萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

算經十書

(二)

戴震校

商務印書館發行

算經十書

(二)

戴震校

國學基本叢書

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者
王雲五

商務印書館發行

九章算術卷第六

算經十書之二

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勑注釋

均輸以御遠近勞費

今有均輸粟甲縣一萬戶行道八日乙縣九千五百戶行道十日丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日丁縣一萬二千二百戶行道二十日各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛用車一萬乘欲以道里遠近戶數多少衰出之問粟車各幾何

答曰

甲縣粟八萬三千一百斛車三千三百二十四乘

乙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘

丙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘

丁縣粟四萬五百五十斛車一千六百二十二乘

均輸按凡均輸猶均運也令戶率出車以行道日數爲均發粟爲輸

術曰令縣戶數各如其本行道日數而一以爲衰據甲行道八日四使八戶共出一車乙行道十日四使十戶共出一車計其在道則皆戶一日出一車故可爲均平之率也甲衰一百二十五乙丙衰各九十五丁衰六十一副并爲法以賦粟車數粟未并者各自爲實衰分升率實如法得一車各置所當出車以其行道日數乘之如戶數而一得率戶用車二百四十七分日之三十一故謂之均求此率以戶當各計車之衰分也　臣淳風等謹按縣戶有多少之差行道有遠近之異欲其均等故各令行道日數約戶爲衰行道多者少其戶行道少者多其戶故各令約戶爲衰以八日約除甲縣得一百二十五乙丙各九十五丁六十一於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率以賦粟車數爲所有數而今有之各得車數一旬除乙十三除丙各得九十五二旬除丁得六十一也有分者上下輩之輩配也車牛人之數不可分裂推少就多均賦之宜今按甲分既少宜從於乙滿法除之有餘從丙丁分又少亦宜就丙除之適盡加乙丙各一上下輩益以少從多也以二十五斛乘車數即粟數

今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行道一日丙縣一千二百八十人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千七百五十人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近戶率多少衰出之問縣各幾何

答曰

甲縣二百二十九人

乙縣二百八十六人

丙縣二百二十八人

丁縣一百七十一人

戊縣二百八十六人

術曰令縣卒各如其居所及行道日數而一以爲衰按此亦以日數爲均居所爲輸甲無行道日但以居所三十日爲率言欲爲均平之率者當使甲三十人而出一人乙三十一人而出一人出一人者計役則皆一人一日是以可爲均平之率甲衰四乙衰五丙衰四丁衰三戊衰五副并爲法以人數乘未并者各自爲實實如法而一各置所當出人數以其居所及行道日數乘之如縣人數而一得戶率人役五日七分日之五臣淳風等謹按爲衰於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率以賦卒人數爲所有數乘術以別考則意同以廣異聞故存之也有分者上下輩之輩配也今按丁分最少宜就戊除不從乙者丁近戊故也滿法除之有餘從乙丙分又少亦就乙除有餘從甲除之適盡從甲丙二分其數正等二者於乙遠近皆同不以甲從乙者方以下從上也

今有均賦粟甲縣二萬五百二十戶粟一斛二十錢自輸其縣乙縣一萬二千三百一十二戶粟一斛十錢至輸所二百里丙縣七千一百八十二戶粟一斛十二錢至輸所一百五十里丁縣一萬三千三百三十八戶粟一斛十七錢至輸所二百五十里戊縣

五千一百三十戶粟一斛十三錢至輸所一百五十里凡五縣賦輸粟一萬斛一車載二十五斛與僦一里一錢欲以縣戶賦粟令費勞等問縣各粟幾何

荅曰

甲縣三千五百七十一斛二千八百七十三分斛之五百一十七

乙縣二千三百八十斛二千八百七十三分斛之二千二百六十

丙縣一千三百八十八斛二千八百七十三分斛之二千二百七十六

丁縣一千七百一十九斛二千八百七十三分斛之一千三百一十三

戊縣九百三十九斛二千八百七十三分斛之二千二百五十三

術曰以一里僦價乘至輸所里此以出錢爲均也問者曰一車載二十五斛與僦一里一錢一錢即一里僦價也以乘至數者欲知僦一車到輸所所用錢也甲自輸其縣則無取僦價也以一車二十五斛除之欲知僦一斛所用錢加一斛粟價則攷一斛之費加一斛之價於一斛僦直即凡餘粟取僦錢也甲一斛之費二十乙丙各十八丁二十七戊十九也各以約其戶數爲衰言使甲二十戶共出一斛乙丙十八戶共出一斛計其所費則皆戶一錢故可爲均賦之率也甲衰一千二十六乙衰六百八十四丙衰三百九十九丁衰四百九十四戊衰二百七十副并爲法所賦粟

乘未并者各自爲實實如法而一各置所當出粟以其一斛之費乘之如戶數而一爲率戶出三錢二千八百七十三分錢之一千三百八十一臣淳風等謹按此以直錢爲均問者曰一車載二十五斛與僦一里一錢一錢即一里僦價也以乘里數者欲知僦一車到輸所用錢甲自出其縣則無取僦之價以一車二十五斛除之者欲知僦一斛所用錢如一斛之價於一斛僦直即凡除粟取僦錢甲一斛之費二十乙丙各十八丁二十七戊十九各以約其戶爲衰甲衰一千二十六乙衰六百八十四丙衰二百九十九丁衰四百九十四戊衰二百七十言使甲二十戶共出一斛乙丙十八戶共出一斛計其所費則皆戶一錢故可爲均賦之率也於今有衰分之義也計經賦之有率未并者各爲所求率賦粟一萬斛爲所有數此令有衰分之義也計經賦之率既有戶算之率亦有遠近貴賤之率此二率者各自相與通通則甲二十乙十二丙七丁十三戊五一斛之費爲之錢率錢率約戶率者則錢爲母戶爲子子不齊令母互乘爲齊即衰也若其不然以一斛之費約戶數取衰並有分當通分內子約之於算甚繁此一章皆相與通功共率畧相依似以上二率下一率亦可放此從其簡易而已又以分言之使甲一戶出二十分斛之一乙一戶出十八分斛之一各以戶數乘之亦可得一縣凡所當輸俱爲衰也乘之者乘其子母報除之以此觀之同一斛之費約戶數者其意不異矣然則可置一斛之費而反衰之約戶以乘戶率色其也合分言曰母除爲率率乘子爲齊反衰注曰先同其母各以分母約其子爲反衰以施其率爲算既約且不妨奧下也

今有均賦粟甲縣四萬二千算粟一斛二十傭價一日一錢自輸其縣乙縣三萬四千二百七十二算粟一斛十八傭價一日十錢到輸所七十里丙縣一萬九千三百二十八算粟一斛十六傭價一日五錢到輸所一百四十里丁縣一萬七千七百算粟

一斛十四傭價一日五錢到輸所一百七十五里戊縣二萬三千四十算粟一斛十二傭價一日五錢到輸所二百一十里己縣一萬九千一百三十六算粟一斛一十傭價一日五錢到輸所二百八十里凡六縣賦粟六萬斛皆輸甲縣六人共車車載二十五斛重車日行五十里空車日行七十里載輸之間各一日粟有貴賤傭各別價以算出錢令費勞等問縣各粟幾何

荅曰

甲縣一萬八千九百四十七斛一百三十三分斛之四十九

乙縣一萬八百二十七斛一百三十三分斛之九

丙縣七千二百一十八斛一百三十三分斛之六

丁縣六千七百六十六斛一百三十三分斛之一百二十二

戊縣九千二十二斛一百三十三分斛之七十四

己縣七千二百一十八斛一百三十三分斛之六

術曰以車程行空重相乘爲法并空重以乘道里各自爲實實如法得一日臣淳

風等蓋按此術重往空還一輪再行道也置空行一里用七十分日之一重行一里用五十分日之一齊而同之空重行一里之路往返用一百七十五分日之六定言之者一百七十五里之路往返用六日也故并空重者齊其子也空重相乘者同其母也於今有術至輸所里爲所有數六爲所求率齊一百七十五爲所有率而今有之即各得輸所用日也加載輸各一日欲得幾日也而以六人乘之欲知致一車用人也又以傭價乘之欲知致車人之傭直幾錢以二十五斛除之欲知致一斛之傭直也加一斛粟價即致一斛之費加一斛之價於致一斛之傭直即凡輸一斛餘粟取傭所用錢各以約其算數爲衰今按甲衰四十二乙衰二十四丙衰十六丁衰十五戊衰二十己衰十六於今有術副并爲所有率禾并者各自爲所求率所賦粟爲所有數此今有衰分之義也副并爲法以所賦粟乘禾并者各自爲實實如法得一斛各置所當出粟以其一斛之費乘之如算數而一得率算出九錢一百三十三分錢之三又載輸之間各一日者即二日也

今有粟七斗三人分舂之一人爲糲米一人爲粺米一人爲糳米令米數等問取粟爲米各幾何

荅曰

糲米取粟二斗一百二十一分斗之一十

粺米取粟二斗一百二十一分斗之三十八

糲米取粟二斗一百二十一分斗之七十三

爲米各一斗六百五分斗之一百五十一

術曰列置糲米三十粺米二十七糲米二十四而反衰之此先約三率糲爲十粺爲九糲爲八欲令米等者其取粟糲率十分之一粺率九分之一糲率八分之一當齊其子故曰反衰也臣淳風等謹按米有精麤之異有多少之差據率粺糲少而糲多用粟則粺糲多而糲少米若依本率之分粟當倍率故今反衰之使精取多而麤得少副并爲法以七斗乘未并者各自爲取粟實實如法得一斗粟七斗爲所有數而今有之故各得取粟也若求米等者以本率各乘定所取粟爲實以粟率五十爲法實如法得一斗若徑求爲米等數者置糲米三用粟五粺米二十七用粟五十糲米十二用粟二十五齊其粟同其米并齊爲法以七斗乘同爲實所得即爲米斗數

今有人當稟粟二斛倉無粟欲與米一菽二以當所稟粟問各幾何

荅曰

米五斗一升七分升之三

菽一斛二升七分升之六

術曰置米一菽二求爲粟之數并之得三九分之八以爲法亦置米一菽二而以

粟二斛乘之各自爲實實如法得一斛臣淳風等謹按置粟率五乘米一米率三除之得一三分之二即是米一之粟也粟率十只乘菽二菽率九除之得二九分之二即是菽二之粟也并全得三齊于并之得二十四同母得二十七約之得九分之八故云并之得三九分之八米一菽二當粟三九分之八此其粟率也於今有術米一菽二皆爲所求率當粟三九分之八爲所有率粟二斛爲所有數凡言率者當相與通之則爲米九菽十八當粟三十五也亦有置米一菽二求其爲粟之率只爲列衰同并爲法只粟乘列衰爲實所得即米一菽二所求粟也只米菽本率而今有之即合所問

今有取備負鹽二斛行一百里與錢四十今負鹽一斛七斗三升少半升行八十里問與錢幾何

荅曰二十七錢十五分錢之十一

術曰置鹽二斛升數以一百里乘之爲法按此術以負鹽二斛升數乘所行一百里得二萬里是爲負鹽一升行二萬里得錢四十於今有術爲所有率十數乘所行里爲法於今有術爲所有數也以四十錢乘今負鹽升數又以八十里乘之爲實實如法得一錢以今負鹽升數乘所行里今負鹽一升凡所行里也於今有術以所有四十錢爲所求率也衰分章貸人千錢與此同

今有負籠重一石一十七斤行七十六步五十返今負籠重一石行百步問返幾何

荅曰五十七返二千六百三分返之一千六百二十九

術曰以故所行步數乘故籠重斤數爲法此法謂負一斤一返所行之積步也今籠重斤數乘今步又以返數乘之爲實實如法得一返按此法負一斤一返所行之積步此實者一日所行之積步故以一返之課除終日之程即是返數也　臣淳風等謹按此術所行步多者得返少所行步少者得返多然則所行者今返率也故令所得返乘今返之率爲實而以故返之率爲法今有術也按此負籠又有輕重於是爲術者因令重者得返少輕者得返多故又因其率以乘法實者重今有之義也然此意非也按此籠雖輕而行有限籠過重則人力遺力有遺而術無窮人行有限而籠輕重不等使其有限之力隨彼無窮之變故知此術率乘理也若故所行有空行返數設以問者當因其所負以爲返率則今返之數可得而知也假令空行一日六十里負重一斛行四十里減重一斗進二里半負重三斗以下與空行同今負籠重六斗往還行一百步問返幾何荅曰一百五十返術曰置重行率加十里以里法通之爲實以一返之步爲法實如法而一即得也

今有程傳委輸空車日行七十里重車日行五十里今載太倉粟輸上林五日三返問太倉去上林幾何

荅曰四十八里十八分里之十一

術曰并空重里數以三返乘之爲法令空重相乘又以五日乘之爲實實如法得一里此亦如上術率一百七十五里之路往返用六日也於今有術則五日爲所有數一百七十五里爲所求率六日爲所有率以此所得則三返之路今求一返當以三約之因令乘法而并除也爲術亦可各置空重行一里用日之率以爲列衰副并爲法以五日乘列衰爲實實如法所得即各空重行日數也各以一

日所行以乘爲凡日所行三返約之爲上林去太倉之數　臣淳風等謹按此術重往空還一輸再還道置空行一里用七十分日之一重行一里用五十分日之一齊而同之空重行一里之路往返用一百七十五分日之六定言之者一百七十五里之路往返用六日故并空重者并齊也空重相乘者同其母也於今有術五日爲所有數一百七十五爲所求率六爲所有率以此所得則三返之路今求一返者當以三約之故令乘法而并除亦當約之也

今有絡絲一斤爲練絲十二兩練絲一斤爲青絲一斤十二銖今有青絲一斤問本絡絲幾何

荅曰一斤四兩十六銖三十三分銖之十六

術曰以練絲十二兩乘青絲一斤十二銖爲法以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數又以絡絲一斤乘之爲實實如法得一斤按練絲一斤爲青絲一斤十二銖此也又絡絲一斤爲練絲十二兩此絡率十六練率三百八十四青率三百九十六率三百八十四乘之爲實實如青絲率三百九十六而一所得青絲一斤練絲之數也又以絡率十六乘之所得爲實以練率十二爲法所得即練絲用絡絲之數也是謂重今有也雖各有率不用中間故令後實乘前實後法乘前法而并除也故以練兩數爲實青絲銖數爲法一曰又置絡絲一斤兩數與練絲十二兩約之絡得四練得三此其相與之率又置練絲一斤銖數與青絲一斤十二銖約之練得三十二青得三十三亦其相與之率齊其青絲絡絲同其二練絡得一百二十八青得九十九練得九十六即三率悉通矣今有練絲一斤爲所有數絡絲一百二十八爲所求率青絲九十九爲所有率爲率之意猶此但不先約諸率耳凡率錯互不通者皆積齊同用之故此雖四五轉不異也言同其二練者以明三率

之相與通耳於術無以異也又一術今有青絲一斤錬數乘練絲一斤兩數爲實以青絲一斤十二錬爲法所得即用練絲兩數以絡絲一斤乘所得爲實以錬絲十二兩爲法所得即用絡絲斤數也

今有惡粟二十斗舂之得糲米九斗今欲求粺米十斗問惡粟幾何

答曰二十四斗六升八十一分升之七十四

術曰置糲米九斗以九乘之爲法亦置粺米十斗以十乘之又以惡粟二十斗乘之爲實實如法得一斗按此術置今有求粺米十斗以糲米率十乘之與糲率九而一即糲亦化爲惡粟矣此亦重今有之義爲術之意猶絡絲也雖各有率不問中間故令後實乘前實後法乘前法而并除之也

今有善行者行一百步不善行者行六十步今不善行者先行一百步善行者追之問幾何步及之

答曰二百五十步

術曰置善行者一百步減不善行者六十步餘四十步以爲法以善行者之一百步乘不善行者先行一百步爲實實如法得一步按此術以六十步減一百步餘四十步即不善行者先行率也善行者行一百步追及率約之追及率得五先行率得二於今有術不善行者先行一百步爲所有數五爲所求率二爲所有率而今有之得追及步也

今有不善行者先行十里善行者追之一百里先至不善行者二十里問善行者幾何里及之

荅曰三十三里少半里

術曰置不善行者先行十里以善行者先至二十里增之以爲法以不善行者先行十里乘善行者一百里爲實實如法得一里按此術不善行者既先行十里後不及二十里并之得三十里也謂之先行者善行者一百里爲追及率約之先行率得三三爲所有率而今有之即得也其意如上術

今有兎先走一百步犬追之二百五十步不及三十步而止問犬不止復行幾何步及之

荅曰一百七步七分步之一

術曰置兎先走一百步以犬走不及三十步減之餘爲法以不及三十步乘犬追步數爲實實如法得一步按此術以不及三十步減先走一百步餘七十步爲兎先走率犬行二百五十步爲追及率約之先走率得七追及率得二十五於今有術不及三十步爲所有數二十五爲所求率七爲所有率而今有之即得也

今有人持金十二斤出關關稅之十分而取一今關取金二斤償錢五千問金一斤

值錢幾何

荅曰六千二百五十

術曰以十乘二斤以十二斤減之餘爲法以十乘五千爲實實如法得一按此術置十二斤以一乘之十而一得一斤五分斤之一即所當稅者也減二斤餘即調取盈金以盈除所償錢即金值也今術既以十二斤爲所稅則是以十爲母故以十乘二斤及所償錢通其率於今有術五千錢爲所有數十爲所求率八爲所有率而今有之即得也

今有客馬日行三百里客去忘持衣日已三分之一主人乃覺持衣追及與之而還至家視日四分之三問主人馬不休日行幾何

荅曰七百八十里

術曰置四分日之三除三分日之一按此術置四分日之三除三分日之一者除即減也減之餘有十二分之五即是主人追客還用日率也半其餘以爲法去其還存其往率之者子不可半故倍母二十副置法增三分日之一法二十四分之五者主人往追用日之分也三分之一者客去主人未覺之前獨行用日之分也并連此數得二十四分日之十三則主人追及前用日之分也是爲客用日率也然則主人用日率者客馬行率也客用日率者主人馬行率也母同則子齊是爲客馬行率五主人馬行率十三於今有術三百里爲所有數十三爲所求率五爲所有率而今有之即得也以三百里乘之爲實實如法得主

