

大學叢書

# 達夫物理學

上 册

達 夫 著  
郭 元 義 譯

商務印書館發行

大學叢書

達夫物理學

上册

達夫著  
郭元義譯

商務印書館發行

# 目 錄

## 力 學 及 物 性

緒言	1
力學	5
運動學	5
位移	7
速度	10
加速度	16
動力學	23
力及質量	23
合力——平衡	34
功及能	40
轉動	50
質量中心	54
力矩與轉動慣性	61
作用於物體之合力	68
力之平衡	73
週期運動	78

摩擦	89
簡單機械	93
萬有引力	99
單位	103
物性	105
物質之成分	105
固體之性質	109
流體之性質	120
液體	131
液體之分子性質	136
氣體之性質	146
參攷書	160
習題	161

## 波 動

波之形式	171
簡諧運動之合成	175
波之屬於簡諧運動者	180
波之重疊及干涉	182
波之速度	185
波之反射，駐立波	187
波之折射	191

## 目 錄

微波 .....	191
參攷書及習題 .....	195

## 熱 學

緒言 .....	199
計溫法 .....	201
膨脹 .....	212
量熱學 .....	220
物態之變化 .....	239
熱之傳播 .....	262
熱之傳導 .....	263
輻射 .....	268
能量不滅 .....	276
熱力學 .....	280
參攷書 .....	301
習題 .....	303

## 電 磁 學

緒言 .....	307
磁學 .....	308
磁鐵及磁場 .....	308
磁場之計量 .....	318

地磁場 .....	325
靜電學 .....	330
起電 .....	331
電力場 .....	340
電位 .....	345
靜電感應機 .....	353
電容 .....	354
天電 .....	365
金屬電路中之電流 .....	366
電荷及電流 .....	366
電流之磁場 .....	370
電磁鐵及磁感應 .....	379
動電學 .....	390
利用磁效應測電流 .....	394
電動勢及電阻 .....	399
電流之熱效應 .....	413
熱電學 .....	415
電解質之傳導 .....	419
電解 .....	419
原電池及蓄電池 .....	426
氣體之傳電 .....	433
氣體之游離 .....	433

---

放電管之現象	437
陰極射線	440
陽極射線	447
X射線	450
熱體發電	451
光電效應	454
放射性	460
電磁感應	462
應電流	162
自成應	470
發電機	478
電動機	483
電振動及電波	490
電單位之因次	503
參攷書	504
習題	505

## 聲 學

聲音之性質及聲音之傳播	513
樂音	522
樂音之源	531
聲速，實驗方法	540

應用聲學 .....	541
參考書及習題 .....	547

## 光 學

光之一般性質 .....	549
光速 .....	558
光之性質 .....	563
反射 .....	569
折射及色散 .....	579
透鏡 .....	588
附帶的折射現象 .....	598
干涉 .....	603
繞射 .....	608
光學儀器及測量 .....	617
輻射能之發射 .....	631
輻射能之吸收 .....	642
吸收所生之效應 .....	646
雙折射與極化 .....	652
色散與選擇反射 .....	670
參考書及習題 .....	675
附 對數表 .....	683



# 達夫物理學

## 力學及物性

### 緒 言

1. 物理學的科學觀——由官感之證明，知宇宙間有萬物存在。應用官感，又知萬物有種種共同性質，如慣性 (inertia)，重量 (weight)，及彈性 (elasticity) 是也。此等性質，歸諸物質 (matter)，物質者萬物之所由組成也。物質本身，並無生氣；至物體間之相互作用，及其在吾人官感上所生之印象，緣其中有某物存焉，厥非物質，名之曰能 (energy)。能之定義，俟諸將來；據吾人所知，其所指者，如太陽，燃料，及舉高之水之所供給者，與夫自然界，工業界各種日常動作所需要者皆是也。

物理學爲物性及能之科學。物理學之廣義解釋，與化學無顯然區別，而實際上，亦不能於二者之間劃一定鴻溝，惟普通言之，可謂化學偏於研究物質之化合及分解耳。至各種工程學亦涉及物性，但僅就其應用而言。

科學者，非僅某論題上一大堆零碎知識 (information) 也。上古之



人類對於作用 (action)及演變 (process)之自然結果，必已有許多價值之知識；但直至人類知整理與排列此等知識，及知搜求不同事

實間之關係時，始有物理學。自然現象間之關係發明愈多，自然界現象之解釋愈成科學化。近世以來，物理學在此方向較任何其他科學皆有長足進步，而欲于物理學以近世的詳明記述，則吾人之目的，實不僅述最重要之觀察事實，尤須證明此等事實間之相互關係也。

循序漸進，將見本書所述觀察事實間之關係，有易了解者，亦有不易了解者。例如力學因諸現象間之關係業已確定，故吾人即可自若干關於物體運動之簡單定律起手，以推求最複雜的運動之理。但在其他部分，吾人須時時把握住某一原理，而儘量尋求其邏輯的結果，於是再照樣的去研究其他原理。

於分類及研究一羣事實後，吾人所用以尋得某種基本定律之法，名曰歸納法(induction)。例如牛頓(Newton)於詳細比較落體之運動及月球與行星之運動後，而發明萬有引力定律是也。既求得綜合諸多現象之普遍定律，根據之以推其他已知或未知之事實，如幾何學上由彼一定理推出此一定理是也。此法名曰演繹法(deduction)。普通物理學，不能不多用演繹法而少用歸納法，但於可能範圍內，亦須說明如何用歸納法，以發明重要的基本定律也。

2. 量度——探討任何科學上事實間之關係，第一個成功條件，即須於可能範圍內精密考核此等事實也。物體之大小或輕重之質的陳述，對其抑大或小之結果，殊欠有用。至物體之大小或輕重之量的解釋，則為其大小輕重對某公認標準之比率。此標準名曰單位(unit)，所測物對於單位之數字比率，名曰該所測物之數量(numerical measure)。

量度(measurement)有直接者，即將所測物直接與標準單位比較

也，例如，求桿之長，以碼 (yard) 或米 (meter) 量之是也。但間接量度居多，例如測火車速度，須測其所經之距離及其所需之時間，而後作一計算，求得火車速度為若干單位速度。

3. 觀察及實驗——科學有僅以觀察 (observation) 為求知之不二法門者，觀察者，注意環境與事實也。例如天文學家，不能改造天體之運行，必須滿意夫觀察。觀察在物理學上亦佔重要位置，惟利用較有價值之觀察，以改造環境與事實之實驗 (experiment)，尤為重要耳。例如，欲知地球如何吸引物體，並此吸引力是否因地而異，如必斤斤於觀察物體自種種高度自由墜落，則殊不能得若何成績；但若以繩懸物，令其振動如擺，則可得非常精密之觀察及極有價值之知識，此殆僅恃觀察物體自由墜落所永不能得者也。物理學要為實驗科學者，職是之故，而物理學家必須信賴精密設計之實驗以求知識，再運用理想，運用尤其集中的正確的理想所謂數學者，從實驗結果中，提精攝華，表而出之，此之謂也。

4. 假說——某事物或某現象當其與其他事物或他現象之邏輯的關係不曾尋出時，仍為不明白或無解釋。但當證明其可與其他習見現象有連帶關係，且明白此關係之理時，斯無疑義矣。譬諸水銀在真空管中之上昇，設非發見沿山之不同高度，而上昇不一，及證明與空氣在水銀面上所施之壓力有關係，則仍為不明白或無解釋。此種解釋，寓有求所解釋物與其他物之因果關係，至其他物之本身，可仍為無解釋。例如，空氣施壓力，直至近世，方有解釋。

一個建議的解釋，同時其正確與否尚屬疑問，名曰假說 (hypothesis)。空氣之壓力假說，謂空氣由飛動的質點 (flying particles) 構成。而

壁受其衝撞而生壓力，此建議的假說，即所謂氣體分子運動說 (kinetic hypothesis of gases)。假說之創立，在科學上非常重要，因其能鼓勵研究，試探真理；借令此特殊假說，遭遇失敗，然拋磚引玉，往往因研究某一假說而發見新的事實。實不啻為正確解釋，開一先河，論(theory)之一詞，間有與假說同意而用者，惟限於已詳細攷核之解釋，或已證明之假說，較為適宜耳。以後述氣體動力論時，即用此詞 (§227)。

5. 因果——一件事實以乎不可免的為他一事實所跟從時，尋常慣將前者謂為後者之因(cause)，後者謂為前者之果(effect)。例如，火藥在槍內之爆發，為子彈射出之因，子彈之射出，為火藥爆發之果。論二者之因果關係，不僅云此恒隨彼，且假定二者之間有某一成不變之關係存焉，即吾人深信自然，於環境相同時，恒以同法而作為也。

6. 物理定律——詳細研究任何現象，往往使吾人能預料在某種環境下將發生某種現象。夫物不受支，必向地墜，遠古觀測，啓此判斷。如此推類及種，即為物理定律 (physical law)。研究愈博，所獲之定律愈形普遍。例如牛頓研究落體，研究月球及行星之運動，而得凡兩物體皆有互相吸引之結論。故研究物理之宗旨，即務獲增廣而且普遍之自然定律也。無論何種定律，除非可以適宜之數學方法表而出之，則未為盡善，故精密之測量尚焉。牛頓以測量及計算得二物相引定律，名之曰萬有引力定律 (law of universal gravitation)。故物理定律者，乃陳述已知某環境，某事實將趨至之謂也。

物理定律之證明，有為直接者，即由觀察與實驗推得之定律也，如幾何學上之自彼定理推得此定理是。所以由已知月球及行星之運動，可

推得引力定律 (§143)。但定律之證明，多為間接者，即凡由此定律所推得之結果，皆與觀察及實驗相符合也。此即力學的基本定律之證明也。 (§36)。

7. 物理學之分類——為方便計，物理學可分為下列諸部：——

- |                      |                                     |
|----------------------|-------------------------------------|
| 1. 力學 (mechanics)。   | 4. 電磁學 (electricity and magnetism)。 |
| 2. 波動 (wave motion)。 | 5. 聲學 (sound)。                      |
| 3. 熱學 (heat)。        | 6. 光學 (light)。                      |

## 力學

8. 力學為物理學之一支，乃研究物體之運動及運動變化之原因。力學分為二部，一曰運動學 (kinematics)，研究各種運動，一曰動理學 (dynamics)，研究運動變化之原因。運動學之所冀以幾何學者，因其含有時間觀念也。動理學恆分為動力學 (kinotics) 及靜力學 (statics) 二部，前者講運動之物體，後者講雖受產生運動之因，而仍然靜止之物體，蓋因此等影響皆互相抵消也。(間有作者用動理學一詞，即此處所謂動力學也。) 以下所述之初等力學，倘將各部完全分別討論，殊多不便；勢須依方便及簡單所允許，逐一順序討論之。

## 運動學

9. 移動及轉動——運動可分為兩種。設動體內連結質點之各直線不變方向，則動體之運動為移動 (translation)。例如，在直軌上開行之火車，及滑下平勻斜坡之繩，其運動皆為移動。在此種場合，物體內所有

之點皆恰以同法運動。故若說明物體內任何點之運動，即說明其全體運動矣，故欲說明物體之運動，可視其為一單純質點而研究之。

設物體內所有之點皆走圓週，則物體之運動為轉動(rotation)，諸圓心在一直線上，此直線名曰轉動軸線(axis of rotation)。如磨石，飛輪，鞦韆等之運動皆屬之。此等物體內，除與軸平行之直線上外，無論何時，任何二點之運動皆不同；距軸愈遠者，所走之圓愈大，且愈較近軸者為快。

運動形式，極端複雜，但概括言之，可視為移動與轉動所組成。

因有移動而無轉動物體之運動，與一點之運動同，故方便計，先述點之運動。

10. 點之位置——點之位置，以其距其他點，綫或面之距離而定，或距離和方向而定。論點之位置的簡單方法，即說明其與其他點之距離和方向，此其他點名曰原點(origin)。

設專限於某綫內各點時，綫之曲直不論，則各點之位置，可以其與綫上某假定為原點之距離而定。原點之一方為正，他方為負。例如，鐵道上某站之位置，可以其離某指定為原點之他站之距離(或正或負)而定。

設專限於某面上各點時，面之平曲不論，則各點之位置，可以距面上某點之距離和方向而定，或以其距經過原點二正交綫之各個距離而定。例如，地球上某點，說明其距原點東西或南北若干遠即可。

點之不限於任何綫或面上者，其位置可以其距空間某假定為原點之距離或方向而定，或以其距三個正交面之各個距離而定。

在第一場合下，以一數定位置，第二以二數，第三以三數。點之限

於一定綫上者，謂其有一度自由，限於一定面上者，有兩度自由，無任何限制者，有三度自由。

以上所述位置，乃相對位置(relative position)之謂，即點之位置，對於某認為原點之其他點之關係之謂也。絕對位置(absolute position)，或無關於其他點或綫之點之位置，無從說起，且不能予以確定之意義。故位置云云，恆指相對位置而言，除明指或暗示外，則引據點(point of reference)即地球面上某點也。

11. 長度單位——指明位置，必須用長度單位 (unit of length)。物理學上所常用之單位為米(meter 簡寫作 m)，或其倍數，或其分數。米之定義為一鉑銻棒上兩刻痕間溫度  $0^{\circ}\text{C}$  時之距離，此棒現存於巴黎國際度量衡局。設計者定其長度為自地球極至赤道之距離之千萬分之一。米之百分之一，名曰釐米 (centimeter 簡寫作 cm.)，此為常用之長度單位。米之其他小數為分米 (decimeter) 及毫米 (millimeter, 簡寫作 mm.)。測大距離則用千米 (kilometer 簡寫作 km.)。

英語國家所適用之長度單位為碼 (yard)，或其倍數，或其分數。英碼之定義為一青銅棒上兩刻痕間之距離，此器現存於倫敦之財政部。英碼之定義為  $\frac{3600}{3937}$  米。

12. 位移——位置之變更，名曰位移(displacement)。欲表位移，必須說明其大小 (magnitude) 與方向 (direction)。例如，以向北東 10 哩，表船或車之位移是也。注意，表明位移，無須涉及時間。事實上，位移乃一幾何概念，其自身並無時間觀念。

研究位移，可在紙上（或黑板上）畫一位移簡圖。如欲表上述之位

移，須按適當之比例，畫線  $AB$ ，令線之長短表位移之大小，例如，以一釐米表每 5 哩之實在位移是也。此線對於代表其他位移之線，又必須有一定方向。設依此法用直線表位移時，則  $AB$  與  $BA$  乃代表大小相等而方向相反之位移。爲簡單計，如云“位移  $AB$ ”，意即“圖中  $AB$  所代表之位移”，但有時爲清楚起見，亦不惜費詞。



圖 1 —— 用向線代表位移

18. 位移之相加——設有一船，向東駛 10 哩，再向北駛 10 哩，則距其出發點爲北東  $10\sqrt{2}$  哩，或可云前二位移相加，得第三位移。設以  $AB$  代表物體位移之一（圖 2）， $BC$  代表第二位移，則  $AC$  即代表兩位移之和。依畫  $AB$  及  $BC$  所用之比例，測  $AC$  之長，則得  $AC$  所代表之結果位移之大小。此即加位移之三角形法則 (triangle method) 也。

茲設畫  $AD$ ，與  $BC$  等而平行， $DC$  與  $AB$  等而平行，則  $AD$  及  $DC$  所代表之位移之和，即  $AC$  所代表之位移也，其結果正與前述相同。故用位移簡圖加位移時，則可視兩個等而平行之線  $AD$  及  $BC$  代表同一位移，同理， $AB$  及  $DC$  亦可視爲同一位移。故兩個等而平行之線，恆代表同一位移。此與位移爲位置之變更之定義若合符節，蓋因二物在平行線上移動等距離，則位移必同，無論其出發點若何。正如以已知高度之層樓加於大廈，則所生高度之變更相同，願無論其最初之高爲若何也。

根據上述，則得加二位移之另一法。設命  $AB$ ， $AD$  代表二位移，則其和即  $AC$  所代表之位移，此處  $AC$  爲平行四邊形通過  $A$  點之對角



綫。此法名曰加位移之平行四邊形法則 (parallelogram method), 其實與三角形法則相同, 應用上毫無區別。

欲將三位移  $AC, CD, DB$  (圖 3) 相加, 可先求前二者之和, 再與第三相加, 用三角形法則或平行四邊形法則均可。計算位移和, 總有幾分麻煩, 但用圖示, 則非常簡便。只須畫一多邊形,  $AC, CD, DB$  爲此多邊形之連續邊, 和即位移  $AB$ 。如圖中點線所示, 所得結果與所加位移之次順無關。

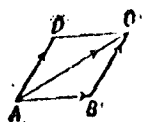


圖 2

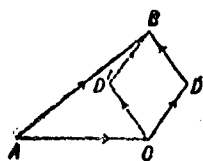


圖 3 —— 圖位之幾何加法

前節中曾言及連續位移, 但位移可同時發生。然相加之法, 二者相同。例如, 設某人在汽船之甲板上橫行 5 呎, 同時船前行 10 呎, 則此人之最後位移, 無異於二事更迭發生也。

位移加法, 顯然與數學的或代數的加法不同。大小每個爲 10 的二位移之和, 除非在同一方向, 則非 20。位移加法爲幾何的, 包含畫三角形, 平行四邊形, 或多邊形。此等專用於量之有大小及方向者之加法, 其例殊多, 不勝枚舉。

設應用三角形法則, 加二位移  $AB$  及  $BA$  (圖 2), 則必須旋轉  $BC$ , 直至  $C$  合於  $A$  而止。如此, 則和爲零 或  $AB + BA = 0$ 。所以就位移而論, 則  $BA = -AB$ 。

14. 位移之分解及減法——因無論有若干個位移, 可以其幾何和之, 故亦可以若干個位移代替一個位移, 此若干個位移相加, 即得原位移。此之謂分解位移爲分位移。由是言之, 則欲於二已知方向分解位移  $AC$  (圖 2) 爲兩個分位移, 依已知方向自  $A$  作綫, 於是以  $AC$  爲

對角綫完成平行四邊形  $ABCD$ ；則  $AB$  及  $AD$  即所求之分位移，因其和必為  $AC$  也。

減法乃加法之反。10 減 4 得 6，6 加 4 仍為 10。理同，從任一位移  $PR$  減去  $PQ$  (圖 4)，必須求出與  $PQ$  相加而得  $PR$  之位移。由加法之三角形法則視之，則為  $QR$  也明甚，或完成平行四邊形  $PQRS$ ，即為等於  $PQ$  之  $PS$  也。

減法亦可以稍異之法完成之。由三角形法則視之， $PR$  加  $QP$  得  $QR$ ，其理至顯。故減一位移，可反轉其方向而加之。此加法可用平行四邊形  $PQ'RS$  完成之，此處  $PQ' = QP$ ，其結果為位移  $PS$ ，正如前述。

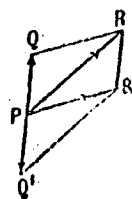


圖 4 — 變位之加法

15. 向量與無向量——位移屬於向量(vector quantity)類，向量子之有大小及方向也。速度(velocity)，力(force)等等皆為有向量子。將若干速度或若干力相加，所應用之方法，即加位移所用之方法也。

量之不涉及方向者，曰無向量(scalar quantity)。如質量，體積等等是也。記此等量，只用數字，方向觀念，與之無涉，至此等量之加減，可依尋常之數學方法或代數方法作之。

### 速 度

16. 速度(velocity)者，位置之移動率或位移率(rate of displacement)。因位移有一定方向及一定大小，故速度亦有一定方向及一定大小，或速度為向量。所以“一小時 20 哩”。非速度之完備敘述，因僅指速度之大小，而未限定其方向也；但“向東一小時 20 哩”即為速度之完備敘述矣。為清楚起見，如“一小時 20 哩”一語，可名為快慢(speed)，快慢僅

指速度之大小而不涉及方向。設所論之運動盡在一直線內，則無須乎分別快慢與速度。

17. 等速度 (constant velocity)——等時段內，點之位移皆等，則稱其速度為等 (constant) 或勻 (uniform)。等位移云云，位移之大小方向皆不變之謂也。故若點之速度不變，則此點必在一直線內運動。等速度之大小，即每單位時間內位移之大小也。設以  $v$  為等速度之大小，以  $s$  為  $t$  時間內之位移，則

$$s = vt.$$

單位速度者，單位時間內經過單位距離之點之速度也，例如，1 秒 1 釐米是，或簡寫為 1 每秒釐米 (cm. per sec.)。

18. 變速度——等時間內點之位移不等，則點有變速度 (variable velocity)。在連續時間內，位移之可以不同者有三：(1)大小不同，如點以變快慢在直線內運動是也；(2)方向不同，如點以等快慢在曲線內運動是也；(3)大小方向全不同，如點以變快慢在曲線內運動是也。第一種屬於直線運動 (rectilinear motion)，將先討論之。

19. 平均速度與瞬時速度——於變速直線運動中，將究定速度之大小乎？曰有二法焉。設以時間之長，除在此時間內所經之總距離，則得在此時間內之平均速度 (average velocity)。例如，若已知火車在直軌上從此站開至彼站所需之時間，以之除總距離，則得兩站間之平均速度。設以  $s$  為總距離， $\bar{v}$  為平均速度， $t$  為總時間，則  $\bar{v} = s/t$ 。故

$$s = \bar{v}t.$$

所謂某時期內平均速度之大小，並未明示在此時期內速度變化之

道。倘必欲進一步知運動之性質，則須分總時間為若干節段，而定各節段內之平均速度。節段愈小，則任何節段內之平均速度，愈與該節段內任何瞬間之實在速度相接近。設於總時期開始後，專注意於時間  $t$  之某一刹那。若進而求含此刹那的短時期  $\Delta t$  內之平均速度，則取  $\Delta t$  之連續縮小值，而求  $\Delta t$  每一縮小值內之平均速度，則此平均速度必迅速漸近於一定極限值。此極限值即  $t$  刹那間之瞬時速度 (instantaneous velocity)。簡言之，設  $\Delta s$  為緊隨時間  $t$  之短時期  $\Delta t$  內之位移，則在時間  $t$  時之瞬時速度，即  $\Delta t$  漸近於零時， $\Delta s/\Delta t$  所漸近之極限值。可簡寫為

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

上之簡式，微分學常用之。

當點之速度不變時，則上述之瞬時速度，與 §17 所述之點之速度同。因在時間  $t$  內各瞬間的  $\Delta s/\Delta t$  之值皆相等也。故若  $s$  為在時間  $t$  內所經之總距離，則  $\Delta s/\Delta t$  之值等於  $s/t$ ，即等於單位時間內所經之距離。

若適所定義之點之瞬時速度為變的，亦可以相當的等速度說明其大小。假定瞬時速度為  $v$  時，點開始以等於  $v$  之速度而運動。此等速度之大小為點於單位時間內所將必經之距離。故亦可謂點之瞬時速度之大小，等於點在單位時間內將必經之距離，不過假定其具有相當之等速度耳。

20. 時間單位——測量速度，必須用時間單位 (unit of time)。物

理學上所常用之時間單位爲平均太陽秒 (mean solar second)，其定義爲  $\frac{1}{86400}$  平均太陽日 (mean solar day)，即太陽在一年內連續重經一地點子午線之時間之平均數，亦即通常已較準的鐘或錶之一秒。

21. 曲綫運動 在連續等時間內點之位移不同方向時，則點運動於曲路內。例如，斜拋之球或在曲軌上開行之火車，皆爲曲綫運動 (curvilinear motion)。設在某時間  $t$  時，點之位置爲  $P$ ，少過，譬如時間爲  $(t + \Delta t)$ ，其位置爲  $Q$ ，則在此時間內之位移爲  $PQ$  (圖 5) 設以  $\Delta s$  代弦  $PQ$  之長，而審核  $\Delta s / \Delta t$  之極限值，則得在時間  $t$  時點之瞬時速度，此時也，點在  $P$ 。若令  $PQ$  減小，則弦  $PQ$  終無限的漸近於  $P$  之切綫；故瞬時速度之方向必在  $P$  之切綫內。然若以  $\Delta s$  代弧  $PQ$  之長，而想像其因  $Q$  漸近於  $P$  而連續縮小，則得瞬時速度之同值，此即  $P$  點之位移率之正當意義；蓋因弦與弧在此極限內之比爲 1 也。

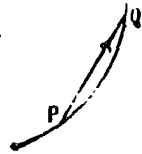


圖 5

22. 點之快慢圖——曲綫之畫以代表動點快慢者。名曰快慢曲綫 (speed curve)。設欲研究時間  $t$  內之運動，則作直綫  $OA$  (圖 6) 代表時間  $t$ ，分  $OA$  爲無數極小等份。於  $O$  點引垂綫  $OB$  代表時間  $t$  開始時之快慢。同樣引垂綫代表其他時段開始時快慢之瞬時值，經過諸垂綫頂作一平滑曲綫  $BC$ 。

茲就諸短時段中任一段  $ab$  而論。假定總經此短時段之快慢，與此短時段開始時之快慢相同，譬如爲  $v$ ，則在此時間內所經過之距離爲  $v \times ab$ ，或  $ab$  以上無蔭之矩形。假定總經此短時段之快慢，與此短時

段末尾時之快慢相同，譬為  $v'$  則距離必為  $v' \times ab$ ，或無蔭之矩形面積，加上方有蔭之小矩形面積之和。但此時間內之實在距離，必介於二者之間。設順次應用此同理於所有之短時段。則總距離必介於  $BC$  及  $OA$  間無蔭面積所代表之面積與無蔭及有蔭面積所代表之面積之間。設二倍分  $OA$  成段之數，則有蔭之小矩形亦必多二倍，但每一面積只為前者四分之一。故若小時段之數無限增加，則有蔭面積將無限減小，直至為零，故曲線  $BC$  與直線  $OA$  所夾之面積必代表時間  $t$  內之實在距離。

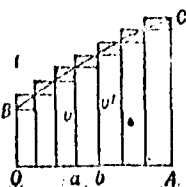


圖 6

因每一縱坐標所代表者僅速度之大小，故面積代表沿動綫所測之距離，動綫或曲或直均可。

23. 同時速度之和——人坐火車中，人即有火車速度，但當其起立走動時，即有另外速度矣，此另外速度可與原速度為同方向，亦可與原速度為異方向。同理，船順流而下浮，船即有水流速度，但設用推進器，則有加於原速度之另外速度矣。當物體有兩個或兩個以上之速度時，則必經過某一定路綫；其在此路綫內之速度，名曰同時速度 (simultaneous velocity) 之和。

由同時速度之和之定義，是證和速度之大小，可用加向量之三角形法則，平行四邊形法則，或多邊形法則，自各個速度推得之。設  $AB$  及  $AC$  代表兩個等速度 (圖 7)，則二者亦必代表此二速度在單位時間內所生之位移，故對角綫  $AD$  代表單位時間內之合位移，即合速度 (resultant velocity) 也。

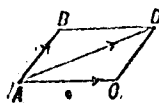


圖 7

設分速度不等(not constant), 則可應用向量法則 (vector method), 將其瞬時速度相加。除假定速度永久不變, 及  $AB, AC, AD$  代表單位時間內之位移外, 其證明概與前同。

24. 合速度之公式——命  $v_1$  及  $v_2$  為動點的兩個分速度之大小, 再設以  $OA$  及  $OB$  代之 (圖 8)。再命  $v$  為合速度之大小, 以  $OC$  代之,  $OC$  為以  $OA$  及  $OB$  為邊所作平行四邊形之對角綫。由三角公式; 得

$$OC^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos OAC.$$

設以  $\theta$  代表二分速度所夾之角  $AOB$ 。因角  $OAC$  等於  $(180^\circ - \theta)$ ,

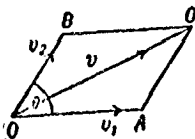


圖 8

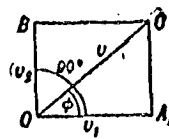


圖 9

故  $\cos OAC = -\cos \theta$ 。因  $OA, OB$ , 及  $OC$  與  $v_1, v_2$ , 及  $v$  成比例, 得

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \theta.$$

若  $v_1, v_2$ , 及  $\theta$  為已知, 則可由此式算得  $v$  之大小, 至其方向與  $OA$  所成之角  $AOC$ , 不難由三角公式求得。當分速度在同一方向時, 則  $v = (v_1 + v_2)$ 。在反對方向時, 則  $v = (v_1 - v_2)$  或  $(v_2 - v_1)$ , 須視分速度孰大而定。此結果可由  $v$  之公式求得, 但即令無此公式, 其理亦甚明也。

倘  $\theta = 90^\circ$ , 亦即二分速度成直角時, 則  $\cos \theta = 0$ , 由 (圖 9) 得

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2$$

設以  $\phi$  代合速度與分速度  $v_1$  所夾之角  $AOC$ ，則

$$\tan \phi = \frac{AC}{OA} = \frac{v_2}{v_1}$$

25. 分解速度爲分速度——因二速度合併，相當於一單速度 而名之曰合速度，故可反轉此法，而假定任何速度可以任何二速度代替之，此二速度相加，相當於原速度。此之謂分解速度爲分速度 (resolving a velocity into components)。欲分解一速度，須作一平行四邊形，其對角線代表被分解之速度。然以一已知線爲對角線。可作無數平行四邊形，但若邊之方向限定，則僅可作一個。故於二已知方向內，分解一已知速度爲分速度 (component velocity)，乃一確定問題也。

分速度之方向成直角時，爲上述之最要場合。如此，設速度爲  $v$  在  $OC$  方向內 (圖 10)，再設以  $OC$  代  $v$ ， $Oa$  及  $Ob$  爲分速度之方向，自  $C$  點引垂綫  $CA$  及  $CB$  各至  $Oa$  及  $Ob$ ，則  $OA$  及  $OB$  即爲在指定方向內所求之分速度。假定方向  $Oa$  與  $v$  之方向所成之角爲  $\theta$ ，再假定以  $v_1$  及  $v_2$  代表方向  $Oa$  及  $Ob$  內之分速度 則得

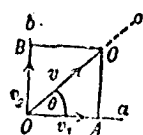


圖 10

$$v_1 = v \cos \theta, \quad v_2 = v \sin \theta.$$

$\theta$  角可以爲正，亦可以爲負，須注意之。吾人可視  $\theta$  爲一直線自  $Oa$  起繞  $O$  點旋轉至  $OC$  所成之角。若旋轉爲反時鐘的，習慣上視此角爲正，同理應用於  $Oa$  及  $Ob$  所成之直角。

### 加 速 度

26. 加速度 (acceleration) 者速度之變率也。速度之變有一定之



方向，亦有一定之大小。故加速度爲一方向大小俱備之量，即加速度爲向量也。

加速度可以爲等亦可以爲變。設點之速度於等時間內以等量變化時，則點之加速度爲等。所謂速度之等變者，必須預知速度之變，大小相等而方向相同。倘等時間內速度之變不等，則加速度不等。

點之速度爲變之一語，可指速度大小之變，方向之變，或二者俱變而言。故吾人研究加速度，有三種場合焉：(1) 方向不變，大小變；(2) 大小不變，方向變；(3) 大小方向俱變。

動點之速度方向不變時，假加速度等而且在動線方向內時，乃最簡單之場合。此可以物體自高處擲下而鉛直墜落爲例而解釋之。

等加速度 (constant acceleration) 之大小，即每單位時間內所增速度之大小，加速度之方向，即所增速度之方向。加速度之單位即單位時間內增加單位速度之點的加速度。倘以釐米爲長度單位，以秒爲時間單位，則加速度之單位即每秒內速度增加一每秒釐米 (cm/sec)，簡言之，即 1 每秒每秒釐米 (cm/sec<sup>2</sup>)。

27. 等加速直線運動——研究點沿直線之運動，可取直線上一方向爲正，反對方向爲負。命  $v_0$  爲時間  $t$  開始時點之速度， $v$  爲時間  $t$  末尾時點之速度。則速度之增加爲  $(v - v_0)$ ，每單位時間內之增加爲  $(v - v_0) / t$ 。此即加速度也，以  $a$  代之，則得

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

此公式不過簡單說明最終速度 (時間  $t$  之末)，等於最初速度 (時間  $t$  之始) 加以速度之增加，速度之增加等於時間乘加速度。

欲求點在時間  $t$  內走若干遠，吾人可就目前場合，研究快慢曲線 (§22) 之形式。因在等短時段內快慢之變化相等，故圖 6 內各縱坐標與鄰坐標之差相等，故快慢曲線為一直線，如圖 11 所示。引  $BD$  線平行於  $OA$ ，則全面積  $OBCA$  由二部構成，即矩形  $OBDA$  之面積，及三角形  $BDC$  之面積也。 $OB$  代表初速  $v_0$  之大小，假定此圖如是作成，即  $v_0$  有若干速度單位， $OB$  即有若干長度單位，代表終速  $v$  之  $AC$  亦然。同理，三角形之高  $DC$ ，代表速度之增加，即  $at$  之大小。 $OA$  代表時間  $t$ ，假定  $t$  有若干時間單位， $OA$  即有若干長度單位。故全面積為  $(v_0t + \frac{1}{2}t \cdot at)$  設  $s$  為時間  $t$  內所經之總距離，則

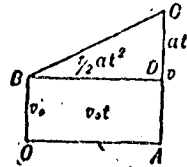


圖 11

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (2)$$

此最要之方程式由兩部構成。假定經過時間  $t$  而速度依然不變而等於初速  $v_0$ ，則  $v_0 t$  部分，即在時間  $t$  內點所必經之距離也。假定點以加速度  $a$  由靜止而出發，則  $\frac{1}{2} a t^2$  部分，即因有加速度而增加之距離也，亦即點將必經之距離也。

由 (1) 及 (2) 消去  $t$ ，可得一以初速，加速度，及距離表終速之公式，即

$$\begin{aligned} v^2 &= v_0^2 + 2v_0 a t + a^2 t^2 \\ &= v_0^2 + 2a(v_0 t + \frac{1}{2} a t^2) \\ &= v_0^2 + 2as \end{aligned} \quad (3)$$

(1), (2), (3) 三式，非常重要。

計算面積  $OBCA$ ，尚有一公式為  $\frac{1}{2}(AO+OB) \cdot OA$ 。故距離亦可以

$$s = \frac{v + v_0}{2} t \quad (4)$$

表之。由此觀之，平均速度等於初速與終速之和之半，平均速度者，時間除全距離之商也 (§19)。

用積分法求此方程式甚易；設在短時間  $dt$  內之速度為  $v$ ，則距離為  $vdt$ ，故全距離

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

28. 伽利略氏實驗——伽利略 (Galileo) 氏研究落體運動，發明前節之(1)，(2)兩式，此發明實為動力學之濫觴。彼時以前，對於物體墜落速度增加之理，鮮有所知。伽利略氏料及(1)式所示之定律，實言之，即速度之增加與時間為正比，大旨不差；第以儀器不完，無術試驗，於是推得(2)式而試之，其所用之方法，實即 §27 之圖示法也。為避免巨大速度之不便實驗也，例如鉛直墜落之物體是，氏作球滾下斜面之實驗，不過假定此兩種運動必遵守同一定律耳。實驗結果，證明其公式無誤。

29. 自由墜落加速度——依伽利略氏之發明，假定事實上苟無空氣摩擦影響，則無論何處，凡自由墜落之物體，必具同一之加速度。堅實固體，如金屬塊是，若以不甚大之距離墜落，則空氣摩擦影響，渺乎其小，極可略而不計。自由墜落加速度，或重力加速率，通常以  $g$  代之。在米制中， $g$  約為 980 每秒每秒釐米，然於地球面上不同之處，其值亦稍異，若以呎及秒計，則約為 32.2 每秒每秒呎。故由 §27，設以速度  $v$ ，將物體垂直下拋，則在時間  $t$  後，其速度及距離可由下之三式求得：

$$v = v_0 + gt$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gs$$

若向上投射，則可取向上為正，而  $g$  乃向下，故必為負。如此則

$$v = v_0 - g t \quad (1)$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gs \quad (3)$$

在最高點， $v=0$ ；故由 (1) 式得  $t = \frac{v_0}{g}$ 。代入 (2) 式得上昇之高度  $s = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$ 。由 (3) 式令  $v=0$ ，亦可得上昇之高。由 (2) 式令  $s=0$ ，則得返回至地之時間  $t = 2v_0/g$ ，足證昇降之總時間，等於上昇時間之二倍，或上昇時間等於下降時間。由 (3) 式得返回至起點，即  $s$  重為零時之速度，等於投射速度，惟方向相反。以上所述，僅適用於不甚大之速度，須牢記之。巨大速度，如槍彈之速度，則空氣抵抗，影響實大。

$g$  之值與觀測處所有關，亦與高出海平面之高度有關。據最精確之實驗結果，證實在緯度  $\lambda$ ，高出海平面  $h$  米處

$$g = 977.989(1 + .0032 \sin^2 \lambda - .0000002 h) \text{ 釐米/秒}^2$$

30. 拋體運動——物體斜拋空中，可想像其運動由水平部分及鉛直部分構成。鉛直部分受制於向下之等加速度  $g$ ；同時，因無水平加速度（假定空氣摩擦力可以忽略），故水平部分為等速運動。假定拋射速度之大小為  $v$ ，拋射方向與水平成角  $\theta$ ，則此速度可分為一在水平方向之分速度  $v \cos \theta$ ，及一在鉛直向上方向之分速度  $v \sin \theta$ 。設  $x$  為在時間  $t$  內所經之水平距離，則



圖 12 拋體之路徑

$$x = vt \cos \theta \quad (1)$$

又設  $y$  爲在時間  $t$  時所達之鉛直距離，則

$$y = vt \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

故鉛直運動，等於以速度  $v \sin \theta$  鉛直上拋物體之運動。故由 §20，知在時間  $(v \sin \theta)/g$  時，物體將恰失其垂直速度而專在水平方向運動；此刻之高度爲  $(v^2 \sin^2 \theta)/2g$ ，在時間  $(2v \sin \theta)/g$  時，物體將返至其原始水平線，而距其出發點之水平距離爲  $v \cos \theta (2v \sin \theta)/g$  或  $(v^2 \sin 2\theta)/g$ 。因當  $2\theta$  爲  $90^\circ$ ，亦即  $\theta$  爲  $45^\circ$  時， $\sin 2\theta$  之值爲最大而等於 1，故對於已知之拋射速度  $v$ ，使拋射角爲  $45^\circ$ ，則最大射程爲  $v^2/g$ 。

倘欲求  $x$  及  $y$  在運動時之關係，則可由(1)得  $t$  之值，代入(2)。則所得者爲一拋物線方程式，其軌通過拋射點。故拋射體之路線爲一拋物線。

以上諸結果，皆特空氣摩擦略而不計，故僅對於不其大之速度爲近似正確。

**31. 變加速度**——若點之加速度爲變的，則斷不能以任何時間內速度之增加度之。然可以任何時間除此時間內速度之增加，而名謂此時間內之平均加速度(average acceleration)，平均加速度之方向即所加速度之方向。加速度之瞬時值之定義與瞬時速度同，實言之，即時間愈無限縮小，平均加速度愈漸近於此值，或

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

變加速度 (variable acceleration) 可視爲大小之變，方向之變，或二者俱變。以下先述不變大小僅變方向之加速度。

**32. 以等速作圓週運動之點之加速度**——假定  $P$  爲動點在時間  $t$  時之位置， $P'$  爲在  $(t + \Delta t)$  時之位置。在  $P$  時，點在切線  $PT$  方向運

動，在  $P'$  時，在切線  $P'T'$  方向運動（圖 13'）。

自任一點  $O$  引等長之二線  $OQ$  及  $OQ'$ ，代表在  $P$  及  $P'$  時之速度  $v$  及  $v'$ ，則  $QQ'$  代表在時間  $\Delta t$  內速度之增加  $\Delta v$ 。三角形  $OQQ'$  與  $CP'P$  相似。弧  $PP'$  等於  $v\Delta t$ 。假定  $\Delta t$  漸小，則弦  $PP'$  漸近於弧  $PP'$ 。故約略言之，

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v\Delta t}{r}$$

∵  $\Delta t$  漸近於零，則此關係式愈近正確。故由 §31，得點之加速度為

$$a = \frac{v^2}{r}$$

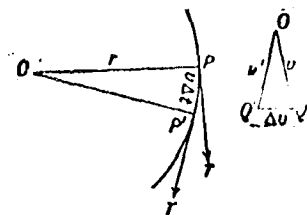


圖 13

因  $QQ'$  垂直於  $PP'$ ，且其方向以漸近於  $PC$  為極限。故加速度為向心的。故為不變大小而變方向之加速度。

33. 加速度之相加——一個動點，可同時有兩個或兩個以上的加速度。例如，船以加速度前進，一人立於甲板上，則此人即有船之加速度。倘此人橫過甲板，則又有第二個加速度矣。所以若動體以一定的加速度走某路線時，則此一定的加速度名之曰分加速度之合。(resultant)。

兩個加速度之合，可以向量法加之，即三角形法，平行四邊形法，或多邊形法也，其邊代表各分加速度。假定  $AB$ ， $AC$  代表某點所具之同時等加速度，則亦代表單位時間內所增之速度。故對角線  $AD$  必代表單位時間所增之

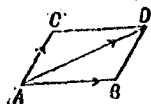


圖 14

合速度，即合加速度也。倘加速度爲變的，此法仍可應用；所不同者，不過  $AB, AC, AD$  代表單位時間內勢所必增之速度耳，假定加速度從此不再變。

34. 分解加速度爲分加速度——因兩個或兩個以上之加速度，可以其合代替之，故可以尋常方法，將一加速度分解爲兩個或兩個以上之加速度。一加速度分解爲兩個成直角之分加速度，爲特別重要之場合。至求分加速度之公式，與分解速度爲二成直角之分速度者相同(§25)。例如，火車以變快慢在曲上開行，其加速度可分解爲一沿切線之分加速度，及一沿曲率半徑之分加速度，等於  $v^2/r$ ，此處  $r$  即曲率半徑。

## 動力學

### 力及質量

35. 種種運動情形，已述於前，至於起引物體運動之影響，並未論及，恰如研究幾何學上之線及圓，而不涉及特殊物體也。今須討論運動變化所依附的物體間此等關係焉。

考對於物體及其運動間之關係得清楚觀念者，牛頓氏實爲第一人。氏研究此問題，根據三基本原理，而稱之曰定理，或運動定律 (laws of motion)。此諸定理，非常簡單，一覽其義，即可認爲極近正確。

36. 牛頓氏第一運動定律——凡物體苟不爲外力所迫，則永保其靜止，或沿一直線上作等速運動，其態不變。

此定律直至伽利略氏時代，尙爲已假定爲正確之定律所完全否認（伽利略氏死於 1642 年，是年牛頓氏生）；蓋直至斯時，尙假定不受

外力影響之物體，勢必靜止也。夫絕不受外力影響之物體，殆未曾有。多數星體（不是行星），相距殊遠，據天文家測量，其運動似互數百年而不稍變（雙星之旋繞除外）。然概括言之，仍不免受其他星體之影響焉。地球上之物體，實受制於衆多擾亂影響，惟此等影響，可大事減削，且每經一次減削，速度（相對的）即愈近於恆。對於永久運動最普通之障礙即為摩擦(friction)。崎嶇路上，擊石使走，則因有摩擦，瞬即停止；倘在光滑地板之上，則繼續前進，歷時較久；倘在光滑冰上，擊一磨光之石，則將繼續前進，經遠距離而不息。由此觀之，則似倘無外界影響，物體必以等速運動；但第一運動定律之證明，不止於此。而由此所得之無量數推理，與夫由經驗證明之其他運動定律，皆可為此定律之證明。

此定律寓有力(force)之定義。力也者，加速度之原因也。如摩擦，如伸張彈簧之牽引，如地球在物體上之吸引等等皆力也。當物體繞圓周轉動時，則有向心加速度，故必受某力之作用。夫施力於物體者，自必為另一物體。抵抗車輪運動之摩擦力由於地面，彈簧之牽引由於彈簧，皆其例也。故力也者，吾人藉以名此物對彼物之影響也，藉此影響，第一物改變第二物之運動。

物體恆欲保持其運動之態或靜止之態之性質，名曰慣性(inertia)。倘定義之為可測數量，則與質量之義意同。

37. 物體之質量 施已知力於物體，則加速度之大小視物體之某種性質而定，日常經驗，證明斯理。設將水平彈簧延伸一定長度，譬為一呎，則對於附着之物體，將施以一定之力。設縛於一立方呎無摩擦之鉛塊，則將生一某量加速度；但倘以一立方呎之木塊代此鉛塊，則加速度



將不同矣。圖 15，一球爲砲彈，一球爲滾熟之木球。放手時，由二者之加速度，則孰爲砲彈，孰爲木球，不難辨認。此異也，非由於物體重量不同，因重量爲鉛直作用之力，而不影響物體之水平運動。此異也，乃由於所謂物體之質量也。如謂此異爲抵抗發動或反對停止之一種慣性，自無不可，但慣性僅量的觀念質量者，一通俗的質的名詞耳。

欲賦予質量一語以確定義意，則何爲二物質量之比，必須下一定義。二物體質量之比，卽一已知力順次加於二物體時，所授予二物體之加速度的反比也，卽力爲同一之力時，則

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

茲試舉例以明之，假物體  $A$  爲某力所作用，其所得之加速度，爲物體  $B$  受此同力作用時所得加速度之二倍，則  $A$  之質量必爲  $B$  之質量之半，如此類推。故若採某物體爲單位質量之物體，則任何其他物體之質量，難規定。



圖 15

物理學上所最習用之質量單位爲克 (gram)，克之定義爲一白金塊的質量之千分之一，現存於巴黎附近之色維耳 (Sèvres) 城，爲著名之標準秤克 (kilogram)。通用之克的小數及倍數如下表：

毫克 (milligram) (mg.) = .001 克

釐克 (centigram) (cg.) = .01 克

分克 (decigram) (dg.) = .1 克

仟克 (kilogram) (kg.) = 1000 克

十進噸 (metric ton)  $\left\{ \begin{array}{l} = 1,000,000 \text{ 克} \\ = 1,000 \text{ 仟克} \end{array} \right.$

英語國家以磅 (pound) 爲質量單位，商業上常用之。磅之定義爲一白金塊之質量，現存於倫敦 (London) 之財政部，1 仟克約等於 2.20 磅。一磅約等於 454 克。

速度不甚大時，物體之質量與其速度無關，但對於非常大的速度，則物體之質量視其速度而定，此理將於 §518 討論之。

38. 力之比率——施不同之力於物體，則物體所得之加速度亦不同。今假定以繩懸物體於天花板，以另一繩水平縛之，輕拉則緩動，重拉則疾動。或假定將一水平螺旋彈簧伸至一定長度，而加於平台上無摩擦之物體，則必產生一定之加速度。設以不同之伸長重複試之，則結果必得不同之加速度。此等例證，可使下述二力之比率定義更爲明白，而由之或以計算 (§42)，或以實驗 (§52)，可推得一較精密之方法，以求此比率。

二力之比率，卽其能賦予某已知物體之加速度之比也。卽當質量在同一質量時；

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

爲明確計，假定所引據之物體爲一單位質量物體。今設以任何力爲單位力，則任何其他力之大小成爲確定。物理學上，爲簡單計，常以作用於單位質量而生單位加速度之力爲單位力。予單位質量以二單位加速度之力爲二單位力，如此類推。

39. 動量——動體之某種性質，與質量及速度有連帶關係。例如，開動列車所需時間之久暫，與列車之質量及必需賦予列車之速度皆有關係，停止列車，其理亦然。故宜予質量與速度之連帶性質以定義焉。動量(momentum)之定義為質量與速度之乘積。因速度有方向及大小，而質量只有大小，故物體之動量為向量，動量之方向即速度之方向。(吾人今所謂動量，牛頓氏曾稱之曰運動之量(quantity of motion)，以別與動率(rate of motion)或速度。)

當物體之速度改變時，其動量亦改變。因物體之質量為常數，故其動量之任何改變，必因其速度改變，且動量之改變必等於質量與速度之積。故當物體之動量改變時，則動量之變率(rate of change of momentum)等於質量與速度之變率(rate of change of velocity)之積，即質量  $m$  與其加速度  $a$  之積  $ma$  也。

40. 牛頓氏第二運動定律——物體之動量之變率，與作用力為正比，且在力之方向內。

假定力  $F$  作用於質量  $m$  之物體，則  $F$  與  $ma$  成比例 (§39)，無論用何單位表  $F$ ， $m$ ，及  $a$  之大小皆可。今試選一適當之單位制，則可將此比例式改為方程式，而寫作

$$\dot{P} = ma \quad (1)$$

所謂適當單位制究屬何意，可想像一相似情形解釋之。設將一長度  $l$ ，寬度  $m$ ，高度  $n$  之槽，充之以水，則水之體積  $V$  與  $lmn$  為正比，無論所用之單位為何。設  $V$  以加侖(gallon)計， $l$ ， $m$ ，及  $n$  以呎計，則  $V$  與  $lmn$  成比例而非與之相等。至相等之條件，即當  $l$ ， $m$ ，及  $n$  各等於1時。

$V$  亦必須爲 1。設  $V$  以立方呎計，而  $l$ ,  $m$ , 及  $n$  以呎計，則條件滿足矣。同理，若(1)式內  $m$  爲 1,  $a$  亦爲 1, 則  $F$  必爲 1。由此觀之，則可計創許多種單位以適合此條件，固甚夥明也。此諸種內僅有二種爲英語國家所通用，容於 §41, 及 §42 中述之。

無論用何單位，若將(1)式應用於質量  $m$  之自由墜落物體，則作用於物體者自僅爲其重量  $w$ 。假定其加速度爲  $g$ ，則

$$w = mg \quad (2)$$

今據伽利略氏所發見，牛頓氏及伯色 (Bessel) 氏所證明，在任何特別所在，當作用於物體之力僅爲其重量時，則凡物體皆以同一加速度墜落。故不論在何處，物體之重量皆與其質量成正比。此即普通天平之原理也。利用天平，可同時比較物體之重量及其質量。

41. 釐米一克一秒 (C. G. S.) 單位——物理學上所有之高深工作及研究工作，舉世皆用米制單位。尋常以釐米爲長度單位，克爲質量單位，秒爲時間單位，名之曰釐米一克一秒 (C.G.S.) 單位制。釐米，克，秒稱爲此制之三基本單位 (three fundamental unit)，所有其他單位，如力及能 (energy) 之單位，皆由斯三者導出。

遵此三基本單位，倘可用等於一克之重之力爲力之單位，亦屬方便之舉。但若拘拘於牛頓氏第二律之公式

$$F = ma, \quad (1)$$

則爲不可能之事。因一克重量作用於一克質量，當落下時，並非產生 1 每秒每秒釐米之加速度，而產一約爲 980 每秒每秒釐米之加速度。

由(1)式視之，則力之單位必為作用於一克質量而予之以1 每秒每秒益米之加速度之力，其理至顯。此單位力名曰達因(dyne)。故1 達因約為1 克重之 $1/980$ 。應用(1)式於落體情形，亦可得此結果，如此則(1)式變為

$$w = mg \quad (2)$$

若 $m=1$ ，則得一克之重， $w$  等於 $g$  達因。

單位制以長度，質量，及時間之單位為基本單位者，尋常稱為絕對單位制(absolute system of units)，而前節之制稱為絕對釐米一克一秒(C. G. S.) 制；但為簡單計，簡稱之曰 C. G. S. 制。

吾人亦可以呔，磅，及秒為基本單位，依照達因定義之同樣方法，而定義力之導出單位。但此種單位已不採用（間有用者，乃屬例外）。若以呔，磅，及秒作記錄時，則須用 §42 之法。

42. 英國工程制 (British engineering (B. E.) system) —— 工程家所講之力多為重量，英語國家的工程家，取重量等於一磅重之力為三基本單位之一，其餘二者即呔為長度單位，秒為時間單位。今如以重一磅物體之質量為單位質量，而同時又擬保留牛頓氏第二律之公式

$$F = ma. \quad (1)$$

的簡單形式，乃為不可能。蓋因等於一磅重之力，作用於重一磅之物體，如使物體落下是，並非產生1 每秒每秒呔之加速度。欲知如何可以基本單位表物體之質量，則可將(1)式應用於落體，則得

$$w = mg \quad (2)$$

或

$$m = w/g = \frac{\text{重量(以磅計)}}{g \text{ (以每秒每秒呎計)}} \quad (3)$$

倘以  $w/g$  爲物體之質量，則事實上即採用一新的質量單位，即較重一磅物體的質量大  $g$  倍之單位也。此單位在現在尚無名稱，但名稱並不重要。若用(1)式時，以(3)式爲物體質量  $m$  之量度即是矣。

用英國工程 (B. E.) 單位時，對於牛頓氏第二律之公式，及凡由此所導出之公式，皆與 C. G. S. 制同。無論解何等問題，倘欲得數字結果，則以由(3)所得  $m$  之值代  $m$  即可。

在已採用米制度量衡國家，工程家所用之單位制，除以仟克代磅爲力之單位，及以米代呎爲長度單位外，與前節所述者同。本書不採用此單位制，有 C. G. S. 單位制及 B. E. 單位制已是矣，以米制單位記錄時，則用前者，以英國單位記錄時，則用後者。

43. 靜力學上之單位 —— 爲使牛頓氏第二律公式儘量簡單計，在 C. G. S. 單位制內，採用達因爲力之單位，在 B. E. 單位制內，採用  $w/g$  爲物體質量之量度。但靜力學上所研究之物體，或爲固體，或爲液體，或爲氣體，以及熱學上所研究者，皆無加速度可算，而牛頓氏第二律不需要矣。故對於此等問題，爲簡單計，吾人可用克力 (grain force)，即等於一克重量之力，爲 C. G. S. 制的力之單位（但有時亦用達因），用磅重爲 B. E. 制之質量單位。

44. 牛頓氏第二律 (轉) —— 運動第二定律之說明，殊爲簡略，

其中所蘊蓄者，容有出乎意料之外：

(1) 此定律之說明，曾言及物體動量之變率，惟物體抑自靜而動，或本來就動，並未提及。則是含有施於物體之力，當其開始作用時，其影響無關於物體運動之狀。例如，重力為鉛直向下作用之力。當物體自高處落下時，重力授物體以向下加速度；假定此同一物體以某種速度起而墜落，則其向下之加速度，初無異於其簡單墜落時也，即使授此物體以向上之初速度，或任何方向之初速，其向下之加速度仍同。故在正開行之輪船上作球類遊戲，乃為可能之事；蓋因以力擲球，或以棒擊球，其結果一如船靜止之時也。

(2) 此定律述及力如何影響物體運動，但同時是否尚有其他力作用於此物體上，則並未提及。則是含有各力自生其效應，無關於任何其他力之同時作用也；故當若干力作用於一物體時，吾人可分別計算各個力所生之加速度，再將諸加速度相加，而求出所有力之總效應。此最重要之原理，簡稱之曰力之獨立性 (independent of force)。

45. 力之衡量——力與其作用時間之乘積名曰力之衡量 (impulse)。設力  $F$  作用於質量  $m$ ，時間為  $t$ ，則由第二定律公式，以  $t$  乘兩邊，得

$$Ft = mat$$

今  $at$  為所生速度之增加，乘以  $m$ ，即為動量之增加。故力之衡量等於其所生之動量。設物體以初速  $v_0$  起動，經過時間  $t$ ，其速度為  $v$ ，則

$$Ft = mv - mv_0$$

46. 牛頓氏第三運動定律——作用(action)及反作用(reaction)

相等而相反。第一及第二定律曾論及作用於物體之力，但對於施力者，則未之言。此缺點以第三定律補充之。

此處所謂作用及反作用，蓋指力與反動力而言。意即作用於任何物體之力，乃其他物體所施者也，此其他物體之本身，亦必受一等而相反之力，為第一物體所施，二者之作用線，即連結二物體之直線。

本定律之真實，在許多情形下，似甚明顯。例如，兩手互壓，若兩手臂皆為靜止，則必於相反方向，互相等壓，毫無疑意。若以一手壓牆，則此理仍真，蓋因牆僅代他一手耳。但若以手壓運動之物體時，則此理即不甚明顯矣。力既相等而相反，如之何而生運動？實屬疑問。其答如斯：所論之二力，並非作用於一物體也；一為手施於阻礙物之力，倘不為他力所限制，則阻礙物受之；反作用為物體在手上之反壓力，非作用於物體之力。

今假定有質量  $m_1$  之馬，以質量  $m_2$  之水平桿，以質量  $m_3$  之車，而研究諸力之作用。此處有四對作用及反作用。第一，馬對地推擊，地之反作用為一等而相反之推擊。命此水平分作用及反作用之大小為  $F_1$ 。第二，馬在繩上施一向前之拉力，繩之反作用為一等而相反之拉力，設此力之大小為  $F_2$ 。第三，繩在車上施一水平力，車亦施一等而相反之反作用，設其大小為  $F_3$ 。最

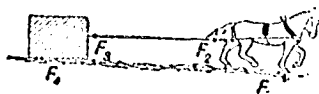


圖 16 —— 四對作用及反作用

後車與繩之間亦有作用及反作用。設二者之水平分力為  $F_4$ 。開始運動，必須有加速度，假定為  $a$ ，則  $F_1$  較  $F_2$  大  $m_1 a$ ， $F_2$  較  $F_3$  大  $m_2 a$ ， $F_3$  較  $F_4$  大  $m_3 a$ 。如  $a=0$ ，則  $F_1$  較  $F_4$  大  $(m_1 + m_2 + m_3) a$ ，此即對地之總向後推擊也。當運動已成等速，則  $a=0$ ，所有上述之力皆相等矣。讀者倘研究地球之運動如何受馬之力之影響，將見其甚為有趣也。

因力恆為一反動力所伴，故二者為一不可分的全體之部分或殊形也，且二者共同組成所謂應力 (stress) 焉。故凡力皆為應力之殊形，恰如一



(一頁爲交易之殊形也。

因二物體間之力等而相反，故生等而相反之動量，故二物體之總動量永久不變。此原理可推廣於任何物體系，因其相互作用，皆由一對一對之作用及反作用所構成也。任何機械系(mechanical system)之總動量，皆不受其各部分間相互作用之影響。此原理名之曰動量不滅原理(principle of conservation of momentum)。

47. 圓週運動所需之力——當質點繞圓週旋轉時，則有向心加速度，等於 $v^2/r$  (§32)，此處 $v$ 爲速度(即快慢)， $r$ 凡爲半徑。欲生此加速度，必須有向心之力，按牛頓氏第二定律，此向心力(centripetal force)  $F$  必爲

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

此質點將亦以等而相反之力，加諸向心施力之物體，以反抗此力。例如，毆以繩繫質點於指，則反作用爲作用於指之

力，沿半徑而向外。此反作用名曰離心力(centrifugal force)。故離心力非作用於運動的質點之力，乃質點施於其他物體之反作用，其他物體，即向心施力之物體也。(上之公式，亦可應用於 §101 所示物體之運動。)

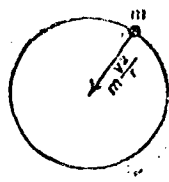


圖 17

上之例證，爲數甚夥，茲略舉其數端。灑水球粒，切快行之腳踏車輪或馬車輪而飛落，因無充分之力作用其上，故依牛頓氏第一定律，必順切線而飛去。火車轉灣，外側踏軌，此力與車重之合力，爲一傾斜於鉛直之力。因欲使合力必傾直於枕木也。故增高外軌。洗衣筒及製糖廠所用之離心乾燥器，係將濕乾物置於多孔圓筒內，圓筒繞鉛直軸旋轉，於是受向心力

縫繫之木珠，穿孔過出。靜心乳管分析器，爲一旋轉之鉛直圓筒，乳及酪皆有極量濃積之傾向，但乳之密度較大，傾向較強，故居於器內部較最遠之處。地球用極扁平，由於地球自轉，設地球爲靜止，則必爲球形。因其旋轉也，故赤道部分突出，直至復原力足供向心力之需而止，此復原力由於萬有引力。皮帶之速度愈大，其壓滯水也愈輕，故愈易脫落，故皮帶供向心之張力亦須愈大。瓦特(Watt)氏汽機制動器，裝有二球，繞一鉛直旋而轉，快慢與機之快慢成正比。倘汽機之快慢超過所需之限度時，則球即向外運動，壓於蒸汽活瓣上，以減低機之快慢。

### 合力 —— 平衡

48. 力之合成——兩個或兩個以上之力，可同時作用於一物體。例如，方墜之物，固受地球之吸引，然亦可受風壓，吹向旁落。在此種情形下，各方各生一加速度，與他一力之作用無涉 (§44)，物體以一定加速度運行於某路，此加速度即各力所生之加速度之合。

兩個或兩個以上之力之合力，即勢必產生合加速度之單力也。無論有若干力作用於一質點，其合力可以向量加法求出，即三角形，平行四邊形，或多邊形法也。因力有一定大小及一定方向，故爲向量。故作用於質點之二力，可自一點畫線代表之。設  $AB$ ， $AC$  代表作用於質點之二力  $F_1$  及  $F_2$ 。完成平行四邊形  $ABCD$ 。按運動第二定律，則  $F_1$  及  $F_2$

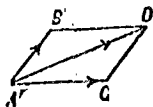


圖 18

所生之加速度，即在  $AB$  及  $AC$  之方向內，且與之成比例，故合加速度必爲  $AD$  所代表；又因合力爲勢必產生合加速度之力，故必在  $AD$  之方向內，且與之成比例。此結果殊爲重要，名曰力之平行四邊形，恆以下語述之：

設自一點畫二線代表作用於質點之二力，再設以此二線爲邊，作一平行四邊形，則通過此點之對角線，即代表合力。

所成之角為  $\theta$ 。則

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

$$\tan \theta = \frac{Y}{X}$$

由以上諸公式，可得合力之大小及方向。應用此法，須勿忘下列諸條件，代入各角  $\alpha$  之數值時，若於認為正的方向度之，須勿忘其為正，例如，反時鐘方向是也；若於反對方向度之，須視其為負。

至合力與  $O$  所成之角  $\theta$ ，係自其正切求出。故若正切為正，則此角必在  $0^\circ$  與  $90^\circ$  之間，或  $180^\circ$  與  $270^\circ$  之間。欲於斯二者，決定去留，則必須意  $X$  及  $Y$  之符號，今正切既為正，則二者必皆為正或必皆為負。若皆為正，則  $\theta$  必在  $0^\circ$  與  $90^\circ$  之間；若皆為負，則必在  $180^\circ$  與  $270^\circ$  之間。至  $\tan \theta$  為負時，讀者不難按法索解。

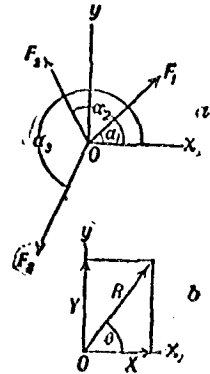


圖 24

當  $X$  及  $Y$  二者成爲零，即在二成直角方向之分力和各爲零，則  $R$  亦必爲零。反之，若  $R$  爲零，則  $X$  及  $Y$  必各爲零，因一數之平方永不能爲零也。

設所合併之力不盡在同一平面上，則可取三成直角方向  $O_x, O_y, O_z$ ，而將各力分解於此三方向內。命  $O_x$  方向分力之和爲  $X$ ， $O_y$  方向分力之和爲  $Y$ ， $O_z$  方向者爲  $Z$ ，再命合力爲  $R$ ，則

$$R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

2. 帆船行駛(圖 22), 利用風力, 風力可分為與帆面平行及垂直二力, 與帆面平行之力, 於船之前進毫無影響; 與帆面垂直之力  $F$ , 又可分為二力, 一與船身垂直, 一與船身平行。前者使船向側面運動, 或使船風帆飄逸; 後者方為有效分力, 因船在此方向內, 此有特別自由也。

3. 飛機由某處下則在風, 及吹飛機, 使其不墜, 然同時又反其具運動。此作用非常複雜, 茲僅就機翼下面之壓力  $F$  之影響而討論之。此力可分為一舉揚力(lifting force),  $L$ , 及一抗進力(resisting force or drag),  $D$ ; 反對飛機前進者, 即此分力也。至各力如何視機翼之傾側而改變, 及如何視其速度而改變, 可由圖 23 推得之。但此圖在翼下之影響, 較諸翼上面因運動所生之部分真空尚屬次要。

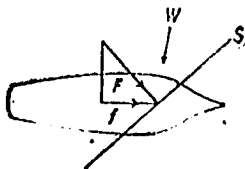


圖 22



圖 23

51. 複力之解析法——求若干個在一平面內之力之合力, 可先將各力分解於二成直角之方向內而後相加, 此方法既簡易而且普遍。設  $F_1, F_2, \dots$  (圖 24) 為作用於質點  $O$  之力。任取二鉛直方向  $O_x$  及  $O_y$ , 再設  $F_1, F_2, \dots$  與  $O_x$  所成之角為  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ 。則  $F_1$  相當於沿  $O_x$  之  $F_1 \cos \alpha$ , 及沿  $O_y$  之  $F_1 \sin \alpha_1$ , 其餘各力, 依此類推。設以  $X$  代沿  $O_x$  的分力之和, 以  $Y$  代沿  $O_y$  的分力之和, 則

$$X = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + \dots = \sum F \cos \alpha,$$

$$Y = F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 + \dots = \sum F \sin \alpha.$$

今既以  $X$  沿  $O_x$  及  $Y$  沿  $O_y$  代替  $F_1, F_2, \dots$  等力, 然則  $X$  及  $Y$  之合力, 即  $F_1, F_2$  等之合力也明矣。設此合力之大小為  $R$ , 再設其與  $O_x$

50. 力之分解之例證 ——1. 重力鉛直向下作用於質量  $m$  之物體，其大小等於  $mg$ 。假定物體非為鉛直自由運動，但自由運動於任何其他方向，則可影響此運動之重力的惟一部分，即重力在此方向內之分力也。例如，設有一平滑斜面，對於水平之傾角為  $\alpha$ ，上置物體，則重力  $mg$  可分解為  $mg \sin \alpha$ ，沿斜面而向下，及  $mg \cos \alpha$ ，與斜面鉛直。後一分力雖可生壓斜面之力，但不影響沿斜面而下之運動，此運動僅視前一分力  $mg \sin \alpha$  而定，今若將牛頓氏第二定律公式，應用於沿斜面而下之運動，則得

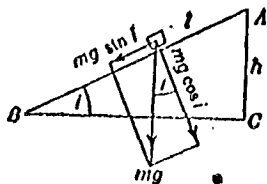


圖 21

$$F = mg \sin \alpha = ma$$

故

$$a = g \sin \alpha$$

命斜面之長為  $l$ ，高為  $h$ 。設物體以速度  $v_0$  自斜面之頂起動，而以速度  $v$  抵斜面之底，則

$$v^2 = v_0^2 + 2g \sin \alpha \cdot l$$

因  $l \sin \alpha$  等於  $h$ ，故

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

故所得速度，一若此物體鉛直墜落，經過斜面之高而得者也。然此僅可應用於滑下光滑斜面之物體，對於滾下斜面之物體，則不適用。若斜面非十分光滑，則亦有摩擦力，假定其為  $F_f$ ，與斜面平行，則沿斜面向下之合力為  $(mg \sin \alpha - F_f)$ 。

命  $\theta$  為  $F_1$  及  $F_2$  之方向所夾之角，則正如速度及加速度情形，得

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta$$

因可以平行四邊形或三角形法加二力，故可以同樣方法加第三力於此二者之合力，如此類推。故多邊形法，亦可應用於作用於質點之若干力。

49. 力之分解——因兩個或兩個以上之力作用於一質點時，可以單力代替之，而名之曰合力，則一單力亦可以任何二力或數力代替之，以幾何方法將此數力相加，即得此單力。此之謂分解力為分力

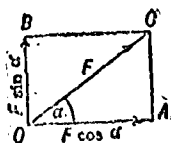


圖 19

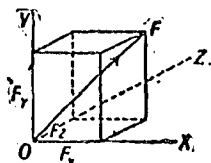


圖 20

分力互為直角時，實用上最關重要。分解單力為分力時，分力及被分解之力必需在同一平面內(圖19)。二分力成直角時，則與原力成角  $\alpha$  之分力為  $F\cos\alpha$ ，他一分力為  $F\sin\alpha$ 。至於角之符號，則可依 §25 所述之方法而定。

亦可於三個互為直角方向內，將一力  $F$  分解為三個分力。所需要者，不過以代表  $F$  之線為對角線(圖20)，而以三互相垂直方向為邊，畫一長方柱耳。設以  $x, y, z$  三軸為此三方向，再設以  $F_x, F_y, F_z$  代表三分力，則得

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2$$

若  $X = 0, Y = 0, Z = 0$ , 則  $R = 0$ 。反定理亦真, 因  $X^2, Y^2$ , 及  $Z^2$ , 必或為正或為零也。

52. 作用於質點之力之平衡——設作用於質點之力之合力為零, 則稱諸力為平衡 (equilibrium), 即言在平衡狀態中也, 故無改於質點之運動。以下所論平衡力諸定理, 用途甚廣。

(1) 當二相等而相反的力作用於一質點時, 則二力平衡, 因其合力為零也, 反之, 若二力為平衡, 則必相等而相反, 不然, 其合力不能為零。

(2) 當作用於質點之三力, 順次在三角形三邊之方向, 且順次與三邊成比例, 則三力為平衡。設有三力  $F_1, F_2, F_3$ , 在  $AB, BC, CA$  方向且與之成比例, 則  $F_1$  及  $F_2$  之合力必為  $AC$  所代表, 而  $AC$  與  $CA$  所代表之力之合力為零。



圖 25

(3) 上定理之反, 非常重要: 假定作用於質點之三力為平衡, 再假定以三力方向為邊作一三角形, 則三力必與此三角形之邊成比例。欲證明此理, 可假定  $AB, BC$  (圖 26) 為任意二線, 在  $F_1$  及  $F_2$  方向, 且與之成比例。則  $AC$  所代表之力, 即相當於  $F_1, F_2$  之合。因諸力為平衡, 故第三力  $F_3$  必在  $CA$  方向, 且必與之成比例。今設有一任意三角形  $A'B'C'$ , 其邊在  $F_1, F_2, F_3$  之方向內, 即在  $AB, BC$  及  $CA$  方向內也, 故必與  $ABC$  為相似。故其邊必與  $ABC$  之邊成比例, 亦即必與  $F_1, F_2, F_3$  成比例也。此反定理殊為重要, 因若三平衡力之方向為已知, 則以三力之方向為邊作一三角形, 即可求得此三力之相對大小。此

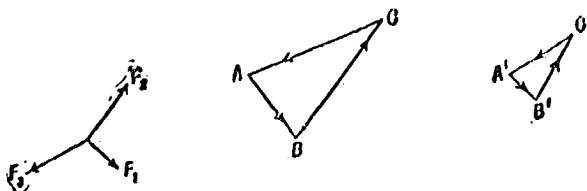


圖 20

定理係根據若二三角形的相當邊為平行，則二者必為相似之原理，須注意也。

(4) 當作用於質點的任何多力，順次在一封鎖多邊形各邊之方向，且與之成比例時，則為平衡；因合力為零也。此定理之反，對於三個以上之力即不正確；因二多邊形之邊平行，不必為相似也。

(5) 無論有若干力，設其在成直角三方向之分力和皆為零，則為平衡。由 §51 視之，此理甚明，因  $X, Y, Z$  皆為零，則  $R$  必亦為零。反之，設無論若干力平衡，則在任何方向，其分力之和必為零，因可以此方向為三成直角方向之任一方向也；又因  $R$  為零，則在三方向之分力和，必皆為零 (§51)。

### 功 及 能

58. 功——力作用於物體，力與物體在力之方向內所經距離之乘積，為一最重要之量，名之曰力所完成之功 (work)。例如，用力舉一重物至某鉛直高度，則此力作功矣，作功之量，等於力與上昇距離之乘積；又如用一水平力，水平曳一物體，則功等於力與水平距離之乘積。

功之定義中，有“在力之方向內”一語，須細玩而慎辨之。若力之方向內無運動，則斯力也無功矣。例如起重機之鍊，以巨大之力舉起重物，



且可水平運此物於遠處，但若無鉛直運動，則練之力必未作功。

設有力  $F$  繼續作用於某物體，同時物體走一距離  $AB$ ，此距離不在力之方向內，如欲求所完成之功，則必須在力之作用線上，取  $AB$  之射影 (projection)，而以力乘此射影 (圖 27)。設  $\theta$  為  $AB$  與力之方向所成之角，則  $AB$  在力之作用線上之射影  $AC$  為  $AB \cdot \cos \theta$ ，故所完成之功為  $F \cdot AB \cos \theta$ 。由此可立得另一計功之法。因  $F \cdot AB \cos \theta$  與  $F \cos \theta \cdot AB$  無異，而  $F \cos \theta$  為力  $F$  在  $AB$  方向之分力，故  $F$  所完成之功等於力在運動方向之分力，乘總距離之積。

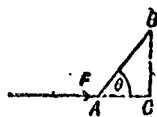


圖 27

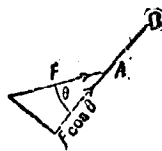


圖 28

功或力與距離之積，與力之衡量截然不同，力之衡量乃力與其作用之時間之積 (§45)。至若力及力在作用線內所經距離為已知，則計算功，必知時間。

為簡單起見，當吾人云力作功時，當然係指施力之物體作功矣。

54. 正功與負功——力恆成一對相等相反之力 (§46)。故當施於物體之力，在力之方向移動物體而作功時，必同時克服一反抗力或反作用。如此，則所施之力作正功 (positive work)，因運動在所施力之方向也。此工作乃對反作用而作，或可謂反作用作負功，因運動在反作用之反對方向也。

不同場合，反作用之性質亦不同。駕車之馬，當車為等速運動時，則對摩擦力作功，而摩擦力作負功。方使車開動之時，馬不但對摩擦力作功，對車之慣性亦必作功，此反作用簡稱之曰慣性反作用。當物體在某方向運動而猝遇一反對力，則物體對此力作正功，如此，則此猝遇之力作負功，例如，錘擊釘時是也。

55. 功之單位——單位功者，單位之力<sup>14</sup>乘單位距離所作之功也。設以達因為力之單位，釐米為距離之單位，則功之單位，即一達因作功一釐米所完成之功也，名之曰爾格 (erg)。因此單位太小，故常用其倍數，質言之，即 10,000,000 (或  $10^7$ ) 爾格，而名之曰焦耳 (joule)。

若以一磅之重為力之單位，呎為長度單位，則功之單位，即一磅重之力作用一呎遠所作之功，名之曰呎磅 (foot-pound)。

56. 功之圖示——設力不變，則以位移之大小乘力之大小，即得其所作之功；但力為變時，則須採用另外方法。法將總位移分為若干小部分，以每一小位移中間之力乘各小部分，再將所有之積相加。簡單言之，即  $W = \Sigma (F \cdot \Delta S)$ 。若所取之部分充分小，則可得欲如何正確便如何正確之功。常用者為圖示法。此法與求點以變速度所經距離所用之法完全相似 (§32)。設  $OA$  (圖 29) 為一直線，代表在力之方向所測之總位移，其比例不拘。將  $OA$  分成無數小等份，於  $O$  點豎一垂線  $OB$ ，代表第一份起首時之力，其比例不拘；同樣豎垂線代表其餘各份起首時之力，通過各垂線頂端畫一平滑曲線  $BC$ 。倘以小位移  $ab$  起首之力之值，計算  $ab$  內之功，則結果將太小；但倘以  $ab$  末尾

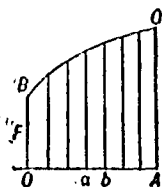


圖 29 一功之圖示

之力之值計算，則結果又太大，同理，其餘各段亦然。若衍用 §22 之理，則實際之功，必為面積  $OBCA$  所代表，並可由此面積求得之，假定始終一力作圖時所採用之比例。

當力之變線為直線時，則面積最易算出。今試以計算伸彈簧時所作之功為例。考使彈簧伸張所需之力，與伸長為正比（假定此力不至於大的將彈簧永遠拉長）。故若  $x$  為彈簧伸長之量，則加諸彈簧之力為  $kx$ ，此處  $k$  為常數，等於產生單位伸長所需之力。假定以  $kx$  之值為縱坐標，以  $x$  之值為橫坐標，作一圖形，則此圖形必為一直線（圖 30），因  $x$  為零時， $kx$  為零，故必通過原點。今設未受伸長之長度為  $l$ ，將長度增至  $l+x_1$ ，此一處  $x_1$  以  $OL$  代表之。——則所需之功，必為面積  $OPL$  或  $\frac{1}{2}PL \cdot OL$  所代表。

故功為  $\frac{1}{2}kx_1^2$ 。同理，若將此彈簧自長度  $l$  伸長至  $l+x_2$ ，則需  $\frac{1}{2}kx_2^2$  的功。故使彈簧自長度  $l+x_1$  伸長至  $l+x_2$ ，所需之功必為  $(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2)$ 。此亦為彈簧縮短時所作之功，因每次縮短之力，必等於伸長時所需之力也。設最初之伸長為零，則  $x_1=0$ ，則伸長至  $x$  所需之功為  $\frac{1}{2}kx^2$ 。以上所論，與彈簧彈力，而其證明及公式，對於凡與位移成比例之力所作之功皆可應用。此等例證，以及甚多。

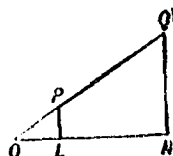


圖 30

**57. 功率** 力做功之率，或單位時間內所完成之功之單位數，名之曰功率 (power or activity)。在 C. G. S. 單位制，功率之單位，為每秒作一爾格功之力之功率。因此單位太小，故科學上多用  $10^7$  每秒爾格 (ergs/sec)，或 1 每秒焦耳 (one joule/sec) 為單位，而名之曰瓦特 (watt)；更大之單位為仟瓦 (kilowatt)，等於 1000 瓦特。

工程上所常用之單位為馬力 (horse power)，等於每秒作 550 呎磅或每分作 33,000 呎磅之力之功率。設將呎化為釐米，磅化為達因，則一馬力等於 745.8 瓦特。

**58. 動能** ——吾人恆需求力所作之功，與其所能物體之速度之關

係，例如，研究火車之運動是也。爲簡單起見，假定有質量  $m$  之物體，於時間  $t$  之初，以速度  $v_0$  運動，一單力  $F$ ，在速度方向作用其上，再假定在此時間之終，速度爲  $v$ ，經過之距離爲  $S$ 。則由 §§27 及 45，得

$$S = \frac{1}{2}(v + v_0)t \quad (1)$$

及  $Ft = m(v - v_0) \quad (2)$

故  $Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (3)$

物體之質量與其速度之積之半，名曰該物體之動能 (kinetic energy)，或簡寫爲——

$$K. E. = \frac{1}{2}mv^2$$

故上之結論，可述之如下：

作功於物體 = 物體所得之動能

然此僅對力作用於不自由之物體而言，須牢記之。但若  $F$  代表所有作用於物體之力之合力，則此理仍真。

吾人亦可顛倒事實而問曰，倘動體遇反對之力迫使靜止時，能作何等之功。假定物體用一恆力  $F$  而作功  $Fs$ ，則反對力，即加諸物體之力，必爲  $-F$ 。改變(3)之符號，則得

$$Fs = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

故物體反對抵抗力所作之功，等於物體動能之損失。

設物體繼續運動，直至被迫停止而後已，則  $v$  必爲零。故物體之動能，等於其被迫停止以前所能作之功。

以上  $v$  及  $v_0$  皆代表速度之大小，即快慢 (§16) 也，不可不注意焉。物體之動能視速度之大小之平方而定，無論運動方向如何，動能則

，亦即動能爲無向量；故可將此物體之動能加諸彼物體之動能，和必爲二物體之總動能。

若力恆與運動方向成直角，則力並未做功，故若物體爲一與運動方向成直角之力所作用時，則物體之動能仍然不變。例如，物體在向心力作用下，旋轉於圓週內時，則力未做功，而物體之動能不變。

動能與功爲相當數量，故動能之單位與功之單位同。

59. 動能與重力——距地面不遠之處，重力在物體上爲一不變之力。設距地面高度  $h_1$  處有一物體，其速度爲  $v_1$ ，鉛直向下，待其墜落至距地面高度爲  $h_2$  時，重力必已作功  $mg(h_1 - h_2)$ ；再設此時物體之速度爲  $v_2$ ，則其動能必已自  $\frac{1}{2}mv_1^2$  增至  $\frac{1}{2}mv_2^2$ 。故

$$mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

反之，若由高度  $h_2$  處以速度  $v_2$  上拋物體，則物體必遇一反抗力  $mg$ ，而對重力作功，待達高度  $h_1$  時，必爲  $mg(h_1 - h_2)$ 。設其在高度  $h_1$  時之速度爲  $v_1$ ，則其所失之動能必爲  $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ 。將對重力所作之功，與動能之損失列爲等式，則得方程式如前。

以上曾假定運動爲鉛直；即令非鉛直，結果亦不稍變，不過假定除重力外，無力在物體運動方向內，作用於物體耳。凡鉛直於運動之力，皆不作工作，且不致有動能之改變。例如，設有物體自平滑之斜面滑下，沿斜面經過距離  $l$ ，則其所得之速度，無異於鉛直墜落一距離，等於斜面之高也，前已證明之矣 (§50)。即令沿光滑曲面落下，此理亦屬正確；因曲面可認爲由多數短直之部分組織而成，對於每一部分，必可應用上述之理。由研究重力所作之功，此等結果殊易明瞭。蓋因在全重力方向內，

總位移爲 $(h_1 - h_2)$ 。故沿任何平滑曲面，自高水準落至低水準時，動能之增加，必無異於鉛直墜落也。

60. 動能與彈性——伸長的彈簧之力，作用於物體時，若彈簧縮短，則彈簧必對物體作功，又若物體運動而更將彈簧拉長，則物體必對彈簧之力作功。茲先假定物體以速度  $v_1$  向彈簧運動，當此之時，彈簧於其標準或未拉長的長度外，有一伸長  $x_1$ 。當彈簧縮短之時，物體之速度必極復增加。設彈簧縮短因而伸長減為  $x_2$  時，速度為  $v_2$ 。則當此時也，彈簧必已作 $(\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2)$ 之功，因此功必等於物體動能之增，故

$$\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

吾人亦可假定將此情形顛倒，即假定彈簧之伸長為  $x_2$  時，物體以速度  $v_2$  背彈簧而運動。則物體之速度必減小；設彈簧之伸長為  $x_1$  時，速度為  $v_1$ ，則必對彈簧作 $(\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2)$ 之功，而動能減小之量必為 $(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2)$ 。列為等式，則得方程式如前。

61. 位能——茲將從另一方面，研究適所舉之例證。倘將物體鉛直上拋，則必有動能之損失，等於以上昇高度乘  $mg$ ；若再使此物體落下，則重力必作等量之功，而物體將復獲其已失之動能。然則物體在較高水準時（或進一步言，視物體與地球為一個系統），即佔有位置之優勢，相當於某量之動能損失。此位置之優勢可以  $mg(h_1 - h_2)$  測定之。因其相當於某量之動能，故名之曰位能（potential energy）。由是而論，若將 §59 之方程式重行排列為：

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

則得動能與位能之和為一常數，式內  $mgh_1$  為物體自測  $h_1$  之任意零準（例如，海平面）昇至高度  $h_1$  時，位能之增加， $mgh_2$  之解釋同此。物體在零準時，物體與地球仍有位能，因若令物體墜落於鉛直地洞內，必可得功也。

倘繫物體於彈簧，其理與前述者，正復相同，讀者自研究之可也。彈簧縮至其原來長度時所能作之功，即彈簧之位能也。

物體之位能與地球之關係，視二者之相對位置而定，彈簧之位能，視彈簧各部分之相對位置而定。故位能者，物體或物體系，藉其各部分之相對位置而作能之能力也。

吾人不能列一普遍公式以計算位能，如計算動能然。然無論如何，吾人必能算出物體或物體系自此一狀態至彼一狀態究可作若干之功，而以此為物體或物體系在二狀態下位能之差。故無論任何特殊情形之位能，皆可推得一特殊公式而計算之，例如，以上所舉之重力及彈性是也。

綜核 §§50—61 所述，足見對於任一種能，皆可定義曰，能者作功之能力也。

62. 動能位能之交換——動能位能之交換，吾人已詳細研究兩種矣，質言之，即重力及彈性之動能位能也，所以先論斯二者，因其為標準情形，且易以淺近方法作出也。此種交換，在自然界及工業界，殊為普遍，茲略舉數端於次：

(a) 動能變為位能——以彈簧緩動機或制震機管理火車或馬車之運動時，動能變為位能。

自冬至至夏至，地球離太陽之距離增加，運行之速度及動能皆減小，而分離之位能增加。

(b) 位能變為動能——鐘錘或錶簧上緊時，則有位能，此位能變為擺或擺輪之動能，不如是則必停止。

拉彎之弓，由於弓之分子位置之改變，及分子間之力而有位能。當其弛也，則失其位能，而箭得動能矣。

湖塘之水，防以堤閘，則有位能；當放其下流之時，則失其一部分之位能而得動能，若作用於水車或水輪機之上，則傳其動能於水車或水輪機。

(c) 循環交換——無論何種振動，能皆由動的連續變為位的，復由位的變為動的，週而復始，循環不已。例如，擺之振動，在振弧之底時，位能最小而動能最大，在振弧之末端時，動能為零，位能增為最大。其他如音叉之振動，琴弦之振動，物體繫於金屬絲端而作扭轉之振動，鐘錶擺之振動等等，動能與位能之交換亦與此理相似。

63. 力之兩種 作用於物體間之力，為重力或彈力時，則力之作用，不致使物體之總動位能改變，或習謂只有此種力之作用時，則總動位能不減(conserved)，前數節中，觀之熟矣。凡在物體間作用之力，不致改變物體之總動位能者，概稱之曰保守力(conservative force)。任何一物體，若其間只有保守力，則稱之曰保守系(conservative system)。

與保守力相頡頏者為摩擦力。運動之物體，因摩擦力之作用，速度漸減而動能漸失，惟同時，物體之位能並未增加至相當之量。例如，物體以某速度起動，沿斜面而上，若斜面粗糙，則不能達斜面平滑時，其所必達之高，及其達最高端也，亦不能得斜面平滑時，其所必得之動能。不寧惟是，方其落下也，仍受摩擦力之作用，故其所儲之動能位能，更形衰減。故摩擦力為非保守力(non-conservative force)，因其作用恆致物體或系物體之動能位能衰減也。



至力之如重力者，何以不影響總動能位能，其理至為明顯。當物體離地球之距離為一定時，則物體與地球間之力，僅與其分開距離有關，至二者如何運動，毫不相干。故當二者互相離去且分開至某距離時，其損失動能之率，恰等於在同一分開距離而互相接近之時，重得動能之率。故物體間之重力，僅視物體之相對位置而定。彈簧各部分間之力亦然，此所以彈性力亦認為保守力也；伊考其實，此即凡保守力之根本性質也。但非保守力之如摩擦力者，實與物體或系物體運動之道有關；此力恆與接觸的物體之相對運動方向相反；故無論運動之方向如何，必致物體之動能減小。

04. 械能之不滅——在某種條件下，物體系之總動能位能不增或不減，前數節中已見之矣。查吾人所引據之條件有二：(1)此系必不受外物之能，亦必不予外物以能；(2)此系各部分間之力，必盡為保守力。然事實上，絕無充分滿足此種條件之系。在第一條件含義之下，既無絕對絕緣之系；而非保守力又永不能絕無，如摩擦力是也。不過有許多情形，此種條件近似滿足。例如，太陽系，由太陽，行星及月球等所構成，實事上為絕緣；然尚有內摩擦力焉，潮汐，其例也，此種內摩擦力所作之功，較諸太陽系之總能，殊為渺小，故遞減全系動能之效應，迄未能確實尋出。又如，地球與在真空中振動（如擺）之物體所構成之系，實事上為無摩擦力之絕緣系，其總動能位能極近於恆；繫於彈簧之重物，在真空內振動，其理亦然。諸如此類情形之下，設條件儘量滿足時，則總動能及位能不滅之原理，必有有價值之結果。

若絕緣系中有非保守力，如摩擦力是，則對此等力作功，消耗其能。

但若將對非保守力所作之功，與系中之動能及位能之和相加，則所得總和，仍為一常數。然此種耗費之能究變為何物乎？久矣夫皆假定其完全喪失也。夫對摩擦力作功，當然生熱，人盡知之；惟往者皆以熱為物質之一種。約當 1840 之時，此見解始有進步，於是知熱非物質，乃物體分子之能，能不滅定律 (law of conservation of energy) 之發現，是說也，實啓其端，容於“熱學”中詳論之。

### 轉 動

65. 角移——前在 §§9 至 24，曾以研究點之移動運動，作為研究力對於無轉動的質點運動，及物體運動之效應之預備。茲將以研究物體之轉動運動作為研究力對於物體轉動運動的效應之預備。

設物體內各點皆作圓週運動時，則物體之運動為轉動運動。諸圓心位於一直線內，此直線名曰轉動軸線。無論何時，物體內所有之點，皆經過等角，此無論何時所轉之角，名之曰物體在此時間內之角移 (angular displacement)。其大小可以度 (degree) 計，亦可以弧度 (radian) 計 (1 弧度約等於  $57^{\circ}.3$ )，但為便於研究起見，寧取後法。

66. 角速度——物體之轉動率，名曰物體之角速度 (angular velocity)。設等時間內物體之角移皆等，則速度為等角速度，角速度之大小，即物體在單位時間內所轉之角也。假以弧度計角，以秒為時間單位，則角速度之大小，即每秒內所畫之弧度數。故角速度之單位為每秒一弧度 (one radian per sec.)，簡寫為弧度/秒。

若速度不等，例如，飛輪起動或停止之時，則角速度及角移之定義，與變線速度之情形相似 (§19)，實言之，即必須取短時間內之平均角

速度也。假定此時間無限縮小，則平均角速度漸近於極限值，即瞬時角速度 (instantaneous angular velocity) 也。

67. 角加速度——物體之角速度之增加率，名曰物體之角加速度 (angular acceleration)。若角速度於等時間內以等量增加，則角加速度不變，其大小即單位時間內角速度之增加。假定以  $\alpha$  表角加速度，則每秒內角速度之增加為  $\alpha$ ， $t$  秒內之增加為  $\alpha t$ 。故若在時間  $t$  開始時，角速度為  $\omega_0$ ，尾末時為  $\omega$ ，則

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (1)$$

在此時間內物體已轉經一定之角，譬如為  $\phi$ 。若欲求  $\phi$  之大小，可用角速度曲線代表角速度之變值，與研究變線速度情形時，所作者相似 (§27)，則圖線之面積必代表角度  $\phi$ 。此兩圖示，性質上有顯然相似之點，所不同者，即一方面須首線位移  $s$ ，線速度  $v$ ，線加速度  $a$ ，而他一方面，則須首角移  $\phi$ ，角速度  $\omega$ ，及角加速度  $\alpha$ 。故若角加速度不變，則求  $\phi$  之公式為

$$\phi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (2)$$

此式與 §27 之(2)式顯然相似。由(1)，(2)兩式消去  $t$ ，則得

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\phi \quad (3)$$

又如 §27 之(4)式，轉角亦可以平均角速度計算之，即

$$\phi = \frac{\omega + \omega_0}{2} t \quad (4)$$

68. 角速度與線速度——當點以等速繞行圓週時，則此點之運動，可用其角速度  $\omega$ ，說明之，亦可用其沿切線之線速度  $v$  說明之。 $\omega$  與

$v$  之關係甚為簡單，茲述之如下。設圓之半徑為  $r$ ，再設點自  $P$  運動至  $Q$  所經之時間為  $t$ 。以  $s$  代弧  $PQ$  之長，以  $\phi$  代角  $POQ$ ，則由線速度及角速度之定義，得

$$s = vt, \quad \phi = \omega t.$$

茲因在弧度計量內， $\phi = s/r$ ，將  $s$  及  $\phi$  之值，代入此式，則得

$$\phi = \omega t = \frac{vt}{r}$$

$$\omega = v/r. \quad (1)$$

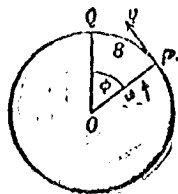


圖 51

故若點作圓週轉動時，則角速度與線速度之關係，與角與其所對之弧之關係相同。(1)

上之關係，殊為重要。茲更簡述其證明如下：因  $v$  為每秒內所畫之弧之長，故  $v/r$  為以弧度計時，每秒內所畫出之角，即角速度也。

若點以變速度作圓週運動時，上之關係，仍可維持其正確，如是，則  $\omega$  及  $v$  為角速度與線速度之瞬時值不待言也。倘以  $t$  為極短時間，則其證明與前同。

當物體以角速度  $\omega$  繞某軸轉動時，則物體內某點，即畫一半徑  $r$  之圓，對於距軸不同遠之點， $r$  之值亦不同。設  $r$  與  $r'$  為某兩點距軸之距離， $v$  與  $v'$  為此兩點之線速度，則  $v = r\omega$ ， $v' = r'\omega$ ，故  $v:v' = r:r'$ 。

69. 轉動之瞬時軸線——設物體轉動所繞之軸線，時時改變，則無論何時，上述仍可應用於  $\omega$ ， $v$ ，及  $r$  之值。例如，正運動的車輪，時時與路面接觸，且無論何時，接觸點即全輪所繞之點。今輪頂離地之距離，二倍於輪心離地之距離，故輪頂之線速度必二倍於輪心之線速度。

(1)此可由  $\omega = r/r$  對  $t$  微分之而得。

70. 角加速度與線加速度——當點以變角速度繞圓週轉動時，則點必有角加速度，設其為  $\alpha$ 。此點之切線速度，亦必因加速度而增加，設其為  $v$ 。則  $v$  與  $\alpha$  之關係，與  $v$  及  $\omega$  之關係同 (§38)。

設  $\omega$  為時間  $t$  開始時之角速度， $v$  為此時之線速度，則  $v = \omega r$ ；設在時間  $t$  末尾時，角速度為  $(\omega + \alpha t)$ ，線速度為  $(v + \alpha t r)$ ，則  $(v + \alpha t r) = r(\omega + \alpha t)$ 。將前後兩式相減，消去  $t$ ，則得

$$a = r\alpha,$$

$$v = r\omega$$

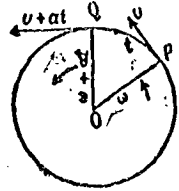


圖 32

若更簡單言之，因  $a$  為每秒所增之線速度， $\alpha$  為每秒所增之角速度，故角速度與線速度之關係，必可保障此等加速度關係之正確也。

須注意，此處  $a$  係指沿切線速度之變率而言。因速度之方向亦變，故此非惟一之加速度。其實，據吾人所已知者 (§32)，凡曲線運動，即

有向心加速度，等於  $v^2/r$ ，又因  $v = r\omega$ ，故可寫為  $\omega^2 r$ 。

此等關係，殊為重要，觀圖 33 自明。

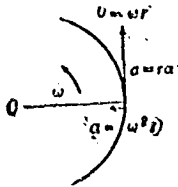


圖 33

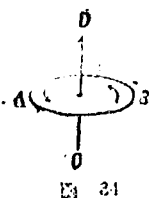
71. 角量之圖示法——角移有一定大小及一定

之軸線。倘軸線，繞軸線轉動之方向，及角移之大小皆為已知，則無所不知矣。既如此，則一切皆可在軸

線上記取一長度，以圖示表之，例如，以某種比例（例如，1 釐米代 1 弧度），代表角移之大小是也。至於如何以軸線之方向，代表繞軸線轉動之方向，亦必須有一定之規則。通常採用之法，名曰“右手螺旋法”，質言之，即代表角移之線之方向，與旋轉方向之關係，

積之尋常右手螺旋移動方向，與其旋轉方向之關係也。

例如，地球自轉，代表地球在 24 小時內的角移之線，須自地球中心向  $N$  極畫之。又如欲代表時針分針在一小時內之角移，則須自錶面中心向後畫二線，代表分針之線，須較代表時針者長十二倍。



依上所述規則，則代表角速度之線，應取諸轉動軸線上，欲代表角加速度，須以同樣方法畫線。

根據上之規定，則代表角移之有方向線，必為向量，因其有大小及方向也；但與代表線位之向量有別，其所以有別者，即代表角移之向量，必位於一定線內，質言之，即代表旋轉軸線之線也。故名此種有向量曰定位向量 (localized vector or rotor)。兩個不平等之定位向量，倘不在同一直線內，則不代表同一角移，因其所代表之轉動，不在同一軸線上也。

72. 對於相交軸的角速度及角加速度之加法——一物體可有兩個或兩個以上之同時角速度。例如，設有一腳踏車輪裝於水平臺上，當車輪正繞其軸線旋轉之時，使平臺亦繞一鉛直軸旋轉，如是，無論何時，輪對於相交軸線，即有兩個分角速度。按 §71 所述之法，則每一分角速度，可自中心畫一直線代表之。再用平行四邊形法則，將此二向量相加，則對角線必代表此時所求之合成角速度的大小與方向。

因角加速度為單位時間內速度之增加，故可以如加角速度然而加之。

### 質 量 中 心

73. 質量中心之普通解釋——當剛體 (rigid body) 之運動只為移

動而無轉動時，則物體內各點之運動恰恰相同，故解釋或計算此種運動時，可以物體內的任一點，代表全體。但若運動兼移動與轉動合併而成，則物體內不同之點，運動不同，於是無一點焉，其運動可代表全體矣。但多數問題中，任何物體內皆有一特別點，可以之代表全體，故對於此等問題，可假定物體之全質量集中於此特別之點。此點也，名之曰物體之質量中心 (center of matter)，其定義如何，容後述之。茲試舉例以明之，設擲一勻稱圓盤於空中，則見盤心運動，宛如質點，可在一直線內，亦可在一拋物線內，同時盤內其他各點，皆繞此點旋轉。若將盤之一側，附一鉛塊，則必另有一點，具此特性，但非盤之幾何中心。

設有物體焉，完全自由，任意擊之，則其運動，移轉兼有；但若斯擊也，加諸質量中心，或加諸通過質量中心之直線內，則其運動將只有移動而無轉動矣。

由是而論，則質量中心，實為解釋或計算全物體之運動時，最要之點。以下將先述質量中心之定義，並說明如何求其位置，然後再由此定義，推求物體運動之種種性質。

74. 若干質點之質量中心——茲先從幾種簡單場合之足以引起普遍定義者起手，以便使質量中心之意義更為明瞭。

(1) 兩個質點之質量中心。如圖 85，設在  $P_1$  之質點為  $m_1$ ，在  $P_2$  之質點為  $m_2$ 。設  $C_1$  為分  $P_1P_2$  與兩質點質量成反比之點，即

$$m_1 \cdot C_1 P_1 = m_2 \cdot C_1 P_2$$

則  $C_1$  為  $m_1$  及  $m_2$  之質量中心。

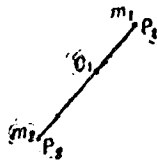


圖 35

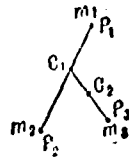


圖 36

(2) 三個質點之質量中心。如圖 36，命  $m_1$  及  $m_2$  為在  $P_1$  及  $P_2$  之質點如前，再設有  $m_3$ ，位於  $P_3$ 。假定以  $(m_1 + m_2)$  代替  $m_1$  及  $m_2$  而位於  $C_1$ ，再命  $C_2$  為分  $C_1P_3$  為兩段而適合下列方程：

$$(m_1 + m_2) \cdot C_1C_2 = m_3 \cdot C_2P_3$$

則  $C_2$  為  $m_1$ ， $m_2$ ，及  $m_3$  之質量中心。

(3) 多數質點之質量中心。依上述方法，可求得多數質點之質量中心， $C$ ，且可推而應用於任何形狀之物體，因無論物體之形狀如何，皆可分之為無數小部分而計算之也。至於計算之時，所取質點之次序，可以任意，茲於下節證明之。

75. 質量中心與平面之距離——命  $EF$  為通過  $P_1P_2$  之平面，在任一平面內所割之直線，兩平面互為鉛直(圖 37)。世  $P_1L$ ， $P_2M$ ， $C_1N$  鉛直於  $EF$ ，以  $d_1$ ， $d_2$ ，及  $D_1$  分別表其長度。世  $P_1Q_1$  及  $P_2Q_2$  鉛直於  $C_1N$ 。因  $C_1Q_1$  及  $C_1Q_2$  為  $C_1P_1$  及  $C_1P_2$  之射影，故由 §74 之(1)，得

$$m_1 \cdot C_1Q_1 = m_2 \cdot C_1Q_2$$

以

$$m_1(d_1 - D_1) = m_2(d_2 - D_1)$$

$$\therefore (m_1 + m_2) D_1 = m_1 d_1 + m_2 d_2$$

設將此同一方法，應用於  $C_1$  之  $(m_1 + m_2)$  及  $P_3$  之  $m_3$ ，則顯然可得一同樣之結果。若推而廣之，將此同一方法應用於任何多數質點，則可得一普通公式，即

$$(m_1 + m_2 + \dots) D = m_1 d_1 + m_2 d_2 + \dots$$



此處  $D$  為所有各點之質量中心距此任一平面之距離。

由上式觀之，無論如何變更取各質點之次序，此結果顯然不變，且無論採用任何引線平面，此結果亦必正確。

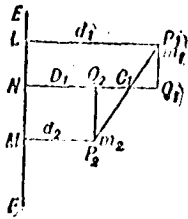


圖 37

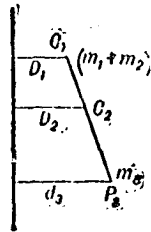


圖 38

76. 質量中心之普遍定義——設  $m_1, m_2, \dots$  為組成物體（或羣質點）的各質點之質量， $M$  為物體之總質量，再設各質點距任何平面之距離為  $d_1, d_2, \dots$ ，則質量中心所在之點，距此平面之距離為

$$D = \frac{m_1 d_1 + m_2 d_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{\sum m d}{M}$$

無論何種場合，若距其中一個或數個，係自其餘距離，距此平面之對邊測得，則代入各距離之數值時，凡與平面之一邊相當者，必須表以正號，其餘者，表以負號。

由質量中心之普遍定義，則 §74 所述之兩個或三個質點之質量中心，其公式不難推得。設  $d_1, d_2, \dots$  所自測之平面通過質量中心，則  $D$  必零，倘如此，則

$$m_1 d_1 + m_2 d_2 + \dots = 0$$

如欲應用上式，求物體之質量中心之位置時，只須將其引用於距三個正

交平面之距離即可。以  $x_1, x_2, \dots$  表距平面之一的距離,  $y_1, y_2, \dots$  表距第二平面之距離,  $z_1, z_2, \dots$  表距第三平面之距離, 則得

$$\bar{x} = \frac{\Sigma mx}{M}, \quad \bar{y} = \frac{\Sigma my}{M}, \quad \bar{z} = \frac{\Sigma mz}{M},$$

此處  $\bar{x}$  表質量中心距衆  $x$  所自測之平面之距離,  $\bar{y}$  及  $\bar{z}$ , 同理。

77. 規則物體之質量中心——二相等質點之質量中心, 係在連結二質點直線之中點。勻稱之棒, 可分為雙雙相等之質點, 每雙內之二質點, 距棒之中心必為等遠。故全棒之質量中心, 必在棒之中點。同理, 可應用於任何組織均勻而有幾何中心之物體。例如, 圓形, 橢圓形, 球體, 橢圓體, 平行四邊形, 正方形, 平行六面體等是也。凡此等物體之質量中心, 皆與其幾何中心相合。

假物體可以分為小部分, 每一部分之質量中心皆為已知時, 則全體之質量中心, 常可求出。三角形可分為無數細片, 與一邊平行; 每片之質量中心, 必在連結此邊之中點至對頂之直線內。故三角形之質量中心, 必在連結頂點至對邊中點三線之交點。同

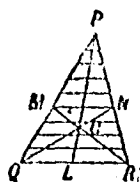


圖 39

理, 可證明三角錐體之質量中心, 必在連結頂點至對面的質量中心之四線之交點。

78. 質量中心之速度及加速度——假定在一羣質點中, 各質點之速度皆為已知。則如何可以求得質量中心之速度乎? 欲解答此問題, 只須證明如可以求質量中心之速度, 與三正交平面垂直之每一分速度之方向即足矣。

欲求質量中心在垂直於任何平面的方向內之速度，則須研究各質點及質量中心距此平面之距離。由 §75，知

$$(m_1 + m_2 + \dots) D = m_1 d_1 + m_2 d_2 + \dots \quad (1)$$

在  $t$  秒後，此等距離，皆有改變。設衆距離之新值爲  $d_1', d_2', \dots D'$ 。則

$$(m_1 + m_2 + \dots) D' = m_1 d_1' + m_2 d_2' + \dots \quad (2)$$

(1)，(2) 兩式之相當邊相減，而以  $t$  除之，並假定  $t$  無限縮小，則  $(D' - D)/t$  將變爲質量中心之速度，譬爲  $\bar{v}$ ； $(d_1' - d_1)/t$  將變爲  $m_1$  之速度，譬爲  $v_1$ ，如此類推。故

$$(m_1 + m_2 + \dots) \bar{v} = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots \quad (3)$$

故質量中心之速度與各個質點之速度之關係，一如質量中心距任何平面之距離，與各個質點距此平面之距離之關係。

茲可應用此同一理由，進而求質量中心之加速度。以上之(3)式爲出發點，研究(3)式於短時間  $t$  後，變爲何物。如此，則可得二方程式。如前，彼此相減而以  $t$  除之，並假定  $t$  爲無限小，則得

$$(m_1 + m_2 + \dots) \bar{a} = m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots \quad (4)$$

以時間爲準，將(1)式微分之，可得(3)式(參考 §19)，將(3)式微分之，可得(4)式(參考 §31)。

79. 質量中心加速度與外力之關係——前節(4)式之意義，甚爲重要。依運動第二定律， $m_1 a_1$  項等於在  $a_1$  方向內作用於  $m_1$  之力，此方向自可爲任何方向，其餘各質點亦然。然力可分爲二類，(1)外加之力，或外力(external force)，例如重力，壓力，拉力等等是也；(2)質點間相互作用之力，或內力(internal force)，即質點間之作用與反作用也。

運動第三定律，此等內力必為雙雙相等而相反之力，故在任何方向，其所有分力之和皆為零。

故(4)式右方乃代表所有外力在所論方向之分力之和。如是，設  $M$  為物體（或羣質點）之總質量，則

$$\bar{a} = \frac{\text{外力之分力之和}}{M}$$

今若問：“假定總質量集於質量中心，再假定將所有外力不改方向而遷移之，使之成作用於此點，則物體之質量中心將得何等加速度？”則按運動第二定律，此即所必得之公式也。

故物體質量中心之運動，宛如總質量集於質量中心，而將作用於物體之力，不改方向，遷移於質量中心者也。

今再參考 §73 所述事實之解釋焉。擲物體於空中，則重力為惟一外力，其質量中心之運動，宛如總質量及重量均集於此，即其運動猶如一質點也。藉令物體因內力之作用而猝然變其形狀，如流星之爆裂是也，但內力對於全體質量中心之運動，仍無影響。當二物逼近而互撞時，方其相撞也，質量中心之運動不受物體間之力之影響，及其既撞也，仍繼續而不變。考太陽系之組成，太陽與行星間有極強大之引力，但全系之質量中心，仍以均一速度運行太空。

80. 移動與轉動——欲考察物體之運動，知二事即足：(1)物體內某點之移動，(2)環繞此點之轉動。應用 §79 所得結果，可從力之大小及方向，可求得質量中心之線加速度，至力之作用線距質量中心之距離，無須顧及。

今將研究如何可以計算物體之角加速度，但在初級研究中，許多部分，必需限定裝於固定軸上之剛體轉動。

### 力矩與轉動慣性

81. 當剛體裝於固定軸上時（例如，磨石或飛輪），則施於物體之力，所能產生之惟一運動，即環繞此軸之轉動也。欲求此效應之大小，則不惟須研究力之大小及方向，且須研究其作用線距軸線之距離。施力於龐大物體使之旋轉，若所施之力距軸線愈儘量的遠，則力之效應愈益顯著，此乃尋常經驗之事。

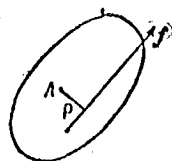


圖 40

不寧惟是，而力所遇之慣性抵抗，固不惟與體之質量有關。概括言之，物體之質量離軸線愈遠，愈難使之轉動或停止，重邊輕輻之飛輪，即其例也，此亦為熟知之事。

於是吾人乃入於研究力矩及轉動慣性之域矣。

82. 力矩——想像一物體裝於固定軸， $A$ ，上，軸線與紙面垂直（圖 40）。設有力， $f$ ，作用於此物體，力之作用線在垂直於軸線之平面內，再設作用線距軸線之垂直距離為  $p$ 。則積， $fp$ ，名曰  $f$  對於  $A$  之矩 (moment)，此矩視力之大小，方向，及作用線而定；惟與  $f$  在作用線內之着力點無關。力矩 (moment of force) 亦名曰 轉矩 (torque)。

以上所言，並非力矩之普通定義，蓋因吾人曾假定力之作用線在垂直於軸線之平面內也。欲求任何方向之力， $F$ ，之矩，則須先分解  $F$  為一平行於軸線之分力，及一垂直於軸線之分力， $f$ 。因前者與軸線平行，故不能產生環繞軸線之轉動，後之分力， $f$ ，實為有效分力。

對於某軸線之力矩，爲力與軸線垂直之分力（他一分力與軸平行），與此分力距軸線之垂直距離之乘積。

因對於軸線轉動之一方向須擬之爲正，他一方向須擬之爲負，故力矩可按其產生旋轉方向之傾向，視之爲正或視之爲負。

力矩雖爲  $f$  及  $p$  二量之積，然須視其爲單純的物理量，恰如功雖爲  $F$  及  $s$  之積，乃一單純的物理量也。因此之故，將以  $L$  表之。

83. 力矩所作之功——設固定力之作用線與物體之關係，則對於軸線之力矩爲一常數，等於  $fp$ 。假定物體依力矩之方向，轉一角度  $\theta$ ，則力作用之距離爲  $p\theta$ ，故功爲  $fp\theta$ ，或  $L\theta$ 。故在轉動運動中，

$$\text{功} = \text{力矩} \times \text{角移。}$$

此式與移動運動中功之相似處，堪資注意也，質言之，即與  $F's$  之相似處也；力矩相當於力，角移相當於線位移。

84. 轉動之動能——轉動的物體之各質點，皆有一定的線速度及定量之動能，總動能即衆質點之動能之和。距軸線  $r$  遠，質量  $m$  之質點，具有線速度  $\omega r$ ，此處  $\omega$  爲角速度，則其動能爲  $\frac{1}{2} m\omega^2 r^2$ 。今因不同的質點， $r$  不同，但  $\omega$  爲全體一致。故

$$E = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) \omega^2$$

括弧內各項，僅與物體之質量及形狀，與夫所給之轉動軸線有關。設以  $I$  代之，則

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

此式與移動動能公式  $\frac{1}{2} mv^2$  極爲相似。

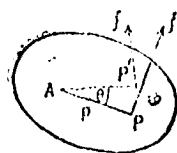


圖 41

85. 轉動慣性——上式內之  $I$ ，名爲物體對於某特殊轉動軸線之轉動慣性 (rotational inertia)。可定義曰：諸質點與其距轉動軸線各個距離之平方之積之和，或簡寫爲

$$I = \sum mr^2.$$

若以另一方法述之，則  $I$  之意義似較明白。設物體之質量爲  $M$ ，假定將其分爲  $N$  個小部分，每一部分等於  $M/N$ 。則

$$I = M \frac{\sum r^2}{N} = Mk^2$$

此處  $k^2$  爲  $r^2$  所有值之平均數。 $k$  名曰環動半徑 (radius of gyration)。質量  $M$ ，半徑  $a$  之細環的各部分，可視爲距環之幾何軸線爲等遠，故其

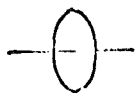


圖 42

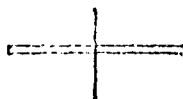


圖 43

對於軸線之轉動慣性爲  $Ma^2$ 。此外尚有二重要場合，述之如下：半徑  $a$  之圓盤。對於其幾何軸線之轉動慣性 (圖 42) 爲

$$I = \frac{1}{2} Ma^2$$

長度  $l$  之細棒，對於橫貫其中心的軸線之轉動慣性 (圖 43) 爲

$$I = \frac{1}{12} Ml^2$$

此種公式之推算，英替於微分法。設  $\rho$  爲盤之每單位面積之質量，再設將盤分爲無數細環，則  $I$  爲  $2\pi r dr \rho r^2$  自 0 至  $a$  之積分，等於  $\frac{1}{2}\pi \rho a^4$  或  $\frac{1}{2}Ma^2$ 。

設  $\rho$  爲每單位長度之質量，則  $I$  爲  $\rho dr \cdot r^2$  自  $-\frac{l}{2}$  至  $+\frac{l}{2}$  之積分，等於  $\frac{1}{12} \rho l^3$  或  $\frac{1}{12} ml^2$ 。

86. 轉動能之方程式——想像一裝於軸上之剛體。有一力矩  $L$  作用其上，則對於軸線之轉動慣性爲  $I$ 。設物體轉一角  $\phi$ ，則功爲  $L\phi$  因物體爲剛體，故其質點之相對位置不變，故其位能亦不變，故功等於動能之增加，或

$$L\phi = \frac{1}{2} I (\omega^2 - \omega_0^2)$$

87. 角動量——在適所論之場合中，若旋轉角  $\phi$  之時間爲  $t$ ，則在時間  $t$  內之平均角速度爲  $\frac{1}{2}(\omega + \omega_0)$  故

$$\phi = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)t$$

從此式及 §86 之方程式，得

$$Lt = I(\omega - \omega_0)$$

積  $Lt$  顯然與移動運動中之積  $Ft$  相當 (§45)，可名之曰力矩之衝量 (impulse of moment of force)。方程式右邊  $I\omega$  之增加，與動量  $mv$  相當。由此雷同點而論，則名轉動慣性與角速度之乘積爲角動量 (angular momentum)。

若  $L = 0$ ，即若物體不受任何對於轉動軸線，有矩之力作用，則  $I\omega = I\omega_0$ ，或角動量爲常數。

88. 角動量之不減——以上所述，乃角動量不減原理之特殊場合，質言之，即裝於軸上轉動也。假使環繞爲尤普避之情形，設不計空氣之抵抗，則惟一外力即重力，作用於質量中



心。故角動量之總量不變，只其軸線為週期運動耳，泡利索者則懸於空中，大砲射出之砲彈，皆其例證也。全體太陽系實感此普遍原理，即任何物體系之總角動量，苟不受對於軸線有矩之力之作用，則其量不變。

89. 力矩所生之角加速度——由 §87, 得

$$L = I \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

故若  $\alpha$  為  $L$  所生之角加速度，則

$$L = I\alpha$$

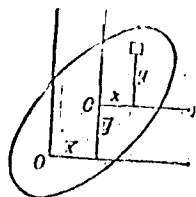


圖 44

此為計算裝於固定軸上的物體運動之基本方程式。與移動運動中的  $F = ma$  相對應。

倘物體不在固定軸上，而為自由，則作用力必產生質量中心之線加速度 (§74)，且亦產生繞通過質量中心某軸線之旋轉，至旋轉方向，則視物體之形狀而定。若力之作用線在由軸線之  $x$ - $y$  平面內 (§101)，則必繞第三軸線旋轉，但此間在此處不能詳細討論。

90. 對於平行軸線之轉動慣性——物體對於任何軸線之轉動慣性  $I$ 。及其對於通過質量中心的平行軸之轉動慣性  $I_0$  間，有一簡單而且有用之關係，質言之，即

$$I = I_0 + Mh^2$$

$M$  為物體之質量， $h$  為兩軸線間之距離。此式之證明如下：

設所論軸線，均與圖 44 之平面垂直，而前設此平面於  $O, C$  兩點。設質點， $m_1$  之坐標，對於通過  $C$  的垂直軸，為  $x$  及  $y$ ，再設  $O$  之坐標，對於通過  $O$  的平行軸，為  $\bar{x}$  及  $\bar{y}$ 。則

$$I = \sum m((x + \bar{x})^2 + (y + \bar{y})^2)$$

$$I_0 + Mh^2 = \sum m(x^2 + y^2) + \sum m(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)$$

設將右邊兩項同類項比較之，則見所差者只為  $2\bar{x}\sum mx$  及  $2\bar{y}\sum my$ 。然  $\bar{x}$  與  $\bar{y}$  均為常數，因  $x$  及  $y$  又均為距離其質量中心的平面之距離，故  $\sum mx = 0$ ， $\sum my = 0$  (§76)，所以  $I$  與  $I_0 + Mh^2$  相等。

91. 移動轉動發有的物體之動能——設圖 44 所示之物體，以角速度  $\omega$  繞軸  $O$  旋轉，假設軸線固定於物體內（或與物體固定連結）。此  $\omega$  亦為其對於軸線  $C$  之角速度，因此二旋轉起於同一時間內也。據 §90 之方程式，則

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} I \omega^2 &= \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + \frac{1}{2} M h^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + \frac{1}{2} M \bar{V}^2 \end{aligned}$$

因  $C$  之線速度， $\bar{V}$ ，等於  $h\omega$  也，故總動能可視為——

(1) 質量中心之移動動能

及 (2) 質量中心之轉動動能

所組成。此理可應用於滾下斜面的圓柱，或正在進行的車輪，因正在滾下或正在進行時，有一軸線暫時靜止也，質言之，即與地面接觸之線。即一面對於通過質量中心之軸線旋轉，一面垂直於軸線而運動之物體，此理亦可應用；蓋因在此等情形下，必有一暫時軸線也 (§69)。事實上，若將線速度分解為平行於軸線者及垂直於軸線者，將見此原理對於剛體之任何運動，皆為正確。

92. 圓盤之轉動慣性——設任何形狀之圓盤，對於盤平面內二正交軸線之轉動慣性為  $I_1$  及  $I_2$ ，則其對於與此二軸線相交，且與盤面垂直之第三軸線之轉動慣性為  $I_1 + I_2$ 。

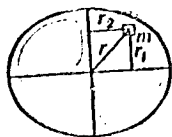


圖 45

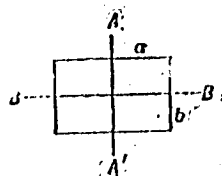


圖 46

設盤之某一分子， $m$ ，距之二軸線之距離為  $r_1$  及  $r_2$  (圖 45)，則

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2$$

$$mr^2 = mr_1^2 + mr_2^2$$

總計所有之分子，則得

$$I = I_1 + I_2$$

93. 幾種其他轉動慣性——勻稱的長方盤，可分之爲兩棒，而將諸棒之轉動慣性相加 (圖 46) 如此，則對於在盤之平面內，平分兩邊之兩軸線， $I_a = \frac{1}{12} Ma^2$ ， $I_b = \frac{1}{12} Mb^2$ 。故由 §92，得對於通過盤之中心，且與盤面垂直之軸之轉動慣性爲

$$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$

勻稱的長方塊，可分之爲長方盤。故對於通過其中心，而與  $a$  寬及  $b$  高垂直之軸線，其轉動慣性亦可算如上式。

勻稱的圓盤，對於盤平面內任何二正交軸線之轉動慣性必相等。故由 §92，各等於  $\frac{1}{2} Ma^2$

圓柱體可分之爲圓盤。故對於其幾何軸線，其轉動慣性爲  $\frac{1}{2} Ma^2$ 。由上之說，則對於橫圓柱體中心之軸線之轉動慣性，不難求得，但保留之爲練習題。

94. 轉動中所用之單位——自述牛頓氏第二定律以來 (§40)，吾人所用之公式，對於 C. G. S. 及 B. E. 單位制，均屬有效 (參看 §42)。例如， $I = \sum mr^2$ ， $I$  (圓盤) =  $\frac{1}{2} Ma^2$ ， $L = I\alpha$  等等，在二單位制內，殊無分別。如用 B. E. 單位，及必須將數值代入，以求得數值結果時。則  $M$  當用  $M = w$  (磅)  $\div g$  (呎/秒<sup>2</sup>) 計算。

## 轉動慣性

物 體	軸	轉 動 慣 性
棒	橫貫末端	$\frac{1}{3}Ml^2$
棒	橫貫中心	$\frac{1}{12}Ml^2$
圓盤	垂直貫中心	$\frac{1}{2}Ma^2$
圓柱	縱貫中心	$\frac{1}{2}Ma^2$
圓柱	橫貫中心	$M(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}l^2)$
長方塊	通過中心與邊長爲 $a$ 及 $b$ 兩面垂直	$\frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
球體	通過中心	$\frac{2}{5}Ma^2$

## 作用於物體之合力

95. 合力——最著研究作用於質點之力，往往可代之單純相當之力，而名之曰合力。設有若干力作用於一物體時，其效應亦同與一單力相當，此單力亦名之曰諸力之合力。間有不如此者，容後述之。

96. 合力必需滿足之條件——1. 合力必能產生質量中心  $C$  之實在線加速度，故依 §79，其在任何方向之分力，必等於諸作用力在此方向的分力之和。

2. 合力必能產生繞任何軸線之實在角加速度。故其對於任何軸線之矩，必等於諸作用力對於此軸線之矩之和。

若某力滿足此等條件，則爲合力。今將應用此等試驗，以求在幾種重要場合下，作用於物體之力之合力。

97. 二平行力之合力——由 §96 之第一條件，二平行力  $P$

及  $Q$  之合力  $R$ ，必與  $P, Q$  同方向，且等於其代數和， $P + Q$  至為明顯。由 §96 之 (2)，則  $R$  必在  $P, Q$  之平面內。倘不如是，則合力對於  $P, Q$  作用線之交點必有矩，然  $P, Q$  對於如此之軸之矩為零。

(1) 同方向之平行力——如圖 47 設  $P$  及  $Q$  為同方向，作用於  $A$  及  $B$ 。 $O$  為任何垂直於力的平面之軸，割此平面之點， $OA' B'$  為與力垂直之直線， $C'$  為  $R$  作用線割  $A' B'$  之點。則由合力必須滿足的條件視之，

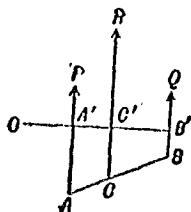


圖 47

$$R = P + Q$$

$$R \cdot OC' = P \cdot OA' + Q \cdot OB'$$

設  $P, Q, OA'$  及  $OB'$  皆為已知，則由此二式可求出  $R$  及  $OC'$ 。

$C'$  之位置亦可用另法求出。因  $R$  對於  $C'$  之矩為零，故  $P, Q$  對於  $C'$  之矩必相等而相反。故

$$P \cdot C'A' = Q \cdot C'B'$$

設  $C$  為  $R$  作用線割  $AB$  之點，則  $CA$  與  $CB$  之比，等於  $C'A'$  與  $C'B'$  之比，故

$$P \cdot CA = Q \cdot CB,$$

即合力割  $AB$  於點  $C$ ，此點分  $AB$  為二部，與二力成反比。此亦為求二質點之質量中心之法 (§ 74) 須注意也。不但此也， $C$  在  $AB$  內之位置，僅與平行力之大小有關，與其實在方向無關。

(2) 方向相反之平行力——此節內 (圖 48) 所用之字母與前節所

用者之義意同。假定  $P$  大於  $Q$ ，則  $R$  作用線割  $A'B'$  之點  $C'$ ，不能在  $A', B'$  之間，倘如是則  $P, Q$  對於  $C'$  之矩必為同號，同號相加，必不能等於零。故  $C'$  必在  $A'B'$  之延長線上；又因  $P$  大於  $Q$ ，故  $C'$  必近於  $A'$  而遠於  $B'$  由 §96 之條件，則得

$$R = P - Q$$

$$R \cdot OC' = P \cdot OA' - Q \cdot OB'$$

對於  $C'$  取矩，則得

$$P \cdot C'A' = Q \cdot C'B'$$

故

$$P \cdot CA = Q \cdot CB$$

若  $P$  與  $Q$  幾相等，則比率  $CA:CB$  必近於 1，意即  $C$  必距  $A, B$  為甚遠也。不但此也，倘如是，則  $R$  必為甚小之力。

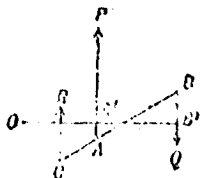


圖 48

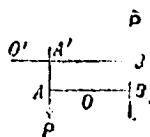


圖 49

98. 力偶——不在同一直線內的二相等而相反之力，成為力偶 (couple)。設用上節方法，求如此二力之合力，必得一零力而在無限遠，如此之力，殆未曾有。故力偶不能化為單力。

成為力偶的二力之矩之和，對於凡垂直於力偶平面之軸皆相同。因對於在二力間之軸  $O$  (圖 49)，力矩為同方向，其和為  $(P \cdot OA + Q \cdot OB)$

或  $P \cdot AB$ ; 而對於二力外之軸  $O'$ , 則力矩之方向相反, 其和為  $(P \cdot O'B' - Q \cdot O'A')$ , 仍等於  $P \cdot AB$ 。

力偶間之距離, 簡稱之曰力偶臂 (arm of couple), 對於任何垂直於其平面之軸之力偶矩, 即  $P \cdot AB$ , 簡稱之曰力偶強度 (strength of couple), 在同一或平行平面內, 同強度的二力偶, 處處相等, 且生相等之效應。

因力偶之和等於零, 故不生質量中心加速度 (§79)。

設質量中心為靜止, 則仍為靜止, 或無論其如何運動, 則必以等速而繼續運動。故力偶所生之角速度, 必環繞通過質量中心之某軸。

99. 多數平行力之合力——求任何多平行力之合力, 無論其是否在同一平面內, 可先求出二力之合力, 次將此合力與第三力合併, 如此類推, 直至力盡為止, 最後之合力, 或為單力, 或為力偶, 或為零。每一步程之合力, 即等於所加力之代數和。故所有力之合力, 即等於所有力之代數和。

合力之作用線, 亦可應用合力對於任何軸之矩等於諸力對於此軸之矩之和之原理求出之。設力皆在同一平面內, 則求合力之作用線, 只須對於與此平面垂直之軸取矩即可。設力不在同一平面內, 則必須對於與力垂直之二正交軸取矩。

100. 重心——求同一平面內二平行力之合力方法, 與求多數質點之質量中心方法, 相同之點, 吾人在 §97 之(1), 曾注意及之。設對於等質點內之質點或物體之質點, 將作用於各個質點之力, 盡換以在同一方向的平行力, 且與質點之質量成比例, 則合力之作用點, 將與質量中心

相重合。此說曾以之爲質量中心之定義。至於平行力之共同方向，則並未道及，諒堪注意也(§97)。

重力在物體之質點上爲(幾近)平行之力，且與質點之質量成比例。故物體之重心(center of gravity)或(幾近)平行力的合力之着力點，與物體之質量中心相重合。

接近地球的巨大物體，有一定的質量中心，但無一定之重心(特別情形除外)，蓋因力既非完全平行，又非完全與質量成比例也。對於地表面上之物體，此理實用上無甚重要；但研究太陽及月球對於地球運動的吸引影響，則非常重要。

101. 離心力——在 §47，曾見維持質點作圓週運動所需之力之公式矣。茲將其推廣於任何形狀之物體。設質量  $m$  之物體，以等角速度，繞不經過質量中心之軸而旋轉，則質量中心必作等速圓週運動，故必有向心加速度  $= v^2/r$ 。故由 §79 所述之理，則作用於物體之力(或幾個力的合力)，必等於  $m \frac{v^2}{r}$ ，且必在連結圓心至質量中心之直線內作用，此物體必反施一相等相反之力。例如不平衡的飛輪，在軸上所施之不等力，此反作用即其原因也。

維持物體繞旋轉軸之力，往往不只爲單力(尙有抵抗摩擦，及支持物重所屬之力)。爲簡單起見，假定有一對相等之球，用一細棒連結之，而令其繞通過棒中心的垂直軸旋轉。因質量中心無加速度，故若將作用於物體之力選於質量中心，則合力必爲零。故力必成力偶，而施於棒上之反作用，亦必成爲力偶，名之曰離心力偶，離心力偶有使棒轉動之傾向，或有使棒轉與其自身垂直之軸而旋轉之傾向。離心力偶，對於物體之某一旋轉軸，有時爲零。在上之簡單例證內，設旋轉軸在連結球心之直線內，或與此直線垂直時，即其例也。物體之轉動慣性，亦有最大及最小之位置。此解釋顯然可應用於勻

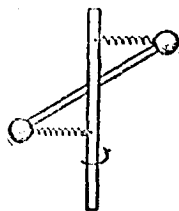


圖 50



移物體，例如圓盤，可分之爲一變一變的質點，猶如上述。無論物體之形狀如何，經過物體內任何點必有三個正交軸。物體對於此點可以旋轉，但不據任何重心力偶，此三軸，一爲最大轉動慣性軸，一爲最小轉動慣性軸，一爲垂直於前二者之第三軸。此三軸名曰經過此點之主軸 (Principal axis)。

假使物體繞過其質量中心之軸旋轉，則無轉動慣性，絕無“傾側”或旋離心力偶之傾向。例如工於衝段環較的環之運動，來復槍彈之運動，地球自轉之運動，皆是也。但若開始旋轉之軸不爲主軸時，則生不規則運動，但都環環，即其例也。

### 力 之 平 衡

102. 平衡之條件——作用於物體之力，既不生線加速度，亦不生角加速度時，則爲平衡，即其合力爲零之時也。

假已知一系力爲平衡，則由 §79，可斷定在任何方向其分力之和等於零，因質量中心無加速度也。亦可斷定其對於任何軸之矩之和等於零，因對於任何軸無角加速度也。

在任何方向，若令分力之和等於零，則可得力之關係，且似可得無量數此等關係；但實際上只有三獨立關係，例如，在三個成直角方向，取分力之和，所得者是也。

同理，可令對於任何軸之矩之和等於零，而得力之關係；但仍只有三個獨立關係，例如，對於三正交軸取矩所得者是也。

如是，則力之平衡，至多能推出六個獨立關係，此可由物體至多有六度自由——移者三，轉動者三——之理推得。

反之，若問力必適合於何等關係，並若干關係，而後可定其爲平衡，換言之，即平衡之基本條件果何如。其答仍爲六個關係，質言之，即在任何三正交方向之一，分力之和必等於零，對於三正交軸之一，力矩之

和亦必等於零也。

此二條件可述之如下：對於任何三正交軸之一，

$$\Sigma F' = 0,$$

$$\Sigma F' p = 0.$$

103. 平面內之力——平衡之力，其作用線皆在一平面內時，則在平面內任何二正交方向之一，分力之和等於零。在此情形內，第三正交軸必與此平面垂直，故在此方向之分力皆為零。又對於任何與平面垂直之軸，力矩之和亦為零。因其他二正交軸在此平面內，故對於此二軸，任一力矩皆為零。

故若平面內之力為平衡時，則其中之三獨立關係可以推得。設寫維持力間平衡之關係時，則必需只包括作用於物體之力。雖物體對於各作用力，皆施一相等相反之反作用，但反作用，乃作用於他物體之力。

104. 平面內力之平衡之例——茲將討論二例，以證以上之理論。

(1) 設有勻質之桿  $AB$  (長度 =  $l$ )，一端著地而不滑動，一端靠於光滑之壁而無摩擦，求作用於壁上之力 ( $F_1$ ) 為何，作用於地上之力 ( $F_2$ ) 為何，及桿與地面之摩擦力為何？

因  $B$  點無摩擦，故  $F_1$  為水平。  $A$  點之摩擦力，即  $F_2$ ，水平而向  $B$ 。令作用於桿的水平力之和為零，則得

$$F_1 - F = 0 \tag{1}$$

關於桿之傾直力等於零，則得

$$F_2 - W = 0 \tag{2}$$

對於任一與力之平面垂直之軸取矩，則可得第三個關係。因此，設選取通過  $A$  點之軸，則可使此關係儘量簡單，因  $F_1$ 、 $F_2$  對於此軸之矩皆為零也。重量作用於桿之中心  $O$ ，故其

與距  $A$  點之距離為  $(1/2)l \cos \theta$ 。又  $F_1$  之作用線距  $A$  點之距離  $BE$  為  $l \sin \theta$ 。故

$$W \frac{l}{2} \cos \theta - F_1 l \sin \theta = 0 \quad (3)$$

由此三力公式，得

$$F_1 = F_3 = \frac{1}{2} W \cot \theta$$

$$F_2 = W$$

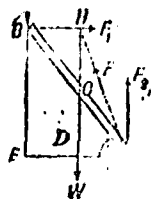


圖 51

(2) 設有均質之棒，一端掛於牆上，一端置於光滑地板(圖 52)。在此情形內，因  $A$  點無水平摩擦力，故  $A$  點之力必為鉛直。設  $B$  點作用於棒之力為一水平力  $F_1$  及一鉛直力  $F_3$ ，令鉛直力之和，水平力之和，及對於  $B$  點之力矩之和，皆等於零，則得

$$F_1 = 0, F_2 + F_3 - W = 0,$$

$$W \frac{l}{2} \cos \theta - F_3 l \cos \theta = 0$$

$$\text{故 } F_1 = 0, F_2 = \frac{1}{2} W, F_3 = \frac{1}{2} W.$$

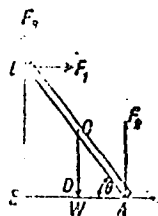


圖 52

因  $F_1 = 0$ ，故棒對於牆無壓力。設令  $A$  端止於水槽內之木板頂上，可以輕繫  $B$  端，亦可證明此情形；此結果驟觀之似不可能，但若以厚細較之，則可見繫  $B$  之繩實為垂直。

105. 平衡之特別情形——(1)若二力為平衡，則必相等而相反，且在同一直線內。若非相等相反，則必發生移動，若不在同一直線內，則必發生轉動。

例如，以繩懸物，物必靜止，因其重心必正在懸掛點之下方也。由此可得一實驗方法，以求任何形狀之板之重心。法只需順次掛其邊緣上之二點，而求出懸線之交點即可。

(2)若三力為平衡，則三力必在同一平面內。 因三者對於任何軸之矩之和必為零也。對於與三力內二力之作用線相交之任一軸，此二力之矩皆為零。故凡此等軸必亦與第三力之作用線相交(與軸平行者除外)，

但除非所有之力皆在一平面內，則不能如是。

(3) 三力平衡，必為平行，或必通過一點。 設為平行，則其中之一必與其餘二者之合力相等而相反。設不平行，則其中之二必相交，且對於交點之矩必為零。故第三力必通過其餘二力之交點。

§ 101 之 (2)，可為研究三平行力平衡之例。因  $F_2, F_3$  之合力，必與  $W$  相等相反，且必與  $W$  在同一線內， $W$  作用於  $AB$  之中點。故  $F_2$  與  $F_3$  相等。

§ 104 之 (1)，可為研究三非平行力平衡之例。設  $F_2, F_3$  之合力為  $F$ ，則  $F, F_1$  及  $W$  為三平衡力。故  $F$  必通過  $F_1$  與  $W$  之交點，故  $F$  之方向不難由圖解求得。至  $F_1$  及  $F$  之大小，亦可由圖解求得。因  $AD$  與  $BI$  相等，故  $HDDA$  為一平行四邊形。故  $F, F_1$  及  $W$  與  $HA, HB$  及  $HD$  成比例。

106. 穩平衡，不穩平衡，及隨地平衡——物體或為靜止，或為等速運動時，即無加速度（線的或角的）時，則物體為平衡。作用於如此物體之力之合力必為零。

若平衡之物體為靜止，則名此平衡為靜的(statio)。平衡之屬於此類者有三，即穩，不穩，及隨地平衡是也。靜止之物體為穩平衡時，微動之，則有恢復其平衡位置之傾向。例如，化學天平，擺或用繩懸起之圓

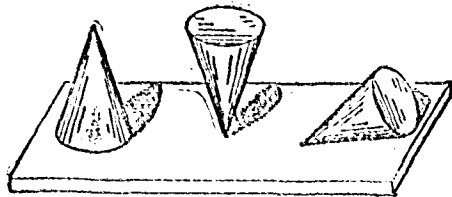


圖 53—穩，不穩，及隨地平衡

盤，桌上之書，與夫大多數之靜止物體皆是也。靜止之物體為不穩平衡時，微動之，則有遠離其平衡位置之傾向。如豎放之卵，及支一角之木

板，皆為不穩平衡。靜止之物體為隨地平衡時，微動之，則既無遠離之傾向，又無恢復之傾向；例如，水平台上之球體或圓柱體，與夫貫重心裝於軸上之物體皆是也。

物體居穩平衡位置，若拂而釋之，則環此位置振動，不過，此振動可因摩擦或其他力而迅速消滅。若拂之太甚，則此等物體可達不穩平衡位置而不復恢復，如桌椅然，傾側過甚，即達不穩平衡位置。凡此等物體，可拂動而仍復原之範圍，為平衡穩度之測量焉。

107. 靜平衡之能測驗——靜止之物體為穩平衡時，拂動之將增其位能。靜止之擺，此理至明，拂動之則昇高其重心；移動擺球，則對重力而作功，此功必生位能，故穩平衡位置者，即位能最小之位置也。顯無論功對何種力而作，此說皆可保持其正確；而物體受拂動有傾向恢復之事實，足證有反對運動之保守力，對此種力所作之功，結果必為位能之增加。

不穩平衡位置者，即位能最大之位置也。如頂立之球體，或支一隅之板，皆其例也；拂動之，則降低其重心。顯無論作用力為何，此說必真；由物體受拂動即遠離其平衡位置之事實，足證其位能減小。

若平衡為隨地時，則拂動並不生位能變化；如圓球滾於水平台上，其重心既不昇高亦不降低是也。磅圖所繪之儀器，實一極有趣味之例證。無論水平桿上可較準的重物之位置如何，此儀永為靜止，蓋因總位能時時如一也。此即普通天平之構造原理，砝碼或所稱物無論置於盤之何處皆可。

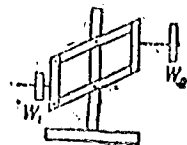


圖 51

有定運動狀態之物體，如飛機，火車，皆為動平衡，因作用力之合力為零也。

穩平衡位能最小之理，自然界中，例證甚多；位能可以一部分非機械能，亦可以全體非機械能，至其究為何種能，物理學之其他部分詳述之。凡自然界中之變化皆為連續發生之事，故物體受擾動必趨於穩平衡狀態，即位能最小之狀態也。

### 週期運動

108. 週期運動 (periodic motion) 者，於連續等時間內，而重複之運動也。每重複一次所需之時間，名曰運動之週期 (period)。例如，月球以週期運動環繞地球，此週期即太陰月 (lunar month)，而地球環繞太陽，則以一年為週期。鐘針之端，對於鐘心有週期運動。振動之提琴弦上之點，或鋼琴絲上之點，皆有週期運動。

109. 等速圓週運動——設點  $P$  以等速度繞行於以  $O$  為心之圓週， $P$  之位置，可以  $PO$  與某固定半徑  $OA$  所成之角定之。此角名曰  $P$  點運動之相 (phase)。

若運動之週期為  $T$ ，則  $OP$  在單位時間內所經之角，即角速度  $\omega$ ，等於  $2\pi/T$ 。假定在初計時間之時， $P$  之位置為  $B$ ，再假定此時其相為  $C$ ，即角  $BOA$ 。則時間  $t$  後， $P$  必已經過角  $\omega t$  或  $(2\pi/T)t$ ，故在時間  $t$  時之相必為  $[(2\pi/T)t + c]$ 。

110. 簡諧運動 (simple harmonic motion)——此為週期運動最重要之方式，單擺往復於小弧上之振動，懸於有彈性之繩或彈簧而上下運動

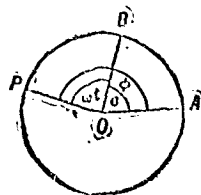
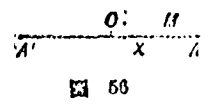


圖 55

之重物之振動，音叉臂上的點之振動，與夫其他一切振動，皆其例也。

簡諧運動爲線振動，此運動如是，即振點有向其路心且與其離開路心之距離成比例的加速度。

設  $A'A$  爲有簡諧運動的點， $M$ ，之振動路線，再設  $C$  爲  $A'A$  之中心。以  $x$  代任何時刻  $M$  離  $C$  之距離， $x$  之值在  $C, A$  之間認爲正，在  $C, A'$  之間認爲負。 $x$  爲正時， $M$  之加速度， $a$ ，向  $C$ ，故方向爲負； $x$  爲負時， $a$  仍向  $C$ ，故爲正。故設以  $c$  表  $a$  對於  $x$  之比例常數，則由簡諧運動定義，得

$$a = -cx$$

無論何時，振點離運動中心之距離，名曰振動在此時之位移。

振動路線之長之半，名曰簡諧運動之振幅 (amplitude)。振幅等於最大位移 ( $CA$  或  $CA'$ )，以  $r$  代之。

一個完全振動 (即自  $A$  至  $A'$  再返至  $A$ ) 所需之時間，爲簡諧運動之週期。

111. 作用於簡諧運動的物體之力——物體之有簡諧運動者，有變加速度復向中心。而生此加速度，必有不等之力，作用於物體，亦向中心。設以  $F$  表此力，而命  $m$  爲物體之質量，則由運動第二定律及簡諧運動定義，得

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= -mcx \end{aligned}$$

因對於已知物體及已知之簡諧運動， $m$  及  $c$  皆爲常數，故所需之力復與位移相反而成比例。

設固定螺旋彈簧之一端，則伸長彈簧或壓縮彈簧所需之力，與自由之端離其原位置之位移成比例，而彈簧所施之反作用必與位移相反而成比例 (§56)。故繫物體於彈簧而令其在彈簧作用下振動，則物體即有簡諧運動。此同一的力之定律，對於拉彎之平彈簧亦可應用，而實際上，即對於任何彈性物體受屈撓時，亦無往而不可應用也。故凡彈性振動，皆為簡諧運動，或此種運動之複雜者，音與光之振動，亦屬之。

112. 簡諧運動與圓周運動之關係——根據  $a = -\omega^2 x$  定律，簡諧運動曾定義為線內振動。茲考等速圓周運動，在圓之直徑上之射影，恰有此同一性質。以  $A'A$  為直徑作一圓 (圖 57)，設點  $P$  以等角速度  $\omega$  繞此圓運動。設  $M$  為  $P$  在  $A'A$  上之射影，則  $P$  每轉一週， $M$  即沿  $A'A$  振動一次。因  $M$  之運動，為  $P$  在  $A'A$  方向運動之一部分，故  $M$  之加速度即  $P$  在此方向之分加速度。 $P$  之加速度為  $\omega^2 r$ ，在  $PC$  方向，或  $-\omega^2 r$ ，在  $CP$  方向。故

$$a = -\omega^2 r \cos \theta = -\omega^2 x$$

總此運動， $\omega$  為常數，故射影為簡諧運動，在此簡諧運動內， $\theta = \omega^2 t$ 。

故簡諧運動可視為等速圓周運動之射影。此圓名曰簡諧運動之引據圓 (circle of reference)。按圓周運動與簡諧運動之關係，實啓吾人以不用高等數學而推知簡諧運動性質之法。

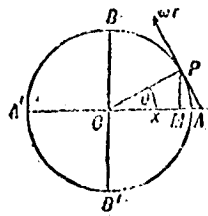


圖 57

113. 簡諧運動之週期——假設簡諧運動為等速圓周運動之射影。則二運動之週期必同。以  $T$  代之。則由 §112,



$$a = -\omega^2 x = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$$

故

$$T = 2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}}$$

因  $x$  與  $a$  恆為反號，故方根下之量，數字上恆為正。

114. 簡諧運動之位移——從圓周運動與簡諧運動之關係，亦可推得一公式，以表簡諧運動內任何時刻之變位，設  $P$  為運動射影成振點  $M$  運動之點 (§58)。則角  $PCA$ ，或  $P$  運動之相 (§109)，等於  $\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)t + e\right]$ 。故在簡諧運動內，對於  $CM$  或位移， $x$ ，可得

$$x = r \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + e\right)$$

此式雖由圓周運動推得，然須認為代表振幅， $r$  週期， $T$  的簡諧運動公式。 $\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)t + e\right]$  名曰簡諧運動在時間  $t$  時之相， $e$  為簡諧運動在時間零時之相。

考  $e$  有二特殊值，可使代表  $x$  之公式化為較簡。自圓周運動觀之，設  $e$  為零，即時間為零時， $M$  在  $A$  之意，則代表  $x$  之公式為

$$x = r \cos \frac{2\pi}{T} t$$

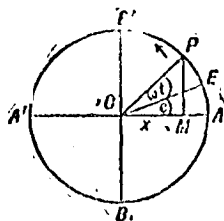


圖 58

設  $e = -\pi/2$ ，則時間為零  $P$  在  $B$ ，故  $M$  在  $C$  而在正的方向運動。將  $e$  之值代入以上代表  $x$  之一般公式內，則得

$$x = r \sin \frac{2\pi}{T} t$$

115. 簡諧運動之速度——簡諧運動之速度，顯然為變速度。當動點在  $A$  或  $A'$  時 (圖 58)，暫時靜止，其速度， $v$ ，為零。正在運動時，由  $A'$  至  $A$ ，速度為正，由  $A$  至  $A'$ ，速度為負。當點在  $C$  時，其速度為最大，因其為  $P$  之充分速度也，故等於  $2\pi r/T$ 。故  $v$  為最大之處， $a$  為最小， $v$  為最小之處， $a$  為最大。

若以  $x$  為變數，而取  $P$  沿圓之切線的等速度  $2\pi r/T$ ，在  $CA$  方向之分速度，亦可求得一代表  $x$  之公式，但非時常所需要，故留之為練習題。

116. 單擺——單擺 (simple pendulum) 之構造為一小重物，名曰擺球 (通常為圓球)，以實用上不可拉長之繩懸之，繩之質量甚小，較諸擺球，可以忽略。設擺擺一小角，則擺球即在小弧內振動，弧極近於直線。

重力， $mg$ ，鉛直作用於擺球，可分解之為一沿切線之分力，及一沿半徑之分力。後之分力，生繩之張力，而不影響擺之運動，前之分力，生沿切線之加速度。設繩對於鉛直線之傾角為  $\theta$ ，則沿切線之分力為  $mg \cos[(\pi/2) - \theta]$ ，或  $mg \sin \theta$ 。因曾假定擺角為甚小，故  $\sin \theta$  可以  $\theta$  代之；實際上，若  $\theta$  之值小於  $2^\circ$ ，則  $\sin \theta$  與  $\theta$  之差不能大於萬分之一。設  $x$  為自擺球之最低點沿切線所測之距離， $l$  為擺長，則  $\theta = x/l$ 。弧度。故沿切線之力為  $mg (x/l)$ 。設  $x$



圖 59

為正，則力之方向為負。故若以  $a$  代表沿切線之加速度，則由運動第二定律，得

$$-mg \frac{x}{l} = ma$$

故

$$a = -\frac{g}{l} \bar{x}$$

總此運動， $\bar{x}$  之因數爲一常數，故加速度與位移相反而成比例，故此運動爲簡諧運動。假定  $T$  爲擺之週期，則由 §115.

