萬有文庫

第二集七百種

王雲五主編

數理精蘊

(八)

清聖祖敕編

商務印書館發行

數理精蘊

（八）

清聖祖敕編

國學基本叢書

萬有文庫

第二集七百種

總編纂者
王雲五

商務印書館發行

數理精蘊下編卷二十三

體部一

立方

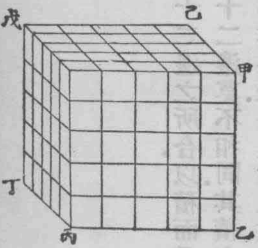
立方者。等邊六面之體積也。以形而言。雖爲六面十二邊之所合。以積而言。則爲自乘再乘之數。因其縱橫與高俱相等。故十二邊皆如一線。得其一邊。而十二邊莫不相同。其積之也。自線而面。自面而體。次第相乘而後得其全積。其開之也。必次第析之而後得其一邊。是故古人立爲方廉長廉之制。每積三位而得邊之一位。所謂一千商十定無疑。三萬纔爲三十餘。九十九萬不離十。百萬方爲一百推是也。其法先從一角而剖其體。以自一至九自乘再乘之數爲方根。與實相審。量其足減者而定之。是爲初商。初商減盡無餘。則方根止一位。若有餘實。卽初商方積外。別成一缺角三面磬折體。其附初商之三面者。謂之方廉。其附初商之三邊者。謂之長廉。其附初商之角者。謂之隅。廉有三。故以三爲廉法。隅惟一。而隅之三面卽符於三長廉之端。合三方廉三長廉一隅。始合次商之數。故商除之法。以初商自乘三因爲三方廉面積。視初商餘實足方廉面積幾倍。卽定爲次商。乃以次商乘三長廉爲三長廉面積。又以次商自乘爲小隅面積。共合三方廉三長廉及一小隅面積。以次商數乘之。爲次商廉隅之共積。所謂初商方積外別成一缺角三面磬折體者是也。如次商外尚有不盡之實。則初商次商方積外。仍爲三方廉三長廉一小隅。

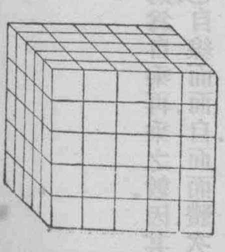
又成一三面磬折體。但較前方廉愈大。長廉愈長。而隅愈小耳。凡有幾層廉隅。俱照次商之例遞析之。實盡而止。如開至多位。實仍不盡者。必非自乘再乘之正數。此開立方之定法也。體形不一。而容積皆以立方為準。故立方為算諸體之本。諸體必通之立方而法乃可施也。

設如正方體積一百二十五尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積一百二十五尺。自末位起算。每方積三位定方邊一位。今積止有三位。則於五尺上作記。定單位。以自一至九自乘再乘之方根數與之相審。知與五尺自乘再乘之數恰合。乃以五尺書於方積五尺之上。而以五尺自乘再乘之一百二十五尺書於方積原數之下。相減恰盡。卽得開方之數為五尺也。如圖甲乙丙丁戊己正方體形。每邊皆五尺。其中函一尺小方體一百二十五。自邊計之為五尺。自面計之。則為五尺自乘之二十五尺。自通體計之。則為五尺自乘再乘之一百二十五尺。以積開之。則與五尺自乘再乘之數相準。故商除之恰盡也。蓋方積為三位。是以方邊止一位。方積卽五尺自乘再乘之數。別無廉隅。故不用次商。如有餘實。則自成廉隅而用次商矣。

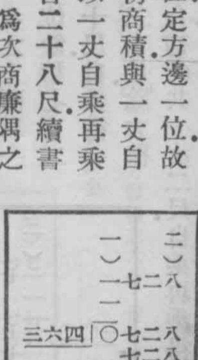
五)
一二五
一二五
○○○

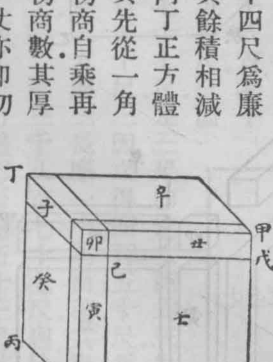




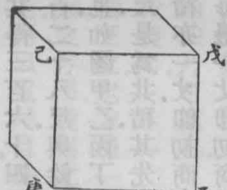
設如正方體積一丈七百二十八尺。開立方。問每一邊數幾何。

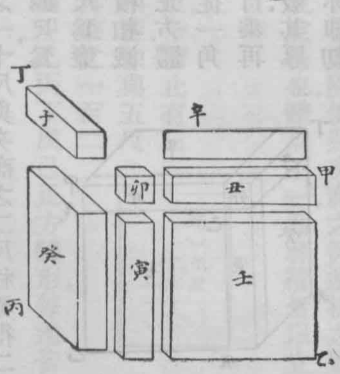
法列正方體積一丈七百二十八尺。自末位起算每方積三位定方邊一位。故隔二位作記。卽於八尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈爲初商積。與一丈自乘再乘之數相合。卽定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下相減恰盡。爰以方邊末位餘積七百二十八尺。續書於下。大凡以餘積續書於下者。每取方積之三位。以當方邊之一位也。爲次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。爲次商三方廉面積。以除方積七百二十八尺。足二尺。卽定次商爲二尺。書於方積八尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺。三因之得六十尺。爲次商三長廉面積。復以次商二尺自乘得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四尺。爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之。得七百二十八尺。與餘積相減恰盡。是開得一丈二尺。爲正方體積每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方體形。每邊皆一丈二尺。其中函積一丈七百二十八尺。是爲共積。其先從一角所分戊乙庚己方體每邊一丈。卽初商數。其中函積亦一丈。卽初商自乘再乘之數。所餘辛形壬形癸形三方體爲三方廉。其每邊一丈。卽初商數。其厚二尺。卽次商數。而子形丑形寅形三長方體爲三長廉。其每邊一丈。亦卽初



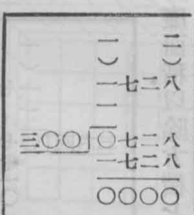


商數。其闊其厚皆二尺。亦卽次商數。方廉有三。故三倍初商之自乘爲廉法。以定次商。其卯形一小正方體爲隅。其長與闊與厚皆同爲二尺。亦卽次商數。故以次商爲隅法。合辛壬癸三方廉。子丑寅三長廉。卯一方隅。而成一磬折體形。附於初商自乘再乘之方體三面而成一甲乙丙丁之總正方體積。此立方廉隅之法所由生也。三商以後。皆倣此遞析開之。





又法。列積一丈七百二十八尺。自末位起算作記。定位同前。乃截一丈爲初商積。與一丈自乘再乘之數相合。則定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下。相減恰盡。乃以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下。爲次商廉隅之共積。而以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。爲次商三方廉面積。卽以三方廉面積三百尺除方積七百二十八尺。足二尺。則定次商爲二尺。書於方積八尺之上。合初商共一丈二尺。自乘再乘得一丈七百二十八尺。與原積符合。相減恰盡。卽定立方邊爲一丈二尺也。此法止用三方廉面積除立方體積。得



次商數。即併初商數自乘再乘。得數與原積相減。雖爲省去長廉小隅一層。然方邊位數少者還爲簡易。
至於方邊位數過四位以上。則累次自乘再乘。反比遞析之理爲煩矣。

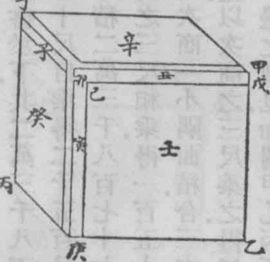
設如正方體積一十四萬八千八百七十七尺。開立方問每一邊數幾何此題正方體積之六位．皆以尺命位．似與前題分丈尺者不同．然其取方積三位續書於下．其末位即命爲單位．立算則與丈尺同也．

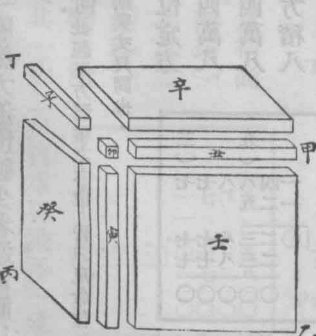
法列正方體積一十四萬八千八百七十七尺。自末位起算每方積三位定方邊一位。故隔二位作記。乃於七尺上定單位。八千尺上定十位。其一十四萬八千尺爲初商積。以初商本位計之。則八千尺爲初商積之單位。而一十四萬八千尺爲一百四十八。止與五自乘再乘之數相準。即定初商爲五。書於方積八千尺之上。而以五自乘再乘之一百二十五。書於初商積之下。相減餘二萬三千尺。爰以方邊第二位餘積八百七十七尺續書於下。共二萬三千八百七十七尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之五作五十尺。自乘得二千五百尺。三因之得七千五百尺。爲次商三方廉面積。以除方積二萬三千八百七十七尺。足三尺。即定次商爲三尺。書於方積七尺之上。而以初商之五十尺與次商之三尺相乘。得一百五十尺。三因之得四百五十尺。爲次商三長廉面積。復以次商三尺自乘得九尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得七千九百五十九尺。爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商之三尺乘之。得二萬三千八百七十七尺。與餘積相減恰盡。是開得五十三尺。爲正方體積每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方體形每邊五十三尺。其中

