nous avons calculé le temps & le vrai lieu de ces Oppositions réduit au Méridien de Paris.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Hevelius à Dantzick.

Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
1658 Avril.... 3 à 17^h 13′	♎ 14^d 35′ 28″ ☍ ♄ ☉	2^d 46′ 18″ Bor.
1659 Avril.... 16 à 10 11	♎ 26 47 52	2 46 53 Bor.
1660 Avril.... 27 à 22 48	♏ 8 41 32	2 42 42 Bor.
1661 Mai..... 10 à 6 2	♏ 20 22 24	2 26 30 Bor.
1662 Mai..... 22 à 11 0	♐ 1 52 20	2 7 39 Bor.
1664 Juin.... 14 à 13 4	♐ 24 27 27	
1665 Juin.... 26 à 15 23	♑ 5 43 51	0 47 27 Bor.
1670 Août.... 27 à 7 20	♓ 3 44 11	1 55 52 Aust.
1671 Septembre 8 à 8 56	♓ 16 5 0	2 18 13 Aust.
1672 Septembre 20 à 12 39	♓ 28 42 22	2 35 13 Aust.
1673 Octobre.. 3 à 21 4	♈ 11 37 8	2 45 18 Aust.
1674 Octobre.. 17 à 12 0	♈ 24 52 40	2 47 51 Aust.
1675 Octobre.. 30 à 7 10	♉ 8 28 0	2 39 14 Aust.
1676 Novembre 13 à 7 36	♉ 22 19 40	2 22 15 Aust.
1683 Février.. 4 à 23 32	♌ 16 57 15	1 15 58 Bor.

Quelques-unes de ces observations d'Hevelius ont été faites en même temps par Flamsteed Directeur de l'Observatoire de Greenwich, dont les premiéres qui ont commencé en 1676, ont été déterminées jusqu'en 1689, de même que celles d'Hevelius, par la distance de Saturne à diverses Etoiles fixes, & depuis 1689 jusqu'en 1705, par la différence entre le passage de Saturne & des Etoiles fixes par le Méridien, & par la hauteur méridienne de cette Planete, observées par le moyen d'un arc de cercle placé fixe sur le Méridien. Dans ces derniéres observations, il a déterminé l'ascension droite & la déclinaison de Saturne; d'où nous avons calculé le temps & le vrai lieu de l'Opposition de cette Planete avec le Soleil, réduits au nouveau Stile & au Méridien de Paris, y employant le lieu du Soleil tel qu'il résulte de nos Tables.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées par Flamsteed à Greenwich.

Temps de l'Opposition.					Longitude de Saturne.				Latitude.			
1676	Novembre	13	à	7^h 15′	♉	22^d	18′	48″ ☍ ♄ ☉	2^d	25′	10″	Aust.
1677	Novembre	27	à	11 18	♊	6	24	51	1	56	30	Aust.
1678	Décembre	11	à	16 13	♊	20	38	12	1	24	33	Aust.
1679	Décembre	25	à	22 34	♋	4	54	4	0	46	9	Aust.
1681	Janvier . .	8	à	2 17	♋	19	16	20	0	5	13	Aust.
1682	Janvier . .	22	à	3 20	♌	3	9	15	0	35	36	Bor.
1683	Février . .	5	à	0 32	♌	16	59	30	1	11	51	Bor.
1684	Février . .	18	à	17 10	♍	0	34	27	1	46	8	Bor.
1685	Mars	3	à	3 25	♍	13	46	9				
1686	Mars	16	à	10 28	♍	26	47	16	2	33	12	Bor.
1687	Mars	29	à	10 52	♎	9	24	21	2	43	32	Bor.
1688	Avril	10	à	5 0	♎	21	43	19	2	47	20	Bor.
1689	Avril	22	à	21 16	♏	3	48	3	2	43	32	Bor.
1690	Mai	5	à	6 24	♏	15	33	20	2	32	35	Bor.
1691	Mai	17	à	13 6	♏	27	8	46	2	15	25	Bor.
1692	Mai	28	à	17 4	♐	8	34	41	1	53	7	Bor.
1693	Juin	9	à	19 33	♐	19	54	32	1	26	25	Bor.
1694	Juin	21	à	21 25	♑	1	12	6	0	57	5	Bor.
1695	Juillet . . .	3	à	23 35	♑	12	29	24	0	25	17	Bor.
1696	Juillet . . .	15	à	3 16	♑	23	50	50	0	7	58	Aust.
1697	Juillet . . .	27	à	9 36	♒	5	19	45	0	40	15	Aust.
1698	Août	8	à	18 52	♒	16	58	26	1	12	40	Aust.
1699	Août	21	à	8 48	♒	28	50	20	1	41	28	Aust.
1700	Septembre	3	à	2 56	♓	10	57	53	2	7	20	Aust.
1701	Septembre	16	à	2 0	♓	23	21	20	2	28	7	Aust.
1702	Septembre	29	à	9 0	♈	6	10	30	2	42	0	Aust.
1703	Octobre. .	12	à	20 0	♈	19	15	30	2	48	0	Aust.
1704	Octobre. .	25	à	12 0	♉	2	37	0	2	46	0	Aust.
1705	Novembre	8	à	9 24	♉	16	18	12	2	32	25	Aust.

Presque toutes ces Oppositions ont été observées en même temps à l'Observatoire Royal de Paris, où nous en avons une suite non interrompuë depuis 1685 jusqu'en 1732, dont le plus grand nombre a été déterminé par l'observation de la hauteur méridienne de cette Planete & de son passage par le Méridien, à un Quart-de-cercle fixe, comparé à celui du Soleil ou de diverses Etoiles fixes; & quelques autres, par le passage de cette Planete & d'une Etoile fixe par le fil horaire & les obliques d'une Lunette placée sur une Machine Parallactique, de la maniére qui a été expliquée ci-devant.

Oppositions de Saturne avec le Soleil, observées à Paris.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Saturne.	Latitude.
	1685 Mars .... 3 à 4^h 0′	♍ 13^d 48′ 40″ ☍ ♄ ☉	2^d 13′ 45″ Bor.
	1686 Mars .... 16 à 10 28	♍ 26 47 6	2 34 3 Bor.
	1687 Mars .... 29 à 11 11	♎ 9 25 26	2 44 35 Bor.
	1688 Avril .... 10 à 6 26	♎ 21 44 40	2 48 15 Bor.
	1689 Avril .... 22 à 21 34	♏ 3 48 53	2 45 4 Bor.
	1690 Mai ..... 5 à 7 13	♏ 15 35 19	2 32 19 Bor.
	1691 Mai ..... 17 à 13 45	♏ 27 10 30	2 15 35 Bor.
	1692 Mai ..... 28 à 17 15	♐ 8 35 0	1 54 27 Bor.
	1693 Juin .... 9 à 19 32	♐ 19 54 41	1 27 7 Bor.
Dout.	1694 Juin .... 21 à 19 30	♑ 1 6 40	
	1695 Juillet ... 3 à 23 45	♑ 12 29 52	0 25 14 Bor.
	1696 Juillet ... 15 à 3 32	♑ 23 51 26	0 7 16 Aust.
	1697 Juillet ... 27 à 9 43	♒ 5 20 15	0 40 56 Aust.
	1698 Août .... 8 à 19 8	♒ 16 59 0	1 13 36 Aust.
	1699 Août .... 21 à 8 54	♒ 28 50 50	1 39 44 Aust.
	1700 Septembre 3 à 3 14	♓ 10 57 40	2 7 30 Aust.
	1701 Septembre 16 à 2 0	♓ 23 21 16	2 27 45 Aust.
	1702 Septembre 29 à 8 51	♈ 6 9 30	2 41 5 Aust.
	1703 Octobre. . 12 à 20 12	♈ 19 14 21	2 48 15 Aust.
	1704 Octobre. . 25 à 11 48	♉ 2 36 23	2 45 38 Aust.
	1705 Novembre 8 à 9 40	♉ 16 18 35	2 32 25 Aust.
	1706 Novembre 22 à 10 37	♊ 0 16 23	2 10 53 Aust.
	1707 Décembre 6 à 15 3	♊ 14 24 27	1 40 9 Aust.
	1708 Décembre 19 à 19 26	♊ 28 37 11	1 4 0 Aust.
	1710 Janvier . . 2 à 23 47	♋ 12 50 16	0 25 24 Aust.
	1711 Janvier . . 17 à 1 4	♋ 26 54 36	0 16 26 Bor.
	1712 Janvier . . 31 à 0 6	♌ 10 51 12	0 56 20 Bor.
	1713 Février . . 12 à 19 4	♌ 24 33 34	1 32 10 Bor.

Temps de l'Oppoſition.					Longitude de Saturne.				Latitude.			
1714	Février . . 26	à	8h	15′	♍	7d	56′	46″ ☍ ☉ ♄	2d	3′	0″	Bor.
1715	Mars 11	à	16	55	♍	21	3	14	2	25	0	Bor.
1716	Mars 23	à	19	4	♎	3	48	1	2	40	34	Bor.
1717	Avril 5	à	16	27	♎	16	13	56	2	47	40	Bor.
1718	Avril 18	à	8	45	♎	28	24	13	2	46	36	Bor.
1719	Avril 30	à	20	15	♏	10	17	42	2	39	15	Bor.
1720	Mai 12	à	4	39	♏	21	59	13	2	24	30	Bor.
1721	Mai 24	à	9	17	♐	3	28	12	2	4	20	Bor.
1722	Juin. 5	à	13	9	♐	14	52	3	1	36	30	Bor.
1723	Juin. 17	à	15	53	♐	26	12	6	1	12	15	Bor.
1724	Juin. 28	à	17	53	♑	7	29	35	0	39	0	Bor.
1725	Juillet . . . 10	à	21	6	♑	18	49	40	0	7	5	Bor.
1726	Juillet . . . 23	à	1	42	♒	0	13	33	0	25	20	Auſt.
1727	Août 4	à	9	54	♒	11	48	7	0	58	15	Auſt.
1728	Août 15	à	22	50	♒	23	36	50	1	29	32	Auſt.
1729	Août 28	à	14	18	♓	5	35	2	1	56	20	Auſt.
1730	Septembre 10	à	12	27	♓	17	53	57	2	19	6	Auſt.
1731	Septembre 23	à	15	51	♈	0	30	50	2	36	55	Auſt.
1732	Octobre. . 6	à	0	26	♈	13	27	20	2	47	0	Auſt.

En comparant enſemble les Oppoſitions de Saturne avec le Soleil, déterminées en même temps en différents lieux, & réduites au même Méridien, on trouve d'abord que celles d'Hevelius, faites à Dantzick, ne différent de celles de Flamſteed, faites en Angleterre, que de 52″ en l'année 1676, & de 2′ 15″ en 1683, ce qui eſt d'une préciſion ſuffiſante, & fait voir que l'on peut compter ſur les obſervations d'Hevelius, de même que ſur celles de Flamſteed dont l'exactitude nous eſt connuë. Car il faut faire attention que les Oppoſitions de cette Planete ont été déterminées par ces Aſtronomes par rapport à diverſes Etoiles fixes dont les différentes hauteurs ſur l'horiſon, ont pû cauſer par rapport aux réfractions, quelque différence dans leurs diſtances à Saturne, & par conſéquent dans la ſituation de cette Planete.

A l'égard des Oppoſitions que nous avons déterminées par nos propres obſervations, ſi on les compare avec celles de Flamſteed, on ne trouve dans la plûpart que des différences qui ne montent qu'à quelques ſecondes; ce qui eſt d'une aſſés grande préciſion dans des

des obſervations qui ont été faites preſque toutes par des méthodes différentes, celles de Flamſteed par la diſtance obſervée de Saturne à diverſes Etoiles fixes, ou par leur différence en aſcenſion droite & en déclinaiſon, & le plus grand nombre des nôtres par le paſſage de Saturne par le Méridien, comparé à celui du Soleil. Il faut auſſi remarquer que quelques-unes des obſervations que l'on a employées pour déterminer l'Oppoſition de Saturne, n'ont pu être faites de part ou d'autre, à cauſe du mauvais temps, le jour même de l'Oppoſition, ni ceux qui l'ont précédé ou ſuivi immédiatement, mais pluſieurs jours avant ou après; ce qui doit donner une moindre préciſion que lorſqu'elles en ont été faites plus près.

CHAPITRE III.

Des moyens Mouvements de Saturne.

POUR comparer enſemble les Oppoſitions de Saturne que nous venons de rapporter, & en déduire le moyen mouvement de cette Planete avec toute l'exactitude requiſe, il ſeroit néceſſaire de déterminer d'abord le vrai lieu de ſon Aphélie, tant dans les obſervations anciennes que dans les modernes, pour connoître l'Equation de ſon Orbe qui convient à chaque obſervation, & réduire le lieu de Saturne obſervé à ſon lieu moyen.

Mais comme la détermination du lieu de l'Aphélie d'une Planete, demande non-ſeulement que l'on ait obſervé ſa ſituation en trois différents lieux de ſon Orbe, mais auſſi que l'on connoiſſe la quantité de ſon moyen mouvement entre les différentes obſervations que l'on en a faites, ce qui ſeroit ſuppoſer ce qui eſt en queſtion; nous commencerons nos recherches par déterminer le moyen mouvement de Saturne & ſa révolution autour du Soleil, qui réſulte de nos obſervations, ſans avoir égard au lieu & au mouvement de ſon Aphélie, que l'on ne peut pas connoître immédiatement. Nous employerons enſuite cette révolution pour déterminer de la même maniére, par la comparaiſon des obſervations anciennes avec les modernes, le moyen mouvement de Saturne, dont nous nous ſervirons pour trouver le lieu & le mouvement de ſon Aphélie, de même que les autres éléments de la théorie de cette Planete, ainſi que nous l'enſeignerons dans la ſuite.

Entre les Oppoſitions modernes que nous avons obſervées, nous trouvons celles de 1701, 1730 & 1731, dont la ſeconde eſt éloignée de la premiére d'un peu moins d'une révolution entiére, & la troiſiéme d'une révolution plus quelques degrés & minutes.

Ces obſervations ont été faites près des limites des plus grandes latitudes, où le vrai lieu d'une Planete ſur ſon Orbite, qui eſt celui que l'on doit employer, ne différe pas ſenſiblement de ſon vrai lieu à l'égard de l'Ecliptique, qui eſt celui que l'on a déterminé.

Le 16 Septembre 1701, l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil a été déterminée à $2^h\ 0'$, le vrai lieu du Soleil étant en ♍ $23^d\ 21'\ 16''$, & celui de Saturne, qui eſt à l'oppoſite, en ♓ $23^d\ 21'\ 16''$, avec une latitude méridionale de $2^d\ 27'\ 45''$.

Le 10 Septembre 1730, l'Oppoſition de Saturne eſt arrivée à $12^h\ 27'$, le vrai lieu de cette Planete étant en ♓ $17^d\ 53'\ 57''$, avec une latitude méridionale de $2^d\ 19'\ 6''$.

Le 23 Septembre 1731, l'Oppoſition de Saturne a été déterminée à $15^h\ 51'$, en ♈ $0^d\ 30'\ 50''$, la latitude méridionale de cette Planete étant de $2^d\ 36'\ 55''$.

La différence entre le vrai lieu de Saturne dans ſes Oppoſitions des années 1701 & 1730, eſt de $5^d\ 27'\ 19''$, & dans les Oppoſitions des années 1730 & 1731, de $12^d\ 36'\ 53''$.

L'intervalle entre le temps des Oppoſitions des années 1701 & 1730, eſt de 29 années, dont 7 biſſextiles moins $5^j\ 13^h\ 33'$, & l'intervalle entre le temps des Oppoſitions des années 1730 & 1731, eſt d'une année $13^j\ 3^h\ 24'$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $12^d\ 36'\ 53''$, différence entre le lieu de Saturne dans les deux derniéres obſervations, ſont à $5^d\ 27'\ 19''$, différence entre les deux premiéres; ainſi $378^j\ 3^h\ 24'$ ſont à $163^j\ 12^h\ 41'$, qui, étant adjoûtés à l'intervalle de temps entre les deux premiéres Oppoſitions, qui eſt de 29 années, dont 7 biſſextiles moins $5^j\ 13^h\ 33'$, font 29 années communes $164^j\ 23^h\ 8'$, qui meſurent la révolution moyenne de Saturne autour du Soleil.

On fera enſuite, comme le nombre d'années, de jours & d'heures compriſes dans cette révolution, ſont à 365 jours; ainſi 360 degrés ſont au mouvement moyen annuel de Saturne autour du

Soleil, qu'on trouvera de . . . . $12^d\ 13'\ 23''\ 50'''$, le diviſant par 365 jours, on aura ſon mouvement moyen journalier, de . . . . $2'\ 0''\ 28'''$.

Il eſt à remarquer que ſi l'on prend le moyen mouvement de Saturne qui répond à $378^j\ 3^h\ 24'$, intervalle entre les Oppoſitions des années 1730 & 1731, on le trouve de $12^d\ 40'\ 1''$, plus grand ſeulement de 3 minutes que celui qui a été obſervé dans cet intervalle, ce qui marque que Saturne étoit alors près de ſes moyennes diſtances, où le mouvement de ſon Aphélie ne peut cauſer que de très-petites différences dans la détermination du moyen mouvement de cette Planete.

Après avoir ainſi déterminé le moyen mouvement de Saturne par nos propres obſervations, il faut examiner celui qui réſulte des obſervations anciennes comparées avec les modernes, qui doivent donner d'autant plus de préciſion, qu'elles ſeront plus éloignées les unes des autres, parce que l'erreur qui peut ſe gliſſer dans chaque obſervation étant partagée par un grand nombre de révolutions eſt moins ſenſible ſur chacune de ces révolutions.

La plus ancienne de ces Oppoſitions eſt arrivée, comme nous l'avons remarqué ci-deſſus, le 2 Mars de l'année 228 avant Jeſus-Chriſt, à une heure après midi, au Méridien de Paris, Saturne étant à $8^d\ 23'$ de la Vierge, avec une latitude ſeptentrionale de $2^d\ 50'$.

Entre les Oppoſitions que nous avons obſervées, il s'en rencontre une qui eſt arrivée le 26 Février de l'année 1714 à $8^h\ 15'$, le vrai lieu de Saturne étant en ♍ $7^d\ 56'\ 46''$, avec une latitude ſeptentrionale de $2^d\ 3'\ 0''$. La différence entre le vrai lieu de cette Planete & celui qui réſulte de l'obſervation des Chaldéens, étoit ſeulement de $26'\ 14''$.

L'Oppoſition ſuivante eſt arrivée le 11 Mars de l'année 1715 à $16^h\ 55'$, le vrai lieu de Saturne étant en ♍ $21^d\ 3'\ 14''$, avec une latitude ſeptentrionale de $2^d\ 25'\ 0''$.

Pour comparer l'obſervation des Chaldéens avec les nôtres, on réduira celle de l'année 1714 à la forme Julienne, afin d'avoir un intervalle d'années, dont trois communes & une biſſextile; ce que l'on fera en retranchant 11 jours du 26 Février 1714, & on aura l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil le 15 Février de l'année 1714 à 8^h $16'$, cette Planete étant en ♏ 7^d $56'$ $46''$.

Entre cette Opposition & celle qui est arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, il y a 1942 années, dont 485 bissextiles moins 14^j 16^h $45'$, c'est-à-dire, 1943 années communes, 105^j 7^h $15'$.

L'intervalle entre le temps des Oppositions des années 1714 & 1715, est de 378^j 8^h $40'$, pendant lequel le vrai mouvement de Saturne a été observé de 13^d $6'$ $28''$.

On fera donc, comme 13^d $6'$ $28''$ sont à $28'$ $14''$, différence entre le vrai lieu de Saturne, observé dans les Oppositions des années 228 avant Jesus-Christ, & 1714 après Jesus-Christ; ainsi 378^j 8^h $40'$ sont à 13^j 14^h, qui, étant adjoûtés à 1943 années communes, 105^j 7^h $15'$, font 1943 années communes, 118^j 21^h $15'$, qui comprennent un certain nombre de révolutions exactes, que l'on trouvera être de 66, en partageant cet intervalle de temps par la révolution moyenne de Saturne, qui a été trouvée de 29 années communes, 164^j 23^h $8'$; c'est pourquoi si l'on divise 1943 années communes, 118^j 21^h $15'$, par 66, on aura la révolution moyenne de Saturne, de 29 années 162^j 4^h $27'$; d'où l'on trouve son moyen mouvement annuel, de . . . . 12^d $13'$ $35''$ $14'''$,
& son mouvement journalier, de . . . . . $2'$ $0''$ $35'''$.

On peut remarquer par la comparaison des Oppositions des années 1715 & 1716, que le mouvement vrai de Saturne étoit alors peu différent de son moyen mouvement, ce qui prouve que ces Oppositions & la précédente, étoient peu éloignées des moyennes distances de Saturne; & qu'ainsi le mouvement de son Aphélie n'a pas pû causer d'erreur considérable dans la détermination du moyen mouvement de Saturne, que nous venons d'établir.

Si l'on suppose que l'Opposition de Saturne avec le Soleil est arrivée le 2 Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, sur les 10 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant à 9^d $24'$ de la Vierge, comme il résulte de la situation de l'Etoile γ, déterminée par Ptolemée à 9^d $30'$ de la Vierge, on aura la révolution de Saturne, de 29 années communes, 162^j 15^h, plus grande de 11 heures qu'on ne l'avoit trouvée ci-dessus, & le moyen mouvement annuel de cette Planete, de . . . . . $12^{d}\ 13'\ 33''$, plus petit de 2 ſecondes que par la comparaiſon précédente.

CHAPITRE IV.

De l'Aphélie de Saturne, & de la plus grande Equation de ſon Orbe.

DANS la détermination des moyens mouvements de Saturne, nous avons comparé enſemble les temps auxquels cette Planete eſt retournée à un même point du Zodiaque après une ou pluſieurs révolutions. Cette recherche ſeroit ſuffiſante, ſi Saturne étant parvenu au même point du Zodiaque, s'étoit trouvé en même temps dans la même ſituation ſur ſon Orbe, c'eſt-à-dire, ſi ſon Aphélie & ſon Périhélie avoient été toûjours dirigés aux mêmes points du Ciel : car l'Equation d'une Planete étant la même à la même diſtance de ſon Aphélie ou de ſon Périhélie, il n'y auroit aucune différence entre le vrai & le moyen mouvement compris entre un certain nombre de révolutions.

Il n'en eſt pas de même lorſque l'Aphélie & le Périhélie d'une Planete ſont ſujets à quelque mouvement ; car alors les mêmes points de leur Orbe ne répondent plus aux mêmes points du Ciel, d'où il ſuit que l'Equation d'une Planete qu'on obſerve dans le même lieu du Zodiaque, ne ſe trouve pas la même dans la ſuite des temps après un certain nombre de révolutions.

Ainſi la détermination exacte des moyens mouvements de Saturne, demande celle du mouvement de ſon Aphélie, & par conſéquent ſa ſituation en différents temps ; elle demande auſſi la connoiſſance des Equations de cette Planete à tous les degrés de ſon Orbe, pour pouvoir tenir compte de la différence entre ces Equations, dans la comparaiſon des obſervations anciennes avec les modernes, & réduire ſon lieu moyen à ſon lieu vrai, qui eſt un des principaux éléments de la théorie des Planetes.

On peut employer, pour trouver l'Aphélie de Saturne, & ſa plus grande Equation, toutes les méthodes que nous avons indiquées pour déterminer l'Apogée du Soleil & de la Lune. Mais il faut remarquer que les mouvements du Soleil & de la Lune doivent être considérés de la Terre, autour de laquelle ils paroissent décrire leurs révolutions ; & qu'ainsi toutes les observations exactes que l'on en a faites jusqu'à présent, peuvent servir à connoître ces deux éléments ; au lieu que dans les autres Planetes qui se meuvent réellement autour du Soleil, on ne peut employer, comme on l'a déja remarqué, que les seules observations de leurs Oppositions avec le Soleil qui, dans Saturne, n'arrivent qu'après l'intervalle d'une année & quelques jours, & se voyent encore plus rarement dans les deux autres Planetes supérieures.

Nous avons une suite non interrompuë de ces observations faites à l'Observatoire Royal pendant une révolution entiére de Saturne, ce qui nous donne la commodité de pratiquer la neuviéme méthode exposée dans la théorie du Soleil, par le moyen de laquelle on pourra déterminer avec assés d'exactitude, le lieu de l'Aphélie de cette Planete, & sa plus grande Equation, en cette maniére.

Exemple I.

L'Opposition de Saturne avec le Soleil, de l'année 1686, a été déterminée le 16 Mars à $10^h\ 28'$ du soir, le vrai lieu de Saturne étant de $5^f\ 26^d\ 47'\ 6''$.

L'Opposition suivante a été déterminée le 29 Mars 1687 à $11^h\ 11'$, le vrai lieu de Saturne étant de $6^f\ 9^d\ 25'\ 26''$.

Depuis le 16 Mars 1686 à $10^h\ 28'$ jusqu'au 29 Mars 1687 à $11^h\ 11'$, il y a une année commune, $13^j\ 0^h\ 43'$, pendant lequel temps, le mouvement vrai de Saturne a été de $12^d\ 38'\ 20''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, à raison de $12^d\ 13'\ 24''$ pour le mouvement annuel, déterminé par nos propres observations, on aura $12^d\ 39'\ 34''$, qui ne différent que de $1'\ 14''$ du mouvement vrai ; ce qui fait voir que Saturne étoit, dans ces deux observations, près de ses moyennes distances où son mouvement vrai est égal à son moyen mouvement.

Quatorze années après l'Opposition de l'année 1686, l'Opposition de Saturne avec le Soleil a été observée le 3 Septembre de l'année 1700 à $3^h\ 14'$, le vrai lieu de Saturne étant de $11^f\ 10^d\ 57'\ 40''$.

Depuis le 16 Mars 1686 à $10^h\ 28'$ jusqu'au 3 Septembre 1700 à 3^h $14'$, il y a 14 années, dont 3 sont bissextiles, 170^j 16^h $46'$, pendant lequel temps, le mouvement vrai de Saturne a été de 5^f 14^d $10'$ $34''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, on aura 5^f 26^d $56'$ $34''$, qui différent de 12^d $46'$ du mouvement vrai de Saturne.

Comme dans cet intervalle de temps, Saturne n'a pas parcouru 6 Signes entiers, on comparera l'Opposition de 1686 avec celle de 1701, qui est arrivée le 16 Septembre à 2 heures du soir, le vrai lieu de Saturne étant de 11^f 23^d $21'$ $16''$. Le mouvement vrai dans cet intervalle, qui est de 15 années communes, 186^j 15^h, est de 5^f 26^d $34'$ $10''$, auxquels il répond 6^f 9^d $36'$ $0''$ de moyen mouvement. La différence est de 13^d $1'$ $50''$, qui, étant partagée en deux parties égales, donne la plus grande Equation de Saturne de 6^d $30'$ $55''$.

Si l'on compare de la même maniére, l'Opposition de l'année 1687 avec celle de 1701, on trouvera la différence entre le vrai & le moyen mouvement de Saturne, qui convient à l'intervalle de temps entre ces deux observations, de 13^d $0'$ $34''$, ce qui donne la plus grande Equation de l'Orbe de cette Planete, de 6^d $30'$ $17''$, qui ne différe que de $38''$ de la précédente.

On ne trouvera cette Equation que de 6^d $29'$, si l'on compare l'Opposition de 1686 ou 1687 avec celle de 1702, qui a été déterminée le 29 Septembre à 9^h $0'$, le vrai lieu de cette Planete étant de 0^f 6^d $19'$ $30''$, ce qui fait voir que la plus grande Equation observée dans cette demi-révolution a été de 6^d $30'$ $55''$.

Pour trouver présentement le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, on considérera qu'en 1693, l'Opposition fut observée le 9 Juin à 19^h $32'$, le vrai lieu de Saturne étant de 8^f 19^d $54'$ $41''$. La différence à son vrai lieu, déterminé en 1686 de 5^f 26^d $47'$ $6''$, est de 2^f 23^d $7'$ $35''$ que Saturne a parcouru en 7 années communes, 87^j 9^h. Le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, est de 2^f 28^d $29'$ $27''$, dont retranchant 2^f 23^d $7'$ $35''$, reste 5^d $21'$ $52''$, qui mesurent la différence entre le vrai & le moyen mouvement, qui est plus petite de 1^d $9'$ $3''$ que la plus grande Equation, qui a été trouvée de 6^d $30'$ $55''$; ce qui montre que Saturne n'étoit pas encore arrivé à son Aphélie dans l'Opposition de 1693. On comparera donc l'Opposition de l'année 1686 avec celle qui eſt arrivée le 21 Juin 1694 à $19^h\ 30'$, le vrai lieu de Saturne étant de $9^f\ 1^d\ 6'\ 40''$, & l'on trouvera que dans l'intervalle entre ces Oppoſitions, qui eſt de 8 années communes, $99^j\ 10^h$, le mouvement vrai de Saturne eſt de $3^f\ 4^d\ 19'\ 34''$, auxquels il répond $3^f\ 11^d\ 6'\ 51''$ de moyen mouvement. La différence eſt de $6^d\ 47'\ 17''$, qui eſt plus grande de $16'\ 22''$ que la plus grande Equation, qui eſt de $6^d\ 30'\ 55''$; ce qui fait voir que Saturne, dans l'Oppoſition de 1694, avoit paſſé ſon Aphélie. Pour le déterminer, on fera, comme $1^d\ 9'\ 3''$ plus $16'\ 22''$, ou bien $1^d\ 25'\ 25''$, ſont à $1^d\ 9'\ 3''$; ainſi le mouvement vrai de Saturne, obſervé entre les Oppoſitions de 1693 & 1694, de $11^d\ 12'\ 0''$, eſt au mouvement vrai depuis l'Oppoſition de 1693 juſqu'à l'Apogée, qu'on trouvera de $9^d\ 3'\ 20''$, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de Saturne dans l'Oppoſition de 1693, qui a été déterminé de $8^f\ 19^d\ 54'\ 41''$, donne le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, de $8^f\ 28^d\ 58'$.

Pour trouver le temps que Saturne eſt arrivé à l'Aphélie, on fera, comme $1^d\ 25'\ 25''$ eſt à $1^d\ 9'\ 3''$; ainſi $376^j\ 23^h\ 58'$, intervalle entre les Oppoſitions des années 1693 & 1694, ſont à $305^j\ 16^h$, qui, étant adjoûtés au temps de l'Oppoſition de l'année 1693, qui eſt arrivée le 9 Juin à $19^h\ 32'$, détermine l'époque de l'Apogée de Saturne le 11 Avril de l'année 1694 à $11^h\ 32'$, le vrai lieu de cette Planete étant alors à $28^d\ 58'\ 0''$ du Sagittaire.

EXEMPLE II.

L'Oppoſition de Saturne avec le Soleil, de l'année 1701, a été déterminée le 16 Septembre à 2 heures, ſon vrai lieu étant de $11^f\ 23^d\ 21'\ 16''$.

L'Oppoſition de l'année 1715 eſt arrivée le 11 Mars à $16^h\ 55'$, le vrai lieu de Saturne étant de $5^f\ 21^d\ 3'\ 14''$.

Depuis le 16 Septembre 1701 à 2 heures juſqu'au 11 Mars 1715 à $16^h\ 55'$, il y a 13 années communes, dont 3 ſont biſſextiles, $176^j\ 14^h\ 55'$, pendant lequel temps le mouvement vrai de Saturne a été de $5^f\ 27^d\ 41'\ 58''$. Prenant le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps, on aura $5^f\ 14^d\ 55'\ 5''$, qui différent de $12^d\ 46'\ 3''$ du mouvement vrai de Saturne.

Comme

Comme dans cet intervalle de temps, Saturne n'a pas parcouru ſix Signes entiers, on comparera l'Oppoſition de 1701 avec celle de 1716, qui eſt arrivée le 23 Mars à $19^h\ 4'$, le vrai lieu de Saturne étant de $6^f\ 3^d\ 48'\ 1''$. Le vrai mouvement de Saturne dans cet intervalle, qui eſt de 14 années $192^j\ 17^h\ 4'$, eſt de $6^f\ 10^d\ 26'\ 45''$, auxquels il répond $5^f\ 27^d\ 33'\ 45''$ de moyen mouvement. La différence à $6^f\ 10^d\ 26'\ 45''$, eſt $12^d\ 53'\ 0''$, dont la moitié $6^d\ 26'\ 30''$, meſure la plus grande Equation de Saturne, qui eſt plus petite de $4'\ 25''$ que par l'exemple précédent.

Pour trouver préſentement le vrai lieu du Périhélie de Saturne, on comparera l'Oppoſition de 1701 avec celle de 1708, qui eſt arrivée le 19 Décembre à $19^h\ 26'$, le vrai lieu de Saturne étant de $2^f\ 28^d\ 37'\ 11''$. La différence à ſon vrai lieu, déterminé en 1701, de $11^f\ 23^d\ 21'\ 16''$, eſt de $3^f\ 5^d\ 15'\ 55''$ que Saturne a parcouru en 7 années communes, $96^j\ 17^h\ 26'$.

Le moyen mouvement qui répond à cet intervalle de temps eſt de $2^f\ 28^d\ 48'\ 8''$, qui, étant retranché de $3^f\ 5^d\ 15'\ 55''$, reſte $6^d\ 27'\ 47''$, qui meſurent la différence entre le vrai & le moyen mouvement, qui eſt plus grande de $1'\ 17''$ que la plus grande Equation que l'on vient de déterminer de $6^d\ 26'\ 30''$, ce qui fait voir que dans l'Oppoſition de 1708, Saturne avoit déja paſſé ſon Périhélie. On comparera donc l'Oppoſition de 1701 avec celle de 1707, qui eſt arrivée le 6 Décembre à $15^h\ 3'$, le vrai lieu de Saturne étant de $2^f\ 14^d\ 24'\ 27''$; & l'on trouvera que dans l'intervalle entre ces Oppoſitions, qui eſt de 6 années communes, $82^j\ 13^h\ 3'$, le mouvement vrai de Saturne eſt de $2^f\ 21^d\ 3'\ 11''$, auxquels il répond $2^f\ 16^d\ 6'\ 15''$ de moyen mouvement. La différence eſt de $4^d\ 56'\ 56''$, qui eſt plus petite de $1^d\ 29'\ 34''$ que la plus grande Equation, ce qui fait voir que Saturne n'étoit pas encore arrivé à ſon Périhélie; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $1^d\ 29'\ 34''$ plus $1'\ 17''$, ou bien $1^d\ 30'\ 51''$, eſt à $1'\ 17''$; ainſi $14^d\ 12'\ 44''$, mouvement vrai de Saturne entre les Oppoſitions de 1707 & 1708, ſont à 12 minutes, qui, étant retranchées du vrai lieu de Saturne dans l'Oppoſition de 1708, qui a été déterminé de $2^f\ 28^d\ 37'\ 11''$, donnent le vrai lieu de ſon Périhélie en ♊ $28^d\ 25'\ 10''$.

Pour trouver le temps que Saturne eſt arrivé à ſon Périhélie, on fera, comme $1^d\ 30'\ 51''$ eſt à $1'\ 17''$; ainſi $379^j\ 4^h\ 23'$, intervalle entre les Oppoſitions des années 1707 & 1708, ſont à 7 jours & 8 heures, qui, étant retranchés du temps de l'Oppoſition de l'année 1708, qui eſt arrivée le 19 Décembre à 19^h, donnent l'époque du Périhélie de Saturne le 14 Décembre 1708 à 11 heures du ſoir, le vrai lieu de cette Planete étant alors à $28^d\ 25'\ 10''$ des Gemeaux, éloigné de $6^f\ 0^d\ 33'$ du lieu de l'Aphélie, déterminé par les obſervations précédentes, auxquelles nous préférons les derniéres qui paroiſſent avoir été faites avec plus d'exactitude.

Nous avons auſſi déterminé par la ſixiéme méthode, ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, la ſituation de l'Aphélie de Saturne, & nous avons trouvé ſon vrai lieu, ſuivant les obſervations des

années 1685, 1698 & 1699, de	8^f	28^d	$37'$	$33''$
de 1686, 1692 & 1699, de	8	28	30	52
de 1687, 1693 & 1700, de	8	29	33	48
de 1688, 1694 & 1701, de	8	28	44	16
de 1689, 1695 & 1702, de	8	29	15	21
de 1690, 1696 & 1703, de	8	28	39	27
de 1691, 1697 & 1704, de	8	29	20	11

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le vrai lieu de l'Apogée de Saturne, de . . . . . . $8^f\ 28^d\ 57'\ 19''$.

Nous avons calculé de la même maniére le vrai lieu du Périhélie de Saturne, par les obſervations des années 1701, 1707 & 1716, de . . . . $2^f\ 28^d\ 27'\ 13''$, & par celles de 1701, 1708 & 1716, de 2 28 20 50.

Ces deux déterminations du Périhélie ſont fort près de celle que l'on a trouvée par le ſecond exemple, de $2^f\ 28^d\ 25'\ 10''$, & nous avons jugé qu'on devoit la préférer aux autres, à cauſe que les obſervations qu'on y a employées, ont été faites près des Oppoſitions, & avec beaucoup d'exactitude, & que Saturne étant en 1708, fort proche de ſon Périhélie, & à diſtance égale du lieu des Oppoſitions de 1701 & de 1716, le lieu du Périhélie déterminé ſuivant l'hypotheſe elliptique eſt à peu-près le même que celui qui réſulte de l'hypotheſe de Képler.

Enfin, nous avons déterminé par la huitiéme méthode, suivant l'hypothese de Képler, la situation de l'Aphélie de Saturne, suivant les observations des années 1690, 1696 & 1703, de . . . . $8^{s}\ 27^{d}\ 59'\ 8''$, plus petite de $40'\ 19''$ que celle qui résulte des mêmes observations, suivant l'hypothese elliptique simple, ce qui fait voir que dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Saturne doit être moins avancé que nous ne l'avions déterminé par les Oppositions précédentes, & s'accorde plus exactement aux observations faites près de son Périhélie.

Nous avons aussi calculé par la sixiéme méthode, l'excentricité de Saturne, & sa plus grande Equation, & nous avons trouvé par les

Oppositions des années	Excentricité.	Equation.
1685, 1691 & 1698	5633	$6^{d}\ 26'\ 32''$
1686, 1692 & 1699	5623	6 27 50
1687, 1693 & 1700	5668	6 29 54
1690, 1696 & 1703	5665	6 29 3
1701, 1707 & 1716	5669	6 29 22
1701, 1708 & 1716	5655	6 28 26

Enfin, nous avons trouvé par la 8.^{e} méthode, suivant l'hypothese de Képler, l'excentricité de ♄, de 5693,
& sa plus grande Equation, de . . . . $6^{d}\ 31'\ 38''$,
qui approche fort de celle que l'on avoit trouvée par le premier exemple, & que nous avons choisie pour calculer dans cette hypothese, l'Equation de l'Orbe de cette Planete qui convient à tous les degrés de son anomalie.

CHAPITRE V.

Du Mouvement de l'Aphélie de Saturne.

POUR déterminer le mouvement de l'Aphélie de Saturne, nous avons calculé sa situation, telle qu'elle résulte des observations du vrai lieu de cette Planete, qui ont été faites dans les temps les plus reculés, comparées avec celles de Tycho & les nôtres.

La plus ancienne de ces obſervations, qui a été faite par les Chaldéens le 1.er Mars de l'année 228 avant Jeſus-Chriſt, n'ayant point été ſuivie d'aucune autre, ne peut point ſervir à cette recherche, étant néceſſaire d'avoir au moins trois obſervations d'une Planete, faites dans une même révolution, pour déterminer ſon Aphélie ou ſon Périhélie; ainſi nous employerons d'abord les Oppoſitions obſervées par Ptolemée, au nombre de trois, dont la premiére, réduite à nos Tables du Soleil, eſt arrivée le 23 Mars de l'année 127 après Jeſus-Chriſt, à 14 heures, le vrai lieu de Saturne étant à $1^d\ 29'$ de la Balance; la ſeconde le 2 Juin de l'année 133 à $4^h\ 36'$, le vrai lieu de Saturne étant à $9^d\ 48'\frac{1}{2}$ du Sagittaire; & la troiſiéme le 8 Juillet de l'année 136 à $1^h\ 10'$, le vrai lieu de Saturne étant à $14^d\ 18'$ du Capricorne.

Suivant ces obſervations, nous avons trouvé par la ſixiéme méthode, le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne à $24^d\ 14'\ 29''$ du Scorpion, l'excentricité de ſon Orbe étant de 5861 parties, dont le plus grand demi-diametre eſt de 100000, & ſa plus grande Équation dans l'hypotheſe elliptique, de $6^d\ 43'\ 8''$.

Pour déterminer, ſuivant les mêmes obſervations, le temps que Saturne eſt arrivé à ſon Aphélie, on fera, comme $68^d\ 19'\frac{1}{2}$, intervalle entre le vrai lieu de cette Planete dans les deux premiéres obſervations, ſont à $52^d\ 45'$, diſtance de l'Aphélie au lieu de Saturne dans la premiére obſervation; ainſi 6 années 72 jours & 14 heur. $\frac{1}{2}$, intervalle de temps entre les deux premiéres obſervations, ſont à 4 années communes, 286 jours & 6 heures, qui, étant adjoûtées au 23 Mars de l'année 127 à 14 heures, donnent le temps du paſſage de Saturne par ſon Aphélie le 2 Janvier de l'année 132 à 20 heures.

Pour comparer la ſituation de l'Aphélie, qui réſulte des obſervations corrigées de Ptolemée avec les nôtres, nous employerons la détermination de l'Aphélie, que nous avons trouvée par nos obſervations, à $28^d\ 57'\ 19''$ du Sagittaire, moyenne entre celles qui ont été calculées ſuivant l'hypotheſe elliptique.

Cette détermination approche fort de celle qui avoit été trouvée à $28^d\ 58'\ 0''$ du Sagittaire par une autre méthode, ſuivant laquelle Saturne eſt arrivé à ſon Aphélie le 11 Avril de l'année 1694 à $11^h\ 32'$.

Entre le 2 Janvier de l'année 132 & le 11 Avril de l'année 1694, il y a 1562 années & 3 mois, pendant lequel intervalle, l'Aphélie s'eſt avancé de $34^d\ 44'$, depuis $24^d\ 14'$ du Scorpion juſqu'à $28^d\ 58'$ du Sagittaire, ce qui eſt à raiſon de $1'\ 20''$ par année, & de $2^d\ 13'\ 26''$ pour 100 années.

Examinons préſentement quel eſt le mouvement de l'Aphélie & du Périhélie de Saturne, qui réſulte des obſervations de Tycho, comparées à celles de Ptolemée & aux nôtres.

Ces obſervations ont été faites, comme il a été déja remarqué, depuis l'année 1582 juſqu'en 1599, & ayant choiſi celles qui paroiſſent les plus exactes, nous avons calculé par la ſixiéme méthode, le vrai lieu du Périhélie de Saturne, que nous avons trouvé par les Oppoſitions

de 1582, 1588 & 1597, en ♊ $25^d\,22'\,28''$.
de 1583, 1587 & 1595, en ♊ 27 38 55.
de 1585, 1593 & 1599, en ♊ 25 27 10.
de 1586, 1590 & 1597, en ♊ 24 14 53.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le vrai lieu du Périhélie de Saturne en . . . . ♊ $25^d\,40'\ 51''$.

Dans l'Oppoſition du 6 Décembre de l'année 1590, le vrai lieu de Saturne étoit en ♊ $25^d\ 14'\ 10''$, éloigné de ſon Périhélie, déterminé en ♊ $25^d\ 40'\ 51''$, de $26'\ 41''$, qu'il parcourt en 13 jours; ainſi le paſſage de Saturne par ſon Périhélie, eſt arrivé ſuivant cette obſervation le 19 Décembre de l'année 1590, le lieu de l'Aphélie de Saturne, qui doit être à l'oppoſite, étant en ♐ $25^d\ 40'\ 51''$.

Si l'on compare préſentement le lieu de l'Aphélie, déterminé le 19 Décembre 1590 à $25^d\,40'\ 51''$ du Sagittaire, avec celui que nous avons trouvé le 11 Avril 1694 à $28^d\ 58'$ du même Signe, on trouvera que dans l'intervalle de 103 années 3 mois & 23 jours, le mouvement de l'Aphélie de Saturne a été de $3^d\ 17'\ 0''$, ce qui eſt à raiſon de $1'\ 55''$ par année, ce qui excede de $35''$ celui que nous avons trouvé par la comparaiſon de nos obſervations à celles de Ptolemée.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie, déterminé le

19 Décembre 1590 à 25^d 40′ 51″ du Sagittaire, avec celui que nous avons trouvé, par les obſervations de Ptolemée, le 2 Janvier de l'année 132 à 24^d 14′ 29″ du Scorpion, on trouvera que dans cet intervalle de 1459 années moins quelques jours, que l'on peut négliger comme ne cauſant aucune différence ſenſible, le mouvement de l'Aphélie de Saturne a été de 31^d 26′, ce qui eſt à raiſon de 1′ 18″$\frac{1}{2}$.

Comme les Oppoſitions de Saturne avec le Soleil, obſervées par Tycho, ont été faites vers le Périhélie, que nous avons déterminé par nos propres obſervations le 12 Décembre de l'année 1708 à 28^d 25′ du Sagittaire, moins avancé de 33′ que celui qui réſulte des obſervations faites en 1694, nous avons jugé à propos de les comparer enſemble, & nous avons trouvé que depuis le 20 Décembre de l'année 1590, temps auquel le lieu du Périhélie étoit à 25^d 40′ 51″ du Sagittaire, juſqu'au 12 Décembre 1708, temps auquel le Périhélie de Saturne étoit à 28^d 25′ 10″ du même Signe, il y a eu un intervalle de 118 années moins quelques jours, pendant leſquels le mouvement de ce Périhélie a été de 2^d 44′ 20″, ce qui eſt à raiſon de 1′ 23″$\frac{1}{2}$ par année, & approche fort de toutes les déterminations qui réſultent des obſervations de Ptolemée, comparées à celles de Tycho & aux nôtres.

Suppoſant les obſervations de Tycho, qui ont ſervi à déterminer le temps des Oppoſitions de Saturne, & le vrai lieu de ſon Périhélie, exactes, autant que les Inſtruments dont il ſe ſervoit, le pouvoient permettre, il ſuivroit que le mouvement de l'Aphélie & du Périhélie de Saturne auroit été plus lent depuis Ptolemée juſqu'à Tycho, que depuis Tycho juſqu'à nous ; ou bien que la ſituation du Périhélie ne ſeroit pas exactement oppoſée à celle de l'Aphélie, en ſorte qu'il y auroit quelque Équation à employer au vrai lieu de Saturne dans ces deux points oppoſés de ſon Orbe, ce qui y formeroit une eſpece de libration.

Cette derniére ſuppoſition s'accorde avec ce que nous avons trouvé par une ſuite d'obſervations non interrompuës pendant plus d'une révolution entiére de Saturne, ſuivant leſquelles nous avons trouvé l'Aphélie de Saturne le 11 Avril de l'année 1694 à 28^d 58′ du Sagittaire, & ſon Périhélie le 12 Décembre 1708 à 28^d 25′ 10″ du même Signe. Car ſi l'on adjoûte au vrai lieu de l'Aphélie de Saturne, déterminé le 11 Avril 1694 à 28^d 58′ du Sagittaire, le mouvement de cet Aphélie qui répond à l'intervalle de 14 années & 8 mois, depuis le 11 Avril 1694 jusqu'au 12 Décembre 1708, qui, à raison de 1′ 20″ par année, est de 19′ 33″, on aura le 12 Décembre 1708, le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne en ♐ 29^d 17′$\frac{1}{2}$, & celui de son Périhélie, supposé à l'opposite, en ♊ 29^d 17′$\frac{1}{2}$, éloigné de près d'un degré de celui que nous avons trouvé par plusieurs observations faites avec exactitude.

CHAPITRE VI.

De la seconde Inégalité de Saturne, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

APRÈS avoir déterminé le mouvement de Saturne par rapport au Soleil, autour duquel cette Planete fait sa révolution, il faut considérer son mouvement à l'égard de la Terre, d'où nous observons la situation des Astres, & à laquelle il est par conséquent nécessaire de rapporter leurs mouvements.

Cette recherche demande, comme on l'a expliqué ci-devant, que l'on connoisse la distance de Saturne au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, ce que nous trouverons en cette maniére.

Soit *S (Fig. 52.)* le Soleil, *BTE* l'Orbe annuel de la Terre qui y est placée en *T, AHPC* l'Orbe de Saturne, sur lequel on supposera d'abord cette Planete placée en *R* près de ses Nœuds avec fort peu de latitude, *TC, SD* deux lignes droites tirées de la Terre & du Soleil au point du Bélier, qui sont censées paralleles, à cause que ce point est supposé à une distance infinie.

On déterminera par le moyen d'une observation de Saturne faite hors de son Opposition avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre, qui est mesuré par l'angle *CTR,* & on calculera par les éléments de la théorie de Saturne, son vrai lieu vû du Soleil pour le temps observé, qui est mesuré par l'angle *DSR,* & que l'on corrigera pour une plus grande exactitude, par les observations qui ont été faites dans les Oppositions qui ont précédé & qui ont suivi. La différence entre l'angle *CTR* ou *DOR,* &

l'angle *DSR* meſure la ſeconde Inégalité de Saturne, qui eſt repréſentée par l'angle *SRT* que cette Planete fait à l'égard du Soleil & de la Terre.

Cette Inégalité n'eſt point cauſée par aucune augmentation ou diminution réelle dans le mouvement de cette Planete, mais ſeulement par la différente ſituation où elle ſe trouve à l'égard de la Terre, ce qui fait qu'on la doit regarder comme une Inégalité optique.

Elle eſt la plus grande qui ſoit poſſible lorſque l'angle *STR*, obſervé entre le Soleil & Saturne, eſt de 90 degrés, c'eſt-à-dire, lorſque cette Planete eſt dans ſes moyennes diſtances à l'égard du Soleil, qui eſt un des temps les plus favorables pour en déterminer la quantité.

On voit ici que pour reconnoître cette Inégalité, il n'eſt point néceſſaire d'avoir recours aux obſervations anciennes. Les modernes ſeules ſuffiſent, & doivent même leur être préférées à cauſe de leur plus grande exactitude. Car nous ſuppoſons ici que l'Orbe de Saturne eſt d'une figure invariable, c'eſt-à-dire, que les diſtances du foyer où eſt placé le Soleil à tous les points de cet Orbe, ont été toûjours les mêmes à égale diſtance de ſon Aphélie & de ſon Périhélie, & que s'il y a eu des variations, comme quelques obſervations donnent lieu de le préſumer, ce n'a été que par des cauſes phyſiques paſſageres qui venant à ceſſer, laiſſent rétablir le ſyſteme de cette Planete dans l'état où elles l'ont trouvé.

Pour déterminer par le moyen de la ſeconde Inégalité de Saturne, ſa diſtance au Soleil par rapport à celle du Soleil à la Terre, on calculera pour le temps de l'obſervation, le vrai lieu du Soleil qui ſera meſuré par l'angle *CTG*, & qui, étant retranché de l'angle *CTR* du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, auquel on adjoûtera 12 Signes s'il eſt plus petit que le vrai lieu du Soleil, donne l'angle de la diſtance apparente de Saturne au Soleil, ou ſon ſupplément à 360 degrés, qui eſt meſuré par l'angle *RTG*.

On calculera auſſi par la théorie du Soleil, ou bien l'on cherchera dans les Tables, la diſtance *TS* de la Terre au Soleil au temps de l'obſervation, par rapport à la moyenne ſuppoſée de 10000, & dans le Triangle *SRT*, dont les angles *SRT, RTS*, & le côté *TS*, oppoſé à l'un de ces angles, ſont connus, on

trouvera

trouvera la diſtance *RS* de Satûrne au Soleil par rapport à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, ſuppoſée de 10000.

Lorſque Saturne étant en *R*, à la diſtance de 90 degrés ou environ du Soleil, ſe trouve éloigné de ſes Nœuds, ce qui arrive le plus ſouvent, parce que cette Planete ne ſe rencontre ſur l'Ecliptique que deux fois dans l'eſpace d'une révolution qui eſt d'environ 30 années, on abbaiſſera du point *R* ſur le plan de l'Ecliptique, la perpendiculaire *RI*, & l'on joindra les lignes *TI*, *SI*. L'angle *DSI* repréſentera le lieu de Saturne, vû du Soleil, par rapport à l'Ecliptique; l'angle *CTI* ſon vrai lieu vû de la Terre, qui eſt celui qui a été obſervé; l'angle *RSI* la latitude de cette Planete vûe du Soleil; & l'angle *RTI* ſa latitude vûe de la Terre. On réduira le vrai lieu de Saturne, vû du Soleil ſur ſon Orbite, à ſon vrai lieu ſur l'Ecliptique, pour avoir l'angle *DSI*. Prenant la différence entre cet angle & l'angle *CTI*, on aura l'angle *SIT*, qui meſure la ſeconde Inégalité de Saturne. Si l'on retranche préſentement l'angle *CTG*, qui meſure le vrai lieu du Soleil, de l'angle *CTI*, auquel on adjoûtera 12 Signes s'il eſt plus petit que celui du Soleil, on aura la valeur de l'angle *STI* entre Saturne & le Soleil vû de la Terre, ou ſon ſupplément à 360 degrés; & dans le Triangle *ITS*, dont les angles *SIT*, *STI*, & le côté *TS* ſont connus, on trouvera la diſtance *IS* de Saturne au Soleil, réduite à l'Ecliptique. On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *STI* eſt au ſinus de l'angle *IST*; ainſi *IS* eſt à *IT*; ainſi le ſinus de l'angle *RTI*, latitude de Saturne obſervée de la Terre, eſt au ſinus de l'angle *RSI*, qui meſure ſa vraye latitude vûe du Soleil; & dans le Triangle *RIS*, rectangle en *I*, on ſera, comme le ſinus du complément de l'angle *RSI*, latitude de Saturne vûe du Soleil, eſt au ſinus total; ainſi *IS*, diſtance de cette Planete au Soleil, réduite à l'Ecliptique, eſt à *RS*, qui meſure ſa diſtance au Soleil ſur ſon Orbite. *Ce qu'il falloit trouver.*

On peut déterminer de la même maniére la diſtance de Saturne au Soleil lorſque cette Planete eſt dans ſon Aphélie, ſon Périhélie & tous les autres degrés de ſon Orbe. Mais comme cette recherche demanderoit des obſervations exactes, faites dans ces divers points, on y ſuppléera par la théorie, en employant ſeulement quelques obſervations faites avec le plus d'exactitude dans les circonſtances les plus favorables, en cette maniére.

Soit *T* (*Voy. Fig. 28.*) le Soleil placé à l'un des foyers de l'Ellipſe *ABP*, qui repréſente l'Orbe de Saturne dans l'hypotheſe elliptique ſimple, ou dans celle de Képler, *I* le lieu de Saturne ſur cet Orbe au temps de l'obſervation donnée, *IT* la diſtance de cette Planete au Soleil, dont la quantité a été trouvée par rapport à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, *CT* l'excentricité de l'Orbe de Saturne, qui a été déterminée dans l'hypotheſe elliptique ſimple, de 5700 parties, dont le demi-diametre de l'Orbe *AC* eſt de 100000, & dans l'hypotheſe de Képler, de 5693. *TF* le double de l'excentricité, qui détermine au point *F* l'autre foyer de l'Ellipſe autour duquel Saturne décrit ſon moyen mouvement dans l'hypotheſe elliptique ſimple.

Lorſque le vrai lieu de Saturne vû du Soleil a été calculé ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, auquel cas l'angle *FIT* meſure l'Equation de l'Orbe de cette Planete, & *TF* le double de l'excentricité; on fera, comme le ſinus de l'angle *AFI* de l'anomalie moyenne de Saturne, eſt au ſinus de l'angle *ATI* de ſon anomalie vraye; ainſi *TI*, diſtance de Saturne au Soleil au temps de l'obſervation, eſt à *FI*, qui, étant adjoûtée à *TI*, donne par la proprieté de l'Ellipſe, la grandeur de l'axe *AP*, dont la moitié eſt *AC*.

Lorſque le vrai lieu de Saturne vû du Soleil a été calculé ſuivant l'hypotheſe de Képler, auquel cas l'angle *AFI* ne meſure pas ſon anomalie moyenne, on prolongera *TI* en *V*, en ſorte que *TV* ſoit égale au grand axe *AP*, & on menera de l'autre foyer *F*, aux points *I* & *V*; les lignes *FI* & *FV*. Par la proprieté de l'Ellipſe, les lignes *FI*, *IT*, ſont égales au grand axe *AP* ou *TV*, qui lui eſt égal par la conſtruction; c'eſt pourquoi ſi l'on retranche de part & d'autre *TI*, on aura *FI* égal à *IV*. Maintenant dans le Triangle *FVT*, le côté *FT*, double de l'excentricité, étant connu, de même que le côté *TV* ou *AP*, & l'angle *ATI*, qui meſure l'anomalie vraye de Saturne, étant connu par les Tables ou la théorie de cette Planete, on trouvera la valeur de l'angle *FVT*, qui, à cauſe des côtés égaux *FI*, *IV* eſt la moitié de l'angle *FIT*, qui ſera par conſéquent connu; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *AFI* eſt au ſinus de l'angle *ATI*; ainſi *TI*, diſtance de Saturne au Soleil au temps de l'obſervation, eſt à *FI*, qui, étant adjoûtée à *TI*, donne par la propriété de l'Ellipſe, la grandeur de l'axe *AP* en parties, dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000.

On fera enſuite, comme *AC* 100000 eſt à *CT* 5693; ainſi le demi-axe *AC*, que l'on vient de déterminer, eſt à *CT*, qui, étant adjoûté à *AC*, donne la diſtance *AT* de Saturne au Soleil dans ſon Aphélie, & qui, en étant retranché, donne la diſtance *PT* de cette Planete au Soleil dans ſon Périhélie, en parties dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 10000.

La diſtance *FT* entre les foyers *F* & *T* de l'Orbe de Saturne étant connuë, on peut trouver réciproquement la diſtance de cette Planete au Soleil dans tous les endroits de ſon Orbe pour tous les degrés de ſon anomalie vraye. Car dans le Triangle *FVT*, dont le côté *TV* ou *AP*, & le côté *FT* ſont connus, de même que l'angle *ATI*, compris entre ces côtés, qui meſure l'anomalie vraye donnée, on trouvera la valeur de l'angle *FVT*, dont le double eſt égal à l'angle *FIT*; & dans le Triangle *FIT*, dont les angles *FIT*, *FTI*, & le côté *FT* ſont connus, on trouvera la valeur du côté *TI*, qui meſure la diſtance de Saturne au Soleil qui répond à l'angle *ATI* de l'anomalie vraye donnée.

Cette méthode convient à toutes les deux hypotheſes, & il faut l'employer dans l'hypotheſe elliptique ſimple lorſque les Equations de l'Orbe de Saturne ne ſont point calculées.

EXEMPLE.

Le 6 Octobre de l'année 1695, M. Flamſteed a obſervé à Greenwich, le paſſage de Saturne par le Méridien à $6^h\ 5'\ 3''$, temps vrai, & ſa hauteur méridienne apparente, de $15^d\ 41'\ 50''$; d'où il a conclu l'aſcenſion droite de cette Planete, de $280^d\ 19'\ 0''$, & ſa déclinaiſon méridionale, de $22^d\ 52'\ 50''$.

Calculant par le moyen de cette aſcenſion droite & de cette déclinaiſon, le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on le trouve à $9^d\ 29'\ 49''$ du Capricorne, avec une latitude ſeptentrionale de $0^d\ 15'\ 45''$, ce qui eſt une circonſtance favorable, parce que cette Planete étant près de ſes Nœuds, ſon vrai lieu ſur ſon Orbe différe peu de celui où elle étoit par rapport à l'Ecliptique.

Calculant pour le temps de cette obſervation, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, on le trouve en ♑ $15^{d}\ 2'\ 27''$. Y adjoûtant 9 minutes, à cauſe que le vrai lieu calculé étoit moindre que le vrai lieu obſervé, dans l'Oppoſition qui a précédé cette obſervation, de $9'\ 22''$, & dans la ſuivante, de $8'\ 21''$, on aura le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par les obſervations, en ♑ $15^{d}\ 11'\ 27''$.

Retranchant de ce lieu, celui de Saturne vû de la Terre, qui étoit en ♑ $9^{d}\ 29'\ 49''$, on aura l'angle *TRS (Fig. 52.)* qui meſure la ſeconde Inégalité de Saturne, de $5^{d}\ 41'\ 38''$.

Pour une plus grande exactitude, il faut adjoûter au vrai lieu de Saturne vû du Soleil, 24 ſecondes pour la réduction à l'Ecliptique, & on aura ſon vrai lieu en ♑ $15^{d}\ 11'\ 51''$, & ſa ſeconde Inégalité, de $5^{d}\ 42'\ 2''$.

Le vrai lieu du Soleil calculé pour le même temps, étoit en ♎ $9^{d}\ 41'\ 31''$, & ſa diſtance à la Terre, de 9999 parties dont la moyenne eſt de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, qui étoit en ♑ $9^{d}\ 29'\ 49''$, on aura l'angle *RTS* entre Saturne & le Soleil vû de la Terre, de $89^{d}\ 48'\ 18''$, fort approchant de 90 degrés, où la ſeconde Inégalité eſt la plus grande qui ſoit poſſible, ce qui eſt auſſi, comme nous l'avons remarqué, une circonſtance favorable pour en déterminer la quantité.

Maintenant dans le Triangle *RTS,* où l'angle *TRS,* qui meſure la ſeconde Inégalité de Saturne, a été trouvé de $5^{d}\ 42'\ 2''$, l'angle *RTS,* de $89^{d}\ 48'\ 18''$, & le côté *TS,* diſtance de la Terre au Soleil, de 9999, on trouvera la diſtance *RS* de Saturne au Soleil, de 100581 parties dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000.

Pour déterminer préſentement la diſtance de Saturne au Soleil dans ſon Aphélie, ſon Périhélie, & les autres lieux de ſon Orbe, on retranchera le lieu de l'Aphélie de Saturne, qui étoit alors en ♐ $28^{d}\ 3'\ 6''$, de ſon vrai lieu vû du Soleil, qui a été déterminé en ♑ $15^{d}\ 11'\ 27''$, & l'on aura ſon anomalie vraye, qui eſt repréſentée par l'angle *ATV (Voy. Fig. 28.)* de $17^{d}\ 8'\ 21''$; & dans le Triangle *VFT,* dont le côté *VT* ou *AP* eſt connu de 200000, le côté *FT*, double de l'excentricité *CT* eſt de 11386 dans l'hypotheſe de Képler, & l'angle compris *ATV*, de 17^{d} 8′ 21″, l'on trouvera l'angle *FVT*, de 1^{d} 1′ 0″, dont le double *FIT* ſera de 2^{d} 2′ 0″. L'adjoûtant à l'angle *ATV*, de 17^{d} 8′ 21″, on aura l'angle *AFI*, de 19^{d} 10′ 21″; & l'on ſera, comme le ſinus de l'angle *AFI*, de 19^{d} 10′ 21″ eſt au ſinus de l'angle *ATV*, de 17^{d} 8′ 21″; ainſi *TI*, diſtance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 100581, eſt à *FI*, que l'on trouvera de 90255. L'adjoûtant à *TI*, on aura le grand axe *AP* de l'Orbe de Saturne, de 190836, dont la moitié meſure le demi-axe *AC*, qui ſera par conſéquent de 95418; & l'on ſera, comme *AC* 100000 eſt à *CT* 5693; ainſi *AC* 95418 eſt à *CT*, que l'on trouvera de 5432 parties dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, eſt de 10000. Adjoûtant *CT* à *AC*, on aura *AT*, de 100850, & le retranchant de *AC* ou *PC*, on aura *PT*, de 89986.

Les diſtances de Saturne au Soleil dans ſon Aphélie & dans ſon Périhélie étant ainſi connuës, on trouvera la diſtance de cette Planete au Soleil dans tous les endroits de ſon Orbe, comme, par exemple, lorſqu'il eſt éloigné de ſon Aphélie, de 30 degrés. Car dans le Triangle *VTF*, le côté *TV* ou *AP* étant de 190836, le côté *FT*, double de *CT*, de 10864, & l'angle *ATV*, compris entre ces côtés, de 30 degrés, l'on trouvera l'angle *FVT*, de 1^{d} 42′ 54″, dont le double meſure l'angle *FIT*, qui ſera par conſéquent de 3^{d} 25′ 48″. L'adjoûtant à l'angle *ATI*, de 30 degrés, on aura l'angle *AFI*, de 33^{d} 25′ 48″, & l'on ſera, comme le ſinus de l'angle *FIT*, de 3^{d} 25′ 48″, eſt au ſinus de l'angle *AFI*, de 33^{d} 25′ 48″; ainſi *FT* 10864, eſt à la diſtance *TI* de Saturne au Soleil lorſque l'anomalie vraye eſt de 30 degrés, qu'on trouvera de 100045 parties dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 10000.

Autre Méthode de déterminer le rapport de la diſtance de Saturne au Soleil & à la Terre dans ſon Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de ſon Orbe.

On peut employer une autre méthode pour trouver la diſtance de Saturne au Soleil dans ſon Aphélie ou Périhélie, & tous les degrés de ſon Orbe, en cette maniére.

Du point *C* (*Fig.* 53.) comme centre, & de l'intervalle *CA*, ſoit décrit le cercle *AHPM*, circonſcrit à l'Ellipſe *AGPE*, qui repréſente l'Orbe de Saturne dont les foyers ſont en *S* & en *F*. Soit fait l'angle *ASL* égal à l'anomalie vraye de cette Planete qui eſt donnée, & ſoient menées des points *C* & *L*, les lignes *CH*, *TLI*, perpendiculaires à *AP*. Des points *F*, *C*, *S*, ſoient tirées aux points *L*, *I*, *G*, les lignes *FL*, *FI*, *CL*, *CI*, *SL*, *SI*, *SG*.

Dans le Triangle *CGS*, rectangle en *C*, l'excentricité *CS* étant connuë par rapport au demi-axe *CH* ou *SG*, qui lui eſt égal, ſuppoſé de 100000, on aura la valeur de *CG*, & l'on fera, comme *CG* eſt à *CH*, ou par la propriété de l'Ellipſe, *TL* à *TI*; ainſi la tangente de l'angle *ASL*, qui meſure l'anomalie vraye de Saturne donnée, eſt à la tangente de l'angle *ASI*. On fera auſſi, comme *CI* ou *CA* eſt à *CS*; ainſi le ſinus de l'angle *ASI* eſt au ſinus de l'angle *CIS*, qui, étant adjoûté à l'angle *ASI*, donne l'angle *ACI*.

On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *TIS*, complément de l'angle *ASI*, eſt au ſinus de l'angle *TLS*, complément de l'angle *ASL*; ainſi *SL* connu en parties dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000, eſt à *SI*.

Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'angle *ACI* eſt au ſinus de l'angle *ASI*; ainſi *SI* eſt à *CI* ou *CA*, demi-axe de l'Orbe de Saturne, que l'on trouvera en parties dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000; & comme *CA* 100000 eſt à *CS* 5693; ainſi *CA*, dont l'on vient de déterminer la quantité, eſt à *CS*, qui, étant adjoûté à *CA*, donne la diſtance *AS* de Saturne au Soleil lorſqu'il eſt dans ſon Aphélie, & qui, en étant retranché, donne ſa diſtance *PS* au Soleil lorſqu'il eſt dans ſon Périhélie.

Ces diſtances étant connuës, on peut trouver réciproquement la diſtance de Saturne au Soleil pour tous les degrés de l'Orbe de cette Planete, en faiſant d'abord, comme *CG* connu en parties dont le demi-axe *AC* ou *CH* eſt de 100000, eſt à *CH* 100000; ainſi la tangente de l'angle *ASL* de l'anomalie vraye de Saturne donnée, eſt à la tangente de l'angle *ASI*. On fera enſuite, comme *AC* ou *CI* 100000, eſt à *CS* 5693; ainſi le ſinus de l'angle *ASI* eſt au ſinus de l'angle *CIS*, qui, étant adjoûté à l'angle *ASI*, donne l'angle *ACI*; & comme le ſinus de l'angle *ASI* eſt au ſinus de l'angle *ACI*; ainſi *CI* ou *AC*, demi-axe connu en parties dont la moyenne diſtance au Soleil eſt de 10000, eſt à *SI*. Enfin l'on fera, comme le ſinus du complément de l'angle *TSL* ou *ASL* eſt au ſinus du complément de l'angle *TSI* ou *ASI*; ainſi *SI* eſt à *SL*, diſtance cherchée de Saturne au Soleil, qui répond à l'angle *ASL* de l'anomalie vraye de cette Planete donnée.

Cette méthode peut être auſſi employée dans l'hypotheſe elliptique ſimple, & il eſt aiſé de voir que le calcul de la diſtance de Saturne au Soleil lorſqu'il eſt dans ſon Aphélie ou Périhélie, & dans tous les lieux de ſon Orbe, eſt plus composé que par la méthode précédente; mais qu'on y doit trouver avec plus d'exactitude, la diſtance de cette Planete au Soleil pour les différents degrés de ſon anomalie vraye, à cauſe de la petiteſſe de l'angle *CLS*, qui meſure l'Equation de l'Orbe de Saturne, dont on s'eſt ſervi dans l'exemple précédent pour trouver la diſtance de Saturne au Soleil.

EXEMPLE.

Le 2 Octobre de l'année 1695 à $6^h\ 5'\ 3''$ au Méridien de Greenwich, l'anomalie vraye de Saturne étant de $17^d\ 8'\ 21''$, & ſa diſtance au Soleil ayant été trouvée de 100581 parties dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 10000, on veut trouver la diſtance de cette Planete au Soleil dans ſon Aphélie ou Périhélie, & tous les autres lieux de ſon Orbe.

On fera, comme *GS* 100000 eſt à *CS* 5693; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *CGS*, que l'on trouvera de $3^d\ 15'\ 49''$, dont le complément *CSG* eſt de $86^d\ 44'\ 11''$; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *CSG*, de $86^d\ 44'\ 11''$ eſt au ſinus total; ainſi *CH* ou *SG* 100000 eſt à *CG*, que l'on trouvera de 99837, & comme *CG* 99837 eſt à *CH* 100000; ainſi la tangente de l'angle *ASL*, anomalie vraye de Saturne, qui eſt de $17^d\ 8'\ 21''$ eſt à la tangente de l'angle *ASI*, que l'on trouvera de $17^d\ 9'\ 56''$. On fera enſuite, comme *CI* ou *CA* 100000 eſt à *CS* 5693; ainſi le ſinus de l'angle *ASI*, de $17^d\ 9'\ 56''$ eſt au ſinus de l'angle *CIS*, de $0^d\ 57'\ 46''$, qui, étant adjoûté à l'angle ASI, donne l'angle ACI, de $18^d\ 7'\ 42''$, & comme le ſinus de l'angle TIS, de $72^d\ 50'\ 4''$, complément de l'angle ASI, de $17^d\ 9'\ 56''$ eſt au ſinus de l'angle TLS, de $72^d\ 51'\ 39''$, complément de l'angle ASL, de $17^d\ 8'\ 21''$; ainſi SL, diſtance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 100581 eſt à SI, que l'on trouvera de 100596. Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'angle ACI, de $18^d\ 7'\ 42''$ eſt au ſinus de l'angle ASI, de $17^d\ 9'\ 56''$; ainſi SI, que l'on vient de trouver de 100596 eſt au demi-axe CI ou AC, que l'on trouvera de même que par l'exemple précédent, de 95418 parties dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 10000; on aura donc CS, de 5432 de ces parties, qui, étant adjoûté à 95418, donne AS, de 100850, & qui, en étant retranché, donne PS, de 89986.

Pour trouver préſentement la diſtance de Saturne au Soleil dans tous les lieux de ſon Orbe, comme, par exemple, lorſqu'il eſt éloigné de ſon Aphélie, de 30 degrés, on fera, comme CG 99837 eſt à CH 100000; ainſi la tangente de l'angle ASL, de 30 degrés, eſt à la tangente de l'angle ASI, que l'on trouvera de $30^d\ 2'\ 24''$. On fera enſuite, comme AC ou CI 100000 eſt à CS 5693; ainſi le ſinus de l'angle ASI, de $30^d\ 2'\ 24''$ eſt au ſinus de l'angle CIS, de $1^d\ 37'\ 59''$, qui, étant adjoûté à l'angle ASI, donne l'angle ACI, de $31^d\ 40'\ 23''$, & comme le ſinus de l'angle ASI eſt au ſinus de l'angle ACI; ainſi CI ou AC, connu de 95418, eſt à SI, que l'on trouvera de 100080. Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'angle TLS, de $60^d\ 0'\ 0''$, complément de l'angle ASL, de 30 degrés, eſt au ſinus de l'angle TIS, de $59^d\ 57'\ 36''$, complément de l'angle ASI; ainſi SI 100080, eſt à SL, diſtance cherchée de Saturne au Soleil lorſque ſon anomalie vraye eſt de 30 degrés, qu'on trouvera de 100043 parties dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000.

CHAPITRE VII.

CHAPITRE VII.

Des Nœuds de Saturne.

JUsqu'a présent nous avons considéré la situation de Saturne par rapport à l'Ecliptique, quoique l'Orbe que cette Planete décrit par son mouvement propre, soit sur un plan incliné à l'Ecliptique; d'où il résulte que les mouvements de cette Planete, réduits à l'Ecliptique, ne répondent pas aux lieux où elle se trouve effectivement sur son Orbe. Il est donc nécessaire de pouvoir réduire le vrai lieu de Saturne observé par rapport à l'Ecliptique, à son vrai lieu sur son Orbite; & réciproquement, connoissant le vrai lieu de Saturne sur son Orbite, il faut le réduire à l'Ecliptique, ce qui demande la connoissance de l'inclinaison de son Orbe, & du lieu de son intersection avec l'Ecliptique, qu'on appelle *Nœuds.*

Première Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne, & leur époque, ou le temps que cette Planete est arrivée à l'un de ses Nœuds.

La méthode la plus simple pour déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne & leur époque, est d'observer les temps où cette Planete n'a point de latitude à l'égard de l'Ecliptique, parce que le Soleil & la Terre étant toûjours sur le plan de l'Ecliptique lorsque Saturne, dans l'intersection de son Orbe avec l'Ecliptique, se trouve sur son plan, cette Planete n'a point de latitude à l'égard de la Terre, ni à l'égard du Soleil, & le temps de l'observation détermine l'époque du Nœud de Saturne, sans qu'il soit nécessaire d'y faire aucune réduction.

A l'égard du vrai lieu du Nœud de Saturne, il faut examiner si cette Planete se trouve alors dans son Opposition avec le Soleil, ou si elle en est éloignée.

Lorsque Saturne est en Opposition, le vrai lieu de son Nœud vû du Soleil, est précisément le même que le vrai lieu de cette Planete vû de la Terre.

Lorsque Saturne est hors de ses Oppositions, on réduira le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, à son vrai lieu vû du Soleil, qui ſera en même temps le vrai lieu du Nœud de Saturne qui répond à l'époque ou au temps de l'obſervation donné.

Il eſt aiſé de voir que Saturne employant environ 30 années à décrire ſon Orbe, il ne paſſe dans cet intervalle de temps que deux fois par l'Ecliptique; & qu'ainſi les obſervations pour déterminer les Nœuds ſuivant cette méthode, ne peuvent ſe faire que tous les quinze ans; encore eſt-il néceſſaire que dans ce temps, Saturne ne ſe trouve point près de ſa Conjonction avec le Soleil, où il eſt pluſieurs mois ſans qu'on puiſſe l'appercevoir, & que le temps ſoit alors favorable pour déterminer ſa ſituation, ce qui rend ces obſervations fort rares.

Exemple.

Le 25 Mai de l'année 1696, le paſſage de Saturne par le Méridien a été obſervé à $15^h\ 39'\ 20''$, & ſa hauteur méridienne, de $20^d\ 20'$.

Convertiſſant ce temps en degrés, minutes & ſecondes, à raiſon de 15 degrés par heure, on aura la différence entre l'aſcenſion droite de Saturne & celle du Soleil au temps de cette obſervation, de $234^d\ 50'$, à laquelle adjoûtant l'aſcenſion droite du Soleil, qui, ſuivant nos Tables, étoit alors de $63^d\ 45'\ 18''$, on aura l'aſcenſion droite de Saturne pour ce temps, de $298^d\ 35'\ 18''$.

Retranchant de ſa hauteur méridienne, qui a été obſervée de $20^d\ 20'$, la réfraction qui, à cette hauteur, eſt de $2'\ 37''$, on aura la hauteur véritable de cette Planete, de $20^d\ 17'\ 23''$, dont la différence à la hauteur de l'Equateur, qui eſt à Paris, de $41^d\ 9'\ 50''$, donne la déclinaiſon méridionale de cette Planete, de $20^d\ 52'\ 27''$.

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon de Saturne étant connuës pour le temps de l'obſervation, on trouvera, en ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 28'\ 40''$, telle qu'elle étoit en ce temps-là, ſa longitude de $9^s\ 26^d\ 33'\ 30''$, & ſa latitude ſeptentrionale, de 8 ſecondes, qu'on peut négliger, à cauſe qu'il eſt difficile de s'aſſûrer d'une plus grande préciſion dans l'obſervation des hauteurs des Aſtres.

Cette obſervation eſt éloignée de l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil, qui ne devoit arriver que le 15 Juillet ſuivant, c'eſt pourquoi on calculera pour le temps que Saturne étoit dans ſon Nœud, le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, qu'on trouvera à $22^d\ 10'\ 13''$ du Capricorne, qui ſera en même temps le vrai lieu du Nœud de Saturne dans ſon Orbite.

Seconde Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne.

Lorſqu'on n'a pas obſervé Saturne dans le temps qu'il a paſſé par l'un de ſes Nœuds, on peut déterminer leur ſituation en comparant les obſervations de cette Planete, qui ont été faites avant & après, pourvû qu'il s'en trouve deux de part & d'autre où Saturne ſoit à égale diſtance de ſes Nœuds.

On calculera pour cet effet le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & ſa latitude apparente pour un grand nombre d'obſervations; & ayant choiſi deux de celles que l'on jugera éloignées de part & d'autre à peu-près de la même quantité de l'un de ces Nœuds, on calculera par la théorie de Saturne le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, pour ces temps différents: on calculera auſſi pour le même temps, le vrai lieu du Soleil qui eſt meſuré par l'angle *CTG (Fig. 52.)* qu'on retranchera de l'angle *CTR,* qui meſure le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & l'on aura la valeur de l'angle *RTG,* diſtance apparente de Saturne au Soleil.

On retranchera auſſi l'angle *CTG* ou *DSG,* qui meſure le vrai lieu du Soleil, de l'angle *DSR,* vrai lieu de Saturne vû du Soleil, & l'on aura l'angle *GSR,* ou ſon ſupplément *RST,* qui meſure la diſtance de Saturne à la Terre vûe du Soleil.

La latitude de Saturne placée en *R,* vûe de la Terre en *T,* eſt à la vraye latitude vûe du Soleil en *S,* en raiſon réciproque des diſtances *TR* & *SR.* Mais *SR* eſt à *TR,* comme le ſinus de l'angle *RTS* eſt au ſinus de l'angle *RST:* donc la latitude de Saturne vûe de la Terre eſt à ſa vraye latitude vûe du Soleil en raiſon directe du ſinus de l'angle *RTS* au ſinus de l'angle *RST.*

Les angles *RTS* & *RST* ayant donc été déterminés pour le temps des deux obſervations que l'on veut comparer enſemble, on connoîtra par le moyen de la latitude apparente de Saturne obſervée, ſa latitude véritable vûe du Soleil, qui doit être de la même quantité dans chacune de ces obſervations, lorſque cette

Planete eſt également éloignée de ſes Nœuds. Dans ce cas on prendra la différence entre le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, calculé pour le temps de ces deux obſervations, cette différence étant partagée en deux parties égales, & adjoûtée au vrai lieu de Saturne dans la premiére obſervation, donne le vrai lieu du Nœud de cette Planete pour le temps moyen entre ces deux obſervations.

Lorſque les deux latitudes de Saturne vûes du Soleil ne ſont pas préciſément de la même quantité, on calculera par l'obſervation la plus prochaine, ſa latitude vûe du Soleil, & on prendra la partie proportionnelle avec laquelle on trouvera le lieu de Saturne vû du Soleil dans le temps que les deux latitudes étoient de la même quantité, ce qui donnera à peu-près la même préciſion, lorſque la variation de la latitude de Saturne eſt ſenſible.

Exemple.

Le 13 Mars de l'année 1693 à $17^h\ 50'$, le vrai lieu de Saturne vû de la Terre a été déterminé par l'obſervation de ſon paſſage par le Méridien, de $8^f\ 22^d\ 56'\ 30''$, & ſa latitude ſeptentrionale de $1^d\ 24'\ 50''$.

Le 3 Mai de l'année 1699 à $15^h\ 50'$, le vrai lieu de Saturne vû de la Terre a été déterminé par l'obſervation de ſon paſſage par le Méridien, de $11^f\ 1^d\ 0'\ 50''$, & ſa latitude méridionale, de $1^d\ 22'\ 20''$.

On calculera pour le temps de la premiére obſervation le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, de $8^f\ 17^d\ 4'\ 37''$, & le vrai lieu du Soleil, de $11^f\ 24^d\ 23'\ 18''$. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne, on aura la diſtance de Saturne au Soleil, de $8^f\ 22^d\ 41'\ 19''$, dont le ſupplément à 360 degrés, meſure l'angle RSG, qui ſera de $3^f\ 7^d\ 18'\ 41''$. Retranchant auſſi le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on aura la diſtance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de $8^f\ 28^d\ 33'\ 12''$, dont le ſupplément $91^d\ 26'\ 48''$, meſure l'angle RTS.

On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle RTS, de $91^d\ 26'\ 48''$ eſt au ſinus de l'angle RST, de $82^d\ 41'\ 19''$, complément de l'angle RSG; ainſi la latitude de Saturne vûe de la Terre, qui a été déterminée de $1^d\ 24'\ 50''$, eſt à ſa latitude véritable vûe du Soleil, qui ſera de $1^d\ 24'\ 10''$ vers le Septentrion.

On déterminera auſſi pour le temps de la ſeconde obſervation le vrai lieu de Saturne, vû du Soleil, de $10^f\ 25^d\ 16'\ 49''$, & le vrai lieu du Soleil, de $1^f\ 13^d\ 48'\ 44''$. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne, on aura la diſtance de Saturne au Soleil, de $9^f\ 11^d\ 28'\ 5''$, dont le ſupplément à 360 degrés, meſure l'angle *RSG*, qui ſera de $78^d\ 31'\ 55''$.

Retranchant auſſi le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, on aura la diſtance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, de $9^f\ 17^d\ 12'\ 6''$, dont le ſupplément à 360 degrés, meſure l'angle *RTS*, qui ſera de $72^d\ 47'\ 54''$.

On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *RTS*, de $72^d\ 47'\ 54''$ eſt au ſinus de l'angle *RST*, de $101^d\ 28'\ 5''$, ſupplément à 180 degrés de l'angle *RSG*; ainſi la latitude de Saturne vûe de la Terre, qui a été déterminée de $1^d\ 22'\ 20''$ eſt à ſa latitude véritable vûe du Soleil, qui ſera de $1^d\ 24'\ 28''$, plus grande de 18 ſecondes que par la premiére obſervation.

Si on néglige ces 18 ſecondes comme peu ſenſibles dans la hauteur méridienne de Saturne, qu'il a fallu employer pour déterminer ſa latitude apparente, on trouvera qu'entre le vrai lieu de Saturne, déterminé au temps de la premiére obſervation, de $8^f\ 17^d\ 4'\ 37''$, & ſon vrai lieu dans la ſeconde obſervation, de $10^f\ 25^d\ 16'\ 49''$, il y a une différence de $2^f\ 8^d\ 12'\ 12''$, dont la moitié $1^f\ 4^d\ 6'\ 6''$, étant adjoûtée à $8^f\ 17^d\ 4'\ 37''$, donne le vrai lieu du Nœud à $21^d\ 10'\ 43''$ du Capricorne, moins avancé d'un degré que ſuivant la détermination de l'obſervation du 25 Mai de l'année 1696.

Troiſiéme Méthode de déterminer le vrai lieu des Nœuds de Saturne.

On choiſira entre les Oppoſitions de Saturne, celles où cette Planete avoit le moins de latitude, & on en choiſira deux, dans l'une deſquelles la latitude ſoit méridionale, & dans l'autre ſeptentrionale, en ſorte que Saturne ait paſſé par l'un de ſes Nœuds dans l'intervalle entre ces obſervations. On réduira ces latitudes vûes de la Terre à celles qui auroient dû être vûes du Soleil, par le moyen de la diſtance connuë de la Terre & de Saturne au Soleil, & l'on fera, comme la ſomme des latitudes vûes du Soleil eſt à la premiére latitude obſervée ; ainſi le mouvement vrai de Saturne dans l'intervalle entre ces obſervations, eſt à ſon mouvement vrai depuis la premiére obſervation juſqu'au paſſage de Saturne par ſon Nœud, qui, étant adjoûté au vrai lieu de cette Planete dans le temps de la premiére Oppoſition, donne le vrai lieu de ſon Nœud pour un temps entre les deux obſervations, que l'on trouvera, en faiſant, comme le mouvement vrai de Saturne entre les deux Oppoſitions obſervées, eſt à ſon mouvement vrai depuis la premiére obſervation juſqu'au lieu du Nœud que l'on vient de déterminer ; ainſi l'intervalle de temps entre ces deux Oppoſitions eſt à l'intervalle depuis la premiére Oppoſition juſqu'à l'arrivée de Saturne à ſon Nœud, qui, étant adjoûté au temps de cette Oppoſition, donne le temps auquel Saturne eſt paſſé par l'un de ſes Nœuds, qui eſt aſcendant lorſque la premiére latitude eſt méridionale, & deſcendant lorſqu'elle eſt ſeptentrionale.

On peut, pour une plus grande facilité, déterminer la ſituation des Nœuds de Saturne avec une préciſion preſque égale, en faiſant, comme la ſomme des latitudes vûes de la Terre, eſt à la premiére de ces latitudes ; ainſi le mouvement vrai de Saturne entre les deux Oppoſitions, eſt à une quantité qui, étant adjoûtée au vrai lieu de cette Planete dans la premiére Oppoſition, donne le vrai lieu de ſon Nœud pour un temps entre les deux obſervations, que l'on trouvera comme ci-deſſus.

Cette méthode ſuppoſe que la latitude de Saturne ait augmenté depuis l'arrivée de cette Planete à ſon Nœud, dans la même proportion qu'elle avoit diminué, ce qui n'eſt exact préciſément que lorſque les deux latitudes de différente dénomination, ſont égales entr'elles. On peut en tenir compte lorſqu'on connoît l'inclinaiſon de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique ; mais comme cette différence eſt fort petite lorſque Saturne eſt près de ſes Nœuds, on peut la négliger ſans erreur ſenſible.

EXEMPLE.

Le 8 Janvier de l'année 1681, l'Oppoſition de Saturne avec le Soleil a été obſervée à $2^h\ 17'$, cette Planete étant en ♋ $19^d\ 6'\ 20''$, avec une latitude méridionale de $5'\ 13''$.

Le 22 Janvier 1682, l'Oppoſition de Saturne a été obſervée à 3^h $20'$, cette Planete étant en ♌ 3^d $9'$ $15''$, avec une latitude ſeptentrionale de $35'$ $36''$.

On cherchera d'abord dans les Tables de Saturne, la diſtance de cette Planete au Soleil, que l'on trouvera pour le temps de la premiére obſervation, de 90322, & pour le temps de la ſeconde de 90891.

On cherchera auſſi dans les Tables du Soleil, ſa diſtance à la Terre, que l'on trouvera pour le temps de la premiére obſervation de 9836, & pour le temps de la ſeconde de 9851.

Retranchant 9836 de 90322, on aura 80486. Retranchant pareillement 9851 de 90891, on aura 81040, & l'on fera, comme 90322 eſt à 80486; ainſi $5'$ $13''$, latitude de Saturne vûe de la Terre dans la premiére obſervation, eſt à ſa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $4'$ $39''$. On fera auſſi, comme 90891 eſt à 81040; ainſi $35'$ $36''$, latitude de Saturne vûe de la Terre dans la ſeconde obſervation, eſt à ſa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $31'$ $44''\frac{1}{2}$.

Enfin l'on fera, comme $36'$ $23''\frac{1}{2}$, ſomme de ces latitudes eſt à $4'$ $39''$; ainſi 14^d $2'$ $55''$, mouvement vrai de Saturne entre les Oppoſitions de 1681 & 1682, eſt à 1^d $47'$ $40''$, qui, étant adjoûté au vrai lieu de Saturne dans la premiére Oppoſition, qui a été obſervé en ♋ 19^d $6'$ $20''$, donne le vrai lieu du Nœud de Saturne en ♋ 20^d $54'$ $0''$, qui eſt l'aſcendant, à cauſe que la latitude de cette Planete étoit méridionale au temps de la premiére Oppoſition.

Pour déterminer le temps de l'arrivée de Saturne à ſon Nœud, on fera, comme 14^d $2'$ $55''$, ſont à 1^d $47'$ $40''$; ainſi 379 jours, intervalle de temps entre les Oppoſitions de 1681 & 1682, ſont à 48 jours, qui, étant adjoûtés au 8 Janvier de l'année 1681, donnent le 25 Février de l'année 1681 pour le temps que Saturne eſt arrivé à ſon Nœud aſcendant.

On auroit pu déterminer avec à peu-près la même préciſion le vrai lieu du Nœud de Saturne, en faiſant, comme $40'$ $49''$, ſomme des latitudes vûes de la Terre, eſt à $5'$ $13''$, premiére latitude obſervée; ainſi 14^d $2'$ $55''$, ſont à 1^d $47'$ $45''$, qui, étant adjoûtés au lieu de Saturne, déterminé dans la premiére Oppoſition en ♋ 19^d $6'$ $20''$, donnent le vrai lieu de ſon Nœud aſcendant en ♋ 20^d 54′ 5″, à 5 ſecondes près de celui qu'on a déterminé ci-deſſus.

On a déterminé par la même méthode le vrai lieu du Nœud deſcendant de Saturne par les Oppoſitions de 1695 & de 1696 en ♑ 21^d 7′ 35″, & par celles de 1710 & de 1711, le vrai lieu de ſon Nœud aſcendant en ♋ 21^d 23′ 40″, plus avancé de 29′ 35″ qu'en 1681. Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud aſcendant de Saturne pour le 1.er Janvier de l'année 1700, en ♋ 21^d 13′ 30″.

CHAPITRE VIII.

De l'Inclinaiſon du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

APRÈS avoir déterminé le vrai lieu des Nœuds de Saturne, il eſt néceſſaire de connoître l'inclinaiſon du plan de ſon Orbite à l'égard de l'Ecliptique, ce qui ſe peut trouver en différentes maniéres.

Première Méthode de déterminer l'Inclinaiſon du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

La méthode la plus ſimple pour trouver l'inclinaiſon du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, eſt d'obſerver les temps où la latitude de cette Planete vûe du Soleil eſt la plus grande qui ſoit poſſible, ce qui doit arriver lorſque Saturne eſt éloigné de 3 Signes de ſes Nœuds, parce qu'alors cette latitude meſure l'inclinaiſon de ſon Orbe. Cette méthode a cet avantage que quand même on ne connoîtroit pas exactement le vrai lieu du Nœud de cette Planete, on trouveroit avec la même préciſion l'inclinaiſon de ſon Orbe.

On calculera pour cet effet le vrai lieu & la latitude de Saturne vûs de la Terre, par le moyen de diverſes obſervations de cette Planete, faites à la diſtance de 3 Signes ou environ du lieu de ſon Nœud, & on déterminera par la théorie du Soleil & de Saturne le vrai lieu du Soleil & celui de Saturne vûs du Soleil.

On

On prendra enſuite la diſtance de Saturne à la Terre vûe du Soleil, ou ſon ſupplément à 360 degrés, qui ſera meſurée par l'angle *RST* (*Fig. 52.*) & la diſtance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, qui ſera meſurée par l'angle *RTS*; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *RTS* eſt au ſinus de l'angle *RST*; ainſi la latitude de Saturne obſervée de la Terre eſt à ſa latitude véritable vûe du Soleil. La plus grande de ces latitudes ainſi déterminées, meſurera l'inclinaiſon de l'Orbite de Saturne par rapport à l'Ecliptique.

Lorſque Saturne eſt près des Oppoſitions où ſon vrai lieu vû du Soleil différe peu ſenſiblement de ſon vrai lieu vû de la Terre, on déterminera par la théorie du Soleil & de cette Planete, le rapport de la diſtance de Saturne au Soleil & à la Terre, & l'on fera, comme *RS*, diſtance de Saturne au Soleil eſt à *RT*, diſtance de Saturne à la Terre; ainſi la latitude de Saturne vûe de la Terre eſt à ſa vraye latitude vûe du Soleil, qui meſure l'inclinaiſon de l'Orbite de Saturne lorſqu'elle eſt la plus grande de toutes celles qui ont été déterminées.

EXEMPLE I.

Le 27 Mars de l'année 1688 à $12^h\ 56'$, le vrai lieu de Saturne a été obſervé à $22^d\ 45'\ 30''$ de la Balance, la latitude de cette Planete étant de $2^d\ 47'\ 15''$ vers le Septentrion.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, déterminé par la théorie & corrigé par les obſervations faites au mois d'Avril près de ſon Oppoſition avec le Soleil, étoit de $6^ſ\ 21^d\ 17'\ 9''$, & le vrai lieu du Soleil, de $0^ſ\ 8^d\ 14'\ 50''$, dont l'oppoſite $6^ſ\ 8^d\ 14'\ 50''$, eſt le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. Retranchant le vrai lieu de la Terre du vrai lieu de Saturne vû du Soleil, on aura la diſtance de Saturne à la Terre vûe du Soleil, de $13^d\ 2'\ 19''$. Retranchant de même le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Saturne vû de la Terre, qui a été obſervé de $6^ſ\ 22^d\ 45'\ 30''$, on aura la diſtance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, de $6^ſ\ 14^d\ 30'\ 40''$, dont le ſupplément à 360 degrés eſt $165^d\ 29'\ 20''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme le ſinus de $165^d\ 29'\ 20''$ eſt au ſinus de $13^d\ 2'\ 19''$; ainſi le ſinus de la latitude apparente de Saturne, qui a été obſervée de $2^d\ 47'\ 15''$ eſt au ſinus de la vraye latitude de Saturne au temps de cette obſervation, que l'on trouvera de $2^d\ 30'\ 5''$.

On comparera de même l'obſervation du 14 Avril ſuivant, où le vrai lieu de Saturne fut obſervé à $11^h\ 45'$, de $6^f\ 21^d\ 24'\ 30''$, & ſa latitude ſeptentrionale de $2^d\ 47'\ 55''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par l'obſervation, étoit de $6^f\ 21^d\ 51'\ 47''$, & le vrai lieu du Soleil, de $0^f\ 25^d\ 50'\ 41''$, dont l'oppoſite $6^f\ 25^d\ 50'\ 41''$ eſt le vrai lieu de la Terre. On aura donc la diſtance de Saturne à la Terre, de $3^d\ 58'\ 54''$, & la diſtance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de $5^f\ 25^d\ 33'\ 49''$, & l'on fera, comme le ſinus de $175^d\ 33'\ 49''$ eſt au ſinus de $3^d\ 58'\ 54''$; ainſi le ſinus de la latitude de Saturne, obſervée de $2^d\ 47'\ 55''$, eſt au ſinus de la vraye latitude, qui eſt de $2^d\ 30'\ 44''$.

Enfin on examinera l'obſervation du 20 Avril ſuivant, où le vrai lieu de Saturne fut obſervé à $11^h\ 23'$ du ſoir, de $6^f\ 20^d\ 57'\ 30''$, & ſa latitude ſeptentrionale de $2^d\ 47'\ 50''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, corrigé par l'obſervation, étoit de $6^f\ 22^d\ 3'\ 20''$, & le vrai lieu du Soleil, de $1^f\ 1^d\ 40'\ 23''$, dont l'oppoſite $7^f\ 1^d\ 40'\ 23''$ eſt le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. On aura donc la diſtance de Saturne à la Terre, de $9^d\ 37'\ 3''$, & la diſtance de Saturne au Soleil, de $5^f\ 19^d\ 17'\ 7''$, par le moyen deſquelles on trouvera la latitude ſeptentrionale de Saturne, de $2^d\ 30'\ 48''$, plus grande de 4 ſecondes que par la précédente détermination, & de 43 ſecondes que par celle du 27 Mars; d'où l'on peut conclurre que la plus grande latitude de Saturne a été de $2^d\ 30'\ 50''$, qui meſurent l'inclinaïſon de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique.

Comme dans l'obſervation du 14 Avril 1688, Saturne étoit fort près de ſon Oppoſition avec le Soleil, qui eſt arrivée le 10 Avril à 6 heures du ſoir, on pourra déterminer la vraye latitude de Saturne pour le temps de cette obſervation, par le moyen du rapport des diſtances de Saturne au Soleil & à la Terre, en cette maniére.

L'anomalie moyenne du Soleil étoit de $9^f\ 16^d\ 36'\ 32''$, ce qui donne la diſtance *ST (Fig. 52.)* du Soleil à la Terre, de 10051 parties, dont la moyenne eſt 10000. L'anomalie moyenne de Saturne étoit de $9^f\ 17^d\ 47'\ 34''$, ce qui donne la diſtance *RS* de Saturne au Soleil, de 97352, dont la diſtance moyenne du Soleil à la Terre eſt de 10000.

Dans le Triangle *RST,* les deux côtés *RS* & *ST* étant connus, & l'angle *RTS,* opposé à l'un de ces côtés, de 175^d 33′ 49″, on aura l'angle *TRS,* de 0^d 27′ 27″, & l'angle *RST,* de 3^d 58′ 44″ : c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *RTS* est au sinus de l'angle *RST;* ainsi *RS,* déterminé de 97352, est à *RT,* que l'on trouvera de 87330; ainsi la latitude apparente de Saturne, observée de 2^d 30′ 55″, est à la latitude véritable de Saturne, qu'on trouvera de 2^d 30′ 37″, plus petite de 11 secondes que par la détermination précédente.

Les observations que nous venons de rapporter, ayant été faites près de l'Opposition de Saturne avec le Soleil, où les différents rapports de la distance de Saturne au Soleil, peuvent faire des variations considérables dans la détermination de la latitude de cette Planete, nous examinerons une observation qui a été faite 15 ans après, lorsque Saturne étoit dans sa plus grande latitude méridionale.

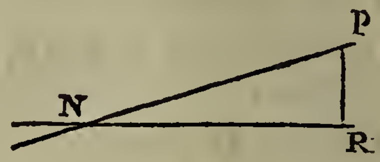
Exemple II.

Le 25 Décembre de l'année 1703 à 6^h 51′ du soir, le vrai lieu de Saturne a été observé à 15^d 52′ 30″ du Bélier, la latitude de cette Planete étant de 2^d 34′ 10″ vers le Midi.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, déterminé par la théorie, étoit de 0^f 21^d 35′ 47″, éloigné d'environ 6 Signes de son vrai lieu dans le temps de l'observation du 14 Avril 1688, & le vrai lieu du Soleil étoit de 9^f 3^d 23′ 30″, dont l'opposite 3^f 3^d 23′ 30″ est le vrai lieu de la Terre vû du Soleil. On aura donc la distance de Saturne à la Terre, de 2^f 11^d 47′ 43″, qui mesurent l'angle *RST,* & la distance de Saturne au Soleil, vûe de la Terre, de 3^f 12^d 29′ 0″, qui mesurent l'angle *RTS,* & l'on fera, comme le sinus de l'angle *RTS,* de 102^d 29′ 0″ est au sinus de l'angle *RST,* de 71^d 47′ 43″; ainsi le sinus de la latitude de Saturne, observée de 2^d 34′ 10″, est au sinus de sa plus grande latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 2^d 30′ 0″, plus petite de 37 secondes que par la derniére comparaison.

Seconde Méthode de déterminer l'Inclinaison du plan de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.

On déterminera pour le temps d'une observation choisie à volonté le vrai lieu de Saturne vû de la Terre, & sa latitude apparente. On déterminera ensuite par le moyen de la théorie du Soleil & de Saturne, le vrai lieu du Soleil & le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, pour avoir la distance véritable de Saturne au Soleil, & la distance de Saturne au Soleil vûe de la Terre, avec lesquelles on trouvera de la maniére qui a été pratiquée ci-dessus, la latitude véritable de Saturne vûe du Soleil; & dans le Triangle *NRP*, rectangle en *R*, dont le point *N* représente le Nœud de Saturne, *P* le lieu de cette Planete sur son Orbite, *PR* sa latitude véritable, *NR* la distance de Saturne à son Nœud, prise sur l'Ecliptique, on trouvera la valeur de l'angle *PNR*, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique.



EXEMPLE.

Le 13 Mars de l'année 1693 à $17^h\ 50'$, le vrai lieu de Saturne a été observé de $8^s\ 22^d\ 56'\ 30''$, & sa latitude septentrionale de $1^d\ 24'\ 50''$.

Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, étoit de $8^s\ 17^d\ 12'\ 30''$, & le vrai lieu du Soleil, de $11^s\ 24^d\ 23'\ 18''$; d'où l'on trouve sa latitude septentrionale vûe du Soleil, de $1^d\ 24'\ 12''$.

Le vrai lieu du Nœud descendant a été déterminé par cette observation & celle du 3 Mai de l'année 1699, à $21^d\ 10'\ 43''$ du Capricorne. Retranchant de ce lieu, celui de Saturne, déterminé de $8^s\ 17^d\ 12'\ 30''$, on aura la distance de Saturne à son Nœud descendant, de $33^d\ 58'\ 13''$, qui mesurent l'arc *NP*; & par conséquent dans le Triangle *PRN*, rectangle en *R*, le côté *PR*, latitude de Saturne, étant connu de $1^d\ 24'\ 12''$, & le côté *NP*, de $33^d\ 58'\ 13''$, on fera, comme le sinus de *NP* $33^d\ 58'\ 13''$ est au sinus de *PR* $1^d\ 24'\ 12''$; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle *PNR*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $2^d\ 30'\ 44''$.

On déterminera de la même maniére par l'observation du 3 Mai de l'année 1699, l'inclinaison de l'Orbite de Saturne, de $2^d\ 30'\ 49''$, le milieu entre ces déterminations donne l'inclinaison véritable de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, de $2^d\ 30'\ 40''$, fort peu différente de celle que l'on a trouvée par les autres obſervations.

Ptolemée *(Almageſte, liv. 13. chap. 3.)* trouve par une méthode qu'il expoſe au long, cette inclinaiſon de $2^d\ 26'$, & pour une plus grande facilité, il la détermine de $2^d\ 30'$, peu différente de celle qui réſulte de nos obſervations.

CHAPITRE IX.

Du Mouvement des Nœuds de Saturne.

ON a remarqué dans Saturne, de même que dans la Lune & les autres Planetes, que l'interſection du plan de leur Orbite à l'égard de l'Ecliptique, étoit ſujette à quelque variation, que ſa plus grande latitude ne répondoit pas toûjours au même point de l'Ecliptique, & que ſa latitude dans les mêmes points de ſon Orbite, n'étoit pas la même par la ſucceſſion des ſiécles.

Ptolemée *(Almageſte, liv. 13. chap. 1.)* rapporte que les termes les plus ſeptentrionaux de la latitude de Saturne, étoient de ſon temps, c'eſt-à-dire, vers l'an 136 de Jeſus-Chriſt, au commencement de la Balance; d'où il réſulte que le Nœud deſcendant de cette Planete étoit au commencement du Capricorne. Nous l'avons trouvé en l'année 1700, à $21^d\ 13'\ 30''$ du même Signe. Il a donc avancé ſuivant la ſuite des Signes, de $21^d\ 13'\ 30''$ dans l'eſpace de 1560 années, ce qui eſt à raiſon de $48''\ 29'''$ par année, & de $1^d\ 20'\ 48''$ en 100 années.

Il ſeroit à ſouhaiter que Ptolemée eût rapporté les obſervations qu'il a employées pour déterminer le lieu où Saturne étoit dans ſa plus grande latitude : car l'on ſçait que vers ces termes-là la variation de quelques degrés en longitude en cauſe une très-peu ſenſible dans la latitude, ce qui rend cette détermination aſſés vague.

Au défaut de ces obſervations, nous avons examiné celle qui a été faite par les Chaldéens le 14.me du mois de *Tybi* de l'année 519 de Nabonaſſar, où l'on apperçut le ſoir, Saturne 2 doigts au deſſous de l'Etoile qui eſt dans l'Epaule auſtrale de la Vierge.

Cette obſervation que nous avons déja employée pour déterminer le moyen mouvement de Saturne ſe rapporte au 1.er Mars de l'année 228 avant Jeſus-Chriſt. Le degré ſe diviſoit alors en 24 parties, qu'on nommoit *doigts*, ainſi 2 doigts répondent à 5 minutes qui, étant retranchées de la latitude boréale de l'Etoile de l'Epaule auſtrale de la Vierge, qui eſt nommée γ par Bayer, & qui eſt de $2^d\ 48'\ 55''$, donnent la latitude de Saturne pour ce temps, de $2^d\ 43'\ 55''$. Le vrai lieu de Saturne vû du Soleil, étoit alors à $8^d\ 21'$ de la Vierge, fort près de ſon Oppoſition qui arriva le lendemain.

L'Aphélie de Saturne, déduit des obſervations de Ptolemée, étoit l'année 132 après Jeſus-Chriſt, à $24^d\ 14'\ 29''$ du Scorpion, d'où retirant $8^d\ 0'\ 30''$ pour ſon mouvement en 360 années, depuis l'année 228 avant Jeſus-Chriſt juſqu'à l'année 132 après Jeſus-Chriſt, à raiſon de $2^d\ 13'\ 30''$ pour 100 années, on aura le vrai lieu de l'Aphélie de Saturne l'année 228 avant Jeſus-Chriſt, à $16^d\ 14'\ 0''$ du Scorpion, qui, étant retranché de $8^d\ 21'$ de la Vierge, donne l'anomalie vraye de Saturne pour ce temps, de $9^s\ 22^d\ 7'$, avec laquelle on trouve ſa diſtance au Soleil, de 97193 parties, dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000.

L'anomalie vraye du Soleil, tirée de nos Tables, étoit alors de $9^s\ 2^d\ 56'$, avec laquelle on trouve la diſtance de la Terre au Soleil, de 10012, qui, étant retranchée de la diſtance de Saturne au Soleil, qui a été trouvée de 97193, donne la diſtance de Saturne à la Terre, de 87181. On fera donc, comme 97193 eſt à 87181 ; ainſi le ſinus de la latitude de Saturne vûe de la Terre, de $2^d\ 43'\ 55''$, eſt au ſinus de ſa latitude veritable vûe du Soleil; qu'on trouvera de $2^d\ 27'\ 1''$.

Enfin, dans le Triangle *APR*, rectangle en *P*, dont l'angle *PAR* meſure l'inclinaiſon de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, de $2^d\ 30'\ 40''$, & *RP* la latitude de Saturne, de $2^d\ 27'\ 1''$, on fera, comme la tangente de l'arc *PAR*, de $2^d\ 30'\ 40''$ eſt à la tangente de l'arc *PR*, de $2^d\ 27'\ 1''$; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de la diſtance *AP* de Saturne à ſon Nœud au temps de cette obſervation, qu'on trouvera de $77^d\ 21'$. La retranchant

du vrai lieu de Saturne vû du Soleil, qui étoit alors de $5^{s}\ 8^{d}\ 21'$, on aura le vrai lieu de son Nœud le 1.er Mars de l'année 228 avant Jesus-Christ, à $21^{d}\ 0'$ des Gemeaux. On l'a trouvé le 1.er Janvier de l'année 1700, à $21^{d}\ 13'\frac{1}{2}$ de l'Ecreviſſe. La différence est de $30^{d}\ 13'\frac{1}{2}$, qui mesurent le mouvement des Nœuds de Saturne dans l'espace de 1928 années, ce qui est à raison de $1^{d}\ 34'\ 4''$ en 100 années, & de $56''\ 26'''$ par chaque année, plus grand de 8 secondes que celui que nous avons déterminé par les observations de Ptolemée.

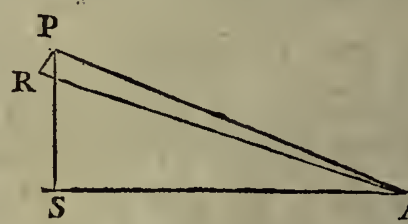
Examinons présentement quel est le mouvement des Nœuds qui résulte des observations de Tycho, comparées aux nôtres.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui a été faite à Uranibourg le 29 Décembre de l'année 1592, Saturne étant près de son Opposition avec le Soleil, que nous avons concluë le 3 Janvier de l'année 1593 à $1^{h}\ 20'$ du soir, cette Planete étant à $23^{d}\ 32'$ de l'Ecreviſſe. Par les observations qui furent faites le 29 Décembre 1592, Tycho détermine la longitude de cette Planete, à $11^{h}\ 30'$ du soir, à $23^{d}\ 57'\ 50''$ de l'Ecreviſſe, & sa latitude de $8'\ 0''$ vers le Septentrion. Pour faire usage de ces observations, nous avons employé les distances de Saturne à l'Œil du Taureau, & au Cœur du Lion, dont la premiére fut alors observée de $50^{d}\ 5'\ 40''$, & la seconde de $30^{d}\ 13'\ 0''$. La longitude & la latitude de ces Etoiles étant connuës exactement par les observations modernes, nous avons déterminé leur vrai lieu pour le temps de cette observation, & leur latitude qui est invariable, & nous avons calculé pour ce temps le vrai lieu de Saturne à $23^{d}\ 56'\ 3''$ de l'Ecreviſſe, éloigné seulement de $1'\ 47''$ de celui qu'avoit trouvé Tycho, & sa latitude septentrionale, de 13 minutes, plus grande de 5 minutes qu'il ne l'avoit déterminée, ce qui peut venir de ce que les Etoiles fixes dont on a observé la distance à l'égard de Saturne, étant près de l'Ecliptique, on ne peut pas déterminer par le moyen de ces observations, la latitude de cette Planete avec la même évidence que sa longitude.

Pour nous assûrer davantage de la quantité de la latitude de Saturne au temps de cette observation, nous avons employé sa hauteur méridienne, qui a été observée par deux différents instruments, de $55^{d}\ 36'\ 15''$, & de $55^{d}\ 37'\ 20''$. Prenant un milieu, on aura $55^d\ 36'\ 48''$, dont retranchant la réfraction qui, à cette hauteur, est de 41 secondes, reste la hauteur véritable de Saturne, $55^d\ 36'\ 7''$. Retranchant de cette hauteur celle de l'Equateur à Uranibourg, qui a été observée par M. Picard, de $34^d\ 5'\ 45''$, on aura la déclinaison septentrionale de Saturne au temps de cette observation, de $21^d\ 30'\ 22''$, plus petite seulement de $53''$ que Tycho ne l'avoit déterminée.

La distance de Saturne au Cœur du Lion, qui étoit à peu-près sur le même cercle de latitude, fut observée de $30^d\ 13'$ vers l'Orient, ce qui donne la différence de longitude entre ces deux Etoiles, de cette même quantité de $30^d\ 13'$, qui, étant retranchée de celle du Cœur du Lion, qui étoit alors, suivant nos Tables, de $4^s\ 24^d\ 9'\ 3''$, reste la longitude de Saturne, de $3^s\ 23^d\ 56'\ 3''$, précisément de même que nous l'avions déterminée ci-dessus.

La longitude & la déclinaison de cette Planete étant ainsi connuës, on résoudra le Triangle sphérique *PSA*, rectangle en *S*, dans lequel *AP* représente la distance de Saturne au point d'*Aries*, prise sur son Orbite, qui, à cause du peu de latitude de cette Planete, est égale à sa longitude prise sur l'Ecliptique, & *PS* mesure sa déclinaison; c'est pourquoi l'on trouvera l'angle *PAS*, de $23^d\ 38'\ 46''$, dont retranchant l'angle *RAS*, qui mesure l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 29'\ 0''$, reste l'angle *PAR*, de $9'\ 46''$; & dans le Triangle *ARP*, rectangle en *R*, dont le côté *AP*, & l'angle *PAR* sont connus, on trouvera le côté *RP*, qui mesure la latitude septentrionale de Saturne, de $0^d\ 8'\ 56''$, ce qui s'accorde mieux à la détermination de Tycho, & que nous avons jugée préférable à celle que nous avions trouvée par l'observation de diverses distances de Saturne aux Etoiles fixes.



L'Aphélie de Saturne, calculé par les observations de Tycho étoit en 1593, à $8^s\ 25^d\ 40'\ 51''$, qui, étant retranché de son vrai lieu vû du Soleil, qui étoit alors à $3^s\ 23^d\ 22'\ 45''$, reste l'anomalie vraye de Saturne, de $6^s\ 27^d\ 42'\ 0''$, avec laquelle on trouve la distance de Saturne au Soleil, de 90542. Nous avons aussi trouvé avec l'anomalie vraye du Soleil, qui étoit de

$6^s\ 13^d$

6^{s} 13^{d} $16'$ $0''$, ſa diſtance à la Terre, de 9836, qui, étant retranchée de la diſtance de Saturne au Soleil, de 90542, à cauſe que Saturne étoit fort près de ſon Oppoſition, donne la diſtance de Saturne à la Terre, de 80706; c'eſt pourquoi l'on fera, comme 90542 eſt à 80706; ainſi $8'$ $56''$, latitude de Saturne, vûe de la Terre, eſt à ſa vraye latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de $7'$ $58''$. Enfin l'on fera, comme la tangente de 2^{d} $30'$ $40''$, inclinaiſon de l'Orbite de Saturne, eſt à la tangente de $7'$ $58''$, qui meſure ſa vraye latitude; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de la diſtance de Saturne à ſon Nœud au temps de cette obſervation, qu'on trouvera de 3^{d} $1'$ $40''$, & qui, étant retranché du vrai lieu de cette Planete, qui étoit alors de 3^{s} 23^{d} $22'$ $45''$, à cauſe que ſa latitude étoit ſeptentrionale, donne le vrai lieu de ſon Nœud aſcendant à la fin de l'année 1592, à 20^{d} $21'$ $5''$ de l'Ecreviſſe.

On l'a trouvé le 1.er Janvier de l'année 1700, à 21^{d} $13'$ $30''$ de l'Ecreviſſe, la différence eſt de $52'$ $25''$, qui meſurent le mouvement du Nœud de Saturne dans l'eſpace de 107 années, ce qui eſt à raiſon de $49'$ $0''$ pour 100 années, & de $29''$ $24'''$ par année, beaucoup plus petit que par les comparaiſons précédentes, ce qui ne doit pas paroître ſurprenant ſi l'on conſidére qu'une minute d'erreur dans l'obſervation de la latitude de Saturne lorſqu'il eſt près de ſes Nœuds, en produit une de près de 23 minutes dans la ſituation de ſon Nœud, & de 14 ſecondes dans la quantité de ſon mouvement annuel, déduit de la comparaiſon des obſervations éloignées l'une de l'autre de 100 années.

LIVRE CINQUIÉME.

DE JUPITER.

JUPITER eſt dans l'ordre des Planetes, celle qui après Saturne eſt la plus éloignée du Soleil & de la Terre; elle eſt dans ſes Oppoſitions avec le Soleil plus proche de la Terre que vers ſes Conjonctions, ce qui la fait paroître plus grande & plus lumineuſe dans des temps que dans d'autres; mais elle ne ſe rencontre jamais entre le Soleil & la Terre, ce qui l'a fait mettre au nombre des Planetes ſupérieures.

CHAPITRE I.

Du Globe de Jupiter, & de ſa Révolution autour de ſon axe.

LE globe de Jupiter eſt de figure ſphérique ou approchante de la ſphérique, car ſon diſque vû par les grandes Lunettes paroît aſſés exactement rond, quoiqu'il y ait eu des temps où il a paru un peu plus long ſuivant la ligne d'Orient en Occident, que du Midi au Septentrion.

Auſſi-tôt que Galilée l'eût obſervé avec des Lunettes, il y apperçut pluſieurs bandes obſcures & à peu-près paralleles entr'elles, ſuivant la direction de la route qu'il décrit par ſon mouvement propre.

Le nombre de ces bandes obſcures n'a pas toûjours été le même: quelquefois il y en a eu juſqu'à huit, dans d'autres temps il n'y en a eu qu'une, & on en diſtingue trois pour l'ordinaire, celle que l'on a toûjours apperçûe eſt plus large que les autres, ſituée dans la partie boréale de son disque, tout proche de son centre.

Au mois de Juillet de l'année 1665, mon Pere découvrit divers changements, tant dans les trois bandes obscures de Jupiter que l'on y apperçoit ordinairement, que dans le reste de son disque, & il y vit naître des brillants, comme on en a vû autrefois dans le Soleil. Il découvrit aussi dans la partie septentrionale de la bande la plus méridionale de Jupiter, une Tache qui paroissoit se mouvoir sur son disque apparent de l'Orient vers l'Occident, & qui, après avoir cessé de paroître, revenoit sur le disque apparent & au même point où on l'avoit vûe dans la révolution précédente, après un intervalle de $9^h\ 56'$; ce qu'il reconnut par un grand nombre de révolutions observées pendant les six derniers mois de l'année 1665, & les six premiers de l'année 1666. Cette Tache paroissoit plus large vers le centre que vers la circonférence, où elle se rétrécissoit, de sorte qu'elle se perdoit de vûe avant que d'arriver au bord de Jupiter, son mouvement paroissoit plus vif près du centre que vers les bords, ce qui fait connoître qu'elle étoit adhérente à la surface de Jupiter, & qu'elle tournoit sur son axe par un mouvement qui, considéré du centre de Jupiter, se faisoit de l'Occident vers l'Orient.

Cette Tache, après avoir été visible l'espace d'environ 2 années, cessa de paroître jusqu'au commencement de l'année 1672, qu'on l'apperçut de nouveau dans la même forme & dans la même situation à l'égard du centre de Jupiter, où on l'avoit vûe en 1665, 1666 & 1667. Comparant les intervalles de six années, on trouva sa révolution de $9^h\ 55'\ 51''$, & continuant ces observations jusqu'à la fin de l'année 1674, on trouva que ses révolutions étoient de $9^h\ 55'\ 53''\frac{1}{2}$, plus lentes de deux second. $\frac{1}{2}$ que par la premiére comparaison.