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{-\frac{x}{a}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \end{aligned}$$

**117. 角諧運動**——裝於軸上之物體，可往返經一角而振動，如鐘錶之擺輪，或掛在釘上之物體，皆其例也。當角加速度， $\alpha$ ，常與角移  $\theta$  相反而成比例時，則名此運動爲角諧運動。故此種運動之一般公式爲

$$\alpha = -C \cdot \theta$$

爲常數。

圖 60，想像在物體內作一平面，與  $O$  軸垂直， $M$  爲在物體內振動之點，則線  $OM$  將在物體內往返

振動。點  $M$  將在半徑  $OM$  或  $r$  圓弧內振動。設  $OM$  離其平均位置， $OC$ ，之角移爲  $\theta$ ，則  $M$  離  $C$  之位移  $X$  爲  $r\theta$ ， $M$  之線加速度， $a$ ，爲  $ra$  (§69) 將  $\theta$

及  $a$  之值代入上式而消去  $r$ ，則得

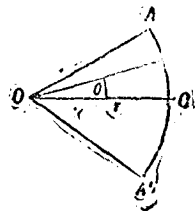


圖 60

$$a = -C \cdot x$$

故無論如何， $M$  之運動必為簡諧運動，不過此運動為沿弧（可長可短）的而不為沿直線的而已。可假定此弧已經拉直，而毫無變更  $M$  之運動性質。故若  $T$  為  $M$  之運動週期，則此週期當然與角諧運動之週期相同，故

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}} \\ &= 2\pi\sqrt{-\frac{\theta}{\alpha}} \end{aligned}$$

此為計算角諧運動週期之公式，與計算簡諧運動週期之公式 (§115) 相似。

吾人將以扭轉擺 (the torsion pendulum) 及物理擺 (the physical pendulum) 為角諧運動之實例而研究之。

118. 扭轉擺——扭轉擺之構造為一鉛直金屬絲，一端繫物體，他一端夾牢（圖 61）。設以絲為軸扭轉物體而釋放之，則物體即作角振動；受扭之絲開始解扭，運動於焉而起，而於絲已解扭後，因物體得有動能，故運動依然存在。

扭轉此絲，須用力偶。考力偶矩  $L$  所生之扭角， $\theta$ ，與  $L$  成比例，此扭角與絲之質料及粗細長短亦有關係。故  $L = K\theta$ ，此處  $K$  為常數，對於此特殊之絲而言，可名之曰絲之扭轉常數。被扭之絲所施之力偶，與生此扭轉之力偶相等相反。設角移為  $\theta$ ，則絲在物體上所施之力偶為



圖 61

$-K\theta$ . 此力偶生物體之角加速度, 設以  $\alpha$  代表之, 再設以  $I$  表物體之轉動慣性, 則

$$-K\theta = I\alpha.$$

$$\therefore \alpha = -\frac{K}{I}\theta.$$

式中  $\theta$  之因數為一常數, 與絲及物體皆有關係, 但與運動無關係, 故此運動與角諧運動相一致, 設  $T$  為振動週期, 則

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{-\frac{\theta}{\alpha}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \end{aligned}$$

須注意吾人並未假定擺角為甚小, 如同講尋常擺然; 故即使角移為甚大 (假定不至於大的將絲永久拉長); 扭轉擺之恢復力偶仍與角移成比例。

應用扭轉擺, 不規則物體之轉動慣性, 可由已知轉動慣性之物體比較而得。設兩次將物體繫於同一絲而令其作角振動, 則由以上  $T$  之公式, 兩轉動慣性必與相應的振動時間的平方成比例。

119. 複擺——任何形狀物體, 以水平軸懸掛之, 而令其在重力之下作小角之振動, 即為複擺 (compound pendulum) 圖 62 代表通過重心  $C$  且與軸  $S$  垂直的鉛直剖面。設以  $h$  代  $SC$  重力,  $mg$ , 作用於  $C$ , 當  $SC$  對於鉛垂線之斜角為  $\theta$  時, 則重力對於  $S$  之矩為  $mgh \sin\theta$ , 設  $\theta$

爲正，則力矩爲負，故若  $I$  爲物體對於  $C$  軸之轉動慣性，則

$$-mgh \sin \theta = \bar{I} a$$

設  $\theta$  極爲甚小，則如單擺然，可以  $\theta$  代  $\sin \theta$ ，如是得

$$a = -\frac{mgh}{\bar{I}} \theta$$

此必適合於角諧運動之條件，故振動週期爲

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{-\frac{\bar{I}}{a}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{\bar{I}}{mgh}} \end{aligned}$$



圖 02

120. 振動中心，可選擇——設對於通過重心  $C$ ，且與懸掛軸平行之軸之轉動半徑爲  $k$ 。則對於  $C$  軸之轉動慣性爲  $mk^2$ ，對於  $S$  軸之轉動慣性爲  $mk^2 + mh^2$  (§§85-90)，此即  $I$  之值，故

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}}$$

以此式與單擺之公式比較，設  $l$  爲與復擺同週期的單擺長度，則

$$l = (k^2 + h^2)/h = (k^2/h) + h$$

故

$$(l-h)h = k^2$$

長度  $l$  顯然大於  $h$ ，故設沿  $SC$  測一長度等於  $l$ ，則在  $SC$  之延長線上，必可得一點  $O$  點  $O$  恆與  $S$  居  $C$  之對邊，故可假定全物體之質量集於是點，而不致改週期。 $O$  名曰振動中心 (center of oscillation) 與懸掛軸  $S$  相對應。因  $CO = (h-h)$ ， $CS = h$ ，故得振動中心與相當懸掛軸  $S$  之距離爲

$$CS \cdot CO = k^2$$

設原如此擺，而令其對於  $O$  轉動， $O$  軸與前軸平行，則新振動中心必在  $OC$  之延長線上，且必適合於

$$CO \cdot CO' = k^2$$

之關係式。比較二次，足證  $O'$  與  $S$  相重合。故懸掛中心與振動中心為可交換的，二者間之距離即相當於單擺之長度。此即 Kater 氏可逆擺(reversible pendulum)之原理也。

121. 能之變化——因重力之合力作用於  $O$  (圖 62)。故在任何位置，擺之位能一若其質量集中於  $O$  然。但因擺之動能，為其假定集中於  $O$  之質量之動能，

加其對於  $O$  之旋轉動能(§91)，故擺之振動，並非一若其集中於  $O$  然。

若向鉛直位置，則損失之位能，一部分變為對於  $O$  旋轉之動能；故不知其集中於  $O$  時振動之迅速，即不知其長度  $SO$  之單擺，振動之迅速也。

如圖 63 所示，以二線懸木塊，即為此區別之例證。若垂直於圖面振動，即成一長度  $l$  之物理擺，木塊即有旋轉動能。若平行於圖面振動，即成一單擺，

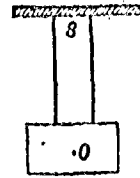


圖 63

長度等於線之長度；在此情形內，木塊無旋轉運動。同一解釋，可應用於天平兩盤之運動。盤不隨比標旋轉而鉛直運動；故盤對於運動之影響，一若集中於刀邊者然。

122. 打擊中心——若懸掛軸與相當之振動中心(圖 64) 間，尚有一重要關係。設槌或  $SO$  而擊  $O$  點，則物體即對於  $S$  旋轉，而  $S$  毫不感受震動。故若於  $S$  點懸物體，則  $O$  名曰物體之打擊中心(center of percussion)設以圓錐物而撞擊者處，則打擊中心不難求出。或於  $S$  處持物體而撞擊桌邊，如棒球或者以棒擊球然。亦可求出打擊中心；若擊中打擊中心，則手不感震動。

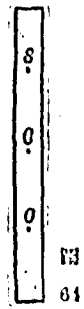


圖 64

123. 迴轉運動 (gyroscopic motion) ——以平水軸裝輪，另以樞軸支軸，即成簡單之迴轉儀(gyroscope) (以繩縛腳踏車輪之凸出短軸而鉛直懸之即成迴轉儀)。若令輪先旋轉而後釋放軸，則軸不於鉛直平面內而傾側——設輪靜止，則必如是，——而於水平面內旋轉，其速率視輪對於軸之轉速而定。此運動名曰進動(precession)。[間或亦有軸自由端之上下微搖或點頭(nutation)]。輪之重量，固作用於輪心，然對於通過樞軸而與輪軸垂直之軸則有力矩。若掛重量於架上，則力矩增加，進動之速率亦大。設於重心支輪，則重力無力矩，而不發生進動，

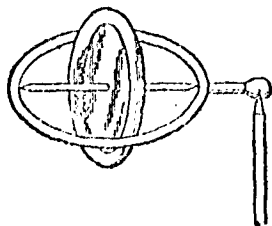


圖 85

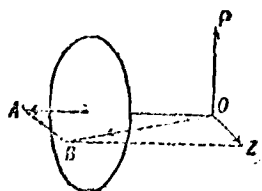


圖 86

即軸必繼續指空間之固定點。設用一對平衡圓支軸，可得此種裝置。此種設計 Foucault 氏曾用以說明地球之旋轉。

設細察迴轉儀之運動，則見其與質點在向心力作用下，環繞圓週旋轉。後者須有與運動方向垂直之力，前進須有對於與旋轉軸垂直之軸之力矩。

物體動作如迴轉儀者，其基本性質討論如下：

- (1) 設迴轉儀無外力之力矩，則旋轉軸在空間內保持其固定方向；
- (2) 設有外力之力矩，與旋轉軸垂直，則發生進動，(3) 於是迴轉儀有相等相反之反作用加於外力。

124. 發生進動所須之力矩——欲求進動所須力矩， $L$ ，之大小，設  $OA$  代表角動量， $I\omega$ 。時間  $t$  後， $OA$  將已轉過小角  $\phi$  而至  $OB$  位置，此處  $\phi = \omega' t$ ， $\omega'$  為進動之角速度。故  $OZ$  或  $AB$  所代表之角動量必已增加，且必等於  $Lt$  (§87)。

$$\therefore \frac{Lt}{I\omega} = \frac{AB}{OA} = \omega' t$$

$$\therefore L = I\omega\omega'$$

此式亦可視作  $\omega'$  之計算式，於是可證明進動速率如何隨  $L$ ， $I$ ， $\omega$  而變。

125. 進動之其他例證——銅元在桌面上傾側滾動，其路線之曲率，



由於其軸線之進動，此進動由銅元重量對於與桌面接觸點之矩而生。陀螺之進動爲進動。

任何大物體，如電動機之電樞是，在正滾的，顛仆的，或轉頭的船上旋轉，則有進動運動，承軸必供給必須之力矩，且感受相等相反之反作用。同理可應用於飛機或飛船之推進器。

使側輪汽船轉陡灣，則外輪之軸有進動。既生此進動而同時又須保持船之水平，則對於縱軸有力矩，倘無此力矩，則船必向外傾側。

地球非完全球形而赤道凸出。一面的凸出較地球中心近於月球，而他面的凸出較遠於月球。其結果致生地球軸進動之力矩，（太陽亦生力矩，但較小耳），故地球畫出一錐形面積，約 25,800 年繞一週。

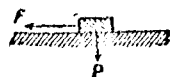
駕駛魚雷，免去船傾，保持單軌火車之平衡，及無磁力航海羅盤之構造，皆利用迴轉儀。

## 摩 擦

120. 靜摩擦——設二固體相接觸，使此一固體在彼一固體上滑動，則接觸面發生阻力，此阻力名曰摩擦力（friction）。設與接觸面平行加力於一物體，再設此力小於某定量，則不生運動，因阻力等於此力也。設力增至某定值，阻力即不再增，則生滑動。此最大阻力，名曰最大靜摩擦力（maximum static friction）。其值視接觸面之性質，及此一物體在彼一物體上所於施之垂直壓力而定。爲簡單計，可名此垂直力爲推力（thrust）設用二已知之接觸面及在某方向有產生滑動傾向之力試之，則見最大靜摩擦力（紋理影響，計算在內），與壓力成正比（在壓

力之廣大限度內)。設以  $\mu$  代比例常數，以  $F$  代最大靜摩擦力之值，以  $P$  代推力，則得

$$F = \mu P$$



常數  $\mu$  名曰靜摩擦係數 (coefficient of static

圖 07

friction) 可定義曰兩面間最大靜摩擦力與兩面間壓力之比率。

此處所謂壓力，係指兩面間總垂直力而言（與通常所謂壓力，指單位面積之力不同）。設二物體之一，靜止於他一之上，再設接觸面皆為平面而且水平，則壓力即上一物體之重量。最大靜摩擦力即水平加諸上一物體，恰能發生運動之力，設加重量於上一物體，則兩面間壓力增加，而摩擦力亦按同一比例增加，無論如何重行分配上一物體之質量，例如，切為兩斷而疊置之，則摩擦力之總量不變；因接觸面減小，每單位面積之壓力必按同一比例而增加。故總摩擦阻力與接觸面無關，對於二已知面，僅與壓力有關，有如方程式  $F = \mu P$  所含者是也。

17. 兩面間之靜摩擦係數，視兩面之質料及種種環境而定。愈粗糙，即高低不平愈甚，則  $\mu$  愈大。若面不乾淨，各處加有雜質，則  $\mu$  必亦不同。兩面接觸愈久，最大靜摩擦力亦愈大；柔軟的或含纖維的面尤其顯著。設質料有紋理組織，則橫紋理之摩擦力較順紋理者為大。故摩擦力無意義的為由此面上之凸出物，與彼面上之凸出物，尖牙交錯所致。滑動發生時，凸出物間有被推擠或擠去者。兩面長久接觸，則表面之分子稍事重疊，愈形密合，於是抵抗運動亦愈強。若只推一面使之稍進，放手，則復跳回，足證被拉得之表面凸出物，富有彈性也。異質料兩面間之摩擦力，通常較異質料者為大，蓋因前者較易勻稱交錯故也。故鋼輪用鋼承軌，以減少摩擦力，如膠皮的滑車，則以皮帶套之，以增其摩擦力，而助其不脫。齒齒互用交錯，非摩擦之惟一原因。例如磨光玻璃等極端光滑之面，接觸緊密之時，亦有摩擦力，然則分子之外黏力(adhesion)，亦摩擦之一原因耶。

觀於皮帶轉送能量，實利用摩擦力。然皮帶與滑車接觸時，皮帶不無拉長，故帶中間有

滑。機車齒輪與車軌間之摩擦，可避免滑動；倘無摩擦，則機車必係所借助矣；故摩擦力不致之處，則鋪以細沙。欲持緊繩索，繫縛之於柱。因繩各部分上之摩擦力，可減少傳於次部分之張力也。繞一週，張力約減為  $\frac{1}{2}$ ，繞二週，減為  $\frac{1}{4}$  的  $\frac{1}{2}$ ，如此類推。由此比準，繞五週後，則在自由端加一磅之力，足勝彼端 4 噸之力。

庫倫(Coulomb)氏首先發明摩擦定律，故間以其名名此定律。

128. 斜面上之滑動——置物體於斜面之上，而徐增斜面之傾斜，則有一角度  $i$  焉，物體開始滑動。

物體之重量為  $mg$ ，鉛直作用。重力可分解為一沿斜面向下之分力  $mg \sin i$ ，及一垂直於斜面之分力  $mg \cos i$ ，後之分力生二面間之壓力，前者為平行於斜面之力，產生運動，即此分力。故由靜摩擦係數定義，得

$$\mu = \frac{F}{P} = \frac{mg \sin i}{mg \cos i} = \tan i$$

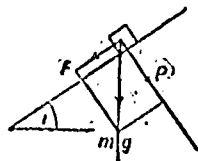


圖 68

故靜摩擦係數等於滑角 (angle of slip) 之正切。〔此角亦名休止角 (angle of repose)〕由此公式，可得測  $\mu$  之簡易方法。

129. 動摩擦——欲使一物體在他一物體上以等速滑動，則須一力， $F$ ，與接觸面平行。若速度不甚大，實用上可視此力為恆。而所呈之反抵抗力名曰動摩擦力 (kinetic friction) 考對於某一對面，在一定方向運動時，動摩擦力與面間之壓力成比例。設以  $\mu'$  表此比例係數，則得

$$F = \mu' P$$

常數  $\mu'$ ，名曰動摩擦係數 (coefficient of kinetic friction)。可定義曰，兩面間動摩擦力與兩面間壓力之比率。

猶之靜摩擦然，若兩面間壓力為已知，則動摩擦力與接觸面無關。

尋常，兩面間之動摩擦力，較最大靜摩擦力為小。其理大旨如斯，即時間上不容此面安排緊密，猶如其靜止時也。不但此也，動摩擦力並非完全與速度無關。若速度減小直至為最小（至於如何小法，則視特殊之面而定），則摩擦力增加，若速度繼續向零減小，摩擦力亦繼續增加，殆至速度小至不能再小，則動摩擦力與靜摩擦力無甚差異矣。非常大的速度，摩擦力恆較速度不甚大時為小。

摩擦測力計 (friction dynamometer) 為測定機器功率之儀器：覆拖一輪，輪上蓋有張力已知之皮帶。由皮帶之張力，及輪之轉數，可算出工作。

若兩面間加油，則固體對固體無甚摩擦。而動摩擦定律不復適用：摩擦係數與壓力及速度皆有關係，其作用複雜非常。冰鞋在冰上之摩擦，因鞋下之冰登時暫滑，而大為減小，此蓋由冰鞋在小面積上施大壓力故也。

130. 斜面上之滑動——滑下斜面的物體，物重沿斜面之分力迫之趨下；而摩擦力阻止之。設斜面對於水平線之斜度為  $i$ ，則重力沿斜面之分力為  $mg \sin i$ 。與斜面垂直之壓力為  $mg \cos i$ ；故摩擦力為  $\mu' mg \cos i$  若重力沿斜面之分力超過摩擦力，則物體以加速度， $a$ ，滑動。故若以沿斜面向下之方向為正方向，則由牛頓氏第二定律，得

$$ma = mg \sin i - \mu' mg \cos i$$

由上式而論，則欲求  $\mu'$ ，須先測定  $a$  及  $i$ 。

131. 滾動摩擦——摩擦一詞，亦可應用於在某面上滾動而不滑動的輪，所感受之抵抗力。在此情形下，抵抗力之原因完全不同。詳察重輪在柔軟物上滾動，例如橡皮是，即知此理。設輪靜止，則必陷於橡皮內，接觸面之各邊必稍壟起。輪前進時，則壟起多在前邊，如圖 69 之  $A$  點是。在點  $A$ ，橡皮在輪上之壓力， $F$ ，斜傾於鉛直，其方向為  $AP$ 。圖內輪

習時旋轉之點 (§69) 非  $C$  而為  $B$ ，而  $P$  對於  $B$  之矩必需與  $F$  之矩相反。

由此解釋之，則知面愈柔軟，抵抗運動之力愈大，輪在面上之壓力愈大，抵抗運動之力亦愈大，輪愈寬，抵抗運動之力愈小，蓋因輪寬，則分配壓力之面積大，故陷入不深，設輪在堅硬之面上滾動，則變形極微，抵抗運動之力較小。例如，假在橡皮上滾動所受之抵抗力，約十倍於鐵在鐵上滾動所受者是也。直徑 16 吋的堅黑木圓柱，載重 1000 磅時，滾動摩擦力，約為輪不滾動時，滑動摩擦力的百分之三。因此差異，故在可能範圍內，與其滑動也，勿寧滾動。故石物下之滾柱，及球承輪內之球，皆可使摩擦阻力大減。

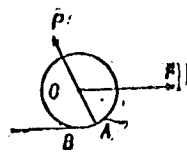


圖 60——抵抗滾動之力

腳踏車或汽車之氣灌橡皮輪，與地面接觸，則接觸面而不陷入地內，故有使輪變為較寬之便利。但接觸部分之前面亦稍形膨大，亦為一種障礙，其性質實與圖 60 之情形同。絕對光滑，平坦，堅硬之路，必不利於氣灌橡皮輪。柔軟粗糙之路，方利於氣灌橡皮輪。堅硬光滑之路，氣輪宜打“硬”，柔軟之路，宜打“軟”。

## 簡單機械

132. 機械——機械 (machino) 者以最適宜之方法，利用能量以作功之設計也。機械既不創造能；亦無機械能創造能。機械作功，必受某能源之能，其所能作之功之最大量，不能超過其所受之能。

不同之機械，所受能之形式亦異，有機械（動及位）能形式焉，有熱能形式焉，有化學能形式焉，如此種種，不勝枚舉。此處僅討論利用機械能，及對機械力作功之機械。

在極粗淺的機械內，即所謂簡單機械，供給能之原動力僅施一單力，至於機械，最低限度，就其所成有用之功而言，必為一簡單抵抗力所

反對。前者名曰作用力(applied force)。後者名曰抵抗力(resistance)。

各種機械皆有摩擦阻力，而對於此力所作之功，不常為有用功。但率為甚小，故研究簡單機械，習慣上皆忽略之。

133. 機械利益——作用力， $P$ ，所作之功，以  $P$  與  $P$  所經之距離  $p$  之乘積度之。抵抗力所作之功，以抵抗力， $Q$ ，及其所經過之距離， $q$ ，之乘積度之。在簡單機械內（摩擦可以忽略）二者必相等，故

$$\frac{Q}{P} = \frac{p}{q}$$

故比例上，若  $Q$  大於  $P$ ，則  $p$  大於  $q$ 。此原理為史梯維那(Stevinus 氏(1548-1620)所首創。

對於此等機械，比  $Q : P$  或其等比  $p : q$ ，名曰機械之機械利益。(mechanical advantage) 設摩擦力不能忽略，則此二比不相等，若以速率比  $p : q$  為機械利益之計量，則  $Q : P$  較機械利益為小。

134. 效率——機械效率(efficiency)云云，意即有用功，或所欲得之功，與所受之能之比率也。無摩擦之簡單機械，效率必為 1。設有摩擦，則效率可有任何小於 1 之值。

135. 槓桿——槓桿為一桿，支於一點，名曰支點(fulcrum)  $F$ ；力， $P$ ，作用於桿之  $A$  點，可勝一作用於他一點  $B$  之抵抗力， $Q$ 。茲假定  $P$ ，及  $Q$  皆與桿成正交，且與支點之轉軸成正交。

欲求  $P$  及  $Q$  之關係，假定桿轉一極小之角，因而  $A$  經一距離  $Aa$ ， $B$  經一距離  $Bb$ 。 $P$  所作之功為  $P \cdot Aa$ ，對  $Q$  所作之功為  $Q \cdot Bb$ 。依能之不滅定律，二者必相等。故

$$\frac{Q}{P} = \frac{Aa}{Bb} = \frac{AP}{BF}$$

由研究作用於桿之平行力，或取對於支點之力矩，亦可以得此式。

槓桿尋常分為三類，如圖 70 所示。第一類槓桿作用力， $P$ ，及抵抗力， $Q$ ，在支點之對邊，抵抗力可大於作用力。亦可小於作用力。起重桿，鉗子，剪子，撥火棒，及普通天平皆屬之。

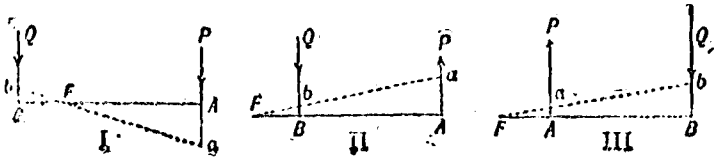


圖 70 —— 槓桿之三類

第二類槓桿，作用力及抵抗力在支點之同一邊。前者較後者離支點為遠。故抵抗力恆大於作用力。船槳，果殼鉗，起釘鑿皆屬之。

第三類槓桿，作用力及抵抗力亦在支點之同一邊，但前者較後者離支點為近。此類槓桿之設計，目的在得位移或速度。前臂（前臂釘鉸於肘節而於離肘節兩三吋處受雙頭筋之作用），火箸，及節制汽壓之保固活瓣槓桿均屬之。

186. 輪軸 —— 直槓桿不能舉重物高出重物離支點之距離。有儀器焉，名曰輪軸，(wheel and axle)，動作與槓桿原理同，但其舉重範圍不受此限制（圖 71）。輪軸之構造為一大半徑之輪固連於小半徑之軸。作用力  $P$ ，加於繞於輪邊之繩，重物或抵抗力加

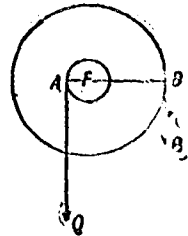


圖 71

於繞於軸上之繩。其原理即第一類槓桿原理，輪之半徑， $R$ ，為作用力之槓臂，軸之半徑， $r$ ，為抵抗力之槓臂。故

$$\frac{Q}{P} = \frac{R}{r}$$

設令在—完全轉內  $P$  所作之功， $2\pi RP$ ，等於對  $Q$  所作之功  $2\pi rQ$ ，則此公式亦可直接證明；或對於支點  $F$  取力矩亦可。輪軸原理，舵輪，起錨機，絞車等皆應用之。

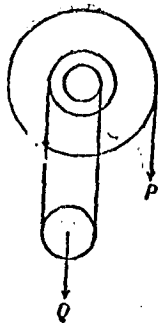


圖 72

以上曾將摩擦力忽略，但摩擦力常為甚大耳。

137. 差動輪軸——欲得極高之機械利益，則必需使輪為甚大，然太大則笨重而不適用，又必需使軸為甚細，然太細則弱而易折，欲免此弊，可將軸造成大小不同兩部分，以同一方向繞繩於二軸，如圖 72 所示，以滑車載重，繩繞經滑車。

設輪之半徑為  $R$ ，大軸之半徑為  $r$ ，小軸之半徑為  $r'$ 。滑車上向上之力，二倍於繩之張力，向下之力為  $Q$ ，滑車重量，略而不計。故按力之平衡原理，則繩之張力為  $\frac{1}{2}Q$ 。轉一周，則  $P$  作功  $P \cdot 2\pi R$ ，繩之張力，作用於小軸者，作功  $\frac{1}{2}Q \cdot 2\pi r'$ ，同時作用於大軸者，作功  $\frac{1}{2}Q \cdot 2\pi r$ ，反對張力。故

$$P \cdot 2\pi R + \frac{1}{2}Q \cdot 2\pi r' = \frac{1}{2}Q \cdot 2\pi r.$$

$$\therefore \frac{Q}{P} = \frac{2R}{r-r'}$$



**138. 滑車**——簡單滑車為一輪，其目的在改變作用力之方向。其構造為一輪，裝於固定或活動之支架，若支架為固定，則改變力之方向而不改變力之大小（圖 73a）。

若支架為活動者則繩之兩部分平行（圖 73b），繩之任一部分之張力（摩擦力及繩之重量皆略而不計）；即等於作用於自由端之力。故若為平衡，則

$$Q = 2P.$$

若滑車之重量不可忽略，則可納諸  $Q$  之內。此公式亦可用能原理求出； $Q$  每動一單位長度， $P$  必動二單位長度。

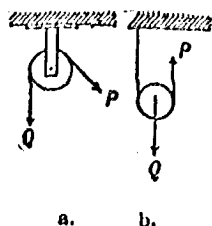


圖 73

**139. 滑車組**——欲得較高的機械利益，常將數個滑車聯合用之。最尋常的裝置，名曰滑車組。(block and tackle) 諸滑車分裝於兩個支架，每一支架裝數個滑車。繩之固定端可結於上支架，亦可結於下支架；若結於上支架，則兩支架之滑車數相等，如圖所示，若結於下支架，則上支架之滑車數較下支架多一個。當支架間距離減少一單位長度，則與下滑車相接連之繩之各部分必皆減一單位長度。故



圖 74

$$Q = nP$$

$n$  為繫下支架之繩數。

**140 差動滑車或起重鏈**——差動滑車 ( differential pulley) 之構造：上支架裝直徑不同的兩個滑車，固定於同一軸上，下支架為一單滑車。一無頭鏈繞於三滑車上，如圖

75 所示，滑車上有齒，以防鏈之脫落。此機械根本上為差動輪軸之改良者，輪及大軸，半徑相同。 $P$  與  $Q$  之關係可單獨求出，或令 §137 公式內  $R=r$ ，亦可求出，即

$$\frac{Q}{P} = \frac{2r}{r-r'}$$

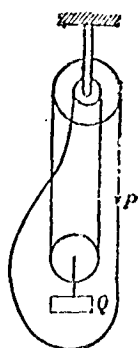


圖 75

141. 斜面——小於物重之力，足可推（或拉）物體上昇斜面。設  $P$  為力， $W$  為物重（圖 76a）。再設  $h$  為斜面之高。 $l$  為斜面之長。設將物體從斜面之底拉至斜面之頂，則  $P$  所作之功（摩擦力不計）為  $Pl$ ，而反對  $W$  所作之功，或位能之增加，為  $Wh$ 。此二功必相等。故

$$\frac{W}{P} = \frac{l}{h}$$

此與 §50 由研究  $W$  順斜向下之分力而得之式根本相同。設摩擦力不



圖 76

能忽略，則反對摩擦力所作之功為  $F l$ ， $F$  為摩擦力，則上式之  $P$ ，須以  $(P - F)$  代之。

設  $P$  水平作用 (圖 76b), 則  $P$  所作之功爲  $Pb$  故 (不計摩擦)

$$\frac{W}{P} = \frac{b}{h}$$

142. 螺旋——尋常螺旋之螺線 (thread) 與螺旋軸所成之角不變。設將鉛直之螺旋之螺線擡開, 而不改變其斜度, 則必成一斜面。螺距 (pitch) 爲連續二螺線間之距離, 與螺旋軸平行。以外週長除螺距, 卽爲螺線對於螺旋軸的斜角之正切。

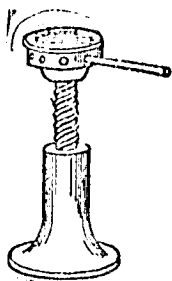


圖 77

設繞鉛直之螺旋, 轉一負重之螺旋帽, 則帽卽上升, 其法與以平行力推重物上斜而同一。起重螺旋, 帽爲固定, 而以槓桿轉螺旋。設轉一週, 則螺旋所作之有用功, 爲其所勝之抵抗力,  $Q$ , 與轉一週上升之高度, 卽螺距  $h$ , 之乘積。同時施於螺旋之功, 卽作用力,  $P$ , 與槓桿末端所畫之圓週長  $2\pi R$  之乘積。將二者列爲等式, 則得  $P, Q$  之關係式; 但摩擦力常爲甚大, 故此式不切實用。

## 萬有引力

143. 萬有引力定律——直至牛頓之時, 物體之重量, 或其向地球墜落傾向之計量, 一般咸認爲物體之因襲性, 無須乎深解。牛頓氏 (及其同時之少數人) 則不以爲然, 氏以爲地面上物體之重量, 由於物體與地球間之吸引力, 而此吸引力不過宇宙內所有物體間之萬有引力 (universal gravitation) 的殊形耳。於是牛頓擬根據事實, 發明此等力

所必遵之定律，即其如何視物體之質量及相隔距離而變也。然既無術使物體與地心之距離改變，而地球上普通形體之物，其間之力，又渺乎其小，而不適於測定。故氏轉而研究月球及行星之運動。

牛頓之前，有刻卜勒(Kopler)者，曾苦心孤詣，研究行星運動而得三定律，即著名之刻卜勒定律也。茲述之如下：

1. 連結行星至太陽之直線所畫之面積，與時間爲正比。
2. 各行星皆在橢圓內運動，太陽位於焦點之一。
3. 行星旋轉週期之平方與橢圓之大半徑之立方爲正比。

牛頓由此三定律，證明行星之運動，可以以此假說解釋，即行星太陽間有吸引力，與質量之積爲正比而與相隔距離之平方爲反比。

假定按此定律，則每二質點間即有一力，牛頓氏證明一球體或爲均勻的(homogeneous)，或爲均勻的孔殼所組成，則必吸引外物，一如此球體全聚於其中心然。地球與此等球體甚近似。故按引力定律，則必吸引萬物，一若其聚於地心然。

144. 月球之運動——牛頓氏證明用此定律說明月球運動，無甚訛誤，可爲引力定律之確證。物體在地球表面受地球吸引，恰似地球聚於地心。今知地球半徑約爲 4000 哩，落體之平均加速度約爲 32.2 每秒每秒呎。月球距地球約爲 240,000 哩，或 60 倍於地球半徑。故按引力定律，倘物體離地球之距離，等於月球離地球之距離，則其因地球吸引所得之加速度，當爲  $32.2/60^2$  或 0.00894 每秒每秒呎。

按月球向地球之加速度爲  $v^2/r$  (§32)。月球轉動週期約爲 27 日 8 時。設名此週期爲  $T$ ，則得  $v = (2\pi R/T)$ 。故  $a = (4\pi^2 R)/T^2$ ，或

改  $R$  爲呎， $T$  爲秒，則  $a=0.00896$ 。由觀察月球週期所算得之  $a$  之值，與以上由引力定律所推得之值極爲近似，正符吾人所希望，蓋無論研究何事物，所用之常數，皆近似值也。此旨須認爲引力定律最有力之證據。倘計算愈精， $a$  之二值愈相符。

145. 萬有引力與質量成正比——按引力定律，則二物間之引力與其質量爲正比，與其所含之資料無關。伽利略 (Galileo) 氏曾與此理一證明，氏自比撒 (Pisa) 塔頂擲下兩個大小不同之鐵彈，而見二者幾同時落地。二者之加速度既等，則按牛頓第二定律，力與質量之比率，二者亦必相同。然在伽利略氏實驗中，大重物卻在小重物之前，據伽利略氏解釋，此差異由於空氣摩擦對於大物體，比例上必較小也。事實上，若當利用物體因重力所生之充分加速度，而與此定律以最可靠之證明，殊爲困難之事，蓋因空氣摩擦既大，而運動又過於迅速也。

爲免除此弊，牛頓曾用單擺作實驗，擺之運動與重力有關，但僅與重力之一部分有關。質言之，即沿擺弧之分力也。氏所用之擺球爲一空殼，順次實以各種不同物質而實驗之。以天平秤物質，使每次實驗時殼內所放之重量皆相等，因擺幅皆同，故殼所受之空氣摩擦皆相同，與殼之內容物無關，如此，則對於已知之斜度，產生運動之力必常相同。牛頓氏發現振動之時間永遠相等，與殼之內容物無關，故質量亦必相同；即等質量的不同物質必爲等重量也。嗣後伯色耳 (Bessel) 氏又重做此實驗，極爲小心，結果正同。

上實驗證明萬有引力與磁引力不同，除卻物體之質量外，與物體之性質，絕無關係，即萬有引力非選擇力乃普遍力也。用最精細的秤量，亦

證明此力與任何物體的條件無關，如溫度是，與任何化學的條件亦無關如分子組織是。即於二物之間，置第三物體，亦絕不影響其互相吸引，將黃金一塊，錘為極薄之片，重量不稍改變，足證物體之重量，與其形狀無關，即重力作用於物體，與物體周圍之分子為同類的或異類的無關也。

#### 146. 引力常數 —— 引力定律可以公式

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

表之，式內  $G$  為常數，名曰引力常數。欲求  $G$  之大小，須使  $m_1$ ,  $m_2$ , 及  $r$  皆為已知數而測定  $F$ 。1797 - 8 亨利·加文的上(Henry Cavendish)氏首創此實驗，恆名曰加文的上(Cavendish)氏實驗，此後經多次重實，實驗愈精細，結果愈正確。加文的上(Cavendish)氏繫二球  $A, B$  於長而且輕的水平桿之兩端(圖 78)，以長而且細之鉛直金屬絲繫於桿之中點  $C$ 。於球之對邊，已知之等距，水平置二大鉛球  $P, Q$ 。每一小球與大球間之引力，對於點  $C$  有轉矩，此轉矩生繫絲之扭力。設大球在位置  $P_1, Q_1$  時，向一方扭轉，在位置  $P_2, Q_2$  時，向他一方扭轉。欲由扭力之大小推知引力，則須先將大球移開，使其不影響  $AB$  之振動，則線之扭轉常數 (§118) 可由絲之振動次數求出。如是，設  $F, m_1, m_2$ , 及  $r$  皆為已知，則代入上式，即可得  $G$  之值。

稍近世，此儀器已大為改良。最大的改良，即不用金屬絲而用非常細且堅韌之石英絲(quartz thread)。儀器亦已改小，在加文的上氏實驗中， $AB$  為 6 呎長，在波義(Foucault)氏儀器內，僅為 0.9 呎長，向實驗  $A, B$  及  $P, Q$  亦大加減小。所得  $G$  之值(用  $C. G. S$  制)為  $6.6579 \times 10^{-8}$ ，亦即每重 1 克之二球，其中心與中心距離為 1 釐米時，引力之途因數也。須知 1 釐米約為 1 厘米之重量，是見上實驗所測得之量乃非常之小，故此實驗殊為繁難。

147. 地球之平均密度 ——  $G$  之測定，俾計算地球之質量為可能之事（故有以加文的士為首“稱地球”者）。在引力定律公式內，設命  $m_2$  等於 1 克， $m_1$  及  $r$  為地球之質量及半徑，則  $F$  為地球與 1 克質量間之引力，吾人已知其為 980 達因。故由公式得地球質量  $m_1$  之值為  $5.97 \times 10^{27}$  克。此數大至不可名

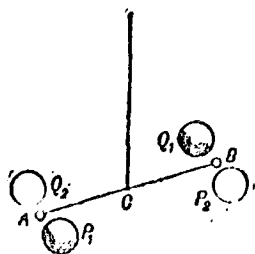


圖 78

言，但若以另法述之，則較易明白。考均勻的物體之密度，例如水，為單位體積之質量。設物體之密度非到均一，則可言其平均密度，或以總重除總質量。故欲知地球之平均密度，可以地球之總體積除以上所得之總質量。結果為 5.525，亦即地球平均較水密 5.527 倍也。牛頓曾假定地球之平均密度在 5 與 6 之間，雖其說在當時無確實之證據，然殊堪注意也。

148. 潮汐 —— 海洋之濱，常見水平昇至最高，再降至最低，約 12 小時 25 分一次。此等昇降，名曰潮汐 (tide)，潮汐由於月球及太陽施於地球面上之引力與夫地球之自轉。因其成分複雜，原因衆多，故若詳細說明其作用，乃極端困難之事。

## 單 位

149. 基本單位與導出單位 —— 任何量之測定，均含有以同類單位與此量比較之意 (§2)。例如測長度，則與長度單位比較，如呎及米是；測速度，則與單位速度比較，如每秒呎是；如此等等，不勝枚舉。故欲測

若干個不同之量，即須有若干個不同單位。

但所有此等必需的單位，並不必需皆為獨立。考力學上有三個獨立單位或基本單位即是；而所有其他單位皆可由此三者定之。以某一單位或數單位而規定之單位，名曰導出單位。

150. 絕對單位制——單位制有名為絕對制者，在此制內導出單位與基本單位負有極簡單之關係。例如面積單位為長度單位之平方，體積單位為長度單位之立方，速度單位為單位時間單位長度之速度。苟知長度，時間，質量之任何三基本單位，即可造出導出單位之絕對制。物理學上所用者以釐米，秒，克為基本 (§41)，以下所論，須限於此。

151. 單位之因次——有時須將此絕對單位制製成較相對單位制。故當改變基本單位時，須研究導出單位如何改變。因此須知導出單位之因次，即須知導出單位與之成比例的基本單位之乘積。例如，面積單位為長度單位之平方，或面積以長度計為 2 因次，若用因次式 (dimensional equation) 表之，即  $A = L^2$ ，此處字樣代表單位，而等號仍指因次相等。

152. 速度之因次——速度單位，乃由長度單位及時間單位規定。欲知此單位之因次，則須研究速度，長度，及時間之關係式，如  $S = vt$  是 (§10)。此雖為數字量度之關係，但每一數字測量均與所用單位之大小成反比。故  $S$  與  $1/L$  成比例， $v$  與  $1/V$  成比例， $t$  與  $1/T$  成比例。今將各個代入，則得  $L = VT$ ，或  $V = L/T$ ，即單位大小之關係也。故速度在長度中屬於 +1 因次，在時間中屬於 -1 因次。

153. 加速度的因次——設研究加速度，長度，及時間之任一關係，如  $S = \frac{1}{2}At^2$  是。按上述之理，則由此式得  $L = AT^2$ 。故  $A = L/T^2$ 。常數因子 (如上之  $\frac{1}{2}$ ) 屬零因次，當基本單位改變時，常數因次，並不改變。假定不想導出單位之定義。

154. 其他導出單位——上之例證是可解釋導出下表之法則。



力學上所用之導出單位表

量	數字關係	單位因次	單位名稱(以 C. G. S. 制計)
線速度, $v$	$s = vt$	$LT^{-1}$	
線加速度, $a$	$s = \frac{1}{2}at^2$	$LT^{-2}$	
角速度, $\omega$	$\phi = \omega t$	$T^{-1}$	
角加速度, $\alpha$	$\phi = \frac{1}{2}\alpha t^2$	$T^{-2}$	
力, $F$	$F = ma$	$LT^{-2}M$	達因
力矩, $L$	$L = FP$	$L^2T^{-2}M$	
轉動慣性, $I$	$I = mr^2$	$L^2M$	
工作, $W$	$W = F_s$	$L^2T^{-2}M$	爾格
動能, $K.E.$	$K.E. = \frac{1}{2}mv^2$	$L^2T^{-2}M$	爾格
位能, $P.E.$	$P.E. = F_s$	$L^2T^{-2}M$	爾格

155. 因次式之應用——導出單位無特殊名稱之時，其因次足以名之。例如，加速度之單位無特殊名稱，而在 C. G. S. 制內，10 單位加速度可寫為

$$10 \frac{\text{厘米}}{\text{秒}^2} \left( \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \right)$$

因次式之用途，係待量之量度，由此一絕對單位制，改爲他一相對單位制。例如，重力加速度爲 980 釐米/秒<sup>2</sup>；若以米/分<sup>2</sup> 代之，當爲若干？設爲  $x$  則

$$x \frac{\text{米}}{\text{分}^2} = 980 \frac{\text{厘米}}{\text{秒}^2} \therefore x = 980 \frac{\text{厘米}}{\text{米}} \left( \frac{\text{分}}{\text{秒}} \right)^2 = 35,280$$

因次式亦可用以測驗複雜公式之正確與否。因方程式之兩邊必須爲同因次，不然，則必不能代表同一之物。

將此理推而廣之，則可用以由小模型之實驗結果，推算實在大小之構造，例如，飛機推進器及機翼之構造是也。

## 物性

### 物質之成分

156. 前諸章述力學原理時吾人曾研究物體間之力。至物體內分子

互相作用之力，則無需研究，因若將物體之作用認爲整個時，則此等力量皆消去矣。茲將研究物質之其他性質，有關於分子間之力者。惟此等性質，不如力學上所研究諸量之關係爲易曉。而事實上，吾人僅能就大羣中，所謂物體者，所表顯之性質，而推想其存在及關係耳。

157. 物質三態——據老生常談，可分物體爲固體 (solid) 及液體 (liquid)。固體有一定形狀，爲其特性，絕不輕易損棄，而液體則殊易流動，即對於極其微小之影響，亦起而響應，改變形狀。(亦有物體，介於二者之間。) 固體之分子，受分子間之力，固守於一定位置，但各分子皆有繞其平均位置而自由振動 (參閱 §161)。

液體又分爲液體 (liquids) 及氣體 (gases)。液體之特性，即一方面雖易於流動，而一方面有一定體積，而不輕易改變。氣體雖受極微小力之作用，亦改變其體積，換言之，即其本身無一定體積也。但無論受器之體積如何大，皆能充滿之。液體之分子極爲密接，且互相吸引之力亦甚大。此等力對於外力有強有力的反對，——所謂外力，即改變分子間平均距離之力也，——但不限制分子之運動。氣體之分子實爲分開之物體，飛舞於太空，除分子與分子互相衝突外，不顯示任何相互之力。

158. 原質與化合物——兩個或兩個以上之物質，常常聯合而成爲新物質，總其性質，可甚各別，絕不顯組成此新物質之成分的性質。例如，氮氧二質，在尋常狀態則爲氣體，化合後則爲液體，即水也。無毒之質，化合後可爲致死之毒物或猛烈之炸藥。凡物質之由截然不同之成分組成者，皆名曰化合物 (compound)。

反之，化合物亦可分解爲與原物絕不相同之成分，而成分又可分解

爲與其本身絕不相同之成分。但有若干物質，迄未能分解爲成分，此等物質名曰原質(element)。

150. 分子及原子——許多事實，大半如化學上所詳細研究者是，證實三信條焉：(1) 原質由非常小之質點組成，名曰原子 (atom)，(2) 一原始物體之原子與他一物體之原子不同，(3) 原子常結合爲相似之羣名曰分子 (molecule) (亦有原子分子不分之物質)。又相信化合物由分子組成，每一分子又由兩個或數個組成化合物之原子組成。又相信多數物質內，分子常結合爲羣，而每一羣又包含兩個或數個分子之結合體 液體固體，其著者也。

分子原子，皆非常小，無論光學儀器如何改良，幾乎永不可見。在尋常條件下，一立方釐米的氣體約有  $2.7 \times 10^{19}$  個分子。

吾人深信原子仍包含更小之部分名曰電子 (electron)，電子可由此原子進入彼原子，且間可與原子完全脫離。此等性質說明許多光現象及電現象。

原質有慢慢蛻變，而生放射質 (radioactive substance) 及鉛者，如釷是也。此外，在很少例外環境下，亦可以人工方法，使某種原子破裂。例如，釷原子已由氮，硼，鈾，鈉，鋁，磷等等分出 (§§532—535)。

不但此也，原質之原子，雖化學上性質同，但原子量不盡皆同。某原質之不同類原子，名曰此原質之同位原質 (isotope)。例如，鋅有四個同位原質，其原子量爲 64, 66, 68, 70。在此種情形下，原質之原子量，爲原質之同位原質的原子量之平均數，混合之，其比例如此。

160. 分子間的力——拉開物體，須用大力，足證分子之間 有較大

之力；但易脆之物，輕缺之即行分列，足證除互相吸引之分子非常接近外，則此力不易顯出也。設將物體碎為細粉，例如製鉛筆之亞鉛是，可用極大壓力使其變為極堅固體，此亦後一點之明證也。

粗淺言之，設分子間之距離大於 .000, 000, 15 釐米，水內分子吸引之力即不易看出。至於分子力相互之大小及範圍，對於不同物質，當然不同，而不同物質之特性，大半與分子力有關。

161. 物質運動說——組成物體之分子，並非靜止，實有強有力之證據。例如，將兩種不同的氣體分裝於二瓶，若二瓶相交通，則迅即混合。此種程序名曰擴散(diffussion)。液體亦互相擴散(即令擴散之範圍甚小，然不能無之，如油與水是也)，但較氣體為甚緩，蓋因液體分子非常密接，又因分子運動，互相衝突，致方向常變故也。固體亦有擴散現象，故固體分子亦非靜止；置一小金塊於鉛塊上，接觸而必須平，接合必須密，則數週後，可檢出金分子潛入鉛塊，鉛分子潛入金塊。此外尚有許多證據，足信物質分子確為動的。此狀況可以物質之成分為動的一語表明之。

162. 密度及比重——物體之密度為其單位體積之質量。設物體之等體積的質量皆相同，則密度為均勻，而等於單位體積之質量。設等體積的不相同，則密度不均勻。物體之任何特殊體積內的平均密度，即以此體積除此體積內的質量之商。某點之密度，即包含此點之小體積的平均密度，假定此體積無限縮小。

物體密度之量度，當然視所用之體積單位及質量單位而定。如用米制，則密度即每立方釐米之克數。在此單位制內，水之密度，溫度  $4^{\circ}\text{C}$ .

時，極近於一，因克原假定爲 1 c.c. 的水，在溫度  $4^{\circ}\text{C}$ . 時之質量也。設以英國單位計，則物體之密度即每立方呎之磅數。以此制計，則水之密度爲 62.4，因此數爲 1 立方呎的水之磅數也。

物體之比重(specific gravity)，即物體之密度與某標準物體之密度之比。尋常所用之標準爲  $4^{\circ}\text{C}$ . 之水。例如，設  $\rho$  爲物體之密度， $\rho'$  爲  $4^{\circ}\text{C}$ . 之水之密度，則物體之比重爲  $\rho/\rho'$ 。今因在米制內， $\rho'$  極近於一。故在此制內，密度與比重數字相同。但英國制， $\rho'$  爲 62.4，故物體之比重，等於以 62.4 除其密度所得之商。故若以英國制計，則密度 = 比重  $\times$  62.4。

密度表 (以 克/立方釐米 計)

鋁 (aluminum) .....	2.60	鐵 (iron) (約) .....	7.60
黃銅 (brass) (約) .....	8.50	鉛 (lead) .....	11.37
銅 (copper) .....	8.92	白金 (platinum) .....	21.50
金 (gold) .....	19.32	銀 (silver) .....	10.53
冰 (ice) .....	.917	空氣 $0^{\circ}, 1$ 氣壓 .....	.001293
酒精 (alcohol) $20^{\circ}$ .....	.789	氫 $0^{\circ}, 1$ 氣壓 .....	.00008988
以脫 (ether) $20^{\circ}$ .....	.715	銀 $0^{\circ}, 1$ 氣壓 .....	.001268
水銀 (mercury) $20^{\circ}$ .....	13.55	氧 $0^{\circ}, 1$ 氣壓 .....	.001450
海水 (sea water) .....	1.026	氮 $0^{\circ}, 1$ 氣壓 .....	.0001785

## 固 體 之 性 質

163. 均勻性及各向同性 (homogeneity and isotropy)。——均勻物體者，無論何點，性質皆同之物體也。故從此物體任何部分所割出之小而等的圓球，性質上必皆相同。多數晶體幾皆爲完全均勻物體，而尤以品質純良的玻璃爲最，如玻璃板及玻璃透鏡是也。尚有許多物體近於

均勻，如多數金屬物，木，石，等是也。

各向同性物體者，無論何方向，無論何點，性質皆同之物體也。故若從任何部分割出一圓球，則此圓球之性質與任何直徑之原方向皆無區別。在尋常條件下，所有氣體及液體皆為各向同性的物體，但許多物質，如晶體，木材及拉長的金屬皆顯非各向等性的物體。

164. 彈性——加力於固體，則其形體改變，若此力一去，則常有恢復其原始形體之傾向。此等逆之而復原之傾向名曰彈性。彈性為物體重要性質之一，蓋因多數物體，如彈簧，樂器等，其用途皆視其彈性範圍而定。故彈性研究，頗為深切。

165. 應變——凡形狀之改變，體積之改變，或形體兼有之改變，皆名曰應變(strain)。例如，樑之彎屈，桿之扭轉，液體氣體之壓縮皆應變也。應變一詞乃幾何名詞，其定義無涉於力或能，但物體在應變狀態下時，力或能確存在耳。僅含形狀改變而無體積改變之應變名之曰切應變(shear)。不過度扭轉之金屬絲或桿之應變即切應變。

僅含體積改變而無形狀改變之應變，無特殊名稱，但為簡明計，可名之曰體積應變(volumic strain)。例如，軟木塞球或任何各向同性的物體，及置之於封閉受器之流體而施以大壓力之壓縮是也。

吾人為簡單計，雖計以僅有形狀改變或僅有體積改變而說明應變，但兼有斯二者之應變，較為普遍。例如，金屬絲之伸長，樁柱之壓短，樑之彎曲，皆形體兼有之應變。設物體各點之應變的性質及大小皆相同，則云此物體為均勻應變，或云應變為均勻的，例如，金屬絲伸長時，樁壓短時，液體氣體受壓力時，應變即為均勻的。但當金屬絲或桿被扭轉

時，則表面之應變較大而中心者較小，又當樑被彎曲時，則凸面伸長，凹面縮短，則應變為不均勻的。

166. 應力 (stress) —— 設物體緣外力作用而在應變狀態下時，則物體之連續部分有內力焉。附加於此應變發生之前所可有之任何內力想像物體內有一剖面，則物體在面之此邊者，必以某力作用於在面之彼邊者，而後者必以等而相反之力反作用之。此二力，——作用及反作用，——組成應力。應力有時與此理想剖面垂直，有時與之平行，後將見之，但無論其為垂直或平行，應力之大小即此等理想剖面之每單位面積所受之力也。

均勻及不均勻兩詞，應用於應力，恰如應用於應變。物體內之應力，往往等於每單位面積之外力，此外力即作用於物體而生應變之外力也，繁重物於金屬絲而伸長之，即其例也。苟如是，則可云每單位面積之外力為應力。然尚有其他情形焉，應力對於外力，並不負簡單關係，如樑受重物作用而彎曲是也。吾人須審辨之。

167. 應變及應力之量度 —— 僅含體積改變之應變以體積改變之比例度之。設應變均勻，則以單位體積之改變度之，或設體積  $V$  變為  $(V \pm v)$ ，則應變之量度即  $v/V$ 。若應變不均勻，則任何特殊點之應變，即此點之  $v/V$  之值，假定  $V$  為此點周圍無限小部分之體積。欲生此體積之變，必須加力於固體表面，或為推，或為拉，而物體內部之各部分，必推或拉其鄰近部分。應力之量度即每單位面上之推或拉之量也。以下不用推或拉，而代以較普通之推力 (thrust)，推為正推力，拉為負推力。

設想像一可以發生切變的簡單方式，則切應力之量度不難明瞭。

例如，設有長方形的堅實膠塊，黏於二板之間，命  $PQRS$  為長方形之一面， $PQ, RS$  為板邊。設與二板平行且與面  $PQRS$  平行，加等而相反之力於二板。於是面  $PQRS$  變成面  $P'Q'R'S'$  狀。則膠塊與板平行之各部分，必皆平行的移動一距離，與其離  $RS$  之遠近成比例。 $PQRS$  之各正角改變量皆同，假定謂  $\theta$ ，此改變即切變之量度。

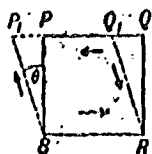


圖 70.

設  $\theta$  為不甚大，——實際上常如此——則角  $\theta$  之大小以弧度計，等於  $P_1P \div PS$ ，或設  $PS$  等於一，即相隔單位距離之二面之相對位移也。

假定在膠塊內與二板平行有一理想平面，則平面此邊之部分必加彼邊者以切力，是力也，必與作用於二板之力相等。此平面每單位面積之力之大小，即切應力之量度。

吾人雖只論及平行於  $PQ$  及  $RS$  之力，然尚無其他力作用於膠塊，顯然不能發生切變。設僅有上述二力作用，則膠塊勢必不靜止而旋轉，因二力成力偶故也。倘設法加二反對力，則此效應不難判別，實際上欲造成相抵力偶，則必須另外加力，如順  $SP_1$  及  $Q_1R$  者是也。總此四力之效應，必生順  $RP_1$  之伸長，及順  $Q_1S$  之縮短，因體積無變化，故伸長與縮短比例上相等。

168. 虎克(Hooke)氏定律——凡物體若受過量應變而後釋之，則不能完全恢復其原始形體，甚或為永久應變(permanent set)。物體所可承受之任何種最大應變，釋放後仍完全復原者，則對此種應變而言，名曰彈性限度(limit of elasticity)，而適應此限度之應力即名曰極限應力(limiting stress)。不同物質，彈性限度，當然迥異。故橡皮可拉之甚長而仍能復原，而玻璃，象牙之限度則殊小。(亦有限度為無定者，容後論之。)



在彈性限度內，有一簡單定律，1676年虎克氏首創之，即著名之虎克氏定律也，質言之，即“應力與應變爲正比”。虎克氏用各種應變說明此定律，例如螺旋彈簧之伸長，金屬絲之伸長，樑之彎曲，金屬絲之扭轉等是也。

169. 彈性係數 —— 彈性之定義爲物體受屈撓時恢復其形體之傾向，此定義純屬質的，至於彈性數值，並未規定。對於任何應變，彈性之量的定義，必遵守虎克氏定律。彈性之量度或彈性係數 (modulus of elasticity) 即應力之大小與應變之大小之比，此比則彈性限度內爲一常數。考應變之形式不一，故對於任何物質，必有多數彈性係數與之相應；但堪資陳述者，只數種耳。

設應變僅爲體積應變，則彈性名爲體積彈性。體積彈性係數，即應力或每單位面積之推力， $p$ ，與每單位體積的體積改變之比。物質之體積彈性係數，尋常以  $k$  記之。故若體積爲  $V$ ，體積改變爲  $v$ ，應力爲  $p$ ，則

$$k = p \div \frac{v}{V} = \frac{pV}{v}$$

體積彈性係數之倒數名曰壓縮係數 (compressibility)，意即比例上之壓縮，與每單位面積上推力之比，或設後者爲一，則壓縮係數即單位面積單位推力所減縮的體積之比。

設應變爲切的，則彈性係數名爲切變彈性係數，或平常所謂強個彈性係數，即切應力與切變之比。設以  $T$  代切應力， $\theta$  代相應之切變， $n$  代切變彈性係數，則

$$n = \frac{T}{\theta}$$

170. 扭力——設有一均勻的，各向同性的金屬棒，被扭轉時，則可想像有若干與軸線垂直之平面，將棒橫截為相等之片。各片皆繞軸旋轉，至旋轉之程度，與距固定端之距離成比例。不但如此，而且各片之此一面較彼一面旋轉為甚。假定各片皆為甚薄，於未受扭轉前，預分為正方形塊（或近於正方形），分法以若干通過長軸之平面，與略同心圓柱相交。如此則每一正方形塊必有四邊與長軸平行，四邊在半徑方向內，尚餘四較短之邊，而實為圓弧。既扭轉後，則每一方塊即有一應變，如 §167 之膠塊然。故此應變為切變，因每塊之應變與其距軸線之遠近為正比，故應變為不均勻的。

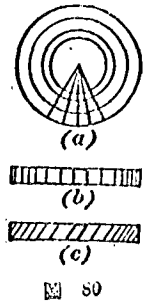


圖 80

171. 楊 (Young) 氏彈性係數——最習見的應變，即金屬絲或桿，一端夾平，他一端加一順長之力。此種應變名曰伸長。絲之任一部分之伸長比例上與全絲相同。伸長之量度，即單位長度之伸長，或以  $L$  代全長的絲之長度， $l$  代總伸長量，則伸長即  $l/L$ 。應力之量度，即單位橫斷面上之拉力。設  $F$  為作用於一端之總力， $A$  為絲之橫斷面積，則絲內任何單位面積由  $F$  所生之拉力為  $F/A$ ，此即應力之量度。故楊氏彈性係數等於  $(F/A) \div (l/L)$ ，以  $M$  代之，則

$$M = \frac{FL}{Al}$$

數種物質的  $k$ ,  $n$  及  $M$  之平均值 (以 達因/平方釐米 計) 如下表:

	$k$	$n$	$M$
銅(copper) .....	$17 \times 10^{11}$	$4 \times 10^{11}$	$11 \times 10^{11}$
玻璃(glass) .....	$4 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{11}$	$6 \times 10^{11}$
鐵(iron) .....	$15 \times 10^{11}$	$7 \times 10^{11}$	$19 \times 10^{11}$
鉛(lead) .....	$4 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{11}$	$1 \times 10^{11}$
鋼(steel) .....	$17 \times 10^{11}$	$8 \times 10^{11}$	$23 \times 10^{11}$

172. 金屬絲拉長時的體積變化——當絲或棒被拉長時，長度增加而橫斷面積減少，故絲或棒之各部分顯然有形狀變化，至是否亦發生體積變化，僅能以實驗測定之。設橫斷面積之減少，比例上與長度之增加相同，則體積無變化；反之，設長度之增加，比例上超過橫斷面積之減少，則體積增加。精密的實驗，證明常有體積之增加，但固有物質為，體積變化為其微，如橡皮是也。

173. 彎曲 (flexible) ——與伸長有密切關係的極普通應變，為板之應變或支其兩端而載重其中央，或支其中央而載重其兩端，或水平夾牢其一端而載重其他一端，(圖 81)。倘細審此種情形，即知吾人曾作拉長與縮短兩層手續，有如前述者然，假定將板分為若干長片，則片之凸邊者因彎曲而伸長，在凹邊者因彎曲而縮短。當然必有介於二者之間的一片，既未伸長，亦未縮短，此片名曰中和片。任何片之伸長或縮短皆與其距中和片之遠近成比例。故應變要

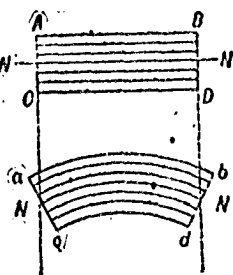


圖 81

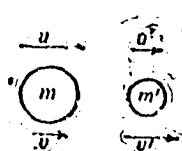


圖 82 —— 兩球相碰前後之運動

外乎伸長或縮短，但不均勻耳，故所含之惟一之彈性係數即楊氏彈性係數。設樑之長度為  $l$ ，寬度為  $b$ ，厚度為  $d$ ，支其兩端而加一鉛直力  $F$  於中央，則彎曲量為  $F l^3 / 4 M b d^3$ 。

174. 彈性體之直接碰撞 —— 設二動體相碰撞

時，則二者即交以暫時之力相施，於是皆感受速度之變。除少數情形外，其結果如何，殊難計核。

設二物體皆為勻稱圓球，碰撞之前，皆順連結球心之直線運動，則結果可以計核。假定二物體之質量為  $m$  及  $m'$ ，碰撞前之速度為  $u$  及

$u'$ , 再假定其方向皆為正, 而且  $u > u'$  既碰撞後,  $m'$  較  $m$  運動為快。假定既碰撞後  $m$  之速度為  $v$ ,  $m'$  之速度為  $v'$ 。則  $v' > v$ 。恰在接觸之頃, 二者交以力和施, 按運動第三定律, 此二力必時時等而相反。二力作用之時間亦必相同, 故必生等而相反的動量之改變。故碰撞後之總動量等於碰撞前之總動量, 或

$$mv + m'v' = mu + m'u' \quad (1)$$

設欲知碰撞後之速度, 則此方程式殊不足用, 因其包含兩個未知數  $v$  及  $v'$ 。牛頓氏由實驗發現  $v$  及  $v'$  第二關係式。氏發現對於已知物質, 和離速率 ( $v' - v$ ) 與相近速率 ( $u - u'$ ), 之比為一常數, 與物質之質量及速度皆無關, 只與其質料及紋理之縱橫有關 (假定其非各向同性者)。此常數比率名曰碰撞係數 (coefficient of impact) 或復原係數, 以  $e$  代之, 則得

$$\frac{v' - v}{u - u'} = e$$

$$v - v' = -e(u - u') \quad (2)$$

由(1), (2)兩式, 可算出  $v$  及  $v'$ 。創立上二式時, 皆選擇速度之正方向者, 為一時權宜計也。但二者皆代數式, 固無往而不可應用也。故若應用上二式時, 必須留意速度之適當符號, 方不致誤。

上式所含之簡單情形, 不難推得。設  $e$  為零, 則由(2)式知  $v$  與  $v'$  相等, 或物體既碰撞之後, 不復分開, 滲成或粘等柔軟物體, 皆其例也。

設二球質量相等, 再設  $e=1$ , 則碰撞後二球交換其速度, 如此則二式變為

$$v + v' = u + u'$$

$$v - v' = -u + u'$$

故  $v=u'$ ,  $v'=u$ , 證明上之理論。

設一物體之質量  $m'$ , 較他一物體者為甚大, 而原為靜止, 則碰撞後, 其速度必為甚小。如是, 命 (2) 式內  $u'$  及  $v'$  皆等於零, 則得

$$e = -\frac{v}{u}$$

當小球落於大地物體上時, 即其例也。設落下高度為  $H$ , 反跳高度為  $h$ , 以向下為正, 則  $u = \sqrt{2gH}$  方向向下,  $v = -\sqrt{2gh}$  方向向上, 故由上式得

$$e = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

此為實驗上求  $e$  之簡便方法。

**175. 光滑球體之斜撞**——設碰撞之前, 二球不在連結球心之直線內運動, 則名此二球之碰撞為斜撞。未碰撞之前, 球心之運動線可在同一平面內, 二相等圓球, 在平面上滾動, 即其例也; 然亦可不在同一平面內。無論如何, 未碰撞之前, 各球之速度皆可分解為兩個分速度, 一在碰撞之頃通過球心之直線內, 他一向此線垂直。與碰撞有關係者僅第一分速度, 蓋因在連結球心之直線內, 只有此力也(假定圓球無摩擦力)。則此分速度之變化, 可按直接碰撞計算; 然後再將各球碰撞後之分速度與未生變化之分速度分別合併, 即可求出碰撞後各球運動之狀。

設一光滑圓球以速度  $u$  斜撞於固定平面上, 其方向與面之法線成角  $\alpha$ , 則其與此面平行之分速度為  $u \sin \alpha$ , 與此面垂直之分速度為  $u \cos \alpha$  設其反跳之速度為  $v$ , 與法線成角  $\beta$ , 則其分速度為  $v \sin \beta$  及  $v \cos \beta$ 。與此面平行之分速度不生變化, 同時, 與此面垂直之分速度, 則按比例  $e:1$  而變。故

$$v \sin \beta = u \sin \alpha, \quad u \cos \beta = e u \cos \alpha,$$

兩邊相除, 則得

$$\tan \beta = \frac{\tan \alpha}{e}$$

故反跳方向較碰撞方向, 極近於與平面平行。此為求  $e$  之基本方法。

**176. 碰撞時能之損失**——兩球碰撞之前及碰撞之後的動能, 可由質量及速度算出。碰撞後兩球之總動能較少於碰撞之前 (除卻  $e=1$ ),

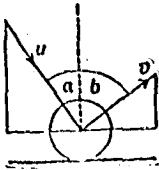


圖 83

而發生其他能，如熱及聲是也。

177. 彈性體之振動——設在彈性限度內，變物體之形狀，則內應力有使物體恢復原狀之傾向。倘移去外力，則物體振動，又因恢復力恆與歪曲成比例，故振動為等週期的簡諧振動。固定桿之一端，拉彎而釋放之，即其例也。設振動之迅速足與音叉之振動相稱，則發生聲音，由音調之固定，可證出振動週期之不變性；振動逐漸衰減，即最大應變之範圍按每次振動遞減，但週期仍不變，足證，只要聽覺可以辨別，在彈性限度內，應力與應變確成比例。音叉可用任何種金屬製成，或用木料，或用其他任何固體製成；雖音常有弱而短者，但發音時音調之固定，皆足為虎克氏定律之有力證據。

178. 超過彈性限度之應變——設變物體之形，超過彈性限度時，即出乎虎克氏定律範圍以外時，將如之何，則可研究金屬絲之伸長。設加超過限度之伸長力於絲而仍增此力，則每一連續的等增力，絲之伸長比例上較大。設應變至某種程度，而力仍增加，則在絲之某一點必發生應變之迅速增加，此時期名謂屈服點(yielding point)，當此之時，即使力不再增加，而應變仍繼續增加，直至此絲由拉細而斷為止。過屈服點，物質流動，極類膠液。於此時期，若將力減小若干，而應變依舊增加，第較緩耳；設力充分減小，則於未斷之前，應變停止增加。若於此時而將力完全移去，則絲亦稍形收縮，但大部分仍然不能復原。則絲即成另樣之絲，而有一新彈性限度。

179. 彈性後效——依彈性限度內之應變而論，則受應變之物質，應即時完全復原而無永久應變，但當力移去時，往往不即刻復原，而仍留

一小暫時應變緩緩恢復。此種由暫時應變而緩緩恢復者名曰彈性後效 (elastic after-effect) 玻璃，橡皮及其他含不同方向的混合分子物質，皆有此效應；但晶體與碳絲無此性質。

此效應不難由實驗證明，取一厚橡皮帶，夾其兩端，帶之中央縛一小鏡，令光線反射於一分度尺上。如此裝置可證明因不斷反扭所生之雙層後效。

180. 彈性疲乏——維持扭轉擺之振動者，金屬絲之彈性也，因空氣抵抗力及絲之內摩擦力，振動漸就衰微。若用某種方法，使擺作長時間之振動而後使其自由振動，則振動衰微，較前更速，由此觀之，經過長時間之動作，彈性不無消耗。此疲乏可歷長時期而仍存，但熱之至  $100^{\circ}\text{C}$ . 後，則可立時恢復。

181. 硬度及其他性質——考固體由分子力所得之性質甚多，除上述者外，皆未曾明定其義，例如展性 (malleability)，延性 (ductility)，可塑性 (plasticity)，脆性 (friability) 是也。有性質焉，名曰硬度 (hardness)，堪特述之，因其在工程學上，及礦物學上，皆甚重要也。工

學上常以極堅鋼球壓所試之物，以壓力與球痕面積之比作為硬度率 (Brinoll hardness numeral)。以此法試驗，硬度與抗張強度 (tensile strength) 有密切關係。礦物學上硬度之意即刻割能力。自金剛石起至滑石止，有十二種物質排成數目次序，按此表每一物可刻其次一物，但不能刻其前一物。設有物質可刻表內一種而不能刻此種之較硬一種，則其硬度即介於二者之間，而與以相當記號，此即分類法也。故硬度之性質，依測量方法而變，——此原理亦可應用於其他性質。(1)

(1) 倘欲依此觀念，研究近代物理，可參考 Bridgman's "Logic of Modern Physics"

## 流體之性質

182. 流體之所以異於固體者，因其對於產生形狀變化之力，無永久之抵抗也；流體之切彈性係數為零，此之謂也。對於此點，凡流體皆然；凡物體皆有重量及慣性，流體亦然。因諸如此點，莫不契合，故必有性質為流體所共有。

有某性質焉，液體氣體，絕不相同。是區別也，乃由於液體分子比較密接，彼此相吸之力頗強，而氣體分子，隔離殊遠，彼此相吸之力，常為微弱（相碰除外）。茲將液體氣體之不同性質，分節述之。

183. 靜止流體內之力。——靜止流體者，各部分皆為平衡之流體也。假定兩平行面  $P, P'$  間，有一薄層流體（圖 84 a）。作用於此層流體之力，為其重量， $\omega$ ，及其鄰近流體在其面上所施之力  $F$  及  $F'$ 。假定  $P$  及  $P'$  為無限近，則此層之質量甚小，較諸  $F, F'$ ，其重量直可忽略。故  $F$  及  $F'$  為平衡力，故相等而相反。不啻惟是，且必與此層垂直。設不垂直，則必有與此層平行之分力，此諸分力必組成切應力，因流體之切彈

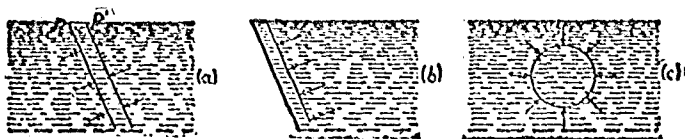


圖 84

性係數為零，故勢必不受此力也。更簡明言之，因流體之切彈性係數為零，故靜止流體內可能之惟一應力，必為正應力（normal stress）。

同理可應用於與固體面接觸的薄層流體（圖 84b）。流體作用於



固體面上之力，必與此面成直角，而固體作用於流體之力，亦必與接觸面成直角。

考流體作用於表面之垂直力，可以為推，亦可以為拉。尋常為推，故名曰推力，但間有例外，可以為拉，則可視為負推力。推力一語，原應用於作用於界面之力，至推而應用於流體內之理想面，乃權宜之計；凡流體內部橫貫此理想分界面而作用於他部之力，皆名曰推力。

184. 流體內之壓力——流體內某點單位面積之推力名之曰此點之壓力(pressure)。此定義並未指明面積之傾斜度，必須注意也。假定以此點為中心，於流體內作一小圓球，而研究其平衡，則可糾正此遺漏之點(圖 84c)。設分球面為若干小等份，則各份上之推力皆向球心。若此諸推力不等，則球必變化，流體必不平衡。今假定球之半徑減小而至於零，則每單位面積之推力，終成為四面八方之壓力，故皆相等。球之重量，固然忽略，但重量與半徑之立方成比例，各小面積上之壓力與半徑之平方成比例，故若半徑漸近於零，則球之重量，直可忽略。如云流體內之壓力各方向皆等，即等於說壓力為無向量，即與方向無關之量也 (§15)。

流體內之壓力，追源溯本，原因不一。下層流體承受上層之重量而發生壓力。設流體充滿受器，則作用於器壁之力，生流體內之壓力。暴露於大氣或任何氣體之流體，必受氣體之壓力。表面張力(surface tension)亦為流體壓力原因之一，容後論之。分子引力，亦生壓力，但因將來須論 (§206)，故不列於流體壓力之內。

185. 流體內各點之壓力——(1)設  $P, Q$  為靜止流體內二點，連結

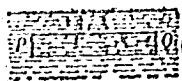


圖 80

二點之直線  $PQ$  爲水平，且完全在流體之內。以  $PQ$  爲軸線作一圓柱，而討論作用於圓柱之力。圓柱曲面上之力，在軸線方向無分力。故若爲平衡，則兩端之推力必相等相反；又因兩端之面積相同，故兩端上每單位面積之推力必相等。今假定圓柱之半徑無限減小，則兩端上每單位面積之推力，卽爲在點  $P$  及點  $Q$  之壓力，此壓力當然相等。故點  $P$  任何方向之壓力等於點  $Q$  任何方向之壓力。

(2) 設  $P, Q$  爲鉛垂線內兩點，鉛垂線完全在流體內，流體之密度爲  $\rho$ 。以  $PQ$  爲軸，以單位面積爲橫斷面，作一圓柱，而討論鉛直作用於圓柱之力。設  $Q$  在  $P$  下之深度爲  $h$  釐米，則圓柱之體積爲  $h$  立方釐米，質量爲  $h\rho$  克，重量爲  $h\rho g$  達因。設  $p_1$  爲點  $P$  每單位面積之壓力， $p_2$  爲點  $Q$  每單位面積之壓力，則點  $P$  向下推力爲  $p_1$ ，點  $Q$  向上推力爲  $p_2$ 。故若平衡，則



圖 80

$$p_2 - p_1 = h\rho g$$

(3) 設  $P, Q$  爲流體內任何兩點。無論受器之形狀若何，要可以一線連結  $P, Q$  兩點，斷線有鉛直部分亦有水平部分。沿曲屈路線由  $P$  至  $Q$ ，對於長度  $h'$  各鉛直段，卽有一壓力差  $h'\rho g$ ，同時，對於各水平段，無壓力變化。故  $P, Q$  間之壓力差爲  $\rho g \times$  (諸鉛直段之代數和)，或  $P$  與  $Q$  之水平差爲  $h$ ，則壓力差爲  $h\rho g$ 。

186. 氣體內之壓力——氣體之密度較小，故兩點間之壓力差往往小至可以忽略；但若  $h$  爲甚大，則不可忽略。例如，盛氣體之瓶中，壓力可視爲到處皆同；但若上昇至大氣之高層或下降至極深之礦坑，則空氣

壓力，相差殊甚。

187. 計算流體內壓力所用之單位——欲成立一公式，計算流體內不同深處之壓力差，實質之，即

$$p_2 - p_1 = h\rho g,$$

則須假定  $h$  以釐米計， $\rho$  以克/立方釐米計， $g$  以每秒每秒釐米計，(約為 980)， $p_1$  及  $p_2$  以達因/方釐米計。達因/方釐米，間有稱之爲巴(bar)者。

設  $p_1, p_2$  大至不適於以每方釐米達因計時，則可採用其他單位。設省去  $g$ ， $p_1, p_2$  以每方釐米克計，則

$$p_2 - p_1 = h\rho$$

設  $h$  以米計，則此公式亦可用以計算壓力，以每方米十進頓計 (1000 000 gms/m<sup>2</sup> (10,000 cm<sup>2</sup>))。

若用英制單位，則橫斷面 1 方呎，長度 1 呎，密度  $\rho$  之圓柱之重量爲  $h\rho$  磅。故若  $p_1, p_2$  以每方呎磅計，則

$$p_2 - p_1 = h\rho.$$

此處  $\rho =$  比重  $\times 62.4$  (參考 §162)。

188. 兩種流體之接觸面——靜止而且不相混合的兩種不同密度流體之接觸面，必爲水平。此可由對於穩平衡位能必爲最小之理推之 (§107)。設較密流體之任何部分，居於相等部分的較稀流體之上，則交換斯二者必可減少位能。因位能必須爲最小，故較密流體之各部，必居

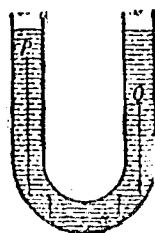


圖 87

於較稀者之下，即接觸面必為水平，較密流體在下。接觸面必為水平之理，亦可由任何流體內，水平面上二點之壓力的相等性推得，但其詳細，讀者自審之可也。

至液體與大氣或任何氣體之接觸面，乃上述之特殊情形；故必為水平。

以上諸證，曾假定重力為惟一作用於流體分子之力；設有任何其他力，則接觸面可以不水平。然無論如何，必與合力成直角。

189. 巴斯加原理——設流體為靜止，則兩點間之壓力差，僅與其水不差及密度有關 (§185)。故若增加任何點之壓力，則到處皆有一相等之壓力增加（假定密度無甚變化），或壓力傳佈於四面八方者皆相等。此為巴斯加 (Pascal) 氏壓力傳佈原理。

對於可壓縮的流體，增減壓力，密度即生變化，巴斯加氏原理即不十分正確。但液體之壓縮係數甚小，故實用上此原理對於所有液體皆為正確。氣體雖較易壓縮，但在尋常環境下，其密度殊小，故在不甚大的體積內，實用上壓力處處相等，故實用上此原理對於氣體亦正確。

190. 水壓機——水壓機 (hydraulic press) 即應用巴斯加氏原理，由較小之力而得大力之儀器。此機之構造，為一大圓筒及一大活塞，與一小圓筒及一小活塞，二圓筒連以導管而充以液體。設大活塞之面積為  $S$ ，小活塞之面積為  $s$ 。設液體內之壓力為  $p$ ，則二活塞上之推力為  $pS$  及  $ps$ ，故二力之比為  $S \cdot s$ 。故加一小（外）力於小活塞，可使大活塞生一較大之（外）力。其裝置如圖 88 所示；連通管內之活瓣，可使水由小圓筒流向大圓筒，但不使之反流。

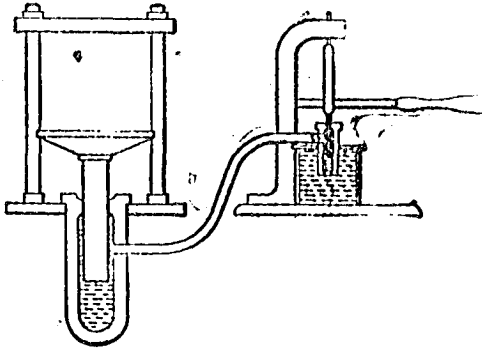


圖 88

191. 亞幾米得原理 —— 物體一部分或全體沉沒於靜止之流體內時，則與流體接觸面之各部受流體之壓力。沉沒愈深之處，壓力愈大。壓力之合力為一向上力，名曰沒體之浮力(buoyancy)。除物體形狀簡單外，此力不易直接計算，例如鉛直圓柱是也；但有一簡單方法，可求出此力之大小及方向。

物體面上各部之壓力，與物體之質料顯無關係。假定以周圍之流體代此物體，或沉沒若干，即以若干流體代之。則作用於沉沒體之壓力，流體受之，而此流體勢必平衡；故作用於物體之向上合力，等於其重量，鉛直向上經過其重心。由此觀之，物體全部或一部沉沒於流體內時，所受之浮力，等於物體所排開流體之重量。在流體移動之前，此力鉛直向上經過流體重心，此點名曰浮心(center of buoyancy)。



圖 89

因排開流體之重量，以遠因計，等於流體之體積，密度及  $g$  之乘積，故

$$\text{浮力, } B = \text{沉沒體積} \times \text{流體密度} \times g.$$

設將  $g$  省去，則浮力為克重。倘省去  $g$ ，而  $V$  以立方呎計，密度以每立方呎磅計，則  $B$  必為磅。浮力須視之如作用於物體任何之力，可為運動之因，亦可為平衡之助。設有重量  $w$  之物體，全體或一部沒於流體內，一方面受浮力  $B$  之支持，一方面受任何其他向上力  $F$  之支持，則得

$$F + B = w$$

192. 流體運動——剛體運動之計算比較簡單，因剛體可視為整體，而不顧其各部分間之作用也；流體則不然，流體殊無定形，故研究其運動，則非常複雜，除少數簡單情形外，不能不借重高等數學。

流體運動時，或為開放急流，或在封閉管內，各部分形狀之連續變化，為其間之內阻力所反對，而欲維持此運動，必須有某種外力加於流體。流體運動最普通之原因為重力，如江河之流是也；為加於流體邊界之壓力，如水唧出水管是也；為與流體接觸的固體運動，如扇之運動也。

193. 管內流動——水平管內流體之壓力，此端大於彼端時，則發生流運。當初加壓力之時，運動為加速運動，但若兩端壓力保持勿變，流體之供給亦源源不絕，則少頃即成均一運動，如是則在管之各部，運動皆為等速。設管之橫斷面不變，而流體又為不可壓縮的流體，如液體是，則情形最為簡單。在此情形內，流體通過管之橫斷面之體積處處皆同，故流量處處一致。

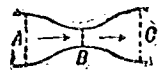


圖 90

此運動係自高壓處流向低壓，但若液體為可壓縮者，則某點之運動雖仍

一定，而且流過各橫斷面之質量必需與流進管者相同，但流動體積必變；因壓力大處流體體積縮小，壓力小處流體體積不甚壓縮也。故就全體而論，管內壓力愈小之處，流體分子之速率愈大。

設流體流過粗細不勻之管（圖 90），兩端壓力不變，則經過各橫斷面之質量皆同，但流過管細之處，則分子運動速率增快，流過管粗之處，又復減慢。然速度增加，或加速度，必須前邊之壓力較後邊者小，又速度減小，必須前邊之壓力較後邊者為大。故管細之處（或窄道），壓力必較小於其緊前或緊後，至所差之量，則視經過管之流量，窄道之橫斷面，及窄道前後之橫斷面而定，其普通原理如是，即流體內荷順通線之速率增加 則壓力即減小。此即活葉節流計之基本原理，用以節制管內水流。水流排氣管亦應用此原理而成（圖 91），為一種接於龍頭上之抽氣機。水唧出管之細頸，旁管發生吸入作用，即將連接器內之空氣抽出。同一原理可應用於穿過粗細不勻之管的氣體，但此情形殊為複雜，因壓力變時密度亦變也。

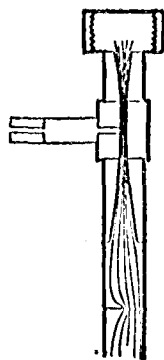


圖 91

194. 上述之說明——圖 92 為一玻璃管(剖面)裝於大木塞上，另一木塞之中央插一針。吹氣管內，則下木塞不能不受排開，且被吸引(針之作用係不使其旁動)。空氣經過木塞之微隙，速率增加，壓力減小，於是木塞壓力將木塞排開。此外尚有許多儀器，如球管噴及注射器是，皆此同一原理。

旋轉的棒球或籃球之路線曲率，由於球兩對邊之壓力差。假使球有旋轉而僅有轉動，同時氣流吹於其上，如圖 93 所示。此轉動之球必攜其周圍空氣與之同轉。在點 A，用種空氣運動為同方向，在點 B，為反對方向。故 A 點空氣分子之速度必較吹於球上空氣之流量

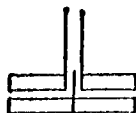


圖 92

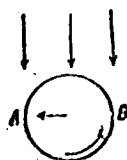


圖 93 —— 棒球之“曲線”

為大， $B$  點速度必較尋常流量為小。故點  $B$  之壓力必大於點  $A$  之壓力，故作用於球上之合力，在  $BA$  方向，故球在靜空氣中運動，其結果亦然，球軌必偏向壓力較小之邊。若研究球所帶周圍空氣之運動，亦可以說明球之運動，因點  $B$  之密度增，故壓力亦增，點  $A$  之密度減，故壓力亦減。

**195. 活塞所作之功**——設有面積  $a$  之活塞，順圓筒反對壓力  $P$  (每單位面積) 而移動一距離  $d$ ，則活塞用力  $Pa$  經過距離  $d$ ，故作功  $Pad$ 。因  $ad$  為活塞經過圓筒一小部分之體積  $\Delta V$ ，故功為  $P\Delta V$ 。

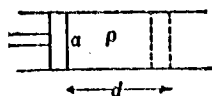


圖 94 —— 活塞功

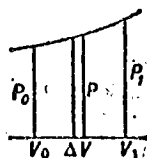


圖 95

倘壓力不一致，如封閉器內的氣體被壓迫時是，則總功為積  $P\Delta V$  之和，對於體積  $\Delta V$  之每一連續變化，必須予  $P$  以適當之值。亦可應用圖示法如 §22 及 §56 是。目前情形 (圖 95)，每個橫距代表某刻之體積，而相當之縱距代表此刻之壓力。面積代表總功。

反之，流體膨脹，亦作功而等於  $P\Delta V$  之和，此處  $P$  為壓力， $\Delta V$  為體積之增長。設  $P$  為常數，體積之總變化為  $V$ ，則功為  $PV$ 。



196. 黏滯性——流體對於有變其形狀傾向之力，不呈永久抵抗，即對於最小變形力，亦受之若索。但不同流體，承受之程度亦異，即不同流體對於變形力，呈不同之暫時抵抗也。此暫時抵抗名曰內阻力或黏滯性

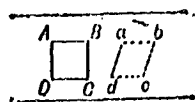


圖 98

(viscosity)。故最黏的流體如甘油，煤膠等，流過管孔或流下斜面皆較水為遲，而此種流動，皆含有液體各部形狀之連續變化。此內阻內名之曰應力，因應變僅為形狀之變，故應力必為切應力。

試以受重力干涉，流下稍斜之面的水流為例 (§96)。近表面者的運動，較在底者為大。具鉛直邊及水平邊的小方塊  $ABCD$ ，因運動故，將變為  $abcd$  狀。 $AB$  以上之液體，於  $AB$  方向，施力於方塊上面， $CD$  以下之液體，於  $CD$  方向，施一抵抗力於  $CD$  面。此二力構成切應力。無論在任何狀況下流動的液體之小方塊，皆可應用此同理解釋之。多數實驗結果，證明任何流體，切應力與切應變之比為一常數。此為根本的而且最簡單的流體阻力定律。流體內切應力與其切變率之常數比率，名曰流體之黏性係數 (coefficient of viscosity)。

茲有一具體情形，可使此定義更為明白，且可得述此定義之另一方法。假定將兩個大平行板之間充滿液體，一板以速度  $v$ ，與他一板平行而運動 (圖 97)。實驗證明，與板相接觸之液體，並不順板面滑動，但附着於板上。在極短時間  $t$  內，運動之板移一距離  $vt$ ，設兩板間距離為  $d$ ，則時間  $t$  內所生之切變為  $vt/d$ 。故切變率為  $v/d$ 。設每板之面積均為  $A$ ，使上板運動之力為  $F$ ，則切應力為  $F/A$ 。故若以  $\eta$  代黏性係數，則得

$$\eta = \frac{F/A}{v/d}$$

$$F = \eta \frac{Av}{d}$$

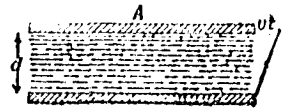


圖 07

假定  $A, v, d$  皆等於 1，則  $F$  等於  $\eta$ 。故得  $\eta$  之定義如下：流體之黏性係數，為相隔單位距離的兩水平平面之一的單位面積上之橫切力 (tangential force)，一平面固定，他一平面以單位速度運動，兩面之間充以黏性物質。

197. 黏性係數之測定——最普通求  $\eta$  之法，即測定流體流過毛細管之流量。流體在毛細管中運動(假定速度不超過某一定大小)，恰似望遠鏡管之互相滑動。想像將流體分作許多薄圓筒，則運動即成筒套筒之運動；故所遇之抵抗力即內阻力或黏滯性。設  $p$  為管(假定為水平的)兩端單位面積之壓力差， $l$  為管長， $r$  為管半徑。若流體為液體時，則由理論及實驗，證明單位時間內由管流出之體積為

$$V = \frac{p\pi r^4}{8l\eta}$$

設  $p$  為甚小，則氣體亦可應用此公式，但若  $p$  為甚大，則須加以改正，因氣體有壓縮性也。上式理論上之證明，乃假定順管壁之流體無滑動，而理論與實驗之吻合，確證此假定為正確。

下表內  $\eta$  之值以 (C. G. S.) 制計，溫度  $20^\circ\text{C}$ 。

酒精 (alcohol).....	0.0011	水.....	0.016
以脫 (ether) .....	0.0016	甘油 (g. ycerin) .....	8.0

198. 黏滯性之解釋——黏滯性抵抗流體運動，略與固體間之摩擦相似，但二者殊有區別。是二者皆為抵抗相對運動之力，故皆非保守力，對此作功之能皆變為熱。但是，固體間之摩擦，雖在速度之大範圍內，與速度無關，而由黏滯性所生之抵抗力，則恰與速度為正比，其範圍，則甚廣大，可由實驗證明。此點為二種抵抗力性質上之根本區別。

有種種強有力之理由，足信流體分子運動殊快，非如固體分子，多少限於一定位置也。想像有用層流體相對運動，此層經過彼層，恰如此一列車經過彼一列車，則分子必交相由此層而橫過界面而入於彼層也明矣。層之運動較速者，其分子携較大之動量而橫過界面，於是使第二層之速度逐漸增加，同時第二層之分子亦穿入前一層，因其消費動量，故減低此層之速度。就全體而論，結果使兩層速度漸趨一致，此正所謂相對運動之抵抗力也。在氣體情形

下層可認為完全成立；蓋因由數學所得之公式，實驗上證明之也。液體情形內，因分子之交相糾纏，分子運動之狀，多半甚為複雜，而物質分子複雜時，則分子運動，尤為複雜。

### 液體 (liquids)

199 液體之壓縮係數——液體之切彈性係數雖為零，而體積彈性係數則甚大，故欲使液體之體積大加減小，則其壓力必須大為增加。故液體之壓縮係數 (§169) 小。液體壓縮係數之測定，係將液體裝於瓶內而加大壓力，而觀察體積之減縮，此瓶名曰壓力計 (piezometer)。

茲將數種液體之壓縮係數列表於下，各數皆為壓力增一氣壓時，液體體積之減少量：

酒精.....	0.0000828	水銀.....	0.0000038
以脫.....	0.0001156	水.....	0.0000189

200. 比重計——比重計 (hydrometer)，為求液體密度之儀器；亦用以求固體之密度。比重計之作用，皆基於亞幾米得原理。有幾種比重計，在不同液體中，沒入之深度亦異，因而可直接記出液體密度；此種者曰不定沉比重計 (hydrometer of variable immersion)。有幾種比重

計，用時置砝碼於其上，而使其常沉至一定深度；此種名曰定沉比重計 (hydrometers of constant immersion)。

尋常之比重計，皆為不定沉者。其構造一玻璃管，中央放粗，下端裝有水銀，故可鉛直浮起。管中裝一分度尺，由管沉入之深度，即可知液體之密度 (圖 98)。

最著名之定沉比重計，即尼可爾生 (Nicholson) 比重計 (圖 99)。其構造為一空圓筒 (金屬的或玻璃的)，一端懸一重鉤  $B$ ，他一端為一細頸  $S$ ，頸端裝一秤盤，可放砝碼。頸上刻有記號，用以記此比重計沉入之深度。設  $W$  為比重計之重量。 $w$  為使比重計在水中 (密度  $\rho$ ) 沉至記號，秤盤  $\circ$  內所須之砝碼， $w'$  為比重計在密度  $\rho'$  之液體中沉至記號，秤盤  $\circ$  內所須之砝碼。兩次所排開液體之體積同。故由亞幾米得原理，此比重計所排開液體之重量為  $W+w'$ ，同體積水之重量為  $W+w$ ，故二者之比等於二者密度之比。

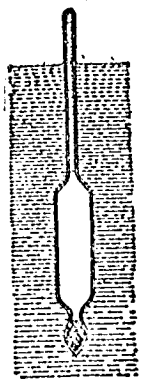


圖 98

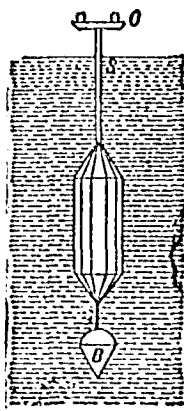


圖 99

尼可爾生比重計，亦可用以求固體之密度。此儀器，實際上為一天平，先在空氣中秤固體，次在密度已知之液體中秤之。法先置物體於  $\circ$  盤內，因物體有重量，故使此比重計沉至記號所須之砝碼必小於  $w'$ ，此所少者即物體在空氣中之重量。次將物體置於  $B$  鉤內，依圖

一方法，求出物體沉沒時之像似重量。物體之重量，與物體沉沒時損失之重量之比，即物體對於液體之相對密度。

**201. 浮漂穩度**——靜浮於液體表面之物體，受二力之支配而平衡，一為物體之重量，鉛直向下經過重心  $G$ ，一為液體之上壓力，經過浮心  $B$ 。故二力相等而在  $BG$  線內於反對方向作用（圖 100）。假定物體繞與圖面鉛直之軸線而微轉。則所排開水之體積之形式必不同（除卻物為圓柱或球），於是浮心不在經過  $G$  之垂線內，而在另一點  $B'$ 。故此時作用於物體之力成為力偶，設此力偶有利正物體之傾向，則平衡穩；非然者，則不穩。



圖 100

設物體對於通過  $B, G$  與轉動軸線垂直之平面的兩對邊，為對稱或近於對稱，則情形最為簡單；如是則  $B'$  必在此平面內。經過  $B'$  作垂線截  $BG$  於  $M$ 。對於小的旋轉，則  $M$  在  $BG$  上之位置，幾與旋轉之大小無關。 $M$  名曰物體之定傾中心 (metacenter)。  $M$  之位置僅可用數學方法求得。若  $M$  居於  $G$  上，則力偶即有利正物體之傾向，則平衡為穩；若  $M$  居於  $G$  下，則力偶有違移物體之傾向，則平衡為不穩。船中貨物完全取出而無壓鉛石，則其為危險，小船板內乘客同時立起數人，則有顛覆危險者，皆此理也。大輪船之定傾中心高度  $GM$ ，尋常只有一二呎，有時尚不及一呎。

**202. 流出孔隙**——托里拆利 (Torricelli) 定理——若於盛液體之器壁上，壓力大於大氣壓力之處開一孔，則液體即流出。應用能不減

原理，爲求液體流出速度之最簡便方法。

設有質量  $m$  之液體，以速度  $v$  流出，則其動能爲  $\frac{1}{2}mv^2$ 。設於  $m$  流出之時，無液體加入瓶內，則瓶內液體之位能必減少，其量等於  $\frac{1}{2}mv^2$ 。質量  $m$  雖自孔之附近流出，但瓶內液體狀態之變化，猶諸自表面上取去  $m$  也；故瓶內液體及洩出液體之總位能之變化，猶諸質量  $m$  自表面墜落至孔之深度也。故若以  $h$  表孔之深度，則位能之損失爲  $mgh$ ，故

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh,$$

$$\therefore v = \sqrt{2gh}.$$

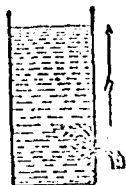


圖 101

故洩出速度，一似此洩出液體，曾自由墜落經過孔在表面下之距離也。此即著名之托里拆利定理。此爲伽利略氏門徒托里拆利所首先發明，氣壓計原理，亦爲氏所發明。

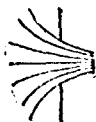


圖 102 孔隙中插一管，則其比例亦變。

以上定理，僅對分子脫離孔隙時之速度而言。並未能使吾人於已知時間內計算洩出之體積；因噴出物之橫斷面離孔不遠即收縮，至一定點而達於最小，此點名曰縮脈(contracted vein)，過此則復膨脹。縮脈之橫斷面積  $a$  爲已知，則每秒洩出之體積爲  $av$ 。至  $a$  與孔隙面積之比，則視洩出速度而定，若將

203. 流線之維 —— 當液體不騾流動時，小部分液體流動之路線，名曰流線(stream line)。流線所包之管狀表面，名曰流管(tube of flow)。只要流動一定 (§115)，則流線與流管之形狀及位置均不改變。流過每一流管之液體皆可視爲一管。

如圖 103，假定在任何時刻，液體佔管之  $AA'$  部分，少頃，佔  $BB'$  部分，因俾而液體反對前而液體，推之向前也。在  $A$  及  $A'$  間之體積， $V$ ，等於在  $B$  及  $B'$  間之體積。假定

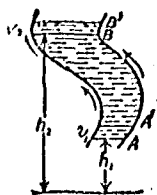


圖 103

$p_1$  及  $p_2$  為在 A 及 B 之總壓，故淨功必為  $(p_1 - p_2)V$  (§195)。

因流量不變，故管在 A' 及 B 間部分之動能不變。故所淨得之動能，等於體積  $V$ ，質量  $V\rho$ ，之液體，自 A 傳至 B 之能，其速度為  $v_1$ —A 處流線之速度；變為  $v_2$ —B 處流線之速度。故動能之增加為  $\frac{1}{2}V\rho(v_2^2 - v_1^2)$ 。同理，位能之增加為  $V\rho(h_2 - h_1)$ 。

將功與能之增加，寫為等式，則得

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \text{常數。}$$

此即柏努利(Bernoulli)氏定理也。對於應用流體力學(hydraulics)，此定理極為重要。

5. 托里拆利定理及 §103 所述之原理，不難推得此式。

204. 注流所顯之壓力——當液體之注流遇障礙物而被阻時，則放棄其動量於障礙物，即施力於障礙物也。如此所生之壓力，可由水之速度及每秒擊於障礙物上之水量算出。注流速度之測定法，即基於此。(黑陶氏管)。一管，彎成直角形，插入流水內，一臂逆流指水平方向，他一臂直立。若水靜止，則必升入直立之臂，與水面相平而止，但注流所顯之壓力，使之更為升高，流之速度，可由增加之高度求出。

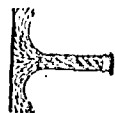


圖 104

黑陶氏管(Pitot's tube)，係將 §203 之情形反轉。設水面上升之高度為  $h$ 。假定將水速  $v$  由水平  $h$  處取去，則無論何時，動能減少之總量為  $\frac{1}{2}mv^2$ ，位能增加之總量為  $mgh$ 。故  $v^2 = 2gh$  (大約相等)，但因管有礙於流之均勻，故必須加以改正因數(略大於 1)。

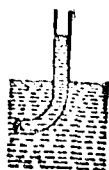


圖 105

當噴流擊於障礙物上而側流時，則所顯之壓力，即由於液體動量之損失。設障礙物為一曲面，則運動之方向反轉，水於反對方向得一相等動量，故作用於障礙物之力增加一倍。水輪機之構造，即利用此理。

設注流斜沖於障礙物上時，則一部分被阻，於是沿障

礙物之面而下流。故障礙物較遠於注流之邊之受動量也，較較低之邊為多，故有轉而與流垂直之傾向。是以漂浮之木，若以

鐵鑿其中央，則即自動的橫截水流，自樹上墜落之葉有取水平位置之傾向。如圖 107，作一硬方紙片，以短

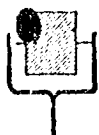


圖 107

線縛於鐵絲架，而使其浮於空氣內，即可證明上之原理。



圖 108

205. 衝擊起水機 —— 在重力作用下流動之水，有必達平衡狀態之傾向，故自由表面之各部，有必達同一水準之傾向。此之謂“水求自準”。尋常只利用某種非重力之力作功，即可將水舉至較高水準。至衝擊起水機 (hydraulic ram), 小部分水流係利用其自動機力，昇至高水準，無須乎任何外力。

設管內水流猝被停止時，如關閉龍頭時是也，則水之動量倏忽被停，此動量可為甚大，故水施於管之力，可較其已靜止後所施者為甚大。衝擊起水機即利用此暫時極大壓力，驅水入空氣室，如壓力唧筒中所用者是也。

水頭位能之一部分轉成水流之動能，而此動能之一部分，又變為被壓空氣之位能，此位能又轉成汲水管頂端之水之位能。

最後僅有一小部分水昇至較高水準，其所得之位能與餘者所損失之位能相抵補。

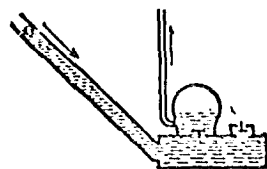


圖 109

### 液體之分子性質

206. 分子力 —— 固體或液體分子間皆有吸引力，倘不為外力所克



服，則維持物體之團結。因液體無定形，故欲直接證明液體分子力之存在，殊不易易。設以高溫之水充滿玻璃管而封閉之，則可證明液體分子力之存在；水冷卻之時，仍繼續充滿此管，並不收縮，直至水拉管壁之力超過每方吋七十磅而止。如此實驗，倘能將水中所溶氣體完全驅出，則水必可負極大應力。液體蒸發時所必須克服者，即液體分子間之吸引力也；由蒸發所須之熱，可算出分子間吸引力為極強，且生極大之內壓力，橫貫液體內任何理想平面。此壓力間稱之曰天賦壓力 (intrinsic pressure)，亦可由壓力大減，膨脹絕小時算得。若為水，此力約為大氣壓力之 10,000 倍。

由上所述，則沉入液體之物，必感受此極大內壓力之影響。事實則不然，因分子吸引力非常微小，除非分子距離非常小 (§106)，則此力直可忽略。以極薄之物插入液體，即可分開分子至其間吸引力可以忽略之遠，故沉沒固體所受之壓力，不外前已討論之數因，即重力與週界上之壓力也。

吸引力可以顯出之距離，名曰分子力之範圍 (range of molecular forces)。液體之任何分子，必受此範圍內所有分子之吸引，此諸分子可想像其包含於圓球之中。此球可名之曰分子之影響球 (sphere of influence of a particle)，其半徑即分子力之範圍。

207. 表面張力——考上所論之分子力，在液體表面上，生一顯著效應。凡液體表面，在可能範圍內，常有欲縮成最小面積之傾向。故滴水（在空間墜落時）成球，因球為已知體積之最小面積圖形也。液化鉛滴在製彈機中墜落，亦同此理；鉛滴且墜且凝，設墜落之迅速，足使其完

全凝固，而同時仍在空氣內，則鉛滴必成球形。酒精與水之混合物，可配合之使與油之密度同，則滴一大滴於油內，即漂浮油內，成爲圓球。置火漆棒或玻璃棒之一端於火焰中燒之，則變爲球形；取一鐵絲圈，用絲線結一小套，縛於圈上；以肥皂液浸之，取出後，圈上即有一薄膜，線套浮於膜上，將套內之膜戳穿，則套即成圓形，此乃液體表面有收縮傾向之最饒興味之說明也。因欲縮成最小面積之形，故薄膜拉套使爲最大面積之形（圖 109），因已知週長的最大面積圖形，必爲圓也。

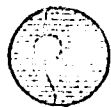


圖 109

208. 表面張力之解釋——想像液體內  $A$  點有一分子， $B$  點爲另一分子，離表面較分子力範圍爲小。 $A$  點之分子，週圍之吸引力皆相等，



圖 110

但  $B$  點之分子所受之吸引力，向內者較大於向外者，蓋因球心在  $B$ ，而分子力之範圍爲球之半徑，一部分在液體之外也。故欲使一分子從  $A$  至  $B$ ，則必須反對向內吸引力而作功。

今設增大液體表面，例如肥皂膜展開是也，則多數分子拉縮表面；故展開之力作功，因而克服一反對力。但展開力與表面平行；故液體所顯之反對力，或收縮力，亦必與表面平行，此力即所謂表面張力也。由此觀之，則吾人解釋液體表面上之有張力也，實與功原理，不相背謬。至於表面分子如何同力合作，反對表面之緊張，此原理並未說明。欲證明此層，殊爲困難。近代研究，似已證明分子非球形，但少量扁平狀。在大量液體內，分子結而爲羣，其軸線在同一方向，但不同之羣，方向不同。惟表面內之分子，受其所含電荷間之力，而排成平行列，軸線皆平行。此

理似有把握，但仍待研究之處尚多。

200. 測定表面張力方法——想像在液體表面上作一線，表面在線之此邊若拉在線之彼邊者，假定線之長度為 1 釐米，則拉力之達因數即液體表面張力  $T$  之大小。故表面張力之大小，即橫貫表面上單位長度之線之收縮力也。無論表面張力之任何效應，幾可盡作測定方法之基。設液體可以作



圖 111 —— 表面張力為橫貫單位長度之力

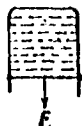


圖 112 —— 金屬薄膜

成薄膜，如肥皂液是，則可用直接測定法（圖 112）；薄膜可在金屬絲架上作成，架之一邊可以移動；假定反對表面張力維持此邊靜止所需之力為  $F'$ ，可以移動之邊之長度為  $l$ ，則薄膜每面之張力為  $F'/2l$ 。

從液體表面上拉起一水平金屬絲，則必須勝過表面張力，從所須之力，可以算出表面張力。

液體表面之微波運動，多由於液體之表面張力，由微波之波長及速度，亦可求出表面張力之大小。

液體在毛細管中之上升，與表面張力有關，此又為測定表面張力之另一方法也，後將見之。

下表記液體與空氣間之表面張力，以釐米達因計，溫度為  $20^{\circ}\text{C}$ 。

酒精.....	24.5	橄欖油 (olivo oil) .....	34.3
以脫.....	17.6	水銀.....	530
水.....	73.5		

210. 液體與固體之接觸——液體之尋常自由表面，概為水平；但液

體接觸於固體之處，其表面常為彎曲，曲率之方向及多寡，則視各種液體及各種固體而定。水與鉛直之玻璃面接觸，則向上曲，水銀與鉛直之玻璃面接觸，則向下曲。此等現象名曰毛細管現象 (capillary phenomena)，其理見後。

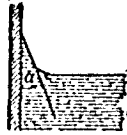


圖 113 —— 水與玻璃之接觸

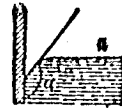


圖 114 —— 水銀與玻璃之接觸

在液體之自由面與固體表面間，液體之楔形部分之接觸角，名曰毛細角 (angle of capillarity)。角之大小，與液體之純淨，及固體面之乾淨，皆有關係。例如，極純淨之水與乾淨玻璃接觸，此角為  $0^\circ$ ；但稍有摻雜，甚或因暴露於空氣之故，則此角可為  $25^\circ$  或更大。極純淨之水銀與玻璃，此角約為  $148^\circ$ ，但稍有摻雜，即減為  $140^\circ$  或更小；松脂油，為  $17^\circ$ ；石油， $20^\circ$ ，如此等等，不勝枚舉。

● 211. 毛細管中液體之水準——設將一兩端開口之細孔玻璃管（或所謂毛細管），鉛直放置，使其下端浸於液體內，則管內之液面恆較高或較低於杯內液體之尋常面。若液體為水或酒精，則管內之液面上昇；若為水銀，則管內之液面降低。對於已知之液體，管孔愈細，則上昇或降低之量愈大，實與管孔之直徑為反比。至於其他非玻璃質之管，則與管之質料有關，其效應亦同

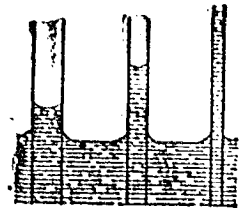


圖 115 —— 毛細管中之水

此理。

并立兩玻璃板於液中，其間亦有同樣之上昇及降低。此等上昇下降，及與固體接觸之液面曲率，皆歸之於毛細管現象。

假定液體遇固體之毛細角不變，則可簡單解釋毛細上昇及下降。

茲就昇高液體而研究之。管中液體與管相遇於半徑  $r$  之間內， $r$  等

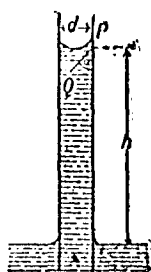


圖 116

於管孔之半徑，在圓周上各點，接觸角即毛細角  $\alpha$ 。如此，則液體之表面張力於  $PQ$  方向拉管， $PQ$  對於管長之斜角為  $\alpha$ ；管於  $QP$  方向，以相等之力反拉。接觸圓周長的每單位長度之拉力為  $T$ ，與管長平行之分力為  $T \cos \alpha$ 。以接觸圓全周長計之，則諸分力之和為  $2\pi r T \cos \alpha$ 。此力向上作用於管中液體，拉液體上昇，直至高出於尋常面的液體重量等於支持力而止。設平均

上昇為  $h$ ，則液柱之體積為  $\pi r^2 h$ ，立方釐米，重量為  $\pi r^2 h \rho g$  遂因。

故

$$\pi r^2 h \rho g = 2\pi r T \cos \alpha$$

$$\therefore h = \frac{2T \cos \alpha}{g \rho r}$$

所以昇高與表面張力為正比，與管之半徑為反比。由測定上昇及半徑，再由他法求出  $\alpha$ ，則無論何種液體， $T$  之值皆可算出。

212. 兩板間之上昇——上之證明法，亦可推而應用於兩平行板間之液體(圖 116)。在此情形內，液體透板而於直線內。設兩板間距離為  $d$ 。想像此兩板及與此兩板垂直，相離單位距離處的兩板間之液體為平衡。則表面張力在頂端之拉力為  $2T \cos \alpha$ ，所懸液體之重量為

$dh\rho g$ 。故

$$h = \frac{2T \cos \alpha}{\rho g d}$$

假定兩板間距離等於管之半徑，則平行板間之上升與管中之身真相同。

**213. 張力下曲面所生之壓力**——因毛細管中液體高出於尋常水準之上，或降落於尋常水準之下，故曲面以下之壓力，必較小於普通表面之壓力，或必較大於普通表面之壓力。設結果為下降，則下降面向下彎曲，表面內之張力產生壓力，恰如張於圓球之橡皮膜之張力，生圓球上之壓力然。若結果為上升，則向上曲面之伸長力，有牽引表面層之液體，離開下層液體之傾向，故發生張力，或減少表面以下之壓力。由昇降之總量，可算出因昇降所生之壓力變化。設上升至高度  $h$ ，則壓力必小於尋常水準之壓力，即小於大氣壓力，其量為  $gph$ ，或  $2T \cos \alpha / r$  (§211)。此處  $r$  為管之半徑。設以  $R$  代表球面半徑，則  $R \cos \alpha = r$ 。故凹面以下之壓力，較以上之壓力小  $2T/R$ 。同理，可用以解釋下降面凹面上所生之壓力。兩面之壓力差，完全由於表面張力及表面曲率。

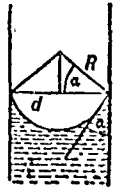


圖 117

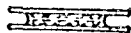
在肥皂泡情形內，須認為有兩個表面張力，一在薄膜之內面，他一在薄膜之外面。故泡內面因薄膜張力及曲率所生之餘剩壓力為  $4T/R$ 。

張力於穩中之圓柱形面，亦產生凹面上之壓力。依上所述，此理可由表面張力  $T$  之液體，在相距  $d$  之兩平行板間之昇降推得。設  $R$  為液體圓柱面之半徑，則  $R \cos \alpha = \frac{1}{2}d$ 。故  $p = T/R$  (§ 212)，因半徑  $R$  之圓柱面內的張力為  $T$ ，所以  $T/R$  為凹面上之壓力。設圓柱面為圓扁的，半徑為  $R$ ，則各面之張力皆生一壓力  $T/R$ 。故內壓力較外壓力大  $2T/R$ 。

**214. 表面張力之其他效應**——設液體與固體接觸之毛細角小時，則因其欲成爲小角故。

液體即敷於固體面上，即液體為沾潤固體者也。例如將水珠於玻璃上，則水珠散開，而接觸角小。水銀珠在玻璃上並不散開，而成爲圓球。

如二玻璃片間有一層水，則欲以與片面垂直之力拉開二片，殊爲困難。因水有敷佈於二面之傾向，故成爲凹出之狀，故內壓力較片外之大氣壓力爲小，結果二片間發生相似吸引。



當欲將含有若干斷珠之玻璃管吹開時，則覺有非常之抵抗力。各球兩面之邊成爲凹狀，總抵抗力即諸凹面所施之壓力和。

圖 118——水在兩板之間

在液體中漂浮之小物體，如草芥是，往往互相吸引，集爲一團。設以小垂直片代表如此二物(圖 119)。假定液體對於此二物皆沾潤，則二者間之液體上升，上升部分之內壓力，較二片

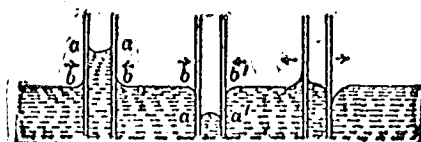


圖 119——毛細管吸引及排斥

間之大氣壓力爲小；故將二片推在一起。設液體對於二片，皆不沾潤，則降低部分以上之壓力爲大氣壓力，片外液體之壓力大於大氣壓力，故亦將二片推近。設液體沾潤此片而不沾潤彼片，則各片皆有一部分，內壓力大於外壓力；故結果相拒。(取若干個白蠟球，一部分蠟球塗以煤油，浮於水上，則可說明以上三例。)

無論水中有任何溶解物或摻雜物，皆可改變其表面張力。若將樟腦粉投於乾淨水上，其運動極不一致，即此理也。有良樟腦溶解殊快，有處殊慢，近於前者，水之表面張力衰減，於是分位向張力較大之處，以致運動不一致。

**215. 液體之擴散**——兩種液體相接觸，而逐漸混合，名之曰擴散 (diffusion)。新自江河流入海洋之水，發生大規模之擴散。將有色鹽溶液傾入高玻璃筒中，再小心加一層水於有色溶液之上，則可說明小規模之擴散。各液體之分子皆爲動的，故橫越界面，開闢領域，長時間後，全筒盡成一色。攪和液體，則接觸面增多，故增速擴散。間有物質，

並不完全互相擴散，如水與油是也；此或因分子在表面層排列方法特殊之故。

設以  $A$  及  $B$  代兩種擴散液體；再設  $A$  原在筒之下半， $B$  原在筒之上半。每種液體內任何點之濃度，即該點液體每單位體積之質量（假定他一液體缺如，而此液體又未攪和，則即該點液體之密度也）。液體  $A$  沿直向上擴散，即自高濃度處向低濃度擴散。則任何方向濃度之梯度，即該方向濃度之低降速率；設每單位距離之低降速率為一，則濃度之梯度為一。擴散之普通定律，即凡液體之擴散速率，皆與其濃度之梯度為正比，設濃度之梯度為一，則一日內橫過單位面積之質量之克數，為液體之擴散係數或擴散率 (diffusivity)。使不同密度之細珠，浮於液體中，而觀察其沿擴散方向各點之密度，即可求出此常數。下表記各種物在水中之擴散率，附記溫度為攝氏。

無水鹽酸 (hydrochloric acid) .....	1.74, 溫度 5°
食鹽 (common salt) .....	0.76, 溫度 5°
食鹽 (common salt) .....	0.91, 溫度 10°
食糖 (sugar) .....	0.31, 溫度 9°
蛋白質 (albumen) .....	0.06, 溫度 13°
糖精 (caranol) .....	0.05, 溫度 10°

觀上表，足見液體之擴散率，變化殊廣。高擴散率之物質名曰晶質 (crystalloids)，低擴散率之物質名曰膠質 (colloids)。前一種包括碳酸，鹽類及普通結晶物質，後一種包含樹膠，蛋白質，漿糊，及膠等。晶質溶於水中，其性質上生顯著之變化；膠質溶於水中，則成膠狀物，此膠狀物似由半固體的細工架子構成，架眼中充以液體。膠質之分子，大而且



復，其擴散率之所以小，或由於此；至分子固有之遲緩運動，亦原因之一。因其不甚擴散，而伸出脈絡末端，故比較上不甚美觀。又因其擴散遲緩，故不易溶解。品質在膠質中擴散之快，幾與在水中相埒，但膠質則不然。

216. 透過薄膜之擴散滲透——有薄膜焉，雖其中無孔可見，而有液體焉，可透過之而擴散。例如，以橡皮膜隔離酒精與水，酒精透過殊快，而水則不易透過。水可透過動物革膜，故沾濕之。查分別品質與膠質之方法，名曰隔膜分析法 (dialysis)，即根據各種物質透過毛皮紙等隔膜之速度不同也。物質透過隔離物之擴散名曰滲透 (osmosis)。

間有薄膜，容混合液或溶液之此成分透過，而不容其彼成分透過，此等膜名曰半透膜 (semi-permeable membrane)。銅硝化鐵 (ferrocyanide of copper)，即此膜之一種，其製法由一邊為鉀硝化鐵 (ferrocyanide of potassium)，他一邊為硫酸銅，在多孔膜之孔內之反應而成。當此種膜隔開水及各種鹽之任何溶液時，鹽不能透過，而水可雙方透過，但向溶液一邊，較向反對方向為快。取玻璃管一，下端封以隔膜，貯溶液於管中，將管之下端浸入水中，則見管中水面，徐徐上昇，直至水柱達一定高度，其壓力足以阻止水再流過為止（假定膜不破裂）。此壓力名曰滲透壓力 (osmotic pressure)。對於極淡之溶液，滲透壓力與濃度為正比，即與單位體積內溶解鹽之分子數為正比。多數鹽類，苟單位體積溶液中所含之鹽分子數同，則壓力亦同。此外尚有許多鹽類，對於已知單位體積之分子數，其滲透壓力二倍（或整



數倍)於前所述者;此或由於分子在溶液中已分解為原子(甚或為離子(ions))而獨立作用之故。但滲透及滲透壓力之解釋,議論紛紛,莫衷一是。然有一顯著事實,堪資注意也,質言之,即對於已知之分子(或原子)數,滲透壓力,等於假定在溶液所佔之空間,分子可以自由飛舞,恰如氣體分子時,分子所必生之壓力也。又滲透壓力隨溫度而增加,恰如氣體壓力,亦堪注意也。

動植物之體內,滲透壓力,皆佔重要位置,但其詳細,則屬於生理學。

## 氣體之性質

217. 氣體之定義為無一定體積之流體,不依賴受器,不拘受器如何,皆膨脹而充滿之。根據流體之切彈性係數為零之事實,則氣體之性質悉與液體同。氣體內任何點之壓力,四面八方皆同(§184)。氣體壓力在表面上,與表面垂直(§183)。加於週界任何部分之壓力,等傳佈於四面八方(巴斯加原理 §189)。沉沒於氣體中之物體,所受之浮力,等於其所排開氣體之重量(亞幾米得原理 §191)。氣體內部壓力隨氣體之深度而增,其增加率以  $gh$  表之,一如液體(§185)。氣體亦表顯內摩擦性或黏滯性,氣體黏性係數之定義與液體同,此諸性質中,間有為氣體情形內之特殊重要者,須分別研究之。

218. 大氣壓力(pressure of the atmosphere)——地球之大氣所施之壓力,為氣體壓力最著之例證。大氣之主要成分為氧與氮,受大氣球間之重力吸引而不能脫離地球。大氣在地球面之任何水平面上

所施之壓力，即該面直上所有氣體之重量。因大氣愈高愈稀，故山頂上之壓力，小於海平面之壓力。

伽利略氏秤盛空氣之玻璃球，再將多量空氣壓入球中而秤之，發現空氣有重量。其門徒托里拆利氏發現若將長約 33 吋之玻璃管，一端封閉，貯滿水銀，而倒置於水銀盤內，則管中水銀，約為 30 吋高，留真空於上部。此即著名之托里拆利實驗。氏由此推知大氣在任何面上所施之力，等於高約 30 吋，橫斷面積等於此面的水銀柱之重量。巴斯加氏聞托里拆利實驗後，推想高山頂上之壓力必小，托里拆利氏管中水銀柱，在山頂必較低，因巴黎附近無高山，於是函致其威某氏，作此實驗，其威某居圓頂山 (Puy de Domo) 附近，山在奧佛那 (Auvergne) 境內，實驗結果，證明其理無誤。

219. 水銀氣壓計——托里拆利氏管，為測定大氣壓力的原始而且最簡單之氣壓計。近世最精密之水銀氣壓計，即托里拆利氏管，裝有分度尺及小數尺，可精密測定水銀柱之高度，而用一種設計，以便隨時使槽內之水銀面在一定高度。福廷 (Fortin) 氣壓計 (圖 122)，水銀槽  $C$  之底，為一革囊  $S$ ，囊底之中央，止於螺旋  $V$  上。旋轉螺旋，可使槽內水銀面升降，故讀氣壓計時，槽內水銀面恆為一致，實言之，即讀出氣壓計分度尺之零度記數也。倘無此裝置，則  $T$  管中水銀柱高度升高或降低，槽內水銀面必降低或升高。為便於觀測槽內水銀面計，槽之上部裝以玻璃，一象牙針  $O$ ，裝於槽頂，針尖向下，恰與分度尺之零度同高。觀測水銀面針影，用螺旋升降水銀面，若針尖與針影之尖恰相遇，則水銀面即在分度尺之零度。裝置此氣



FIG 121  
——托里  
拆利氏管

壓計時，須留意，切勿使水銀內含有空氣，於貯滿水銀於管中後，煮沸水銀，空氣即被排出。用之過久，則槽內水銀，失其光澤，針影即不十分清楚。

氣壓計之較簡單者為本生 (Bunsen) 長虹吸氣壓計 (圖 123)。此計不用水銀槽，而將管之下端上彎。開口端與閉口端中之水平差，為氣壓計高度。故讀氣壓計時，須讀兩端內水銀面之記數。兩臂上皆刻有分度，一在長臂上，向上讀，一在短臂上，向下讀。二分度共用一零度，故二記數之和，即氣壓計之高度。



圖 123

無液氣壓計 (aneroid barometer)，為另一種氣壓計，不用水銀。其構造為一真空金筒盒，覆以薄金屬蓋。大氣壓力改變，使蓋之曲度稍變，利用槓桿作用，將此改變傳之指針。指針在一間分度尺上移動，分度與大氣壓力記數相當。此種氣壓計，最便於旅行攜帶，但須常與水銀氣壓計校對，乃其不方便處。

220. 氣壓計之用途——大氣壓力，對於預測天氣，極為重要。各國政府，皆建許多氣象臺，觀測大氣壓力而記載之。由各處同時之記載，可預知風雨方向。此等預測，每年拯救千萬生命，及保全航業上極貴重之財產。

因大氣壓力愈高愈小，故由觀測山頂山麓之大氣壓力，可測定山之高度。海平面附近，每上升 80 呎，氣壓計高度約

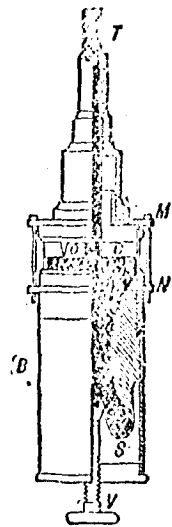


圖 122

減低 0.1 吋；但因空氣愈高愈稀薄，故高度增加，而降低率減小。二觀測處所溫度之任何差異，皆須加以校正。飛機上所用之高度計 (altimeter) 皆為無液氣壓計，其分度數直接刻為高度。空氣速率計 (air-speed gauge) 亦為無液氣壓計，由空氣在管中所生之壓力，即知空氣之速率 (§193)。

221. 定量氣體之壓力及體積——加壓力於定量氣體，則減小其體積，普通觀察，證明斯理。例如，自行車輪胎打氣時，即係將大體積之空氣，自大氣中打入輪胎，使之變為小體積。反之，減小壓力，則可使氣體膨脹，考加壓力於氣體，氣體必施一等而相反之壓力，故言氣體所受之壓力，或言氣體之壓力，並無區別。

按氣體體積與壓力之關係之定律，非常簡單，但直至 1662 年，尙未發明；發明此定律者為波以耳 (Robert Boyle)，〔後此十四年，馬略特 (Mariotte) 亦發明此同一定律〕。一定量之氣體，在一定溫度下，其體積與壓力成反比，或以  $P$  代壓力， $V$  代體積，則  $PV =$  常數。波以耳 由實驗發明此定律，其所用之儀器為一玻璃管，變之如圖 124，短臂封閉，裝空氣及水銀，長臂開口。可裝水銀至任意高度。若將兩臂內水銀面之差，與氣壓計高度相加，則和與空氣之壓力成比例，空氣所佔之管長，與空氣之體積成比例。氏由此實驗發現壓力大於一氣壓時，此定律正確。至一氣壓下之壓力，氏用一直玻璃管，一頭封



圖 124

閉，先貯空氣及水銀；後將管倒插於深水銀筒中。若將管提至不同之高度，則空氣之體積，視壓力之減少而增加。於是證明壓力小於一氣

壓，此定律仍真。



圖 125

222. 波以耳定律之錯誤——波以耳所述之定律，對於尋常應用，儘够精確，然精細試之，則見其並非絕對精確。阿馬干 (Amagat) 氏曾作一最完備之試驗。氏發現在空氣情形內，當壓力自一氣壓增至 78 氣壓時， $PV$  常常縮小，直至其值為一氣壓時之 0.98 倍為止。過此而後，壓力增加， $PV$  亦增加，至壓力為 3000 氣壓時，體積為原體積之 4.2 倍。在第一期（即增至 78 氣壓）， $V$  較波以耳定律所示者減少殊快；過此而後，減少殊慢，故若波以耳定律絕對精確，則在 3000 氣壓時，空氣之體積必增 4.2 倍。在 3000 氣壓時，空氣密度為 0.93，幾與水之密度相等。

其他氣體，亦表現波以耳定律之錯誤；但  $PV$  為最小時之壓力，對於不同氣體亦各不同，而  $PV$  最小值之大小亦如之。

以氣體由動的分子組成之觀念視之，則分子之碰撞，必生氣體之壓力，凡得瓦爾 (van der Waals) 氏推得下之公式，與實驗結果照合。

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = \text{常數},$$

在一定溫度， $a$  及  $b$  均為常數，不過對於各種氣體不同耳。加於  $P$  之  $a/V^2$  項，係將分子互相吸引所生之內壓力計算在內。 $V$  減  $b$ ，係將分子之實在體積計算在內，以示與分子銜出所佔空間之體積有別。根據由實驗所得  $b$  之值，已推出分子之大小。

223. 氣體之彈性係數——因氣體之切彈性係數為零，故氣體只有

一種彈性係數，質言之，即體積彈性係數，此係數直等於氣體之壓力  $P$ （假定氣體之溫度不變）。此為波以耳定律之結果。設壓力為  $P$ ，體積為  $V$  時，加以小壓力  $p$ ，再設因壓力增加而體積減少一微量  $v$ ，則由波以耳定律，

$$(P + p)(V - v) = PV$$

若將  $p$  及  $v$  之積略而不計，則

$$Vp = Pv$$

然體積彈性係數，即壓力之增長  $p$ ，除以體積比例上之減少量  $v/V$ ，由上式知其為  $P$ 。<sup>(1)</sup>

224. 氣體之浮力——物體若輕於其所排開空氣之重量，則放之必上浮於空中，如氣球是也。使氣球有上升加速度之力，等於物體之重量，與其所排開空氣重量之差。若氣球上升至稀薄氣層，大氣密度等於氣球之平均密度時，除非將其載重拋下若干，則不再上升。體大之人所排開空氣，約為  $\frac{1}{4}$  磅。設用假定在真空內準確之砝碼，在空氣中稱物體，則除非將空氣浮力之影響，作一改正，必不能得物體之真正重量。

225. 流體壓力計——流體壓力計 (manometer) 為測定流體壓力之儀器。圖 126 為一種最簡單之壓力計，所測壓力與管中液柱之壓力作權衡比較。此計名曰開管式流體壓力計 (open tube manometer) 或虹

(1) 將  $PV = C$  微分之，則得  $PdV + VdP = 0$ ，故  $dP \div (-dV/V) = P$ ， $-dV/V$  為體積  $V$  之增長，與體積彈性係數之定義同。

吸壓力計 (siphon gaugo) 從兩管中液面之差，及液體密度  $\rho$ ，可求得壓力。以每方釐米達因計， $P = h\rho g +$  大氣壓力，若以每方釐米克計，或每方呎磅計，則  $P = h\rho +$  大氣壓力。



圖 126——開管式

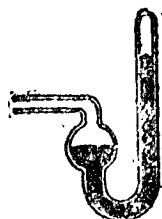


圖 127——閉管式

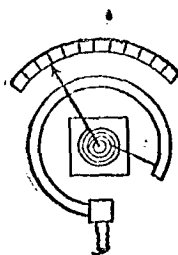


圖 128——包丹氏壓力表

圖 127 為另一種流體壓力計，所測壓力與勻稱之閉管中氣體（尋常為空氣）之壓力作權衡比較。按波以耳定律，氣體之壓力與體積為反比，則是與空氣柱之長度為反比。氣體之壓力，減去兩管中液面之差，即所測之壓力也。

圖 128 為包丹 (Bourdon) 氏壓力計，一金屬管，橫斷面為橢圓形，彎成大於  $180^\circ$  之弧形，一端封閉。設將欲測知其壓力之流體放進開口時，則管之曲度，因壓力增加而減小，因壓力減小而增加。管之自由端連於指針，指針可在分度尺上移動。考壓力有增加管中體積之傾向，此作用即基於此理；因對於已知之周長，圓形橫斷面積或橢圓形者有使容積為最大之傾向。故壓力增加，橫斷面即有成圓形之傾向，橫斷面之形狀改變，以致管之形狀亦改變。

226. 氣體之黏滯性——氣體之黏滯性較液體者為小。例如空氣之黏滯性，約為水之  $1/80$ 。空氣之黏滯性雖小，然儘足以阻止灰塵微粒及



細水珠之墜落，天空雲霧，卽其例也。雲中（該處空氣可較水輕千倍）水珠，直徑若爲千分之一吋，則墜落速度約爲 0.8 每秒吋，若爲萬分之一吋，則墜落速度約慢百倍，或約爲 0.5 每分吋，至大水珠，如落雨是，則空氣之黏滯性，實際上不呈抵抗；阻止此等水珠。不使其得絕大速度者，乃空氣之慣性也。

氣體之黏滯性，視溫度增加而增加，與液體適爲相反。在一定溫度下，壓力改變，則氣體之密度改變，但氣體之黏滯性無甚改變。

227. 氣體動力論——氣體爲無量數繼續不斷運動的分子所組成之觀念，可視爲確立不移。此信條之證據，卽吾人幾可由此推出氣體之所有機械性質也，而此等推演與觀察事實間之契合，斷非偶然。苟吾人迄今尙不明氣體所含分子之詳細構造，則必有氣體之某性質焉，迄今尙未能由此論推出。又若已知的氣體性質，與由此論所得之推論間，有絲毫之抵觸，則必致此論之死命。但此等抵觸，殆未曾見。

茲將證明此論可開明波以耳定律，以作此論可以說明氣體性質之道之例證。

於未證明之前，須將此論詳細述之。以下所論，雖未爲盡善，然已足應用。(a) 凡單純氣體，所含之分子，大小盡同，運動自由；(b) 當分子互撞或撞於器壁時必反跳，猶如光滑球撞於，其恢復係數爲一；(c) 除非氣體爲過密，則分子之隔離與其長寬厚間相較，殊爲遠遠，故除其碰撞外，彼此間相互作用之力，可以忽略。必須注意，吾人並未假定分子之速度皆同，而事實上價仰速度絕不相同，確有根據，分子間之碰撞大抵頗類於互斥，而非實在接觸。倘碰撞致動能之損失，則每居內所有之空氣分子，必立刻落於地板之上。所謂分子盡同者，蓋專指無同位元素 (isotopes) 之氣體而言，如氫，氧，氮，氣是也 (§522)；但即使有同位元素之氣體，亦可證明與結果無礙。

爲簡單計，假定氣體貯於長方瓶，瓶邊之長爲  $a$ ,  $b$ , 及  $c$ 。再假定  $A_1$ ,  $A_2$  爲垂直於  $a$  邊二面之面積，各等於  $bc$ 。茲取一特殊分子而研究之，設其速度爲  $V$ ，方向不拘。 $V$  可

分解為三個分速度， $u$ ， $v$ ， $w$ ，各在邊長之方向， $u$  在  $a$  邊之方向。假定此分子撞於面  $A_1$  之上。當其撞也，施於此邊之力，將視其質量及  $u$  而定，與  $v$  及  $w$  無關。設其撞而不返，必予  $A_1$  以動量，等於其質量  $m$  乘  $u$ ，或  $mu$ ，但必反跳，其速度垂直於  $A_1$  之分速度為  $u$ ，在反對方向內；故  $A_1$  所得之動量為  $2mu$ 。今假定此分子行抵  $A_2$ ，並未與任何其他分子碰；則由  $A_1$  至  $A_2$  所歷之時間為  $a/u$  秒。至  $A_1$  又復跳回，其速度垂直於  $A_2$  之分速度仍為  $u$ ，再假定其不與任何其他分子碰，則於  $2a/u$  秒後，行抵  $A_1$ ，又復跳回，故每秒內撞  $A_1$   $u/2a$  次，每秒內  $A_1$  所得之動量為  $2mu \cdot u/2a$ ，或  $mu^2/a$ 。總核全體之分子，則施於  $A_1$  之總力，即每秒內  $A_1$  所得之動量  $mu^2/a$  之總和，欲求  $A_1$  上所受之壓力  $p$ ，則須以  $A_1$  之面積除此總和，質言之，即以  $ab$  除之也。

$$p = \frac{m}{ab} (u_1^2 + u_2^2 + \dots)$$

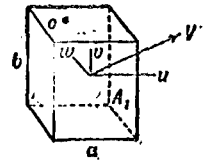


圖 129

今設以  $N$  代核中分子之總數，以  $n$  代每單位容積之分子數。因瓶之容積為  $abc$ ，故  $nabc = N$ 。故

$$p = mn \frac{(u_1^2 + u_2^2 + \dots)}{N}$$

復  $mn$  為每單位容積內所含分子之質量，亦即密度  $\rho$ ； $\frac{u_1^2 + u_2^2 + \dots}{N}$ ，對於核中所有分子而言，為  $u^2$  之平均值。以  $\bar{u}^2$  代之，則  $p = \rho \bar{u}^2$ 。對於任一分子，則

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

因分子完全為自由運動，故  $u^2$ ， $v^2$  及  $w^2$  之平均值皆相等，故每一平均值，皆  $V^2$  之平均値之  $\frac{1}{3}$ ，可以  $\bar{V}^2$  代之。故

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{V}^2$$

設  $v$  為定質量氣體  $M$  之體積，則因  $\rho = M/v$

$$\therefore p v = \frac{1}{3} M \bar{V}^2$$

氣體之總移動動能，為全體分子之移動動能之和，顯然等於  $\frac{1}{2} M \bar{V}^2$  或  $\frac{3}{2} p v$ 。設氣體之溫度不變，則此動能亦不變，故在一定溫度之下，氣體之壓力與其體積之乘積為一常數，此即波以耳定律。

以上吾人曾將分子往來於  $A_1$ ， $A_2$  間之時，可與其他分子碰之事實忽略。設兩分子

$A_1 A_2$  線運動時而發生碰撞，則二分子適將速度交換 (§174)，蓋因其質量相同也；故第二分子必在  $a$  方向內有一分速度，等於碰撞前第一分子之速度。於是第二分子必代行第一分子之職務。若將無數分子及其運動之無定向性逐一討論，則結果一如所有碰撞，盡在  $w$ ,  $v$ ,  $w$  方向內也。

蓋以平均律之錯誤，乃由於不相接觸之分子之力(甚小)，及分子不僅為點，且有一定大小也。吾人曾盡略之；凡得瓦爾氏研究之，稱得其更為正確之定律。

228. 表面凝結及吸留——氣體與固體接觸，分子力攔阻分子，聚而不散，而此等膠膜，在固體表面上，不無滋生氣體之凝結。因此，欲用抽氣機，將氣體之最後遺跡，從玻璃瓶中抽去，殆為不可能。又若以棒在玻璃片上虛畫一圓，則凝氣於玻璃，圓即現出，亦此理也。棒劃過之處，已無凝結氣體，故所吸之氣，不易在此處凝結。

氣體穿過多孔固體，殊為容易，故在孔之表面上，發生凝結。此種凝結，名曰吸留 (occlusion)。多孔之木炭，每一體積，可吸收九體積之氧，三十五體積之二氧化碳，九十體積之氮，而椰子殼炭，吸收更多。此所以炭對於消毒及防毒面具為最有用也。海綿狀白金，可吸收 250 倍其體積之氧。銨 (ralladium) 可吸收千倍以上其體積之氮。其本身體積，因而約增十分之一。故量氮為其本體積千分之一；倘只用壓力生此種凝結，則必須每方吋數磅之壓力方可。

229. 氣體之擴散——因氣體之性易動，故其擴散也，較液體迅速非常。設以粗管連結盛不同氣體之二瓶，則立刻擴散，登時可見兩瓶中每種氣體皆有，一若他一氣體，未曾有也。設氣體之一為有色者。如氮是，則擴散之方，可以看出。至論其最終結果，則每一氣體，對付他一氣體，猶如真空，但在擴散之頃，互相抗拒耳。重力至擴散始末，亦負幾許責任，然在最終結果中，則不負責任。設氣體為氮及二氧化碳，則當上瓶中為二氧化碳時，最後混合，得來更快。

兩種氣體互相擴散之方，各氣體自該氣體濃度大處向濃度小處擴散，擴散係數與濃度之梯度為正比 (§215)。在一定壓力之下，亦與密度

之平方根爲反比（可由 §227 之公式  $p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$  推得）。

230. 氣體之射流 (efflux) —— 氣體穿過薄片微孔逸出之速度，可由能原理推得。當逸出之時，氣體之每一部分，皆有一速度，因而必有動能，此動能必與瓶中排出氣體之壓力所作之功相等。設  $P$  爲瓶內壓力超過瓶外壓力之量，則當氣體之小體積  $V$  逸出時，壓力  $P$  所作之功，恰如活塞在打氣筒中排出氣體時所作之功。故所作之功爲  $PV$  (§195)。設氣體之密度爲  $\rho$ ，體積爲  $V$ ，則質量爲  $\rho V$ ；再設其速度爲  $v$ ，則動能爲  $\frac{1}{2} \rho V v^2$ 。命此功與其所生之動能相等，則得

$$v = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}$$

故逸出之速率與壓力之平方根爲正比，與密度之平方根爲反比。

本生氏比較氣體密度（氣體比重）之方法，即比較在同一壓力下，穿過同一孔隙之逸出速率。

231. 通過孔隙之擴散 —— 氣體穿過多孔壁逸出，若孔爲甚小時，則其情形與上述者迥然不同，氣球之空器，卽其例也。因孔之大小可與氣體分子之大小作比較，而在同一溫度下，不同氣體之分子速度亦異也。各種氣體之逸出速率，既如是不同，則混合氣體之成分，必以不同速度而逸出，此可預料也。混合氣體之成分，可用部分分析法分析之，卽此理也；若重復爲之，數次後，則分析可幾近完全。利用此法，部分分析氣體之同位元素 (§159) 已知其爲可能。

232. 水唧筒 —— 舊式唧筒 —— 吸上唧筒 —— 其構造爲一活塞在圓柱或圓筒中動作，筒與非連以導管。導管之頂，有一活瓣，名曰導入活瓣 (inlet valve)，可向圓筒開，但不能反開。活塞上亦有一活瓣，名曰導出活瓣 (outlet valve)，可向外開，而不能向內開。當活塞第一次舉起時，

圓筒內空氣膨脹，其壓力減小。因筒外壓力大於筒內壓力，故導出活瓣



圖 130 —— 吸上唧筒

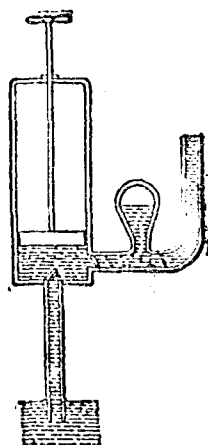


圖 131 —— 壓上唧筒

閉，同理，導入活瓣開放，空氣由吸管入於筒內。於是吸管内空氣稀薄，而井水之壓力較大，迫水上升而入吸管。數抽後，水入筒內，而自導出活瓣流出。

因使水升入吸管者為大氣壓力，故用此法，不能使水在管中升高超過大氣壓力使水在真空中所升之高度；因水之密度與水銀密度之比為 1:13.6，故理論上最大高度為氣壓計水銀柱高度之 13.6 倍，或約為 34 呎。因水內含有空氣，而且活塞與圓筒，不能絕對不漏氣，故吸上唧筒之限度，實用上較理論上為小。設欲使更為昇高，則須用壓上唧筒（圖 131）。此機與吸上唧筒之不同處，即導出活瓣不在活塞上，而在近導入活瓣處連於圓筒之旁管內。活塞每次向下壓時，水即壓入旁管，

至可達若干高度，則視活塞所可負之力，及機所可負之最大壓力而不至破裂而定。

如上所述，則由壓上唧筒導管流出之水，必爲斷續的；但利用“空氣室”作用，即可使水繼續不斷流出，室內空氣，受壓入之水之壓力，而繼續施壓力於流出之水。

233. 虹吸——虹吸(siphon)爲一曲管，用以吸去受器之液體。先將管貯滿液體，而後顛倒之，使一端浸於液體內，同時閉塞他端，只要  $C$  在液面水準  $D$  之下，則開放  $C$ ，液體即經過此管而由  $C$  流出。

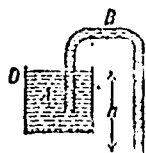


圖 132

欲說明虹吸作用，請於  $C$  端開放之先而研究  $C$  點之壓力。設  $D$  與  $C$  之水準差爲  $h$ ，則液體在  $C$  點之壓力，大於大氣壓力之量，爲  $gph$ 。故當  $C$  開放時，因內壓力之贏餘，致生流動，只要  $C$  點在  $A$  之水準以下，而同時  $A$  仍沒於液體內，則此流動即繼續不斷。若管之最高點  $B$  高於大氣壓力壓液體在真空管上昇之高度，則虹吸即失其作用。

234. 抽氣唧筒——十六世紀之中葉，葛利克(Otto von Guorioko)氏首先發明抽氣唧筒。此機根本上爲一吸上唧筒，其惟一不同之點，即活塞須較嚴密，以防漏氣。利用此機所能得之抽空程度殊低。當瓶內壓力已成極小時，吸管頂端之活瓣，即不能自由動作。因此之故，將活瓣以錐形塞，以棒載之，棒與活塞，借摩擦作用，不易脫落。至於欲將由受器吸進唧筒之空氣，完全排出，則又有困難，因不能使活塞適合於唧筒之末端，一百二十分的嚴密也。圖 133 爲吉利克(Goryk)氏抽氣唧

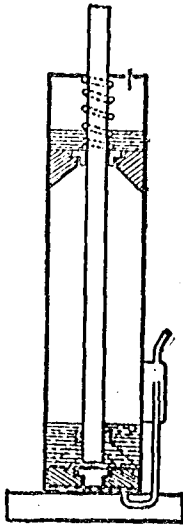


圖 133 — 吉利克氏  
抽氣唧筒

筒，圓筒之底，有油一層，將上之缺點改良；至活塞以上之油，亦用以防止活塞之活瓣漏氣。

235. 高空抽氣機(high vacuum pump)——為抽去瓶內氣體而得極高真空計，曾有許多抽氣機之發明。各種油氣機，幾盡利用水銀。舊式抽氣機，水銀面在與受器相連之大玻璃球內交互昇降。因而將受器內之氣體吸進球內，再由旁管排出，或使水銀由細管滴落，而使連於受器之側管發生吸收。此等水銀抽氣機，已全不適用，吾人茲僅述數種最新而有效力者。

郎米爾 (Langmuir) 氏水銀蒸汽抽氣機，乃利用水力排氣管之原理 (§ 193)，改造而成。水銀蒸

汽之狂流，從燒瓶 *A* 上流，經過管 *B* 及 *C* 而入於凝結器 *D* (圖 134)。 *B* 之周圍，有圓形孔隙 *E*，由管 *F* 與受抽之瓶連結。恰在 *B* 之上端，將 *C* 放大為球， *H*，用水流凝結器 *J* 包圍 *H*。在 *D* 及 *H* 內凝結之水銀，由 *L* 及 *M* 復回至 *A*。從 *F* 來之氣體，自由由 *E* 上升，至 *P* 處與水銀之狂流相遇，沿凝結器 *H* 之壁向上吹出，而迫入於經過 *C* 升至凝結器 *D* 的水銀蒸汽之幹流。一效力較小之抽氣機連於 *N*。抽去氣體，留約 0.3 毫米(400 bars) 之真空。郎米爾氏抽氣機，80 秒內，可將 11 立

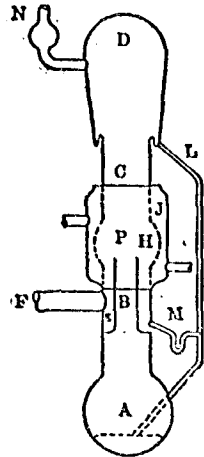


圖 134

特容量之瓶，自大氣壓力抽為 0.00001 毫米(0.015 bar) 之真空。因其形式之簡單，動作之迅速，在得高空之方法上，實著一大進步。

此外尚有數種抽氣機，業經發明。有二種焉，其動作非常簡單，可特殊之。圖 135 為葛得(Gaede)氏分子抽氣機(molecular pump)。圓柱  $C$  在圓柱箱  $D$  中旋轉。除卻  $A$  及  $B$  之間，柱與箱配合嚴密。空氣(或氣體)從  $A$  口吸進，由分子之碰撞被曳至  $B$ ，即由  $B$  口排出。此機之實

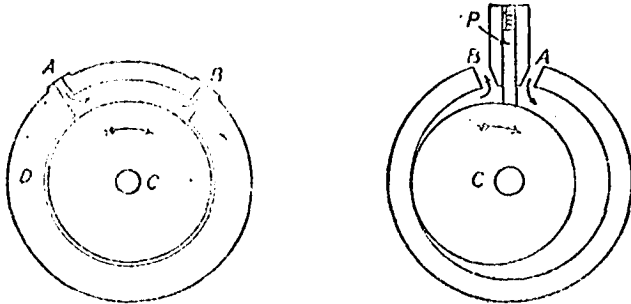


圖 135

圖 136

在構造，較圖中所示者甚為複雜。此等機可數個串連，僅用一個旋轉圓柱，如此可得極高之真空，他一種，為一偏心圓柱  $C$ ，在圓柱箱中旋轉，不須要十分高之真空時用之。空氣由  $A$  吸入，被曳至  $B$ ，即由  $B$  排出。活塞  $P$  在缺口內出進，利用彈簧作用，牢壓於  $C$ ，以防空氣由  $B$  入  $A$ 。

若將一玻璃管實以炭屑而連於受吸之瓶，則可得極高之真空。若先以液化空氣浸管，則炭屑尤能將大部分殘餘氣體吸收。

#### 參 考 書

Crow's Principles of Mechanics contains a brief and very clear account of the



subject stated in elementary Vector and Calculus language.

Poynting and Thomson's Properties of Matter is especially valuable for information on gravitation, elasticity and properties of fluids.

The above-mentioned books will be found useful for somewhat advanced systematic study.

Mach's Principles of Mechanics is a very interesting and elementary account of the historical development of the subject.

Worthington's Dynamics of Rotation is an elementary book with numerous suggestive experiments.

Perry's Spinning Tops is a popular account of the principles of the gyroscope.

Love's Theoretical Mechanics is a very careful account of the logical relations of the parts of the subject.

Maxwell's Matter and Motion, while elementary and very brief, is a masterpiece by a great physicist.

Tait's Properties of Matter contains an elementary treatment of gravitation, elasticity, and properties of fluids.

Lodge's Pioneers of Science consists of popular lectures on Galileo, Newton, etc.

Poynting's Mean Density of the Earth describes all the methods used.

Whetham's History of Science is a very interesting historical survey.

Encyclopaedia Britannica, articles on "Weights and Measures" "Mechanics" "Elasticity" etc.

## 習 題

- |            |
|------------|
| 速度及<br>加速度 |
|------------|
- 火車開行後五分鐘。其速度為每小時 40 仟克。設火車以等加速度開行，求五分鐘內經過之距離。 17.0 Km.
  - 一火車之速度為每小時 70 Km.，施以制動後，經過 600 m 之距離始停止運動，問加速度如何(設為等加速)? 答 -1.13 Km/min<sup>2</sup>.
  - 一等加速運動物體。2 分鐘內經過之距離為 72 m.，(a) 設最初速度 = 0, (b) 設最初速度 = 15 cm./sec.，問最終速度各如何? 答 12 cm./sec.; 105 cm./sec.

4. 礮彈射出砲口時之速度爲每秒 160 呎，在堂內經過之距離爲 3.5 呎，問彈在堂內經過時之（平均）加速度爲何？ 答 4029 ft./sec.<sup>2</sup>.
5. 一物體在一斜面上滑下，第三秒內經過距離爲 110 cm.，問斜面之斜度如何？ 答 2° 35'.
6. 一球以如何之初速度向上運動，方能 10 秒鐘落回原處？ 答 4900 cm./sec.
7. 船行速度，每小時 4 英里；水流速度，每小時 2 英里。今欲此船直達對岸，問船之方向應與河岸成如何之角度？ 答 60°.
8. 一點在一直徑 10 cm. 之圓周上等速運動，每秒鐘內共繞圓四次，問其加速度如何？ 答 3158 cm./sec.<sup>2</sup>.
9. 一球上昇至 50 英尺之高，橫經 200 英尺之水平距離。求其射出時速度之大小及方向？ 答  $\theta = 45^\circ$ ;  $v = 80.2$  ft./sec.
10. 一物體射出時之速度爲每秒 30m. 其與水平方向所成之角度爲 30°。問此物體何時與此水平面相遇，墮落于何處？又其上昇之高度如何？ 答 8.06 sec; 79.5 m.; 11.4 m.
11. 一礮彈射出砲口時，其速度爲 180 ft./sec. 礮彈之射角爲 40°，每鐘爲 295 碼。問因空氣阻力影響減少之距離若干？ 答 35 yds
12. 一人體重 70 Kg. 立於升降機板上。設升降機以 100 cm./sec.<sup>2</sup> 之加速度下降，問此人處於板上之力如何？設升降機以同一之加速度上升，其所施之力又如何？ 答 62.8 kg. wt.; 77.1 kg. wt.
- 力 及 量 13. 1000 dynes 之力作用於 1 kg. 之質體上歷時 1 分鐘。求此質體在此時間內所得之速度及所經之距離。 答 60 cm./sec.; 1800 cm.
14. 重 10 lbs. 之彈，自重 8 噸之砲以每秒 1200 英尺之速度射出。問砲後退之速度如何？ 答 2 ft./sec.
15. 三力，5, 12, 15，成平衡。求其三夾角。 答 62°11'; 134°53'; 162°51'.
16. 二物體之質量爲 10 仟克及 8 仟克，繫於一同之繩端，再將此繩繫於一滑車上。設二物體皆由靜止之位置開始運動。問在最初之兩秒鐘內，經過之距離各如何？ 答 218 cm.
17. 一礮彈重 12 磅，在鎗內經過之距離爲 3.5 呎，至鎗口時其速度爲 180 呎/秒，問其經過鎗內時所受之平均力如何？ 答 1725 lbs. wt.
18. 有人乘飛機繞過山頂時，見山頂之物體似將開始向地墜落。設山頂之曲率半徑爲 40

呎，問飛槓前進之速度如何？ 答 21.5 mi./hr.

19. 一棒球之質量為 300 克，當其速度為每秒 20 米時，被一擊球棒正向擊回，其速度變為每秒 30 米，試計算擊力之大小。又設其與擊球棒接觸之時間為 0.02 秒，求作用於球上之平均力。 答  $15 \times 10^6$  g. cm./sec.;  $7.5 \times 10^7$  dynes.

20. 有子彈重 20 克，水平自距地 4 米之槍射出，問此彈必具若干之能射出，方可於距槍 800 米之處落地？ 答  $1.1025 \times 10^{10}$  ergs.

**功及能** 21. 設有一射彈，其 700 呎/秒之速度，可穿透 2 吋之深。試求其穿透 3 吋之深所需之速度。 答 857 呎/秒

22. 一鉛重 6 仟克，以 100 釐米每秒之速度，擊一釘入 1 釐米厚之板。其所受之阻力為何（設阻力均勻）？ 答  $3 \times 10^7$  達因。

23. 某人在平滑路上乘腳踏車，每小時可行 12 哩；每足輪流下阻之力 = 20 磅，動程之長 = 1 呎，曲柄每轉一週，腳踏車前進 17 呎。問此人功之馬力為何？ 答 .075 馬力

24. 某人重 180 磅，於 4 秒內奔上 26 級之樓梯，每級高 7 吋。問其功之馬力為何？ 答 1.2 馬力。

25. 一賽跑者重 161 磅，於 4 秒跑 40 碼，於 6 秒跑 60 碼，於 10 秒跑 100 碼  
(a) 問其從 40 至 60 碼及從 60 至 100 碼之速度為何？(b) 在 40 碼之程，其動能幾何？(c) 試計算產生此功能所需之工率為若干馬力。(d) 其另外尚消耗能乎？  
答 (a)  $33 \frac{1}{2}$  呎/秒。 (b) 2777 呎磅。 (c) 1.09 馬力。

26. 一馬力合若干瓦？ 答 746.

27. 一賽跑者於 10.5 秒內在水平路上跑 100 碼，於 17.5 秒內則上山等速，昇高 82 呎。設此人功之率前後一致，再設其身重 160 磅，試算其登山多費 7.0 秒內所多作之功，及其功之馬力。 答 1.33 馬力。

28. 設一分鐘流過高 10 呎之水閘之水為 100 立方呎。假定此水全可利用，問其所生之馬力為若干？ 答 1.0 馬力。

29. 一 30- 克之來福槍彈，射入於重 15 仟克之懸掛木塊內。設懸木塊之繩長 2 米，木塊所偏之角為  $20^\circ$ ，試算出槍彈之速度。注意：槍彈射於木塊，無改於二者之總動量 (§49)，又在以後擺動之時，其總能量仍為常數。 答 770m./sec

30. 設機車飛輪之徑為 1.5 米，每分鐘轉 250 週，試求周緣上某點之線速度。該點為最高

傳動

時之速度為何？爲最低時爲何？ 答 10.8 米/秒；39.2 米/秒；0

31. 方以每分鐘 1800 週之速中轉動之電動機磁偶。於電流隔斷後 20 秒而停。試求其在此時間內之平均角速度，及轉數。 答  $-0.42$  弧度/秒<sup>2</sup>；300 轉。
32. 試以弧度每秒計算地球繞其軸旋轉之角速度，並推算對於通過緯度  $40^\circ$  某點之直徑，此角速度之分速。（佛科羅之原理）
33. 設有直徑 16 釐米之圓，割出一直徑 12 釐米之內切小圓。問所餘部分之重心在何處？

質心

處？ 答 距公共切線 10.6 釐米處。

34. 設有等長（=20 吋）之圓柱二，直徑爲 12 吋及 6 吋，聯接之，使其軸線相合。其重心在何處？ 答 距粗頭 8 吋。
35. 有一 4 呎  $\times$  3 呎  $\times$  1 吋之桌，其四角足爲 2 呎  $\times$  2 吋  $\times$  2 吋，試求其重心。 答 距頂 0.283 呎。
36. 於等邊三角形 ABC 之頂角，分置重量 1, 2, 3 磅。假設每邊之長爲 1 呎，試求其質心距 BC 邊之速度。 答 0.144 呎。
37. 月球之質量爲地球質量之  $1/80$ ，月球中心距地球中心之平均距離爲 240,000 哩。試求二者質心之位置。 答 距地球中心 2083 哩。
38. 一桿長 6 呎，支於中心。一端懸一 24 磅之錘頭。此錘頭之轉矩爲何，(a) 假此桿爲水平，(b) 假在水平下成  $30^\circ$  之角，(c) 假在水平上成  $60^\circ$  之角？

轉矩

答 72；63.2；36 磅呎。

39. 設假用一已知長度之繩，從地面將一高柱懸起，(1) 假定繩長等於柱高，(2) 二倍於柱高，問各應將繩縛於何處？
40. 試求一球體 ( $m=20$ ,  $r=2$ ) 對於與其面相切之軸線之轉動慣性。 答 112。
41. 設有三圓盤，每盤之質量爲 100 克，半徑爲 6 釐米，三者在同一平面內互相接觸，試求對於通過任一盤中心的垂直軸線，三盤之轉動慣性。 答 34,200 克·釐米<sup>2</sup>
42. 設有二物體，質量爲 1 仟克及 2 仟克，以剛體之桿連結之，桿之質量可以忽略。將其拋出，使其重心之速度爲 20 米/秒。並使其繞中心每秒轉 10 週。試求此系之動能。 答  $162 \times 10^6$  厄格。
43. 設有滾石，直徑  $1\frac{1}{2}$  米，重 1000 仟克，每 2 秒轉一週，其能爲若干？ 答  $13.9 \times 10^6$  厄格。
44. 一質圓柱，直徑 100 釐米，沿下斜度  $30^\circ$ ，長 6 米之斜面 其線速度爲何？

答 327 釐米/秒。

45. 一石塊重 2.5 噸，其狀為每邊 1 碼之方塊。靜立於水平地面之上。茲欲使之繞一水平邊轉動。問所需之力最小為若干？ 答 1768 磅重。

46. 假有 1, 2, 及 3 單位之平行力，作用於每邊 1 呎之等邊三角形之三頂點  $A, B,$  及  $C$ 。試求合力距  $BC$  之距離。 答 0.140 呎

47. 假有二平行力，一為 10，一為 6，方向相反，作用於一桿，距一端之遠為 8 及 3。問合力之大小為若干，並作用於何處？ 答 4; 15.5。

平行力

48. 假有二平行力，各為 50 達因，於反對方向作用於 10 釐米長之桿之兩端。問此力偶矩為何？ 答 353.5 達因——釐米。

49. 一成人與一童子，以 2 米長，5 仟克重之勻稱之桿，掛 20 仟克之重，如欲合成人負之重二倍於童子所負之重，須置重物於何處？ 答 距中央 0.416 米處。

50. 一桿，質量為 1 仟克，一端懸於垂直牆壁上之樞紐，一端止於光滑地板之上。試求作用於地板之力，及作用於樞紐之力。 答 500 克; 500 克。

51. 一勻質之桿，長 30 呎，重 80 磅，上端基於光滑之壁。下端用一釘助其滑動。假定桿於水平所成之角度為  $30^\circ$ ，試求作用於壁上，及作用於釘上之力。 答 43.3 磅; 60.1 磅。

平 衡

52. 一樞門，10 呎長，5 呎寬，重 200 磅，二樞紐各距兩端 1 呎。樞門之重量盡為上樞紐所支持，試求作用於上樞紐合力之大小及方向。 答 200 磅; 與垂直成  $17^\circ 21'$  之角。

53. 假有一桿，繫夾其一端。假將他端拉離其原位置 1 釐米而後放之，則以 10 釐米/秒<sup>2</sup> 之加速度起動。問其振動之週期為何？ 答 1.98 秒。

週 期 振 動

54. 某鐘之擺輪於 2 秒內作 5 次全振動。問將其轉離其平衡位置而放之時，其起動之加速度為何？ 答 129.34 釐度/秒<sup>2</sup>。

55. 假有中徑 25 厘米之圓，掛於釘上，試證其振動週期，等於其度等於圓之直徑的單擺之週期。

56. 某鐘日快 3 分。假觀之為一單擺，試求此擺長之差額。 ( $g=980$ ) 答 0.414 釐米。

57. 假有一在  $g=980$  處為單擺之擺，在某山頂上每分鐘振動 59.95 次。問該處之重力加速度為何？ 答 978.37。

58. 有長 2 米之桿，以其一端為懸掛點，試求其振動週期。 答 2.31 秒。

59. 設將一傾斜箱拉向一側而放之，同時令一球落下。設當此箱經過垂直位置時，球與箱球恰相遇。試求此球落下之高度。 答 122.5 釐米。
60. 設用圓筒之摩擦係數  $=0.14$ 。問 20 仟克重之拉力。可克服圓筒間壓力若干？ 答 148 仟克。

## 摩擦

61. 將重 100 仟克之木塊，推上斜度  $20^\circ$  之斜面，設木塊與斜面間之摩擦係數為  $0.24$ ；問 (a) 木塊均勻運動；(b) 木塊具有  $100$  釐米/秒<sup>2</sup> 之加速度；所需與斜面平行之力為何？ 答 (a) 56.7 仟克；(b) 60.9 仟克。
62. 設有物體在水平面上運動，其速度之減損為  $100$  呎/秒，經過 200 呎而停，問此物體與平面間之摩擦係數為何？ 答 0.776。
63. 一電車於 11 秒內，在斜度  $20^\circ$  之軌道上滑下 100 呎。試求摩擦係數。 答 0.20。
64. 一小木塊停於水平旋轉之平臺上，距旋轉軸線之遠為 40 釐米。假定摩擦係數為  $0.30$ 。則平臺之角速度如何，可使此木塊恰開始滑動？ 答 2.71 弧度/秒。
65. 某人用一第一類槓桿，將一石舉起 1 吋。槓桿長 10 呎，重 50 磅，支點距石 1 呎。設此人用 100 磅之力，問施於石之力為何？又此人作功若干？ 答 1,100 磅；75 呎磅。

## 力學

66. 某童子用 50 磅之力，欲將重 200 磅之桶插入 2 呎高之車內。假定其推桶之力，在通過桶之中心之直線上且與木板平行，問其所用之木板為若干長？又其作之功為若干？ 答 10 呎；500 呎磅。
67. 設有一不準確天平，一側甚重 12 磅之童子，一側就 12.5 磅重之砝碼而平衡。此天平兩比標之比率為何？ 答 1.021。
68. 一人重 150 磅，坐於懸於一動滑車之平臺上，而以通過一靜滑車之繩，拉起其自身。定繩皆平行，問其所用之力為何？ 答 50 磅。
69. 設有半徑為 25 釐米之輪，固定於螺距 1 毫米螺旋之一端。設施於輪邊之切力為 1 仟克重時，問此螺旋施於其頂上之力為何？假定摩擦可以忽略。 答 1570 仟克重。
70. 設有一滑車組，欲比繩端縛於上滑車組時與繩端縛於下滑車組時之機械利益。 答 20 哩。
71. 物體必須在地球面上若干遠，方損失其重量的百分之 0.10。 答 20 哩。
72. 若月球之重為地球重之  $1/30$ ，月球之直徑為 2160 哩，地球之直徑為 7600 哩，問月球面上之重力加速度為何？ 答 164 釐米/秒<sup>2</sup>。

## 重力

73. 求赤道上物體似無重量時地球轉動一週之時間。 答 1.41 小時。
74. 長 800 釐米，直徑 1 毫米之鋼絲，加 3000 克之重拉長 1 毫米。楊氏彈性率爲何？  
答  $11.2 \times 10^{11}$  達因/釐米<sup>2</sup>。
- 彈性** 75. 將長 2 米，直徑 1 毫米之鋼絲，與長 1 米，直徑 0.5 毫米之鋼絲聯接，一端繫於天花板，一端懸一重物。另外加一重物，恰生 1 毫米之總伸長。試算每絲之伸長。 答 0.10 毫米；0.81 毫米。
76. 於邊長 20 釐米之方膠塊之兩對面，加各爲 1 仟克之平行而相反之力，兩面 1 釐米之相對運動。試算摩擦，阻力及切變彈性係數。  
答 0.05；2450 達因/釐米<sup>2</sup>；49,000 達因/釐米<sup>2</sup>。
77. 容積 400 c.c. 之鐵棒，從船上落下，沉於 1000 米深之海底。假定每 10 米之水壓所生之壓力等於大氣壓力，大氣壓力等於百萬達因每方釐米，問鐵棒之容積縮小若干？  
答 0.026 c.c.
78. 一球重 20 仟克，以 500 釐米每秒之速度運行，擊於重 100 仟克之第二球，第二球原爲靜止。若第一球反跳之速度爲 100 釐米每秒，第二球之速度爲何？  
答 120 釐米/秒。
79. 容積不同之兩物體，在水中稱等重；試比較其水銀中之重；在真空中之重。
- 液體之性質** 80. 一空鋼塊在空氣中重 523 克，在水中重 447.5 克。其空處之容積如何？  
答 16.8 c.c.
81. 冰之比重爲 0.918，海水之比重爲 1.03 問露出海面 700 c.c. 的冰山之容積如何？  
答 6438 立方碼。
82. 一木塊重 1 仟克，其比重爲 0.7，今假設之以鉛，使其容積之 9/10 在水內。問 (1) 鉛塊在上，(2) 鉛塊在下，所需鉛之重各若干？ 答 286 克；313.5 克。
83. 一比重計在比重爲 0.6 液體中沉至一定記號，但欲其在水中沉至同一記號，則加 120 克之重。此比重計之重量爲何？ 答 160 克。
84. U 形玻璃管之側貯水銀達 0.175 米高，他側貯另外液體達 0.42 米高，二液柱爲平衡。問第二液體對於水銀之比重爲何？對於水之比重爲何？
85. 假有冰塊，恰可載重 160 磅之人，而浮於水上，試求此冰塊之最小體積爲若干立方呎。  
答 29.3 立方呎。
86. 某物體 A 在空氣中重 7.55 克，在水中重 5.17 克，在另一液體 B 中重 6.35 克。

- 試求 (1) 物體  $A$  之比重; (2) 液體  $B$  之比重。 答 (1) 3.17; (2) 0.504.
87. 10 釐米厚之銅塊, 浮於水銀上。問其露於水銀面外之體積為若干? 於水銀上加水使與銅塊之頂平齊, 則必需加水若干釐米深? (水銀之比重 = 13.6; 銅之比重 = 8.5)。  
答 全體之 0.375; 4.05 釐米。
88. 一水瓶插有兩管, 在同一水平面內。其一之直徑為 0.5 釐米, 長 20 釐米; 他之直徑為 0.25 釐米, 長 10 釐米。試比較在已知時間內, 流過兩管之水量。 答 8:1;
89. 某水壓機小活塞之直徑為 2 吋, 大活塞之直徑為 2 呎。問於小活塞上加若干之重, 可支持大活塞上兩噸之重? 答 27.77 磅。
90. 湖底之壓力三倍於 2 米深處之壓力。湖之深為何? (大氣壓力 = 76 釐米水銀)。  
答 26.67 釐米。
91. 蓄水池壁 4 米寬, 40 米長, 斜傾於水平 30 度。試求水昇至池頂時, 池壁所受全壓力為若干仟克。 答  $9 \times 10^4$  仟克。
92. 設有直徑 1 米之圓水池, 水深 150 釐米, 水施於筒壁之向外壓力為何? 水施於池底上之壓力為何? 答 3532 仟克; 1178 仟克。
93. 肥皂溶液之表面張力為 27.45 (達因/釐米)。問半徑 3 釐米之肥皂泡, 內面壓力較外面空氣壓力大若干? 答 36.6 達因/釐米<sup>2</sup>。
94. 水池水面下 3 米, 距地面 10 米處有一圓孔, 不計空氣抵抗, 問水可自圓孔水平射若干遠? 答 10.90 米。
95. 某物體以比重為 9 之磁鐵, 在比重為 0.0013 之空氣中權之, 其比重為 2, 若在空氣中之重為 100 克, 問真正重量為何? 答 100.050 克。
- 氣體之性質** 96. 若氣壓計下降 15 毫米, 問每方釐米所受之壓力減若干達因。  
答 10992 達因/釐米<sup>2</sup>
97. 在 0 米深池底有一空氣泡, 其容積為 1 c.c. 設氣壓計高為 760 毫米, 試求其恰昇至水面時之容積。 答 158. c.c.
98. 某氣壓計 85 釐米長因其中有空氣故, 當正確氣壓計為 75 釐米時, 其水銀柱為 70 釐米。當正確氣壓計為 72 釐米時, 此氣壓計所示之壓力為何? 答 67.67 釐米。
99. 設氣壓計之記數為 73 釐米。試算一立方米之板所受之推力。 答 9928 仟克重。
100. 設有一氣壓計。其斷面積為 2 方釐米, 其長度如此, 當水銀為 78 釐米高時, 其上留 10 釐米之真空。引入若干空氣, 使水銀再降低 10 釐米。問空氣在引入前之容積為



何?