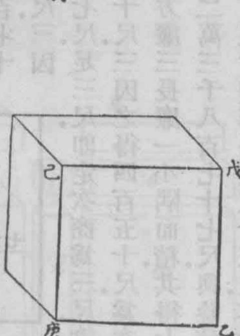
五)　三)
一四八八七七
一二五
七九五九｜○二三八七七
二三八七七
○○○○○

函積一十四萬八千八百七十七尺。是爲共積。其從一角所分戊乙庚己方體每邊五十尺。卽初商邊數。其中函積一十二萬五千尺。卽初商自乘再乘之數。所餘辛形壬形癸形三方體爲三方廉。其每邊五十尺卽初商數。其厚三尺卽次商數。而子形丑形寅形三長方體爲三長廉。其每邊五十尺亦卽初商數。其闊其厚皆三尺亦卽次商數。方廉有三。故三倍初商之自乘爲廉法。以定次商。其卯形一小正方體爲隅。其長與闊與厚皆同爲三尺亦卽次商數。故以次商爲隅法。合辛壬癸三方廉。子丑寅三長廉。卯一方隅而成一罄折體形附於初商自乘再乘之方體三面。而成一甲乙丙丁之總正方體積也。

又法。列積一十四萬八千八百七十七尺。自末位起算作記。定位同前。乃截一十四萬八千尺爲初商積與五十自乘再乘之數相準。則定初商五十尺。書於方積八千尺之上。而以五十自乘再乘







之一十二萬五千尺。書於原積一十四萬八千之下。相減餘二萬三千尺。乃合第二位積八百七十七尺。共二萬三千八百七十七尺。爲次商廉隅之共積。而以初商五十尺自乘得二千五百尺。三因之得七千五百尺。爲次商三方廉面積。卽以三方廉面積。除方積二萬三千八百七十七尺。足三尺。卽定次商爲三尺。書於方積七尺之上。合初商共得五十三尺。自乘再乘得一十四萬八千八百七十七尺。與原積符合。相減恰盡。卽定立方邊爲五十三尺也。此法亦止用三方廉面積除立方體積。得次商數。卽併初商數自乘再乘以減原積也。

設如正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸。開立方問每一邊數幾何。

法列正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸。自末位起算。每方積三位定方邊一位。故隔二位作記。卽於七寸上定寸位。空尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈爲初商積。與一丈自乘再乘之數相合。卽定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊第二位餘積八百六十尺續書於下。爲次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。爲次商三方廉面積。以除八百六十尺。足二尺。卽定次商爲二尺。書於方積空尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺。三因之得六十尺。爲次商三長廉面積。復以次

五)　三)
一四八八七七
一二五
七五〇〇 | 〇二三八七七
一四八八七七
〇〇〇〇〇〇

一)　二)　三)
一八六〇八六七
一
三六四 | 〇八六〇
八二七
四四二八九 | 一三二八六七
一三二八六七
〇〇〇〇〇〇

商之二尺自乘得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四尺。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之。得七百二十八尺。與次商廉隅共積相減。餘一百三十二尺。卽一十三萬二千寸。復以方邊第三位餘積八百六十七寸續書於下。共一十三萬二千八百六十七寸。爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。三因之得四萬三千二百寸。爲三商三方廉面積。以除一十三萬二千八百六十七寸。足三寸。卽定三商爲三寸。書於方積七寸之上。而以初商次商之一百二十寸。與三商之三寸相乘。得三百六十寸。三因之得一千零八十寸。爲三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四萬四千二百八十九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得一十三萬二千八百六十七寸。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得一丈二尺三寸。爲正方體積每一邊之數也。

設如正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺。自末位起算。每方積三位。定方邊一位。故隔二位作記。乃於六尺上定單位。八千尺上定十位。四百萬尺上定百位。其九千四百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則四百萬尺爲初商積之單位。而九千四百萬尺爲九十四。止與四自乘再乘之數相準。卽定初商爲四。書於方積四百萬尺之上。而以四自乘再乘之六十四。書於初商積之下。相減餘三千萬尺。爰以方邊第二位餘積八十一萬八千尺。續書於下。共三千零八十一萬八千尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則八千尺爲次商積之單位。而三千零八十一萬八千尺爲三萬零八百一十八。而初商之

四。卽爲四十。乃以初商之四十自乘。得一千六百。三因之得四千八百。爲次商三方廉面積。以除三萬零八百一十八。足五倍。卽定次商爲五。書於方積八千尺之上。而以初商之四十與次商之五相乘得二百。三因之得六百。爲次商三長廉面積。復以次商之五自乘得二十五。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得五千四百二十五。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之五乘之。得二萬七千一百二十五。與次商廉隅共積相減。餘三百六十九萬三千尺。復以方邊末位餘積八百一十六尺續書於下。共三百六十九萬三千八百一十六尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商之四百五十尺自乘。得二十萬零二千五百。三因之得六十萬零七千五百。爲三商三方廉面積。以除三百六十九萬三千八百一十六尺。足六倍。卽定三商爲六。書於方積六尺之上。而以初商次商之四百五十與三商之六相乘。得二千七百。三因之得八千一百。爲三商三長廉面積。復以三商之六自乘。得三十六。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六十一萬五千六百三十六。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之六乘之。得三百六十九萬三千八百一十六。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得四百五十六尺。爲正方體積每一邊之數也。

四）　五）　六）
九四八一八八一六
六四
五四二五｜三〇八一八
二七一二五
六一五六三六｜〇三六九三八一六
三六九三八一六
〇〇〇〇〇〇〇

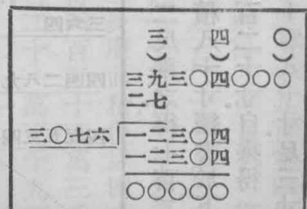
設如正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸。自末位起算每隔二位作記。即於七寸上定寸位。八尺上定尺位。七丈上定丈位。其三百四十七丈爲初商積。與七丈自乘再乘之數相準。即定初商爲七丈。書於方積七丈之上。而以七丈自乘再乘之三百四十三丈。書於初商積之下。相減餘四丈。即四千尺。爰以方邊第二位餘積四百二十八尺續書於下。共四千四百二十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之七丈作七十尺。自乘得四千九百尺。三因之得一萬四千七百尺。爲次商三方廉面積。以除方積四千四百二十八尺。其數不足。是次商爲空位也。乃書一空於方積八尺之上。以存次商之位。復以方邊末位餘積九百二十七寸續書於下。共四千四百二十八尺九百二十七寸。即四百四十二萬八千九百二十七寸。爲三商廉隅之共積。仍以次商三方廉面積一萬四千七百尺作一百四十七萬寸爲廉法。以除四百四十二萬八千九百二十七寸。足三寸。即定三商爲三寸。書於方積七寸之上。又以初商之七丈爲七百寸。與三商之三寸相乘。得二千一百寸。三因之得六千三百寸。爲三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一百四十七萬六千三百零九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得四百四十二萬八千九百二十七寸。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得七丈零三寸爲正方體積每一邊之數也。此法商出之方邊有空位。凡廉法除餘積而數不足者。皆依此例推之。

七）　〇）　三）
三四七四二八九二七
三四三
一四七六三〇九｜〇〇四四二八九二七
四四二八九二七
〇〇〇〇〇〇〇

設如正方體積三千九百三十萬四千尺．開立方問每一邊數幾何．

法列正方體積三千九百三十萬四千尺．補三空位以足其分．自末空位起算．每隔二位作記．乃於空尺上定單位．四千尺上定十位．九百萬尺上定百位．其三千九百萬尺爲初商積．以初商本位計之．則九百萬尺爲初商積之單位．而三千九百爲三十九．止與三自乘再乘之數相準．即定初商爲三．書於方積九百萬尺之上．而以三自乘再乘之二十七．書於初商積之下．相減餘一千二百萬尺．爰以方邊第二位．餘積三十萬四千尺續書於下．共一千二百三十萬四千尺．爲次商廉隅之共積．以次商本位計之．則四千尺爲次商積之單位．而一千二百三十萬四千尺爲一萬二千三百零四．而初商之三．即爲三十．乃以初商之三十自乘得九百．三因之得二千七百．爲次商三方廉面積．以除餘積一萬二千三百零四．足四倍．即定次商爲四．書於方積四千尺之上．又以初商之三十與次商之四相乘得一百二十．三因之得三百六十．爲次商三長廉面積．復以次商之四自乘得一十六．爲次商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積共得三千零七十六．爲次商廉隅共法．書於餘積之左．以次商之四乘之．得一萬二千三百零四．與餘積相減恰盡．是開得三百四十尺．爲正方體積每一邊之數也．此法方積之末有三空位．故所得方邊之末亦補一空位．凡設數未至單位者．皆依此例補足位分．然後開之．



