



3

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義 (張玉田講授)

1

圬工學講義

(Masonry Construction Engineering)

緒 論

一般土木工事，可以貢獻並增進社會文明的發展，可使我們的生活感覺
舒適和便利，在實際動工以前，須考究應如何準備，如何監督，所有步驟，
在事前均應預先籌備妥當，如此始可期整個工程能夠及時或期早日得以完
成。

圬工者，用無機質非金屬材料所作成的構造物，其各部分互相密合而為
一體。關於土木工程中的磚工，石工，和混凝土工等的工作技術，就叫做圬
工學，近來的工程多用機械以代人力，因其工作效率較大而且迅速，並可節
約工資，所以對於用機械施工吾人亦當加以研究。

圬工中的施工方法，依據工程的種類和性質而異，因國籍及習慣亦有不
同，我國有固有的方法，亦有自外洋傳來的，以前殆皆仰人力，但近世文明
進步，由於生計的困難，以前常有發生勞資兩方摩擦的事情，如此大資本案
乃設法盡量利用機械，同時大規模世界知名的各種土木工程，於焉賴以完
成。

一般勞働者多少還要具有衛生常識，前此美國修築巴拿馬運河的當時，
曾發生「馬拉利亞」病，因而美國政府始顧及到勞働者的保健設施，在河川
方面要嚴防毒蟲，隧道工程方面，須注重通風，回顧我國前修葫蘆島時，曾
對勞玉加以種種保健設備，譬如為他們建築宿舍等，即是一個好例。



468084

建設總署土木專科工程學校

2

坊工學講義 (張玉田講授)

第一章 土工 (Earth Works)

§ 1 概論 (General Consideration)

切土的時候我們要切成一個勾配即坡度 (Slope)，此種土工大別言之，可分為兩種，如圖 1

1. 挖土 (Cutting)
2. 填土 (Banking)

土工的作法可分為四種

1. 掘鑿。
2. 裝車。
3. 運送。
4. 棄土。

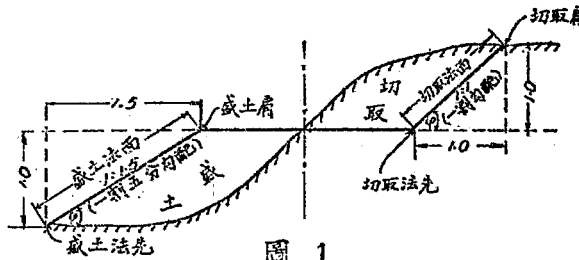


圖 1

將土工按照工作地區分之，則有陸上工作及水中工作，水中工作叫做浚深 (Dredging)，然後依工作方式來說，則有人工掘鑿，機械掘鑿，人工運送機械運送等等。

採取土的地方叫做土取場 (Borrow Pit) 棄土的地方叫做土場 (Spoil)

建設總署土木專科工程學校

圪工學講義 (張玉田講授)

3

Bank)。

取土或棄土的時候，要使用最有效的方法，譬如選擇最容易取的地方，取來的土立刻使用，運送距離愈短愈好，最經濟之辦法是要切土和盛土同量，但依地勢之異，也有不能均衡 (Balance) 的時候，土量有時富餘，亦有時不足，譬如挖運河時候，挖土是占主要的部分，反之築堤的時候，填土是占主要的部分，如圖 2。

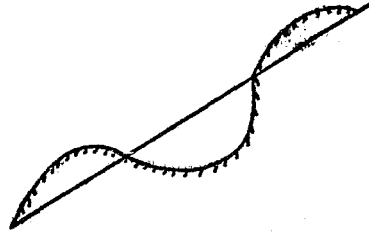


圖 2

土工的方式是按照土的種類，性質而更異，普通分土為七種。

1. 最細粒子的土，即叫粘土，
2. 普通一般土，即叫真土。
3. 砂。
4. 石子。
5. 石頭。
6. 軟岩石(如頁石)
7. ^硬 巖石(如花崗石)

依土的性質種類，挖掘之方式及法面的勾配有異不同。

建設總署土木工程專科學校

4 坊江學校講義 (張三田講授)

§ 2. 息角 (Angle of Repose)

土的天然勾配與地平面所成的角叫做息角，如圖 3

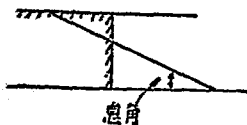


圖 3

息角的大小是依據土之狀態種類而伸縮的，下表是表示各種土石的息角值。

表 1

Table showing angle of repose of various soils			
		ϕ	$\tan \phi$
<i>Clay</i>			
Well drained clay	(M)	45°	1.000
Wet clay	(M)	16°	0.287
<i>Loam</i>			
Compact earth	(M)	50°	1.192
Vegetable earth	(M)	28°	0.532
<i>Sand</i>			
Dry Sand	(M)	38°	0.781
Wet Sand	(M)	22°	0.404
Dry Sand	(R)	28°~30°	0.532~0.577
<i>Gravel</i>			
Gravel	(M)	40°	0.839
Shingle	(F)	45°	1.032
Gravel exposed to wave	(F)	11°	0.194
<i>Stone</i>			
Rubble	(F)	45°	1.000
Broken Stone	(E & C)	38° 25'	0.794
Authorities: H. Wolesworth F. L. Flynn R. Rankine G. Gillette E & C, Engineering & Contracting			

設建總署土木工程專科學校

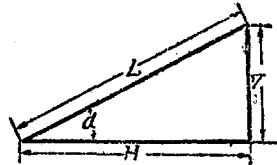
圪工學講義 (張玉田講授)

我們表示坡度的時候，任何時總以垂直 (Vertical) 爲 1。

英制 (English System): $\frac{H}{V} = \frac{2}{1}$

德制 (German System): $\frac{V}{H} = \frac{1}{2}$

下表示 H, V, α, L 的關係，



H	V	α	Technical term	L
$\frac{1}{4}$	1	75° 58'	二分五厘勾配	1.03
$\frac{1}{2}$	1	63° 26'	五分	1.12
$\frac{2}{3}$	1	53° 8'	七分五厘	1.25
1	1	45° 0'	一割	1.41
$1\frac{1}{2}$	1	38° 40'	一割一分五厘	1.60
$1\frac{1}{2}$	1	33° 42'	一割五分	1.80
$1\frac{2}{3}$	1	29° 44'	一割七分五厘	2.02
2	1	26° 34'	二割	2.24
3	1	18° 26'	三割	3.16

(表 2)

建設總署土木工程專科學校

6

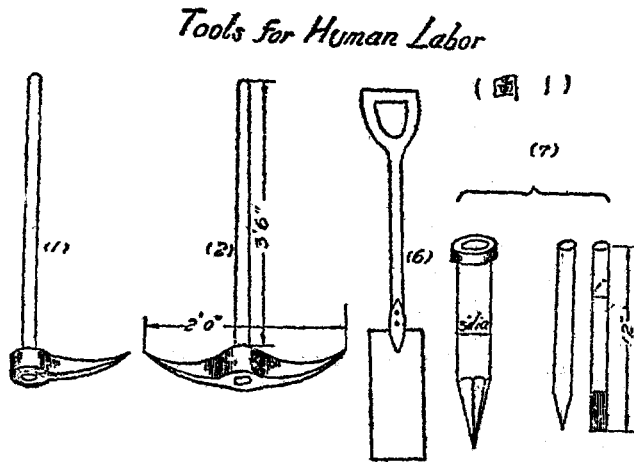
圬工學講義 (張玉田講授)

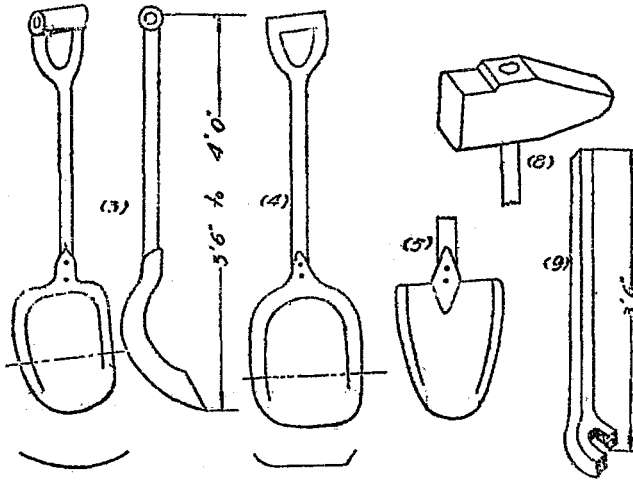
§ 3. 土工中的擴增量 (Increase of Volume in Earth-Works)

挖掘硬地盤時，其掘得物的容積即為增加，亦依土的種類而異增加量之多寡，雖容量較為增加，但立刻因本身之壓縮，其容量逐漸減少，然後再經一相當的時間，而達到一定的狀態而止，

§ 4. 挖土 (Cutting)

小規模的挖土用人力，大規模的挖土用機械，用人力挖土時，所需要的工具如圖 4。





挖軟土時，用鏟 (Shovel)，鋤 (Spade)，挖硬土時用「鶴嘴」(Spick)，除此以外還有用尖劈 (Wedge)。木尖劈 (Wooden Wedge) 者，長一公尺以上，直徑 3 吋，上端有一鐵箍，以增其耐用性，並預防被上面所擊的力打破，如圖 4。

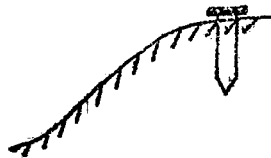


圖 4

建設總署土木工程專科學校

8

圪工學講義 (張玉田講授)

如土堅硬，不易挖取，須於上部打入尖劈 (Wedge)，俾於地內下部成一細小洞，令土質離鬆，則挖取甚易矣，如圖 5。



圖 5

鐵尖劈即鐵矢用於石類，先將鐵矢放於石頭之隙中，然後打其頭部，則石類即分為兩段。

用機械力，可以大規模的挖土，並能增加效率，在機械器具中，多般用鏟 (Shovel)。

運轉此種土鏟的動力，是用電力^或蒸氣，用蒸氣的時候尤多。
汽鏟有下列的幾種。

1. 定盤式汽鏟 (Fixed Platform Shovel)
2. 轉盤式汽鏟 (Revolving Platform Shovel)

定盤式汽鏟的回轉角度，最大在 200° 以內，以挖取前方的土如圖 6。
轉盤式汽鏟是按置在軌道上的車中，能自由回轉，現在多半以無限軌道 (Cater Piller) 以代軌道，故軌道被用的機會日趨減少如圖 7。

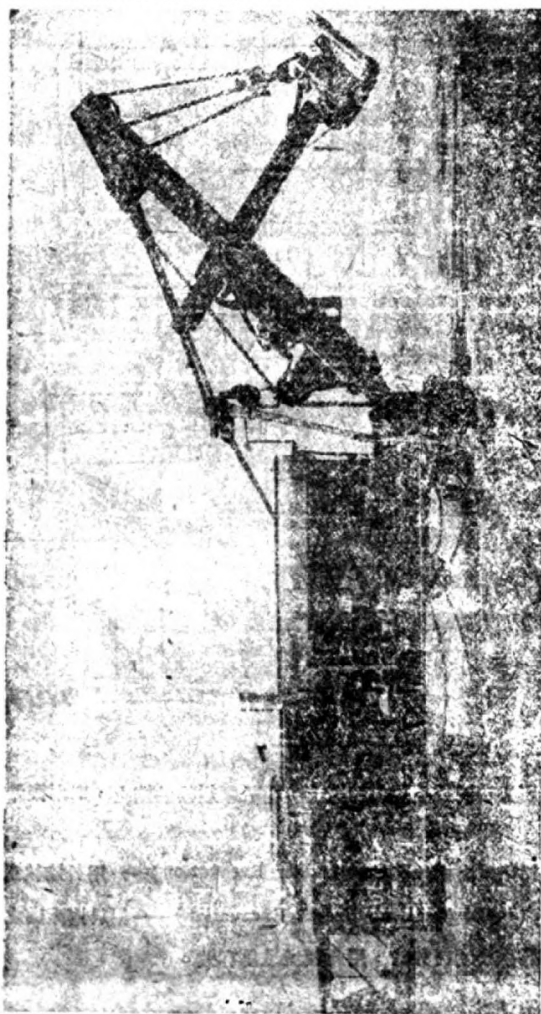


圖6 Fig. 14. Typical Fixed Platform Steam Shovel
Courtesy of The Bucyrus Company, South Milwaukee, Wis.

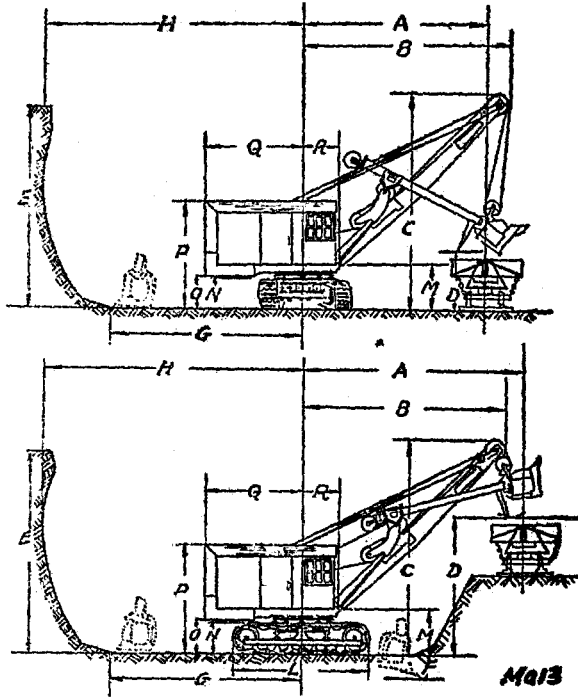


圖 7

以上所述皆屬於小規模的挖土，關於大規模的挖土，則用掘鑿機此機分為三種。

1. 梯斗掘土機 (Bucket Ladder Excavation)——用於挖軟土，如圖8
2. 抓斗掘土機 (Grab Bucket Excavation)——用於挖深處之土。被挖的範圍非常狹小，打井時，用此機械最為有效。

3. 水力掘土機 (Hydraulic Arrangement)——以有壓力的水沖掘挖取泥土。

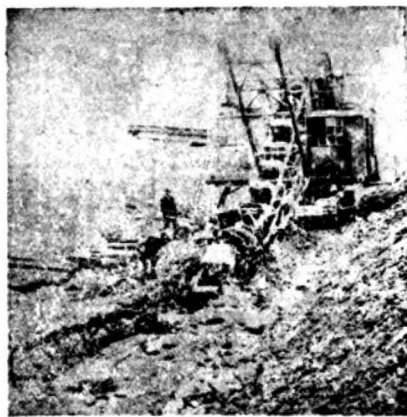


Fig. 8 — Vue représentant l'an des sept excavateurs R III des chantiers du Shannon-Moteur Diesel, Godets 70
1, 30 deversements par minute. Rendement théorique 125 m³-h; orientation à 360

§ 5. 運送 (Transportation)

考查被運土的容積，距離，坡度，採用以下各種的不同方法。

- a. 最簡單的方法是用人力，但不能往遠處運送，普通以 100 公尺為標準，勻配大約 $\frac{1}{10}$ 。其次用土車，或借人力推拉，或用牛馬。
- b. 軌道運送——用輕便鐵道 (Light Railway)，土量較小時 2'—6" 的軌距，(Gauge) 即可。

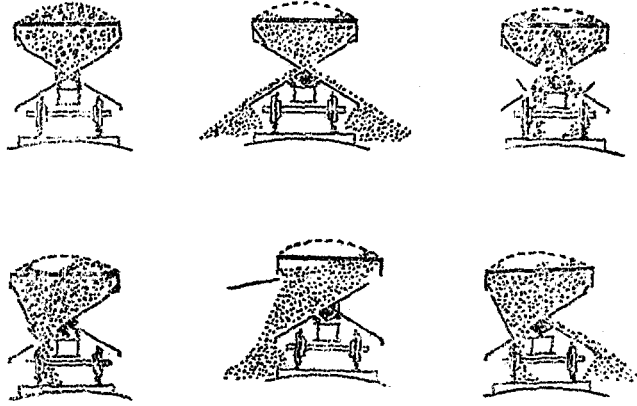


圖 9

土量少時，將此土車置於軌道 (Railway) 之上。然後以人力推之，或一人或二人皆可，按照輕重而定，土車之種類如圖 9。土量多時，即用小機車 (Locomotive) 載運之。

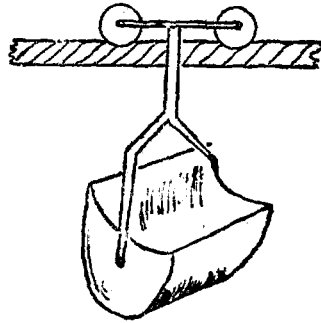
所用土車應具有的條件如下

1. 裝土，搬運，棄土須迅速而不發生危險。
 2. 堅固，耐久，破壞的時候易於修理。
- C. 特殊的方法——用索道 (Rope Way)

1. 單索制 (Single Rope System)——用一根繩索運送，土車與繩索一同活動，如圖10。

2. 雙索制 (Double Rope System)——用兩根繩索越過山谷的時候，用此種方法最為適宜。如圖11。

Single rope system



Double rope system

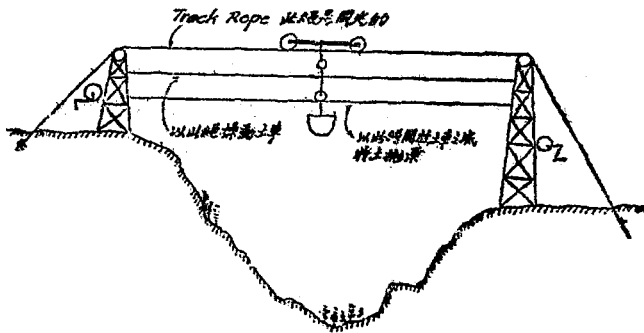


圖 11

建設總署土木工程專科學校

14

圪工學講義 (張玉田講授)

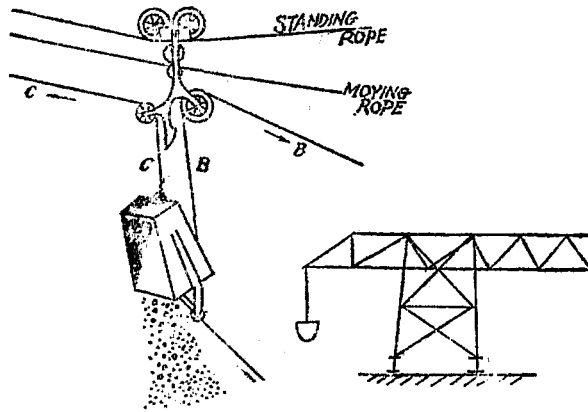


圖 11

所掘挖之土，如僅限於運送性質者，用單索制較為適宜，如在運搬中途須尚有工作時，則用雙索制，此外尚有應用起重機者。(Cantilever Crane)

§ 6. 土工之施工 (Execution of Earth Work)

3. 切土或挖土——建設鐵道線路或公路的時候常需要挖土，先規定路盤的中心線及寬度，然後打中心樁(Center Peg)及邊樁(Half Breadth Peg)
 - 由兩端開始挖土，其次序如圖12. 因只利於運送，所以分成數段工作。

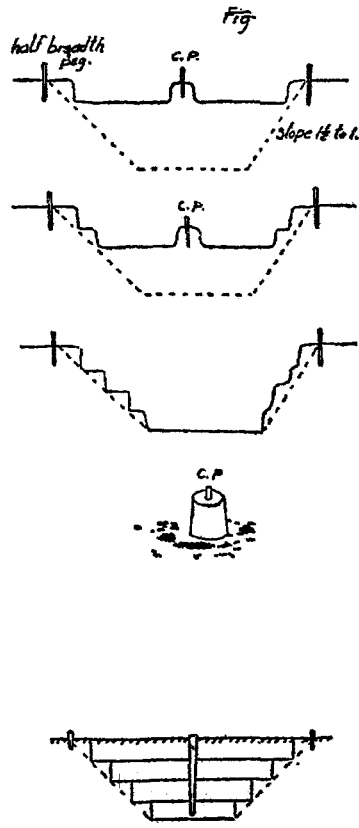


圖 12

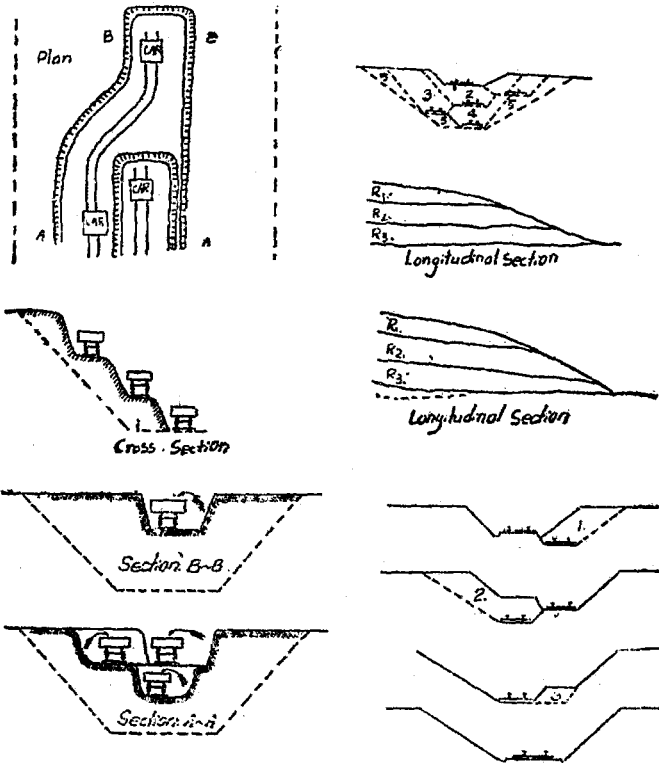


圖 12

b. 填土——有一層式及層狀式，如圖 13。

一層乃自高處向下填土，如盛土高時須作足場 (Stage)。在填土之際，坡度容易滑下，所以沿土坡填土時，須先將天然土坡 (Natural Slope) 切成

建設總署土木工程專科學校

坊工學講義 (張玉田講授)

17

階段狀，以防所填之土，沿其土坡滾土，或在填土內部作排水溝 (Drain)

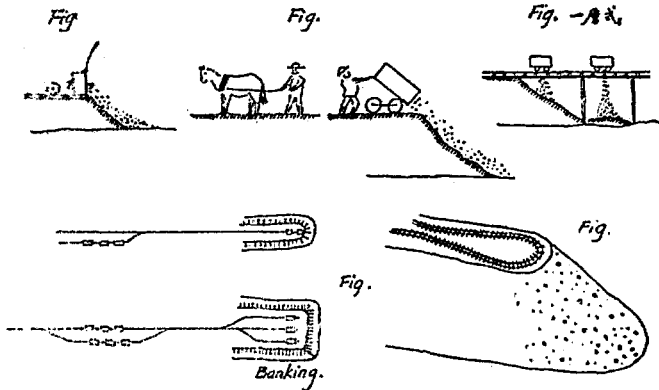


圖 13

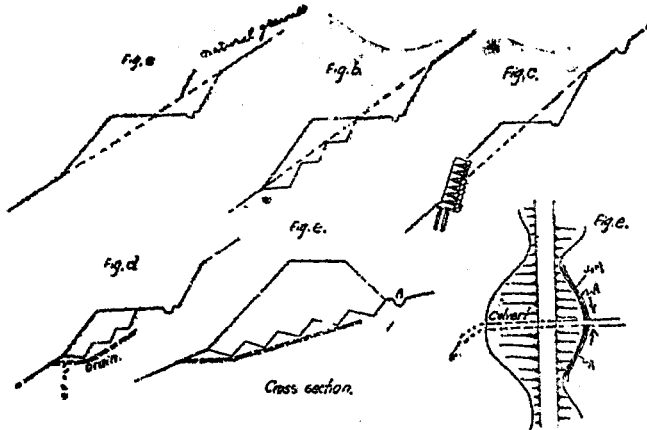


圖 14

建設總署土木工程專科學校

18

圪工學講義 (張玉田講授)

或填土上面作排水溝，以防水之侵入。因如爲水侵入時，則土坡受水之冲刷而易破坡。如圖 14。築堤時的填土，往往逐漸下沉，自下往上築起時，每層用木柵打緊，以防沉下。

在多層式中，如圖15每層土的厚度大約 $80^{\text{cm}} \sim 180^{\text{cm}}$ 因土在一定期間內要下沉的關係，所以在築堤的預定高度上，再稍加富裕，以爲補充，如圖16

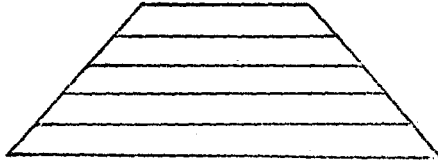


圖 15

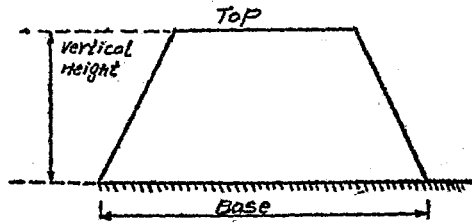


圖 16

§7. 築堤之坡度 (Slope of Embankment)

築堤之兩旁，須作成坡度，普通為 1/1.5 的坡度，但視土質之優劣及高度之大小其坡度亦有出入。

填土在相當高的時候，愈下須愈緩，或作馬道 (Berme) 以緩其坡度。如圖 17

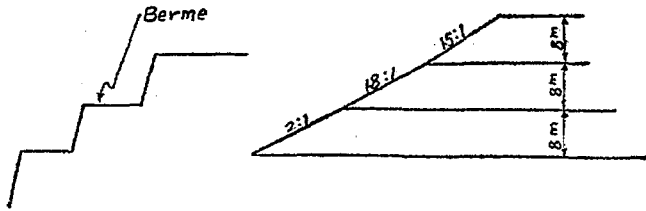


圖 17

堤防之表面，因雨水冲刷而易為破壞，故在堤坡上作一流水之所，沿堤坡每幾十公尺作一流水之溝如圖 18 流水溝有時作於堤防下端。如圖 19

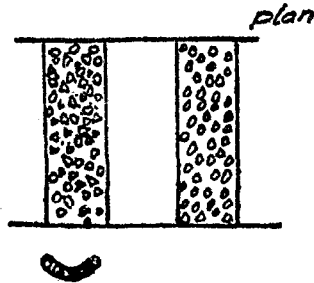


圖 18

建設總署土木工程專科學校

20

坊工學講義 (張玉田講授)

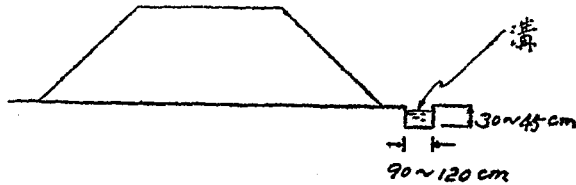


圖 19

流水溝之大小依水量之多寡而定之。

§8. 軟地盤上之築堤 (Embankment on Soft Ground)

在軟地盤上築堤時，最易於下沉，須先任其盡量沈下後，再將堤防禦於其上，或在下面先放置堅硬物質或粗朶 (Fascine) 然後於其上再築堤防。如圖20。將樹枝紮成直徑1尺餘的捆把謂之粗朶

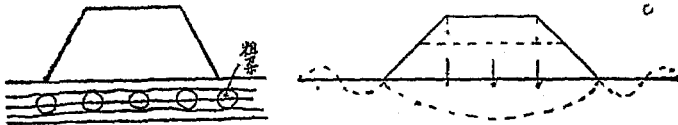


圖 20

軟地盤上面築堤後，可在其旁邊作一小壩 (Dam) 以防其沈下。如圖 21

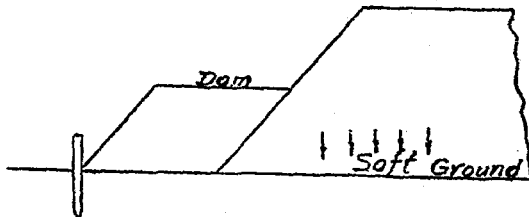


圖 21

或坡度的前面打入木椿，以防坍塌如圖22。

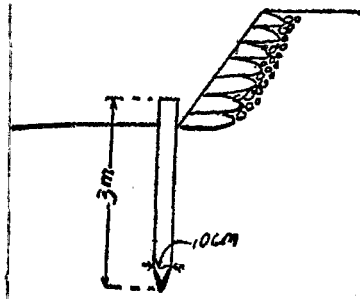


圖 22

地盤下面如有長深且面積長廣的泥水的時候，須先將泥取去，而放入砂或石子，以鞏固地盤，使之堅固而不致沈下。如圖23。然後在其上部築堤。

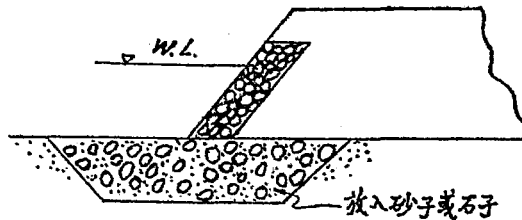


圖 23

§ 9. 側坡之保護 (Protection of side Slope)

側坡往往經過風雨之侵蝕，而致發生破壞現象，因此將有耐久性的草皮鋪於法面之表面上以防風雨之侵蝕。如圖 24 臨水之法面，如河川之兩岸，則在河岸之法面上或鋪石頭或打混凝土，以保護之。如圖 25 側坡之下端水

建設總署土木工程專科學校

22

圻工學講義 (張玉田講授)

勢最急，此處應置放蛇籠以保護之。

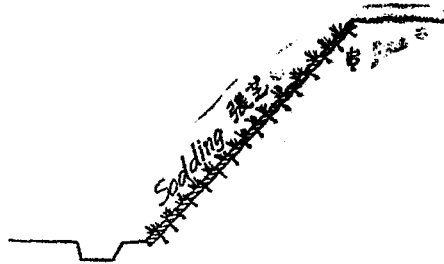


圖 24

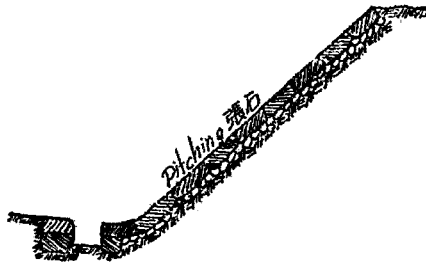


圖 25

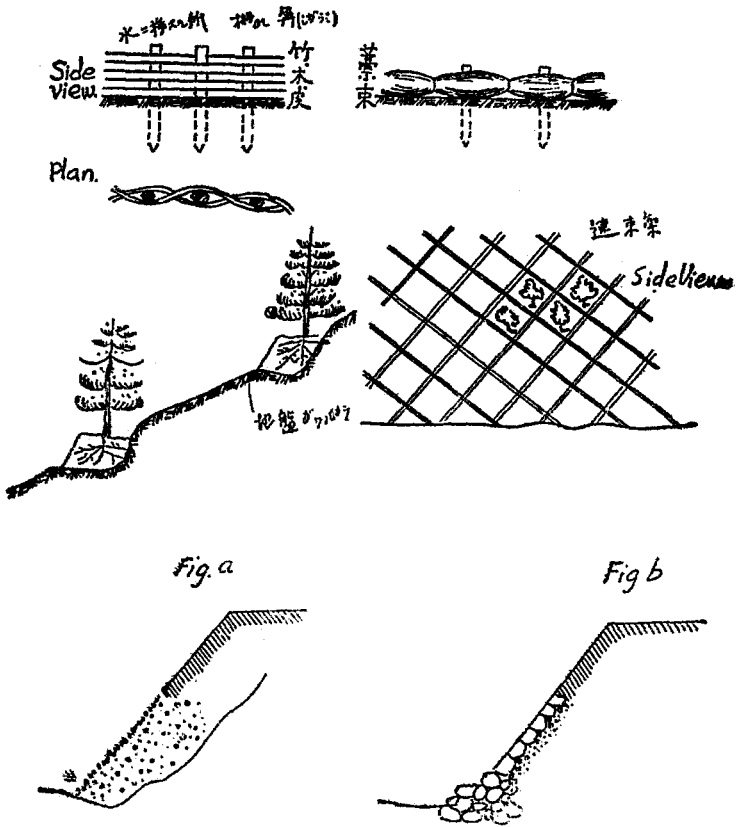
在河川上游之山腹間，做速束葉網，中植松樹，而使土質變緊，如圖26

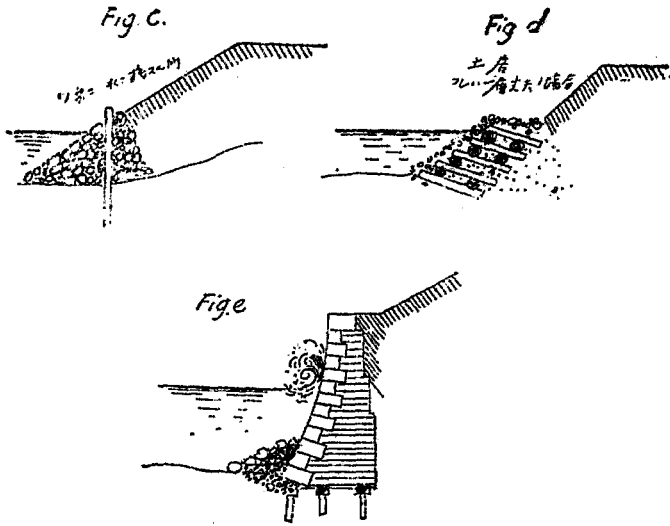
建設總署土木工程專科學校

坊工學講義 (張玉田講授)

23

圖 26





§ 10. 土量體積之收縮 (Shrinkage of Earth Volume)

由地下掘出之土，較未掘前之體積增加，如將硬土破碎後，土量亦行增加，其增加量之多寡乃隨土之性質及碎度而定，蓋土中多具空隙，如用掘出之碎土築堤時，則堤防因土量之緊縮而致漸漸下沉。查土量之收縮 (Shrinkage) 計有兩種。

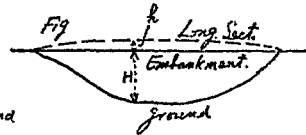
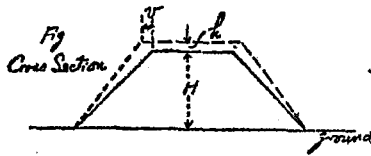
1. 工事進行中之收縮。
2. 工事完畢後之收縮。

新築之堤防經車輛或汽機壓行後，其土量當即收縮，但嗣後之收縮率則較減小，工程完畢後，因時受風雨之侵蝕，堤身尙逐漸下沉，至定態為止。

建設總署土木工程專科學校

因此築堤時，其橫斷面應較為加大，以為抵銷收縮之預備，此外在冬季，從事土工時，因土質受霜之作用，中間多含空隙，土量亦有減縮情形，而土之下沉量經時愈多則愈減少也。如圖 27

堤高 (H)	富裕高 (h)
1.5 ^m	1.5 ^{cm}
1.5~4.5 ^m	$\frac{1}{10} H^{cm}$
4.5~7.5 ^m	$\frac{8}{100} H^{cm}$



Winkler:

For gravel

$$v = \frac{1}{40} H$$

$$h = \frac{1}{40} H$$

• Sand

$$v = \frac{1}{15} H$$

$$h = \frac{1}{15} H$$

• Earth

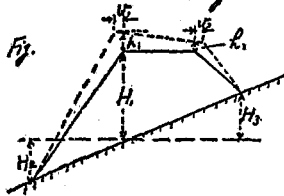
$$v = \frac{1}{4} H$$

$$h = \frac{1}{4} H$$

• Clay

$$v = \frac{1}{8} H$$

$$h = \frac{1}{12} H$$



Take $H_1 = \frac{1}{2} H_2$
 or $H_2 = \frac{1}{2} H_1$.
 in place of H
 of Fig

圖 27

建設總署土木工程專科學校

$$7.5 \sim 10.5^m \quad \frac{7}{100} H^2 m$$

$$10.5 \sim 14.0^m \quad \frac{6}{100} H^2 m$$

$$14.0^m \text{ 以上} \quad \frac{5}{100} H^2 m$$

§ 11. 土工之均衡 (Balancing of Earth Works)

在土工之工程中，切土與填土須要均衡，均衡之距離不可太遠，使土均衡之方法，係依據土工曲線而定。如圖 28。自 A 至 C 之一部分，不能均衡，須要 CC' 部分的土，如在 P Q 架橋時，而此部分土即可省去。

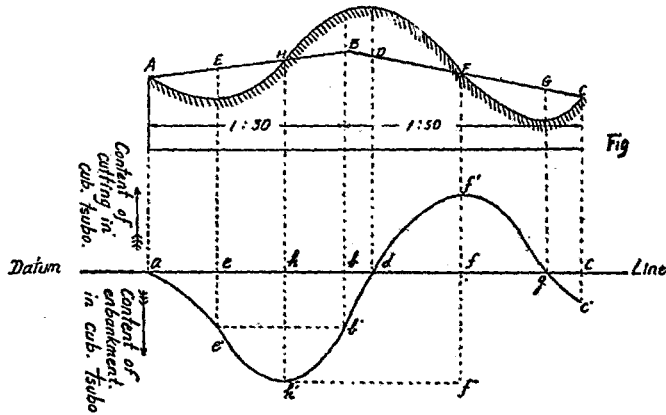


圖 28

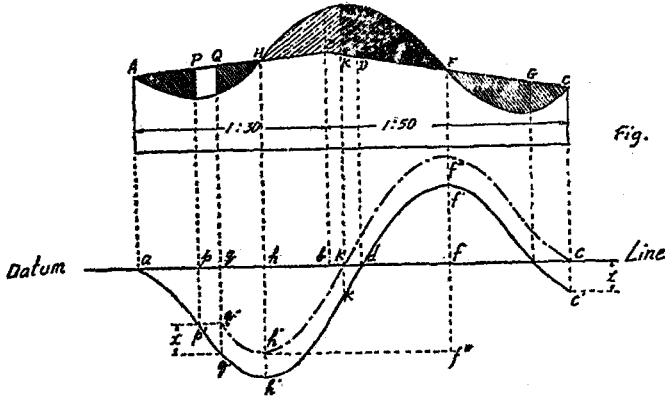


圖 28

§ 12. 土工之價格 (Cost of Earthwork)

土工之單位為立方公尺，在美國為立方碼，日本則用立方坪，但現今亦採用立方公尺矣。依工程之種類有以一日為單位，亦有以一立方公尺為單位者，工程之企劃分為三種。

1. 包工制 (請負)
2. 直營制
3. 直轄制

包工制中又分三類，第一為普通招標，第二為指名招標，第三為指名隨意契約。

直營制為由包工者供給工人之工程。

直轄制為直接僱用工人而施工者。

建設總署土木工程專科學校

土工之價格依下列各項規定之：

- | | |
|--------------|---------------|
| 1. 掘土之費用。 | 7. 修理工具之費用。 |
| 2. 卸裝之費用。 | 8. 器具(折舊)之費用。 |
| 3. 運送之費用。 | 9. 監督之費用。 |
| 4. 修理運送路之費用。 | 10. 包工人之利害。 |
| 5. 平坦土捨場之費用。 | 11. 其他之雜費。 |
| 6. 種植草木之費用。 | |

人力掘鑿積込工程及步掛 (工程1人1日當り m^3 步掛 $1m^3$ 當り何人)

記號	土質	勿上げ高(y)	m								
			0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	
			m^3								
(A)	軟かき土砂	工程(x)	24.0	23.8	23.2	22.2	20.8	18.7	15.9	11.6	
		步掛($\frac{1}{x}$)	0.042	0.042	0.043	0.045	0.048	0.035	0.063	0.086	
(B)	普通の土砂	工程(x)	20.0	19.8	19.4	18.6	17.5	15.8	13.5	9.0	
		步掛($\frac{1}{x}$)	0.050	0.051	0.052	0.054	0.057	0.063	0.074	0.102	
(C)	硬き土砂 普通の粘土	工程(x)	16.0	15.9	15.6	15.0	14.2	13.0	11.1	8.0	
		步掛($\frac{1}{x}$)	0.063	0.063	0.064	0.067	0.070	0.077	0.090	0.125	
(D)	硬き粘土 泥粘土	工程(x)	12.0	11.9	11.6	11.0	10.2	9.0	7.1	4.0	
		步掛($\frac{1}{x}$)	0.083	0.084	0.086	0.091	0.098	0.111	0.141	0.250	
(E)	粘土砂利盤 土丹器	工程(x)	6.0	6.0	5.9	5.8	5.7	5.2	4.4	2.4	
		步掛($\frac{1}{x}$)	0.167	0.167	0.169	0.172	0.175	0.192	0.227	0.417	
(F)	碎石	工程(x)	18.0	17.9	17.6	17.0	16.2	15.0	13.1	10.0	
		步掛($\frac{1}{x}$)	0.056	0.056	0.057	0.059	0.062	0.067	0.076	0.100	

建設總署土木工程專科學校

圪工學講義(張玉田講授)

29

上表に於て、

- (A) は軟かき土砂 ショベルを腕の力にて容易に突込み得る砂又は軟土。
- (B) は普通の土砂 ショベルを突込む爲上體を幾分持たせ掛ける程度のもの。
- (C) は硬き土砂 ショベルを突込むため足にて其の肩を壓へ體重を利用して二三度押し込む程度。
又は普通粘土 粘着のため切離し難く、ショベル又はスキに附着するため投棄困難なもの。
- (D) は硬き粘土 水分少く固く壓縮され掘鑿するため鉄を必要とするもの。
又は泥粘土 水飴の如く軟かく泥濘にして取扱ひ難きの。
- (E) 粘土砂利盤 硬粘土に砂利を交へたるもの 鶴嘴を要するもの。
又は土丹盤 鶴嘴にて掘鑿し得る程度のもの。

§ 13. 運送價值 (Cost of Transportation)

t = 等候的時間即裝卸所需之時間。

v = m/min (運送的速度)

T = 1.日純粹勞働時間。

D = 運送距離

C = 1次所運的土量(m^3)

所以一往復需要的時間 = $\frac{2D}{v} + t$

建設總署土木工程專科學校

30

圪工學講義(張玉田講授)

因此就得下列的公式

$$N = \frac{T}{\frac{2D}{v} + t}$$

$$1 \text{ 日所運的土量} = \frac{T}{\frac{2D}{v} + t} C = NC.$$

依據實際之經驗。

T 爲 420 分 (冬季)~540 分 (夏季) 平均 480 分

v 爲 60~70^m/min 平均 65^m/min

t 爲 6~15min

今令 T = 480^m, v = 65^m/min, t = 7.5min

$$N = \frac{480}{\frac{2D}{65} + 7.5} = \frac{15,600}{D + 244}$$

D 50. 100. 150. 200. 250. 300. 400. 500. 600. 700.

800. 1,000.

N 53. 45. 40. 35. 32. 29. 24. 21. 18. 16.5 15.0

12.5

如在坡度上運送土量時，須依下式將此坡度換算同等水平距離

換算水平距離 $d = l (1 + 60g)$

l 爲坡度之水平距離(m)

g 爲坡度之 Tangent

$$g \frac{1}{200} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{60} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{1}{40} \quad \frac{1}{30} \quad \frac{1}{20}$$

d 1.31 1.61 2.01 2.21 2.51 31 41

五勺卜口及一舍卜口運搬回數表

第4表

運搬距離 車數		往復回數 = $N = \frac{7,500 + 6d}{d + 90 + 3n + 4h}$					
(d) 間	(n)	呎 h=0	h=5	h=10	h=15	h=20	呎 h=25
30	5	56.9	49.5	41.5	34.6	29.8	26.3
	10	51.2	45.2	38.4	32.4	28.0	25.1
60	5	47.6	42.5	38.3	34.9	29.8	25.3
	10	43.7	39.3	35.7	30.8	28.3	26.1
	20	37.4	34.2	31.4	29.1	25.6	22.9
100	5	39.5	36.0	33.1	30.6	28.4	26.6
	10	36.8	33.8	31.2	28.9	27.0	25.3
	20	32.4	30.0	28.0	26.1	24.5	23.1
150	5	23.9	30.5	28.5	26.7	25.1	22.7
	15	29.5	27.5	25.8	24.3	23.0	21.8
	30	25.5	24.0	22.7	21.5	20.5	19.5
200	5	28.5	26.8	25.2	23.8	22.6	21.5
	15	6.0	24.5	23.2	22.0	12.0	20.0
	30	22.9	21.8	20.7	19.8	18.9	18.1
250	10	24.3	23.1	22.0	20.9	20.0	19.1
	20	22.5	21.4	20.5	19.6	18.8	18.0
	30	20.9	20.0	19.1	18.4	17.6	17.0

N 爲一車一日的往復次數

d 爲土取場與土捨場之中心距離

n 爲一路線中之車數

h 爲土取場與土捨場之高度差

第二章 鑿石工程 (Rock Excavation)

§ 1. 總述 (General Remarks)

破壞岩石時，普通用爆炸藥 (Explosive)，亦有賴人力或機械力者。用爆炸藥時，先在岩石上鑿一小孔，放入黑色炸藥，(Black Powder)，再接導火線，使黑色炸藥爆發，此時發生多量之瓦斯 (Gas)，以此瓦斯之膨脹力衝擊岩石，而致破裂，在火藥底發明時代，先燃燒岩石，然後以冷水澆之，則岩石因急遽受破裂成一縫。將 1m~2m 長的鐵棍置於此裂縫內，用力擊之，岩石即易破裂。

§ 2. 鑽石法 (Rock Drilling)

在岩石上鑿孔的方法，有用手鑽 (hand drill) 和機械鑽 (Machine Drill) 者，大工程時用機械鑽，小工程時用手鑽。修隧道時鑿岩石的機會為最多，手鑽之工具，係先用鑿和錘 (Hammer)，以錘擊鑿在石上作孔，再用手鑽工作，手鑽的大小依洞之大小及深淺而異，普通直徑為 19m.m~25m.m，乃為含有多量炭素之鋼所作成。斷面或圓形矩形，有一尖頭。如圖 29。



圖 29

§ 3. 炸藥 (Explosives)

工程中所使用的炸藥，有直接點火者，謂之黑色炸藥 (Black Powder) 亦有間接點火者，謂之高級炸藥 (High Explosive)。

1. 黑色炸藥——製造甚易，原料為木炭，硫黃和硝石三種，重量比為 15:15:70，作成微細之粉末而用之。重量與水略同，在攝氏表 266°C~280°C 時即爆炸，如作為粒狀，則其爆炸遲鈍，爆炸速度亦較緩，黑色炸藥雖易於保存，但在水中不能爆炸，因在濕氣中難於發火所致，爆炸時，容積之膨脹力為原容積之 300 倍。

2. 高級炸藥——此種炸藥之威力，遠超於黑色炸藥，在水中亦能使用，高級炸藥之主要成分為 Nitroglycerine，

Nitroglycerine 為淡黃色透明無臭之液體，稍具甜味，比重為 1.6，在 -10°C 以下即固結，於水中亦不溶解，但易溶解於酒精中被溶解後即失去爆炸風性。欲使爆炸時，首先加以打擊，立即爆炸。1 公斤之炸藥爆炸時，能生 700 立達之瓦斯，1560 加勞里，3000°C 以上之熱度。

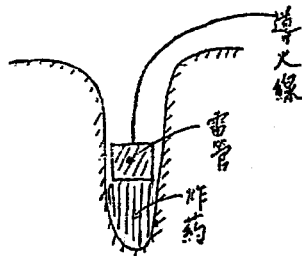


圖 30

建設總署土木工程專科學校

84

圬工學講義(張玉田講授)

高級炸藥爆炸時，需用雷管，(Detonator) 亦稱起炸劑。如圖 30

§ 4. 黑色炸藥的需用量 (Charging of Black Powder)

在鑿成之洞內，置以黑色炸藥，如洞的深為 h 時，炸藥要占全洞的三分之一($h/3$)。炸藥的上端接以導火線 (Fuse)，以利爆發，如圖 31。

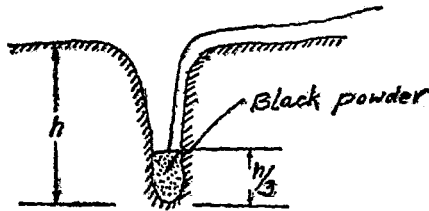


圖 31

第三章 浚濬工程(Dredging)

§ 1. 概論(General Remarks)

浚濬工程即是在水中掘整的工程，在水中小規模的掘土可用鏟(Shovel)，工程較大時，即用浚濬機(Dredging Machine)，其主要用途為挖掘碼頭，運河，河川或水溝等工程。

§ 2. 浚濬機的種類(Kinds of Dredges)有以下兩種：

1. 連續浚濬機 (Continuous dredges)
2. 斷續浚濬機 (Intermittent dredges)

連續浚濬機又分為兩種：

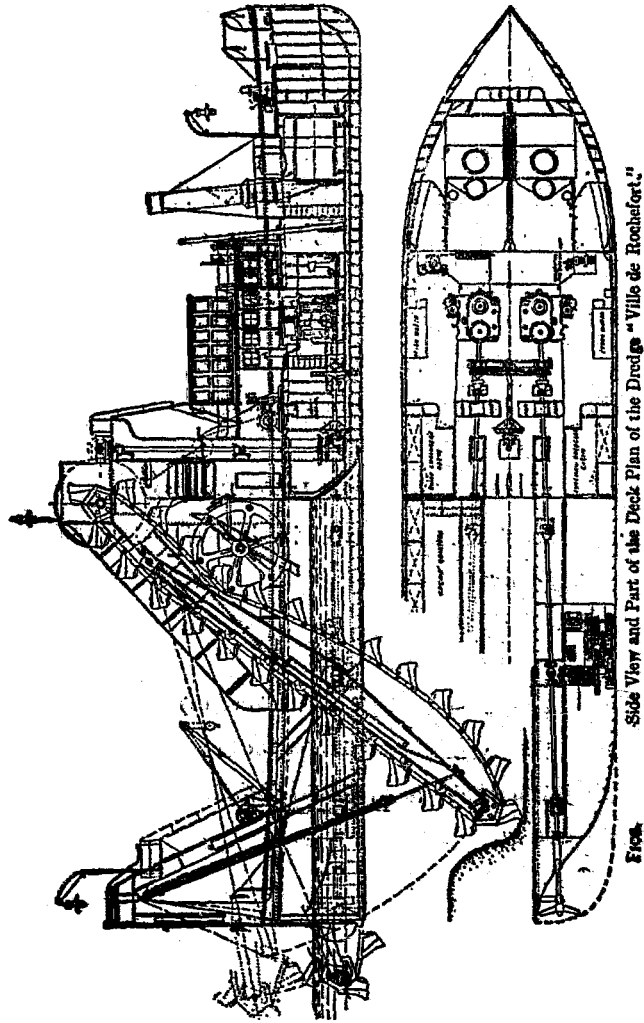
1. 梯斗浚濬機 (Bucket Ladder Dredges)
2. 水力浚濬機或抽吸浚濬機 (Hydraulic or Suction Pump Dredges)。

斷續浚濬機又分為兩種：

1. 斗浚機 (Dipper Dredges)
2. 摺浚機 (Grapple or Grab Dredges)

§ 3. 梯斗浚濬機 (Bucket Ladder Dredge)

此種機器置於船內，梯的下端繫以許多挖泥泥斗(Bucket)一面掘土，一面自轉。如圖 32。



Side View and Part of the Deck Plan of the Dredge "Ville de Rochefort,"
Etc.