人馬一日行欲知主人追客所行里者以三百里乘主人均行日分子十三以母二十四而一得一百六十二里半以此乘主人均行日分母二十四如客馬與主人均行用日分子五而一亦得主人馬一日行七百八十里也

今有金箠長五尺斬本一尺重四斤斬末一尺重二斤問次一尺各重幾何

荅曰末一尺重二斤

次一尺重二斤八兩

次一尺重三斤

次一尺重三斤八兩

次一尺重四斤

術曰令末重減本重餘即差率也又置本重以四間乘之爲下第一衰副置以差率減之每尺各自爲衰按此術五尺有四間者有四差也令本末相減餘即四差之凡數也以四約之即得每尺之差以差數減本重餘即次尺之重也爲術所置如是而已今此率以四爲母故令母乘本爲衰通其率也亦可置末重以四間乘之爲上第一衰以差重率加之爲次下衰也副置下第一衰以爲法以本重四斤徧乘列衰各自爲實實如法得一斤以下第一衰爲法以本重乘其分母之數而又反此率乘本重爲實一乘一除勢無損益故惟本存焉衆衰相推爲率則其餘可知也亦可副置末衰爲法而以末重二斤乘

列衰爲實此雖迂迴然是其舊故就新而言之也

今有五人分五錢令上二人所得與下三人等問各得幾何

荅曰

甲得一錢六分錢之二

乙得一錢六分錢之一

丙得一錢

丁得六分錢之五

戊得六分錢之四

術曰置錢錐行衰按此術錐行者謂如立錐初一次二次三次四次五各均爲一例者也并上二人爲九并下三人爲六六少於九三數不得等但以五四三二一爲率也以三均加焉副并爲法以所分錢乘未并者各自爲實實如法得一錢其差三均加上部則得二三均加下部則得三此問者令上二人與下三人等上下部差一人三下部猶差一人差得一以通於本率即上下部等也於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率五錢爲所有數而令有之即得等耳假令七人分七錢欲令上二人與下五人等則上下部差三人并上部爲十三下部爲十五下多上少下不足減上當以上下部列差而後均減乃合所問耳此可像下術令上

二人分二錢半爲上率令下三人分二錢半爲下率上下二率以少減多餘爲實置二人三人各半之減五人餘爲法實如法得一錢即衰相去也下衰率六分之五者丁所得錢數也

今有竹九節下三節容四升上四節容三升問中間二節欲均容各多少

答曰

下初一升六十六分升之二十九

次一升六十六分升之二十二

次一升六十六分升之一十五

次一升六十六分升之八

次一升六十六分升之一

次六十六分升之六十

次六十六分升之五十三

次六十六分升之四十六

次六十六分升之三十九

術曰以下三節分四升爲下率以上四節分三升爲上率此二率者各其平率也上下率以少減多餘爲實按此上下節各分所容爲率者各其平率上下以少減多者餘爲中間五節半之凡差故以爲實也置四節三節各半之以減九節餘爲法實如法得一升即衰相去也按此術上下節所容已定之節中間相去節數也實者中間五節半之凡差也故實如法而一則每節之差也下率一升少半升者下第二節容也一升少半升者下三節通分四升之平率平率即爲中分節之容也

今有鳧起南海七日至北海鴈起北海九日至南海今鳧鴈俱起問何日相逢

荅曰三日十六分日之十五

術曰并日數爲法日數相乘爲實實如法得一日按此術置鳧七日一至鴈九日一至齊其至同其日定六十三日鳧九至鴈七至今鳧鴈俱起而問相逢者是爲共至并齊以除同即得相逢日故并日數爲法者并齊之意日數相乘爲實者猶以同爲實也一日鳧飛七分至之一鴈飛九分至之一齊而同之鳧飛定日行六十三分至之九鴈飛定日行六十三分至之七是爲南北海相去六十三分鳧日行九分鴈日行七分也并鳧鴈一日所行以除南北相去而得相逢日也

今有甲發長安五日至齊乙發齊七日至長安今乙發已先三日甲乃發長安問幾何日相逢

答曰二日十二分日之一

術曰并五日七日以爲法按此術并五日七日爲法者猶并齊爲法置甲五日一至乙七日一至齊而同之定三十五日甲七至乙五至并之爲十二至者用三十五日也謂甲乙與發之率耳然則日化爲至當除日故以爲法也以乙先發二日減七日減七日者言甲乙俱發今以發爲始發之端於本道里則餘分也餘以乘甲日數爲實七者長安去齊之率也五者後發相去之率也今問後發故舍七用五以乘甲五日爲二十五日言甲七至乙五至更相去用此二十五日也實如法得一日一日甲行五分至之一乙行七分至之一齊而同之甲定日行三十五分至之七乙定日行三十五分至之五是爲齊去長安三十五分甲日行七分乙日行五分也今乙先行發二日已行十分餘相去二十五分故減乙二日餘令相乘爲二十五分

今有一人三日爲牡瓦三十八枚一人二日爲牝瓦七十六枚今令一人一日作瓦牝牡相半問成瓦幾何

答曰二十五枚少半枚

術曰并牝牡爲法牝牡相乘爲實實如法得一枚此術亦與鳧鴈術同牝牡瓦相并猶如鳧鴈日飛相并也臣淳風等謹按此術并牝牡爲法者并齊之意牝牡相乘爲實者猶以同爲實也故實如法即得也

今有一人一日矯矢五十一人一日羽矢三十一人一日筈矢十五今令一人一日自

矯羽箭問成矢幾何

荅曰八矢少半矢

術曰矯矢五十用徒一人羽矢五十用徒一人太半人箭矢五十用徒三人少半人并之得六人以爲法以五十矢爲實實如法得一矢按此術言成矢五十用徒六人一日工也此同功其作箭是爲其至之類亦以同爲實并齊爲法可令矢互乘一人爲齊矢相乘爲同今此令同於五十矢矢同則徒齊其歸一也以此術爲是鵠者當鵠飛九日而一至是鵠七日而一至七分至之二并之得二百七分至之二以爲法以九日爲實實如法而一得一人日矯矢之數也

今有假田初假之歲三畝一錢明年四畝一錢後年五畝一錢凡三歲得一百問田幾何

荅曰一頃二十七畝四十七分畝之三十一

術曰置畝數及錢數令畝數互乘錢數并以爲法畝數相乘又以百錢乘之爲實實如法得一畝按此術言畝數乘錢者齊其錢畝數相乘者可其畝同於六十則錢同也凡三歲得錢一百爲所有數同畝爲所求率今有之即得也齊其錢同其畝率如是爲術於今有術百錢爲所有數同畝爲所求率并齊爲所有率臣淳風等按假田六十畝初歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二并之得錢四十七是爲得田六十畝三歲皆治於今有術百錢爲所有數六十畝爲所求

率四十七爲所有率而今有之卽合問也

今有程耕一人一日發七畝一人一日耕三畝一人一日耰種五畝今令一人一日自發耕耰種之問治田幾何

荅曰一畝一百一十四步七十一分步之六十六

術曰置發耕耰畝數令互乘人數并以爲法畝數相乘爲實實如法得一畝此術卽爲術也　臣淳風等謹按此術亦發耕耰種畝數互乘人者齊其人畝數相乘者同其畝故并齊爲法以同爲實計田一百五畝發用十五人耕用三十五人種用二十一人并之得七十一工治得一百五畝故以爲實而一人一日所治故以人數爲法除之卽得也

今有池五渠注之其一渠開之少半日一滿次一日一滿次二日半一滿次三日一滿次五日一滿今皆決之問幾何日滿池

荅曰七十四分日之十五

術曰各置渠一日滿池之數并以爲法按此術其一渠少半日滿者是一日三日五分滿之二也次三日滿者是一日三分滿之一也次一日一滿次二日半滿者是一滿者是一日五分滿之一也并之得四滿十五分滿之十四也以一日爲實實如法得一日此術增失之術也先令同於一日日同則滿齊自是爲至此其爲同齊有二術焉可隨率宜也其一術列置日數

及滿數其一渠少半日滿者是一日三滿也次一日一滿次二日半滿者是五日二滿次三日一滿次五日一滿此謂之列置日數及滿數也亦如鳧舄術也臣淳風等按此其一渠少半日滿池者是一日三滿池也次一日一滿次二日半滿者是五日再滿次三日一滿次五日一滿此謂列置日數於右行及滿數於左行以日互乘滿者齊其滿日數相乘者同其日滿齊而日同故并齊以除同即得也

今曰互相乘滿并以爲法日數相乘爲實實如法得一日

今有人持米出三關外關三而取一中關五而取一內關七而取一餘米五斗問本持米幾何

荅曰十斗九升八分升之三

術曰置米五斗以所稅者三之五之七之爲實以餘不稅者二四六互相乘爲法實如法得一斗此亦重今有術也所稅者謂今所當稅之定三五七皆爲所求率二四六皆爲所有率置今有餘米五斗以七乘之六而一即內關末稅之本米也又以三乘之二而一即外關末稅之本米也今從末求本不問中間故令中率轉相乘而同之亦如絡絲術又一術外關三而取一則其餘本米三分之二也求外關所稅之餘則當置三乘之二而一欲知中關以四乘之五而一欲知內關以六乘之七而一凡餘分者乘其母而以三五七相乘得一百五爲分母二四六相乘得四十八爲分子約而言之則是餘米於本所持三十五分之十六也於今有術餘米五斗爲所有數分母三十五爲所求率分子十六爲所有率也

今有人持金出五關前關二而稅一次關三而稅一次關四而稅一次關五而稅一次關六而稅一并五關所稅適重一斤問本持金幾何

荅曰一斤三兩四銖五分銖之四

術曰置一斤通所稅者以乘之爲實亦通其不稅者以減所通餘爲法實如法得一斤此意猶上術也置一斤通所稅者謂令二三四五六相乘爲分母七百二十也通其所不稅者謂令所稅之餘一二三四五相乘爲分子一百二十也約而言之是爲餘金於本所持六分之一也以子減母凡五關所稅六分之五也於今有術所稅一斤爲所有數分母六爲所求率分子五爲所有率此亦重今有之義又雖各有率不問中間故令中率轉相乘而連除之即得也置一以爲持金之本率以稅率乘之除之則其率亦成積分也

九章算術卷第六終

九章算術卷六訂訛

休寧　戴　震　東原

臣淳風等謹按爲衰於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率以賦卒人數爲所有數此術以別考則意同以廣異聞故存之也爲衰二字上有脫文當云各令居所及行道日數約縣卒爲衰

計經賦之率既有戶算之率亦有遠近貴賤之率此二率者各自相與通通則甲二十乙十二丙七丁十三戊五一斛之費謂之錢率錢率約戶率者則錢爲母戶爲子子不齊令母互乘爲齊即衰也若其不然以一斛之費約戶數取衰並有分當通分內子約之於算甚繁此一章皆相與通功共率畧相依似以上二率下一率亦可放此從其簡易而已又以分言之使甲一戶出二十分斛之一乙一戶出十八分斛之一各以戶數乘之亦可得一縣凡所當輸俱未衰也乘之者乘其子母報除之以此觀之則以一斛之費約戶數者其意不異矣然則可置一斛之費而反衰之約戶以乘戶數爲衰也合分注曰母除爲率率乘子爲齊反衰注曰先同其母各以分母約其子爲反衰施其率爲算既約且不妨處下也計經賦之率至此多外誤不可通

術曰以下三節分四升爲下率以上四節分三升爲上率謂之率者以四節三節爲分母三升四升爲分子母互乘子得上率九下率十六母相乘得十二

上下率以少減多餘爲實十六減九餘七

置四節三節各半之以減九節餘爲法實如法得一升即衰相去也以十二通五節半得六十六爲一升之率

九章算術卷七

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等 奉勅注釋
魏 劉 徽 注

盈不足 以御隱雜互見

今有共買物人出八盈三人出七不足四問人數物價各幾何

荅曰七人

物價五十三

今有共買鷄人出九盈十一人出六不足十六問人數鷄價各幾何

荅曰九人

鷄價七十

今有共買璡人出半盈四人出少半不足三問人數璡價各幾何

荅曰四十二人

璡價十七

今有共買牛七家共出一百九十不足三百三十九家共出二百七十盈三十問家數牛價各幾何

荅曰一百二十六家

牛價三千七百五十　按此術并盈不足者爲衆家之差故以爲實置所出率各以家數除之各得一家所出率以少減多者得一家之差以除即家數以出率

乘之減盈故得牛價也

盈不足　按盈者謂之朒不足者謂之朒所出率謂之假令盈朒維乘兩設者欲爲齊同之意

術曰盈不足相與同共買物者置所出率盈不足各居其下令維乘所出率并以爲實并盈不足爲法

據共買物人出八盈三人出七不足四齊其假令同其盈朒盈朒俱十二通計齊則不盈不朒之正數故可并以爲實并盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令亦朒十二并七假令合爲一實故并三四爲法

有分者通之若兩設有分者齊其了同其母此問兩設俱見零分故齊其了同其母

副置所出率以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數

令下維乘上訖以同約之不可約故以乘同之所出率以少減多者餘謂之設差以爲少設則并盈朒是爲定實故以少設約法則爲人數約實則爲物價盈朒當與少設相通不可偏約亦當分母乘設差爲約法實

其一術曰并盈不足爲實以所出率以少減多餘爲法實如法得一人以所出率

乘之減盈增不足卽物價此術意謂盈不足爲衆人之差以所出率以少減多餘爲一人之差以一人之差約衆人之差故得人數也

今有共買金人出四百盈三千四百人出三百盈一百問人數金價各幾何

荅曰三十三人

金價九千八百

今有共買羊人出五不足四十五人出七不足三問人數羊價各幾何

荅曰二十一人

羊價一百五十

術曰兩盈兩不足相與同共買物者置所出率盈不足各居其下令維乘所出率以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數按此術兩盈者兩設皆過於正數兩不足不足亦稱兩盈而或有勢同而情違者當其爲實俱令不足其相乘減則遺其所不足爲故其餘所以爲實者無幾數以損焉蓋出而有餘兩盈而設皆過於正數設令與共買物人出八盈三人出九盈十齊其數令同其兩盈兩盈與三十來齊則兼去其餘所以爲實者無盈數兩盈以少減多餘爲法齊之八十者是十數令

面凡盈三十是三以十齊之齊之二十七者是三假令面凡盈三十是十以三齊之兩盈共十三以三減十餘七假令爲一實故令以三減十餘七爲法所出率以少減多餘謂之設差因設差爲少設則兩盈之差是爲定實故以少設約法則爲人數約實則得物價

其一術曰置所出率以少減多餘爲法兩盈兩不足以少減多餘爲實實如法而一得人數以所出率乘之減盈增不足即物價置所出率以少減多得一人之差兩盈兩不足相減餘爲衆人之差故以一人之差除之得人數以所出率乘之減盈增不足即物價

今有共買豕人出一百盈一百人出九十適足問人數豕價各幾何

荅曰一十人

豕價九百

今有共買犬人出五不足九十人出五十適足問人數犬價各幾何

荅曰二人

犬價一百

盈適足不足適足

術曰以盈及不足之數爲實置所出率以少減多餘爲法實如法得一人其求物

價者以適足乘人數得物價盈不足數爲實者數單見即衆人差故以爲實所出率以少減多者餘即一人差故以爲法以除衆人差得人數以適足乘人數即得物價也　此術意謂所出率以少減多者餘是一人不足之差不足數爲衆人之差以一人差約之故得人之數也

今有米在十斗桶中不知其數滿中添粟而舂之得米七斗問故米幾何

荅曰二斗五升

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升按桶受一斛若使故米二斗須添粟八斗以滿之八斗得糲米四斗八升課於七斗是爲不足二升若使故米三斗須添粟七斗以滿之七斗得糲米四斗二升課於七斗是爲有餘二升以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意實如法即得故米斗數乃不盈不朒之正數也

今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何

荅曰五日十七分日之五

瓜長三尺七寸十七分寸之一

瓠長五尺二寸十七分寸之十六

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸按假令五日不足五寸者瓜生五日下垂蔓三尺五寸瓠

生五日上延蔓五尺課於九尺之垣是爲不足五寸命之六日有餘一尺二寸者若使瓜生六日下垂蔓四尺二寸瓠生六日上延蔓六尺課於九尺之垣是爲有餘一尺二寸以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意實如法而一即設差不盈不朒之正數即得日數以瓜瓠一日之長乘之故各得其長之數也

今有蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲生日自半莞生日自倍問幾何日而長等

荅曰二日十三分日之六

各長四尺八寸十三分寸之六

術曰假令二日不足一尺五寸命之三日有餘一尺七寸半按假令二日不足一尺五寸者蒲生二日長四尺五寸莞生二日長三尺是爲未相及一尺五寸故曰不足令之三日有餘一尺七寸半者蒲增前七寸半莞增前四尺是爲過一尺七寸半故曰有餘以盈不足乘除之又以後一日所長各乘日分子如日分母而一者各得日分子之長也故各增二長即得其數

今有垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日一尺小鼠亦日一尺大鼠日自倍小鼠日自半問幾何日相逢各穿幾何

荅曰二日十七分日之二

大鼠穿三尺四寸十七分寸之十二

小鼠穿一尺五寸十七分寸之五

術曰假令二日不足五寸令之三日有餘三尺七寸半大鼠日倍二日合穿三尺小鼠日自半合穿一尺五寸并大鼠所穿合尺五寸課於垣厚五尺是爲不足五寸令之三日大鼠穿得七尺小鼠穿得一尺七寸半并之以減垣厚五尺有餘三尺七寸半以盈不足術求之卽得以後一日所穿乘日分子如日分母而一卽各得日分子之中所穿故各增二日定穿卽合所問也

今有醇酒一斗直錢五十行酒一斗直錢一十令將錢三十得酒二斗問醇行酒各得幾何

荅曰醇酒二升半

行酒一斗七升半

術曰假令醇酒五升行酒一斗五升有餘一十令之醇酒二升行酒一斗八升不足二據醇酒五升直錢二十五行酒一斗五升直錢十五課於三十是爲有餘十據醇酒二升直錢一十行酒一斗八升直錢一十八課於三十是爲不足二以盈不足術求之此問已有重說及其齊同之意也