設如正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分．開立方問每一邊數幾何．

法列正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分.自末位起算每隔二位作記.於四分上定分位.空寸上定寸位.九尺上定尺位.一丈上定丈位.其一丈爲初商積.與一丈自乘再乘之數相合.卽定初商爲一丈.書於方積一丈之上.而以一丈自乘再乘之一丈.書於初商積之下.相減恰盡.爰以方邊第二位餘積八百七十九尺續書於下.爲次商廉隅之共積.乃以初商之一丈作一十尺.自乘得一百尺.三因之得三百尺.爲次商三方廉面積.以除八百七十九尺.足二尺.卽定次商爲二尺.書於方積九尺之上.而以初商之一十尺.與次商之二尺相乘得二十尺.三因之得六十尺.爲次商三長廉面積.復以次商之二尺自乘得四尺.爲次商一小隅面積.合三方廉三長廉一小隅面積.共得三百六十四尺.爲次商廉隅共法.書於餘積之左.以次商之二尺乘之.得七百二十八尺.與餘積相減.仍餘一百五十一尺.卽一十五萬一千寸.又以方邊第三位餘積八十寸續書於下.共一十五萬一千零八十寸.爲三商廉隅之共積.乃以初商次商之一丈二尺.作一百二十寸.自乘得一萬四千四百寸.三因之得四萬三千二百寸.爲三商三方廉面積.以除一十五萬一千零八十寸.足三寸.卽定三商爲三寸.書於方積空寸之上.而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘.得三百六十寸.三因之得一千零八十寸.爲三商三長廉面積.復以三商之三寸自乘得九寸.爲三商一小隅面積.合三

一)　二)　三)　四)
一八七九〇八〇九〇四
一
三六四｜〇八七九
七二八
四四二八九｜一五一〇八〇
一三二八六七
四五五三四七六｜〇一八二一三九〇四
一八二一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇

方廉三長廉一小隅面積。共得四萬四千二百八十九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得一十三萬二千八百六十七寸。與餘積相減。仍餘一萬八千二百一十三寸。即一千八百二十一萬三千分。又以方邊第四位餘積九百零四分續書於下。共一千八百二十一萬三千九百零四分。爲四商廉隅之共積。乃以初商次商三商之一百二十三寸作一千二百三十分。自乘得一百五十一萬二千九百分。三因之得四百五十三萬八千七百分。爲四商三方廉面積。以除一千八百二十一萬三千九百零四分。足四分。即定四商爲四分。書於方積四分之上。而以初商次商三商之一千二百三十分與四商之四分相乘。得四千九百二十分。三因之得一萬四千七百六十分。爲四商三長廉面積。復以四商之四分自乘得一十六分。爲四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百五十五萬三千四百七十六分。爲四商廉隅共法。書於餘積之左。以四商之四分乘之。得一千八百二十一萬三千九百零四分。與餘積相減恰盡。是開得一丈二尺三寸四分。爲正方體積每一邊之數也。

設如正方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五尺。開立方。問每一邊數幾何。

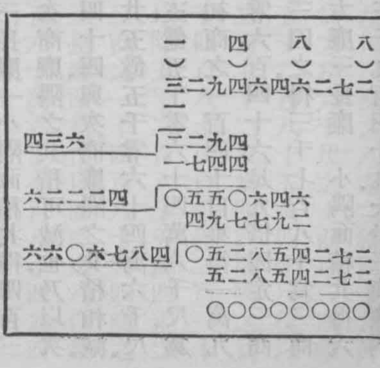
法列正方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五尺。自末位起算。每隔二位作記。於五尺上定單位。空千尺上定十位。空百萬尺上定百位。八十億尺上定千位。其八十億尺爲初商積。以初商本位計之。則八十億尺爲初商積之單位。而八十億尺爲八。止與二自乘再乘之數相合。即定初商爲二。書於方積八十億尺之上。而以二自乘再乘之八。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊第二位餘積六千萬尺續書於下。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則空百萬尺爲次商之單位。而六千萬尺爲六十。而初商

之二卽爲二十.故以初商之二十自乘得四百.三因之得一千二百.爲次商三方廉面積.以除六十.其數不足.是次商爲空位.乃書一空於方積空百萬尺之上.以存次商之位.復以方邊第三位餘積一十五萬尺續書於下.共六千零一十五萬尺.爲三商廉隅之共積.以三商本位計之.則空千尺爲三商之單位.而六千零一十五萬尺爲六萬零一百五十.而初商之二卽爲二百.次商之空卽爲空十.故以初商次商之二空作二百.自乘得四萬.三因之得十二萬.爲三商三方廉面積.以除六萬零一百五十.其數仍不足.是三商亦爲空位.乃再書一空於方積空千尺之上.以存三商之位.復以方邊末位餘積一百二十五尺續書於下.共六千零一十五萬零一百二十五尺.爲四商廉隅之共積.以四商本位計之.則積與邊皆仍爲本位.乃以初商次商三商之二千空百空十自乘得四百萬尺.三因之得一千二百萬尺.爲四商三方廉面積.以除六千零一十五萬零一百二十五尺.足五尺.卽定四商爲五尺.書於方積五尺之上.而以初商之二千尺與四商之五尺相乘.得一萬尺.三因之得三萬尺.爲四商三長廉面積.復以四商之五尺自乘得二十五尺.爲四商一小隅面積.合三方廉三長廉一小隅面積.共得一千二百零三萬零二十五尺.爲四商廉隅共法.書於餘積之左.以四商之五尺乘之.得六千零一十五萬零一百二十五尺.與餘積相減恰盡.是開得二千零五尺.爲正方體積.每一邊之數也.此法商出之方邊有二空位.凡開立方遇此類者.皆依此例推之.

二　〇　〇　五
八〇六〇一五〇一二五
八
一二〇三〇〇二五　〇〇六〇一五〇一二五
六〇一五〇一二五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺。自末位起算每隔二位作記。於二尺上定單位。六千尺上定十位。四百萬尺上定百位。三十億尺上定千位。其三十億尺爲初商積。以初商本位計之。則三十億尺爲初商積之單位。而三十億尺爲三。止與一自乘再乘之數相準。卽定初商爲一。書於方積三十億尺之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減餘二十億尺。爰以方邊第二位餘積二億九千四百萬尺續書於下。共二十二億九千四百萬尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則四百萬尺爲次商積之單位。而二十二億九千四百萬尺爲二千二百九十四。而初商之一卽爲一十。乃以初商之一十自乘得一百。三因之得三百。爲次商三方廉面積。以除二千二百九十四。足七倍。因定次商爲七。而以初商之一十與次商之七相乘得七十。三因之得二百一十。爲次商三長廉面積。復以次商之七自乘得四十九。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得五百五十九。爲次商廉隅共法。以次商之七乘之得三千九百一十三。大於次商廉隅之共積。是次商不可商七也。乃改商六。而以初商之一十與次商之六相乘得六十。三因之得一百八十。爲次商三長廉面積。復以次商之六自乘得三十六。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小



隅面積共得五百一十六。爲次商廉隅共法。以次商之六乘之。得三千零九十六。仍大於次商廉隅之共積。是次商不可商六也。又改商五。而以初商之一十與次商之五相乘得五十。三因之得一百五十。爲次商三長廉面積。復以次商之五自乘得二十五。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得四百七十五。爲次商廉隅共法。以次商之五乘之。得二千三百七十五。仍大於次商廉隅之共積。是次商又不可商五也。乃改商四。而以初商之一十與次商之四相乘得四十。三因之得一百二十。爲次商三長廉面積。復以次商之四自乘得一十六。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得四百三十六。爲次商廉隅共法。以次商之四乘之。得一千七百四十四。是小於次商廉隅之共積可減也。乃以次商之四書於方積四百萬尺之上。而以次商乘廉隅共法之一千七百四十四。與次商廉隅之共積相減。餘五億五千萬尺。復以方邊第三位餘積六十四萬六千尺續書於下。共五億五千零六十四萬六千尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則六千尺爲三商積之單位。而五億五千零六十四萬六千尺。爲五十五萬零六百四十六。而初商次商之一十四。卽爲一百四十。乃以初商之一百四十自乘得一萬九千六百。三因之得五萬八千八百。爲三商三方廉面積。以除五十五萬零六百四十六。足九倍。因定三商爲九。而以初商次商之一百四十與三商之九相乘得一千二百六十。三因之得三千七百八十。爲三商三長廉面積。復以三商之九自乘得八十一。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千六百六十一。爲三商廉隅共法。以三商之九乘之。得五十六萬三千九百四十九。大於三商廉隅之共積。是三商不可商九也。乃改商八。而以初商次商之一百四十與三商之八相乘。得一千一百二十。