Cette Tache a été invisible en 1675 & 1676, & pendant ces deux années, il est arrivé d'autres changements très-considérables dans Jupiter : car un interstice clair qui étoit entre deux bandes obscures, s'est partagé en plusieurs petites parties, semblables à autant d'Isles, comme si ces deux bandes obscures étoient deux grandes riviéres qui, débordant l'une contre l'autre, eussent laissé ces Isles, qui furent enfin tout-à-fait effacées, de sorte que ces deux bandes & l'interstice, ne formérent plus qu'une seule bande plus large. Mais depuis la ſortie de Jupiter des rayons du Soleil, de l'année 1677, les bandes ont repris la forme & ſituation qu'elles avoient eûes auparavant, & la Tache principale a reparu de nouveau; elle fut obſervée au milieu de Jupiter le 9 Juillet à 1^h $13'$ du matin.

Ayant comparé cette obſervation à celle du même jour de l'année 1665, pour éviter ce qui peut réſulter de l'inégalité des temps, on a trouvé par les intervalles de 12 années, que ces révolutions l'une portant l'autre s'achevent en 9 heures 55 minutes 52 ſecondes & 5 ou 6 tierces; & parce que dans les années 1672 & 1673, elles parurent plus lentes de 2 ſecondes $\frac{1}{2}$, pendant que Jupiter étoit à ſa plus grande diſtance du Soleil, cela donna lieu de conjecturer que ces révolutions peuvent avoir quelque petite inégalité dépendante de la variation de la diſtance de Jupiter au Soleil, qu'elles ſont un peu plus lentes lorſque Jupiter en eſt plus éloigné, & qu'elles ont une plus grande vîteſſe lorſqu'il en eſt plus proche, ce que pluſieurs Aſtronomes ont ſuppoſé arriver aux révolutions diurnes de la Terre dans l'hypotheſe de Copernic.

Cette Tache après avoir été inviſible pendant 8 années, parut de nouveau au mois de Mars de l'année 1685, & continua d'être obſervée juſqu'au commencement d'Octobre de l'année 1687. Elle ceſſa enſuite de paroître juſqu'à la fin de Novembre de l'année 1690, qu'elle parut adhérente à la même bande, & plus méridionale; on continua de la voir de même juſqu'au commencement de Décembre, & le 5 du même mois à 5^h $25'$ du ſoir, on apperçut une nouvelle Tache plus obſcure que l'ancienne, adhérente non pas à la bande plus méridionale de Jupiter, mais à la bande moins méridionale du côté du centre dont elle étoit fort proche. Elle étoit alors de figure ronde & à peu-près égale à l'ombre du troiſiéme Satellite, dont le diametre eſt un peu plus grand que la vingtiéme partie du diametre de Jupiter, qui occupe plus de 6 degrés de ſa circonférence, & en occuperoit plus de 60 de la circonférence de la Terre, autant à peu-près qu'en occupe toute l'Afrique.

Cette Tache ne conſerva pas la même figure qu'elle avoit au commencement, quelques jours après elle parut à ſon retour, au milieu de Jupiter, en forme de croiſſant dont les pointes tournoient vers la bande à laquelle elle est adhérente; après quelques autres révolutions, elle sembloit avoir la figure du caractere astronomique du Taureau, dont les cornes étoient vers la même bande. Elle parut ensuite divisée en trois taches peu éloignées l'une de l'autre, la premiére vers l'Occident étoit la plus petite & la plus adhérente à la bande, la seconde étoit la plus grande & la plus détachée de la bande vers le Septentrion, la troisiéme, plus orientale, étoit la moyenne en grandeur, & un peu plus proche de la même bande.

Trois jours après, ces trois Taches faisoient ensemble la figure d'un chevron d'armoiries, dont la pointe étoit tournée vers la bande, & l'espace adhérent vers le centre, avoit comme l'apparence d'une montagne claire dont la Tache seroit l'ombre.

Le 23 Décembre, cette Tache parut fort longue, & elle étoit précédée d'une Tache ronde, & suivie d'une autre d'une figure fort irréguliére, qui en étoit éloignée de la neuviéme partie du diametre de Jupiter. Par l'observation du retour de ces Taches au centre de Jupiter, on trouva que celle du milieu faisoit sa révolution en 9 heures 51 minutes, comme la Tache entiére avoit fait avant qu'elle fut partagée; ces trois Taches continuérent de paroître dans le même parallele de Jupiter aux mois de Janvier & Février de l'année 1691.

Pendant que l'on observoit la Tache dont nous venons de faire la description, on apperçut dans Jupiter, le 13 Décembre de l'année 1690, cinq bandes, deux septentrionales, & trois australes. Une heure après, il n'y resta que les deux bandes plus proches du centre, & un vestige très-foible de la septentrionale étroite; & alors on vit dans l'interstice clair entre les deux bandes qui restoient entiéres du côté de l'Orient, deux petites Taches rondes & noires adhérentes à ces bandes l'une contre l'autre, qui s'avancérent vers le centre, & se trouvérent à $7^h\ 45'$ du soir, au milieu de Jupiter, où elles retournérent le 15 à $9^h\ 7'$, après avoir fait cinq révolutions, chacune de $9^h\ 52'\ 24''$.

Au mois de Janvier suivant, on remarqua deux Taches semblables à celles qui avoient été apperçûes le 13 Décembre, & supposant que ce fussent les mêmes, on trouva que chaque révolution étoit de $9^h\ 53'$.

On découvrit aussi au mois de Janvier 1691, dans l'hémisphere opposé à celui où étoient les trois Taches dont on a fait la description, une autre nouvelle Tache dans l'espace clair entre les deux plus grandes bandes obscures les plus près du centre, & on trouva par 95 de leurs retours, leurs révolutions de $9^h\ 51'$. On remarqua aussi que certaines Taches qui, au commencement, étoient rondes, s'étoient un peu allongées suivant la direction des bandes; on en observa quatre de cette nature depuis le mois de Février de l'année 1691 jusqu'à ce que Jupiter fut trop proche du Soleil pour les pouvoir distinguer, & lorsqu'il fut sorti des rayons du Soleil, on ne les apperçut plus, mais on en remarqua d'autres nouvelles. Il en parut au commencement de l'année 1692, qui étoient près de l'Equinoctial de Jupiter, dont la période n'étoit que de $9^h\ 50'$, & généralement toutes les Taches qui passérent plus près du centre de Jupiter, parurent avoir un mouvement plus vîte que celles qui en étoient plus éloignées; ces Taches qui avoient un mouvement plus prompt que les autres, étoient aussi plus près de son Equinoctial, qui est parallele aux bandes; ainsi suivant l'analogie des bandes de Jupiter avec nos Mers, on pourroit comparer le mouvement de ces Taches à celui des Courants, qui sont plus grands près de l'Equateur de la Terre que dans tout autre endroit.

Il est à remarquer que l'on n'avoit jamais tant vû paroître de nouvelles Taches sur le globe de Jupiter que depuis le mois de Décembre de l'année 1690, & qu'alors Jupiter étoit non-seulement à son Périhélie, où il doit recevoir une plus grande impression de la chaleur du Soleil, mais aussi près de son Opposition avec le Soleil, où, à cause qu'il se trouve alors plus proche de la Terre, on doit appercevoir avec plus de distinction les changements qui y arrivent.

Pendant que l'on observoit ces nouvelles productions de Taches sur le disque de Jupiter, on remarquoit aussi de grandes variations dans le nombre & la figure de ses bandes.

Le 14 Décembre de l'année 1690 à $4^h\ 20'$ du soir, on ne voyoit que deux bandes obscures dans le disque de Jupiter, qui étoient peu éloignées de son centre, l'une du côté du Septentrion, & l'autre du côté du Midi.

La bande septentrionale que l'on y avoit observée depuis 40 années ſans interruption, & qui, ſelon les apparences, a toûjours été vûe depuis l'année 1630, que l'on a commencé à découvrir des bandes dans Jupiter, étoit un peu plus large que la méridionale, au milieu de laquelle on apperçut à $4^h\ 28'$, une eſpece d'Iſle blanche. On vit en même temps un veſtige d'une bande plus ſeptentrionale, étroite, éloignée de la plus large d'un peu moins de ſon épaiſſeur; cette bande que l'on appercevoit très-ſouvent, ne s'étendoit pas toûjours juſqu'aux bords de Jupiter, mais on la voyoit quelquefois manquer du côté de l'Orient, & d'autres fois du côté de l'Occident.

Il parut auſſi dans le bord oriental de Jupiter, dans ſa partie méridionale qui étoit fort claire, un commencement d'une quatriéme bande obſcure, qui s'avançoit peu à peu vers le bord occidental, de ſorte qu'en moins d'une heure & demie, elle parut s'étendre d'un bord à l'autre, & en cet état Jupiter ſe voyoit avec quatre bandes entiéres, paralleles entr'elles.

C'eſt ainſi que l'on a vû ſouvent ſe former des bandes nouvelles dans Jupiter, dans l'eſpace d'une ou de deux heures, & que l'on en a vû manquer vers le bord oriental, & ſortir peu à peu entiérement du bord occidental, ce qui a fait juger qu'il y a dans Jupiter des bandes interrompuës qui entrent dans ſon diſque apparent, & en ſortent par ſa révolution autour de ſon axe.

Le 16 Décembre de l'année 1690 à 6 heures du ſoir, on vit non-ſeulement la même bande méridionale revenir de la même maniére, mais on en apperçut une autre entre celle-ci & la méridionale plus proche du centre; & au de-là des deux bandes ſeptentrionales, il en parut encore une troiſiéme, de ſorte que l'on vit dans Jupiter trois bandes obſcures méridionales, & trois autres ſeptentrionales, toutes paralleles entr'elles.

Dans l'interſtice entre les bandes méridionales & les bandes ſeptentrionales, qui étoit aſſés large, il parut auſſi le même jour à $6^h\ 38'$ du ſoir, une bande oblique qui paſſoit par le centre, & ne ſe voyoit que dans la partie occidentale, déclinant beaucoup du côté du Midi; c'eſt la premiére qui ait été obſervée avec une obliquité ſi ſenſible.

Après avoir obſervé dans la partie méridionale de Jupiter, trois bandes obſcures paralleles entr'elles, & une quatriéme oblique avec leurs intervalles clairs, on apperçut le 20 Décembre depuis 6^h $20'$ jusqu'à 8 heures du soir, ces intervalles entiérement effacés, à la réserve d'un dont il restoit une partie du côté de l'Orient, qui faisoit une apparence semblable à celle de l'Italie placée entre la Mer Adriatique & la Mer de Toscane, tout le reste de la partie méridionale du disque apparent de Jupiter étant comme inondé d'une obscurité uniforme parsemée de quelques petites Isles.

Pendant l'année 1691, la plus large des trois bandes obscures que l'on apperçoit ordinairement dans Jupiter, & la plus proche de son centre du côté du Septentrion, a toûjours continué de paroître, mais avec quelques variations.

On y remarqua dans le mois d'Octobre, deux Taches claires qui occupoient presque toute sa largeur, & il en parut encore à la fin du même mois deux autres opposées l'une à l'autre, qui faisoient leurs révolutions en 9^h $51'$. On remarqua aussi que cette même bande se rétrécissoit, & qu'au contraire les deux autres bandes, l'une méridionale, & l'autre septentrionale entre lesquelles elle étoit, s'élargissoient peu à peu, de sorte qu'au mois de Décembre 1691, il n'y avoit pas beaucoup de différence entre la largeur de ces trois bandes. Suivant l'analogie de ces grandes bandes aux Mers auxquelles on les peut comparer en quelque sorte, on diroit que la bande du milieu se seroit déchargée en partie dans les deux autres; & en effet on voyoit entre ces bandes comme des traces de communication. La grande bande méridionale & la septentrionale ne paroissoient pas toûjours entiéres aux premiers mois de l'année 1691, mais on y appercevoit souvent des interruptions, & l'on voyoit leurs extrémités s'avancer de la partie orientale du disque de Jupiter à l'occidentale. Ayant comparé ensemble plusieurs retours de l'extrémité de la bande méridionale au milieu de Jupiter, on a trouvé chaque révolution de 9^h $55'\frac{2}{3}$. Enfin au mois d'Octobre 1691, on vit en certain temps sur le disque de Jupiter jusqu'à 7 ou 8 bandes obscures, la plûpart du côté du Midi, fort près les unes des autres.

En l'année 1692, la Tache qui est proche de la bande méridionale, & qui avoit été observée en 1665, 1672, 1677, 1685 & 1690, parut de nouveau; mais vers la fin de l'année 1693, la bande méridionale à laquelle elle est presque adhérente, s'étant en partie en partie effacée, la Tache disparut entiérement; elle revint encore avec la même bande au commencement de l'année 1694, & on l'observa jusqu'à ce que Jupiter fût près d'entrer dans les rayons du Soleil. Depuis l'année 1694, elle a été invisible l'espace de 14 ans, jusqu'au 6 Avril de l'année 1708, qu'on observa son passage par le milieu de Jupiter à $8^h\ 52'$. Ayant comparé ensemble divers retours de cette nouvelle Tache observée au milieu de Jupiter pendant l'espace de plus de deux mois, après avoir tenu compte des inégalités auxquelles ces retours sont sujets, à cause de la première & de la seconde Inégalité de Jupiter, & de l'Equation du temps, on a trouvé sa révolution de $9^h\ 55'\ 48''$, de 4 secondes plus courte que la moyenne, déterminée de $9^h\ 55'\ 52''$, par la comparaison des observations éloignées d'un grand intervalle.

CHAPITRE II.

Des Mouvements de Jupiter.

DANS la théorie de Saturne, nous avons employé principalement les observations de ses Oppositions avec le Soleil, pour déterminer son moyen mouvement, parce que dans les autres situations de cette Planete à l'égard du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre, différe de son vrai lieu vû du Soleil, d'une quantité que l'on ne peut pas déterminer par des observations immédiates.

Les mêmes apparences se rencontrent dans la théorie de Jupiter, où la différence entre le vrai lieu de cette Planete vûe de la Terre & du Soleil, est encore plus grande que dans Saturne, ce qui nous oblige d'employer les mêmes méthodes dans la détermination de son moyen mouvement.

Quoique le mouvement propre de Jupiter, qui fait sa révolution autour du Soleil en près de 12 années, soit beaucoup plus prompt que celui de Saturne, & que nous ayons une suite non interrompuë des Oppositions de cette Planete avec le Soleil pendant cinq de ses révolutions; nous n'avons pas cependant jugé que nos propres observations fussent suffisantes pour regler ses mouvements avec assés de précision : car quoique depuis la découverte des Lunettes & des Pendules, les obſervations modernes ſe faſſent avec beaucoup plus d'exactitude que les anciennes, on ne peut pas s'aſſûrer encore que l'avantage que l'on retire de cette plus grande préciſion, puiſſe compenſer celui que les obſervations anciennes, quoique moins exactes, doivent nous procurer, parce que l'erreur qui peut ſe gliſſer dans chaque obſervation, produit une différence moins conſidérable dans la détermination des mouvements, plus elle ſe trouve partagée par un grand nombre de révolutions.

La plus ancienne obſervation de Jupiter, qui ſoit venuë à notre connoiſſance, eſt celle qui eſt rapportée par Ptolemée *(Almageſte, liv. 11. chap. 3.)* qu'il aſſûre n'être point douteuſe, & qu'il marque être arrivée l'an 83 depuis la mort d'Alexandre, le 18 du mois E'gyptien nommé *Epiphi,* au matin, ſuivant laquelle Jupiter parut cacher une E'toile de l'E'creviſſe appellée l'*Aſne auſtral,* qui eſt marquée dans Bayer par la lettre δ.

Cette obſervation réduite à nos E'poques & à notre Méridien, qui eſt plus occidental que celui d'Alexandrie, de 1^h $52'$, ſe rapporte au 3 Septembre de l'année 240 avant Jeſus-Chriſt, à 16^h $8'$ après midi, ſuivant notre maniére de compter les années, qui, comme nous l'avons remarqué en d'autres occaſions, différe d'une année de celle de la plûpart des Chronologiſtes, qui rapportent cette obſervation à l'année 241 avant Jeſus-Chriſt.

La longitude de cette E'toile étoit au commencement de l'année 1690, à 4^d $23'$ $40''$ du Lion, dont retranchant 27^d $33'$ $44''$ pour le mouvement propre des E'toiles fixes dans l'intervalle de 1929 années & 4 mois, à raiſon d'un degré en 70 années, on aura la longitude de cette E'toile pour le temps de l'obſervation des Chaldéens, à 6^d $49'$ $56''$ de l'E'creviſſe.

Le vrai lieu du Soleil, calculé ſuivant nos Tables pour le même temps, étoit à 7^d $24'$ de la Vierge ; ainſi Jupiter étoit alors fort éloigné de ſon Oppoſition avec le Soleil, & par conſéquent le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit différent de celui qui avoit été obſervé de la Terre ; ce qui fait voir que l'on ne peut pas employer immédiatement cette obſervation pour déterminer les mouvements de Jupiter.

Nous avons donc eu recours aux obſervations de cette Planete qui ont été faites près de ſes Oppoſitions avec le Soleil, à Alexandrie, par Ptolemée, qui en rapporte trois au premier Chapitre du 11.^{me} livre de ſon Almageſte.

La premiére eſt arrivée la 17.^{me} année d'Hadrien, le premier jour du mois Egyptien nommé *Epiphi*, une heure avant minuit, Jupiter étant, ſelon lui, à 23^d 11$'$ du Scorpion, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

La ſeconde, la 21.^{me} année d'Hadrien, le 13.^{me} jour du mois de *Phaothi* ou *Paophi*, deux heures avant minuit, Jupiter étant à 7^d 54$'$ des Poiſſons, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

Et la troiſiéme, la premiére année d'Antonin, le 20.^{me} jour du mois d'*Athir*, à 5 heures après minuit, Jupiter étant à 14^d 23$'$ du Bélier, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

Le même Auteur adjoûte que de la premiére Oppoſition à la ſeconde, il y a 3 années Egyptiennes, 106 jours & 23 heures, & de la ſeconde à la troiſiéme, une année 37 jours & 7 heures.

Les intervalles entre ces obſervations ſont conformes à ce qui réſulte du calcul des mois Egyptiens, qui ſont chacun de 30 jours, car depuis le premier jour du mois d'*Epiphi* de la 17.^{me} année d'Hadrien, à 11 heures du ſoir, juſqu'au 13.^{me} du mois de *Phaothi* de la 21.^{me} année d'Hadrien, à 10 heures du ſoir, il y a 3 années communes, de 365 jours chacune, 3 mois 11 jours & 23 heur. plus 5 jours dont la quatriéme année Egyptienne excede les 12 mois, ce qui fait 3 années 106 jours & 23 heures; & depuis le 13.^{me} du mois de *Phaothi* de la 21.^{me} année d'Hadrien, à 10 heures du ſoir, juſqu'au 20.^{me} du mois d'*Athir* de la 1.^{ere} année d'Antonin, à 5 heures après minuit, il y a une année 37 jours & 7 heures.

Le P. Riccioli *(Aſtronomie réformée, liv. 6. chap. 1.)* rapporte la premiére obſervation au 18 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, à 11 heures du ſoir; la ſeconde au 31 Août de l'année 136 à 10 heures du ſoir; & la troiſiéme au 7 Octobre de l'année 137 à 17 heures.

L'intervalle entre les deux derniéres obſervations eſt d'une année commune plus 37 jours & 7 heures, conformément à ce que marque Ptolemée, mais celui qui eſt entre le 18 Mai de l'année 133 à 11 heures du ſoir, & le 31 Août de l'année 136 à 10 heures du ſoir, n'eſt que de trois années communes, 105 jours & 23 heures, moindre d'un jour que ſuivant Ptolemée, ce qui fait voir qu'il y a un jour d'erreur dans la détermination du temps d'une de ces obſervations.

Pour reconnoître d'où vient cette différence, nous avons cherché le rapport des années Égyptiennes aux nôtres, dans la Chronologie réformée du P. Riccioli, où l'on trouve que la 21.me année d'Hadrien, le premier jour du mois de *Thot*, qui eſt le commencement de l'année Égyptienne, répondoit au 20 Juillet de l'année 136 après Jeſus-Chriſt; le premier jour du mois de *Phaothi* ou *Paophi*, qui eſt le ſuivant, étoit donc le 19 Août, & le 13.e du même mois répondoit au 31 du mois d'Août de l'année 136, conformément à la détermination du P. Riccioli; ce qui fait voir qu'il y a une différence d'un jour dans le temps marqué de la premiére Oppoſition, qu'il faut rapporter au 17 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, à 11 heures du ſoir.

Cette détermination ſe confirme par une obſervation d'Éclipſe de Lune, que Ptolemée rapporte être arrivée la 17.me année d'Hadrien, la 880.me de Nabonaſſar, le 20.e du mois de *Payni*, à $11^h\ 15'$ du ſoir.

Le P. Petau *(Doctrine des Temps, liv. 11. chap. 22.)* qui employe cette obſervation pour établir ſa Chronologie, la rapporte au 6 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, conformément à la détermination du P. Riccioli.

Nous trouvons auſſi par nos Tables, que le milieu de cette Éclipſe a dû arriver le 6 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, à $10^h\ 55'$ du ſoir au Méridien d'Alexandrie, à 20 minutes près du temps obſervé, ce qui ôte tous les doutes que l'on pourroit avoir ſur la correſpondance des Époques anciennes avec les nôtres, dans le temps de cette obſervation.

Depuis le 20.me jour du mois de *Payni* de la 17.me année d'Hadrien juſqu'au premier jour du mois ſuivant d'*Epiphi* de la même année, temps de la premiére Oppoſition de Jupiter, obſervée par Ptolemée, il y a onze jours qui, étant adjoûtés au 6 Mai de l'année 133, déterminent le temps de cette Oppoſition au 17 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, ainſi que nous l'avons marqué ci-devant, un jour avant la détermination du P. Riccioli.

Ayant ainſi réduit à nos Epoques le temps où, ſuivant Ptolemée, Jupiter s'eſt trouvé en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil, nous avons ſuppoſé que dans chacune de ces obſervations le vrai lieu de Jupiter étoit tel qu'il eſt marqué par Ptolemée, & qu'il l'avoit déterminé avec aſſés de préciſion par la comparaiſon de la ſituation de cette Planete avec les Etoiles fixes voiſines dont la longitude lui étoit connuë. Nous avons enſuite calculé, ſuivant nos Tables, le lieu moyen du Soleil pour le 17 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, à 11 heures du ſoir au Méridien d'Alexandrie, qui eſt plus oriental que celui de Paris, de 1^h 52', & nous l'avons trouvé à 24^d 11' 24" du Taureau, plus avancé d'un degré que ne l'avoit ſuppoſé Ptolemée. Nous avons auſſi déterminé pour le même temps le vrai lieu du Soleil, à 24^d 43' 42" du Taureau; d'où l'on voit que Jupiter avoit déja paſſé le lieu de ſon Oppoſition avec le Soleil, que nous avons trouvée, ſuivant la méthode preſcrite dans le Livre précédent, être arrivée le 15 Mai de l'année 133 à 23^h 3' au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter étant à 23^d 22' 22" du Scorpion.

La ſeconde Oppoſition rapportée par Ptolemée, & reduite à l'Epoque de Jeſus-Chriſt, eſt arrivée le 31 Août de l'année 136 à 10 heures du ſoir à Alexandrie, c'eſt-à-dire, à 8^h 8' au Méridien de Paris, le vrai lieu de cette Planete étant, ſelon lui, à 7^d 54' des Poiſſons, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

Nous trouvons que le lieu moyen du Soleil étoit à 8^d 53' 58" de la Vierge, plus avancé d'un degré que ſuivant Ptolemée, & ſon vrai lieu à 6^d 58' 17" du même Signe; d'où il réſulte que l'Oppoſition de Jupiter avec le vrai lieu du Soleil, eſt arrivée le 1.er Septembre à 4^h 10' à Paris, cette Planete étant à 7^d 47' 35" des Poiſſons.

Enfin, la troiſiéme Oppoſition de Jupiter avec le lieu moyen du Soleil, obſervée par Ptolemée, réduite à l'Epoque de J. C. & au Méridien de Paris, eſt arrivée le 7 Octobre de l'année 137 à 15^h 8', le vrai lieu de Jupiter étant à 14^d 23' du Bélier.

Le lieu moyen du Soleil pour ce temps étoit, ſuivant nos Tables, à 15^d 24' 32", plus avancé de 1^d 2' que ne l'a ſuppoſé

Ptolemée, & ſon vrai lieu à 13^d 48′ 4″ du même Signe; d'où l'on trouve que l'Oppoſition véritable de Jupiter avec le Soleil, eſt arrivée le 8 Octobre de l'année 137 à 3^h 18′ à Paris, le vrai lieu de Jupiter étant à 14^d 19′ du Bélier.

Ces Oppoſitions de Jupiter, rapportées par Ptolemée, ont été ſuivies d'une autre obſervation de cette Planete, faite par le même Aſtronome à Alexandrie, où *(Almageſte, liv. 11. chap. 2.)* ayant déterminé le lieu de Jupiter, par rapport à l'Œil du Taureau, il le trouva le 26.^{me} du mois de *Meſſori* de la ſeconde année d'Antonin, à 17 heures après midi, à 15^d 45′ des Gemeaux.

Il remarque que depuis la troiſiéme Oppoſition de Jupiter juſqu'au temps de cette obſervation, il y a eu une année Égyptienne & 220 jours; adjoûtant cet intervalle de temps à celui de l'Oppoſition de l'année 137, qui eſt arrivée le 7 Octobre à 17 heures, on aura le temps de cette obſervation le 10 Juillet de l'année 139 à 17 heures au Méridien d'Alexandrie, de même que le P. Riccioli l'a déterminé.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors à 16^d 10′ de l'Écreviſſe, éloigné de plus d'un Signe de celui de Jupiter, ce qui fait voir que cette Planete étoit pour lors éloignée de ſon Oppoſition; ainſi on ne peut employer cette obſervation pour déterminer les mouvements de Jupiter, qu'après avoir connu la ſeconde Inégalité de cette Planete, pour réduire ſon vrai lieu vû de la Terre à ſon vrai lieu vû du Soleil.

Depuis les obſervations de Ptolemée juſqu'au commencement du ſixiéme ſiécle, nous n'en avons qu'une de Jupiter, que Bouillaud a tirée d'un Manuſcrit de la Bibliotheque du Roi, ſuivant lequel cette Planete parut le 30 du mois de *Thot* de l'année 225 de Dioclétien, en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Dans l'examen qu'il fait de cette obſervation, il ſuppoſe que le Cœur du Lion étoit à 8^d 49′ 54″ de ce Signe, plus avancé de 11′ 9″ que nous ne le trouvons pour le même temps, ce qui vient de ce qu'il n'attribuë aux Étoiles fixes, qu'un mouvement de 50 ſecondes par année, & d'un degré en 72 ans; au lieu que par la comparaiſon des obſervations anciennes avec les modernes, nous l'avons déterminé d'un degré en 70 ans.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, ſuivant nos Tables, à $5^{d}\ 51'$ de la Balance, éloigné de près de 2 Signes de celui de Jupiter, de ſorte que nous ne pouvons point préſentement faire uſage de cette obſervation, de même que de la précédente.

Nous avons donc examiné les autres obſervations de cette Planete, qui ont été faites depuis dans le temps de ſon Oppoſition avec le Soleil.

Entre ces Oppoſitions, il y en a trois qui ont été obſervées par Copernic à Fruemberg, qui eſt plus oriental que Paris, de $1^{h}\ 12'$; douze par Tycho à Uranibourg, depuis 1583 juſqu'en 1596; & trois par Longomontanus, au commencement du dix-ſeptiéme ſiécle.

Ces obſervations ont été ſuivies de celles de Gaſſendi, faites à Aix en 1620, & à Digne en 1633.

Depuis ce temps-là nous en avons dix d'Hevelius, faites à Dantzick, depuis 1667 juſqu'en 1678, dont quelques-unes ont été obſervées en même temps en Angleterre & en France, & s'y accordent aſſés exactement, ce qui fait voir qu'on peut compter ſur la préciſion de ces obſervations.

Les obſervations d'Angleterre ont été faites par M. Flamſteed à Greenwich, depuis 1677 juſqu'en 1704.

Celles de France ont été faites à l'Obſervatoire Royal de Paris, depuis l'année 1672, juſqu'en l'année 1732, y ayant eu quelque interruption dans les premiéres années. Un grand nombre de ces obſervations ont été faites en même temps en Angleterre, & s'accordent entr'elles avec autant d'exactitude qu'on peut le ſouhaiter.

Comme dans les obſervations rapportées dans les différents Auteurs, on n'a pas toûjours marqué le temps précis de l'Oppoſition de Jupiter avec le Soleil, & ſon vrai lieu au temps de cette Oppoſition; qu'on a même employé dans le calcul de quelques-unes, la réfraction des Aſtres, & d'autres élements différents de ceux que l'on trouve préſentement, nous les avons calculées toutes (à la réſerve de celles de 1584, 1607, 1610 & 1613) en les réduiſant au Méridien de Paris, & ſuppoſant le vrai lieu du Soleil, de même que celui des Etoiles fixes, avec leſquelles on les a comparées, tels qu'ils réſultent de nos Tables, & nous les avons rapportées ici, afin que les Astronomes qui en voudront faire usage, puissent y avoir recours.

Oppositions de Jupiter avec le Soleil, observées par divers Astronomes.

PTOLEMÉE.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.
133	Mai..... 15 à 23h 3'	♏ 23d 22' 22" ☍ ♃ ☉
136	Septembre 1 à 4 10	♓ 7 47 35
137	Octobre.. 8 à 3 18	♈ 14 19 0

COPERNIC.

1520	Avril.... 28 à 15h 56'	♏ 17d 59' 0
1526	Novembre 28 à 1 58	♊ 15 51 0
1529	Janvier... 30 à 21 0	♌ 21 15 50

TYCHO ET LONGOMONTANUS.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1583	Septembre 6 à 17h 13'	♓ 23d 33' 22" ☍ ♃ ☉	1d 34' 53" Aust.
1584	Octobre.. 13 à 7 20	♉ 0 22 0	
1585	Novembre 18 à 0 12	♊ 6 17 30	0 52 25 Aust.
1586	Décembre 21 à 16 2	♋ 10 19 4	0 8 17 Bor.
1588	Janvier... 22 à 8 8	♌ 12 18 34	0 58 47 Bor.
1589	Février .. 21 à 0 36	♍ 12 57 8	1 14 32 Bor.
1590	Mars .... 23 à 12 20	♎ 12 54 30	1 32 6 Bor.
1591	Avril.... 23 à 19 6	♏ 13 7 20	1 17 10 Bor.
1592	Mai..... 25 à 16 21	♐ 14 25 1	0 35 56 Bor.
1594	Août.... 5 à 5 35	♒ 22 21 4	1 12 31 Aust.
1595	Septembre 12 à 1 25	♓ 28 53 10	1 39 18 Aust.
1596	Octobre.. 18 à 8 30	♉ 5 40 0	1 25 45 Aust.
1607	Novembre 17 à 11 10	♈ 4 10 0	
1610	Décembre 30 à 14 40	♋ 19 36 0	
1613	Mars .... 1 à 22 0	♍ 21 45 0	

GASSENDI.

1620	Novembre 7 à 10h 0'	♉ 15d 58' 0"
1633	Décembre 17 à 2 0	♊ 26 3 20

HEVELIUS.

HEVELIUS.

Temps de l'Opposition.						Longitude de Jupiter.					Latitude.			
1657	Décembre	26	à	13^h	40′	♋	5^d	54′	37″ ☍ ♃ ☉		0^d	9′	30″	Auſt.
1659	Janvier . .	27	à	11	18	♌	8	8	56		0	48	43	Bor.
1661	Mars	28	à	16	52	♎	8	57	55		1	38	25	Bor.
1666	Septembre	15	à	23	50	♓	23	43	28		1	37	25	Auſt.
1667	Octobre. .	23	à	8	25	♉	0	33	21		1	33	41	Auſt.
1671	Janvier . .	31	à	18	4	♌	12	35	0		0	59	0	Bor.
1672	Mars	2	à	12	10	♍	13	18	13		1	28	27	Bor.
1674	Mai.	3	à	6	0	♏	13	28	43		1	21	17	Bor.
1676	Juillet. . .	8	à	18	15	♑	17	36	18		0	12	21	Auſt.
1678	Septembre	21	à	6	3	♓	28	58	41		1	37	10	Auſt.

FLAMSTEED.

Temps de l'Opposition.						Longitude de Jupiter.					Latitude.			
1677	Août. . . .	14	à	11^h	32′	♒	22^d	31′	4″ ☍ ♃ ☉		1^d	10′	4″	Auſt.
1678	Septembre	21	à	5	51	♓	28	58	0		1	37	25	Auſt.
1679	Octobre. .	28	à	13	9	♉	5	43	34		1	26	40	Auſt.
1680	Décembre	2	à	2	56	♊	11	24	47		0	42	22	Auſt.
1682	Janvier . .	4	à	13	15	♋	15	14	37		0	12	20	Bor.
1683	Février . .	5	à	4	30	♌	17	9	23		1	0	50	Bor.
1684	Mars	6	à	19	51	♍	17	42	27		1	30	3	Bor.
1685	Avril	6	à	8	45	♎	17	39	23					
1686	Mai.	7	à	17	17	♏	17	53	27		1	14	14	Bor.
1687	Juin	9	à	15	10	♐	19	12	46		0	33	0	Bor.
Deux. 1688	Juillet . . .	13	à	18	53	♑	22	24	3		0	30	10	Auſt.
1689	Août. . . .	19	à	13	7	♒	27	29	36		1	14	8	Auſt.
1690	Septembre	26	à	8	38	♈	4	5	6		1	39	5	Auſt.
1691	Novembre	2	à	13	40	♉	10	51	0		1	21	47	Auſt.
1692	Décembre	6	à	22	42	♊	16	25	0		0	34	53	Auſt.
1694	Janvier. . .	9	à	3	0	♋	20	0	0		0	21	43	Bor.
1695	Février . .	9	à	14	18	♌	21	42	15		1	7	42	Bor.
1696	Mars	11	à	3	26	♍	22	5	48		1	33	25	Bor.
1697	Avril	10	à	17	36	♎	22	1	27		1	34	58	Bor.
1698	Mai.	12	à	5	35	♏	22	20	15		1	10	20	Bor.
1699	Juin	14	à	9	21	♐	23	50	53		0	24	0	Bor.
1700	Juillet . . .	19	à	16	19	♑	27	15	30		0	33	10	Auſt.

Temps de l'Oppoſition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1701 Août.... 25 à 20h 21'	♓ 2d 42' 22" ☍ ♃ ☉	1d 21' 22" Auſt.
1702 Octobre.. 2 à 17 5	♈ 9 27 12	1 39 0 Auſt.
1703 Novembre 8 à 17 40	♉ 16 8 0	1 16 0 Auſt.
1704 Décembre 12 à 18 30	♊ 21 25 0	0 27 30 Auſt.

A L'OBSERVATOIRE DE PARIS.

Temps de l'Oppoſition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1672 Mars.... 2 à 9h 0'	♍ 13d 18' 0" ☍ ♃ ☉	
1673 Avril.... 2 à 1 0	♎ 13 19 0	1d 37' 15" Bor.
1683 Février.. 5 à 5 0	♌ 17 10 0	
Dout. 1688 Juillet... 13 à 12 45	♑ 22 15 50	
1689 Août.... 19 à 19 20	♒ 27 28 10	
1690 Septembre 26 à 7 18	♈ 4 5 40	1 39 40 Auſt.
1691 Novembre 2 à 13 30	♉ 10 52 0	
1692 Décembre 6 à 21 36	♊ 16 24 30	
1694 Janvier.. 9 à 3 0	♋ 20 1 3	
1695 Février.. 9 à 15 3	♌ 21 43 30	1 7 54 Bor.
1696 Mars.... 11 à 4 28	♍ 22 8 23	1 34 10 Bor.
1697 Avril.... 10 à 17 32	♎ 22 1 15	1 35 22 Bor.
1698 Mai..... 12 à 5 46	♏ 22 20 32	1 9 32 Bor.
1699 Juin..... 14 à 10 8	♐ 23 52 42	0 23 7 Bor.
1700 Juillet... 19 à 16 40	♑ 27 16 22	0 33 36 Auſt.
1701 Août.... 25 à 20 34	♓ 2 42 54	1 20 30 Auſt.
1702 Octobre.. 2 à 17 29	♈ 9 28 7	1 38 18 Auſt.
1703 Novembre 8 à 17 33	♉ 16 8 30	1 16 8 Auſt.
1704 Décembre 12 à 18 50	♊ 21 26 2	0 28 10 Auſt.
1706 Janvier.. 14 à 16 2	♋ 24 40 40	0 29 56 Bor.
1707 Février.. 14 à 23 2	♌ 26 6 55	1 13 26 Bor.
1708 Mars.... 16 à 9 9	♍ 26 23 51	1 36 52 Bor.
1709 Avril.... 16 à 0 49	♎ 26 19 0	1 32 58 Bor.
1710 Mai..... 17 à 18 24	♏ 26 47 17	1 4 50 Bor.
1711 Juin..... 20 à 6 37	♐ 28 36 0	0 15 50 Bor.
1712 Juillet... 24 à 21 25	♒ 2 20 10	0 40 25 Auſt.
1713 Août.... 31 à 6 9	♓ 8 2 16	1 25 26 Auſt.
1714 Octobre.. 8 à 0 26	♈ 14 53 2	1 38 10 Auſt.
1715 Novembre 13 à 20 19	♉ 21 23 13	1 11 8 Auſt.
1716 Décembre 17 à 12 31	♊ 26 20 43	0 19 26 Auſt.

Temps de l'Opposition.					Longitude de Jupiter.				Latitude.			
1718	Janvier . . 19	à	1^h	$55'$	♋	29^d	$17'$	$20''$ ☍ ♃ ☉	0^d	$35'$	$45''$	Bor.
1719	Février . . 19	à	4	3	♍	0	31	18	1	17	30	Bor.
1720	Mars 20	à	15	43	♎	0	43	19	1	37	33	Bor.
1721	Avril 20	à	9	48	♏	0	40	3	1	29	32	Bor.
1722	Mai 22	à	8	43	♐	1	17	41	0	57	15	Bor.
1723	Juin 25	à	4	0	♑	3	21	22	0	7	29	Bor.
1724	Juillet . . . 30	à	0	28	♒	7	19	49	0	50	11	Aust.
1725	Septembre 5	à	14	44	♓	13	18	0	1	31	31	Aust.
1726	Octobre . . 13	à	6	0	♈	20	4	10	1	37	0	Aust.
1727	Novembre 18	à	17	39	♉	26	4	47	1	5	57	Aust.
1728	Décembre 22	à	3	9	♋	1	8	2	0	12	40	Aust.
1730	Janvier . . 23	à	11	5	♌	3	49	30	0	41	23	Bor.
1731	Février . . 23	à	9	56	♍	4	53	3	1	21	20	Bor.
1732	Mars 24	à	22	4	♎	5	0	27	1	36	40	Bor.

CHAPITRE III.

Des moyens Mouvements de Jupiter.

AYANT ainsi établi le temps & le vrai lieu des Oppositions de Jupiter, observées par divers Astronomes, nous employerons d'abord, de même que nous avons fait dans la théorie de Saturne, les observations modernes pour trouver le temps d'une révolution entiére de Jupiter, dont nous nous servirons ensuite pour déterminer par des observations anciennes, son moyen mouvement avec plus de précision.

Pour le faire avec toute l'exactitude requise, il seroit nécessaire de connoître dans chaque observation le lieu de l'Aphélie de Jupiter & l'excentricité de son Orbe, afin de calculer l'Equation qui y convient, & réduire son vrai lieu à son lieu moyen.

Pour y suppléer en quelque maniére, nous avons choisi les observations où cette Planete s'est trouvée près de ses moyennes distances, parce qu'alors les Equations varient fort peu d'un degré à l'autre, & la quantité du vrai mouvement compris dans une révolution, différe peu de celle de son vrai mouvement.

Entre ces observations, nous trouvons celles des années 1699

& 1700, dans la derniére desquelles le vrai lieu de Jupiter étoit plus avancé que dans la premiére, de $1^s\ 3^d\ 23'\ 40''$, qui mesurent le vrai mouvement de cette Planete, lequel est moyen entre le plus petit, que l'on a trouvé entre les Oppositions de 1696 & de 1697, de $29^d\ 52'\ 52''$, & le plus grand, qui a été trouvé entre les Oppositions de 1701 & de 1702, de $1^s\ 6^d\ 45'\ 13''$.

Dans les Oppositions suivantes, on trouve celles de 1710 & de 1711, dont la premiére est éloignée de celle de 1699, de moins d'une révolution entiére, & la seconde d'une révolution plus quelques degrés.

L'Opposition de l'année 1699 est arrivée le 14 Juin à $10^h\ 8'$ du soir, Jupiter étant en ♐ $23^d\ 52'\ 42''$, avec une latitude boréale de $0^d\ 23'\ 7''$.

Celle de 1710 est arrivée le 17 Mai à $18^h\ 24'$, le vrai lieu de Jupiter étant en ♐ $26^d\ 47'\ 17''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 4'\ 50''$.

Enfin l'Opposition de 1711 a été observée le 20 Juin à $6^h\ 37'$, le vrai lieu de Jupiter étant en ♐ $28^d\ 36'\ 0''$, avec une latitude boréale de $0^d\ 15'\ 50''$.

La différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les observations des années 1699 & 1711, est de $4^d\ 43'\ 18''$, dont cette Planete étoit plus avancée en 1711 qu'en 1699, ce qui fait voir que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 12 années, dont deux bissextiles, $5^j\ 20^h\ 29'$, Jupiter avoit achevé une révolution entiére plus $4^d\ 43'\ 18''$. On fera donc, comme $31^d\ 48'\ 43''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 1710 & 1711, sont à $4^d\ 43'\ 18''$; ainsi $398^j\ 12^h\ 13'$, intervalle de temps entre les Oppositions des années 1710 & 1711, sont à $59^j\ 3^h\ 36'$, qui, étant retranchés de l'intervalle entre les observations des années 1699 & 1711, donnent la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil, de . . . . 11 années $313^j\ 16^h\ 54'$.

En comparant de la même maniére l'Opposition de l'année 1672, observée à Paris, avec celles des années 1731 & 1732, on trouvera que dans l'intervalle entre les observations des années 1672 & 1732, qui est de 60 années, dont 14 bissextiles, $12^j\ 13^h\ 4'$, Jupiter a achevé cinq révolutions entiéres plus

$21^d\ 42'\ 27''$, ce qui donne chaque révolution moyenne, de . . . . 11 années $315^j\ 7^h\ 13'$.

Enfin, si l'on compare l'Opposition observée par Gassendi le 7 Novembre 1620 à 10 heures du soir, Jupiter étant en ♉ $15^d\ 58'\ 0''$, avec celle qui a été déterminée à Paris le 8 Novembre 1703 à $17^h\ 33'$, Jupiter étant en ♉ $16^d\ 8'\ 30''$, plus avancé seulement de $10'\ 30''$ qu'en 1620, on trouve que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 83 années, dont 19 sont bissextiles, $1^j\ 7^h\ 35'$, il y a eu sept révolutions entiéres de Jupiter moins $10^h\ 30'$, ce qui donne chaque révolution moyenne, de . . . . 11 années $315^j\ 11^h\ 25'$.

Après avoir ainsi déterminé la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil par les observations modernes, il faut présentement examiner celle qui résulte des observations les plus anciennes.

La premiére de ces Oppositions, observée par Ptolemée, est arrivée le 15 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à $23^h\ 3'$, Jupiter étant en ♏ $23^d\ 22'\ 22''$.

Entre les Oppositions que nous avons observées, nous en trouvons une du 12 Mai de l'année 1698 à $5^h\ 46'$ du soir, Jupiter étant en ♏ $22^d\ 20'\ 32''$, moins avancé seulement de $1^d\ 1'\ 50''$ que dans l'Opposition de l'année 133.

L'Opposition suivante est arrivée le 14 Juin de l'année 1699 à $10^h\ 8'$ du soir, le vrai lieu de Jupiter étant à $23^d\ 52'\ 42''$ du Sagittaire.

On fera donc, comme $31^d\ 32'\ 10''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 1698 & 1699, sont à $1^d\ 1'\ 50''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 133 & 1698; ainsi $398^j\ 6^h\ 54'$, intervalle entre les deux derniéres Oppositions, sont à $13^j\ 0^h\ 38'$, qui, étant adjoûtés à 1566 années communes, $12^j\ 7^h\ 26'$, intervalle entre les Oppositions des années 133 & 1698, donnent 1566 années communes, $25^j\ 7^h\ 21'$, pendant lesquelles Jupiter a achevé un certain nombre de révolutions exactes, qu'on trouvera de 132, en partageant cet intervalle réduit en jours, qui est de $571615^j\ 7^h\ 21'$ par la révolution moyenne de Jupiter, déterminée par les observations modernes, de 11 années $315^j\ 11^h\ 25'$, ou 4330 jours & demi; c'est pourquoi si l'on divise ce même intervalle par 132, on aura chaque révolution moyenne de Jupiter, de . . . . 11 années 315^j 10^h 0', ce qui donne son moyen mouvement annuel, de 30^d 20' 36" 38"'.

La seconde Opposition de Jupiter avec le Soleil, observée par Ptolemée, est arrivée le 1.^{er} Septembre de l'année 136 après Jesus-Christ, à 4^h 10' au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter étant en ♓ 7^d 47' 35".

Entre nos observations, nous trouvons celle de 1713, où l'Opposition de Jupiter a été déterminée le 31 Août à 6^h 9', le vrai lieu de cette Planete étant en ♓ 8^d 2' 16", plus avancé seulement de 14' 41" qu'en l'année 136. L'intervalle entre ces observations est de 1578 années communes, 17^j 1^h 59', dont retranchant 2^j 16^h 36', pendant lesquels le mouvement de Jupiter a été de 14' 40", on aura 1578 années 14^j 9^h 23', qui mesurent 133 révolutions entiéres, ce qui donne chaque révolution moyenne, de . . . . 11 années 315^j 17^h 6', & le moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 29" 9"'.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de l'année 137 avec celle de l'année 1714, dans la derniére desquelles Jupiter étoit plus avancé de 32' 30" que dans la précédente, on trouvera sa révolution moyenne, de . . . . 11 années 315^j 16^h 32', & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 29" 44"'.

Prenant un milieu entre ces trois différentes déterminations, on aura la révolution moyenne de Jupiter à l'égard du Soleil, de . . . . 11 années 315^j 14^h 36', & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 31" 50"'.

CHAPITRE IV.

De l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

QUOIQUE pour la détermination de l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation, on ne puisse pas employer avec le même succès que nous l'avons fait dans la théorie du Soleil & dans celle de Saturne, la neuviéme méthode que nous avons enſeignée *(p. 187.)* parce que n'y ayant que onze Oppoſitions dans l'intervalle d'une des révolutions de cette Planete, il ſe rencontre rarement que ces obſervations ſoient aſſés près de ſes moyennes diſtances pour pouvoir déterminer avec aſſés d'exactitude la plus grande Equation de ſon Orbe, & le lieu de ſon Aphélie.

Cependant comme cette méthode eſt beaucoup plus ſimple que les autres, & indépendante d'aucune hypotheſe, qu'on peut même ſuppléer au petit nombre d'obſervations qui ſe rencontrent dans une révolution, en employant celles qui ont été faites pendant le cours de pluſieurs de ces révolutions ; nous ne laiſſerons pas d'examiner ce qui en réſulte, nous réſervant de déterminer enſuite par d'autres méthodes ces divers élements.

Entre les Oppoſitions de Jupiter que nous avons obſervées, nous trouvons celle qui eſt arrivée le 25 Juin 1723 à 4 heures, le vrai lieu de Jupiter étant en ♑ $3^d\ 21'\ 22''$, près de ſes moyennes diſtances ; ce qu'il eſt aiſé de reconnoître, parce que le vrai mouvement de Jupiter dans l'intervalle entre cette Oppoſition & la ſuivante, différe peu du moyen mouvement qui y répond.

Cinq années après, l'Oppoſition de Jupiter avec le Soleil a été obſervée le 22 Décembre 1728 à $3^h\ 9'$, le vrai lieu de Jupiter étant en ♋ $1^d\ 8'\ 2''$.

Depuis le 25 Juin 1723 à $4^h\ 0'$, juſqu'au 22 Décembre 1728 à $3^h\ 9'$, il y a cinq années, dont deux biſſextiles, $179^j\ 23^h\ 9'$, pendant leſquelles le mouvement vrai de Jupiter a été de $5^f\ 27^d\ 46'\ 40''$.

Prenant le moyen mouvement de Jupiter, qui répond à cet intervalle de temps, on aura $5^f\ 16^d\ 50'\ 15''$, qui, étant retranchés de ſon vrai mouvement qui a été trouvé de $5^f\ 27^d\ 46'\ 40''$, reſte $10^d\ 56'\ 25''$.

Comme dans l'intervalle entre les obſervations que nous venons de comparer enſemble, Jupiter n'a pas achevé ſix Signes entiers, on prendra l'Oppoſition ſuivante qui eſt arrivée le 23 Janvier de l'année 1730 à $11^h\ 5'$ du ſoir, le vrai lieu de Jupiter étant en ♌ $3^d\ 49'\ 30''$.

Le mouvement vrai dans l'intervalle entre cette Oppoſition & celle de 1723, qui eſt de ſix années, dont deux biſſextiles,

$212^j\ 7^h\ 5'$, eſt de $7^f\ 0^d\ 28'\ 8''$, auquel il répond $6^f\ 19^d\ 52'\ 7''$ de moyen mouvement. La différence eſt $10^d\ 36'\ 1''$, plus petite de $20'\ 24''$ que celle que l'on avoit trouvée par la comparaiſon précédente, de $10^d\ 56'\ 25''$, à laquelle on doit donner la préférence, parce que l'erreur qui peut ſe trouver par cette méthode, donne toûjours l'Equation plus petite qu'elle ne l'eſt réellement, ſans pouvoir jamais la donner trop grande.

Prenant la moitié de $10^d\ 56'\ 25''$, on aura la plus grande Equation de Jupiter, de . . . . $5^d\ 28'\ 12''\frac{1}{2}$.

Pour déterminer préſentement le vrai lieu de ſon Aphélie, on comparera l'Oppoſition de 1723 avec celle de 1725, qui eſt arrivée le 5 Septembre à $14^h\ 44'$, le vrai lieu de Jupiter étant en ♓ $13^d\ 18'\ 0''$.

Le vrai mouvement de Jupiter dans cet intervalle, qui eſt de deux années, dont une biſſextile, $172^j\ 10^h\ 44'$, eſt de $2^f\ 9^d\ 56'\ 38''$, auquel il répond $2^f\ 6^d\ 47'\ 24''$ de moyen mouvement. La différence eſt de $3^d\ 9'\ 14''$, qui eſt plus petite de $2^d\ 18'\ 58''$ que la plus grande Equation que l'on vient de déterminer; ce qui fait voir que Jupiter n'étoit pas encore arrivé à ſon Périhélie.

On prendra donc l'Oppoſition ſuivante, qui eſt arrivée le 13 Octobre 1726 à $6^h\ 0'$, Jupiter étant en ♈ $20^d\ 4'\ 10''$. Le vrai mouvement de Jupiter, dans l'intervalle de trois années, dont une biſſextile, $110^j\ 2^h\ 0'$, qui ſe ſont écoulées entre l'obſervation de 1723 & celle de 1726, eſt de $3^f\ 16^d\ 52'\ 48''$, auquel il répond $3^f\ 10^d\ 15'\ 39''$ de moyen mouvement. La différence eſt de $6^d\ 37'\ 9''$, qui excedent la plus grande Equation de Jupiter, de $1^d\ 8'\ 57''$; ce qui fait voir que dans l'Oppoſition de 1726, Jupiter avoit paſſé au de-là de ſon Périhélie, dont on déterminera le lieu, en faiſant, comme $2^d\ 18'\ 58''$ plus $1^d\ 8'\ 57''$, ou $3^d\ 27'\ 55''$, ſont à $1^d\ 8'\ 57''$; ainſi $36^d\ 46'\ 10''$, mouvement vrai de Jupiter entre les deux Oppoſitions de 1725 & de 1726, eſt à $12^d\ 15'$, qui, étant retranchés du vrai lieu de Jupiter dans l'Oppoſition de 1726, qui étoit en ♈ $20^d\ 4'\ 10''$, donne le vrai lieu de ſon Périhélie à $7^d\ 49'$ de la Balance. *Ce qu'il falloit trouver.*

Enfin, pour déterminer le temps que Jupiter eſt arrivé à ſon Périhélie, on fera, comme $3^d\ 27'\ 55''$, ſont à $1^d\ 8'\ 57''$; ainſi

une année

une année commune $7^j\ 15^h\ 16'$, intervalle entre les Oppositions de 1725 & de 1726, est à $134^j\ 5^h\ 5'$, qui, étant retranchés du temps de l'Opposition de 1726, qui est arrivée le 13 Octobre à $6^h\ 0'$, donnent le temps du passage de Jupiter par son Périhélie le 1.er Juin 1726, cette Planete étant alors à $7^d\ 49'$ du Bélier.

On déterminera de la même maniére par l'Opposition de 1716, comparée avec celles qui ont suivi jusqu'en 1723, la plus grande Equation de Jupiter, de $5^d\ 26'\ 42''$, & le lieu de son Aphélie à la fin de Juillet 1720, à $10^d\ 23'$ de la Balance.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de 1657 avec celles qui ont été observées en 1676 & 1677, après une révolution & demie ou environ, on trouvera la plus grande Equation de Jupiter, de $5^d\ 30'\ 43''$, plus grande que par les déterminations précédentes, & qu'on doit leur préférer par les raisons qu'on a rapportées.

On trouvera aussi par la comparaison de l'Opposition de 1657 avec celle de 1661, la différence entre le mouvement vrai & le mouvement moyen de Jupiter dans l'intervalle entre ces observations, de $5^d\ 43'\ 5''$, plus grande de $12'\ 22''$ que l'Equation que l'on vient de déterminer; ce qui fait voir que Jupiter avoit alors passé au de-là de son Aphélie, d'une quantité que l'on trouvera de $2^d\ 5'$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Jupiter, qui étoit dans l'Opposition de 1661, en ♎ $8^d\ 57'\ 55''$, donne le vrai lieu de son Aphélie en ♎ $6^d\ 53'$ pour le commencement de l'année 1661.

Après avoir ainsi déterminé le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter & sa plus grande Equation, nous avons examiné ce qui résulte des différentes hypotheses dont on se sert pour représenter les mouvements des Planetes.

Entre les Oppositions de Jupiter avec le Soleil, qui ont été observées à Paris, nous en avons choisi trois, dont une avant le passage de cette Planete par le lieu de son Aphélie, & les deux autres après; la premiére de ces Oppositions a été déterminée le 19 Février 1719 à $4^h\ 3'$ du soir, Jupiter étant en ♍ $0^d\ 31'\ 18''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 17'\ 30''$; la seconde le 20 Avril 1721 à $9^h\ 48'$ du soir, Jupiter étant en ♏ $0^d\ 40'\ 3''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 29'\ 32''$; la troisiéme le 25 Juin 1723 à $4^h\ 0'$, Jupiter étant en ♑ $3^d\ 21'\ 22''$, avec une latitude boréale de $0^d\ 7'\ 29''$.

Comme les deux premiéres observations n'ont point été faites près des Nœuds, ou des termes des plus grandes latitudes, il faut, pour une plus grande exactitude, réduire le vrai lieu de Jupiter, observé par rapport à l'Ecliptique, à son vrai lieu sur son Orbite, ce qui demande la connoissance du lieu du Nœud de cette Planete & de l'inclinaison de son Orbite.

En attendant qu'on ait déterminé ces éléments avec exactitude, on considérera que dans l'Opposition de Jupiter, de l'année 1723, sa latitude étoit de $0^d\ 7'\ 29''$ boréale, au lieu que dans celle de 1724, elle étoit de $0^d\ 50'\ 11''$ australe; ce qui fait voir que Jupiter avoit passé par son Nœud austral dans le temps écoulé entre ces deux observations, & que le lieu de ce Nœud étoit à 7 degrés ou environ du Capricorne. On remarquera aussi dans les différentes Oppositions que l'on a rapportées, que la plus grande latitude de Jupiter n'a pas excedé $1^d\ 39'\ 40''$, & qu'ainsi la plus grande inclinaison apparente de son Orbite, qui est mesurée par sa plus grande latitude, est de la même quantité de $1^d\ 39'\ 40''$.

Suivant ces élements, on trouvera que dans l'observation de 1719, la réduction de l'Ecliptique à l'Orbite de Jupiter, étoit de 30 secondes, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu par rapport à l'Ecliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en ♍ $0^d\ 31'\ 48''$, & que dans l'observation de 1721, cette réduction est de 26 secondes, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Jupiter sur l'Ecliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en ♏ $0^d\ 39'\ 37''$. A l'égard de l'observation de 1723, qui se trouve près des Nœuds, il n'y a que 5 à 6 secondes de réduction, qu'il faut aussi retrancher du vrai lieu de Jupiter, observé par rapport à l'Ecliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en ♑ $3^d\ 21'\ 17''$.

Ces observations étant ainsi réduites à l'Orbite de Jupiter, on trouvera par la sixiéme méthode le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter dans l'hypothese elliptique simple à $10^d\ 17'$ de la Balance à la fin de Juillet de l'année 1720, l'excentricité de son Orbe de 4782, & sa plus grande Equation de $5^d\ 28'\ 52''$.

Calculant aussi par la septiéme méthode dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Jupiter, qui résulte des mêmes observations, on le trouvera à $9^d\ 47'$ de la Balance, moins avancé de 30 min.

que ſuivant l'hypotheſe précédente. On aura auſſi ſon excentricité de 4817, ce qui donne ſa plus grande Equation de $5^d\ 31'\ 43''$, & c'eſt à ces derniéres déterminations que nous avons jugé devoir donner la préférence, parce que l'hypotheſe de Képler eſt la plus généralement reçûe des Aſtronomes modernes.

On a négligé dans ces calculs de réduire le temps vrai de l'Oppoſition au temps moyen, parce qu'il ne peut y avoir qu'une différence de $16'\ 12''$, pendant leſquelles le mouvement de Jupiter n'eſt que de 3 ſecondes de degré.

On trouvera, ſuivant les mêmes méthodes, par les obſervations de Ptolemée, l'Aphélie de Jupiter pour la fin de l'année 136 dans l'hypotheſe elliptique ſimple en . . . . . . ♍ $15^d\ 12'$, & dans l'hypotheſe de Képler en . . . . ♍ $14^d\ 38'$, avec une différence de l'un à l'autre de 34 minutes.

A l'égard de l'excentricité de ſon Orbe, on le trouve par l'hypotheſe elliptique ſimple de 4585 parties, dont le grand axe eſt de 200000, ce qui donne ſa plus grande Equation de $5^d\ 15'\ 20''$, & dans l'hypotheſe de Képler de 4546, d'où l'on tire ſa plus grande Equation de $5^d\ 12'\ 40''$.

Ayant enſuite déterminé l'Aphélie de Jupiter, qui réſulte des obſervations les plus anciennes & les plus modernes, nous l'avons calculé par les obſervations de Tycho, faites dans les circonſtances les plus favorables, dont la premiére eſt arrivée le 22 Janvier de l'année 1588 à $8^h\ 8'$ au Méridien de Paris, Jupiter étant en ♌ $12^d\ 18'\ 34''$, avec une latitude boréale de $0^d\ 58'\ 47''$; la ſeconde le 23 Mars 1590 à $12^h\ 20'$, Jupiter étant en ♎ $12^d\ 54'\ 30''$; & la troiſiéme le 25 Mai 1592 à $16^h\ 21'$, cette Planete étant en ♐ $14^d\ 25'\ 0''$.

Suivant ces obſervations, on trouve par l'hypotheſe elliptique ſimple, au commencement de l'année 1690, l'Aphélie de Jupiter en . . . . ♎ $6^d\ 41'\ 0''$, ſon excentricité de 4755 parties, & ſa plus grande Equation de . . . . $5^d\ 27'\ 4''$; & dans l'hypotheſe de Képler, l'Aphélie de Jupiter en . . . . ♎ $6^d\ 30'\ 43''$, ſon excentricité de 4782 parties, & ſa plus grande Equation de . . . . $5^d\ 28'\ 56''$.

CHAPITRE V.

Du Mouvement de l'Aphélie de Jupiter.

SUIVANT les obſervations de Ptolemée, on a trouvé par l'hypotheſe elliptique ſimple, que vers la fin de l'année 136, l'Aphélie de Jupiter étoit en . . . . ♍ 15^d $12'$.

Il a été déterminé ſuivant la même hypotheſe à la fin de Juillet de l'année 1720, en . . . . ♎ 10^d $17'$.

Le mouvement de l'Aphélie a donc été de . . 25^d $5'$, dans l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 1583 années $\frac{1}{2}$, ce qui donne ſon mouvement annuel, de . . . . $0'$ $57''$ $2'''$.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui a été déterminé ſuivant l'hypotheſe de Képler à la fin de l'année 136, en . . . . ♍ 14^d $38'$, avec celui qui a été trouvé en 1720, en . . . . ♎ 9^d $47'$, on aura dans le même intervalle de temps le mouvement de l'Aphélie de Jupiter, de . . . . 25^d $9'$, qui excede de 4 minutes celui que l'on avoit trouvé par la comparaiſon précédente, ce qui donne ſon mouvement annuel, de . . . . $0'$ $57''$ $11'''$, plus grand ſeulement de 9 tierces que celui que l'on a trouvé par la premiére hypotheſe.

Examinons préſentement ce qui réſulte des obſervations de Tycho, comparées aux nôtres & à celles de Ptolemée.

Suivant ces obſervations, le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter, calculé par l'hypotheſe elliptique ſimple, étoit au commencement de l'année 1590, en . . . . ♎ 6^d $41'$, & à la fin de Juillet de l'année 1720, en . . . ♎ 10^d $17'$.

Le mouvement de l'Aphélie de Jupiter a donc été dans l'eſpace de 130 années & 6 mois, de 3^d $36'$ $0''$, ce qui donne ſon mouvement annuel, de . . . . $1'$ $39''$.

Suivant l'hypotheſe de Képler, le lieu de l'Aphélie de Jupiter étoit en 1590, en . . . . ♎ 6^d $30'$ $43''$; & en 1720, en . . . . ♎ 9^d $47'$ $0''$; ainſi le mouvement de l'Aphélie de Jupiter a été dans le même intervalle de temps, de $3^d\ 16'\ 17''$, d'où l'on tire ſon mouvement annuel, de . . . . $1'\ 30''$.

Enfin, ſi l'on compare le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui a été trouvé par l'hypotheſe de Képler à la fin de l'année 136, en . . . . ♍ $14^d\ 38'\ 0''$, avec celui qui a été déterminé en l'année 1590, par les obſervations de Tycho, en . . . . ♎ $6^d\ 30'\ 43''$, on trouve que dans l'intervalle de 1463 années & demie, ſon mouvement a été de $21^d\ 52'\ 43''$, ce qui donne ſon mouvement annuel, de . . . . $0'\ 54''$, plus petit de 36 ſecondes que depuis les obſervations de Tycho juſqu'aux nôtres.

Ainſi ſuppoſant toutes les obſervations que nous avons employées pour déterminer l'Aphélie de Jupiter, exactes de part & d'autre, il ſuit que le mouvement de cet Aphélie a accéléré dans la ſuite des ſiécles, ou du moins qu'il eſt ſujet à quelques irrégularités.

On remarquera auſſi des variations aſſés conſidérables dans l'excentricité de l'Orbe de Jupiter, de même que dans la plus grande Equation de ſon Orbe, que nous avons trouvée dans l'hypotheſe elliptique ſimple, en l'année 136, de . . $5^d\ 15'\ 20''$, en l'année 1590, de . . . . 5 27 4, & en l'année 1720, de . . . . 5 28 52.

Et ſuivant l'hypotheſe de Képler, en l'année 136, de $5^d\ 12'\ 46''$, en l'année 1590, de . . . . 5 28 56, & en l'année 1720, de . . . . 5 31 43.

Quoique ces deux hypotheſes ne donnent pas préciſément la plus grande Equation de Jupiter de la même quantité, cependant elles s'accordent enſemble en ce qu'elles établiſſent cette Equation plus grande par la ſucceſſion des temps, à peu-près ſuivant la proportion des temps qui ſe ſont écoulés entre les différentes obſervations qu'on en a faites; ce qu'il eſt à propos de remarquer, afin que l'on examine dans la ſuite s'il y a de ſemblables variations.

CHAPITRE VI.

Détermination plus exacte des moyens Mouvements de Jupiter.

LE vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter, de même que ſon Excentricité, & la plus grande Équation de ſon Orbe étant ainſi connus, nous avons employé ces éléments pour déterminer dans chaque obſervation le lieu moyen de Jupiter, qui répond à ſon vrai lieu obſervé, & nous avons trouvé qu'au temps de l'Oppoſition du 15 Mai de l'année 133 après Jeſus-Chriſt, l'Équation de Jupiter étoit, ſuivant l'hypotheſe de Képler, de $5^d\ 12'\ 46''$, qu'il faut adjoûter à ſon vrai lieu déterminé à $23^d\ 22'\ 22''$ du Scorpion, pour avoir ſon lieu moyen en ♏ $28^d\ 35'\ 8''$: Que dans l'Oppoſition ſuivante du 1.er Septembre de l'année 136, l'Équation étoit de $0^d\ 37'\ 7''$, qu'il faut adjoûter à ſon vrai lieu déterminé en ♓ $7^d\ 47'\ 35''$, pour avoir le lieu moyen de Jupiter en ♓ $8^d\ 24'\ 42''$; & que dans la derniére Oppoſition du 8.me Octobre 137, l'Équation de Jupiter étoit de $2^d\ 40'\ 47''$, qui, étant retranchés de ſon vrai lieu, qui étoit en ♈ $14^d\ 19'\ 0''$, donnent ſon lieu moyen en ♈ $11^d\ 38'\ 13''$.

Pour comparer ces obſervations avec les nôtres, nous en avons choiſi trois où Jupiter étoit à peu-près dans le même endroit de ſon Orbe par rapport à ſon lieu moyen.

La premiére le 12 Mai 1698 à $5^h\ 46'$ du ſoir, Jupiter étant en ♏ $22^d\ 20'\ 32''$; la ſeconde le 25 Août 1701 à $20^h\ 34'$, Jupiter étant en ♓ $2^d\ 42'\ 54''$; & la troiſiéme le 2 Octobre 1702 à $7^h\ 29'$, Jupiter étant en ♈ $9^d\ 28'\ 7''$.

L'Équation de Jupiter étoit dans la premiére de ces obſervations, de $3^d\ 51'\ 21''$, qui, étant adjoûtés à ſon vrai lieu, donnent ſon lieu moyen en ♏ $26^d\ 11'\ 53''$. Dans la ſeconde obſervation, l'Équation étoit de $3^d\ 12'\ 36''$, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de Jupiter, donnent ſon lieu moyen en ♓ $5^d\ 55'\ 30''$. Enfin dans la troiſiéme obſervation, l'Équation de Jupiter étoit nulle, cette Planete étant alors aſſés exactement dans ſon Périhélie, &

par conſéquent ſon lieu moyen étoit, de même que ſon vrai lieu, en ♈ $9^d\ 28'\ 7''$.

Comparant enſemble le lieu moyen de Jupiter, que l'on vient de déterminer, on trouve qu'il étoit moins avancé dans les obſervations modernes que dans les anciennes; dans la premiére de $2^d\ 23'$, dans la ſeconde de $2^d\ 29'$, & dans la troiſiéme de $2^d\ 10'$. Si donc l'on adjoûte dans la premiére obſervation 28 jours 16 heur. pendant leſquels le moyen mouvement de Jupiter a été de $2^d\ 24'$, dans la ſeconde 29 jours 22 heures, qui répondent à $2^d\ 29'$, & dans la troiſiéme 26 jours 2 heures, pendant leſquels ce mouvement a été de $2^d\ 10'$, on trouvera que la longitude moyenne de Jupiter étoit le 10 Juin 1698 à $9^h\ 46'$ du matin, de la même quantité que le 15 Mai de l'année 133 à $23^h\ 3'$; qu'elle étoit le 25 Septembre de l'année 1701 à $6^h\ 34'$ du matin, de même que le 1.er Septembre de l'année 136 à $4^h\ 10'$ du ſoir; & que le 29 Octobre 1702 à $7^h\ 9'$ du matin, elle étoit au même endroit que le 8 Octobre 137 à $3^h\ 18'$ du ſoir.

Partageant l'intervalle entre le 15 Mai de l'année 133 à $23^h\ 3'$ du matin, & le 10 Juin de l'année 1698 à $9^h\ 46'$ du matin, qui eſt de 1566 années communes, 41 jours moins une heure, par 132, qui eſt le nombre des révolutions écoulées dans cet intervalle, on aura la révolution moyenne de Jupiter, de . . . . 11 années $315^j\ 12^h\ 54'$, ce qui donne ſon moyen mouvement annuel, de $30^d\ 20'\ 33''\ 34'''$.

Partageant de même par 132, l'intervalle entre le temps des Oppoſitions des années 136 & 137, & celui où le lieu moyen de Jupiter s'eſt trouvé de la même quantité par les obſervations modernes, on aura par celle de l'année 136, la révolution moyenne de Jupiter, de . . . . . 11 années $315^j\ 12^h\ 39'$, & ſon moyen mouvement annuel, de . . . $30^d\ 20'\ 33''\ 49'''$; & par l'obſervation de l'année 137, la révolution moyenne de Jupiter, de . . . . 11 années $315^j\ 12^h\ 7'$, ce qui donne ſon moyen mouvement annuel, de $30^d\ 20'\ 34''\ 24'''$.

Prenant un milieu, on aura la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil, de . . . . 11 années $315^j\ 12^h\ 33'$, & ſon moyen mouvement annuel, de . . . $30^d\ 20'\ 33''\ 56'''$.

CHAPITRE VII.

De la ſeconde Inégalité de Jupiter, & du rapport de ſa diſtance au Soleil & à la Terre.

LA différence entre le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil & ſon vrai lieu vû de la Terre, eſt ce que nous appellons *ſeconde Inégalité,* comme il a été expliqué dans la théorie de Saturne, où nous avons fait voir qu'elle n'eſt point cauſée par aucune augmentation ou diminution réelle dans le mouvement de la Planete, mais ſeulement par ſa différente ſituation à l'égard du Soleil & de la Terre; & qu'ainſi elle eſt ſimplement optique.

Nous avons déja remarqué que les circonſtances les plus favorables pour déterminer cette Inégalité, ſont lorſque la Planete vûe de la Terre eſt éloignée du Soleil de près de 90 degrés; & qu'on doit auſſi préférer pour cette recherche les obſervations qui ont été faites près des Nœuds, où le vrai lieu des Planetes ſur leur Orbite étant le même que leur vrai lieu ſur l'Ecliptique, il n'eſt point néceſſaire d'y employer aucune réduction.

Pour déterminer la ſeconde Inégalité de Jupiter, il faut employer la même méthode qui a été enſeignée pour trouver celle de Saturne, dont on rapportera ici quelques exemples.

EXEMPLE I.

Le 1.er Mars de l'année 1705, M. Flamſteed a obſervé à Greenwich le paſſage du centre de Jupiter par le Méridien à $6^h\ 13'\ 51''$, & ſa hauteur méridienne de $61^d\ 9'\ 40''$, d'où il a conclu l'aſcenſion droite de cette Planete, de $75^d\ 58'\ 13''$, & ſa déclinaiſon ſeptentrionale de $22^d\ 37'\ 40''$.

Calculant par le moyen de l'aſcenſion droite & de la déclinaiſon de cette Planete, ſon vrai lieu vû de la Terre, on le trouve en ♊ $17^d\ 4'\ 27''$, avec une latitude méridionale de $0^d\ 13'\ 39''$.

Si l'on calcule auſſi par les Tables Aſtronomiques pour le temps de cette obſervation, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter ou du Soleil, on le trouve en ♊ $28^d\ 3'\ 34''$, auquel

il faut

il faut adjoûter 4′ 30″, à cause que le vrai lieu calculé étoit plus petit que celui qui a été observé de 4′ 42″ dans l'Opposition qui a précédé immédiatement cette observation, & de 3′ 50″ dans celle qui l'a suivi, & on aura le vrai lieu de Jupiter à l'égard du Soleil, corrigé par les observations, en ♉ 28ᵈ 8′ 4″.

Retranchant de ce lieu, celui de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en ♉ 17ᵈ 4′ 27″, on aura l'angle *TIS (Fig. 52.)* qui mesuroit alors la seconde Inégalité de cette Planete, de 11ᵈ 3′ 37″.

Comme Jupiter étoit alors éloigné de quelques degrés de ses Nœuds, on peut, pour une plus grande exactitude, avoir égard à la réduction de son vrai lieu à l'Ecliptique, qui étoit de 10 secondes additive, ce qui donne son vrai lieu en ♉ 28ᵈ 8′ 14″, & sa seconde Inégalité de 11ᵈ 3′ 47″.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en ♓ 11ᵈ 2′ 46″, & sa distance à la Terre, de 9922 parties, dont la moyenne est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en ♉ 17ᵈ 4′ 27″, on aura l'angle *ITS* entre Jupiter & le Soleil, de 96ᵈ 1′ 41″.

Maintenant dans le Triangle *ITS,* dont l'angle *TIS,* qui mesure la seconde Inégalité a été trouvé de 11ᵈ 3′ 37″, l'angle *ITS,* de 96ᵈ 1′ 41″, & le côté *IS,* distance de la Terre au Soleil, de 9922 parties; on trouvera la distance *IS* de Jupiter au Soleil, de 51411 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000.

Pour déterminer présentement la distance de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, son Périhélie, & les autres lieux de son Orbe, qui résultent de cette observation, on retranchera le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui étoit alors en ♎ 9ᵈ 31′ 40″ de son vrai lieu vû du Soleil en ♉ 28ᵈ 8′ 14″, & l'on aura son anomalie vraye de 8ˢ 18ᵈ 36′ 34″, dont retranchant 6 Signes, reste l'angle *PTI (Fig. 54.)* de 78ᵈ 36′ 34″; & dans le Triangle *TVF,* dont le côté *TV* ou *AP,* qui lui a été fait égal, est de 200000, le côté *FT,* double de l'excentricité *CT* est de 9634 dans l'hypothese de Képler, & l'angle compris *FTV,* supplément de l'angle *PTI,* est de 101ᵈ 23′ 36″, on trouvera l'angle *FVT,* de 2ᵈ 40′ 40″, dont le double *FIT,* sera de 5ᵈ 21′ 20″. Le retranchant de l'angle *PTI,* de 78ᵈ 36′ 34″, on aura l'angle *PFI,* de 73ᵈ 15′ 14″;

& l'on fera, comme le ſinus de l'angle *PFI,* de $73^{d}\ 15'\ 14''$, eſt au ſinus de l'angle *PTI,* de $78^{d}\ 36'\ 34''$; ainſi *TI,* diſtance de Jupiter au Soleil, qui a été trouvée de 51411, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 10000, eſt à *FI,* que l'on trouvera de 52641. L'adjoûtant à *TI,* on aura *TV* ou *AP,* de 104052, dont la moitié 52026, meſure le demi-axe *AC* de l'Orbe de Jupiter; & l'on fera, comme *AC* 100000 eſt à *CI* 4817; ainſi *AC* 52026 eſt à *CT,* que l'on trouvera de 2506. L'adjoûtant à *AC,* on aura la diſtance *AT* de Jupiter au Soleil dans ſon Aphélie, de 54532 parties, dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000, & le retranchant de *AC,* on aura la diſtance *PT* de Jupiter au Soleil dans ſon Périhélie, de 49520.

Ces diſtances étant connuës, on trouvera celle de Jupiter au Soleil dans tous les points de ſon Orbe, comme, par exemple, lorſqu'il eſt éloigné de ſon Périhélie, de 30 degrés; car dans le Triangle *TDF,* le côté *DT* ou *AP* étant connu de 104052, *FT,* de 5012, & l'angle *ATD,* compris entre ces côtés, de 150 degrés, l'on trouvera l'angle *FDT,* de $1^{d}\ 19'\ 28''$, dont le double $2^{d}\ 38'\ 56''$, meſure l'angle *FRT,* qui, étant retranché de l'angle *PTR,* de 30 degrés, donne l'angle *PFR,* de $27^{d}\ 21'\ 4''$; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *FRT,* de $2^{d}\ 38'\ 56''$ eſt au ſinus de l'angle *RFT,* de $27^{d}\ 21'\ 4''$; ainſi *FT* 5012 eſt à la diſtance *RT* de Jupiter au Soleil, lorſqu'il eſt éloigné de 30 degrés de ſon Périhélie, qu'on trouvera de 49825 parties dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 10000.

EXEMPLE II.

Le 21 Décembre de l'année 1690, M. Flamſteed obſerva le paſſage du centre de Jupiter par le Méridien à $6^{h}\ 1'\ 45''$, & ſa hauteur méridienne apparente de $37^{d}\ 30'\ 45''$, d'où il détermina l'aſcenſion droite de cette Planete, de $1^{d}\ 0'\ 15''$, & ſa déclinaiſon méridionale de $1^{d}\ 1'\ 55''$.

Calculant, ſuivant cette obſervation, le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, on le trouve en ♈ $0^{d}\ 30'\ 35''$, avec une latitude méridionale de $1^{d}\ 20'\ 46''$, une des plus grandes qu'on obſerve alors; ce qui fait voir que cette Planete étoit fort près du terme de sa plus grande latitude, où son vrai lieu sur son Orbite est le même que celui qu'on détermine par rapport à l'Ecliptique.

Calculant pour le temps de cette observation, réduite au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, on le trouve en ♈ $12^d\ 4'\ 28''$, éloigné seulement d'environ 3 degrés de son Périhélie, qui est un des points qu'il faut principalement déterminer. Retranchant de ce lieu 5 minutes, à cause de la correction qui résulte des Oppositions qui ont précédé & suivi cette observation, on aura le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, corrigé, en ♈ $11^d\ 59'\ 28''$, dont il faut retrancher son vrai lieu vû de la Terre en ♈ $0^d\ 30'\ 35''$, pour avoir l'angle *TIS (Fig. 52.)* qui mesure la seconde Inégalité de Jupiter, de $11^d\ 28'\ 53''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en ♑ $0^d\ 27'\ 41''$, & sa distance à la Terre, de 9831 parties dont la moyenne est de 10000.

Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en ♈ $0^d\ 30'\ 35''$, on aura l'angle *STI*, de $90^d\ 2'\ 54''$, fort approchant de 90 degrés, où la seconde Inégalité est la plus grande; & l'on fera, comme le sinus de l'angle *TIS*, de $11^d\ 28'\ 53''$ est au sinus de l'angle *STI*, de $90^d\ 2'\ 54''$; ainsi *ST* 9831 est à *SI*, distance de Jupiter au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 49388.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *STI*, de $90^d\ 2'\ 54''$ est au sinus de l'angle *IST*, de $78^d\ 28'\ 13''$, supplément à deux droits des angles *STI* & *SIT*; ainsi le sinus de l'angle *RTI*, latitude de Jupiter vûe de la Terre, qui a été observée de $1^d\ 20'\ 46''$ est au sinus de l'angle *RSI*, latitude de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d\ 19'\ 8''$; & dans le Triangle *SIR*, rectangle en *I*, on fera, comme le sinus du complément de l'angle *RSI*, que l'on vient de trouver de $1^d\ 19'\ 8''$ est au sinus total; ainsi *SI*, que l'on a trouvé de 49388 parties, est à la distance *SR* de Jupiter au Soleil sur son Orbite, qu'on trouvera de 49400.

Maintenant dans le Triangle *FVT (Fig. 54.)* dont le côté *TV* ou *AP* est supposé de 200000 parties, *FT*, de 9634, & l'angle *ATI*, supplément à quatre droits de l'anomalie vraye de Jupiter, est de $177^d\ 18'\ 37''$, on trouvera l'angle *TVF*, de $0^d\ 7'\ 25''$, dont le double meſure l'angle TIF, de $0^d\ 14'\ 50''$. Le retranchant de l'angle PTI, de $2^d\ 41'\ 23''$, on aura l'angle PFI, de $2^d\ 26'\ 33''$; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle PFI, de $2^d\ 26'\ 33''$ eſt au ſinus de l'angle PTI, de $2^d\ 41'\ 23''$; ainſi TI 49400 eſt à FI 54398, qui, étant adjoûté à TI, donne la grandeur de l'axe AP, de 103798, dont la moitié AC eſt de 51899 parties, plus petit de 127 parties que par la comparaiſon précédente.

On fera enfin, comme AC 100000 eſt à CT 4817; ainſi AC 51899 eſt à CT 2500, qui, étant adjoûté à AC, donne AT, diſtance de Jupiter au Soleil dans ſon Aphélie, de 54399, & qui, étant retranché de AC, donne la diſtance PT de Jupiter à ſon Périhélie, de 49399 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 10000.

Exemple III.

Le 24 Mai de l'année 1731, on a obſervé à Paris, le paſſage du centre de Jupiter par le Méridien, à $6^h\ 10'\ 29''\frac{1}{2}$, temps vrai, & ſa hauteur méridienne apparente de $53^d\ 25'\ 45''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter, vû de la Terre, qui réſulte de cette obſervation, on le trouve en ♍ $1^d\ 0'\ 36''$, avec une latitude ſeptentrionale de $1^d\ 11'\ 48''$.

Le vrai lieu de Jupiter, vû du Soleil ſur ſon Orbite, calculé pour le même temps par notre théorie, étoit en ♍ $11^d\ 46'\ 24''$, dont retranchant 22 ſecondes pour la réduction à l'Ecliptique qui convient à la diſtance de ſes Nœuds, qui étoit alors de $64^d\ 4'$, on aura le vrai lieu de Jupiter, réduit à l'Ecliptique, qui eſt meſuré par l'angle DSI (*Fig. 52.*) de $161^d\ 46'\ 2''$. Retranchant de ce lieu, celui de Jupiter vû de la Terre, qui eſt meſuré par l'angle CTI, de $151^d\ 0'\ 36''$, on aura l'angle TIS, qui meſure la ſeconde Inégalité de Jupiter, de $10^d\ 45'\ 26''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en ♊ $2^d\ 56'\ 20''$, & ſa diſtance à la Terre, de 10139.

Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre en ♍ $1^d\ 0'\ 36''$, on aura l'angle STI, de $88^d\ 4'\ 16''$; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle TIS, de $10^d\ 45'\ 26''$, eſt au ſinus de l'angle STI, de $88^d\ 4'\ 16''$; ainſi ST 10139 eſt à SI, diſtance de Jupiter au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 54291.

On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *STI*, de 88ᵈ 4′ 16″, eſt au ſinus de l'angle *IST*, de 81ᵈ 10′ 18″; ainſi le ſinus de l'angle *RTI*, latitude de Jupiter, obſervée de la Terre, de 1ᵈ 11′ 48″ eſt au ſinus de l'angle *RSI*, latitude de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de 1ᵈ 10′ 57″, & comme le ſinus du complément de cet angle eſt au ſinus total; ainſi *SI*, que l'on a trouvé de 54291, eſt à la diſtance *SR* de Jupiter au Soleil ſur ſon Orbite, que l'on trouvera de 54301.

Retranchant du vrai lieu de Jupiter vû du Soleil ſur ſon Orbite en ♍ 11ᵈ 46′ 24″, le lieu de ſon Aphélie, qui étoit en ♎ 9ᵈ 56′ 48″, on aura la diſtance à ſon Aphélie, de 11ˢ 1ᵈ 49′ 36″, & l'angle *ATL* (*Fig.* 54.) de 28ᵈ 10′ 24″; & dans le Triangle *FOT*, dont le côté *TO* ou *AP*, eſt ſuppoſé de 200000, le côté *FT*, de 9634, & l'angle *FTO*, compris entre ces côtés, eſt de 28ᵈ 10′ 24″, on trouvera l'angle *TOF*, de 1ᵈ 21′ 38″, dont le double meſure l'angle *TLF*, de 2ᵈ 43′ 16″. L'adjoûtant à l'angle *ATL*, de 28ᵈ 10′ 24″, on aura l'angle *AFL*, de 30ᵈ 53′ 40″, & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *AFL*, de 30ᵈ 53′ 40″, eſt au ſinus de l'angle *ATL*, de 28ᵈ 10′ 24″; ainſi *TL* 54301 eſt à *FL*, qu'on trouvera de 49932, & qui, étant adjoûté à *TL*, donne la grandeur de l'axe *AP*, de 104233, dont la moitié *AC* eſt de 52116 ½, plus grande de 217 parties que par le ſecond exemple, & de 90 que par le premier.

On fera enfin, comme *AC* 100000 eſt à *CT* 4817; ainſi *AC*, que l'on vient de trouver de 52116, eſt à *CT*, que l'on trouvera de 2510. L'adjoûtant à *AC*, on aura la diſtance *AT* de Jupiter au Soleil dans ſon Aphélie, de 54626 parties, dont la moyenne diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10000, & le retranchant de *AC*, on aura la diſtance *PT* de Jupiter au Soleil dans ſon Périhélie, de 49606.

CHAPITRE VIII.

Des Nœuds de Jupiter.

DANS les obſervations de Jupiter, que l'on a rapportées, on a pû remarquer que cette Planete, dans le cours de ſa révolution autour du Soleil, ne ſuit pas exactement l'Ecliptique, mais qu'elle s'en éloigne de part & d'autre, avec une latitude méridionale ou ſeptentrionale, qui, vûe de la Terre, peut monter à près de $1^d\ 40'$.

Cette apparence fait connoître que la révolution de Jupiter autour du Soleil, de même que celle de Saturne, ne ſe fait pas ſur le plan de l'Ecliptique, mais ſur une Orbite particuliére, qui lui eſt inclinée, & qui, étant ſuppoſée un grand Cercle de la Sphere, doit la couper en deux points diamétralement oppoſés, qu'on appelle *Nœuds.*

Pour déterminer immédiatement le vrai lieu de ces Nœuds, ſans emprunter aucun élément, il ſeroit néceſſaire non-ſeulement que Jupiter ſe trouvât ſur le plan de l'Ecliptique, mais auſſi que dans le même temps il fût en Oppoſition avec le Soleil, auquel cas ſon vrai lieu vû de la Terre, ſeroit le même que le vrai lieu de ſon Nœud. Mais comme ces deux circonſtances ne peuvent ſe rencontrer que très-rarement, & que dans le grand nombre d'Oppoſitions que l'on a rapportées, il ne s'en eſt trouvé aucune où la latitude ait été moindre de $7'\ 29''$ vers le Nord, nous employerons dans cette recherche, d'autres méthodes à peu-près ſemblables à celles que l'on a indiquées pour déterminer les Nœuds de Saturne, & dont il ſuffira de rapporter ici quelques exemples.

EXEMPLE I.

Le 2 Juin de l'année 1705, la latitude de Jupiter a été obſervée de $2'\ 10''$ vers le Midi.

Le 2 Juillet ſuivant, on l'a trouvée de $1'\ 51''$ vers le Nord.

Prenant la somme de ces latitudes, on aura 4′ 1″, & l'on fera, comme 4′ 1″ sont à la premiére latitude, qui étoit de 2′ 10″; ainsi l'intervalle entre le temps de ces observations, qui est de 30 jours, est à 16 jours, qui, étant adjoûtés au 2 Juin 1705, donnent le temps du passage de Jupiter par l'un de ses Nœuds, le 18 Juin de l'année 1705. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, on le trouvera en ♋ 7ᵈ 17′, qui est le vrai lieu de son Nœud ascendant, parce que sa latitude étoit méridionale dans la premiére observation.

Par les observations des 11 & 21 Septembre de l'année 1681, faites dans le temps que la latitude de Jupiter étoit méridionale, & du 17 Octobre suivant, lorsque cette latitude étoit septentrionale, on trouve que Jupiter a passé par son Nœud ascendant le 2 Octobre de l'année 1681, temps auquel le vrai lieu de ce Nœud, qui est le même que celui de Jupiter vû du Soleil, étoit en ♋ 7ᵈ 24′ 54″.

Enfin, par d'autres observations des 15, 24 & 28 Août de l'année 1693, on trouve que Jupiter est arrivé à son Nœud ascendant le 13 Août à 16 heures après midi, & que le vrai lieu de ce Nœud étoit à 7ᵈ 40′ 20″ de l'Ecrevisse.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud de Jupiter à 7ᵈ 27′ de l'Ecrevisse pour l'année 1693, temps moyen entre les observations des années 1681 & 1705.

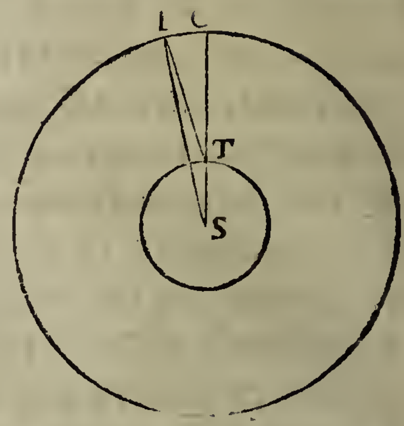
EXEMPLE II.

Le 12 Décembre de l'année 1704, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée à Paris à 18ʰ 50′, le vrai lieu de cette Planete étant en ♓ 21ᵈ 26′ 2″, avec une latitude australe de 0ᵈ 28′ 10″.

L'Opposition suivante est arrivée le 14 Janvier de l'année 1706 à 16ʰ 2′, en ♋ 24ᵈ 40′ 40″, la latitude de Jupiter étant de 0ᵈ 29′ 56″ vers le Nord.

La distance de Jupiter au Soleil, au temps de la premiére observation, étoit à la distance de la Terre au Soleil, comme 51144 est à 9839, & dans la seconde observation, comme 52566 est à 9840.

Dans le Triangle *STI*, dont le côté *IS* mesure dans la première observation, la distance de Jupiter au Soleil, le côté *TS*, la distance de la Terre au Soleil, & l'angle *ITS*, compris entre ces côtés, est de 179^d 31′ 50″, supplément de la latitude australe de Jupiter, observée de 0^d 28′ 10″; on aura l'angle *TSI*, qui mesure la latitude de Jupiter, vûe du Soleil dans la premiére observation, de 0^d 22′ 45″. On trouvera de la même maniére la latitude de Jupiter, vûe du Soleil dans la seconde observation, de 0^d 24′ 20″.



On peut, pour éviter le calcul de ces Triangles, prendre la différence entre les distances du Soleil à la Terre & à Jupiter, qu'on trouvera dans la premiére Opposition, de 41305, & dans la seconde, de 42726; & faire, comme 51144 est à 41305; ainsi 28′ 10″, latitude de Jupiter, vûe de la Terre, est à 22′ 45″, qui mesurent la vraye latitude de Jupiter, dans la premiére observation: & comme 52566 est à 42726; ainsi 29′ 56″, sont à 24′ 20″, qui mesurent la vraye latitude de Jupiter dans la seconde observation.

On fera ensuite, comme 47′ 5″, somme des deux latitudes que l'on vient de trouver, sont à 22′ 45″; ainsi 33^d 14′ 18″, ou 1994′ 18″, mouvement vrai de Jupiter dans l'intervalle entre les deux Oppositions, sont à 963′ 36″, ou 16^d 3′ 36″, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de Jupiter dans la premiére Opposition, qui étoit en ♊ 21^d 26′ 22″, donnent le lieu de son Nœud boréal en ♋ 7^d 29′ 58″, qui est ascendant, à cause que dans la premiére observation, la latitude de Jupiter étoit australe, & qui différe peu du véritable, à cause que la latitude de Jupiter étoit à peu-près égale dans les deux Oppositions.

EXEMPLE III.

Le 14 Juin de l'année 1699, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée à Paris à 10^h 8′ du soir, le vrai lieu de cette Planete étant en ♐ 23^d 52′ 42″, avec une latitude boréale de 0^d 23′ 7″.

L'Opposition

L'Oppoſition ſuivante eſt arrivée le 19 Juillet de l'année 1700 à $16^h\ 40'$, en ♑ $27^d\ 16'\ 22''$, la latitude de Jupiter étant de $0^d\ 33'\ 36''$ vers le Midi.

La diſtance de Jupiter au Soleil étant à la diſtance de la Terre au Soleil dans la premiére obſervation, comme 52588 à 10162, & dans la ſeconde obſervation, comme 51151 à 10158; on fera, comme 52588 eſt à 42426; ainſi $23'\ 7''$, ſont à $18'\ 39''$, latitude de Jupiter vûe du Soleil dans la premiére obſervation, & comme 51151 eſt à 40993; ainſi $33'\ 36''$, ſont à $26'\ 57''$, latitude de Jupiter vûe du Soleil dans la ſeconde obſervation.

Comme dans ces deux Oppoſitions, la latitude de Jupiter n'eſt pas égale de part & d'autre, on ſuppoſera l'inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, de $1^d\ 19'\ 20''$ (on pourroit la prendre de quelques minutes plus ou moins, ſans erreur ſenſible), & l'on fera, comme le ſinus de $1^d\ 19'\ 20''$ eſt au ſinus de $0^d\ 18'\ 39''$; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de $13^d\ 35'\ 51''$, diſtance de Jupiter à ſon Nœud dans la premiére obſervation: on fera auſſi, comme le ſinus de $1^d\ 19'\ 20''$ eſt au ſinus de $0^d\ 26'\ 57''$; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de $19^d\ 51'\ 27''$, diſtance de Jupiter à ſon Nœud dans la ſeconde obſervation. Joignant enſemble ces deux diſtances, on aura $33^d\ 27'\ 18''$, qui excedent de $3'\ 38''$ la quantité du mouvement vrai de Jupiter entre les deux Oppoſitions, qui eſt de $33^d\ 23'\ 40''$; c'eſt pourquoi l'on fera, comme $33^d\ 27'\ 18''$, ou $2007'\ 18''$, ſont à $33^d\ 23'\ 40''$, ou $2003'\ 40''$; ainſi $13^d\ 35'\ 51''$, ou $815'\ 51''$, ſont à $814'\ 0''$, ou $13^d\ 34'\ 0''$, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de Jupiter dans la premiére Oppoſition, qui étoit en ♐ $23^d\ 52'\ 42''$, donnent le vrai lieu de ſon Nœud en ♑ $7^d\ 26'\ 42''$, qui eſt aſcendant, à cauſe que dans la premiére obſervation la latitude de Jupiter étoit boréale.

Pour trouver le temps du paſſage de Jupiter par ce Nœud, on fera, comme $33^d\ 23'\ 40''$, ou $2003'\ 40''$, ſont à $13^d\ 34'\ 0''$, ou $814'\ 0''$; ainſi $400^j\ 6^h\ 32'$, intervalle entre les deux obſervations, ſont à $162^j\ 14^h$, qui, étant adjoûtés au 14 Juin 1699 à 10 heures du ſoir, donnent le temps de ce paſſage le 24 Novembre 1699 à midi.

Ayant employé de la même maniére la latitude de Jupiter, obſervée dans ſes Oppoſitions avec le Soleil le plus près de ſes

Noeuds, on a trouvé par les obſervations des années 1680 & 1682, le lieu du Noeud boréal, en . . . . ♋ 7ᵈ 45′ 22″,

1692 & 1694,	Noeud boréal ou aſcendant	♋	7	10	45,
1699 & 1700,	Noeud auſtral ou deſcendant	♑	7	27	0,
1704 & 1706,	Noeud boréal	♋	7	29	0,
1711 & 1712,	Noeud auſtral	♑	7	58	50,
1716 & 1718,	Noeud boréal	♋	7	46	20,
1723 & 1724,	Noeud auſtral	♑	7	33	46,
1728 & 1730,	Noeud boréal	♋	7	45	22.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Noeud aſcendant de Jupiter, en l'année 1705, en . . . . ♋ 7ᵈ 37′ 50″.

CHAPITRE IX.

De l'Inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter par rapport à l'Ecliptique.

ON ſçait que tous les grands Cercles de la Sphere ſe coupent en deux points diamétralement oppoſés, & que leur plus grand éloignement, qui eſt à la diſtance de 90 degrés de ces points de part & d'autre, meſure l'inclinaiſon de ces Cercles; ainſi connoiſſant le lieu des Noeuds de Jupiter, qui a été trouvé au 8.^{me} degré de l'Ecreviſſe & du Capricorne, on aura les limites de ſa plus grande latitude au 8.^{me} degré de la Balance & du Bélier, qui ſe rencontrent aſſés près du lieu où ſe trouvent préſentement l'Aphélie & le Périhélie de cette Planete.

Pour trouver immédiatement l'inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, il faudroit avoir des obſervations où Jupiter étant dans les termes de ſa plus grande latitude, c'eſt-à-dire, au 8.^{me} degré du Bélier & de la Balance, ſe trouvât en même temps à égale diſtance du Soleil & de la Terre, ce qui arrive lorſqu'il ſe trouve éloigné du Soleil, de 2 Signes & 25 degrés; car alors ſa latitude obſervée de la Terre, doit être la même que ſa latitude vûe du Soleil, qui eſt celle que l'on cherche. Mais comme ces obſervations ſont très-rares, & que peut-être il ne s'en eſt trouvée aucune en pareil cas, il faut avoir recours à d'autres obſervations, entre leſquelles on préférera celles qui ont été faites lorſque Jupiter étoit près de ſes moyennes diſtances, & en même temps le plus éloigné qu'il ſoit poſſible de l'un de ſes Nœuds, où ſa latitude doit être la plus grande.

EXEMPLE I.

Le 21 Décembre de l'année 1690 à 6^h $2'$ du ſoir à Greenwich, c'eſt-à-dire, à 6^h $11'$ à Paris, l'aſcenſion droite de Jupiter a été obſervée par Flamſteed, de 1^d $0'$ $15''$, & ſa déclinaiſon auſtrale de 1^d $1'$ $55''$.

Calculant par le moyen de ces obſervations le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, on le trouve à 0^d $30'$ $35''$ du Bélier, avec une latitude auſtrale de 1^d $20'$ $47''$. Le vrai lieu du Soleil étoit, ſuivant nos Tables, à 0^d $28'$ du Capricorne, éloigné de celui de Jupiter, de 2^f 29^d $58'$.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit, ſuivant notre théorie, à 12^d $4'$ $28''$ du Bélier, éloigné d'environ 3 Signes & 4 degrés de ſon Nœud aſcendant; ce qui rend cette obſervation très-favorable pour cette recherche, puiſque Jupiter étoit près de ſes moyennes diſtances à l'égard du Soleil, & en même temps peu éloigné des limites de ſa plus grande latitude.

Prenant la différence entre le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre & le vrai lieu du Soleil, on aura l'angle *ITS (Fig. 52.)* de 90^d $2'$. Prenant auſſi la différence entre le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil & le vrai lieu de la Terre, qui eſt à l'oppoſite du Soleil, en 0^d $28'$ de l'Ecreviſſe, on aura l'angle *TSI*, qui meſure la diſtance de Jupiter à la Terre, vûe du Soleil, de 78^d $24'$ $0''$; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *ITS*, de 90^d $2'$ eſt au ſinus de l'angle *TSI*, de 78^d $24'$ $0''$; ainſi le ſinus de la latitude de Jupiter, obſervée de 1^d $20'$ $47''$ eſt au ſinus de ſa latitude vûe du Soleil au temps de l'obſervation, qu'on trouvera de 1^d $19'$ $8''$.

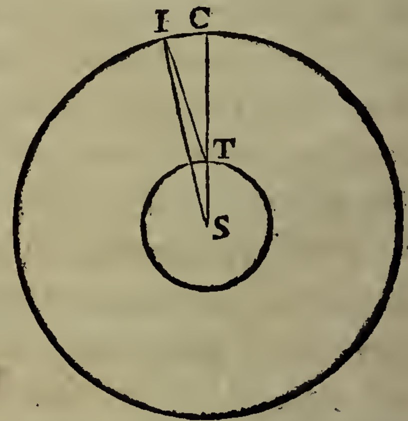
On fera enſuite, comme le ſinus de la diſtance de Jupiter vû du Soleil à ſon Nœud aſcendant, qui étoit alors de 85^d $22'$ eſt au ſinus de ſa latitude vûe du Soleil, qu'on a trouvée de 1^d $19'$ $8''$;

ainſi le ſinus total eſt au ſinus de l'inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter, ou de ſa plus grande latitude, qu'on trouvera de 1^d $19'$ $23''$.

EXEMPLE II.

Le 28 Mars 1661, Jupiter étant, ſuivant Hevelius, à 8^d $58'$ de la Balance, en Oppoſition avec le Soleil, éloigné ſeulement d'environ un degré & demi de la plus grande diſtance de cette Planete à ſes Nœuds, ſa latitude fut obſervée de 1^d $38'$ $25''$ vers le Midi.

Jupiter étoit alors près de ſon Aphélie où ſa diſtance *IS* au Soleil eſt de 54535 parties, dont la diſtance moyenne du Soleil à la Terre eſt de 10000. La diſtance *TS* du Soleil à la Terre, étoit en même temps de 9998 de ces parties, le Soleil étant alors éloigné d'un peu plus de 3 Signes de ſon Apogée: c'eſt pourquoi dans le Triangle *ITS*, dont le plan eſt perpendiculaire ſur l'Orbite de Jupiter, à cauſe que cette Planete étoit vers les termes de ſa plus grande latitude, on fera, comme *IS* 54535 eſt à *TS* 9998; ainſi le ſinus de l'angle *ITS* ou *ITC*, obſervé de 1^d $38'$ $25''$, eſt au ſinus de l'angle *TIS*, qu'on trouvera de $18'$ $2''$, & qui, étant retranché de l'angle *ITC*, de 1^d $38'$ $25''$, donne l'angle *ISC*, qui meſure la latitude véritable de Jupiter, de 1^d $20'$ $23''$, qui ne différe pas ſenſiblement de l'inclinaiſon de ſon Orbite, à cauſe que cette Planete n'étoit éloignée que d'un degré & demi des limites de ſa plus grande latitude, ce qui ne peut cauſer qu'une différence de 2 ſecondes.



Comme dans l'obſervation d'Hevelius, que nous venons de rapporter, on a déterminé le lieu de Jupiter par la diſtance de cette Planete à diverſes Etoiles fixes, ce qui, à moins d'une très-grande préciſion, peut cauſer des erreurs très-conſidérables dans la détermination de ſa latitude, principalement lorſque ces Etoiles ſont peu éloignées de l'Ecliptique; nous avons examiné l'inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter, qui réſulte des obſervations plus modernes, où l'on a déterminé la latitude de cette Planete par le moyen de ſon aſcenſion droite & de ſa déclinaiſon, entre lesquelles on a choisi les Oppositions qui se sont trouvées le plus près des limites de la plus grande latitude de Jupiter.

Le 2 Avril de l'année 1673, l'Opposition de Jupiter a été observée à Paris, le lieu de cette Planete étant à $13^d\ 19'$ de la Balance, éloigné d'environ 3 Signes & 6 degrés de son Nœud ascendant, avec une latitude boréale de $1^d\ 37'\ 15''$.

Jupiter étoit alors éloigné de son Aphélie, de $4^d\ 18'$, ou sa distance à la Terre étoit de 54528, peu différente de celle que l'on avoit trouvée dans l'observation précédente.

Le Soleil étoit éloigné de son Apogée, de $3^s\ 6^d\ 21'$, ou sa distance à la Terre étoit de 9990, à peu-près de même qu'en l'année 1661.

On fera donc, comme 54528 est à 9990; ainsi $1^d\ 37'\ 15''$ est à $17'\ 49''$, qui, étant retranchées de $1^d\ 37'\ 15''$, donnent la latitude de Jupiter, de $1^d\ 19'\ 26''$, à la distance de $3^s\ 6^d$ de son Nœud ascendant. On fera enfin, comme le sinus de $84^d\ 0'$ est au sinus total; ainsi le sinus de $1^d\ 19'\ 26''$ est au sinus de l'inclinaison de son Orbite avec l'Ecliptique, qu'on trouvera de $1^d\ 19'\ 52''$.

Par l'observation du 16 Septembre 1690, où Jupiter étoit à $4^d\ 5'\ 40''$ du Bélier, on a trouvé sa latitude australe de $1^d\ 39'\ 40''$, qui, étant réduite à sa latitude vûe du Soleil, donne $1^d\ 19'\ 31''$, à laquelle adjoûtant 10 secondes, à cause que Jupiter étoit éloigné de 3 degrés des limites de sa plus grande latitude, on aura l'inclinaison de son Orbite de $1^d\ 19'\ 41''$.

Par l'observation du 2 Octobre 1702, où Jupiter étoit assés exactement dans son Périhélie à $9^d\ 27'\ 37''$ du Bélier, & à 3 Signes & 2 degrés de son Nœud, on a trouvé sa plus grande latitude, ou la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^d\ 19'\ 4''$.

Par l'observation du 8 Octobre 1714, où Jupiter étoit à $14^d\ 53'$ du Bélier, éloigné de 3 Signes & 7 degrés de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^d\ 18'\ 53''$.

Par l'observation du 20 Mars 1720, où Jupiter étoit à $0^d\ 43'$ de la Balance, éloigné de 2 Signes & 23 degrés de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^d\ 20'\ 14''$.

Enfin, par l'obſervation du 13 Octobre 1726, où Jupiter étoit à $20^d\ 4'$ du Bélier, éloigné de 3 Signes 12 degrés $\frac{1}{2}$ de ſon Nœud deſcendant, on a trouvé la plus grande inclinaiſon de ſon Orbite, de $1^d\ 19'\ 20''$.

Comparant enſemble toutes ces obſervations, on aura l'inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique,

Par l'Oppoſition de l'année 1661, de	1^d	$20'$	$23''$,
par celle de 1673, de	1	19	52,
par celle de 1690, de	1	19	41,
par celle de 1702, de	1	19	4,
par celle de 1714, de	1	18	53,
par celle de 1720, de	1	20	14,
par celle de 1726, de	1	19	20.

Prenant un milieu, on aura l'inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, de . . . . $1^d\ 19'\ 38''$, plus grande de 15 ſecondes que celle que nous avons déterminée par le premier exemple, de . . . . $1^d\ 19'\ 23''$.

CHAPITRE X.

Du Mouvement des Nœuds de Jupiter.

Ayant connu le lieu des Nœuds de Jupiter, & la plus grande inclinaiſon de ſon Orbite avec l'Ecliptique, il reſte préſentement à déterminer le mouvement de ſes Nœuds.

Ptolemée *(Almageſte, liv. 13. chap. 1.)* rapporte que les termes les plus ſeptentrionaux de l'Orbite de Jupiter, répondoient alors au commencement de la Balance, le lieu de ſon Nœud aſcendant étoit donc alors, ſelon lui, au commencement du ſigne de l'Ecreviſſe. Nous l'avons trouvé en 1693 *(Voy. p. 439.)* à $7^d\ 27'$ du même ſigne. Le mouvement du Nœud de Jupiter a donc été dans l'eſpace de 1560 années, depuis Ptolemée juſqu'à nous, de $7^d\ 27'$, ce qui eſt à raiſon de $28'39''$ en 100 ans, & de $17''12'''$ par année.

Comme Ptolemée ne rapporte point les obſervations qu'il a faites pour déterminer la ſituation des Nœuds de cette Planete, qu'il a placés au commencement d'un Signe, sans marquer les degrés, ni les minutes, nous employerons pour cette recherche la Conjonction de Jupiter avec l'Etoile δ de l'Ecrevisse, qui est la plus ancienne observation de Jupiter dont on nous ait conservé la mémoire, & qui, suivant ce que nous avons déja remarqué, est arrivée le 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à 16 heures au Méridien de Paris; la latitude des Etoiles fixes étant censée invariable, il ne doit y avoir d'autre erreur dans cette observation, que celle qui pourroit être causée par la lumiére de Jupiter, qui a pû faire perdre de vûe cette Etoile, quoiqu'elle ne fût pas précisément en Conjonction avec cette Planete.

M. Maraldi a remarqué dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, qu'au lieu de 4 minutes de latitude méridionale que presque tous les Catalogues donnent à cette Etoile, elle en a une septentrionale de 3 minut. $\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde à quelques secondes près au Catalogue des Etoiles fixes de M. Flamsteed, imprimé depuis, en 1712, où il attribuë à cette Etoile une latitude septentrionale de 3′ 46″.

Jupiter, qui fut observé en Conjonction avec cette Etoile fixe, étoit donc alors près d'un de ses Nœuds, ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, parce qu'alors le mouvement des Planetes en latitude est beaucoup plus sensible que dans toute autre situation à l'égard des Nœuds.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit, comme on le verra au Chapitre suivant, à 27^d 12′ des Gemeaux, éloigné seulement de 10 degrés du lieu de son Nœud ascendant, tel qu'il résulte des observations modernes; ainsi à moins que le mouvement de son Nœud n'eût été dans cet intervalle, de près de 6 Signes, Jupiter devoit être alors près de son Nœud ascendant, qu'il avoit déja passé, sa latitude vûe de la Terre, qui étoit la même que celle de Jupiter, étant de 3′ 30″ vers le Nord.

L'angle de la distance de la Terre à Jupiter vû du Soleil, étoit au temps de cette observation, de 109^d 47′ 30″, & l'angle de la distance du Soleil à Jupiter vû de la Terre, de 60^d 44′ 30″: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *STI* (*Fig. 52.*) de 60^d 44′ 30″ est au sinus de l'angle *TSI*, de 109^d 47′ 30″; ainsi 3′ 30″, latitude de Jupiter au temps de sa Conjonction avec l'Etoile de l'Ecreviſſe, ſont à 3′ 46″½, qui meſurent ſa latitude vûe du Soleil. On fera enſuite, comme le ſinus de 1ᵈ 19′ 40″, inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter, eſt au ſinus total; ainſi 3′ 46″ ſont à 2ᵈ 42′ 58″, qui, étant retranchées du vrai lieu de Jupiter, qui étoit à 27ᵈ 12′ des Gemeaux, à cauſe que cette Planete avoit paſſé ſon Nœud aſcendant, donnent le vrai lieu de ce Nœud à 24ᵈ 29′ des Gemeaux. Nous l'avons trouvé en l'année 1693, *(Voy. p. 439.)* à 7ᵈ 27′ de l'Ecreviſſe. Le mouvement des Nœuds de Jupiter, dans l'intervalle de 1933 années a donc été de 12ᵈ 58′, ce qui eſt à raiſon de 40′ 15″ en 100 années, & de 24″ 9‴ par année, plus grand de 7 ſecondes que celui que nous avons déterminé par les obſervations de Ptolemée.

Examinons préſentement quel eſt le mouvement des Nœuds qui réſulte de l'obſervation de Jupiter du 26 Septembre de l'année 508, rapportée par Bouillaud, où cette Planete ſe trouva en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit alors, ſuivant nos Tables, en ♌ 0ᵈ 10′, éloigné de 22ᵈ 43′ du lieu où l'on a déterminé ſon Nœud aſcendant en 1693.

La latitude du Cœur du Lion étant de 26′ 38″ vers le Nord, ſi l'on y adjoûte 3 doigts ou 7′ 30″, dont Jupiter étoit plus boréal que cette Etoile, on aura la latitude de cette Planete pour le temps de cette obſervation, de 34′ 8″ vers le Nord, ce qui montre que Jupiter avoit alors paſſé ſon Nœud aſcendant.

L'angle de la diſtance de la Terre à Jupiter vû du Soleil, étoit alors de 114ᵈ 19′, & celui de la diſtance de Jupiter au Soleil vû de la Terre, de 56ᵈ 47″: c'eſt pourquoi l'on fera, comme le ſinus de l'angle *STI*, de 56ᵈ 47′ eſt au ſinus de l'angle *TSI*, de 114ᵈ 19′; ainſi 34′ 8″ ſont à la latitude de Jupiter vûe du Soleil, qu'on trouvera de 37′ 11″. On fera enſuite, comme le ſinus de 1ᵈ 19′ 40″, inclinaiſon de l'Orbite de Jupiter, eſt au ſinus total; ainſi la latitude de Jupiter vûe du Soleil, qui eſt de 37′ 11″ eſt à la diſtance de cette Planete au Nœud aſcendant, que l'on trouvera de 27ᵈ 49′ 0″, & qui, étant retranchée de 4ˢ 0ᵈ 10′, vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, donne le vrai lieu de ſon Nœud le 26 Septembre de l'année 508, à 2ᵈ 21′ de l'Ecreviſſe, l'Ecreviſſe, moins avancé de 5^d $6'$ que celui que nous avons trouvé en l'année 1693; d'où l'on tire ſon mouvement de $25'$ $49''$ en 100 années, & de $15''$ $30'''$ en une année, plus petit de 9 ſecondes que celui que nous avons trouvé par la comparaiſon précédente.

M. Bouillaud qui employe cette obſervation pour déterminer le mouvement des Nœuds de Jupiter, ſuppoſe que la latitude boréale de Jupiter étoit plus grande d'un doigt, ou de $2'$ $30''$, qu'elle n'a été déterminée, parce que, ſelon lui, l'étenduë de la lumiére a diminué la vraye diſtance qu'il y avoit entre ces deux Etoiles, & ſuppoſant la latitude du Cœur du Lion, de $26'$ $30''$, & le lieu du Nœud en 1637, à 8^d $52'$ $10''$ de l'Ecreviſſe, il détermine ſon mouvement de $41'$ $2''$ $26'''$ en 100 années, & de $24''$ $37'''$ $28''''$ en une année, peu différent de celui que nous avons trouvé par les obſervations des Chaldéens, que nous avons cru devoir préférer à celle de l'année 508, parce que Jupiter étant près de ſon Nœud, ſon mouvement en latitude étoit plus ſenſible, joint à ce que l'erreur qu'il peut y avoir dans la détermination du Nœud étant partagée par un plus grand nombre d'années, en cauſe une moins conſidérable dans la quantité de ſon mouvement.

CHAPITRE XI.

Des Obſervations de Jupiter, faites hors de ſes Oppoſitions.

APRÈS avoir ainſi déterminé les éléments de la théorie de Jupiter, nous avons cru devoir examiner ce qui réſulte des obſervations anciennes de cette Planete, faites hors des Oppoſitions de Jupiter avec le Soleil, ce que nous avons jugé d'autant plus néceſſaire, que ces éléments ſe trouvent différents de ceux qui ont été établis ſur les mêmes obſervations par d'autres célébres Aſtronomes, principalement par rapport au mouvement de l'Aphélie de cette Planete.

La plus ancienne de ces obſervations eſt, comme nous l'avons marqué ci-deſſus, arrivée le 3 Septembre de l'année 240 avant

Jesus-Christ, à $16^h\ 8'$ au Méridien de Paris, dans laquelle Jupiter parut en Conjonction avec l'Etoile ♌ de l'Ecrevisse.

Le moyen mouvement annuel de Jupiter ayant été déterminé de $30^d\ 20'\ 34''\ 5'''$, nous avons choisi pour époque de ces moyens mouvements, l'Opposition de Jupiter, observée par Ptolemée le 1.er Septembre de l'année 136 après Jesus-Christ, que nous avons préférée aux deux autres, non-seulement parce que le moyen mouvement qui en résulte, s'accorde plus précisément à celui que nous avons déterminé, que parce qu'elle est arrivée près du Périhélie de Jupiter, où l'Equation de son Orbe est plus petite que dans les autres observations; de sorte que l'erreur qui peut être causée par l'excentricité de cet Orbe, supposée trop grande ou trop petite, y doit être moins sensible.

Suivant cette observation, le vrai lieu de Jupiter étoit le 1.er Septembre de l'année 136 à $4^h\ 10'$ du soir, en ♓ $7^d\ 47'\ 35''$, & son lieu moyen en ♓ $8^d\ 24'\ 43''$.

Entre cette observation & celle du 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à $16^h\ 8'$, il y a 376 années Juliennes moins $2^j\ 12^h$, auxquelles il répond $8^f\ 16^d\ 30'\ 3''$ de moyen mouvement, lesquels étant retranchés de ♓ $8^d\ 24'\ 43''$, lieu moyen de Jupiter dans l'Opposition de l'année 136, donnent le lieu moyen de Jupiter le 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à $16^h\ 8'$ du soir, en ♉ $21^d\ 54'\ 40''$.

L'Aphélie de Jupiter ayant été déterminé pour la fin de l'année 136, à $15^d\ 12'$ de la Vierge, & le mouvement annuel de cet Aphélie, de $57''\ 10'''$, on trouvera qu'au temps de l'observation de l'année 240 avant Jesus-Christ, l'Aphélie de Jupiter étoit à $8^d\ 20'\ 50''$ de la Vierge, qui, étant retranchés du lieu moyen de cette Planete en ♉ $21^d\ 54'\ 40''$, donnent la distance à son Aphélie, de $9^f\ 13^d\ 33'\ 50''$, avec laquelle on trouvera l'Equation de son Orbe, de $5^d\ 17'\ 16''$, qu'il faut adjoûter à son lieu moyen pour avoir le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, en ♉ $27^d\ 11'\ 56''$, qui différe de son vrai lieu vû de la Terre, à cause que cette Planete étoit alors éloignée de près de 3 Signes de son Opposition avec le Soleil. On cherchera donc par le moyen du rapport de la distance de Jupiter au Soleil & à la Terre, que l'on a déterminée ci-devant, la seconde Equation de cette Planete, que l'on trouvera de 9^d $28'$ $0''$, qui, étant adjoûtée à ſon vrai lieu vû du Soleil en ♓ 27^d $11'$ $56''$, donne ſon vrai lieu vû de la Terre, en ♋ 6^d $39'$ $56''$, duquel, pour une plus grande préciſion, il faut retrancher 7 ſecondes pour avoir ſon vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en ♋ 6^d $39'$ $49''$.

Le vrai lieu de l'Etoile δ de l'Ecreviſſe, qui eſt le même que celui de Jupiter qui a paru l'éclipſer, étoit, ſuivant ce que nous avons marqué ci-deſſus, en ♋ 6^d $49'$ $56''$.