圖 32

建設總署土木工程專科學校

圻工學講義(張玉田講授)

37

§ 4. 水力浚深機或抽吸浚深機 (Hydraulic or Suction Pump Dredge)

開動離心式抽水機(Centrifugal Pump)，吸取泥水，然後經過排泥管運到目的地。如圖 33。

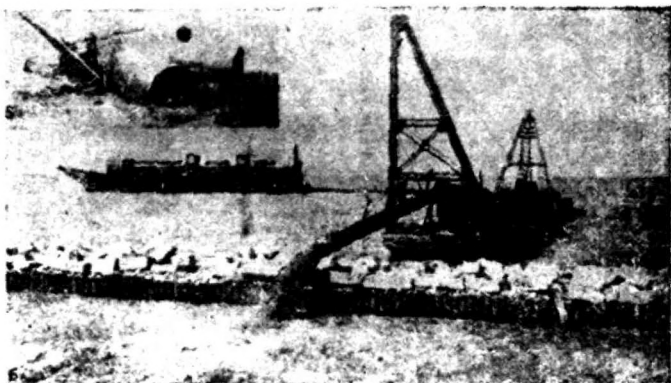


圖 33

§ 5. 斗浚深機 (Dipper Dredge)

將挖泥籠置於船內，用此籠挖掘水中之土砂。此種機械的特長是安置籠泥的機械所用的船較小，吃水淺，且亦適合於硬地盤，亦可掘石塊，故在狹窄之處用此頗有效力，但並不適於大規模的工程。如圖 34



Fig. — Duper Dredge of 6 cu. yds. Capacity. 圖 34

§ 6. 擱淺機 (Grapple or Grab Dredge)

將抓斗 (Grab Bucket) 置於船中，放入水底掘土，此機械的最大特長，即是不受深淺的限制，水底有砂子，亦能使用。缺點即每次掘出土量減少，不適於大工程及粘力的土泥，在深而狹的地方使用時為最宜，抓斗的容量為 $0.15m^3$ 。如圖 35

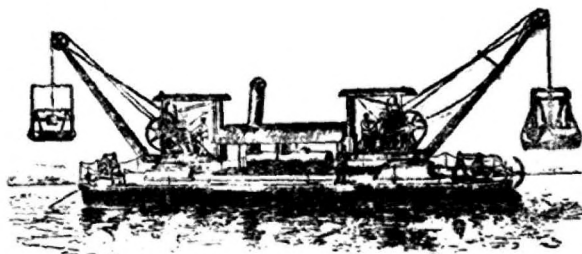


Fig. South American Grab Dredge

圖 35

建設總署土木工程專科學校

圻工學講義(張玉田講授)

39

§ 7. 浚漲船的選擇 (Selection of Dredges) 選擇的方法依下列諸條件而異：

- | | |
|--------------|------------------|
| (1) 浚漲的目的， | (2) 深度 |
| (3) 面積， | (4) 被掘處風浪及潮流之大小， |
| (5) 土砂量之多寡， | (6) 運送距離之長短， |
| (7) 工作日期之長短， | (8) 土砂處分的方法， |
- a. 被浚漲的土砂運到附近填埋低處時，用水力浚漲機為最宜。
- b. 工程大而地質硬的時候，用斗浚機為宜。
- c. 工程地區狹而深時用攪浚機為宜。

第四章 試鑽 (Test Boring)

§ 1. 概論 (General Remarks)

在動工以前，須知地表面及地下的地質，調查地質的主要方法爲用探鑽法，(Boring)。依地質的如何性質一切計算皆隨之變更。要知地下的地質如何，須將土掘出觀察，在地中掘洞，調查地質的幾種方法列之如下：

1. 規模較小的工程，兼要節約費用時，即在地中掘井，觀察地層，而知附近地質之狀況。
2. 在地中打樁，而知土之抵抗。
3. 軟地質時，將鐵棍插入土中，查看鐵棍插入土之速度大小，即可察知地質之如何。

所用鐵棍的直徑爲 1 吋，長約 4m. 以上自 1 至 3 的三種方法，不很正確，如期正確時，須依探鑽法(Boring)。探鑽法分爲陸上探鑽和水中探鑽兩種。

§ 2. 探鑽法

在土中掘一深洞，將洞中之土取出觀察。或依水衝擊之力在地中掘洞，然後將湧上之泥水取出觀察。如圖 36。在陸地上掘洞時，較爲便宜，如在水中掘洞，須在水底作足場(Stage)，或作一浮台，以利工作。

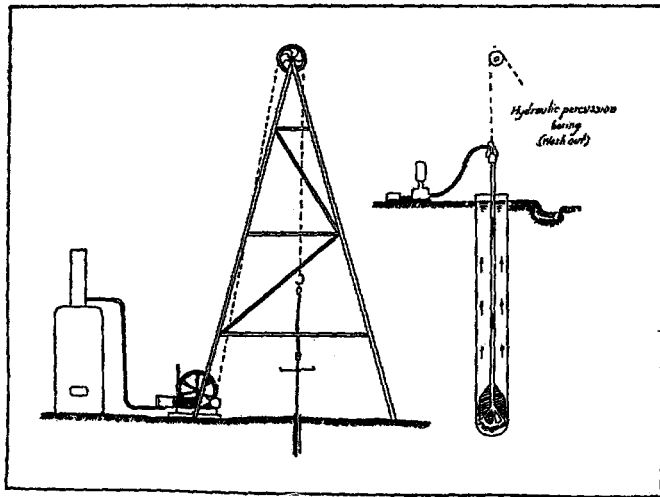


圖 36

§ 3. 特殊方法 (Special Method)

特殊的方法有兩種：

1. 電氣探查法，
2. 彈性波的探查法，
此法在是地中通以電流，測計土質抵抗力之大小。也

建設總署土木工程專科學校

42

圬工學講義 (張玉田講授)

第五章 基礎工程(Foundation)

§ 1. 概論 (General Remarks)

地盤上如建築構造物時，則地盤受一種荷重 (Load)，將此荷重分佈於周圍，使此構造物不致沈下，或被破壞，陸上之基礎須建於無地下水處及地面之支持力 (Bearing Power) 較大之處為宜。如掘挖地基深時，往往地盤非常惡劣，倘若基礎地盤 (Foundation Bed) 不堅固時，構造物即被破壞。

§ 2. 基礎地盤 (Foundation Bed)

先調查地層構造之狀態，以定支持力的大小。欲知悉地層構造如何，須依探鑽法，惟僅賴探鑽時，地盤之支持力，有時當不能詳知，欲詳知地盤的支持力時，須實際調查荷重的大小。圖37即是試驗地盤的支持力的一種方法。在此基礎上面置以梁 (Beam) 及鐵軌 (Rail)。中間放一尺以表沈下度的多寡。大約基礎沈下去的情形，可分為三種。

1. 地盤因建築物的重量，被壓縮而沈下。
2. 地盤自上受壓力時，內部即向左右移動。圖38。
3. 地盤裏面的水流往他處。

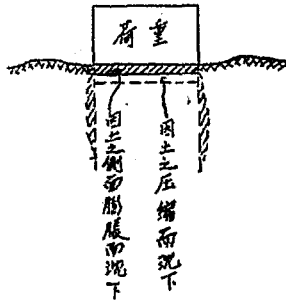


圖 37

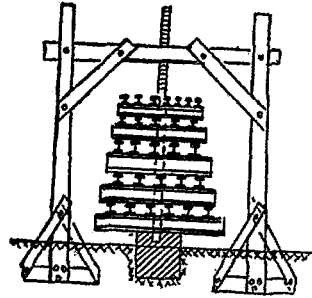


圖 38

§ 3. 土壤的種類(Kinds of Soils)

依土的顆粒的大小分別定名，則有下列的幾種。直徑 0.002mm 以下的謂之粘土。直徑 $0.002\text{mm} \sim 0.01\text{mm}$ 的謂之泥土。直徑 $0.01\text{mm} \sim 0.10\text{mm}$ 謂之微細砂。直徑 $0.1\text{mm} \sim 0.5\text{mm}$ 的謂之細砂。直徑 $1\text{mm} \sim 2\text{mm}$ 的謂之粗砂。直徑 $2\text{mm} \sim 10\text{mm}$ 的謂之小石子。直徑 $10\text{mm} \sim 60\text{mm}$ 的謂之石子。

由以上之分別，可知地質之種類及性質，然後據計算出地盤的支持力的數值。

§ 4. 地盤的支持力 (Bearing Power of Soil)

土之支持力依各種土壤而不同。有時雖同種的土壤，但因內部所含的泥水的多寡。其支持力隨之變更。一般地盤皆有臨界支持力 (Critical Bearing Power)。為在地盤上建築構造物的時候，以不達到臨界支持力為要。

臨界支持力按一某數所除得者，謂之容許支持力 (Allowable Bearing Power)

建設總署土木工程專科學校

44

圬工學講義 (張玉田編授)

凡建於地盤上的構造物，在同一狀態之下，下沉時，則無關緊要，此構造物亦不致破壞。但重要構造物，如連續拱樑，(Continuous Arch Beam) 或甚高的煙筒時，則決不可使其沉下。

各種容許支持力的單位，為 Ton/m^2 ，堅固的自然岩板的容許支持力為 $160\sim 270\text{Ton}/\text{m}^2$ ，埋藏在地下堅硬的泥板岩為 $110\sim 160\text{Ton}/\text{m}^2$ ，露出于大氣中的堅硬泥板岩為 $70\sim 110\text{Ton}/\text{m}^2$ 。由粗石子，粘土，岩石所構成的地層的容許支持力為 $50\sim 90\text{Ton}/\text{m}^2$ 。普通土或粘土為 $20\sim 50\text{Ton}/\text{m}^2$ 。濕性普通土或粘土為 $10\sim 20\text{Ton}/\text{m}^2$ 。帶有多水分的普通土或粘土為 $5\sim 10\text{Ton}/\text{m}^2$ 。

§ 5. 建築基礎地盤之要則 (General Principles for Preparing a Foundation Bed)

地盤大別可分為兩種，(1) 岩地盤，(2) 土砂地盤。依地盤性質之不同，基礎地盤之建築方法亦異。於岩石地盤，基礎之建築較為簡單。如岩石中有破縫時，則須用混凝土塞入破縫中，以期堅固。如地盤是在水平時候，則荷重 (Load) 須與地盤成直角。如荷重係斜向作用時，則在地盤上的構造物，須與地盤成爲直角。如圖39°

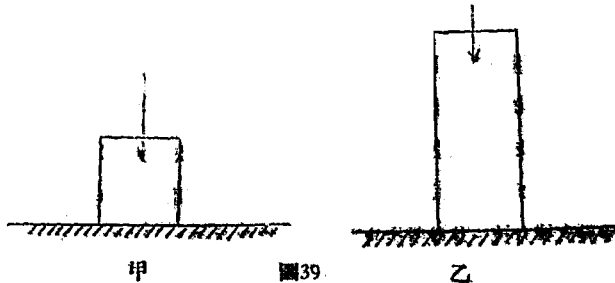
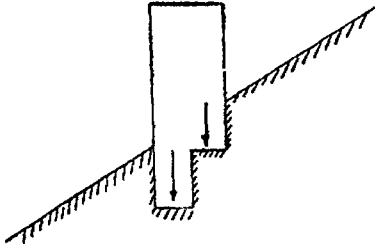


圖39



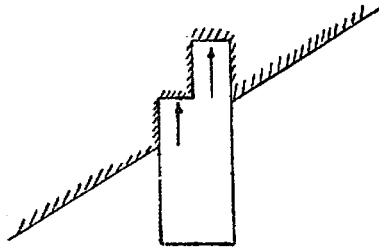


圖39丁

任何岩石其材料的性質務要均勻。如地盤是土砂而又含有水分時，基礎須作在地盤的相當深處。因愈深則支持力愈大。在寒帶地方，基礎須架在地表面 2m. 深以下。其基礎之深淺，全依氣候程度而規定，如在地下有水時，須先將水取出，以增地盤之支持力量同時並且亦須防止水之流入。基礎地盤下之土壤其性質須要均勻，(Homogeneous)，構造物之各部重量亦要平均，若有一處重量大時，則其荷重強度 (Loadintensity)，即增大，因而構造物之該部分，亦最易破壞。

§ 6. 增強基礎地盤之方法 (Methods of improving the Foundation Beds)

擬建之構造物，其下面土壤如支持力薄弱，不足供應所需時，則可採取下列的方法，以增加其支持力。

1. 增加基礎之深度。——此為最簡單之方法，掘土愈深，則土壤愈寬，故能多載重量。在粘土上建築基礎，尤須深掘，然土壤間有愈深愈濕者，則未便採用此法，不可不知。無論在何種土壤，基礎之底，須在結冰線以下，否則水入基礎下而結冰，則基礎將受大害。

建設總署土木工程專科學校

46

圪工學講義 (張玉田講授)

2. 洩去土壤中之水分——在基礎之底一公尺以下，埋設洩水瓦管，基礎下土壤中之水分由瓦管之接口處(Joint)流入管中，則基礎地盤之支持力自然提高。有時可於基礎之底上鋪卵石一層，以洩水分。石層上再加放土砂亦可。

3. 使土壤變為密實——軟質土壤可採取下列方法，使其變為密實，藉以提高其支持力，(1) 加沙——即於基礎之底面上加沙或卵石，並行搗固，則成較密實之地層。(2) 用沙樁——於基礎之底面打下木樁，旋即抽出，而以清潔整齊之細沙灌入穴中，加以搗實。如圖 40

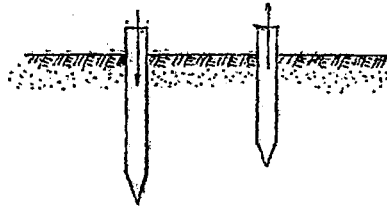


圖 40

4. 以砂石換置法——於基礎底下多是泥水，則將此泥水除去，灌入砂及石子，以固基礎。如在基礎柔軟之地，築碼頭防波堤時，常用此法。

5. 固結法——如基礎底下是砂子，或石子時，則在此砂子或石子上，灌入凝結材料，以堅固之。普通常用洋灰 (Cement)，此種方法，愈能增加土壤之支持力。

§ 7. 普通基礎 (Ordinary Foundation)

如基礎底下土壤之支持力不足時，則必須擴大基礎底面，使荷重分佈於

較大之面積上。此種工程謂之底脚 (Footing)，須要底脚的基礎，謂之普通基礎，有時在下面先置碎石，然後將底脚築於碎石的上部。如圖 41

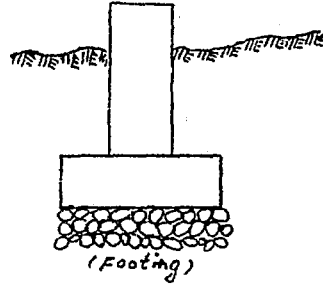


圖 41

底脚之計算方法，如圖 42。

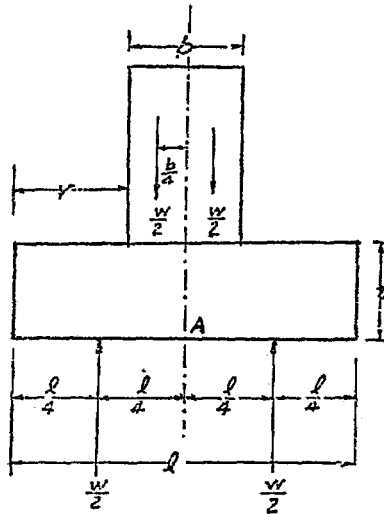


圖 42

建設總署土木工程專科學校

48

圬工學講義 (張玉田講授)

以 A 點爲彎曲率 (Moment) 的中心。

$$M_A = \frac{W}{2} \times \frac{l}{4} - \frac{W}{2} \times \frac{b}{4} = \frac{W}{8}(l-b)$$

抵抗彎曲率 (Resisting Moment) $\frac{1}{8}ft^2$ 。

$$\frac{1}{8}ft^2 = \frac{W}{8}(l-b) = \frac{W \cdot r}{4} \text{ 但 } r = \frac{1}{2}(l-b)$$

$$r = \frac{2}{3} \frac{ft^2}{W} \quad t = \sqrt{\frac{3rW}{2f}} \dots\dots\dots(1)$$

或將突出之部當作懸臂樑 (Cantilever Beam) 計算彎曲率，然後再計算 t。

$$M_{\max} = \frac{Wr}{1} \times \frac{r}{2} = \frac{Wr^2}{2}$$

抵抗彎曲率 (Resisting Moment)

$$\frac{1}{8}ft^2 = \frac{Wr^2}{2}$$

$$t = r \sqrt{\frac{3W}{fl}} \dots\dots\dots(2)$$

由(1)及(2)中採取較大之 t 爲底脚之厚。

式中之 f = 建築材料之容許彎曲應力 (Allowable Bending stress of Material)

花崗岩 = 13kg/cm²

安山岩 = 10kg/cm²

普通磚 = 6 kg/cm^2

Concrete = ~~240~~²⁴⁰ kg/cm^2 (1:3:6)

底脚所用材料，昔多用磚，最近則多用混凝土，如地下水旺時盛即用木材。

底脚工程之目的，乃所以擴大基礎底面之面積，無論土壤之性質如何，底脚應伸展牆身之外，藉以均配構造物重量於較大面積上，因之減小構造物由土壤被壓縮而下陷之程度。增加底脚之寬度，普通所用之方法計有三種：

1. 擴大牆底或柱底圬工層之寬度，愈下愈寬。如圖 43。
2. 用木造底脚或工字梁底脚 (Timber Footing or I-Beam Footing) 如圖 43。
3. 將構造物支承於圬工之倒拱上。如圖 44。

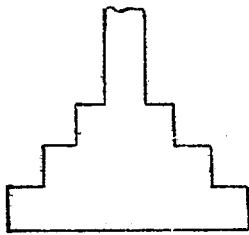


圖 43

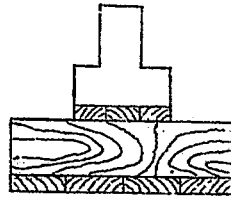


圖 43 甲

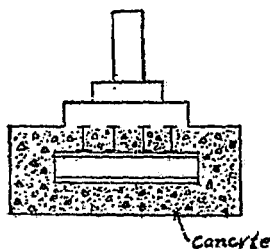


圖 43乙

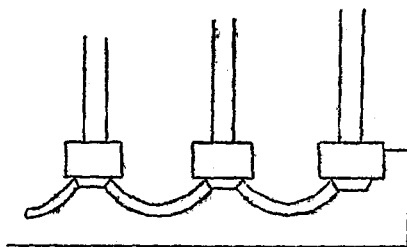


圖 44

§ 8. 基礎工之種類, (Kinds of Foundation Works)

在陸地上造基礎時, 謂之陸上基礎, 在水中造基礎時, 謂之水中基礎,

如按照工作方法分之, 則有下列幾種:

1. 樁基礎 (Pile Foundation)

- | | | |
|--------|----------|------------|
| A. 木樁, | B. 混凝土樁, | C. 鐵筋混凝土樁, |
| D. 鐵樁, | E. 砂樁, | |

2. 井筒基礎 (Well Foundation)

- | | | |
|-----------|--------|---------|
| A. 木造, | B. 鐵造, | C. 混凝土, |
| D. 鐵筋混凝土, | E. 石造, | F. 磚造。 |

3. 潛函基礎 (Caisson Foundation)

- | | | |
|-----------|--------|---------|
| A. 木造, | B. 鐵製, | C. 混凝土, |
| D. 鐵筋混凝土, | | |

4. 壓氣潛函基礎 (Pneumatic Caisson Foundation)

5. 捨石基礎 (Rip-rap Foundation),

6. 沈床基礎(Fascine Work Foundation).

§ 9. 樁基礎(Pile Foundation)

1. 木樁 (Wooden Pile), 如地面下之濕軟土壤頗深, 或不易除去, 則建築基礎時, 恒有賴於木樁, 松杉木材皆可用之。木樁之處理及施工方法最爲便利, 而工資復低廉, 如此用木樁的時候頗多。但木樁在地下水位以上, 有時濕, 有時乾, 則易腐朽, 如打入地下水位以下時, 則可永不朽壞。樁之直徑大小, 用較細一端代表, 樁之長度普通不可超過直徑之30倍。

樁之下端應當削尖, 有成圓錐形及多角錐形者, 普通以圓錐形爲最多, 錐形之高度爲直徑之1~2倍, 如地盤有砂子或石子時, 應在樁之下端套以鐵套, 以便打入, 如圖45。

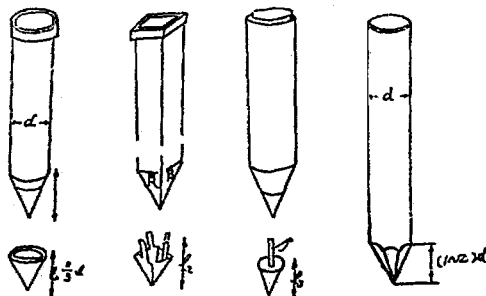


圖 45

樁身須直, 如彎曲時, 其彎曲部分, 不可超過直徑之十。

打樁時爲防樁頭破裂之故, 每用鐵箱將其攏住, 以爲保護; 或在樁上加鋪鐵帽亦可。

建設總署土木工程專科學校

52

圪工學講義(張玉田講授)

軟地盤打樁時，須將樁打至硬地盤為止，如圖46。

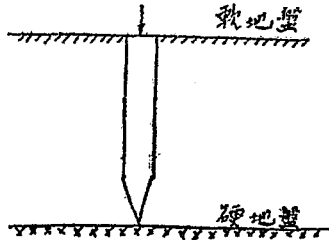


圖 46

打樁之器具有數種，如圖 47。

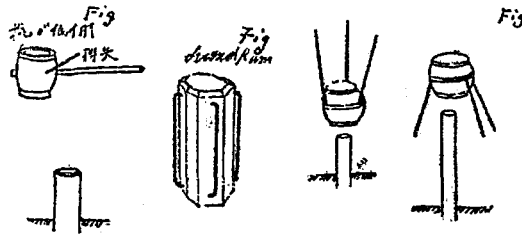


圖 47

2. 鐵樁 (Iron Pile)

鐵樁有兩種：

- A. 螺旋樁 (Screw Pile)
- B. 圓盤樁 (Disk Pile)

在細鐵管或鑄鐵管之一端，如附裝一錐形尖端謂之圓盤樁 (Disk Pile)；

建設總署土木工程專科學校

圪工學講義 (張玉田講授)

53

如附裝一螺旋尖端謂之螺旋樁 (Screw Pile)。螺旋之直徑爲管之直徑之12倍，節距 (Pitch) 等於管之直徑的 $\frac{1}{2}$ ~ $\frac{1}{3}$ 。

螺旋樁之施工方法，係將其旋入地中，如圖 48，

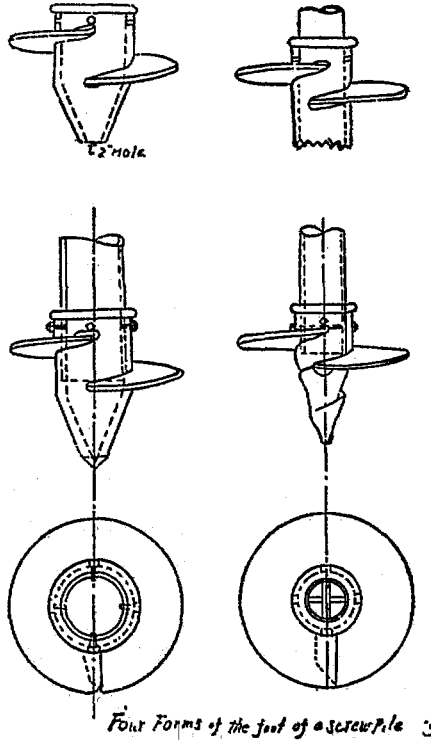


圖 48

建設總署土木工程專科學校

54

塹工學講義 (張玉田講授)

圓盤樁之尖端有一孔，將有壓力之水 (Pressure Water) 由此孔中射出，以水力掘孔樁乃下沉，圓盤樁因下端有圓盤，故其支持力 (Bearing Power) 甚大。如圖 49。

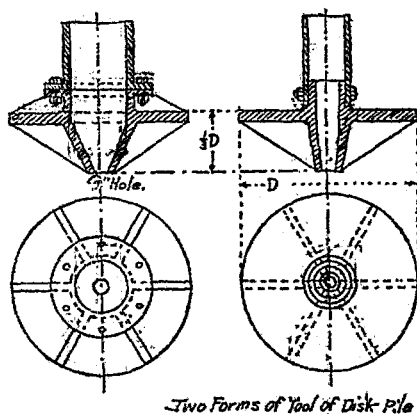


圖 49

3. 混凝土樁及鋼筋混凝土樁 (Concrete Pile, Reinforced Pile)。

此種混凝土樁之強度及耐久性，皆勝於木樁，能負重大之荷重。製作形狀，可任意變更，打入地中之一端，作成一大圓狀體，以增加樁之支持力。

混凝土樁之製法有下列數種：

A. 既製樁 (Premoulded Pile)，預先作成運到現場用。

B. 製樁 (Moulded Pile)，在現場臨時製作，

製樁之製作方法，係先在地上用木樁作洞，然後將混凝土灌入之即成。

製樁依其製法又分下列數種：

建設總署土木工程專科學校

圪工學講義 (張玉田講授)

55

1. 新普勒克斯式樁 (Simplex Pile),

此樁之造法，係以十六英寸直徑鋼管，打入地中，管下有自動閉閉之底。當鋼管打下時，管底關閉，當將鋼管提起時，則管底開啓。待打下至所需深度時，將管提起二英尺，取足以填滿三英尺之混凝土，用圓筒斗灌入，

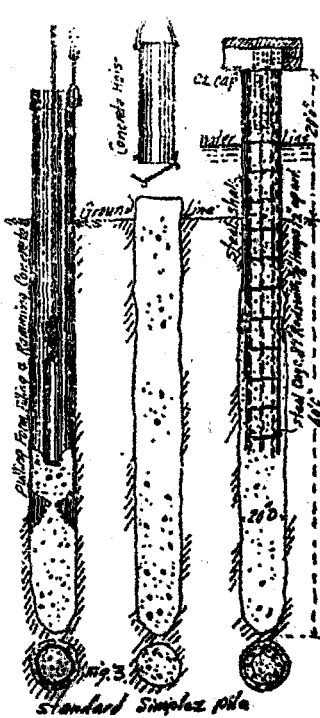


圖 50

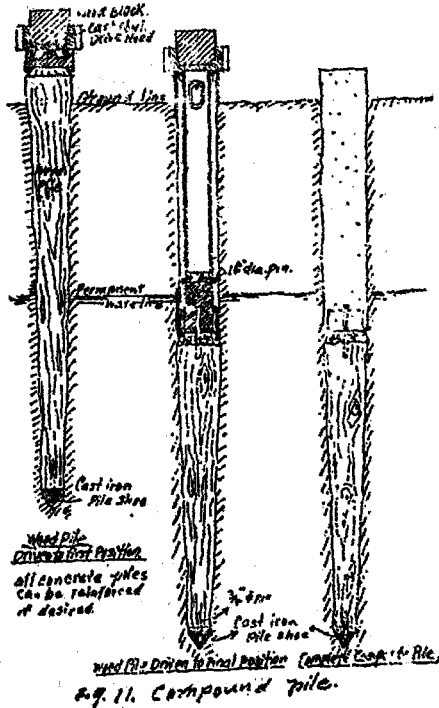


圖 51

然後以錘擊入管中旁實之。再將管提起，送入混凝土，錘打如前。如此繼續行之，至管中填滿為止。錘骨可採用適當式樣者，插入管中，而安置之。如圖 50。如有地下水時，須在中下水之下部打入木樁，上部仍打此樁，即為混合樁。如圖 51。

2. 壓塑樁 (Compressal Pile)

用鑄造製之四棱形鐵錘，先在地下打成深洞，直至所需深度為止，然後將混凝土石子交互潮入，再用錘搗實，鐵錘之重，約 1.5 噸。鐵錘可將土壤向側面壓實，以增加阻水性。如圖 52。

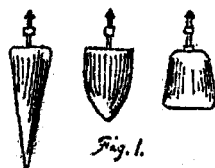


Fig. 1.

3. 累蒙德式樁。(Raymond Pile)

用薄鐵片作成上粗下細之樁殼，在此樁殼中置一鋼管，而以打樁機一同打入，至所需深度時，將鋼管拔出，而以混凝土填入鐵殼中，如用鐵筋時，鐵筋可於成後裝入鐵殼內。

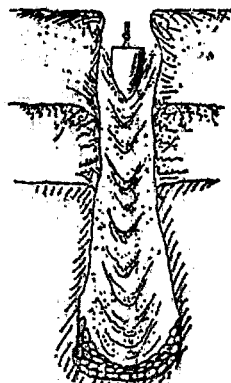


Fig. 2. Compressal pile.

4. 蒜頭樁 (Pedestal Pile)

此樁之製法，係有內外二管之鋼管，打入地中。內管較外管長約 1m，先將內管拔出，填以混凝土，再將內管打下，使混凝土體積向四外擴大。最後一面拔出外管，一面填入混凝土。如圖 53。

圖 52

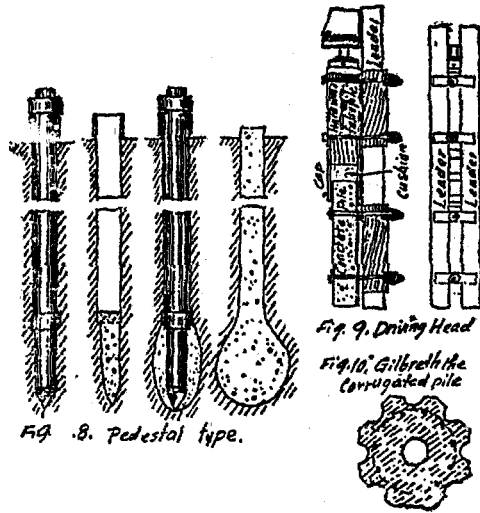


圖 53

§ 10. 板樁 (Sheet Pile)

板樁材料用厚木板或鋼料，垂直打入地下，包圍一方面積，以防有外方泥土雜入其中，或有水滲入，板樁之作用非以支承上部之構造物者。

1. 木板樁 (Wooden Sheet Pile)，普通木板樁，係用厚木板作成，用松木時最多，杉木容易彎曲，不常用，板之厚薄依地質情形而異。最薄為4.5^{cm}。板寬為厚之2~4倍，最寬不得超過30^{cm}。木板樁下端削成銳角，當打下時，以長邊與先打下之樁相貼，俾兩樁擠緊，而接縫嚴密。如圖 54。

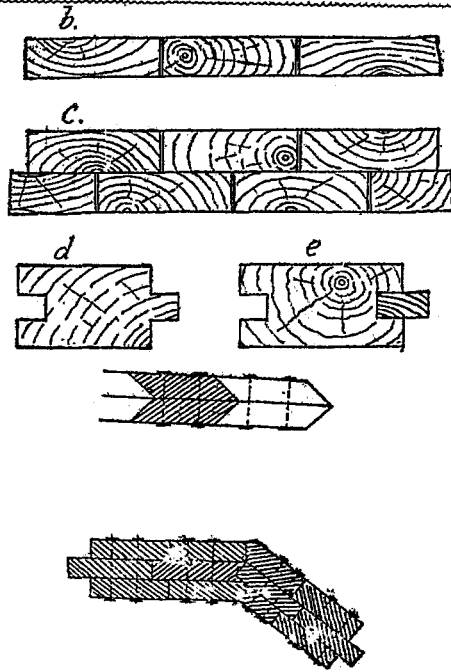


圖 54

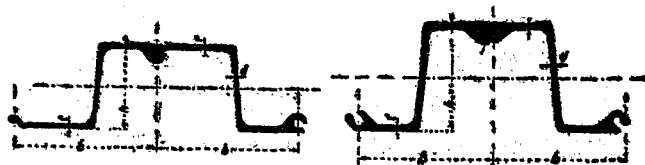


圖 55

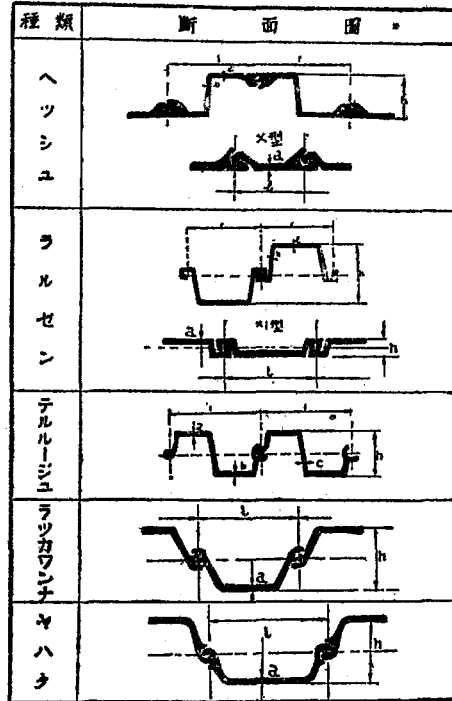
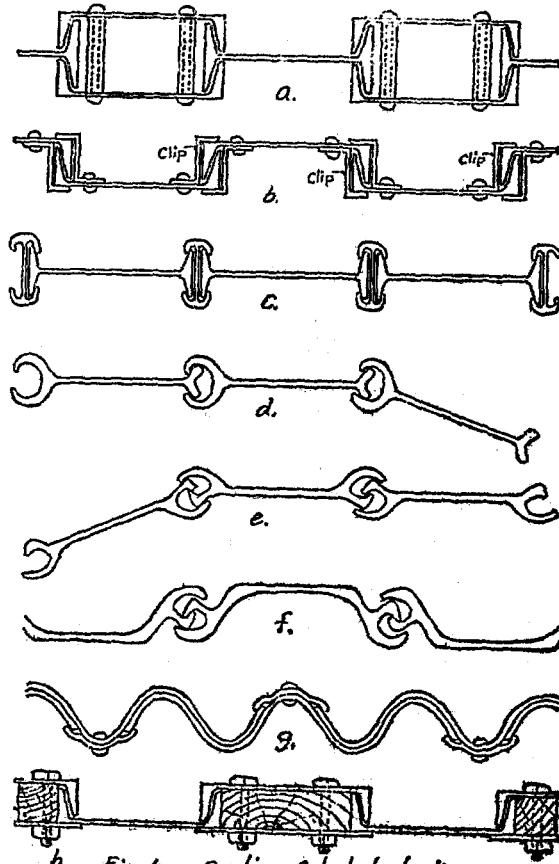


圖 55

2. 鋼板樁 (Steel Sheet Pile), 最初將工字樁 I-Beam) 或槽鐵, (Channel), 用鋼釘連結打入地中, 最近有多式特殊製造者。鋼板樁之優點為接縫嚴密, 打樁便利, 可以屢次使用。拔樁時係以穿鈎入樁頭中, 僅而提起之, 故亦不難。如圖55。



§ 11. 打樁法

打樁法可分為三種：

1. 人力打樁法，
2. 機械打樁法，
3. 水洗打樁法，

1. 人力打樁法——用落錘打樁機，此機架之主體，為垂直二支杆，名曰導柱，使錘下落時不至偏斜。導柱材料常用木柱，間有用鋼工字樑者 (I Beam)，錘為鑄製，重80~350 kg，兩側有槽，與導柱相契合，錘上有環，以便用繩吊起，吊錘之繩有繞在輪上者，以人力轉動，亦有用人力牽引者。如圖56。

每人之拉力普通在12 kg，直徑20~40^{mm}工人拉繩索打樁時拉一次可昇至1.5 m之高度，拉二次時可昇至2.5 m，拉三次可昇3.6 m之高度。



圖 57

2. 機械打樁法——用打樁機 (Pile Driving machines)，操動此機之動力為蒸氣，(Steam)，間有用壓縮空氣 (Compressive Air) 者。普通多用蒸氣操動錘機，(Pile hammer)，上下移動。錘機落下時僅以重力落下者，謂之單働式蒸氣錘機 (Single acting Steam Pile hammer)，錘機落下時，除重力外加以蒸氣或壓縮空氣之壓力壓擊時，謂之復働式蒸氣錘機 (Double Acting Steam Pile hammer)。

單働式錘機的速度為50~80回/分，復働式錘機為80~150回/分，錘之重量為1~2噸，機械全部之重量為2.5~5噸。錘之落下高為0.70~1.50公尺，如圖57。

3. 水洗打樁法 (Water jet)，——此法雖原理與打樁機不同，然常用之，所費甚廉且在爛泥地及沙地往往僅用此法。係於樁之下端用水沖洗土壤，樁即下沉，間有略加

建設總署土木工程專科學校

64

圻工學講義 (張玉田講授)

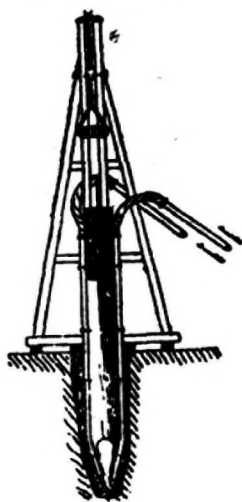


圖 58

打擊者。用水軟導管導至樁端，亦有用鉛管代替軟管者。此方法之効力，視土壤受水冲刷後之流動性之大小而不同。送水唧機可用往復式，亦可用離心力式。往復式功率較大。離心力式購價較小，且不易為水中之沙所侵蝕。水之壓力普通為 $7\sim 14\text{kg/cm}^2$ 。如圖 58。射水管之直徑 $50\sim 76\text{m.m.}$ 。管之末端附近周圍作 $5\sim 8$ 個射水孔，每孔之直徑約 $3\sim 10\text{m.m.}$ 。最末端之直徑為 $20\sim 30\text{m.m.}$ 。

§ 12 樁之支持力 (Bearing Power of Piles)

A 柱式樁之支持力——柱式樁如全埋在土中，則柱身可無彎曲之慮，自不必視樁作柱計算。倘樁之上端伸出地面，通常係用撐肢搭接，以防旁彎，亦不必視作柱型。然如樁之大部分伸出地面，而最下端達至硬地盤時，則須按照下端固定上端活動之柱計算之。

B 摩擦樁之支持力——決定樁之支持力，古人往往研究樁之支持力與樁之長度及直徑，錘之重量，錘落下距離，樁在最後一次被擊下陷距離諸項之關係，而以公式表示之。但是以影響樁之支持力之事項，尙不止於此數因子。故此種公式殆不能成立。乃惟有求之實驗，作一實驗公式以計算之。有名之實驗公式有下列數種。

Sander 氏之落下錘公式。

$$P = \frac{wh}{8s}$$

w = 錘之重量，以磅計。

h = 錘之落下距離，以英尺計。

s = 最後一次錘擊，樁之下陷距離。

p = 安全支持力。

Wellington 氏之落下錘公式

$$P = \frac{2wh}{s+1}$$

如用單備式汽錘打樁機打樁，可用下列公式

$$P = \frac{2wh}{s+0.1}$$

建設總署土木工程專科學校

66

圪工學講義 (張玉田講授)

如用復瓣式汽鎚打樁機可用下列公式。

$$P = \frac{2h(w+ap)}{s+0.1}$$

a = 活瓣 (Piston) 之有效面積，以吋計。

p = 平均有效蒸汽壓力，以平方吋磅計。

如用公制計算時，上述之公式，即變為下列各公式。

Sander 氏

$$P = \frac{wh}{8a}$$

Wellington 氏

$$P = \frac{wh}{6(s+2.54)}$$

$$P = \frac{(wh+ap)h}{6(s+0.254)} \text{ (單作汽鎚打樁機。)}$$

$$P = \frac{(w+ap)h}{6(s+0.254)}$$

$$P = \text{kg}, \quad p = \text{kg/cm}^2, \quad a = \text{cm}^2 \quad h = \text{cm} \quad w = \text{kg}$$

Patton 氏公式——以樁底處土之支持力，及樁與土之表面摩擦力之總和計算之力。

$$P = \frac{\pi}{4} d^2 B + fA$$

d = 樁之直徑

$$B = wt \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right)^2$$

w = 土之單位重量。

t = 樁之埋入土中深度。

φ = 土之息角。

$$A = \pi dt$$

f = 樁與土之表面摩擦力。

§ 13 樁心距離 (Spacing of Piles)

每根樁之有效支持範圍，有一定之限度，其支持範圍之大小，以樁直徑及其長短而更異，樁心距離至少應有三英尺，約即一公尺，距離過近，則有此樁打下，彼樁升起之弊病，不能充分發揮其支持力。普通樁心最小距離為樁直徑之五倍或六倍。

樁之最下端，期能達於硬岩，以支持上部之基礎，如為軟地盤時，則以樁與土之摩擦力以支持之。

普通情形，樁之全部埋於土中，而將樁頭修做平整，使其在一平面上，然後於其上作混凝土之基礎，或在樁頂置梁，梁上鋪板 (Planking) 再作混凝土之基礎，或鋪磚基礎亦可。如圖 59。

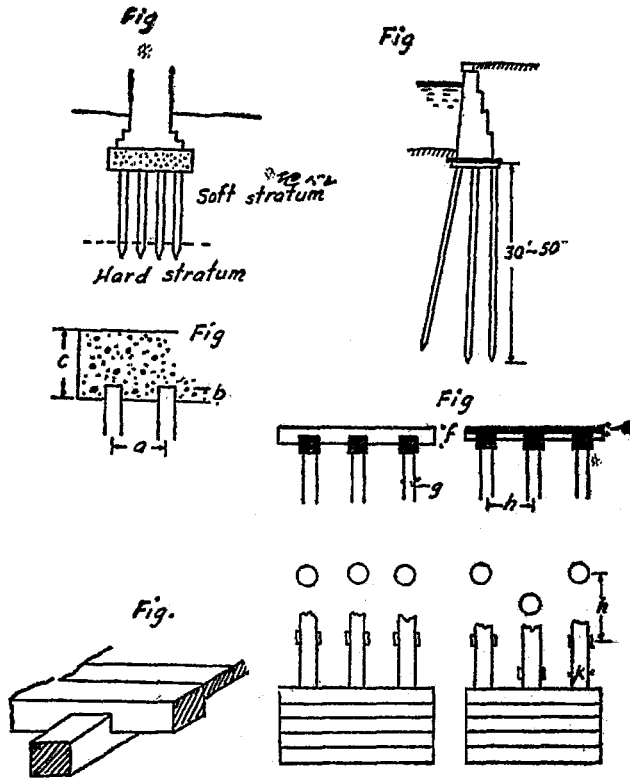


圖 59

§ 14 水下基礎 (Foundation under water)

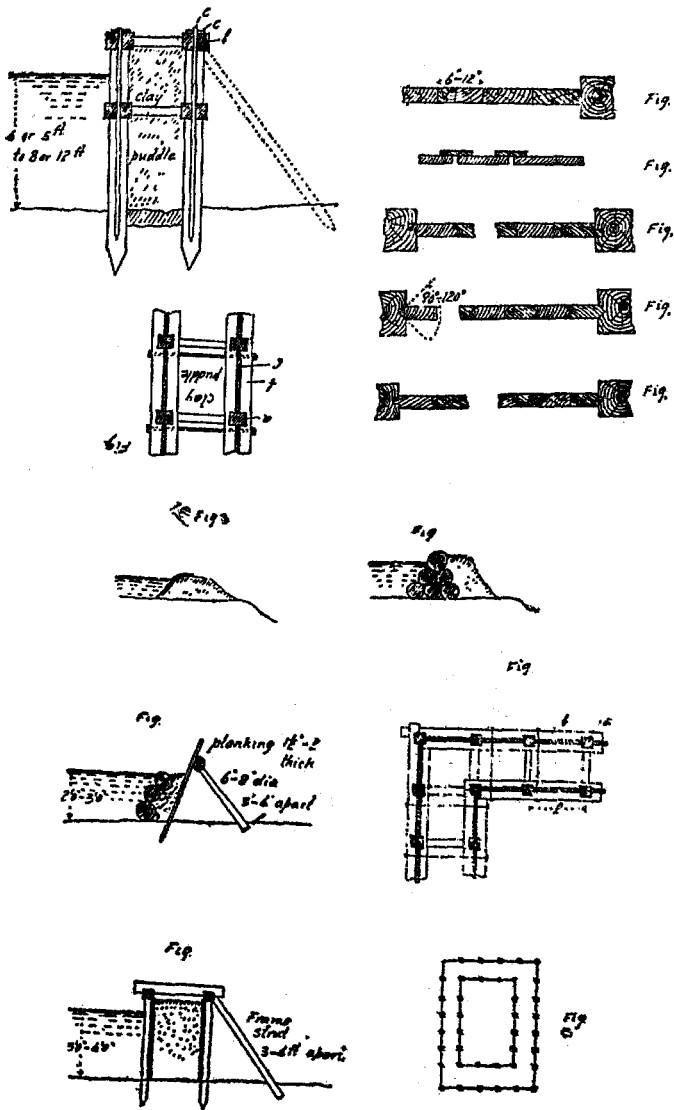
造於水下之基礎，如河中之橋墩 (Pier)，橋台 (Abutment)，燈塔，船閘 (Lock)，防波堤等爲主要之水下基礎。最謹慎周詳之作法，係將擬建構造物處之水及泥，完全排去。如在流水之處，建築構造物時，須先使潛水夫調查水下之一切狀態，以期明瞭水下情形而便施工。水下基礎有下列六種：

1 圍堰法 (Cofferdam Process)

圍堰係用爲阻水之牆壁，抽去其中之水，則可於內部構造基礎，既成以後，即將圍堰拆除，此法僅可施於堰底土壤不透水之處。若滲水稍多，即難於排水。

在無水流之淺水中，用土作成土堤已足以阻水，土堤之底寬須在水深之四倍以上。如水略有流動，水深在 2 公尺以下時，可用麻袋裝入土沙，將此麻袋堆成兩排，內部用粘土填滿。此種做法，用於不能打板樁之岩石上，最爲有效。惟如堰底土壤透水時，則須打一排板樁。

如水深在 4 公尺左右時，可用兩排木板樁，內部填滿粘土，以阻流水，兩側之木樁間加橫木撐柱，使粘土與兩側之木板樁成爲一體，以抵抗外力。木板樁前部置石塊，以防被水沖刷，木樁及板樁埋於土中部分，普通爲水深之 $\frac{1}{2}$ 。圖 60。



重要工程時，可用鋼板樁以代木板樁，鋼板樁之優點有二：

A 完全阻止流水，不致滲漏。

B 可以打入硬地盤。

昔時水深在五公尺以上時，即頗難阻止水之滲入，須用井筒 (well) 及格欄 (Crib) 等之下沈工作。但自應用鋼板樁以來，對於深水下之基礎，則工費之經濟，施工之準確，皆可迎刃而解，裨益非淺。

2 沈櫃法 (Floating Caisson)

用木料，混凝土，或鐵筋混凝土，作成方箱狀之構造物運往預定地點，然後灌水，俾箱下沈。水底須預先掘平，將石塊或混凝土置入方箱內，在其上部造構造物。築防波堤時多用此種方式。如圖61

3 井筒基礎法 (Well Foundation)

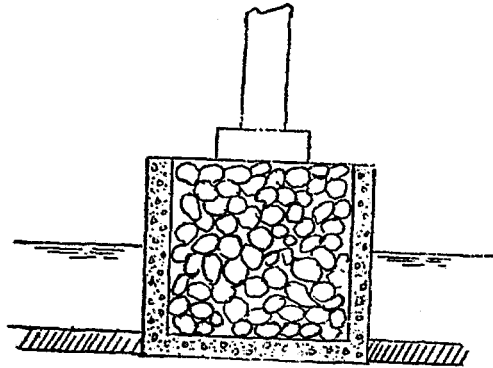


圖 61

3 井筒基礎法 (Well Foundation)

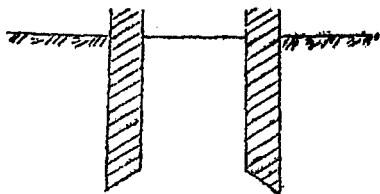


圖 62

此法係用鐵井筒或圪工砌成之井筒，其下有強固之鐵製或木製之環邊，而於井筒內開掘。井筒隨挖掘工作之進行而下陷，至所需深度時，即停止工作。此法不僅適於造水下基礎，即在陸上造基礎亦可用之。此法用於造水下基礎時，利在能開掘入地頗深，有時竟達地面下 45 公尺。（如日本神奈川縣川崎市^大森師橋之橋墩）。其弊則在井筒之易於為地下石塊所阻止，不易工作。

井筒按置於陸上或水中，其工事之難易，依現場之情形而有甚大之不同，最難之工作係在急流而水深之處。

如在陸上按置時，並無何困難，只須測量準確現場之位置及將置放井筒下部之環邊（Curve Shoe）基礎地盤整頓平坦。但於軟地盤時，必須先在環邊之下鋪設 1.0 公尺厚之砂子，以期增加地盤之支持力。圖 63 為井筒基礎之一種。

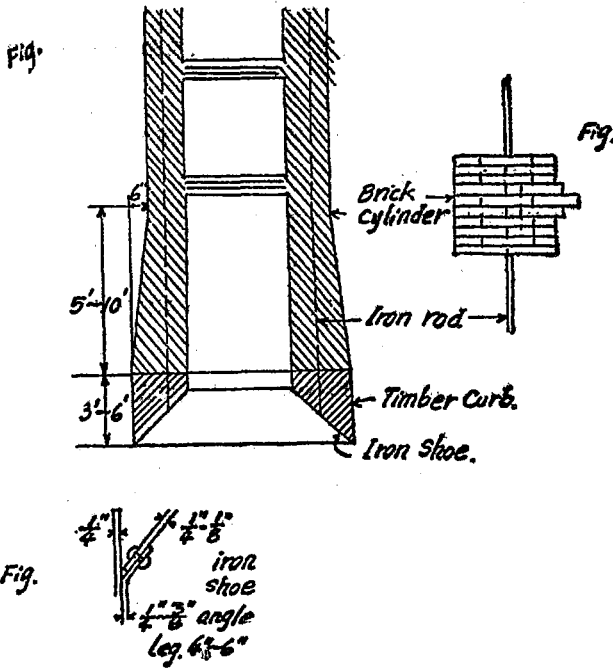


圖 63

如在河川海洋中，築井筒基礎時，則須：

- A. 先在裝置井筒之現場造一臨時圍堰，內部用沙填滿造一人工土台，在此土台上製造井筒，再將井筒內部之土砂掘出，以便井筒下沉。
- B. 在水面上築一堅固之足場 (Stage)，在此足場上建造井筒，然後沉於水底。

建設總署土木工程專科學校

74

圻工學講義

C. 先在陸地造妥井筒，再造水運往現場。

上述三種方法中，井筒下沉時以 A 種可直入預定之位置，最為準確，B, C 兩種則次之。

築土台之方法。所需費用較多，但最為安全準確，多被一般工程家所採用。築土台之目的有二種：

I 在井筒下沉之位置，築一造井筒之基地。

II 可使井筒下沉工作安全而正確。

井筒下沉時，須使井筒全體下沉之深度相等，不得偏斜，因此在井筒內部挖土時，須要一律的挖平。

挖井筒之機具有用 Guttmell Excavator, 有用橘皮式滾滾機者，亦有用砂唧筒者(Sand Pump)。

Gutmell Excavator 如圖64, 以機體之重量，壓入土壤中。當用鐵鍊將挖泥器吊起時，而夾起之土壤即留於殼內，可於提起挖泥器至適當高度時，令殼下降，放出泥土。

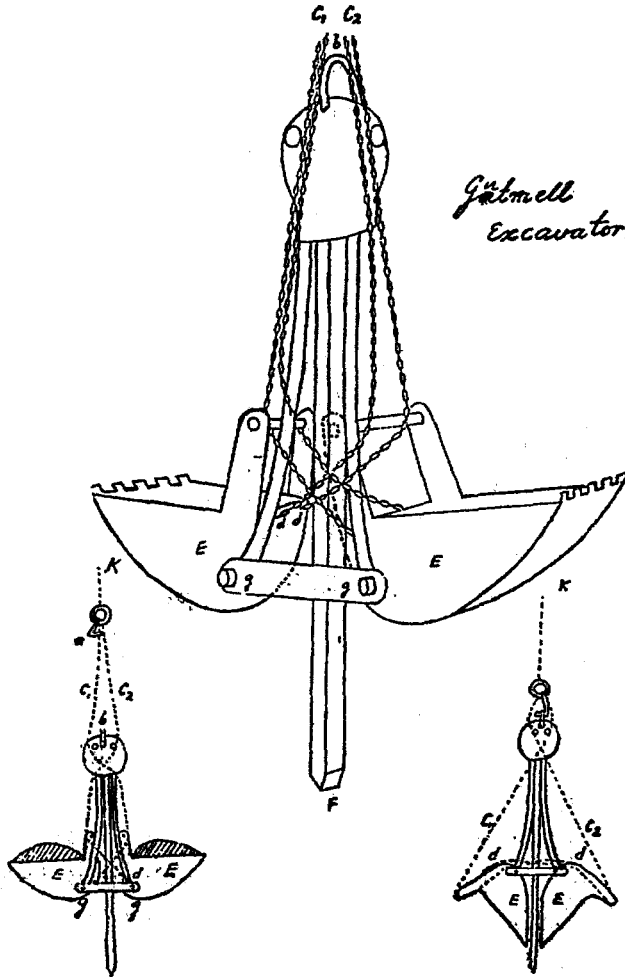


圖 64

建設總署土木工程專科學校

76

坊工學講義

橋皮式液壓機亦適於井筒內掘土之中。其挖泥器為球面三角形之鋼瓣合成，以其自身重量陷入土中。拉起挖泥器時，此種球面三角形鋼瓣則聚合，而所掘掘之土乃留在挖泥器中，得以提至別處放出也。如圖 65。為橋皮式液壓機之挖泥器。



圖 65

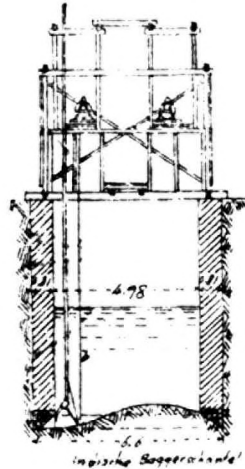


圖 66

圖 66 為在井筒內部挖掘時之情形。

井筒與土壤之摩擦力隨土壤之性質，井筒之深淺，及井筒下沉之方法而異，如井筒下沉係用氣力法，則水或空氣沿井筒之壁上升，足以減小摩擦力，但摩擦力之大小究屬如何，尚難測計。井筒之形狀，依其上部之構造物形狀而異，有矩形，圓形，或橢圓形諸種。

將井筒挖至所需之深度後，然後用試驗載重考查地盤之支持力。如在兩星期內井筒毫無下沉現象時，即可知已達所需之深度，繼以在底部填入 1 : 2 : 4 之混凝土，其厚度為 1.60 公尺。然後用混凝土，砂子，或石子填滿，表面宜用上等之混凝土。然後在井筒之上部作各種之構造物。

井筒之容許支持力由前述之試驗載重試驗之結果，可以判斷其大概之情形。如不用試驗載重法時，亦有下列公式可資參考。

W = 井筒全體之容許支持力。

W_b = 井筒底之地盤支持力。

W'_f = 井筒周壁之摩擦抵抗。

A_b = 井筒之底面積

A_f = 井筒周壁與地盤之接觸面積。

P = 井筒底地盤之單位面積容許支持力。

f = 周壁摩擦係數。

$W = W_b + W'_f = pA_b + fA_f$

如不能變更井筒之尺寸及土質狀況，而欲增加井筒之支持力時，可有四種方法：

I 增加井筒埋在土下部分之深度。

II 將井筒底面之混凝土面積增大。

III 在井筒之底面積下部打樁。

IV 在井筒周圍附近打樁，使土質緊密，以增井筒與土之摩擦力。

4 壓氣潛函工法(Pneumatic Process)

1 一般構造——此法係用混凝土，或鐵材作成鐵體，上部加以相當重量

建設總署土木工程專科學校

78

圪工學講義

使其下沉，箱之底部為一工作室，室內輸入壓縮空氣，(Compressed Air) 以防水由外部滲入，在此工作室內一而由工人開挖水底，一面由沉箱上部之重量使其逐漸下沉，直至所需之深度為止。箱之底部常擴大，成 V 字形，圪



圖 67 沉箱內部

工構造物即在箱頂上建築，箱之下沈即由圪工構造物之重壓所致。工作室亦稱曰氣室。圖 67 爲潛函內部圖。

此工作室在潛函 (Pneumatic Caisson) 中佔最重要之部分，一切構造應須堅固爲要。工作室之間挖完成後，用混凝土填滿，以作爲基礎之底部。

圖 68 爲潛函下沈次序圖。

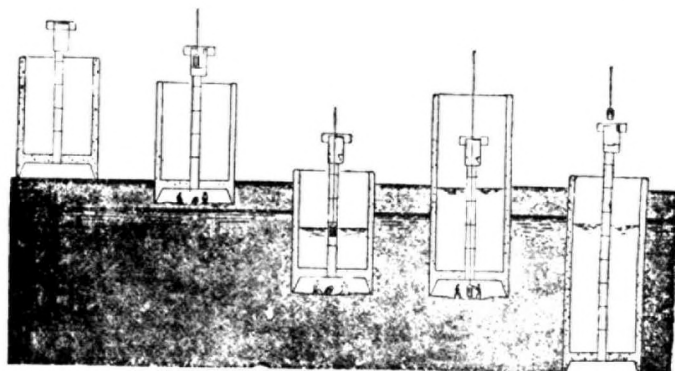


圖 68

工作室上部，通於豎井 (Shaft)，謂之氣井。中有鐵梯，乃工人升降出入之路。豎井分爲兩段，中設氣閘 (Air Lock)，與上下兩井各有一門相通，兩門此啟則候閉，此豎井謂之人井 (Man Shaft)，另有送入材料之豎井 (Material Shaft)，及送入壓縮空氣之氣管。豎井係用鐵板製成圓筒形。氣閘有安設在氣井上端者，圪工構造物加高，氣井加長時，則須拆去氣閘，加長氣井一段，然後安設空閘於其上方，殊爲不便，且使工人須在壓縮空氣中緣高梯上

下，甚覺費力。有將氣閘設於氣井之底者，然一旦工作室中有漏氣危險時，工人或不能入氣閘而至氣井上端，則有傷斃危險，故此法甚不完善。總不如將氣閘安設在豎井中段，稍近井底處較之便利而安穩也。圖 69 為潛函之一例。

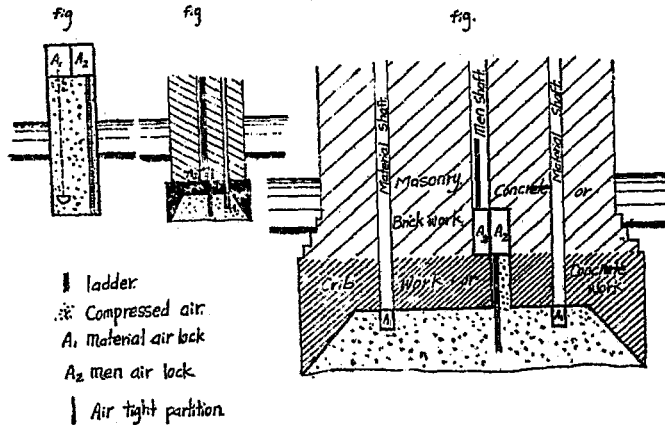
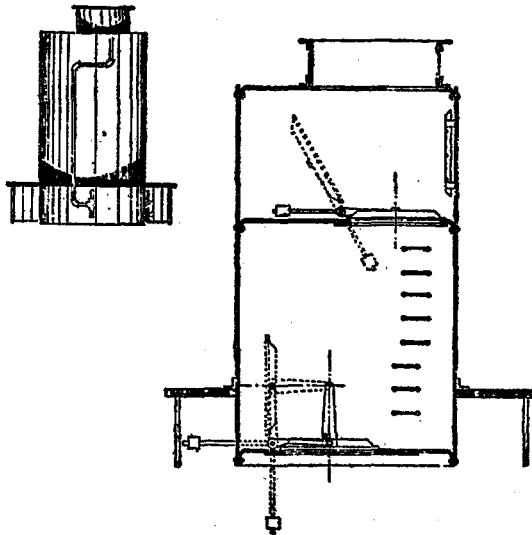