三因之得三千三百六十。為三商三長廉面積。復以三商之八自乘得六十四。為三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千二百二十四。為三商廉隅共法。以三商之八乘之得四十九萬七千七百九十二是小於三商廉隅之共積可減也。乃以三商之八。書於方積六千尺之上。而以三商乘廉隅共法之四十九萬七千七百九十二。與三商廉隅之共積相減。餘五千二百八十五萬四千尺。復以方邊末位餘積二百七十二尺。續書於下。共五千二百八十五萬四千二百七十二尺。為四商廉隅之共積以四商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以初商次商三商之一千四百八十尺自乘得二百一十九萬零四百。三因之得六百五十七萬一千二百。為四商三方廉面積。以除五千二百八十五萬四千二百七十二。足八倍。即定四商為八。書於方積二尺之上。而以初商次商三商之一千四百八十。與四商之八相乘。得一萬一千八百四十。三因之得三萬五千五百二十。為四商三長廉面積。復以四商之八自乘得六十四。為四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六百六十萬六千七百八十四。為四商廉隅共法。以四商之八乘之。得五千二百八十五萬四千二百七十二。與餘積相減恰盡。是開得一千四百八十八尺。為正方體積每一邊之數也。此法蓋因方邊之第三位第四位二數太大。故次商廉隅之共積。以次商之三方廉除得次商之邊。繼而以次商之邊與次商廉隅共法相乘。大於原積甚多。改商三次。所乘之數始與次商廉隅之共積相準。而後次商之數可定。凡開立方遇此類者。皆依此例推之。如或廉隅共法與商出之數相乘。得數大於廉隅共積幾一倍者。則改商必審其與廉隅共積相近小數。始可為準也。

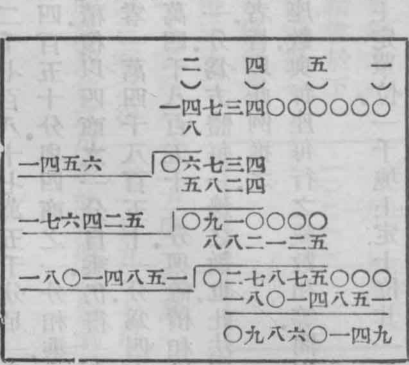
設如有積一萬四千七百三十四尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列積一萬四千七百三十四尺。自末位起算。隔二位作記。於四尺上定單位。四千尺上定十位。其一萬四千尺為初商積。以初商本位計之。則四千尺為初商積之單位。而一萬四千為一十四。止與二自乘再乘之數相準。即定初商為二。書於方積四千尺之上。而以二自乘再乘之八。書於初商積之下。相減餘六千尺。爰以方邊第二位餘積七百三十四尺。續書於下。共六千七百三十四尺。為次商廉隅之共積。以次商本位計之。則邊與積皆仍為本位。而初商之二則為二十尺。乃以初商之二十尺自乘得四百尺。三因之得一千二百尺。為次商三方廉面積。以除方積六千七百三十四尺。足五尺。乃以初商之二十尺與次商之五尺相乘得一百尺。三因之得三百尺。為次商三長廉面積。復以次商之五尺自乘得二十五尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共一千五百二十五尺。為次商廉隅共法。以次商之五尺乘之。得七千六百二十五尺。大於次商廉隅之共積。是次商不可商五尺也。乃改商四尺。書於方積四尺之上。而以初商之二十尺與次商之四尺相乘得八十尺。三因之得二百四十尺。為次商三長廉面積。復以次商之四尺自乘得一十六尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅

　　　　四）　二）
　　　一四七三四
　　　八
一四五六｜〇六七三四
　　　　五八二四
　　　　〇九一〇

　　　五）　四）　二）
　　一四七三四〇〇〇
　　八
一四五六｜〇六七三四
　　　　五八二四
一七六四二五｜〇九一〇〇〇〇
　　　　　八八二一二五
　　　　　〇二七八七五

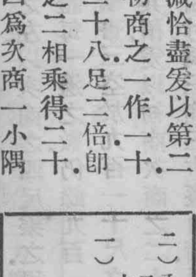
面積．共得一千四百五十六尺．為次商廉隅共法．書於餘積之左．以次商之四尺乘之．得五千八百二十四尺．與餘積相減．仍餘九百一十尺．是開得二十四尺．為方體每一邊之數．仍餘九百一十尺不盡也．如欲以餘數再開．則得方邊之寸數．乃增三空於總積之後．復續書三空於九百一十尺之後．為幾百幾十幾寸之位．是則九百一十尺作九十一萬寸．為三商廉隅之共積．爰以初商次商之二十四尺作二百四十寸．自乘得五萬七千六百寸．三因之得一十七萬二千八百寸．為三商三方廉面積．以除餘積九十一萬寸．足五寸．即定三商為五寸．書於餘積空寸之上．而以初商次商之二百四十寸．與三商之五寸相乘．得一千二百寸．三因之得三千六百寸．為三商三長廉面積．復以三商之五寸自乘得二十五寸．為三商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得一十七萬六千四百二十五寸．為三商廉隅共法．書於餘積之左．以三商之五寸乘之．得八十八萬二千一百二十五寸．與餘積相減．仍餘二萬七千八百七十五寸不盡．如再以餘數開之．則得方邊之分數．乃又續書三空於原積空寸之後．復續書三空於二萬七千八百七十五寸之後．為幾百幾十幾分之位．是則二萬七千八百七十五寸作二千七百八十七萬五千分．為四商廉隅之共積．爰以初商次商三商之二十四尺五寸作二千四百五十分．自乘得六百萬零二千五百分．三



因之得一千八百萬零七千五百分爲四商三方廉面積以除餘積二千七百八十七萬五千分足一分即定四商爲一分書於餘積空分之上而以初商次商三商之二千四百五十分與四商之一分相乘仍得二千四百五十分三因之得七千三百五十分爲四商三長廉面積復以四商之一分自乘仍得一分爲四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千八百零一萬四千八百五十一分爲四商廉隅共法書於餘積之左以四商之一分乘之仍得一千八百零一萬四千八百五十一分與餘積相減仍餘九百八十六萬零一百四十九分不盡是開得二十四尺五寸一分爲方體每一邊之數也此法原積本非自乘再乘所得之數雖遞析之終不能盡凡開立方遇此類者皆以此例推之

設如有方亭幾座用方甎鋪地共用一千七百二十八塊其所鋪之座數與每座每行之甎數相等問亭之座數幾何

法列方甎一千七百二十八塊爲立方積用開立方法開之於八塊上定單位一千塊上定十位其一千塊爲初商積以初商本位計之則一千爲初商積之單位與一自乘再乘之數相合卽定初商爲一書於方積一千之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減恰盡爰以第二位餘積七百二十八塊續書於下爲次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百爲次商三方廉面積以除七百二十八足二倍卽定次商爲二書於方積八塊之上而以初商之一十與次商之二相乘得二十三因之得六十爲次商三長廉面積復以次商之二自乘得四爲次商一小隅



面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四。書於餘積之左。以次商之二乘之。得七百二十八。與餘積相減恰盡。是得所鋪亭數。爲一十二座也。此法因所鋪之亭數與每行甎數相等。是每行甎一十二塊。其亭亦一十二座。雖非立方形而法則立方法也。故用立方開之。

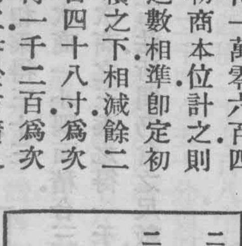
設如有方倉一座。共盛糧八百七十八石八斗。問倉高幾何。

法以每石定法二尺五百寸乘八百七十八石八斗。得二千一百九十七尺。爲立方積。用開立方法開之。其二千尺爲初商積。以初商本位計之。則二千尺爲初商積之單位。止與一自乘再乘之數相準。即定初商爲一。書於方積二千之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減餘一千尺。爰以第二位餘積一百九十七尺。續書於下。共一千一百九十七尺。爲次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。爲次商三方廉面積。以除一千一百九十七尺。足三倍。即定次商爲三。書於方積七尺之上。而以初商之一十與次商之三相乘得三十。三因之得九十。爲次商三長廉面積。復以次商之三自乘得九。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百九十九。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之三乘之。得一千一百九十七尺。與餘積相減恰盡。是開得方倉之商爲一十三尺也。此法因糧是石法所問乃倉之尺數。故先將石變爲尺而開立方。即得倉之高也。

```
一　　三
）　　）
二一九七
一
三九九｜一一九七
　　　　一一九七
　　　　○○○○
```