今有大器五小器一容三斛大器一小器五容二斛問大小器各容幾何

荅曰大器容二十四分斛之十三

小器二十四分斛之七

術曰假令大器五斗小器亦五斗盈十斗令之大器五斗五升小器二斗五升不足二斗按大器容五斗大器五容二斛五斗以減三斛餘五斗即小器一所容故曰小器亦五斗小器五容二斛五斗大器一合爲三斛課於兩斛乃多十斗令之大器五斗五升大器五合容二斛七斗五升以減三斛餘二斗五升即小器一所容故曰小器二斗五升大器一容五斗五升小器五合容一斛二斗五升合爲一斛八斗課於二斛少二斗故曰不足二斗以盈不足維乘之各并爲實并盈不足爲法除之

今有漆三得油四油四和漆五今有漆三斗欲令分以易油還自和餘漆問出漆得油和漆各幾何

荅曰出漆一斗一升四分升之一

得油一斗五升

和漆一斗八升四分升之三

術曰假令出漆九升不足六升令之出漆一斗二升有餘二升按此術三斗之漆出九升得油一斗二升可和漆一斗五升餘有二斗一升則六升無油可和故曰不足六升令之出漆一斗二升則易得油一斗六升可和漆二斗於三斗之中已出一斗二升餘有

一斗八升見在油合和得漆二斗則是有餘二升以盈不足維乘之爲實并盈不足爲法實如法而一得出漆升數求油及和漆者四五各爲所求率四三各爲所有率而今有之即得也

今有玉方一寸重七兩石方一寸重六兩今有石立方三寸中有玉并重十一斤問玉石重各幾何

荅曰玉十四寸重六斤二兩

石十三寸重四斤十四兩

術曰假令皆玉多十三兩令之皆石不足十四兩不足爲玉多爲石各以一寸之重乘之得玉石之積重立方三寸是一面之方計積二十七寸玉方一寸重七兩石方一寸重六兩是爲玉石重差一兩假令皆玉合有一百八十九兩課於十一斤有餘十三兩玉重而石輕故有此多即二十七寸之中有十三寸寸損一兩則以爲石重故言多爲石言多之數出於石以爲玉假令皆石合有一百六十二兩課於十一斤少十四兩故曰不足此不足即以重爲輕故令減少數於石重即二十七寸之中有十四寸寸增一兩則以爲玉重也

今有善田一畝價三百惡田七畝價五百今并買一頃價錢一萬問善惡田各幾何

荅曰善田十二畝半

惡田八十七畝半

術曰假令善田二十畝惡田八十畝多一千七百一十四錢七分錢之二令之善田十畝惡田九十畝不足五百七十一錢七分錢之三按善田二十畝直錢六千惡田八十畝直錢五千七百一十四七分錢之二課於一萬是多一千七百一十四錢七分錢之二令之善田十畝直錢三千惡田九十畝直錢六千四百二十八七分錢之四課於一萬是爲不足五百七十一錢七分錢之三以盈不足術求之也

今有黃金九枚白銀十一枚稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何

荅曰金重二斤三兩十八銖銀重一斤十三兩六銖

術曰假令黃金三斤白銀二斤十一分斤之五不足四十九於右行令之黃金二斤白銀一斤十一分斤之七多十五於左行以分母各乘其行內之數以盈不足維乘所出率并以爲實并盈不足爲法實如法得黃金重分母乘法以除得銀重約之得分也按此術假令黃金九白銀十一俱重二十七斤金九約之得三斤銀十一約之得二斤十一分斤之五各爲金銀一枚重數就金重二十七斤之中減一金之重以益銀銀重二十七斤之中減一銀之重以益金則金重二十六斤十一分斤之五銀重二十七斤十一分斤之六以少減多則金輕十七

兩十一分兩之五課於十三兩多四兩十一分兩之五通分內子言之是爲不足四十九又令之黃金九一枚重二斤九枚重十八斤白銀十一亦合重十八斤也乃以十一除之得一枚一斤十一分斤之七爲銀一枚之重數今就金重十八斤之中減一一枚金以益銀復減一枚銀以益金則金重十七斤十一分斤之七銀重十八斤十一分斤之四以少減多卽金輕十一分斤之八課於十三兩少一兩十一分兩之四通分內子言之是爲多十五以盈不足術求之實如法得金重分母乘法以除者謂銀兩分母同須通法而後乃除得銀重餘皆約之者術省故也

今有良馬與駑馬發長安至齊齊去長安三千里良馬初日行一百九十三里日增十三里駑馬初日行九十七里日減半里良馬先至齊復還迎駑馬問幾何日相逢及各行幾何

荅曰十五日一百九十一分日之一百三十五而相逢

良馬行四千五百三十四里一百九十一分里之四十六

駑馬行一千四百六十五里一百九十一分里之一百四十五

術曰假令十五日不足三百三十七里半令之十六日多一百四十里以盈不足維乘假令之數并而爲實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者以等數除之而命分求良馬行者十四乘益疾里數而半之加良馬初日之行里數以乘日分子如日分母而一所得及其不盡而命分加於前良馬凡行里數卽

得來駑馬行者以十四乘半里以減駑馬初日之行里數餘以并初日之行又半之乘十五日得駑馬十五日之凡行又以十五日乘半里以減駑馬初日之行餘以乘日分子如日分母而一所得加前里即駑馬定行里數其奇半里者爲半法以半法增殘分即得其不盡者而命分按令十五日不足三百三十七里半者據良馬十五日凡行四千二百六十里除先去齊三千里定還迎駑馬一千二百六十里駑馬凡十五日凡行一千四百二里半并良駑二馬所行得二千六百六十二里半課於三千里少三百三十七里半故曰不足令之十六日多一百四十里者據良馬十六日凡行四千六百四十八里先除去齊三千里定還迎駑馬一千六百四十八里駑馬十六日凡行一千四百九十二里并良駑二馬所行得三千一百四十里課於三千里餘有一百四十里故謂之多也以盈不足維乘假令之數并而爲實并盈不足爲法實如法而一得日數者即設差不盈不朒之正數以二馬初日所行里乘十五日爲十五日平行數求初末盈疾減遲之數者并一與十四以十四乘而半之爲中平之積又令益疾減遲里數乘之各爲減益之中平里數故各減益平行數得十五日定行里若求後一日以十六日之定行里數乘日分子如日分母而一各得日分子之定行里數故各并十五日定行里即得其駑馬奇半里者法爲全里之分故破半里爲半法以增殘分即合所問也

今有人持錢之蜀賈利十三初返歸一萬四千次返歸一萬三千次返歸一萬二千次返歸一萬一千後返歸一萬凡五返歸錢本利俱盡問本持錢及利各幾何

荅曰本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六

利二萬九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬

六千四百一十七

術曰假令本錢三萬不足一千七百三十八錢半令之四萬多三萬五千三百九十錢八分按假令本錢三萬并利爲三萬九千除初返歸留餘加利爲三萬一千五百除二返歸留餘又加利爲二萬五千三百五十除第三返歸留餘又加利爲一萬七千三百五十五除第四返歸留餘又加利爲八千二百六十一錢半除第五返歸留合一萬錢不足一千七百三十八錢半若使本錢四萬并利爲五萬二千除初返歸留餘加利爲四萬九千四百除第二返歸留餘又加利爲四萬七千三百二十除第三返歸留餘又加利爲四萬五千九百一十六除第四返歸留餘又加利爲四萬五千三百九十錢八分除第五返歸留合一萬餘三萬五千三百九十錢八分故曰多又術置後返歸一萬以十乘之十三而一即後所持之本加一萬一千又以十乘之十三而一即第四返之本加一萬二千又以十乘之十三而一即第三返之本加一萬三千又以十乘之十三而一即第二返之本加一萬四千又以十乘之十三而一即初持之本并五返之錢以減之即利也

九章算術卷七終

九章算術卷七訂訛

休寧 戴震 東原

副置所出率以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數此術前列四問本通爲一徵注辭不達意據第二問人出九盈十一人出六不足十六以十六互乘九得一百四十四以十一互乘六得六十六并之二百一十爲實所謂相與同共買物者置所出率盈不足各居其下令維乘所出率并以爲實也盈十一及不足十六并之二十七爲法所謂并盈不足爲法也於出九減出六餘三以三約實二百一十得價七十以三約法二十七得九人所謂副置所出率以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數也其第一問所出率相減餘一則法實無庸約故維乘并之徑得物價并盈不足徑得人數偶省一算耳第三問人出半盈四人出少半不足三半即二分之一少半即三分之一也又即爲二人共出一盈四三人共出一不足三以二分通三之一得二以三分通二之一得三是奢其子也二分三分相乘得六是同其母也以盈四互乘二得八以不足三互乘三得九并之十七爲實是盈不足維乘所出率并以爲實也盈四及不足三并而爲七以分母相乘所得六通而齊之得四十二爲法是并盈不足爲法也三三相減餘一以約法實亦無庸約故徑得物價八數第四問七家共出一百九十不足三百三十九家共出二百七十盈三十以九家互乘一百九十得一千七百一十以七家互乘二百七十得一千八百九十盈三十以齊其子也七家九家相乘得六十三貫之同其母也以盈三十互乘一千七百一十得五萬一千三百以不足三百三十互乘一千八百九十得六十二萬三千七百并之六十七萬五千爲實是盈不足維乘所出率并以爲實也盈三十及不足三百三十并而爲三百六十以六十三通而齊之得二萬二千六百八十爲法是并盈不足爲法也於一千八百九十減一千七百一十餘一百八十以一百八十約實六十七萬五千得價三千七百五十以一百八十約法二萬二千六百八十得一百二十六家是副置所出率以少減多餘以約法實也三四兩問皆所謂有分者通之也

按此術兩盈者兩設皆逾於正數兩不足者兩設皆不足於正數其所以變化則兩不足亦猶兩盈而或有勢同而情違者當其爲實俱令不足其相乘減則遠其所不足焉故其餘所以爲實者無朒數以損焉蓋出而有餘兩盈兩設皆逾於正數以上訛舛不可通

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得故米斗數

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得日數

術曰假令二日不足一尺五寸令之三日有餘一尺七寸半此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者等數約之而命分以後一日所長乘日分子如日分母而一各增二大爲二物共長齊等之數

術曰假令醇酒五升行酒一斗五升有餘一十令之醇酒二升行酒一斗八升不足二此下有脫文當云各以盈不足維乘之并爲實并盈不足爲法實如法而一得二酒之數

術曰假令一十五日不足三百三十七里半令之一十六日多一百四十里以盈不足維乘假令之數并而爲實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者以等數除之而

命分此下有脫文當云求二馬各行里數以一十五日初末之行并而半之一十五乘之又以後一日之定行乘日分子日分母爲法而一各加於前破半里爲半法以入爲分

求良馬行者一十四乘益疾里數而半之加良馬初日之行里數此下有脫文當云以一十五日得一十五日之凡行又以一十五日乘益疾里數加良馬初日之行

九章算術卷八

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅撰

方程以御錯糅正負

今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問上中下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉九斗四分斗之一

中禾一秉四斗四分斗之一

下禾一秉二斗四分斗之三

方程程課程也羣物總雜各列有數總言其實令每行爲率二物者再程三物者三程皆如物數程之並列爲行故謂之方程行之左右無所同存且爲有所據而言耳此都術也以空言難曉故特繫之禾以決之又列中行如右行也

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗於右方中左禾列如右方以

右行上禾徧乘中行而以直除爲術之意令少行減多行反覆相減則頭位必先盡上無一位則此行亦闕一物矣然而舉率以相減不害餘數之課也若消去頭位則下去一物之實如是疊令左右行相減審其正負則可得而知先令右行上禾乘中行爲齊同之意爲齊同者謂中行上禾亦乘右行也從簡易雖不言齊同以齊同之意觀之其義然矣又乘其次亦以直除復去左行首然以中行中禾不盡者徧乘左行中禾也左方下禾不盡者上爲法下爲實實即下禾之實上中禾皆去故餘數是下禾實非但一乘欲約衆乘之實當以禾乘數爲法列此下禾之乘實乘兩行以直除則下禾之位自決矣各以其餘一位之乘除其下實即斗數矣用算繁而不省所以別不爲法約也然猶如自用其舊廣異法也求中禾以法乘中行下實而除下禾之實此謂中下兩禾實下禾一乘實數先見將中乘求中禾其列實以減下實而左方下禾不唯一乘下禾實既以法爲母則中行下實不以法爲母於率不通故先以法乘其實而同之俱令法爲母而除下禾實以下禾先見之實令乘下禾乘數即得下禾一位之列實減於下實則其數是中禾之實也餘如中禾乘數而一即中禾之實餘中禾一位之實也故以一位求上禾亦以法乘右行下實而除下禾中禾之實此右行三禾其實令三位之實故以二位乘數約之乃得上禾一乘之實此右行三禾其實合中下禾之實其數並乘數約之乃得一乘之實也見以中下禾先見之實令乘右行中下禾乘數以減之故亦如前各求列實以減下實也餘如上禾乘數而一即上禾之實實皆如法各得一斗三實同用不滿法者以法命之母實皆當除之

今有上禾七乘損實一斗益之下禾二乘而實十斗下禾八乘益實一斗與上禾二乘

而實十斗問上下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉實一斗五十二分斗之十八

下禾一秉實五十二分斗之四十一

術曰如方程損之曰益益之曰損問者之辭雖以損益爲義今按實云上禾七秉下禾二秉實十一斗上禾二秉下禾八秉實九斗也損之曰益言損一斗餘當十斗今欲全其實當加所損也益之曰損言益實一斗乃滿十斗今欲加本實當減所加即得也損實一斗者其實過十斗也益實一斗者其實不滿十斗也重論損益數者各以損益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問上中下禾實一秉各幾何

答曰

上禾一秉實二十五分斗之九

中禾一秉實二十五分斗之七

下禾一秉實二十五分斗之四

術曰如方程各置所取置上禾二秉爲右行之上中禾三秉爲中行之中下禾四秉爲左行之下所取一秉及實一斗各從其位諸行相借取之物皆依此例以正負術入之

正負術曰今兩算得失相反要令正負以名之正算赤負算黑否則以邪正爲異使赤黑相消奪之於算或減或益同行異位殊爲二品各有并減之差見於下焉著此二條特繫之禾以成此二條之意故赤黑相雜足以定上下之程減益雖殊足以通左右之數差實雖分足以應同異之率然則其正無入負之負無入正之其率不妄也

同名相除此爲以赤除赤以黑除黑行求相減者爲法頭位也然則頭位同名者當用下條此條頭位異名者當用下條

異名相益益行減行當各以其類矣其異名者非其類也非其類者猶無對也非所得減也故赤用黑對則除黑無對則除赤赤黑并於本數此爲相益之皆所以爲消奪消奪之與減益成一實也術本取要必除行首至於他位不嫌多少故或令相減或令相并理無同異一也

正無入負之負無入正之無入爲無對也無所得減則使消奪者居位也其當以列實或減下實而中行正負雜者亦用此條此條者同名減實異名益實正無入負之負無入正之也

其異名相除同名相益正無入正之負無入負之此條異名相除爲例故亦與上條互取凡正負所以記其同異使二品互相取而已矣言負者未必負於少言正者未必正於多故每一行之中雖復赤黑異算無傷然則可得使頭位常相與異名此條之實兼通矣遂以二條反覆一率觀其每與上下互相取位則隨算而言耳猶一術也又本設諸行欲因減數以相去耳故其多少無限令上下相命而已若以正負相減如數有舊增法者每行可均之不但數物左右之也

今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問

上下禾實一秉各幾何

荅曰

上禾一秉五升

下禾一秉二升

術曰如方程置上禾五秉正下禾七秉負損實一斗一升正言上禾五秉之實多減其一斗一升餘是與下禾七秉相當數也故互其算令相折除以一斗一升爲差爲差者上禾之餘實也次置上禾七秉正下禾五秉負損實二斗五升正以正負術入之按正負之術本設列行物程之數不限多少必令與實上下相次而以每行各自爲率然而或減或益同行異位殊爲二品并或之差見於下也

令有上禾六秉損實一斗八升當下禾十秉下禾十五秉損實五升當上禾五秉問上下禾實一秉各幾何

荅曰

上禾一秉實八升

下禾一秉實三升

術曰如方程置上禾六秉正下禾十秉負損實一斗八升正次置上禾五秉負下禾十五秉正損實五升正以正負術入之言上禾六秉之實多減損其一斗八升餘是與下禾十秉相當之數故亦互其算而以一斗八升爲差實差實者下禾之餘實

今有上禾三秉益實六斗當下禾十秉下禾五秉益實一斗當上禾二秉問上下禾實一秉各幾何

荅曰

上禾一秉實八斗

下禾一秉實三斗

術曰如方程置上禾三秉正下禾十秉負益實六斗正次置上禾二秉負下禾五秉正益實一斗正以正負術入之言上禾三秉之實少益其六斗然後於下禾十秉相當也故亦互其算而以六斗爲差實差實者下禾之餘實

今有牛五羊二直金十兩牛二羊五直金八兩問牛羊各直金幾何

荅曰

牛一直金一兩二十一分兩之十三羊一直金二十一分兩之二十

術曰如方程假令爲同齊頭位爲牛左右行相乘定更置牛十羊四直金二十兩左行牛十羊二十五直金四十兩牛數等同金多二十兩者羊差二十一使之然也以少行減多行則牛數盡惟羊與直金之數見可得而知也以小推大雖四五行不異也

今有賣牛二羊五以買十三豕有餘錢一千賣牛三豕三以買九羊錢適足賣羊六豕八以買五牛錢不足六百問牛羊豕價各幾何

荅曰

牛價一千二百

羊價五百

豕價三百

術曰如方程置牛二羊五正豕十三負餘錢數正次置牛三正羊九負豕三正次置牛五負羊六正豕八正不足錢負以正負術入之此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已故下無錢直也設欲以此行如方程法先令牛二徧乘左行而以右行直除之是終於下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方爲類也方將以別實加不足之數與實物作實盈不足章黃金白銀與此相當假令黃金九白銀千一稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何與此同