圖 69

II 氣閘(Air lock)——氣閘普通築於豎井之上部，係連絡工作室與外部空氣之氣密室。氣閘之外廂用鐵板作成圓筒形，再加用山形鋼補強之，俾其能抵抗氣閘內壓縮空氣之高壓。有內外兩門，內門連工作室，外門通於空中。工作時須用一門遮斷工作室，俟閘室與工作室同一氣壓時開內門，閘內氣壓與大氣壓相同時開外門，如門之兩側氣壓有所差別時，則不得開門。門向氣閘外部開關時，皆利用附帶之對重(Counter weight)，以便啟閉。

氣閘依其使用之目的，有材料氣閘與人氣閘之分別。材料氣閘多半兼用爲人氣閘，於特殊情形時，則專造人氣閘，以利工作。

用小潛函時，可僅作一氣閘，兼材料氣閘及人氣閘，普通橋梁基礎，潛函復備兩個以上之氣閘，以防氣閘發生意外之事故，用大潛函時，則須兩個材料氣閘，及一個人氣閘。圖 70 爲氣閘圖。



70

III 豎井 (Shaft) ——豎井位於下部工作室及上部氣閘之中部，以爲工作人員及材料出入之通路，係鐵製之圓筒。圓筒長爲 3~4.5m 按下沉之深度而遞長之。圓筒之內部備昇降梯。以便上下。

建設總署土木工程專科學校

82

圪工學講義

IV 水中潛函之築造及其位置——與井筒工等同樣按照現場之情況，有下列諸種方法：

i 進水法——選一適當邊岸，先作一進水台，於此台上裝作潛函最初部之工事，然後曳航至現場按置之因此須要有堅固之邊岸以抵抗潛函之重量。進水台前方須有充分之水深，以供進水之用。

ii 沉置法——水勢頗深之地方可用此法，甚法係用兩船橫向聯固，於此船上築造潛函，完畢時，將水灌入船中，使其下沉，則潛函即可浮起。

V 運送土砂法——此法有兩種：

i 噴氣法 (Blow-out process) ——此法係用機械隨土壤之種類而異其佈置。所挖之沙可用排沙管輸出。須置鐵管，至工作室內所開掘之地面上。在室內之鐵管部分，裝有活門。將沙掘起，堆在管之周圍，然後開啟活門，則室內高壓空氣可壓沙升入管中，而在管之上端排出。此法最適宜於沙地基礎。但降低工作室內之壓力，是其缺點。

ii 吊斗法 (Bucket process) ——地下基礎如為粘土質之土砂或岩石時，則適宜用吊斗。用鐵鏟掘出來之土砂，放入吊斗中，用起重機通過豎井，運至氣閘，再由氣閘運至外部。

VI 水中潛函之下沉——將潛函在水底按置就位後，即將工作室上部之潛函內部，以混凝土填滿之，至適當重量時，繼續接長豎井，其上部裝備氣閘及送氣管開始輸送壓縮空氣，漸漸增加氣壓，將潛函之工作室內部之水排除，工作人員進入工作室內部，設置電燈然後開始掘挖。

VII 下沉概要——下沉時之平衡條件為：

潛函之重量 = 揚昇力 + 表面摩擦力 + 地盤支撐力 潛函之重量係按在陸上

建設總署土木工程專科學校

圪工學講義

83

空氣中所計算之數值為準。混凝土之重量佔其主要部分。揚昇力係由於工作室內之壓縮空氣而發生者，潛函之一部分如在水中時，須加上浮力。表面摩擦力係潛函之周壁與周圍土間所發生之摩擦抵抗，地盤支持力則為潛函之底部地之耐壓力。

上面所示之平衡式中，左邊數值如大於右邊數值時，則起下沉之現象。一旦下沉，則右邊數值亦隨之增加，仍能保持其平衡狀態。下沉之主要原因乃係增加潛函之重量或減少右邊之數值者也。

VIII 作工速度——工人於壓氣密封之隔水箱中即工作室開掘土沙，恒日夜不停，其速度隨潛函之大小，圪工之進行速度，土壤之性質及地下岩石多寡而異。

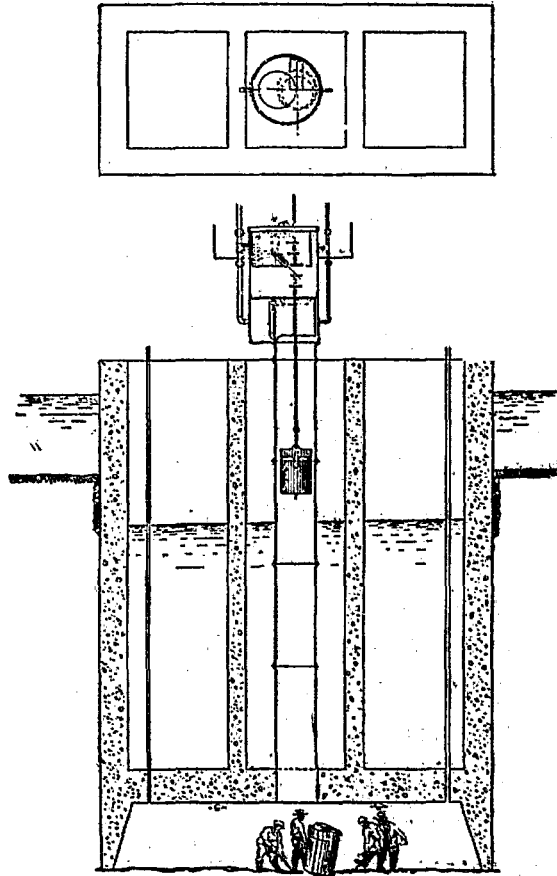
IX 開掘深度——最大者在100呎以上，普通則不逾90呎過深則壓縮空氣之壓力過高，有害於工人之身體。

X 潛函之填充——潛函下沉至所需深度時，則將底部整理平垣，而以混凝土填滿工作室及諸井。有時僅用混凝土將箱底填平，便不漏水，而在其餘各處則用沙填滿。

圖 71 為潛函略圖 72 為潛函工事現場一般圖

XI 壓氣空氣之生理作用——工人出入工作室經過氣閘時，務須緩慢，俾壓氣空氣由人身排出，或進入身時，俱不可急促，以便人身各部之機能得與之氣合而免危險，工人經氣閘出氣井後，須不受寒氣，當飲熱茶多著衣服，靜臥半時，以免感受疾患。

當開挖深度不及40呎或50呎時，工人在氣力密封隔水箱之壓氣空氣內每日可作工八小時，於工作四小時復出外就醫氣壓高時，工人每日作工時



第71圖

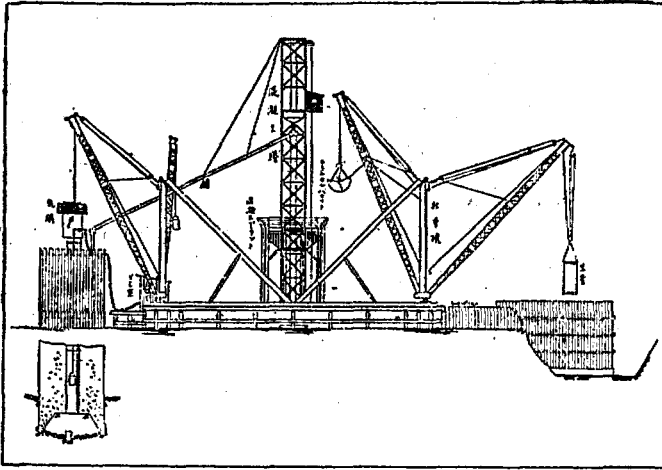


圖 72

間可酌量減少，倘掘深至 80 呎時，每日祇可作工三小時至四小時分班工作，每次作工一小時至二小時不等。

XII 潛函病(Caisson Disease)——壓縮空氣常致人發生的一種特殊疾病

• 當人體於高氣氧壓工作時，血液經過肺臟，按照一般物理定律則學當時的氣壓力或正比例，而溶解多量之氣體。空氣中之 CO_2 成分，以因外氣壓力之平衡不能在肺臟溶解。僅有其他之 O_2 及 N 成分能以溶解，但 O_2 被消費於體內的氧化作用而 N 則貯藏於血液內成飽和狀態。如氣壓減低時，則在血液內飽和之氣體仍經肺臟成爲小氣泡，然後再排洩於空中。

減低氣壓之速度如大於體內排洩之速度時，則血液內之氣體成爲過飽和

建設總署土木工程專科學校

88

圬工學講義

狀態，乃發生氣泡而停止於細血管內，阻止血液之運行，故致有潛函病之發生。

5 凍結法 (Freezing process)

在有地下水或湧水處之地質中建築基礎時，可用此法，先將工作地區附近，注入凍結劑，使其凍固，然後再行開掘。

6 特殊法 (Special process)

I 水下充填混凝土法——將混凝土裝置於袋中，沈於水底，或將混凝土製之方塊 (Block) 沉於水底，以為基礎。

II 捨石法——築防波堤時，多採此法。如圖73

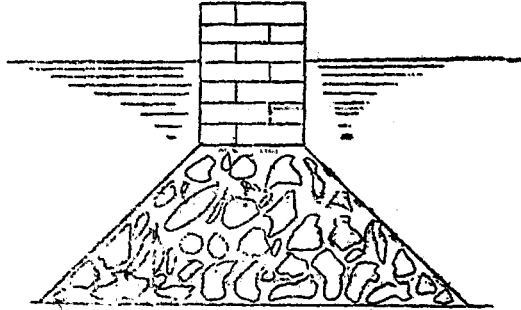


圖 73

III 格欄工法 (Crib work)——用木柱或木梁作成格欄，內部用石填滿，以作基礎。如圖 74。

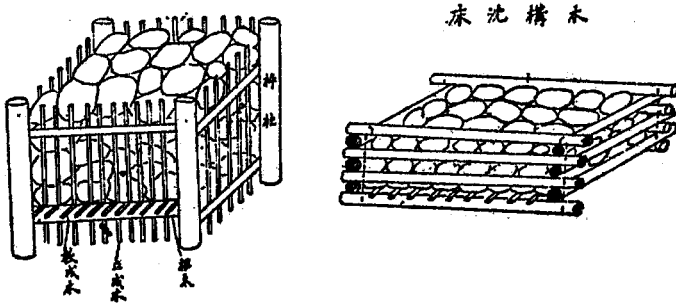


圖 74

圖 75 為護岸時用之



圖 75

III 地下水沉落法 (Ground water Sinking)——在工作地附近掘井，用抽水機將水排出，使地下水水位降低。

第六章 土壓與擁壁 (Earth Pressure and Retaining Wall)

§ 1 概論

粒狀之物質，如乾砂，五穀及煤等，我們於堆起來時，則各有其一定之坡度，以趨於靜止安定，此安定面與水平面所以作成一傾度之原因，即因該類物質之顆粒間互有一種摩擦抵抗所致，若摩擦抵抗小時，則傾度 φ 亦小，摩擦抵抗大時，則傾度 φ 亦隨之而大。如圖 76。

φ 角稱為此種材料之息角 (Angle of Repose)，或摩擦角 (Angle of Friction)，或自然勾配 (Natural Slope)，雖有數種名詞，但其意皆同，將息角 φ 值之材料，堆積一相當坡度時，如其坡度較 φ 之值為小，則可毫無問題，能以保持其坡度之不變，如較 φ 之值大時，則將滾潰灘下直至角度 φ 值之坡

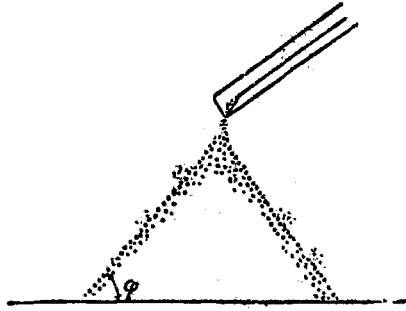


圖 76

度時為止。上述各項，乃只論各材料間，僅存有摩擦抵抗之場合者也。如各顆粒間帶有水分時，或有粘性材料時，則各顆粒間除有摩擦抵抗外，尚有粘

着力即剪力抵抗 (Shearing Resistance) 亦隨之發生。

普通土砂，皆含有水分及粘性質，因此顆粒間即有剪力抵抗 (Shearing Resistance) 及摩擦抵抗 (Frictional Resistance)。具有充分粘性之材料，如施以適當之水分並構實時，則能有相當強大之剪力抵抗，其傾度雖已超過其材料本身之息角值，亦可保持不塌，但此種土砂，如經長期間之風化時，則漸漸失去粘着力，最後僅剩餘摩擦抵抗。故其較峭之坡度因超過其息角值，乃終致塌陷至其息角 φ 值時為止。故如粒狀之物質，或土砂，在其超過自然坡度之下，如欲使其長期安定，不致塌潰時，則須築一擁壁以保護之。第 5 表為土砂性質表。

表5 土砂性質表

種類	(Angle of Repose)		$\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$	重量 kg/m^3
	φ	坡度 (Slope)		
泥砂土	18°	3:1	0.53	1440
粘土 (乾)	26°	2:1	0.39	1760
“ (濕)	45°	1:1	0.17	1920
“ (以水飽和者)	15°	32:1	0.59	2080
石子 (粗)	30°	1.7:1	0.33	1760
“ (混合)	40°	1.2:1	0.22	1920
壤土 (乾)	40°	1.2:1	0.22	1280
“ (濕)	45°	1:1	0.17	1440
“ (以水飽和者)	30°	1.7:1	0.33	1760
砂 (乾)	35°	1.4:1	0.27	1600
“ (濕)	40°	1.2:1	0.22	1760
“ (以水飽和者)	30°	1.7:1	0.33	1920

關於土砂問題，自古即為多數學者所研究，但至今仍未能得到確切結論

建設總署土木工程專科學校

90

圪工學講義(張玉田講授)

其傳論

尙在研究之中，因各種材料之性質變化無常，頗難駁格計算之，祇能作各種假設，以計算土砂內部之應力或土砂被一構造物所支撐時所發生之壓力。

§ 2. Coulomb 氏之土壓論 (Coulomb's theory) 此土壓論為最古，係於 1773 年所發表，堆積之土砂，如其表面之傾度，超過其自然坡度時，則此土堆即將崩潰，當其崩潰時，恒造成一滑面，在此滑面上部之土砂，因重力之作用，滑滾而下，土壓乃由此假定而誘導出來之。此滑面簡單時，則為一平面，複雜時，則為一曲面，此即為 Coulomb 氏土壓論之根本假定。

圖 77

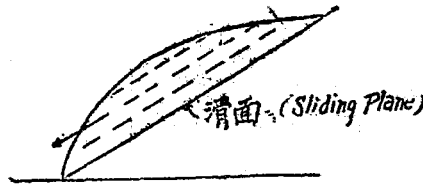


圖 77

A 大於自然坡度之土砂堆積

在堆積完全無粘着力 (Cohesion) 之土砂時，其表面坡度，決不能超過其自然坡度 φ 。而如稍微含有粘着力時，即可發生剪力抵抗，(Shearing Resistance)，不拘其剪力抵抗之大小，可堆成相當大之角度。假想如圖 78 之斷面為一無限常之土堆。此土堆係由兩種坡度所造成，以 $\alpha > \varphi$, $\beta < \varphi$, BE 較自然坡度小，故永久安定。AB 較自然坡度大，故其表面當不安定，但若有充分之粘着力 (Cohesion) 存在時，尙可保持其坡度不變，惟如粘着力一旦失

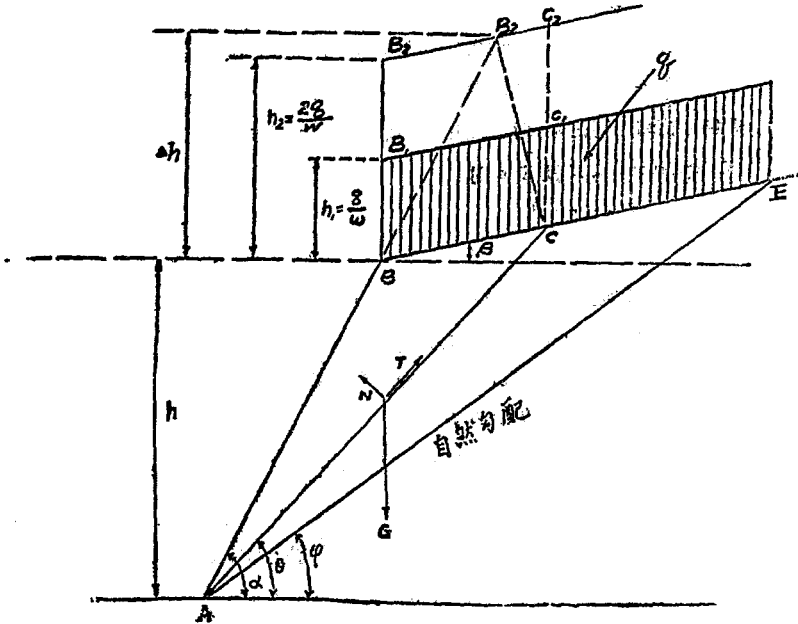


圖 78

去時，即可立見崩潰。現又假想 BE 面之上部，載有等分布荷重 (Uniform Intensity Load)。在此狀態之下，考究斷面 ABE 土砂之安定。通過此坡度最下端之 A 點，假想有一角度 θ 之傾斜面，此假想面與 BE 在 C 點相會，則三角形 ABC 所代表之土砂，以其自己之重量向下滑落。BC 上部之等分布荷重為 q (kg/m)。因此遂即發生反力 (Reaction)，即摩擦抵抗 (Frictional Resistance) 及剪力抵抗 (Shearing Resistance)。在各種外力作用之下，斷面

建設總署土木工程專科學校

92

圬工學講義(張玉田講授)

ABC 土砂之稜柱體 (Prism)，互相保持平衡狀態。欲考究此平衡之關係，
 須先研究 1 公尺長 (即單位長，Unit Length) 土砂之稜柱體之平衡關係。

三角形 ABC 之重量與 BC 面上之荷重之和為 G。如 AC 面上之稜柱體
 保持平衡時，則在 AC 面上發生大小與 G 相同，而方向相反之反力。其分力
 (Component) 為 N 及 T。則

$$N = G \cos \theta$$

$$T = G \sin \theta$$

N 為 AC 面上垂直壓力 (Normal Pressure) 之合力，T 為 AC 面上之摩擦抵抗
 (Frictional Resistance) 與剪力抵抗 (Shearing Resistance) 之合力。如土
 砂之息角為 φ 時，則摩擦抵抗即等於垂直壓力乘摩擦係數之積數。

今 T' = 摩擦抵抗之合力

$$T' = \mu N = \mu G \cos \theta = G \cos \theta \tan \varphi$$

T'' = 剪力抵抗之合力

剪力在 AC 面上到處皆假定同一強度，其強度 τ 為 kg/m^2 ，或 kg/cm^2 。

$$T'' = \text{AC 面之總面積} \times \tau$$

$$\text{AC 面之長度為 } L \quad \text{即 } L = AC$$

$$T'' = \tau L \times 1 = \tau L$$

$$T = T' + T'' = G \cos \theta \tan \varphi + \tau L$$

此值為 AC 面上之總切面抵抗力 (Tangential Resistance)

$$G \sin \theta = G \cos \theta \tan \varphi + \tau L$$

$$\tau = \frac{G \sin(\theta - \varphi)}{L \cos \varphi} \dots \dots \dots (1)$$

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義 (張玉田講授)

93

因此在 AC 面上所發生之剪斷應力 (Shearing stress) 由 (1) 式即可求出。如土砂之粘着力較現所求出之 τ 大時，則沿 AC 面之土砂滑落之現象，即不會發生。如粘着力較 τ 小時，則 AC 面所發生之抵抗不足，AC 面上部之土砂，即將沿 AC 面滾下。

茲為計算便利計，將等分布荷重 q ，算成土砂以代之，即將土砂堆成在 BC 面上發生大小如 q 之壓力。如此被堆積土砂之高度為 h_1 時， $h_1 = \frac{q}{\omega}$

ω = 土之單位重量 (Unit weight) (註) 約 1.6 噸

AB 之高 = h_1 自 B 採取 $h_1 = \frac{q}{\omega}$ 即高度為 BB_1 ，自 B_1 作一線平行地表面時，則 $G =$ 長 1 公尺而斷面為五角形 ABB_1C_1C 之土之重量。

$$G = w(\triangle ABC + \square BB_1C_1C) \times 1$$

$$G = w \left[\frac{1}{2} AB \sin(\alpha - \theta)L + \frac{q}{w} \overline{BC} \cos \beta \right]$$

$$\text{但 } \overline{AB} = \frac{h}{\sin \alpha} \quad \overline{BC} = L \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$\therefore G = \frac{1}{2} wL \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\sin \alpha} \left[h + \frac{2q}{w} \frac{\sin(\alpha \cos \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \right] \dots \dots (2)$$

在 BC 上， $h_2 = 2 \frac{q}{w}$ 處，作 B_2C_2 線平行於 B_1C_1 ，延長 AB，與 B_2C_2 之交點為 B_2' 時， $\triangle BB_2'C$ 之面積等於四邊形 BB_1C_1C 之面積。因此斷面 $AB_2'C$ ，長 1 公尺土之重量與 G 相等。即 $G = w \triangle AB_2'C$ ，B 點與 B_2' 點之高度差為 $\triangle h$ 時。

$$\triangle h = \frac{2q}{w} \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)} \dots \dots (3)$$

A 點與 B_2' 點之高度差為 $\triangle h + h$ 時。

建設總署土木工程專科學校

$$\Delta h + h = h + \frac{2q \sin \alpha \cos \beta}{w \sin(\alpha - \beta)}$$

代入(2)式得

$$G = \frac{1}{2} w L \frac{\sin(\alpha - \theta)}{\sin \alpha} (h + \Delta h) \dots \dots \dots (2)$$

$$\tau = \frac{1}{2} w (h + \Delta h) \frac{\sin(\alpha - \theta) \sin(\theta - \varphi)}{\sin \alpha \cos \varphi} \dots \dots \dots (4)$$

(4)式中之 τ 即為AC面上發生之剪斷應力之強度。剪斷應力 τ 之數值，依假想AC面之傾度 θ 而生差異。

如 $\theta = \alpha$

$\theta = \varphi$ 時

則 $\tau = 0$ ，其間必有一 τ_{\max} 之傾度，故用 θ 微分(4)式之 τ ，然後將微

分係數為零，即 $\frac{d\tau}{d\theta} = 0$ ，求 τ_{\max} 時AC面之傾度。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\theta} [\sin(\alpha - \theta) \sin(\theta - \varphi)] \\ & = \sin(\alpha - \theta) \cos(\theta - \varphi) - \cos(\alpha - \theta) \sin(\theta - \varphi) = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin(\alpha - 2\theta + \varphi) = 0$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\alpha + \varphi) \dots \dots \dots (5)$$

此即AC面之傾度為 $\frac{1}{2}(\alpha + \varphi)$ 時， τ 之值為最大。恰巧在 α 和 φ 之中，但若斷之ABC之土砂，失去平衡，滾下來時，則沿剪斷應力最大面AC滑下，AC上部之土砂，即往左滾下。

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{1}{2} \omega (h + \Delta h) \frac{1 - \cos(\alpha - \varphi)}{2 \sin \alpha \cos \varphi} \dots \dots \dots (6)$$

B. 受壓力之垂直擁壁

粘着力大之土砂，堆積時，可超過其息角 φ ，而不致滾下，如粘着力小之土砂，將其堆成超過自然坡度時，即須作一構造物，以保其表面上之安全，普通作一擁壁 (Retaining Wall)。在擁壁背後之土砂，具有向下滑落之性質，故此擁壁，即受此土砂之側面壓力，而擁壁即以其自重而抵抗之，當此時，擁壁所受之壓力，即土砂向前之推力，即名為土壓 (Earth Pressure)，然此種土壓，為土砂所主使之力量，故特名之為主動土壓 (Active Earth Pressure)，反之擁壁受外力推壓土砂之時，亦發生土壓，此種壓力謂之為受動土壓 (Passive Earth Pressure)。

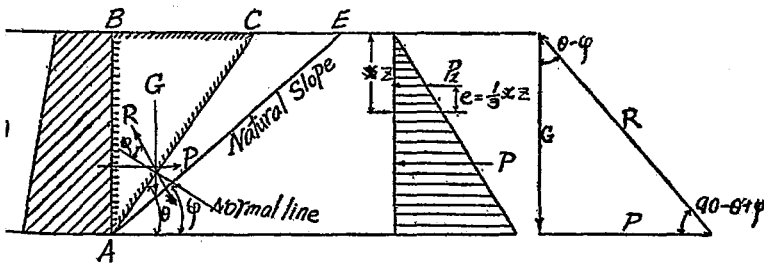


圖 79

擁壁背後土砂之單位重量為 w ，息角為 φ ，如圖 79 所示，現假想無粘着力，僅賴摩擦抵抗以保持安定之土砂，此時擁壁由土砂承受其主動土壓。

AB = 垂直面。

BE = 水平地表面

建設總署土木工程專科學校

96

圬工學講義 (張玉田講授)

假想通過 A 點，作一傾度為 AC，與水平面成的角度為 θ ，AC，AB，BC 所圍成之土稜柱體其形狀，恰如以 A 點為下端之楔形體 (Wedge)，因此亦有時謂之土楔論。現在所討論之土楔 (Earth Wedge)，其重量為 G，此土楔乃同時受有 G，AC 面上所發生之反力 R 與 AB 壁上之反力 P 三種力而成為平衡狀態。擁壁背面反力之方向，假定為水平。土楔正在平衡狀態時，即假定 AC 為滑面，正面滑下來的時候，在滑面 (Sliding Plane) AC 上反力 R 的方向，是與在 AC 面上所作的 Normal Line 所成的角度為 φ ，由力的三角形求 P 及 R。

$$P = G \tan (\theta - \varphi)$$

$$R = G \sec (\theta - \varphi)$$

$$G = W \times \triangle ABC \times 1 = \frac{1}{2} Wh^2 \frac{1}{\tan \theta} = \text{土之單位體積重量。}$$

$$P = \frac{1}{2} Wh^2 \frac{\tan (\theta - \varphi)}{\tan \theta} \dots \dots \dots (7)$$

因此 AC 即為滑面，在平衡狀態時，擁壁 AB 面上所受之總壓力 (Total Pressure)，可由 (7) 式求出。但滑面之傾度 (Slope) 尙未知悉，倘如土之壓力，勝過擁壁之抵抗力時，即擁壁被土砂向前方推壓最大之時，亦即 P 變成 Pmax. 之滑面即為真滑面。當此時擁壁所受之壓力 P，即為 P 之最大値，此時之土壓即為真土壓，P 之最大値，祇變更 θ 之值而求之。

$$\theta = \varphi$$

$$\theta = 90^\circ \text{時}$$

$$P = 0$$

在 φ 與 90° 中間有一最大値 P，微分 (7) 式。

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\tan(\theta - \varphi)}{\tan\theta} \right)$$

$$= \frac{\tan\theta}{\cos^2(\theta - \varphi)} - \frac{\tan(\theta - \varphi)}{\cos^2\theta} = 0$$

$$\sin\theta \times \cos\theta = \sin(\theta - \varphi)\cos(\theta - \varphi)$$

$$\sin 2\theta = \sin 2(\theta - \varphi)$$

$$\therefore 2\theta + 2(\theta - \varphi) = 180^\circ$$

$$4\theta - 2\varphi = 180^\circ$$

$$\theta = \frac{1}{2}(90^\circ + \varphi) \dots\dots\dots (8)$$

$$\theta - \varphi = \frac{1}{2}(90^\circ - \varphi)$$

$$\theta + (\theta - \varphi) = 90^\circ$$

$$(\theta - \varphi) = 90^\circ - \theta$$

$$\frac{1}{\tan\theta} = \tan(\theta - \varphi)$$

$$\frac{\tan(\theta - \varphi)}{\tan\theta} = \tan^2(\theta - \varphi) = \tan^2\left(\frac{90^\circ - \varphi}{2}\right)$$

$$\therefore P = \frac{1}{2}wh^2 \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$P = \frac{1}{2}wh^2 \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式即為 AB 壁面所受之土壓。w 為土之常數。

$$\text{命 } k = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1 - \sin\varphi}{1 + \sin\varphi} \dots\dots\dots (10)$$

代入(9)式

$$P = \frac{1}{2}wkh^2 \dots\dots\dots (11)$$

建設總署土木工程專科學校

由(9), (11)式視之, P 可用 h^3 之式以代表之。故自 AB 壁面之頂至任意深度 z 部分, 其 z 深之總土壓為 P_z 時

$$P_z = \frac{1}{2} w k z^3$$

在 z 點土壓之強度為 z 時

$$P_z = \left| \frac{dP_z}{dz} \right| = \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} w k z^3 \right) = w k z \dots \dots \dots (12)$$

由(12)式, 可知土壓之強度與 z 成正比例, 由(12)式, 可作成土壓之壓力圖 (Pressure diagram), 即在 B = 0, A₁ 點 = z, z = h 時, 即牆之最低部。

$$P_h = w k h \dots \dots \dots (13)$$

由(11)所求出之總壓力為通過壓力圖之重心即 $\frac{1}{3} h$ 處。

(C) 對於鉛直壁面土的抵抗 (Passive Earth Pressure)

自 Wall 的前方, 推壓 Wall, 在此推壓力不甚大時 Wall 的背後的土, 可以抵抗此推力, 而保持安定。如此推壓力, 超過一種限度時, 背後的土, 即向右上移動, 如圖 80, 背後的土砂: 即告崩塌。其推壓力到如何程度, 仍然能保持安定, 換言之, 背後的土能抵抗到如何大的力量。

其限度即稱為受動土壓 (Passive Earth Pressure) 或謂土之抵抗力。P₁ 則自牆之前面推壓至某種程度時, 土即沿 AC₁ 移動之推壓力, AC₁ 即為滑面。

在平衡狀態時, 土楔 ABC₁ 因重力作用, 其重量 G₁ 向下垂直, 自牆面發生之力為 P₁, 滑面之抵抗力為 R₁。P₁, R₁, G₁ 三力保持平衡, 故力線之三角形圖須閉合。

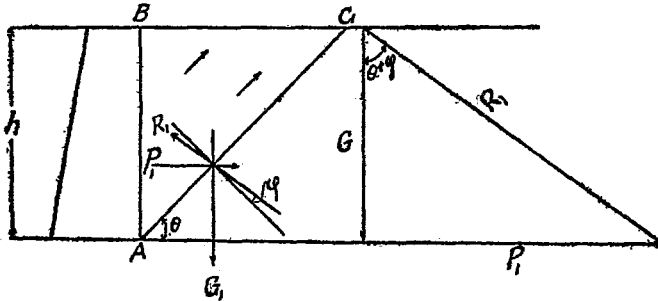


圖80

$$P_1 = G_1 \tan(\theta + \varphi)$$

G_1 爲土楔 ABC_1 之重量，牆之高度爲 h

$$G_1 = \frac{1}{2} wh^2 \cot^2 \varphi$$

$$P_1 = \frac{1}{2} wh^2 \frac{\tan(\theta + \varphi)}{\tan \theta} \dots\dots\dots (14)$$

即土楔 ABC_1 被推向右上移動時之 P_1 ，可自 (14) 式求出，由 AC_1 之傾度 θ 可求出 P_1 之值。

於 $\theta = 0$ ，

$\theta = 90^\circ - \varphi$ 時， $P_1 = \infty$ ，即任意之 P_1 不能移動此土，中間必有使 P_1 成爲最小值之傾度 θ 存在。

$$\frac{dP_1}{d\theta} = 0 \text{ 則 } \theta = \frac{1}{2}(90^\circ - \varphi) \dots\dots\dots (15)$$

θ 之值爲 (15) 式時， P_1 的值最小。 P_1 自零漸漸增大，土砂失去平衡移動時

建設總署土木工程專科學校

，最小之靜壓力 (Statical Pressure) 可由 (14) 式求出。 P_1 爲土之受動土壓 (Passive Earth Pressure)

$$P_{min} = \frac{1}{2} wh^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} wh^2 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \dots \dots \dots (16)$$

$$k_1 = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$= \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

$$P_1 = \frac{1}{2} wkh^2$$

牆面 AB 將要向後移動時之 P_1 可由此式求出。 P_1 之分佈狀態與 (B) 同。

$$P_h = \frac{dP}{dh} = wk_1 h$$

$$P_2 = wk_1 x \dots \dots \dots (17)$$

主動土壓 $P = \frac{1}{2} wkh^2$

受動土壓 $P_1 = wk_1 h^2$

於 $\varphi = 30^\circ$ 時比較此二值。

$$k = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \frac{1}{3}$$

$$k_1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = 3$$

$$P_1 = \frac{k_1}{k} P = 9P, \text{ 即 } \varphi = 30^\circ \text{ 時, 受動土壓, 大於主動土壓之九倍}$$

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義(張玉田講授)

101

◦利用此種關係，可以設計擋土之擁壁或碼頭之岸壁。故圖 81 中之拉桿 (Tie Rod) 雖長細，亦可抵抗，圖 81 則為主動土壓與受動土壓同時作用時之例。

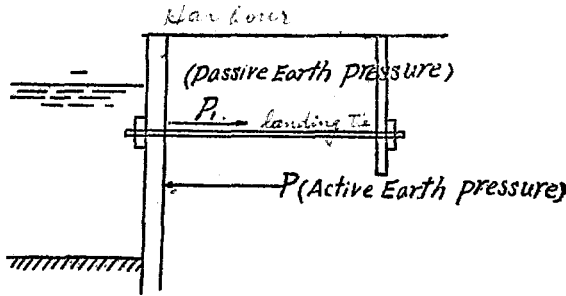


圖 01

(D) Coulomb 氏一般土壓論

如圖 82, AB 為擁壁之背面, BC 為地表面。w 為土之單位重量, φ 為息角。

當此時, 求擁壁 AB 所受之土壓, 即求土之主動土壓, 擁壁之坡度為 α_1 , 擁壁背面與土砂之摩擦角為 β , 依擁壁背面所堆積之材料, 表面之狀況, 與土砂之性質而變化, 普通為 $\frac{1}{2}\varphi \sim \frac{2}{3}\varphi$, 水分多時則 β 值即小。

假想土砂向前面推動之時, AC 即成為滑面, ABC 土楔即向下滑滾。現在假設正在平衡狀態之下, 土楔 ABC 因重力之作用, 其重量為 G, 擁壁背面之反力為 P, P 與在擁壁面上所作之垂直線所成之角為 θ , 滑面 AC 面之反力為 R。由 P, G, R 三力所成之三角形中求 P

即得

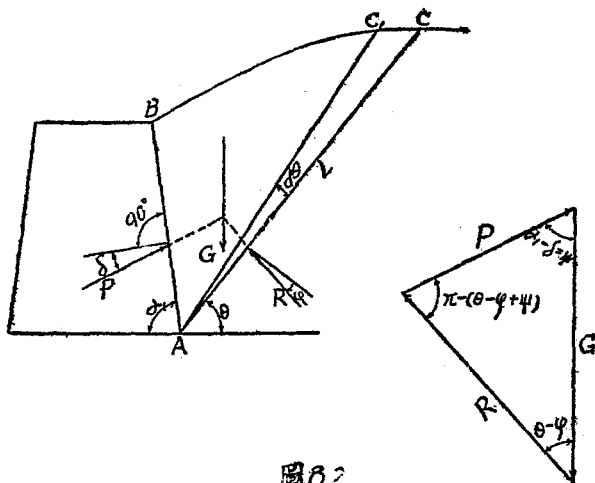


圖 82

$$P = G \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta - \varphi + \psi)} \dots\dots\dots (17)$$

(17) 式為 G 與 P 之關係式，依 θ 而變化，現在求 P_{\max} 值。

$$dG = -\frac{1}{2} WL^2 d\theta$$

$$\frac{dG}{d\theta} = -\frac{1}{2} WL^2$$

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{dG \sin(\theta - \Delta)}{d\theta \sin(\theta - \Delta + \psi)} + G \left[\frac{\cos(\theta - \Delta)}{\sin(\theta - \Delta + \psi)} - \frac{\sin(\theta - \Delta)}{\sin(\theta - \Delta + \psi)^2} \right]$$

$$\left[\cos(\theta - \Delta + \psi) \right] = 0$$

兩邊乘 $\sin(\theta - \varphi + \psi)^2$

Handwritten note: \sin^2

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義(張玉田講授)

$$\frac{dG}{d\theta} \sin(\theta - \varphi) \sin(\theta - \varphi + \psi) + G \left[\cos(\theta - \varphi) \sin(\theta - \varphi + \psi) - \sin(\theta - \varphi) \cos(\theta - \varphi + \psi) \right] = 0$$

$$\frac{dG}{d\theta} \sin(\theta - \varphi) \sin(\theta - \varphi + \psi) = -G \sin \psi \dots\dots\dots (a)$$

如圖 33, 自 A 作一自然坡度為 AE, 自 C 作一線垂直 AE, 長度為 x_1 , AN 之長為 x ; AC 之長為 L ; CN 與 AN

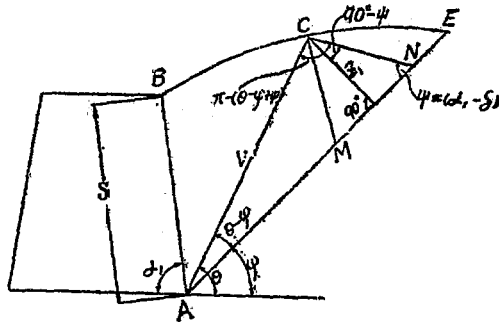


圖 33

$$\sin(\theta - \varphi) = \frac{x_1}{L} \dots\dots\dots (b)$$

$$\sin(\theta - \varphi + \psi) = \sin \psi \frac{x}{L} \dots\dots\dots (c)$$

將 (b) (c) 代入 (a) 式

建設總署土木工程專科學校

$$-\frac{1}{2}wL^2 \frac{z_1}{L} \sin \varphi \frac{x}{L} = -G \sin \varphi$$

$$G = \frac{1}{2}wz_1x \dots\dots\dots (d)$$

$$\triangle ACN = \frac{1}{2}z_1x$$

$$G = w\triangle ABC$$

P = P_{ma}x之關係即是

$$\triangle ABC\text{-之面積} = \triangle ACN\text{-之面積} \dots\dots\dots (18)$$

(18) 式謂之 Bebbam 定理

如欲使 AC 面成爲滑面時，必須 $\triangle ABC = \triangle ACN$ ，即滑面平分 ABN 的面積爲二等分，利用此種方法，雖地表面甚爲複雜，亦可比較容易決定滑面之位置。滑面如決定後，則 P 可由 (17) 式中求出。將以上所求之值代入 (17) 式。

$$P = \frac{1}{2}wx_1x \frac{\frac{z_1^2}{L}}{\sin \varphi \frac{x}{L}}$$

$$= \frac{1}{2}wz_1^2 \frac{1}{\sin \varphi}$$

茲命 CN = $z_1 = x \times \sin \varphi$

$$P = \frac{1}{2}wz_1z$$

$$= \frac{1}{2}wz^2 \sin \varphi \dots\dots\dots (19)$$

茲命 NC = NM $\triangle CNM = \frac{1}{2}z^2 \sin \varphi = FP = wF \dots\dots\dots (20)$

$\triangle CMN$ 謂之土壓三角形。因此可按照以下之次序求擁壁 AB 面上所受之土壓力。即由 A 點作一自然坡度爲 AE，再引一傾度 φ 之線 NC；NC 線與

使 $\triangle ACN = \triangle ABC$, 由此關係作成之 AC 則為滑面。然後再求 P 之分布狀態, AB 之長度為 S, 如已知時則 P 可求出。

$P_s = \frac{dP}{dS}$ P_s 為擁壁 AB 底處之強度。如地表面不甚規則, 則

P 之分布狀況頗難求知詳確, 其合力 P 之位置亦難求出。如 P 自頂點 B 與深度成正比例時, 則合力 P 之位置即在自 AB 面之下端 $\frac{1}{3}$ S 處。

(E) 地表面為平面時之土壓

如圖 84。

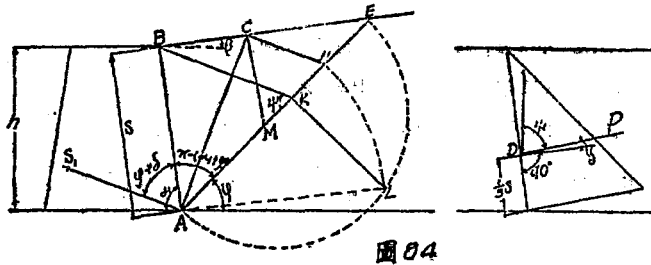


圖 84

於 $\triangle ABC = \triangle ACN$ 時, AC 即成為滑面茲說明其求法如下: 先通過 A 點作一 AS_1 線與擁壁背面所成之角為 $(\varphi + \delta)$, 經 A 作一自然坡度為 AE, 以 AE 為直徑作一半圓。自 B 作一線平行 AS_1 , 與 AE 相交於 K, 所成之角度為 ψ , 於 K 點作一線垂直 AE, 與此半圓相交於 L, 以 AL 為半徑, A 為中心作一半圓, 與 AE 相交於 N, 自 N 作一線平行於 AS_1 , 與地表面相交於 C, AC 即為所求之面滑。證明如下。

茲命 $AK = a$ $AN = x$ $AE = b$

三角形 ABC 與三角形 ABE 為等積, 故此兩三角形之面積比等於該兩

三角形之底比，則

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle ACE} = \frac{BC}{CE} = \frac{KN}{NE} = \frac{x-a}{b-x}$$

同理 $\frac{\triangle ACN}{\triangle ACE} = \frac{AN}{AE} = \frac{x}{b}$

$$\therefore \frac{\triangle ABC}{\triangle ACN} = \frac{\frac{x-a}{b-x}}{\frac{x}{b}} = \frac{(x-a)b}{(b-x)x} = \frac{bx-ab}{bx-x^2} = 1$$

但 $x^2 = ab$

$$\angle ANC = \varphi = \alpha_1' - \theta, \quad P = \triangle CMN \times l \times w,$$

茲命 $\triangle CMN$ 之面積 = F $P = F \times w$

欲求F，須先求 CN 之長度 z。

由 $\triangle ABK$ $a = s \frac{\sin(\varphi + \theta)}{\sin \varphi}$

由 $\triangle ABE$ $b = s \frac{\sin(\alpha_1 + \beta)}{\sin(\varphi - \beta)}$

$$\therefore x = \sqrt{ab} = s \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \theta) \sin(\alpha_1 + \beta)}{\sin \varphi \sin(\varphi - \beta)}}$$

$\triangle ECN \sim \triangle EBK$

$$\therefore z = BK \times \frac{EN}{EK} = BK \times \frac{b-x}{b-a}$$

$$z = s \frac{\sin(\alpha_1 + \varphi)}{\sin \varphi} \times \frac{\frac{\sin(\alpha_1 + \beta)}{\sin(\varphi - \beta)} - \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \theta) \sin(\alpha_1 + \beta)}{\sin \varphi \sin(\varphi - \beta)}}}{\frac{\sin(\alpha_1 + \beta)}{\sin(\varphi - \beta)} - \frac{\sin(\varphi + \theta)}{\sin \varphi}}$$

$$\begin{aligned}
 &= s \frac{\sin(\alpha_1 + \varphi)}{\sin \varphi} \times \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \beta)}{\sin \varphi \sin(\alpha_1 + \beta)}}} \\
 F &= \frac{1}{2} w^2 \sin \varphi \\
 P &= wF = \frac{1}{2} w^2 \sin \varphi \\
 &= \frac{1}{2} w s^2 \frac{\sin^2(\alpha_1 + \varphi)}{\sin \varphi \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \beta)}{\sin \varphi \sin(\alpha_1 + \beta)}} \right]^2} \dots\dots (21)
 \end{aligned}$$

由(21)式土壓之分布當可求出，如土壓之強度為 P_s 時， $P_s = \frac{dP}{dS}$ P 為 S 之一次方程式，故 P 與土之深度 L 正比例，合力 P 之着力點 $AD = \frac{1}{3} S$ ， P 與 AB 面之垂直線所成之角度為 δ 。如圖 85

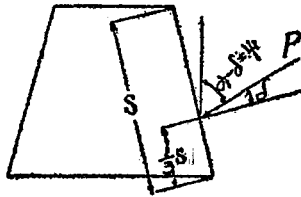


圖 85

茲將 P 分為水平分力及垂直分力，水平分力為 P_h ，垂直分力為 P_v ，

$$\begin{aligned}
 P_h &= \frac{1}{2} w s^2 \frac{\sin^2(\alpha_1 + \varphi)}{\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \beta)}{\sin \varphi \sin(\alpha_1 + \beta)}} \right]^2} \\
 P_v &= \frac{1}{2} w s^2 \frac{\sin^2(\alpha_1 + \varphi)}{\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta)\sin(\varphi - \beta)}{\sin \varphi \sin(\alpha_1 + \beta)}} \right]^2} \times \cot \varphi
 \end{aligned} \dots\dots (22)$$

3 Rankine 氏土壓論

此土壓論之根本概念，係以地表面為平面，內部之應力狀態與彈性體內部應力狀態相同。在內部任取一點，此點所受之土壓力乃為一組互相垂直之主應力。如圖 86，通過 P 點假設有一断面為 I，在此断面上土壓之強度為

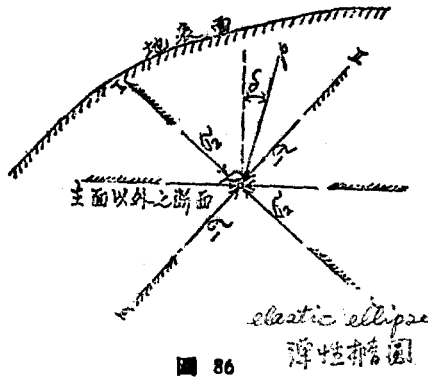


圖 86

d_1 ，並與之垂直。I 面為主面，通過 P 點再作一断面 II 垂直於 I 面，在断面 II 上土壓之強度為 p_2 ，並與断面 II 垂直。 d_1, d_2 即成爲一組主應力，再假設一主面以外之断面，在此断面上土壓之強度 p 與此断面不成直角， p 之傾度為 δ 。P 之端點所作之軌跡則以 d_1, d_2 爲主軸之橢圓。

如圖 87，通過 P 點，假想有一任意断面為 I，在此断面上之土壓力為 P_1 ，傾度為 δ ，再假想一含有 P_1 之断面 II，断面 II 上之土壓力 P_2 則平行断面 I。P₂ 之傾度與 P₁ 之傾度相等時。此處之 P_1, P_2 謂之共軛應力，此組共軛應力有
Conjugated stress

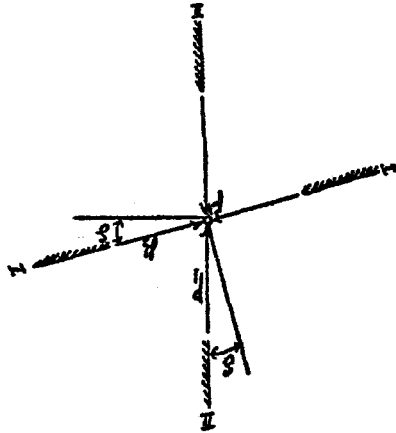


圖 87

如下式之關係。

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\cos \delta \pm \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \delta_{\max}}}{\cos \delta \mp \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \delta_{\max}}} \dots\dots\dots (28)$$

倘若土砂中不含有粘性質之土砂，而僅以摩擦抵抗保持其平衡狀態，則於平衡將被失去時，土壓力之最大傾度 δ_{\max} 即與土砂之特有摩擦角 φ 相等， $\delta_{\max} = \varphi$ ，而共軛壓力則變為下式

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\cos \delta \pm \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}}{\cos \delta \mp \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}} \dots\dots\dots (29)$$

$P_1 < P_2$ 時，取上部之符號， $P_1 > P_2$ 時，取下部之符號。

由(29)式可將 Rankine 氏土壓論之假定簡述如下：

建設總署土木工程專科學校

110

圪工學講義(張玉田講授)

1. 地表面爲一無限廣大之平面。
2. 土砂中完全無粘着力，土砂內部壓力之最大傾度 δ 與摩擦角 φ 相等。
3. 自地表面 h 之深度，假想一斷面平行地表面，在此面上壓力之方向皆爲垂直，壓力強度 $p_1 = wh \cos \beta$ ， β 爲地表面之傾度。
4. 假想任一垂直面 (Vertical Plane)，此面所受之土壓力可作爲 p_1 之共軛壓力計算。

依此四種假定求 p_2 ，

$$p = p_2 = p_1 \frac{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}}{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}} \dots \dots \dots (30)$$

在深度 h 之單位面積上之土壓爲 $1 \times h \times w$ ，與水平面成 β 角之斷面 l 上，(與地表面平行) 如圖 88，受有 $1 \times h \times w$ 壓力之面積爲 $1 \times \sec \beta$

$$\therefore p_1 = 1 \times h \times w \div 1 \times \sec \beta = 1 \times wh \cos \beta$$

$$(30) \text{式即變爲 } p = p_2 = wh \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \dots \dots (31)$$

(31)式之土壓與地表面平行。由(31)式觀察，即知用垂直面當土砂時，此垂直面所受之土壓皆與地表面平行，土壓之強度與垂直高成正比例。如深度 z 處之壓力強度爲 p_2 ，則

$$p_z = wz \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \dots \dots \dots (32)$$

- 壓力強度 p_z 之合力可由力線三角形求出，即合力通過此三角形之重心
- 合力之大小，可由力線三角形之面積求出。

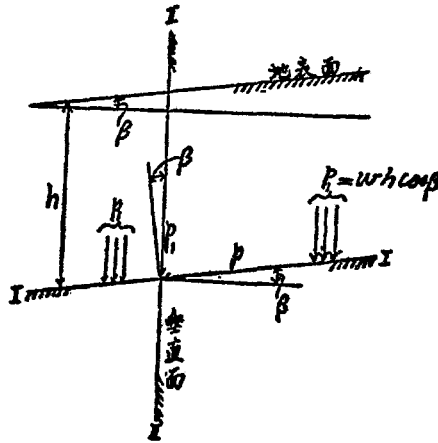


圖 88

$$\therefore P = \frac{1}{2} wh^2 \cos \beta \frac{\cos \alpha - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}} \dots \dots \dots (38)$$

$$P = \frac{1}{2} wh^2 K$$

$$K = \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \alpha}}$$

如地表面水平時，土壓力亦水平。故於土壓力水平時。

$$K = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \dots \dots \dots (34)$$

(33)式即變爲

$$P = \frac{1}{2} wh^2 \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \frac{1}{2} wh^2 \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

建設總署土木工程專科學校

112

坊工學講義(張玉田講授)

故與 Coulomb 氏之土壓公式相同。

如擁壁背面不垂直時，即 $\alpha < 90^\circ$ 時，則通過 A 點假設一垂直面，此擁

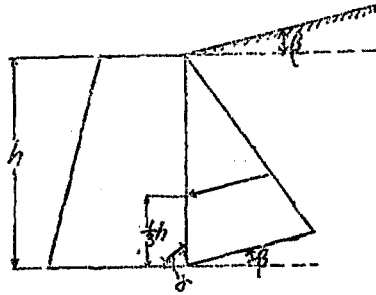


圖 89

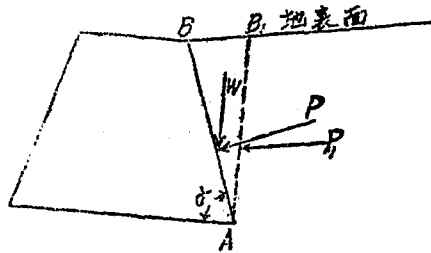


圖 90.