設如有方石一塊。重二萬六千六百二十兩。問每邊尺寸幾何。

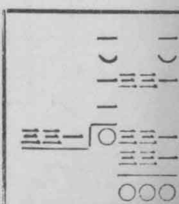
法以石之定率。每寸重二兩五錢。除二萬六千六百二十兩。得一萬零六百四十八寸。爲立方積。用開立方法開之。其一萬寸爲初商積。以初商本位計之。則空千位。爲初商積之單位。而一萬尺爲一十。與二自乘再乘之數相準。卽定初商爲二。書於空千寸之上。而以二自乘再乘之八。書於初商積之下。相減餘二千寸。爰以第二位餘積六百四十八寸。續書於下。共二千六百四十八寸。爲次商廉隅之共積。而以初商之二作二十。自乘得四百。三因之得一千二百。爲次商三方廉面積。以除二千六百四十八寸。足二倍。卽定次商爲二。書於方積八寸之上。而以初商之二十。與次商之二相乘得四十。三因之得一百二十。爲次商三長廉面積。復以次商之二自乘得四。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千三百二十四。爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二乘之。得二千六百四十八寸。與餘積相減恰盡。是開得二十二寸。爲正方石每一邊之數也。此法因石是兩數。所問乃石之寸數。故先將石之兩數變爲寸而開立方。卽得石之寸數也。



設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分。欲作一方匣盛之。問匣高幾何。

法先以水銀定率每寸重一十二兩二錢八分。除一萬六千三百四十四兩六錢八分。得一千三百三十一寸。爲立方積。用開立方法開之。其一千寸爲初商積。以初商本位計之。則一千爲初商積之單位。與一自乘再乘之數相合。卽定初商爲一。書於一千寸之上。而以一自乘再乘之一。書於方積一千寸之下相

減恰盡．爰以第二位餘積三百三十一寸續書於下．爲次商廉隅之共積．而以初商之一作一十．自乘得一百．三因之得三百．爲次商三方廉面積．以除三百三十一寸．足一倍．即定次商爲一．書於方積一寸之上．而以初商之一十．與次商之一相乘得一十．三因之得三十．爲次商三長廉面積．復以次商之一自乘仍得一．爲一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得三百三十一．爲次商廉隅共法．書於餘積之左．以次商之一乘之．仍得三百三十一．與餘積相減恰盡．是開得一十一寸．爲方匣之高也．



設如有方池一區．其深與方相等．容水四千零九十六尺．問深幾何．

法列四千零九十六尺．爲立方積．用開立方法開之．其四千尺．爲初商積．以初商本位計之．則四千．爲初商積之單位．與一自乘再乘之數相準．即定初商爲一．書於四千尺之上．而以一自乘再乘之一．書於方積四千尺之下．相減餘三千尺．爰以第二位餘積九十六尺續書於下．共三千零九十六尺．爲次商廉隅之共積．而以初商之一作一十．自乘得一百．三因之得三百．爲次商三方廉面積．以除三千零九十六尺．可得十尺．若商十尺．則合於初商之數．再合方廉長廉小隅面積．必大於次商廉隅之共積．可知．故商九尺八尺七尺．皆仍大於次商廉隅之共積．乃改商六尺．書於方積六尺之上．而以初商之一十．與次商之六相乘得六十．三因之得一百八十．爲次商三長廉面積．復以次商之六自乘

得三十六爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得五百一十六爲次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之六乘之。得三千零九十六。與餘積相減恰盡。是開得一十六尺。爲池之深也。此法因池之深與方相等。其所容水數。卽正方體積。故立方開之。得一邊之數。卽池之深也。

數理精蘊下編卷二十四

體部二

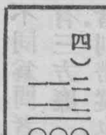
帶縱較數立方

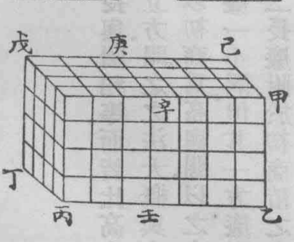
帶縱立方者。兩兩等邊長方體積也。高與闊相等。惟長不同者。爲帶一縱立方。長與闊相等。而皆比高多者。則爲帶兩縱相同之立方。至於長與闊與高皆不等者。則爲帶兩縱不同之立方。開之之法。大概與立方同。祇有帶縱之異耳。其帶一縱之法。如以高與闊相等。惟長不同爲問者。則以初商爲高與闊。以之自乘。又以初商加縱數爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。亦有三方廉三長廉一小隅。但其一方廉附於初商積之方面者。卽初商數。其二方廉附於初商積之長面者。則帶縱也。其二長廉附於初商積之方邊者。卽初商數。其一長廉附於初商積之長邊者。則帶縱也。其帶兩縱相同之法。如以長與闊相等皆比高多爲問者。則以初商加縱數爲長與闊。以之自乘。又以初商爲高。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則各帶一縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。卽初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。其帶兩縱不同之法。如以闊比高多。長比闊又多。爲問者。則以初商爲高。又以初商加闊縱爲闊。與高相乘。又加長縱爲長以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之

旁面者。則一帶闊縱。一帶長縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。卽初商數。其二長廉附於初商積之長闊兩邊者。則各帶一縱也。惟小隅則無論帶一縱兩縱。皆各以所商之數自乘再乘。成一小正方。其每邊之數。卽三方廉之厚。亦卽三長廉之闊與厚焉。遇有幾層廉隅。皆依次商之例遞析推之。法雖不一。要皆本於正方而後加帶縱。故凡商出之數。皆爲小邊。方體共十二邊。若帶一縱。或帶兩縱相同者。則八邊相等四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。卽得各邊也。

設如帶一縱立方積一百一十二尺。其高與闊相等。長比高闊多三尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積一百一十二尺。止可商四尺。乃以四尺書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高與闊。因高與闊等。故四尺卽方之高與闊也。加縱多三尺。得七尺爲長。卽以高與闊四尺自乘。得一十六尺。又以長七尺再乘。得一百一十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱四尺。加縱多三尺。得七尺。卽立方之長也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺。其甲乙爲高。甲己爲闊。己戊爲長。甲乙甲己俱四尺。己戊爲七尺。己戊比己庚多三尺。卽所帶之縱。甲乙壬辛庚己正方形。卽初商之正方積。庚辛壬丙丁戊扁方形。卽帶縱所多之扁方積也。蓋因此法高與闊俱止一位。其積止一位之積。故初商所得。卽高與闊之邊。加入縱多。卽爲長邊也。凡

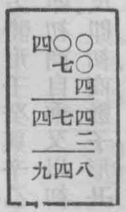




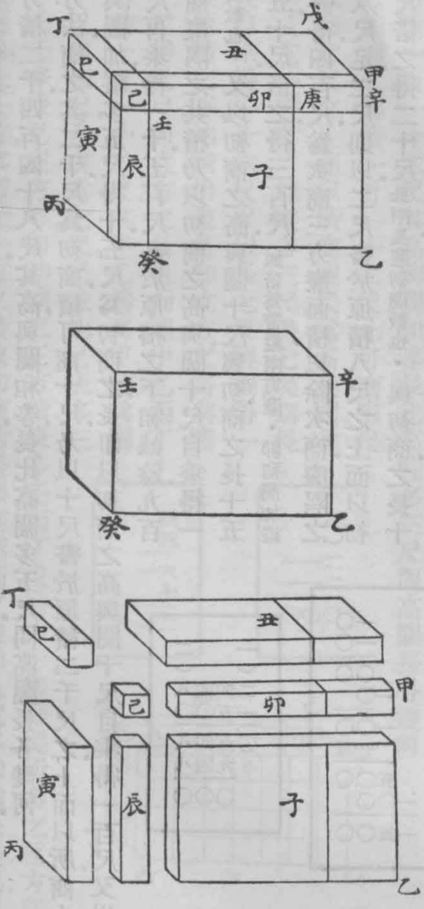
有帶一縱無次商者。依此法開之。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長比高闊多五尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長。卽以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九百四十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。此一方廉初商數也。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍爲帶縱兩方廉。卽初商加縱多也。兩數相併。得四百尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之高與闊十尺。倍之。得二十尺。此兩長廉初商數也。與初商之長十五尺相併。此帶縱一長廉也。得三十五尺。以次商之二尺乘之。得七十尺。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百七十四尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得九百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱一十二尺。加縱多五尺。得一十七尺。卽立