Ainſi le calcul du vrai lieu de Jupiter, qui réſulte de nos obſervations & de celles de Ptolemée, ne différe que de 10 minutes de ſon vrai lieu obſervé par les Chaldéens, ce qui eſt d'une aſſés grande préciſion, puiſque cette Etoile qui n'eſt pas fort lumineuſe, pouvoit être cachée par les rayons de Jupiter, quoiqu'elle en fût éloignée de quelques minutes : que d'ailleurs on a été obligé d'employer la ſeconde Inégalité de cette Planete, dans laquelle il peut y avoir quelque erreur ; & qu'enfin on a ſuppoſé dans cette recherche le mouvement des Etoiles fixes, d'un degré en 70 ans, qu'on n'a pas pû déterminer avec aſſés de préciſion, pour qu'on puiſſe s'aſſûrer de quelques minutes dans l'intervalle de près de 2000 années.

Quelque accord que nous venions de trouver entre les obſervations de Jupiter les plus reculées & les plus modernes, en ſuppoſant le moyen mouvement annuel de cette Planete, de 30^d $20'$ $34''$ $5'''$, & celui de ſon Aphélie, de $0'$ $57''$ $10'''$, cependant ces deux éléments différent aſſés conſidérablement de ceux que M. Bouillaud a établis dans ſon Aſtronomie Philolaïque, où il détermine le moyen mouvement annuel de Jupiter, de 30^d $20'$ $32''$ $11'''$, & celui de ſon Aphélie, de $1'$ $29''$ $11'''$; & ce qui paroît ſingulier, eſt qu'il employe ces deux mouvements pour repréſenter avec aſſés de préciſion l'obſervation des Chaldéens, qui a été faite 240 ans avant Jeſus-Chriſt, dans laquelle il ſuppoſe le lieu moyen de Jupiter en ♓ 22^d $46'$ $5''$, plus grand de $51'$ $25''$ que celui que nous avons trouvé, & celui de ſon Aphélie, en ♌ 21^d $40'$ $15''$, moins avancé de 16^d $40'$ $35''$ que ſuivant notre détermination.

Comme les éléments dont il ſe ſert, ſe trouvent aſſés conformes à ceux de quelques Aſtronomes qui l'ont ſuivi, j'ai cru devoir examiner la méthode qu'il a employée pour cette recherche.

Dans le ſeptiéme Livre, où il traite des mouvements de Jupiter, il eſſaye de déterminer *(Chap. 1.)* la premiére Inégalité de cette Planete, & ſuppoſe le moyen mouvement de Jupiter, qui répond à l'intervalle entre quatre obſervations faites par Tycho, à raiſon de $30^d\ 20'\ 32''$ par année, ſans donner la méthode dont il s'eſt ſervi pour déterminer ce moyen mouvement, qu'il a, ſelon les apparences, tiré des Tables Rodolphines, comme il l'avoit fait à l'égard de Saturne.

Il fait la même ſuppoſition pour déterminer dans le Chapitre ſuivant, le lieu moyen de Jupiter & celui de ſon Aphélie pour le temps de ſon Oppoſition avec le Soleil, qui eſt arrivée, ſelon lui, le 23 Avril de l'année 1591 à $19^h\ 0'$, Jupiter étant en ♏ $13^d\ 10'$, & que nous avons trouvée, ſuivant notre calcul, le 23 Avril 1591 à $19^h\ 6'$, en ♏ $13^d\ 7'\ 20''$.

Il eſſaye enſuite de déterminer dans le ſeptiéme Chapitre, le mouvement de l'Aphélie de Jupiter, & employe principalement pour cette recherche une obſervation de Jupiter, faite hors de ſon Oppoſition avec le Soleil, qui, comme nous l'avons marqué ci-deſſus, eſt arrivée le 26 Septembre de l'année 508 après Jeſus-Chriſt, à 16 heures après midi, dans laquelle cette Planete parut en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Le vrai lieu du Cœur du Lion, qui eſt le même que celui de Jupiter, étoit alors, ſelon lui, en ♌ $8^d\ 49'\ 54''$, & il trouve que pour repréſenter exactement cette obſervation, il faut donner à l'Aphélie de cette Planete un mouvement de $1^d\ 30'\ 44''$ par année.

Employant ce mouvement de l'Aphélie, il détermine pour le temps de l'obſervation de l'année 240 avant Jeſus-Chriſt, le vrai lieu de Jupiter à $6^d\ 44'\ 48''$ de l'Ecreviſſe, moins avancé de $21'\ 12''$ que le vrai lieu de l'Etoile, avec laquelle cette Planete étoit en Conjonction, qu'il a déterminé à $7^d\ 6'$ de l'Ecreviſſe.

Comme cette différence de $21'\ 12''$ entre le vrai lieu calculé & celui qui a été obſervé, lui paroît trop grande, il tâche de concilier ces deux obſervations, en adjoûtant $5'\ 27''$ au lieu moyen de Jupiter dans la premiére obſervation, & ſuppoſant le lieu de ſon Aphélie en ♌ $22^d\ 29'\ 1''$, plus avancé de $48'\ 46''$

qu'il ne l'avoit trouvé; au moyen desquelles corrections il détermine dans la premiére observation de l'année 240 avant Jesus-Christ, le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, en ♋ 6^d 53′, éloigné seulement de 13 minutes du vrai lieu de l'Etoile δ de l'Ecrevisse, avec laquelle il étoit en Conjonction. Dans la seconde observation de l'année 508, il trouve le vrai lieu de Jupiter, en ♌ 8^d 58′ 43″, plus avancé seulement de 8′ 49″ que le Cœur du Lion, avec lequel il étoit en Conjonction.

Sur ce fondement, il établit le moyen mouvement annuel de Jupiter, de . . . . 30^d 20′ 32″ 11‴ 9⁗,
& celui de son Aphélie, de . . . . 1′ 29″ 2‴ 15⁗ 18′′′′′.

Quoique suivant nos éléments, nous ayons représenté la premiére de ces observations avec plus de précision que ne l'a fait M. Bouillaud, nous ne jugeons pas par cela seul, que notre méthode soit préférable à la sienne, puisque, comme nous l'avons déja remarqué, il n'est pas possible de pouvoir s'assûrer d'une précision de quelques minutes, tant dans l'observation d'une Conjonction d'une Etoile fixe avec une Planete, faite à la vûe simple, que dans la quantité du mouvement des Etoiles fixes pendant un si long intervalle de temps.

Nous avons donc examiné de quelle maniére le moyen mouvement de Jupiter & celui de son Aphélie que nous avons établi, représentent l'observation de la Conjonction de Jupiter avec le Cœur du Lion, qui est arrivée le 26 Septembre de l'année 508 à 16 heures après midi.

Le lieu moyen de Jupiter étoit alors en ♋ 25^d 47′ 0″, & celui de son Aphélie en ♏ 20^d 27′ 0″; d'où l'on trouve son vrai lieu vû du Soleil en ♌ 0^d 8′ 1″, auquel il faut adjoûter la seconde Inégalité, qui étoit de 8^d 53′ 45″, pour avoir le vrai lieu de Jupiter sur son Orbite en ♌ 9^d 1′ 46″, & par rapport à l'Ecliptique, en ♌ 9^d 1′ 19″, plus avancé de 22 minutes $\frac{1}{2}$ que celui qui résulte de l'observation; le vrai lieu du Cœur du Lion, qui devoit être le même que celui de Jupiter, étant alors, suivant nos déterminations, en ♌ 8^d 38′ 45″.

Suivant M. Bouillaud, il n'y a que 9 minutes de différence entre le vrai lieu de Jupiter calculé, & celui qu'il attribue au Cœur du Lion lorsqu'il étoit en Conjonction avec Jupiter; mais cette différence eſt de 20 minutes, ſi l'on employe le vrai lieu de cette Étoile, tel que nous l'avons déterminé.

Les moyens mouvements de Jupiter & de l'Aphélie de ſon Orbe, établis par M. Bouillaud, repréſentent donc cette obſervation un peu plus exactement que les nôtres, & mériteroient par conſéquent de leur être préférés s'ils s'accordoient de même aux autres obſervations, & ſi l'on pouvoit s'aſſûrer de l'exactitude de cette obſervation, qui eſt ſans le nom de l'Auteur, & où l'on a marqué ſeulement que Jupiter parut ſi proche du Cœur du Lion, qu'il n'en étoit éloigné que de 3 doigts vers le Septentrion, étant alors à ſa moindre diſtance de cette Étoile fixe.

Mais comme il pourroit y avoir de grands inconvénients de former quelque doute ſur l'exactitude d'une obſervation lorſqu'elle ne s'accorde point à nos hypotheſes, nous avons examiné de quelle maniére les mouvements que M. Bouillaud attribuë à Jupiter & à l'Aphélie de ſon Orbe, repréſentent les obſervations de Ptolemée.

Il ne paroît point que M. Bouillaud, dans ſa théorie de Jupiter ait fait aucune mention de ces obſervations, qui paroiſſent cependant mériter une attention particuliére : car quoiqu'on ne puiſſe pas s'aſſûrer qu'elles ayent été faites avec toute la préciſion poſſible par le défaut des inſtruments dont Ptolemée s'eſt ſervi, on peut compter avec certitude ſur le temps auquel elles ſont marquées, comme je l'ai fait voir au commencement de ce Traité, ce qui eſt une des conditions néceſſaires pour la comparaiſon exacte des obſervations.

Nous avons donc calculé, ſuivant les éléments de M. Bouillaud, le vrai lieu de Jupiter pour le temps des Oppoſitions obſervées par Ptolemée, & nous avons trouvé que dans la premiére le vrai lieu de Jupiter étoit à $23^d\ 36'$ du Scorpion, plus grand ſeulement de 14 minutes qu'il n'a été déterminé ; que dans la ſeconde il étoit à $10^d\ 1'$ des Poiſſons, plus avancé de $2^d\ 13'$; & que dans la troiſiéme il étoit à $16^d\ 28'$ du Bélier, plus avancé auſſi de $2^d\ 9'$ que ſuivant Ptolemée.

Les différences entre ces deux derniéres obſervations, & ce qui réſulte du calcul, ſont ſi grandes, qu'il ſeroit difficile de les attribuer à quelques erreurs dans les obſervations de Ptolemée, puiſqu'on n'en trouve aucune de ſemblable, ni même qui en approche dans les autres obſervations que cet Aſtronome nous a laiſſées.

Pour ne rien négliger de ce qui peut contribuer à cette recherche, nous avons auſſi examiné une obſervation de Jupiter, faite par Ptolemée hors de ſon Oppoſition, qui, comme nous l'avons marqué *(p. 414.)* eſt arrivée le 10 Juillet de l'année 139 à $17^h\ 0'$ au Méridien d'Alexandrie, le vrai lieu de Jupiter étant en ♓ $15^d\ 45'$.

Ayant calculé cette obſervation ſuivant nos éléments, on trouve que le lieu moyen de Jupiter étoit alors en ♓ $5^d\ 6'\ 49''$, ſon Aphélie en ♏ $14^d\ 32'\ 21''$, ſa premiére Equation de $5^d\ 29'\ 48''$ additive, ſon vrai lieu vû du Soleil en ♓ $10^d\ 36'\ 37''$, & ſon vrai lieu vû de la Terre en ♓ $16^d\ 11'\ 23''$, plus avancé de 26 minutes que ſuivant la détermination de Ptolemée.

Comme il avoit obſervé le lieu de Jupiter par rapport à l'Œil du Taureau, nous avons examiné la ſituation qu'il donne à cette Etoile dans ſon Catalogue des Etoiles fixes, qu'il a calculé pour le commencement de l'Empire d'Antonin, qui ſe rapporte à l'année 138 après Jeſus-Chriſt.

Dans ce Catalogue, la longitude d'*Aldebaran* y eſt marquée à $12^d\ 40'$ du Taureau. Y adjoûtant une minute pour le mouvement propre des Etoiles fixes juſqu'au 10 Juillet de l'année 139, on aura la longitude de cette Etoile pour le temps de cette obſervation, en ♉ $12^d\ 41'$, éloignée de $3^d\ 4'$ du lieu de Jupiter, que Ptolemée avoit comparé avec cette Etoile, & c'eſt cette différence qu'il a dû trouver, ſuppoſant ſon obſervation exacte.

La longitude d'*Aldebaran,* ſuivant nos Tables, étoit au commencement de l'année 1710, en ♓ $5^d\ 45'\ 40''$, dont retranchant $22^d\ 26'$ pour le mouvement des Etoiles fixes dans l'eſpace de 1570 années, depuis le 10 Juillet de l'année 139 juſqu'au 1.er Janvier de l'année 1710, on aura la longitude d'*Aldebaran* au temps de l'obſervation de Jupiter, en ♓ $13^d\ 19'\ 32''$, plus grande de 38 minutes $\frac{1}{2}$ que ſuivant Ptolemée. Adjoûtant à cette longitude $3^d\ 4'$, différence entre le lieu d'*Aldebaran* & celui de Jupiter, obſervé par Ptolemée, on trouve que le vrai lieu de Jupiter auroit dû être le 3 Juillet de l'année 136 après Jeſus-Chriſt, en ♓ $16^d\ 23'\ 30''$, éloigné ſeulement de 12 minutes de celui que nous avons trouvé par nos Tables, en ♓ $16^d\ 11'\ 23''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter, ſuivant les éléments de M. Bouillaud, on le trouve en ♊ $17^d\ 2'$, éloigné de $1^d\ 17'$ de celui que Ptolemée a marqué dans ſon Almageſte, & de 38 minutes de ſon vrai lieu corrigé.

Dans cette obſervation, Jupiter étoit près de ſa moyenne diſtance, où, ſuppoſant ſon Aphélie plus ou moins avancé de quelques degrés que ſuivant les éléments de M. Bouillaud & les nôtres, cela ne peut cauſer qu'une petite différence dans la détermination de ſon vrai lieu; ainſi il faut rejetter la plus grande partie de l'erreur ſur la quantité du moyen mouvement de Jupiter, ou l'attribuer au défaut d'exactitude dans l'obſervation de Ptolémée, dans une diſtance d'environ 3 degrés, qui étoit alors entre Jupiter & l'Œil du Taureau.

Ainſi on ne peut admettre les hypotheſes de M. Bouillaud, ſans rejetter entiérement les obſervations de Ptolemée; au lieu que, ſuppoſant le moyen mouvement de Jupiter & celui de ſon Aphélie, tels que nous les avons déterminés, on peut repréſenter ces obſervations avec une préciſion ſuffiſante.

LIVRE SIXIE'ME.

DE MARS.

MARS est la premiére des trois Planetes supérieures, c'est-à-dire, celle qui, dans le Systeme de Ptolemée & de Tycho, est placée immédiatement au de-là du Soleil, & dans le Systeme de Copernic, est placée entre l'Orbe de la Terre & celui de Jupiter, plus éloignée du Soleil que la Terre, mais plus proche du Soleil que Jupiter & Saturne.

Lorsque Mars se trouve dans son Opposition avec le Soleil, il est, de même que les autres Planetes supérieures, plus près de la Terre que dans ses Conjonctions, & sa distance apparente varie si considérablement, qu'il se trouve quelquefois sept fois plus proche de la Terre dans ses Oppositions que dans ses Conjonctions; d'où il arrive qu'on le voit dans de certains temps fort petit & peu lumineux, au lieu que dans d'autres il paroît si grand & si éclairé, qu'on l'a pris souvent pour une nouvelle Etoile.

Son diametre apparent, observé de la Terre lorsqu'il en est le plus proche, est de 30 secondes, & il ne paroît que de 11 second. lorsque sa distance est égale à la moyenne de la Terre au Soleil.

CHAPITRE I.

Du Globe de Mars, & de sa Révolution autour de son axe.

COMME Mars ne se rencontre jamais entre la Terre & le Soleil, on ne le voit jamais en Croissant, comme la Lune, Venus & Mercure. On remarque seulement par les Lunettes, que son disque prend une figure ovale, depuis ses Conjonctions avec le Soleil jusqu'à la premiére Quadrature, auquel temps il paroît à peu-près comme la Lune dans ſon Décours, trois jours avant ſon Plein.

Depuis la premiére Quadrature juſqu'à ſon Oppoſition, ſon diſque ſe remplit entiérement, & depuis l'Oppoſition juſqu'à la ſeconde Quadrature, il eſt de nouveau en Décours, comme dans la premiére Quadrature. Enfin depuis la ſeconde Quadrature juſqu'à ſa Conjonction il reprend ſa figure ronde.

Toute la ſurface de Mars a des Taches auſſi grandes à proportion que celles de la Lune.

On commence à les diſtinguer évidemment depuis la premiére Quadrature juſqu'à la ſeconde, pendant lequel temps il paſſe par ſon Oppoſition avec le Soleil, où il eſt le plus près de la Terre. Dans les autres temps il en eſt trop éloigné & trop petit en apparence pour qu'on puiſſe les appercevoir. Ces Taches conſervent long-temps la même figure lorſqu'elles ſont dans la même expoſition à l'égard de la Terre, & on peut les reconnoître par des marques particuliéres, ſans prendre l'une pour l'autre.

On a trouvé par ce moyen qu'elles ont un mouvement apparent d'Orient en Occident, ſuivant lequel elles retournent au même endroit de ſon diſque dans l'eſpace de 24 heur. & 40 minut. ce qui eſt une preuve de la révolution de Mars autour de ſon axe dans le même eſpace de temps.

L'axe de ce mouvement paroît un peu incliné à l'Orbite de Mars, & faire une révolution ſemblable à celle de l'axe du globe du Soleil autour des Poles de l'Ecliptique, de ſorte que le Pole boréal & le Pole auſtral ſe rencontrent ſucceſſivement dans ſon diſque apparent.

Les Taches de Mars furent découvertes en l'année 1666, par mon Pere, qui remarqua d'abord qu'elles paroiſſoient retourner au même endroit du diſque apparent de Mars, où on les avoit d'abord apperçûes, ce qui lui fit reconnoître que cette Planete faiſoit ſa révolution autour de ſon axe.

Dès le 6 Février au matin, il commença à voir deux Taches obſcures, & le 24 Février, il en apperçut deux autres ſemblables aux premiéres, mais plus grandes.

Ayant depuis continué ſes obſervations, il remarqua que ces Taches qui étoient dans les deux hémiſpheres oppoſés, avoient un mouvement de l'Orient vers l'Occident, & revenoient enfin à la même ſituation dans laquelle il avoit commencé à les voir.

Il fit graver pluſieurs figures qui repréſentent les différentes poſitions dans leſquelles on a vû ces Taches, entre leſquelles on a marqué dans la premiére figure le diſque de Mars, tel qu'il fut obſervé à Bologne le 24 Février au ſoir, & dans la ſeconde le diſque oppoſé, tel qu'il parut le 3 Mars au ſoir, par une Lunette de Campani, de 16 pieds & demi.

Il apperçut quelquefois dans une même nuit les deux faces de Mars, l'une le ſoir, & l'autre le matin, & remarqua enfin que ces Taches revenoient le lendemain dans la même ſituation, 40 minutes plus tard que le jour précédent; de maniére qu'après 36 ou 37 jours, elles retournoient à la même place, environ à la même heure.

Quelques autres Aſtronomes qui avoient eu part des premiéres obſervations des Taches de Mars, faites à Bologne, ayant publié à Rome les obſervations qu'ils avoient faites de ces Taches, depuis le 24 juſqu'au 30 Mars 1666, avec des Lunettes de Divini, de 16 pieds & de 30 pieds, jugérent que Mars faiſoit ſa révolution en 13 heures. Mais les obſervations que mon Pere fit dans la ſuite, le confirmérent dans le ſentiment où il étoit, que Mars n'acheve ſa révolution qu'en 24 heures 40 minutes, & qu'ainſi il falloit que ceux qui avoient aſſûré qu'il faiſoit ſon tour en 13 heures, n'en euſſent pas bien diſtingué les deux faces. Il eut ſoin auſſi d'avertir que lorſqu'il détermine le temps de la révolution de Mars, il n'entend pas parler de la révolution moyenne, mais ſeulement de celle qu'il a obſervée pendant que Mars étoit oppoſé au Soleil, laquelle eſt la plus petite de toutes.

Cette révolution de Mars fut confirmée en 1670, par les obſervations que mon Pere fit à Paris, des mêmes Taches qu'il avoit vûes à Bologne, quatre années auparavant.

On a continué à les voir ſous diverſes figures dans les Oppoſitions ſuivantes, & elles furent obſervées pluſieurs jours de ſuite en 1706, par M. Maraldi, qui remarqua que ces Taches n'étoient pas toûjours bien terminées, & qu'elles changeoient ſouvent de figure, non-ſeulement d'une Oppoſition à l'autre, mais même dans l'eſpace d'un mois; que cependant il ne laiſſoit pas d'y avoir des Taches d'une aſſés longue durée pour pouvoir être obſervées pendant un eſpace de temps ſuffiſant pour déterminer leurs révolutions.

Entre les différentes Taches que M. Maraldi obſerva en 1704, il y en avoit une en forme de bande vers le milieu de ſon diſque, à peu-près comme une de celles que l'on voit dans Jupiter; elle n'environnoit pas tout le globe de Mars, mais elle étoit interrompuë, comme il arrive quelquefois aux bandes de Jupiter, & occupoit ſeulement un peu plus de l'hémiſphere de Mars, ce que l'on reconnut en obſervant cette Planete à différentes heures de la même nuit, & aux mêmes heures de différents jours. Cette bande n'étoit pas par-tout uniforme, mais à 90 degrés ou environ de ſon extrémité occidentale, elle faiſoit un coude avec une éminence dirigée vers ſon hémiſphere ſeptentrional; ce fut cette pointe ou éminence qui, étant aſſés bien terminée contre l'ordinaire des Taches des Planetes, ſervit à vérifier ſa révolution.

On apperçut la bande dès le mois d'Août, mais on ne diſtingua cette éminence qu'au mois d'Octobre; elle arriva au milieu du diſque de Mars le 14 de ce mois à $10^h\,24'$, le 15 à $11^h\,9'$, le 16 à $11^h\,38'$, & le 17 à $12^h\,18'$. Par la comparaiſon de ces obſervations, les retours de la même Tache au milieu de Mars ne paroiſſent pas préciſément égaux, & il y a quelques minutes de différence, ce que l'on doit attribuer à la difficulté de déterminer exactement le milieu; mais en comparant l'obſervation du 14 Octobre avec celle du 17, entre leſquelles il y a trois révolutions, on trouve le retour de la Tache au milieu de l'hémiſphere apparent de Mars, de $24^h\,38'$. On continua de voir cette Tache juſqu'au 22 Novembre, qu'elle arriva au milieu de Mars à $11^h\,5'$. Si on compare cette obſervation avec celle qui fut faite le 14 Octobre à $10^h\,24'$, on trouve entre ces obſervations, 39 jours & 41 minutes, qui, étant partagés par le nombre des révolutions dûes à cet intervalle, qui eſt de 38, donnent un jour & 39 minutes pour chacune, à une minute près de celle qui avoit été déterminée d'abord par mon Pere.

Cette Tache n'étoit pas alors la ſeule qu'on apperçût dans Mars, on vit le 16 Octobre à 7 heures du ſoir, près des deux poles de la révolution de cette Planete, deux Taches claires qui avoient été obſervées pluſieurs fois depuis l'année 1666, on en apperçut auſſi quelques-unes, mais beauçoup plus foibles, tant vers le Midi que vers le Septentrion.

Enfin on en a vû depuis ce temps-là juſqu'à préſent, un grand nombre & de différentes figures, telles qu'elles ont été deſſinées dans les Journaux des obſervations, & dont il ſeroit trop long de donner ici le détail.

CHAPITRE II.

Des Mouvements de Mars.

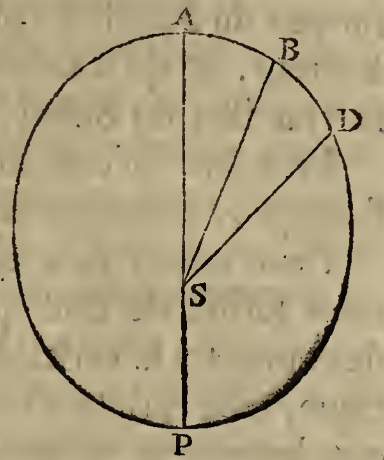
LA révolution de Mars autour du Soleil s'acheve en moins de deux années, pendant leſquelles il paroît, de même que Jupiter & Saturne, avoir ſucceſſivement un mouvement direct, ſtationnaire & rétrograde, avec la différence que dans ſa rétrogradation, il parcourt dans le Ciel des arcs plus grands par rapport aux Etoiles fixes. On le voit alors fort grand & lumineux, ſe diſtinguant facilement des Etoiles fixes. Il diminuë enſuite de lumiére & de grandeur, juſqu'à ſe confondre avec les autres Etoiles les moins brillantes. Il ne paroît pas toûjours avec le même éclat dans le temps de ſes Oppoſitions avec le Soleil, où il doit paroître le plus grand; ce qui fait voir que non-ſeulement dans le cours d'une révolution, il s'approche & s'éloigne beaucoup de la Terre, mais qu'il s'en approche plus ou moins dans ſes différentes révolutions.

Ce fut la conſidération des mouvements de cette Planete, qui donna lieu à Képler de compoſer ſon excellent Traité de l'Aſtronomie nouvelle ou de la Phyſique Céleſte, dans lequel il établit des hypotheſes nouvelles pour repréſenter les Orbes des Planetes, qui ont été reçûes de la plûpart des Aſtronomes qui l'ont ſuivi; ainſi il eſt d'une grande importance pour l'Aſtronomie, d'examiner avec tout le ſoin poſſible la théorie de cette Planete, ce qui nous eſt d'autant plus facile que depuis cet Aſtronome, nous en avons un grand nombre d'obſervations, tant à Paris qu'en Angleterre & à Dantzick, faites avec une grande préciſion, par le moyen deſquelles on peut vérifier l'exactitude de ſes hypotheſes.

Il ſeroit inutile d'entreprendre avec Képler, de réfuter ici les anciennes hypotheſes des Excentriques, des Epicycles, & de la Solidité des Cieux, cela étoit néceſſaire du temps de Képler, où ces opinions étoient encore en quelque vigueur. Copernic, qui avoit combattu l'immobilité de la Terre, ne s'étoit pas débarraſſé des Epicycles, il les avoit au contraire entaſſés les uns ſur les autres pour expliquer les inégalités que l'on apperçoit dans le mouvement des Planetes ſur leurs Orbes; & ces hypotheſes étoient néceſſaires, comme le démontre Képler, dans le ſentiment de ceux qui ſoûtenoient encore les Orbes ſolides. Tycho au contraire ayant démontré que les Cieux ne pouvoient point être ſolides, puiſqu'ils étoient traverſés par les Cometes, prétendoit que les Planetes décrivoient par leurs révolutions, des Cercles excentriques à la Terre, tels cependant que le moyen mouvement ſe faiſoit autour d'un point qui étoit hors du centre de ce cercle. Mais Képler fit voir l'abſurdité de ce Syſteme, & combien il répugnoit aux loix naturelles du mouvement, qu'un Corps céleſte ſe mût inégalement autour d'un Cercle parfait, de maniére cependant qu'il parût avoir une vîteſſe égale autour d'un point qui fût éloigné du centre de ce Cercle.

Quelle attention, dit-il, *ne ſeroit-il pas néceſſaire d'attribuer au moteur de cette Planete pour luy faire décrire un Cercle exact autour d'un centre imaginaire, avec des degrés de vîteſſe, tels qu'elle parût décrire des arcs égaux autour d'un autre centre qui ne ſeroit pas celui de la Terre!*

Ayant donc conſidéré que l'Orbe de la Planete de Mars avoit une plus grande excentricité que les deux autres Planetes ſupérieures, il la crut plus propre à ſon deſſein, & établit ſon hypotheſe, ſuivant laquelle il fit voir que les Planetes ne décrivoient point des Orbes circulaires, mais des Ellipſes telles que plaçant à l'un des foyers le Soleil, qu'il regardoit comme le centre & le principe de tous les mouvements des Corps céleſtes, & tirant de ce foyer des rayons à la Planete en différents points de ſon Orbe, les aires compriſes entre ces rayons, fuſſent proportionnelles aux temps que cette Planete avoit employé à parcourir les arcs compris entre ces aires; c'eſt-à-dire, que ſuppoſant le Soleil en S au foyer de l'Ellipſe ABP, que la Planete décrit par ſon mouvement propre, & plaçant cette Planete ſucceſſivement aux points *D, B, A,* l'aire *ASB* fût à l'aire *BSD,* comme le temps que la Planete a employé à parcourir l'arc *AB,* eſt au temps qu'il a employé à décrire l'arc *BD.*



Cette hypotheſe a été adoptée par les plus grands Philoſophes de notre temps, qui, quoique fort différents dans leurs premiers principes, ſe ſont tous réunis pour démontrer qu'elle étoit conforme aux loix des mouvements. Il ſeroit difficile d'ajoûter quelque choſe de nouveau à ce qui a été écrit ſur cette matiére; mais nous pouvons toûjours, ce qui eſt eſſentiel à l'Aſtronomie que nous traitons, examiner ſi elle eſt conforme aux obſervations: car en vain on voudroit nous prouver par des raiſons phyſiques, l'excellence d'une hypotheſe qui ſe trouveroit contraire à nos propres obſervations; au lieu que ſi elles s'y trouvent conformes, elles contribuent beaucoup à valider les principes ſur leſquels elle a été établie.

Pour établir la théorie de Mars, nous commencerons nos recherches, de même que nous l'avons pratiqué dans les théories de Saturne & de Jupiter, en examinant d'abord les temps où la Planete de Mars s'eſt trouvée en Oppoſition avec le vrai lieu du Soleil, parce que la Terre, le Soleil & la Planete étant alors dans une même direction, c'eſt le ſeul temps où le vrai lieu de la Planete vû du Soleil eſt le même que ſon vrai lieu vû de la Terre. On auroit pû y adjoûter par la même raiſon le temps de leurs Conjonctions, mais on ſçait qu'elles ſont alors cachées par le diſque du Soleil, ou effacées par ſa lumiére, qui eſt trop grande pour qu'on puiſſe les appercevoir.

Ptolemée, qui faiſoit mouvoir le Soleil autour de la Terre ſur un Cercle excentrique qu'il décrivoit par un mouvement égal autour du centre de ce Cercle, regardant, pour ainſi dire, ce centre comme celui de l'Univers, avoit cru qu'il étoit néceſſaire de lui comparer les mouvements des Corps céleſtes, & dans cette opinion, il avoit déterminé le vrai lieu des Planetes par rapport au moyen mouvement du Soleil. Tycho ayant ſuivi Ptolemée dans la comparaiſon des Oppoſitions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, Képler démontra que cette méthode étoit ſujette à erreur, & qu'il falloit ſe ſervir des Oppoſitions des Planetes avec le vrai lieu du Soleil, & non pas avec le moyen.

Peut-être qu'une autorité auſſi reſpectable que celle de Tycho, l'engagea à examiner avec ſoin ce ſentiment pour en montrer l'erreur.

Pour nous, ſans employer les démonſtrations de Képler, il nous ſuffira de dire que nous avons beſoin pour notre théorie, de connoître la véritable ſituation d'une Planete à l'égard de l'Ecliptique, telle qu'elle eſt vûe du Soleil qui eſt au foyer de ſon Orbe; que lorſqu'elle eſt en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil, ſon vrai lieu vû de la Terre n'eſt pas le même que ſon vrai lieu vû du Soleil, à moins que le Soleil ne ſe trouve en même temps dans ſon Apogée & ſon Périgée, ce qui n'arrive que rarement; & qu'ainſi les Oppoſitions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, nous donnent de fauſſes poſitions de ces Planetes, qui nous jetteroient dans l'erreur, ſi l'on n'avoit ſoin de les réduire au vrai lieu du Soleil.

Nous avons vû dans la théorie de Saturne, que l'intervalle d'une Oppoſition à l'autre, n'eſt que d'une année & quelques jours, & dans celle de Jupiter, d'une année & un mois. A l'égard de Mars, il employe l'eſpace de près de deux années à retourner à ſon Oppoſition, de ſorte que les obſervations en étant moins fréquentes, on n'en peut avoir qu'un plus petit nombre pour les comparer enſemble.

Son mouvement en récompenſe eſt beaucoup plus prompt que celui de Saturne & de Jupiter, ce qui nous donne l'avantage de le pouvoir déterminer avec plus de préciſion par nos propres obſervations, pour les comparer enſuite avec les plus anciennes.

Pour ſuivre la méthode que nous nous ſommes preſcrite, qui eſt de ne rien ſuppoſer de ce que l'on peut trouver par des obſervations immédiates, nous commencerons par déterminer le temps que Mars employe à faire ſa révolution autour du Soleil, par le moyen de deux Oppoſitions qui ſe ſuivent immédiatement.

Le 21 Avril de l'année 1715, l'Oppoſition de Mars avec le Soleil, a été déterminée à Paris à $11^h\ 0'$ du ſoir, cette Planete étant à $1^d\ 9'\ 30''$ du Scorpion.

L'Oppoſition

L'Oppoſition ſuivante a été obſervée le 11 Juin 1717 à 9^h 11′ du ſoir, Mars étant à 20^d 37′ 15″ du Sagittaire.

Dans l'intervalle entre ces deux Oppoſitions, il y a deux années, dont l'une eſt biſſextile, & l'autre commune, plus 50^j 22^h 11′, pendant lequel temps, Mars a décrit une révolution entiére autour du Soleil, plus 49^d 27′ 45″: c'eſt pourquoi l'on fera, comme 409^d 27′ 45″, ſont à 360 degrés; ainſi 731^j 22^h 11′, ſont à la révolution de Mars autour du Soleil, qu'on trouvera de 687^j 11^h 15′, ou d'une année commune, 322^j 11^h 15′.

Cet intervalle meſureroit la révolution moyenne de Mars, ſi cette Planete étoit retournée dans ſon Oppoſition de l'année 1717. au même point de l'Ecliptique où elle étoit dans la précédente, ou, plus exactement, ſi la diſtance à ſon Aphélie avoit été la même dans ces deux Oppoſitions, parce qu'alors la quantité de ſon moyen mouvement ſeroit égale à ſon mouvement vrai. Mais comme cette Planete étoit dans l'Oppoſition de l'année 1717, plus avancée qu'en 1715, de 49 degrés, par ſon mouvement propre, qui différe du moyen plus ou moins, ſuivant ſa différente diſtance à ſon Aphélie, nous n'employerons cette période que pour reconnoître le nombre des révolutions qui ſe ſont écoulées entre des obſervations plus reculées, choiſiſſant d'abord celles où Mars s'eſt trouvé de part & d'autre à peu-près au même lieu de l'Ecliptique.

Entre ces obſervations, nous en trouvons une qui eſt arrivée le 11 Avril de l'année 1683 à 0^h 10′ après midi, Mars étant à 21^d 41′ 30″ de la Balance.

Le 5 Avril 1730, l'Oppoſition de Mars avec le Soleil fut déterminée à 7^h 4′ du ſoir, cette Planete étant à 15^d 43′ 36″ du même Signe. Il y a dans cet intervalle, 47 années, dont 11 biſſextiles, moins 5^j 17^h 6′, qui font 17160^j 6^h 54′; les partageant par la période de la révolution de Mars, trouvée ci-deſſus de 687 jours, on a 25 révolutions, ce qui fait voir que cette Planete avoit parcouru 25 révolutions dans l'intervalle entre les obſervations des années 1683 & 1730.

On fera donc, comme 25 révolutions de 360 degrés chacune, moins 5^d 57′ 54″, différence entre le lieu de Mars dans les Oppoſitions des années 1683 & 1730, ſont à 17160^j 6^h 54′; ainſi 360 degrés ſont à la révolution de Mars autour du Soleil, qu'on

Nnn

trouvera de $687^j\ 2^h$, un peu plus petite que par la premiére comparaiſon. Partageant 360 degrés par ce nombre de jours, on aura le moyen mouvement journalier de Mars, de $31'\ 26''\frac{1}{2}$.

Comme les deux Oppoſitions que nous venons de comparer enſemble, ſont arrivées en deux lieux de l'Écliptique, éloignés l'un de l'autre de près de 6 degrés, le moyen mouvement que l'on vient d'en déduire, ne peut être exact qu'au cas que l'Équation de Mars ait été la même dans les deux obſervations ; c'eſt pourquoi nous examinerons ce qui réſulte des obſervations les plus reculées, comparées aux nôtres.

La plus ancienne de ces obſervations eſt celle que Ptolemée rapporte *(Almageſte, liv. 10. chap. 9.)* qui eſt arrivée, ſelon lui, l'année 52 depuis la mort d'Alexandre, & 476 depuis Nabonaſſar, le 20.me du mois d'*Athir*, le matin du 21.me jour ſuivant, dans laquelle Mars parut être au deſſus & fort près de l'Étoile boréale du Front du Scorpion, qui, ſelon lui, étoit éloigné de $6^d\ 20'$ du Cœur de cette Conſtellation, & qu'il jugeoit devoir être au temps de cette obſervation, à $2^d\ 15'$ de ce Signe.

Cette obſervation réduite à nos Époques & au Méridien de Paris, ſe rapporte au 17 Janvier de l'année 272 avant Jeſus-Chriſt, à 16 heures après midi.

Le vrai lieu du Soleil, ſuivant nos Tables, étoit alors à 24^d du Capricorne, éloigné de celui de Mars, de $2^f\ 22^d$; d'où il ſuit que cette obſervation ne peut pas être employée immédiatement pour déterminer les moyens mouvements de cette Planete.

Nous avons donc examiné les autres obſervations de Mars, faites près de ſes Oppoſitions avec le Soleil, que Ptolemée rapporte *(Almageſte, liv. 10. chap. 7.)* dont la premiére eſt arrivée la 15.me année d'Hadrien, le 26.me jour du mois de *Tyby*, à 3 heures du ſoir, Mars étant à $21^d\ 0'$ des Gemeaux, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

La ſeconde eſt arrivée la 19.me année d'Hadrien, le 6 du mois de *Pharmuthi*, à 9 heures du ſoir, Mars étant à $28^d\ 50'$ du Lion, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

La troiſiéme, la ſeconde année d'Antonin, le 12.me du mois d'*Epiphi*, à 10 heures du ſoir, Mars étant à $2^d\ 34'$ du Sagittaire, en Oppoſition avec le lieu moyen du Soleil.

Comme les Epoques dont ſe ſert Ptolemée, pour déterminer le temps de ces obſervations, ſont les mêmes que celles qui ſont rapportées dans la théorie de Saturne & de Jupiter, dont nous avons fait voir la correſpondance avec les nôtres, nous avons réduit le temps de ces obſervations à l'Epoque de Jeſus-Chriſt & à notre Méridien, qui eſt plus occidental que celui d'Alexandrie, de $1^h\ 52'$, & nous avons trouvé que la premiére obſervation ſe rapporte au 14 Décembre de l'année 130 après Jeſus-Chriſt, à $11^h\ 8'$ à Paris, la ſeconde au 19 Février de l'année 135 à $7^h\ 8'$, & la troiſiéme au 26 Mai de l'année 139 à $8^h\ 8'$.

Képler, dans l'examen qu'il fait de ces obſervations de Ptolemée, fait voir que l'on ne peut pas compter tout-à-fait ſur leur exactitude. Il juge même par la maniére dont il s'eſt ſervi pour déterminer la ſituation des Etoiles fixes, qu'elles étoient alors plus avancées de 30 minutes qu'il ne les a marquées; & qu'ainſi on doit avancer d'autant le lieu de Mars, qui a été obſervé à l'égard des Etoiles fixes. Il ſuppoſe auſſi qu'il y a quelques corrections à faire, tant au lieu de l'Apogée du Soleil qu'à ſon excentricité, & dans ces différentes ſuppoſitions, il calcule le vrai lieu de l'Oppoſition de Mars avec le vrai lieu du Soleil, employant le lieu moyen du Soleil, tel que l'a marqué Ptolemée.

Pour nous, dans l'incertitude où nous ſommes de la correction qu'il y auroit à faire au lieu de Mars déterminé par Ptolemée, nous le ſuppoſons tel qu'il l'a marqué; mais comme nous connoiſſons les mouvements du Soleil & les autres éléments de ſa théorie avec beaucoup plus d'exactitude que ne l'a fait Ptolemée, nous employons le lieu moyen du Soleil & celui de ſon Apogée, tels qu'ils réſultent de cette théorie pour le temps de ces anciennes obſervations, & ſuppoſant l'excentricité de ſon Orbe invariable, telle qu'on l'obſerve préſentement, nous avons calculé le temps & le vrai lieu de l'Oppoſition de Mars avec le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé dans la premiére obſervation, être arrivée le 13 Décembre de l'année 130 après Jeſus-Chriſt, à $11^h 48'$ à Paris, Mars étant à $21^d\ 22'\ 50''$ des Gemeaux.

Dans la ſeconde le 19 Février 135 à 4 heur. à $29^d 40'$ du Lion.

Et dans la troiſiéme le 26 Mai de l'année 139 à $9^h\ 1'$, à $2^d\ 53'\ 0''$ du Sagittaire.

Pour comparer ces obſervations aux nôtres, & en déduire le moyen mouvement de Mars avec toute l'exactitude requiſe, il faudroit, comme on l'a remarqué dans les théories précédentes, déterminer d'abord le vrai lieu de l'Aphélie de Mars, tant dans les obſervations anciennes que dans les modernes, pour connoître l'Equation de ſon Orbe, qui convient à chaque obſervation, & réduire le lieu vrai obſervé au lieu moyen. Mais comme la détermination du lieu de l'Aphélie des Planetes, par le moyen de trois obſervations ſeules, demande la connoiſſance de leur moyen mouvement, nous employerons une méthode par laquelle nous trouverons le moyen mouvement à peu-près avec la même préciſion que ſi nous avions la connoiſſance de l'Aphélie de Mars & de ſon mouvement dans l'eſpace de pluſieurs ſiécles.

Pour donner une idée de cette méthode, il faut conſidérer que ſi l'on comparoit enſemble deux obſervations d'une Planete, éloignées l'une de l'autre, qui ſe rencontraſſent à la même diſtance de ſon Aphélie & de ſon Périhélie, la quantité du mouvement vrai que cette Planete auroit parcouru dans l'intervalle entre ces obſervations, ſeroit égale à la quantité de ſon moyen mouvement. Car l'Equation de cette Planete, qui eſt la différence entre ſon vrai & ſon moyen mouvement, étant la même à la même diſtance de ſon Aphélie & de ſon Périhélie, il n'y auroit aucune différence entre ſon vrai & ſon moyen mouvement compris entre un certain nombre de révolutions.

Nous conſidérerons préſentement que le mouvement de l'Apogée du Soleil ou de l'Aphélie de la Terre, de même que celui des Planetes que nous avons examinées juſqu'à préſent, eſt toûjours ſuivant la ſuite des Signes, avec quelque différence cependant dans chacune de ces Planetes, puiſqu'on le trouve dans le Soleil, de $1' \, 2''$ par année, dans Saturne de $1' \, 18''$, & dans Jupiter de $57'' \frac{1}{2}$: que les Aſtronomes ne ſont point d'accord dans la quantité de ce mouvement, puiſque M. Bouillaud l'a déterminé dans Jupiter, de $1' \, 29''$, au lieu que ſuivant les obſervations modernes comparées à celles de Ptolemée, nous ne l'avons trouvé que de 57 ſecondes ou environ.

Cette incertitude dans la détermination préciſe de ce mouvement, a donné lieu à quelques Aſtronomes & Phyſiciens, de conjecturer que l'Aphélie de chaque Planete est toûjours dirigé à un même point du Ciel, & que son mouvement n'est point réel, mais apparent, égal & semblable à celui des Etoiles fixes, qui, suivant le Systeme de Copernic, est causé par le mouvement de l'axe de la Terre autour des Poles de l'Ecliptique; & que s'il s'y trouve quelque différence, elle provient du défaut d'exactitude dans les observations, ou de quelque inégalité physique dans l'Orbe de la Planete, qui se rétablit dans la suite des temps.

Nous n'entrerons pas présentement dans l'examen de cette hypothese, mais nous nous en servirons pour faire voir que si l'on attribuë à l'Aphélie des Planetes, un mouvement égal à celui des Etoiles fixes, on suppléera, du moins en partie, au défaut de connoissance de l'Equation nécessaire pour réduire le vrai mouvement au moyen; ainsi si l'on adjoûte au lieu de la Planete déterminé par une observation ancienne, la quantité du mouvement que les Etoiles fixes ont parcouru depuis ce temps jusqu'à celui des observations modernes, on aura le lieu où la Planete est éloignée de son Aphélie à peu-près de la même quantité que dans l'observation ancienne.

Pour faire usage de cette méthode, nous avons employé la 1.ere Opposition de Mars avec le Soleil, observée par Ptolemée, qui est arrivée, suivant qu'il a été marqué ci-dessus, le 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, à $11^h\ 48'$, réduit au Méridien de Paris, cette Planete étant à $21^d\ 22'\ 50''$ des Gemeaux.

Entre les observations modernes, nous trouvons celle de l'année 1709, où Mars fut en Opposition avec le Soleil le 4 Janvier à $5^h\ 48'$ du soir, cette Planete étant à $14^d\ 18'\ 25''$ de l'Ecrevisse, plus avancée d'environ 23^d que suivant l'observation de Ptolemée. Le mouvement des Etoiles fixes, à raison d'un degré en 70 années, est dans l'intervalle entre ces observations, de $22^d\ 33'$, fort peu différent de celui que nous venons de trouver; ce qui fait voir que Mars s'est trouvé dans cette derniére observation, à peu-près à la même distance de son Aphélie que du temps de Ptolemée, supposant que le mouvement de cet Aphélie soit égal à celui des Etoiles fixes.

Entre ces deux observations, il y a un intervalle de 1578 années, dont 394 bissextiles plus $11^j\ 18^h$, ou $576375^j\ 18^h$, qui, étant partagées par la révolution de Mars, qu'on trouve par les obſervations modernes, d'environ 687 jours, donnent 839, qui eſt le nombre des révolutions compriſes dans cet intervalle: c'eſt pourquoi l'on fera, comme 839 révolutions de 360 degrés chacune, plus $22^d\ 55'\ 35''$, ſont à 360 degrés; ainſi $576375^j\ 18^h$, ſont à la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, qu'on trouvera de . . . . $686^j\ 22^h\ 16'$.

En comparant de même l'Oppoſition qui eſt arrivée le 19 de Février de l'année 135 après Jeſus-Chriſt, à 4 heures du ſoir, Mars étant en ♌ $29^d\ 40'$, avec celle qui a été obſervée le 13 Mars de l'année 1713 à $16^h\ 40'$, en ♏ $23^d\ 30'\ 30''$, le lieu de Mars étant plus avancé de $23^d\ 50'$ que dans l'obſervation ancienne, ce qui n'excede que de $1^d\ 17'$ le mouvement des Etoiles fixes; on trouvera qu'entre ces deux obſervations, il y a un intervalle de 1578 années communes, $406^j\ 12^h\ 40'$, pendant leſquelles Mars a achevé 839 révolutions autour du Soleil, plus $23^d\ 50'$; ce qui donne la révolution moyenne de cette Planete autour du Soleil, de . . . . $686^j\ 22^h\ 14'$.

Enfin, ſi l'on compare l'Oppoſition de Mars avec le Soleil, qui a été déterminée le 26 Mai de l'année 139 à 9 heures du ſoir, en ♐ $2^d\ 53'\ 0''$, avec celle du 11 Juin 1717, qui eſt arrivée auſſi à 9 heures du ſoir & quelques minutes, en ♐ $20^d\ 37'\ 15''$; on trouvera que dans l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 1578 années communes & 400 jours, cette Planete a achevé 879 révolutions, plus $17^d\ 44'\ 15''$; d'où l'on tire ſa révolution moyenne, de . . . . $686^j\ 22^h\ 23'$.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^j\ 22^h\ 18'$, fort approchante de celle que l'on auroit trouvée, ſi l'on avoit connu exactement le vrai lieu de l'Aphélie de Mars au temps des obſervations anciennes & modernes.

L'on fera préſentement, comme $686^j\ 22^h\ 18'$, ſont à 365 jours; ainſi 360 degrés ſont au moyen mouvement annuel de Mars, qu'on trouvera de . . . . $6^f\ 11^d\ 17'\ 9''\frac{1}{2}$.
Les partageant par 365, on aura ſon moyen mouvement journalier, de . . . . $31'\ 26''$.

Nous employerons ces mouvements pour déterminer le lieu de l'Aphélie de Mars, & l'excentricité de ſon Orbe, qui réſultent des obſervations anciennes & modernes.

CHAPITRE III.

Du lieu de l'Aphélie de Mars, & de l'Excentricité de ſon Orbe.

COMME dans les obſervations de Mars, rapportées par Ptolemée, il n'y en a que trois qui ayent été faites dans le temps de ſon Oppoſition avec le Soleil, nous ſommes obligés d'employer pour déterminer le lieu où étoit ſon Aphélie, & l'excentricité de ſon Orbe, la ſixiéme & la ſeptiéme méthode *(Voy. p. 172. & ſuiv.)* dont la premiére eſt ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, & la ſeconde ſuivant celle de Képler.

C'eſt principalement dans la théorie de cette Planete, qu'il faut examiner les Equations qui réſultent de ces deux hypotheſes, parce que l'excentricité de l'Orbe de Mars étant, comme nous l'allons voir, plus grande que celle des autres Planetes ſupérieures, on doit auſſi trouver une plus grande différence entre les Equations qui répondent aux différents degrés de ſon Orbe, ſuivant les différentes hypotheſes que l'on a ſuivies.

Ayant donc ſuppoſé le moyen mouvement annuel de Mars, de $6^{s}\ 11^{d}\ 17'\ 9''\frac{1}{2}$, & le mouvement journalier, de $31'\ 26''$, tels que nous les avons établis par la détermination précédente, nous avons trouvé par les obſervations de Ptolemée ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, l'Aphélie de Mars pour le commencement de l'année 135 après Jeſus-Chriſt, à $0^{d}\ 22'$ du Lion, ſa plus grande excentricité de 9268 parties, dont la moitié du grand axe eſt de 100000, & la plus grande Equation de ſon Orbe, de $10^{d}\ 38'\ 10''$.

Par les mêmes obſervations, nous avons trouvé dans l'hypotheſe de Képler, l'Aphélie de Mars pour le même temps, à $29^{d}\ 24'\ 0''$ de l'Ecreviſſe, moins avancé de 58 minutes que ſuivant l'hypotheſe précédente, l'excentricité de ſon Orbe, de 9430, plus grande de 162 parties, & ſa plus grande Equation, de 10^{d}

49′ 0″, plus grande de 10′ 50″ que dans l'hypotheſe elliptique.

On a auſſi trouvé que ſuivant l'hypotheſe de Képler, l'Equation de Mars étoit plus petite que ſuivant l'hypotheſe elliptique, dans la première obſervation de 7′ 10″, dans la ſeconde de 6′ 29″, & dans la derniére de 7′ 34″.

Le lieu de l'Aphélie de Mars étant ainſi établi pour le temps de Ptolemée, nous avons cherché celui qui réſulte des obſervations modernes.

Entre ces obſervations, nous en avons choiſi trois faites par M. Flamſteed à Greenwich, dont la premiére eſt arrivée le 11 Décembre de l'année 1691 à 3^h 14′ après midi, Mars étant à 19^d 54′ 28″ des Gemeaux; la ſeconde le 20 Février 1696 à 9^h 1′, à 2^d 18′ 8″ de la Vierge; & la troiſiéme le 8 Mai 1700 à 7^h 42′, à 18^d 5′ 0″ du Scorpion.

Nous avons préféré ces obſervations à d'autres, parce qu'elles s'accordent à celles qui ont été faites en même temps à l'Obſervatoire de Paris avec toute la préciſion que l'on peut ſouhaiter, n'y ayant dans les deux premiéres obſervations, qu'une différence de quelques ſecondes, & dans la troiſiéme d'une minute. Elles ont encore cet avantage, que la premiére & la derniére ſe trouvent de part & d'autre à une diſtance à peu-près égale de l'Aphélie de Mars, ce qui doit donner ſa détermination plus exacte, quelque figure que l'on attribuë à cet Orbe, pourvû qu'elle ſoit réguliére.

Comme les deux premiéres Oppoſitions, de même que toutes les autres, ont été déterminées par rapport à l'Ecliptique, & ne ſe rencontrent pas dans les Nœuds, il eſt néceſſaire pour une entiére exactitude de les réduire à leur vrai lieu ſur l'Orbite de Mars, ce qui demande la connoiſſance du lieu des Nœuds & de leur inclinaiſon. En attendant qu'on ait déterminé ces éléments, nous ſuppoſerons, comme il l'eſt en effet, qu'il faut adjoûter 48 ſecondes à la premiére obſervation, & retrancher 28 ſecondes de la ſeconde pour avoir le vrai lieu de Mars ſur ſon Orbite le 11 Décembre 1691 à 3^h 14′ du ſoir, à 19^d 55′ 16″ des Gemeaux, & le 20 Février 1696 à 9^h 1′ du ſoir, à 2^d 17′ 40″ de la Vierge. A l'égard de la troiſiéme obſervation, comme la latitude de Mars n'étoit alors que de 3′ 53″ vers le Midi, on voit que cette Planete étoit près de ſes Nœuds, de ſorte que ſon

vrai

vrai lieu ſur ſon Orbite ne différe pas ſenſiblement de celui qui avoit été obſervé par rapport à l'Ecliptique.

Ayant donc calculé le lieu de l'Aphélie de Mars, qui réſulte de ces obſervations, on l'a trouvé dans l'hypotheſe elliptique, à $0^d\ 39'\ 0''$ de la Vierge, & ſuivant celle de Képler, à $0^d\ 31'\ 34''$ du même Signe, avec une différence ſeulement de $7'\ 26''$ de l'une à l'autre hypotheſe, ce qui devoit arriver comme nous l'avions prévû, à cauſe que l'une de ces obſervations étoit près de l'Aphélie, & les deux autres à une diſtance à peu-près égale de part & d'autre.

A l'égard de l'excentricité de l'Orbe de Mars, nous la trouvons par le premier calcul dans l'hypotheſe elliptique, de 9246, & dans l'hypotheſe de Képler, de 9287; d'où l'on tire ſa plus grande Equation dans l'hypotheſe elliptique, de $10^d\ 30'\ 38''$, & dans celle de Képler, de $10^d\ 39'\ 8''$.

De la préférence que l'on doit donner à l'hypotheſe de Képler ou à l'Elliptique ſimple.

Ayant ainſi déterminé dans l'une & l'autre de ces hypotheſes, le lieu de l'Aphélie de Mars, ſon excentricité & la plus grande Equation de ſon Orbe, on peut reconnoître celle qui mérite la préférence, en examinant laquelle de ces deux hypotheſes repréſente le mieux les obſervations qui ont été faites. Mais comme cette recherche demande la connoiſſance exacte du moyen mouvement de Mars, & que nous avons beſoin de connoître la véritable ſituation de ſon Aphélie pour déterminer avec toute la préciſion réquiſe le moyen mouvement d'une Planete, nous propoſerons une méthode pour déterminer laquelle des deux hypotheſes nous devons employer pour nos recherches.

Il faut remarquer pour cela, que ſi l'on calcule dans une hypotheſe qui repréſente exactement l'Orbe de la Planete, le vrai lieu de ſon Aphélie par des obſervations exactes, elles doivent, en quelqu'endroit de cet Orbe qu'elles ayent été faites, donner la même détermination de cet Aphélie. Si au contraire on employe une hypotheſe qui ne repréſente pas l'Orbe de la Planete tel qu'il eſt réellement, il eſt certain que différentes obſervations donneront des poſitions différentes de l'Aphélie.

Ayant donc calculé, comme on l'a fait, le lieu de l'Aphélie de Mars, par le moyen de trois obſervations ſuivant les deux hypotheſes, on le calculera par trois autres obſervations exactes, faites en d'autres ſituations de ſon Orbe ſuivant les mêmes hypotheſes; & l'on examinera leſquelles de ces deux déterminations s'accordent mieux entr'elles. Si, par exemple, on trouve que les deux déterminations de l'Aphélie de Mars, qui réſultent de l'hypotheſe de Képler, ſuivant les obſervations faites en divers endroits de ſon Orbe, s'accordent mieux enſemble que ne font celles qui réſultent de l'hypotheſe elliptique ſimple, c'eſt une marque que la premiére eſt préférable; ſi elles ſe trouvent plus conformes dans l'hypotheſe elliptique, c'eſt à la derniére détermination qu'il faut donner la préférence.

J'ai donc choiſi trois nouvelles obſervations de Mars, faites par M. Flamſteed, dont la premiére eſt arrivée le 17 Janvier de l'année 1694 à 4^h 20', en ♋ 28^d 12' 0", la ſeconde le 26 Mars 1698 à 17^h 55', en ♎ 7^d 4' 18", & la troiſiéme le 8 Juillet 1702 à 12^h 58', en ♑ 16^d 10' 23". Deux de ces obſervations ont été faites en même temps à Paris, & s'y accordent avec toute la préciſion que l'on peut eſpérer. Je les ai réduites à l'Orbite de Mars, en adjoûtant 34 ſecondes à la premiére obſervation, & 46 ſecondes à la derniére, & retranchant 52 ſecondes de celle de 1698, ce qui m'a donné le vrai lieu de Mars ſur ſon Orbite, dans la premiére obſervation, en ♋ 28^d 12' 34", dans la ſeconde en ♎ 7^d 3' 26", & dans la troiſiéme en ♑ 16^d 11' 9".

Suivant ces obſervations, j'ai trouvé dans l'hypotheſe elliptique, l'Aphélie de Mars à 1^d 28' 23" de la Vierge, éloigné de 49' 23" de la détermination précédente, & dans l'hypotheſe de Képler, à 0^d 39' 2" de la Vierge, éloigné ſeulement de 7' 28" de celui qui réſultoit des premiéres obſervations; d'où l'on peut conclurre que cette derniére hypotheſe mérite la préférence, car ſi l'on fait attention au mouvement de l'Aphélie qui a dû l'avancer de deux ou trois minutes dans les derniéres obſervations, il n'y aura plus qu'une différence de 5 minutes dans le lieu de l'Aphélie qui réſulte de l'hypotheſe de Képler par les différentes obſervations qu'on a employées, au lieu qu'on en trouvera une de 47 minutes ſuivant l'hypotheſe elliptique.

A l'égard de l'excentricité de l'Orbe de Mars, on la trouve par le premier calcul dans l'hypothese elliptique, de 9246 parties, dont la moitié du grand axe est de 100000, & par le second calcul, de 9115, au lieu que suivant l'hypothese de Képler, elle est par le premier calcul, de 9287, & par le second, de 9292, avec une différence seulement de 5 parties, au lieu de 129, qui résulte de l'hypothese elliptique; ce qui est une nouvelle preuve de la préférence que l'on doit donner dans la théorie de Mars, à l'hypothese de Képler, que nous employerons par conséquent pour la détermination du moyen mouvement de cette Planete & de celui de son Aphélie.

CHAPITRE IV.

Détermination plus exacte du moyen Mouvement de Mars, & du vrai lieu de son Aphélie.

AYANT déterminé ci-dessus le vrai lieu de l'Aphélie de Mars pour le temps des observations anciennes & modernes, & l'excentricité de son Orbe suivant l'hypothese de Képler, nous avons calculé suivant la méthode prescrite, l'Equation qui en résulte, laquelle étant appliquée au vrai lieu de cette Planete, donne son lieu moyen.

Dans l'Opposition de Mars avec le Soleil, du 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, qui est la plus ancienne de celles qui ont été observées par Ptolemée, l'Equation de son Orbe étoit de $7^d\ 2'\ 44''$, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Mars, qui étoit à $21^d\ 22'\ 50''$ des Gemeaux, à cause que cette Planete n'étoit pas encore arrivée à son Aphélie, & on aura son lieu moyen pour le 13 Décembre de l'année 130 à $11^h\ 48'$, à $14^d\ 20'\ 6''$ des Gemeaux.

Dans l'Opposition de Mars, de l'année 1691, qui est aussi la premiére de celles que nous avons employées pour déterminer son Aphélie, l'Equation de l'Orbe de cette Planete étoit de $10^d\ 16'\ 14''$, qui, étant aussi retranchée du vrai lieu de Mars, qui étoit alors à $19^d\ 55'\ 16''$ des Gemeaux, donne son lieu moyen pour le 11 Décembre de l'année 1691 à 3^h 14', à 9^d 39' 2" des Gemeaux.

La différence entre le lieu moyen de Mars dans ces deux obſervations a donc été de 4^d 41' 4", dont il étoit moins avancé dans la ſeconde que dans la premiére.

Il y a dans l'intervalle entre ces obſervations, 1561 années, dont 390 biſſextiles, moins 12^j 8^h 34', pendant lequel temps Mars a parcouru 830 révolutions autour du Soleil, moins 4^d 41' 4". Adjoûtant à cet intervalle de temps, 8^j 22^h 31', pendant leſquels cette Planete parcourt par ſon moyen mouvement, 4^d 41' 4", on trouve qu'elle a achevé 830 révolutions exactes dans l'eſpace de 1561 années, dont 390 biſſextiles, moins 3^j 10^h 3'. Les partageant par 830, on aura la révolution moyenne de Mars, de 686^j 22^h 18' 39".

En comparant de même l'Oppoſition de l'année 135 avec celle de l'année 1696, on trouvera dans la premiére l'Equation de ſon Orbe, de 5^d 47' 48", qu'il faut adjoûter à ſon vrai lieu, qui étoit en ♌ 29^d 40' 0", parce qu'alors Mars avoit paſſé ſon Aphélie, & on aura ſon lieu moyen le 19 Février de l'année 135 à 4^h 0', en ♍ 5^d 27' 48".

Dans l'Oppoſition de Mars, de l'année 1696, l'Equation de ſon Orbe étoit de 21' 12", qu'il faut adjoûter auſſi à ſon vrai lieu, qui étoit en ♍ 2^d 17' 40", & on aura ſon lieu moyen pour le 20 Décembre de l'année 1696 à 9^h 1', en ♍ 2^d 32' 52", moins avancé de 2^d 48' 56" qu'en l'année 135.

Il y a dans l'intervalle entre ces obſervations, 1561 années, dont 390 biſſextiles, moins 8^j 18^h 59', pendant leſquelles Mars a achevé 830 révolutions moins 2^d 48' 56". Adjoûtant à cet intervalle de temps, 4^j 8^h 56', qui répondent à 2^d 48' 56" de moyen mouvement, on trouve que cette Planete a achevé 830 révolutions moyennes dans l'eſpace de 1561 années, dont 390 biſſextiles, moins 4^j 10^h 3'. Les partageant par 830, on aura la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de 686^j 22^h 17' 2".

Enfin, ſi l'on compare l'Oppoſition de Mars avec le Soleil, de l'année 139, avec celle de l'année 1700, on trouvera dans la premiére l'Equation de l'Orbe de cette Planete, de 8^d 39' 43", qu'il faut adjoûter à ſon vrai lieu, qui étoit en ♐ $2^d\ 53'\ 0''$, pour avoir ſon lieu moyen le 26 Mai de l'année 139 à $9^h\ 0'$, en ♐ $11^d\ 32'\ 43''$.

Dans l'Oppoſition de l'année 1700, l'Equation de l'Orbe de cette Planete étoit de $10^d\ 32'\ 34''$, qu'il faut adjoûter à ſon vrai lieu, qui étoit en ♏ $18^d\ 5'\ 0''$, pour avoir ſon lieu moyen le 8 Mai 1700 à $7^h\ 20'$, en ♏ $28^d\ 37'\ 34''$.

Il y a dans l'intervalle entre ces obſervations, 1561 années, dont 390 biſſextiles, moins $28^j\ 1^h\ 40'$, pendant lequel temps Mars a fait 830 révolutions moins $12^d\ 55'\ 9''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $24^j\ 15^h\ 39'$, qui répondent à $12^d\ 55'\ 9''$ de moyen mouvement, on trouve que cette Planete a achevé 830 révolutions exactes dans l'eſpace de 1561 années, dont 390 ſont biſſextiles, moins $3^j\ 10^h\ 1'$, à 2 minutes près de celui que nous avons trouvé par les Oppoſitions des années 130 & 1691, ce qui donne la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^j\ 22^h\ 18'\ 39''$, de même que par la premiére comparaiſon, & que par cette raiſon nous préférerons à la détermination précédente.

On fera préſentement, comme $686^j\ 22^h\ 18'\ 39''$, qui meſurent la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, ſont à 365 jours; ainſi 360 degrés ſont à $6^f\ 11^d\ 17'\ 9''\frac{1}{2}$, qui meſurent le moyen mouvement annuel de Mars. Les partageant par 365, on aura ſon moyen mouvement journalier, de $31'\ 26''\ 38'''$, dont on ſe ſervira pour trouver le moyen mouvement de cette Planete pour les mois, les jours, les heures, & tel eſpace de temps que l'on voudra.

Pour établir l'époque du moyen mouvement de Mars pour les années avant & après Jeſus-Chriſt, on retranchera d'abord du lieu moyen de cette Planete, qui étoit, comme on l'a marqué ci-deſſus, le 13 Décembre de l'année 130 à $11^h\ 48'$, en ♉ $14^d\ 20'\ 6''$, le moyen mouvement qui convient à 130 années Juliennes au 13 du mois de Décembre & à $11^h\ 48'$, qui eſt de $7^f\ 16^d\ 3'\ 55''$, & on aura le lieu moyen de Mars pour le 1.^{er} Janvier de l'année 0 de Jeſus-Chriſt, à $28^d\ 16'\ 31''$ de la Balance, dont on ſe ſervira pour déterminer le lieu moyen de cette Planete pour tous les temps avant & après Jeſus-Chriſt, en ſouſtrayant de l'époque que nous venons de trouver, ou y adjoûtant le moyen mouvement qui répond à l'intervalle compris entre cette époque & le temps cherché.

A l'égard de l'Aphélie de Mars, il a été trouvé ſuivant l'hypotheſe de Képler, au commencement de l'année 135 après Jeſus-Chriſt, en ♋ $29^d\ 24'\ 0''$. Il étoit, ſuivant nos obſervations, au commencement de l'année 1696, en ♍ $0^d\ 31'\ 34''$, il y a donc eu dans cet intervalle, qui eſt de 1561 années, un mouvement de $31^d\ 7'\ 34''$, qui, étant partagé par 1561, donne le moyen mouvement annuel de l'Aphélie de Mars, de $1'\ 11''\ 47'''\ 20''''$.

Pour déterminer le lieu de cet Aphélie au temps de l'époque de Jeſus-Chriſt, & pour les années avant & après; on fera, comme 1561 années ſont à 135; ainſi $31^d\ 7'\ 34''$ ſont à $2^d\ 41'\ 32''$; qui, étant retranchés de ſon lieu en l'année 135, qui étoit en ♋ $29^d\ 24'\ 0''$, donnent ſon vrai lieu pour l'année 0 de Jeſus-Chriſt, qui eſt l'époque de ſa Naiſſance, en ♋ $26^d\ 42'\ 28''$, dont on ſe ſervira pour déterminer le vrai lieu de l'Aphélie de Mars pour tous les temps donnés.

CHAPITRE V.

De la ſeconde Inégalité de Mars, & du rapport de ſa diſtance au Soleil & à la Terre.

NOus avons déja remarqué dans les théories précédentes, que les circonſtances les plus favorables pour déterminer la ſeconde Inégalité des Planetes, & le rapport de leurs diſtances au Soleil & à la Terre, étoient lorſqu'elles paroiſſoient éloignées du Soleil, d'environ 3 Signes, où leur ſeconde Inégalité eſt la plus ſenſible.

Il faut choiſir par la même raiſon les obſervations dans leſquelles les Planetes ſont le plus près de leur Périhélie, & préférer celles où elles ſe trouvent en même temps près de leurs Nœuds & des limites de leur plus grande latitude, où leur vrai lieu ſur l'Orbite eſt le même que par rapport à l'Ecliptique. Mais comme il eſt difficile d'avoir des obſervations qui ayent été faites dans toutes ces circonſtances, nous examinerons du moins celles qui en approchent le plus près.

EXEMPLE I.

Entre ces obſervations modernes, nous en trouvons une qui a été faite par M. Flamſteed le 27 Mars de l'année 1694 à $7^h 25'$, réduite au Méridien de Paris, ſuivant laquelle le vrai lieu de Mars vû de la Terre, étoit en ♋ $23^d\ 26'\ 12''$, avec une latitude boréale de $2^d\ 46'\ 38''$. Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, calculé par notre théorie, étoit en ♌ $28^d\ 44'\ 14''$, dont retranchant ſon vrai lieu vû de la Terre, qui étoit en ♋ $23^d\ 26'\ 12''$, on aura l'angle *SMT*, qui meſuroit alors la ſeconde Inégalité de cette Planete, de $35^d\ 18'\ 2''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♈ $7^d\ 34'\ 25''$, & ſon anomalie vraye de $9^f\ 0^d\ 14'$, avec laquelle on trouve ſa diſtance à la Terre *ST*, de 9998, dont la moyenne diſtance eſt de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle *STM (Fig. 55.)* qui meſuroit la diſtance de Mars au Soleil, de $105^d\ 51'\ 47''$. On aura donc l'angle *TSM*, diſtance de Mars à la Terre, vûe du Soleil, de $38^d\ 50'\ 11''$, & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *SMT*, de $35^d\ 18'\ 2''$, eſt au ſinus de l'angle *STM*, de $105^d\ 51'\ 47''$; ainſi *ST* 9998 eſt à *SM*, diſtance de Mars au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 16643. On fera auſſi, comme *SM* eſt à *TM*, ou comme le ſinus de l'angle *STM*, de $105^d\ 51'\ 47''$ eſt au ſinus de l'angle *SMT*, de $38^d\ 50'\ 11''$; ainſi la tangente de l'angle *DTM*, latitude de Mars vûe de la Terre, qui a été obſervée de $2^d\ 46'\ 38''$, eſt à la tangente de l'angle *DSM*, latitude de Mars vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d\ 48'\ 36''$. Enfin l'on fera, comme le ſinus du complément de l'angle *DSM*, de $1^d\ 48'\ 36''$, eſt au ſinus total; ainſi *SM*, déterminé de 16643, eſt à *SD*, diſtance du Soleil à Mars ſur ſon Orbe, qu'on trouvera de 16651 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 10000.

La diſtance *SD* de Mars au Soleil au temps de cette obſervation étant connuë, on déterminera dans l'hypotheſe de Képler, qui eſt celle que nous employons dans la théorie de cette Planete, ſa diſtance au Soleil lorſqu'il eſt dans ſon Aphélie & dans ſon Périhélie, & dans tous les lieux de ſon Orbe, en cette maniére.

On retranchera le lieu de l'Aphélie de Mars, qui étoit alors en ♍ $0^d\ 29'\ 27''$, du vrai lieu de cette Planete vûe du Soleil sur son Orbite, qui étoit en ♌ $28^d\ 44'\ 14''$, & l'on aura son anomalie vraye, de $11^s\ 28^d\ 14'\ 42''$, dont le supplément à quatre droits, mesure l'angle *ATL* (*Voy. Fig.* 54.) de $1^d\ 45'\ 18''$. On prolongera *TL* en *O*, en sorte que *TO* soit égal à l'axe *AP*, & ayant pris *CF* égal à *CT*, on joindra *FO* & *TO*. Dans le Triangle *FOT*, dont le côté *TO* ou *AP*, est connu de 200000, aussi-bien que le côté *FT*, de 18580, double de l'excentricité *CT*, qui a été trouvée dans l'hypothese de Képler, de 9290 parties; & l'angle compris *ATO*, est de $1^d\ 45'\ 18''$, on trouvera l'angle *FOT*, de $0^d\ 10'\ 47''$.

Maintenant dans le Triangle *FLT*, les côtés *FL* & *TL*, étant, par la propriété de l'Ellipse, égaux au grand axe *AP* ou *TO*, si l'on retranche *TL* de part & d'autre, on aura *LO* égal à *FL*, & l'angle *OFL*, égal à l'angle *FOL*; l'angle *FLT* sera donc le double de l'angle *FOT*, & par conséquent de $21'\ 34''$. Mais l'angle *ATL* a été trouvé de $1^d\ 45'\ 18''$, on aura donc l'angle *TFL*, de $177^d\ 53'\ 8''$; & dans le Triangle *FTL*, dont les angles sont connus, & le côté *TL*, de 16651 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000, on trouvera le côté *FL*, de 13822, & le côté *FT*, de 2832. Adjoûtant *FL* à *TL*, on aura le grand axe *AP* de l'Orbe de Mars, de 30473, dont la moitié *AC* est de $15236\frac{1}{2}$. Y adjoûtant *CT*, ou la moitié de *FT*, qui est de 1416, on aura la distance *AT* de Mars au Soleil dans son Aphélie, de 16652. Retranchant *CT*, de *AC* ou *CP*, on aura la distance *PT* de Mars au Soleil dans son Périhélie, de 13820.

Pour trouver présentement la distance de Mars au Soleil dans tous les lieux de son Orbe, comme, par exemple, lorsque cette Planete est en *L*, & que son anomalie vraye est mesurée par l'angle *ATL*, de 30 degrés; on prolongera *TL* en *O*, en sorte que *TO* soit égal à *AP*; & dans le Triangle *FOT*, dont les côtés *FT*, *TO*, sont connus, & l'angle *FTL* est donné de 30^d, on trouvera la valeur de l'angle *FOT*, de $2^d\ 53'\ 30''$, dont le double mesure l'angle *FLT*, de $5^d\ 47'\ 0''$; & dans le Triangle *FLT*, dont le côté *FT* est connu de 2832, & les angles *FLT* & *FTL*.

& *FTL,* on aura la valeur du côté *TL,* de 16427, qui mesure la distance de Mars au Soleil, qui convient à l'anomalie vraye donnée de 30 degrés. *Ce qu'il falloit trouver.*

Dans l'exemple que nous avons proposé, le vrai lieu de Mars vû du Soleil, étoit en ♌ $28^d\ 44'\ 14''$, éloigné de $3^f\ 11^d\ 29'$, de son Nœud ascendant, qui étoit alors en ♉ $17^d\ 15'$; c'est pourquoi il falloit, pour une plus grande précision, y adjoûter $21''$, pour avoir le vrai lieu de Mars vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en ♌ $28^d\ 44'\ 35''$, avec lequel on trouvera par la même méthode que l'on vient d'exposer, la distance véritable de Mars au Soleil dans son Aphélie, de 16650, & dans son Périhélie, de 13819.

Exemple II.

Le 1.er Novembre de l'année 1702 à $6^h\ 49'\ 0''$ du soir, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Mars a été observé en ♒ $13^d\ 38'\ 32''$, avec une latitude septentrionale de $2^d\ 8'\ 17''$.

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, étoit alors, suivant notre théorie, en ♓ $28^d\ 39'\ 8''$, éloigné de son Nœud ascendant, de $10^f\ 11^d\ 20'$, ce qui donne la réduction à l'Ecliptique, de $52''$, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de cette Planete sur son Orbite, pour avoir son vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en ♓ $28^d\ 40'\ 0''$. Retranchant de ce lieu, celui de Mars vû de la Terre, qui étoit en ♒ $13^d\ 38'\ 32''$, on aura l'angle *SMT (Fig. 55.)* qui mesure la seconde Inégalité de cette Planete, de $45^d\ 1'\ 28''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en ♏ $8^d\ 53'\ 47''$, & son anomalie moyenne, de $4^f\ 2^d\ 54'$, avec laquelle on trouve sa distance à la Terre *ST,* de 9910. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle *STM,* de $94^d\ 44'\ 55''$, qui mesure la distance de Mars au Soleil. On aura donc l'angle *TSM,* qui mesure la distance de Mars à la Terre vûe du Soleil, de $40^d\ 13'\ 37''$: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *SMT,* de $45^d\ 1'\ 28''$ est au sinus de l'angle *STM,* de $94^d\ 44'\ 55''$; ainsi *ST* 9910 est à *SM,* que l'on trouvera de 13961.

On fera aussi, comme le sinus de l'angle *STM,* de $94^d\ 44'\ 55''$ est au sinus de l'angle *TSM,* de $40^d\ 13'\ 37''$; ainsi la tangente de l'angle *DTM,* latitude de Mars vûe de la Terre, qui a été observée de $2^d\ 8'\ 17''$, est à la tangente de l'angle *DSM*, latitude de Mars vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d\ 23'\ 7''$. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de cette latitude est au sinus total; ainsi *SM*, déterminé de 13961, est à *SD*, distance du Soleil à Mars sur son Orbe, que l'on trouvera de 13965.

Pour déterminer, suivant la théorie de Képler, la distance de Mars au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie & dans son Périhélie, on retranchera le lieu de cet Aphélie, qui étoit en ♍ $0^d\ 39'\ 44''$, de son vrai lieu sur son Orbite, vû du Soleil, en ♓ $28^d\ 39'\ 8''$, & l'on aura son anomalie vraye, de $6^s\ 27^d\ 59'\ 24''$, dont le supplément à quatre droits, mesure l'angle *ATR* (*Fig. 54.*) de $152^d\ 0'\ 36''$; & dans le Triangle *TDF*, dont le côté *DT* ou *AP*, est de 200000, le côté *FT*, de 18580, & l'angle compris entre ces côtés, est de $152^d\ 0'\ 36''$, on trouvera l'angle *TDF*, de $2^d\ 18'\ 27''$, dont le double $4^d\ 36'\ 54''$, mesure l'angle *TRF*. On aura donc l'angle *TFR*, de $23^d\ 22'\ 30''$; & dans le Triangle *FTR*, dont les angles sont connus, & le côté *TR*, de 13965, on trouvera le côté *FR*, de 16520, & le côté *FT*, de 2831, dont la moitié *CT* est de $1415\frac{1}{2}$. Adjoûtant *FR* à *TR*, on aura le grand axe *AP* de l'Orbe de Mars, de 30485, & sa moitié *AC*, de $15242\frac{1}{2}$. Y adjoûtant *CT*, de $1415\frac{1}{2}$, on aura la distance de Mars au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie, de 16658. Retranchant *CT* de *AC*, on aura la distance de Mars au Soleil dans son Périhélie, de 13827, ce qui est fort approchant de ce que l'on avoit trouvé dans l'exemple précédent.

CHAPITRE VI.

Des Nœuds de Mars.

POUR déterminer le vrai lieu des Nœuds de Mars, on peut employer les méthodes que l'on a prescrites dans la théorie des autres Planetes, entre lesquelles nous préférerons celle que l'on tire des observations qui ont été faites immédiatement avant & après le passage de cette Planete par l'un de ses Nœuds.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui a été faite fort près de l'Opposition de Mars avec le Soleil, arrivée en l'année 1700, ce qui rend cette obſervation très-favorable pour cette recherche, parce que le vrai lieu de la Planete, vû du Soleil, étant le même que ſon vrai lieu vû de la Terre, on peut, ſans le ſecours d'aucune théorie, déterminer le vrai lieu du Nœud de Mars par le moyen de cette obſervation.

Le 2 Mai de l'année 1700 à $12^h\ 32'$, la latitude de Mars fut obſervée de $0^d\ 11'\ 38''$ vers le Nord.

Le 10 Mai ſuivant, à $11^h\ 53'$ du ſoir, elle fut déterminée de $0^d\ 11'\ 3''$ vers le Midi, ce qui fait voir que dans l'intervalle entre ces obſervations, cette Planete avoit traverſé l'Ecliptique, & paſſé de la partie ſeptentrionale de ſon Orbite dans ſa partie méridionale, c'eſt-à-dire, par ſon Nœud auſtral, que l'on déterminera en cette maniére.

On prendra la ſomme de ces latitudes, qui eſt de $0^d\ 22'\ 41''$, & l'on fera, comme $0^d\ 22'\ 41''$, ſont à la latitude de Mars obſervée le 2 Mai 1700, de $0^d\ 11'\ 38''$ vers le Nord; ainſi l'intervalle qui s'eſt écoulé entre les obſervations des 2 & 10 Mai, qui eſt de $7^j\ 23^h\ 21'$, eſt à $4^j\ 2^h\ 7'$, qui, étant adjoûtés au temps de l'obſervation du 2 Mai, qui eſt arrivée à $12^h\ 32'$, donnent le temps du paſſage de Mars par ſon Nœud auſtral le 6 Mai de l'année 1700 à $14^h\ 39'$.

Le 8 Mai de l'année 1700 à $7^h\ 42'$, Mars étoit, ſuivant nos obſervations, en Oppoſition avec le Soleil, & ſon vrai lieu en ♏ $18^d\ 6'\ 0''$. Prenant la différence entre le temps de cette Oppoſition & celui du paſſage de Mars par ſon Nœud auſtral, on aura $1^j\ 17^h\ 3'$, auquel il répond $0^d\ 53'\ 47''$ de moyen mouvement, qui, étant retranchés de ſon vrai lieu dans le temps de l'Oppoſition, qui étoit à $18^d\ 6'\ 0''$ du Scorpion, donnent le vrai lieu du Nœud auſtral de Mars, à $17^d\ 12'\ 13''$ du Scorpion.

Comme on a employé ici le moyen mouvement de Mars pendant l'intervalle entre le temps du paſſage de cette Planete par ſon Nœud & celui de ſon Oppoſition, au lieu qu'il auroit été néceſſaire de ſe ſervir de ſon vrai mouvement, ce qui doit cauſer quelque erreur dans la détermination de ce Nœud, lorſque cette Planete n'eſt point dans ſes moyennes diſtances; il faut, pour une plus grande exactitude, calculer par les Tables, le vrai lieu de Mars pour le temps de ſon paſſage par ſon Nœud, de même que pour le temps de ſon Oppoſition, dont on trouvera le premier en ♏ $17^d\ 12'\ 43''$, & le ſecond en ♏ $18^d\ 5'\ 0''$. La différence, qui eſt de $0^d\ 52'\ 17''$, étant retranchée du vrai lieu de Mars dans ſon Oppoſition, qui a été obſervée en ♏ $18^d\ 6'\ 0''$, donne le vrai lieu du Nœud auſtral de Mars, en ♏ $17^d\ 13'\ 43''$, éloigné de $1'\ \frac{1}{2}$ de celui que l'on avoit trouvé par la détermination précédente.

Dans les obſervations faites en Angleterre par M. Flamſteed, rapportées dans ſon Hiſtoire Céleſte, on trouve que la latitude de Mars y fut obſervée le 3 Mai de l'année 1700 à $12^h\ 24'$, de $0^d\ 10'\ 9''$ vers le Nord, & le 10 Mai ſuivant, à $11^h\ 48'$, de $10'\ 13''$ vers le Midi, plus petite de $0'\ 50''$ que celle qui avoit été obſervée le même jour à Paris. Prenant la ſomme de ces latitudes, on aura $20'\ 22''$: & l'on fera, comme $20'\ 22''$ ſont à $10'\ 9''$; ainſi $6^j\ 23^h\ 24'$, intervalle entre le temps de ces obſervations, ſont à $3^j\ 11^h\ 40'$, qui, étant adjoûtés au temps de l'obſervation du 3 Mai, qui étoit à $12^h\ 24'$, donne le temps du paſſage de Mars par ſon Nœud auſtral le 7 Mai de l'année 1700 à $0^h\ 4'$ après midi, plus tard de $9^h\ 25'$, que celui que l'on avoit trouvé par les obſervations faites à Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars, on le trouve en ♏ $17^d\ 23'\ 13''$, moins avancé de $0^d\ 41'\ 43''$ que le vrai lieu de cette Planete calculé pour le temps de ſon Oppoſition, en ♏ $18^d\ 5'\ 0''$. Retranchant cette différence du vrai lieu de Mars dans ſon Oppoſition, qui a été obſervé en ♏ $18^d\ 6'\ 0''$, on aura le vrai lieu du Nœud auſtral de Mars, par les obſervations de M. Flamſteed, à $17^d\ 24'\ 13''$ du Scorpion, plus avancé ſeulement de $10'\ 30''$ que ſuivant nos obſervations.

Pour déterminer le lieu du Nœud boréal de Mars, nous employerons auſſi des obſervations qui ont été faites à Paris, au temps de l'Oppoſition de cette Planete avec le Soleil, du mois de Novembre de l'année 1721.

Le 5 Novembre 1721 à $11^h\ 56'$ du ſoir, la latitude de Mars a été obſervée de $0^d\ 25'\ 46''$ vers le Midi, & le 13 Novembre ſuivant, à $11^h\ 13'$ du ſoir, de $0^d\ 0'\ 32''\frac{1}{2}$ vers le Septentrion, ce qui fait voir que Mars, dans l'intervalle entre ces obſervations, avoit paſſé par ſon Nœud boréal : c'eſt pourquoi l'on fera, comme $0^d\ 26'\ 18''\frac{1}{2}$, ſomme des latitudes, eſt à $0^d\ 0'\ 32''\frac{1}{2}$; ainſi

7^j 23^h 18'; intervalle entre le temps de ces obſervations, eſt à 3^h 57', qui, étant retranchées de 11^h 13', donnent le temps du paſſage de Mars par ſon Nœud boréal le 13 Novembre de l'année 1721 à 7^h 16' du ſoir.

L'Oppoſition de l'année 1721 eſt arrivée le 4 de Novembre à 15^h 0', Mars étant en ♉ 12^d 38' 40". Calculant pour ce temps le vrai lieu de cette Planete, on le trouve en ♉ 12^d 38' 56", plus avancé ſeulement de 16 ſecondes que par l'obſervation. Calculant auſſi le vrai lieu de Mars vû du Soleil, pour le 13 Novembre de l'année 1721 à 7^h 16' du ſoir, on le trouve en ♉ 17^d 30' 5". La différence qui eſt de 4^d 51' 9", étant adjoûtée au vrai lieu de cette Planete, obſervé au temps de ſon Oppoſition avec le Soleil, en ♉ 12^d 38' 40", donne le vrai lieu du Nœud boréal de Mars le 13 Novembre de l'année 1721 à 7^h 16' du ſoir, à 17^d 29' 49" du Taureau, plus avancé de 16' 6" que celui qui réſulte des obſervations des 2 & 10 Mai de l'année 1700, faites à Paris près de ſon Nœud auſtral, & de 5' 36" que celui que nous avions déterminé par les obſervations de M. Flamſteed, qui ſe trouve moyen entre les deux.

Entre les Oppoſitions de Mars avec le Soleil, obſervées par Tycho, nous en trouvons une rapportée par Képler, faite près de ſon Nœud boréal, qui, ſelon lui, eſt arrivée le 30 Octobre de l'année 1595 à 0^h 35' après midi, Mars étant à 17^d 31' 41" du Taureau, avec une latitude de 0^d 8' vers le Nord.

Képler a employé pour le calcul de cette obſervation, la parallaxe de Mars, qu'il jugeoit beaucoup plus grande que celle que l'on a déterminée par les obſervations modernes; c'eſt pourquoi j'ai cru devoir examiner la ſituation des Nœuds de cette Planete, qui réſulte des obſervations immédiates de Tycho, rapportées dans ſon Hiſtoire Céleſte, où l'on a déterminé le 27, le 28 & le 30 du mois d'Octobre de l'année 1595, la hauteur méridienne de Mars, ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon au temps de ſon paſſage par le Méridien, de même que ſa diſtance à diverſes Etoiles fixes en différentes heures de la nuit.

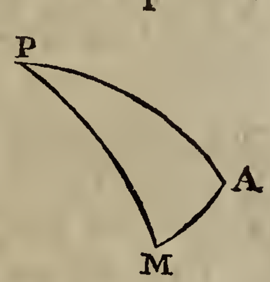
Comme il eſt néceſſaire pour cette recherche, de connoître le plus préciſément qu'il eſt poſſible, la latitude de cette Planete, nous préférerons les hauteurs méridiennes de Mars, parce que la hauteur du Pole d'Uranibourg où ces obſervations ont été faites, ayant été déterminée par M. Picard, de 55^d 54′ 15″, peu différente de celle que Tycho y avoit trouvée d'abord, de 55^d 54′ 30″, & enſuite de 55^d 54′ 45″, on peut s'aſſûrer de l'exactitude des inſtruments dont il s'eſt ſervi pour prendre les hauteurs, joint à ce que l'on peut employer plus facilement la réfraction des Aſtres & la parallaxe, qui conviennent à leur hauteur obſervée, ce qui ne ſe peut pas pratiquer avec la même préciſion, ni avec la même évidence dans les diſtances obſervées d'une Planete à l'égard des E'toiles fixes.

Suivant ces obſervations, la hauteur méridienne de Mars fut déterminée à Uranibourg le 27 Octobre de l'année 1595 à 12^h 20′, par deux inſtruments, dont l'un marquoit 51^d 29′ 30″, & l'autre 51^d 28′ 45″. Prenant un milieu, on aura la hauteur méridienne apparente de Mars, de 51^d 29′ 7″, à laquelle il répond 48 ſecondes de réfraction à retrancher, & 12 ſecondes de parallaxe à adjoûter, pour avoir la hauteur méridienne véritable de Mars, de 51^d 28′ 31″. Retranchant de cette hauteur, celle de l'E'quateur à Uranibourg, qui eſt de 34^d 5′ 45″, on aura la déclinaiſon ſeptentrionale de Mars, de 17^d 22′ 46″ le 27 Octobre de l'année 1595 à 12^h 20′ au Méridien d'Uranibourg, & à 11^h 38′ du ſoir au Méridien de Paris.

Pour trouver l'aſcenſion droite de Mars pour le même temps, nous avons employé la diſtance de cette Planete à la Luiſante du Bélier, qui fut obſervée le 27 Octobre 1595 à 11^h 50′ du ſoir, à Uranibourg, de 19^d 32′ 0″ vers l'Orient. Retranchant de cette diſtance 30 ſecondes, à cauſe que Mars, qui étoit alors rétrograde, s'en devoit approcher à peu-près de la même quantité dans l'eſpace de 30 minutes, depuis cette obſervation juſqu'à ſon paſſage par le Méridien; on aura la diſtance de Mars à la Luiſante du Bélier au temps du paſſage de cette Planete par le Méridien, de 19^d 31′ 30″. La longitude de la Luiſante du Bélier, appellée α par Bayer, étoit le 11 Janvier de l'année 1690, en ♉ 3^d 19′ 18″, & ſa latitude boréale de 9^d 57′ 12″. Retranchant de cette longitude, 1^d 20′ 40″ pour le mouvement des E'toiles fixes dans l'intervalle de 94 années 2 mois & demi, depuis le 27 Octobre de l'année 1595 juſqu'au 11 Janvier 1690, on a la longitude de cette Etoile pour le temps de l'observation de Tycho, en ♉ 1^d $58' 38''$, par le moyen de laquelle & de sa latitude, on trouve son ascension droite, de $26^d 6' 46''$, & sa déclinaison septentrionale, de $21^d 29' 33''$.

La hauteur méridienne de cette Etoile fut observée le 28 Octobre 1595, par Tycho, de $55^d 36' 0''$, dont retranchant la réfraction & la hauteur de l'Equateur, reste sa déclinaison, de $21^d 29' 35''$, à 2 secondes près de celle que nous venons de trouver; ce qui fait voir l'exactitude des éléments dont on s'est servi pour la déterminer, & des observations que nous avons employées pour cette recherche.

Présentement dans le Triangle sphérique *PMA*, dont le point *P* représente le Pole, le point *M* Mars, & le point *A* la Luisante du Bélier, l'arc *PM* complément de la déclinaison observée de Mars, étant de 72^d $37' 14''$, le côté *AP*, complément de la déclinaison de la Luisante du Bélier, de $68^d 30' 27''$, & la distance *AM* de cette Etoile à Mars, ayant été observée de $19^d 31' 30''$, on trouvera l'angle *APM*, différence d'ascension droite entre Mars & la Luisante du Bélier, de $20^d 15' 28''$, auxquels adjoûtant l'ascension droite de cette Etoile, qui est de $26^d 6' 46''$, on aura l'ascension droite de Mars le 27 Octobre 1595 à $11^h 38'$ au Méridien de Paris, de $46^d 22' 14''$, par le moyen de laquelle & de sa déclinaison boréale, déterminée ci-dessus de $17^d 22' 46''$, on trouvera pour ce temps le vrai lieu de Mars, en ♉ $18^d 49' 0''$, avec une latitude de $4' 30''$ vers le Midi.



Le 28 Octobre 1595 à $12^h 14'$ à Uranibourg, la hauteur méridienne de Mars fut observée à son passage par le Méridien, de $51^d 26' 0''$, & sa distance à la Luisante du Bélier, de 19^d $10' 30''$, par le moyen desquelles on trouve de la même maniére que ci-dessus, le vrai lieu de Mars à $11^h 32'$ au Méridien de Paris, en ♉ $18^d 26' 16''$, avec une latitude de $1' 13''$ vers le Midi.

Enfin le 3 Novembre à $11^h 30'$ à Uranibourg, la hauteur méridienne de Mars fut observée à son passage par le Méridien, de $51^d 7' 38''$, & à $11^h 9'$, sa distance à la Luisante du Bélier fut déterminée de $17^d 10' 50''$, par le moyen desquelles on trouve le vrai lieu de Mars, à $10^h 48'$ au Méridien de Paris, en ♉ 16^d

15′ 50″, avec une latitude ſeptentrionale de 18′ 8″. Ainſi le mouvement de Mars en latitude qui, d'un jour à l'autre, depuis le 27 juſqu'au 28 Octobre, avoit été de 3′ 17″ vers le Nord, s'eſt trouvé depuis le 28 Octobre juſqu'au 3 Novembre, dans l'eſpace de 6 jours, de 19′ 21″ du même ſens, ce qui eſt à peu-près dans la même proportion, & fait voir l'exactitude que l'on peut attendre de ces obſervations.

Dans l'Hiſtoire Céleſte de Tycho, la latitude de cette Planete a été déterminée le 27 Octobre, à la même heure, de 5′ 36″ vers le Midi; le 28 de 2′ 50″ vers le Midi, & le 3 Novembre de 16′ 30″ vers le Nord, avec une différence de 1′ 6″ dans la premiére obſervation, de 1′ 37″ dans la ſeconde, & de 1′ 38″ dans la troiſiéme; ce qui vient en partie de ce que la hauteur de l'Equateur étoit, ſuivant Tycho, plus petite de 30 ſecondes que celle qui a été déterminée par les obſervations modernes, & que cet Auteur ſuppoſoit que les réfractions des Aſtres ne s'étendoient pas aux hauteurs qui ſont au deſſus de 45 degrés.

Pour déterminer préſentement le lieu du Nœud de Mars, l'on fera, comme 19′ 21″, ſomme des latitudes obſervées en ſens contraire le 28 Octobre & le 3 Novembre 1595, ſont à 1′ 13″, latitude méridionale de Mars le 28 Octobre à 11^h 32′ au Méridien de Paris; ainſi 5^j 23^h 16′, intervalle entre ces obſervations, ſont à 9^h 3′, qui, étant adjoûtées à l'obſervation du 28 Octobre, donnent le temps du paſſage de cette Planete par ſon Nœud boréal le 28 Octobre 1595 à 20^h 35′.

On fera auſſi, comme 22′ 38″, ſomme des latitudes obſervées le 27 Octobre & le 3 Novembre, ſont à 4′ 30″, latitude méridionale de Mars le 27 Octobre à 11^h 38′ du ſoir; ainſi 6^j 23^h 10′, intervalle entre ces obſervations, ſont à 1^j 9^h 14′, qui, étant adjoûtés au temps de l'obſervation du 27 Octobre, donnent le temps du paſſage de Mars par ſon Nœud boréal le 28 Octobre de l'année 1595 à 20^h 52′.

Calculant pour le temps milieu entre ces déterminations, le vrai lieu de Mars vû du Soleil, on le trouve en ♉ 16^d 26′ 45″, qui ſeroit en même temps le lieu du Nœud de cette Planete, ſi les Tables s'accordoient parfaitement aux obſervations, & que l'on corrigera, s'il y a quelque différence, en cette maniére.

Suivant

Suivant les obſervations que nous avons employées ci-deſſus, l'Oppoſition de Mars avec le Soleil eſt arrivée le 30 Octobre de l'année 1595 à $22^h\ 8'$, cette Planete étant en ♉ $17^d\ 32'\ 48''$. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars, ſuivant notre théorie, on le trouve en ♉ $17^d\ 35'\ 0''$, ce qui fait voir que le calcul donne le lieu de Mars plus avancé que l'obſervation, de $2'\ 12''$, qu'il faut par conſéquent retrancher du lieu du Nœud, trouvé ci-deſſus en ♉ $16^d\ 26'\ 45''$, pour avoir le vrai lieu du Nœud boréal ou aſcendant de cette Planete le 28 Octobre 1595 à $20^h\ 52'$, temps vrai, au Méridien de Paris, en ♉ $16^d\ 24'\ 33''$.

Képler, qui a employé les mêmes obſervations que nous, pour déterminer le lieu du Nœud de Mars, le trouve en ♉ $16^d\ 45'\frac{2}{3}$, plus avancé de 21 minutes que celui que nous venons d'établir, ce qui vient de ce qu'il ſuppoſe *(Voy. chap. 61. p. 302.)* la latitude de Mars le 28 Octobre de l'année 1595 à 12 heur. de $0^d\ 41'\frac{1}{2}$; & le 3 Novembre ſuivant, à la même heure, de $0^d\ 19'\ 45''$. Il y auroit eu une plus grande conformité, s'il avoit employé la latitude de Mars, telle qu'il l'a marquée *(p. 263.)* le 27 Octobre à $12^h\ 20'$, de $0^d\ 6'$ auſtrale, & le 3 Novembre à $12^h\ 0'$, de $0^d\ 17'$ boréale.

Nous adjoûterons à ces déterminations du Nœud, celle de Ptolemée qui *(Almageſte, liv. 13. chap. 7.)* rapporte que de ſon temps, les termes les plus ſeptentrionaux de l'Orbite de Mars étoient à la fin du ſigne de l'Ecreviſſe; ce qui donne le lieu du Nœud de cette Planete, à la fin du ſigne du Bélier, moins avancé de 17 degrés $\frac{1}{2}$ que celui que l'on obſerve préſentement.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement des Nœuds de Mars.

Pour déterminer avec exactitude la quantité du mouvement des Nœuds de Mars, il faudroit avoir des obſervations de la latitude de cette Planete dans des temps reculés, par le moyen deſquelles on trouveroit pour ces temps le lieu de ſon Nœud, que l'on compareroit à celui que l'on vient de déterminer.

Mais comme nous n'avons point de ces obſervations ſur leſquelles on puiſſe compter avec quelque évidence, nous avons été obligés de n'employer d'abord que celles qui ne comprennent qu'un peu plus d'un ſiécle.

Nous avons trouvé par les obſervations de Tycho, que le lieu du Nœud aſcendant de Mars étoit le 28 Octobre de l'année 1595, en ♉ $16^d\ 24'\ 33''$. On l'a trouvé le 13 Novembre 1721, en ♉ $17^d\ 29'\ 49''$. Son mouvement dans l'intervalle de 126 années & 16 jours, depuis le 28 Octobre 1595 juſqu'au 13 Novembre 1721, a donc été de $1^d\ 5'\ 16''$, ce qui eſt à raiſon de $0^d\ 51'\ 47''$ pour 100 années, & donne ſon mouvement annuel, de . . . . $0'\ 31''\ 4'''$.

Par la comparaiſon de l'obſervation de Tycho avec celle qui a été faite à Paris & à Greenwich, en l'année 1700, lorſque cette Planete étoit dans ſon Nœud deſcendant, on trouve le mouvement annuel du Nœud de Mars, ſuivant les obſervations de Flamſteed, de . . . . $0'\ 34''\ 16'''$,
& ſuivant les nôtres, de . . . . $0'\ 38''\ 15'''$.

Enfin, ſi l'on compare nos obſervations avec celles de Ptolemée, qui *(Almageſte, liv. 13. chap. 1.)* place le terme boréal de l'Orbite de Mars à la fin de l'Ecreviſſe, ce qui donne le lieu de ſon Nœud boréal, à la fin du Bélier, on trouvera que dans l'intervalle entre les obſervations de Ptolemée & les nôtres de l'année 1721, qui eſt de 1582 années, le mouvement des Nœuds de Mars a été de $17^d\ 30'$ ou environ, ce qui eſt à raiſon de $1^d\ 6'\ 22''$ en 100 années, & donne ſon mouvement annuel, de . . . . $0'\ 39''\ 50'''$.

Prenant un milieu entre les différentes déterminations qui réſultent des obſervations de Tycho, comparées avec celles de Flamſteed & les nôtres, on aura le mouvement annuel du Nœud de Mars, de . . . . $0'\ 34''\ 32'''$.

CHAPITRE VIII.

De l'Inclinaiſon de l'Orbite de Mars par rapport à l'Ecliptique.

DANS les Oppoſitions de Mars avec le Soleil, que nous avons examinées juſqu'à préſent pour déterminer ſa théorie, cette Planete étant plus près de la Terre qu'elle ne l'eſt du Soleil, de toute la diſtance de la Terre au Soleil; l'inclinaiſon apparente de ſon Orbite & la latitude apparente qui en dépend, doivent paroître beaucoup plus grandes qu'elles ne ſont effectivement.

Le rapport de leur grandeur apparente, diminuë enſuite à meſure que Mars s'éloigne de ſes Oppoſitions juſqu'à ſes moyennes diſtances où l'inclinaiſon de ſon Orbite & ſa latitude apparente, ſont égales à la véritable, enſuite de quoi elles deviennent plus petites juſqu'aux Conjonctions, où Mars étant plus éloigné de la Terre que du Soleil, de toute la diſtance de la Terre au Soleil, l'inclinaiſon de ſon Orbite & ſa latitude apparente, ſont plus petites que la véritable.

On peut employer toutes les obſervations de Mars faites hors de ſes Oppoſitions & de ſes Conjonctions, pour déterminer l'inclinaiſon de ſon Orbite, mais on doit préférer celles où cette Planete ſe trouve la plus éloignée de ſes Nœuds, parce qu'une différence de quelques minutes dans la détermination du Nœud des Planetes, en cauſe une inſenſible dans celle de l'inclinaiſon de leurs Orbites vers les plus grandes digreſſions où la latitude ne varie pas ſenſiblement d'un degré à l'autre.

On préférera auſſi par la même raiſon les obſervations où Mars ſe trouve plus près de la Terre que du Soleil, à celles où il en eſt plus éloigné, parce que ſa latitude apparente étant plus grande que la véritable, les erreurs qui peuvent ſe gliſſer dans les obſervations, ſont moins ſenſibles, plus le rapport de ces diſtances entre elles ſe trouve grand, ce qui doit par conſéquent donner plus de préciſion dans la détermination de la latitude véritable de cette Planete & de l'inclinaiſon de ſon Orbite.

EXEMPLE I.

Entre les obſervations de Mars faites hors de ſes Oppoſitions, nous en trouvons une de Flamſteed, qui eſt arrivée le 3 Mars de l'année 1694 à 8^h 33′ au Méridien de Paris, dans laquelle il a déterminé l'aſcenſion droite de cette Planete, de 111^d 7′ 15″, & ſa déclinaiſon boréale, de 25^d 35′ 55″.

Calculant par le moyen de ces obſervations, le vrai lieu de Mars vû de la Terre, on le trouve en ♋ 19^d 0′ 3″, avec une latitude boréale de 3^d 30′ 0″. Le vrai lieu de Mars vû du Soleil calculé pour ce temps, étoit en ♌ 18^d 15′ 22″, éloigné de 3 Signes & un degré du lieu de ſon Nœud aſcendant, ce qui rend cette obſervation favorable pour cette recherche.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, ſuivant nos Tables, en ♓ 13^d 48′ 41″, & le lieu de la Terre qui eſt à l'oppoſite, en ♍ 13^d 48′ 41″. Retranchant le lieu de Mars, vû du Soleil, du lieu de la Terre, on aura l'angle *TSM* (*Fig.* 55.) de 25^d 33′ 19″. Retranchant auſſi le lieu du Soleil du lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle *STM*, de 125^d 11′ 22″; & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *STM*, de 125^d 11′ 22″ eſt au ſinus de l'angle *TSM*, de 25^d 33′ 19″; ainſi *SM*, diſtance de Mars au Soleil, eſt à *TM*, diſtance de Mars à la Terre; ainſi la tangente de l'angle *DTM* de la latitude apparente de Mars, qui a été obſervée de 3^d 30′, eſt à la tangente de l'angle *DSM*, qui meſure la latitude véritable de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de 1^d 50′ 48″.

Enfin l'on fera, comme le ſinus de la diſtance de Mars à ſon Nœud, qu'on a trouvée de 91^d 0′ eſt au ſinus de la latitude véritable de Mars, qui a été déterminée de 1^d 50′ 48″; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de la plus grande latitude de Mars, ou de l'inclinaiſon de ſon Orbite avec l'Ecliptique, qu'on trouvera de 1^d 50′ 52″.

Dans cette obſervation, la diſtance de Mars à la Terre étoit à ſa diſtance au Soleil, comme 52785 à 100000; de ſorte que s'il y a eu quelque erreur dans la détermination de la latitude apparente de cette Planete, elle a dû être moins ſenſible dans celle de l'inclinaiſon de ſon Orbite, ſuivant le rapport de ces diſtances.

EXEMPLE II.

Le 27 Mars de la même année 1694 à $7^h\ 25'$ au Méridien de Paris, M. Flamsteed détermina l'ascension droite de Mars, de $115^d\ 48'\ 55''$, & sa déclinaison boréale de $24^d\ 10'\ 50''$, ce qui donne sa longitude en ♋ $23^d\ 26'\ 12''$, & sa latitude boréale, de $2^d\ 46'\ 38''$.

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, calculé suivant notre théorie, étoit en ♌ $28^d\ 44'\ 14''$, celui du Soleil en ♈ $7^d\ 34'\ 25''$, & celui de la Terre en ♎ $7^d\ 34'\ 25''$. Retranchant le lieu de Mars, vû du Soleil, du lieu de la Terre, on aura l'angle entre la Terre & Mars, de $38^d\ 50'\ 11''$. Retranchant aussi le lieu du Soleil du lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle entre le Soleil & Mars, de $105^d\ 51'\ 47''$: & l'on fera, comme le sinus de $105^d\ 51'\ 47''$ est au sinus de $38^d\ 50'\ 11''$; ainsi la tangente de $2^d\ 46'\ 38''$, latitude apparente de Mars, est à la tangente de sa latitude vraye vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d\ 48'\ 36''$.

Retranchant le lieu du Nœud ascendant de Mars, qui étoit en ♉ $17^d\ 15'$, du vrai lieu de cette Planete vûe du Soleil, qui étoit en ♌ $28^d\ 44'$, on aura sa distance à son Nœud ascendant, de $101^d\ 29'$, dont le supplément est $78^d\ 31'$: & l'on fera, comme le sinus de $78^d\ 31'$ est au sinus de $1^d\ 48'\ 36''$, latitude vraye de Mars; ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de $1^d\ 50'\ 50''$, plus petite seulement de 2 secondes que par le premier exemple.

EXEMPLE III.

Le 2 Novembre de l'année 1695 à $19^h\ 9'$ au Méridien de Paris, l'ascension droite de Mars a été observée de $143^d\ 39'\ 40''$, & sa déclinaison boréale de $16^d\ 14'\ 30''$; d'où l'on trouve sa longitude en ♌ $20^d\ 41'\ 21''$, & sa latitude boréale de $1^d\ 42'\ 32''$.

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil étoit alors en ♋ $13^d\ 24'\ 12''$, & celui du Soleil en ♏ $11^d\ 7'\ 47''$, ce qui donne la distance de Mars à la Terre vûe du Soleil, de $62^d\ 16'\ 25''$, & la distance de Mars au Soleil vûe de la Terre, de $80^d\ 26'\ 26''$. On fera donc, comme le sinus de $80^d\ 26'\ 26''$ est au sinus de $62^d\ 16'\ 25''$;

ainsi la tangente de $1^d\ 42'\ 32''$ est à la tangente de la latitude vraye de Mars, qu'on trouvera de $1^d\ 32'\ 2''$. Retranchant le lieu du Nœud, qui étoit en ♉ $17^d\ 15'$, du lieu de Mars vû du Soleil, qui étoit en ♋ $13^d\ 24'$, on aura la distance de Mars à son Nœud ascendant, de $56^d\ 9'$: & l'on sera, comme le sinus de $56^d\ 9'$ est au sinus de $1^d\ 32'\ 2''$; ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Mars, qu'on trouvera de $1^d\ 50'\ 50''$, de même que par la derniére comparaison.

Dans cette observation, Mars étoit à la vérité plus près de son Nœud que dans les précédentes, mais il se trouvoit plus proche de ses moyennes distances à l'égard du Soleil & de la Terre, qui est la situation où l'on détermine avec plus d'évidence le rapport de ses distances, dont on a besoin pour déterminer sa latitude véritable & l'inclinaison de son Orbe.

On peut aussi, comme on l'a pratiqué dans Saturne & Jupiter, employer les Oppositions de Mars avec le Soleil pour déterminer l'inclinaison de son Orbe, pourvû que l'on connoisse exactement le rapport de la distance du Soleil à la Terre & à Mars, & on préférera pour cette recherche les observations où Mars s'est trouvé près des termes des plus grandes latitudes, en cette maniére.

Le 8 Août de l'année 1687 à midi, on a déterminé à Paris l'Opposition de Mars avec le Soleil, cette Planete étant en ♒ $15^d\ 54'$. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars par notre théorie, on le trouve de même que par l'observation, en ♒ $15^d\ 54'$. Retranchant le lieu de l'Aphélie de Mars, qui étoit en ♍ $0^d\ 21'$, de son vrai lieu, on aura son anomalie vraye, de $5^s\ 15^d\ 33'$, avec laquelle on trouvera la distance de Mars au Soleil, de 13859 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000. Retranchant pareillement du vrai lieu du Soleil, qui étoit en ♌ $15^d\ 54'$ à l'opposite de Mars, le lieu de son Apogée, qui étoit en ♋ $7^d\ 12'$, on aura son anomalie vraye, de $1^s\ 8^d\ 42'$, avec laquelle on trouvera la distance de la Terre au Soleil, de 10130 des mêmes parties. On fera donc, comme 13859 est à 10130; ainsi le sinus de la latitude apparente de Mars, qui a été observée de $6^d\ 50'\ 40''$ est au sinus de $4^d\ 59'\ 50''$, qui étant retranchées de $6^d\ 50'\ 40''$, reste $1^d\ 50'\ 50''$, qui mesurent la latitude véritable de Mars, & en même temps l'inclinaison de ſon Orbite, la diſtance de Mars à ſon Nœud deſcendant étant de 3 Signes moins quelques minutes, qui ne cauſent aucune variation ſenſible dans ſon inclinaiſon.

Cette obſervation ſe trouve dans des circonſtances très-favorables. Premiérement, en ce que Mars étoit près des termes de ſa plus grande latitude; & en ſecond lieu, parce que le Soleil n'étant éloigné que d'un Signe & quelques degrés de ſon Apogée, Mars étoit en même temps aſſés près de ſon Périhélie, ce qui a dû augmenter la grandeur apparente de ſon diametre, & diminuer d'autant l'erreur qui peut s'être gliſſée dans l'obſervation, dans la proportion de $6^d\ 50'$ à $1^d\ 51'$, c'eſt-à-dire, d'environ 4 à 1.

Outre cette Oppoſition, nous en trouvons une qui a été obſervée par Tycho, dans des circonſtances preſque auſſi favorables, le 25 Août 1593 à $17^h\ 27'$, Mars étant, ſelon Képler, à $12^d\ 16'$ des Poiſſons, avec une latitude méridionale de $6^d\ 2'\ 30''$. Le lieu de l'Aphélie de Mars étoit alors en ♌ $28^d\ 29'\ 0''$, & celui de l'Apogée du Soleil, en ♋ $3^d\ 53'$, ce qui donne l'anomalie vraye de Mars, de $6^f\ 13^d\ 47'$, & celle du Soleil, de $2^f\ 8^d\ 23'$, avec leſquelles on trouve la diſtance de Mars au Soleil, de 13856, & celle de la Terre au Soleil, de 10063. On fera donc, comme 13856 eſt à 10063; ainſi le ſinus de la latitude apparente de Mars, obſervée de $6^d\ 2'\ 30''$, eſt au ſinus de $4^d\ 23'\ 2''$, qui étant retranchées de $6^d\ 2'\ 30''$, reſte $1^d\ 39'\ 28''$, qui meſurent la latitude véritable de Mars.

Le vrai lieu du Nœud aſcendant de Mars étoit, comme nous l'avons déterminé le 28 Octobre 1595, en ♉ $16^d\ 24'\ 33''$, d'où il ſuit qu'il devoit être le 25 Août 1593, en ♉ $16^d\ 23'\ 20''$. Le retranchant du vrai lieu de Mars obſervé en ♓ $12^d\ 16'$, on aura la diſtance de cette Planete à ſon Nœud aſcendant, de $9^f\ 25^d\ 52'\ 40''$, & à ſon Nœud deſcendant, de $3^f\ 25^d\ 52'\ 40''$: & l'on fera, comme le ſinus de $64^d\ 7'\ 20''$, ſupplément de la diſtance de Mars à ſon Nœud deſcendant, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de $1^d\ 39'\ 28''$, latitude de Mars vûe du Soleil, eſt au ſinus de l'inclinaiſon de l'Orbite de cette Planete avec l'Ecliptique, que l'on trouvera de $1^d\ 50'\ 33''$.

En comparant enſemble la détermination de l'inclinaiſon de l'Orbite, qui réſulte de ces différentes obſervations, on la trouve

par celle de l'année 1593, de . . . . $1^d\ 50'\ 33''$,
par celle de 1687, de 1 50 50,
par celle du 3 Mars 1694, de 1 50 52,
par celle du 27 Mars 1694, de 1 50 50,
& par celle du 3 Novembre 1695, de . . . . . 1 50 50.

Prenant un milieu, on aura l'inclinaiſon de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Écliptique, de . . . . $1^d\ 50'\ 47''$.

CHAPITRE IX.

Comparaiſon de diverſes Obſervations de Mars, faites hors de ſes Oppoſitions.

AYANT ainſi déterminé les principaux éléments de la théorie de Mars, nous pouvons préſentement examiner les obſervations de cette Planete, qui ont été faites en divers endroits de ſon Orbe, hors de ſes Oppoſitions avec le Soleil.

La plus ancienne de ces obſervations eſt une Éclipſe de Mars par la Lune, rapportée par Ariſtote *(chap. 12. du 2.e livre du Ciel)* où il marque que Mars fut d'abord caché derriére la partie obſcure de la Lune, & qu'il en ſortit par ſa partie éclairée ; ce qui fait voir que cette obſervation eſt arrivée depuis la Nouvelle juſqu'à la Pleine Lune.

Képler, dans ſon Traité de l'Aſtronomie Optique, ſur la fin du chapitre 8, & dans ſa théorie de Mars, chap. 69, aſſûre que cette obſervation n'a pû arriver que le 4 Avril de l'année 357 avant Jeſus-Chriſt, le Soleil étant au 10.me degré du Taureau, & Mars joint à la Lune, dans le 13.me degré du Lion. Mais comme Ariſtote ne marque pas le temps auquel cette Éclipſe eſt arrivée, il ſeroit difficile de pouvoir faire quelque uſage de cette obſervation.

La ſeconde obſervation eſt celle qui eſt rapportée par Ptolemée *(Almageſte, liv. 10. chap. 9.)* où Mars parut joint au Front boréal du Scorpion, l'année 52 depuis la mort d'Alexandre, la 476.me de Nabonaſſar, entre le 20 & le 21 du mois d'*Athir* au matin, c'eſt-à-dire, le 20 à 18 heures.

Cet

Cet Aſtronome, dans la comparaiſon qu'il fait de cette obſervation avec les ſiennes, pour en déduire le mouvement de Mars, remarque qu'il y avoit depuis ce temps-là juſqu'à celui de la troiſiéme Oppoſition, qu'il avoit obſervée le 12 du mois d'*Epiphi* de la ſeconde année d'Antonin à 10 heures du ſoir, 410 années Egyptiennes, 231 jours & $\frac{40}{60}$, c'eſt-à-dire, 16 heures. Nous avons déja établi le temps de cette derniére Oppoſition, qui ſe rapporte au 27 Mai de l'année 139 après Jeſus-Chriſt, à 10 heures du ſoir, duquel il faut par conſéquent retrancher 410 années, de 365 jours chacune, $231^j\ 16^h$, & on trouvera que la Conjonction de Mars avec le Front boréal du Scorpion, eſt arrivée à 18 heures le 17 Janvier de l'année 271 avant Jeſus-Chriſt, que la plûpart des Chronologiſtes comptent 272, parce que, comme nous l'avons déja remarqué, l'année biſſextile que nous nommons o avant Jeſus-Chriſt, eſt ſelon eux, l'année 1 avant Jeſus-Chriſt.

Cette détermination eſt conforme à celles de Képler, de Bouillaud & du P. Riccioli, qui rapportent cette obſervation au 17 Janvier de l'année 272 avant Jeſus-Chriſt, à $18^h\ 0'$; ainſi il n'y a aucune difficulté ſur le temps auquel cette obſervation eſt arrivée.

Il s'en rencontre une fort grande dans la détermination de l'Etoile qui étoit en Conjonction avec Mars.

Ptolemée, dans le rapport qu'il fait de cette obſervation, dit que l'Etoile du Front boréal du Scorpion étoit de ſon temps, éloignée de $6^d\ 20'$ du Scorpion; & attribuant un mouvement aux Etoiles fixes d'un degré en 100 années, il trouve que cette Etoile devoit être au temps de ſa Conjonction avec Mars, à $2^d\ 15'$ de ce Signe. Cette Etoile eſt celle qui, dans ſon Catalogue, eſt appellée la *Boréale des trois claires* qui ſont dans le Front du Scorpion, & dont la longitude eſt marquée en ♏ $6^d\ 20'$, avec une latitude boréale de $1^d\ 20'$.

Képler, dans ſa théorie de Mars, trouve que, ſuivant cette obſervation, le vrai lieu de cette Planete, qui réſulte de ſa Conjonction avec cette Etoile, différe de $1^d\ 31'\ 28''$ du vrai lieu de Mars, qui réſulte de ſes éléments, ce qui lui fait juger que Ptolemée s'eſt trompé, & qu'il a pris pour la premiére, celle que l'Obſervateur avoit déſignée être la cinquiéme, ce qu'il prétend prouver par ſes paroles mêmes. *Car*, dit-il, *le Front du Scorpion a ſix Etoiles claires, dont il y en a trois plus remarquables, qui ſont de la troiſiéme ou plûtôt de la ſeconde grandeur, les trois autres ſont de la quatriéme grandeur, ou plûtôt de la troiſiéme, dont l'une eſt plus élevée & plus ſeptentrionale que les trois claires. Or ſi*, adjoûte Képler, *l'Obſervateur avoit nommé* Front boréal, *la Luiſante qui eſt dans le Front, n'y auroit-il pas eu de l'équivoque dans ſes expreſſions, puiſqu'il auroit appellé ſimplement* boréale, *celle qui étoit la plus claire des boréales, mais qui n'étoit pas la plus boréale!* D'où il conclud que celle qui a été jointe à Mars, eſt la plus boréale de toutes celles qui ſont dans le Front du Scorpion, d'autant plus qu'elle s'accorde mieux à la longitude de Mars qu'il a ſupputée.