壁(如圖90)所受之土壓力為 $\triangle ABB_1$ 之重量及 AB_1 面上所受土壓力之和。
 令 $\triangle ABB_1$ 之重量為 W , AB_1 面上所受之土壓力為 P_1 , AB 面所受之土壓力為 P 時，則 $P = P_1 + W$

如圖 91, $\alpha < 90^\circ$ 時，則通過 B 點作一垂直面 BA_1 , $\triangle ABA_1 \times 1$ 之重量為

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義(張玉田講授)

113

W, BA_1 面所受之土壓力為 P_1 , AB 面所受之土壓力為 P 時, 則 $P = P_1 + W$ 。

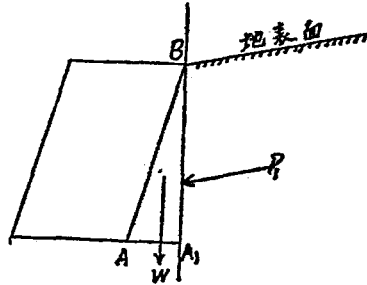


圖 91

如圖 92, β 之值為負時, P 則向上推壓。因此 $\alpha < 90^\circ$ 及 β 為負時, Rankine 氏之公式, 不適宜應用, 惟除此種情形外, Rankine 氏之公式實際上頗便於應用。

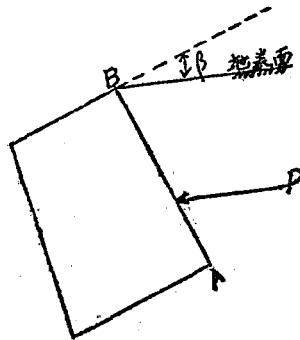


圖 92

建設總署土木工程專科學校

如圖93,如地表面載有等分布荷重 (Uniform Load) 時,在深度之面上, (此面與地表面平行) 所受之垂直壓力則為 $(wz+g) \cos \beta g =$ 等分布荷重之強度 (Intensity of Uniform Load) 。

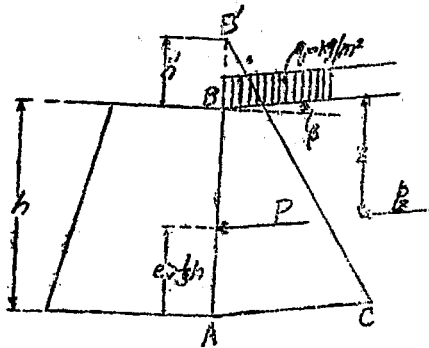


圖 93

再假想一含有 z 之垂直面, 在深度 z 處, 此面所受之壓力命為 P_z ,

$$P_z = (wz+g) \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi_a}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi_a}} \dots \dots \dots (37)$$

任何面上壓力之強度皆可由 (37) 式求出。壓力強度之分布狀態, 則與前述不同, 如 $z=0$ 時, P_z 不等於零。在 $h' = \frac{g}{w}$ 處取一點為 B' , 連結 C 點, 則 $\triangle AB'C$ 內部之梯形即成為擁壁 AB 面上所受之壓力分布圖。合力之着力點為 D 時, $AD > \frac{1}{3}h$, 如 $\beta=0$ 時

建設總署土木工程專科學校

圪工學講義(張玉田講授)

115

$$P_2 = (wz + q) \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \dots\dots\dots (38)$$

土砂之性質，依地下水之有無，而迥然不同，如圖 94，地下水以上之部分 AB 可由上述之公式求出，但有地下水之部分，則須依其他方法求出。

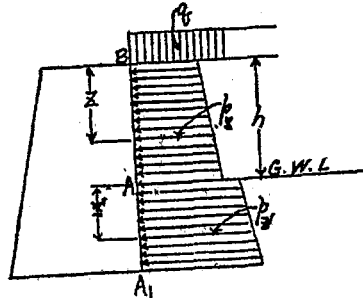


圖 94

地下水上部之常數為 ϕ, w

地下水下部之常數為 ϕ, w'

則 $w' = (1\frac{1}{2} \sim 1\frac{3}{4})w$

$$\phi' = (\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4})\phi$$

z 處之 P_2 可由 (38) 式求出， z' 處 P_2' 則可由 (39) 式求出。

$$P_2' = (q + wh + w'z') \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \dots\dots\dots (39)$$

倘土壓為受動土壓 (Passive Earth Pressure) 時，如圖95，則土被外力推向上右轉動。

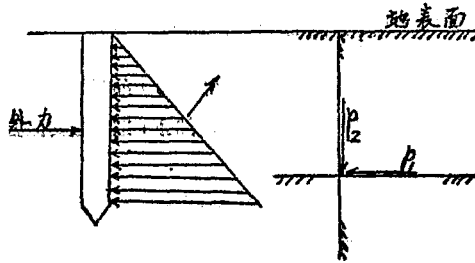


圖 95

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}}{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \varphi}} \quad (P_1 > P_2)$$

P_2 爲垂直壓力， P_1 爲平行地表面之壓力，即土之抵抗力，

$$P_2 = wz \cos \beta$$

$$P_1 = wz \cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta + \cos^2 \varphi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \dots \dots \dots (40)$$

$$P_1 = \frac{1}{2} wh^2 \cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \dots \dots \dots (41)$$

$\beta = 0$ 時

$$P_2 = wz \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \dots \dots \dots (42)$$

$$P_1 = \frac{1}{2} wh^2 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \dots \dots \dots (43)$$

§4 擁壁 (Retaining Wall)

A 概說 防禦土砂之崩毀，以抵抗土壓為目的而作成之構造物，謂之擁壁。因此，擁壁乃依自重及本身之強度，與地盤之支持力，摩擦力而抵抗土壓及地表面之載重者也。

B. 擁壁之安定

1. 地盤之支持力 土之支持力依其種類，含水量，活荷重(Live Load)，及振動而有所不同，推定支持力之大小，頗為困難，雖已有各種之研究，但皆不甚準確，建築主要構造時，應依荷重之試驗而推定土之支持力之大小。

普通關於土石之容許支持力 (Allowable Bearing Power) 有如下表

地 盤 種 類	支持力 t/m ²
軟質粘土	10~20
普通粘土	20~30
乾砂及粘土	30~40
粗砂或硬質粘土	40~60
硬粗砂或石子	60~80
岩 盤	100 以上

如圖 96 之基礎版 (寬為AB,長為單位長) 所受外力為 R

$R_v = R$ 之垂直分力

$R_h = R$ 之水平分力

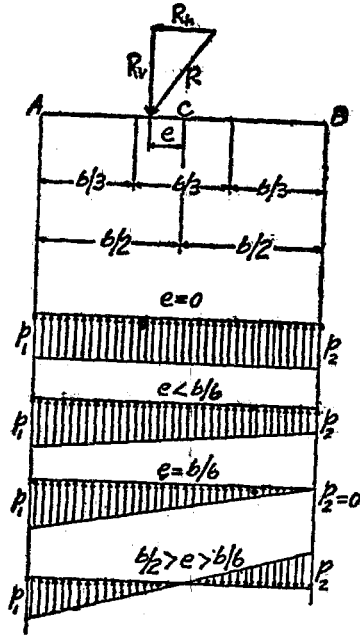


圖 96

P_1 = A點之壓力強度

P_2 = B點之壓力強度

$AB = b = 2AC$

$$\left. \begin{aligned} \text{則 } P_1 &= \frac{R_v}{b} \left(1 + \frac{6e}{b}\right) \\ P_2 &= \frac{R_v}{b} \left(1 - \frac{6e}{b}\right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P_1 &= \frac{R_v}{b} \left(\frac{3e}{L} + 1\right) \\ P_2 &= \frac{R_v}{b} \left(\frac{3e}{L} - 1\right) \end{aligned} \dots (44)$$

i $e=0$

$$P_1 = P_2 = \frac{R_v}{b}$$

ii $e = \frac{b}{6}$

$$P_1 = \frac{2R_v}{b}$$

iii $\frac{b}{2} < e < \frac{b}{6}$

$P_2 < 0$ 即 P_2 變為張力 (Tension)

因基礎版與地盤間不可發生張力，故於設計時，須使 R 位於基礎之中央
 三分之一部分(即 Middle third 內)。

如地盤之支持力大時， $-\frac{b}{2} > e > -\frac{b}{6}$ 亦可，此時之最大壓力由下
 式可以求出如圖 97。

$$\frac{1}{2} P_1 \times 3d = R_v$$

$$P_1 = \frac{2R_v}{3d}$$

$$P_1 = \frac{2R_v}{3(L-2e)}$$

由上式中所求得之最大壓力 P_1 須小於地盤之容許支持力。

2. 顛覆 合力 R 如在基礎版 AB 以外，即 $e > \frac{b}{2}$ 之時，即有顛覆

$$e \leq \frac{L}{6} \quad \text{或} \quad \gamma \leq \frac{2}{3} L$$

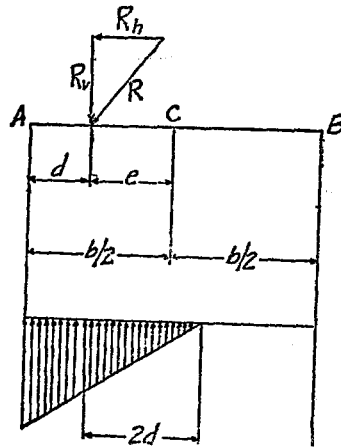


圖 97

之現象，因此於無論任何時，必須使 $e < \frac{b}{2}$ 。

3. 滑動 外力 R 之水平分力 R_h 須小於摩擦抵抗。 $P_t \leq H \leq \mu \Sigma V$
4. 壓挫 任何水平斷面上所發生之壓縮應力 (Compressive stress) 須小於構成此擁壁材料之容許壓應力。此種壓縮應力之發生乃由合力 R 之垂直分力 R_v 所致。
5. 剪斷 合力 R 之水平分力 R_h 須小於擁壁材料之容許剪斷應力 (Allowable Shearing Stress) 與底面積相乘得之積數。

§ 5. 重力擁壁 (Gravity Retaining wall)

用擁壁本身重量以抵抗土砂滾滑之擁壁，謂之重力擁壁。如圖 98，重力擁壁之斷面 ABCD，於平行其底面 AD，作平行線 A₁D₁，A₂D₂，及 A₃D₃，將此斷面分為四分，各區分線上部之重心為 S₁，S₂，S₃ 及 S₄。集中 S₁ 之 A₁BCD₁ 之重量為 W₁

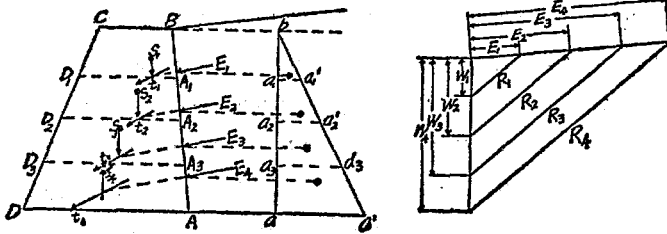


圖 98

$$W_1 = (A_1BCD_1\text{之面積}) \times W_m$$

W_m = 擁壁單位容積之重量

同理集中 S₂，S₃，S₄ 之重量如次

$$W_2 = (A_2BCD_2\text{之面積}) \times W_m$$

$$W_3 = (A_3BCD_3\text{之面積}) \times W_m$$

$$W_4 = (ABCD\text{之面積}) W_m$$

擁壁背面 AB 所受之土壓力，其壓力分布圖為 aa'b'。將此分布圖 aa'b' 可用 A₁D₁；A₂D₂，A₃D₃ 線劃分為若干小分。

A₁B 所受之土壓力為 E₁

受

建設總署土木工程專科學校

122

圬工學講義(張玉田講授)

$$E_1 = (a_1 a_1' b \text{ 之面積})$$

同理 $A_2 B, A_3 B, AB$ 所受之之土壓力如下

$$E_2 = (a_2 a_2' b \text{ 之面積})$$

$$E_3 = (a_3 a_3' b \text{ 之面積})$$

$$E_4 = (a a' b \text{ 之面積})$$

壓力之着力點可由壓力分布圖之重心求出，壓力之方向與垂直 AB 之線作成之角為 ϕ 。各區分線以上擁壁自重及土壓力所合成之力線，與各區分相交之點為 t_1, t_2, t_3, t_4 ，連結 t_1, t_2, t_3, t_4 ，所成之線謂壓力綫。

此壓力綫須在斷面任何部分寬之中央三分之一處，此為擁壁斷面安定之主要條件。由各區分向及底面所受之合力之垂直分力，調查壓力之分布狀態，再檢討最小壓力強度是否超過材料之容許壓力強度或地盤之容許支持力強度。倘若超過容許強度或地盤支持力時，則須增加擁壁之寬度。

普通重力擁壁內部之抵抗力在巨，故使其內部發生滑動之外力蓋無計算之必要，但對於擁壁與地盤接觸之底面¹，是否滑動，須加研究之。擁壁斷面 $ABCD$ 所分之部分愈多，則所求出之合力值愈為準確。

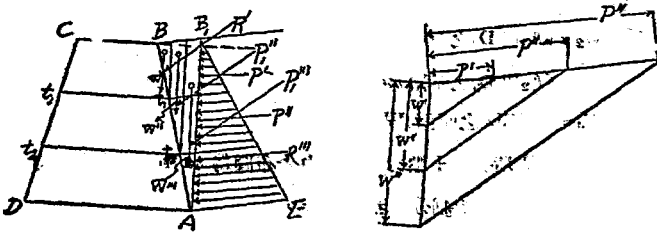


圖 99

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義(張玉田講授)

'123

如AB之傾度大，而欲詳細計算時，可按圖 99 求之。

如圖 99，AB 所受之壓力係為 AB_1 面所受之土壓及 $\triangle ABB_1$ 部分土之自重之合力。茲將垂直面 AB_1 上發生之壓力圖(Pressure Diagram)及 $\triangle ABB_1$ 分為數分。

合力($W'P'$) = t_1B 面所受之土壓力

合力($W''P''$) = t_2B 面所受之土壓力

合力($W'''P'''$) = AB 面所受之土壓力

簡便求法，如圖 100，P 與 W 之合力為 R_1R 之方向，大小，可由力線三角形求之。

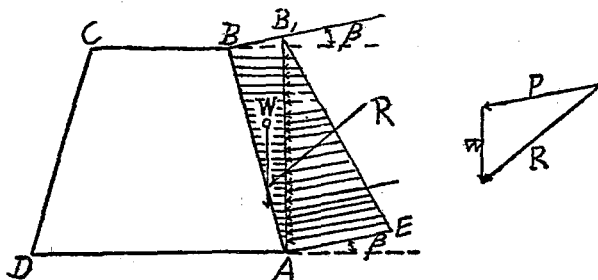


圖 100

$W = \triangle ABB_1$ 之重量

$P = AB_1$ 面上所受之土壓力。

基礎地盤不甚堅固時，可在牆壁下部打入木樁，以期支承由牆壁底面傳來之垂直力。如圖 101，牆壁底面與外力之合力之交點為C。

垂直分力 (Vertical Component) = N

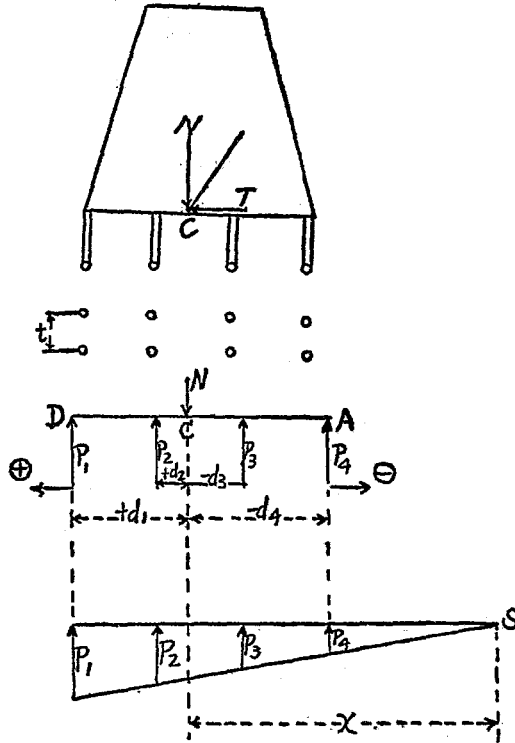


圖 101

切面分力 (Tangential Component) = T

枋距 (Pitch) = t

木枋所學之垂直力，其變化可成爲一直線。由 C 點至 S 點之距離爲 x

建設總署土木工程專科學校

坊工學講義 (張玉田講授)

125

時，則各樁所受之壓力與各樁至 S 點之距離成正比例。

由 $\Sigma V = 0$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 - N = 0$$

$$N = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

由 $\Sigma M = 0$

$$P_1 d_1 + P_2 d_2 - P_3 d_3 - P_4 d_4 - N x = 0$$

力矩 (Moment) 之中心為 C 點。

因各樁所受之荷重係與 S 點之距離成正比例。

$$\text{所以 } P_2 = \frac{x + d_2}{x + d_1} P_1$$

$$P_3 = \frac{x - d_3}{x - d_1} P_1$$

$$P_4 = \frac{x - d_4}{x + d_1} P_1$$

將 P_2, P_3, P_4 代入 $\Sigma V = 0$ 式

$$N = P_1 \frac{1}{x + d_1} (4x + d_1 + d_2 + d_3 - d_4) = P_1 \frac{4x + \Sigma d}{x + d_1}$$

Σd 係由 C 往左為正，往右為負

$$P_1 = \frac{(x + d_1) N}{4x + \Sigma d}$$

如 x 值已求出時， P_1, P_2, P_3 及 P_4 各值即可求出

由 $\Sigma M = 0$ 式

$$x = - \frac{\Sigma d^2}{\Sigma d} = - \frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2}{d_1 + d_2 - d_3 - d_4}$$

以上各式中之 N 為木橋一個橋距 t 所受外力之垂直分力 (Vertical Component), 即擁壁長度為公尺時, 擁壁自重與土壓之合力之垂直分力也。

§ 6 動擁壁之形狀 (The Section of Gravity Retaining Wall)

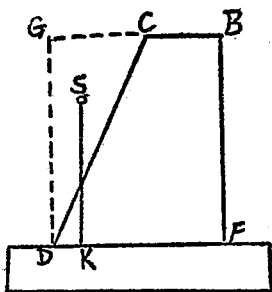


圖 102

重力擁壁之斷面, 最簡單者為矩形, 如圖 102。

矩形斷面為 FBGD, 此擁壁之自重及土壓之合力與 FD 之交點為 K, $\triangle DCG$ 之重心為 S, 由 S 向下引一垂線時, 此線如通過 K 點, 以 K 點為力距之中心。

$$\triangle DCG \text{ 之力距對於 K 點} = 0$$

由此可知擁壁將要顛覆時, 此部分毫無抵抗力之發生, 故將此部分割掉, 作成一傾度為 DC, 可以減少一部分材料, 殊甚經濟, 普通 DC 之傾度為 $\frac{1}{4} \sim \frac{1}{3}$, 頂部 CB 之厚為擁壁最薄處之 $\frac{1}{3}$ 。

§ 7 鐵筋混凝土擁壁 (Reinforced Concrete Retaining Wall)

普通鐵筋混凝土擁壁皆為L型或倒T型，關於擁壁之安定條件，列舉如下：

- 1 顛覆
- 2 滑動
- 3 基礎地盤支持力

對於以上之三項安定條件，擁壁係以其本身之自重及擁壁後部承載之土砂重量或荷重以抵抗擁壁背後之土壓力。首先求此等力之合力，再求合力之着力點及大小，方向等，以為檢討擁壁安定之資料。

W_0 = 擁壁之自重

W = 擁壁底部上面土砂重量

P = 擁壁背面之土壓力

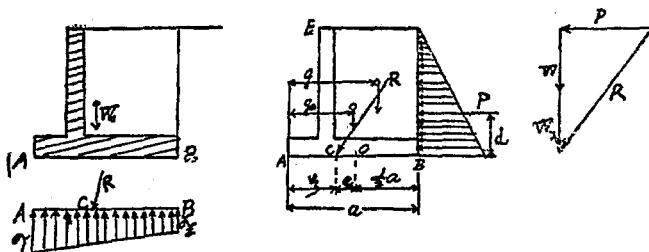


圖 103

如圖 103. 合力之着力點至 A 點之距離 = S'

以 A 點為力隔之中心，由 $\sum M = 0$

建設總署土木工程專科學校

128

圬工學講義 (張玉田講授)

$$\xi = \frac{W_0 g_0 + W_g - Pd}{W_0 + W} = AC$$

$$c = \frac{1}{2} - \xi = oc$$

合力R與擁壁底盤AB相交之點，如在AB之中央 $\frac{1}{2}$ 時，則支持力之分布情形為一梯形。如基礎之支持力不足時，可打木樁，以支承上部之壓力。此擁壁之斷面較小，自重亦輕，但需用鐵筋，故擁壁之高度不大時，則不甚經濟，鐵筋混凝土之擁壁之高度須3~4公尺始較適宜經濟，如高度超過6公尺以上時，須於適宜之間隔，建築扶壁，以保擁壁安定而期不致於破壞。關於擁壁斷面各部之強度計算方法如下：

如圖 104. 垂直面擁壁之設計可作為在E點被固定之懸臂梁 (Cantilever Beam) 計算之，故應在垂直方向，插入鐵筋。如剪力大時，尚須於腹部插

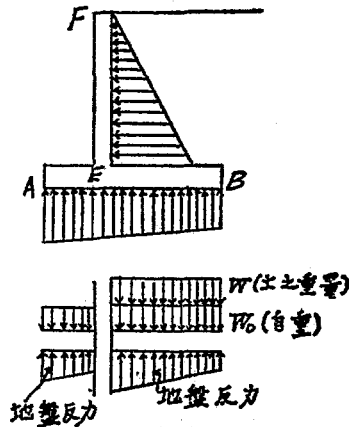


圖 104

入鐵筋以期補助剪斷抵抗力。

AB部分之設計：AB部分可分為兩部，即BE及AE，BE部分所受之外力乃為基礎地盤之反力，自重及上覆之土重，而以E點為固定之懸臂梁計算之。有時土之荷重大，有時地盤之反應力大，故上下兩面皆須插入鐵筋。剪力則不甚大，腹部鐵筋不插入亦可，AE部分與BE部分可作同樣方法計算之。

§ 8 擁壁傾斜背面之土壓

如圖 195，擁壁背面之傾斜角為 θ ，地表面之傾斜角為 β 。自 A 點作一垂直線為 AC，命 AC 假想面所受的土壓力為 P'

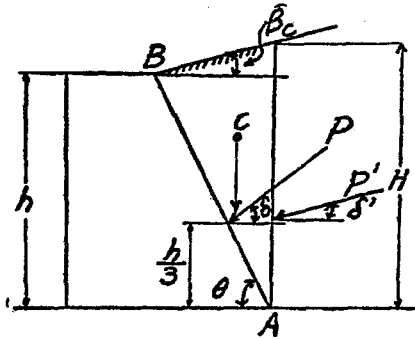


圖 105

$$\therefore P' = \frac{1}{2} WH^2 \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}$$

P' 與 $\triangle ABC$ 土楔重量之合力為 P 時

$$P = \frac{1}{2} wh^2 \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin^2 \theta \cos \beta} \times \sqrt{\left[\cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \beta \sin(\theta + \beta) \right.}$$

$$\left. \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} + \sin^2(\theta + \beta) \right]}$$

$$\left(\frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \right)^2$$

P 與水平面所成之角為 δ

$$\tan \delta = \tan \beta + \frac{\cos \theta}{\sin(\theta + \beta) \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}}$$

P 之着力點為在 $\frac{1}{3}h$ 處。

如地面上載有等分布荷重時，如圖106，可將等分布荷重之強度圖 q (In-

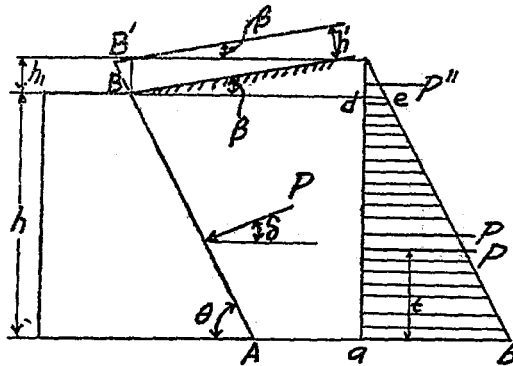


圖 106

tensity) 換算為同強度土之高度。

$q =$ 單位面積上所載之荷重強度 (kg/m^2)

$w =$ 單位容積土之重量 (kg/m^3)

$h =$ 土之換算高 $h = \frac{q}{w}$

命 AB' 面為假想拉壁背面時， AB' 面所受之土壓為 P'

$P' = \frac{1}{2} kw(h+h_1)^2$

$$K = \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin^2 \theta \cos \beta} \sqrt{\cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \beta \sin(\theta + \beta)}$$

$$\frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} + \sin^2(\theta + \beta)$$

$$\left(\frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \right)^2$$

命 BB' 面所受的土壓為 P'' 時

$P'' = \frac{1}{2} kwh_1^2$

$\therefore P = P' - P'' = \frac{1}{2} kw \{ (h+h_1)^2 - h_1^2 \} = \frac{1}{2} kwh (h+2h_1)$

P 之着力點自壁底之高度為 t 時

$$t = \frac{h}{3} \left(1 + \frac{h_1}{h+2h_1} \right)$$

§ 9 板樁 (Sheet Pile)

擋土最簡單之方法為用板樁，如圖 107。板樁之 BC 部分名埋深。按照 BC 部分之情況，可有各種之計算方法，此處僅將 BC 部分為堅硬地盤

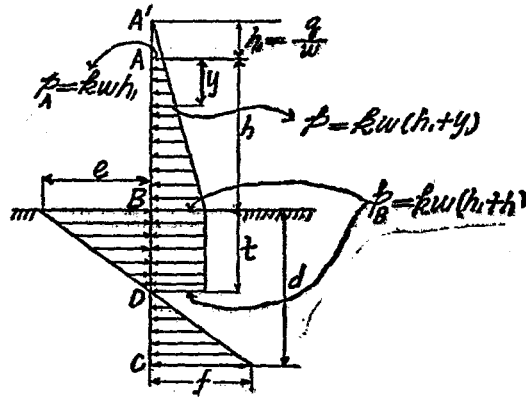


圖 107

時之計算方法述之如下。

如圖 107，將板樁作為懸臂梁 (Cantilever Beam) 計算之，BC 為固定部分，應力圖 (Stress diagram) 如圖所示，在 AB 部分主働土壓之方向，係自右向左，在 BD 部分受働土壓之方向係自左向右，在 DC 部分主働土壓之方向係自右向左。B 點所生之支承力 (Bearing Pressure) 為 q ，C 點之支承力為 f ，為求安定起見，在 BD 部分亦生自右向左之主働土壓。

$BD = t$ ，如板樁在此情形下，保持平衡時，則應力圖 (Stress Diagram) 之兩邊面積須相等。

$$\text{由 } \Sigma H = 0$$

$$\Sigma H = kw h_1 h + \frac{1}{2} kw h^2 + kw (h_2 + h) t - qd + (e+f) d = 0$$

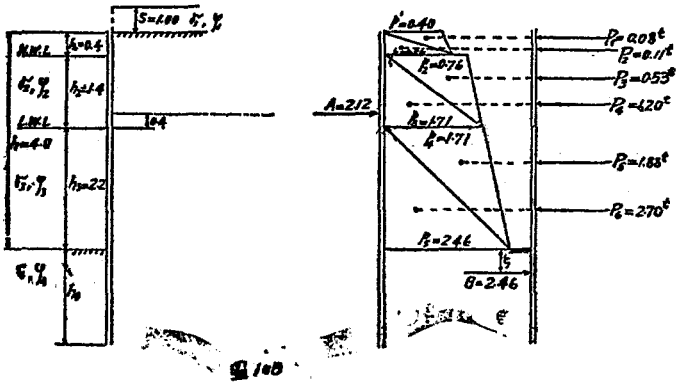
$$\text{力距之中心為 C 點時。由 } \Sigma M = 0$$

$$\Sigma M = kwh_1h(d + \frac{1}{2}h) + \frac{1}{2}kwh^2(d + \frac{1}{3}h) + kw(h_1+h)t(d - \frac{1}{2}t) - \frac{1}{2}ed^2 + (e+f)\frac{d^2}{6} = 0$$

$$t = d \frac{e}{e+f} \quad k = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$$

由上兩式中求 e 及 f ，然後再求此板樁所受之最大彎曲率。

§ 10 板樁之設計例 (Design of Sheet_Pile)



假定支點在水底附近，如圖 108。

$$S = 1.00m$$

$$h = 4.00m$$

建設總署土木工程專科學校

134

圪工學講義 (張玉田講授)

$$h_1 = 0.40\text{m}$$

$$h_2 = 1.40\text{m}$$

$$h_3 = 2.20\text{m}$$

$$\sigma'_1 = 1.6\text{t/m}^2$$

$$\sigma'_2 = 2.0\text{t/m}^2$$

$$\sigma'_3 = 1.0\text{t/m}^2$$

$$\varphi_1 = 35^\circ$$

$$\varphi_2 = 30^\circ$$

$$\varphi_3 = 30^\circ$$

$$\varphi_4 = 30^\circ$$

$$\xi = 0.08h$$

$$\sigma'_e = 1650 \text{ kg/cm}^2 \text{ (鐵板樁之容許應力)}$$

$$\sigma'_{c0} = 40 \text{ kg/cm}^2 \text{ (混凝土鋪定板之容許應力)}$$

$$\sigma'_s = 1100 \text{ kg/cm}^2 \text{ (鋪定桿及鐵筋之容許應力)}$$

1. 土壓之計算

$$P' = \sigma'_1 \text{Stan}^2(45^\circ - \frac{\varphi_1}{2}) = 1.6 \times 1 \times \text{tan}^2(45^\circ - \frac{35^\circ}{2}) = 0.40\text{t/m}^2$$

$$P_1 = \sigma'_1(s+h_1)\text{tan}^2(45^\circ - \frac{\varphi_1}{2}) = 1.6 \times (1+0.4)\text{tan}^2(45^\circ - \frac{35^\circ}{2}) = 0.56\text{t/m}^2$$

$$P_2 = \sigma'_1(s+h_1)\text{tan}^2(45^\circ - \frac{\varphi_2}{2}) = 1.6 \times (1+0.4)\text{tan}^2(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}) = 0.76\text{t/m}^2$$

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義 (張玉田講授)

185

$$P_2 = P_1 + \sigma'_2 h_2 \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi_2}{2}) = 0.76 + 2 \times 1.4 \tan^2(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}) = 1.$$

$$71t/m^2$$

$$P_4 = \{ \sigma'_1(s+h_1) + \sigma'_2 h_2 \} \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi_2}{2}) = \{ 1.6(1+0.4) + 2 \times 1.4 \}$$

$$\tan^2(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}) = 1.71t/m^2$$

$$P_6 = P_4 + \sigma'_3 h_3 \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi_3}{2}) = 1.71 + 1 \times 2.2 \times \tan^2(45^\circ - \frac{30^\circ}{2}) = 2.46$$

$$t/m^2$$

用以上所求出之P值，作土壓分佈圖，依對角線再分成多數之三角形，先求三角形之面積，然後再計算各區分之土壓力。

$$P_1 = p_1 h^2 \times \frac{1}{2} = 0.40 \times 0.40 \times \frac{1}{2} = 0.08t$$

$$P_2 = p_2 h_1 \times \frac{1}{2} = 0.56 \times 0.40 \times \frac{1}{2} = 0.11t$$

$$P_3 = p_3 h_2 \times \frac{1}{2} = 0.76 \times 1.40 \times \frac{1}{2} = 0.53t$$

$$P_4 = p_4 h_2 \times \frac{1}{2} = 1.71 \times 1.40 \times \frac{1}{2} = 1.20t$$

$$P_5 = p_5 h_3 \times \frac{1}{2} = 1.71 \times 2.20 \times \frac{1}{2} = 1.88t$$

$$P_6 = p_6 h_3 \times \frac{1}{2} = 2.46 \times 2.20 \times \frac{1}{2} = 2.70t$$

各土壓之作用點在各三角形之重心。

2. 反力之計算

依 A, B 為兩支點之單桁 (Simple Beam) 計算

$$\sum H = 0.08h = 0.08 \times 4.00 + 0.32m$$

建設總署土木工程專科學校

186

坊工學講義 (張玉田講授)

$$\begin{aligned} \text{B 點之彎曲率} &= A(0.40+h_2+\xi) - P_5(\frac{1}{3}h_2+\xi) - P_6(\frac{1}{3}h_2+\xi) = 0 \\ &= A(0.4+2.20+0.32) - 1.88(\frac{1}{3}\times 2.2+0.32) \\ &\quad - 2.70(\frac{1}{3}\times 2.2+0.32) = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A = 2.12t$$

$$B = P_5 + P_6 - A = 1.88 + 1.70 - 2.12 = 2.46t$$

3. 最大彎曲率

A, B 兩支點間，任取一點，此點距 A 支點之長度為 y ，先求 y 點之彎曲率

My, 由 $\frac{dMy}{dy} = 0$ 式 求 y ，將 y 代入 My 式，此 My 即為最大彎曲率。

$$\begin{aligned} My &= Ay - P_4(y-0.4) \times \frac{1}{2}(y-0.4) - \frac{P_5-P_4}{h_2}(y-0.4) \frac{1}{2}(y-0.4) \times \\ &\quad \frac{1}{2}(y-0.4) - \left\{ P_3 - \frac{(P_3-P_2)0.4}{h_2} \right\} 0.4 \left\{ \frac{0.4}{2} + (y-0.4) \right\} - \frac{P_4-P_3}{h_2} \\ &\quad \times 0.4 \times \frac{1}{2} \times 0.4 \left\{ \frac{0.4}{3} + (y-0.4) \right\} = -\frac{P_5-P_4}{6h_2} y^3 - \left(\frac{h_4}{2} - \frac{P_5-P_4}{h_2} \right. \\ &\quad \times 0.2) y^2 \\ &\quad + (A + 0.4P_4 - \frac{P_5-P_4}{h_2} \times 0.08 - 0.4P_3 - \frac{P_4-P_3}{h_2} \times 0.08) y \\ &\quad - 0.8P_4 - \frac{P_5-P_5}{h_2} \times 0.11 + 0.08 P_3 + 0.022 \frac{P_2-P_2}{h_2} \\ &= -0.056y^3 - 0.08y^2 + 2.04y + 0.015 \\ \frac{dMy}{dy} &= -0.168y^2 - 1.56y + 2.04 = 0 \end{aligned}$$

建設總署土木工程專科學校

坊工學講義 (張玉田講授)

137

$$\therefore y = 1.61\text{m}$$

$$\begin{aligned} M_{\max} &= -0.056 \times 1.61^2 - 0.78 \times 1.61^2 + 2.04 \times 1.61 + 0.015 \\ &= -0.235 - 2.04 + 3.26 + 0.015 = 1000\text{kg-m} \end{aligned}$$

4. 板樁之計算

使用八橋製鐵廠所出板樁 AII

板樁 AII 之斷面 (Section Modulus) 爲 869cm^3

$$\therefore \frac{M_{\max}}{S} = \frac{100000}{869} = 115\text{kg/cm}^2 < 1610\text{k4/cm}^2$$

5. 埋入土中深度之計算。

假定深度 h_4 爲 2.3m

板樁前部之全抵抗土壓爲 P' 。

$$P' = \frac{1}{2} \gamma_4 h_4^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_4}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 2.0 \times 2.3^2 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{30^\circ}{2} \right) = 17\text{t}$$

$$3B = 3 \times 2.46 = 7.4\text{t}$$

$$\therefore P' > 3B$$

6. 張力鋼棒之計算

利用 $\varnothing 30\text{mm}$ 之鋼棒 A 點之全反力爲 A'

$$A' = A + (P_1 + P_2 + P_3 + P_4) = 2.12 + (0.08 + 0.11 + 0.53 + 1.20)$$

$$= 4.04\text{t}$$

作用於鋼棒之力爲 Z 時

$$Z = A' L \quad (L \text{ 爲鋼棒間之距離})$$

$$= 4.04 \times 1.6 = 6.5\text{t}$$

設設總署土木工程專科學校

138

圩工學講義 (張玉田講授)

$$\frac{Z}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{6.5}{3.14 \times 3^2} = 0.92t/cm^2$$

$$920kg/cm^2 < 1100kg/cm^2$$

7. 橫梁之計算

如圖109.

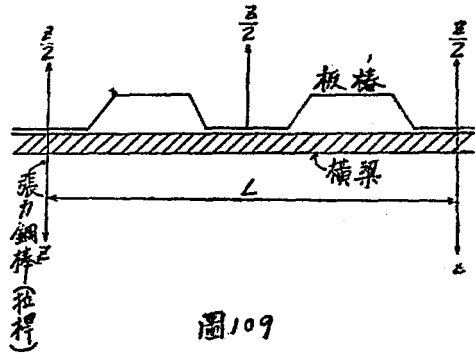


圖109

$$\begin{aligned} M'_{\max} &= \frac{1}{2} Z \times \frac{L}{10} \\ &= \frac{1}{2} \times 6.5 \times \frac{1.6}{10} \\ &= 0.52t \cdot m \end{aligned}$$

$$S' \geq \frac{M'_{\max}}{\sigma} = \frac{1.52 \times 1000 \times 100}{1100} = 48cm^3$$

如用漸面 125 × 65 之兩個 [時 $58.04 \times 2 = 136.08cm^3$

8. 鑄定板之高度

命 $h_0 = 2.20$ $\eta = 1.20\text{m}$

命抵抗土壓為 Q 時

$$Q = \gamma_1 k_0 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} \right) \eta L$$

$$= 1.6 \times 2.2 \times \tan^2 \left(45^\circ + \frac{30^\circ}{2} \right) \times 1.2 \times 1.6$$

$$= 20.4\text{t}$$

$3Z = 3 \times 6.5 = 19.5\text{t}$

$\therefore Q > 3Z$

9. 鑄定板之位置

自板樁至鑄定板之距離為 L' ，如圖 110

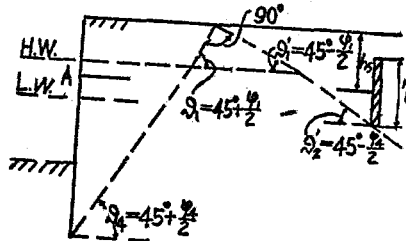


圖 110

$$L' \cong (h_4 + h_2 + h_3) \cot \varphi_1 + h_1 \cot \varphi_1 + h_1 \cot \varphi_1' + \left(h_2 + \frac{\eta}{2} - h_1 \right) \cot \varphi_2'$$

建設總署土木工程專科學校

140

圪工學講義 (張玉田講授)

但 $\theta_1 = 45^\circ + \frac{\varphi_1}{2}$ $\theta_1' = 45^\circ - \frac{\varphi_1}{2}$

$$\theta_2 = \theta_3 = \theta_4' = 45^\circ + \frac{\varphi_2}{2}$$

$$\theta_2' = \theta_3' = \theta_4 = 45^\circ - \frac{\varphi_2}{2}$$

$$L' \geq h_1 \cot(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2}) + (h_2 + h_3 + h_4) \cot(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2}) + h_1 \cot(45^\circ$$

$$- \frac{\varphi_1}{2}) + (h_5 - h_1 + \frac{7}{2}) \cot(45^\circ - \frac{\varphi_2}{2})$$

$$- 0.4 \times 0.52 + (1.4 + 2.2 + 1.4) \times 0.58 + 0.4 \times 1.92 + (2.2 - 0.4 +$$

$$\frac{1.2}{2}) \times 0.58 = 5.268\text{m}$$

10. 鋪定板之厚度及鐵筋之計算。

$$M''_{\max} = \frac{z}{2} \times \frac{\eta}{4} = \frac{6.5 \times 1.2}{2 \times 4} = 0.98 \text{ m}$$

命板之厚度為 30cm, 有效高 $d = 23\text{cm}$ (被覆 7cm)

$$\text{鐵筋量 } A_s = \frac{M}{\sigma_s d \rho_s}$$

$$= \frac{98000 \times 8}{7 \times 23 \times 1100} = \frac{784000}{177100} = 4.4 \text{ cm}^2$$

因此用 $\phi 14 \sim \phi 10\text{mm}$ 之鐵筋, 鐵筋量為 11cm^2

11. 應力計算。

$$P = \frac{A_s}{bd} = \frac{11}{160 \times 23} = 0.0029$$

$$K = 0.286, \quad j = 0.905$$

$$\sigma_c = \frac{2M}{kjb^d} = \frac{2 \times 98000}{0.286 \times 0.905 \times 160 \times 23^2} = 8.95 \text{kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A sj d} = \frac{98000}{11 \times 0.905 \times 23} = 426 \text{kg/cm}^2$$

12. 繫船柱及防舷材

繫船柱為徑 36cm 高 1.50m 之花崗岩，繫船柱之距離為 16.00m。

防舷材之斷面為 $25 \times 25 = 625 \text{cm}^2$ 之木角材，防舷材之距離為 16.00m。

第七章 圬石工程 (Masonry Works)

§1 石工 (Stone Masonry)

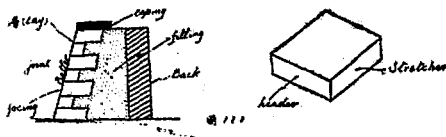
I. 石工之分類

依使用石材之情狀，石工可分為三種如下：一

- i 粗石 (Rubble Stone) —— 石面保持由石坑採出時之原狀。
- ii 切石 (Cut Stone or Ashlar) —— 此種石材之表面頗為光滑，而經過一次修整者。
- iii 角石 (Squared Stone) —— 此種石材介乎粗石與切石之間。

以上各種石材，在堆砌時，接縫 (joint) 須在同一水平線上，因此接縫線之或長或短，致有長層石工，斷層石工，不分層石工之區別。

2. 圬工牆之用語，如圖 111



圬石工程之隅角須用較大之石材，此石謂之隅石 (Quoin)。

3. 圬工之灰縫 (joint) 如圖 112

堆砌石料時，在接縫之內，應注入灰砂漿 (Mortar)，但灰砂漿之力量殊不堅固，因此須使灰縫愈少愈佳。不應於縱向作連續之灰縫，須作斷縫 (Broken joint)，各層砌時當須水平。

依所用石料之形狀，致各種之灰縫亦不相同，如用大塊石料時，即能減

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義 (張玉田講授)

143

少灰縫，圬工之強度亦隨之大為增加。但每塊石料如過大時，則重量太重，不便搬運。

大凡石料之長，寬，厚皆有一定之關係，依石質而變化之。茲以 L = 長， b = 寬 d = 厚時

則其互相之關係如下：

硬石 $L = 4d \sim 5d$

$b = 3d$

軟石 $L = 1.5d \sim 3d$

$b = 1.5d \sim 2d$



4. 間知石積工如圖 113

此種石工為日本固有之一種，在大塊石之間放入小石，使大石不致滑下。間知石之面普通為方形，背面漸次減細，堆砌間知石時，一般不用灰沙漿 (Mortar)，而用乾砌法，但高度在 2~2.5m 以上時，須用灰沙漿。

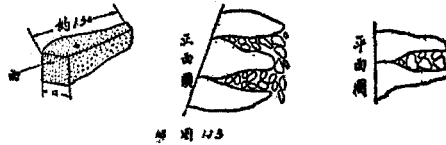


圖 113

以此種方法所修成，石牆，前面應作成 $\frac{1}{0.3 \sim 0.5}$ 之坡度。間知石以互

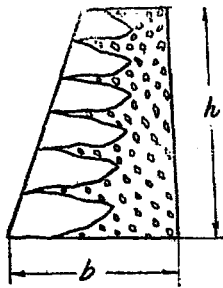


圖 114

相之摩擦力以保持安定，愈在下部者應愈用大石

。惟堆砌時應注意下列事項：

- i 石層與壓力之方向應垂直，以使壓力能分佈於廣大之面積上。
- ii 用灰沙漿填滿石料之空隙，俾表堅固。
- iii 石料在使以前，應使其儘量吸收水分，以助灰沙漿之硬結。

§2 磚工(Brick Masonry)

1. 磚工

古代建築物多用磚築造之，磚工建築物可以耐火，耐久，並可作成任意之形狀。因磚之體積小，故便於搬運，較石工之價格亦頗廉。粘土豐富之地，出產量尤多。此種建築物之缺點即體積較小，堆砌時需時太多。磚之形狀則按地域有所不同，依燒時之程度大小，品質亦自不同。所燒之程度小時，吸收之水分則多，磚亦不甚堅固。磚之普通耐壓強度為 100 kg/cm^2 左右。

2. 砌磚法

砌磚工時，磚與磚之間，應用灰沙漿連結。灰沙漿之厚度普通為 6~10 mm。在縱的方向，不可作連續之灰縫(joint)，水平之灰縫(Horizontal joint)務須保持水平。壓力須分布於較多之磚面上，一切雨水尙應預防自灰縫流入。砌磚之前，須先將磚放入水中浸過使用。磚工之強度與吸水率頗有關係，吸水率愈大則愈弱。磚工之露出面，依其為露頭磚(header)或露側磚(Stretcher)，而其強度亦自不同也。

3. 砌磚式 (Bond)

i 英砌式。(English Bond)如圖115所示。以露頭磚一層與露側磚一層相

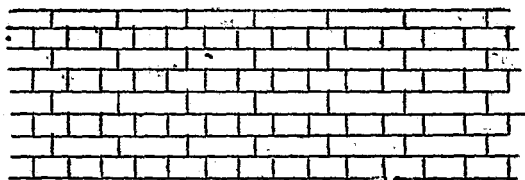


圖 115

間砌之，因露頭磚層中豎縫之數為露側磚層中豎縫之數之二倍，故在砌露頭磚層時，須注意勿使豎縫過厚，否則露頭磚所占地位大於一露側磚，而上下層間，豎縫或不免有在一直線上之處。

英砌式能使壓力分布於廣大之面積上，故圬工非常堅固，多用於土木工程，惟外觀則不甚美。

ii 法砌式(Flemish Bond)

如圖116.用此式砌磚時，每一層中露頭磚與側磚相間砌之。而上層露頭

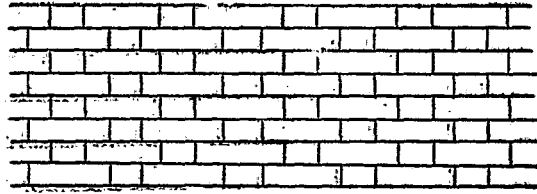


圖 116

磚恰置在下層露側磚之中心。每層中豎縫之數相同，故砌時較英砌式為易，然強度則較遜，外觀亦頗美麗。砌磚時應注意之事項：

因磚有吸水性，故砌磚時應先用水將磚潤濕，以免灰沙漿中之水分被磚吸收，致凝固而不合度。倘忽略此點，則磚工易趨於破壞。

砌磚工時，不當祇將磚塊置於灰沙漿之上，且須加壓力以使灰沙漿嵌入磚之孔隙，而發生最大附着力。

4. 灰縫(joint)如圖 117。

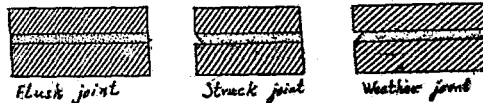


圖 117

5. 磚工之強度

依磚之強度，砌法，及灰沙漿之品質，致磚工之強度頗不相同，但迄今尙無確實之標準，最堅固舖砌之磚工，其強度為 $25\text{kg}/\text{cm}^2$ 。如磚之強度減少時，磚工之強度亦隨之減少。如磚之強度為 $180\text{kg}/\text{cm}^2$ 用 1:3 之灰沙漿量

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義 (張玉田講授)

147

砌時，則其強度為 14kg/cm^2 。普通磚工之強度尚不及磚之強度之十倍。

6. 磚工所用之勞工。

從事工作之工人數目，依工費之多寡，工率之難易，工事種類，工作地點之交通，及材料供給之方法而有所不同。例如修築磚牆或磚柱時，則工作較快。修橋台，橋脚，或城牆時，每工人一日約可修砌 800~1000 個磚。修拱(Arch)時，則每工人一日約可修砌 600~800 個磚，除砌磚工人外，尚須有協助之工人，即運磚之工人及作灰沙漿之工人是也。

7. 磚及灰沙漿之需用量。

磚及灰沙漿之需用數量依磚之大小，形狀，及灰縫之厚薄而異。因在運送時，尚有被破壞之虞。故須在應用磚數之外，再加上 2~3%，灰縫之厚度普通約為 6~10mm。如 1m^3 所需之磚數為 N 時，則

$$N = \frac{1000000\text{cm}^3}{(1+n)(b+n)(d+m)} \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

式中 l = 磚長度， n = 灰縫寬度
 b = 磚寬度， d = 磚厚度，
 m = 灰縫厚度 p = 所增之百分數字

如用 $210\text{mm} \times 100\text{mm} \times 60\text{mm}$ 尺寸之磚，灰縫之厚為 6mm 時，

$$\text{則， } N = \frac{1000000}{216 \times 106 \times 66} = 662$$

如所用之灰沙漿之數量為 M 時

$$\text{則， } M = 1000000 - 21 \times 10 \times 6 = 0.166\text{m}^3$$

由此可知 1m^3 磚之數量為 600~700 個，灰沙漿為 $0.2 \sim 0.3\text{m}^3$ ，灰沙漿之成分為 1:2, 1:3, 1:4。

第八章 混凝土工程 (Concrete Works)

§ 1 概論 (General Remarks)

混凝土工程發達近來異常，用途亦頗廣大，價格亦廉。可能作成任意之形狀，並可耐震耐火，且破壞時亦頗易於修理。原料亦甚豐富，可易於獲得。尚便於水底施工，能作巨大之構造物。但其缺點為弱於耐張力，惟此缺點可以鋼筋補強之。此外並缺少壯嚴及美麗，且較自然之石為弱。

混凝土之強度依所用之洋灰之性質及數量，砂石之種類，配合方法，用水之性質及多寡而有所不同。最要者為混凝土作成後，其保護之良否關係甚大。

攪拌混凝土所用之水須清潔，不可用含有鹽質者。混凝土所用之砂不可含有粘土，如有時，須將砂中之粘土洗去。海邊之石子，因含有鹽質故，不利於工作。石子之形狀應為立方體，細而長之石子則不甚好。石子或碎石須孔小，大小並應混雜。石子碎石之耐壓強度皆相似。耐曲強度，及耐張強度，則碎石較天然石子為大。作混凝土時需要搗勻。如搗不勻時，則將發生空隙，密度亦隨之減少，該處亦即為構造物之弱點，故構造物破壞時，多自此處破壞之。

§ 2 混凝土配合法 (Proportioning of Concrete)

混凝土配合之要點為硬石子，或碎石之空隙用砂填滿，砂之空隙被洋灰填滿，目的為使空隙減少。混凝土配合之表示方式，計有三種，列之如下。

i 體積配合 (Proportioning of Volume) 砂，石子皆依容積計算之，此種方法最簡單而便利。惟有缺點，即材料之計算不能甚為準確。

ii 重量配合 (Proportioning of Weight) 混凝土材料皆依重量計算，此法在現場工作時遇為煩雜，普通皆專用之於實驗室。

iii 複式配合 砂子及石子以容積計算，洋灰以重量計算

混凝土所用水分之多寡，依水與洋灰之重量比率數大小而決定之。

W = 水之重量

C = 洋灰之重量

$$\frac{W}{C} = x$$

混凝土之強度與 x 成反比例。

§ 3 冬季打築混凝土 (Concrete Laying in Winter)

在寒冷之地打築混凝土時，混凝土之性質往往非常惡劣，因在混凝土硬化以前即被凍結，不得發揮其化學變化，空氣之溫度如在 5°C 以下時，則不利於作混凝土工作。混凝土硬化時所需用之時間約為 72 小時 10°C 左右。

§ 4 混凝土保護法 (Curing of Concrete)

混凝土在硬化時，應依下列三項方法保護之。

i 不可乾得太早，應常撒水以便其濕潤，如此則混凝土能發揮其充分之硬度。

ii 保持適宜之溫度 $20^{\circ}\text{C} \sim 30^{\circ}\text{C}$ 最為適當。

iii 混凝土在發揮充分強度以前，不可予以震動，並不可負實有荷重。

§ 5 混凝土之材料計算法

洋灰，砂，石子之絕對容積者，即其容積內所有固體之實容積。有下列之公式。

建設總署土木工程專科學校

150

圬工學講義 (張玉田講授)

$$\text{絕對容積} = \frac{\text{重量}}{\text{比重} \times \text{水之單位重量}}$$

洋灰 比重 3.1

砂 比重 2.65

石子 比重 2.65

普通假定洋灰 1m^3 之重量為 1500kg 砂，石子之重量，須以表面乾燥者定之。茲定混凝土之配合為 $1:2:3$ ，水與洋灰之重量比為 0.6 ，計算各種材料之需要量。先算洋灰 1m^3 時，各種材料之重量絕對容積。

(重量) (比重) (水之單位體積) (絕對容積)

洋灰	1×1500	$\div (3.14 \times 1000)$	$= 0.484\text{m}^3$
砂	2×1630	$\div (2.65 \times 1000)$	$= 1.291\text{m}^3$
石子	3×1720	$\div (2.65 \times 1000)$	$= 1.947\text{m}^3$
水	$1 \times 1500 \times 0.6$	$\div 1000$	$= \frac{0.900\text{m}^3}{4.550\text{m}^3}$
	和		

由上式所求之混凝土量 4.550m^3 為在計算時將吸收及蒸發當作零而得數量。

混凝土 1m^3 中所有之洋灰量為 $1 \div 4.550 = 0.220\text{m}^3$

$$0.220 \times 1500 = 330\text{kg}$$

因此每 1m^3 之混凝土所需要材料之數量如下

洋灰	330kg 即 0.220m^3
砂 (洋灰容積之2倍)	$0.220 \times 2 = 0.440\text{m}^3$
石子 (洋灰容積之3倍)	$0.220 \times 3 = 0.660\text{m}^3$
水	$330\text{kg} \times 0.6 = 198\text{kg} = 198\text{l}$

建設總署土木工程專科學校

圬工學講義 (張玉田講授)

151

§ 6 關於混凝土細骨材之性質及使用量影響洋灰量之實驗(砂與石子爲1:2之容積比時因用細砂而致增加洋灰量之考察)

1 緒言

在華北各地工事現場，由于施工之結果，得知各地混凝土工程所用之砂，其顆粒均甚微小，故對於混凝土 (Concrete) 之構造實爲品質不良之骨材 (aggregate)。

當混凝土作成後，其硬化 (Setting) 不能獲得理想上之結果，如表面之不良，或易受磨損，實因砂粒過細或由於泥土含有量過大所致者也。表 (1) 圖 (1) 爲依照本署公路局材料試驗室所調查之華北各地砂之細度及泥土含有量所作成，其中砂粒多甚微細，多數均在日本土木學會標準示方書範圍之外，(其粒徑在 0.6mm 以下者佔其大部，而在 1.2mm 以上者甚鮮) 故由該表可知砂之粒度不僅微小即其顆粒大小相同者亦甚多也。關於泥土含有量一項，由經洗試驗所得，其結果已遠超示方書之外，此試驗所用之砂雖僅採自北京附近，但吾華北除特殊一二地方外，均各大同小異故此等粒度誠爲吾等所欲討論者也。

泥土含有量之影響，姑不具論，今僅就此等較細之砂能否適用於澆築混凝土之問題加以探究之，因砂之粒度適合時，則混凝土之強度，可以充分發揮，並可獲得適合所需性質之混凝土，同時砂之粒度粗細兼備，而勻稱時，較全爲細砂之密度 (density) 爲大，而表面積 (Surface area) 較小因之所用洋灰 (Cement) 量亦少，故可作成適當強度 (Strength) 適當水密性，以及其他所要性質之混凝土也。

關於混凝土用砂問題，須先以遠方運來砂粒所需之費用，與現地所取不

建設總署土木工程專科學校

152

圬工學講義 (張玉田講授)

良之砂而致多用洋灰之費用，兩相比較然後擇其較為經濟者用之，此種比較之資料日本早已有之，但吾華北尙屬闕如吾等實驗之動機實基於此，惟僅足供工事現場之參考耳。

本實驗爲本署北京工程局工務科暨北京施工所利用公餘之暇，而從事工作者，吾等爲手續簡單起見，將所作實驗分期行之，由簡而繁，相繼將所得成績，供獻於社會，至所實驗之手續，以及精確之程度，其不完善之處，當所不免，此項缺點，待諸實驗完竣後再行調整，前蒙本署公路局材料試驗室之協力，裨益良多，特誌謝忱，本局之担当者，在工務科科長指導之下計爲張玉田技正田純忠試用員，及北京施工所中川技士米泥笠井二技佐等。

2 第一實驗目的

關於混凝土之配合，其性質上所要求者，普通爲強度，施工軟度，及經濟三者是也，爲得適當安全率 (Factor of Safety) 之強度，及合於實際工作之施工軟度，尤爲必要之根本二條件也；爲滿足此等條件計，其配合 (Proportion) 實非一種，因之有要求合理性之心要，亦即首先規定水與洋灰之比 (Water Cement ratio, w/c) 及坍落 (Slump) 之數值，再依砂石二性質 (主要爲粒度) 而選擇最經濟之配合。在混凝土之配合中所用之砂倘既細且勻，尤其考察之必要，普通均以所要強度，而定洋灰量之多寡，砂與石子之比爲 1 : 2 即 1 : 2 : 4 或 1 : 3 : 6 較經濟之配合是也，故此配合歷來多沿用之，但此種配合方法，依砂及石子之性質，強度施工軟度爲一定時可作成貧配合 (lean proportion) 之混凝土，倘砂與石子之性質不宜則將形成富配合 (rich proportion) 本實驗爲明瞭此點使用特種之砂與石子；照前述之容積比爲一定時，而求洋灰之所要量。

建設總署土木工程專科學校

坊工學講義 (張玉田講授)

153

3 實驗上諸條件

(1) 砂與石子之配合——容積比為 1 : 2。

(2) 砂與石子之性質——永定河蘆溝橋下游 1.300 米處所取之砂與石子其性質如表 (1)。

(3) 洋灰——所使用之洋灰，為唐山啟新公司所製之波特蘭洋灰 (portland cement) 於民國 31 年 3 月購入，現場貯藏期為一個月，此洋灰為根據 JES 第 28 號 A₄ 之洋灰，其 28 日之壓縮強度 (Compressive strength) 為 500 kg l_{cm}² 此強度之值，於現狀設備下，實驗甚為困難，此僅推定之值耳，此值乃根據民國 29 年 12 月及民國 30 年 8 月，本署公路局委託日本內務省土木試驗所，測定啟新洋灰之壓縮強度為 273.7 kg l_{cm}² 及 566.7 kg l_{cm}² 此 500 kg l_{cm}² 之所由來也。

(4) 混凝土之強度——混凝土之所要強度依一般情形所謂 1 : 2 : 4 之混凝土之容許壓縮強度 (allowable compressive strength) 為 $\sigma_n = 50 \text{ kg l}_{\text{cm}}^2$ ，但日本土木學會標準示方書其標準供試驗經過 28 日後之破壞壓縮強度最少為 $\sigma_{28} = 200 \text{ kg l}_{\text{cm}}^2$ 。

(5) 施工軟度——測定施工軟度之方法，暫用體落試驗 (Slump test) 此坍落數值，依構物之種類及混凝土製造之方法而各異，普通為由 2cm → 20 cm，在此範圍之外者，無再考察之必要矣。

(6) 水及洋灰重量之選定，在普通情形下，混凝土之強度，乃以所用之水及洋灰之重量比而左右之，因之，所要強度亦隨之更易，依日本土木學會標準示方書第二五條，普通洋灰據 JES 作成後 28 日之洋灰壓縮強度在 500 kg l_{cm}² 以上時。

建設總署土木工程專科學校

154

圬工學講義 (服玉田教授)

$$\sigma_{28} = -150 + 190 \text{ c/w}$$

上式中 σ_{28} 與 c/w 之關係決定後，以 $\sigma_{28} = 200 \text{ kg lcm}^2$ 代入上式，其 w/c 之值計為 0.543，若以日本東大工學部濱田教授之實驗式 $F = \frac{2.2k}{20^x}$ 計算之 W/c 之值仍為 0.54。上式中 F ：混凝土 28 日後之壓縮強度。