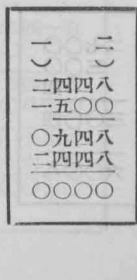


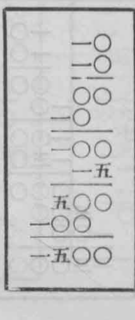
方之長也。如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺。其甲乙高甲戊闊皆十二尺。甲己長十七尺。甲己比庚己所多甲庚五尺。即縱多之數。其從一角所分辛乙癸壬長方體形壬癸與辛乙皆十尺。即初商數。壬辛十五尺。即初商加縱多之數。辛乙癸壬長方積一千五百尺。即初商自乘又以初商加縱多再乘之數。所餘子形丑形寅形爲三尺廉。其中寅形爲一正方廉。每邊十尺。即初商數。子形丑形爲二長方廉。每闊十尺。長十五尺。其長比闊多五尺。即縱多之數。其厚皆二尺。即次商數。卯形辰形巳形爲三長廉。其辰形巳形皆長十尺。即初商數。卯形比辰形巳形皆長五尺。即縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦即次商數。其己形一小正方體爲隅。其長闊



與高皆二尺。亦卽次商數。合子丑寅三方廉。卯辰巳三長廉。己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後。皆倣此遞析開之。

又法以初商積二千尺。商十尺。書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊。加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長。卽以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九百四十八尺爲次商積。乃以初商之餘與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相倂。得四百尺。爲次商三方廉面積。以除次商積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共一十二尺。爲初商次商之高與闊。加縱多五尺。得十七尺。爲初商次商之長。乃以初商次商之高與闊十二尺自乘。得一百四十四尺。又以初商次商之長十七尺再乘。得二千四百四十八尺。與原積相減恰盡。卽知立方之高與闊俱十二尺。其長爲十七尺也。





設如帶一縱立方積一萬九千零八寸。其高與闊相等。長比高闊多一百二十寸。問高闊長各幾何。

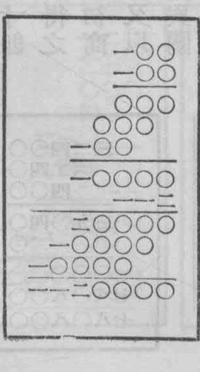
法列積如開立方法商之。其一萬九千寸爲初商積。可商二十寸。則以二十寸爲高與闊。加縱多一百二

十寸。得一百四十寸爲長。卽以高與闊二十寸自乘。得四百寸。又以長一百四十寸再乘。得五萬六千寸。大於原積二倍有餘。乃退商十寸。書於原積九千寸之上。而以所商十寸爲初商之高與闊。加縱多一百二十寸。得一百三十寸爲初商之長。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。又以初商之長一百三十寸再乘。得一萬三千寸。書於原積之下。相減餘六千零八寸。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十寸自乘。得一百寸。又以初商之高與闊十寸。與初商之長一百三十寸相乘。得一千三百寸。倍之得二千六百寸。兩數相併。得二千七百寸。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積六千零八寸。是二寸。則以二寸書於原積八寸之上。而以初商之高與闊十寸。倍之得二十寸。又與初商之長一百三十寸相併。得一百五十寸。以次商之二寸乘之。得三百寸。爲次商三長廉面積。又以次商之二寸自乘。得四寸。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三千零四寸。爲廉隅共法。以次商之二寸乘之。得六千零八寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱十二寸。加縱多一百二十寸。得一百三十二寸。卽立方之長也。此法因帶縱甚大。按立方例。所得初商數並加縱多。所得初商積必大於原積幾倍。依次漸取小數開之。又至甚煩。故約略其分退商之。

至商出之積比原積微小而後可。是則帶縱立方立法之最難者也。

設如帶一縱立方積二丈零四十二尺四百一十五寸。其高與闊相等。長比高闊多一尺二寸。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其二丈爲初商積。可商一丈。乃以一丈書於原積二丈之上。而以所商一丈爲初商之高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈一尺二寸。爲初商之長。卽以初商之高與闊一丈自乘。仍得一丈。又以初商之長一丈一尺二寸再乘。得一丈一百二十尺。書於原積之下。相減餘九百二十二尺四百一十五寸。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊一丈作一十尺。自乘得一百尺。又以初商之長一丈一尺二寸。作一十一尺二寸。與初商之高與闊一十尺相乘。得一百一十二尺。倍之得二百二十四尺。兩數相併得三百二十四尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積九百二十二尺。足二尺。則以二尺書於原積二尺之上。而以初商之高與闊一十尺倍之。得二十尺。與初商之長一十一尺二寸相併。得三十一尺二寸。以次商之二尺乘之。得六十二尺四十寸。爲次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面



積。共得三百九十尺四十寸。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之。得七百八十尺八百寸。書於餘積之下。相減仍餘一百四十一尺六百一十五寸。即一十四萬一千六百一十五寸。爲三商廉隅之共積。其初商次商所得之一丈二尺爲高與闊。加縱多一尺二寸。得一丈三尺二寸爲長。乃以初商次商之高與闊一丈二尺。作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。又以初商次商之長一丈三尺二寸。作一百三十二寸。與初商次商之高與闊一百二十寸相乘。得一萬五千八百四十寸。倍之得三萬一千六百八十寸。兩數相併。得四萬六千零八十寸。爲三商三方廉面積。以除三商廉隅之共積一十四萬一千六百一十五寸。足三寸。則以三寸書於原積五寸之上。而以初商次商之高與闊一百二十寸。倍之得二百四十寸。與長一百三十二寸相併。得三百七十二寸。以三商之三寸乘之。得一千一百一十六寸。爲三商三長廉面積。又以三商之三寸自乘。得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四萬七千二百零五寸。爲廉隅共法。以三商之三寸乘之。得一十四萬一千六百一十五寸。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊。俱一丈二尺三寸。加縱多一尺二寸。俱一丈三尺五寸。即立方之長也。

三二四〇〇
六二四〇
四〇〇
三九〇四〇
二〇
〇〇〇〇〇
七八〇八〇〇
七八〇八〇〇

四六〇八〇
一一一六
九
四七二〇五
三
一四一六一五

又法。以初商積二丈。商一丈。書於原積二丈之上。而以所商一丈。爲初商之高與闊。加縱多一尺二寸。得

一丈一尺二寸.爲初商之長.即以初商之高與闊一丈自乘.仍得一丈.又以初商之長一丈一尺二寸再乘.得一丈二百二十尺.書於原積之下.相減餘九百二十二尺四百一十五寸.爲次商積.乃以初商之高與闊一丈.作一十尺.自乘得一百尺.又以初商之長一丈一尺二寸.作一十一尺二寸.與初商之高與闊一十尺相乘.得一百一十二尺.倍之得二百二十四尺.兩數相併得三百二十四尺.爲次商三方廉面積.以除次商積九百二十二尺四百一十五寸.足二尺.則以二尺書於原積二尺之上.合初商次商共一丈二尺.爲初商次商之高與闊.加縱多一尺二寸.得一丈三尺二寸.爲初商次商之長.乃以初商次商之高與闊一丈二尺自乘.得一丈四十四尺.又以初商次商之長一丈三尺二寸再乘.得一丈九百尺零八百寸.與原積相減.餘一百四十一尺六百一十五寸.即一十四萬一千六百一十五寸.爲三商積.乃以初商次商之高與闊一丈二尺.作一百二十寸.自乘得一萬四千四百寸.又以初商次商之長一丈三尺二寸.作一百三十二寸.與初商次商之高與闊一百二十寸相乘.得一萬五千八百四十寸.倍之得三萬一千

一)　二)　三)
二〇四二四一五
一一二〇〇〇〇
〇九二二四一五
一九〇〇八〇〇
〇一四一六一五
二〇四二四一五
〇〇〇〇〇〇〇

一〇〇
一〇〇
〇〇〇
〇〇〇
一〇〇
一〇〇〇〇
一一二
二〇〇〇〇
一〇〇〇〇
一〇〇〇〇
一一二〇〇〇〇

一二〇
一二〇
〇〇〇
二四〇
一二〇
一四四〇〇
一三二
二八八〇〇
四三二〇〇
一四四〇〇
一九〇〇八〇〇

六百八十寸.兩數相併.得四萬六千零八十寸.爲三商三方廉面積.以除三商積一十四萬一千六百一十五寸.足三寸.則以三寸書於原積五寸之上.合初商次商三商共一丈二尺三寸.爲初商次商三商之高與闊.加縱多一尺二寸.得一丈三尺五寸.爲初商次商三商之長.乃以初商次商三商之高與闊一丈二尺三寸自乘.得一丈五十一尺二十九寸.又以初商次商三商之長一丈三尺五寸再乘.得二丈零四十二尺四百一十五寸.與原積相減恰盡.卽知立方之高與闊俱一丈二尺三寸.其長爲一丈三尺五寸也.

一二三
一二三
三六九
二四六
一二三
一五一二九
一三五
七五六四五
四五三八七
一五一二九
二〇四二四一五

設如帶兩縱相同立方積五百六十七尺.其長與闊俱比高多二尺.問長闊高各幾何.