Il avouë cependant qu'il y a quelque difficulté dans la latitude de cette Planete, qui, dans ſa Conjonction avec cette Etoile, ſe trouve plus grande que celle qui réſulte de ſes hypotheſes, ce qu'il tâche d'expliquer par un mouvement qu'il attribuë aux Etoiles fixes en latitude; il prétend même que cette Conjonction de Mars pouvoit n'être pas préciſe, mais ſeulement en longitude, & il ſe réduit enfin à dire qu'*il ſe pourroit faire qu'y ayant trois Etoiles dans la partie boréale du Front du Scorpion, en forme de triangle, on ait dit que Mars étoit joint au Front boréal du Scorpion, lorſque cette Planete étoit au milieu de ces Etoiles*, ce qui, ſelon lui, peut s'expliquer ainſi avec d'autant plus de raiſon que l'Obſervateur n'a pas dit *que Mars fût joint à la boréale du Front, mais au Front boréal*, ce qui ne s'entend pas d'une Etoile ſinguliére, mais d'une partie de toute la Conſtellation.

Quoi qu'il en ſoit, nous avons calculé ſuivant nos éléments, quel étoit alors le vrai lieu de Mars, par rapport à ces Etoiles, en cette maniére.

La longitude de la Claire du Front du Scorpion, étoit au commencement de l'année 1700, en ♏ $29^d\ 1'\ 9''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 3'\ 10''$. Retranchant de cette longitude le mouvement des Etoiles fixes dans l'eſpace de 1971 années, depuis le 17 Janvier de l'année 271 avant Jeſus-Chriſt, juſqu'au 1.er Janvier de l'année 1700, qui eſt de $28^d\ 9'\ 20''$, on aura la longitude de cette Etoile pour le temps de ſa Conjonction avec Mars, en ♏ $0^d\ 51'\ 17''$, avec une latitude de $1^d\ 3'\ 40''$ vers le Nord, que nous ſuppoſons être toûjours la même dans les Etoiles fixes, quoique Képler y ait ſoupçonné quelque changement.

La longitude de la plus boréale du Front du Scorpion, étoit en l'année 1700, en ♐ $0^d\ 28'\ 20''$, avec une latitude de $1^d\ 40'\ 5''$ vers le Nord. Retranchant pareillement de cette longitude, $28^d\ 9'\ 20''$, on aura la longitude de cette Etoile en ♏ $2^d\ 18'\ 0''$, avec une latitude boréale de $1^d\ 40'\ 5''$.

Le lieu moyen de Mars pour le temps de cette obſervation, qui, réduite au Méridien de Paris, eſt arrivée le 17 Janvier de l'année 271 avant Jeſus-Chriſt, à 16 heur. étoit de $6^f\ 3^d\ 24'\ 10''$, & le lieu de ſon Aphélie, de $3^f\ 21^d\ 18'\ 20''$, éloigné ſeulement de $6'\ 40''$ de celui que Ptolemée lui attribuë pour ce temps, où (*Almageſte, liv. 10. chap. 9.*) il le marque de $3^f\ 21^d\ 25'\ 0''$; on aura donc l'anomalie moyenne de Mars, de $2^f\ 12^d\ 5'\ 50''$, avec laquelle on trouvera l'Equation de ſon Orbe, de $9^d\ 44'\ 0''$, ſon vrai lieu vû du Soleil, en ♍ $23^d\ 40'\ 10''$, & ſa diſtance à la Terre, de 15786 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 10000.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, ſuivant nos Tables, en ♑ $24^d\ 36'\ 42''$, ſon anomalie moyenne, de $7^f\ 19^d\ 20'\ 7''$, & ſa diſtance à la Terre, de 9892.

Retranchant le vrai lieu de la Terre qui eſt à l'oppoſite du Soleil, du vrai lieu de Mars vû du Soleil, on aura l'angle *TSM* (*Fig. 55.*) de la diſtance de Mars à la Terre vûe du Soleil, de $59^d\ 3'\ 28''$, avec laquelle on trouvera l'angle *STM* de la diſtance de Mars au Soleil vûe de la Terre, de $82^d\ 31'\ 49''$, & la ſeconde Inégalité de cette Planete, de $38^d\ 24'\ 43''$, qui, étant adjoûtée à ſon vrai lieu vû du Soleil, donne ſon vrai lieu vû de la Terre, en ♏ $2^d\ 4'\ 53''$, plus petit de 14 minutes que celui qui réſulte de la Conjonction de Mars avec la plus boréale du Front du Scorpion, mais plus grand d'environ $1^d\ 13'$ qu'il ne le devroit être, ſi Mars avoit été en Conjonction préciſe avec la plus claire du Front du Scorpion. On a négligé dans ce calcul du vrai lieu de Mars, la réduction à l'Ecliptique, qui réſulte de la latitude de cette Planete, parce qu'elle eſt peu ſenſible, & que d'ailleurs ſa latitude n'étoit pas bien connuë pour le temps de cette obſervation.

Examinons présentement quelle devoit être suivant nos éléments la latitude de Mars au temps de cette Conjonction.

Le vrai lieu du Nœud de Mars étoit, comme nous l'avons remarqué, vers la fin de l'année 1721, en ♉ 17ᵈ 29′ 49″.

Retranchant de ce lieu le mouvement de ses Nœuds dans l'espace de 1993 années, à raison de 56′ 40″ pour 100 années, qui est de 18ᵈ 49′ 20″, on aura le vrai lieu de son Nœud le 11 Janvier de l'année 271 avant Jesus-Christ, en ♈ 28ᵈ 40′, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Mars vû du Soleil, qu'on vient de trouver en ♍ 23ᵈ 40′, pour avoir sa distance au Nœud, de 4ˢ 25ᵈ 0′, avec laquelle on trouvera sa latitude boréale vûe du Soleil, de 1ᵈ 3′ 34″. On fera présentement, comme le sinus de l'angle *TSM*, de 59ᵈ 3′ 28″, distance de Mars à la Terre vûe du Soleil, est au sinus de l'angle *STM*, de 82ᵈ 31′ 49″, distance de Mars au Soleil, vûe de la Terre; ainsi la tangente de 1ᵈ 3′ 34″, latitude boréale de Mars vûe du Soleil, est à la tangente de la latitude de Mars vûe de la Terre, que l'on trouvera de 1ᵈ 13′ 31″ vers le Nord, plus grande de 10 minutes que la latitude de la Claire du Front du Scorpion, & plus petite de 27 minutes que celle de la plus boréale du Front de cette Constellation. Ainsi notre théorie représente mieux la Conjonction de Mars en latitude avec la Claire du Front du Scorpion; tout au contraire de sa Conjonction en longitude, qui s'accorde mieux avec l'Etoile la plus boréale du Front de cette Constellation.

Comme le mouvement des Nœuds de Mars, que nous avons supposé dans la comparaison de cette observation, a été déduit de la situation des Nœuds de cette Planete, observée dans des temps peu éloignés l'un de l'autre par rapport aux observations anciennes; j'ai examiné quel est le lieu du Nœud qui résulte de la Conjonction de Mars avec l'une & l'autre de ces Etoiles. La latitude de la plus boréale du Front du Scorpion, que l'on suppose être la même que celle de Mars, étant de 1ᵈ 40′ 5″, on trouvera sa latitude vûe de la Terre, de 1ᵈ 25′ 48″, ce qui, supposant l'inclinaison de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Ecliptique, de 1ᵈ 51′ 0″, donne la distance de cette Planete à son Nœud, de 4ˢ 9ᵈ 24′. Les retranchant du vrai lieu de cette Planete vû du Soleil en ♍ 23ᵈ 40′, on aura le lieu de son Nœud pour le temps de cette observation, en ♉ $14^d\ 51'$, moins avancé d'environ 2 degrés ½ que celui que l'on a trouvé en l'année 1700, & d'un degré ½ qu'en 1595. Ainſi pour repréſenter la Conjonction de cette Etoile avec Mars en latitude, il faudroit que les Nœuds de cette Planete, après avoir avancé d'environ un degré ½ dans l'eſpace de plus de 1800 années, euſſent parcouru plus d'un degré dans l'eſpace de 126 années, ce qui ne s'accorderoit pas à la progreſſion que l'on a coûtume d'obſerver dans le mouvement des Nœuds des Planetes, & s'écarteroit trop de la détermination de Ptolemée, qui a trouvé de ſon temps les termes les plus ſeptentrionaux de l'Orbite de Mars à la fin du ſigne de l'Ecreviſſe, & par conſéquent le Nœud aſcendant de cette Planete à la fin du ſigne du Bélier.

On ne peut pas non plus ſuppoſer avec Képler, que cette Etoile ait eu un mouvement en latitude, & ſe ſoit trouvée alors plus près de l'Ecliptique qu'on ne l'obſerve préſentement, puiſqu'il paroît que preſque toutes les Etoiles fixes conſervent toûjours leur même diſtance à l'égard de l'Ecliptique, ſans aucune variation ſenſible. Nous avons donc jugé que l'Etoile la plus boréale du Front du Scorpion n'a pû être en Conjonction qu'en longitude avec Mars, dans l'année 271 avant Jeſus-Chriſt.

Examinons préſentement ce qui réſulte de la Conjonction de Mars avec la plus claire du Front du Scorpion.

La latitude de cette Etoile, qui eſt la même que celle de Mars vûe de la Terre, étant de $1^d\ 3'\ 40''$, on trouvera ſa latitude vûe de la Terre, de $0^d\ 54'\ 39''$, & ſa diſtance à ſon Nœud aſcendant, de $4^f\ 0^d\ 32'\ 0''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Mars vû du Soleil en ♍ $23^d\ 40'$, donne le lieu du Nœud aſcendant de Mars au commencement de l'année 271 avant Jeſus-Chriſt, en ♈ $23^d\ 8'\ 0''$.

Il a été trouvé à la fin de l'année 1721, en ♉ $17^d\ 30'$; le mouvement du Nœud de Mars qui réſulte de cette Conjonction, ſeroit donc de $24^d\ 22'$ dans l'eſpace de 1993 années, ce qui eſt à raiſon de $1^d\ 12'$ en 100 ans, & de $43''\ 12'''$ par année, plus grand de près d'un tiers que celui que nous avons trouvé par les obſervations de Tycho. Ainſi ſuppoſant le mouvement des Nœuds de Mars un peu plus grand que celui que nous avons déterminé, on peut repréſenter la Conjonction de cette Planete en latitude avec la plus claire du Front du Scorpion; mais il se trouveroit une plus grande difficulté pour sa Conjonction en longitude, qui différe d'un degré 13 minutes de celle qui résulte de nos éléments.

Depuis la Conjonction de Mars avec l'Etoile du Front du Scorpion, observée l'année 271 avant Jesus-Christ, il s'en trouve une autre de cette Planete avec Jupiter, qui est rapportée par Bouillaud dans son Astronomie Philolaïque, qu'il a tirée d'un Manuscrit grec de la Bibliotheque du Roy, & qui est marquée en ces termes: *J'ai vû après le coucher du Soleil, l'année 214 de Dioclétien, entre le 6 & le 7 de Pachon à 2 heures de nuit, l'E'toile de Mars jointe à celle de Jupiter, de telle maniére qu'il n'y avoit entre elles aucun intervalle.*

Cette observation réduite à nos époques, se rapporte au 1.er Mai de l'année 498 après Jesus-Christ, à 9 heures du soir au Méridien d'Uranibourg, c'est-à-dire, à 8^h $18'$ au Méridien de Paris.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en ♉ 12^d $2'$ $15''$, son anomalie moyenne, de 10^s 23^d $56'$, & sa distance à la Terre, de 10137 parties dont la moyenne est 10000.

Le lieu moyen de Mars étoit pour le même temps, en ♎ 17^d $16'$ $0''$, le lieu de son Aphélie en ♌ 6^d $38'$ $42''$, son anomalie moyenne, de 2^s 10^d $37'$ $18''$, son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en ♎ 7^d $38'$ $34''$, & sa distance au Soleil, de 15818.

Le lieu du Nœud ascendant de Mars étant en l'année 1721, en ♉ 17^d $30'$, si l'on en retranche le mouvement de ce Nœud qui, dans l'intervalle de 1223 années, est de 11^d $33'$, on aura le vrai lieu du Nœud de Mars en l'année 498, en ♉ 5^d $57'$, qui, étant retranché du vrai lieu de Mars sur son Orbite, qui étoit en ♎ 7^d $38'$ $34''$, donne la distance de Mars à son Nœud ascendant, de 5^s 1^d $41'$ $34''$, avec laquelle on trouve sa latitude boréale, de $52'$ $34''$, & sa réduction à l'E'cliptique, de $45''$, qui, étant adjoûtée au vrai lieu de Mars sur son Orbite, donne son vrai lieu réduit à l'E'cliptique, en ♎ 7^d $39'$ $20''$. La distance du Soleil à Mars sur son Orbite étant connuë de 15818, on la réduira à l'E'cliptique, en faisant, comme le sinus total est au sinus du complément de la latitude de Mars, qui a été trouvée de $52'$ $34''$; ainsi 15818 est à 15816. On retranchera le vrai lieu de

Mars, que l'on vient de trouver en ♎ 7^d 39′ 20″, du vrai lieu de la Terre qui eſt à l'oppoſite du Soleil, en ♏ 12^d 2′ 15″, & l'on aura l'angle *TSM (Fig. 55.)* qui meſure la diſtance de Mars au Soleil, de 34^d 22′ 55″; & dans le Triangle *TSM*, dont le côté *SM*, diſtance du Soleil à Mars, eſt connu de 15816, le côté *ST*, diſtance du Soleil à la Terre, de 10137, & l'angle *TSM*, compris entre ces côtés, eſt de 34^d 22′ 55″, on trouvera l'angle *STM*, de 108^d 4′ 48″, & l'angle *SMT*, de 37^d 32′ 16″, qui, étant retranché du vrai lieu de Mars vû du Soleil en ♎ 7^d 39′ 20″, donne le vrai lieu de Mars vû de la Terre, en ♍ 0^d 7′ 4″. On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *TSM*, de 34^d 22′ 55″, eſt au ſinus de l'angle *STM*, de 108^d 4′ 48″; ainſi la tangente de la latitude de Mars vûe du Soleil, qui eſt de 52′ 34″, eſt à ſa latitude vûe de la Terre, qu'on trouvera de 1^d 28′ 29″ vers le Nord.

On trouvera de même le lieu moyen de Jupiter en ♍ 9^d 48′ 43″, le lieu de ſon Aphélie en ♍ 20^d 16′ 14″, ſon anomalie moyenne de 11^f 19^d 32′, ſon vrai lieu vû du Soleil ſur ſon Orbite, en ♍ 10^d 45′ 28″, & ſa diſtance à la Terre, de 54496. Retranchant le vrai lieu de ſon Nœud, qui étoit alors en ♓ 29^d 28′ du vrai lieu de Jupiter ſur ſon Orbite, on aura la diſtance à ſon Nœud, de 2^f 11^d 17′, avec laquelle on trouvera ſa latitude vûe du Soleil, de 1^d 15′ 18″, & ſa réduction à l'Ecliptique, de 18″, qui, étant retranchée de ſon vrai lieu vû du Soleil ſur ſon Orbite, donne ſon vrai lieu vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en ♍ 10^d 45′ 10″. On fera enſuite, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de 1^d 15′ 18″, latitude de Jupiter vûe du Soleil; ainſi 54496, diſtance du Soleil à Jupiter ſur ſon Orbite, eſt à 54483, diſtance du Soleil à Jupiter, réduite à l'Ecliptique. On retranchera le vrai lieu de Jupiter, que l'on vient de trouver en ♍ 10^d 45′ 10″, du vrai lieu de la Terre, qui étoit en ♏ 12^d 2′ 15″, & l'on aura l'angle *TSE (Fig. 55.)* de 61^d 17′ 5″; & dans le Triangle *TSE*, dont les côtés *TS*, de 10137, *SE* de 54483, & l'angle *TSE*, compris entre ces côtés, ſont connus, on trouvera l'angle *STE*, qui meſure la diſtance de Jupiter au Soleil, vûe de la Terre, de 108^d 33′ 20″, & l'angle *SET* de la ſeconde Inégalité, de 10^d 9′ 35″, qui, étant retranché du vrai lieu de Jupiter, réduit à l'Ecliptique, vû du Soleil en ♍ $10^d 45' 10''$, donne le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, en ♍ $0^d 35' 35''$. On fera enfin, comme le sinus de l'angle *TSE*, de $61^d 17' 5''$, est au sinus de l'angle *STE*, de $108^d 33' 20''$; ainsi la tangente de la latitude de Jupiter vûe du Soleil, qui étoit de $1^d 15' 18''$, est à la tangente de la latitude de Jupiter vûe de la Terre, qu'on trouvera de $1^d 21' 24''$.

Nous avons trouvé pour le même temps le vrai lieu de Mars vû de la Terre en ♍ $0^d 7' 4''$, & sa latitude boréale de $1^d 28' 29''$; ainsi ces deux Planetes devoient être, suivant nos éléments, éloignées l'une de l'autre, de $28' 31''$ en longitude, & de $7' 15''$ en latitude, supposant exacte l'observation tirée du Manuscrit grec.

M. Bouillaud qui a fondé sa théorie sur les observations tirées de ce Manuscrit, trouve le moyen de représenter assés exactement cette Conjonction. Nous verrons dans la suite, quel fondement l'on peut faire sur celles qui y sont rapportées.

L'observation du 1.er Mai de l'année 498, a été suivie d'une pareille Conjonction de Mars avec Jupiter, tirée du même Manuscrit, qui est rapportée par M. Bouillaud, & dont voici la traduction.

La même année 225, le 19 de Pauni, après le coucher du Soleil, l'Etoile de Mars fut jointe à l'Etoile de Jupiter, de maniére qu'elle paroissoit en être éloignée d'un doigt contre la suite des Signes, & de deux doigts vers le Midi, quoique les nombres de la Table & de la grande Syntaxe, marquassent que ces deux Planetes devoient être au même endroit le 23, temps auquel elles parurent fort éloignées l'une de l'autre. Ayant réduit ce temps à nos époques, on trouve qu'il répond, conformément à M. Bouillaud, au 13 Juin de l'année 509 à 9 heures à Uranibourg, c'est-à-dire, à $8^h 18'$ à Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♊ $23^d 25' 18''$, son anomalie moyenne étant de $0^s 6^d 27' 33''$, & sa distance à la Terre de 10168.

Le lieu moyen de Mars étoit pour le même temps, en ♍ $15^d 31' 14''$, le lieu de son Aphélie en ♌ $6^d 52' 0''$, son anomalie moyenne de $1^s 8^d 39' 14''$, sa distance au Soleil, de 16389, son vrai lieu vû du Soleil sur son Orbite, en ♍ $9^d 26' 14''$, le lieu de son Nœud en ♉ $6^d 4'$, sa latitude vûe du Soleil, de $1^d 32' 42''$, & la réduction à l'Ecliptique, de $49''$, qu'il faut adjoûter à son

vrai

vrai lieu vû du Soleil ſur ſon Orbite, en ♍ $9^d\ 26'\ 14''$, pour avoir ſon vrai lieu réduit à l'Ecliptique, en ♍ $9^d\ 27'\ 3''$.

La diſtance de Mars au Soleil étant connuë de 16389, on la réduira à l'Ecliptique, en faiſant, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de $1^d\ 32'\ 42''$, latitude de Mars vûe du Soleil; ainſi 16389 eſt à 16383. On retranchera le vrai lieu de Mars, que l'on a trouvé en ♍ $9^d\ 27'\ 3''$, du vrai lieu de la Terre, qui étoit en ♐ $23^d\ 25'\ 18''$, & on aura l'angle *TSM* (*Fig. 55.*) de $103^d\ 58'\ 15''$; & dans le Triangle *TSM*, dont le côté *SM* eſt connu de 16383, le côté *ST* de 10168, & l'angle *TSM*, compris entre ces côtés, de $103^d\ 58'\ 15''$, l'on trouvera l'angle *STM*, de $48^d\ 23'\ 2''$, & l'angle *SMT*, de $27^d\ 38'\ 43''$, lequel étant retranché du vrai lieu de Mars vû du Soleil, qui étoit en ♍ $9^d\ 27'\ 3''$, donne le vrai lieu de Mars vû de la Terre, en ♌ $11^d\ 48'\ 20''$. On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *TSM*, de $103^d\ 58'\ 15''$, eſt au ſinus de l'angle *STM*, de $48^d\ 23'\ 2''$; ainſi la tangente de la latitude de Mars vûe du Soleil, qu'on a trouvée de $1^d\ 32'\ 42''$, eſt à la tangente de ſa latitude vûe de la Terre, qui ſera de $1^d\ 11'\ 25''$.

On trouvera auſſi pour le même temps le lieu moyen de Jupiter, en ♌ $17^d\ 24'\ 25''$, le lieu de ſon Aphélie en ♍ $20^d\ 27'\ 20''$, ſon anomalie moyenne de $10^f\ 26^d\ 57'\ 5''$, ſa diſtance au Soleil, de 54161, ſon vrai lieu vû du Soleil ſur ſon Orbite, en ♌ $20^d\ 16'\ 16''$, le lieu de ſon Nœud aſcendant, en ♊ $29^d\ 32'$, ſa latitude vûe du Soleil, de $1^d\ 2'\ 10''$, & ſa réduction à l'Ecliptique, de $28''$ ſouſtractives, leſquelles étant retranchées de ſon vrai lieu ſur ſon Orbite, qui eſt en ♌ $20^d\ 16'\ 16''$, donnent ſon vrai lieu vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en ♌ $20^d\ 15'\ 48''$. On réduira auſſi à l'Ecliptique la diſtance de Mars au Soleil, en faiſant, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de $1^d\ 2'\ 24''$; ainſi 54161 eſt à 54152. On retranchera le vrai lieu de Jupiter, que l'on vient de trouver en ♌ $20^d\ 15'\ 48''$, du vrai lieu de la Terre, qui étoit en ♐ $23^d\ 25'\ 18''$, & l'on aura l'angle *TSE* (*Fig. 55.*) de $123^d\ 9'\ 30''$; & dans le Triangle *TSE*, dont le côté *SE* de 54161, le côté *ST* de 10168, & l'angle *TSE*, compris entre ces côtés, ſont connus, on aura l'angle *STE*, de $48^d\ 43'\ 48''$, & l'angle *SET*, qui meſure la ſeconde Inégalité, de $8^d\ 6'\ 42''$.

Le retranchant du vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, en ♌ 20^d 15′ 48″, on aura ſon vrai lieu vû de la Terre, en ♌ 12^d 9′ 6″. L'on fera enfin, comme le ſinus de l'angle *TSE*, de 123^d 9′ 30″ eſt au ſinus de l'angle *STE*, de 48^d 43′ 48″; ainſi la tangente de la latitude de Jupiter, vûe du Soleil, qui étoit de 1^d 2′ 10″ eſt à la tangente de ſa latitude vûe de la Terre, qu'on trouvera de 0^d 55′ 49″ vers le Nord.

On vient de déterminer pour le même temps le vrai lieu de Mars vû de la Terre, en ♌ 11^d 48′ 20″, & ſa latitude boréale de 1^d 11′ 25″; ainſi ſuivant nos éléments, ces deux Planetes devoient être éloignées l'une de l'autre, de 20′ 46″ en longitude, au lieu que, ſuivant l'obſervation, il n'y avoit entr'elles qu'un intervalle d'un demi-doigt, ou de 2′ 30″, ce qui donne une différence de 18′ 16″ entre le calcul & l'obſervation.

A l'égard de la latitude de Mars, elle ſe trouve de 15′ 36″, plus boréale que celle de Jupiter, quoique, ſuivant l'obſervation, elle a dû être plus auſtrale de 2 doigts, c'eſt-à-dire, de 5 minutes, ce qui cauſe une différence de 20′ 36″ entre le calcul & l'obſervation, & ne ſeroit nullement tolérable, ſi l'on pouvoit s'aſſûrer de l'exactitude de cette obſervation, & de celles qui ſont rapportées dans le Manuſcrit grec tiré de la Bibliotheque du Roy, c'eſt ce que nous allons examiner.

M. Bouillaud, qui a établi principalement ſes éléments de la théorie de Jupiter, ſur la Conjonction de cette Planete avec le Cœur du Lion, du 27 Septembre de l'année 508, tirée de ce Manuſcrit, & les éléments de la théorie de Mars, ſur la Conjonction de Jupiter, du 1.er Mars de l'année 498, compare la Conjonction de Mars avec Jupiter, du 13 Juin 509, avec ſa théorie, & trouve que le lieu de Jupiter devoit être alors en ♌ 11^d 57′ 43″, & celui de Mars en ♌ 11^d 50′ 50″, éloignés l'un de l'autre de 6′ 53″; au lieu qu'ils ne le devoient être que de 4′ 23″, à cauſe que Mars étoit éloigné d'un demi-doigt ou de 2 minutes $\frac{1}{2}$ de Jupiter vers l'Occident, ce qui eſt d'une aſſés grande exactitude. Mais il ne fait aucune mention de la latitude de ces deux Planetes, qui réſulte de ſa théorie, & qui devroit repréſenter la diſtance obſervée de ces Planetes en latitude, ſuivant laquelle Mars étoit plus auſtral que Jupiter, de 5 minutes.

C'eſt pourquoi j'ai cru devoir calculer la latitude de ces deux Planetes pour le temps de cette obſervation ſuivant ſes éléments, & j'ai trouvé dans ſes Tables, qu'en l'année 509, le lieu du Nœud de Jupiter étoit en ♋ 1ᵈ 9′, & celui de Mars en ♉ 2ᵈ 7′. Retranchant le lieu du Nœud de Jupiter, de ſon vrai lieu ſur ſon Orbe, qui, ſuivant M. Bouillaud, étoit alors en ♌ 19ᵈ 59′, on aura la diſtance de Jupiter à ſon Nœud, de 1ſ 18ᵈ 50′, avec laquelle on trouvera ſa latitude vûe du Soleil, de 0ᵈ 59′ 54″, & vûe de la Terre, de 0ᵈ 53′ 48″. Retranchant auſſi le lieu du Nœud de Mars, de ſon vrai lieu ſur ſon Orbe, qui étoit en ♍ 9ᵈ 31′, on aura la diſtance de Mars à ſon Nœud, de 4ſ 7ᵈ 24′, avec laquelle on trouvera la latitude boréale de Mars vûe du Soleil, de 1ᵈ 28′ 10″, & vûe de la Terre, de 1ᵈ 7′ 55″.

Mars ſe trouve donc, ſuivant les éléments de M. Bouillaud, plus ſeptentrional de 14 minutes que Jupiter au temps de cette obſervation, au lieu qu'il a paru être plus méridional de 5 minutes, ce qui donne une différence de 19 minutes entre le calcul & l'obſervation. Les éléments de M. Bouillaud, fondés ſur l'obſervation de Jupiter, de l'année 508, & ſur la Conjonction de cette Planete avec Mars, de l'année 498, ne repréſentent donc point exactement cette derniére obſervation.

Comme l'on pourroit rejetter cette différence ſur le lieu du Nœud de Mars, auquel il faudroit faire quelque correction, j'ai examiné en quelle ſituation ce Nœud devroit être, pour que Mars ſe trouvât 2 doigts, c'eſt-à-dire, 5 minutes vers le Midi à l'égard de Jupiter.

La latitude ſeptentrionale de Jupiter, vûe de la Terre, étant, ainſi que nous venons de la déterminer, de 53′ 48″, celle de Mars, qui étoit plus auſtrale de 5 minutes, auroit dû être de 48′ 48″: c'eſt pourquoi l'on fera, comme le ſinus de l'angle *STM* (*Fig.* 55.) de 48ᵈ 23′ 2″ eſt au ſinus de l'angle *TSM*, de 103ᵈ 58′ 15″; ainſi la tangente de 0ᵈ 48′ 48″, latitude de Mars vûe de la Terre, eſt à la tangente de 1ᵈ 3′ 18″, qui meſurent la latitude de Mars vûe du Soleil. On fera enſuite, comme le ſinus de 1ᵈ 3′ 18″ eſt au ſinus de 1ᵈ 50′ 54″, inclinaiſon de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Ecliptique; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de la diſtance de Mars à ſon Nœud auſtral, que l'on trouvera de 34ᵈ 48′ 40″, dont le supplément à 6 signes, donne sa distance à son Nœud boréal, de $4^{s}\ 25^{d}\ 11'$. Les retranchant du vrai lieu de Mars vû du Soleil, qui a été trouvé le 13 Juin de l'année 509 à $8^{h}\ 18'$ du soir, en ♍ $9^{d}\ 27'$, on aura le vrai lieu de son Nœud ascendant, en ♈ $14^{d}\ 16'$, moins avancé de $16^{d}\ 53'$ que celui que M. Bouillaud lui attribuë, & de $21^{d}\ 48'$ que celui que nous avons déterminé. Cette différence, qui augmenteroit de plus du double la quantité du mouvement du Nœud de Mars, est trop grande pour qu'on la puisse attribuer à quelque erreur dans la détermination de ces mouvements, joint à ce que ce lieu du Nœud se trouve moins avancé de 15 degrés $\frac{1}{2}$ que du temps de Ptolemée, qui l'a placé de son temps, c'est-à-dire, vers l'année 140 après Jesus-Christ, à la fin du signe du Bélier, au lieu qu'il auroit dû être plus avancé de quelques degrés.

Employant dans la Conjonction de Jupiter avec Mars, de l'année 498, où le lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit en ♎ $7^{d}\ 39'\ 20''$, le lieu du Nœud, que l'on vient de trouver en ♈ $14^{d}\ 16'$, on aura la distance de Mars à son Nœud ascendant, de $5^{s}\ 23^{d}\ 23'$, ce qui donne sa latitude boréale vûe du Soleil, de $12'\ 47''$, & vûe de la Terre, de $21'\ 31''$. M. Bouillaud détermine pour le temps de cette observation, la latitude boréale de Jupiter, de $1^{d}\ 13'$; ainsi il y auroit une différence de plus de 51 minutes en latitude entre ces deux Planetes, quoique suivant le Manuscrit grec, elles ayent paru alors en Conjonction précise. Il paroît donc fort difficile, pour ne pas dire impossible, de représenter les observations de Mars, telles qu'elles sont rapportées dans ce Manuscrit grec, qui, d'ailleurs ne peuvent s'accorder en aucune maniére à celles de Ptolemée, auxquelles nous avons jugé devoir donner la préférence dans la théorie de Mars, de même que nous l'avons déja fait dans celle de Jupiter.

LIVRE SEPTIE'ME.

DE VENUS.

VENUS eſt celle des deux Planetes inférieures, qui, dans le Syſteme de Ptolemée, eſt la plus éloignée de la Terre, & qui, dans le Syſteme de Tycho & de Copernic, eſt la plus éloignée du Soleil.

Sa révolution autour du Soleil s'acheve dans l'eſpace de 224 jours & 17 heures, mais par rapport à la Terre, elle paroît employer 19 mois ou environ à faire ſa révolution autour du Soleil, pendant lequel temps elle paſſe deux fois en Conjonction avec le Soleil, l'une entre le Soleil & la Terre, que l'on nomme *Conjonction inférieure,* & l'autre au de-là du Soleil, qui ſe trouve entr'elle & la Terre, ce que l'on appelle *Conjonction ſupérieure.*

Dans la révolution que Venus fait autour du Soleil, elle ne paroît jamais s'en écarter plus de 47 degrés $\frac{1}{2}$, à peu-près comme la Lune le quatriéme jour après ſa Conjonction ; & quelquefois elle ſe rapproche du Soleil avant de s'en être éloignée de 45 degr. $\frac{1}{2}$, de ſorte que ſes plus grandes digreſſions ne varient que de 2 degrés.

Lorſque Venus ſort des rayons du Soleil du côté de l'Orient, & paroît ſur l'horiſon après le coucher du Soleil, on la voit par la Lunette, à peu-près ronde & petite, parce qu'elle eſt alors au de-là du Soleil, & nous préſente l'hémiſphere qui en eſt éclairé. A meſure qu'elle s'éloigne du Soleil vers l'Orient, elle augmente de grandeur apparente, en prenant une figure ſemblable à celle de la Lune lorſqu'elle eſt dans ſon Décours ; de ſorte que lorſque Venus eſt dans ſes plus grandes digreſſions, on la voit comme la Lune dans ſon premier Quartier, parce qu'elle ne préſente alors à la Terre que la moitié de ſon hémiſphere éclairé. S'approchant enſuite en apparence du Soleil, elle paroît concave comme dans le Croiſſant, juſqu'à ce qu'elle ſe cache dans les rayons du Soleil, où elle nous préſente l'hémiſphere obſcur.

Lorſqu'elle ſort des rayons du Soleil du côté de l'Occident, on commence à l'appercevoir le matin dans l'aurore, où on la voit en Croiſſant juſqu'à ſa plus grande digreſſion, auquel temps elle paroît coupée par la moitié, comme la Lune dans ſon premier Quartier; elle ſe remplit enſuite de lumiére en diminuant continuellement de grandeur, juſqu'à ce qu'elle ſe cache dans les rayons du Soleil.

Venus s'apperçoit ſouvent en plein jour, à la vûe ſimple; & on la voit par le ſecours des Lunettes, très-ſouvent dans ſes Conjonctions avec le Soleil, lorſque ſa latitude eſt un peu grande.

Sa plus grande diſtance au Soleil eſt de 7286 parties, dont la plus petite diſtance de la Terre au Soleil eſt de 9831 de ces mêmes parties; d'où il ſuit que lorſque Venus eſt le plus près qu'il eſt poſſible de la Terre, elle en eſt éloignée de 2545 de ces parties, c'eſt-à-dire, un peu plus d'un quart de la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, ce qui eſt une conjoncture favorable pour déterminer ſa parallaxe.

Dans la plus petite diſtance de Venus au Soleil, elle en eſt éloignée de 7234 de ces parties, & comme la plus grande diſtance de la Terre au Soleil eſt de 10169 de ces mêmes parties, il ſuit que la plus grande diſtance de Venus à la Terre dans ſa Conjonction inférieure n'excede pas 2835, & eſt à la plus petite de ces diſtances environ comme 28 à 25.

Dans les Conjonctions inférieures de Venus avec le Soleil, elle paſſe preſque toûjours au-deſſus ou au-deſſous de cet Aſtre, à cauſe de ſa latitude apparente, qui, ſuivant le rapport des diſtances de Venus à la Terre & au Soleil, eſt alors trois fois ou environ plus grande que ſa latitude vûe du Soleil.

Elle a été vûe une ſeule fois dans le Soleil, par Horoccius, en Angleterre, le 4 Décembre de l'année 1639. Elle étoit de figure ronde très-obſcure, & ſon diametre paroiſſoit égal à la 26.^{me} partie du Soleil, & parce que la diſtance de Venus à la Terre étoit à celle du Soleil à la Terre, comme 26 à 100, on en peut inférer que le diametre de Venus à la diſtance du Soleil auroit paru égal à la 100.^{me} partie du diametre du Soleil, & que par conſéquent le diametre de Venus eſt à peu-près égal à celui de la Terre.

Depuis l'année 1639 juſqu'à préſent, Venus n'a point paſſé devant le Soleil, & on ne l'y appercevra que le 6 Mai 1761.

La rareté de ces obſervations vient de ce que, lorſque Venus dans ſes Conjonctions inférieures avec le Soleil, eſt à la diſtance de $1^d\,48'$ de ſes Nœuds, ſa latitude vûe du Soleil, eſt de $6'\,25''$ vers le Midi ou vers le Nord, auquel cas elle doit nous paroître éloignée du centre du Soleil, au moins de $16'\,30''$, qui excedent la grandeur apparente du demi-diametre du Soleil; d'où il ſuit que lorſque Venus eſt à une diſtance de ſes Nœuds, qui excede $1^d\,48'$, elle doit paſſer en Conjonction avec le Soleil au-deſſus ou au-deſſous de cet Aſtre, ſans paroître ſur ſon diſque.

CHAPITRE I.

De la Révolution de Venus autour de ſon axe.

POUR reconnoître ſi Venus tourne autour de ſon axe par un mouvement ſemblable à celui qui a été découvert dans les autres Planetes, mon Pere l'obſerva en Italie vers le milieu du ſiécle dernier avec un très-grand ſoin, par le moyen d'une excellente Lunette de Campani, comme il eſt rapporté dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre 1667. Mais parce que les Taches obſcures qu'il avoit vûes le plus ſouvent dans Venus, lorſque l'air étoit tranquille & ſerein, étoient très-déliées, & que leur étenduë irréguliére qui couvroit une grande partie du diſque apparent de cette Planete, n'avoit pas les extrémités bien marquées, il eut de la peine à y rien appercevoir diſtinctement, que l'on pût reconnoître dans d'autres obſervations, & d'où l'on pût juger ſi elle étoit en mouvement ou en repos.

Il y avoit trois choſes qui augmentoient cette difficulté, l'une que lorſque Venus eſt plus proche de la Terre, qui ſembloit être le temps le plus propre pour l'obſerver, elle eſt ſi peu éloignée de l'horiſon, qu'elle ſe trouve enveloppée des vapeurs de la Terre, au travers deſquelles elle paroît étincellante & tremblante, de maniére que ſes parties ne ſe voyent que fort confuſément. La ſeconde, que lorſqu'on la peut voir dégagée de ces vapeurs, ce n'eſt que pour ſi peu de temps, qu'on n'a pas le loiſir de remarquer ces mouvements, qui ne ſont ſenſibles qu'après un long intervalle. La troiſiéme, que lorſqu'elle eſt moins éloignée de la Terre, la partie éclairée de ſon diſque eſt trop petite pour en pouvoir remarquer le mouvement, & particuliérement vers la circonférence, dont les parties étant rétrécies par une raiſon d'Optique, ne paroiſſent preſque pas, & le mouvement d'ailleurs aſſés vîte, ſemble lent.

Toutes ces raiſons ayant fait croire à mon Pere, qu'il réuſſiroit mieux dans ſes obſervations, lorſque Venus ſeroit médiocrement éloignée de la Terre, que lorſqu'elle en ſeroit plus proche, il obſerva attentivement lorſqu'elle étoit plus élevée ſur l'horiſon & plus pleine de lumiére, s'il ne pourroit point diſtinguer quelque partie qui fût plus remarquable entre les autres, ou par ſa lumiére, ou par ſon obſcurité, principalement vers le milieu du diſque, & il apperçut enfin vers ce milieu une partie plus claire que les autres, par laquelle on pouvoit juger du mouvement ou du repos de cette Planete.

La premiére fois qu'il l'apperçut, ce fut le 14 Octobre de l'année 1666 à 5ʰ 45′ après midi; c'étoit une partie claire ſituée proche de la ſection, & fort éloignée du centre de cette Planete vers le Septentrion. Il remarqua en même temps vers l'Occident, deux Taches obſcures & un peu plus longues, comme il eſt repréſenté *(Fig. 56)*. Il ne put pas cependant voir aſſés évidemment cette partie luiſante aſſés de temps pour en rien conclurre du repos & du mouvement de cette Planete, & il fut long-temps depuis ſans la pouvoir appercevoir; car tout le reſte de l'année, il ne put pas trouver une ſoirée où le temps fût aſſés ſerein pour obſerver avec ſuccès: & quoiqu'en 1667, depuis le 24 Février, que l'air, après pluſieurs jours de pluye & de mauvais temps, commença à être ſerein, il l'obſervât avec beaucoup de ſoin toutes les fois qu'il faiſoit beau, il n'y put diſtinguer que quelques Taches obſcures & mal terminées, juſqu'au 20 Avril ſuivant, qu'un quart d'heure avant le lever du Soleil, il commença à revoir ſur le diſque de Venus, dont la moitié ou environ paroiſſoit pour lors éclairée, une partie luiſante ſituée auprès de la ſection, & éloignée de la corne méridionale, d'un peu plus de la 4.me partie du diametre; & il remarqua près du bord oriental, une Tache obſcure & un peu

peu longue, qui étoit plus proche de la corne ſeptentrionale, de même qu'elle eſt repréſentée *(Fig. 57.)*

Comme le Soleil ſe levoit, mon Pere apperçut que cette partie luiſante n'étoit plus ſi proche de la corne méridionale, mais qu'elle en étoit éloignée de la troiſiéme partie du diametre, comme l'on voit *(Fig. 58.)*

J'eus, pour lors, dit-il, *beaucoup de ſatisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, mais je fus en même temps fort étonné de ce que ce mouvement ſe faiſoit du Midi au Septentrion dans la partie inférieure du diſque, & du Septentrion au Midi dans la partie ſupérieure, d'où ſe prend mieux la détermination du mouvement; car nous n'avons point d'exemple d'un mouvement ſemblable, ſi ce n'eſt dans le mouvement de libration de la Lune.*

Le lendemain 21 Avril 1667, au lever du Soleil *(Fig. 59.)* cette partie luiſante n'étoit pas bien loin de la ſection, & étoit diſtante de la corne méridionale de la quatriéme partie du diametre. Lorſque le Soleil fut élevé de 4 degrés *(Fig. 60.)* elle étoit ſituée proche de la ſection, & éloignée de la corne méridionale, de deux cinquiémes de diametre. Le Soleil étant élevé de 6 deg. 10 minut. *(Fig. 61.)* il ſembloit qu'elle eût paſſé le centre, & que la ſection du diſque la coupoit; & le Soleil étant élevé de 7 degrés *(Fig. 62.)* elle paroiſſoit encore plus avancée vers le Septentrion, & la ſection la coupoit en deux; d'où il connut qu'il y avoit quelque inclinaiſon de mouvement vers le centre.

Le 9 Mai, vers le temps du lever du Soleil *(Fig. 63.)* il vit encore cette partie luiſante auprès du centre de cette Planete vers le Septentrion, avec deux Taches obſcures ſituées entre la ſection & la circonférence, & également éloignées l'une de l'autre, & de chaque corne de part & d'autre. Et le temps étant ſerein, il obſerva pendant une heure & demi-quart, ſon mouvement qui ſembloit pour lors ſe faire exactement du Midi au Septentrion, ſans aucune inclinaiſon ſenſible vers l'Orient ni vers l'Occident : cependant il apperçut dans le mouvement des Taches obſcures, une variation ſi grande, qu'on ne la peut attribuer à aucune raiſon d'Optique. Le 10 & le 13 Mai, avant le lever du Soleil *(Fig. 64.)* il vit encore la partie luiſante auprès du centre vers le Septentrion. Enfin le 5 & le 6 Juin, avant le lever du Soleil *(Fig. 65.)* il la vit entre la corne ſeptentrionale & le centre de Venus, & il remarqua la même variation irréguliére des Taches obſcures. Mais lorſque cette Planete commença un peu à s'éloigner de la Terre, on eut beaucoup plus de peine à obſerver ces phénomenes.

Mon Pere ſe donna de garde de dire ſon ſentiment ſur ces phénomenes, auſſi hardiment qu'il l'avoit fait ſur les Taches de Jupiter & de Mars. Car il pouvoit obſerver attentivement les Taches de ces deux Planetes, l'eſpace d'une nuit entiére pendant leur Oppoſition avec le Soleil, il pouvoit conſidérer leur mouvement pendant quelques heures; enfin les voyant retourner réguliérement au même endroit, il pouvoit juger ſi c'étoient les mêmes Taches ou non, & en combien de temps elles achevoient leur tour. Mais il n'en eſt pas de même de ces phénomenes qui paroiſſent dans Venus; car on les voit ſi peu de temps qu'il eſt beaucoup plus difficile de connoître quand ils retournent au même endroit. *Je puis*, adjoûte-t-il, *néantmoins dire (ſuppoſé que cette partie luiſante de Venus que j'ai obſervée, & particuliérement cette année, ait été la même) qu'en moins d'un jour elle acheve ſon mouvement, ſoit de révolution, ſoit de libration, de maniére qu'en 23 jours à peu-près, elle revient environ à la même ſituation dans la Planete de Venus, ce qui ne ſe fait pas néantmoins ſans quelque irrégularité. De dire maintenant, ſuppoſé que ce ſoit toûjours la même partie luiſante, ſi ce mouvement ſe fait par une révolution entiére, ou ſeulement par une libration, c'eſt ce que je n'oſerois encore aſſûrer, parce que je n'ai pas pû voir la continuité de ce mouvement dans une grande partie de l'arc, comme dans les autres Planetes, & par cette même raiſon cela ſera toûjours très-difficile à déterminer.*

Après avoir rapporté ce diſcours, tel qu'il eſt inſéré dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre de l'année 1667, avec quelques corrections écrites de la main de mon Pere, tirées d'un manuſcrit, qui n'y changent rien d'eſſentiel; j'ai cru devoir examiner quel doit être le mouvement de Venus autour de ſon axe, qui réſulte de ces obſervations.

On conſidérera pour cet effet, que le 20 Avril 1667, un quart d'heure avant le lever du Soleil, mon Pere apperçut ſur le diſque de Venus, une Tache ou partie luiſante, éloignée de la corne méridionale, d'un peu plus de la quatriéme partie du diametre de cette Planete, comme elle eſt marquée *(Fig. 57.)*

Le lendemain au lever du Soleil *(Voy. Fig. 59.)* cette Tache étoit distante de la corne méridionale, de la quatriéme partie du diametre de Venus, & elle en parut éloignée de deux cinquiémes, lorsque le Soleil fut à la hauteur de 4 degrés *(Voy. Fig. 60.)* où il se trouva 24 minutes après son lever. Cette Tache, depuis le lever du Soleil du 21 Avril, qui a dû arriver ce jour-là à Bologne à $5^h 15'$, jusqu'à $5^h 39'$, est donc parvenuë au même lieu du disque de Venus, où elle étoit le jour précédent, un quart d'heure avant le lever du Soleil, c'est-à-dire, à $5^h 2'$; elle a donc employé un peu plus de 24 heures à achever une révolution entiére.

Par l'observation faite le 20 Avril au lever du Soleil, la Tache étoit éloignée de la corne méridionale de Venus, de la troisiéme partie du diametre de cette Planete. Le lendemain au lever du Soleil, qui a dû avancer de 2 minutes sur celui du jour précédent, elle en étoit éloignée de la quatriéme partie du diametre. Elle n'avoit donc pas achevé une révolution entiére dans l'espace de $23^h 58'$, & il s'en manquoit un arc qui répond à un douziéme du diametre de Venus; d'où il suit qu'elle a employé plus de 24 heures à faire sa révolution.

Par l'observation du 21 Avril, faite lorsque le Soleil étoit élevé de $6^d 10'$ sur l'horison, la Tache avoit passé le centre de Venus, c'étoit environ 36 minutes après le lever du Soleil, qui arriva à $5^h 15'$; ainsi depuis le lever du Soleil du jour précédent, qui étoit à $5^h 17'$, jusqu'à $5^h 51'$ du jour suivant, la Tache avoit fait une révolution entiére plus un arc qui répond à la sixiéme partie du diametre, c'est-à-dire, d'environ 20 degrés; ce qui donne sa révolution de $23^h 15'$, & c'est apparemment par la comparaison de ces derniéres observations, que mon Pere a jugé que Venus acheve sa révolution autour de son axe, en moins d'un jour, ayant préféré ces observations aux autres, à cause que lorsque les Taches sont plus près du centre d'une Planete, leur mouvement apparent est plus vîte, & leur situation se détermine avec plus d'évidence, que lorsqu'elles en sont plus éloignées.

Depuis cette observation, mon Pere n'a plus apperçû dans Venus, de Taches assés distinctes pour pouvoir confirmer la période de la révolution de Venus autour de son axe, telle qu'il l'avoit supposée; ce qui lui a fait dire dans un Abbrégé manuscrit d'Astronomie, que *cette Planete a des Taches obſcures, mais fort foibles & confuſes, de ſorte qu'on ne ſçauroit marquer préciſément leur terme: c'eſt pourquoi,* adjoûte-t-il, *ce ſeroit envain qu'on tâcheroit de déterminer par ce moyen, s'il y a du mouvement.*

Cependant en l'année 1726, M. Bianchini, Prélat domeſtique du Pape, & de cette Académie, ayant obſervé à Rome la Planete de Venus avec des Verres de Campani, depuis 70 juſqu'à 100 palmes Romaines de foyer, y découvrit le 9 Février, diverſes Taches qu'il continua d'obſerver dans la ſuite, telles qu'elles ſont repréſentées dans les Planches 1, 2 & 3 de ſon Livre intitulé *Heſperi & Phoſphori nova Phenomena,* où l'on voit *(Fig. 66.)* que le 9 Février il y avoit deux Taches dans le diſque de Venus, terminées par la ſection qui ſéparoit ſa partie éclairée du Soleil, d'avec celle qui étoit obſcure, dont l'une qui étoit vers la partie ſeptentrionale étoit fort petite, en forme de ſegment de cercle, & la ſeconde qui étoit vers la partie méridionale étoit beaucoup plus groſſe, ayant auſſi une figure ſphérique.

Le 14 Février, la groſſe Tache ne paroiſſoit plus, & il crut reconnoître la petite, qu'il trouva alors avancée vers la partie méridionale de Venus, étant accompagnée de deux autres Taches vers le Septentrion.

Deux jours après, c'eſt-à-dire, le 16 Février, il crut voir les mêmes Taches, quoique ſous une forme un peu différente, qui s'étoient avancées du Nord vers le Midi. Le 18, la Tache méridionale avoit diſparu, les deux autres s'étoient avancées vers le Midi, & il en paroiſſoit une nouvelle vers le Nord. Le 20, les trois mêmes Taches parurent plus avancées vers le Midi. Le 24, les deux plus méridionales de ces Taches avoient diſparu, celle qui étoit vers le Nord s'étoit avancée vers le Sud, & on en vit deux nouvelles vers le Septentrion. Ces trois Taches parurent le 26, un peu plus méridionales. Enfin le 5 Mars, 24 jours après la premiére obſervation, M. Bianchini crut appercevoir les deux mêmes Taches qu'il avoit découvertes le 9 Février, dans la même ſituation où elles étoient alors, quoique beaucoup moins grandes, comme elles le devoient être en effet, à cauſe que Venus étoit beaucoup plus en croiſſant que le 9 Février, de ſorte que ſa partie obſcure en interceptoit une portion conſidérable.

Sur ces obſervations & diverſes autres faites aux mois ſuivants de Mai & Juin 1726, Juillet, Août & Septembre 1727, & 7 Janvier 1728, il conclud que la révolution de Venus autour de ſon axe, n'étoit point de 23 heures, comme il ſembloit que mon Pere l'avoit déterminée, mais de 24 jours & 8 heures, du Septentrion vers le Midi, dans la partie inférieure du diſque de Venus qui nous eſt expoſée, & du Midi vers le Septentrion dans la partie ſupérieure.

Il trouva que le Pole boréal de cette révolution répondoit au 20.^{me} degré d'*Aquarius*, & étoit élevé de 15 degrés ſur le plan de l'Ecliptique, ſon axe conſervant le parallèliſme dans tout le cours de cette Planete autour du Soleil.

Pour appuyer ſon ſentiment ſur le temps de la durée de la révolution de Venus autour de ſon axe, M. Bianchini rapporte l'obſervation qu'il a faite de cette Planete le 26 Février 1726, par un temps fort ſerein, avec un Verre de Campani, de 88 palmes.

Cette obſervation fut faite en préſence de pluſieurs perſonnes, qui reconnoiſſoient avec lui les Taches qu'il décrivoit. Ayant donc dreſſé la Lunette à Venus vers le coucher du Soleil, à $5^h\ 25'$, il l'obſerva pendant l'eſpace de près d'une heure, juſqu'à $6^h\ 15'$, qu'il fut obligé de diſcontinuer ſon obſervation, parce que Venus fut cachée par le Palais Barberin.

Trois heures après le temps du milieu de la premiére obſervation, c'eſt-à-dire, à $8^h\ 40'$, on pouvoit voir commodément Venus, du dedans de ce Palais, & l'obſervation ne ſe faiſoit plus à l'air, mais à couvert. Ayant donc placé le même Verre de 88 palmes, avec ſon ſupport, près des fenêtres de ce Palais, il obſerva Venus juſqu'à 9 heures, & trouva les Taches dans la même ſituation où il les avoit vûes à $5^h\ 30'$, de ſorte que comparant la figure du diſque deſſinée à $5^h\ 45'$, avec celle qui paroiſſoit depuis $8^h\ 30'$ juſqu'à 9 heures, on ne put s'appercevoir de preſque aucun changement dans la ſituation des Taches.

Il y auroit donc eu, remarque-t-il, *pendant trois heures, plus de la huitiéme partie d'une révolution entiére, ſi elle s'achevoit en 23 heures; d'où il auroit ſuivi que la Tache qui occupoit le centre de Venus à $5^h\ 25'$, auroit dû en être éloignée à $8^h\ 45'$ vers la corne méridionale, d'un arc d'environ 50 degrés, & paroître au de-là de la Tache méridionale,* *qui auroit presque disparu; & au contraire la Tache septentrionale auroit dû se trouver vers le milieu de Venus; de sorte que les trois Taches qui à 5h 45' étoient distribuées également dans le disque de Venus, auroient dû être apperçûes dans la partie méridionale, & il n'en seroit resté aucune dans la partie septentrionale, supposé que la révolution entiére fût de 23 heures.*

Or tous ceux, adjoûte-t-il, *qui avec nous, ont observé avec le Verre de 88 palmes, la Planete de Venus, depuis 8h 30' jusqu'à 9 heures, ont vû évidemment que la grosse Tache occupoit environ le milieu de la Phase qui étoit en croissant, & qu'il y avoit à peu-près la même quantité de parties du Micrometre entre le sommet de la Tache méridionale & la corne supérieure, qu'entre le sommet de la Tache septentrionale & la corne inférieure, de même qu'elle avoit été observée à 5h 30'. Il est donc nécessaire,* continuë-t-il, *de reconnoître que dans cet espace de 3 heures, les Taches de Venus ne se sont pas avancées dans leur parallele, plus de 2 degrés de la circonférence de cette Planete, & que l'arc de la progression diurne qui en 24 heures, est d'environ 15 degrés, n'a pas pu dans l'espace de 3 heures, faire un changement sensible, au lieu que l'on en auroit apperçû un considérable, dans la supposition que la révolution s'acheve en 23 heures, puisque dans l'espace de 3 heures, il y auroit eu un mouvement de 47 degrés.*

Il est donc, dit-il, *évident par les observations des 14, 16, 19 & 20 de Février, que la quantité du progrès diurne des Taches est telle qu'elles achevent le quart d'une révolution dans l'espace de 6 jours, comme on peut le voir en comparant ensemble les figures des Taches dans chacune de ces observations, & que la révolution entiére est de 24 jours & un peu plus, comme on le reconnoît par l'observation du 9 Février, comparée avec celle qui a été faite le 5 Mars après l'intervalle de 24 jours, où les Taches parurent revenir sur le disque de Venus, presque au même lieu où elles avoient été apperçûes d'abord.*

Comme M. Bianchini se fonde principalement sur cette observation du 26 Février, pour combattre la révolution de Venus autour de son axe, que mon Pere avoit jugée de 23 heures ou environ; j'ai cru qu'il étoit nécessaire d'en examiner toutes les circonstances.

Je conviens d'abord des observations que M. Bianchini a rapportées telles qu'il les a décrites, & je rends toute la justice qui est dûe à l'exactitude & à la pénétration de cet habile Astronome.

Je ſuppoſe même avec lui, qu'à $5^h\ 45'$, il a paru trois Taches dans le diſque de Venus, telles qu'elles ſont marquées dans la figure pour le 26 Février, & que trois heures après, on en a vû auſſi trois à peu-près de la même figure & dans la même ſituation ſur ce diſque. Mais il faut remarquer que ſelon lui, ſon obſervation a été interrompuë depuis $6^h\ 15'$ juſqu'à $8^h\ 40'$, par des édifices qui empêchoient de voir Venus, & que dans cet intervalle, qui eſt de près de $2^h\ 30'$, il n'a pû obſerver les Taches, ni par conſéquent le mouvement qu'elles ont pû avoir.

Comme dans l'hypothéſe de la révolution de Venus en 23 heur. les Taches ont dû dans l'eſpace de 3 heures qui ſe ſont écoulées entre la deſcription des Taches, avoir un mouvement de 47 degrés, comme M. Bianchini en convient; il ſe peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces Taches, qui étoit alors du Nord vers le Sud, la Tache *E (Fig. 67.)* qui étoit dans la partie méridionale de Venus, ſe ſoit approchée de la corne inférieure où elle a ceſſé de paroître, pendant que la Tache *F,* qui étoit au centre a pris ſa place, & que celle qui étoit en *G,* dans la partie ſeptentrionale, étant parvenuë au centre en *F,* il ait reparu une nouvelle Tache dans la partie ſeptentrionale au point *G;* de ſorte qu'à $8^h\ 45'$, temps de la ſeconde obſervation, on ait vû trois Taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes, & de la même figure qu'à $5^h\ 45'$. Car la Tache qui étoit au milieu, étant parvenuë en *E,* a dû par la raiſon d'Optique, diminuer de largeur, & paroître à peu-près ſemblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raiſon la Tache *G,* qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela ſe peut voir aiſément par l'inſpection de la figure de M. Bianchini, où ayant tiré par le centre de chaque Tache, des lignes perpendiculaires à la ſection de Venus juſqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entr'elles un arc d'environ 45 degrés, & que le milieu de la Tache méridionale a dû être ſorti de Venus dans l'eſpace de 3 heures, ſuppoſant ſa révolution de 23 heures, pendant que la Tache *F* a ſuccedé à la Tache *E,* & la Tache *G* à la Tache *F.* A l'égard de la nouvelle Tache, que nous ſuppoſons être ſurvenuë à la place de la Tache *G,* il y a tout lieu d'admettre cette ſuppoſition, ſi l'on conſidére les figures de M. Bianchini, où l'on voit qu'en divers jours, plusieurs Taches de la même forme se sont succedées les unes aux autres, & qu'il y en a eu une qui a dû paroître dans le disque de Venus, immédiatement après la Tache *G*, quoiqu'à une distance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'observation du 26 Février de l'année 1726, ne prouve donc rien de décisif, comme l'a cru M. Bianchini, contre la révolution de Venus autour de son axe, qui avoit été trouvée de 23 heures.

Mais quand même on auroit de la peine à admettre l'explication que je viens de proposer, qui concilie les observations de Venus, rapportées par M. Bianchini, avec celles qui ont été faites par mon Pere, du moins pourroit-on opposer aux observations de l'année 1726, celles de l'année 1667, qui paroissent du moins aussi évidentes : car dans tout le discours qui y est rapporté, mon Pere ne parle qu'avec une extrême réserve sur les phénomenes qu'il a apperçus dans Venus, & sur la durée de sa révolution, n'osant pas même assûrer positivement, si c'est révolution ou libration sur son axe. Mais pour ce qui est du mouvement, il prononce qu'il a eu beaucoup de satisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, comme il résulte non pas d'une seule observation, mais de plusieurs faites en des jours différents.

Il est à remarquer que le mouvement des Taches observées en 1667, a été du Midi vers le Septentrion, au lieu que celui que M. Bianchini y a observé en 1726 dans ses premiéres observations, depuis le 9 Février jusqu'au 5 Mars, y est directement opposé. Mais on peut rendre aisément raison de cette contradiction qui n'est qu'apparente : car le 20 Avril 1667, le lieu de Venus étoit au 14.me degré du Sagittaire, éloigné seulement de 2 signes & 6 degrés du Pole boréal de sa révolution, qui a été déterminé par M. Bianchini, à 10 degrés du Verseau, d'où l'on trouve que ce Pole étoit hors de l'hémisphere exposé au Soleil, & dans la partie obscure de Venus qu'elle nous présentoit ; au lieu que le 9 Février 1726, le lieu de Venus étoit au 17.me degré de l'Ecrevisse, éloigné de 7 signes 3 degrés du Pole boréal qui se trouvoit alors dans l'hémisphere de cette Planete exposé au Soleil, & dans la partie de Venus qui nous est cachée ; d'où il suit que le mouvement des Taches, des Taches, qui a paru au mois d'Avril de l'année 1667, du Midi vers le Septentrion, dans la partie de Venus qui étoit alors exposée à la Terre, devoit paroître par les obſervations du mois de Février 1726, du Nord vers le Sud, tel qu'il réſulte des obſervations de M. Bianchini.

Voilà donc la direction du mouvement de Venus autour de ſon axe, bien établie du Nord vers le Sud dans la partie ſupérieure de ſon diſque, par les obſervations de ces deux Aſtronomes, ce qui méritoit d'être confirmé, cette direction étant ſi différente de celle qui s'obſerve dans la révolution des autres Planetes autour de leur axe. Il reſte préſentement à examiner ſi l'on peut concilier auſſi-bien la quantité du mouvement que mon Pere y a obſervé, avec celle qui réſulte des obſervations de M. Bianchini.

On remarquera pour cet effet, que la Tache qui, dans l'obſervation du 14 Février 1726, étoit vers le bord ſeptentrional de Venus, s'eſt avancée vers le Midi les jours ſuivants, ayant paru dans le diſque de cette Planete depuis le 14 juſqu'au 20 Février, jour auquel elle avoit paſſé au de-là du milieu en s'approchant de la corne méridionale; d'où M. Bianchini a conclu qu'ayant fait environ 90 degrés en 6 jours, le mouvement de ces Taches a été d'environ 15 degrés par jour. Je conviens avec lui de ces obſervations, & je m'en ſers également bien pour prouver que la révolution de Venus autour de ſon axe, n'eſt que de 23 heures ou environ: car le mouvement apparent de cette Tache devant être alors du Nord vers le Sud, il ſuit que ſuppoſant ſa révolution de 23 heures, elle a dû parcourir dans l'eſpace de 24 heures tout le globe entier de Venus plus environ 15 degrés du Nord vers le Sud; & qu'ainſi dans l'eſpace de 6 jours, elle a dû achever 6 révolutions entiéres plus environ 90 degrés, dont elle s'eſt avancée du Nord vers le Sud, conformément à l'apparence.

Suppoſant donc que les Taches qui avoient paru dans Venus le 9 Février, ſoient revenuës le 5 Mars, après 24 jours & 8 heures, au même lieu où on avoit commencé à les appercevoir, on trouvera que dans cet intervalle, il y a eu 25 révolutions entiéres, ce qui donne la durée de chacune de $23^h\ 22'$, peu différente de celle que nous avons déduite de l'obſervation du 20 Avril 1667, faite lorſque la Tache étoit à un tiers du diametre de Venus,

Vuu

comparée à celle du jour ſuivant, où la même Tache avoit paſſé un peu au de-là du centre de cette Planete. Ainſi bien loin que les obſervations de M. Bianchini ſoient contraires à celles que mon Pere avoit faites en 1667, elles ſemblent les confirmer, & concourir enſemble pour établir la révolution de Venus autour de ſon axe, de 23 heures ou environ.

Il me reſte à réſoudre quelques difficultés que le P. Briga, de la Compagnie de Jeſus, Profeſſeur de Mathématiques dans le College de Florence, a propoſées ſur les obſervations de mon Pere, dans une lettre qu'il a écrite à M. Bianchini, qui l'a fait imprimer dans ſon ouvrage.

Il remarque d'abord que dans la premiére obſervation de 1666, Venus étoit convexe de part & d'autre, qui eſt la phaſe que cette Planete doit nous préſenter depuis ſa Conjonction ſupérieure juſqu'à ſa Quadrature, & que dans les autres obſervations où elle a été vûe après le lever du Soleil, cette Planete étoit vers ſa plus grande digreſſion ; c'eſt pourquoi il s'étonne que dans une ſi grande diſtance où Venus étoit de la Terre dans le premier cas, & qu'après le lever du Soleil dans le ſecond cas, on ait pu voir de vrayes Taches dans Venus.

Il auroit dû à plus forte raiſon être ſurpris de ce que M. Bianchini a vû des Taches obſcures dans Venus, depuis le 7 Juillet juſqu'au 6 Août 1727, dans le temps que cette Planete avoit à peu-près la même figure qu'en 1666, lorſqu'elle a été obſervée par mon Pere : car les Taches qui ſont obſcures, telles que M. Bianchini les a dépeintes, ſe doivent voir avec bien plus de difficulté que les Taches claires, comme il eſt aiſé de s'en appercevoir dans la Lune, dont les parties claires ſe diſtinguent en plein jour avec aſſés d'évidence, pendant que les parties obſcures, telles que les Mers, diſparoiſſent ; & c'eſt par cette raiſon qu'on a pu diſcerner même après le lever du Soleil, ces Taches claires dans Venus, ce qui ne devroit pas paroître ſurprenant au P. Briga, s'il avoit fait attention qu'à cauſe de la grande clarté de cette Planete, on la diſtingue ſouvent en plein jour à la vûe ſimple, même dans le temps où la lumiére du Soleil eſt la plus vive.

Si l'on dit, adjoûte-t-il, *que ce ſont de vrayes Taches dans le corps de la Planete, l'inclinaiſon que l'on a vûe une ſeule fois dans ſon* *mouvement, peut être seulement apparente, car le parallelisme des axes est un secret de la véritable Astronomie, qu'il n'est pas si surprenant qu'il ait été inconnu aux Astronomes Grecs, que de n'être point mis en usage par tous les modernes.*

J'avouë que je ne comprends pas la force de cette objection, ni si ç'en est une; car puisque les Poles de Venus sont dirigés aux mêmes points du Ciel, il s'ensuit que par le mouvement de cette Planete autour du Soleil, ces Poles changent de situation apparente, tant à l'égard de l'hémisphere de Venus exposé au Soleil, que par rapport à la face qu'elle présente à la Terre; d'où il résulte une variation dans la direction des Taches observées après un intervalle de quelques jours, ce qui est apparemment la cause que la Tache claire dont le mouvement fut observé le 21 Avril 1667, du Sud vers le Nord avec quelque inclinaison, parut le 9 Mai, se faire exactement dans le même sens, sans aucune inclinaison.

Puisque donc, continue le P. Briga, *la figure des Taches est si différente de celles qui sont représentées sur le globe de M. Bianchini; qu'elles ont paru à M. Cassini avoir en très-peu de temps une grande variété, que l'on ne pouvoit attribuer, selon lui, à une cause optique; qu'ayant été cherchées pendant près de 60 ans, on ne les a point vûes, ni aucune qui leur fût semblable, cette partie si reluisante s'étant évanouie; qu'elles ont été observées, même après le lever du Soleil, lorsque Venus étoit à une grande distance de la Terre; que le mouvement de révolution du Midi vers le Septentrion dans l'hémisphere qui nous est visible, est trop différent du mouvement du centre en longitude; je suis porté à soupçonner que ces phénomenes n'étoient pas réellement dans la surface de Venus, mais ou dans son atmosphere ou dans l'éther qui étoit entre la Planete & l'œil*, dont il prétend qu'il ne manque pas d'exemples.

Il rapporte pour cet effet l'apparence d'une Tache obscure vûe par Mæstlin en 1605, dans le temps d'une Eclipse de Lune qui occupoit près de la quatriéme partie du disque de cette Planete: Qu'en 1629, on vit à Lisbone pendant deux jours, au commencement de Janvier, une Etoile qui étoit adhérente à la corne australe de la Lune: Que pour s'écarter moins de son exemple, en 1645, Fontana apperçut un ou deux globes obscurs, ou de couleur rougeâtre, tantôt au dedans, tantôt au dehors de Venus, ce qui fit douter si c'étoit un Satellite de cette Planete, ou un météore dans ſon atmoſphere, ou quelque corps opaque entre l'œil & Venus; ce que d'autres attribuérent à des taches qui étoient dans les Verres dont cet Aſtronome s'eſt ſervi, ce qu'il ne peut pas cependant ſoupçonner: Enfin que mon Pere lui-même a vû en 1672 & 1686, avec une Lunette de 34 pieds, près de Venus, un petit globe lumineux, dont la phaſe étoit ſemblable à celle de cette Planete, & qui n'en étoit éloigné que de trois cinquiémes de ſon diametre, ce qui lui fait juger qu'il n'eſt pas vraiſemblable que ce phénomene fût dans l'atmoſphere de cette Planete, puiſqu'il ſeroit difficile de croire qu'il fût élevé à une ſi grande hauteur, & encore moins que ce fût un Satellite, puiſqu'on n'auroit pas manqué à l'appercevoir depuis ce temps; & qu'ainſi il eſt plus croyable que la matiére fluide céleſte qui étoit entre Venus & l'œil de l'obſervateur, étoit devenuë alors aſſés denſe pour pouvoir réfléchir quelque lumiére, quoiqu'il ſuffiſe pour cela que quelques parties de différente rareté ſe mêlent enſemble, comme on le voit dans l'écume blanche qui eſt compoſée d'air diaphane & d'eau claire.

Si donc, continuë le P. Briga, *à cauſe des raiſons que l'on vient d'inſinuer, on pouvoit faire les mêmes conjectures ſur les Taches vûes dans Venus par M. Caſſini, l'honneur de la découverte ſeroit dûe à celui qui pourroit prouver le premier, qu'il a vû dans Venus, des Taches véritables.*

Je ne ſçais ſi l'on admettra aiſément cette cauſe phyſique des apparences, rapportée par le P. Briga; mais quoi qu'il en ſoit, il ſuffit de répondre qu'elles ſont fort différentes de celles que mon Pere a remarquées dans Venus, où il a obſervé en différents jours & à différentes heures du même jour, une partie claire dans Venus, qui avoit un mouvement évident du Midi vers le Septentrion; & qu'ainſi on ne peut pas attribuer cette apparence à la denſité de l'éther, qui auroit dû avoir deux mouvements, l'un par lequel elle auroit ſuivi Venus de l'Orient vers l'Occident, & l'autre qui l'auroit fait élever du Midi vers le Septentrion.

Pour ce qui regarde le mouvement de cette Tache, du Midi vers le Septentrion, que le P. Briga trouve fort différent du centre en longitude, il auroit dû propoſer la même objection contre le mouvement des Taches apperçûes par M. Bianchini, du Septentrion vers le Midi, & que nous avons prouvé être réellement du même ſens que celui qu'on avoit obſervé en 1667. La différence qui ſe trouve entre la Tache obſervée en 1667, & celles qui ont été apperçûes en 1726, dont la premiére étoit claire & les autres obſcures, ne forme aucune objection difficile à réſoudre, puiſqu'il n'y a qu'à ſuppoſer qu'il y a dans la Planete de Venus, de même que dans la Lune, deux ſortes de Taches dont les unes ſont claires, telles que Tycho, Helicon, &c. & d'autres obſcures, comme Grimaldi, Plato, & ce qu'on appelle *Mers* dans cette Planete. Quant à l'objection fondée ſur ce que cette partie claire, ni aucune autre ſemblable, n'a pas été apperçûe depuis l'année 1667, même par des Lunettes très-longues, quelqu'attention qu'on y ait faite; il eſt aiſé de répondre qu'il y a dans Venus, de même que dans Jupiter, des Taches permanentes, ou du moins de longue durée, comme les bandes qu'on y obſerve, & d'autres qui ſont paſſageres & de moindre durée, telles que les Taches par le ſecours deſquelles mon Pere a découvert la révolution de cette Planete autour de ſon axe; & qu'ainſi il n'eſt pas ſurprenant que la Tache claire qui a été apperçûe en 1666, ſe ſoit diſſipée entiérement, ſans avoir reparu depuis ce temps-là, d'autant plus que l'on n'a pas toûjours d'occaſion favorable d'obſerver cette Planete, qui n'eſt que rarement dégagée des vapeurs.

De ce que nous venons de rapporter, il réſulte que ſi l'on ſuppoſe la révolution de Venus autour de ſon axe, de $23^h\ 20'$, on repréſente également bien les obſervations de M. Bianchini, & celles de mon Pere; & que ſi on ſoûtient qu'elle ne s'acheve qu'en 24 jours, comme l'a prétendu M. Bianchini, il faut entiérement rejetter celles de mon Pere, comme n'étant qu'une apparence trompeuſe. Nous avons d'abord fait voir que la principale obſervation ſur laquelle M. Bianchini s'eſt fondé, ne concluoit rien contre la période de cette révolution en 23 heures & 20 minutes; & nous avons jugé devoir enſuite répondre aux objections qui ont été propoſées pour inſinuer que ces apparences étoient trompeuſes.

Nous avons donc cru qu'en attendant qu'on eût des obſervations plus déciſives ſur la période de la révolution de Venus, nous étions bien fondés à ſoûtenir qu'elle s'acheve en $23^h\ 20'$, à peu-près de même qu'elle a été établie par mon Pere, & conformément au ſentiment de preſque tous les Aſtronomes & les Phyſiciens qui l'ont ſuivi.

Par ce moyen la révolution de Venus, qui eſt plus proche du Soleil que la Terre, ſe trouvera plus petite que celle de la Terre, qui eſt de $23^h\ 56'$, de même que celle de la Terre eſt plus petite que celle de Mars, que l'on a trouvée de $24^h\ 40'$, qui eſt plus éloignée du Soleil.

Il eſt vrai qu'on ſeroit mal fondé de vouloir ſuppoſer que plus les Planetes ſont éloignées du Soleil, plus elles employent de temps à achever leur révolution autour de leur axe, puiſque celle de Jupiter s'acheve en moins de 10 heures. Mais ſi cette révolution de Jupiter cauſe quelque difficulté à être expliquée phyſiquement, il y en auroit encore peut-être une plus grande à donner la raiſon par laquelle la révolution de Venus ne s'acheve qu'en 24 jours : & comme, toutes choſes égales, il ſemble qu'on doive choiſir la période qui paroît s'accorder le mieux aux hypotheſes phyſiques ; à plus forte raiſon doit-on donner la préférence à celle qui, outre cela, a l'avantage de repréſenter également bien toutes les obſervations faites par ces deux Aſtronomes.

Pour nous, après avoir été averti par M. Bianchini, des obſervations qu'il avoit faites à Rome ſur la Planete de Venus, nous avons eſſayé ſi on pourroit appercevoir les mêmes Taches en ce païs-ci. On a pour cet effet fait dreſſer à l'Obſervatoire, un grand mât de 60 pieds de longueur, en forme d'une poutre quarrée, depuis 11 juſqu'à 14 pouces d'épaiſſeur, où l'on avoit pratiqué des rainures dans les faces oppoſées ſur toute leur longueur. On avoit conſtruit pour ſupporter l'objectif, & l'élever à la hauteur convenable, une cage ou lanterne de fer, qui embraſſoit ce mât, avec des roulettes de cuivre qui entroient dans les rainures du mât, pour élever plus commodément le Verre avec ſon ſupport, & l'aſſujettir de maniére qu'il n'eût aucun mouvement ſenſible.

Dans cet état, nous avons obſervé Venus un grand nombre de fois, avec une grande facilité, y employant d'abord un Verre de 114 pieds de foyer, fait par Hartſoëker, qui étoit un des meilleurs qu'il eût travaillé, & enſuite un objectif de Campani, de 120 palmes romaines, ou 82 pieds de Roy, eſſayé par M. Bianchini, qui l'avoit jugé excellent, comme il l'eſt en effet, &

qui appartient à M. d'Ons-en-Bray. Cependant avec toutes ces précautions, il ne nous a jamais réussi à feu M. Maraldi, ni à moi, de voir aucune Tache distincte dans Venus, par un grand nombre d'observations faites le soir en 1729, dans les temps les plus favorables, soit que celles qui avoient été remarquées par M. Bianchini les années précédentes, eussent disparu, soit que l'air ne fut pas assés serein en ce païs-ci, pour pouvoir les appercevoir distinctement, ce qui peut être la cause de ce que mon Pere, qui avoit apperçû en Italie, quelques Taches dans Venus, ne les a jamais pû découvrir ici, même avec de plus longues Lunettes. Nous avons seulement remarqué que la partie la plus proche de la section étoit plus obscure que celle qui étoit vers les bords, ce qui nous faisoit soupçonner qu'il y avoit des Taches. Cependant comme cette apparence peut provenir de ce que la partie la plus proche de la section est moins éclairée du Soleil par ses rayons qui y tombent plus obliquement que vers les bords; nous n'avons pas cru pouvoir y asseoir de jugement certain, jusqu'à ce que nous ayons d'autres observations, sur l'évidence desquelles on puisse compter, & que nous continuërons de faire lorsque l'occasion s'en présentera.

CHAPITRE II.

Des Mouvements de Venus.

APRÈS avoir considéré les mouvements des Planetes supérieures qui sont plus éloignées du Soleil que la Terre, & qui, dans leurs révolutions apparentes, passent toûjours au de-là de cet Astre; il faut présentement examiner la théorie des Planetes inférieures qui sont plus près du Soleil que la Terre, & qui, dans le cours d'une de leurs révolutions à l'égard de la Terre, passent une fois entr'elle & le Soleil, ce qu'on nomme *Conjonction inférieure*, & une fois au de-là du Soleil, ce qu'on appelle *Conjonction supérieure*, auquel cas cet Astre est placé entr'elles & la Terre.

On a déja remarqué dans les Planetes supérieures, que le temps le plus favorable pour déterminer les éléments de leur théorie, étoit celui de leurs Oppositions avec le Soleil, parce qu'alors leur vrai lieu vû de la Terre, est précisément le même que leur vrai lieu vû du Soleil.

Il en eſt de même des Planetes inférieures dans leurs Conjonctions ſupérieures ou inférieures, où leur vrai lieu vû de la Terre, eſt le même que leur vrai lieu vû du Soleil, ou en eſt éloigné exactement de 6 ſignes; mais au lieu que les Planetes ſupérieures, dans le temps de leurs Oppoſitions, paroiſſent ſur l'horiſon immédiatement après le coucher du Soleil, & paſſent vers le minuit par le Méridien, qui eſt le temps le plus propre pour déterminer exactement leur ſituation, les Conjonctions des Planetes inférieures ne peuvent s'obſerver que de jour, & en préſence du Soleil, dont elles ne ſont éloignées que de leur différence en latitude.

Auſſi avant la découverte des Lunettes, aucun Aſtronome ne les a apperçûes dans leurs Conjonctions avec le Soleil, & même depuis cette découverte juſqu'à préſent, les obſervations en ont été très-rares, comme on le verra dans la ſuite.

Pour ſuppléer à ces obſervations, les Aſtronomes anciens ont obſervé le temps & le lieu de leurs plus grandes digreſſions à l'égard du Soleil, ce qui leur a fourni un moyen pour déterminer le vrai lieu de ces Planetes vû du Soleil, ſur lequel ils ont dreſſé leurs théories.

Pour donner une idée de cette méthode, ſoit dans les deux Syſtemes de Tycho & de Copernic, *T (Figg. 68 & 69.)* la Terre, *C* le Soleil, *TA* & *TB* deux tangentes tirées de la Terre à l'Orbe *ADB* de Venus ſuppoſée circulaire, *CA* & *CB* deux lignes perpendiculaires tirées du Soleil en *C* ſur *TA* & *TB*, qui les rencontrent aux points *A* & *B*. Il eſt évident que Venus ſera en *A* dans ſa plus grande digreſſion occidentale, & en *B* dans ſa plus grande digreſſion orientale, & qu'ayant déterminé alors le vrai lieu de Venus par rapport au Zodiaque, le vrai lieu de cette Planete vû du Soleil en *A* ou en *B*, en ſera éloigné préciſément de 90 degrés ou 3 ſignes, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de Venus vû de la Terre lorſqu'elle eſt en *B*, plus orientale que le Soleil, & qu'on l'apperçoit le ſoir; & qu'il faut retrancher au contraire du lieu de Venus lorſqu'elle eſt en *A*, plus occidentale que le Soleil, & qu'on l'apperçoit le matin.

Cette méthode eſt géométrique, dans la ſuppoſition que l'Orbe de Venus ſoit circulaire, & que le Soleil ſoit placé dans le centre de cet Orbe: car ſi l'on ſuppoſe qu'elle ſoit excentrique au Soleil, dont le centre ſoit par exemple en *S*, l'angle *TGA*, qui meſure le complément de l'angle *STA*, diſtance de Venus au Soleil, vûe de la Terre dans ſa plus grande digreſſion, différe de l'angle *TSA*, diſtance de Venus à la Terre, vûe du Soleil, d'une quantité qui eſt meſurée par l'angle *SAC*, & qui eſt plus ou moins grande ſuivant les différentes ſituations de Venus à l'égard du centre *C* de ſon Orbe.

Cette différence eſt nulle dans le cas où le centre de cet Orbe ſe rencontre ſur la ligne *BS*, tirée de Venus au Soleil, lorſque cette Planete eſt en *E* ou en *B*, dans ſon Aphélie ou ſon Périhélie; & elle eſt au contraire la plus grande qui ſoit poſſible, lorſque la Planete eſt en *A* dans ſes moyennes diſtances, où elle eſt meſurée par la moitié de ſa plus grande Equation qui, dans Venus, eſt de 24 minutes ou environ.

Si, au lieu de ſuppoſer l'Orbe de Venus circulaire & excentrique au Soleil, on lui attribue une figure elliptique, de même qu'aux autres Planetes, alors le vrai lieu de Venus vû du Soleil à l'égard de la Terre, ne ſera le complément de ſa diſtance au Soleil, obſervée de la Terre dans ſes plus grandes digreſſions, que dans les cas ſeuls où Venus ſe trouve dans ſon Aphélie & dans ſon Périhélie. Dans les autres ſituations, le vrai lieu de Venus vû du Soleil en différera d'une quantité qui ſera égale à la moitié de ſa premiére Equation; car on ſçait par la propriété de l'Ellipſe, que ſi l'on mene à la tangente *TA*, une perpendiculaire *AC*, elle coupe en deux parties égales, l'angle *FAS*, compris entre les lignes *AS*, *AF*, tirées du point *A* aux deux foyers, qui meſure la premiére Equation des Planetes dans l'hypotheſe elliptique.

Il ſeroit donc néceſſaire, pour faire uſage de cette méthode, indépendamment d'aucune hypotheſe, de connoître les temps où cette Planete étant dans ſon Aphélie ou dans ſon Périhélie, ſe trouve en même temps dans ſes plus grandes digreſſions, ce que l'on peut déterminer avec aſſés d'évidence, en obſervant les digreſſions où elle paroît la plus éloignée ou la plus près du Soleil, eu égard à la diſtance du Soleil à la Terre, qui eſt variable, & connuë aſſés exactement; car alors il eſt certain que la Planete ſe trouve dans ſon Aphélie ou dans ſon Périhélie.

Mais ſi l'on peut par ce moyen, ſurmonter toutes les difficultés qui ſe rencontrent dans cette méthode, eu égard à la préciſion géométrique, il s'en trouve une inévitable par l'impoſſibilité qu'il y a de faire ces ſortes d'obſervations avec la préciſion requiſe, l'erreur d'une minute dans la diſtance obſervée de Venus au Soleil, en cauſant une de plus d'un degré dans ſon vrai lieu vû du Soleil.

Pour en reconnoître la quantité, ſoit l'angle *BTS* (*Fig. 68.*) obſervé de 45 degr. dans le temps d'une des plus grandes digreſſions de Venus au Soleil. La diſtance *TS* de la Terre au Soleil étant ſuppoſée de 10000, on aura les diſtances *BS* & *BT* de Venus au Soleil & à la Terre, qui, dans ce cas, ſont égales entr'elles, de 7071.

Si, au lieu de 45 degrés, on avoit obſervé l'angle de la plus grande digreſſion, de 44^d 59′, plus petit d'une minute qu'il n'étoit effectivement, ſoit par erreur, ſoit parce que la Planete n'étoit pas préciſément au point *B* où la tangente *TB* touche ſon Orbe, menant du point *T* la ligne *TPO*, qui coupera cet Orbe aux points *P* & *O*; les points *P* & *O* marqueront le lieu de Venus vû du Soleil, qui réſulte de cette détermination, que l'on trouvera, en faiſant, comme *SO* ou *SP*, diſtance de Venus au Soleil, eſt à *TS*, diſtance du Soleil à la Terre, dont le rapport à *SO*, eſt à peu-près comme 10000 à 7071; ainſi le ſinus de l'angle *STO* ou *STP*, de 44^d 59′, eſt au ſinus de l'angle que le Soleil & la Terre font à l'égard de Venus, qui eſt meſuré par l'angle *SOT*, de 88^d 37′ 0″, lorſque cette Planete eſt en *O* au de-là de ſa plus grande digreſſion, & par l'angle *SPT*, de 91^d 23′ 0″, lorſqu'elle eſt en de-çà.

On aura donc dans le premier cas, l'angle *OST*, qui meſure la diſtance de Venus à la Terre, vûe du Soleil, de 46^d 24′, plus grand de 1^d 24′, qu'il n'étoit effectivement au temps de ſa plus grande digreſſion, & dans le ſecond cas, l'angle *TSP*, de 43^d 38′, plus petit de 1^d 22′, avec une différence de l'un à l'autre de 2^d 46′.

Si on continue cette recherche, on trouvera pour 2 minutes d'erreur dans la détermination de la plus grande digreſſion de Venus, une différence de 1^d 58′ entre le vrai lieu de Venus vû du Soleil & celui qui réſulte de cette obſervation, pour 3 minut. 2^d 24′, pour 4 minut. 2^d 46′, & ainſi de ſuite.

Si l'on avoit ſuppoſé au contraire que les digreſſions de Venus euſſent été obſervées plus grandes d'une ou de pluſieurs minutes, qu'elles ne ſont effectivement; alors l'erreur qui en réſulte dans la détermination du vrai lieu de cette Planete vûe du Soleil, n'a plus de meſures certaines, puiſque dans ce cas la ligne *TB* paſſe au de-là de ſon Orbe, ſans la toucher ni couper en aucun endroit.

Il faut cependant conſidérer qu'il peut y avoir des obſervations où l'erreur ne ſe multiplie point dans la proportion que l'on vient de marquer; car ſi l'on a, par exemple, déterminé le vrai lieu d'une Planete dans ſa plus grande digreſſion, par une ſuite d'obſervations faites avant & après qu'elle y ſoit arrivée, & que l'on en ait conclu le vrai temps de cette digreſſion; alors l'erreur qui aura pû ſe gliſſer dans la diſtance de Venus au Soleil, par le défaut des obſervations ou des inſtruments dont on s'eſt ſervi, n'en pourra cauſer qu'une de pareille quantité dans la détermination du vrai lieu de cette Planete vûe du Soleil, puiſque dans ce cas l'angle *TSR*, qui meſure la diſtance apparente de Venus à la Terre, vûe du Soleil, ne différe de l'angle *TSB*, qui meſure ſa diſtance véritable au temps de ſa plus grande digreſſion, que de la quantité de l'angle *RSB*, qui dans l'Orbe de Venus, eſt à peu-près égal à l'angle *RTB*. Cette méthode ſuppoſe que l'on ait trouvé avec une très-grande exactitude, par le progrès de l'augmentation & de la diminution de la diſtance de cette Planete au Soleil, obſervée quelques jours avant & après, le temps de la plus grande digreſſion de Venus à l'égard du Soleil, laquelle ne varie alors que d'une minute de degré par jour, au lieu que l'erreur d'un jour en cauſe une de $1^{d}\ 36'$ dans le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil.

Toutes ces remarques m'ont paru néceſſaires pour faire juger de la préciſion que l'on peut attendre des obſervations anciennes, & faire le choix de celles que l'on doit préférer aux autres. Elles ſeront utiles en même temps pour avertir les Aſtronomes, de l'attention qu'ils doivent avoir dans les obſervations des plus grandes digreſſions des Planetes.

Pour déterminer les éléments de la théorie de Venus, nous avons, de même que dans les autres Planetes, comparé les anciennes obſervations qui en ont été faites, avec les nôtres, nous réſervant cependant le ſoin d'examiner dans la ſuite, ſi la préciſion qui doit résulter de la comparaison des observations fort éloignées entr'elles, dans la détermination des moyens mouvements de Venus, peut compenser le défaut d'exactitude que l'on a sujet d'y soupçonner, par les raisons que nous avons rapportées.

La plus ancienne de ces observations est celle qui est rapportée par Ptolemée *(Almageste, liv. 10. chap. 4.)* & qui est arrivée selon lui, à minuit, entre le 17 & le 18 du mois de *Messori* de l'année 13 de Ptolemée Philadelphe, ou la 476.me depuis Nabonassar, à Alexandrie, où Timocharis observa que Venus avoit éclipsé exactement une Etoile dans l'extrémité de l'Aîle australe de la Vierge.

Cette observation réduite à nos époques, se rapporte au 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, à minuit, & il paroît d'abord qu'il y a quelque erreur dans la détermination de l'heure, puisque le Soleil ne se levant le 12 Octobre à Alexandrie, qu'après 6 heures du matin, Venus qui n'en pouvoit être éloignée que d'environ 45 degrés, n'a pû paroître sur l'horison, ni être observée qu'entre 3 heures ou 3 heures $\frac{1}{2}$ du matin. Il s'est encore glissé une autre erreur dans la détermination du jour de cette observation, qui est marquée entre le 17 & le 28 du mois de *Messori;* mais il paroît par ce qui suit, que ce n'est qu'une erreur d'impression, puisque Ptolemée rapporte une autre observation de Venus, faite quatre jours après, entre le 21 & le 22 du même mois, ce qui fait voir qu'il faut lire 18 au lieu de 28. On remarquera enfin que Venus étoit, selon lui, au temps de la premiére observation, à $4^d\ 10'$ de la Vierge, & le lieu moyen du Soleil à $17^d\ 20'$ de la Balance; d'où il conclud la distance de cette Planete au lieu moyen du Soleil, de $42^d\ 53'$, au lieu qu'elle devroit être de $43^d\ 10'$, ce qui cause une erreur de 13 minutes.

L'Etoile observée étoit, suivant Ptolemée, la premiére année d'Antonin, 408 années après cette observation, à $8^d\ 15'$ de la Vierge. Sa latitude est marquée dans son Catalogue des Etoiles fixes, de $1^d\ 10'$, ce qui désigne l'Etoile η de la 3.me grandeur, qui est la précédente dans l'Aîle australe de la Vierge, dont la longitude en l'année 1690, étoit en ♎ $0^d\ 30'\ 52''$, & la latitude boréale de $1^d\ 22'$.

Venus étoit alors au de-là de sa plus grande distance du matin, puiſque quatre jours après, c'eſt-à-dire, la nuit entre le 21 & le 22 du mois de *Meſſori*, il la trouva à 8^d 50′ de la Vierge, éloignée du moyen mouvement du Soleil, de 42^d 9′, au lieu que dans la premiére obſervation, elle en étoit éloignée de 42^d 53′.

Suppoſant, par la raiſon que nous avons rapportée, que cette obſervation ſoit arrivée le 12 Octobre de l'année 271 avant J. C. à 4 heures du matin, ce qui, réduit au Méridien de Paris, ſe rapporte à 2^h 8′ du matin, nous avons calculé pour ce temps le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé en ♎ 14^d 46′.

L'Etoile *η* de la Vierge étoit, comme on l'a dit ci-deſſus, en l'année 1690, en ♎ 0^d 30′ 52″, dont retranchant 28^d 0′ 14″ pour le mouvement des Etoiles fixes en longitude dans l'eſpace de 1960 années & 3 mois, on aura le vrai lieu de cette Etoile pour le temps de l'obſervation de Timocharis, en ♍ 2^d 30′ 38″. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, qui étoit en ♎ 14^d 46′, on aura la diſtance de Venus au Soleil, vûe de la Terre, de 42^d 15′ 22″, plus petite d'environ 3 degrés que celle que l'on obſerve ordinairement dans les plus grandes digreſſions; ce qui fait voir que l'on ne peut pas employer préſentement cette obſervation pour déterminer les moyens mouvements de Venus.

Cette obſervation a été ſuivie de pluſieurs autres faites à Alexandrie environ 400 ans après, dont trois par Theon, & ſix par Ptolemée, ainſi qu'elles ſont rapportées dans ſon Almageſte.

La premiére eſt arrivée la nuit du 21 au 22 du mois d'*Athir* de la ſeconde année d'Hadrien, qui ſe rapporte au 14 Octobre de l'année 117 après Jeſus-Chriſt, à 6 heures du matin à Alexandrie, où Theon obſerva Venus dans ſa plus grande digreſſion du Soleil, éloignée de l'Etoile qui eſt à l'extrémité de l'Aîle auſtrale de la Vierge, d'une quantité égale à la diſtance qu'il y a entre les Pleïades moins le diametre de Venus; d'où Ptolemée conclud que cette Etoile étant alors à 28^d 55′ du Lion, & la diſtance entre les Pleïades, de 1^d 30′, cette Planete devoit être à 0^d 20′ de la Vierge, éloignée de 47^d 32′ du lieu moyen du Soleil, qui étoit alors à 17^d 52′ de la Balance.

Comme le lieu de Venus dans cette obſervation, de même que dans les ſuivantes, a été déterminé par rapport à diverſes Etoiles fixes, dont nous connoissons la situation avec beaucoup d'exactitude, nous avons jugé devoir employer le lieu des Etoiles fixes, tel qu'il est présentement, & retrancher de leur vrai lieu, la quantité de leur mouvement, depuis Ptolemée jusqu'à nous, pour avoir la véritable situation de ces Etoiles au temps des observations de Venus, & par conséquent le vrai lieu de cette Planete, vû de la Terre, ce qui doit donner une plus grande précision, que si l'on avoit employé le vrai lieu des Etoiles fixes, tel qu'il est marqué par Ptolemée, dont les déterminations ne paroissent pas fort exactes, tant par rapport à leurs longitudes, qu'à l'égard de leurs latitudes, comme nous l'avons fait voir dans le Livre des Etoiles fixes.

Nous avons aussi déterminé par nos Tables le vrai lieu du Soleil au temps de chaque observation, pour avoir la vraye distance de Venus au Soleil, vûe de la Terre.

Dans l'observation du 14 Octobre de l'année 117 après Jesus-Christ, le lieu de Venus fut déterminé à $0^d\ 20'$ de la Vierge, plus avancé de $1^d\ 25'$ que l'Etoile de l'Aîle australe de la Vierge, qui étoit, suivant Ptolemée, à $28^d\ 55'$ du Lion. La longitude de cette Etoile étoit le 1.er Janvier de l'année 1700, à $22^d 54' 46''$ de la Vierge, dont retranchant le mouvement des Etoiles fixes en longitude dans l'intervalle de 1582 années & 3 mois, qui est de $22^d\ 36'\ 18''$, on aura son vrai lieu le 14 Octobre de l'année 117 à $6^h\ 8'$ du matin à Alexandrie, à $0^d\ 18'\ 28''$ de la Vierge, plus avancé de $1^d\ 23'\ 28''$ que celui que Ptolemée donne à cette Etoile, & qu'il faut par conséquent adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $0^d\ 20'$ de la Vierge, pour avoir son vrai lieu corrigé à $1^d\ 43'\ 28''$ de ce signe. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à $19^d\ 44'\ 13''$ de la Balance, on aura la distance de Venus au Soleil le 14 Octobre de l'année 117 à 6 heures du matin à Alexandrie, & à $4^h\ 8'$ à Paris, de $48^d\ 1'$.

La seconde observation de Venus est arrivée la nuit du 2 au 3.me jour du mois d'*Epiphi* de la 13.me année d'Hadrien, qui répond au 19 Mai de l'année 129 après Jesus-Christ, à 6 heures du matin, temps auquel Venus étant dans sa plus grande digression, précédoit de $1^d\ 24'$, la ligne qui passe par la précédente des trois Etoiles qui sont dans la Tête du Bélier, & par celle qui est dans son

Pied poſtérieur, ſa diſtance à l'Etoile de la Tête étant deux fois plus grande qu'à celle du Pied. La premiére étoit, ſuivant Ptolemée, à $6^d\ 36'$ du Bélier, avec une latitude boréale de $7^d\ 20'$, & la ſeconde à $9^d\ 45'$ du même ſigne, avec une latitude auſtrale de $5^d\ 15'$; d'où il conclud que Venus étoit alors à $10^d\ 36'$ du Bélier, avec une latitude auſtrale de $1^d\ 30'$, éloignée de $44^d\ 48'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit alors à $25^d\ 24'$ du Taureau.

La ſituation de l'Etoile de la Tête du Bélier, ſe rapporte à l'Etoile marquée γ par Bayer, dont la longitude étoit au commencement de ce ſiécle, à 29 degrés du Bélier, & la latitude de $7^d\ 10'$ vers le Nord; mais on ne trouve aucune Etoile dans le Pied poſtérieur du Bélier, ni aux environs, dont la longitude ait pû être au temps de Ptolemée, à $9^d\ 45'$ de ce ſigne, & la latitude de $5^d\ 15'$ vers le Midi; ce qui fait voir qu'il s'eſt gliſſé une erreur dans la détermination de cette Etoile, qui étoit ſelon les apparences, celle qui eſt marquée μ par Bayer, qui eſt dans le Pied poſtérieur du Bélier, & commune à la Conſtellation de la Baleine, dont Ptolemée marque la longitude à $15^d\ 0'$ du Bélier, avec une latitude méridionale de $5^d\ 0'$, ce qui s'accorde à la ſituation de Venus, qu'il a déterminée à $10^d\ 36'$ de ce ſigne par rapport à cette Etoile & à celle de la Tête du Bélier.

La longitude de l'Etoile γ étoit, comme on l'a marqué en l'année 1700, à $28^d\ 59'\ 34''$ du Bélier, dont retranchant le mouvement des Etoiles fixes dans l'eſpace de 1570 années & 7 mois, qui eſt de $22^d\ 26'\ 24''$, on aura ſon vrai lieu au temps de l'obſervation de l'année 129, à $6^d\ 33'\ 10''$, moins avancé que celui qui eſt marqué par Ptolemée, de $2'\ 50''$, qu'il faut retrancher du lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $10^d\ 36'$ du Bélier, pour avoir ſon vrai lieu corrigé à $10^d\ 33'\ 10''$ de ce ſigne. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps à $25^d\ 56'\ 0''$ du Taureau, on aura la diſtance de Venus au Soleil le 19 Mai de l'année 129 à 4 heures du matin au Méridien de Paris, de $45^d\ 23'\ 0''$.

La troiſiéme & derniére obſervation de Theon eſt arrivée le 21 du mois de *Pharmuti* de la 16.^{me} année d'Hadrien au ſoir, qui répond au 8 Mars de l'année 132 après Jeſus-Chriſt, temps auquel Venus étoit dans ſa plus grande digreſſion, & précédoit la moyenne des Pleïades, de toute la distance entre les Pleïades; d'où Ptolemée conclud que cette Etoile étant à 3 degrés du Taureau, & la distance entre les Pleïades, de $1^d\ 30'$, Venus étoit à $1^d\ 30'$ du Taureau, éloignée de $47^d\ 15'$ du moyen mouvement du Soleil, qui étoit alors à $14^d\ 15'$ des Poissons.

La longitude de la moyenne des Pleïades, qui est apparemment la Luisante marquée η par Bayer, étoit en 1700, à $25^d\ 48'\ 42''$ du Taureau, dont retranchant le mouvement des Etoiles fixes dans l'espace de 1567 années & 10 mois, qui est de $22^d\ 24'\ 2''$, on aura son vrai lieu pour le 8 Mars de l'année 132, à $3^d\ 24'\ 40''$ du Taureau, plus avancé que celui qui est marqué par Ptolemée, de $0^d\ 24'\ 40''$, qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $1^d\ 30'\ 0''$ du Taureau, pour avoir son vrai lieu corrigé à $1^d\ 54'\ 40''$ de ce signe. Retranchant de ce lieu, celui du Soleil calculé pour ce temps à $17^d\ 9'\ 10''$ des Poissons, on aura la distance de Venus au Soleil le 8 Mars de l'année 132 à $4^h\ 8'$ du soir, de $44^d\ 45'\ 30''$.

L'année 18 d'Hadrien, la nuit entre le 2 & le 3 du mois de *Pharmuti*, qui répond au 17 Février de l'année 134 à 18 heures, Ptolemée observa Venus dans sa plus grande digression par rapport à *Antares*, à $11^d\ 55'$ du Capricorne, éloignée de $43'\ 35''$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $25^d\ 30'$ du Verseau.

La longitude de cette Etoile étoit, suivant Ptolemée, à $12^d\ 40'$ du Scorpion. Elle étoit en 1700, à $5^d\ 34'\ 38''$ du Sagittaire, dont retranchant le mouvement des Etoiles fixes en 1576 années moins 48 jours, qui est de $22^d\ 22'\ 22''$, on aura son vrai lieu pour le 17 Février de l'année 134, en ♏ $13^d\ 12'\ 16''$, plus avancé de $32'\ 16''$ que celui qui est marqué par Ptolemée, & qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $11^d\ 55'$ du Capricorne, pour avoir son vrai lieu corrigé à $12^d\ 27'\ 16''$ de ce signe. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps en ♓ $28^d\ 24'\ 0''$, on aura la distance de Venus au Soleil le 17 Février de l'année 134 à $4^h\ 8'$ du matin au Méridien de Paris, de $45^d\ 50'\ 44''$.

L'année 21 d'Hadrien, le 2 du mois de *Tybi* au soir, qui répond au 18 Novembre de l'année 136, Ptolemée observa Venus dans sa plus grande digression par rapport aux Etoiles qui sont dans

les cornes

les cornes du Capricorne, & la détermina à $12^d\ 50'$ de ce ſigne, éloignée de $47^d\ 20'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $25^d\ 30'$ du Scorpion. Le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps, étoit à $26^d\ 7'\ 6''$ du Scorpion, qui étant retranché du lieu de Venus, obſervé par Ptolemée à $12^d\ 50'$ du Capricorne, on aura la diſtance de Venus au Soleil le 18 Novembre de l'année 136 à 4 heures du ſoir, de $46^d\ 42'\ 54''$.

La même année d'Hadrien, le 9 du mois de *Mechir* au ſoir, qui répond au 25 Décembre de l'année 136, Ptolemée obſerva Venus dans ſa plus grande digreſſion; elle précédoit alors de deux tiers du diametre de la Lune, la plus boréale de celles qui ſont dans le Quadrilatere d'*Aquarius,* après la ſuivante qui eſt en ligne droite avec celles du Genou, dont la longitude étoit ſelon lui, à $20^d\ 0'$ de ce ſigne; d'où il conclud que Venus étoit à $19^d\ 36'$ d'*Aquarius,* éloignée de $47^d\ 32'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à $2^d\ 4'$, du Capricorne.

Cette Etoile eſt celle qui eſt déſignée par φ dans Bayer, dont la longitude eſt dans le Catalogue de Ptolemée, à $20^d\ 0'$ du Verſeau, avec une latitude méridionale de $0^d\ 30'$.

La longitude de cette Etoile étoit en l'année 1700, à $12^d\ 57'\ 29''$ des Poiſſons, & ſa latitude méridionale, de $1^d\ 1'\ 27''$. Retranchant de ſa longitude, le mouvement des Etoiles fixes dans l'eſpace de 1563 années, qui eſt de $22^d\ 19'\ 44''$, on aura ſon vrai lieu pour le 25 Décembre de l'année 136, à $20^d\ 37'\ 45''$ du Verſeau, plus avancé de $37'\ 45''$ que celui qui eſt marqué par Ptolemée, & qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé à $19^d\ 36'$ du Verſeau, pour avoir ſon vrai lieu corrigé à $20^d\ 13'\ 45''$ de ce ſigne, dont retranchant le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à $3^d\ 49'\ 0''$ du Capricorne, reſte la diſtance de Venus au Soleil le 25 Décembre de l'année 136 à 4 heures du ſoir, de $46^d\ 24'\ 45''$.

La ſeconde année d'Antonin, la nuit du 29 au 30 du mois de *Tybi,* à $16^h\ 45'$, qui répond au 15 Décembre de l'année 138, Ptolemée obſerva Venus par rapport à l'Epy de la Vierge, après ſa plus grande digreſſion du matin. Cette Planete étoit alors entre la plus boréale des Etoiles qui ſont dans le Front du Scorpion & le centre apparent de la Lune, elle précédoit le centre de la Lune, d'un intervalle qui étoit dans le rapport de 3 à 2 à celui dont la plus boréale du Front du Scorpion la précédoit. Or cette Etoile étoit à 6^d $20'$ du Scorpion, avec une latitude boréale de 1^d $20'$, & le centre de la Lune à 6^d $45'$ de ce signe, avec une latitude boréale de 4^d $40'$; d'où il conclud que Venus étoit à 6^d $30'$ du Scorpion, avec une latitude boréale de 1^d $40'$, éloignée de 45^d $39'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit à 22^d $9'$ du Sagittaire.

La longitude de cette Etoile, qui est marquée β par Bayer, étoit en l'année 1700, à 29^d $1'$ $28''$ du Scorpion, dont retranchant le mouvement des Etoiles fixes dans l'espace de 1561 années & 15 jours, qui est de 22^d $18'$ $12''$, on aura son vrai lieu pour le 15 Décembre de l'année 138, à 6^d $43'$ $16''$ du Scorpion, plus avancé de $23'$ $16''$ que celui qui est marqué par Ptolemée, & qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, pour avoir son vrai lieu corrigé à 6^d $53'$ $16''$ du Scorpion. Le retranchant du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à 23^d $35'$ $57''$ du Sagittaire, on aura la distance de Venus au Soleil le 15 Décembre de l'année 138 à 14^h $53'$ à Paris, de 46^d $42'$ $41''$.

La troisiéme année d'Antonin, la nuit du 4 au 5 du mois de *Pharmuti* au soir, Ptolemée observa Venus dans sa plus grande digression par rapport à la Luisante des Hyades ou *Aldebaran*, à 13^d $50'$ du Bélier, éloignée de 48^d $20'$ du lieu moyen du Soleil, qui étoit alors, selon lui, à 25^d $30'$ du Verseau. Cette observation réduite à nos époques, se rapporte au 18 Février de l'année 140, quoique le P. Riccioli l'ait marquée le 17 Février.

La longitude d'*Aldebaran* étoit en l'année 1700 à 5^d $35'$ $32''$ des Gemeaux, dont retranchant 22^d $17'$ $2''$ pour le mouvement des Etoiles fixes dans l'espace de 1559 années 10 mois 10 jours, on aura son vrai lieu pour le 18 Février de l'année 140, à 13^d $18'$ $30''$ du Taureau, plus avancé de $38'$ $30''$ que la longitude de cette Etoile marquée dans le Catalogue de Ptolemée à 12^d $40'$ du même signe. Adjoûtant ces $38'$ $30''$ au lieu de Venus marqué ci-dessus à 13^d $50'$ du Bélier, on aura le vrai lieu de cette Planete corrigé à 14^d $28'$ $30''$ du Bélier, dont si l'on retranche le vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps à 28^d $26'$ $42''$ du Verseau, on aura la distance de Venus au Soleil le 18 Février de l'année 140 à 4^h $8'$ du soir, de 46^d $1'$ $48''$.

Enfin la quatriéme année d'Antonin, la nuit du 11 au 12 du mois de *Thot,* qui se rapporte au 29 du mois de Juillet de l'année 140 à 18 heures, Ptolemée observa le matin, Venus près de sa plus grande digression, éloignée d'une Etoile qui est dans le Genou du milieu des Gemeaux, vers le Septentrion & vers l'Orient, d'un espace égal au demi-diametre de la Lune. Or cette Etoile étoit, selon lui, à $18^d\ 15'$ des Gemeaux; d'où il conclud que Venus étoit à $18^d\ 30'$ de ce signe, éloignée de $47^d\ 15'$ du moyen mouvement du Soleil, qui étoit à $5^d\ 45'$ du Lion.

La longitude de cette Etoile, qui est désignée par ζ dans Bayer, étoit en l'année 1700, en ♋ $10^d\ 45'\ 12''$, dont retranchant le mouvement des Etoiles fixes dans l'espace de 1559 années & 5 mois, qui est de $22^d\ 16'\ 37''$, reste la longitude de cette Etoile le 29 Juillet de l'année 140, en ♊ $18^d\ 31'\ 35''$, plus avancée que suivant Ptolemée, de $16'\ 35''$, qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, qu'il avoit déterminé en ♊ $18^d\ 30'$, pour avoir son vrai lieu corrigé en ♊ $18^d\ 46'\ 35''$, qui, étant retranché du vrai lieu du Soleil, calculé pour ce temps en ♌ $5^d\ 9'\ 7''$, donne la distance de Venus au Soleil le 29 Juillet de l'année 140 à $16^h\ 8'$, de $46^d\ 22'\ 32''$.

Ptolemée, qui employe ces observations pour représenter la théorie de Venus, suppose que cette Planete se meut de l'Occident vers l'Orient sur un Epycicle *GDO (Fig. 70.)* dont le centre *B* est emporté du même sens sur un cercle *BAEP,* excentrique à l'égard du moyen mouvement du Soleil qui se fait autour du point *T.*

Pour déterminer les points *A* & *P* de la plus grande & de la plus petite longitude, il employe l'observation faite par Theon la 16.me année d'Hadrien, dans laquelle Venus étoit dans sa plus grande digression, éloignée du moyen mouvement du Soleil, de $47^d\ 15'$, & il compare cette observation avec celle qu'il a faite dans la 4.me année d'Antonin, où cette Planete étoit éloignée du moyen mouvement du Soleil, d'une pareille quantité de $47^d\ 15'$; d'où il conclud que Venus étoit dans ces deux observations, à pareille distance du centre de sa plus grande longitude, & partageant en deux également, l'intervalle entre le lieu moyen du Soleil, qui étoit dans la premiére observation, à $14^d\ 15'$ des Poissons, & dans la seconde à $5^d\ 45'$ du Lion, il trouve que le diametre qui paſſe par la plus grande & la plus petite longitude, répond d'un côté à $25^d\ 0'$ du Taureau, & de l'autre à $25^d\ 0'$ du Scorpion, ce qu'il confirme par la comparaiſon des obſervations faites la 2.de & la 21.me année d'Hadrien, où la diſtance de Venus au Soleil dans ſa plus grande digreſſion, fut trouvée de part & d'autre, de $47^d\ 32'$.

Pour déterminer enſuite de quel côté eſt la plus grande diſtance du centre C (*Fig. 71.*) de l'excentrique $BAEP$ au point T, il compare l'obſervation faite par Theon la 13.me année d'Hadrien, avec celle qu'il a faite la 21.me année d'Hadrien. Dans la premiére de ces obſervations, le lieu moyen du Soleil étoit à $25^d\ 24'$ du Taureau, éloigné de Venus de $44^d\ 48'$; & dans la ſeconde à $25^d\ 30'$ du Scorpion, éloigné de Venus de $47^d\ 20'$; d'où il conclud que la plus grande diſtance répondoit à 25 degrés du Taureau, & la plus petite à 25 degrés du Scorpion.

Ayant placé le centre de Venus ſur l'excentrique au temps de ces deux obſervations en A & en P, il détermine l'excentricité CT, de $1\frac{15}{60}$, dont le rayon CA eſt 60; car ſuppoſant ſelon lui, AT de 120, on aura le ſinus total au ſinus de l'angle ATD, de $44^d\ 48'$, comme AT 120, eſt à AD ou PI, que l'on trouvera de $84\frac{33}{60}$: & l'on fera, comme le ſinus de l'angle ITP, de $47^d\ 20'$, eſt au ſinus total; ainſi PI $84\frac{33}{60}$, eſt à PT, que l'on trouvera de 115, par rapport à AT de 120. On aura donc AT plus TP ou AP, de 235, dont la moitié AC eſt de $117\frac{30}{60}$. Le retranchant de AT, reſte l'excentricité CT, de $2\frac{30}{60}$, dont AT eſt de 120; d'où il ſuit que CT eſt d'environ $1\frac{15}{60}$, dont AC eſt 60.

Si, au lieu de ſuppoſer que Venus ſe meut ſur un Epicycle dont le centre eſt emporté ſur un excentrique, on attribue à cette Planete, un mouvement autour du Soleil, pendant que cet Aſtre ſe meut autour de la Terre, on trouvera que l'Aphélie de Venus, au temps de Ptolemée, répondoit au même lieu où cet Aſtronome avoit trouvé les termes de la plus grande & de la plus petite longitude. Car ſoit $AEPB$ (*Fig. 70.*) l'Orbe du Soleil, dont C repréſente le centre du moyen mouvement, & T la Terre. Le lieu moyen du Soleil étant dans la premiére obſervation au point B, en ♓ $14^d\ 15'$, le point H oppoſé, répond à $14^d\ 15'$ de la Vierge, dont retranchant l'angle TBD, de $42^d\ 45'$, complément de l'angle

BTD, qui a été obſervé de 47^d $15'$, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil au point *D,* à 1^d $30'$ du Lion. Dans la ſeconde obſervation, le lieu moyen du Soleil étoit en *E,* à 5^d $45'$ du Lion, & ſon oppoſite *L* à 5^d $45'$ du Verſeau, auquel adjoûtant l'angle *TEI,* de 42^d $15'$, complément de l'angle *ETI,* de 47^d $45'$, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil au point *I,* à 18^d $30'$ des Poiſſons. Prenant un milieu, on trouvera que le diametre de l'Orbe de Venus, qui paſſe par les termes de ſa plus grande & de ſa plus petite diſtance au Soleil, répond à 25^d $30'$ du Taureau & du Scorpion, au même lieu où Ptolemée avoit déterminé, ſuivant ſon Syſteme, les termes de la plus grande & de la plus petite longitude de l'excentrique *AEBP.*

On aura la même détermination par les obſervations faites la 2.^de^ & la 21.^me^ année d'Hadrien, mais on la trouvera fort différente par l'obſervation de la 18.^me^ année d'Hadrien, où la diſtance de Venus au lieu moyen du Soleil a été trouvée de 43^d $35'$, la plus petite de celles qui ont été rapportées par Ptolemée, comparée avec celle de la 3.^me^ année d'Antonin, où elle étoit de 48^d $20'$, qui eſt la plus grande qui ait été obſervée.

CHAPITRE III.

De l'Aphélie de Venus.

POUR déterminer dans les Syſtemes de Tycho ou de Copernic, l'Aphélie & le Périhélie de Venus, par le moyen des obſervations de Ptolémée, corrigées de la maniére qui a été expliquée ci-devant; nous avons ſuppoſé pour une plus grande facilité, que quoique l'Orbe de Venus ſoit réellement elliptique, cette Planete décrit par ſon mouvement propre un cercle *EGB (Fig. 72.)* dont le centre *C,* eſt éloigné du Soleil placé en *S,* de la diſtance *CS,* qui meſure la plus grande excentricité, de ſorte que le moyen mouvement de Venus ſe fait autour du centre *C,* & le vrai autour du Soleil en *S.*

Cette ſuppoſition peut être admiſe ſans erreur ſenſible, pour repréſenter le mouvement de Venus, à cauſe du peu d'excentricité de ſon Orbe.

Ayant enſuite placé la Terre ſur ſon Orbe par rapport au Soleil pour le temps de trois obſervations différentes, comme en *I, T* & *R*; on calculera par les Tables, ſa diſtance au Soleil qui eſt meſurée par les lignes *SI, SR, ST*. On fera enſuite les angles *SIE, SRG, STD* égaux à la diſtance obſervée entre Venus & le Soleil dans le temps de la plus grande digreſſion de cette Planete, & l'on abbaiſſera du point *S*, ſur les lignes *IE, TD, SG*, les perpendiculaires *SE, SG, SD*. Les points *E, G, D*, repréſenteront ſur l'Orbe de Venus, le lieu de cette Planete dans ces trois différentes obſervations, que l'on déterminera en adjoûtant au vrai lieu de la Terre vû du Soleil, le complement de la diſtance entre Venus & le Soleil, lorſque Venus eſt dans ſa digreſſion occidentale, & le retranchant au contraire lorſque cette Planete eſt dans ſa digreſſion orientale.

Dans les Triangles *IES, RGS, TDS*, rectangles en *E, G* & *D*; les côtés *SI, SR, ST* étant connus, de même que les angles *SIE, SRG* & *STD*, on trouvera la valeur des côtés *SE, SG, SD*, qui meſurent la diſtance de Venus au Soleil dans ces trois différentes obſervations, par rapport à la diſtance moyenne de la Terre au Soleil.

Maintenant dans le Triangle *ESG*, dont l'on connoît les côtés *SE, SG*, & l'angle *ESG*, compris entre ces côtés, qui meſure la différence entre le lieu de Venus vû du Soleil en *E* & en *G*, on trouvera la valeur du côté *EG*, & de l'angle *EGS*. Dans le Triangle *GSD*, dont les côtés *SG, GD*, & l'angle compris *GSD*, ſont connus, on trouvera le côté *GD*, & l'angle *SGD*. Adjoûtant l'angle *SGD* à l'angle *EGS*, on aura l'angle *EGD*; & dans le Triangle *EGD*, dont les côtés *EG, GD* ſont connus, & l'angle compris *EGD*, on trouvera l'angle *GED* qui ſoûtend l'arc *GD*, dont le double meſure l'angle au centre *GCD*. On aura donc dans le Triangle iſoſcele *GCD*, dont le côté *GD* eſt connu, & l'angle *GCD*, la valeur des côtés *GC* ou *CD*, & de l'angle *DGC*, dont retranchant l'angle *SGD*, reſte l'angle *SGC*; & dans le Triangle *SGC*, dont les côtés *GC, SG* ſont connus, & l'angle compris *SGC*, on trouvera la valeur du côté *CS*, qui meſure la diſtance du Soleil au centre du moyen mouvement, & l'angle *GSC* ou *GSA*, qui meſure la diſtance de Venus placée au point *G* à ſon Aphélie. *Ce qu'il falloit chercher.*

Comme dans les plus grandes digreſſions de Venus à l'égard du Soleil, les lignes *IE, RG, TD,* tirées de la Terre à Venus, ſont tangentes à l'Orbe de cette Planete, & par conſéquent perpendiculaires aux rayons *CE, CG, CD,* tirés du centre du moyen mouvement à la Planete, au lieu qu'on les a ſuppoſés perpendiculaires aux lignes *SE, SG, SD,* tirées du Soleil à Venus, on peut, pour une plus grande exactitude, retrancher par exemple de l'angle droit *CGR,* l'angle *SGC,* qui a été déterminé ci-deſſus, & l'on aura l'angle *SGR,* par le moyen duquel & de l'angle *SRG,* on trouvera la diſtance exacte *SG* de Venus au Soleil, & enſuite le vrai lieu de ſon Aphélie, de la maniére qu'on l'a expliqué.

E x e m p l e.