今有五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀一燕交而處衡適平并燕雀重一斤問燕雀一枚各重幾何

荅曰

雀重一兩十九分兩之十三

燕重一兩十九分兩之五

術曰如方程交易質之各重八兩此四雀一燕與一雀五燕衡適平并重一斤故各八兩列兩行程數左行頭位其數是一可省乘令右行徧乘左行而取其法實於左左行數多以右行取其數左頭位減盡中法下實即每枚當重宜可知也按此四雀一燕與一雀五燕其重等是三雀四燕重相當雀率重四燕率重三也諸再程之率皆可異術求之即其數也

今有甲乙二人持錢不知其數甲得乙半而錢五十乙得甲太半而亦錢五十問甲乙持錢各幾何

荅曰

甲持三十七錢半

乙持二十五錢

術曰如方程損益之此問者言一甲半乙而五十太半甲一乙亦五十也各以分母乘其全內子行定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一百五十於是乃如方程諸物有分者倣此

今有二馬一牛價過一萬如半馬之價一馬二牛價不滿一萬如半牛之價問牛馬價各幾何

荅曰

馬價五千四百五十四錢十一分錢之六

牛價一千八百一十八錢十一分錢之二

術曰如方程損益之此一馬半與一牛價直一萬也二牛半與一馬亦直一萬也一馬半與一牛通分內子右行爲三馬二牛直錢二萬二牛半於一馬通分內子左行爲二馬五牛直錢二萬也

今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至阪皆不能上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆上問武中下馬一匹各力引幾何

荅曰

武馬一匹力引二十二石七分石之六

中馬一匹力引十七石七分石之一

下馬一匹力引五石七分石之五

術曰如方程各置所借以正負術入之

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆不足如丙一綆丙四綆不足如丁一綆丁五綆不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆各得所不足一綆皆逮問井深綆長各幾何

荅曰井深七丈二尺一寸

甲綆長二丈六尺五寸

乙綆長一丈九尺一寸

丙綆長一丈四尺八寸

丁綆長一丈二尺九寸

戊綆長七尺六寸

術曰如方程以正負術入之此率初如方程爲之名各一逮井其後法得七百二十一實七十六是爲七百二十一綆而七十六逮井而戊一綆逮之數定逮七百二十一分之七十六是故七百二十一爲井深七十六爲戊綆之長舉率以言之

今有白禾二步青禾三步黃禾四步黑禾五步實各不滿斗白取青黃青取黃黑黃取黑白黑取白青各一步而實滿斗問白青黃黑禾實一步各幾何

荅曰

白禾一步實一百一十一分斗之三十三

青禾一步實一百一十一分斗之二十八

黃禾一步實一百一十一分斗之十七

黑禾一步實一百一十一分斗之十

術曰如方程各置所取以正負術入之

今有甲禾二秉乙禾三秉丙禾四秉重皆過於石甲二重如乙一乙三重如丙一丙四重如甲一問甲乙丙禾一秉各重幾何

荅曰

甲禾一秉重二十三分石之十七

乙禾一秉重二十三分石之十一

丙禾一秉重二十三分石之十

術曰如方程置重過於石之物爲負此問者言甲禾二秉之重過於一石也其過石爲之差實差實者如甲者幾何如乙一秉重矣互其算令相折除以禾餘實故置算相與同也以正負術入之此入頭位異名相除者正無入正之負無入負之也

今有令一人吏五人從者十人食雞十令十人吏一人從者五人食雞八令五人吏十人從者一人食雞六問令吏從者食雞各幾何

荅曰

令一人食一百二十二分雞之四十五

吏一人食一百二十二分雞之四十一

從者一人食一百二十二分雞之九十七

術曰如方程以正負術入之

今有五羊四犬三雞二兎直錢一千四百九十六四羊二犬六雞三兎直錢一千一百七十五三羊一犬七雞五兎直錢九百五十八二羊三犬五雞一兎直錢八百六十一問羊犬雞兎價各幾何

荅曰

羊價一百七十七

犬價一百二十一

雞價二十三

兎價二十九

術曰如方程以正負術入之

今有麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直錢一百四十麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍三斗直錢一百二十八麻三斗麥五斗菽七斗荅六斗黍四斗直錢一百一十六麻二斗麥五斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二麻一斗麥三斗菽二斗荅八斗黍五斗直錢九十五問一斗直幾何

荅曰

麻一斗七錢

麥一斗四錢

菽一斗三錢

荅一斗五錢

黍一斗六錢

術曰如方程以正負術入之此麻麥與均輸少廣章之重衰積分皆爲大事其揣於精理徒按本術者或用算而布置方好煩而喜誤曾不知其非反欲以多爲貴故其算也莫不關於設通而專於一端至於此類苟務其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁解牛游刃理間故能歷久其刃如新夫數猶刃也易簡用之則動中庖丁之理故能和神愛刃速而寡尤凡九章爲大事按法皆不盡一百算也雖布算不多然足以算多世人多以方程爲難或盡布算之象在綴正負而已未暇以論其設動無方斯膠柱調瑟之類聊復恢演爲作新術著之於此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之空言記其施用之例著策之數每舉一隅焉

方程新術曰以正負術入之令左右相減先去下實又轉去物位求其一行二物正負相借者易其相當之率又令二物與他行互相去來轉其二物相借之數卽皆相當之率也各據二物相當之率對易其數卽各當之率也更置減行及其下實各以其物本率令有之求其所同并以爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘以爲法以下實爲實實如法卽合所問也一物各以本率令有之卽皆合所問也率不通者齊之其一術曰置羣物通率爲列衰更置減行羣物之數各以其率乘之并以爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘爲法以減行下實乘列衰各自爲實實如法而一卽得以舊術爲之凡應置五行今欲要約先置第三行以減第四行及減第三行次置第二行以第二行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次以第四行減左行頭位次以左行去第

四行及第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實如法而一得空即有黍價以法減第二行得荅價在行得麥價第三行麻價右行得菽價如此凡用七十七算以新術爲此先以第四行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以左行減第三行當左下位次以第三行次以第四行去左行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行顧位次以第四行減右行菽位不足減乃止次以左行減第二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上得五下得三是菽五當荅三次以左行去第三行菽位又以減第四行及右行菽位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去左行頭位次以左行荅位餘約之上爲二下爲三次以左行去第二行下位餘上得六下得五是爲荅六當黍五次以右行去左行頭位餘上得四是爲麥三當菽四行下位次以第二行去第四行菽行下位又以減左行下位次右行去第二行下位餘上得三下得四是爲麥三當菽四次以第二行減第四行下位次以第四行去第二行下位餘上得四下得七是爲麻四當麥七即爲麻價率七而麥價率四而菽價率三又荅六當黍五即爲荅價率五而黍四又麥三當菽四即爲麥價率四而菽價率三又荅六當黍五即爲荅價率五而黍四率六而率通矣更置第三行以第四行減之餘布麻一斗菽四斗荅三斗負下實四正求其同爲麻之數以菽率三荅各乘菽荅斗數知麻率七而一菽黍價率六而率通矣更置第三行以第四行減之餘布麻一斗菽四斗荅三斗負得一斗七分斗之五正荅得二斗七分斗之一負則菽荅化爲麻以斗之分同名相從異名相消餘爲定麻七分斗之四以爲法置下實四爲實以分母乘之實得二十八而分子化爲法矣以法除得七即麻一斗之價置麥率四菽率三荅率五黍率六皆以其斗數乘之各自爲實以麻率七爲法所得即同爲麻之數亦可使置本行實與物同通之各以本率乘其所得并以爲法如此則無正負之異矣擇異同而已又可以一術爲之求其本率乘之訖令同名相從異名相消餘爲法又置下實乘列衰所得各爲實此可以實約法則不復乘列衰各以其率乘之訖令同名相從異名相消餘爲法又置下實乘列衰所得各爲實此可以實約法則不復乘列衰各

以列衰如所約知其價如此
則凡用一百二十四算也

九章算術卷八訂訛

休寧　戴　震　東原

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗於右方中左禾列如右方以右行上禾徧乘中行而以直除古字直值通用直除猶言對減也以右行上禾徧乘中行復以中行上禾徧乘右行然後可相對減古人文省故但舉一以該之

又乘其次亦以直除此謂右行上禾徧乘左行復以左行上禾徧乘右行亦相對減古人文多省畧

然以中行中禾不盡者古人單用然字不曰然後者然猶乃也徧乘左行餘如前徧乘文亦從省此以中行左行所減之

用算繁而不省所以別爲法約也然猶不如自用其舊廣異法也用法繁而不省以下訛舛衍文

益行減行當各以其類矣其異名者非其類也非其類者猶無對也非所得減也故赤用黑對則除黑無對則除赤赤黑并於本數此爲相益之皆所以爲消奪消奪之與減益成一實也此注多訛舛據方程術無論物有幾品遞減至一物乃止又以赤黑別正負首位赤減赤黑減黑者同名相除也次位以下遇赤用黑對則相益此條是也首位赤減黑黑減赤者異名相除也次位以下遇皆赤皆黑則相益後條是也由此言之注之謬顯然蓋傳寫失真後人復妄加改竄遂不可通

正無入負之入字原本訛作人下文及注並同據注云無入爲無對也無對之說亦未分曉釋方程者專爲遇空位起例而左右兩行相對減或正宜變爲負或

負宜變爲正往往不得其義例今考同名相除異名相益者如下實左右俱正所減之餘屬左行則去右行屬右行則去左行其物品以正減正餘在所去之行爲正無入以負減負餘在所去之行爲負無入以正從負爲正無入以負從正爲負無入負對空位而負數在所去之行與以負減負同例正對空位而正數在所去之行與以正從負同例此皆所謂正無入負之負無入正之也異名相除同名相益者如下實左右俱正并爲一數則無分於左右其物品以負減正餘或左或右爲正無入以正減負餘或左或右爲負無入以正從正爲正無入以負從負爲負無入正對空位與以負減正同例負對空位與以負從負同例此皆所謂正無入正之負無入負之也由是言之在所去之行則其數無入而或左或右以與無分於左右合爲一行因亦謂之無入人字乃傳寫之誤明矣今悉改正

無入爲無對也無所得減則使消奪者居位也其當以列實或減下實此句訛舛據後法內方程新術以列衰乘下實又以列衰乘尊物之數并爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消似即此所舉

此條異名相除爲例故亦與上條互取凡正負所以記其同異使二品互相取而已矣言負者未必負於少言正者未必正於多故每一行之中雖復赤黑異算無傷然則可得使頭位常相與異名此條之實兼通矣遂以二條反覆一率觀其每與上下互相取位則隨算而言耳猶一術也又本設諸行欲因減數以相去耳故其多少無限令上下相命而已若以正負相減如數有舊增法者每行可均之不但數物左右之也此注昔不分曉當由傳寫失真後人又妄加改竄遂不可通

此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已故下無錢直也設欲以此行如方程法先令牛二徧乘左行而以右行直除之是終於下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方爲類也方將以別實加不足之數與實物作實此注訛脫不分曉據術意應列三行先令右行牛二徧乘中行復令中行牛三徧乘右行而以直除得羊三十三正豕四十五負餘錢三千正此同名相除異名相益正無入負之負無入正之也次令右行牛二徧乘左行復令左行牛五徧乘右行而以直除得羊三十七正豕四十九負餘錢三千八百正此異名相除同名相益正無入正之負無入負之也重列爲左右兩行先令右行羊三十三徧乘左行復令左行羊三十七徧乘右行而以直除得豕四十八正以爲法錢一萬四千四百正爲實實如法而一得豕價三百轉減而上得羊價五百牛價一千二百此亦同名相除異名相益正無入負之負無入正之也中行下實虛缺本無庸論蓋注文傳寫失真後人又妄加改竄遂不可通

此四雀一燕與一雀五燕衡適平并重一斤故各八兩列兩行程數左行頭位其數是一可省乘令右行徧乘左行而取其法實於左左行數多以右行取其數左頭位減盡中法下實即每枚當重宜可知也按此四雀一燕與一雀五燕其重等是三雀四燕重相當雀率重四燕率重三也諸再程之率皆可異術求之即其數也此即末條所言新術以下實俱重八兩徧乘上雀燕以左雀八減右雀三十二餘二十四以右燕八減左燕四十餘三十二是爲二物正負相借因而約之雀得三燕得四乃三雀當四燕也對易其數即雀率重四而燕率重三注於此突入異術幾不解其所謂

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆不足如丙一綆丙四綆不足如丁一綆丁五綆不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆各得所不足一綆皆逮問井深綆長各幾何荅曰井深七丈二尺一寸甲綆長二丈六尺五寸乙綆長一丈九尺一寸丙綆長一丈四尺八寸丁綆長一丈二尺九寸戊綆長七尺六寸此問不言丈尺無由知井深綆長於丈尺幾何使井深半之爲三丈六尺有半寸則甲綆一丈三尺二寸半乙綆九尺五寸半丙綆七尺四寸丁綆六尺四寸半戊綆三尺八寸使井深倍之爲十四丈四尺二寸則甲綆五丈三尺乙綆三丈八尺二寸丙綆二丈九尺六寸丁綆二丈五尺八寸戊綆一丈五尺二寸皆合所問由是言之問既不定以丈尺依術推求先得七百二十一無以定百爲丈十爲尺也同井深綆長之率各幾何荅以井深之率七百二十一甲綆長率二百六十五乙綆長率一百九十一丙綆長率一百四十八丁綆長率一百二十九戊綆長率七十六於義乃通

此率初如方程爲之名各一逮井其後法得七百二十一實七十六此上訛舛不可通據術先得七百二十一爲所列五行之通率即井深率也以此率列各行下爲各行之下實重求之法得七百二十一實得五萬四千七百九十六以法除實得用逮之數七十六

此麻麥與均輸少廣章之重衰積分皆爲大事其拙於精理徒按本術者或用算而布瓊方好煩而喜誤曾不知其非反欲以多爲貴故其算也莫不闇於設通而專於一端至於此類苟務其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁解牛游刃理閒故能歷

久其刃如新夫數猶刃也易簡用之則動中庖丁之理故能和神愛刃速而寡尤凡九章爲大事按法皆不盡一百算也雖布算不多然足以算多世人多以方程爲難或盡布算之象在綴正負而已未暇以論其設動無方斯膠柱調瑟之類聊復恢演爲作新術著之於此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之空言記其施用之例著衆之數每舉一隅焉以上字句多誤又皆屬虛辭非有實義可考無從訂正姑仍之

其一術曰置羣物通率爲列衰更置減行羣物之數各以其率乘之并以爲法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘爲法以減行下實乘列衰各自爲實實如法而一即得以舊術爲之凡應置五行今欲要約先置第三行以減第四行及減第三行次置第二行以第二行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次以第四行減左行頭位次以左行去第四行及第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實如法而一得空即有黍價以法減第二行得荅價左行得麥價第三行麻價右行得菽價如此凡用七十七算以上所言舊術訛舛不可通據方程術凡五物及總價求其各物之價者應列五行行五位及價直以上一位互乘因徧乘次位以下及價直兩兩相對減去其頭位所減之餘重列之減至一物一價乃止物爲法價爲實

實如法而一得一物之價轉減而上以知各價先化五爲四次化四爲三次化三爲二次化二爲一凡用十算兼乘減除言之則一百四十五算凡上一位互乘其數必同可省乘若遇上一位數同則省徧乘或上一位遇一則省其與對行徧乘考問意左行上一位是一先以左行減右行次減第二行次減第三行次減第四行其左行上一位又是一以左行減右行次減第二行次減第三行所減之餘重列爲三行其上一位數皆同即以本數減之餘列爲兩行依術得荅價轉而上求得菽價及麥價麻價凡用九十九算

以新術爲此先以第四行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三行次以第四行去左行下位右行當左行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位次以第四行減右行菽位不足減乃止次以左行減第二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上得五下得三是菽五當荅三次以左行去第三行菽位又以減第四行及右行菽位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去左行頭位次以左行去右行頭位餘上得六下得五是爲荅六當黍五次以右行去左行荅位餘約之上爲二下爲三次以左行去第二行下位以第二行去第四行下位又以減左行下位次右行去第二行下位餘上得三下得四是爲麥三當菽四

次以第二行減第四行下位次以第四行去第二行下位餘上得四下得七是爲麻四當麥七是爲相當之率舉矣以上所言新術亦訛舛不可通據其術求之先以左行減減之去其次位次倍左行以第二行減之去其次位次并右行左行亦并第三行第四行以四行減第二行去次位及下位次以重列之中行減右行去其下位次以重列之左行減右行去其下位所減之餘又重列之爲三行次以此右行減左行去其頭位所減之餘兩行兩物減去下實餘約之上得五下得三是菽五當荅三苟云命左右相減先去下實又轉去物位求其一行二物正負相借者易其相當之率謂菽五當荅三即菽價率三荅價率五也或先減下實乃減物位或先減物位乃減下實各從省便本無一定之先後其先求菽與荅相當之率次求荅與黍相當之率次求麻與麥相當之率亦無一定之先後然并遇正負相借者則二物相當之率不可得往往算而復推轉減繁遂不若舊術之究歸易簡也

九章算術卷八終

九章算術卷九

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注
魏 劉 徽 注

句股以御高深廣遠

今有句三尺股四尺問爲弦幾何

荅曰五尺

今有弦五尺句三尺問爲股幾何

荅曰四尺

今有股四尺弦五尺問爲句幾何

荅曰三尺

句股短面曰句長面曰股相與結角曰弦句短其股股短其弦將以施於諸率故先具此術以見其原也

術曰句股各自乘并而開方除之即弦句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之冪開方除之即弦也

又股自乘以減弦自乘其餘開方除之即句臣淳風等謹按此術以句股冪合成弦冪句方於內則句短於股令股自乘以減弦自乘餘者即句冪也故開方除之即句也

又句自乘以減弦自乘其餘開方除之即股句股冪合以成弦冪令去其一則餘在者皆可得而知之

今有圓材徑二尺五寸欲爲方版令厚七寸問廣幾何

荅曰二尺四寸五分

術曰令徑二尺五寸自乘以七寸自乘減之其餘開方除之即廣此以圓徑二尺五寸爲弦歌厚七寸爲句所求廣爲股也

今有木長二丈圍之三尺葛生其下纏木七周上與木齊問葛長幾何

荅曰二丈九尺

術曰以七周乘三圍爲股木長爲句爲之求弦弦者葛之長據圍廣木長求葛之筆管青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之間自有相關成句股弦則其間木長爲股圍之爲句葛長爲弦弦七周乘三圍是并合衆句以爲一句則句長而股短故術以木長謂之句圍之謂之股言之倒互句與股求弦亦如前圍句三自乘爲未冪股四自乘爲青冪合朱青二十五爲弦五自乘冪出上第一圍句股冪合爲弦冪明矣然二冪之數謂倒在於弦冪之中而已可更相裏者則成方冪其居表者則成矩冪二表裏形訛面數均又按此圍句冪之矩青卷白表是其冪