K ：洋灰 28 日後之標準壓縮強度。

x ：水與洋灰之重量比。

同時在該教授之著作中，洋灰及混凝土試驗及於現場中應用該公式時，其壓縮強度減少 1/10 亦即用 $F = \frac{20k}{20^x}$ 由此公式計算得 w/c 為 0.54。

即欲得壓縮強度 200 kg lcm^2 時水與洋灰比 w/c ，不得超出 54% 因之本實驗亦定 W/c 為 54%。

(7) 混合時需用水量

為獲得所要強度，所需之水量計應為 54%，骨材表面所含水量與混凝土凝結硬化 (Setting) 之化學變化有關，故包含於需水量中，但骨材中砂之吸水量，在此處為混合需水量上之最大問題，因在初期硬化期間，一部水量，為砂所吸收，則需要之水量自感不足，是以於上述之需用水量外，應再加砂之吸收水量，一面因骨材表面水量關係須於上述二者之和內，減去此表面水量，所餘者即為實際混合時需用之水量矣。但惜測定吸收水量之標準方法，今日尚未能定耳。

骨材之吸水量，須視執行工程者之判斷而決定之，在日本土木學會標準示方書之解說中，有云：「混凝土配合需水量須增加骨材在水中浸自 15—30 分鐘時之骨材吸水量」但本實驗所用之砂太細，吸水量亦大，其影響甚多，頗難判定，故不能以想像而決定之，倘不明此點，則頗難得有效之結果，但欲明晰此點，其求得之方法甚多，須於研究後再重行規定，如今實施，需時尚多，因

工務總署土木工程專科學校

圻工學講義

155

之暫不論述，本實驗假定骨材之吸水量為零，在數字上概略計算，雖不精確，但所用之洋灰量，乃先求其洋灰必要量之最大限度者，然後再求其所需之洋灰量。

4 實驗方法

(1) 混凝土各材料之配合量

種類	混合一立方公尺 混凝土之準備量			本實驗使用量 (0.03 m ³)			
	洋灰 kg	砂 m ³	石子 m ³	洋灰 kg	水 c.c.	砂 m ³	石子 m ³
1	320 (1)	0.45 (2.1)	0.90 (4.2)	9.60	5184	0.0135	0.027
2	360 (1)	0.45 (1.9)	0.90 (3.8)	10.80	5832	0.0135	0.027
3	400 (1)	0.45 (1.7)	0.90 (3.4)	12.00	6480	0.0135	0.027
4	410 (1)	0.45 (1.65)	0.90 (3.3)	12.30	6642	0.0135	0.027
5	420 (1)	0.45 (1.6)	0.90 (3.2)	12.60	6804	0.0135	0.027
6	430 (1)	0.45 (1.57)	0.90 (3.14)	12.90	6966	0.0135	0.027
7	440 (1)	0.45 (1.53)	0.90 (3.06)	13.20	7128	0.0135	0.027
8	450 (1)	0.45 (1.5)	0.90 (3.0)	13.50	7290	0.0135	0.027
9	460 (1)	0.45 (1.47)	0.90 (2.94)	13.80	7452	0.0135	0.027
10	470 (1)	0.45 (1.44)	0.90 (2.88)	14.10	7614	0.0135	0.027
11	480 (1)	0.45 (1.41)	0.90 (2.82)	14.40	7776	0.0135	0.027
12	500 (1)	0.45 (1.35)	0.90 (2.70)	15.00	8100	0.0135	0.027

工務總署土木工程專科學校

156

圪工學講義

本實驗所用砂及石子其含水量假定爲零，當量砂與石子時，以特製木升一次量之，不稍震動，其使用量已超出其必要之數目，爲補救測定上之失敗及減少水量蒸發而用之。

(2) 混合——利用人工混合方法，置砂及洋灰於一處攪拌六次，加適當之水量，仍拌六次，然後加以石子再攪拌八次以上，於每次攪拌之際，爲保持水量之一定，對於所用之鐵板及鏟均於混合之前，以燥乾之濕布拭之。

(3) 坍落 (Slump) 之測定——坍落數值之測定爲依照日本土木學會標準示方書所定之「混凝土流動性試驗標準方法」內之坍落 (Slump) 試驗方法，共測五次，每次所得坍落數值，以圓錐型 (Cone) 上面中心下降部份爲準，以互相垂直之兩方向測定之，然後取其平均值，至實驗所用之混凝土，用一次後，即不再複用。

5 坍落 (slump) 實測值

本實驗爲利用三十一年四月六，七日休假日日期，在蘆溝橋，溢流堤工事現場所作，今將該日氣候略誌於下：

試驗實施日	天 氣	氣 溫	水 溫	風
四月六日	晴 天		11°C~13°C	終日大風
四月七日	晴 天	13°C~16°C	7°C~10.5°C	終日大風

坍落 (Slump) 實測值之結果如下：

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義

157

號	洋灰 kg	坍落 (Slump) 值					坍落 平均 值	註
		I	II	III	IV	V		
1	320	0.15 0.19	0.05 0.15	0.22 0.30	0.10 0.18	0.19 0.20	0.173	
2	360	0.20 0.40	0.25 0.25	0.40 0.45	0.50 0.50	0.35 0.35	0.365	
3	400	1.50 1.50	0.55 0.55	0.35 0.35	0.35 0.60	0.50 0.50	0.675	
4	410	1.80 2.00	1.80 1.90	1.80 2.00	1.55 1.70	1.00 1.15	1.670	
5	420	2.70 2.80	2.50 2.40	2.70 2.90	1.90 2.00	1.90 1.80	2.360	
6	430	3.10 3.10	3.10 3.15	2.80 2.80	2.90 2.80	2.30 2.40	2.845	
7	440	4.55 5.00	4.70 4.95	4.40 4.50	4.55 4.75	4.55 4.85	4.68	
8	450	5.55 5.55	4.90 4.90	4.50 4.70	4.10 4.40	3.85 4.00	4.645	
9	460	10.15 9.60	9.20 9.65	6.80 7.20	6.55 6.90	6.50 7.00	7.955	
10	470	10.50 10.50	9.60 9.60	8.70 8.70	8.10 8.10	7.60 8.00	8.94	
11	480	11.80 12.00	11.90 11.80	12.00 12.60	8.90 9.30	9.10 9.40	10.88	
12	500	16.40 17.00	16.60 17.90	16.40 16.50	15.50 15.50	14.30 14.30	16.04	

6 關於實驗結果之考察

* (1) 坍落 (Slump) 值及洋灰使用量之關係——由實測之結果如圖 (2) 所示由上表可知，如不用多量之洋灰，不能得適當之坍落 (Slump) 值如欲得坍落值 5 cm 時，作成混凝土一立方公尺所需之洋灰量為 450 kg，其配合比為

工務總署土木工程專科學校

158

圪工學講義

1:1.5:3.0 此種配合爲富配合 (rich proportion), 所用洋灰量已遠超吾等所想像者矣。

當拌好之混凝土, 使用長桶運送時所需坍落 (Slump) 之值尤大, 故需洋灰較多, 此種結果, 實由於砂粒之細及泥土含有量之多而促成者也, 日本之海砂粒度雖小, 而泥土含有量則甚少, 故其配合或可不至如上述之程度, 以上兩點爲吾華北各地所產砂與石子之不良條件也。

(2) 洋灰使用量——在普通常識下, 欲作一立方公尺之混凝土, 其洋灰所要量, 爲 340 kg 時, 爲保持所需適宜之強度, 此量不適宜於施工軟度, 若欲坍落值適用於工事時則須增加水量, 因之使強度犧牲, 安全率減小, 今舉本實驗之預備實驗中之一例以明之。

混凝土材料爲 1:3:6, 所要強度爲 $\sigma_{28}^0 = 140 \text{ kg lcm}^2$, 其他條件與本實驗同, 依照日本土木學會之推獎式, 其水與洋灰比 ($\% / \text{c}$) 爲 66% 但作成一立方公尺之混凝土所需之洋灰量爲 230 kg, 此種結果, 以普通方法, 絕對不能獲得施工可能之流動性, 故增加水量至 90%, 其坍落之值爲 1.52 cm, 其值雖如此, 而施工之適宜範圍仍未能達到所要求之程度, 依前式 $\sigma_{28}^0 = -150 + 190^0 / w$ 之計算, 其強度 $\sigma_{28}^0 = 61 \text{ kg lcm}^2$, 此值僅爲所要強度之 43.57%, 故望負責現場之執行工程者, 及施工之指導者, 宜加注意請勿蹈此覆轍也。

(3) 依材料費之多寡對骨材之選擇

洋灰 (每袋重 85 kg) 原價及運搬費……………6.50

(自唐山至長辛店)

砂 (一立方公尺) 採取及小運搬費……………2.80

(現地取)

石子(一立方公尺) 採取及小運搬費……………3.60

(現地取)

如用良好之砂作成一立方公尺之混凝土所節省洋灰之費用為

$$6.50 \times \frac{450-340}{85} = 8.41 \text{圓}$$

若砂之運費小於 $8.41 + 2.8 = 11.21$ 圓時則該砂即可用，如運費超出此數值時，則以多用洋灰較為有益。

(1) 今後實驗之方針及實驗者之感想

由本實驗之結果，知因砂質之不良，如不多用洋灰，則難以得到所要條件之混凝土，骨材之吸水量未能修正，則所需之洋灰遠超出其必要量，故自今而後，對骨材吸水量之測定努力檢討，以期達成完善實驗之結果。

在各混凝土工作現場如有贊同本實驗之宗旨者，可於各地作同一實驗，屆時獲得精確之結果以資共同參考，更望海內外諸學者有以教正。

今將擬行實驗之程序列之如下：

- (1) 求本實驗骨材吸水量之修正值(在酌量中)。
- (2) 本實驗砂與石子之配合比不為 1 : 2 時，再將砂之配合百分數減少，作數種配合之試驗。
- (3) 試驗華北所產最優良之砂再作同樣之實驗

工務總署土木工程專科學校

160

圻工學講義

表 1 華北產砂之性質(公路局材料試驗室調)

試料採取場	比重	單位重量 kg e	空隙率 %	篩分試驗通過量 %						粘滷 土泥 及 %	有機 物
				8 號	14 號	28 號	48 號	100 號	200 號		
1 通州	2.67	1.48	44.6	100	99.86	95.40	20.66	4.16	2.27	少	
2 滄州	2.69	1.55	42.5	100	99.96	98.76	79.75	12.84	4.84		
3 長辛店	2.09	1.58	41.4	98.96	98.02	83.18	26.76	1.52	0.90		
4 永定河 蘆溝橋鐵道 橋中央				100	100	99.96	98.68	86.06	4.52		
5 潮白河 堤度 端地下				100	99.92	89.48	23.94	13.68	1.18		
6 石拱橋 中央地表				100	100	99.92	91.86	84.46	2.12		
7 石拱橋 中央地下				100	99.66	84.42	18.12	6.32	0.64		
8 灤縣大渡 口				100	99.80	99.14	9.80	63.62	87.58		
9 桑乾河 中砂				100	100	100	99.74	99.30	96.90		
10 晉北 岳安營村 桑乾河 邊砂				100	99.90	99.60	98.90	92.20	79.58		
11 晉北 岳安營村 桑乾河 中砂				100	100	99.80	99.50	97.90	89.34		
12 燕郊鎮 (細)	2.68	1.48	44.69	99.99	99.94	99.38	88.89	25.79	6.43		13.2 橙色
13 燕郊鎮 (粗)	2.72	1.54	42.30	100	99.99	99.94	98.70	40.0	18.26		6.0 橙黃
14 西郊 飛行場 路舖 裝用	2.71	1.53	43.5	59.42	51.78	41.76	22.54	11.24	10.22		10.0 淡黃
15 通州 天津 線碼頭	2.66	1.77	43.33	99.94	99.78	99.50	97.14	81.18	16.29		12.8
16 北戴河	2.68	1.60	40.30	99.72	92.86	42.46	11.92	1.12	0.38		6.4

工務總署土木工程專科學校

圻工學講義

161

表—2

(a) 砂試驗報告

試料編號		北工—26/FA—36	北工—26/FA—37
比重		2.70	2.70
篩分 (重量)	8 目 (2.40mm)	0	0.62
	14 ,, (1.20mm)	0.46	0.62
	28 ,, (0.60mm)	10.62	6.28
	48 ,, (0.30mm)	38.04	37.50
	100,, (0.15mm)	32.00	35.00
	200,, (0.07mm)	6.78	7.44
	200,, 通過	12.10	12.54
單位容積重量		1.71	1.72
空隙率		39.60	36.20
粘土及淤泥		2.10	10.70
有機物			

砂及礫石產地：蘆溝橋下流1300米之永定河本流中試驗日期：民國三十一年三月二十五日，二十二日

工務總署土木工程專科學校

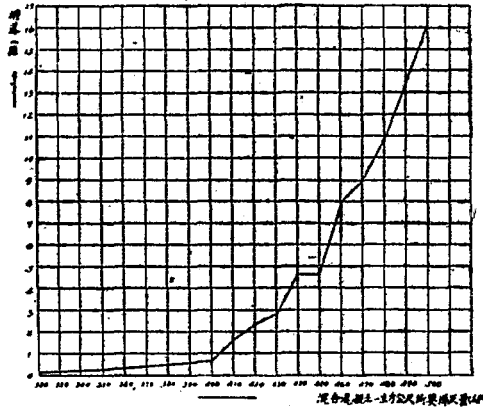
162

坊工學講義

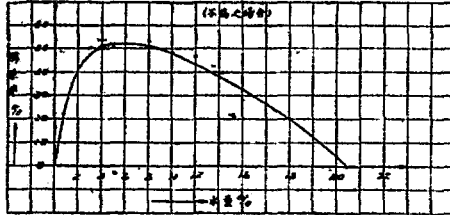
(b) 礫石試驗報告

試料編號		北工-26/FA-10
比重		2.74
篩分 (重量)	80mm	0
	60mm	2.00
	50mm	4.75
	40mm	13.55
	30mm	23.25
	25mm	12.35
	20mm	15.80
	15mm	15.30
	10mm	9.50
	5mm	8.30
5mm過		0.20
單位容積重量		1.80
空隙率		34.30
粘土及淤泥		00.6以下

圖-2 明渠流測流線圖(25.1.17)



片層流, 混上-流, 混下-流, 混中-流, 混外-流

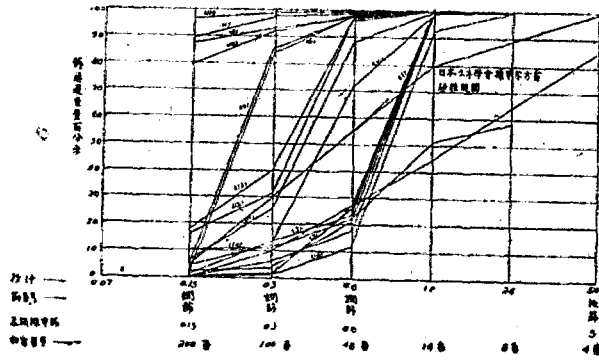


工務總署土木工程專科學校

I64

工巧學講義

圖-1 華北產砂粒皮圖



第九章 長柱 (Long Column)

§1. 概 論

普通稱截面較長度為小之受壓力材名柱，而柱又可以截面之粗細與長度之比，分為短柱，中柱，長柱三種。

今以 d 表柱之最小直徑 (Diameter)，以 l 表柱長，則短柱，中柱，長短之區別如下：

$$\text{短柱 } 1 < \frac{l}{d} < 5, \quad \text{中柱 } 5 < \frac{l}{d} < 15, \quad \text{長柱 } 15 < \frac{l}{d} < 20.$$

柱之兩端受壓力 P 之作用時必使柱本身發生彎曲，計其原因有三，分述如下：

- (1) 因柱並非真直
- (2) 荷重未施於柱之軸線上
- (3) 柱之材料之各部構造並非真正均質 (Homogeneous)

柱於受壓力而彎曲之後，其各截面必因 N 與 M 之影響而發生應力，惟於短柱之情形，柱之因彎曲力矩所生之應力影響甚小，而至中柱時則影響已漸次顯著。因 N 與 M 之同時作用故，柱之內側發生極大之壓應力，至此壓應力達降服點 (Yield Point) 後，則柱材即開始破壞。特別於長柱之情形，普通截面應力均受彎曲力矩之支配，換言之，於同一之截面上，施以同大小之荷重，則該截面抵抗力之大小與柱之長度成反比。

若於柱之軸上施力，且柱之本身絕對正直，則柱內必無彎曲力矩發生，是為最理想之柱材，對此理想之柱材施以荷重 P ，則當此 P 力於一定限度內時，柱身可於真直情形下，完全承受之，雖至極細亦不應有彎曲發生，惟柱

身承力至起過其許可限度後，則即將有壓折現象 (Buckle) 發生，發生此壓折現象之荷重，稱為極限荷重，(Critical load) 此荷重大小通常按柱之彈性與柱之兩端支點構造情形而異。柱之支點可分為四種：

- (1) 一端固定他端自由。
- (2) 兩端為鉸 (hinge) 支點。
- (3) 一端為鉸支點，他端為固定支點。
- (4) 兩端均為固定支點。

普通以第一種為最軟弱，其次則依次強固，以第四種為最堅固。

§2. 受偏心荷重之柱

當於距柱軸 a 距離外，施以 P 荷重時，則該柱因此力距而發生彎曲，惟較短之柱則彎曲影響不甚顯著，於各截面之應力影響亦殊小，通常皆可略而不計，長柱受 P 荷重後，輒發生較著之彎曲，使各截面之應力發生甚大變化，是誠不可忽視者也，爰述其柱之撓度求法如下：見圖 2a

於距柱頂為 x 處，其 $M_x = P(a+y)$

$$EI_c \frac{d^2y}{dx^2} = -M_x = -P(y+a)$$

令 $\alpha^2 = \frac{P}{EI_c}$ 則上式之解為 $y = A \cos \alpha x +$

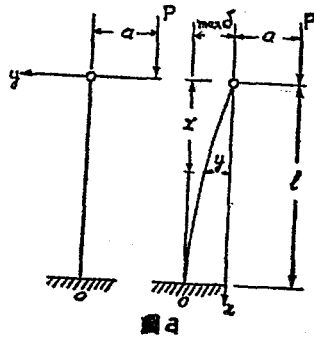
$$B \sin \alpha x - a.$$

$$EI_c \frac{d^2y}{dx^2} = -M_x = -P(y+a)$$

$$= -Py - Pa$$

先以 $-Pa = 0$ ，解此微分方程式之一般解

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Py, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{P}{EI}y$$



命 $\sqrt{\frac{P}{EI}} = \alpha$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\alpha^2 y$$

設此微分方程式之解 $y_1 = e^{\lambda x}$

$$\frac{dy_1}{dx} = \frac{d}{dx}(e^{\lambda x}) = \lambda e^{\lambda x}$$

$$\frac{d^2y_1}{dx^2} = \lambda^2 e^{\lambda x}$$

$$\lambda^2 e^{\lambda x} = -\alpha^2 e^{\lambda x} \quad (e^{\lambda x} \neq 0)$$

$$\lambda^2 = -\alpha^2, \quad \lambda = \pm i\alpha, \quad i = \sqrt{-1}$$

∴ $y_1 = Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}$ (A, B 為任意常數)

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$e^{ix} = 1 + ix + \frac{i^2 x^2}{2!} + \frac{i^3 x^3}{3!} + \frac{i^4 x^4}{4!} + \frac{i^5 x^5}{5!} + \dots$$

$$= 1 + ix - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!}i + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!}i + \dots$$

$$= (1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots) + i(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots) = \cos x + i \sin x$$

$$y_1 = A [\cos(\alpha x) + i \sin(\alpha x)] + B [\cos(-\alpha x) + i \sin(-\alpha x)]$$

$$= A \cos \alpha x + Ai \sin \alpha x + B \cos \alpha x - Bi \sin \alpha x$$

$$= \cos \alpha x (A+B) + \sin \alpha x (Ai - Bi) = C \cos \alpha x + D \sin \alpha x$$

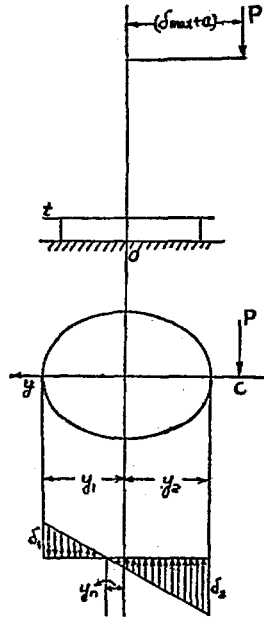


圖 b

工務總署土木工程專科學校

168

圻工學講義

然後再解此微分方程式之特別解 $y_2 = Ax^2 + Bx + C$

$$y'_2 = 2Ax + B$$

$$y''_2 = 2A$$

代入上式，則 $EI_c 2A = -P(Ax^2 + Bx + C) - Pa$

$$0 = -PAx^2 - PBx - Pc - Pa - EI_c 2A$$

由 $-PA = 0 \therefore A = 0$ ， 由 $-PB = 0 \therefore B = 0$

$$-Pc - Pa = EI_c 2A = 0$$

$$-Pc - Pa = 0 = 0$$

$$\therefore C = -a$$

\therefore 特別解 $y_2 = -a$

\therefore 微分方程式 $EI_c \frac{d^2y}{dx^2} = -P(y+a)$ 之解 $y = y_1 + y_2 = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x - a$

於 $x=0$ ， 處， $y=0 \therefore A=a$ 。

於 $x=1$ 處(固定點) $\frac{dy}{dx} = 0 \therefore B = a \tan \alpha l$ 。 氏入上式

$$y = a [\cos \alpha x + \tan \alpha l \sin \alpha x - 1]$$

$$= a \left[\frac{\cos \alpha (1-x)}{\cos \alpha l} - 1 \right]$$

其最大之撓度以 δ_{\max} 表之， 代以 $x=1$ 。

$$\text{則 } \delta_{\max} = a \frac{1 - \cos \alpha l}{\cos \alpha l} = a \frac{1 - \cos \left(l \sqrt{\frac{P}{EI_c}} \right)}{\cos \left(l \sqrt{\frac{P}{EI_c}} \right)}$$

$$\begin{aligned} \text{其最大彎曲力矩 } M_{max} &= P(\delta_{max} + a) = P\left[a \frac{(1 - \cos \alpha l)}{\cos \alpha l} + a\right] \\ &= aP \left[\frac{1 - \cos \alpha l + \cos \alpha l}{\cos \alpha l} \right] = \frac{Pa}{\cos \alpha l} \end{aligned}$$

於 o 點之應力(圖b)

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} &= -\frac{P}{A} \pm \frac{Pa}{\cos \alpha l} \times \frac{y_1 \text{ 或 } y_2}{I_c} \\ &= -\frac{P}{A} \pm \frac{P \cdot a}{\cos \frac{P l}{EI_c}} \times \frac{y_1 \text{ 或 } y_2}{I_c} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \sigma_0 = \frac{P}{A}, \quad n = \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{l}{n} \right)^2 \sigma = \sqrt{\frac{I_c}{A}}$$

$$\text{則 } \left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{P}{A} \pm \frac{P \times a}{1 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{24}n^2} \frac{y_1 \text{ 或 } y_2}{I_c}$$

根據上式，則與此類似之問題，皆可迎刃而解，另長柱之兩端，若於各距離為 a 處施以對稱之荷重 P，(如圖 c) 令此柱之中點為 O，則 OA 與 OB 之彎曲情形，適與前例相同，今以 $\frac{l}{2}$ 代為上式之 l。則最大撓度

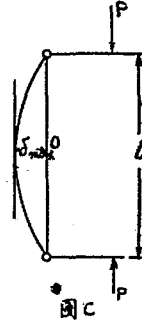
$$\sigma_{max} = a \frac{1 - \cos \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EI_c}}}{\cos \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EI_c}}} = a \frac{1 - \cos \frac{1}{2} \alpha l}{\cos \frac{1}{2} \alpha l}$$

σ_{max} 既知之後，則其最大彎曲力矩

$$M_{max} = P(\sigma_{max} + a) = \frac{P \cdot a}{\cos \frac{\alpha l}{2}} = \frac{P \cdot a}{\cos \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EI_c}} l}$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = -\frac{P}{A} \pm \frac{P \cdot a}{\cos \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EI_c}} l} \frac{y_1 \text{ 或 } y_2}{I_c}$$

$$\frac{P}{A} = \sigma_0 \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{l}{r} \right)^2 = n.$$



分母展開後

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{matrix} \right\} = \sigma_0 \pm \frac{P \cdot a}{1 - \frac{1}{8} n + \frac{1}{384} n^2} \frac{y_1 \text{ 或 } y_2}{I_c}$$

§3. Euler 氏長柱公式

細長之柱材於軸上施力至極限荷重時，則柱生壓折現象，此極限荷重之大小，可以 Euler 氏長柱公式求之。施用 Euler 氏公式之柱須符合下述諸條件：

- (甲) 柱材為均質 (Homogeneous)
- (乙) 荷重施於柱軸上，
- (丙) 柱身真直，
- (丁) 柱材所受力在彈性限度以內。

茲以支點性質之不同，分述各種柱材施以 Euler 氏公式求極限荷重之法如下：

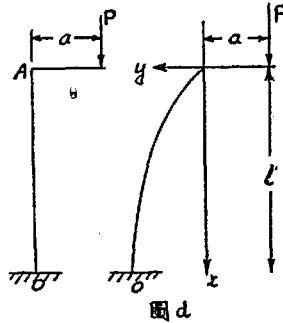
a) 一端固定他端自由之長柱(受偏心荷重)圖 d 於距柱頂 a 處施以 P 荷重，則柱生彎曲，使柱頂 A 移至 A' 處，今以此 A' 為坐標原點，柱身之彎曲

曲線由前節求出 $EI_c \frac{d^2y}{dx^2} = -Mx$
 $= -P(y+a)$

$$y = a \left[\frac{\cos \alpha (1-x)}{\cos \alpha l} - 1 \right]$$

y 之最大值即在柱之固定點上之值，以 δ 表之

$$\delta = a \frac{1 - \cos \alpha l}{\cos \alpha l} = a \frac{1 - \cos \sqrt{\frac{P}{EI_c}} l}{\cos \sqrt{\frac{P}{EI_c}} l}$$



若 $\cos \alpha l = 0$ 時 δ 為無限大值， $\alpha l = \frac{\pi}{2}$ 亦即壓折時之 $\alpha l = \frac{\pi}{2}$ 。

$$\text{或 } \sqrt{\frac{P}{EI_c}} l = \frac{\pi}{2}$$

滿足此情況之荷重即為極限荷重今以 P_k 表示之。

$$\therefore \sqrt{\frac{P_k}{EI_c}} l = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore P_k = \frac{\pi^2}{Al^2} EI_c \quad \text{或 } P_k = \frac{\pi^2 EA}{4 \left(\frac{l}{r}\right)^2} \quad \text{兩端均以截面積 } A \text{ 除之}$$

則 $\sigma_k = \frac{P_k}{A} = \frac{\pi^2 E}{4 \left(\frac{l}{r}\right)^2}$ ， σ_k 為受極限荷重之平均壓應力 (mean

compressive stress) $\frac{1}{r}$ 以 λ 表之，通稱為長細比 (slenderness ratio)。

由上式故知 σ_k 與 λ 之平方成反比例。將上式 σ_k 與 λ 之關係以曲線坐標繪
 出得一雙曲線稱為 Euler's curve. 如圖 e

上式 σ_k 之應力應 $\leq \sigma_p$, 此 σ_p 為
 彈性限度, 由曲線 $\lambda=0$ 時,

$\sigma_k = \infty$ 此為不可能, 故於曲線上僅 B 點
 之右下部可以適用, 是 Euler's 公式之適
 用以 λ_0 為限界, 其於 λ_0 以上者方可適
 用, 否則即失去其價值。今稱此 λ_0 值為
 Euler 氏公式之 Volity limit. Volity

limit 之求法為設 $\sigma_k \leq \sigma_p$.

$$\therefore \frac{\pi^2 E}{4\lambda^2} \geq \sigma_p \quad \lambda = \frac{l}{r} \geq \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

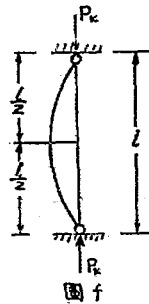
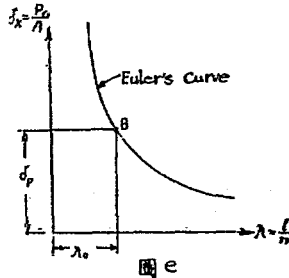
$$\text{即} \quad \lambda = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

b) 兩端為鉸支點之柱圖 f 此種柱之彎
 曲狀況其上半部與 (a) 項同, 故僅需以

$\frac{l}{2}$ 代入上式之 l , 其極限荷重(Critical load)即可求出

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{\pi^2 EA}{\left(\frac{l}{r}\right)^2} \quad \sigma_k = \frac{P_k}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

$$\lambda = \frac{l}{r} \geq \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}, \quad \lambda_0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

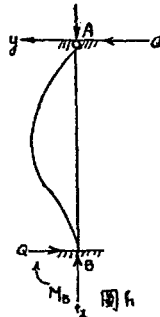
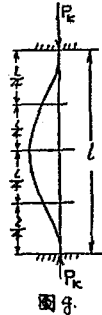


(d) 兩端為固定支點之柱圖

g 柱之 $\frac{1}{2}l$ 處之彎曲形狀與 (a) 項同，故可以 $\frac{1}{2}l$ 代入 (a) 式之

$$l \text{ 則 } P_k = \frac{4\pi^2 EI}{l^2} = \frac{4\pi^2 AE}{\left(\frac{l}{r}\right)^2} \lambda_0$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$



(c) 一端為固定支點，他

端為鉸支點之柱圖 h 此項柱之彎

情形與 (a) 項迥然不同，須以他種公式計算之。如圖柱之上端除 P_k 力作用外尚有水平力 Q ，另下端除 P_k 力外尚有彎曲力矩兩 M_B 水平力 Q ；

由 $EI_c \frac{d^2y}{dx^2} = -M_x = -P_y + Qx$.

● $y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + \frac{Q}{P} x \quad \alpha^2 = \frac{P}{EI_c}$

在 A 點 $x = 0 \quad y = 0 \quad \therefore A = 0$

$x = l \quad y = 0 \quad B \sin \alpha l + \frac{Q}{P} l = 0 \dots\dots\dots(I)$

$x = l \quad y' = 0 \quad B\alpha \cos \alpha l + \frac{Q}{P} l = 0 \dots\dots\dots(II)$

解 (I) 與 (II) 則 $\tan \alpha l = \alpha l$

由三角函數表可知 $\alpha l = 4.4934 \text{ Radians} \approx 4.5 \text{ Radians}$.

$\therefore \alpha l = \sqrt{\frac{P}{EI}} l = 4.5$.

工務總署土木工程專科學校

174

圻工學講義

$$\text{兩端各平方} \quad \frac{P}{EI} l^2 = 20.1958.$$

$$\therefore P = 20.1958 \frac{EI}{l^2} = \frac{2\pi^2 EI}{l^2} = \frac{2\pi^2 EA}{\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

$$\sigma_k = \frac{P_k}{A} = \frac{2\pi^2 E}{\left(\frac{l}{r}\right)^2}.$$

$$\lambda_o = \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

上列 (a) (b) (c) (d) 諸式之通式爲

$$P_k = C \frac{\pi^2 EI}{l^2} = C \frac{\pi^2 EA}{\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

$$\sigma_k = \frac{P_k}{A} = C \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

(a) 式中 $C = \frac{1}{4}$. (b) 式中 $C = 1$. (d) 式中 $C = 4$. (c) 式中 $C = 2$.

上列諸式若 $\frac{l}{r} > 105$ 即可應用 Euler's 公式，即應用圖示曲線之 BC 部分又柱之彎曲方向，於圓形柱，可向任一方向發生彎曲，惟於矩形柱則向較小、截面慣性率 (Moment inertia of section) 之軸之垂直方向傾倒。

§4 不直之長柱 (兩端爲鉸支點) 圖 i

本身彎曲之長柱，受 P 荷重之後，將益增其彎曲度，如圖柱於荷重前之彎曲以實線表之，至受荷重之後，則替爲虛線所示之情狀。以 ACB

表之，在 ACB 上有任意點 k_1 ，該點於受荷重前之彎曲度為 y_1 ，至受荷重後，則 k_1 移至 k 處。同時 y_1 增至 y 距離，故 k_1 點之移動量為 $(y-y_1)$ ，故柱之彈性曲線方程式可寫為

$$EI_C \frac{d^2}{dx^2} (y-y_1) = -M_C = -P_y :$$

設 ACB 為拋物線 (Parabola) 型，則該拋物線之方程式可求出如下：

以 C_1 為原點，

A C_1 B 之曲線方程式設為 $-y' = cx'^2$

及 $A(-\frac{l}{2}, a_1)$ ，及 $B(+\frac{l}{2}, a_1)$ 代

入上式 $a_1 = c \frac{l^2}{4} \therefore C = 0 \frac{4a_1}{l^2}$

將 C 值代入上式

$$\text{則 } -y' = \frac{4a_1}{l^2} x'^2$$

平移 x' 軸至 x 軸

$$y_1 = y' + a_1 \therefore y' = y - a_1$$

$$x' = x$$

$$y_1 - a_1 = \frac{4a_1}{l^2} x^2$$

$$\therefore y_1 = a_1 \left(1 + \frac{4x^2}{l^2} \right)$$

$$\frac{d^2 y_1}{dx^2} = -8 \frac{a_1}{l^2}$$

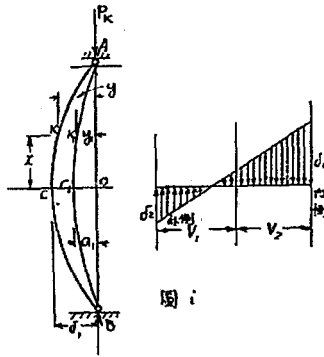
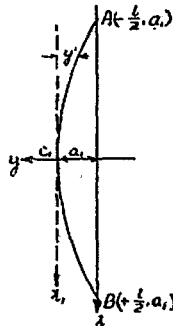


圖 1



工務總署土木工程專科學校

176

坊工學講義

$$\therefore EI_C \frac{d^2y}{dx^2} - EI_C \frac{d^2y_1}{dx^2} = -P_y$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} + 8 \frac{a_1}{l^2} + \alpha^2 y = 0. \quad \alpha^2 = \frac{P}{EI_C}$$

設 $x^2 Y = \alpha^2 y + 8 \frac{a_1}{l^2} \dots \dots \dots (A)$

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

代入上式 $\frac{d^2Y}{dx^2} + \alpha^2 Y = 0.$

$$-Y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x.$$

又 $x = \frac{l}{2} \quad y = y \quad \therefore \alpha^2 Y = 8 \frac{a_1}{l^2}.$

於 $x = 0$ 處 $\frac{dy}{dx} = 0 \quad \frac{dY}{dx} = 0 \quad \therefore B = 0.$

則 $Y = A \cos \alpha x.$

代入 (A) 式 則 $\alpha^2 A \cos \alpha x = \alpha^2 y + 8 \frac{a_1}{l^2}.$

$$y = A \cos \alpha x - \frac{8a_1}{l^2 \alpha^2} \dots \dots \dots (B)$$

而 $x = \frac{l}{2} \quad y = 0 \quad \therefore \frac{8a_1}{l^2 \alpha^2 \cos \frac{\alpha l}{2}} = \frac{8a_1}{l^2 \alpha^2} \sec \frac{\alpha l}{2}.$

\therefore 代入 (B)

$$y = \frac{8a_1}{l^2 \alpha^2} \sec \frac{\alpha l}{2} \cos \alpha x - \frac{8a_1}{l^2 \alpha^2}$$

$$= \frac{8a_1}{l^2 \alpha^2} (\sec \frac{\alpha l}{2} \cos \alpha x - 1)$$

上式即為 ACB 曲線之方程式：

今以 δ_1 表 C 點之撓度，則 x_0 時。

則 C 點之應力，因受 P 偏心荷重而受 $N = P$, $M = P \delta_1$ 之影響，故內側應力較外側為大。

$$\sigma_c = \frac{P}{A} + \frac{P \delta_1}{I} V_1 \text{ 或 } V_2 :$$

§ 5 受偏心荷重之長柱圖 j

設於長柱兩端各距 a_2 處，施以 P 力，則該柱當即發生彎曲，且為上下對稱之形狀，其彈性曲線可以求出如下：

今設以通過柱之中央之水平軸為 y 軸，以 P 之作用線為 x 軸，則柱上任一點 k(x, y) 處之彎曲力距

$$M_x = P \cdot y.$$

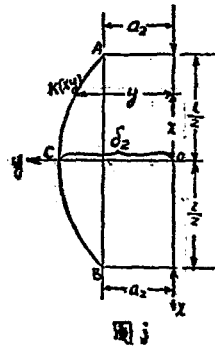
$$EI_C \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_x = -P \cdot y.$$

$$\text{今以 } \alpha^2 = \frac{P}{EI}.$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 y = 0.$$

$$\text{則 } y = A_1 \cos \alpha x + B_1 \sin \alpha x.$$

$$\text{於 C 點， } x = 0 \quad \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore B_1 = 0$$



$$\therefore y = A_2 \cos \alpha x.$$

$$\text{於 } A \text{ 點 } x = \frac{l}{2} \quad y = a_2 \quad \therefore A_2 = \frac{a_1}{\cos \frac{\alpha l}{2}} = a_2 \sec \frac{\alpha l}{2}.$$

柱之彈性曲線方程式為

$$y = a_2 \sec \frac{\alpha l}{2} \cos \alpha x.$$

今以 δ_2 代表 oc 高，其處之 $x = 0$ 代入上式

$$y = \delta_2 = a_2 \sec \frac{\alpha l}{2} = r_2 \sec \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{EI_c}}.$$

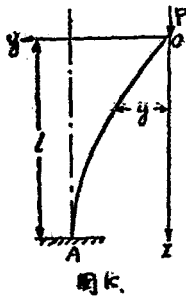
在 C 點之彎曲力距為最大，且 $-Ne = P$ ， $M_c = P \cdot \delta_2$

故於 C 處截面內側之垂直應力為最大

$$\sigma_c = \frac{P}{A} + \frac{P\delta_2}{I} V_1 \text{ 或 } V_2$$

§ 6 一端固定他端自由之柱。

如圖示，長柱之一端為固定支點，他端自由，柱端施以 P 荷重，作用於柱軸上，則該柱發生彎曲，其彈性曲線之求法如下：



今以 O 為原點， O 點之水平線為 y 軸， P 之作用線為 x 軸，則柱上任意點之彎曲力矩

$$M_x = P \cdot y.$$

$$EI_c \frac{d^2y}{dy^2} = -M_x = -Py.$$

$$\text{解上式 以 } \alpha^2 = \frac{P}{EI_c}.$$

$$\text{則 } \frac{d^2y}{dx^2} = -\alpha^2 y$$

$$\therefore y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x.$$

今 $x = 0$ 時 $y = 0$. $\therefore A = 0$. $x = l$ 時 $\frac{dy}{dx} = 0$.

$\therefore B \alpha \cos \alpha l = 0$(A) 今 B 與 α 值均不能為 0.

故 $\cos \alpha l = 0$. $\therefore \alpha l = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$

滿足 (A) 之最小根為 $\frac{\pi}{2}$. $\alpha^2 l^2 = \frac{P}{EI_c} l^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$.

$$\therefore P = \frac{\pi^2 EI_c}{4l^2} = \frac{\pi^2 EA}{4\left(\frac{l}{r}\right)^2}.$$

§ 7 兼受橫向荷重之長柱. 如圖 1

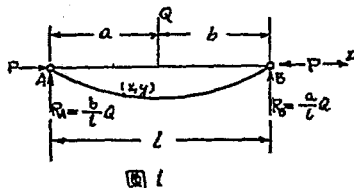


圖 1

如圖長柱除受軸向荷重 P 外復受橫向荷重 Q , 則其臨界荷重之求法如下:

$$\text{由 } M = Py + \frac{b}{l}Q \cdot x. \quad (x < a) \dots (I)$$

$$= Py + \frac{b}{l}Q \cdot x - Q(x - a) \quad (x > a) \dots (II)$$

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -P \left[y + \frac{Qb}{Pl} x \right] \quad (x < a) \dots (I')$$

$$= -P \left[y - \frac{Q}{P} (x - a - \frac{b}{l}x) \right] \quad (x > a) \dots (II')$$

工務總署土木工程專科學校

由 (I')
$$y = -\frac{Qb}{Pl}x + A \cos \alpha x + B \sin \alpha x.$$

但
$$\alpha^2 = \frac{P}{EI}.$$

於 $x = 0$ 時, $y = 0$. $\therefore A = 0$.

\therefore
$$y = -\frac{Qb}{Pl}x + B \sin \alpha x \dots\dots\dots(III)$$

於上式內以 a 代 b 值, 另以 $(l-x)$ 代爲上式之 x .

則 (III) 變爲 $y = -\frac{Qa}{Pl}(l-x) + B' \sin \alpha(l-x) \dots\dots\dots(IV)$

此 (IV) 式即 (II) 之解

於 (III) (IV) 二式內, 當 $x = a$ 時, 其由各該式所求出之 y 值及 $\frac{dy}{dx}$

值均相等故
$$-\frac{Qb}{Pl}a + B \sin \alpha a = -\frac{Qa}{Pl}(l-a) + B' \sin \alpha(l-a)$$

\therefore $b = l - a$ 代入上式

$$-\frac{Q(l-a)a}{Pl} + B \sin \alpha a = -\frac{Qa}{Pl}(l-a) + B' \sin \alpha(l-a)$$

\therefore $B \sin \alpha a = B' \sin \alpha(l-a)$

即
$$B \sin \alpha a - B' \sin \alpha b = 0. \dots\dots\dots(IV')$$

另當 $x = a$ 時, 則 (III) 式之 $\frac{dy}{dx}$ 與 (IV) 式之 $\frac{dy}{dx}$ 之值相等。

由 (III) 式
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Qb}{Pl} + B\alpha \cos \alpha x \dots\dots\dots(V)$$

由 (IV) 式 $\frac{dy}{dx} = \frac{Q_1}{Pl} - B' \alpha \cos \alpha (l - x) \dots\dots\dots(VI)$

$V = VI \quad \frac{Qb}{Pl} + B \alpha \cos \alpha x = + \frac{Qa}{Pl} - B' \alpha \cos \alpha (l - x)$

$x = a \quad B \alpha \cos \alpha a + B' \alpha \cos \alpha b = \frac{Q}{P}$

或 $\alpha \{ B \cos \alpha a + B' \cos \alpha b \} = \frac{Q}{P} \dots\dots\dots(VII)$

解聯立方程式 (IV') 及 (VII)

$$\left. \begin{aligned} B \sin \alpha a - B' \sin \alpha b &= 0 \dots\dots\dots(IV') \\ \alpha \{ B \cos \alpha a + B' \cos \alpha b \} &= \frac{Q}{P} \dots\dots\dots(VII) \end{aligned} \right\}$$

(IV') $\times \alpha \cos \alpha a$. $\alpha B \sin \alpha a \cos \alpha a$
 $- \alpha B' \sin \alpha b \cos \alpha a = 0 \dots\dots\dots(VIII)$

(VII) $\times \sin \alpha a$. $\alpha B \sin \alpha a \cos \alpha a + \alpha B' \sin \alpha a \cos \alpha b$
 $= \frac{Q}{P} \sin \alpha a \dots\dots\dots(IX)$

(VIII) $-(IX)$ $-\alpha B' [\cos \alpha a \sin \alpha b + \sin \alpha a \cos \alpha b]$
 $= -\frac{Q}{P} \sin \alpha a$

$-\alpha B' [\sin \alpha a (a + b)] = -\frac{Q}{P} \sin \alpha a$

$-\alpha B' \sin \alpha l = -\frac{Q}{P} \sin \alpha a$

$$\therefore B' = \frac{Q}{\alpha P} \frac{\sin \alpha a}{\sin \alpha l} \quad \text{代入 (IV')}$$

$$\therefore B = \frac{Q}{\alpha P} \frac{\sin \alpha b}{\sin \alpha l}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -\frac{Qb}{Pl} x + \frac{Q}{\alpha P} \frac{\sin \alpha b \sin \alpha x}{\sin \alpha l} \\ &= \frac{Q}{P} \left[\frac{\sin \alpha b \sin \alpha x}{\alpha \sin \alpha l} - \frac{bx}{l} \right] \quad x < a \end{aligned}$$

$$= -\frac{Qa}{Pl}(l-x) + \frac{Q}{\alpha P} \frac{\sin \alpha a \sin \alpha(l-x)}{\sin \alpha l}$$

$$y = \frac{Q}{P} \left[\frac{\sin \alpha a \sin \alpha(l-x)}{\alpha \sin \alpha l} - \frac{a}{l}(l-x) \right] \quad x > a$$

§ 8 柱之實用公式

上節所述均係柱之長細比 $\lambda = \frac{l}{r}$ ，在一定值以上之長柱類，皆可應用 Euler 氏公式解出之，惟在此一定值以下之柱，如中柱等，則已非能由 Euler 氏公式所可求解者矣。但普通之柱材，適為中柱者頗多（中柱之入值自 40 至 100），計算之法，惟有賴於實驗公式，茲介紹數種如下：

(a) 戈登氏公式 Gordon's formula

$$\sigma_k = \frac{P_k}{A} = \frac{\sigma_c}{1+c \left(\frac{l}{d}\right)^2} \dots\dots\dots \text{(兩端為固定支點)}$$

P_k = 柱軸上極限荷重 (ultimate axial load)

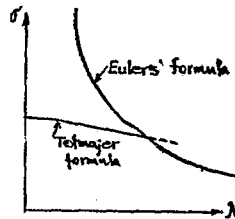
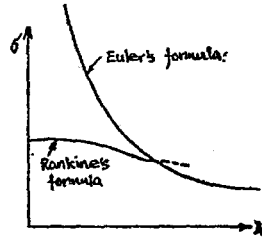
A = 截面面積 σ_k = 平均正應力 (mean normal stress)

σ_0 = 材料之容許應力 (allowable stress)

l = 柱長

d = 柱截面之最小徑

c = 因柱之材料與截面，支點情狀之不同所施之係數。



質料	斷面	σ_0 #/sq in	c
熟鐵	矩形	36000	1/3000
鑄鐵	中空圓形	80000	1/800
鑄鐵	實圓形	80000	1/400

(b) 朗金氏公式 (Rankine's formula) 朗金氏公式為由戈登公式演進者，其式為

$$P_k = \frac{\sigma_0 A}{1 + \frac{a}{c} \left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

P_k = 柱之軸向極限荷重

工務總署土木工程專科學校

A = 柱之截面面積

σ_0 = 最大應力

a = 實驗係數

c = 與 Euler 公式中之 c 值相同

材 料	最大應力	值	$\lambda = \frac{l}{r}$	S (安全率)
鍊 鐵	2.530	$\frac{1}{9,000}$	< 90	3 ~ 5
軟 鋼	3.380	$\frac{1}{7,500}$	< 80	3 ~ 5
硬 鋼	4.920	$\frac{1}{5,000}$	< 85	3 ~ 5
鑄 鐵	5.620	$\frac{1}{1,600}$	< 110	6 ~ 8
木 材(乾)	506	$\frac{1}{750}$	< 60	6 ~ 8

朗金氏公式適用於 $20 < \frac{l}{r} < 150$.

(c) Tetmajer's formula: 為對兩端為鉸支點適用公式又稱直線公式

，在 $\frac{l}{r}$ 於一定限度之下者，用之甚便：

$$\sigma_k = \frac{P_k}{A} = a - b\left(\frac{l}{r}\right) + c\left(\frac{l}{r}\right)^2$$

上式之第三項僅於鑄鐵 (Cast iron) 柱之計算中用之。a, b, c 為係

數如下表：

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義

185

材 料	a kg/cm ²	b kg/cm ²	c kg/cm ²	$\lambda = \frac{l}{r}$	E kg/cm ²
木 材	293	1.94	0	1.8~100	100000
鑄 鐵	7760	120.00	0.53	5 ~ 80	1000000
熟 鐵	3030	12.90	0	10~112	2100000
軟 鋼	3100	11.40	0	10~105	2150000
硬 鋼	3350	6.20	0	\leq 90	2250000
鍊 鋼	4700	23.00	0	\leq 86	2250000

(d) 日本建築條例公式

$$P = Afe \left(1 - c \frac{l}{r} \right)$$

上公式單位用 kg 及 cm.