La diſtance de Venus au Soleil, qui réſulte des obſervations de Ptolémée, a été déterminée le 25 Décembre de l'année 136, de $46^d\ 24'\ 45''$, le 15 Décembre de l'année 138, de $46^d\ 42'\ 41''$, & le 29 Juillet de l'année 140, de $46^d\ 22'\ 32''$. Le lieu de la Terre étoit dans la premiére de ces obſervations, au point *R* en ♋ $3^d\ 49'\ 0''$, dans la ſeconde au point *T,* en ♓ $23^d\ 35'\ 57''$, & dans la troiſiéme au point *E,* en ♒ $5^d\ 9'\ 7''$. Retranchant du lieu de la Terre lorſqu'elle étoit en *R,* le complément de la diſtance apparente de Venus au Soleil, à cauſe que cette Planete étoit alors dans ſa digreſſion orientale, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil dans la premiére obſervation, en ♉ $20^d\ 13'\ 45''$. Adjoûtant au contraire au lieu de la Terre lorſqu'elle étoit en *T* & en *E,* le complément de la diſtance apparente de Venus au Soleil, à cauſe que cette Planete étoit dans ſa digreſſion occidentale, on aura le vrai lieu de Venus dans la ſeconde obſervation, en ♌ $6^d\ 53'\ 16''$, & dans la troiſiéme en ♓ $18^d\ 46'\ 35''$. L'anomalie vraye du Soleil étant connue pour le temps de ces obſervations, on aura dans la premiére, la diſtance *RS* de la Terre au Soleil, de 9844, dans la ſeconde la diſtance *TS,* de 9835, & dans la troiſiéme la diſtance *SI,* de 10096.

Maintenant dans les Triangles rectangles *RGS, TDS, IES,* dont les angles ſont connus & les côtés *RS, TS* & *IS,* on trouvera dans la premiére obſervation la diſtance *GS,* de Venus au Soleil, de 7130; dans la ſeconde la diſtance *SD,* de 7159;

& dans la troisiéme la distance *SE*, de 7308. Retranchant le lieu de Venus vû du Soleil dans la troisiéme observation en ♓ 18^d 46′ 35″, de son lieu dans la premiére, qui étoit en ♉ 20^d 13′45″; on aura l'angle *ESG*, de 61^d 27′ 10″; & dans le Triangle *ESG*, dont le côté *ES* est connu de 7308, & le côté *SG*, de 7130, l'on trouvera l'angle *SGE*, de 60^d 27′ 43″, & le côté *EG*, de 7379. Retranchant de même le lieu de Venus vû du Soleil dans la premiére observation en ♉ 20^d 13′ 45″, de son vrai lieu dans la seconde qui étoit en ♌ 6^d 53′ 16″, on aura l'angle *GSD*, de 76^d 39′ 31″; & dans le Triangle *GSD*, dont le côté *GS* est connu de 7130, & le côté *SD*, de 7159, on aura l'angle *SGD*, de 51^d 49′ 8″, & le côté *GD*, de 8862. Adjoûtant l'angle *SGE*, de 60^d 27′ 43″ à l'angle *SGD*, de 51^d 49′ 8″, on aura l'angle *EGD*, de 112^d 16′ 51″; & dans le Triangle *EGD*, dont les côtés *EG*, *GD*, sont connus, & l'angle compris entre ces côtés, l'on aura l'angle *DEG*, de 37^d 22′ 0″, dont le double 74^d 44′ 0″, mesure l'angle *GCD*. On aura donc l'angle *CGD*, de 52^d 38′ 0″; & dans le Triangle *GCD*, dont les angles sont connus, & le côté *GD*, on trouvera le côté *CG* ou *CD*, de 7302. Retranchant l'angle *SGD*, de 51^d 49′ 8″, de l'angle *CGD*, de 52^d 38′ 0″, on aura l'angle *CGS*, de 48′ 52″; & dans le Triangle *CGS*, dont les côtés *SG*, *CG*, & l'angle compris *CGS*, sont connus; on trouvera le côté *CS*, de 200, & l'angle *GSC*, de 148^d 46′ 54″, qui, étant retranché du lieu de Venus vû du Soleil en *G*, en ♉ 20^d 13′ 45″, donne le lieu de son Aphélie à 21^d 26′ 51″ du Sagittaire. Enfin, l'on fera, comme *CG* 7302 est à *CS* 200; ainsi *CG* 100000 est à *CS*, excentricité de Venus, qui sera de 2742, dont la moyenne distance de cette Planete au Soleil, est de 100000, ce qui donnera la plus grande Equation de Venus, de 1^d 34′ 14″.

Si l'on compare de même l'observation du 18 Février de l'année 140 avec les deux précédentes, on trouvera le lieu de l'Aphélie de Venus à 6^d 34′ 8″ du Sagittaire, moins avancé de 15 degrés que par la détermination précédente, à laquelle nous avons cru devoir donner la préférence, parce que l'excentricité de Venus qui en résulte, s'éloigne moins de celle que l'on trouve présentement.

CHAPITRE IV.

CHAPITRE IV.

Des moyens Mouvements de Venus.

POUR déterminer les moyens mouvements de Venus, nous avons d'abord comparé l'obſervation du 25 Décembre de l'année 136 avec celle du 15 Décembre de l'année 138.

Dans la premiére, la diſtance de Venus au Soleil étoit de 46^d $24' 11''$, dont le complément $43^d 35' 49''$, meſure l'angle *ROG*, *(Fig. 72.)* lequel étant retranché du vrai lieu de la Terre vû en *R*, du point *O* ou *S*, à $3^d 49' 34''$ de l'Ecreviſſe, donne le lieu moyen de Venus vû en *G* du point *O* ou *C*, centre du moyen mouvement de cette Planete, à $20^d 13' 45''$ du Taureau.

Dans la ſeconde obſervation, la diſtance de Venus au Soleil étoit de $46^d 42' 41''$, dont le complément $43^d 17' 19''$, meſure l'angle *TMD*, lequel étant adjoûté au vrai lieu de la Terre vû en *T* du point *M* ou *S*, à $23^d 55' 57''$ des Gemeaux, donne le lieu moyen de Venus vû en *D*, du point *M* ou *C*, à $6^d 53' 16''$ du Lion, plus avancé de $76^d 39' 31''$ que dans la premiere obſervation.

Il y a donc eu dans cet intervalle, qui eſt de deux années moins $9^j 13^h 7'$, une certaine quantité de révolutions entiéres de Venus autour du Soleil, que l'on trouve être au nombre de trois plus $76^d 39' 31''$, ce qui donne ſon mouvement annuel aſſés exactement de 596 degrés, ſon mouvement journalier, de $1^d 36' 20''$, & la révolution périodique de Venus autour du Soleil, de $224^j 5^h \frac{1}{2}$, aſſés approchante de celle que l'on trouve préſentement, ce qui fait juger que ces obſervations ont été faites avec aſſés d'exactitude.

On trouvera les moyens mouvements de Venus avec plus de préciſion, en employant les obſervations de cette Planete faites vers la fin du ſeiziéme ſiécle, & au commencement du dix-ſeptiéme, qui ſont rapportées par Bouillaud dans ſon Aſtronomie Philolaïque, & dont il s'eſt ſervi pour établir les élémens de la théorie de cette Planete.

La premiére eſt arrivée le 22 Février 1592 à $17^h 30'$, temps auquel Venus étoit dans ſa plus grande digreſſion à $27^d 20' 36''$

du Capricorne. Bouillaud, qui ſuppoſe la parallaxe de Venus, de 3 minutes, beaucoup plus grande que nous ne la trouvons préſentement, juge que dans cette obſervation, elle eſt compenſée par la réfraction, mais qu'il faut retrancher du lieu de Venus, 3 minutes, à cauſe de la réduction à l'Orbite, ce qui donne le vrai lieu de cette Planete réduit à l'Ecliptique, à $27^d\ 17'\ 36''$ du Capricorne.

La ſeconde obſervation eſt arrivée le 17 Décembre 1594 à 5 heures du ſoir, Venus étant à $22^d\ 58'\ 8''$ du Verſeau, avec une latitude Méridionale de $1^d\ 6'\ 55''$. M. Bouillaud trouve que la réfraction de Venus étoit alors nulle, mais que ſa parallaxe diminuoit ſa longitude, de 2 minutes, qu'il faut adjoûter au lieu de Venus, de même que ſa réduction à l'Ecliptique, qui eſt de $1'\ 28''$, pour avoir ſon vrai lieu réduit à l'Ecliptique, à $23^d\ 1'\ 36''$ du Verſeau.

Ces deux obſervations ont été faites à Caſſel par Juſtus Byrgius, & ſont marquées ſuivant l'ancien ſtyle.

La troiſiéme eſt de Tycho, ſuivant laquelle Venus fut obſervée dans ſa plus grande digreſſion le 21 Février de l'année 1600 à $20^h\ 27'$, cette Planete, toute réduction faite, étant à $38^d\ 22'\ 12''$ du Capricorne.

Enfin, dans la quatriéme, qui eſt auſſi de Tycho, Venus fut obſervée dans ſa plus grande digreſſion le 9 Mai de l'année 1601 à $8^h\ 30'$, à $19^d\ 4'\ 17''$ du Taureau.

Quoique dans ces obſervations, Bouillaud ait employé la parallaxe horiſontale de Venus, de 3 minutes, au lieu que nous ne la trouvons que de 30 ou 40 ſecondes, & qu'il ait ſuppoſé, ſuivant l'opinion de ſon temps, que les réfractions des Aſtres ne s'étendoient pas au de-là de 45 degrés, ce qui demanderoit quelques corrections; cependant nous les employerons telles qu'il les a marquées, afin de comparer notre méthode avec la ſienne, dans laquelle il ſuppoſe, comme nous l'avons fait, que l'Orbe de Venus eſt circulaire, & que les angles qui ſe font à la tangente de cet Orbe, ſont droits, ce qu'il prétend s'accorder à la démonſtration géométrique, comme il promet de le faire voir dans la ſuite.

Dans l'obſervation du 22 Février de l'année 1592, le lieu de Venus vû de la Terre étoit en ♑ $27^d\ 17'\ 36''$, dont retranchant

3 signes, on aura le vrai lieu de cette Planete vû du Soleil, lorsqu'elle étoit en α *(Fig. 73.)* en ♎ $27^d\ 17'\ 36''$. Dans la seconde du 17 Décembre 1594, le lieu de Venus vû de la Terre, étoit en β, à $23^d\ 1'\ 36''$ du Verseau, auquel adjoûtant 3 signes, on aura son vrai lieu vû du Soleil lorsqu'elle étoit en β, en ♉ $23^d\ 1'\ 36''$. Dans la derniére du 9 Mai 1601, le lieu de Venus vû de la Terre, étoit en δ en ♋ $4^d\ 27'\ 50''$, auquel adjoûtant 3 signes, on aura son vrai lieu vû du Soleil lorsqu'elle étoit en δ, en ♎ $4^d\ 27'\ 50''$. Prenant la différence entre ces divers lieux, on aura l'arc $\alpha\delta$ entre la premiére & la derniére observation, de $22^d\ 49'\ 46''$, & l'arc $\delta\beta$ entre la seconde & la derniére, de $131^d\ 26'\ 14''$, tels que les a marqués Bouillaud. Nous supposerons aussi avec lui, que le vrai lieu du Soleil étoit dans la premiére observation, en ♓ $13^d\ 58'\ 37''$; dans la seconde, en ♑ $5^d\ 48'\ 51''$; & dans la troisiéme, en ♉ $19^d\ 4'\ 17''$, & que les distances *FA, FB, FD* de la Terre au Soleil, sont de 99328, 98216 & 101205 parties, dont la moyenne est 100000.

Prenant la différence entre le vrai lieu du Soleil & celui de Venus, on aura dans la premiére observation, l'angle $FA\alpha$, de . . . . $46^d\ 41'\ 1''$,
dans la seconde, l'angle $FB\beta$, de . . . . $47^d\ 12'\ 33''$,
& dans la derniére, l'angle $FD\delta$, de . . . . . . $45^d\ 23'\ 33''$.

Dans les Triangles $F\alpha A$, $F\beta B$, $F\delta D$, supposés rectangles en α, β, δ, les angles $FA\alpha$, $FB\beta$ & $FD\delta$, étant connus, de même que les côtés *FA, FB* & *FD*, on trouvera la distance $F\alpha$ de Venus au Soleil dans la premiére observation, de . . . 72269,
$F\beta$ dans la seconde, de 72079,
& $F\delta$ dans la derniére, de . . . . 72051.

Et dans le Triangle $AF\delta$, dont les côtés $F\alpha$, $F\delta$, sont connus, & l'angle compris $\alpha F\delta$, de $22^d\ 49'\ 46''$, on aura l'angle $F\alpha\delta$, de $78^d\ 9'\ 28''$, l'angle $F\delta\alpha$, de $79^d\ 0'\ 46''$, & le côté $\alpha\delta$, de 28563.

Pareillement dans le Triangle $\delta F\beta$, dont les côtés $F\beta$, $F\delta$, sont connus, & l'angle compris $\delta F\beta$, de $131^d\ 26'\ 14''$, on aura l'angle $F\beta\delta$, de $24^d\ 16'\ 35''$, l'angle $F\delta\beta$, de $24^d\ 17'\ 11''$,

& le côté $\beta\delta$, de 131380. Adjoûtant l'angle $F\delta\beta$ à l'angle $F\delta\alpha$, on aura l'angle $\alpha\delta\beta$, de $103^d\ 17'\ 57''$; & dans le Triangle $\alpha\delta\beta$, dont les côtés $\alpha\delta$, $\alpha\beta$, sont connus, & l'angle compris $\alpha\delta\beta$, on trouvera l'angle $\beta\alpha\delta$, de $65^d\ 19'\ 30''$, & l'angle $\alpha\beta\delta$, de $11^d\ 23'\ 33''$, dont le double $22^d\ 47'\ 6''$, mesure l'angle au centre $\alpha C\delta$. On aura donc dans le Triangle isoscele $\alpha C\delta$, dont le côté $\alpha\delta$, & l'angle $\alpha C\delta$, sont connus, l'angle $\alpha\delta C$, de $78^d\ 36'\ 27''$, & le côté δC, de 72390. Retranchant l'angle $\alpha\delta C$, de $78^d\ 36'\ 27''$, de l'angle $F\delta\alpha$, qui a été trouvé de $79^d\ 0'\ 46''$, on aura l'angle $F\delta C$, de $24'\ 19''$; & dans le Triangle $F\delta C$, dont les côtés $F\delta$, δC, sont connus, & l'angle compris $F\delta C$, on trouvera l'angle δFC, de $115^d\ 46'\ 15''$, qui, étant adjoûté au lieu de Venus vû du Soleil en δ, qui étoit en ♎ $4^d\ 27'\ 50''$, donne le vrai lieu de son Aphélie, en ♒ $0^d\ 14'\ 5''$. On fera ensuite, comme le sinus de l'angle δFC, de $115^d\ 46'\ 15''$, est au sinus de l'angle $F\delta C$, de $24'\ 19''$; ainsi $C\delta$ ou $C\alpha$, distance moyenne de Venus au Soleil, supposée de 100000, est à CF, qui mesure l'excentricité de l'Orbe de cette Planete, que l'on trouvera de 786. Enfin l'on fera, comme CV 100000, est à CF 786; ainsi le sinus total est au sinus de l'angle CVF, que l'on trouvera de $27'\ 1''$, dont le double mesure dans l'hypothese elliptique simple, la plus grande Equation de cette Planete, qui sera par conséquent de $54'\ 2''$.

Bouillaud trouve par sa méthode, le vrai lieu de l'Aphélie de Venus, en ♒ $0^d\ 8'\ 46''$, & son excentricité de 783, ce qui s'accorde avec assés de précision à celle que nous venons de déterminer, avec une différence de $5'\ 19''$ dans le lieu de l'Aphélie, & de 3 parties dans l'excentricité, qui peuvent provenir de ce qu'il a supposé l'angle $FD\delta$, entre le Soleil & Venus, vû de la Terre dans la troisiéme observation, de $45^d\ 23'\ 53''$, plus petit de 20 secondes qu'il ne doit être.

Comme l'on a supposé dans la recherche précédente, que les angles $A\alpha F$, $B\beta F$ & $D\delta F$, sont droits, au lieu qu'ils en différent de la quantité des angles $C\alpha F$, $C\delta F$ & $C\beta F$, dont le premier est de $26'\ 57''$, le second de $24'\ 19''$, & le troisiéme de $24'\ 54''$; on retranchera des angles $A\alpha C$ & $F\beta C$, qui sont droits, les angles $C\alpha F$ & $C\beta F$, & on adjoûtera à l'angle $D\delta C$ aussi droit l'angle $C\delta F$, & l'on aura l'angle $A\alpha F$, de $89^d\ 33'\ 3''$; l'angle $B\beta F$, de $89^d\ 35'\ 6''$, & l'angle $D\delta F$, de $90^d\ 24'\ 19''$, par le moyen desquels on trouvera suivant la méthode que nous avons expliquée, l'excentricité de Venus, de même que par le calcul précédent, & le lieu de l'Aphélie de Venus, en ♒ $0^d\ 21'\ 50''$, plus avancé seulement de $7'\ 45''$.

Si l'on suppose pour cette recherche, le vrai lieu du Soleil & sa distance à la Terre, tels qu'ils résultent des observations modernes, on trouvera l'Aphélie de Venus, en ♒ $1^d\ 43'\ 40''$ par le premier calcul, & par le second en ♒ $1^d\ 54'\ 12''$, plus avancé d'un degré $\frac{3}{4}$ que suivant Bouillaud.

Il est à remarquer que dans l'hypothese de l'Orbe de Venus elliptique, la ligne $C\alpha$, qui est perpendiculaire à la ligne $A\alpha$, tirée de la Terre à Venus dans sa plus grande digression, coupe en deux parties égales, l'angle $F\alpha E$, tiré de Venus aux deux foyers de l'Ellipse, & passe très-proche du centre C du cercle ou de l'Ellipse $\beta\delta\alpha$; ce qui fait voir que cette méthode corrigée de la maniére que nous l'avons enseigné, approche fort de la géométrique.

Pour déterminer présentement les moyens mouvements de Venus, nous comparerons l'observation de Ptolemée, de l'année 136, avec celle de Byrgius, faite en l'année 1594.

La premiére de ces observations est arrivée le 25 Décembre de l'année 136 à 4^h du soir, le lieu de cette Planete étant en ♉ $20^d\ 13'\ 45''$, moins avancé de $2^d\ 47'\ 51''$ que dans celle de l'année 1594, qui est arrivée le 17 Déc. à $4^h\ 30'$ du soir en ♉ $23^d\ 1'\ 36''$. Retranchant du temps de la derniére observation, $1^j\ 17^h 54'$, pendant lequel Venus parcourt $2^d\ 47'\ 51''$, on trouvera que le 15 Décembre de l'année 1594 à $10^h\ 36'$ du soir, Venus étoit au même lieu où on l'avoit observé le 25 Décembre de l'année 136 à 4 heures du soir; d'où il suit que Venus a décrit dans cet intervalle, qui est de 1458 années communes, $354^j\ 6^h\ 36'$, un nombre complet de révolutions, que l'on trouvera être de 2370, à raison de 224 jours $\frac{2}{3}$ pour chaque révolution : c'est pourquoi divisant ce nombre d'années, de jours, d'heures & de minutes, par 2370, on aura la révolution moyenne de Venus, de $224^j\ 16^h\ 39'\ 4''$; d'où l'on trouve le mouvement annuel de cette

Planete, de $584^d\ 47'\ 45''$, ou $19^s\ 14^d\ 47'\ 45''$, & ſon mouvement journalier, de . . . . $1^d\ 36'\ 8''$.

A l'égard du lieu de l'Aphélie de Venus, on l'a trouvé par les obſervations des années 1592, 1594 & 1601, en ♒ $1^d\ 54'\ 12''$, plus avancé que par les obſervations des années 136, 138 & 140, de $40^d\ 25'\ 37''$, qui meſurent le mouvement de cet Aphélie dans l'intervalle entre ces obſervations. Les diviſant par 1460, on aura ſon mouvement annuel, de . . . $1'\ 39''\frac{1}{2}$.

Nous avons juſqu'à préſent employé, pour déterminer les moyens mouvements de Venus, les obſervations de cette Planete, faites dans ſes plus grandes digreſſions, parce qu'avant la découverte des Lunettes, c'étoient les ſeules dont l'on pût faire quelque uſage pour déterminer les éléments de ſa Théorie.

Nous allons préſentement examiner celles qui ont été faites dans ſes Conjonctions avec le Soleil, & qui ont beaucoup contribué à perfectionner la théorie de cette Planete.

Obſervation de Venus ſur le diſque du Soleil, par Horoccius.

La premiére & la plus célébre de ces obſervations, eſt celle du paſſage de Venus ſur le diſque du Soleil, qui fut obſervée à Hoole près de Leverpole en Angleterre, par Horoccius, le 24 Novembre de l'année 1629, vieux ſtyle, ainſi qu'elle eſt rapportée dans les ouvrages de cet Auteur imprimés en 1673, & dans une Diſſertation d'Hevelius, qui a pour titre *De Venere in Sole viſa.*

Cette obſervation qui eſt unique, parce qu'on n'avoit jamais apperçû auparavant Venus dans le Soleil, & qu'elle n'eſt point arrivée depuis, ayant été prévûe par cet Aſtronome, il ſe prépara à l'obſerver avec une Lunette dans une chambre obſcure, & à $3^h\ 15'$ après midi, il apperçut Venus qui étoit entrée entiérement dans la partie inférieure ou méridionale du diſque du Soleil vers l'Orient, à la diſtance de 60 à 65 degrés du vertical, que l'on conçoit paſſer par le centre du Soleil ; & cette inclinaiſon fut conſtante juſqu'à ſon coucher.

La diſtance entre le centre de Venus & celui du Soleil, étoit à $3^h\ 15'$, de $0^d\ 14'\ 25''$, dont le diametre du Soleil étoit de $30'$, & celui de Venus de $1'\ 10''$; d'où il ſuit que cette Planete étoit entiérement dans le disque du Soleil, qu'elle rasoit dans sa partie orientale.

A $3^h\ 35'$ la distance entre les centres de Venus & du Soleil, étoit de . . . . $13'\ 30''$,
à $3^h\ 45'$, de . . . . $13'\ 0''$,
& le Soleil parut se coucher à $3^h\ 50'$.

Le lieu où fut faite cette observation, étoit éloigné de Leverpole, de 16 milles vers le Nord. Sa latitude est déterminée dans le Traité d'Horoccius, de $53^d\ 35'$, & sa longitude, de $14^d\ 15'$ à l'Occident d'Uranibourg.

Cette même Conjonction fut observée par Crabtrius autre Astronome Anglois, près de Manchestre, dont la latitude est de $53^d\ 24'$, & qui est plus orientale que Leverpole, de 3 minutes d'heure, il trouva que le diametre de Venus étoit de 7 parties, dont celui du Soleil est de 200; & à $3^h\ 35'$ Venus lui parut éloignée d'un espace assés remarquable du bord du Soleil qui étoit à gauche.

Pour déterminer par le moyen de l'observation faite à Hoole, le temps de la Conjonction précise de Venus avec le Soleil, & divers éléments de sa théorie, Horoccius suppose le vrai lieu du Soleil au temps de la premiére observation, en ♊ $12^d\ 24'$, & calcule la valeur de l'angle *AST* (*Fig. 74.*) qui mesure dans le disque du Soleil *ZTAB*, l'arc *AT* entre le point *A*, où est entrée Venus dans ce disque, & la section de l'Ecliptique *TS*, qu'il trouve de $46^d\ 34'$, dont le complément *ASR* entre Venus & le cercle de latitude *ER*, est de $43^d\ 26'$. Ayant ensuite établi le diametre du Soleil, de $31'\ 30''$, & celui de Venus de $1'\ 16''$, ce qui lui donne la distance entre les centres, de $15'\ 7''$, il trouve la différence *VC* en longitude, de Venus à l'égard du Soleil, de $10'\ 24''$, & sa différence *VH* en latitude, de $10'\ 58''$.

Comme ces différences en longitude & latitude, ne sont qu'apparentes, à cause de la parallaxe de Venus qui, étant plus proche de la Terre que le Soleil, est différente dans ces deux Astres, Horoccius suppose la parallaxe horisontale du Soleil, de 14 secondes; d'où il trouve par la proportion des distances, celle de Venus de $52''$ plus grande de $38''$ que celle du Soleil, ce qui, selon lui, donne dans la premiére observation la différence de parallaxe, de 36 secondes en latitude soustractive, & de 13 secondes en longitude additive. Il calcule aussi la différence de longitude & de latitude entre le centre de Venus & celui du Soleil dans les observations suivantes, & y appliquant la parallaxe qui leur convient, il détermine les différences en longitude vrayes & apparentes, ainsi qu'on les a marquées.

	Longit. vraye.	Long. appar.	Latit. vraye.	Latit. appar.
A 3^h $15'$	$10'$ $37''$	$10'$ $24''$	$10'$ $22''$	$10'$ $58''$
A 3 35	9 36	9 22	10 3	10 38
A 3 45	9 5	8 51	9 49	10 24

Hevelius, dans son Commentaire sur le Traité d'Horoccius, suppose le diametre du Soleil, de 32′ 30″, plus grand d'une minute que suivant cet Auteur, & trouve suivant les mêmes principes par la premiére observation, la différence apparente entre le centre du Soleil & celui de Venus, de 10′ 43″ en longitude, & de 11′ 20″ en latitude; par la seconde, de 9′ 40″ en longitude, & 10′ 52″ en latitude; & par la troisiéme, de 9′ 8″ en longitude, & 10′ 43″ en latitude.

Supposant aussi la parallaxe horisontale du Soleil & de Venus telles qu'Horoccius, il ne trouve pas les mêmes parallaxes en longitude & en latitude, & les détermine dans la premiére observation, de 26 secondes en longitude, & 27 secondes en latitude; dans la seconde, de 25 secondes en longitude, & 28 secondes en latitude; & dans la troisiéme, de 24 secondes en longitude, & 28 secondes $\frac{1}{2}$ en latitude; & il adjoûte qu'il ne sçait d'où vient que cet Auteur a trouvé les parallaxes en longitude plus petites qu'elles ne doivent être, & les parallaxes en latitude trop grandes.

Pour lui, après avoir établi la parallaxe horisontale du Soleil, de 41 secondes, & celle de Venus de 2′ 38″, il détermine dans la premiére observation, la parallaxe en longitude de 1′ 20″ additive, & en latitude de 4′ 27″ soustractive; d'où il conclud la différence entre les centres du Soleil & de Venus, de 12′ 3″ en longitude, & de 9′ 53″ en latitude.

Quelque déférence que nous ayons pour le sentiment d'un Auteur aussi célébre qu'Hevelius, nous avons cru devoir examiner quelle devoit être alors cette parallaxe, en cette maniére.

Soit

Soit Z *N (Fig. 74.)* le vertical qui passe par le centre du Soleil, *TS*, l'Ecliptique. Retranchant l'angle *ASR*, de 43^d 26′ de l'angle *ASN*, qui mesure l'arc *AN* entre le vertical & le point *A* où est entrée Venus, qui a été observé de 62^d 30′, on aura l'angle *RSN*, qui mesure l'inclinaison du cercle de latitude *ER* à l'égard du vertical Z *N*, de 19^d 4′. Soit mené du centre *V* de Venus, *VO* parallele au vertical Z *N*, du point *O*, *Oc* parallele à l'Ecliptique, & du point *V*, *VH* parallele à *ER*, qui rencontre *Oc* en *I*.

La parallaxe qui abbaisse les Astres suivant la verticale Z *N* ou *VO*, qui lui est parallele, étant representée par *VO*, la parallaxe en longitude sera mesurée par *OI*. & la parallaxe en latitude par *VI*. Si donc l'on suppose avec Horoccius, la différence entre la parallaxe horisontale de Venus & du Soleil, de 38 secondes, qui ne différe pas sensiblement de celle que l'on a dû y appercevoir, à cause que le Soleil étoit fort près de l'horison; le centre vrai de Venus sera en *O*, éloigné de son centre apparent *V*, de 38″, qui sont à peu-près égales au demi-diametre de cette Planete; & dans le Triangle *VIO*, rectangle en *I*, dont le côté *VO* est connu, & l'angle *OVI*, de 19^d 4′, égal à l'angle *ESZ*, qui mesure l'inclinaison du vertical avec le cercle de latitude, on trouvera la parallaxe en longitude *OI*, de 13 secondes additive, & la parallaxe en latitude *VI*, de 36 secondes soustractive, conformément à la détermination d'Horoccius.

Hevelius prétend aussi qu'Horoccius s'étant donné la peine d'examiner dans cette observation jusqu'aux moindres circonstances, auroit dû avoir égard à la réfraction, ce qui seroit vrai, si Horoccius avoit observé Venus par un instrument qui mesurât la distance de Venus au centre du Soleil, sans avoir égard au diametre du Soleil, parce que la réfraction du bord inférieur du Soleil, où l'on a apperçû Venus, étoit sensiblement plus grande au coucher du Soleil, que celle de son centre; mais comme il l'a mesurée en parties dont le diametre du Soleil étoit de 30 minutes, il ne peut y avoir aucune erreur sensible dans cette détermination, par rapport à la réfraction, sur-tout dans la première observation où Venus touchoit le bord du Soleil; d'où il suit que la distance entre leur centre étoit égale au demi-diametre du Soleil moins celui de Venus.

Pour trouver le temps & le lieu de la Conjonction véritable de Venus avec le Soleil, Horoccius ſuppoſe le mouvement journalier du Soleil direct, de $1^d\ 1'\ 2''$, celui de Venus rétrograde, de $36'\ 38''$, dont la ſomme $1^d\ 37'\ 40''$, meſure le mouvement apparent de Venus à l'égard du Soleil dans l'eſpace de 24 heures: c'eſt pourquoi il fait, comme $1^d\ 37'\ 40''$, eſt à la différence de longitude entre le centre du Soleil & celui de Venus, qu'il a trouvée de $10'\ 37''$ dans la premiére obſervation; ainſi 24 heures ſont à $2^h\ 36'\ 30''$, qui, étant adjoûtées à $3^h\ 15'$, temps de cette obſervation, donnent le temps de la Conjonction véritable de Venus avec le Soleil le 14 Novembre 1639 à $5^h\ 51'\ 30''$. Il la détermine par les deux autres obſervations à $5^h\ 56'\ 30''$, & à $5^h\ 59'$; & prenant un milieu, qui eſt à $5^h\ 55'$, il calcule pour ce temps le vrai lieu du Soleil, en ♐ $12^d\ 29'\ 35''$, dont l'oppoſite eſt celui de Venus au temps de la Conjonction, qui étoit par conſéquent en ♊ $12^d\ 29'\ 35''$.

Ayant enſuite calculé la latitude apparente de Venus dans l'eſpace de 24 heures, qu'il trouve de $15'\ 40''$, il en prend la partie proportionnelle qui répond à $2^h\ 40'$, qui eſt de $1'\ 44''$, qui, étant retranchée de la latitude vraye de Venus, obſervée à $3^h\ 15'$, de $10'\ 22''$, donne la vraye latitude de cette Planete au temps de ſa Conjonction avec le Soleil, par la premiére obſervation, de $8'\ 38''$. Il l'a déterminée de la même maniére, de $8'\ 32''$ par la ſeconde obſervation, & de $8'\ 24''$ par la troiſiéme; & prenant un milieu, il l'établit de . . . . $8'\ 31''$.

Enfin, pour trouver le vrai lieu du Nœud de Venus, Horoccius réduit, par le moyen du rapport des diſtances de cette Planete à la Terre & au Soleil, ſa latitude vraye vûe de la Terre, de $8'\ 31''$, à ſa latitude vûe du Soleil, qui eſt de $3'\ 7''$, & ſuppoſant l'inclinaiſon de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Ecliptique, de $3^d\ 22'$, il détermine la diſtance de cette Planete à ſon Nœud dans le temps de ſa Conjonction avec le Soleil, de $53'\ 10''$, qui, étant adjoûtée au vrai lieu de Venus, qui étoit alors en . . . ♊ $12^d\ 29'\ 35''$.
donne le vrai lieu de ſon Nœud, en . . . . . ♊ 13 22 45.
Il devoit être, ſuivant Képler, en . . . . ♊ 13 21 13.
ſuivant Longomontanus, en . . . . ♊ 14 32 6.
& ſuivant Lanſberge, en . . . . ♊ 11 56 4.

Suivant ces obſervations comparées avec les anciennes, Horoccius trouve le moyen mouvement de Venus plus petit de 18′ en 100 années, que ſuivant Képler.

L'Aphélie de Venus, dans le dix-ſeptiéme ſiécle, en ♒ $5^d 0' 0''$, & il ne lui attribuë aucun mouvement, ou un fort lent.

L'excentricité de l'Orbe de Venus, de 750, dont le diametre de l'excentrique eſt de 10000, ce qui donne la plus grande Equation de cette Planete, de . . . . 51′ 34″; au lieu que ſuivant Képler, l'excentricité eſt de 692, & la plus grande Equation, de . . . . 47′ 36″.

Le demi-diametre de l'Orbe de Venus, de 72333, par rapport à celui de la Terre; au lieu que, ſuivant Képler, il eſt comme 72814 à 100000.

Et l'inclinaiſon de ſon Orbite, de . . . . 3^d 24′, plus grande de 2′ que celle que Képler a déterminée de 3^d 22′.

Quoique la méthode dont s'eſt ſervi Horoccius dans le calcul de cette obſervation, nous paroiſſe exacte dans toutes ſes circonſtances; cependant comme il a employé quelques éléments un peu différents de ceux que nous trouvons préſentement, tels que le lieu du Soleil & la grandeur de ſon diametre, nous avons cru devoir calculer de nouveau cette obſervation, qui eſt ſi importante pour la théorie de Venus.

La longitude de Leverpole, ſous le Méridien de laquelle Horoccius a fait cette obſervation, étant, ſuivant les Cartes les plus modernes, plus occidentale que Paris, de 0^h 22′ 24″, nous les avons adjoûtées au temps de la premiére obſervation, qui eſt arrivée le 4 Décembre de l'année 1639 à 3^h 15′, pour avoir le temps réduit au Méridien de Paris, à 3^h 37′ 24″. Nous avons enſuite calculé pour ce temps le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé en ♐ 12^d 24′ 52″, éloigné ſeulement de 52 ſecondes de celui qu'avoit ſuppoſé Horoccius.

A l'égard du diametre du Soleil, nous l'avons ſuppoſé de 32′ 40″, tel qu'on l'obſerve au commencement de Décembre, plus grand de 1′ 10″ que ſuivant Horoccius.

Dans le Triangle ſphérique *SPZ (Fig. 75.)* le côté *PZ*, complément de la hauteur du Pole de Hoole, étant connu de 36^d 25′, le côté *PS*, qui meſure la déclinaiſon du Soleil plus 90 degrés, de $112^d\ 19'\ 30''$, & l'angle *ZPS*, qui meſure la diſtance du Soleil au Méridien, de $3^h\ 15'$, réduite en degrés, étant de $48^d\ 45'$, on aura l'angle *PSZ*, que le cercle de déclinaiſon *PS*, qui paſſe par le centre du Soleil, fait avec le vertical *ZS*, de $26^d\ 34'$, dont retranchant l'angle *PSE*, que le cercle de latitude *ES*, fait avec le cercle de déclinaiſon, qui eſt de $7^d\ 30'$ vers l'Orient, reſte l'inclinaiſon de l'Ecliptique à l'égard du vertical, de $19^d\ 4'$, qui eſt meſurée *(Fig. 74.)* par l'arc *ZE* ou *NR*. Le retranchant de l'arc *AN*, diſtance du point vertical *N* au point *A*, où Venus eſt entrée dans le Soleil, qui a été obſervé de $62^d\ 30'$, on aura l'arc *AR*, de $43^d\ 26'$, & ſon complément *AT*, de $46^d\ 34'$, qui meſure la diſtance de Venus à la ſection de l'Ecliptique ſur le diſque du Soleil, conforme à celle qui a été déterminée par Horoccius.

Le diametre apparent de Venus ayant été obſervé de $1'\ 10''$, dont celui du Soleil eſt de 30 minutes; on fera, comme $30'\ 0''$, ſont au diametre du Soleil, qui eſt de $32'\ 40''$; ainſi $1'\ 10''$ eſt à $1'\ 16''$, dont la moitié *VA* $38''$, étant retranchée de *SA* $16'\ 20''$, donne *SV*, diſtance entre les centres de Venus & du Soleil, de $15'\ 42''$. Maintenant dans le Triangle rectangle *SVC*, dont le côté *SV* eſt connu de $15'\ 42''$, & l'angle *ASR*, de $43^d\ 26'$, on aura la diſtance apparente de Venus au Soleil en longitude, de $10'\ 47''\frac{1}{2}$, & en latitude, de $11'\ 24''$.

La parallaxe horiſontale du Soleil étant de 10 ſecondes, & le rapport des diſtances de Venus au Soleil & à la Terre, étant dans cette obſervation, comme 26522 à 72008, comme on peut le tirer des obſervations de Tycho, faites dans les plus grandes digreſſions de Venus, on aura la parallaxe horiſontale de Venus, de 37 ſecondes; & dans le Triangle rectangle *VIO*, dont le côté *VO* meſure la différence entre ces parallaxes, qui eſt de 27 ſecondes, & l'angle *OVI* ou *ZSE* eſt connu de $19^d\ 4'$, on trouvera la parallaxe en longitude *OI*, de 9 ſecondes qui, étant adjoûtée à *VC*, connue de $10^d\ 47'\frac{1}{2}$, donne la diſtance vraye en longitude entre les centres de Venus & du Soleil, de $10'\ 56''\frac{1}{2}$. On aura auſſi la parallaxe en latitude *VI*, de $25''\frac{1}{4}$, qui, étant retranchée de *HV*, connue de $11'\ 24''$, donne la latitude vraye de Venus à l'égard du Soleil, de $10'\ 58''\frac{3}{4}$.

On calculera de la même maniére, la distance de Venus au Soleil en longitude & en latitude pour les deux autres observations, que l'on trouvera de la maniére qu'on les a ici marquées.

	Long. vraye.	Latit. vraye.
A 3^h $37'$ à Paris	$10'$ $56''\frac{1}{2}$	$10'$ $58''\frac{3}{4}$
A 3 57	9 53	10 $36\frac{1}{2}$
A 4 7	9 $20\frac{5}{6}$	10 $21\frac{2}{5}$

La différence vraye en longitude & en latitude de Venus, à l'égard du Soleil, vûe de la Terre, étant ainsi connuë en ces différentes observations, on pourra déterminer immédiatement le lieu & le temps vrai de sa Conjonction avec le Soleil, en faisant, comme $1'$ $3''\frac{1}{2}$, mouvement apparent de Venus dans l'espace de 20 minutes, depuis la premiére jusqu'à la seconde observation, est à $10'$ $56''\frac{1}{2}$, différence entre la longitude de Venus & du Soleil dans la premiére observation; ainsi 20 minutes sont à 3^h $27'$, qui, étant adjoûtées au temps de la premiére observation, qui est arrivée à 3^h $37'$, donnent le temps de la Conjonction de Venus avec le Soleil à 7^h $4'$. On peut faire aussi, comme $1'$ $35''\frac{2}{3}$, mouvement apparent de Venus dans l'espace de 30 minutes, est à $10'$ $56''\frac{1}{2}$, ainsi $30'$ $0''$ sont à 3^h $26'$, ce qui donne le temps de la Conjonction de Venus à 7^h $3'$, fort approchant de celui qui résulte de la seconde observation. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, qui étoit alors en ♐ 12^d $33'$ $36''$, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil, qui est alors le même que celui de la Terre, en ♊ 12^d $33'$ $36''$.

Détermination plus exacte de la Conjonction de Venus avec le Soleil, du 4 Décembre 1639.

Comme l'on n'a pû observer Venus dans le disque du Soleil, que l'espace d'une demi-heure, pendant laquelle son mouvement en longitude & en latitude est trop peu sensible pour pouvoir en déduire les éléments de sa theorie avec une précision suffisante; nous y employerons d'autres méthodes qui supposent le rapport connu des distances de Venus au Soleil & à la Terre, l'inclinaison de son Orbite & la quantité de son mouvement vrai vû du Soleil.

La longitude de Venus au temps de la premiére observation ayant été déterminée de $10'\ 56''\frac{1}{2}$, & ſa latitude de $10'\ 58''\frac{3}{4}$, on fera d'abord, comme 72008, diſtance de Venus au Soleil, eſt à 26522, diſtance de Venus à la Terre; ainſi $10'\ 56''\frac{1}{2}$, ſont à $4'\ 2''$, qui meſurent la différence de longitude entre Venus & la Terre, vûe du Soleil au temps de la premiére obſervation, & qui, étant retranchées du vrai lieu de la Terre, qui étoit alors en ♓ $12^d\ 24'\ 52''$, donnent le vrai lieu de Venus le 4 Décembre 1639 à $3^h\ 33'$, temps vrai, en ♓ $12^d\ 20'\ 50''$. On fera auſſi, comme 72008 eſt à 26522; ainſi $10'\ 58''\frac{3}{4}$, latitude de Venus vûe de la Terre, ſont à $4'\ 3''$, qui meſurent la latitude de Venus vûe du Soleil au temps de la premiére obſervation.

On trouvera de la même maniére pour le temps de la ſeconde obſervation, la différence en longitude entre Venus & la Terre, vûe du Soleil, de $3'\ 38''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de la Terre, qui étoit alors en ♓ $12^d\ 25'\ 43''$, donne ſon vrai lieu le 4 Décembre 1639 à $3^h\ 35'$, temps vrai, en ♓ $12^d\ 22'\ 5''$. Réduiſant comme ci-deſſus, la latitude de Venus vûe de la Terre à celle qui eſt vûe du Soleil, on la trouvera de $3'\ 54''\frac{1}{2}$.

Enfin, dans la troiſiéme obſervation, on trouvera le vrai lieu de Venus, à $12^d\ 22'\ 40''$, & ſa latitude de $3'\ 49''$.

La latitude de Venus étant ainſi connuë dans ces trois obſervations, on trouvera le lieu de ſon Nœud, en faiſant, comme la tangente de l'inclinaiſon de l'Orbite, que l'on ſuppoſe de $4^d\ 23'$, eſt au ſinus total; ainſi la tangente de la latitude de Venus vûe du Soleil, qui étoit dans la premiére obſervation, de $3'\ 3''$, dans la ſeconde de $3'\ 54''\frac{1}{2}$, & dans la troiſiéme de $3'\ 49''$, eſt au ſinus de la diſtance de Venus à ſon Nœud, que l'on trouvera dans la premiére obſervation, de $1^d\ 8'\ 37''$, dans la ſeconde de $1^d\ 6'\ 13''$, & dans la troiſiéme de $1^d\ 4'\ 39''$. L'adjoûtant au vrai lieu de Venus vû du Soleil, on aura le vrai lieu du Nœud par la premiére obſervation, en ♓ $13^d\ 29'\ 27''$, par la ſeconde en ♓ $13^d\ 28'\ 18''$, & par la troiſiéme en ♓ $13^d\ 27'\ 19''$. Prenant un milieu, on aura le vrai lieu du Nœud de Venus en ♓ $13^d\ 28'\ 21''$, plus avancé de 6 minutes que celui qui avoit été déterminé par Horoccius.

Pour trouver préſentement le temps & le lieu vrai de la Conjonction de Venus avec le Soleil, & ſa latitude, on prendra

le mouvement vrai de Venus en 24 heures, qui étoit alors de . . . . $1^d\ 36'\ 44''$,
dont on retranchera le mouvement vrai journalier du Soleil qui étoit de . . . . $1^d\ 1'\ 0''$,
& l'on aura le mouvement de Venus à l'égard de la Terre vû du Soleil de . . . . $35'\ 44''$.

Or l'on fera, comme $35'\ 44''$, sont à $4'\ 2''$; ainsi 24 heures sont à $2^h\ 43'$, qui, étant adjoûtées à $3^h\ 37'$, donnent le temps de la Conjonction de Venus avec le Soleil le 4 Décembre 1639 à $6^h\ 20'$ temps vrai au Méridien de Paris, & à $5^h\ 58'$ au Méridien de Leverpole, à 3 minutes près de celui qui a été déterminé par Horoccius.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil qui est le même que celui de Venus, on le trouve en ♐ $12^d\ 31'\ 44''$, & son opposite en ♊ $12^d\ 31'\ 44''$, plus avancé seulement de 2 minutes que suivant cet Auteur. Le retranchant du lieu de son Nœud, qui étoit en ♊ $13^d\ 28'\ 45''$, on aura la distance de Venus à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, de $57'\ 1''$, avec laquelle on trouvera sa latitude vûe du Soleil, de $3'\ 22''$, & vûe de la Terre, de . . . . $9'\ 8''$, plus grande seulement de 37 secondes qu'Horoccius ne l'avoit déterminée; ce qui vient, de même que les autres petites différences qu'on a remarquées, de ce qu'il avoit supposé le diametre du Soleil un peu plus petit qu'il ne l'est effectivement, & sa parallaxe un peu trop grande.

Depuis cette observation de 1639, jusqu'à présent, il n'y a point eu de Conjonction visible de Venus avec le Soleil; car comme la latitude de Venus vûe de la Terre est beaucoup plus grande que sa vraye latitude vûe du Soleil, on ne peut appercevoir le passage de Venus dans le disque du Soleil, que lorsqu'au temps de sa Conjonction elle n'est éloignée tout au plus que de 2 degrés de ses Nœuds, sa latitude vûe du Soleil étant alors de $7'\ 5''$, qui, réduites à sa latitude vûe de la Terre, est au moins de 16 à 17 minutes qui excedent la grandeur du diametre apparent du Soleil.

Dans les Conjonctions qui se trouvent plus éloignées des Nœuds de Venus, cette Planete passe dessus ou au-dessous du Soleil; & comme dans les Conjonctions inférieures, elle nous présente sa partie obſcure, ſa partie éclairée étant expoſée au Soleil, il eſt évident qu'on ne peut l'appercevoir que lorſque ſa latitude eſt aſſés grande, pour qu'on puiſſe diſtinguer une portion de ſon diſque éclairée du Soleil, qui ne peut être au plus que de 12 à 13 degrés, égale à la latitude de Venus vûe de la Terre, plus ſa latitude vûe du Soleil, comme on le peut voir *(Fig. 76.)* où le Soleil eſt en *S*, la Terre en *T*, & Venus en *V*, l'angle *STE* meſure la plus grande latitude de Venus vûe de la Terre, & l'angle *TSV*, ſa plus grande latitude vûe du Soleil. Il eſt évident que la Terre ne verra que la portion *AC* du diſque de Venus éclairée du Soleil, qui eſt égale à l'arc *IE*, meſuré par l'angle *SVE*, qui eſt égal à la ſomme des angles *STE* & *TSV*.

Dans les Conjonctions ſupérieures de Venus avec le Soleil, on voit de la Terre ſon diſque éclairé du Soleil; mais comme cette Planete eſt alors environ ſix fois plus éloignée de la Terre que dans les Conjonctions inférieures, ſon diametre paroît être diminué dans la même proportion, & ſa ſurface, de même que ſa lumiére, dans la proportion des quarrés, ce qui la rend encore plus difficile à appercevoir; auſſi nous ne voyons point qu'on l'ait obſervée dans l'un ou l'autre de ces états pendant une longue ſuite d'années, & ce n'a été qu'en 1689, 50 années après l'obſervation d'Horoccius, qu'on a déterminé à l'Obſervatoire, ſa Conjonction inférieure par les obſervations des 21, 22 & 28 du mois de Juin, faites quelques jours avant & après cette Conjonction, qui eſt arrivée le 25 Juin de l'année 1689 à $13^h 46'$, cette Planete étant en ♋ $4^d 53' 40''$, avec une latitude ſeptentrionale de $3^d 1' 40''$. On a enſuite continué de l'obſerver juſqu'à préſent, lorſque le Ciel a été ſerein le jour même, ou quelques jours avant & après ſa Conjonction, non-ſeulement dans la partie inférieure de ſon cercle, mais auſſi dans la ſupérieure, de la maniére qu'on les a rapportées ici, où l'on a diſtingué les Conjonctions ſupérieures d'avec les inférieures, dont les derniéres ſont plus évidentes & ſe déterminent avec plus de préciſion, à cauſe que le mouvement de Venus à l'égard du Soleil y eſt beaucoup plus ſenſible.

Conjonctions de Venus avec le Soleil, observées à Paris.

Temps vrai de la Conjonction.							Longitude de ♀				Latitude.			
1689	Juin	25	à	13^h	46′	Infer.	♋	4^d	53′	40″	3^d	1′	40″	Bor.
1692	Septembre	3	à	19	7	Infer.	♏	12	33	0				
1693	Juin.....	25	à	17	38	Sup.	♋	5	5	35				
1696	Septembre	1	à	0	58	Sup.	♍	9	52	55	1	21	20	Bor.
1698	Avril	15	à	22	2	Sup.	♈	26	50	40				
1699	Janvier ..	30	à	7	6	Inf.	♒	11	14	47	7	36	0	Bor.
1699	Novembre	13	à	12	0	Sup.	♏	21	24	0	0	32	20	Bor.
1700	Septembre	2	à	11	20	Inf.	♍	10	20	20	8	40	15	Auſt.
1705	Juin	21	à	22	0	Inf.	♋	0	36	52	2	25	10	Auſt.
1706	Avril	14	à	9	45	Sup.	♈	24	26	30	1	3	10	Auſt.
1707	Janvier...	28	à	18	20	Inf.	♒	8	47	5				
1708	Août. ...	31	à	0	30	Inf.	♍	8	2	0				
1709	Juin	22	à	6	0	Sup.	♋	0	56	30				
1710	Avril. ...	10	à	18	7	Inf.	♈	20	55	0				
1711	Janvier...	27	à	12	52	Sup.	♒	7	33	51				
1712	Août....	28	à	14	53	Sup.	♍	5	43	34				
1713	Juin	19	à	15	15	Inf.	♊	28	29	35				
1714	Avril....	12	à	2	0	Sup.	♈	22	15	38				
1715	Janvier ..	26	à	8	19	Inf.	♒	6	22	58	7	10	33	Auſt.
1716	Août....	28	à	16	36	Inf.	♍	5	49	2	8	34	9	Auſt.
1718	Avril....	8	à	10	13	Inf.	♈	18	42	13	6	57	22	Bor.
1719	Novembre	10	à	9	17	Inf.	♏	17	55	34	4	6	18	Bor.
1729	Juin	14	à	23	56	Inf.	♊	24	11	16	1	26	53	Auſt.
1737	Juin	12	à	15	43	Inf.	♊	22	0	30	1	8	12	Auſt.

CHAPITRE V.

Détermination de l'Aphélie de Venus, de l'Excentricité de ſon Orbe, & de ſa plus grande Equation, par les Obſervations modernes.

POUR déterminer par le moyen de ces obſervations, les éléments de la théorie de Venus, nous avons choiſi les Conjonctions inférieures des années 1715, 1716 & 1718, parce qu'elles

BBbb

ont été obſervées toutes les trois, le jour même de la Conjonction de Venus avec le Soleil, ce qui doit donner une plus grande préciſion que lorſqu'on n'a apperçu cette Planete que quelques jours avant ou après ſa Conjonction.

Comme le lieu de cette Planete dans ces différentes obſervations, a été déterminé par rapport à l'Ecliptique, & qu'il eſt néceſſaire de connoître ſa ſituation dans ſon Orbite pour trouver le lieu de ſon Aphélie, nous avons employé le lieu du Nœud de cette Planete, tel qu'on l'a déterminé en 1639, en ♉ $13^d\ 28'\frac{1}{2}$, ſans avoir égard au mouvement qu'il a pû avoir depuis ce temps-là juſqu'en 1718, parce qu'étant fort peu ſenſible, il ne peut cauſer aucune différence conſidérable dans la ſituation de cette Planete ſur ſon Orbite.

Ayant retranché le vrai lieu du Nœud de Venus, de ſon vrai lieu ſur ſon Orbite, on a eu la diſtance de cette Planete à ſon Nœud, avec laquelle on a trouvé la réduction à l'Orbite, dans la premiére obſervation de $2'\ 54''$ additive, dans la ſeconde de $0'\ 51''$ additive, & dans la troiſiéme de $2'\ 49''$ ſouſtractive, ce qui donne le lieu de Venus vû du Soleil ſur ſon Orbite le 26 Janvier 1715 à $8^h\ 19'$, temps vrai, & à $8^h\ 34'$, temps moyen, en ♌ $6^d\ 25'\ 52''$, le 28 Août 1716 à $16^h\ 36'\ 42''$, temps moyen, en ♓ $5^d\ 49'\ 53''$, & le 8 Avril 1718 à $10^h\ 15'\ 11''$, temps moyen, en ♎ $18^d\ 39'\ 24''$.

Dans la Conjonction de 1639, le vrai lieu de Venus étoit le 4 Décembre à $6^h\ 20'$, temps vrai, & à $6^h\ 11'$, temps moyen, en ♉ $12^d\ 31'\ 44''$ ſur l'Ecliptique, & en ♉ $12^d\ 31'\ 37''$ ſur ſon Orbite. Retranchant de ce lieu, celui de l'Aphélie de Venus, qu'Horoccius avoit déterminé en ♒ $5^d\ 0'$, on aura l'anomalie vraye de cette Planete, de $4^s\ 7^d\ 32'$, avec laquelle, ſuppoſant de même que lui, ſa plus grande Equation, de $51'\ 34''$, on trouve celle qui convient à cette anomalie, de $40'\ 26''$, qui, étant adjoûtée au vrai lieu de Venus, donne ſon lieu moyen en ♉ $13^d\ 12'\ 3''$.

Dans la Conjonction de 1716, le vrai lieu de Venus étoit le 28 Août à $16^h\ 36'\ 42''$, temps moyen, en ♓ $5^d\ 49'\ 53''$ ſur ſon Orbite, dont retranchant le lieu de ſon Aphélie, que nous ſuppoſerons en ♒ $6^d\ 6'$, plus avancé de $1^d\ 6'$ qu'en 1639, conformément au mouvement des Etoiles fixes, on aura l'anomalie vraye de cette Planete, de $0^{s}\,29^{d}\,43'\,53''$, avec laquelle on trouve ſon Equation, de $25'\,11''$, qui, étant adjoûtée au vrai lieu de Venus, donne ſon lieu moyen en ♓ $6^{d}\,15'\,4''$.

Le mouvement moyen de Venus a donc été dans l'intervalle entre ces deux obſervations, qui eſt de 76 années communes, $286^{j}\,10^{h}\,26'$, d'un certain nombre de révolutions, que l'on trouve être de 125, plus $8^{s}\,23^{d}\,3'\,1''$, ce qui donne ſa révolution moyenne, de . . . . $224^{j}\,16^{h}\,41'\,40''$, & ſon moyen mouvement annuel, de . . . $7^{s}\,14^{d}\,47'\,28''$.

Le mouvement moyen de Venus étant ainſi déterminé, on trouvera par les obſervations des années 1715, 1716 & 1718, dans l'hypotheſe elliptique, le vrai lieu de l'Aphélie de Venus, en . . . . ♒ $6^{d}\,50'\,0''$, & ſa plus grande Equation, de . . . . $0^{d}\,49'\,8''$.

Calculant auſſi, ſuivant la même hypotheſe, le lieu de l'Aphélie de Venus, par les obſervations des années 1715, 1718 & 1719, on le trouve en . . . . ♒ $6^{d}\,26'\,0''$, moins avancé de 24 minutes que par le calcul précédent, auquel nous avons cru devoir donner la préférence, à cauſe que les obſervations ſur leſquelles il eſt fondé, ont été faites, comme on l'a remarqué, le jour même de la Conjonction de Venus avec le Soleil.

A l'égard de la plus grande excentricité de l'Orbe de Venus, nous la trouvons de . . . . $0^{d}\,49'\,4''$, plus petite ſeulement de 4 ſecondes que par le premier calcul.

Le lieu de l'Aphélie de Venus étant ainſi déterminé, on pourroit chercher préſentement celui qui convient à cette Planete dans l'hypotheſe de Képler; mais comme il ne peut y avoir aucune différence ſenſible dans ce qui réſulte de ces deux hypotheſes, à cauſe du peu d'excentricité de l'Orbe de cette Planete, nous n'avons pas jugé devoir pouſſer plus loin nos recherches, d'autant plus que l'on ne doit point ſe promettre de trouver l'Aphélie de Venus avec la derniére préciſion, l'erreur d'une minute dans le lieu de cette Planete, en cauſant une de plus d'un degré dans la détermination de ſon Aphélie.

CHAPITRE VI.

Du Mouvement de l'Aphélie de Venus.

NOUS avons vû dans l'examen que nous avons fait des obſervations de Ptolemée, le peu d'exactitude que l'on doit attendre de la détermination de l'Aphélie de Venus, qui réſulte de ſes obſervations, puiſque dans les différentes comparaiſons qu'on en a faites, il s'y trouve une différence qui monte à près de 15 degrés.

Cependant, ſi on veut comparer le lieu de l'Aphélie de Venus, que l'on a trouvé par les obſervations des années 136, 138 & 140, en ♐ $21^d\ 29'$, & que nous avons jugé le plus exact, avec celui que nous venons de déterminer par celles des années 1715, 1716 & 1718, en ♒ $6^d\ 50'$, on trouvera que dans l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 1578 années, le mouvement de l'Aphélie de Venus a été de $45^d\ 21'$, ce qui eſt à raiſon de $1'\ 42''\ 50'''$ par année.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie de Venus, déterminé par les obſervations des années 1592, 1598 & 1601, en ♒ $1^d\ 54'$, avec celui qui réſulte des obſervations modernes, en ♒ $6^d\ 50'$, on trouvera que dans l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 120 années, le mouvement de cet Aphélie a été de $4^d\ 56'$, ce qui eſt à raiſon de $2'\ 28''$ par année, encore plus grand que par la comparaiſon précédente.

Enfin, ſi l'on compare le lieu de l'Aphélie de Venus, déterminé par Horoccius en l'année 1639, en ♒ $5^d\ 0'$, avec celui que nous avons trouvé en 1716, en ♒ $6^d\ 50'$, on trouvera dans cet intervalle, qui eſt de 77 années, le mouvement de l'Aphélie de Venus, de $1'\ 26''$, auquel nous nous conformerons, comme s'éloignant le moins de celui que l'on a obſervé dans les autres Planetes.

CHAPITRE VII.

Détermination des moyens Mouvements de Venus, par les Obſervations modernes.

LE lieu de l'Aphélie de Venus & ſon mouvement, étant ainſi connus, nous pouvons préſentement déterminer les moyens mouvements de cette Planete avec plus d'exactitude, en comparant l'obſervation d'Horoccius, de l'année 1639, avec celle que nous avons faite en 1737, après un intervalle de 98 années, qui eſt le plus grand que nous ayons entre les Conjonctions obſervées de Venus avec le Soleil.

Dans la Conjonction de 1639, le vrai lieu de Venus vû du Soleil étoit le 4 Décembre à $6^h\ 11'$, temps moyen, en ♉ $12^d\ 31'\ 37''$ ſur ſon Orbite, & ſon anomalie vraye, de $4^f\ 7^d\ 32'$, à laquelle, ſuppoſant la plus grande Equation de Venus, de $49'\ 6''$, il répond $38'\ 46''$, qui, étant adjoûtées au vrai lieu de Venus, donnent ſon lieu moyen, en ♉ $13^d\ 10'\ 23''$.

Dans la Conjonction de 1737, le vrai lieu de Venus étoit le 12 Juin à $15^h 43'$, temps vrai, & à $15^h 42'\ 16''$, temps moyen, en ♐ $22^d\ 0'\ 30''$, dont retranchant le lieu du Nœud, que nous ſuppoſons en ♉ $14^d\ 20'$, plus avancé d'environ un degré qu'en l'année 1639, on aura la diſtance de cette Planete à ſon Nœud, de $6^f\ 7^d\ 40'$, avec laquelle on trouve ſa réduction à l'Orbite, de $0'\ 49''$, qu'il faut adjoûter au vrai lieu de Venus ſur l'Ecliptique, pour avoir ſon vrai lieu, en ♐ $22^d\ 1'\ 19''$ ſur ſon Orbite. Retranchant de ce lieu, celui de l'Aphélie de Venus, qui étoit en ♒ $7^d\ 20'\ 0''$, on aura ſon anomalie vraye, de $10^f\ 14^d 41'\ 9''$, avec laquelle on trouvera l'Equation de ſon Orbe, de $35'\ 5''$, qui, étant retranchée de ſon vrai lieu, donne ſon lieu moyen en ♐ $21^d\ 26'\ 14''$.

Le mouvement moyen de Venus a donc été dans l'intervalle entre ces deux obſervations, qui eſt de 97 années communes, $214^j\ 9^h\ 29'$, d'un certain nombre complet de révolutions, que l'on trouve être de 158, plus $6^f\ 8^d\ 15'\ 51''$, ce qui donne ſa révolution moyenne, de . . . . 224^j 16^h 41$'$ 15$''$, son moyen mouvement annuel, de . . 7^f 14^d 47$'$ 29$''$ 0$'''$, & son moyen mouvement journalier, de 0^f 1^d 36$'$ 7$''$48$'''$.

Ayant ainsi établi les moyens mouvements de Venus, & supposant la plus grande Equation de son Orbe, de 49$'$ 6$''$, le lieu de son Aphélie en 1716, en ♒ 6^d 50$'$ 0$''$, son mouvement annuel, de 1$'$ 28$''$, & le lieu de son Nœud, au 14.^{me} degré des Gemeaux, tels qu'on les a trouvés par les comparaisons précédentes ; nous avons calculé le vrai lieu de Venus pour le temps des observations modernes, & nous avons trouvé que celles qui ont été faites avec le plus d'exactitude, & près des Conjonctions, s'y accordent la plûpart dans la minute.

A l'égard des observations anciennes, rapportées par Ptolemée, nous trouvons que celles du 17 Février de l'année 134, & du 18 Février de l'année 140, ne sont éloignées du calcul que de quelques minutes.

Il n'y a pas le même accord dans les autres observations, car la premiére de Theon, du 14 Octobre de l'année 117, est éloignée du calcul, de 2 signes & 14 degrés ; ce qui fait voir qu'il y a eu quelque erreur dans les époques. Les autres observations, tant de Theon que de Ptolemée, sont éloignées du calcul, de plusieurs degrés, tantôt par excès, tantôt par défaut, ce qui vient de la difficulté de déterminer le temps précis des digressions de Venus à l'égard du Soleil, où, comme on l'a remarqué, cette Planete ne varie pas sensiblement dans l'espace de plusieurs jours, quoique son mouvement soit réellement de plusieurs degrés.

CHAPITRE VIII.

De la seconde Inégalité de Venus, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

POUR déterminer dans les Planetes supérieures, leur seconde Inégalité, & le rapport de leurs distances au Soleil & à la Terre, il faut d'abord connoître le vrai lieu de ces Planetes vû du Soleil en différents endroits de leur Orbe, & le comparer à leur vrai lieu vû de la Terre, pour avoir la différence qui mesure cette seconde Inégalité, qui, comme on l'a remarqué, n'est qu'optique, & est plus ou moins grande suivant les différents aspects des Planetes à l'égard du Soleil & de la Terre.

Cette connoissance du vrai lieu des Planetes, vû du Soleil, n'est point absolument nécessaire dans les Planetes inférieures, dont on peut déterminer immédiatement la proportion de leurs Orbes à l'égard de l'Orbe annuel, d'où resulte cette seconde Inégalité.

Soit *S* (*Fig.* 77.) le Soleil, *T* la Terre placée sur l'Orbe annuel *GHT*, *V* Venus observée dans sa plus grande digression à l'égard du Soleil. Dans le Triangle *TVS*, la distance *TS* de la Terre au Soleil, par rapport à sa moyenne distance supposée de 100000, étant connuë, de même que l'angle *SVT*, que l'on peut supposer droit, sans erreur sensible; & l'angle *STV*, qui mesure la plus grande digression de Venus à l'égard du Soleil, ayant été déterminé par observation, on trouvera la valeur des côtés *VS* & *VT*, qui mesurent la distance de Venus au Soleil & à la Terre, par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil.

Les distances *VS* & *VT* de Venus au Soleil & à la Terre, étant ainsi connuës, on fera, comme *VS* est à *VT*; ainsi la tangente de la latitude de Venus, observée de la Terre, qui est mesurée par l'angle *VTD*, est à la tangente de sa vraye latitude vûe du Soleil, qui est mesurée par l'angle *DSV*. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de l'angle *DSV*, latitude de Venus vûe du Soleil, est au sinus total; ainsi *VS* est à *VD*, distance de Venus au Soleil sur son Orbite.

Ayant déterminé de la même maniére les distances *SB*, *SE*, de Venus au Soleil dans deux autres observations semblables, on trouvera par la méthode qui a été expliquée ci-devant, le lieu de l'Aphélie de Venus, sa plus grande & sa plus petite distance au Soleil, & par conséquent le rapport de l'Orbe de cette Planete à l'égard de l'Orbe annuel.

Lorsque l'on connoît par la théorie, le lieu de l'Aphélie de Venus & son excentricité, on peut par une seule observation, déterminer la proportion de son Orbe à l'égard de celui du Soleil: car dans l'Ellipse *APD*, qui représente l'Orbe de Venus, la distance *FS* entre les foyers, étant connuë par rapport à l'axe *AP*, on trouvera la valeur des côtés *SD* & *FD*, dont la somme est égale au grand axe de cette Ellipse : & l'on fera, comme *SD* est à *FD*; ainsi *SD*, que l'on a déterminé en parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 100000, est à *FD*, qui, étant adjoûté à *SD*, donne la grandeur du grand axe de l'Orbe de Venus, dont la moitié mesure la moyenne distance de cette Planète au Soleil par rapport à la moyenne distance de la Terre au Soleil, supposée de 100000.

Lorsqu'on n'a pas observé le lieu de Venus, le jour de sa plus grande digression, mais quelques jours avant & après, il faut calculer pour le temps de l'observation, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, pour avoir sa distance à la Terre, qui est mesurée par l'angle *TSV*: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *TVS*, supplément à deux droits des angles *TSV* & *STV*, est au sinus de l'angle *STV*, distance observée de Venus au Soleil; ainsi la distance *ST* de la Terre au Soleil, est à la distance cherchée *SV* de Venus au Soleil, qu'on réduira à sa distance *SD* sur son Orbite, de même que ci-dessus.

Exemple.

Le 28 Mars de l'année 1731, Venus étant près de sa plus grande digression du matin, on a observé la différence entre le passage de Venus & du Soleil par le Méridien, de $2^h\ 55'\ 34''$, & la hauteur méridienne de cette Planete, de $28^d\ 15'\ 40''$; d'où l'on a calculé sa longitude en ♒ $20^d\ 54'\ 30''$, & sa latitude méridionale, de $1^d\ 52'\ 56''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♈ $7^d\ 11'$, dont retranchant celui de Venus, on aura la différence entre la longitude de Venus & du Soleil, de $46^d\ 16'\ 30''$.

Le 7 Avril suivant, la différence entre le passage de Venus & du Soleil par le Méridien, a été observée de $2^h\ 53'\ 34''\frac{1}{2}$, & la hauteur méridienne de cette Planete, de $30^d\ 33'\ 0''$; d'où l'on a calculé sa longitude en ♓ $0^d\ 42'\ 17''$, & sa latitude méridionale de $0^d\ 38'\ 30''$. Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♈ $17^d\ 1'\ 12''$, dont retranchant celui de Venus, on aura la différence entre la longitude de Venus & du Soleil, de $46^d\ 18'\ 55''$, plus grande de $2'\ 25''$ que dans l'observation du 28 Mars, ce qui marque que Venus étoit alors plus près de sa plus grande digression, que dans l'observation l'obſervation précédente : c'eſt pourquoi l'on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus de 46^d $18'$ $55''$; ainſi la diſtance de la Terre au Soleil, qui étoit alors de 100230, eſt à la diſtance de Venus au Soleil, qu'on trouvera de 72482.

Comme la plus grande digreſſion de Venus à l'égard du Soleil eſt arrivée plus près du 7 Avril que du 28 Mars de l'année 1731, on calculera, pour une plus grande exactitude, le vrai lieu de Venus vû du Soleil dans le temps de la derniére obſervation, qu'on trouvera en ♐ 3^d $15'$ $12''$, dont il faut retrancher le vrai lieu de la Terre, qui étoit en ♎ 17^d $1'$ $12''$, pour avoir l'angle *TSV*, de 46^d $14'$ $0''$. On aura donc l'angle *TVS*, de 87^d $27'$ $5''$, & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *TVS*, de 87^d $27'$ $5''$, eſt au ſinus de l'angle *STV*, de 46^d $18'$ $55''$; ainſi *ST*, diſtance du Soleil à la Terre, qui eſt de 100230, eſt à la diſtance *SV* de Venus au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 72553.

On trouvera auſſi la diſtance *TV* de Venus à la Terre, de 72454, & l'on fera, comme *SV* eſt à *TV*; ainſi la latitude de Venus vûe de la Terre, qui a été trouvée de 0^d $38'$ $30''$, eſt à ſa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 0^d $38'$ $26''$. Enfin l'on fera, comme le ſinus du complément de 0^d $38'$ $26''$, eſt au ſinus total ; ainſi *SV* 72553, eſt à *SD*, diſtance de Venus au Soleil ſur ſon Orbite, qu'on trouvera de 72558, peu différente de ſa diſtance réduite à l'Ecliptique.

Retranchant du vrai lieu de Venus ſur ſon Orbite, vû du Soleil en ♐ 3^d $14'$ $0''$, le vrai lieu de ſon Aphélie, qui étoit en 1731, en ♒ 7^d $11'$, on aura l'anomalie vraye de cette Planete, de 9^f 26^d $3'$ $0''$. Retranchant auſſi du lieu moyen de cette Planete, qui étoit en ♐ 2^d $29'$ $50''$, le lieu de ſon Aphélie, on aura ſon anomalie moyenne, de 9^f 25^d $18'$ $50''$; & dans le Triangle *SFD*, dont le côté *SD* eſt connu, l'angle *SFD*, de 115^d $18'$ $50''$, & l'angle *FSD*, de 63^d $57'$ $0''$, ſupplément de l'anomalie vraye, on trouvera le côté *FD*, de 72112, qui, étant adjoûté à *SD*, de 72558, donne le diametre *AP* de l'Orbe de Venus, de 144670, dont la moitié 72335, meſure la diſtance moyenne de Venus au Soleil par rapport à la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, ſuppoſée de 100000.

Par d'autres obſervations faites au temps de la plus grande digreſſion de Venus avec le Soleil, on a trouvé la diſtance de cette Planete au Soleil à différents degrés d'anomalie moyenne, ainſi qu'on l'a marquée ici.

Temps de la Digreſſion.							Anom. moyenne.			Diſt. de ♀ au ☉.
1689	Septembre	4	à	45^d	57′	20″	2^f	24^d	16′	72432.
1690	Novembre	21	à	47	13	20	2	14	26	72500.
1691	Avril....	5	à	46	0	50	9	20	30	72432.
1692	Juin.....	23	à	45	23	30	9	13	30	72419.
1697	Avril....	13	à	45	36	0	7	5	20	71905.
1697	Septembre	4	à	45	52	0	2	25	48	72382.
1698	Novembre	21	à	47	14	20	2	15	35	72515.
1699	Septembre	10	à	46	15	0	9	28	18	72532.
1705	Avril....	12	à	45	48	50	7	3	16	71927.
1705	Août....	28	à	45	48	0	2	14	10	72479.
1706	Novembre	17	à	47	10	40	2	9	8	72540.
1707	Avril....	9	à	46	19	10	9	27	32	72540.

Suivant ces obſervations, on trouve la diſtance moyenne de Venus au Soleil, de 72340 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt de 100000.

Y appliquant l'excentricité, qui eſt de 517 des mêmes parties, on aura la plus petite diſtance de Venus au Soleil, de 71823, & la plus grande de 72857.

CHAPITRE IX.

Du lieu des Nœuds de Venus.

POUR déterminer le lieu des Nœuds de Venus, nous employerons, de même que dans la théorie des autres Planetes, les obſervations qui ont été faites avant & après le paſſage de Venus par l'un de ſes Nœuds.

EXEMPLE I.

Entre les obſervations modernes, nous en trouvons trois du mois de Septembre de l'année 1698, dont la premiére eſt arrivée le 2, à 2^h^ 15′, le vrai lieu de Venus étant en ♎ 16^d^ 30′ 50″, avec une latitude boréale de 5′ 41″; la ſeconde le 6 à 2^h^ 18′, en ♎ 21^d^ 18′ 20″, avec une latitude auſtrale de 7′ 13″; & la troiſiéme le 7 à 2^h^ 19′, en ♎ 22^d^ 27′ 30″, avec une latitude auſtrale de 11′ 31″.

Calculant pour le temps de ces obſervations, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la premiére obſervation, en ♐ 11^d^ 19′ 2″, dans la ſeconde en ♐ 17^d^ 40′ 23″, & dans la troiſiéme en ♐ 19^d^ 15′ 30″: & l'on fera, comme 12′ 54″, ſomme des latitudes obſervées en ſens contraire le 2 & le 6 Septembre, eſt à 5′ 41″; ainſi le mouvement de Venus entre ces deux obſervations, qui eſt de 6^d^ 21′ 21″, eſt à 2^d^ 48′, qui, étant adjoûtés au lieu de Venus dans la premiére obſervation, qui étoit en ♐ 11^d^ 19′ 2″, donnent le lieu de ſon Nœud en ♐ 14^d^ 7′, qui eſt deſcendant, parce que cette Planete dans l'intervalle entre ces obſervations, a paſſé de la partie ſeptentrionale de ſon Orbite dans ſa partie méridionale. On fera auſſi, comme 17′ 12″, ſomme des latitudes obſervées le 2 & le 7 Septembre, eſt à 5′ 41″; ainſi 7^d^ 56′ 28″, mouvement de Venus dans cet intervalle, eſt à 2^d^ 37′ 30″, qui, étant adjoûtés au lieu de Venus dans la premiére obſervation, donnent le lieu de ſon Nœud auſtral en ♐ 13^d^ 56′ $\frac{1}{2}$, moindre de 10′ 30″ que par la comparaiſon précédente. Prenant un milieu, on aura le lieu du Nœud auſtral le 4 Septembre 1698, en . . . . ♐ 14^d^ 1′ 45″.

Il faut remarquer que la diſtance de Venus au Soleil, ayant varié dans l'intervalle entre ces obſervations, ſa latitude apparente a dû augmenter ou diminuer dans la même proportion; mais comme cette différence n'en peut cauſer qu'une de quelques ſecondes dans la détermination du Nœud, nous avons cru devoir la négliger.

EXEMPLE II.

Le 11 Juin de l'année 1705 à 1^h^ 11′, la latitude de Venus a été obſervée de 0^d^ 5′ 35″ vers le Nord, & le 12 Juin à 1^h^ 5′, on l'a trouvée de 0^d^ 7′ 35″ vers le Midi.

Calculant pour ce temps, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la premiére obſervation, en ♐ 13^d^ 22′ 37″, &

dans la ſeconde en ♐ $14^d\ 57'\ 32''$. On fera donc, comme $13'\ 10''$, ſomme des latitudes, eſt à $5'\ 35''$; ainſi $1^d\ 34'\ 55''$, mouvement de Venus dans cet intervalle, eſt à $0^d\ 40'\ 15''$, qui, étant adjoûtées au lieu de Venus, qui étoit le 11 Juin, en ♐ $13^d\ 22'\ 37''$, donnent le lieu de ſon Nœud auſtral, en . . . ♐ $14^d\ 2'\ 52''$, plus avancé de $1'\ 7''$, qu'en l'année 1698.

Exemple III.

Le 13 Mai de l'année 1710 à $9^h\ 36'$, on a obſervé la latitude de Venus, de $0^d\ 11'\ 30''$ vers le Nord, & le 15 Mai à $9^h\ 32'$, de $0^d\ 8'\ 20''$ vers le Midi.

Calculant pour ce temps, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la premiére obſervation, en ♐ $12^d\ 14'\ 28''$, & dans la ſeconde en ♐ $15^d\ 24'\ 47''$: & l'on fera, comme $19'\ 50''$, ſomme des latitudes, eſt à $11'\ 30''$; ainſi $3^d\ 10'\ 19''$, mouvement de Venus entre le 13 & le 15 Mai, eſt à $1^d\ 50'\ 24''$, qui, étant adjoûté au lieu de Venus, qui étoit dans la premiére obſervation, en ♐ $12^d\ 14'\ 28''$, donne le lieu de ſon Nœud auſtral, en . . . . ♐ $14^d\ 4'\ 52''$, plus avancé de $3'\ 7''$ que le 4 Septembre 1698.

Exemple IV.

Le 7 Avril de l'année 1731 à $9^h\ 7'\ 25''\frac{1}{2}$ du matin, la latitude de Venus a été obſervée de $38'\ 30''$ vers le Nord, & le 14 Avril à $9^h\ 10'\ 4''$ du matin, de $0'\ 19''$ vers le Midi.

Calculant pour ce temps, le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve dans la premiére obſervation, en ♉ $3^d\ 15'\ 12''$, & dans la ſeconde en ♉ $14^d\ 22'\ 2''$: & l'on fera, comme $38'\ 49''$, ſomme des latitudes en ſens contraire, eſt à $19''$; ainſi $11^d\ 6'\ 50''$, mouvement de Venus entre les deux obſervations, eſt à $5'\ 0''$, qui, étant retranchées du lieu de Venus, qui étoit le 7 Avril 1731, en ♐ $14^d\ 22'\ 2''$, donnent le lieu de ſon Nœud auſtral ou deſcendant, en . . . . ♐ $14^d\ 17'\ 2''$, plus avancé de $15'\ 17''$ que le 4 Septembre 1698.

CHAPITRE X.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Venus par rapport à l'Ecliptique.

POUR déterminer l'inclinaison de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Ecliptique, on peut employer toutes les observations qui ont été faites de la latitude de cette Planete; mais entre ces observations, nous choisirons celles qui ont été faites près des limites de la plus grande latitude, où la variation d'un degré à l'autre dans la distance de Venus à ses Nœuds, n'en cause qu'une fort petite dans la détermination de son inclinaison. On préférera aussi les observations qui se trouvent le plus près des Conjonctions inférieures de Venus avec le Soleil, car la distance de cette Planete à la Terre, étant alors la plus petite qui soit possible dans cette révolution, il suit que l'erreur qui peut s'être glissée dans la détermination de la latitude, diminuë dans la proportion de la distance de Venus au Soleil & à la Terre, qui est alors à peu-près comme 3 à 1, ce qui donne avec plus de précision la latitude de Venus vûe du Soleil, & par conséquent l'inclinaison de son Orbite.

EXEMPLE I.

Dans la Conjonction inférieure de Venus, du 2 Septembre de l'année 1700, la latitude de cette Planete fut observée de $8^d\ 40'\ 15''$ vers le Midi.

Le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, étoit alors à $10^d\ 20'\ 20''$ des Poissons, éloigné de $86^d\ 22'$ de son Nœud austral, qui a été observé en l'année 1698, en ♐ $14^d\ 1'\ 45''$, & en 1705, en ♐ $14^d\ 2'\ 52''$.

Le vrai lieu du Soleil & de Venus, étant connus pour le temps de cette observation, on trouvera la distance *SI* (*Fig.* 77.) de la Terre au Soleil, de 100750, & la distance *SL* de Venus au Soleil, de 72769; & dans le Triangle *SLI*, dont les côtés *SI*, *SL*, sont connus, & l'angle *SIL*, qui mesure la latitude de Venus vûe de la Terre, de $8^d\ 40'\ 15''$; on fera, comme *SL* eſt à SI; ainſi le ſinus de l'angle SIL, de $8^d\ 40'\ 15''$, eſt au ſinus de l'angle ILS, qu'on trouvera de $167^d\ 57'\ 7''$. On aura donc l'angle ISL, qui meſure la latitude de Venus vûe du Soleil, de $3^d\ 22'\ 38''$. Dans le Triangle ſphérique NOL, rectangle en O, NO meſure la diſtance de Venus à ſon Nœud auſtral, qui a été trouvée de $86^d\ 22'$, & le côté LO, meſure ſa latitude, qui eſt de $3^d\ 22'\ 38''$: c'eſt pourquoi l'on fera, comme le ſinus de $86^d\ 22'$ eſt à la tangente de $3^d\ 22'\ 38''$; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de l'angle LNO, de $3^d\ 23'\ 5''$, qui meſure l'inclinaiſon de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Ecliptique.

EXEMPLE II.

Le 28 Août de l'année 1716 à $23^h\ 45'\ 37''$, la latitude de Venus a été déterminée de $8^d\ 35'\ 24''$; cette Planete fut le même jour en Conjonction avec le Soleil dans la partie inférieure de ſon cercle, qui arriva à $16^h\ 36'\ 12''$, ſon vrai lieu étant en ♓ $5^d\ 49'\ 2''$. Y adjoûtant $28'\ 43''$ pour ſon mouvement dans l'eſpace de $7^h\ 10'$, depuis la Conjonction juſqu'au temps de l'obſervation, on aura le vrai lieu de Venus vû du Soleil, en ♓ $6^d\ 17'\ 45''$, éloigné de $82^d\ 8'$ du lieu du Nœud auſtral, qui étoit en ♊ $14^d\ 10'$. La diſtance du Soleil à la Terre, étoit alors de 100860, & la diſtance de Venus au Soleil, de 72789: c'eſt pourquoi dans le Triangle SLI, dont les côtés SI, SL, ſont connus, & l'angle SIL, latitude de Venus obſervée de $8^d\ 35'\ 24''$, on trouvera l'angle ISL de ſa latitude vûe du Soleil, de $3^d\ 21'\ 16''$; & dans le Triangle ſphérique NOL, rectangle en O, dont l'arc LO eſt connu de $3^d\ 21'\ 16''$, & l'arc NO, de $82^d\ 8'$, on trouvera l'angle LNO, qui meſure l'inclinaiſon de l'Orbite de Venus à l'égard de l'Ecliptique, de $3^d\ 23'\ 10''$, qui ne différe que de 5 ſecondes de la détermination précédente.

CHAPITRE XI.

Du Mouvement des Nœuds de Venus.

NOus avons vû dans la théorie de Venus, le peu de fondement qu'il y a à faire sur les observations anciennes de cette Planete, parce qu'elles ont été faites près des digressions, où il est difficile de déterminer avec exactitude son vrai lieu à l'égard du Soleil ; c'est pourquoi nous employerons d'abord pour déterminer les mouvements des Nœuds de cette Planete, les observations modernes qui paroissent avoir été faites avec beaucoup de précision, & nous les comparerons ensuite avec les anciennes qui ont été faites dans les circonstances les plus favorables pour cette recherche.

La premiére des observations modernes est celle d'Horoccius, du 24 Novembre 1639, suivant laquelle, supposant l'inclinaison de l'Orbite de Venus, de $3^d\ 23'\ 0''$, telle que nous l'avons trouvée depuis, on a déterminé le lieu de son Nœud, en ♉ $13^d\ 28'\ 22''$; il a été trouvé le 4 Septembre 1698, en . . . ♉ $14^d\ 1'\ 45''$.

Le mouvement du Nœud de Venus à donc été dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 58 années 9 mois 10 jours, de $33'\ 23''$, ce qui est à raison de $34''\ 0'''$ par année.

Comparant de même l'observation de l'année 1639, avec celle du 11 Juin 1705, où le lieu du Nœud fut déterminé en ♐ $14^d\ 2'\ 52''$, on trouve son mouvement, de . . . . $31'\ 36''$.

Par l'observation du 13 Mai 1710, où le lieu du Nœud étoit en ♐ $14^d\ 4'\ 52''$, on trouve son mouvement, de . . $31'\ 4''$.

Enfin par l'observation du 13 Avril 1731, comparée avec celle de 1639, on trouve son mouvement dans l'espace de 91 années & 4 mois, de $48'\ 17''$, ce qui donne son mouvement annuel, de . . . . $31''\ 58'''$.

Entre les observations anciennes, nous trouvons celle de Timocharis, du 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, dans laquelle Venus éclipsa l'Etoile η de l'Aîle australe de la Vierge, ce qui la rend favorable pour cette recherche, parce que la latitude de cette Etoile, qui est présentement de $1^d\ 22'$, étant supposée invariable, on a pour ce temps la latitude de Venus, & par conſéquent la diſtance à ſon Nœud, que l'on peut comparer avec celui qui réſulte des obſervations modernes.

Le vrai lieu de Venus vû du Soleil, étoit alors en ♓ 27^d 51′, & ſa diſtance au Soleil, de 7183. Le vrai lieu du Soleil étoit en ♎ 14^d 51′, & ſa diſtance à la Terre, de 9888 : c'eſt pourquoi dans le Triangle *STV (Fig. 77.)* dont les côtés *ST, SV,* ſont connus, & l'angle compris *TSV,* de 73^d 0′, on trouvera l'angle *STV,* de 41^d 24′ 48″, & l'angle *TVS,* de 65^d 35′ 12″. On fera enſuite, comme le ſinus de l'angle *STV,* eſt au ſinus de l'angle *TVS,* c'eſt-à-dire, comme *SV* eſt à *TS;* ainſi la tangente de la latitude de Venus vûe de la Terre, qui eſt de 1^d 22′, la même que celle de l'Etoile η de la Vierge, eſt à la tangente de Venus vûe du Soleil, que l'on trouvera de 1^d 52′ 55″. Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'inclinaiſon de l'Orbite de Venus, qui eſt de 3^d 23′, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de 1^d 52′ 55″, latitude de Venus vûe du Soleil, eſt au ſinus de la diſtance de cette Planete à ſon Nœud, qu'on trouvera de 33^d 49′. Les retranchant du vrai lieu de Venus vû du Soleil, qui étoit en ♓ 27^d 51′, on aura le lieu du Nœud de Venus le 11 Octobre de l'année 271 avant Jeſus-Chriſt, en ♉ 24^d 2′.

On l'a trouvé en l'année 1698, en ♓ 14^d 1′ 45″; le mouvement du Nœud dans cet intervalle, qui eſt d'environ 1969 années, a donc été de 20^d 0′, ce qui eſt à raiſon de 36″ 34‴ par année, plus grand d'environ 4 ſecondes que celui qui réſulte des obſervations modernes, qui, quoique faites dans des temps peu éloignés les uns des autres, s'accordent toutes avec aſſés de préciſion.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le moyen mouvement annuel des Nœuds de Venus, de . . . 0′ 34″ 0‴.

CHAPITRE XII.

Comparaiſon de diverſes Obſervations de Venus.

APrès avoir déterminé les éléments de la théorie de Venus, on peut examiner les obſervations tant anciennes que modernes, qui ont été rapportées par différents Aſtronomes.

La premiére

La premiére eſt celle dont nous avons déja fait mention, qui, au rapport de Ptolemée, a été obſervée à Alexandrie, la nuit du 17 au 18 du mois de *Meſſori* de l'année 13 de Ptolemée Philadelphe, à 12 heures, c'eſt-à-dire, à minuit, dans laquelle Venus parut éclipſer une Etoile qui eſt dans l'extrémité auſtrale de l'Aîle de la Vierge, que nous avons jugé être l'Etoile η. Cette obſervation réduite à nos époques, ſe rapporte, comme nous l'avons déja remarqué, au 11 Octobre de l'année 271 avant Jeſus-Chriſt, à minuit, ou plus exactement, à 6 heures du matin au Méridien d'Alexandrie.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, nous l'avons trouvé en ♍ $3^d\ 25'$. Ptolemée ſuppoſoit que l'Etoile de la Vierge, qui a été éclipſée par Venus, étoit alors en ♍ $4^d\ 10'$, & nous trouvons, ſuivant le mouvement que nous attribuons aux Etoiles fixes, qu'elle devoit être en ♍ $2^d\ 29'\ 0''$; ainſi le lieu de Venus que nous avons calculé, ſe trouve entre ces deux déterminations, plus petit de 45 minutes que ſuivant Ptolemée, & plus grand de 56 minutes que ſuivant l'obſervation, dont il s'écarteroit encore moins, ſi l'on avoit calculé le lieu de cette Planete pour le 11 Octobre de l'année 272 à minuit, comme il eſt marqué dans deux différentes éditions latines de Ptolemée, imprimées à Baſle en 1551 & 1552.

L'obſervation ſuivante, qui eſt la premiére de celles qui ont été faites par Theon à Alexandrie, eſt arrivée entre le 21 & le 22 du mois d'*Athir* de la ſeconde année d'Hadrien, à 6 heures du matin, qui ſe rapporte au 14 Octobre de l'année 117 après Jeſus-Chriſt, à $4^h\ 8'$ du matin au Méridien de Paris. Le vrai lieu de Venus vû de la Terre, étoit ſuivant Ptolemée, à $0^d\ 20'$ de la Vierge; ainſi le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, qui, dans ſa plus grande digreſſion, eſt éloignée de 3 ſignes de ſon lieu obſervé de la Terre, devoit être à $0^d\ 20'$ des Gemeaux.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve en ♓ $14^d\ 35'$, éloigné de plus de 75 degrés de l'obſervation, ce qui prouve qu'il y a quelque erreur dans l'époque marquée par Ptolemée; car on n'en peut pas ſuppoſer de pareille dans l'obſervation, où la ſituation de Venus fut déterminée par rapport à l'Etoile qui eſt à l'extrémité de l'Aîle auſtrale de la Vierge.

La ſeconde obſervation de Theon eſt arrivée le matin, entre le 2 & le 3.^{me} jour du mois d'*Epiphi*, qui répond au 19 Mai de l'année 129 à 6 heures du matin.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, on le trouve en ♈ $10^d\ 57'$, plus avancé de 21 minutes que celui qui a été obſervé par Ptolemée, & de 24 minutes que le lieu de Venus, que nous avions trouvé devoir être, ſuivant l'obſervation, en ♈ $10^d\ 33'$.

La troiſiéme obſervation de Theon eſt arrivée le 21 du mois de *Pharmuti* de la 16.^{me} année d'Hadrien, au ſoir, qui répond au 8 Mars de l'année 132.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, on le trouve en ♉ $2^d\ 1'$, plus avancé de 31 minutes que ſuivant l'obſervation de Ptolemée, & de 6 minutes que celui que nous avions trouvé en ♉ $1^d\ 54'\ 40''$.

On peut comparer de la même maniére, les obſervations de Ptolemée, qu'il eſt inutile de rapporter ici, parce qu'elles n'ont pas été faites avec aſſés de préciſion pour qu'on puiſſe en tirer quelque avantage pour la théorie de cette Planete.

LIVRE HUITIE'ME.

DE MERCURE.

MERCURE eſt de toutes les Planetes, celle qui eſt la plus proche du Soleil ; on ne le voit que très-rarement, à cauſe qu'il eſt ordinairement caché dans les rayons du Soleil. On l'apperçoit encore moins dans notre climat, & dans ceux qui ſont plus ſeptentrionaux, que dans les méridionaux, à cauſe que plus la ſphere eſt oblique, & moins il paroît élevé ſur l'horiſon avant le lever du Soleil, & après ſon coucher.

Il s'éloigne cependant du Soleil, quelquefois juſqu'à 27 ou 28 degrés, autant que la Lune deux jours avant & après ſa Conjonction. Dans d'autres révolutions, il ne s'en éloigne que de 18 degr. de ſorte que ſes plus grandes digreſſions varient de 9 degrés, qui font environ le tiers de la plus grande.

Son mouvement propre ſe fait, de même que celui des autres Planetes, ſur une Ellipſe, au foyer de laquelle ſe trouve le Soleil, dont il s'éloigne tantôt plus, tantôt moins, le rapport de ſa plus grande à ſa plus petite diſtance étant environ comme 2 à 3.

Le grand axe de cette Ellipſe eſt à celui de l'Orbe annuel, comme 39 à 100; & celui de l'Orbe de Venus eſt à celui de l'Orbe annuel, comme 72 à 100, de ſorte que la diſtance de Mercure au Soleil excede un peu plus de la moitié, la diſtance de Venus à cet Aſtre.

Comme Mercure ne ſe voit que vers ſes plus grandes digreſſions à l'égard du Soleil, il ne paroît jamais rond à la Lunette, mais ou coupé par la moitié comme la Lune dans ſes Quadratures, ou un peu plus convexe, ou tant ſoit peu concave, & parce qu'il eſt fort près de l'horiſon & entre les vapeurs, on a de la peine à diſtinguer nettement ſa figure, & à meſurer ſa grandeur.

Cependant cette apparence prouve assés qu'il reçoit sa lumiére du Soleil, comme la Lune & les autres Planetes, & qu'il tourne autour du Soleil même.

Il a été observé pour la premiére fois dans le Soleil, à Paris, par Gassendi le 7 Novembre de l'année 1631, & depuis ce temps on l'y a apperçu plusieurs fois, comme nous en rendrons compte dans la suite.

Dans quelques-unes de ces observations, il a paru de figure un peu ovale, mais dans d'autres, on l'a vû assés exactement rond, ce qui nous fait juger que sa figure est sphérique, ou n'en différe pas sensiblement.

Gassendi jugea que le diametre apparent de Mercure étoit la centiéme partie de celui du Soleil, & M. Gallet à pareille distance a trouvé le diametre du Soleil 118 ou 119 fois plus grand que celui de Mercure, ce qui s'accorde mieux à l'observation d'Hevelius, qui le jugea 120 fois plus grand, lorsque Mercure étoit encore plus proche de la Terre. Il a été trouvé en 1736, de $9'' 50'''$, dont le diametre du Soleil est de $32' 30''$. La distance de la Terre à Mercure, étoit à la distance de la Terre au Soleil, comme 685 à 1000; d'où il suit que le diametre véritable de Mercure est de $6'' 40'''$, & qu'il est à celui du Soleil, à peu-près comme 1 à 300.

CHAPITRE I.

De la Théorie de Mercure.

NOUS avons employé d'abord, dans la théorie de Venus, les observations anciennes de cette Planete, faites vers ses plus grandes digressions, parce que son Orbite ayant fort peu d'excentricité, on pouvoit la considérer comme un cercle, & déterminer par le moyen des digressions de Venus, son vrai lieu vû du Soleil, qui doit être alors éloigné d'environ 3 signes de son vrai lieu vû de la Terre.

Il n'en est pas de même dans la théorie de Mercure, dont l'Orbite est sensiblement elliptique, & dont l'excentricité surpasse de beaucoup, non-seulement celle de l'Orbite de Venus, mais même celle de toutes les Planetes.

Aussi a-t-il été impossible aux Astronomes qui, avant Képler, ont employé l'hypothese circulaire pour représenter la théorie des Planetes, de fixer exactement les mouvements de Mercure, où l'on a reconnu entre le calcul de divers Astronomes, des différences qui montent jusqu'à 7 degrés.

C'est par ces raisons que nous avons cru devoir employer d'abord les observations de Mercure, faites dans ses Conjonctions avec le Soleil, dans les temps où cette Planete étant près de ses Nœuds, elle passe devant le disque du Soleil ; observations rares, mais très-favorables pour déterminer les mouvements des Planetes, & qui, quoique modernes, doivent récompenser par leur précision, l'avantage que l'on peut retirer de la comparaison des observations anciennes avec les nouvelles.

Observations du passage de Mercure devant le Soleil.

La premiére a été observée à Paris, par Gassendi, le 7 Novembre de l'année 1631. Il en avoit été averti par une Dissertation de Képler, sur les Phénomenes merveilleux qui devoient arriver en 1631, sçavoir le passage de Venus & de Mercure par le Soleil. La prédiction ne fut point accomplie à l'égard de Venus, cette Planete n'ayant point été apperçue par Gassendi, quelqu'attention qu'il eût à l'observer au jour marqué.

Képler fut plus heureux dans celle de Mercure, que Gassendi découvrit dans le disque du Soleil le 7 Novembre, un peu avant 9 heures du matin, en forme d'une petite Tache noire. Il le prit d'abord pour une Tache qui n'avoit pas été apperçue le jour précédent, ou qui s'étoit formée depuis dans le Soleil, comme il l'avoit déja remarqué en d'autres occasions; car il ne pouvoit pas s'imaginer que Mercure fit une ombre si petite sur le disque du Soleil; mais ayant observé que sa distance au centre du Soleil augmentoit sensiblement, il reconnut enfin par son mouvement, que c'étoit Mercure, qu'il continua d'observer jusqu'à sa sortie, qu'il détermina avec évidence à $10^h\ 28'$, dans le moment que le centre de cette Planete étoit sur le bord du disque du Soleil, lequel étoit alors élevé sur l'horison, de $21^d\ 44'$.

Retranchant de cette hauteur la réfraction, qu'il suppose de 5 minutes, & y adjoûtant 3 minutes pour la parallaxe, il trouve la hauteur véritable du Soleil, de 21^d 42', & ſuppoſant ſa déclinaiſon, de 16^d 19', l'élevation du Pole de Paris, de 48^d 52', il détermine le temps vrai de la ſortie de Mercure à 10^h 28' du matin.

Il avouë n'avoir pas trouvé avec la même exactitude, le point du diſque du Soleil où Mercure eſt ſorti, qu'il juge cependant être éloigné de 32 à 33 degrés du vertical entre le Septentrion & l'Occident. L'angle de l'Ecliptique avec le vertical étoit alors de 56^d 47', dont retranchant 32^d 30', reſte 24^d 17', qui meſurent l'arc du diſque du Soleil entre le lieu de Mercure & l'Ecliptique, d'où il trouve ſa latitude boréale de 6' 20", dont le diametre du Soleil eſt de 15' 25".

Suppoſant enſuite le mouvement journalier du Soleil de 1^d 0' 29", celui de Mercure de 1^d 20' en longitude, & de 20 minutes en latitude, il trouve que Mercure a paſſé ce jour-là à 2^h 31' après minuit, par ſon Nœud qui a paru en ♏ 14^d 52', le Soleil étant à 14^d 21' $\frac{1}{2}$ du même ſigne : que l'entrée de Mercure dans le Soleil a dû arriver à 5^h 28', & que ſa Conjonction véritable eſt arrivée un peu au de-là du milieu de ſa trace dans le diſque du Soleil, où Mercure a paſſé à 7^h 58'; ſon vrai lieu, de même que celui du Soleil, étant à 14^d 36' du Scorpion, avec une latitude boréale de 4' 30".

Nous nous réſervons à examiner dans la ſuite les Eléments dont Gaſſendi s'eſt ſervi pour calculer ces obſervations, après que nous aurons déterminé par d'autres obſervations, la quantité de ſon mouvement, & l'inclinaiſon de ſon Orbite.

Il nous ſuffira de remarquer ici que le lieu de Mercure ainſi déterminé, s'éloigne de 4^d 25' de celui qui réſulte des Tables de Ptolemée, de 5 degrés des Pruſſiennes, de 7^d 13' des Danoiſes, de 1^d 21' de celles de Lanſberge, & de 14' 24" des Rodolphines. Ces derniéres Tables donnent cette obſervation avec une préciſion beaucoup plus grande, que Képler qui en eſt l'Auteur, n'oſoit eſpérer, puiſque dans l'explication qui eſt au commencement de ſes Ephémérides de 1617 *(page 15.)* il n'oſe aſſûrer que ſon calcul puiſſe repréſenter le lieu de Mercure dans les Conjonctions, avec une préciſion de plus d'un jour; dans lequel temps le lieu de Mercure vû du Soleil peut varier de 5 degrés, & ſon lieu vû de la Terre, qui eſt rétrograde, de 1^d 20'.

La ſeconde obſervation du paſſage de Mercure dans le Soleil, eſt arrivée le 24 Octobre de l'année 1651, à $6^h\ 40'$ du matin à Surate, où cette Planete fut apperçûë dans le Soleil par Skakerlæus, entre l'Orient & le Midi, éloignée de 10 minutes du centre du Soleil, ainſi qu'elle eſt rapportée *(page 312.)* dans l'Aſtronomie Britannique de Wing, qui trouve que cette Conjonction a dû arriver au Méridien de Londres à $13^h\ 18'\ 8''$.

La troiſiéme obſervation a été faite à Dantzick par Hevelius le 3 Mai de l'année 1661.

Ce célébre Aſtronome, dans ſon Traité intitulé *Mercurius in Sole viſus, p. 73,* & dans ſon Hiſtoire céleſte *(p. 311.)* rapporte les obſervations qu'il a faites de cette Planete, qu'il commença à appercevoir dans le diſque du Soleil à $3^h\ 4'$ du ſoir, & qu'il continua de voir juſqu'à $7^h\ 31'\ 53''$.

Il détermine enſuite par le moyen de ces obſervations, l'entrée de Mercure dans le Soleil à $2^h\ 20'$, & la fin à $9^h\ 56'$, ce qui donne ſon paſſage par le milieu du diſque du Soleil à $6^h\ 8'$, dont il repréſente la trace dans une figure par rapport à l'Ecliptique & au vertical.

Ayant enſuite ſuppoſé le diametre apparent du Soleil au temps de cette Conjonction, de $31'\ 28''$, il trouve que la portion de l'Orbite de Mercure dans le diſque du Soleil a été de $30'\ 15''$, & détermine la latitude de cette Planete au commencement, de $6'\ 20''$, vers le milieu de la Conjonction de $4'\ 27''$, & vers la fin de $2'\ 38''$.

La poſition de la trace de Mercure étant connuë par rapport à l'Ecliptique, il détermine la diſtance du Nœud auſtral ou deſcendant de Mercure au point de la Conjonction apparente, de $37'\ 4''$ par le calcul, ou de $37'\ 12''$ par la figure; l'adjoûtant au vrai lieu du Soleil au temps de la Conjonction, qui étoit, ſelon lui, en ♉ $13^d\ 39'\ 30''$, il détermine le lieu du Nœud auſtral de Mercure en ♉ $14^d\ 16'\ 42''$.

La latitude de Mercure au temps de ſa Conjonction, étant connuë de $4'\ 27''$, & ſa diſtance à ſon Nœud, il trouve enfin l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $6^d\ 49'\ 18''$.

Comme cette obſervation eſt d'une très-grande conſéquence pour établir les Eléments de la théorie de Mercure, nous avons cru devoir en examiner avec ſoin toutes les circonſtances, & nous avons remarqué d'abord que Hevelius *(p. 78.)* ſuppoſe que le paſſage de Mercure par le milieu du diſque du Soleil ou ſa Conjonction, étant arrivé à $6^h\ 8'$, on aura la longitude de Mercure vûe du Soleil, en calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, qu'il juge être le même que celui de Mercure, ce qui n'eſt point exact, parce que le lieu de Mercure ne concourt avec le lieu du Soleil vû de la Terre, qu'au temps de ſa Conjonction en longitude.

Il étoit donc néceſſaire pour déterminer exactement le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, de déterminer le temps de ſa Conjonction véritable à l'égard de l'E'cliptique, en faiſant, comme le ſinus du complément de l'inclinaiſon de l'Orbite à l'égard de l'E'cliptique, qu'il a trouvée de $6^d\ 49'\ 18''$, eſt au ſinus de cette inclinaiſon ; ainſi *AC (Fig. 78.)* qui meſure la latitude apparente de Mercure, de $4'\ 27''$, eſt à *AD*, diſtance entre la Conjonction apparente & la Conjonction en latitude, qu'on trouvera de $31''\ 0'''$. On fera enſuite, comme *EH* $30'\ 15''$, qui meſurent la trace de Mercure dans le Soleil, eſt à *AD*, de $31''\ 0'''$; ainſi $7^h\ 36'$, temps que Mercure a employé à paſſer dans le diſque de Jupiter, eſt à la différence entre le temps de ſon paſſage par le milieu de ſon diſque & celui de ſa Conjonction en longitude, qu'on trouvera de 8 minutes, & qui, étant retranché de $6^h\ 8'$, temps de la Conjonction apparente, donne $6^h\ 0'$ pour le temps de la Conjonction en longitude, pour lequel on calculera le vrai lieu du Soleil, qui ſera le même que celui de Mercure. On fera auſſi, comme le ſinus du complément de $6^d\ 49'\ 18''$ eſt au ſinus total ; ainſi $4'\ 27''$, diſtance entre les centres, eſt à $4'\ 29''$, qui meſurent la vraye latitude de Mercure au temps de ſa Conjonction.

On remarquera en ſecond lieu, que pour déterminer la ſituation du Nœud auſtral de Mercure, & l'inclinaiſon de ſon Orbite à l'égard de l'E'cliptique, Hevelius a pris la diſtance apparente du Nœud de Mercure au Soleil au temps de ſa Conjonction, au lieu qu'il auroit dû prendre la vraye diſtance vûe du Soleil, qui eſt fort différente. Il faut conſidérer pour cela, que l'arc *AB* qu'il a trouvé de $37'\ 12''$, marque la diſtance apparente de Mercure lorſqu'il eſt dans ſon Nœud, au vrai lieu du Soleil, & que pour avoir ſa diſtance véritable, il faut la réduire à celle qu'on auroit vûe du Soleil,

que

que l'on adjoûtera au vrai lieu du Soleil, calculé pour le temps du passage de Mercure par son Nœud, pour avoir le vrai lieu du Nœud de cette Planete.

Dans l'observation proposée, la distance de Mercure à la Terre étoit à sa distance au Soleil, comme 45515 à 55522; c'est pourquoi l'on fera, comme 45515 est à 55522; ainsi 37′ 12″, sont à 45′ 22″, qui mesurent la distance véritable du centre du Soleil à Mercure lorsqu'il est dans son Nœud. On fera ensuite, comme *EH* 30′ 18″, est à *AB* 37′ 12″; ainsi 7^h 36′, temps que Mercure a employé à parcourir l'arc *EH*, est au temps que Mercure a employé à parvenir de *A* en *B*, que l'on trouvera de 9 heures, qui, étant adjoûtées au temps de la Conjonction apparente lorsque Mercure étoit en *A*, qu'on a trouvé à 6^h 8′, donnent le temps que Mercure a dû arriver à son Nœud le 4 Mai 1661 à 3^h 8′ du matin.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♉ 14^d 1′, auquel adjoûtant la distance véritable du centre du Soleil à Mercure, qu'on a déterminée pour le même temps, de 45′ 22″, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure le 4 Mai 1661 à 3^h 8′ du matin, en ♉ 14^d 46′; plus avancé de 29 minutes que suivant la détermination d'Hevelius.

On trouvera aussi une grande différence dans l'inclinaison de l'Orbite de Mercure, qu'Hevelius a établie, suivant ces principes, de 6^d 49′ 18″, & qui n'est que l'apparente; car pour avoir la véritable, il faut d'abord convertir sa latitude vûe de la Terre à celle qui seroit vûe du Soleil, en faisant, comme 45515 est à 55522; ainsi 4′ 29″, sont à 5′ 28″. On calculera ensuite pour le temps de la Conjonction de Mercure en longitude, qu'on a trouvé à 6^h 0′, le vrai lieu du Soleil, qui est le même que celui de Mercure, qu'on trouvera en ♉ 13^d 37′ 24″, & on le retranchera du vrai lieu de son Nœud, que nous avons déterminé en ♉ 14^d 46′, pour avoir la distance de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, de 1^d 8′. On fera enfin, comme le sinus de *CN* 1^d 8′, est à la tangente de *CI* 5′ 28″; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle *CNI*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de 4^d 36′, plus petite de 2^d 13′ que suivant la détermination d'Hevelius.

Comme cette inclinaiſon différe de plus de 2 degrés $\frac{1}{2}$ de celle que l'on a trouvée par un grand nombre d'obſervations, ce qui peut faire ſoupçonner qu'il y ait eu quelque erreur dans la détermination du paſſage de Mercure dans le diſque du Soleil ; nous avons examiné toutes les circonſtances de cette obſervation, & nous avons trouvé que Hevelius détermine l'entrée de Mercure dans le diſque du Soleil, à la diſtance de 15 degrés du Zénit, conformément à la route qu'il a décrite dans ſa figure, & que vers la derniére, il a déterminé l'angle entre le vertical & l'Ecliptique, de $39^d\ 15'$, un peu plus grand qu'il n'eſt marqué dans la même figure.

En calculant cet angle pour le temps de la derniére obſervation, qui eſt arrivée à $7^h\ 51'\ 53''$, par le moyen de la déclinaiſon du Soleil, qui étoit alors de $15^d\ 58'\ 30''$, & de la hauteur du Pole de Dantzick, connuë de $54^d\ 22'$, on le trouve de $39^d\ 9'$, fort peu différent de la détermination d'Hevelius, ce qui marque que le lieu de Mercure eſt bien placé dans la derniére obſervation par rapport au vertical du Soleil & à l'Ecliptique.

Il auroit dû de même calculer pour le temps de chaque obſervation, & ſur-tout pour la premiére, l'angle entre le vertical & l'Ecliptique, pour tracer ce vertical qui eſt mobile par rapport à l'Ecliptique ſuppoſée fixe dans le Soleil, à quoi il n'a pas apparemment fait attention, puiſqu'il n'a pas eu ſoin de le tracer dans la figure, pour déterminer l'entrée de Mercure par rapport à ce vertical, qu'il dit en être alors éloigné de 15 degrés.

Pour y ſuppléer, nous avons calculé au temps de la premiére obſervation, qui eſt arrivée à $3^h\ 4'$, l'angle entre le vertical qui paſſe par le Soleil & l'Ecliptique, que nous avons trouvé de $40^d\ 30'$, plus grand de $1^d\ 24'$ que dans la derniére obſervation, & plaçant l'entrée de Mercure à 15 degrés de ce vertical, conformément à la détermination d'Hevelius, nous avons marqué ſur le diſque du Soleil, le lieu où Mercure a dû ſe trouver par rapport à l'Ecliptique & au vertical, qui eſt un peu plus ſeptentrional qu'on ne le voit dans la figure d'Hevelius. Nous avons enſuite tiré une ligne par ce lieu & celui de la derniére obſervation, qui repréſente la route apparente de Mercure par rapport à l'Ecliptique. Cette ligne paſſe d'un côté à la diſtance de $25^d\ 29'$ de l'Ecliptique,

& de l'autre à celle de $7^d\ 0'$. La différence est de $18^d\ 29'$, dont la moitié $9^d\ 14'\frac{1}{2}$, mesure l'obliquité de la route apparente de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouve par la figure, de $9^d\ 30'$.

Les arcs *FE* & *GH* (*Fig. 78.*) étant connus, on aura l'arc *EOH*, de $147^d\ 31'$: & l'on fera, comme le sinus total est au sinus de l'arc *OH*, de $73^d\ 45'\ 30''$, moitié de l'arc *EOH*; ainsi le demi-diametre du Soleil *CG*, qui étoit alors de $15'\ 54''$, est à *AH*, moitié de la route que Mercure a faite dans le Soleil, que l'on trouvera de $15'\ 16''$. On fera aussi, comme le sinus total est au sinus de l'angle *AHC*, de $16^d\ 14'\ 30''$, complément de l'angle *OCH*; ainsi le diametre du Soleil, qui est de $15'\ 54''$, est à la distance *AC* de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente, qu'on trouvera de $4'\ 27''$. Enfin l'on fera, comme le sinus de l'angle *CDB*, de $80^d\ 45'\ 30''$, complément de l'angle *ABC* ou *ACD*, qui mesure l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, est au sinus total; ainsi *AC* $4'\ 27''$, est à *CD*, qui mesure la latitude de Mercure vûe de la Terre au temps de sa Conjonction véritable à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $4'\ 30''$.

Pour déterminer le temps de cette Conjonction & le vrai lieu de Mercure vû du Soleil pour ce temps, on fera, comme le sinus total est au sinus de l'angle *ACD* ou *CBD*, de $9^d\ 14'\ 30''$; ainsi *CD* $4'\ 30''$, est à *DA*, que l'on trouvera de 43 secondes. Enfin l'on fera, comme *EH* est à *DA*; ainsi le temps que Mercure a employé à parcourir *EH*, qui a été déterminé par Hevelius, de $7^h\ 36'$, est à $10'\ 50''$, qui, étant retranchées du temps de la Conjonction apparente, qu'il avoit trouvée à $6^h\ 8'$, donnent le temps de la Conjonction en longitude de Mercure avec le Soleil à $5^h\ 57'\ 10''$ au Méridien de Dantzick, & à $4^h\ 52'$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♉ $13^d\ 33'\ 27''$, dont l'opposite donne le vrai lieu de Mercure vû du Soleil au temps de sa Conjonction en longitude, qui est par conséquent en . . . . ♏ $13^d\ 33'\ 27''$.

Pour déterminer le lieu du Nœud de Mercure, & l'inclinaison de son Orbite, on fera, comme la tangente de l'angle *ABC* de l'inclinaison apparente de l'Orbite, qui est de $9^d\ 14'\ 30''$, est au

EEee ij

ſinus total ; ainſi la tangente de *CD*, latitude de Mercure vûe de la Terre, qui eſt de 4′ 30″, eſt au ſinus de *CB*, diſtance apparente de Mercure lorſqu'il eſt dans ſon Nœud au vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera de 27′ 42″. On fera auſſi, comme le ſinus de l'angle *DBC*, eſt au ſinus total ; ainſi le ſinus de *CD*, eſt au ſinus de *BD*, qu'on trouvera de 28′ 3″. On fera enſuite, comme 45515, diſtance de Mercure au Soleil, eſt à 55522, diſtance de Mercure à la Terre ; ainſi *DC* 4′ 30″, latitude apparente de Mercure, eſt à *CI*, qui meſure ſa latitude vraye vûe du Soleil, qu'on trouvera de 5′ 30″ : & comme 45515 eſt à 55522 ; ainſi *BC*, diſtance apparente de Mercure au Soleil, qui eſt de 27′ 42″, eſt à *IR*, diſtance véritable de Mercure lorſqu'il eſt dans ſon Nœud au vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera de 33′ 48″. On fera auſſi, comme *EH* 30′ 32″, eſt à *DB* 28′ 3″ ; ainſi 7^h 36′, temps que Mercure a employé à parcourir l'arc *EH*, eſt au temps qu'il a employé à parvenir de *D* en *B*, que l'on trouvera de 6^h 59′, & qui, étant adjoûtées à 4^h 52′, temps de la Conjonction véritable, donnent le temps que Mercure a dû arriver à ſon Nœud le 3 Mai de l'année 1661, à . . . 11^h 51′ du ſoir.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♉ 13^d 50′ 17″, & ſon oppoſite en ♏ 13^d 50′ 17″, auquel adjoûtant la diſtance véritable de Mercure au Soleil lorſqu'il étoit dans ſon Nœud, qu'on a trouvée de 33′ 48″, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure le 3 Mai 1661 à 11^h 51′ du ſoir, en . . . . ♏ 14^d 24′ 5″.

Retranchant de ce lieu, celui de Mercure au temps de ſa Conjonction avec le Soleil, déterminé en . . . . ♏ 13^d 33′ 27″, on aura la diſtance *CN* du Nœud de Mercure, au vrai lieu de cette Planete au temps de ſa Conjonction, de 50′ 38″ : & l'on fera, comme le ſinus de *CN* 50′ 38″, eſt à la tangente de *CI* 5′ 30″ ; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de l'inclinaiſon véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . 6^d 11′ 48″,

Le quatriéme paſſage de Mercure devant le Soleil, a été obſervé le 7 Novembre de l'année 1677, à l'Iſle S.te Helene par M. Halley, & à Avignon par M. Gallet.

Le commencement fut obſervé à l'Iſle S.^{te} Helene à	9^h	$26'$	$40''$,
& la fin à	2	41	0,
ce qui donne la durée de	3	14	20,
dont la moitié	2	47	10,
étant adjoûtée à	9	26	40,

donne le milieu à l'Iſle S.^{te} Helene à 0^h $4'$, qui, réduite au Méridien de Londres, ſe rapporte à 0^h $28'$.

Nous avons le détail de l'obſervation faite à Avignon par M. Gallet. A 9^h $57'$ du matin, il commença à appercevoir Mercure, qui lui parut avoir déja parcouru la ſixiéme partie du diametre du Soleil, & il détermina enſuite ſa ſituation par le moyen d'une Lunette de 3 pieds, placée ſur ſon Quart-de-cercle, par laquelle il faiſoit paſſer l'image du Soleil, qui ſe peignoit ſur une tablette qui lui étoit expoſée. Il avoit diſpoſé au foyer de cette Lunette, des réticules, paralleles entr'eux, dont deux comprenoient exactement l'image du Soleil, & le troiſiéme étoit au milieu, & il faiſoit en ſorte que les bords du Soleil, par ſon mouvement journalier, parcouruſſent l'ombre de ces fils, en ſorte que l'ombre du fil du milieu repréſentât le parallele du Soleil. Il meſuroit enſuite la différence de déclinaiſon entre Mercure & le centre du Soleil, par ſa diſtance au fil du milieu; & la différence d'aſcenſion droite, par le nombre des vibrations de la Pendule entre le paſſage de Mercure & du bord occidental du Soleil.

Il détermina par ce moyen le lieu de Mercure par dix obſervations différentes, & obſerva la fin à 3^h $26'$ $50''$, ainſi qu'il l'a marqué dans une Lettre imprimée qu'il a adreſſée à mon Pere.

Dans la réponſe que mon Pere fit à M. Gallet, il lui fit remarquer, que l'image du Soleil qui paſſe par une Lunette, doit repréſenter l'image du Soleil un peu plus grande qu'elle ne l'eſt effectivement : que dans certaines ſituations une ligne droite doit paroître courbe avec une convéxité qui regarde le centre du Soleil : & qu'ainſi Mercure placé ſur le Soleil, ſuivant cette méthode, ne devoit pas ſe trouver dans ſa véritable ſituation, comme on le peut voir dans ſa figure où le lieu de Mercure déterminé dans ces différentes obſervations, ne ſe trouve pas ſur cette ligne préciſément droite. En comparant enſemble les obſervations faites à peu-près à la même distance de part & d'autre du centre du Soleil, il trouve par la seconde, quatriéme & cinquiéme, le temps du passage de Mercure par le milieu de sa trace le 7 Novembre 1677, à $0^h\ 39'\ 46''$, & par la premiére, septiéme & huitiéme, à $0^h\ 43'\ 12''$, qu'il préfére à la détermination précédente, à cause que ces observations paroissent avoir été faites avec plus d'exactitude. La fin fut observée à $3^h\ 26'\ 56''$; ainsi la demi-durée a été de $2^h\ 43'\ 44''$. Il détermine aussi l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, par la premiére & la derniére observation de $5^d\ 30'$, & par la premiére & la huitiéme de $7^d\ 0'$, la latitude apparente de Mercure dans le temps de sa Conjonction, de 4 minutes, & le lieu de son Nœud en ♉ $14^d\ 12'$.