以股弦差爲廣股弦并爲袤而股冪方其裏股冪之矩青卷自表是其冪以句弦差爲廣句弦并爲袤而句冪方其裏是故差之與并用除之短長互相乘也

今有池方一丈葭生其中央出水一尺引葭赴岸適與岸齊問水深葭長各幾何

荅曰

水深一丈二尺

葭長一丈三尺

術曰半池方自乘此以池方半之得五尺爲句水深爲股葭長爲弦以句及股弦差求股弦故令句自乘先見矩冪也以出水一尺自乘減之出水者股弦差減此差冪於矩冪餘爲倍股弦差乘股長之矩冪餘倍出水除之即得水深倍差爲矩冪之廣水深是股欲先見葭長者出水一尺自乘以加於半池方自乘倍出水除之即得令此冪得出水一尺爲袤故爲矩而得葭長也加出水數得葭長臣淳風等謹按此葭本出水一尺既見水深故加出水尺數而得葭長也

今有立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺而索盡問索長幾何

荅曰一丈二尺二十一分尺之一

術曰以去本自乘此以去本八尺爲句所求索者弦也引而索盡與開門去者句及股弦差求股弦同一術去本自乘者先張矩冪令如委數而一委地者股弦差也以除矩冪即是股弦并也所得加委地數而半之即索長子不可半者倍其母加差於并

則成兩索長故又半之其減差於并而半之得木長也

今有垣高一丈倚木於垣高與垣齊引木卻行一尺其木至地問木幾何

荅曰五丈五寸

術曰以垣高十尺自乘如卻行尺數而一所得以加卻行尺數而半之即木長數

此以垣高一丈爲句所求倚木者爲弦引卻行一尺爲股弦差其爲術之意與繫索問同也

今有圓材埋在壁中不知大小以鋸鋸之深一寸鋸道長一尺問徑幾何

荅曰材徑二尺六寸

術曰半鋸道自乘此術以鋸道一尺爲句材徑爲弦鋸深一寸爲股弦差之一半故鋸長亦半之也臣淳風等謹按下鋸深得一寸爲半股弦差注云爲股弦差者鋸道也如深寸而一以深寸增之即材徑亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也

今有開門去閾一尺不合二寸問門廣幾何

荅曰一丈一寸

術曰以去閾一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣

此去閾一尺爲句門廣爲股不合二寸以半之得一寸爲股弦差求弦故當半之今即以兩弦爲廣數故不復半之也

今有戸高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戸高廣各幾何

荅曰

廣二尺八寸

高九尺六寸

術曰令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半卽戸廣加相多之半卽戸高令戸廣爲句高爲股兩隅相去一丈爲弦高多於廣六尺八寸爲句股差按圖爲位弦冪適滿萬寸倍之減句股差冪開方除之其所得卽高廣并數以差減并而半之卽戸廣加相多之數卽戸高也今此術先求其半一丈自乘爲朱冪四黃冪一半差自乘又倍之爲黃冪四分之二減實半其餘有朱冪二黃冪四分之一其於大方棄四分之三適得四分之一故開方除之得高廣并數之半減差半得廣加得戸高又按此圖冪句股并自乘加差冪爲兩弦冪半之開方得弦今倍弦冪減差冪求句股并盡先見其弦然後知其句與股也句股適等者并而自乘卽爲兩弦冪皆各爲方先見其弦然後知其句與股者倍弦冪卽爲句股適等者并而自乘之冪半相多自乘倍之又半股并自乘亦倍之合爲弦冪其無差數者句股各自乘并之爲實與句股相乘倍之爲實皆開方得弦弦冪五冪半之爲實開方卽得句股及股長句短同源而分流弯假令句股各五弦冪五冪開方除之得七尺有餘一不盡假令弦十其冪有百半之爲句股二冪各得五十當亦不可開故曰圓三徑一方五斜七雖不正得盡理亦可言相近耳其句股合而自乘之冪令弦自乘倍之爲兩弦冪以減之其餘開方除之爲句股差加差於合而半之爲股減差於合而半之爲句股弦卽高廣妄其出此圖也其倍弦爲廣袤合矩句卽爲冪得廣卽句

股差其矩句之冪倍爲從法開之亦句股差其餘以句股冪減半其餘差爲從法開方除之即句也

今有戸不知高廣竿不知長短橫之不出四尺從之不出二尺邪之適出問戸高廣袤各幾何

荅曰

廣六尺

高八尺

袤一丈

術曰從橫不出相乘倍而開方除之所得加從不出即戸廣此以戸廣爲句戸高爲股戸袤爲弦凡并句股之冪所爲弦冪或矩於表或方於裏連之者舉表矩而方之又從句方裏令爲青矩之表未滿黃方滿此方則兩端之蘇重於隅中各以股弦差爲廣句弦差爲袤故兩端差相乘又倍之則成黃方之冪開方除之得黃方之面其外之青知亦以股弦差爲廣故以股弦差加之則爲句也加橫不出即戸高兩不出加之得戸袤

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何

荅曰四尺二十分尺之十一

術曰以去本自乘此去本三尺爲句折之餘高爲股末折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘見冪冪一丈爲股弦并所得以減竹高而半其餘即折者之高也此術與繫索者之類更相反覆也亦可如上術別除此冪得差令高自乘爲股弦并冪去本自乘爲矩冪減之餘爲實倍高爲法則得折之高數也

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行甲南行十步而邪東北與乙會問甲乙行各幾行

荅曰

乙東行十步半

甲邪行十四步半及之

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲邪行率邪行率減於七自乘餘爲南行率以三乘七爲乙東行率此以南行爲句東行爲股邪行爲弦句弦并七欲知差於并而半之爲弦以弦減差餘爲句如是或有分當通而約之乃定術以句弦并爲分母差爲分子故令句弦并自乘爲朱黃相連之方股自乘爲青冪之矩令其矩引之直加損同之以句弦并爲袤差爲廣其圓大體以兩弦爲袤句弦并爲廣引黃斷其半爲弦率七自乘者句弦并之率故弦減之餘爲句率同立處是中停也列用率昔句弦并爲袤弦與句各爲之廣故亦以股率同其袤也置南行十步以甲邪行率乘之副置十步以

乙東行率乘之各自爲實實如南行率而一各得行數南行十步者所有見句求見弦股故以弦股率如句一率而

今有句五步股十二步問句中容方幾何

荅曰方三步十七分步之九

術曰并句股爲法句股相乘爲實實如法而一得方一步句股相乘爲朱青黃冪各二令黃冪連於下隅朱青各以類合共成修冪中方黃爲廣并句股爲袤故并句股爲法冪圍方在句中則方之兩廉各自成小句股而其相與之勢不失本率也句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股爲中方率并句股爲廣率據見句五步而今有之得中方也復令句爲中方率以并句股爲袤率據股十二步而今有之則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣不容圓率以今有袤分言之可以見之也

今有句八步股十五步問句中容圓徑幾何

荅曰六步

術曰八步爲句十五步爲股爲之求弦三位并之爲法以句乘股倍之爲實實如法得徑一步句股相乘爲圓之本體朱青黃冪各二則倍之爲各四可用畫於小紙分裁邪正之會令類倒相補各以類合成脩冪圓徑爲廣并句股弦爲袤故并句股弦以爲法又以圓之大體言之股中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復連規從橫量度句股必合而成小方矣又畫中弦以觀其會則

句股之中成小句股弦者四句面之小股股面之小句皆小方之面皆圓徑之半其數故可衰以句股弦爲列衰副并爲法以小句乘未并者各自爲實實如法而一得句面之小股可知也以股乘列衰爲實則得股面之小句可知言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓徑又可以句乘之差并句弦差減股爲圓徑又弦減句股并餘爲圓徑以句弦差乘股弦差而倍之開方除之亦圓徑也

今有邑方二百步各中開門出東門十五步有木問出南門幾何步而見木

荅曰六百六十六步太半步

術曰出東門步數爲法以句率半邑方自乘爲實實如法得一步此以出東門十五步爲句率東門南至隅一百步爲股率南門東至隅一百步爲見句步欲以見句求股以爲出南門數正合半邑方自乘者股率當乘見句此二者數同也

今有邑東西七里南北九里各中開門出東門十五里有木問出南門幾何步而見木

荅曰三百一十五步

術曰東門南至隅步數以乘南門東至隅步數爲實以木去門步數爲法實如法而一此以東門南至隅四里半爲句率出東門十五里爲股率南門東至隅三里半爲見股所問出南門即見股之句爲術之意與上同也

今有邑方不知大小各中開門出北門三十步有木出西門七百五十步見木問邑方幾何

答曰一里

術曰令兩出門步數相乘因而四之爲實開方除之即得邑方按前術半邑方自乘出東門步數除之即出南門步數令兩出門相乘爲半方邑自乘居一隅之積分因而四之即得四隅之積分故以爲實開方除之即邑方也

今有邑方不知大小各中開門出北門二十步有木出南門十四步折而西行一千七百七十五步見木問邑方幾何

答曰二百五十步

術曰以出北門步數乘西行步數倍之爲實此以折而西行爲股自木至邑南十四步爲句以出北門二十步爲句率北門至西隅爲股率即半廣數故以出北門句率乘西行股得半廣股率乘句之冪然此冪居半以西故又倍之合半以東也并出南門步數爲從法開方除之即邑方此術之冪東西廣如邑方南北自木盡邑南十四步爲袤合南北步數爲廣袤差故連并兩步數爲從法以爲隅外之冪也

今有邑方十里各中開門甲乙俱從邑中央而出乙東出甲南出出門不知步數邪向東門磨邑適與乙會率甲行五乙行三問甲乙行各幾何

答曰

甲出南門八百步邪東北行四千八百八十七步半及乙

乙東行四千三百一十二步半

術曰令五自乘三亦自乘并而半之爲邪行率邪行率減於五自乘者餘爲南行率以三乘五爲乙東行率（求三率之意與上甲乙同）置邑方半之以南行率乘之如東行率而一即得出南門步數（邑半方自南門至東隅五里以爲小股求出南門步數爲小股之句以東行爲股率南行爲句率故置邑方半之以南行句率乘之如股率而一）以增邑方半即南行（半邑者謂從邑心中停也）置南行步求弦者以邪行率乘之求東者以東行率乘之各自爲實實如南行率得一步（此術與上甲乙同）

有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左兩表與所望參相直從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何

荅曰三十三丈三尺三寸少半寸

術曰令一丈自乘爲實以三寸爲法實如法而一（此以入前右表三寸爲句率右兩表相去一丈爲股率左右兩表相去一丈爲見句所問木去人者見句之股股率當乘見句此二率俱一丈故曰自乘以三寸爲法實如法得一寸）

有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺人立木東三里望木末適與

山峯斜平人目高七尺問山高幾何

荅曰一百六十四丈九尺六寸太半寸

術曰置木高減人目高七尺餘以乘五十三里爲實以人去木三里爲法實如法而一所得加木高即山高此術句股之義以木高減人目高七尺餘有八丈八尺爲句率去人目三里爲股率山去木五十三里爲見股以句率乘見股如股率而一得句加木之高故爲山高也

今有井徑五尺不知其深立五尺木於井上從木末望水岸入徑四寸問井深幾何

荅曰五丈七尺五寸

術曰置井徑五尺以入徑四寸減之餘以乘立木五尺爲實以入徑四寸爲法實如法得一寸此以入徑四寸爲句率立木五尺爲股率井徑四尺六寸爲見句問井深者見句之股也

九章算術卷之九終

大清乾隆三十八年癸巳秋闕里孔氏依汲古閣影宋刻本重雕　錢唐莫瀛校字

秘書省

九章算術一部共九冊

元豐七年九月　日校定降授奉德郎秘書省校書郎臣葉祖洽上進

校定承議郎行秘書省校書郎臣王仲脩

校定朝奉郎行秘書省校書郎臣錢長卿

奉議郎守秘書郎丞臣韓宗古

朝請郎試秘書少監臣趙彥若

元豐七年九月二十八日

進呈奉

御寶批宜依已校定鏤板

朝奉郎秘書丞上騎都尉賜紫魚袋臣韓治

朝散郎試秘書少監上騎都尉賜紫魚袋臣顧臨

朝議大夫守秘書少監上護軍賜紫金魚袋臣劉攽

中大夫守尚書右丞護軍東萊郡開國侯食邑貳千五百戶賜紫金魚袋臣呂大防

通議大夫守尚書左丞上柱國平原郡開國公食邑貳千捌百戶食實封伍百戶臣蔡確臣

正議大夫守中書侍郎上柱國馮翊郡開國公食邑貳千叁百戶食實封伍百戶臣張璪

正議大夫守門下侍郎上柱國南陽郡開國公食邑貳千壹百戶食實封壹百戶臣韓維

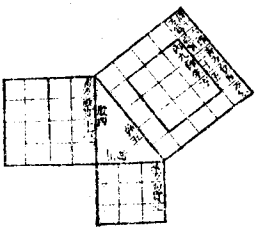
金紫光祿大夫守尚書左僕射兼中書侍郎上柱國東平郡開國公食邑貳千三百戶食實封壹百戶臣章惇

正議大夫守尚書右僕射兼門下侍郎上柱國濟陰郡開國公食邑貳千二百戶食實封壹百戶臣司馬光

九章算術卷九訂訛補圖

休寧 戴震 東原

句股弦互求圖

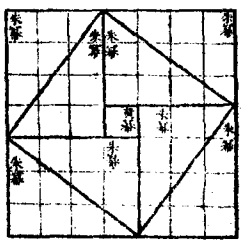


注云句自乘爲朱方股自乘爲青方命出入相補合成弦方之冪又李淳風等釋云句方於內則句短於股據此則劉徽注此章舊有圖而缺今並按注補圖

據圜廣木長求葛之長其形葛卷裹木以筆管青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之間自有相間成句股弦則其間木長爲股圍之爲句葛長爲弦弦七周乘三圍是并合衆句以爲一句則句長而股短故術以木長謂之句圍之謂之股言之倒互句與股求弦亦如前圖句三自乘爲朱冪股四自乘爲青冪合朱青二十五爲弦五自乘

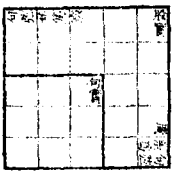
冪出上第一圖句股冪合爲弦冪明矣然二冪之數謂倒在於弦冪之中而已可更相裹者則成方冪其居表者則成矩冪二表裹形說面數均又按此圖句冪之矩青卷白表是其冪以句股弦差爲廣股弦并爲袤而股冪方其裹股冪之矩青卷白表是其冪以句弦差爲廣句弦并爲袤而句冪方其裹是故差之與并用除之短長互相乘也據趙君卿注周髀算經云凡并句股之實即成弦實或矩於外或方於內形說面量均體殊面數齊句實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤而股實方其裹股實之矩以句弦差爲廣句弦并爲袤而句實方其裹君卿漢人此注蓋用其說而傳寫失真加以後人竄改遂不可通

句股差句股并與弦互求之圖



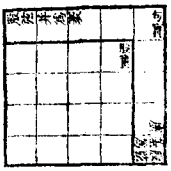
據注意滿大方即句股并自乘之冪有朱冪八黃冪一內小方即弦實有朱冪四黃冪一倍弦實滿外大方面多一黃冪於弦實內減黃冪四分之二半其餘趨得外大方四分之一朱冪者句股積也黃冪之面即句股差

股實之矩圖



趙君卿云股實之矩以句弦差爲廣句弦并爲袤而句實方其裏劉注用句弦差句弦并與句股弦互求本此

句實之矩圖

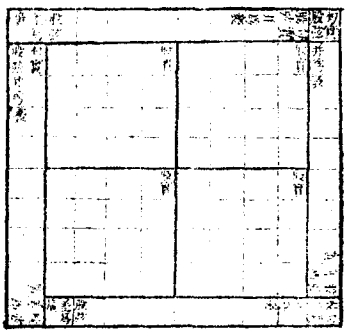


趙君卿云句實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤而股實方其裏劉注用股弦差股弦并與句股弦互求本此

臣淳風等謹按下鏍深得一寸爲半股弦差注云爲股弦差者鏍道也案此言下鏍深得一寸爲半股弦差即注所謂鏍深一寸爲股弦差之一半也更綴注云爲股弦差者鏍道也十字外誤不可通據劉徽術鏍深一寸即可爲股弦差半鏍道五寸爲句若半徑爲弦若以此言之九合術意

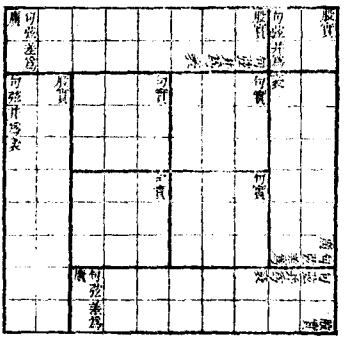
股弦即高廣袤其出此圖也其倍弦爲廣袤合矩句即爲冪得廣即句股差股弦即高廣袤以下就外據趙君卿注周髀算經云其倍弦爲廣袤合而合句股見者自乘其爲實四實以減之開其餘所得爲差以差減合半其餘爲廣減廣於弦即所求也此注則用其說而傳寫外訛後人又妄加改竄遂不可通就君卿說考之倍弦自乘得為實四內有句實謂開之得倍股減四股實餘即四句實開之得倍句減四股實各四減四句實餘即四股實開之得倍股減四股實餘即四句實開之得倍句所謂開其餘所得爲差也減倍股於倍弦半其餘爲股弦差減倍句於倍弦半其餘爲句弦差所謂以差減合半其餘爲廣也減股弦差於弦即股減句弦差於弦即句所謂減廣於弦即所求也凡股弦差爲廣股弦并爲袤其冪即句冪句弦差爲廣句弦并爲袤其冪即股冪合廣袤皆成倍弦故曰倍弦爲廣袤合而倍句倍股即廣袤差其矩句之冪倍爲從法開之亦句股差其餘以句股冪減半其餘差爲從法開方除之即句也鏍道君卿云減矩句之實於股實開其餘即股倍股在兩邊爲從法開矩句之角即股弦差減矩股之實於弦實開其餘即句倍句在兩邊爲從法開矩股之角即句弦是此注亦用其說而發缺失次遂不可通