答 5.23 厘米。

101. 問必需高出海平面若干,方見氣壓計之液柱為 1 毫米。空氣密度約為 .0013。

答 10.4 米。

102. 一玻璃管 60 釐米長,一端封閉,開口向下沉於海底。提上時,見水滲入途徑僅滿 5 釐米處。大氣壓力 = 76 釐米水銀。假設海水之密度不變而等於 1.026, 試算海洋之深。(憶氏探海器原理)。

答 110.8 米。

103. 於容積 1 立方米之瓶內, 裝入下列數氣體: (1) 氫氣, 在大氣壓力下佔 1 立方米。(2) 氧氣, 在二氣壓壓力下佔 3 立方米。(3) 氧氣, 在三氣壓壓力下佔 2 立方米。試算混合之壓力。

答 13 氣壓。

104. 假有一垂直圓筒, 高 18 吋, 以面積 6 方吋之活塞封其口。假定大氣壓力為 14 磅/方吋, 摩擦不計, 溫度不改, 若加 100 磅之重於活塞上, 活塞降下若干吋? 答 9.8 吋。

105. 一圓筒式潛水鐘, 7 呎高, 沉下後, 鐘頂在水面 20 呎。假當時氣壓為 30 吋, 問水昇入鐘內若干高? 鐘內空氣壓力如何, 可恰將排出鐘外? 答 2.96 呎; 1.82 氣壓。

106. (a) 假有兩點, 在空氣內其水平差為 1 釐米, 同在  $0^{\circ}\text{C}$ . 及 76 釐米壓力時, 此兩點間之壓力差為一氣壓之幾分之幾? (b) 欲生一氣壓之百分之 .01 的壓力差, 水平差應為若干? 答  $126 \times 10^{-6}$ ; 86 釐米。



## 波 動

236. 波動之特性——見水面擾動之日常現象，輒憶及“波”之一詞。大浪巨波，恒不規則，研究其構造律或傳佈律，殊難得普遍結論。若觀察不甚複雜之波，例如投石於靜池，或微擾槽中之水或水銀所生之波，則見其為表面上呈交互之隆起及凹下，自擾動中心均勻擴散為圓。設置軟木屑於水面，則見木屑界上逼近之波，乘波峯前進。須臾，復退落於繼來之凹溝內，於是復跨第二峯而前進。其在鉛直平面內所經過之軌道，顯為圓形或橢圓形。因木屑參與其所停居之水之運動，故就水全體而論，並未隨波繼續前進，不過各部分繞其原來被擾之位置而旋轉耳，波列過去，則復回至其原來位置。故波者，形狀(shape)之前進也。

237. 水波可說明凡有形介質(material medium)內波動之基本性質：(1)凡擾動所及之介質部分，皆圍繞其平衡位置之週期運動。(2)擾動以等速率傳佈，每一動點，或由壓力，或由機械關係，傳其運動於鄰點。介質之運動分子，因其運動而有動能，因其位移而有位能。此原自擾動得來之能，可依次相傳，故有一連續之能流(flow of energy)，隨波前進。

238. 波之形式——在水波情形內，擾動並未遠達表面以下，故在表面波內，擾動僅在兩四次內傳佈。尚有一種習見之波，其形狀與水波相似。可沿線的介質傳佈，例如金樹絲或繩是也。因此等波僅沿一方傳佈，

故名之曰線波(linear wave), (雖然如此,擾動仍橫貫一定面積而擴張)。如此之波,可用下法研究之:取一長橡皮管,實以彈粒,而懸於高架上,緊握其下端於手。若於近下端處猛擊之,則有一與波峯相似之彎曲,漸漸移至上端,因固定點之彈性反作用故,此彎曲立刻返回,曲率相反。(圖137, a, b, c)待至下端,又復返回,往返數次,待其能為摩擦力消耗淨盡而止。此乃孤波(solitary wave)也。設以小幅往返急搖下端,小心數諸位移,則見有一羣或一系列反曲之波(隆起或凹下),向上移動,橫過一系列相似向下返回之波。兩列之合併結果,致使管在圖137, d 所示之實線及虛線間振。

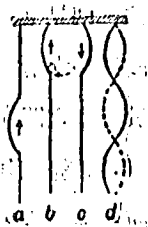


圖 137

綜觀上述,則介質之振動係一部分或全體與傳播方向成直角,或橫割(transverso)傳播方向。但振動在波傳播方向發生,亦為可能,如水波中位移之一分位移,即其例也。若位移盡在傳播方向時,因介質之週界無變化,故波顯然不能有外形,但因不同分子,常不同位相(phase),故密度必有週期變化,如是。則分子必密集於此而疏散於彼。此可用有彈性之繩,連結重球成列而說明之,如圖138 a 所示者是也。假定第二球不能動,則下拉而放之之時,第一球獨行振動。設諸球皆可自由運動,則傳遞量必致全體振動。因球有慣性,繩有彈性,故各球之位移,皆較其次下者為落後,且各振動必不同相,直至球 B 為止(138b),當 A 開始作第二次振動時, B 開始作第一次振動。圖說明當第一球自靜止點開始向上移動後,已作一全振動(b),及一個半振動(c)之結果效應。由圖觀之,則密集及疏散之狀,顯然隨波之速度而傳播。此系中並無外形變

化，但若自各靜止點作線與位移成比例，向右者表向上之位移，向左者代表向下之位移（即將各位移向右或向左轉  $90^\circ$ ），通過諸線之頂端畫一平滑曲線，即得橫波之一般形狀 (b,c)。故得代表縱波 (longitudinal waves) 之圖示法，與代表橫波 (transverse waves) 者若合符節。

設將若干重棒，水平縛於金屬絲而懸之，棒與棒相距皆等。設最下之棍作扭轉振動，則有角移之波，順絲而上。此中扭轉波，可任作一軸代表絲，於軸上各點作縱線，與扭角成比例而代表之。

在均一介質內，波動恆在三個因次內傳佈。空氣中之聲波，即其例也。此種波於等時間內，在各方向經過等距離，故波為球形，以波源為中心。於大塊橡皮上，擊其一點，則生半球形之波。

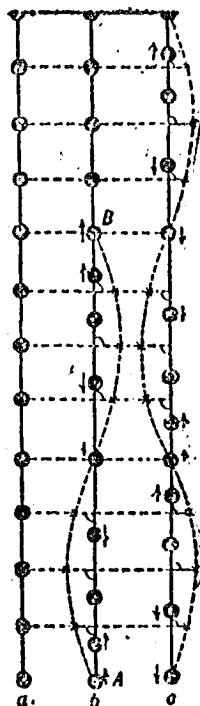


圖 138

吾人雖僅研究介質之機械擾動效應。但波動觀念，可廣括介質內任何物理狀況，在各點

作週期變化，及以一定速度，在介質內傳播之情形。習見之例，為因週而復始之表面熱冷積聚，而適入地球之“熱波” (heat waves)。下午，地球面達最大溫度。因熱之慢傳緣故，此最大溫度徐徐低減，一刻比一刻小，蓋因各分子僅傳其所受之能之一部分，非若彈性介質，能盡其所有而傳也。夜間，地面達最小溫度，穿入土壤，與最大溫度之速度同。圖 139 內之實線及虛線，表示下午及夜間溫度之分配。點 A 之橫距，代表平均溫度。AB 恰然在 24 小時內所經之距離。此外尚有無形無影之波，為沿導線或自由空間之電波，由各點電狀況之週期變化而生。光波為極短之電波

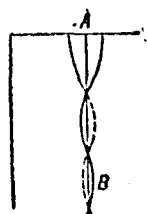


圖 139

影之波，為沿導線或自由空間之電波，由各點電狀況之週期變化而生。光波為極短之電波

(§574)。

230. 波動內之振動——全部物理學，尤其是聲學，光學，電學。波皆佔重要位置，故研究波動，為根本要務。因週期的位移或變化，條件上為波動之基本形式，故此等現象，必須詳細研究。最容易分析之週期運動，首推均一圓周運動。或此種運動在直線上之射影，後者名曰簡諧運動 (§108)。

按 §111 所指，凡彈性體之振動，必為簡諧運動，或此種運動之混合， (§248)，蓋因對於小位移而言，最低限度，恢復力必與位移成比例。

240. 簡諧運動之分解——若運動為線位移時，則可如分解任何其他位移然，分解為兩個或兩個以上之分位移 (§25)。例如，設活塞柄  $AB$  (圖 140)，在水平線內作簡諧運動 (飛輪上鶴頸針之射影運動) 針  $P$  附於其上，在附於棒  $CD$  之開洞橫棒中滑動，致令後者在其長度方向內，作簡諧運動，假定只許其在此方向運動，設  $AB$  之幅長為  $r$ ，則鶴頸臂之長，即  $CD$  之長為  $r \cos \alpha$ 。

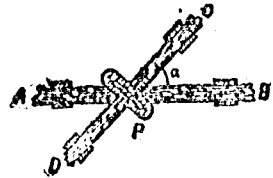


圖 140

241. 簡諧運動之重疊——物體往往可有數個同方向，或不同方向，同週期，或不同週期的簡諧運動。習見之例證，為樂器之振動 (§605 所述之等等樂器)，及凡互相重疊或互相交錯之波。設諸位移各不相對，則可應用位移之幾何加法， (§18) 求得其結果效應。試將一輕擺懸於重擺之下，如圖 141 所示，令二擺在同一平面內振動，則下擺球



圖 141

之總位移為  $x = x_1 + x_2$ ；若兩擺之振動成直角，則總位移為  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。在此種情形下，因二組之連結及慣性。故二者非絕無關係，故此二位移非永為簡諧的。試先令單擺振動，而後於其運動方向成直角之方向擊之，則必在圓軌道內或橢圓軌道內運動（圓錐擺），或必在傾斜於其原方向之線內運動。研究此等效應，最值得討論者，為分位移之週期相等者，或互為同一比例者。

242. 同一週期，同一線內，二簡諧運動之合成——如圖 142 所示，假定物體在  $O$  點，同時有二振動，每一均為簡諧運動，如下二方程所示：

$$x_1 = r_1 \cos(\omega t + e_1) \quad (1)$$

$$x_2 = r_2 \cos(\omega t + e_2) \quad (2)$$

在時間  $t$  時，物體之合位移， $X$ ，等於  $x_1$  及  $x_2$  之代數和。代表  $X$  之公式，可由圖 142 求出。因  $x_1$  可視為  $OC_1 (=r_1)$  在  $x$ -軸線之射影， $OC_1$  以等角速度  $\omega$  繞  $O$  旋轉，在時間  $t=0$  時，與  $x$ -軸線成角  $e_1$ 。同理  $x_2$  為  $OC_2 (=r_2)$  之射影， $OC_2$  以同一速率  $\omega$  旋轉，在時間  $t=0$  時，與  $x$ -軸線成角  $e_2$ 。故  $x_1$  與  $x_2$  相對相，等於  $(e_1 - e_2)$ ，而為一常數，此相對相，與  $C_1$  及  $C_2$  之相對相同 (§114)。

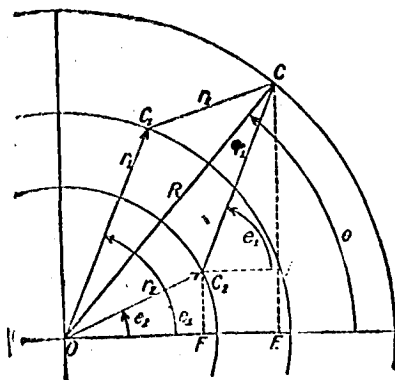


圖 142

完成平行四邊形  $OC_2CC_1$ 。

此四邊形全體以角速度  $\omega$  繞  $O$  旋轉。在時間  $t=0$  時，其對角線  $R$  與  $x$ -軸線成角  $\theta$ ，在任何其他時間  $t$ ，成角  $(\omega t + \theta)$ ，依幾何原理， $R$  之射影  $X$ ，等於  $OC_1$  及  $OC_2$  之射影之和，或  $(x_1 + x_2)$ ，故

$$X = R \cos(\omega t + \theta) \quad (8)$$

故結果運動爲簡諧運動，週期與分運動之週期同，振幅爲  $R$ ，初相爲  $\theta$ ，介於二分運動之相之間。此即點  $C$  在合成引據圓內之射影運動也，圓之半徑爲  $R$ 。

欲測定  $X$ ，則須視  $R$  及  $\theta$  爲已知數， $r_1 r_2 e_1$  及  $e_2$  之函數。由圖得

$$R^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos(e_1 - e_2) \quad (4)$$

$$\tan \theta = \frac{CE}{EO} = \frac{CD+DE}{EF+FO} = \frac{r_1 \sin e_1 + r_2 \sin e_2}{r_1 \cos e_1 + r_2 \cos e_2} \quad (5)$$

由(4)式視之，顯然當  $(e_1 - e_2) = 0$  時，則  $R$  爲最大，等於  $(r_1 + r_2)$ ；當  $(e_1 - e_2) = 180^\circ$  時，則  $R$  爲最小，等於  $(r_1 - r_2)$ 。

以上雖指同週期的二簡諧運動之相加而言，然即使二振動之週期不同，亦可應用。假定相差爲  $(e_1 - e_2)$ ，按時均勻變化。假定二運動同時開始，則  $(e_1 - e_2)$  爲零，經過時間  $t$  後，則  $(e_1 - e_2)$  之值爲  $(\omega_1 - \omega_2)t = 2\pi(n_1 - n_2)t$ ，此處  $n_1 n_2$  爲頻率。設  $(n_1 - n_2)t = 0, 1, 2, 3, \dots$  等等，則  $\cos(e_1 - e_2) = 1$ ，由(4)式  $R$  必爲最大，等於  $(r_1 + r_2)$ 。設  $(n_1 - n_2)t = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$  等等，則  $R$  必爲最小，等於  $(r_1 - r_2)$ 。 $R$  之二連續最大值間之時期爲  $1/(n_1 - n_2)$ ，每分鐘之最大次數爲  $(n_1 - n_2)$ 。此理可用聲學上之“拍”(beats)說明之 (§602)。



243. 同週期成直角的二簡諧運動之合成——設所合併的二振動之振幅為  $r_1$  及  $r_2$ ，以  $2r_1$  及  $2r_2$  為邊作一矩形  $BAD E$ ，再以  $2r_1$  及  $2r_2$  為直徑作二圓，如圖 143 所示。假定  $C_1$  及  $C_2$  為以同一均勻角運動，分別繞此二圓運動之點，則由  $C_1$  在水平方向或  $X$  軸線上之射影，得所須合併的運動之一，由  $C_2$  在鉛直方向或  $Y$  軸線上之射影，得他一所須合併的運動。則此二簡諧運動之合，可以一質點之運動代表之，其平衡位置為  $O$ ，其距平衡位置之位移，恆在矩形  $BAD E$  內。

至於合運動之軌跡，則視所須合併的二運動之相差而定。假定  $X$  部分在  $Y$  部分之前八分之一週期，即  $S = \frac{1}{8} T$ ，或相角  $45^\circ$ 。假定當  $t=0$  時，角  $e$ ，及點  $C_1, C_2$  之位置，皆如圖 143 所示。則此圖所代表之運動，可寫成

$$x = r_1 \sin(\omega t + \pi/4),$$

$$y = r_2 \sin(\omega t)$$

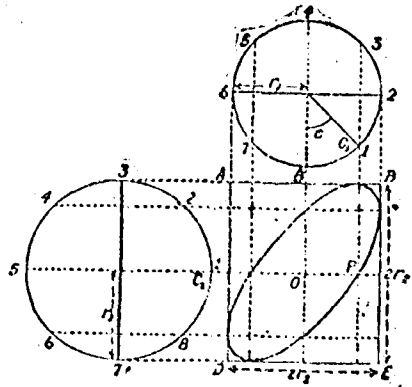


圖 143

從  $C_1, C_2$  之最初位置起，將二圓各分為等份，按次作號碼記之。則代表二簡諧運動之合的質點之連續位置，顯然在 1-1, 2-2, 3-3, 等線之交點。通過諸點，作一光滑曲線，則得合運動之路線。如上所述，畫出之路線，為傾斜與軸線之橢圓。若相差為零，則路線為直線，即對角線  $BD$ 。若  $e = 90^\circ$ ，或  $\delta = \frac{1}{4} T$ ，則路線為具有鉛直及水平軸線的橢

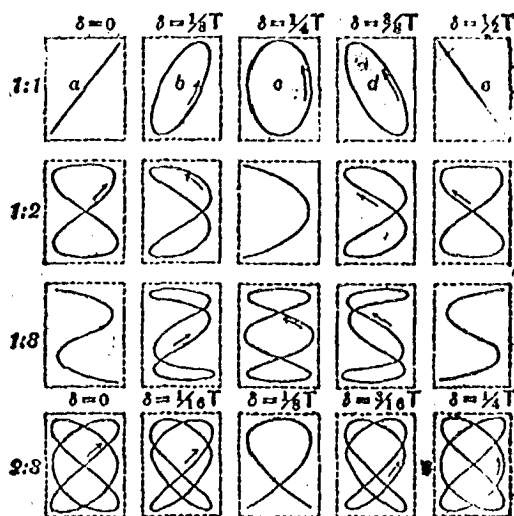


圖 144

圓；若  $r_1 = r_2$ ，則橢圓變為圓。圖 144 之首行，代表  $e$  之值從 0 至  $\pi$  的幾種路線，假定所有場合，皆遵守正弦函數。至於  $e$  之值，若在  $\pi$  與  $2\pi$  之間，必亦可得同樣的路線。

倘週期稍有不同，則以相而論，此一振動將追及彼一振動，其路線將經過各式的完全環線，與  $\delta = 0$  至  $\delta = T$  相對應。圖 144 之首行所示，為此種路線之半半。設  $n_1$  及  $n_2$  為二振動之頻率，則每當此一振動靜過彼一振動一完全振動時，或  $(n_1 - n_2)$  為 1 秒之整併數時，環線必自行重復。

244. 週期具簡單比例，二正交簡諧運動之合成——如上節，假定將二圓分為若干等份，各與週期成比例，如是，則二圓中之各段，即等時間內經過之段。倘如此，則二部分之相差必連續變換，堪注意也，然若二

週期相同，則相差永不變。圖 145

所示之情形，乃  $T_1/T_2 = 1:2$ ，

此二運動方程式為

$$x = r_1 \sin 2\omega t$$

$$y = r_2 \sin (\omega t + \pi/4)$$

此二方程，可寫成

$$x = r_1 \cos (2\omega t - \pi/2)$$

$$y = r_2 \cos (\omega t - \pi/4)$$

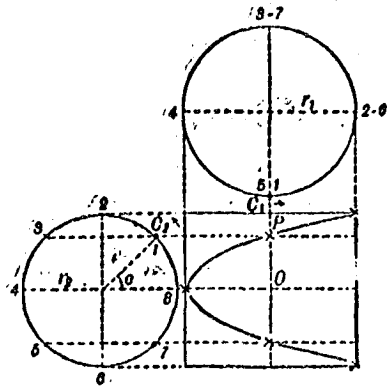


圖 145

圖 144 所示，為若干種路線， $y$  週

期  $T_2$  大於  $x$  週期  $T_1$ ，其比例如圖旁所註。相差 ( $\delta$ )，係當時間  $t=0$  時， $x$  週期  $T_1$  在  $y$  前之分數，假定  $x$  及  $y$  皆可以正弦函數表之。

245. 李薩儒氏圖 (Lissajous Figures) —— 由實驗說明此等曲線，實為李薩儒氏所首創。其法用兩個音叉，每一音叉臂端，附一小平面鏡，二音叉之振動方向成直角，光線由此一音叉之鏡，反射至彼一音叉之鏡，再反射於一光屏之上，光線受兩鏡之傾軋，光點在光屏上畫出結果路線。另法，用一 Y 形擺，如圖 146 所示。假定擺球在紙面內振動，則

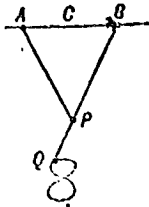


圖 146

有效長度為  $PQ$ ；假定鉛直於紙面內振動，則有效長度為  $CQ$ 。故此擺在兩平面內之週期不同，且各不相干。若小心改變長度  $PQ$  及  $CQ$ ，則可使擺球畫出種種李薩儒氏圖，若擺球僅有一懸掛點，則  $T_1 = T_2$ ，擺球在橢圓內，圓內或直線內運動，則視二成直角振動之相差而定。

取矩形細桿一，固定其一端，則可使之作橫振，其週期視桿之厚度而定。若與兩邊平行之厚度不等，則各個振動之週期，與厚度成正比。設順對角線旁拉而放之，則桿並不繼續在對角線內振動，而分為兩個分振動，與厚度平行。若週期成簡單比例，桿端即畫出李薩儒氏圖。

246. 波之屬於簡諧運動者——設以有彈性之繩，將若干個等重之球，連結如圖 147。設使第一球作橫向簡諧振動，則此推動必順次傳於其餘之球。假定連續二球位移之相差為八分之一週期，則當  $a$  已作一完全振動時， $b$  作一個振動的八分之七，依次類推，而  $i$  方開始運動。諸球之位置，為引據圓之 1, 2, 3, ……等點，在垂線 1, 2, 3, ……等上之射影，圓之半徑，等於波之振幅。通過諸點，作一平滑曲線，即得波之形式。

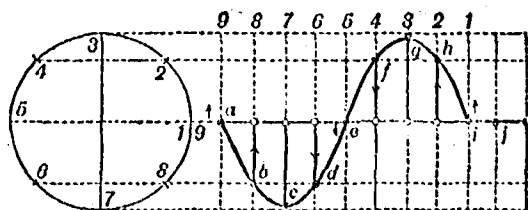


圖 147

曲線上任何點之橫坐標，顯然與擾動達於該點所需之時間成正比，或與相角成正比，其縱坐標與擾動在該點之相角之正弦成正比。軌跡之如斯者，名曰正弦曲線 (harmonic curve or sine curve) 表示介質作簡諧振動時，橫波之形式。若圖 138 所示之分子作簡諧振動，則縱波之形式與此相同，亦可以正弦曲線代表之。

設波之週期及振幅與介質內任何點之簡諧運動者相同，則波長  $\lambda$

爲任何依次同相兩點間之距離，如  $a$  及  $i$  兩點是也（圖 147）。假定  $v$  爲波之傳播速度，則  $vT = \lambda$ ，因  $\lambda$  爲波源  $a$  作一完全振動時，波所經過之距離也。設  $n = 1/T$  爲振動之頻率，則  $v = n\lambda$ ，即一秒內所傳出波列之長度也。

縱波中之位移，無論自與傳播方向成直角之平面內任何方向視之，其形狀皆同。而圖 137, 147 所代表之橫波則不然，若於振動之平面內視之，則振動在視線之內，若正視此平面，則與視線成直角。故橫波有偏性，(polarity)而名之曰面極化(plane polarized)。

可使絃生橫波，可使螺旋彈簧生縱波，法將絃或螺旋彈簧之一端固定，他一端縛於音叉臂端，音叉振動，絃或彈簧亦振動。此種情形下，波幅可較音叉之振幅爲甚大。

設令光線由附於振動音叉臂端之平面鏡反射，再經過旋轉鏡之反射，而射於光屏上，則光點在光屏上畫出一正弦曲線。注視無動，則見路線爲連續的。

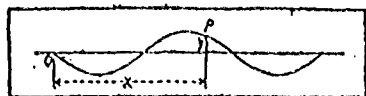


圖 148

黏硬毛於音叉臂端，令音叉振動，同時令一塗烟玻璃板，以均一速度  $v$  經過音叉，則硬毛可在玻璃面上畫出一正弦曲線。如斯可得一永存之波，以便研究。

倘欲求波在  $x$  方向前進之方程式，可就圖 148 所示之關係研究之。設在原點  $O$  有一質點，恰如圖 147 所示，依方程式

$$y = r \sin \omega t = r \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad (1)$$

在  $y$  方向振動。則  $O$  右方每一質點，均以與  $O$  點相同的週期  $T$  振動，例如  $P$  點是也。但其相落後，其落後之量，與距原點之距離  $x$  成比例。倘此距離恰等於波長  $\lambda$ ，則相之落後，恰為  $2\pi$ 。倘此距離為  $x/\lambda$ ，等於波長之一部分，則相之落後為  $2\pi x/\lambda$ 。故代表在任何位置  $x$ ，在任何時間  $t$ ，質點之位移  $y$  的公式為

$$y = r \sin(\omega t - \theta) = r \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) = r \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad (2)$$

此為一正弦曲線方程式，每隔一時間  $T$ ，或每隔一空間  $\lambda$ ，即重複一次。倘代表沿  $x$  方向而向後運動，則須改變上式之符號，須知  $\lambda = vT$ ，故方程式(2)亦可寫為

$$y = r \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$\text{或 } y = r \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \quad (3)$$

命  $t = t_0$ ，代入(2)或(3)式，則可得在時間  $t_0$  時，波之暫時形式。設在特殊情形下， $t = 0$ ，則得

$$y = -r \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \quad (4)$$

此即圖 147 及 148 所登之曲線之方程式也。在任何點  $x_0$ ，運動必為簡諧的，初相  $\theta = 2\pi x_0/\lambda$ 。設在特殊情形下， $x = 0$ ，則得(1)式所代表之運動。

247. 波之重疊及干涉——設兩個或兩個以上之波列重疊，則各波皆使介質發生位移，各不相干。故若於同一軸線上，將各波列之位移，依相當相差，一一作圖，而將各縱坐標相加，則可得結果效應。為方便計，可以波長代相差。例如，設此一波較彼一波遲半週期，則當取第一波後半波長作圖。圖 149,  $A, B, C$ ，實線表等長二波之結果，其相差為  $0, \lambda/4$ ，及  $\lambda/2$ 。若振幅相等，則最後圖之結果為零。振幅之變化由於波之重疊者，名曰干涉(Interference)。故合成波之波長等於其分波之波長，若分波皆為正弦曲線，則合成波亦為正弦曲線。

248. 複波——不同長之波，倘以同一速度運動，則可以同樣方法合併之。設有一波長  $\lambda_1$ ，為他一波長  $\lambda_2$  之  $1/2$ ，或  $1/3$ ，或  $1/4$  等等，則可得一系列形狀相似之波，波長亦為  $\lambda_2$ ，但所具之形式如何，則視兩分波之相對波長振幅，及相關係而定。如圖 150， $\lambda_1 = \lambda_2/2$ ，振幅  $r_1 = r_2/3$ ，對於 A, B, C，三圖線皆同，但相關係不同。圖 151 所示，為在  $\lambda_1 = \lambda_2/3$ ， $r_1 = r_2/3$ ，及相差在起點為零時之狀。

倘波長具有簡單比例，例如  $\lambda_1 = 5$ ， $\lambda_2 = 3$ ，則因三個波長  $\lambda_1$  之波，等於五個波長  $\lambda_2$  之波，故合波由波長  $3\lambda_1 = 5\lambda_2$  的重複形式構成。圖 152 代表當  $4\lambda_1 = 3\lambda_2$  時之狀，振幅相等，起點之相同。注意近中點之

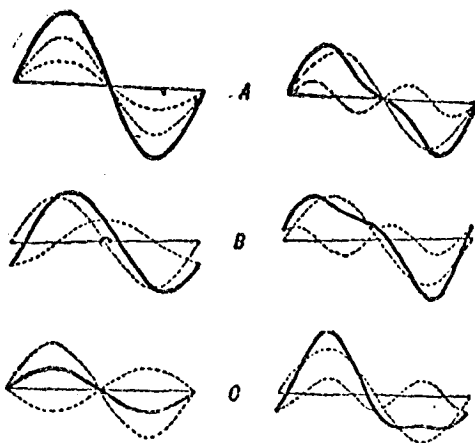


圖 149

圖 150

之位移區域。此乃由於在兩極端處，二波列為同相，在中部相相反，在中心附近，相幾盡反也。概括言之，倘二波列之頻率為  $n_1$  及  $n_2$ ，則在距

離  $v$  (波速) 內, 必有  $n_1 - n_2$  個小位移區域, 位於等效的大位移區域之間, 在小位移區域, 二波列之相幾盡相反。此即音波的“拍”之圖示也, 容於 §602 論之。

此種圖形, 可應用 §246 所述之求正弦曲線的光學方法, 實驗得之。光線受兩個在同一平面內振動的音叉之連續反射而生拍, 再由旋轉鏡反射於光屏上。

介質之位移, 可為二成直角的位移之合。水波之例, 已述之矣。設將繩之一端, 縛於矩形桿端, 令桿作橫振, 使繩與桿平行, 則桿端即畫出李薩儒氏圖繩之各段亦然。若桿之二對徑相等, 則繩之各段, 可在圓或橢圓內運動。圓平面或橢圓平面橫截弦長。但其相則各不相同, 故在一定時期, 弦線之形狀, 猶如一一開瓶螺旋。此種波名曰圓或橢圓極化(circularly or elliptically polarized)。

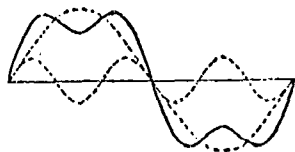


圖 151

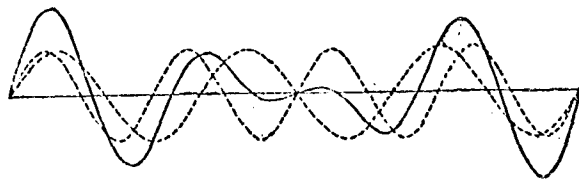


圖 152

249. 傅利葉定理——由以上說明, 知將不同長及不同相之簡諧波相加, 可得各種形狀複雜之波, 若諸分波之週期為最長分波之簡分數, 則此種複雜波有固定形式。傅利葉(Fourier) 氏證明任何形式固定之週期波, 皆可以若干簡諧項之和代之, 其式為

$$x = r_1 \sin \omega t + r_2 \sin 3 \omega t + r_3 \sin 5 \omega t + \dots$$



諸分波之週期及波長之比爲  $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots$  等等。圖 151 所示。爲合成波之近似矩形者，可由諸短波相加而得。

複波之形式，可用下之設計發出(圖 153)：一光屏固有狹縫  $O$ ，置於水平拉直的金屬絲  $AB$  之前，以透鏡  $L$  將絲照明。與狹縫相對一段之影像，經旋轉鏡  $M$  反射後，可投射於光屏  $S$  之上。若絲爲靜止，則按照一段之影像，必在光屏上畫出一暗直線。若絲在豎直平面內振動，則此段之影像，必在光屏上節節畫出，因其連續之相，與波經過  $O$  時相同，故得經過狹縫之波之真正形式。

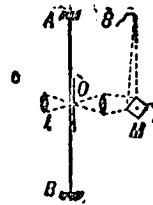


圖 153

250. 波在繩上之速度——假定波以速度  $v$  向左進行，繩以速度  $v$  向右進行，則此問題可大爲簡單，而無改於問題之本質。於是波將停止不動，而繩之各部以速度  $v$  經過前來之波。此理於用鎖鏈起重機時可常見之。若令鎖鏈迅速起動(下滑車無負荷)，則壓於鏈上之彎曲有

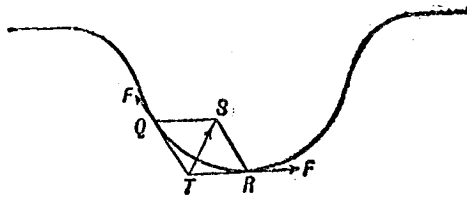


圖 154

時可暫時靜止。若驟令鎖鏈停止，則彎曲可向反對方向飛脫，其速幾與鎖鏈之速度相等。此相對速度，僅與鎖鏈之質量及張力有關。

今假定  $QR$  爲波之一小部分，其長度甚小，直可視爲圓弧(圓之曲率)。引切線  $TQ$  及  $TR$ ，完成平行四邊形  $QTRS$ 。在  $Q$  及  $R$  之速度，可以  $QT$  及  $TR$  代表之。當繩之各部於時間  $t$  經過  $Q$  及  $R$  之時，必有一加速度  $a$  向曲率中心，即在對角線  $TS$  方向。因  $TS$  代表速度，

此速度與  $QT$  相加，得  $QS$  或  $TR$ 。故  $TS$  代表在時間  $t$  內速度之增加量， $at$ 。故

$$\frac{TS}{QT} = \frac{at}{v}$$

考作用於繩之  $QR$  部分上的惟一力，即繩之張力在  $QR$  兩端所生之二等力， $F$ ，也。此二力可用  $TQ$  及  $TR$  代表之，其合力以  $TS$  代表之， $QR$  部分之向心加速度，即由此合力而生。假定繩之每單位長度之質量為  $m$ ，則  $QR$  部分之質量為  $ml$ 。故得

$$\frac{TS}{QT} = \frac{mla}{F}$$

命以上  $TS/QT$  之值相等，而記取  $l = vt$ ，則得

$$v = \sqrt{\frac{F}{m}}$$

(由此觀之，倘皮帶以此速度運動，則不施壓力於滑車。參閱 § 47)

251. 彈性波之速度——因彈性定衡量由此分子傳與彼分子之速度 (絕對剛體及不可壓縮之介質，此效應為暫時的)，又因被動分子之慣性，而密度有抵抗力，故在彈性介質內，波之速度必與彈性及密度皆有關係，殆可豫料者也。速度，密度， $\rho$ ，及彈性係數， $E$ ，間之切實關係，有時殊易求出。

例如，假定在單位橫斷面之介質內，有縱波焉，其波界面一時在  $Z$ ，(圖 155)，短時間

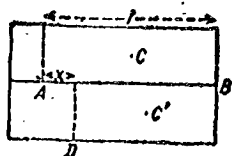


圖 165

以後而在  $D$ 。故波之速度為  $v=l/t$ ，此處  $l=AB$ 。想像介質內有一平面  $A$ ，被壓迫而移至  $D$ ，所經之距離為  $x$ 。假定  $l$  為甚小，則  $D$  及  $B$  間物質之密度，事實上為均一，此段之質量中心由  $C$  移至  $C'$ ，所經之距離為  $x/2$ 。故質量中心之平均速度為  $x/2t$ ，其最後速度為  $x/l$ 。最後在此段上作用之力為  $Ex/l$ ，此處  $E$ ，為彈性係數。平均力為以上之力之半。

命此力所作之功與質量中心運動所得之動能相等，則得

$$\frac{Ex}{2l} x = \frac{1}{2} \rho l \frac{x^2}{t^2}; \text{故波之速度, } v = \frac{l}{t} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

此式可應用於任何流體內之橫波，如音波是也。如此則  $E$  為體彈性係數  $k$ ，亦可應用於細金屬絲或桿內之橫波（通常附帶有橫的收縮與膨脹），則  $E$  為楊氏彈性係數。

**252. 波之反射** 當橫波達於繩之固定端時，位移受固定端之彈性反作用，而立刻反轉方向。故如圖 156 所示，波以反相之位移而反射。

波經過繩端，似乎消滅，然同時有一反位移之波，繼之而來，在反對方向進行，常與繩端位移，恰

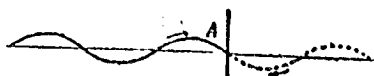


圖 156

相中和，此位移即假定繩端不為固定時，射入波所必生之位移也。設有一連續波列反射，則結果宛如波前 (wave-front) 達固定點  $A$  時，一無限長波列被截為二（圖 156），右邊之波立刻反轉方向，同時射入波仍繼續其運動，毫無更改；或宛如射入波列走進鏡中，同時其倒影於反方向走出鏡外然。

若繩之一端自由，則當波達此端時，因此端無外界限制，其位移二倍於繩為連續時之位移，故立刻在反對方向內，發生一同相之波。半週



圖 157

期後，於反對方向，返經靜點，而發生一返回波，其相與射入波之相反。當波峯達自由端  $B$  時（圖 157）波列宛似被截為二，右邊一段，立刻反轉；或宛似波列穿過平面鏡，同時其豎影穿鏡後。

試以他法說明自由端與固定端反射之區別。假定正波列部分首先達  $B$ ，而開始反射如圖 158 所示。設將此圖與圖 156 比較，則見相反之波之反射，在自由端者較在固定端者遲半週期，儼如圖 156 之右邊一段，於反對方向起始之前，而休止半週期然。



圖 158

縱波之反射，可以一系列同大小之彈性擺之動作說明之，如圖 159  $a$  所示，最後一球靠於固定之阻礙物。設將  $a$  旁拉而放之，則  $a$  擊  $b$ ， $b$  擊  $c$ ，依次相擊，必有一壓縮波傳至此列之他端； $g$  雖不能運動，但必被壓迫，因其彈性反作用，而立刻於反對方向內，發生一壓縮波。當此波

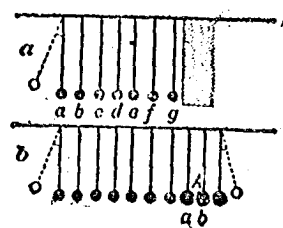


圖 159

達自由端時， $a$  並無限制，勢必飛出，而遺一疏部於其後；或設  $a$  與  $b$  以彈性物連結，則必登時反送一疏波。無論如何，於作過半振動後，必擺回，經過其平衡位置，而向右折回，成壓縮波。

設有兩列質量不同之彈性擺，如圖 159  $b$  所示，則無論波在何方向運動，位移皆可橫貫  $A$  而傳播，然亦有一部

份被反射者。若波向右行，則  $a$  幾立刻在  $A$  反射；若波向左行，則大球  $b$  於碰撞後續向左行，而於其滿半週期時，必返經其靜止點，向右回送一波。

上述諸場合所說明者，為普通原理，即介質之位移在固定或有限制之週界，振幅最小；在自由之周界，或限制較小之周界，其振幅最大。倘波自稀介質入密介質，或自密介質入稀介質 (§§609, 697)，皆此原理之最大說明也。

253. 駐波——想像繩上有一波列向右進行，同時有一同樣波列(反射者亦可，獨立者亦可)向左進行。則必發生干涉，在已知點及已知時間，介質之結果位移必為各個位移之和。依連續時期，將波之位置畫出(設為八分之一週期)。假定以細線代表入射波，虛線代表反射波，粗線代表合成波(圖 160)，則見於半波長處，恆有位移為零之點  $N$  (或若振幅不等，位移為最小)，在該點相遇之波，其相常相反。在此諸點之中央，波常以同相遇於  $L$ ，故位移必為最大， $N$  點名曰節(nodes)， $L$  點名曰腹(loops) 介質在節間往返振動，因相鄰段內位移之方向相反，故此繩恆稍呈正弦狀，除卻恰於半週期時，經過平衡直線位置(圖 137  $d$ )。倘將上理應用於縱波，亦得同樣結果。此種波皆名

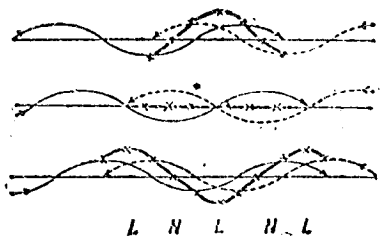


圖 160

曰駐波 (stationary wave)。由入射波及反射波所生之駐波，在固定或有限制之週界處必為節，在自由或無限制之周界處必為腹，固甚彰明

也。

圖 161 爲縱式駐波之圖示。自實線至虛線，位移皆恰由最大距離返回。此圖指明  $N_1$  以左之分子及  $N_2$  以右之分子皆在負方向運動，而在  $N_1$  及  $N_2$  間者皆在正方向運動。所以  $N_2$  兩邊之分子，皆漸近  $N_2$ ，而  $N_1$  兩邊之分子，皆漸遠  $N_1$ 。故在  $N_2$  處，必有一密集，在  $N_1$  處，必有一

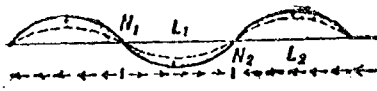


圖 161

疏散。半週期後，諸條件必恰相反。但  $L_1, L_2$  左近之分子，皆在同一方向運動，速度幾相同。故

凡節處，壓力之變化皆爲最大，而運動爲最小；凡腹處，壓力之變化皆爲最小，而運動爲最大。

254. 液體中之波——幾種極感與味之波動性質，可以液體表面波說明之，如水波是也。最初位移，可由因外力所生之水平差而起，小石擊水，微風拂水，皆其例也。重力，流體壓力，及表面張力皆有恢復原始水準之影響，但因分子有慣性，故分子皆移出其平衡位置以外，恰似  $U$  管中液體之振動。水平位移與鉛直位移必同時發生，如  $U$  管彎曲部分之液體是也，因分子所受之總壓力與其離平衡面之鉛直位移成正比例，故位移皆爲簡諧的，依 §236，已知波峯上之分子向前進，波谷之分子向後退，居峯谷之間者，則上下左右動。圖 162 說明若干個分子旋轉之位置



及方向，諸分子原在表面上靜止，其位置在  $a, b, c$ ，等之下，連續位移間之相差為八分之一週期。分子  $a$ ，只有向下加速度，分子  $e$  只有向上加速度；分子  $e$  及  $g$  在水平平衡面內，因側壓力故，只有水平加速度。由此觀之，根據分子在橢圓內或圓內運動之事實，則知水平加速度與鉛直加速度間，相差為四分之一週期。故波形顯非正弦曲線。

表流體波速度之式頗為複雜，此處不能詳述。約而言之，巨大之波，僅受重力維持，速度與液體之密度無關，蓋因作用力與運動部分之重量成正比也，所以無論密度如何，必產生同樣之加速度。速度隨波長而增，故恆見長波列越過短波列而避短波列於後。設液體淺，則速度隨深度而減。極小之波，僅受表面張力維持，故極似彈性膜內之橫波。在此種波之情形內，波長減小，速度增加，且亦與密度及表面張力有關。波之如斯者名曰微波(ripples)。

255. 波之折射——波在淺水中進行，較在深水中殊為遲緩。如圖 163，設有一海洋波之波前  $AB$ ，依箭頭方向進行，漸近於岸  $CD$ ，則波之近於  $B$  端者，因在較淺水中，故所受之抵抗較甚於  $A$  端。故波前必漸轉入  $A'B'$  及  $A''B''$  位置，而最後必漸與海岸平行。此等因速度變化而生之方向變化，名之曰折射(refraction)。其他之波，亦顯此同樣效應，如音波光波是也，倘由此介質入彼介質時，則進行之速度必異。

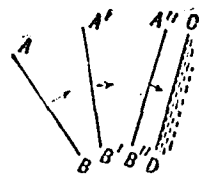


圖 163

256. 微波之傳佈及反射——實驗微波，可用下列設計。一淺木箱，玻璃底，大小約二立方呎，裝四足如桌然，使之水平，貯水及半。置一弧光燈於箱下，使光透過底而上射，或用一斜

鏡，反射一束太陽光線亦可。表面上之微波，由其透鏡作用，可改變光在天花板之分配，故每一微波之運動，皆可看出。

設用小釘刺水面中心，則有一圓形微波，由釘刺之點外散，假定表面為頗大，則最後此波勢必成圖 164 所現之形式，但必有一部分由四邊反射(reflection)。反射部分恰與外散波之消失部分相阻，而方向相反。此等反射波之中心，為波源  $C$  之影像  $C_1, C_2, C_3, C_4$  等，因曲中中心  $C$  與其餘之曲中中心對於箱壁為對稱，故其餘中心離箱壁之距離，恰與波源離箱壁之距離相等。此等反射波又互相交錯而成複反射，故其曲率隨時減小，直至成為矩形直線微波而止。

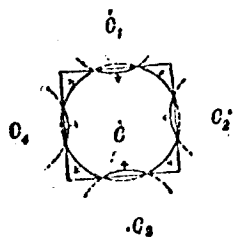


圖 164

設圓形波與其同曲中之金屬片相遇，則反射之波，曲率不改，向起點收縮，而背起點分散(圖 165a)。設金屬片之曲中大於波之曲率，則波之兩邊先被反射，故其曲率增加(b)。向  $C'$  集合，成一“實像”或“焦點”。設金屬片為凹形，其曲率小於波之曲率(c)，則波可成為分散，成“虛”像於  $C'$ ，設金屬片向波凸出，則反射波復自片後之虛心分散(d)。

設以長金屬直片觸水面，則可生直線微波。若此波遠於固有相感之屏障，(圖 160e)，則波穿過和縫而成一半圓波於他邊。其餘之波，反射而成直線。

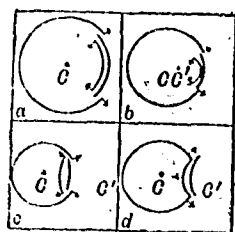


圖 165

設取若干制小釘，插於小木片上，距離相等，刺入水面，則每一接觸點有一個形波向外分散。與諸點不遠之處，諸微波融合成一直線波，與其公共切線相合(f)。在其餘各處，諸波無礙

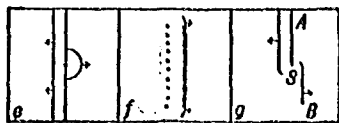


圖 166

相相，皆相交錯，因干涉故，其影響稍減。故線波前，視其由連續之線波而成亦可，視其由若干相鄰之點，每一點發一圓形波而成亦可。至於圖(e)，則係開洞處容波傳佈，此概念應用頗廣(§651)。



若有一屏障  $S$ ，將槽  $o$  半隔，則入射波之一部分  $AS$  被反射，其餘部分  $SB$  通過屏障。則見通過之波前之一端穿入屏障之內，反射波之一端穿入他半波以前所佔之度。 $S$  顯為兩波之擾動中心。此種影響，名曰繞射 (diffraction)。倘相審此情形中之波前與前述 ( $f$ ) 情形中波前之相似點，則此理不難明了。

**257. 微波之折射**——水波之速度隨深度而波之理，可利用之以說明折射。置一厚玻璃板於槽底上(圖167)，使玻璃板面上水深約為其餘四分之一。倘以針刺水面  $O$  點，而使水面發生圓形波，當波來自深水，則中間較兩邊所受之抵抗多，而波之曲率減小，(圖 167  $h$ )。若波來自淺水，則情形恰反(圖 167  $i$ )。曲率中心，或波源之“影像”必在  $O'$  (在  $h$  圖內，在  $i$  圖外)。

設置一稜鏡於槽底，如圖 168  $f$ ，則直線波前  $AB$ ，於行近及離開稜鏡，皆得變其方向，最後方向必為  $A''B''$ 。設置凸透或凹透玻璃片於槽底上，則圓形波之中心，經過玻璃片時，在第一種情形( $h$ )下，較兩邊多受抵抗，在第二種情形( $i$ )下，較兩邊少受抵抗，結果曲率皆變。波源之影像必在  $O'$ 。



圖 167

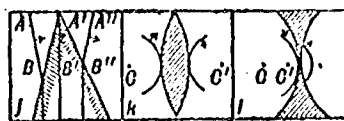


圖 168

**258. 微波之干涉**——設以兩個小釘，同時於不同兩點刺水面，則有兩個圓形波，互相交錯而生干涉。但因轉瞬即逝，故難察於觀察。設能使波連續發生，則結果較好，設能有一組駐波，則結果更好。欲得此種波，最好貯水銀於一圓玻璃盤內，盤之直徑至少須四吋。將細玻璃絲結於音叉臂端，令音叉振動，令玻璃絲恰觸水銀中心，則可使中心生週期擾動。如是則有一連續圓形波列自中心外散，同時有一反射波列向中心集合。結果必為一組圓形駐波，如圖 169 所示。此波可使之反射於一光屏之上，若用一透鏡，則更清楚。

設將兩個細玻璃絲結於音叉臂端，則可生兩個波列，各列自成一組駐波。水銀面上，凡外散波以同相相遇之點，則互相加強。(即兩波離兩源距離之差為零，或波長之整倍數)。凡以反相相遇之點，則互相抵消。(即兩波離兩源距離之差為半波長之奇倍數)。故必有某一線上，既不受外散波之擾，亦不受反射波之擾(圖513)。此等線間，顯出駐波線段，如圖 169 所示。

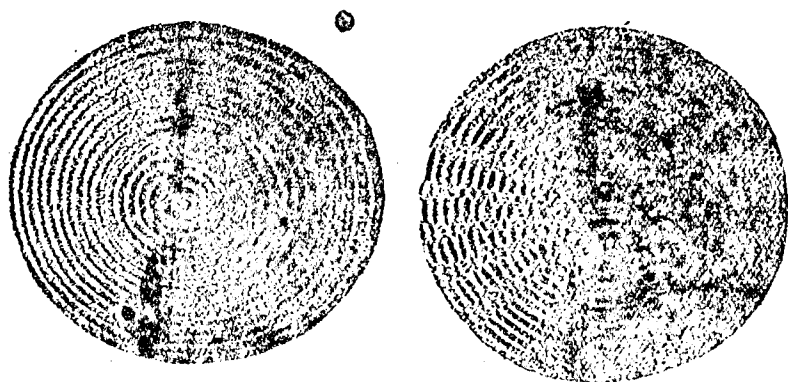


圖 189

259. 波之能量及強度——振體之能量與其振幅之平方成正比 (§61)。故在波所經過之介質內，各個振動分子所得之能，必與其振幅之平方成正比，且此能必隨前進之波而前進。在已知處所，波之強度與每秒鐘經過單位面積之能量成正比，而係與傳播方向成直角；故強度連帶與振幅之平方及波之速度成正比。在黏滯性介質內，例如糖漿或鉛是，波之振幅，衰微殊快，旋即消滅，因內摩擦吸收能量故也。此種影響，名曰阻尼 (damping)。圖 189 代表阻尼波列之狀。倘無此種損失，則無論波傳播至若干遠，或波前之因次及形狀有若何變化，波內之能必永久保存，其量不變。設此種波在繩上傳佈或在任何橫斷面積不變之軌道上傳播，則強度與離波源之距離無關，因波前之面積永無改變故也。音波在傳話筒內傳送，或光波在平行光線內傳送，皆其例證也。倘圓形波在圓面內傳播，因圓週長隨離波源之距離而增，故週界波內之總能不變；故強度必與離波源之距離之平方成反比，振幅與距離之平方根成反比。

在球形波內，則能量在一波長厚之球殼內永遠不變，球面隨距離之平方而增加。設  $F$  為波源在每秒鐘內所射出之能， $r_1$  及  $r_2$  為兩波之距離， $E_1$  及  $E_2$  為兩波之強度，則

$$F = 4\pi r_1^2 E_1 = 4\pi r_2^2 E_2 \quad \therefore \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

故強度與離波源距離之平方成反比，而振幅與距離成反比。

### 參 考 書

Fleming. Waves and Ripples in Water, Air, and Ether is an excellent popular description of all kinds of waves.

### 習 題

1. 將 980 克之重物懸於彈簧上，彈簧之質量可以忽略，其倔强性如此，50 克重之力，可使之伸長 2 釐米。將重物拉至平衡點以下 5 釐米而釋放之。試求 (a) 週期；(b) 從釋放時起計算，用餘弦形式，表質心運動之運動公式；(c) 在時間 = 3 秒時之位移；(d) 作用於當時之平均力；(e) 在時間 = 2 秒時之速度；(f) 最大動能。

答 (a)  $T = 0.4\pi$  秒。

(b)  $y = 5 \cos(5t + \pi)$ 。

(c)  $y = + 3.778$  釐米。

(d)  $F = - 92,450$  達因。

(e)  $v = - 13.616$  釐米/秒。

(f)  $T = 306,250$  厄格。

2. 有 U 字形管，貯水或水銀，擾動之，則管內液體作簡諧運動。試證其週期  $T = 2\pi\sqrt{l/2g}$ ，此處  $l$  為管之半長，自此面至彼面之液體之長。
3. 設有二簡諧運動，在同一直線內，一為  $y_1 = 4 \cos 3t$ ，他為  $y_2 = 3 \cos(3t - 3\pi/4)$ 。試求合成運動之振幅及最初相。合成運動之方程式為何？

答  $R = 2.8336$

$\theta = -48^\circ 28'$

$$Y = 2.8336 \cos(3t - 48^\circ 28')$$

4. 設有二位階運動，其解析公式為

$$x_1 = 2 \cos(\delta t + \pi/6), \quad x_2 = 4 \sin(\delta t + 5\pi/6)$$

試合併之，列舉合成運動之下列諸量：(a) 振幅；(b) 投初相；(c) 方程式。

$$\text{答 } R = 5.8186.$$

$$\theta = 49^\circ 59'.$$

$$X = 5.8186 \cos(\delta t + 49^\circ 59')$$

$$\text{or } 5.8186 \sin(\delta t + 139^\circ 59')$$

5. 試畫前題所合併之二運動之圖示，用同一橫坐標代表二者之時間，並將二者之縱坐標相加。畫一代表合成運動之曲線，由圖線求出振幅，與算得者相比較。

6. 有二互為正交之位階運動，其運動為

$$x = 4 \sin 3t$$

$$y = 3 \sin(6t + \pi)$$

試以圖示表其結果運動。

7. 設方程式

$$x = 8 \cos 2t$$

$$y = 4 \cos(6t - \pi/2)$$

代表二互為正交之簡諧運動，試由其合成結果畫出李薩圖(Lissajous) 圖。

8. 設有二互為正交之運動，為方程式

$$x = 4 \sin(3t + \pi/4)$$

$$y = 6 \sin 2t$$

試由其合併結果畫出李薩圖。

9. 設方程式

$$x = 4 \sin(3t + \pi/2)$$

$$y = 6 \cos(2t - \pi/2)$$

代表二互為正交之簡諧運動，試其合成結果之李薩圖。

10. 設有三波列，其波長之比為 1,  $1/3$ , 及  $1/5$ ；其振幅之比為 3, 2, 及 1，由同一相起，試以圖解法合併之。

11. 試以圖解法合併波長為 5 與 4 而振幅相等之兩波列。

12. 根據史密生表 (Smithsonian Table), 在溫度  $19^{\circ}\text{C}$  時, 音速在不含空氣之水中為 1461 米每秒。問在此溫度下, 水之彈性係數為何, 以達因每方釐米計? 問每一氣壓之壓縮係數為何?

答  $E=2.1345 \times 10^{10}$  達因/方釐米.

$1/E=4.743 \times 10^{-5}$  每氣壓.

13. 有銅絲斷面積為二方毫米, 受 5 仟克重之張力。問沿其傳佈之橫波的速度為何?

答  $5.2408 \times 10^3$  釐米/秒.

14. 問沿此銅絲傳佈之縱波的速度為何?

答  $3.5116 \times 10^3$  釐米/秒.

15. 設有銅絲, 半徑為一毫米, 繫於兩支架間, 所受之張力為  $F$ 。一縱波及一橫波, 同時自一端開始。當縱波抵他端之時, 橫波僅行總長的  $1/100$ 。試求張力, 以仟克重計。

答 7 373 仟克重.



# 熱 學

## 緒 言

260. 舊觀念——前數章所論之物理變化，其所含之運動及變化，概與物體運動不可分離。茲須研究物理條件中變化之不顯運動變化者，最普遍者，為熱冷之變，及狀態之變，即融解及沸騰也。考區別物體冷熱之法，觸覺為最早而最簡單者，利用觸覺，可相按物體之熱度而排列之，決定 $A$ 熱於 $B$ ， $B$ 熱於 $C$ 等等。然觸覺既不可靠，又不精確，以之測量熱度，殊屬不敷應用。不寧維是，且冷熱之限度易至，過此限度即不能直接利用觸覺。故須根據物性，採用純粹以物理為基礎之測量，此種測量，對於凡可以作比較之熱度，皆相吻合。依此精密物理方法所測得物體之熱度，名謂該物體之溫度 (temperature)，其標度之選擇如此，即物體愈熱，溫度愈高。

可使物體溫度增高之原因頗多，例如，以火燒之，或以火烤之，或與熱體相接觸，或以兩物相摩擦（如兩手相撫摩）等，皆可為增高物體溫度之原因，考增高物體溫度之原因，於一定條件之下，亦可發生融解、沸騰，及其他種種之物理變化，尤以體積增加，最為普遍，且最為顯著，因有此種種普遍原因，故天然可將種種結果，據其已知者，集為一類，而悉歸之於出入於物體之物質，名之曰熱質 (calorio) 或熱 (heat)，熱之存在

或不<sub>在</sub>，即視此等相關現象而定。依此假說，則熱者實在之物質也，但爲一種不能依尋常物理方法，權其輕重或驗其多寡之物質。根據此假說，曾已予許多普通事實以十分確定解釋。例如，言物體之溫度，則謂視其所含熱質之量及其天然之熱質容量而定，而熱質容量，又視其物理狀態而定，如重分狀態是也。於是曾假設一定量之粉狀物，其熱質容量，較小於同量之塊狀物。因此，兩物相摩擦而溫度增高，則解之曰，因質料消費，因而熱質容量減小，於是放出一部分之熱質，故其溫度相當增高。由是觀之，則在一定環境之下，放出熱質之總量，應與消費物之總量成正比。

261. 熱及功(heat and work)——1798年，倫福德伯爵 (Count Rumford) 始發現熱之起源，氏於滿尼支 (Munich) 城，藉鑽破孔所生之熱而實驗之，用極鈍之鑽，剛去之物質甚少；配合多種物質，使所生之熱，可沸多量之水，而絕不借助於火。氏由此實驗結果，知所生之熱，絕非與剛去之總量成比例，但至少亦約與作剛去時所需之機械功 (mechanical work) 成比例。嗣後韓福利大衛 (Sir Humphrey Davy) 氏曾作同樣之實驗，但其實驗尤爲驚訝，氏用冰二塊，互相摩擦，冰雖融解，但溫度仍爲冰點，於是知冰之融解，由於寄運動與冰分子也。自此時起，機械運動可以生熱，熱亦可生機械運動之觀念，漸被採用，倘以近世公認之語述之，即熱者能之一種形式也。約歷五十年，此新論點之義意始確定，又經焦爾 (Joule) 氏等之精密測量，始知若干功，等於若干熱量。熱爲能之一種形式之理，及氣體動力論之理 (§227)，與夫化學與輻射學所撰物質分子構造之理，合併而成近世熱之分子說或熱之動力說 (molecular or kinetic theory of heat)。



262. 分子說——依此觀點，物質皆由許多個體構成，名曰分子(molecules)分子又為原始個體（氧，氫，鐵，等）所構成，名曰原子(atom)，原子仍為小個體所構成，即負電子也，名曰電子(electron) (§519)，原子有一核心(nucleus)，帶正電荷，核心又由電子及質子 (proton) 構成。吾人對於原子之構造，雖未全明，但原子內之電子確屬運動自如，或振動殊甚，猶諸行星之繞太陽而運動也，同時原子又在分子內運動，而分子又在物質內運動，倘物質為氣體，則分子運動尤為自由，倘為固體或液體，則不甚自由 (§§157—161)。在種種條件下，電子亦可脫離原子而獨立存在，如自由電子或負電荷是也，原子失去電子，則有正電荷，倘其附近有負電，則規取之；電子自由，尤為金屬物之特性。廣義言之，若加熱能於物體，亦可增其分子之動能，亦可增其分子之位能，如融解或沸騰時是也。

倘更詳細推論，則可知凡分子，原子，及電子之運動，必含有動能，不但此也，凡分子，原子，及電子之相對位移，對於其間天然存在之力，必需要功，換言之，即必有位能之變也，此天然存在之力，大半為天然的電力。故當加熱能於物體時，則可表現為

1. 分子與自由電子的運動動能之增加。
2. 分子相互間之位能增加，假定分子之平均距離增加。
3. 分子內的原子及電子的動位能之增加。

上所分析之變化，即所用物體內能 (internal energy) 之變化，於全部熱學中，須牢記勿忘。熱學者，其基於物性或物體的內能變化之學也。

## 計 溫 法

263. 標準溫標(standard scale of temperature)——溫度一詞，含

有量的意義，此量即吾人目前所擬規定者也，全部熱學中皆用之。溫度之差恆與熱冷之差相符合。吾人所採用之溫標爲國際法定標準 (international legal standard)，係以氫之壓力，隨熱度而增加之理爲根據。可定義曰，溫度之變化，與定量之氫，體積不變時壓力之變化爲正比。名之曰定積氫標度 (the hydrogen constant volume scale) 例如，欲測定水之溫度，則可將貯氫之瓶置於水內，而測定之壓力。但若欲以數字表溫度，則須有表溫度之單位，且亦須有從何處測起之零點。尋常之零點爲“冰點”，即壓力爲一氣壓時冰水混合之溫度。同時須有第二個標準點，即“沸點”，以定標度，此點即水在一氣壓下沸騰時之溫度；此溫度定爲  $+100^\circ$  或零度以上  $100^\circ$ 。氫之壓力自冰點熱至沸點，每增加  $1/100$ ，爲之一度。此種規定，即科學上所通用之攝氏零度及攝氏標度 (Centigrado zero and Centigrado degree)。

溫度計 (thermometer) 爲依某一定標度，以測定溫度之儀器。定積氣體溫度計，(constant volume gas thermometer) 爲使氣體體積不變，而藉其壓力之變化，以測定溫度之儀器。設所用之氣體爲氫，則其所記之溫度爲標準溫度；設所用者爲其他氣體，則須與標準溫度作校正。其裝置如圖 170 所示，其主要部分爲一球，或爲玻璃，或爲瓷質，或爲磁質，或爲白金，或爲鎢鈹（視所測之溫度範圍而定），用毛細管與一壓力計相連接。將兩管內水銀柱高度之差，與由氣壓計所記之大氣壓力相加，即可得封閉的氣體之壓力。

仍以定積氫之壓力爲溫標之基礎，而以另一數字記冰點，並將冰點沸點之間分成另一種度數，則可造成另一種溫度計。華氏標度 即用此法

(此標度為英語國家所通用者)，以冰點為 32 度，而將冰點與沸點之間分成 180°。(華氏原用其他溫度定此標度，係以水、冰及食鹽之混合熔點為 0°，而以血熱為 96°) 由上所述，可得化華氏標度為攝氏標度之公式如下：

$$(t_p - 32) \frac{5}{9} = t_c$$

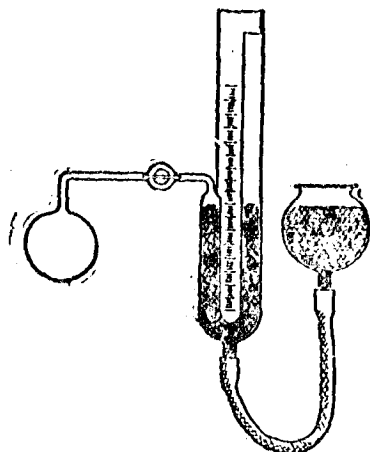


圖 170

須知測溫性質 (thermometric property) (例如氣之壓力) 之選擇，

絕與標度數之選擇無關，即與何者為零度及度之大小無關；攝氏標度數或華氏標度，對於任何溫度計皆可應用。

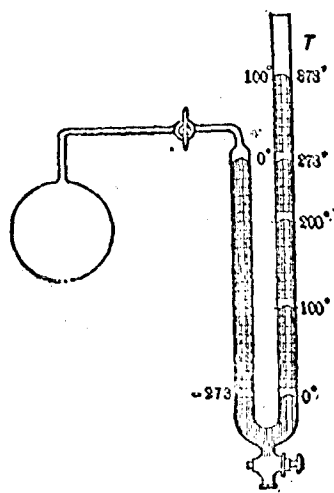


圖 171

溫度升降 1°C. 時，氣之(體積不變)壓力之增減，約為其在 0°C. 之壓力之  $\frac{1}{273.2}$ ；故若將此同一溫標應用於攝氏零度以下(圖 171)，則在溫度 -273.2 時，壓力必減小為零。此溫度為定積氣標度之絕對零 (absolute zero)，按氣體動力論之理 (§227) 則此溫度與分子速度為零

時之溫度相當，蓋因壓力由於分子運動所生之碰撞也。但因氣體不待到此溫度，即成液體，故不能以氫溫度計測此溫度。茲以  $T$  代表由氫溫度計之絕對零所測之溫度，而名爲絕對溫度。茲將用攝氏氫溫度計所測溫度之範圍，舉其已知者，登記如下：

— 273.2° ⇒ 絕對零度

— 271.3° ⇒ 所曾測得之最低溫度。

— 100° ⇒ 1 氣壓下，液化空氣之溫度。

— 80° ⇒ 天然溫度之最低者。

0° ⇒ 冰之熔點。

100° ⇒ 1 氣壓下，水之沸點。

700° ⇒ 多數固體紅熱時之溫度。

1400° ⇒ 多數固體白熱時之溫度。

3800° ⇒ 弧光燈之溫度近之。

6000°—7000° ⇒ 太陽之溫度。

204. 定積氣體溫度計——欲以最簡單的可能方法，用定積氣體溫度計測定溫度，則依標準氫溫標之理，球之容積須絕對不變方可，又全體氣體(包括毛細管內及水銀上部之氣體)皆須熱至所測之溫度。但事實上做不到，故需將觀測結果加以校正。設將所有校正，盡行忽略，則球與已知壓力相當之溫度，可得公式如下：

設  $P_0$  = 氫在冰點時之壓力，

$P_{100}$  = 氫在沸點時之壓力，

$t$  = 從攝氏零度所測得球之某溫度，其值即所須測定者。

$P_t$  = 氣在溫度  $t$  時之壓力。

則按標度之定義 (§263), 可用下之公式, 以定積氣溫度計之攝氏標度, 規定溫度  $t$ : 則

$$t = \frac{P_t - P_0}{\frac{P_{100} - P_0}{100}} = \frac{P_t - P_0}{bP_0}$$

此處  $b$  代表分數  $\frac{P_{100} - P_0}{100P_0}$ , 對於氣而言, 則等於

$$\frac{\text{溫度增加 } 1^\circ\text{C. 壓力之增加}}{\text{溫度 } 0^\circ\text{C. 時之壓力}}$$

今假定  $t_0$  為  $P_t = 0$  時之溫度, 則得

$$t_0 = - \frac{P_0}{\frac{P_{100} - P_0}{100}} = - \frac{1}{b}$$

故絕對零度, 為攝氏零度下  $1/b$  度, 在此溫度時,  $P = 0$ 。故若以  $T$  代表從絕對零度所測之溫度, 則得

$$T = t + \frac{1}{b} = t + T_0,$$

$T_0$  為絕對標度數, 相當於攝氏標度之  $0^\circ$ ,

常數  $b$  名曰“壓力增加係數”(coefficient of increase of pressure), 或簡稱之曰“壓力係數”(pressure coefficient); 對於氣而言, 其值為  $1/273.04$ , 故攝氏定積氣標度的絕對零之值當為  $-273.04^\circ$ 。 $b$  之值對

於空氣及氮亦與  $1/273$  相差無幾，故用此二氣體所得之定積溫度皆與標準溫度相符合。無論如何，此處所講之標準溫度之真正定義，顯然與氫之性質有密切關係。但約在  $1100^{\circ}\text{C}$ . 以上，氫即不適用；蓋因在此溫度時，即最能負擔高溫之金屬球，氫亦能破壁而出；在此等條件下，多以氮代之。

凡氣體，設使其體積不變而熱之，則壓力必增；在任何溫度下之壓力，皆可以下之方程式算出，即

$$P_t = P_0(1 + bt)$$

此處  $P_0$  為  $0^{\circ}\text{C}$ . 時之壓力， $b$  之值對於不同氣體而異 (§270)。

265. 定壓氣體溫度計——定壓氣體溫度計 (constant pressure gas thermometer) 乃係氣體壓力不變時，其體積隨溫度而增之理製成，此計用以作精密時之說明則甚便，但鮮有用以作精密之測量者。如圖 172 所示，所應用之定壓為大氣壓力，液柱之變化，與管內水銀柱或液體柱之位移成比例。

膨脹係數，即  $\frac{V_{100} - V_0}{100V_0}$  此處  $V_0$  為  $0^{\circ}\text{C}$ . 時之體積， $V_{100}$  為  $100^{\circ}\text{C}$  時之體積 (壓力不變)，對於氫，空氣，氧及氮，均約為  $1/273$ ，故極靈敏之氣體膨脹指示器，不難製造。

以直徑約 10 釐米之球，及直徑約 5 毫米之管作試驗，則球之溫度每改變  $1^{\circ}\text{C}$ . 水銀柱之升降約為 10 釐米。空氣受熱則膨脹，為熱放熱之發見最早者，伽利略氏於 1593 年，曾根據此理，造成第一個之溫度計。

266 水銀溫度計 (mercury thermometer) ——尋常所用之溫度計，乃藉封閉於下端為球狀之玻璃 (或透明物質) 管內之水銀之膨脹而製成，最為便利且用途最廣。

圖 173 所示，為兩種標準形式，水銀封閉於薄壁之玻璃球內，球與一

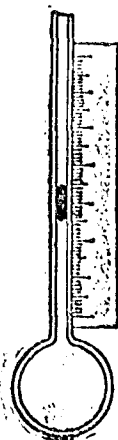


圖 172

極細之毛細管相連接。若僅用於尋常溫度，則毛細管之上部，只有水銀蒸汽即可。因水銀之膨脹，溫度每增高一度，約小於其  $0^{\circ}\text{C}$ . 時體積之  $\frac{1}{1000}$  (與前所述空氣比較)，故對於溫度每昇降一度時，欲得一容易看出之水銀柱之昇降，則毛細管孔必需充分細方可。作精密測量時，凡此種溫度計，皆稱與氬氣標準溫度計作較正。

圖 175 為溫度計之用種標準製法。其一係直接附在溫度計之玻璃管上。此為標準科學溫度計及醫用溫度計之最精確及最耐用者；他一刻於紙上或白玻璃上，裝於外管內毛細管之後。此種較為清楚，但有用久則分度尺不免鬆脫之弊。第三種為家用較廉之溫度計；溫度計裝於刻有分度之紙上。

製溫度計所用之玻璃（尤其是玻璃球）極端重要，近世對於所用玻璃質大有進步。尋常玻璃所製之球，用久則有容積膨脹之弊，稍一受熱，則容積增大，且不能恢復，如  $100^{\circ}\text{C}$ . 或再高之溫度是也。此等變化，自然影響溫度之記數。但自玻璃球改良後，此等缺點漸無，其改良之法，係於未刻度之先，將玻璃管放置長時間而後用，或用人工冷熱法，使之耐用。

特別改良之玻璃，所具之熔點頗高，製成水銀溫度計，可達  $550^{\circ}\text{C}$ . 或更高之溫度。此等溫度計，倘欲使水銀不至沸騰，則水銀上端之空間，須充以壓力約為 10 大氣壓之氣體（尋常用二氧化碳等氣）。製此種溫度計，所用之玻璃質非常堅硬，以仁那 (Jena) 9<sup>mm</sup> 時為最適用。即使用此種玻璃，倘溫度計在  $650^{\circ}\text{C}$ . 用過一小時以上，則球亦發生永久膨脹；結果必致水點降低，但若將此改變加以較正，如於計上之記數，亦可得正確結果。近世亦有利用純玻璃製成水銀溫度計者，可達  $700^{\circ}\text{C}$ .

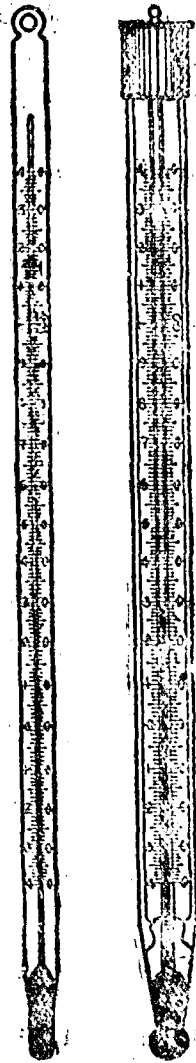


圖 175

用溫度計時切忌驟熱或驟冷，若所測之溫度在  $100^{\circ}\text{C}$ . 以上。或須要精確之測量時，需知當溫度計刻度時，乃球及管全體皆在所測溫度之下。若管冷與球，則所記之溫度必低，在  $550^{\circ}\text{C}$ . 時，此差異可達  $40^{\circ}\text{C}$ . 以上。精確之測量，溫度計須與標準作校對，或於已知之溫度加以較正 (§271)。

287. 特種溫度計——酒精及某類液體，具有較大之膨脹係數及較小之表面張力，用以作溫度計較便於水銀，但精確測量，用之者鮮。因水銀在  $-38.8^{\circ}\text{C}$ . 即結冰，而酒精溫度計常用以測更低之溫度。戊烷 (pentane) ( $\text{C}_5\text{H}_{12}$ ) 亦可用以製溫度計，可測至  $-190^{\circ}\text{C}$ .

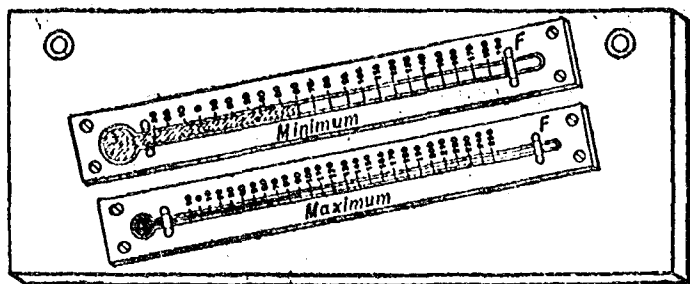


圖 174

最高最低溫度計，為溫度計之裝有記水銀柱頂端達最高最低點者。最高溫度計，尋常有兩種。第一種，水銀柱頂端推送一小鐵棒，水銀縮回時，則鐵棒不隨水銀退縮，故鐵棒之下端，記水銀柱之最高記數；第二種，如圖 174，管孔之近球處有一窄道，達最高點後，水銀縮回，水銀柱在窄道處破裂，將頂端遺於最高記數之點。此種設有窄道之溫度計



醫學上常用之，其式如圖 175。最低溫度計（圖 174）尋常用酒精製成，彎月面之下，有一輕標記，酒精可通過標記，但當酒精之彎月面退縮時，可將標記拉下。設將溫度計水平置之，則標記可留於酒精彎月面所達之最低點。



圖 175

間有利用金屬溫度計，如節溫器是也。由二重金屬桿之彎曲而定溫度，如圖 181 所示，其理蓋基於不同金屬之膨脹亦不同也，但精確測量用之者鮮。

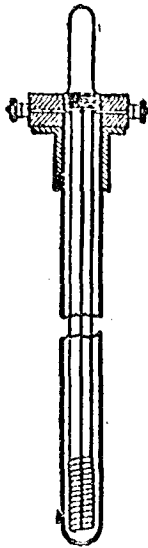


圖 176

268. 電阻計溫法——電學計溫方法，近世頗為盛行。金屬絲之電阻隨溫度而改變，通電流後，視其所呈之電阻，即可測定溫度。須知此種溫度計與尋常之溫度計無異，必須以氫氣標準溫度計較正之，因此種溫度計須負極高溫及抵抗酸性，故多用純白金絲，但在尋常溫度下，銅與鐵亦可用，圖 170 為尋常之白金電阻溫度計，線則裝於玻璃保護管內。（若溫度稍大，最好用金屬管，若測高溫，則用瓷管），以測定其電阻之變化。

白金溫度計有耐久，可靠，範圍廣（ $1200^{\circ}\text{C}$  以上亦可）之便利，雖離溫度計數百尺，亦可測定溫度，且可使工作精確之自記。此計之靈敏度極大，可測至  $1/1000^{\circ}\text{C}$ 。因有此種種便利，故科學上及工程上多採用之。

如圖 177，引線連於線圈  $L_1L_2$ ， $L_3L_4$  為補償引線，用以消去引線  $L_1L_2$  之溫度變化效應，用惠斯登電橋（Wheatstone bridge）連綫（§469），以測定電阻，從卡倫達耳（Callendar）所發明之公式，可以算出相當於已知電阻之溫度。按此公式，僅有三已知溫度，須測知其常數。

故對於較正白金溫度計，殊為便利。

269. 熱電溫度計——將兩種不同金屬，連綫如圖 178，而熱其一接頭，則有電動勢發生，（參看 §485），使電流在一定方向流通，若兩接頭之溫度差增加，則此電動勢亦增加，此

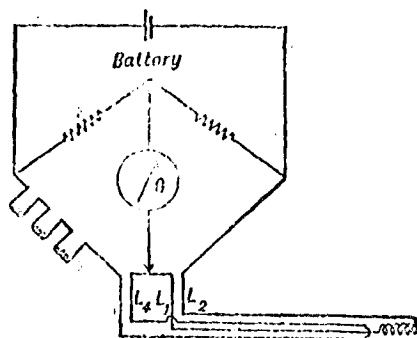


圖 177

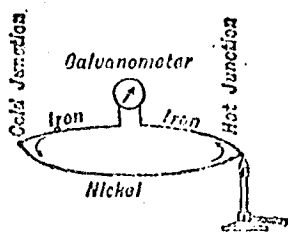


圖 178

熱電動勢亦為一種測溫性質，應用頗廣。有時用伏特計（參看 §176）即是測量一接頭受熱時所生之電動勢，加以較正後，即可直接記溫度。熱電溫度計或熱電偶之可貴，在於靈敏，在於響應溫度改變之迅速，形式既小，用料又廉，較之水銀溫度計及電阻溫度計，便利實多。

若所測之溫度在  $500^{\circ}\text{C}$ . 以下，則銅絲及鐵鎳合金絲即足用矣； $1000^{\circ}\text{C}$ . 以上，則須用鉑絲及鉑鎳合金絲；若總範圍在  $1600^{\circ}\text{C}$ . 以內，則用白金絲及白金加 10% 的銻 (rhodium) 絲，可得極精確之記數。

270. 高溫及低溫之測定——極高或極低溫度之測定，乃為一特殊困難問題，一方面因在極高溫度時，尋常物質之性質發生變化，故有極大的困難，例如，在極高溫度時，尋常之金屬及空氣之液態均變狀，及化學反應甚也；一方面又因超過氣壓溫度計之範圍，故必需應用某種驗公式，加以外推 (extrapolate) 在高溫度時，定積溫度計，需代之以氣，此溫度計可應用於  $1100^{\circ}\text{C}$ . 至  $1650^{\circ}\text{C}$ .；過此溫度，則須代以熱電溫度計，但其範圍亦有限，再高，則需用輻射測溫器（參看 §339）。而輻射測溫法，殆為登岸這極高矣。在極低溫度時，定積溫度計，須用不易液化之氣體，如氮是也，但壓力須在 10 釐米水銀柱以下，又電阻溫度計及熱電溫度計亦可用。

271. 標準溫度——為較準溫度計熱電溫度計，電阻溫度計等起見，須利用數極易得而且不易改變之溫度，及已經精確測定之溫度。此種溫度以冰點及沸點為最適宜。欲用標準沸點，則必需使液體在已知之壓力下沸騰，而將溫度計置於蒸汽內；欲用冰點，則可將溫度計及於精確之液體之混合劑中。下表為數種用這較準之標準點。

表 一  
標準溫度  
(壓力恆為一氣壓)

氫 (液體).....	沸點.....	-253.0
氧.....	沸點.....	-183
二氧化碳.....	沸點.....	-78.2°
水銀.....	冰點.....	-38.8
水.....	冰點.....	0
酒精.....	沸點.....	84.6
酒精.....	沸點.....	78.3
水.....	沸點.....	100
石腦油.....	沸點.....	218
錫.....	熔點.....	251.9
二苯甲酮(benzophenone).....	沸點.....	306
硫磺.....	沸點.....	444.7
食鹽.....	熔點.....	801
銀.....	熔點.....	980
金.....	熔點.....	1063
鉑 (palladium).....	熔點.....	1557
白金.....	熔點.....	1764

272. 壓力, 體積, 溫度簡圖——依 §262 之推論, 則知欲明了物體之情形 (condition), 須知其每單位質量內所具之能量, 儲之形式不一, 如分子, 原子及電子之動能, 及分子原子及電子之位能是也。至此種內能 (internal energy) 之總量, 則未之知, 但出過於物質之熱能, 及形成內能變化之外功 (external work) 皆可測定, 故可斷定物體何時復達於總內能之已知條件。今知當物體復達於同一總內能時, 多半包含其壓力, 體積及溫度皆恢復原值, 而事實上, 其所有之物理性質皆與以前相同; 故壓力, 體積, 溫度三者, 所以測定物體之物理狀態也。

但  $P, V, t$  三變數, 並非各不相干, 而為一關係式所聯貫, 名之曰狀態方程式 (equation of state), 至此式之一般形式, 則尚屬未知。此關係式代表實驗結果, 倘使  $P, V, t$  三變數之任二者不變, 則第三者必有一一定值。例如, 設氣體在已知壓力之下, 佔已知之體積, 則必有一定溫度。

因  $P, V, t$  三變數之值，定物體之物理條件，故以與  $P, V, t$  有相當值之點，與一已知條件，乃為極自然之理，如圖 179，將三垂直軸測定其座標，圖中各點皆代表空間內之一定物理條件 (definite physical condition)。設以原點為  $P, V, t$  之絕對零 (absolute zero)，則  $V, t$  之負值，物理上無意義，而  $P$  之負值，即張力 (tension) 之意。在平行於  $PV$  平面的平面內之各點，即相當於溫度不變之物理條件，同理，在平行於  $tV$  的及  $Pt$  的平面內之各點，各代表壓力不變及體積不變之條件。因尋常固定  $P, V, t$  中之二者已足，故物理條件，僅以平面內之點代表之，因此，則  $PV$  平面， $Pt$  平面，或  $Vt$  平面，可任意擇定之。

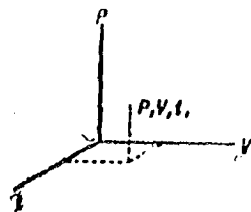


圖 179

### 膨 脹

273. 緒論——物質受熱後所生之重要變化為大小之變，分子相互排列之變。及固體，液體，氣體狀態之變。固體，液體，氣體之別，已於 §175 討論之矣。固體對於形狀之變，恆呈莫大之抵抗力，其分子有排列為固定羣之傾向，名之曰晶體結構，此不獨礦物質為然，凡固體莫不皆然，此等組織之存在，嘗作為固態之試驗，然液體亦有結晶性，故二者之間，無顯然區別。由熱學方面視之，其顯著者，為固體內分子之平均速度，較液體氣體內者為小，而分子相互間之位能，則以氣體中者為最大；且無論為固體，為液體，或為氣體，其分子之位能，皆隨體積而變，或隨因熱膨脹而變。研究固體之膨脹，則須論其線膨脹 (linear expansion) 及體膨脹 (volume expansion)，至於液體，則僅能論其體膨脹，線膨脹，則無意義。

274. 固體之線膨脹——線膨脹最易觀察，用途亦最廣。電報線夏則弛，冬則張；輪箍與砲箍，皆製成較小之箍，趁熱而套之，如是則冷而收縮，永不脫落。不同之固體，對於同一溫度之變，其膨脹亦不同。圖180所

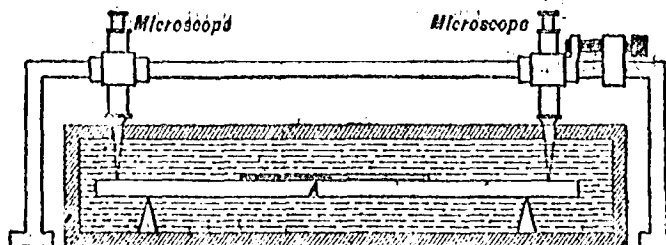


圖 180——測定固體之線脹係數儀器

示，為測定膨脹量之簡單實驗裝置， $A$  為所研究物質之桿，置於水槽中，可任意改變其溫度。二顯微鏡，裝於不連於水槽之架上，利用測微螺旋，可使二者之一或二者俱平行於桿而運動，以對準桿上所刻之二痕。俟桿膨脹後。再移動顯微鏡，使其十字線仍對準刻痕，由測微螺旋之記數，可直接讀出桿之膨脹量。以標準米尺代桿，則可測出任何指定溫度下（譬如  $0^{\circ}\text{C}$ 。）兩刻痕間之長度，以測出之膨脹量與此數相加，則可得桿在任何溫度時之長度  $L_t$ 。膨脹約與溫度之變化成比例，但並非恰成正比例，設以  $L_t$  為縱坐標，以相當之  $t$  之值為橫坐標，作一圖線，則結果為一曲線，但曲度常小。 $L_t$  尋常可以下式表之，

$$L_t = L_0 (1 + at + bt^2 + ct^3 + \dots) \quad (1)$$

此處  $a, b, c$  皆為常數， $t$  為攝氏溫度。所需常數之多寡，恆視所欲得之精確程度及所需之溫度範圍而定，且隨物質而改變。設溫度差不甚大時，則取常數  $a$  即是，名之曰“膨脹係數” (the coefficient of expansion)，其值顯為

$$a = \frac{L_t - L_0}{L_0 t}$$

通常只用兩溫度  $t_1$  及  $t_2$  間之平均膨脹係數(mean coefficient of expansion), 其值當為

$$\alpha_m = \frac{L_2 - L_1}{L_1(t_2 - t_1)}$$

設溫度之範圍不甚廣(例如從  $0^\circ$  到  $100^\circ$ ), 則  $\alpha$  與  $\alpha_m$  相差無幾, 無庸區分。

由下表, 可知膨脹係數, 率為其小, 故欲精密測定膨脹係數, 則需極完善之實驗方法, 例如干涉儀(interferometer)是也 (§723)。

表 二  
線膨脹係數

物質	攝氏每度
鋁	$25.5 \times 10^{-6}$
黃銅	18.0 "
銅	16.7 "
玻璃(仁那 (Jena) 16 <sup>117</sup> )	7.8 "
玻璃, 派勃克斯 (Pyrox)	3.2 "
金	18.0 "
矽橡皮	80 "
冰	50.7 "
鐵合金 (Invar)	0.7 "
鐵(鑄鐵)	10.2 "
鐵(鍊鐵)	11.9 "
鉛	27.8 "
錫	12.8 "
橡木(順紋)	4.9 "
橡木(橫紋)	54.4 "
白金	8.0 "
瓷磚, 柏林 (Perlin)	2.8 "
水晶(順軸)	8.0 "

水晶(橫軸).....	13.4	''
水晶(縱).....	0.30	''
銀.....	18.8	''
錫.....	22.5	''
錳.....	20.5	''

凡無向性物體，連正方系之結晶體在內，各方向之膨脹皆等。其餘只有一個對稱軸線之晶體，則沿此軸線有一膨脹係數，與此鉛直之平面內，另有一膨脹係數，此平面內之膨脹係數皆相同；而其餘之晶體，則沿三垂直軸線之膨脹係數各不相同，甚或一軸縮短。諸如此類之不等膨脹，則以晶角之改變為晶體之膨脹。

275. 線膨脹之應用——金屬溫度計，自記溫度計 (thermograph)，及節溫器等，皆利用固體膨脹之理製成，尤利用其膨脹不同之理。尋常用黃銅與鐵之合片，釘在一起，而固定其一端，因銅鐵膨脹不同之故，而片彎曲，使自記針動作，或使節溫器左右接觸，而管理冷熱。圖 181 所示，為普通之節溫器。

鐘錶之擺輪，亦係用上述之金屬複片製成，二片之曲率，隨溫度而改變，使輪之大部分移近輪心，或離開輪心，於是改變輪之轉動慣性，以調節其週期。用此方法，亦可抵消溫度對於鐘錶遲速之其他影響，例如彈簧彈性之改變。擺輪直徑之改變，及承軸內油類黏滯性之改變是也。

圖 182 所示，為水銀擺，水銀受器之長度如此規定，即水銀膨脹時，重心之昇高恰能抵補懸桿膨脹時重心之降低，故擺動次數，不受溫度變化之影響。近世用特製之鎳鐵合金，可使此等抵補非常精確，此種

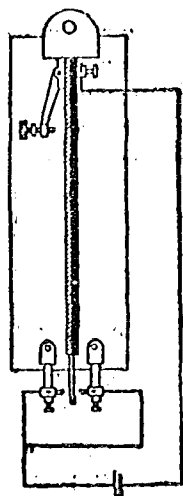


圖 181——由兩種膨脹不同之金屬片所製之金屬溫度計，裝置如節溫器。



圖 182

合金之膨脹係數，僅為 .00000075 至 .00000015，或約為黃銅之  $\frac{1}{1000}$ 。此合金亦可製標準米尺，卷尺，及比例尺等，其長度無關於溫度之小變化。

物體驟然受熱，常有炸裂之虞，其原因即由於各處溫度不同，所生之膨脹亦不同也。瓷器之膨脹係數較玻璃小，故不如玻璃之易炸，薄玻璃調劑溫度之速率快，故不如厚玻璃之易炸。鍍金屬於玻璃內而使之不露氣，例如，白熱燈泡內之引線，所用之金屬，須與玻璃之膨脹係數相同，不然，則當接合處冷卻時，必有露氣之虞。天產水晶與人造水晶之膨脹係數，相差殊遠；前者遇熱即炸，後者之膨脹係數甚小，雖由爐焰中取出，而即投於液化空氣內，亦不炸裂。



276. 固體之體膨脹——假有固體，在溫度  $t^{\circ}\text{C}$ . 時，其體積為  $V_t$ ，在  $0^{\circ}\text{C}$ . 時，其體積為  $V_0$ ，則可視  $V_t$  為  $t$  之函數，而以與代表線膨脹公式之相似式代表之，即

$$V_t = V_0 (1 + a't + b't^2 + c't^3 + \dots) \quad (1)$$

常數  $b'$ ,  $c'$  等皆較  $a'$  為甚小，故若溫度之變化不甚大，則約為

$$V_t = V_0 (1 + a't) \quad (2)$$

今設有一正方體，各邊之長度為  $L_t$ ，則由 (§274) (1) 式得

$$V_t = L_t^3 = L_0^3 (1 + at)^3,$$

或將  $a$  之二次以上忽略，得

$$V_t = L_0^3 (1 + 3at);$$

因  $V_0 = L_0^3$ ，故與 (2) 式相較，則

$$3a = a',$$

即體膨脹係數三倍於線膨脹係數也，故體膨脹係數，可由前表算得。

277. 液體之膨脹——液體之體積隨溫度而變，曩者述玻璃液體溫度計時已陳之矣。此等溫度計中之水銀或酒精，隨溫度之增加而上升，證明液體之膨脹較大與玻璃，一般言之，凡液體之膨脹，皆較固體為大。表液體膨脹之公式，與表固體者初無二致，假  $V_t$  為溫度  $t^{\circ}\text{C}$ . 時之體積， $V_0$  為  $0^{\circ}\text{C}$ . 時之體積，則

$$V_t = V_0 (1 + a''t + b''t^2 + \dots)$$

或因  $b''$  較  $a''$  為甚小，故約為

$$V_t = V_0 (1 + a''t).$$

尋常用帶有毛細管之玻璃球，形似溫度計，以測定液體與固體之視

膨脹(differential expansion)。空球之膨脹無異與實球；故在任何溫度下球之容積必等於實球膨脹之容積。設

$V_0$  = 溫度  $0^\circ\text{C}$ . 時球之容積及液體之體積，

$V'_t$  =  $t^\circ\text{C}$ . 時球之容積，

$V_t$  =  $t^\circ\text{C}$ . 時液體之體積，

$a'$  = 球質之體膨脹係數， $a''$  = 液體之膨脹係數，

則

$$V_t - V'_t = V_0 \cdot [(1 + a''t) - (1 + a't)] = V_0 (a'' - a')t.$$

此視膨脹， $V_t - V'_t$ ，可由液體在毛細管內上升之高測得。假定球質之體膨脹係數  $a'$  為已知，則

$$a'' = \frac{V_t - V'_t}{V_0 t} + a'$$

故可測得液體之膨脹係數  $a''$ ，差數  $(a'' - a')$  名曰液體之視膨脹係數 (apparent coefficient of expansion of the liquid)。

由圖 183 所示之度隆與普替 (Dulong and Petit) 方法，可以測液體之絕對膨脹係數 (absolute coefficient of expansion)，即無關於受器之膨脹也，兩鉛直管，貯以液體，管之下端為一水平管所連接。兩鉛直管各包以大管，一管之溫度為  $0^\circ\text{C}$ ，他—管為  $t^\circ\text{C}$ 。兩管底之壓力必為相等，不然，則液體必在連通管中流動。因兩管之上面皆與大氣相接觸，故兩管上

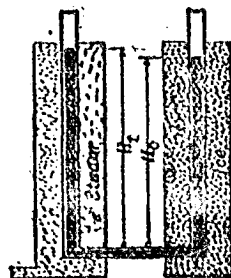


圖 183——水銀之絕對膨脹係數測定法。

端之壓力必相等；故二液柱由管頂至管底之壓力差必相同。故由§185得

$$h_1 \rho_1 g = h_0 \rho_0 g.$$

$$\therefore \frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_0}.$$

今假定  $V_0 =$  單位質量液體在  $0^\circ\text{C}$ . 時之體積  $= \frac{1}{\rho_0}$

$V_t =$  單位質量液體在  $t^\circ\text{C}$ . 時之體積  $= \frac{1}{\rho_t}$

則  $V_t = V_0 (1 + a''t)$

$$\frac{\rho_0}{\rho_t} = \frac{V_t}{V_0} = 1 + a''t = \frac{h_1}{h_0}$$

故  $a'' = \left( \frac{h_1}{h_0} - 1 \right) \frac{1}{t} = \frac{h_1 - h_0}{h_0 t}$

此方法常用以測定水銀之絕對膨脹係數；由差示法 (differential method), 亦可用水銀以測定固體之膨脹係數。凡液體之膨脹係數(除水外), 皆隨壓力之增加而減少。

表 五  
液體之體膨脹係數

物質	攝氏每度
甲醇 (ethyl alcohol) .....	110 $\times 10^{-5}$
乙醇 (methyl alcohol) .....	118 "
石腦油 .....	124 "
水銀 .....	18.18 "
白蠟油 .....	90 "
戊烷 (pentane) .....	150 "
甲基苯 (toluene) .....	109 "
水 $15-100^\circ$ .....	37.2 "
二甲苯 (xylole $\text{C}_6\text{H}_4(\text{CH}_3)_2$ ) .....	101 "

**278. 水之膨脹**——水在液體中有一特殊之點，即在溫度  $4^{\circ}\text{C}$ ，壓力為 1 氣壓時，其密度為最大；在  $4^{\circ}\text{C}$  以下時，隨溫度之增而收縮，在  $4^{\circ}\text{C}$  以上時，隨溫度之增而膨脹。

圖 184 所示，為胡普(Иопо)氏儀器。設將玻璃瓶中部之槽，貯以冰鹽混合冷劑，瓶中貯以水，溫度在  $4^{\circ}\text{C}$  以上，當中部之水冷卻時，其密度變大而下沉於底，同時中部以上之水不受影響。故上溫度計所指之溫度不變，而下計所指之溫度降低，直至瓶之下半部之水，皆為  $4^{\circ}\text{C}$ 。

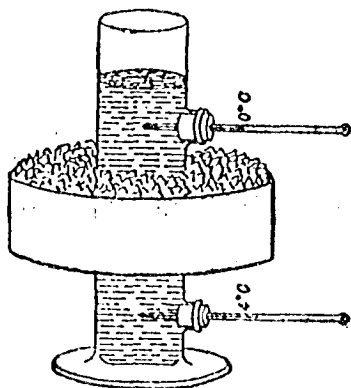


圖 184——胡普氏測定水之最大密度時溫度之儀器

而止，過此則上計之溫度降低，直達  $0^{\circ}\text{C}$ ，此時瓶之上部或中部可以結冰。因水在  $4^{\circ}\text{C}$  時密度最大，故集於瓶之底部。冬日池水或河水結冰，正同此理，倘風平浪靜，則  $4^{\circ}\text{C}$  之水，集於底部，而  $0^{\circ}\text{C}$  之水浮於表面。尋常露於大氣之水結冰皆在表面者。一方面因  $4^{\circ}\text{C}$  之水最密，一方面因表面與冷空氣接觸而冷卻最快。有時，全部之水，受交流作用，

皆近於  $0^{\circ}\text{C}$ ，則底層亦可結冰，或受輻射熱作用，而在沉沒於河底之固體上結冰，於是成為冰床(ground ice)，極北之河流，常見此奇怪結果。

圖 185 所示。為 1 克之水在各種溫度及一氣壓下之體積：

依阿馬干(Amagat)氏說，壓力增加，則最大密度之溫度降低，若壓力增至 93 個氣壓，溫度約降為  $2^{\circ}\text{C}$ 。倘增加壓力，使水仍為液體，則雖在  $0^{\circ}\text{C}$  以下，仍繼續收縮， $100^{\circ}\text{C}$ 。

以上，仍不損膨脹。水與酒精之混合液，亦可降低最大密度之溫度，倘水內含有百分之四之酒精，則最大密度之溫度降至  $-5.83^{\circ}\text{C}$ 。依陶曼(Tammann)氏說，水之熱膨脹特性，用於溫度低時，水之分子複雜，種類不齊，溫度增高，則漸漸分離而化為矣。

270. 氣體之膨脹——因壓力

對於氣體體積之影響甚大 (§221)，故研究氣體因溫度增高而膨脹

時，須留意其膨脹時所受之特殊壓力。倘使壓力不變，則情形最簡，如圖 172 所示，令氣體在球內膨脹，將管內之水銀推出，以測其體積之改變。

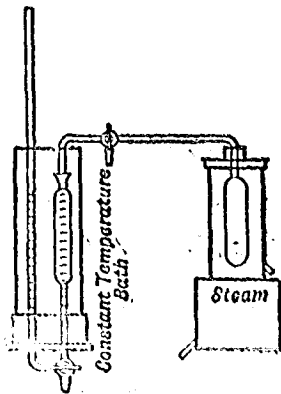


圖 186——測定氣體膨脹的器。玻璃置於蒸汽內，球內氣體之膨脹，由分度球測出。

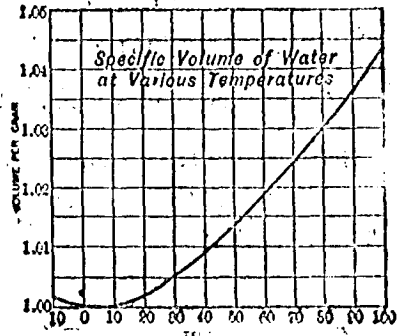


圖 185 —— 水之膨脹曲線

精密測定，則須用圖 186 之裝置，為欲深明此問題計，須在各種一定壓力之下，而研究其膨脹，至於球之膨脹，及昇入管中之氣體並未受熱，當然皆須加以校正。

給呂薩克(Gay-Lussac)氏(1802)及查理(Charles)氏(1787)曾各作此種實驗，而成爲查理與給呂薩克定律，依此定律，凡普通氣體，溫度每增高  $1^{\circ}\text{C}$ ，體積之增長皆爲  $0^{\circ}\text{C}$  時體積之定分數。此分數約爲 .003660 或  $(1/273)$ ，或約等於氣體之壓力係數 (§264)。此定律可用公式

$$V_t = V_0(1 + at) \quad (p \text{ 不變})$$

表之，但此定律爲近似的， $a$  對於各種氣不盡一致。不僅惟是， $a$  亦隨壓力及溫度而變，故不盡與壓力係數  $b$  相等。

嗣後經 Regnault 氏等之實驗，證明除氫外，所有氣體在尋常溫度之下，其膨脹係數皆隨溫度而增，多數氣體之膨脹係數，幾皆相同。當氣體在低壓或高溫下時，氣體之膨脹係數，幾與壓力係數相等。

表 四

膨脹係數及壓力係數，每攝氏  $1^\circ$ 

氣體	$a$	$b$
空氣	0.003671	0.003674
二氧化碳	0.003728	0.003712
氮	0.003691	0.003662
氫	0.003673	0.003672

溫度由  $0^\circ\text{C}$ . 至  $100^\circ\text{C}$ ., 壓力 1 氣壓。

280. 氣體方程式，理想氣體 一吾人於 §221, 已知氣體大概皆遵守波以耳氏定律，即在一定溫度之下，壓力與體積之乘積爲一常數。於 §264, 曾討論定積氣體，壓力隨溫度而增，其公式爲  $P_t = P_0(1 + bt)$ 。於 §279, 曾討論壓力不變時氣體之膨脹，其公式爲  $V_t = V_0(1 + at)$ 。茲宜將此二者合併爲一簡單方程式，以代表氣體之壓力，體積及溫度間之關係。其法如下：

設  $P_0, V_0$  爲一定量之氣體，在  $0^\circ\text{C}$ . 時之壓力及體積，再設將其在一一定體積  $V$ . 下熱至  $t^\circ\text{C}$ . 則由 §264, 得

$$P_t = P_0(1 + bt)$$

故

$$P_1 V_1 = P_0 V_0 (1 + bt) \quad (1)$$

再假定從  $P_0, V_0, 0^\circ$  起首，於等壓下熱之，則在最後溫度  $t^\circ\text{C}$ . 時，壓力仍為  $P_0$ ；故由查理定律(§279)，得

$$V_1 = V_0 (1 + at)$$

故

$$P_0 V_1 = P_0 V_0 (1 + at) \quad (2)$$

但每次之後，氣體之最後溫度均為  $t^\circ\text{C}$ . 故由波以耳定律，對於最後各條件，壓力與體積之乘積皆相等，而等於在此溫度下壓力與體積之乘積，無論其條件如何，即

$$P_0 V_1 = P_1 V_0 = (PV)_t$$

或

$$P_0 V_0 (1 + at) = P_0 V_0 (1 + bt) \quad (3)$$

由此觀之，則

$$a = b$$

故

$$(PV)_t = P_0 V_0 (1 + bt) \quad (4)$$

但由 §264

$$t + \frac{1}{b} = T$$

故

$$(PV)_T = P_0 V_0 b T$$

或普遍言之，

$$PV = RT \quad (\text{此處 } R = P_0 V_0 / b) \quad (5)$$

爲便利計，可想像一理想氣體(perfect gas)，恰遵守此等定律，且亦具有其他性質，此等其他性質，庸後論之。設  $a'$  及  $b'$  爲理想氣體之體積及壓力係數， $T'$  爲依此理想氣體所得之絕對溫度， $R'$  爲常數因子。則理想氣體之方程式爲  $PV = R'T'$

281. 實際氣體 (real gas) —— 依上節所述，則實際氣體大概皆遵守定律

$$PV = RT$$

此處  $T$  爲由定積氫溫度計之絕對零度所測得之溫度。對於高溫及低壓，則氣體愈與定律  $PV = RT$  相接近。

$R$  之值對於各種氣體不一，即對於同一氣體，倘質量不同，其值亦異。故習慣上此方程式皆指 1 克之氣體而言，如此則  $R$  名謂氣體常數 (gas constant)，等於  $0^\circ\text{C}$ . 時  $P_0 V_0$  之值之  $1/273.2$ 。若質量爲  $M$  克，則方程式  $PV = RT$  之常數爲  $MR$ ，蓋因在已知條件下，體積與質量成比例故也。

在高溫度及低壓時，實際氣體之性質，所以近於理想氣體之理，殊易明了。因按 §27 之動力說，則氣體無分子力，即無分子位能，且分子體積，恆小至可以忽略，故爲理想者，而遵守  $PV = RT$  定律。今若實際氣體之溫度愈高，則位能與動能之比例愈小，又若氣體之體積愈大，則分子體積與體積之比例愈小，（其餘條件皆不變）。故溫度昇高，或密度減小，則氣體之條件，愈與動力說所假定者相接近。

倘再作更進一步之假定，則方程式 (5) 可更爲推廣。依亞佛加德羅 (Avogadro) 定律，同溫度同壓力下，等體積之氣體所含之分子數等，即等實際氣體之質量與其分子量



(molecular weight) 爲正比, 或

$$M_1 : M_2 : M_3 = m_1 : m_2 : m_3$$

此處  $m_1, m_2, m_3$  爲分子量。故若取三種氣體,  $m_1$  克,  $m_2$  克,  $m_3$  克 (名曰克分子量), 則三者在同溫度同壓力下所佔之體積必等。

故  $PV = m_1 R_1 T = m_2 R_2 T = m_3 R_3 T$

故  $m_1 R_1 = m_2 R_2 = m_3 R_3 = R''$

$R''$  對於各種氣體皆爲常數, 其值可隨時算得。例如, 當  $T = 273^\circ$ ;  $P = 1$  氣壓  $= 1,012,630$  達因/方釐米時, 假之  $m = 28$ ; 比體積  $= 796.200$  立方釐米(c.c.)

$$R'' = \frac{PVm}{T} = 8.305 \times 10^7 \frac{\text{厄格}}{\text{度}}$$

282. 等溫曲線——依 §272 之法, 方程式  $PV = RT$  之義意, 不難由圖示查出。設于  $T$  以常數值  $T_1$  則爲波以耳定律, 即  $PV = \text{常數}$ ,

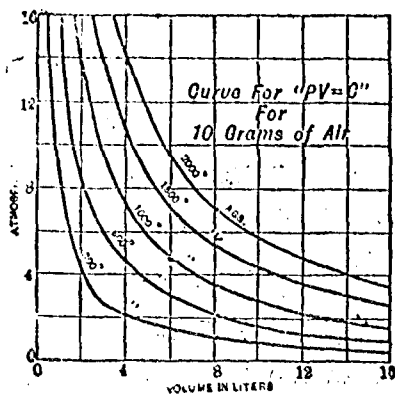


圖 187——空氣之等溫曲線

代表一雙曲線, 與  $PV$  平面平行, 割  $T$  軸於點  $T_1$ 。設對於各種溫度作此種雙曲線, 然後將此曲線射影於  $PV$  平面上, 則結果爲一組雙曲線, 每一曲線, 以其所屬之溫度區別之, 如圖 187 所示。在  $T = \text{常數}$  條件下, 凡說明氣體之壓力與體積關係之曲線, 皆名曰等溫曲線(isothermal curve) 故

可謂理想氣體之等溫曲線爲雙曲線, 實際氣體之等溫曲線近似雙曲線, 溫度愈高, 則愈近似。

283. 分子能及溫度——在 §221, 已見尋常氣體皆與波以耳定律關

近似，即溫度不變， $PV = \text{常數}$ ，溫度增高， $PV$  之值亦增。又按 §227 之氣體動力論，對於理想氣體， $PV = \frac{1}{3}MV^2$ ，假定平均運動之方向一致，則每一分子之動能均為常數，上式亦為常數，且隨平均分子動能  $\frac{1}{2}Mv^2$  按比例增加。由上之實際氣體及理想氣體之說明視之，則理想氣體之溫度，至少約與分子之動能成比例，即推之於不能如此簡單證明之固體及液體，亦復如是。雖然平均分子動能與溫度之比例，對於理想氣體，極為正確，並且其關係極為有用，足以為訓，但實際分子之構造複雜（與理想的比較），足證此關係或不如此簡單也。

## 量 熱 學

284. 熱之單位——量熱學(calorimetry)者，測定熱量之方法也。測定熱量之先決問題，自為測量所用之單位。考能之單位，雖屬可用，然為便利計，尋常皆用僅以熱現象(heat phenomena)所定之單位。

夫欲求一純粹熱量單位，自須指定熱所生之某種效應，且須認定熱量單位，必為在單位標準物質內，產生一特別效應之熱量。已公認之特別效應為溫度  $1^\circ\text{C}$ . 時之變化，標準物質為水。倘欲切實無誤，則必需限定某特殊溫度；故熱之單位之定義，為使 1 克之水，溫度從  $14.5^\circ\text{C}$ . 升至  $15.5^\circ\text{C}$ . 所需之熱量，而名之曰卡路里(calorie)或卡<sub>15</sub>(Cal<sub>15</sub>)。（以下簡稱之曰卡）

熱量單位對於機械單位之關係，業由實驗求得，容後論之（§340）。實驗證明，倘以字母  $J$  代表熱之“功當量”，（即相當一個熱單位之功單位數），則

$$J = 4,187 \times 10^7 \text{ 厄格/卡}$$

有時亦用平均卡 (mean calorio), 一平均卡等於使質量 1 克之水, 溫度從  $0^\circ$  昇至  $100^\circ\text{C}$ . 所需之熱量之百分之一, 約等於 1 卡。英語國家之工程界, 則用“英國熱單位” (B.T.U.); 等於使 1 磅之水, 溫度增高華氏  $1^\circ$  所需之熱量。從磅與克之關係, 及華氏標度與攝氏標度之關係, 得

$$1 \text{ 英國熱單位 (B. T. U.)} = 252 \text{ 卡}$$

以英國熱單位及磅計, 則  $J = 778 \text{ 呎磅/英國熱單位}$ 。

測定熱量之最普通方法為“混合法” (method of mixture), 此法係將所測定之熱量, 傳遞於質量已知之水, 而觀察水之溫度上昇之高。傳熱於水之法甚多, 例如, 投熱銅於水中, 傾熱液於水中。或通蒸氣於水中皆是也。由卡之定義, 利用水之溫度, 自為最便, 如是, 則以溫度上昇之度數乘水之質量, 即得曾經加入之卡數。

285. 比熱——設取質量不同之水二皿, 恰以同一方法熱之, 時間之久暫亦同, 則二者溫度之上昇, 與其質量為反比。設取質量等於二皿之水之銅二塊, 照樣熱之, 則見溫度之上昇十倍於水, 但仍與質量為反比。由此論之, 則在一定時間內, 作用於物體之熱能之溫度效應, 與物體之質量有關, 且與對於不同物質而不同的某因子有關, 此因子名曰比熱 (specific heat)。比熱之定義, 為使 1 克物質, 溫度昇高  $1^\circ\text{C}$ . 所需之卡數。表比熱之記號為  $s$ . 因比熱隨溫度而變, 故欲確定其意義, 則須限定特殊之溫度數, 例如, 使 1 克物質之溫度從  $0^\circ$  昇至  $1^\circ$  所需之卡數, 與從  $49^\circ$  昇至  $50^\circ$  所需之卡數即不同。但尋常倘溫度差不甚大, 例如從

0° 至 100°，則比熱之變化無關重要，故習慣上所謂比熱，皆指此範圍內之平均值而言。

某物體（無論質量多寡，部分若干）之熱容量  $S$ ，為使該物體溫度由平均溫度  $t$  升高 1°C. 所需之卡數。此數顯然視物體各部份之質量及各部份之比熱而定，設以  $m_1, m_2, m_3, \dots$  等代表各部份之質量， $s_1, s_2, s_3, \dots$  等代表各部份之比熱，則得

$$S = m_1 s_1 + m_2 s_2 + m_3 s_3 + \dots$$

286. 水之比熱之變化——水之日常習見之事，及其物理與化學性質，使其在熱之測定上，用途最廣，故研究其在各溫度下之比熱，乃為必要之事。在卡之定義溫度之下 (§284)，水之比熱當然為一。但在其他溫度時，可小於一，亦可大於一。1878年，羅蘭得 (Rowland) 氏首研究比熱之變化；合以後學者研究結果，證明水之比熱，隨溫度之增而減，約在 32°C. 時為最小。從 0° 至 100°C. 水之比熱之平均值，與 1 相差無幾。

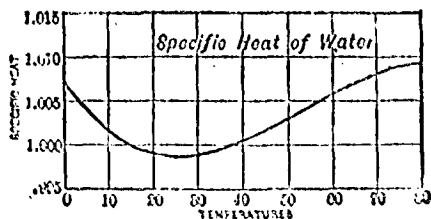


圖 188 —— 水之比熱隨溫度之變化

287. 混合法——茲再詳論混合法，由圖 189 所示之特殊儀器視之。則實用上須留意幾個特點。第一水須貯於瓶 C 內，瓶中附有攪拌器及

溫度計，此瓶稱為量熱器 (calorimeter)。一部分熱通入器內，使器內水之溫度增高。一部分熱逸出水及受器之外，故溫度之變化，不盡與器內之成比例。第二，失熱於周圍之空氣，故須加以冷卻或輻射校正 (Cooling or radiation correction)。設暫將此項校正略去，則可將混合法之基本方程式寫為

$$H = (ms' + \Sigma m_1 s_1) (t_2 - t_1)$$

此式表示加入之熱 ( $H$ ) 等於量熱器及水所得之熱。式內  $s'$  為水之平均比熱， $s_1, s_2$  等為量熱器各部分物質之比熱， $m$  為水之質量； $\Sigma m_1 s_1$  為量熱器及攪拌器等之熱容量， $t_2$  為量熱器及水之最後溫度， $t_1$  為量熱器及水之最初溫度。

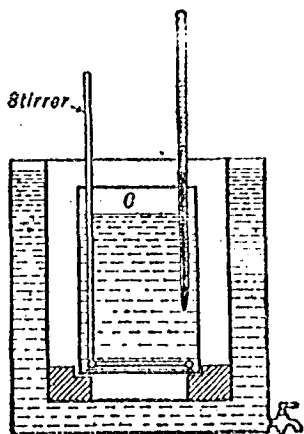


圖 169——混合法所用之量熱表

失散於周圍空氣之熱，比較上皆甚大，此多由於對流 (§3.3) 而非由於輻射，故除非特別小心，則冷卻校正不可忽略。尋常可用以下辦法，以減少失散之熱，無使空氣流通，將量熱器之外面磨光，包以恆溫保護器，使  $t_1$  低於外界之溫度， $t_2$  高於外界之溫度。倘以水作測定熱值之物質不甚方便時，則可用其他比熱已知之液體或固體。

288. 混合法之應用——依照所須測熱  $H$  之來源，可酌用混合法。測定物質之比熱，為混合法之最大應用。法將質量  $M$  之物質，熱至溫度  $t$  (高於  $t_1$  或低於  $t_1$ )，而加於量熱器水之內，則量熱器之溫度與質量  $M$  之溫度必混合而相等，設  $t_2$  為混合後之最後溫度，則加於量熱器之熱  $H$ ，即質量  $M$  之溫度從  $t$  變成  $t_2$  所失之熱；設  $s$  為物體  $M$  在溫度  $t$  及  $t_2$  間之平均比熱，則由比熱之定義，所失之熱，必等於  $sM(t - t_2)$  故得

$$H = Ms(t - t_2) = (ms' + \Sigma m_1 s_1)(t_2 - t_1)$$

由此式可算出  $s$ 。

表 五  
比 熱

每克每度卡 (Calories per Degree C. per gram)

物 質	比 熱	溫 度
酒精 (ethyl)	0.548	0°
鋁	0.210	15→185
鉛	0.0093	-240
黃銅	0.090	0
銅	0.0936	20→100
錫	0.0033	-250
鑽石	0.113	11
鑽石	0.0003	-220
玻璃 (flint)	0.117	10→50
金	0.0316	0→100
花崗石	0.19-0.20	0→100
石墨	0.160	11
石墨 (acheson)	0.0573	-70→-100
冰	0.502	-21→-1
鐵	0.110	20→100
鉛	0.0305	20→100
鎘	0.0148	-250
水銀	0.0333	20
水銀 (固體)	0.00329	-40→-75
錳	0.109	18→100
白金	0.0323	0→100
石英	0.174	0
銀	0.0550	0→100
鎢	0.2433	-83→-100
錫	0.032	10→99
松脂油	0.420	18
海水	0.980	17
銻	0.0935	0→100
銻	0.0017	-240

有時須使熱體無與水直接接觸，則可置之於量熱器之內罐中，內罐為良傳導物製成，其壁甚薄。

混合法亦可用以測定融解熱 (§305)，及汽化熱 (§312)，及各種化學反應所發生或吸收之熱量，在此等情形內，其方法不外使已知質量之物質，在量熱器中融解，或凝結，或化合，視其情形如何，各用特製之量熱器測之，如燃燒量熱器，爆炸量熱器等是也。

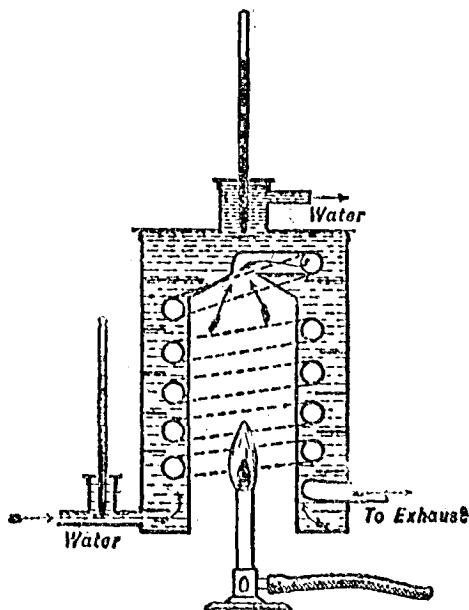


圖100 —— 由連續流法測定氣體之燃熱熱

289. 連續流法——測定熱量之第二種方法，為圖 180 所示之“連續流法”(continuous flow)法使測定熱量物質(尋常用水)，在恆溫度下，以固定流量流過放熱之點，如此，則熱量為水流所吸收。得熱後之水流之溫度，當然高於未得熱以前之水之溫度，假定熱之

發生，迅速不絕，則水流溫度之變亦不變，故若將失諸外界之熱略去，則在時間  $T$  時所生之卡數（因除使水熱外未作他項工作也），必等於在  $T$  時間內流過之水之克數  $W$ ，乘以溫度增加之度數  $(t_2 - t_1)$ ，及水之比熱  $s'$ ，

或

$$H_1 = Ws'(t_2 - t_1)$$

利用此法以測定氣體或液體等燃料之燃燒熱，尤為方便，使使燃燒之速率固定，則可使所生之熱亦為固定，此方法亦可逆而用之，以測液生熱或以電生熱，即與機械功或電能生熱也，則使須測定其比熱之液體吸收之。則上之方程式應改為

$$H = Ms(t_2 - t_1),$$

式內  $H$  以卡之單位計， $M$  為時間  $T$  內流過之液體質量， $s$  為液體之比熱，可由上式測定，以功之單位計。巴黎賓斯 (Parnes) 氏曾用此法測定水及水銀之比熱，其結果非常精確。

200. 測定熱量之第三種方法為“潛熱法” (method of latent heats)，其法之一係以所謂之熱，溶解定量之冰。用此方法，則須知融解 1 克之冰所需之熱量（冰之熔解熱 §305），但其長處，則在量熱器之溫度不變，即  $0^\circ\text{C}$  也。此種儀器之最普通者為本生 (Bunsen) 氏量熱器，第二種為朱里 (Joly) 氏蒸氣量熱器，此量熱器內，溫度之次序顛倒，使質量  $M$  之物質，溫度由  $t$  度升至  $100^\circ\text{C}$  所需之熱量，由凝結之蒸氣之質量求得。至與 1 克之蒸氣凝結時所放出之熱，當然須為已知。此方法為最方便而且最準確之法。

201. 氣體之比熱——前者研究比熱，吾人曾忽略一事，質言之，即膨脹也，膨脹與溫度增高，恆同時發生，不可分離，於 §279 已見之矣，倘一言及氣體，則此層即重要非常，不可忽略矣。設以活塞封閉氣體於圓筒中，例如以水銀活塞，封閉氣體於接有毛細管之球內（圖 172）而熱之，則氣體必膨脹而將水銀活塞推出。空氣壓力。作用於活塞外端，其反對活塞向外運動之力，等於壓力與管之斷面積之乘積。夫於已知距離內克服此力，意即作功也，此功名曰膨脹之外功 (external work of expansion)，且此功顯然為膨脹的氣體所作。



由動力觀點之，則當封閉之氣體受熱之前，分子在水銀柱內端之碰撞（水銀柱靜止），必與空氣分子在外端之碰撞平衡，但氣體之溫度增高，則內端之碰撞必多而且猛，故平衡破裂，則水銀柱外移。此運動之水銀柱，其擊外界之空氣也，平均言之，必較其靜止之時為猛；故增加空氣分子之速度及空氣分子之動能。故該脹所作之功，將內部氣體分子之動能傳遞於外界之空氣分子。

由是言之，假賦予界限氣體之熱能。致生膨脹，則必有能焉，出自氣體，而為膨脹所得，此或為增加之能所讓出之一部分，與 §262 所論者完全不同。故知若使氣體之體積不變而增其溫度；則必攝取某量之能，但異於使其反對壓力而膨脹時所需之能，蓋因反對壓力而膨脹之時，不僅可增內部之位能，且必對外作功也。換言之，加於氣體（或任何物體）之熱，等於內部動位能之增加，再加外功也。

內功及外功之量，顯然視膨脹之量而定。因溫度每增一度，氣體體積之增加，較固體液體者為甚大，故外功亦甚大。倘不使體積一定，則可以許多方法，令其改變，最要者為壓力不變之體積增加。故得定積氣體之比熱  $s_v$ ，及定壓氣體之比熱  $s_p$  之定義曰，使 1 克氣體之溫度，在定積或定壓條件下，上升  $1^\circ\text{C}$  所需之熱量。由上所述，知  $s_p$  必較  $s_v$  為甚大。

用蒸汽量熱器測定  $s_v$ ，非常精確 (§290)，將質量已知之氣體封閉於金屬球內，而測定使氣體之溫度由  $t^\circ\text{C}$  升至  $100^\circ\text{C}$  時蒸汽凝結之量；至球之熱容量必須加以校正。尋常測  $s_p$  之法，係使熱氣體流過量熱器。依 Regnault 氏及其他學者之測定，知多數氣體之  $s_p$  皆只稍隨壓力而變，空氣之  $s_p$  雖幾與溫度無關，但  $\text{CO}_2$  之  $s_p$ ，隨溫度而增加，非常顯著，又空氣及  $\text{CO}_2$  之  $s_v$  皆隨密度而增。 $s_v$  之值，尚有多數氣體未

曾測出，但由音在氣體中之速度(§585)，可測得  $s_P/s_V$  之值。

表 六  
氣體及蒸汽之比熱

物 質	溫 度	比 熱		$s_P/s_V$
		$s_P$	$s_V$	
乙醇(ethyl alcohol)	108→220	.459	.400	1.133
空氣	20→140	.237	.....	1.402
氫	20→60	.123	.....	1.667
石腦油	34→115	.230	.214	1.397
二氧化碳	15→100	.2025	.....	1.209
氮	16→143	.113	.....	1.336
磷酸水	27→118	.144	.125	1.152
(二乙醚) $(C_2H_5)_2O$	25→111	.428	.....	1.024
氫	18	1.251	.....	1.03
氮	12→108	3.409	2.42	1.408
水與蒸汽	310	.....	.....	1.66
氮	20→140	.242	.171	1.41
氧	26→140	.224	.....	1.898
水蒸汽	100	.480	.....	1.33

202. 氣體之自由膨脹——倘分子與原子間有力，則氣體膨脹時，因分子間之距離增加，故氣體分子位能必有變化（或其原子之位能），吾人已知之矣。氣體膨脹時，對內力所作之功，名之曰膨脹之內功 (internal work) 以示與對界限氣體之壓力所作之外功有別。

給呂薩克氏擬用自由膨脹法測定內功，繼之者有焦爾氏。如圖 191，用大壓力將氣體封閉於瓶 *A* 內，而使其迅速經過活塞 *C*，入於抽空之瓶 *B*。因在真空內膨脹，故為“自由”（無反對壓力），故絕無外功；但倘有磨須之內功，結果必使氣體之溫度改變。若內部之位能增加，則動能必以等量減少，如是，則氣體之溫度必降低，反之亦然。焦爾不測氣體本身之溫度，而測水之溫度，但水之熱容量大，故其效果不甚顯著，氏之結果僅證明膨脹之內功為甚小耳。

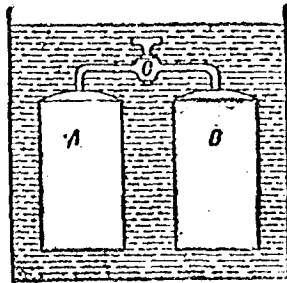


圖 191——焦爾氏研究氣體之自由膨脹之儀器

293. 氣體運動時之溫度 —— 設使氣體在高壓及尋常溫度下經過細管而逸入大氣（圖 192），則在細管之中流速必大，流速最大之處，冷卻之效應亦最顯著，但氣體運動時之總能，實與氣體靜止時之總能相同。其解釋如此，即自由亂動的分子之能，一部分暫變為流線中有方向運動之能也，氣體之溫度，即由其動能而定。但若以大瓶收集氣體而使之漸就靜止，則見其溫度較未膨脹之前略高。設將圖 191 所示之 *A*, *B*, 及 *C* 分置於三瓶內，則見 *A* 之溫度因膨脹而降低，*B* 之溫度因膨脹而增高，其量幾乎相等。此等熱冷效應，

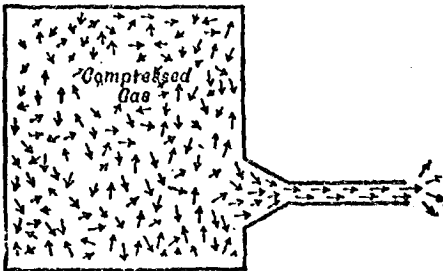


圖 192

較未膨脹之前略高。設將圖 191 所示之 *A*, *B*, 及 *C* 分置於三瓶內，則見 *A* 之溫度因膨脹而降低，*B* 之溫度因膨脹而增高，其量幾乎相等。此等熱冷效應，

由於比較運動迅速之分子逸出，半由於由  $A$  逸出之氣體，對於遺留於  $A$  中之氣體而言，其作用相當於圖 172 離開氣體之活塞也。故遺留之氣體，對於逸出者作功，於是一則失熱，一則得熱，其量相等。

204. 兩種比熱之差——依 §201  $s_p$  及  $s_v$  之定義，與 §202 所述之理而論，設以  $W_0$  代表膨脹之外功， $W_i$  代表內功，則

$$\textcircled{*} \quad s_p = s_v + W_0 + W_i$$

此膨脹必需於溫度  $t$  上昇  $1^\circ\text{C}$ . 時，使壓力不變，又兩種功必須均以熱單位計。對於不易液化之氣體，例如， $O, H, N$ ，及空氣等，則在尋常溫度下，膨脹之外功皆甚小，恆可忽略，故假定  $P$  為恆壓力， $\Delta V$  為單位質量之溫度，每增一度時，體積之變化， $J$  為熱之功當量，則外功 =  $P\Delta V/J$  卡。

$$s_p - s_v = \frac{P\Delta V}{J}$$

又

$$PV = RT$$

故

$$P(V + \Delta V) = R(T + 1)$$

故

$$P\Delta V = R$$

故

$$s_p - s_v = \frac{R}{J}$$

1852 年，拉伯特，梅易 (Robert Mayer) 曾用此式計算  $J$ ，其他諸量皆由實驗測出。

205. 兩種比熱之比率——由前得之，若將膨脹之內功計算在內，則兩種比熱之比率，

$$\frac{s_p}{s_v} = \frac{s_v + \frac{W_i}{J} + \frac{R}{J}}{s_v}$$

根據動力論,  $S_V =$  溫度每增一度, 分子動能之增加 + 原子能之增加; 以  $E_m$  代表第一項,  $E_a$  代表第二項, 第二項為值在分子內之增加, 由 §227 得

$$PV = \frac{Mv^2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} Mv^2 = RT.$$

故 
$$E_m = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{3}{2} R$$

如此則 
$$S_V = \left( \frac{3}{2} R + E_a \right) \frac{1}{J}$$

故 
$$\frac{S_P}{S_V} = \frac{\frac{5}{2} R + E_a + W_1}{\frac{3}{2} R + E_a}$$

設  $E_a$  及  $W_1$  皆比較上為甚小, 對於大約遵守波以耳定律之單純原子之氣體, 例如氫, 可希冀其如此, 則

$$\frac{S_P}{S_V} \text{ 約} = \frac{5}{3}.$$

反之若其他諸項皆較  $E_a$  為甚小, 對於分子極端複雜之氣體, 如釐是, 可希冀其如此, 則

$$\frac{S_P}{S_V} = 1 (\text{約})$$

208. 反壓力之膨脹——假將氣體壓過小孔, 使經過小孔前後之壓力不變。如圖 103



圖 103

所示, 當氣體經過小孔時, 活塞皆向右運動, 故作用於活塞之外力可以不變。

$$P_1 = \text{氣體膨脹前之壓力。}$$

$$V_1 = \text{膨脹前之比體積。}$$

$$P_2 = \text{氣體膨脹後之壓力。}$$

$$V_2 = \text{膨脹後之比體積。}$$

則當單位質量之氣體通過小孔時, 第一活塞施於氣體之外功為  $P_1 V_1$ , (§195), 膨脹後氣體

處於第二活塞之外功為  $P_2 V_2$ ，故  $(P_2 V_2 - P_1 V_1)$  為氣體所作之純淨外功  $W$ 。此功可以為正，亦可以為負。假定此儀器之構造如此，即當實驗之時，及觀測膨脹前後之溫度時，熱不能進入，亦不能逸出。

設再以  $W_i$  代表對於分子力所作之內功， $\Delta t$  代表所測得之溫度變化。則內外功之和，必等於分子動能之變化，加分子內能之變化，此適為 §205 所證明者，即  $s_V$  也。設  $W_e$  及  $W_i$  皆為正，即若分子動能之一部分，加入內外功者皆有，則溫度必降低，故得方程式如下：

$$-\Delta t s_V = W_e + W_i$$

設氣體嚴格遵守波以耳定律，再設溫度不會改變，則  $P_1 V_1$  必等於  $P_2 V_2$ ，即  $W_e$  必等於零，故由上式，內功必等於零。據實驗所得， $O$ ， $N$ ，及  $CO_2$  皆生冷， $H_2$  在尋常溫度則生熱。由此等觀測事實，總合比熱  $s_V$  之值及  $PV$  之變化，藉用所不能測出之內功，可以算得。此結果係指示所有情形下之分子引力 (molecular forces of attraction)。欲免却因氣體運動所生之冷卻影響 (§203)，據維 (Lord Kelvin) 氏之設計，可用許多小孔——多孔活塞——故此實驗名曰“多孔活塞實驗”。

207. 比熱之關係——分子構造之複雜性，已經說明，各種不同物質或同一物質在各種溫度下之比熱，頗無簡單關係可尋，然有下之一般論點，確已足用。

度隆及普特定律，為最有名的說明物質比熱關係之定律，其定律曰：“比熱與原子量之乘積，凡固體原質皆同”。但此說僅大旨不差，推及於化合物，亦為大旨不差。

液體之比熱，尋常皆較固體者為甚大（比水大二倍，比水銀大十倍），至於  $S_P$ ，則氣體約於固體相同。由固體而變為液體時，比熱之變化，金屬多小於非金屬。

多數物質，無論其為固體，為液體或為氣體，比熱皆隨溫度而增，然除二氧化碳，硼精及矽外，固體比熱之變化皆甚小。依 §262，比熱之改變，原因衆多，例如分子及原子內相對動能之增。自由電子氣之增，或分子羣原子羣位能之增皆是也。分子羣之改變或為比熱改變之主要原因。由此比熱隨溫度改變之事實觀之，知度隆普特定律，不能為普特定律。

最近涅恩斯特 (Nernst) 氏作比熱之測定，達絕對溫度  $23^\circ (-250^\circ O)$ ，證明凡物質之比熱，在極低溫度時，減小殊快（表五）。氏又發明原質及化合物比熱之新關係，確為極端重要之發明也。

208. 燃燒熱——測定燃料之燃燒熱 (heat of combustion)，即測定 1 克之煤炭，木料，油類，氣體等燃燒（在空氣或氧中）時所生之熱，

爲量熱器之最大用途。此等燃料，爲世界上有用之能之大部分來源，故知每單位質量燃料時有若干有用之能，當然爲工業上極重大之事。對於固體燃料，尋常皆用混合法，特製之儀器，名曰“燃燒量熱器”(bomb calorimeter)，將稱好之燃料，封閉貯有氧之鋼罐內，以電燃之，罐置於量熱器之水中。對於液體或氣體燃料，則須用體積流通法 (§289)。燃燒熱恆以燃料之每克卡 (calories per gram) 或每磅英國熱單位 (B. T. U. per pound) 計之。

表 七  
燃 燒 熱 (每克卡)

物 質	燃燒熱	物 質	燃燒熱
乙醇 (ethyl alcohol)	7183	瓦斯 (coal gas)	5800—11000
甲醇 (methyl alcohol)	5307	瓦斯 (illuminating gas)	5200—5500
石腦油	9977	火藥	730
炭 (diamond)	7860	煤	84100
炭 (graphite)	7800	煤油 (Am. crude)	11100
煤 (anthracite)	7800	木薯 (beech)	4168
煤 (bituminous)	6100—7600	木料 (oak)	5990
煤 (coke)	7000	木料 (pine)	4400

### 物 態 之 變 化

299. 物態之變化 (change of state)——物體之物理性質最顯著之變化，爲固態變爲液態，液態變爲氣態之變化。

由固態變爲液態之變化，名曰熔解 (fusion or melting)，其反變名曰凝固 (freezing)。

由液態變為氣態之變化，名曰汽化(vaporization)，其反變名曰凝結(condensation)。

由固態直接變為汽態之變化，名曰昇華(sublimation)，其反變亦名曰凝結(condensation)。

每種變化皆含有分子之互相重行排列，或構成分子的原子及電子之重行排列。汽化及昇華，亦含有分子間平均距離之大為增加。由固態變成液態，由液態變成氣態，分子即重行排列，再事分離，則位能必增，而同時任何體積之變，必作外功 (§202)，故使物體發生變化，必須加以能。反之，當蒸汽凝結或液體凝固時，必有某量之能自物體取出。當液體分子沉澱而成固體排列時，其位能之一部分變為動能，而自結冰之表面上放出。由是觀之，可得一普遍之關係如下：

**熔解或汽化所需之能 = 分子位能之增 + 外功。**

300. 熔解——設加熱於結晶之固體，同時使其所受之壓力不變，則將於一定溫度時而開始熔解，此溫度名曰熔點(fusing or melting-point)，此時全體皆保有此溫度，固定不變，直至盡熔為止。欲測此溫度，可置金屬管或瓷管於固體液體之混合劑內，而置溫度計於管中，如圖 191 所示。反之，置溫度計於已熔之物質內，而使其徐徐冷卻；則溫度下降，直至開始凝固為止，開始凝固之後，溫度亦固定不變，直至全體凝固為止，同時必放棄其位能(熔解熱)。此溫度名謂該物質之凝固點(freezing-point)。

當溫度計於純淨冰水之混合劑內，可求出水

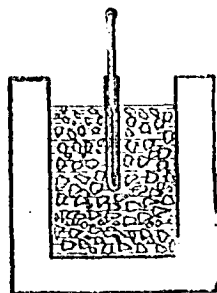


圖 191



之凝固點，實驗時須留意，勿使外界之熱加入。水在一氣壓下之凝固點為測定溫度的定點之一，前已述及。

301. 壓力對於熔解之影響——設某物質熔解時而收縮，則當其熔解之時，必有外功，作於其上，故需要供之以能。由是觀之，則因熔解增加外功，故增加外壓力，可使更易熔解，即在較低溫度之下，亦可熔解。反之，熔解時膨脹之物質，增加壓力，則熔點升高。熔點隨壓力而變，與熔解時體積之變之關係，首為詹姆士湯姆孫 (James Thomson) 氏由理論推得。以熔點及相當之壓力在  $P$ ，圖示上所作之曲線，名曰熔解曲線 (圖 200)，代表固體液體可以平衡存在之狀。熔點對於壓力之變化，尋常皆不甚大，壓力每增一氣壓，水之熔點約降低  $0.0072^{\circ}\text{C}$ 。據布利希曼及陶曼 (Bridgman and Tamann) 氏之研究結果，知水可在五種不同固體形式之下存在，對於尋常之冰或水，此五者可以平衡，其情形略如圖 200, I 末端之虛線所示。水在溫度  $-22^{\circ}\text{C}$ ，壓力 2500 氣壓時，其冰點為最低，同時有一種冰之熔點直達  $80^{\circ}\text{C}$ ，壓力為 20,000 個氣壓。

表 八  
熔 點 表

物質	熔點	物質	熔點
鉛.....	657°C.	水銀.....	-38.8
錫.....	1083	煤.....	1452
金.....	1003	白金.....	1763
汞(at 5 atm. pressure).....	-271.8	鈦.....	960
鐵.....	2100	錫.....	232
銀.....	1530	鎢(tungsten).....	3270
鎘.....	327	銻.....	410

水之凝固點隨壓力而降低，確有重要的效驗，且可舉例以明之。設

取  $0^{\circ}\text{C}$ . 之冰二塊，合而壓之，則結而為一；壓雪於一圓柱中，則變為透明之冰塊。以手壓  $0^{\circ}\text{C}$ . 之雪，可使其成堅硬之雪球。設取一金屬絲，兩端繫以重物而繞於冰塊之上，則絲漸沒於已熔之冰內，絲以上仍復結冰。滑冰者皆知近於  $0^{\circ}$  之冰，較在  $0^{\circ}$  下數度者易滑。總上數端，降低熔點，皆需加以壓力，且有時可為甚大。又若冰雪之最初溫度不甚低，則必有一部熔解，僅能於壓力減去時而再結冰。設冰雪之溫度太低，則壓力不能使熔點降至最初溫度之下，而不生熔解。馬路上壓實之雪，正同此理，其著者，雪受壓而成冰山，熔解而成冰川 (regelation)。冰山流入深谷之原因，半由於上述之影響，冰在大壓力下熔解，水向下流，於是壓力已減而復行結冰。

802. 晶體與非晶體——於一定溫度下，由固體猛變為液體，為有一定晶狀結構的固體之特性，已討論矣。無此種結構之固體，名曰非晶體，脂肪，蠟，玻璃及多數之合金皆屬之，此等物質，由此能漸變為彼態，即自開始熔解以至全體熔盡時，溫度漸漸上升，無一定之“熔點”。非晶體尋常皆為混合物。但間有合金為化合物者，有顯著之晶狀構造及特

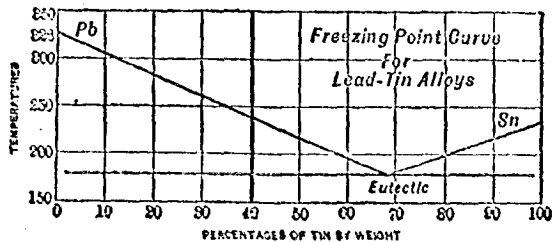


圖 195——合金之凝固點，上線，凝固開始；下線，凝固終了；易  
融合金有顯著之凝固點。

固定之熔點。圖 195 所示，為簡單合金之熔點曲線。

803. 凝固時體積之變化——多數物質凝固時收縮，固體沉澱於液內。而鐵，錫，鎂及幾種可鎔金屬之合金（鉛，鎂，錫），凝固時膨脹，對於工業上極為重要，以之鑄型，特別清楚。水因凝固時，則膨脹，可使水管破裂，可使植物細胞破裂而死，可使巖石巨樹炸裂。精製之乾種子，可貯於液化空氣內而無傷，但稍有水氣，必致死亡。

804. 溶液之凝固點——稀薄溶液，如海水是，凝固點皆較純溶劑為低，而稀薄溶液凝固點之降低，約與溶解物之量成比例，此等事實，知之已久。每克分子之鹽類溶於 100 克之溶劑，凝固點之降低量，名曰凝固點之分子下降度 (molecular lowering of freezing-point)，可由溶液之稀度算出。近世研究，證明多數鹽類，若使其溶解量與分子量成比例，則溶劑凝固點降低之度相同，然尚有其他鹽類，所生之下降度可二倍或三倍焉。

根據分離說 (dissociation hypothesis)，非常大之下降度，由於分子之分離，而非常小之下降度則由於分子之合併。例如食鹽溶於水，則分離為 Na 及 Cl，使溶液易於傳電，凝固點之分子下降度約為  $3.6^\circ$ 。設稀薄溶液之溫度遠在飽和溶液凝固點之下，則純溶劑取與結冰，而與溶液分離。散熱器內之酒精及水先凝結為膠狀之冰與水之混合物，其餘為較濃之溶液，繼續冷卻，待至全體結為兩種固體之混合物時，則達於一定濃度（與壓力有關）。此混合物名曰冰鹽合劑 (oryohydrate)。與此相當之合金，名曰易融合質 (eutectic)，(圖 195)，其熔點較諸其他百分配合，均為最低。

805. 溶解熱——使 1 克之固體，在熔點之下，變為同溫度之液體，所需之卡數，名曰物質之溶解熱 (heat of fusion)。尋常將混合法加以改良，即可測定溶解熱。

例如，設

$M =$  熔解物質之克數，

$t_3 =$  加入量熱器時，物質之溫度，

$t_m =$  物質之熔點，

$t_2 =$  量熱器之最終溫度，

$t_1 =$  量熱器之最初溫度，

$m =$  水之質量，

$\Sigma m_1 s_1 =$  量熱器之熱容量，

$s_1 =$  物質熔解時之比熱，

$s_2 =$  物質為固體時之比熱，

$L =$  熔解熱，

則

$$(m + \Sigma m_1 s_1)(t_1 - t_2) = M(s_2(t_m - t_3) + L + s_1(t_2 - t_m))$$

由此式可算得  $L$ 。

表 九  
熔 解 熱 (每克卡)

鉛.....	77	水銀.....	3
銅.....	43	白金.....	27
冰.....	79.6	砒石.....	9
鎂.....	5	銻.....	26

306. 汽化——由分子方面觀之，汽化 (vaporization) 即分子脫離分子引力而飛散之義，當此等分子脫離液體之時，則損失動能而得位能。因運動最快之分子首先飛出，故所餘分子之平均動能，較液體最初之平均動能為小，故汽化可使液體冷卻。若汽被封閉於液體之上，則

必有汽分子擊於液體表面而復成液體，故若每單位體積之汽分子數（即汽密度 vapor density）增加，則每秒鐘返回液體之分子數必亦同樣增加，直至最後返回之平均數等於脫離之平均數而止。當此之時，汽與液體平衡。至可成平衡之汽密度，則視溫度而定，即視分子之平均速度而定，其壓力亦然。與液體成平衡之汽，稱之曰飽和汽 (saturated vapor)，平衡之壓力，稱之曰飽和汽壓 (saturated vapor pressure) (或汽壓力 vapor tension)；對於已知之物質，僅與溫度有關。若勿使汽集於液體之上，則仍不飽和，未達平衡，故液體因汽化而漸漸消滅。

表 十  
水之汽壓及汽密度

溫 度	汽壓(mm. of Hg.)	飽和蒸汽(密度[每立方米(Cu. m.) 空氣內蒸汽之克數])
-20°C.	0.770	0.892
-10	1.947	2.154
0	4.579	4.855
10	9.205	9.830
20	17.54	17.118
30	31.83	30.039
40	55.84	50.925
50	92.54	.....
60	149.5	.....
70	253.8	.....
80	355.5	.....
90	525.8	.....
100	760	.....
140	2709	.....
180	7514	.....
260	35127	.....
360	139480	.....

吾人雖未能明瞭最大汽壓與溫度之一般關係式，然往往僅憑經驗所得，已足應用。表 10 及圖 196 所示，為水之最大汽壓及溫度之相當值。圖中各點代表水質之物理狀態；曲線上各點表示水在此條件下，可以為汽，亦可以為液體，或二者為平衡，例如，溫度為  $140^{\circ}\text{C}$ ，壓力為  $270 \text{ cm.Hg}$ ，是也。設第增壓力，而無適當溫度之增，則必達另外一點，汽將盡行凝結；又若第增溫度而無適當壓力之增，則水將盡行汽化。故此曲線代表平衡狀態，而將其餘者分為二組，右下方之各點盡代表汽組，左上方之各點盡代表液組。

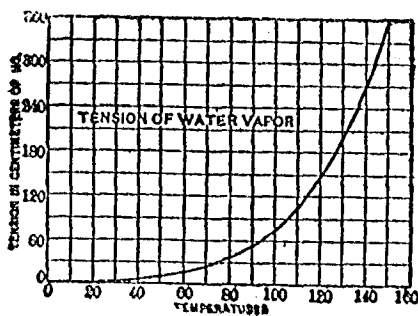


圖 196——各種溫度下飽和水汽之壓力

307. 濕度——對於某已知溫度，若現存之氣體不與汽起化學作用，則飽和汽壓不受此氣體之影響。當吾人云空氣為水汽所飽和時，意指汽飽和矣。故水面上有空氣時，絕不影響平衡時所必需之汽壓，但若未達於平衡狀態時，稍影響汽化之遲速耳。

因水面或潮濕物體，如人體是，汽化之遲速，視空氣內水汽之飽和程度而定，故其影響於氣候也甚大。汽化生冷，吾人已知；故空氣愈不

飽和，汽化必愈速，天氣亦必愈冷。空氣乾燥之夏日溫度，較空氣近於飽和時為爽適者，職是故也。空氣之有效乾度 (effective dryness)，視其去飽和遠近而定，而名之曰濕度 (humidity)，任何容積內現存之水汽量與同溫度時飽和所需水汽之量之比率名之曰相對濕度 (relative humidity)，每立方釐米空氣內所含水汽之質量，名之曰絕對濕度 (absolute humidity)。

設有汽 (或空氣及水汽) 於此，使壓力大約不變，亦不再加汽而熱之，則必膨脹，熱空氣中之汽，即其例也，故每單位容積內之汽之質量減少。但溫度愈高，所需之飽和密度亦愈大，有此二因，故有效乾度亦增。故若冬日室內空氣太乾燥時，既不舒適，又不衛生。

濕度之測定，名曰測濕法 (hygrometry)，乾濕球溫度計 (the wet and dry bulb hygrometer) 為二溫度計構成，一溫度計之玻球，包以濕布，亦浸於水杯內。濕球受汽化影響，較乾球為冷，空氣愈乾燥，兩計所記之溫度差亦愈大。登記溫度差及乾球之溫度，可由表上查出相對濕度及絕對濕度。欲得精確之結果，須使二溫度計周圍之空氣流通。

假令乾濕球溫度計在空氣內迅速攪動，則結果更為可靠，此為濕度計，名曰“懸掛攪動濕度計” (sliding psychrometer)。溫度亦可由露點測定，即空氣內現存之水汽，飽和時之溫度也。圖 198 所示，為 Regnault 氏露點溫度計。一溫度計插於中部之瓶內，由瓶內所貯液汽化之作用而生冷，水汽在外部金屬面上開始凝結之溫度即露點。在懸掛

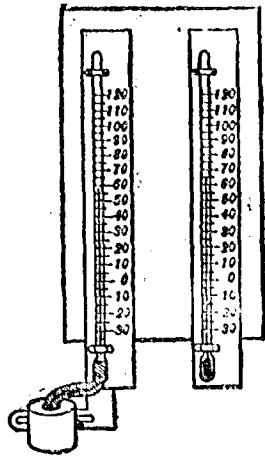


圖 197

室溫時，適當之相對濕度為百分之 60 與百分之 70。欲維持此濕度，須令水在爐內或室內汽化。由上所述，則欲使在爐內汽化，須使熱空氣（非尋常之冷空氣）通過水面，以便蒸取多量水汽，庶不至因繼續加熱而乾燥。假溫度為  $68^{\circ}\text{F}$ ，房間長 40 呎，寬 30 呎，高 25 呎，容積約為 30,000 立方呎，欲維持百分之 70 的相對濕度，約須 22.5 磅或 2.8 加侖之水，尋常每具須供數倍此量之水，以維持適當溫度。

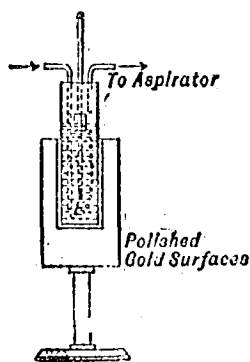


圖 198

808. 沸點——液體之沸點，為其飽和汽壓，等於液體表面上之大氣壓力時之溫度。

在此溫度時，液內發生汽泡而逸出液面，汽泡之發生及逸出，名曰沸騰 (boiling)。故液體表面上之壓力愈大，沸點必愈高，沸點隨壓力而變，恰似飽和汽壓隨溫度而變。測定沸點，須置溫度計於汽內，而勿置之液內，且使勿因輻射作用而得熱或失熱，及因液體凝結其上而得熱或失熱。

表 十一

在一氣壓下之沸點

物質	沸點
醇 (ethyl) .....	78.3°C.
石腦油 .....	80.2
二氧化碳 .....	-78.2
液態 (chloroform) .....	61.2
醚 (ethyl) .....	34.6
煤 .....	2450
水銀 .....	357
氧 (液體) .....	-182.9
戊烷 (carbon) .....	36.2



309. 壓力對於沸點之效應——測定沸點隨壓力之變化，可封閉液體而沸之，用抽氣機將其面上之空氣壓力減小，而測發生沸騰時之溫度。設液體上部之空間，僅含有飽和汽，驟減其壓力，則可立刻再沸，例如，貯水瓶中，使其溫度略低於沸點而封閉之，傾冷水於瓶上，則瓶中之水可立即沸騰。水之沸點之壓力變化，恆利用之以測山頂之空氣壓力，於是可略知其高度。水在  $100^{\circ}\text{C}$ . 左右，壓力每改變 1 釐米沸點之變化約為  $0.37^{\circ}\text{C}$ .

表 十 二

水之沸點隨壓力之變化

壓力 (以 mm. Hg. 計)	沸點	壓力 (以 mm. Hg. 計)	沸點
680	96.91 C.	740	99.25
690	97.32	750	99.63
700	97.71	760	100.
710	98.11	770	100.37
720	98.49	780	100.73
730	98.88		

310. 影響沸騰之其他條件——汽泡易否發生，條件不一，例如液體內有溶化之氣體，或小固體是也。故置碎玻璃或固體物於沸騰之液體中，可免汽泡之激烈衝出。若純淨液體中溶解有不揮發 (non-volatile) 之物質，則其沸點恆增高，水內有糖，即其例也，但若溶解有揮發 (volatile) 物質，則其沸點亦可增高，亦可減低，例如，酒精與水之混合液，其沸點低於水而高於酒精。揮發物質與揮發物質混合，則沸點可高於二成分，亦可低於二成分，但不揮發之被溶質 (solute)，對於稀溶液，則沸點之增高，與所加被溶質之質量成正比，且同量之溶劑 (solvent) 內，若其所含被溶質之克分子量等，則沸點之增高約相同。每克分子量溶解於 100 克之水內，沸點之增高率約為  $5^{\circ}$ ，此增高率，名曰沸點之分子增高率 (molecular rise of the boiling-point)。

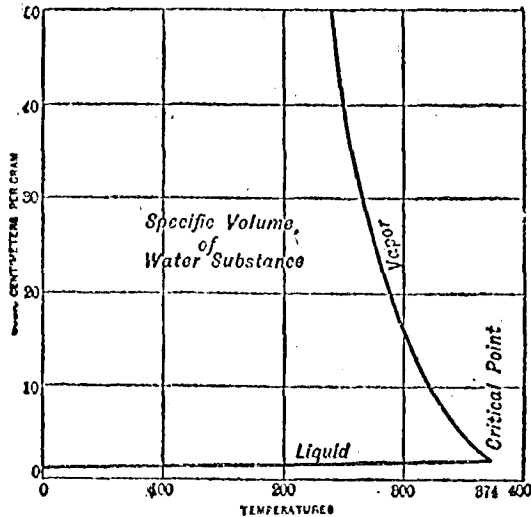


圖 169——各種溫度下液體之比體積及飽和汽

311. 比容及汽密度——汽化時容積之增加，尋常皆為甚大。例如，1 克之飽和蒸汽(steam)，在溫度  $100^{\circ}\text{C}$ . 時，所佔之容積為 1671c.c.，而 1 克之水，在溫度  $100^{\circ}\text{C}$ . 時，僅佔容積 1.043c.c.。凡 1 克物質之容積，名曰該物質之比容(specific volume)，等於  $1/\rho$ ，此處  $\rho$  為密度。若溫度增高，則飽和汽之比容減小，而液體之比容增大。圖 199 所示，為水及蒸汽在各種溫度時之比容。在某一定溫度時，液體及汽之二比容相等。此溫度名曰臨界溫度 (critical temperature)，將於 §319 中詳論之。

312. 汽化熱——於一定壓力之下，使 1 克物質，於某溫度，從液體變為同溫度之汽，所需之卡數，名曰汽化熱 (heat of vaporization)。測定汽化熱，尋常用混合法，使由沸騰液體發生之汽，通入沒於量熱器水中之瓶內，汽在瓶內凝結，而放棄其熱量。設有  $M$  克之汽，溫度為  $t_s$ ，

凝結時，使  $m$  克之水量熱器（熱容量  $\Sigma m_1 s_1$ ）之溫度由  $t_1$  昇至  $t_2$ ，則

$$M [L_i + s (t_2 - t_1)] = (m + \Sigma m_1 s_1) (t_2 - t_1)$$

設凝結汽之比熱  $s$  為已知，則由上式可算得  $L_i$ 。

因在一定壓力下汽化時，容積之增加，常為甚大，故當蒸汽發生時，汽必作外功。故可視汽化熱由兩部構成，一為內部的，增加分子及原子之位能，一為外部的，即膨脹所作之功。

汽化熱隨溫度之增而減，在臨界溫度時而為零，如 §318 所述，此時液體與汽之區別消滅。使 1 克之物質，在  $0^\circ\text{C}$ . 從液體變為溫度  $t$  之汽，所需之熱量，名曰蒸汽在溫度  $t$  時之總熱量(total heat)。設  $H_t$  為總熱量，再假定比熱與溫度無關，則

$$H_t = st + L_i$$

液體蒸發時，可使所餘液體冷卻，亦可吸取周圍物體之熱——故蒸發(evaporation)則生冷。蒸發之遲速，與熱量供給之遲速有關；故液體在金屬器內沸騰，較在不傳熱之器內為激烈。此所以蒸汽之汽化熱，在汽暖室法(steam-heating systems)上之功效為最大也，此熱由汽鍋供給，而在散熱器內放出（位能復變為動能）。蒸汽在散熱器內凝結。夏日利用手扇或電扇，為此過程之反例，即空氣流通，蒸發增速，結果生冷。

表 十 三  
汽 化 熱

在正常沸點每克卡 (calories per gram at normal boiling-point)

酒精 (ethyl alcohol).....	205	液化空氣.....	50
H <sub>2</sub> 液體.....	123	CO <sub>2</sub> 液體.....	98
O <sub>2</sub> 液體.....	58	水銀.....	68
N <sub>2</sub> 液體.....	50	水.....	539

813. 昇華——由固態直接變為汽態之變化，名曰昇華 (sublimation) 此種變化，或其反變化，直接凝固，常見者，為嚴冬時雪之蒸發，霜之凝結，及封閉於瓶中的樟腦之蒸發與復凝結等。昇華如蒸發及凝結然，每一溫度，即有一固定之汽壓，在此溫度時，固體與汽共同存在，互為平衡，而無互相變化。設在  $P$  平面上作一圖線，則得“霜線”或昇華線，平衡壓力隨溫度而降。昇華亦蘊有位能之增，及外功，故亦有昇華熱 (heat of sublimation)。

314. 不定態——液體有時可冷至冰點以下而不結冰，熱至沸點以上而不汽化，吾人於述物質在已知壓力及一定溫度時凝固，汽化，及凝結時，曾忽略之。然此皆反常與不定態 (unstable condition) 也，設一經開始結冰 (或沸騰)，則猛烈進行，待恢復常溫而止。小水珠在同密度之油中，於大氣壓力下，冷至  $-20^{\circ}\text{C}$ . 而不結冰，熱至  $178^{\circ}\text{C}$ . 而不沸騰，又白金及其他金屬細珠，冷至其尋常熔點數百度以下而不凝固，皆其例也。倘震動液體，或投微塵於液體，或置固體碎屑於液體，皆足使之開始凝固，同時微塵及多孔的固體碎片，皆足使之開始沸騰。設以鐵絲或紙片觸超過沸點之液體，則液體猝然沸騰，但鐵絲或紙片乾淨時，則無效。

汽之凝結，須有核心 (nuclei)，倘無核心，則遲遲開始。氫鹽，水珠，或所帶游子 (ions) 的帶電分子或原子，皆可為核心。游子是助大水珠之構成，因蒸汽與水珠平衡所帶之汽壓，水珠大則小，水珠靜電時則亦小，故此諸者之功效，多由於促進凝結之表面，比較上增大也。

315. 三態平衡點簡圖 (the triple point diagram) ——固體——液體，液體——汽，及固體——汽，三種平衡曲線，已討論矣，茲將三者合併於  $P$  平面內，如圖 200。因每一曲線兩側之面積，僅代表一態可以存在之條件，例如，凝固點曲線之左側為固體，右側為液體，

倘加考察，則知欲使三者共存，則三曲線必相交於一點。倘不相交，則三者所夾之區域，必與諸曲線所代表之意，完全矛盾矣。因每一曲線代表二態之可能共存條件，故交點所代表者，為固體、液體、汽三者可以同時平均共存之條件，而且為唯一之可能條件。此點名之曰三態平衡點 (triple point)，與水相當之溫度為  $+0.0172^{\circ}\text{C}$ ，壓力約為 4.6 mm. Hg。

關於三態平衡點之特性，此結論似與常識相左，因冰、水，及水汽僅可於各種溫度下同時共存也。但在此等條件之下，冰必融解，水汽必凝結，水必蒸發——至少平衡必消滅。故三態平衡點前圖所代表之特性，凡物質莫不皆然，惟氣在臨界點左右時為例外。

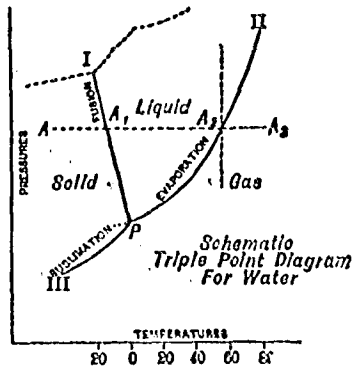


圖 200——三態平衡面之圖示

316. 臨界溫度——1822年，Cagniard de la Tour氏，對於液態與汽態之關係，曾有重要發明。氏貯酒精及其汽於玻璃管，封閉玻璃管而熱之。氏發見設在常溫之下，全容積三分之二為液體，溫度增高，則分離液體，與汽及由分子引力所生之彎月面 (§208)，漸漸平坦而不甚清晰，終至消滅不見。溫度約在  $248^{\circ}\text{C}$ 。以上時，液體與汽之分子引力相同（無彎月面），看不出何等區別。

可以分別出液態與汽態之極限溫度，名曰臨界溫度 (critical temperature)。溫度增高，則液體及其汽之比重漸近於相等，同時汽化潛熱漸減小，前已見之矣，茲就此諸事實之關係視之，更為明瞭。

317. CO<sub>2</sub>之等溫曲線——1863年，Androws氏封閉 CO<sub>2</sub> 於玻璃管內，維持其溫度不變，而貯水銀於管中以壓縮此氣體。氏測定壓迫此氣體至各種容積所需之壓力，同時使溫度不變，其所用溫度之次序由  $13^{\circ}$

起至  $48^\circ$  止。將相當之壓力及容積在  $PV$  面上作成圓線，即吾人所謂等溫曲線(isothermal curves)也，如圖 201 所示。

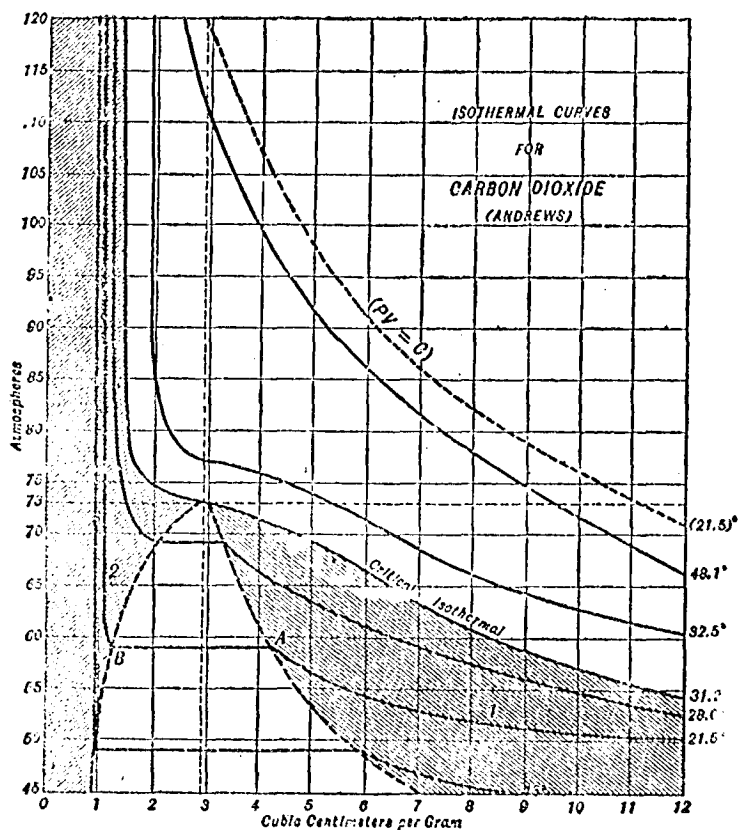


圖 201——二氧化碳之等溫曲線

如圖所示，在  $21.5^\circ$  時，由最初容積每克 12 c.c. 起，壓縮結果，於則壓力漸增，待至達 59 氣壓之壓力時（A 點），管中忽有液體  $\text{CO}_2$  發現。

過此無論容積如何減小，直至達  $B$  點止，壓力絕不增加。在此期間內，繼續凝結，直至汽完全變成液體而止 ( $B$  點)，過此點後，無論容積減小若干，皆需大增壓力，因液體尋常皆不可壓縮也。

設於較高溫度下，作同樣之實驗，則見開始凝結之時，容積較小，壓力較高，而停止凝結之時，容積較大，即物質半為汽，半為液體，具有可見之界面時，所估之容積期間 (volume interval)，所用之溫度愈高而愈短，待至溫度為  $31.2^\circ$  時，等溫線之水平部分消滅，在壓縮期間，不見液體與汽之區別。則  $31.2^\circ\text{C}$ . 為臨界溫度，所謂“液化”者，即使二態分離之意，故臨界溫度亦可定義曰：超過此溫度，倘僅用壓力使氣體液化，殆不可能。

線  $AB$  代表在溫度  $21.5^\circ$  時，液體與汽互相平衡存在之容積及壓力條件，其餘諸等溫線之水平部分，亦同此理。經過諸水平線兩端之虛線所包之面積，代表液體與其汽可互相平衡存在之所有物理條件，此曲線之最高點為臨界點，其坐標為臨界容積  $V_c$  (critical volume) 及臨界壓力  $P_c$  (critical pressure)，與臨界溫度  $t_c$  相對應。

318. 飽和曲線——臨界點右側之虛線部分，名曰“飽和曲線”(saturation curve)，此線顯然代表飽和汽之所有可能條件，因此圖線係對於單位質量而作，故此曲線各點之橫坐標，為飽和汽在各種溫度之比容。左側之虛線部分，名曰液態曲線 (liquid curve)，其橫坐標為在同溫度下液體之比容。由是觀之，則在臨界點，液體及飽和汽之比容變為相等也明甚。

超過臨界點，則液體與汽之區別消滅，物質連續的均勻的由稀而入

於密，由所謂易於壓縮之氣態而入於幾不可壓縮之液態。倘以適當方法改變壓力，容積，及溫度，則可使之由任何情形 1 而入於任何情形 2，而不經虛線曲線，即液體與汽永無區別也。此性質名曰“物態連續性”(continuity of state)。

設某物質之條件，為臨界等溫曲線以下，及飽和曲線右側之任一點所代表，尋常皆名該物質為汽，若為等溫曲線以上某點所代表，則名該物質為氣體，然此區別並不重要。此種  $\text{CO}_2$  之等溫曲線所代表之性質，確為所有曾經研究的物質之特性。

表 十四  
臨界點

物 質	臨界溫度 $^{\circ}\text{C}$ .	臨界壓力 (大氣壓)
空氣	-140	30
甲醇 (ethyl alcohol)	243	62.7
酒精	130	115
氫氣	-117	62.0
二氧化碳	30.92	73
氮	146	93.5
氧	-268.5	2.3
鹽酸	52.3	89
銻	-234.5	20
鉛	-146	33
鐳氣 (radium emanation)	101.5	62.5
水	374	101.0



310. 物態方程式——考方程式  $PV = RT$ ，對於道組臨界情形者，大皆無錯，但對於 201 之等溫曲線則不適用，故學者多擬推得若干方程式以代表之，嘗試者甚多，成功者則少。有之，其惟凡得瓦爾氏 (van der Waals) 方程式乎！此殆為物態方程式之最滿意者，其式為

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

式中  $a, b, R$  對於已知物質皆為常數。此式與實驗結果十分符合，但不經過等溫線之直線部分  $AB$  (圖 201)，而為一連續曲線，割  $AB$  直線於三點，如圖 202 所示。在臨界溫度

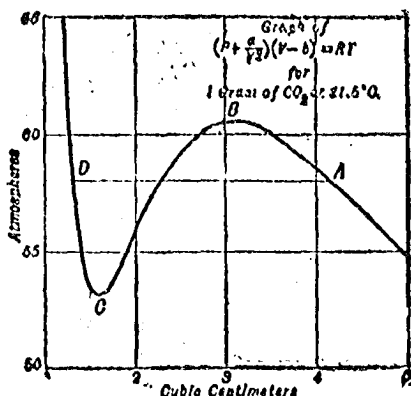


圖 202——凡得瓦爾氏方程式圖解

以下，連續由汽態過液態之可能性，例如  $DCBA$ ，為詹姆斯·湯姆森 (James Thomson) 所假定，去安德魯 (Andrew) 氏發明不久；但除却由  $A$  到  $B$  過度冷卻之汽，無凝結核心，及由  $D$  到  $C$  (過熱之液體) 部分外，實驗上未曾證實，且似為絕不能證實者，蓋因此設所代表之物態，倘增加容積，勢須增加壓力也。

對比態 (corresponding states) ——據凡得瓦爾氏 意見，對於各種物質，倘以臨界狀態  $P_c, V_c, t_c$  為單位，代替大氣壓，立方釐米，及攝氏溫度，以計算壓力，容積，及溫度，則無論對於何種物質皆不含特別常數，例如“物態方程式”，凡物質莫不相向矣。倘皆為此同一  $P, V, t$  之對比值所代表，則凡物質之態必為對比。然則此“對比態定理”為凡得瓦爾氏 方程式之必需結果矣，此定理可引用於相關之物質，既妥當而又便利，但非為盡善耳。

320. 熱力面——假將因 201 諸等溫度沿溫度軸各區於其適宜位置，通過諸軸作一平面，即成圖 203 所示之熱力面 (thermodynamic surface)，面上各點之坐標代表 1 克物質之平衡條件。在此圖所示條件之下，物質可為液體，可為氣體，亦可為各題之混合。至於三態平衡曲線及等溫曲線顯為  $Pt$  或  $PV$  平面上諸線在熱力面上之投影。

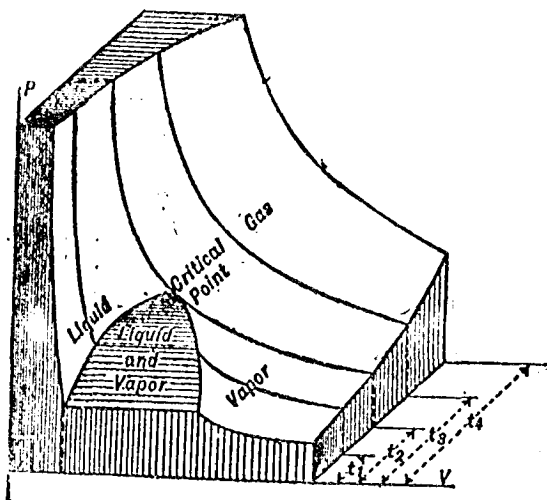


圖 203——熱力學面，座標為  $P, V, t$ 。

821. 氣體之液化——法拉的氏 (Faraday 從 1823 年起) 用壓縮及冷卻使前人不知其可為液態之二氧化碳，二硫化炭，氯及數種其他氣體液化。據吾人現在所知，氏所用之溫度，顯然在臨界溫度以下，但直至 Andrew 氏發現欲使氧，氮，空氣等液化，大概需極低溫度及極高壓力時，此問題尚未大白，約遲至 1877 年，尚名氧，氮，空氣等為永久氣體。今也，此問題已成發明求極低溫度方法之一，且此問題已得如此成功之解決，即凡已知之氣體，皆可使之液化也。茲將求低溫所用之方法，列舉如下：

1. 化學方法，或利用冷劑法，即混合物分離或化合時吸收熱量，因而減低溫度。利用此法所得之最低溫度為  $-82^{\circ}\text{C}$ ，由固體  $\text{CO}_2$  與液體  $\text{SO}_2$  混合而得。近世液化手續，不用此法。

2. 蒸發方法，圖 204 所示之氮發冷法，係說明此法之應用。壓縮器將液體上面之氮氣抽出，壓縮之，迫入於蛇管，受流水之冷卻，而放棄其汽化熱及壓縮熱而復變為液體，經過還原活門而返入蒸發室。蒸發室

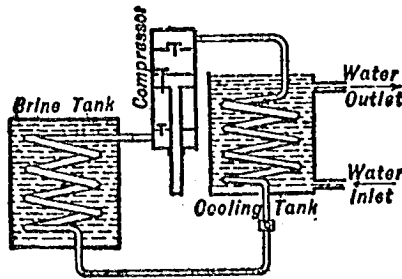


圖 204——氮發冷法

為須受冷卻之物所包圍（在尋常發冷器內多為環流之鹽水），使氮汽化所需之熱，即吸自此物。故氮在蒸發室內吸收熱，在冷卻圈內損失熱。

亦有將數個氮流系串聯者，例如，第一內貯  $\text{CO}_2$ ，第二內貯  $\text{SO}_2$ ，排列時，利用  $\text{SO}_2$  之蒸發，使  $\text{CO}_2$  冷卻，此種排列，名曰串聯法 (cascade method)，1877 年，皮得特 (Pictot) 利用此法，使氧液化。以數百大氣壓力壓空氣於管中，以  $\text{CO}_2$  包圍之，蒸發結果，可冷至  $-140^{\circ}\text{C}$ 。參考表 14，氧在此壓力及此溫度時必為液體。設將活門打開，則氧逸出，但白色之流線，足證有液體或固體之存在。設將串聯系中再加入幾個冷卻步驟，則可得非常低之溫度，如是，可使氧，氮，氫等在大气壓力下液化。

### 8. 不平衡膨脹再生液化法 (regenerative unbalanced-expansion)

sion method)。——除氫外，所有氣體，當迫之通過小孔時所感受之冷卻，吾人曾已論及（§206）。此冷卻對於空氣，壓力每減一氣壓，約僅  $0.25^{\circ}\text{C}$ ，但溫度降低則冷卻增速。故如圖 205 所示，若導已冷卻已膨脹之氣體，返回包圍流進之壓縮氣體，則可使之冷卻，發生膨脹時之溫度必漸漸低降，待至最後，即有一部分氣體，因膨脹而液化。

Linde, Hampson 及 Tripler 三氏曾分別發明應用此原理之機器，此法在近世用途頗廣，商業上及科學上，皆利用之以液化氧，氮及氫等。利用此法，每點鐘消費 10 馬力之壓縮功，可製成 2 至 4 立升之液化空氣，最初壓力為 120 至 200 大氣壓。據 Olzewski 氏實驗結果，氮在尋常溫度下冷至  $-80.5^{\circ}\text{C}$ ，其熱效應為零，在此溫以下，則有冷卻效應，故若最初即使氮冷至  $-80.5^{\circ}\text{C}$  以下，則可用不平衡膨脹法使之液化，1898 年，杜瓦 (Dewar) 氏首作成之。

4. 平衡膨脹再生液化法 (regenerative balanced-expansion method)。——此法第一步壓縮氣體約至 40 氣壓，再以“交換器”部分冷

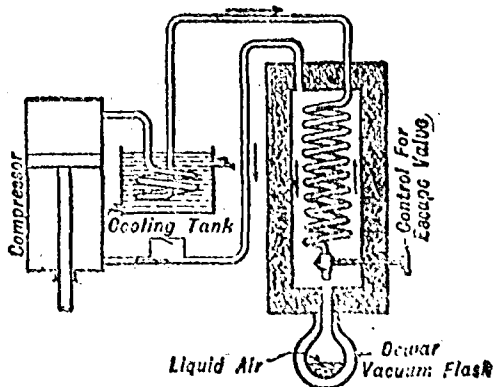


圖 205——Linde 氏液化空氣機

卻之，其器與 Lindo 氏法所用者類似。再使受壓縮及已冷卻之氣流入圓筒，而令其反對活塞而膨脹，於是因作外功及內功故，而復行過冷，可達  $-180^{\circ}\text{C}$ . 或更低。再導其膨脹過之氣體包圍液化器之外面，器內所貯空氣之壓力為 40 氣壓，氣體冷卻是使一部分空氣液化。膨脹之氣體於吸收液化器之熱量後，復導之經交換器而入於壓縮器

此方法之所以優於 Lindo 氏諸法者，在於氣體所作之外功較大也，故結果冷物亦甚。又因其對活塞作功，故可利用此功。克勞德 (Claude) 氏合併以上三步相同之膨脹，可於每分鐘 10 馬力下得 9 立升之液化空氣。

1907 年，坎麥耳林昂奈司 (Kammerlingh Onnes) 氏用平衡膨脹法，曾使最難液化之氣體，氦氣 (helium) 液化，氦之沸點在一氣壓下為  $-268.5^{\circ}\text{C}$ . 於 1 釐米水銀壓力下，令氦蒸發所得之最低溫度約為  $-272^{\circ}\text{C}$ .，或約在絕對零度以上  $1^{\circ}$  此種特殊低溫度，可用貯低壓氦的氣體溫度計測之，亦可用熱電偶溫度計或電阻溫度計測之。

表 十五

大氣壓力下各種物質之沸點及低壓下沸騰之溫度

物 質	沸 點 (大氣壓力)	壓 力 (以 mm. Hg 計)	沸 點 (低 壓)
銀	-180.2	300	-194.2 $^{\circ}\text{C}$
二 氧 化 炭	-78.2	2.5	-130
氧	-208.5	10	-270
氮	-252	...	-256
氫	-109	2.4	-257.5
氖	-195.8	80	-210.6
氬	-183	200	-194
鎊 氣	-62	9	-127

## 熱之傳播

### 322. 對流 (convection), 傳導 (conduction), 及輻射 (radiation)

——熱以三極不相同之法傳播。

對流者，熱藉物質運動之傳播也，例如，熱空氣可離火爐而上騰是

傳導者，熱在物質內流通或利用物質而流動，但不隨物質運動之傳播也。例如，以火燒鐵桿之一端而彼端亦熱是也。

輻射者，熱通過空間而無需乎物質之存在者也，例如，熱通過白熱燈泡之真空是也。

323. 對流 液體及氣體，因溫度增高而密度改變，發生對流。密度到處不同之液體或氣體，僅能於最密者處於底層，且由底至頂，密度按規減小時而平衡。因液體及氣體皆熱則膨脹(在 $4^{\circ}\text{C}$ .以下之水爲例外 §278)，故密度減小，受熱部分必上騰，於是熱物質向上對流，而冷者向下對流以代替之，設加熱於封閉液體或氣體之頂部，則無對流，( $4^{\circ}\text{C}$ .以下之水除外)。

茶壺烹茗，壺底之水受熱而分佈壺中，及熱水生緩裝置中熱之分佈，(圖 206)皆爲液體對流常見之例。水在  $A$  受熱，通過  $B$  而上昇，在輻射器內冷卻後，由  $C$  降下。大規模之對流，如墨西哥海灣流出之熱流(Gulf-Stream)，日本海之暖流，及其他近赤道洋面之熱流，皆由對流所致。(至少一部分由於對流所致)。返回時成爲冷流，由海底流向赤道。

熱空氣緩室法，乃利用氣體對流之理，熱空氣自火爐上騰，而入氣管及氣門 (register)，至於冷空氣之供給，尋常皆來自室外。此法可加以改良，使熱空氣經過房屋之最冷處而復入於火爐，如是可使室內空氣十分流通。

“自然通風” (natural ventilation) 亦藉對流作用，緩室空氣由屋頂之出口流出，冷鮮空氣自屋底之入口流入。煙囪之自然外吸亦同此理；煙囪愈高，則不受擾亂之煙氣柱愈大，故外吸愈強。在熱空氣及冷空氣之混流中視物體，則物體常似搖動者，蓋日光在熱空氣與冷空氣中，傳播之速度不同也。若極目於烈日下之平原，或煙熱之路路上，或火爐之旁，皆可見此現象。

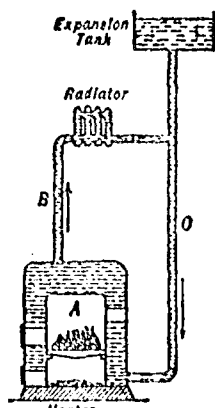


圖 200

風多由對流影響而起，清晨風恆由海向陸，夜間風恆由陸向海，即其例也。清晨大陸先熱，故風由海面吹回，以代替陸上之熱空氣，夜間海面後冷，故風吹向海洋。

### 熱之傳導

824. 傳導熱之特性——傳導者，熱在物質內流通或利用物質而流通，但不藉物質運動之傳播也，已如前述，熱通過壺底而達於壺中之水，即其例也。

查熱在兩點間流動之方向，或由  $A$  至  $B$ ，或由  $B$  至  $A$ ，與  $A$  及  $B$  之相對溫度有關，故熱恆自高溫之點流向低溫。設其餘情形不變，則兩點間之溫度差愈大，每秒內流過之熱愈多，故烈焰上之壺水較文火上者沸騰為速。但若火與水之溫度差一定，則壺底薄者較壺底厚者沸騰為速。 $A, B$  兩點間之溫度差，以兩點間之距離  $l$  除之，或  $A, B$  兩點間每

釐米之平均溫度低降， $\frac{t_A - t_B}{l}$ ，名之曰溫度梯度 (temperature gradient)。綜合上述傳導與溫度差及距離之關係，可一言以蔽之曰，兩點間每秒傳導之熱量，與溫度梯度為正比。茲仍以壺為例，與爐接觸之壺底宜寬，故若其餘情形不變，則每秒內傳導之熱量，與熱可以流過之面積為正比。

又若其餘情形不變，熱流之迅速，與其必需經過之物質為何，關係殊巨，故物質約可分為“良導體”與“不良導體”。良導體者，於一定條件下，可容多量之熱流過者也，尋常多為金屬；不良導體者，只容少量之熱流過者也，尋常多為非金屬，如木，玻璃，石棉，皮革，亞麻布等是。此等區別之例證，不勝枚舉。一玻璃杯熱水可以執，若以金屬杯貯此同量熱水，則灼手而不可觸矣。熱器之柄皆木製，若為金屬製，則皆包以繩索之類，以便手執。設有二物體，一為金屬，一為木料，溫度相同，且低於手之溫度，觸之以手，則覺金屬者較冷，蓋因金屬得自人手之熱量，立刻散佈於其全體，同時，因木之不良傳導故，熱仍留於手木相接之面，而溫度驟增。故觸木覺其溫者，殆因被觸之處，木質較溫耳。（已觸之後），熱流過物體之迅速，不僅與物體之質料有關，且與其再分之條件及密度有關。故鋸屑傳熱，不如木料之速且易，而瓶塞傳熱甚微者，多由於空氣洞減少其有效橫斷面也。潮濕之物，較乾燥者易於傳熱，蓋因水較空氣易於傳熱，濕性體之微孔，皆為水所充滿也。

物體傳熱之特性，名曰物體之導熱性 (thermal conductivity)，此特性之數量，名曰導熱係數。(coefficient of thermal conductivity)。

325. 導熱係數 —— 為綜合上述之理而予導熱係數以正確定義起



見，如圖 207，設有方柱，長度為  $l$ ，橫斷面積為  $A (=ab)$ ，一端之溫度為  $t_2$ ，他一端之溫度為  $t_1$ ， $t_2$ ，均一不變，熱由  $t_2$  端傳至  $t_1$  端時，不令柱邊失熱。設  $H$  為  $T$  時間內傳過之熱量，則由上所述，對於已知物質。

$$H \propto \frac{T(t_2 - t_1)A}{l} \quad (1)$$

若加以適當之比例因數  $K$ ，則上式可改為等式，即

$$H = \frac{KT(t_2 - t_1)A}{l} \quad (2)$$

$K$  為該物質之導熱係數。設命  $A=1$ ， $T=1$ ， $t_2 - t_1 = 1^\circ$ ， $l=1$ ，則  $K=H$ ，或  $K$  為具有單位均勻溫度梯度之物質，每單位時間內，每單位面積傳導之熱量。若以 C. G. S. 制計，則此單位當為釐米秒，攝氏溫度及卡。按上文  $K$  之定義，係指一定平均溫度  $(t_1 + \frac{1}{2})^\circ$  時而言，但因  $K$  隨溫度而變，故除非  $K$  代表  $t_2$  及  $t_1$  間之平均值，及溫度梯度為均勻外，對於大溫度差， $t_2 - t_1$ ，方程式

(2) 即不真確。

$K$  之測定法，多以方程式 (2) 為基礎，但原理上雖甚簡，而欲求精確則甚難。

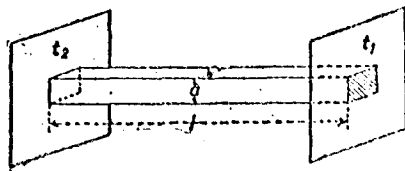


圖 207

假定柱之資料均勻，而其兩端之溫度又固定，例如  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ ， $t_1 = 0^\circ\text{C}$ ，各與蒸汽及冰相接觸，各邊皆不失熱，則由冰融解之量，可知

時間  $T$  內通過柱之熱量，由又柱之長度及橫斷面積，可算出  $K$  之值。此當為  $K$  在  $0^\circ$  及  $100^\circ\text{C}$ . 間之平均值。測一定時間內傳熱之量，亦可用其他量熱法。若用不良導體作實驗時，則需用片或板，以便傳熱速率，可以測出。

地殼之平均溫度梯度，近表面處約為每 144 呎深  $1^\circ\text{C}$ 。數千呎處約為每 90 呎  $1^\circ\text{C}$ 。故地球自內向外漸失其熱，但因巖石土壤之導熱性低，故所失甚微。因每日地球面溫度之改變，入地內不過 3 呎，每季不過 50 呎，正同此理 (§288)。湖面結冰，為導熱性之極有興味之例，厚度之增，約與時間之平方為正比。

826. 液體之傳導——欲測定液體之傳導，須加熱於頂部，以免與對流相混，（ $0^\circ$  及  $4^\circ\text{C}$ . 間之水除外），因若由下部加熱，則熱脹之液體必上浮，但若由頂部加熱，則熱脹之液體可留原處。因液體多可透輻射熱 (§330)，故亦有誤輻射熱為傳導熱之處。液體之導熱性，尋常除水銀外，約等於低導熱性之固體，因水銀為金屬，故為良導體，又水及某種鹽液之導熱性，則介於金屬與非金屬導體之間。

827. 氣體之傳導——因氣體既易激動而又透明，兼之導熱性低，故氣體之傳導，尤易為對流輻射所掩。氣體中以氫及氦之導熱性為最大。由分子運動說視之，則此為自然之理，因氫及氦之分子量為最小。故在一定溫下，其分子速度亦最大，故分子間之動能傳遞亦最速。氣體之導熱性，尋常與壓力無關，此亦為理論上當然之事。固體中之空隙或固體間之空隙，如牆縫及冰箱之壁，布及皮毛之微孔是，多為低導熱性物體者，因孔隙中之空氣層為極低之導熱性物質也。

328 合金及晶體之導熱性——銅之導熱性，因壓縮而增大，鉛之導熱性，則愈煉而愈小。合金之導熱性，一般言之，並不與組成合金之成分成簡單比例，但若成化合物時，其導熱性可為極小。有向性固體，如木料及晶體等，導熱性與熱流之方向有關，就木料而言，順紋理時可較理時大二倍或三倍。若為晶體，則導熱之對稱值與精晶體相合，故方向不同，導熱性亦不同，試以薄晶體片一塊，一面塗以白蠟，穿過板心，與板面垂直貫一金屬絲。塗熱金屬絲，則蠟漸融化，融化之界限，尋常為隨圓而非圓，若板為無向性物質則必為圓。分割固體，則減低其有效導熱性已述之矣，但此與膠漆之能或棉布同理，非物質之本性改變，不過改變其混合之不良導物質（空氣）之量耳。

表 十 六

導 熱 係 數

C. G. S. 單位		單位	
物質	導熱係數	物質	導熱係數
鉛	0.504	鉛	0.083
黃銅	0.280	錫	0.142
空氣	0.00005	楓木	0.0608
三和土	0.0022	鉛	0.106
銅	0.918	瓷 (berlin)	0.0025
軟木塞	0.00013	煤(黑煤)	0.030
棉花	0.00001	煤(橫紋)	0.016
紙殼	0.004	鐵屑	
法蘭絨	0.00023	絲綢	0.00022
玻璃	0.0024	銀	0.074
金	0.700	錫	0.155
冰	0.005	水	0.0014
鐵	0.144	銻	0.265

329. 傳導之性質——吾人已承認分子，原子，電子動能之大部分皆為熱能，則此運動（熱）在物質中之傳佈也，當然由於分子之互撞。加

熱於物體之一面，則此面分子之平均動能必增，彼此互撞，必漸傳遞於運動較慢之分子，如此而傳於全體，迨似稠人廣眾之中，一處擾動，則往復擁擠，終必至全體紛然。

上述雖已成導熱性之普通觀念，但近世 J. J. Thomson 氏及其他學者皆採用完全不同之法，解釋之，實言之，即用 §. 62 所述之“自由”電子之對流解釋之也。依此假說，則加熱於物質之一部，即增此部分自由電子之動能，結果，不僅能由碰撞而傳播，且實增電子由熱處至冷處之速度。依此假說，則此等電子之運動，亦構成電流，物質為導熱者，如金屬是，亦易傳熱，而在尋常溫度之下，多數金屬之導電性與導熱性質有一恆比中，故導熱性之新解釋，對於此等顯著事實，殊易說明之也。自由電子傳導說，已證明可以解釋所有之觀察事實，由高壓 (布里希曼 (Bridgman)) 及低溫 (坎麥林昂奈司 (Kammerlingh Onnes) 氏之超導現象 §. 170) 所生導電性之複雜變化，用此解說，尤為簡易。若用以解釋導熱性與固體彈性之關係，則更為簡易，但更為複雜耳。

## 輻 射

830. 輻射能——輻射者能在空間傳播而無須物質之存在之傳熱法也。凡不藉物質而傳播之能，皆稱之曰輻射能 (radiant energy)，而不稱之為熱，蓋因熱為與物質有特殊關係之能也。若令太陽光經過玻璃而照於塗黑之溫度計上，溫度計確實可以甚熱，然玻璃仍冷，足證輻射能可通過物質，而仍非熱。輻射與對流及傳導，速率上大有區別。計核對流 (用煙氣或灰塵)，則知其速度尋常不過每秒數呎；插銀棒之一端於熱水中，數秒後，水面以上可有熱之效應者，不過數釐米；但若以不透光之屏蔽輻射，則雖距離甚遠，亦立刻發生熱效應。

往者咸認輻射為微粒之流，是認輻射為對流也。近世以輻射為波動 (wave disturbance)，與水面之波相似，如前在波動中所述者是也。水波由水分子上下運動而構成，波於水上下運動時而前進。輻射波中之擾