Ayant aussi décrit une figure sur les observations de M. Gallet, nous trouvons les mêmes déterminations que mon Pere; mais nous avons remarqué de plus, que tirant une ligne par le lieu de Mercure dans la seconde & la neuviéme observation, cette ligne qui s'écarte de part & d'autre de la premiére & de la derniére observation, représente plus exactement qu'aucune autre six de ces observations, & qu'elle se termine du côté de l'Orient à la distance de $6^d\ 40'$ de l'Ecliptique, mesurés sur la circonférence du Soleil, & du côté de l'Occident à $22^d\ 0'$. La différence est $15^d\ 20'$, dont la moitié $7^d\ 40'$ mesure l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

L'entrée de Mercure dans le disque du Soleil étant arrivée à $6^d\ 40'$ de l'Ecliptique, & sa sortie à $22^d\ 0'$, on trouvera l'arc entre le point de l'entrée & celui de la sortie, de $151^d\ 20'$, dont la corde mesure la route de Mercure : & l'on fera, comme le sinus total est au sinus de $75^d\ 40'$, moitié de la corde d'un arc de $151^d\ 20'$; ainsi le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16'\ 14''$, est à $15'\ 44''$, moitié de la route que Mercure a décrite depuis sa Conjonction apparente jusqu'à sa sortie, & comme le sinus total est au sinus de $14^d\ 20'$; ainsi $16'\ 14''$, sont à $4'\ 1''$, qui mesurent la distance de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente.

La distance de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente, étant connuë de $4'\ 1''$, & l'inclinaison apparente de son Orbite, de $7^d\ 40'\ 0''$, on trouvera sa latitude vûe de la Terre, de $4'\ 3''$, la distance de la Conjonction apparente à la Conjonction en longitude de 32 secondes, & la distance apparente de Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud au vrai lieu du Soleil, réduite à l'Ecliptique, de 29′ 55″, & mesurée sur son Orbite, de 30′ 11″; & l'on fera, comme 15′ 44″, sont à 32″; ainsi 2^h 43′ 44″, demi-durée du passage de Mercure dans le Soleil, sont à 5′ 35″, qui, étant adjoûtées à 0^h 43′ 12″, temps de la Conjonction apparente, donnent le temps de la Conjonction véritable en longitude de Mercure avec le Soleil le 7 Novembre 1677, à 0^h 49′ au Méridien d'Avignon, & à 0^h 39′ au Méridien de Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♏ 15^d 44′ 20″, dont l'opposite ♉ 15^d 44′ 20″, marque le vrai lieu de Mercure au temps de sa Conjonction avec le Soleil.

On fera ensuite, comme 15′ 44″, sont à 30′ 11″; ainsi 2^h 43′ 44″, demi-durée du passage de Mercure dans le Soleil, sont à 5^h 14′ 14″, temps qui s'est écoulé entre le passage de Mercure par son Nœud & sa Conjonction véritable avec le Soleil. Le retranchant du temps de cette Conjonction, qui est arrivée le 7 Novembre à 0^h 39′ après midi, on aura le temps du passage de Mercure par son Nœud le 7 Novembre à 7^h 25′ du matin.

Le rapport de la distance de Mercure au Soleil & à la Terre étoit alors comme 31326 à 67554: c'est pourquoi l'on fera, comme 31326 est à 67554; ainsi 4′ 3″, latitude apparente de Mercure, est à 8′ 45″, qui mesurent sa latitude vraye vûe du Soleil: & comme 31326 est à 67554; ainsi 30′ 11″, distance apparente de Mercure au Soleil lorsqu'il étoit dans son Nœud, est à 1^d 4′ 31″, qui mesurent sa distance véritable. Y adjoûtant le mouvement du Soleil dans l'intervalle de 5^h 14′ 14″, qui est de 13′ 11″, on aura la distance vraye de Mercure à son Nœud dans le temps de sa Conjonction en longitude de 1^d 17′ 42″. La retranchant du vrai lieu de Mercure, qui étoit alors en ♉ 15^d 44′ 20″, on aura le vrai lieu de son Nœud ascendant le 7 Novembre 1677, à 7^h 18′ du matin, en ♉ 14^d 26′ 38″.

Enfin l'on fera, comme le sinus de 1^d 17′ 42″, est à la tangente de 8′ 45″; ainsi le sinus total est à la tangente de l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . 6^d 25′ 30″.

On peut, pour déterminer le Nœud de Mercure & l'inclinaison de ſon Orbite, calculer le lieu du Soleil pour le 7 Novembre 1677, à 7^h 22′ du matin, temps du paſſage de Mercure par ſon Nœud, qu'on trouvera en ♏ 15^d 31′ 9″, & ſon oppoſite en ♉ 15^d 31′ 9″, & en retrancher la diſtance du Soleil à Mercure lorſqu'il étoit dans ſon Nœud, qui a été trouvée de 1^d 4′ 31″, pour avoir le vrai lieu de ſon Nœud en ♉ 14^d 26′ 38″. Le retranchant du vrai lieu de Mercure au temps de ſa Conjonction qui étoit en ♉ 15^d 44′ 20″, on aura la diſtance vraye de Mercure à ſon Nœud, au temps de ſa Conjonction, de 1^d 17′ 42″, avec laquelle on trouvera l'inclinaiſon de ſon Orbite, de . . . . 6^d 25′ 30″.

Nous avons cru devoir examiner avec ſoin toutes les circonſtances de cette obſervation, parce que l'on peut par ſon moyen, ſuppléer d'une maniére très-facile à ce qui manque à l'obſervation de Gaſſendi, du 7 Novembre 1631, qui n'avoit déterminé exactement que la ſortie de Mercure du diſque de Jupiter à 10 heures du matin.

On remarquera pour cela que Gaſſendi a déterminé dans le temps de la ſortie de Mercure, l'arc du diſque du Soleil entre cette Planete & l'Ecliptique, de 24^d 17′, éloigné ſeulement de 17 minutes de celui que nous avons trouvé dans l'obſervation du 7 Novembre 1677; que par conſéquent la diſtance de cette Planete à ſon Nœud dans ces obſervations, étoit ſenſiblement la même; car on peut négliger ces 17 minutes à cauſe du peu d'exactitude avec laquelle il avouë que cette diſtance avoit été déterminée. Cette Planete étoit donc alors à peu-près à la même diſtance de ſes Nœuds qu'en 1677, & par conſéquent au même lieu de ſon Orbite, avec la différence ſeulement qui pouvoit-être cauſée par le mouvement de ſes Nœuds dans cet intervalle. Son mouvement a donc dû être égal dans ces deux obſervations, de même que celui du Soleil, qui étoit auſſi à peu-près dans le même lieu de l'Ecliptique. Si donc l'on retranche du temps de la ſortie de Mercure obſervé le 7 Novembre 1631 à 10^h 28′ du matin, celui de la demi-durée obſervée en 1677, de 2^h 43′ 44″, on aura le temps du paſſage de Mercure par le milieu de ſa route le 7 Novembre 1631 à 7^h 44′ 16″, auquel adjoûtant 5′ 35″ pour le temps entre ce paſſage, & celui de la Conjonction en longitude en 1677, on aura la Conjonction véritable de Mercure avec le Soleil le 7 Novembre 1631

1631 à 7^h 50', pour laquelle on calculera le vrai lieu du Soleil en ♏ 14^d 41' 35", & le lieu de Mercure qui eſt à ſon oppoſite, en . . . . ♉ 14^d 41' 35".

Retranchant de ce lieu la diſtance de Mercure à ſon Nœud au temps de la Conjonction de 1677, qui étoit de 1^d 16' 52", on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure dans l'obſervation de 1631, en . . . . ♉ 13^d 24' 43", moins avancé de 1^d 3' qu'en 1677.

Le cinquiéme paſſage de Mercure devant le Soleil, eſt arrivé le 10 Novembre de l'année 1690. Il fut obſervé à Canton & à Tchaotcheou dans la Chine par les PP. Jéſuites, à Nuremberg par M. Wurtzelbaurg, & à Erford par M. Kirchius.

On ne put appercevoir dans aucun de ces lieux l'entrée de Mercure dans le Soleil, mais ſeulement ſa ſortie qui fut déterminée à Canton le 10 Novembre 1690 à 3^h 18' 3", à Tchaotcheou à 3^h 48' 52", à Nuremberg à 8^h 27' 33" du matin, & à Erford à 8^h 28'.

Dans les réflexions que mon Pere a faites ſur l'obſervation faite à Canton, où Mercure a été viſible pendant la plus grande partie de ſon cours dans le Soleil, il compare deux obſervations faites avant & après le paſſage de Mercure par ſa Conjonction, dans la premiére deſquelles qui eſt arrivée à 1^h 35' 43" $\frac{1}{2}$, la différence du temps entre le paſſage du bord occidental du Soleil & le centre de Mercure par le fil horaire, a été obſervée de 1' 25" $\frac{1}{2}$, dont le demi-diametre du Soleil eſt de 1' 8", & la différence de déclinaiſon entre Mercure & le bord ſeptentrional du Soleil a été déterminée de 19 ſecondes & demie. Dans la ſeconde obſervation, qui eſt arrivée à 2^h 57' 34", la différence du temps entre le paſſage du même bord du Soleil & de Mercure, a été obſervée de 53" $\frac{1}{2}$, & la différence en déclinaiſon entre Mercure & le bord ſeptentrional du Soleil, a été déterminée de 5 ſecondes; d'où il réſulte que dans l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 1^h 21' 50" $\frac{1}{2}$, le mouvement apparent de Mercure a été de 32 ſecondes en aſcenſion droite, & de 14 ſecondes $\frac{1}{2}$ en déclinaiſon.

Le mouvement de Mercure en aſcenſion droite & en déclinaiſon, étant ainſi connu, il trouve que la Conjonction de Mercure en aſcenſion droite eſt arrivée à 2^h 20' 58", il détermine auſſi la distance *CP* (*Fig.* 79.) du centre du Soleil à Mercure dans le temps de sa Conjonction en ascension droite, de 56 secondes, dont le demi-diametre du Soleil est de $1' 8''$, & l'angle *PBC* que la route apparente de Mercure *BD* fait avec le parallele *BC* à l'Equateur, de $23^d 37' 46''$.

L'angle de l'Ecliptique avec le Méridien du côté de l'Orient étant alors de $106^d 6' 35''$, soit fait l'angle *PCN* de cette quantité, & soit prolongée *PB* en *N*, la ligne *CN* représentera l'Ecliptique, l'angle *BCN* sera de $16^d 6' 35''$, & l'angle *BNC*, différence entre les angles *PBC* & *BCN*, sera de $7^d 31' 11''$, qui mesurent l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

Maintenant dans le Triangle *APC*, rectangle en *A*, dont *CP* est connu de 56, & l'angle *ACP* ou *PBC*, de $23^d 37' 46''$, on trouvera *AC*, distance de Mercure au centre du Soleil dans le temps de sa Conjonction apparente, de $51 \frac{07}{100}$ & *AP*, de $22 \frac{34}{100}$; & dans le Triangle rectangle *AIC*, rectangle en *I*, le côté *AC* étant connu de $51 \frac{7}{100}$, on trouvera *CI*, de $20 \frac{47}{100}$, qui mesure le mouvement de Mercure en ascension droite dans l'intervalle entre la Conjonction de cette Planete en ascension droite, & sa Conjonction apparente; c'est pourquoi l'on fera, comme 32 secondes, mouvement de Mercure dans l'intervalle entre les deux observations rapportées ci-dessus, sont à *CI* $20 \frac{47}{100}$; ainsi $1^h 21' 50''$, intervalle de temps entre ces observations, sont à l'intervalle de temps entre le passage de Mercure par le milieu de sa trace dans le disque du Soleil & sa Conjonction en ascension droite, qu'on trouvera de $0^h 52' 20''$, qui, étant retranchées de $2^h 20' 58''$, donnent le temps de la Conjonction apparente à $1^h 28' 38''$.

Il trouve par deux autres observations, que cette Conjonction a dû arriver à . . . . $1^h 29' 47''$, & prenant un milieu, il détermine le temps de la Conjonction apparente de Mercure avec le Soleil, à Canton le 10 Novembre 1690, à . . . . $1^h 29' 0''$, dont retranchant la différence des Méridiens entre Paris & Canton, qui a été déterminée de . . . . $7^h 23' 0''$, on aura le temps de cette Conjonction à Paris le 10 Novembre 1690 au matin, à . . . . $6^h 6' 0''$, Retranchant le temps de la Conjonction apparente observée à Canton à $1^h\ 29'\ 0''$, de $3^h\ 17'\ 5''$, temps que Mercure parut à moitié sorti du Soleil, on aura la moitié de la durée, de $1^h\ 48'\ 5''$.

Maintenant dans le Triangle *PCN, (Fig. 79.)* dont le côté *PC* est connu de 56, l'angle *PNC*, de $7^d\ 31'\ 11''$, & l'angle *PCN*, de $106^d\ 6'\ 35''$, on trouvera le côté *PN*, de $409\ \frac{24}{100}$; & dans le Triangle *PON*, rectangle en *O*, dont l'hypothénuse *PN* est connuë, & l'angle *PNO*, de $23^d\ 37'\ 46''$, on trouvera le côté *ON*, de $376\ \frac{64}{100}$, qui mesurent la différence en ascension droite entre les points *N* & *O*: & l'on fera, comme 32 secondes sont à $376\ \frac{64}{100}$; ainsi $1^h\ 21'\ 50''$, intervalle de temps entre les deux observations, sont à $15^h\ 58'\ 40''$, qui, étant retranchées de $2^h\ 20'\ 58''$, temps de la Conjonction en ascension droite, donnent le temps du passage de Mercure par son Nœud le 9 Novembre à $10^h\ 22'\ 18''$ du soir, à Canton, & à $2^h\ 59'\ 18''$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouvera en ♏ $17^d\ 42'\ 27''$, & son opposite en ♉ $17^d\ 42'\ 27''$.

Pour trouver le lieu du Nœud, on fera, comme le demi-diametre du Soleil, qui est de 68, est à *CP* 56; ainsi le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16'\ 17''$, est à *CP*, que l'on trouvera de $13'\ 21''$: & l'on fera, comme le sinus de *PCN*, de $7^d\ 31'\ 11''$, est au sinus de *CPN*, $66^d\ 22'\ 14''$; ainsi *PC* $13'\ 21''$, est à *CN* $1^d\ 33'\ 27''$, distance de Mercure au Soleil dans le temps du passage de cette Planete par son Nœud. On fera ensuite, comme la distance de Mercure au Soleil, qui étoit alors de 31326, est à sa distance à la Terre de 67554, ainsi $1^d\ 33'\ 27''$ est à la distance véritable de Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud, au vrai lieu du Soleil, que l'on trouvera de $3^d\ 21'\ 37''$, & qui, étant retranchée de $1^f\ 17^d\ 42'\ 27''$, donne le lieu du Nœud ascendant en ♉ $14^d\ 20'\ 50''$.

Pour déterminer le vrai lieu & le temps de la Conjonction de Mercure en longitude, on élevera sur *NC*, la perpendiculaire *CD*: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *ADC*, de $82^d\ 28'\ 49''$, est au sinus de l'angle *ACD*, de $7^d\ 31'\ 11''$; ainsi *AC* $51\ \frac{07}{100}$, est à *AD*, que l'on trouvera de $6\ \frac{74}{100}$: & comme *AP* $22\ \frac{34}{100}$, est à *AD* $6\ \frac{74}{100}$; ainsi $52'\ 20''$, intervalle de temps entre la Conjonction en ascension droite & la Conjonction apparente, est à *AD*, que l'on trouvera de $15'\ 47''$, lesquelles étant adjoûtées à $6^h\ 6'\ 0''$, temps de la Conjonction apparente au Méridien de Paris, donnent le temps de la Conjonction véritable en longitude le 10 Novembre 1690, à . . . . $6^h\ 21'\ 47''$, pour lequel on trouvera le vrai lieu du Soleil, en ♏ $18^d\ 20'\ 46''$, dont l'opposite sera le vrai lieu de Mercure, en ♉ $18^d\ 20'\ 46''$.

Enfin l'on trouvera la latitude véritable de Mercure, vûe du Soleil au temps de sa Conjonction, & l'inclinaison véritable de son Orbite, en faisant, comme le sinus de l'angle *CDP*, de 97^d $31'\ 11''$, qui est égal à l'angle *CND* plus l'angle droit *DCN*, est au sinus de l'angle *CPD*, de $66^d\ 22'\ 14''$; ainsi *PC* $13'\ 21''$, est à *CD* $12'\ 20''$, qui mesurent la latitude de Mercure vûe de la Terre. On fera ensuite, comme 31326 est à 67554; ainsi *CD* $12'\ 20''$, est à la latitude de Mercure vûe du Soleil, qu'on trouvera de $26'\ 36''$: & comme le sinus de $4^d\ 0'\ 36''$, différence entre le vrai lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, & le vrai lieu de son Nœud, est au sinus total; ainsi la tangente de $26'\ 36''$, qui mesurent sa latitude, est à la tangente de l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de . . . . $6^d\ 18'\ 50''$.

Le sixiéme passage de Mercure devant le Soleil, est arrivé le 3 Novembre de l'année 1697. Il fut observé à l'Observatoire Royal de Paris par mon Pere & par M.[rs] de la Hire & Maraldi, à Nuremberg par M. Wurtzelbaurg, & à Tchaotcheou, dans la Chine, par le P. de Fontanay.

On ne put observer en Europe, l'entrée de Mercure dans le disque du Soleil, ni le temps de sa Conjonction, parce que le Soleil étoit alors sous l'horison; & on ne commença à l'appercevoir qu'à $7^h\ 23'$, un peu après le lever du Soleil, lorsqu'il se dégagea d'un nuage épais qui s'élevoit à la hauteur de 2 à 3 degrés.

M. Maraldi qui étoit dans un étage élevé, l'apperçut 2 minutes avant qu'il parut de l'étage inférieur, & dirigea un Quart-de-cercle au Soleil pour observer le passage du Soleil & de Mercure par le fil horisontal & le vertical, placés au foyer de la Lunette.

C'est une méthode prompte, comme mon Pere l'a remarqué, pour déterminer la situation de Mercure dans une occasion pressante où il n'y avoit point de temps à perdre. Elle est exempte des variations qui peuvent être causées par les réfractions ordinaires, parce que le bord du Soleil & le centre de Mercure sont observés à la même hauteur à leur passage par le fil horisontal où la réfraction est la même, & qu'il n'y a point de réfraction ordinaire qui détourne l'objet du fil vertical.

Par la premiére observation faite à $7^h\ 24'\ 58''$, lorsque la hauteur du Soleil étoit de $2^d\ 3'\ 30''$, il trouva la différence d'ascension droite entre Mercure & le Soleil, de . . . . $11'\ 52''$, & en déclinaison, de . . . . $6'\ 20''$; & ayant déterminé par les observations du Soleil, faites le jour précédent, & le jour même de la Conjonction, son ascension droite, de $39^d\ 10'\ 52''$, & sa déclinaison de $15^d\ 20'\ 56''$ pour le temps de l'observation, il trouva pour ce temps la longitude de Mercure, en . . . . ♏ $11^d\ 28'\ 35''$, & sa latitude méridionale apparente, de . . . $0^d\ 9'\ 35''$.

Les autres observations furent faites par le passage des bords du Soleil & du centre de Mercure par le fil perpendiculaire & par les obliques, placés au foyer d'une Lunette montée sur une Machine Parallactique, & on détermina à $8^h\ 2'\ 44''$, la longitude de Mercure, en . . . . ♏ $11^d\ 26'\ 15''$, & sa latitude, de . . . . $0^d\ 9'\ 3''$.

Enfin l'on observa la sortie du centre de Mercure à $8^h\ 9'\ 31''$, & l'on détermina pour ce temps le vrai lieu de cette Planete, en . . . . ♏ $11^d\ 25'\ 53''$, & sa latitude, de . . . . $0^d\ 8'\ 58''$.

Le Soleil étoit alors en . . . . ♏ $11^d\ 39'\ 19''$; ainsi la différence de longitude entre Mercure & le Soleil, fut trouvée de . . . . $0^d\ 13'\ 26''$.

En comparant ensemble ces observations, on trouve que dans l'espace de $44'\ 33''$, depuis la premiére observation jusqu'à la sortie du centre de Mercure du disque du Soleil, le mouvement rétrograde de cette Planete a été de $2'\ 42''$, auquel si l'on adjoûte le mouvement du Soleil dans le même intervalle de temps, qui étoit de $1'\ 51''$, on aura le mouvement apparent de Mercure à

l'égard du Soleil, de . . . . 4′ 33″,
en 0^h 44′ 33″ de temps, pendant lequel sa latitude méridionale a diminué de . . . . 0′ 35″.

Par le moyen de ces observations, mon Pere détermina le milieu du passage de Mercure par le Soleil, à . . . . . 6^h 11′ 18″,
le temps de la Conjonction en longitude, à . . . 5^h 58′ 5″,
le vrai lieu de Mercure dans cette Conjonction, en ♏ 11^d 33′ 50″,
la latitude apparente de Mercure, de . . . . . 0^d 10′ 42″,
la distance entre les centres de Mercure & du Soleil, de 0^d 10′ 37″,
& l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, de . . . . 6^d 23′ 0″.

A l'égard du Nœud de Mercure, comme la route de cette Planete dans le Soleil, n'a été observée que l'espace de 0^h 44′ 33″, pendant lequel son mouvement apparent en longitude n'a été que de 4′ 33″, la septiéme partie ou environ, du diametre du Soleil, & que la moindre erreur dans la latitude qui, pendant cette observation, n'a diminué que de 37 secondes, en peut causer une fort grande dans la détermination du lieu du Nœud de cette Planete ; mon Pere jugea à propos de la déterminer par la comparaison de cette observation avec celle de l'année 1690, où la latitude de Mercure fut trouvée en sens contraire, en cette maniére.

Soit *D* (*Fig. 80.*) le centre du Soleil au temps de la Conjonction de 1690, en ♉ 18^d 20′ 46″, & *C* le centre de cet Astre au temps de la Conjonction de 1697, en ♉ 11^d 33′ 50″, on aura *DC*, distance entre les centres du Soleil au temps de ces deux Conjonctions, de 6^d 46′ 56″. Soit pris sur le diametre *IM*, perpendiculaire à *DC*, *DB* égal à la latitude de Mercure, qui a été trouvée en l'année 1690, de 12′ 49″ vers le Nord, & sur le diametre *PS*, *CE* égal à 10′ 42″, latitude méridionale de Mercure en 1697, & soient joints *E* & *B*. On fera, comme le sinus de 23′ 31″, somme des latitudes *DB* & *CE*, est au sinus de *DB* 12′ 49″; ainsi le sinus de *DC* 6^d 46′ 56″, différence entre la longitude de Mercure au temps des deux Conjonctions, est à *DN*, distance du Nœud de Mercure au lieu de cette Planete dans le temps de la Conjonction de l'année 1690, qu'on trouvera de $3^d\,41'\,25''$, & qui, étant retranchée du lieu de Mercure, qui étoit en 1690, en ♉ $18^d\,20'\,46''$, donne le lieu de ſon Nœud aſcendant, ſuppoſé fixe, en . . . . ♉ $14^d\,39'\,21''$.

Pour déterminer le temps auquel le Nœud de Mercure, ſuppoſé mobile, eſt arrivé au point *N*, on fera, comme le ſinus de *CD* ou *BA* $6^d\,46'\,56''$, eſt au ſinus de *DN* $3^d\,41'\,25''$; ainſi 7 années moins 3 jours, intervalle entre les deux Conjonctions, ſont à 3 années & 295 jours, qui, étant adjoûtés au 10 Novembre 1690, donnent le 31 Août de l'année 1694, pour le temps que le Nœud de Mercure eſt arrivé au point *N*, ſa longitude étant en . . . . ♉ $14^d\,39'\,21''$.

Cette méthode eſt la plus indépendante des hypotheſes, & doit être préférée aux autres, lorſque l'on n'a obſervé qu'une petite portion de la route que Mercure a décrite dans le Soleil.

Le ſeptiéme paſſage de Mercure devant le Soleil, eſt arrivé le 9 Novembre de l'année 1723. Il fut obſervé à Paris par les Aſtronomes de l'Académie Royale des Sciences, à Genes par M. le Sénateur Salvago, à Bologne par M. Manfredi, & à Padoue par M. Poleni.

On ne put voir dans ces différents lieux, que l'entrée de Mercure dans le Soleil, & une portion de ſa route dans ſon diſque, parce qu'il ſe coucha avant que Mercure fût arrivé à ſa Conjonction.

A $2^h\,50'\,52''$, j'apperçûs avec une Lunette de 16 pieds ſur le bord oriental du Soleil, Mercure qui y formoit une petite échancrûre, & à $2^h\,51'\,48''$, Mercure étoit entiérement entré dans le diſque du Soleil.

Je déterminai enſuite ſa ſituation par le moyen de ſon paſſage à l'égard des bords du Soleil, par les fils horaires & obliques d'une Lunette de 8 pieds, & je continuai de l'obſerver juſqu'à $4^h\,26'\,51''$, que le coucher du Soleil interrompit mes obſervations.

A $2^h\,57'\,28''$, la différence entre le paſſage de Mercure & du bord oriental du Soleil, fut obſervée de 3 ſecondes d'heure ou de 45 ſecondes de degré, qui, étant retranchées du demi-diametre du Soleil obſervé de $0^h\,1'\,8''$, ou de 17 minutes de degré, donnent la différence d'aſcenſion droite entre le centre du Soleil & Mercure, de $16'\,15''$ vers l'Occident, qui, étant adjoûtées à l'aſcenſion droite du Soleil au temps du passage de Mercure par le centre de la Lunette, qui étoit de 224^d $12'$ $16''$, donnent l'ascension droite de cette Planete à 2^h $57'$ $28''$, de 224^d $38'$ $31''$.

La différence de déclinaison entre le centre du Soleil & Mercure, fut observée en même temps de 43 secondes de degré, dont cette Planete étoit plus méridionale que le centre du Soleil, lesquelles étant adjoûtées à la déclinaison méridionale du Soleil, qui étoit alors de 16^d $51'$ $10''$, donnent la déclinaison de Mercure de 16^d $51'$ $53''$ vers le Midi.

L'ascension droite & la déclinaison de Mercure étant ainsi connuës, on aura sa longitude de 7^f 16^d $55'$ $55''$, & sa latitude de $3'$ $44''$ vers le Nord. Retranchant de cette longitude celle du Soleil, qui étoit alors de 7^f 16^d $40'$ $48''$, on aura la distance de Mercure au Soleil, de $15'$ $7''$ vers l'Orient.

Ayant placé Mercure dans le disque du Soleil suivant les différentes observations qu'on en a faites, ayant égard à l'effet de la réfraction, on a tiré par le plus grand nombre des lieux ainsi déterminés, une ligne droite qui représente la route apparente de Mercure. Cette ligne occupe dans le Soleil $30'$ $10''$, dont son diametre est de $32'$ $32''$. La portion de cette route que Mercure a décrite depuis l'entrée de son centre, qu'on a jugée à 2^h $51'$ $10''$ jusqu'à 4^h $26'$ $52''$, temps de la pénultiéme observation, est de 0^d $9'$ $40''$, ce qui donne le mouvement horaire de Mercure à l'égard du Soleil vû de la Terre, de $6'$ $4''$. Ce mouvement étant de $6'$ $4''$, & la route que Mercure a décrite dans le Soleil, de 0^d $30'$ $10''$, on trouvera le temps que cette Planete a employé à passer par le Soleil de 4^h $58'$ $38''$, dont la moitié 2^h $29'$ $19''$, étant adjoûtée à 2^h $51'$ $10''$, temps de l'entrée de son centre dans le Soleil, donne son passage par le milieu à 5^h $20'$ $29''$.

Ayant tracé dans la figure du Soleil, l'Ecliptique par rapport au parallele, dont elle déclinoit alors de 16^d $34'$, on trouve que la route de Mercure déclinoit de l'Ecliptique, de 8 degrés & un quart vers le Nord, & qu'au temps de la Conjonction de cette Planete, sa latitude a dû être de 0^d $6'$ $0''$ septentrionale.

Connoissant l'obliquité apparente de la route de Mercure & sa latitude, on aura la distance du milieu de sa route dans le Soleil au lieu de sa Conjonction, de 51 second. $\frac{1}{2}$ de degrés, qui, converties en temps, en temps, font 8′ 31″, qui, étant adjoûtées à 5^h 20′ 29″, passage de Mercure par le milieu de sa route, donnent le temps de sa Conjonction le 9 Novembre 1723 à 5^h 29′ 0″. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♏ 16^d 47′20″, dont l'opposite est le vrai lieu de Mercure, qui est en ♉ 16^d 47′20″.

Le lieu de Mercure & sa latitude étant connus au temps de sa Conjonction, on trouvera par la comparaison de cette observation avec celle de l'année 1697, le lieu de son Nœud en ♉ 15^d 3′ 12″, de la maniére qu'on l'a pratiqué dans la Conjonction précédente.

On peut aussi par cette observation, déterminer immédiatement le lieu du Nœud de Mercure; car l'obliquité apparente de sa route étant connuë de 8^d 15′, & sa latitude de 0^d 6′, on aura la distance apparente de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction, de 41′ 23″; & connoissant par les Tables, le mouvement horaire véritable de Mercure vû du Soleil, qui est de 15′ 17″, l'on fera, comme 6′ 4″, mouvement horaire de Mercure vû de la Terre, sont à 15′ 17″; ainsi 41′ 23″, distance apparente de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, sont à 1^d 44′ 16″, distance véritable de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction. Les retranchant du vrai lieu de Mercure vû du Soleil dans sa Conjonction, qui étoit en ♉ 16^d 47′ 20″, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure en ♉ 15^d 3′ 4″, moins avancé seulement de 0′ 8″, que par la détermination précédente.

On déterminera aussi l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, en retranchant de 15′ 17″, mouvement horaire de cette Planete vû du Soleil, le mouvement apparent de la Terre, qui est de 2′ 31″, pour avoir le mouvement apparent de Mercure à l'égard de la Terre vû du Soleil, de 12′ 46″. On fera ensuite, comme 6′ 4″, mouvement horaire de Mercure vû de la Terre, sont à 12′ 46″; ainsi sa latitude vûe de la Terre, de 6′ 0″, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 12′38″: & comme le sinus de 1^d 44′ 16″, distance de Mercure à son Nœud, est au sinus total; ainsi la tangente de 12′ 38″, est à la tangente de l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . 6^d 54′ 35″.

Suivant les observations de M. Maraldi, faites par la même

méthode, il trouve l'entrée de Mercure dans le Soleil, à $2^h\ 50'\ 35''$,
la demi-durée de 2 25 54,
son passage par le milieu à 5 16 29,
sa Conjonction en longitude, à 5 24 0,
sa latitude septentrionale, de . . . . $0^d\ 6'\ 6''$,
le vrai lieu de son Nœud, en . . . . ♉ $15^d\ 4'\ 0''$,
& l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, de . . . . $7^d\ 0'\ 0''$.

La huitiéme & derniére observation du passage de Mercure devant le Soleil, est arrivée le 11 Novembre de l'année 1736, & est la plus complete de celles qui ayent été observées en Europe, où l'on a vû en divers lieux l'entrée de Mercure dans le Soleil & sa sortie, après l'avoir suivi dans toute sa route, ce qui n'avoit été observé qu'en 1677, dans l'Isle S.te Helene par M. Halley.

Je l'observai à Thury, près de Clermont en Beauvoisis, où le 11 Novembre 1736 à $9^h\ 32'\ 50''$ du matin, je l'apperçus avec une Lunette de 14 pieds, qui formoit une petite échancrûre sur le bord oriental du Soleil.

A $9^h\ 35'\ 15''$, Mercure étoit entiérement entré, & son bord oriental rasoit celui du Soleil.

A $0^h\ 14'\ 59''$ après midi, Mercure parut raser le bord occidental du Soleil, & à $0^h\ 18'\ 42''$ il étoit entiérement sorti.

Suivant cette observation, l'intervalle entre l'Immersion totale de Mercure dans le Soleil, & le commencement de son Emersion, qui sont les deux Phases que l'on distingue avec le plus d'évidence, a été de $2^h\ 39'\ 44''$, auxquelles adjoûtant $2'\ 43''$ pour le temps que le diametre de Mercure a employé à sortir du disque du Soleil, on aura $2^h\ 42'\ 27''$, qui mesurent la durée du passage du centre de Mercure sur le disque du Soleil.

Pour déterminer la route de Mercure dans le Soleil, j'y employai successivement diverses méthodes. La premiére en observant le passage de Mercure par le fil horisontal & le vertical d'un Quart-de-cercle de 3 pieds; cette méthode n'est point sujette aux erreurs causées par la réfraction & la parallaxe, parce qu'on observe le passage des bords du Soleil & de Mercure par le fil horisontal, à la même hauteur. Mais comme le parallele que le Soleil décrivoit par ſon mouvement journalier, devenoit en s'approchant du Méridien de moins en moins incliné à l'égard du fil horiſontal du Quart-de-cercle; de ſorte que l'on ne pouvoit plus obſerver le paſſage entier des bords du Soleil par le fil horiſontal dans une même ouverture de la Lunette, & que par la même raiſon on ne diſtinguoit plus avec la même évidence, le moment auquel ces bords paſſoient par ce fil; je pratiquai enſuite la méthode qui conſiſte à obſerver le paſſage de Mercure & des bords du Soleil par le fil horaire & les obliques d'une Lunette de 8 pieds, placée ſur une Machine Parallactique. Je meſurai enfin la diſtance entre Mercure & le bord ſupérieur du Soleil, avec un Micrometre adapté à un Quart-de-cercle, obſervant en même temps la différence entre leur paſſage par le fil vertical, ce qu'on pouvoit faire commodément vers la fin de cette obſervation où le Soleil étoit près du Méridien.

Par le moyen de ces obſervations, j'ai trouvé qu'au temps du paſſage de Mercure par le milieu de ſa route dans le diſque du Soleil, qui eſt arrivé à $10^h\ 55'\ 7''$, ſa diſtance *SA* (*Fig. 81.*) au centre du Soleil, étoit de $13'\ 58''$, dont le demi-diametre du Soleil étoit de $16'\ 17''$, & que l'angle *BSA* que la perpendiculaire *SA* à cette route, faiſoit avec le cercle horaire, étoit de $24^d\ 11'\ 50''$, dont on a déduit les principaux éléments de la théorie de Mercure. Car *SA* étant connu de $13'\ 58''$, & le demi-diametre du Soleil *SP* ou *SQ*, étant alors de $16'\ 17''$, on a la corde *PQ*, de $16'\ 44''$, qui meſure la route que le centre de Mercure a parcouruë depuis ſon entrée juſqu'à ſa ſortie, dans l'intervalle de $2^h\ 42'\ 27''$, ce qui donne ſon mouvement horaire apparent de $0^d\ 6'\ 11''$. Adjoûtant à l'angle *BSA*, déterminé de $24^d\ 11'\ 50''$, l'angle *BST* que l'Ecliptique *TS* fait avec le Méridien vers l'Occident, qui étoit alors de $74^d\ 13'$, on a l'angle *TSA*, que la perpendiculaire *SA* fait avec l'Ecliptique *TS*, de $98^d\ 24'\ 50''$, & par conſéquent l'angle *ASE* que cette même perpendiculaire *SA* fait avec le cercle de latitude *SE*, de $8^d\ 24'\ 50''$; & dans le Triangle *SAE*, rectangle en *A*, l'angle *ASE* étant connu de $8^d\ 24'\ 50''$, & le côté *SA*, de $13'\ 58''$, on aura la diſtance *ES* de Mercure au centre du Soleil au temps de ſa Conjonction en longitude, de $14'\ 7''\frac{1}{3}$, qui meſurent ſa latitude. On trouvera auſſi la diſtance *AE* entre le milieu de la route de Mercure dans le Soleil & le lieu de ſa Conjonction en longitude, de $0^d\ 2'\ 3''$, qui, étant converties en temps, à raiſon de $6'\ 11''$ par heure, font $0^h\ 19'\ 50''$, qui, étant adjoûtées à $10^h\ 55'\ 7''$, temps du paſſage de Mercure par le milieu de ſa route, donnent le temps de ſa Conjonction avec le Soleil le 11 Novembre 1736 à $11^h\ 15'$ du matin. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♏ $19^d\ 23'\ 34''$, dont l'oppoſite en ♉ $19^d\ 23'\ 34''$, eſt le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, qui eſt le même que celui de la Terre.

Pour déterminer enſuite le vrai lieu du Nœud de Mercure, & l'inclinaiſon de ſon Orbite, on a employé le rapport de la diſtance de Mercure au Soleil & à la Terre, que l'on a trouvé par les obſervations faites dans ſes digreſſions, de 31174 à 67730, & l'on a fait, comme 31174 eſt à 67730; ainſi la latitude de Mercure vûe de la Terre au temps de ſa Conjonction, de $14'\ 7''\frac{1}{3}$, eſt à ſa latitude vûe du Soleil, qu'on a trouvée de $30'\ 43''$, qui eſt meſurée par *SM*. On a trouvé auſſi, ſuivant le même rapport, le mouvement horaire de Mercure vû du Soleil, de $13'\ 26''\ 40'''$.

Menés du point *M*, la ligne *MO*, parallele à *QP*, qui rencontre en *O* l'Ecliptique *TO*, que l'on prolongera en *R*, de maniére que *OR* ſoit à *MO*, comme $2'\ 31''\ 12'''$, mouvement horaire de la Terre, ſont à $13'\ 26''\ 40'''$, mouvement horaire de Mercure vû du Soleil. Joignés *OM* & *RM*, l'arc *RM* repréſentera la portion de l'Orbite de Mercure, depuis ſon Nœud juſqu'au lieu de ſa Conjonction avec le Soleil, & l'arc *OM*, la route apparente de cette Planete vûe du Soleil à l'égard de la Terre.

Maintenant dans le Triangle ſphérique *MSO*, rectangle en *S*, dont le côté *SM* eſt connu de $30'\ 43''$, de même que l'angle *SMO*, qui eſt égal à l'angle *SEN*, de $81^d\ 35'\ 10''$, complément de l'angle *ASE*, de $8^d\ 24'\ 50''$, on trouvera l'angle *MOS*, de $8^d\ 25'\ 0''$; & dans le Triangle *ROM*, dont l'angle *ROM*, ſupplément de l'angle *MOS*, eſt connu, & les côtés *OR*, *OM*, ſont dans le rapport de $2'\ 31''\ 12'''$ à $13'\ 26''\ 40'''$, on trouvera l'angle *SRM*, qui meſure l'inclinaiſon véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $7^d\ 4'\ 58''$. On trouvera enfin dans le Triangle *RSM*, rectangle en *S*, la diſtance *SR* de Mercure à son Nœud, mesurée sur l'Ecliptique, de 4d 7′ 27″, qui, étant retranchés du vrai lieu de Mercure vû du Soleil, qui étoit en ♉ 19d 23′ 34″, au temps de sa Conjonction en longitude avec Mercure, donnent le vrai lieu du Nœud de cette Planete le 11 Novembre de l'année 1736, en . . . . . . ♉ 15d 16′ 7″.

Comme l'inclinaison de l'Orbite de Mercure & le lieu de son Nœud, que l'on vient de déterminer, dépendent principalement de la direction de la route de Mercure *QP* à l'égard du cercle horaire *BS*, & que les moindres erreurs dans les observations, y peuvent causer des différences considérables; j'y ai aussi employé la méthode qui est exposée dans l'observation de l'année 1697, où la latitude de Mercure fut observée de 10′ 42″ vers le Midi, au lieu que dans celle-ci, elle étoit de 14′ 7″$\frac{1}{3}$ vers le Nord, & j'ai trouvé qu'en supposant le mouvement apparent du Nœud de Mercure, tel que je l'ai établi dans mes Tables, égal à celui des Etoiles fixes, le vrai lieu du Nœud de cette Planete étoit dans cette derniére observation, en ♏ 15d 14′ 5″, peu différent de celui qui a été déterminé ci-dessus, & l'inclinaison de son Orbite, de 7d 1′ 34″, moindre de 3′ 24″ que par la méthode précédente.

Cette observation a été faite à Paris par M. Maraldi & mon Fils, comme on le peut voir dans les Mémoires de l'Académie, de 1736, où l'on a rapporté celles qui ont été faites en divers lieux de la France & de l'Europe.

CHAPITRE II.

Des moyens Mouvements de Mercure.

POUR déterminer les moyens mouvements de Mercure, nous avons d'abord employé les Conjonctions de cette Planete avec le Soleil, des 6 Novembre 1631, & 9 Novembre 1723.

Avant de comparer ensemble ces observations, nous remarquerons premiérement qu'elles sont arrivées à deux ou trois jours près l'une de l'autre, où il n'y a aucune différence sensible dans l'Equation du temps, de sorte que l'intervalle entre le temps vrai, est égal à l'intervalle entre le temps moyen. En second lieu, qu'elles ont été faites à peu-près à la même distance du Nœud boréal, avec une différence seulement de 2 minutes dans la latitude de Mercure; & qu'ainsi le mouvement de Mercure, déterminé par rapport à l'Ecliptique, est sensiblement égal à son mouvement sur son Orbite, qui est celui qu'il faut d'abord déterminer. En troisiéme lieu, que dans la derniére observation, le lieu de Mercure étoit plus avancé de $2^d\ 5'\ 35''$, que dans la premiére, & que par conséquent si l'on suppose le mouvement de l'Aphélie, de cette quantité dans l'intervalle de 92 années, ce qui est à raison de $1'\ 20''$ par année, le moyen mouvement de Mercure dans cet intervalle, seroit précisément égal à son mouvement vrai, qui est celui qui a été observé.

On remarquera enfin qu'entre la Conjonction de 1631, & celle de 1677, qui est arrivée le 7 Novembre à $0^h\ 39'$, Mercure étant en ♉ $15^d\ 44'\ 20''$, il y a eu un intervalle de 46 années, dont 11 bissextiles, plus $4^h\ 49'$, pendant lequel cette Planete a décrit un certain nombre de révolutions entiéres, plus $1^d\ 2'\ 45''$; & que depuis la Conjonction de 1677, jusqu'à celle de 1723, il y a eu un pareil intervalle de 46 années communes 11 jours, plus $4^h\ 50'$, pendant lequel Mercure a décrit le même nombre de révolutions plus $1^d\ 3'\ 0''$, de sorte qu'entre ces Conjonctions, il n'y a eu qu'une différence d'une minute dans l'intervalle entre le temps de l'observation, & de 15 secondes dans le lieu de cette Planete.

Si l'on compare donc ensemble les Conjonctions de 1631 & de 1723, on trouvera qu'entre la premiére qui a été déterminée le 6 Novembre de l'année 1631 à $19^h\ 50'$, le vrai lieu de Mercure étant en ♉ $14^d\ 41'\ 35''$, & celle qui est arrivée le 9 Novembre 1723 à $5^h\ 29'$, Mercure étant en ♉ $16^d\ 47'\ 20''$, il y a eu un intervalle de 92 années, dont 22 bissextiles, plus $2^j\ 9^h\ 39'$, pendant lequel Mercure a achevé un certain nombre de révolutions entiéres, que l'on trouve être de 382 plus $2^d\ 5'\ 45''$.

C'est pourquoi l'on fera, comme 92 années communes, $24^j\ 9^h\ 49'$, sont à 382 révolutions de 360 degrés chacune, plus $2^d\ 5'\ 45''$; ainsi une année commune de 365 jours, est à la quantité du mouvement annuel de Mercure, qu'on trouvera de $1493^d\ 13'\ 11''\ 39'''$, qui font quatre révolutions entiéres de 360 degrés chacune, plus $1^s\ 23^d\ 43'\ 11''\ 39'''$.

Les partageant par 365, on aura le moyen mouvement journalier de Mercure, de . . . . $4^d\ 5'\ 32''\ 34'''\ 47''''$;
d'où l'on trouve la révolution moyenne de cette Planete autour du Soleil, de . . . . $87^j\ 23^h\ 59'\ 14''$.

On trouvera les moyens mouvements de Mercure, précisément de la même quantité que celle que nous venons de déterminer, en comparant l'observation du 6 Novembre de l'année 1631, avec la derniére, qui est arrivée le 11 Novembre 1736 à $11^h\ 15'$ du matin, temps vrai, & à $11^h\ 0'$, temps moyen, après un intervalle de 105 années & 4 jours.

CHAPITRE III.

De l'Aphélie de Mercure, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

POUR déterminer le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure, nous avons employé les observations de cette Planete, faites dans le temps de ses Conjonctions avec le Soleil, où son vrai lieu vû de cet Astre, est à l'opposite de son vrai lieu vû de la Terre.

Mais il faut remarquer qu'au lieu que dans la recherche de l'Aphélie des autres Planetes, on a choisi des observations faites en divers endroits de leur Orbe, éloignés l'un de l'autre, parce qu'alors les différences entre les Equations étant plus grandes, la détermination de leur Aphélie en est plus exacte; on n'a pû employer dans Mercure, que les observations de son passage devant le disque du Soleil, où cette Planete est nécessairement près de l'un de ses Nœuds, c'est-à-dire, à peu-près dans le même endroit de son Orbe, ou à son opposite.

Entre les observations que nous avons rapportées, nous en trouvons une seule faite par Hevelius en 1661, près de son Nœud descendant, & les six autres à l'opposite, près de son Nœud ascendant, entre lesquelles nous avons choisi celles des années 1661, 1690 & 1697.

La premiére de ces observations est arrivée le 3 Mai de l'année

1661 à 4^h 52′, temps vrai, & à 4^h 48′ 28″, temps moyen, le vrai lieu de Mercure étant en ♏ 13^d 33′ 27″, par rapport à l'Ecliptique, & à 13^d 33′ 10″ du même ſigne ſur ſon Orbite.

La ſeconde le 9 Novembre 1690 à 18^h 21′ 47″, temps vrai, & à 18^h 6′ 0″, temps moyen, Mercure étant en ♉ 18^d 20′ 46″ à l'égard de l'Ecliptique, & en ♉ 18^d 22′ 28″ ſur ſon Orbite.

La troiſiéme le 2 Novembre 1697 à 17^h 58′ 5″, temps vrai, & à 17^h 42′, temps moyen, Mercure étant en ♉ 11^d 33′ 50″ à l'égard de l'Ecliptique, & en ♉ 11^d 32′ 30″ ſur ſon Orbite.

On ne peut point dans les obſervations de Mercure, négliger la différence entre le temps vrai & le temps moyen, parce que dans l'intervalle de 16 minutes, à quoi peut monter l'Equation du temps, ſon mouvement ſur ſon Orbe eſt de près de 3 minutes. On doit auſſi avoir égard à la réduction de ſon vrai lieu à l'Ecliptique, à cauſe que l'inclinaiſon de ſon Orbe étant plus grande que celle des autres Planetes, cette réduction peut être de 2 minutes dans le temps de ſon paſſage par le diſque du Soleil, quoique cette Planete ſoit alors aſſés près de ſes Nœuds.

Pour faire uſage de ces obſervations, il faut conſidérer que l'intervalle entre celles que nous avons deſſein de comparer enſemble, étant de 36 années 6 mois, pendant leſquelles le mouvement de ſon Aphélie que nous avons ſuppoſé d'abord de 1^d 20′ par année, doit être de 48′ 40″; il eſt néceſſaire d'y avoir égard dans la recherche du lieu de cet Aphélie.

Soit *AEPD (Fig. 82.)* l'Orbe de Mercure ſur lequel cette Planete eſt placée en *D, B, G,* dans les trois lieux des obſervations des années 1661, 1690 & 1697; le lieu de l'Aphélie de cette Planete étant ſuppoſé immobile, la différence entre ſon vrai lieu & ſon lieu moyen eſt meſurée par les angles *FDS, FGS* & *FBS,* & c'eſt ſur ce fondement qu'eſt établie la méthode avec laquelle nous avons déterminé juſqu'à préſent le lieu de l'Aphélie ou de l'Apogée des autres Planetes; mais s'il ſe trouve que l'Aphélie ait changé ſenſiblement de place, & que pendant l'intervalle entre la premiére & la ſeconde obſervation, il ſoit parvenu de *A* en *R, (Fig. 82.)* l'angle *fSB* repréſentera alors l'Equation de l'Orbe de Mercure dans la ſeconde obſervation, & la différence entre ſon vrai & ſon moyen mouvement dans l'intervalle entre ces deux obſervations,

obſervations, qui eſt meſurée par la ſomme des angles *FDS* & *fBS*, ou leur différence, ne ſera plus la même que dans la premiére ſuppoſition; d'où il ſuit que le lieu de l'Aphélie qui en réſultera, pourra être fort éloigné du véritable.

Pour faire en ſorte que l'effet de ce mouvement, ne cauſe aucune erreur dans la détermination de l'Aphélie, nous avons ſuppoſé le vrai lieu de la Planete dans la premiére obſervation, de la quantité qu'il a été déterminé; mais comme dans les obſervations ſuivantes, l'Aphélie s'eſt avancé ſuivant la ſuite des ſignes, ce qui a diminué ſa diſtance au vrai lieu de cette Planete, nous avons retranché de ce vrai lieu, la quantité du mouvement de l'Aphélie qui répond à l'intervalle entre chaque obſervation, & nous avons eu par ce moyen la ſomme ou la différence entre l'anomalie vraye de la Planete dans l'intervalle entre les obſervations que l'on veut comparer enſemble, ce qui cauſe le même effet que ſi l'on avoit fait mouvoir autour du point *S*, la demi-Ellipſe *RBT*, en ſorte que *RS* concourût avec le grand axe *AS*, auquel cas le point *f* répondroit au point *F*, le point *B* au point *b*, qui eſt le vrai lieu de la Planete par rapport à l'Aphélie ſuppoſé en *A*, & l'anomalie vraye entre ces deux obſervations ſeroit meſurée par l'angle *DSb*, qui eſt égal à la ſomme des angles *ASD* & *RSB*, ou *ASb*.

On a pareillement retranché de la différence entre le lieu moyen de la Planete dans ces diverſes obſervations, le moyen mouvement de l'Aphélie qui y répond, pour avoir l'angle *DFb*, qui meſure la ſomme ou la différence de l'anomalie moyenne qui répond à l'anomalie vraye, par le moyen deſquelles on a cherché le lieu de l'Aphélie.

Dans l'exemple propoſé, le vrai lieu de Mercure ſur ſon Orbite étoit dans la premiére obſervation, en ♏ $13^d\ 33'\ 10''$, & dans la ſeconde faite 29 années après, en ♉ $18^d\ 22'\ 28''$. Retranchant de la derniére $39'\ 20''$ pour le mouvement de l'Aphélie de Mercure dans l'eſpace de 29 années & 6 mois, à raiſon de $1'\ 20''$ par année, ainſi que nous l'avons ſuppoſé dans la recherche des moyens mouvements de cette Planete, on aura le lieu de cette Planete en ♉ $17^d\ 43'\ 8''$, dont la différence à ſon lieu, qui étoit dans la premiére obſervation, en ♏ $13^d\ 33'\ 10''$, eſt de $6^f\ 4^d\ 9'\ 58''$, qui meſurent la ſomme de l'anomalie vraye de cette Planete dans l'intervalle entre ces obſervations.

Dans la troisiéme observation faite en 1697, le vrai lieu de Mercure étoit de $1^s\ 11^d\ 32'\ 30''$, dont retranchant $48'\ 40''$ pour le mouvement de l'Aphélie dans l'intervalle de 3.6 années & 6 mois, on aura $1^s\ 10^d\ 43'\ 50''$, qui, étant retranchés du lieu de cette Planete, en 1690, que l'on vient de trouver de $1^s\ 17^d\ 43'\ 8''$, donnent $6^d\ 59'\ 18''$ pour la différence entre l'anomalie vraye de cette Planete dans l'intervalle entre les deux derniéres observations.

Retranchant pareillement $39'\ 20''$ du moyen mouvement entre les deux premiéres observations, qui est de $6^s\ 26^d\ 20'\ 35''$, & $48'\ 40''$ de celui qui est entre la premiére & la troisiéme, de $6^s\ 21^d\ 51'\ 7''$, on aura $6^s\ 25^d\ 41'\ 15''$ pour la somme de l'anomalie moyenne qui répond à l'intervalle entre la premiére & la seconde observation, & $6^s\ 21^d\ 2'\ 27''$ pour la somme des anomalies entre la premiére & la troisiéme observation. La différence entre l'anomalie moyenne qui convient aux deux derniéres, est donc de $4^d\ 38'\ 48''$, qui répondent à $6^d\ 59'\ 18''$ d'anomalie vraye.

Sur ce fondement, nous avons calculé dans l'hypothese elliptique simple, le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure pour le temps de la seconde observation, que nous avons trouvé en ♐ $10^d\ 51'\ 50''$.

Nous avons en même temps déterminé l'excentricité de son Orbe, de 21574 parties, dont la moyenne distance est de 100000, sa plus grande E'quation de $24^d\ 55'\ 4''$, & son lieu moyen pour le 9 Novembre de l'année 1690 à $18^h\ 6'$, temps moyen, en . . . . ♉ $26^d\ 14'\ 50''$.

Le lieu moyen de Mercure étant ainsi connu pour le temps de la seconde observation, on trouvera son lieu moyen au temps de la premiére, de $6^s\ 29^d\ 54'\ 15''$, & de la troisiéme de $1^s\ 21^d\ 45'\ 20''$; & supposant dans la premiére le lieu de l'Aphélie de Mercure moins avancé de $39'\ 20''$, & dans la troisiéme plus avancé de $9'\ 20''$, qu'en 1690, on trouvera le vrai lieu de cette Planete conforme à celui que nous avions supposé dans la recherche du lieu de l'Aphélie, ce qui semble prouver l'exactitude de la théorie que nous y avons employée.

Nous n'avons pas examiné l'observation faite à Surate en 1651, à cause qu'on n'en a pas rapporté assés de circonstances pour déduire avec exactitude le moment & le lieu de la Conjonction de Mercure avec le Soleil, mais nous avons calculé pour le 9 Novembre de l'année 1723 à 5^h $13'$, temps moyen de la Conjonction de Mercure avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete que nous avons trouvé en ♉ 16^d $47'$ $54''$, à 34 secondes près de celui qui a été observé, qui est une précision beaucoup au de-là de celles que nous avons sujet d'attendre de pareilles comparaisons.

Nous avons trouvé aussi que les observations de 1631, 1677 & 1736, s'accordoient à peu de secondes près à celles qui avoient été calculées, ayant égard au mouvement de l'Aphélie qui convient à l'intervalle entre ces différentes observations; d'où il résulte que l'on peut, par le moyen de l'hypothese elliptique simple, représenter exactement le lieu vrai de cette Planete vers le temps de son passage par ses Nœuds.

Mais comme nous avons remarqué dans les autres Planetes, & principalement dans celle de Mars, dont l'excentricité est fort grande, que l'hypothese deKépler s'accordoit mieux aux observations dans tous les lieux de son Orbe, que l'hypothese elliptique simple; nous avons cru devoir examiner le lieu de l'Aphélie qui résulte de celle de Képler, suivant la méthode que nous avons expliquée *(p. 182.)* ayant égard comme ci-devant, au mouvement de l'Aphélie dans l'intervalle entre ces observations.

Par le moyen de cette hypothese, après avoir recommencé plusieurs fois le calcul pour approcher de la précision géométrique, nous avons trouvé le 9 Novembre 1690 à 18^h $6'$ $0''$, le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure, en . . . . . . ♐ 12^d $22'$ $25''$, plus avancé de 1^d $30'$ que suivant l'hypothese elliptique, & le lieu moyen de cette Planete pour le même temps, en ♉ 26^d $51'$ $12''$, plus avancé de 0^d $36'$ $22''$.

A l'égard de l'excentricité de Mercure, nous l'avons trouvée de 20878, plus petite d'environ un trentiéme, & la plus grande Equation de son Orbe, de 24^d $3'$, plus petite de 52 minutes que suivant l'hypothese elliptique simple.

Sur ces éléments, nous avons calculé par l'hypothese de Képler, le vrai lieu de Mercure dans les observations de 1661 & 1697, que nous avons trouvé conforme à celui qui a été observé, ce qui est une preuve de l'exactitude de la théorie & des calculs qui y ont été employés; mais ce qui nous a le plus surpris, est que nous avons par cette derniére hypothese, représenté les observations des années 1631, 1672, 1723 & 1736., à quelques secondes près de celles qui avoient été déterminées, ce qui est une précision à peu-près égale à celle que l'on a trouvée par l'hypothese elliptique simple; car on ne peut point donner la préférence à l'une de ces hypotheses sur l'autre, lorsqu'il n'y a entr'elles que quelques secondes de différence, puisque c'est une exactitude plus grande que celle qui résulte de différentes observations comparées ensemble.

Voilà donc deux hypotheses dont les principes sont différents, de même que les éléments qui en résultent, puisque les époques des moyens mouvements différent l'une de l'autre, de 36 minutes de degré, le lieu de l'Aphélie, de $1^d\ 30'$, la plus grande Equation de 52 minutes, & qui ne laissent pas de représenter toutes les deux avec une égale précision, sept observations de Mercure, dont deux sont à la distance l'une de l'autre de 7 à 8 degrés, & une autre en est éloignée d'environ 6 signes; ce qui doit apprendre aux Astronomes qui n'ont qu'un petit nombre d'observations sur lesquelles ils ont fondé leur théorie, peut-être moins exactes & dans un intervalle beaucoup plus petit par rapport à tout le cours de la Planete, qu'ils ne peuvent pas s'assûrer que leur théorie est la véritable, parce qu'elle représente ces observations avec assés d'exactitude.

CHAPITRE IV.

De la seconde Inégalité de Mercure.

POUR déterminer la seconde Inégalité de Mercure, & les dimensions de son Orbe par rapport à l'Orbe annuel, nous avons, de même que dans la théorie de Venus, choisi les observations qui ont été faites vers les plus grandes digressions de Mercure avec le Soleil, parce qu'alors on détermine avec plus d'évidence le rapport de la distance du Soleil à Mercure, à la distance de la Terre au Soleil, qui est le fondement de cette Inégalité.

Entre ces observations, nous avons préféré celle que nous avons faite en plein jour le 13 Juillet de l'année 1731 à $10^h\ 32'\ 47''$ du matin, temps du passage de cette Planete par le Méridien, sa hauteur étant de $62^d\ 35'\ 0''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû de la Terre, on le trouve en ♋ $3^d\ 2'\ 35''$, avec une latitude auſtrale de $2^d\ 1'\ 46''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♋ $23^d\ 13'\ 12''$, ainſi la diſtance obſervée entre Mercure & le Soleil, qui eſt meſurée par l'angle *STM (Fig. 84.)* étoit de $20^d\ 10'\ 37''$.

Les moyens mouvements de Mercure, le lieu de ſon Aphélie, & l'excentricité de ſon Orbe ayant été déterminés ci-deſſus, on calculera ſuivant ces éléments, le vrai lieu de cette Planete ſur ſon Orbite, vû du Soleil, qu'on trouvera en ♓ $25^d\ 41'\ 49''$.

Mais comme la diſtance obſervée entre Mercure & le Soleil, eſt priſe à l'égard de l'Ecliptique, il ſeroit néceſſaire pour réduire le vrai lieu de Mercure, calculé ſur ſon Orbite, à ſon vrai lieu ſur l'Ecliptique, d'avoir la connoiſſance exacte du vrai lieu de ſon Nœud pour le temps de l'obſervation & de l'inclinaiſon de ſon Orbite.

Comme ces éléments ne ſont pas encore déterminés, nous ſuppoſerons le lieu de ſon Nœud, en ♉ $15^d\ 10'$, tel qu'il réſulte des Conjonctions des années 1723 & 1736, & l'inclinaiſon de ſon Orbite, de $6^d\ 54'\ 0''$. On aura donc la diſtance de Mercure à ſon Nœud pour le temps de l'obſervation, de $10^f\ 10^d\ 32'$, avec laquelle on trouvera la latitude de cette Planete vûe du Soleil, de $5^d\ 13'\ 0''$, & la réduction à l'Ecliptique, de $12'\ 19''$, qu'il faut adjoûter à $25^d\ 41'\ 49''$ des Poiſſons, pour avoir le vrai lieu de Mercure, réduit à l'Ecliptique, en ♓ $25^d\ 54'\ 8''$. Retranchant de ce lieu, celui de la Terre, qui étoit à l'oppoſite du Soleil, en ♑ $23^d\ 13'\ 12''$, on aura l'angle *TSM*, de $62^d\ 41'$.

La diſtance *ST* de la Terre au Soleil étoit alors de 101641 parties, dont la moyenne eſt 100000 : c'eſt pourquoi dans le Triangle *STM*, dont le côté *ST* eſt connu, de même que les angles *STM* & *TSM*, on aura le côté *SM*, qui meſure la diſtance de Mercure au Soleil, réduite à l'Ecliptique, de 35332.

Enfin l'on fera, comme le ſinus du complément de la latitude de Mercure vûe du Soleil, qui a été trouvée de $5^d\ 13'\ 0''$, eſt au ſinus total ; ainſi le ſinus de *SM* 35332, eſt au ſinus de la diſtance *SD* de Mercure au Soleil ſur ſon Orbite, que l'on trouvera de 35479 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 100000.

Pour trouver préſentement la plus grande & la plus petite diſtance de Mercure au Soleil dans l'hypotheſe de Képler, on calculera pour le temps propoſé, l'anomalie moyenne de Mercure, qu'on trouvera de $124^d\ 52'\ 0''$, qui eſt meſurée par l'angle *ACD* (*Fig.* 85.) & l'on trouvera l'angle *CDS*, de $11^d\ 0'\ 30''$, l'angle *DCI*, de $10^d\ 56'\ 26''$, l'angle *PCI*, de $66^d\ 4'\ 26''$, l'angle *PSI*, de $77^d\ 51'\ 5''$, & l'angle *PSL*, de $77^d\ 35'\ 10''$, dont le ſupplément *ASL*, qui eſt de $102^d\ 24'\ 50''$, meſure l'anomalie vraye de Mercure, & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *TIS*, de $12^d\ 8'\ 55''$, complément de l'angle *PSI*, eſt au ſinus de l'angle *TLS*, de $12^d\ 24'\ 50''$, complément de l'angle *PSL*; ainſi *SL*, diſtance de Mercure au Soleil ſur ſon Orbite, qu'on a trouvée de 35479, eſt à *SI*, qu'on trouvera de 36242 : & comme le ſinus de l'angle *PCI*, de $66^d\ 4'\ 26''$, eſt au ſinus de l'angle *PSI*, de $77^d\ 35'\ 10''$; ainſi *SI* 36242, eſt à *CI* ou *AC*, diſtance moyenne de Mercure au Soleil, qu'on trouvera de 38761.

On fera enſuite, comme *AC* 100000, eſt à l'excentricité *CS*, qui a été trouvée de 20878 ; ainſi *AC*, que l'on vient de trouver de 38761, eſt à *CS*, de 8093. L'adjoûtant à *AC*, on aura la plus grande diſtance *AS* de Mercure au Soleil, de 46854 ; & la retranchant de *AC*, on aura la plus petite diſtance *PS*, de cette Planete au Soleil, de 30668 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 100000.

CHAPITRE V.

De l'Inclinaiſon de l'Orbite de Mercure par rapport à l'Ecliptique.

DANS la comparaiſon que nous avons faite des Conjonctions de Mercure avec le Soleil, nous avons déterminé dans chaque obſervation, l'inclinaiſon de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique, en réduiſant l'obliquité apparente de ſa route dans le Soleil, à ſon inclinaiſon véritable.

Mais comme dans la plûpart de ces obſervations, on n'a pû voir Mercure que pendant une portion de ſa route dans le Soleil, dont on a déterminé la direction par rapport à l'azimuth ou au parallele de cet Aſtre, & que les moindres erreurs dans ces poſitions, en peuvent cauſer de fort grandes dans l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure; nous avons employé les obſervations de cette Planete faites hors de ſes Conjonctions, auxquelles on doit préférer celles qui ſont arrivées près des termes des plus grandes latitudes, parce qu'alors les erreurs dans la détermination du lieu du Nœud, en cauſent de moins conſidérables dans la quantité de l'inclinaiſon.

Exemple I.

Entre ces obſervations nous avons choiſi celle du 21 Mai de l'année 1715, faite par feu M. Maraldi, qui détermina à $10^h\ 39'$ du matin, le lieu de Mercure en ♉ $8^d\ 36'\ 0''$, & ſa latitude méridionale de $2^d\ 23'\ 55''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, réduit à l'Écliptique, on le trouve en ♒ $29^d\ 14'\ 55''$. Le lieu du Nœud de cette Planete qui réſulte des Conjonctions de 1699 & 1723, étoit en ♉ $14^d\ 57$. Le retranchant du vrai lieu du Nœud de Mercure vû du Soleil, on aura la diſtance de cette Planete à ſon Nœud, réduite à l'Écliptique, de $9^f\ 14^d\ 18'$, éloignée de $75^d\ 42'$ de ſon Nœud aſcendant.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♉ $29^d\ 38'\ 14''$, dont retranchant le vrai lieu de Mercure vû de la Terre en ♉ $8^d\ 36'\ 0''$, on aura l'angle *STM (Fig. 84.)* qui meſure la diſtance apparente de Mercure au Soleil, de $21^d\ 2'\ 14''$.

Retranchant auſſi le vrai lieu de la Terre qui eſt à l'oppoſite du Soleil, en ♏ $29^d\ 38'\ 14''$, du vrai lieu de Mercure vû du Soleil, en ♒ $29^d\ 14'\ 55''$, on aura l'angle *TSM,* qui meſure la diſtance de Mercure à la Terre vûe du Soleil, de $89^d\ 36'\ 41''$: & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *STM,* de $21^d\ 2'\ 14''$, eſt au ſinus de l'angle *TSM,* de $89^d\ 36'\ 41''$; ainſi *SM* eſt à *TS;* ainſi le ſinus de l'angle *DTM,* qui meſure la latitude de Mercure obſervée de $2^d\ 23'\ 55''$, eſt au ſinus de l'angle *DSM,* qui meſure la latitude de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de $6^d\ 41'\ 40''$. Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'arc *NM,* diſtance de Mercure à ſon Nœud aſcendant, qui a été trouvée de $75^d\ 49'$, eſt au ſinus total; ainſi la tangente de l'arc *DM,* de $6^d\ 41'\ 40''$, qui mesure la latitude de Mercure vûe du Soleil, est à la tangente de l'angle *DNM*, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . $6^d\ 54'\ 12''$.

Il est aisé de voir que cette détermination approche beaucoup de la véritable; car si l'on suppose un dégré d'erreur tant dans le lieu de Mercure vû du Soleil, que dans la situation de son Nœud, cela n'en peut causer qu'une de deux minutes dans la détermination de l'inclinaison de son Orbite.

EXEMPLE II.

Le 16 Juillet de l'année 1731 à $10^h\ 32'\ 47''$ du matin, j'ai déterminé le lieu de Mercure en ♋ $3^d\ 2'\ 35''$, avec une latitude méridionale de $2^d\ 2'\ 20''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, on le trouve en ♓ $25^d\ 54'\ 9''$, dont retranchant le vrai lieu de son Nœud, qui étoit en ♉ $15^d\ 10'$, on aura la distance de cette Planete à son Nœud, réduite à l'Ecliptique, de $10^f\ 10^d\ 44'$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♋ $23^d\ 13'\ 12''$, dont retranchant le vrai lieu de Mercure vû de la Terre en ♋ $3^d\ 2'\ 35''$, on aura l'angle *STM*, distance apparente de Mercure au Soleil, de $20^d\ 10'\ 37''$.

Retranchant le vrai lieu de la Terre, qui étoit à l'opposite du Soleil, en ♑ $23^d\ 13'\ 12''$, du vrai lieu de Mercure vû du Soleil en ♓ $25^d\ 54'\ 9''$, on aura l'angle *TSM*, qui mesure la distance de Mercure à la Terre vû du Soleil, de $62^d\ 40'\ 57''$: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *STM*, de $20^d\ 10'\ 37''$, est au sinus de l'angle *TSM*, de $62^d\ 40'\ 57''$; ainsi le sinus de $2^d\ 2'\ 20''$, latitude de Mercure vûe de la Terre, est au sinus de $5^d\ 15'\ 30''$, latitude de Mercure vûe du Soleil.

Enfin l'on fera, comme le sinus de $59^d\ 16'$, distance de Mercure à son Nœud ascendant, est au sinus total; ainsi la tangente de $5^d\ 15'\ 30''$, latitude de Mercure vûe du Soleil, est à la tangente de l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $6^d\ 55'\ 30''$, qui ne différe que de $1'\ 18''$ de la détermination précédente.

CHAPITRE VI.

CHAPITRE VI.

Du lieu du Nœud de Mercure.

NOus avons déja déterminé dans les Conjonctions de Mercure avec le Soleil, le lieu du Nœud de cette Planete pour le temps de chacune de ces obſervations; mais comme cette détermination eſt fondée ſur l'obliquité de l'Orbite de cette Planete, que nous avons trouvée dans quelques obſervations, différer de la véritable de plus de 40 minutes, nous employerons pour la recherche du lieu du Nœud de Mercure, l'inclinaiſon de ſon Orbite à l'égard de l'Ecliptique, que nous venons de trouver de $6^d\ 54'\ 0''$, au moyen de laquelle nous déterminerons le vrai lieu du Nœud de cette Planete pour le temps de chaque Conjonction.

Dans l'obſervation de 1631, Gaſſendi détermina le lieu du Nœud de Mercure vû de la Terre en ♏ $14^d\ 52'$, le Soleil étant à $14^d\ 21'\frac{1}{2}$ du même ſigne; d'où l'on tire le lieu de ſon Nœud vû du Soleil en ♉ $13^d\ 21'$.

Ayant corrigé cette obſervation par celle de 1677, faite à peu-près à la même diſtance des Nœuds, on a trouvé que la latitude de Mercure au temps de la Conjonction de 1631, devoit être de même qu'en 1677, de $8'\ 45''$, l'inclinaiſon de ſon Orbite, de $6^d\ 25'\ 20''$, & le vrai lieu de ſon Nœud en ♉ $13^d\ 24'\ 43''$, un peu plus avancé que ſuivant la détermination de Gaſſendi.

Si l'on ſuppoſe préſentement l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $6^d\ 54'\ 0''$, & la latitude vraye de Mercure de $8'\ 45''$, on trouvera la diſtance de Mercure à ſon Nœud au temps de la Conjonction de 1631, de $1^d\ 10'\ 48''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Mercure, qui étoit alors en ♉ $14^d\ 41'\ 35''$, donne le vrai lieu du Nœud de cette Planete le 7 Novembre 1631 à $7^h\ 58'$ du matin, en . . . ♉ $13^d\ 30'\ 47''$.

Par l'obſervation du 3 Mai 1661, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de ſa Conjonction a été déterminée de $5'\ 30''$, ce qui, ſuppoſant l'inclinaiſon de l'Orbite, de $6^d\ 54'\ 0''$, donne la diſtance de cette Planete à ſon Nœud deſcendant, de $45'\ 33''$, qui, étant adjoûtée au vrai lieu de Mercure dans le temps de ſa

Conjonction, qui étoit en ♏ $13^d\ 33'\ 27''$, donne le lieu du Nœud descendant de cette Planete, en . . . . ♏ $14^d\ 19'\ 0''$.

Par l'observation du 7 Novembre 1677, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de sa Conjonction a été, comme on l'a dit ci-dessus, déterminée de $8'\ 45''$, & la distance à son Nœud, de $1^d\ 10'\ 48''$, qui, étant retranchée du lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, qui étoit en ♉ $15^d\ 44'\ 20''$, donne le lieu du Nœud ascendant de cette Planete, en . . ♉ $14^d\ 33'\ 32''$.

Par l'observation du 10 Novembre de l'année 1690, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de sa Conjonction, a été déterminée de $26'\ 36''$, ce qui donne la distance à son Nœud, de $3^d\ 39'\ 31''$, qui, étant retranchée de $1^f\ 18^d\ 20'\ 46''$, lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, donne le lieu du Nœud ascendant de cette Planete, en . . . . ♉ $14^d\ 41'\ 15''$.

Par l'observation du 3 Novembre 1697, le lieu du Nœud de Mercure déterminé par une méthode indépendante de l'inclinaison de l'Orbite de Mercure, a été trouvé pour le premier Octobre 1694, en . . . . ♉ $14^d\ 39'\ 19''$.

Par l'observation de 1723, le vrai lieu du Nœud a été déterminé par la même méthode, en . . . . . . ♉ $15^d\ 3'\ 12''$.

Enfin, par l'observation de l'année 1736, le vrai lieu du Nœud de Mercure a été déterminé, suivant la premiére méthode, en . . . . ♉ $15^d\ 16'\ 7''$, & suivant la seconde, qui est indépendante de l'inclinaison de son Orbite, en . . . . ♉ $15^d\ 14'\ 5''$, que nous avons, par cette raison, préferée à la premiére.

On auroit pû dans la détermination des Nœuds de Mercure, avoir égard à l'effet de la parallaxe qui a dû faire paroître Mercure plus près du centre du Soleil, qu'il n'étoit effectivement, lorsque sa latitude étoit septentrionale, & plus éloigné lorsque cette latitude est méridionale.

Mais comme la différence entre la parallaxe horisontale du Soleil & celle de Mercure qui augmente ou diminuë sa latitude apparente, ne peut monter qu'à 9 secondes lorsque Mercure est dans son Nœud ascendant, & à 5 secondes lorsqu'il est dans son Nœud deſcendant, on a cru qu'il étoit inutile d'avoir égard dans cette recherche à une préciſion plus grande que celle que l'on peut eſpérer de ces ſortes d'obſervations.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement des Nœuds de Mercure.

POUR déterminer le mouvement des Noeuds de Mercure, nous avons employé au défaut des obſervations anciennes, le lieu de ſon Noeud, que l'on a déduit des obſervations de cette Planete, faites au temps de ſa Conjonction avec le Soleil, dans un intervalle de plus de cent années.

Par l'obſervation de Gaſſendi, du 7 Novembre 1631, le lieu du Nœud aſcendant de Mercure a été déterminé en ♉ $13^d\ 30'\ 47''$.
Il étoit le 11 Novembre 1736, en . . . . . ♉ $15^d\ 14'\ 5''$.
La différence eſt de $1^d\ 43'\ 18''$, qui, étant partagée par l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 105 années, donne le mouvement annuel du Nœud de Mercure, de . . . . . $0'\ 59''\ 2'''$.

Suivant l'obſervation d'Hevelius, du 3 Mai 1661, le vrai lieu de ſon Nœud deſcendant, étoit en . . . . . ♏ $14^d\ 19'\ 0''$.

Entre cette obſervation & celle de 1736, il y a un intervalle de 75 années & un peu plus de 6 mois, pendant lequel le mouvement du Nœud a été de $55'\ 5''$, ce qui donne ſon mouvement annuel, de . . . . $0'\ 43''\ 42'''$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le mouvement annuel du Nœud de Mercure, de . . . . $0'\ 51''\ 0'''$, ce qui repréſente à une ou deux minutes près, le lieu du Nœud de Mercure, que l'on a trouvé par les trois derniéres obſervations, depuis 1697 juſqu'en 1736.

LIVRE NEUVIÉME.

DES SATELLITES DE JUPITER ET DE SATURNE.

APRÈS avoir donné les Eléments de la théorie des Planetes principales, j'ai cru devoir terminer cet Ouvrage par un abregé de celle des Satellites de Jupiter & de Saturne, qui sont des Planetes du second ordre, lesquelles font leurs révolutions autour de Jupiter & de Saturne, de même que la Lune autour de la Terre.

Les Satellites de Jupiter, sont au nombre de quatre, & ils ont été découverts peu après l'invention des Lunettes, en 1710, par Galilée. On appelle *premier Satellite de Jupiter*, celui qui est le plus proche de cette Planete, & ainsi des autres.

A l'égard de Saturne, il a cinq Satellites, dont le quatriéme, suivant l'ordre de sa distance à Saturne, a été découvert par M. Huyghens en 1655, & les quatre autres par mon Pere, sçavoir, le troisiéme & le cinquiéme en 1671 & 1672, & les deux premiers qui sont les plus près de cette Planete, en 1684.

Le mouvement propre des Satellites de Jupiter & de Saturne sur leurs Orbes, se fait de même que celui de toutes les Planetes, suivant la suite des Signes, en sorte qu'ils paroissent dans la partie supérieure de leurs Orbes, qui est la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inférieure, qui est la plus proche, de l'Orient vers l'Occident.

Les Satellites de Jupiter & de Saturne, ne peuvent pas s'appercevoir à la vûe simple, ceux de Jupiter qui sont plus gros, se distinguent par des Lunettes de trois pieds, par le moyen desquelles ils paroissent comme les Etoiles de la sixiéme ou septiéme grandeur, à la vûe simple.

Pour ce qui eſt des Satellites de Saturne, on ne peut appercevoir le quatriéme, qu'avec une Lunette de 8 à 9 pieds. Le troiſiéme & le cinquiéme, demandent des Lunettes d'un plus grand foyer, & on ne peut diſtinguer les deux premiers, qu'avec des Lunettes qui excédent au moins 30 ou 40 pieds.

CHAPITRE I.

Des Satellites de Jupiter.

LES Satellites de Jupiter reçoivent leur lumiére du Soleil, de même que toutes les autres Planetes. Ils ſont éclipſés par l'ombre de Jupiter, de même que la Lune l'eſt par l'ombre de la Terre; ils forment auſſi des Eclipſes de Soleil ſur le diſque de Jupiter, lorſque dans le cours de leurs révolutions ils paſſent entre le Soleil & cette Planete, comme on le reconnoît par les ombres ou Taches noires qu'ils jettent alors ſur ſon diſque. Ces Taches ſont différentes de celles dont nous avons parlé au cinquiéme Livre, & qui ſont adhérentes à ſa ſurface, & on les diſtingue les unes des autres, en ce que les Taches cauſées par les ombres des Satellites paroiſſent avoir un mouvement preſque égal & uniforme ſur le diſque de Jupiter pendant qu'elles le parcourent, au lieu que celles qui lui ſont adhérentes ont un mouvement beaucoup plus lent vers les bords, que vers le centre.

Mon Pere commença à voir ces Taches en 1664, & on les a toûjours obſervées depuis.

Lorſque Jupiter eſt à l'occident du Soleil, ce qui arrive depuis ſa Conjonction juſqu'à ſon Oppoſition, l'ombre eſt occidentale à l'égard du Satellite qui, dans la partie inférieure de ſon cercle, qui eſt la plus près de la Terre, paroît aller de l'Orient vers l'Occident; c'eſt pourquoi l'ombre entre dans Jupiter, & en ſort avant le Satellite. Le contraire arrive lorſque Jupiter eſt à l'Orient depuis ſon Oppoſition juſqu'à ſa Conjonction.

Comme la lumiére des Satellites qui nous eſt réfléchie, eſt à peu-près de la même clarté que celle du diſque de Jupiter, on les perd le plus ſouvent de vûe lorſqu'ils paſſent devant cette Planete, on diſtingue cependant quelquefois à la place où on devroit les voir, une petite Tache obſcure, plus petite que leurs ombres; ce qui nous fait connoître que les Satellites de Jupiter ont des Taches obſcures qui ne s'apperçoivent que lorſqu'ils ſont devant cette Planete, & ne ſe voyent point lorſqu'ils ſont dehors, parce qu'alors ces Taches ne font que diminuer la grandeur apparente du Satellite.

En effet, les ombres que ces Satellites font ſur le diſque de Jupiter, par l'interception des rayons du Soleil, paroiſſent ſouvent plus grandes que les Satellites mêmes, parce que nous ne voyons que la partie claire du Satellite, dont le globe entier fait une ombre preſque auſſi grande que ſon diſque.

Diverſes obſervations nous donnent lieu de juger que les Satellites de Jupiter tournent autour de leurs axes.

Premiérement, parce que dans leurs Conjonctions avec Jupiter nous voyons quelquefois leurs Taches dans l'endroit où répond la ligne tirée de la Terre à ces Satellites, & le plus ſouvent nous ne les voyons pas, ce qui peut venir de ce que leurs Taches principales ſont tantôt dans l'hémiſphere expoſé à la Terre, & tantôt dans l'hémiſphere oppoſé qui regarde Jupiter.

En ſecond lieu, parce que nous voyons le même Satellite lorſqu'il eſt éloigné de Jupiter & à la même diſtance apparente de ſon diſque, plus grand dans de certains temps, que dans d'autres. Le quatriéme Satellite paroît ſouvent plus petit que les trois autres; mais quelquefois il paroît plus grand que les deux premiers, & ſon ombre dans Jupiter paroît toûjours plus grande que celle de ces deux Satellites.

Le troiſiéme Satellite paroît le plus ſouvent plus grand que tous les autres, mais quelquefois on le voit égal aux deux premiers, ce qui peut s'attribuer aux Taches obſcures qui ſe rencontrent dans l'hémiſphere du Satellite qui nous eſt expoſé, & qui en diminuë l'apparence.

En troiſiéme lieu, le même Satellite ne paroît pas toûjours employer le même temps à entrer dans Jupiter ou à en ſortir; car quelquefois on le verra entrer ou ſortir dans l'eſpace de 10 minutes, & d'autres fois en 6, & moins, quoiqu'il ſemble qu'il doive être à peu-près le même temps à l'entrée & à la ſortie; mais nous n'en jugeons que par la partie claire qui eſt altérée en divers endroits par les Taches.

On pourroit dire à la vérité, que ces Taches des Satellites se forment de nouveau & se dissipent ensuite, comme il arrive à plusieurs Taches de Jupiter, ce qui pourroit suffire pour expliquer ces variétés, sans être obligé de supposer leurs révolutions autour de leurs axes ; mais comme ces apparences peuvent être produites par deux causes différentes, on auroit tort de préférer la derniére à l'exclusion de l'autre, puisque dans l'Astronomie, il faut toûjours préférer les hypotheses du mouvement local, à celles des nouvelles productions & dissipations.

Quelque temps après la découverte des Satellites de Jupiter, faite par Galilée, M. Peiresc entreprit de travailler aux hypotheses & aux Tables de ces Satellites, & employa à ce dessein, plusieurs personnes sçavantes. Après avoir déterminé à peu-près les temps pendant lesquels les Satellites font leurs révolutions, & avoir vû les observations de Galilée & de Képler, il inventa une théorie méchanique pour trouver en tout temps les lieux de ces Satellites, qu'il ne jugea pas devoir donner au public, s'étant contenté d'en faire quelque essai.

Il croyoit que si l'on observoit en divers lieux les configurations de ces Satellites, on pourroit déterminer exactement leurs distances, & par ce moyen corriger les Cartes géographiques, & perfectionner la Navigation. Mais après plusieurs observations faites en divers lieux par quelques Astronomes, l'un desquels alla pour cet effet jusqu'à Alep, il ne jugea pas que ces observations fussent suffisantes, & cette invention ne lui parut pas si générale qu'il se l'étoit d'abord imaginé ; c'est pourquoi il abandonna entiérement cette entreprise, espérant que Galilée & Képler y pourroient mieux réussir, & particuliérement lorsqu'il apprit que Galilée avoit formé le dessein de s'y appliquer, & qu'il étoit en traité avec les Hollandois, qui cherchoient depuis long-temps le secret des Longitudes. Mais après que Galilée eut travaillé 27 ans à observer ces Satellites, la perte qu'il fit de la vûe, l'empêcha de continuer ces observations, & rendit inutile le secours de diverses Puissances de l'Europe, principalement des Hollandois, qui avoient député Hortensius, Blaeu, & d'autres Mathématiciens pour lui aider à observer, & à faire le calcul nécessaire pour la construction des Tables.

Reineri, Auteur des Tables Médicées, qui comprennent les

Tables Aſtronomiques les plus célébres qui avoient été faites depuis 400 ans; réduites à une même forme, ayant ſuccédé au travail de Galilée, ſous la protection du Grand-Duc de Toſcane, continua pendant pluſieurs années, les obſervations des Satellites de Jupiter, que Galilée avoit appellés *Aſtres Médicées.* Il s'étoit dès-lors propoſé de faire des Tables propres pour ſervir à trouver les Longitudes, & il les promit au public, l'an 1639, dans la premiére édition de ces Tables; mais il n'en dit pas un ſeul mot dans la ſeconde édition des mêmes Tables augmentées & réformées, ce qui donne lieu de juger qu'il y avoit trouvé plus de difficulté qu'il n'avoit ſuppoſé d'abord; & on ne ſçait pas ce qui avoit réſulté de ce long travail, tout ce qu'il en avoit écrit ayant été perdu à ſa mort, nonobſtant les ſoins que le Grand-Duc prit de le faire chercher.

Les Tables que Hodierna fit quelques temps après, étant fondées ſur les obſervations de peu d'années, s'étoient en peu de temps ſi écartées du Ciel, qu'elles n'étoient pas même capables de repréſenter à peu-près les configurations des Satellites, & Marius s'étant trop preſſé de publier ſes Tables, pour prévenir Galilée, avoit encore plus mal réuſſi.

On ne voit pas que d'autres qui avoient propoſé de trouver les Longitudes, par le moyen des Satellites de Jupiter, ſçuſſent de quelle maniére il falloit s'y prendre, ni quelles phaſes il falloit choiſir pour réuſſir.

Herigone, l'an 1644, en avoit propoſé un moyen en ces termes: *Obſervetur ope optimi Teleſcopii, quotâ horâ obſervationis, aliquod Jovialium ſiderum appellat ad lineam ab oculo intuentis per centrum Jovis tranſeuntem;* mais cette méthode n'eſt nullement praticable, parce que les Satellites ne ſont point ordinairement viſibles, lorſqu'ils ſont dans cette ligne viſuelle qui va au centre de Jupiter, & il n'y en a aucun qui ſe rencontre dans cette ligne, plus de deux, quatre ou ſix fois durant une révolution de Jupiter de 12 années, à cauſe de leur latitude apparente dont les regles n'étoient pas encore connuës.

Ce n'a été qu'après un grand nombre d'expériences faites en obſervant ces Satellites, de concert avec d'autres Aſtronomes, premiérement dans un même lieu, & enſuite dans des lieux éloignés

l'un

l'un de l'autre, que mon Pere a trouvé quelles ſont les phaſes les plus propres pour déterminer les longitudes. Ces expériences lui ont fait connoître qu'il faut préférer à toutes les autres phaſes, les Eclipſes que ces Satellites ſouffrent en paſſant par l'ombre de Jupiter, dont on peut obſerver l'entrée ou la ſortie, & quelquefois l'une & l'autre, ſans que deux Obſervateurs différent entr'eux du quart d'une minute d'heure (qui eſt une exactitude beaucoup plus grande que celle que l'on pouvoit avoir auparavant par les Eclipſes de Lune): Que les Eclipſes du premier Satellite dont le mouvement eſt plus prompt que celui des trois autres, & qui entre plus directement dans l'ombre, ſe peuvent déterminer avec une plus grande préciſion: Qu'après les Eclipſes des Satellites on peut ſe ſervir de leurs Conjonctions apparentes avec Jupiter, & entr'eux mêmes, principalement quand ils ſe rencontrent en venant des parties oppoſées, & que les obſervations des ombres qu'ils forment ſur le diſque de Jupiter, lorſqu'ils paſſent entre le Soleil & cette Planete au milieu de ſon diſque apparent, ſont utiles à ce deſſein, de même que les Taches permanentes qui paroiſſent ſouvent ſur la ſurface de Jupiter, & qui font autour de lui la révolution la plus prompte de toutes celles que l'on a découvertes juſqu'à préſent dans le Ciel; quoique cependant l'inſtant du paſſage de ces Taches par le milieu de Jupiter, ne ſe puiſſe pas déterminer avec la même préciſion que leurs Eclipſes.

CHAPITRE II.

Des moyens Mouvements des Satellites de Jupiter.

ON a remarqué par les obſervations des Satellites de Jupiter, faites depuis leur découverte, que les Orbes qu'ils parcourent par leurs révolutions autour de Jupiter, ſont peu inclinés à l'Ecliptique, & qu'ils décrivent en apparence des Ellipſes fort étroites, qui, dans de certains temps, ne différent pas ſenſiblement d'une ligne droite.

Ces apparences ont beaucoup contribué à déterminer leurs mouvements, car à la réſerve du quatriéme Satellite qui paſſe quelquefois, quoique le moins ſouvent, au-deſſus ou au-deſſous du diſque de Jupiter, on les voit dans le cours de chacune de leurs révolutions, s'éclipſer en paſſant devant ou derriére le diſque de cette Planete, ce qui donne le moyen de déterminer le temps qu'ils employent à faire leurs révolutions autour de Jupiter, en cette maniére.

Soit *AIPR* (*Fig.* 86.) l'Orbe de Jupiter, ſuppoſé elliptique, dont l'un des foyers ſoit en *S*, où eſt placé le Soleil, & l'autre foyer en *F*, autour duquel Jupiter paroît décrire des arcs égaux en temps égaux. Si l'on ſuppoſe que cette Planete ſoit d'abord placée en *A* dans ſon Aphélie au centre de l'Orbe d'un de ſes Satellites, qui eſt repréſenté par le cercle *BKL*, & que la Terre ſe trouve en même temps en *T* dans la direction de la ligne *SA*, comme elle eſt dans l'Oppoſition de Jupiter avec le Soleil; lorſque le Satellite paſſera par le point *B* ou *L* de ſon Orbe, ce que l'on déterminera en prenant le milieu entre le temps de ſon entrée dans le diſque du Soleil & de ſa ſortie, on verra le Satellite répondre au même point où il ſeroit vû du Soleil.

Suppoſons préſentement que Jupiter, après l'intervalle de 13 mois ou environ, ſoit retourné à ſon Oppoſition avec le Soleil au point *I*, auquel cas la Terre ſera en *D* dans la direction de la ligne *SGI*, tirée du Soleil au centre de Jupiter; lorſque ce Satellite, qui étoit en *L* dans la premiére obſervation, paſſera en *G*, il paroîtra répondre au centre *I* de Jupiter, après avoir achevé un certain nombre de révolutions à l'égard du centre *F* du moyen mouvement, moins l'arc *GO*, qui meſure la différence entre le point *G* & le point *O*, où on l'auroit vû répondre s'il avoit été conſidéré du centre *F*, autour duquel l'on a ſuppoſé que ſe faiſoit le moyen mouvement.

L'arc *GO* ou l'angle *FIS*, qui repréſente l'Equation de l'Orbe de Jupiter, meſure donc la différence entre les révolutions vrayes du Satellite à l'égard du Soleil & ſes révolutions moyennes; c'eſt pourquoi ſi l'on partage le temps moyen écoulé entre ces Oppoſitions par le nombre des révolutions obſervées chacune de 360 deg. moins l'angle *FIS*, on aura la révolution moyenne du Satellite par rapport au Soleil, dont on ſe ſervira pour déterminer ſon moyen mouvement pour les années, jours, heures, minutes & ſecondes.

Cette méthode de déterminer les moyens mouvements des

Satellites de Jupiter eſt, comme l'on voit, très-ſimple, & ne demande que l'obſervation du vrai lieu de Jupiter dans le temps de deux de ſes Oppoſitions, de même que celles de l'entrée du Satellite dans Jupiter & de ſa ſortie, pour avoir celui auquel il a paſſé par le centre. Mais comme il arrive ſouvent que le jour de l'Oppoſition de Jupiter avec le Soleil, il n'y a point d'Eclipſes de Satellites, ou que le temps n'eſt pas favorable pour les obſerver, on peut déterminer par deux obſervations quelconques, les mouvements moyens des Satellites, en cette maniére.

On ſuppoſera par exemple, que Jupiter étant en *R* par rapport au Soleil placé en *S*, la Terre ſe trouve en quelqu'endroit de ſon Orbe annuel *TVH*, comme en *H*, dans le temps que le Satellite eſt ſur ſon Orbe en *Z*, dans la direction de la ligne *HR*, où il paroît répondre au centre de Jupiter.

La Terre étant enſuite parvenuë à un endroit quelconque de l'Orbe annuel, comme en *V*, pendant que Jupiter a décrit ſur ſon Orbe l'arc *RI*, on verra le Satellite répondre au centre de Jupiter lorſqu'il paſſera par le point *C*, qui eſt dans la direction de la ligne *VI*. Prolongeant les lignes *RH*, *IV*, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en *M*, Jupiter dans ſes deux ſituations ſur ſon Orbe en *R* & en *I*, étant vû de la Terre auſſi placée en deux points de l'Orbe annuel en *H* & en *V*, paroîtra répondre aux mêmes points du Ciel, que ſi la Terre s'étoit trouvée au point *M*, ſans avoir eu aucun mouvement dans l'intervalle entre ces deux obſervations. Le mouvement apparent de Jupiter vû de la Terre dans cet intervalle, pendant lequel le Satellite qui étoit en *Z*, après avoir achevé pluſieurs révolutions, eſt arrivé au point *C*, eſt donc meſuré par l'angle *RMI*.

Si l'on conſidére préſentement la révolution de ce Satellite par rapport au foyer *F* de l'Orbe de Jupiter, à l'égard duquel ſe fait le moyen mouvement, on trouvera que dans l'intervalle entre ces obſervations, pendant lequel le moyen mouvement de Jupiter a été meſuré par l'angle *RFI*, le Satellite depuis ſon paſſage par le point *Y*, juſqu'à ſon arrivée en *O*, a décrit un certain nombre de révolutions complettes, qui différent du même nombre de ſes révolutions apparentes, de la quantité entre le vrai mouvement de Jupiter vû de la Terre, & ſon moyen mouvement qui, dans ce cas, eſt meſuré par la ſomme des angles *FRM, FIM.* On retranchera donc alors, de la ſomme des révolutions moyennes, chacune de 360 degrés, la différence entre le mouvement moyen de Jupiter, & ſon mouvement vrai vû de la Terre dans l'intervalle entre ces obſervations : & l'on fera, comme cette ſomme ainſi réduite eſt à 360 degrés; ainſi le temps moyen écoulé entre ces obſervations, eſt au temps que le Satellite employe à faire ſa révolution moyenne autour de Jupiter.

Si l'on ſuppoſe dans un autre cas, que la Terre qui étoit dans la premiére obſervation en *H,* au lieu d'être parvenuë en *V,* ſe ſoit trouvée au point *E,* dans le temps que le Satellite a paſſé par le point *X* dans la direction de la ligne *EI;* prolongeant *IE,* juſqu'à ce qu'il rencontre *RM* en *N,* le Satellite vû en *Z* & en *X* du point *N,* paroîtra répondre aux mêmes points du Ciel où on l'a vû effectivement lorſque la Terre étoit en *H* & en *E.* La différence entre l'angle *RFI* du moyen mouvement de Jupiter, & l'angle *RNI* de ſon mouvement vrai & apparent, meſurera donc la quantité dont un certain nombre de révolutions apparentes eſt plus grande ou plus petite que le même nombre de ces révolutions moyennes, qu'il faut retrancher de la ſomme de ces révolutions, chacune de 360 degrés, lorſque la quantité du moyen mouvement de Jupiter, excede celle de ſon mouvement apparent, & qu'il faut y adjoûter au contraire lorſqu'elle eſt plus petite : & l'on fera, comme la ſomme de ces révolutions, plus ou moins cette différence, eſt à 360 degrés; ainſi le temps moyen écoulé entre les obſervations, eſt au temps que le Satellite employe à faire ſa révolution moyenne.

Comme on ne peut pas obſerver immédiatement le temps de la Conjonction d'un Satellite avec le centre de Jupiter, parce que lorſqu'il paſſe derriére cette Planete, il eſt caché par ſon diſque, & que lorſqu'il paſſe devant, ſa lumiére ſe confond le plus ſouvent avec celle de Jupiter, on a été obligé, comme on l'a remarqué ci-deſſus, d'obſerver le temps de ſon entrée & de ſa ſortie; ce qui ne ſe peut pas faire cependant avec la derniére préciſion, à cauſe qu'il eſt difficile de diſtinguer le moment auquel il touche Jupiter, & celui où il eſt caché entiérement par ſon diſque : c'eſt pourquoi on peut employer pour la recherche de ſes moyens mouvements, le temps qu'il entre dans l'ombre de Jupiter, & qu'il en ſort, qu'on appelle communément *Immersion* & *Emersion*, que l'on observe avec plus d'évidence que leur entrée & sortie par rapport au disque de Jupiter.

Pour donner une idée de la maniére que se font ces Eclipses, que l'on a employées avec succès pour la connoissance des Longitudes, soit *OGP (Fig. 87.)* le disque du Soleil, *TEV* l'Orbe annuel, *LHK* Jupiter placé sur son Orbe *MIN*, *ABCD* l'Orbe d'un de ses Satellites. Les rayons *OL*, *PK*, *SI*, qui partent du Soleil & éclairent Jupiter, étant interceptés par le disque apparent de cette Planete qui comprend un peu plus de la moitié de sa surface, il se forme à l'opposite une ombre conique *LRQK*, qui s'étend beaucoup au de-là des Orbes des Satellites, de sorte que lorsqu'un de ces Satellites, qui reçoit, de même que Jupiter, sa lumiére du Soleil, vient par son mouvement autour de sa Planete, qui se fait de l'Occident vers l'Orient, à rencontrer cette ombre en *D*, il perd sa lumiére peu à peu, & s'éclipse entiérement jusqu'à ce qu'il soit parvenu en *A*, où il commence à la recouvrer. Si donc l'on suppose la Terre en *V* sur son Orbe annuel à l'Occident de Jupiter par rapport au Soleil, & qu'un Observateur suive le mouvement d'un Satellite de *C* en *D* de l'Occident vers l'Orient, il verra ce Satellite entrer en *D* dans cette ombre, lorsqu'il paroissoit encore éloigné du disque de Jupiter de l'intervalle *KN*, & c'est ce qu'on appelle *Immersion*.

Si au contraire, l'Observateur se trouve sur l'Orbe annuel en *T*, plus vers l'Orient que Jupiter, il verra le Satellite en *A*, sortir de l'ombre de Jupiter, éloigné de son disque de l'intervalle *LM*, ce que l'on appelle *Emersion*.

On n'apperçoit dans le cours d'une révolution du premier Satellite de Jupiter, que son Immersion ou son Emersion, à cause que son Orbe étant fort près de Jupiter lorsqu'il est entré dans l'ombre de cette Planete en *D*, on ne peut point le voir à sa sortie en *A*, où il est caché par le disque de Jupiter. Dans les autres Satellites dont les Orbes sont à une plus grande distance, on peut voir dans la même Eclipse, leurs Immersions & Emersions, lorsque les rayons *VR*, *VQ*, dirigés au terme *RQ* de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe d'un Satellite, ne rencontrent point le disque *LHK* de Jupiter, ce qui arrive très-rarement dans le second Satellite.

Ces ſortes d'obſervations peuvent être employées très-utilement pour déterminer les moyens mouvements de Jupiter, en prenant le milieu entre l'heure de l'Immerſion & de l'E'merſion, qui marque le temps auquel le Satellite vû du Soleil, répond au centre de Jupiter, & comparant cette obſervation avec une autre ſemblable, faite après un certain nombre de révolutions plus ou moins le mouvement vrai de Jupiter vû du Soleil, comme on peut le voir *(Fig. 86.)* où la différence entre les révolutions du Satellite vûes du Soleil en *S*, & leurs révolutions moyennes conſidérées du centre *F* du moyen mouvement de Jupiter, eſt meſurée par la différence entre les angles *RSI* & *RFI* du vrai & du moyen mouvement de cette Planete.

On peut auſſi, au défaut de l'obſervation de l'entrée d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter & de ſa ſortie, dont l'une des deux, comme nous l'avons remarqué, n'eſt point viſible dans le premier Satellite, y employer ſeulement ſon Immerſion ou ſon E'merſion obſervées après un certain nombre de révolutions, pourvû que dans l'une & l'autre de ces obſervations, les Nœuds de l'Orbe du Satellite ſoient ſur l'Orbe de Jupiter, auquel cas le Satellite paſſe par le centre de l'ombre de cette Planete, ou qu'ils en ſoient éloignés à égale diſtance de part & d'autre; ce qui, comme l'on voit, demande la connoiſſance des Nœuds des Orbes des Satellites dont nous parlerons ci-après.

En employant ces différentes méthodes, on a trouvé que le premier Satellite employoit à faire ſa révolution 1^{j} 18^{h} $28'$ $36''$,

le ſecond	3	13	17	54,
le troiſiéme	7	3	59	36,
& le quatriéme	16	18	5	7.

Comme dans le retour des Satellites à leurs Conjonctions avec Jupiter, ils achevent une révolution entiére ſur leurs Orbes, plus un arc égal à celui du mouvement de Jupiter, il faut, pour avoir leurs révolutions à l'égard d'un point fixe dans le Ciel, retrancher de chacune de celles que l'on vient de déterminer, le temps que le Satellite a employé à décrire un arc égal au moyen mouvement de Jupiter pendant la durée de ſa révolution.

CHAPITRE III.

Des Digreſſions des Satellites de Jupiter.

NOUS avons remarqué ci-deſſus, que quoique les Orbes des Satellites de Jupiter, fuſſent circulaires ou d'une figure qui approche fort du cercle; cependant à cauſe du peu d'inclinaiſon de leur plan à l'égard de celui de l'Ecliptique, ils nous paroiſſoient décrire des Ellipſes fort étroites, & qu'on les voyoit quelquefois ſuivre par leurs mouvements, des lignes ſenſiblement droites.

Cette direction du plan de leurs Orbes, forme une inégalité apparente dans leur mouvement, qui paroît ſe faire avec plus de vîteſſe plus ils ſont près de Jupiter, & qui ſe rallentit à meſure qu'ils s'en éloignent juſques vers leurs plus grandes digreſſions, où ils paroiſſent pendant quelque temps ſtationnaires, parce que l'arc qu'ils décrivent alors ſur leur Orbe, eſt à peu-près dans la direction du rayon viſuel qui va de la Terre aux Satellites.

Ce ſont auſſi par cette raiſon, les temps les plus convenables pour déterminer le diametre que leurs Orbes occupent dans le Ciel, & leur rapport à celui de Jupiter, auquel il eſt néceſſaire de les comparer pour connoître le temps & la durée de leurs Eclipſes.

Pour déterminer leur plus grande digreſſion qui ne différe pas ſenſiblement de la grandeur du diametre de ces Orbes, on peut employer diverſes méthodes.

La premiére, qui eſt la plus ſimple, eſt d'obſerver avec un Micrometre l'eſpace que le diametre *AB (Fig. 88.)* de Jupiter occupe dans le Ciel, de même que la diſtance *DC* entre le centre *C* de Jupiter & le Satellite *D,* lorſqu'il eſt dans ſa plus grande digreſſion; ce que l'on exécutera en dirigeant les fils de ce Micrometre, de maniére qu'ils ſoient perpendiculaires, non pas au parallele *EI* que Jupiter décrit par ſa révolution journaliére, mais à la ligne *DC,* qui paſſe par le centre de cette Planete & le Satellite. Comme l'on eſt obligé pendant la nuit d'éclairer la Lunette pour en diſtinguer les fils, ce qui fait perdre ordinairement les Satellites de vûe, il convient qu'un de ces fils ait quelque épaiſſeur, & qu'on le place de maniére que dans l'inſtant que le centre de Jupiter paſſe par l'autre fil, le Satellite ſe cache derriére le fil épais, ce que l'on peut répéter pluſieurs fois juſqu'à ce que l'on ait cette meſure exacte que l'on comparera au diametre de Jupiter meſuré avec le même Micrometre.

La ſeconde méthode de déterminer la grandeur des Orbes des Satellites, eſt d'obſerver cette Planete par le moyen d'une Lunette où l'on a placé au foyer commun de ſes deux verres, les fils *EI, GH, PQ, MN* qui ſe croiſent à angles de 45 degrés; l'on dirigera cette Lunette de maniére que le centre *C* de Jupiter parcoure par ſon mouvement journalier, un de ces fils tel que *EI,* & on obſervera l'intervalle de temps entre le paſſage du centre de cette Planete & du Satellite par le fil horaire *GH,* qui, étant converti en minutes & ſecondes de degrés, à raiſon d'un degré pour 4 minutes d'heure, meſure l'arc *DF* ou *KC* du parallele de Jupiter entre le Satellite & cette Planete.

On obſervera auſſi la différence entre le paſſage du Satellite en *L* par le fil oblique *MN,* & ſon paſſage en *F* par le fil horaire *GH,* que l'on convertira de même en minutes & degrés d'un parallele, pour avoir la meſure de *LF,* qui, à cauſe des angles *LCF, FLC,* ſuppoſés de 45 degrés, eſt égal à *FC.* Connoiſſant *DF* & *FC,* on aura *DC.* Le comparant au diametre de Jupiter *AB* ou *OS,* qui eſt meſuré par le temps que ce diametre a employé à paſſer par le fil horaire *GH* converti en degrés, on aura le rapport du diametre de l'Orbe du Satellite à celui de Jupiter, dont l'on déterminera la valeur en réduiſant les degrés du parallele de Jupiter à ceux d'un grand cercle.

La troiſiéme méthode de déterminer le rapport du diametre de l'Orbe des Satellites à celui de Jupiter, eſt d'obſerver l'intervalle de temps entre l'entrée du centre d'un Satellite dans le diſque de Jupiter & ſa ſortie, lorſque ces Eclipſes ſont centrales, auquel cas leur paſſage eſt de la plus longue durée qui ſoit poſſible.

On fera enſuite, comme le temps que ce Satellite employe à faire ſa révolution, eſt à celui de ſa demeure dans le diſque de Jupiter; ainſi 360 degrés ſont au nombre de degrés qui meſurent l'arc que le diſque de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite. On fera auſſi, comme le ſinus de la moitié de cet arc, eſt au ſinus total;

total ; ainſi le demi-diametre de Jupiter eſt au demi-diametre de l'Orbe du Satellite.

On peut auſſi employer pour cette recherche, les Eclipſes des Satellites dans l'ombre de Jupiter, lorſqu'on peut voir dans un même jour leurs Immerſions & Emerſions, comme dans le troiſiéme & le quatriéme Satellite, en choiſiſſant les temps de leur plus grande demeure dans l'ombre.

Suivant ces différentes méthodes, on a trouvé que le premier Satellite de Jupiter, lorſqu'il eſt dans ſa plus grande digreſſion étoit éloigné du centre de cette Planete, de 5 de ſes demi-diametres & $\frac{2}{3}$,
le ſecond, de 9
le troiſiéme, de . . . . 14 $\frac{23}{60}$,
& le quatriéme, de . . . . 25 $\frac{18}{60}$.

Le diametre apparent de Jupiter occupe dans le Ciel 51 ſecondes lorſqu'il eſt le plus près de la Terre, & 32 ſecondes lorſqu'il en eſt le plus éloigné, ce qui donne ſa grandeur vûe du Soleil dans ſes moyennes diſtances, de 41 ſecondes $\frac{1}{2}$; d'où l'on trouve le diametre de l'Orbe du premier Satellite, de . . . 0^d 3' 55",
du ſecond, de 0 6 14,
du troiſiéme, de 0 9 58,
& du quatriéme, de . . . . 0 17 30.

CHAPITRE IV.

Des Inégalités des Satellites de Jupiter.

DANS la théorie des Planetes, nous avons remarqué que les Orbes que la Lune décrit autour de la Terre, & les Planetes autour du Soleil, étoient des Ellipſes qu'elles parcouroient en décrivant en temps égaux des arcs inégaux, ce qui produiſoit l'inégalité que l'on apperçoit dans leur mouvement à l'égard du foyer de ces Ellipſes où la Terre & le Soleil étoient placés.

Les mêmes apparences auroient dû, ce ſemble, ſe remarquer dans les révolutions des Satellites autour de Jupiter ; cependant comme la plûpart des inégalités que l'on y obſerve, doivent être attribuées à une autre cauſe, on a ſuppoſé juſqu'à préſent qu'ils décrivoient autour de Jupiter, des cercles ou des orbes qui approchoient fort de la figure circulaire.

Nous avons fait voir dans le ſecond Chapitre, qu'à cauſe de l'excentricité de l'Orbe de Jupiter à l'égard du Soleil, les révolutions moyennes des Satellites, différoient de leurs révolutions apparentes à l'égard de Jupiter, d'une quantité égale à la différence entre le vrai & le moyen mouvement de cette Planete.

Comme le vrai lieu de Jupiter dans ſon Aphélie, eſt le même que ſon lieu moyen, on voit que cette inégalité doit commencer à l'Aphélie, & ſe diſtribuer enſuite dans tout le cours de la révolution de cette Planete autour du Soleil, de la même maniére que l'E'quation de ſon Orbe, qu'il faut retrancher d'abord de la révolution moyenne, pour avoir la véritable; d'où il réſulte que le temps que les Satellites employent à faire leurs révolutions autour de Jupiter à l'égard du Soleil, doit être plus prompt que leur révolution moyenne, lorſque cette Planete eſt entre ſon Aphélie & ſa moyenne diſtance; & que ces révolutions ſont enſuite plus lentes lorſque Jupiter eſt dans la partie de ſon Orbe depuis ſes moyennes diſtances juſqu'à ſon Périhélie.

On a cependant remarqué que ces inégalités étoient un peu plus grandes que celles qui étoient meſurées par l'E'quation de l'Orbe de Jupiter, ce que l'on peut expliquer en cette maniére.

Soit *BKL (Fig. 86.)* l'Orbe d'un Satellite que nous ſuppoſons d'abord circulaire. Si l'on ſuppoſe que Jupiter étant parvenu de ſon Aphélie où il étoit en *A*, à ſa moyenne diſtance en α, le Satellite qui étoit ſur ſon Orbe en *B*, ſoit arrivé après pluſieurs révolutions, en β dans ſa Conjonction avec Jupiter; tirant du point *F* par le point α, la ligne $F\gamma$, l'arc $\beta\gamma$ meſuré par l'angle $\beta\alpha\gamma$, repréſentera ſon E'quation.

Si l'on ſuppoſe préſentement, que l'Orbe de ce Satellite ſoit une Ellipſe dont le grand axe *BL* ſoit dirigé au même point du Ciel que l'Aphélie de Jupiter, de maniére que *BA* ſoit plus grand que *AL*; lorſque Jupiter ſera en α, le Satellite qui ſeroit parvenu en β, ſi ſon mouvement avoit été uniforme & régulier autour de cette Planete, ne ſera arrivé qu'en δ: car comme ſon mouvement dans l'hypotheſe elliptique doit être plus lent dans la partie de ſon Orbe qui eſt vers l'Aphélie, que dans celle qui eſt vers le Périhélie, le point δ doit être moins avancé ſuivant la ſuite des ſignes, que le point β. L'arc $\gamma\beta$, qui meſuroit dans l'hypotheſe circulaire, l'inégalité de la révolution du Satellite, ſera donc plus petit que l'arc $\gamma\delta$, qui meſure cette inégalité dans l'hypotheſe elliptique, de la quantité de l'arc $\beta\delta$.

On a trouvé dans le premier Satellite de Jupiter, que cette Equation n'étoit que de 11 minutes & quelques ſecondes, environ la trentiéme partie de celle de l'Orbe de Jupiter; d'où il ſuit qu'au cas que cette inégalité ſoit produite par la cauſe que nous avons rapportée, l'excentricité de ſon Orbe n'eſt tout au plus que la trentiéme partie de celle de Jupiter; de ſorte que ſuppoſant le demi-axe de cet Orbe, de 10000, la diſtance entre les foyers eſt de 32, & le rapport du grand axe au petit axe, comme 10000 à $9999\frac{1}{2}$; ce qui fait voir que quelque hypotheſe que l'on ſuive, cet Orbe différe très-peu de la figure circulaire.

A l'égard des trois autres Satellites, on y a reconnu auſſi quelques inégalités, qui paroiſſent venir de la même cauſe, dont on n'a pas pû encore déterminer la quantité, & on les a ſuppoſé telles que feu M. Maraldi les a employées dans les calculs des Eclipſes de ces Satellites.

Outre cette inégalité, il y en a une autre dans le premier Satellite de Jupiter, qui ſe monte à 2 degrés que ce Satellite parcourt dans l'eſpace de 14′ 9″; cette Equation a pour regle le rétour de Jupiter à ſon Oppoſition avec le Soleil. Auſſi-tôt que mon Pere l'eut reconnuë, il jugea qu'elle pouvoit être l'effet de la lumiére progreſſive de ces Satellites, qui, dans les Oppoſitions de Jupiter avec le Soleil, eſt plus près de la Terre que dans ſes Conjonctions, de toute l'étenduë du diametre de la Terre, comme il eſt rapporté page 148 de l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences, de M. Duhamel, qui y a inſéré un Ecrit que mon Pere publia en ce temps-là à ce ſujet.

Cependant comme il ne lui parut pas que cette Equation, qui auroit dû être de la même quantité dans les trois autres Satellites, fût néceſſaire pour déterminer leur mouvement vrai, il abandonna cette hypotheſe, que M. Roëmer adopta depuis, & à qui on en attribuë ordinairement la découverte.

CHAPITRE V.

De l'Inclinaiſon du plan des Orbes des Satellites à l'égard de celui de l'Orbite de Jupiter, & de la ſituation de leur Nœud.

POUR déterminer la ſituation des Nœuds des Planetes principales, il ſuffit d'obſerver les temps où ces Planetes n'ont aucune latitude apparente, auquel cas leur vrai lieu vû du Soleil, eſt celui de leur Nœud, ou de l'interſection de leur Orbite à l'égard de l'Ecliptique, dont on détermine l'inclinaiſon, en remarquant les temps auxquels leur latitude vûe de la Terre eſt la plus grande qui ſoit poſſible, qu'on réduit enſuite à leur vraye latitude vûe du Soleil, qui meſure leur plus grande inclinaiſon.

On ne peut pas trouver avec la même facilité, les Nœuds des Orbes des Satellites de Jupiter, ni leur inclinaiſon, parce que le plan de leur Orbe étant incliné à celui de l'Orbite de Jupiter, lequel eſt auſſi incliné au plan de l'Ecliptique, les apparences que ces Orbes font à l'égard de la Terre, réſultent de la compoſition de ces deux inclinaiſons, qui quelquefois ſont en même ſens, & quelquefois en ſens contraire.

Nous n'entrerons pas ici dans le détail des recherches qui ont été faites à ce ſujet, & qui ſont expoſées au long dans la théorie des Satellites de Jupiter, imprimée dans les anciens Mémoires de l'Académie; il nous ſuffira de dire qu'un des meilleurs moyens de déterminer les Nœuds des Satellites, eſt d'obſerver leurs Immerſions & Emerſions lorſque leur demeure dans l'ombre de Jupiter, eſt la plus longue; car alors indépendamment de la ſituation de la Terre à l'égard de Jupiter & du Soleil, le Satellite vû du Soleil paſſe par le centre de Jupiter qui ſe trouve alors dans les Nœuds des Satellites.

A l'égard de l'inclinaiſon de leurs Orbes, il faut attendre les temps où la demeure des Satellites dans l'ombre eſt de la moindre durée: & l'on fera, comme le temps que le Satellite employe à faire ſa révolution, eſt au temps de ſa moindre durée dans l'ombre; ainſi 180 degrés, ſont à l'arc *TV (Fig. 88.)* dont on connoîtra le ſinus en parties, dont le rayon eſt 100000. On fera de même, comme le temps de la révolution du Satellite, eſt au temps de la plus grande durée; ainſi 180 degrés ſont à un arc de l'Orbe du Satellite, dont le ſinus meſure *CA*. Connoiſſant *CA* ou *CV* & *TV*, on aura *RV*, & l'on fera, comme le ſinus du complément de l'arc *TV*, eſt au ſinus total; ainſi *RV* eſt à *CT*, petit demi-diametre de l'Ellipſe qui repréſente l'Orbe du Satellite. On fera enfin, comme *CD* eſt à *CT*; ainſi le ſinus total eſt au ſinus de la plus grande inclinaiſon de l'Orbe du Satellite, lorſqu'il eſt à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds.

Comme on ne peut pas obſerver l'Immerſion & l'Emerſion du premier & du ſecond Satellite de Jupiter lorſqu'ils paſſent près de ſon centre, à cauſe qu'ils en ſont trop peu éloignés pour que l'ombre vûe de la Terre ſoit dégagée entiérement du diſque de Jupiter, il eſt néceſſaire pour déterminer leurs Nœuds, d'y employer d'autres méthodes, telles que celles qui ſont expoſées dans les Mémoires de l'Académie de 1717.

Au défaut des Immerſions & Emerſions des Satellites de Jupiter, on peut obſerver la trace que leur ombre fait dans Jupiter, lorſqu'ils ſont dans la partie de leur cercle inférieure, c'eſt-à-dire, la plus près de nous, dans les temps où ces Eclipſes ſont centrales, ce que l'on reconnoît en les comparant aux bandes obſcures de Jupiter, qui ſe trouvent à peu-près dans la direction du plan de leurs Orbes, & remarquant lorſque ces ombres entrent & ſortent aux deux extrémités d'un diametre de Jupiter.

Suivant ces différentes méthodes, on a trouvé que le lieu du Nœud des Satellites étoit préſentement en . . . . . ♒ $14^d\ 30'$, éloigné de celui de l'Orbe de Jupiter, d'un ſigne & près de ſept degrés; & que l'inclinaiſon de leurs Orbes à l'égard de celui de Jupiter, étoit de . . . . $2^d\ 55'$.

On a cependant jugé que l'inclinaiſon de l'Orbe du ſecond & du troiſiéme Satellite étoit un peu plus grande que celle que nous venons de déterminer.

A l'égard du mouvement des Nœuds des Satellites de Jupiter, on n'y en a reconnu aucun de ſenſible depuis le commencement de ce ſiécle.

CHAPITRE VI.

Des Satellites de Saturne.

LES Satellites de Saturne paroiſſent beaucoup plus petits que ceux de Jupiter, & comme ils ſont éclairés par le Soleil, de même que les Planetes, leur lumiére doit, à cauſe de leur diſtance tant à la Terre qu'au Soleil, qui eſt le double de celle de Jupiter, être beaucoup plus foible que celle des Satellites de Jupiter; c'eſt par cette raiſon que quoiqu'il y ait des temps où pendant le cours de leurs révolutions, ils paſſent à notre égard devant le diſque de Saturne, & qu'ils ſont cachés par ſon ombre, on n'a jamais apperçû leurs Eclipſes, ni leurs Immerſions & Emerſions.