上式若應用於兩端為固定支點之柱 $P = A \cdot 1200 \left(1 - 0.003 \frac{l}{r} \right)$

若兩端為鉸支點則 $P = A \cdot 1200 \left(1 - 0.004 \frac{l}{r} \right)$

(e) 日本道路公式

$$kc = 1100 - 0.04 \left(\frac{l}{r} \right)^2$$

$$\frac{l}{r} \leq 100 \text{ (稱為拋物線公式 Parabola formula)}$$

$$kc = \frac{7,000,000}{\left(\frac{l}{r} \right)^2}, \quad \frac{l}{r} > 100. \quad kc = \text{容許應力。}$$

A 截面積，fe 鐵之容許壓應力(鋼為 1200 kg/cm²)

P 荷重，c 常數 $\left(\begin{array}{l} \text{鋼及熟鐵如兩} \\ \text{端固定時為} \\ 0.003, \text{兩支點} \\ \text{為鉸點時則為} \\ 0.004 \end{array} \right)$

(f) 日本鐵道公式 (關於鐵材者)

$$kc = 1000 \text{ kg/cm}^2, \quad \lambda \leq 40.$$

$$kc = 1200 - 5\lambda, \quad \lambda = 40 \sim 100.$$

$$kc = \frac{7,000,000}{(\lambda)^2}, \quad \lambda \geq 100.$$

§ 8 受偏心荷重柱之實用公式。

朗金氏公式受偏心荷重時，僅須將前述該氏公式加以修正即可。

軸心荷重時之朗金氏公式

$$\sigma_{ii} = \frac{P_k}{A} = \frac{\sigma_o}{1 + \frac{a}{c} \left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

$$\sigma_o = \frac{P_k}{A} + \frac{P_k}{A} \cdot \frac{a}{c} \left(\frac{l}{r}\right)^2.$$

$\sigma_o = \frac{P_k}{A}$ 為柱截面上所受之平均壓應力，於長軸短軸均同，於長柱時，則

其內側應力更加以 $\frac{P_k}{A} \cdot \frac{a}{c} \left(\frac{l}{r}\right)^2$ 項以 σ'' 表示遂成上式。倘更受偏心

荷重應再加 $\frac{P_k e V^2}{A \cdot r^2}$ 之一項，稱為 σ'''

$$\therefore \sigma_o = \sigma' + \sigma'' + \sigma''' = \frac{P_k}{A} \left(1 + \frac{a}{c} \lambda^2 + \frac{e V_1}{r^2} \right)$$

$$\frac{P_k}{A} = \sigma'_k \text{ (mean)} = \frac{\sigma_o}{1 + \frac{a}{c} \lambda^2 + \frac{e V_1}{r^2}}$$

第十章 橋台及橋墩 (Abutment And Pier)

§1 橋 台

橋台者，乃設於兩岸以支持橋梁之構造物，架設於河川，溝渠，公路，或鐵路之上部。橋台前部有時有水，有時無水。其背部皆填實以土，因之背部受有土壓，其前面有時受有水壓，有時則不受水壓。橋台上部所受之荷重為橋梁之自重，及經過橋台之活荷重。橋台以其本身之自重，上部橋梁之自重，活荷重，及前面之水壓以抵抗其背面之土壓。

橋台所用之材料為木材，鐵材，石材，磚，混凝土及鐵筋混凝土等。

橋台之式樣計有四種。如圖 118。

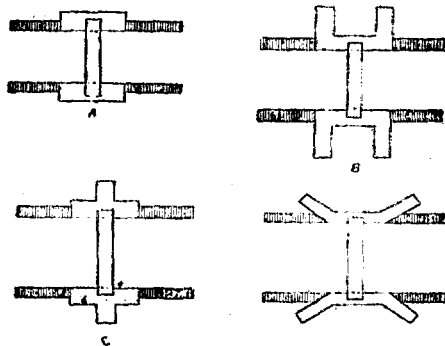


圖 118

- (1) 直面橋台，如圖 118—A，實於於跨越街道或鐵路之橋梁，而不用於水道橋，以有水流沖刷台背之故。
- (2) U形橋台如圖 118—B，用材料較多，出於岸的前部，有水之處，往

往阻擋流水。

(3) T形橋台，如圖 118—C，用材料最多，但易於施工，故其工費亦低廉。

(4) 曲面橋台，如圖 118—D，為水道路常用之式，因上下游翼牆曲折，足以令流量加大，而外觀亦頗美善，翼牆之傾度為 $30^{\circ} \sim 40^{\circ}$ 。

基礎不良之處，可先打樁。橋台岸之寬度與高度有一定之比例，普通寬為高之 $\frac{4}{10}$ 倍。

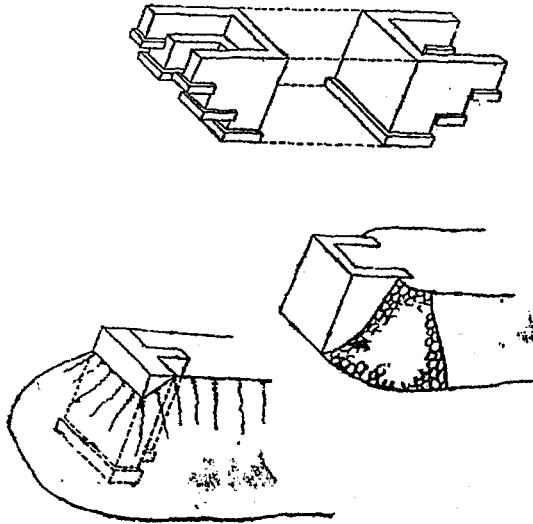


圖 119

橋台之各部名稱可由第一圖分述如下：

1. 橋座 (Bridge seat)

橋座為支持橋體之構造物，其所承受者為最大支點反力（垂直荷重即因活荷重與死荷重所生之反力）有時亦因列車之行進而承受水平方向之牽引力。

2. 胸牆 (Parapet wall)

胸牆為防止橋端土砂之崩潰而設，其高度自橋座之上皮至橋面之上皮止，以承受側面之土壓力。

3. 軀體 (Main Body)

為橋台之主要部分其所受力為土壓與橋樑支點反力并將之傳達於基礎上部

4. 基脚 (Footing)

為使橋台安定而將軀體底實於必要時而擴大之稱為基脚可將橋台所承外力平均分布於底盤上。

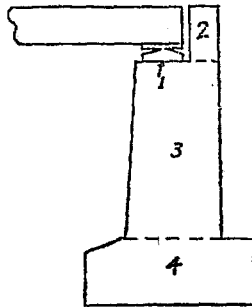


圖 120

工務總署土木工程專科學校

190

坊工學講義

§ 2 橋柱 (Pier)

橋柱為支承橋身之構造物；可容水在柱旁流過而不攪亂水流，橋柱之破壞有兩種情形：——

1. 沿河道之縱向被推向下流滑動或顛覆。
2. 在河道橫向上滑動或顛覆。

令橋柱向河道下流滑動或顛覆之力，為風力，水力，及浮冰之力。據研

究結果任何橋柱祇須柱頂有充分地位以安置橋座，而其表面斜度為 $\frac{1}{12}$ 或

$\frac{1}{24}$ 者即足以抵抗沿河道縱向之破壞力。

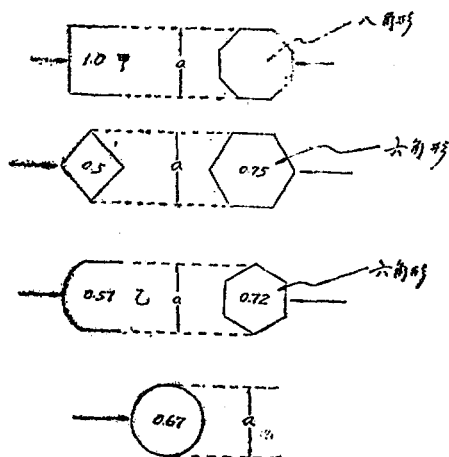
令橋柱沿河道橫向(即與橋身平行方向)而滑動或顛覆之力有四種：——

1. 動載重之衝擊力。
2. 橋身之膨脹力。
3. 制動力——此種水之力為動荷重之20%，作用於軌道面上1.80^m之處，公路橋時，制動力為汽車荷重之10%，作用於路面上1.20^m之處。
4. 風對於橋柱側面之壓力。

前一項僅鐵路橋有之，後二項則鐵路橋及公路橋俱有之。橋柱沿河道橫向而破壞之機會，遠較沿河道縱向者為多。

風壓力——普通最大之風壓力為 250 kg/m²。此種風壓力發生時頗少，如過此風壓力，人及車馬皆不得通行。人力之最大抵抗力為 150 kg/m²。

受此風壓之面積為橋柱露出水面以上之部分及橋梁面，此外風之壓力係依橋柱之形狀而異，矩形橋柱面所受之風壓強度皆相同，但圓形及其他形狀時，須在矩形橋柱值乘與圖示之係數。



橋柱之寬為 a^m ，高為 h^m ，風壓強度為 $P \text{ kg/m}^2$ 。

甲式之全風壓為 $pah \text{ kg}$ 。

乙式之全風壓為 0.67 pah kg 。

風力 (Wind pressure), $p = \frac{v^2}{8}$

$p \approx$ 風壓 kg/m^2 ,

$v =$ 風速 m/sec 。

風之總壓力 $p_w = k \text{ pah}$

$p_w =$ 風之總壓力

$k =$ 依橋柱形狀之係數

p = 風之強度

a = 橋柱之寬

h = 橋柱之高

流水壓力——在水面以下的橋柱。受流水的壓力，其強度依 Weisbach 氏之

公式如下：——

$$P = kws \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$p = kg。$$

s = 流水所衝擊之面積 m^2 。

w = 一立方米水之重量普通為 1000 kg。

$$v = m/sec$$

g = 重力加速度 9.81 m/sec^2 。

k = 橋柱長與寬之比，為一變數。

正方形橫斷面為 1.47。

矩形之橫斷面長為寬之 3 倍時為 1.33。

圓形之橫斷面為 0.73。

在河中築橋柱時，河之寬度即減小，因此水之速度增大。橋柱附近之河底易被沖壞，故該部之基礎須使之堅固為宜。

橋柱向上流一面應作成圓面或尖面，以使水流分向柱之兩邊，而不至發生漩渦，致洗刷橋柱基礎周圍之河底，且可免受浮冰漂木及船舶之衝擊。橋柱向下流一面，亦可如此計畫。此外尚可在橋柱之前打木樁，以為阻止流冰及流木之衝擊之用。



冰力——因冰之作用橋脚所受之水平力如下式

$$p = kt$$

p = 橋脚每 1 公尺寬之冰壓力 (噸)

t = 冰之厚度。

k = 下表之數值。

橋脚 之形狀	k 之 值	
	流冰開始移 動之水位時	流水之最 高水位時
	2 2 5	1 5 0
	1 5 0	1 0 0

除以上之外力外尚有遠心力，如鐵路橋梁上之軌道為曲線時，即發生遠心力。半徑小於 1000 m 時，遠心力為動荷重之 10%，其他之時為 7%，均作用於軌條面上 1.80 m 之處。

第十一章 壩堰工程 (Dams And Weirs)

§ 1. 概論

壩 (Dam) 為阻止水流之構造物，使上下游發生水位差，因此承受有水之壓力，水越過壩如頂面向下流時，則此種構造物謂之堰 (Weir)。以許多之板連架之則可增加水位之高度，以期便於航運。築壩及堰所用之材料為石材，磚，及混凝土等，由構造形式上壩可分為固定壩 (Fixed Dam)，及活動壩 (Movable Dam) 兩種。

依設計之原理，一般之壩多為重量壩 (Gravity Dam)，如河之兩岸地質堅固時則可用拱壩 (Arch Dam)。如作較低之壩時，則作土壩 (Earth Dam) 即可。如圖 120。

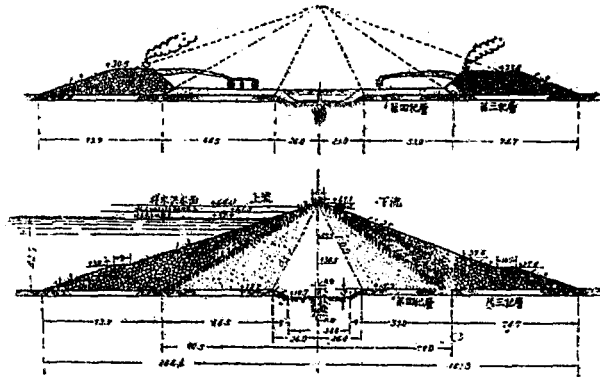


圖 120

壩所受之外力為前面之水壓力及自岩石破縫所侵入水之壓力，壩除水之

壓力外，尚受有冰之壓力，及沉澱在壩前部之土壓及風壓力，修築壩時應注意之點如下。

1. 須作良好之基礎。
2. 與岩板須緊密接觸。
3. 將已經風化之岩石除去，應在新岩石上施工。
4. 將基礎岩板作成鋸狀，以期增加壩之安定性。如圖 121。

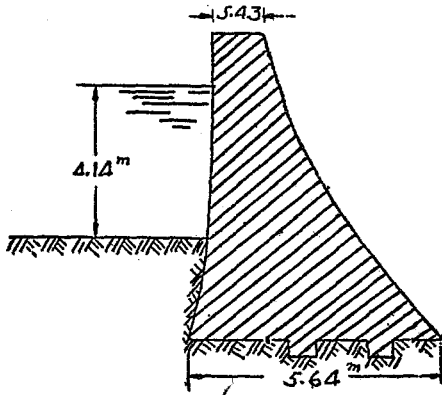


圖 121

築土壩時，應注意所用土質之配合，以防止流水之滲透。土壩須分層築之，每一土層須薄，不可太厚，每層上部用輥 (roller) 壓緊，土中不宜雜入有機物。尤以作不透水之實心牆 (core) 為最要，實心牆所用之材料為

混凝土或粘土。在軟地盤上作土壩時，應用適宜之粘土，但對於地震，則不甚安全。唯有混凝土之安全率甚大，但須應選擇堅固之地盤始可。

§ 2. 堰堤之種類

1. 按堰堤之用途分類：

- a. 引水用堰堤 普通於一般水力工事中常見之，主要為於河心築堤以

工務總署土木工程專科學校

196

圻工學講義

使水位提高且保持水速不變，而引水入導水渠道。普通此種堰堤均不甚高。

- b. 提高水位用堰堤 此種之主要目的在造成水之落差以供給動力故多為頗高之建築。
- c. 防砂用堰堤
- d. 航行用堰堤 使水深增加以利航運，此種堰堤亦不甚高。
- e. 貯水用堰堤 多於山谷中築之，使谷中形成貯水庫以備供給需要水量。
- f. 調節洪水用堰堤

2. 按堰堤之構造分類

- a. 固定堰堤 (Fixed dam)
- b. 可動堰堤 (movable dam)

可動堰堤為非泄洪水而用，堰堤之一部或全部可以活動，以備至一定時間宣泄洪水。

3. 按形狀分類

- a. 直線堰堤 (Straight dam)
- b. 曲線堰堤 (Curved dam)

4. 按應力之分類

- a. 重力堰堤 (Gravity dam)
- b. 拱堰堤 (Arched dam)
- c. 中空堰堤 (hollow dam)

5. 按使用材料之分類

- a. 石造堰堤 (Masonry dam)
- b. 土堰堤 (earth dam)
- c. 混凝土堰堤 (concrete dam)
- d. 木造堰堤 (wooden dam)
- e. 鋼筋混凝土堰堤 (Reinforced concrete dam)

堰堤破壞之原因

堰堤破壞之原因約可分為下列數種：

1. 因設計之不完善。

堰堤之斷面設計過小，或因水之上浮壓力 (uplift pressure) 之考慮未周而發生龜裂，更若因使用材料之採用容許應力不符時均可發生破壞。

2. 因築堤材料之不良

2. 由於洋灰及石材之不良以致混凝土之打築亦將發生不良之結果。

3. 因施工法之劣點

混凝土打築方法不良，或因堰堤與地盤之結合不良及因其他施工上之弱點亦均足致堰堤於破壞。

4. 基礎地質之不良。

第十二章 涵洞 (Culverts)

涵洞係築於鐵路或公路之路堤下，以容水流越過鐵路或公路而流往他處。涵洞之跨度 (span)，最大不可逾 2m。依涵洞斷面之形狀，可分為管式涵洞 (Pipe Culverts)，拱式涵洞 (Arch Culverts)。如有高低不同之地勢時，則可用虹吸管 (Syphon)，或倒虹吸管 (Inverted Syphon) 亦可。

涵洞亦可謂之跨度較短之橋梁，上部構造與下部構造無區別之分。小涵洞可用瓦管，或混凝土管。如涵洞上部須經過重車輛時，則須用鐵管，木管 (Wooden pipe) 可作臨時用之。埋設涵洞時，須將其下部之基礎打平，否則即發生不同之下沉情形，易使涵洞破裂。箱式涵洞 (Box Culverts) 之斷面為四角形，所用之材料有石材，及混凝土等。拱式涵洞可適宜於堅固之地盤

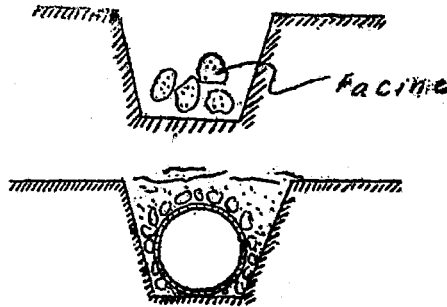


圖 122

工務總署土木工程專科學校

圻工學講義

199

◦ 此外尙有其他稱之涵洞即在地中作一流水之處，於地表面上挖鑿一洞然後在此洞中埋入流水管 (Pipe)，水即可由流水管之接縫處 (Joint) 流入，以洩水至於他處，或在洞中置以草把 (Facine) 或石子以爲瀉洩水流之用，如圖 122。普通在地下通過各種電線之線管，亦謂之涵洞。

第十三章 拱 (Arches)

第一節 分塊拱

拱者受載重之作用而對於兩端之支承物(即拱台)加以向外推力之構造物。圬工拱有兩種：一為分塊拱，其拱環係由若干塊圬工材料砌合而成。一為整體拱，其拱環係由混凝土作成一體。分塊拱之拱塊有為石塊者，有混凝土塊 (Concrete Block) 者，亦有為磚塊者，俱作成適宜形式，以便砌合。

拱又可分為無鉸鏈拱及有鉸鏈拱兩種，無鉸鏈拱之末端乃固定者。有一鉸鏈在拱環中有鉸鏈一處或數處，以作關節。有於拱頂置一鉸鏈者，謂之單鉸鏈拱 (One Hinge Arch) 有於拱台各置一鉸鏈者，謂之雙鉸鏈拱 (Two Hinge Arch)，亦有於拱台各置一鉸鏈又於拱頂置一鉸鏈者謂之三鉸鏈拱 (Three Hinge Arch)。大概以用兩鉸鏈或三鉸鏈者為多。分塊拱與整體拱俱可作無鉸鏈式或有鉸鏈式。分塊拱之各稱如圖 123。

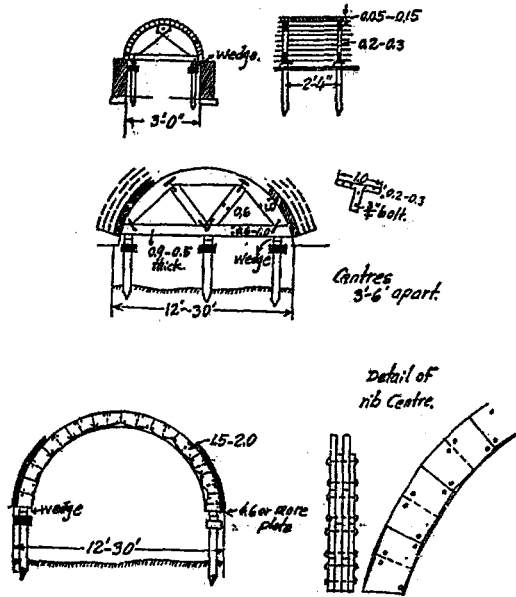


圖 123

拱之形式有半圓拱，橢圓拱，雜弧拱及尖拱之數種。

分塊拱被破壞的原因有下列三種：

- (1) 拱的某一部分對於其他的一部分相對的對於一點或一軸發生彎曲的率，拱腹線或拱背線即發生裂縫如圖 123。

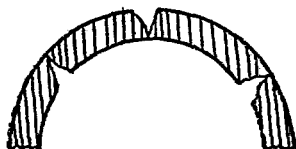


圖 124

(2) 拱的某一部分對於其他的一部分滑動的結果發生裂縫。如圖 124

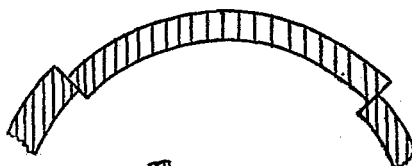


圖 125

(3) 因拱的材料不堅固的結果發生壓碎現象。

計劃分塊拱時，第一步為決定拱頂之厚度。

Trautwine 氏之公式

d = keystone 之厚 (m)

ρ = 拱內邊線彎度之半徑 (m)

S = span

$d = 0.138\sqrt{\rho + 0.5s} + 0.061$ (石拱)

$d = 0.182\sqrt{\rho + 0.5s} + 0.08$ (磚拱)

起拱點處環厚之公式

工務總署土木工程專科學校

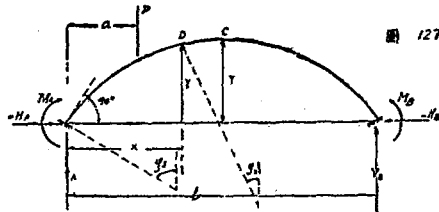
204

圬工學講義

第二節 無鉸拱之理論

A. 記號及符號

(1) 記號 參照圖-127



$l = \text{span}$

$r = \text{rise}$

$X = \text{任意斷面 D 之橫距}$

$Y = \text{任意斷面 D 之縱距}$

$P = \text{向下的鉛直荷重}$

$a = P \text{ 與左支點 (Support) A 之距離}$

$V_A, V_B = A \text{ 或 } B, \text{ 點的鉛直反力}$

$H_A, H_B = A \text{ 或 } B, \text{ 點的水平推力}$

$M_A, M_B = A \text{ 或 } B, \text{ 點的彎曲率 (Moment)}$

$M_x = \text{距 A 點 } X \text{ 距離之任意斷面 D 之彎曲率 (Moment)}$

$M_s = \text{將拱當作 B 點爲固定點, A 點爲自由點之 Cantilever}$

$\text{Beam 時, 任意斷面 D 之彎曲率 (Moment)}$

$N_x = \text{任意斷面 D 之軸壓力 (Normal force)}$

S_x = 任意斷面 D 之剪力 (Shearing force)

A_x = 任意斷面 D 之斷面積

$I_x = A_x$ 之慣性矩率。

E_c = 混凝土之彈性係數。

φ_x = 任意斷面 D 之中心角 (A_x 與鉛直線所成之角)。

Δl = 因軸壓力及彎曲率 A 點之水平變位 = $\Delta_1 l + \Delta_2 l$

$\Delta_1 l$ = 因軸壓力 A 點之水平變位

$\Delta_2 l$ = 因彎曲率 A 點之水平變位

$\Delta \varphi$ = A 點之角變位

Δr = 因軸壓力及彎曲率 A 點之鉛直變位 = $\Delta_1 r + \Delta_2 r$

$\Delta_1 r$ = 因軸壓力 A 點之鉛直變位

$\Delta_2 r$ = 因彎曲率 A 點之鉛直變位

ds = 拱環之一分格長

[註] 拱之任意點之斷面乃於該點處與拱環軸成直角之斷面 (Normal Section)

(2) 符號

向上之鉛直力 (-) 向內之水平力 (-)

向下之鉛直力 (+) 向外之水平力 (+)

拱環上側發生張應力之彎曲率 (-)

拱環下側發生張應力之彎曲率 (+)

使拱環軸發生短縮狀態之水平變位 (+)

使拱環軸發生伸長狀態之水平變位 (-)

工務總署土木工程專科學校

206

圬工學講義

使 A 點發生上昇狀態之鉛直變位 (+)

使 A 點發生降下狀態之鉛直變位 (-)

B. 不靜定值

(1) 反力 (Reaction) 如圖—127 拱受外力 P 而保持平衡狀態時，由

$$\sum V = 0 \qquad \sum H = 0 \qquad \text{即得}$$

$$\left. \begin{aligned} V_A &= P - V_B \\ H_A &= -H_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

(2) 彎曲率 (Moment)

如圖—1 由 $\sum M = 0$ 以 B 點為 Moment 的中心。

$$M_A + V_A l - P(1-a) + M_B = 0$$

$$M_A = P(1-a) - M_B - V_A l \dots\dots\dots (2)$$

任意點 D 之彎曲率 (Moment) 為 M_x 時

$$M_x = M_A + V_A X + H_A Y - P(X-a)$$

但 $-P(X-a)$ 等於以 B 點為固定點之 Cantilever Beam, D 點之 Moment 用 M_s 表示之

$$M_x = M_A + V_A X + H_A Y + M_s \dots\dots\dots (3)$$

(3) 不靜定值

於公式 (1) 至 (3) 知 M_A, V_A, H_A 求出時，則任意點之 Moment 即以計算 M_A, V_A, H_A 須依彈性理論計算，故稱之為不靜定值。

(Statically Indeterminate Value)

B. 不靜定值 M_A, V_A, H_A 之計算

(1) 假定與計算之次序

假定一 受荷重及溫度應力，而 Span 長毫不發生變化，即拱之兩支點無水平及鉛直之變位者。

假定二 受荷重及溫度應力，而在拱之起拱點毫不發生角變位。

計算次序：——拱之一支點(如圖—127 之 A 點)當作自由移動之點，計算因軸壓力 (Normal force) 及彎曲率。

(Moment) 所發生之 A 支點之鉛直及水平變位，然後將其代數和當作零。求自由移動支點之角變位，然後將其值當作零。

$$\left. \begin{aligned} \Delta l - \Delta_1 l + \Delta_2 l &= 0 \\ \Delta r = \Delta_1 r + \Delta_2 r &= 0 \\ \Delta \varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

自 (4) 式即可求未知數 M_A, V_A, H_A 。

(2) 因軸壓力左支點 A 所發生之水平及鉛直變位 ($\Delta_1 l, \Delta_1 r$) 如圖—1 拱環中之任意斷面 D 之水平推力為 H_A ，及鉛直剪力 $V_x - V_A = P$ (如 P 在 D 點之右時 $V_x = V_A$)。 H_A, V_x, M_x 均作用該断面之中心。如圖—128

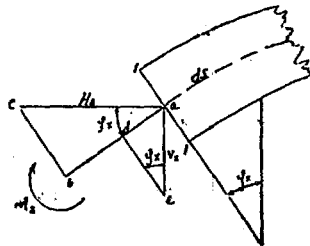


圖 128

工務總署土木工程專科學校

現將 H_A , V_x 各分爲與斷面垂直及平行之二力，與斷面垂直之 H_A ，及 V_x 之分力和即等於軸壓力 N_x (Normal Thrust)。與斷面平行之 H_A ，及 V_x 之分力和即等於剪力 S_x 。

圖-128 之 1-1 爲拱環任意斷面 (圖-127 之 D 點)

$$\left. \begin{aligned} N_x &= V_x \sin \varphi_x - H_A \cos \varphi_x \\ S_x &= V_x \cos \varphi_x + H_A \sin \varphi_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$V_x \sin \varphi_x$ 之值過小，如當作零時

$$N_x = -H_A \cos \varphi_x \dots\dots\dots (6)$$

因剪力 S_x 拱之變位極小普通不計算。

假定拱之左支點 A 可自由移動時，因軸壓力 A 點之水平變位 ($\Delta_1 l$) 及鉛直變位 ($\Delta_1 r$) 如下：

$$\Delta_1 l = \int_0^l \frac{N_x}{E_c A_x} \sin \varphi_x ds \dots\dots\dots (7)$$

$$\Delta_1 r = \int_0^l \frac{N_x}{E_c A_x} \cos \varphi_x ds \dots\dots\dots (8)$$

[註] 公式 (7) 及 (8) 之誘導

將拱分爲 n 個之小分格其各長爲 $ds_1 ds_2 \dots\dots ds_n$

任意點之一分格長爲 ds ，該分格之斷面積爲 A_x ，軸壓力爲 N_x ，單位面積所受之軸壓力強度爲 σ_c 時， $\sigma_c = \frac{N_x}{A_x}$

依 Hook's Law 因 σ_c ，分格長 ds 之短縮量 $\Delta_1 Ds = \frac{\sigma_c}{E_c} ds = \frac{N_x}{E_c A_x} ds$

(假定一分格內之斷面積 + 軸壓力均相等)

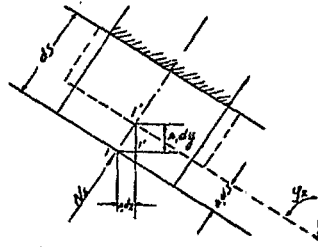


圖-129

圖 129 之實線為短縮前之形狀，點線為短縮後形狀。如 1, 點移至 1' 時，
 $\Delta_1 ds = \Delta_1 dx + \Delta_1 dy$ 分為水平鉛直二份。

$\Delta_1 dx =$ 水平變位(1-1')

$\Delta_1 dy =$ 鉛直變位(1-1'')

$$\Delta_1 dx = \Delta_1 ds \cos \varphi_x = \frac{N_x}{E_c A_x} \cos \varphi_x ds \dots \dots \dots (9)$$

$$\Delta_1 dy = \Delta_1 ds \sin \varphi_x = \frac{N_x}{E_c A_x} \sin \varphi_x ds \dots \dots \dots (10)$$

如拱之全分格發生水平及鉛直變位時，A 支點之水平及鉛直變位如前法同樣求之。

$$\begin{aligned} \Delta_1 l &= \Delta_1 dx_1 + \Delta_1 dx_2 \dots \dots \dots + \Delta_1 dx_n \\ &= \sum_1^n \frac{N_x}{E_c A_x} \cos \varphi_x ds \end{aligned}$$

$$= \int_0^l \frac{N_x}{E_c A_c} \cos \varphi_x ds$$

$$\Delta_1 r = \Delta_1 dy_1 + \Delta_1 dy_2 + \dots + \Delta_1 dy_n$$

$$= \sum_1^n \frac{E_c N_x}{E_c A_x} \sin \varphi_x ds$$

$$= \int_0^l \frac{N_x}{E_x A_x} \sin \varphi_x ds.$$

(3) 因變曲率 (Moment) 左支點 A 之水平鉛直變位 ($\Delta_2 l$, $\Delta_2 r$)

假定拱環材料為等質，中立軸在於斷面之重心時。

$$\Delta_2 l = - \int \frac{M_x Y}{E_x I_x} ds \dots \dots \dots (11)$$

$$\Delta_2 r = \int_0^l \frac{M_x X}{E_c I_x} ds \dots \dots \dots (12)$$

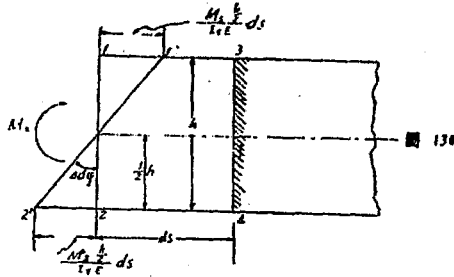
[註]公式 (11), (12) 之誘導

假定任意分格 ds 內各點之 Moment 均相等，分格 ds 斷面之高為 h. Moment 為 M_x ，斷面之一半發生壓應力，他一半發生強應力，在各斷面之上下端之應力為最大，最大應力為 σ 時

$$\sigma = \pm \frac{M_x h}{2 I_x}$$

假定受有壓力及強應力材料之彈性係數 E_c 均相等，分格 ds 之上下端因應力之短縮或伸長，依 Hook's Law

$$\frac{\sigma}{E_c} ds = \frac{M_x h}{2 E_c I_x} ds$$



如圖 130. 分格 ds 為 1234, 為面 1—2 受 Moment 為 M_x , 在重心線之周圍回轉至 1'—2' 之位置。1—2 線及 1'—2' 線所成之角為断面 1—2 之角變位 $\Delta d\phi$, 用 radian 表示之。

$$\Delta d\phi = \frac{M_x \cdot h}{2E_c \cdot I_x} ds \div \frac{h}{2} = \frac{M_x}{E_c \cdot I_x} ds \dots \dots \dots (13)$$

任意断面之回轉, 影響該断面左邊之全部分。如圖 131 (a), 分格 ds 之断面 1—2 移動至 1'—2', 即 1256 部分移至 1'2'5'6'。左支點 A 移至 A' 如圖 131 (b) AA' 分為水平及鉛直二份, 因 M_x A 點之水平變位 $\Delta_1 d_x = AA''$ 鉛直變位 $\Delta_2 dy = AA'$

OA 及 OA' 為夾角等於 1—2 断面之角變位 $\Delta d\phi$

設 AA' 為以 OA 之半徑, 以 O 為中心之圓弧, 中心角之 $\Delta d\phi$ 圓弧 AA' = OA $\Delta d\phi$ 。AA' 與 OA 雖不成直角, 但因 $\Delta d\phi$ 之值極微小, LOAA' 當作直角。直線 AA'' 等於圓弧 AA' 所以 $\triangle AA'A''$ 與 $\triangle OAO'$ 成爲相似三角形

$$OA : O'A' = AA'' : A'A''$$

$$oA : X \equiv oA \Delta d\theta : \Delta_2 dy$$

$$\Delta_2 dy \equiv X \Delta d\theta \quad \text{將此值代入公式 (12)}$$

$$\text{A 點之鉛直變位 } \Delta_2 dy = \frac{M_x X}{E_c I_x} ds$$

$$\text{A 點之水平變位 } \Delta_2 dx = \frac{M_x X}{E_c I_x} ds$$

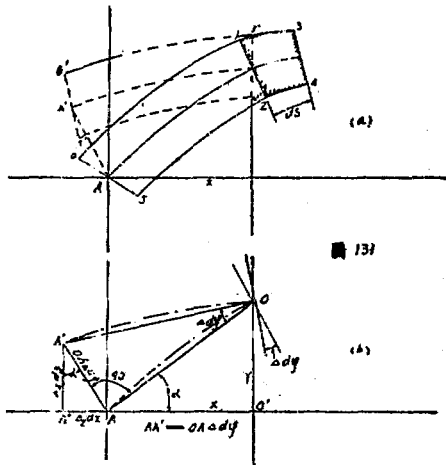


圖 131

於圖 131 (a) 因彎曲率 M_x 拱之 Span 變長，支點 A 即上昇即水平變位為 (-)，鉛直變位為 (+)

上述為一分格 ds 之變位。如拱之各分格之断面受有 Moment 時支點之變位因各断面之回轉 A 支點變位之代數和。

$$\Delta_1 l = \Delta_2 dx_1 + \Delta_3 dx_2 + \dots + \Delta_n dx_n$$

$$= -\sum_1^n \frac{M_x Y}{E_c I_x} ds$$

$$= -\int_0^l \frac{M_x X}{E_c I_x} ds$$

$$\Delta_2 r = \Delta_2 dy_1 + \Delta_3 dy_2 + \dots + \Delta_n dy_n$$

$$= \sum_1^n \frac{M_x X}{E_c I_x} ds$$

$$= \int_0^l \frac{M_x X}{E_c I_x} ds$$

(4) 因彎曲率 (Moment) A 支點所發生之角變位 ($\Delta^i \varphi$)

依照前式之假定得 A 支點之角變位如下。

$$\Delta^i \varphi = \int_0^l \frac{M_x}{E_c I_x} ds \dots \dots \dots (14)$$

[註] 公式(14) 之誘導

斷面受彎曲率時，該斷面之角變位 ΔdP 可依公式(12) 求之。

$$\Delta^i \varphi = \Delta d^i \varphi_1 + d^i \varphi_2 + \dots \dots \dots + \Delta d^i \varphi_n$$

$$= \sum_1^n \frac{M_x}{E_c I_x} ds$$

$$= \int_0^l \frac{M_x}{E_c I_x} ds$$

減少該斷面與鉛直線所成的角 P 的角變位為 (+) 增加了的角變位為 (-)。

(5) M_A, V_A, H_A 之值

工務總署土木工程專科學校

214

圬工學講義

將公式 $\Delta_1 l = \int_0^l \frac{N_x}{E_c A_x} \cos \varphi_x ds$

$\Delta_1 r = \int_0^l \frac{N_x}{E_c A_x} \sin \varphi_x ds$

$\Delta_2 l = \int_0^l \frac{M_x T}{E_c I_x} ds$

$\Delta_2 r = \int_0^l \frac{M_x X}{E_c I_x} ds$

$\Delta \varphi = \int_0^l \frac{M_x}{E_c I_x} ds$ 之值代入公式

$\Delta l = \Delta_1 l + \Delta_2 l = 0$

(*) $\Delta r = \Delta_1 r + \Delta_2 r = 0$

$\Delta \varphi = 0$ 即得下列公式

$-\int_0^l \frac{M_x Y}{I_x} ds + \int_0^l \frac{N_x}{A_x} \cos \varphi_x ds = 0 \dots\dots\dots(15)$

$\int_0^l \frac{M_x X}{I_x} ds + \int_0^l \frac{N_x}{A_x} \sin \varphi_x ds = 0 \dots\dots\dots(16)$

$\int_0^l \frac{M_x}{I_x} ds = 0 \dots\dots\dots(17)$

公式 (16) $N_x \sin \varphi_x$ 之值太小，如等於零時

$\int_0^l \frac{M_x X}{I_x} ds = 0 \dots\dots\dots(18)$

將公式 $M_x = M_a + V_a X + H_a Y + M_0$

$N_x = H_a \cos \varphi_x$ 之值代入

公式(15),(18),(17)之 M_x 及 N_x 即得下列三方程式。

$$M_a \int_0^l \frac{Y}{I_x} ds + V_a \int_0^l \frac{XY}{I_x} ds + H_a \int_0^l \frac{Y^2}{I_x} ds + \int_0^l M_s \frac{Y}{I_x} ds + H_a \int_0^l \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds = 0 \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$M_a \int_0^l \frac{X}{I_x} ds + V_a \int_0^l \frac{X^2}{I_x} ds + H_a \int_0^l \frac{XY}{I_x} ds + \int_0^l M_s \frac{X}{I_x} ds = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$M_a \int_0^l \frac{ds}{I_x} + V_a \int_0^l \frac{X}{I_x} ds + H_a \int_0^l \frac{Y}{X} ds + \int_0^l \frac{M_s}{I_x} ds = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

由以上三方程式求 M_a , V_a , H_a 時將座標原點自左支點移至彈性重心時。

公式(19),(21)更變為簡單。

滿足下列三條件之點謂之彈性重心。

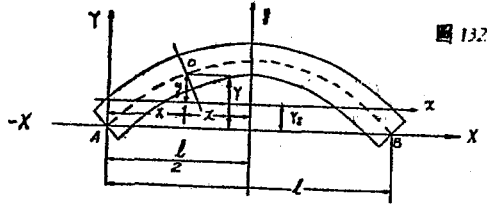
$$\int y \frac{ds}{I_x} = 0 \quad \int x \frac{ds}{I_x} = 0 \quad \int xy \frac{ds}{I_x} = 0$$

上式 x , y 為將原點移至彈性重心時各斷面之縱橫距

M_x , I_x , A_x , $A_x \varphi_x$ 為新座標原點時任意斷面之彎曲率, 斷面積, 慣性能率及角度等。

令 X_a = 自左支點 A 至彈性重心 O 之橫距。

Y_s = 自左支點 A 至彈性重心 O 之縱距。



如對稱拱時，彈性重心在通過拱頂之鉛直線上即 $X_s = \frac{l}{2}$

Y_s 為關於 X 軸 $\frac{ds}{I_x}$ 之 Moment 和用 $\frac{dx}{I_x}$ 之和除得之商。

$$Y_s = \frac{\int_0^l Y \frac{ds}{I_x}}{\int_0^l \frac{ds}{I_x}} \quad \dots\dots\dots(22)$$

由圖-6 即知 $X \frac{l}{2} - (-x) = \frac{l}{2} + x$

$$Y = Y_s + y$$

將 X, Y 代入(19), (20), (21)

自公式(19)

$$\begin{aligned} (M_A + \frac{1}{2}V_A + H_A Y_s) Y_s \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} \frac{ds}{I_x} = -H_A \left(\int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds \right) - Y_s \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s \frac{ds}{I_x} - \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s y \cdot \frac{ds}{I_x} \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

自公式(20)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(M_A + \frac{1}{2}V_A + H_A Y_s) \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} \frac{ds}{I_x} = -V_A \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} X^2 \frac{ds}{I_x} - \frac{1}{2} \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s \frac{ds}{I_x} - \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s X \frac{ds}{I_x} \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

自公式(21)

$$(M_A + \frac{1}{2}V_A + H_A Y_s) \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} \frac{ds}{I_x} = - \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s \frac{ds}{I_x} \dots\dots\dots(25)$$

公式(25)代入公式(23)時即得

$$\begin{aligned} H_A = - \frac{\int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s y \frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds} \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

公式(25)代入公式(24)時即得

$$V_A = - \frac{\int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s X \frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{f}{2}}^{\frac{f}{2}} M_s \frac{ds}{I_x}} \dots\dots\dots(27)$$

茲命 $M_A + \frac{1}{2}V_A + H_A + Y_s = M$

自公式 (25)

$$M = \frac{\int_{-\frac{1}{2}l}^{\frac{1}{2}l} M_s \frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{1}{2}l}^{\frac{1}{2}l} \frac{ds}{I_x}} \dots\dots\dots(28)$$

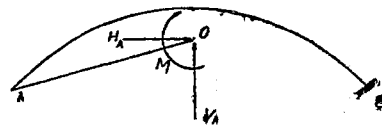


圖 132

如圖一7，左支點 A 與彈性重心 O 之間用一強固之鉸連結，此鉸為受任何力，而不發生伸縮之理想材料。

彈性重心 O 之 Moment 為 M 時

$$M = M_A + \frac{1}{2}V_A + H_A Y_s$$

O 點之水平及鉛直反力與 A 點同量而同方向。

D. 因溫度變化所發生之水平推力及任意斷面之彎曲率。

拱環為兩端固定，不得自由移動，因此即在拱環內發生溫度應力。

茲命 M, V, H_s 分別表示因溫度變化在左支點 A 所生之彎曲率，鉛直反力及水平推力。

M_B, V_B, H_t 分別表示因溫度變化在右支點 B 所生之彎曲率，鉛直反力及水平推力。

M_{ix} 分別表示因溫度變化在任意點所生之彎曲率。

由公式 (3) $M_{tx} = M_A + V_A X + H_t Y + M_s$ (坐標原點為左支點 A)。

因將原點已移至彈性重心，且無 Vertical load 所以 $M_s = 0$

$$\text{且命 } M = M_A + \frac{1}{2} V_A + H_t Y_s$$

$$\text{即 } M_A = M - \frac{1}{2} V_A - H_t Y_s$$

$$M_{tx} = M - \frac{1}{2} V_A - H_t Y_s + V_A X + H_t Y$$

$$= M + V_A (X - \frac{1}{2}) + H_t (Y - Y_s)$$

$$= M + V_A x + H_t y$$

在拱之兩支點 $x = \pm \frac{l}{2}$ $y = -Y_s$

$$M_A = M - \frac{1}{2} V_A - H_t Y_s \quad M_B = M + \frac{1}{2} V_A - H_t Y_s$$

$$M_A - M_B = -V_A l$$

但於對稱拱時，依溫度變化左右支點之彎曲率相等。

$$\therefore M_A - M_B = 0 \quad \text{即 } V_A = 0$$

由此可知溫度變化時，於兩支點不發生鉛直反力。

拱環任意點之 Moment 為 M_{tx} 時

$$M_{tx} = M + H_t y$$

然後假定左支點 A 可自由移動時，因溫度變化 A 點之水平變位為

Δl 時。

$$\Delta l = \frac{1}{E_c} \left\{ - \int_0^l \frac{M_{tx} Y}{I_x} ds + \int_0^l - \frac{N_{tx}}{A_x} \cos \varphi_x ds \right\}$$

將公式 (7), (11) 代入公式 (4) 即得上式

N_{tx} ——因溫度變化在任意斷面所生之軸壓力，

茲將上式之座標原點自左支點 A 移至彈性重心，將公式 (16) 代入 N_{tx}

$$\Delta l = -\frac{l}{E_c} \left[-Y_r M \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{sd}{I_x} - Ht \left\{ \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos^2 \theta x ds}{A_x} \right\} \right] \quad (29)$$

依溫度變化求起拱點之角變位

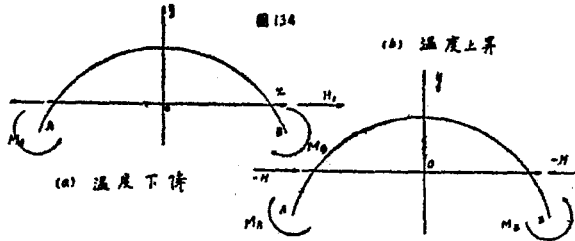
$$\begin{aligned} \Delta \theta &= \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (M + Hty) \frac{ds}{I_x E_c} \\ &= M \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{I_x E_c} + Ht \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y \frac{ds}{I_x E_c} \\ &= M \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{I_x E_c} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{但 } \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{I_x E_c} \neq 0 \quad \therefore M = 0$$

M ——彈性重心之彎曲率，

雖有溫度變化但在彈性重心之 Moment 等於零，即因溫度變化而生之水平推力 H ，如圖 13，發生於彈性重心同高之位置。

$$\therefore M_{tx} = M_r Y \dots \dots \dots (30)$$



將 $M=0$ 代入公式 (29) 求 H_x :

$$Ht = \frac{Es \Delta l}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds} \dots \dots \dots (31)$$

Span 短縮 時之 $\Delta l =$ (+)
 伸長 (-)

茲命 $t =$ 拱環之溫度變化 $\alpha =$ 脹係數

$$\Delta l = \pm \alpha t l$$

將 Δl 代入 (31) 式

$$Ht = \pm \frac{\alpha t E_c l}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} - \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos^2 \varphi_x}{A_x} ds} \dots \dots \dots (32)$$

(-) = 溫度上昇 (+) = 溫度下降

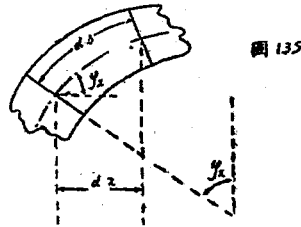
E, M_A , V_A , H_A , H_t 之實用公式

(1) 如圖 135 分格 ds 之水平長為 dx

如圖 135 $\cos \varphi_x = \frac{dx}{ds}$

$$ds = \frac{dx}{\cos \varphi_x}$$

將 $ds = \frac{dx}{\cos \varphi_x}$ 代入公式 (26), (27), (28), (32)



$$H_A = - \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} M \frac{Y dx}{I_x \cos \varphi_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{y^2 dx}{I_x \cos \varphi_x} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos \varphi_x dx}{Ax}} \quad (a)$$

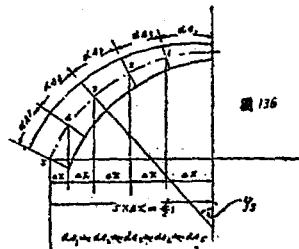
$$V_A = - \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} M_s \frac{X dx}{I_x \cos \varphi_x}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{X_s dx}{I_x \cos \varphi_x}} \quad (b)$$

... (36)

$$M = - \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} M \frac{d_x}{I_x \cos \varphi_x}}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d_x}{I_x \cos \varphi_x}} \quad (c) \quad \dots (33)$$

$$H_t = \pm \frac{\alpha' t E_c l}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{y^2 d_x}{I_x \cos \varphi_x} + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi_x d_s}{A_x}} \quad (d)$$

$$V_s = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} Y \frac{d_x}{I_x \cos \varphi_x}}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d_x}{I_x \cos \varphi_x}} \quad (e)$$



(2) 公式 (33) 中之 dx 以實用長 Δx 表示。

如圖 136 Δx 均相等。

$$\omega = \frac{y}{\cos \varphi_x I_x}$$

$$\omega' = \frac{x}{\cos \varphi_x I_x}$$

$$\begin{aligned} \omega'' &= -\frac{1}{I_x \cos \varphi_x} \\ H_A &= -\frac{\sum M_s \omega}{\sum y \omega + \sum \frac{\cos \varphi_x}{A_x}} \quad \text{(a)} \\ V_A &= -\frac{\sum M_s \omega'}{\sum x \omega'} \quad \text{(b)} \\ M &= -\frac{\sum M_s \omega''}{\sum \omega'} \quad \text{(c)} \\ H_t &= \pm \frac{\alpha' t E_c \frac{1}{\Delta x}}{\sum y \omega + \sum \frac{\cos \varphi_x}{A_x}} \quad \text{(d)} \end{aligned} \quad \dots\dots(34)$$

此處之積算為自 $-\frac{1}{2}$ 至 $\frac{1}{2}$

$$\text{彈性重心之位置 } Y_s = \frac{\sum \frac{1}{2} \frac{Y}{0 I_x \cos \varphi_x}}{\sum \frac{1}{2} \frac{1}{I_x \cos \varphi_x}}$$

F. 拱環之彎曲率，軸壓力，剪力

1. 左支點 A 之彎曲率，由 (28) 式

$$M_A = M - \frac{1}{2} V_A - H_A Y_s \dots\dots\dots(35)$$

2. 任意點之彎曲率 由 (3) 式座標之原點為彈性重心。

$$\begin{aligned} M_x &= M_A + V_A(\frac{1}{2} + x) + H_A(Y_s + y) + M_s \\ &= M - V_A \frac{1}{2} - H_A Y_s + V_A \frac{1}{2} + V_A x + H_A Y_s + H_A y + M_s \dots\dots\dots(36) \\ &= M + V_A x + H_A y + M_s \end{aligned}$$

3. M_x 之值 此值於前式中已說明，任何時其值均為負，荷重在任意點之左邊時，該點即生 M_x ，如在任意點之右邊時 M_x 為零

茲命 x = 自原點至任意點之距離

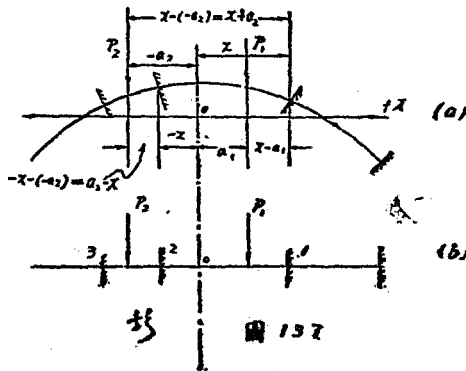
a = 自原點至荷重 P 之距離

P = 集中荷重

$$\left. \begin{array}{l} M_x = -P(x-a) \quad P \text{ 在任意點之左邊} \\ M_x = 0 \quad \quad \quad P \text{ 在任意點之右邊} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

例：—

如圖 137 求任意點 1, 2, 3 於 M_x



於 1 點 $M_x = -P_1(x-a) - P_2 \{ x - (-a_2) \}$
 $= -P_1(x-a) - P_2(x+a)$

於 2 點 $M_2 = -P_2 \{ -x = (-a_2) \} = -P_2(a_2 - x)$.

於 3 點 $M_3 = 0$

4. 任意點之軸壓力 (N_x) 及剪力 (S_x)

$$\left. \begin{aligned} \text{依公式 (5)} \quad N_x &= V_x \sin \varphi_x - H_A \cos \varphi_x \\ S_x &= V_x \cos \varphi_x + H_A \sin \varphi_x \\ V_x &= V_x - \Sigma P \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

ΣP 為任意斷面左邊荷重之和

如圖——11 於 1 點 $V_1 = V_A - (P_1 + P_2)$

於 2 點 $V_2 = V_A - P_2$

於 3 點 $V_3 = V_A$

5. 因溫度變化而生之任意點之彎曲率 (M_{tx}), 軸壓力 (N_{tx}), 剪力 (S_{tx})

$$M_{tx} = Ht_y$$

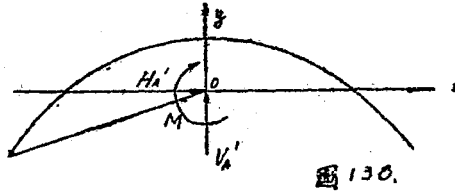
於公式 (S) $V_x = 0$

$$\left. \begin{aligned} N_{tx} &= Ht \cos \varphi_x \\ S_{tx} &= Ht \sin \varphi_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

G. 影響線 Influence Line

1. M, V_A, H_A 之影響線

M, V_A, H_A 之公式中, 與荷重 (load) 有關係之項僅分子 $M,$



如圖 138 自彈性重心點至任意分格點之距離為 x
自彈性重心點至單位荷重 1 之距離為 a

$$M_A = \begin{cases} -1 & (x > a) \\ 0 & (x \leq a) \end{cases}$$

將此值代入 M, V_A, H_A 時即得影響線之公式

M', V'_A, H'_A 為單位荷重時，彈性重心之彎曲率，鉛直反力，水平推力。

F. 影響線

1. M, V_A, H_A 之影響線

前述之 M, V_A, H_A 公式中關於荷重之項為分子之 M_1 。

如圖 138 自彈性中心至任意之分格點之距離為 x ，至單位荷重 1 之距離為 a 時，因單位荷重之分格點之 M_1 如下

$$M_1 = \begin{cases} -(x-a) & (x > a) \\ 0 & (x \leq a) \end{cases}$$

將此值代入 M, H_A, V_A 時即影響線之公式。

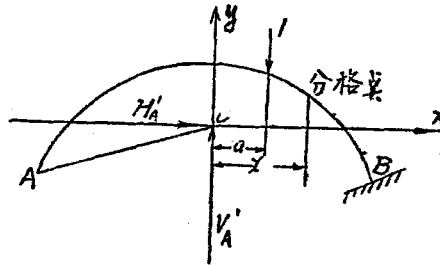


圖 130

M' , V_A' , H_A' 分別為因單位荷重而在彈性重心處所生之彎曲率 a , 鉛直反力, 水平推力(34)

自公式

$$\left. \begin{aligned}
 H_A' &= \frac{\sum \frac{1}{a}(x-a) \omega b}{\sum \frac{1}{a} y \omega + \sum \frac{\cos \varphi x}{a} A_x} & (a) \\
 V_A' &= \frac{\sum \frac{1}{a}(x-a) \omega}{\sum \frac{1}{a} x \omega'} & (b) \\
 M' &= \frac{\sum \frac{1}{a}(x-a) \omega''}{\sum \frac{1}{a} \omega''} & (c)
 \end{aligned} \right\} (40)$$

2. M' , V_A' , H_A' 影響線之特性

(a) M' 影響線之特性

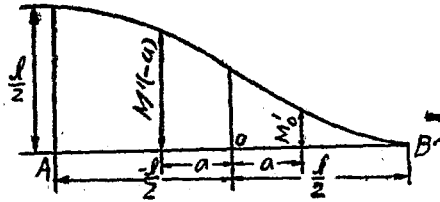


圖 139

M' 影響線

M' 影響線常為 (+)·如圖 139 有下列之特性

M 影響線之特性

(1) 單位荷重在 A 支點時

$$a = -\frac{l}{2} \quad M' = \frac{l}{2}$$

(2) 單位荷重在 B 支點時

$$a = -\frac{l}{2} \quad M' = 0$$

(3) 單位荷重在拱頂左邊 (-a) 時, M' 之值為 M'(a), 單位荷重在拱頂右邊 (+a) 時 M' 之值為 M'(a), 則 M, (a) 與 M' (-a) 有關係如下:

$$M'(-a) = M'(a) + a \dots\dots\dots (41)$$

(b) V_A' 影響線之特性

V_A' 影響線常為 (+)·如圖 139 有下列之特性

(1) 單位荷重在 A 時 $a = \frac{l}{2} \quad V_A' = 1$

(2) 單位荷重在 B 時

$$a = \frac{l}{2} \quad V_A' = 0$$

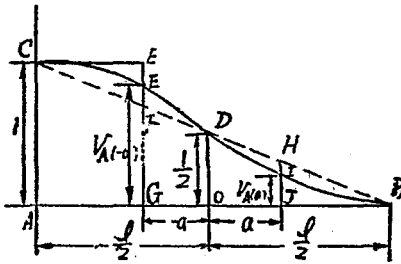
(3) 單位荷重在拱頂之左邊 (-a) 時 V_A' 之值為 $V_A'(-a)$

單位荷重在拱頂之右邊 (+a) 時, V_A' 之值為 $V_A'(+a)$

則 $V_A'(+a)$ 與 $V_A'(-a)$ 有關係如下:

(4) 單位荷重在拱頂時

$$a = 0 \quad V_A' = \frac{l}{2}$$



於圖 139 以直線連結 B,C. 此直線通過 D 點有下列之關係

$$FE' = HJ$$

$$JI = EE'$$

$$EF = HI$$

(C) $H'A$ 影響線之特性

圖 139 V_A' 影響線

$H'A$ 之影響線為 (一) 如圖 140 有下列之特性

(1) 單位荷重在 A 點或 B 點時

$$a = \pm \frac{l}{2} \quad H'A = 0$$

(2) 單位荷重在拱頂之左邊 (-a) 時, H 之值為 $H'A(-a)$; 單位

荷重在拱頂右邊 (+a) 時, $H'A$ 之值為 $H'A(a)$ 時, $H'A$

(-a) 與 $H'A(a)$ 之關係如下

鐵筋混凝土無鉸拱設計例

設計書目錄

第一章	概 說
第一節	位置
第二節	計劃及構造之概要
第三節	地質
第四節	縱斷坡度及橫斷坡度
第二章	鐵筋混凝土床版之設計
第一節	鐵筋混凝土床版
第三章	無鉸拱之設計
第一節	拱環軸之決定
第二節	拱環厚之決定
第三節	鐵筋量，斷面積及斷面二次率
第四節	無鉸拱之公式及使用符號
第五節	彈性重心之決定
第六節	不靜定值 M' , V_A , H_A 之影響線
第七節	各斷面上之彎曲力矩，軸壓力及剪力之影響線
第八節	死荷重發生之彎曲力矩，軸壓力及剪力
第九節	活荷重發生之彎曲力矩，軸壓力及剪力
第十節	溫度變化而發生之彎曲力矩，軸壓力及剪力
第十一節	總彎曲力矩，軸壓力及剪力

工務總署土木工程專科學校

2

圬工學講義 (設計例)

第十二節	斷面應力度
第十三節	剪力
第四章	橫桁及支柱之設計
第一節	中間橫桁
第二節	端橫桁
第三節	柱之設計

附錄目錄

第一章	鐵筋混凝土橋梁工事規範書
第一節	一般方法
第二節	工程方法
第三節	一般施工方法
第二章	設計豫算書

第一章 概 說

第一節 位置

- (a) 路線名 府縣道曰逆伊勢原線。
- (b) 架設地點 神奈川縣愛甲郡宮个瀬村字横根地內。
- (c) 河川名 中津川(相模川水系)

第二節 計劃及構造之概要

(a) 計劃概要

架設此橋之本路線為自本縣北部直通本縣中央部之連絡道路，為開發本縣北部之產業最重要之路線。現存之橋梁為一單孔之吊橋。其主線一條，徑 1.25 吋，橋塔柱二個，與橋體皆為木造。橋長 47.0 米，總寬 3.33 米，有效寬 3.0 米，為一相當貧弱之橋梁，加以近年橋體腐朽，影響交通載重之制限很大，不得已而就道路坡度，曲線，基礎岩盤之關係，而於下流 30.0 米之地點，選定架設新橋之計劃。

(b) 構造概要

本橋為良好之岩盤基礎。如別圖之所示，為一開測無鉸拱橋型式。淨跨徑間 32.00 米，純徑間 31.00 米，拱矢 13.00 米，總橋寬 5.5 米，有效寬 5.00 米，側橋為床版橋長 5.40 米，二徑孔橋總長 48.00 米。

第三節 地質

如前之所述地質為兩岸露出之良好岩盤。

第四節 縱斷坡度及橫斷坡度

- (a) 縱斷坡度 $1/100$ 之拋物線

工務總署土木工程專科學校

4

圪工學講義 (設計例)

$$y^2 = 4px$$

$$21^2 = 4p \times 0.21$$

$$4p = 2100$$

$$y^2 = 2100x$$

$$\therefore x = \frac{y^2}{2100}$$

y m	x cm
-----	------

3.00	0.43
------	------

6.20	1.83
------	------

9.40	4.21
------	------

12.60	7.56
-------	------

16.00	12.19
-------	-------

21.00	21.10
-------	-------

(b) 橫斷坡度

1/50 之拋物線

$$y^2 = 4px$$

$$2.5^2 = 4p \times 0.05$$

$$4p = 125$$

$$y^2 = 125x$$

$$\therefore x = \frac{y^2}{125}$$

y m	x cm
-----	------

0.5	0.20
-----	------

1.0	0.80
-----	------

1.5	1.80
-----	------

2.0	3.20
-----	------

2.5	5.00
-----	------

第二章 鐵筋混凝土床版之設計

第一節 鐵筋混凝土床版

關於床版之設計，應有如下之假定。即實際上以支墊為支點，此床版為一十徑間之連續版，今為簡單起見，其彎曲力距之值可以單桁之值之 0.8 倍計算，其剪斷力之值可以單桁之值相等計算。

[1] 由死荷重而生之彎曲力距及剪斷力。

(1) 死荷重 5 吋之混凝土鋪裝 $2200 \times 0.05 = 110 \text{ kg/m}^2$

(2) 彎曲力距 20 吋之鐵筋混凝土床版 $\frac{2400 \times 0.20 = 480 \text{ kg/m}^2}{\text{計 } \omega = 590 \text{ kg/m}^2}$

$$M_d = \frac{1}{8} \omega l^2 = \frac{1}{8} \times 590 \times 3.2^2 = 755 \text{ kg-m}$$

(3) 剪斷力

$$S_d = \frac{1}{2} \omega l = \frac{1}{2} \times 590 \times 3.2 = 944 \text{ kg}$$

[2] 由活荷重而生之彎曲力距及剪斷力

(1) 活荷重

(甲) 群眾荷重 $P = 500 \text{ kg/m}^2$

(乙) 載重車荷重 屬於第三種之故，如第一圖。

衝擊係數 $i = \frac{20}{60+l} = \frac{30}{60+3.2} = 0.32 > 0.3$ ，故使 $i = 0.7$

前輪荷重 $P_1 = 750 \text{ kg} \times 1.3 = 975 \text{ kg}$ (衝擊在內)

後輪荷重 $P_2 = 2250 \text{ kg} \times 1.3 = 2925 \text{ kg}$ (衝擊在內)

活荷重之分布方法依鐵路構造細則第二十八第二十九條如第三圖決定。

$$a = 2Q + 2d = 20 + 2 \times 5 = 30 \text{ cm}$$

工務總署土木工程專科學校

6

圪工學講義 (設計例)

$$b = t + 2d = 8 + 2 \times 5 = 18 \text{ cm (前輪荷重之布面)}$$

床版之有效寬

$$e = \frac{2}{3}t + b = \frac{2}{3} \times 3.2 + 0.18 = 2.31 \text{ m} > 2 \text{ m}$$