法列積如開立方法商之.共積五百六十七尺.可商八尺.因留兩縱積.故取略小之數商七尺.乃以七尺書於原積七尺之上.而以所商七尺爲高.加縱多二尺.得九尺.爲長與闊.卽以長與闊九尺自乘.得八十一尺.又以高七尺再乘.得五百六十七尺.書於原積之下.相減恰盡.是知立方之高爲七尺.加縱多二尺.得九尺.卽立方之長與闊也.如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積五百六十七尺.其甲乙爲高.甲子爲闊.甲己爲長.甲乙七尺.甲子甲己皆比甲乙多二尺.卽所帶之縱.其甲乙癸壬辛庚正方形.卽初商之積.庚辛壬癸丙丁戊己磬折體形.卽所帶之縱積也.此法因長闊俱比

七)
五六七
五六七
〇〇〇

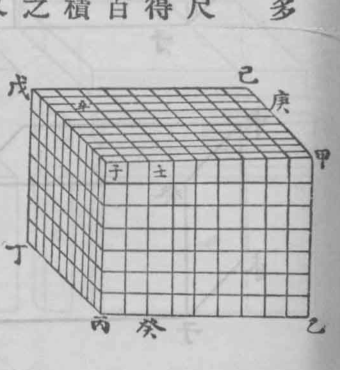
高多。故初商所得為高。於高加縱多。即長與闊也。

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺。其長與闊俱比高多五尺。問長闊高各幾何。

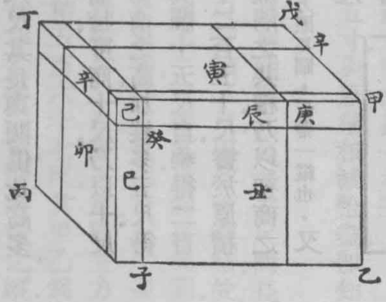
法列積如開立方法商之。其三千尺為初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積三千尺之上。而以初商十尺為初商之高加縱多五尺。得十五尺。為初商之長與闊。即以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘一千二百一十八尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。此一方廉長闊。皆帶一縱也。又以初商之高十尺。與初商之長與闊十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍為帶縱兩方廉。即初商加縱多也。兩數相併。得五百二十五尺。為次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一千二百一十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之長與闊十五尺。倍之得三十尺。此兩長廉。即長闊各帶一縱也。與初商之高十尺相併。此一長廉初商數也。得四十尺。以次商之二尺乘之得八十尺。為次商三長廉面積。又以

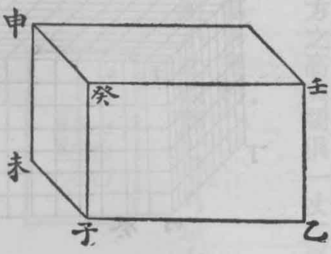
一　　二
三四六八
二二五〇
一二一八
一二一八
〇〇〇〇

一五
一五
七五
一五
二二五
一〇
〇〇〇
二二五
二二五〇



次商之二尺自乘得四尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六百零九尺。爲廉隅共法。以次商之二尺乘之得一千二百一十八尺書於餘積之下相減恰盡。是知立方之高爲十二尺加縱多五尺得十七尺。爲立方之長與闊也。如圖甲乙丙丁扁方體形容積三千四百六十八尺。其甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱十七尺。甲戊比甲辛所多辛戊、甲己比庚己所多甲庚、俱五尺。卽縱多之數。其從一角所分壬乙子癸扁方體形。癸子與壬乙皆十尺。卽初商數。壬癸與癸申皆十五尺。卽初商加縱多之數。壬乙子癸扁方積二千二百五十尺。卽初商加縱多自乘。又以初商再乘之數。所餘丑形寅形卯形爲三方廉。其中寅形爲一正方廉。每邊十五尺。卽初商加縱多之數。丑形卯形爲二長方廉。每高十尺。長十五尺。其長比高多五尺。卽縱多之數。其厚皆二尺。卽次商數。辰形巳形午形爲三長廉。巳

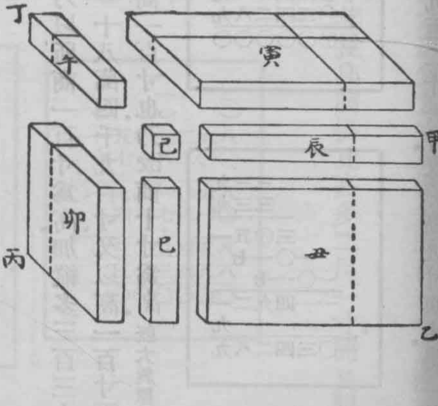




五二五
　八〇
　　四
六〇九　二
一二一八

形長十尺。即初商數。辰形午形比巳形俱長五尺。即縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦即次商數。其己形一小正方體爲隅。其長闊高皆二尺。亦即次商數。合丑寅卯三方廉。辰巳午三長廉。己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後。皆做此遞析開之。

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上。而以所商十尺。爲初商之高加縱多五尺。得十五尺。爲初商之長與闊。卽以初商之長與闊十五尺自乘。得二百二十五尺。又以初商之高十尺再乘。得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘一千二百一十八尺。爲次商積。乃以初商之長與闊十五尺自乘。與二百二十五尺。又以初商之高十尺。與再商之長與闊十五尺相乘。得一百五十



一　　二
）　　）
三四六八
二二五〇
一二一八
三四六八
〇〇〇〇

一五
一五
七五
一五一
二二五
一〇
〇〇〇
二二五
二二五〇

一七
一七
一一九
一
二八九
一二
五七八
二八九
三四六八

尺。倍之得三百尺。兩數相併得五百二十五尺。爲次商三方廉面積。以除次商積一千二百一十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共十二尺。爲初商次商之高加縱多五尺得十七尺。爲初商次商之長與闊。乃以初商次商之長與闊十七尺自乘得二百八十九尺。又以初商次商之高十二尺再乘。得三千四百六十八尺。與原積相減恰盡。即知立方之高爲十二尺。其長與闊得十七尺也。

設如帶兩縱相同立方積一百零三萬四千二百八十九寸。其長與闊俱比高多三百三十寸。問長闊高各幾何。

法列積如開立方法商之。其一百萬寸爲初商積。可商一百寸。乃以所商一百寸爲高。加縱多三百三十寸。得四百三十寸爲長與闊。即以長與闊四百三十寸自乘。得一十八萬四千九百寸。又以高一百寸再乘。得一千八百四十九萬寸。大於原積十倍有餘。是初商不可商一百寸也。乃改商十寸爲高。既大於原積十倍有餘。故取十分之一商之爲十寸。加縱多三百三十寸。得三百四十寸爲長與闊。即以長與闊三百四十寸自乘。得一十一萬五千六百寸。又以高十寸再乘。得一百一十五萬六千寸。仍大於原積。是亦不可商一十寸也。乃改商九寸。書於原積九寸之上。而以所商九寸爲高。加縱多三百三十寸。得三百三十九寸爲長與闊。即以長與闊三百三十九寸自乘。得一十一萬四千九百二十一寸。又以高九寸再乘。得一百

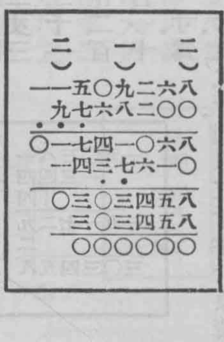
九）
一〇三四二八九
一〇三四二八九
〇〇〇〇〇〇〇

三三九
三三九
三〇五一
一〇一七
一〇一七
一一四九二一
九
一〇三四二八九

零三萬四千二百八十九寸.書於原積之下.相減恰盡.是知立方之高爲九寸.加縱多三百三十寸.得三百三十九寸.爲立方之長與闊也.

設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百零九尺二百六十八寸.其長與闊俱比高多二尺一寸.問長闊高各幾何.