動，爲橫的 (§238) 電 (磁) 力 (§574)，當波通過某點時，此力之方向及大小必變，(恰似水分子由上而下時改變其運動)。又此力可使磁針運動，假如磁針小至可以受此力之作用。週期，波長，及波經過時所生電力之大小，或振幅，與水波內“波峯”之最高者相當，以上爲輻射波之特性。振幅定波之強度，定波所代表之能之多寡， (§239) 與波長絕無關係。強波可爲長波，亦可短波，長波可爲弱波，亦可爲強波。

331. 光與輻射——輻射在自由空間傳佈，與光速同 (§641)，其可受平面鏡之反射，及透鏡稜鏡等之折射也，亦與光同。由此觀之，足證輻射波確與光波之性質同，其實，光不過爲波長在 0.0004 與 0.00076 間之輻射波。及感目之輻射波耳。波之在全部已知輻射波長之一端者，其範圍約自  $1 \times 10^{-8}$  毫米至 0.3480 毫米，名曰輻射光譜 (radiation spectrum)。輻射光譜中之可見光譜 (visible spectrum)，顯然僅佔一小部分。光譜中所謂“紅外線”部分，波長較可見波爲長，所含之能，尋常亦較大，對於輻射熱，最爲重要，故稱此等波爲“輻射熱” (radiant heat)。輻射波可通過自由空間。其傳佈爲空間的基本性質之一。

輻射之波的觀念，似與近世用 X-射線所得之某種觀測 (Compton 效應) 相矛盾，據波動觀，X-射線必爲極短之波，約自 1 至  $10 \times 10^{-8}$  毫米。簡括言之，可以觀輻射有幾分似由能之“量子” (quanta) 構成 (當輻射於物質之時)，又有幾分似由波構成。觀就目前意見，輻射說可爲波動觀與微粒觀之合併。

332. 交換定律——如同 208，設將溫度不同之二銅球  $A, B$ ，置於真空內，而無令其接觸，則二者之溫度由輻射而漸成相等，概括言之，熱體  $A$  輻射其熱於冷體  $B$ 。設無改變  $B$  之溫度或  $B$  之條件，則  $A$  直可冷卻而爲二者之較冷者，於是輻射熱之交換，將由  $B$  至

A。因 B 並未受任何變動，故知 B 最初所輻射其熱於 A，不過 A 輻射於 B 之熱較多耳。此為普勒弗士特 (Prevost) 氏交換定律 (law of exchange)，根據此定律，則輻射達平衡時，乃雙方輻射能相等之結果，而非輻射停止之結果也。

833. 輻射之測定——欲測定輻射，則須使物體吸收輻射而生熱，而由輻射所生之溫度變化，測定熱量。欲使此方法可靠，則須用 §§208, 209 所述之熱電測溫法或電阻測溫法。

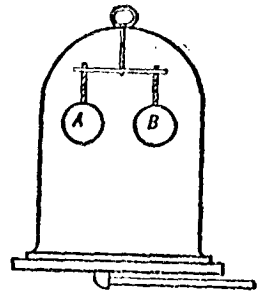


圖 208

圖 209, 及 210 所示之熱電堆 (thermopile)，由一個或數個不同金屬接頭構成，鐵與鎳或合金之接頭，或鎳與鎳鈣、合金之接頭，如圖 210 所示，其裝置如斯，即一組接頭受輻射，一組不受輻射。欲使所受之輻射能增多，則須以塗黑之銅盤或銅盤覆受輻射之接頭，不受輻射之接頭亦覆以同樣之盤，假以金屬絲連最後之二端

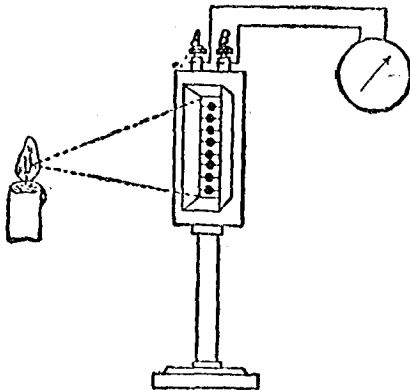


圖 209 ——測定輻射能之熱電堆

射，一組不受輻射。欲使所受之輻射能增多，則須以塗黑之銅盤或銅盤覆受輻射之接頭，不受輻射之接頭亦覆以同樣之盤，假以金屬絲連最後之二端

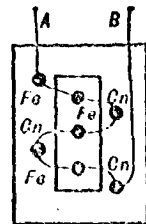


圖 210 ——熱電堆之外接頭及內接頭之裝置

於發微電流計，則雖一相接觸有極微小之溫度改變，約  $\frac{1}{1,000,000}^{\circ}\text{C}$  或更小，電流計所生之偏轉亦可顯出，雖有極弱之輻射落於受輻射之接頭上，電流計亦起響應。假設一單桿於 50 米外，其輻射亦可露出，即其例也。倘欲使之靈敏，則接頭之質量極小。

圖 211 所示之電阻測溫器，為最靈敏之儀器。此器之重要部分，為兩個併列之釐瓦爾薄片，(厚約 0.001 毫米)，二片之電阻恰等，接於惠斯登(Wheatstone)，電橋 (4468) 只要兩片電阻之改變不等，皆可以精確測出。假令一片受輻射，則其溫度必變，故其電阻亦變。

此外尚有一種極靈敏之儀器，即克羅斯射器 (Crooke's radiometer) 可用以測強或測定輻射熱。此器之重要部分為一極輕之銷直軸，軸上裝有若干個銷直葉板，狀如輪翼，以鉛或玻璃製成，交過於軸。一組葉板之相當面塗黑，他組

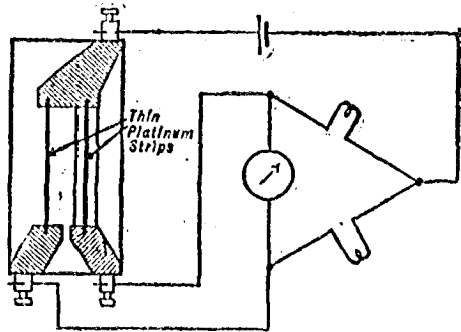


圖 211

均光，全體裝於鋼框上，而覆以玻璃罩，罩內空氣之壓力約為  $\frac{1}{1000}$  毫米的水銀柱。假設此器於太陽光下或其他強輻射下，則軸即旋轉，塗黑之面背入射線而運動。顯其作用極端複雜，然不外塗黑面之吸收力較強所致。因塗黑面較熱，故其上分子之運動較射光面上者為激烈，於是“反撞”空氣分子之力亦最強。尼科爾 (Nichols) 及普林士海姆 (Pringsheim) 曾將此器加以改良，可用以作精確之測定。

**334. 發射，吸收及反射**——發射 (emission) 為輻射波之起源。波能通過物質而轉變為熱。名曰吸收 (absorption)。凡不使輻射通過之物質，稱之曰不透射質，例如，木料金屬皆不透光是也。強性吸收物質的薄表面層之吸收，名曰表面吸收 (surface absorption)。設將此種面磨光，則亦可反射。

表面之吸收本領 (absorbing power) 等於該面所吸收之輻射能與

該面上總入射能量之比。一般言之，某已知面之吸收本領，視輻射之波長而異。設  $A_\lambda$  爲對於波長  $\lambda$  之吸收本領， $A$  爲對全體波長之吸收本領。 $A$  及  $A_\lambda$  之值實用上皆與溫度無關，表面之發射係數 (emissivity)，以厄格計。等於表面之每方釐米每秒內所放出之總輻射能。此輻射線面熱而生，物體愈熱，輻射愈強，即發射係數隨溫度而增也，以  $E$  代全體波長之總發射係數，以  $E_\lambda$  代波長  $\lambda$  之發射係數，或部分發射係數 (partial emissivity)。

表面之反射本領 (reflecting power)，等於該面所反射之輻射能，與該面上之入射能之比。物質不同，輻射之波長不同，則反射本領亦不同。例如，磨光之銀面，對於藍光，約反射百分之 82，對於黃光，約反射百分之 92，對於紅外波，約反射百分之 98，而磨光之鐵面，對於黃光，約反射百分之 57，對於紅外波，約反射百分之 78 至百分之 97。

表面之吸收本領與其發射係數有密切關係，可以證明，例如，取一帶有藍色斑點之白瓷燒之，在尋常溫度時，藍色斑點爲暗點，蓋因藍色斑點吸收光線最多，若在高溫度時，則藍色斑點變爲亮點，足證其發射之光線亦最多。同理，塗黑墨水於鎊上，燒之則塗黑水處最亮。故一般言之，良於吸收者皆良於發射。置物體  $B$  於一抽空的不透明器  $C$  中而試之，可證明其必如是。因交互輻射， $B, C$  之溫度漸等，當二者之溫度平衡時，則  $B$  每秒所吸收者，必恰等其所發射者。故若  $B$  爲良於吸收者，則必亦爲良於發射者，反之亦然。

若爲不透明面，則可吸收所有不受反射的入射線。故設  $I$  爲入射量，則  $I = AI + BI$  或  $A + R = 1$ ；同理， $A_\lambda + R_\lambda = 1$ ，有數種金屬，在



高溫時，其反射本領不一，波長不同，其反射之道亦異。

335 克希荷夫氏定律——克希荷夫 (Kirchhoff) 由理論上推导出吸收本領與發射係數之確定關係，後世稱之克希荷夫氏定律，其律曰發射係數與吸收本領之比中，在任何溫度下，凡兩皆同，或

$$\frac{E}{A} = E$$

同理，對於任何特殊波長

$$\frac{E_{\lambda}}{A_{\lambda}} = E_{\lambda}$$

$E$  及  $E_{\lambda}$  皆為常數，與溫度無異。

336. 完全吸收體及完全輻射體——假有面為，凡落於其上之輻射皆吸收之，則名之曰完全吸收體 (perfect absorber) 或黑體 (black body)，對於此面而言，則

$$A = A_{\lambda} = 1, \quad \text{因而 } E = E, \quad E_{\lambda} = E_{\lambda}.$$

換言之，即常數  $E$  與  $E_{\lambda}$  為黑體之總發射係數及部分發射係數。因  $A$  及  $A_{\lambda}$  永不能大於 1，故黑體在各種溫度下，皆具有最大可能之總發射係數及部分發射係數，故名之曰完全輻射體 (perfect radiator) 壁上開有小孔之不透明空腔，極與黑體近似，因輻射入小孔後，一部分在物體內部反覆反射，終至完全被吸收。極尖之空錐，或劈形之裂縫，具有不透明磨光之壁，無論為何物質製成，亦吸收所有的進入輻射。反之，不拘為圓球，為球形，或為裂縫，若其四壁受熱均勻，則在其四壁溫度下，脫離開洞之輻射，必為完全輻射，由 §335 視之，此輻射固與周圍之性質無異也。以上皆實用上之完全吸收體及完全輻射體也。

337. 全輻射與溫度之關係——凡物體之輻射，皆隨溫度而增加，但除完全輻射體外，其增加之定律，迄未發明，1883 年，波耳茲曼氏 (Boltzmann) 曾推出此定律，斯忒藩氏 (Stefan) 曾發表之，即

$$E = sT^4 \quad (1)$$

$T$  為面之絕對溫度， $s$  為一常數，據近世實驗結果，其值約為  $5.7 \times 10^{-8}$  厄格/方釐米每秒。依此定律，在絕對溫  $400^{\circ}$  ( $127^{\circ}\text{C.}$ ) 下，黑體面每小

釐米之輻射，可使 1 克之水之溫度每分鐘增  $1.5^{\circ}\text{C}$ 。設有溫度  $T$  之黑體面，輻射於其周圍溫度  $T_1$  之黑體，則由交換定律，純淨輻射本領，必為

$$E = s(T^4 - T_1^4)$$

然此僅可由黑體推得，對其他面，則為近似的。尋常之金屬， $T$  之指數約自 4.5 至 5.5 不等。若將上式重寫為

$$E = s(T - T_1)(T^3 + T^2T_1 + TT_1^2 + T_1^3),$$

設  $T_1$  與  $T$  相差無幾，則約得

$$E = 4sT^3(T - T_1) = K(T - T_1) \quad (\text{設 } T_1 \text{ 為常數}) \quad (2)$$

此結果與表示輻射及對流共同所失之熱量之公式相同，即所謂牛頓氏冷卻定律 (law of cooling) 也，牛頓氏之言如下：

由此物體至彼物體，因輻射及對流所失之熱量，與二者之溫度差為正比。此定律對於應用上甚為方便，若溫度差不甚大，則十分正確。

338. 能在光譜中之分配 一若輻射面之溫度增高，則平均波長發射之能亦增，但不為等比。由熱體發射之光，溫度漸增，顏色漸變，由紅而淡黃，而發白，最後而為藍白色，則溫度最高矣，此為常識所知之事。

對於某已知面，設以  $E_{\lambda}$  之值為縱坐標，相當之  $\lambda$  之值為橫坐標，對任一溫度作一圖線，則得此溫度下之能曲線 (onergy curve)。例如圖 212 所示，為在各種溫度時，完全輻射體光譜中能之分配。此等曲線對於各種表面，有一共同相似之點，即短波之發射弱。漸為最大，至長波而又減少。若輻射面之溫度增高，則曲線之縱坐標增加，最高點移向短波。

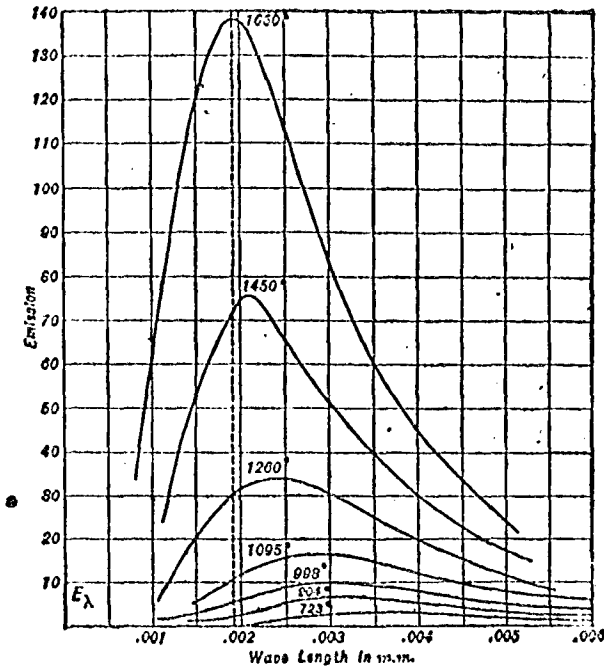


圖 212 —— 在各不同溫度下完全輻射體光譜中能之分配

按白熱物體，顏色漸變，能曲線之移動，結果致發射光線中之藍色增加，此理前已論及。完全輻射體在 100°C. 時，能曲線之最高點，約在波長 0.008 毫米附近，若輻射體為炭，在弧光溫度時，最高點移近可見光譜之邊緣處，若為太陽光，則在黃色處。

對於黑體，無論波長如何，用下式計算其發射 ( $E_\lambda$ ) 皆非常精確

$$\log E_\lambda = K_1 + \frac{K_2}{T} \quad (3)$$

$K_1$  及  $K_2$  皆為常數， $T$  為絕對溫度。倘輻射面不為黑體， $E_\lambda$  亦遵守此同一定律，但常數不同耳。

370. 輻射測溫法——輻射測高溫法 (radiation pyrometry) 者，由觀察全發射係數，或部分發射係數，隨溫度之變化，而測高溫之法也。目前之法，則欲測某面之溫度，須使由此面發射之各波長落於熱電堆上，而觀測伏特計或電流計之偏轉。於實驗之前，可觀測已知之溫度，將伏特計或電流計作一校正，以便直接讀出溫度。福利 (Féry) 或太文 (Thwing) 全輻射測高溫器，即因此種儀器。假以完全輻射體較準測高溫器，而用以測其他輻射面，則其非所測面之真正溫度，而為完全輻射體之溫度，其輻射必與所測面之總強度相同。此溫度名曰所測面之總亮度溫度 (total brightness temperature)，尋常較真正溫度為低 (不能高於真正溫度)。

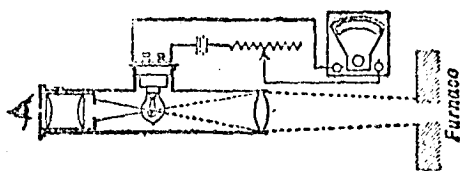


圖 213 —— 光測高溫計。安培計與比較燈之電流

光學測高溫法 (optical pyrometry) 則利用部分發射係數。欲測某面之溫度，取其一定波長 (尋常用紅光) 之輻射與標準光源比較，標準光源，尋常為一小白熱燈。此儀器，用時對熱體而視，改變電流，待至標準燈消滅時，而測燒標準燈所須之電流，用已知溫度之黑體校正測高溫器。第 275 頁所示之輻射定律方程式，可應用於任何輻射。應用此法，可測 3600° C. 以上之溫度。假所測之面非完全輻射體，則所得之“亮度溫度”小於真正溫度。郝爾包恩 (Holborn) 氏，模斯 (Morse) 氏，及萬奈爾 (Wanner) 氏等之光學測高溫器，均屬此種儀器。圖 213 所示，為郝爾包恩氏光學測高溫器。若測 1760° C. 以上之溫度，輻射測高溫法，為近世獨一無二之適當方法。

## 能 量 不 滅

840. 機械能變為熱 因熱者能也，又因機械能可變為熱，故測定若干機械能恰等於一單位熱量，乃為要務。以 C. G. S. 制計，熱之功當量者相當於一卡之厄格數也。其記號為  $J$ 。

1843 年，熱之性質說尚未完全推翻之前，焦爾(Joule)氏首先作此量之精確測定。1878 年，羅蘭得氏(Rowland)將焦爾氏之法加以改良，發表一最可靠之  $J$  的測定法。量熱器中貯水，器內裝有一組固定一組活動之輪翼，由穿過器底之軸推動活動輪翼，固定輪翼之功用，在於使水只受擾亂而不能全體旋轉。以汽機轉動輪翼，使其轉速不變。二繩繞於半徑  $R$  之輪週上，繩與輪週相切，繩所施之力偶，恰足使量熱器不旋

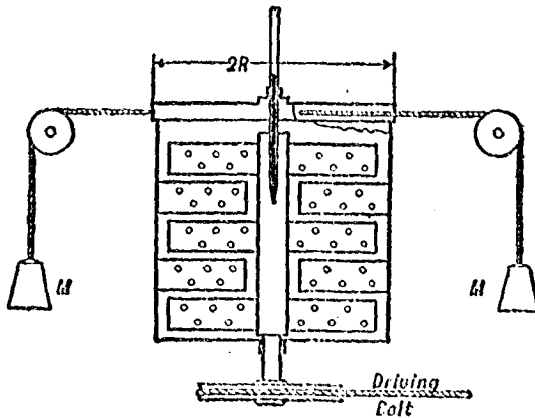


圖 214

轉。二繩各繞經無摩擦之滑車，兩端各繫一  $M$  克之重物。輪翼在水中運動時，所遇之抵抗力偶，必等於水欲使量熱器旋轉之力偶。旋轉增快時，抗阻力偶亦增大。設對於已知轉速改變重物  $M$ ，使量熱器恰不旋轉，

再設以  $L$  代抵抗力偶之轉矩，則

$$L = 2RMg.$$

由上式可算出輪翼所作之功。

$$\text{轉一週之功} = 2\pi L = 4\pi RMg,$$

$$\text{轉 } N \text{ 週之功} = 4\pi NRMg.$$

設  $N$  週後，量熱器之溫度增高  $(t_2 - t_1)$  度；設  $m$  爲水之質量， $m'$  爲量熱器之水當量，則  $(m + m')(t_2 - t_1) =$  ；

量須加以由對流及輻射所失之熱量  $H$ 。因僅須測定對於量熱器內摩擦所作之功，故功之式無須較正。故  $(4\pi NRMg)$  厄格相當於  $(m + m')(t_2 - t_1) + H$  卡

或

$$J = \frac{4\pi NRMg}{(m + m')(t_2 - t_1) + H} \text{ 厄格/卡}$$

又水之比熱之變化，亦須加以較正。

此外尚有數法，係利用二金屬面間之摩擦，用量熱器測摩擦所生之熱，或用水流測之（§ 289）。後法與工程學上所用之吸收測力計（absorption dynamometer）相同，吸收測力計，係測機器或電機之功率。因電氣工作之功當量，可以精確測定，（§ 481），故可變電能爲熱而間接測定  $J$ ，加林得耳（Callendar）等曾用之。此方法較直接者爲簡。由四次精細測定所得之平均數爲

$$J = 4.187 \times 10^7 \text{ 厄格/秒}$$

此為羅蘭得 (Rowland) 氏之實驗結果，其精確程度為百分之  $\frac{1}{30}$ 。  
 $J$  之數值當然與所用之單位有關係，亦有如下之單位者：

$$\bullet \quad J = 427 \text{ 仟克/大卡 (Kilocalorie)}$$

$$J = 778 \text{ 呎磅/英國熱單位。 (foot-pound / B. T. U.)}$$

841. 能量不滅定律——若對機械力作功，則動能 ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) 變為位能，吾人曾於力學上習見之，又熱為特種之動位能，吾人亦已陳明其理。以後研究電力，磁力，及對於此等力所作之功，即可知電動能，磁動能及電位能，磁位能之理，而化學所討論之化學位能，究其極亦不過為一種電能。

自熱者能也之理出，及焦爾氏 (1843)  $J$  之測定後赫爾姆霍斯 (Helmholtz) 氏於 1847 年，發表不僅熱與機械相當，所有之能，莫不相當，不能使一種能量消滅，而無他種等量之能顯出。例如，鐘錶彈簧之位能消滅，則因對於摩擦做功，鐘內生熱，同時因鐘錶各部分之運動而又生音能及動能。又蒸汽機可將蒸汽之熱能變為機械能，而授之與發電機，發電機對電力磁力工作，除生大部分之電位能外，又生幾許熱量，若有電流通，則電位能又變，除大部分由電動機變為機械功，或由電燈變為光與熱外，一部分變為導線之熱。此熱與能相當之理，可以許多方法表而出之，例如

能量不毀滅。

宇宙間能之總量為常數。

使某系物體由此態(當然包括電磁條件在內)變為彼態所需之能，  
與其所經過之特殊居間諸態無關。

以上諸語，皆爲能量不滅定律，但最後一語，以爲最善，因吾人既不能支配宇宙，又不能測定物體內現存之總能也。概括言之，一切演變之基本觀念，不外取某源之能，而分配之於各支，如熱，機械功，光等是也。前所述之蒸氣能變爲熱能及光，正屬此例。任何種能，常易變之爲熱，確屬常識，無俟深求，電池鳴鈴，風車抽水，則電池或風車之能，一部分轉變爲熱。

能量不滅定律不能直接證明，一如所有之最要基本物理定律，不過爲綜觀一切已知事實之假說耳，除卻發現其與某現象相矛盾，則不能不承認其爲正確也。此理應用極廣，且爲物理學，天文學，化學，及工程學之最要基礎。由此定律思之，則知一切欲不藉原動力而得功之“永久運動”設計，皆爲不可能之事。

## 熱力學

342. 熱力學第一定律 (first law of thermodynamics)。——熱力學者，分析及研究熱變爲他種形式之能，及他種形式之能變爲熱之學也，熱力學由二極普遍之原理構成。第一原理，即能量不滅定律， (§341)。

設有某物體或某物體系，與其周圍物體相去甚遠，而以記號  $U$  代表其所含之總內能，內能之定義，已見於 §232。  $U$  之值究爲若干，吾人固未能了解，前曾聲明之矣，但  $U$  之變化如何，吾人可得而研究之。假定此物體系與外物之反應如是，即熱可入於此系，或自出此系，可施功於此系，或此系作功，則由能量不滅定律，無論其變化如何，皆可以下式



表之：——

內能之增加 = 所增之熱量 + 對於此系所作之功。

事實上，此不過為 §201 之理之推廣（應用於一物體者推而應用於羣物體），即加熱於某物體 = 內能之增加 + 物體所作之外功。故能可以變為任何形式，但不能消滅之，實為熱力學另一定律之根本思想。

343. 等溫過程——凡物體系內溫度不變所發生之條件變化，名曰等溫過程 (isothermal process)。物質之等溫過程與等溫曲線不同，須辨別之。假定物質為氣體，則在已知絕對溫度  $T$  時之容積與壓力，約可以方程式  $PV = RT$  表示之，故等溫曲線為雙拋物線，如 §281 所述是也。設有氣體於此，其壓力與容積為此方程式所規定，於已知溫度之下，以可動的而且重量適當的活塞封閉此氣體於圓筒

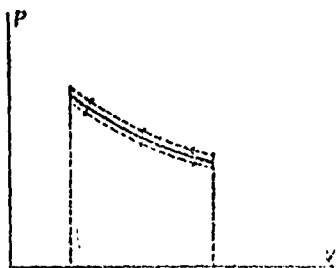


圖 215

內，則必為平衡，即活塞必不移動也。凡由方程式  $PV = RT$ ，或由非氣體的等溫方程式所規定之條件，皆為平衡條件，蓋因壓力為平衡壓力，與已知之容積與溫度相對應也。故欲使物質改變其條件（ $T$  不變），則顯然必使壓力與平衡壓力不同，倘欲壓縮氣體，須增加其壓力，欲使其膨脹，須減小其壓力。設壓力之改變甚微，則條件之改變亦甚緩；若使壓力繼續稍異與  $PV = RT = \text{常數}$ ，所示之平衡壓力，則氣體必經過若干個連續條件，此種變化即為等溫過程也。若以氣體之容積及其相當之壓力作一  $PV$  圖線，如圖 215 所示，則得虛曲線，恰在同溫度的等溫曲線

之路上與緊下，若使此過程充份遲緩，則可使代表此變化之虛線，儘量與等溫曲線相接近。吾人已知當壓縮為等溫時，則施與氣體之功，等於等溫線下兩極端縱坐標所夾之面積，故由能量不滅定律，若將內能隨容積之變化忽略，（此層已見於 §292）則欲使溫度不變，必有相當之功消費為熱。同理，在等溫膨脹期內，必加入熱量。

344. 斷熱過程——凡於變化期間，不令熱出入於物體系，所作出之手續，名曰斷熱過程 (adiabatic process) 斷熱過程與斷熱曲線，亦有分別，斷熱曲線者，定一組平衡條件之曲線也。

通過  $PV$  圖線上每一點，必有一斷熱曲線及一等溫曲線，斷熱曲線恆較等溫曲線為陡，因並未加熱，故氣體膨脹時，溫度必降低而作功。反之，氣體受斷熱壓縮時，其溫度必增，必有與此熱量相當之功，存留於氣體之內，此功恆以斷熱曲線兩極端縱坐標所夾之面積表之。等溫壓縮與斷熱壓縮之區別，可以循環唧筒說明之。若緩緩壓縮，則熱隨生隨由唧筒壁傳去，蓋因緩壓縮近於等溫也，若迅速壓縮，則氣體及唧筒必甚熱，不難用手摸出。因由傳導，對流，或輻射所失之熱，無術可以使之盡免，故一般言之，容積之變化愈速則愈近斷熱。音波之壓縮為斷熱的，即此理也。

在  $PV$  簡圖上，理想氣體之斷熱方程式為

$$PV^{\kappa} = \text{常數}$$

$\kappa$  為氣體兩種比熱之比率， $\frac{S_p}{S_v}$ 。此方程式對於遵守波以耳定律之實際氣體亦為近似的；即對於與波以耳定律相去甚遠之  $\text{CO}_2$  其斷熱曲線亦與此方程式之形式相同，不過  $\kappa$  非比率  $\frac{S_p}{S_v}$  耳。

345. 斷熱方程式——欲求此方程式，則須從量的方面研究斷熱過程及等溫過程，並須研究熱與功之確實的量的關係。

設有 1 克之氣體，此氣體最低限度，須大約遵守波以耳定律，將其封閉於裝有活塞之圓筒內。

設  $V$  = 氣體之最初容積。

$P$  = 氣體之壓力。

$T$  = 氣體之溫度。

回憶 §272 所述之理，每一點代表一定的物體條件，則此條件可以  $PV$  圖面上之  $a$  點代表之，(圖 215)。假令活塞動作，將氣體壓縮一數量  $ab = \Delta V$ ，當壓縮時，勿使熱通入或逸出，則由定義，由此過程必經斷熱曲線而達於點  $d$ ，因壓力與溫度俱增，故最後溫度為  $T + \Delta T$  的合併兩過程， $a$  至  $b$  與  $b$  至  $d$ ，亦可達條件  $d$ 。先於等壓下沿  $a, b$  壓縮氣體，俾此手續時，不僅須消去與壓縮之功相當之熱，(即面積  $abef$  所代表之功)，而為使氣體在  $\Delta T$  時間內冷卻起見，且須消去外加之熱，其總量為  $s_p \Delta T$ ；再使氣體之容積不變，而加以熱量  $s_v (\Delta T + \Delta' T)$ ，如是可使氣體達於條件  $d$ 。由斷熱過程之定義，得

$$s_p \Delta T = s_v (\Delta T + \Delta' T)$$

但由 §264，如封閉的氣體，容積不變時之壓力變化，約與溫度之變化為正比，故

$$\frac{\Delta P}{\Delta' P} = \frac{\Delta T + \Delta' T}{\Delta' T}$$

代入 (1) 則得

$$\frac{\Delta P}{\Delta' P} = \frac{s_p}{s_v} = \kappa$$

此處  $\kappa$  即  $\frac{s_p}{s_v}$  之比值。

在此等容變化時期內，氣體經過  $a$  點的等溫線上  $C$  點所代表之條件，故由等溫定律 (§228)。得

$$(P + \Delta' P)(V + \Delta V) = PV$$

(此為一般公式，式內  $\Delta' P$  及  $\Delta V$  各有其自身之符號。若  $\Delta' P$  為正則  $\Delta V$  必為負，反之亦然。)

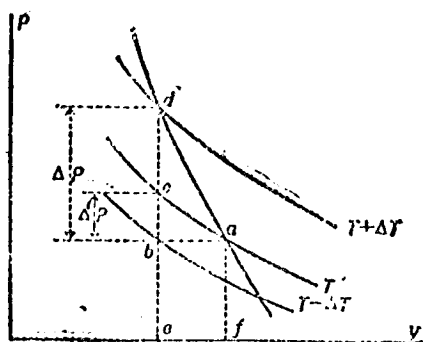


圖 216 —— 分析斷熱變化為相當之“等積”與“等溫”變化

$$\text{於} \quad V\Delta'P + P\Delta V = 0 \quad (3)$$

由 (2) 式求出  $\Delta'P$ ，代入上式，得

$$V\Delta P + \kappa P\Delta V = 0$$

或變化為無限小，則得

$$\frac{dP}{P} + \kappa \frac{dV}{V} = 0 \quad (4)$$

積分，得

$$PV^\kappa = \text{常數}$$

雖然在直接手續中，面積  $(adef)$  所代表之功，較間接手續中  $(abef)$  所代表之功，大一  $(adb)$  三角形面積，但若  $\Delta V$  為甚小時，則此差異比較上可以忽略，故以  $(abod)$  代  $(ad)$ ，十分妥當也。

310. 氣體之斷熱彈性——氣體彈力係數之定義，已見於 §192，為

$$E = - \frac{dP}{dV} V.$$

由 §311 之方程式 (4)，可知若氣體之變化為斷熱的。則

$$E_{cd} = - \left( \frac{dP}{dV} \right)_{ad} V = \kappa P.$$

347. 循環手續——使物體系受一種過程或若干連續過程後，而仍回至其最初條件謂之循環手續(cyclic operation)或循環。凡  $PV$  圖上之封鎖曲線顯然為一循環，循環可分為膨脹與壓縮二部（圖 217）

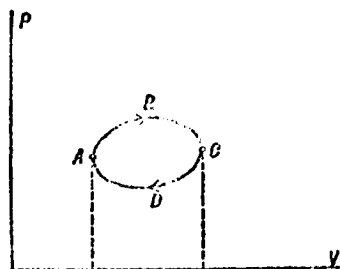


圖 217 ——代表循環手續曲線

曲線  $ABC$  以下之面積，代表在膨脹  $ABC$  內，氣體所作之功；曲線  $CDA$  以下之面積，代表在壓縮  $CDA$  內，給予氣體之功。故氣體所作之純功，必為曲線  $ABCD$  所包之面積。設此循環由反對方向  $ADCB$  畫出，則須給予氣體以同量之純功。無論循環之形式如何，此等結論，均十分正確。

348. 可逆過程與可逆循環——凡過程之可以無限小條件變化，使之於反對方向發生者，則稱之謂可逆的，(reversible)或代表此過程之曲線 (§343)，與平衡曲線無限接近，亦稱之為可逆的。例如，欲使等溫過程為可逆，則須使膨脹期間之壓力，永與  $PV = RT$  所示之平衡壓力無限接近，但較小；壓縮期間，亦無限接近，但較大。且須使熱流於無限小溫度梯度下發生，即須使流入溫度較氣體之溫度低之  $dT$  之物體，或自溫度較氣體之溫度高  $dT$  之物體流出。在此等條件下， $P$  及  $T$  之無限小變化，必可使此過程於反對方向作出。設某循環係完全由可逆過程 (reversible process) 構成，則循環必為可逆循環 (reversible cycle)。

349. 噶爾諾氏循環——圖 218 所示，為噶爾諾氏循環 (Carnot cycle) 由二等溫及二斷熱過程構成，其最初與最後狀態相同。假定以某

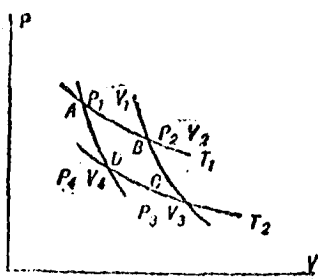


圖 218 瑪爾諾氏循環

物質爲“資料”(working substance), 資料雖不必爲氣體, 然爲方便計, 可設其爲氣體, 將其封閉於一圓筒內, 筒壁及活塞均爲非導體, 筒底爲良導體(圖 219); 再設有一熱容量甚大之物體(1), 溫度爲  $T_1$ , 一不傳熱之架( $S$ ), 及一熱容量甚大之物體(2), 溫度爲  $T_2$ , 則可依下法

得瑪爾諾氏循環:

1. 設此資料最初之條件爲  $P_1 V_1 T_1$  (圖 218 之  $A$ ), 置圓筒於物體上, 令氣體徐徐膨脹, 待其條件變爲  $P_2 V_2 T_1$  而止, 在此過程期間, 吸收由(1)傳導之熱量。設徐徐爲之 則此過程必爲等溫的及可逆的。

2. 置圓筒於絕緣架( $S$ )上。使資料作斷熱膨脹(亦爲可逆)而達於  $P_3 V_3 T_2$ 。

3. 置圓筒於發冷器(2)上, 而作等溫壓縮, 使至條件  $P_4 V_4 T_2$ , 在此過程期間, 放熱於物體(2)。若壓縮遲緩, 則此過程亦必爲可逆的。

4. 再置圓筒於絕緣架( $S$ )上, 而作斷熱壓縮, 使達最初條件。

依 §847, 則面積  $ABCD$ , 必代表如此作一循環時, 氣體所作之純功,  $W$ 。

設  $H_1$  = 在溫度  $T_1$  時所吸取之熱, 以功之單位計,

$H_2$  = 在溫度  $T_2$  時所放棄之熱亦以功之單位計。

則依第一律, 得

$$W = H_1 - H_2$$

設此循環由反對次序作出，則

$H'_1 =$  在溫度  $T_1$  時放棄之熱，

$H'_2 =$  在溫度  $T_2$  時所吸取之熱，

$W' =$  在一個循環期間對氣體所作之功，

又得

$$W' = H'_1 - H'_2,$$

故

$$W = W'.$$

欲使循環可逆，則必需使熱於無限小之溫度梯度下流通，且必需使壓力恆與平衡壓力無限接近，吾人已知之矣。只要使等溫過程充分週緩，則可使第一個條件欲如何滿足便如何滿足，只要使作用於活塞之力適當，則第二個條件亦然。上述變化，可使吾人利用可逆的噶爾諾氏循環，由熱得機械功，即所謂理想熱機 (ideal heat engine) 也。至於

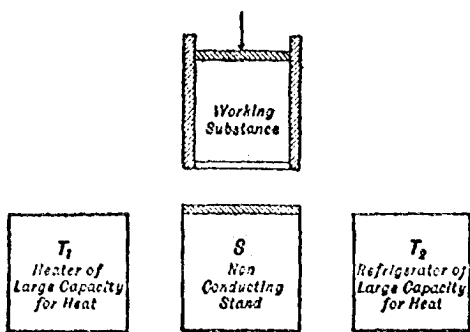


圖 210

此種機之機械構造，吾人今姑置之不論；而其主要性質，則為可逆的

噶爾諾氏循環，理想機與普通機不同之點，僅視其所用之資料爲何質，及其於何等溫度與壓力下工作而定。在溫度  $T_1$  及  $T_2$  間動作之機，熱流在一定溫度梯度下出入於資料，或在膨脹及壓迫期間，作用於活塞之力無適當校正，或兩種情形皆有，則必爲不可逆者。

350 熱機關之效率——熱機關之效率，爲在一個循環期間，所得之機械功，與資料所吸取之熱之比。對於噶爾諾氏循環而言，即

$$e = \frac{W}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1}$$

效率者，即說明變爲機械功所吸取之熱之分數也。

351. 熱力學第二定律 (the second law of thermodynamics)。

——克勞修司氏 (Clausius 1850) 與禮氏 (Kelvin 1851) 各首創一熱力學第二定律，其理雖同，其言則異，茲分述如下：

對於自動機而言，欲令熱由此物體傳與溫度較高之他物體，爲不可能。(克勞修司)

欲利用任何永無生氣之原動力，使物體冷卻低於其周圍物之最低溫度，而擬從物體之任何部分得機械功，爲不可能。(禮氏)

此二原理，意義相同，欲直接證明，皆不可能，但除非發現其與某事實相矛盾時，則不得不承認其爲根本思想也。然迄未發現矛盾之處，故第二律證實各種事物之自然傾向 (natural tendency)，如熱有順溫度梯度向下流之傾向，及被壓縮氣體有膨脹之傾向，即其例也。換言之，即此律證明自然過程——即不待輔助或管理而自然發生之過程。尋常皆爲不可逆者，乃不期然而然之結果也。



352. 噶爾諾氏定理——今可以證明一非常重要之定理矣，此定理爲噶爾諾氏於1824年所首創，其言如下：

凡於相同二溫度下，吸熱與放熱之可逆機之效率皆相同，而凡不可逆機，於相同二溫度下動作時，其效率絕不能大於可逆機之效率。

噶爾諾氏曾根據熱之維質說，間接證明此定理。按克勞修司氏及澄氏說，則此定理爲第二律之必要結果，想像有二可逆機  $E$  及  $E'$  於此，在溫度  $T_1$  及  $T_2$  間動作，再設  $E'$  爲逆轉者。設  $H_1$  及  $H_2$  爲正轉機所吸取及放棄之熱， $H'_1$  及  $H'_2$  爲逆轉機所吸取及放棄之熱。再設  $E$  拖動  $E'$ ，二者之大小或速率，可使正轉機所作之功，恰足拖動逆轉機。再設正轉機之效率，大於逆轉機之效率，則由效率之不等，得

$$e = \frac{H_1 - H_2}{H_1} \quad \frac{H'_1 - H'_2}{H'_1} = e' \quad (1)$$

又因施於  $E$  機之功，等於  $E'$  機所作之功，則得

$$W = H_1 - H_2 = H'_1 - H'_2 = W' \quad (2)$$

由(1)及(2)式得

$$\frac{1}{H_1} > \frac{1}{H'_1}$$

或

$$H_1 < H'_1$$

由(2)式得

$$H_2 < H'_2$$

由是論之，則結果爲有某量之熱，等於

$$H'_2 - H_2 = H'_1 - H_1$$

從溫度  $T_2$  較低之物體傳於溫度  $T_1$  較高之物體，而不必需有任何工作也。則是與克勞修司氏第二律之理相抵觸也，故可斷定  $e$  不能大於  $e'$ 。反之，設  $B'$  爲正轉者， $B$  爲逆轉者，則可由同一理由，證明  $e'$  不能大於  $e$ ，故得  $e = e'$ ，於是定理之前半證明。

設機  $B$  爲不可逆機，(irreversible engine)，則如上所述，亦可證明  $e_{ir}$  不能大於  $e'$ ，但因  $B$  不能逆轉，故不能證明  $e'$  不能大於  $e_{ir}$ 。故只能謂  $e_{ir}$  等於或小於  $e_{rev}$ ，即

$$e_{ir} \leq e_{rev}$$

上式證明定理之後半。

### 353. 熱力學溫度標 (thermodynamic scale of temperature)

因可逆機之效率，與所用之資料及壓力無關，故效率僅視此機在如何二溫度下工作而定。設  $\frac{H_1 - H_2}{H_1}$  僅視溫度  $T_1, T_2$  而定，則  $\frac{H_2}{H_1}$  亦僅視溫度而定。愷氏根據此理，而創一新溫度標，此標度以噶爾諾氏定理爲基礎，與任何特殊物性無關，故稱之謂絕對熱力學溫度標。依此標度，任何二溫度之比，等於可逆機在此二溫度間畫一噶爾諾氏循環時，所吸取及所放棄之熱量之比。設命  $\theta_1, \theta_2$  爲二溫度之熱力學度量，則  $\theta_2/\theta_1 = H_2/H_1$ 。至於度之大小，仍須規定，如攝氏標度然，假定水之冰點與沸點間爲  $100^\circ$ ，如圖 220。則此數即將  $0^\circ$  與  $100^\circ$  間之等溫線及斷熱線所夾之面積分作一百等份。

於是得下列諸方程式，可用以規定絕對熱力學攝氏溫度標之任何溫度  $\theta$ ，

由定義，得  $\theta/\theta_{100} = H/H_{100}$

又  $\theta/\theta_0 = H/H_0$

又按“攝氏”假定，得

$$\theta_{100} - \theta_0 = 100$$

將  $\theta_{100}$  及  $\theta_0$  消去，則得

$$\theta = \frac{H}{\frac{H_{100} - H_0}{100}}$$

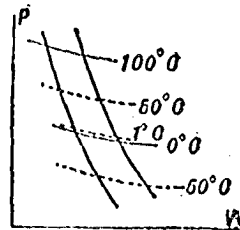


圖 220 —— 熱力學溫度標；溫度之差與所作之功為正比

設有一事實上堪資應用之可逆理想機，則欲規定熱力學溫度標方法，必須先使此機在沸點與冰點間工作，而測定其所作之功之多寡，再使之在冰點與堪資利用為熱源之溫度間工作，例如一大池水是也，改變池水之溫度，直至所作之功等於由  $100^\circ$  至  $0^\circ$  時所作之功之  $1/100$  為止。則池水之溫度，必高於攝氏熱力學溫度標上之冰點  $1^\circ$ 。同樣手續，亦可測定其餘溫度。茲更進一步討論圖 220 所代表之機之動作，考任何二熱力學溫度  $\theta_1$  與  $\theta_2$  之差，必與  $H_1 - H_2$  為正比，前已述及， $H_1 - H_2$  即機在此二溫度間所作之功，由相當之等溫線及二斷熱線所夾之面積代表之。故  $1^\circ$  即相當於冰點及沸點間之等溫線及斷熱線所夾面積之  $1/100$ ，故冰點以上  $50^\circ$  之等溫線，必分此面為二等份，冰點之等溫線及冰點以下  $50^\circ$  之等溫線所夾之面積，必等於上之一等份。

由上所述，則可逆機之效率，必可以熱力學溫度計之，即

$$e = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1}$$

實驗證明，在標所用之溫度範圍以內， $\theta$  與  $T$  實用上相同，故應用上，

吾人得一基本公式，即

$$e = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

354. 熱力學溫度標與氫溫度標之比較——熱力學溫度標與氫溫度標，截然不同，倘必欲以之為標準，則必備有以之作測量的實用方法，亦必備有其他標度數與之作比較之法。

理論上可以證明，用理想氣體造成之氣體溫度計所記之溫度，必與上述之熱力學溫度恰相一致，假定以理想氣體為資料。雖無堪資應用以製溫度計之理想氣體，致令上之證明似屬虛語；但無礙也，考實際氣體之密度愈近於零，其性質亦愈與理想氣體相近。由是言之，假用某種氣體，於各種密度下制溫度計，例如用氫，而比較其相當之溫度，則由此諸標度推得密度為零時之標度，則此度數必與熱力學標度相符合。考實際氣體與理想氣體不同之點，約有數端，即

1. 理想氣體切實遵守定律  $PV = RT$ ，而實際氣體僅大略遵守。
2. 理想氣體自由膨脹之內功為零，而實際氣體不為零。
3. 理想氣體之定壓比熱為一常數，而實際氣體則非常數。

故若利用 §296 之實驗，測定實際氣體在各等溫下之壓力及容積，而測定其各種情形下之比熱，則可測定其“非理想之程度”，由是亦可得定積溫度計與熱力學溫度計之關係。至於實際氣體之性質如何，迄未能盡知，若論自由膨脹之內功，則不知者更多，但無論如何，熱力學標度對於氫及氫溫度計之標度之比對，已知其非常準確，茲列表如下：

表 十七

定積溫度計標度之較正

$P_0 = 1000$  毫米水銀 (mm. Hg.)

溫度 (攝氏)	氫	氫
- 240		
- 200	+ 0.62	+ 0.18
- 150	+ 0.28	+ 0.06
- 100	+ 0.10	+ 0.033
- 50	+ 0.03	+ 0.010

+	10	- 0.002	+ 0.005
+	40	- 0.008	- 0.000
+	70	- 0.004	- 0.001
+	200	+ 0.01	0.001
+	450	+ 0.10	+ 0.004
+	1000	+ 0.70	+ 0.02
+	1200	+ 1.00	+ 0.07

由上表觀之，若溫度不其高或不需十分準確時，則熱力學溫度與氣溫可視為相同。

855. 茲一一茲復按克勞修斯氏循環，可得

$$\frac{H_2}{\theta_2} = \frac{H_1}{\theta_1}$$

上式為熱力學溫度之結果。因此式觀之，則吸取（或放出）之熱量與吸取（或放出）之溫度之比，對於任何二斷熱線間之等溫變化莫不皆同。此事實為克勞修斯氏所發現，氏稱  $H/\theta$  為資料之性質變化，在任何（可逆）斷熱過程期間，皆為常數，但當物質由此一斷熱變為他一斷熱時，則不為常數。克勞修斯氏名此性質為“熵”（entropy）此性質極關重要。

欲於各種物理條件下，求某物體之熵之確定數量，則須選擇  $PV$  圖上某點之條件，為熵之任意零，恰如以海平面為零而測定高及深然。假設點  $P$

為所取之零（圖 221），則任何其他點  $P'$  之熵，可由測定從某可逆路徑由  $P$  至  $P'$  所吸取（或放棄）之熱量測定之。斷熱線  $PN$  及等溫線  $\theta$  為最捷之路。設  $H$  為由  $N$  至  $P'$  所吸取之熱量，則  $P'$  對於  $P$  之熵必等於  $H/\theta$ ，以下以  $S(P, P')$  代之。設由任何其他可逆路徑至  $P'$ ，此路徑包若干斷熱線及等溫線，再設在  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$  等溫度時所吸取（或放出）之熱量為  $H_1, H_2, H_3, \dots$  等，則  $S(P, P') = \frac{H_1}{\theta_1} +$

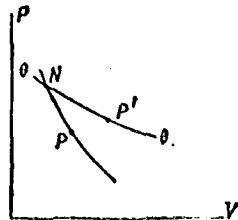


圖 221 ——  $P$  為熵之任意零； $P'$  之熵，由  $P$  之熵點一等溫變化定之。

$\frac{H_2}{\theta_2} + \frac{H_3}{\theta_3} + \dots = \Sigma (H/\theta)$ 。若  $H_1, H_2$  為物體放出之熱量，則須加以負號，由上之定義；在各種情形下，顯然皆有一定之熵。

356. 精及可逆循環之普通關係——吾人已知資料完成一瑪爾諾氏循環時，其精未變。此結果可推及於任何可逆循環，如圖 222 所代表之封鎖循環是也。設取穿此循環若干個斷

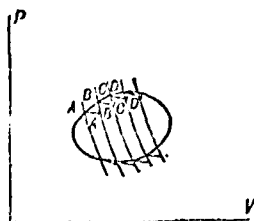


圖 222

熱線，復視循環之邊作若干個等溫線，與諸斷熱線連結如同，則可將此已知循環分作若干個瑪爾諾氏循環，倘所分之數目增加，則各循環面積之和，漸於此已知環線之面積相接近，且以此已知面積為極限。又沿諸等溫線  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$  等所取之熱量，極限上等於沿曲線  $A-D$  所取之熱量，因二者之差必等於諸三角形面積之和，而此和之極限為零也。故對於每個小瑪爾諾氏循環而言，則得

$$H_1/\theta_1 = H_2/\theta_2$$

故對於全循環而言，則得  $\Sigma(H_1/\theta_1) - \Sigma(H_2/\theta_2) = 0$

若與放棄之熱量  $H_2$  以負號，則得

$$\Sigma(H/\theta) = 0$$

當諸小循環之數為無限大時，則  $\int \frac{dH}{\theta} = 0$

此式證明凡二條件間之可逆路徑，所含之精之變化皆同，或  $\frac{dH}{\theta}$  為一完全微分。

357. 精之增加——假有某量之熱，自一物體，溫度為  $\theta_1$ ，流入他物體，溫度為  $\theta_2$ ，則熱物體之精減少，其量為  $H/\theta_1$ ，冷物體之精增加，其量為  $H/\theta_2$ 。由是觀之，在所有傳導情形內， $dS = H \left( \frac{1}{\theta_2} - \frac{1}{\theta_1} \right)$  均為正，或二物體之精增加。

此理亦可由其他“自然”過程證明之，例如，自由膨脹或不平衡膨脹，擴散，物體之自由降落，摩擦生熱等，皆含有精之增加。又此等變化，皆不可逆，若就物體及分子之溫度，壓力，及速度論之，皆有趨於更均勻條件之傾向。故可謂凡自然過程，皆為不可逆的，且必有精之增加，精愈增，物理條件之一致亦愈增。故凡自然過程，似皆有達最大一致條件之傾向。自然過程有精之增加之新說，實為研究化學平衡及物理平衡等問題之基本思想，例如液體與蒸汽之平衡，固體與液體之平衡，化合物與化合物之平衡，皆是。

吾人已知任何不可逆循環，在溫度  $\theta_1$  及  $\theta_2$  時所取及放棄之熱量為

$$\frac{H'_1 - H'_2}{H'_1} \equiv \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1}$$

由上式得

$$1 - \frac{H'_2}{H'_1} \leq 1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

$$\therefore \frac{H'_2}{\sigma_2} \geq \frac{H'_1}{\sigma_1} \text{ 或 } \int \frac{dH}{\sigma} \geq 0$$

故據此普通情形而論，則可由第二定律證明熵可以增加；將是理推而廣之，又可證明不可逆過程，可致熵之減少，殆未嘗有。

858. 往復蒸汽機 (reciprocating steam engine) —— 圖 223 所示，為一尋常往復蒸汽機，多用以變熱能為機械工作。蒸汽機皆以水為資料(參閱 §349)，熱源為高溫之汽鍋，冷凝器(condenser)之冷水溫度較低，熱在其中放散。為方便計，不往反搬動機筒，而令蒸汽由此處傳至彼處。因製造上困難多端，故不能使其為完全之噶爾諾氏循環(§349)，

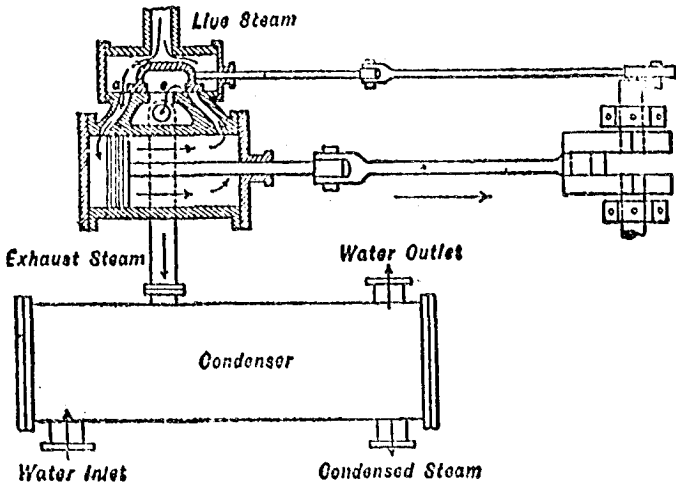


圖 223 —— 往復蒸汽機及冷凝器

資料所成之循環，有如图 224 所示。其循環手續如下：

(1) 水在汽鍋中汽化，溫度為  $T_1$ ，每單位質量所吸收之熱量為  $L_1$  汽化。

(2) 當活塞開始向右動作時，蒸汽在等壓  $P_1$  下由汽鍋經活門 (圖 223) 而入機筒。直線  $AB$  代表在等壓下由汽化所生之等溫膨脹，面積  $ABGF$  代表此膨脹所作之功。

(3) 活門  $a$  關閉，飽和蒸汽由  $B$  膨脹至  $D$ 。此膨脹屬於可能範圍內，使近於斷熱的所作之功以面積  $BHDG$  代表之。在點  $C$  時，活門  $a$  開放，而與排氣管  $l$  相交通，蒸汽開始逸入冷凝器。於是壓力由  $C$  而降至  $D$ 。

(4) 待及點  $D$ ，活塞反其運動方向而向左，因此時蒸汽在冷凝器內，作等溫凝結。溫度為  $T_2$  故活塞為等壓  $P_2$  所反對。因冷凝器受冷水之作用，故溫度  $T_2$  不變。若機為非冷凝機，則  $T_2$  必需約為絕對溫度  $373^\circ$  ( $100^\circ\text{C}$ )。當凝結時，每單位質量放於冷水之熱量為  $H_2$ ，給予蒸汽之功為  $DEFH$ 。

(5) 使凝結之蒸汽容積不變 ( $EA$ ) 而熱之，而令其入於汽鍋，則得點  $A$ ，於是循環完成。作此手續，須加以熱量  $H$ 。

若將蒸汽機加以特別裝置，可使其自動的畫一曲線，曲線之縱坐標與筒內蒸汽之壓力為正比，橫坐標與筒內蒸汽所佔之容積為正比。此曲線與圖 224 極相近似，稱之曰器示壓容圖 (indicator diagram)。

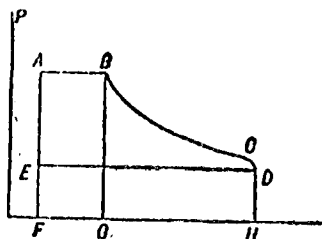


圖 224



## 熱 機 之 效 率

359. 由圖 22A 視之，則  $ABDE$  必代表每磅蒸汽所作之功， $W$ ，而其所吸收之總熱量必為  $L_1 + H$ 。比率  $W / (L_1 + H) J$  稱之曰機之熱效率 (thermal efficiency)，此處  $J$  為熱之功當量，熱效率測定機所利用之熱變化的完善程度。因機之各部分之摩擦，自然有能之損失（亦變為熱），故實際功  $W'$  恆小於  $W$ 。 $W'$  為熱機轉動其機械時所可作之功。比率  $W' / W$  稱之曰熱機之機械效率 (mechanical efficiency)，其值測定熱機機械上之完善程度。故此二效率之乘積，即  $W' / (L_1 + H) J$ ，測定熱機變熱為有用功之效率，此必小於其熱效率。

以熱效率  $W / (L_1 + H) J$  與在同溫度  $T_1, T_2$  間工作之理想噶爾諾機之效率作比較，乃一極有興味之事。

依 §354，因溫度之定容氣標度與絕對熱力學標度，實用上無甚差別，故理想熱機之效率為  $e = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$  此為理想熱機在汽鍋之溫度  $T_1$  與冷凝器之溫度  $T_2$  間工作時，所可有之最大效率，例如，設汽鍋之溫度為  $177^\circ\text{C}$ ，冷凝器之溫度為  $77^\circ\text{C}$ ，則  $e = \frac{100}{450} = 22\%$ ，即理想熱機變熱為功之量，尚不及其所用之熱之四分之一也。表 18 說明各種最好熱機之實在熱效率與理想效率。

消費燃料而得功之問題上，除熱機之效率外，汽鍋之效率當然亦甚重要，質言之，即  $\frac{\text{給予水之熱量}}{\text{得自燃料之熱量}}$  之比率也，汽鍋之平均效率約為 60%，最大效率約為 80%，故最好汽鍋及最好熱機，實事上所能得之最大效率約為 21%。

從 §298 知軟煤之燃燒熱為  $2.9 \times 10^{11}$  厄格/克，或 127500 英國熱

單位/磅。而一馬力工作一小時，等於  $2.68 \times 10^{18}$  厄格，或  $1.98 \times 10^6$  呎磅。因 1 英國熱單位等於 778 呎磅，故 1 磅煤燃燒時所生之能，足供 4.8 馬力工作一小時，但最好之汽鍋及最好之熱機每煤 1 磅僅能得 0.82 馬力/小時。

表十八  
蒸汽機之效率

	溫度		效率 百分數	噶爾諾氏 循環之效率 百分數
	$T_1$	$T_2$		
瓦爾氏(Willan)機(非冷凝)	184°	101.5°	10.4	14.5
萊維特氏(Lovitt)機(複機)	181.0°	37.7°	19	31.7
萊維特氏(Lovitt)機(三次膨脹)	191.9°	46.7°	20.8	31.8
諾爾博氏(Nordberg)機(四次膨脹)	206.35°	43.1°	25.5	34.0

360. 理想機之缺點——在 §359 之討論中，吾人曾忽略數個重要之點。例如，因機筒及活塞必為傳熱物質，故膨脹  $BC$  絕不能為完全斷熱的，故蒸汽必在機筒內凝結。設欲增加溫度  $T_1$ ，以便增加效率，則機筒凝結亦必增加。設用數個機筒（兩個，三個或四個），而令蒸汽在每個機筒中受一部分膨脹，則溫度即在每一機筒中生一次變化，故凝結損失減少，而最初溫度可以較高。如圖 225 所示，令蒸汽在等壓下經過熱烟氣中之蛇管，則可使蒸汽過熱

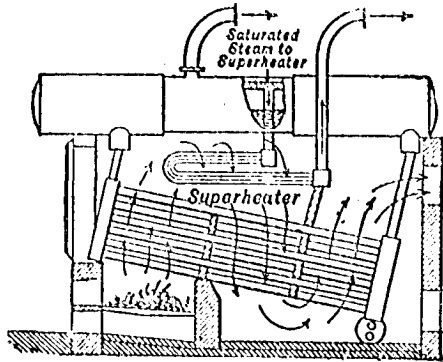


圖 225

(superheating),如是則凝結損失更減,最初溫度更增,而無須增最初壓力。於是當蒸汽入機筒時,不但飽和,故循環必為 PV 圖線上之另一線。

361. 蒸汽輪機(steam turbine)——輪機亦為變熱能為功之機械,為近世發明,其重要構造為一旋轉軸,軸上裝有排列整齊之翼板,及導汽流之固定汽口,汽流之壓力甚高,輪機可分為兩種:第一種名曰“速度”(velocity)式輪機,乃使蒸汽在固定汽口內即膨脹至最後之壓力,故以高速注射。注射厚於活動翼板,使之旋轉其作用與水之注射於水輪機翼板極相似(圖 104, 204)若用數組活動翼板可使此組與彼組間之交通固定,以及轉蒸汽注射之方向,則速度之降低甚緩,故輪機軸之速率不必甚大。第二種名曰“壓迫”(pressure)

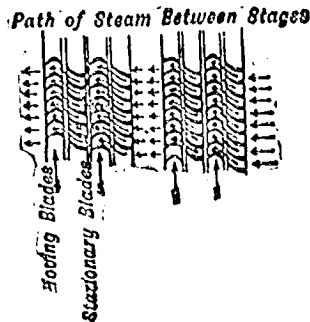
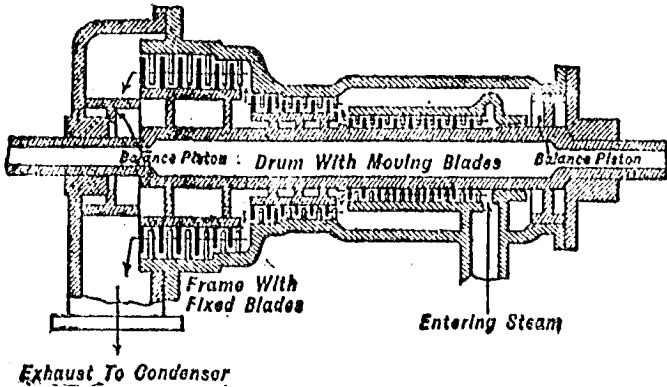


圖 220

式輪機，如圖 226 所示，蒸汽經過若干個活動翼板及固定翼板而逐漸膨脹，壓迫各板而使活動翼板旋轉。輪機較往復蒸汽機有數種長處，實言之，即角速度既均勻而且高，既無震動（故汽船上多利用之），而所佔地面亦小。若所用壓力較低，則輪機較往復汽機之效率略高，但壓力高時，則效率略小。故若將二者合而用之，則尤為便利，使高壓下所生之蒸汽先入往復蒸汽機，再令此一部分會初膨脹之蒸汽由往復蒸汽機而入於低壓之輪機。

362. 內燃機 (internal combustion engine) —— 在內燃機中，汽機之功用與膨脹機之功用合併，燃燒即在機筒內發生。圖 227 所示，為“四循環”式機，其作用可分四步說明之。(1)當活塞推至最右端時，導入活門開放，使燃燒質（煤氣，汽油或酒精蒸汽）及空氣之混合物爆炸物充滿機筒。(2)導入活門關閉，活塞反向左推，壓迫混合物入於機筒末端之隔

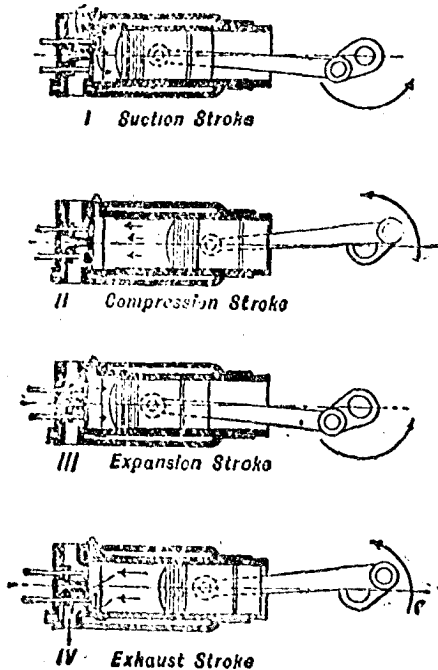


圖 227

炸室 (explosion chamber)。壓迫推擊完了，混合物即爆炸，尋常用電火花機之。(3)因機

餘而生之高壓。作用於活塞之上，推之向右，當活塞達最右端時，舉出活門，因放。(4)活塞再向左推過，將燃燒過之氣體逐出，而第一動作又起。機之應用上述動作次序者稱為“四循環”機，因完成一動作次序，活塞須運動四次也。此外尚有數種內燃機，完成一動作次序，活塞僅運動二次，其最著者為“二循環”機，及的色耳 (Diesel) 氏機，此種機內，僅空氣受壓迫，而燃料係噴入機內，其結果僅為燃燒，而非為爆炸，故與四循環機不同。最完備的四循環機之熱效率約為 30%，的色耳氏機，約為 40%，內燃機之長處，不僅在其效率較大。而堅固耐用，運用靈便，起動迅速，尤其特長也。開動內燃機時，配合燃料與空氣，為最繁雜之手續。故常常設有特種裝置，以司其事，稱為配合器 (carburetor)。現造之最大內燃機，有 4000 馬力者。

### 參考書

Poincaré H. The New Physics. Chapters on the various states of matter and on thermodynamics and the conservation of energy.

Tyndall. Heat as a Mode of Motion.

Popular lectures illustrated by experiments.

Encyclopedia Britannica, 14th Edition. Various articles bearing on the material of the preceding section.

Griffiths. Thermal Measurement of Energy. A clear popular account of the development, from Rumford's time to 1900, of the idea that heat is a form of energy.

Edser. Heat. Covers about the same ground as the preceding section, ut in greater detail

Poynting and Thomson. Heat. More advanced than Edser as regards the mathematical treatment.

Preston. The Theory of Heat.

A valuable reference book, complete and readable. A judicious combination of theoretical and experimental treatment.

Davis. Elementary meteorology. An excellent text.

Darling. Heat for Engineers.

A treatment, largely from the experimental side, of various portions of the subject of especial interest to engineers.

Goodenough. Principle of Thermodynamics.

The principles of thermodynamics are developed in this book with especial reference to their application to steam gas, and other heat engines and refrigerating machines.

Travers. Study of Gases. A good chapter on liquefying processes.

Burgess-La Chatelier. High Temperature Measurements, 3rd Edition. The best book in this field.

Day and Sessman. High Temperature Gas Thermometry. An account of recent methods and results.

Ames. The Free Expansion of Gases. Contains papers of Gay-Lussac (1807), Joule (1845), and Kelvin and Joule (1853-1862). The papers of Kelvin and Joule contain the account of the "porous plug" experiment.

Magie. The Second Law of Thermodynamics. Contains the papers of Carnot (1824), Clausius (1850), and Kelvin (1851), in which the second law of thermodynamics was developed.

Bradley. Physical Review, 9, 1904. Tests of a liquid air plant.

Waldner and Dickenson. Bull. Bur. Standards 3, 1907. Descriptions of thermometers and methods of use between 0° and 100°C.

Parnes. Trans. Intern. Electr. Congress, St. Louis, I, 1905, p. 53. A good summary of the determination of the mechanical equivalent of heat by electrical methods.

Waldner and Burgess. Bull. Bur. Standards, I, p. 189. A full description of the methods and instruments of pyrometry.

Bousefield and Bousefield. Phil. Trans. Royal Soc. of London, 211, 1911. On the specific heat of water and the mechanical equivalent of the calorie.

## 問 題

溫 度

1. 試求下列溫度在攝氏溫度上之值：人體之溫度 ( $98^{\circ}\text{F}$ )；臥室之溫度；冬日冷天之溫度 ( $\text{零下 } 20^{\circ}\text{F}$ )

答  $36.6^{\circ}\text{C}$ ;  $20^{\circ}\text{C}$ ;  $-28.0^{\circ}\text{C}$ .

2. 試求下列攝氏溫度在華氏溫度上之值：絕對零度；金之融點；太陽之溫度。

答  $-459.4^{\circ}\text{F}$ ;  $1947^{\circ}\text{F}$ ;  $10832^{\circ}\text{F}$ .

3. 在何溫度下，攝氏溫度計與華氏溫度計之指數同？在何溫度下，華氏之指數二倍於攝氏？

答  $-40^{\circ}$ ;  $-160^{\circ}\text{C}$

4. 設有一錶，其指為黃銅製。在  $20^{\circ}\text{C}$  時，計時正確；若溫度降至  $0^{\circ}\text{C}$ ，則每日抑快或慢若干秒？

答 快 16.3 秒

膨 脹

5. 電車鋼軌之端，皆奴接一起，而埋三和土中，故各軌或不能伸脹。設數軌時溫度為  $20^{\circ}\text{C}$ ，間在  $-10^{\circ}\text{C}$  時，軌條中之壓力為若干？答約為  $7.5 \times 10^8$  達因/釐米<sup>2</sup>。

6. 設有鐵塊之體積為 3 吋  $\times$  4 吋  $\times$  10 吋，若溫度由  $44^{\circ}\text{F}$  變至  $116^{\circ}\text{F}$ ，試求其體積之變化。

答 .17 立方吋。

7. 一圓筒於大氣壓力下貯滿氫氣。在溫  $20^{\circ}\text{C}$  時，活塞距底為 400 釐米。假定壓力不變，試求在下列溫度時，活塞距底之高： $100^{\circ}\text{C}$ ； $300^{\circ}\text{C}$ ； $-80^{\circ}\text{C}$ ； $-180^{\circ}\text{C}$ 。

答 510 釐米；783 釐米；263.4 釐米；127 釐米。

8. 設壓迫前煙之氣，至活塞距底之高為 200 釐米，再使容積不變，試算出各溫度下之壓力。

答 193.5；297.0, 100；48, 2 釐米水銀。

9. 自 10 氣壓與 2 立升之容積起首，令 10 克之空氣改變其壓力，使  $p, V$  圖線為  $-45^{\circ}$  之直線。試討論在變化發生時之溫度。(圖 187)

10. 設有 10 立升之氣氣，溫度為  $20^{\circ}\text{C}$ ，壓力為 120 氣壓，問在溫度  $100^{\circ}\text{C}$ ，壓力 200 氣壓時之容積為何？

答 7.4 立升。

11. 有氣泡一個，自深 20 米之池底升至池面。若池底溫度為  $4^{\circ}\text{C}$ ，池面  $20^{\circ}\text{C}$ ，問此氣泡之容積增大若干倍？

答  $V_2 = V_1 \times 3.1$ .

12. 設有氣球，其容量為 84,000 立方呎，於溫度  $20^{\circ}\text{C}$  時貯滿之，使其壓力高於大氣壓 20 釐米之水之壓力，問(a)貯氫，(b)貯氣時，其上昇力各若干？(參閱第 114 頁) 倘貯

以氣，而於  $0^{\circ}\text{C}$  下用之，則上升力之差為何？於  $30^{\circ}\text{C}$  時用之，為何？

13. 假定在問題 12 條件之下，維持內外之壓力差不變，同當氣球昇高 8000 呎時，內貯氣體之容積增加若干？（氣球裝有內袋，以備膨脹）。若決昇與降時氣球內溫度一致。

量熱法

14. 有銀 100 克，溫度為  $100^{\circ}\text{C}$ ，投於鐵質之量熱計內，量熱計之質量 10 克，內貯水 160 克。設水之最初溫度為  $15^{\circ}\text{C}$ ，計算水之溫度上升若干。

答  $2.8^{\circ}\text{C}$ 。

15. 將  $100^{\circ}\text{C}$  50 克的物質，投於  $4^{\circ}\text{C}$  100 克的水內。假定水盛於白銅量熱器內，量熱器之質量為 60 克，水之溫度改變  $10^{\circ}\text{C}$ ，試算該物質之比熱。

答 1403 C. G. S. 單位。

16. 一裝水器每分鐘可將 50 立升之水從  $15^{\circ}\text{C}$  熱至  $80^{\circ}\text{C}$ ，假定該水器之效率為百分之 25，問該水器每分鐘須生若干卡之熱？

答  $13 \times 10^6$  卡。

17. 設在  $0^{\circ}\text{C}$  及 760 毫米壓力時，煤氣之密度 = .0050 則前題每分鐘須若干立升煤氣。

答 444 立升。

18. 煤塊鑽孔，每分鐘用功率 0.8 馬力。問生熱若干？假定此熱的  $3/4$  用以加熱，煤之質量 700 克，試求其溫度之改變。

答  $25.6 \times 10^3$  卡； $230^{\circ}\text{C}$ 。

熱之功  
當量

19. 在重力之下，墜落 200 呎後，水之溫度由衝突可增若干，假定由其運動所生之能盡變為熱？

答  $14^{\circ}\text{C}$ 。

20. 設有一飛輪，質量 112 磅，半徑 2 呎，每秒轉一週，假定全質量集於輪邊，試求停止飛輪所生之熱。

答 384 英國熱單位。

21. 設電值之價每瓦特 12 分，煤氣之價每 1000 立方呎 1.15 元，煤氣與電孰貴？（煤氣之密度參閱問題 17）。

答 電之值 = 100 煤氣之值。

外觀之  
變化

22. 在  $6 \times 5 \times 3$  米的房屋內，僅恃輻射器內 1 仟克汽之凝結，可使空氣之溫度增為若干？假定此房屋不漏氣，空氣之溫度為何？

答  $19.4^{\circ}\text{C}$ ； $27.2^{\circ}\text{C}$ 。

23. 設有一鉛彈，溫度  $50^{\circ}\text{C}$ ，射中阻礙物，欲令由停止鉛彈運動所生之熱，恰可熔化鉛彈，問其速度須如何方可？假定所生之熱，盡在彈內。

答 335 米 / 秒。

24. 設汽之溫度  $150^{\circ}\text{C}$ ，問須加若干汽，可使  $-10^{\circ}\text{C}$  之冰 1 仟克恰融為  $0^{\circ}\text{C}$  之水？

答 128.5 克。



25.  $30^{\circ}\text{C}$ . 之空氣的相對溫度為何, 假測得露點為  $10^{\circ}\text{C}$ . 答 28.7 %.
26. 使 1 克之水, 在 1 氣壓下, 由  $0^{\circ}\text{C}$  之液體, 變為  $150^{\circ}\text{C}$ . 之汽, 問須熱若干? 答 663 卡.
27. 試求在  $100^{\circ}\text{C}$ . 時水之汽化熱之“外部”. 答  $40.2$  卡.
28. 假令某物質經過三態平衡點簡圖, 如第 285 頁所示, 試說明在各點所生之現象. 作此圖時, 等壓及等溫均遵從點線.
29. 假將初溫為  $20^{\circ}\text{C}$  之  $\text{CO}_2$  封閉於管中, 維持其容積不變而熱之, 欲使其恰遇臨界點, 問管中之汽與液體之比例應為若干? 答 1 份液體 : 4 $\frac{1}{2}$  份汽
30. 一瓶內, 在大氣壓力下貯空氣, 傾翻少許於瓶內, 而迅速加鬆; 搖動之, 而去其鬆, 則劇然作響. 試解釋之.
31. 設有容量 50,000 c.c. 之汽油箱, 於溫度  $22^{\circ}\text{C}$ . 貯油十分之九, 夜間, 溫度降為  $12^{\circ}\text{C}$ . 假於大氣壓力下封閉此箱, 問由此溫度之變, 所生壓力之變為若干? 若於箱頂開一孔, 則一日之間 損失汽油若干? (在  $15^{\circ}\text{C}$ . 時汽油之汽密度為 0.25 克每立升).
32. 用以指示飛機溫度之溫度計, 係視乙醚汽壓之變化而定. 此種計之構造, 為一金屬球, 一毛細連接管, 及一壓力計而成. 倘欲使所生之壓力唯與球之溫度有關, 而無關於其餘部分之溫度, 問須貯若干醚於球內?
33. 假用尋常曲管 (Bourdon) 充問題 32 之壓力計, 問上昇 6000 呎, 對於  $100^{\circ}\text{C}$ . 記錄所生之變化如何? 對於水之沸點能數有若干變化? (醚之汽壓在  $100^{\circ}\text{C}$ . 時為 495 釐米水銀) 參閱問題 13.
34. 某發冷器之壁具 15,000 方釐米之面積, 以 3 釐米厚之軟木製成. 假器外溫度為  $86^{\circ}\text{F}$ . 試求一日之間, 可融冰若干. 答 21 仟克.
35. 一蒸汽箱之頂, 由 61 釐米長, 60 釐米寬, 10 釐米厚之石板製成, 內貯蒸汽之壓力為大氣壓力. 頂上覆以冰, 於 39 分鐘內融冰 4.8 仟克. 問石之傳導係數為何? 答 0.054 C. G. S. 單位.
36. 設有白銅棍, 橫斷面積為 4 方釐米, 長 50 釐米, 一端插於汽內. 汽之壓力為一氣壓, 他端覆以冰. 假射所生之損失不計. 問 10 分鐘內, 可融冰若干克? 答 34.8 克.
37. 假假室內溫度為  $25^{\circ}\text{C}$ . 室外為  $-20^{\circ}\text{C}$ . 問每日須燃若干無煙煤, 以補通過厚 3 毫米,

面積 3 方米的玻璃窗之傳導損失熱?所忽略者為何? 答 257 磅

38. 一黑輻射器,面積 2 方米,在牆壁溫度為  $18^{\circ}\text{C}$ . 之室內。設輻射器之溫度為  $100^{\circ}\text{C}$ .  
 問此室得熱之速率為何? 斯忒藩 (Stefan) 定律  $Q = sT^4$ , 常數  $s$  為  
 $5.7 \times 10^{-12}$  瓦每方釐米。 答 326 卡/秒

39. 於爐上開 1 方釐米之洞,洞前置水 100 克,令爐火之輻射熱通過此洞,以測爐之溫度,設水之溫度 1 分鐘增高  $13^{\circ}\text{C}$ . 問爐之溫度為何?假定由洞通過之輻射熱。全為水所吸收,再假定忽略由水射回於爐之熱。 答  $1726^{\circ}\text{C}$ .

40. 設將一直徑 5 釐米的漆黑銅球熱至  $500^{\circ}\text{C}$ , 用不停轉的刀懸於大真空瓶內。假定球之吸收本領及瓶壁之吸收本領共為 .98, 壁之溫度為  $0^{\circ}\text{C}$ . 問球之最初冷卻速率為何? 答  $.67^{\circ}\text{C}$  每秒。

41. 設將溫度  $15^{\circ}\text{C}$ . 的乾燥空氣,斷熱壓至其原容積之  $1/5$  問其溫度升高若干? 答  $260^{\circ}\text{C}$ .

- 熱力學 42. 空氣自  $P = 760$  毫米水銀,  $V = 800\text{c.c.}$  斷熱膨脹至  $P = 400$  毫米水銀,將作若干功?試以圖示解之。 答  $377 \times 10^6$  厄格。

43. 試繪一圖線,以示氣溫度計之校正。從圖線上求用氧之沸點,及鉛之熔點。 答  $-182.95^{\circ}\text{C}; 327.013^{\circ}\text{C}$ .

44. 設汽鍋內之溫度為  $180^{\circ}\text{C}$ . 問作用於直徑 3 米的汽鍋之一端之總力為何? 答 151,000 磅。

45. 某機車每小時燃軟煤 100 磅。假定此熱盡變為機械功, 問此機車作功若干? 實際上此機車僅有 20 馬力。問汽鍋與機車共有效率若干? 答  $1097 \times 10^6$  呎磅; 3.8 %。

46. 設有機車,其功率為 622.4 馬力,以等速開動列車 10 分鐘,假定所有功盡變為熱,問軌及水軸內所生之熱為若干? 答  $6.65 \times 10^7$  厄格。

47. 欲使諾爾得堡 (Nordborg) 四次膨脹熱機,每小時燃 1 磅軟煤而生 1 馬力之功率,汽鍋必具若何效率而後可? 答 88 %

48. 以廢為橫坐標,熱力溫度為縱坐標,畫一葛爾諾循環。問此圖示上之面積代表何物? 試推廣代表循環效率之方式。





大學叢書

達夫物理學

下 冊

達 夫 著  
郭 元 義 譯

商務印書館發行

大學叢書

達夫物理學

下冊

達夫著  
郭元義譯

商務印書館發行

# 電 磁 學

## 緒 言

363. 電磁學之歷史——1600年，英國醫學家維廉姆吉柏(William Gilbert) 氏發表其名著磁學 (De Magneto) 後，電磁學始成爲科學，其書中研究兩個現象，希臘哲學家太爾士 (Thales) 氏在紀元前 600 年，已發現之。此二現象爲：

(a) 某種鐵礦，以後稱磁石 (lodestone)，有極強吸鐵之力。名此力爲“磁的”(magnetic)。

(b) 擦過之琥珀，可吸取草芥等輕小物體。吉柏氏名此力曰“電的”(electric)，蓋從希臘字琥珀之名也。吉柏氏發現其他物質，如硫磺、火漆、松香、玻璃、寶石等，若以適當之物摩擦之，亦有此性質。

直至吉柏氏時代，琥珀之電吸引，及磁石之磁吸引，一般咸認爲相同之事。吉柏氏由實驗證明“磁力與電力截然不同”。於是氏發明靜電學 (Electrostatics) (吉柏氏所知者僅此)，於是磁學電學，始分疆而治矣。

吉柏氏後二百年，1800年，意大利學者亞力山大伏打 (Alexander Volta) 氏發明伏打電池 (voltaic cell)，始可使電繼續流動，或始有電流 (electric current)，以代替放電及電火花之瞬時的斷緒的電流，而吾人始有所謂動電學 (Electrokinetics) 焉。

後此二十年，1820年，Copenhagen 物理教授，奧斯特 (Hans Christian Oersted) 氏發現電流周圍有作用於磁鐵之力。奧斯特氏之發明，實完成電學與磁學之關係，蓋直至斯時，二者尚為互不相關之現象也。於是咸知電流為電磁現象，即其效應上具有電的及磁的也。無何，安培 (Ampère) 氏增益此說，謂磁由於磁性物質之“分子”周圍有電流環流而生。將安培氏說加以改良，即為近世公認之磁說。自磁與電之關係發現後，於是知磁石係與琥珀有關之現象。至吾人所謂電磁學，則不僅謂電學與磁學為一種科學，即與電磁學貌似無關之光現象，亦以電磁學為其無上之解釋矣。晚近以來，電學之領域大開，不獨用以解釋物性，且用以說明原子之構造。

電力及磁力，可以力學、熱學、化學等效應說明之，測定之，即電能可變為機械能、熱能、或化學能也。凡此種種現象，皆應用能量不滅定律，能量不滅定律，其科學中最可貴之指南歟！

## 磁 學

364. 磁鐵——用某種方法（其法為何，容後論之）可使鋼條磁化，即可使之具有如磁石吸鐵之性質。磁化鋼條，名曰人造磁鐵 (artificial magnet) 以示與磁石有別。人造磁鐵與磁石，性質上實無區別，故以磁鐵一詞代斯二者。因鋼磁鐵可製成規則形式，故用以研究磁性，便利實多，本書所述，即指鋼磁鐵而言。磁鐵之

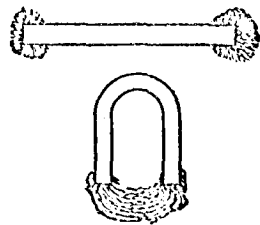


圖 228

形式，普通有兩種，曰 U 形磁鐵或馬蹄式磁鐵，及棒磁鐵。(圖 228)。

磁學一語，用以指磁性的科學可，用以指物體的磁性之原因亦可。

365. 磁極——投磁鐵於鐵屑內，則見磁鐵上有處之吸引力最大，有處之吸引力為零。吸引力最大之點名曰磁極 (magnetic pole)，無吸引力之處名曰中和區域 (neutral region)。一個磁鐵恆至少有二極。尋常之磁化鋼條，即有二極，各近鋼條之一端，鋼條之中部，即中和區域。此種區別，可由鐵屑附着於鋼條之理說明之(圖 228)。連結二磁極之直線，名曰磁軸線 (axis of the magnet)。



圖 229

設將一磁化鋼條懸起，使可繞其中心在水平面內旋轉，則約在南北方向內停止，指北之端恆指北。指北之極名曰北極 (north pole)，他一極名曰南極 (south pole)。北極亦名曰 *N* 極或正 (+) 極，南極亦名曰 *S* 極或負 (-) 極。磁軸線之方向，以自 *S* 極至 *N* 極者為正。

若將一磁鐵之 *N* 極，持近一懸掛磁鐵之 *N* 極，則見二者之間有相斥之力，反之，若將 *S* 極持近懸掛磁鐵之 *N* 極，則見二者之間有相吸之力，故可證明磁鐵有一重要性質，即

同極相斥，異極相吸也。

應用上之定律，則任一鋼鐵棒，或為磁鐵或僅為磁質 (magnetic substance)，不難檢出；磁質者，受磁鐵吸引之物質也。若棒之任一點，對於懸掛磁鐵之 *N* 極，還有斥力，則此棒為磁鐵，斥力之所在，即棒之 *N* 極之所在也。若鋼鐵未曾磁化，則棒之各點必吸引磁鐵之任一極。

366. 磁分子說——設將一強磁鐵投入鐵屑，則鐵屑附於兩極，其狀



如劍，中部附近或中和區域則無。今設將此磁鐵由中間截斷，則可得兩個完全磁鐵。若取各半而試驗之，則見截斷之處，原向  $N$  極者為  $S$  極，原向  $S$  極者為  $N$  極（圖 230）。各半仍可截斷。而得四個磁鐵，如此分割，以至無窮。由是論之，則鐵或鋼塊皆由元磁鐵 (elementary magnet) 構成，元磁鐵皆有二等而相反之極，而使鐵或鋼棒磁化，要不外重新排列其元磁鐵耳。無磁性之鋼鐵棒內，元磁鐵不指任何一定之共同方向，故互相中和，其作用不能表顯於外（圖 231）。苟能將元磁鐵大半轉入於同一方向，則棒即變為磁鐵（圖 232）。此解釋磁作用之理，名之曰磁分子說 (molecular theory of magnetism)，但非假定元磁鐵為化學觀之分子也（參閱 §437 磁電子說）。

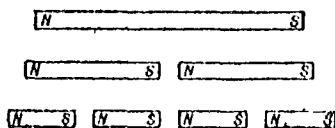


圖 230

磁分子說，可以玻璃管貯鐵屑而使之磁化證明之。以強磁鐵擦玻璃管，則因多半鐵屑磁化，故鐵屑依管之方向，排成行列，於是一端成爲

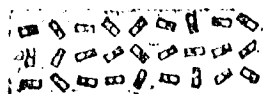


圖 231

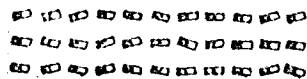


圖 232

$N$  極，他一端成爲  $S$  極。若將此管持近一靈敏的懸掛磁針，即可證明其業已磁化。若振搖鐵屑，則諸小磁鐵之行列破壞，不共指任何特殊方向，管之任一端，吸引懸掛磁鐵之任一端，即鐵屑管失卻其磁化也。

依英氏磁鐵模型 (Ewing's model of magnet)，由若干小磁針構

成，磁針支於玻璃板上（圖 233）。除非受一個或數個大磁鐵之作用，或受帶電流之線圈之磁作用（圖 233），則諸磁針不居任何特殊方向。

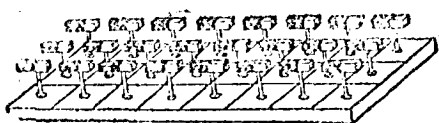


圖 233

367. 磁力線——磁鐵與磁鐵之作用，吾人已知其為同極相斥 異極相吸。往昔學者皆認此作用為“超距直接作用”(direct action at a distance)，即視之為橫貫空間而生，不借助於任何居間作用也。法拉的

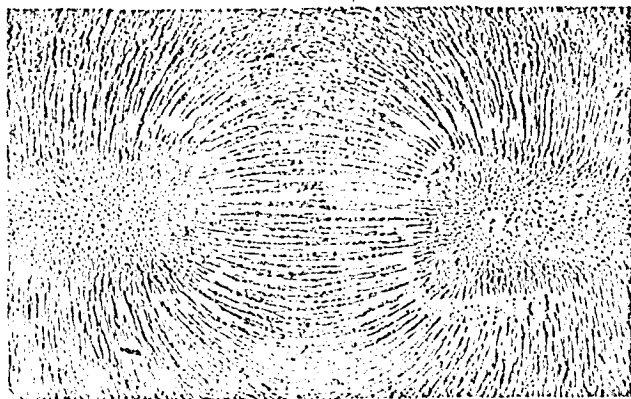


圖 234 a

(Faraday) 氏及馬克士威(Maxwell) 氏謂磁鐵之相互作用，由於磁極間有應力綫 (lines of stress) 而生。此等應力綫，可用下述諸法畫出，

而名之曰磁力線 (lines of magnetic force)。磁力沿此等線傳佈，可想像其與順繩之拉力相似。故謂磁力線為居中空間之某種旋轉中心線，良有以也。(1)

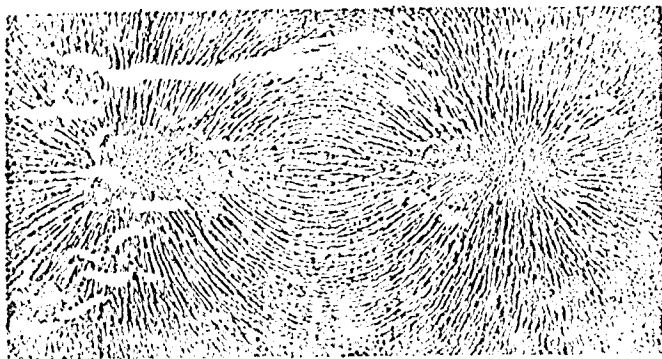


圖 234 b

磁極間之力線可用鐵屑畫出。圖 234 a 所示，為  $N$  極與  $S$  極間之磁力線，蓋玻璃板於二極上，板上佈以鐵屑，輕扣玻璃板，則鐵屑自由運動，自行排列成行。由鐵屑分佈之狀，可證明磁力線為應力線。各個鐵屑暫時變為磁鐵， $N$  極有順力線向一方運動之傾向，同時， $S$  極有向對方運動之傾向。圖 234 b 所示，為棒磁鐵周圍之力線；圖 234 c，為二  $N$  極間之力線；圖 234 d，為置於  $N$  極與  $S$  極間的軟鐵棒周圍之力線；圖

(1) 法蘭的，馬克士威等物理學家或謂設“以太”之存在，以解釋磁、電、及光效應之傳佈，“以太”思想，已為科學上最便利之假設，但不無困難也，欲解釋磁、電及光等觀察事實，吾人須假定一介質，此介質所具之性質殊難互相調和。但“以太”為此等現象之良好假說，惟其如此，吾人將利用之以研究電磁學。

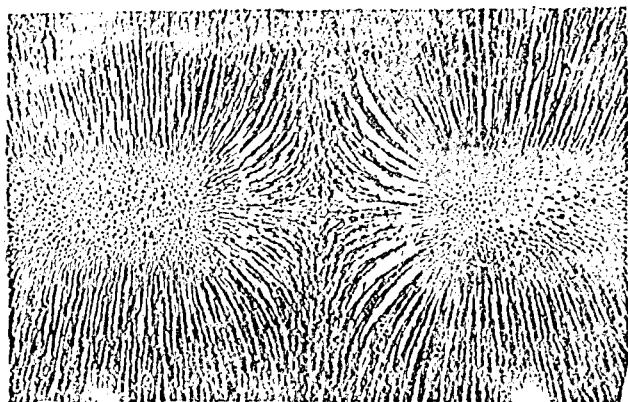


圖 234 c

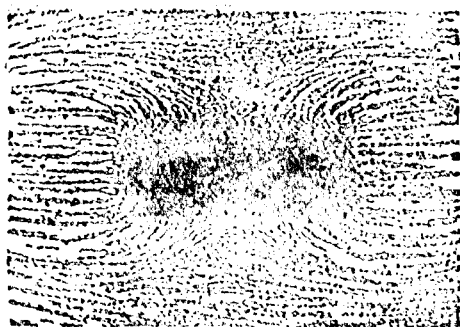


圖 234 d

234 c, 爲置於  $N$  極與  $S$  極間的軟鐵圈週圍之力線。最後之圖, 鐵圈內部之鐵層不成行列, 故鐵圈內部爲避磁力區域 (參考 §446)。

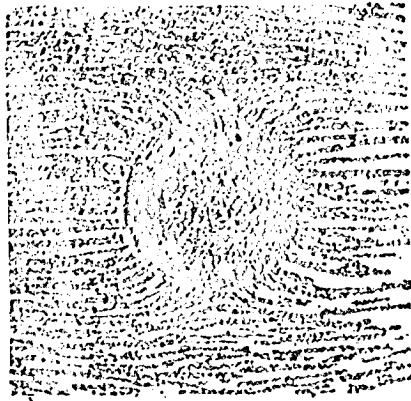


圖 234 c

368. 磁場——可以畫磁力線之區域名曰磁場(magnetic field)。故凡磁體之周圍皆為磁場。電流周圍之區域亦為磁場，容後論之。地球周圍為一磁場，即所謂地磁場也。懸掛磁針為最靈之磁場檢查器。雖不能轉動鐵屑之極弱磁場，此器亦能檢出。例如，地磁場不能用鐵屑畫出，但可作用懸掛磁針。

若場內之磁力線均為平行直線，則場為勻場(uniform field)。地磁場內無磁性物質，且遠離電流之所，即為勻場，面積頗廣。懸掛磁針無論置於場內何處，恆指同一方向。

用磁針畫磁場時，則見磁針之中心恆與磁力線相切。磁力線之正方向，即針之 *N* 極所向運動之方向。故知磁力線在空氣中，自 *N* 極發出而入於 *S* 極。因 *N* 極與 *S* 極互相吸引，故磁力線有縮短之傾向。法拉的氏謂二異極之相吸，由於其間磁力線之張力，此等磁力線之作用，與拉長

之橡皮帶無異。由圖 234 視之，知磁力線普通皆為曲線。但若磁力線僅有縮短傾向，則必為直線。今諸線互相背馳，則是線之一般形狀，應由二因而成：(a)順線之張力，(b)線間之斥力。馬克士威氏用數學方法，證明磁場之性質，及磁場作用於磁體之合力，可認為由縱張力及橫壓力而成，正如法拉的氏所說。

369. 磁化方法——設持一軟挪威鐵棒於手，使其一端指北向下，輕擊而後，或並未擊之，則見指北之端變為 *N* 極，蓋因棒之元磁鐵受地磁場之作用，排成行列矣。若使棒與地磁場垂直，再輕扣之，即失其磁性，其失之易不亞其得之易也。若以生鐵或鋼塊作同樣試驗，則見非猛而頻擊之，則不能磁化。且當其已磁化也，則保持其磁性，雖在磁場內將其方向改變，亦不失其磁性。此保持磁性之性質名曰頑磁性 (magnetic rotativity)。軟鐵內之元磁鐵，易使之成行列，然亦易摧毀其行列，鋼內之元磁鐵，有反對變其方向之傾向，既不易磁化，亦不易去磁 (demagnetized)。故製永久 (permanent) 磁鐵，以純鋼為最宜；至於軟鐵，僅

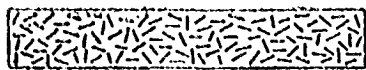


Fig. 235

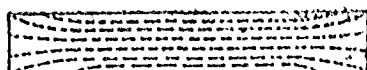


Fig. 236

宜於製暫時 (temporary) 磁鐵。鋼愈鍊，則頑磁性愈大，故強的永久磁鐵，恆以鍊鋼製之。近世已發明具有高頑磁性之鋼，其最著者為鉻鋼，容後述之。

由上述視之，磁化方法，不外置鐵或鋼於磁場之內。圖 235 及 236

說明依磁分子說所發生之現象。第一圖，小磁鐵之方向龐雜，力線盡在羣磁體之內，而不能表顯於外。第二圖，小磁鐵皆指同一方向，其表顯於外之磁場，約於棒磁鐵之磁場同。此種磁化磁質之法，名曰磁感應 (magnetic induction)。

370. 磁質及磁感應——設將鐵釘或鋼釘持近一強磁鐵之  $N$  極，則不惟此釘受吸引，且亦有吸引他釘之性質。如是釘釘相吸，可成釘線，因每釘皆成暫時磁鐵也 (圖 237)。磁質者受感應而磁化之物質也，故磁鐵吸引之。鐵之磁性最強，鎳銻次

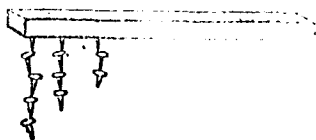


圖 237

之，此等物質名曰鐵磁質 (ferromagnetic substance)。郝斯勒 (Houslor) 氏發明鎂、銅、鉛雖皆為非磁質 (non-magnetic substance)，但製成合金，則磁性殊強。因此等合金皆含有鎂、或與鎂有關之銻、鎂與銻在某種溫度及配合條件之下，則成為鐵磁質，其合金之有磁性也，半由於此。尚有他種物質，略受強磁鐵之吸引，名之曰順磁質 (paramagnetic substance)。尚有他種物質，為磁鐵所排斥，則名之曰反磁質 (diamagnetic substance)。凡反磁效應，皆甚微弱，如磁場不甚強，則不能顯出。

371. 互同磁極——尋常磁化之針，僅有二極，但使一磁棒具有兩個以上之磁極，卻屬可



圖 238 a

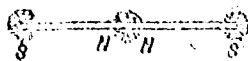


圖 238 b

能。圖 238 所示，爲此種不規則的磁化方法之一。圓棒之兩端於二磁鐵之  $N$  極上，以另一磁鐵之  $S$  極爲原棒之中點。則棒即磁化，兩端爲  $S$  極，中間爲  $N$  極（圖 238b），如此則所得者相當於兩個磁鐵，中點爲兩個  $N$  極。房間極或稱爲附從極（consequent pole）水力昇降機之鋼活柱（steel plunger），常具許多房間極。

372. 庫倫氏磁力定律——設用強勻磁場，磁化一細長鋼棒，則其極近於兩端。庫倫（Coulomb）氏，爲法國物理學家及數學家，（1789），曾用此種磁鐵研究兩磁極間在各種不同距離之力。氏發現力與兩極間距離之平方成反比。用細銀絲將一細長磁鐵  $NS$  水平懸起（圖 239），當磁鐵在磁子午線內時，銀絲無扭力。垂直持另一細長磁鐵  $N'S'$ ，於未令  $NS$  轉動之前，量得兩北極間之距離爲  $d$ 。 $NS$  因兩極間之斥力而生偏轉。欲使  $NS$  復其原位置，則須用扭轉頭轉銀絲，直至扭力等於兩極間之斥力爲止。由銀絲之扭轉度數，即可測得兩極間之斥力（§118）。庫倫氏用此法量得不同距離  $d$  時之力  $F$ ，證明  $F$  與  $1/d^2$  成比例。

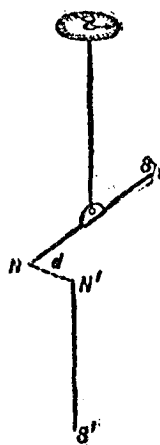


圖 239

今可予 C. G. S. 單位磁極，或單位強度磁極以定義矣：單位磁極者，在真空內，置於一等而相同之極 1 釐米遠處，而以 1 達因之力，斥之之磁極也。故若以釐米爲距離之單位，達因爲力之單位，而以上述之 O. G. S. 單位強度磁極測  $m$  及  $m'$ ，則對於真空而言，庫倫氏定律爲

$$F = \frac{mm'}{d^2}$$



設非真空，而有實質之介質，則對於此介質必須用因子  $1/\mu$  (§444)，於是得

$$F = \frac{1}{\mu} \frac{mm'}{d^2}$$

由上式視之， $\mu$  為對於已知二極，已知距離，在真空內之力，與在某介質內之力之比。此比名曰介質之導磁係數 (permeability)。對於空氣而言，其值稍異於 1，但實用上，多假定其為 1 (§448)。

庫倫氏定律之證明，不只靠庫倫氏實驗，但庫倫氏定律，可以說明磁極在各種位置時之相互作用，實其最有力之證明也（參考 §379）。

373. 磁場強度——置磁極於磁場內，作用於磁極之力，視磁極強度  $m$  及磁場強度  $H$  而定。某點之磁場強度。等於作用於此點之單位磁極之力之達因數。故  $F = m \times H$ 。磁場強度之單位為高斯 (gauss)。故在地磁場強度 0.6 之處；作用於強度為 4 之磁極之力為  $0.6 \times 4 = 2.4$  達因。

374. 力線之量的應用——按上述力線定義 (§367)，則磁力線僅能定磁場之方向，然由鐵屑作成之圖視之，則見磁場最強之處，力線亦最多，故可以力線數代表磁場強度。欲如此，則須限定代表磁場所畫之力線數，其法如是，即在單位強度磁場內，每方釐米之正斷面，有一條力線；強度  $H$  之場內，每方釐米有  $H$  條力線；或磁場強度，數字上等於與磁場成直角所需之平面上每方釐米之力線數。若將力線一詞作量的應用時，則須明了係指此等限定總數而言。此數名曰力之單位線 (unit lines of force)。

若場為勻場，則通過與磁場成正交之斷面積  $S$  之總線數為  $N = SH$ 。

若場之強度不勻，則可將總面積分為若干小面積，則每小面積之磁場約近於勻，於是得  $N = \Sigma SH$ 。

375. 磁極場內之單位力線數——設以磁極  $m$  為中心，作一半徑  $r$  之球面（圖 240）。則由庫倫氏定律，球面上各點之磁場強度  $H$  等於  $m/r^2$ 。磁場  $H$  顯與球面成直角。故有  $m/r^2$  條力線，通過球面之每方釐米。故自  $m$  發出之總力線數，等於  $4\pi r^2 \times m/r^2$  或  $4\pi m$ 。因此式對於  $r$  之任何值皆為正確，故通過凡以  $m$  為中心之球面之力線數皆同，或力線皆為連續的，故若選擇場內某點之特殊線以代表此點之強度，則亦可代表場內任何其他點之強度。同理，則知有  $4\pi m$  條力線入於  $-m$ 。

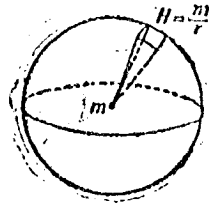


圖 240

376. 磁場作用於磁鐵之力——磁鐵在勻磁場內，如地磁場是，則有二等而相反之力作用其上，一在力線方向內作用於  $N$  極，一在反對方向作用於  $S$  極。當自由旋轉時，則磁鐵轉動，使其軸線於磁場平行，但無向北或向南移動之傾向。此可以置磁鐵於硬木上，而使之浮於水上證明之。磁鐵既不北移，亦不南遷，僅能轉動，最後停於磁子午線內。足證磁鐵兩極之強度恰相等。故若磁鐵與勻場成一角度，則作用於磁鐵兩極之力，成一力偶 (§98)。

若磁場不勻，則兩極所受之力不等，合力在較強之力之方向內，磁鐵有全體在此方向內運動之傾向。

377. 磁體在勻場內所受之轉矩——欲求轉矩或力偶矩，則可假定

磁鐵  $NS$ ，與磁場之方向  $XX'$  成角  $\theta$ ，(圖 241)。設磁極強度為  $+m$  及  $-m$ ，磁場強度為  $H$ ，則磁場作用於二極之力為  $+mH$  及  $-mH$ ，故力偶矩為  $L = mH \times$  (力偶臂)。假定兩極間之距離，或磁鐵之長度為  $2l$ ，則力偶臂  $= 2 NP = 2l \sin \theta$ 。故

$$L = 2 H m l \sin \theta.$$

命  $2 ml = M$ 。則

$$L = H M \sin \theta.$$

2  $ml$ 。名曰磁鐵之磁矩(magnetic moment of the

magnet)。磁鐵之磁矩，等於磁極強度與磁極間距離之乘積。當磁鐵與磁場成直角時， $\theta = 90^\circ$ ，則力偶矩  $L = HM$ 。

若磁場強度  $H$  為 1，則力偶矩  $L$  等於磁矩  $M$ ，故磁鐵之磁矩，數字上等於磁鐵與單位磁場成直角時，作用於磁鐵之力偶矩。故磁鐵之磁矩為可以確實測定之量，但兩極間距離  $2l$  為不定的。

378. 磁軸線內各點之磁場強度——應用庫倫氏定律，可算出磁鐵周圍任何點磁場之強度。設有一棒磁鐵，極強為  $m$ ，長度為  $2l$  (圖 242)。試求磁軸線正方向之延長線上  $P$  點之磁場強度。由庫倫氏定律， $P$  點之磁場強度，即作用於  $P$  點單位正磁極之力，為

$$R = \frac{m}{(r-l)^2} - \frac{m}{(r+l)^2} = \frac{4rlm}{(r^2-l^2)^2}$$

假定  $P$  離  $O$  為甚遠，則  $l^2$  較之  $r^2$  可以忽略，則得

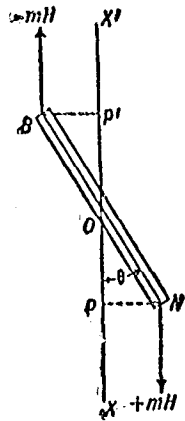


圖 241

$$R = \frac{4lm}{r^3} = \frac{2M}{r^3};$$

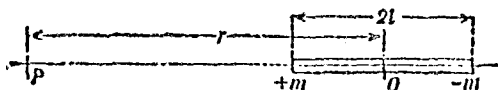


圖 242

$R$  顯然在磁軸線之正方向。

379. 磁軸線之鉛直平分線上各點之磁場強度——如圖 243 所示，作用於  $P$  點單位磁極之力為斥力  $F$  可以  $PA$  表之，及一相等之引力，緣  $-m$  而生，可以  $PB$  表之。對角線  $PQ$  代表合力  $R'$ 。因三角形  $PAQ$  與  $NPS$  相似，故

$$\frac{R'}{F} = \frac{PQ}{PA} = \frac{NS}{NP} = \frac{2l}{(r^2 + l^2)^{1/2}}.$$

由庫倫氏定律，

$$F = \frac{m}{(r^2 + l^2)};$$

故

$$R' = \frac{2lm}{(r^2 + l^2)^{3/2}}$$

$R'$  之方向顯與磁鐵平行，假定  $P$  離  $O$  甚遠，則  $l^2$  與  $r^2$  相較，可以忽略，故

$$R' = \frac{2lm}{r^3} = \frac{M}{r^3}$$

由上之結果視之，則同一磁鐵，同一距離，磁軸線延長線上各點之磁場強度二倍於磁軸線鉛直平分線上各點之磁場強度。因上之計算，係

以庫倫氏定律作基礎，故可由實驗上比較二場合下之磁場強度，以驗此定律之真否。高斯(Gauss)氏曾作此實驗，實驗結果，與此定律吻合。

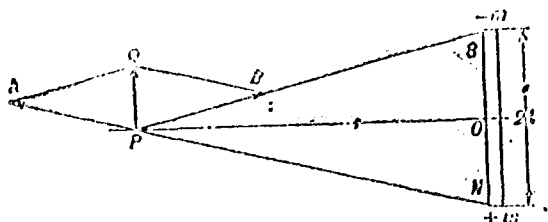


圖 243

380. 應用磁鐵之振動比較磁場——當懸掛磁鐵與磁場之方向成轉角  $\theta$  時，則磁鐵受恢復力偶  $MH \sin \theta$  (§377) 之作用。若  $\theta$  角不甚大，則正弦與角度可認為相等，故恢復力偶與  $\theta$  為正比，即  $MH\theta = -I\alpha$  此處  $I$  為磁鐵之轉動慣性， $\alpha$  為角加速度(參閱 §89)。故此運動與角諧運動相合 (§118)，其週期為

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MH}}$$

移項，得

$$H = \frac{4\pi^2 I}{M} \frac{1}{T^2} = \frac{4\pi^2 I}{M} n^2$$

此處  $n$  為振動頻率。假使同一磁針在強度  $H_1$  及  $H_2$  兩磁場內振動，再設週期為  $T_1$  及  $T_2$ ，頻率為  $n_1$  及  $n_2$ ，則

$$H_1 : H_2 = 1/T_1^2 : 1/T_2^2 = n_1^2 : n_2^2$$

此實驗係假定磁鐵之磁矩為常數，故若磁場強時，則磁矩因感應而改

變，即不能應用此法。圖 244 所示，為觀測磁鐵振動之簡單儀器，磁鐵為圓柱形，其轉動慣性可由公式(§94)算出。

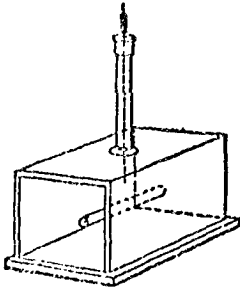


圖 244

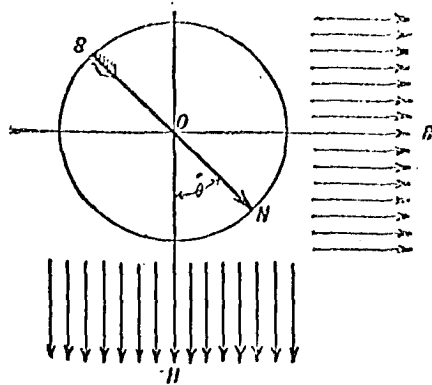


圖 245

381. 正切定律——設一磁鐵受二互為鉛直磁場  $H$  及  $R$  之作用時，則其最後位置與  $H$  成角  $\theta$ ，與  $R$  成角  $(90^\circ - \theta)$  (圖 245)。轉磁鐵入於  $H$  方向之力偶矩為  $L_1 = MH \sin \theta$ ，使入於  $R$  方向之力偶矩為  $L_2 = MR \sin(90^\circ - \theta) = MR \cos \theta$ 。因磁鐵靜止時之轉角為  $\theta$ ，故此二相反之力偶矩數字上必相等，即  $L_1 = L_2$ ，或

$$MH \sin \theta = MR \cos \theta$$

由上式得

$$\frac{R}{H} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

故若一磁針在強度  $H$  之磁場內，受與  $H$  成直角之磁場  $R$  之作用，而生轉角  $\theta$ ，則  $\theta$  之正切，等於  $R$  與  $H$  之比。

382. 應用磁鐵之轉角比較磁場 —— 置小磁針於磁場內，用他一磁

鏡偏轉之，使離磁場之方向，第二磁鐵所生之磁場，須與所測磁場成直角。本實驗所用之簡單儀器，如圖 246 及 247 所示。其構造為一羅盤針裝於分度尺  $AB$  之中央，羅盤盒有一刻度圓盤，可讀出磁針之轉角。令分度尺  $AB$  與磁場  $H_1$  成直角，記針在圓盤上之零位置。置磁鐵  $NS$  於

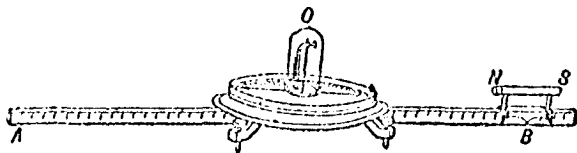


圖 246

尺之  $B$  點，則其所生之磁場  $R$  與  $H_1$  成直角。針之最後位置與  $H$  成角  $\theta_1$ ，由是得  $R/H_1 = \tan \theta_1$  (參看 §381)。再移置此儀器於第二磁場  $H_2$  內，測得另一轉角  $\theta_2$ ，則  $R/H_2 = \tan \theta_2$ ，以第一式除第二式，得

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1}$$

故強度與轉角之正切為反比。

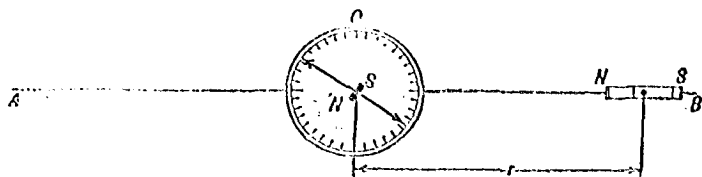


圖 247

383.  $M$  及  $H$  之絕對測定法—— §§380 及 382 所述之法，皆為比較法，所測者為磁場之相對強度，而非磁場之絕對強度。磁場強度之絕

對測定，如地磁場之測定是，可用振動實驗及轉角實驗合併測之，其法如下：

第一、使磁矩  $M$  之磁鐵，在磁場  $H$  內自由振動，則得 (§380)

$$HM = 4\pi^2 I/T^2 \quad (1)$$

由此可得積  $HM$  之值。

第二、用此同一磁鐵為轉動磁鐵，而測其轉角 (§381)。則得

$$R/H = \tan \theta$$

但由 §378，知磁鐵在軸線上某點所生之磁場  $R = 2M/r^3$ 。將  $R$  之值代入上式，得

$$H/M = 2/r^3 \tan \theta \quad (2)$$

此處  $r$  為由磁鐵中心至振動磁針中心之距離 (圖 247)，以釐米計， $\theta$  為磁針與磁場  $H$  所成之轉角， $M$  為轉動磁鐵之磁矩。由 (1) 及 (2) 式消去  $M$ ，則得  $H$  之絕對值 (此“磁場強度”為地磁場之水平份強度，參看 §386)。

由此二式消去  $H$ ，則可得  $M$  之絕對值。

384. 測定地磁場水平份強度之磁強計——應用圖 244 及 246 所示之儀器，可約略測定地磁場水平份強度  $H$  之值。至於最準確之實驗，如英美政府之磁力測量，則須用克攸 (Kow) 氏單線磁強計 (unifilar magnetometer)。此儀器如圖 248 所示，為測定轉角之裝置。尋常方法率用簡單儀器，但特別說明及較正，則須參考詳細之實驗書。

385. 地磁場之方向——由懸掛磁針自指南北之事實，吉柏氏創“地球為一大磁體”之說。經後來學者之研究，知地球之磁化，非常複雜。試



將磁針懸起，使其可在水平面內旋轉，則靜止時，並不恰指地理的北方。磁針與地理子午線所成之角，稱之曰磁偏角 (declination)。此角隨地隨時而變。1932年，倫敦之磁偏角約為  $12^{\circ}W$ ；紐約約為  $11^{\circ}W$ ；舊金山約為  $18^{\circ}E$ 。磁偏角雖隨時而變，但尋常皆甚緩。於 §338 中再論之。

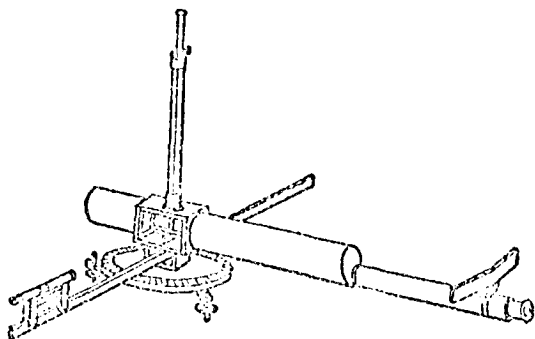


圖 248

通過磁針軸線之鉛直平面與地球面相交之線稱為磁子午線 (magnetic meridian)。故磁偏角可定義為地理子午線與磁子午線所夾之角。

約當 1544 年，德人哈特曼 (Hartmann) 氏發現未磁化時水平平衡之針，磁化後，則不平衡，其指北之極下伏。於是始發明磁傾角 (magnetic dip or inclination)，磁伏角為支於重心之磁針與水平所成之角，可以磁傾儀 (dip circle) 測定之。此儀之構造，為一鉛直分度圓盤 (圖 249)，可使之在磁子午線內。圓盤之平面角有一磁針，通過針之重心為

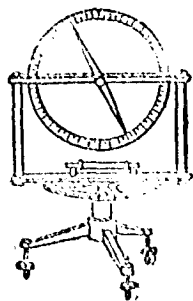


圖 249

一水平軸，故針可在磁子午線平面內自由旋轉。磁針與水平所成之角即磁傾角。在北半球，磁針之北極下伏，或傾角為正，在南半球，磁針之南極下伏，或傾角為負。近地球之赤道處有一無傾角之環線，稱為磁赤道 (magnetic equator)。設磁偏角及磁傾角皆為已知，則可定磁場之方向。

測定磁傾角之最方便及最適當之方法，為地磁感應法。俟述電磁感應時再詳論之 (§553)。

383. 地磁場之強度——§383 之方法，係由同一磁鐵之轉角及振動週期以測定磁場強度，可應用於地磁場。如此所測得之強度，當然為地磁場水平份強度 (horizontal component of earth's magnetic field)  $H$ 。設磁傾角  $\phi$ ，及水平份強度  $H$  為已知，則可直接算得地磁場之總強度  $T$ ，如圖 250 所示

$$T = H / \cos \phi$$

鉛直份強度  $V$  可用下式算出。

$$V/H = \tan \phi$$

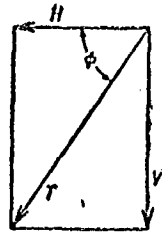


圖 250

387. 地磁圖——地磁測量結果，已測得各處地磁場之偏角，傾角，及強度，最好在地图上畫線以代表之。通過同偏角各點所畫之線，名曰等偏線 (isogonic line)。圖 251 所示，為全球等偏線之狀。線之數字，表偏角之大小。經過新加坡及威海約附近之線，偏角為零度，即無偏線也。

聯結等傾角之線，名曰等傾線 (isoclinic line)。等傾線之方向約與緯線平行，如圖 251 之虛線所示。

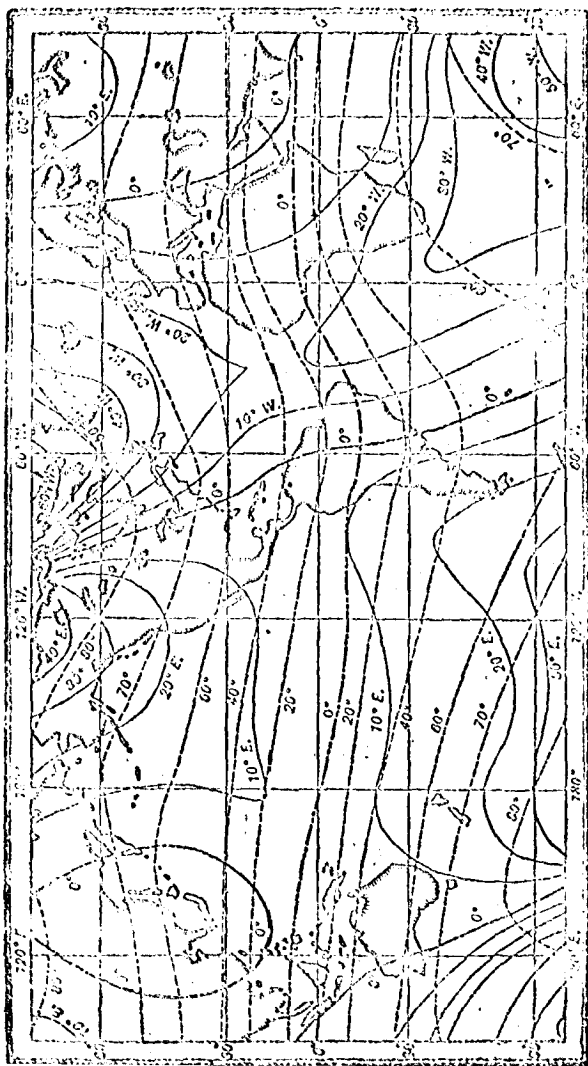


圖 251

地磁極所在之處，傾角為  $90^\circ$ 。地磁極不與地理極相合，一在北半球，約在西經  $95^\circ$  及北緯  $70^\circ$  之附近。但地磁極非一定不移之點。

聯結等強度之線，名曰等力線(isodynamic line)。

388. 磁偏角之時間變化——自 1580 年以來，在西歐曾作有計劃之磁偏角觀測。據觀測結果，在 1580 年，倫敦之磁偏角為  $11^\circ 15' E$ 。此角漸漸減小，待至 1657 年而為零，於是轉向西偏，至 1818 年而為最大，約為  $24^\circ 38' W$ ；自此而後，又復漸漸減小，晚近以來此偏角每歲約減  $5'$ 。此變化名曰磁偏角之長期變(secular variation)。據觀測所得，磁傾角及強度亦有長期變化。除上述外，諸量又皆有歲變(annual variation)及日變(daily variation)。

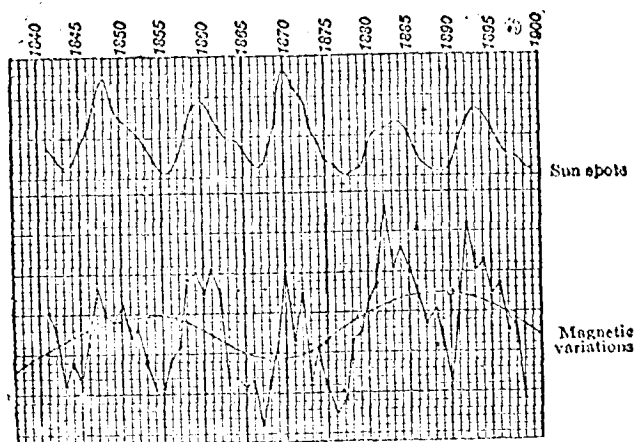


圖 253

不但此也，有時亦發生急劇變化，名曰地磁暴變(magnetic storm) 太陽面上劇烈變動之次數，即地球磁性最大變動之次數，例如圖 253

所示。太陽斑點十一年一變，恰與地磁最大變化之週期相合。北極光 (aurora borealis) 現象，與地磁變化亦有極密切之關係。

地球何以爲磁性物體，屢經紛紛，莫衷一是。由地磁力線之形狀觀之，其主要原因，仍在地球之本身。至地球面上或近地球表面處之磁化鐵，僅爲局部效應。地質段多半爲鐵，但溫度甚高，溫度高的鐵，所具之磁性甚弱。由地磁極近於地球極之理推之，則磁化原因以地質段之自轉。太陽亦爲一磁體，亦具有磁精與旋轉之同樣關係。設二者之原因同，則不能磁化鐵，因太陽之溫度甚高也。以某種方法旋轉之電流（例如，因電子及質子旋轉之平均距離是也），曾亦認爲地球磁化之原因。以上諸說，無一能圓滿解釋地磁場力線者，雖求其近似亦不可得。

## 靜電學

§§9. 基本實驗——以毛皮擦硬橡皮棒，則棒可吸取輕小物體。例如紙片或木髓球等物即附着其上，須與則排斥之。以細絲懸一小鍍金木髓球，爲試驗此引力及排斥力最方便之儀器。凡具有先吸引而後排斥輕小物體之性質之物體，皆謂之曰帶電 (electrified)。發生此引力之物，名之曰“電”，帶電之物體稱之曰“有電荷”，或簡稱之曰“帶電”。用以驗電之懸掛木髓球或其他設計，稱之曰驗電器 (electroscope)。

可以帶電之物體甚多，不獨硬橡皮然。其最著者爲琥珀，橡皮，松香，硫磺，火漆，樹膠等，以毛皮擦之；玻璃，水晶等，以絲絹擦之。凡兩種不同物質相擦皆可帶電，但往往須以特殊方法，方可檢出。

設以細絲將已用毛皮擦過而帶電之橡皮棒懸起，使之可繞其中心在水平面內旋轉，則見其排斥同樣帶電之橡皮棒。設將絲絹擦過之玻璃棒持近此懸掛之橡皮棒，則吸引之。同樣，可將帶電之玻璃棒懸起，則爲

另一帶電之玻璃棒所排斥。故絲絹擦過的玻璃之電與毛皮擦過的橡皮之電相反；換言之，即有兩種電也。玻璃所帶之電，名之曰正電 (positive electricity)，橡皮所帶之電，名之曰負電 (negative electricity)。上之實驗，證明帶同種電之物體相排斥，帶異種電之物體相吸引。

吾人已知以毛皮擦橡皮棒，則橡皮棒帶負電。今試取毛皮而試之，則見毛皮亦帶電，但吸引帶電之橡皮棒而排斥帶電之玻璃棒，故以毛皮擦橡皮棒，毛皮帶正電，橡皮棒帶負電。同理，以絲絹擦玻璃，絲絹帶負電，玻璃帶正電。一般言之，凡兩種不同物質相擦則生電，此二物質皆帶電，一帶一種電，一帶相反之電。下表由數種物質排列而成，稱之曰“電系” (electric series)，其次序如此規定，即設某物質以其次之某物質擦之，則第一物質帶正電，第二物質帶負電。例如，以絲絹擦玻璃，則玻璃帶正電，絲絹帶負電，但若以毛皮擦玻璃，則玻璃帶負電。但物質之帶電，與表面狀況關係甚大（如雜質，溫度等是），故此系內所示者，僅為近似的。

毛皮	玻璃	金屬	松香
羊毛	絲絹	硬橡皮	硫磺
水晶	木料	火漆	棉花火藥

390. 電之傳佈導體及絕緣體——設以手持金屬球，而以帶電之橡皮之棒各點觸之，則棒盡失其電；設將球裝於玻璃或橡皮架而重試之，則球分得棒上之電，若以木髓球等輕小物體試之，則先吸引而後排斥之。若取另一絕緣球觸此絕緣球，則又可將電分去一部分，故可用傳導法，將電由此物傳於彼物。至木髓球與帶電物體接觸後而受排斥者，蓋

因其受傳導作用，而帶有與帶電物體相同之電也。

但金屬與橡皮有一極不相同之點，設以金屬絲或手觸金屬球之任一點，使球與地相連接，則球盡失其電荷。但除非以金屬絲或手遍觸橡皮或玻璃之各部，則不能盡放其電。故電在金屬上可自由自此點移至彼點，在橡皮或玻璃上則不易移動。設先以玻璃棒或橡皮棒，而後以裝有橡皮把之金屬桿，將帶電之絕緣球與他一絕緣球相連接，則更可證明二者之不同。電可緣金屬連接物傳佈，但不能緣玻璃或橡皮連接物傳佈。故金屬為電之良傳導體 (good conductor)，玻璃或橡皮為不良傳導體 (poor conductor) 或絕緣體 (insulator)。茲可知將金屬物裝以玻璃或橡皮架，以使之與地球及其他物體絕緣之理矣。

由實驗證明，無絕對的絕緣質，亦無絕對的傳電質。最好之絕緣體為琥珀，橡皮，硫磺，樹膠，玻璃，瓷器，水晶，空氣，絲綢等；最好之傳導體為金屬，酸類，濕土等。乾燥之木料，紙類，棉布及亞麻線等為半絕緣體。潮濕之玻璃，尋常為不良絕緣體。

391. 電之本性——以上所述，僅就電之效應及傳佈而言，至電之本性，則未論及。倘知電之本性，則對於吾人未來研究，不無補益，但其說直至晚近，尚屬無徵。電學逐漸發明，原子之構造逐漸明白，故於斯二者，將相提而並論焉。

直至近世，尚以原子為小而不可再分之微粒。今由許多證明，知原子由一核(nucleus)，環以電子(electron)而成。使電子完全脫離原子，而就電子之本身研究之，已知為可能之事。每一電子為一小負電荷，凡電子之電荷及質量皆相等。核心帶正電，但其構造比較複雜。茲先研究

最輕的元素，氫原子。氫原子僅有一個電子，其核心亦為最簡單之核心。據吾人所知，氫原子之核心不過是一個正電子，名之曰質子 (proton)。較氫原子稍重者為氦原子，氦原子有兩個電子，在核心之外。其核心由四個質子及兩個電子而成，至其如何成為牢不可破之羣，則無從得知。每個重原子皆有若干外層電子，其核心由質子及電子構成，為牢不可破之羣，每個核心內，質子皆多於電子，故核心之總電荷為正，在中和之原子內，等於外層電子之總電荷。總之：電也，物質也，皆為質子電子所構成，質子帶正電，電子帶負電。

茲將討論質子電子之質量焉。質子或電子之質量，不過是質子或電子之運動變化時，所表現之電的性質，即指其慣性而言。由種種證明，知電子之質量約為質子之  $1/1840$ ，故原子之質量，實際上即核心內質子質量之和。例如，氫原子之質量，即一個質子之質量，氦原子之質量，即四個質子之質量，如此類推。因質子與電子，質量懸殊，故遷移率 (mobility) 亦大不相同。電子脫離原子時，不難由此一物體傳至彼一物體但質子恒與原子相結合。

今可知物體帶電之理矣。物體可帶負電，亦可帶正電，帶負電，即獲有多餘之電子，帶正電，即遺失其電子。嚴格言之，吾人不應謂正電由固體 *A* 傳至固體 *B*。因事實上乃電子由 *A* 傳於 *B* 也。（至液體及氣體之情形，容後再論）。然依舊的電之本性說，仍慣用前說，但於事實無礙，蓋因物體上電子之餘剩，等於質子之卻乏，其帶電則一也。

392. 舊說——古希臘人已知琥珀之殘項，有吸取木髓，草介等輕小物體之性質。但直至 1600 年，尚以此性質為殘項所專有，吉柏氏發現多種物質擦過後與殘項之作用同，故氏假



名之曰電 (electrics) 或現明類物體。氏用金屬試驗，而未發現金屬有此同樣性質，故氏名之曰非電 (non-electrics)。葛雷 (Gray) 氏於 1726 年，發現物質有爲良導體者，有爲不良導體者；若將金屬物繫於絕緣架上，則亦可由摩擦而帶電。所以“電”與“非電”二詞，失却其意爲矣。

約在 1733 年，杜費 (Du Fay) 氏發現電有兩種，曰“玻璃電” (vitreous) 與“松香電” (resinous) 又發現同電相斥，異電相吸。

1747 本哲民福蘭克林 (Benjamin Franklin) 氏給予電以確定界說，爲電學上第一有力之說。其說係假定凡電現象皆由一種液質 (one fluid) 而生，液質有餘則帶正電，缺乏則帶負電。“正電”及“負電”二詞，皆爲福蘭克林氏所定。將正負二詞顛倒，則福蘭克林氏說與近世之電子說頗相似，但於電子說之發明無甚影響耳。1759 拉柏特富奎爾 (Reber. Symon.) 氏將電爲正負兩種液質之說，中和狀態持體。此二液質之說相尋。

彈性位移說 (elastic displacement theory)，則以電爲以太 (ether) 之變化，以太者無形不有之介質也，以太入於某導體，則使導體帶正電或負電。斯三說者，在現在尙爲歷史上之故事，尙於講述電現象之術語上，尙尙有幾許過爪耳。

**303. 靜電感應**——設將一帶正電之絕緣體  $A$ ，持近一絕緣體  $B$ ，則  $B$  亦帶電 (圖 253)。由附着於  $B$  上之木髓球之被斥，即可證明之。試取一鍍金木髓球，以絲繫之，先與  $A$  相觸，使帶正電，則可用以檢驗  $B$  之電。 $B$  與  $A$  相近之一端，吸引此球，相遠一端，排斥此球。故知  $B$  有兩種電，遠端與  $A$  之電相同，近端與  $A$  之電相反。今若將  $A$  移去，則  $B$  不復帶電，但若將  $A$  再移回，則  $B$  又帶電。設以金屬絲連接  $B$  之任一點於地，或以手觸  $B$ ，則  $B$  遠  $A$  一端之電消滅，近  $A$  一端之電仍存。近  $A$  端之電名曰“束縛電荷” (boundary charge)，遠端之電名曰“自由電荷” (free charge)。自由電荷者，當  $B$  由導體連接於地時而逸去之電荷也，然束縛電荷因受異電吸引而不能逸去。設先將  $B$  與地之連結拆卻，而後移去  $A$ ，則電荷即自由分佈於  $B$  之全體。於是導體  $B$  帶與  $A$  相反

之電，同時  $A$  上之電並不減少。上之手續，謂爲由靜電感應 (electrostatic induction) 使物體帶電。

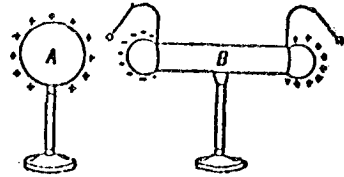


圖 253

學者不難應用電子傳佈之理，解釋靜電感應，須記負電爲電

子之餘剩，正電爲電子之缺乏，正電之逸於地球，實際爲電子從地球流至物體。

34. 金箔驗電器——金箔驗電器，爲驗電之最靈敏而最通用之儀器，尋常驗電器之構造，爲兩片金箔，並懸於絕緣金屬桿之下端，桿之上端爲一金屬球或金屬板。插於玻璃製或半玻璃製之盒內，以免受空氣流動影響而便於觀察箔片之張合。盒之玻璃部分，尋常皆貼有錫箔窄片，使與地球相連接，以作屏蔽之用 (§395)，且可增大其感應作用 (§398)。

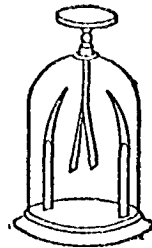


圖 254

設以帶電體觸驗電器之金屬板而使之帶電，則箔片因帶同種電而張開，除非連接驗電器於地面使之放電，則不閉合。

使驗電器帶電之法，多爲靜電感應法。設將帶正電物體，持近於金屬板，則板帶束縛負電，箔片帶自由正電。設連金屬板於地，則自由電脫逸而箔片閉合。今若先拆去地球連結，後將帶電體移去，則束縛負電自由分佈於驗電器上，而箔片張開。故驗電器帶負電，卽與感應電相反之

電也。設再將正電持近，則箔片閉合，但若將負電持近，則箔片更張。故若驗電器所帶之電為已知，則可測定某物體所帶之電為何種電。若物體持近時而箔片閉合，則物體所帶之電與驗電器之電相反；若物體持近時而箔片更張，則物體帶所之電與驗電器所帶之電相同。

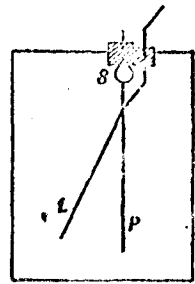


圖 255

金箔驗電器之改良式，（圖 255），具有一型箔片與一黃銅片並懸。金箔僅開銅片之量，較用箔片開之量，易於測定，故頗便於測量，如圖所示，為保證其特別絕緣故，銅片  $P$  及其金箔  $L$  裝於玻璃球  $S$ 。至於用以起電之連結物，則由起電荷線用之。起電荷線為一全屬絲，彎成二直角狀，抵於驗電器上，旋轉此絲，可完成金箔與頂盤之連結或拆斷之。

395. 電限於導體之表面——設導體內部無絕緣電荷，則電在導體上靜止時，必盡在表面之上。用具有小孔之空導體，可以證明斯理。先令導體絕緣，而後使之帶電。若以驗電板——裝有絕緣柄之小金屬板，遍觸導體表面各點，而以驗電器試之，則見金屬板帶電。但若觸球之內面，而試之以驗電器，則見其並不帶電。

又法，先使一絕緣金屬物帶電，而後小心插入空球內，使與空球之內面接觸；取出金屬物而驗之，則見其電盡失，而空球外面所帶之電，恰是金屬物所失之電。

此外尚有一實驗，亦可證明此同一定律。置一靈敏驗電器於金屬絲編成之籠內，連驗電器於籠。則可使此絕緣籠帶極強之電，而籠內之驗電器並不顯帶電，足證籠之內面無電。法拉的氏曾製一大箱，包以金屬而絕緣之，置其各種靈敏驗電器於箱內。氏發現即使外面有電火花發

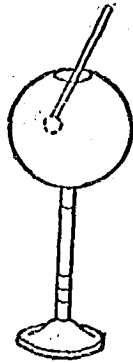


圖 256

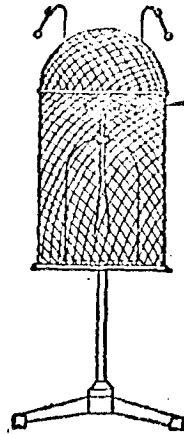


圖 257

生，驗電器亦不受影響。以種種最薄之薄膜實驗之，證明電極在導體之表面。

上之實驗，又可證明若以金屬箱包圍物體，則可使物體不受外界電之騷動。各種電學儀器，常包以金屬箱者，即此理也，驗電器及靜電計尤不可少。以上事實，可用力線說明，容後論之(§398)。

396. 電在導體上之分佈尖端效應——電在導體上之分佈，可用驗電板及驗電器檢驗之。設使一卵形導體帶電而試之，以驗電板觸導體之各處，再以驗電器試此驗電板。則見驗電板與導體之尖端接觸，金箔之張開最大，與平坦部分接觸，金箔之張開最小；或一般言之，曲率最大之處，帶電亦最多。

尖端之曲率近於無限大，故尖端之電應為無限多。裝有針尖之絕緣

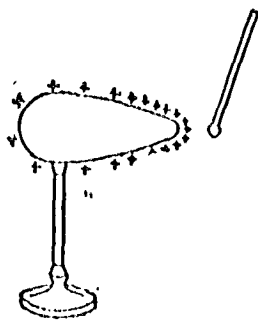


圖 258

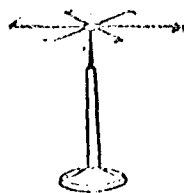


圖 259

體，幾立刻自行放電者，卽此理也。設持針尖近一帶電導體，導體亦立放其電。蓋因尖端之感應非常強大，故可橫過空間而使導體放電。“電槍”（圖 259）爲證明尖端放電最有興味之試驗。

此器爲若干個尖金屬絲水平插於金屬球內，以鋼尖支之，使成平衡，尖絲之端，彎成鉤形。



圖 260

尖端放電，發生反作用，推輪疾轉。圖 260 所示，爲一金屬桿，桿上裝有一列金屬尖狀物，名曰“電梳”，靜電感應機利用之以收集旋轉的玻璃板上之電荷（參閱 §402）。

397. 法拉的氏冰箱實驗——凡有負電荷發生時，必有等量之正電荷同時發生。此爲法拉的氏利用“冰箱實驗”（ice-pail experiment）所發明者，蓋因氏作實驗時，願便用金屬冰箱而得名。

試取一具有小孔之絕緣金屬箱  $B$ ，以金屬絲連於不帶電之驗電器  $E$ （圖 261）。以細絲繫一帶正電之球  $A$ ，而懸諸箱內，但勿令與箱接觸：

則驗電器帶正電， $B$  之內面由感應而帶負電。設將  $A$  移去，但勿令與  $B$  接觸，則驗電器之箔片閉合，足證兩種電合併適相中和，即由驗電器及箱  $B$  之外面，引入於  $B$  內面之電子，復自行分佈，於是  $B$  之各處既無餘剩之電子，亦不缺乏電子也。設再置  $A$  於  $B$  內，則箔片仍行張開；若以球  $A$  觸  $B$ ，則驗電器之張開不變。將  $A$  取出而驗之，則見  $A$  盡放其電。然則  $A$  上之正電，恰足以中和  $B$  內面之負電也明矣，此所以  $B$  與  $B$  仍帶正電而無變化也。故應電 (induced charge) 與感電 (inducing charge) 等而相反，絕緣體上每有一電荷，其周圍某導體上必有一等而相反之電荷（屋壁，地球等是也）。

應用此同一方法，亦可證明摩擦生電之狀，不僅兩種電同時發生 (§390)，且兩種必為等量。如圖 202 所示，試以絕緣物絮毛皮  $F$  一塊，而以此毛皮與硬橡皮棒  $R$  相摩擦。若將兩物同懸於箱內，則金箔不生變化；但若將任一取出，則箔片即行張開。由是觀之，則毛皮之電必與橡皮之電等而相反。

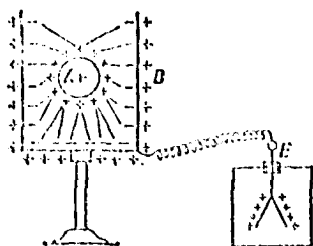


圖 201

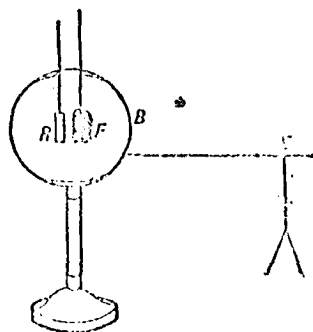


圖 202

上之實驗，證明使物體帶電或放電時，既未製造電，亦未消滅電，第爲電之傳佈耳。此種性質，符稱之曰電之不滅 (conservation of electricity)。其所以必如是之理，可以近世之電之本性說解釋之 (§391)。

398. 電場及電力線——倘假定此電荷對於彼電荷之作用爲“超距的”，即直接通過空間，不借任何介質之作用的，則可以解釋上述之實驗。茲就金箔驗電器之靜電感應而論，則可謂物體  $A$  之正電子(圖263)，直接引金箔驗電器之負電子至頂盤，以致箔片之負電子缺乏，亦即正電子餘剩也。至帶電體  $A$  與驗電器間之介質，並未計及。但有一簡單實驗，可證明居間介質必需計及。倘置一硬橡皮厚片於感應電體  $A$  及驗電器之間，則見箔片閉合，但若將橡皮片移開，則箔片張開如前。置硫磺，樹膠，或玻璃於二者之間，其作用亦然。故  $A$  上之電，作用於驗電器之電子之力，與居間介質有關。

法拉的氏懷疑此物不與彼物接觸，而能施力於彼物，否則必爲通過某種介質之推力或拉力。氏將此觀念應用於電力，而發現週圍之絕緣體爲電力所借之介質 (medium) 或 dielectric。依此觀念，氏稱帶電體週圍之空間爲電力場 (field of electric force)，或簡稱曰電場 (electric field)。帶正電之物體，在此區域內，受電力作用，而有沿某路線自正電移至相當負電之傾向。此路線稱之曰電力線 (a line of

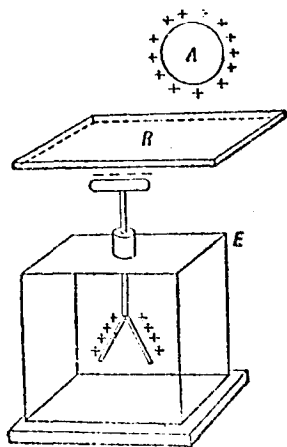


圖 263

electric force or electric line)。電力線恆起於正電荷而止於負電荷。依法拉的氏思想，電力線為兩電荷間介質內之應力線。電力線之作用，宛如連結兩相反電荷之彈性帶然，有牽合兩電荷之傾向，茲試以三種場合，說明電場及電力線：

1. 如圖 264 所示，空傳導球  $B$  之中心，有一帶正電之球  $A$ 。 $B$  之內面，有與  $A$  等而相反之應電。力線呈輻狀，有將外球之應負電牽向  $A$  上正電之傾向。

2. 圖 265 所示，為兩個小球，一帶電荷  $+e$ ，一帶電荷  $-e$ 。假定二球離其他導體甚遠，則必有環繞甚遠之力線。此圖亦表明電力線之特性，電力線不僅有縮短傾向，由其外曲之理視之，亦有互相排斥傾向。換言之，即在電場內，順力線有縮短之力，而力線之間，又有橫斥之力。

3. 圖 266  $a$  所示，為兩個小球各帶一正電荷  $+e$ 。據吾人所知，此兩電荷互相排斥，故無起於此電荷而止於彼電荷之力線。由右電荷發出之

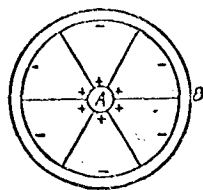


圖 264

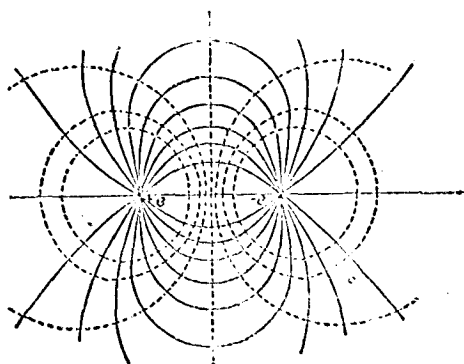


圖 265



力線向右，由左發出者向左。諸力線究止於何所？則自冰箱實驗驗之，知必有與電荷  $+e$  及  $+e$  等而相反之電荷分佈於週圍點壁之上。拉開電荷  $+e$  與  $+e$  者，即此等線之張力也，亦即電斥力可視為由於對方之二引力也。

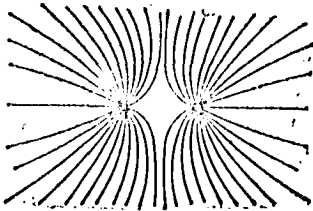


圖 266 a

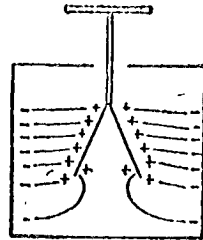


圖 266 b

今可知金箔驗電器之作用矣。電力線自箔片起，止於傳導之壁，故斥力實為兩對壁之引力。欲得較大之靈敏度，恆將傳導片，所謂感應者，裝於近箔片處。帶電體吸引中性導體之力，由於電力線之張力，設置中性導體  $B$  於帶正電物體  $A$  之電場內（圖 267a），則負電子被攝至  $B$  之近端。留正電於遠端。電力線如圖所示，發生引力者，即諸線之張力之合力也。

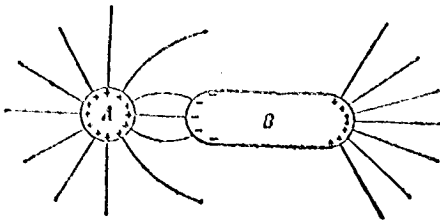


圖 267 a

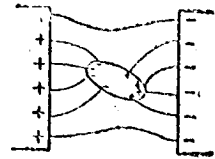


圖 267 b

設有一極小長間導體，懸於電場內(圖 267 b)，則必轉動。使其最長之軸在電場方向，即沿電力線之方向也，蓋因導體上之應電荷，與電場之電荷間之力線之張力使然也。此種長間導體，可用以畫出電場。

39. 電場之機構——按諸電子說，介質之每一原子，皆含有電子，電子在原子內，有運動之自由。電子在電場內，反電場之正方向運動。所以介質之每一原子，皆變為一“極化體”(polarized body)，極化體者，物體之兩端或兩側有等而相反之性質之物體也。故力線在介質內成為極化原子之線。一束力線構成一力管(tube of force)。當介質因電場之建立而極化時，則橫貫力管之任何斷面，皆有電子之移動。當電場為零時，則電移(electric displacement)亦為零，電場反轉，則電移亦反轉。

電子在導體內之運動，不限於原子，又電移之發生，常自由穿過全部導體。故導體之原子無電極化。故電力線不穿過導體，即導體內部無力線也。此說雖為電場在導體內之機構之一般意見，但其所不可解者仍多。無論在介質內或在導體內，電力如何自此原子作用於彼原子，則未之知，至於電場在真空內之機構，尤其不能解釋。

40. 帶電體之能——分開二種電，必須作功，故電荷具有能，與分開二種電之功相當。所以用毛皮使橡皮棒帶電時，惟一目的，即二者相接觸時，乃令接合緊密也。使帶正電之毛皮與帶負電之棒分開，則對於兩電荷之互相吸引，必須作功或應用法拉的氏力線思想，此功即對成立居間介質內之應力線而作也，此應力線以張於毛皮及棒間之力線或力管代表之(圖 268)。當二電荷合併時，則力線或力管收縮而作功。此種意見之能，與連結二物體之彈性帶，伸張時所具之能相似。

401. 電力定律——電力定律，係說明二電荷間之力，如何視二電荷及其間之距離而定之定律。1785 年，庫倫氏首先發明此定律，故名之曰庫倫氏電力定律。此定律之言曰，二電荷間之力，與其相離距離之平方為反比，與二電荷之乘積為正比。設以達因為力之單位，釐米為長度單位，則單位電荷，或電量  $q$  之靜電單位，可定義如下：靜電單位電量，即在真空內，以 1 達因之力，作用於相等電量之電量也，故對於真空而言，庫倫氏定律可寫為：

$$F = qq' / r^2$$

設非真空，而有實際介質，則對於此介質，必須用因子  $1/K$ ，上式變為

$$F = \frac{1}{K} \frac{qq'}{r^2}。$$

此處  $K$  為對於二已知電量，已知距離，在真空內之力與在介質內之力之比。對於空氣而言，其值 (1.000594) 與 1 相差甚微，故實用上多假定其為 1。各種介質之介質常數 (dielectric constant)  $K$  之值 見於 §412。

庫倫氏利用其扭轉稱 (圖 209) 由實驗得此定律，其儀器與其發明磁力定律 (§372) 所用之儀器相似，但此定律之最大證明，尚為間接的，即此定律恰為解釋靜電現象之惟一關係式也。此定律實不自庫倫氏始，當 1767 年鳩色夫普里士里 (Joseph Priestly) 氏於其“電學史” (731 頁) 中已發表之，厥後加溫的士 (Cavendish) 氏又單獨研究之，此

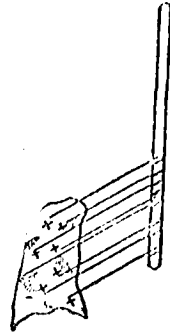


圖 208

證明係根據實驗事實，如圖 270 所示，一空傳導球，球內任何點  $O$  不受球面上電荷所生電力之作用，即  $O$  點無力作用也。通過  $O$  點引直線，將球分成一對小圓錐，以  $O$  為公共頂。

設此二圓錐之底面積為  $S_1$  及  $S_2$ ，再設  $S_1$  及  $S_2$  離  $O$  之距離為  $r_1$  及  $r_2$ 。設  $Q_1$  及  $Q_2$  為底面積  $S_1$  及  $S_2$  上之電荷。因電在球上分佈勻稱，故電荷  $Q_1$  及  $Q_2$  與底面積  $S_1$  及  $S_2$  成比例。故  $Q_1/Q_2 = S_1/S_2$ 。但二圓錐之頂角相等，且其底對其軸之傾斜亦等。故底面積  $S_1$  與  $S_2$  之比，等於其距離平方之比，或  $S_1/S_2 = r_1^2/r_2^2$ ，故無論力之定律為何， $Q_1/r_1^2 = Q_2/r_2^2$ 。今假定電荷所施之力與其距離之平方為反比，則  $Q_1/r_1^2$  為  $Q_1$  施於  $O$  點之單位電荷之力， $Q_2/r_2^2$  為  $Q_2$  所施之反對力。故此二力等而相反，同理對於每對圓錐皆然。故假定反平方定律為正確，則球上總電荷作用於  $O$  之

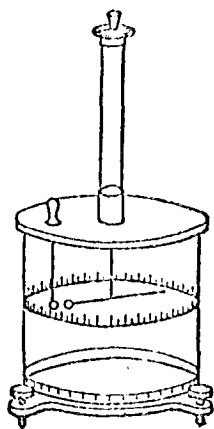


圖 269

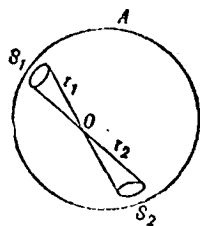


圖 270

力之強度必為零，任何其他力之定律，皆不能有此結果。馬克士威氏及其他學者以最靈敏之驗電器作實驗，咸證明力與距離之平方為反比。

402. 電位——解釋電之運動，則“電位” (electric potential) 及“電位差” (difference of electric potential) 等詞，為不可少。設以導線連接導體  $A$  及  $B$ ，則見有電由  $A$  流至  $B$ ，則謂此二物體間有“電位

差”。電由  $A$  流向  $B$  者，因  $A$  之電位高， $B$  之電位低也。至於靜電，則電流僅為瞬時的，因二物體之電位，倏忽即相等矣。利用電池或發電機，則可維持一不變的電位差，而使導體之二點間有連續電流。至帶電體在電場內由此點至彼點之運動，亦歸諸電場二點間

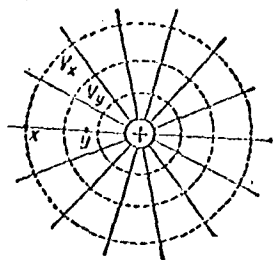


圖 271

之電位差。帶正電之物體，有自  $A$  流向  $B$  之傾向，因  $A$  點之電位高於  $B$  點之電位也。

以上所用之電位一詞，與流體內之壓力頗相類，當二氣櫃相連通時，氣體由高壓之氣櫃，流向低壓之氣櫃，且繼續流通，直至壓力相等而止。電位又極似液體之水準。液體有自高水準流向低水準之勢。欲維持液體之流動，則須維持水準差。當液體自高水準流向低水準時，則損失其一部分位能，而變為他種形式之能。總之，一系之位能，恆有變為最小之傾向。(§107) 茲將此原理應用於電場內之電荷。假設有一帶正電的球體，在空氣內，距所有其他物體皆為甚遠，而討論其周圍之電場。設  $x$  點有一單位正電荷，則此電荷有一定量之位能，等於其在場力作用下，自  $x$  移至無限遠，所能作之功之厄格數，亦即其完全出諸場外時，所能作之功也。亦等於將此單位電荷由無限遠移至  $x$  點所須之功也。故可以  $x$  點之單位電荷之位能，為  $x$  點之電位之計量，以  $V_x$  代之。同理， $y$  點之電位，或  $V_y$ ，為在  $y$  點之單位電荷之位能。電場內電荷之位能，與其他場合下之位能相同，僅視電荷之最後位置而定，無關於其達此位置所

經之路徑。所以電場內每一點，皆有一一定電位。故  $x$  及  $y$  兩點間之電位差，即  $V_y - V_x$ ，為一定量，其定義如下：電場內  $x$  及  $y$  兩點間之電位差，等於使單位正電荷由  $x$  至  $y$  所須之厄格數。倘此功為正，即倘使正電荷由  $x$  移至  $y$  必需有外功，則  $y$  之電位高於  $x$  之電位。

由是觀之，則依最小位能原理而論，正電荷有自高電位之點，向低電位之點運動之傾向。曩者吾人曾假定電場之強度，不因有單位電荷而稍變。吾人可假定此試驗電荷小至毫不影響電場強度，而由對此試驗電荷所作之功，即可計算對此單位電荷所作之功。

403. 零電位正電位及負電位——對於水準，吾人選任意水準為零準，海平面即為如此選擇之公認零準。凡在海平面以上之水準，皆記以正號或加號 (+)，凡在海平面以下之水準，皆記以負號或減號 (-)。同理，以地球上之電位為零電位。因地球為導體，至少可暫視之為電平衡，故地球上各點皆為同電位；不然，則必有電流，待至平衡而止，故當正電荷有由物體  $A$  流向地球之傾向時，或按電子說，電子有自地球流向物體  $A$  之傾向時，則物體  $A$  之電位為正；當電子有自物體  $B$  流至地球之傾向時，則物體  $B$  之電位為負。若云導體有“自由”正（或負）電荷，等於說此物體對於地球而言，其電位為正（或負）。

故某點或某物體對於地球之電位  $V$ ，等於使單位正電荷由地球移至此點或此物體所須之厄格數。倘此功為正，即假使必須對此試驗單位作功也，則電位為正；但若此試驗單位作功，則電位為負。

404. 等位面——電場內凡電位相同之點，必在一等位面 (equipotential surface) 上。欲定二點是否在一等位面上，則須定電荷由此點移

至彼點，是否對電力做功，或試驗電荷是否有自此點向彼點移動之傾向。力線與等位面，永成正交；非然者，則必有沿面之分力，有分力則電荷不在面上運動，為不可能。故在離其他電荷甚遠之單獨電荷週圍電場情形下，等位面皆為同心球面。圖 265 及 271 之虛線所表者均為等位面，與力線成直角。設電荷在導體上為靜止的，則導體之面必為等位面。故力線皆以直角出入導體之面。

405. 電量及電位之單位——電量單位，曾定義 (§401) 為在真空內相距 1 釐米遠，以 1 達因之力作用於等量之電量。此即電量之 C. G. S. 靜電單位。

假定使一靜電單位電量，自此點移至彼點時，做功 1 厄格，則此兩點間之電位差為一靜電單位電位差。故使  $q$  靜電單位電量，自電位  $V_1$  之點移至電位  $V_2$  之點，則需  $q(V_2 - V_1)$  厄格之功，或

$$W = q(V_2 - V_1)$$

實用之電量單位，較上述者為大。電量之實用單位為庫倫 (Coulomb)。茲可予庫倫以定義如下：1 庫倫 =  $3 \times 10^9$  靜電單位電量，電位差 (p. d.) 之實用單位為伏特 (volt)；1 伏特 =  $1/300$  或  $1/3 \times 10^{-2}$  靜電單位電位差。

依以上所述，則使 1 庫倫之電，在一伏特之作用下，自此點移至彼點，需  $3 \times 10^9 \times 1/3 \times 10^{-2}$  厄格 =  $10^7$  厄格 = 1 焦爾 (§55)。故

$$W(\text{焦爾}) = Q(\text{庫倫}) \times p. d. (\text{伏特})$$

至選用此等實用單位之理由，於電單位章專論之 (§580)。

406. 電位之計算——吾人茲試求在真空內電量  $Q$  在  $a$  及  $n$  兩點

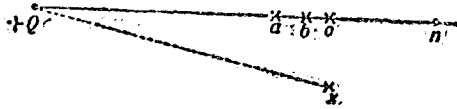


圖 272

間所生之電位差。

設  $a, n$ , 及  $Q$  在一直線內,  $a$  及  $n$  離  $Q$  之距離為  $r_1$  及  $r_2$  (圖 272)。作用於  $a$  點之單位電荷之力為  $Q/r_1^2$ , 作用於  $a$  點附近  $b$  點之力為  $Q/r_2^2$ 。則  $a$  及  $b$  間之平均力為  $Q/r_a r_b$ 。則此電場使單位電荷由  $a$  至  $b$  所作之功為  $(r_b - r_a) Q/r_a r_b$ 。故

$$V_a - V_b = (r_a - r_b) Q/r_a r_b = Q(1/r_a - 1/r_b)。$$

同理, 對於鄰近各點而言,

$$V_a - V_b = Q(1/r_a - 1/r_b)$$

$$V_b - V_c = Q(1/r_b - 1/r_c)$$

.....

$$V_m - V_n = Q(1/r_m - 1/r_n)$$

相加, 則得

$$V_a - V_n = Q(1/r_a - 1/r_n)$$

假定  $n$  點在無限遠, 則  $r_n = \infty$ ,  $1/r_n = 0$ 。故  $Q$  在  $a$  點所生之電位為  $V_a = Q/r_a$ 。同理, 在  $Q$  之電場內, 任何點  $x$  之電位為  $V_x = Q/r_x$ 。故  $V_a - V_x = Q(1/r_a - 1/r_x)$ 。此結果無關於  $a$  及  $x$  間之路徑 (§402)。設有若干個電荷  $Q', Q'', \dots$ , 則  $a$  點之電位, 為每一電荷所生電位之和, 即

$$V = V' + V'' + \dots = Q'/r_a' + Q''/r_a'' + \dots$$



若電荷非在真空內，則對於某特殊介質，須以  $1/K$  之值乘上式之右邊。(1)

407. 靜電計——利用靜電力 (electrostatic force) 以測電位差之儀器，名曰靜電計 (electrometer)。靜電計皆有一活動部分——帶電的針或盤——受所測電位差所生電場之作用。靜電計之普通形式，為象限靜電計 (quadrant electrometer) 吸盤或絕對靜電計 (disk or absolute electrometer)，靜電伏特計 (electrostatic voltmeter)，及複室靜電伏特計 (multi-cellular electrostatic voltmeter) 等，皆為愷氏所發明。

象限靜電計 (圖 273) 之構造，為一鋸製或鍍銀紙製之輕針，用細金屬片或石英絲，懸於空間金屬盒內。金屬盒分為四象限 (圖 274) 分裝於絕緣柱體上，絕緣柱體最好用琥珀。用導線連結對角兩象限。針可在水平面內自由運動，平衡時，針恰居兩對象限之分界線，針上附一小平面鏡，針之轉角，可由反射光線讀出。尋常將針經過繫絲連於高壓電池組，使針帶電至高電位。只要兩對象限之電位同，則針即無轉角，但若  $A, D$  一對之

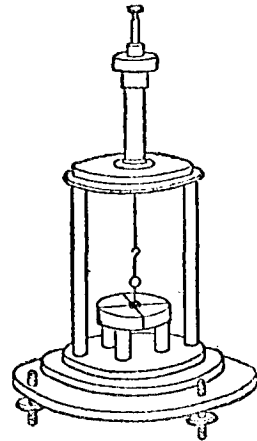


圖 273——四象限靜電表

(1) 上式可用微積分證之，使單位電自  $Q$  移  $dr$  處，電場之力所作功為  $(Q/r^2) dr$ 。故  $r_a$  處之電位起過  $r_b$  處者為  $(Q/r^2) dr$  自  $r_a$  至  $r_b$  之積分，或

$$V_a - V_b = \int_{r_a}^{r_b} \frac{Q}{r^2} dr = Q \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

電位高與  $B, C$  一對之電位，即有一力偶使針向低電位象限偏轉。此力偶與繫絲之推力平衡。倘轉角不甚大，則電位差與轉角成正比。象限靜電計非常靈敏，多勒采勒克 (Dolezalok) 式 (圖 273) 之靈敏度，對於 .002 伏特之電位差，為 1 米遠，轉角 1 毫米。

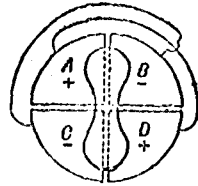


圖 274——象限

用象限靜電計時，亦可不令針單獨帶電。可將針與任何一對象限連結，譬如  $A, D$ ，如此則帶一電荷，即為所測電位差所生之電荷。此種裝置名之曰同位差連接法 (idiostatic) 前之連接，名曰異位差連接法 (heterostatic)。測大電位差及交流電位差時，則用同位差連接法。“直立靜電伏特計” (vertical electrostatic voltmeter) 之構造，為一對直立象限，針用鉛製，

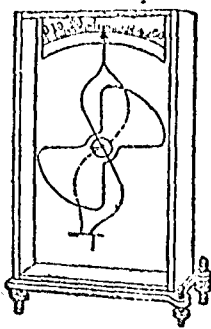


圖 275——靜電電壓表

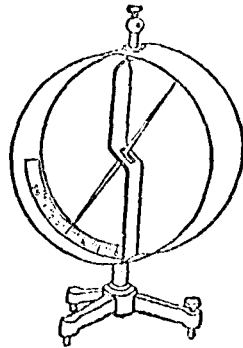


圖 276——布勞恩氏靜電表

平時於刀途上 (圖 275)，由針之傾斜，可測知象限與針間之電位差，如針在分度尺上所指者是也。此儀器，可用以測 1,000 至 20,000 伏特之電位差。

複室靜電伏特計之構造，其針由若干個平行葉片組成，可在若干個相當之固定片或象限間水平滑動。增加葉片及象限之數，則靈敏度亦增大，故複室靜電伏特計可用以測低至 10 伏特之電壓。

布分恩(Braun)氏靜電計(圖276)之構造,有一粗針,裝於水平軸,其作用與前述之金箔驗電器(5304)相仿。

假設靜電計為二平行板  $A$  及  $B$ , 帶電後, 電位為  $V_a$  及  $V_b$ , 上板之一部分, 即  $S$  處,



圖 277

可動, 懸於天平之一端, 如圖 277 所示, (或懸於校正過之彈簧), 如是, 則可測知拉盤向  $B$  板之力。  $A$  板之外部, 名曰“保護圈”(guard ring), 其功用是使  $S$  盤所對之電場均勻, 如圖中所示之平行力線是也。設  $A$  板之電位為  $V_a$ ,  $B$  板之電位為  $V_b$ , 則兩板間之電位差為

$$(V_a - V_b)^2 = \frac{8\pi d^2 F}{S},$$

此處  $d$  為兩板間之距離,  $F$  為作用於  $S$  之力, 以達因計,  $S$  為盤之面積, 以方釐來計。電位差  $V_a - V_b$  當然為絕對 O. G. S. 單位, 所以此儀器為絕對靜電計(absolute electrometer)。

今可知金箔驗電器偏轉之原因矣, 因力線連結金箔及箔。故箔片之偏轉由於金箔及箔間之電位差(圖 266)。金屬箔尋常與地球連接, 故其電位為零。

408. 起電盤——起電盤 (oleotrophorous) 為利用靜電感應以得電荷之儀器, 為伏打(Volta)氏於 1790 年所發明。其構造為一松香板  $A$ , 裝於金屬板  $S$  上, 及一金屬盤  $B$ , 盤之中心有一絕緣柄  $H$ 。先以毛皮擦松香板, 使帶負電。則金屬底上帶束縛正電荷, 以保持松香板上之負電荷。當金屬盤  $B$  持近松香板時, 則  $B$  上由感應而帶自由負電荷及束縛正電荷。使盤與地球暫時連結, 則自由電荷脫逸。再將盤  $B$  由  $A$  板取去, 則正電荷自由, 可轉輸於其他導體, 如絕緣金屬球是。此手續可重複

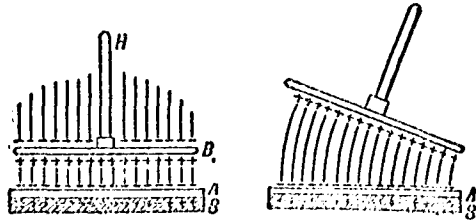


圖 278

行之，每次皆可使盤  $B$  帶電，但松香板上之電荷並不因之減少。實用上皆將  $B$  盤置於  $A$  上。蓋因二者之接觸點比較甚少，故松香板之負電荷逸至  $B$  盤者亦甚微，同時  $B$  上由感應而生之電荷，因距離較近而大增。亦可不用松香板，而代以硫磺，硬橡皮，樹膠，或其他絕緣體。

$B$  盤上電荷之能，等於拉開  $A, B$  所作之功。此能分配於板與盤間之電場內。

409. 靜電感應起電機——最古利用旋轉生電之機械為摩擦起電機，玻璃板在適當之橡皮板間旋轉而帶電，以金屬刷將電荷取走。此種摩擦起電機現已不用，而代以靜電感應起電機，最適用者有用德·即勒普勒·胡爾茲 (Toepler-Holtz) 起電機及威寧胡斯特 (Winshurst) 起電機也。

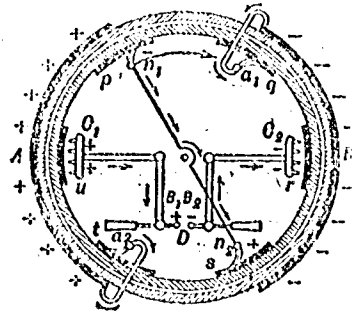


圖 279

陶普勒·胡爾茲起電機為二鉛直玻璃板或硬膠板，一為固定，他一塊一水平旋轉的，轉與板面為鉛直。其各部之構造如圖 279 所示，二圓代表二盤。外圓代表外盤，為固定的，內圓代表旋轉之盤。固定盤之最外層有紙及錫箔交疊而成之感應層  $A$  及  $B$ 。旋轉盤之外層，有六片鉛箔  $p, q, r$  等，名曰搬運體 (carriers)。六片間隔相等。 $n_1 n_2$  為中和桿 (neutralizing rod)，

極旋轉盤之前面，桿之兩端有小刷，當二相對搬運體轉至切時，則由中和桿連接之。每一感應體上亦裝有一金屬刷，當每一搬運體經過時，則由此刷連接之。 $C_1, C_2$  為集電梳 (comb) (§ 96)，與放電桿及球  $D$  相連，若裝於旋轉盤之前面。

起電機之作用如下：假定感應體之一，如  $A$ ，因摩擦而得微量之正電荷。此正電荷使在  $p$  處之搬運體由感應而帶來其電荷及自由正電荷。正電荷沿中和桿而過去，負電荷於搬運體經過  $q$  位置時而自由。即於此處分其負電荷與感應體  $B$ 。至  $r$  位置，則放其負電荷與正梳  $C_1$  故  $B_1$  球帶負電荷。至  $S$  位置，則此搬運體受負感應體  $B$  之感應而帶來其正電荷，自由負電荷沿中和桿而過去。至  $t$  則分其正電荷與感應體  $A$ 。至  $u$ ，則放其正電荷與電梳  $C_2$ ，故  $B_2$  球帶正電荷。 $B_1$  及  $B_2$  間之電位差漸增，直至發生電火花而止。將來領瓶接於二極，可增每次放電之量 (§ 110)。

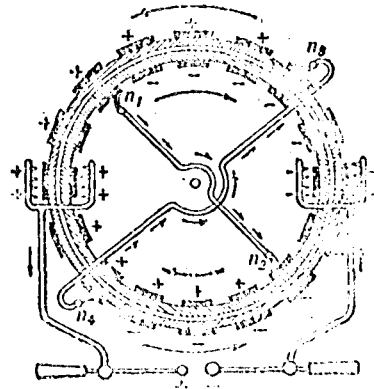


圖 250

威姆利斯特氏起電機 (圖 250) 有二平行玻璃盤，二盤旋轉之方向相反。每盤皆有許多橡箔片，每片可交互為搬運體及感應體。中和桿及電梳，均勻分設於兩側。其作用與奧普勒·胡爾茲氏起電機之作用同，可由圖中之十一覽察出。

410. 電容——設將不同大的二金屬球並置，而使之帶電，則二者之電位雖同，但所得電荷之量不同。此可以順次懸各球於金箔驗電器之金屬杯內，而注意箔片之張開度證之 (圖 261)。使  $A$  之電位增至某量所需之電量，較多於使  $B$  增至同電位所需者之理，可以  $A$  之電容較大於  $B$  之電容解釋之。