On a même beaucoup de peine à diſtinguer le premier & le ſecond Satellite lorſqu'ils s'approchent de Saturne, & on ne les a pas encore pû appercevoir pendant tout le cours de leurs révolutions dans le temps que les Ellipſes, qu'ils décrivent par leur mouvement propre, ont le plus de largeur, & qu'ils paſſent au-deſſus ou au-deſſous de cette Planete.

A l'égard du troiſiéme, il eſt un peu plus gros que les deux premiers, & il y a des temps où on l'apperçoit pendant tout le cours de ſa révolution. Il en eſt de même du quatriéme & du cinquiéme Satellites qui, à cauſe qu'ils ſont plus éloignés de Saturne, ſont cachés rarement par le diſque de cette Planete.

On n'a point remarqué de variation ſenſible dans la grandeur des quatre premiers Satellites, dont le quatriéme a toûjours paru le plus gros. Il n'en eſt pas de même du cinquiéme Satellite, qui paroît ſouvent plus gros que le troiſiéme, mais qui dans certains temps diminuë de clarté & de grandeur, & ſe perd entiérement, ſuivant une période qui n'eſt pas encore connuë, ce qui arrive pour l'ordinaire lorſqu'il eſt dans la partie orientale de ſon Orbe par rapport à Saturne: cette apparence a donné lieu de juger qu'il y avoit dans ce Satellite, des Taches d'une grandeur conſidérable par rapport à ſa ſurface; que lorſque ces Taches ſe rencontrent dans l'hémiſphere du Satellite qui eſt expoſée à nos yeux, la partie de ſon diſque qui reſte éclairée, n'étant pas ſuffiſante pour ſe faire appercevoir de la Terre, il diſparoît entiérement; & qu'on le diſtingue enſuite, ſoit parce que ces Taches viennent à diminuer, ſoit que par la révolution du Satellite autour de ſon axe, elles paſſent dans l'hémiſphere qui nous eſt oppoſé.

CHAPITRE VII.

Des moyens Mouvements des Satellites de Saturne.

Nous avons remarqué au commencement du cinquiéme Livre, que l'anneau de Saturne formoit à l'égard de la Terre, l'apparence d'une Ellipſe qui étoit tantôt plus ou moins ouverte, qui, dans des temps, étoit ſi fort rétrécie qu'on le perdoit de vûe, & qui dans d'autres, étoit telle que ſon petit diametre étoit environ la moitié de ſon grand axe.

Il en eſt de même du plan des Orbes des Satellites dont les quatre premiers décrivent des Ellipſes à peu-près ſemblables à celles de l'anneau, & dont le mouvement ſe fait ſuivant une ligne droite lorſque cet anneau ceſſe de paroître.

A l'égard du cinquiéme Satellite, on s'eſt apperçû que dans de certains temps, il parcouroit une ligne droite pendant que les quatre autres décrivoient des Ellipſes; d'où il ſuit que ſon Orbe n'eſt pas dans le plan de l'anneau ni des autres Satellites, comme on le dira dans la ſuite.

Les Satellites de Saturne ſont de même que ceux de Jupiter, ſujets aux inégalités qui dépendent du mouvement de Saturne autour du Soleil; c'eſt pourquoi on doit employer pour déterminer leurs moyens mouvements, les mêmes méthodes que nous avons indiquées dans la théorie des Satellites de Jupiter, Chap. II.

Il faut cependant remarquer, que comme l'inclinaiſon de leurs Orbes eſt beaucoup plus grande que celle des Orbes des Satellites de Jupiter, il faut choiſir entre les obſervations que l'on veut comparer enſemble, celles où Saturne étoit à peu-près dans le même lieu de ſon Orbe, & le Satellite à la même diſtance de ſa Conjonction avec cette Planete, en préférant les temps où les Ellipſes qu'ils décrivent par leurs révolutions apparentes, ſont les plus ouvertes, parce qu'alors leur vrai lieu ſur leurs Orbes, n'a point beſoin de réduction.

On aura auſſi attention dans la recherche des moyens mouvements des Satellites de Saturne, de choiſir les obſervations de leurs Conjonctions avec Saturne, ou du moins celles qui en ſont les moins éloignées, parce qu'alors leur mouvement apparent eſt plus prompt que dans les autres endroits de leurs Orbes.

Suivant ces méthodes, l'on a trouvé que le premier Satellite de Saturne acheve ſa révolution moyenne à l'égard du point

	j	h	′	″
du Bélier, en	1	21	18	27,
le ſecond, en	2	17	44	22,
le troiſiéme, en	4	12	25	12,
le quatriéme, en	15	22	34	38,
& le cinquiéme, en	79	7	47	0.

CHAPITRE VIII.

De la Digreſſion des Satellites de Saturne.

Comme on ne peut appercevoir le premier & le ſecond Satellite de Saturne, qu'avec des Lunettes d'au moins 30 ou 40 pieds, auxquelles il ſeroit difficile d'appliquer un Micrometre, on ne peut pas pratiquer la premiére méthode que nous avons expoſée au Chapitre III, pour déterminer la grandeur du diametre de leurs Orbes lorſqu'ils ſont dans leurs plus grandes digreſſions, & leur rapport à celui de Saturne & de ſon anneau.

Au défaut du Micrometre, on employe une autre méthode, qui eſt de compter le temps qui s'écoule entre le paſſage du centre de Saturne & celui du Satellite par le même cercle horaire; mais cette méthode n'eſt bonne que pour les Satellites qui ſont les plus éloignés, car comme le demi-diametre de l'Orbe du premier Satellite n'eſt qu'environ 3 ſecondes à paſſer par ce fil, & celui du ſecond au plus 4 ſecondes, une demi-ſeconde d'erreur qu'il eſt impoſſible d'éviter dans ces ſortes d'obſervations, cauſe une différence trop conſidérable dans la détermination de ſa diſtance à Saturne.

Il n'y a donc que l'œil qui puiſſe être le juge de la diſtance de ces Satellites, que l'on détermine en la comparant au diametre de l'anneau, l'anneau, ou bien aux autres Satellites lorſqu'ils ſont dans leurs plus grandes digreſſions.

Suivant ces obſervations, on a trouvé que ſuppoſant le demi-diametre de l'anneau de Saturne de 1, celui de l'Orbe du premier Satellite étoit de . . . . $1\frac{14}{15}$,
du ſecond, de . . . . $2\frac{1}{2}$,
du troiſiéme, de . . . . $3\frac{1}{2}$,
du quatriéme, de 8,
& du cinquiéme, d'un peu plus de . . . . 23.

Comme le rapport du diametre des Orbes du premier & du ſecond Satellite à l'égard de celui de l'anneau de Saturne, n'a pû être déterminé que par l'eſtime, nous avons jugé devoir y employer une autre méthode fondée ſur l'hypotheſe de Képler.

On ſçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil, gardent entr'elles une certaine proportion, qui eſt telle que les quarrés des révolutions ſont comme les cubes de leurs diſtances au Soleil. Cette regle s'eſt trouvée depuis obſervée dans les Satellites de Jupiter & dans ceux de Saturne, & mon Pere l'a employée d'abord pour trouver leurs mouvements, en attendant qu'on eût un aſſés grand nombre d'obſervations pour les déterminer immédiatement.

A préſent que leurs mouvements ſont connus aſſés exactement, nous les employerons pour déterminer leurs diſtances à Saturne, ce qui eſt une des parties des plus difficiles de la théorie de ces Satellites, & en même temps des plus néceſſaires, n'étant pas poſſible de déterminer exactement leurs ſituations hors des Conjonctions ſans connoître le diametre de leurs Orbes.

Nous avons choiſi pour cet effet la diſtance du quatriéme Satellite au centre de Saturne, qui a été meſurée dans ſes plus grandes digreſſions, de huit demi-diametres de l'anneau; ayant enſuite pris le quarré du temps de chaque révolution, nous en avons extrait la racine cubique, qui nous a donné le rapport des diſtances des Satellites entr'eux, & nous avons trouvé que la diſtance du quatriéme Satellite au centre de Saturne étant de 8 demi-diametres de l'anneau, celle du premier étoit de . . . . . . $1\frac{93}{100}$,

MMmm

celle du second, de . . . . 2 $\frac{47}{100}$,
du troisiéme, de . . . . 3 $\frac{45}{100}$,
& du cinquiéme, de . . . . 23 $\frac{23}{100}$.

Cette proportion s'accorde si exactement à celle qui a été déterminée par les observations immédiates, faites par l'estime, que l'on peut s'en servir pour trouver la situation de chaque Satellite sur son Orbe, sans crainte de tomber dans quelque erreur sensible.

Le diametre de Saturne est d'environ 20 secondes de degré, & celui de l'anneau, d'environ 45 secondes; d'où il suit que le diametre de l'Orbe du premier Satellite occupe dans le Ciel . . . 1′ 27″,
le second 1 52,
le troisiéme 2 36,
le quatriéme 6 0,
& le cinquiéme . . . . 17 25.

CHAPITRE IX.

De l'Inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne, & de la situation de leur Nœud.

POUR déterminer l'inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne par rapport à l'Ecliptique, on a comparé leurs situations à l'égard de l'anneau en différents endroits de leurs révolutions, & ayant remarqué que les quatre premiers décrivoient des Ellipses semblables à la circonférence de l'anneau, on a reconnu qu'ils étoient dans un même plan, & que par conséquent leur inclinaison à l'égard de celui de l'Ecliptique, étoit d'environ 30 à 31 degrés, la même que celle que l'on observe dans celle de l'anneau.

Cette inclinaison ne s'est pas trouvée de la même quantité dans l'Orbe du cinquiéme Satellite, comme on l'a remarqué par les observations qui sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1714, où ce Satellite parut décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne, pendant que les autres décrivoient des Ellipses dont le grand diametre étoit incliné d'environ

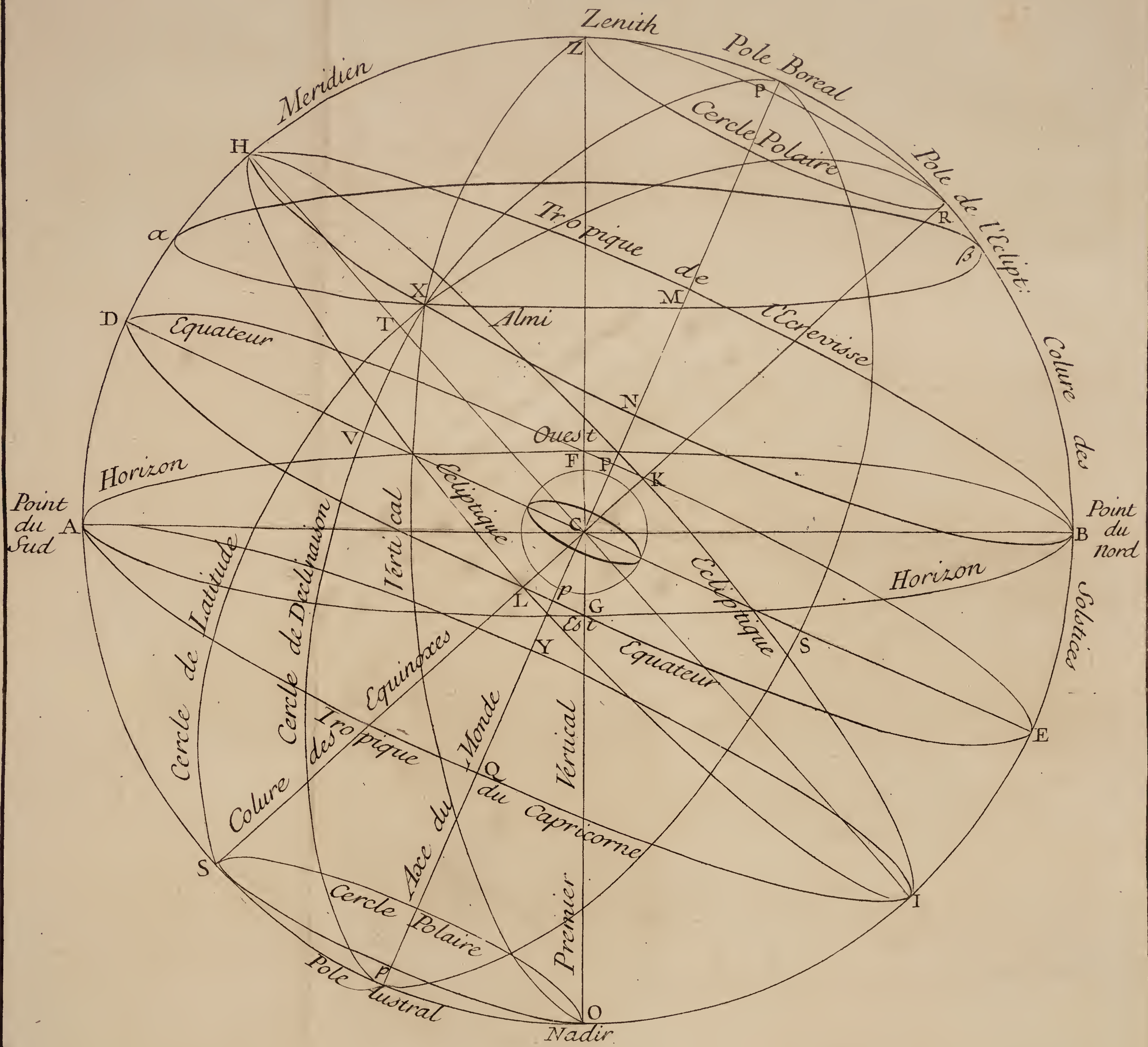
15 degrés à la route de ce Satellite, qui étoit elle-même inclinée de 17 à 18 degrés à l'Orbite de Saturne; ce que l'on a reconnu en comparant la direction du mouvement de cette Planete par rapport à une Etoile fixe qui en étoit fort proche; d'où l'on a conclu que le plan de l'Orbe de ce Satellite se trouvoit placé entre le plan de l'Ecliptique & celui des Orbes des autres Satellites, auxquels il étoit incliné de part & d'autre, d'environ 15 degrés.

Pour trouver le lieu de leur Nœud, on a attendu les temps où l'anneau cesse de paroître, n'étant éclairé du Soleil que par son épaisseur, qui est trop étroite pour pouvoir être apperçûe de la Terre; car alors son plan se trouvant dans la direction du Soleil, le vrai lieu de Saturne est le même que le lieu du Nœud de l'anneau & des Satellites qui sont dans le même plan. Suivant ces observations on a trouvé que le plan de l'Orbe des quatre premiers Satellites répondoit au vingt-deuxiéme degré de la Vierge.

A l'égard du cinquiéme Satellite, on a reconnu par les observations faites lorsqu'il a paru se mouvoir en ligne droite, que son Nœud vû du Soleil répondoit au cinquiéme degré de la Vierge, éloigné de 17 degrés de celui des autres Satellites.

FIN.

Fig. 1.



Simonneau Sculp.

Fig. 2

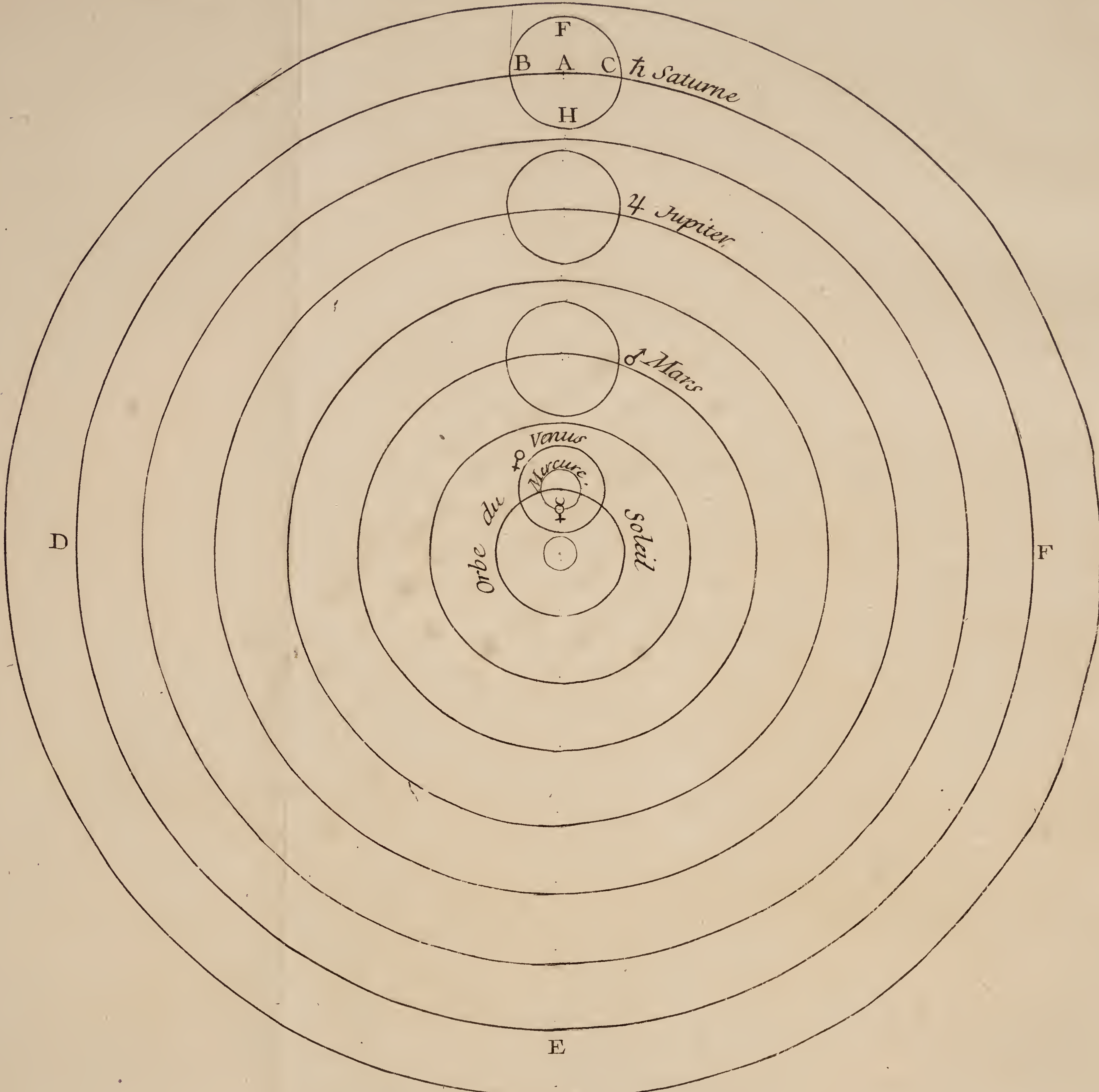
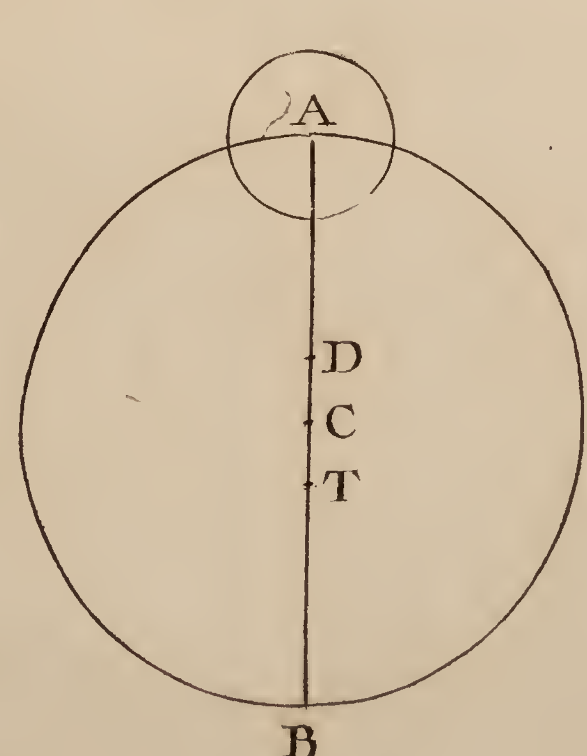
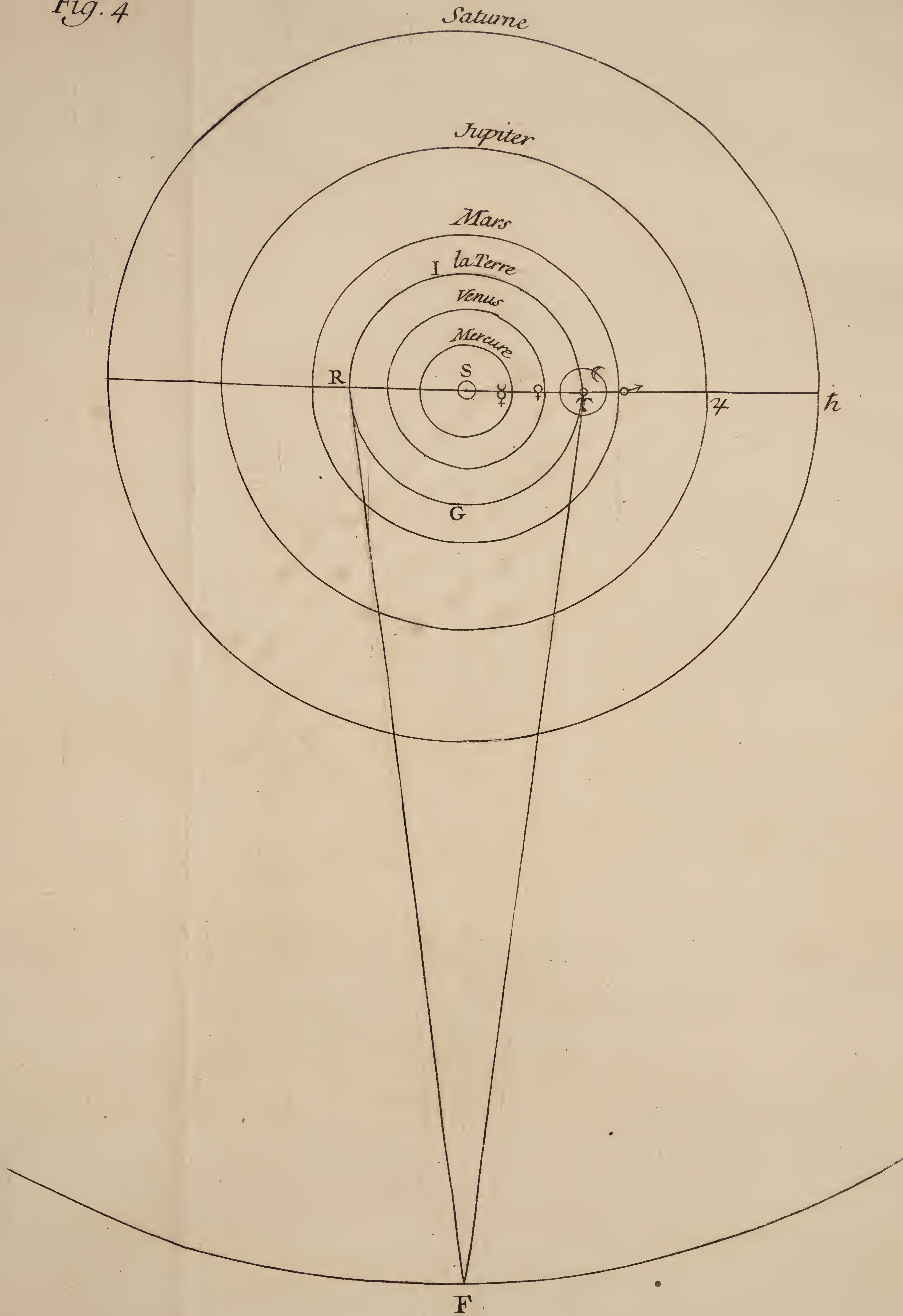


Fig. 3.



Simonneau Sculp.

Fig. 4



Simonneau Sculp.

Fig. 5

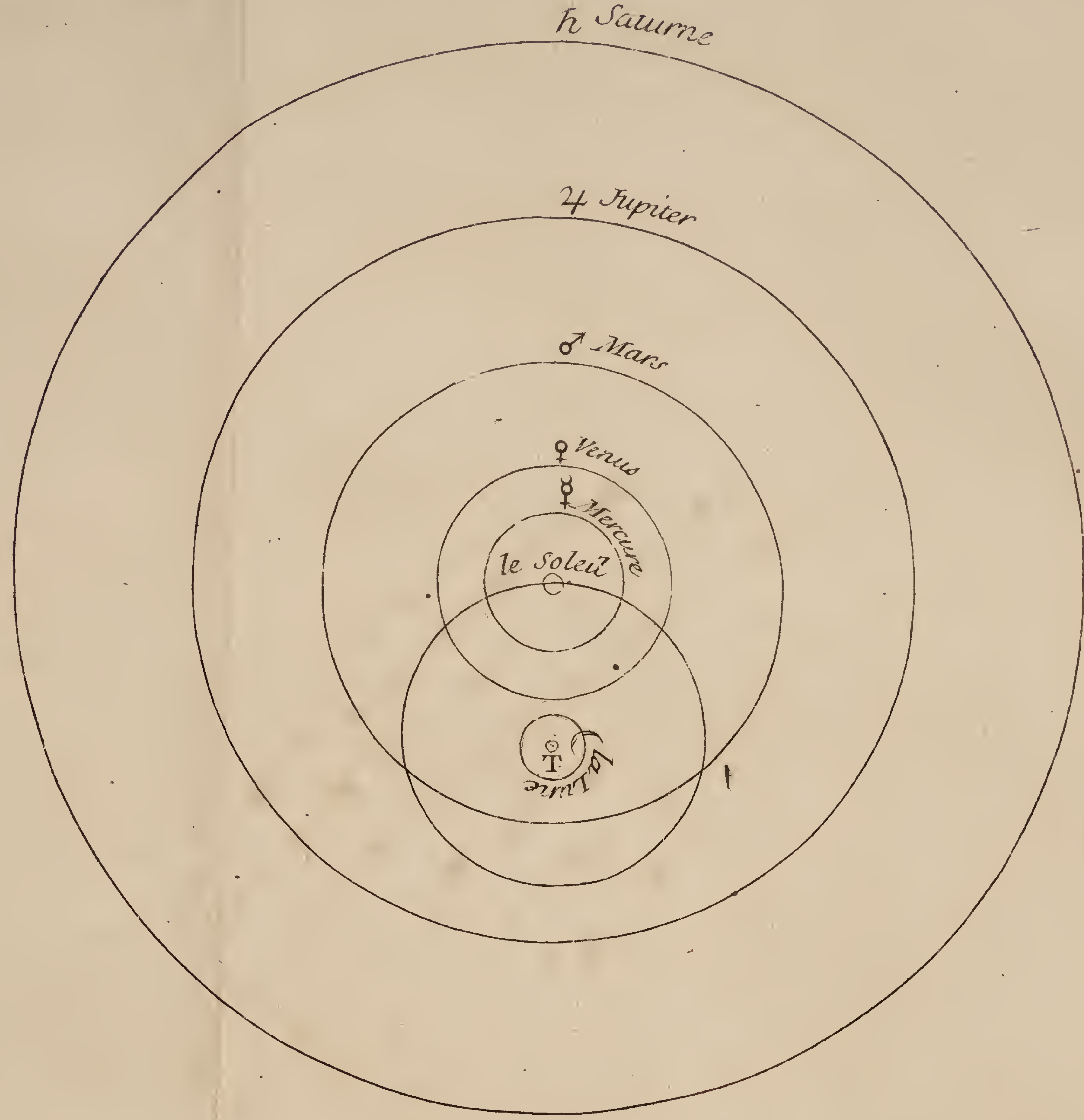


Fig. 6

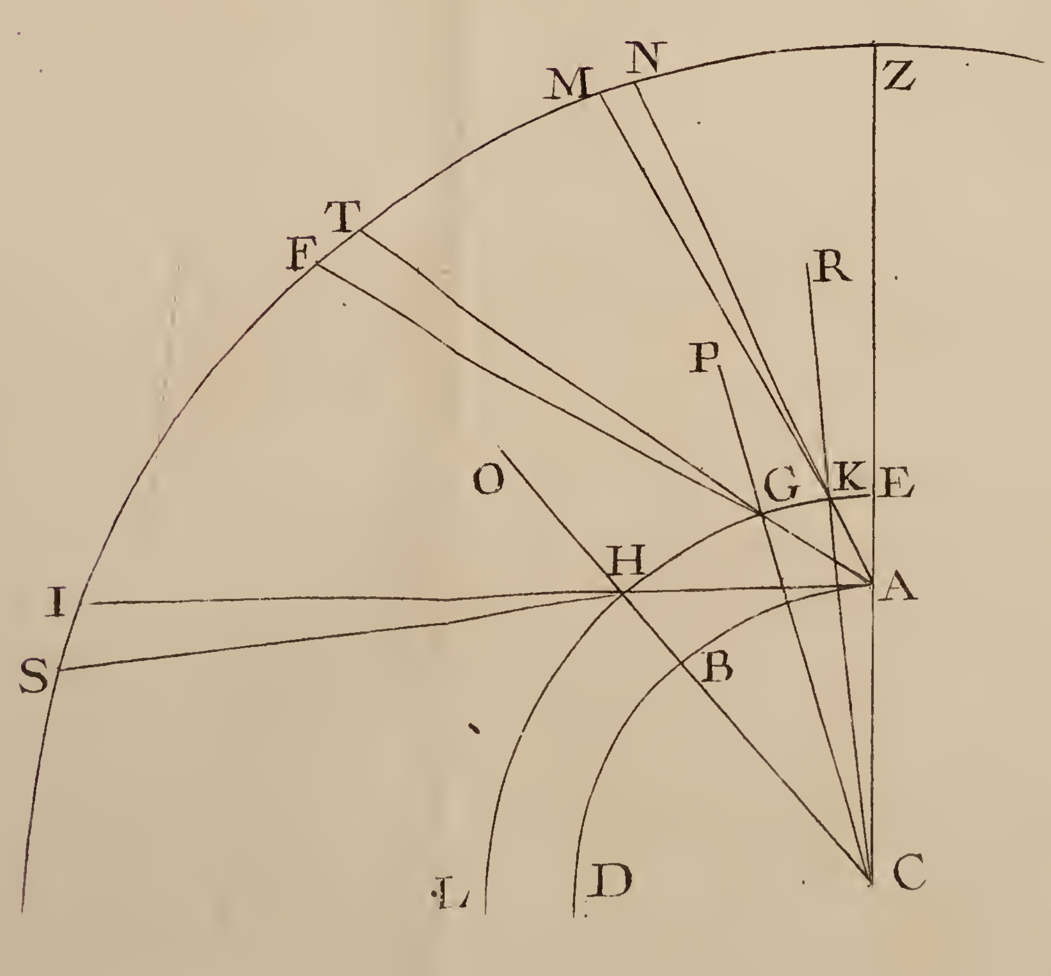
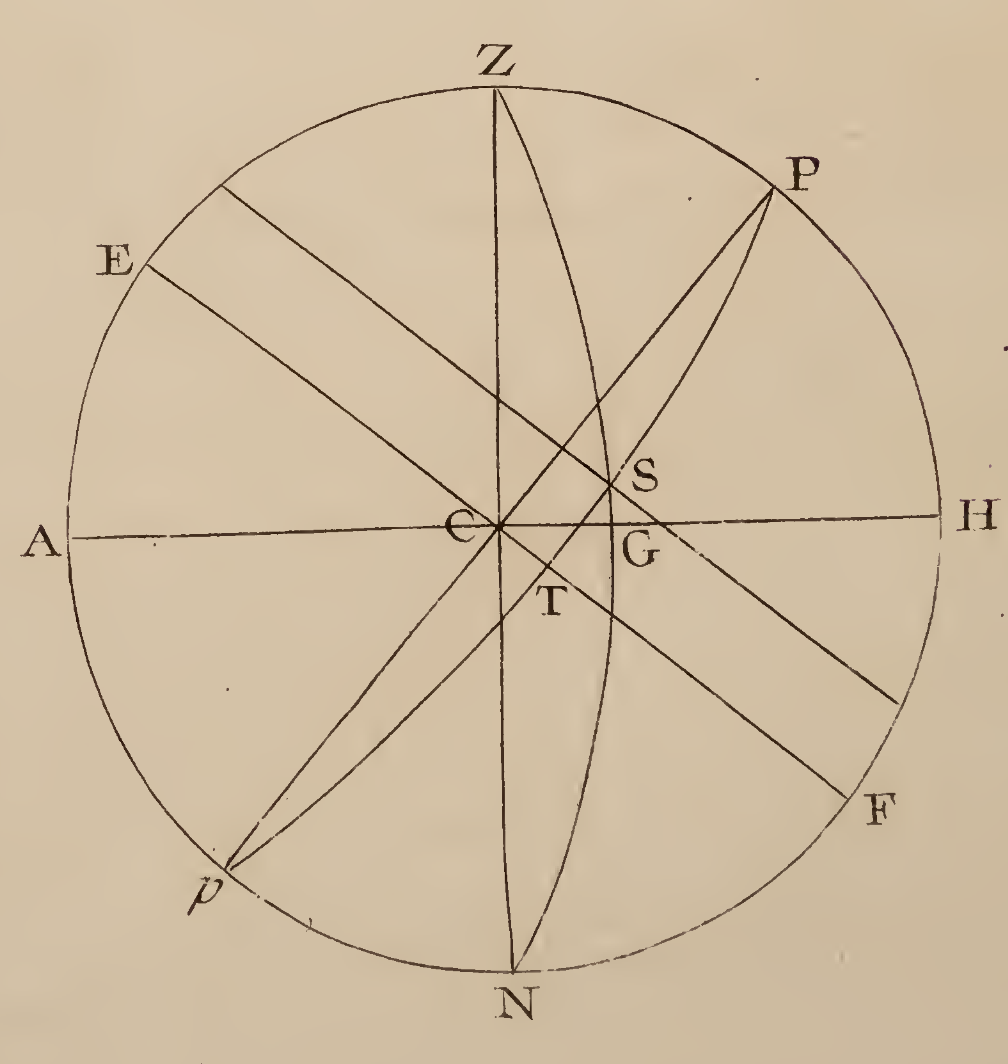


Fig. 7



Simonneau Sculp.

Fig. 8

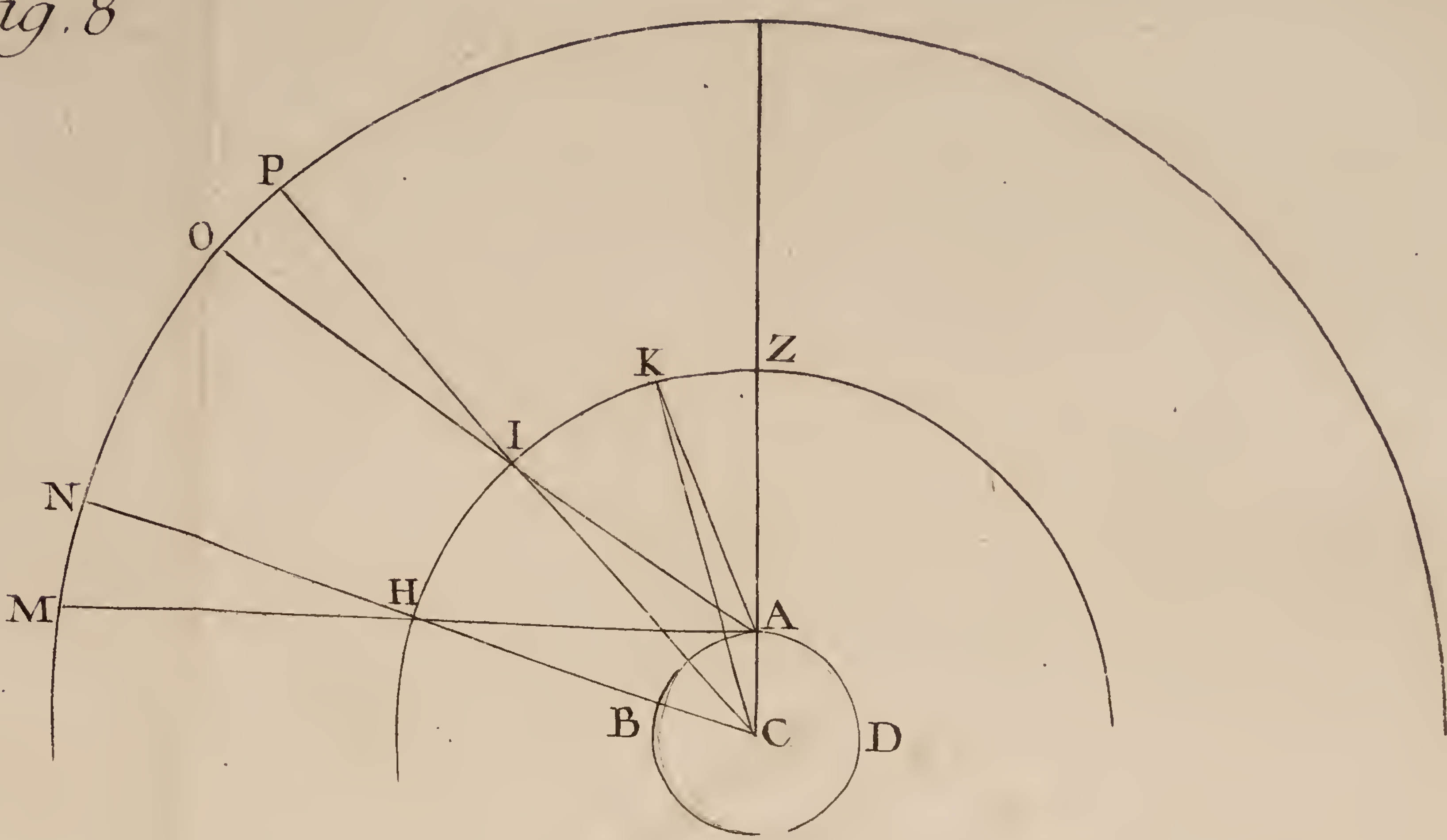
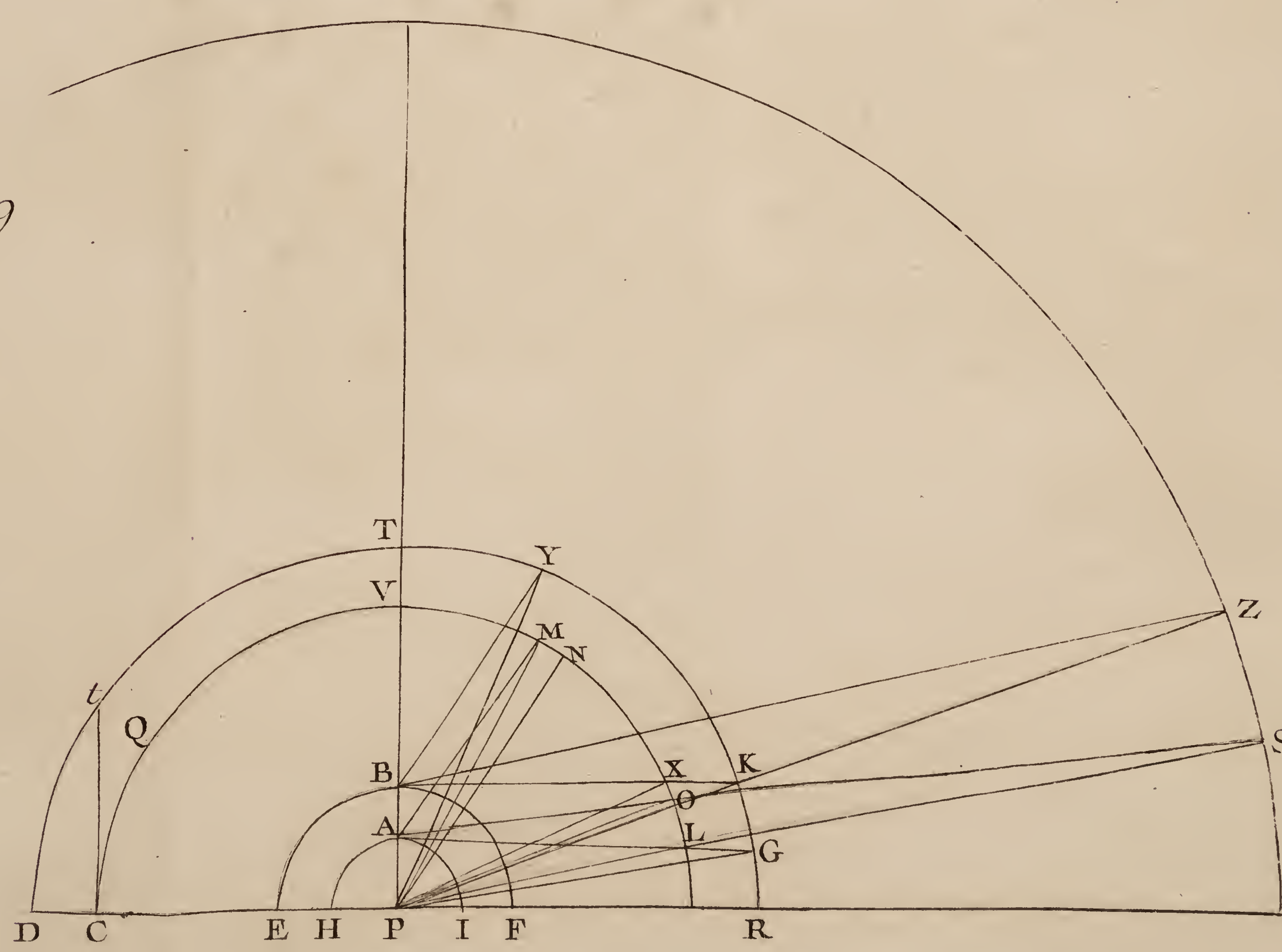


Fig. 9



Simonneau sculp.

Fig.10

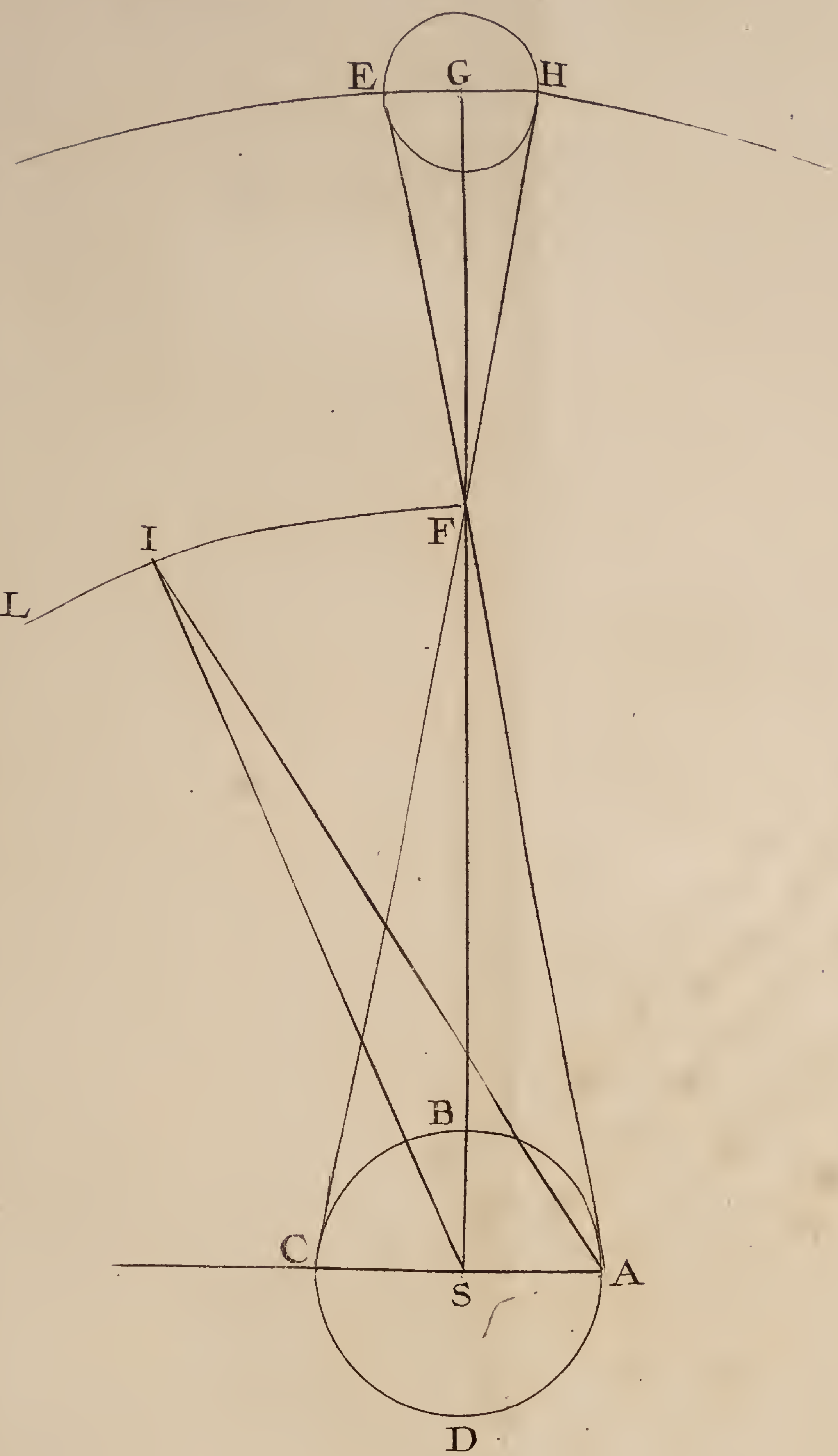


Fig.11

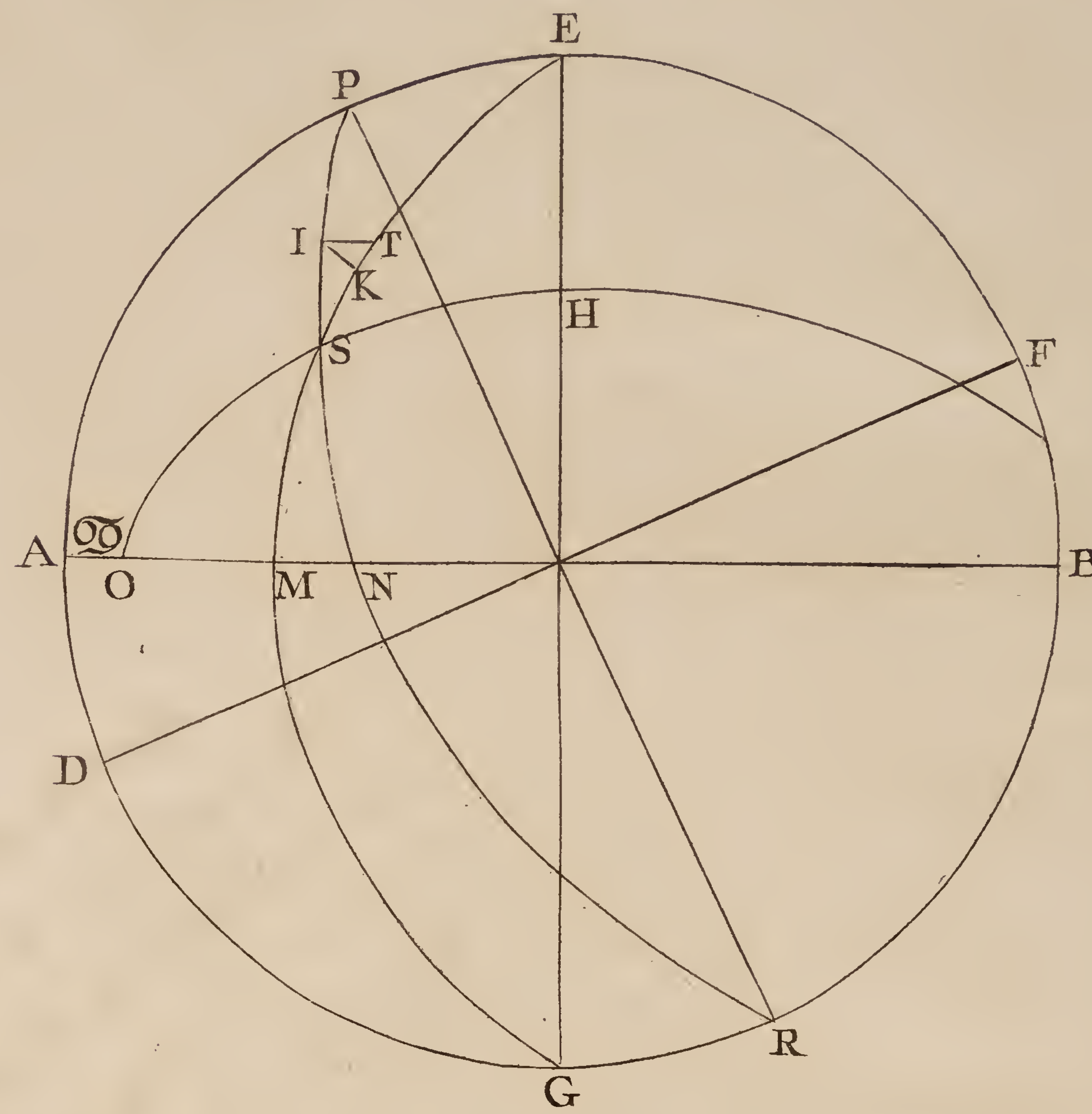
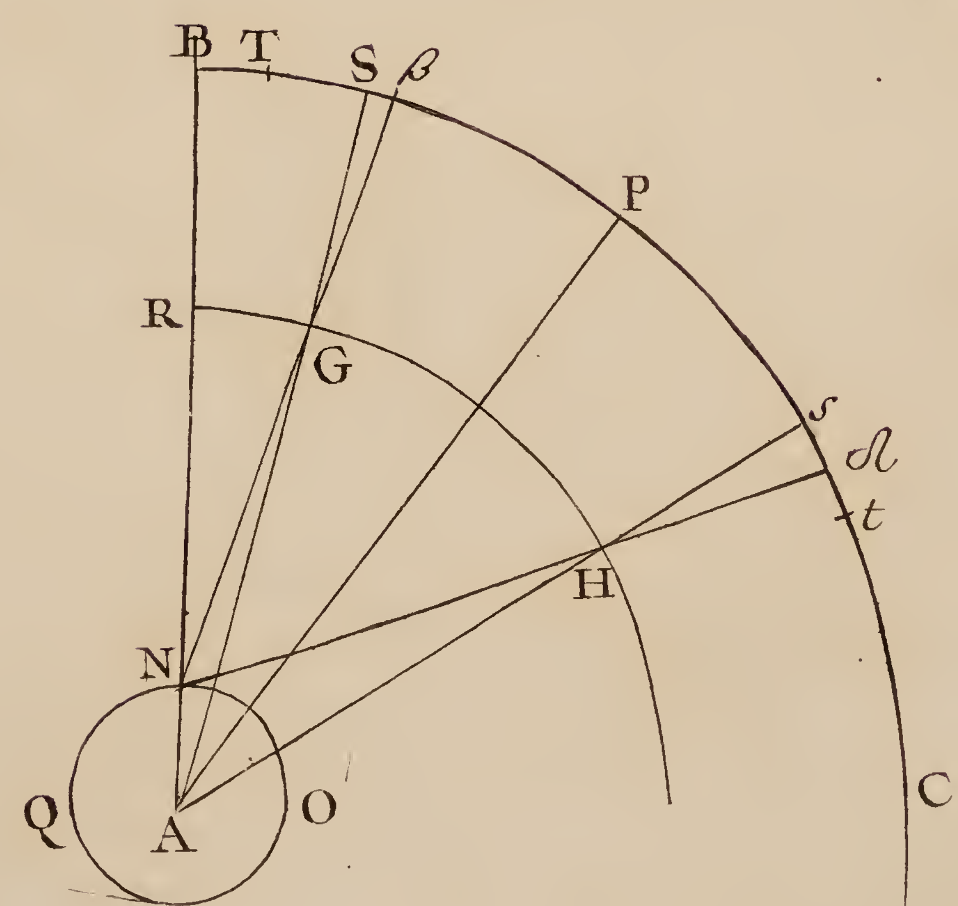


Fig.12



Simonneau sculp.

Fig. 13

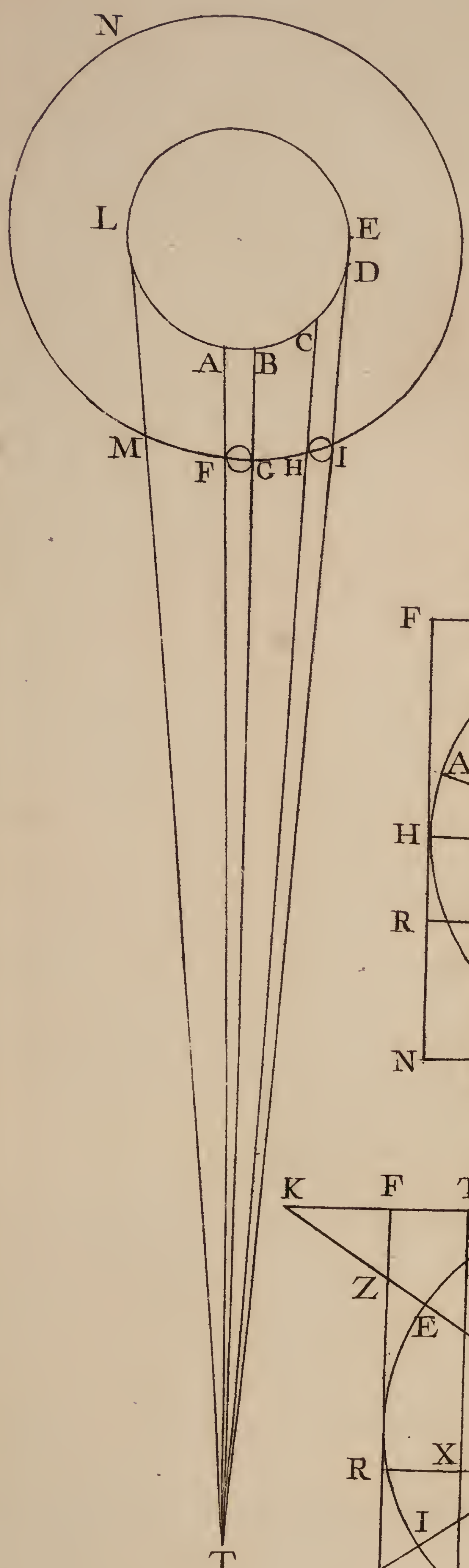


Fig. 14

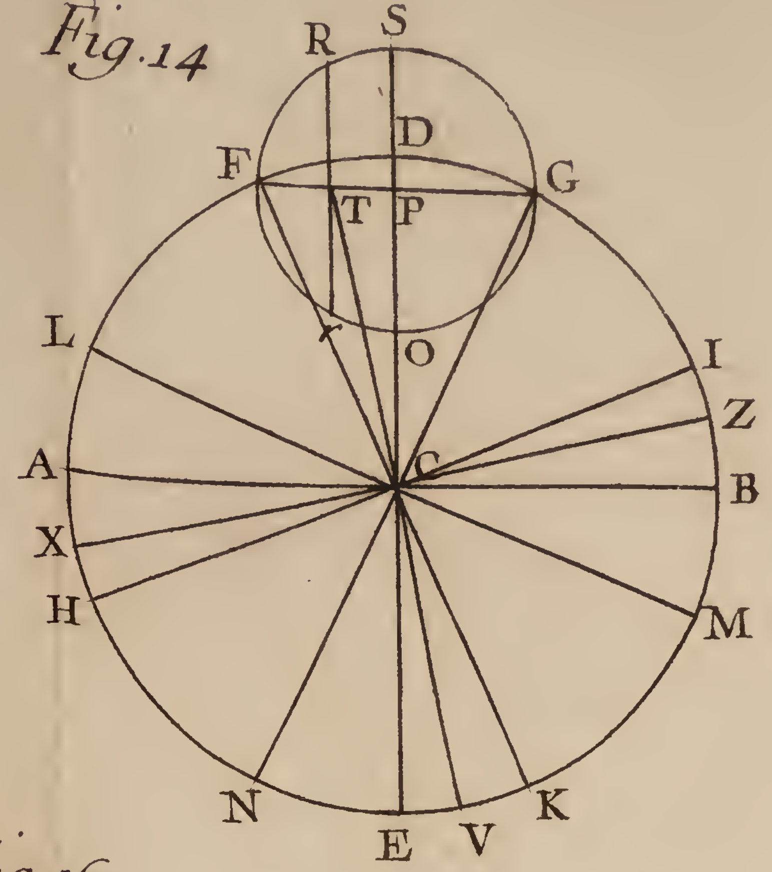


Fig. 15

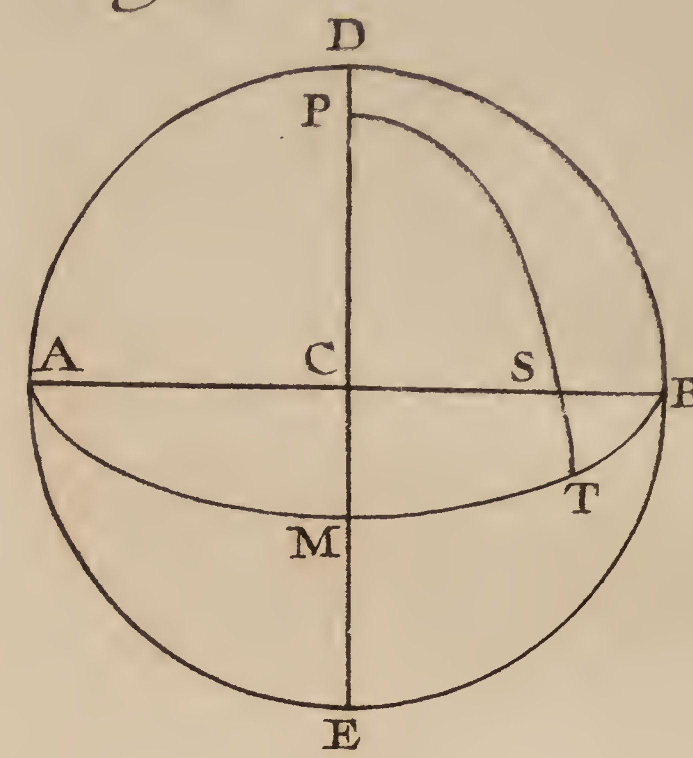


Fig. 16

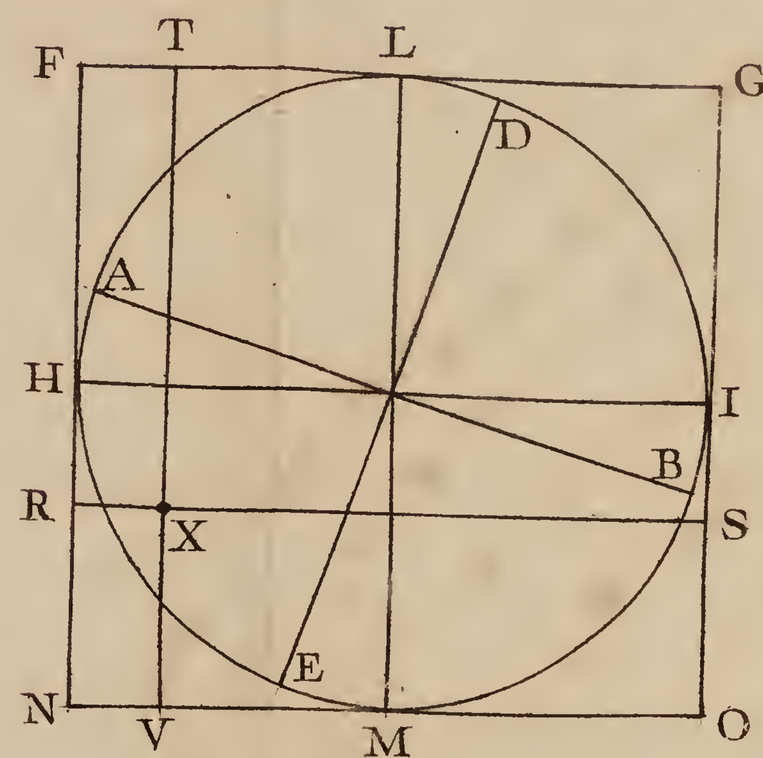


Fig. 17

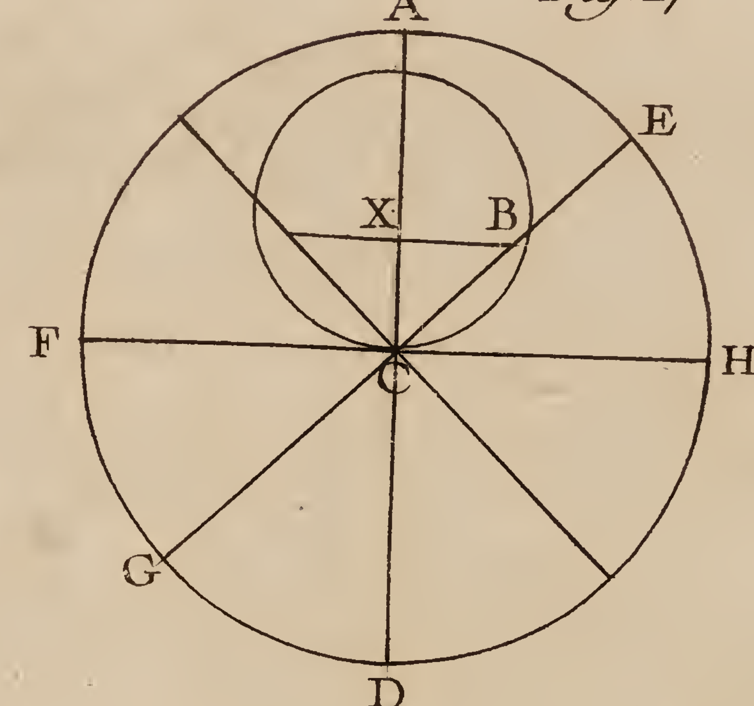


Fig. 18

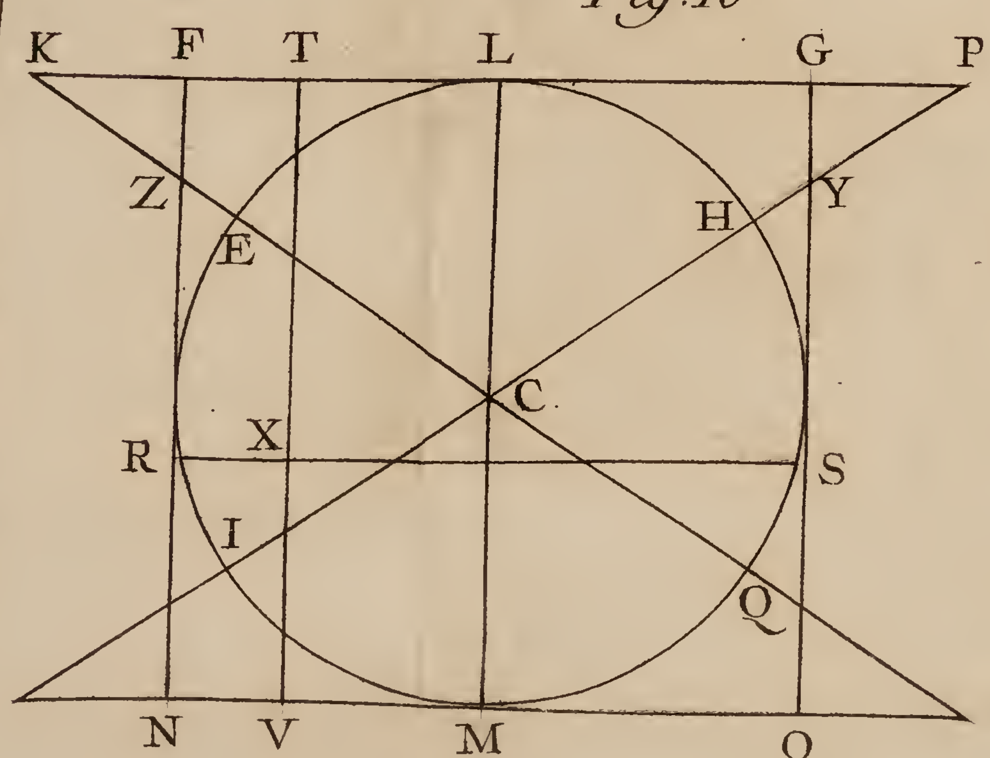
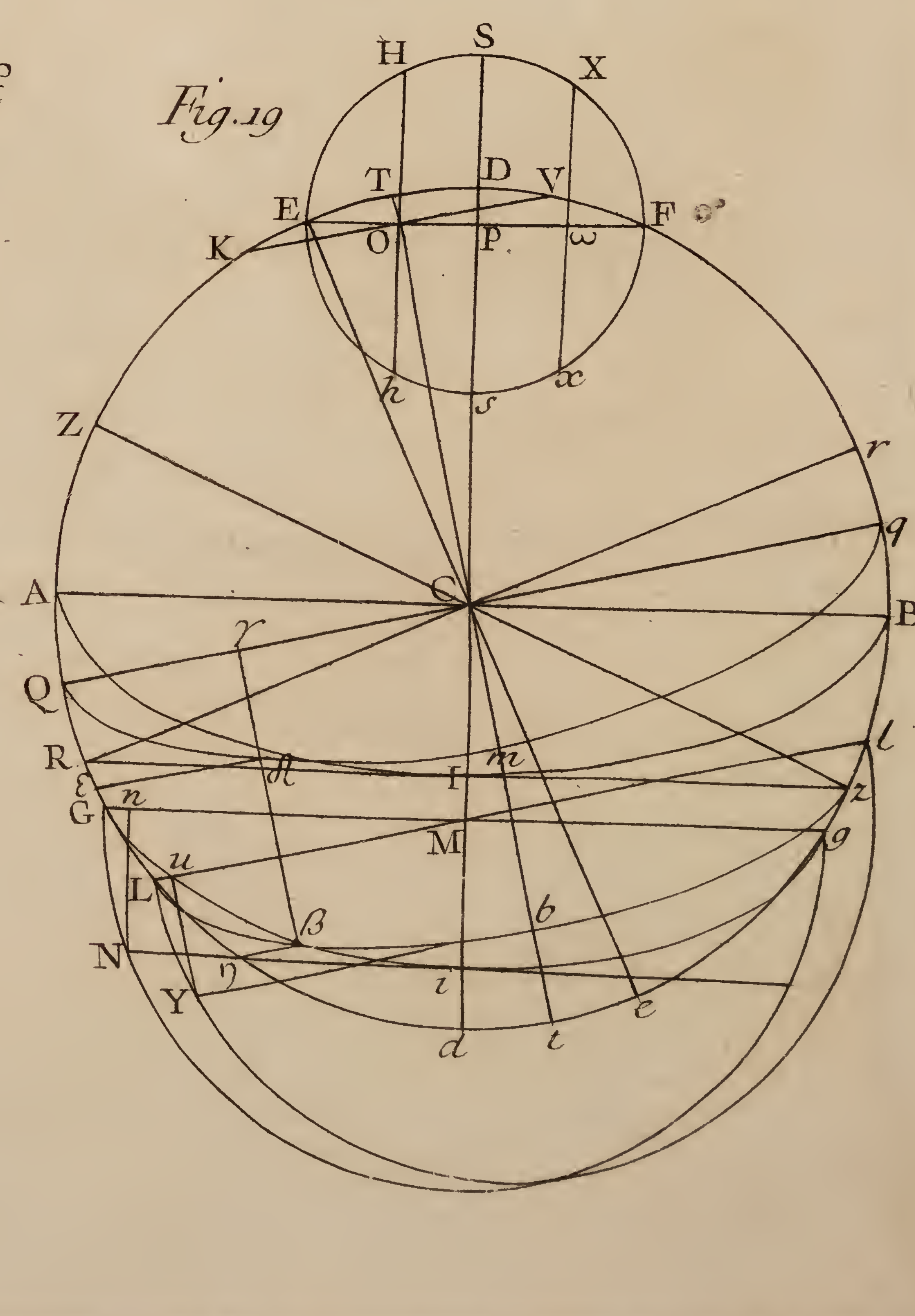


Fig. 19



Simonneau Sculp.

Fig. 20

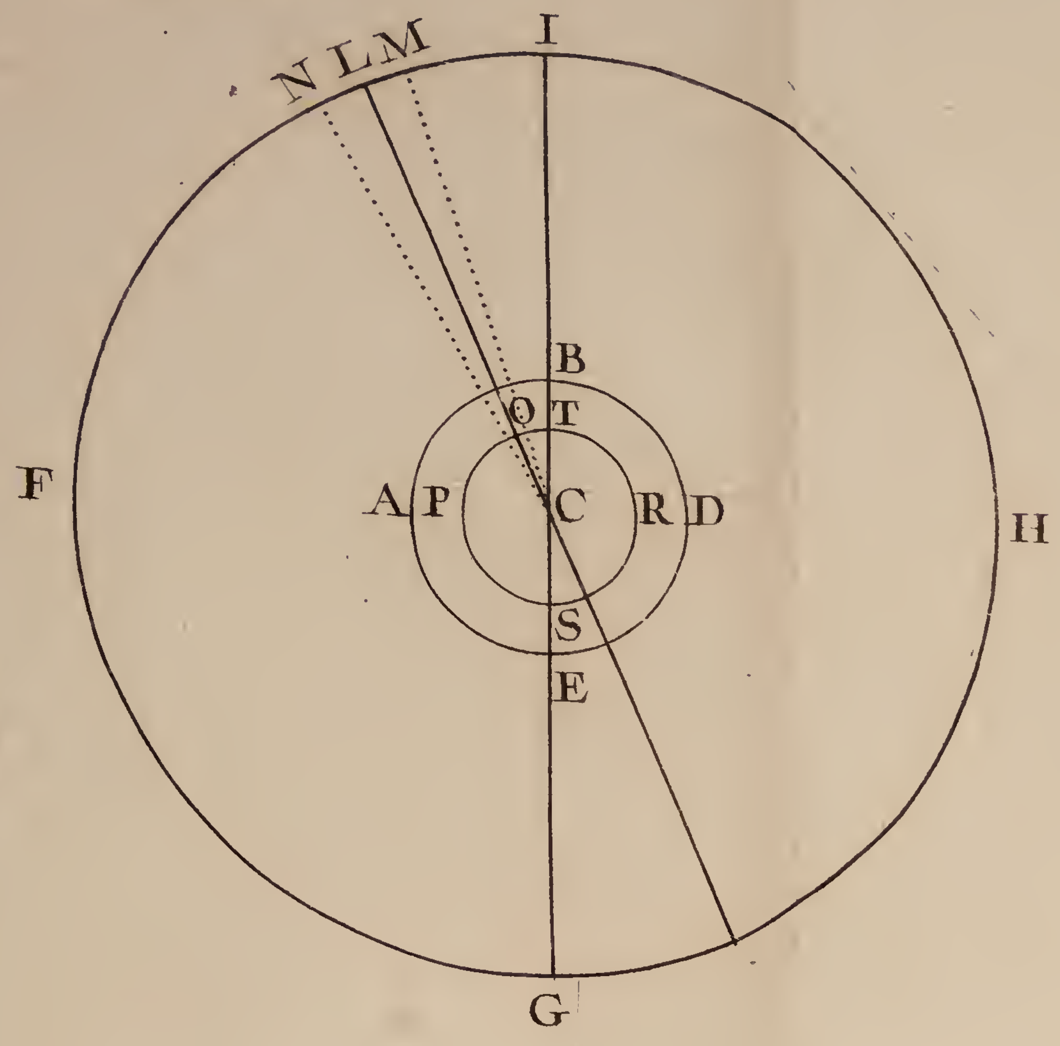


Fig. 21

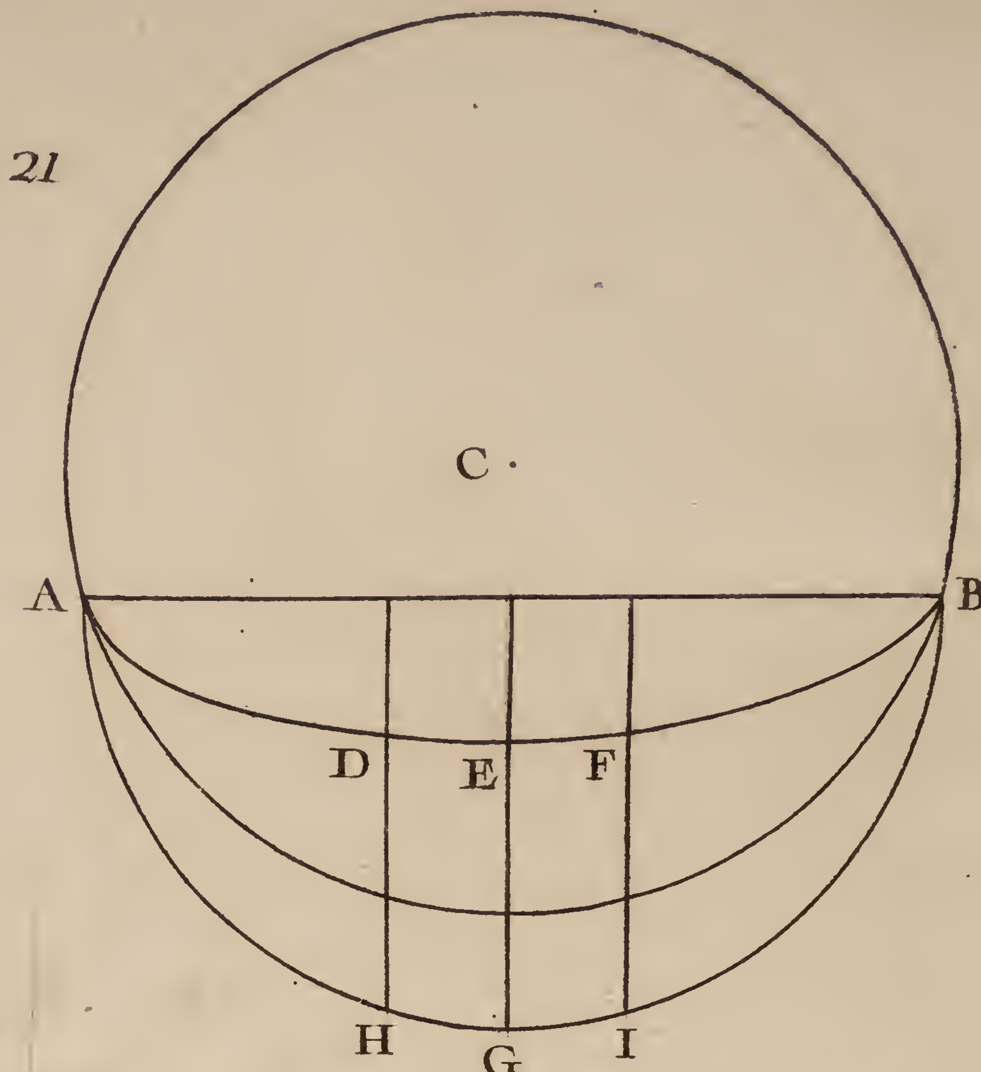
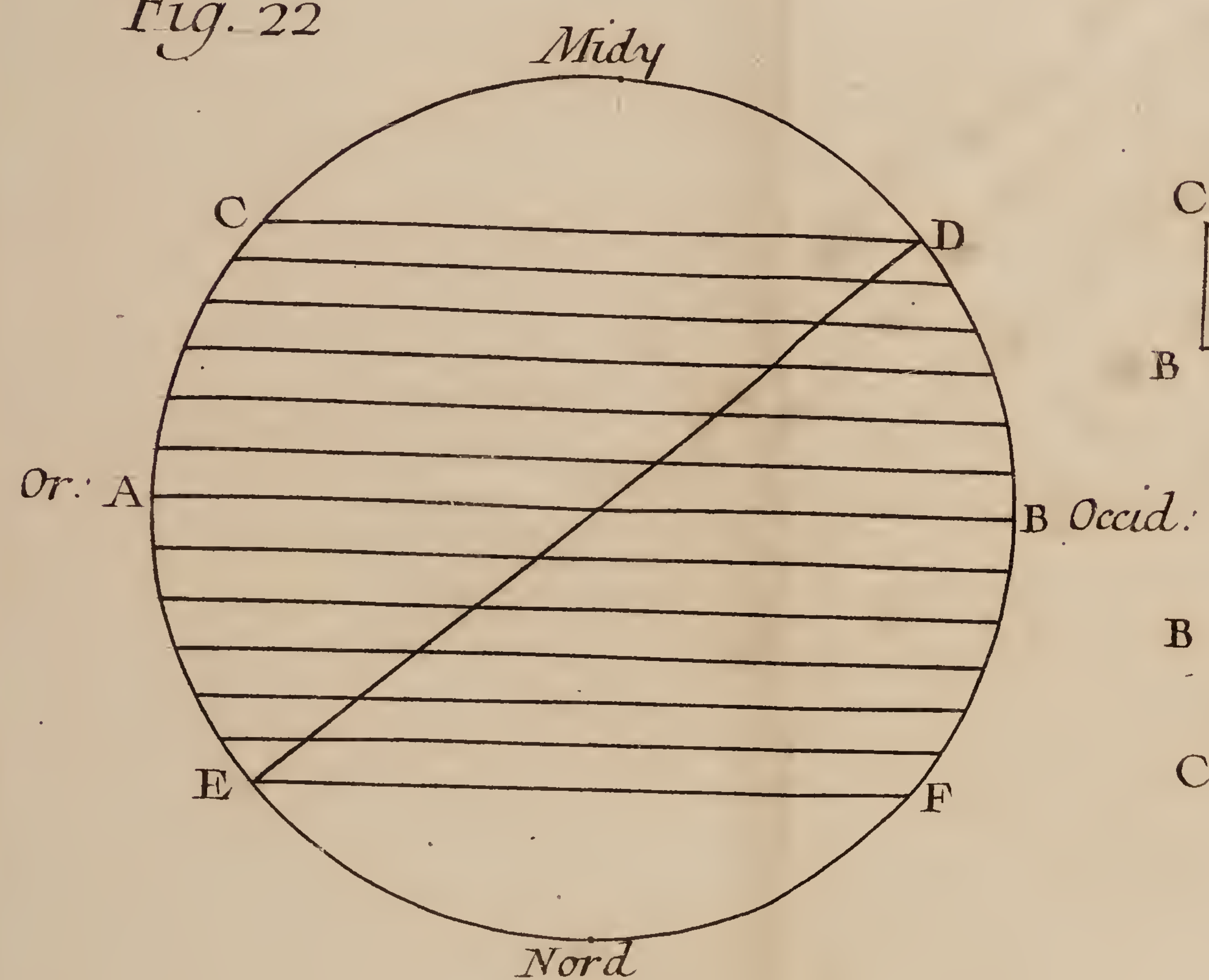
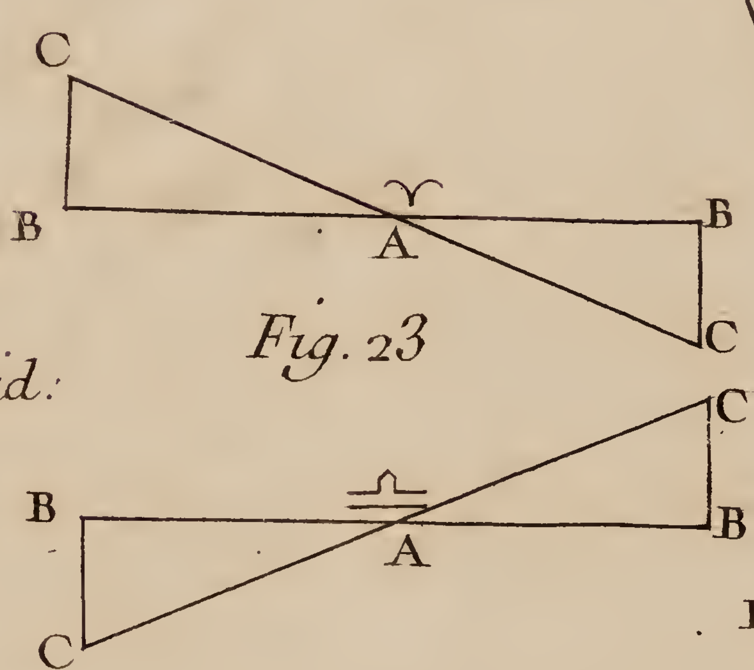


Fig. 22





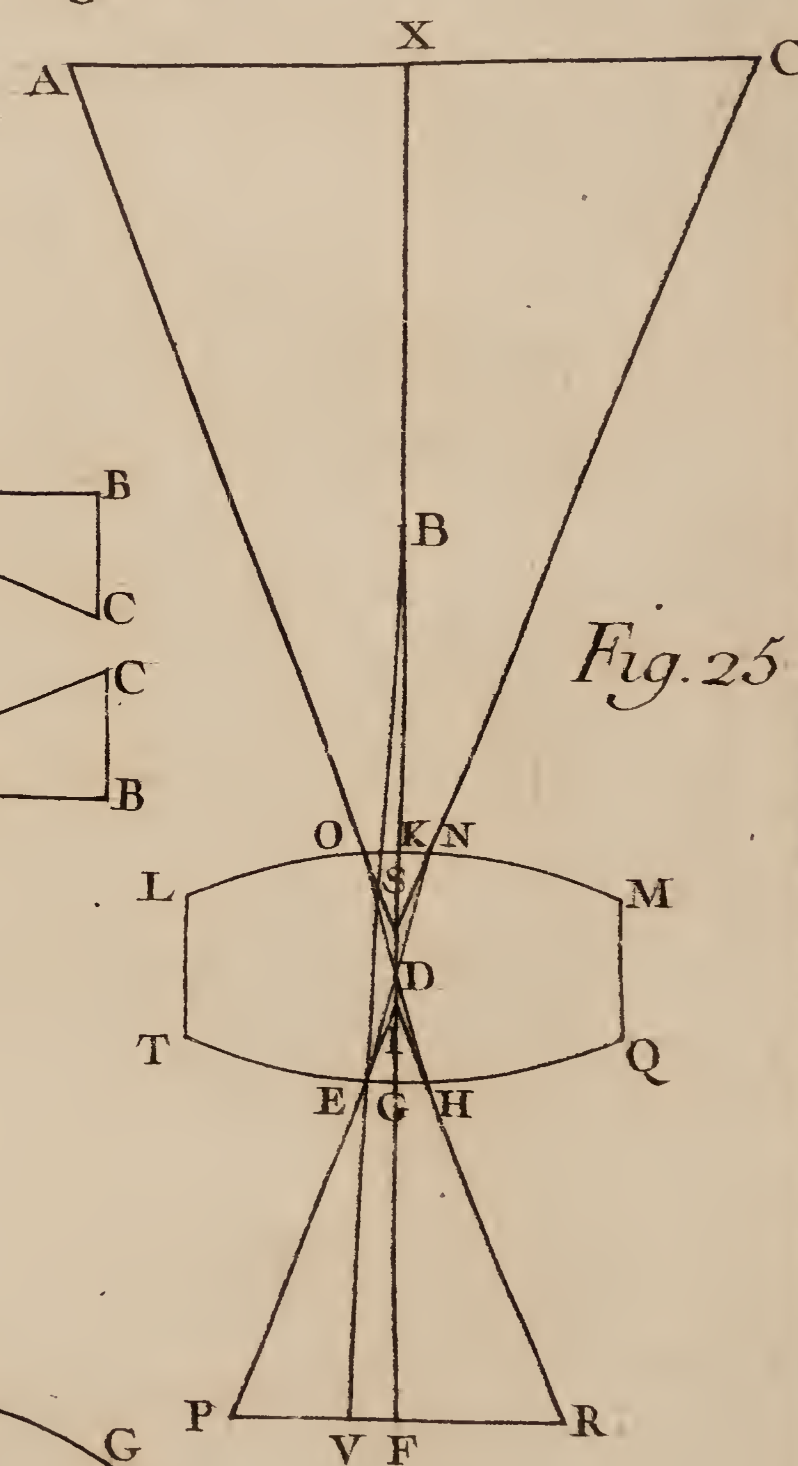


Fig. 24

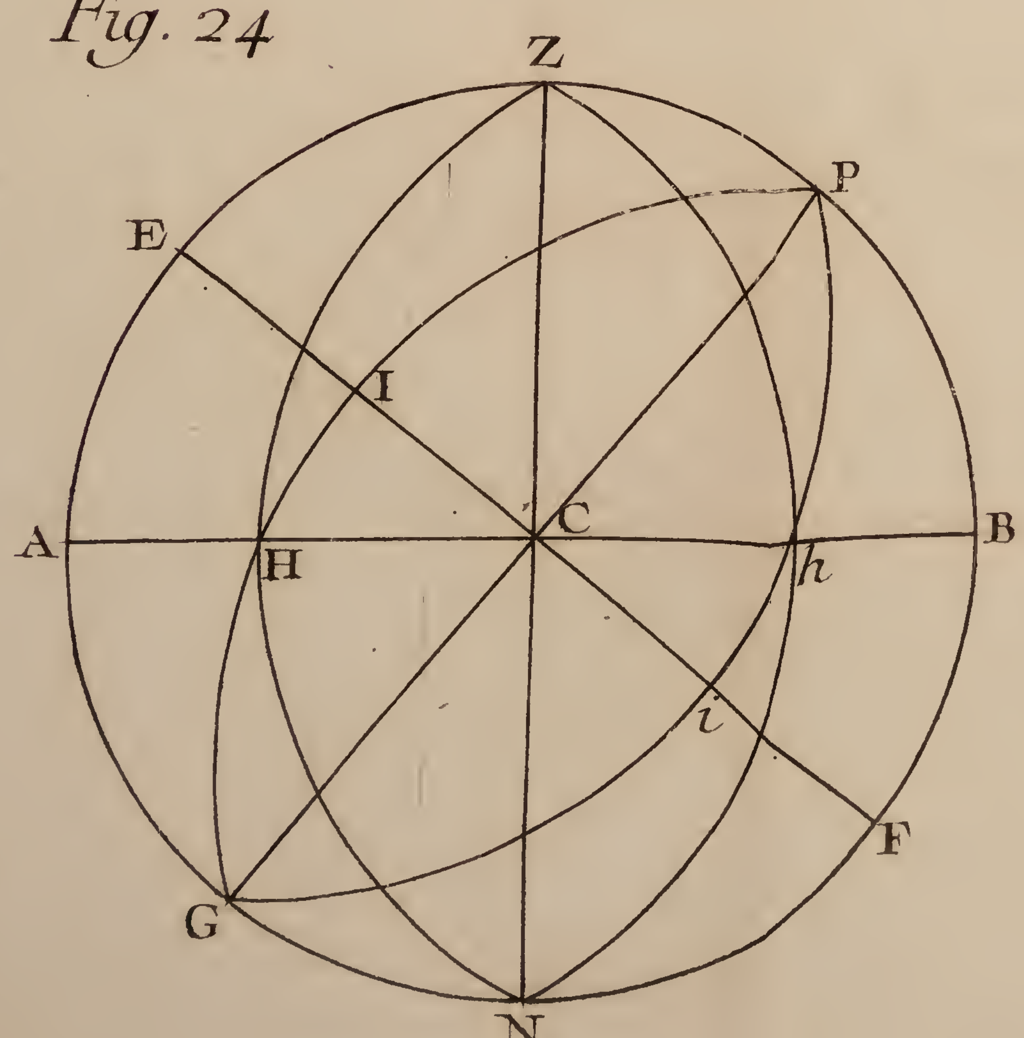
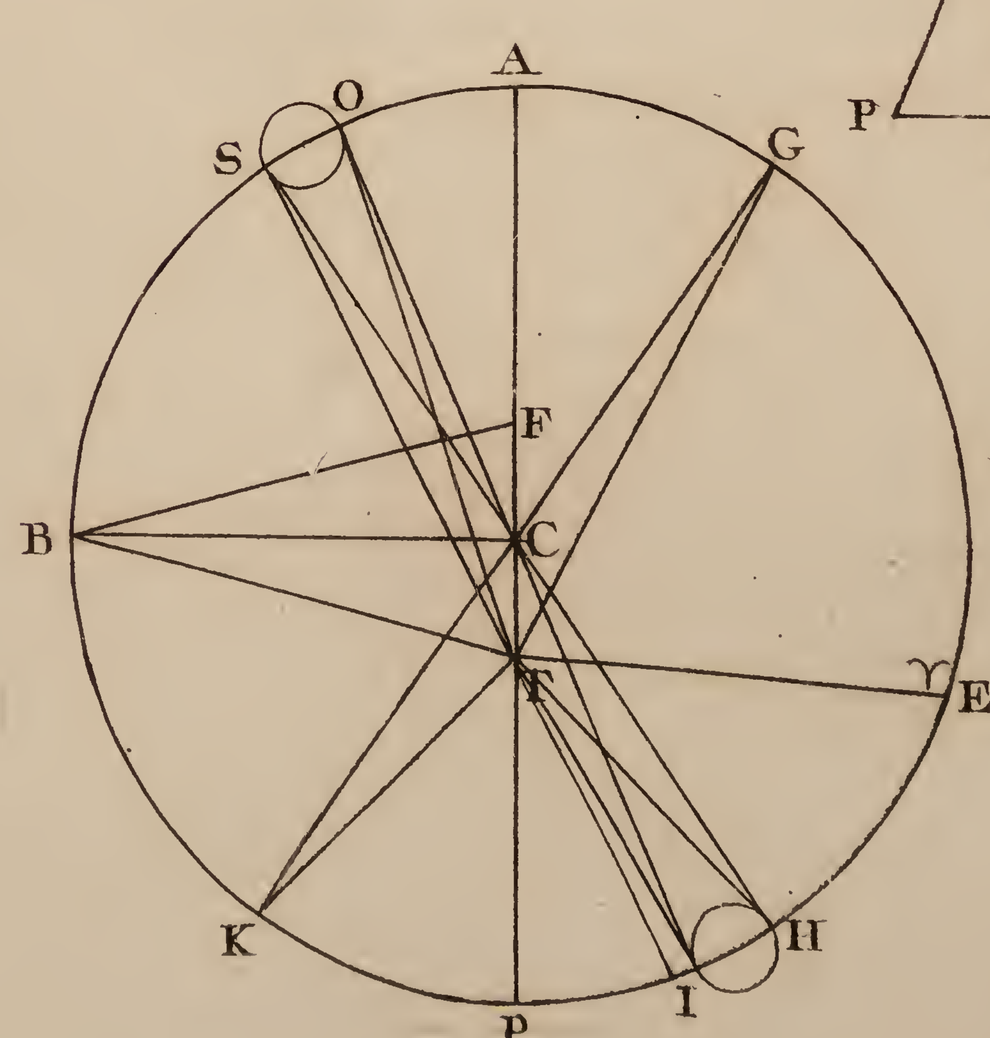


Fig. 26



Simonneau Sculp.

Fig. 27

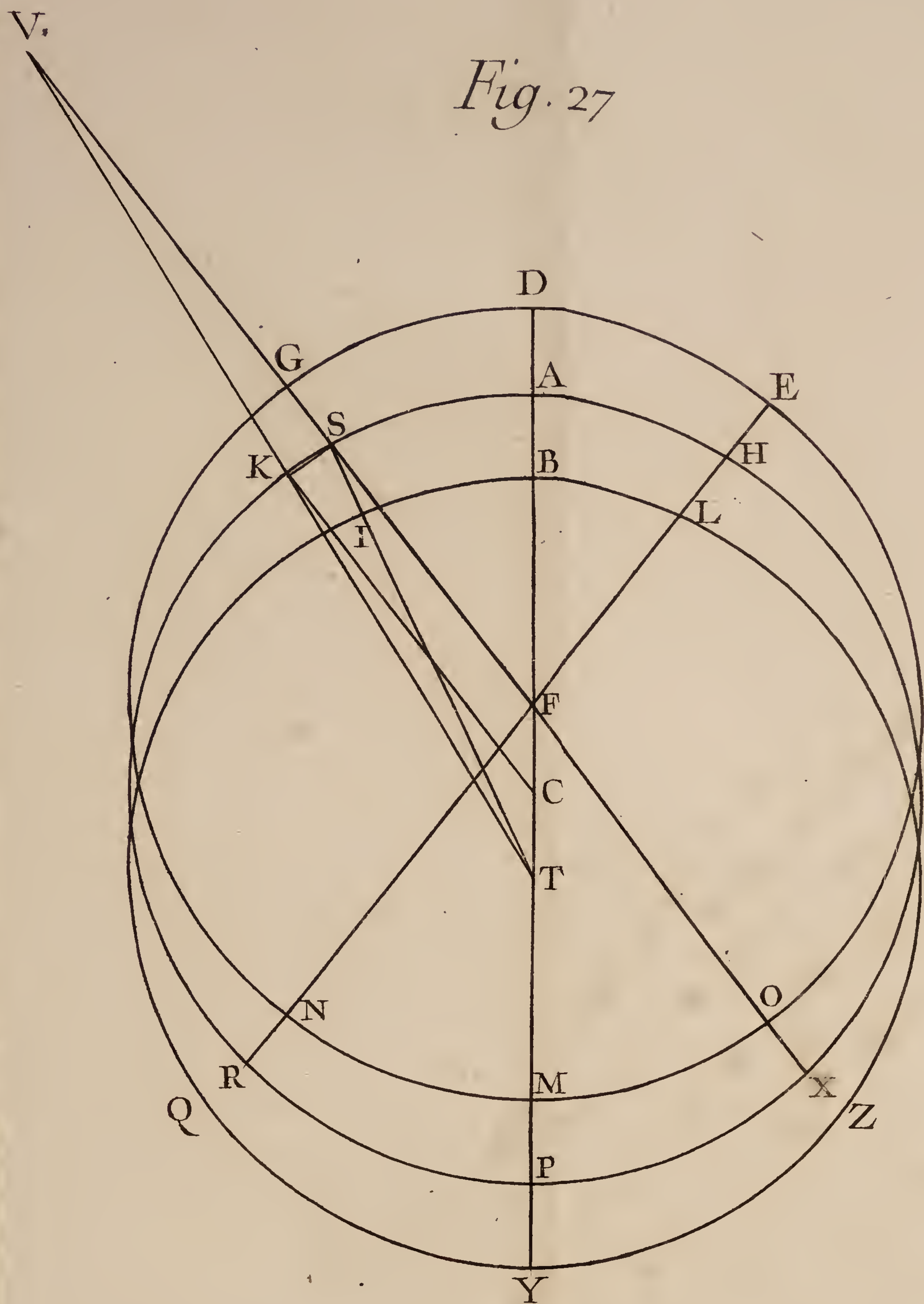


Fig. 28

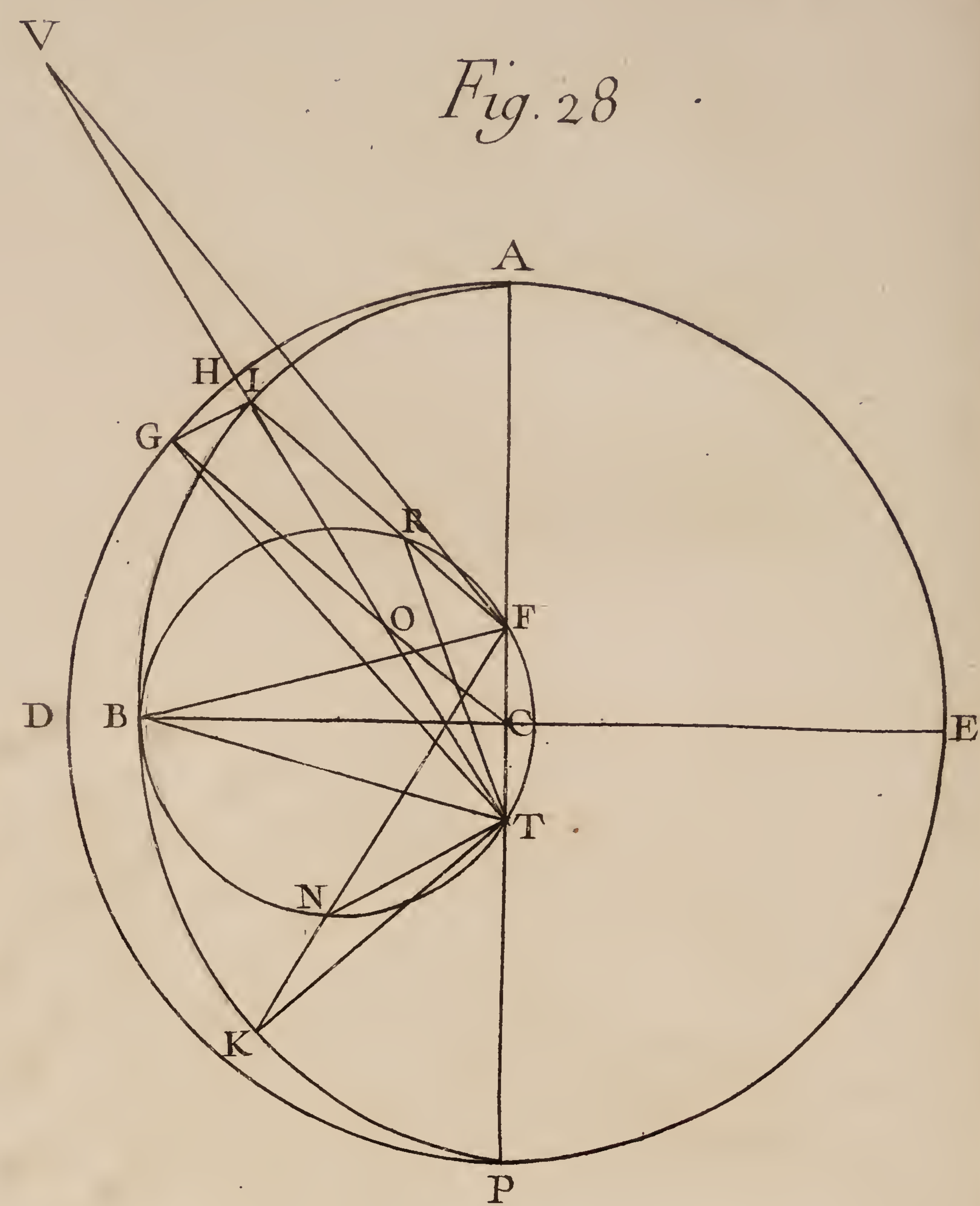


Fig. 29

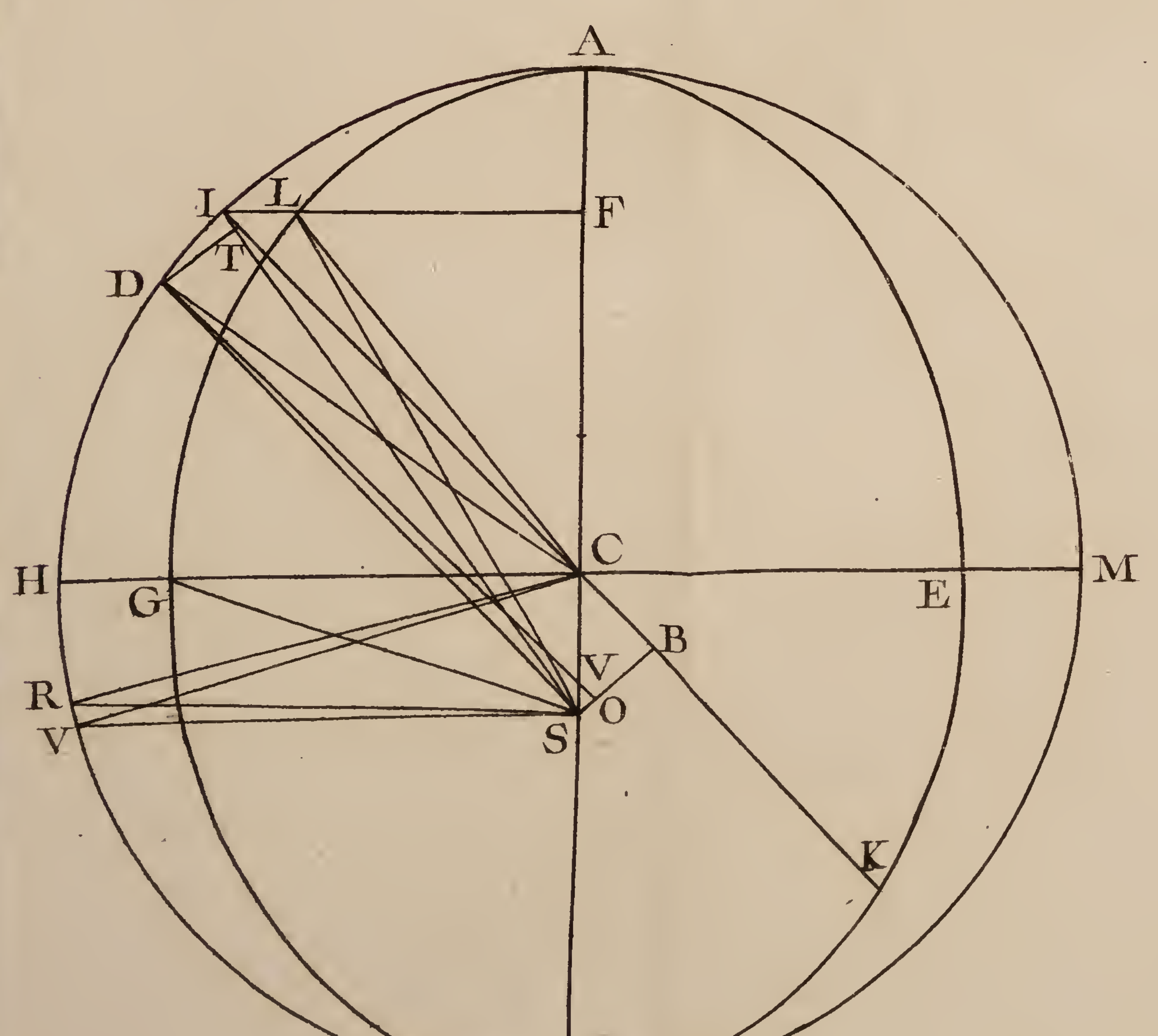


Fig. 30

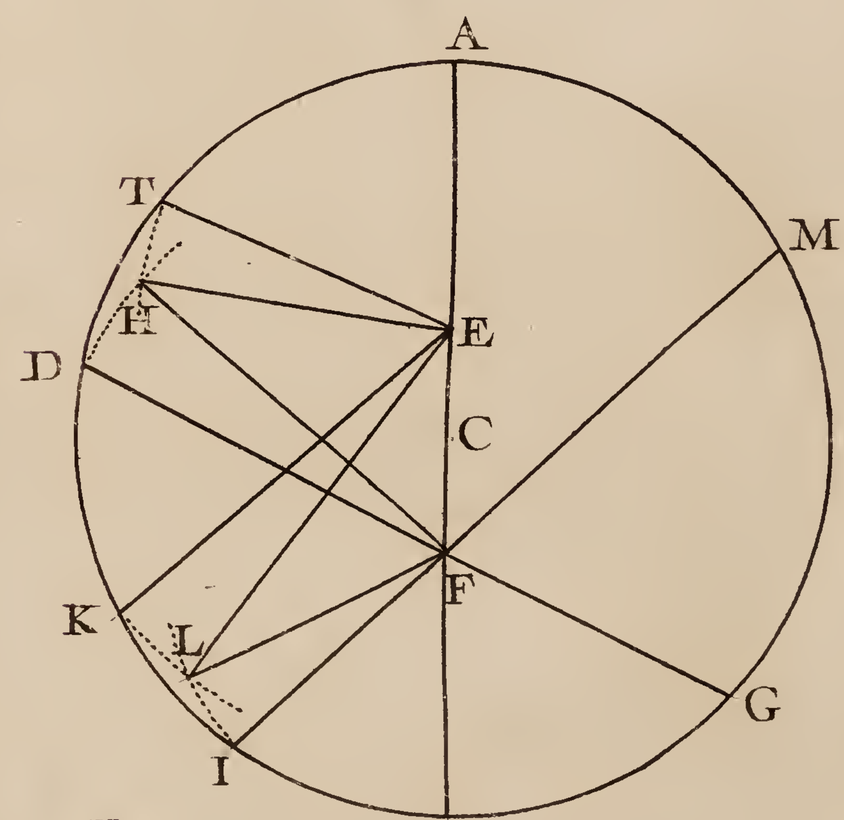
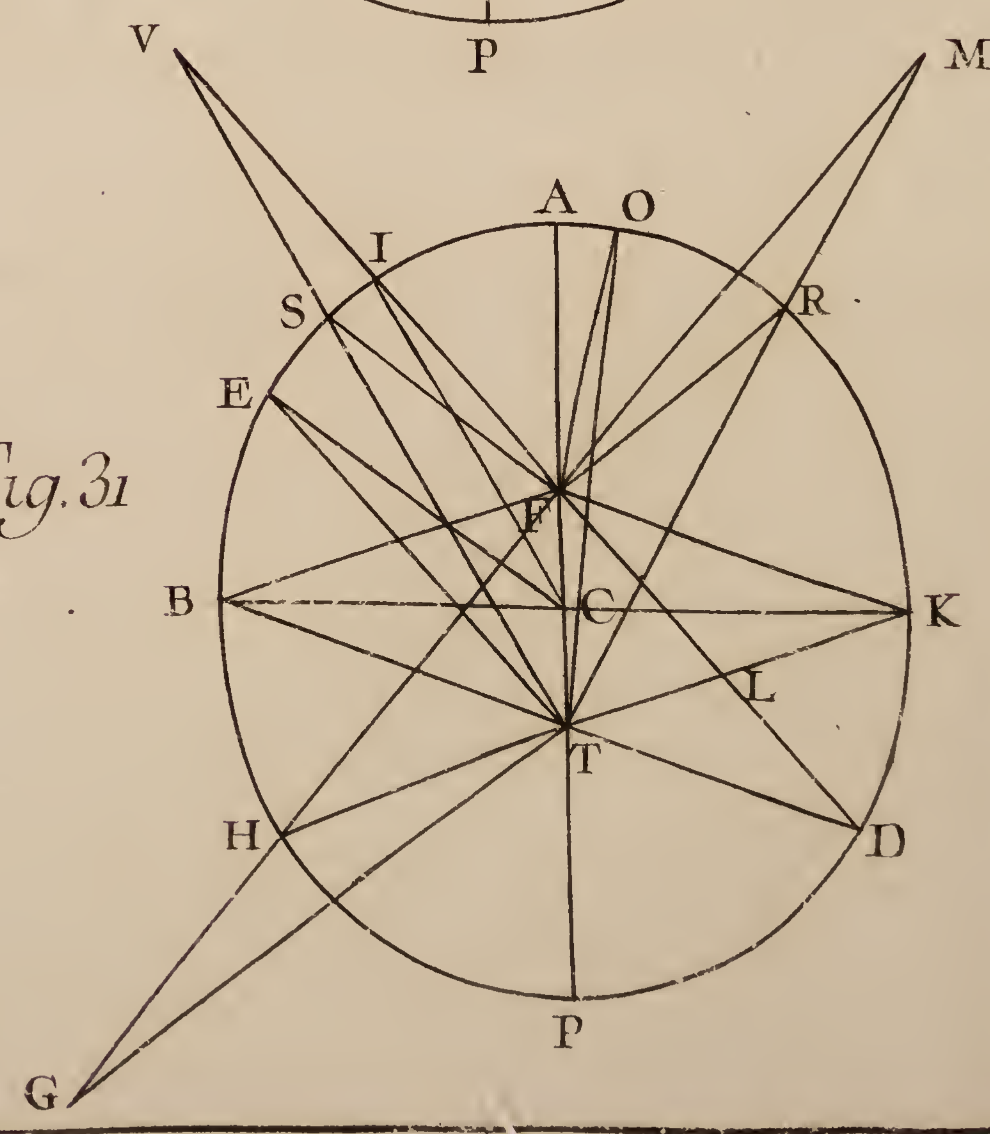


Fig. 31



Simonneau Sculp.

Fig. 32

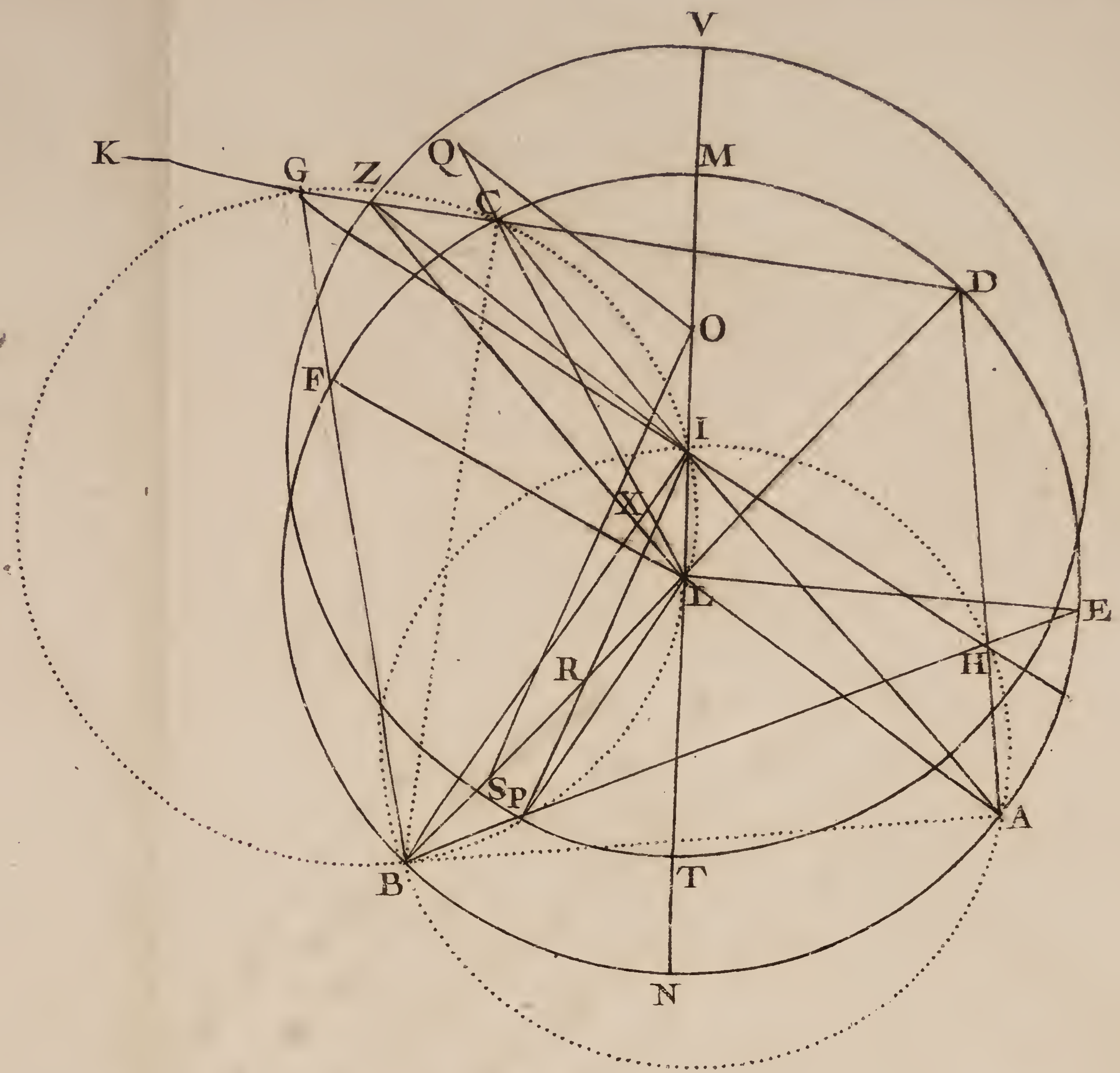
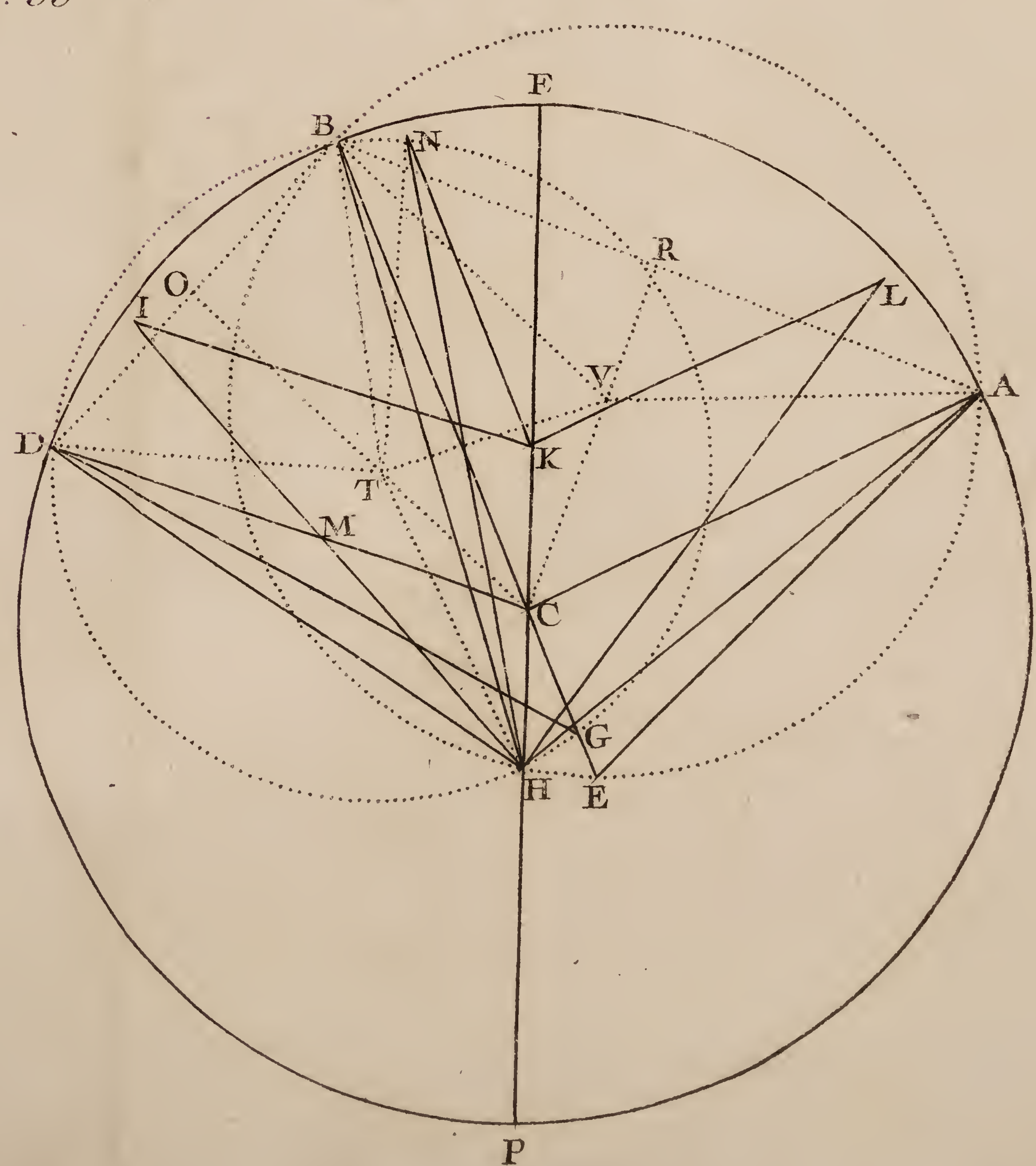


Fig. 33



Simonneau Sculp.