故床版寬 1m 之荷重 P_1'

$$P_1' = \frac{P_1}{e} = \frac{975}{2} = 488 \text{ kg}$$

就後輪荷重亦同樣；

$$a = 20 + 2d = 20 + 2 \times 5 = 30 \text{ cm}$$

$$b = t + 2d = 24 + 2 \times 5 = 34 \text{ cm}$$

$$c = \frac{2}{3}t + b = \frac{2}{3} \times 3.240 + 0.34 = 2.47 \text{ m} > 2 \text{ m}$$

故床版寬一米之荷重 P_2'

$$P_2' = \frac{P_2}{c} = \frac{2925}{2} = 1463 \text{ kg}$$

(丙) 碾壓機荷重 圖二

前輪荷重 $P_3 = 3200 \text{ kg}$

後車荷重 $P_4 = 2400 \text{ kg}$

$$a = 20 + 2d = 20 + 2 \times 5 = 30 \text{ cm (前輪荷重之分布面)}$$

$$b = t + 2d = 110 + 2 \times 5 = 120 \text{ cm}$$

$$c = \frac{2}{3}t + b = 3.33 \text{ m} > 2 \text{ m}$$

故床版寬一米之荷重 P_3'

$$P_3' = \frac{P_3}{c} = \frac{3200}{2} = 1600 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

7

$$a = 20 + 2d = 20 + 2 \times 5 = 30 \text{ cm (後輪荷重之分佈兩)}$$

$$b = t + 2d = 45 + 2 \times 5 = 55 \text{ cm}$$

$$c = \frac{2l}{3} + b = 2.68 \text{ m} > 2 \text{ m}$$

故床版寬一米之荷重 P_4

$$P_4' = \frac{P_4}{c} = \frac{2400}{2} = 1200 \text{ kg}$$

(2) 彎曲力距

載重汽車荷重 彎曲力距，以於支間中央部者為最大時求之。

如第四圖配置之時為最大。

$$M_e = 758 \times 1.6 - \frac{1460}{0.3} \times \frac{0.15^2}{2} = 1212.8 - 54.75 = 1158. \text{ kg-m}$$

碾壓機荷重， 第五圖。

$$M_e = 850 \times 16 - \frac{1600}{0.3} \times \frac{0.15^2}{2} = 1300 \text{ kg-m}$$

(3) 剪斷力

$$\text{載重汽車荷重 } S_e = \frac{1460 \times 3.05 + 500 \times 2.05 \times \frac{2.05}{2}}{3.2} = 1720 \text{ kg (第六圖)}$$

$$\text{碾壓機荷重 } S_e = \frac{1600 \times 3.05 + 500 \times \frac{2.25^2}{2}}{3.2} = 1921 \text{ kg (第七圖)}$$

[3] 床版設計

	彎曲力距	剪斷力
死荷重	755 kg-m	944 kg
活荷重	1300 kg-m	1921 kg
計	$M = 2.05 \text{ g-m}$	$S = 2865 \text{ kg}$

工務總署土木工程專科學校

8

圻工學講義 (設計例)

故以下列之彎曲力矩及剪斷力設計床版。

於支間中央 $M = 0.8 \times 2055 = 1644 \text{ kg-m}$

於支點 $M = -0.8 \times 2055 = -1644 \text{ kg-m}$

$$S = 2865 \text{ kg-m}$$

應力檢查 第八圖

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{11.4}{100 \times 17} = 0.0066$$

由圖表第一圖 $k = 0.356 \quad j = 0.882 \frac{\sigma_s}{\sigma_c} = 27$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s j d} = \frac{164400}{11.3 \times 0.882 \times 17} = 971 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = 36 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau = \frac{S}{b j d} = \frac{2565}{100 \times 0.882 \times 17} = 2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau = \frac{S}{U j d} = \frac{2865}{37.7 \times 0.882 \times 17} = 5.1 \text{ kg/cm}^2$$

第三章 無鉸拱之設計

第一節 拱環軸之決定 高等土木工程第六卷鐵筋混凝土工學參照。

$$\text{拱支間} = 32.00 \cdot \text{m}(e)$$

$$\text{拱矢} = 13.00 \cdot \text{m}(f)$$

拱橋之死荷重假定如第九圖之連續曲線狀變化，從 strassner 氏之方法以決定拱環軸之理論形狀。

今 q_1 = 在起拱點拱橋單位長之死荷重

q_0 = 在拱頂點拱橋單位長之死荷重

q = 離距拱頂 S_1 點之死荷重

y' = 以拱頂為原點距離拱頂 S_1 處拱環軸之縱距

$$l = \text{支間} \quad l_1 = \frac{1}{2}l \quad f = \text{拱矢}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0 = q_0 + y' r \quad (r \text{ 為單位容積之重量}) \\ q_0 = q_0 + f r \quad \text{從此式} \end{array} \right.$$

$$q = q_0 + \frac{y'}{f}(q_1 - q_0)$$

$$m = \frac{q_1}{q_0}$$

$$q = q_0 \{ 1 + \frac{y'}{f}(m-1) \}$$

(1)

求拱環之方程式

工務總署土木工程專科學校

10

圻工學講義 (設計例)

$$\left. \begin{aligned} y' &= \frac{f}{m-1}(\cosh sk - 1) \\ k &= \log(m + \sqrt{m^2 - 1}) \\ \text{or } \cosh k &= m \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$y'_{\frac{1}{2}}$ 為支間中點拱環軸之縱距

$$m = \frac{1}{2} \left(\frac{f}{y'_{\frac{1}{2}}} + 2 \right)^2 - 1 \quad (3)$$

拱環軸之切線與水平所成之角 (φ)

$$\tan \varphi = \frac{fk}{1 + (m-1)} \sinh sk \quad (4)$$

(1) m值之算出

假定 拱頂厚為 50 cm. 起拱點厚為 100 cm. 由 (2) 式算出者.
拱頂上之死荷重:

$$\text{鋪裝及床版 } 5.00 \times 0.05 \times 2200 \div 5.10 + 5.00 \times 0.20 \times \frac{2400}{5.10} = 542 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{填充混凝土 } 2200 \times 0.35 = 770 \text{ kg/m}^2, \text{ 拱環 } 2400 \times 0.50 = 1200 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{橋欄 } 2400 \times 0.80 \times 0.20 \times \frac{2}{5.10} = 145 \text{ kg/m}^2, \therefore q_0 = 2657 \text{ kg/m}^2$$

起拱點處之死荷重

設拱環之形狀與二次拋物線相近似, 故起拱點之中心角 φ , 可由次式中得到。

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

141

$$\tan \varphi_s = \frac{4f}{l} = \frac{4 \times 13.00}{32.00} = 1.625 \quad \varphi_s = 58^\circ 24'$$

通過起拱點沿鉛直線之拱環高

$$h'_s = \frac{n_s}{\cos \varphi_s} = \frac{100}{0.8517} = 1.18 \text{ m}$$

假定由支柱至拱環之荷重之 $\frac{1}{2}$ 傳於起拱點：

$$\text{鋪裝及床版} = 542 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{拱環} = 2400 \times 1.18 = 2832 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{橋欄} = 145 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{支柱} = \frac{2400 \times 3. \times 0.80 \times 13}{5.10 \times 1.60} = \frac{3250 \text{ kg/m}^2}{q_1 = 6769 \text{ kg/m}^2}$$

$$m = \frac{q_1}{q_0} = 2.829$$

次由(3)式為求 m $\cosh k = m = 2.829$ $k = 1.70$

$$\therefore \text{對於 } y_{\frac{1}{2}} \text{ 點 } \cosh k = 0.70 \times 1.70 = 0.850 \cosh k = 1.384$$

$$\therefore y'_{\frac{1}{2}} = \frac{13}{2.829 - 1} (1.384 - 1) = 2.729 \text{ m}$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \left(\frac{13}{2.729} - 2 \right)^2 - 1 = 2.8187$$

(2) 拱環輪形狀之決定

工務總署土木工程專科學校

12

圪工學講義 (設計例)

如第 10 圖，以支間之 $\frac{1}{2}$ 分爲 10 分格，各格之水平距離，各爲 1.60 m
如圖符號註於分格點。

$$\text{公式 (2) } y' = \frac{f}{m-1} (\cosh \mu k - 1) \quad \cosh k = m = 2.819k = 1.696$$

$$\frac{f}{m-1} = \frac{13}{2.819-1} = 7.148$$

$$\therefore y' = 7.148 (\cosh 1.696 \mu - 1)$$

以各分點算出者，列如第一表，Y 爲自通過起拱點之水平線至各分格點之縱距。

第 一 表

分格點	μ	$\cosh 1.696\mu$	y'	$Y = 13.00 - y'$
0	0	1	0	13.000
1	0.1	1.014	0.100	12.900
2	0.2	1.058	0.415	12.585
3	0.3	1.133	0.951	12.049
4	0.4	1.239	1.708	11.292
5	0.5	1.382	2.731	10.269
6	0.6	1.565	4.039	8.961
7	0.7	1.792	5.611	7.389
8	0.8	2.071	7.656	5.344
9	0.9	2.410	10.079	2.921
10	1.0	2.818	13.000	0

(3) 於各點之傾斜角

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

13

曲線之方程式

$$\begin{aligned}
 y' &= \frac{f}{m-1} (\cosh 1.696 \frac{x}{16} - 1) \\
 &= \frac{f}{m-1} (\cosh 1.696 \frac{x}{16} - 1) \\
 &= \frac{13}{2.819-1} (\cosh 1.696 \frac{x}{16} - 1) \\
 &= 7.148 (\cosh 0.6x - 1) \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

$$\tan \phi x = \frac{dy'}{dx} = 0.758 \sinh 0.106 x$$

分格點	$x = \frac{x}{16}$	$0.106x$	$\sinh 0.106x$	$\tan \phi$	ϕ
0	0	0	0	0	0
1	1.6	0.170	0.17082	0.1293	7°22'
2	3.2	0.339	0.53240	0.2624	14°42'
3	4.8	0.509	0.53640	0.4030	21°57'
4	6.4	0.678	0.73363	0.5554	28°59'
5	8.0	0.848	0.95621	0.7239	35°54'
6	9.6	1.018	1.20630	0.9132	42°24'
7	11.2	1.187	1.49143	1.1290	48°28'
8	12.8	1.357	1.81977	1.3776	53°13'
9	14.4	1.526	2.20082	1.6660	58°56'
10	16.0	1.696	2.64563	2.0027	64°28'

第二節 拱環厚之決定

Strassner 氏近似式

高等土木工程第六卷後編第212頁參照

h_0, h_1 = 各為拱頂及起拱點之拱環厚 (m)

I_0, I_1 = " " " 之斷面二次率

ϕ_1 = 起拱點之中心角 $n = \frac{I_0}{I_1 \cos \phi_1}$

工務總署土木工程專科學校

q_0, q_1 = 各為拱頂及起拱點之死荷重 (t/m^2) $m = \frac{q_1}{q_0}$

p = 等布活荷重 (t/m^2)

σ'_{ca} = 混凝土之容許壓力強度 (t/m^2)

l, f = 各為支間及拱矢 (m) t = 溫度變化。

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= \frac{k_l^2}{2f\alpha'ca^3} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{24\sigma'ca'U_1}{(k\frac{l}{f})^2}} \right] \\ \sigma'ca &= \sigma'ca - 6(1-\varphi_0)(U_2 \frac{h_0}{f} + U_3 \frac{l^2}{f^2}) \\ k &= \alpha q_0 + \beta p \\ U_1 &= \gamma p \quad U_2 = \delta t \quad U_3 = \xi q_0 \end{aligned} \right\} (5)$$

將各值代入 (5) 式內 $n = 0.3$ 時

$$m = 2.819$$

$$\alpha = 0.108 + 0.019 \times 2.819 - 0.0005 \times 2.819^2 = 0.160$$

$$\beta = 0.0579 + 0.0035 \times 2.819 = 0.157$$

$$\gamma = 0.00426 + 0.00037 \times 2.819 = 0.00530$$

$$\xi = 0.0408 + 0.0046 \times 2.819 = 0.054$$

$$\varphi_0 = 0.8 \times \frac{0.50}{13} = 0.03$$

$$\sigma' = -9.10 + 0.04 \times 2.819 = -8.987$$

$$q_0 = 2657 \text{ kg/m}^2 \quad t = \pm 20 \quad p = 2000 \text{ kg/m}^2$$

$$k = 0.160 \times 2.657 + 0.157 \times 2000 = 0.636 \text{ t/m}^2$$

$$U_1 = 0.00530 \times 2.000 = 0.0106 \text{ t/m}^2$$

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

15

$$U_2 = -8.987 \times (-20) = 179.74 \text{ t/m}^2$$

$$U_3 = 0.054 \times 2.657 = 0.109 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{cn} = 450 \text{ t/m}^2$$

$$\sigma_{cn}^1 = \sigma_{cn} - 6(1 - \phi_0) \left(U_2 \frac{h_0}{f} + U_3 \frac{l^2}{f^2} \right)$$

$$= 450 - 6(1 - 0.03) \left(179.74 \frac{0.5}{13} + 0.109 \frac{16^2}{13^2} \right) = 408.806 \text{ t/m}^2$$

$$h_0 = \frac{0.636 \times 32^2}{2 \times 13 \times 408.806} \left[1 + \sqrt{\frac{24 \times 408.806 \times 0.00218}{\left(0.636 \frac{32}{13}\right)^2}} \right]$$

$$= 0.521 \text{ cm}$$

第三節 鐵筋量，斷面積及斷面二次率。

各斷面上之鐵筋配置如第 11 圖之假定。

今 b = 斷面之寬 n = 彈性比。

2. A_s = 主鐵筋之總斷面積(上下鐵筋)

F_x = 斷面積 I_x = 斷面二次率

$$F_x = bhx + 2A_s(n-1)$$

$$I_x = \frac{bh^3x}{12} + 2A_s(n-1) \left(\frac{hx}{2} - d' \right)^2 \quad (6)$$

此(6)式中之 $n = 10$ (標準規範書第七十一條)

$$\text{斷面 0-7 之鐵筋量 } 2A_s = 2 \times \frac{100}{21} \times 4.909 = 49.090 \text{ cm}$$

$$\text{斷面 8-10 之鐵筋量 } 2A_s = 2 \times \frac{100}{10} \times 4.909 = 98.180 \text{ cm}$$

工務總署土木工程專科學校

此值如由(3)式計算之可得如第三表及第四表。

第三表

分格點	hx (m)	bhx (m ²)	2As (n-1)	Fx (m ²)
0	0.500	0.5000	0.044172	0.544172
1	0.505	0.5050	„	0.549172
2	0.520	0.5200	„	0.564172
3	0.545	0.5450	„	0.589172
4	0.580	0.5800	„	0.624172
5	0.625	0.6250	„	0.669172
6	0.680	0.6800	„	0.724172
7	0.745	0.7450	„	0.789172
8	0.820	0.8200	0.088344	0.908344
9	0.905	0.9050	„	0.993344
10	1.000	1.0000	„	0.088344

分格點	$\frac{bh^3x}{12}$	$\left(\frac{hx}{2} + d\right)$	$2As(n-1)\left(\frac{hx}{2} + d\right)$	Ix (m ⁴)
0	0.0104	0.2100	0.00195	0.0124
1	0.0107	0.2125	0.00200	0.0127
2	0.0117	0.2200	0.00214	0.0139
3	0.0135	0.2325	0.00239	0.0159
4	0.0163	0.2500	0.00276	0.0190
5	0.0203	0.2725	0.00328	0.0236
6	0.0262	0.3000	0.00398	0.0302
7	0.0344	0.3325	0.00488	0.0393
8	0.0459	0.3700	0.00605	0.0520
9	0.0618	0.4125	0.00752	0.0693
10	0.0833	0.4600	0.00935	0.0927

$d = A$ cm (護蓋之厚度) (第十一圖)

第四節 無絞拱之公式及距離符號

關於不靜定理論者略之，只將以下之公式記出：—

[I] 記號

i = 支間 f = 拱矢

x = 任意斷面 D 之橫距

Y = 任意斷面 D 之縱距

P = 向下之垂直荷重

a = P 至左支點 A' 之橫距

V_{A1} V_B = 各為 A B 點之鉛重反力

H_{A1} H_B = ,, 水平反力

M_{A1} M_B = ,, 彎曲力距

M_x = 距離 A 點 x 處任意斷面 D 之彎曲力距

M_s = 將拱看做以 B 點為固定點 A 為自由之單臂時任意斷面 D 之彎曲力距。

N_x = 任意斷面 D 之軸推力。

S_x = ,, 剪力。

F_x = ,, 斷面積。

I_x = F_x 之次率。

E_c = 混凝土之彈性係數。

ϕ_x = 任意斷面 D 之中心角 (F_x 與垂直線所成之角)。

ds = 拱環之一分格點。

[II] 符號 向上之垂直力 (-) 向內側之水平力 (-)

 向下之垂直力 (+) 向外側之水平力 (+)

 拱環上側所生張應力之彎曲力距 (-)

工務總署土木工程專科學校

18

坊工學講義 (設計例)

拱環下側所生之張應力之彎曲力距 (+)

[III] 不靜定值 M_A, H_A, V_A 之算定。

今只以拱之一支點 A 為自由可動者今求由軸壓力及彎曲力距而發生之垂直及水平變位。

(1) 由軸壓力而發生之左支點 A 之水平及垂直變位。

$$\Delta_1 l = \int_e^1 \frac{N_x}{E_x F_x} \cos \phi_x dx \quad (7)$$

$$\Delta_1 h = \int_0^1 \frac{N_x}{E_c F_x} \sin \phi_x ds \quad (8)$$

(2) 由彎曲力距而發生之左支點 A 之水平及垂直變位。

$$\Delta_2 l = - \int_0^1 \frac{M_x Y}{E_c I_x} ds \quad (9)$$

$$\Delta_2 h = \int_0^1 \frac{M_x X}{E_c I_x} ds \quad (10)$$

(3) 由彎曲力距而發生之左支點 A 之角變位

$$\Delta \phi = \int_0^1 \frac{M_x}{E_c I_x} ds \quad (11)$$

此處

$$(12) \begin{cases} \Delta l = \text{由彎曲力距及軸壓力而生之 A 點水平變位} = \Delta_1 l + \Delta_2 l = 0 \\ \Delta h = \text{,, ,, ,, ,, 垂直變位} = \Delta_1 h + \Delta_2 h = 0 \\ \Delta \phi = \text{由彎曲力距而生之 A 點角變位} \end{cases}$$

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

19

(12)式爲假定受荷重及溫度之變化拱之支點處無水平及垂直之變位，並起拱點處無角變位發生。

將(7)-(11)代入(12)式而解之。

$$-\int_0^l \frac{MxY}{Ix} ds + \int_0^l \frac{Nx}{Fx} \cos \phi_x ds = 0 \quad (13)$$

$$\int_0^l \frac{MxX}{Ix} ds + \int_0^l \frac{Nx}{Fx} \sin \phi_x ds = 0 \quad (14)$$

$$\int_0^l \frac{Mx}{Ix} ds = 0 \quad (15)$$

但： $Mx = M_A + V_A X + H_A Y + Ms$ (16)

$Nx = -H_A \cos \phi_x$ (17)

將上兩式代入(13)-(15)中，(14)式中其第二項因其值過小故可省略之如下：

代入(13)式

$$M_A \int_0^l \frac{Y}{Ix} ds + V_A \int_0^l \frac{YX}{Ix} ds + H_A \int_0^l \frac{Y^2}{Ix} ds + \int_0^l Ms \frac{Y}{Ix} ds + H_A \int_0^l \frac{\cos \phi_x^2}{Fx} ds = 0 \quad (18)$$

代入(14)式

$$M_A \int_0^l \frac{-X}{Ix} ds + V_A \int_0^l \frac{X^2}{Ix} ds + H_A \int_0^l \frac{XY}{Ix} ds + \int_0^l Ms \frac{X}{Ix} ds = 0 \quad (19)$$

代入(15)式

$$M_A \int_0^1 \frac{ds}{I_x} + V_A \int_0^1 \frac{x}{I_x} ds + H_A \int_0^1 \frac{y}{I_x} ds + \int_0^1 \frac{Ms}{I_x} ds = 0 \quad (20)$$

$$\text{此處使 } \int y \frac{ds}{I_x} = 0 \quad \int x \frac{ds}{I_x} = 0 \quad \int xy \frac{ds}{I_x} = 0 \quad (21)$$

則由 (18), (19), (20) 式中求得其彈性中心如下：

x, y = 以彈性中心為中心將各斷面之縱橫距。

Mx, Fx, Ix_2, ϕ_x = 以彈性中心為中心將各斷面之彎曲力距，斷面積，二次率及中心角。

$$H_A = \frac{- \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} Msy \frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} y^2 \frac{ds}{I_x} + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\cos^2 \phi_x}{F_x} ds} \quad (22)$$

$$V_A = \frac{- \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} Msx \frac{ds}{I_x}}{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^2 \frac{ds}{I_x}} \quad (23)$$

$$M = - \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} M_s \frac{ds}{Ix}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{Ix}} \quad (24)$$

滿足 (21) 式之點為各斷面之 $\frac{ds}{Ix}$ 皆看做一種荷重時之重心點。

故如第十三圖

X_0 = 自左支點 A 至彈性重心 O 之橫距

Y_0 = " " " 縱距

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= -\frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} Y \frac{ds}{Ix}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{Ix}} \\ Y_0 &= \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} X \frac{ds}{Ix}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{ds}{Ix}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

[IV] 溫度變化而生之水平推力。

Ht = 溫度變化而生之左支點 A 之水平推力，

Htx = 溫度變化而生之任意點之彎曲力距，

$$Ht = \pm \frac{\alpha t Ecl}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} y^2 \frac{ds}{Ix} + \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\cos^2 \phi x}{Ix} ds} \quad (26)$$

Mtx = Ft'y 此處 (-) 為溫度上昇，

t = 拱環之溫度變化 (+) 為溫度下降。

α = 膨脹係數。

[V] M, V, H_A, H_i 之實用公式

工務總署土木工程專科學校

22

坊工學講義 (設計例)

如第十四圖 取實用上之等長 Δx

$$d_1 = \frac{\Delta x}{\cos \phi x} \quad \omega = \frac{y}{Ix \cos \phi x}$$

$$\omega' = \frac{x}{Ix \cos \phi x} \quad \omega'' = \frac{1}{Ix \cos \phi x}$$

各代入 (22) (23) (24) (25) 及 (26) 如下:

$$H_A = - \frac{\sum Ms \omega}{\sum y \omega + \sum \frac{e \cos \phi x}{Fx}} \quad (a)$$

$$V_A = - \frac{\sum Ms \omega'}{\sum x \omega'} \quad (b)$$

$$M = - \frac{\sum Ms \omega''}{\sum \omega''} \quad (c)$$

$$Ht = \pm \frac{\alpha t \cdot Fc \frac{1}{\Delta x}}{\sum y \omega + \sum \frac{\cos \phi x}{Fx}} \quad (d)$$

$$Y_0 = \frac{\sum v \frac{1}{2} \frac{Y}{Ix \cos \phi x}}{\sum v \frac{1}{2} \frac{1}{Ix \cos \phi x}} \quad (e)$$

(27)

[VI] 拱環之任意點之彎曲力距，軸推力，及剪力。

$$M_x = Ms + V_A' x + H_A'' y + M$$

(28)

x = 自原點至任意點之距離。

a = 自原點荷重 P 之距離。

P = 集中荷重。

工務總署土木工程專科學校

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -P(x-a) && P \text{ 位于任意點之左時} \\ H_x &= 0 && \text{ " " 右時} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} N_x &= V_x \sin \phi_x - H_A \cos \phi_x \\ Q_x &= V_x \cos \phi_x + H_A \sin \phi_x \\ V_x &= V_A - \Sigma P \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{ix} &= H_i \cdot y \\ N_{ix} &= -H_i \cos \alpha \\ Q_{ix} &= H_i \sin \phi_x \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

[VII] M, V_A, H_A 之影響線.

於第十五圖 $P=1$ kg 單位荷重時，各分格點之 M_x 由(29)式得

$$\begin{aligned} M_x &= -(x-a) && x > a \\ &= 0 && x \leq a \end{aligned}$$

將此值代入(27)式之 $M, V_A, H_A, M', V_A', H_A'$ 各為由單位荷重而生之彈性重心之彎曲力距，垂直反力，水平軸推力等。亦影響線之公式如下：

$$\left. \begin{aligned} H_A' &= \frac{\sum \frac{1}{2}(x-a)\omega}{\sum \frac{1}{2}y\omega + \sum \frac{\cos \phi_x}{\Gamma x}} && (a) \\ V_A' &= \frac{\sum \frac{1}{2}(x-a)\omega}{\sum \frac{1}{2}} && (b) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

25

第五表

分格點	I_x	$\cos \varphi_x$	$I_x \cos \varphi_x$	Y	Y	
					$I_x \cos \varphi_x$	$I_x \cos \varphi_x$
0	0.0124	1.0000	0.0124	13.000	1048.387	80.645
1	0.0127	0.9991	0.0127	12.920	1015.748	78.740
2	0.0139	0.9958	0.0138	12.585	911.957	72.464
3	0.0159	0.9884	0.0157	12.049	767.452	63.694
4	0.0190	0.9730	0.0185	11.292	610.384	54.054
5	0.0236	0.9426	0.0222	10.269	462.568	45.045
6	0.0302	0.8874	0.0268	8.961	334.366	37.313
7	0.0393	0.7978	0.0314	7.389	235.318	31.847
8	0.0520	0.6737	0.0350	5.344	152.686	28.571
9	0.0693	0.5324	0.0360	2.921	79.160	27.100
10	0.0927	0.3982	0.0460	0	0	27.100

由 Simpson 氏公式

$$\int_0^{10} \frac{Y}{I_x \cos \varphi_x} = \frac{1}{3} \{ 1048.387 + 4(1015.748 + 767.452 + 462.568 + 235.318 + 79.160) + 2(911.957 + 610.384 + 334.366 + 152.686) \} = \frac{1}{3} 15308.157$$

$$\int_0^{10} \frac{1}{I_x \cos \varphi_x} = \frac{1}{3} \{ 80.645 + 4(78.740 + 63.694 + 45.045 + 31.847 + 27.100) + 2(72.464 + 54.054 + 37.313 + 28.571) + 27.100 \} = \frac{1}{3} 1478.253$$

$$\therefore \bar{X}_s = \frac{15308.157}{1478.253} = 10.356 \text{ m}$$

第六節 不穩定值 M' , V_A' 之影響線

[F] 影響線所需要之數值，如第六表。

工務總署土木工程專科學校

第六表

分格點	x	y = \dot{Y} - Y_0	\omega' = \frac{y}{I_x \cos \varphi_x}	y\omega	\omega'' = \frac{x}{I_x \cos \varphi_x}	x\omega'	\omega \cos \varphi_x
							F_x
0	0	2.644	213.226	563.770	0	0	1.838
1	1.6	2.544	200.315	509.601	129.032	206.451	1.819
2	3.2	2.229	161.522	360.033	215.969	806.301	1.765
3	4.8	1.693	107.834	182.563	305.732	1467.514	1.678
4	6.4	0.936	50.595	47.357	345.9.6	2214.054	1.559
5	8.0	-0.087	-3.919	0.341	360.360	2882.880	1.409
6	9.6	-1.395	-52.052	72.613	358.209	3438.806	1.226
7	11.2	-2.967	-94.490	280.352	356.688	3994.906	1.011
8	12.8	-5.012	-143.200	717.718	365.714	1681.139	0.742
9	14.4	-7.435	-201.491	1498.086	390.244	5619.514	0.536
10	16.0	-10.356	-280.650	3906.411	433.604	6937.664	0.366

$$2 \sum_A^{10} y\omega = 2 \times \frac{1}{3} \{ 563.770 + 4(509.601, +182.563 + 0.341 + 280.352 + 1498.086) + 2(360.033 + 47.257 + 72.613 + 717.718) + 2906.411 \} = 10499.597$$

$$2 \sum_0^{10} x\omega' = 2 \times \frac{1}{3} \{ 4(206.451 + 1467.514 + 2882.880 + 3994.906 + 5619.514) + 2(806.301 + 2214.054 + 3438.806 + 4661.139) + 6937.664 \} = 57268.883$$

$$2 \sum_0^{10} \omega'' = 2 \sum_0^{10} \frac{1}{I_x \cos \varphi_x} = 2 \times \frac{1}{3} \times 1478.253 = 985.502$$

$$2 \sum_0^{10} \frac{\cos \varphi_x}{F_x} = 2 \times \frac{1}{3} \{ 1.838 + 4(1.836 + 1.816 + 1.732 + 1.466$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

87

$$+0.586) + 2(1.830+1.788+1.631 + 0.742) + 0.438 \} = 29.335.$$

由(32)公式

$$H_A' \text{ 影響線之分母 } 2 \sum_0^{10} y\omega + 2 \sum_0^{10} \frac{\cos \theta x}{Fx} = 10528.932$$

$$V_A' \text{ ,, ,, } 2 \sum_0^{10} x\omega = 57,268.883$$

$$M' \text{ ,, ,, } 2 \sum_0^{10} \omega^2 = 777.926$$

[II] M' , H_A' 及 V_A' 之影響線

$$M' = \frac{\sum_a^{10} (x-a)\omega^2}{2 \sum_0^{10} \omega^2} = \frac{\sum_a^{10} (x-a)\omega^2}{985.502}$$

由影響線之特性 $M'(-a) = M'(a) + a$

$$H_A' = \frac{\sum_a^{10} (x-a)\omega}{2 \sum_0^{10} y\omega + 2 \sum_0^{10} \frac{\cos \theta x}{Fx}} = \frac{\sum_a^{10} (x-a)\omega}{10528.932}$$

由影響線之特性, $H_A'(-a) = H_A'(a)$

$$V_A' = \frac{\sum_0^{10} (x-a)\omega}{2 \sum_0^{10} x\omega} = \frac{\sum_0^{10} (x-a)\omega}{57268.883}$$

工務總署土木工程專科學校

28

圬工學講義 (設計例)

由影響線之特 $V_A'(-a) = 1 - V_A'(a)$

(1) 於◎點有 1 kg 之荷重時(a=0)

第七表

分格點	x	ω'	ω''	ω'''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)$
0	0	210.226	0	80.645	0.	0	0	0
1	1.6	200.315	129.032	78.740	1.6	320.504	206.451	125.984
2	3.2	161.522	251.969	60.464	3.2	516.870	806.301	231.885
3	4.8	107.834	305.732	72.694	4.8	517.603	1467.514	305.731
4	6.4	50.595	345.946	54.054	6.4	320.808	2214.054	345.946
5	8.0	-3.919	360.360	54.054	8.0	-31.352	2882.889	3360.60
6	9.6	-52.052	358.209	37.313	9.6	-499.699	3438.806	358.205
7	11.2	-94.490	356.688	31.847	11.2	-1058.288	3994.906	356.686
8	12.8	-143.200	365.714	28.571	12.8	-1832.960	4681.139	365.709
9	14.4	-211.491	390.244	27.100	14.4	-2901.470	5610.513	390.240
10	16.0	-280.650	433.604	27.100	16.0	-4490.400	6937.664	433.600
						$\sum_0^{10} -6695.431$	$\sum_0^{10} 28601.107$	$\sum_0^{10} 3064.364$

$$H_A' = -\frac{6695.731}{10528.932} = -0.636 \text{ kg}$$

$$V_A(a) = \frac{28601.107}{57268.883} = 0.500 \text{ kg}$$

$$M'(a) = \frac{3064.364}{985.502} = 3.109 \text{ kg.m}$$

(2) 於(1)點有 1 kg 之荷重時(a=1.60m)

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

第八表

分格點	x	ω	ω'	ω''	(x-a)	ω(x-a)	ω'(x-a)	ω''(x-a)
0	0	213.226	0	80.645	0	0	0	0
1	1.6	200.315	129.032	78.740	0	0	0	0
2	3.2	161.522	251.969	72.464	1.6	258.435	403.150	115.942
3	4.8	107.834	305.732	53.694	3.2	345.069	978.342	203.821
4	6.4	50.595	345.946	54.054	4.8	242.856	1660.541	259.459
5	8.0	-3.919	360.360	54.054	6.4	-25.082	2306.304	288.288
6	9.6	-52.052	358.209	37.313	8.0	-416.416	2855.672	298.504
7	11.2	-94.490	356.688	31.847	9.6	-907.104	3424.205	305.731
8	12.8	-143.200	365.714	28.571	11.2	-1603.840	4095.997	319.995
9	14.4	-201.491	390.214	27.100	12.8	-2579.085	4995.123	346.880
10	16.0	-280.650	433.604	27.100	14.4	-4041.360	6243.898	390.240
						$\sum_1^{10} -6586.616$	$\sum_1^{10} 23790.733$	$\sum_1^{10} 2341.280$

$$H_A' = - \frac{6586.616}{10528.933} = -5.626 \text{ kg}$$

$$V_A'(a) = \frac{23790.933}{57268.883} = 0.415 \text{ kg}$$

$$M'(a) = \frac{2341.280}{985.502} = 2.376 \text{ kg-m}$$

工務總署土木工程專科學校

30

坊工學講義 (設計例)

(2) 於 (2) 點有 1 kg 之荷重時, ($a = 3.20^m$)

第九表

分格點	x	ω	ω'	ε''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)$
0	0	313.226	0	80.645	0	0	0	0
1	1.6	200.315	129.032	78.740	0	0	0	0
2	3.2	161.522	291.969	72.464	0	0	0	0
3	4.8	107.834	305.732	63.694	1.6	172.534	489.171	101.910
4	6.4	50.595	345.946	54.054	3.2	161.904	1107.027	172.973
5	8.0	-3.919	360.360	54.054	4.8	-118.811	1729.728	216.216
6	9.6	-52.052	358.209	37.313	6.4	-333.123	2292.538	238.803
7	11.2	-94.490	356.688	31.847	8.0	-755.920	2853.504	254.776
8	12.8	-143.200	365.714	28.571	9.6	-1347.720	3510.854	274.282
9	14.4	-201.491	390.244	27.100	11.2	-2256.699	4370.733	303.502
10	16.0	-280.650	433.604	27.100	12.8	-3592.320	5550.131	346.880
						$\sum_2^{10} -6039.934$	$\sum_2^{10} 19047.838$	$\sum_2^{10} 1741.537$

$$M'(a) = \frac{1741.537}{-985.502} = 1.797 \text{ kg--}^m$$

$$H_A'(a) = \frac{6039.934}{10528.932} = -0.574 \text{ kg}$$

$$V_A'(a) = \frac{19047.838}{57298.883} = 0.333 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

(4) 於 (3) 點有 1 kg 之荷重時 ($a = 4.80^m$)

第十表

分格點	x	ω	ω'	ω''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)^2$
0	0	213.226	0	80.645	0	0	0	0
1	1.6	200.315	129.032	78.740	0	0	0	0
2	3.2	161.522	251.969	72.464	0	0	0	0
3	4.8	107.834	305.732	63.694	0	0	0	0
4	6.4	50.595	345.946	54.054	-1.6	80.952	553.514	86.486
5	8.0	-3.919	360.360	54.054	3.2	-112.541	1153.152	144.144
6	9.6	-52.052	358.209	37.313	4.8	-249.850	1719.403	179.102
7	11.2	-94.490	356.688	31.847	6.4	-604.736	2280.803	203.821
8	12.8	-143.200	365.714	28.571	8.0	-1145.600	2625.712	228.568
9	14.4	-201.491	390.244	27.100	9.6	-1634.314	3746.342	260.160
10	16.0	-280.650	433.604	27.100	11.2	-4143.280	4856.364	303.502
						$\sum_8^{10} -5347.750$	$\sum_8^{10} 14772.277$	$\sum_8^{10} 1259.602$

$$M'(a) = \frac{1259.602}{985.502} = 1.278 \text{ kg-m}$$

$$H_A'(a) = -\frac{5347.750}{10528.932} = -0.508 \text{ kg}$$

$$V_A'(a) = \frac{14772.277}{27268.883} = 0.258 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

32

坊工學講義 (設計例)

(5) 於 (4) 點有 1 kg 之荷重時 ($a = 6.40^m$)

第 十 一 表

分格點	x	ω	ω'	ω''	$(x-a)$	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)$
0					0	0	0	0
1					0	0	0	0
2					0	0	0	0
3					0	0	0	0
4					0	0		
5					1.6	-6.270	576.376	72.072
6					3.2	-166.566	1146.269	119.402
7					4.8	-453.552	1712.102	152.866
8					6.4	-916.480	2340.570	182.854
9					8.0	-1611.928	3121.952	216.800
10					9.6	-2694.240	4162.598	260.160
						$\sum_4^{10} -4457.683$	$\sum_4^{10} 10936.265$	$\sum_4^{10} 877.208$

$$M'(a) = \frac{877.208}{985.502} = 0.890 \text{ kg-m}^3$$

$$H_A'(a) = -\frac{4457.683}{10528.932} = -0.423 \text{ kg}$$

$$V_A'(a) = \frac{10936.265}{57268.883} = 0.191 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

(6) 於 (5) 點有 1 kg 之荷重時 (a=8.00m)

第十二表

分格點	x	ω	ω'	ω''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega' \cdot (x-a)$	$\omega'' \cdot (x-a)$	
0	0				0	0	0	0	
1	1.6				0	0	0	0	
2	3.2				0	0	0	0	
3	4.8				0	0	0	0	
4	6.4		全		0	0	0	0	
5	8.0				0	0	0	0	
6	9.6		上		1.6	-83.283	573.134	59.701	
7	11.2				3.2	-302.368	1141.402	101.910	
8	12.8		表		4.8	-687.360	1755.427	137.141	
9	14.4				6.4	-1289.542	2497.562	137.440	
10	16.0				8.0	-2245.200	3468.832	216.800	
					\sum_6^{10}	-3426.321	\sum_6^{10}	\sum_6^{10}	583.329

$$M'(a) = \frac{583.329}{985.502} = 0.592 \text{ kg-m.}$$

$$H_A'(a) = -\frac{3426.321}{10528.932} = 0.325 \text{ kg.}$$

$$V_A'(a) = \frac{7674.734}{57268.883} = 0.134 \text{ kg.}$$

工務總署土木工程專科學校

34

坊工學講義 (設計例)

(7) 於 (6) 點有 1 kg 之荷重時 ($a=9.6^m$)

第十三表

分格點	x	ω	m'	$\omega'' (x-a)$	$\omega (x-a)$	$\omega' (x-a)$	$\omega'' (x-a)$
0	0			0	0	0	0
1	1.6			0	0	0	0
2	3.2			0	0	0	0
3	4.8			0	0	0	0
4	6.4		全	0	0	0	0
5	8.0			0	0	0	0
6	9.6		上	0	0	0	0
7	11.2		表	1.6	-151.184	570.701	50.955
8	12.8			3.2	-458.240	1170.285	91.427
9	14.4			4.8	-967.157	1873.171	130.080
10	16.0			6.4	-1746.160	2775.066	173.440
				\sum_6^{10}	-2395.335	\sum_6^{10} 4963.708	\sum_6^{10} 360.145

$$M'(a) = \frac{360.145}{985.502} = 0.365 \text{ kg-m}$$

$$H_A'(a) = \frac{-2395.335}{10528.932} = -0.228 \text{ kg}$$

$$V_A'(a) = \frac{4963.708}{57263.883} = 0.087 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

35

(8) 於(7)點有 1 kg 之荷重時 ($a=11.20\text{ m}$)

第十四表

分格點	x	ω	ω'	ω''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)$
0	0				0	0	0	0
1	1.6				0	0	0	0
2	3.2				0	0	0	0
3	4.8				0	0	0	0
4	6.4		全		0	0	0	0
5	8.0			0	0	0	0	0
6	9.6		上		0	0	0	0
7	11.2			0	0	0	0	0
8	12.8		表		1.6	-229.120	585.142	45.714
9	14.4			3.2	-644.771	1248.781	86.720	
10	16.0				4.8	-1347.120	2081.299	130.080
						$\sum_7^{10} -1516.363$	$\sum_7^{10} 2861.490$	$\sum_7^{10} 198.259$

$$M'(a) = \frac{198.259}{985.502} = 0.201 \text{ kg-m}$$

$$H_A'(a) = \frac{-1516.363}{10528.932} = -0.144 \text{ kg}$$

$$V_A'(a) = \frac{2861.490}{57268.883} = 0.050 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

36

坊工學講義 (設計例)

(9) 於(8)點有 1 kg 之荷重時 (a = 12.8m)

第十五表

分格點	x	ω	ω'	ω''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)$		
0	0				0	0	0	0		
1	1.6				0	0	0	0		
2	3.2				0	0	0	0		
3	4.8				0	0	0	0		
4	6.4				0	0	0	0		
5	8.0				0	0	0	0		
6	9.6				0	0	0	0		
7	11.2				0	0	0	0		
8	12.8				0	0	0	0		
9	14.4				1.6	-322.386	624.391	43.360		
10	16.0				3.2	-898.080	1387.533	86.720		
					\sum_a^{10}	-729.208	\sum_a^{10}	1295.032	\sum_a^{10}	86.720

$$M'(a) = \frac{86.720}{985.502} = 0.088 \text{ kg-m}$$

$$HA'(a) = \frac{-729.208}{10528.932} = -0.069 \text{ kg}$$

$$VA'(a) = \frac{1295.032}{57268.883} = 0.023 \text{ kg}$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

(f) 於 (9) 點有 1 kg 之荷重時 ($a=14.40^m$)

第十六表

分格點	x	ω	ω'	ω''	(x-a)	$\omega(x-a)$	$\omega'(x-a)$	$\omega''(x-a)$
0	0				0	0	0	0
1	1.6				0	0	0	0
2	3.2				0	0	0	0
3	4.8				0	0	0	0
4	6.4		全		0	0	0	0
5	8.0				0	0	0	0
6	9.6		上		0	0	0	0
7	11.2				0	0	0	0
8	12.8		表		0	0	0	0
9	14.4				0	0	0	0
10	16.0				0	0	0	0
					16	-449.040	693.766	43.360
					\sum_0^{10}	-244.520	\sum_0^{10} 346.883	\sum_0^{10} 21.680

$$M'(a) = \frac{21.680}{985.502} = 0.022 \text{ kg-m}$$

$$H_A'(a) = \frac{-224.520}{10528.932} = -0.021 \text{ kgm}$$

$$V_A'(a) = \frac{346.883}{57268.883} = 0.006 \text{ kg.}$$

工務總署土木工程專科學校

(11) 於(10)點有 1 kg 之荷重時($a=16.00^m$)

第十七表

$M'(a)=0$ $H_A'(a)=0$

$V_A'(a)=0$

分格點	$M'(a)$	分格點	a	$M'(-a) = M'(a+n)$	分格點	$H_A(a)$ or $H_A'(-a)$
0	3.109	0	0	3.109	0	-0.636
1	2.376	1	1.60	3.976	1(1)	-0.626
2	1.767	2	-3.20	4.967	2(2)	-0.574
3	1.278	3	-4.80	6.078	3(3)	-0.508
4	0.890	4	-6.40	7.290	4(4)	-0.423
5	0.592	5	-8.00	8.592	5(5)	-0.325
6	0.365	6	-9.60	9.965	6(6)	-0.228
7	0.201	7	-11.20	11.401	7(7)	-0.144
8	0.088	8	-12.80	12.888	8(8)	-0.069
9	0.022	9	-14.40	14.422	9(9)	-0.021
10	0	10	-16.00	16.00	10(10)	0

分格點	$V_A'(a)$	分格點	$V_A'(a) = -V_A'(a)$
0	0.500	0	-0.500
1	0.415	1	-0.585
2	0.333	2	-0.667
3	0.258	3	-0.742
4	0.191	4	-0.809
5	0.134	5	-0.866
6	0.087	6	-0.913
7	0.050	7	-0.650
8	0.023	8	-0.977
9	0.006	9	-0.994
10	0	10	1.000

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

39

此諸值皆可以圖示之如下

第七節 於各斷面上之彎曲力距，軸壓力，剪力之影響線

[1] 彎曲力距

$$\text{由 (33) 式 } M_x' = M_x'' + M' + V_A' x + H_A' y$$

(1) 於起拱點上之彎曲力距 (M_{10}'), $M_x' = 0$

$$x = -\frac{l}{2} = -16.00^m \quad y = -Y_0 = -10.356^m$$

第 十 八 表

分格點	$-V_A'$	H_A'	M_x''	M'	$-16 V_A'$	$-10.366 H_A'$	M_{10}
10	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0	0.022	-0.096	0.217	0.143
8	0.03	-0.069	0	0.088	-0.368	0.715	0.435
7	0.050	-0.144	0	0.201	-0.800	1.491	0.892
6	0.087	-0.228	0	0.365	-1.392	2.361	1.334
5	0.134	-0.325	0	0.592	-2.144	3.366	1.814
4	0.194	-0.423	0	0.890	-3.056	4.381	2.215
3	0.258	-0.508	0	1.278	-4.128	5.261	2.411
2	0.333	-0.574	0	1.767	-5.328	5.944	2.383
1	0.415	-0.626	0	2.376	-6.640	6.480	2.219
0	0.500	-0.636	0	3.100	-8.000	6.686	1.695
1	0.585	-0.626	0	3.976	-9.360	6.483	1.099
2	0.667	-0.574	0	4.967	-10.672	5.944	0.239
3	0.742	-0.508	0	6.078	-11.872	5.266	-0.533
4	0.800	-0.423	0	7.290	-12.944	4.580	-1.273
5	0.866	-0.325	0	8.592	-13.856	3.366	-1.898
6	0.913	-0.228	0	9.965	-14.603	2.361	-2.282
7	0.950	-0.144	0	11.401	-15.200	1.491	-2.308
8	0.977	-0.069	0	12.908	-15.632	0.715	-2.029
9	0.994	-0.021	0	14.422	-15.904	0.217	-1.265
10	1.000	0	0	16.000	-16.000	0	0

工務總署土木工程專科學校

40

坊工學講義 (設計例)

(2) 於 ㊸ 點上之彎曲力距 (M'_8)

$$x = -12.8^m \quad y = -5.012^m$$

$M'_8 = -(x-a) = 12.8+a \dots\dots\dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 ㊸ 之左時

$M'_8 = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 ㊸ 之右時

第十九表

分格點	V_A'	H_A'	M_8'	M'_8	$-12.9V_A'$	$-5.012H_A'$	M_8
10	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0	0.022	-0.077	0.105	0.050
8	0.023	-0.069	0	0.088	-0.294	0.346	0.104
7	0.000	-0.144	0	0.201	-0.640	0.722	0.283
6	0.687	-0.228	0	0.365	-1.114	1.143	0.394
5	0.134	-0.325	0	0.592	-1.715	1.626	0.50
4	0.191	-0.423	0	0.890	-2.445	2.120	0.565
3	0.258	-0.508	0	1.278	-3.302	2.546	0.522
2	0.333	-0.574	0	1.767	-4.262	2.877	0.382
1	0.414	-0.26	0	2.376	-5.312	3.138	0.202
0	0.500	-0.636	0	3.109	-6.400	3.188	-0.103
$\frac{1}{2}$	0.585	-0.626	0	3.976	-7.448	3.138	-0.374
$\frac{2}{2}$	0.667	-0.574	0	4.967	-8.588	2.877	-0.694
$\frac{3}{2}$	0.742	-0.508	0	6.078	-9.498	2.546	-0.874
$\frac{4}{2}$	0.804	-0.423	0	7.290	-10.155	2.120	-0.945
$\frac{5}{2}$	0.866	-0.325	0	8.592	-11.085	1.629	-0.864
$\frac{6}{2}$	0.913	-0.228	0	9.965	-11.686	1.143	-0.578
$\frac{7}{2}$	0.950	-0.144	0	11.401	-12.160	0.722	-0.037
$\frac{8}{2}$	0.977	-0.069	0	12.888	-12.506	0.346	-0.428
$\frac{9}{2}$	0.994	-0.021	-1.6	14.422	-12.723	0.105	-0.204
10	1.000	0	-3.2	16.000	-12.800	0	0

(3) ㊸ 點上之彎曲力距 (M'_6)

$$x = -9.6^m \quad y = -1.395^m$$

$M'_6 = -(x-a) = 9.6+a \dots\dots\dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 ㊸ 之左時

$M'_6 = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 ㊸ 之右時

第二十章

分格點 ID	V_A'	H_A'	M_2'	M'	$-9.6V_A'$	$-1.395H_A'$	M_6'
9	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.121	0	0.022	-0.058	0.029	-0.097
8	0.003	-0.064	0	0.088	-0.221	0.096	-0.037
7	0.050	-0.144	0	0.021	-0.480	0.201	-0.073
6	0.087	-0.228	0	0.365	-7.835	0.318	-0.152
5	0.134	-0.325	0	0.592	-1.286	0.453	-0.241
4	0.191	-0.423	0	0.890	-1.834	0.590	-0.354
3	0.258	-0.508	0	1.278	-2.477	0.709	-0.490
2	0.333	-0.574	0	1.767	-3.197	0.801	-0.321
1	0.415	-0.626	0	2.376	-3.984	0.873	-0.745
0	0.500	-0.676	0	3.109	-4.800	0.887	-0.804
1	0.585	-0.626	0	3.976	-5.616	0.873	-0.767
2	0.667	-0.574	0	4.967	-6.403	0.801	-0.627
3	0.742	-0.508	0	6.078	-7.123	0.709	-0.356
4	0.809	-0.423	0	7.290	-7.766	0.590	0.114
5	0.866	-0.325	0	8.592	-8.314	0.453	0.731
6	0.913	-0.228	0	9.965	-8.765	0.318	0.518
7	0.950	-0.144	-1.6	11.401	-9.127	0.201	6.882
8	0.977	-0.069	-3.2	12.888	-9.379	0.069	0.405
9	0.994	-0.021	-4.8	14.422	-9.542	0.029	0.109
10	1.000	0	-6.4	16.000	-9.600	0	0

(+) (⊗) 點上之彎曲力距 ($M_{\frac{1}{4}}$)

$x = -6.4 \quad y = 0.936m$

$M_2' = -(x-a) = 9.4 + a \dots \dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 ⊗ 點之左時

$M_2' = 0 \dots \dots \dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 ⊗ 點之右時

工務總署土木工程專科學校

第二十表(A)

分格點	V'	H_A'	M_B'	M'	$-6.4V'$	$0.936H_A'$	$M4'$
10	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0	0.022	-0.038	-0.020	-0.036
8	0.023	-0.069	0	0.088	-0.147	-0.065	-0.124
7	0.050	-0.114	0	0.201	-0.320	-0.133	-0.251
6	0.087	-0.228	0	0.365	-0.557	-0.213	-0.405
5	0.134	-0.325	0	0.592	-0.858	-0.304	-0.570
4	0.191	-0.423	0	0.890	-0.222	-0.396	-0.728
3	0.258	-0.508	0	1.278	-1.651	-0.475	-0.858
2	0.333	-0.574	0	1.197	-2.131	-0.573	-0.901
1	0.415	-0.626	0	2.376	-2.656	-0.580	-0.866
0	0.500	-0.636	0	3.109	-3.200	-0.595	-0.686
1	0.585	-0.626	0	3.976	-3.744	-0.586	-0.354
2	0.667	-0.574	0	4.967	-4.269	-0.567	0.161
3	0.472	-0.508	0	6.078	-4.749	-0.475	0.848
4	0.809	-0.423	0	7.290	-5.178	-0.396	2.746
5	0.866	-0.325	-1.6	8.592	-5.542	-0.304	1.516
6	0.913	-0.224	-3.2	9.965	-5.843	-0.213	0.701
7	0.950	-0.144	-4.8	11.401	-6.080	-0.135	0.386
8	0.977	-0.609	-6.4	12.888	-6.253	-0.065	0.170
9	0.994	-0.021	-8.0	14.422	-6.362	-0.020	0.040
10	1.000	0	-9.6	16.000	-6.400	0	0

(5) (2) 點上之彎曲力距 ($M' \frac{1}{2}$)

$$x = -3.2m \quad y = 2.229$$

$M_1' = -(x-a) = 3.2+a \dots\dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 (2) 點之左時

$M_2' = 0 \dots\dots 1 \text{ kg}$ 之荷重位於 (2) 點之右時

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

43

第二十一表

分格表	V_A'	H_A'	M_2'	M'	$-32V_A'$	$-2.229H_A'$	M_2^2
0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0	0.022	-0.019	-0.047	-0.044
8	0.023	-0.069	0	0.088	-0.073	-0.154	-0.130
7	0.050	-0.144	0	0.201	-0.160	-0.321	-0.280
6	0.087	-0.228	0	0.365	-0.278	-0.508	-0.421
5	0.144	-0.325	0	0.592	-0.429	-0.724	-0.561
4	0.191	-0.433	0	0.890	-0.611	-0.943	-0.664
3	0.258	-0.508	0	1.278	-0.826	-1.132	-0.680
2	0.333	-0.574	0	1.767	-1.066	-1.279	-0.578
1	0.415	-0.626	0	2.376	-1.328	-1.395	-0.347
0	0.500	-0.636	0	3.109	-1.600	-1.418	0.091
1	0.585	-0.626	0	3.976	-1.872	-1.424	0.709
2	0.667	-0.574	0	4.967	-2.134	-1.279	1.554
3	0.742	-0.508	-1.6	6.078	-2.589	-1.132	0.972
4	0.800	-0.423	-3.2	7.290	-2.771	-0.943	0.560
5	0.866	-0.325	-4.8	8.512	-2.922	-0.724	0.262
6	0.913	-0.228	-6.4	9.965	-3.040	-0.508	0.135
7	0.950	-0.144	-8.0	11.401	-3.126	-0.321	0.040
8	0.977	-0.069	-9.6	12.888	-3.156	-0.154	0.008
9	0.994	-0.021	-11.2	14.422	-3.181	-0.047	0.006
10	1.000	0	-12.8	10.000	-3.200	0	0

(6) ㊸點上之彎曲力矩 M_0'

$x=0 \quad y=2.644m$

$M_2' = -(x-a) = a \quad 1 \text{ kg之荷重位於㊸點之左時}$

$M_2 = 0 \quad 1 \text{ kg之荷重位於㊸點之右時}$

工務總署土木工程專科學校

44

坊工學講義 (設計例)

第二十二表

分格點	V_A'	H_A'	M_s'	M'	$\sigma V_A'$	$2.644H_A'$	M'
10	0	0	0			0	0
9	0.006	-0.021	0	0.022	0	-0.056	-0.034
8	0.023	-0.069	0	0.088	0	-0.182	-0.094
7	0.050	-0.144	0	0.201	0	-0.381	-0.180
6	0.087	-0.228	0	0.365	0	-0.602	-0.237
5	0.134	-0.325	0	0.592	0	-0.859	-0.267
4	0.191	-0.423	0	0.890	0	-1.118	-0.228
3	0.258	-0.508	0	1.278	0	-1.343	-0.065
2	0.333	-0.574	0	2.767	0	-1.518	1.249
1	0.415	-0.626	0	1.376	0	-1.655	0.721
0	0.500	-0.636	0	3.109	0	-1.682	0.427
1	0.585	-0.626	-1.6	4.976	0	-1.655	0.721
2	0.667	-0.574	-3.2	4.967	0	-1.518	0.349
3	0.472	-0.508	-4.8	6.078	0	-1.343	-0.005
4	0.809	-0.423	-6.4	7.290	0	-1.118	-0.228
5	0.866	-0.325	-8.0	8.592	0	-0.859	-0.267
6	0.913	-0.228	-9.6	9.965	0	-0.602	-0.237
7	0.950	-0.144	-11.2	11.401	0	-0.381	-0.180
8	0.677	-0.069	-12.8	12.888	0	-0.182	-0.094
9	0.994	-0.021	-14.4	14.422	0	-0.056	-0.034
10	1.000	0	-16.0	16.000	0	0	0

[II] 軸壓力及剪力

$$N_x' = V_y' \sin \varphi_x - H_A' \cos \varphi_x \quad S_x' = V_x' \cos \varphi_x + H_A' \sin \varphi_x$$

(1) 位於起拱點 0 上之軸壓力及剪力

$$\sin \varphi_{10} = 0.9173 \quad \cos \varphi_{10} = 0.3982 \quad V_x' = V_A'$$