句實廣袤合圖



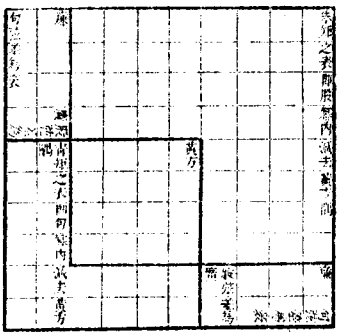
注意句實只股弦差爲廣股弦并爲袤廣袤合亦即倍弦減四句實於倍弦自乘之冪餘爲四股實開方得倍股即句實之廣袤差也

股實廣袤合圖



據注意倍弦自乘之冪容句實股實各四股實以句弦差爲廣句弦并爲袤廣袤合即倍弦減四股實於倍弦自乘之冪餘爲四句實開方得倍句即股實之廣袤差也

句弦差股弦差求句股弦之圖



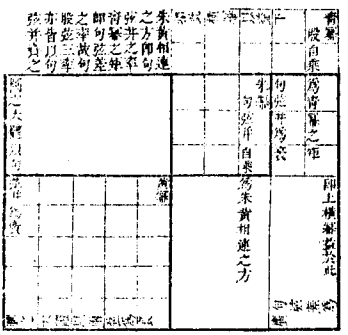
句弦差乘股弦差倍之爲兩廉其冪與黃方相等故開方除之得黃方之面加股弦差即句加句弦差即股加兩差即弦

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲邪行率邪行率減於七自乘餘爲南行率以三乘七爲乙東行率

據問意甲行率七者設句弦并七也乙行率三者設股三也術令七自乘三亦自乘并而半之爲甲邪行率者句弦并自乘加股自乘半之即弦乘句弦并所得數以爲弦率邪行率減於七自乘餘爲南行率者句弦并自乘減弦乘句弦并餘即句乘句弦并所得數以爲句率弦率句率皆通之以句弦并則股三亦以乘句弦并七乃爲股率句股弦三率皆句弦并通句股弦所得數然則七自乘即句弦并之率三自乘即句弦差之率合差於并而半之爲弦減弦於并爲

句其義一而已矣

股與句弦并求句弦之圖

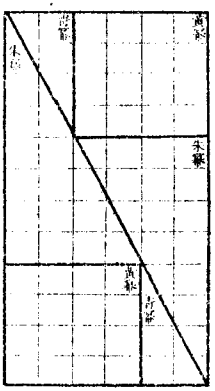


據注意句弦并自乘加股自乘成長方以兩弦爲袤句弦并爲廣故半之爲弦率減股自乘於弦率餘爲句率股自乘之冪損上橫冪益於下以句弦并爲袤差爲廣

句股相乘爲朱青黃冪各二令黃冪連於下鬥朱青各以類合共成修冪中方黃爲廣并句股爲袤故并句股爲法冪圖方在句中則方之兩廉各自成小句股而其相與之勢不失本率也句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股爲中方率并句

股爲廣率據見句五步而今有之得中方也復令句爲中方率以并句股爲袤率據股一十二步而今有之則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣此十三字舊誤據上以黍米章今有衺及袤分章列袤之意解此衺大小句股互求并句股即所有率中方率即所求率見句見股即所有數於事雖不同而意相倣故實衺所由生也注意當是如此

句股容方圖

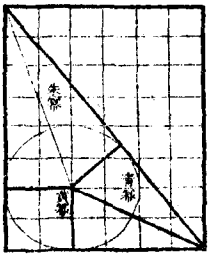


據上意句股相乘得兩黃冪兩朱冪兩青冪合黃冪兩朱冪兩青冪從朱冪青冪減黃冪兩朱冪在上兩黃冪中間青冪合而橫之在下則句股并冪冪之方之兩邊與其朱冪青冪減合股小股若如大句股朱冪五步

句股相乘爲圜之本體朱青黃冪各二則倍之爲各四可用盡於小紙分裁邪正之會令顛倒相補各以類合成修冪圓徑爲廣並句股弦爲袤故并句股弦以爲法又以圓之大體言之股中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復連規此二十一字舊誤據容圓之徑即減

弦於句股并之餘也取半徑規之又以半徑減句股其餘并之適爲弦如是截句股弦各爲二三半徑均面復連於規之中央注意蓋以此爲言面殘缺失次遂不可通從橫量度句股必合面成小方矣又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股弦四者句面之小股股面之小句皆小方之面皆圓徑之半其數故可衰以句股弦爲列衰副并爲法以小句乘未并者各自爲實實如法而一得句面之小股可知也以股乘列衰爲實則得股面之小句可知以小句乘未并者至此訛舛不可通或後人妄加改竄又援衰分章之文入於此遂漫無辨別當是言令股爲列衰以見句乘之爲實實如法而一則句面之小股可知也令句爲列衰以見股乘之爲實實如法而一則股面之小句可知此在粟米章即今有術以所求率乘所有數所有率除之古算家謂之異乘同除注以解大小句股互求句率股率謂所有率及所求率見句或見股爲所有數不可以見句乘句率見股乘股率也言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓徑又可以句乘之差并此句亦訛舛當云則又可以股弦差減句爲圓徑句弦差減股爲圓徑此下有脫文當補云句弦差股弦差并之以減弦餘爲圓徑

句股容圓圖



據術意句股相乘半之爲句股積有朱青黃冪各一則倍之有朱青黃冪各四截朱青冪各成小句股者二令倒順相補各成小長方合四朱四青四黃而成大長方以容圓半徑爲廣并句股弦爲袤

九章之術乃算術之鼻祖囊括後賢胥不能度越範圍焉猶六經之臨百氏也周官保氏九數鄭君以九章之方田粟米衰分少廣商功均輸方程贏不足旁要釋之綴曰今有重差夕桀句股也錢曉徵學士以爲夕桀乃互桀之脫誤良然蓋九章句股篇末有望遠度高測深七術或析之名曰九章重差互桀即方程術所謂維桀是也句股即旁要疏所云今九章以句股替旁要旁要云者不必實有是形可自旁假設以要取之祖冲之謂之綴術疏又引馬氏融注今有重差夕桀馬氏不連及句股者以句股替旁要故不重舉劉徽序云漢張蒼耿壽昌因舊文遺殘各稱刪補故校其目與古或異而所論多近語所謂目與古異者則句股替旁

要是也至唐王孝通云校其條目頗與古術不合則妄而敢矣夫古今豈有異術哉劉徽因其有望遠諸術遂造重差綴於句股之下即今海島算引而申之觸類而長之事之宜也舊有圖今缺余友休寧東原戴先生補之今分附諸篇之末亦猶劉徽之綴重差於句股焉乾隆癸巳闕里孔繼涵識於京師壽雲簃之敏事齋

九章算術卷九終

九章算術音義

假承務郎祕書省鈎考算經文字臣李籍撰

序

九九之術 食律切術者有所述也前漢樹福傳臣聞齊桓之時有以九九見者桓公不逆欲以致大也師古曰九九算術若今九章五曹之輩衛書經籍志九九算術二卷楊叔撰 **隸首** 郎計切世本曰黃帝時隸首作數 **九數** 色具切即九章是也以算言之故曰九數以篇言之故曰九章周官保氏教國子以六藝一曰禮二曰樂三曰射四曰馭五曰書六曰數鄭康成注云九數方田粟米差分少廣商功均輸方程盈不足旁要今有重差夕桀句股隋書律歷志云一曰方田以御田疇界域二曰粟米以御交質變易三曰衰分以御貴賤稟稅四曰少廣以御積冪方圓五曰商功以御功程積實六曰均輸以御遠近勞費七曰盈朒以御隱雜互見八曰方程以御錯糅正負九曰句股以御高深廣遠 **探賾** 上叶南切下士革切賾者含蓄探之可及故易曰探賾 **索隱** 上色白切下於謹切隱者隱匿索之可得故易曰索隱 **重差** 上直容切下楚佳切重復也差所律切數相與也不齊也句股名也 **率** 又音律約數也 **可度** 徒各切揆也 **考論** 盧敦切 **孤離** 呂支切

九章第一

方田 徒年切田者圃周之以爲疆橫從之以爲理平夷蓄見與作利養之地也方田者田之正也諸田不等以方爲正故曰方田 **以御** 午倨切理也 **田疇** 直留切耕治田也 **界域** 雨逼切疆也 **廣** 如字闊容切 **從** 長也 **幾何** 上起居切下如字 **相乘** 食陵切登也登之使之田也 **散** 如字李淳風岐州雍人切奕李淳風通羣書明步天歷算貞觀初與傅仁均爭歷法議者多附淳風故以將仕郎直太史局制渾天儀訖於前世得失著法象書七篇之 **淳風**

上之權承務郎遷太常博士改太史丞與諸儒脩書遷爲令於占候吉凶若節契然當世術家意有鬼神相之非學習可致終不能測也以勞封昌樂縣男奉詔與算博士梁述助教王真儒等是正五曹孫子等書刊定注解立於學官九章即其一也　**畝法**莫厚切司馬法六尺爲步步百爲畝秦孝公之制二百四十步爲一畝去也去之使其少隋去賴切書曰除以紊之　**一頃**百畝也　**約分**於畧切約者欲其不煩分之爲數煩則難用設有言四分之二者煩而言之則可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸耳　**副置**上敷救切別也下陟吏切設也別設算位有所分也　**合分**古沓切合分者欲其不離數畢母參差驫細既殊理難從一故齊其衆分同其畢母分可相并故曰合分　**參差**上楚金切下楚宜切不齊也　**觿**音觿所以解結詩曰童子佩觿　**減分**古斬切減損也減分者欲知其餘諸分子母數各不同以少減多欲知餘幾以餘爲實故曰減分　**課分**苦臥切校也欲知其相多相多之數分各異名理不齊一校其故曰課分　**平分**符兵切均也平分者欲減多增少而至於均諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分　**副并**昇政切兼也別兼算位有所合也　**經分**如字釋名曰經者徑也經分者欲徑求一人而至於徑自合分已下皆經率同　**乘分**如字乘知其所積分母相乘爲法于相乘爲積故曰乘分自合分已下獨乘言田而皆列於方田者欲其學數者不可後也故就算者以謂爲術者先前諸分能治諸分則數學之能事盡矣　**大廣田**苴如字初衡有全步而無餘分次衡有餘分而無全步古攜切圭田古攜切圭田者其形上銳有如圭然白虎通曰圭者居之切箕田者有舌有踵其形哆侈上銳象物皆生見於上也　**箕田**有如箕然詩曰哆兮侈兮成是南箕　**圓田**王權切圓田之率有三一曰古率周三徑一是也二曰徽率周一百五十七徑五十是也三曰密率周二十二徑七是也爲算之術有四一曰半周半徑相乘得積步二曰周徑相乘四而一三曰徑自相乘三之四而一四曰許歸切徽術以五十乘周一百五十七而一即徑以一百周自相乘十二而一　**徽術**五十七乘徑五十而一即周此率本於劉徽故曰徽術

密率 美畢切密率以七乘周二十二而一即徑以二十二乘徑七而一即周此率本於宋南徐州從事史祖沖之沖之以圓徑一億爲一丈圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九豪二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九豪二秒六忽正數在盈朒二限之間密率圓徑一百一十三圓周三百五十五約率圓徑七周二十二此乃率之最密也

秒忽 上仁沼切下呼骨切忽者數之始也一蠶所吐謂之忽孫子算術六蠶所生吐絲爲忽十忽爲秒十秒爲豪十豪爲釐十釐爲分

億 於力切十萬曰億萬者物數也以人之意數爲足以勝物數故也或曰萬萬曰億黃帝爲法數有十等及其用也乃有三焉十等者謂億兆京垓秭壤溝澗正載也三等者謂上中下之數也下數者十十變之若言十萬曰億十億曰兆十兆曰京中數者萬萬變之若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰京詩云不萬億曰兆萬萬兆曰京上數者數窮則變若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰京詩云不稼不穡胡取禾三百億兮毛氏曰萬萬曰億鄭氏曰十萬曰億據如此言則鄭用不數毛用中數也

嘉量 音亮周禮考工記桌氏爲量聽臨其臀一寸其實一豆其耳三寸其實一升重一鈞其聲中黃鍾之宮槩而不稅其銘曰時文思索允臻其極嘉量既成以觀四國永成厥後茲器維則春秋左氏傳曰齊舊四量豆區鬴鍾四升曰豆各自其四以登於鬴六斗四升也鬴十則鍾六十四斗也鄭康成以爲方尺積千寸也九章粟米法少二升八十一分升之二十二祖沖之以算術考之積凡千五百六十二寸半方尺而圓其外減旁一寸八寸半方尺而圓其外減旁一寸半七秒二忽有奇而深尺四寸其上爲斛其下爲斗者耳爲升右耳爲合龠其狀似鍾斛之法方尺而圓其外旁有龠焉其上爲斛其下爲斗者耳爲升右耳爲合龠其狀似鍾爲以縣爵祿上三下二參天兩地圓而方左一右二陰陽之象也圓象規其重二鈞備氣物之數各萬有一千五百二十也聲平黃鍾如於黃鍾商反覆焉其斛銘曰律嘉量斛方尺而圓外旁九釐五毫幂百六十二寸深一尺積一千六百二十寸容十斗祖沖之以圓率考之此斛當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽旁一分九毫有奇劉歆旁少一釐四毫有奇歆術不精之所致也魏陳留王景元四年劉徽注九章商功曰當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐深一尺積一千四百四十一寸十分寸之三王莽銅斛於今尺爲深九寸五分五釐徑一尺三寸六分八釐七毫以術計

之於今斛爲容九斗七升四合有奇此魏斛大而尺長王莽斛小而尺短也**庬**吐雕切不滿之貌也**奇**居宜切餘數也**擽摭**上居運切下之石切擽摭取拾也擽或作**畹**畹當作宛字之誤也宛田者中央隆高爾雅曰宛中帑戶關切環田者有肉有好如環之形**弧田**弧有矢如弧之形**環**爾雅曰肉好若一謂之環或作鐶

九章第二

粟米上相玉切下莫禮切粟者禾之米之未舂米者穀實之無殼粟者米之率也請米不等以粟爲率故曰粟米又如字**交質**陟利切**變易**羊益切**欜米**盧達切欜也凡粟五斗得欜米三斗故粟率五十而欜率三十**粺米**傍卦切精於欜也凡粟五斗得粺米二斗七升故粟率五十而粺率二十七詩曰彼疏斯粺鄭康成注云米之率欜十粺九糲八侍御七也供王膳之米也蔡邕獨斷曰所進曰御御者進也凡衣服加於身飲食入於口皆曰御**糲米**音作精於粺也凡粟五斗得糲米二斗四升故粟率二十四春秋左氏傳曰黍食不糲谷作饔**小麤**音敵麥屑也細曰小麤麤曰大麤**大麤**音叔大豆也**御米**牛倨切精於糲**菽**音叔大豆也**荅**都合切是義切鹽豉也廣雅云苦李作豉**飧**音孫說文曰餔也**糵**魚列切麴糵也**鍾**上音蜜下扶歷切甑也**箇**古賀切數也數竹小豆也**蓑**古甜切說文曰并絲繒也**鈞**居勻切三十斤也**銖**音殊八銖爲鏹二十四銖爲兩**猴**音侯說文曰羽本也數羽爾其本猶數草木爾其根株也**榆**古按切榆莖也一本作蘇

九章第三

衰分楚宜切衰差也以差而平分故曰衰分**稟**筆錦切供穀曰稟稟或作廩非是**大夫**上如字下甫無切爵名也夫以智率人者也大夫則以智率人之大者也

不更古衡切爵名也次大夫取其不與戍更 簪裹上側吟切下奴了切爵名次不更取其纓冠秉馬 上造音皂爵名也次簪裹 公士並如字爵名也次上造取其爲士而在公 爵數色具切爵數者謂大夫五不更四簪裹三上造二公士一 墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名也 償之市羊切還也 北鄉算蘇貫切算者計口出錢漢律人出一算百二十錢賈人與奴婢倍算 僑音遙役也 匹譬吉切說文四丈也 耗呼到切減也 乾古寒切燥也 保音寶傭也如所謂酒家保 貸吐代切以物假人也

九章第四

少廣上書沼切不多也下古莽切闊也廣少從多截從之多益廣之少故曰少廣 積冪上資昔切下莫狄切積者聚也聚數聚居之稱冪者覆也方面覆布之名積冪之義不同如此 半博漫切物中分也凡言半者以二爲分母 約省所景切 折法旨熱切折者屈而有分母言太半少半者以三爲分母 內子如字入也既以分母通之必入其分子故曰內子所謂齊同以通之也又音納 中行戶剛切列也下行同 九徑故官切九上莫浮切即立圓也 牟合下胡閣切 桌氏力質切桌氏鑄量之官也一本作栗 爲渾胡昆切 祖暅之古鄧切暅之字景遠沖之之子也少傳家業究極精微亦有巧思八神之妙般倕無以過也當其詣微之時電霆不能入嘗行遇僕射徐勉以頭觸之勉呼乃悟父所改何承天歷時尚未行梁天監初暅之更脩之於是始行焉位至大舟卿 昭晰者智明也 咍哂上呼開切下式忍切笑也