電容與盛氣體之瓶之容量相類。在一定溫度，瓶內氣體之質量  $M$ ，

視瓶之大小及氣體之壓力而定。設瓶內氣體之質量，在單位壓力之下爲  $K$ ，則氣體之質量，等於氣體之壓力  $P$  與  $K$  之乘積，或  $M=KP$ 。同理，導體上之電量  $Q$ ，等於導體之電位  $V$ ，與導體在單位電位時之電量  $O$  之積，或  $Q=OV$ ，假定  $V$  完全爲  $Q$  所生，即假定此導體不在其他電荷所生電場之內也。 $O$  名謂導體之電容 (electric capacity)，數值上等於使導體之電位，增加一單位所需之電量。

故若欲比較  $A, B$  二導體之電容，則比較使二導體增至同電位所需之電量可，或比較等電量使二者所增之電位亦可。由後之說，則電容愈

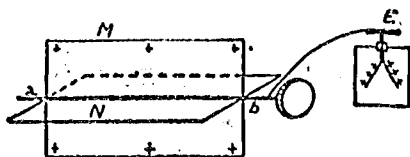


圖 281

大，一定電量所增之電位愈小。

導體之電容，視其大小，形狀，鄰近導體之位置，及週圍之絕緣介質而定。導體之電容視其形狀而定，可由圖 281 所示之儀器表演之。用導線連結絕緣體  $MN$  於驗電器  $E$ 。授電量  $Q$  於導體，增其電位至  $V$ ；此電位由驗電器之張開度定之 (§407)。導體之構造爲二板，裝於公共軸  $ab$  上，旋轉  $ab$  軸，可使二板鉛直或不鉛直，以改變導體之形狀。驗電器之箔片閉合，表示電位降低，張開，表示電位增高，但導體上之電量並未增減。設二板原爲鉛直，旋轉  $ab$  軸，使之不鉛直，則箔片閉合，再使二板鉛直，則箔片張開如故。因  $Q$  未改，故由方程式  $Q=OV$  視之，則  $V$  之改

變，證明電容  $C$  必有改變。

導體之電容視其鄰近導體而定，可由圖 282 所示之儀器證明之。用導線連結絕緣金屬盤  $A$  於驗電器  $B$ 。如上所述，驗電器箔片之張開，表示電量  $Q$  所生之電位  $V$ 。設將與地相連之金屬盤  $B$  移近，則由箔片之閉合，知電位  $V$  降低。 $B$  與  $A$  愈接近，則使  $A$  之電位升至  $V$  所需之電量亦愈多；換言之，即  $A$  之電容因有導體  $B$  故而增大也。茲設將硬

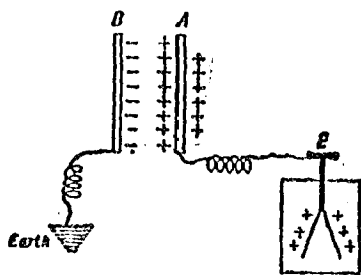


圖 282

橡皮，或磁積，或玻璃置於  $A, B$  之間，則箔片閉合；即電量雖未改，而電位降低也。故電容亦視居間介質而定。

導體  $A$  之電容因有導體  $B$  而增之理，可由電位直接說明之。 $A$  之電位，等於反電場之力，使單位電荷由地球至  $A$  所需之功，但若不使  $A$  上有正電荷  $+Q$ ，且有  $B$  上之應電荷  $-Q$ ，則作用於試驗單位電荷之力較小；亦即所需之功較小，或  $A$  之電位降低也。故使  $A$  之電位升至某已知電位所需之電量必更大；即  $A$  之電容增大也。

411. 容電器——二導體間隔以絕緣體或介質，於來頓瓶見之（圖 283）。來頓瓶之構造為一玻璃瓶，外面及內面貼有錫箔，約及瓶高三分

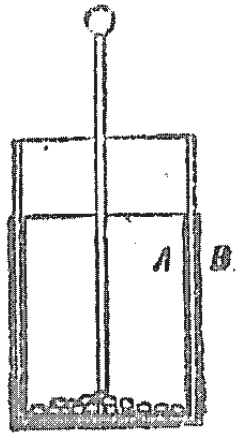


圖 283

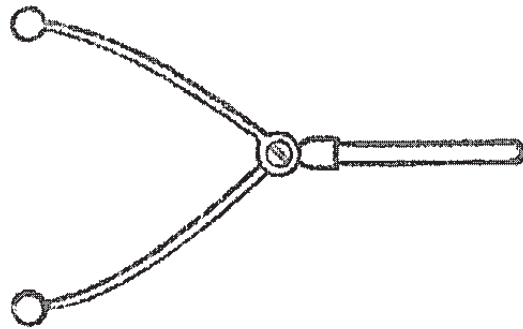


圖 284

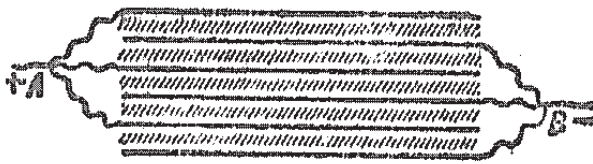


圖 285

之二。以一端為球狀之黃銅桿連接內層，當內層  $A$  帶電時，外層  $B$  由感應而帶相反之束縛電荷，自由電荷逸於地球。設連結內外兩層，則恆有極強電火花而急劇放電。放電叉（圖 284）為一金屬叉，具有絕緣柄，用以使來頓瓶放電。

兩個傳導板，間以介質，即成容電器 (condensator)。當板上有等而相反之電荷時，則每板上之電量，皆名曰容電器之電量，電量與二板電位差之比率名曰容電器之電容。當一板與地相連而為零電位時則電容即等於二板之一之電容。

極密實的容電器，皆用錫箔紙隔以雲母片或蠟紙疊成（圖 286）。錫箔紙更迭連結，分成二組，如此，則所佔地位小而電容

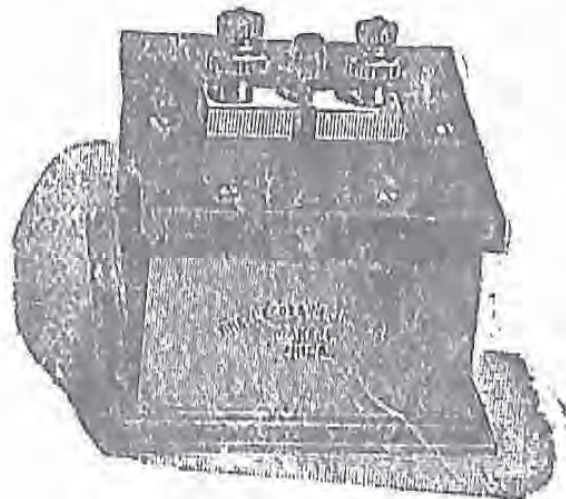


圖 286



大。雲母容電器，實驗室內用以作試驗標準。圖 286 所示爲一普通形式。感應圈底面所裝之容電器，(§549)，多爲蠟紙容電器。

可變空氣容電器 (variable air condenser) 以空氣爲介質，無線電儀器中，常用以司“調諧”(tuning)。圖 287 所示，爲一尋常式之可變空氣容電器； $a$  表示兩組板電容最大時之位置， $b$  表示兩組板電容最小時之位置。

來頓瓶或其他容電器均可連續放電。所以當內外兩層連接時，則有一燦爛火花，半分鐘後，再連接之，則仍可發生火花；如此可重復半打以上，但每此放電，皆較前次爲弱。此等後來放電，名之曰剩餘放電 (resi-

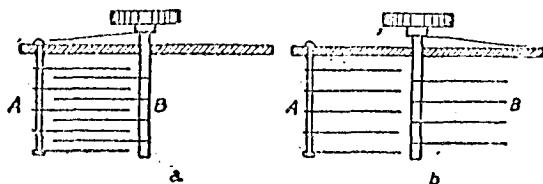


圖 287

dual discharge)。各種容電器，餘剩放電之次數及強度極不一致，恆視介質之性質及厚度而定。

剩餘放電由於介質之“吸收”電荷，及電荷之徐徐脫逸。“吸收”似與介質之不均勻 (non-homogonious) 有關係，對於均勻的介質，如氣體及水晶等，則不顯剩餘放電。剩餘放電現象，有類於彈性物體受扭曲後而復原也。

412. 介電性質比感應電容——對於容電器作有規律之研究者，當首推法拉的氏。氏曾利用二相似球形容電器，每一由一黃銅圓球  $A$  構

成，用絕緣體支於空球  $B$  之中央（圖 288）。空球由兩箔口半球做成，可以分開，可實以各種不同之介質。一容電器以空氣為介質，使之帶電量  $Q$ 。其電位  $V=Q/C$ 。設將此容電器連於第二容電器，亦以空氣為介質，則二者平分電量  $Q$ ，電位  $V$  亦折半。但若第二容電器之介質不為空氣，譬如為硫磺，則原電位降為  $V'$ ， $V'$  小於  $V$  之半。假定第二容電器之電容為  $C'$ ，則  $(C'+C)V'=Q$ ，又  $CV=Q$ ；故  $C'/C=(V-V')/V'$ 。法拉的氏發現以硫磺為介質之容電器，其電容較之以空氣為介質之同樣容電器之電容大 1.6 倍。故通過硫磺之“感應作用”較之通過空氣者為大。

法拉的氏發現“各種介質，對於其中所生之感應程度皆有影響”，或具有不同的“比感應電容”（specific inductive capacity）。物質之比感應電容或介質常數（dielectric constant）為以某物質為介質的容電器之電容，與以真空代該物質的同樣容電器之電容之比。下表為數種常見物質之介質常數。

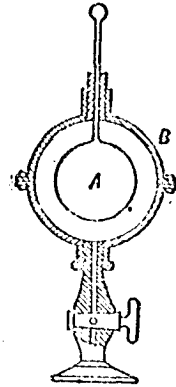


圖 288

白蠟.....	2.0→2.3	雲母.....	6.0→8.0
煤油.....	2.07	玻璃.....	6.6→9.0
水晶.....	4.5	蒸餾水.....	81±
硬橡皮.....	2.0→3.1	酒精.....	25
硫磺.....	2.2→4.0	空氣.....	1.000594

此等常數與在庫倫氏電力定律中 (§401) 所發現者，為同一常數，求此等常數方法之一，即測在各種介質內帶電導帶間之力也。其理由，已

於 §406 之末見之矣。

413. 電容之單位——設一電容為  $C$  之導體以電量  $Q$ ，而增其電位至  $V$ ，則  $C = Q/V$ 。假定  $Q$  及  $V$  各等於 1，則  $C$  必等 1，固無論所用之單位為何如也。電容之靜電單位，即一靜電單位電量，使電位增一靜電單位電位之導體的電容也。

設以庫倫及伏特為電量及電位之單位 (§405)，則電容之單位為法拉 (farad)。法拉為電位增一伏特需一庫倫之導體電容。因 1 庫倫 =  $3 \times 10^9$  靜電單位，1 伏特 =  $1/3 \times 10^{-2}$  靜電單位，故由公式  $C = Q/V$ ，得，1 法拉 =  $9 \times 10^{11}$  靜電單位電容。電容之實用單位為微法拉 (microfarad)，等於法拉之百萬分之一。故 1 微法拉 =  $9 \times 10^5$  靜電單位。

414. 電容之計算——在某種場合下，倘導體或容電器各部之大小，及絕緣體之介質常數均為已知，則電容可以算出。茲將討論四種容電器的電容  $C$  之公式。設空氣為絕緣介質，則介質常數實用上為 1， (§401)，對於其他介質，則電容增大  $K$  倍。

若為半徑  $r$  之孤立球體，則

$$C = Kr.$$

想像有一球形殼，置於空氣中，內貯空氣。球殼內各點，電位相同，且等於球面之電位。因球面上各部之電荷離中心為等遠，故中心之電位為  $V = Q/r$  (§406)，或  $Q/V = r$ 。故球殼之電容，以靜電單位計，等於球之半徑，以釐米計。若此球殼內貯任何其他物質，則其電荷仍盡在表面之上，其電位  $V$ ，或使單位電荷由無限遠至球所需之功，必仍與前同。故其電容仍為  $r$ 。故對於實球，結果必同，不待言也。

若為半徑  $r$  之球，包以內半徑  $r'$  之同心球殼(圖 289)，則

$$C = K \frac{rr'}{r' - r}$$

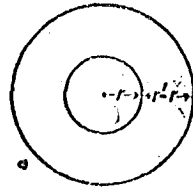


圖 289

假定外球與地球聯結。再假定內球上之電荷為  $Q$ ，外球上之電荷為  $-Q$ 。因外球連於地球，故電位為零。設介質為空氣，則球面上各點，由於外球上電荷所生之電位為  $-Q/r'$ ，由於內球上電荷所生之電位為  $Q/r$ ，故球之電位為  $V = Q(1/r - 1/r')$ ，故  $C = Q/V = \frac{rr'}{r' - r}$ 。

對於半徑  $r$  之柱體，包以內半徑  $r'$  之同心空柱，(圖 290)，設柱長  $l$  較  $r$  及  $r'$  為甚大，則

$$C = K \frac{l}{2 \log \frac{r'}{r}}$$

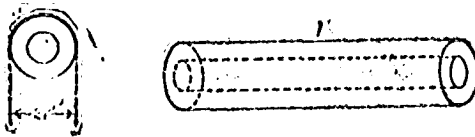


圖 290

對於面積為  $A$  之二相等平行板，若兩板之距離  $d$  比較甚小，則

$$C = K \frac{A}{4\pi d}$$

上式之計算，可以假定二板為兩個非常大的同心圓球之一部分。諸公式皆以靜電單位計。後二式之證明，可於較深之電學參考書中見之。

415. 帶電體之能——電火花具有光及熱，足證帶電體或電容器有能。由計算使物體帶電所須之功，不難求得表示此能之公式。(1) 命  $Q$  等於使物體之電位增至  $V$  所須之電量。按電位之定義，為使單位電荷由無窮遠至物體所須之功。此定義係假定物體之電位，不因有此試驗電荷而稍變。但茲須測定移電量  $Q$  至物體所需之功，物體原為零電位，但最後因有電量  $Q$  而昇至電位  $V$ 。可想像此電量係分為無量次運至物

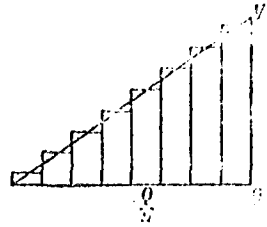


圖 201

體，每次皆等於  $Q/n$ 。物體之電位逐次以等量增高，直至為  $V$  而止。故在帶電期間之平均電位為  $\frac{1}{2}V$ ；故總功等於總電量與平均電位之積，故能  $E = QV/2$ 。此程序亦可以圖示表之，如 §§27 及 56 所論，由三角形之面積，即可得此結果。因  $Q = CV$  (§401)，故可以公式  $E = \frac{1}{2}CV^2$  計算  $E$ 。

416. 容電器之平結及順結——容電器可以平結 (in parallel) 亦可以順結 (in series)。平結者，將所有之正層連結，成為容電器之一極，將

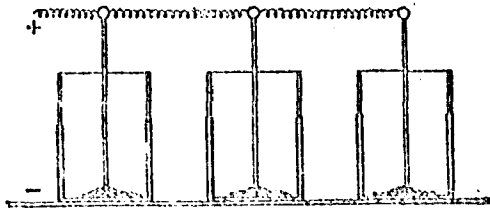


圖 202

$$(1) E = \int V dQ = C \int V dV = \frac{1}{2} CV^2$$

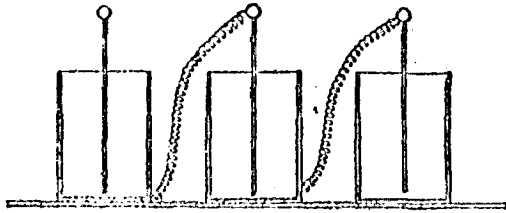


圖 203

所有之負屏連結，成爲容電器之他一極（圖 202）。合成電容卽一單個大容電器之電容，其屑等於各個容電器之屑之和，或  $C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$ 。

順結容電器者，卽當容電器絕緣時，第一容電器之外屑，連於第二之內屑，第二之外屑連於第三之內屑，如此類推（圖 203）。設有三個容電器順結，而計算其合成電容，可命  $V_1, V_2, V_3$  爲內屑之電位， $V'$  爲最末容電器外屑之電位，再命  $C_1, C_2, C_3$  爲三容電器之電容， $C$  爲合成電容，各內屑之電量  $Q$  等於各外屑之電量，亦等於其次內屑之電量，因皆爲相當之應電荷也。故

$$Q = (V_1 - V')C = (V_1 - V_2)C_1 = (V_2 - V_3)C_2 = (V_3 - V')C_3,$$

又

$$V_1 - V' = (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + (V_3 - V'),$$

所以

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

故

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

417. 力線及力管之量的用法——以力線代表電場之說，僅論及力之方向問題。至欲代表電場之強度。則須限定由物體所畫之力線數，如此，則代表電場強度之力線數，等於正電荷之單位數。設有  $q$  單位電，則有  $q$  條力線，每一條稱之曰“單位線”，因以後皆限於單位線，故亦可簡稱之曰“力線”。

假定某點有一電荷  $q$ ，且離其他電荷為甚遠。則力線皆為輻狀，且對  $q$  為均勢。設以  $r$  為半徑，以  $q$  為中心，作一圓球。則有  $N = q/4\pi r^2$  條力線，通過球面之每單位面積。但作用於單位電荷之力，或在  $r$  遠處電場之強度，為  $R = q/Kr^2$  (§401)。故  $R = 4\pi N/K$ ，故某點電場之強度，等於  $4\pi/K$  乘電場之正斷面的每方釐米之力線數。

倘欲使代表電場之說更加完備，則須引用“力管”觀念。力管者，力線所範圍之道路也，一端覆以正電荷，他端覆有相當之負電荷，一端有單位正電荷，他端有單位負電荷者為“單位力管”(unit of tube)。故有若干力管自一物體發出，則此物體即有若干單位正電荷，故電場為此等力管所充滿。

由上視之，則“單位力線”與“單位力管”數量相當。電場內某點之強度，等於  $4\pi/K$  乘電場之正斷面的每方釐米上之力管數，或  $R = 4\pi N/K$ 。故若每方釐米有  $N$  個力管，則每管之斷面積為  $S = 1/N$ 。故  $RS = 4\pi/K$ ，或管之斷面與電場強度之積，在管之任何斷面皆同。由是言之，則管寬之處，強度減小，管窄之處，強度增大。流線之說，即由斯理，而馬克士威氏輩以力之“通量”或“流”(flux or flow)代表  $RS$ ，良有以也。

418. 電場之能——欲求電場內每單位容積之能，可取二平行板電板為例而計算之，設其

板之電位差為  $V$ ，所帶之電荷為  $Q$ ，則有  $Q$  條力管散於二板之間。則總能為  $\frac{1}{2} QV$  (§415)，故每管之能為  $V/2$  厄格。假定管之長度為  $L$ ，則每單位長度之能為  $V/2L$ 。但由電位差之定義  $V=RL$ ，故每單位管長之能為  $R/2$ 。吾人已知橫貫管之正反面每方釐米之力管數為  $N=KR/4\pi$  (§417)。但  $N$  個單位長度之管所佔之容積為一立方釐米。故介質之每立方釐米之能為  $KR^2/8\pi$ 。

**419. 高熱電及壓力電**——有幾種晶體燒熱時則帶電。熱電石 (tourmaline) 即為此種晶體，當燒熱時，則一面帶正電，一面帶負電。此現象稱之曰高熱電 (pyro-electricity)。

在水晶及熱電石之中，有些晶體，在壓力或張力之作用下則帶電。晶體兩端帶相反之電。此現象稱之曰壓力電 (piezo electricity)。

高熱電與壓力電之關係極為密切，壓通時在一端所生之電與冷卻時同，伸張時所生之電與燒熱時同。(參考 Poynting & Thomson: Electricity and Magnetism, Chapter XII)。

**420. 大氣電**——西曆 1752 年，本哲民·福蘭克林 (Benjamin Franklin) 氏由其著名之風箏實驗，證明電與閃電完全相同。一絲風箏，上插上一金屬針，當雷電交加之雲經過風箏時，則金屬針立刻引其電火，風箏線全部帶電。福蘭克林氏用此法得電火花，且可使來帆燈帶與中之電，憶氏發現噴水管口具有管口空氣之電位。前人曾發現在乾燥氣候時空氣之電位對於地球為正，且隨高度而增。電位之增加，以每升高 1 米若干伏特計之。尋常每米增一百伏打，但視季候，天氣，及氣候之狀況而變。大氣電不常為正，有時大氣之電位對於地球為負，下雨天氣為最。地球表面約有七百英里倫之負電荷，在 60 至 70 哩之高度，空氣有游離作用 (分裂為正負帶電原子)，此高空層 (heavisd layer) 為無線電傳播之重要部分。

閃電與北極光為大氣電現象之最常見者。閃電為雲與雲間，或雲與地球間之放電。其形狀有叉形閃電，片狀閃電，球形閃電之分。叉形閃電及片狀閃電為習見之放電，而球形閃電尚屬一謎，迄未詳其原因，由電波實驗，知閃電為振動放電 (§370)。

首先利用電桿者，為福蘭克林氏之針尖“避雷桿”，伸出房屋之外，以竟危險之危險。避電桿之作用，大半因其能除放火氣電，而避免猝然放電，致生危險，最安全之避電設備為金屬網，覆於房屋之上，因連於潮濕之地內。

北極光為高空放電現象，恆發現於南北兩極附近，其作用類似於真空管之放電。

大氣電之原因，解釋繁夥，其真一是。特之，不外乎水之蒸發，雲層之摩擦，紫外線及放射質之作用耳。(參考 Glazebrook 氏 Dictionary of Applied Physics, 第三版, O. T. B. Wilson 之說)。



## 金屬電路中之電流

### 電荷與電流

421. 電荷與電流——電荷之研究上，吾人曾討論靜電之性質，及物體帶電時所得之性質矣。吾人曾發現電可借金屬絲由此物傳至彼物，但電通過時發生何等效應則未論及。實際上，於未發明電流之前，此等效應，無從研究。然劇烈放電，可使金屬絲發熱，甚或鎔化，以及在液體內放電恆發生化學效應，則皆為已知之事。但暫時放電，或間歇放電，電位差雖高，電量則小，電在導線內或液體內所生之效應殊微，不足供詳細研究。待繼續電流發明而後，電流之熱效應，化學效應，與夫磁效應，皆成重要問題矣。

解釋電流現象，仍採用以正電負電為流質且一樣的活動所用之名詞。於解釋少數名詞之初，似以沿用舊說，較為便利，但茲將以現代眼光解釋之。先說明固定電流之發明及其簡明步趨，對於吾人解釋名詞，不無幫助也。

422. 伏打氏之發明——約當 1799 年，意大利巴維亞人亞力山大·伏打氏發現由化學作用，可發生繼續電流。將一鉛片  $A$ ，及一銅片  $C$  放於稀硫酸液內，但無令二片接觸，而用導線  $D$  連結片之外部，則  $D$  內有電流通過。故  $A, C$  之間必有一電位差。至於何者之電位高，則可利

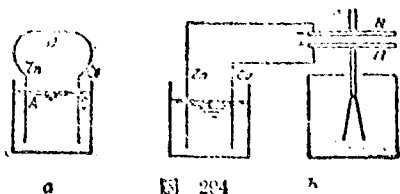


圖 294

用容電驗電器 (condensing electroscopo) (圖294 b)檢查之。驗電器之頂端載有金屬片  $M$ 。另一金屬片  $N$  覆於  $M$  之上， $M$  之上面塗以蠟膠，使  $M$  與  $N$  絕緣。 $M$  片與  $N$  片間隔有介質而成一容電器。將圖 294 a 之導線  $D$  截斷，兩端分觸於  $M$  及  $N$ ，則兩片帶電，一正一負。但  $M$  之電位不足以使箔片張開，倘將  $N$  提起，則  $M$  之電容減小 (§410)，但  $M$  上所帶之電荷，不因  $N$  之提高而變，故  $M$  之電位增而箔片張開。由尋常試驗 (§394)，知連於銅片之  $M$  帶正電，連於鋅片之  $N$  帶負電。故  $D$  內之電流 (圖 294 a) 乃由於  $O$  之電位高於  $A$  也。由此得下之電流方向之定義。

電流在導體內之方向，即電位在導體內降落之方向。

上之定義啓吾人以如何用靜電表，求電流之方向，且啓吾人以利用電流之磁效應之簡單方法。至導體內有電流時，所流者實為何物，並在何方向流，則為有分別之問題，將分別論討之。

423. 電位與電動勢——電由電子及質子構成，二者皆為物質之成分，且皆有慣性。至於電子之遷移率，及其有在導體原子間運動之自由，吾人曾已言及。然則較之質子固着於原子之理，則導線內之電流，其為電子之流乎。關於此旨，依吾人所知，咸與是理相合。電子運行於導線內，為原子所阻，故若無某推動力之作用，則不能盡在某固定方向運動。凡維持電流之能力。名之曰電動勢 (electromotivo forza) (簡寫作 e. m. f.)。然 e. m. f. 之形式不一。茲先舉一例，以闡明其義意。水之流也，多由於壓力差或水平差，但有時亦因與運動的固體相接觸，有時或由於熱，原因衆多，不勝枚舉，同理，電動勢中，有由於電位差者，有由於

感應電動勢 (induced e. m. f.) 者，有由於熱電動勢 (thermoelectric e. m. f.) 者，亦須分別研究之。茲僅就電位差而討論之。(電位差簡寫為 p. d.)。

不同物質相接觸，則有某種力焉，使電傳播，吾人已見之矣 (§390)。伏打電瓶產生電流之原因，乃不同物質之接觸電位差，伏打氏曾主張之，吾人至今仍信仰之。在此簡單電瓶內 (圖 294 a)，不同物質之接觸有三，每片皆與液體相接觸，設  $D$  為銅線，則又有銅與鋅之接觸。因含有電瓶之電路內，恆有三 (或者不止三) 不同物質之接觸，而所可決定者，僅為其合併效應，故欲定此三電位差之相對大小，非常困難，至於僅有兩種物質之電道內，例如銅與鋅，自然僅有兩個不同物質之接觸，但稍加思索，即如接觸處之 p. d. 必相等相反，必不產生電流，倘無溫度差，則為不易之論矣 (§485)。

至於伏打電瓶內有接觸電位差之和，毫無疑義，因此和可以測定也。此和名曰電路之電動勢，發生電流者，即電路內之電瓶也，倘電路中無其他電瓶或任何種發電機，則亦即電瓶之電動勢也。然是說也，殊非是二名詞之滿足定義，因和內各項之相對大小殊為疑問也。故須不憚煩勞，務使此二名詞之定義，與測定此二名詞之方法，於可能範圍內，極端接近。

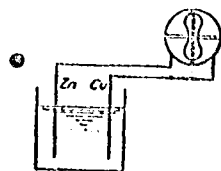


圖 295

圖 294 a 所表之電路內，設將導線  $D$  割斷，再設將二端接於靜電表，如圖 295。由此可測得自由端之 p. d.，而不須另添入任何新接觸 p. d.，有之則必影響結果。電瓶之電動勢，為電路開放時，連於電瓶極

片之同質二導線之電位差也。任何發電機之電動勢，皆可作如是觀。

圖 294 a 之電路內，三導線之每個內皆有電流過，因導體之末端皆有電位差也。電流於通過時發生熱或作化學工作。至電流作化學工作之電路，容後討論之。各個導體內所作之功之和，即電流在電路內所作之總功。電路內之總電動勢，即單位電量通過電路時所作之功也。此定義亦為一普遍定義，且可應用於任何電路，無論電動勢之性質如何，或功之形式如何。

電動勢之諸普遍定義中，吾人並未論及電流，電量，電動勢，或功之任何特殊單位，須注意焉。適當之單位，容後論之 (§464)。

424. 導體之三類——圖 294 a 所示之電路，含有二極不相同之導體，即金屬 D（金屬片在內），及液體 B 也。電流亦可通過氣體，故合上二者而得三種導體焉。茲試討論三種導體根本不同之點。

金屬導體內發生熱，但不發生化學作用。液體金屬，如水銀是，為金屬導體，電流通過時，不生化學作用。至於電流為電子之流，則已如前述。

電解導體 (electrolytic conductor) 包含酸，鹽，及某種固體，如玻璃是，等溶液而言，電流在此等導線內發生熱，亦發生化學作用。電解導體之程序，容後論之 (§491)，但有一點，須於此時簡單說明之。電解質內電流之構成，為帶正電的分子在一方向流動，帶負電的分子在反對方向流動，前者曾定為電流之方向。帶電分子為帶電之原子或原子羣，其所帶之電，由於電子之餘剩或缺乏。

當氣體司傳導時，則由帶電分子在一方向或二方向內流動而成，此

帶電之分子，可爲電子，亦可爲質子，可爲帶電之原子，亦可帶電之原子羣。

425. 電流之性質——自伏打氏之發明(1799)，直至法拉的氏研究電解之時止，電流之機構，迄無人知。“電”之流由於電位差，及電流之方向視電位降落之方向而定，已爲世所公認。法拉的氏發明電解質內電流之構成，由帶正電之分子在電流之方向流動，及帶負電之分子在反對方向流動，於是假定負有電流之導線內，有兩種相同之流動，以兩種流動之和，定電流之大小，不論正負。吾人今已知金屬導體內之電流，爲負電之流動，卽只爲電子之流動，而在電解質內，則有帶電分子之二相反之流動。因電學之術語，習慣上已成確定，故吾人仍假定正電之流動爲電流及電流之方向，至於電流之真正性質，讀者不難應用業經講述者以解釋此諸名詞之義。氣體內之電流，爲最近之研究工作，所用術語，不需用此等遙譯，蓋因正流及負流等名詞，爲最習用者也。

### 電 流 之 磁 場

426. 電流之磁效應——1820年，Copenhagen 大學物理教授奧斯特(Hans Christian Oersted) 奧斯特氏首先發明電流作用隣近磁針。設於南北方向持一直導線於磁針之上，若有電流通過導線，則磁針偏轉，如圖 296 a 所示。不寧惟是，第一，若反轉電流方向，則針偏轉之方向亦反；第二，若將導線由磁針之上方移於下方，則針偏轉之方向亦反。

電流之方向與磁針偏轉之方向之關係，可用下之法則規定：以右手握導線，以母指指電流之方向，則捲曲之指，指作用於磁針北極之磁力方向。(圖 296 b)。



圖 290 a



圖 290 b

奧斯特氏實驗，證明有電流之導線周圍為一磁場，磁場之方向，四圍皆與電流之方向鉛直，即磁力線皆為圓圈，皆以導線為中心。可用鐵

屑證明之。將導線鉛直穿過水平玻璃板之孔，佈鐵屑於玻璃板上，若有強電流通過導線，則鐵屑自行排成圓形，以導線為中心（圖 297）。磁場在任何點之方向可用一小羅盤針求出。電流之方向與所生磁場之方向之關係，可用以下規則說明：若電流之

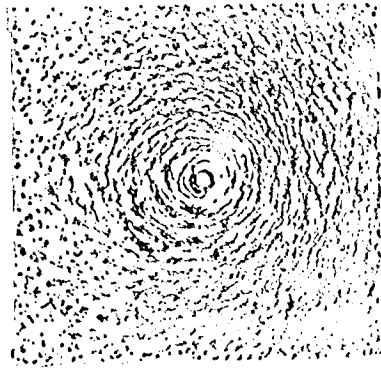


圖 297

方向為右手螺旋前進之方向，則螺旋旋轉之方向，即磁場之方向。（圖 298 即明。）

假定  $N$  極可與其  $S$  極相接，則由上述之理視之， $N$  極必能使電流旋轉。圖 299 所示之儀器，即說明此種旋轉及旋轉之方向也， $AB$  為一鉛直棒， $B$  為一水銀槽， $BD$  為一水平桿，

$B$  爲一圓水銀槽。電池之電流由  $A$  流入，通過鉛直桿  $AB$ ，水平桿  $BD$ ，圓槽  $B$  而流入電池。磁線  $NS$  及  $N'S'$  鉛直插於水平桿  $BD$  上，其北極  $N$  及  $N'$  在  $AB$  之磁場內，二磁石可以  $AB$  爲軸，繞  $AB$  之軸而旋轉，但二南

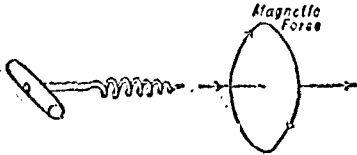


圖 298

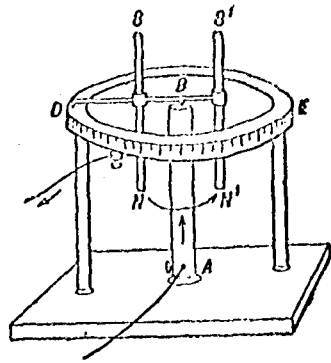


圖 299

極  $S$  及  $S'$  在此磁場之外。當電流自  $A$  流向  $B$  時，則由上下視，北極繞電流作反時鐘旋轉，電流繼續流通，磁石亦繼續旋轉。反轉電流方向，則旋轉方向亦反。

427. 圓電路及螺線管之磁力線——如圖 300 a 及 b 所示，當導線爲

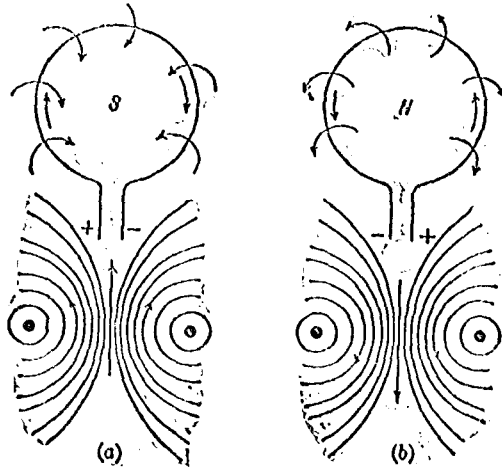


圖 300

一圓圈時，則通過圓面內之磁力線，係自圓之一面進入，而自對面穿出。磁力線為封鎖圓線，但圓心不在導線之上。圓之下部表示通過圓電路中心，與線圈之面鉛直的磁力線之形狀。至通過線圈之力線的方向，可用 §426 之規則求之。圓電路內磁力線之方向與電流方向之關係，正如右手螺旋之前進與扭轉之關係。

將導線密纏於圓柱上，一層或數層，即成螺旋線 (holix) 或管式線圈。螺旋線可視為一組平行而相等的圓，則心位於圓柱之軸上。有電流通過之螺旋線成為螺線管 (solenoid)。螺線管之磁場，如圖 301 所示。此磁場為各圓電路之磁場之合成。除近兩端處外，電流螺線管內之磁場為勻場。

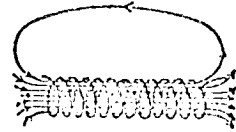


圖 301

428. 電流及磁場之強度電流之單位——安培 (Ampère) 氏用解析法得到表示小部分電流效應的公式。小部分電路  $ds$  內之電流  $i$ ，在  $r$  遠處  $P$  點所生之磁場強度 (圖 302 a)，與電流  $i$  為正比，與  $ds$  (與  $r$  成直角之投影) 之長度為正比，而與距離  $r$  之平方成反比；即此小部分在  $P$

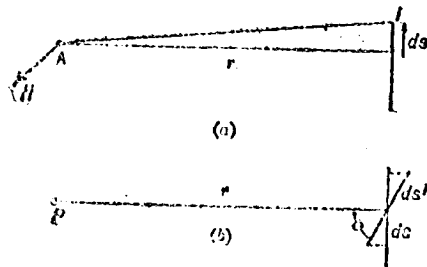


圖 302



點所生之磁場強度  $dH$  爲

$$dH = k \frac{id\mathbf{s}}{r^2}$$

此處  $k$  爲常數，其值視所用之單位而定。 $P$  點之磁場，顯然與  $Pds$  平面成直角。設  $ds'$  爲此小部分電路之長度，再設其與  $r$  所夾之角爲  $\theta$ ，(圖 302 b)，則  $ds = ds' \sin\theta$ 。上定律之直接證明，顯然爲不可能，因吾人不能有絕緣的部分電路  $ds$  也。但吾人可應用此定律於各種電路，而推得可資試驗之公式。

計算圓電路中心之磁場強度，爲上定律之最簡單的應用。如此，則所有之部分電路  $ds$  皆與中心爲等遠，其和爲  $2\pi r$ ，即圓周長也。故中心之磁場爲

$$H = k \frac{2\pi r i}{r^2} = k \frac{2\pi i}{r}$$

設以釐米測半徑  $r$ ，則式中之  $k$  等於 1，於是得單位電流之定義如下：單位電流者，流過半徑一釐米之圓電路，而以  $2\pi$  達因之力，作用於電路中心單位磁極之電流也。此乃電流之電磁單位 (electromagnetic unit of current)。亦可以下語述之：電流之電磁單位，即流過單位半徑單位長度之弧，而在中心生單位磁場之電流也。

設圓電路之圈數爲  $n$ ，則上式可寫爲

$$H = \frac{2\pi n i}{r}$$

將導線彎成各種半徑不同之圈，而通入同一電流，測出在中心之磁場，可以證明上式之無誤。此即安培氏定律之明證也。

電流之實用單位爲安培(ampere)。安培爲電流之電磁單位之十分之一( $10^{-1}$ )。

429. 電量之電磁單位——查 §428 所述單位電流之定義，完全以電流之磁作用爲根據。此語內，對於電之性質，電流之方向，或流量如何，皆未說出。但據吾人所知，導線內之電流爲負電（電子）之流，無論何處皆然。不但此也，且通過各斷面之流量必同，因導體內各點，從無電之滯塞聚集也。同理，對於電解及氣體之傳電皆然，後將見之。電流在電路中極似水流在水管中。故吾人可述一新的電量單位定義。單位電量者，即每秒內通過負有單位電流之導線的各斷面之電量也。故若電流爲  $i$ ，則在  $t$  秒內通過電路之總電量爲  $q = it$ 。

電磁單位電量，即由電磁單位電流，在電路內每秒鐘通過某點之電量也。由實驗知約爲靜電單位電量之  $3 \times 10^{10}$  倍 (§401)。電磁單位電量之十分之一爲庫倫 (coulomb)。所以庫倫爲電流一安培時，每秒鐘流過電路各斷面之電量；故庫倫 = 安培 × 秒。

429. 圓電路軸線上之磁場與線管內之磁場——圓電路軸線上  $P$  點之磁場強度，可由下法求出：設  $p$  (圖 303) 爲  $P$  點距中心  $O$  之距離，再設  $r$  爲圓之半徑。則  $P$  點距部分電路  $ds$  之距離爲  $\sqrt{r^2 + p^2}$ 。故  $ds$  內之電流  $i$  作用於  $P$  點單位磁極之力爲 (§428)

$$\frac{id s}{r^2 + p^2}$$

此力與  $P$  及  $ds$  之平面爲直角。以  $\cos \theta = \sin \angle OPA = r / \sqrt{r^2 + p^2}$  乘之，則得沿軸線之分力爲

$$\frac{r i d s}{(r^2 + p^2)^{3/2}}$$

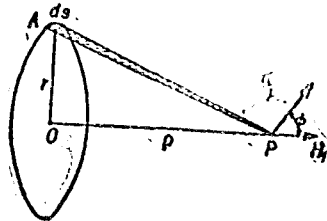


圖 303

故對於全電路而言，磁場強度為

$$H = \frac{2\pi r^2 i}{(r^2 + p^2)^{3/2}}$$

至於與軸成直角之分力，對於每一  $d\phi$  而言，則既係由直徑兩對端之分力而互相抵消。故上式代表  $P$  點之磁場度。

欲求螺線管軸線上  $P$  點之磁場強度，則須將所有平行圓電路之作用相加。茲取螺線管之一小段  $MM'$  為  $dx$  而論， $x$  為其中心， $O$  為點  $P$  之距離。假定螺線管每單位長度之圈數為  $n$ ，電流之強度為  $i$ 。則在長度  $dx$  內之圈數為  $n dx$ 。於是得螺線管之一小段  $MM'$  在  $P$  點所生之磁場強度為

$$dH = \frac{2\pi r^2 n i dx}{(r^2 + p^2)^{3/2}}$$

因  $x = r \cot\phi$ ， $dx = -r d\phi / \sin^2\phi$ ，代入上式，則得

$$dH = -2\pi n i \sin\phi d\phi$$

於極限  $\phi_1 = BTO$  及  $\phi_2 = APO$  內積分，則得  $P$  點之總強度

$$H = 2\pi n i (\cos\phi_2 - \cos\phi_1)$$

設螺線管之長度，較其中徑  $r$  為甚大，而取  $P$  點近於螺線管之中部，則可令  $\phi_1 = 180^\circ$ ， $\phi_2 = 0^\circ$ ，於是得

$$H = 4\pi n i$$

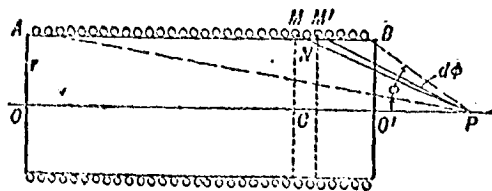


圖 304

此公式亦為計算圓形螺線管內磁場強度之公式，（但為近似的）。

直螺線管之兩端處， $\phi_1$  或  $\phi_2 = 90^\circ$ ， $H = 2\pi n i$ 。

注意，以上諸公式中， $n$  為每單位長之圈數，非螺線管之總圈數。

### 431. 直導線週圍之磁場——無限長的直導線內的電流所生之磁

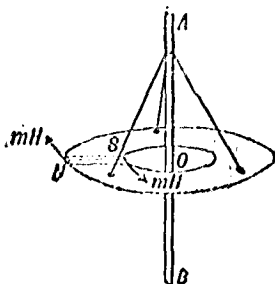


圖 305

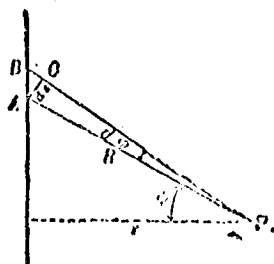


圖 306

場，其強度與距離之距離為反比。圖 305 所示之儀器，為證明此理之實驗裝置。 $AOB$  為導線之鉛直部分，電流自  $A$  至  $B$ ， $NS$  為一磁鐵，置於可自由繞導線旋轉之盤上。設  $r_1$  及  $r_2$  為磁極  $+m$  及  $-m$  距中心  $O$  點之距離， $H_1$  及  $H_2$  為在兩極之磁場強度，則對於  $O$  之力矩為  $m_1 H_1 r_1$  及  $-m_2 H_2 r_2$ 。實驗證明，並無旋轉，即力矩等而相反，或  $m_1 H_1 r_1 = m_2 H_2 r_2$  故  $H_1/H_2 = r_2/r_1$ 。故導線內電流所生之磁場強度，與距離  $r_1$  及  $r_2$  為反比。此即著名之畢特與沙瓦定律 (Biot and Savart's law)也。

由此觀之，則無限長的直導線週圍之磁場  $H = ki/r$ 。設以電流之磁單位測流  $i$ ，則由數學<sup>(1)</sup>及各實驗皆可證明  $k=2$ ，故  $H = 2i/r$ 。實驗結果與理論結果，若合符節，又為吾人所自出發之基本公式  $dH = ids/r^2$  之有力證據。

(1) 數學的證法如下：如圖 306，電路之一部分  $AB$  在  $P$  所生之效應，與其與鉛直於  $B$  之射影  $ds$  所生之效應相同。今  $ds = R d\phi$ ， $r = R \cos \phi$ ，故  $ids/r^2 = i \cos \phi d\phi / r$ 。以  $-\frac{\pi}{2}$  及  $+\frac{\pi}{2}$  為極限積分，則得  $H = 2i/r$ 。

432. 閉路中之功——茲試計算運一磁極  $m$ , 繞電流  $i$  一週所作之功。以電磁單位計,  $W = Hml = \frac{2im}{r} \cdot 2\pi r = 4\pi im$ , 此功與圓之半徑無關。設有一單位極繞負有電流  $i$  之電路運行一週, 則作  $4\pi i$  厄格之功。此證明係就閉路而言, 但亦可推廣於任何之路; 任何短小之路, 可代之以圓形步驟, 輻狀步驟, 及平行步驟, 但對於後二步驟, 功為零。

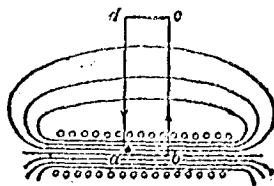


圖 307

由上之說, 則螺線管中心之磁場強度, 不難證明。如圖 307, 作一閉路  $abcd$ ,  $ab$  邊為與力線平行之直線,  $bc$  及  $cd$  邊皆鉛直於磁場而延至無限遠, 即延至磁場消滅之區域也。然則使磁極  $m$  繞  $abcd$  路一週時, 堪資討論之力, 其惟沿  $ab$  者乎。故功  $W = H \cdot m \cdot ab$ , 此處  $H$  為沿  $ab$  之磁場強度。設  $n$  為螺線管每單位長之圈數, 則在長度  $ab$  內之圈

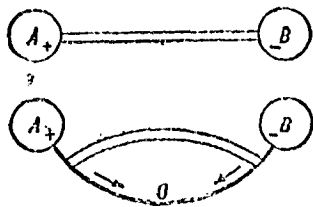


圖 308 a.

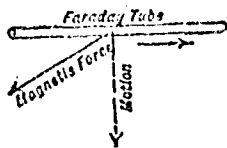


圖 308 b.

數為  $ab \cdot n$ , 再設  $i$  為電位, 則  $W = 4\pi mi \cdot ab \cdot n$ . 故  $H = 4\pi ni$ . 此公式對於長螺線管內任何點皆近似正確, 但不適用於兩端 (§430)。

433. 電流與磁場——依奧斯特(Oersted)氏之發明, 知電流不僅為

電沿導體或在導體內之傳佈，即導體周圍區域，亦有連帶關係。有電之傳佈，即有磁場，其方向與傳佈方向成直角。不單惟是，有電之傳佈，即有電力線或力管之運動，故種種電磁場現象，亦可以力線或力管 (§417) 之運動解釋之。假定有二物體  $A$  及  $B$  (圖 308 a)，一帶正電荷，一帶負電荷。力線或力管連於二者之間。今設以導線  $C$  連結  $A, B$ ，則力線末端沿導線而滑動，直至縮成一點而止，於是電荷合併。但當線端縮至一起之時，必有磁力線焉，與電力線及電力線運動方向成直角 (圖 308 b)。若電流為連續的，則電力線即生生不已，前仆後繼，流入導體。故電場可視為由此等電力線之運動而生。

434. 運動的帶電體之磁效應——1875 年，羅蘭得 (Rowland) 氏曾作一基本實驗，證明運動的帶電體，就其磁效應論，與電流相當。其法使一鍍金膠盤帶電，而使之疾轉。則可使靈敏磁針發生偏轉，是作圓週運動之各部分電荷，所生之磁效應，宛然與圓路內之電流所生者同。羅蘭得 氏之計算，若物體帶電量  $e$ ，以速度  $v$  運動，則所生之磁場，等於單位長度的導線，所負之電流為  $ev$  時所生之磁場。真空管放電，由帶電分子之急流而成，其作用與 羅蘭得 氏實驗相一致，即與電流相當也。受磁石之作用而偏轉，宛如柔軟之電流然 (§513)。

### 電 磁 鐵 及 磁 感 應

435. 電磁鐵——將絕緣的導線，纏於鐵髓上，通過電流，即成電磁鐵 (electromagnet)。電磁鐵之形式不一，螺線管式，堪資為例。螺線管  $AB$  (§427) 內，磁場之方向，與電流方向之關係，恰如右手螺旋之扭轉方向與前進方向之關係，吾人已知之矣。倘螺線管有一鐵髓，則鐵之

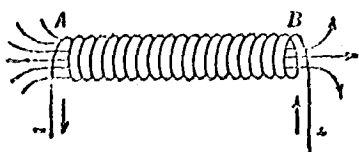


圖 309 a

o

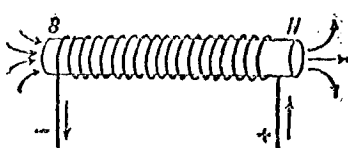


圖 309 b

元磁體即有在此磁場方向內排成行列之傾向 (§369)，而成磁鐵， $NS$  (圖 309 b)。所以鐵內之磁化方向，與螺線管內之磁場方向相同。於是螺線管外之磁場，較之為無鐵時，大為增加。

凡需要甚強磁場或甚強磁極時，及需要改變磁鐵之強度或反轉磁鐵之極時，則以電磁鐵代永久磁鐵。改變磁鐵之強度或反轉磁鐵之極，可改變或反轉電流。電磁鐵之用途殊夥，電機上用以發生磁場，起重磁鐵用以生力，電報，電鈴等等用以發送記號。

電磁鐵之設計上，須研究鐵髓之磁性，並須預算線圈之磁場，線圈之磁場，視線圈之大小及電流之強弱而定，至某種特殊情形，前已述及，茲不贅 (§430)。

436. 安培氏之磁說——自奧斯特氏發明電流之磁作用及電流對於電磁鐵之用途而後，不久，安培氏即發表其磁說，係就電之電子說改造而成，其說已為世所公認。磁分子說 (§366) 只解釋磁體之構成，但對於磁性問題，則卻其責於元磁體，似未為盡善。安培氏主張磁分子之磁場，由於環繞磁分子之電流而生；分子帶此種電流，其作為猶之磁體。依安培氏之說，則凡磁現象皆由於電流，假如吾人可以置身於磁分子之內部而觀察磁力，則必能發現其所遵守之定律，恰與任何其他電

路周圍區域之力所遵守者相同”(Maxwell)。故安培氏說，乃以電流之性質解釋磁性之說也。

437. 磁性之電子說——此等元始電流如何起始，為何有電流而不發生熱，及為何不借外力而可以繼續流動，安培氏說皆未顧及。按諸電子說。每一原子皆有一個或數個電子繞核心轉動，轉動電子帶負電，具有圓電路中電流之磁性。此磁性解釋，初看似甚簡單，但若詳細研究，即成非常複雜之問題矣。此說有一極感興趣之觀念，即謂有一單位原子的磁體，名曰磁子 (magneton)，換言之，即恰如電子電量之為“電原”也，磁子亦為“磁原”。但對於磁子之大小，則又議論紛紛，莫衷一是，此問題過於複雜，此處不便討論。

438. 鐵之磁化——置鐵塊於磁場，則成磁化，但磁化方向與外部磁場方向相同者，僅特殊形式之鐵塊為然。應磁極 (induced polo) 之作用，反對外部磁場，故有去磁作用 (demagnetizing effect)。去磁作用，有時甚強，如短鐵棒是也。總磁場之強度及方向，往往不與計算一致，故磁化結果，亦遠不及理論上所預期。磁作用於鐵之磁化力，可以確切算出者，有二：(1) 軸線在磁場方向的旋轉橢圓球 (ollipsoid)，(2) 鈎環 (anchor ring)。

(1) 欲得一極滿意的橢圓球，可用一長圓桿，桿之長度較其直徑為甚大，桿之軸線在磁場方向內，用較桿稍長之螺線管，生均勻磁場。如是，則桿內之應磁極，相距甚遠，故不能改變螺線管中部磁場之方向，故中部之磁場方向與磁化方向相合。

(2) 若為鈎環，則用無頭螺線管繞於環上，以環為軸，產生磁場(圖



310)。環內無自由磁極，故螺線管之磁場與磁化具相同之方向。

表鐵之磁狀況，或其磁性物質之磁狀況，有兩個一定方法。第一，用磁化強度 (intensity of magnetization)，以字母  $I$  代之。第二，用

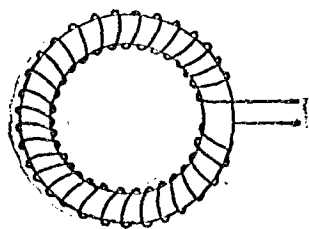


圖 310

磁感應 (magnetic induction)，以字母  $B$  表之。

439. 磁化之強度——設有規則鐵柱，體積為  $v$ ，以螺線管使之在軸線方向磁化。命  $l$  為柱長， $s$  為柱端之斷面積。假定  $M$  為柱之磁矩，則  $M/v$ ，或每單位體積之磁矩，名曰磁化之強度， $I$ ，即  $I = M/v$ 。

假定  $m$  為磁極強度，則  $M = ml$ ， $v = sl$ 。故  $I = M/v = ml/sl = m/s$ ，此處  $m$  為斷面積  $s$  之磁極強度。故磁化之強度  $I$  等於與磁化成直角的斷面的每單位面積之磁極強度。

若為一細長桿，與磁場平行放置，則磁化在磁場方向，自由極在端或近於桿端。如此，則磁化之強度，除近兩端處外，則  $I = m/s$ ，此處為磁極強度， $s$  為斷面積。

440. 磁化之  $IH$  圖線——磁極強度，可知 §383 所述，由磁針之轉角測得。測  $m$  時須勿令螺線管直接影響磁針，法用另一螺線管，置於針之對邊，兩管內電流相同，則二者對磁針之影響即互相抵消。由此測得  $M$ ，則  $m = M/l$ 。若桿之斷面積  $s$  為已知，則  $I$  可以算出。由電流及螺線管之常數求出磁化力場強度  $H$  之值。 $I$  與  $H$  之關係可用圖線表出，以  $H$  之值為橫坐標，以  $I$  之值為縱坐標。圖 311 所示為挪威鐵的  $IH$  圖線。

最初。自  $O$  至  $A$ ，圖線上升甚緩，過此則上升迅速，至飽和曲彎  $D$  處而又緩。 $AD$  部分幾乎為一直線。過  $D$  而後，雖磁場強度  $H$  大增，而圖線上升甚緩。此圖之形狀，可用分子說解釋之。在最初部分，即由  $O$  至  $A$ ，由互相吸引而成之小磁體羣，緩緩轉入磁場方向，迨至  $A$  點，則此羣破裂，小磁體皆迅速轉入磁場方向，及至  $D$ ，則諸小磁體，幾盡指磁場之方向矣。

磁化強度與磁化力場強度之比，名之曰材料之磁化係數 (magnetic susceptibility),  $k$ 。  
故

$$k = I/H.$$

倘磁化係數  $R$  為一常數，則磁化之  $IH$  圖線必為一直線。由實驗之圖線觀之，則  $k$  不僅視磁性物質而定，且與磁化強度有關。

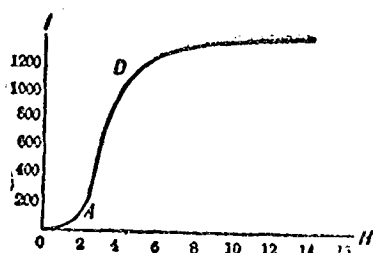


圖 311

441. 磁感應——據吾人所知，磁鐵之力線，似乎由近北極處出而自近南極處入，其全部路程皆在空氣內，或在無磁性之介質內。由是而論，則磁力線乍看似與電力線恰相類。電力線自正電荷發出而止於負電荷，不連續入於導體，即電力線非封鎖環線 (§398)。今將證明磁力場須視為連續入於鐵內且穿鐵而出，而組成封鎖環線 (closed loop)。

電流周圍之磁力線為封鎖環線，已見之矣。故直電路周圍有圓形力線圍繞，螺線管之周圍，力線自  $N$  面出，自  $S$  面入，穿過螺線管，成一環線 (§427)。

設有一鈎環，以螺旋線磁化之，螺旋線纏於環上，以環為髓，如是，則無所為極，故環外無磁場。但假設此環橫切一口，如圖 312。則切斷處之一側為  $N$  極，一側為  $S$  極。設  $I$  為磁化強度， $s$  為橫斷面積，則缺口處之極強度為  $+Is$  及  $-Is$ 。故有  $4\pi Is$  條力線 (§375)，由正邊至負邊橫貫缺口。因無論缺口如何狹小，皆有  $4\pi Is$  條力線通過，故必有  $4\pi Is$  條力線貫通此環。在空氣缺口內者為力線；在金屬內者，則稱之曰磁化力線 (lines of magnetization)，吾人可假定此等力線係由於金屬的元磁體排成行列而致。磁化力線在金屬內為連續的，一如力線在缺口內之連續也。

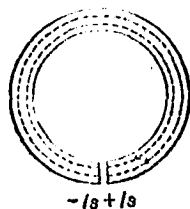


圖 312

磁化力線之外，每平方釐米有  $H$  條力線，係由磁化螺旋管而生。由是而論，則磁化力場與磁化方向相合，即  $H$  與  $4\pi I$  (每平方釐米) 可以相加。故每平方釐米之總力線數為  $H + 4\pi I$ 。此和名曰金屬內之磁感應 (magnetic induction)，以字母  $B$  代之，即

$$B = H + 4\pi I$$

此式以  $H$  及  $I$  表  $B$ ，可視為  $B$  之定義。在空氣內，或其他非磁性物質內， $I=0$ ， $B=H$ 。

412. 磁通量——通過與磁場成直角的任何面積  $S$  之磁力線之總數，等於此面積與磁感應之乘積，即等於  $BS$ 。由磁力線所包成之力管 (圖 313) 的任何斷面積與磁感應之乘積為一常數，此性質與液體在管中之流量相類似，液體在管內流動，每單位面積之流量與斷面積之乘積

為一常數。因此，乘積  $BS$  稱之曰通過面積  $S$  之磁通量 (magnetic flux) 以  $\Phi$  表之。對於任何面積，乘積  $HS$  稱之曰磁力之通量，此處  $H$  為磁化力或磁場 (與  $S$

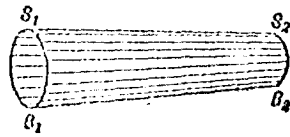


圖 313

鉛直)。凡僅用磁通量之處，當知指乘積  $BS$  或  $\Phi$  而言，凡無磁性物質之處，則  $BS$  與  $HS$  相等。上述之概念，對於研究變壓器及其他電磁儀器，極為有用。

443. 磁化之  $BH$  圖線——由圖 311 磁化之  $HI$  圖線，及公式  $B=H+4\pi L$ ，吾人可算出  $B$  之值，而畫一圖線，表示  $B$  與  $H$  之關係 (圖 315)。  $BH$  圖線較  $HI$  圖線為有用，尤其對於電磁感應儀器。對於此等儀器，吾人須知磁通量或磁力線之總數，又須知生此磁通量之磁化力場。

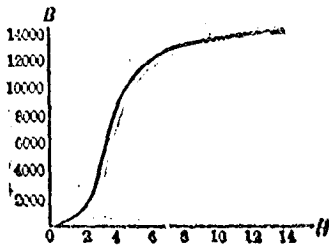


圖 314

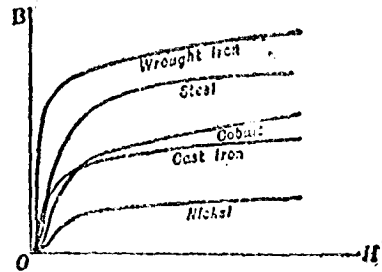


圖 315

$BH$  圖線，可用前述之磁力計法求得 (§440)，但更常用的方法，為電磁感應法 (§554)，以後再講。

圖 315 所示，為數種物質之  $BH$  圖線，但所示之值皆為近似的，因物質之磁性質，恆隨製煉而變也。

444. 導磁係數——置鐵塊於磁場，其結果使磁力線由空氣內每方釐米  $H$  條，增為鐵內每方釐米  $B$  條。法拉的 (Faraday) 氏謂此乃鐵對於磁力線之傳導率，較空氣為大之結果。今則以導磁係數 (magnetic permeability) 表示之。某物質之導磁係數  $\mu$ ，為該物質內之磁感應與磁化力場強度之比，或

$$\mu = B/H$$

下表係鐵對於各種  $H$  之值的導磁係數。觀圖 315，知在磁化近於飽和之處，導磁係數迅速減小。故對於已知之磁感應，倘知某種鐵之導磁係數，則可求出生此感應所需之磁化力場。由公式  $B = H + 4\pi I$ ，除以  $H$ ，則得  $\mu = 1 + 4\pi k$ ，此處  $k$  為磁化係數 (§440)。

$H$	$I$	$k = \frac{I}{H}$	$B$	$\mu = \frac{B}{H}$
0	0	...	0	
0.32	3	9	40	120
0.84	13	15	170	200
1.37	33	24	420	310
2.14	93	43	1,170	550
2.67	295	110	3,710	1,390
3.24	581	179	7,300	2,250
3.89	793	204	9,970	2,560
4.50	920	205	11,640	2,590
5.17	1,009	195	12,680	2,450
6.20	1,086	175	13,640	2,200
7.91	1,155	145	14,510	1,830
9.79	1,192	122	14,980	1,530
11.57	1,212	105	15,230	1,320
15.00	1,238	83	15,570	1,030
19.76	1,255	64	15,780	800
21.70	1,262	58	15,870	730

445. 磁路——馬克士威 (Maxwell) 氏的磁通量一節，啓者一極有用之磁路觀念，磁路與電路相類似，電路內有電動勢產生電流，電阻抵抗電流，磁路定律與歐姆 (Ohm) 電路定律相類似 (§405)。爲簡單計，茲取 §433 之鈎環爲例。  $H = 4\pi Ni/L$ ，此處  $N$  爲螺絲管之總圈數。設  $S$  爲磁心之斷面積，則磁通量  $= BS = H\mu S = 4\pi Ni \div L\mu S$ 。式內， $4\pi Ni$  名曰磁動勢 (magnetomotive force)  $L\mu S$  名曰磁阻 (magnetic resistance or reluctance)。

故

$$\text{磁通量} = \frac{\text{磁動勢}}{\text{磁阻}}$$

磁動勢  $= 4\pi Ni = Ni$  乘  $4\pi$ ， $Ni$  名曰“安培匝數”(ampere turn)。磁阻與  $1/\mu$  爲正比，與磁路之長度  $L$  爲正比，與磁心之斷面  $S$  爲反比； $1/\mu$  名曰磁性物質之比磁阻 (specific reluctance)。此式可推而應用於極複雜之磁路，卽有空氣空隙亦可，如電機之電磁機或渦磁機是也。

446. 高導磁係數之效應，磁屏

——置磁性物質於磁場，則改變力線之分佈。如圖 316，置鐵盤於勻磁場，由其周圍鐵屑之分佈，卽可證明是理。因鐵具有高導磁係數，故力線有穿過鐵盤之傾向。圖 317，係由愷氏 (Kelvin) 雜誌中取來，表示圍繞及透過高導磁係數之鐵球周圍之磁場。

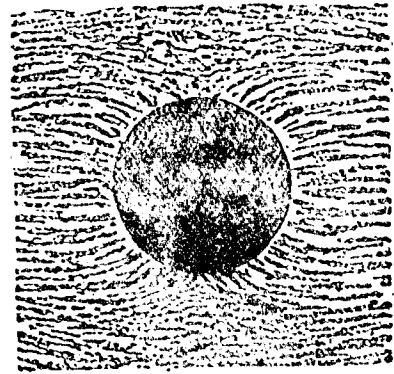


圖 316

圖 234 c (§367) 表示勻磁場內厚鐵環周圍之力線。因鐵之高導磁係數故，力線向鐵環收斂，環內鐵屑，亦無方向作用，堪資注意。此種軟鐵之屏蔽作用，恆利用

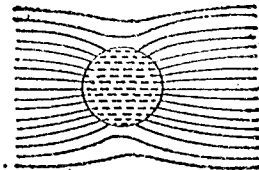


圖 317

之以保護靈敏電流計，免受磁性擾亂 (§460)。此同一原理，亦用以屏蔽環狀電樞之內部線圈 (§557)。

447. 磁化與溫度——當軟鐵溫度增高至 769°C. 時，雖仍略具磁性，然失其鐵磁之資格。此溫度名之曰居禮點(Curio point)。鐵之居禮點為 356°C.，鎳為 1075°C.，磁鐵(magnetite)為 535°C.，及某種純鈔，胡芬孫(Hopkinson)氏發明其值為 690°C.。物質對於強磁場之導磁係數恆隨溫度之增而減，然亦間有例外者，迄今尚未能解釋之。

448. 磁化係數——下表為數種物質之磁化係數，負磁化係數係指反磁質而言。至鐵磁質之導磁係數，則視磁化力場而定，前已述及。倘稍有雜質，磁化係數即生變化，故各人測得之值，殊不一致。因導磁係數  $\mu$  等於  $1 + 4\pi k$ ，故負磁化係數表示導磁係數小於 1。

儲於真空管中之鐵粉屑.....	4,000+	鉛.....	0.0000018
鐵鐵合金(permalloy).....	950+	空氣.....	0.00000032
尋常標鐵, max.....	200+	銅.....	-0.00000083
錳, max.....	23+	銀.....	-0.0000124
鎳, max.....	13.8	鎳.....	-0.0000332
氣在183°C.....	0.000324	錫.....	-0.0000133
白金.....	0.000329		

449. 餘磁效應，滯後作用——純鋼不僅於磁化力場遞去後而保持其磁化，且反抗殊強大的反磁化力場。不僅鋼也，即軟鐵亦頗表顯此同樣作用。此等滯後效應係磁分子對於自由轉動所呈之抵抗或“磁阻”也。欲克服此種抵抗磁化變化，則需有工作。交流變壓器內之鐵，每分鐘約受數千次之反轉，磁化之循環變化所耗之能，為量甚巨。

欲研究及測定此等磁落後現象，則需畫出一完全循環的磁化圖線。法先將鐵之磁性消滅，逐漸增磁化力場，使其逐漸磁化，直至達飽和而止。則得曲線  $Oabc$  (圖 318)，此曲線名曰“原始圖線”(virgin curve)。於是再將磁化力場逐漸減小至零，則得曲線  $cd$ ，此線證明磁化力場為零時，仍有餘剩磁性，代之以  $Od$ 。由此得金屬之頑磁性 (retentivity)，反轉磁化力場，迨至  $-H=Oe$ ，鐵之磁性盡失。將  $H$  增至負的最大，反轉之，減小之，再增至原值，則得  $f, g, h$ ，以至於  $c$  之曲線。故於磁化力場循環一次後，有磁化之落後。

由上之手續視之，則元磁體會反轉方向二次，且已對內力做功。倣英 (Ewing) 氏謂此力可以元磁體之相互作用解之 (§366)。此現象名之曰滯後作用 (hysteresis)。滯後損失以每循環每立方釐米之厄格數表示之，與滯後圖線所包之面積為正比。此損失之能，變為熱能。但此熱與由應渦電流 (§545) 在鐵內所生之熱完全兩樣，不可不注意也。

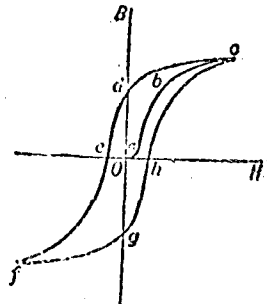


圖 318

按滯後作用而論，鐵之性質，殊不一致。據狄英氏所發現，某種軟鐵，對於 5000 的最大感應，每循環有 010 每立方釐米厄格的損失。對於 9000 的感應，每循環則有 2300 厄格的損失。同樣的最大感應，最硬之損失，約十倍於上述之值。此層尚可補充點意見，即每循環 2300 厄格每立方釐米的損失，等於每秒每 100 循環每磅鐵 1.36 瓦特，或每噸鐵 3.5 馬力。

鐵鎳合金，含 78.5% 的鐵，21.5% 的鎳，對於低磁化力場磁係數高而滯後損失低。設以巨姆齊孔帶線繞於海底電線之銅導體，則電線之感應增強。此種“加重的電線”(loaded cable) 因其電容受自感應之反抵，傳遞電信，較未加重的電線為迅速。



450. 磁場之能——磁場含有“以太”中某種變形之能。每立方釐米的能量，可依靜電場 (§418) 之算法算得，所得之公式亦同，即能  $E = \mu H^2 / 8\pi$ ，此處  $E$  以瓦格計， $H$  為磁場強度， $\mu$  為介質之導磁係數。此種磁場之能，於電磁感應上，殊為重要。在交流變壓器內 (§558)，主路之能，變為磁場之能，此磁場能再變為副路之電能。在阻抗線圈內 (§61)，電路之能，變為磁場之能，再反回變為電路之能，每秒有若干次交換，即有若干次變化。

### 動電學

451. 磁場作用於直電路之力——因電流可施力於磁鐵，故磁場必施力或反作用於帶有電流之導體，自為意料中事。此效應為安培氏繼奧斯特氏之發明而發明者。圖 319 所示之實驗，即為說明直電流與磁場間之作用的實驗，磁場與電流成直角。 $AB$  為一柔軟銅片，鉛直懸掛，下端與水銀槽  $C$  連接。電流由  $A$  流向  $B$ ，如箭頭所示。磁場為  $U$  形磁鐵之磁場，且為水平。作用於軟銅片之力，與磁場及電流之平面成直角。電流，磁場，及運動之相對方向，如圖 320  $a$  所示。記

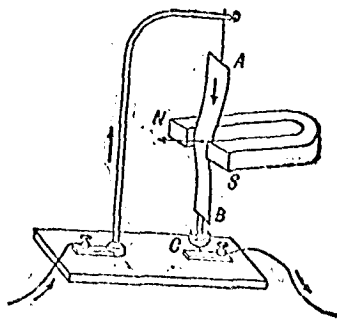


圖 319

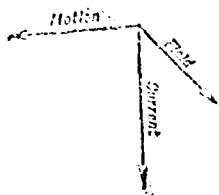


圖 320 a

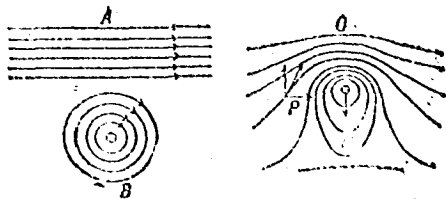


圖 320 b

此三方向，用下述之佛來銘 (Flaming) 氏方法，殊為方便：伸直左手之拇指，食指，及中指，令三指之方向互為直角；若食指為磁場之方向，中指為電流之方向，則拇指必指作用於直電路之力之方向。

圖 320 b 所示，為與均勻磁場  $A$  成直角的電流迴圈磁場之分佈。電流與紙面垂直而向下，故其磁場之力線  $B$  為順時針的。此磁場與均勻磁場合併，加強  $C$  側之力場，減弱  $D$  側之力場。故電路運動之方向係自  $C$  至  $D$ ，可視為由於  $C$  側之力線有縮短之傾向也。至磁場之相加，如  $P$  點所示。

452. 磁場作用於直電路之力之數值——負有電流  $i$  的小段電路  $ds$ 。作用於  $r$  遠的磁極  $m$  之力  $F = mids/r^2$ ，於 §428 業已述及。茲假定  $m$  之磁場，生一等而相反之力作用於  $ds$ ，即必有力  $F$  焉，與磁極及電路之平面成直角，作用於  $ds$ 。故  $ds$  所受之力，為  $F = \mu Hids = Bid_s$ 。即長度  $l$  之直導體小段，負有電流  $i$ ，與均勻磁場成直角，則所受之力  $F = Bil$  達因，此力必與  $B$  及  $l$  之平面成直角。若  $l$  不與  $B$  成直角，則須取  $l$  與  $B$  成直角之射影  $l \sin \theta$ ，此處  $\theta$  為  $B$  及  $l$  所成之角度。若  $\mu$  可以為 1 時，則可以  $B$  代  $H$ 。雖然負有電流  $i$  之小段電路不能脫離其餘之電路及電流，但用此法所推得之公式，應用於任何小段電路，皆可得正確結果。

453. 閉電路在磁場內之運動馬克士威 (Maxwell) 定則——如圖 321 所示，當一負有電流的線圈在磁場內時，線圈之各部分皆受磁場所施之力之作用，此力與磁場

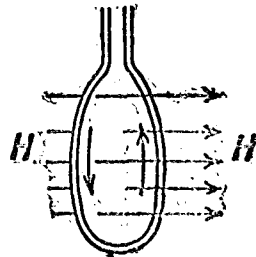


圖 321

成直角。假定線圈可繞一鉛直直徑旋轉，則必旋轉，使其面與磁場成直角，使其自身之力線，及磁場之力線，於同一方向穿過線圈，即使通過圈之力線為最大多數也。

欲知線圈何以轉至此位置，可細審作用於水平直徑兩端線段之二力。當線圈在上述位置時，應用 §451 所述之規則，可知此二力沿水平直徑向外作用，倘擾動線圈，則二力必成力偶，有拉回線圈之傾向。倘將線圈轉  $180^\circ$ ，則此二力向內作用，倘擾動線圈，則二力必有轉之使恢復原位置之傾向，故原位置必為穩平衡位置。

線圈之作用，實為普通原理之例證：電路在磁場內有務使其所合力線為最大多數而運動之傾向。此之謂馬克士威氏定則。

454. 二平行電路間之力 —— 設以柔軟導線將二線圈並懸，如圖 322，若二圈內之電流為同方向，則互相吸引，若電流為反方向，則互相排斥。蓋因二圈皆有務使其所合力線為最大多數而移動之傾向也。亦可以矩形或其他平面形之封閉電路代替圓電路。

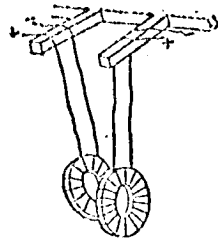


圖 322

455. 成直角的二圓電路間之力 —— 倘二圓電路互為直角，則有旋轉而自成平行之傾向，及使其電流為同方向之傾向。圖 323 為演證此理之安培氏儀器。導線  $A, B$  之端，有二水銀槽  $a$  及  $b$ ， $a$  恰在  $b$  之上方。導線架  $mnp$  之兩端彎屈；恰放於  $a, b$  兩水銀槽內，故線架可自由繞  $ab$  鉛直軸旋轉。

力測電流計 (electro dynamometer) 為應用線圈間之推勢力以測電流之儀器，圖 324 所

示為西門 (Siemen) 氏力測電流計。與活動圈相連者為一螺旋彈簧，扭轉彈簧，可使二線圈互為直角。由扭轉頭及頂盤可讀出扭轉之量。線圈間互相作用之力與電流之平方為正比，扭轉力與轉角  $\theta$  為正比，故  $I^2 = k^2\theta$  或  $I = k\sqrt{\theta}$ ，此處  $k$  為常數，須對於各儀器釐定之。此儀器可用以測直流，亦可用以測交流。

456. 平行直電路間之力——設電流為同方向，則二平行直電路互相吸引。表演此理之儀器，如圖 325 所示。圖 326 所示，為二平行導線  $A$   $B$  之正斷面，力線圈表示二電流係遠離讀者而去。

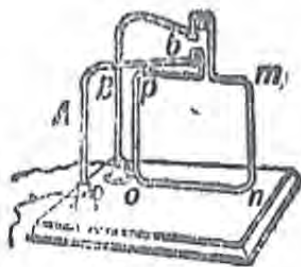


圖 323

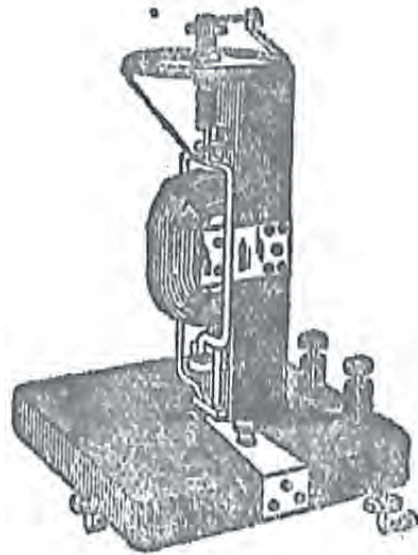


圖 324

當  $A$  與  $B$  靠近時，通過各電路之力線數顯然為最大，故由馬克士威規則，二者必互相吸引。同理，若電流相反，則必互相排斥。

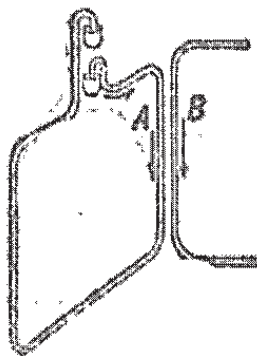


圖 325

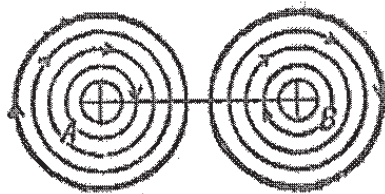


圖 326

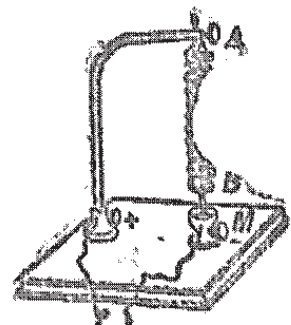


圖 327

互相斜交之二直導體，若電流皆向交點流，或皆背交點流，則互相吸引；若電流一向交點，一背交點，則互相排斥。

457. 拉格特氏螺旋彈簧——拉格特 (Roget) 氏螺旋彈簧 (圖 327)，為測定平行電路間吸引力之儀器。 $AB$  為黃銅螺旋線圈，銷直懸掛， $B$  端插於水銀槽  $M$ 。當電流通過  $AB$  時，則平行線圈互相吸引而將  $B$  拉起，於是電路截斷，吸引停止，則線簧下垂， $B$  又接觸。自行電復，永無停止。

### 利用磁效應測電流

458. 電流計——電流計 (galvanometer) 為利用電流之磁效應以測電流之儀器，嚴格言之，倘僅用以驗電流之有無者，則應名之曰驗電流器 (galvanoscope)，但此種儀器恆稱為電流計，或檢驗電流計，常用之電流計有兩種：(a) 活動磁針，固定線圈電流計，(b) 活動線圈，固定磁鐵電流計。後者名曰達孫發爾 (d'Arsonval) 氏電流計。§455 所述之力測電流計，有一活動圈及一固定圈，為由二線圈之磁作用，以測電流之儀器，嚴格言之，亦為電流計之一種。安培計為一種特別刻度的電流計 (§463)。

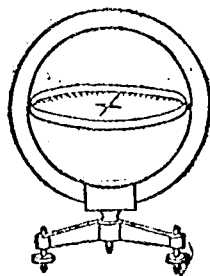


圖 328

459. 正切電流計——正切電流計 (tangent galvanometer) 之構造，為一圓線圈，圈面鉛直，且在磁子午線平面內，線圈之中央，有一小磁針 (圖 328)。磁針裝於羅盤盒內，有指針及分度圓，故針之轉角可以讀出 (附一平面鏡於磁針，觀察反射光線在分度尺之轉角，可以測較小之轉角)。當線圈內有電流通過時，則磁針在地磁場及電流所生磁場之作用下，地磁場與線圈平

行，電流之磁場與線圈成直角。磁針之最後位置，與磁子午線成角度  $\theta$  (圖 329)。於是二力偶作用磁針。欲轉線圈返至磁子午線之力偶為

$HM \sin \theta$ ，此處  $H$  為地磁場水平分強度， $M$  為磁針之磁勢 (§377)。欲轉線圈入於線圈所生磁場之力偶為  $\frac{2\pi ni}{r} M \cos \theta$ ，此處  $\frac{2\pi ni}{r}$  為線圈之磁場強度

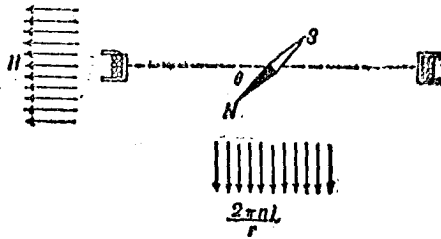


圖 329

(§428)。當磁針靜止時，則二力偶相等，或

$$\frac{2\pi ni}{r} M \cos \theta = HM \sin \theta$$

故

$$i = \frac{Hr}{2\pi n} \tan \theta.$$

式內， $2\pi n/r$  頃視電流計之因次而定，可以  $G$  代之，名曰電流計常數。

如此，則上式可寫為  $i = (H/G) \tan \theta$ 。故電流與轉角之正切為正比。若不用電磁單位，而以安培測電流，則必須以  $i/10$  代  $i$ 。

以上所述，曾假定電流所生磁場，在磁針所在處為均勻的，且等於對於線圈中心所算得之磁場。若線圈之直徑較針之長度為甚大時，則此理近於正確。平常線圈之直徑約 25 釐米強，針長約 1 釐米弱。

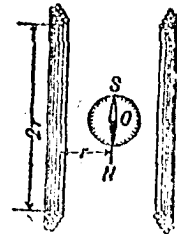


圖 330

赫爾姆霍茲·甘根 (Helmholtz-Gaugain) 氏正切電流計有兩個繞直線圈，兩圈相距等於圈之半徑，磁針在兩圈之中央(圖 330)。倘線圈不止一圈，尋常皆分置圓錐上，錐頂在兩圈之

中點。此種裝置，可使中點附近之磁場，非常均勻。

正切電流計用以比較電流，即比較電流所生之轉角之正切也，亦用以測電流，以相對單位計。後之用法，須先測定  $G$  及  $H$  之值。 $G$  等於  $2\pi n/r$ ；測定  $H$  之法，已見於 §381。

• 正切電流計原為標準儀器。因其線圈必需大，以便產生中心所需要之均勻磁場，故電流過小，則所生之轉角不易讀出。倘欲檢定或測量小電流，則需用較微電流計，欲使電流計靈敏，則需增大電流對於磁針之作用，而減弱外界磁場對於磁針之直接影響。

460. 針動式或湯姆孫氏電流計——無定向電流計為最靈敏的電流計之一，原為維廉·湯姆孫 (William Thomson) 氏 (Lord Kelvin) 所發明，用以接大西洋電報之弱信電流。磁力組由兩組磁針構成，平行固連於同一繫線上，但兩組之磁極相反 (圖 331)。故磁場在兩組磁針上之直接作用，與兩組磁針磁勢之差為正比。此電流計有兩個線圈，一圍繞上磁針，一圍繞下磁針，每線圈有兩圈，磁針分懸於兩線圈之中心。線圈通常皆以極細的包絲銅線纏成，如此可使磁針附近之線為最長。因銅線甚細，故線圈之電阻高，所以此種電流計簡稱之曰高阻電流計。

加一個或兩個磁鐵於線圈之上部，用以管理外部磁場之方向及強度。磁針附有一小平面鏡，用望遠鏡與分度尺，或電燈與分度尺，讀電流計之轉角。轉角不甚大時，電流與轉角為正比。

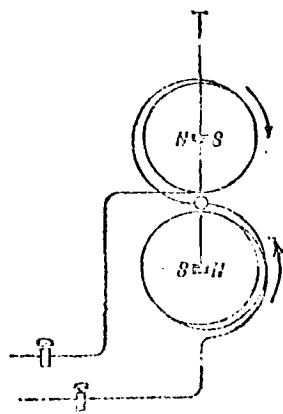


圖 331

湯姆孫氏電流計之尋常靈敏度為  $10^{-9}$  安培，光線在 1 米遠之分度

尺上，轉角 1 毫米，然此種電流計之靈敏度亦有竟達  $10^{-12}$  安培者。  
 (又法，以電路之電阻，配電流計之靈敏度，即 o. m. f 為 1 伏特時，  
 在 1 米遠之分度尺上生 1 毫米之轉角。如此則需云電流計“靈敏至  
 1000 百萬歐姆”(mogohms)。

461. 圓動式或達孫發爾氏電流計——圓動電流計之構造，為一小  
 線圈，用極細合擠銅片或銅片懸於強磁鐵之極間 (圖 332)。上部用緊  
 線連接電流，下部用細銅螺旋連接電流。緊線之扭力為管理線圈之力。

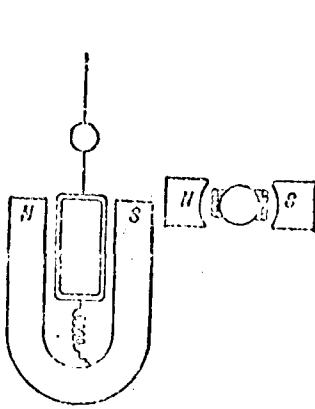


圖 332

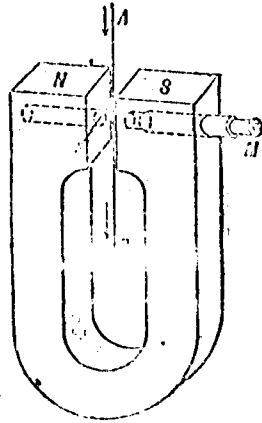


圖 333

當無電流通過電流計時，線圈之平面與磁場平行。當電流通過線圈時，  
 則依馬克士威氏規則 (§453)，線圈有務使其所含力線為最大多數而動  
 之傾向，故線圈發生轉角。用平面鏡及分度尺法讀此轉角。達孫發爾氏  
 電流計之最大便利處，在於絕不受外部磁場之作用。線圈振動，衰減極  
 速，亦為最方便之一。此衰減由於活動圈在閉路內所生之感應電流之反作



用，或在於圈上之金屬架所生之應電流之反作用，〔參閱 §539 楞次 (Lenz) 氏定律〕達孫發爾氏電流計應用上較無定向電流計方便實多，故電學測量，幾全以前者代替後者。達孫發爾氏電流計之尋常靈敏度，為  $10^{-8}$  安培，在 1 米遠生 1 毫米之轉角，然特別構造者，其靈敏度可達  $10^{-10}$  安培。

安陶芬 (Einthoven) 氏單線電流計，為一單細導線，橫張於強磁鐵兩極間之磁場內 (圖 333)。因直電路在磁場內受力之作用，故電流通過此線，則使線生偏轉。此偏轉由顯微鏡讀出，顯微鏡附有測微接目鏡。磁鐵可用永久磁鐵，或電磁鐵。最靈敏之安陶芬氏電流計，用鍍銀水晶絲代替金屬絲。小至  $10^{-12}$  安培之電流，此電流計可以檢出。

462. 衝擊電流計——衝擊電流計 (ballistic galvanometer) 用以測瞬時電流之總電量，例如容電器之放電，或短時間之應電流 (§543) 等是也。其原理如是，即瞬時電流  $i$  所生之衝擊與通過之電量為正比，假定在放電期間，針不稍動，則此衝擊應與針之第一擺角為正比。由此得  $q = k\theta$ ，或放電時之總電量與針或活動圈之第一擺角為正比。電流計之週期必須够大，尋常為 6 或 10 秒。

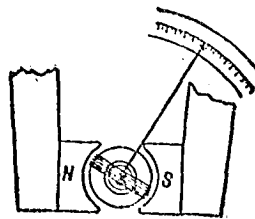


圖 334

舊式的衝擊電流計多為針動式，針甚重而衰減甚小。近世多用圈動式，衰減甚著，所以如此者，使其第一擺角與通過之電量為正比也。磁通量計 (flux-motor) 亦為衝擊電流計式之儀器，其設計方法，在使轉角迅

速，擺動組實事上停止於最大轉角之處。

403. 韋斯頓安培計——韋斯頓 (Weston) 安培計即透登發氏電流計，線圈裝有螺針，以玻璃承托架之，由平螺絲彈簧控制之(圖 334)。由指針在分度尺上之移動，定其轉角，分度尺直接刻成安培數，線圈只能負極小的電流，對於較大的電流，則需用分路(shunt) (§476)。如是，則通過線圈之電流，僅為待電流之已知之分数。

### 電 動 勢 及 電 阻

464. 電位差及電動勢之單位——設有電量  $q$  自電位  $V_1$  之點，移至電位  $V_2$  之點，則其作功之量，可以  $W = q(V_1 - V_2)$  表之 (§402)。設有電流通過某導體，則在  $t$  時間內，流過導體任何斷面之電量為  $q = it$ ，若將此理應用於導體上電位為  $V_1$  與  $V_2$  兩點之間，則其效應猶如電量  $q$  直接由此點傳於彼點。故在導體此部分之功為  $W = it(V_1 - V_2)$ ，故  $V_1 - V_2 = W/it$ 。設  $W$  以厄格計， $t$  以秒計， $i$  以電流之電磁單位計，則  $V_1 - V_2$  以電位差之電磁單位計。

閉路內電動勢之計量，曾定義為單位電量行經電路時所作之功 (§423)。在  $t$  時間內，經過電路任何斷面之電量  $q = it$ ，其結果宛如  $q$  繞電路一週也。故  $W = Eit$  或  $E = W/it$ 。故電位差與電動勢為同類量，必需以同一單位表之。電動勢一詞，較為普通，蓋因其應用於全電路也。設電路內之惟一發電機即為伏打電池，則電動勢即等於各接觸電位差之和 (§423)。不含發電機的導體之兩點間的電位差，恆稱之曰作用於該導體此部分之電動勢，或簡稱為兩點間之電動勢。

依照上述公式  $E = W/it$ ，則得電動勢單位之定義如下：

當一個電磁單位電流，流於兩點之間，一秒鐘作一個厄格之功時，則兩點間有一個電磁單位電動勢。

實驗證明，一個電磁單位 o. m. f. 或 p. d. 約為  $\frac{1}{3} \times 10^{-10}$  靜電單位 p. d., p. d. 之靜電單位定義，已見於 §405。o. m. f. 之實用單位為伏特 (volt)。伏特為 o. m. f. 之電磁單位的  $10^8$  倍。設以電磁單位表  $i$  及  $E$ ，而以秒表  $t$ ，則  $itE$  之乘積為厄格數。1 安培 ( $10^{-1}$  o. m. 單位) 流過具有 1 伏特 ( $10^8$  o. m. 單位) 之電位差的兩點時，則每秒作  $10^7$  厄格的功，或每秒 1 焦爾 (§55)。故

$$\begin{aligned} i (\text{安培}) \times E (\text{伏特}) &= P (\text{焦爾每秒}), \\ &= P (\text{瓦特}). \end{aligned}$$

此功變為熱 (§481)，或化學能 (§491)，或機械能 (§§503, 567)。

465. 電導及電阻歐姆氏定律——實驗證明，施 o. m. f. 於導體，則電流與電動勢為正比，比例常數視該導體之材料及因次而定，以公式述之，則此定律為  $i = CE$ ，此處  $i$  為電流， $E$  為電動勢，比例常數  $C$ ，稱之曰導體之電導 (conductance)。或用電導  $C$  之倒數作為常數，而將上式寫作  $i = E/R$ 。則  $R$  稱為導體之電阻 (resistance)。 $i$  及  $E$  之關係，為歐姆 (G. S. Ohm) 氏於 1828 年所發表，故稱之曰歐姆氏定律。倘將歐姆氏定律公式寫作  $R = E/i$ ，則導體之電阻，即電路內之電動勢與電流之常數比率也。導體之電阻與電流之大小無關；即，只要導體之因次及物理性質不改，則其電阻為一常數。

歐姆氏定律不僅對於全電路為正確，即對於電路之任何部分亦為正確。故若電路某部分之導線有電流  $i$ ，導線兩端間之 o. m. f. 或 p. d. 為  $E$ ，則導線之電阻為  $R = E/i$ 。由此觀之，當  $E$  及  $i$  皆為 1 時，則  $R$  必為 1；亦即電阻之電磁單位，為 1 電磁單位電位差生 1 電磁單位電流於

其中之導體之電阻也。

電阻之實用單位為歐姆 (Ohm)。歐姆者，1 伏特之電位差生 1 安培之電流於其中之導體之電阻也。此為“絕對”歐姆 (absolute ohm)，與法定或國際歐姆不同 (§472)。由此觀之，則  $R$  (歐姆) =  $E$  (伏特) /  $i$  (安培)。因 1 伏特 =  $10^8$  o. m. 單位電動勢，安培 =  $10^{-1}$  o. m. 單位電流，故歐姆必等於  $10^9$  o. m. 單位電阻。

460. 惠斯登電橋——惠斯登電橋 (Wheatstone)，為求四個電阻間之比例的一種設計。如圖 335，電路在  $A$  點分成  $ACB$  及  $ADB$  二支路，二支路上有相同的電位降落。故可在上一支路求一任何點  $O$  與下一支路之任何點  $D$  相當，如是，

則  $C$  及  $D$  之電位相同。設將此兩點接於電流計，則電流表無轉角。命  $r_1, r_2, r_3$ , 及  $r_4$  為  $AC, CB, AD$ , 及  $DB$  四部分之電阻。命  $i_1$  及  $i_2$  內之電流為  $i', i_3$  及  $i_4$  內之電流為  $i''$ 。則由

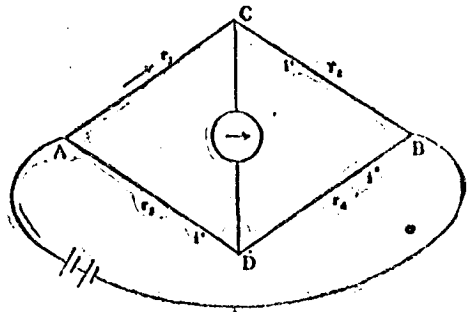


圖 335

歐姆氏定律，電位降落為  $i'r_1, i'r_2, i''r_3$  及  $i''r_4$ ，因  $C$  與  $D$  為同電位，故

$$i'r_1 = i''r_3$$

及

$$i'r_2 = i''r_4$$

相除，則得

$$r_1/r_2 = r_3/r_4$$

故

$$r_4 = \frac{r_2}{r_1} r_3.$$

故若  $r_1$ ,  $r_2$ , 及  $r_3$  為已知, 則可求出第四電阻, 或  $r_2/r_1$  之比及電阻  $r_3$  為已知, 則可求得第四電阻  $r_4$ .

圖 336 a 及圖 336 b 所示, 為惠斯登電橋之形式; 336 a 為箱式橋 (box bridge), 336 b 為“滑線式”或“米尺式”橋。後者之中,  $r_1$  及  $r_2$  二電阻, 為均勻橋線  $AB$  之  $AC$  及  $CB$  二部分。故由線長  $ACB$  與  $AC$  之比, 即知  $r_2/r_1$  之比。

依惠斯登電橋之解釋, 則電流計與電池可以互換, 殊為明顯。對於量數度而言, 則最適當的選種, 須視橋臂, 電流計, 及電池之相對電阻而定。

倘電流計之電阻大於電池之電阻, 則最適當之連結, 係將電流計連於二高電阻之接頭與二低電阻之接頭之間。

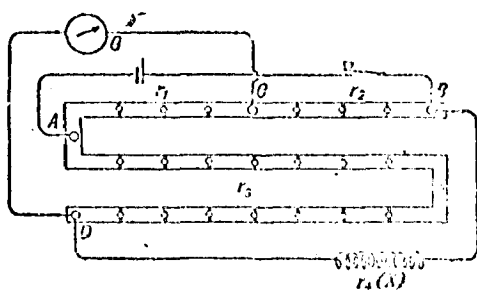


圖 336 a

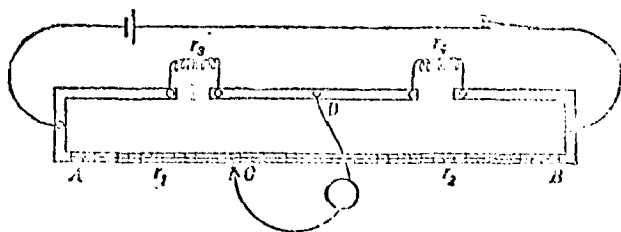


圖 336 b

467. 比電阻，傳導係數——導體之電阻，與其長度  $L$  為正比，與其斷面積  $A$  為反比，與材料之比電阻 (specific resistance) 或電阻係數 (resistivity)  $\rho$  為正比，即  $R = \rho L/A$ 。某物質之比電阻，即 1 釐米長，斷面積 1 方釐米的該物質棒之電阻。下表所示，為各種物質在  $0^{\circ}\text{C}$ . 時之比電阻。比電阻之倒數，名曰傳導係數 (conductivity)。

物質之比電阻，隨其溫度而變，倘為固態物質，則又隨其經過之陶冶而變，例如硬度，鍛鍊，構造等等是也。溫度影響，容後而論 (§470)。至經過之陶冶，則非簡單方式所能詳明。故不同樣式的同物質可具有絕不相同的比電阻。

### 比 電 阻

物 質	電阻以歐姆及釐米計	溫 度 係 數
鉛.....	$3 \times 10^{-5}$	.0013
銅.....	$1.5 \times 10^{-6}$	.0010
德國銀.....	$20 \times 10^{-6}$	.0004
鐵.....	$10.5 \times 10^{-6}$	.0002
厚鍍銅合金.....	$42 \times 10^{-6}$	.00002
水銀.....	$94 \times 10^{-6}$	.00375
白金.....	$8.9 \times 10^{-6}$	.00306
銀.....	$1.5 \times 10^{-6}$	.00377

468. 標準之重量——以標準之長度及重量為基礎，作標準之計算，亦為便利之舉，標準之重量，自然與其斷面積為正比。此種計算，係以 1 米長，1 克重之標準為參考單位，而名之曰“米克” (meter-gram)。標準局規定 1 米克的“高阻標準”標準之電阻，在  $20^{\circ}\text{C}$ . 為 0.15328 歐姆。相當於  $20^{\circ}\text{C}$  時，密度為 8.89，比電阻為  $1.7241 \times 10^{-6}$  (以釐米歐姆計) 之銅，或  $20^{\circ}\text{C}$  時，傳導係數為  $5.806 \times 10^{-4}$  (以 C. G. S. 動電單位計) 之銀。在  $20^{\circ}\text{C}$  以  $\alpha = 0.00393$  為平均溫度係數。標準之傳導係數約較純銀小百分之 2.7。用重量代斷面積，用質量代電阻，因質量可以精確測定也，標準或粗細不均之標準，用質量尤為適當。

469. 合金之電阻——良導體之電阻，往往因含有他質而增加，例如銅之導電係數，若有百分之1.5的炭，則減低百分之20。故許多實驗室，因理論上的興趣及實用上的重要，從而研究合金之電阻。有一組金屬（鉛，錫，鎳，銻），其合金之電阻，等於成分之平均電阻。所有其餘金屬之合金，其電阻皆較其任何成分之電阻為大。此外尚有某種合金，電阻之溫度係數，非常渺小，此性質頗為重要。例如錒鎳，（鎳鎳合金）(constantan)，錳鎳鎳（錳鎳鎳合金）(manganin)，鎳（鎳鎳鎳鎳合金）(platinoid)等，因有此性質，故對於標準電阻及可變電阻，殊有價值。

470. 電阻與溫度——純金屬之電阻，隨溫度之增而增。由  $0^\circ$  至  $100^\circ\text{C}$ ，每度之平均增加，為  $0^\circ\text{C}$  時電阻之一定分數。此分數名曰電阻之溫度係數，以  $\alpha$  代之，在任何溫度  $t^\circ\text{C}$  時之電阻  $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ 。以圖解表之，則為一直線。

若溫度之範圍較大，則公式內應有第二常數  $\beta$ ，其式為

$$R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$$

溫度過低時，此等簡單的電阻與溫度之關係式，即不適用。據考麥林昂爾士 (Kammerlingh Onnes) 氏之研究，證明在液體氦之溫度，約為絕對溫度  $4^\circ$  時，有幾種金屬，其比電阻較在  $0^\circ\text{C}$  時之比電阻的萬萬分之一 (Billionth) 還小，不但此也，且達此狀態時，忽然發生超導現象 (superconductivity)。在此狀態之下，金屬環可於電流開始後，及電動勢停止作用後，繼續傳佈電流至數小時之久。此顯著之性質，與傳導之電子說有極重大之關係。欲說明此理，可假定電動勢之主要效應，係使分子或原子排成行列，如此，則電子易由此分子躍至彼分子；在尋常溫度，電動勢一停止作用，分子之衝突即打破此種排列，但在低溫度時，則無分子衝突，故仍可保持此種排列。亦有主張其他解釋者，故此理至今尚無定論。

471. 電阻溫度計——因導線圈之電阻為溫度之函數，故可用以測定溫度。白金為製電阻溫度計之最好金屬。白金電阻溫度計之優點，在於靈敏，及所可測定之溫度範圍甚大（自最低溫度至  $1200^{\circ}\text{C}$ ）。白金溫度計之形狀及大小，不拘如何皆可，溫度計線圈可置於離電阻橋與觀測者甚遠之處。圖 176 所示，即此種標準電阻溫度計。

472. 影響電阻之其他條件——物質之電阻，有受光之影響者。其最著者為矽(solonium)，其次者為碲(tellurium)。不同形式之矽，其受光之影響也亦異。在強光之作用下，電阻往往大減。此性質曾利用之以作光度計及其他應用，但時間落後，恆為甚巨之損失。銻為極良導體，在磁場內，其電阻增加，其原因似因磁場影響電子之運動也。此性質恆利用之以測磁場之強度。

473. 標準電阻——標準電阻，分為兩種，(1)原始標準，如水銀電阻是，(2)輔助標準，如導線圈是。導線圈可為(a)單一的線圈(b)裝於箱內的一組線圈，名曰電阻箱 (resistance box)。

為法律上有根據計，始規定原始標準，故原始標準，只能根據限定的材料及形狀大小而重製之。1893年，國際電學會開會於芝加哥，始規定“國際歐姆，為在溫度  $0^{\circ}\text{C}$ ，質量 14.4521 克，斷面積不變，長度 106.3 釐米之水銀柱所呈之電阻”此水銀柱之斷面積為 1 方毫米。各國皆採此為法定歐姆 (legal ohm)。如此法定之歐姆，極近於絕對歐姆，絕對歐姆視絕對 C. G. S. 單位電流及電動勢之定義而定，故可以隨時測定。

線圈式的電阻，為最便利之標準電阻。單一線圈恆製成圖 337 所示



之形式。線圈浸於等溫油池中，裝有二粗銅條，銅條之端插於水銀槽內。此種電阻，其主要用途，為校正電阻箱。通常皆附有校正保證書。

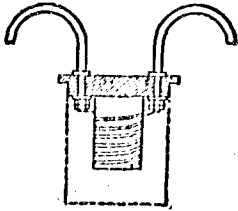


圖 337

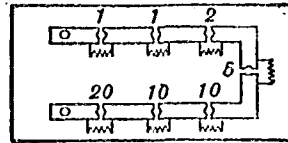


圖 338

尋常實驗室所用之電阻箱，如圖 338 所示。箱頂為硬橡皮製，頂上裝有一組厚銅塊，電阻線接於銅塊，電流入自一端，順次經過電阻線，由此塊至彼塊。用金屬活塞，插於兩銅塊之間，可任意將任一電阻截於電路之外（圖 339）。亦有不用活塞，而用撥閘者。所有高級電阻箱，皆用錳鎳銅合金線繞成，纏繞電阻線圈，恆須使之無自感應（圖 340），為免去磁場效應及自感應計（§546）將電阻線須折回雙繞。

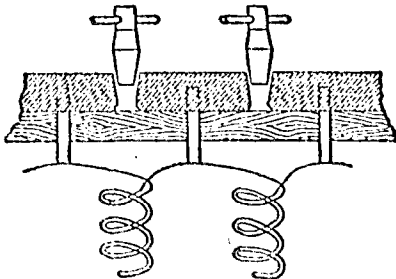


圖 339



圖 340

474. 電阻之聯結——(a) 串聯 (series arrangement) —— 命若干個串聯導體之電阻為  $r_1, r_2, r_3, \dots$  (圖 341), 再命  $R$  為總電阻,  $i$  為電流,

因係串聯，故通過各電阻之電流同。各導體之電位降落為  $ir_1, ir_2, ir_3, \dots$ ，總電位降落為  $iR$ 。故

$$iR = ir_1 + ir_2 + ir_3 + \dots$$

故

$$R = r_1 + r_2 + r_3 + \dots$$

故合成電阻等於各個電阻之和。

(b) 並聯 (parallel arrangement) —— 命若干個並聯導體之電阻為  $r_1, r_2, r_3, \dots$  (圖 341)，再命通過各導體之電流為  $i_1, i_2, i_3, \dots$ 。假定總電流為  $i$ ，每個導體兩端間之電位降落為  $e$ ，則

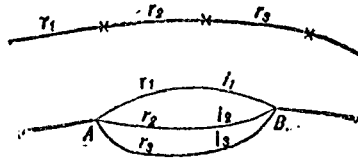


圖 341

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots$$

故

$$e/R = e/r_1 + e/r_2 + e/r_3 + \dots$$

故

$$1/R = 1/r_1 + 1/r_2 + 1/r_3 + \dots$$

故並聯的各個電阻之倒數和，等於合成電阻之倒數。

上二證明，曾於歐姆氏定律外，假定流向一點的電流之代數和為零，例如  $A$  點是也，即  $+i - i_1 - i_2 - i_3 = 0$ ，以向外流之電流為負。

475. 支路，外路——並聯電路原理，電學儀器多利用之。例如，用電流計時，往往須使所測電流，較通過電流計者為甚大。故將一已知電阻  $r_0$  與電流計並聯 (圖 342)，此已知之電

阻  $r_s$  名曰支路或分路 (shunt)。如是，則電流分爲  $i_s$  及  $i_p$ ，此處  $i_s + i_p = i$  又  $i r_s = i_p r_p$ ，因各皆於電流計能測同之電位差也。故  $i_p/i = r_s/(r_p + r_s)$ 。例如，欲令通過電流計之電流均爲電流之  $1/10$ ，則分路之電阻，須爲電流計之電阻的  $1/9$ 。

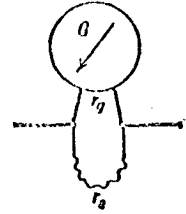


圖 342

476. 歐姆氏定律對於電路之應用——假定對於全局明證，將歐姆氏定律寫成  $(V_1 - V_2) = i r$ ， $(V_1 - V_2)$  名曰電位降落 (p. d.)。茲試將此式應用

含有伏打電池的電路之各部，圖 343

之上部代表電阻及電池。粗線代表簡單伏打電池之鋅極，細線代表銅極。

圖之下部，垂線代表在某任意零電位以上，電路內各點之電位。自  $A$  至  $B$ ，有一電位降落  $(V_1 - V_2)$ 。假定液體之電位在  $B$  點較鋅之電位高  $\Delta_1 V$ 。

在液體內部，自  $B$  至  $C$  有一電位降

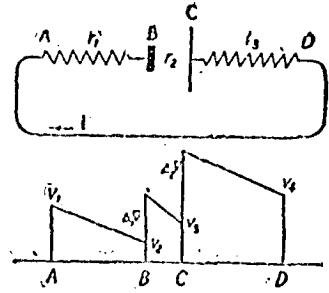


圖 343

落  $(V_2 + \Delta_1 V - V_3)$ 。假定銅之電位在  $C$  點較液體之電位高  $\Delta_2 V$ 。自  $C$  至  $D$ ，有一電位降落  $(V_3 + \Delta_2 V - V_4)$ ，茲再假定  $V_4$  等於  $V_1$ 。設  $r_1$  爲電池內液體之電阻，則對於各個電阻，將歐姆氏定律寫成

$$V_1 - V_2 = i r_1$$

$$V_2 + \Delta_1 V - V_3 = i r_2$$

$$V_3 + \Delta_2 V - V_4 = i r_3$$

和  $(\Delta_1 V + \Delta_2 V)$  名曰電池之電動勢  $E$ ，和  $(r_1 + r_2 + r_3)$  名曰電路之電阻  $R$ 。兩邊各相加，則得

$$i = \frac{V_1 - V_4 + E}{R}$$

若電路之一部含有電池或發電機，則此結果對於電流之計算，殊為方便，如蓄電池充電，即其例也。

倘假定  $A$  與  $D$  為同電位，即未另外連有電阻，則  $V_1 = V_4$ ，故

$$i = \frac{E}{R}$$

可名之曰歐姆氏定律對於電路之應用。

(銅) 導線與鋅板接觸處，可以有電位升高  $\Delta_1 V$ ，以上所述，並未顧及，惟是否存在，尚為問題 (§505)。若將此引入上諸公式，則必影響最後結果，但  $E$  必為  $\Delta_1 V$ ,  $\Delta_2 V$ ,  $\Delta_3 V$  之和。由  $i$  及  $R$  之測定，即可由上式求出  $E$ ，但  $\Delta_1 V$ ,  $\Delta_2 V$ ,  $\Delta_3 V$  之相對大小，殊難測定。

477. 電池之串聯及並聯——當每個電池之正極與其次之負極相連接時，則電池為串聯，電阻  $R$  接於電池組正負兩端，以完成電路 (圖 344)。總 o. m. f. 為  $n$  個電池之 o. m. f. 之和，或  $nE$ 。內電阻為  $nr$ ，故電路之總電阻為  $R + nr$ 。由歐姆氏定律，則總電流為

$$I = \frac{nE}{R + nr}$$

將所有電池之正極相連結，再將所有之負極相連結，則電池為並聯 (圖 345)。如

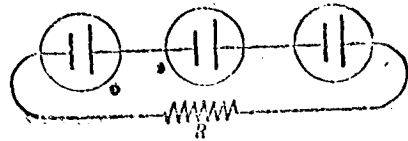


圖 344

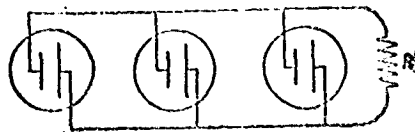


圖 345

此連結，則與一單一電池相當，內電阻為  $r/n$ ，e. m. f. 為一個電池之電動勢  $E$ 。通過外電阻  $R$  之電流為

$$I = \frac{E}{R + r/n} = \frac{nE}{nR + r}$$

電池亦可連成混聯， $p$  行並聯，每行有  $q$  個電池串聯（圖 346）。電池之總數為  $n = pq$ 。就一行而言，則電動勢為  $qE$ ，內電阻為  $qr$ 。就  $p$  行並聯而言，則內電阻為  $qr/p$ ，電動勢為  $qE$ 。故通過  $R$  之電流為

$$I = \frac{qE}{R + qr/p}$$

$I$  亦等於  $nE/(pR + qr)$ 。今  $pR + qr$  等於  $\sqrt{(Rp - qr)^2 + 4Rrqp}$ ，故當  $Rp = qr$  時，或  $R = qr/p$  時，其值為最小。

故若使內阻幾等於外阻時，則電流為最大。如此，則電流之能，半使電池生熱，半使外阻  $R$  生熱。

478. 克希荷夫氏定律——電流在複網絡中之分佈，往往需要算出。克希荷夫 (Kirchhoff) 氏曾提出二簡單規則，用以作此計算，但僅可應用於穩定電流 (steady current)。

I. 任何接點，流出之電，必等於流入之電，或以流入接點之電流為正，流出者為負。則

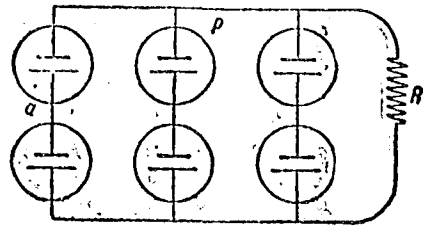


圖 346

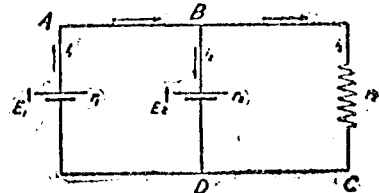


圖 317

$$\Sigma i = 0.$$

猶言，電流不變，則電不聚集於任何之處。

II. 任何閉路內，電位之總降落必等於電位之總升高，或

$$\Sigma ir = E.$$

負有電流之導體內，在電流  $i$  之方向，有一電位降落  $ir$ 。在發電機（電池或電機）所在處，有一電位升高  $E$ ，發電機有於電流之方向，發送電流之傾向。電位升高之和必等於電位降落之和，正如一自動車回至原地時，上山走若干遠，下山亦走若干遠也。應用此定律時，可任擇一方向為正。

例，如圖 347 所示，可暫時假定電流為箭頭所示之方向。設  $E_1$  大於  $E_2$ 。假定其他各量皆為已知，試求電流之方向及大小，由下列三個自立方程式，可以求得其解。

在  $B$  點，

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

繞  $BCD$

$$i_3 r_3 - i_2 r_2 = 0$$

繞  $ABD$

$$i_1 r_1 + i_2 r_2 = E_1 - E_2$$

### 479. 電位計——簡單式的電

位計 (potentiometer)，為一長勻導線  $AB$ ，穩定電流由電池  $M$  通過導線（圖 348）。自  $A$  至  $B$ ，有一電位降落，倘導線勻稱，則任何兩點間之電位降落與線長為正比，或與兩點間之電阻為正比。設將線上  $A, C$  兩點接於電流計  $G$ ，則必有電流通過  $AGC$ ，由電流計之

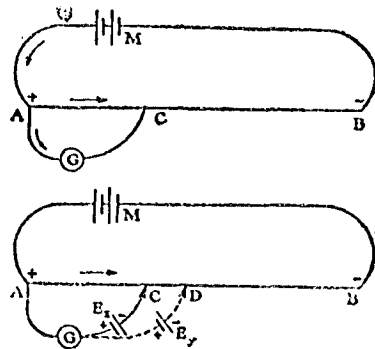


圖 318

偏轉即可證明。今設於電流計電路內，加入一反電動勢  $E_x$  (伏打電池，或熱電偶等)，而求得  $C$  點，使電流計無轉角，則  $A, C$  間之電位降落，必等於電動勢  $E_x$ 。同理，求得  $D$  點，使  $A, D$  間之電位降落等於第二電池之電動勢  $E_y$ 。則

$$\begin{aligned} E_x/E_y &= \text{電阻 } AC / \text{電阻 } AD \\ &= \text{長度 } AC / \text{長度 } AD. \end{aligned}$$

用此法，可比較兩個電動勢，或用一已知電動勢之標準電池，例如葛拉克 (Clark) 氏或衛斯吞 (Weston) 氏電池是，則可測定其他任何電動勢，最精確之電位計，係將電阻線圈放於箱內，以代此暴露導線，電流計，標準電池，未知之電動勢等等，皆有固定接頭及開關。

**480. 毫安培計等於伏特計**——伏特計 (圖 349)，即一高電阻毫安培計，(milliammeter) 高電阻與計中相等。按於普通儀或欲測定其  $p. d.$  的電路之兩極 (圖 349)。通常毫安培計之電流與其兩極間之  $p. d.$  為正比，即  $i = E/R$ ，假若  $R_1$  甚大，以之為分路，而不至改變主路之電流，則毫安培計之讀數，對於任何電流，皆與電路之  $p. d.$  為正比，則伏特計之分度可直接刻成伏特數。150 伏特的舍斯吞伏特計之電阻約為 15000 歐姆，其所負之電流僅 0.01 安培左右，實用上，接入此計，其所生之電位降落可以忽略。



圖 349

**481. 電流之電子解釋**——根據電子說 (§125)，電流係由電子之流份成，每個電子，多少有動量的，但就全體而言，則依電力之方向而動。但事實上，吾人必需有與電子無異等速前進，而無加速度。由是言之，則電子與原子，不克衝突，電子於二連續衝突之間，即有一加速度，在電力之方向，但前進之速度，必常為此衝突所節制，猶如一人於萬眾攔阻中，急進求一出路之時也。然則電子之前進，其必受由衝突得來之平均前進速度之限制乎，此平均速度自必與電力為正比。則  $i$  與  $Ncu$  成正比也明矣，此處  $u$  為電子流之平均前進速度， $N$  為一立方釐米內之

電子數 (約為  $10^{22}$ )， $e$  為一電子之電荷 ( $1.591 \times 10^{-19}$  e.m.u.)。故假定  $N$  在一定物理條件下的導體內為常數， $e$  又為不變數，則電流必與電力為正比，此即歐姆氏定律也。在橫面積 1 方毫米之導體內，1 安培的電流， $v$  必均為 .008 每秒釐米。

在不同質的導體內，電子與原子之衝突次數亦必大異，因衝突次數視原子間之平均距離而定也。故在相等的電力之下， $v$  之值亦必不同。此係阻係數異於電阻之所以不同也。因  $e$  之值不變，故  $N$  在良導體內，亦為甚差異，例如金屬是也，但在非常不良的導體內，其值必大不相同。

### 電 流 之 熱 效 應

482. 焦爾氏定律——電流通過導線而生熱，此現象發現甚早，1840 年，焦爾 (James Prescott Joule) 氏由實驗證明所生之熱量，與電流之平方為正比，又與導線之電阻為正比，或  $H$  與  $i^2 R$  為正比。厥後曾證明設熱量  $H$  以卡計， $R$  以歐姆計， $i$  以安培計，則  $H$  (卡)  $= 0.238 Ri^2 t$ 。

此關係可直接由能之關係推出。由電動勢及電流之單位定義觀之，則  $i$  安培電流，在兩點間流通  $t$  秒，兩點之電位差為  $E$  伏特，所作之功，以厄格計，為  $W = iEt = i^2 Rt$ ，因由歐姆氏律， $E = iR$  也。以熱之功當量除之 (熱之功當量 = 4.18 焦爾每秒 §340)，則得  $H$  (卡)  $= W/4.18 = 0.238 i^2 Rt$ 。利用電流將能由此處傳至彼處，欲減少熱之損失，則導線之電阻愈低愈好。但利用電流生熱，亦為重要應用，例如電光 (弧光及白熱燈)，冶金，炊爨，及種種熔煉所用之電爐，以及熱線安培計等是也。

483. 白熱燈——白熱燈之構造，為高阻鎢絲，裝於玻璃燈泡內，燈泡裝有接頭，若將燈泡插於燈座而連於電源，則電流通過燈絲。電流燒



燈絲至白熱，於是燈絲發光。白熱燈之效率，即電能變為可見光能之百分數，並不甚高，但隨燈絲溫度之外而增。故增大效率，成為求能負高溫的燈絲之重要問題。若用不燃燒的氣體，例如氫混以稍量之氮是，包圍燈絲，則燈絲所負之溫度較在真空中為高。故燈絲之使用效率大增，三分之一瓦特約生一燭光。

484. 電弧——設將  $AB$ ,  $BC$  (圖 350) 二碳棒，接於電壓適合之電路內，使數安培的電流通過接觸點  $B$ ，拉開碳棒，使棒端留數毫米之空隙，則電流仍可繼續。有一淺藍色之“弧”，橫跨空隙，同時，棒端變為白熱。若電流繼續不斷，則正碳棒端呈內凹狀，名為“陷口”。此為二碳棒熱量最多之端，亦為發光最強之端，人工所生之最高溫度即電弧之陷口之溫度也，估計約為  $3500^{\circ}\text{C}$ 。在大壓力之下，溫度尤高。在 30 個氣壓之下，氬氣包圍的鎢弧，所生之溫度約為  $5000^{\circ}\text{C}$ 。(用大當電器放電以熔細導線所得之暫時溫度約為  $20,000^{\circ}\text{C}$ .)。

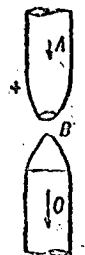


圖 350

電弧之詳細討論，需用氣體傳電之理，容俟後述。但有三二要點，堪資先研究也。輸送電流者，乃由於蒸汽游離所生之游子，或帶電分子也，由負碳棒向正碳棒運動的游子，較在反對方向者為甚速。正碳棒之高溫度，乃由於自負極飛來游子之碰撞而生。假定使正碳棒冷卻，則仍可成電弧；但若使負碳棒冷卻，則不能成弧。用直電流，則 45 伏特的電動勢，即是維持電弧。所用之電流，自 6 安培至 50 安培，碳棒愈大，所用之電流亦愈大，亦可用交電流，但若用交電流，則二碳棒一樣，二者之溫度，皆不若用相當之直電流，正碳棒溫度之高。

碳在電弧中由氧化而消耗，正碳之消蝕約二倍於負碳。碳棒之消蝕，可由限制空氣之供給而大減，例如“閉弧燈”是也。

若燈帶有自動供碳之裝置，起首時，必須使碳接觸，接觸後必須分開——名曰“點滅”——且必須保持其距離於不變。圖 351 表示此種設計原理。碳棒之一端為碳棒，他端為  $A, B$  二螺線圈之活動磁鐵。繞圈  $A$  與碳棒串聯，弧內電流過大，則磁鐵被  $A$  吸引下，分離碳棒。繞圈  $B$  與碳棒並聯，其作用與  $A$  相反。

無論何種可以發熱的導體之間，皆能成爲電弧。弧燈常常用其他金屬代替碳，例如高用弧燈，皆用碳是也。“閉弧”係以某種材料製成，以增大明亮之效率。

485. 電流生熱之電子說——爲簡單起見，假定電子在導體內做靜止的。假使導體之長平行，施電力於導體，則各電子開始前進，但其前進運動，立與原子碰撞而受限制，碰撞結果，電子必向四處反跳，於是發生毫無方向的運動之能即熱也。無論何時，無論實在運動之狀如何，此同一效應必連續發生也無疑。而在另一方面，此毫無方向的運動之本身，亦無返入定向運動之傾向。故電能之消耗，使熱連續產生，若爲穩定電流，則原動力（電流，電機，等等）連續恢復電能，保持電場。每秒內，有一定分數的電流之能變爲毫無方向運動之能或熱。今知電子前進之動能與  $v^2$  爲比例，又據吾人所知， $v$  與  $i$  爲比例，故每秒內所生之熱與  $i^2$  爲比例，此即焦耳氏定律。

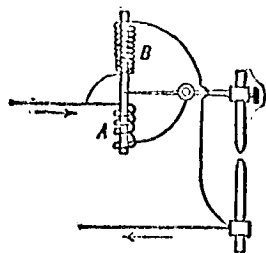


圖 351

## 熱 電 學

486. 熱電流——設將銅線及鐵絲結成電路。如圖 352 所示，再設熱二接頭之一，則有電流發生。倘溫度在尋常範圍之內，則電流橫過冷接頭自鐵流向銅。金屬之如斯連結者，名曰熱電偶 (thomo-couple)。1821 年塞貝克(Seebeck) 氏發明熱電現象，氏發現任何不同金屬之電路，倘二接頭之溫度不等，則生電流。熱電動勢皆甚小，每偶僅有一伏特之幾分之幾。

假定使鐵銅偶之一接頭爲  $0^{\circ}\text{C}$ ., 而增高他一接頭之溫度, 則 o. m. f. 增大, 直至約達  $275^{\circ}\text{C}$ . 之溫度而止。此溫度名爲熱電偶之中立溫度 (neutral temperature)。於是 o. m. f. 漸減, 迨至約達  $550^{\circ}\text{C}$ . 時而爲零。過  $550^{\circ}\text{C}$ ., 則 o. m. f. 反方向, 即橫過冷接頭, 由銅向鐵, 若增高冷接頭之溫度, 譬如增至  $100^{\circ}\text{C}$ ., 則反方向之溫度亦降爲  $450^{\circ}\text{C}$ ., 即冷熱二接

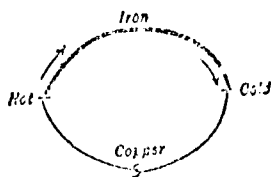


圖 352

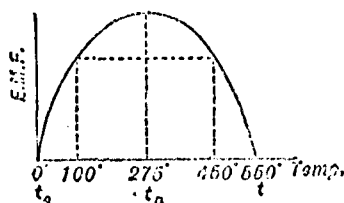


圖 353

頭在反方向時之平均溫度, 等於中立溫度也。圖 353 所示, 爲溫度及 o. m. f. 關係之一般形式。圖內  $t_c$  及  $t_h$  爲冷熱二接頭之溫度,  $t_n$  爲中立溫度。此關係率以拋物線, 故對於某特別熱電偶, 若知三個適當溫度, 即可定此關係。

由以上所述觀之, 則熱電動勢視三事而定: (a) 視熱電偶之金屬; (b) 視兩接頭之溫度差; (c) 視兩接頭之平均溫度。

487. 居中金屬之效應——如圖 354 所示,  $B, D$  二金屬組成電路  $ABCD$ ,  $A$  及  $C$  二接頭之溫度爲  $t_1$  及  $t_2$ , 將接頭  $C$  拆開, 將第三金屬  $X$  連入。由實驗證明, 若二新接頭之溫度仍爲  $t_2$ , 則電路中之 o. m. f. 不變。由此觀之, 則熱電偶之接頭直接連接亦可, 或用釱錫接合亦可; 不寧

惟是，假定新接頭之溫度不變，則可用居中導線，將電流計接於熱電偶電路內，而不影響電動勢。倘二新接頭之溫度不等，則其效應必為加入新熱電偶於電路也。

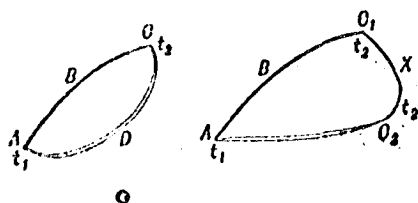


圖 354

488. 拍爾提氏效應——1834年，拍爾提(Peltier)氏發現倘有電流通過熱電偶電路，則一接頭放棄熱，一接頭吸收熱，倘將電流反轉，則前者受熱之接頭變冷，而冷者變熱，發生此效應之事實如是，即電流在一接頭與二金屬間之電位相反，故電流在此處作功，而電能變為熱。在他一接頭，二金屬之電位差與電流之作用相同，故成冷卻。拍爾提氏曾用錫及銻作一十字架，電池及電流連於一十字架如圖 355 所示，以證明此熱冷效應。

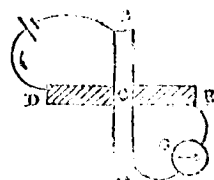


圖 355

若電流由錫  $DC$  流向銻  $CB$ ，則由熱電偶電路  $CAGE$ 。證明接頭冷卻；若電流反轉，即由銻流向錫，則電流計證明接頭生熱。

489. 熱電係數及中立溫度——熱電偶多用以測定溫度差，倘用以測定溫度差，則須知每一度溫度差之 e. m. f. 此 e. m. f. 名曰熱電偶之熱電係數 (thermo-electric power)，熱電係數與接頭之平均溫度而定。圖 356 內，橫直線代表若干金屬對於錫之熱電係數，橫直線代表平均溫度。在此等溫度限度內，縱線皆為直線。倘欲求某熱電偶對於已知平均溫度之熱電係數，例如，欲求某熱電偶對於平均溫度  $50^{\circ}\text{C}$  則讀出橫直線  $50^{\circ}$  處之縱線及縱線之長度即得。在此場合下，每一度溫度差約為 8.7 微伏特 (microvolts)。由二金屬圓線之交點，可得此熱電偶之中立溫度。

49. 湯姆孫氏效應——伏打曾證明當電流通過有熱流過之棒，則棒內吸熱或發生熱，視電流之方向及金屬之性質而定。例如，若電流自熱端向冷端流，則則冷。若電流反轉，自然端向冷端流，則則更熱。鐵之湯姆孫氏效應與銅相反。鉛之湯姆孫氏效應幾為零，故鐵電偶與鋅鎘以鉛為比較金屬。

491. 熱電偶之應用——若以熱電偶為供給電流之發電機，殊為無用，因其 e. m. f. 低小而內阻又比較的高也。但用於溫度之測定，則熱電偶之用途殊大，殊有價值，特別是對於極小之溫度差，對於極高及極低之溫度，與夫對於物體之溫度不可以尋常溫度計測定者。

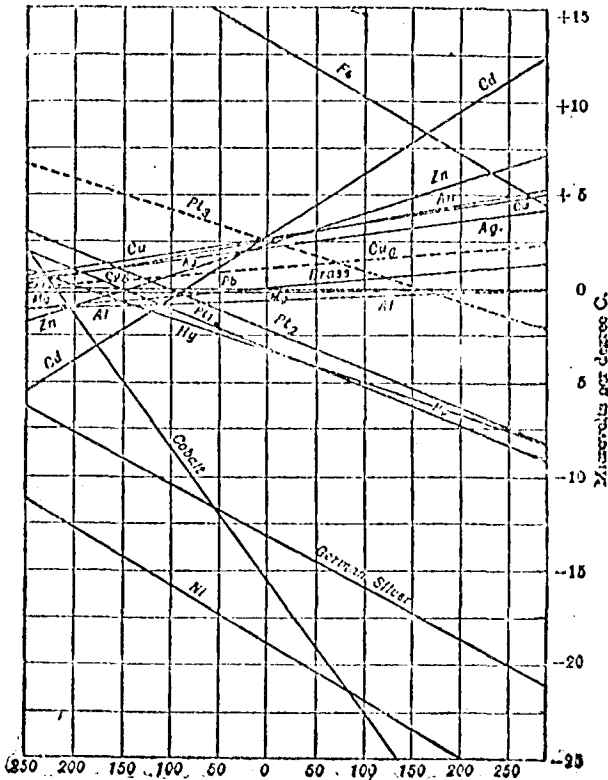


圖 358

測小溫度差之熱電偶，恆製成熱電堆 (thermopile) 式。熱電堆之構造，為二金屬棒交叉排列成齒狀 (圖 357)，砌成立方塊或堆。偶數接頭組成堆之一面，奇數接頭組成他面。但二面之溫度差，產生一組 e. m. f.，相加得穩 e. m. f.

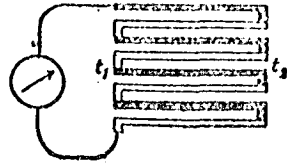


圖 357

波耳士氏 輻射測微計 (Boys' radio-micrometer)，為檢驗小溫度差之最靈敏之熱電裝置。此計之構造，為一簡單之錫偶，用銅線圍完成其電路，用石英絲將銅線圍繫於亞磁鐵之極間 (圖 358)。如是，則銅線圍之作用，與達爾登氏電流計之線圈同，對於

檢驗錫偶之電流，非常靈敏。此偶為反磁的，故須用軟鐵塊屏蔽磁力。用此儀器，極靈可以檢驗五百瓩燈一燭光之熱，或可以檢驗百萬分之一度的溫度增加。

杜得耳 (Duddell) 氏曾應用波耳士氏 輻射測微計，製成熱電電流計，以測定微小之振動電流，例如電話上及無線電報上所用者是也。線圈  $R$  置於懸掛熱電偶  $AB$  之下 (圖 359)，有電流通過線圈  $R$ ，則生熱，由輻射測微計之轉角，即可測出線圈內之電流。因所生之熱與電流之方向或頻率無關，故可用以測任何週期之振動電流。此種儀器之靈敏度約為  $2.2 \times 10^{-7}$  安培。

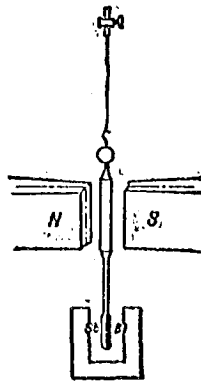


圖 358

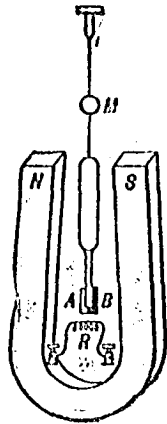


圖 359

測定  $600^\circ$  至  $1600^\circ\text{C}$  之溫度，則常推白金及白金含百分之十的銻 (rhodium) 之合金所成之熱電偶為最適宜。

勒沙特里耳 (Lé Chatelier) 氏“熱電高溫計” (thermoelectric pyrometer) 即用此種熱電偶製成，附有適當之毫伏特計，直接測成溫度數。測低溫度，多用奧與德熱偶。

## 電解質之傳導

### 電 解

492. 液體之傳導及電解——有幾種液體與金屬導體相同，即有電

流通過，所生之惟一變化，或微或顯，率由於熱之發生，水銀及熔化的金屬皆屬此類。另有幾種液體，有電流通過時，不僅有熱變化，且生化學分解 (chemical decomposition)。被電流所分解之物質名曰電解質 (electrolyte)，電流所生之化學分解現象，名曰電解 (electrolysis)。酸液，鹽液，及熔化的鹽皆為電解質。圖360所示，為一電解器，凡需收集氣體時，用此器作電解殊便。連通玻璃管內，貯鹽酸溶液 ( $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O}$ )， $A$  及  $K$  為碳棒電極，電流自  $A$  入，自  $K$  出。正電極名曰陽極 (anodo)，負電極名曰陰極 (cathodo)。通電流後，則氫脫陰極而出，集於管之上端，氯脫陽極而出。因氯溶於水，故非俟水飽和後，不能發現。氣體雖發現於兩電極，但液體本身不顯分解。

電解質之傳電，與游子之構成有關。當鹽液  $\text{HCl}$  分解於水中時，則鹽酸游離，或分解成兩種游子，帶相反之電荷，即氫游子  $\text{H}^+$  及氯游子  $\text{Cl}^-$  也。在電極之電場作用下，游子起二相反之流動，陰向游子 (cations) 向陰極運動，陽向游子 (anions) 向陽極運動。組成電流者，即此帶電游子運動之結果也。故電解的傳導為對流作用。

#### 403. 電流之方向及大小之意義——電

流之方向即電位降落之方向 (§422)，係自陽極至陰極，或係陰向游子運動之方向。亦即電流在導線內所自入之方向也。導線內惟一真實的流

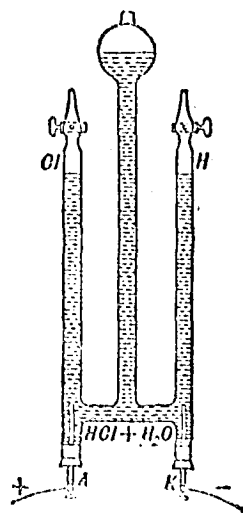


圖 360

動，爲電子背電流方向之流動，電流之大小，爲每秒內通過導線各斷面的負電之量。此負電由陽極行至導線，等於陽向游子帶至陽極之負電，及陰向游子脫離陽極所遺之負電之和。由是而論，則可推一公式，以代表電解質內電流之大小。茲試就鹽酸溶液在管內之電解而論，管之兩端各有一電極。命陽向游子之速度爲  $u$ ，陰向游子之速度爲  $v$ 。每游子所帶之電量相同，假定爲  $e$ 。命每立方釐米內之陰向游子或陽向游子數爲  $N$ ，管之斷面積爲  $A$ 。則

$$i = NAe(u+v)$$

若  $N$  及  $e$  爲已知 (§498)，則由此式可求出  $(u+v)$ 。 $(u+v)$  之值小至出人意料之外，約爲 .001 釐米/秒。至  $u$  及  $v$  之各個值，用特殊方法亦可求出。

494. 電解之副變化——在上述場合內，游子出現於電極，而無居間之化學變化。然電解往往發生副變化，硫酸溶液電解，陽極生氧，陰極生氫，氫之體積二倍於氧之體積。硫酸( $H_2SO_4$ ) 在水內分解爲游子，陽者爲  $H^+ + H^+$ ，陰者爲  $SO_4^-$ 。在電極直接作用下，氫游子流向陰極，放其電荷與陰極。成氣泡而脫出。同樣， $SO_4^-$  游子流向陽極，放其電荷於陽極。但  $SO_4^-$  不能獨立存在，故代替水( $H_2O$ )內之氧，故氧成泡狀脫離陽極。故氧之脫離陽極也，乃副化學作用之結果。

若以銅爲電極，通電流於硫酸銅溶液，( $CuSO_4 + H_2O$ )，則硫酸銅分解爲  $Cu^{++}$  及  $SO_4^-$  兩種游子。 $Cu$  沈澱於陰極， $SO_4^-$  出現於陽極，與陽極之銅化合，而成  $CuSO_4$  故陽極“消蝕”，而“電解的”銅沈澱於陰極。

495. 分離說——§492 所述之電解質傳導之理，係假定物質之各個



分子，由兩部分構成，在成溶液之前，二者帶相反之電，固結不散，但當其投入水中時，因水之高介電常數故 (§412)，固結力減小，於是物質分離成游子。此等游子除非在二電極之電場內，則不斷的向四方運動。因游子帶有電荷，故電場導之成二相反之流動。游子抵電極，則失其電荷。只要有電池或發電機維持電極間之電位差，則電解質在溶液內之分離即繼續不斷。

上述電解解質之說，實驗與理論皆甚繁夥，倘選一枚舉，殊有未便，但有二重要事實，堪以陳述也。倘就電解溶液之成分之本身而言，則皆為不良導體。例如，純淨之水為“非導體”，純硫酸亦為“非導體”，但硫酸之水溶液為良導體，蓋因其已分離成游離也。再者，稀溶液之導電係數與溶液中，鹽或酸之分子數為正比，故吾人常可假定在稀溶液中凡分子皆被游離，而成為電之運輸者。至於溶液冰點之降低，及滲透現象，則又溶液之分離說之明證也 (§§216, 304)。

496. 歐姆氏定律對於電解質之應用。極化——對於金屬而言，電流與電動勢為正比，吾人已見之矣，即  $i = CE$ ，此處  $C$  為電路之常數，但當施一 o. m. f.  $E$  於電解器之二白金電極時，假如電解器貯有稀硫酸，則電流起始為最大，以後迅速減小，除非此 o. m. f.  $E$  超過某最小值，則不能維持電流。故事實上電流與  $(E - e)$  為比例，或  $i = C(E - e)$ 。換言之，即有一反電動勢  $e$  也，此之謂極化電動勢 (electromotive force of polarization)。倘必欲維持電流，則所施之 o. m. f.  $E$ ，自須大於此極化 o. m. f. 例如，對於硫酸溶液，維持電流，必須有 1.7 伏特以上之外施電動力。 $e$  之值本視電解質及電極之種類而定，但電流之大小及其他條件亦有若許影響也。

此反電動勢，為氣體或其他化學產物，在電極上形成之結果。氣體

層之形成，亦有增加電解器電阻之效應。故電流之減小，一因電阻之增加，一因反電動勢，二者皆名曰極化作用 (polarization effect)。

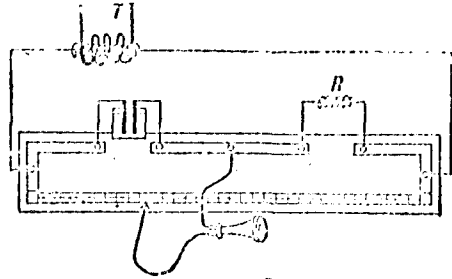


圖 301

若用交電流消去極化，則歐姆

氏定律對於電解質亦實。圖 301 所示，為一電阻橋，乃寇拉斯 (Kohlrusch) 氏所設計，可免除極化，以測定電解質之真正電阻。橋為一尋常之電橋，(§400)，但用變阻器或感應圈以代替電池。欲求橋之平衡點，則須用可以檢驗對小交電流之儀器。尋常電流計不適用於交電流，因活動磁針之轉向之慣性故也，故以電話耳機代電流計。交電流使耳機中作翁翁之聲，故由橋上求出耳機內無聲(或聲音最小)之點。即可定平衡點。由長臂之比率，即可算出電阻。

497. 法拉的氏電解定律——法拉的氏電解實驗結果，如下二定律所述：

I. 沈澱於電極的物質之質量，與電流及時間為正比，即與通過之電量為正比也。

II. 電流對於不同物質所沈澱之質量，與該物質之電化當量為正比。

第一定律，以公式  $m = zit$  表示之， $m$  為所沈澱物質之克數， $i$  為電流之安培數， $t$  為流過之秒數，常數  $z$  名曰物質之電化當量 (electrochemical equivalent)，故物質之電化當量云云。即 1 安培在 1 秒內所沈澱之物質之克數也。亦即 1 庫倫所沈澱之物質之克數也。下表之末行，為若干種普通元質之電化當量。

假定同一電流通過一系列電解器，例如，電解器有貯硫酸 ( $H_2SO_4$ )

溶液者，有時硝酸銀 ( $\text{AgNO}_3$ ) 者，有時硫酸銅 ( $\text{CuSO}_4$ ) 者，由法拉第的第二定律，則陽極必洗滌 3 份 (以重量計) 的氧，陰極洗滌 1.008 份的氫，107.9 份的銀，31.8 份銅。此等數字與各物質之化學當量 (chemical equivalent) 為正比。觀表，則知以價 (valence) 除原子量 (atomic weight) 即得。故若知某元質之電化當量，則可直接由原子量及價算出其他元質之電化當量。例如銀曾經精密測定，由多次實驗結果，得銀之電化當量為每庫倫 .001118 克。倘欲計算其他元素之  $z$ ，則以化學當量之比率乘之即得。倘某元質為二種價時，則  $z$  之值必有二。例如鐵，低價之價為 2，高價之價為 3， $z$  之相當值如表內所示。

元 質	原 子 量	價	化 學 當 量	電 化 當 量
氫	35.40	1	35.40	.0003075
氧	63.57	2	31.78	.0003294
氮	1.008	1	1.008	.00001048
鐵, 低	55.84	2	27.92	.0002893
鐵, 高	55.84	3	18.61	.0001929
氧	16.00	2	8.00	.00008291
銀	107.88	1	107.88	.0011189
銅	65.37	2	32.68	.0003387

493. 游子電荷, 電之原子——假定取某元素若干克, 數字上等於其原子量, 而以價除之, 則得該元素之克當量 (gram-equivalent)。例如, 銀之克當量為  $(107.88)/1$ , 銅之克當量為  $(65.37)/2$  或 32.68。由法拉第的定律觀之, 則洗滌某一元素之克當量的電量, 顯然亦洗滌任何其他元素之克當量。對於銀而言, 此電量為  $107.88 \div .001118 = 96,494$  庫倫, 故

96,494 庫倫必洗毀任何元素之克當量。

依分離說而論，則負此電荷者游子也。故若能測定一克內之游子數，則由上述之理，可直接求得一個游子所帶之電荷。

依氣體動力論專著所述之法，已知一克之氫內的原子數約為  $6 \times 10^{23}$ 。故氫每原子或游子之電荷  $e = 96,494 / (6 \times 10^{23})$ ，或  $1.6 \times 10^{-19}$  庫倫，或  $4.8 \times 10^{-10}$  靜電單位電量。以後卽以此電荷  $e$  為通過氣體之單位電荷 (§§517, 519)。此量為

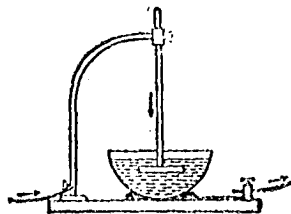


圖 362

最小電量，凡其他量似皆應為此單位之倍數。赫爾姆霍斯氏於 1881 年，曾以下語說明此量之重要。“假定吾人承認元素由原子組成之假說，則不能不承認電亦可以分成一定的元素，此元素之作爲，猶如電之原子也”。電之原子，吾人今稱之曰電子（參考 §392）。

用電解器校正測電流的儀器，準確而且適宜。測定電流所用之電解器名曰電量計，或庫倫計 (Coulombmeter)。圖 362 所示，爲硝酸銀電量計，用以測定電流，最爲準確。

499. 絕對單位與法定單位——國際上公認用硝酸銀電解計，爲規定電流之法定單位之根據，以水銀柱之電阻，爲規定電阻之法定單位之根據，所以如此者，其目的在使此等單位與絕對單位，儘量接近也。至電量計之準確度，絕未能十分滿意，時至今日，已知法定單位與新近精確測得的絕對單位值，微有差異，（約爲 0.05%）不但此也，凡有官立標準實驗所之國家，必需有一標準電量計及一標準電阻，以作公佈較準之

根據。1929年，國際度量衡會議，提議以絕對單位製法定單位，實即現用之實用單位，至於作公共參考之單位模型，則存於（美國）萬國度量衡局。此議案極有為各國採用的可能。故“法定單位”一詞，實際上已失其原來意義矣。

### 原電池及蓄電池

500. 簡單伏特電池——1789年波羅格那(Bologna)之伽爾萬尼(Galvani)氏的發見，實為伏特電池發明之先河。氏發現將鋅片，銅片，及方解剖的蛙之肌肉連成電路，則蛙之肌肉收縮。乃認此現象為電，蓋因曾用靜電儀器得此同樣效果也。1790包羅亞(Pavia)之伏打(Volta)氏將伽爾萬尼氏發明加以改良，而成伏打電池。

在§422內，曾提及伏打氏發明。若將銅片鋅片浸入稀硫酸，而以導線連結如圖363，則有電流發生。電流之方向(§422)，在導線為自銅至鋅，在溶液內，自鋅至銅。故銅為電池之正極負片，鋅為負極正片。當電流通過時，在浸沉之銅片發生氫氣泡，鋅片漸漸消蝕，而成硫酸鋅溶液。

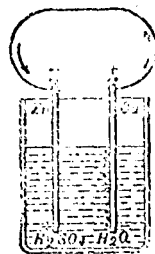


圖 363

伏打氏電池之主要部分，為二導體及電解液，電解液對於一導體之化學作用，較對於他一為強。以適當的電解液代替一金屬導體，以製伏打電池，亦屬可能。雖然此等可能電池，於伏打電池之理論上，頗感興趣，且屬重要，但堪用以生電流者，確屬少數。

501. 局部作用及極化——伏打氏電池有二缺點，即局部作用(local action)與極化作用(polarization)也。

商用之鋅，多含鐵炭等雜質，當鋅片浸於稀硫酸時，此等雜質與鋅片組成小局部電池。此局部作用既消耗鋅，且致鋅片為不傳導的氣體層所覆蓋，以水銀汞化鋅片，即可免去局部作用。

因銅片上有氫聚集，故電流迅速減小。氫既生極化之反電動勢，且增電池之內阻。欲消去此缺點，尋常用兩種方法，即化學方法 (ohmical method) 與電化方法 (electro-chemical method) 也。化學方法，係以氧化劑包負片，將氫變成水。勒克蘭社氏電池 (Leclanché cell)，即其例也，容俟後述。電化方法，係用兩種溶液，一包負片，一包正片，氫與負片周圍之溶劑化合，故不生任何極化產物。丹聶爾氏電池 (Daniell cell)，即其例也。

電池有僅作暫時之用者，則無論由氣體擴散或氧化作用而起之極化，皆有時間恢復。此等電池，多用於“開路” (open circuit)，例如電鈴，電報等是，假定其具有不為局部作用所損壞之性質。勒克蘭社氏電池為開路電池之代表。若需用連續電流時，則需要“閉路” (closed circuit) 電池，此種電池，需無極化。丹聶爾氏電池，鉛蓄電池，皆便於閉路之電池也。

502. 兩種模範伏打電池——此節專論丹聶爾氏及勒克蘭社氏電池，因二者應用既廣，且為閉路及開路之模範電池也。

圖 364 所示，為丹聶爾氏電池之一種。Zn 為汞化鋅棒，浸於稀硫酸溶液內，稀硫酸盛於多孔杯 C。多孔杯之外，為一玻璃槽 J，槽內貯濃硫酸銅溶液，及銅片 Cu。多孔杯之用途，則使溶液不致混合，但可使杯內之氫，與杯外之硫酸銅溶液，起化學作用。當用導線 B 連接鋅極銅極，完

成外路，則電流由銅至鋅流過  $R$ ，鋅在多孔杯內與硫酸化合，成硫酸鋅及自由的氫。氫代替硫酸銅之銅，於是金屬銅沈澱於銅片上。其反應如下：

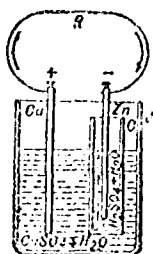
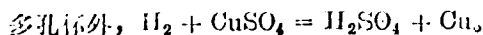
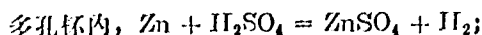


圖 364

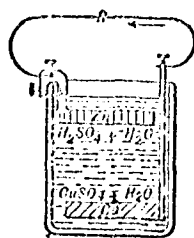


圖 365

圖 365 所示，為輕重液電池 (gravity cell)，其異於丹孟爾氏電池者，第在維持二液之分開，為二液之比重耳。比重大的硫酸銅居於瓶之底部，較輕之酸液居於上部。在適宜條件之下，溶液不至混合，致影響電池之作用。

丹孟爾氏或輕重液電池之 o. m. f. 尋常約為 1.08 伏特。因無極化作用，故此電池之 o. m. f. 近於不變。倘欲使其 o. m. f. 十分不變，則可以硫酸鋅溶液代硫酸。此電池之內阻較大，故平常的電池，只能得 1 安培的電流。往昔電報多用此電池，因電報需要恆電流也。

勒克蘭社氏電池 (圖 366) 為單液電池，用氯化氨溶液，極片為鋅及碳。碳貯於多孔杯內，包以二氧化錳及碳粉。氯化氨溶液透過多孔杯而達於碳。鋅與氯化氨 ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ) 化合而成  $\text{ZnCl}_2$ ， $\text{NH}_3$ ，及  $\text{H}_2$ 。氫與

$MnO_2$  化合而成  $Mn_2O_3$  及  $H_2O$ 。此電池之最初 o. m. f. 約為 1.5 伏特。因二氧化錳氧化氮不及氮產生之速，故當有電流通過時，則電動勢降落。但若電路開放後，則又恢復。

乾電池(dry cell)(圖 367)為勒克爾社氏電池之一種，多用於火花成原因，電鈴等等。錐製成圓筒狀，作為電池之瓶。內貯含(化劑)二氧化錳及錳屑等吸收溼氣之物，碳棒插於其中。並以氯化銨溶液飽和之，封以瀝青，以免蒸發。

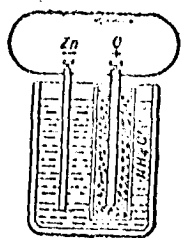


圖 366

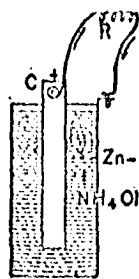


圖 367

503. 作 E. M. F. 測定用之標準電池——校正電位計 (§479)，必需有 o. m. f. 為已知而且不變的標準電池 (standard cell)。作此項用途的電池，普通有兩種，即葛拉克 (Latimer Clark) 電池，及衛斯吞 (Edward Weston) 電池 (1) 也。圖 368 所示，為葛拉克 電池。正極為水銀 (Hg)，與膠狀的硫酸汞 ( $Hg_2SO_4$ ) 和接觸，負極為錳，與硫酸錳溶液和接觸。若此電池嚴格的依國立 (美國) 物理實驗室之規定。則其

(1) 威斯吞 電池又名鎘 電池 (cadmium cell)。



o. m. f. 在  $15^{\circ}\text{C}$  爲 1.434 伏特, 在  $t^{\circ}\text{C}$ , 爲  $[1.434 - 0.0012(t-15)]$  伏特。

衛斯吞電池, 除以鎘 (cadium) 代替鋅, 及以硫酸鎘 (cadium sulphate) 代替硫酸鋅外, 與 葛拉克電池 同。在標準條件下, 其 o. m. f. 爲 1.0190 弗特, 實用上不受溫度變化影響。

標準電池必須與高電阻同用, 其所供之電流, 不得超過 0.0001 安培。不然, 則任何化學作用, 皆可使其 o. m. f. 生永不恢復的改變。

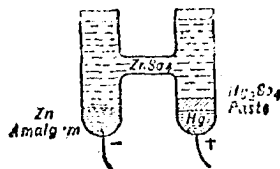


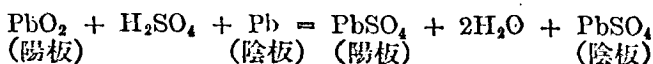
圖 368

504. 蓄電池——吾人已知電解器之極化電動勢, 乃由於氣體或其他化學產物形成於電極之上, 例如, 以白金爲電極, 以稀硫酸爲電解質的電解器, 氧集於陽極, 氫集於陰極, 其效應相當以氧與氫爲極片之伏打電池。設開放電路, 而連此電池於另一含電流計之電路內, 則有電流自氧“極”流向氫極, 即與會生此電解之電流相反也。如此由電解作用所成之電池, 名之副電池 (secondary cell), 以別與伏特電池, 伏特電池名曰原電池 (primary cell)。副電池複名曰蓄電池 (storage cell) 或 (accumulator), 但所蓄之能, 爲化學能而非電能。

上述之氣體蓄電池, 因氣體耗散迅速, 故電流爲暫時的。1860 年, 普隆特 (Planto) 氏發現, 若用鉛板與稀硫酸溶液, 則可製成電容甚大之蓄電池, 可保持其電荷至數日或數週之久。普隆特電池, 陽極面覆有紅色二氧化鉛 ( $\text{PbO}_2$ ), 氫出現於陰極, 假定於充電後, 將極片連於外路, 則充電之化學作用還原, 電流之方向, 與充電的電流相反。此作用繼

續不已，直至電化分解之產物消耗完而止。普隆特氏發現，鉛板之電容，可由絡繹不絕的充電，放電，及反轉的充電放電而大增，此種“製作”手續，恆需數小時之久。羅爾(Fauro) 氏發明氧化鉛包覆陰極，則可縮短製作時間。鉛蓄電池之 e. m. f. 約為 2 伏特，除非過量放電，此 e. m. f. 幾為不變。內阻甚低，所得之電流亦較大。

放電時之化學作用，可以下之反應式表之：



充電時，則此作用還原。由此式視之，則知酸液放電時變稀，充電時變濃。“陽”板之所以為陽者，因其充電時為陽極也。

愛的生(Edison) 蓄電池，極板為氫氧化鎳 (nickel hydrate) 及氧化鐵，電解液為氫氧化鉀溶液。其 e. m. f. 約為 1.1 伏特。此電池較鉛蓄電池為輕，而且耐用，但因其極板之製造複雜，故價值較昂。

505. 伏打電池之理論——伏打電池電動勢之來源，議論紛紛，莫衷一是者，歷百餘年。簡單電池與銅線所成電路內 (圖 363)，倘溫度到處一致，則有三不同物之接觸點。每一板與液體接觸，又銅與鋅接觸。伏打氏相信此電池之電動勢必等於鋅與銅之電位差，產生電流者，即此電位差之本身也。此即電池之接觸說(contact theory)也。伏打氏曾用靈敏驗電器 (§422)，證明使鋅板與銅板在空氣內接觸，分開後，則鋅帶正電，銅帶負電。氏曾用同樣實驗，將各種金屬排成一系，凡系內某一金屬與其下之金屬接觸皆帶正電。後之持接觸說者，則承認其他接觸亦有關係。持此說者，根本否認任何化學作用之需要。當時能不滅原理尚未明

自發表，但法拉的氏已看出須顧及電流之能的必要，於是主張電池內之化學作用甚為重要，而接觸力（電位差）無甚重要，此為電池之化學說（chemical theory）。

後之持接觸說者，曾用靈敏靜電計，依尋常方法，證明伏打氏實驗，但持化學說者，則謂此種實驗，不僅有金屬的接觸也。若將絕緣的鋅板與銅板置於空氣中，相距若干遠，則其成為氧化也，殊不一致，所達之電位差，亦到處不同。然無論二者如何接近，其間必仍有空氣薄膜，無論電位差如何，必由於化學作用。尤有進者，若以其他氣體代空氣，則伏打氏接觸系統全生變化，此又是證接觸說之不完善也。晚近又證明伏打氏電池之 o. m. f. 或能，可由電池內之化學反應算出。

赫爾姆霍茲（Helmholtz）氏及吉布（Gibbs）氏應用熱力學，發現若電池之 o. m. f. 隨溫度之增而增，則電池動作時，必吸收熱能，若溫度係數為負的，則必放出熱能，於是電池之理論上又多一說矣。伏打氏電池之溫度係數非常小，故此電池動作時，無顯著的熱之放出或吸收，但多數電池，則不如是。

由實驗結果，知極板與電解液間之接觸電位差似可成立，但直至近世，始證明乾淨金屬間實有接觸電位差。但近今研究光電效應（photo electric effect）（§527）知二金屬間有一電位差，似等於由金屬取去一單位電子之電荷所需之功之差。對於鋅及銅而言，其量約等於半伏特，但亦隨表面狀況而異。

當力與能不會分別清楚及未知能之不滅時，嘗起爭端。晚近之惟一爭論，即在三種接觸之孰重孰輕，然此仍為一待決之問題耳。

## 氣體之傳電

506. 乾燥空氣等於絕緣體——乾燥空氣，在大氣壓力下，為最好絕緣體之一，但非絕對絕緣體，因物體上之電荷，即以絕不高電之支持物懸此物體，亦漸漸通過周圍空氣而逸去。此可用威爾遜 (C. T. R. Wilson) 所設計之特殊驗電器證明之。如圖 369 所示，瓶蓋為硬橡皮，蓋之中央，插一金屬桿，桿之下端鑄一硫磺塊  $S$ ，金箔懸於  $S$  之下。高電位電池組之一端，連於金屬桿之上端，他端連於瓶外。瓶之內面鍍銀，使之傳電，細鐵絲  $W$ ，穿過硫磺塊，如圖所示。欲使金箔帶電，則用磁體吸引鐵絲，待其與金箔相觸須臾而止。電池可防止硫磺塊漏電，因電池有維持電荷之傾向也，故金箔上之電荷若有損失，必由瓶內之空氣而起。甚至在此等環境之下，金箔亦漸失其電荷。此種損失，乃由於空氣之天然游離也 (§536)。倘偶有一空氣分子失去一電子，則此分子即帶正電。瓶內倘有少數此種游離的分子，即足致空氣傳電，金箔之漸漸失其電荷者，職是故也。

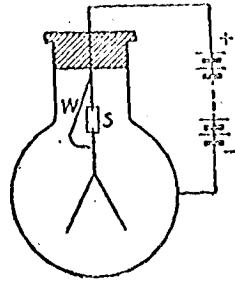


圖 369

507. 氣體之游離——凡物質皆由分子及原子組成，氣體亦然，每一分子又由二部分組成，一部分帶正電，大小如原子，一部分帶相等之負電，大小如電子 (§514)。在標準條件之下，因此二部分帶等而相反之電荷，故固結一起，而為中和之分子。若有一原子或一分子損失一個或數

個電子，則成游子，而帶正電。反之，若有一原子或一分子獲得一個或數個電子，則成陰游子，而帶負電。故當氣體內有陽游子及陰游子時，則云此氣體游離。自由電子亦可存在。根據此游離說，則欲使氣體傳電，則必先使氣體游離，再使游子於電場作用之下傳播，陽游子在一反方向流通，陰游子在反對方向流通。

508. 游離氣體之方法——氣體之游離過程，必含有正電與負電之分開，故欲使分子游離，必須作功。無論何種可以供給此能之輻射，皆可用作游離劑 (ionized agent)。X射線，為最有效的游離劑 (ionizer)，此時提之者，不過因其便於產生游離也，至其性質，容後再述。

用 X 射線游離之法，

可由下之設備表演之。一倒漏斗接於長玻璃管，管端伸入箱內，箱內置一驗電器。箱上另有一玻璃管 A，連於抽氣機。漏斗口之空氣，為 X 射線所游離。

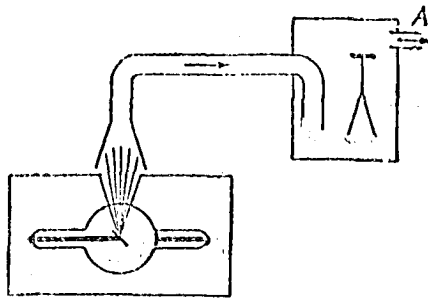


圖 370

用鉛箱包圍 X 射線管，以

免驗電器受任何直接輻射 (圖 370)。若 X 射線未動作時，則驗電器之電不受通過此儀器的空氣之影響，但若 X 射線管動作，則驗電器立失其電荷。置棉玻璃於連接管，可除去空氣中之游子，或使空氣通過水亦可。則空氣失其傳導性矣。

火焰游離，亦為一饒有興味之例。此為和次 (Holtz) 遠在 1881 年

所曾研究者也。氏發現本生燈焰之亮尖，即瓦斯與空氣接觸處，帶正電，內錐層帶負電。如圖 371 a 所示，設置二導線於火焰內，一插於亮尖，一插於焰內，將靈敏電流計接入路內，則有電流通過電流計。若將火焰置於強靜電場內，則

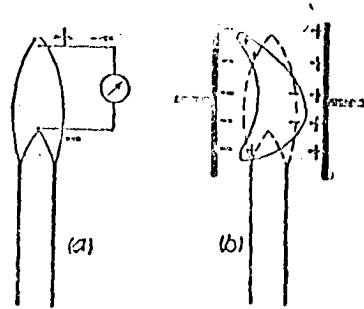


圖 371

火焰歪扭，如圖 371 b 所示。實在講起來，火焰之游離，亦可用倒漏斗表演之；將 X 射線管及鉛箱移去，置火焰於漏斗之口即可。

509. 通過游離氣體之電流——設  $A$  及  $B$  為二面積甚大之電極，置於貯有乾燥空氣之箱內（圖 372）。用電池組或發電機使陽極  $A$  恆帶正電，陰極  $B$  恆帶負電，當令 X 射線管動作時，則有電流橫貫氣體自  $A$  流向  $B$ 。其始也，氣體為 X 射線所游離，於是陽游子被吸向陰極，陰游子被吸向陽極。陽游子行抵陰極，則獲一電子（或數電子），而變為中性原子；陰游子（假定不是電子）行抵陽極，則傳遞其電子於陽極，亦變為中性原子。此顯為對流方法，或游子傳遞方法也。此電流可用公式

$$i = ANe(u + v)$$

表之，此處  $i$  為電流，以安培計， $A$  為任一極片之面積， $N$  為每立方釐米內之陽游子或陰游子數， $e$  為每一游子之電荷，以庫倫計， $u$  為陽游子之速度， $v$  為陰游子之速度（§493）。因陰游子亦可為電子，亦可使其負載者猶如電子，且電子之質量較陽游子為甚小，（參閱 §518），故其可動性亦較大，故陰游子之速度恆大於陽游子之速度。

510. 通過游離氣帶之飽和電流——設施不同之電壓於兩極，則電流不遵守歐姆氏定律（圖 373）；即電流與電壓之關係，非如固體導體之爲直線也（§465）。對於低電壓，尙與歐姆氏定律相差不遠（ $OM$ ）；電流之增加，不與電壓增加成比例，過

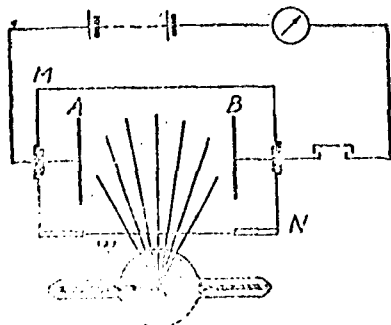


圖 372

此再增電壓而電流不增（ $NP$ ）。此最大電流名曰飽和電流（saturation current）。對於一定氣體，及固定的電極距離，飽和電流與游離之源之強度爲正比。又對於一定游離，飽和電流與電極之距離爲正比。

511. 火花放電，刷形放電——雖說乾空氣在大氣壓力下，於所施電壓之廣大範圍內爲絕好絕緣體，但有一時期，二電極間之電壓一達此時期，則立刻發生電流，成爲火花，完全放電（圖 373 內之  $PS$  部分）。火花放電者，游子之碰撞也，（強靜電場在氣體內所生之放電），或氣體分子之碰撞也，隱含有負電與正電之完全分離。此效應爲累積的；一達此時，則卒然暴發，有如圖線之陡昇所示。

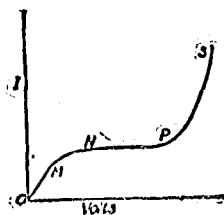


圖 373

產生放電所需之電壓，與電極之形狀及條件有關係。若爲小光滑之球，在乾空氣內，則對於一釐米遠所需電壓，約爲 30,000 伏特，二釐米遠所需電壓，約爲 50,000 伏特，每釐米所需之電壓，隨距離之增加而減

少。至氣體之性質與壓力，亦為測定所需電壓之因子，但電極之材料為何，無甚關係。

倘電極為尖端，則放電之性質及所需之電壓，全不同矣。如此，則二尖端間之電場不平均，在任一尖端皆可為甚強，發生此火花所需之電位，尖端帶負電時，較帶正電時為弱。放電（在空氣內）所需之條件，即須有陽游子之充分供給，及此等游子，在強靜電場之作用下，獲得充分之能，以便由碰撞而生電子，以傳佈電流。若尖端帶負電，則可由陽游子與氣體分子衝突而生電子，亦可由陽游子與電極本身衝突而生電子。但若尖端帶正電，則只能由與氣體衝突而生電子，因陽游子背陽電極而行也，於是負尖端成刷形放電 (brush discharge) 矣。增加電壓，則刷形放電亦愈強，且有時兩極間發生線狀火花。兩球間之火花放電，視之燦然，聽之破碎而不連續，同時兩尖端間之刷形放電不甚明亮，而佈滿缺隙，且似乎連續發生。高壓電線上極發生刷形放電，稱之曰“白光”放電。

512. 放電管現象——電極間放電現象，於低壓之下，研究到盡善之境，圖 374 所示為放電管，長約一米，直徑約五釐米，兩端各裝有鎢質電極，連於現代抽氣機，以便迅速排氣，裝有側管，以便令真空降低。電極接於靜電起電機或感應圈，以供高壓單向放電。當管內壓力為大氣壓力時，則電極 A 及 C 間不放電。除非壓力大為減低，則管內氣體不能傳電，壓力約減為大氣壓力之六分之一（10 或 15 釐米水銀）時，則有微小的爆炸聲，及淺藍色光線沿管壁而緩流。在此時期，陽極陰極，殊難辨別。繼續排氣，則此等光線變濃，漸漸清楚，至壓力約為 40 毫米時，則此等光線大部分似皆在氣體內（圖 375a），此光線緩緩傳佈，直至幾佈滿



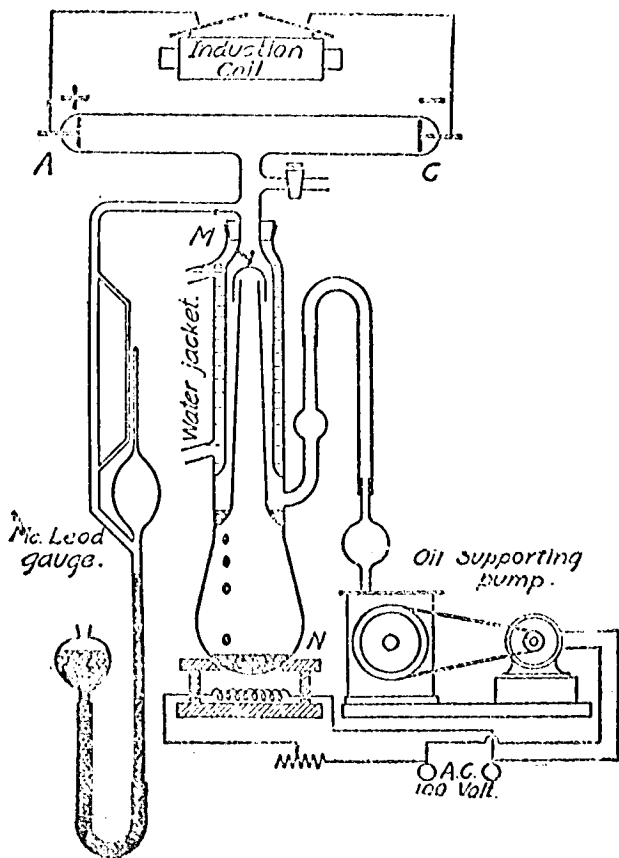


圖 374

管之中部而止，在此時期，放電變成閃爍之紅光，起於陽極而幾達於陰極，有一微亮部分，使之與陰極分開，法拉的氏暗區  $L$ ，即起於此處。陰極面上覆有微亮光層。再抽空，則陽極電柱 (positive column)  $P$ 、(紅光之名) 變成若干紅色光層而間以暗區。此等線紋，在最初排氣時不能

看出，今則迅速擴張，無論由何方視之，皆可看出。同時陽極電柱縮短，故線紋漸少，而退入陽極。

此時管之他端亦發生極饒興趣之變化，法拉的氏暗區展開，驅逐其當前之陽電柱退歸陽極，有如前述。於是有光區焉，出自陰極，此即陰極光 (cathodo glow)  $G$  也。 $G$  與陰極間之暗區，名曰克魯克司 (Crookes) 氏或陰極暗區 C。陰極之面覆有絲絨狀光線。此時之壓力約為 1 毫米水銀，其狀如圖 375  $b$  所示。壓力再減，則克魯克司氏暗區及法拉的氏暗區皆展寬，驅陽極電柱入於陽極。同時陽極電柱之線紋愈形離開。當壓力約為 .04 毫米時，放電之狀，如圖 375  $c$  所示。壓力愈減小，此現象亦愈顯著，其狀如  $d$  及  $e$  所示，當克魯克司氏及法拉的氏暗區將陽極電柱幾盡驅入陽極時，則管壁開始生燦爛之螢光，其顏色視管之材料而定。鹼玻璃發綠色螢光，鉛玻璃發藍色螢光。此螢光係由於陰極光而生 (§513)。

同時，管之電阻隨壓力之減而減，但於克魯克司氏暗區隨玻璃之螢光而十分發達時，則電阻達於最

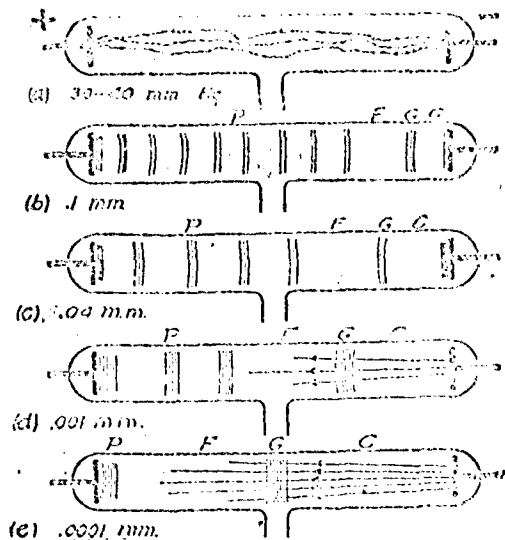


圖 375

小。此時(壓力約為.001 毫米水銀柱)電阻起始增加,管壁上之螢光亦隨之而減小亮度,足證電流亦漸漸減小。最後感應圈亦不復能使管放電,吾人稱此時之真空為“硬”。如圖 375 所示,利用現代抽氣機,管之抽空,自克魯克司氏暗區為 1 釐米長時起,至“硬”的時期止,所需之時間僅為數秒。所以此現象之經過,為時殊短,即對於質的研究,亦闕不足,故僅放入少量空氣使真空減低而重複試之。

512a. 無極放電——湯姆遜 (J. J. Thomson) 於 1891 年發表另一種的放電管,放電管無極,管內之錫明放電作極細線形放電。管可為兩原式,如圖 376a 所示,亦可為球狀,如圖 376b 所示。錫明之光形,由於感應放電,放電處於激磁線圈之能,必須為高壓的。圖 a 所示,為環形放電線圈之位置。圖 b, 為球狀放電線圈之位置。此種感應氣體之電流,可以達極高之值,視氣壓及壓力而定。顏色亦視氣體而定,例如氮為鮮明的橙紅色,氫為紅色,水銀蒸汽為淡白色等等是也。因其無極,故為純潔的光源,用以作光帶之研究,便利實多。

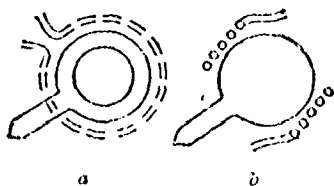


圖 376

513. 陰極射線——克魯克司 (Sir William Crookes) 氏於 1885 年,製成具有固定而且適當的真空放電管,以表演玻璃上之螢光。於是氏於若干年爭論不決之問題,得一結論,即螢光效應,係由於陰極放出之帶負電的分子而生。氏名管內此種狀態為“物質之第四態”谷爾得斯坦 (Goldstein) 氏名此帶負電分子為“陰極射線”。時至現在,已知此等射線之實在性質,故“射線”一詞,殊不相宜。此等光線實為小的分子,帶負電,今名曰電子 (electrons)。

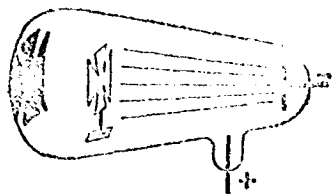


圖 377

放電管內之陰極射線，無關於陽極之實在位置。蓋因陽極與陰極間之電位降落，大部分恰在陰極之前也，故構成陰極射線之電子，多於其脫離陰極面之頃，獲得其速度也。

陰極射線之重要性質為：

1. 陰極射線走直路。此性質如舊式的馬爾太司(Maltese)氏十字架管內之顯影所示(圖377)。
2. 陰極射線依法線脫離陰極面。倘為凹的陰極，則陰極射線可集於顯著之焦點。
3. 此射線為靜電場所偏轉(圖379)。
4. 此射線為磁場所偏轉，宛如其為陽電之流入陰極也(圖378)。
5. 由(3)及(4)性質，證明構成射線之電子帶負電。
6. 陰極射線使其所照射之物體生熱，亦能使某種物質發螢光(§751)。
7. 此射線可令其所通過之氣體游離。

陰極射線之此等性質，無關於陰極質之性質，亦無關於剩餘氣體之性質。

514. 陰極射線內電子之速度及電子質量與電荷之比率——由電子之本身測定電子之質量  $m$ ，或其電荷  $e$ ，殊非易事；但測定電子之速度，

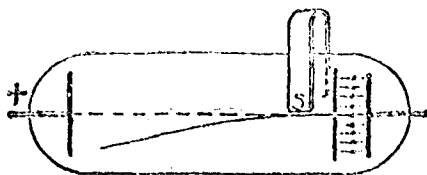


圖 376

及電荷與質量之比  $e/m$ ，比較容易。法用高速電子（陰極射線）受靜電場或磁場之偏轉，管用法有三：

1. 十字場法 (the cross field method)。
2. 平行場法 (the parallel field method)。
3. 全能法 (the total energy method)。

用帶陽電或帶陰電之高速游子（代替電子）作實驗時，此三法亦可應用。第一法原為湯姆孫 (J. J. Thomson) 氏於 1897 年所發明，茲略述之。如圖 378 所示，電子先受磁場作用而偏離直路  $OX$ ，磁場與路線成直角（與紙面成直角）。次令電場動作，電場與磁場成直角，改變電場，使偏轉  $XZ$  恰恰中和。茲先討論磁場所獨生之影響。

羅蘭得 氏曾證明 (§434) 以速度  $v$  運動之電荷  $e$ ，磁性上相當於單位長之電流  $i$ ，此處  $i = ev$ 。故迫令運動的電荷，在與磁場及電流皆成直角之方向內之力為  $Hev$  (§452)。電子所行經之路為半徑  $r$  之圓周，故所需之向心力為  $mv^2/r$  (§17)。故

$$mv^2/r = Hev$$

或

$$e/m = v/rH \quad (1)$$

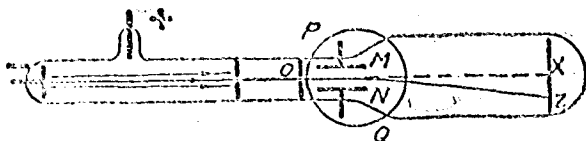


圖 379

之值，可由偏轉及路長算出。

今假定令電場  $R$  動作，改變電場，令偏轉為零，則作用於電子之力，由磁場所生者為  $Hcv$ ，由電場所生者為  $Re$ ，故得

$$Hcv - Re = 0$$

或

$$v = \frac{R}{H} \quad (2)$$

當  $R$ 、 $H$  及  $v$  皆為已知，則由 (1) 及 (2) 可求出  $e/m$  及  $v$  之值。

對於陰極射線， $v$  之值在  $2 \times 10^9$  及  $4 \times 10^9$  釐米秒之間，或約為光速之十分之一。用最好的儀器，消去所有可能差誤，所得  $e/m$  之值為每克  $1.766 \times 10^7$  o. m. u. 對於電解質內的氫游子， $e/m$  之值為每克 9650 o. m. u. (§498)，或較小 1840 倍。湯姆孫氏曾希望由  $e/m$  二值之比較，證明構成陰極射線之帶電分子皆同。其初氏對於二者之中，抑電荷相同而質量相異，或質量相同而電荷相異，頗為懷疑。由射線之易受偏轉。其氏料知帶電分子之質量必非常渺小，電荷在二者之中，必數字相同。此層已證實，例如陰極射線所含電子之質量，約為氫原子之  $1/1840$  倍。

用種種不同物質為陰極，如鋸、鐵、銅、金、銀等等，所得  $e/m$  之值恆同，管內剩餘氣體，不論何種，亦不影響  $e/m$  之值，此足證吾人所研究者同一物也，即陰極射線分子，電子，為自然電，且不改其電荷之大小。

515. 其他方法——平行場法，亦為湯姆孫氏法，電場及磁場所生之同時偏轉。互為直交， $v$  及  $e/m$  之值，由射線在管內與屏上所生光點之座標算得。結果與上法所得者相符，但此法之詳細，非此時所能述也。

金德法係假定陰極分子之速，由屏陰極與陽極間之電位差  $V$  之降落而生。實驗時，須令全路皆在勻場  $H$  之內， $H$  與電子之路徑成直角。於是電子在圓弧內旋轉，落於屏上，屏置於管內適當之處。小心測出偏轉，並由  $H$  及  $V$  可測定  $e/m$  之值。

516. 威爾孫氏雲霧器——水汽飽和的空氣，倘有微塵埃為水汽凝結之核心，則於使空氣驟然膨脹時，即成濃霧。圖 379 所示，為簡單式的威爾孫氏儀器。玻璃球之容積約為 50 c.c.，頸上刻有分度。頸端接一硬橡皮球（如蓄電池注射器所用者是），以便使玻璃球內之濕空氣驟然膨脹。燃燒火柴，使所生之碳化空氣迅速由轉塞吸入，如圖所示。則器內有不可見的碳分子埃為凝結核心，以便成霧。壓迫橡皮球而驟放之，則玻璃球充滿不透明之雲霧。雲霧漸漸下降，球之上部漸漸清楚。令其重複膨脹，使碳核心逐次稀薄，最後僅有一二水珠發現。今若用某種游離劑使氣體游離，則即無其他核心，亦能發生水珠。故游離子亦可為凝結核心，在陰游離子上所生之凝結較在陽游離子上所需之膨脹為低。

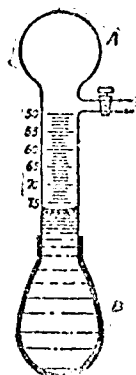


圖 380

517. 湯姆孫氏測定電子之電荷法——湯姆孫曾製一利用陰游離子生霧器，以觀測游離空氣所成之霧之下降速度。由此速度，及水之密度，與夫空氣之黏滯性，可算出一個水珠之半徑。應用熱力學原理，由膨脹比率，算出由膨脹所生之水之質量。由水之質量，及水珠之半徑，推出霧中之水珠數  $N$ ，由靈敏靜電計，測得霧中之總電荷  $Q$ ，靜電計連於霧所定落之板。於是

$$e = \frac{Q}{N}$$

算出一個游子之電荷  $e$ 。結果證明陰極分子之  $e$  與電解內氫游子之  $e$  相同，又證明電子之質量較氫原子之質量為甚小 (§498)。此實驗殊為困難，且為一重要實驗。此時僅略加說明者，因此法已由密理根氏大加改良也，俟 519 節再論之。

518 電子之質量之性質——在湯姆孫氏測定電子之  $e/m$  之方法上， $v$  之變化殊大 (§514)。於是對於不同值之  $v$ ， $m$  是否亦異，成為饒有趣味之問題。從理論方面看，當信其為應有。帶電分子，運動時，則有磁場，生此磁場，必需作功。分子之運動愈速，其磁場亦必愈強，因而其質量或慣性亦必愈大。晚近應用湯姆孫氏電場磁場同時法， $m$  隨  $v$  之變化，研究更為深切。布其爾 (Buchorer) 氏研究自鎢射出之電子 (§533)，其速度間有達光速的百分之 97 者。結果證明電子之質量，依理論所預推之公式，隨其速度而增加。更已知此種電子之電磁質量，大概係其本有之質量，即實事上，電子之質量，盡屬電磁性的。由是而論，則電子之質量，於其速度漸近光速時，則漸近於無限，但質量隨速度而變之定律如是，即在尋常的低速度時，電子之質量必甚近於不變數，而與吾人之尋常的質量及慣性觀念相符合，約為氫原子質量之 0/1840。

電子之質量，盡屬電磁，倘推而廣之，則凡質量必以電磁為基礎，即物質莫不為電磁現象也。雖迄未能認為毫無疑問，但已成目前之共同信念矣。後當再論之 (§535)。

519. 密理根氏電子電荷之測定——密理根 (Millikan) 氏曾將湯姆



孫氏方法大加改良。湯姆孫氏用水珠作實驗，倘四周被吸，則水珠不免蒸發。密理根氏用油珠，而且只就單一油珠作實驗，而不用雲霧。儀器之裝設，如同381所示，用噴霧器 *A*，使油珠成於室 *B* 內。因油珠受重力作用而下墜，則必有某一油珠穿過 *O* 孔而入室 *D*，用顯微鏡觀測其運動。*D* 室以上板 *M* 及下板 *N* 為頂及底，頂底絕緣，連

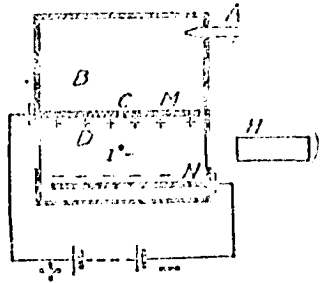


圖 381

於高壓電池。油珠原未帶電，但當氣體游離時，則易由碰撞而獲得電荷，設施電場於 *MN*，則油珠必生加速運動或減速運動，或任意使其反轉運動，擇定單一油珠，觀測其在重力作用下自由墜落之速度，由油珠之速度及密度，可算得其質量，於是令電場動作，改變電場，待油珠不動為止，由電場之強度，算出油珠之電荷。若令油珠停止不動而觀測之，則見其須臾即失其平衡。若油珠所另得者為同電荷，則突向上飛，若其電荷之一部被中和，則突向下墜。此等增減恆為某最小電荷之整數倍，故以此最小電荷為單個電子之電荷。大多數電荷皆以此測定之。應用種種液體，使成各種不同大之滴點，及種種之游離劑作實驗，密理根求得此電荷恆為  $4.774 \times 10^{-10}$  o. s. u. ( $1.591 \times 10^{-20}$  o. m. u.)，或為此數之倍數。氏希望此值可精確至 1000 分之 1。

520. 威爾孫氏晚近凝結實驗——因威爾孫儀器 (§516) 之膨脹室內如有一游子，即是作凝結核心，故無論用何種游離劑，當時方膨脹之空氣，則因水氣之凝結於游子也，必足使游子之蹤跡，可以看出，鐳射出

之 $\alpha$ 質點爲帶電體，堪作適當之游離劑， $\alpha$ 質點爲何，將於§533述之。威爾孫氏 (C. T. R. Wilson) 發現此種游離化甚強，能使細珠合成一體，而成連續之條紋，如圖 382 所示。又發現 $\alpha$ 質點，在其

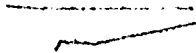


圖 382

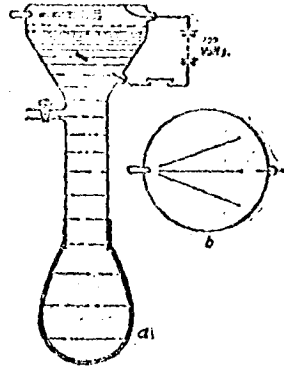


圖 383

途程之末，恆不免生顯著之偏轉。此觀測殊爲重要，刺特福得 (Rutherford) 氏能完成其原子構造核心說 (§531)，卽基於此。

將圖 381 所示之雲霧器稍加改良，卽可用以表現 $\alpha$ 射線之痕跡。圖 383a 所示，爲此儀器各部設備之狀。玻璃球之頂部平坦，作爲蓄電器之一片，球內貯水約離頂部 1 釐米，作爲蓄電器之他一片。二片連於約 100 伏特之電池。射質物質放於插塞之端，如圖所示。關閉電路，壓迫橡皮球，待水面昇至虛線爲止，於是猛放橡皮球，若膨脹之比率適合，則發現 $\alpha$ 射線痕跡；(由上下視)如圖 383 b 所示。欲視此痕跡，須於膨脹室旁，置一強光，使之明亮。於儀器裝置數日後，膨脹室內各部與塞端皆有射線發出。此現象係由於射質物質所生之氣(emanation)，氣到處流動，而止於受器之壁。電場之功用在於掃處非必要時期所生之游子。至生此顯明痕跡所需之適當膨脹比率，不難由練習而得。

521. 陽極射線——克魯克司氏管內發現電子，暗示必有與之相對

之陽電子(positive electron)。實驗上迄未尋出小於原子質量之陽游子。“陽電子”者，氫原子之核心也，即質子也，其說今已確定，質子之整數倍，連同電子，成為元質。

克魯克司氏管內，發現陽游子及陰游子。陽游子自陽極射出，同時陰極之前，有陰游子之微跡。但因高速電子之游離作用故，克魯克司氏暗區之邊緣，有多量之陽游子。吾人應希望此等陽游子落向陰極。陰極射線之發射，實多由於陽游子之射擊陰極。設將陰極上穿一孔，則陽游子有穿過此孔而成為陽極射線者，谷爾得斯坦氏曾稱之曰陽極射線(canal rays)，氏於 1886 年發現此線。

陽極射線之性質，可用研究陰極射線之方法 (§514) 而研究之。平行場法，尤為相宜，湯姆孫氏於其陽極射線氣體分析法上所用者即此法也。此法發表於 1909 年。法令陽極射線，於流過狹管或狹溝後，依直角通過平行場，而落於照像片上。因游子在放電管內之速度，範圍廣大，故射線非如陰極射線之落於一點，而落於一曲線上，例如與氧相應之射線是也，此曲線已證明為拋射線。故每一氣體，皆有其獨具之拋射線，如圖 383 所示。倘儀器之恆數為已知，則不難指明某一拋射線所表者為何元素。

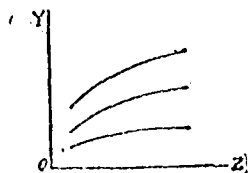


FIG 383

#### 522. 亞斯頓氏方法，同位原質——亞斯頓

頓(F. W. Aston) 氏將湯姆孫氏陽極射線分析法，大加改良，氏設計一粗很巧妙的生偏轉力場，將具有廣大範圍速度的已知物質之射線，集於照像片  $PQ$  上某點 (圖 385)，照像片顯像後，代表一系列線紋，與光譜相

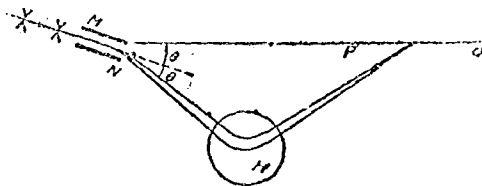


圖 585

似。線之強度愈增，所得之色散愈廣，愈能作精確之測定。亞斯德氏所得之結果，非常重要。氏發現多數化學元素，實際上皆由同位元素 (isotopes) 構成，即同化學性質而異原子量之原子也。例如氮，原子量為 20.2，為同化學性質之二種氣體之混合物，但原子量有 20 及 22 兩種。亞斯德氏名此儀器為質量攝譜器 (mass-spectrograph)。

陽極射線的  $e/m$  之值，約為每克  $10^4$  e. m. u.，但對於各種原質，所得之值稍異，對於質量最小之游子， $e/m$  之值顯然為最大，此即氫游子或質子也。氧游子之值，約為氫游子的十六分之一，如此類推。

523. 顯示陰極射線及陽極射線儀器——圖 585 所示之儀器，為就質的方面，研究陰極射線及陽極射線所用之儀器。陰極為鉛柱，兩端封閉，沿軸線有一孔洞，作為溝洞。陰極置於二球頸之連接處，陽極置於任一球中。頸部連有球 B，內貯木炭。B 球置於液化空氣中，因木炭之性質，冷卻時能吸收空氣，故可使管內真空迅速生成。

先將管內空氣排出，使其壓力約為 2 或 3 毫米水銀，再裝入稍量氮氣而封閉之。在此種抽空程度下，由感應圈所生之放電，並不顯有陰極射線。倘將玻璃球置於液化空氣中，則放

電之性質，截然不同，堪注意也。克魯克氏將玻璃管展開，陽極附近之陽極柱形成，陰極射線亦自陰極面發出。少停，則陰極射線完全成立，達於球之對壁，使玻璃大熱。此射線之顏色呈淺藍

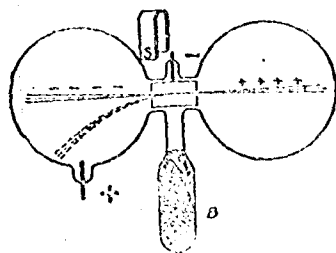


圖 586

色，爲氫所呈之色，冷卻之炭，亦略吸收氫。陰極之前，起於克魯克司氏暗區之邊線，展至陰極面，爲一紅色區域，即陽游子形成之所也。紅色爲陽極射線，在氫內所呈之色。此等陽游子，受強電場之作用，而落向陰極，一部穿過玻璃而入於他球，成爲陽極射線。此射線異常明亮，全體皆呈紅色，射於玻璃壁上，亦可使之發熱。

設將玻璃形磁鐵之極，緊靠陰極射線末端，跨於球頭，則陰極射線完全偏出其常徑之外；但若同樣置磁鐵於陽極射線末端，則陽極射線並不偏斜。至其所以如此之原因，當然由於兩種傳遞者之質量大不相同也，陽極射線傳遞者爲氫之游子。

524. X 射線——倫琴 (Röntgen) 氏於 1895 年，以克魯克司氏管作實驗，發明此管放射一種新輻射。氏稱此種新輻射爲 X 射線。此射線有下列諸特性：——

1. X 射線可使照像板起感應，且可使熒光屏生熒光，例如白金—銀—鎘屏是也。
2. X 射線可通過許多不透光之物體。
3. X 射線不受磁場或電場所偏轉，故與陰極射線根本不同。
4. X 射線可使氣體游離，如 §508 所述。

倫琴氏未能發現 X 射線可以反射，繞射，或折射，但晚近以來，已知其有此等效應 (§708)，且已證明 X 射線，爲波長甚短之光線（參閱 §734）。X 射線多少容易通過木材，手肉，鉛片等，但易爲較密物體所吸收，例如鉛片或鐵片及手骨等是，吸收之程度與物質之密度爲正比。置手於 X 射線管及照像板間，則照成得手骨之影像。此等“照像”爲醫學上一大臂助，造福於人類不淺，所以 X 射線現在成外科上之必需品，多用以作診斷焉。

525. X 射線管——近代 X 射線管所有兩種形式，即“氣體”X 射

線管及庫理希(Coolidge)氏管也，“氣體”X射線管(圖 387 a)為舊式的，此管抽成高空，但尚留有多量的剩餘氣體。當此管因繼續使用而變“硬”時，則放電通過含有“自動調節器”(automatic regulator)之支管，支管即發出若干氣體，使此管回至標準狀態。用凹面陰極，使陰極射線集於焦點，對陰極之面，覆以白金，或覆以鎢更佳。X射線向各方射出，成半圓形。

庫理希氏管(圖 386 b)原理上與氣體 X射線管完全不同。用近代方法，使真空愈高愈好。生 X射線之陰極射線，為純粹的電子放電。陰極為鎢螺絲，連於高壓電路內，鎢絲受熱而放電子。對陰極為一大塊鎢鵝。陰極射線之密度，視鎢絲之溫度而定，X射線之密度，又視陰極射線之密度而定。至 X射線之穿透力，則視施於陰極與對陰極間的高壓(80,000伏特)直電流而定。故庫理希氏管可以隨時管理，非常便利。各種 X射線照像上多用此管。

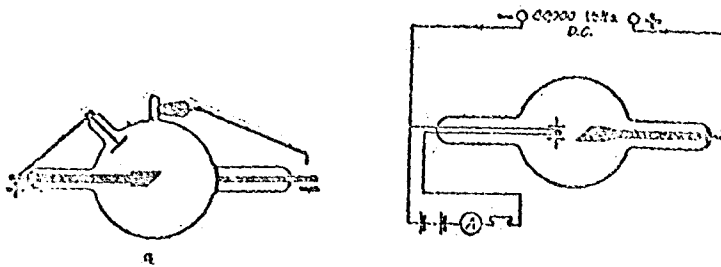


圖 387

526. 熱體之發射電——百年以前，已知紅熱鐵球，不能保持陽電，亦不能保持陰電。至熱體發射電之基本定律，係由瑞卡的生(O. W.