Fig. 34

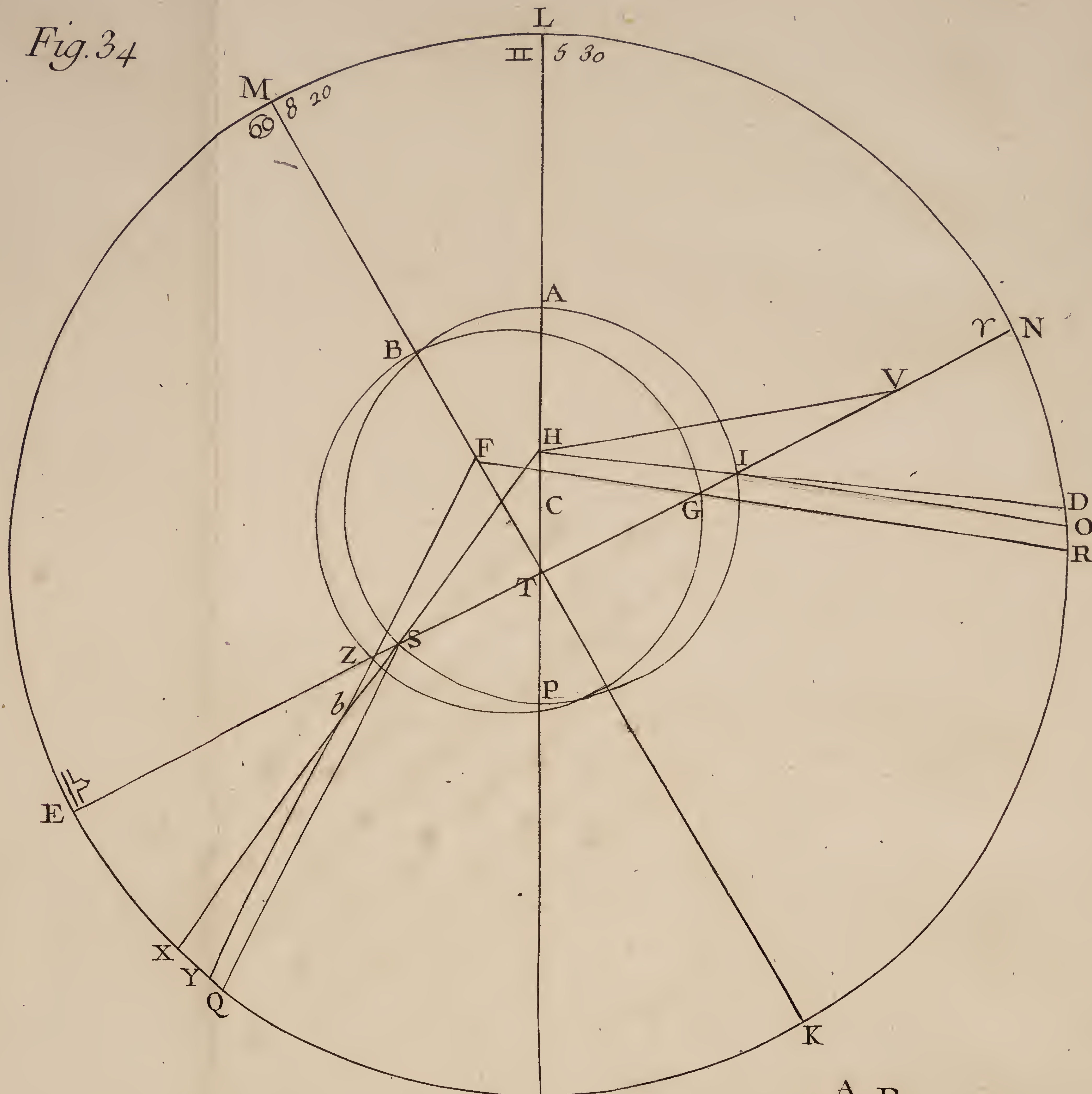


Fig. 35

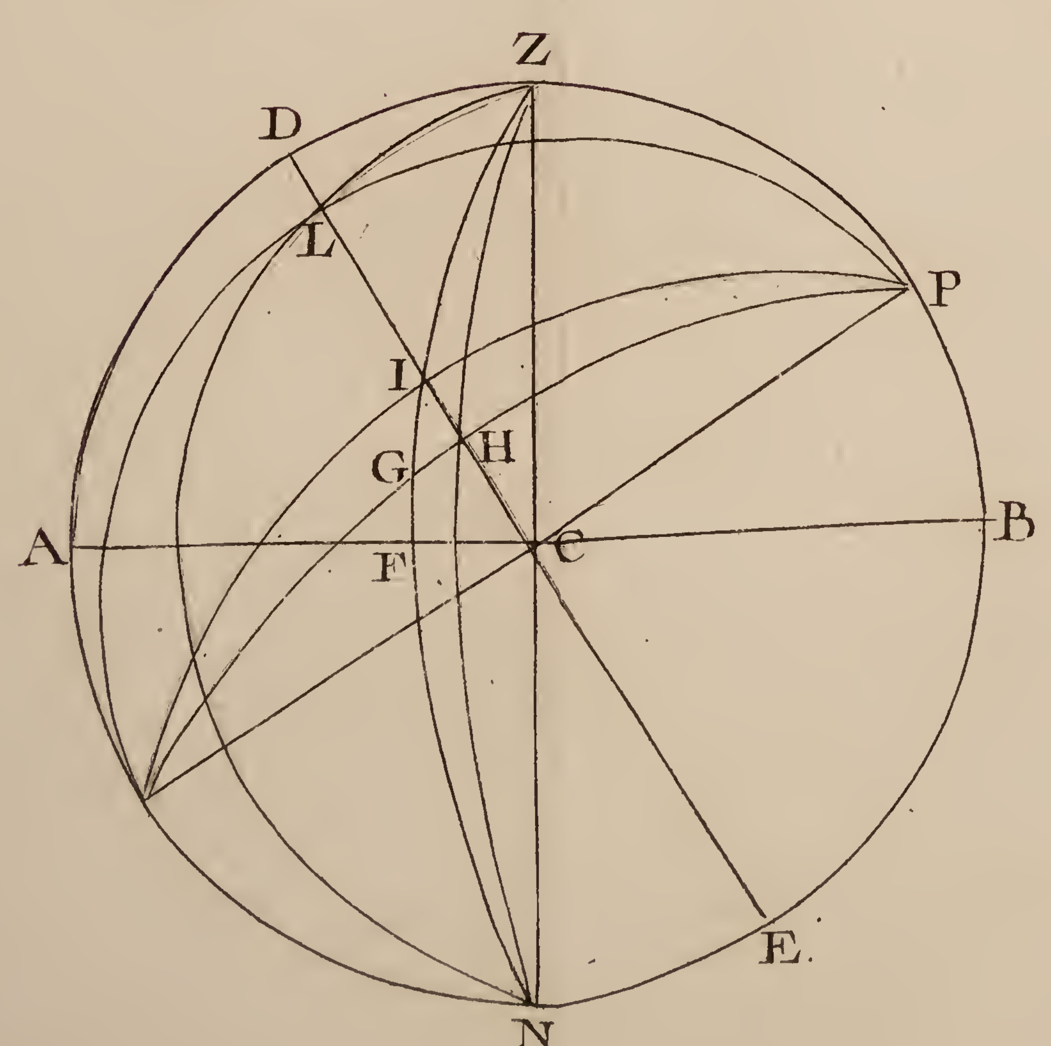
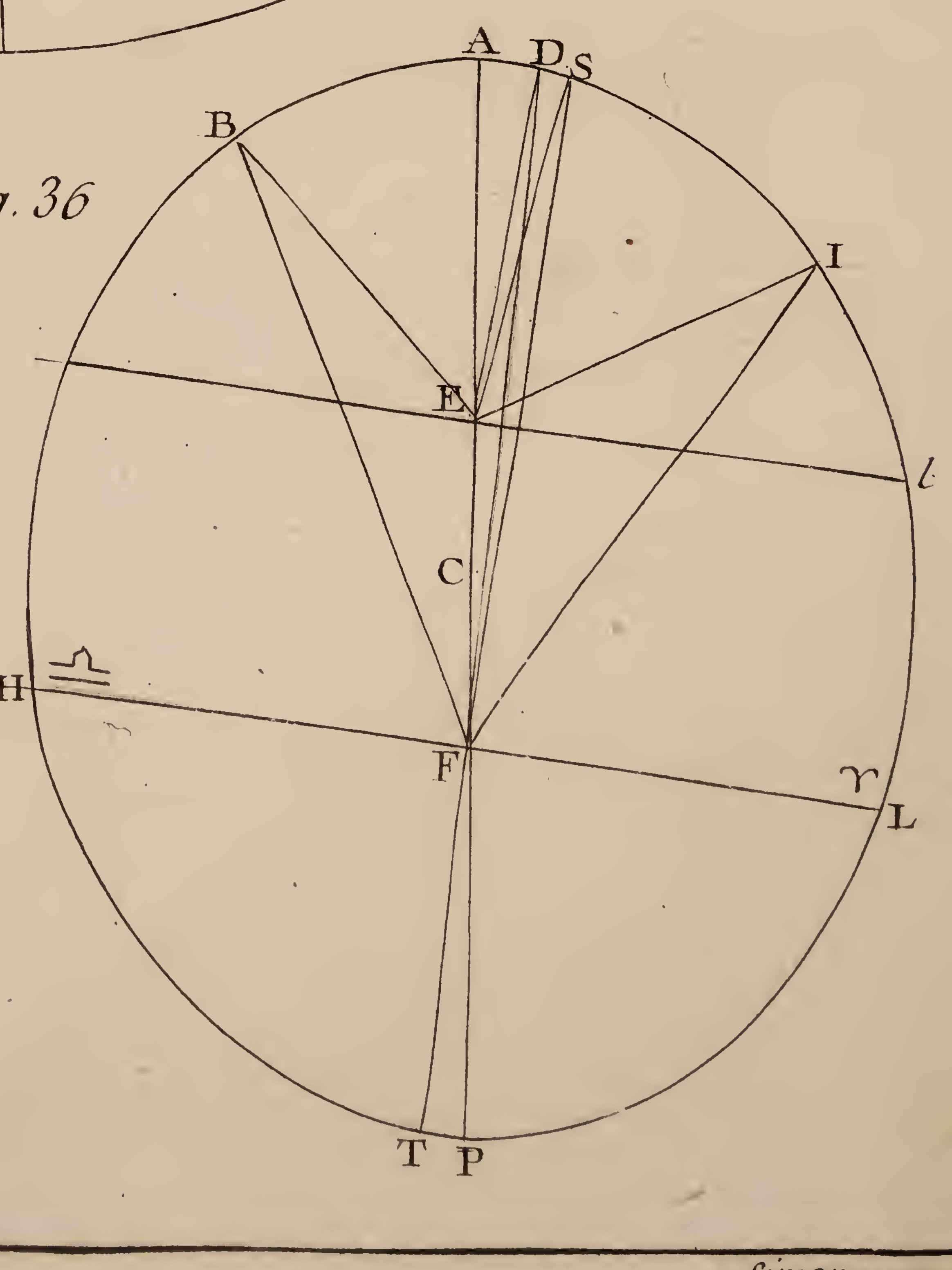


Fig. 36



Simonneau Sculp.

Fig. 37

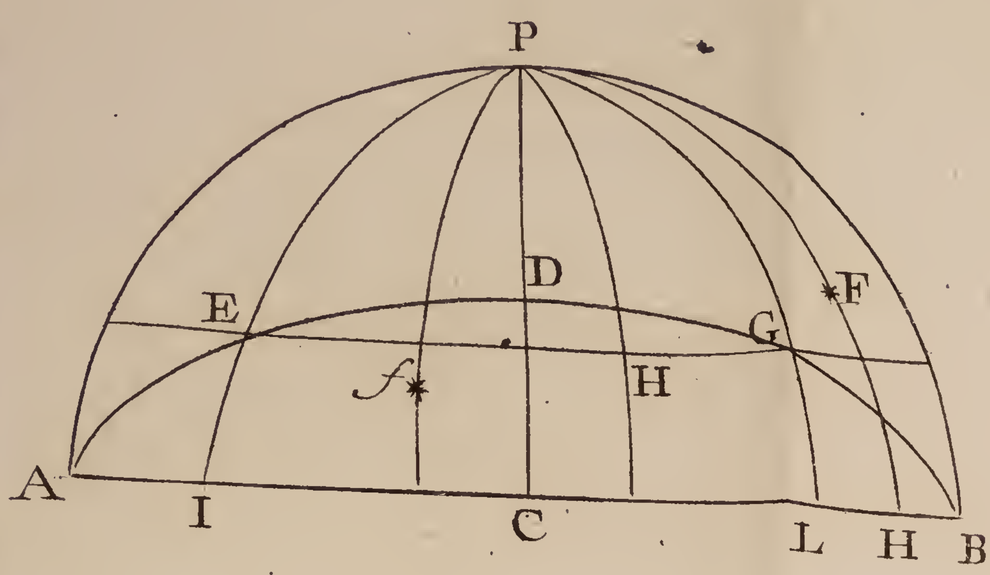


Fig. 38

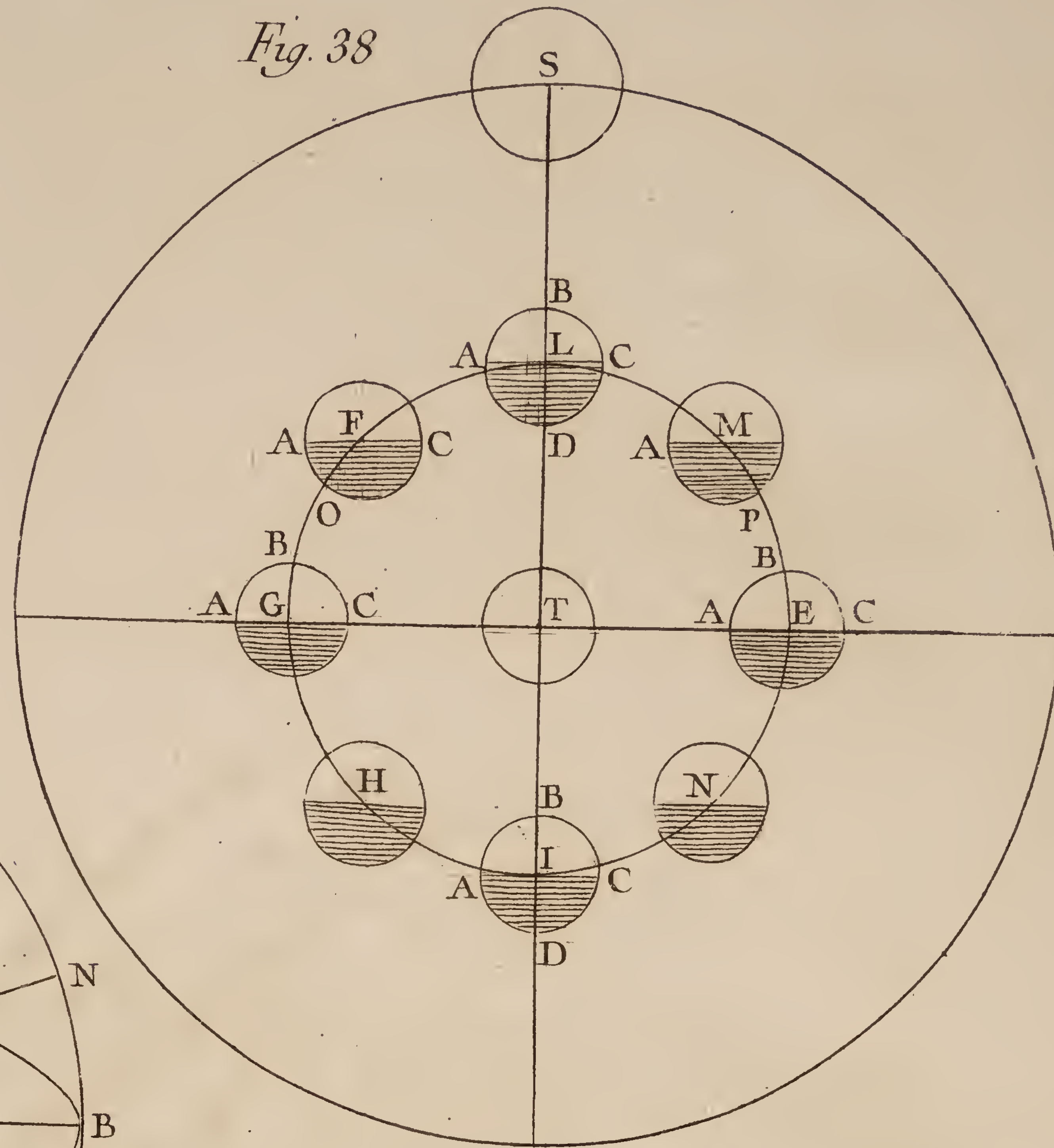


Fig. 39

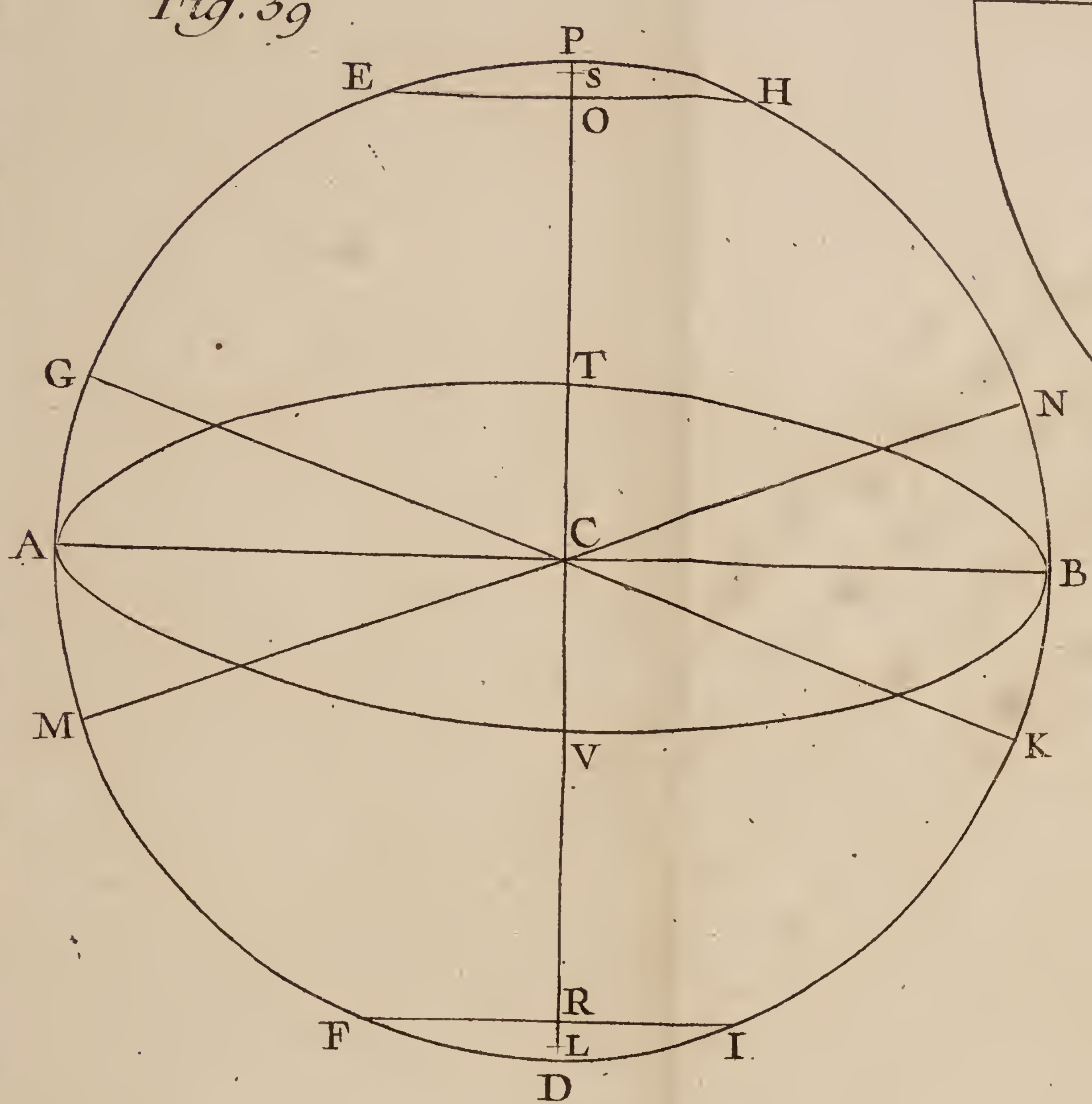


Fig. 40

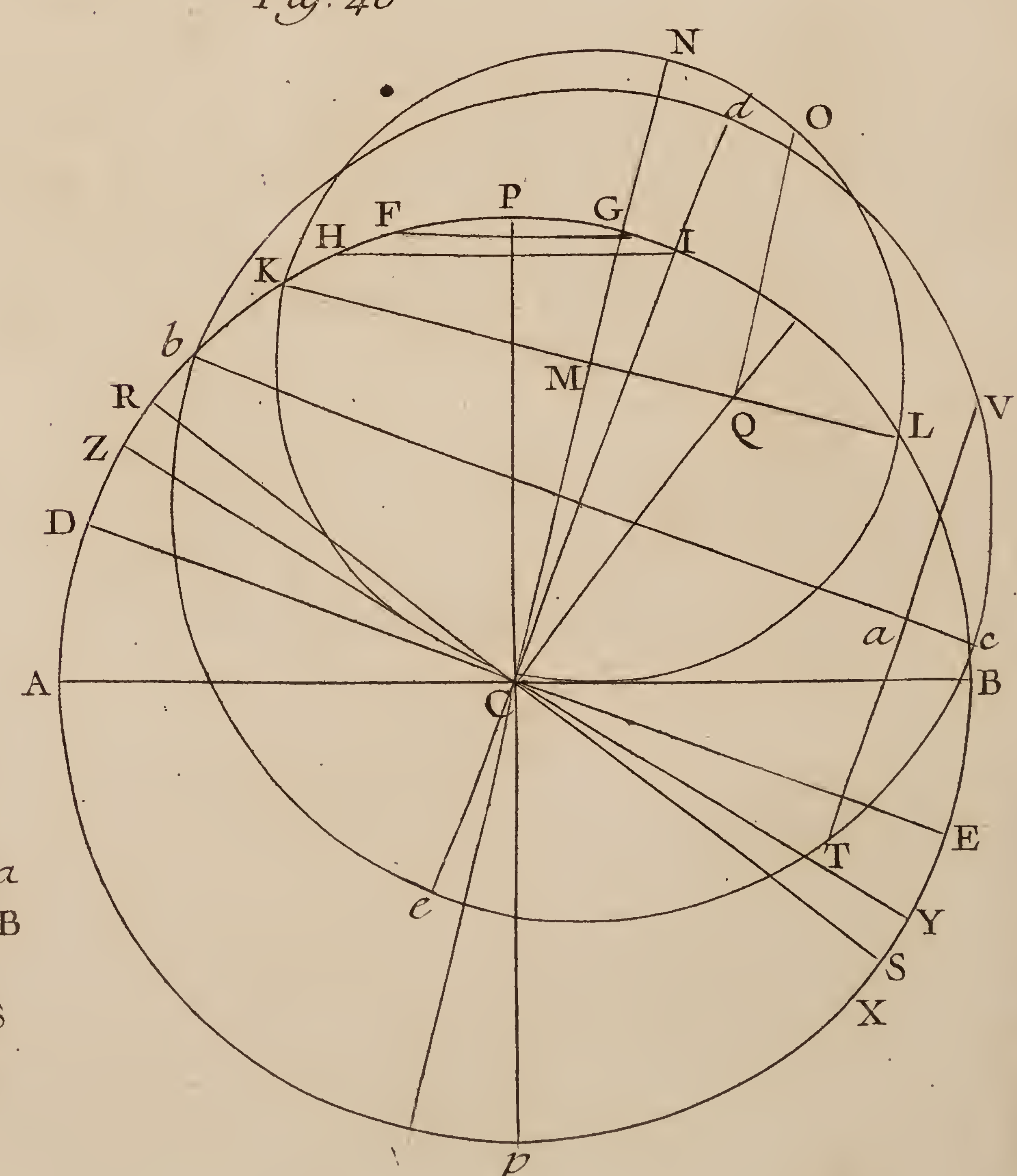
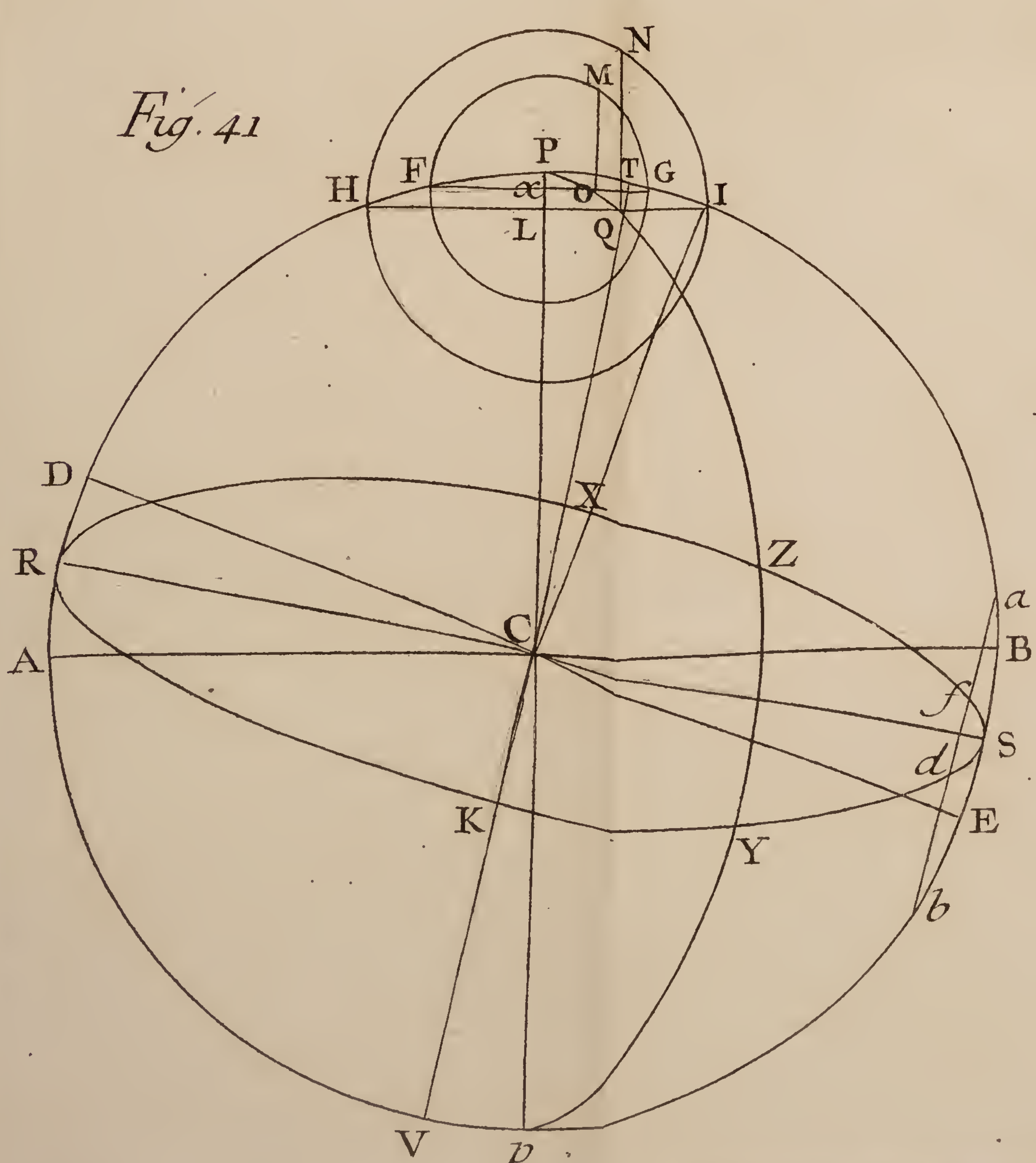


Fig. 41



Simonneau Sculp.

Fig. 42

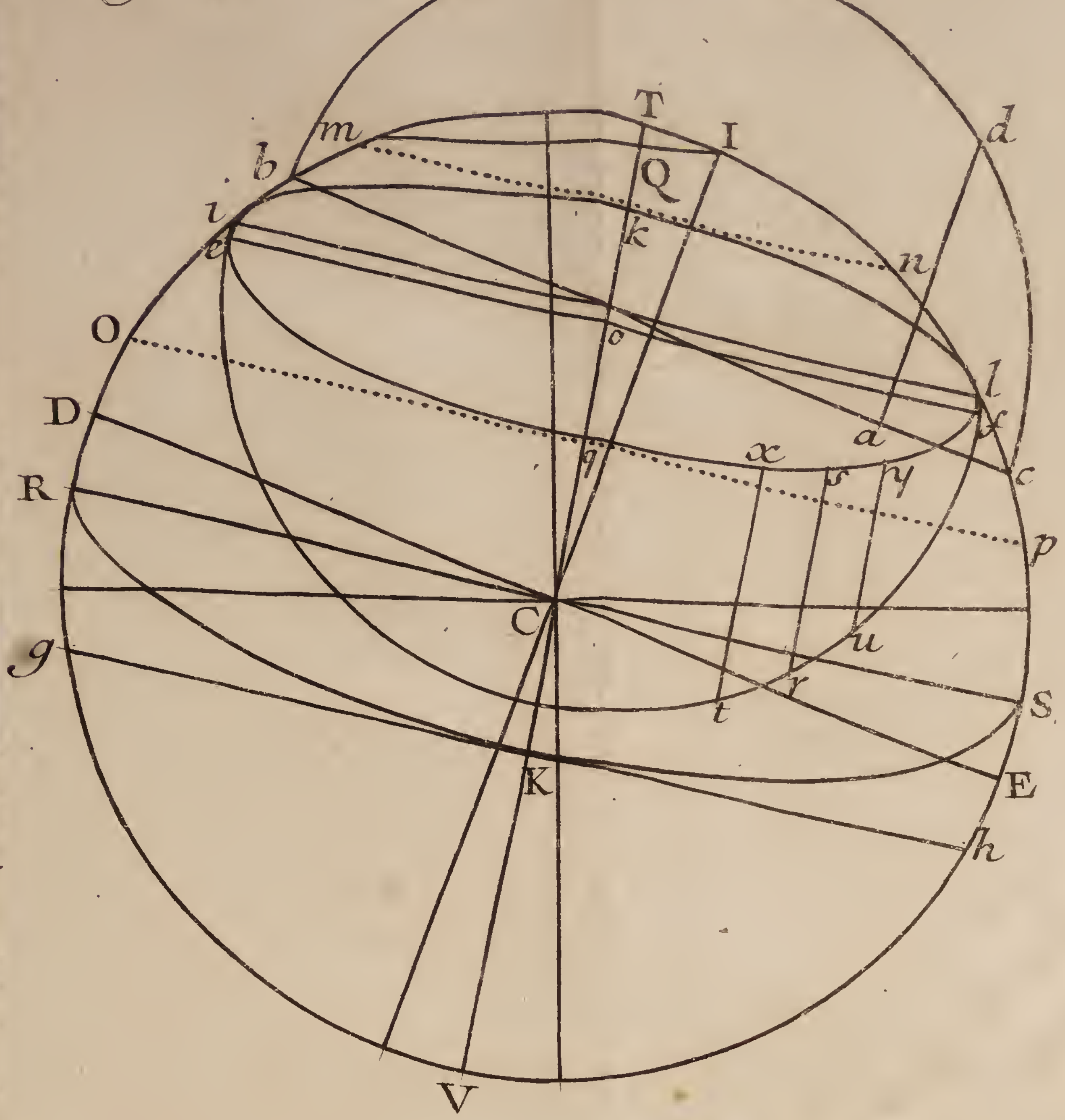


Fig. 44

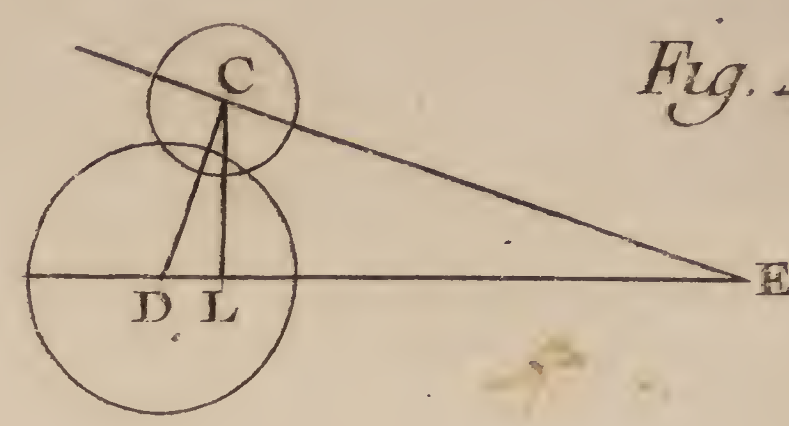


Fig. 45

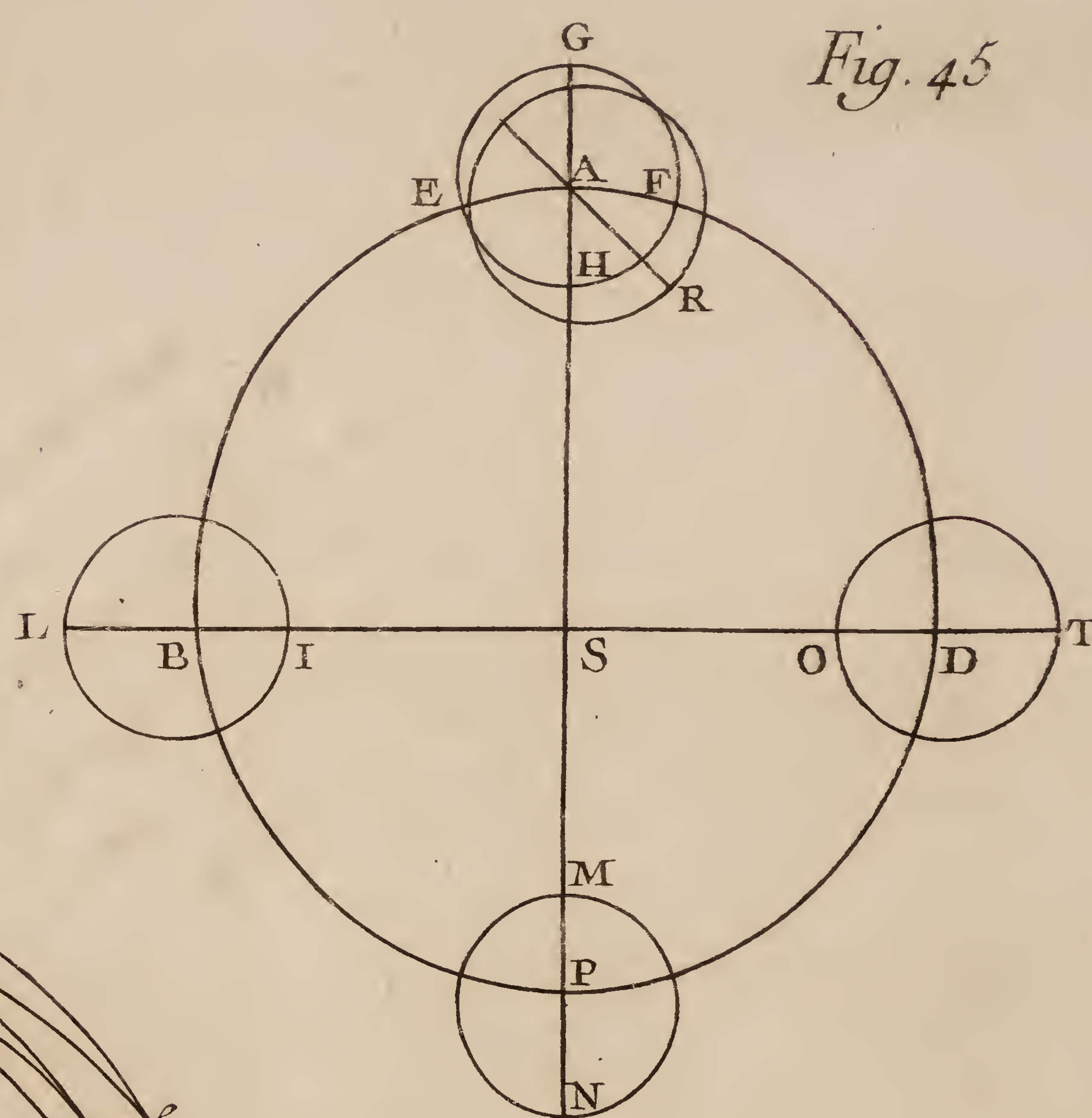


Fig. 43

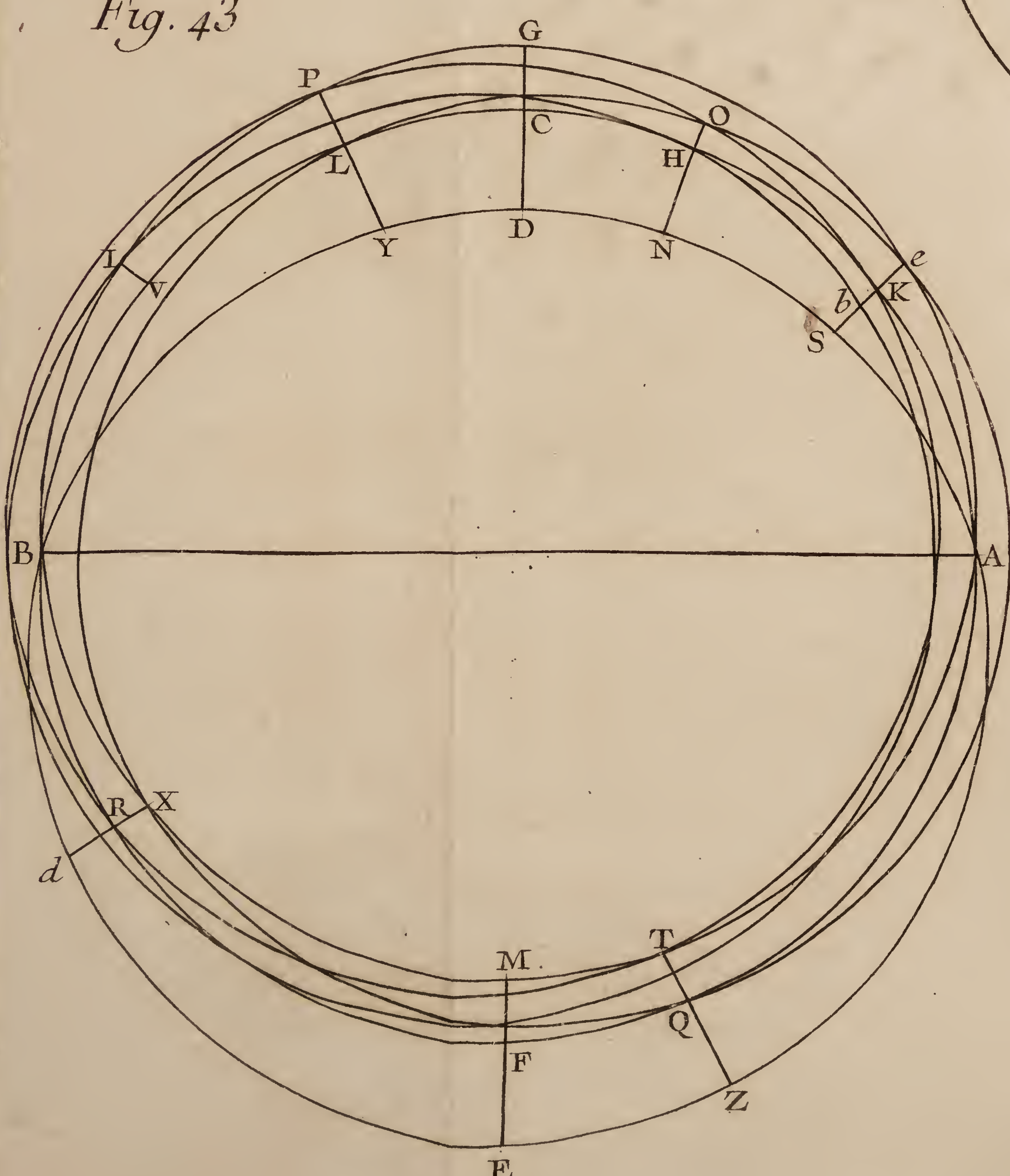
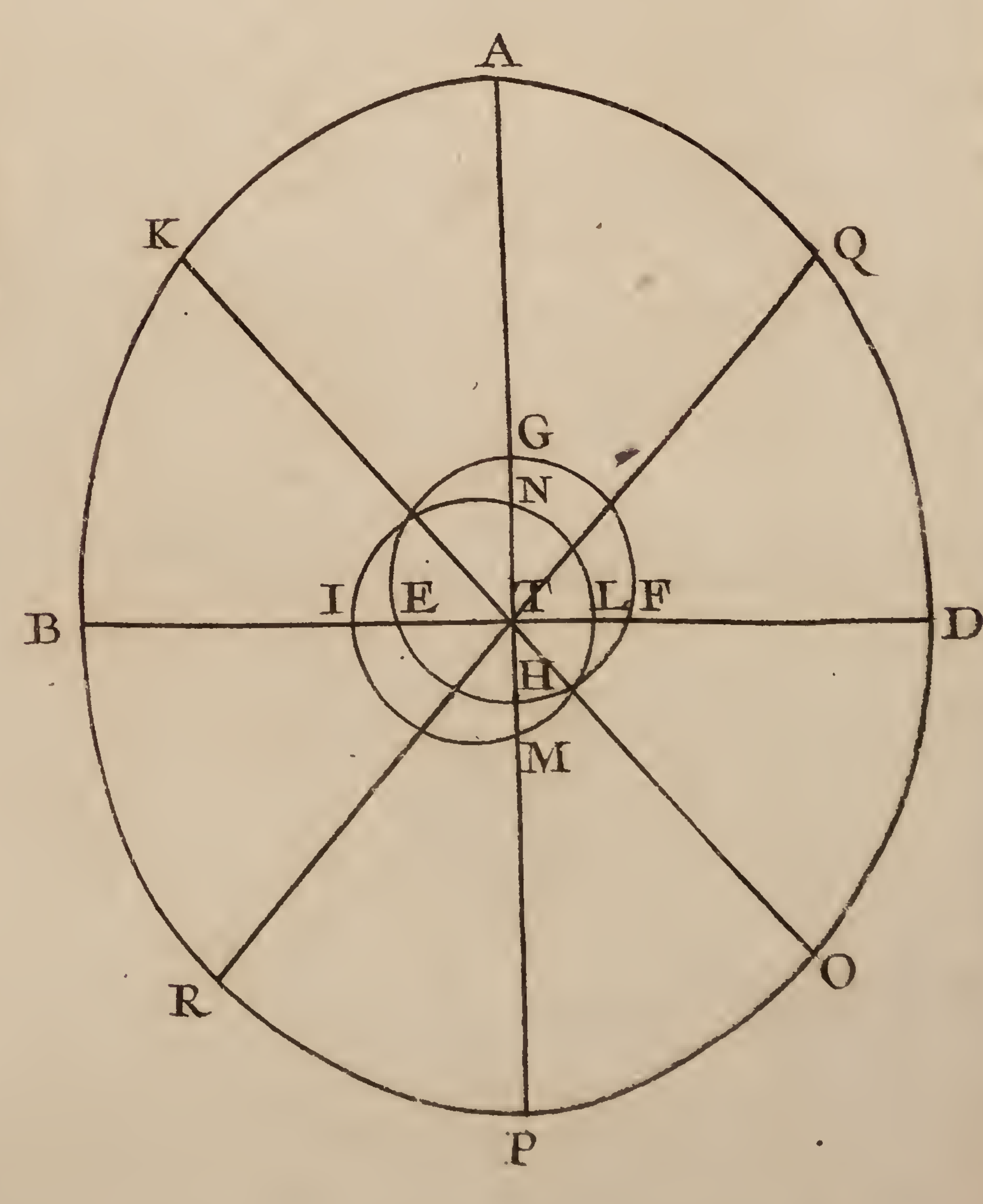
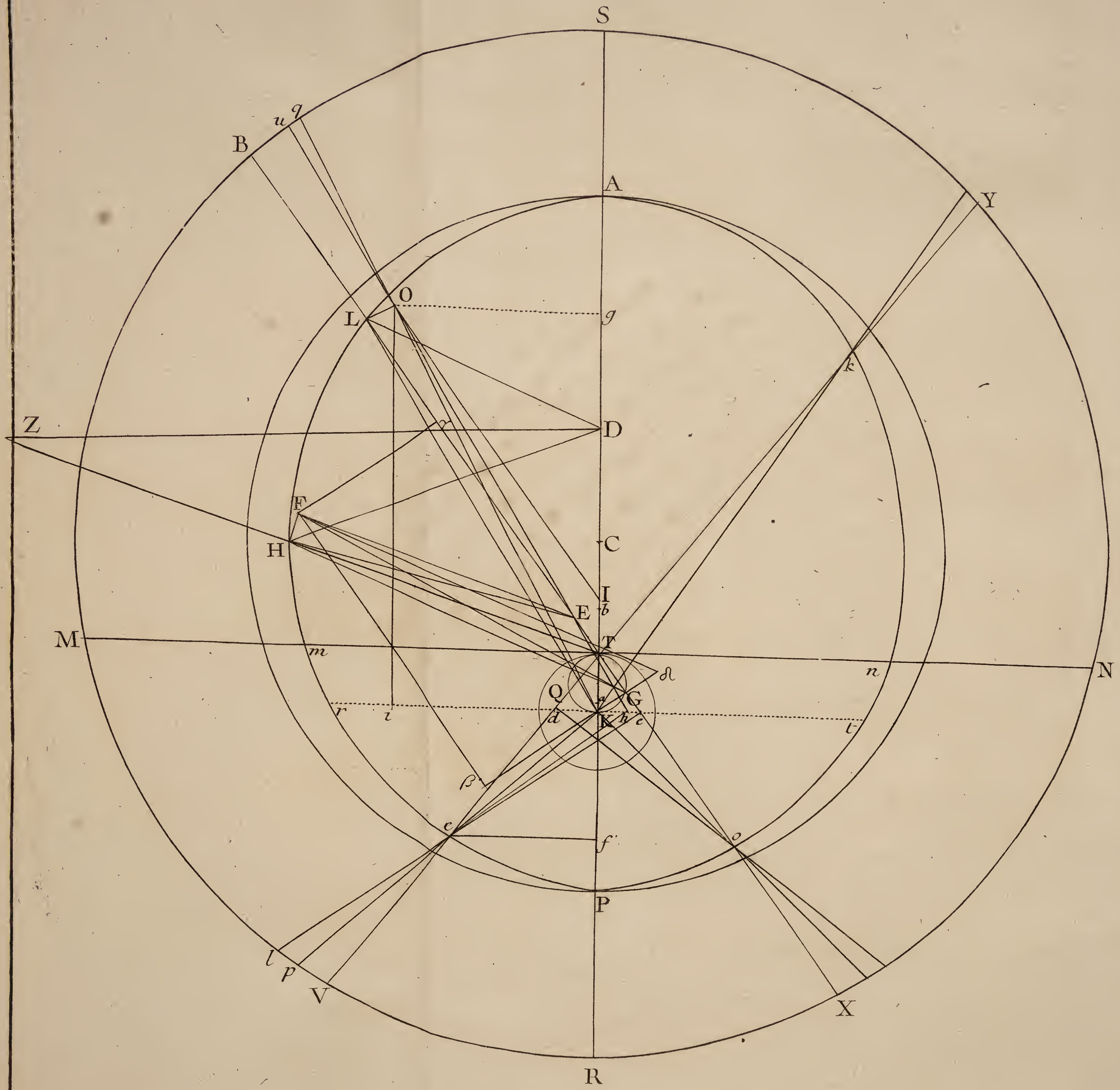


Fig. 46



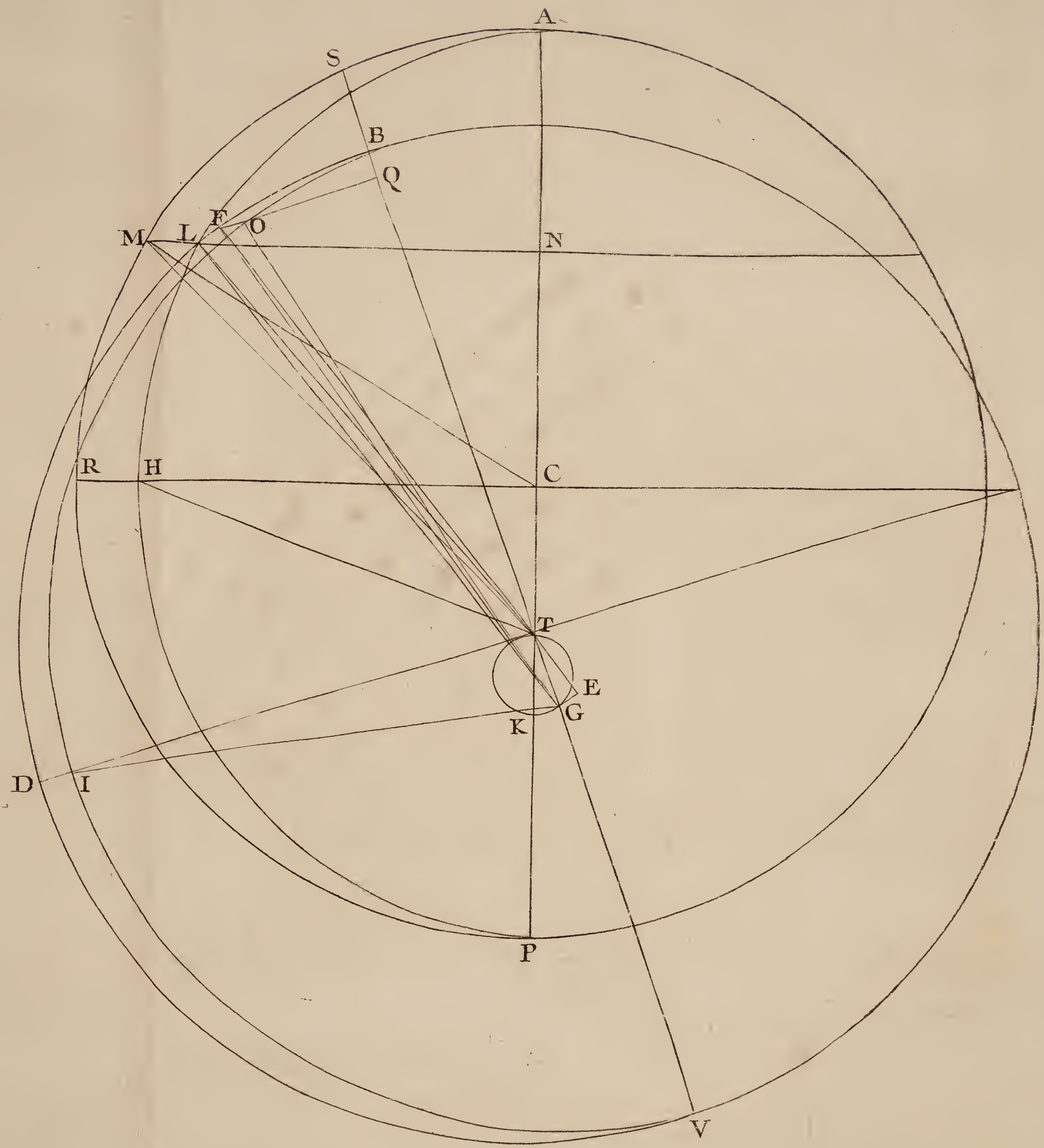
Simonneau Sculp.

Fig. 47

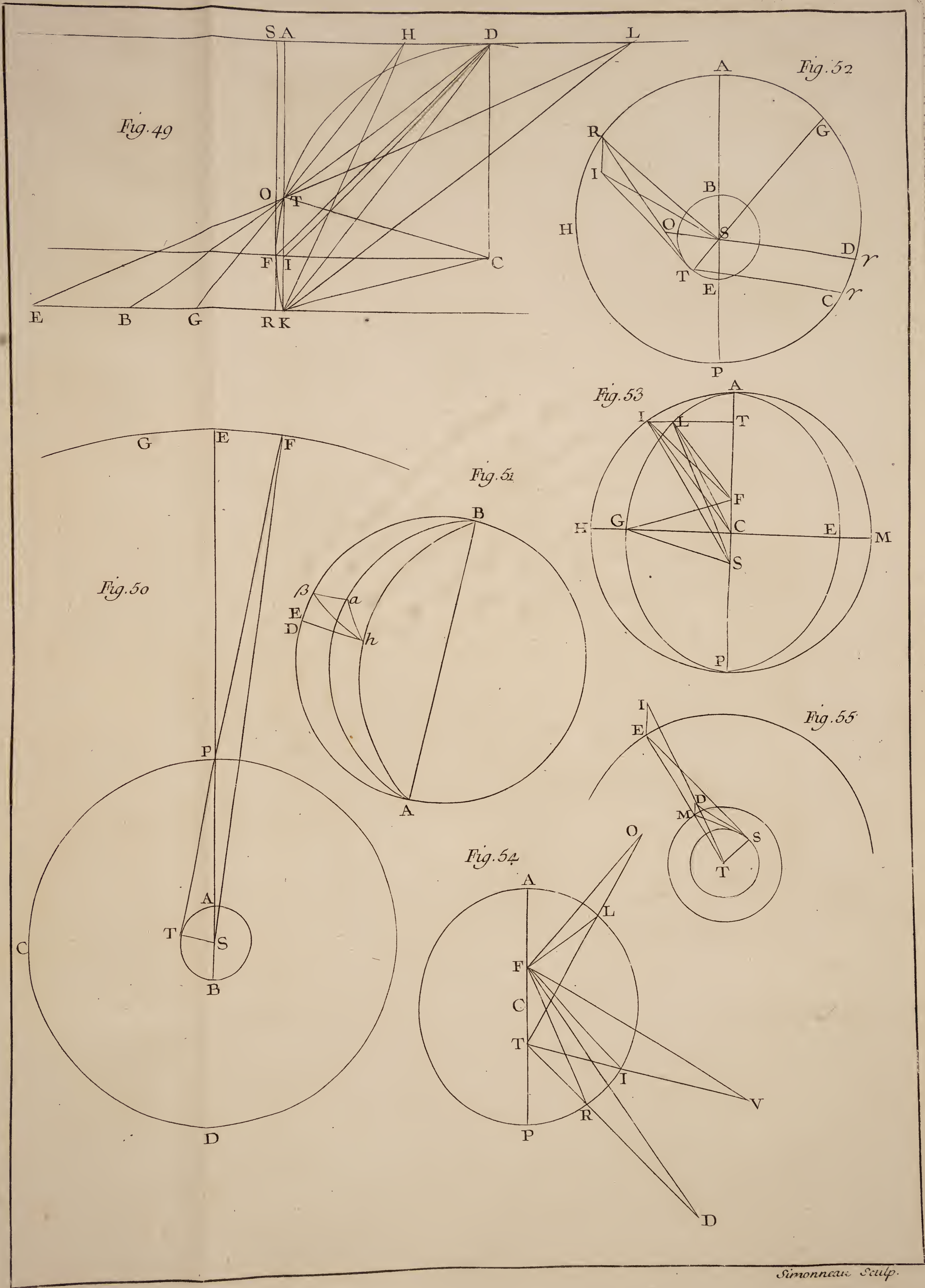


Simonneau Sculp.

Fig. 48

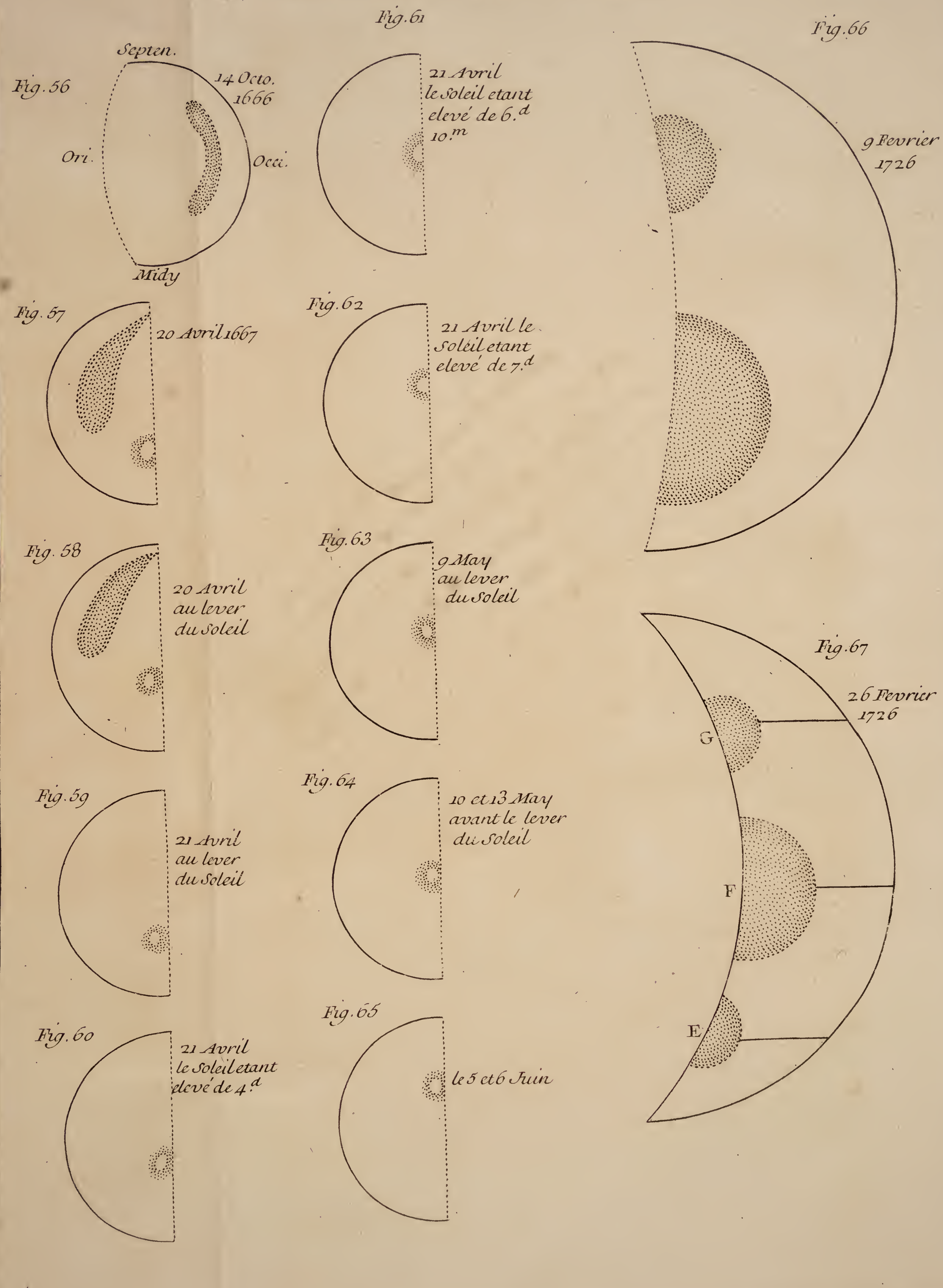


Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

Figure des taches de Venus.



Simonneau sculp.

Fig. 68

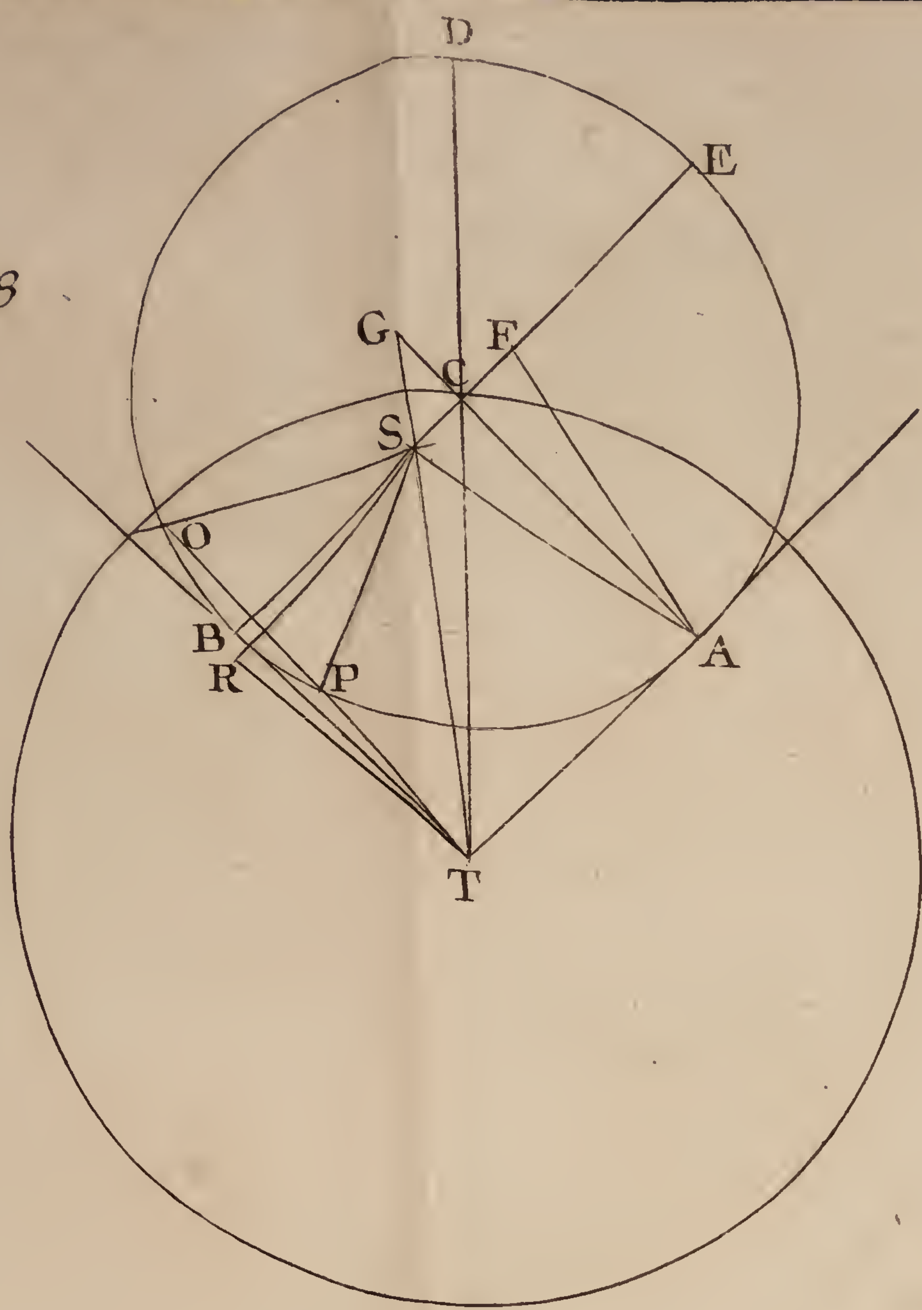


Fig. 69

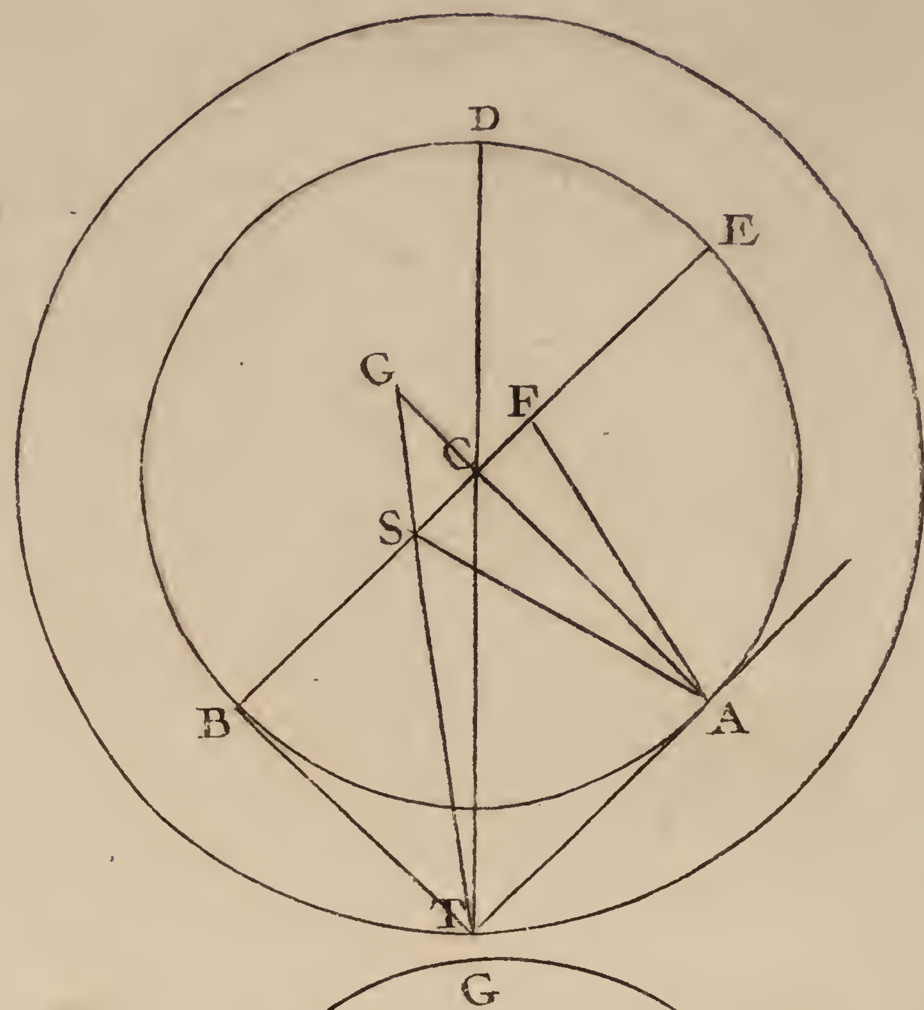


Fig. 71

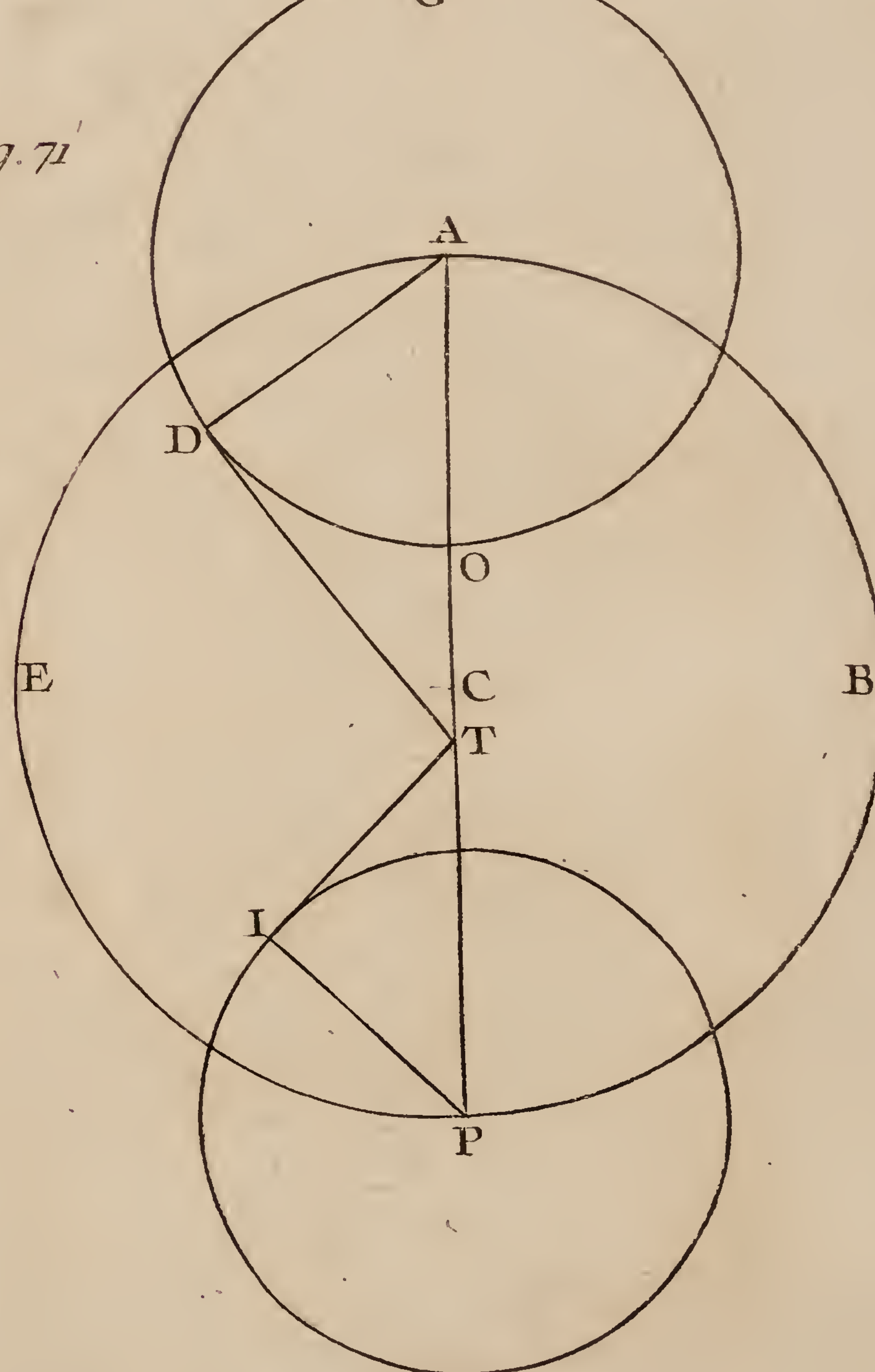


Fig. 70

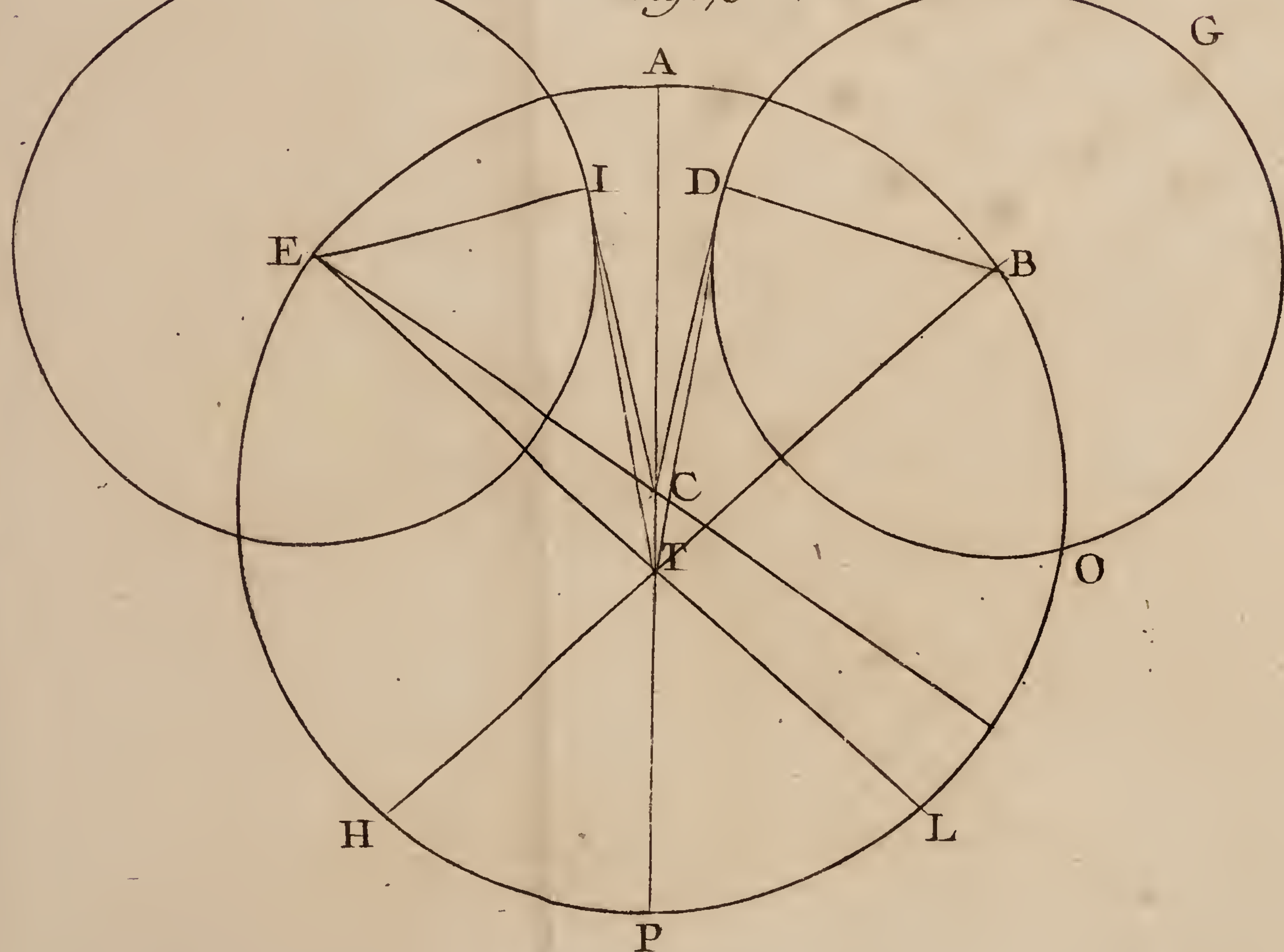


Fig. 72

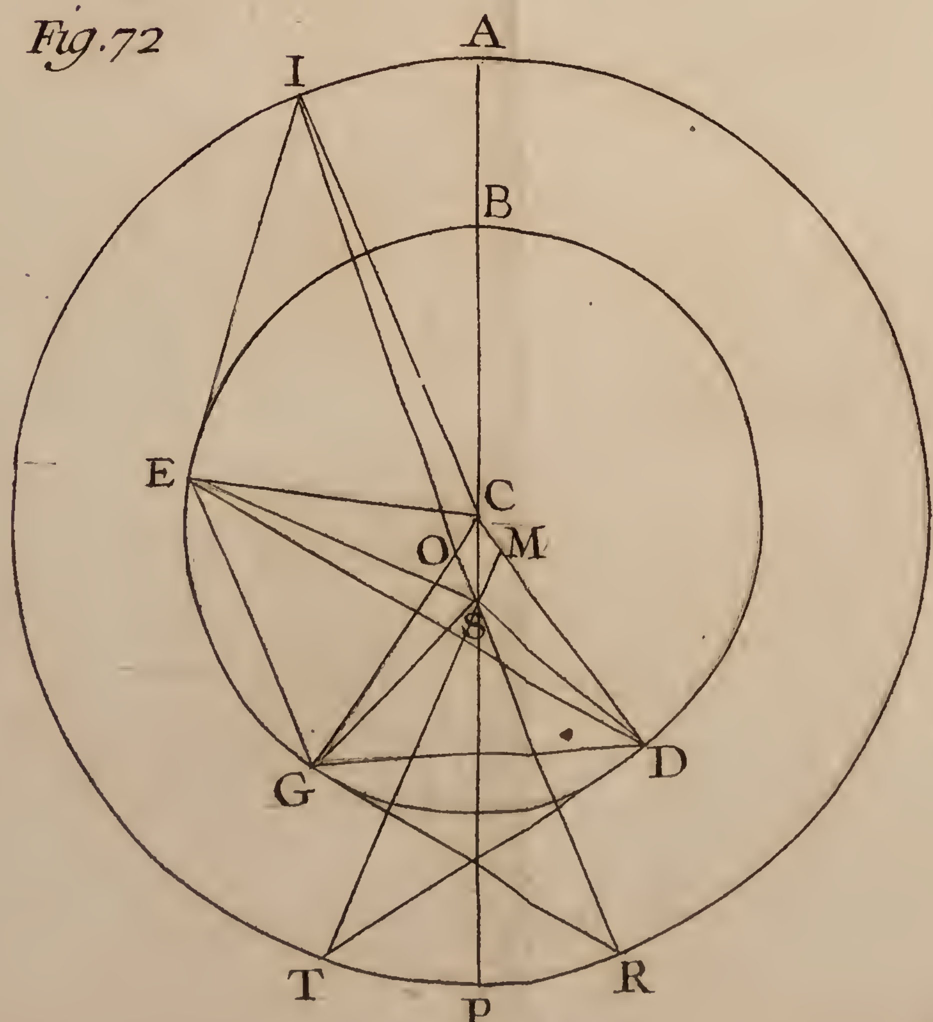
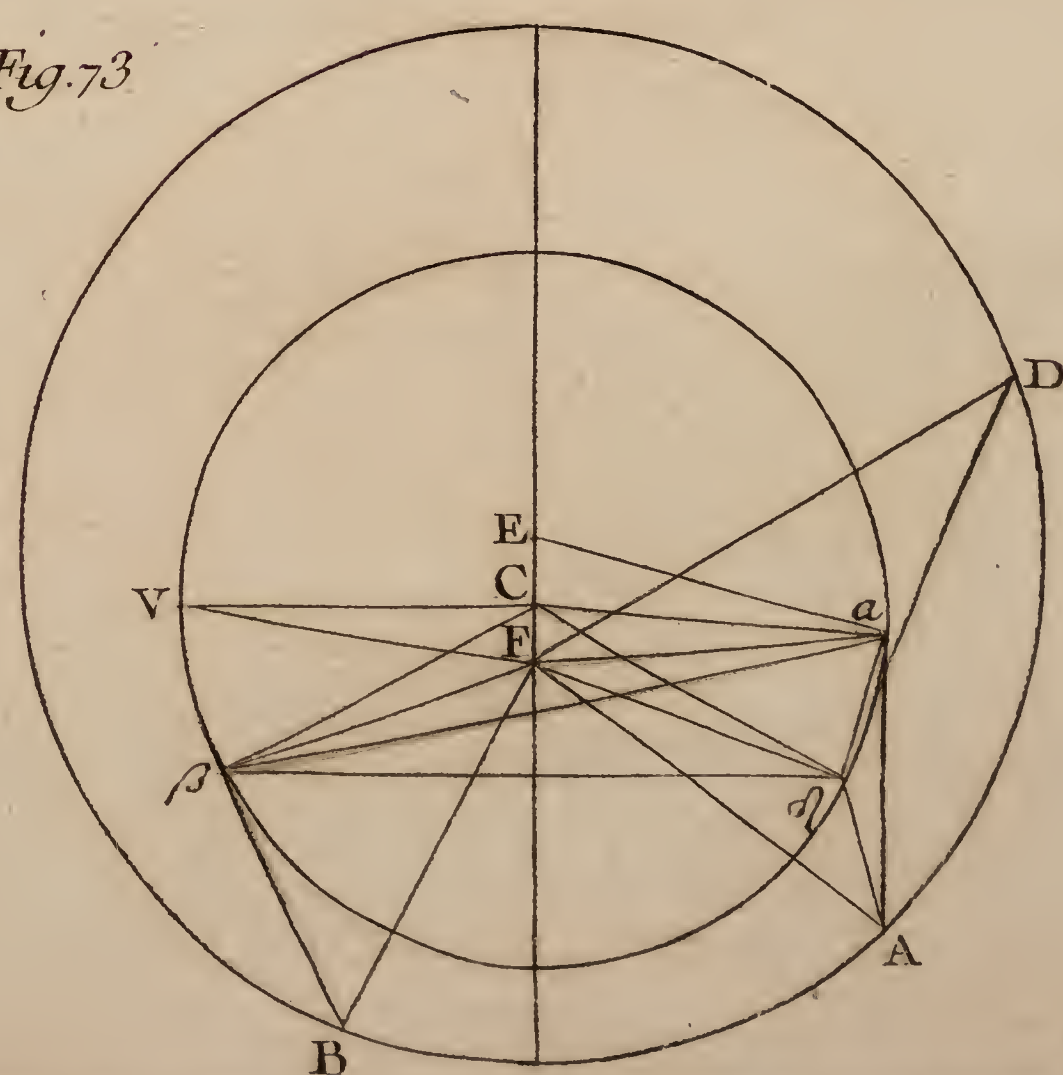


Fig. 73



Simonneau Sculp.

Fig. 74

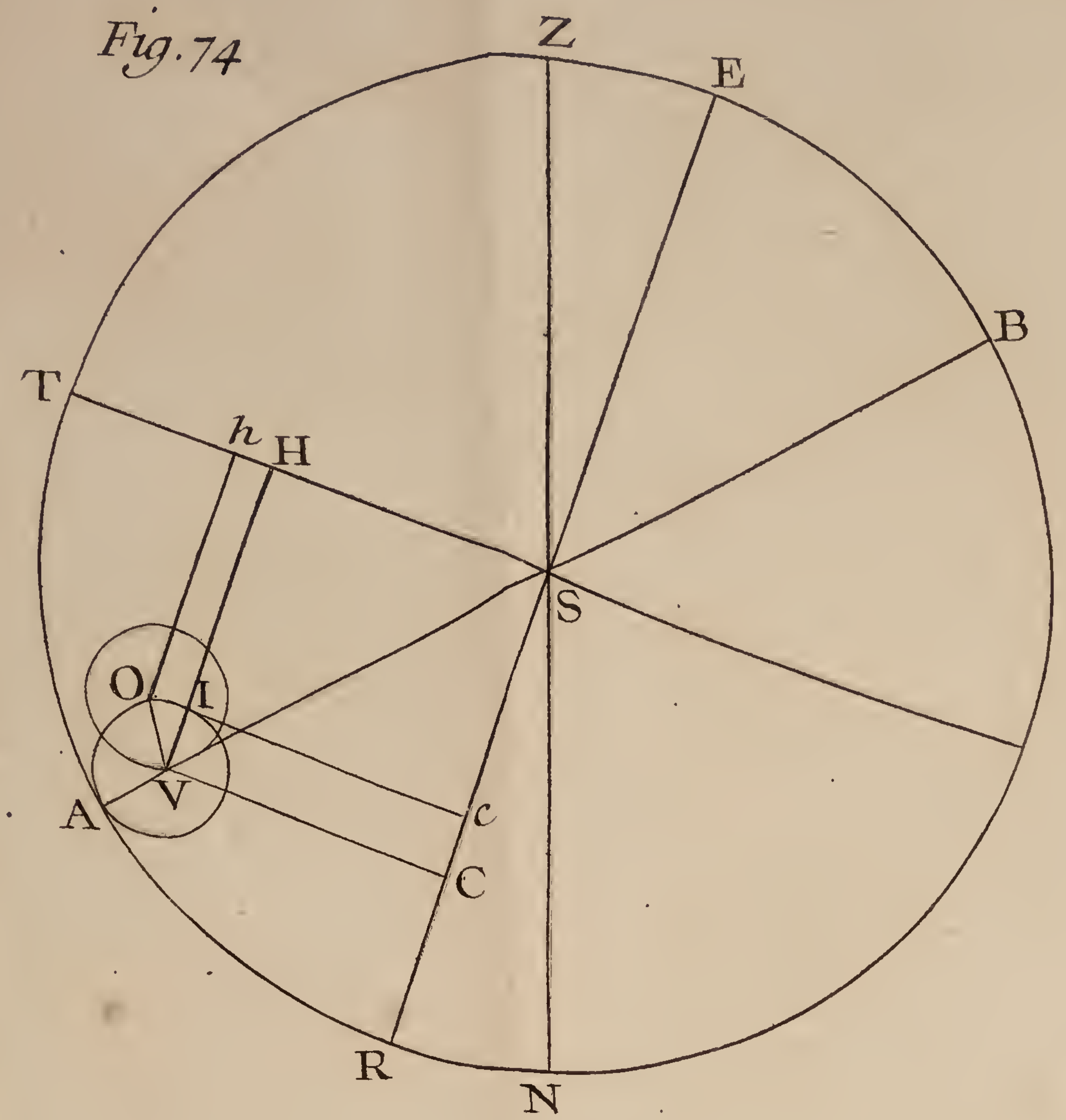


Fig. 75

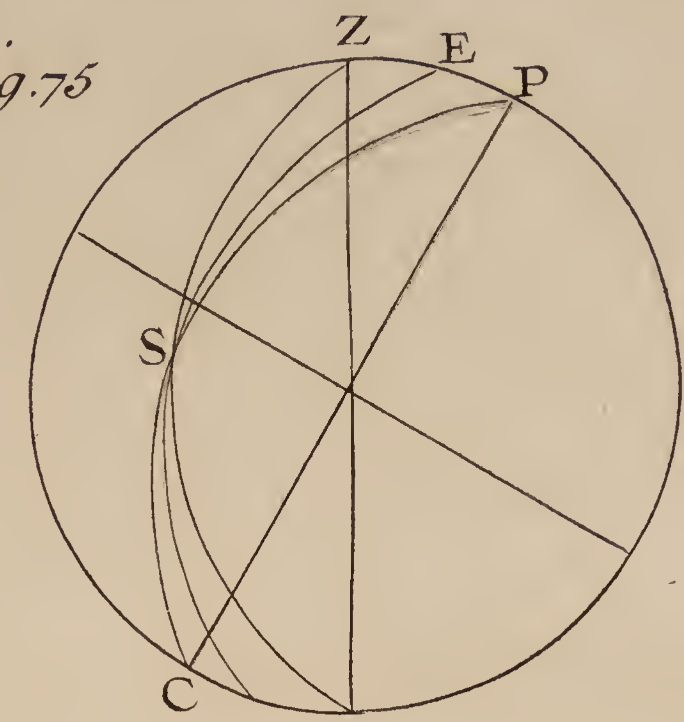


Fig. 76

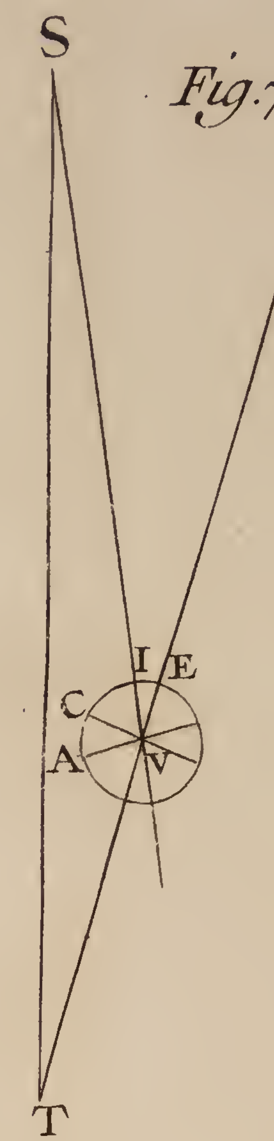


Fig. 77

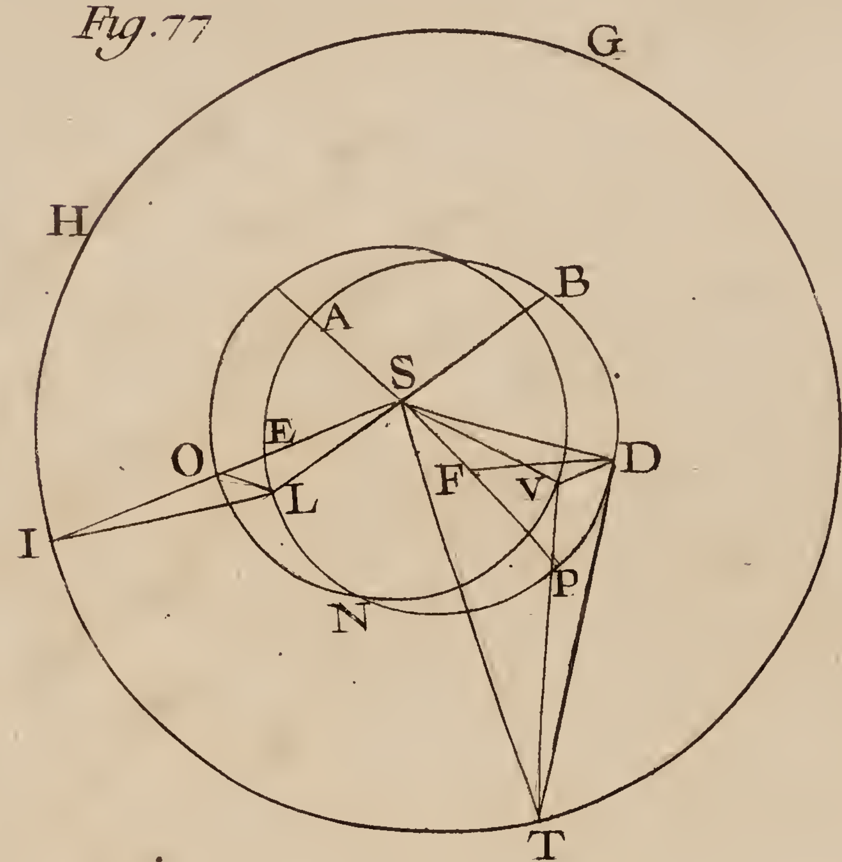


Fig. 78

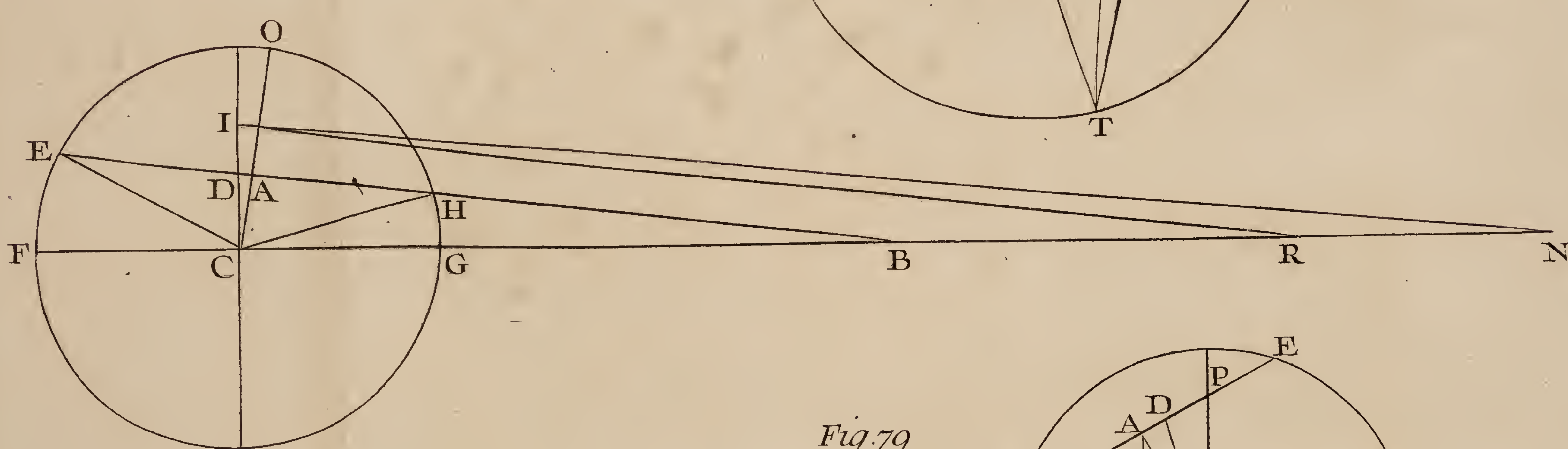


Fig. 79

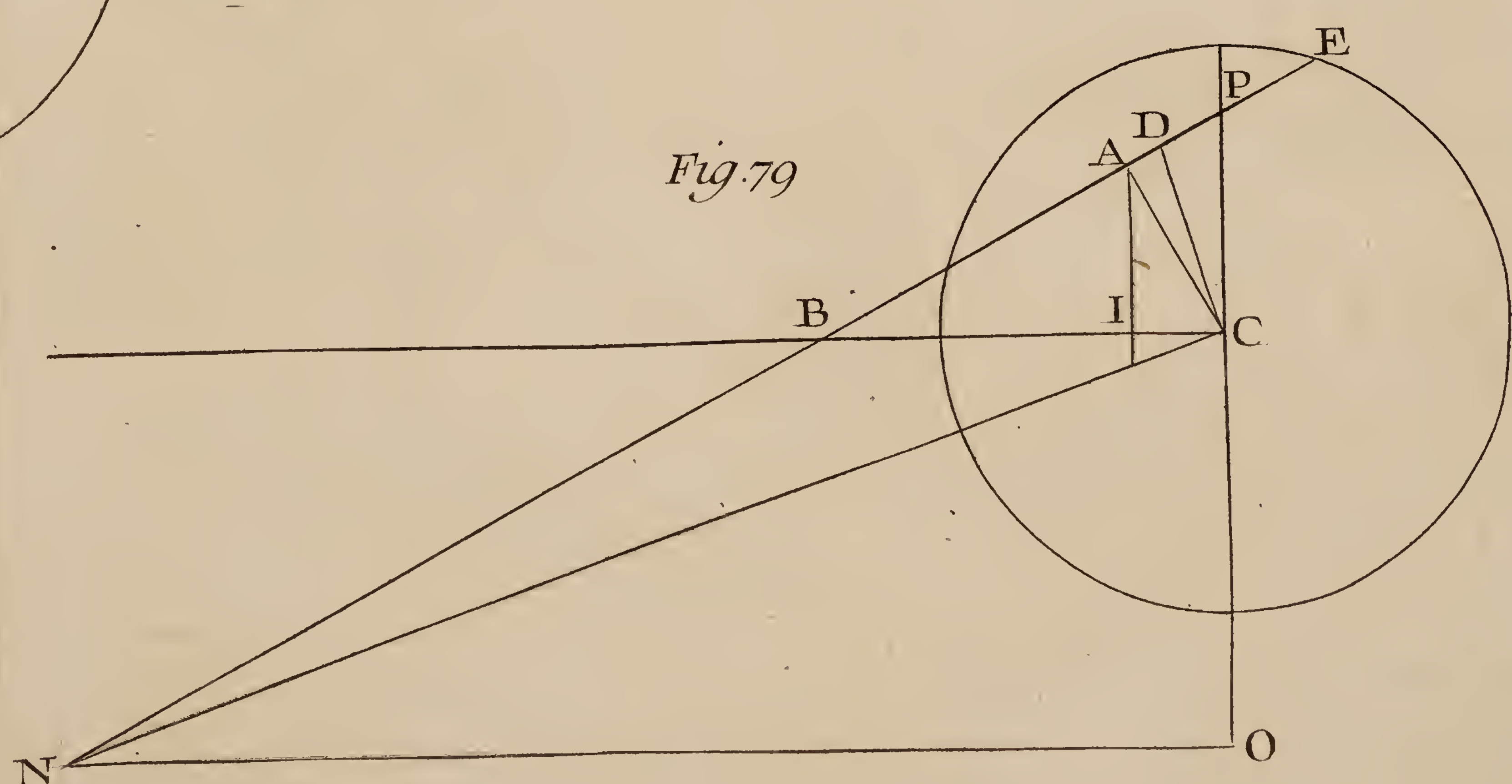
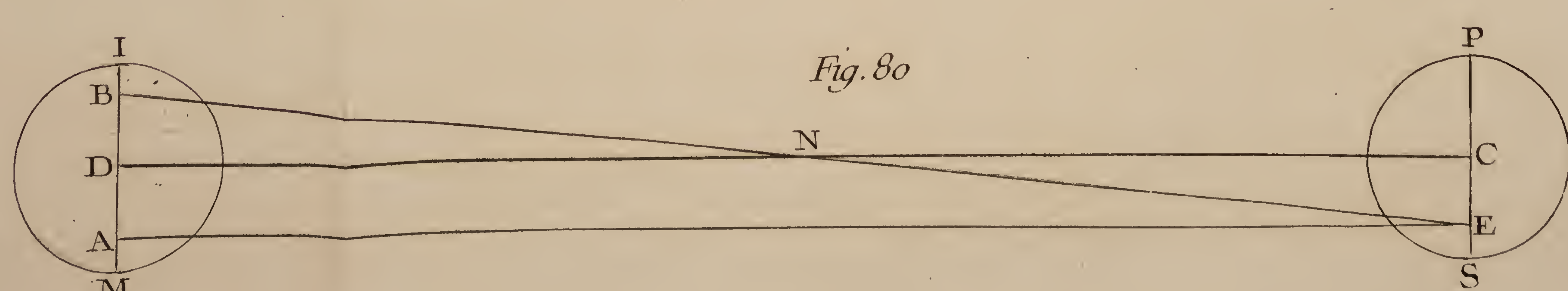


Fig. 80



Simonneau Sculp.

Fig. 81

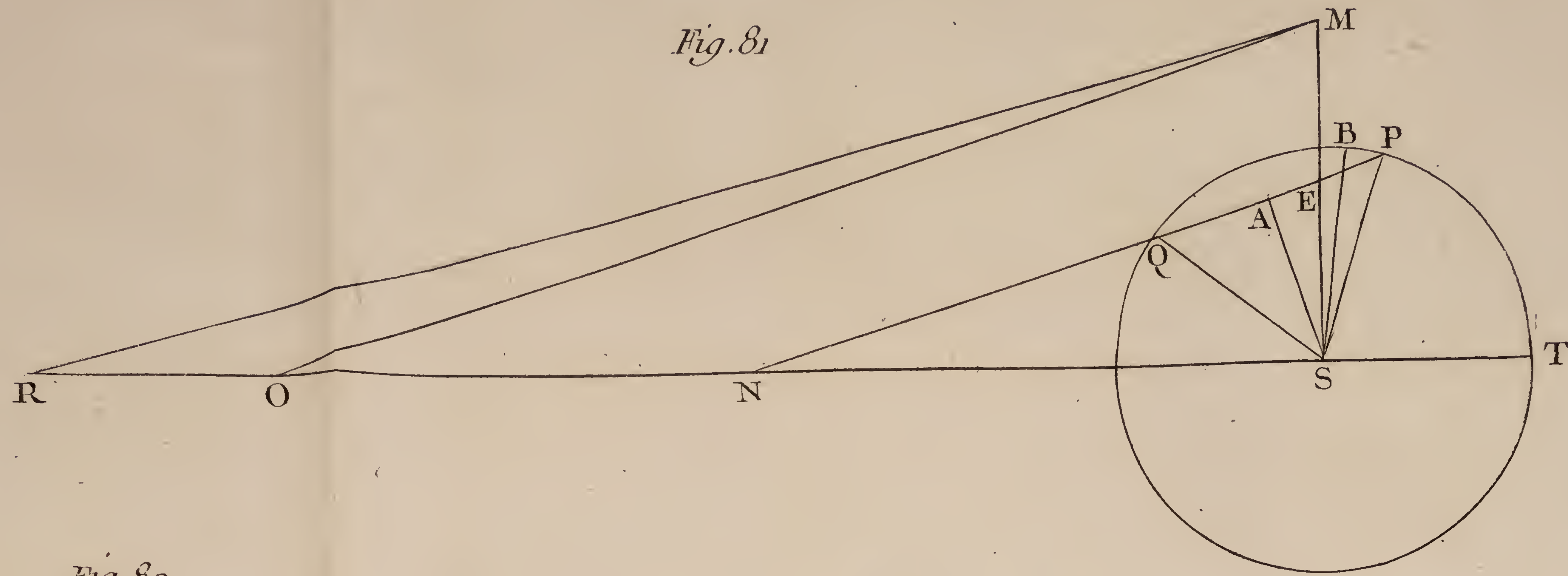


Fig. 82

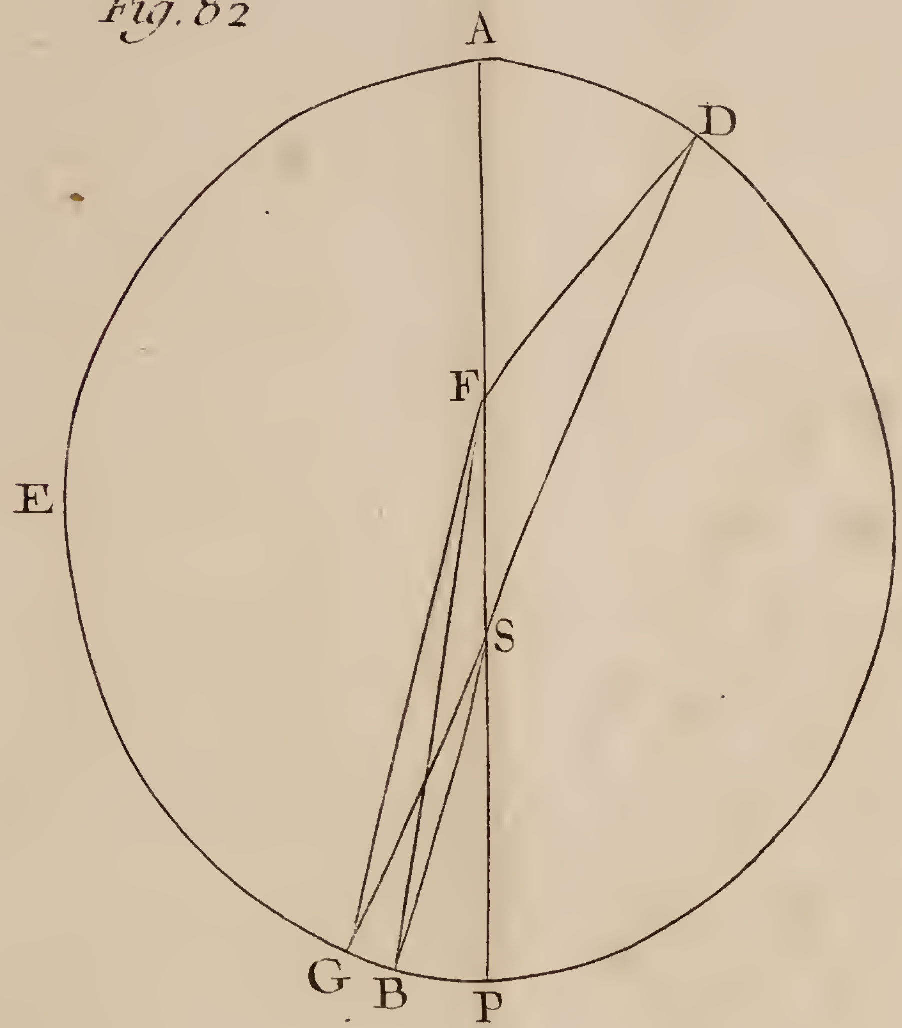


Fig. 83

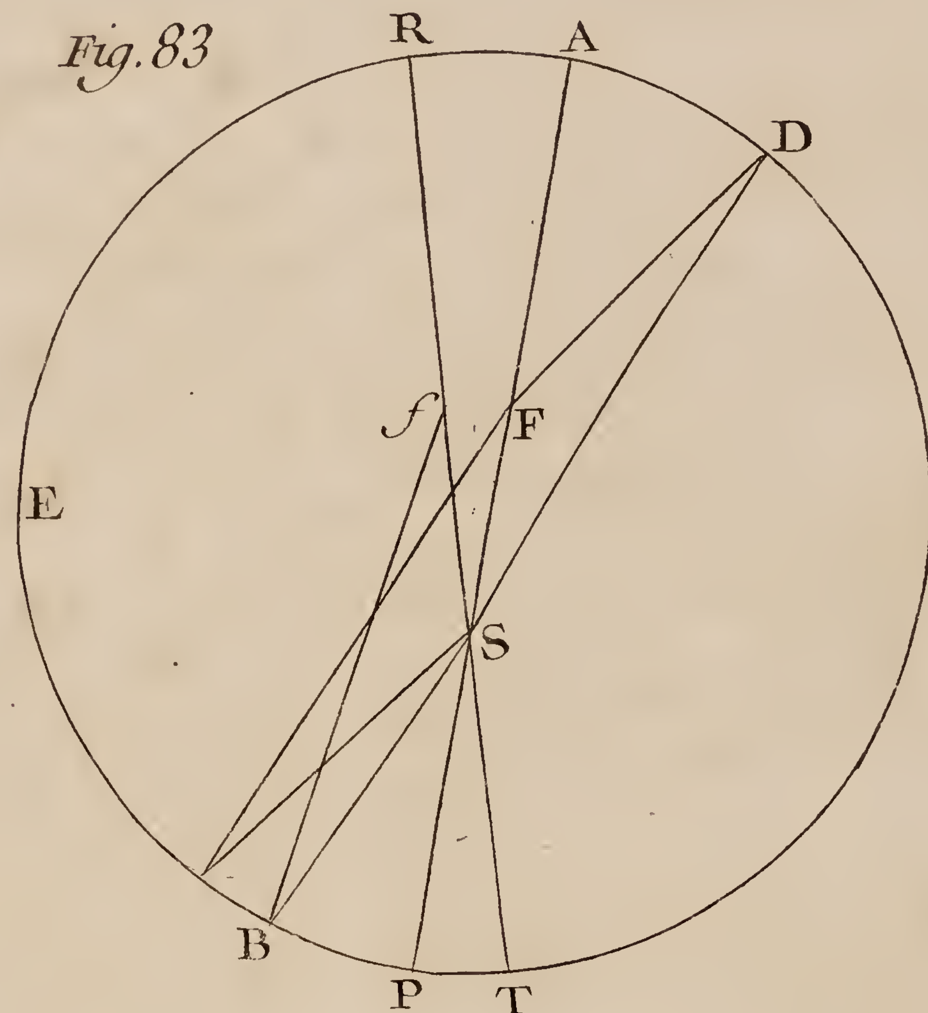


Fig. 84

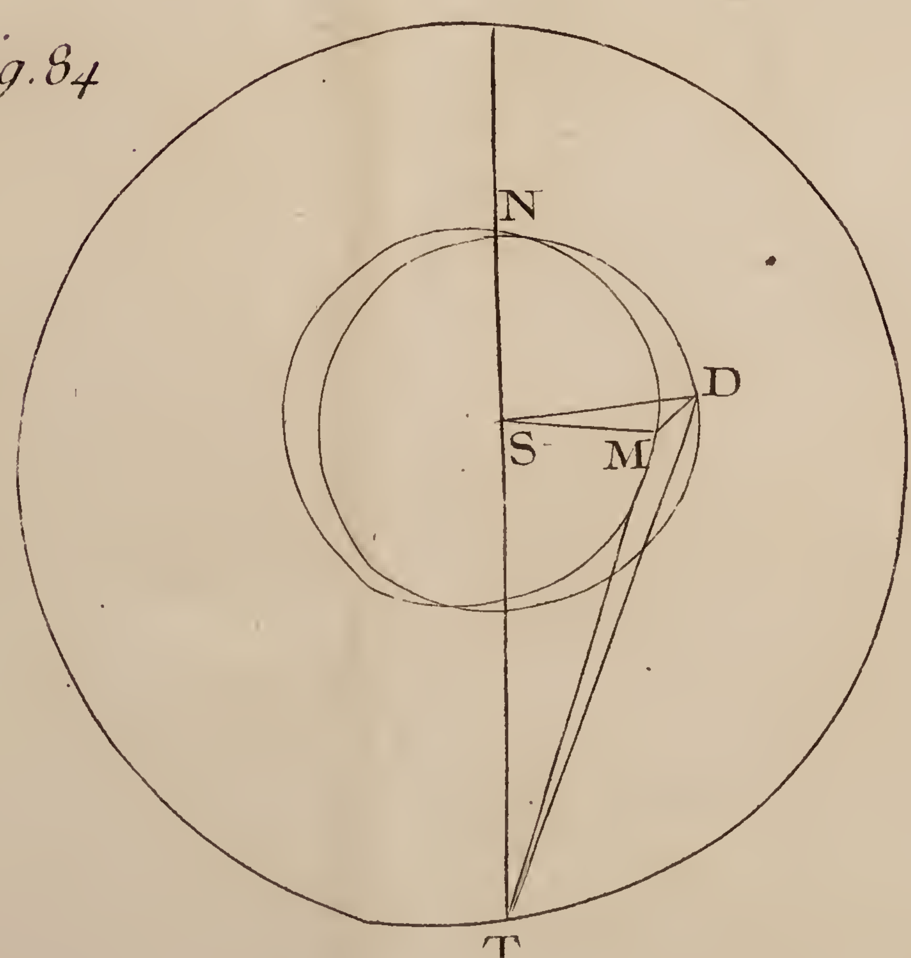
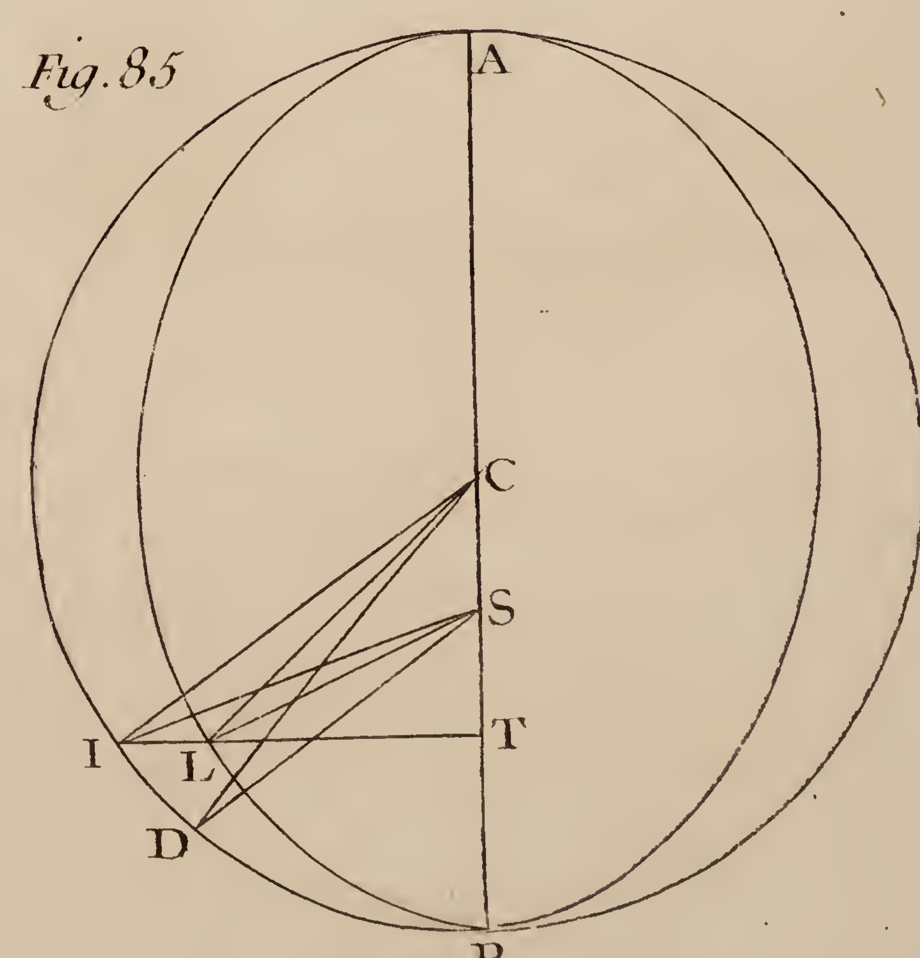


Fig. 85



Simonneau Sculp.

Fig. 86

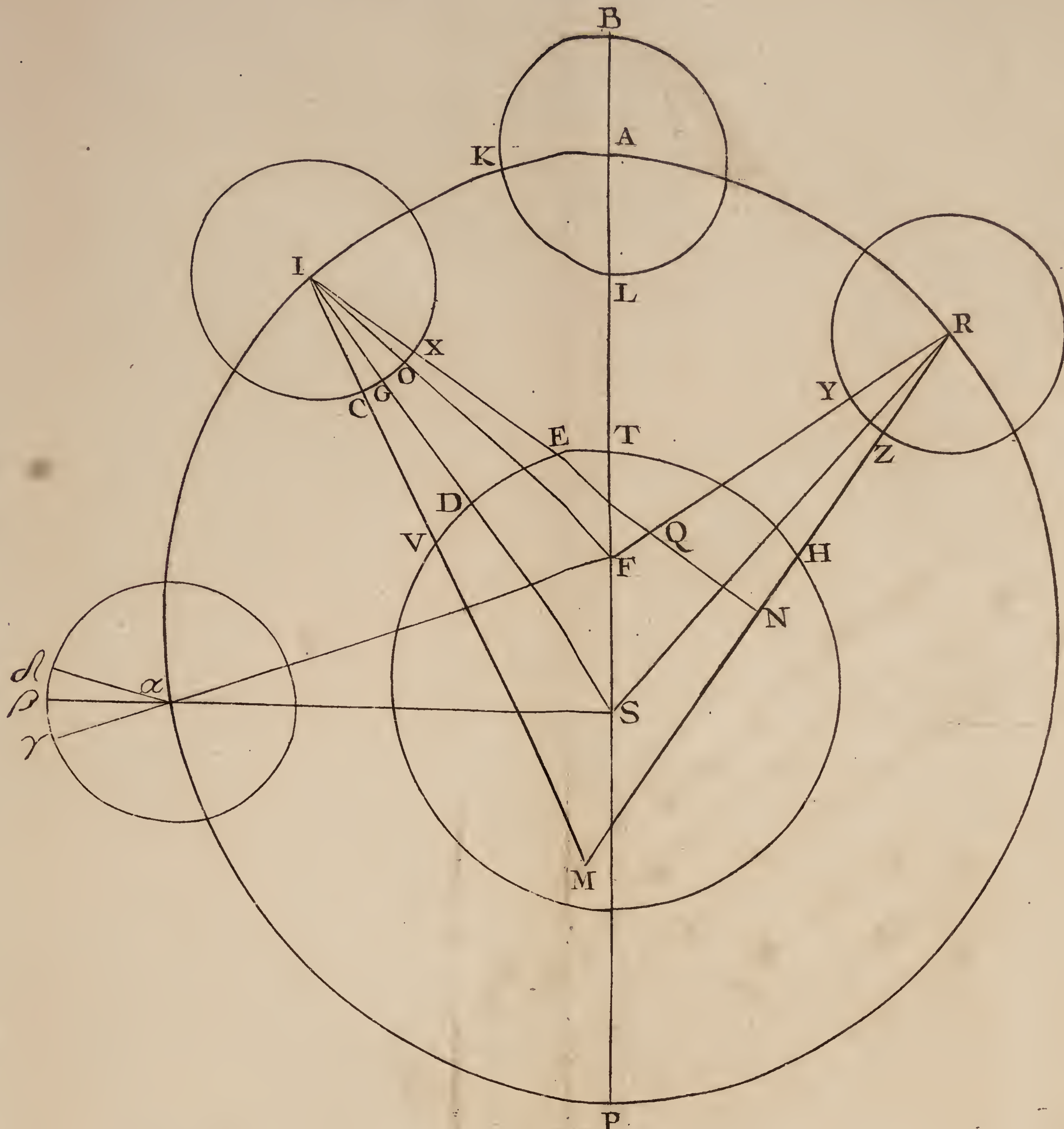


Fig. 87

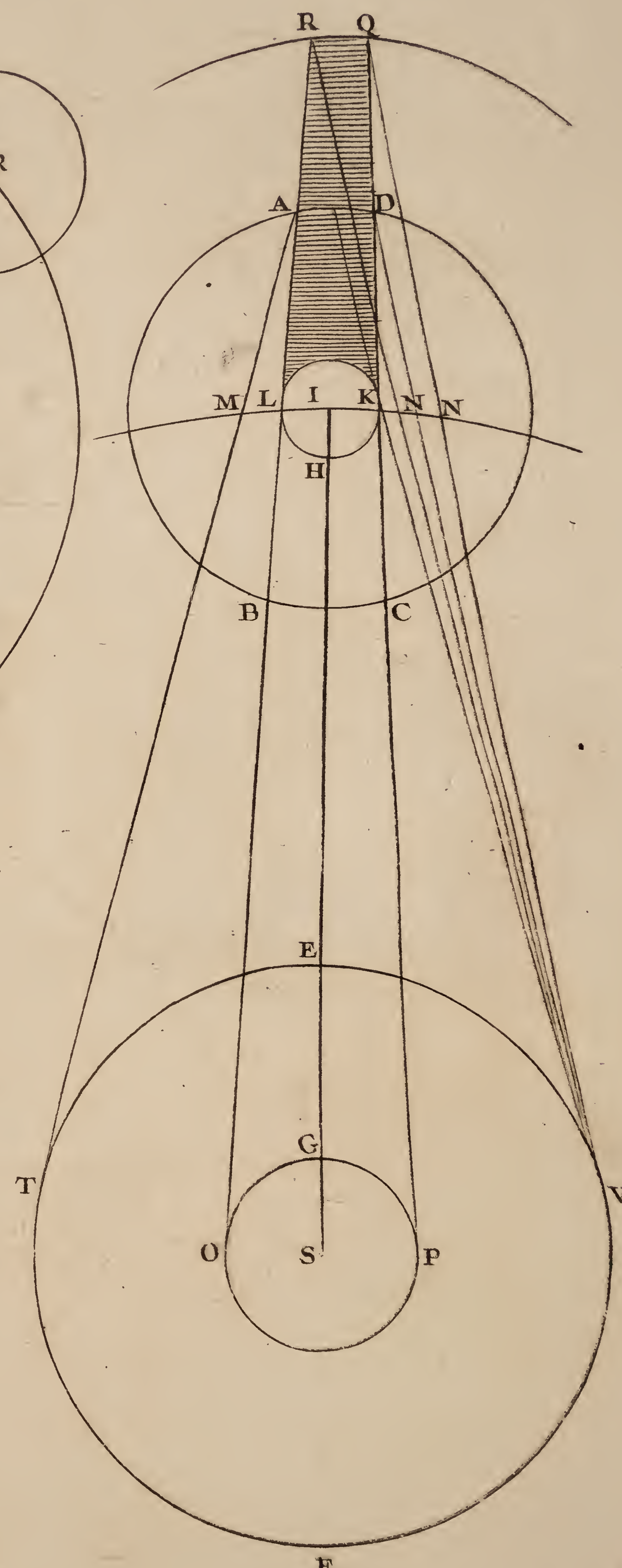
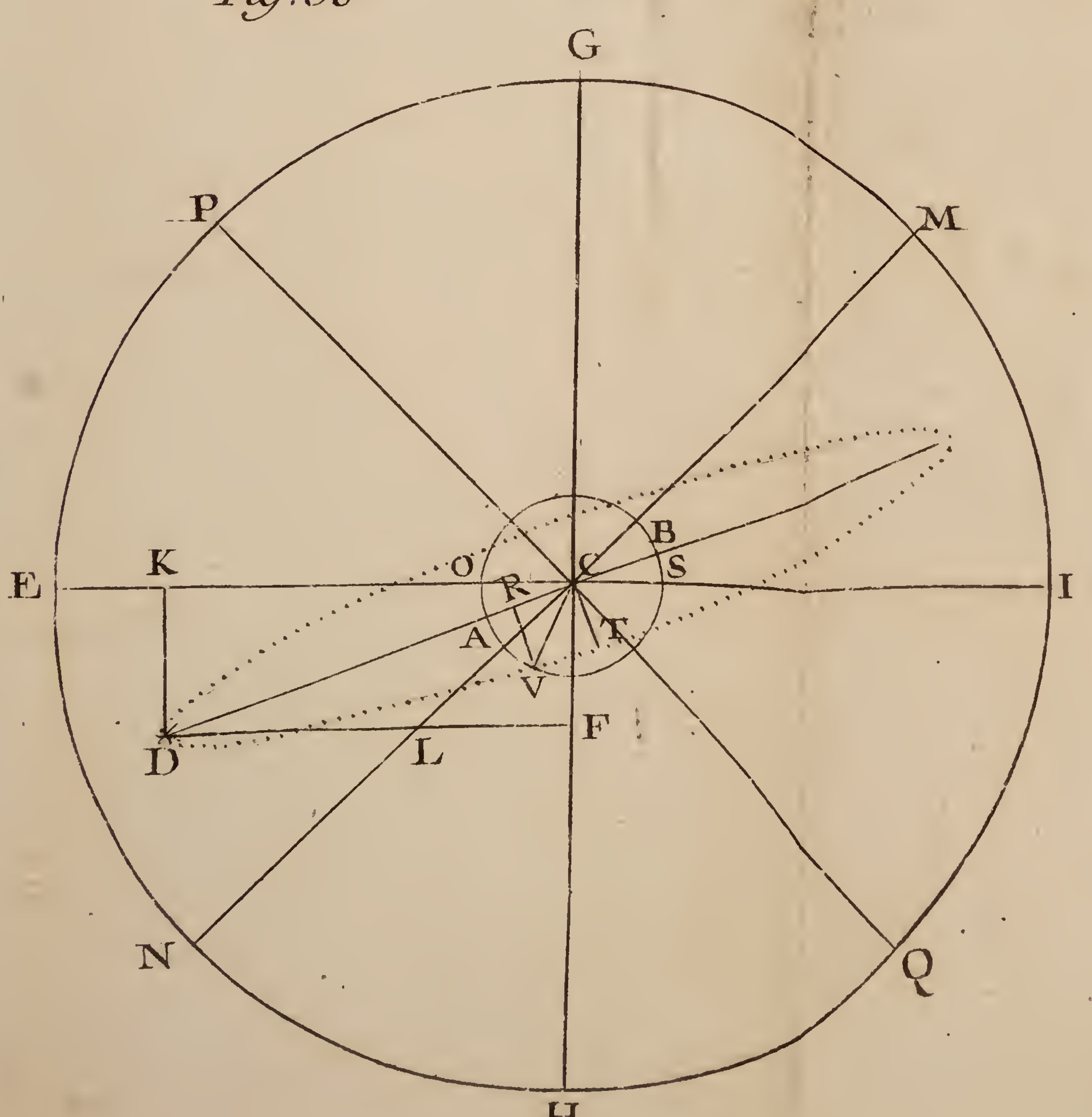


Fig. 88



Simonneau Sculp.