九章第五

商功式羊切商度也以度其功庸故曰商功 穿地昌緣切掘地也凡穿地四尺爲壤五尺爲堅三尺 堅古賢切堅謂築土詩曰築之登登 壤如兩切壤

謂息土書曰虛厥土惟白壤**墟**苦虛切墟謂穿坑**垣**音圓郭奚切防也水之遶城者**冬程人功**程課程也唐六典凡役有輕重功有短長以冬五六七月爲長功二三月八九月爲中功以十一十二正月爲短功中功以十分爲率長功加一分短功減一分**渠**渠如長於壍也水之通運者**袤**莫侯切袤長也**礫**郎擊切釋名曰小石曰礫**堞**達上音賣小城也下特丁切釋名曰亭停也人所停集也方亭者其積之形如亭之方者圍亭亦然**方錐**職誰切方錐者其積之形如錐之方者圍錐亦然**壍堵**堵當古切壍也以立方一邪解得二壍堵其積居立方二分之一將一壍堵邪解得一陽馬一鼈臑未壍堵之積以廣長相乘又以高乘之二而一陽也今以四柱屋隅爲陽馬以立方一邪解得三陽馬其積居立方三分之一將一陽馬邪解得二鼈臑求陽馬之積以廣長相乘又以高乘之三而一鼈臑邪到節也鼈臑之積半陽馬其形有似鼈脊故以名云以立方一邪解得六鼈臑其積居立方六分之一求鼈臑之積以廣長相乘又以高乘之六而一臑或作腐非是**羨除**上以淺切下直魚切羨延也除道也羨除乃隧道也其所穿地上平下邪似鼈臑交二壍堵即羨除之形求其積并三廣以深乘之又以長乘之六而一**芻甍**上測隅切刈草也俗作芻下莫耕切屋棟也芻甍之形似屋蓋上苫也求其積倍下長上長從之又以廣乘之又以高乘之六而一亦解方亭兩邊合之皆其形也**芻童**徒紅切如倒置斫石求其積倍上長并入下長以上廣乘之又倍下長并入上長以下廣乘之并二位以高乘之六而一**曲池**邱于切**盤池**薄官切**冥谷**莫經切冥谷之形如正置斫石**棚除**上薄耕切張弛廣雅棲載棚闌樺發也下達據切詩曰何蹝不除傳云闌也棚者下有物揚之使高除者旁有物闌之使避**踟蹰**上直離切下直魚切**載輸**上作代切下式朱切**一籠力**董切**委粟**於詭切積也**程粟**直貳切課也程粟一斛積二千七百十米一斛積一千六百二十寸菽荅麻麥一斛積二千四百三十寸此據精麤爲率使價齊而不等其器之積寸也以米斛爲正則同於漢志孫子算術曰六粟爲圭十

（圭爲抄十抄爲撮十撮爲勺十勺爲合應劭曰圭者自然之形陰陽之始四圭爲撮孟康曰六十四黍爲圭漢志曰量者龠合升斗斛也所以量多少也本起於黃鍾之龠用度數審其容以子穀秬黍中者千有二百實其龠以井水準其槩十龠爲合十合爲升十升爲斗十斗爲斛而五量嘉矣）圜囷（去倫切倉圓曰囷）

九章第六

均輸（式朱切均平也輸委也以均平其輸委故曰均輸）勞費（芳未切耗也）乘（繩證切數車曰乘一本作量）衰出（楚危切次也不齊等也管子曰相地衰征）薄塞（上補各切迫也下先代切邊也薄或作傳非是）輩之（補妹切配也俗作軰）僦（即就切賃也）傭（餘封切賃也）重車（直隴切輕對也）舂（書容切世本曰雍父作舂呂氏春秋曰赤冀作舂）程傳（張戀切傳郵）絡（盧各切）惡（烏各切不善也）金箠（之累切策也）四閒（古閒切中閒也）錐行（戸剛切錐行衰者下多上少如立錐之形）鳧（防無切野鴨也）牝瓦（毗忍切）牡瓦（莫厚切）矯矢（居夭切說文曰揉箭箝也俗作撟）筈（括同箭足受弦處）假田（古雅切借也史記北假中裴駰云北假北方田官主以田假與貧人故云北假）發（方伐切伐也詩曰駿發爾私）耕（古莖切犁也詩曰亦服爾耕）耰種（音憂覆種也孟子曰播種而耰之）

九章第七

盈不足（以成切盈者滿也不足者虛也滿虛相推以求其適故曰盈不足）朒（女六切不足也或作朏非是）璡（將鄰切美石次玉曰璡一本作準）適足（施隻切恰也）桶（他孔切）瓠（胡誤切瓜瓠也）蔓（無販切瓜蔓也）莞（九完切白蒲也詩曰下莞上簟箋小蒲之席也）醇酒（常倫切厚酒也）行酒（胡剛切市酒也）和漆（如字又胡臥切）易油（羊益切交易也）惡田（烏各切不善也）駑馬（音奴字林曰駘也）之蜀賈（音古商賈一本作價）返（府遠切還也）

九章第八

方程直成切方者左右也程者課率也左右課率總統羣物故曰方程　錯綜文教切雜也　正負上之盛切下房久切本數爲負正與正同名負與負同名同名相除則異名者相益異名相除則同名者相益一正一負相反而相爲用術之至也　秉兵永切刈禾盈手爲秉　稱尺昌孕切正斤程也　衡戶庚切權衡也　武馬莫下切武馬戎馬也戎馬言武馬者猶曲禮謂戎車爲武車也取其健猛而善行　阪府遠切不平也詩曰瞻彼阪田箋阪田崎嶇墝埆之處俗作坂　借資者切從人假物也　引余忍切引重也古杳切易曰引重致遠　綆古杳切汲水索下以淺切廣也　令力正切宮名也　從者疾用切隨也　庖薄交切

九章第九

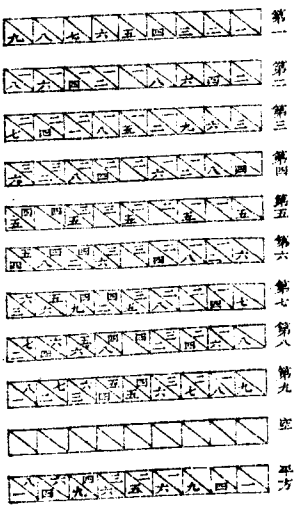
句股上苦侯切下公戶切句短面也股長面也短長相推以求其弦故曰句股　圍之雨非切周也　纏持廛切纏繞物也俗作纏　葛長直良切　葭古牙切說文曰葦苦本切求於切　闇門限也亦作鍇從橫也　折常列切斷也　抵都禮切　磨邑莫禾切言切近過之禾秀者氏傳曰麋塵而還戰之摩麋通春秋左國象摩蓋島集闕　參倉含切謂三相參列也俗作叅

九章算術音義終

策算

漢書律歷志算法用竹徑一分長六寸二百七十一枚而成六觚爲一握古算之大畧可考如是其一枚謂之一算亦謂之籌梅福傳福上書曰臣聞齊桓之時有以九九見者所謂九九蓋始一至九因而九之終於八十一周髀算經商高曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一是也以九九書於策則盡乘除之用是爲策算策取可書不曰籌而曰策以別於古籌算不使名稱相亂也策列九位位有上下凡策或木或竹皆兩面一與九二與八三與七四與六共策五之一面空之爲空策合五策而九九備如是者十各得十策别用策一列始一至九各自乘得方羃之數爲開平方策算法雖多乘除蓋之矣開方亦除也平方用廣立方罕用故策算專爲乘除開平方舉其例畧取經史中資於算者次成一卷俾治九章算術者首從事焉乾隆甲子長至日東原氏戴震叙

策式



乘

凡兩數相乘任以一爲實一爲法列實從右向左橫書之法有幾位則用幾策列策從上而下凡上策之下位與下策之上位相并成一數滿十則進之於上數策之九位上下合爲九行視實某數於策某行取數書所列實之上列乘數從實首至末每行低一位從實末至首每行陞一位以次列畢橫并之書於左有空行空位必以圜表而識之定位法視策所取之數最上一位當法首萬千百十單之位自上而下至單數之下一位以實首之萬千百十單命之

如易二篇之策萬有一千五百二十凡老陽策數四九三十六老陰策數四六二十四上下經陽爻陰爻各一百九十二其策數各若干術以一百九十二爲法用第一第九第二策以三十六爲實視第三第六行之數并之得陽爻六千九百一十二策又以二十四爲實視第二第四行之數并之得陰爻四千六百八策

○五七六　三十

一一五二六策

六九一二

千百十策

自上而下第三位爲單位

○三八四　二十

○七六八四策同上

四六○八千百十策

又如易六十四卦焦氏易林每卦變六十四共若干術用第六第四策視第六第四行之數併之此法皆六十四也得四千九十六卦

三八四　六十

二五六四卦自上而下第二位爲單位

四○九六千百十卦

又如古以二十四銖爲一兩十六兩成一斤三十斤成一鈞爲銖若干術以二十四銖爲法用第二第四策以十六兩爲實視第一第六行之數併之得三百八十四銖爲一斤合易二篇之爻又以三百八十四爲法用第三第八第四策以三十斤爲實視第三行之數得一萬一千五百二十銖爲一鈞合易二篇之策

○二四　一十

一四四六兩

三八四

百十銖

一一五二三十斤

萬千百十銖

又如量之本出於黃鐘一千二百黍實其龠兩龠爲合十合爲升考工記嘉量鬴容六斗四升計黍若干術以六斗四升爲法用第六第四策以每升容二十龠爲實視第二行之數得一千二百八十龠爲一鬴所容又以一千二百八十龠爲法用第一第二第八策以每龠容一千二百黍爲實視第一第二行之數併之得一百五十三萬六千黍

一二八二十

千百十

○一二八　一千

○二五六二百

○一五三六

百十萬千

又如漢書律歷志以八十一爲日法又以章歲十九通之得一千五百三十九爲一日之小分以四分歲周之一爲中法凡十四萬五百三十小分其一歲計日小分若干術以四爲法用第四策以十四萬五百三十爲實取第一第四第五第三行之數中空千應空一行併之得五十六萬二千一百二十爲歲周此術空行式或以十四萬五百三十爲法用第一第四第五第三策中空千應加空策一以四爲實視第四行之數所得亦同此加空策式

								一	十
						四	萬		
					一	六			
					〇	〇			
				二	〇				
			一	二					
			三	十					
		五	百						
	五	六	二	一	二				
	萬	千	百	十	分				

								〇	四
								五	六
								二	一
								一	二
								二	四
								萬	千
								百	十
								分	

又如皇極經世一元十二會每會一萬八百年一元其年若干術以一萬八百年爲法用第一第八策中空千加空策一以十二爲實視第一第二行之數併之得一十二萬九千六百年爲一元此亦加空策式或以十二爲法用第一第二策以一萬八百爲實視第一第八行之數併之所得亦同此亦審空行式

				一	十
		〇	一	〇	八
		〇	二	一	六
一	二	九	六	二	會
十萬	千	百			

				一	萬
		〇	一	二	
		〇	〇	〇	〇千
		〇	九	六	八百
一	二	九	六		
十萬	千	百			

除

凡除必審定法實變動者爲實如所分之物不變動者爲法如作幾分分之法有幾位則用幾策列實從上而下直書之至單位止雖實不至單位必以圈識之視策之第幾行其數有與實等或差小於實者以減

實不盡又如法減之實盡而止除或不盡則單位之下命爲幾分之幾以策之行數爲所得數列策數每行低一位若低兩位則有一空行低三位則有二空行也策數書之於左所減之餘書之於右定位法視所列實之位與法首萬千百十單之位相當者其上一位爲單位各對策所取之數最上一位命其下所得數

凡除不盡而命分法爲分母實爲分子以少減多迭更相減求其等數以等數除法實命爲幾分之幾若有所命之分與他數相乘則分母乘全數納分子然後以他數乘之乘訖仍以分母報除若除有他數或爲實或爲法亦分母乘全數納分子又以分母乘他數皆散全成積分然後除其無全數徑用分子者在乘則乘訖以分母報除在除則以分母乘他數散爲積分凡兩數皆有所命之分而分母不同則分子亦異各如上納分子訖母互乘子以齊其子母相乘以同其母報除如上

如漢書律歷志黃鍾之實十有七萬七千一百四十七始於一而三之三三積之歷十二辰之數凡律呂用九九絲爲毫九毫爲釐九釐爲分九分爲寸子一爲黃鍾之律丑三爲絲法卯二十七爲毫法巳二百四十三爲釐法未二千一百八十七爲分法酉一萬九千六百八十三爲寸法以寸分釐毫絲之法除黃鍾之實得寸分釐毫絲之數列其算術皆以黃鍾之實十七萬七千一百四十七爲實以寸法

一萬九千六百八十三用第一第九第六第八第三策得寸數九以分法二千一百八十七用第二第一第八第七策得分數八十一以釐法二百四十三用第二第四第三策得釐數七百二十九以毫法二十七用第二第七策得毫數六千五百六十一以絲法三用第三策得絲數五萬九千四十九此空行式是爲寅九辰八十一午七百二十九申六千五百六十一戌五萬九千四十九陽辰順而左行爲寸分釐毫絲之數陰辰逆而右行爲起寸分釐毫絲之法

一七七一四七

一七七一四七九寸 實之第二位與法首相當故上一位命爲單數

○○二　八

一七七一四七

一七四九六　八十

○二一八七一分

實之第三位與法首相當

二一八
〇〇　〇
一七七一四七

一七〇一　七百
〇四八六　二十
二一八七九釐

〇〇二
〇一六
〇一五
一七七一四七

一六二　六千
一三五　五百
一六二　六十
二七一毫

實之第四位與法首相當

實之第五位與法首相當

○二
○○
○二
一七七一四七
一五　五萬
二七　九千
○○　○百
一二　四十
二七九絲

又如太陽每歲行天三百六十度分爲七十二候每候幾度術以七十二爲法用第七第二策以三百六十爲實視策行內有與實等之數用減實恰盡得每候五度

三六○
三六　五度　實之第二位與法首相當

又如黃鍾之龠容千二百黍重十二銖一約萬一千五百二十銖爲龠若干術以十二爲法用第一第

二策以萬一千五百二十爲實視策行內之數用減實恰盡得九百六十禽黍

○○七	
一一五二○	
一○八	九百
○七二	六十

實之第四位與法首相當

又如漢書律歷志三十斤成鈞萬一千五萬二十銖合易二篇之策每一斤爲銖若干術以三十爲法用第三策以一萬一千五百二十爲實視策行內之數用減實恰盡得三百八十四銖合易二篇之爻

一	
二	
一一五二○	
○九	三百
○二四	八十
○一二	四銖

實之第四位與法首相當

又如呂氏春秋先爲黃鍾之宮次制十二筒蔡邕月令章句云黃鍾之宮爲黃鍾少宮也半黃鍾九寸之數管長四寸五分此蓋用半律之法後人未之考今列其算以上生者四其實三其法以下生者倍其實三其法黃鍾之宮四寸五分上生林鍾四其實得十八三除之得六寸林鍾下生太簇倍其實得十二三除之得四寸太簇上生南呂四其實得十六三除之得五寸餘一不盡命爲三分寸之一此命分法也五寸爲全數三爲分母一爲分子南呂下生姑洗先以分母三乘五寸得十五納分子一共十六倍其實得三十二當以三除之又以分母三報除省兩偏除爲一乘一除則以三與三相乘爲九除之得三寸餘五不盡命爲九分寸之五姑洗上生應鍾以分母九乘三寸納分子五四其實得一百二十八以九與三相乘爲二十七除之得四寸餘二十不盡命爲二十七分寸之二十應鍾下生蕤賓以分母二十七乘四寸納分子二十倍其實得二百五十六以二十七與三相乘爲八十一除之得三寸餘十三命爲八十一分寸之十三蕤賓上生大呂以分母八十一乘三寸納分子十三四其實得一千二十四以八十一與三相乘爲二百四十三除之得四寸餘五十二命爲二百四十三分寸之五十二大呂上生夷則以分母二百四十三乘四寸納分子五十二四其實得四千九十六以二百四十三與三相乘爲七百二十九除之得五寸餘四百五十一命爲七百二十九分寸之四百五十一夷則下生夾鍾以分母七

百二十九乘五寸納分子四百五十一倍其實得八千一百九十二以七百二十九與三相乘爲二千一百八十七除之得三寸餘一千六百三十一命爲二千一百八十七分寸之一千六百三十一夾鍾上生無射以分母二千一百八十七乘三寸納分子一千六百三十一四其實得三萬二千七百六十八以二千一百八十七與三相乘爲六千五百六十一除之得四寸餘六千五百二十四命爲六千五百六十一分寸之六千五百二十四無射下生仲呂以分母六千五百六十一乘四寸納分子六千五百二十四倍其實得六萬五千五百三十六以六千五百六十一與三相乘爲一萬九千六百八十三除之得三寸餘六千四百八十七命爲一萬九千六百八十三分寸之六千四百八十七乘除式如前

又如儀禮注二十兩曰溢爲米一升二十四分升之一以百二十斤曰石爲米一斛計之則十二斤爲一斗斤十六兩兩二十四銖銖十絫十二斤爲絫四萬六千八十以十升分之升得四千六百八絫於二十兩爲絫四千八百內減此數仍有一百九十二絫不盡以不盡之數與每一升爲絫四千六百八相減適得一百九十二絫是爲等數以等數爲法除每一升爲絫四千六百八得分母二十四以等數除不盡之一百九十二得分子一故命爲二十四分升之一

又如古歷皆以十九年氣朔分齊爲一章日行十九周月行二百五十四周以是例之日行一度月行度若干術以月行二百五十四周爲實以日行十九周爲法除之得十三餘七不盡命爲日行一度月行十三度十九分度之七

又如一章之內日行十九周月行二百五十四周凡月周天又追及於日而與之會以成一月於月二百五十四周減日十九周得日月之會二百三十五是爲章月十九年爲章歲平歲十二月十九年凡二百二十八月以減章月餘七得十九年七閏而氣朔分齊以是例之一歲之閏餘若干術以章月爲實以章歲爲法除之得十二月餘七不盡命爲一歲閏餘十九分月之七

又如漢書律歷志鄧平落下閎以律起歷律容一龠積八十一寸爲一日之分月有二十九日八十一分日之四十三以分母八十一乘二十九日納分子四十三得二千三百九十二是爲月法一月之日分也以是例之一歲十二月十九分月之七其日分若干術以分母十九乘十二月納七得二百三十五以月法二千三百九十二乘之得五十六萬二千一百二十當以分母十九報除因除不可盡以十九乘日分八十一得一千五百三十九爲日之小分卽以五十六萬二千一百二十爲一歲之小分置此小分爲實以一千五百三十九爲法除之得三百六十五日餘三百八十五不盡命爲小餘一

千五百三十九分日之三百八十五合四年之小餘得一千五百四十滿一千五百三十九成日仍有一分此太初歷小餘四年而大於四分歷小餘一千五百三十九分日之一也六千一百五十六年而差一日六十一年過半年而差一刻古今歲實未有大於此者矣