Richardson) 氏所發現，氏發現熱體表面發射帶電微粒，而稱此微粒曰熱游子 (thermions)。

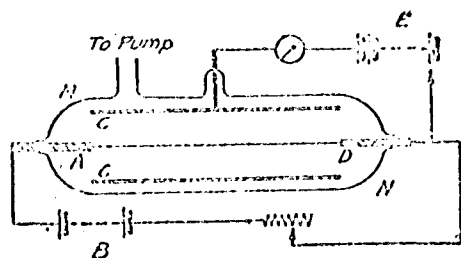


圖 388

熱表面之發射熱游子，與熱絲周圍氣體之性質及壓力有關，與絲預先受熱之手續有關，又與絲之材料有關。如圖 388 所示， $AD$  為一白金絲，裝於金屬圓筒  $C$  之軸線上，而封於玻璃管  $MN$  內，玻璃管連於抽氣機。 $G$  為靈敏電流計， $E$  為電池組，其 o. m. f. 可以變更，與白金絲及圓筒接成電路。 $B$  為另一電池組，用以熱白金絲，由白金絲電阻之改變，足以定白金絲之溫度。當此管所含之乾燥空氣在大氣壓力之下時，則發射兩種熱游子。但若連續排氣，使管內成為完全真空，同時保持絲之紅熱，則僅有陰游子由熱體表面放出。倘試測其  $e/m$  之值，則知其應為電子。只須施數伏特之電壓於絲及圓筒，電流即達其飽和值。至起動電流所需之溫度，則不同物質，相差懸殊。若為白金，約為  $1000^{\circ}\text{C}$ ，但若為鈉，則尚不及  $300^{\circ}\text{C}$ 。又熱游子（電子）之發射，恆因有氣體存在而大為增加，以氫為尤甚。例如，氫在 .0006 毫米水銀壓力時，可使由熱至溫度為  $1350^{\circ}\text{C}$  的紅熱白金所生之電流，增大 2500 倍。1883 年，愛的生 (Edison) 氏發現白熱燈之燒熱碳絲放射陰電，可置一電極於燈泡內接

受之(圖 389 a)。“愛的生效應”曾為多年的獨立而不可解之現象，約當 1909 年，始由福來民 (Floming) 氏利用之造成二極真空管，用以檢驗電波 (§577)。近世以來，利用此熱游子效應於交電流整流器，即所謂二極管 (konotron) 是也(圖 389 b)；當  $P$  片為正時，則有電流自  $P$  流至燈絲  $F$ ，但若  $P$  片為負時，則無電流。

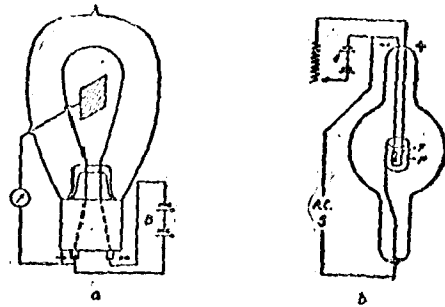


圖 389

倘以某種金屬氧化物，例如鈣，銻，鎳，(strontium)，釷 (thorium) 等氧化物，塗燈絲，則此效應尤為顯著。此等氧化物不僅可以助長發射，且可於較低之電壓下發射。1903 年溫乃爾特 (Wohnolt) 氏發現帶有石灰污點之白金片。若將其放於真空中作為陰極，燒熱時，則石灰點發射很濃的陰極射線。所需之電壓僅約 100 伏特，但冷卻後，同樣電極，放電時所需電壓則為 4000 或 5000 伏特。熱石灰原理或溫乃爾特氏陰極原理，近世無線電上之三極真空管多應用之 (§577)。

對於已知電壓，電流與溫度之關係，如圖 390 所示。此圖為郎米得

...

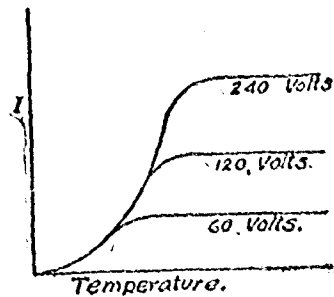


圖 390

對於已知電壓，電流與溫度之關係，如圖 390 所示。此圖為郎米得



(Langmuir)氏所繪，據其解釋，則云電流因溫度增高，而達其飽和值或極限值者，由於兩電極間之有陰電荷（即電子）也，此陰電荷排斥燈絲表面所發射之電子。當兩電極間之電壓增高，則空間放電，半被浪費，於是飽和電流亦因溫度增高而增至一新值。

527. 光電效應——赫茲(Holtz)氏於其電磁波實驗上，(§573)發現若將其共鳴電路中之火花隙，改正至火花恰不能通過時，用強光照此隙，則仍可發生火花，例如弧燈之光是也。設以玻璃片隔之，則火花又停止。故此現象係由於短波長之紫外線，非由於可見之光也。近世研究，證明完全絕緣之金屬球或金屬片，若以紫外線照之，則略帶陽電。球或片之電壓，最後達於平衡狀態，但絕不能昇至1伏特以上。至不同物質之靈敏度亦甚不同，例如，有幾種鹹金屬，甚至一蠟燭之光，亦起效應。此效應亦視片之周圍氣體之性質及壓力而定，又與片面之光滑及年齡有關。

最近研究，證明此效應係由於緩動電子之發射，恆稱之曰光電子(photo-electron)，光電子除速度外，與組成陰極光之電子之性質盡同。光電子之速度及其質量與電荷之比，可以 §514 之方法測之。當激勵光線照於金屬之上時，則使原子或分子游離，而電子遺出，但深居表面下之電子，可與陽游子合併而再成中性原子或分子，故不能脫逸。所以除去陽游子在金屬之外，此效應似乎是一種游離作用，無論何元素，倘受較此元素所具之波長為短之光所照射時，則發射電子。凡陽電性物質所需之光之波長，皆較陰電性物質所需者為長。例如，鉀、鈉、鈣等，皆為特別的陽電性物質，小至一燭之光，亦顯此效應，但對於特別的陰電性金

局，則必需波長短至不可見之光，方有此效應。

528. 金屬表面或光面游離——因光電效應之大小，與金屬表面之條件有關，故除非所用之面絕對潔淨，則結果必無裨益。圖 591 所示為製造“新鮮”面之一法。此器之主要部分  $C$  係用氧化銅製成，以粗線代之。一金屬絲穿過硬橡皮塞，絲之一端恰觸於板  $P$ ，他端連於靜電計  $B$  之一對現象。可變高壓電池  $B$  之一極，連於靜電計之他一對現象，電池之

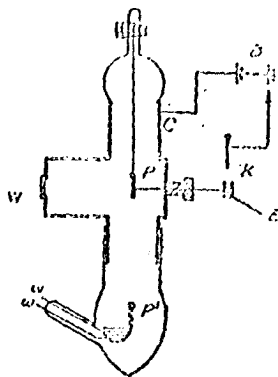


圖 591

他極連於  $C$ 。由靜電計之轉角，測定通過  $P$  及  $C$  間之電流。由細絲將板  $P$  懸於玻璃轉柄之上，轉動轉柄，可令板墜至  $P'$  位置。 $P'$  之對面為一小坩堝，內貯所研究光電效應之金屬。以導線  $ww$  熱此金屬，金屬蒸汽凝結於冷的  $P$  板之上，此法為胡佛司 (Hughes) 氏所發明，應用此方法，可製任意厚度之新鮮面，且可避免吸收氣體之虞。照射係由  $W$  窗射入。

假定電池之連結，係令  $C$  帶陽電，則電子自  $P$  至  $C$ ，靜電計之轉角增大。但若  $C$  帶陰電，則電場反對發射電子之運動。假定使電荷  $e$  自  $P$  至  $C$  所需之功，等於發射電子之原具動能  $\frac{1}{2}mv^2$ ，則電流完全停止。故由求出電流停止時之電位差  $E$ ，則可算出發射電子之最大原具動能，因動能等於  $Ee$  也。

529. 能之原量——利用上節所述之儀器，及其他堪資陳述者，曾得若干重要結果，茲摘要述之如下：——

1. 對於每一可以製成板  $P$  之物質，必需有某種最小頻率  $n$  之光，以發射電子。

2. 增大某固定頻率之光之強度，則所發射之電子數亦增多，但每一發射電子之能不增加。

可用以解釋此等事實之假說，其惟一一致者，厥為假定某特殊物質，於具有適當頻率之光之影響下而發射電子，電子初攜一一定而不可分之能量  $hn$ ， $n$  為光之頻率， $h$  為一普遍常數（普隆克 (Planck) 氏常數）。此等不可分之能量，近世物理學上，所在皆有，而稱之曰能之原量 (quanta of energy)。無論輻射能與物質間有何交換時，原量之大小，對於已知頻率之光，乃一一定不變之能量。普隆克氏發現原量為黑體 (§729) 發射光線理論上必不可少之觀念。愛因斯坦 (Einstein) 氏發明由  $n$  及普隆克氏常數，可以算出原量之大小，普隆克氏常數等於  $6.65 \times 10^{-27}$  c. g. s. 單位。(1)

530. 光電效應之應用——光電效應，應用殊廣。圖 392 所示，為康茲 (Kunz) 氏式的光電管 (photo-electric cell)。光電管之構造，為一直徑約 4 釐米之玻璃球，內極之形狀，伸至球心。陰極鑲入球之底部。裝配此管時，用支管  $P$  將球連於附有封之瓶，而連於抽氣機。球抽

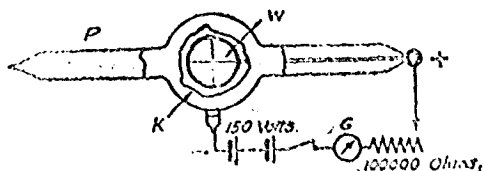


圖 392

(1) 參考 "Ions, Electrons, and Ionizing Radiations" by Growther, and "Photo-Electricity" by Hughes.

收高壓後，帶有一部分之銻蒸發上昇，而凝結於管壁上時，將管封閉，即由封閉處將管拉彎稍屈，用水生燈燒熱管壁，使管壁留一微孔，則管即製成矣。用此管時，將管與約 150 伏特之電池，電流計  $G$ ，及約 100,000 歐姆之可變電阻連成電路。光由微孔射入，而照於屏上，於是電子放出，電流之方向如圖所示。管之靈敏度可用下之方法，使其增大 10 倍。將壓力約 1 毫米之氫貯入管內，使其於 400 伏特電壓下，猝然放電，然後將氫排出，再貯入壓力約為 0.5 毫米之氫或氬而封閉之。此管可檢出二哩以外的一燭之光。其靈敏度較諸人目，有過之無不及。此管可保持其性質至於永久，而不顯光電疲乏。測量光度學，（檢查不可見之見），測日蝕，生物光度學，影像之傳遞，電視，有聲電影，及自動光信號等，皆利用光電管。

531. 電子及原子之構造——物質之發射電子也，狀態至夥，吾人所已討論者，僅其中一部分耳。故關於電子與原子之關係，亦臆測種種，莫衷一是，原子之形式，已經提出者，約有四種，茲略述之。

1. 湯姆孫 (Sir J. J. Thomson) 氏為原子之電子說之首創者，創原子排列固定之說。渠假定陽電分佈於圓球內，電子禁錮於球內某平面上。例如氫原子必有一個電子，位於球心，氦原子必有兩個電子，位於直徑之上，距球心為等遠。其次最固定之排列，當為三個電子，間隔相等，成三角形，如此類推。渠發現六個電子所成之環，不甚固定，但若置一電子於中心，則可使之固定。極複雜而固定之電子羣，可依此法構成。時至今日，湯姆孫氏原子，僅屬歷史問題，本不足信，但因其有開創價值，似不應置之度外。

2. 刺特福得氏原子 (the Rutherford atom)。湯姆孫氏原子說，不能解釋  $\alpha$  質點穿過物質之散射現象。例如， $\alpha$  質點於途中輾轉陡曲之跡 (§520)，證明此質點曾與某不可穿過之物體相遇，此物體之質量，必較  $\alpha$  質點之質量為大。但依湯姆孫氏之原子構造說，則應不難穿過。湯姆孫氏說既有此困難，故刺特福得氏始創為原子有一堅密核心。電子環

核心轉動，原子之質量，大約盡集其核心之內。厥後刺特福得氏又作種種實驗，證實核心之構造 (§535)。此說在現在已公認為原子構造之規範矣；至於電子軌道如何，則係從光學推得。

3. 魯易士郎米爾(Lewis-Langmuir)氏原子。此為靜原子，原為解釋化學化合之奇怪現象，但其所不能解釋者，仍殊甚多。電子在原子內，居於正方形之稜角，一對電子可為兩原子所均分。

此外尚有其他原由，堪作原子構造之證據，茲將討論之。

532. 質射現象——X射線之發明，使法國科學家亨利柏克勒爾氏(Henri Becquerel)悟及X射線為某種物質固有性之可能，即所謂天然X射線之可能存在也。氏初考驗磷光及螢光物質，因此等物質於陰極射線射擊之下，而發螢光也。於一年之內，氏發明錒(uranium)及其化合物發出一種輻射，類似X射線，可使照像板起感應，且可使其他物質發生螢光，與矽酸鋅礦(willemite)相似。但今已知質射現象(radioactivity)不必與磷光、螢光有關。

繼柏克勒爾氏後而研究者，實繁有徒，居禮夫婦(M. and Mme. Curie)自錒(uranium)中分出二新元素，即錒(radium)與釷(polonium)也，錒之靈動較錒大百萬倍以上，釷之名，蓋因居禮夫人(Mme. Curie)生於波蘭(Poland)，名之以資紀念也。昔者刺特福得發明質射物質發生三種輻射，而名之曰 $\alpha$  (alpha),  $\beta$  (beta) 及  $\gamma$  (gamma) 射線。德畢奈(Debiorno)氏於1898年隨居禮作實驗，而發明錒(actinium)。1907年，包耳特渥得(Boltwood)又發明一質射物質，而名之曰鏷(ionium)。

533.  $\alpha$ ,  $\beta$ , 及  $\gamma$  射線——質射物質所放出三種輻射之性質，可用 §§514, 515, 所述之方法測定之。譬如，將錳鹽一塊，置於強磁場下，而研究其輻射，刺特福得氏發現斯三者所受之影響各異。其結果如圖 393 所示。磁場與紙面鉛直而向下， $\beta$  射線向右偏轉最甚， $\alpha$  射線略向左偏轉， $\gamma$  射線毫無偏轉，即令磁場最強亦然。簡單言之，此結果可作如是解，即  $\alpha$  射線為游子，帶陽電， $\beta$  射線為傳遞者，帶陰電， $\gamma$  射線不帶電，故必成波狀。

此三射線之性質，現已完全測出，茲簡述如下：

1.  $\alpha$  射線為氦之核心，每一射質所帶之陽電，等於二電子單位， $\alpha$  質點之質量較大，此由其磁偏轉甚微即可推知。

其放射初速，約為光速十分之一，惟易為薄鋁片所吸收，有 8 或 10 釐米之空氣，即完全停止。圖 331 之射線痕跡，為一單  $\alpha$  質點之痕跡。由此等痕跡，可證明  $\alpha$  射線游離氣體之力甚強。

圖 394 所示，為刺特福得氏用以證明  $\alpha$  射線為氦分子所設備之儀器，圖中  $A$  為薄壁玻璃管， $\alpha$  射線可穿過管壁， $A$  管鑲於  $B$  管之內。 $B$  之上端接一放電管  $C$ 。將  $BC$  管抽空，至克魯克司氏真空程度而封閉之，為保險  $A$  及  $B$  間不漏氣計，將氦壓入  $A$  管，於  $C$  內放火花數小時後，檢查有無氦之光譜，則見並無氦之踪跡。再將氦完全排出，將某種錳鹽放入  $A$  內，而令管直立；錳鹽為放射  $\alpha$  射線之質射物，於是再檢查  $C$  管之放電，則見有氦之光譜，是證  $\alpha$  質點為氦之原子矣。

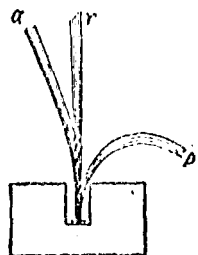


圖 393

2.  $\beta$ 射線爲電子，除以較高初速放射外，與陰極射線無往不同， $\beta$ 射線之初速約爲光速三分之二。具有較強之透射力，雖較 $\alpha$ 射線不能透射之鋸板厚 160 倍者，亦能透射之。因其容積較小，故與 $\alpha$ 射線相較，則爲微弱之游離劑。因 $\beta$ 射線之速度較陰極射線之速度大，故可望質射物質發射 X 射線，此射線正符吾人之所希望。

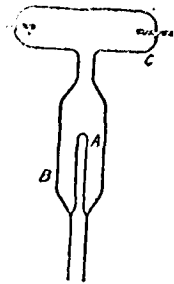


圖 394

3.  $\gamma$ 射線爲短波之 X 射線，故透射力極強，可透過 30 釐米厚之鐵塊。因其爲高速度之 $\beta$ 射線所組成，故其波長甚短，故 $\gamma$ 射線爲 $\beta$ 射線之應有的伴侶，即質射物質絕不能祇發射 $\gamma$ 射線。

534. 質射變化，鈾之蛻化——昔者刺特羅得氏及叟狄 (Soddy) 氏發現質射物質之放射 $\alpha$ 及 $\beta$ 射線也，似乎漸就衰微，然則原子內部，必有連續之變化，與之相應。二氏及若干學者，以許多精巧實驗，知所有質射物質，皆屬於一族悠久蛻化之下。鈾爲是族領袖之一，鈾所代表之族，有釷，錒及鐳之蛻化物，與釷，而止於鉛。他二系之領袖爲釷及釷。斯三系皆以鉛爲最後產物，誠一饒有興味之事。

1900 年克魯克司氏發現質射物質有衰退及復元之特性。氏取一種鈾化合物，而用化學方法將質射物質盡行分出，而名之鈾-X，所留餘之渣滓，無質射性質，於是將二者分成二組，考之經年，而發現此母化合物盡復其原具之質射性質，同時鈾-X 之質射性完全消失，此發現頗爲氏所驚訝。某質射物質之原子蛻化時間之半，稱曰變化週期 (transformation period)。各種元素之變化週期殊不一致，如圖 395 所示，鈾-X 之衰退

及復元之半週期約為 23.8 日，錒之半週期約為 1700 年，釷之半週期約為 136.5 日。

此外有氦尚有一極有興味之性質，即蛻化產物有時竟為一種濃厚而無自動力之質射氣體，刺特福得氏稱之曰氦。錒錒族內，錒之第一蛻化產物即氦也。氦如氣體

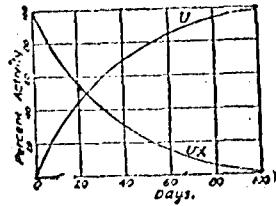


圖 395

然，遵守波以耳氏定律，在  $-65^{\circ}\text{C}$ . 時變為液體，在液化空氣溫度  $-191^{\circ}\text{C}$  時，則多半為固體，其密度約為 5。氦放射疾飛之  $\alpha$  質點，而變為新物質，名之曰錒-A，錒-A 為固體，可沉澱於受器之壁上。錒氦之半蛻化週期為 3.85 日，錒族中錒氦之半蛻化週期為 54.5 秒，又釷族中釷氦之半蛻化週期，則僅為 3.9 秒。

由此觀之，則似非質射物質之原子，亦可漸漸破裂蛻化，却甚可能，不過放射速度過於遲緩，不足以產生游離現象耳；故借令有之，亦難看出。

535. 原子因衝突而蛻化——質射原子所放射之  $\alpha$  質點，為帶電的氦原子，所放射之  $\beta$  質點，為電子，足證原子核心內有此等質點。

刺特福得氏利用  $\alpha$  質點之碰撞，使尋常物質之原子破裂。此等質點之質量既甚小，則其具有大量之能也，必因其速度甚大。據刺特福得氏實驗， $\alpha$  質點射擊氮原子，則產帶電之輕原子（核心或質子），由其透射空氣之能力甚大，及測定其  $e/m$  之值，已證明其為氦原子。同理，錒，釷，鋁，鎘等之原子，亦可使之破裂而發射氦原子。

此等實驗上，確有原子量之 3 或 4 亦被射出，然頗不一致。尚有許多物質之原子，特別因



定，不因放射原子而破裂。其中以氦原子最為固定，不因放射原子而破裂之物質，其原子量多為4的倍數，例如鎂(12)，氧(16)，硫(32)是也。因氦之原子量為4，是謂其核心為各種原子核心之要素也。氦之核心由四個氦核(質子)及兩個電子構成，非常穩定，此可由其脫離放射原子之爆炸而不破裂也證明之。總之，原子核由下列諸因構成，其結構殊為複雜：(a)其核心，每核心由四個質子及兩個電子構成；(b)其他質子，數字上不能大於三；(c)間有少數的多餘電子。

## 電磁感應

537. 應電流——1831年十一月十一日，法拉第(Michael Faraday)在倫敦皇家學會發表其產生電流的幾個新方法，此法名曰電磁感應(electromagnetic induction)。在法拉第的發明之前，產生電流之法有三，(a)放電(如蓄電器之放電)，電流為瞬時的；(b)用伏打電池；(c)用熱電偶。法拉第的發明發現當磁場橫貫導體而變化時，則導體內產生電流。如此所生之電流，名曰應電流(induced current)。科學上之發明雖多，然其重要足與法拉第的發明相頡頏者，實寥寥無幾。

538. 法拉第的實驗——茲將法拉第的電磁感應法，及電磁感應定律：I. 如圖 396，將線圈連於靈敏電流計，或毫安培計，將磁鐵之  $N$  極於線圈內，則線圈之電路內有電流產生，或有應電流。此電流僅於磁鐵運動時有之。此運動為相對的，即使使磁鐵運動或使線圈運動，其結果同。於是再將磁鐵迅速抽出，則亦有應電流發生，但電流之方向，與

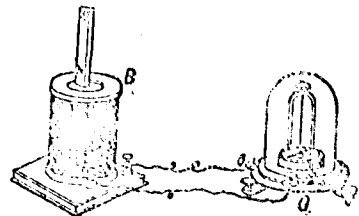


圖 396

$N$  極投入時恰相反。

投  $S$  極於線圈，則所生之電流，與抽出  $N$  極所生之電流為同方向。抽出  $S$  極所生之電流，與投入  $N$  極所生者為同方向。磁石之投入或抽出愈速，應電流亦愈大。

茲試詳察電流之方向，與磁鐵運動之關係。如圖 397 所示，使  $N$  極前進，則在接近之圈面內所生之應電流為反時鐘的；此電流使圈之近面為  $N$  極，以排斥向圈面前進之  $N$  極。使  $N$  極後退，則在離開之圈面內所生之應電流為順時鐘的，使圈面為  $S$  極，以吸引後退之  $N$  極。使  $S$  極前進，則圈之近面內之應電流為順時針的，而排斥接近之極。使  $S$  極後退，則圈內之應電流為反時針的，而吸引後退之  $S$  極。總之，應電流之磁作用，恆反對感應磁鐵之運動。此實驗結果與能不滅原理，若合符節 (§ 341)。若應電流吸引此接近磁鐵，則引磁鐵至線圈，勢必無功可作，而代表能之應電流，勢必不須功而可以產生矣。

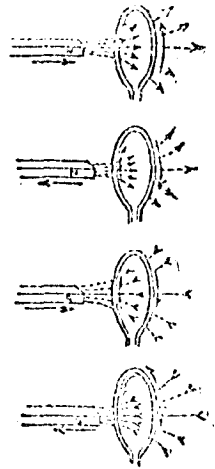


圖 397

吾人可以磁力線解釋此等實驗。移磁鐵近線圈，或移磁鐵遠線圈，則改變通過線圈之磁力線數。增加通過線圈之力線數（使  $N$  極向前或使  $S$  極後退），則圈近面內之應電流為反時鐘的；減少通過圈內之力線數（使  $N$  極後退，或使  $S$  極前進），則圈之近面之應電流為順時針的。

茲不難說明法拉的氏其他基本實驗矣。

II. 如圖 398,  $A$  及  $B$  為二線圈,  $A$  負有電流,  $B$  與電流計連成封

鎖電路。假定  $A$  內電流，向  $B$  看去為順時鐘的，自  $B$  視之，為反時鐘的，如此，則  $A$  向  $B$  之面為  $N$  面。移  $A$  向  $B$ ，則增加通過  $B$  面之磁力線，正如移磁鐵之  $N$  極

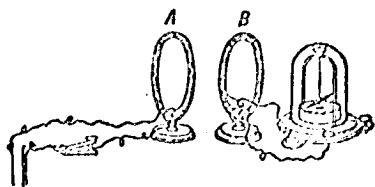


圖 398

向  $B$  也，則  $B$  圈內之應電流，自  $A$  視之，為反時鐘的。移  $A$  遠離  $B$ ，則  $B$  近面之應電流為順時鐘的。圈  $A$  名曰主圈，圈  $B$  名曰副圈。電流與主電流同方向者名曰正流 (direct)，與主電流相反者名曰反流 (inverso)。當  $A$  移近  $B$  時，則  $B$  內之應電流為反流，二線圈之磁場相反；當  $A$  離  $B$  而去時，則  $B$  內之應電流為正流，二線圈之磁場相同。

III. 如 II.  $A$  及  $B$  為二線圈，但磁力線之變化，非由  $A$  之運動，而由  $A$  內電流之改變。接通或增加  $A$  之電流，相當於二線圈之接近；如此增加通過  $B$  之磁力線，則  $B$  內之應電流為反流。拆斷或減少  $A$  之電流，則  $B$  內之應電流為正流。

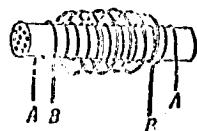


圖 399

二線圈之放置，須使  $A$  之磁力線之一部或全體通過  $B$ 。欲使感應為最大，普通將二圈疊繞或並繞於同一圓柱上，如圖 399 所示。

IV. 線圈  $A, B$  繞於鐵髓上。鐵之導磁係數較空氣為甚大，故對於主圈  $A$  內已知之電流改變，通過二圈之磁力線之改變大增。故副圈內之應電流亦較大。電流之方向與線圈在空氣內相同。圖 400 所示，為線圈  $A, B$  繞

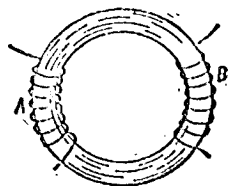


圖 400

於鐵圓上之裝置。此爲法拉的氏最早實驗所用之裝置，即吾人現所稱之“變壓器”也，變壓器用於交電流；以改變電壓 (§ 505)。

539 楞次定律——1834年，楞次(Lenz)發表感應電流與生此感應之磁鐵或線圈所受之反作用間之關係；“假定主圈  $A$  內之電流不變，再假定由主圈  $A$  或副圈  $B$  之運動， $B$  內有感應電流，則此感應電流之方向，由其電磁作用視之，必反對電路之相對運動”(Maxwell)。此定律如何對於磁鐵與線圈之相對運動足爲爲準則，吾人已見之矣，推而廣之，亦可直接應用於二線圈之相對運動。

當由主電流之變化而生感應電流時，則反作用爲純粹電磁的，此等反作用在變壓器及其他相同之應用上，非常重要。設副圈  $B$  內由接通或改變主圈  $A$  之電流而有感應電流時，則  $B$  內之感應電流對於  $A$  內之感應電流 (inducing current) 有反作用。接通  $A$  之電流，則生磁力線通過  $A$ ，一部分磁力線通過  $B$ ，於是  $B$  內由感應而生一反流。此感應電流在  $B$  內生磁力線，方向與主電流之磁力線相反。故感應電流之效應，阻止通過線圈之磁場之成立。當拆斷主電流時，則  $B$  內之感應電流爲正流，故此感應電流所生之磁力線，與  $A$  內感應電流所生之磁力線爲同方向。故感應電流之效應，係維持磁場，即阻止通過線圈的磁力線之減少。由此觀之，則感應電流之磁作用，反對感應電流之磁作用也明矣。

540. 由割切磁力線所生之感應——有時祇一部分電路橫互磁場而動，如此，則電磁感應即在此部分電路發生。圖 401 爲表演此場合之實驗設備。假定  $N$  及  $S$  間之磁場勻稱，金屬棒  $ab$  依與其自身及磁場垂直之方向，自  $ab$  運動至  $a'b'$  通過  $abg$  電路磁力線之變化，盡由於  $ab$  部分

之運動，此運動與磁場成直角，恆以由於“割切磁力線”解釋之。所割切之力線數等於  $B$  乘面積  $abb'a'$ 。圖 402 代表磁場，運動，及應電流三者之相對方向。如圖 403 所示，為記斯三方向之方便

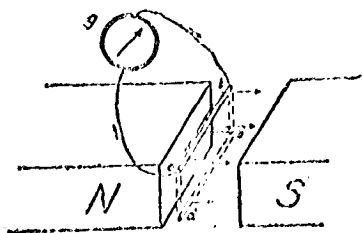


圖 401

規則，其規則如下：伸直右手之拇指，食指及中指，使互為垂直；若食指指磁場之方向，拇指指運動之方向，則中指指導體內由感應而生之電流

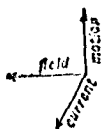


圖 402



圖 403

方向。此之謂右手定則或發電機定則 (dynamo rule)。

541. 應電動勢——通過電路的磁通量變化之第一效應，可視為應電動勢 (induced e. m. f.)。設電路之電阻為已知，則應電流可由歐姆氏定律 (§ 543) 算出。實驗證明，電路內所生之應電動勢，與通過電路磁力線之減少率為正比，即，

$$E = -k \frac{N_2 - N_1}{t}$$

此處  $N_1$  及  $N_2$  為電路在時間  $t$  之始末，所包含之磁力線數， $k$  為常數，若以絕對 C. G. S. 及 e. m. 單位表  $E$ ,  $N$  及  $t$ ，則  $k$  之值為 1，俟於下節證明之 (§ 542)。若欲以伏特表  $E$ ，則以  $10^8$  除上式之右邊，則得

$$E(\text{伏特}) = -\frac{N_2 - N_1}{10^8 t}$$

負號合乎習慣，習慣上以右手螺旋之前進，為磁通量之正方向 (§ 404)，而以其旋轉為應電動勢及應電流之正方向。磁力線之增加(使  $N$  極接近)與負的應電動勢，或反時鐘電動勢相當，吾人已於 § 540 中見及，此與以上符號之慣例相符。假定電路盡在空氣內，則通過正斷面  $S$  的磁力線數  $N$  為  $HS$ ，此處  $H$  為磁場強度。若電路之捲數為  $n'$ ，磁通量為  $\Phi$  (§ 442)，介質之導磁係數為  $\mu$ ，磁感應為  $B$ ，則  $N = n' \Phi$ ， $\Phi = BS = \mu HS$ 。

542. 感應與功——吾人可由所作之功，推得直形棒內由感應所生之電動勢，棒之運動與磁場成直角。茲取運動與磁場成直角及磁場為勻

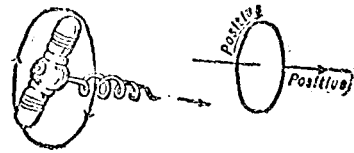


圖 404

場之情形而研究之。如圖 405，設有長度  $l$  之直導體  $ab$ ，與  $NS$  之勻磁場成直角，而以速度  $v$  運動，其運動之方向與  $ab$  及磁場皆成直角。命  $B$  等於磁感應，或每方釐米斷面積之磁力線數。則每秒所割切之磁力線數，必等於  $lvB$ ，故應電動勢為 (§ 464)

$$E = lvB \text{ 或 } E(\text{伏特}) = lvB/10^8$$

假定  $i$  為導體  $ab$  內之電流， $E$  為導體  $ab$  內之電動勢，則  $t$  時間內之功  $W = itE$  (§ 464)。導體於此時間所移動之距離為  $d = vt$ ，其方向與磁場施於導體之力  $F = Bil$  (§ 452) 相反。故機械工作為  $W = Fd = Bilvt$ 。命電之功等於機械之功，則得  $E = lvB$ 。由此觀之，則 § 541 之方程式中之

常數  $K$  對於 C.G.S. 單位而言，其值必為 1。倘導體及其運動不與磁場成直角，則須取其與磁場成直角之射影。

### 543. 應電流及電量——應電

動勢為

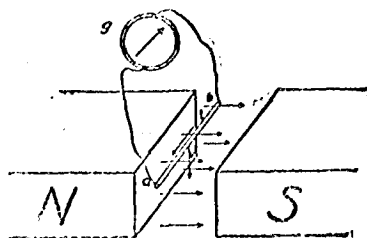


圖 405

$$B = -\frac{N_2 - N_1}{l} = -\frac{dN}{dt}$$

已見諸 § 541. 由歐姆氏定律，則電流為

$$i = -\frac{N_2 - N_1}{Rt} = -\frac{dN}{Rdt}$$

但在時間  $t$  內之總電流為  $it = q$ ，故在時間  $dt$  內之電量為  $idt = dq$ 。故總應電量為

$$q = \frac{N_2 - N_1}{R} = \int \frac{dN}{R}$$

此電量可由衝擊電流計 (§ 462) 之擺角測出，假定感應時間較電流計擺動週期為甚小。此等方程式皆為絕對單位。若用實用單位，則需以  $10^9$  除各式之右邊。

544. 法拉的氏盤形發電機——使銅盤在磁極間旋轉，為法拉的氏最早的電磁感應實驗之一，盤面與磁場鉛直 (圖 406)。用導線完成電流計電路，導線之兩端分別在盤軸及盤之週線上滑動，當盤旋轉時，由電流計之轉角可證明有電流。盤之每一半徑割切磁力線之速率為每秒  $\pi r^2 nH$ ，此處  $\pi r^2$  為盤之面積， $H$  為磁場之強度 (假定為勻場)， $n$  為盤

每秒之轉數。故

$$E \text{ (伏特)} = \frac{\pi r^2 n H}{10^8}$$

此種設計爲元始發電機。曾計劃用以作爲商用發電機之模型，但無論如何增大直徑及轉速，其 o. m. f. 終屬過小，不足爲工業之用。

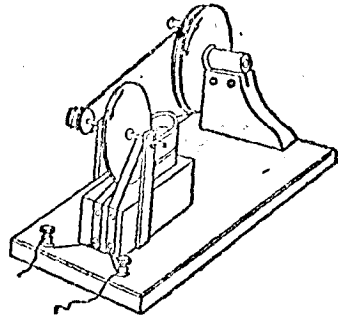


圖 406

545. 佛科電流或渦流——遠在法拉的氏發明感應電流之前，曾發現擺動磁針近銅板或在銅板之上時，即迅速停止。1824年，亞拉古(Arago)氏亦發現在旋轉銅盤上之懸掛磁針，隨銅盤旋轉(圖407)。法拉的氏將磁針之阻尼(damping)及亞拉古氏之間盤實驗；皆解釋爲電磁感應現象。磁鐵與圓盤之相對運動，使盤內有感應電動勢。於是產生電流，旋流於圓盤之內，而發生磁場，應用楞次定律，則此磁場有使磁鐵對於圓盤爲靜止之傾向。若盤內有輻狀縫隙，則截斷渦流，磁鐵即不隨盤旋轉。

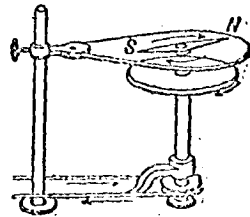


圖 407

電流之如斯感應者，及旋流於金屬物內者，皆名曰渦流(eddy current)，或佛科電流(Foucault current)。此種電流之能，消耗爲熱，電機及變壓器之電樞鐵髓，恆以薄片疊成，如此則可使此種電流所遇之電阻非常高，以免熱損失。

圖408所示，爲由渦流所致阻尼之最好例證。若電磁鐵不會受激



勵，則擺之銅板可自由擺動，但當磁場成立時，則立即停止擺動。達孫發爾(d'Arsonval) 電流計或圓轉電流計 (§ 461)，恆利用渦流之阻尼效應，使線圈迅速靜止。線圈繞於封鎖的銅架上，擺動時，架內發生渦流。同樣方法，亦可使線圈成閉路而受阻尼。電流計之磁針恆懸於銅塊之洞中，亦此理也。

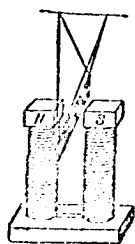


圖 403

546. 自感應——約當 1832 年，學者多發現當拆斷含有電磁鐵電路之電流時，則有一鮮明火花。但接通此同一電路之電流時，則無火花。法拉的氏發現拆斷無鐵髓的螺旋管之電路，所生之火花較有鐵髓者為弱。氏又發現拆斷長直導線之電流，發生火花，但較將此同一導線繞成螺旋時為弱。若將此同一導線由中間雙摺，則拆斷電流時，不發生火花。氏又發現用短導線時，則電流拆斷時無火花。法拉的氏研究何以拆斷導體之電流，若電路之形狀改變，則所生火花之強度即如此懸殊。氏審知其所以如斯者，由於變電流對其自身之電磁作用，或由於自感應 (self-induction) 電路因其自身之電流而有磁力線，拆斷電流，則撤去此磁力線。故於電流拆斷時，電路內即有自感應電動勢，由楞次定律，則拆斷時所生之自感應電動勢之方向，必反對電流之減少。拆斷時之自感應電動勢，在拆斷電流之方向內，而增加拆斷處之總電動勢。鐵髓之效應，係增加通過電路之磁力線，故增大自感應。當電路係折回疊繞時，則無磁力線，因之亦無自感應電動勢，如此之電路，名之曰無感應電路 (inductionless)。標準電阻所用之導線，皆由中間雙摺，使無自感應，如圖 340 所示。

接通或增加感應電路之電流，如螺旋圈或電磁鐵是，則增加通過電路之磁力線，故生自感應電動勢，由楞次定律，此自感應電動勢之方向，係反對電流之增加。足見自感應係反對電路內電流之變化。圖 409 所

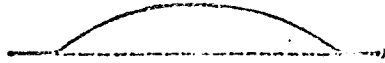


圖 409

示，為感應電路內電流之增加及衰減，正如示波器所記 (§ 562)。1851 年，赫爾姆霍斯推得一方程式，證明感應電路內電流變化之定律，示波器之曲線，證實赫爾姆霍斯氏方程式(1)無誤。

547. 自感應係數——自感應電動勢  $\mathcal{E}$  與通過電路之磁通量 ( $\phi$  或  $BS$ ) 之變為正比，至電流之變化，乃由於同電路內電流之變化也。對於無鐵之電路而言，被感應磁力線之總數，與電流  $i$  為正比；即  $N = Li$ ，此處  $L$  為常數，名曰電路之自感應係數 (coefficient of self-induction 或 inductance)。無鐵的電路之自感應係數，與電路所包之磁力線數，數字相等，設通過電路之電流為單位電流。若電路有鐵髓，則所包之磁力線數，不與電流  $i$  成比例，因鐵之導磁係數隨磁場而變，且亦隨鐵之預先磁化而變也 (§§ 444, 449)。故有鐵在其磁場內的電路之自感應係數  $L$

(1) 赫爾姆霍斯氏方程式為

$$i = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

此處  $i$ ,  $E$ ,  $R$ ,  $L$ , 及  $t$  代表本節及下節所指示之數量， $e$  為自然對數之底。此方程之推演如下：電路內之 e. m. f., 恆等於所施之 e. m. f., 減自感應之反 e. m. f. 或  $\mathcal{E} = E - L di/dt$ 。故說流為

$$i = \frac{E}{R} - \frac{L}{R} \frac{di}{dt}$$

積分，則得赫爾姆霍斯氏方程式。

為變數。視鐵之磁性而定。

電路之自感應係數，恆以由該路內電流之單位變率所感應之 o. m. f 表之。因  $E$  (大小上) 等於磁力線  $N$  之變率，亦即等於以  $i$  之變率乘  $L$ ；故若  $i$  之變率為單位的，則  $E=L$ \* (大小相等)。單位自感應係數者，即由單位電流之變率感應單位 o. m. f. 之電路之自感應也。自感應之實用單位為亨利 (henry)，等於  $10^9$  絕對 C. G. S. 單位自感應。亨利為每秒 1 安培之變化，生 1 伏特之應 o. m. f. 之電路之自感應。

標準自感應之構造，係將兩線繞於無磁性的磁心上，繞成螺線形。其長度為亨利之倍數或分數。無定標準自感應之構造，係將兩線繞同順繞，兩線間可以任意扭轉，以便改變其所包含之力線數。此種標準自感應，如圖 410 所示。

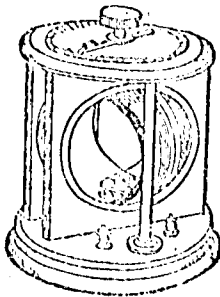


圖 410

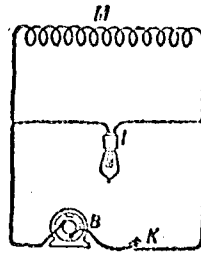


圖 411

518. 自感應之實驗——拉特氏曾作種種實驗，以證明由自感應所生之電流。圖 411 所示，為其實驗之一，係以近世方法設計。電路中  $M$  為電磁體，與自感應  $L$  並聯。發電機之電流，亦入於電磁體及電流不足時，則燈發紅光。電流極強時，則因電磁體之自感生電動力，燈管則明矣。此能係由電磁體之磁場而來 (§ 450)。

\* In calculus notation:  $N=Li$ ;  $E=-\frac{dN}{dt}=-L\frac{di}{dt}$  or  $E=-L$ , if  $\frac{di}{dt}=1$ .

證明自感應效應，最好用惠斯頓氏橋，此法為馬克士威氏法。圖 412 中， $R_1, R_2, R_3$  為無自感應之電阻 (§ 546)， $R_m$  為電感體之電阻。排列四電阻，使  $R_1; R_2 = R_3; R_m$ 。當電流不變時，則電流計  $G$  無轉角。但當關閉電鍵  $A$ ，接通電流時，則電流計發生轉角，當電流達穩定狀態時，電流計又無轉角。開放  $A$ ，則電流計亦生轉角，但與關閉時之方向相反。若四電阻皆無自感應，則接通與開放時，電流計皆無轉角。假定電流自  $c$  點入，則電流在  $cR_2b$  內達其最大值，較在  $cR_1md$  內為速，故電流計之瞬時擺動，表示有電流由  $b$  至  $d$ 。開放時，則有電流由  $d$  至  $b$ 。

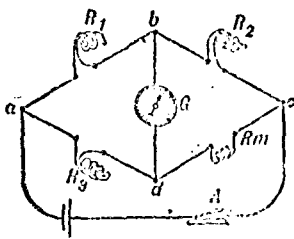


圖 412

此原理與 § 546 相符合。此表示由自感應所生電流之法，係馬克士威所發明，用以測定自感係數者也。學者可參考實驗書籍，以究其詳。

549. 感應圈——感應圈 (induction coil) 為由接通及拆斷主圈之電流，以產生副圈之高壓脈動電流或放電之儀器也。供給主圈之電流，僅用數伏特電壓之電池即可。圖 413 所示，為尋常感應圈之裝置。主電路  $P$  由螺線圈  $P$  構成，以一束軟鐵絲為髓，主電流之開關由斷續器  $K$  司之。若斷續器之構造如圖所示，則有一蓄電器橫接於缺口。副電路由繞於  $P$  圈外之螺線圈  $S$ ，及火花缺口  $D$  構成。副圈為多匝之細導線，繞於盤缺之內，以增加其絕緣。主圈為粗導線，匝數較少。

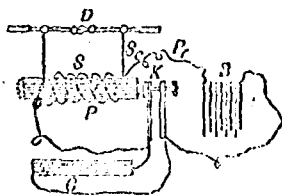


圖 413

接通主圈電流，則生磁力線，此力線穿過副圈。拆斷主圈電流，則磁力線消逝。故於接通主圈電流時， $S$  圈內有反電動勢感應而生，拆斷時，則有正電動勢感應而生。拆斷較接通為速，故正的應電動勢較反的應電動勢為甚大，故放電效應變為一個方向的。又拆斷時，電流之衰退較速，

其所以較速者，一因隨心磁極之去磁作用，一因蓄電器之作用，蓄電器與斷續器平行連結。拆斷時之應電流使蓄電器充電，蓄電器反經電池而放電，故增速磁力線之消逝。於是使拆斷時之 e. m. f. 較接通時之 e. m. f. 為強。副圈之圈數愈多，則應電動勢愈強。圈線之電阻愈高，則電流愈小。

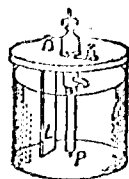


圖 414

小感應圈之斷續器多用瓦格奈耳 (Wagner) 氏種。圖 413 中之  $K$ ，即為此器，其作用甚易明了。•大感應圈所用之斷續器，多為滑動於交換器 (commutator) 上之刷，以電動機轉動之。亦有用溫乃爾特 (Wohmolt) 氏之電解液斷續器者，如圖 414 所示。 $P$  為白金線， $L$  為鉛板，沒於硫酸溶液內，白金線之尖端恰與酸接觸。當  $P$  為陽極， $L$  為陰極時，則  $P$  端發生氣體，拆斷電流，氣泡消滅，則電流復通，如此迅速重複不已。溫乃爾特 氏斷續器不用蓄電器。

550. 忒斯拉 氏感應圈——為得高頻率之電流及高電動勢計，忒斯拉 (Tesla) 氏曾用一種感應圈，此器以來頓瓶之振動放電為斷續器 (§571) 感應圈  $I$  副圈之兩端，一接於絕緣的來頓瓶  $C$  之外層，一接於內層。將忒斯拉 氏線圈之主圈及放電球聯成電路。忒斯拉 氏線圈主圈之構造，為 6 匝導線，繞於無磁性之鐵心上。以空氣或油將  $A$  及  $B$  兩圈隔開，使之絕緣。來頓瓶 在  $D$  處之放電，其頻率可為每秒數百萬次 (§571)。故  $B$  圈所生之應電流，

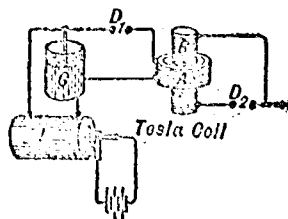


圖 415

不僅為高電動勢的，且為高頻率的。

551. 在磁場內旋轉的導線圈中之電動勢——地磁感應圈 (earth's induction coil) 及多數電機，皆利用導線圈在磁場內旋轉以生電流。為簡單計，茲先就矩形線圈在勻磁場內旋轉而論。線圈  $ABCD$  繞  $OO'$  軸每秒旋轉  $n$  次， $OO'$  軸線為磁場之鉛直平分線 (圖 416)。設  $l = AB = DC$ ， $r = AO = DO$ 。旋轉方向，自  $AOD$  端視之為反時鐘的。設  $XOX'$  代表與磁場平行之平面， $YOY'$  代表與磁場成直角之平面。 $AB$  在  $X$  及  $X'$  位置時，其運動與力線成直角，故割切力線最為迅速；而在  $Y$  及  $Y'$  位置時，其運動與力線平行，故不割切力線，故此時無應電動勢。 $AB$  內所成應之 e. m. f.，在  $X$  位置時為最大，在  $Y$  位置時為零，在  $X'$  時為負

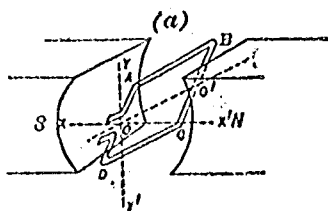


圖 416

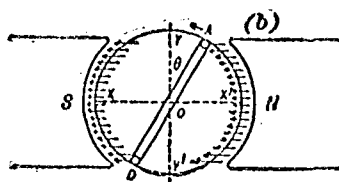


圖 417

的最大，在  $Y'$  時又為零。故當線圈由  $Y$  經  $X$  至  $X'$  時， $AB$  內之 e. m. f. 係自  $A$  至  $B$ ，但由  $Y'$  經  $X'$  至  $Y$  時，則由  $B$  至  $A$ 。此等方向，遵守右手定則 (540)。至對邊  $DC$  內所生之應 e. m. f.，顯然有  $AB$  內所生者相加，以成  $ABCD$  電路內之簡單交流。 $BC$  端及  $DA$  端不割切力線，故其中無應 e. m. f. 故線圈  $ABCD$  內有一應 e. m. f.，此 e. m. f. 於每轉內作一完全循環。

552. 旋轉線圈內電動勢之公式——設  $V$  為  $AB$  (及  $CD$ ) 之均一切

線速度。當線圈與鉛直於場之平面間之角度為  $\theta$  時，設以  $AR$  (圖 418) 代表此速度。其與磁場成直角之分速度為  $RS = V \sin \theta$ 。設  $B =$  磁感應 = 每方釐米之磁力線數；則  $VIB \sin \theta$  為  $AB$  (其長為  $l$ ) 每秒內所割之磁力線數。故  $AB$  及  $CD$  內之應電動勢為  $E = 2 VIB \sin \theta$ 。此處  $2 VIB$  為線圈經過  $X$  及  $X'$  點時之電動勢，線圈在此處割切力線之速率為最大，或  $\theta = 90^\circ$ 。圖 419 之曲線代表在一簡單旋轉內之 o. m. f. 縱坐標與 o. m. f. 成比例，橫坐標與角度成比例。因旋轉均勻，故橫坐標亦與時間成比例。橫線以上之縱坐標代表一方向之電動勢，以下之縱坐標代表反對方向之電動勢。故在勻磁場內作均一旋轉之矩形線圈，其中有應交電動勢，此電動勢視角度之正弦而變，以正弦曲線代表之。

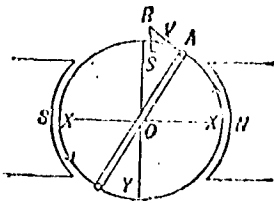


圖 418

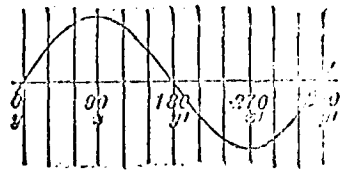


圖 419

$E = 2VIB \sin \theta$  公式，可變成  $E = 2 \pi n N_c \sin \theta$ ，此處  $n$  為每秒之轉數， $N_c$  為線圈與磁場成直角時，通過線圈磁力線之總數。欲證明此式，命  $V = 2 \pi nr$ ，則得  $c = 4 \pi nr l B \sin \theta$ 。但  $2 \pi r l = S$ ，等於線圈之面積，而  $S B = N_c$ 。故  $E = 2 \pi n N_c \sin \theta$ 。此公式對於任何形式之線圈皆可適用，不難證明。(1) 倘介質為空氣，依數字計算而論，則可以磁場強度  $H$  代  $B$ 。

(1) 任何形式線圈，其面積為  $S$ ，旋轉時所生之應電動勢。可由  $E = -dN/dt$  關係式求得之。 $N$  為通過線圈之磁力線數，或磁通量(圖 417)，等於磁通線圈在  $yy'$  平面上射影之磁通量，或等於  $BS \cos \alpha$ 。故  $E = BS \sin \theta \omega / dt = BS \omega \sin \theta$ ，此處  $\omega =$  角速度  $= 2 \pi n$ 。

553. 地磁感應器——地磁感應器，為具有多匝之線圈（圖 420），裝置之，使之可繞水平軸亦可繞鉛直軸旋轉。假定軸為鉛直，圈面與磁子午平面成直角。旋轉線圈  $180^\circ$ ，則磁通量從圈之一面取出，而放入於圈之他面。命  $H$  = 地磁場之水平份強度， $S$  = 圈面之面積， $R$  = 電路之電阻。則當轉  $180^\circ$  時，在圈內流動之電量為  $q = (2HS)/R$  (§ 543)。此

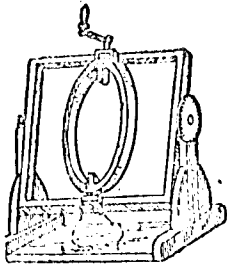


圖 420

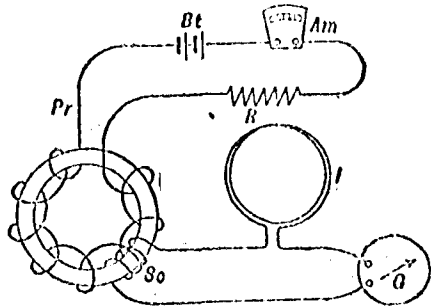


圖 421

可由衝擊電流計之擺角測定之。同理，當軸為水平時，則  $q' = (2VS)/R$ ，此處  $V$  為地磁場之鉛直份強度。故得  $q'/q = V/H = \tan \phi$ ，此處  $\phi$  為伏角 (§ 386)。

554. 利用感應電流以比較磁場及測定磁感應——由以上所述觀之，則可令同一線圈在兩磁場內迅速旋轉，由衝擊電流計之擺角，以比較兩磁場之強度。常用者為一小線圈，名曰“深圈” (flip coil)，使其迅速在磁場內反轉，而注意電流計之擺角。

羅蘭得 (Rowland) 氏求 BH 圖樣法，係觀察電流計由副圈  $S_0$  內之電流所生之擺角，以測定原狀磁場內磁感應  $B$  之變化。此儀器之裝置，如圖 421 所示。磁化圈  $Pr$  均勾繞於鐵鈎環之上。 $Pr$  內之電流變化，生環內磁感應  $B$  之變化。由帶起，逐漸增加電流，由電流計之擺角，計算磁感應  $B$  之增長。將諸增長相加，求出總增長。由  $Pr$  之匝次及電流，算得磁化力  $H$ ，觀察由地磁感應器在地磁場中旋轉所生電流計之擺角，以校正電流計  $G$ 。用已測得之  $H$  及  $B$  之值，作一圖線，即得  $BH$  圖線 (§ 443)。



## 發電機

555. 簡單交流發電機——如圖 422, 設有一線圈, 在磁鐵兩極間之磁場內旋轉。線圈之兩端分連於絕緣金屬環  $N$  及  $M$ , 而裝於軸  $OO'$  上。

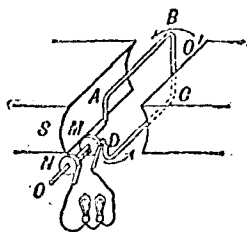


圖 422



圖 423

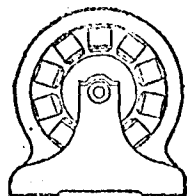


圖 424

$N$  及  $M$  名曰匯電環, 金屬彈簧或“刷”在匯電環上滑動。線圈  $ABCD$  內所生之應電流, 由刷流入外路。此種機械, 即所謂簡單交流發電機也, 可產生低頻率之小電流。若將線圈繞於鐵柱之上, 則磁場之強度增, 而生較大之電動勢。因鐵心本身亦為導體, 故鐵心內亦因感應而生渦流。故鐵心常以薄鐵片隔以絕緣體而疊之, 以減少渦流, 如圖 423 所示者是也。商用交流發電機恆為多極式。蓋因實用之電燈及電能輸送, 恆需每秒 25 至 125 循環之交流也。美國普通用者為每秒 60 循環; 歐洲多為每秒 50 循環。欲以安全速率而得此種頻率, 則須用多極之場磁鐵。圖 424 所示, 為多極發電機。多極場磁鐵製造上亦有便利, 故今日實用之大發電機, 率為多極者。

556. 簡單直流發電機——欲得直電流, 則用整流器 (commutator) 以代匯電環。圖 425 所示, 為一兩半整流器。此器之構造, 為一分為兩半

之銅環，兩半環互相絕緣，分接於線圈  $ABCD$  之兩端。刷  $R$  及  $S$  相隔  $180^\circ$ ，故一着於整流器之此半，一着於對面之一半。電流由二刷流入外路。刷之裝置如是，即與外路之連接適於旋轉圈內電流反轉之會而反轉

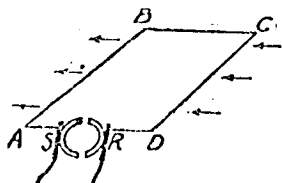


圖 425

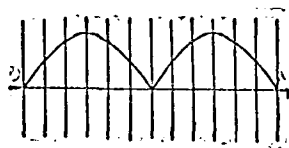


圖 426

(大約為線圈經過與磁場鉛直平面之時)。故外路電流為同一方向，其變化如圖 426 所示。此即具有兩半整流器之簡單直流 (D. C.) 發電機也。

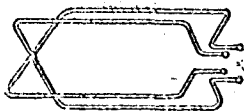


圖 427

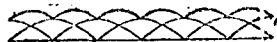


圖 428

如圖 427，設有兩線圈互為直角，分接於適當之整流器，則得外路電流如圖 428 所示。此為兩脈電流之和，兩者之相差為  $90^\circ$ 。由此圖觀之，則電流變化之百分差，較兩半整流器發電機為甚小。近世之直流發電機，極具有數百線圈，接於具有多環節之整流器，故結果電流實近於直流。電路之自感應，在此等發電機上，亦有減少電流變化之作用。

**557. 發電機**——發電機者，利用電磁感應變機械能為電流之機械也。電機之主要部分為：(1) 產生磁場之場磁鐵 (field magnet) (2) 電

樞 (armature) 卽生電流之導線組也。二者均可爲運動部分。以上諸節所述之簡單發電機，電樞爲運動部分，場磁鐵爲靜止部分，但如電力廠所用之大電機，具有高電壓，則電樞極爲靜止部分。靜止電樞，易獲高絕緣，且製造上便利殊多。有一種 A. C. 發電機，轉動部分爲許多鐵

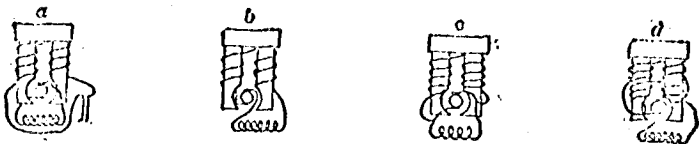


圖 429

塊，在電樞之靜線圈及場磁鐵間轉動，以改變通過電樞線圈之磁通量。此種電機，名曰“感應”電機。近世發電機，場磁鐵皆爲電磁鐵。用永久磁鐵之發電機，名曰久磁發電機 (magneto)。久磁發電機，今僅用以喚鈴。

發電機普通分交流 (A. C.) 發電機，及直流 (D. C.) 發電機，蓋依發電機兩端電流之性質而分也。直電流者，方向不變之電流也。

發電機之分類，亦有根據勵磁法而分者。圖 429 a, b, c, d, 表示各種勵磁方法。(a) 爲分勵 (separately excited) 發電機，卽場線圈之電流來自另一發電機也；(b) 爲串繞 (series wound) 發電機，卽場線圈與電樞及外路串聯也。如是，則電樞之電流通過場線圈，亦通過外路；(c) 爲分繞 (shunt wound) 發電機，卽場線圈與外路並聯，故僅電樞電流之一部分通入場線圈；(d) 爲複繞 (compound wound) 發電機，卽場線圈一部分與電樞爲串聯，一部分並聯。至場線圈繞法之選擇，乃爲管理種種負荷

(load)下之電壓之一大問題。至於諸方法之研究，學者參考專書可也。

D. C. 電樞之形式，最通用者有兩種：(a)環狀電樞 (ring armature) 間有以克拉麥(Grammo)氏電樞名之者，蓋用以紀念發明者也。(b)鼓形電樞 (drum armature)。

環狀電樞如圖 430 所示是也。線圈繞於軟鐵環上，連結有如圖示。環心分爲層疊。僅環外之導線爲感應體。至於環內導線，則因蔽磁作用而不受感應(圖 234 a)。磁力線之

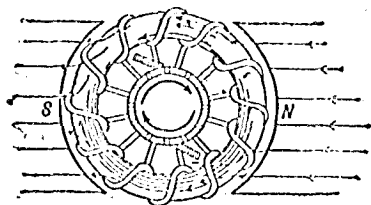


圖 430

路徑如圖所示。圖 430，電樞線圈分接於十二節環之整流器，故外路電流，方向不變。

鼓形電樞之最簡單者，爲梭形電樞 (shuttle armature)，爲西門子 (Siemens) 於 1856 年所創造。其剖面如圖 431 所示。鐵心增加通過線



圖 431

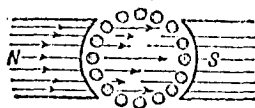


圖 432

圈之磁通量。此種形式，今僅用於小形久磁發電機。近世鼓形電樞之繞法，及其整流器之節環，非常複雜。線圈可繞於電樞鐵心之表面，亦可繞於鐵心之溝內。自此極至彼極之磁力線，如圖 432 所示。

558. 交流變壓器——交流變壓器爲感應圈之一種，用以將某電壓之交電流變爲另一電壓之交電流也。變壓器由主線圈  $P_r$ ，副線圈  $S_c$ ，

及層疊鐵心構成，(圖 433) 鐵心之作用，在於增加磁通量。當地輸電，普通皆用以變高壓為低壓。配置適當之變壓器，副電流之能與主電流之能幾相等。例如，1000 伏特一安培之電流，變為 100 伏特 10 安培之電流是也。如此，則  $N_r$  線圈較  $S_c$  線圈之匝數大 10 倍。用變壓器所得之電壓，其惟一限制，即在其絕緣如何。高壓變壓器通常皆浸於礦油內，以便使之絕緣。

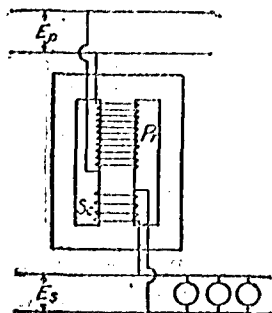


圖 433

559. 交流在功率輸電上之利益——近世電功率，皆送至數百哩之遙，此等遠距離送電，一是皆用交流。遠距離送電能，利用交流之理由有三：(a) 交流易於由高壓變為低壓，(b) 交流電機可以保障高絕緣，(c) A.C. 感應電動機之發明 (§ 569)。

電功率以電流及電壓之乘積測量之，或等於  $iE$ ；故同一電功率，可於高電壓下以小電流送之，亦可於低壓下，以較大之電流送之。因電流之熱效應與  $i^2 R$  為正比 (§ 481)，故所須銅線之重量，隨電流而大增。故高壓輸電，殊為經濟，且在商用上，只有高壓輸電為能經濟。商用上此種輸電，所用之電壓由 33,000 至 220,000 伏特。但為安全計，燃燈或開動電機，皆不能用此等高壓，故於用電流之前，預變為較低電壓，乃為必要。對於交流，用 A. C. 變壓器 (§ 558)，既易作到，且甚有效。此種電壓變換，非 D. C. 儀器所可作到。因 A. C. 電機可以使之絕緣，負擔最高電壓，故高壓用於交流，乃為可能。A. C. 電機不用整流器，且可使電樞為靜止部分。A. C. 感應電動機 (§ 569) 亦具有高絕緣之利，且效率大而裂

造簡。

560. 二相及三相交流發電機——交流發電機之製造，常使之生一個以上之交電流。此種發電機之交電流，恆為異相，故稱之曰多相 (polyphase) 電流。商業上所通用者，為二相 (two phase) 及三相 (three phase) 發電機。產生電流之線圈，在電樞上，所佔之角度不同。例如，二相交流機。有兩組電樞線圈，當第一組以最大速率割截磁場時，第二組內之應電動勢為零，如此類推。圖 434 所示，為簡單二極機線圈之裝置，用此機可生二個此種電流。二電流之相差為四分之一週期或  $90^\circ$ ，故

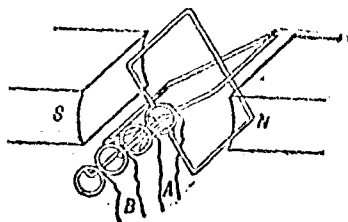


圖 434

利用此種電流之機械又名曰“限象相” (quadrature phase) 發電機。圖 435 表示兩個此種電流之相的關係。圖 436 表示三電流之相的關係，相差為

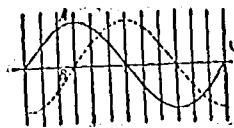


圖 435

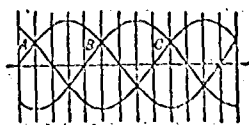


圖 436

$120^\circ$ 。僅生一個交電流之發電機名曰單相機，(single phase machine) 以別於多相機。二相及三相交流所用之頻率與單相交流同，即普通用每秒 50 或 60 交換，至低至 15 或 25 者，僅用以開動電機。為製造便利計，商業上率用多極電機，已如上述。

二相及三相交流之利益，在於可用感應電動機也。同重量之機械，

多相機板較單相機之出能為大。二相及三相電機之相對利益，在於對於同功率之分配，所需導線之巨細也。

501. 自感應在 A. C. 電路內之效應——交流 e. m. f. 作用於無自感之電路，則電流  $i$  及 e. m. f. 為同位，如同 437 所示者是也。因內電流  $i$  恆等於  $E/R$ ， $R$  為電路之電阻， $E$  為電路內當時之 e. m. f. 當 e. m. f. 為零時，電流為零，e. m. f. 為最大時，電流亦為最大。若電路為

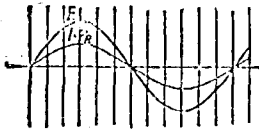


圖 437

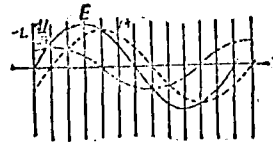


圖 438

自感電路，由示波器 (oscillograph) 實驗，(§ 562) 證明電流落於外施 e. m. f. 之後，即電流達最大之時期，較遲於外施 e. m. f. 也。此落後即由於自感應。吾人已知，接通或增加自感電路之電流，則生自感應電動勢，此電動勢有阻止電流增長之傾向，同理，拆斷或減小自感電路之電流，則所生自感應電動勢有延長電流之傾向。故在任何時刻，自感電路之實在電動勢為外施電壓（發電機等所生之電動勢）與自感應電動勢之代數和。自感應電動勢等於  $-L di/dt$  (§ 517)。

圖 438,  $E$  表外施電動勢， $iR$  表有效電動勢， $-L di/dt$  表自感應電動勢，三者之相的關係，如圖示。

電磁線圈之自感應甚大，故自感應電動勢亦甚大，是致有效電動勢實際上近於零。此種線圈名曰抗流線圈 (choke coil)，或曰抗擾圈 (impedance coil)。自感電路對於交流電之有效電阻名曰阻抗 (Impedance) 電路之阻抗可證明等於  $\sqrt{R^2 + 4\pi^2 n^2 L^2}$ ，此處  $R$  為電阻， $L$  為電路之自感量， $n$  為交流電之頻率。當測電路未閉合時，而通過變壓器主圈電流之所以小之理，可以阻抗解釋之。

須注意阻抗隨頻率  $n$  而增加。例如，來賓頓放電之頻率，通常甚高 (§ 571)，故即通過卑爾之放電，亦具甚大之阻抗。如圖 439 所示，空氣狀口雖大，而電火花仍通過之，而不通過線圈。

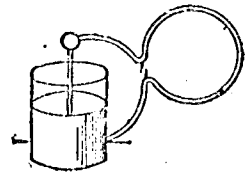


圖 439

562. 示波器——尋常電流計，因其擺動組具有甚大之慣性，而不能追

隨交電流之迅速變化，故交電流不能使之發生轉角。布郎得耳(Blondel)氏，杜得耳(Duddoll)氏，及其他學者，曾製出具有甚輕擺動部分之電流計，週期甚短，故擺動組可以追隨交電流之變化。具有高頻率擺動組之電流計，其轉角足以表示交電流之變化者，名曰示波器(oscillograph)。圖 440 所示，為最好示波器之一種。其構造一狹窄磷銅片圈，以彈簧  $s$  緊張之，故其擺動週期非常短小。圈置於強磁場內，圈面與磁場平行。有電流通過線圈，則片受磁場之扭轉。此圈之天然頻率普通為每秒 3,000 以至 10,000 個振動，故其轉角可追隨交電流尋常之變化。 $M$  為一小平面鏡，附於線圈，由平面鏡反射光線，以記轉角。光線照於活動照像膠片上，膠片之運動，與轉角成直角。

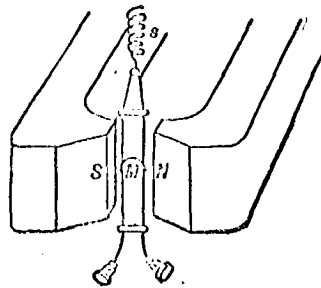


圖 440

布勞恩(Braun) 氏陰極射線管，亦為示波器之一種。電流通過線圈，而磁場力作用於陰極線束，陰極線束生於特製之克魯克可氏管內(圖 441)。無轉角時，則陰極線束在陰極線管末端之磷光屏上生一亮點。受線圈中交電流之作用，則陰極線束在磷光屏上之亮點，振動而成一光線。由旋轉鏡中視之，則見畫出一交電流曲線。若令活動照像片之運動於亮點之振動成直角，則可得此曲線之照像。

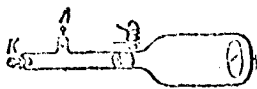


圖 441

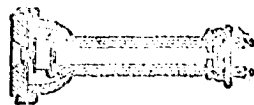


圖 442



563. 傳話器——傳話器 (telephono) 爲裴耳(A. Graham Bell)氏於 1876 年所發明，其構造爲一薄鐵片或膜，架於久磁鐵磁極之前，磁鐵之端繞有導線圈 (圖 442)。用兩個裴耳氏傳話器，一作送話器，一作受話器，可用電力將音傳至遠處。用導線將二線圈串聯於兩處之間。音波使膜振動，膜之接近或離開磁極，以改變通過線圈之磁通量。此磁通量之變化，使線圈及幹線內生應電流，電流振動與音波相和諧，且與音波成比例。此電流加強或減弱受話器磁鐵之吸引，於是使受話器膜片發生振動，與送話器之振動相應。此種應電流殊爲微弱，故僅能於近距離傳音。長途電話，則用下節所述之微音器 (microphono) 爲送話器。

564. 微音器——接觸疏鬆的二導體之電阻，受音波作用而改變，微音器即胡夫斯(Hughes)氏於 1878 年根據此理所發明者也。故電路內

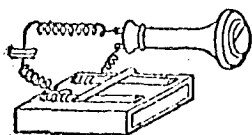


圖 443

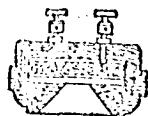


圖 444

可生電流之變化，此等變化與生之者之音波相應。簡單微音器之構造，爲一碳棒置於二碳棒之上，而與電池及裴耳氏受話器連成電路。碳棒可裝於音箱之上。此種裝置即成一很好的送話器 (圖 443)。漢寧 (Hunting) 氏送話器，長途電話多用之，係將碳粉置於二金屬片間，如圖 444 所示。

## 電 動 機

595. 電磁的轉動——負有電流之導體，置於磁場內，則有力作用其上，此力與磁場及電流之平面成直角，已於 §451 述之矣。第一個利用電流及磁鐵使導體轉動之儀器，為法拉的氏於 1821 年所發明。如圖 445，一玻璃管，兩端各裝一木塞，下塞上貯水銀，磁鐵  $NS$  之一端穿入下塞。一白金絲，掛於穿入上塞之鈎上，絲之下端沒於水銀內。有電流通過白

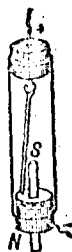


圖 445

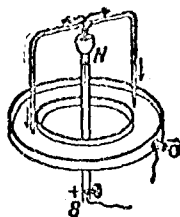


圖 446

金絲時，則絲繞磁極轉動，電流不止，絲之轉動亦不已。倘反轉電流，則轉動方向亦反。此運動顯由於適述之效應而生，轉動方向可用左手規則規定之 (§ 451)。圖 446 所示，為電磁轉動器之普通形式，其作用可由上述釋出。

566. 巴魯氏輪——此輪之構造，為一金屬盤，在一水銀槽上，繞水平軸旋轉 (圖 447)。盤之下邊與水銀面接觸。一 U 形磁鐵夾槽而置，故其磁力線以直角割截盤之下半。有電流由軸經盤而水銀時，則盤旋轉。反轉電流或磁場之方向，則旋轉亦反。如圖所示，為減小水銀面之摩擦，恆以齒輪代整輪。輪之各齒順次浸於水銀而成電路之一部，為一與磁場及電流成直角之力所作用，而繼續旋轉。巴魯 (Barlow) 氏輪及法拉的氏盤 (§ 544) 顯然為相反之機械，一利用電能以生機械運動，一利用機械

能以生電能。

597. 直流電動機——若使外部電流通入直流發電機之場磁鐵及電樞，則直流發電機可變爲電動機，於是變電能爲電樞轉動之機械能。作用於電樞電路之力，遵前節所述之電路，在磁場內運動之理。

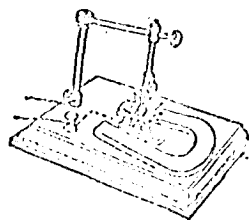


圖 447

電樞在磁場內旋轉，電樞線圈內生應電動勢，此電動勢反對使其運動之電流。此反電動勢隨電動機之轉速而增，故通過電動機之電流隨轉速之增而減。當轉速所生之反電動勢等於外施電動勢時，則無電流通過電樞。無摩擦之電動機於無負荷下轉動時，亦即無工作時，則發生此種情形。方開動時，既無運動，又無反電動勢，故電流爲最大。此巨大電流，足以燒毀電樞，欲防止此弊，則於電動機未達產生適當之反電動勢以前，恆用起動電阻 (starting resistance) 與電樞串聯，以減少電流。迨電動機之速度增加，則逐漸減小起動電阻。

598. 交流電動機——兩個相似的單相交流機，可用作發電機與電動機，假定先使電動機之轉速與發電機調諧。交流電機之如是用作電動機者，名之曰同步電動機 (synchronous motor)。同步電動機效率大，但不能自行起動，又若過量負擔 (overloading) 以致“失步” (out of step) 時，則又自行停止，因其有此種不便，故同步電動機之用途有限。自多相感應電動機發明而後，交流電對於功率送電之用途乃大爲成功。此電動機之原理爲凡拉里斯 (Ferraris) 於 1885 年所發明，經忒斯拉 氏輩推廣其用途。此等電動機，二相及三相電流皆可應用。

569. 簡單二相感應電動機——圖 448 內  $AA'$  及  $BB'$  代表兩相繞線圈，所佔位置，互為直角。通入繞線圈  $AA'$  之交電流，在  $AA'$  線內生一交磁場。假定通入  $AA'$  之交電流為正弦的，以方程式  $(A = I \sin pt, (\S 552))$  代之，則  $h_A = CI \sin pt$ ，代表磁場之強度，此處  $C$  為一常數，其值視  $AA'$  之匝數等而定。同理， $BB'$  內之交電流在  $BB'$  線內生一交磁場。假定  $BB'$  內之交電流與  $AA'$  內者之相差為四分之一週期，即  $i_B = I \sin (pt + 90^\circ) = I \cos pt$ 。則



圖 448



圖 449

磁場  $BB'$  為  $h_B = CI \cos pt = B \cos pt$ 。故無論何時，此磁場為二分磁場  $h_A = B \sin pt$ ，及  $h_B = B \cos pt$  之合場。則合場

$$F = \sqrt{h_A^2 + h_B^2} = \sqrt{B^2(\sin^2 pt + \cos^2 pt)} = B$$

故合場之強度不變。但隨磁通電流之每一完全循環而旋轉。

設置一“籠狀電樞”(squirrel cage armature)於此旋轉磁場內，籠狀電樞可繞  $OO'$  軸旋轉， $OO'$  與磁場錯直。籠狀電樞之構造，如圖 449 所示，為二銅盤裝於  $OO'$  軸上，銅盤滑盤之邊緣，連於二盤之間。此電樞與旋轉磁場作同步旋轉。其理至為簡單。假定電樞靜止，則銅盤內必生感應電流。應用楞次定律，此感應電流必反應一磁力與旋轉磁場，此力有阻止電樞與

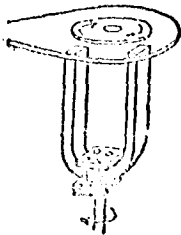


圖 450

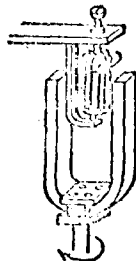


圖 451

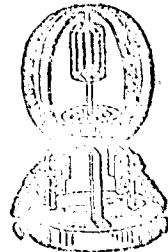


圖 452

磁場同相對運動之傾向。換言之，即有扭力，使電極隨磁場而旋轉也。圖 450 至 452 所示，係表  
 示旋轉磁場及感應電動機原理之簡單實驗。圖 450 爲一銅盤，裝於樞軸上，銅盤下爲一磁鐵，  
 裝於旋轉台上，故磁鐵可以旋轉。盤面磁鐵而轉。此盤與亞拉古氏盤相反 (§ 545)，而可以  
 電磁感應原理也則一。圖 451 中，係以籠狀圓柱代圓盤，籠狀圓柱支於旋轉磁鐵 *NS* 兩極間之  
 樞直軸上。圖 452 所示，則又以互爲直角之二線圈代旋轉磁鐵。通交電流於線圈，電流之相  
 差爲四分之一週期，以生旋轉磁場，籠狀電樞隨之而轉。

## 電 振 動 及 電 波

570. 電振動——交電流所具之頻率，尋常在每秒 25 及 125 之間者，已於前章述之矣。此等交電流所遵之特殊定律，視此種電路內所有之特殊自感應及電容而定。至其更高頻率之交電流，則爲一新的現象，其所遵之定律亦異。高頻率之交電流，名曰振動電流，或電振動 (electric oscillations)。振動一詞所指之最低頻率，初無限制，但一般而論，吾人可假想至少具每秒 1,000 個交換者，爲電振動焉。電振動往往有每秒數百萬次者。可使製造適宜之傳話器發音之電振動，約爲每秒 15,000 次循環，則稱之曰成音頻率 (audio frequency)。每秒 20,000 次以上之振動，其所相應之音，音調殊高，非耳所能辨，則稱之曰射電頻率 (radio frequency)。但此等數字，不過近似值耳。

電振動可爲阻尼振動 (damped oscillation)，亦可爲無阻尼振動 (undamped oscillation)。阻尼振動者，各波峯較其前波峯爲低之振動也，如圖 454 所示者是，至其阻尼之因，則由於振動能之消耗。無阻尼振動者，波幅均等之振動也，交流發電機所生之電流，即其例也。(如圖 419 所示)。

571. 蓄電器之放電——來頓瓶放電時，有一閃光，觀之，似為一簡單火花。但早在 1842 年之會，亨利 (Joseph Henry) 氏即斷定來頓瓶放電，“絕非一種不可稱量的流體，簡單自此側流入彼側。吾人須承認此現象，係主要放電在某一方向，於是往反若干次，其強度每次遞減，直至平衡而已。”亨利氏得此結論，係由觀察來頓瓶放電時，對於鐵針之不規則磁化而來。待至 1853 年，登 (Lord Kelvin) 氏發表其數理結果，始將亨利氏結論證明。登氏證明放電之性質，與電阻  $R$ ，電容  $C$ ，及自感應  $L$  有關，放電之頻率，可以公式

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

表之。假定  $R^2/4L^2$  之值較  $1/LC$  為甚小。則頻率為

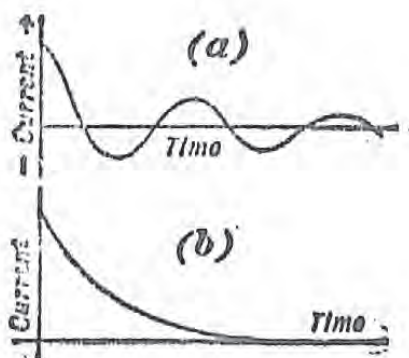
$$n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

或週期為  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ 。一般言之，若放電電路之電阻不大，則放電為振動的，但此振動阻尼甚速耳。當電阻  $R$  大時，則方根號內之項為負的，頻率變為無理數。如是，則放電為單方向的，消逝殊快。圖 453 a 及 b，為表示此二種放電之曲線。

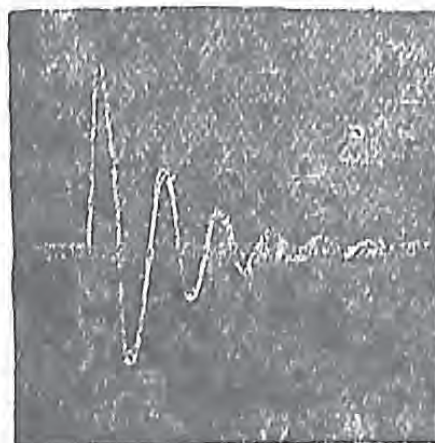
1858 年凡得僧 (Fedderson) 氏用旋轉鏡研究放電火花，證明火花係由一羣交互的及漸弱的閃光構成，於是登氏理論得一明證。此種閃光，已照成像片。圖 454 所示之照片，為表示來頓瓶放電之振動性。此片為塞奈克 (Zomneck) 氏以布勞恩氏管為示波器所照出者。

蓄電器之放電，頗似一端夾緊的彈性桿之振動。擠而放之，則桿繞其平衡位置往復振動，漸失其能，終至停止。但若將此桿浸於機油內，因

油所逞之抵抗殊大，故桿漸漸返回其平衡位置，而不振動。倘桿無慣性，則必不能振動，蓋因其無從獲得動能也。桿之有慣性，猶蓄電器之有自



■ 453



■ 454

感應  $L$  也。桿之有剛強性 (stiffness)，猶蓄電器之有電容  $C$  也。桿無剛強性，亦不能振動，蓄電器無電容，則對於電子之運動，不逞抵抗 (§ 399)。

572. 無阻尼振動發電機——產生無阻尼電振動之最直接方法，為利用交流發電機 (§ 555)，但欲得高頻率，則發電機必須有多數磁極，且必須速度甚大。故製此種高頻率發電機，製造上自不無嚴格之限度。最成功的高頻率交流機，美國已有亞力山大生 (Alexanderson) 氏發電機。每秒 100,000 個循環，每分鐘旋轉 20,000 次。

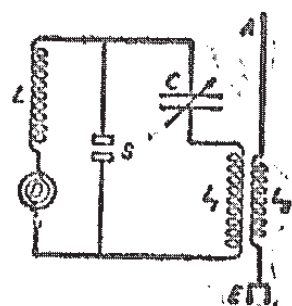


圖 455

至於高功率 (high-power) 無線電報局所用者，有為保羅僧 (Poulsen) 電弧，所生者為阻尼波。其設備如圖 455 所示， $S$  為電弧發生處， $D$  為供給電流之發電機。蓄電器  $C$  及自感應  $L$  與電弧並聯。電弧之變化，生  $CL$  電路之阻尼振動，轉而使放送電路

$A$  內生同樣之振動。此種設計，原為愛里胡·湯姆孫 (Elihu Thomson) 之計畫，氏曾利用  $S$  處之火花放電。杜得耳 於  $S$  處用二硬碳棒，以生“放電弧” (singing arc)，此為永久振動發電機。保羅僧氏 加以改良，用銅與碳為電極，弧之週圍，充以無水炭氣。

三極真空管在振動電路內之用途，係產生無阻尼振動，將於 § 578 中述之。

573. 電振動及電波，共振——1888年，赫茲 (Heinrich Hertz) 證明生電振動之博專租，乃週圍空間之電波源，此等電波可由一同樣電路之振動檢驗之，此同樣電路，名曰共振器 (resonator)。圖 456 所示，為赫茲

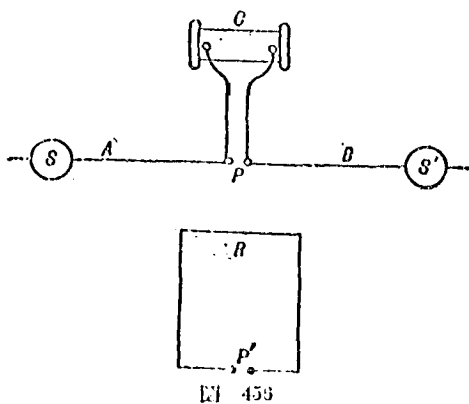


圖 456

氏設備之一。放電桿  $A$  及  $B$  連於感應圈  $C$  副圈之兩端，以放電缺口  $P$  隔之。金屬球  $S$  及  $S'$  可在桿上滑動，故放電電路之長可以改變。赫茲 氏所用之接收電路或共振器，為一線圈  $R$ ，於火花缺口  $P'$  處拆斷。若二電路“調諧” (in tune) 時，則  $P$  處放電， $P'$  處亦生火花，第一電路之振動，生第二電路之振動。此現象頗類於兩音叉之共振。倘兩音叉為同音



調的，則音叉  $A$  發出之音波，可使音叉  $B$  振動。振動器發出之電波，亦可使共振器發生電波，倘二電路為“調諧”，即由  $LC$  之值所定之自然頻率相同也。

圖 457 所示，為表演電共振之著名教室實驗，為勞奇(Lodge)氏所發明。 $A, B$  為兩個相同的萊頓瓶；瓶  $A$  有一線圈  $L$ ，為放電電路， $P$  處之兩金屬球間為缺口。以小靜電感應機或感應圈使瓶充

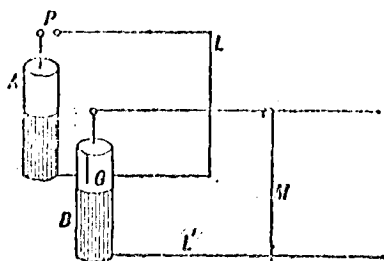


圖 457

電。以線圈  $L'$  連結瓶  $B$  之內外層， $L'$  之自感應可以滑線  $M$  改變之。用一鋁箔片，使  $B$  之內外層留一小缺口  $G$ 。當二電路調諧時，則  $A$  之放電，可使  $B$  振動，由  $G$  處之亮火花可證明之。

由 § 493 及圖 308  $a$  與 308  $b$  所示之湯姆孫(J. J. Thomson) 氏的電磁場現象之解釋，可知由電振動所生電波之機構。法拉的長管連結陰陽電荷。當電荷振動時，則先於某一方向生此等管，再於反對方向生之，此等管放出之速度與光速同。於是有脈動磁力，與動的法拉的長管成直角，故此波乃由成直角的振動電波及振動磁波構成。

574. 光之電磁說——赫茲利用其火花檢波器，證明電波受金屬平面或曲面之反射，與光波之反射定律同；電波通入松香，白蠟，及其他介質的稜鏡而折射；且用金屬光柵亦可使電波極化，故電波亦為橫波。氏由其振動器之因次，測電波之波長，而計算其頻率；由公式  $v = n\lambda$ ，求出電波之速度等於光速。赫茲氏電波之波長約為 8 至 9 米。長途無線

電報所用之電波，恆為數千米長。最短之電波，波長約為 2 毫米，或十倍於最長的紅外線 (infra-red) 之波長 (§ 734)。

赫茲氏實驗前二十年，馬克士威氏即如光波為波長最短之電磁波。馬克士威氏由理論推算此等波之速度等於  $1/\sqrt{k\mu}$  釐米/秒) 此處  $k$  為介質之比電容， $\mu$  為介質之導磁係數，二者皆以靜電單位或電磁單位表之。對於空氣而言，如此算得之速度，與光速相符 (§ 644)。對於透明物質， $\mu$  之值約等於 1，故此比電容  $k_1$  之物質，對於比電容  $k_2$  之物質，折光率 (§ 667) 為  $n = \sqrt{k_2/k_1}$ 。此關係式亦曾於許多場合之下證實，但  $n$  與波長有關，故此種實驗有時亦成困難。

赫茲氏振動器所生之電波，為平面極化波 (plano polarized wave) 即電振動在一平面內，磁振動在另一平面內。在  $P$  處，有一交流靜電力在圖之平面內，及一交流磁力與圖面鉛直。此二者組成波前之振動，平面極化光波之構成，與此相同。故由波動之性質，電磁說足以補充光之波動說。

575. 導線上之電波——圖 458 所示，為赫茲氏振動器之一種，經赫

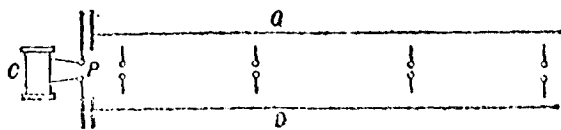


圖 458

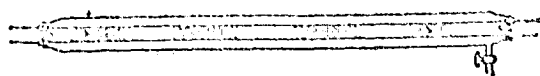


圖 459

赫爾 (Lecher) 氏加以改良，用以表演導線上之電波。缺口  $P$  因靜電感  
 應作用而放電，所生之電振動所生之波，沿導線  $C, D$  而傳播，又沿線而  
 反回。故進前之波與反回之波，發生干涉，而成駐立波 (§ 253)，與風琴  
 管中之駐立波相同 (§ 609) 使一小缺口在導線上滑動，可以檢出節與  
 腹，或用亞龍士 (Arons) 氏方法，如圖 459 所示亦可。亞龍士將二導線  
 封閉於真空玻璃管中，放電處即腹，而黑暗處即節也。

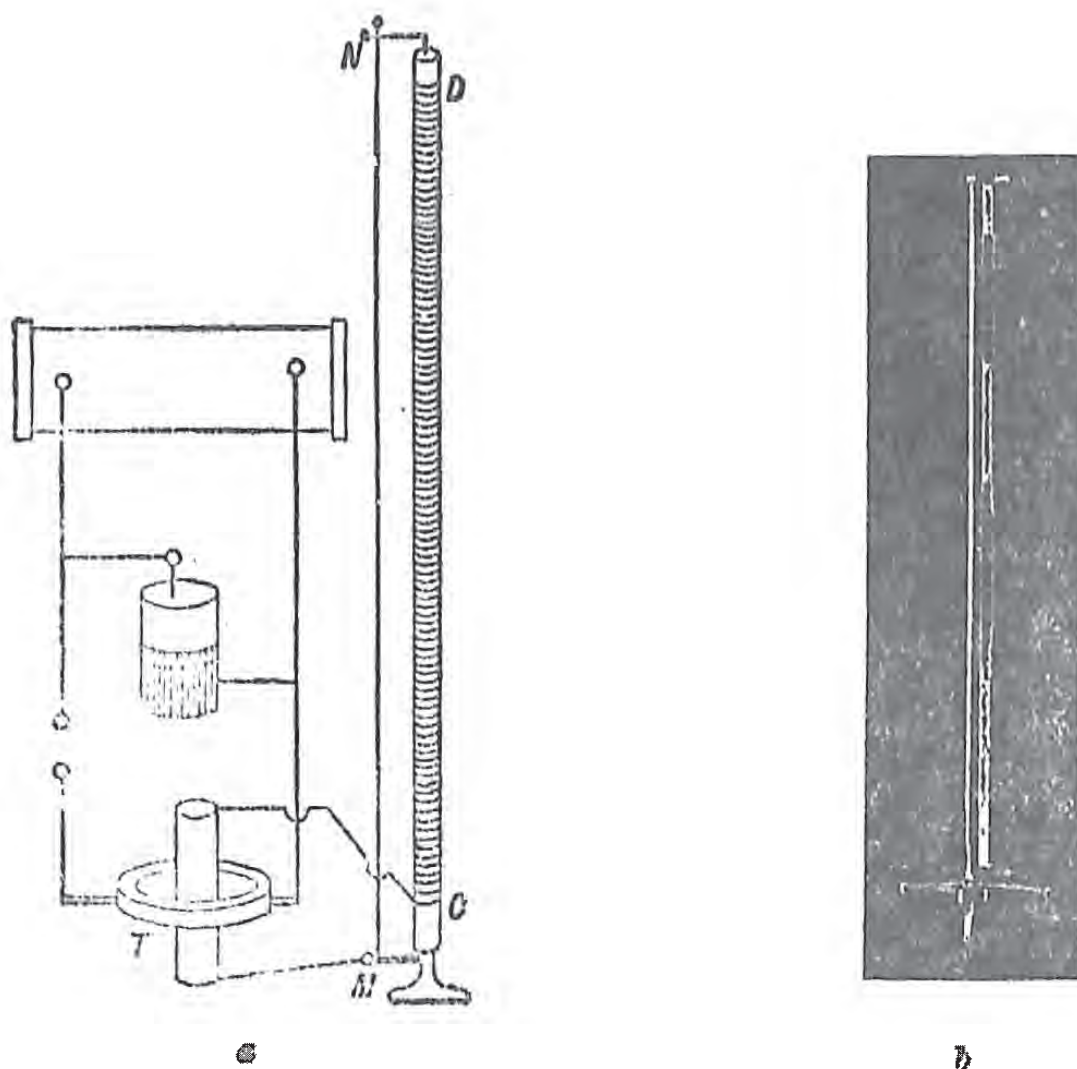


圖 460

圖 460 所示，為席布特 (Seibt) 氏所設計之美麗的教室實驗，圖中  
 $T$  為武斯拉氏變壓器，用作振動器， $CD$  為共振線圈，以示駐立波。 $CE$   
 為鉛直線圈，約高 2 米，以絲包皮線圈繞於木髓心之上。 $MN$  為一伸直

導線，與  $CD$  平行，且與之絕緣。在暗室內，其所示之腹與節非常顯著，如圖 460  $b$  所示是也。

如圖 458 所示之勒赫爾氏儀器，連貫二電路者為靜電力，而席布特氏儀器中，連貫二振動電圈者為電磁力。此種連貫通稱之曰“耦合”(coupling)，第一種稱謂靜電耦合(electrostatic coupling)，第二種稱謂電磁耦合(electromagnetic coupling)。倘安置二線圈，使此一線圈之磁力線盡通過或幾乎盡通過彼一線圈，則稱其耦合為“密”(close)。若為疏耦合(loose coupling)，則互感頗小。若以靜電電容通用於二電路，亦可得疏耦合及密耦合。

576. 無線電報——無線電報為馬可尼(Marconi)氏於 1895 年所發明，氏當時僅為二十歲之青年，氏利用赫茲氏電波，首作遠距離無線電傳信之實驗。1899 年，氏傳送無線電信橫過英國海峽 32 哩之遙，又於 1901 年，由英格蘭傳無線電信至紐芬蘭。此等早年成功，皆由赫茲氏原始儀器改良而來(圖 456)。振動器改為鉛直導線，或導線組，下端與地相連。此線稱為放送天線(antenna)。當時仍以蓄電器為電振動發生機，但所用之功率較巨耳。受信電路為與放送天線同樣之天線，以“粉末檢波器”(coheror)為檢波器(dotector)(圖 461)。馬可尼氏所用舊式設計之一，如圖 462 所示。

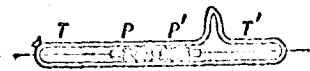


圖 461

馬可尼氏式粉末檢波器之構造，為一小玻璃管  $TT'$ ，如圖 461 所示，管內裝有二銀製電極，中間隔以少量之綠銅粉。馬可尼氏又發現者將管內空氣抽去，則可增加粉末檢波器之功用。布蘭勒(Brannly)氏於 1900 年發現鬆硫之金屬粉，對於普通電流所遇之電阻為無限大，但在電流作用下，則忽變為良導體。倘擊之，或震之，則又失其導體作用。粉末結連，

因交電波所生極微火花之銜接作用而來。粉末檢波器之作用無選擇性，即無論對於何種波長之電波皆與之相應也。

577. 電振動檢波器，無線電報，無線電話——為需要較火花或粉末檢波器更靈敏更可靠之檢波器計，曾引起許多檢波器之發明。此種檢波器，幾乎各種電流之效應皆曾試過，但現實實用者，僅有兩種，即晶體檢波器與真空管檢波器也。就靈敏言，現在用於商業上者，只有真空管檢波器。晶體檢波器及真空管檢波器，皆只使電流通過一方向，故皆為電振動之“整流器”(rectifier)；二者皆用以與收話器(telophono receiver)

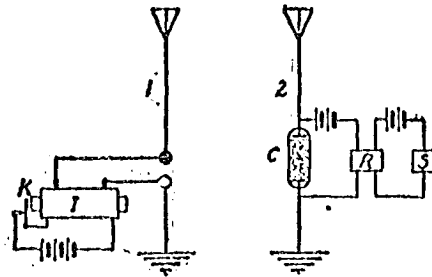


圖 462

相連接 (§ 563)。因收話器膜片有慣性及剛強性，故不能與射電頻率之振動電流相應。即使膜片之構造上可與此等高頻率相應，但所成之

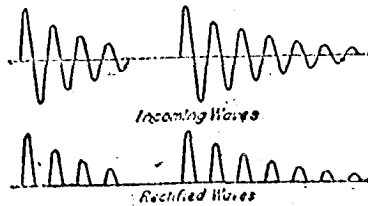


圖 463

聲，亦必超乎人耳聽覺之外。故吾人須有與收話器及耳相應之成音頻率之振動焉。假如只須傳送記號，例如無線電報，則可用火花發電機之阻尼波。圖 463 之上圖所示，卽此種阻尼波也，無線電中之此等波，其頻率恆爲每秒數百萬次，故在收話器內，不生效應。但若已經矯整，如圖 463 之下圖所示，則成爲一組單方向之連貫脈動波。收話器固不能與各個脈動波相應，但可與一羣脈動波相應，對於每羣脈動波，發一响嗒之聲。此响嗒聲之長短，可由放送火花之久暫改變之。故模斯 (Morse) 無線電報之點線記號，可以放送，亦可以接收。

無線電傳話及傳音樂所用者爲無阻尼波，如圖 464 之上半所示者是也。若此等波矯整後，則成一羣單向脈動，但只能將收話器膜片拉向一邊，而不能使之振動。但此原始之無阻尼波，可名之曰“載波”(carrier wave)，可另加一成音頻率之波，以“轉調”(modulated)之。圖 464 所示，第二波卽成音頻率波，亦卽通常之音波，第三波卽載波與成音波相加之合成波。收話器可與此合成波之振動相應，卽可與成音波相應也。爲靈敏度及選擇性計，收音電路之曾經設計者，不知凡幾。常用者爲

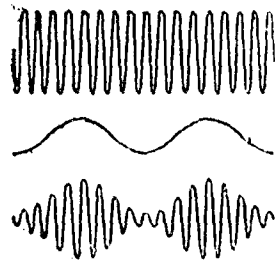


圖 464

傳話器或傳話揚聲器 (telephonic loud speaker)。將收音器直接或間接插入放送天線電路，以轉調載波。故無線電話與無線電報之分別，卽無線電話所用者爲無阻尼波也。真空管檢波器有兩種，卽二極真空管及三極真空管。

二極真空管之構造為一抽空玻璃球  $V$ ，碳絲或鎢絲，以電池  $B$  燒之，及一金屬板電極  $P$ ，電極極為圓筒，包圍燈絲。熱絲放出電子 (§526)，故管只在 $\rightarrow$ 方向有傳導性，即管儼如一電振動之整流器。二極真空管之用法如圖 465 所示，但今已全代以三極真空管矣。

三極真空管 (圖 466) 之構造，為一抽空程度極高之玻璃球，熱燈絲  $F$ ，板極 (plate)  $P$ ，及“柵極” (grid)  $G$ 。柵極位於燈絲及板極之間。

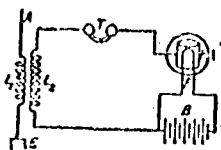


圖 465

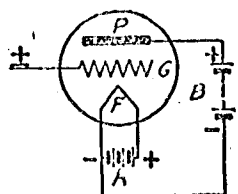


圖 466

以電池 (名曰  $A$  電池) 燒燈絲，燈絲放出電子；另一電池 ( $B$  電池) 連於燈絲與板極之間，正極連於板極，負極連於柵極。電子自燈絲流向板極，而成電路之一部分。施於柵極之電

壓，控制自燈絲至板極之電子流。假如柵極為負，則柵極排斥電子，而板極電流減小。若柵極為正，則板極電流增大。配置適當之真空管，柵極電壓之微弱改變，可生板極電流之巨大變化。故真空管可用作放大器 (amplifier)，或

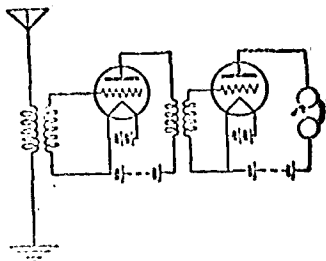


圖 467

響音器。由某種耦合，將板極電流連於第二真空管之柵極，則可得二次放大，此連結如圖 467 所示。無論放大若干次，理論上皆屬可能，但實用

上，放大五次或六次即足矣。

晶體檢波器 (crystal detector)，係利用晶體所具之特性，如鉛礦 (galena)，矽 (silicon) 鉀等是也。若將任一晶體連入電路，通過一方向之電流大於通過他一方之電流，如是，若電流為交流，則每一電波之半通過，一半被截，如圖 403 所示是也。如圖 408，將晶體夾起，以金屬尖觸晶體面。晶體之整流性，大半由於金屬尖與晶體接觸生熱電動勢所致。圖 409 所示，為放送天線電路之裝置，*B* 為晶體，*T* 為收聽器。實用上，晶體與收聽器，須裝於耦合電路內，即具有自感與電容以成調和之電路也。

### 578. 三極真空管用作發電機——三極真空管

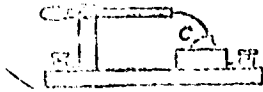


圖 403

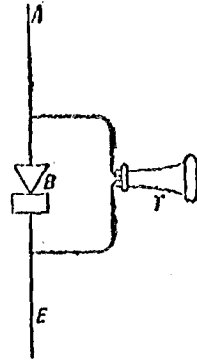


圖 409

亦可用作無阻尼振動發電機。圖 470 所示，為用三極真空管作電機之裝置，板電路及柵電路均與天線耦合。柵電路內之任何變化，皆可使板電路內生變化，板電路之變化，作用於天線，轉生柵電路之變化，如此互生不已。至振動之週期及振幅，則視真空管及電路之性質而定。所須之能，當然由電池供給。此無阻尼振動使放送天線振動，而生無阻尼電波。用以發生電振動及電波之“功率管” (power tubes) 極可生數百瓦之出能，且可使之生任何之出能，以符需用。

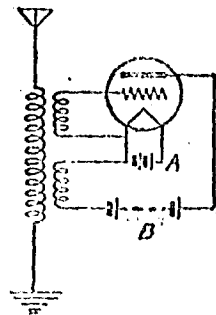


圖 470

無阻尼波在廣播無線電上之用途，不僅有使無線電報為可能，且較阻尼波之效率大；無阻尼波用連續之較低功率，不用間歇之較高功率；



無阻尼波亦可使放送電路與接收電路之調和較為顯著，以增加選擇性。

579. 無線電之應用——馬可尼氏曾發明長途無線電裝置，即可謂定向無線電 (dir. cted wireless) 也，定向無線電所用電波之波長，約為 100 米。放送天線裝於圓柱拋物面之焦線上 (focal line)，故送出之電波為平行線束。拋物面說，非由固體構成，係用線網組成，線與天線平行，而分佈於拋物面上。接收天線亦可同樣裝於線網鏡之焦線上。馬可尼利用波長約 32 米之波束，於 1921 年，使英格蘭與奧大利亞間通電報，發報局僅用 15 k. w. 之功率，天線亦較低。英格蘭與加拿大間亦通定向無線電。超波無線電有放送迅速，收發清晰，且不受外界騷擾之優點，故較優於前述之長波無線電。

輪船及飛機之探向 (direction finding)，亦為無線電最可貴之應用。於指定地點，放射定向台 (radio beacons)，射電指向台由若干高塔組成，每塔皆有二鉛直天線。諸塔所成之角度，通常約為  $135^\circ$ ，各塔皆發射定向電波，即一方較強之電波也。每組電波各具有其特殊頻率。若飛機沿二電波束之等距飛行時，則接收二者之信號，強度相等。若在此線之外，則一邊之信號較他邊為強。振蕩明示器，為美國度量衡局所製，為測定信號相等與否的明示器之一種。與二天線之轉調頻率相調諧。若發之振幅相等，則信號之強度必相等，飛機必在適當之路線上飛行。

指導輪船之設備，原理上與指導飛機同。指向台之構造，為一單環天線。繞一鉛直軸作等速旋轉。此旋轉環放出之電波，具有特殊變化。與燈塔之旋轉光放出之閃光相似。放射電指向台所放之信號，與無線電話連絡，對於航行之安全，大為增進，濃霧之下，航行近海，尤利航之。

580. 電攝影，電視——電攝影 (picture telegraphy) 用有線電或無線電傳送攝影。有一種表演電攝影原理之法，因影係在一照像片上，此片在一直線內上下運動，使片之每一小部分順次為一狹光線所照射，此狹光線即所謂逐步照射光線 (scanning beam) 也。經過某小部分之光，與該部分之透明性成比例。此光照於光電池上 (§ 580, 圖 391)，故所生之電流，亦與照像片之透明性成比例。電流受適當之放大後，定能接收處熒燈 (neon tube) 之光，熒燈之閃光照射接收攝影片之各小部分，接收攝影片與原照片之運動相應。故圖片之每一小部分，分別順次傳送。圖片及逐步照明板之運動，由非常同步之電具機管理之。

電視 (television) 之人物，為一運動迅速之逐步照射光線所射之。由人物各部所發之光，分別順次反射於光電池。光電池所生之電流控制接收處熒燈之光，與電攝影同。若此順次之閃光，互相連接，是夠迅速，(例如每秒約 10 次)，則因留像作用 (persistence of vision)，目所見者，即為原來人物之像。

## 電 單 位 之 因 次

581. 電單位之種類——綜合前述，電單位有三種形，即靜電單位，電磁單位，暨實用單位也。實用單位特定義為電磁單位之倍數，倍數之選擇，務使之便於電學專門應用上之計算。靜電單位與電磁單位，皆為絕對單位，絕對單位者，與基本單位——長度單位，質量單位，及時間單位 (§ 510)——有簡單關係之單位也。下表所示，為實用及絕對電單位之關係。

## 電 單 位

單 位	實用單位之名稱	實用單位之數值	
		絕對電磁單位 in C. G. S. E. M. U.	絕對靜電單位 in C. G. S. T. S. U.
電流(current)	安培(ampere)	$10^{-1}$	$3 \cdot 10^9$
電量(quantity)	庫倫(coulomb)	$10^{-1}$	$3 \cdot 10^9$
電壓(electromotive force)	伏特(volt)	$10^8$	$1/(3 \times 10^{12})$
電阻(resistance)	歐姆(ohm)	$10^9$	$1/(9 \times 10^{11})$
電容(capacity)	法拉(farad)	$10^{-9}$	$9 \cdot 10^{11}$
自感應(inductance)	亨利(henry)	$10^9$	$1/(9 \times 10^{11})$

有單位因次之研究， (§ 151)，始有電數量及磁數量性質之清楚觀念，及發現象與其他現象之清楚觀念。例如馬克士威氏比較電單位與磁單位，而發明電效應與光效應之相同性，大有助於氏之光之電磁說 (§ 574)。光之電磁說，又為赫茲氏著名的電波及其性質之實驗的理論出發點 (§ 573)。

下表所示，為五種較普通的靜電單位及電磁單位之因次。

名 稱	記 號	靜 電 的	電 磁 的
電量	$q$	$L^{3/2}T^{-1}M^{1/2}K^{1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}K^{-1/2}$
電極	$m$	$L^{1/2}M^{1/2}K^{-1/2}$	$L^{3/2}T^{-1}M^{1/2}K^{1/2}$
磁場	$H$	$L^{1/2}T^{-2}M^{1/2}K^{1/2}$	$L^{-1/2}T^{-1}M^{1/2}K^{-1/2}$
電流	$I$	$L^{3/2}T^{-2}M^{1/2}K^{1/2}$	$L^{1/2}T^{-1}M^{1/2}K^{-1/2}$
電位或 電動力	$\left\{ \begin{array}{l} V \\ E \end{array} \right.$	$L^{1/2}T^{-1}M^{1/2}K^{-1/2}$	$L^{3/2}T^{-2}M^{1/2}K^{1/2}$

由定義或由數量間之方程式，推演以上因次之法，與力學上所選之法相同 (§ 104)。單位電量之定義，為靜電單位系之起點，單位磁極之定義，為電磁單位系之起點 (§ 372)。

比較電量之靜電單位及電磁單位，則得比率  $L^2/T^{-1}M^1A^1V^{-1} \div L^1/M^1A^1V^{-1} = LT^{-1}k^2/\mu^2$ 。但  $LT^{-1}$  為速度 (§ 150)。此速度“ $v$ ”亦發現於其他單位之比率內，但不恆為一次。但定於真空內以靜電法及電磁法測定某電量，則  $k$  及  $\mu$  各等於 1，速度“ $v$ ”之值可以測定。韋伯 (Weber) 氏及寇拉士 (Kohlrausch) 氏於 1850 年，利用由密電器之電容及電位 (§ 410)，測定密電器之電量，並利用此同電量通過銜電流計放電， (§ 402) 以測定  $v$  之值。得  $v = 310,704,000$  米每秒。在差誤之限度內，此值與光之速度相同。晚近種種測定，此等相等業經確立。光之速度與靜電單位及電磁單位比率之密切關係，已證實馬克士威氏之光之電磁說矣 (§ 574)。

倘有作者所述之因次表，與上述者異。但無論何種，要皆視諸量如何定義而定。根本需要，即須必自圓其說而後可。上述之單位系，係根據法拉的氏，馬克士威氏，湯姆孫氏與哲司 (Jeans) 氏之意見。

### 參考書

- Gilbert, Sir William. "Do Magneto," translation.  
 Franklin, Benjamin. Letters on Electricity.  
 Faraday, Michael. Experimental Researches in Electricity.  
 Maxwell, James Clerk. Treatise on Electricity and Magnetism.  
 Hertz, Heinrich. Electric Waves.  
 Thomson, J. J. Conduction of Electricity through Gases.  
 Rutherford, Lord Ernest. Radioactivity.  
 These may be regarded as the electrical "classics".  
 Starling, S. G. Electricity and Magnetism.  
 Page and Adams. Principles of Electricity.  
 Ewing. Magnetic Induction.  
 Williams, S. R. Magnetic Phenomena.  
 Crowther. Electrons, Ions and Ionizing Radiations.  
 Millikan, R. A. The Electron.  
 Thompson, G. P. The Atom.

The above are on experimental electricity and magnetism.

Jeans, J. H. Electricity and Magnetism.

Webster, A. G. Theory of Electricity and Magnetism.

Thomson, J. J. Mathematical Theory of Electricity and Magnetism.

The above are theoretical treatises.

Picming, J. A. Principles of Electric Wave Telegraphy.

Merceraft. Principle of Radio Communication.

Two of many books on the application of electric waves.

Encyclopedia Britannica, fourteenth edition.

The electrical articles are by masters and form in themselves a very valuable and complete reference library in electricity and magnetism.

## 習 題

1. 設有一磁鐵，其兩極相距 6 釐米，其極強為 160 e. m. u.，試求在連結兩極之直線的鉛直平分線上，距磁鐵 40 釐米某點之磁場強度。答 .0148 e. m. u.；1.19 達因。
2. 一磁鐵  $NS$  30 釐米長，鉛直置之，每極之強度為 9 單位。問在離上一極水平 20 釐米處一單位極所受之力為何？問此力之水平分強度為何？答 .02 達因；.019 達因。
3. 設在磁鐵  $NS$  之鉛直平分線上，有一點  $P$ ，距  $NS$  30 釐米遠。作用於  $P$  點 8 單位極強之力為 3 達因，問磁鐵  $NS$  之磁矩為何？答 10,125 m. u.
4. 設懸掛一磁針  $NS$  與地磁場作  $60^\circ$  角所需之力矩為 1.2 達因-釐米；地磁場之水平分強度為 0.2。問磁針之磁矩為何？答 6.9 m. u.
5. 設有一短磁棒，使其磁軸與地磁子午線鉛直，且通過一羅盤針之中心。在  $X$  處所時，磁棒中心距羅盤針中心之距離為 40 釐米，磁針之轉角為  $\phi$ 。在  $Y$  處所時，磁棒距磁針之距離 35 釐米，轉角亦為  $\phi$ 。試比較兩地之地磁水平分強度。答 其比為 1.49.
6. 在印度拿波里 (Indianapolis) 地磁場之水平分強度為 0.2，在明尼亞波里 (Minneapolis) 為 0.18；若磁針在印度拿波里 5 分鐘振動 100 次，問在明尼亞波里，其週期為何？答 3.16 秒。
7. 設懸掛磁鐵與地磁子午線成  $20^\circ$  之角，與磁內需有  $180^\circ$  之扭力；因欲生與地磁子午線成  $45^\circ$  之角，必須予懸線以若干度之扭力。
8. 在伏角為  $70^\circ$  之處所，水平磁針每分鐘振動 40 次，伏角為  $60^\circ$  之處所，每分鐘振動 50 次。已知第一處之總強度為 0.6，問第二處之總強度為何？答 0.61 m. u.
9. 設一短磁棒之中心在正方形  $ABCD$  之  $A$  角，其磁軸與  $AB$  邊在同一直線內。磁棒之磁

矩為 400，正方形一邊之長為 60 釐米；試求此張率在  $B, D$  兩角所生之張力強度。

答 .0037; .00185.

10. 設有二小球，各重 0.1 克，帶相等之電，以及 80 釐米之絲線二條，懸於同一點上。若二球四相斥放，分開 8 釐米遠，試求各球所帶之電荷為若干。 答 17.7 c. r. u.

**靜電場**

11. 設有 +90 及 -40 二電荷，相距 30 釐米。試求在連結二者之直線上，距負電荷 60 釐，距正電荷 90 釐米之點之電場強度，又若於該點置一 +20 單位之電荷，試算作用此電荷之力。

12. 設有二帶電小球，當其相距 2 釐米時，互以 10 達因之力相斥。假定二倍兩球之一之電荷，並二倍兩球間之距離，問相斥之力為何？ 答 5 達因。

13. 檢測 10 單位之電荷，自電位為 25 之點至電位為 40 之點，問作功若干？

14. 設有一來頓瓶，其電容為 10 靜電單位，將其電位由 -10 靜電單位增至 +15 靜電單位，試算出所需之功。 答 1625 厄格。

**電容**

15. 設有兩球，其中徑為 3 及 8 釐米。若用細導線連之，問 60 單位之電荷在兩球上怎樣分佈？

16. 設有一直徑 2 毫米之水珠，其電位為 100，問其上之電荷為何？今有兩個此種帶之小珠合而為一，假若電荷無損失，問合成水珠之電位為何？若有三小珠合而為一，問最後電位為何？ 答 10 靜電單位電荷；150 靜電單位電位；208 靜電單位電位。

17. 一來頓瓶， $\frac{1}{4}$  釐米厚，半徑 3 釐米，高 9 釐米。假定玻璃之介質常數為 6，試求其電容。設電位差為 15 靜電單位時，求各片之電荷。

18. 一若電器，由 10 片板組成，每板之面積為 20 釐米  $\times$  30 釐米，每兩板間之空隙為 0.4 釐米。試求其電容。 答 10,170 靜電單位。

19. 今有兩個平行板蓄電器並聯。一為 15 片平行板所組成之空氣蓄電器，每片長 11 釐米，寬 5 釐米。兩片之間隔為 3 毫米；他為 10 片之雲母蓄電器，每片 22 釐米長，15 釐米寬，兩片之間隔為 0.5 毫米，雲母之介質常數為 8。試求每蓄電器之電容，及二者之合成電容。

答 204; 37,815; 38,019 靜電單位。

20. 設有半徑為 10 釐米及 10.3 釐米之同心球二，間以空氣，而使之帶電至電位差為 50 伏特。問電量為若干？ 答 57.2 靜電單位。

21. 設有半徑為 10 釐米之圓板一對，在空氣中相距 2 毫米，使之帶電至電位差為 20 伏特。當其與另一米帶電之蓄電器並聯時，電位差降為 8 伏特，試求第二蓄電器之電容。

答 708 靜電單位。

22. 試求由兩個長 32 釐米，寬 22 釐米的矩形導體，在空氣中相距 0.2 毫米，所組成之蓄電器之電容。 答 280 靜電單位。

23. 設將問題 22 之空氣代以介質常數為 7 之玻璃片，0.2 釐米厚，若電位差為 20 靜電單位時，試求各片上之電量。 答 39,200 靜電單位。

24. 試求令半徑 5 釐米之絕緣金屬球，帶 20 靜電單位之電所需之功之厄格數。 答 40 厄格。

25. 一圓線圈，直徑 30 釐米，共有 20 圈。試算當 10 安培之電流通過線圈時，圈中心之磁場強度。 答 8.4 高斯。

**電流之磁場** 26. 設有一線圈，直徑 24 釐米，負有 0.5 安培之電流，試求在線圈之軸線上，距圈中心 1 釐米處之磁場強度。 答 113 高斯。

27. 設在問題 26 線圈之中心，置一 50 電磁單位之磁板，試求該磁板所受之力。

28. 設有一圓線圈，圈面與地磁子午線成正交。置一小磁針於圈之中心而數其振動次數：(a) 當線圈內無電流時，每分鐘有 40 次振動；(b) 當電流在通過線圈時，每分鐘振動 30 次，(c) 當電流為 5 時，每分鐘振動 20 次。問 (a) 及 (c) 之相對強度為何？

29. 一細長螺線管，50 釐米長，有螺線 300 圈。當線圈內電流為 7 安培，中心之磁場為何？

答 52.8 高斯。

30. 設有一螺線管長 80 釐米，共繞螺線 400 匝，試計算在管之中心生一等於 0.0 高斯之磁場所需之電流。

31. 一鐵環，其平均直徑為 20 釐米，其截面積為 18 方釐米。設其上繞有 600 匝之線，而通過之電流為 10 安培。若鐵之導磁係數  $\mu=200$ ，問磁感應  $B$  為若干？磁感線為若干？

答  $B=24,000$ ;  $N=432,000$ 。

32. 設有一正切電流計，其線圈之直徑 18 釐米，有線 7 匝，置於強度為 0.108 力線每方釐米之磁場中，計求磁針偏轉  $45^\circ$  之電流。 答 0.4 安培。

**電流計** 33. 一正切電流計之線圈，直徑為 34 釐米，有線 1 匝，所負之電流為 16 安培。設其磁針之磁矩為 1.5，問作用於磁針之力為何？

34. 一正切電流計之線圈直徑為 10 匝，用於地磁強度為 0.19 之地點。今欲其磁針偏角之正切與電流之安培數為正比，問線圈之半徑應為若干？ 答 33 釐米。

35. 設有 6 安培之電流，在 12 歐姆電阻之電路內流通，問所需之電動勢為何？總功之厄格數為何？又以焦耳計為若干？電功率之瓦數為何？

功作及歐姆定律

36. 設有三電磁鐵，其電阻為 50, 76 及 11 歐姆，平結之，通過三者之總電流為 2 安培，問通過每一電磁鐵之電流為何？ 答 .32; .21; 1.47 安培。
37. 某電路之總電阻為 80 歐姆，插入另一導線，則電阻為 66 歐姆；問此另加的導線之電阻為何？
38. 某電路有電阻為 50, 30 及 10 歐姆之支路三。加入第四支路後，則總電阻為 2 歐姆。問第四支路之電阻為何？ 答 2.88 歐姆。
39. 一發電機，於 110 伏特下，生電流 100 安培；問其功率之瓩數及馬力數各為何？
40. 某電流計之電阻為 126 歐姆，加入 14 歐姆之分路，問此加分路之電流計之電阻為何？
41. 賈登斯吞安培計，已知 .00013 安培通過線圈，生一單位分度之轉角。假定線圈之電阻為 5.60 歐姆，則欲外路內 .01 安培生一單位分度之轉角，分路之電阻如何而後可？ 答 .0738 歐姆。
42. 今欲將 600 盞並聯的白熱電燈，每盞所需之電流為  $\frac{1}{4}$  安培，燈極間之電位差為 110 伏特。假定總線之電位降落為 2.2 伏特，問總線之電阻為若干？總線內耗失之功率率若干？電源之功率為何，電壓為何？ 答 .0073 歐姆；660 瓦；33.66 瓩；112.2 伏特。
43. 電車上裝 220 歐姆電阻之電燈 5 盞，燈係串聯，問燈之總電阻為何？若電路兩端之電勢差為 550 伏特，問通過燈路之電流為何？電路內耗費之功率為何？若每盞時之值為 9 分，問此一小時直洋若干？ 答 1100 歐姆；0.5 安培；275 瓦；2.48 分每時。
44. 假掃雪機之動力電路需電流 50 安培，掃除電機需電流 80 安培，假定兩電路並結，橫連於 550 伏特之總線，試求所耗之總功率。若每盞時直洋 9 分，試求每小時費洋若干。 答 71.5 瓩；6.43 元。
45. 設某電路由 3 組電燈與聯而成，各組相隔 100 呎。最近一組距發電機 500 呎。每組電流 5 安培，導線之電阻每 1000 呎 0.1 歐姆。發電機之電壓為 112 伏特，試求每組燈之電壓。 答 110.5；110.3；110.2 伏特。
46. 某圖書館距電力廠之遠為 650 米，館內裝 55-1 瓦的電燈 200 盞。發電機之 e. m. f. 為 463 伏特。若總線上之電位降落不得超過百分之五，問總線之電阻必需為若干？假所用銅線之比電阻為  $1.5 \times 10^{-8}$  歐姆每釐米/釐米<sup>2</sup>，問總線之斷面積為何？試算供此電路的電機之總瓦數。原動機之馬力應為若干？ 答 0.932；0.209；方釐米；11,579 瓦；15.4 馬力。
47. 試求在 0°C. 時，長 1 米，直徑 1 釐米的水銀管之法定歐姆。 答 0.110 歐姆。
48. 長 1 呎直徑 1 毫(千分之 1 吋)的白銅線之電阻為 10.7 歐姆。問以歐姆每 釐米/釐米<sup>2</sup> 計，

其比電阻為何?

答  $1.78 \times 10^{-6}$  歐姆 釐米/釐米<sup>2</sup>。

49. 銅之比電阻為  $1.5 \times 10^{-6}$ ，鋁之比電阻為  $3.2 \times 10^{-6}$ 。銅之值每磅 18 分，今如以鋁與銅競爭，問鋁之值必如何方好？

答 每磅 27.6 分。

50. 假有三個電池，每電池之電壓為 1.4 伏特，電阻為 0.8 歐姆，設三電池串聯，試求電池組之電阻，並算出通過外電阻 9 歐姆之電流。

答 2.4 歐姆；0.368 安培。

51. 假定上題之電池並聯，而外電阻亦為 9 歐姆，試求電池組之電阻及所供之電流。

答 0.27 歐姆；0.15 安培。

52. 假有電池 20 個，每電池之 e. m. f. 為 1.7 伏特，內阻為 3 歐姆。試算出以下諸場合之電流：

(a) 電池串聯，外阻  $R=100$  歐姆。

(b) 電池並聯， $R=100$  歐姆。

(c) 電池串聯， $R=20$  歐姆；電池並聯， $R=20$  歐姆。

(d)  $R=20$  歐姆，電池分成 4 行，每行 5 個串聯。

(e)  $R=20$  歐姆，欲令電流為最大，電池應如何排列？

53. 假有一毫安培計，每分度相當 .005 安培，所具之電阻為 40 歐姆，共有 50 個分度。今欲用作伏特計，其額至 300 伏特，則須用若干電阻與之串聯？

答 1160 歐姆。

焦爾定律

54. 今須某電路內每分鐘生 1000 卡之熱，假極線兩端之 e. m. f. 為 110 伏特，問此電路必須具若干電阻？

答 173.4 歐姆。

55. 同一電流通過長 25 釐米，直徑 0.5 釐米之銅線，及長 500 釐米，直徑 0.6 釐米之銀線。問此兩線內所生熱量之比為何？(銅之比電阻  $=1.5 \times 10^{-6}$ ；銀之比電阻  $=9.9 \times 10^{-6}$ )。

答 .43。

56. 一均勻電流流過 10 分鐘而沉澱 4 克之銀；試算電流之強度。

答 5.0 安培。

57. 某電機供 30 安培之電流，問一小時內可沉澱銅若干？

電 解

58. 在  $0^{\circ}\text{C}$ ，76 釐米水銀之壓力，30 安培之電流，一小時內，由水之分解，可生氫若干立方釐米(在  $0^{\circ}\text{C}$ ，壓力 76 釐米時，氫之比重 = .000089)？答 12,700 c. c.

59. 導體橫切磁場運動，其中所生之感應電流方向，用楞次定律與用佛來赫法則所定者相同，試證明之。

60. 假有圓形線圈，直徑為 30 釐米，電阻為 0.1 歐姆。試求當其從與磁場成直角之位置轉至與之平行時，其中所流過之電量為若干庫倫，設  $H=20$ 。答 .0014137 庫倫。

電磁效應

61. 一圓形線圈，直徑為 40 釐米，匝數為 100，以其軸直徑為軸，每秒旋轉



- 5次，若地磁之水平份強度為0.2，試求其中之最大應電動勢。 答  $7890 \times 10^{-3}$  伏特。
62. 若伏角為  $70^\circ$ ，則當上質之線圈，以平行於地磁水平份強度之直徑為軸，每秒旋轉10次時，最大應電動勢為何？ 答  $43,232 \times 10^{-3}$  伏特。
63. 假地磁場之強度為0.6，伏角為  $70^\circ$ ，試算出在長120釐米，水平線速度25釐米每秒的車輪中之應電動勢。 答  $169,140 \times 10^{-3}$  伏特。
64. 設有一圓盤，直徑為60釐米，盤面與磁場平行，磁場為勻場，強度為10,000，問每秒必轉動若干次，可使其中心與邊緣間之應電動勢為5伏特？ 答 17.68 r. p. s.
65. 一銅盤，直徑10釐米，繞一鉛直軸每分鐘旋轉2000次。假地磁場之水平份強度為0.2，伏角為  $70^\circ$ ，試求盤心與盤面之電動勢。 答  $5740 \times 10^{-3}$  伏特。
66. 試繪一圓，用示在磁極之間，橫割磁場而振動的圓盤中應電流之方向。欲令應電流為最小，則此盤應如何擺之？
67. 設有一矩形線圈，其大小為10釐米 $\times$ 12釐米，可繞平分12釐米之邊的鉛直軸旋轉。設流過線圈之電流為8安培，磁場之水平強度為0.2。問當線圈面與磁場平行時，作用於圈之扭力為何？ 答 7.2 達因-釐米。
- 普通問題** 68. 設有二磁尺，當為無定向系時，其週期為10秒，但若調轉較前之一時，則週期為2秒。假定二者之大小同，試求其磁矩之比。
69. 欲使一懸掛磁線，與強度為5單位之磁場之方向成角  $60^\circ$ ，需20克釐米之扭力，問磁線之磁矩為何？
70. 設有一長方形磁尺，長10釐米，寬2釐米，厚2釐米，質量240克，在強度.25高斯之磁場內，每分鐘振動20次。問其極強為何？  $I = m(l^2 + b^2)/12$ 。
71. 某正切電流計，有兩套線圈。某量電流通入第一線圈，生  $20^\circ$  之轉角，同電流通入第二線圈，則生  $40^\circ$  之轉角；假設第一線圈有10匝，問第二有若干匝？
72. 設有一電流計，其電阻為200歐姆，分路之電阻為10歐姆，電路之電動勢為2伏特，今欲令通過電流計之電流為  $10^{-3}$  安培，問需用若干電阻與此計串聯？
73. 設有二同心線圈，其半徑為10與20釐米，位於磁子午平面內而串聯之。假定通過線圈之電流為2安培，(a)同方向；(b)反對方向；問其在圓心所生之磁場強度各為何？
74. 設有電路，由內阻為1歐姆之電池，與電阻為2及3歐姆之兩線圈串聯，電路內之電流為0.3安培。問電池之電動勢為何？問兩極端之電位差為何？
75. 當用10歐姆之電阻，將某電池短路時，電流為0.1安培；用25歐姆之電阻短路時，電流為

0.05 安培，電池之電阻為何？

76. 某金屬電話線（雙線），在局方測量時，其電阻為 3.6 歐姆。假定線為銅線，斷面積為 .2 方釐米，比電阻為  $1.5 \times 10^{-9}$  歐姆每立方釐米，問線線在何處短路？
77. 檢驗某“一歐姆”線圈，測得其電阻為 1.001 歐姆。30 號之康銅線每米之電阻為 9 歐姆。今欲校正此線圈，問需用若干長之康銅線與之並聯？
78. 設有一銅電解池與一銀電解池並聯，二者之電阻相等。另一銀電解池與二者串聯。同當沈澱 5 克之銀時。銅與銀各沈澱若干？欲令每極內銅與銀沈澱之質量相同，則銅及銀電解池電阻之比應為若干？
79. 設有鐵環，其平均週長為 40 釐米，其斷面之直徑為 2 釐米。環上繞線 150 匝，鐵之導磁係數為 900。試求使任何斷面有 10,000 條力線之電流。



# 聲 學

## 聲音之性質及聲音之傳播

582. 聲源——聞聲察源，出乎自然，且恆可察知其發自何物，此發聲音之物即所謂聲源 (source of sound)也。欲知物體如何發聲音，則可使物體發聲音而觀察之。擊巨鐘使之發音，或用提琴弓拉玻璃鐘使之發音，則見觸於鐘邊之輕擺，與鐘忽觸忽離，跳躍不已。試取金劇桿一，如圖 471，緊夾其中點，以布蘸松香擦之，使之發音，則觸於桿端之輕擺，受桿端之打擊，忽觸忽離。握提琴於手中，彈之或拉之，則手即能覺琴身之振動，琴身之振動，雖不可見，絃之振動，則易看出。

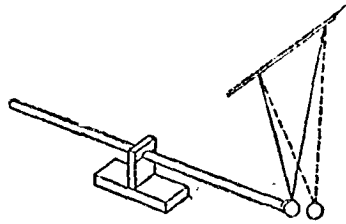


圖 471

總上所述，則凡發聲音之物，必在振動 (vibration) 狀態之下。振動往往甚微，或消滅甚快，故不易查出。但以錘擊釘，錘必暫時振動，釘釘之板，亦必暫時振動，勿庸惑疑也。

583. 傳聲音之介質——遠來之聲音，清晰與否，視大氣之情形及風向而定，人皆知之。故知空氣為尋常傳聲之介質。置電鈴於抽氣筒受器

下，空氣抽出，聲音漸低，終至無聲，故真空不能傳聲音。若再將空氣或其他氣體放入，則鈴響如前。

液體及固體亦傳聲音，若於水下使二石相擊，覆耳於水面聽之，則其聲甚響。置鈴於長桌之一端，覆耳於桌之他端聽之，則其聲甚晰。礦工偶閉於井內，則以錘擊石，可送信號於井外。覆耳於地，可聞遠來車馬之聲。畢陶芬 (Beethoven) 氏重於聽，利用手杖，一端觸提琴之身，一端觸其齒，以聽其自作之曲。

584. 聲音之性質——因聲源為振動之物體，故聲音在介質中之傳播，必為振動之傳播，即必為波動也，聲音不能如味然，藉由源發出之分子而傳播，蓋因聲音可隔壁而傳也。

波動可為橫的，如絃之往返運動是也，亦可為縱的，如螺旋彈簧之壓縮及伸長是也，亦可為二者之混合，如水波是也。氣體對於壓縮，有彈性抵抗，故可傳縱波；但對於形變，或切變，則不逞抵抗，故不能傳橫波，故聲波為縱波，或疏密波。

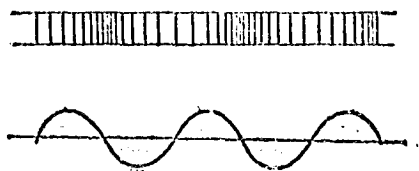


圖 472

用 § 238 所述之法，以圖示表聲波，即以波前進之方向為橫坐標，而於此橫坐標上各相當點畫縱坐標，以代表空氣分子在各相當點之位移，不過此等位移實皆在波傳播方向內。實事上，此等位移非常渺小，由最強以至恰可聽見之聲音，其範圍約在 2 或 3 毫米至  $10^{-7}$  毫米之間。故所畫縱坐標，皆須放大若干倍至波之傳播方向，可假定此曲線隨波之

速度前進以代表之，曲線於密部或疏部之中點與橫坐標相交，最大縱坐標，則在不疏不密之處。亦有以縱坐標代表波之密集程度(正或負)者，所畫之曲線與此相似。曲線之如此作者，在上述曲線之前四分之一波長。

凡波動之性質，聲波皆具備之。茲述之如下。

585. 聲音之速度——視遠處之伐木或打釘，非於見打擊之後，則不能聞打擊之聲。聞遠處汽笛聲音，恆在見蒸汽放出之後。警笛同時發聲音，而聽者若遠度不同，則聞聲音之先後亦異。閃光恆在雷鳴之前，由此等事實觀之，則聲音必以一定的速度傳播，此速度不難測量也。聲音之速度，遠不及近世大砲所射砲彈之速度，歐戰時前線之兵士咸有此經驗。即砲彈飛過之聲音，恆在砲聲之前。

聲音之速度，已由上述經驗，設法測定。往昔直接測定之最準確者，係 1822 年在巴黎附近測定，及 1823 年在烏得勒支 (Utrecht) 附近測定者，所得之平均值在溫度 16°C，約為 341 米每秒。當時係視測遠距離之砲聲，兩地於反對方向，交互觀測，以免除風之影響，至聲音在水中之速度，曾於 1827 年在瑞士日內瓦湖，利用鐘在水而下发聲音而測定。但今已有最方便的實驗室方法，以測定聲音在氣體，液體，或固體中之速度矣。

音樂隊奏樂，可於遠處聽之，足證不同調之聲音，實際上以相同之速度傳播，倘同一時間內不能同時聽見衆音，則陪音與曲調均成失調矣。若接近聲源，則強大之聲音(爆烈波)似較其他聲音傳播為速，但其差不甚大耳。

牛頓氏將力學原理應用於疏密波，推得公式

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

此式曾於 § 251 述及， $\rho$  為介質之密度， $B$  為介質之彈性。今氣體在等溫下之彈性，或氣體之等溫彈性，等於壓力  $P$  (§ 223)。設以遠因每方釐米表  $P$ ，而代入上式，則所得之結果太小，牛頓氏所求得者，正復如是。此困難直至拉普拉斯 (Laplace) 氏方始除去，氏證明當聲波通過時，密部溫度必暫時上昇，疏部溫度必暫時降低，故  $B$  為斷熱彈性，等於  $KP$  (§ 316)，此處  $K$  為氣體之定壓比熱與定容比熱之比率。由上之改正，此公式變為

$$v = \sqrt{K \frac{p}{\rho}}$$

此式與實驗結果相符

案諾波以耳氏定律，溫度不變，則  $p$  與  $\rho$  為比例，故由上式視之，假定溫度不改，則聲音在氣體中之速度，與壓力或密度無關。故在同溫度之下，假定空氣之組織成分相同，則聲音在山頂之速度與在山谷相同。不同密度氣體中之聲速，與密度之平方根成反比。故聲音在氫中之速度四倍於在氧中之速度，因水汽之密度小於空氣之密度，故在一定氣壓之下，空氣中若有水汽，則可使聲音之速度稍增。

由上之公式，亦可求出聲音之速度與氣體溫度之關係。依氣體之一般定律而論 (§ 250)，設  $V$  為單位質量之容積。則  $V = 1/\rho$ ，此處  $\rho$  為密度，又  $(p/\rho)_t = (p/\rho)_0 (1 + \alpha t)$ 。故

$$v = \sqrt{K \left( \frac{p}{\rho} \right)_t} (1 + \alpha t) = v_0 \sqrt{(1 + \alpha t)}$$

此處  $v_0 = \sqrt{k \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)}$  為聲音在  $0^\circ\text{C}$  時之速度，與壓力無關係。

聲在各種物質中之速度(以米每秒計)

空氣.....	332	鋼.....	4975
氫.....	1268	鉛.....	1420
二氧生鐵.....	261	玻璃.....	4860
淡水.....	1435	松木.....	3300
海水.....	1454	胡桃木.....	4800
冰.....	1484	橡皮.....	5000

586. 聲波之機械的效應——聲波生機械效應，由聲波之機械效應，可以檢查聲波，又可於某種限度內，測定聲波。靈敏焰(sensitive flame)為最簡單而用途最廣之檢波器，靈敏焰者，由極細管口(玻璃管拉成之尖管)在固定壓力下噴出之細長煤氣焰也。倘調節氣焰，使之恰有閃爍之勢，或幾至不穩，則高調之聲音落於管口，可使氣焰不穩，而大形縮短，且發突突之聲，宛如尋常煤氣焰轉塞過開時也。嘶嘶之聲，尤為顯著 (§ 473)。

所謂靈敏焰者，即煤氣噴射也，煤氣經過一側為橡皮薄膜之小箱而噴出。聲波落於薄膜，使煤氣之壓力生變，於是燄之高低與聲波相應。若以旋轉鏡觀察燄之變化，則可見一與聲音之特點相應之曲線形帶(圖 474)。

聲波衝擊薄膜，則薄膜振動，此振動可藉自連於薄膜之小平面鏡反射之光線觀察之。米勒(D. O. Miller)氏所造之聲波顯示器(phonodoik)，即利用



圖 473



此法。圖 475 所示，為聲波顯示器，細絲  $f$ ，一端接於薄玻璃片  $p$  之中心，

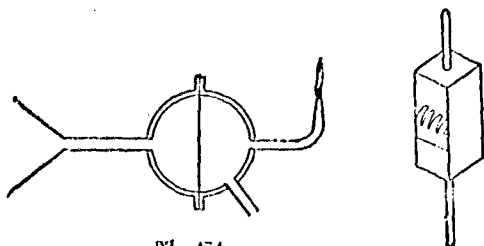


圖 474

他端繞於一小轉軸，軸上裝有小鏡  $m$ ；當玻璃片受聲波之影響而振動時，其振動由細絲傳於小鏡，故由鏡面反射之光線，可在移動之幕上顯出聲波之形狀。米勒氏所得之記錄，容後再述(圖 485)。

聲波對於耳之效應，為由聲波所生之交變壓力，引起耳膜之振動。聲波對於收錄音膜片之效應，正與此同。膜片之振動，使轉軸內生交電流 (§ 563)，此轉交流可用振動電流計 (§ 401) 或檢波器 (§ 562) 顯示之，或用晶體整流器矯正之 (§ 577)，亦可以用尋常之電流計顯示之。

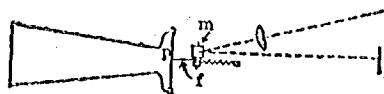


圖 475

無論何種雜波 (sustained wave)，皆自波源擷去定量之能流，衝突於某面時，則生一穩定壓力 (sustained pressure)。在聲波情形內，此壓力極微。倘用大之金屬圓，特感磁圈之火花放電所生之強大波收集於一點，則可證明之。若將一小風標置於焦點上，則風標即起而旋轉，宛如輻射計 (radiometer) 之風標然。聲波落於共振管之小薄膜，有使薄膜起而與之成直角之傾向，其作用有類於 § 204 所述之水波之作用。瑞理 (Lord Rayleigh) 氏曾用此作用，由薄膜反射之光線，以研究聲波中之能流。測定聲音強度之儀器，鮮有不與波長有關係者，即鮮有不與能流有關係也。

587. 利用聲波測定聲位——由聲源測定聲位之聲位，在感聲時佔重要位置。其法係由三個或三個以上之處所，測定聲源達到之時間，以定聲位。設  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ，為三個聲位，聲音達各

位置之時，用攝影法登記之(如 § 586 所述之法)。設  $O$  為砲位，由聲音達於  $A$  及  $B$  之時間差，得  $(OA - OB)$ 。但  $(OA - OB)$  為常數的曲線，係以  $A, B$  為焦點的雙曲線。同理，由達於  $B$  及  $C$  之時間，可得另一雙曲線，故  $O$  為二曲線之交點。實用上所用之方法，較畫曲線法為迅速，至風及溫度之影響，自須預先加以較正。用此法以測砲位，6 哩內約差 50 呎，或其準確程度，約當在此種距離下，描準射擊也。

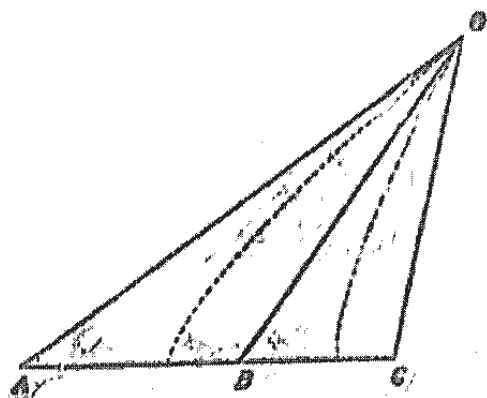


圖 476

588. 聲波之照像——聲波可以照像。所用之法，與 § 256 之投射波紋所用之法，甚為相似。使聲波經過暗箱中照像片之前，與箱之遠處置一來頓瓶，使來頓瓶之單火花照射照片，則因光經過聲波所生之折射，

照片上可得一疎密波之像。圖 477 為福萊(Foley)氏及桑得(Souder)氏所攝之影，以示球面波受平面之反射現象。(參考 § 691)。

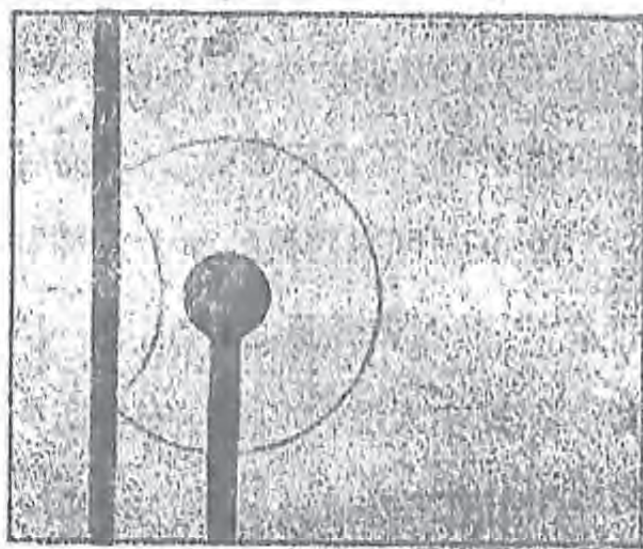


圖 477

589. 聲音之反射——聲音與其他波動同，當落於適宜之表面時，則被反射，且其所遵守

之定律，與光及輻射熱所遵守者同，質言之，即反射線與入射線在反射面的法線之對邊，且與法線所成之角度相等。聲及光對於此等定律之相同處，可用兩個大金屬凹面鏡證明之。二鏡對置，軸線相合。每鏡之前皆有一焦點，若將亮光置於此一焦點上，則他一焦點成一亮影。求出此



圖 478

二點時，於一焦點上，置一高調之聲源，則在他一焦點上生強大之聲音，此可由其對於靈敏焰之作用看出。倘置一音響弧光於一焦點，則光熱及聲可同時集於他一鏡之焦點，此可用一小光屏，一熱堆 (§ 333)，及一靈敏焰分別考驗之。

聲音之反射生回聲，巨大反射面，如孤反之牆壁是，所生之回聲，若觀測者立於牆壁之垂線內，則聞之甚晰，離垂線愈遠，回聲愈弱。廣廈中所聞之聲音，多為反射聲音。此層容後另詳 (§ 620)。

在遠處可以聽見之強大之聲音，例如汽笛或大砲之聲音，不按距離而衰減。聽者與聲源之中間，有一『無聲區域』(zone of silence)，過此區域，則聲音大增。1914 年安特衛普 (Antwerp) 之轟擊，曾有 60 哩至 100 哩左右之無聲區域，過此區域，砲聲甚晰。(1) 此效應似由於高氣層之反射，但究竟如何，至今仍為疑問也。

590. 聲音之折射——當波由此介質斜入彼介質；而速度不同時， (§ 255) 則折射，或其傳播方向屈折。聲音之折射，不能以教室或實驗室儀器作小規模之表演，但在自然界中，確有大規模之發現。此種折射之

(1) Les applications de Physique pendant la Guerre (Vigneron).