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

45

第二十三表

分格表	V_A'	H_A'	$0.9173V_A'$	$-0.3982H_A'$	N_{30}'	$0.3982V_A'$	$0.9173H_A'$	S_{30}'
10	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0.006	0.008	0.014	0.002	-0.014	-0.017
8	0.023	-0.066	0.021	0.027	0.048	0.009	-0.063	-0.054
7	0.050	-0.144	0.046	0.057	0.103	0.020	-0.132	-0.112
6	0.087	-0.228	0.080	0.091	0.171	0.045	-0.209	-0.170
5	0.134	-0.325	0.123	0.129	0.252	0.053	-0.298	-0.245
4	0.191	-0.433	0.175	0.202	0.34	0.076	-0.388	-0.312
3	0.258	-0.508	0.237	0.229	0.439	0.103	-0.466	-0.363
2	0.333	-0.574	0.305	0.249	0.534	0.133	-0.527	-0.394
1	0.415	-0.626	0.381	0.253	0.630	0.165	-0.583	-0.409
0	0.500	-0.636	0.459	0.249	0.712	0.199	-0.574	-0.884
1	0.585	-0.626	0.537	0.229	0.786	0.233	-0.527	-0.341
2	0.667	-0.574	0.412	0.202	0.841	0.266	-0.466	-0.261
3	0.742	-0.508	0.681	0.168	0.883	0.295	-0.388	-0.171
4	0.809	-0.423	0.742	0.129	0.910	0.322	-0.298	-0.066
5	0.866	-0.325	0.794	0.091	0.923	0.345	-0.209	-0.047
6	0.913	-0.228	0.937	0.057	0.928	0.364	-0.132	-0.155
7	0.950	-0.144	0.871	0.029	0.928	0.378	-0.132	-0.246
8	0.977	-0.069	0.896	0.169	0.923	0.389	-0.063	-0.126
9	0.994	-0.021	0.912	0.008	0.920	0.396	-0.019	-0.377
10	1.000	0	0.917	0	0.917	0.398	0	-0.398

(2) 位於③上之軸壓力及剪力

$\sin \phi_3 = 0.7390$ $\cos \phi_3 = 0.6737$

$V_x' = V_A' - 1$ 1 kg之荷重位於③點之左時

$V_x' = V_A'$ 1 kg之荷重位於③點之右時

工務總署土木工程專科學校

48

圬工學講義 (設計例)

第二十四表

分格表	V_A'	H_A'	$0.7390 V_A'$	$-0.6737 H_A'$	$N_{\frac{g}{8}}'$	$0.6737 V_A'$	$0.7390 H_A'$	$S_{\frac{g}{8}}$
10	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0.004	0.014	0.018	0.001	-0.016	-0.012
8	0.023	-0.069	0.017	0.046	0.063	0.015	-0.051	-0.036
7	0.050	-0.144	0.037	0.067	0.134	0.034	-0.106	-0.022
6	0.087	-0.288	0.064	0.154	0.218	0.059	-0.240	-0.109
5	0.134	-0.325	0.094	0.219	0.426	0.092	-0.313	-0.150
4	0.191	-0.423	0.141	0.285	0.533	0.129	-0.375	-0.184
3	0.258	-0.508	0.191	0.342	0.633	0.174	-0.424	-0.201
2	0.333	-0.574	0.246	0.387	0.729	0.224	-0.463	-0.200
1	0.415	-0.226	0.307	0.422	0.798	0.280	-0.470	-0.183
0	0.500	-0.630	0.770	0.428	0.318	0.377	-0.463	-0.133
1	0.585	-0.626	0.432	0.422	0.854	0.394	-0.168	-0.069
2	0.667	-0.574	0.493	0.387	0.888	0.449	-0.424	0.025
3	0.742	-0.508	0.548	0.342	0.890	0.500	-0.375	0.125
4	0.809	-0.427	0.598	0.285	0.883	0.545	-0.313	0.232
5	0.866	-0.325	0.634	0.219	0.853	0.583	-0.240	0.343
6	0.913	-0.288	0.675	0.154	0.829	0.615	-0.168	0.447
7	0.950	-0.184	0.702	0.097	0.799	0.640	-0.106	0.534
8	0.977	0.069	0.722	0.046	0.768	0.658	0.051	0.661
9	0.994	0.021	0.017	0.014	0.029	0.015	0.016	-0.066
			0.004	0.014	0.010	-0.004	0.016	-0.020
10	1.000	0	0	0	0	0	0	0

(3) $N_x' = V_x' \sin \phi_x - H_A' \cos \phi_x$

$S_x' = V_x' \cos \phi_x + H_A' \sin \phi_x$

位於①點上之軸壓力及剪力 $\sin \phi_g = 0.4607 \cos \phi_x = 0.8874$

$V_x' = V_A' \cdot 1$ 1 kg 之荷重位於①點之左時

$V_x' = V_A'$ 1 kg 之荷重位於①點之右時

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

47

第二十五表

分格點	V_A	H_A'	$0.4607V_A'$	$-0.8874H_A$	$N_{\bar{q}}'$	$0.8874V_A'$	$0.4607H_A'$	$S_{\bar{q}}$
10	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0.003	0.019	0.022	0.005	-0.010	-0.005
8	0.023	-0.069	0.011	0.061	0.072	0.020	-0.032	-0.012
7	0.050	-0.144	0.023	0.128	0.151	0.044	-0.066	-0.022
6	0.087	-0.228	0.040	0.202	0.242	0.077	-0.105	-0.028
5	0.134	-0.325	0.062	0.288	0.350	0.119	-0.150	-0.031
4	0.191	-0.433	0.088	0.375	0.463	0.169	-0.195	-0.026
3	0.258	-0.508	0.119	0.451	0.570	0.229	-0.234	-0.005
2	0.334	-0.574	0.153	0.509	0.662	0.296	-0.264	0.032
1	0.415	-0.626	0.191	0.556	0.747	0.368	-0.288	0.080
0	0.500	-0.636	0.230	0.564	0.794	0.444	-0.293	0.151
1	0.585	-0.626	0.270	0.556	0.826	0.519	-0.288	0.231
2	0.667	-0.574	0.307	0.509	0.816	0.592	-0.264	0.328
3	0.742	-0.508	0.342	0.451	0.793	0.658	-0.234	0.424
4	0.809	-0.423	0.373	0.375	0.748	0.718	-0.195	0.523
5	0.866	-0.325	0.399	0.288	0.687	0.768	-0.150	0.618
6	0.913	-0.228	0.421	0.202	0.623	0.810	-0.105	0.708
7	0.950	-0.144	-0.040	0.128	0.162	0.077	-0.066	0.028
			-0.023		0.105	0.044		-0.022
8	0.977	-0.069	-0.011	0.061	0.050	0.020	-0.032	-0.012
9	0.994	-0.021	-0.003	0.019	0.016	0.005	-0.010	-0.005
10	1.000	0	0	0	0	0	0	0

(4) 位於④點上之軸壓力及剪力

$$\sin \phi_{\bar{q}} = 0.2306$$

$$\cos \phi_{\bar{q}} = 0.9730$$

$$V_x' = V_A' - 1$$

1 kg 之荷重位於④點之左時

$$V_x' = V_A'$$

1 kg 之荷重位於④點之右時

工務總署土木工程專科學校

48

坊工學講義 (設計例)

第二十六表

分格點	V	H _A '	0.2306V _A '	-0.9730H _A '	N _z	0.9730V _A '	0.2306H _A '	S _T
10	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0.001	0.020	0.021	0.006	-0.005	0.001
8	0.023	-0.069	0.005	0.067	0.072	0.023	-0.016	0.006
7	0.050	-0.114	0.012	0.140	0.152	0.049	-0.033	0.016
6	0.087	-0.228	0.020	0.222	0.242	0.085	-0.053	0.032
5	0.134	-0.325	0.301	0.316	0.347	0.130	-0.075	0.055
4	0.191	-0.434	0.044	0.412	0.456	0.186	-0.098	0.088
3	0.258	-0.508	0.059	0.494	0.553	0.251	-0.117	0.124
2	0.333	-0.574	0.077	0.559	0.636	0.324	-0.132	0.192
1	0.415	-0.626	0.096	0.609	0.705	0.404	-0.144	0.260
0	0.500	-0.636	0.115	0.610	0.734	0.487	-0.147	0.340
1	0.585	-0.626	0.135	0.609	0.744	0.569	-0.144	0.425
2	0.667	-0.574	0.154	0.559	0.713	0.619	-0.132	0.517
3	0.472	-0.508	0.171	0.494	0.665	0.722	-0.117	0.605
4	0.809	-0.423	0.187	0.412	0.599	0.787	-0.098	0.689
			0.044		0.368	0.186		0.284
5	0.866	-0.325	0.031	0.316	0.285	-0.141	-0.075	-0.205
6	0.913	-0.228	0.020	0.222	0.220	-0.085	-0.053	-0.138
7	0.950	-0.144	0.012	0.140	0.128	-0.049	-0.033	-0.082
8	0.977	-0.069	0.005	0.067	0.062	-0.022	-0.016	-0.038
9	0.994	-0.021	0.001	0.020	-0.006	-0.006	-0.005	-0.011
10	1.000	0	0	0	0	0	0	0

(5) 位於②點上之軸壓力及剪力

$$\sin \phi_2 = 0.0915 \quad \cos \phi_2 = 0.9958$$

$$V_x = V_A' - 1 \quad 1 \text{ kg 之荷重位於 ③ 點之左時}$$

$$V_x' = V_A' \quad 1 \text{ kg 之荷重位於 ② 點之右時}$$

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

49

第二十七表

分格點 10	V_A^0 0	H_A^0 0	$0.5915V_A^0$ 0	$-0.0958H_A^0$ 0	N_{ϕ}^0 0	$0.0958V_A^0$ 0	$0.0915H_A^0$ 0	S^0 0
9	0.006	-0.201	0.001	0.021	0.022	0.006	-0.002	0.004
8	0.023	-0.069	0.002	0.069	1.071	0.023	-0.006	0.017
7	0.000	-0.144	0.005	0.143	0.148	0.050	-0.013	0.037
6	0.087	-0.228	0.008	3.227	0.235	0.087	-0.026	0.066
5	0.134	-0.325	0.012	0.324	0.736	0.133	-0.030	0.103
4	0.191	-0.433	0.017	0.421	0.438	0.190	-0.039	0.115
3	0.258	-0.508	0.024	0.506	0.830	0.257	-0.046	0.211
2	0.333	-0.574	0.030	0.572	0.602	0.332	-0.053	0.279
1	0.415	-0.626	0.038	0.623	0.661	0.413	-0.057	0.356
0	0.500	-0.636	0.046	0.633	0.679	0.448	-0.058	0.440
1	0.585	-0.626	0.061	0.623	633	0.583	-0.057	0.526
2	0.667	-0.574	{0.030	{0.572	{633	{0.664	-0.053	{0.611
			{0.054	{0.572	{542	{0.332		{0.385
3	0.742	-0.508	0.024	0.506	0.482	0.657	-0.046	-0.303
4	0.809	-0.423	0.017	0.421	0.404	0.190	-0.039	-0.229
5	0.866	-0.325	0.012	0.324	0.312	0.133	-0.030	-0.163
6	0.915	-0.228	0.008	0.227	0.219	0.0087	-0.021	-0.108
7	0.650	-0.144	0.005	0.143	0.138	0.050	-0.013	-0.063
8	0.977	-0.069	0.002	0.069	0.067	0.023	-0.006	-0.029
9	0.914	-0.021	0.001	0.021	0.202	0.006	-0.002	0.008
10	1.000	0	0	0	0	0	0	0

(6) 位於拱頂①上之軸壓力及剪力。

$$\sin\phi_0 = 0$$

$$\cos\phi_0 = 1$$

$$V_x = V_A' - 1$$

1 kg 之荷重位於①點之左時

$$V_x = V_A'$$

1 kg 之荷重位於①點之右時

工務總署土木工程專科學校

50

坊工學講義 (設計例)

第二十二表

分格點	V _A '	H _A '	0.V'	-1.H _A '	N'0	I.V _A '	0H _A '	S ₀ '
10	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0.006	-0.021	0	0.021	0.021	0.006	0	0.006
8	0.023	-0.069	0	0.069	0.069	0.023	0	0.023
7	0.050	-0.144	0	0.140	0.14	0.050	0	0.000
6	0.087	-0.288	0	0.228	0.228	0.087	0	0.087
5	0.134	-0.325	0	0.325	0.225	0.134	0	0.134
4	0.191	-0.433	0	0.433	0.433	0.191	0	0.191
3	0.258	-0.508	0	0.508	0.508	0.208	0	0.208
2	0.333	-0.574	0	0.574	0.574	0.333	0	0.333
1	0.415	-0.626	0	0.626	0.626	0.415	0	0.410
0	0.050	-0.636	0	0.636	0.636	±0.500	0	±0.000
1	0.085	-0.626	0	0.626	0.626	-0.415	0	-0.410
2	0.667	-0.574	0	0.574	0.574	-0.333	0	-0.333
3	0.742	-0.508	0	0.508	0.558	-0.258	0	-0.208
4	0.809	-0.433	0	0.423	0.423	-0.191	0	-0.191
5	0.866	-0.325	0	0.320	0.325	-0.134	0	-0.134
6	0.913	-0.228	0	0.228	0.228	-0.087	0	-0.087
7	0.950	-0.144	0	0.114	0.144	-0.050	0	-0.050
8	0.977	-0.096	0	0.069	0.069	-0.023	0	-0.023
9	0.994	-0.021	0	0.028	0.021	-0.006	0	-0.006
10	1.000	0	0	0	0	0	0	0

第八節 由死荷重而發生之彎曲力距，軸壓力及剪力。拱床構架之死荷重皆認為集中於支柱而作用於拱翼上。亦即此時假定死荷重皆集中於分點處而計算之。又拱環重量於各分格點以高 (h_x') 為平均高長為 3.2m 而計算。又本橋以中央支柱為受最大荷重，而以此計算其壓力。於取拱環寬為 1^m 計之。

$$h_x = \frac{hx}{\cos \phi x}$$

由上式計算之如下表。

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

51

第二十九表

分格點	$\cos^2 \alpha_x$	$h_x m$	$h_y m$	拱環重量 kg	床版, 鋪 裝高欄 kg	柱			計kg
						高 m	斷面積 m^2	重量 kg	
0	1.0000	0.500	0.550	3840	1830	3.050	0.40	2930	8600
2	0.9958	0.520	0.536	4009	1830	1.700	0.55	2250	8090
4	0.9780	0.580	0.662	4578	1830	2.290	1.50	1500	7910
6	0.8874	0.680	0.920	5115	1830	4.597	1.50	3010	9960
8	0.6740	0.820	1.369	9347	1830	8.180	1.50	5360	16540
10	0.3982	1.000	2.231	9643	1830	13.487	2.40	14120	25600

(1) 於格點 10 之壓力。

第三十表

分格點	集中荷重 kg	M_{10} (縱距)	M kgm	N_{10} (縱距)	N kg	S_{10} (縱距)	S kg
10	25600	0	0	0	0	0	0
8	16540	0.435	7195	0.048	794	-0.054	-894
6	9960	1.334	13287	0.171	1704	-0.174	-1133
4	7910	2.215	17521	0.343	2714	-0.312	-2468
2	8090	2.388	19279	0.534	4320	-0.394	-3188
0	8600	1.695	14577	0.712	6124	-0.384	-3103
2	8090	0.239	1934	0.841	6804	-0.261	-2112
4	7610	-1.373	-10070	0.910	7198	-0.066	-522
6	9960	-2.283	-2279	0.928	9243	0.153	1544
8	16540	-3.039	-33560	0.983	15267	0.326	5392
10	25600	0	0	0.917	23476	0.398	10189
計			7434kgm		77644kg		2905 kg

工務總署土木工程專科學校

52

坊工學講義 (設計例)

(2) 於格點之壓力

第三十一表

分格點	集中荷重 kg	$M_{\frac{1}{2}}$ (縱距)	M kgm	$N_{\frac{1}{2}}$ (縱距)	N kg	$S_{\frac{1}{2}}$ (縱距)	S kg
10	25600	0	0	0	0	0	0
8	16540	5.140	2326	0.063	1042	-0.036	-595
6	9960	0.394	3925	0.218	2172	-0.109	-1086
4	7910	0.565	4466	0.426	3370	-0.184	-1455
2	8090	0.382	0361	0.633	5121	-0.200	-1618
0	8600	-0.103	-886	0.798	6863	-0.133	-1144
2	8090	0.694	-6514	0.880	7120	0.025	202
4	7910	-0.945	-7475	0.883	6785	0.232	1835
6	9960	-0.578	-5757	0.889	8257	0.447	4452
8	16540	0.728	12000	0.768	6592	0.607	5020
10	25600	0	0	0.029	0	-0.066	-546
				0	0	0	0
計			6121kgm		47322kg		5065kg

(3) 於格點之壓力

第三十二表

分格點	集中荷重 kg	$M_{\frac{1}{2}}$ (縱距)	M kgm	$N_{\frac{1}{2}}$ (縱距)	N kg	$S_{\frac{1}{2}}$ (縱距)	S kg
10	25600	0	0	0	0	0	0
8	16540	-0.037	-612	0.072	1191	-0.012	-199
6	9960	-0.152	-1514	0.242	2411	-0.028	-279
4	7910	-0.354	-2801	0.463	3663	-0.026	-206
2	8090	-0.621	-5024	0.662	5356	0.032	259
0	8600	-0.804	-6915	0.794	6829	0.154	1299
2	8090	-0.627	-5073	0.815	6602	0.328	2654
4	7910	-0.114	902	0.748	5917	0.528	4137
6	9960	-1.518	15120	0.623	3910	0.705	3372
				0.162		0.028	
8	16540	-0.405	6690	0.050	827	-0.012	-199
10	25600	0	0	0	0	0	0
計			782 kgm		36706kg		10838kg

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

53

(4) 於格點④之應力

第三十三表

分格點	集中荷重 kg	$M \frac{1}{4}$ (縱距)	M kg m	$N \frac{1}{4}$ (縱距)	N kg	$S \frac{1}{4}$ (縱距)	S kg
10	25600	0	0	0	0	0	0
8	16540	-0.124	-2051	0.072	1191	0.006	100
6	9960	-0.405	-4034	0.242	2411	0.032	319
4	7910	-0.728	-5759	0.456	3607	0.088	696
2	8090	-0.90	-7289	0.636	5145	0.192	1554
0	8600	-0.686	-5900	0.734	6313	0.340	2924
2	8090	0.161	1303	0.713	5769	0.517	4183
4	7910	1.716	13574	0.599	3825	0.689	1602
6	9960	0.709	7062	0.368	2012	-0.284	-1375
8	16540	0.170	2812	0.202	1026	-0.038	-629
10	25600	0	0	0	0	0	0
計			-282kgm		31299kg		9374kg

(5) 於格點⑤之應力

第三十四表

分格點	集中荷重 kg	$M \frac{1}{2}$ (縱距)	M kgm	$N \frac{1}{4}$ (縱距)	N kg	$S \frac{1}{2}$ (縱距)	S kg
10	25900	0	0	0	0	0	0
8	16560	-0.139	-2299	0.011	1174	0.017	282
6	9960	-0.421	-4164	0.235	2341	0.06	658
4	7910	-0.664	-5353	0.438	3466	0.151	1195
2	8090	-0.578	-4656	0.602	4871	0.279	2258
0	8600	0.091	783	0.679	5840	0.440	3784
2	8090	1.554	12571	0.633	4753	0.611	915
4	7910	0.560	4430	0.542	3196	-0.385	-1811
6	9960	0.135	1340	0.404	2182	-0.229	-1076
8	16540	0.008	133	0.219	1109	-0.108	-480
10	25600	0	0	0	0	0	0
計			2841 kgm		28931 kg		5725 kg

工務總署土木工程專科學校

(6) 於格點⑥之壓力

第三十五表

分格點	集中荷重 kg	M ₀ ' (縱距)	M kgm	N ₀ (縱距)	N kg	S ₀ (縱距)	S kg
10	25600	0	0	0	0	0	0
8	16540	-0.094	-1555	0.069	1142	0.023	381
6	9960	-0.237	-2361	0.228	2271	0.087	867
4	7910	-0.228	-1804	0.423	3346	0.191	2511
2	8090	0.249	-2015	0.574	4644	0.333	2694
0	8000	1.427	12275	0.63	5470	±0.500	0
2	8090	0.249	2013	0.574	4644	-0.333	-2694
4	7910	-0.228	-1804	0.423	3346	-0.191	-1511
6	9960	-0.237	-2361	0.228	2271	-0.087	-867
8	16540	-0.094	-1555	0.069	1142	-0.023	-281
10	25600	0	0	0	0	0	0
計			4863 kgm		28276 kg		0 kg

第九節 由活荷重而發生之彎曲力距軸壓力及剪力。

(1) 格點活荷重 $k = \frac{0.2}{2} = 0.1$ $k' = \frac{1.55}{2} = 0.775$

載重車後輪作用於格點時。

$$P = 2250 \times 1.3 + 2250 \times 1.3 \times \frac{k}{3} (3 - k^2) + \frac{k'}{8} (6 - k') \times 1$$

$$\times 600 \times 1.55 + \frac{5}{4} \times 313 \times 2 = 5443.6 \text{ kg}$$

內深 1^m 時 $\frac{5443.6}{2} = 2721.8 \text{ kg} = 2730 \text{ kg}$ 取之。

其他各格點 $P = 500 \times 3.2 = 1600 \text{ kg}$

工務總署土木工程專科學校

圻工學講義 (設計例)

55

(2) 位於10點上之應力

第三十六表

分格點	集中荷重 kg	M ₁₀ (縱距)	Mkg m	集中荷重 kg	N ₁₀ (縱距)	N kg	集中荷重 kg	S ₁₀ (縱距)	S kg
10	1600	0	0	1600	0	0	1600	0	0
8	,,	0.435	696	,,	0.048	77	,,	-0.054	-87
6	,,	1.334	2135	,,	0.171	274	,,	-0.174	-279
4	,,	2.215	3544	,,	0.343	549	,,	-0.312	-500
2	2730	2.383	6506	,,	0.534	855	2730	-0.394	-1076
0	1600	1.695	2712	,,	0.712	1140	1630	-0.384	-615
2	,,	0.239	383	,,	0.841	1346	,,	-0.261	-418
4	,,	-1.273	-2037	,,	0.910	1456	,,	-0.066	-105
6	2730	-2.282	-6230	2730	0.928	2534	,,	-0.155	-248
8	1660	-2.029	-3242	1600	0.923	1477	,,	0.326	522
10	,,	0	0	,,	0.917	1468	2730	0.398	1087
計			{ +15976(N=4844) -11514(N=6935)			11176 m1769		{ +1857 -3071	
			N4844 6935						

(3) 位於8點上之應力

第三十七表

分格點	集中荷重 kg	M ₈ (縱距)	M kgm	集中荷重 kg	M ₈ (縱距)	N kg	集中荷重 kg	S ₈ (縱距)	S kg
10	1600	0	0	1600	0	0	1600	0	0
8	,,	0.140	224	,,	0.063	101	,,	-0.036	-58
6	,,	0.394	631	,,	0.218	349	,,	-0.109	-174
4	2730	0.560	904 ANma	,,	0.426	1163 AMmax	,,	-0.184	-294
2	1600	0.382	1543 612	,,	0.633	682 1013	2730	-0.200	-546
0	,,	-0.103	-165	,,	0.798	1277	1600	-0.133	-213
2	,,	-0.694	-1111	,,	0.880	1498	,,	0.025	40
4	2730	-0.945	-2580	2730	0.883	2411	,,	0.232	371
6	1600	-0.578	-925	1600	0.829	1327	,,	0.447	715
8	,,	-0.037	-60	,,	0.768	1229	{ 2730 1600	{ 0.607 -0.066	{ 1657 -106
10	,,	0.204	327	,,	0.0029	0	0	0	0
計			{ +3337 N3308 -841 N7652			10479	M-2143		{ +2783 1391

工務總署土木工程專科學校

56

坊工學講義 (設計例)

(4) 位於 σ 上之應力

第三十八表

分格點	集中荷重 kg	M σ (縱距)	M kg m	集中荷重 kg	N σ (縱距)	N kg	集中荷重 kg	S σ (縱距)	S kg	
10	1600	0	0	1600	0	0	1600	0	0	
8	,,	-0.037	-60	,,	0.072	116	,,	-0.012	-20	
6	,,	-0.152	-244	,,	0.242	388	,,	-0.028	-48	
4	,,	-0.354	-567	,,	0.463	741	,,	-0.026	-42	
2	,,	-0.621	-974	,,	0.662	1060	,,	0.032	52	
0	2730	0.804	-1284 Nmax 2195	,,	0.794	1271	2168 Nmax	,,	0.151	242
2	1600	0.687	-1712 Nmax -1004	2730	0.816	1306 Nmax 1228	,,	0.328	525	
4	1600	0.114	183	1600	0.748	1197	,,	0.523	852	
6	2730	0.518	{2429 4145}	,,	0.623	{1701 Nmax 1997}	2730	{0.705 0.028}	{757 125}	
8	1600	0.405	648	,,	0.050	80	1600	-0.012	-20	
10	,,	0	0	,,	0	0	,,	0	0	
計			{+4976 N -5064}	N 2978		8078 M -1604		{+3581 -204}		

(5) 位於 σ 上之應力

第三十九表

分格點	集中荷重 kg	M σ (縱距)	M kg m	集中荷重 kg	N σ (縱距)	N kg	集中荷重 kg	S σ (縱距)	S kg
10	1600	0	0	1600	0	0	1600	0	0
8	,,	-0.124	-199	,,	0.072	116	,,	0.006	10
6	,,	-0.405	-648	,,	0.242	388	,,	0.032	52
4	,,	-0.728	-1165	,,	0.456	730	,,	0.088	141
2	2730	-0.901	-1441 Mmax 2160	,,	0.536	1739 Nmax 1016	,,	0.192	308
0	1600	0.686	1875 Nmax 1098	2730	0.734	1175 Nmax 1200	,,	0.340	544
2	,,	0.161	258	1600	0.713	1141	,,	0.517	828
4	2730	1.716	-2745 Nmax -4685	,,	0.599	1634 Nmax 939	2730	{0.689 -9.284}	{1881 -770}
6	1600	0.709	1135	,,	0.23	324	1600	-0.138	-221
8	,,	0.170	272	,,	0.062	116	,,	-0.038	-61
10	,,	0	0	,,	0	0	,,	0	0
計			{+6350 N -5570}	N 3199		6780 M -915		{3764 -1058}	

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

57

(6) 位於 \oplus 上之壓力

第四十表

分格點	集中荷重 kg	M' (縱距)	M kgm	集中荷重 kg	N' (縱距)	N kg	集中荷重 kg	S' (縱距)	S kg
10	1600	0	0	1600	0	0	1600	0	0
8	,,	-0.139	-223	,,	0.071	114	,,	0.017	28
6	,,	-0.421	-674	,,	0.235	376	,,	0.066	106
4	2130	0.664	{ 1035 Nmok	,,	0.438	{ 1169 Mmok	,,	0.151	242
2	1600	0.578	{ 1815 Nmok	,,	0.602	{ 964 Mmok	,,	0.279	441
0	,,	0.061	{ 249 Nmok	,,	0.679	{ 1087 Mmok	,,	0.346	704
2	2730	1.554	{ 146 Nmok	2730	{ 0.631	{ 1854 Mmok	2730	{ 0.611	{ 1668
			{ 2488 Nmok	1600	{ 0.542	{ 1172 Mmok		{ -0.385	{ 1052
			{ 2443 Nmok			{ 1101 Mmok			
4	1600	0.560	896	,,	0.404	647	1600	-0.225	-366
6	,,	0.135	216	,,	0.216	651	,,	-0.108	-173
8	,,	0.000	13	,,	0.067	108	,,	-0.029	-47
10	,,	0	0	,,	0	0	,,	0	0
計			5514 N3921			6128 M 976			3195
			-3635 3351						-1638

(7) 位於 \ominus 點上之壓力

第四十一表

分格點	集中荷重 kg	M' (縱距)	M kgm	集中荷重 kg	N' (縱距)	N kg	集中荷重 kg	S' (縱距)	S kg
10	1600	0	0	1600	0	0	1600	0	0
8	,,	-0.094	-151	,,	0.069	1110	,,	0.023	73
6	2330	-0.277	{ -380 Nmok	,,	0.228	{ 625 Mmok	,,	0.087	140
			{ -647 Nmok			{ 365 Mmok			
4	1600	-0.228	365	,,	0.423	677	,,	0.191	306
2	,,	0.249	399	,,	0.574	919	,,	0.333	533
0	2730	1.447	3896	2730	0.636	1373	2730	-0.500	±1365
2	1600	0.249	-899	1600	0.574	919	1600	-0.333	-533
4	,,	0.228	-365	,,	0.423	677	,,	-0.191	-306
6	,,	0.237	-380	,,	0.228	365	,,	-0.087	-146
8	,,	-0.094	-151	,,	0.069	111	,,	-0.023	-37
10	,,	0	0	,,	0	0	,,	0	0
計			+4694 N3575			5881 M 2902			±2381
			-2059 2566						

工務總署土木工程專科學校

58

圬工學講義 (設計例)

第十節 由溫度變化而發生之彎曲力距，軸壓力，及剪力，溫度變化若為 $\pm 15^\circ\text{C}$ ，依混凝土硬化收縮可視為與 10°C 低下同樣之影響

即

溫度上昇 15°C
溫度下降 25°C

彈性比 $n=10$ 鋼之彈性係數以 $E_s = 2100000 \text{ kg/cm}^2$ 為標準求 E_c 如下：

$$E_c = \frac{2100000}{10} = 210000 \text{ kg/cm}^2 = 21 \times 10^8 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{以 } \alpha = 0.00001$$

於

$$H_t = \mp \frac{2t E_c \frac{1}{\Delta x}}{2y\omega + \frac{1}{F_x} \cos \phi}$$

$$\alpha t E_c \frac{1}{\Delta x} = 0.00001 \times 21 \times 10^8 \frac{32}{1.6} t = 420000t$$

$$\text{溫度上昇 } H_t = - \frac{420000 \times 15}{10528.732} = -476 \text{ kg}$$

$$\text{溫度下降 } H_t = \frac{420000 \times 25}{10528.932} = 794 \text{ kg}$$

於任意一點由溫度變化而發生之彎曲力距，軸壓力，剪力，

$$M_{t,x} = H_t' y$$

$$N_{t,x} = -H_t' \cos \phi_x$$

$$S_{t,x} = H_t' \sin \phi_x$$

工務總署土木工程專科學校

圬工學講義 (設計例)

59

起拱點，8點，6點，4點，2點，及頂點由溫度而生之 M_{tx} ， N_{tx} ， S_{tx} 求之如第四十二表。

第四十二表

應力	度	溫	10	8	6	4	2	0
M_t	kgm	上升	4930	2386	664	-446	-1061	-1259
	kg	下降	-8223	-3980	-1108	744	1770	2100
N_t	kg	上升	190	321	422	464	474	476
	kg	下降	-317	-535	-705	-773	-791	-7944
S	kg	上升	-437	-352	-220	-110	-436	0
	kg	下降	729	587	366	183	73	0

第十一節 總彎曲力距，軸壓力，及剪力，由各種原因發生之彎曲力距，軸壓力，及剪力同時作用時之最大值，可求之如下：

(1) 格點 10

第四十三表

荷 重	發生正最大 彎曲力距時		發生負最大 彎曲力距時		發生最大 軸壓力時		正最大 剪力kg	負最大 剪力kg
	kgm	kg	kgm	kg	kgm	kg		
死 荷 重	7447	77644	7434	77644	7434	77644	2905	2905
活 荷 重	15976	4844	-11514	6935	1767	11176	1857	-3071
計	23410	82488	-4080	84577	9201	88820	4762	-166
溫度變化	4930	190	-8223	-317	4930	190	729	-437
合 計	28340	82678	-12303	84262	14131	89010	5491	-603
e	0.343 ^m		0.146 ^m		0.159 ^m			

工務總署土木工程專科學校

60

圻工學講義 (設計例)

(2) 格點 ㄅ

第四十四表

荷重	發生最大彎曲力距時		發生負最大彎曲力距時		發生最大軸壓力時		正最大剪力kg	負最大剪力kg
	kgm 彎曲力距	kg 軸壓力	kgm 彎曲力距	kg 軸壓力	kgm 彎曲力距	kg 軸壓力		
死荷重	6121	47522	6121	47522	6121	47522	5065	5065
活荷重	3337	3308	-4841	-7652	-2143	10479	2783	-1391
計	9458	50830	1280	55174	3978	58001	7848	3674
溫度變化	2386	321	-3980	-535	2386	321	587	-352
合計	11844	51151	-2700	54639	6364	58322	8435	3324
e	0.232 ^m		0.049 ^m		0.109 ^m			

(3) 格點 ㄆ

第四十五表

荷重	發生正最大彎曲力距時		發生負最大彎曲力距時		發生最大軸壓力時		正最大剪力kg	負最大剪力kg
	kgm 彎曲力距	kg 軸壓力	kgm 彎曲力距	kg 軸壓力	kgm 彎曲力距	kg 軸壓力		
死荷重	782	36706	782	63706	782	36706	10838	10838
活荷重	4976	2978	-5064	-5779	-1604	8078	3581	-204
計	5728	39684	-2482	24825	-822	44748	14419	10634
溫度變化	664	422	-1108	-705	664	422	366	-220
合計	6422	04106	-5390	47780	-158	45206	14785	10414
e	0.160 ^m		0.093 ^m		0.003 ^m			

工務總署土木工程專科學校

坊工學講義 (設計例)

61

(4) 格點 $\frac{1}{2}$

第四十六表

荷 重	發生最大彎 曲力距時		發生負最大 彎曲力距時		發 生 最 大 軸 壓 力 時		正最大 剪力kg	負最大 剪力kg
	kg m 彎曲力距	kg 軸 壓 力	kg m 彎曲力距	kg 軸 壓 力	kg m 彎曲力距	kg 軸 壓 力		
死 荷 重	2841	28931	2841	28931	2841	28931	5725	5725
活 荷 重	6350	3199	5570	4146	915	6780	3764	1058
計	9191	32130	2729	33077	1926	35711	9989	4667
溫度變化	744	773	446	464	446	464	183	110
合 計	9935	31357	3175	33541	1480	36175	9672	4557
e	0.317 ^m		0.095 ^m		0.041 ^m			

(5) 格點 $\frac{1}{4}$

第四十七表

荷 重	發生最大彎 曲力距時		發生負最大 彎曲力距時		發 生 最 大 軸 壓 力 時		正最大 剪力kg	負最大 剪力kg
	kg m 彎曲力距	kg 軸 壓 力	kg m 彎曲力距	kg 軸 壓 力	kg m 彎曲力距	kg 軸 壓 力		
死 荷 重	2841	28931	2841	28931	2841	28931	5725	3725
活 荷 重	5514	3921	3635	3351	976	6128	3198	1638
計	8355	32852	794	32282	3817	35059	8920	4048
溫度變化	1770	991	1061	474	1061	474	93	436
合 計	10125	32061	1855	82061	2756	35533	8993	3651
e	0.316 ^m		0.057 ^m		0.078 ^m			

工務總署土木工程專科學校

(6) 格點①

第四十八表

荷 重	發生正最大彎曲力距時		發生負最大彎曲力距時		發生最大軸壓力時		正最大剪力	負最大剪力
	彎曲力距	軸 壓 力	彎曲力距	軸 壓 力	彎曲力距	軸 壓 力		
死 荷 重	4863	28276	4863	28276	4863	28276	0	0
活 荷 重	4694	3575	2059	2566	2902	5887	2381	-2381
計	9557	31851	2804	30842	7765	34157	2381	-2381
溫度變化	2100	794	1259	476	1259	476	0	0
合 計	11657	31057	1545	31318	6506	34633	2381	-2381
e	0.375		0.049		0.188			

第十二節 斷面之應力度

今 $I =$ 斷面二次本

$W =$ 斷面係數 $= \frac{I}{U}$

$$U = \frac{h}{2}$$

$h =$ 斷面之高

$F =$ 斷面積 $=$

$$e = \frac{M}{N}$$

$$k = \text{核心半徑} = \frac{W}{F}$$

$$P = \text{鐵筋比} = \frac{A_s}{bh}$$

$h' =$ 被覆

第四十九表

格 點	10	8	6	4	2	0
I (cm ⁴)	9270000	5200000	3020000	1900000	1390000	1240000
U (cm)	50	41	34	29	26	25
W (cm ³)	185400	126829	88824	65517	53462	49600
P (cm ²)	100.00	82.00	68.00	58.00	52.00	50.00
k (cm)	18.54	15.46	13.06	11.29	10.28	9.62
As (cm ²)	49.08	49.08	24.54	24.54	24.54	24.54
bh (cm ²)	100000	8200	6800	5800	5200	5000
p	0.00491	0.00599	0.00361	0.00423	0.00472	0.0049
h' (cm)	4	4	4	4	4	4
$\frac{h'}{h}$	0.040	0.049	0.059	0.069	0.077	0.080

於斷面中不生引張應力時

第十八圖(福田武雄氏之鐵筋混凝土理論 P390. 409.)

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_c &= N \left(\frac{1}{Ai} + \frac{eu}{Ii} \right) \\
 \sigma_c &= N \left(\frac{1}{Ai} - \frac{e(d-u)}{Ii} \right) \\
 \sigma_s &= nN \left(\frac{1}{Ai} - \frac{e(h-u)}{Ii} \right)
 \end{aligned} \right\} (34)$$

工務總署土木工程專科學校

64

圬工學講義 (設計例)

$$\sigma'_s = nN \left(\frac{1}{A_i} + \frac{e'(u-h')}{I_i} \right)$$

$$A_i = bd + n(A_s + A'_s)$$

$$U = \frac{\frac{bd^3}{2} + n(A_s h + A'_s h')}{bd + n(A_s + A'_s)} ; u' = d - u$$

$$I_i = \frac{b}{3} (u^3 + u'^3) + nA'_s (u-h')^2 + nA_s (h-u)^2$$

於斷面上發生引張應力時

第十九圖 (同上 P. 411. 412)

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_c &= \frac{N_c}{\frac{bx^2}{2} + nA'_s(x-h') - nA_s(h-x)} \\ \sigma'_s &= n\sigma'_c \frac{h-x}{x} \\ \sigma'_s &= n\sigma'_c \frac{x-h'}{x} \end{aligned} \right\} (35)$$

(1) 起拱點之斷面應力

(2) ③點之斷面應力

$$A'_s = A_s = 49.08 \text{ cm}^2 \quad 4 = 100 \text{ cm} \quad h = 96 \text{ cm} \quad A'_s = A_s = 4908 \text{ cm}^2 \quad d = 82$$

$$h' = 4 \text{ cm} \quad b = 100 \text{ cm}$$

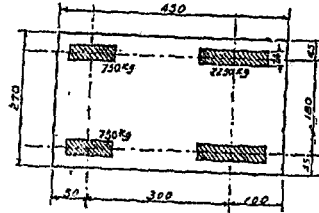
$$h = 78 \text{ cm} \quad h' = 4 \text{ cm} \quad b = 100 \text{ cm}$$

工務總署土木工程專科學校

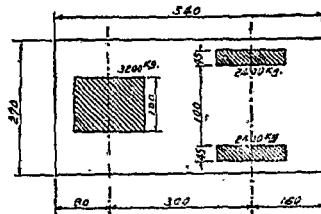
坊工學設計例附圖

1

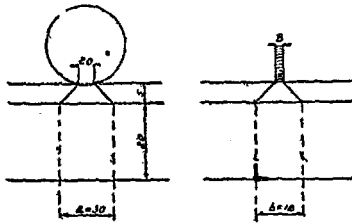
六响日輪車



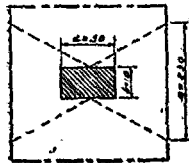
第一圖



第二圖



第三圖

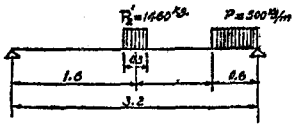


工務總署土木工程專科學校

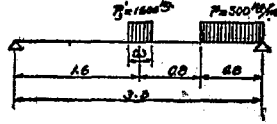
2

坊工學設計例附圖

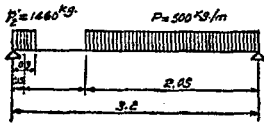
第四圖



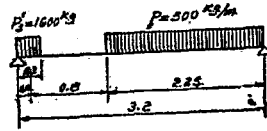
第五圖



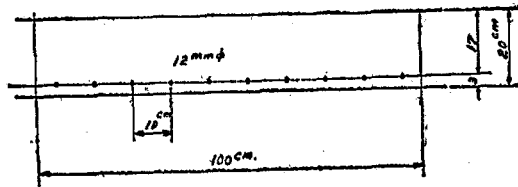
第六圖



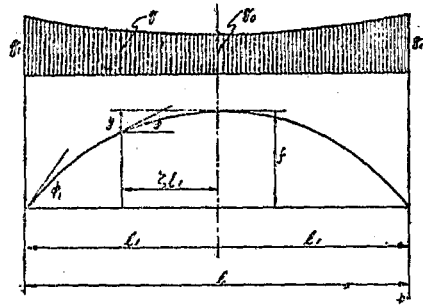
第七圖



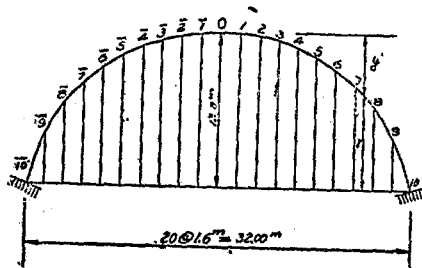
第八圖



第九圖



第十圖

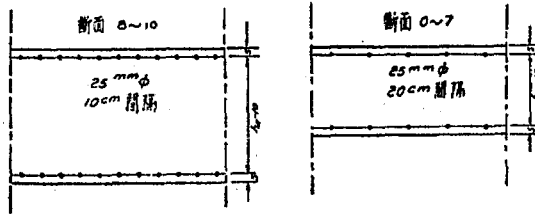


工務總署土木工程專科學校

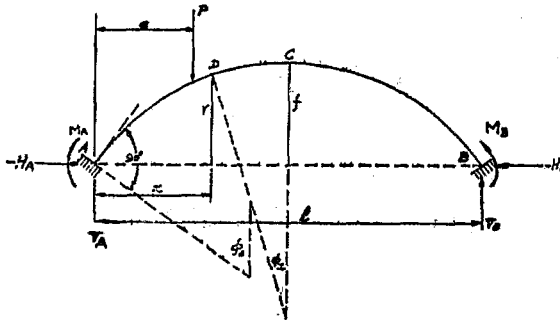
4

圻工學設計例附圖

第十一圖



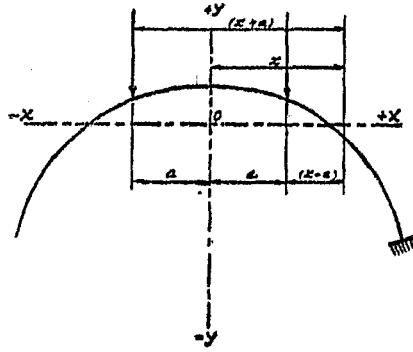
第十二圖



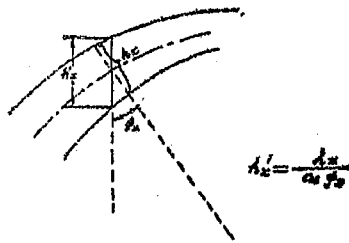
工務總署土木工程專科學校

6

坊工學設計例附圖



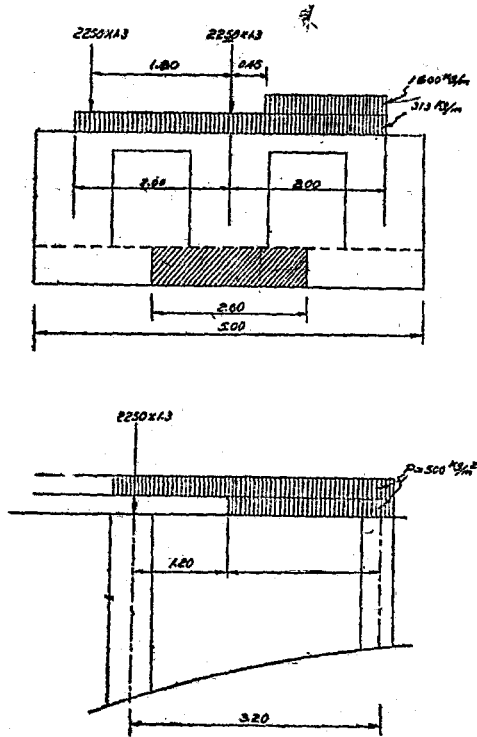
第十五圖



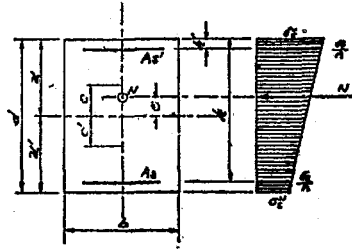
$$h_2 = \frac{h_1}{a^2 y_0}$$

第十六圖

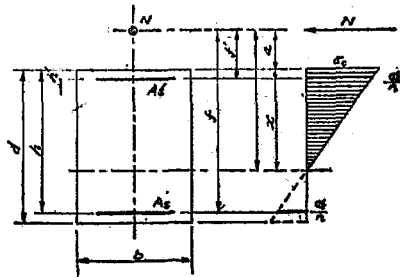
第十七圖



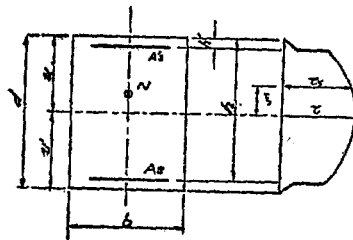
第十八圖



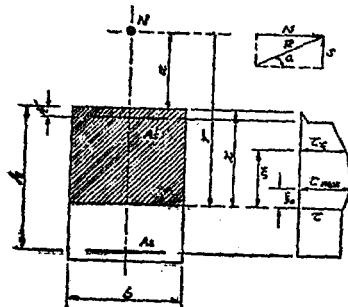
第十九圖



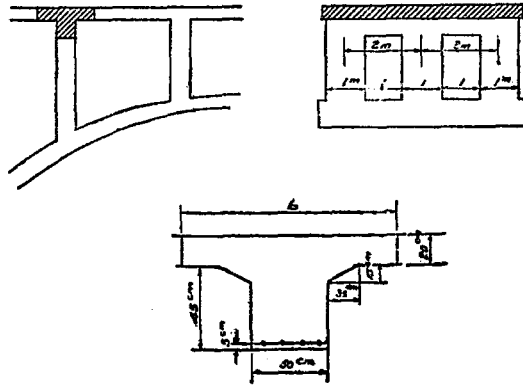
第二十圖



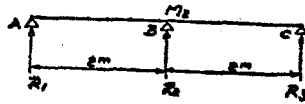
第二十一圖



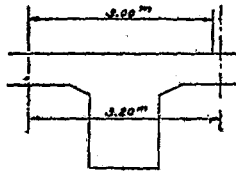
第二十二圖



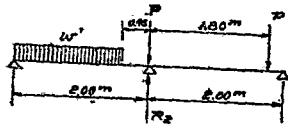
第二十三圖



第二十四圖



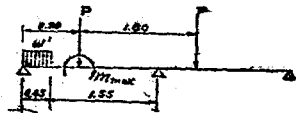
第二十五圖



第二十六圖



第二十七圖



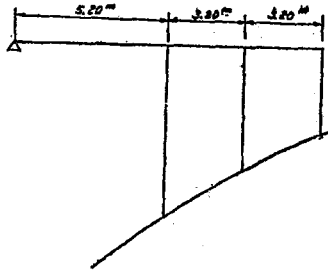
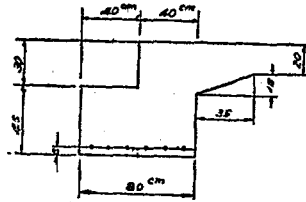
第二十八圖

工務總署土木工程專科學校

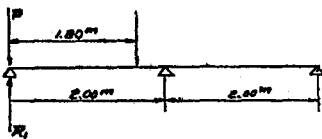
12

坊工學設計例附圖

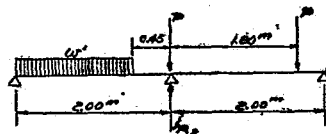
第二十九圖

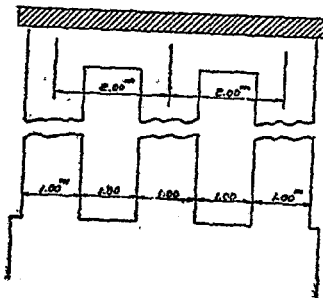
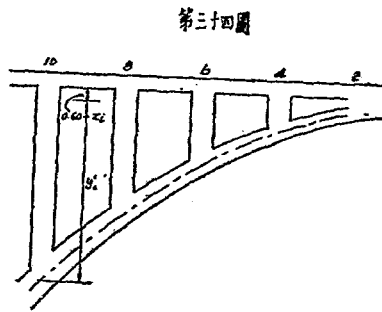
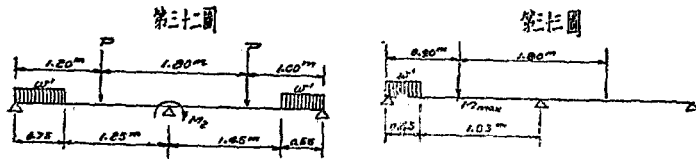


第三十圖



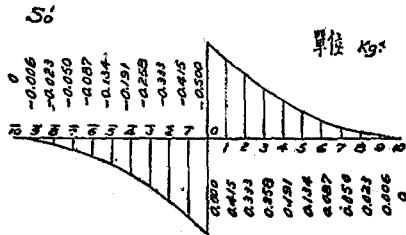
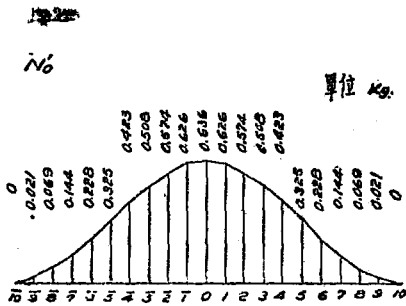
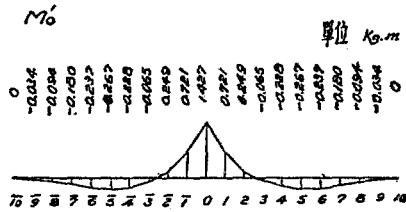
第三十一圖





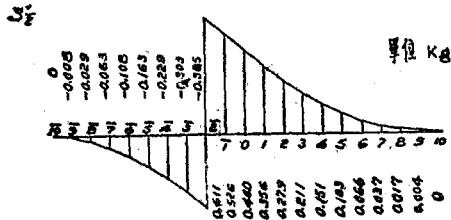
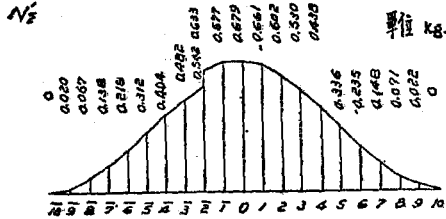
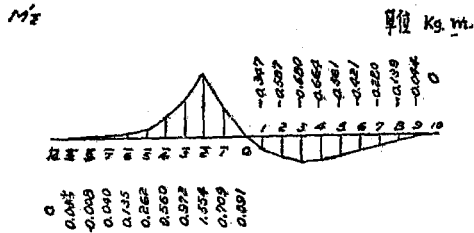
工務總署土木工程專科學校

坊工學設計例附圖



工務總署土木工程專科學校

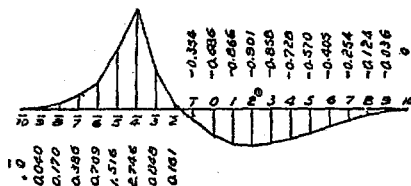
圬工學設計例附圖



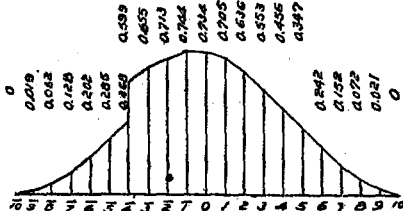
工務總署土木工程專科學校

坊工學設計例附圖

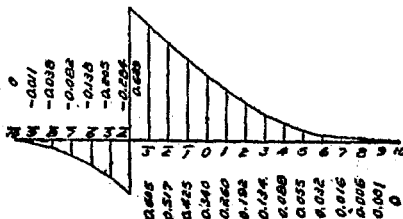
M_x 單位 $Kg \cdot m$



N_x 單位 Kg



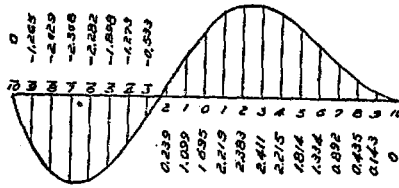
S_x 單位 Kg



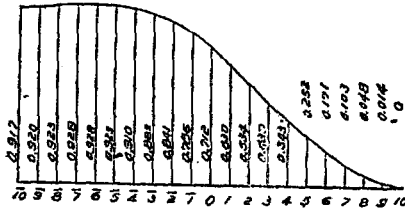
坊工學設計例附圖

影響線

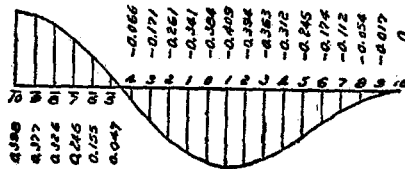
$M'_{1/2}$ 單位 Kg m

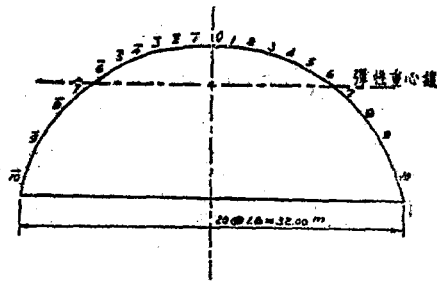


$N'_{1/2}$ 單位 Kg

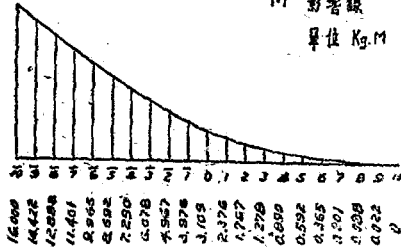


$S'_{1/2}$ 單位 Kg

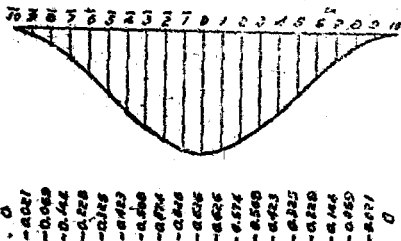




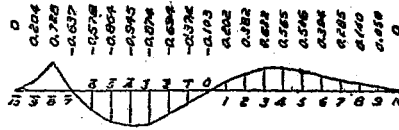
M' 影響線
單位 Kg.M



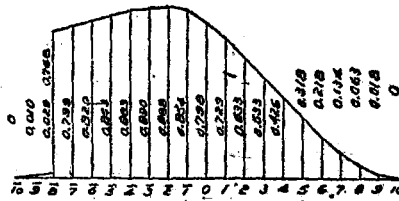
HA 影響線
單位 Kg



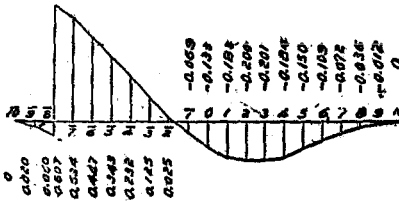
M'_3 單位 $Kg.m$



N'_3 單位 Kg.



S'_3 單位 Kg.



工務總署土木工程專科學校

圪工學設計例附圖

21