又如後漢用四分歷以蔀月九百四十爲一日之小分以蔀日二萬七千七百五十九爲一月之小分以大周三十四萬三千三百三十五爲一歲之小分置蔀日爲實蔀月爲法除之得二十九日餘四百九十九命爲九百四十分日之四百九十九置大周爲實蔀月爲法除之得三百六十五日餘二百三十五命爲九百四十分日之二百三十五置蔀日以平年十二月乘之得三十三萬三千一百八以蔀月爲法除之得三百五十四日餘三百四十八以甲子六十除十二月之日得五甲子餘五十四日是爲大餘五十四小餘三百四十八史記歷書歷術甲子篇太初元年大餘五十四小餘三百四十八卽此數四分歷推二十四氣每一氣十五日三十二分日之七故又以三十二爲日分以二十四乘十五日得三百六十日適六甲子以二十四乘餘分七得一百六十八是爲日餘以三十二除日餘得五日餘八是爲大餘五小餘八歷術甲子篇太初元年又記大餘五小餘八卽此數史記當用太初歷不當用四分歷以此知歷術甲子篇乃後漢人竄入非史記本文太初歷月法二

千三百九十二以平年十二月乘之得二萬八千七百四以日法八十一除之得三百五十四日餘三十當云大餘五十四小餘三十大餘五小餘三百八十五前記朔數後記中數皆不與四分歷同又如回回歷西域默狄納國王馬哈麻所作日周分一千四百四十刻九十六每刻十五分分六十秒以下皆六十遞析三百六十五日爲平年增一日爲閏年一百二十八年而閏三十一日是爲三百六十五日小餘一百二十八分日之三十一較四分歷一百二十八年閏三十二日有一日之差用一千萬爲日分置三十一爲實以一百二十八爲法除之得小餘二百四十二萬一千八百七十五分四分歷小餘二百五十萬大於此七萬八千一百二十五分明萬歷三十八年以後至崇禎末西洋人龐廸我熊三接等所譯新法歷書云西法歲三百六十五日四分日之一每四歲之小餘成一日因而置閏百年中爲整年七十五閏年二十五共爲三萬六千五百二十五日此即周髀算經三百六十五日謂之經歲餘四分日之一積四年而增一日也新法歷書又云當神宗十六年戊子第谷測春分時刻與前弘治元年戊申西城白耳瓦所測相較定歲實三百六十五日二十三刻三分四十五秒考其與回回歷異同每日九十六刻以分秒通之得八萬六千四百秒爲日法以十五乘二十三刻納三分又以六十乘之納四十五秒得二萬九百二十五秒用一千萬爲日分通法乘之以

每日八萬六千四百秒爲法除之得二百四十二萬一千八百七十五分於回回歷之小餘不差分秒其會望策二十九日五三〇五九三亦云西史依巴谷考驗所得於元郭守敬授時歷之朔策二十九日五千三百五分九十三秒亦不差分秒西洋人舊法襲用中土古四分歷其新法則襲回回歷會望策又襲郭守敬乃妄言第谷巴谷測定以欺人耳

開平方

凡平方冪四面相等有冪積求其一面之數置冪積爲實列實自上而下至單位止有空位以圈識之從單位起作點每隔一位則點之首位有點者於上加一圈平方策有二位故二位爲一次商實有幾點則有幾次商凡除實不盡倍商數用乘除一至九之策爲兩廉用平方策爲隅若策之數雖差小於實而與點不相當其下位過點而下則知有空位於兩廉所用策下平方策上加空策一多空位者審定加之定位法實有一點者初商爲單位有二點者爲十有三點者爲百以上準此

初商除內方冪次商有兩廉冪及隅冪三商亦有兩廉冪及隅冪以後倣此

如論語道千乘之國馬融注云司馬法六尺爲步步百爲畹畹百爲夫夫三爲屋屋三爲井井十爲通通十爲成成出革車一乘然則千乘之賦其地千成居地方三百一十六里有畸按成方十里爲方一里者百則千成爲方一里者十萬術以十萬里爲平方冪橫列實一下加五圍藏萬千百十畢五位從畢位起作點越十至百作點越千至萬作點用平方算開之視第三行小於實減九萬里餘一萬里定爲初商三

百里倍之用第六策爲兩廉用平方策爲隅視第一行小於實減六千一百里餘三千九百里定爲次商十里合初商次商倍之用第六第二策爲兩廉用平方策爲隅視第六行小於實減三千七百五十六里餘一百四十四里不盡是爲一面三百一十六里若三百一十七里則不足故云居地方三百一十六里有畸

一四四
〇三九
〇一
一〇〇〇〇〇
〇九
〇六一
三百一十
三七五六六里

又如考工記輪人爲蓋參分弓長以其一爲之尊鄭注云六尺之弓上近部平者二尺爪末下於部二尺二尺爲句四尺爲弦求其股股十二除之面三尺幾半也按股十二者此句弦求股術弦四自乘十六爲弦實句二自乘四爲句實減句實於弦實餘十二爲股實凡方一尺爲寸百爲分萬此方尺者十二爲分十二萬列實一二下加四圍識千百十單四位從單位起作點用平方策開之視第三行小於

實減九萬分餘三萬分定爲初商三百分倍之用第六策爲兩廉用平方策爲隅覆第四行小於實減二萬五千六百分餘四千四百分定爲次商四十分合初商次商倍之用第六第八策爲兩廉用平方策爲隅覆第六行小於實減四千一百一十六分餘二百八十四分不盡是爲股長三尺四寸六分有畸不足三尺五寸故云面三尺幾半

		〇二八四
	〇四四	
三		
一二〇〇〇〇		
		三尺
〇九		四寸
二五六		
四一一六六分		

又如考工記磬氏爲磬倨句一矩有半鄭注云必先度一矩爲句一矩爲股而求其弦旣而以一矩有半觸其弦則磬之倨句也賈公彥疏云假令句股各一尺今以一尺五寸觸兩弦按句與股必橫直正方相遇古磬制不正方謂之磬折故先求句股弦以明磬折之弦大於此磬之鼓與股不相等而定倨句之法則度兩矩相等一爲句一爲股定之設句長百分自乘得萬分股亦長百分自乘得

萬分併之二萬分爲弦實列實二上加一圈下加四圈從單位起作點用平方策開之視第一行小於實減一萬分餘一萬分定爲初商一百分倍之用第二策爲兩廉用平方策爲隅視第四行小於實減九千六百分餘四百分定爲次商四十分合初商次商倍之用第二第八策爲兩廉平方策爲隅視第一行小於實減二百八十一分餘一百一十九分不盡是爲弦長一尺四寸一分有畸一矩有半乃一尺五寸大於弦張兩矩就之以爲磬折倨句之法

策算終

海島算經

魏 劉徽 撰

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋

今有望海島立兩表齊高三丈前後相去千步令後表與前表參相直從前表卻行一百二十三步人目著地取望島峯與表末參合問島高及去表各幾何

荅曰島高四里五十五步

去表一百二里一百五十步

術曰以表高乘表間爲實相多爲法除之所得加表高即得島高臣淳風等謹按此術意宜云島謂山之頂上兩表謂立表木之端直以人目於木末望島參平人去表一百二十三步爲前表之始後立表木至人目於木末沿望去表一百二十七步二表相去爲相多以爲法前後表相去千步爲表間以表高乘之爲實以法除之加表高即是島高積步得一千二百五十五步以里法三百步除之得四里餘五十五步是島高之步數也

求前表去島遠近者以前表卻行乘表間爲實相多爲法除之得島去表里數臣淳風等謹按此術意宜云前去表乘表間得十二萬三千步以相多四步爲法除之得三萬七百五十步又以里法三百步除之得一百二里一百五十步是島去表里數

今有望松生山上不知高下立兩表齊高二丈前後相去五十步令後表與前表參相直從前表卻行七步四尺薄地遙望松末與表端參合又望松本入表二尺八寸復從後表卻行八步五尺薄地遙望松末亦與表端參合問松高及山去表各幾何

荅曰松高十二丈二尺八寸

山去表一里二十八步七分步之四

術曰以入表乘表間爲實相多爲法除之加入表卽得松高臣淳風等謹按此術意宜云前後去表相減餘七尺是相多以爲法表間步通之爲尺以入表乘之退位一等以爲實以法除之更加入表得一百二十二尺八寸以爲松高退位一等得十二丈二尺八寸也求表去山遠近者置表間以前表卻行乘之爲實相多爲法除之得山去表臣淳風等謹按此術意宜云表間以步尺法通之得三百尺以前去表四十六尺乘之爲實以相多七尺爲法實如法而一得一千九百七十一尺七分尺之三以里尺法除之得一里不盡以步尺除之得二十八步不盡三退以七因之得數內子三得二十四復置步尺法以分母七乘六得四十二爲步法俱半之副置平約等數卽是於山去前表一里二十八步七分步之四也

今有南望方邑不知大小立兩表東西去六丈齊人目以索連之令東表與邑東南隅及東北隅參相直當東表之北卻行五步遙望邑西北隅入索東端二丈二尺六寸半

又卻北行去表十三步二尺遙望邑西北隅適與西表相參合問邑方及邑去表各幾何

荅曰邑方三里四十三步四分步之三

邑去表四里四十五步

術曰以入索乘後去表以兩表相去除之所得爲景差以前去表減之不盡以爲法置後去表以前去表減之餘以乘入索爲實實如法而一得邑方臣淳風等謹按此術置入索乘後去表得一千八百一十二尺以兩表相去除之得三丈二寸爲景差以前去表減之餘二寸以爲法前後相去表減之餘以乘入索得一萬一千三百二十五寸爲實以法除之得五千六百六十二尺不盡二分尺之一以里法除之得三里不盡尺以步法除之得四十三步不盡四以分母乘之內子一得九以分母乘六得十二以三約母得四約子得三即得邑方三里四十三步四分步之三也求去表遠近者置後去表以景差減之餘以乘前去表爲實實如法而一得邑去表臣淳風等謹按此術置後去表以景差尺數減之餘尺以乘前去表得一千四百九十四尺爲實以法除之得七千四百七十尺以步里法除之得四里不盡二百七十尺以步法除之得四十五步即是邑去前表四里四十五步也

今有望深谷偃矩岸上令句高六尺從句端望谷底入下股九尺一寸又設重矩於上其矩間相去三丈更從句端望谷底入上股八尺五寸問谷深幾何

荅曰四十一丈九尺

術曰置矩間以上股乘之爲實上下股相減餘爲法除之所得以句高減之即得

谷深臣淳風等謹按此術置矩間上股乘之爲實又置上下股尺寸相減餘六寸爲法除實得數退位一等以句高減之餘四十一丈九尺即是谷深又一法置矩間以下股乘之爲實置上下股尺數相減餘六寸以爲法除之得四百五十五尺以句高并矩間得三十六尺減之餘退位一等即是谷深也

今有登山望樓樓在平地偃矩山上令句高六尺從句端斜望樓足入下股一丈二尺又設重矩於上令其間相去三丈更從句端斜望樓足入上股一丈一尺四寸又立小表於入股之會復從句端斜望樓岑端入小表八寸問樓幾何

荅曰高八丈

術曰上下股相減餘爲法置矩間以下股乘之如句高而一所得以入小表乘之爲實實如法而一即是樓高臣淳風等謹按此術置下股以上股相減餘六寸以爲法又置矩間以下股乘之得三萬六千寸以句高六尺除之得六百寸以入小表乘之得四千八百寸以法除之得八百寸退位一等即是樓高八丈也

今有東南望波口立兩表南北相去九丈以索薄地連之當北表之西卻行去表六丈薄地遙望波口南岸入索北端四丈二寸以望北岸入前所望表裏一丈二尺又卻後

行去表十三丈五尺薄地遥望波口南岸與南表參合問波口廣幾何

荅曰一里二百步

術曰以後去表乘入索以表相去而一所得以前去表減之餘以爲法復以前去表減後去表餘以乘入所望表裏爲實實如法而一得波口廣臣淳風等謹按此術置後去表以乘入索四百二十得五十四萬二千七百寸以兩表相去除之得六百三寸又以前去表六百寸減之餘有三寸爲法又置前後卻行去表寸數相減餘以乘入望表裏一百二十寸得九萬寸以法除之得三萬寸爲實以步里法除之得一里餘以步法除之得二百步即是波口廣一里二百步也

今有望清淵淵下有白石偃矩岸上令句高三尺斜望水岸入下股四尺五寸望白石入下股二尺四寸又設重矩於上其間相去四尺更從句端斜望水岸入上股四尺以望白石入上股二尺二寸問水深幾何

荅曰一丈二尺

術曰置望水上下股相減餘以乘望石上股爲上率又以望石上下股相減餘以乘望水上股爲下率兩率相減餘以乘矩間爲實以二差相乘爲法實如法而一得水深臣淳風等謹按此術以望水上下股相減餘五寸以乘望石上股二十二寸得一百一十寸即是上率又置望石上股減望石下股餘有二寸以乘望水上股四十

寸得八十寸即是下率二率相減餘有三十寸以乘矩間四十寸得一千二百寸爲實又以二差二五相乘得十爲法除實退位二等即是水深一丈二尺也

又術列望水上下股及望石上下股相減餘并爲法以望石下股減望水下股餘以乘矩間爲實實如法而一得水深又術置望水上股以望水下股減之餘有五寸置望石下股以望石上股減之餘有二寸并之得七寸以爲法又以望石下股以望水下股減之餘有二十一寸以乘矩間四十寸得八百四十寸以爲實以七寸爲法除之得一百二十寸退之得一丈二尺即是水深也

今有登山望津津在山南偃矩山上令句高一丈二尺從句端斜望津南岸入下股二丈三尺一寸又望津北岸入前望股裏一丈八寸更登高巖北卻行二十二步上登五十一步偃矩山上更從句端斜望津南岸入上股二丈二尺問津廣幾何

荅曰二里一百二步

術曰以句高乘下股如上股而一所得以句高減之餘爲法置北行以句高乘之如上股而一所得以減上登餘以乘入股裏爲實實如法而一即得津廣臣淳風等謹按此術置句高乘下股得二百七十七尺二寸以上股除之得一丈二尺六寸以句高一丈二尺減之餘有六寸以爲法又置北行步展爲一百三十二尺以句高乘之得一千五百八十四尺以上股除之得七十二尺又置上登五十一步以每步六尺通之得三百六尺以前數減之餘二百三十四尺以乘入股裏尺數得二千

五百二十七尺二寸爲實實如法而一得四千二百一十二尺以步里法除之得二里餘一百二步卽是津廣也

今有登山臨邑邑在山南偃矩山上令句高三尺五寸令句端與邑東南隅及東北隅參相直從句端遥望東北隅入下股一丈二尺又施横句於入股之會從立句端望西北隅入横句五尺望東南隅入下股一丈八尺又設重矩於上令矩間相去四丈更從立句端望東南隅入上股一丈七尺五寸問邑廣長各幾何

荅曰南北長一里一百步

東西廣一里三十三步少半步

術曰以句高乘東南隅入下股如上股而一所得減句高餘爲法以東北隅下股減東南隅下股餘以乘矩間爲實實如法而一得邑南北長也求邑廣以入横句乘矩間爲實實如法而一卽得邑東西廣臣淳風等謹按此術以句高乘東南隅下股得六千三百寸又以東南隅上股一百七十五寸除之得三十六寸以句高減之餘有一寸以爲法又置東北隅下股以減東南隅下股餘有六十寸以乘矩間得二萬四千寸爲實實如法而一卽不盈不縮以寸里法除之得一里不盡以寸步法除之得一百步卽是邑南北長一里一百步也求東西廣步者置入横句之數以乘矩間得二萬寸爲實實如法而一卽得不盈不縮以里法除之得一里餘以步法除之得三十三步不盡二十與法俱退半之卽是三分步之一也

海島算經終

海島算經正譌

休寧　戴　震　東原

臣淳風等謹按此術意宜云島謂山之頂上兩表謂立表木之端直此句訛舛據術意言立兩表齊高三丈相去千步者謂立木爲表兩表各高三丈其地相去千步必準之使平則表端齊平然後可測望也又言令後表與前表參相直者自海島至前表自前表退至後表三者令其參相當也非木之端直

以人目於木末望島參平人去表一百二十三步爲前表之始後立表末至人目於木末相望去表一百二十七步二表相去爲相多以爲法此亦訛舛據術意人去前表一百二十三步以目著地望表末斜與島峯參合又去後表一百二十七步以目著地望表末亦與島峯參合非於木末望島也前後去表相減餘四步爲相多非二表相去也當由傳寫失真後人妄加改竄遂不可通

劉徽序九章算術有云徽尋九數有重差之名凡望極高測絕深而兼知其遠者必用重差輒造重差并爲注解以究古人之意綴於句股之下度高者重表測深者累矩孤離者三望離而又旁求者四望是徽之書本名重差初無海島之目亦但附句股之末不別爲書故隋志九章增爲十卷下云劉徽撰蓋以九章九卷合此而十也而隋志唐志又皆有九章重差圖一卷蓋圖本單出故別著於錄而新舊唐志兼列劉向九章重差一卷則徽之重差既自爲卷因遂譌劉徽爲劉向而一書三出耳至海島之名雖古無所見而書鳥夷皮服正義曰孔讀鳥爲島島是海之山九章算術所云海島邈絕不可踐量是也故唐選舉志稱算學生九章海島共限習三年試九章三條海島一條則改題海島自唐初已然矣其書世無傳本惟散見永樂大典中今裒而輯之仍爲一卷篇帙無多而古法具在固宜與九章算同爲表章以見算數源流之本焉乾隆乙未夏四月休寧戴震

重差者比兩而知雖三望四望皆先定差分因而重之可即此知彼故劉徽曰輒造重差綴於句股之下以九章句股末原有測高深望遠七術也其曰輒造也者以

重差本在句股之內後人因其疊兩句股設算較煩故多設論說以開曉學人遂指以名之今海島算是也由是言之則重差指其爲算之術海島指其設算之物非有兩意然重差本非離句股別能爲術慮後來更其名將遂竊其實日輒造以專輒之罪自居此守師法之善經也余旣假戴君東原本歸於算經十書中乃記之曲阜孔繼涵