主要原因，爲風及大氣中溫度之變化。

風之速度近地面者較上層者爲遲，蓋因與地面接近者，受地面之摩擦阻力故也。若爲順風，則合成速度，上層較下層爲速。因波之傳播恆與波前成直角，故波向前傾，或其運動之方向下折，如圖 479 B。若爲逆風，

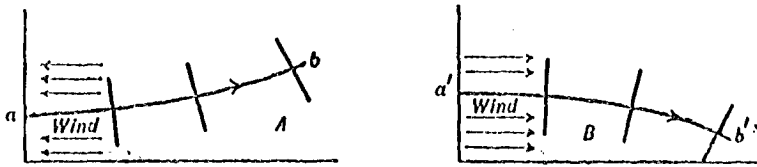


圖 479

則結果相反，如圖 479 A。順風聽聲音，較逆風爲易者，職是故也，而逆風聽聲音，在高處較爲清晰者，亦此理也。

大氣中不同高度，溫度亦異，其結果與風之影響同。尋常，天氣晴和之日，則高空之溫度較低，故聲音在高空之速度較遲。故聲波上折，如圖 479 A 所示，而近地面間聲較難。夜間或侵晨或傍晚之時，地面較冷，溫度梯度較小，故所聽聲音亦較晰。不但此也，炎熱之時，地面之溫度到處不同，空氣受熱之程度殊不一致，因而大氣中之對流非常複雜。此等複雜對流，拆斷聲波，以致生不規則的聲音之反射及折射，猶之光之經過火爐之上也。又欲雨之前，或大雪蓋地之時，因空氣均勻而不受擾擾，故遠處聲音，聽之甚晰。

591. 聲音之繞射——繞射(diffraction)者，波繞阻礙物而屈曲之謂也 (§ 256)。有繞射則不能生顯影。繞射之多寡，恆視阻礙物之寬狹與波長之比較而定。山陵可生明顯之聲影，蓋因山陵較波長爲甚大也。山影中之房舍，不受巨烈聲音之摧毀，例如火藥庫之爆炸，或大砲之放射

是也；但不在此山影內，而等遠之房舍，受聲波之衝擊，窗牖破碎矣。對於短波之聲，人音之大，即是生影。若聲音在觀測之左方或右方，則一耳在半影之內，由兩耳所聞強度之不同，即可判別聲源之方向。長波在兩耳所生之聲音，強弱相等，但一耳所受之波之位相較後於他耳所受者，心靈上無意的能判別聲源者，即由波之位相之不同也。對於中庸波長之聲音，則兩種標識皆用，總之，聲源方向之最後決定，則恆由轉動頭部，使聲音直接在前而止。

592. 留聲機——對彈性薄膜之中央說話，例如送話器所用者是。則膜即往返振動，與聲波相和諧。留聲機 (phonograph) 係置一旋轉盤於膜後，以記錄此等振動。一短針用於振動膜，置於盤上，薄膜振動，使針在盤上刻一溝痕。故溝痕為薄膜振動之記錄。若使針重沿溝滑行，則可將聲音翻出。因針上下振動。恰與生此溝痕之運動相符，故可使薄膜重復其原來之振動，故薄膜重發其原來之聲音，(收音，收音最好用不同之薄膜及針)。

留聲機 (gramophone) 之原理與此正同。以槓桿連接針於薄膜之中央，針係左右振動而非上下振動，故針在旋轉盤上留一橫的溝痕。

## 樂 音

593. 樂音之性質——差異甚微之聲音，耳足以辨別之，耳之所以能辨聲音者，因聲音有三不同之基本性質也，質言之即響度 (loudness) 音調 (pitch)，及音品 (quality) 是也。斯三者，可名之曰樂音之三特性。耳能告吾人以聲音之特性及其所自來之方向。一得耳之報告，心靈上即能決定聲源之性質。響度、音調、音品諸詞皆無須乎定義，因吾人對於此諸詞，較用以說明諸詞之詞，尤為諳練也。然須記此諸詞所代表者為感覺。故聲波對於聲覺 (sensation of sound) 之差別，必具相當之特性。

594. 響度——倘輕擊鐘、鼓或提琴絃，則振動之振幅小，而音弱，但

聲愈重，振幅愈大，而音亦愈強。然則空氣振動之振幅愈大，聲源之振動必愈強也明矣。故聲音之響度，視波內振動之振幅而定。又聽者距聲源愈遠，所聞之聲音亦愈微。由是而論，則衝擊耳鼓之能必愈遠而愈小，因而振幅亦必愈小。

聲波之強度，其義與任何波之強度相同 (§ 259)，即每單位時間，每單位面積之能流也，此面積與波傳播方向鉛直。對於頻率一定之簡諧波，強度與振幅之平方爲正比 (§§ 61, 259)，亦與頻率之平方爲正比。故若爲自點源發出之絕對球面波，又假定波不衰減，則響度與聲源之距離平方爲反比。但因介質有黏滯性故，故必致衰減，黏滯性對於露天遠播，影響尤大，誠如叢逃，倘大氣不均勻，則必致能之散逸。不啻惟是，由聲源直達於耳之聲音，與由附近表面反射之聲音，毫無分別；(此處所謂反射面，地面亦在內)。由是而論，則反平方定律，對於尋常所聞之聲音，殊失其重要性。

聲波之強度，與其在感覺上所生之強度，互有關係，但此關係並不簡單，感覺之強度亦與音調有關係。但此問題屬於心理學，而不屬於物理學。

595. 音調——兒童玩弄之哨音，尖而銳，其調高，汽車之喇叭聲，粗而嘯，其調中庸，禮拜堂之鐘聲深沉，其調低。試取一硬紙片與梳齒相擦，比較其所生不同之聲音，即可說明音調不同之物理的原因。倘緩擦，則所聞之音調低，擦愈疾，則音調愈高。當紙片每次擦過一齒而擊於次齒時，即推擊空氣一次。每秒內推擊之次數愈多，即每秒內生出之空氣波愈多，故音調亦愈高。同理，以鋸鋸木，結果亦然。音調之昇降，視鋸之

徐疾而異。沙瓦氏齒輪(Savart's toothed wheel)(圖 480),爲表演音調之儀器,即應用此原理也。

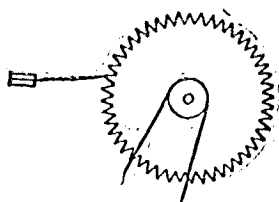


圖 480—沙瓦氏齒輪

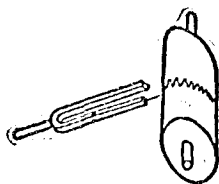


圖 481—音叉記錄

倘留聲機之速度較低於其標準速度,則各音之調,即按其傳於薄膜之頻率低減而降低。

精小硬毛於音叉臂上,則音叉可畫其振動於燻黑之旋轉圓柱上,或可畫其振動於在音叉下曳行之燻黑玻璃片上。若圓柱或玻璃之速度一定,則音叉之調愈高,所畫出之波數愈多。倘小心爲之,則可確測音叉之頻率(圖 481)。

由以上所述而論,則可斷言曰,音調視聲波中振動之頻率而定。今吾人已知在介質之內,頻率與波長間有一簡單關係;即二者成反比,波愈長,頻率愈小。故吾人亦可謂在已知之介質中,音調視聲波之波長而定。

聲音固爲波動,然斷不可謂爲有規律陸續的空氣波。無論頻率如何,皆可生聲之感覺。蚊翼之振動迅速生高調之音,蜂雀翼之振動遲緩,生低調之音;但燕子飛翔所生之聲音,則無定調。事實上,欲生定調之聲音,則波之頻率必不能小於每秒 20 次左右。但波之頻率超過 20,000

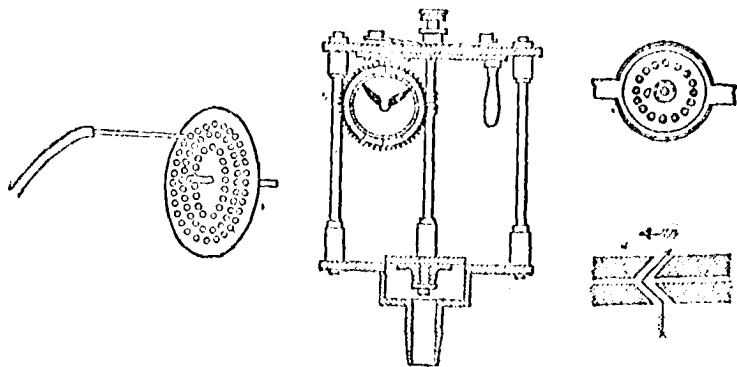


圖 482—驗音器

圖 483—記錄驗音器

時，則亦絕不生聲之感覺，但利用靈敏箔等法，可證明其存在。頻率之上限，因人而異，年老者及重聽者，其所聞之限度漸低。

驗音器 (siren) 爲利用空氣之迅速陸續推動，以生定調之聲音之儀器。簡單驗音器爲一可以轉動之圓盤，盤上具有若干洞環，以管口對洞，管連於排氣機，每一洞經過管口時，則有吹氣一次。當吹氣之頻率足以成音時，則盤之轉速增大，音調亦增高，或移管口對洞數較多之洞環，亦可增高音調。較完善的驗音器(圖 483)，係利用壓縮空氣以生轉動，空氣自盒中逸出，盒蓋爲一開有洞環之圓盤，與轉動盤中之洞相對應。轉動盤上之洞與固定盤上之洞斜對，空氣斜吹於轉動盤之洞邊，使之轉動。所成之律音之頻率，可用計速器測得，計速器由齒輪裝置，連於圓盤。

596. 多普勒(Doppler)氏原理——當聽者向聲源運動時，則所聞之音調較其靜止時高。若聽者背聲源運動，則所聞之音調較其靜止時低。



又當聲源向聽者運動或背聽者運動時，結果亦然。救火機之鐘之音調，或機車之汽笛之音調，來時較去時為高。

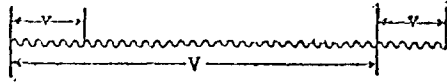


圖 484

當聽者向聲源運動時，則其每秒內所受之聲波較其靜止時為多。每秒內所多受之波，即佔據其每秒內所進行之距離  $v$  之波也，假定波長為  $\lambda$ ，則其數為  $v/\lambda$ 。假定  $V$  為聲速， $n$  為聲源之頻率，則  $V = n\lambda$ 。故所聞頻率之增加為  $\frac{v}{V}n$ ，故所聞之音調為  $n\left(1 + \frac{v}{V}\right)$ 。若聽者背聲源而動，則  $v$  之符號必反，即所聞之音調為  $n\left(1 - \frac{v}{V}\right)$  也。

設聲源向聽者運動，因聲源踵隨前進波之後，故波陵疊擁而來，其效應使波長縮短。假定聲源之頻率為  $n$ ，速度為  $v$ ，則每振動一次，前進之距離為  $v/n$ ，每一波長即按此量而縮短。故所聞之波長不為  $\lambda = \frac{V}{n}$ ，而為  $\lambda' = \left(\frac{V}{n} - \frac{v}{n}\right)$ ，故所聞音之頻率為  $\frac{V}{\lambda'} = \frac{V}{V-v}n$ 。假定聲源背聽者而去，則  $v$  之符號必反，即  $\frac{V}{\lambda'} = \frac{V}{V+v}n$  也。

假定  $v$  較  $V$  為甚小，則上二式無甚差異。

設有一振動音叉，裝於共鳴箱上，迅速向一牆壁或背之而動，則觀測者可聞兩個不同調之音。一係直接聞自離去之音叉，音調降低，一係自牆壁反射而來，音調昇高。此二音干涉而成拍(heats) (§602)。

597. 樂音之音階——二音音調之差，名曰二音間之音程(interval)

演做音樂，以耳辨音程。但科學研究，則以高音頻率與低音頻率之比率表音程。音程各有專名，例如頻率之比為 2:1 的兩音間之音程，謂之八度音程(an interval of an octavo)。

樂音音階(musical scale)之組織，係擇定若干連續律音而成，此若干連續律音展成一八度。(an octave)最常用的音階[大全音階(major diatonic)]，以 *do, re, mi, fa, so, la, ti, do* 八音表之。音階無論從何調起首均可，但無論如何，其連續音程皆須遵下表首行所示之規則。表中含有兩個 16/15 之短音程，及五個 9/8 或 10/9 之長音程；9/8 與 10/9 相差無幾。

9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15								
$C_3$	—	$D_3$	—	$E_{37}$	—	$F_3$	—	$G_3$	—	$A_3$	—	$B_3$	—	$C_4$
24	:	27	:	30	:	32	:	36	:	40	:	45	:	48
264	·	297	·	330	·	352	·	396	·	440	·	495	·	528
256	·	320	·	384	·	512	·							

有定調之律音，以字母標之，綴以附屬字以指明八度。例如表內第二行所示，即代表“中八度”(middle octave) ( $C_3$  為鋼琴之“中 C”)第三行為一組數目字，任何二數之比，即為測定與之相當律音間音程之數字。此等數字，謂之音程之“比例數”(proportional number)。第四行各律音之實在頻率，係根據普通調音方法而定。行內以  $A_3$  為 440，但各種樂器亦稍有差異。此等數字皆等於以 11 乘比例數，堪資注意也。最末行為科學研究上慣用的律音之頻率，等於以  $10^2/3$  乘比例數。

此外尚有從第一音起，依律音之次序以名音程者。例如，從第一至

第五之音程，即由  $do$  至  $so$ ，或由任何  $O$  至次高之  $G$ ，名曰第五音程 (an interval of a fifth) 由比例數知第五音程等於  $36/24$  或  $3/2$ 。從  $E$  至  $B$  及從  $F$  至  $C'$  ( $O$  之第八音) 之音程，亦為第五音程 ( $3/2$ )。  $O$  至  $F$  之音程，名曰第四音程 (an interval of a fourth) 等於  $4/3$ ， $D-G$ ， $E-A$ ， $G-C'$  亦為第四音程。  $O-E$ ， $F-A$ ， $G-B$  等音程名曰第三音程 (interval of a third) 等於  $5/4$ 。  $O-D$ ， $D-E$ ， $G-A$ ， $A-B$  皆名曰全音程 (whole tone interval)。  $E-F$  及  $B-C$  等音程較小，稱之曰半音程 (semi-tone interval)。欲自任何調起造一音階，則可用中間律音 (intermediate notes) 即以諸字母名所造之音調，不過以尖 (sharp) 或平 (flatted) 分別之即可 (即鋼琴上之黑鍵)。用此法，可與諸律音間，分為 12 個音程。鋼琴上此等音程皆相等，各為  $2^{1/12}$ 。在此種等程音階 (equal-tempered scale) 中，除八音度外，所有音程皆稍失調諧，但皆與恰為調諧之音階相差無幾，不致生不快之感。

598. 音品——同調同高之二樂音，可聽出其絕不相同。例如，鋼琴奏  $C$  調，風琴亦奏  $C$  調，人亦唱  $C$  調，而耳仍能辨出其孰為鋼琴，孰為風琴，孰為人唱。此種不同，可稱之曰音品 之不同。

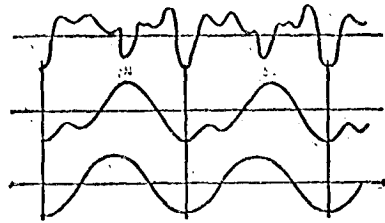


圖 485—波之各種形式

音品視何而異？吾人已知響度與波動之振幅有關，音調與波長有關矣。然則音品必視聲波所餘之他一特性而定也明矣，質言之，即波之形狀也。圖 485 代表三同幅同長而形狀不同之波。第一曲線，即所謂簡諧

波也，即音叉或風琴發極柔之音時，所生之波之形狀也。第二曲線，極似提琴絃所生之波之形狀，第三曲線，與人唱母音  $a$  時口聲之波之形狀相似 (Miller)。口聲殊不相同，二人唱同一律音，所生之波形，概有差異，提琴所生之波形亦然。

599. 諧音——凡律音之頻率，爲他一律音頻率之 2, 3, 4, 等倍數者，名曰他一律音之諧音 (harmonics)。例如，假定  $C_3$  之頻率爲 256，則  $C_3$  之第一諧音 (first harmonics) 爲  $C_4$ ，所具之頻率爲 512，而較  $C_3$  高一八音度。 $C_3$  之第二諧音 (second harmonics) 爲具有 768 之頻率之律音，因  $768/512$  等於  $3/2$ ，故  $C_3$  之第二諧音爲  $C_4$  以上之第五音，即  $G_4$  也。 $C_3$  之第三諧音 (third harmonics) 之頻率爲 1024，因  $1024/512$  等於  $2/1$ ，故較  $C_4$  高一八音度，或高於  $C_3$  二八音度，故必爲  $O_5$ 。

簡單言之，凡頻率爲  $2N, 3N, 4N$ , 等律音，皆名之爲頻率爲  $N$  的律音之諧音，而此律音稱謂各諧音之基音 (fundamental)。

假若使此種律音同時發音，或用音叉，或用鋼琴，則衆音非常調諧，殊難分辨。故名曰諧音，異常適當。

600. 陪音——倘注意聆宏鐘之聲，則見係由各種不同調之聲音組成。最沉著者，爲鐘之基音，其餘之音，稱之謂鐘之陪音 (overtones)。此等陪音間之音程，不同之鐘，可以絕對不同。鐘有發悅耳之聲音者，有發刺耳之聲音者，皆視其陪音如何而定。初學者操琴，所成之音，甚爲刺耳，因琴所生之音，係由不悅耳之基音與陪音之結合而成，然若使嫻於提琴者爲之，則基音陪音結合適當，悅耳動聽矣。

諧音與陪音二詞，殊有區別，不可不注意也。諧音指律音而言，無論

其如何發生皆可。若吾人已知某基音之頻率，則其諧音之頻率，可以 2, 3, 4 等數乘之即得。陪音係指某特別樂器而言。某樂器之陪音，不盡爲其基音之諧音，但亦有樂器之陪音，即其基音之諧音者。

601. 元音及複音——多半人，無須受特別訓練，即能分出有定調的元音與複音之區別。例如，輕擊音叉，則音叉發元音。重擊音叉，或兩音叉同時發音，則耳能辨其爲音之混合。

訓練有素之耳，所能尙不止此。例如，打一單鋼琴絃，即能檢出其所發之音非元音，乃由基音及種種諧音結合而成。故耳之辨樂音，猶化學家之辨化合物也，質言之，即耳能分出音之各元素也。元音者，即耳能檢出其非音之混合之音也。稱之曰純音 (puro tono)。茲有一另一問題焉，即純音之波形與混合音之波形，究有何區別？

吾人利用 § 595 所示，可使振動物體將其振動之形式記出；用此等方法，則可見發純音的物體之振動，皆爲簡諧振動，其所生之聲波皆爲簡諧波。又不同波長之簡諧波相加，則成複波。複波之形狀與簡諧波截然不同。故諧音與基音同時存在，則波之形狀改變，測定音品者，即此波形也。

602. 聲間之拍——設同時彈鋼琴鍵盤最低的黑白二隣鍵，則可聽見很清楚的昇沉之音，且昇沉殊緩，幾可數出。若所彈之二鍵漸高，昇沉亦漸速。由幾爲同調二音所生之昇沉，稱之曰拍 (beats)。

設取音調幾等之兩音叉，裝於共鳴箱上，精少許白蠟於一音叉臂上，令二者失其和諧，同時擊兩音叉，則拍遲緩，可以數出。倘所用之蠟較多，則拍頻亦漸增。事實上凡兩音間之拍頻，必等於兩音頻率之差。

因拍係由不同波長之二波列同時達於耳而生，故拍者，乃音之干涉之結果也 (§ 247)。圖 152 可視為代表二列聲波間拍之構成圖。

603. 日聲之性質——母音為持續調之一聲音 (sustained sound)，乃由聲帶，日鼓，及喉嚨三者之一定安排而生。子音為爆發之聲音，乃由發音機關動作之變化，或隨一母音而生者也，同聲同調所發之母音。音品各異，圖 485 為彌勒 (Miller) 氏應用其空氣波顯示器，所得之母音 ah 之圖樣，音調為 182。各母音音品不同之真正原因，諸論紛紛，久懸不決。最初之假定，係謂母音由基音及其諧音之一定結合而成，無論此基音之調為何皆可。此與彌勒氏 輩所得之結果相矛盾。而赫爾姆霍爾斯 氏則謂，凡一特別母音，皆有其專屬之一定陪音，且無論基音之調如何，皆有一定之頻率，彌勒氏 發現發母音 ah 時，無論何調 (120 與 250 之間)，總有百分之六十的能，匯聚於約為 020 之陪音內，此雖近於一常數，然不盡為常數也。若留聲機之速度小於其標準速度，則唱片中母音之音品改變。此與最初之說，大相徑庭，蓋因速度改變，不改變其相對音調，及基音與陪音結合之能也，故母音特有之陪音為日鼓共鳴之音。此可於低阻母音時聞及。

604. 不同之音——當兩律音間之拍充分快時，則合而為一，而成清晰之拍音 (beat tone)，但此拍音可以甚弱。拍音之頻率等於兩音頻率之差，又當其足以聽出時，則常較其任何分音為低。若細心聽聽，則可辨出二鋼琴絃或二提琴絃間之拍音，無論音如何微弱，使訓練有素之耳聽之，終可辨出其音品之影響也。倘拍音過低，則不足以引起樂器之共鳴，例如當拍音在琴之低音絃上時是也，但樂器之本身可與較高之拍音共鳴，故對於耳可有極顯明之效應。赫爾姆霍爾斯 氏曾證明凡兩音之不調諧，皆由於基音或諧音間之拍音而生。

## 樂 音 之 源

605. 樂器——樂器之數，至為繁多，一一臚舉，勢所難能，茲所論者，僅其數種。樂器發音，賴乎振動，茲就振動物體之種類，分類如次。

提琴，鋼琴，鐘篋 (harp) 等用振動絃 (vibrating string)，在全套樂器中，可稱之曰絃樂器 (stringed instruments)。

風琴，笛，簫等用振動空氣柱 (vibrating columns of air)。此種器樂稱之曰吹奏樂器 (wind instruments)。

振動的桿，板，鐘，及革膜等，所謂擊奏樂器 (percussion instruments) 用之。皆擊之使鳴。

606. 絃之振動——絃之振動，其遲緩程度足供目見者，吾人業已論及(圖 137 及 160)。當此種波連續自兩端反射時，則絃可分為振動節段或駐立波。每段之長度等於波長之半。今將討論絃之振動，其迅速程度足以發生聲波者。但二者之間，本無甚區別。

若將絃張於兩架之間，則絃振動時，往返於兩極端位置之間。絃在兩極端位置間之形式，可用攝影法或其他法求出，其形式視絃如何振動而定。若於絃之中點拉之，則情形最為簡單。如此，則其形式為簡諧波之半(圖 486 A)，所發之音可想像其為純音或元音。故波長為  $2l$ ，此處  $l$  等於絃長。但波之速度等於頻率與波長之積，或  $v = n\lambda$ 。故

$$n = \frac{v}{2l}$$

又因  $v$  之值等於  $\sqrt{T/m}$  (§ 250)， $T$  為絃之張力， $m$  為每單位絃長之質量，故

$$n = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

由此觀之，則頻率與絃長為反比。提琴師奏較高之音，則縮短絃長，職是故也。

又頻率與張力之平方根為正比。欲調諧琴絃至適當之音調，則旋轉絃端所繞之柱，以增減絃之張力。

又頻率與單位長度之質量之平方根爲反比。提琴四絃，粗細不同，奏最低之音，用最粗之絃，奏最高之音，用最細之絃。

提琴絃之振動，由弓維持之，弓在絃上作交互的重拉及輕拉。音非直接由絃發出，而由提琴之共鳴體發出。

607. 絃之陪音——絃亦可分爲 2, 3, 4 等段振動，如圖 137 所示者是，且無論其振動爲目所能見與否，其理皆

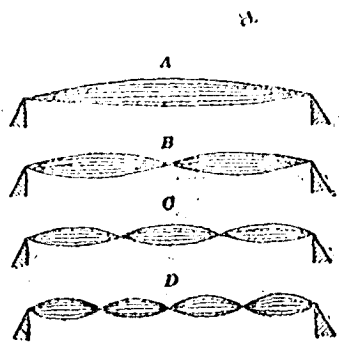


圖 430

然。欲使絃之振動分爲兩段，以指輕觸中心點而以弓拉其一半即得（圖 436, B）。如是，則兩段皆振動，即可聽出其所發之音，較基音高八度。此爲基音之第一諧音。若手指觸絃長三分之一處，而以弓拉動長段或短段，則絃分爲三段振動，所發之音爲基音之第二諧音，依此類推，可使絃分作任何節段振動。操琴者按此方法，於種種絃上，可奏出無限諧音。

故絃之陪音爲基音之諧音。欲說明其何以如此，則可假定段數爲  $N$ 。設絃長爲  $l$ ，則每段之長爲  $l/N$ ，故波長爲  $2l/N$ 。由此式及  $v = n\lambda$  公式，則得

$$n = \frac{v}{\lambda} = \frac{vN}{2l}$$

今  $l$  爲常數，等於絃長，苟絃之張力不改，則  $v$  亦爲常數。故若命  $N$  等于 1, 2, 3……等，則頻率亦爲 1, 2, 3……等比例。

608. 絃之複振動——絃之振動，雖可如上節所述，發純粹之各諧



音，然事實上，各諧音常可同時發生。例如，若於距絃端四分之一處拉之，則同時可得基音及第一諧音。或於絃方作如斯振動時，而輕觸其中心點，則基音消滅，但第一諧音仍可暫時聽出。依此方法，可證明其他諧音亦可存在。

至絃之複振動中，果有何種諧音，則視彈或拉之點何在而定，蓋振動之形式，顯然不能使被彈之點為一波節(nodo)也。基音與諧音之結合，有悅耳者，有不悅耳者。若於距絃端八分之一處彈之，則得最悅耳之振動，鋼琴之錘所擊之處，及提琴絃被拉之處，多在此點。如此，則幾將與  $N$  之最低諧音不調諧者，如  $7N$  及  $9N$  等盡行消去，而獨留  $8N$ 。

各式振動所以能同時存在之理，乃因不同波長之波，可同時在絃上進行也。各波列在絃端往返反射，可各生其駐立波。

至合成波在絃上之形式，顯然視振動之特殊結合而定，且每一特殊結合，即有一特具之音品，此又為音品視波形而定之證明也。

609. 空氣柱之振動——在管之開端吹氣，無論管為一端開口，或兩端開口，皆可使管內空氣振動而發生樂音。倘吹奏之強度不同，則所生之音，調亦不同，輕吹之，則生最低之音，茲先討論之。

假定管之一端封閉，為便利起見，以下簡稱謂閉管(closed tube)。如圖 487 a 所示，空氣柱之振動為駐立波。於開端吹之，則有一密部自開端前進而達於閉端，復自閉端返回，故管中任何點之振動，皆由在反對方向進行之

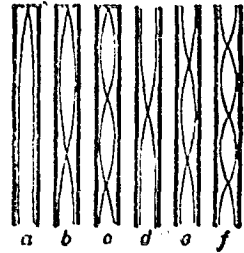


圖 487

兩波列交疊而成。閉端為無運動之處，故為駐立波之波節。開端為運動最自由之處，故為波腹或振動段(loop)之中點。由振動段中點至波節之距離等於波長 $\lambda$ 之四分之一。故若 $l$ 為管長，則

$$\frac{1}{4}\lambda = l \text{ 或 } \lambda = 4l. \quad \circ$$

若管之兩端均為開啓的，以下簡稱曰開管(Open tube)，則波節在管之中心(圖 487 d)，而兩端均為波腹。故若 $l$ 為管長，則

$$\frac{1}{4}\lambda = \frac{1}{2}l \text{ 或 } \lambda = 2l.$$

由此觀之，則閉管所生之波長較同長之開管所生者為 2 與 1 之比，因頻率與波長為反比，故所生之音之頻率為 1 與 2 之比。故閉管之基音較開管之基音低八度。

嚴格而論，波腹之中心並不恰在管之開端，因一密部返回至開端之時，倘不向外進行少許，則不能達完全自由展開情況。據實驗結果，波腹之中點，實在開端之外，若管之斷面為圓形，則距開端約為管之半徑之 0.6 處。

610. 空氣柱之共鳴——設持一振動音叉，近閉管之開端，若音叉之頻率與管所生最低音之頻率相同，則發生共鳴(resonance)，而音叉之音變強。無定長之管，可轉調之，使與音叉之音調恰相符合，欲達此目的，則用可以昇降之水柱，封閉管之下端，最為適宜。若欲實驗開管之共鳴，則用稍大之管，套於開管之一端，以增減其長度，使與音叉

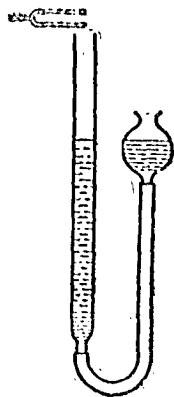


圖 488

相調諧。若閉管及開管與同一音叉調諧，則閉管之長，約當開管之半。

音叉與管之相互動作，有類於打鞞時，手與鞞之相互動作，手之前後運動，必與鞞之自然運動和呼應。同理，音叉必於空氣柱振動一次之時間內，作一完全振動，即必在聲音前進一個波長之時間內也，此波長四倍於閉管之長，而二倍於開管之長。

此外尚有他種氣穴，亦可共鳴，而發一定之律音。球形共鳴器(spherical resonator)多用以分析複雜之音(圖 489)。重音叉往往須裝於共鳴箱上，箱之基音與音叉之基音同(圖 490)。音叉與箱，基音雖相同，然其陪音未必相同，且所發之音，較音叉所獨發者，尤為強而且純。



圖 489

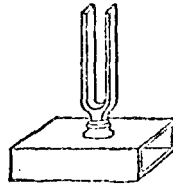


圖 490

611. 風琴管——風琴管(organ pipe)為一管(圖 491)，利用風箱吹氣，使空氣在管內振動。吹氣由管口之細隙吹入，而擊於鋒利的刀口，管側有一開口，與刀口毗連。管之他端可為開啓，亦可為封閉，但所吹之一端必須為開啓的。吹氣之第一效應，可使管內起一密部，亦可使管內起一疏部；但究為密為疏，則視吹氣之全部，多偏於刀口之內側，抑多偏於外側而定。如是，則結果如何，由空氣波自他端反射後之返回情形而定。若到者為密部，則壓迫吹氣向外，於是因其有吸力，使密部而來之

疏部加強，故在管內進行者爲一疏部。若疏部降臨，則迫令吹氣向內，而加強繼來之密部。故所生之音調，由管之自然週期控制之，而維持此振動所須之能，則得諸吹氣。

閉管之閉端，爲一活塞，以便調音。閉管之開端有一小洞，洞口有一小金屬片，半閉洞口，調音時可改變金屬片之位置。



圖 491

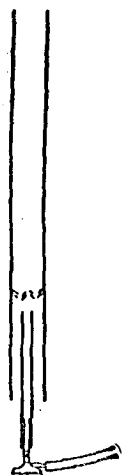


圖 492

圖 492 所示，爲一薄長金屬管，距管端約爲管長五分之一處，裝一金屬

紗。此儀器爲表演供給發音管振動之能的另一方法，頗饒興味。若用木生燈燒紗（燈上套一長管），則燈移開時，管可發極宏之音。蓋因密部到達熱紗時，則減熱較疏部爲速。故熱紗所受之能，供給與密部，而加強密部之能。

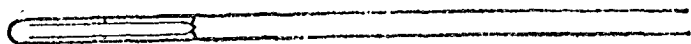


圖 493

尼布(Knipp)氏歌管(singing tube)爲上述儀器之改良者，較上述略小。其構造爲一套管。當外管之閉端受熱時，則發連續之音。若用兩個歌管，則可用以生連續的拍(§ 602)。

**612. 閉管之音**——閉管之閉端恆爲波節，而且對於基音而言，閉端爲惟一之波節，蓋因開端爲波腹之中點也。第一倍音有第二波節，但開

端仍為波腹之中點(圖 487 b)。故第二節距開端等於管長三分之一。因波長恆為自波腹之中點至最近波節距離之四倍，故波長等於管長之三分之四。對於第二陪音而言，則有三波節，第三陪音則有四波節，依此類推。假定  $l$  為管長， $N$  為基音之頻率，則波長及律音之排列為

$$\begin{array}{lll} 4l, & 4l/3, & 4l/5, \dots\dots\dots \\ N, & 3N, & 5N, \dots\dots\dots \end{array}$$

此陪音雖為基音之諧音，但閉管不能生  $2N, 4N, \dots\dots$  等等頻率之音，堪資注意也。

發音管除非吹之甚輕時，總有多少陪音隨基音而生，此複音之音品，視陪音之數目及強度而定。因閉管不能生  $2N$  之諧音，故其音品呆滯，不甚悅耳。

613. 開管之音——開管之兩端均為波腹之中點。因駐立波至少有一個波節，故若開管所發之音為其基音，則管之中心點必顯然為一波節，對於第一陪音而言，則必有兩個波節，各在距管端等於管長之  $\frac{1}{4}$  處(圖 487 c)，故開管所生之音之波長及頻率為

$$\begin{array}{lll} 2l, & 2l/2, & 2l/3, \dots\dots\dots \\ N, & 2N, & 3N, \dots\dots\dots \end{array}$$

開管之音品，較為爽脆者，因其有  $2N$  之諧音也。

614. 桿之縱振——夾長桿於其中心，而以松香布縱擦之，則可使桿縱振。因桿之兩端自由而中心固定，故其所生之基音與桿長之關係，與開管之情形相似，即波長等於桿長之二倍也。至於各陪音與桿長之關係，亦與開管之情形相似。若於桿長之四分之一處夾之，則可使桿生第

一陪音，其餘類推（如圖 497）。

615. 桿之橫振——將桿或金屬片之端夾定，而擊其自由端，則可使之橫振（圖 494）。同質同粗之桿，短者振動較長者為速，倘振動充分迅速，則發生樂音。固定端當然為節，但亦可生具有兩個或數個節之陪音。陪音之類本不與基音之振幅成簡單比例。故陪音不為諧音。多數樂器，如笛，笛（flute）大笛（bassoon），及簧琴（reed organ），皆以木片或金屬片為簧（reed）。簧裝於管中，管與簧共鳴而發樂音。

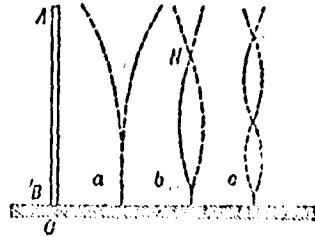


圖 494

夾於中心點之桿，亦可橫振，所夾之處為節。音叉之構造，實即夾於中點之桿，兩端呈成平行者

也。故音叉之陪音，不能為基音之陪音。倘若又臂頗厚，而擊之又不過重，則各陪音不但頻率甚高，且強度甚弱，不致生不調諧之影響。

音樂演奏上，有時用大金屬管，使之橫振，以代替深沈之管聲。

616. 板之橫振——方金屬板或圓金屬板，將其中心釘於桿端，而於其邊緣處，以弓拉之，則使之作種種形式之振動。若佈置沙於板上，則可成極美觀之節，或無節之線。若振動為基音式的，則只有兩條節線，若振動為高次的，則是多數節線，有為直線者，亦有為曲線者（圖 495）。方板可視為一組平行於任何二平行邊的平行桿。至於板之振動究成何種形式，則視

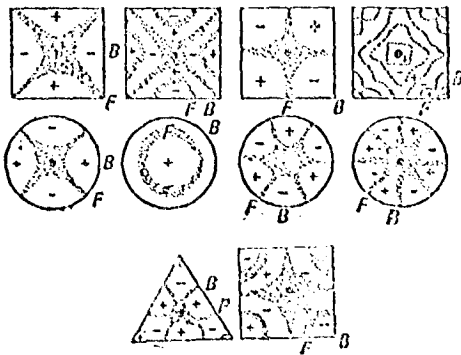


圖 495

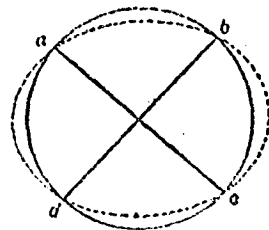


圖 496

任何組之部分振動與其各組振動之結合如何而定。

617. 鐘——鐘之構造，可想像其為一切成杯形之圓板(圖 496)。故其振動與圓板頗相似，有兩條節線(node line)，但擊鐘而發音時，所生之陪音甚多，且多較基音為強。通常耳所聞及的鐘之音調，多為第四陪音下八度者，而其本身並非陪音。大概為第四與第六陪音之差。

## 聲速實驗方法

618. 共鳴管方法——由與已知頻率之音叉起共鳴之管長，並利用公式  $V=nl$ ，可以求得聲音在氣體中之速度。欲求聲音在氣體中之速度，最好用一端封閉之玻璃管，管所含之水柱，可任意改變其高度。據閉管振動之理而論 (§ 612)，若管有充份之長度，則可於氣柱之長為  $\lambda/4$ ，或  $3\lambda/4$ ，或  $5\lambda/4$  等時而起共鳴，此處  $\lambda$  為音叉所發聲音之波長。設其共鳴時，不止有一個波節，則兩個連續波節間之距離恰等於  $\lambda/2$ 。但自最上之波節至管口之長僅約為  $\lambda/4$ ，故測定波長及速度，最好取兩個連續波節之值。

619. 昆忒(Kundt)氏管方法——此法與前法不同，此法用縱振之金屬管代音叉，且因音調甚高，故氣柱分為多數振動節段。節段之位置，

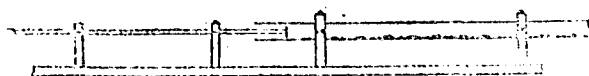


圖 497

可佈細粉於管中顯示之。如圖 497 所示，桿之一端插於管中，桿端為一回盤，其直徑略小於管之直徑。為穩固計，最好將管夾於兩點，各距管端等於管長四分之一處。如是，則桿所生聲波之波長必等於桿之長度  $L$ 。

因聲音在氣體中之波長二倍於兩鄰節間之距離  $l$ ，或等於  $2l$ 。故若設  $V$  為聲波在桿中之速度， $v$  為聲音在氣體中之速度。因振動之頻率相同，假定其為  $n$ ，則  $V = nL$ ， $v = 2nl$ ，

故

$$\frac{v}{V} = \frac{2l}{L}$$

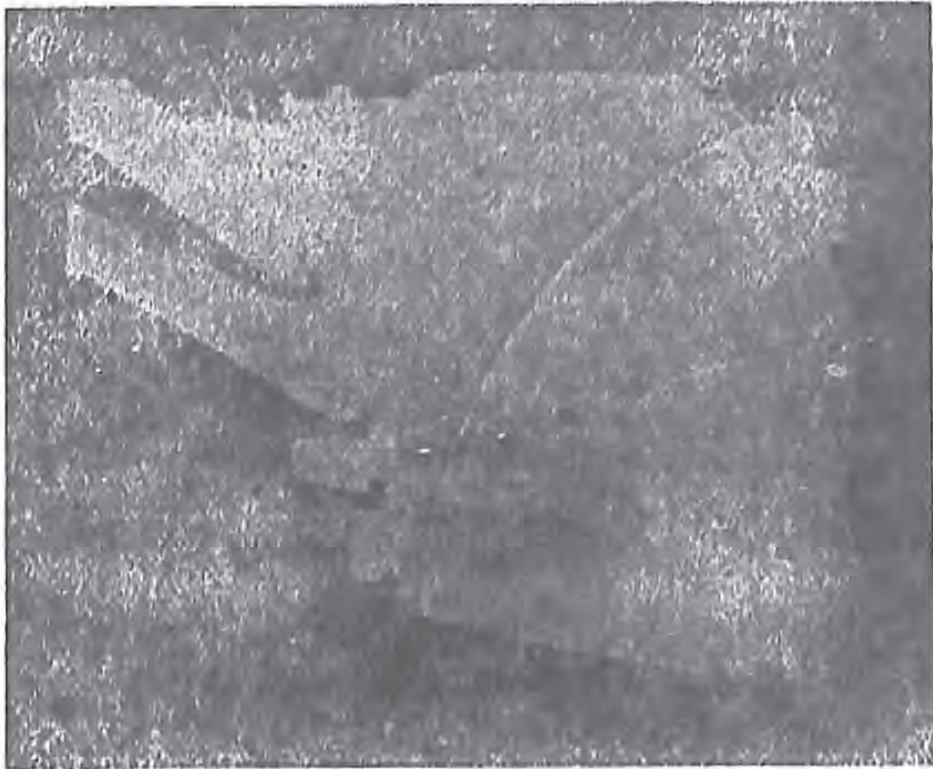
假定聲音在空氣中之速度為已知，則由上式可求出聲音在桿中之速度，又若以任何氣體代空氣，則亦可求出聲音在任何氣體中之速度。此法亦可用以研究溫度變化對於聲速之效應，又若將此方法加以改良，亦可用以測定聲音在液體中之速度。

## 應 用 聲 學

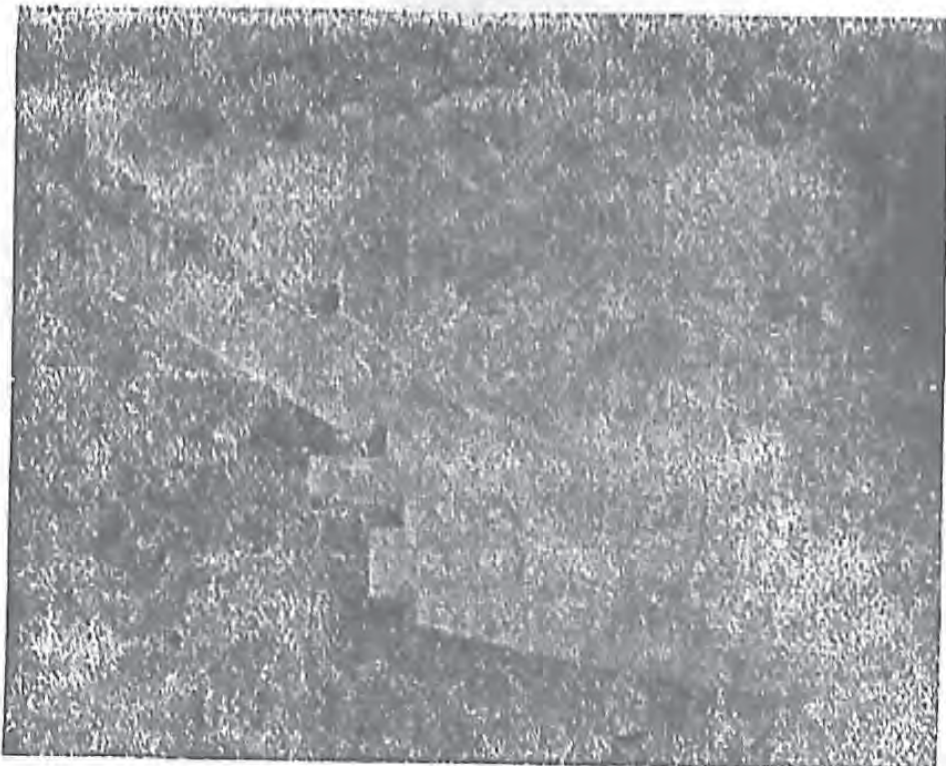
620. 房屋之聲學上的缺點——房屋有適於室內聽聲音者，亦有不適於室內聽聲音者。此問題之詳細研究，此處殆不可能，不過略舉數端，簡而論之而已。

室內聽聲音，所聽之聲波，不僅直接來自聲源，亦有自四壁反射而來者（包括所有反射面而言），其路程不盡相等。其結果雖可以使聲音增強，但不免有聲音之混雜。發言者每秒內可送出二三字母，樂器每秒內可發出數個律音，各聲音反射而後，自不免互相攙雜。於是形成兩大缺點，即回聲（echo）與混響（reverberation）是也。分別清楚之回聲，乃由某特殊之反射面而生，可受反射面之改變而減弱。混響乃由聲音在室內各部延長而構成，其原因由於牆壁之重複反射，有類於窗隙之光，照滿





■ 498 a



■ 498 b

白牆之室內也。混響頗不利於演說，但若完全消除，則不免減弱響度。故音樂演奏，有適當之混響，反為動聽，然混響過多，斯害也已。

圖 498 所示，為由劇院舞台發出之聲波，受種種表面反射後之結

果。圖 A 係直接聲波，發出後 .07 秒與各種反射聲波合併而生之混響。圖 B 為一部分直接聲波，於 .07 秒後，與反射聲波結合而成之複雜聲波。其一係由天花板反射而達於舞台之前。此混響可以改變天花板之形式而消除之。因為沙本(Sabino)氏所攝，其法如 § 588 所述，氏為建築聲學之發明者。

621. 混響之糾正——假定房屋之牆壁不反射聲音，則必無混響。設混響足以妨害聽聞時，則可以柔軟物質遮覆牆壁，以減少其反射之量。至於此減少反射之物質，應覆於室內何處，通常無關重要。蓋因聲音由聲源發出，分散各方，每秒約行 1140 呎。此距離與房屋之寬狹高矮相較，均為甚大，故聲波之反射每秒內常為若干次，故無論室內何處，每單位面積所受之聲音，約相同也。雖然如此，但間有房屋內之某處所受之聲音較多於平均之量，故對於特殊情形，屋內之構造，又需特別研究也。至其詳說，則參考沙本氏著作可也。

往者曾用張細絲於室內，以減少混響，讀者當已聞諸矣。然此等設計，已由研究結果，證明其無用。

622. 餘音之期間——聲音於發生後，絡繹不絕，斯成混響，故室內混響之限度，可於聲源停止發音後，由測定聽音之時間而估計之。沙本氏曾利用風琴管研究此問題，管之頻率為 512，於一定壓力下吹之，以留聲機記所聽餘音期間之長。氏發現所聽餘音數秒始完，依指數定律而消逝。從所得結果，可以算出音強低減所需之時間。室內“餘音之期間”(duration of residual sound) 的定義，為音強減至其原值百萬分之一 ( $10^{-6}$ ) 所需之時間，以  $T$  表之。對於不同調之音， $T$  之值亦不同，沙本

氏對此，曾加以研究，但爲簡單計，以此特殊音調(512)限之，已足矣。會廳常須足供音樂演奏及演說之用，就混響時間而論，對於有礙清聽，所須之條件無甚差異。至最適當之混響時間。則視會廳之容積而增，其理如何，尙待研究也。例如，對於 20,000 立方呎之容積， $T$  約需爲 1.2 秒，200,000 立方呎，約須 1.6 秒，1,000,000 立方呎，約須 2.0 秒。

623. 吸音係數——洞開之窗，可視爲非反射體，或絕對吸收體，蓋因凡達於窗之聲音，皆通過也。沙本氏由實驗研究會廳內餘音之期間，發現任何特別呢絨之面積，所生音之吸收，可與一方米之開窗相當，而由此推算該物質之吸音本領(absorbing power)例如，倘欲使與一方米開窗之餘音低減相同，則須有三方米之物質，則該物質每方米之吸音本領必相當於一方米開窗之三分之一。但開窗吸收所有落於窗上之音。而呢絨祇吸收入射音波之三分之一，故其吸音係數(coefficient of absorption)爲  $1/3$ 。沙本氏由此實驗，發現平均聽衆及室內所有普通各種器具之吸音本領。下表所舉爲幾種普通物事之吸音係數，若欲考其詳，則可參考沙本氏之著作。

### 吸 音 係 數

開窗	1.000
硬木	.61
灰泥障板	.034
灰泥牆壁	.025
磚	.25
地毯	.20
棋枱	.23

毛氈(懸掛 2.5 釐米至 8 釐米厚) .....	.78
聽衆(每人) .....	.44
木座(每位) .....	.003
裝接套之座位(每位) .....	.300

624. 房屋之總吸音本領——凡表面吸音，與其面積及吸音係數成比例。故若將每一特殊面積，以其吸音係數乘之，而將各乘積相加，則得房屋之總吸音本領  $A$ ，或

$$A = a_1s_1 + a_2s_2 + \dots = \sum as$$

若欲將聽衆計算在內，則以每人之吸音係數乘室內可容之人數即得。

沙本氏發現，若已知房屋之總容積及總吸音本領，則一般言之，房屋之形式，與餘音時間之久暫無甚影響。因聲音散佈全室，甚為迅速，故分配全室，幾成均勻。故吸音僅與反射之平均頻率有關，而此平均頻率僅與容積有關。

625. 沙本氏公式——沙本氏自其實驗結果，求出室內餘音之期間可以公式

$$T = .164 \frac{V}{A}$$

表之，式內  $V$  為房屋之總容積，以立方米計， $A$  為室內面積之總吸音本領，面積以方米計。嚴格言之，分母內應有聲音之速度，不過假定其平均值為 342 米/秒，而包括於因數 .164 之內。設以呎為單位時，則須以 0.050 代因數 0.164。

上之公式，可用以計算會廳內餘音之期間，(實地計算或預先測算均可)，故對於音樂或對於演說，皆可試驗其可聞度 (audiability)。亦可

用以糾正現有房屋之缺點，對於  $a$  之值，加以適當改正即可。根據此式，亦可解決下列諸問題：即現有聽衆對於室內“聽音”之影響，依現有房屋計算較大房屋之結果，諸如此類，不勝枚舉。此等問題，留待讀者作為習題可耳（參閱習題 10）。

626. 聲學之其他應用——依兩耳辨聲音方向之理 (§ 591)，可造檢查音向之儀器。此等儀器，有應用音強不同原理者，有應用波相不同 (difference of phase) 原理者，亦有兩原理均應用者。

多霧天氣航行，藉助裝於船身兩側之受音器 (sound receiver)，以聽沉入水中之鐘聲，鐘聲由長管 (或電氣設計) 達於航員。除非船正向聲源行駛，則兩受音器之聲音不同高。由改變船之方向，以定聲源之真正方向，恰如人之轉動頭部，以求聲音之方向也。

裝有兩個受音器之儀器，若裝於可在船底旋轉之杆臂上，以等長之管輸音，則改變船之方向為不必要。但旋轉杆臂，亦非必要，因隔離數吋的兩固定受音器，通常所受之聲音，波相不同，故若用等長之管輸音於兩耳，則對於頭部之影響，猶如在相當方向，直接聞及之聲音也。倘使任一管長可以改變，則可使聲音直接來自前方。一指示器，由齒輪裝置，與改變管長之儀器相連，以示聲源之真正方向。用此方法，可以檢出輪船或潛艇之方向，其準確程度，數哩之遙，僅差兩三度耳。若用若干對受音器，依適當方法連路之，則尤為靈敏。

若將上述之儀器，裝於船首，假定水深不太超過船長，則可轉動之以聽自水底反射之推進器聲，若水過深，則由水底回聲之時間，以推算水深。用此種設計，可於船正開動時，測定水深。

## 參 考 書

Rayleigh's Theory of Sound is a standard work containing both theory and experiment.

Helmholtz's Sensation of Tone is a classical work of great originality.

Poynting and Thomson's Sound is simple and clear.

Wood's Sound in the Encyclopedia Britannica is comprehensive and clear.

Barton's Sound contains a clear account of principles.

These last three works contain clear statements of experimental facts with considerable theory.

Miller's Science of Musical Sounds is an interesting and original work, copiously illustrated, on the experimental analysis of sound waves.

Sabine's articles on Architectural Acoustics (American Architect, 1900, 1913; Proc. American Academy of Arts and Sciences, 1906 or Sabine's Collected Works) are of great originality and of fundamental importance.

## 習 題

1. 盛夏之日( $35^{\circ}\text{C}$ .)與嚴冬之日( $-20^{\circ}\text{C}$ .)，聲速之比為何？
2. 音樂隊在以 20 哩每時開行之汽輪上演奏，今欲令每音可以降低半音，同聽者必需以何速度於反對方向進行？
3. 設有一閉管長 1 米，試求溫度  $20^{\circ}$  時，其基音及首二階音之音調。
4. 假定某閉管之第一階音之音調為 512，問此管之長為何？
5. 某音叉與一標準音叉所生之拍為每秒 2 次，標準音之頻率為 512。當粘一小塊於前一音叉臂上時，則拍數減少，問此音叉之音調為何？
6. 今有頻率為 384 之音叉，與某振弦每秒成 2 拍。欲令二者可以諧諧，問該之張力必須如何改變方可？
7. 設有一閉管及一音叉，音叉之音調為 258，當管長為 92 釐米時，管與音叉共鳴，管長為 98 釐米時，亦共鳴。若溫度為  $18^{\circ}\text{C}$ ，問空氣比熱之比率為何？
8. 用玻璃棒作干涉試驗，假定細粉條紋之距離為 5 釐米，玻璃棒上兩被夾點之距離為 70 釐米。若玻璃之密度為 2.7 克/立方釐米。問此玻璃棒之楊氏彈性係數為何？

9. 一艘船長 400 呎，在船首用檢音器聽進飛機之聲，其方向似與水平成角  $40^\circ$ ，問水深若干？

10. 某大禮堂最適於樂隊演奏，其設備如下：

禮堂之容積	11,200 立方米
壁柱上之塗飾	2,200 方米
鋪天花板之木料(松)	235 方米
布幔	80 方米
聽眾及樂隊	1,000 人。

(a) 試求此禮堂之餘音期間  $T$ 。

(b) 茲擬照樣建另一禮堂，而擴大之，使可容 2000 人。試算出此擬建禮堂之餘音期間，並對此擬議作一批評。

(c) 設新加之聽眾，均分配於樓座內，則此新禮堂與舊禮堂之比例為何？

(d) 依原來計劃，假定一半座位空出，(1) 設座位為無填塞之木坐，(2) 設為有填塞之坐，問對此新禮堂之影響各如何？

# 光 學

## 光之一般性質

627. 輻射——光學一詞，如熱學及聲學然，亦含有二不同意義，一指視覺而言，關於此旨，迨全屬於心理學家之領域。但物理學家之用此詞，概為客觀的，係指外界作用而言，即倘使之作用於目，則可刺激光覺。尋常眼所可見之輻射，亦可感動照像板，溫度計，或其他靈敏檢熱器。設以稜鏡分析日光，電光，或其他光源之輻射，則見紫色及紅色之外，尚有不可見之輻射，可感動照像板或溫度計，而且金屬電極間電火花之振動，恆與電波之輻射同時發生，亦為已證明之事。此種種輻射之間，性質上本無差別，其所以有刺激光覺與不刺激光覺之分者，僅屬於眼之特性耳。猶之鋼琴絃之可與某律音共鳴，而不與其他律音共鳴也。又恰似人耳之可聞他人所不能聞之音也。故目亦有能視尋常目力所不能見之輻射者，以下所論，蓋總合所有輻射而言。嚴格言之，光學一詞，祇能應用於刺激光覺之輻射，茲所用者，則就廣義而論，包括輻射之全體，凡普通性質相似者皆屬焉。而所以分為發光的，光化的，及熱的輻射者，乃全屬人為，非輻射本身之有差別也。

628. 光源——最常見之光源為太陽，（其物理性質及狀態至今尚未十分明瞭）；高溫度之固體（如炭極電弧，熾熱燈及光焰等是）；及



發光之氣體，〔如水銀弧光及氖 (neon) 管是〕等。倘置冷瓷片於蠟燭，煤油燈，或煤氣燈之火焰上，則見有極細炭粉附着其上，但若置於不發光之本生燈或酒精燈焰上，則無此種炭粉。由是論之，則火焰之光亮，蓋由於白熱炭粉之存在也。倘將本生燈之底關閉，則焰發光而有煙，又足為上理之徵。倘開啓燈底，則有充份之氧與煤汽離解所生之炭粉結合，而焰又不發光矣。氧化炭為永久氣體，此種氣體，雖然在高熱之星體上可以發光，但不能以實驗室內所可得之高溫度使之發光。但任何氣體可用電火花通過之，使之發光。有可於高溫下使之發光者，如水銀弧光是也，但亦有於光源之極低平均溫度下而發光者，如各種形式之磷光，北極光，及飛螢所發之光是也。磷光有可於液化空氣之低溫下而極端活躍者，北極光為通過極稀薄而最冷之高氣層之放電。

629. 直線傳播——關於光之最古觀察，為光在均勻介質中依直線進行。光之傳播路線或“光線” (rays) 可由兩種方法變更其方向，(1) 由反射，即光照於兩種介質之分界面上時是也，(2) 由折射，即光由此介質斜入於彼介質，或通過不同密度之介質時是也。

630. 影與蝕——因光線走直線，若經過阻礙物，則阻礙物之後無光。假定光之傳播絕對為直線的，則從點源發出之光，必生顯著之影。然事實上，經詳核結果，凡入影之光，皆漸就黯淡。此等顯著事實，證明光之直進，僅為近似的，恆不免有橫的散發。嚴格而論，假定直線傳播係指幾何直線而言，則無所謂光線一物。至此則擴散之解釋，容後述之(參閱 §701)。

影模糊之最大原因，即事實上光源多非點源，而有一定之面積也。圖 499 及 500 所示，為光之分佈及影之成因。第一圖表示較大於光源之物體所生之影；第二表示較小於光源之物體所生之影，例如，地球因太陽所生之影是也。無論如何，在物體後方皆有一全影 (umbra)，全影之內，絕無光線。全影周圍，有一區域，名曰半影 (penumbra)，半影受光源一部分之光，故全影愈遠，半影愈顯。當月球完全在地球之全影內時，謂之全蝕；一部分在全影內時，謂之半蝕。



圖 499

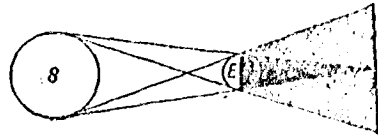


圖 500

631. 視差——視差現象與光之直線傳播有關。視差(parallax)者，因觀察者之實在移動，所生物體之視移動(apparent)也。例如，觀察者自  $O_1$  移至  $O_2$  (圖 501)，則  $A$  對於  $B$  似向反對方向移動一角度距離  $\alpha + \beta$ ，似與觀察者在反對方向運動之物體，顯然較近。例如，人坐火車，近物似向後運動，遠物似與人在同方向運動。倘二物相重疊或等遠時，則無視差。此為求透鏡或鏡造像之位置，或合光於望遠鏡之十字線之最好方法。當十字線與遠物之像皆清楚可見，而無視差時，則遠物之像與十字線相重疊，而合光矣。

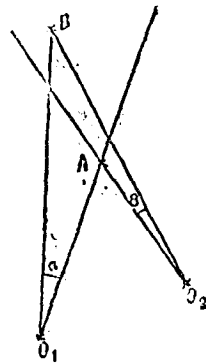


圖 501

天文學上水平視差之定義，為地球之半直徑 (semi-diameter) 對太陽系任何體之角。由觀察地球太陽間之行星，經過太陽面之時間，可以測定地球太陽間之距離，例如金星是也。觀察者於  $A, B$  兩處，觀察金星經過太陽面之時間。由二者間之時間，及金星繞太陽旋轉之角速度， $\alpha$  角可以測出，從此角度及底線  $AB$  可以算出太陽之遠度。至於金星進入太陽面之時間，因地球之運動，所生之差誤，自須加以校正也。

632. 針孔像——光通過針孔等小孔，造成光源之倒像，亦為光之直線傳播之結果。例如，以蠟燭為光源，置於光屏  $S_1$  之一側 (圖 503)，於屏上之針孔相對，從  $P$  點發出之光，通過小孔，而成一細光線錐

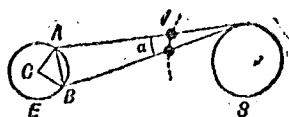


圖 502

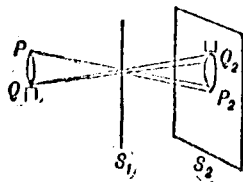


圖 503

(pencil), 在屏幕  $S_2$  上成小亮點  $P_2$ 。從  $Q$  發出之光, 在屏幕  $S_2$  上成一  
 小亮點  $Q_2$ 。燭所生之各亮點, 依形式, 顏色及相對亮度, 而成一燭焰,  
 但顯然為倒置的。針孔造像與收斂透鏡造像相同, 不過針孔像之亮度較  
 弱於透鏡造像之亮度耳, 其比例等於針孔面積透鏡面積之比。因針孔像  
 係由一羣亮點交疊而成, 故其邊緣不如透鏡造像之明顯。孔愈大, 或光  
 源離屏愈近, 則通過之光錐角愈增, 而像亦愈模糊, 因物體與像在針孔  
 所對之角相等, 故物與像之大小之比, 等於物及像離屏  $S_1$  之距離  $u$  與  
 $v$  之比。無論由何種光學方法所造之像。此理皆然, 例如鏡或透鏡等是  
 也。應用針孔鏡頭, 可攝極柔美之風景像。

633. 反射, 規則的, 漫射的——當光射於平滑面上時, 則依一定方  
 向而反射, 此反射謂之規則反射。包含入射方向及入射點之法線之平  
 面, 謂之入射面 (plane of incidence)。入射線與法線所成之角, 謂之  
入射角 (angle of incidence); 反射線與法線所成之角, 謂之反射角  
 (angle of reflection)。實驗證明: (1) 入射角等於反射角; (2) 反射線在  
入射面內。由第一定律, 假定鏡以鉛直於入射平面之垂線為軸而旋轉一  
 角度, 則反射線旋轉之角, 二倍於此角。

當光射於粗糙面上時，則向各方反射，則稱之曰漫射 (diffuse reflection) 或不規則反射，規則反射與漫射，根本上無甚區別，不過不規則反射可想像其為自無數雜亂無章的小平面所生之反射耳。

034. 物體之可見性——晴朗之夜，無月光之時，則衆星以黑天為背景而出。地球影週圍之空間，因為日光所充滿，但倘無星月之反射，則不能見。設令光線通過蒸餾水杯，則其路徑不可見。設光線射入暗室，則除非空氣中有微塵飛揚，則光不能見，若加牛奶一滴於水中，或揚灰塵於室內，則可令光之路徑明白顯出。由上之實驗，則知光倘非直接由光源入於目，或經反射而入於目，則不能刺激光覺。尋常物體之所以可見者，因其反射入目之光，為亂漫射故也，故亦可視之為第二光源。至於完全反射體之本身，必不可見，因其反射之光，似由光源之影像發出，而非由反射體發出也。

035. 透射及吸收——玻璃、氣體、及水等介質，光經過後，強度並不減小。其他介質，有略透光者，有不透光者，亦有僅透過某種顏色之光者；此種介質，可稱之為有普遍的 (general) 或選擇的 (selective) 吸收。容有發生吸收之時，似必有輻射能之損失，但此種損失，可證明其變為他式之能，尋常多變為熱能（參閱 §330）。

凡透射大部分之入射光線而無散射之物質，謂之曰透明 (transparent)。透明者，即經過此種物質，可以看清東西也。凡吸收所有不令反射之入射光線之物質，謂之曰不透明 (opaque)，其作用可視為完全的屏幕。凡絕對反射體，顯然必亦為絕對不透明，又反射本領尋常隨吸收本領而增。以此等性質而論，各物質極為不同，從最完全的透明以至最

完全的不透明，殊有差異也。即最透明的介質，亦表顯若干吸收性，其吸收性隨路徑之長而增，故無論何物質，倘所用之厚度充份，則亦可變為不透明。

較厚之水層雖為透明，但海洋深處，絕無光線透入。反之，光可以透過任何較薄之介質，故薄金屬片或炭片，可以為透明。物質有為選擇透明者，例如紅色玻璃，可令紅色光自由透過，但不令其餘之色透過，硬橡皮薄片，似為不透明，但可令光譜中紅色以外之輻射透過。故凡物質皆為選擇透明 (§736)。

物質有雖能透光，但同時又散射之者，故隔此等物質，不能看清物體。此等物質，謂之曰半透明 (translucent)。因此等介質內構造上非連續的，或非均勻的，故由漫射生此效應，例如粉玻璃，紙，或含細塵之水是也。物質有在液態時為均勻而透明者，如白蠟是也。其作用似由於結晶之故。

據在暗室內觀測結果，健全之眼，可以看出濃過之煤汽分子，或透明液體之分子，或透明固體之分子，皆令光有若干散射。天空中大部分之光，係由於分子的散射，餘者係由於懸空物質之小粒之散射。

636. 折射——光由此透明介質斜入於他透明介質時，一部分常被反射，同時入於第二介質之一部分，則在分界處卒變其方向。光由較稀介質入較密介質時，尋常向分界面之法線屈折（但非常常如是）。此現象名曰折射 (refraction)。因物體似在光所自來之方向內，故折射因改變光之途程，致生光源之視位移 (apparent displacement)。克魯默得氏 (Cleomedes) 之舊實驗中，有一例焉，係置銅幣於杯底，使杯邊恰遮蔽

之，若貯水杯中使滿時，則銅幣似升起而可見（圖 504）。原在  $A$  處之物，似在  $A'$ ，其位置似在  $A$  之右上方 (§669)，同理，將米突尺斜插水中，則似乎彎曲，其分度似乎縮短。池沼似較其實深為淺，即正對其水面而視亦然。此種正對折射介質所見物體位置之視改變，雖無光之偏轉。亦可視為折射

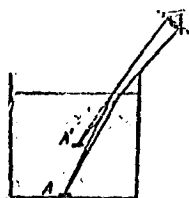


圖 504

之例。此等影響，係光在各種介質內速度不同之結果，將於 §667 內證明之。

637. 光之強度——由目所估計之光之強度，不足為精密的物理測量。蓋因目所估計者，視光之顏色及目之靈敏而異也。可以測定光之強度之惟一可靠方法，係計之以能。

假定輻射依直線通過均勻介質，再假定此介質為完全透明，且其自身不發射輻射，則每秒內流過任何以光源為中心之同心球面之總能量必皆相同。故強度  $I$  或每秒內通過單位面積之能量，必與距光源距離之平方成反比 (§259)。

以上結論，乃基於輻射依直線向各方均勻散射之假定。倘介質為無定折射性的，則上之結論即不正確，蓋因部分反射，及光線經由此介質至彼介質之擴散不同也。倘以透鏡或球面鏡使光線成平行，則除因吸收或不完全平行外，強度不隨距離而改變。

638. 光度學——目雖不能精確估計光源之照度，但兩相鄰面是否受同色光之等照，則可準確決定之。此原理係以各種光度學 (photometry) 方法，或比較光之強度法為基礎。光度計之最簡單而且最古者有兩種，即倫福德 (Rumford) 陰影光度計，及本生 (Bunsen) 油點光度計

是也。二者之應用上，皆係假定所比較之兩光源之光，所含之各色比例相同，故以之比較，乃為可能。

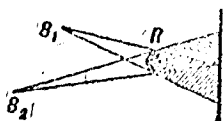


圖 505

倫福德光度計(Rumford photometer)，係由光源  $S_1$  及  $S_2$  使桿  $R$  在白屏上成二影(圖 505)，二光源之一為標準光源。改變  $S_1$  及  $S_2$  之位置及距離，使二影恰相接觸，而且等強。當二影之強度相等時，則各光源在屏上之照度  $E$  必相等，因每一陰影，僅為生他一陰影之光源所照射也。命  $F_1$  及  $F_2$  分別代表由光源  $S_1$  及  $S_2$ ，向各方所均勻輻射之總光通量(total luminous flux)(此處所謂光通量，意即每秒內依視覺所估計之輻射能也)，再命  $r_1$  及  $r_2$  為二光源距屏之距離，則(參閱 §259)。

$$F_1 = 4\pi r_1^2 E, \quad F_2 = 4\pi r_2^2 E$$

或

$$E = \frac{F_1}{4\pi r_1^2} = \frac{F_2}{4\pi r_2^2}$$

因對於任何點，皆有  $4\pi$  立體弧度 (steradian)，或  $4\pi$  單位立體角(1)，故  $E/4\pi$  為每立體弧度所輻射之光通量。設以  $I$  代表此量，則上式變為

$$E = \frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2} \quad \text{①}$$

量  $I$  為光源之發光強度(luminous intensity)，以國際燭光 (international candle) 測之。由上式視之，假定各光源在屏幕上之照度相等。則兩光源之燭光或強度，與其距屏幕距離之平方成正比。又據上式，則一

(1) 假定以圓錐之頂點為中心，以  $r$  為半徑畫一球面，再假定此圓錐在球面上所劃之面積為  $S$ ，則圓錐之立體角之計量為  $S/r^2$  立體弧度。

已知光源在屏幕上所生之照度 (illumination)  $I$  (其定義為在鉛直於光通量方向,每單位面積上所照射之光通量,與光源距屏幕距離之平方為反比)。

本生光度計 (Bunsen photometer) 之構造,為一白紙屏,上有一油點,此油點較淨紙為透明,因此之故,受反射光之作用而較暗(因油點反射之光較少)。倘將此紙屏置於兩光源之間,若兩光源在紙屏上之照度相等,(假定兩光源所含各色光之比例同),則油點消滅。即油點一側因反射光之損失,適為由他側所增之透射光所抵消。

此外已經發明之光度計甚多,例如,久利 (Joly) 氏所發明者,魯麥 (Lummer) 氏及布洛渾 (Brodhun) 氏所發明者 (§724),與夫惠特曼 (Whitman) 氏輩所發明者是,但皆應用上述相等照度之理。

639. 光度單位——按國際慣例,法、英、美皆採用一光度標準,即所用國際燭光也。此標準以用作原始標準特製燈燭為準。尋常用之燈有兩種,即哈爾庫特 (Harcourt) 氏戊烷 (pentane,  $C_5H_{12}$ ) 燈,燃燒戊烷蒸氣及海夫奈爾 (Hefner) 氏亞米醋酸 (amyl acetate) 燈,燃燒亞米醋酸。二燈皆必須特製,火焰之高皆有限制。對於大氣壓力,大氣中之水汽,及二氧化碳氣,皆須加以校正。國際燭光之強度等於 0.1 哈爾庫特氏戊烷燈之強度,約等於 1.1 海夫奈爾氏燈之強度。最便於實用之標準,為已用原始標準校準之白熱電燈,若所用電流限定時,其強度皆為標準 國際標準局所證明。

單位光通量為一圓形燭在單位立體角之圓錐內所通過之光通量。此單位名曰流明 (lumen)。因照度為射於單位面積上之光通量,故照度之單位,視所選擇之面積單位而定。最常用之單位為每方呎一流明,或一呎燭 (foot-candle)。此為一圓形燭在一呎遠處所生之照度。此外,又有勒克司 (lux),或每方米一流明(一圓形燭在一米遠處所生之照度),及光透 (phot),或每方釐米一流明。

$$1 \text{ 呎燭} = 10.764 \text{ 勒克司} = 0.001076 \text{ 光透}。$$

便於讀書之照度約為 15 呎燭。



640. 亮度及朗伯氏定律——發射光能之表面之亮度 (brightness), 例如白熱之燭片是, 可定義為垂直於視線之發射面, 每單位面積的發光強度 (燭光)。以上述發光強度之定義, 則亮度亦可定義為垂直於視線之發射面, 每單位面積每立體弧度的光通量, 茲就表面  $AB$  (圖 500) 發光而論, 假定在鉛直於而之方向, 其發光強度為  $I_n$  燭光, 同理, 設依  $\alpha$  角視之, 命其發光強度為  $I_\alpha$ , 則直視之時, 其亮度為  $I_n/AB$ 。依  $\alpha$  角視之時, 則亮度為  $I_\alpha/BC = I_\alpha/AB \cos \alpha$ , 因  $BC$  為鉛直於視線之投射面也。據朗伯氏定律 (Lambert's law), 則

$$I_n/AB = I_\alpha/AB \cos \alpha, \text{ 或 } I_\alpha = I_n \cos \alpha,$$

上式為朗伯氏餘弦定律, 其意義為由輻射面所發射之每單位角發光能量 (燭光), 與面之法線及視線所成之角之餘弦為反比。

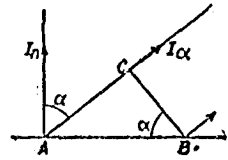


圖 500

亮度之實用單位為朗伯 (lambert), 等於具有每方釐米  $\frac{1}{\pi}$  燭光的發光強度之面之亮度。假定朗伯氏定律對上述之面為正確, 則朗伯又可更明白的定義為每方釐米投射面, 向一個 ( $2\pi$  立體角) 輻射一透明的面之亮度。

依朗伯氏定律, 則從遠距離所視之白熱球, 應為均勻明亮的圓盤。

此定律對於具有吸收性的大氣所包圍之面, 則不適用, 因此極面對視時之總吸收, 自較大於正視時也。例如, 太陽週圍, 有吸收性之氣層 (如照像所見), 故其邊緣較中心為暗。

## 光 速

641. 光速——產生光覺者, 遠物內所起之騷動也, 此騷動自然可假定其以一定的速度傳播。約當 1600 之時, 伽利略氏曾首擬測定光速 (velocity of light)。其方法與尋常用以測定聲在空氣中之速度者略同。

兩觀測者, 相距若干遠, 彼此各注意所見光覺之時間。此實驗之失敗處, 顯係光速太大, 經過尋常距離所需之時間太短, 除將所用方法, 大加改良, 則殊難測出。故最初所得之結果, 當然賴天文方法, 因天文方法所用之距離, 為天體間之距離也。

1675 年, 丹麥天文學家鹿麻 (Römer) 氏, 發現木星 (Jupiter) 的圓

星之蝕，按地球與木星之相對位置，其被蝕時間之增減，甚有規律。假定第一次觀測之時，地球與木星在太陽之同側，且在同一直線之內。某一圓星的首次及二次蝕相隔之時間約為一日又 18.5 小時，但當地球循其軌道進行，兩次蝕相隔之時

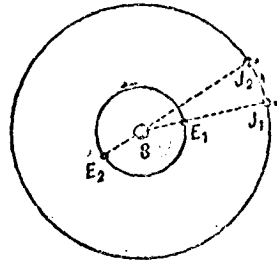


圖 507

間漸增，故當地球與木星在太陽之對側時，兩次蝕間隔之時間，較第一次測得者約遲 16 分鐘。

鹿麻氏謂此現象係由於光之一定速度而生。在前後兩次蝕之時期內，地球與木星間距離之增加，等於地球軌道之直徑，最後被蝕之前，由圓星所來之光，必多走此一段距離，因而遲 16 分 41.6 秒（據近世觀測）方達地球。由此時間，及最精確之地球軌道直徑之測定，算得光速為 298,300 千米每秒。

642. 布拉得列方法——鹿麻氏之說，直待其死後甚久，有完全不同的天文方法證實其說時，方為世人所信任。1727

年，布拉得列 (Bradley)，嗣成英國的天文家領袖，發現恆星之視位移，即星的位移方向，與地球繞太陽轉的速度方向相一致。最大的角位移，對於所有恆星皆同。氏當時對此現象，殊覺難解，厥後偶然發見在太姆士 (Thames) 湖航行的船上之風標方向，非風之方向，乃真正風向與因船前進所生的假風向之合成方向，於是氏窺及從星來之光之

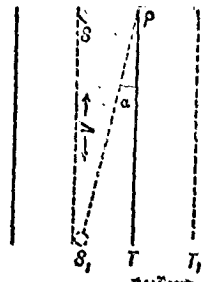


圖 508

視運動，或為光之真正運動方向，與因地球前進所生之假後退方向之合成方向。如圖 508，設有雨珠  $S$  落於鉛直管  $T$  之內，同時管於雨珠路線鉛直之方向，平行於其自身前進，故雨珠對於管有一水平份之相對運動，而擊於管壁。當管達  $T_1$  時，雨珠達  $S_1$ ， $S$  對於  $T$  之相對路線為虛線  $PS_1$ 。同理，以一定速度，與望遠鏡筒之軸平行運動之光線，因地球運動所生之視運動，必擊於望遠鏡筒之壁。設視角位移為  $\alpha$ ，則  $\tan \alpha = v/V$ ， $v$  為地球之分速度，與視線鉛直， $V$  為光速。 $\alpha$  顯然為倘欲令從星來之光線，沿鏡軸進行，望遠鏡所必須傾側之角。此種星光之視角位移，即所謂光行差 (abberation of light) 也。據最確之  $\alpha$  測定，光行差常數 (abberation constant) 為  $20.479''$ ，按此值及地球在其軌道內之已知速度，得光速  $V$  之值為 299,714 千米每秒。

643. 菲索氏方法——作光速之直接測定者，菲索 (Fizeau) 氏實為第一人，其於 1849 年，測得光在 Sorcennes 與 Montmartre 間通過所需之時間，二地在巴黎近郊，相距 8633 米，其法如下：如圖 509，光從光源  $S$ ，經過一收斂透鏡  $L_1$  經平行玻璃片反射，而聚於凹鏡  $M$  邊緣  $P$ 。再用透鏡  $L_2$  使成平行光線，經過一甚大距離  $L_1 L_2$ ，射於透鏡  $L_2$ ，而聚於凹鏡  $M$  之

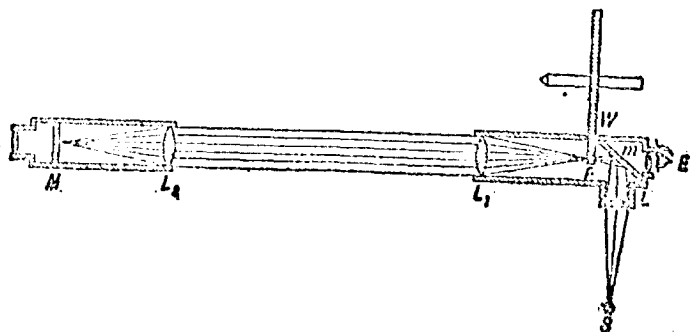


圖 509

面上。此凹鏡之曲率半徑，等於其距透鏡之距離  $ML_1$ ，故光線由鏡面反射沿其舊路而至光源；但一部分光線經過平面玻璃而至接目鏡  $E$ ，觀者即由此處觀察之。若令齒輪迅速旋轉，其齒順次經過  $E$ ，使光交互被遮斷或通過齒隙，達於  $M$  而反射。假定一齒適在  $F$  位置，則光被遮蔽；當齒輪之轉速為二倍時，則光再達  $F$ ，適當一隙達於  $F$  之時，則可見  $S$  之像。待齒輪之速度三倍於第一次被遮蔽之時，則發生第二次遮蔽。依此類推，轉速漸增，影像亦交互隱現。待轉速增至可容光之通過時，則往返經過順序缺隙而成圓環之像，但圓面之  $S$  像作用，故所見之光為連續的。由齒輪與凹鏡之距離，及齒輪之轉速，可以算得光速。

菲茨氏所求得的  $V$  之值為 313,300 呎米每秒。科爾(Cornu)氏用同樣方法，從多次實驗之結果，算得  $V$  之平均值為 299,050 呎米每秒。

644. 佛科氏，麥克爾孫氏，牛可布氏方法——1862 年，佛科 (Foucault) 氏應用從旋轉鏡反射光線之位移，測定光速  $V$ ，麥克爾孫 (Micholson) 氏將佛科氏方法加以改良，於 1879 年在合衆國海軍專門學校 (United State Naval Academy) 測定光速，又於 1882 年在克利夫蘭 (Cleveland) 測定之。麥克爾孫氏設備如圖 510 所示，從狹縫  $S$  來之光線，射於平面鏡  $m$ ，被反射達於透鏡  $L$ ，經透鏡折射而成平行光線，而射於平面鏡  $M$  上。光線復順其舊路返回，假定平面鏡  $m$  為靜止的，則光線必復聚於  $S$ 。但當光經過  $m$  至  $M$  而返回之時， $m$  已旋轉一小角度  $\alpha$ ，在反射光線必旋轉  $2\alpha$ ，而成像於  $S_1$ 。假定  $S$  與  $S_1$  之距離  $=d$ ， $S$  與  $m$  之距離  $=r$ ， $m$  與  $M$  之距離  $=l$ ，再假定  $m$  每秒內之轉數為  $n$ ，光線經過  $m$  至  $M$  而返回所需之時間為

$T$ ，則

$$2\alpha = \frac{d}{r}$$

$$T = \frac{\alpha}{2\pi n}$$

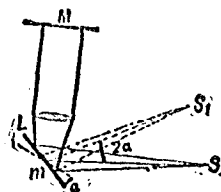


圖 510

$$V = \frac{2l}{T} = \frac{4\pi ln}{a} = \frac{8\pi lnr}{d}.$$

佛科氏用一短魚距透鏡，置於  $S$  及  $m$  之間，非如麥克爾孫氏設計中，在  $m$  及  $M$  間置一長魚距透鏡；所以  $l$  較短，不能超過 20 米，即令鏡之轉數為每秒 800 次，位移  $d$  亦僅為 0.7 毫米。佛科氏所得結果為 298,000 仟米每秒。麥克爾孫氏實驗用長魚距透鏡，可使  $r$  為其大，同時可使射於  $M$  之光線平行，或近於平行，故可任意增大距離  $l$ ，而不致有光之損失。氏所用  $l$  之值 = 625 米， $r = 9$  米，轉速為 257 轉每秒，所得之位移  $d$  為 133 毫米。

1882年，牛可布(Newcomb)又將佛科氏方法加以改良。所用之距離  $l$  為 3721 米，為維吉尼亞之(Virginia)華盛頓紀念塔與Fort Myer間之距離。氏所得  $V$  之值為 299,800 仟米每秒。

迄今，約在 1921—23 年，麥克爾孫氏又在 Mount Wilson Observatory 作進一步之實驗，氏所用之旋轉鏡，為一新式者，於是精確程度大為增加。氏所用之鏡為八面形，變更鏡之轉速，使光線經過  $m$  至  $M$  而返回之時(圖 510)，鏡之一面，恰可代替其鄰面。氏所用之距離 (Mount Wilson 至 Mount San Antonio) 為 35.4 仟米。鏡之轉速為 528 轉每秒。麥克爾孫氏最後所發表之結果為 299,796 ± 1 仟米每秒，此值無疑為迄今之最可信值。

645. 光在不同介質中之速度——例如水及二硫化炭是，曾由佛科氏及菲左氏測定，又由麥克爾孫氏測定，所用者皆為菲左氏方法。一長管，中貯液體，置於平面鏡  $m$  及  $M$  之間。麥克爾孫氏測得光在空氣中之速度較在水中大 1.33 倍，較在二硫化炭中大 1.76 倍。此發現對於光之放射說與波動說之孰是孰非，負重大之責(參閱 §§ 647, 667)。

從任何光源發出之光之速度，似乎皆同，絕不受光源強度之影響。鹿麻氏及布拉得列氏用太陽光及星光，菲左氏及科紐氏用鈣光，佛科氏，麥克爾孫氏，及牛可布氏用太陽光，楊(Young)氏及福伯士(Forbes)氏用電光。光以同一速度，通行空間，與光色無關。假定藍色光之速度較紅色為速，則白色星為月所蝕時，恰於被蝕之前，必呈紅色，恰於被蝕之後，必呈藍色；但據觀測結果，無此變化也，是為上述之證。又在麥克爾

孫氏實驗中，光並未分成光譜，又爲一證。變星 (Algol) 之光，變化之週期約爲 69 小時，由其光譜之照像，知極端紫光與極端紅光之強度，同起同落，足證各色之間，無相對的延緩。有幾種有形的介質中，各色光之速度，大爲不同。麥克爾孫氏測得在二硫化炭中，藍色光之速度較紅色光小百分之 1.4。在各種氣體中，此差異不甚顯著。

光從月球達地球，約須時一秒，從太陽達地球，約須時 8.25 分。若干較近星之光，已知其有層微的週年視差，由此視差，可略推知星之遠度。從最近的星如 α 天南星 (Centauri) 之一發來之光，達地球約須 3.75 年，從天狼星 (Sirius) 發來之光，約須 17 年。極遠之星，可於數千年前因碰撞而已毀滅，但吾人仍可見其毀滅以前所發之光，且此光仍在空間繼續進行。常在變星內發現之變化，必在吾人發見前若干年而已有。

相對論 (theory of relativity) 所根據之假定，即光速無關於光源與觀察者之相對運動，或觀察者對於理想的以太之運動。由不曾發見以太對於地球有任何推動，此結論成爲必然。數學上又證明此假定與時間爲空間時間 (space-time) 之第四因次之思想相一致。安斯坦 (Einstein) 氏由廣義的相對論，斷定光之速度通過強重力場而減小。故由星發來之平面波前，經過太陽附近，必生偏轉，就如光受太陽週圍大氣所折射然，太陽週圍之大氣層太陽愈遠，密度愈小。遠近近於太陽全蝕時之照像，發見太陽左近星影之位移，似又爲安斯坦氏說之證明。

## 光 之 性 質

646. 傳播之方式——依照舊說，光爲一種壓力，其影響瞬息傳佈於宇宙間之介質，狄卡爾 (Descartes) 氏，即持是說。但產生光之騷動，確具有一定速度，據此事實，則光由於運動而生，非由於靜壓力也。例如太陽等發光體之輻射，可使其所射之物質發熱，且亦可產生化學變化，或電效應，據此，則光其由光源流出之繼續不斷之能流歟。據吾人之經驗，可以傳佈能者，祇有兩途，或借實質物體在空間之投射，或借靜的介質中振動之傳播，如各種波動所表示者是也。故關於光之傳播，曾有二說，

相爲顛顛，即發射說(emission theory)與波動說(undulatory or wave theory)也。

G47. 發射說——牛頓氏主張光係由於光源所發射之發光質點(微粒)而生。氏之所以持此說者，似因其可以說明光之直線傳播也，波動說對此，似不適用。牛頓氏用稜鏡分析法，證明白光爲各色光之混合。至色之不同，則諉爲發光微粒之大小不同。

牛頓氏發現水波繞過阻礙物，毫無困難，不成陰影，至於聲影，亦僅在例外環境下方有。以此例彼，假定光爲波動，則光何以不繞過邊稜而必走直線。然氏亦曾留心於聲波生影之傾向，甚於水波，倘使其留心觀察微波之動作，例如水上之微波紋，則其對於波動說之駁斥，或已消逝矣。巨大之水波，雖然可以繞過樁柱，或其他較小之阻礙物，但倘使微波當之，則必被阻止，分由阻礙物之兩側通過，而不復合併，則必有無波紋之區域，或必成影矣。同理，高調之音，因波長甚短，而成顯明之影。

倘假定微粒動作，有類於彈性球，則發射說解釋反射，頗爲滿足。假定如此之球，於與法線成 $i$ 角之方向擊於反射面(圖 511)，則其速度之切線分速度 $v$ 必無改變。設反射速度 $u$ 之大小亦不變，則反射角 $r$ 必等於入射角 $i$ 。

倘假定物質吸引此等微粒，則折射亦可解釋。如此，則微粒行近分界面時，必爲加速運動，同時，速度之切線分速度(圖 512)。



圖 511

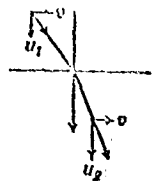


圖 512

明)，則於入第二介質之後，速度必逐漸增大，則是光之速度，在折射力較大於空氣之介質中，亦必較大，但實驗結果，恰與此相反 (§645)。此實發射說之有力反駁也。至於折射者僅為一部分之光，其餘仍被反射，又為發射說之反駁。不啻此也，假物質吸引光粒子，則光源發射光粒子必需甚大之爆炸力，勢必成爲瓦解。倘使發射說爲可信，則光粒子之速度，必隨光源之性質與強度而變，但燭火之光與太陽之光，其速度絕無區別。

近今光之微粒說已行復活 (§781)，但此新說與牛頓氏說絕不相同。尤其不同者，即此新說所預料之光粒子之速度，與實驗結果完全相符，而上所述之牛頓氏說，則與實驗結果，直接矛盾。

648. 光之波動說——約當 1678 年，海耳史 (Huygens) 氏以公式表明此說。氏假想空間充滿一種稀的介質，而稱之曰以太 (ether)，從發光體發出之光波，藉此介質而傳播。此說對於尋常之反射及折射現象，毫無困難，但因上述諸因，不爲牛頓氏所承認。牛頓後百餘年，光學稍有進步，迨至 1802，湯馬司楊氏 (Thomas Young) 曾發表“On the Theory of Light and Colors.”，此篇係以波動說立論，而討論光學現象，始使海耳史及其他擁護波動說者所預見之理，引人注意，此理即光波所通過空間的任何點之效應，乃諸多個別波相重疊之結果效應也。此結果之大小，不僅視振幅而定，且與分波之相對位相 (relative phase) 有關，設振幅相等，且在同方向進行之二波，爲同位相，則任何點之位移，必等於各個位移之和。合成波之能，與振幅之平方爲正比，四倍於單獨波之能。設二波之位相相反，則在任何點之合成振幅及能皆爲零。楊氏稱此效應爲光波之干涉 (interference)。

楊氏曾設計一簡單實驗，此實驗可視爲波動說之嚴格試驗。光從狹縫  $S$  (圖 513) 擴散，(此狹縫可認爲原光源)，通過另外兩狹縫  $S_1$  及  $S_2$ ，二者距  $S$  爲等遠。此二狹縫可認爲副光源。設置屏幕於狹縫之前，



則屏上有亮暗相間之條紋，與狹縫平行。若將任一狹縫遮蓋，則條紋消滅。足證條紋為二束重疊光線，因互相干涉，而交相加強與抵消之合成效應。此與 §258 所述之水銀微波之干涉相類。

欲重作楊氏實驗，殊為容易，於已經顯影的照像板上，畫二條細狹縫，相距甚近，由此狹

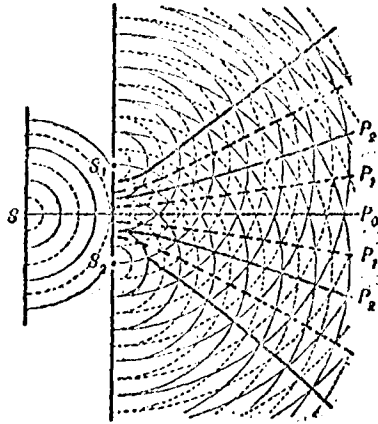


圖 513

縫視一遠處電燈即可。茲說明如下：波動通過狹縫  $S$ ,  $S_1$ , 及  $S_2$ , 自行向各方傳佈，在各屏幕之外，成為半圓柱形波，以狹縫為軸，此可以持一白色屏幕於此細狹縫之前，而令光射於其上證明之。透過的光，從光線束之軸線起，大形擴散，狹縫愈細，擴散之量愈增 (§705)。因此，常用二狹縫時，則有兩組半圓柱波，從狹縫擴散。而互相交橫，有如圖 513 所示。沿  $S P_0$  線上，各點皆距  $S_1$  及  $S_2$  為等遠，故從二光源來之波，無論其波如何，其相遇也，皆為同位相，故屏上  $P_0$  處之光，必為最強。沿止於  $P_1$  之虛線上，任何點距光源  $S_1$  及  $S_2$  之距離，皆相差半波長，則在此線上，必有互益消滅之干涉，而依與  $P_1$  處相應之色而為最暗。沿止於  $P_2$  之線上，任何點距光源之距離之差皆為一全波長，故等波長

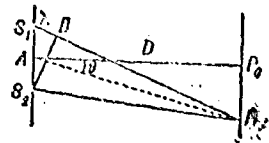


圖 514

之波，在此線上相遇之時，必為同位相，而依與  $P_2$  相應之色而為最亮。在任何點  $P_n$ ，若  $S_1P_n - S_2P_n = N\lambda$  ( $N$  為任何整數)，則必成一亮點；若  $S_1P_n - S_2P_n = (N + \frac{1}{2})\lambda$ ，則必成一暗點：

如圖 514，命  $P_2B$  等於  $P_2S_2$  則  $S_1B = \lambda_0$ 。以  $a$  代表  $S_1S_2$ 。因  $a$  為甚小。故  $S_2B$  與  $S_1P_2$  極近於鉛直。故

$$\lambda = a \sin \theta$$

由此式可以算出  $\lambda$ 。據測量所得，此值甚小，對於紅色光，約為 0.000065 釐米，對於紫色光，約為 0.00004 釐米。

設以  $D$  代表  $AP_0$ ，則  $\sin \theta = P_0P_2/D$ ，因  $AP_0$  與  $AP_2$  相差甚少也。故若屏幕之距離已知，則條紋之寬，與波長為正比，與兩狹縫間之距離為反比。

649. 色，波長，及頻率之關係——若令白光射於狹縫，則干涉光帶，除  $P_0$  附近外，尋常皆隱而不見。 $P_0$  中央之光帶為白色，兩側者，第一光帶之內緣為紫色，外緣為紅色。再外，則成各色之交疊。由此觀之，則不同色之光，波長亦不同，紫色光之波長必較紅色者為短。中央者當然為白色，因所有之色，在此點皆為最強，固無論其波長為何如也。依公式  $n\lambda = V(\S 245)$ ，——此處  $n$  為頻率， $\lambda$  為波長， $V$  為光速，——顯然當  $V$  有變化時，則必因  $n$  有變化，或  $\lambda$  有變化，或二者皆有變化。假定楊氏實驗，在水中為之，則可求得光帶在水中之寬與其在空氣中之寬之比，等於光在水中之速度，與其在空氣中速度之比。故  $\lambda_1/\lambda = V_1/V$ ，而  $n$  為恆數。測定光色，用頻率較優於用波長。光之有色，猶聲之有音調也。

650. 以太——光波為電的騷動，異於無線電所用之電波者，第波長

耳，無庸感疑也。欲說明如斯之波，何以通過不合物質的空間，似乎必需假定有天然介質焉，充滿空間，不惟充滿空間，且可透過物質，縱諸透明物質，其理信然。此介質可與物質起反作用，例如倘為吸收，則輻射能可由以太輸於物質，倘為實質之源發射輻射，則又可由物質輸於以太。

關於以太之存在，近世學者，多表示感疑，認為將傳佈輻射之本質長諸空間之自身，已屬裕足，因勿庸藉助於虛無縹緲之以太也。此問題，吾人不能在此處討論，但當此爭論未決之會，吾人仍可行用以太一詞，至少對於解釋空間（真空或物質所佔據）傳佈輻射之本質，較為方便也。

以太之虛偽，已為相對論所揭發無餘 (§645)，時至近世，擬之以新波力學 (§781)，其虛偽尤為顯著。至於光波究竟存在與否，目前似屬絕大疑問。然光頗有波之性質，確屬不庸辯證的實驗事實，故以下所述，皆以波動說為根據，至於波動之最後性質，則不多究。

**551. 海耳史氏原理——海耳史假定波前之內，介質之各點，皆生一波，每一點皆為一騷動中心。**恰似 §256 及圖 166f 所示之水波情形。如圖 515 所示，合成波前，為由諸中心所發出之波之包封切面 (enveloping tangent plane)。

假定  $a, b, c, \dots$  等點，在  $A$  及  $B$  間，皆為一騷動中心，可想像諸點非常接近。在切面  $A'B'$  上，各波皆為同位相，且在此新切面上，每點皆為一新的騷動中心，故合成波向前傳佈之迅速，等於騷動從介質之此點傳於彼點之迅速。

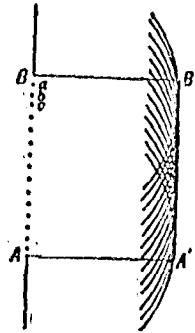


圖 515

因並無反對波前進之位移，故波向前進行，毫無阻礙；因波來之一邊，位移所生之力，足以抵消每個繼至之騷動中心，所生的位移之向後分位移，故波不能返回。此頗類於人羣中撞擠之傳佈，或一系列同質且同彈性之圓球中撞擠之傳佈，在前者既不能抵抗衝撞，同時衝撞者所受之反作用，又為其前進的動量所抵消。

652. 光波之起源及其性質——凡高溫度之物體，尋常皆為光源。據熱之推助說，高溫度與物質之最後微粒（分子，原子或電子）之劇烈振動和呼應。吾人可想像此等帶電微粒之運動，放電波於空間，猶之音叉放聲波於空氣中也。

購到現在，尙未證明此等波是否如聲波然，而為縱波，或如緊張之絃然，而為橫波，抑或如水波然，而為複波。至此等波中之位移，必橫割傳佈方向，俟於 §754 證明之。

為便利計，茲可假定光由於自然介質中之橫的週期電位移，至生此位移者，為物質微粒之振動；此等波所具之波長（振動週期）雖不一，但皆甚短；不同之色與不同之頻率相應；無論波長如何之波，在自由空間之速度皆等，但在不同物質內，速度亦不同。實驗結果，不與此諸假定相符者，殆未之有。

以下為方便起見，恆用光線(ray)一詞，其意僅指波前之法線而言，法線者表波在所論某點進行之方向也。此定義僅適用於各向同性介質 (isotropic media) (§§163, 762)。

## 反 射

653. 平面反射——如圖 516，設有波自  $S$  源擴散，而射於平面鏡  $MN$  上。倘無此鏡，則波在某已知時間，必佔  $AMPNB$  位置。因有此鏡，故原波之每一部分，當其達於鏡面時，而變為反射波之中心，恰如無鏡之時，必由此同一點，生出一波，以構成合成波  $MPN$  也，故若於  $MGN$  線上，以  $a, b, c, \dots$  等點為圓心，畫若干切於  $MPN$  之圓，則諸圓必與

理想波  $MPN$  及反射波  $MQN$  相接觸。弧  $MPN$  及  $MQN$  顯然相似而相等，且其相等之曲率半徑。假定  $S_1$  為反射波之曲率中心，則  $SO = OS_1$ ， $SS_1$  線必為鏡之法線，又  $S_1$  在鏡後之遠，必等於  $S$  在鏡前之遠。設置目於  $E$ ， $E$  為反射波所達之任何點，則入於瞳孔之光線束，必匯集於網膜之上。因此圓

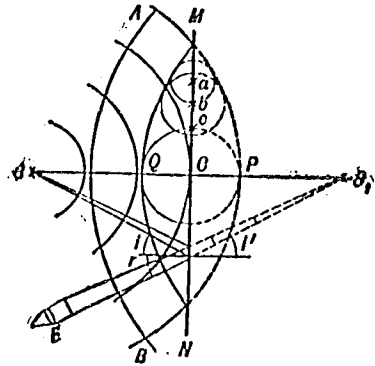


圖 510

錐之頂點隱然在  $S_1$ ，故光源之像似乎必在此點。由圖，角度  $i$  及  $r$ ，顯為相等，即入射角與反射角相等，

654. 焦點——擴散波系或收斂波系之源或曲率中心，名曰焦點 (focus)，質言之，即輻射中心或輻射源。波實在所自來之點  $S$ ，名曰實焦點 (real focus)；波似所自來之點  $S_2$ ，名曰虛焦點 (virtual focus)。點  $S$  及  $S_1$  名曰共軛點 (conjugate foci)。因平面鏡之共軛焦距相等，故若使鏡平行於其自身移動一距離，則像移動之距離倍之。

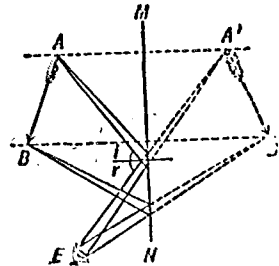


圖 517

655. 像——設  $A'B'$  為  $AB$  之像 (圖 517)，則根據上述，可證明像上各點在鏡後之距離，等於該點在鏡前之距離，且在同一法線內。故像與物對於鏡為對稱的，而且同大小。

656. 多次反射——圖 518 所示  $AB$  與  $CD$  為兩個平行相對的鏡面，由多次反射所成之像的分配之狀。此諸像之位置，殊易決定，在各鏡面內，第一次之像在鏡後之邊，等於物在鏡

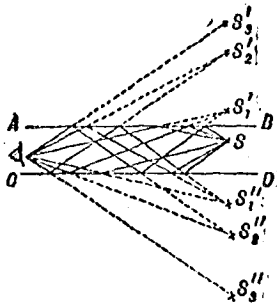


圖 518

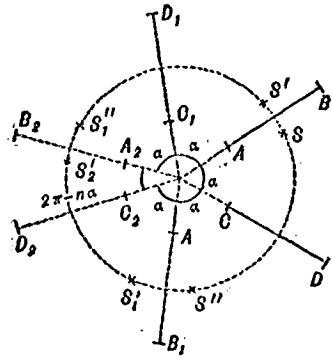


圖 519

前之邊，且在同一法線內。同法，可以定第二次二像之位置，如此類推，以至無限次。若鏡  $AB$  及  $CD$  所夾之角為  $\alpha$  (圖 519)，則有若干個像，如虛線所示，物  $S$  之像，在每一鏡像之兩側皆為對稱，且在一圓週上，以鏡之夾點為圓心。

657. 曲面之反射——波受曲面反射時，除非其與鏡面之曲率恰合，則反射波之曲率必變。據經驗所得，反射波為球面狀或近於球面狀，為數無幾，且只有反射波為球面時，方可成有定之像。曲面鏡之普通形式為具球面者，若鏡之直徑小於其曲率半徑，則反射波大概為球面狀，倘欲測定球面鏡的曲率中心之位置，及其焦點之關係，則須有下列之簡單數學式。

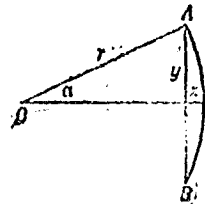


圖 520

658. 曲率半徑與弧矢之關係——如圖 520，設有弧  $AB$ ， $O$  為其曲

率中心， $r$  為半徑。弧與弦  $AB (= 2y)$  間在平分弧之半徑上所包之距離  $x$ ，名曰弧矢 (sagitta of arc)。欲定  $r$  與  $x$  之關係，則可寫

$$r^2 = y^2 + (r-x)^2 = y^2 + r^2 - 2rx + x^2$$

故

$$2rx - x^2 = y^2$$

$$x = \frac{y^2}{2r-x} = \frac{y^2}{r(1+\cos\alpha)}$$

若  $\alpha$  為甚小，例如，小於三或四度，則鏡可造一顯明之像。若鏡之角孔徑 (angular aperture)  $2\alpha$  大於四或五度時，則有顯著之球面像差 (spherical aberration) (§664)。凡能生顯著之像之球面鏡， $x$  與  $r$  相較，皆可忽略，或  $\cos\alpha$  之值，可視為等於一，如此，則在測量差誤限度之內，

$$x = \frac{y^2}{2r}。$$

659. 凹鏡——如圖 521，設光源距凹鏡 (concave mirror)  $MN$  之距離為  $u$ ， $C$  為凹鏡之曲率中

心， $r$  為半徑。設射入於鏡面之波之曲率半徑為  $u$ ，弧矢為  $AB$ 。則

$M$  及  $N$  開始反射之時，波頂於在  $D$  點反射之前，尚須走  $BD$  一段距離。當波頂抵鏡面時，波之兩端已反回沿  $MS_1$  及  $NS_1$  走一

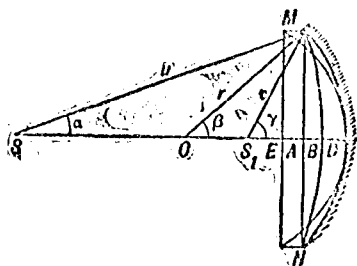


圖 521

段距離  $BD = AD - AB$ 。假定反射波為球面的，則必有一定的曲率中心  $S_1$ ，及一定的曲率半徑  $v$ ，而以  $DE$  為弧矢。當  $D$  點開始反射之時，

入射波，鏡面，及反射波在  $D$  點有一公共切點。假定鏡之角孔徑為甚小，則角  $\alpha$ ,  $\beta$ , 及  $\gamma$  (為清楚起見，在圖中皆已放大) 之餘弦，皆可視為等於一，故從  $M$  及  $N$  反射之波，可視為與軸線平行運動，而不在  $MS_1$  及  $NS_1$  方向內。故

$$ED \sim AD = AD - AB$$

$$AB + ED = 2 AD$$

測量弧矢，殊為不便，但應用 §658 所得之結果，可將上式改為祇含鏡之曲率半徑  $r$  入射波之曲率半徑  $u$ ，及反射波之曲率半徑  $v$ ，此諸量皆甚易測量。對於所有之弧。半弦  $y$  之值皆同，故若以  $y^2/2r$  代  $AD$ ，以  $y^2/2u$  及  $y^2/2v$  代  $AB$  及  $ED$ ，則可將公因數  $y^2/2$  消去，而得

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{r}$$

上之假定，雖不甚正確，但所推得之公式，在測量差誤限度之內，尚與實驗結果相符，假定  $\alpha$ ,  $\beta$ , 及  $\gamma$  皆為甚小。

光線束之方向可逆，故若光源在  $S_1$ ，則像即在  $S$ 。

倘光源距鏡之距離為甚大，則入射波實際上為平面的(平行光線)，於是  $u$  為無限大。與  $u$  為無限大相應的  $v$  之值，名曰主焦距 (principal focal distance)  $f$ 。如此，則  $S_1$  為主焦點 (principal focus)，上式變為

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \text{ 或 } f = \frac{r}{2}。$$

故主焦點在鏡與鏡之曲率中心之中點。其鏡點的關係可寫為

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$



若  $u > r$ , 則  $v < r$ 。像在  $O$  與鏡之間。

若  $u = r$ , 則  $v = r$ 。像在曲率中心  $O$ 。

若  $u < r$ , 則  $v > r$ 。像在  $O$  外。

若  $u = f$ , 則  $v = \infty$ 。反射光線爲平行。

若  $u < f$ , 則  $v$  爲一負量。其狀如圖 522 所示, 反射波之曲率中心在鏡之後。因光波實非從此點擴散, 故爲虛焦點。

說者對於其視距及曲率半徑之符號, 頗不一致。茲將最便於記憶及最便於應用之規則, 述之如下:

下:

$u, v, r$  諸量中, 凡所代表之距離, 爲在鏡前測得者, 皆視之爲正。

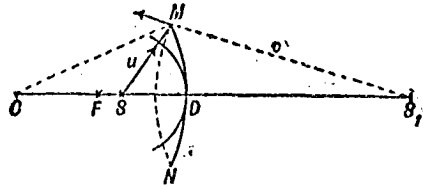


圖 522

據此規則, 則  $v$  或  $f$  代表實焦點時, 其值爲正, 代表虛焦點時, 其值爲負。

600. 凸鏡——設  $MBN$  爲凸鏡,  $DE$  爲入射波之弧矢,  $F'G$  爲反射波之弧矢,  $v$  爲反射波之曲率半徑 (圖 523), 則

$$DE + EF = GF - EF$$

$$DE - GF = -2EF$$

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{2}{r} = -\frac{1}{f}$$

此處  $v, r$ , 及  $f$  可暫視爲僅代表大小之量, 故在上式中皆冠以符號。

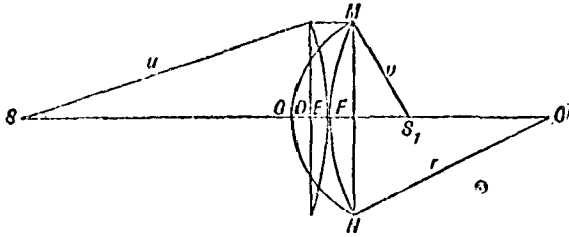


圖 523

將此式與凹鏡之式相較，依上述規則，則  $v$ ,  $r$ , 及  $f$  皆為負數。故應用於球面鏡之一般公式為

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f},$$

對於任何實在物體， $u$  皆為正，對於凹鏡， $f$  為正，凸鏡， $f$  為負。當  $f = \infty$  時，則與平面鏡同。

假定使  $f$  為負，例如凸鏡是，則  $v$  恆小於  $f$  而為負。但若光線射入鏡面，而收斂於鏡後一  $u$  處某點，則  $v$  可變為正；故凸鏡可以成虛物之實像。

661. 幾何方法 —— 倘應用平面反射定律於“光線”，對於光之性質，不加任何假定，亦可得同樣結果。如圖 524，若光線  $SD$  依鉛直方向射入於  $D$ ，則必依其原路反射而回。光線  $SP$  在  $P$  點反射，入射角  $i$  必等於反射角  $r$ ，此二反射線之交點，將確定像  $S_1$  之位置。由尋常之幾何原理，得

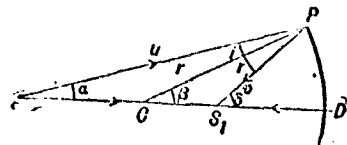


圖 524

$$\frac{SC}{CS_1} = \frac{SP}{PS_1}$$

故

$$\frac{u-r}{r-v} = \frac{u}{v}$$

由上式得

$$vr + ur = 2uv$$

以  $uv$  除之，得

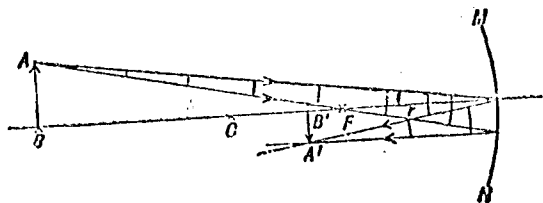
$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{r}$$

此處係假定  $SD = u$ ,  $S_1D = v$ , 設  $\alpha$ ,  $\beta$ , 及  $\delta$  皆為甚小，則此假定足夠準確。

至於凸鏡的共軛點之關係，亦可依同法推得。

有時應用幾何法或光線法，較應用光波法為方便；但此等光線所代表者僅為波前之法線，須永記勿忘。

662. 球面鏡之造像——設從物體之任一點引二光線，則反射後二者相遇之點，即定與該點相當的像之位置。因光線反射後之路徑，殊易決定，自然用任何二光線皆可，但為方便起見，恆用下列任二光線：與軸線平行之光線，反射後必通過主焦點；通過曲率中心而仍遵原路



反回者，通過主焦點反射後與軸線平行者，在鏡與軸線相遇之點入射者，反射後， $\angle r = \angle i$ ，後二者似最足以爲訓，前二者最易畫出。

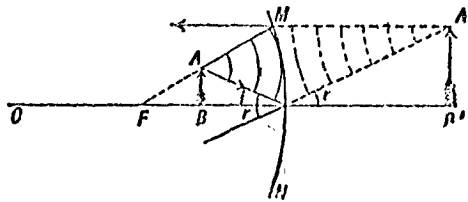


圖 526

圖 525, 526, 527 所示，爲凹鏡及凸鏡造像之畫法，圖中  $A'$  及  $B'$  爲應用上述後二線所定之點。（讀者可應用其餘二線，重畫之）。在第一圖中，像爲實爲倒。第二及第三圖中，像爲虛爲正。

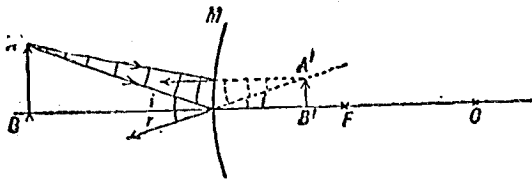


圖 527

663. 放大——因物在鏡面所對之角爲  $i$ ，而像在鏡面所對者爲一等角  $r$ ，故物與像之相對大小之比，等於其距鏡面之距離之比。

$$o/i = u/v$$

凹鏡所造之實驗，可與物爲同大小，亦可大於物，亦可小於物；而其所造之實像，則恆大於物，因  $v > u$  也。至凸鏡所造之虛像，則恆小於物。

664. 球面傳差及焦散曲線——假定收斂波爲真正球形，則在其曲

率中心處，必有一完全焦點。然事實上，除特殊情形外，即除物置在鏡之曲率中心外，則從鏡面反射之波，並非完全球形。反射光線（即反射波之法線），與曲線  $II'$  相切，此曲線名曰焦散曲線 (caustic curve)。此曲線之頂點  $L$ ，相當與小孔徑之鏡之焦點。從咖啡

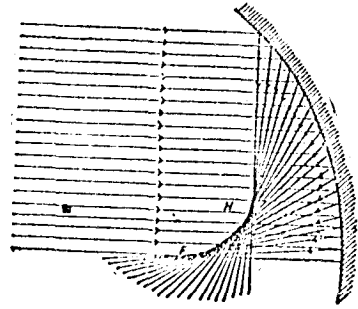


圖 528

或牛奶杯邊所反射之光線，在咖啡或牛奶之表面上，恆顯此焦散曲線。從大孔徑之鏡面反射的波之球形偏差，名曰球面像差 (spherical aberration)。

若光線斜射於鏡面，即令鏡之角孔徑甚小，但在正交平面內之曲率半徑不同，故反射波仍非球形。結果，不能使點源之像仍為一點，而成兩個互為正交而位置不同之延長像，名之曰焦線 (focal lines)。

焦線之來源，殊易了解，如圖529，設  $MN$  為大凹面  $MNO$  之一部分， $S$  為光源，在  $MNO$  之軸線上。設畫出射於此鏡各點之反射光線，理應全鏡之焦會切點 (focal cusp) 在  $S_1$ ，且凡由

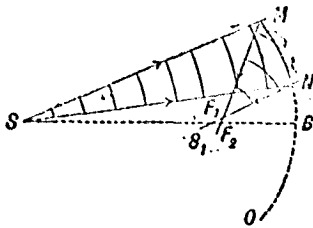


圖 529

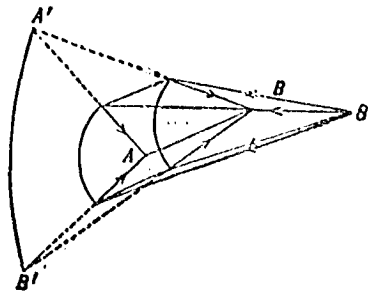


圖 530

$MN$  射來之光線，皆相遇於點  $F_1$ 。此圖為入射線及反射線之橫剖面。茲設以  $SB$  為軸線，旋轉此鏡，令旋轉之量，等於鏡  $MN$  之直徑，則點  $F_1$  將畫出一圓弧，其圓心在  $SB$  線上。此弧線名之曰第一焦線 (primary focal line)，設於  $F_1$  處置一屏幕，則可見屏幕上有一細曲線。過  $F_1$  後，凡從  $MN$  射來之反射線，皆在  $S_1$  及  $F_2$  間與軸線  $SB$  相遇（因凡入射平面皆包含  $SB$  也）。設置一屏幕於  $SB$  位置，則屏幕上必顯一斜之光線  $S_1 F_2$ ，此線名之曰第二焦線 (secondary focal line)。假使屏幕與反射線成直角，則所現光斑，略為一 8 字形曲線 (lemniscate)。

605. 圓柱面鏡——平行光線，投射於圓柱面鏡，則反射後而聚成一虛或實焦點。點源之像，亦為一線，如此之鏡及反射線，皆稱之曰像散的 (astigmatic)。（對於軸線為對稱之光線，即具有點狀之頂的光線，而生點源之點像者，則稱之曰復心的 (homocentric)。）若為凹圓柱鏡，倘物體在主焦點之外，則有一實像  $AB$  及一虛像  $A'B'$ ，在二互為直角之平面內；如圖 530 所示是也。

606. 拋物面鏡，橢圓面鏡，及雙曲面鏡——若光源為點源而在橢圓反射鏡之任一焦點上，則光線反射後在他一焦點成一實像，而毫無像差。若光源在雙曲鏡之任一焦點，則在鏡之共轭點上有一虛像。若光源在拋物面鏡之焦點，則光線反射後而成平行光線；若入射線為平行光線，則在此鏡之焦點上成一實像。

## 折 射 及 色 散

667. 光線由空氣中進入水中，其方向稍偏，古人已知之矣。1621年，維來布勞得史奈爾 (Willebrord Snell) 首先發明折射定律 (law of refraction)。氏由實驗測得在兩種介質之分界面，入射角之正弦與折射角之正弦之比為一常數。比率  $\sin i / \sin r$  名之曰折射率 (index of refraction),  $n$ 。（圖 531）入射角恆於空氣中測之。

海耳史證明倘假定光速由此介質入彼介質而有改變，則解釋折射，殊為易易。佛科、

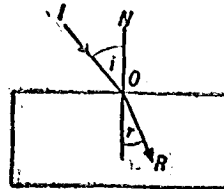


圖 531

菲左、麥克爾孫等，由實驗證明光在空氣、水、及二氧化碳等物質中，速度各異。

設有一平面波  $AO$ ，斜射於空氣與其他介質之分界面（圖 532），設光在空氣中之速度為  $V_1$ ，在第二透明介質中之速度為  $V_2$ 。當光波達  $A$  點時，同有一球面波自  $A$  點擴散而入於第二介質，以後，又有其他球面波自  $B'$  及  $C'$  點相繼擴散。當波在第一介質中經過距離  $CC' = V_1 t$  時，則自  $A$  擴散之波在第二介質中經過距離  $AA' = V_2 t$ 。同時，自  $B$  點擴散之波，將經

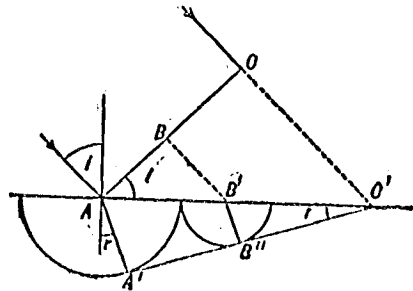


圖 532

過距離  $BB' + B'B'' = (V_1 + V_2) t/2$ ，假定  $B$  為  $A$  及  $O$  之中點。因  $B'B'' = 1/2 AA'$ ，故可自  $O'$  點畫一切面，與以  $A$  及  $B'$  為圓心之二圓相切。由此觀之，則自原波前各點所來之波，必皆與此同一平面相切，此平面即第二介質中之新波前也。又

$$CC' = AC' \sin i = V_1 t$$

$$AA' = AC' \sin r = V_2 t$$

故

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = n.$$

故史奈爾氏所發明之正弦比率之恆等性之物理意義，彰彰然明矣。與其云折射率為二角正弦之比，勿寧謂為光速之比。因二角正弦之比，

不顯何物理意義也，不但此也，倘為鉛直投射，似成費解矣。

668. 具有平行面之介質——如圖 533 所示，當光線射入厚度為  $t$  之第二介質內時，入射線將向某方偏斜，當其重入第一介質時，則又有等量之偏斜。出射之方向與其最初方向平行，但有一橫向位移 (lateral displacement)  $AB$ 。

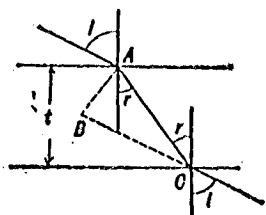


圖 533

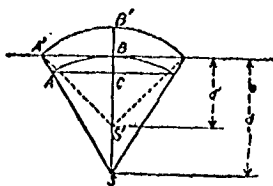


圖 534

669. 平面折射所生之像——當鉛直向分界面視物體時，(圖 534)，則無橫向位移，但物體之深度，顯有變化。從介質表面下距離  $d$  處，物體  $S_2$  發出之波，以速度  $V_2$  行抵點  $B$ ，波頂於此處入空氣，以速度  $V_1$  在空氣中傳佈。當波頂在空氣中行一距離  $BB' = V_1 t$  時，波之其餘部份仍在第二介質中行經距離  $AA' = V_2 t$ 。出射波之曲率中心在  $S'$ ，距表面下之遠為  $d'$ 。故在此點有一虛像。假定此椎形之擴散度不甚大，則  $AA' = BC$ ， $BC$  為波在第二介質中之弧矢， $BB'$  為波在空氣中之弧矢，又  $d = AS$ ， $d' = AS'$ ，即各等於其曲率半徑也；故應用 §658 所得之關係，則

$$AA' = y^2/2d = V_2 t$$

$$BB' = y^2/2d' = V_1 t$$

故

$$\frac{d}{d'} = \frac{V_1}{V_2} = n, \text{ 或 } d = nd'.$$



至目所受之光椎角，爲瞳孔所限制，當然爲甚小，故應用上述之法，無甚差誤。物體在表面下之視深 (apparent depth) 爲  $d' = d/n$ ，故物體似較其實在距離爲近，其量等於  $d - d' = (n - 1)d/n$ 。由是而論，則池底之深所以較其實在之深爲淺者，及沉於水內之物體所以似鉛直縮短者，可以明瞭矣。因水之折射率約爲 1.33，故六呎深之池，似僅四呎半深。

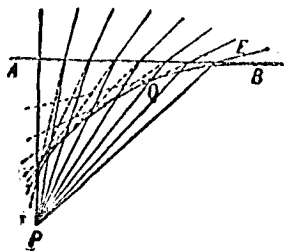


圖 535

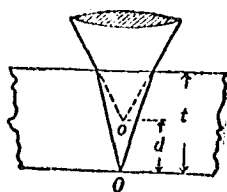


圖 536

倘椎形甚廣，則必有殊大之像差，如圖 535 所示。像在焦散曲線上之視位置，視目之位置而定。若目在  $B$ ，則物體之位置向上橫移而達  $Q$  (比較圖 504)。

應用上之結果，可以測得平行玻璃板之折射率。於桌面上劃一鉛筆記號  $O$  (圖 536)，將此點合光於顯微鏡，置玻璃板於記號之上，再令記號之虛像合光於顯微鏡。由顯微鏡前後兩次記數之差，可以求出顯微鏡上昇之距離  $d$ 。物體在表面下之視深爲  $t' = t/n$ ，又  $d = t - t' = t - t/n$ 。故

$$n = \frac{t}{t-d}$$

670. 稜鏡——光線通過非平行面所包圍之透明介質，則投射線進第一面時之偏向(deviation)，不與出第三面時之偏向相抵。如圖 537，假定物體在  $S$ ，則在稜鏡內之曲率中心，或像在  $S_1$ ，而出射波之像在  $S_2$ 。欲測定光線之偏差，及  $S_1$  與  $S_2$  之位置，則可尋波之法線或“光線”之踪跡。由二光線之相遇點，可以定所求焦點之位置，或波之曲率中心。

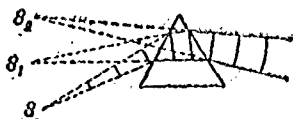


圖 537

671. 偏向，最小偏向——如圖 538 已知光線之總偏向  $D = D_1 + D_2$ ，

$$D_1 = i_1 - r_1; D_2 = i_2 - r_2;$$

$$D = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$$

但  $r_1 + r_2 = A$ ，因

$$B + A = 180^\circ = B + r_1 + r_2。$$

$$\text{故 } D = i_1 + i_2 - A。$$

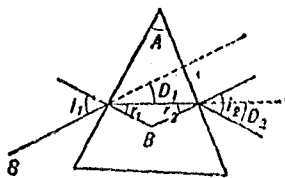


圖 538

由實驗或由數學方法，可以證明當  $i_1 = i_2$  時，則  $D$  之值為最小，如此，則投射線及出射線對於稜鏡之折光角為對稱。於是得

$$i_1 = i_2 = \frac{D + A}{2}$$

$$r_1 = r_2 = \frac{A}{2}$$

故

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{1}{2}(D + A)}{\sin \frac{1}{2}A}。$$

此式常用以測定稜形物質之折光率。以分光計 (spectrometer)

(§721)測定稜鏡之折光角及最小偏向角 (angle of minimum deviation)。因折射率對於各色不同，故每測定一色之折射率時，須先定對於此色之最小偏向角。

672. 色之分散——凡物質之折射率，皆隨色或波長而異；因而稜鏡所生之偏向，亦視色而不同。設有一狹小光源  $S$ ，例如為一與稜鏡邊平行之狹縫，照之使亮。假定光源只發射紅色光，則可於  $R$  處，見狹縫之紅色虛像。假定尚發射綠色及紫色光，則亦可於  $G$  及  $V$  處，見一綠色及一紫色虛像。倘置一凸透鏡於稜鏡之他側，亦可造成各色之實像。如此之線狀像羣，名之曰線狀光譜 (line spectrum)。各色之分離，名之曰色散 (dispersion)。假定光源發射之波，包含紅色與紫色間無量數的波長，則此無量數的狹縫像，一部分交相重疊，而成一連續光譜 (continuous spectrum)。倘狹縫太寬，則各色之重疊亦過甚，則所成之光譜，謂之不

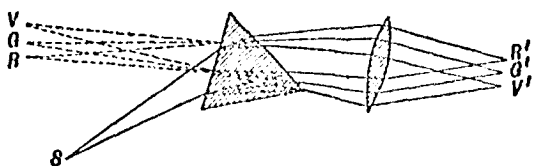


圖 539

純。狹縫愈細，則重疊部分愈少；但不能使狹縫為無限細，故欲得理想的純光譜，顯然為不可能。

673. 夫宰因何斐氏譜線——倘令太陽光照射一寬狹縫，則可得一連續光譜，似與用蠟燭光所得者同。此光譜為牛頓所發現。但若狹縫為甚細，則見光譜中有若干暗線，與狹縫平行。此等暗線為烏拉司頓

(Wollaston)氏於 1802 年所首先發見。氏係直接視稜鏡中亮狹縫之虛光譜。約當 1815 年，夫牢因何斐 (Fraunhofer) 氏應用較完善的稜鏡，再用凸透鏡造成光譜之實像，能看出數百條暗線，此即今所通稱之夫牢因何斐氏譜線 (Fraunhofer lines) 也。由此觀之，足證太陽光譜之所以異於蠟燭光譜者，因其非絕對連續也。各色中之暗線，係表示無與狹縫相當之像，故太陽光中必無此色。此等暗線，係由於太陽週圍各種蒸汽收吸某一定波長之光而生 (§738)，俟於述吸收諸章中，詳論之可也。

夫牢因何斐氏譜線，可用為測定稜鏡對於各色之折射率之參考點 (reference points)。夫牢因何斐氏用羅馬及希臘字母標明較顯著之線。諸線中之較重要者為 *A* 線，由於地球週圍大氣中氧之吸收而生；及附近之 *D* 線，由於太陽週圍鈉蒸汽之吸收而生；及 *C* 與 *F* 線，由於氫之吸收而生，及 *H* 與 *K* 線，由於鈣之吸收而生。此諸線顯於太陽光譜之照像片上 (圖 602 之上部)。

674. 色散率——稜鏡對於某特殊色所生之偏向，隨折射率而增。二色間之角分散，視其各個折射率之差而定。假定稜鏡之折光角為甚小，則某已知光線在最小偏向角時之入射角，折射角，及出射角亦必甚小，則諸角之正弦可視為等於其弧；因此之故，

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+D)}{\sin \frac{1}{2}A} = \frac{A+D}{A}。$$

故

$$D = (n - 1)A。$$

設  $D_1$  及  $D_3$  為二已知色之偏向，例如夫牢因何斐氏譜線 *C* 及 *F*， $D_2$  為 *C* 及 *F* 中間之色之偏向，則  $D_3 - D_1$  為極端二色之角色散， $D_2$  為

角寬度  $D_2 - D_1$  的光譜之平均偏向。稜鏡之色散率 (dispersive power)  $d$ , 等於此二色之角色散與其平均偏向之比, 成

$$d = \frac{D_2 - D_1}{D_2} = \frac{(n_3 - 1)A - (n_1 - 1)A}{(n_2 - 1)A} = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - 1}$$

牛頓氏以爲二已知色之角色散與其平均偏向之比, 對於任何物質皆同, 但都郎得 (Dollond) 氏於 1757 年, 證明其並不如是。兩個不同的稜鏡, 可以有同一的  $(n_2 - 1)$  之值, 但對於  $n_3 - n_1$  之值則不同, 反之亦然。

	$n_D$	$n_F - n_C$	$\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$
水	1.3330	0.0039	0.0180
CS <sub>2</sub>	1.6303	.0345	.0547
醚	1.3560	.0052	.0149
酒精	1.3597	.0062	.0174
最玻璃	1.5160	.0073	.0141
輕火石玻璃	1.5718	.0113	.0197
重火石玻璃	1.7545	.0274	.0363
最重火石玻璃	1.9625	.0488	.0507
冰晶	1.5142	.0078	.0129
鑽石	2.4173	.0254	.0179
氯化銀	2.1818	.1256	.1033
空氣 (0°C, 760 mm.)	1.00024289	.00000295	.0121
H <sub>2</sub>	1.00014294	.00000195	.0138
CO <sub>2</sub>	1.00044922	.00000160	.0102

表中所示爲若干種物質的  $n_D$  之值, 及  $C$  與  $F$  線間之色散率, 平均偏向與  $D$  線相當。各種不同之玻璃, 折射率與色散率之差亦甚大。

675. 無理色散——稜鏡之色散率 (對於波長之等增長) 隨光譜之不同部分而變, 恆向紫色端增加。偏向與波長之間, 無簡單比例, 光譜

之如此者，謂之無理的 (irrational)。對於任何三色，假定比率  $(n_3 - n_2) / (n_2 - 1)$  對於所有物質皆同，則用不同的稜鏡所造之光譜，色之分配上必盡同，此一光譜應簡爲他一光譜之放大或縮小的副本。如上所述，此比率對於不同物質並不相同，故用不同的稜鏡所造之光譜，其相互之間，亦必爲無理的。例如，取一冕玻璃稜鏡及一火石玻璃稜鏡，令二者所造  $A$  及  $K$  線間之光譜爲等長，固屬可能；但其餘夫牢因何斐氏線之位置，在二光譜中，並不相合，倘色散爲有理的，則必相合。

下表表示各種物質對於  $A, D, F,$  及  $G$  等夫牢因何斐氏譜線之折射率之差，說明色散之無理性。例如，比率  $(n_F - n_D) / (n_D - n_A)$  對於不同物質皆異，可由表中看出。

	$n_D - n_A$	$n_F - n_D$	$n_G - n_F$	$\frac{n_F - n_D}{n_D - n_A}$
冕玻璃	0.00485	0.00515	0.00107	1.062
重火石玻璃	.01097	.01271	.01062	1.158
水	.00109	.00415	.00344	1.015
CS <sub>2</sub>	.01898	.02485	.02446	1.309

在可見光譜範圍之內，波長減小，則透明物質之折射率漸增，但若就在光譜之範圍而研究之，則此關係更爲複雜，例如反常色散 (anomalous dispersion) 章中所論者是 (§778)。

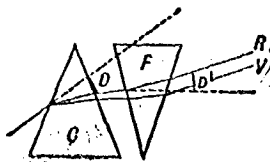


圖 540



圖 541

676. 消色差稜鏡及直視稜鏡——各種物質的不等色散率，可利用之以製複稜鏡，以生最小色散之偏向（圖 540），或全光譜無偏向之色散（圖 541）。此二種稜鏡名之曰消色差稜鏡 (achromatic prism) 及直視稜鏡 (direct-vision prism)。

## 透 鏡

677. 凡透鏡 (lens) 皆為具有球面之透明體，由改變光波之曲率而造像。圖 542 所示，為簡單透鏡之普通形式。前三式稱為雙凸，平凸，及凹凸透鏡，中心厚於四邊。設此種透鏡週圍介質之折射率較小，則入射波之中部受此種透鏡之阻止較甚於四週，於是波之曲率減小，而方向反轉。故此種透鏡有收斂作用，而名之曰凸透鏡或收斂透鏡 (convex or converging lenses)。後三式稱謂雙凹，凸凹，或平凹透鏡，四週厚於中心，故入射波之外部受阻止較中部為甚。波之曲率增大，故此種透鏡有擴散作用。凡透鏡之如此者，名之曰凹透鏡或擴散透鏡 (concave or diverging lenses)。倘將此二種透鏡置於折射率較大之介質內，則其作用相反。



圖 542

678. 相當空氣程或等值光程——設波前在某已知時刻，

佔某已知位置；須臾，則將佔不同之位置，其取向及曲率皆可因反射或折射而大加改革。假定波必保存其一致性，則必需滿足之條件，即波自原波前某點傳佈至新波前內相當之點，無論對於波之何部，所需時間必

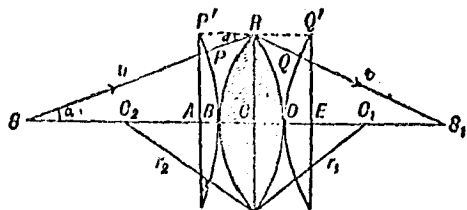


圖 543

同。例如，從  $S$  傳來之波（圖 543），經過路程  $SPRQS_1$  達  $S_1$  必與同時離  $S$  之波沿  $SACES_1$  抵  $S_1$  為同時。後者經過較厚之玻璃，曾受阻止，足與在空氣中經過較遠距離  $SPRQS_1$  相抵。同理，波自  $P$  傳佈至  $Q$  所需之時間，與自  $B$  至  $D$  者同。

比較等時間內在不同介質中傳佈之距離，必需顧及光在各介質中之速度。例如，圖 543， $PR+RQ=V_1t$ ； $BD=V_2t$ 。故  $(PR+RQ)=(V_1/V_2)BD=nBD$ 。設  $BD$  為在折射率為  $n$  的介質中所實在傳佈之距離，則  $nBD$  為相當空氣程或等值光程 (equivalent air path or reduced optical path)。

670. 共軛點之關係——設有一折射率為  $n$  之雙凸透鏡，週圍為空氣，空氣之折射率可視為一。命透鏡第一面之曲率半徑為  $r_1$ ，第二面之曲率半徑為  $r_2$ 。命  $u$  為光源距透鏡之距離。 $PB$  為入射波前之斷面，其半徑為  $u$ ， $QD$  為出射波前之斷面，其半徑為  $v$ 。

波實際自  $P$  傳至  $R$ ，又至  $Q$ ，但若  $\alpha$  為甚小，則可假定在空氣中之路程等於  $P'Q'$ ，亦無甚差誤。命通過透鏡中心之光程等於此距離，則得

$$P'Q' = AB + BC + CD + DE = n(BC + CD),$$



或

$$AB + DE = (n-1)(BC + CD)$$

以曲率半徑之倒數代弧矢 (§658), 則上式變爲

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f}$$

式內  $u, v, r_1$ , 及  $r_2$  所代表者僅爲長度, 卽不帶符號之量也, 但以後將視之爲帶符號之代數量。

第一面之折射, 使波不甚擴散, 亦卽有使波向他側收斂之傾向。第二面亦然。故兩面皆可視爲收斂面。假定任何一面之曲率與其在雙凸透鏡中之曲率相反, 則此面必爲一擴散面。

設光源在無限遠, 卽設入射波爲平面的, 則  $u = \infty$ , 而  $v = f$ 。故  $f$  爲主焦距, 卽透鏡收斂平面波於此點之距離也。

設透鏡爲雙凹透鏡, 沿軸之厚度爲  $CD$  (圖 544)。假定入射波前爲  $PB$ , 出射波前爲  $QE$ , 命光程  $BF$  等於光程  $PQ$  (因  $\alpha$  爲甚小, 故假定其與軸平行), 則

$$AC - AB + n(CD) + DE + EF = n(AC + CD + DE)$$

$$\therefore AB - EF = (n-1)(-AC - DE)$$

以曲率半徑代弧矢, 則得

$$\frac{1}{u} - \frac{1}{v} = (n-1) \left( -\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -\frac{1}{f}$$

若將  $v, r_1$ , 及  $r_2$  之符號反轉, 則上之公式必與雙凸透鏡之公式相同。故若將凡如同圖 543 中表顯之諸量 ( $u, v, r_1, r_2$ , 及  $f$ ) 視爲正, 而將所有反對方向者視爲負, 則二公式必變爲相同。

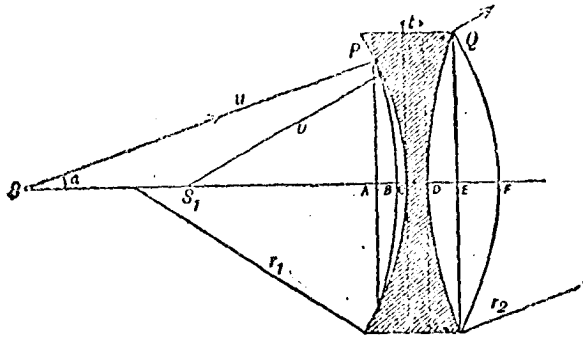


圖 544

由圖 544 視之，顯然透鏡使入射波更為擴散。事實上兩面皆為擴散面。上式中  $f$  負號之意義，係表主焦點為虛的，其距透鏡之距離，測量上與光實在傳播之方向相反也。

將此同樣方法應用於各式球面透鏡，則可知公式

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f}$$

為所有場合之一般解，但須採用下列之定符號規則耳：

$u, v, r_1, r_2$ ，及  $f$  諸量中，凡在如標準雙凸透鏡造實物實像之同一側者，皆視之為正，在反對側者，皆視之為負。

$v$  及  $f$  之負號，表示光通過透鏡後自虛焦點擴散之意。此等便宜之舉，與 §659 所定者完全一致。

設  $f$  為正時，則有下列諸場合：

當  $u = \infty$  時， $v = f$ ，即主焦距。

當  $u > f$  時， $v$  為正，則有一實共軛點。

當  $u=f$  時,  $v=\infty$ 。透射光線為平行,

當  $u < f$  時,  $v$  為負而大於凡有正值之  $u$ , 則有一虛共軛點。

680. 透鏡軸線——通過透鏡兩面曲率中心之直線, 名曰 主軸線 (principal axis)。凡透鏡內, 主軸線上皆有一點, 名曰 光心 (optical center), 光線通過此點, 雖視透鏡之厚度, 而有多少之位移, 但無方向之偏轉。

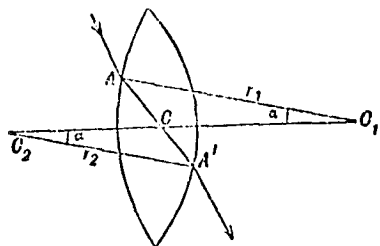


圖 545

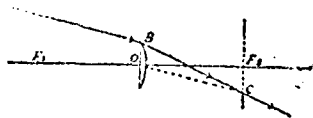


圖 510

此點之存在, 可用下法證之: 設於透鏡兩面引二平行之曲率半徑  $r_1$  及  $r_2$  (圖 545)。因透鏡之二小平面部分  $A$  與  $A'$  為平行, 以其各鉛直於二平行線也, 故折射线  $AA'$  係在具有平行邊之介質內傳佈, 故出射线必與其原方向平行。因三角形  $ACC_1$  及  $A'CC_2$  為相似, 故

$$\frac{r_1}{CC_1} = \frac{r_2}{CC_2}$$

無論  $\alpha$  之值如何, 上之比例皆可成立, 故  $C$  為一固定點, 即透鏡之光心也。凡通過此點之光線, 皆名曰 副軸線 (secondary axis)。若為薄透鏡, 則透鏡之幾何中心與光心, 恆可視為相重。

斜光線徑之路程——設  $AB$  (圖 510) 為一斜投射線,  $OC$  為自透鏡中心與  $AB$  平行所

引之直線，與通過  $F_2$  之錯直平面（焦平面（focal plane））相遇於  $C$ ，因平行光線必相遇於焦平面內，故  $BC$  為透射光線之路程。

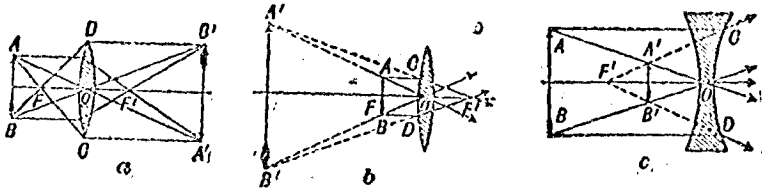


圖 547

681. 透鏡造像——如圖 547 a, b, c, 所示,  $A$  之像必在副軸線  $AA'$  內,  $B$  之像必在副軸線  $BB'$  內。從  $A$  及  $B$  所引平行於主軸線之線, 必通過主焦點  $F'$ , 且必與  $AA'$  及  $BB'$  相遇於點  $A'$  及  $B'$ 。此兩點定像之位置及大小。因點  $A'$  當像與物在透鏡之同一邊時, 在主軸線以上, 當像與物在透鏡之對邊時, 在主軸線以下, 故凡單透鏡所造之虛像皆為正立, 實像皆為倒立。

因物體  $AB$  與其像  $A'B'$  在透鏡中心所對之角相等（即副軸  $AA'$  與  $BB'$  所夾之角），故像與物之大小之比，等於其距透鏡之距離之比，或

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{u}{v}$$

682. 球面像差——推算透鏡共軛點之關係式時，曾於無形中假定出射波為球面的。由經驗上知此理對於小孔徑之透鏡，大概

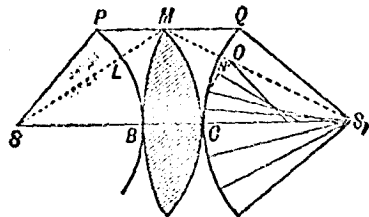


圖 548

正確；但當孔徑甚大時，則必有顯著之球面像差，如圖 548 所示是也。

$QO$  代表凡光線皆收斂於  $S_1$  之球面出射波，如圖 548 下半所示。但真正之出射波其狀為  $OO$ ，不同光線在主軸線上相遇之點亦不同，如圖之上半所示，而成焦散的。

683. 球面像差之較正——設用光闌(diaphragm)將通過透鏡四邊之光線隔斷，僅令入射波之中部透過，則球面像差可大行減少。又若將

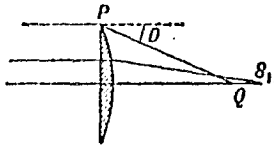


圖 549

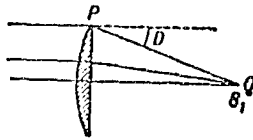


圖 549 b

兩面磨成稍行不同之球面狀，亦可減少球面像差，如是，則對於某已知一對之共軛距，出射波實成球面狀。此種透鏡名曰消球差鏡 (aplanatic)。倘共軛距相差甚大，則使透鏡兩面成不同之曲率，亦可消去球面像差。例如，設有一大孔徑之平凸透鏡(圖 549)，先以平面向光源，再以凸面向光源，假定光源為甚遠，則入射線為平行，或近於平行。茲討論光線  $PQ$  在各情形下之偏向，倘回憶稜鏡所生最小偏向之條件，則第二情形下之角  $D$ ，顯然較第一情形下為小，因透鏡之折射角，在第二情形下，與生最小偏向之入射線及出射線，最為接近也，故光線  $PQ$  與焦點  $S_1$  亦最為接近。上例為普通原則之特殊情形，即當二面所

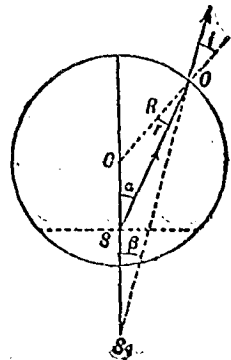


圖 550

生之偏向十分不同時，可由重行等分配兩面間之偏向，則球面像差亦可大行減削。

有一種大孔徑的厚透鏡，普通用以爲顯微鏡接物鏡之一部分，幾乎完全無球面像差。此用之原理如圖 550 所示者是。

假定有一光線，自半徑  $R$  之透明球內  $S$  點射出，在  $O$  點折射後，沿與  $CS$  延長線相遇於  $S_1$  之直線進行。今將證明若  $CS = R/n$ ，則  $OS_1 = nR$ ，故凡由  $S$  射出之光線，折射後，皆似自點  $S_1$  射出。

應用最普通之幾何原理，則可寫

$$\frac{CS}{R} = \frac{\sin r}{\sin \alpha}, \quad \frac{OS_1}{R} = \frac{\sin i}{\sin \beta}$$

$$\therefore \frac{\sin r}{\sin \alpha} = \frac{1}{n} = \frac{\sin r}{\sin i}$$

$$\therefore \alpha = i$$

因角  $C$  爲三角形  $OS_1$  及  $OS$  所公用，故

$$\beta + i = \alpha + r$$

$$\therefore \beta = r$$

故

$$OS_1 = R \frac{\sin i}{\sin \beta} = R \frac{\sin i}{\sin r} = nR.$$

無論  $i$  角大至如何程度，此關係皆正確，故若物體在透鏡內  $S$  點，則必有一像像在此  $S_1$ ，完全無像差。倘將  $S$  以下之部分取去，而令物體與鏡面接觸，此結果仍爲正確。實用上此透鏡恆爲半球形，使物體在平透下之距離，因折射所遺之虛像，在平面上恰與  $S$  點之位置相當。如此，因下面之折射，不致有估計像差。“沉沒”方法，物體置於  $S$ ， $S$  與半球透鏡同時滿與透鏡同折射率之油置。如此，則可消去因下面折射所生之像差，且可消去因反射所致光之損失。

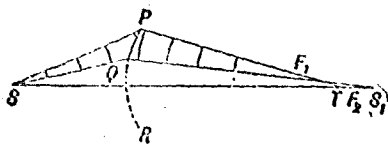


圖 551

684. 焦線——透光線斜射於收斂透鏡，則造二實焦線，與四說所造者同。倘透鏡為發散的，則焦線必為虛的。茲就一偏單折射面  $PQ$  之作用面研究之，則可明瞭收斂面所造之焦線。想像將  $PQ$  延長至  $R$ ，使  $SS_1$  為主焦線（圖 551）。假定以  $SS_1$  為軸，稍稍旋轉  $P_1$ ，則得一短弧，則透過以  $PQ$  為折面的小面積之光線，必通過此短弧。此即第一焦線也。此等光線必皆在  $S_1$  與  $T$  間與輔線  $SS_1$  相遇。此光線鏡之正距離在  $P_2$  為一環 8 字形，即第二焦線也。與第一焦線成直角。透鏡之第二折射面固可以修改此結果之一般性質，但不能改變之。

685. 圓柱透鏡——圓柱透鏡之作用，與圓柱面鏡之作用同。如圖 552 所示，點源  $S$  有二直線像，一為  $AB$ ，與透鏡輔線平行，一為  $A'B'$ ，與透鏡輔線成直角。像  $AB$  平行於輔線，可為實亦可為虛；他一像  $A'B'$  必為虛，可想像其由於每一透鏡之縱切片所生，每片猶如一薄稜鏡。凡具有在互為直角平面內不同曲率之透鏡，皆可生焦線或像散像。

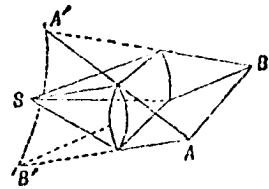


圖 552

686. 聯合透鏡——設有一焦點距離  $f_1$  之薄透鏡，物體距透鏡之距離為  $u$ ，造一實像，距透鏡之距離為  $w$ 。則

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{w} = \frac{1}{f_1}$$

假定有一焦點距離  $f_2$  之第二透鏡，與第一透鏡並置，兩透鏡光心間之距離可以忽略，由第一透鏡來之收斂光線，必射於第二透鏡。故第二透鏡有一虛物體，距離為負  $w$ ，等於第一透鏡之正的像距。設  $v$  為第二透鏡之像距，則

$$-\frac{1}{w} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_2}$$

由以上二式得

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

故二透鏡相當於焦點距離為  $f$  之單一透鏡。假定予  $f_1$  及  $f_2$  以相當符號，則  $f_1, f_2$ , 及  $f$  間之關係為一般的。

假定二透鏡間之距離為  $d$ ，則可應用此同樣方法，以求最後影像之位置。如此，則第二透鏡之物距為  $-(w-d)$ 。

### 687. 色差——因

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = (n-1) K,$$

故主焦距顯然對於不同之色而不同，對於紫色較對於紅色為小（圖 553）。單一透鏡，此缺點無法改善，但若用適當的聯合透鏡，則可以大事消去。

將兩個或兩個以上不同色散率的透鏡聯合，則可使兩種或兩種以上之色匯於同一點（圖 554），恰如稜鏡可以聯合以生無色散之偏向也（圖 540）。假定將二薄透鏡並置，則對於每一種色，得

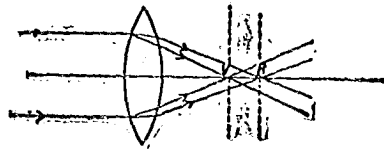


圖 553

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

假定欲使相當於  $O$  及  $F$  線之二色合併，則  $f$  對於斯二者必相同。

倘用兩個同折射率的透鏡，使其相距之遠為  $d$ ，亦可消去色差 (chromatic aberration)。茲就一特殊情形而論，假定使第二透鏡距第一透鏡之遠，等於其焦點距離，則受第一透鏡折射而互相擴散的各色光線，第二透鏡可使之為近於平行。設將物體置於聯合透鏡之主焦點  $F$ （圖



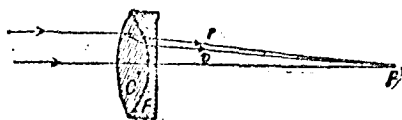


圖 554

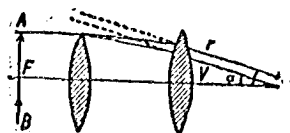


圖 555

555), 則將在無限遠生一虛像, 如圖所示, 紫色像與紅色像對目之角  $\alpha$  約相等, 故必在網膜上互相重疊。

688. 無色差聯合之計算——設  $n'_P$  及  $n'_O$  為第一透鏡對於  $F$  及  $O$  線之折射率,  $n''_P$  及  $n''_O$  為第二透鏡之折射率, 則

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{f'_P} + \frac{1}{f''_P} = (n'_P - 1)K' + (n''_P - 1)K'' \\ &= \frac{1}{f'_O} + \frac{1}{f''_O} = (n'_O - 1)K' + (n''_O - 1)K'' \end{aligned}$$

故

$$(n'_P - n'_O)K' = (n''_O - n''_P)K''$$

$K'$  之值  $= 1/r'_1 + 1/r'_2$ ,  $K''$  之值  $= 1/r''_1 + 1/r''_2$ , 可以任意選定, 使之適合此式。因  $n_P > n_O$ , 則  $K'$  與  $K''$  之符號必相反, 故  $f'$  或  $f''$  必有一為負。若  $f''$  為負且大於  $f'$ , 則  $f$  為正, 而透鏡為收斂的。尋常正透鏡為冕玻璃的, 負透鏡為火石玻璃的, 使二者形式上恰相適合, 如是, 則  $r'_1 = -r''_1$ , 而  $r'_2$  恆等於  $\infty$  (圖 554)。

## 附帶的折射現象

689. 全反射——若光線自折射較強進入折射較弱之介質, 則出射角  $i$  大於入射角 (因係在折射較強之介質內, 故為一致起見, 仍名此角為  $r$ )。因  $\sin r = (\sin i)/n$ , 又因  $90^\circ$  為  $i$  之最大極限, 故  $r$  之最大極限為  $K$ , 故  $\sin K = 1/n$ 。角  $K$  名曰臨界角(critical angle), 倘入射角大於  $K$ , 則入射於分界面之光線不能透出。故必發生全反射(total reflection)。

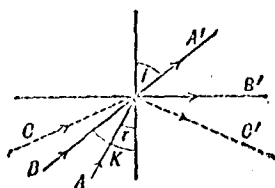


圖 556

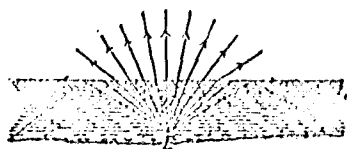


圖 557

ction)(圖 556,  $CC'$ )。因  $\sin K$  與折射率成反比，故臨界角對於不同之色不同。當  $r$  漸漸增加，則紫色先受全反射，紅色最後。

平行邊的玻璃板不能用以演證全反射，蓋因凡射入於此板之光線必以同角射出也。演證全反射，最好用稜形透鏡。倘透過貯水玻璃杯邊下視，或視沈入水中之試管，則可見全反射作用。魚可見水面以上空間之物，但其所見之物，僅限於角椎  $2K=97^\circ$  以內者(圖 557)。

下表為幾種臨界角  $K$  之值：

水.....	48°38'	水晶.....	40°22'
冕玻璃.....	43°2'	鑽石.....	24°28'
火石玻璃.....	37°34'		

具有規則小平面的鑽石之臨界角愈小，光受其全反射之部分愈多。鑽石之燦爛奪目，職是故也。

液體之折射率，或小块不透明體之折射率，可使其與折射較強之介質相接觸，測出自其表面所生之全反射角度，並應用公式  $\sin k = n/n_1$ ，以測定之，此處  $n$  為折射較弱介質之折射率， $n_1$  為折射較強介質之折射率。

690. 過渡層——折射率在分界面之改變，確屬可能，並非卒然，但因二介質之互相穿透，

實有一過渡層 (transition layer)  $t$ , 或因表面之吸收性質, 致折射率逐漸改變。假定如此, 則全反射可視為與折射形影不離。當入射角等於或大於  $t$  時, 則過渡層中之波前必然退轉, 而漸與表面傾直 (圖 558), 如此則下邊較速於上邊, 波必返回退轉而直入第一介質。假定二折射介質間有一空氣薄膜, 則二過渡層可以互相抵銷 (圖 559), 如此, 則下邊必受阻止, 波之一部分必透入第三介質。故若發生全反射之空氣層太薄, 則全反射必停止, 此可以預料也。證諸實



圖 558

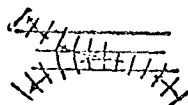


圖 559

事, 果然。假定有一直角稜鏡, 該面稍凸狀, 置與一平板玻璃相靠, 當入射角  $i$  充分大時, 則從稜鏡之該面發生全反射, 但不免有光線透過接觸點之週圍部分, 即令該處空氣之厚度可以測出, 亦然。重可以發生透射的空氣層之厚度 (此空氣層可視為薄層之厚度), 則以波長及入射角而算, 可為一毫米的數千分之一。

691. 海市蜃樓——上所述全反射之例, 恆於密度不一致之氣體, 所生折射之情形中見之, 此現象名之曰海市蜃樓 (mirage)。爐火以上之空氣, 或曝於日光下的路面上之熱空氣, 上騰之時, 驟然變冷, 故密度及折射率增大。假定視線與路面所成之角度甚小, 則所視遠物, 似由路面反射而來。如圖 560 所示, 為一種海市蜃樓之構成。直接經過光線  $OA$ ,  $OB$ , 見物體  $AB$ , 同時亦可見倒影  $A'B'$ , 此倒影即近地面熱空氣所生

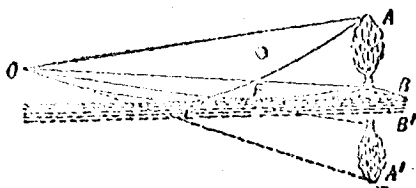


圖 560

之折射线  $OEA$ , 及  $OFB$  所成之影像也。此爲海市蜃樓之一種, 其他如物體之搖動或位移, 乃由於大氣中溫度之差異而生, 溫度不同, 致生密度及折射率之改變。此種現象, 恆於經過熱表面, 依最小角度而視時見之。隔不平玻璃而視, 或隔不均勻之混合液體而視, 例如杯底有多餘之鹽結晶之水是, 或隔水面上有酒精而不曾完全與水混合之液而視, 皆可見此同樣效應。

當太陽近地平時, 光線經過密度漸增之空氣層以達於目, 此空氣層致光線向下彎屈。因此之故, 當太陽實在地平線以下, 距地面之遠約等其直徑時, 可以見之。

星之燜爛, 其原因亦同。星之外觀方向及亮度, 因有大量不同密度之空氣, 橫過視線, 故皆呈燜爛之狀。

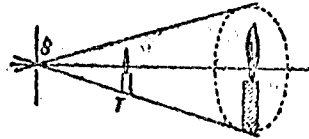


圖 561

設令太陽光匯聚於一小隙上, 隙後置一屏幕, 屏與隙間置一煤氣燈, 或氫氣燈, 或二氧化碳燈, 則屏幕上必顯一清楚之像。燈焰之折射率與空氣折射率之差, 使光在屏幕上之分佈, 變化無常, 致使投射面變其週圍亮暗不定。故可使自玻璃杯發出之脫蒸汽, 或以脫蒸汽迴旋環可以看出。設置一本生燈於此光柱中, 則屏上可顯出一美麗燈焰像及熱氣柱之旋流, 光波之關係, 即根據此理也。

692. 虹爲一光輝之弧, 呈光譜之色, 由太陽光受雨珠折射而生。有時可見數虹, 主虹恆爲最亮, 各虹皆爲圓弧, 其圓心皆在自太陽經過觀者之延長線內。主虹係紫色在內, 紅色在外; 副虹中各色之次序與主虹相反。

倘平行光線投射於折射質球體之上部, 則一部分被折射, 復受內反射, 而向下透出, 如圖 562 所示。光線亦有投射於球之下部者, 必在球內

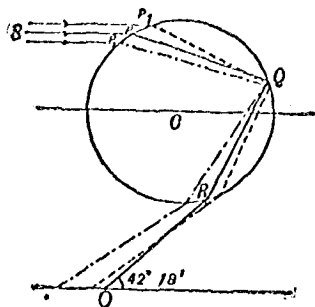


圖 502

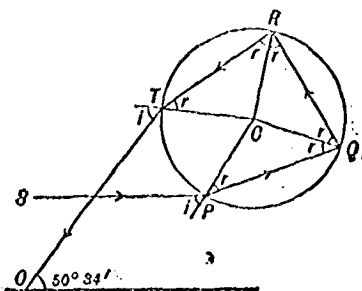


圖 503

受多次反射，但為簡單計，茲僅就某一次內反射後，而在  $O$  處所見之光線而論。光線之路徑，如圖所示，由  $P$ ,  $P_1$ , 及  $P_2$  等處射入，則必有一最小偏向角，過此以下，則無祇受一度內反射而通過之光線矣。凡近於最小偏向之出射線皆為平行，或近於平行，故其強度不因距雨珠之距離而變，而在其餘各方向之出射線，則皆向四方擴散。

因折射率  $n$  視顏色而變，故最小偏向  $D$  亦視顏色而不同。主虹內，紅色之最小偏向角為  $137^\circ 42'$ ；紫色為  $139^\circ 37'$ 。副虹內，紅色之偏向角為  $230^\circ 34'$ ，紫色為  $233^\circ 56'$ 。

由圖 502 視之，觀者在  $O$  所見從所有雨珠來之光線，皆在一間弧內，與通過太陽至觀者之目之直線所成之角度，均為  $180^\circ - D$ 。在主虹內，此角度對於紅色，為  $42^\circ 18'$ ，紫色為  $40^\circ 23'$ ，故主虹以紫色為下邊之界線，紅色為上邊之界線。副虹係由於光線射入於雨珠之下半，經兩次內反射，而復向下透射，故反轉色之次序（圖 503）。副虹所對之角為  $D - 180^\circ$ ，或對於紅色為  $50^\circ 34'$ ，紫色為  $53^\circ 56'$ 。

貯水於球形瓶內使滿，令太陽光線通過一屏幕之隙射於球上，則可成一人造虹。反射於屏上之圓之內部，為曾受一次反射之光所照射而發亮，同時主虹與副虹間成一完全黑暗區域。

## 干 涉

603. 干涉之例——夫累涅爾 (Fresnel)，為一青年的法國砲兵軍官，約當 1815 年，令光線通過狹縫  $S$ ，復受雙鏡 (double mirror)  $MM$

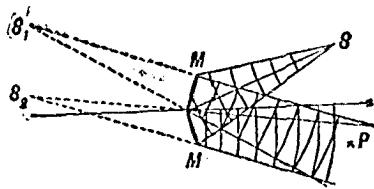


圖 504

所反射，雙鏡所夾之角，略小於  $180^\circ$ ，所生之效應，與 §648 所述者相似。如圖 504 所示，設  $P$  為任意一點，光線抵此點互相重疊，似由兩虛光源  $S_1$  及  $S_2$  而來，其效應顯與楊氏實驗內之二實光源之效應相同。(虛光

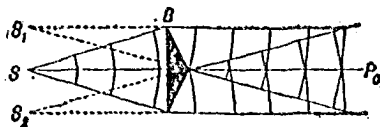


圖 505

一語，係指光波似從該點擴散，而實非源於該點也)。

夫累涅爾又用雙稜鏡 (double prism)，造成干涉結果，雙稜鏡相當於兩個折射角極小的稜鏡，底對底並置 (圖 505)。在此情形內，透射光線，亦似似從二虛光源  $S_1$  及  $S_2$  而來。

倘用一凸透鏡，依透鏡之直徑切為二半，使二半略行分開，則可得兩個實光源或虛光源，即光波從此點擴散而交疊也，亦為產生干涉結果之法。此即所謂畢萊氏 (Billet) 對切透鏡 (split lens) 也 (圖 506)。

兩分以德 (Lloyd) 氏之干涉結果 (圖 567), 則係由光波從實光源  $S$  及虛光源  $S_1$  來而致。此種紋殊易造出, 令從狹縫或電燈絲所來之光線, 經持鏡面或黑玻璃面而反射即得, 使其經持反射面者, 豈防止從後面反射之光, 與從前面反射者相混淆也。

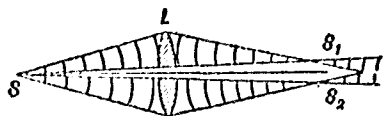


圖 566

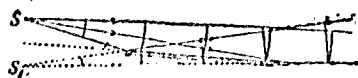


圖 567

694. 牛頓氏圈——波以耳 (Robert Boyle) 氏謂肥皂球或其他薄膜所呈之輝色, 其效應似僅與膜之厚度有關, 而無涉於其性質。牛頓氏研究此現象, 擬以發射說解釋之, 終歸失敗。為使空氣薄膜厚度之變化, 到處可以測出計, 將一曲率半徑甚大之凸透鏡置於平面玻璃之上。倘光線鉛直投射於此聯合透鏡, 則見某色之光, 其被反射也, 較甚於其他各色, 無論在薄膜之何點皆然, 因膜有一定之厚, 故色之顯著視膜之厚度而變。因等厚之點之軌跡為圓, 以接觸點為圓心, 故所見之色圈, 皆以接觸點為圓心。此等色圈, 稱謂牛頓氏圈 (Newton's ring), 或薄膜之色 (colors of thin plates)。色圈亦可於透射光中見之。但透射光之色圈, 不如反射者之輝麗, 蓋因透射光混有多量未經變化之白光也。此兩種圈內之色互為餘色, 即透過某點之光, 為缺乏從該點反射最強之色之白光。倘用單色光, 則成亮暗相間之圈, 亮圈之色, 即所用之單色光之色。若薄膜為劈形, 則成平行光帶, 與劈邊平行; 若薄膜之厚度均勻, 則在某種條件下, 成圓形光帶, 在其他條件下, 成一色作用。此等薄膜之色, 可與凡透明薄膜中見之, 如肥皂泡, 水上之油膜, 及雲母薄片是也。

695. 牛頓氏圈之解釋——楊氏 (Thomas Young) 證明薄膜之色,

可以從膜之兩面反射之光波的干涉結果解釋之，殊形簡單，其證明如下。

欲使從兩光源來之光線發生干涉作用，或使從同一光源各點來之光線發生干涉作用，皆為不可能。凡振動之相之關係、振幅、或方向，皆不能永久一致。故吾人每次皆須祇就光源之一點而論，至於各鄰點之作用，可以簡單加諸第一點之作用，並無相互之干涉。

命  $LM$  及  $NO$  (圖 568) 代表產生牛頓氏圈之空氣薄膜表面之兩對面，二面稍稍傾斜，且小至可以視為平行。從廣大光源之  $S$  點所來之光線，投射於  $A$ ，一小部分在此點反射，其餘透射

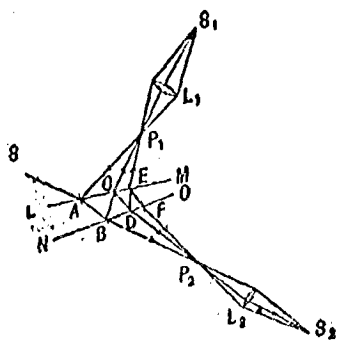


圖 568

至  $B$ ，在  $B$  處又受反射與折射。此種反射與折射之程序，在  $C, D, E$  等點重複，但數次反射後，即成極弱，而不復可觀矣。因而之傾斜故，反射光線不復平行，但於  $P_1$  之附近相交，同時透射光線，相交於  $P_2$  附近。假定膜之厚度向右漸增，則各交點必分居膜之兩對側。反射光線及透射光線，可用透鏡  $L_1$  及  $L_2$  (置目於此亦可) 分使之再集於  $S_1$  及  $S_2$ 。依分光線間之位相差，光在諸點之強度，可以為最大或最小。欲得最清楚之結果，則必需使目或望遠鏡合光於  $P_1$  或  $P_2$ 。若膜為非常薄，則此等點幾乎在膜面之上，假定膜之厚度，或膜面間之傾斜甚大，則光線分離甚遠，或甚為擴散，以致不能全入於目；如此，則光帶不清晰，或不可見。



606. 光程差之一般公式——設  $n$  為膜之折射率,  $n_1$  為週圍介質之折射率, 為簡單射, 再假定二面平行, 欲使波前  $CP$  (圖 569), 則從第一介質內反射之光必經過距離  $AP$ , 同時干涉成分之光, 必須在膜內經過距離  $AB+BO$ . 當波在折射率  $n_1$  之介質內經過距離  $AP$  時, 則在空氣內必經過距離  $n_1 AP$ , 當波在膜內經過距離  $AB+BO$  時, 則在空氣內必經過距離  $n(AB+BO)$  (§578). 故在空氣內之光程差為

$$d = n(AB + BO) - n_1 AP$$

但  $AO \sin i = AP$ ,  $AO \sin r = OQ$ ; 故

$$AP = OQ \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{n_1} OQ$$

故

$$d = n(AB + BO - OQ) = n(AB + BQ) =$$

$$n AC \cos r = 2nt \cos r.$$

假定膜為空氣, 則  $n=1$ ,  $d=2t \cos i$  (電暈  $i$  為空氣內之折射角), 光線於  $A, C, E$  等處離開此面, 除非用透鏡將其聚集於同一點  $S_1$ , 則不能起干涉, (同理, 對於透射光線亦然), 而在  $S_1$  與  $S_2$  之結果, 係由膜內多次反射之各部分光線之交疊而成。在連續兩干涉間之位相差 (path difference) 皆相同。

607. 由於反射所生之位相差化——(參閱 §572). 有價值幾何的光程差而論。設膜之厚度, 較光之波長為甚小, 而可以忽略時, 則由接觸區域反射之部分光線, 顯然必互相加強。然事實上, 反射點較之中心為暗的。關於此旨, 德氏曾設為比喻, 光波在不同介質之分界面, 必有相之變化, 正與在實質波中所見者同 (§552), 故光波由空氣投射於折射較強之介質, 其作為可與音波從較密於空氣之介質反射相似, 同時, 光線若依反對方向傳播, 則其作為必與音波從吹管之開端透出者相同。從空氣膜之上面反射之波, 經過折射較強至折射較弱之介質; 在下面反射者, 與此相反。假定 (波長為小, 則在反射作用內, 必有半週期之差, 必致有互相消滅之干涉。至透射部分, 受二次內反射, 以致生全週期之位相差, 故必相合。於此可以解釋牛頓氏觀之反射系中心之暗點矣。此現象亦可於肥皂膜中見之, 設自反射光設之, 肥皂膜漸漸, 中心之亮色漸變, 待至膜恰破之前, 則成一暗點。

假定透鏡為冕玻璃, 玻璃片為火石玻璃, 再假定其間孔隙, 充以中間折射率之液體, 例如丁香油是, 則反射系之中心必為一亮點, 而透射系之中心為一暗點。

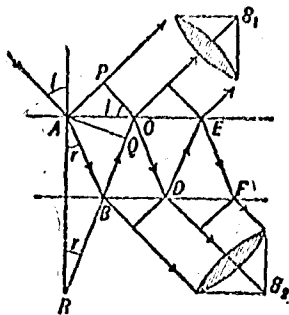


圖 569

版以空氣膜造成半級氏同時，射入射波之波長為 $\lambda$ ，則反射波內互相加強之條件為（勿忘 $\lambda$ 射中半週期之落差相當於 $\lambda/2$ 之光程差）。

$$N\lambda + \frac{1}{2}\lambda = 2t \cos i$$

兩互相干涉之條件為

$$N\lambda = 2t \cos i$$

在透射波內，加強之條件為

$$N\lambda = 2t \cos i$$

而干涉之條件為

$$N\lambda + \frac{1}{2}\lambda = 2t \cos i$$

以上諸式中之 $N$ ，係圈之序數，自中心向外數。

698. 平行波之薄膜——假定薄膜之面為理想平面而且平行，則起干涉之光線亦為平行，如圖 669 所示，欲清楚看見光帶，則目或望遠鏡必須合光於無限遠。因部分光線間之光程差， $2t \cos i$ ，隨入射角而變，故從膜之各部反射之光之位相關係必不相同，但凡依同一角度從膜反射之光之位相同。故從擴大的光源各點 $O_1, O_2$ ，等等所來之光線，必分別匯集於網膜上 $O_1', O_2'$ ，等點，如是，則各波線必不重疊，光帶都常為曲線的，因其軌跡由 $\cos i = \text{常數}$ 而定也。此種光帶，間隔之干涉丁特氏(Haidinger)環紋，或等傾角環紋。

699. 厚片所生之干涉——倘用單一劈形片，除非兩面之傾角甚小，則祇得干涉作用；假不可能，但傾角若不甚小，則同時適於目之干涉光線必擴散甚大。假定片面為理想平面而且平行，則用單色光，容易得干涉效應，因部分光線間之光程差甚大也。至於可能的光程差，則有一極限，此極限值因從凡是從利用之光源所來之光線，皆缺乏均一性也。此極限連帶的又似由於點射中心，故射間隔波線，與銜接之刺激相呼應，此等波線，具有不同的位相，波幅及振動之方向，故此一系波不能與他一系列相干涉。因此之故，最大之光程差，不能超過此種波列之長，關於此皆，須知絕對的單色光，永不能有，蓋因絕對單色光，須有無量數的等幅波列也。

700. 駐立光波——倘令平面光波錯直止鏡反射，則可以得駐立波 (§523)，但因兩面間之距離僅為 $\lambda/2$ ，且光波必須甚短，故欲觀其有，殊非易事。文奈(Wigner)氏曾用一種巧妙的設計作此實驗。如圖 670， $d'$  為玻璃片，蓋以何洛聚一薄層，後面

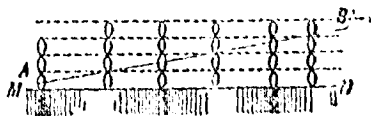


圖 670

向下，覆於絨緞平面鏡  $MN$  上，兩面時作傾斜，令光線垂直於鏡面觀之，顯影而後，則見鏡內有黑條，條與平面之交線平行，如  $MN$  下之陰影所示。由顯視之，則感光面生此效應，必因橫貫節面及反節面，如圖所示也。與節面接觸之各點，在鏡上不生作用。此是說在此平面上經節面，正如相類的學實驗也。此即李普曼 (Lippmann) 氏發明有色攝影之根據也。

### 繞 射

701. 設令小光源或小孔之光，經過障碍物之邊緣而射於屏幕上，則見幾何影內之亮度逐漸衰退，同時影外顯出一帶有色光帶。假定將一硬紙片或刀刃置於目與光源之間，則見紅色光在影內偏轉最甚，紫色光最少，於是造成一短光譜。此種現象，即所謂繞射 (diffraction) 之例也。繞射實為從同一波前中各鄰點所來之微波間之干涉現象。

茲試研究擴大的波前  $AB$ ，在  $P$  點之效應 (圖 571)。按海耳史氏

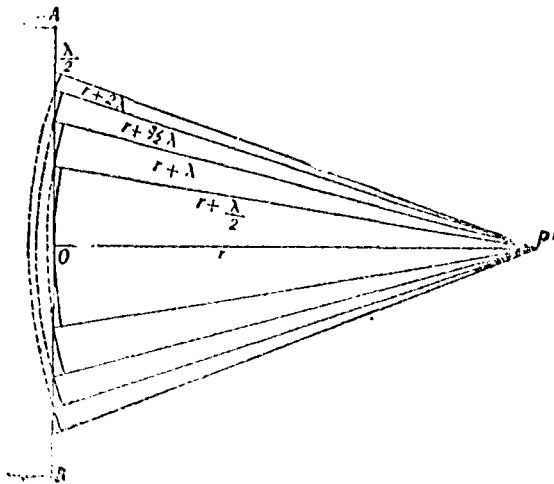


圖 571

原理， $P$  點之結果效應，可視為波前內各點的效應之總和，每點各生其獨立之波。此分析中，不同長之波，須分別討論之。假定  $OP = r$ ，以  $P$  為中心，畫半徑等於  $r + \lambda/2$ ， $r + \lambda$ ， $r + 3\lambda/2$ ，等等圓球。則此等圓球與波前相交，成以  $O$  為圓心之同心圓，如圖 572 所示， $O$  為波對於  $P$  之波頂 (pole)。連續兩圓間之面積，名曰半週期帶 (half-period zones)。

此等面積，大約相等，讀者不難算出。從以  $O$  為圓心的圓上各點生出之波，顯然同時達於  $P$ ，且連續兩帶在  $P$  之結果效應之平均位相，顯然差半週期。每一波在  $P$  所生之振幅，因其半徑之增而漸減，蓋因半徑之增，斜度亦漸增也。每一帶距  $P$  之遠雖然亦增，但因此所生之影響，幾為連續各帶面積之稍增所抵消。故波在  $P$  所生之總振幅，為一系列大小漸減而符號交互（位移之方向）的諸項之代數和，

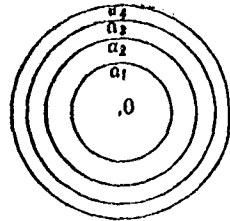


圖 572

假定  $a_1, a_2, a_3$  等為中央面積及連續各帶在  $P$  之振幅， $A$  為合成振幅，則

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 \cdots \pm a_n$$

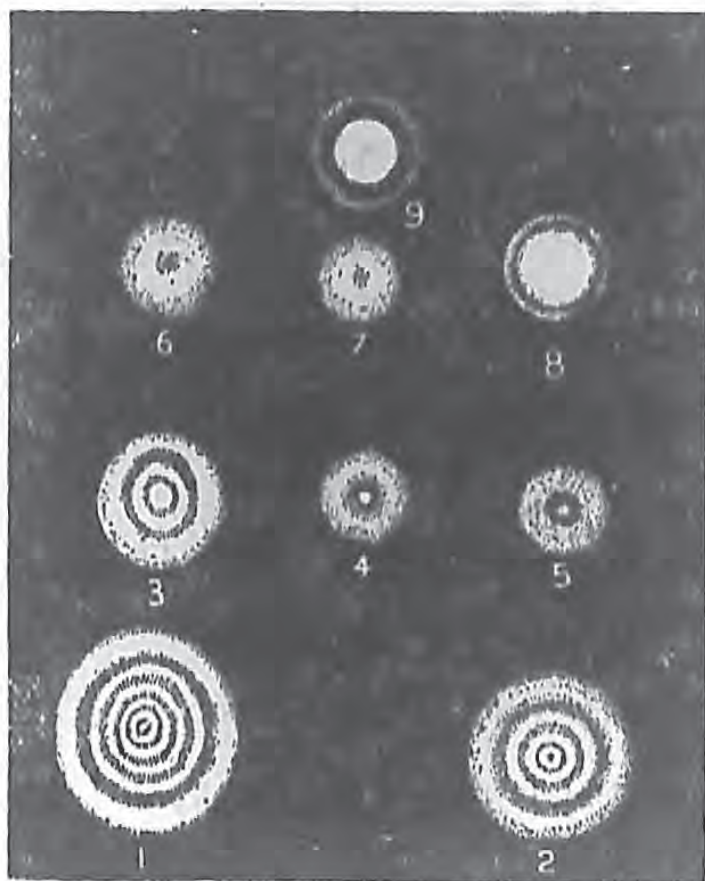
$$= \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2}(a_1 - 2a_2 + a_3) + \frac{1}{2}(a_3 - 2a_4 + a_5) \cdots \pm \frac{1}{2}a_n$$

因  $a$  之連續值相差甚微，且按規律而減小，故括弧內諸量及  $a_n$  皆以零為極限。故

$$A = \frac{1}{2}a_1$$

極為近似，或全體波在  $P$  之振幅等於中央波之振幅之半，強度等於中央波之四分之一，假定中央波獨存。設將所有之波遮蔽，而只留中央部

分，則  $P$  處亮度確實增加，因振幅等於  $a_1$  也。設只留二中央部分，而將其留遮蔽，則  $P$  處之效應，幾為  $A = a_1 - a_2 = 0$ 。設只留三個中央部分，則約為  $A = a_1 - a_2 + a_3 = a_1$ 。此結論不難以實驗證明。假定將大小不



■ 573

等的小圓孔，置於由針孔擴散之光線錐內，則可見經過小孔射於屏幕上之亮面之中央，為最強或最弱（圖 573）。孔之大小，由 1 至 9，漸逐按規減小。假定移動屏幕之位置（即改變孔在屏幕上所對之有效半週期帶之數目），則最大變為最小，最小變為最大，或若所用者為白光，則中央之亮點變色。中央點之週圍，為一羣同源之有色光帶，但用簡要方法，殊不易解釋耳。假定孔小於首二半週期帶，則屏幕上，亮面不分最強最弱，因由孔來之微波中，不能有可能的完全消蝕也，因此之故，屏幕上成一

雜亂的圓痕，孔愈小，圓痕愈大。

假定置一小圓盤於光線之路徑內，如斯，則由  $P$  點視之，將若干個半週期帶遮蔽，譬如三個，則  $P$  點之振幅可為  $A = a_4 - a_5 + a_6 - a_7 \dots = \frac{1}{2}a_4$ 。故在影之中央可見一亮幅，亮度與無此小圓盤時幾相等。中央部分以外相鄰各點，繞過盤邊而來之波之位相必不一致，於是成互相消滅之干涉。

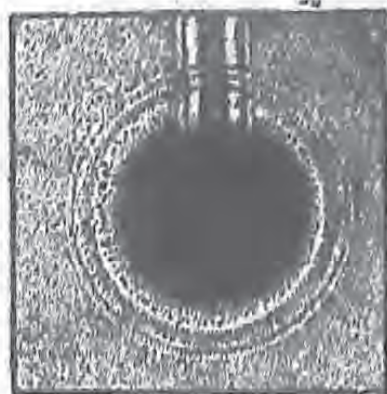


圖 574

此實驗可用一直徑數毫米之正確圓盤，裝於玻璃片上，而置於幾米外的小孔射進之太陽光線內，於盤後數米處置一屏幕，則可見圓盤在屏幕上之影的中心為一亮點。圖 574 所示為此效應之攝影。

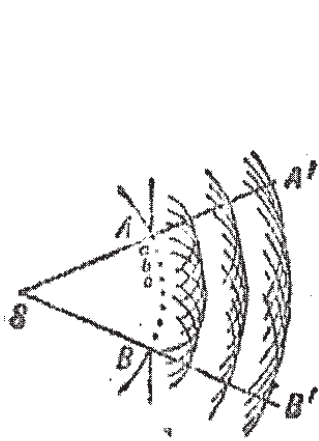


圖 575

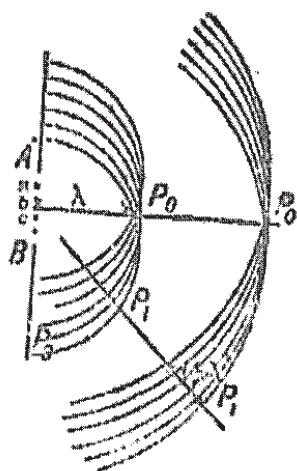


圖 576

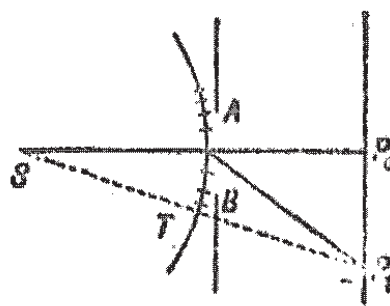


圖 577

**702. 通過大孔之波**——如圖 575 所示。波前  $AB$  內  $a, b, c$  等點各為一擾動中心，傳佈波至切面  $A'B'$ 。由圖視之，顯然只有在  $AA'$  及  $BB'$  線間之微波發生規則波前之干涉。在二線以外之波，則於各方向互相交錯，且所有可能之位相皆有之，故除在  $AA'$  及  $BB'$  鄰近處，有繞射現象外，其合成波皆為零。

**703. 通過小孔之波**——由圖 576 觀之，從  $a, b, c$  等點發出之波，除非逾於  $P_1$ ，則不備

有位相之相反；在  $P_1$ ,  $AP_1$  與  $BP_1$  之差等於半波長。即使具有從兩極點  $A$  及  $B$  所來之波，亦必位相相反。只有此極端光程差等於一全波長時，方能有完全消滅。如此，則從孔之兩中所來之波，達  $P_1$  時，其平均光程差為半波長，故波皆對對相抵消。假定孔之寬小於波長，即在  $P_3$  點，亦有此種效應。此效應現然在  $P_0$  處最為顯著，在  $P_0$  相遇之波，位相幾全相同； $P_3$  處必為最弱，因位相在此處非常致錯也。

**704. 狹縫**——設將兩直邊對置，造成一寬度  $AB$  之狹縫（圖 577），假定只令入射的各半之首半週期部分照射，則  $P_0$  處必為一亮帶。假定令兩邊之一對同時照射，則  $P_0$  處之效應為

$$A = 2a_1 - 2a_2 \quad (\text{幾等於零})$$

假定令各邊之三側半週期部分照射，則

$$A = 2a_1 - 2a_2 + 2a_3 \quad (\text{最亮})$$

故若縫漸寬，則  $P_0$  將有更遞的最強與最弱。假定自軸線外  $P_1$  處（ $T'$  為其頂點）視之，若狹縫對兩個或任何偶數之半週期部分，則將互相對對中和；假定其對任何奇數之半週期部分，則除成對起干涉外，必餘一單數，獨自有效，因此之故，軸線兩邊，必有一羣亮暗相間之帶。

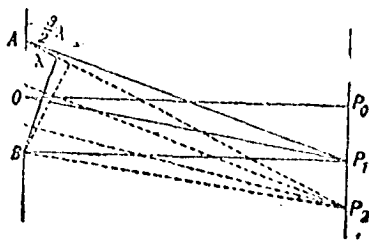


圖 578

**705. 狹縫所造之光帶之寬度**——假定  $AP_1 - BP_1 = \lambda$  (圖 578)，則  $AO$  及  $OB$  在  $P_1$  之效應，可視為數字相同，但平均位相，差半波長，故二者互相抵消。想像將此縫分三等份，則在  $P_2$  處， $AP_2 - BP_2 = 3/2\lambda$ ，此三等份在  $P$  點之效應，位相上互為正負。兩個互相抵消，餘單三者為有效。假定  $D$  為由傾鏡至屏幕之距離，中央最亮之寬度為  $2P_0P_1$ ，則由 §648，可證明

$$2P_0P_1 = \frac{2D\lambda}{AB}$$

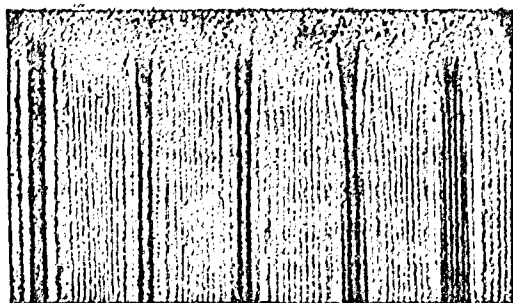


圖 570

其餘之光帶，均於此寬度之中，或等於  $l\lambda/AB$ 。故光帶之寬與狹縫之寬為反比。中央最亮者為白色，因  $P_0, P_2$  對於各色不同，故次最亮者為有色。此效應可令透過狹縫之光，再透過一可以改變的狹縫而照於屏幕上見之，或更簡單透過細狹縫或兩指間之縫，以視遠處之光亦可。

由線光源所生鐵絲或針之影內，或影之附近，亦可見同樣輝散。(圖 570 所示，為各種不同值之針之影)。

706. 區別本領——倘令狹縫之光，通過另一狹縫而射於屏幕上，則中央之最亮，可視為第一狹縫之像(相當於針孔之像)。第二狹縫愈寬，則此像亦愈粗而顯。(寬至規則恰停止之時為止)。同理，亦可應用於由點源來之光通過圓孔。若透過小孔則端點之光，則較直接視之，所見者為大。若由狹縫視鐵絲，則粗細實較粗。

倘用透鏡或球面鏡造像，則亦具狹縫造像之條件，透鏡或球面鏡保持全波之位相對於焦點之均一性，恰如狹縫對於中央最亮點之均一性。茲試就線光源  $S$

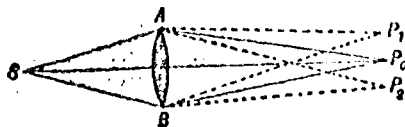


圖 580

之像 (§58) 而論，若  $AP_2 - BP_2 = \lambda = BP_1 - AP_1$ ，則從透鏡各半來之波，達  $P_1$  與  $P_2$  時，位相相反，而互相抵消，故  $P_0$  兩側之  $P_1$  及  $P_2$ ，必為最暗。故像之寬為  $P_1P_2$ ，因此像為惟一最暗最亮者也。假定光源不為一點，則中央最亮必隨小孔之形狀，但方位不同，因光源內任何物體寬度，必與孔內之同一寬度為反比，有如公式

$$P_1P_2 = 2P_0P_1 = 2D\lambda/AB$$

所示 (§705)。



實驗證明，倘兩個視射及交間之距離，較自及亮至最暗之距離為近，則二者不能分開。例如，假定第二狹縫  $S'$  之像在  $P_1$ ，則不能與  $S$  之像  $P_0$  分開。故若物體對透鏡之角小於  $\alpha = \lambda/AB = P_0P_1/D$ ，則兩像必相重疊。此角名曰小區別角 (angle of minimum resolution)

此種條件，僅適用於小光源或小物體。假定光源為其大，則每一點在焦點皆有一視射最亮點。此等最亮點必互相重疊，除像之邊界外，則必消除視射作用。

其實際上為光之點源。但若用小望遠鏡視之，則其像被用大望遠鏡時為大，因中央亮點之直徑與透鏡之直徑  $AB$  為反比也，小望遠鏡所成變量之像，可為一大模糊點，然用大望遠鏡，則所成之像，為兩個清晰光點。分開兩個小源光源之像之能力，名曰區別本領 (resolving power)，因其與最小區別角為反比，故與透鏡，或球面鏡，或造像的稜鏡之直徑為反比，或與有效光線束之斷面為反比，假定光線束不曾充滿孔徑。

假定吾人之目較大，則必能見較現在所見者更細微之物。反之，若由小針孔視遠處之光，則所見者必較直接視者為大，同理，小昆蟲視微物，欲求清楚，為生理上不可能。小昆蟲視白熱燈絲，則其所見者，猶之吾人由極小針孔視時，所見者也。

707. 繞射光柵——設屏幕內有若干個細而等寬的縫隙，則每一對縫隙所生之效應，與楊氏雙縫實驗所見者相似。此屏幕名曰繞射光柵 (diffraction grating) 設置透鏡於繞射光柵之前，(圖 581)，則任何二平行光線間之光程差必皆相同。設縫隙間之距離為  $a = AB$ ，再設  $OP_0$  及  $OP_1$  所夾之角為  $\theta$ ，則兩鄰隙相當部分間之光程差 (例如， $A$  及  $B$ ) 為  $AC = a \sin \theta$ 。假定光之波長為  $\lambda$ ，則  $P_1$  為最亮之條件為——

$$a \sin \theta = N\lambda$$

若用一定波長之光，則在軸線之兩側， $a \sin \theta$  等於 1, 2, 3, 等等波長處，必有一羣亮點。

若用白光，則不同二色的相當亮點，距軸線之距離亦不同。中央亮點  $P_0$  為白色，因在該點 ( $N=0$ ) 加強之條件，各色皆相同也。其他色之亮點，則在軸線之兩側，分成光譜，因  $\theta$  視波長而變也。序數  $N$  之值，定

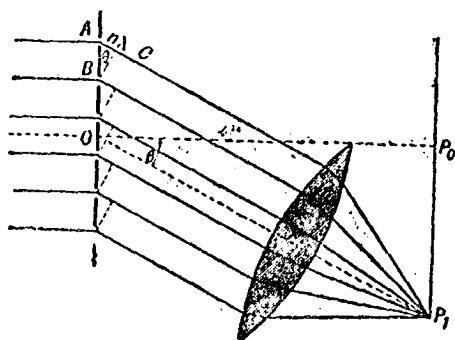


圖 581

光譜之次序。

若  $\theta$  爲小角度，則光譜中各點間之距離，約與相當波長之差成比例，故光柵所成之光譜，與稜鏡所成者相較，則可稱之曰標準 (normal) 的，因稜鏡所生之光譜中，無簡單之分配律也。凡光柵所之光譜中，其顏色之分配皆相同，然長度上可以不同。光譜之長度，直接按光譜之次序而增，故第一條以外者皆相重疊，其強度亦減弱甚快。

光柵之如上所述者，稱曰透射光柵 (transmission grating)，其構造係以金剛石尖在玻璃片上刻成線條（每吋內有數千條線）。至於反射光柵 (reflecting grating) 之構造，則係於反射鏡之磨光面上刻成線條；入射線爲兩線條間之磨光紋所反射，此種光柵，皆用自動機刻成。

倘就亮點之位置而論，則光柵之效應與縫隙之距離有關，但無關於縫隙之數目。但強度視縫隙數之平方而增，因振幅與縫隙數爲正比也。例如，20,000 線光柵所生之強度， $10^8$  倍於兩個狹縫所生之強度。

光柵之區別本領亦較大，兩個狹縫所生之干涉光帶中，最亮帶之寬爲  $w = D\lambda/a$  (§48)。

具有  $n$  個縫隙的光柵所生最亮帶之寬為  $w = D\lambda/na$ , 因  $na$  為光柵之開孔, 故亮帶之寬與光柵之寬為反比 (§618)。繞射光柵, 恆用以測量波長。

十字線光柵所生光帶為十字光帶, 殊為美觀。此效應可以透過手帕或淨布頂視遠處之光見之。透過絲綢或羽毛視光源, 或視珍珠母反射之光, 亦可得極優麗之繞射作用。後之作用, 係正線紋而生, 若將珍珠母置於白蠟上, 則白蠟上即有線紋, 其反射之光, 亦顯繞射作用, 是不難由實驗證明之。

708. X 射線之繞射——X 射線發明而後, 雖行憶度為類於光波之極短波, 然其性質究竟如何, 仍歷多年而未決。既不能證之以平面鏡之反射, 又不能證之以光柵之干涉, 蓋因欲得充份光滑之鏡面, 及充份纖細而且等寬之光柵, 皆為不可能也。當 1912 年, 勞厄 (Laue) 氏發見晶體原子之排列, 其整齊程度, 足以生繞射作用。於是令一細束 X 射線通過鉛屏之小孔, 再射於食鹽等晶體, 以證明其理想。再令透過晶體之 X 射線射於照像板上, 照像板上顯一黑點, 點之週圍又有若干黑點, 排列甚有規律。此作用與透過細鐵絲綢或紗手帕視遠處之光所見者相似, 於是證明 X 射線, 屬於波動。布拉格 (Bragg) 氏繼續此實驗, 發現晶體之強反射作用, 由於多數平行原子層之層疊作用而生。應用海耳史氏 法, 可以證明此最大效應, 可由反射角等於入射角之方向看出。單層之效應殊小, 不足以看出, 但假定原子層間之距離為  $d$ , 入射角為  $i$ , 波長為  $\lambda$ ,  $N$  為整數, 且適合於條件,  $2d \cos i = N\lambda$  猶之薄膜之色, 從諸平面反射之波, 皆為同位相。若令入射線通過狹縫, 則用此法可得線狀光譜 (§733)。距離  $d$  可由晶體之密度及亞佛加德羅 (Avogadro) 氏數算出, 由此距離可算出波長。每一片用作標的時, 皆生一特殊光譜, 其範圍為可見光譜內波長的千分之一至萬分之一。若用氯化鉀結晶片反射白

光，則可得尋常光之光譜。

近世西哥巴恩(Siogbahn) 輩研究 X 射線譜，已得可與測定尋常光之波長相比較之結果。此光譜殊為複雜，在近世的原子構造論上，非常重要 (§733)。最近伯耳金(Borgon) 與西哥巴恩(Siogbahn) 氏使 X 射線透過各種物質之稜鏡，已獲得 X 射線折射之確證。此射線稍離稜鏡之底面而折射，與較 1 略小之折射率相應。昆普吞(A. H. Compton) 氏應用幾近掃擦之入射，已能使 X 射線從金屬面發生全反射（與尋常光之全反射相同 §689），又於此種場合下，用尋常反射光柵，依測定尋常光波長之法，測得 X 射線之波長。故 X 射線，一如尋常光線，可以反射，可以折射，亦可以繞射，至其所以異於尋常現象者，第因其波長極短耳。總而言之，若所用 X 射線之波長已知，則欲算用以反射 X 射線的晶體內原子層間之距離  $d$ ，確屬可能。此方法已為布拉格氏輩所作出，已足以測定各種常見的晶體中原子之排列。

尤有進者，近今已發明所謂昆普吞氏效應的 X 射線之性質。當 X 射線為低原子價之物質所散射時，則一部分散射線之波長，略長於入射射線之波長，此結果可予以量的解釋，即假設 X 射線實由不相連周的微粒，或量子(quanta) (§729) 所組成，衝撞而後，損失其一部分之能，恰如臺球之相撞也。此為說明放射之微粒性的粗淺實驗之一 (§781)。

## 光學儀器及測量

709. 眼為任何光學組織之主要部分。構造上頗似照像箱，為一封閉

之室，光僅能由透鏡入於室內。照像機透鏡成像於成像板上，刺激銀分子，眼之透鏡成像於網膜組織上，刺激視神經。光入於照像箱之量，由鏡頭光闌之大小節制之；同理，光入於眼之量，由瞳孔 (pupil) 之大小節制之，瞳孔可自行改變其直徑，其範圍約在 2 與 5 毫米之間。圖 582 所示，

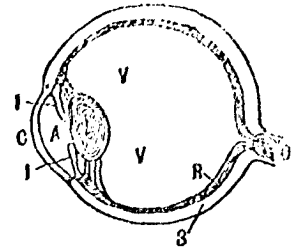


圖 582

為眼之構造略圖。S 為鞏膜 (sclerotic membrane)，為眼之外層，C 為角膜 (cornea)，為極強韌的透明膜。I 為彩簾 (iris)，為眼之有色彩部分，中有開洞，名曰瞳孔，可令光通過睛珠 (crystalline lens) L，睛珠將像合光於網膜 R 之上。神經末端，覆於網膜，總匯為繩索狀而入於視神經 O，視神經傳達刺激於腦。附於睛珠邊緣之筋，可由收縮或寬鬆，以改變睛珠之焦距，故無論遠物或近物皆能合光於網膜。此種作用名曰調節 (accommodation)。當物體對眼所成之角小於  $1'$ ，或網膜像間之距離為 0.005 毫米時，則兩物可分別看清。故若將物體持近於目，則所視更為清晰，因物體對目之角及網膜像之大小皆較大也。但眼之調節力有一極限，故若物體距目約近於 25 釐米時，則又看不清楚矣。此距離稱之曰明視最近距離 (distance of most distinct vision)，眼靜止時之標準配合適於“無限遠”，閉目昂首而猛視遠物，則遠物恆合光於目，當可證明此理。

角膜與睛珠間為前房液 (aqueous humor) A 睛珠與網膜間為玻璃狀液 (vitreous humor) V，二者皆為透明液體，平均折射率為 1.336。

睛珠由透明角質層構成，密度、硬度、及折射率皆向中央漸增。外層之折射率為 1.406，中央之折射率為 1.454。平均折射率約為 1.437。此種向中央密度之增，供較正一部分球面像差之用，其餘由彩濰光闌較正之。

物體之小如印刷字母者，透過針孔觀之，甚至距目近至 2 釐米，亦可清楚看出。此為睛珠對於球面像差之額外較正，如此，則透過睛珠精標之細光束之焦點甚短。額外較正過甚，其弊尤其於無較正，固屬顯明之理。然事實上，成於網膜者，乃針孔之像，睛珠不過有使像較詳明之作用耳。倘令物體靜止勿動，而前後移動針孔，則物體之外觀大小隨之改變，足證此像只為針孔所造者也。

710. 視覺——網膜，除覆於視神經者外，為無量數極小纖微物所覆蓋，有為桿狀者，有為圓錐狀者，即神經末端也，未審如何，可感受光波之刺激。覆於視神經者為“盲點”，(blind spot) 盲點者，倘像成於其上，則不得見之謂也，倘閉一目而用他一目視兩小物之一，兩小物相去約 2 吋，則可求出一距離，在此距離他物將不見。視神經之感受刺激也，於刺激停止後，約可支持十分之一秒，故若間歇刺激作用時期小於十分之一秒，則生固定作用。此作用稱之視覺暫留 (persistence of vision)。倘疾動燃燒雪茄，則燃燒之端留一痕跡，電影之外觀不斷，即與此作用有關。

倘睛珠之標準球形有變，致令不同平面內之曲率不同。則從某點來之光，透入眼內時，成像散光線錐，所成之像為二焦線，而不為一點 (§685)。於是等遠之水平線及鉛直線不能同時合光於目，眼之如斯者名曰像散的 (astigmatic)。其他缺點，有起於曲率之改變者，亦有起於調節力之衰退者。倘眼為近視，則主焦點距網膜過遠，遂不能看清遠物。倘眼為遠視，則主焦點近於網膜或在網膜之上，於是近物不能成像於網膜之

上。近視之缺點，以凹透眼鏡校正之；遠視眼，以凸透眼鏡校正之。

健全眼內，視網膜上有兩個網膜像的相當點，通於同一神經中樞，故二像恰相重疊，較僅用一目所得之印象為強。倘強將一眼珠斜轉，則必見二像。有二目尚有一種好處。即從二種不同的方向視物體，所得印象，較為慰藉。實體鏡 (stereoscope) 即應用此理，鏡中所裝之二像片，係分從俯仰不同的地位攝得，由兩目分別視之。此二像重疊之狀，使所見物體似為立體。

用二目估計遠近，亦較用一目為易。二視線至物體有一角度，此角度腦力能於不知不覺中估計之。尋常物體之大小，係從其角度之大小推得，至其遠近之估計，則基於經驗，或與近物如樹及房屋等比較而得，樹及房屋之大小，大約為已知。此種估計，係受所見細目清楚之影響。在天氣非常晴朗之處，遠近之估計，易於準確。反之，於濃霧中視物，因其細目之不清楚，似較其實在距離為遠。但物體所對之視角，與其實在距離相應，故障礙出現之物體，較其實大為巨。

光芒四射 (irradiation) 亦為物體外觀大小增加之因，因物體較為明亮也。例如新月之弓，似乎大於餘盤，即似乎大於“舊月”，因舊月僅為地球所照射也。自熱體輻，從平常溫度而紅而自熱，其相和似乎漸增。此種作用，蓋者曾假定其由於網膜像之擴張，致神經之刺激，出乎像之邊界所致，頗有類於過於感光之照像所受之影響。然今已知其原因，第由於眼之球面像差，光源之強度愈增，眼之球面像差愈著。

711. 單顯微鏡 (simple microscope) 或放大鏡為一單凸透鏡，令物體在透鏡之焦點上或焦點以內而透視之。如圖 583 所示，透鏡所造之放大虛像  $A'B'$ ，對透鏡之角  $\alpha$  與物體  $AB$  所對之角同。此像之長短由公式

$$I = (v/u) O$$

定之。

因眼之標準配合適於無限遠，故物體恆置於主焦點上或甚近於主焦點。無論如何，設像距目之遠，較明視距離之極限為近，則不能清楚見之。故任何光學儀器，放大率不僅與像之長短有關，且視其對目之角而定，因網膜像之大小，與此角有關也。假定目距透鏡為甚近，則此角大略等於像對透鏡之角。透鏡不過增加目之調節力耳，故可令物體較近，使

所對之角較大。倘僅恃目力，則物體在明視最近距離(25 釐米)，觀察最爲清楚，設物體在明視最近距離所對之角爲  $\beta$  (圖 583)。用透鏡時，則須令物體較近，約在透鏡之主焦點上，於是物體所對之

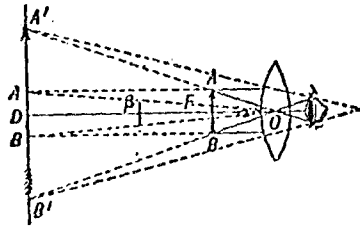


圖 583

角由  $\beta$  增爲  $\alpha$ 。故網膜像之放大率  $M$  爲  $\alpha/\beta$ 。假定物體  $AB$  距  $O$  之距離爲  $u$ ，像  $A'B'$  距  $O$  之距離爲  $v=d$  (明視距離)，則如圖 583 所示，

$$AB = 2d, \tan \beta/2 = 2u \tan \alpha/2$$

故若角度爲甚小，則

$$M = \alpha/\beta = d/u$$

今假定像在無限遠，則  $v = f$ ，故放大率  $M = d/f$ ；如圖 583，若像之距離爲  $d$ ，則不難證明  $M = 1 + d/f$ 。

712. 透鏡度——如上所述，當像在無限遠時，則透鏡之放大率與主焦距成反比，故  $1/f$  爲透鏡度之度量。透鏡度之實用單位，爲具有焦距一米之透鏡度。此單位名之曰度 (dioptr or dioptric)。凡凸透鏡度視爲正，凡凹透鏡度視爲負。由 §686 所推得之關係式視之，則若干個透鏡並置之強度，等於其各個強度之代數和。

713. 目鏡——一套透鏡，例如遠望鏡及顯微鏡之透鏡是，靠近於目之部分，恆由某種單顯微鏡構成，名之曰目鏡 (eye-piece)。用單透鏡作目鏡，則由物鏡所造之像所來之光，必有若干損失，因此像恆以目鏡視之也。爲免除此損失計，恆用另一透鏡將光匯向鏡軸，此透鏡名曰場鏡



(field lens)  $F'$  (圖 584)。倘無場鏡  $F'$ ，則所有之光，幾皆從目鏡  $E$  之邊緣通過。將某種玻璃的兩透鏡聯合，假定其相隔之距離  $d = (f_1 + f_2)/2$ ，則大概無色差。凡有場鏡及接目鏡之目鏡，皆利用此性質。

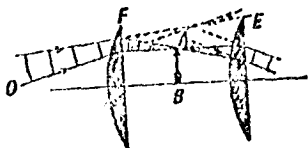


圖 584

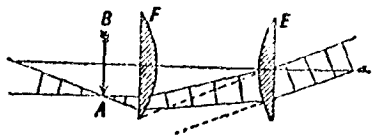


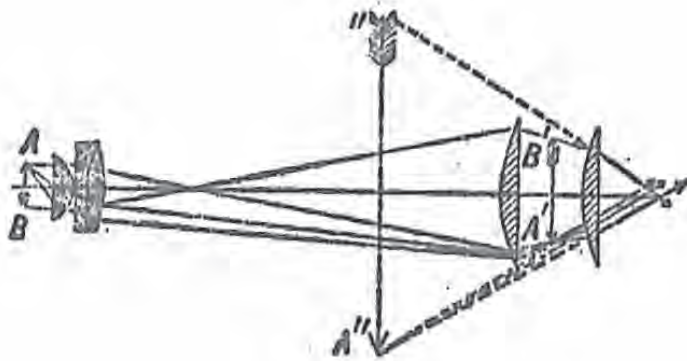
圖 585

海耳史目鏡，場鏡  $F'$  之焦距  $f_1 = 3f_2$  (圖 584)。故  $d = 2f_2$ ，假定物鏡及場鏡所生之像，成於兩透鏡之中點，則出射線必為平行，於是造一虛像於無限遠。透鏡皆凸面向入射線，其曲率可將球面像差減為最小。顯微鏡恆用此種目鏡。

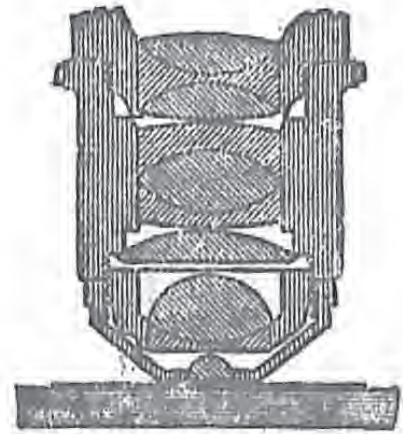
藍司登 (Ramsden) 目鏡，(圖 585)， $f_1 = f_2$ 。倘兩透鏡相隔之距離為  $(f_1 + f_2)/2$ ，則隔此透鏡可以看出場鏡上之灰塵，殊屬不便。為免除此弊起見，尋常令兩透鏡之距離為  $2f/3$ 。故此聯合透鏡之主焦點在第一透鏡之前  $f/4$  處。物體或物鏡所生之實像，即在此點，故最後之虛像在無限遠。此種目鏡之色差甚小。至其球面像差，則用二平凸透鏡，凸面相向，以減小之。測經緯儀及其他光學儀器，皆用藍司登目鏡，此等儀器，須有十字線，十字線置於  $AB$  處。

凡此等目鏡，出射之紅光線及紫光線幾成平行，故各色所成之虛像，對目之角幾相等，故像之大小亦同，但焦點在網膜上，對於各色，不盡一律顯明耳。

714. 複顯微鏡——單顯微鏡之放大率有限，欲擴大其放大限度，則須用聯合透鏡。如圖 586,  $A'B'$  爲物鏡組所造之放大實像，再以目鏡充



■ 586



■ 587

尋常之放大鏡，將此像放大成最後之虛像  $A''B''$ ，如海耳史目鏡是。物鏡組之最前透鏡。恆爲半球形，如 §683 所述者是，此透鏡之孔徑甚大，球面像差甚小。此外尚有若干形狀不同，玻璃質亦不同的透鏡，聯合之，使球面像差及色差皆爲最小，且使其有平面的焦面。圖 587 所示爲標準式聯合。

假定物鏡之焦距爲  $f_1$ ，則物鏡之放大率爲

$$M_1 = I_1/O = v_1/u_1$$

如 §711 所示，目鏡之放大率約爲

$$M_2 = I_2/I_1 = D/f_2$$

此處  $D$  爲明視最近距離。故顯微鏡之放大率約爲

$$M = M_1 M_2 = I_2/O = LD/f_1 f_2$$

此處  $L$  爲物鏡與目鏡間之距離。

用顯微鏡觀察兩微物  $A$  及  $B$ ，其間之最小距離，可以使其折射像分別看清，係由最小盤

別角  $\alpha = \lambda / AB$  (§706) 公式，稍加改良而得。此距離之最小值須為  $\lambda/2$ ，因此值與波長為正比，故以紫光照射物體時，可以觀察清楚者，若用紅光時，則不清楚。

715. 天文望遠鏡——望遠鏡物鏡所造遠物之實像  $A'B'$ ，自然大為縮小 (圖 588)。物體及物體之像對物鏡之角同為  $\alpha$ ，假定以眼直接視

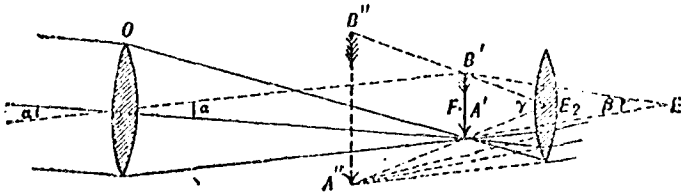


圖 588

物體，則物體對目之角實亦為  $\alpha$ 。但若置目於明視最近距離，以視物鏡所造之像，(從  $E$  點視之)，則像所對之角為  $\beta$ ，此角大於  $\alpha$ ，故視放大率為  $M_1 = \beta/\alpha$ 。用目鏡觀此像時 (眼在  $E_2$  處)，則更有一次放大，因像所對之角  $\gamma$  為更大也。故望遠鏡之放大率為

$$M = M_1 M_2 = \frac{\beta}{\alpha} \times \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2}$$

此處  $f_1$  為物鏡之焦距， $f_2$  為目鏡之焦距。望遠鏡中最後之像恆在無限遠，故除以弦代弧外，則此公式所表之放大率  $M$  恆為準確(參考§711)。

兩直線光源間之極限鑑別本領與  $1.2\lambda/A$  為正比，此處  $A$  為物鏡之直徑 (§706)。

天文應用上，望遠鏡所造之倒像，尚無不便之處，但若用之作地理上之觀測，則需另加一透鏡或一對透鏡，將物鏡所造之實像轉正。然如此則鏡筒太長，殊為不便。倘用聯合稜鏡之反射，將像顛倒，即可減短鏡

筒之長，但倘所需之放大率不大時，則用伽利略氏望遠鏡，最為便利。

716. 杜賀 (Dutch) 氏，或伽利略氏望遠鏡——看戲望遠鏡及海軍望遠鏡皆為此式。如圖 589 所示，成一正虛像，放大率為  $M = f_1/f_2$  (§715)。鏡筒之長約等於物鏡焦距與目鏡焦距之差，然在尋常望遠鏡中，此距離約為二者之和。

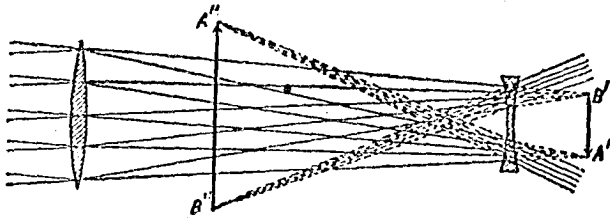


圖 589

717. 反射望遠鏡——望遠鏡之接物鏡，可以一大凹面鏡代之。如此，則可將色差完全免除，但球面像差較折射鏡更為討厭。但倘反射鏡為拋物鏡，而物體又在無限遠，則無甚球面像差。因實像成於鏡軸之上，且在入射線之路徑內，故為觀察便利計，則需要特殊之設計。牛頓式望遠鏡，係用一小直角稜鏡，將像反射於一側，此稜鏡割截之光甚少，而置目鏡於筒旁以視之。赫宿爾 (Herschel) 氏望遠鏡，使反射鏡稍傾，俾所成之像，在鏡筒開端之側，目鏡即裝於此處。此外亦有置一小反射鏡於鏡軸上，將像反射於目鏡，目鏡裝於物鏡之中央，故可由鏡後觀察。此種望遠鏡之最大者，為美國加里福尼亞，威爾遜山 (Mount Wilson, California) 之望遠鏡，反射鏡之直徑為 100 吋。今正在計劃改良為 200 吋之鏡。

718. 照像機——照像機為利用透鏡造像照像片上之儀器。透鏡所照之主要條件為真確，而有時又互相矛盾。其成造之像，必須無球面像差及色差，而往往又必須有強的光度及大的視場。焦面必須為平面，此平面內各部之放大率必須相同，如此，則所成之像，庶無偏斜扭歪之弊。焦點之深度必須大，即無論物體之距離如何，在板上所成之像，必須同時皆大概合光。因底板對於最短之波最為靈敏，故透鏡對於紫色光及黃色光，必須加以校正，對於藍色及紅色光，則可不必。倘透鏡為一單獨無色聯合者，則透鏡前用一小孔

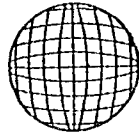


圖 590

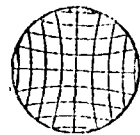


圖 591

光闌，如攝風景用者是也。此法可減少球面像差，同時焦點之深度亦較大（大約與針孔照像機原理同，針孔照像機之焦點，與距離無關）。但單透鏡用光闌，攝得之像，仍偏斜扭歪。如圖 590 所示，為光闌在透鏡之前時，方格像之扭歪狀，591 所示，為光闌在透鏡後時所生之結果。此原因可證明其必因經過透鏡中心及邊緣之光線，偏向不同所致。倘用二透鏡，使光闌在聯合透鏡之中心，則此等扭歪，可以互相糾正。

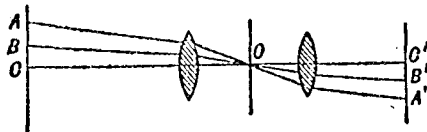


圖 592

如圖 592 所示，入射與透射副軸  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  等，對於開孔  $O$ ，十分對稱。故物體內  $AB$ ,  $BC$ ，等距離之比，與像內  $A'B'$ ,  $B'C'$ ，等相當距離之比相同，所以必無扭歪，假定  $A$ ,

$B, C$  等在同一平面內，則  $A', B', C'$  等亦在同一平面內。此種透鏡稱之謂直線像或正力鏡 (rectilinear or orthocopic doublet)。

遠物照像之大小，幾不多與透鏡之焦距成正比。但照像極易長，又不甚方便。利用遠攝鏡頭 (teleobjective)，則可免去此困難。遠攝鏡頭內，凸透鏡  $L_1$  之後，置一凹透鏡  $L_2$  (圖 593)。由此透鏡之擴散作用，生一焦距等於  $PF$ ，同時照像倍之長度  $L_1F$  較此距離為小。將二透鏡之焦距及其間之距離，加以適當調節，則可使  $PF$  數倍於  $L_1F$ 。如此，則可使像大為放大，但視場即相應減小。

719. 燈型 (projecting lantern) 為用以將透明物體之放大像  $A'B'$  射於屏幕之上。如圖 594 所示， $S$  為光源， $C$  為聚光鏡 (condenser)， $AB$  為物體，由  $S$  來之光，經過  $C$ ，照射

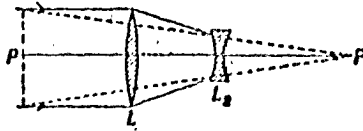


圖 593

$AB$ 。聚光鏡為兩個平凸厚透鏡，凸面相對。光源尋常用弧光燈或白熱燈。合光鏡 (focusing lens)  $L$  尋常用照像偶合式透鏡，蓋欲其所造之像，無扭歪也。聚光鏡之用意，不僅將物體照亮，且放大視場之範圍，倘無聚光鏡，則視場之範圍，須由合光鏡之剖面而定。

720. 測遠儀 (range-finder) 為海陸軍用以測定標之物距離之儀器。為數呎長之管，兩端各裝一透鏡，此管為一三角形之底邊，標之物為三角形之頂點，二視線為三角形之二邊。二透鏡所成之二像，由一稜鏡反射於觀測望遠鏡內，觀測器望遠鏡裝於管之中心點。頂點之角度可由像之位移測定，由此角度及底邊之長，可以算出標之物之遠度，或可由實測分度尺讀出之。

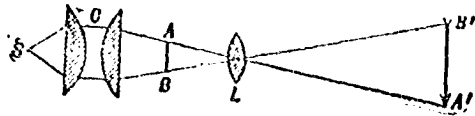


圖 594

721. 分光鏡(spectroscopo) 爲利用稜鏡的色散(\$672),或繞射光柵以分析複雜輻射之儀器。爲保證色之分離止於善起見,或爲使光譜“純粹”起見,必須用細狹縫爲光源,如此,則可使狹縫有色像之重疊,欲如何小便如何小。此等像猶之任何光學儀器中之像,實爲繞射式的,故爲使像或光譜“線”儘量顯明起見(\$707),則又必須用孔徑大的透鏡,及稜鏡,或光柵。色散愈大,像之分離亦愈大。對於已知色散,光譜之長與望遠鏡之焦距爲正比,但光譜之長只能影響光譜之比例,不能影響線紋之分解,或條目之清晰。

圖 595 所示爲普通式分光鏡之設計。其主要部分爲:狹縫  $S$ ; 合光鏡  $O$ , 其作用在使由狹縫來之擴散光變爲平行; 一三稜鏡, 用以分散各色; 望遠鏡  $T$ , 用以將狹縫之實像成於目鏡之焦點。假定光源發射無量數顏色之光, 則有無量數部分重疊之像, 而造一連續光譜; 假定光源發射一定數顏色之光, 則有一定數之狹縫像, 而成一不連續的或線狀光譜。

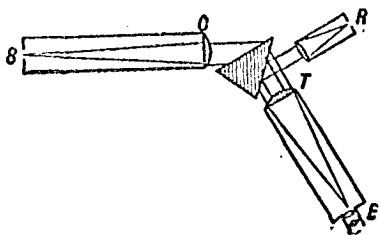


圖 595

設投射於稜鏡者爲共心光線錐(homocontric pencil),則依最小偏向角透射後仍爲共心線錐; 至於依任何其他角度透射之光線,則成焦散的,故所成之像不真。除投射線爲平行外,所有之色不能同時適合共心條

件，因惟有投射線平行時，各色方能出射為平行光線也。所以需要合光鏡者，職是故也。合光透鏡必須無色差。倘僅就光譜之純潔而論，則望遠鏡透鏡亦必須無色差，但為使所有各色皆在目鏡之焦點起見，恆須加以較正。至於光譜之位置，可由自稜鏡邊反射之分度尺  $R$  之像求得。

設以照像機代替望遠鏡，以攝光譜之像，則稱此儀器曰攝譜儀 (spectrograph)，設裝有分度圓盤以測光之偏向角時，則稱之曰分光儀 (spectrometer)。直視分光鏡，恆製成小型，以便攜帶，如圖 596 所示，備有一冕玻璃及火石玻璃之聯合稜鏡。平均偏向等於零，但因有若干餘剩色散，故所得光譜較短 (§676)。



圖 596

分光鏡之稜鏡，可以平面光柵代之。繞射最大之角偏向，可由分光儀測得，應用 §707 所推得之公式，可以算出波長。

722. 凹光柵 (concave grating) 為羅蘭得 (Rowland) 氏對於分光學之最大貢獻。在鍍金 (speculum metal) 的凹鏡面上刻成等距的線條，此凹鏡可集合光亦可繞射光，假定  $R$  為凹面鏡之曲率半徑 (圖 597)，再假定狹縫在以此半徑為直徑的圓週上之任何點，則所有各色之光譜，在此同一圓週之上，必皆合光，故不須有透鏡。桿  $R$  之長，等於光柵之曲率半徑，光柵  $G$  裝於桿之一端，目鏡，或照像機裝於他一端。桿之兩端，各裝一活節輪，可沿互為直角之軌上運行，狹縫  $S$  裝於兩軌之交點。狹縫與目鏡間之距離  $SE$ ，可以改變，與  $\alpha \sin \alpha = N\lambda$  為正比，故與匯聚於  $E$  之光之波長為正比。假若將一凹面照像板裝於  $E$ ，板面與  $R$  垂直，則此板上所攝之光譜線，必與標準光譜相去無幾 (§707)，可以證明也。

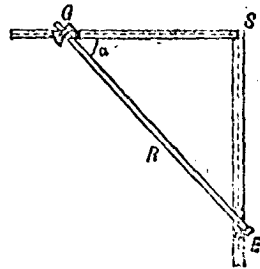


圖 597



723. 麥克爾孫氏干涉儀——玻璃板  $P_1$  之表面爲半鍍銀的，(圖 598)，即銀膜之厚度約可令投射光之一半反射。從光源之  $S$  點來之光，照於玻璃面之  $A$  點，一部分透過達於平面鏡  $M_1$ ，一部分反射至平面鏡  $M_2$ 。光由此二鏡反射後，追溯原路，最後必有一部分達於目  $D$ 。假定  $M_1$  與  $M_2$  距  $S$  之光程相等，再假定皆與射於其上之光線垂直，則光必似由光源的兩個恰相重疊之像而來，於是必無干涉。玻璃片  $P_2$  之作用，係使光線  $SAM_1$  及  $SAM_2$  在玻璃內之光程相等，如此則光程與幾何當必盡相等。茲假定用波長爲  $\lambda$  的單色光，若  $M_1$  移動之距離等於  $\lambda/4$ ，則達於目之光波，其光程之差必爲  $\lambda/2$ ，於是在視場之中心必互相消滅。更移動  $\lambda/4$ ，則光程差等於一全波長，必互相加強。如此，徐徐移動  $M_1$ ，而數光之最亮之次數  $N$ ，則  $M_1$  移動之距離  $d$ ，可由下式算出

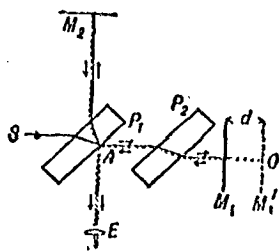


圖 593

$$d = N\lambda/2$$

麥克爾孫曾用干涉儀測定巴黎之標準米尺之長度，以鈣 (cadium) 的幾條光譜線之波長計，其準確度約達二百萬分之一。此等線之波長，爲最永久而且不變的標準長度。多數精確測量，皆利用干涉儀完成之。例如，最薄的水薄膜，已用干涉儀測得。設將厚度  $d$  之薄膜置於任一光線之路徑內，則光程之改變必等於  $2(n-1)d$  (§678)。此距離可由干涉儀測之， $n$  爲已知，故  $d$  可以推得(1)。

(1) 參考 Michelson, Light Waves and their Uses.

以上曾論及在視場中心所觀察之現象，係變更二平面鏡，使  $M_1$  在  $P_1$  內之像與  $M_2$  平行。中心點之週圍，有許多圓形輝線，移動  $M_1$ ，輝線之直徑亦改變。設  $M_2$  及  $M_1$  之像不完全平行，則結果與劈形膜所生之結果相似 (§695)。輝線仍約為圓形，但非同心，諸圓心在與劈邊鉛直之直線上。當移動  $M_1$  時，輝線必經過視場之任一點，用干涉儀時，數連續經過此點之輝線即可。

法布利 (Fabry) 與伯勞特 (Perot) 氏干涉儀，為二平行的薄鍍銀平面鏡，若干的多次反射光線，互相干涉，所生之輝線較為顯著，如光燭然，其鑑別本領與光線之寬度成正比，故亦與干涉光線成正比 (§700)。

24. 魯登·布洛澤光度計 (Lummer-Brodhum photometer)——如圖 599 所示，正方體  $O$  由兩個直角稜鏡構成。一稜鏡之斜邊為平面，他一之斜邊為凸面，頂部稍平。兩斜邊緊相接觸， $S_1$  及  $S_2$  為二擬作比較之兩光源，裝於光竈上， $W$  為白色紙屏或石膏屏，裝於光竈之中央。 $M_1$  及  $M_2$  為二平面鏡，將由屏幕散射之光反射入於稜鏡面  $AB$  及  $BD$ 。從光源  $S_1$  及  $S_2$  傳過之光，中央部分透過二稜鏡之接觸面無法損失，而四週部分，自稜鏡未接觸部分之空氣層，發生全反射，設將望遠鏡從  $CD$  面合光於接觸部分，則從  $S_1$  來之光透過稜鏡  $D$  而入於望遠鏡，從  $S_2$  來之光由反射而入於望遠鏡。假定光屏  $W$  兩面之照度相等，則視場內之亮度必一致；不然則接觸部分非較暗之四週為亮，即較暗之四週為暗。

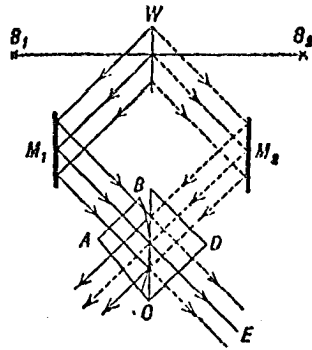


圖 599

## 輻射能之發射

725. 輻射之分析——輻射可以利用色散或不同波長之波分析之，其法已詳見於前 (§721)。凡光源之輻射皆甚複雜，複雜者，即其所含之波，不只為一種頻率之振動也。設將電弧光之像合光於狹縫，於狹縫之

外，置一稜鏡及一透鏡，使屏幕上顯一大光譜，則可見主要式的發射光譜條比排列。正碳極發出之光，成爲一燦爛連續光譜，包羅諸色。其次爲弧光本身，碳蒸汽之亮焰，碳之種種化合物，及兩極中所含各種金屬雜質等之不連續光譜。此光譜由若干條金屬物之線狀光譜，及若干組光帶構成，每一光帶包含許多細線，細線分配之結果，成爲摺皺形狀。故此種光譜，恆稱之曰摺皺光帶（參看圖 603）。此等光帶似由碳之蒸汽（分子式爲  $C_2$ ）及碳之化合物而生。光帶在紫色內尤爲顯著，弧光之所以有紫光特性者在此。今已明瞭此紫色光帶係屬於氰 [cyanogen ( $CN$ )]。其次爲負極之光譜，負極之溫度較正極爲甚低，其中缺乏紫色或藍色。

據弧光之光譜而論，則發射光譜有二種，即連續的與不連續的，不連續光譜又分爲線狀光譜及帶狀光譜 (§§731, 732)。

726. 不可見之輻射 —— 威廉赫瑟耳 (William Herschel) 氏於 1800 年發現倘將靈敏溫度計置於太陽光譜中，則溫度計顯示有溫度之增，從紫色至紅色，此效漸增。但此現象並不於可見光譜之分界處而驟然停止，過此界不遠而仍增，再遠則漸減，至於增減之限度，則視溫度計之靈敏度而定。由是觀之，則顯然有輻射焉，較紅色所受之折射爲輕，同理，亦可謂有輻射焉，其波長較大於紅光之波長。赫瑟耳氏已證明此“輻射熱”(radiant heat)與光同，亦遵守反射定律及折射定律，但其相同之點，直至五十年後方爲學者所公認，蓋於斯時始證明不可見之輻射，可生干涉效應，且亦可色散，亦可偏極化也。倘就結晶熱之性質而論，則從熱與物質不能分離，但此熱能一部分可變爲以太波之能，倘爲物質吸收，則此能又變爲熱。由是而論，則熱體所發之不可見輻射透過冰透鏡

而冰不融化，但若置紙片於焦點，則紙片可以燃燒之理，可以明矣。此等長波的輻射，名之曰紅外線(*infra red*)。

太陽光譜中，亦有紫外線(*ultra violet*)，其波長較紫光之波長為短，可由對氯化銀所生之化學效應證明之。照像片對於紫外輻射，非常靈敏，故紫外線之化學效應特為顯著。紫外線對於許多物質，亦可引起強的熾光(§751)。倘以酸性金雞納霜硫化溶液浸過之紙片，置於電弧光譜內，則由其起引之熾光，可證明陽磷極與弧光本身之光譜內，皆有紫外輻射。

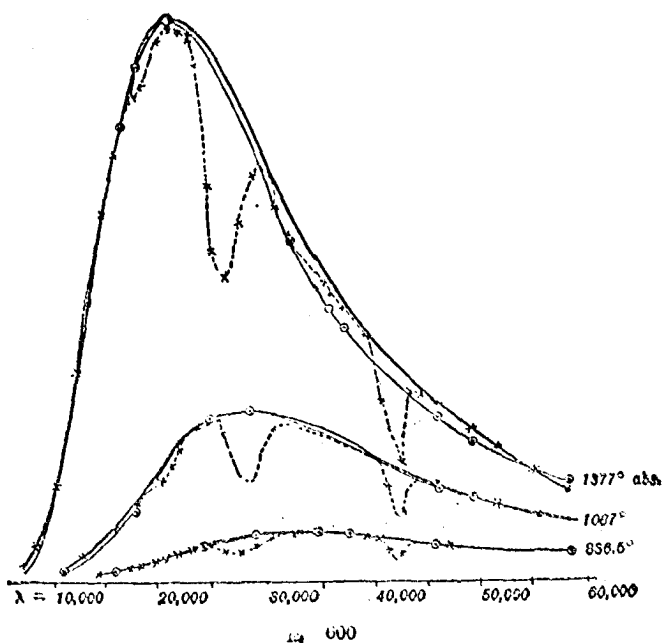
至於紅外線與紫外線之不可見性，其原因僅屬於目力之有限。眼祇能響應某種限度內頻率之振動，照像片或熾光屏祇能響應某種振動，但若承受面塗以黑色，則任何頻率的波能，幾完全吸收之，而由其所生之熱量，即可測得光譜中任何部分之能量。

727. 檢定不可見輻射法——攝影法為檢定不可見輻射最良善之法，即最短的紫外輻射亦可檢出。但此法對於光譜之正端失卻效用，蓋因欲令任何照像片對於紅外線之主部仍為靈敏，乃不可能之事——即欲令其檢定恰在可見紅色外之部分，殊為困難也。因此之故，則不得不採用不甚良善之法，此法恆以熱效應為根據。熱堆，為檢定紅外線最早之儀器，近今又加以種種改良，參閱 §§333, 400。

728. 連續光譜——物體溫度上升之法，初為暗紅，繼而發黃，最後而為炫耀之白色，此為吾人日常習見之事。反之，若當弧光正極光譜照射屏幕上時，而忽將電流拆斷，則見於碳極冷卻之時，紫色，藍色，綠色，黃色順次消滅，而紅色為殿。若將靈敏熱堆置於紅外線之遠端，則見於亮度消滅而後，仍有輻射發射，良久不已。

德雷伯 (*Drapor* 1847) 發現凡物體開始發紅之溫度約相等。總

之，實在溫度大約視目力之靈敏度而定，但離  $400^{\circ}\text{C}$ . 不遠。對於所有顏色與溫度，德雷伯氏定律大旨不差，所謂大旨不差者，即凡固體開始放射紅光，黃光，紫光，或紅外線內之“熱色光”(heat color)，其溫度率相等。能之光譜分佈，可以波長為橫距，而以熱堆在光譜中經過時，電流表之轉角為縱距，畫一曲線表示之。圖 600 所示，為在絕對溫度  $836^{\circ}$  至  $1377^{\circ}$  間所得之曲線，光源為塗黑之金屬片，以電流熱之。曲線之低降處，係由於二氧化碳與水汽之吸收。曲線之一般性質，對於所有固體皆然，至於縱距之不同，或係起於表面狀態之不同，例如或為黑暗，或為粗澀，或為光滑等等是也。專門言之，黑體(black body)者，對於照射其上



之所有波長，皆完全吸收之物體也。假定物體為黑體，或近於黑體，則光源之絕對溫度，與相當於能曲線之最大縱距有一定之關係，即  $\lambda m T =$  常數也（參考 §729）。對於黑體，此常數之最確值為 2884，假定以微米(micron)  $\mu$  或 .001 毫米為波長之單位。

白熱光源所放射之總能量，與能曲線及 X 軸線所包之面積為正比。至於產生光亮部分之能，則包於可見光譜極限之間。專門言之，後面積與前面積之比率，可名曰“發光效率”(luminous efficiency)。因此曲線未顯及目對於各色靈敏度之變化，故不足為光源效率之度量。若顯及目之靈敏度，則可得“減化發光效率”(reduced luminous efficiency)。圖 601 表弧光之正極，白熱光，及紅熱碳塊等之相對發光效率。曲線與  $\lambda$  軸間之有陰影面積代表發光能量。由是觀之，則發光效率顯然隨溫度而迅速變化，故若通過白熱燈之電流稍增，則亮度必大增，反之，若電流稍減，則亮度必大減。弧光之發光效率約為 10%；充氣體之鎢絲燈亦約為 10%，煤氣燈及蠟燭約為 2 或 3%。至此等之減化發光效率約為上數之六分之一。最理想之光源，為將其所有之能，盡於特種頻率下發射者也，目對於此種頻率最為靈敏，實言之即  $0.555 \mu$  也，其效率為百分之一百。例如發光蒸汽，發選擇輻射，其效率恆較大於固體。

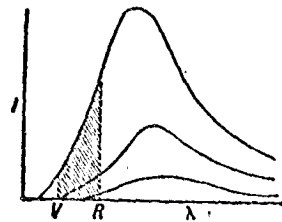


圖 601

729. 輻射定律——以太波可假定其由物質分子內的電子之擾動而生，倘為長波，可假定其由原子之擾動而生，至此波之頻率，可假定其與分子能有關 (§§203, 733)。固體內之分子較

爲密集，故其輻射，不能不受其自然週期之限制。因分子間常相衝撞之故，速度與振動頻率之範圍必然甚大。大部分之輻射能，必屬於多數具有與平均速度相當之能之分子。至於具有極端大或極端小之能之分子，比較爲少數，故易與最速之以太波，所具之能量，必此般小。當溫度增高之時，多數分子運動必較速於前，絕無較前爲遲者，故平均動能必增，如此，則最大的能及振動最速之以太波，必移向光譜之紫色一端。光源必先變紅熱，而最後變爲白熱。由是言之，則光譜強度曲線，必爲基於分子速度之分配之一種自然曲線，其極項在紫色部分放大，如同 600 所示。

維恩(Wien)氏應用此理，由理論推得公式  $\lambda m T = \text{常數}$ ，即所謂維恩氏定律也。後由普朗克(Planck)氏完成相當於已知波長  $\lambda$ ，或已知頻率  $\nu$  之輻射強度，與光源之絕對溫度之關係式，其式如下：

$$I_{\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5} \left( c \frac{c_2}{\lambda T} - 1 \right)^{-1} \quad \text{或} \quad I_{\nu} = \frac{h\nu^3}{V^2} \left( c \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)^{-1}$$

此處  $e$  爲自然對數之底， $T$  爲絕對溫度， $V$  爲光速， $k$  等於以亞佛加德羅(Avogadro)氏數除氣體常數  $R$ ， $h$  爲自然常數  $= 0.65 \times 10^{-27}$  (普朗克常數)。此式對於氣體或近於黑體之物體，頗爲正確。對於此種物體， $c_2$  之值  $= hV/k = 1.432$ ， $c_1 = 2\pi h^3 V^2 = 3.697 \times 10^{-16}$ 。定律  $\lambda m T = \text{常數} = c_2/4.9651$ ，可將上之公式對於  $I_{\lambda}$  之最大值微分而推得之，至史忒芬氏定律，係將輻射強度對於全光譜積分而得 (§733)。

分子內電振動之發射能也，並非連續不絕，而爲一定之“量子”(quanta)，量子等於常數  $h$  與頻率  $\nu$  之乘積，表  $I_{\nu}$  之公式，即從此假說學來，此爲輻射之量子論的起源，雖然對於力學或電磁說，似無其根據，但對於解釋輻射現象，卻有驚人的成功(參閱 §733)。

730. 不連續光譜，在十九世紀之前半期，已爲若干學者所注意。至光譜現象，大約爲發射輻射物質之特性，當時學者，至少已有朦朧印象。不連續光譜有兩種，即線狀光譜與帶狀光譜也。

1860年，克希荷夫(Kirchhoff)與本生(Bunsen)二氏始明白發表一定律，謂凡氣體及蒸汽皆生不連續光譜，而此等光譜皆完全屬於物質之特性。二氏應用此定律，發明銣(rubidium)及銫(caesium)，此定律

對於新元素之發現，貢獻殊多，其著者如氦及稀薄大氣中之氣體是也。

最初祇限於研究火焰之光譜，厥後曾發現二金屬極間之電弧所生之輝線，兼由於電極與週圍之氣體，倘通過真空管之氣體放電，則光亮完全屬於氣體，而金屬輝線消滅。除用電花外，僅有幾種例外，能使氣體發光。

731. 線狀光譜為金屬及鈉鈣組之鹽在本生焰中所生，又有若干種金屬，倘使其鹽溶液成霧，通過火焰，或用電花使成離子，通過火焰，亦生線狀光線譜。電花或金屬製之電極間之電弧，或包以金屬或包以金屬鹽的電極之電弧等之光譜，所含之線較火焰之線為多。此數可為非常大，其範圍在一打與數千之間，例如，鹹金屬之輝線，及鐵與鈾之輝線是也。

二元素有公共輝線，殆未曾有，但已知元素之光譜，輝線之數目及外表，則依光源之性質為火焰，或電弧，或電花而可以顯有差異，圖 602

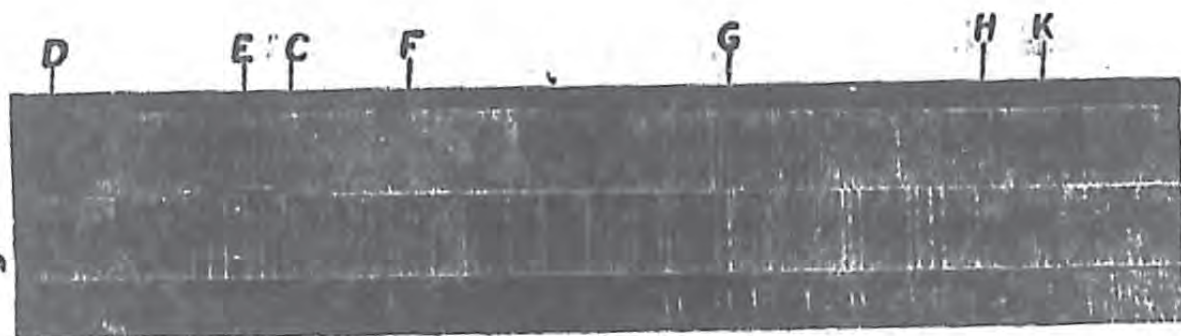


圖 602

之中部所示，為鐵之電弧光譜，最下部為鐵之電花光譜，最上部為太陽光譜。此圖表示太陽光譜中許多吸收線，與鐵之發射線吻合。凡同金屬鹽，皆生同樣之線狀光譜，然有時亦生帶狀光譜，此或為鹽之特性也（參考下節）。非金屬成分之輝線，除希有情形外，不與金屬之輝線同時出



現。在平常壓力下，或在真空管中通過非金屬氣體之強大電花，生線狀光譜或帶狀光譜。



圖 603

732. 如圖 603 所示，帶狀光譜恆為細線所組成（碳弧部分之光譜，係由於氰 (cyanogen) ( $N_2C_2$ )。本生焰中綠色光錐所生之光譜與此頗類，此乃炭分子 ( $C_2$ ) 之光譜。金屬組鹽鈣之焰光譜，線與帶兼而有之。例如，在平常壓力下，凡鈣鹽所生之焰光譜皆同，但如將氯化鈣浸以鹽酸置於火焰內，則生絕不相同之帶狀光譜，又若加溴化鈣及多量之鹽酸於火焰，則又生另一光譜。由是而論，則帶狀光譜為化合物之標識光譜 (characteristic spectra)，而在平常條件下所見者，乃氧化物之光譜，即與大氣中氧氣所生之反應也。

設以微弱電花通過氮氣，則其所生之帶狀光譜與氰之光譜頗相類，但若電花甚強（圖 604），則完全不同。氧化氮所生紫外線中之標識帶狀光譜，與氮之標識光譜頗類，凡水銀與氯、溴、或碘之化合物，用微弱電花，皆生標識帶狀光譜，用強大電花，則生水銀之輝線光譜。與此例相



圖 604

同者甚多，不勝枚舉。總而言之，皆與帶狀光譜，為元素或化合物的分子狀態之標識光譜的觀點，不相背謬。強大電花，因分子之離解，而生輝線光譜，此乃原子狀態之標識，或進一步言之，為離子狀態之標識。鹹金屬之鹽亦易離解，故在火焰中只生輝線光譜。但用其他激勵方法，亦可以生此等元素之帶狀光譜（參考 §752）。

733. 輻射與原子構造——以光波係由於電子在原子內或分子內之週期運動，固屬合理，但如以此說解釋輝線及光帶之複雜關係，已知為不可能。歌平哈經 (Copenhagen) 學者奈爾士·包耳 (Niels Bohr) 氏曾擬一幅射論，此論雖與古代物理定律判然不同，但對於解釋此等關係，幾成纖細必具，已有顯著之成功。

刺德福忒 (Rutherford) 氏利用  $\alpha$  射線之散射 (§531)，證明原子由極小的帶陽電之核心構成，原子之質量，實即核心之質量。核心所荷之電，恆為電子之電荷的倍數，所不同者符號耳。命此為單位電荷，則知氦核心有一個單位電荷，氮核心有兩個單位電荷，鋰 (lithium) 有三個單位電荷，如此類推，總核週期表中，至鈾為 92。核心之單位電荷數，稱之曰原子數 (atomic number)。所以每一元素皆有一定的原子數，此數為元素之根本特性，以之與原子量較，則原子量實難與之抗衡。事實上，阿斯頓 (Aston) 輩由陽射線 (positive rays) 之分析 (§522)，已發現許多元素係由質量不同而核心電荷同的兩種或多種之原子構成，除卻與質量有關的性質外，物理性質同，化學性質亦同。此等不同數的同樣元素，稱之曰同位元素 (isotopos)。

因凡尋常原子皆為電的中性原子，故包圍每一核心之電子，數目上

必等於原子數。至於此等電子如何排列，如何運動，已成近代研究之主旨矣。包耳氏曾將普朗克之量子論 (quantum theory) (§729) 稍加改良，而成爲原子構造論 (theory of atomic structure)，對於解釋頭緒紛繁的線狀及帶狀光譜，已獲特殊成功，即對於多數有關聯之問題，亦已有殊大之幫助。包耳氏謂原子或分子之能量狀態 (energy state) 可以大不相同，但數目上確爲一定。原子所具之能，不能相當於兩容許能間之任何量。當其爲此等“固定狀態” (stationary state) 之任何狀態時，則原子無輻射，甚至如傳說所預料之凡電荷有加速時的輻射，亦不能有。於是包耳氏乃假定電子在原子內，係按軌道運動，故有向心加速度。氏又假定只有原子(或分子)從此一固定狀態跳入彼一固定狀態(即一個或數個電子從此一容許軌道跳入彼一容許軌道)時，方發射輻射，且此發射的輻射頻率與能量變化 (energy change) 爲正比，即  $h\nu = E_1 - E_2$ ，此處  $E_1$  爲發射以前之能， $E_2$  爲發射以後之能， $h$  爲普朗克常數，等於  $6.55 \times 10^{-27}$  厄格秒 (§729)。

至於原子及分子內電子軌道之性質如何，仍有問題，但種種能量狀態之實有，已由氣體或蒸汽受變速的電子射擊時所發生之現象，直接證明。例如，單一氫原子，及離化之氦原子，僅有一個電子繞核心運動，包耳氏說與實驗結果，成量的一致，毫無刺謬。由測量此二原子光譜線之波長，可以求得電荷與電子質量之比 ( $e/m$ ) 的最精確值，且可證明電子質量視速度而變，正如勞倫茲 (Lorentz) 氏所預料，且已由直接實驗陰極線之偏轉，約略求出。應用同樣的光譜測量，亦可以求得  $e$  及  $h$  之值，故  $e$ ,  $m$ ,  $h$  爲自然基本常數之三，今可以用純粹的分光法求得之矣。

X 射線光譜(§708),顯然由於較發射尋常光近於核心者之電子,從此軌道行至彼軌道所發射。毛斯理(Mosoloy)等藉此種光譜之分析,已能求出所有已知元素之相對原子數。由刺德福忒散光實驗,倘已知二三元素之原子數的絕對值,則全部原子數皆確定成立。

近世穆理良(Mulliken)與畢爾希(Birge)輩,從帶狀光譜之分析,發現分子情形下之能準(energy levels),與原子內所發現者十分相似。故無論電子的形式與運動在原子內爲如何,分子內必具有同樣現象。不過分子內固有構成分子的種種原子之振動及旋轉,而有一另外的能準耳。此等能準又爲“定量的”(quantized),即只有定量(原量)的振動能及旋轉能也。由雙原子分子(diatomic molecule)之旋轉能準,可以估定分子之旋轉慣性,故亦可以估定兩原子核之間隔。此爲求分子巨細之最精確方法。由振動能準,可以求得兩原子核之相對振動頻率,又可以求得振動頻率與振幅之關係。從此等結果,有時可以求得分子離解熱之最精確值。至於最固定之分子,例如CO, O<sub>2</sub>,及NO等是,僅在非常高溫下方可離解,故分子離解熱之測定,只有分光法爲可行。近世應用帶狀光譜,又發現氧,炭,與氮等之同位元素。元素之不同的同位元素,亦呈不同的帶狀光譜,倘同位元素所佔之比例甚小,則帶狀光譜尤爲最好之證明方法。

734. 光譜之極限——所有氣體,及透鏡,稜鏡等皆吸收最短的紫外波。殊曼(Schumann)置螢石稜鏡及透鏡於真空內,所得之極限約爲.000012 釐米,厥後來曼(Lyman)及密理根(Milliken)等又重作此實驗,近世愛得冷(Edlén)及愛利生(Eriksen)用凹光柵,曾求得更短之

波長。尋常用之波長單位為茲斯通單位 (Ångström unit), 即  $10^{-10}$  米。其他常用之單位為渺 (micro)  $\mu = 10^{-6}$  米  $= 10^{-3}$  毫米, 及毫渺 (millimicro)  $m\mu = 10^{-9}$  米。下表所舉之波長, 卽以此等單位表之。對於最長之波, 物質幾盡不透明, 下所舉之最長波, 有由 §779 所述之法求得者, 係用粗光柵測量。

X 射線 (§524) 及  $\gamma$  射線與光波相同, 業經證明, 不過波長極短耳。其波長殊不一致, 其長短之次序, 如下表。

	茲斯通單位	$\mu$
$\gamma$ 射線	0.1	0.00001
X 射線	1	0.0001
最短的紫外波 (Edlén 及 Ericson)	76	0.0076
最短的可見波(紫)約	3,800	0.38
紫光, 約	4,000	0.4
藍光	4,600	0.45
綠光	5,200	0.52
黃光	5,700	0.57
紅光	6,500	0.65
最長的可見波(紅)	7,700	0.77
太陽光譜中之最長波, 觀大於	53,000	5.3
透過螢石之最長波	95,000	9.5
從螢石作選擇反射之最長波	500,000	50.0
氯化鉀所反射之波	612,000	61.2
水銀弧燈所發之最長波 (Rubens)	3,250,000	325
最短之電波 (Nichols and Tear)	2,200,000	220

735. 普遍吸收——當輻射射於物質時, 一部分被反射, 其餘部分被吸收, 若物質透明或甚薄, 則有一部分透過。黑暗物質, 例如燈煙灰及氧化銅是, 則反射及透射皆甚少, 故差不多為完全吸收。對於可見輻射為黑暗之物質, 對於紫外波與紅外波亦為黑暗, 然亦有例外, 例如, 硬黑燻

皮片，對於可見輻射不透明，但對於紅外線，則透明。似上述物質，吸收某輻射，而透他輻射者，稱之曰選擇吸收(selective absorption)。

736. 選擇吸收幾為所有物質之特性；其例甚多，如紅玻璃透射紅色及一部分紅外線，但其餘各色，皆不透射；藍鈷玻璃，透射藍，紫，及少量之紅及綠，綠玻璃，幾透射所有諸色，但大部分之綠色不透射；葉綠素溶液，過錳酸鉀，旋藍色，及鹼土，鈺(didymium)等之溶液，皆其例也。吸收光帶，多為寬而雜亂；若為鹼土，則幾狹如輝線，故溶液幾為無色，故無論何色之吸收部分皆不甚大；碘之蒸汽，二氧化氮，及某種其他物質，有摺皺狀吸收光帶，其集合之狀，略似氬的光帶中之輝線，而在可見光譜之內。透明氣體，如氫、氮、氧等，有帶狀吸收光譜，盡在紫外線之遠端。許多固體物質，如玻璃，水晶，及岩鹽等，其透射範圍較廣，過此範圍，則完全不透明。現皆用染色膠片製成屏幕，以生單色之光。

尋常玻璃，對於波之波長於 3,500 奈斯週單位者，為不透明，對於波長於 25,000 奈斯週單位者，亦為不透明。水晶在波長 1,600 及 300,000 奈斯週單位間者為透明，對於某種較長之波，亦為透明。岩鹽之透明範圍，在 1,800 及 160,000 之間；螢石為一種最透明之物質，其透射之紫光波約在  $\lambda=1,250$  至  $\lambda=95,000$  之間。

737. 克希荷夫氏定律——設有已知波長之輻射投射於物體，被吸收之分數為  $A$ ，則稱  $A$  為此色之吸收本領( absorbing power)。輻射體之發射率(emissivity)為單位面積每分鐘所輻射之能量。克希荷夫氏應用交換論(theory of exchange) (§335)，證明當輻射為純粹溫度效應時，則對於已知之色，在同一溫度，凡物體之發射本領與吸收本領為正比。

738. 夫牢因和斐氏線之來源——此等線之普通界說已見於 §673。

克希荷夫氏見夫牢因和斐(Fraunhofer)氏線與發射線相吻合者甚多，於是謂此等線為太陽大氣內之蒸汽選擇吸收之結果，所吸收之波，即蒸汽所自行發射之波。司徒開(Stokes)又獨創一說，謂黃色鈉線與 *D* 線之吻合，證明鈉原子必吸收與其所發射者同一頻率之波，其效應頗類於音之共鳴現象。鈉線之可逆(reversal)，殊易證實，置小鈉塊於金屬匙內而燃燒之，而置於狹縫之前，以弧光照射狹縫，再令光通過稜鏡與透鏡，而合光於屏幕之上，則光譜內無鈉線。不寧惟是，倘弧光內有多量之鈉蒸汽，則光譜內亦顯有自逆(self-reversal)現象。*D* 線極寬而亮，每線之中央有一細的暗線，此暗線乃由於弧光外部，有冷卻的鈉蒸汽之故。

739. 發光——只要輻射純為溫度效應，則克希荷夫氏定律即屬正確。然往往亦不盡然，例如，螢光與磷光之輻射 (§§751, 752)，其中即有某種長度之波之吸收，而生不同長度之波之發射；不獨此也，即對於發光氣體與蒸汽亦不正確，此處之亮度似屬於電的或化學的原因。氣體或蒸汽具有吸收線，相當於發射線者，則未之有。各種不與高溫成比例且不遵克希荷夫氏定律之輻射，皆名之曰發光(luminescence)。

740 太陽光譜——羅蘭德(Rowland)氏曾測定數千條夫牢因和斐氏線之波長。大多數之線，皆與已知元素之發射線吻合，迄現在止，已證明太陽光譜中，確有 82 種原質。(參閱 §602 之圖，此圖證明多數吸收線與鐵之發射線吻合)。夫牢因和斐氏線係由太陽大氣之下層所生，即所謂顛倒層也。上層太陽大氣，生白熱氫氣或其他氣體之光焰，日暈，或星雲外包封生亮線光譜，全蝕之時，可以見之，此時光輪(photosphere)

之亮光不能蔭蔽之。氫氣在未發現地球上存之之光，已知太陽中有之，因氫之亮黃線，曾見於太陽光譜中也。

## 夫 牢 因 和 斐 線 之 波 長

A	7694-7621	O <sub>2</sub>	紅(帶狀)
B	6870-6884	O <sub>2</sub>	紅(帶狀)
D <sub>1</sub>	5895.914	Nn	橙
D <sub>2</sub>	5889.977	Nn	橙
E <sub>2</sub>	5269.652	Fe	綠
F	4861.344	H	藍
G	4220.742	Ca	紫
H	3968.401	Ca <sup>+</sup>	紫
K	3933.084	Ca <sup>+</sup>	紫

太陽光譜之紫外線區，不能超出波長約 3000 益斯通單位之外。然太陽必發射較短之波，毫無疑義，不過此等短波為地球之大氣所吸收耳，因地球之大氣對於凡極短之波皆不透明也。大氣對於可見區域，亦呈選擇吸收及選擇吸收。微細之氧分子生生理光帶，即所謂夫牢因和斐氏線 A, a 及 B 也。因地球大氣之此等成分及其他成分，故亦值其選擇吸收現象。

朗萊(Langley)氏應用電阻測溫器，研究太陽光譜之紅外線區，發現在波長 35,000 益斯通單位以外仍有。除若干細線與帶不知其來源外，已知寬吸收光帶，多與水蒸汽及二氧化碳之吸收光帶吻合。太陽射之大部分多為地球大氣所吸收，在較短波之附近尤為顯著，此種現象對於氣候，必有其大之影響。

741. 行星，恆星，彗星與星雲之光譜——行星及月球之光譜，與太陽之光譜同，因其光僅為反射之太陽光也，然行星之有大氣者，則其光譜因普遍及選擇吸收而改變。多數恆星皆有標識吸收光譜，頗類於太陽光譜，此足證多數普通元素之自然分配。此外恆有若干來歷不明之線。星雲生亮線光帶，主要之線，為氫，氦，與游離之氧及氮。彗星之光譜多由 OH, O<sub>2</sub>, CO, 及 ON 等之光帶構成，與本生燈儀之光譜相同。由此觀之，則星雲與彗星之輻射，顯然屬於發光之列，或屬於高溫以外之發



光也，因此等物體似由多量的極微細之氣體，或小物體構成，故其溫度可永久不變，而高於其週圍空間之溫度，實意想所不及也。

742. 多普勒 (Doppler) 氏原理之應用——設有恆星行近或遠離地球，則必有縮短或延長每一達於地球之波之效應 (§596)。假定恆星行近，則每線必移向紫端，假定為遠離，則必移向紅端。由測量此種在星的光



圖 605

譜照片上之變移，則星在視線內之速度，可以測定，其差誤小於一仟米/秒。多數恆星，已發現其所具之速度，對於太陽而言，約在一與一百仟米/秒之間。太空一側之恆星，多具有向太陽之相對運動，在他側者，則遠離太陽而去。由此可得一結論，即太陽系自身依前進方向，運行於太空也。

圖 605 為  $\alpha$  天龍星 ( $\alpha$  Draconis) 之光譜，與上下之氫光譜相對照，表示氫氣吸收線上有多普勒氏效應。

## 吸收所生之效應

743. 天然物之色——色散或干涉所生之色，見於光譜中者，皆為純色。天然物之色則不如是，其色率由於投射光某種色之被選擇吸收及其餘之色，按不同比例而被反射而定。設將有色物體，例如紅玫瑰花，置於光譜之各部，在紅色內，呈鮮紅色，在其餘各色內，則呈黑色。由此觀之，則除紅色外，所有各色之大部分皆被吸收；然並未完全吸收，因光譜之

各部分中，不免有投射色之反射也。因全部色合併之結果為白色，故可證明無論何色之物體，除特具之色外，尚反射若干白色也。

744. 物體之色——物體所具反射光之色與透射光之色往往相同。然則亂反射之色，係由投射白光之成分，於散射之前，已有幾許透入介質中矣，至其餘之色，則因吸收而消失。故反射之白光，大概兼由於表面之反射，及絕未吸收的各色之重行合併而成。若光射於紅玻璃片，則由前面之反射成一白色之像，由後面視之，則為紅色之像，此可為物體之色之粗淺例證。

按照白光使色淡薄之分量，則謂為色有幾許飽和。純光譜色，可謂為完全飽和；無論以何等方法增大反射面，則散射白光之比例亦增。例如，硫酸銅結晶，所碎之塊愈小，則愈亮，若碎成粉末，則幾成白色。於是從無量數表面反射之白光，將小部分不能透過者完全遮蔽。如玻璃等透明物質，為粉狀時，亦同此理。

745. 兩色性——有物質焉，令光線通過厚層而考驗之，則所呈之色，與從反射之光觀之，或從通過薄層之光觀之不同。例如從通過之光觀之，薄層綠葉素為綠色，但厚層則為紅色。其所以如此者，蓋因其對於兩色之吸收本領不同也，或單位厚度之層，所吸收投射光之分數不同也。同時入射光之綠色較紅色為強，故透過薄層後，仍留綠色。但若通過厚層，則綠色之被吸收較甚於紅色，故紅色顯著。此種效應，稱之曰兩色性 (dichromatism)。

746. 表面之色——有物質焉，所呈反射光之色與透射光之色不同。例如薄層金屬與薄層藍青是也。金由反射光所呈者恆為黃色，但金積薄至可以透明時，則由透射光所呈之色為綠。此等物體所反射之光與其所透射者互為補色。在此種情形之下，表面上似有選擇作用，對於某色能完全反射，同時其餘之色，則透過薄層。故透射光與反射光相補。凡物之有表面色，當為粉來時，則保有此色。

747. 天及雲之色——因光只能直接從光源達於目，或由實物反射

而達於目，天並非完全黑暗，然則天空必有物質懸於其中也明矣。天之爲藍色也，多由於懸於天空中之微塵，水汽，等等之選擇散射，但氣體分子亦散射少量之光，亦爲已證明之事。此種小質點反射短波之光必較長波爲多，乃可以豫期者也。至所以名之曰散射者，蓋因此種反射，非如尋常鏡面之反射也。茲試以聲波爲例而說明之。長波繞過阻礙物，與其一般方向，無甚偏向，然短波則可以反射。因短波之光被散射，故透射者必多爲長波之光。日落之時，所見西天之色，恆爲紅，橙，綠者。曠是故也。至幾與大氣相切而通過之光，較短之波，業被攔奪，致令緊接太陽之天色，多爲藍色。當低氣層中有大量之微塵時，此等效應，尤爲顯著。當1883年，克拉加太 (Krakatoa) 火山大爆發之後，灰塵佈滿全球，落日特別閃耀。隔煙霧而視，或隔含有少許牛奶或樹膠液之混水而視，所見之光呈紅色者，卽此理也。此效應之表演頗爲美觀，壓迫空氣通過硫酸而乾燥之，使成空氣流，再以細管噴蒸汽於空氣流內，令一束光線通過。水珠之大小，受大氣中汽壓變化之節制，故汽壓愈低，則蒸發愈速，而水珠亦愈細。由透射及散射光所見之色互爲補色，故短波被散射，而長波透過。

748. 色覺——目能辨色，不足證明色之刺激與波長相應。此刺激可爲若干不同色之合成效應。例如，設光譜之紅色與藍及綠間之色相重疊，則結果感覺爲白色，目固不能辨此白色，係由於各色之混合也。若令紫與黃綠相合，所生之結果亦同。二色相合生白色之感覺者，稱之曰補色 (complementary)。又光譜之紅與綠合併而成黃色，而綠與紫合併則成藍色。若將紅，綠，紫三色合併，可成種種之色。按諸陶馬士·楊 (Tho-

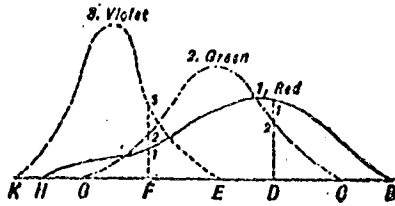


圖 600 a

mas Young)氏之說，斯三者可視為三原色覺 (three primary color sensations)。至目之辨色，可假定網膜對於與斯三色相應之振動頻率，響應最為活躍，故色覺 (color sensation)，視關於此等頻率之入射能的成分而定。

色覺現象，可以下之假定說明之：正常之目，皆有二組神經，一組對於紅光之刺激最為靈敏，另一組對於綠光最為靈敏，第三組對於紫光最為靈敏，但每一組對於其他頻率之光波，亦能起多少之響應。克尼希 (Koenig) 氏曾作三曲線，以表示此等效應 (圖 600 a)，橫軸代表標準光譜之長度，從夫生因和黎氏紫色中之  $K$  線至紅色中之  $B$  線。各點之縱距，代表三組神經受光譜中與各該點相應之頻率之光刺激之程度。至此曲線之實在形狀，仍屬極無一定。“紅”神經之最大靈敏度在橙紅之內，“綠”神經者在綠色之內，“紫”神經者則在藍紫之內。第一組神經，亦受  $H$  與  $B$  間各色之刺激；綠神經亦受  $G$  與  $C$  間各色之刺激；紫神經亦受  $K$  與  $E$  間各色之刺激。白光 ( $D$ ) 之色，係由紅與綠兩色覺之交感而生，各與縱距  $D_1$  及  $D_2$  成正比。藍色光線 ( $F$ ) 之色，係由於紅、綠、紫三色覺之合併而成，與縱距  $F_1$ 、 $F_2$ ，及  $F_3$  成比例。至於色盲 (color-blind) 之人，則有一組或一組以上之神經喪失——尋常為紅神經。例如，白光對於此種人，則呈綠色。凡兩色相補之色，例如紅與藍綠是也，倘聯合於作用時，則刺激此三組神經，皆有一定之比例，成白色感覺，或與尋常白光之刺激，成同一比例也。

**749. 混合色**——混合色有兩截然不同之法，一用加法，一用減法。加法已於前節討論之矣。此可用不同色之光線交疊於白色屏上而演證之，或將擬混合之色裝於圓盤上而旋轉之亦可。減法可以顏料之混合而

演證之。將着色膠片互相疊置，爲混合色減法極好之例證。三色印刷，與三色攝影，即根據混合色之減法。

若令一束黃光與一束藍光合併於白色屏上，則結果爲白色。因黃與藍互爲補色，故以加法混合之，則成白色。但若將黃顏料與藍顏料混合，則成綠色。白光射於黃色顏料，則從種種深度反射，但於通過顏料層時，反射之前後，除黃與綠被散射外，大部分之光成被吸收（參閱 §§ 736 及 743）。同理，藍顏料除散射藍及綠外，吸收所有其餘各色之光。故若白光射於此二顏料之混合物，祇有綠色光兩方成不吸收。至於顏料之外觀之色，亦隨照射之種類而變。以蠟燭光照射藍顏料，則通常呈綠色，因入射光內藍色之比例甚小，故反射光內綠色最爲顯著也。乾燥貨物與地毯之實在顏色，不能以人造光判斷之，即此理也。

混合色之加法，有成白色之傾向，但減法有成黑色之傾向。紅，綠，藍紫爲三原色，已如前節所述。（真正藍色，偏於紫色，故第三色有用藍色者，有用紫色，亦有用藍紫色者）。顏料亦有三種原顏料，其次序爲孔雀藍(peacock blue)，紅紫(erimson)，及亮黃(light yellow)。所以如此排列者，因每一原顏料與相當之原色爲對補也。

混合色之加法及減法，可以圖 606 b 及 606 c 說明之。

圖 606 b 所示，若將兩原色相加，則得一原顏料，此原顏料之色，與所餘之原色相補。所以原顏料亮黃(a+b)與原色藍紫相補。三原色相加(a+b+c)爲白色。圖 606 c 表示若將兩原顏料相加，則得一原色，此原色爲兩顏料所共有，且與所餘之原顏料相補。將三原顏料相加，則所有之光成被吸收，故結果爲黑色。

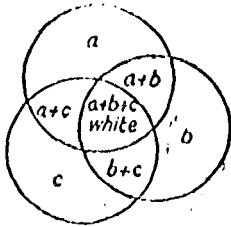


圖 600 b--加法

a = 紅色  
b = 綠色  
c = 藍紫色  
a+b+c = 白色

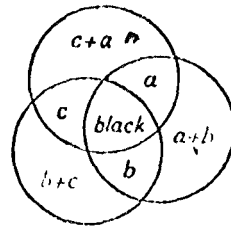


圖 600 c--減法

b+c = 孔雀藍  
c+a = 紅紫  
a+b = 亮黃

760. 化學效應及分子效應——光可生化學作用，例如光作用於氫氣之混合物時是也，又可生分解，例如光作用於照像板上之銀鹽時是也。光作用於植物之葉綠素，則分解從空氣吸收之二氧化碳，放出氧氣，而令葉素濃厚。光可生分子更換，例如其與非晶體之碲 (selenium) 為晶體，以便碲之電阻變化是也。光又可使白燐變為紅燐。此等效應，非由於吸收輻射之熱效應。因溫度之相當增高，不致生此變化也，故等效應，似與光波之振動性質有關。依原則而論，光波愈短，生此等結果之效應亦愈顯著。此外光尚有使若干物質之負電子放電之效應，尤以紫外線為顯著。

751. 螢光——有物質焉，當其受某種長度光波的吸收之刺激時，則發射其他長度之光波。例如，以硫化金雞納霜溶液浸紙片，而置於光譜之紫外部分，則放一種閃耀的乳白藍色光。司徒開 (Stokes) 氏名此現象曰螢光 (fluorescence)，因其發現於螢石也。司徒開氏謂螢光乃投射波被吸收時，由特殊的響應作用，而發射較長之波的结果。石油，螢石 (fluorescein)，古化石 (eosin)，鈾瀝青 (uranin)，及其他有機化合物中，皆有此同樣效應；鈾玻璃，放黃綠色光；山梨藤，放藍色光；綠葉素，放紅色光；其他如碘，木料，紙類，等物質亦發射螢光，但甚微耳。

752. 磷光——有許多物質，受光之照射後，呈有與螢光相同之效應，但在照射停止以後，仍可歷久不滅，如鈣，鎂，鋅，及鋇之硫化物等，即其例也。此現象名之曰磷光 (phosphorescence)。螢光與磷光之惟一區別，即磷光於照射停止後而仍繼續存在，螢光則否。許多物質，在尋常溫度時，磷光雖甚微弱，但在液化空氣溫度之下，則可以成閃爍之磷光。例如，膠質、角質、蛋殼、紙類等是也。

有幾種金屬蒸汽，如鈉及鎂粗之蒸汽，受光或陰極線之作用，則放燦爛之螢光。此光顯示金屬之標識光譜線及帶。尚有某種有機物的蒸汽，例如白煤 (anthracene)，受光之照射時，亦放螢光。氮、氧、等氣體，在某種條件下，貯於真空管內，通過電火花後，則放磷光，可歷數秒。

### 雙 折 射 與 極 化

753. 雙折射——晶體如岩鹽，螢石等，頗似玻璃等無向性固體，倘就其物理性質而論，則各方向皆同。但一般晶體則不然，如彈性及熱傳導等性質，與夫光學性質等，在晶體內不同方向，殊不一致。此種晶體內，如水晶及方解石是，皆有一對稱軸 (axis of symmetry)，名曰結晶

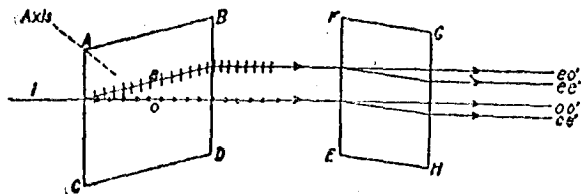


圖 607

軸 (crystallographic axis)。在任何赤道平面 (equatorial plane) 內，其物理性質各方向皆同，但與結晶軸方向內之物理性質迥異。方解石為斜方六面形晶體，每面皆為一平行四邊形，有  $78^{\circ}5'$  的銳角二。及  $101^{\circ}55'$  的鈍角二。三面鈍角之交點，構成晶體之二立體角。與任一立體角之各面成等傾角之直線即為結晶軸。隔方解石視物體，除依結晶軸方向視之而外，尋常可見二像。惟若為等軸晶系 (isometric crystal) 則無此種現象。此現象稱之曰雙折射 (double refraction)。當光波依結晶軸方向射入晶體時，則無雙折射；故晶體內與結晶軸平行之任何直線，皆稱之曰光軸 (optic axis)。

設有一尋常光線束  $r$ ，垂直入射於雙折射晶體之任一面，則有一光線  $O$  通過，毫無偏向；若入射為傾斜的，則此光線按折射率而偏轉，此折射率與入射角無關。此外尚有一光線  $e$ ，除非沿光軸傳播外，無論如何，皆有偏轉，且折射率隨入射角而變。前者名曰尋常光線 (ordinary ray)，後者名曰非常光線 (extraordinary ray)。假定入射光為垂直 (圖 607)，設旋轉晶體，令  $AC$  面與其自身平行，則尋常像依然靜止，而非常像則繞之旋轉，其旋轉之狀，係聯結二像之線在主截面 (principal section) 內，主截面者，通過光軸而與晶體兩對面正交之平面也。設尋常光線  $o$  及非常光線  $e$  鉛直通過第二晶體，則每一光線又分而為二，即  $oo'$  與  $oe'$ ，及  $eo'$  與  $ee'$  也 (圖 607)，聯結每對之直線，亦在第二晶體之主截面內。如此則生四像，倘二晶體之主截面互為  $45^{\circ}$  之角，則四像之強度相等。倘改變此角度，則一對像之強度增加，餘一對之強度減小。若主截面平行，則只有光線  $oo'$  與  $eo'$  射出；若主截面互為直角，則只有光線  $oe'$  與  $eo'$



射出。海耳史(Huygens)根據此種實驗，認為光之通過方解石、水晶等雙折射晶體者，所具之性質，依繞傳佈方向之方位角而不同。牛頓氏為說明此現象計，曾假定光微粒可以賦予某種極化性——故名之曰偏極化光。

754. 振動之方向——福藍奈爾(Fresnel)氏謂雙折射現象，乃光波之橫振的結果。假定振動為縱的，則其何以必受晶體在鉛直於傳佈方向平面內旋轉之影響，殊難索解。絃之橫振，可以稱謂極化。此種振動，必能自由通過與振動方向平行之縫隙，但必不能通過與振動方向鉛直者。至於絃之縱振，必能自由通過縫隙，與縫隙之位置無涉。福藍奈爾氏謂尋常白光內，達於空間某點之連續波，在各種不同方向內振動，殊為自由，所以雖然每個波係在一定平面內振動，因而極化，但此種方向改變，迅速非常，目力不能辨認，故看不出任何偏極作用。倘光波通過雙折射晶體，則此一方向內振動傳佈之速度，迥異於彼一方向內者，因晶體之物理性質。各方向皆不同也，故結果發生雙折射。除非光之傳佈方向與軸線平行，則每一波之位移，尋常皆可分解為二分位移。倘光之傳佈方向與軸線平行，則因傳佈之速度無關於方位角，故光波無改變。尋常光線之以等速度向各方傳佈者，其振動必與光軸成直角。倘如此，則各方位內發生之位移，必在同一條件之下，於是速度不變。但振動亦與光線鉛直，故必鉛直於光線及光軸所定之平面。此平面即所謂主平面(principal plane)也。至於非常光線，則關係更為複雜 (§ 762)，但根據種種實驗事實，可假定非常光線內之振動，必平行於其主平面也，此主平面即非常光線及光軸所成之平面。倘為鉛直入射(圖 607)，則尋常光線與

非常光線之主平面必相重疊，且與主截面相重疊。圖中，係假定第一晶體之光軸在紙面之內，故此軸為主平面與主截面所共用。至於光線 $o$ 與 $e$ 之振動方向之區別，係 $o$ 與紙面為鉛直。

755. 波面——由上之實驗，可知尋常光波，方其射入雙折射晶體之時，分而為二波，其一為 $o$ ，在晶體內各方向，具有同一速度。其餘之波為 $e$ ，其速度隨方向之不同而改變，只有在光軸方向傳播時，方與尋常光波之速度同。海耳史氏證明此等結果，與晶體內之有雙波面，相為表裏，雙波面為迴轉之圓球橢圓體，二者在割切光軸之兩點相切。如方解

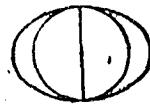


圖 608



圖 609

石一類之晶體，圓球在橢圓體之內，尋常光波折射較甚（圖 608）。其他晶體，如硫化鉀或水晶等是，圓球包於橢圓體之外，其折射尋常光線也較弱（圖 609）。前者稱之曰負晶體，(negative crystal) 後者稱之曰正晶體 (positive crystal)。

物理性質沿三正交軸而各不相同之晶體，如沙糖及黃玉等是，亦呈雙折射現象，此種晶體，有二無雙折射之軸，故稱之曰雙軸 (biaxial) 晶體。至前述之晶體，則稱之曰單軸 (uniaxial) 晶體，以示區別。雙軸晶體內之二光線皆為非常光線，即二者皆不遵尋常折射定律之謂也。

756. 電氣石之雙折射——電氣石 (tourmaline) 為半透明六邊形晶體。若光線照於其上，則有一部分透過。假定此透射光線照於第二晶體，若第二晶體之光軸與第一平行（圖 610），則又有一部分透過；但若繞連結二晶體之直線旋轉第二晶體，則透過之光漸少，待至其光軸與第

一鉛直，則無光線透過。由是觀之，則波通過第一片時，其振動之狀已變，除非二者之主平面為平行，則不能通過第二片。設光線先通過方解石，則見若方解石及電氣石之主平

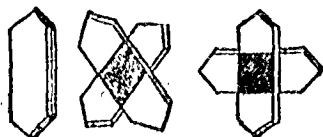


圖 610

面平行，則只有非常光線通過電氣石，若二者之主平面成直角，則只有尋常光線通過。由是而論，則光固為電氣石所雙折射，但尋常光線，完全為其所吸收耳。

倘使電氣石之溫度昇至高溫，則發射偏極化輻射，足為克希和夫定律 (§ 797) 之最好例證。若此射線照於第二晶體，第二與第一平行，則被吸收，足證此射線相當於尋常光線。該吸收的振動與其所發射者相當。

757. 反射極化——約當 1808 年，馬拉士 (Malus) 發現依一定角度從玻璃反射之光，所具之性質，與透過電氣石或方解石之光頗似，此角度名曰偏極角 (polarized angle)。當光由平面鏡 *A* 反射而極化時 (圖 611 a)，則約有百分之十五受平面鏡 *B* 之反射，假定入射角等於 *A* 之

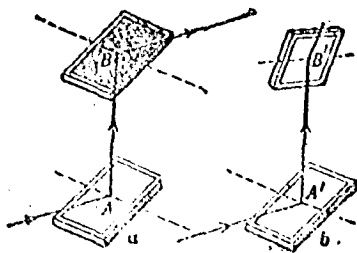


圖 611



圖 612

入射角，再假定二入射平面相合。若二入射平面成直角（圖 011 b），則幾無反射。倘就玻璃片反射之光通過方解石晶體而考察之，則當反射平面與主平面相合時，只有尋常光線通過，若二者互為直角，則只有非常光線通過。在此二位置之間，則兩種光線皆有一部分通過。同理，從玻璃反射之光，若反射平面與電氣石之光軸平行，亦不通過電氣石。

此等效應之簡單解釋，似為當光照於反射面時，則有一部分分為二，一在入射平面內，一與入射平面成直角。與反射面平行之振動，最易反射，而其餘則潛入表面，或被透過或被吸收（圖 012）。設有極化光依偏極角（§ 760）入射於玻璃片上，若其振動與玻璃面平行，則有一定部分反射；若振動在入射平面之內，則幾完全折射。尋常兩分波皆受反射及折射，但反射光大部分為錯直於入射平面之波，而折射光大部分為平行於入射平面者。

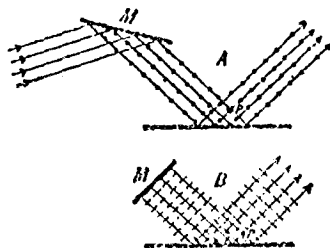


圖 013

在五為直角平面內，二振動之間，顯然不能發生干涉。維奈（Wiener）氏根據此事實，測定由反射而極化光內振動之方向。設有由玻璃片  $M$  極化的光線來，依  $45^\circ$  之角，照於薄透明照像膜上，照像膜覆於金屬反射面之上。氏發現若入射平面在照像膜上與平面鏡之反射平面相合。（圖 013 A），則發生駐立波，但若繞入射光旋轉玻璃片  $M$ ，使入射角不變，待此二平面互為直角而止（圖 013 B），則不發生駐立波。由圖視之，是凡在第一場合內，欲使入射線及反射線必在  $P$  處干涉，則振動必已與照像膜平行，故必與平面鏡平行，同時在第二場合內，欲使振動必依互為直角相遇於  $P$ ，則振動必已在入射平面內，故必與平面鏡平行。此即由反射而極化的光之振動與玻璃平行之明證也。

758. 面偏極化與尋常光——根據實驗結果，光波似由實質光源微

粒之位移刺激而起，此等微粒大概為分子內之離子或電子 (§733)。一般言之，此等微粒在各種不同的平面及方向內運動，而且一已知微粒之位移，可以繼續不斷的改變其方向；每一微粒皆傳出一波羣於其週圍之介質，此波羣在微粒運動之平面內振動，故尋常白光係由許多不同長之波混合而成，合成振動，在與傳佈方向成直角之平面內，連續波列具有種種不同之振動平面。故可利用反射或折射，使其在某已知平面內成分振動，而生所謂偏極化光。當所有振動盡在平行平面內時，則稱此光為面偏極化 (plane polarized)。設面偏極化光與尋常光混合，則稱之為部分偏極化 (partially polarized)。設二互為直角之振動有位相差，則合成位移可為橢圓或圓 (§ 243)。於是發生橢圓的或圓的偏極化光。

759. 偏極平面——在知偏極化光內振動方向之前，習慣上常言偏極化光之“偏極平面” (plane of polarization)，而不言振動之方向，偏極平面者，當光由反射而偏極化時，與入射平面相合之平面也。故偏極化光之振動與偏極平面成直角。

760. 布魯士特 (Brewster) 氏定律——由表面反射之光，尋常並不完全偏極化，即所有之振動，並非嚴格在一平面內也。但每一反射物質，皆有一個極化為最大之入射角。此角名曰偏極角 (polarizing angle)。利蓋奈爾氏發現只有折射率為 1.40 之物質，方有完全偏極化。布魯士特氏發現偏極角為反射光線與折射光線互為直角之角。因  $n = (\sin i) / (\sin r)$ ，當  $i = p$  時，則偏極角  $p + r = 90^\circ$ ，故

$$n = \frac{\sin p}{\cos p} = \tan p.$$

故偏極角  $p$  可由此式求得。此即布魯士特氏定律也。

當入射角與以上式所定者略有差異時，甚至當折射率與 1.40 稍有不同時，即有一小部分在入射平面內振動之光波反射，其位相與其餘分波不同，結果成橢圓的偏極化光 (§ 770)。

761. 疊片——因即使反射光為完全偏極化，亦只有一小部分入射光從透明物質反射，故受折射者僅為部分偏極化；換言之，即有多量與入射平面成直角振動之光，隨同在入射平面內振動之光透過也。若此光

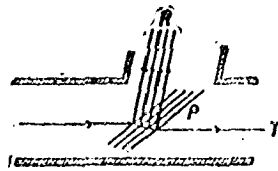


圖 614

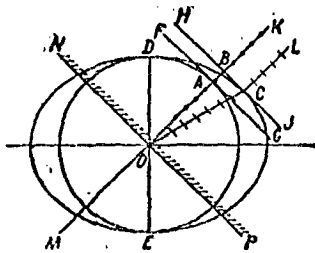


圖 615 a

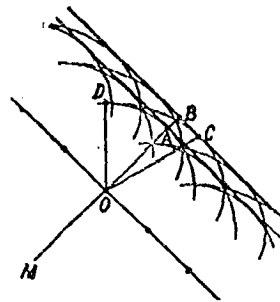


圖 615 b

受二次反射，則偏極化之比例增加。於通過十片或八片後，則透射光幾完全偏極化矣。如圖 614 所示，假定  $P$  為薄玻璃疊片，則連續反射之光束  $R$  及透射光束  $T$  幾在互為直角之平面內完全偏極化，且強度約相等。此為得偏極化光簡單方法之一。

762. 波前之構成——圖 615 a 說明兩個現象。

(1) 命  $O$  為方解石晶體內之一點，光由此點發射。則必有二波面，一為圓球之圓球，一為橢圓之橢圓。紙面在包含光軸  $DE$  任意平面之內，與此二波面相割為圓及橢圓，如圖所示。

(2) 再假定  $O$  點在晶體表面  $MP$  之內，光軸仍為  $DE$  如前。命  $MO$  為任一光線，與這直入射於表面之平面波相應。應用海瓦直法 (§ 651)，畫一切線，與由表面各點發出之波面相



振動必與此主平面鉛直，故必在紙面之內，而鉛直於 AO。非常光線之主平面亦與紙面鉛直，俱與紙面相交於 AE。非常振動在此平面之內，而與光軸平行，故與 AE 鉛直。故此二振動雖其主平面不相重疊，但互為鉛直。

偏光軸與折折面成任意角度，但在入射平面之內時，其狀如圖 G18 所示。如此，則非常射

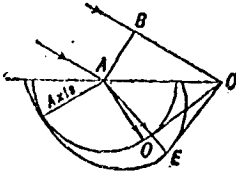


圖 G18

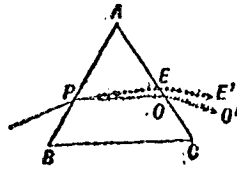


圖 G19

線 AE 亦在入射平面之內（紙面），又二主平面及主截面皆與同一平面相重。至光軸不在入射平面之內，尤為常見之舉，如此，則非常光線亦不在此平面內，而以上所述之四個平面，全不相同矣。

703. 稜鏡檢視——設有雙折射稜鏡，其光軸與折折角平行（圖 G19），當光射入於此稜鏡時，則尋常光線與非常光線分離，且於射出後，仍保持角散。於是將由在互為正交二平面內之偏極化光，造成二光譜。若用水晶稜鏡，則尋常光線之偏向，較小於非常光線，用方解石稜鏡則較大。當光軸與稜鏡之折折邊平行時，則二折折率可用下之關係測定。——

$$n_o = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+D_o)}{\sin \frac{1}{2}A}, \quad n_e = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+D_e)}{\sin \frac{1}{2}A}$$

下表為對於鈉光之折折率之值：

	$n_o$	$n_e$
<u>正晶體</u> :		
水晶.....	1.5442	1.5533
冰.....	1.3001	1.3101
<u>負晶體</u> :		
方解石.....	1.6581	1.4831
綠玉.....	1.5740	1.5674
氟化鈣.....	1.5847	1.6381

方解石  $n_o$  與  $n_e$  之差，大於其餘尋常晶體。



704. 偏極稜晶——雙折射晶體所生之二偏極化光線，分離之程度，不足供欲得一單一偏極化光線之用。分離固可用尋常稜鏡增大之，但不免有色散之弊，故必須用其他設計以糾正之。最普通之法，為 1828 年，愛丁堡 (Edinburgh) 學者聶哥爾 (Nicol) 氏所發明之斜六面形稜鏡。方解石之主截面內 (圖 620)， $B$  及  $D$  兩角皆為  $71^\circ$ 。將  $AB$  及  $CD$  兩末端平面切成  $A'B'$  及  $C'D'$ ，將二角減為  $65^\circ$ 。再沿  $A'O'$  線，依鉛直於末端及主截面之平面，將晶體切開。將二面磨光，再以加拿大膠黏合之，此膠之折射率 (1.55)，對於尋常光線，小於方解石之折射率，對於非常光線，則大於方解石之折射率。設有光線  $r$ ，依平行於  $AD$  邊方向射入，則尋常光線必為加拿大膠所全反射，而令大部分之非常光線透過。減小  $B$  及  $D$  二角，其目的即在保證適當之入射角，以生此效應也。此處波前之畫法，與圖 618 相似，主截面與二主平面相重。故非常出射線之振動，與紙面平行，且與聶哥爾稜晶菱形端之短對角線平行，如圖所示。

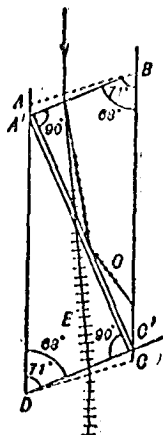


圖 620

佛科氏稜鏡與聶哥爾氏稜鏡相似，但全反射係由空氣膜。此稜鏡固可以製成較短，但因反射損失之光較多，而視場亦較小。

705. 偏極光鏡 (polariscope)——為研究物質對於偏極化光的光學性質之儀器。偏極光鏡係由兩個聶哥爾稜鏡或晶片構成，一曰起偏鏡 (polarizer)，用以生偏極化光，一曰檢偏鏡 (analyzer)，用以檢定入射光對於其偏極化之性質及方向之關係，檢偏鏡主截面與起偏鏡主截面

之角度，可以任意定之。設將任何雙折射物質置於二者之間，則其對於偏極化光之作用，可用檢偏鏡研究之。

766. 振動之分解與組合——假定令起偏鏡及檢偏鏡之主截面平行，則光之經過第一鏡者，通過第二鏡，無所損失。假定二者之主截面互為直角，或“消光裝置”(set for extinction)，則將無光線透過檢偏鏡。假定二主截面所成之角為  $\alpha$  (圖 621)，再假定  $\alpha$  為第一

聶哥爾稜鏡所透射之光之振幅，則透過第二者之振幅為  $a \cos \alpha$ ，其強度與  $a^2 \cos^2 \alpha$  為正比。至全反射的尋常光線之強度為  $a^2 \sin^2 \alpha$ 。此二強度之和為  $a^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = a^2$ ，等於入射於檢偏鏡之光之強度。此種由雙折射分解

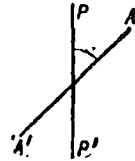


圖 621

振動為分振動之簡單原理，所測定之強度，範圍頗廣，光度計多利用之。

設以二方解石晶體代替二聶哥爾稜鏡，令其主截面所成之角為  $\alpha$ ，則依海耳史氏實驗 (§ 753)，在第一晶體內，振動沿二方向而分解，發生尋常光線  $o$ ，及非常光線  $e$ ，振幅同為  $a$ 。入射於第二晶體時，尋常光線必分解為  $oo'$  及  $oe'$ ，振幅為  $a \sin \alpha$  及  $a \cos \alpha$ ，非常光線必分解為  $eo'$  及  $ee'$ ，振幅亦為  $a \sin \alpha$  及  $a \cos \alpha$ 。故必有四光線焉，恰如海耳史氏所發現，若  $\alpha = 45^\circ$ ，則此四線之強度相等。當主截面成直角時，則入射的尋常光線進入第二晶體也，一如非常光線，非常光線，一如尋常光線，故祇有二像。

假定以聶哥爾稜鏡為第二晶體，其主截面與第一晶體之主截面成任意角度，則祇有  $oo'$  及  $eo'$  射出，其振動在同一平面內，即在檢偏鏡之主截面內也。設此二光線於射出時互相重疊，則強度不僅視二分光線之

振幅而定，且視其位相差而定，因此二分光線所自來之二光線，在晶體內之速度不同也；換言之，假定照於第一晶體之光為面偏極的，則可發生干涉（參閱下節）。

767. 平行偏極化光之干涉——設有平行面偏極的白光，通過厚度均勻之雙折射晶體，而再通過檢偏鏡，則因色有受干涉而加強者，有受干涉而衰退者，故全視場內發生均勻有色作用。如 § 766 所述，非常光線中所損失之能，尋常光線得之，反之，尋常光線所損失者，非常光線得之，故無論何色實無所得失。當晶體之主截面與檢偏鏡之主截面，互為平行，或互為直角時，則光無改變，祇有尋常光線通過，或祇有非常光線通過，故不能發生干涉。倘檢偏鏡佔任何其他位置，則有種種成分之白光及有色光通過，當主截面互為  $45^\circ$  時，則有色作用最為顯著。

至照於晶體之原始光線，必為面偏極的。設所用者為尋常光，則在不同平面內振動的波羣，分解於晶體內時，發生種種可能之振幅，故所有之色，所受影響相等，而結果效應，將為白光。

768. 關於形變之雙折射——設置玻璃片或其他無向性物質於消光裝置的起偏鏡與檢偏鏡之間，則不生任何效應。茲若壓迫或伸張此物質，則有光線通過，且生干涉效應，有類上述。足證無向性物質，受不對稱之形變時，則變為雙折射物質。此為檢定無向性物質所生偏向之最精細方法。

有幾種液體，倘黏滯性甚大，或

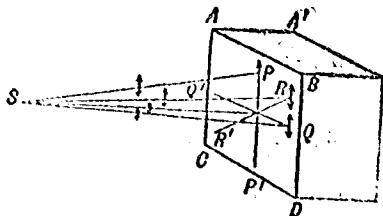


圖 622

驟受張力，以致均一流體靜壓力來不及成立於全物質之內，則亦可呈此同樣性質。如煅煉不完全的玻璃，即呈雙折射現象。丁達爾 (Tyndall) 氏證明，倘令玻璃棒縱振，則可使通過交叉的哥爾稜鏡之光，恢復舊觀，利用旋轉鏡，證明此效應係於壓縮波經過時，按週期而發生。

克耳 (Kerr) 發現玻璃塊在強靜電場中，變為雙折射質，頗與單軸晶體相似，其光軸與電場平行。

769. 收斂光或擴散光之干涉——假有擴散的或收斂的偏極化光線照射於雙折射晶體上，則光線之不同部分，依不同角度而傳播，因而光程亦異，故全視場內之干涉效應，必不一致。普通言之，此效應十分複雜，此處不能討論，但單軸晶體，依鉛直於光軸方向剖之，則成一簡單場合，可以作為例證。假定有此預光線束，自  $B$  擴散，而鉛直射於雙折射晶體之  $ABCD$  面上，晶體之軸與  $AA'$  平行 (圖 622)。茲可假定入射光之振動係在一鉛直平面內，如箭頭所示。在  $P$  處，入射振動與主平面  $PP'$  平行，在  $Q$  處，與主平面  $QQ'$  鉛直，通過晶體，無甚變化。設於晶體外置一檢偏鏡，令透過此偏鏡之光通過或隔絕皆可，則在鏡後之屏幕上必有一亮十字或暗十字，與十字線  $PP'$  及  $QQ'$  相對照。但入射於  $B$  點等處之光，其振動與主平面  $BR'$  成一角度，於是必分解成二分光線。當射出之時，其間必有相對位相差，故當其為檢偏鏡電分解於處

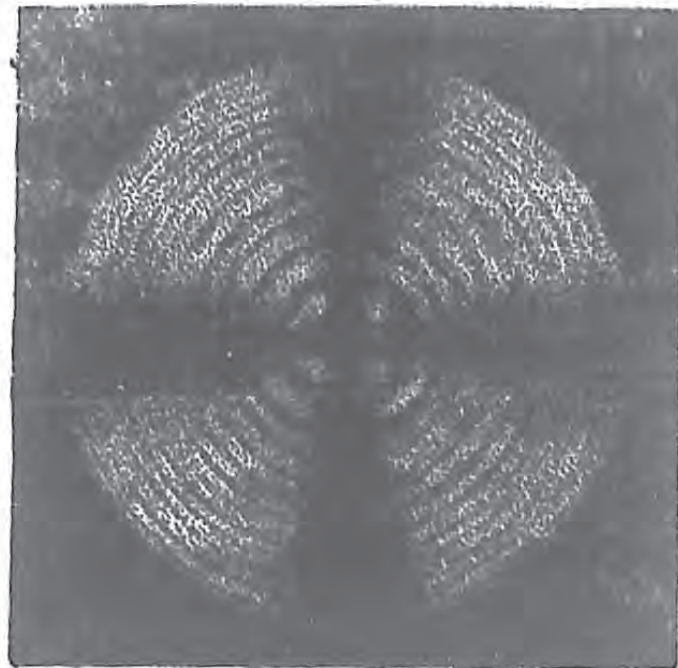


圖 622

同一平面內時，必發生干涉效應。凡依相同角度射入之光線，其光程差必相等，即凡與自  $S$  至  $ABCD$  所作之垂線等距之點也，故若置屏於於檢眼鏡外，則屏上必有有色之圈，與牛頓氏圈相似。圖 623 所示，為方解石片所生之“圈及刷”(rings and brushes)，刷為暗者，表示干涉層被浸成十字形也。

至用他法所制之晶體，或雙軸晶體所生之干涉效應，與上述者類似，但更為複雜耳。

**770. 圓偏極化及橢圓偏極化**——假定光線射出雙折射晶體時，未達檢眼鏡之前，原已面偏極化。則從第一面發出之尋常光線及非常光線在同一平面內，但因其速度不同，故一組波落於他一組之後。晶體內不同之點，將有二五為直角之振動，所具之位相差，視所通過介質之厚而定。距第一面  $t$  處之光程差  $d$  為  $[(V/V_0) - (V/V_0)]t$ 。在此差為  $n\lambda$  之各點，光線面偏極化，方向在二分振動平面之間，斜度視其相對振幅而定，倘斜度相等，則為  $45^\circ$ 。設光程差為  $(n+\frac{1}{2})\lambda$ ，則光亦面偏極化，但斜度之方向反轉。設光程差為四分之一波長之任何奇倍數，則結果波為橢圓，若振幅相等，則為圓。對於相同之光程差，則結果波必為橢圓，而圓軸對於結晶軸為傾斜的。

對於各種不同光程差，波之連續形狀。如圖 624 所示，在  $d=0$  處之振動，代表原入射光線。於射出晶體之時，波必保持其最後形狀，依晶體之厚度，而為平面的，橢圓的，或圓的偏極化。假定波為圓偏極化，則波之經過空間也，沿之旋轉的螺旋上之某點。倘旋轉似右手螺旋反對光之傳播方向前進，則謂為右手偏極化，倘旋轉似左手螺旋之前進也，則謂之曰左手偏極化。

當光線全反射時，則在入射平面內之振動與垂直於入射平面者之間，必有位相差，於是光線或橢圓偏極化或圓偏極化。尋常反射，亦有層層的橢圓偏極化，倘為金屬所反射時，則此現象尤其顯著。

**771. 橢圓偏極化光之產生及檢定**——值得目力，不能檢察圓的或橢圓的偏極化光。倘爾爾爾爾爾爾爾爾，則圓偏極化光之強度不隨檢鏡之旋轉而變，因透過之分光線，大小不變也。倘光為橢圓偏極化，則旋轉檢鏡時，強度必有變化，當檢鏡之主截面與橢圓之長軸平行時，(分光線振幅最大)，強度為最大，與短軸平行時，強度最小。若圓偏極化光通過晶體，則對於某特殊色之四分之一波長之奇倍數，發生相對阻力，

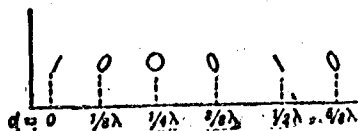


圖 624

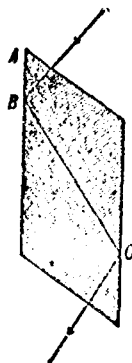


圖 625

此種分光線間之額外阻力，致令出射光於某方位內，圓偏極化，此方位可用邁哥爾檢偏鏡來求之。晶體之如此者，名曰四分波片 (quarter-wave plate)。此薄片可用薄雲母片製之。

福藍奈爾氏菱形 (Fresnel's rhomb) (圖 625)，亦為求圓偏極化光或檢定圓偏極化光之方法。割切玻璃塊，使  $A$  角為  $54^\circ$ ，如是則鉛直入射光線必在  $B$  處發生全反射，在  $O$  處再全反射，則入射角為  $54^\circ$  也。每次依此特殊角度反射之時，必致在入射平面內之振動，及與入射平面鉛直之振動，有恰為八分之一週期之位相差，若折射率  $n=1.504$ ，再假定入射光為圓偏極化，與入射平面成  $45^\circ$  之角，則出射光為圓偏極化。設此角不為  $45^\circ$ ，則二分光線之振幅必不同，則將為橢圓偏極化。

772. 偏極平面之旋轉——設將兩個邁哥爾稜鏡消光裝置之，而於二者之間置一水晶晶體，或糖溶液，或酒石酸溶液，須令光線投射之水晶面與結晶軸成直角，則可使光恢復舊觀。倘依物質之厚度及光之顏色，使檢偏鏡轉一角度，則可使此光再行消滅。由是觀之，足證偏極平面必亦已轉經此角度也。物質之生此作用者，可稱之曰天然光敏 (naturally optical active)。

假定逆傳佈方向而視，則見水晶晶體有順時鐘旋轉偏極平面者，有於反對方向旋轉之者，前者名之曰右手的，後者名之曰左手的。此兩類晶體可由細密自然晶體而區別之，因不對稱的小平面，在兩場合中，所佔之位置不同也。

下表為用一毫米厚之水晶片，所得與夫牢因和斐氏線相當的波長之光之偏極平面之旋轉：

A	B	O	D	F	G	K
12.67°	15.75°	17.32°	21.70°	82.97°	42.60°	52.15°

由表內數目字視之，旋轉幾於波長之平方成反比例。

銘過的水晶，不呈雙折射或旋轉。足證此等效應，係由於分子之結

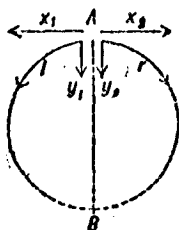


圖 626

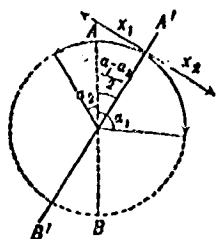


圖 627

晶排列，非由於分子各個之構造也。

設剖切一水晶稜鏡，令光線依光軸方向透過，光線通過此鏡，則有極微之雙折射，如此，則光譜線呈雙線狀。由是觀之，足證甚至沿光軸方向，亦有兩組以稍異速度傳佈之波。至於單軸晶體，則不能一概而論，只有使偏極平面旋轉者方如是。此二波係依反對方向作圓偏極化，是即圓的雙折射之情形也。如福藍奈爾氏所擬議，當光線在水晶之光軸內傳佈時，則分為兩組圓偏極化光線，二者傳佈之速度不同。於出射之時，復行合併，而成面偏極化光線，但不在同一平面內耳。此可以說明偏極平面之旋轉矣。

假定將每一圓位移  $r$  及  $l$ ，分解為  $N$  個線位移  $x$  及  $y$ ，則當兩分位移傳佈之速度相等時。二  $r$  分位移在介質內任何點皆相等而相反（圖 626），所餘二  $y$  分位移，在同一方向，合併為面偏極化光線，斯二者之振動與原來光線之振動，在同一方向。但當傳佈之方向不相同時，（圖 627），則  $r$  分位移及  $y$  分位移各不相等。今假定以與原振動方向成角度  $(\alpha_1 - \alpha_2)/2$  之線為參考軸，則就此線而論， $x$  位移必互相抵消。線  $A'B'$  代表最後振動方向，旋轉為  $(\alpha_1 - \alpha_2)/2$ 。

在光敏晶體內，如水晶是，二波面即在光軸方向亦不相合（圖 609），故就全體而論，足證凡光之在任意方向傳佈者，必分解為兩個圓偏振動。

773. 液體所生之轉光，糖量學——多數液體，亦使偏極平面旋轉，例如，松節油溶液與各種糖溶液是也，松節油所生者為左手旋轉，糖有生右手旋轉者，有生左手旋轉者。此種物質之蒸汽，亦生旋轉，例如松節油是也。在水晶等場合下，有圓的雙折射，故解釋旋轉之法，初無二致。然若為液體或蒸汽，則此效應必由於分子本身構造之不對稱，如無結晶構造是，即或有之，結晶之排列必不整齊。故旋轉之寬度，約與波長之平方成反比，與介質之厚度成正比，若為液體，則亦與濃度成比例。

茲假定  $\alpha$  為某一定波長之光，通過  $l$  厚度之物質所生之旋轉，再假定該物質之密度為  $\rho \text{ gm./cm}^3$ ，或其百分濃度為  $p$ （每  $100 \text{ cm}^3$  之溶液之克數），則  $\alpha = [\alpha]l\rho = [\alpha]lp/100$ ，此處  $[\alpha]$  為一常數，名之曰物質之比轉光本領 (specific rotatory power)。

糖之轉光本領不受雜質之影響。故糖在溶液中之百分率可用偏極化鏡測定其轉光而測定之，此之謂糖量學 (saccharimetry)。多數糖皆為右轉，惟果子糖 (levuloso) 為左轉。有時比轉光本領隨濃度而稍變，果子糖之轉光本領，亦受溫度之影響。下表為在  $20^\circ\text{C}$  時，數種糖對於鈉光之比轉光本領（根據 Landolt, Optical Rotation）。正號表右轉，負號表左轉， $p$  為濃度。

蔗糖 (sucroso)	+ 66.44° + 0.0087 p
葡萄糖 (dextroso)	+ 52.50° + 0.0188 p
果子糖 (levuloso)	- 88.13° - 0.2583 p
乳糖 (lactoso)	+ 52.53°
麥糖 (maltoso)	+ 140.4° - 0.0184 p



774. 磁場所生之轉光——法拉的氏發現通過磁場內的折射物質之光，若光之傳播與力線平行，則以極平面旋轉，磁場對於自由空間之光波，不生此作用，一般言之，此作用隨物質之折射率而增，特別顯著者為重火石玻璃及二硫化炭，最薄弱者為各種氣體。轉光僅於磁場強度及介質之厚度成正比，且在常用伴產生磁場的正電流之方向內。此轉光似有右手轉光。物質之呈左手轉光者甚少。轉光作用隨波長而變，在一高斯的磁場內，一釐米厚度所生之轉光 (Verdet 氏常數)，對於水為  $0.0131^\circ$ ，二硫化炭為  $0.0135^\circ$ ，重火石玻璃為  $0.66^\circ$ ，薄鐵片或其他鐵法物質，在強磁場內，產生非常大之轉光。

天然光敏物質內，轉光方向與光之傳播方向無關，所以若使旋轉光線反射，則其平面復轉入其原有位置。在磁的光敏物質內，轉光方向隨磁場方向反轉而反轉，所以若此光線反射，則轉光成對矣。

775. 磁的克爾效應——當面圓極光線從金屬面反射之時，則在入射平面者及與入射平面成直角者之間，有位相差，所以除非入射光線與入射平面平行，或在入射平面內，則反射光必為橢圓極化，克爾 (Kerr) 氏發現倘光線為燭光的電磁石之極反射，即合在上述條件之下，亦稍呈橢圓極化。

776. 齊曼效應——齊曼 (Zeeman) 氏始於強電磁鐵之極間，發現當光線之傳播與磁場方向平行，或於磁場方向成直角，若磁場成立時，則光譜線變寬。勞倫茲 (H. A. Lorentz) 氏證明此種效應與其所解之放射電子說 (electron theory of radiation)相一致，並預料此放射必為磁場所偏極化，至其成爲圓的，或爲橢圓的，則視所觀察之方向而定。齊曼氏發現此理確屬如此。最簡單者，即當與磁場鉛直觀察光線時，則每一光譜線分成三線，中央未動者之振動與力線平行，兩側移動者與力線成直角。當與力線平行觀察光源時，則單線變爲雙線，因分光線之兩方向圓偏極化也，且向輝線平均位置之兩側移動。此效應率甚複雜，單線恆分爲無數輝線，但如上述之簡單場合，則可用勞倫茲氏說解釋之，勞氏之說，謂光波者，乃光波之電子，繞光源之原子旋轉所生之擾動也。故電子之運動，必受磁場之影響。按普朗克原子構造之量子論 (§ 733)，在某種簡單場合下，可得同一公式，正如勞氏之說，且可解釋多數光譜線所呈的最複雜之齊曼效應 (Zeeman effect)。

## 色散與選擇反射

777. 色散——折射所生之色散爲不規則的，已於 § 675 述之矣，不規則者，即吸收物質

所生光譜中輝線之傾向，與波長之間，無簡單關係也，如複射光譜中所具者是。原則上，光波愈長，折射愈少，色散依其波之端而遞減，故光譜之紅端恆於紫端相銜突。在可見光譜限度以內，折射率與波長之關係可以基於經驗的公式（考居氏公式 Cauchy's formula）

$$n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4$$

表之，此處  $A, B,$  及  $C$  為常數，隨物質而不同。圖 628 所示，為螢石之色散曲線，表示折射率與波長之關係。

778. 反常色散——在可見光譜限度以內，光波受折射之傾向，並非恆依光波愈短愈增之常規。例如，碘蒸氣，只透紅光與紫光，但紅光與紫光之折射為長。又如靛藍顏料，藍及紫較紅色之折射為短，綠色被吸收，其餘各色，與尋常次序同。此種反常色散 (anomalous dispersion) 不僅靛藍顏料等物質具之，即鎳及其他金屬亦有，事實上，凡物質之光譜中皆有之，或可見或不可見耳 (§ 675)。反常色散恆現於強吸收光帶之附近，強吸收光帶多為光之選擇反射區於透射之區域，在光帶之一側，折射率額外增加，而他一側，則額外減小，故在此等物質所透之光譜中，相當各色之次序倒轉。圖 629 所示，為在兩選擇反射區域間，物質之色散曲線。在此等區域

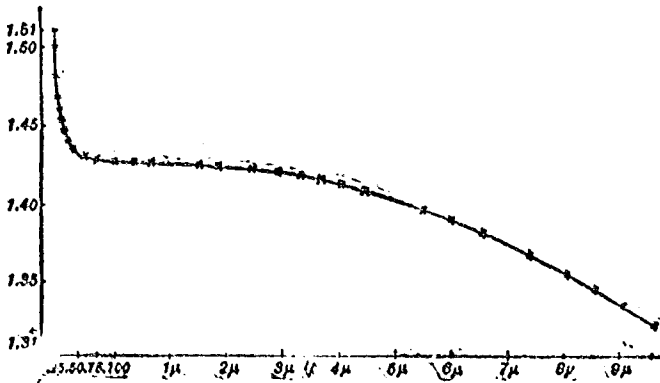


圖 628

之間，曲線與尋常色散曲線相似，如圖 628 所示是也。

在反常色散區域內，物質之吸收本領恆為其大，故欲得一稜鏡，使其稜角足以生一長度足以表明此效應之光譜，殆不可能。表明此效應，最好用十字形稜鏡法。假令光線順序通過二稜鏡，二者之折光角互為直角，則結果光譜必恆為一線，或一平滑曲線，與兩稜鏡之稜角

斜交。但若稜鏡之一為玻璃的，他一為有反常色散的，則  
 色光譜必為圓斷的，不規則的，如圖 630 所示者是。此  
 圖為鈉蒸汽在  $D$  綫附近之反常色散。

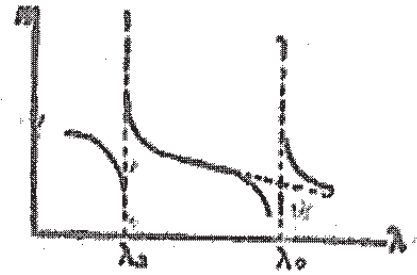


圖 629

770. 選擇反射——天然物體之色，原由於選擇吸收，  
 有效之波，脫離吸收，而成爲散射之波也 (§ 736)。但物  
 質之呈表面色者，此效應乃由於選擇吸收，而透射光與反  
 射光互爲相補。物質之有反常色散者，即此理也。色之發  
 選擇吸收者，居於透射色及反常色散者之間。故在此種關係上，所謂“吸收”光譜云云，多屬  
 於因反射而卻乏透射者也。因物質之反射本領，在此種區域內，格外強大，則對於所論及之色，  
 則謂此種區域呈金屬性反射。近代研究，證明大多數物質，在其光譜之某區域內，皆有反常色  
 散。例如，水晶，岩鹽，及螢石等，對於某種極長之波，皆呈反常色散及金屬性反射。對於波長  
 爲 611,000 茲斯通單位之輻射（從磷鎢反射者），水晶之折射率爲 2.12，較諸最短的紫外光波  
 之折射率爲尤大。

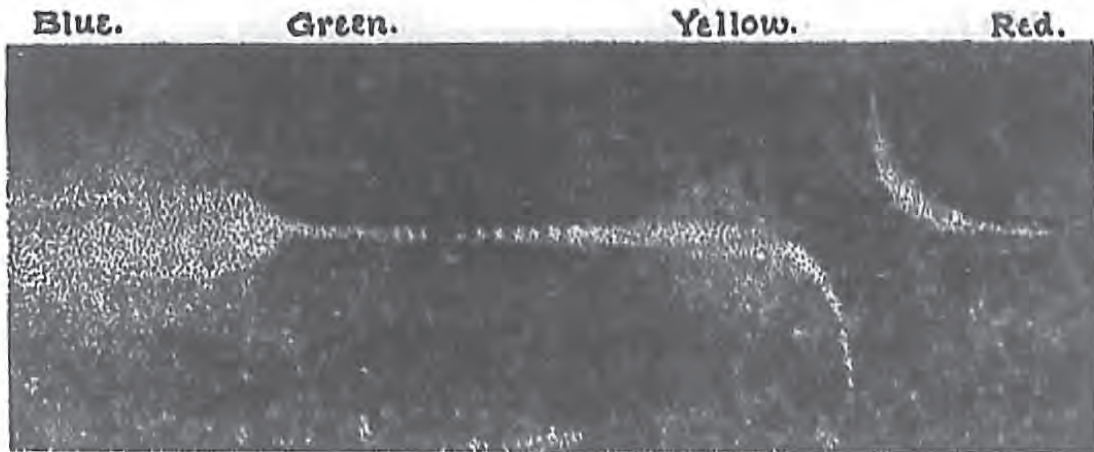


圖 630

780. 反常色散與選擇吸收之理——此等效應可假定其起於共振，即分子之自由週期，與  
 被選擇反射波之週期相同也。選擇反射可視爲分子所重輻射之以太波，恰如音叉於受共振感  
 應後而重放射音波也。此種場合，自不免有少量的能之“摩擦”吸收，完全變爲熱能，不再放  
 射。從力學的相似點及電學原理，可證明波在介質內傳播之速率，必爲加速的或減速的，假定  
 介質所含之振動元素，所具之自由振動速率，稍大於波之速率，或稍小於波之速率。

倘就對於波長  $\lambda_1$  及  $\lambda_2$ ，具有反常色散的區域而論，則最普遍的色散公式爲

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{C}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$$

此處  $\lambda_1$  及  $\lambda_2$  為具有與物質之電子振動同速度的光波之長。由是觀之，則對於此種波長，折射率  $n$  及反常色散皆為不連續的。倘依包耳 (Bohr) 氏原子構造說，則殊難以其現狀解釋反常色散。但按諸近代之波力學，則不發生此種困難，即包耳 氏說中所生之其他困難亦然。

781. 光與物質之性質之近代論——以上數節，曾假定光（或廣汎言之，輻射）為理想以太內所生之波動。但牛頓氏深信光必為微粒的 (§ 647)，而此假說，往往與實驗無甚抵觸。事實上，幾何光學與微粒說符合，幾何光學用光線代波面，光線者，代表微粒或光子之路徑也。今已知光之波長愈短，愈近於“直線運動”，且愈遵幾何光學之定律。時至近世，波動說雖已完成， (§ 708)，而 X 射線之似微粒也，較甚於尋常之光，而實驗上欲證明 X 射線實具有尋常光之波動性，確為極難者，職是故也。

反之，如光電效應 (§ 527) 及哥普頓效應 (§ 708) 等現象，似與輻射為微粒性以確證證據。時至近世，此種光之波動說與微粒說之爭論，已推及於尋常物質。大維生 (Davisson) 及呂麥耳 (Gormer) 輩，已證明電子可以繞射，恰如 X 射線或尋常光之繞射，且可從繞射之狀，測定電子之“波長”。此波長為  $\lambda = h/p$ ，此處  $h$  為柏朗克常數 (§ 729)， $p$  為電子之動量。故對於每一不同的速度，必有一不同的波長。此方程式已由德·布魯之里 (de Broglie) 氏預從理論推得矣。多數實驗已證明物質確有波之性質，波長可由上式求得。

從 1926 年起，對於解釋此種普遍情形，理論上曾有驚人之進步。海森堡 (Heisenberg)，德·布魯之里，士呂丁格爾 (Schrödinger) 及

的拉克(Dirac)等，皆爲領袖人物。此等新說所需之數學，非常繁雜，而所有方程式之解釋，目前尙未大白。但諸方程式之自身與實驗事實顯然符合，似無庸感疑也。至於包耳氏說所生之刺謬，目今亦多已大白矣。茲將此新力學之最普遍的公認解釋，略述如次。

輻射與物質皆由不相聯屬的質點構成。對於輻射而言，此等質點卽所謂量子（或光子  $\text{photon}$ ）也，所具之能  $E = h\nu$  (§ 729)。對於物質而言，卽本書中所常論之電子及質子也。在他一方面，物質質點或輻射質點所遵之路徑，皆以波動說表示之，卽以尋常波動之數學式表之也。故物質與輻射皆可生干涉等現象。根據是說，吾人不能預料任何單獨質點所遵之路徑，僅能知若干質點平均 (on the average) 所遵之路徑，例如普通與波連帶之現象，如干涉及繞射所遵之路徑是也。由此論之，則實際上既無物質波，亦無光波。波動公式，不過表在某地點發現的質點之或然率 (probability) 之測定耳。今也，恆用“或然波”表示法，良有以也。至於何以物質質點及光質點必應有此等波狀性質，迄今仍屬一大謎，然此層似無庸辯論耳。

至使波長（或頻率）與物質及輻射二者聯結，殊爲易易。假定波長爲甚短，則質點之波狀性，卽不易檢試，至於尋常光線（尤其是 X 射線），則與所謂幾何光學，有密切之近似。倘就物質而論，則尋常之牛頓力學恰與幾何光學相符，卽不顯物質之波狀性也。反之，物質之新“波動力學”恰與物理光學相符，因其以“波動”待物質，恰如物理光學之以波動待光也。對於物質之尋常實驗，例如台球之碰撞，適如上式所示，因動量  $p$  爲甚大，故相當之波長  $\lambda$  爲非常小。故與牛頓力學相差甚微，實驗

上無從檢出。但若爲電子，則  $p$  之值爲甚小，故  $\lambda$  之值甚大，足供檢定電子之波狀性之用。事實上，物質與輻射，性質上皆近微粒，但皆有波狀性，確爲科學史上一最大發明。

### 參 考 書

Preston's *Theory of Light*. Wood's *Physical Optics*. Edser's *Light for Students*.

These three books give a more advanced treatment of the subject than the ordinary text-book, but contain much interesting material which can be understood by beginners.

Luckiesh's *Color and its Applications* contains material of interest in practical affairs.

Baly's *Spectroscopy* is an excellent presentation of spectroscopic methods and theory.

Clerke's *Problems in Astrophysics* discusses the uses of the spectroscope in astronomy.

Cady and Dates' *Illuminating Engineering* gives an extended discussion of this important application of light.

The Scientific Memoirs Series contains the following reprints of important original papers, most of them presented in simple language; *Prismatic and Diffraction Spectra*, Fraunhofer; *The Wave Theory of Light*, Huygens, Fresnel; *Laws of Radiation and Absorption*, Kirchhoff and Bunsen; *The Effects of a Magnetic Field on Radiation*, Faraday, Kerr, Zeeman.

Millikan's *The Electron* is clearly and simply written.

Kaye's *X-rays* is very full in experimental details.

Andrade's *Structure of the Atom* is a clear account of Bohr theory, etc.

Richtmyer's *Introduction to Modern Physics* covers theory and experiment.

Haus' *Wave Mechanics and the New Quantum Theory* is a simple account of the new mechanics.

### 習 題

1. 某人高 5 呎 10 吋，問由多少呎用若干長之鉛板平面鏡，方可見其全身像。

反 射

2. 今有二互相平行之平面鏡，相距 30 釐米，兩鏡間置一物體，距一鏡 10 釐米，試求最近三像，距各鏡之距離。 答 10, 50, 70; 20, 40, 80 釐米。
3. 設有一平面鏡，繞鉛直軸每秒旋轉 10 次，一光束射於鏡上，然後射於距鏡 20 米之鉛直牆上的最近點。問光線過此最近點之速度為何？問此速度與反射線及牆之法線間所成之角之關係為何？ 答 251.3 米/秒；視  $\sec^2 \theta$  而變。
4. 於太陽在當頂之時，一束光線透過平房頂上之小孔，射於 20 呎下之地板上。(a) 問光之亮點在地板移動之速度為若干吋每分鐘？(b) 設置平面鏡於地板上，問反射光之亮點在天花板上移動之速度為何？ 答 (a) 1.05 吋/分，(b) 2.10 吋/分。
5. 設有二平面鏡，成角  $66^\circ$ ，試於二鏡間擇任一不成均勢的物體位置，而以圖表其所有可能的像之位置。
6. 今有一物體，高 5 釐米，置於距物體 100 釐米處，遣一 2 釐米高之實像。問所須之鏡之性質及焦距為何？ 答 +47.7 釐米。
7. 設有一凹鏡，焦距為 20 釐米，藉其材料置一米突尺，使尺之零線一端於鏡面接觸。試說明所遣之像，並算出第一、第五、第十、第二十、第四十、第一百釐米等分度之位置，及以上各分度之長（假定尺寬為 2 釐米）。  
答 虛距離（釐米）1.05, 6.67, 20,  $\infty$ ；實距離，40, 25。長，2.1, 2.67, 4,  $\infty$ , 2, 0.5。
8. 設有一凹面鏡，曲率半徑為 50 釐米。今欲造成四倍大之像，試求兩個可以置物體之位置。在各情形下，像之位置及性質如何？ 答  $u=31.25$  釐米，18.75 釐米。  
 $v=+125$  釐米，-75 釐米。
9. 設有一凸面鏡，焦距為 25 釐米。今於鏡前 15 釐米處，置一長 10 釐米之物體，試求像之位置及高度。 答 -0.4 釐米，0.3 釐米。
10. 今有凹面鏡，焦距為 10 釐米，於鏡前一米處，置一小發光體。於距鏡 110 釐米處置一平面鏡，使光源居二鏡之間。假定平面鏡之面與凹面鏡之軸線垂直，(a) 求平面鏡後首三像之距離，(b) 求像之相對大小。 答 (a) 10, 85, 及 86 釐米。  
(b)  $l=0, 0/4$ , 及  $0/5$ 。
11. 太陽之角徑大小為  $32'$ ，問用焦距 50 呎的凹面鏡，所遣的太陽像之大小為何？ 答 5.58 吋。

折 射

12. 今有某晶體，厚 12.63 毫米，用顯微鏡測其折光係數。先合光於上面之微痕，再合光於下面之微痕。作此二手續，顯微鏡降低 5.43 毫米。問此晶體之折射

率爲何?

答 2.33.

13. 設有厚 2 釐米之玻璃 ( $n = 1.50$ ) 浮於深 3 釐米之水 ( $n = 1.33$ ) 上, 問水底距玻璃面之像似之深爲若干?  
答 3.72 釐米。
14. 隔一 10 釐米厚之方玻璃 ( $n = 1.55$ ) 塊, 依與玻璃面之法線成  $60^\circ$  角之方向視一物體, 問像之側位移爲若干?  
答 5.20 釐米。
15. 試推出一普遍公式, 表光線透過平行板之側位移, 以板之厚, 入射角, 及折射角各項表之。

答  $d \sin(t-r)/\cos r$ .

透 鏡

16. Yerkes 望遠鏡物鏡之焦距爲 62 呎, 假設太陽之角徑爲 32 分, 試求物鏡所造太陽像之直徑爲若干吋。  
答 0.0 吋。
17. 茲有一雙凸透鏡, 焦距爲 1 呎。(a) 欲使其所造之實像距透鏡 18 吋, (b) 欲使其所生之虛像距透鏡 18 吋, 問應將物體置於何處? (c) 假定物體之高爲 2 吋, 問像之大小各爲若干? 試繪二圖, 分別表示之。  
答 (a) 距透鏡 36 吋。  
(b) 距透鏡 7.2 吋。  
(c) 1 吋; 5 吋。
18. 一凸透鏡距一燭焰 25 釐米, 燭焰高 5 吋, 在屏幕上成一燭焰之像。當使透鏡更遠離此燭 25 釐米時, 屏幕上又成一像。試求此透鏡之焦距, 屏幕距燭之遠度, 及兩像之大小。  
答 16.67; 75; 10, 2.5 釐米。
19. 今有一塊凸鏡, 於距鏡頭 40 呎之幕上, 生 50 倍直徑之放大。試求透鏡距畫片之距離, 及物鏡之相當焦距。  
答 9.6 吋; 9.4 吋。
20. 今有物體, 距一凸透鏡 100 釐米遠, 透鏡之焦距爲 90 釐米。設物體以每秒一釐米之速度移透鏡而移動, 問其像之速度爲何? 若物體共移 2 釐米, 問其像移動若干釐米?  
答 67.5 釐米/秒; 136 釐米, 向透鏡。
21. 設有凸透鏡 ( $n = 1.54$ ), 在空氣中, 其焦距爲 40 釐米。問在水中時, 其焦距爲若干釐米? (水之折光係數 = 1.33)。  
答 136.8 釐米。
22. 今有一平凸透鏡, 由折光率爲 1.55 之玻璃製成, 須浸於折光係數爲 1.33 之水中。倘其使透鏡之結果焦距爲 50 吋, 問鏡面之曲半徑必若何而後可?  
答 8.25 吋。
23. 設有凸透鏡二, 每一透鏡之焦距爲 12 釐米, 兩透鏡相距 8 釐米, 若物體在第一透鏡之前 1 釐米, 問像在哪處?  
答 在無限遠。
24. 今有兩凸透鏡, 焦距爲 20 及 30 釐米, 相距 10 釐米。於第一透鏡前 100 釐米處置一物



體，若物體之長為 2 釐米，試求像之位置及其長度。

答 在第二透鏡外 10 釐米；長 0.33 釐米。

25. 以兩焦距之凹透鏡，代上題第一透鏡，試求像之位置及其長度。

答 在第二透鏡之左 240 釐米；3 釐米。

26. 今有凸透鏡，其目鏡之焦距為一釐米。當合光於某星時，最後之像在無窮遠，目鏡與物鏡間之距離為 51 釐米。倘欲用以視地上物體，今最後之像仍在無窮遠，則必須將目鏡抽出 0.2 釐米，問自物體至物鏡之距離為若干？

答 125.5 米。

27. 假如上題之物體為 10 呎高之樹，則物鏡所造之像之大小為何？目鏡所造之像之角大小為何？

答 0.04 呎。02°28'。

28. 設有一雙凸透鏡，兩面之曲率半徑為 30 釐米，一物體距透鏡 40 釐米，其實像距透鏡 60 釐米。問其焦距為何？其折光係數為何？

答 24 釐米；1.625。

29. 某種玻璃對於紅光之折射率為 1.5，對於紫光為 1.6。今如以此種玻璃製一平凸透鏡。曲面之曲率半徑為 25 釐米。試求 (a) 對於紅光及紫光之焦距，(b) 一物體距透鏡 30 釐米，問像之紅色部分與紫色部分相離幾何？

答 (a) +41.03, +50.0 釐米。

(b) 32.14 釐米。

30. 今製以冕玻璃雙凸透鏡 ( $n_D = 1.51$ ,  $n_F = 1.52$ ) 及火石玻璃平凹透鏡 ( $n_D = 1.64$ ,  $n_F = 1.66$ ) 相合製成一消色透鏡，兩界面須接合嚴密，焦距須為 50 釐米。試計算各面之曲率半徑。

答  $r_1 = r_2 = -r_3 = 10$  釐米； $r_4 = \infty$ 。

31. 設光線自一高 2 吋之物體，通過焦距 15 吋之凸透鏡，再射於焦距 30 吋之凹面鏡上。若透鏡距物體 50 吋，凹面鏡在透鏡之後 20 吋，問最後像之位置，大小，及性質為何？

答 在凹面鏡前 7 吋。

高 1 吋，實的。

32. 某顯微鏡，其物鏡之相當焦距為 8 毫米，目鏡之相當焦距為 20 毫米。物鏡與目鏡間之距離為 150 毫米。(a) 假定最後之像在無窮遠，問此顯微鏡之放大率為何？(b) 設使最後之像在明視最近距離 (10 吋)，問放大率變為若干？

答 (a) 193.67。

(b) 變為 211.64。

凹透鏡，焦距 5 釐米，置於焦距 25 釐米之凸透鏡之後，一物體在凸透鏡前 4 米，所成之像，在凹透鏡後 60 釐米。問兩透鏡間之距離為何？此種聯合透鏡，有何名稱？

答 23.05 釐米。傳相透鏡。(telephoto lens)

34. 一照像箱，有一凸透鏡，焦距 20 釐米，在此透鏡後 15.5 釐米。有一凹透鏡，焦距 5 釐米。

(a) 問此鏡頭之後焦距為何（即物體在無窮遠時，像在凸透鏡後之實在距離）？(b) 問與上之聯合透鏡這等大之像的凸透鏡之焦距為何？ 答 (a) 80.5 釐米。(b) 200 釐米。

35. 一凸透鏡，焦距為 0 吋。今置一焦距為 2 吋之凹透鏡於其後，其距離如此，可使在凸透鏡前 30 呎遠之物體，其虛像在凹透鏡後 10 吋。物體之高為 5 呎。(a) 試求兩透鏡間之距離，

(b) 求此虛像之大小，(c) 求此聯合之放大率，(d) 此種聯合透鏡之名稱為何？

答 (a) 3.60 吋。

(b) 1.01 吋。

(c) 2.44。

(d) 觀劇鏡 (opera glass)。

36. 今有雙凸透鏡，由折射率為 1.516 之玻璃製成，其曲率半徑為 12 吋。一面鍍銀，使之如鏡，將由透鏡他一面射入之光線，反射於玻璃之內。設於 50 吋遠置一光源，令光自來鍍銀之面射入，問此聯合之焦點在何處？ 答 距透鏡 3.14 吋。

光度學

37. 設有兩光源。其燭光為 20 及 80。(a) 假使兩光源相距 100 釐米，問在通過兩光源之直線內，欲令兩者之照度相等，光屏可置於何兩點？(b) 不在此直線內，尚有照度相等之點乎？ 答 (a) 在較弱光源之內 33 $\frac{1}{3}$  吋，或在其外 100 吋。

(b) 然。

38. 一燈燭置於一凹面鏡前 10 釐米，凹面鏡之焦距為 20 釐米（假設凹面鏡為理想的反射體）。設沿鏡軸距燈燭 100 釐米遠置一光屏，問屏上之照度，相當於僅有燈燭時的照度  $I$  若干倍？ 答 3.37  $I$ 。

39. 若將上題之凹面鏡易以焦距相同之凸面鏡，則屏上之照度如何？ 答 1.35  $I$ 。

40. 今有一 60 瓦特鎢絲燈，其效率為每燭光 1.2 瓦特，照射一 8 呎遠之面。(a) 問此燈之平均球面燭光為若干？(b) 透光通量（以流明計）為若干？(c) 上之面上每方米有若干流明？(d) 每方呎若干流明？ 答 (a) 50 c. p.

(b) 628.3

(c) 8.24

(d) 0.782

41. 滿月當頂，所生之照度為每方呎 0.014 流明。(a) 問 500 燭光之燈，在何等遠度，方生同樣照度？(b) 假設第六級之星，所生之照度每 1 燭在 7 哩遠之照度，問須有若干此等星，所生

式A...方等於滿月當頂時之照度?

答 (a) 189 呎。

(b)  $1.914 \times 10^7$

42. 設有 32 燭光之電燈一盞，今擬使其生 4 呎燭之照度，問應置於桌上若干遠? (b) 問此桌上每方米有若干流明? (c) 太陽當頂時，所生之照度為每方呎 9000 流明，今欲使桌面所受之照度，等於此電燈之照度，問此桌須與鉛直成若干大之角?

答 (a) 2.63 呎。

(b) 43 。

(c)  $1.525^\circ$

色 散

43. 今有一  $60^\circ$  的稜鏡，係以對於鈉光的折光係數為 1.55 之玻璃製成。問在空氣中，此稜鏡最小平向位置時，正確之入射角及偏角偏向為何? 當稜鏡在折射率為 1.33 之水中時，此二角度為何?

答  $i = 50^\circ 48'$

$D = 41^\circ 30'$

$i' = 35^\circ 37'$

$D' = 11^\circ 14'$

44. 今有一  $60^\circ$  的稜鏡，其折射率，對於 D 線為 1.62，對於 F 線為 1.63。假定白光以  $45^\circ$  之角射入，則對此二線之出射角各為若干度?

答  $65^\circ 10'$ ;  $66^\circ 40'$

45. 上題中對於各色之最小平向角為何? 假定分光計望遠鏡之焦距為 30 釐米，問當稜鏡對於 D 線作最小平向裝置時，D 及 F 兩光譜之長為若干?

答 D,  $48^\circ 12'$ ; F,  $49^\circ 10'$ ; 51 cm.

46. 假光線依  $56^\circ$  之角，內射於玻璃稜鏡之面上，被與玻璃接觸之液體珠所全反射。假定玻璃對於鈉光之折射率為 1.62，問此液體之折射率為何?

答 1.343

干 涉

47. 設置一凸透鏡於平面玻璃上，而觀察其所生之干涉圓圈，若所用之光為鈉光時，則第二十五圓圈中心之距離為 1 釐米。問該處之空氣層厚為若干? 透鏡之曲率半徑為何?

答 0.00721 毫米; 0.93 米。

48. 假以水代上題之空氣層，問第二十五圓圈中心若干遠?

答 0.87 釐米。

49. 假有二平行狹縫，相距 0.2 毫米，光線通過兩狹縫，在 100 釐米遠之光屏上所生干涉光帶相距 2.05 毫米。問光之波長為若干?

答 0.0030 毫米。

50. 一大氣層兩稜鏡之角度為  $10'$ ，折射率為 1.62。問距稜鏡 20 釐米遠之狹縫，其兩側間之距離為若干? 在稜鏡外 20 釐米之光屏上，所生鈉光干涉帶之寬度為若干? 假定用 F 線之波長之光，其寬度為若干?

答 0.724 毫米, 0.57 毫米; 0.47 毫米。

51. 今有一玻璃薄片，其折射率為 1.54，插入於邁克爾遜干涉儀之前，則自 20 釐干涉線寬

發生移動，若所用之光為白光，問此片之厚為若干？ 答 0.0109 毫米。

52. 今有一稜鏡得氏四面光柵，其曲率半徑為 15 呎，所生之第二級光譜之  $D$  線，距狹縫 315 釐米。問刻線間之距離為若干？ 答 0.00171 毫米。

鏡 射

53. 設用納光照一狹縫，在距離 100 釐米遠之屏上，所呈之中央最大亮帶之寬度為 2 毫米，問狹縫之寬度若何？又此光帶兩個各帶之寬度若何？

答 1 毫米；0.569 毫米。

54. 設有狹縫二，相距 0.1 毫米，以納光照之。問擬於 5 米遠用一透鏡將兩狹縫之像分離清楚，則透鏡之直徑應為若干。 答 3.5 釐米。

55. 設用波長與  $F$  線之波長相當之光照上題之狹縫，而欲兩像分離清楚，問透鏡應置若干遠？ 答 6.05 米。

偏 化

56. 今以納光照平滑之水面，而使反射光含大量之圓偏振光，問入射角應為若干？ 答  $53^{\circ}7'$

57. 一  $20^{\circ}$  的方解石稜鏡，其光軸與稜鏡角平行。今以納光正射於一面，試求其尋常光線及非常光線之最小偏向角。  
答  $D_o = 26^{\circ}50'$   
 $D_e = 15^{\circ}15'$

58. 今擬用兩個尼科爾(Nicol)稜鏡，使無偏極的入射光， $1/3$  起而偏極化。(a) 欲使由於尋常反射及吸收所生之損失可以忽略，因此兩稜鏡軸間所夾之角須為若干度？(b) 倘顯及透射光強度之變，則當兩稜鏡間之角度改變時，問在何角度下，強度隨角度之變率為最小？  
答 (a)  $60^{\circ}$ ；(b)  $45^{\circ}$ 。

59. 設有兩個偏極化光正射於一水晶片上，片面與光軸平行。假定入射光之振動與主截面作  $30^{\circ}$  角，試算出尋常光線與非常光線之相對強度。 答 0.25, 0.75。

60. 設前述水晶片之厚為 1 毫米，問用納光時，尋常與非常光線透過此片後，其位相之差為若干？ 答  $30.90 \pi$  弧度。

61. 今有方解石一塊，厚 2 釐米，其上下面與光軸平行。於紙上作一鉛筆點，置方解石於其上，問尋常像與非常像在上面以下若干遠？ 答 1.206, 1.346 釐米。

62. 設有一水晶片，其上下面與光軸垂直，以納光正射其上，倘欲使其面偏極化光旋轉  $90^{\circ}$ ，則此片應為若干厚？(b) 欲生此同一旋轉，問 10% 的多倍溶液之必需厚度為何？  
答 (a) 4.15 毫米。(b) 64.2 釐米。

63. 問 20 釐米長之 10% 的蔗糖溶液柱，可使納光之偏極平面旋轉若干度？ 答  $13.30^{\circ}$ 。

光譜

64. 在自然光源之光譜強度曲線上，檢得最大強度係在波長  $12,000 \text{ \AA. U.}$  部分。  
問此光源之溫度為若干？ 答  $2403^\circ$  絕對溫度。
65. 在某星之光譜中， $H$  之  $F$  線（波長  $4861 \text{ \AA. U.}$ ）向紫色移動  $0.1 \text{ \AA. U.}$ 。問此星在視線內  
之速度及運動方向為何？ 答  $0.2$  仟米/秒，向地球。

## 對 數 表

683

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
53	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
54	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7535	7543	7551
57	7550	7556	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7702
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8959	8964	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9236
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9577	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9810	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

°	Sin	Tan	Cot	Cos	°
0	0.0000	0.0000	<sup>∞</sup>	1.0000	90
1	0.0175	0.0175	57.2900	0.9993	89
2	0.0349	0.0349	28.6303	0.9991	88
3	0.0523	0.0524	19.0811	0.9986	87
4	0.0698	0.0699	14.3007	0.9976	86
5	0.0872	0.0875	11.4301	0.9962	85
6	0.1045	0.1051	9.5144	0.9945	84
7	0.1219	0.1228	8.1443	0.9925	83
8	0.1392	0.1405	7.1154	0.9903	82
9	0.1564	0.1584	6.3138	0.9877	81
10	0.1735	0.1763	5.6713	0.9848	80
11	0.1903	0.1945	5.1446	0.9816	79
12	0.2070	0.2120	4.7046	0.9781	78
13	0.2256	0.2309	4.3315	0.9744	77
14	0.2449	0.2493	4.0108	0.9703	76
15	0.2588	0.2679	3.7321	0.9659	75
16	0.2750	0.2867	3.4874	0.9613	74
17	0.2924	0.3057	3.2709	0.9563	73
18	0.3090	0.3249	3.0777	0.9511	72
19	0.3256	0.3443	2.9042	0.9455	71
20	0.3420	0.3640	2.7475	0.9397	70
21	0.3584	0.3839	2.6051	0.9336	69
22	0.3746	0.4040	2.4751	0.9272	68
23	0.3907	0.4245	2.3559	0.9205	67
24	0.4067	0.4452	2.2460	0.9135	66
25	0.4226	0.4663	2.1445	0.9063	65
26	0.4384	0.4877	2.0503	0.8988	64
27	0.4540	0.5095	1.9626	0.8910	63
28	0.4695	0.5317	1.8807	0.8829	62
29	0.4848	0.5543	1.8040	0.8746	61
30	0.5000	0.5774	1.7321	0.8660	60
31	0.5150	0.6009	1.6643	0.8572	59
32	0.5299	0.6249	1.6003	0.8480	58
33	0.5446	0.6494	1.5399	0.8387	57
34	0.5592	0.6745	1.4826	0.8290	56
35	0.5736	0.7002	1.4281	0.8195	55
36	0.5878	0.7265	1.3764	0.8099	54
37	0.6018	0.7536	1.3270	0.7998	53
38	0.6157	0.7813	1.2799	0.7890	52
39	0.6293	0.8098	1.2349	0.7771	51
40	0.6428	0.8391	1.1918	0.7660	50
41	0.6561	0.8693	1.1504	0.7547	49
42	0.6691	0.9004	1.1106	0.7431	48
43	0.6820	0.9325	1.0724	0.7314	47
44	0.6947	0.9657	1.0355	0.7193	46
45	0.7071	1.0000	1.0000	0.7071	45
°	Cos	Cot	Tan	Sin	°





◆ (5352R4)

大學叢書(教本)

# 達夫物理學

(全二册)

平 論

Physics

\*\*\*\*\*  
\*\* 版權所有 \*\*  
\*\* 翻印必究 \*\*  
\*\*\*\*\*

原 著 者      D u f f

譯 述 者      郭      元      義

發 行 兼 者      商 務 印 書 館

( 33005 ) ( 0139上 ) 徐壽

丙