法列積如開立方法商之.其一十一丈爲初商積.可商二丈.乃以二丈書於原積一丈之上.而以所商二丈爲初商之高加縱多二尺一寸.得二丈二尺一寸.爲初商之長與闊.乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘.得四丈八十八尺四十一寸.又以初商之高二丈再乘.得九丈七百六十八尺二百寸.書於原積之下.相減餘一丈七百四十一尺零六十八寸.卽一千七百四十一尺零六十八寸爲次商廉隅之共積.乃以初商之長與闊二丈二尺一寸.作二十二尺一寸.自乘得四百八十八尺四十一寸.又以初商之高二丈.作二十尺.與初商之長與闊二十二尺一寸相乘.得四百四十二尺.倍之得八百八十四尺.兩數相併得一千三百七十二尺四十一寸.爲次商三方廉面積.以除次商廉隅之共積一千七百四十一尺零六十八寸.足一尺.則以一尺書於原積九尺之上.而



以初商之長與闊二十二尺一寸倍之得四十四尺二寸。與初商之高二十尺相併得六十四尺二寸。以次商之一尺乘之得六十四尺二十寸。爲次商三長廉面積又以次商之一尺自乘。仍得一尺爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千四百三十七尺六十一寸。爲廉隅共法。以次商之一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸。書於餘積之下。相減仍餘三百零三尺四百五十八寸即三十萬三千四百五十八寸。爲三商廉隅之共積。其初商次商所得之二丈一尺爲高加縱多二尺一寸。得二丈三尺一寸。爲長與闊。乃以初商次商之長與闊二丈三尺一寸。作二百三十一寸。自乘得五萬三千三百六十一寸。又以初商次商之高二丈一尺作二百一十寸。與初商次商之長與闊二百三十一寸相乘。得四萬八千五百一十寸。倍之得九萬七千零二十寸。兩數相併得一十五萬零三百八十一寸。爲三商三方廉面積。以除三商廉隅之共積三十萬零三千四百五十八寸。足二寸。則以二寸書於原積八寸之上。而以初商次商之長與闊二百三十一寸。倍之得四百六十二寸。與初商次商之高二百一十寸相加得六百七十二寸。以三商之二寸乘之得一千三百四十四寸。爲三商三長廉面積。又以三商之二寸自乘得四寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一十五萬一千七百二十九寸。爲廉隅共法。以三商之二寸乘之得三十萬三千四百五十八寸。書於餘積之下相減恰盡。是知立方之

一三七二四一
六四二〇
一〇〇
一四三七六一
一〇
〇〇〇〇〇〇
一四三七六一
一四三七六一〇

一五〇三八一
一三四四
四
一五一七二九
二
三〇三四五八

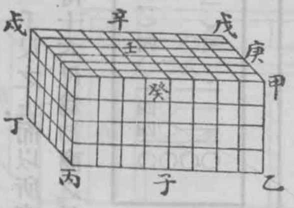
高得二丈一尺二寸。加縱多二尺一寸得二丈三尺三寸。即立方之長與闊也。

設如帶兩縱不同立方積一百九十二尺。其闊比高多二尺。其長比闊又多二尺。問高闊長各幾何。

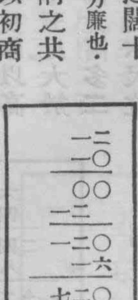
法列積如開立方法商之。其積一百九十二尺。可商五尺。乃以所商五尺爲高。加闊比高多二尺。得七尺爲闊。再加長比闊多二尺。得九尺爲長。卽以高五尺與闊七尺相乘。得三十五尺。又以長九尺再乘。得三百一十五尺。大於原積。乃改商四尺。書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高。加闊比高多二尺。得六尺爲闊。再加長比闊多二尺。得八尺爲長。卽以高四尺與闊六尺立乘。得二十四尺。又以長八尺再乘。得一百九十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲四尺。其闊爲六尺。其長爲八尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百九十二尺。其甲乙爲高四尺。甲己爲闊六尺。己戊爲長八尺。甲己比甲庚所多庚己二尺。卽闊比高所帶之縱。己戊比己辛所多辛戊四尺。卽長比高所帶之縱。甲乙子癸壬庚正方形。卽初商之正方積。庚壬癸子丙丁戊辛己磬折體形。卽長闊兩縱所多之長方積也。此法因長比闊多。闊又比高多。故初商所得卽爲高。於高加闊縱爲闊。於闊加長縱爲長也。

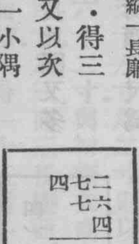
四
)一九二
一九二
———
○○○

六
四
———
二四
八
———
一九二

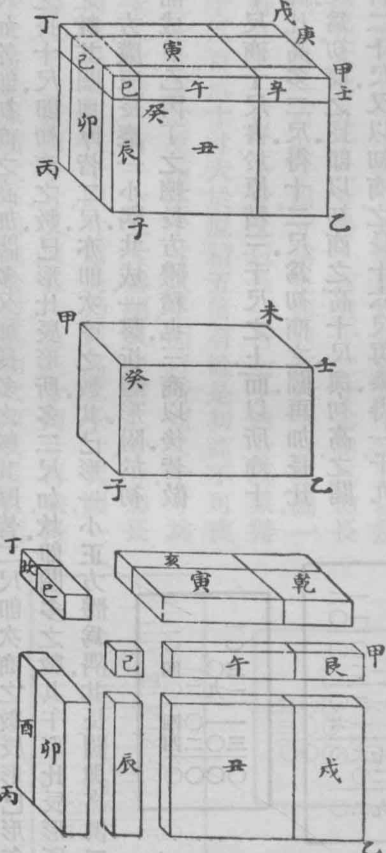


設如帶兩縱不同立方積三千零二十四尺．其闊比高多二尺．其長比闊又多四尺．問高闊長各幾何．
法列積如開立方法商之．其三千尺爲初商積．可商十尺．乃以十尺書於原積三千尺之上．而以所商十尺爲初商之高．加闊比高多二尺．得十二尺．爲初商之闊．再加長比闊多四尺．得十六尺．爲初商之長．乃以初商之高十尺．與初商之闊十二尺相乘．得一百二十尺．又以初商之長十六尺再乘．得一千九百二十尺．書於原積之下．相減餘一千一百零四尺．爲次商廉隅之共積．乃以初商之高十尺．與初商之闊十二尺相乘．得一百二十尺．此帶闊縱一方廉也．又以初商之高十尺．與初商之長十六尺相乘．得一百六十尺．此帶長縱一方廉也．又以初商之闊十二尺．與初商之長十六尺相乘．得一百九十二尺．此帶長闊兩縱一方廉也．三數相併．得四百七十二尺．爲次商三方廉面積．以除次商廉隅之共積一千一百零四尺．足二尺．則以二尺書於原積四尺之上．而以初商之高十尺．此一長廉初商數也．與初商之闊十二尺相併．此帶闊縱一長廉也．得二十二尺．又與初商之長十六尺相併．此帶長縱一長廉也．得三十八尺．以次商之二尺乘之．得七十六尺．爲次商三長廉面積．又以次商之二尺自乘．得四尺．爲次商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得五百五十二尺．爲廉隅共法．以次商之二尺乘之．得一千一





百零四尺．書於原積之下．相減恰盡．是知立方之高得十二尺．加闊比高多二尺．得十四尺爲闊．又加長比闊多四尺．得十八尺爲長也．如圖甲乙丙丁長方體形容積三千零二十四尺．其甲乙高十二尺．甲戊闊十四尺．甲己長十八尺．甲戊比甲庚所多二尺．卽闊比高所多之數．甲己比辛己所多六尺．卽長比高所多之數．其從一角所分壬乙子癸長方體形．壬乙與癸子皆十尺．卽初商之數．壬未與癸申皆十二尺卽初商之高加闊多之數．壬癸與未申皆十六尺．卽初商之高加闊多又加長多之數．壬乙子癸長方體形所容一千九百二十尺．卽初商積．所餘丑形寅形卯形．爲三方廉．其卯形之高十尺．卽初商之數．其帶闊縱二尺．如酉．卽闊多之數．其丑形之高十尺．亦卽初商之數．其帶長縱六尺如戊．卽長多之數．其寅形之闊十尺．又帶闊多二尺．如亥．卽初商之高加闊多



之數。其帶長縱六尺如乾。即初商之高加闊多又加長多之數。其厚皆二尺即次商之數。辰形巳形午形。爲三長廉。其辰形之長十尺。即初商之數。巳形比辰形所多二尺如坎。即闊多之數。其午形比辰形所多六尺如艮。即長多之數。其闊與厚皆二尺。亦即次商之數。其己形一小正方體爲隅。其長闊與高俱二尺。亦即次商之數。合三方廉三長廉一小隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後皆倣此遞析開之。

又法以初商積三千尺。商十尺。書於原積三千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。加闊比高多二尺。得十二尺。爲初商之闊。再加長比闊多四尺。得十六尺。爲初商之長。即以初商之高十尺。與初高之闊十二尺相乘。得一百二十尺。又以初商之長十六尺再乘。得一千九百二十尺。書於原積之下。相減餘一千一百零四尺。爲次商積。乃以初商之闊十二尺。與初商之長十六尺相乘。得一百九十二尺。又以初商之高十尺。與初商之闊十二尺相乘。得一百二十尺。又以初商之高十尺。與初商之長十六尺相乘。得一百六十尺。三數相併。得四百七十二尺。爲次商三方廉面積。以除次商積一千一百零四尺。足二尺。則以二尺書於原積四尺之上。合初商次商共十二尺。爲初商

一〇　二〇
三〇一四
一九二〇
一一〇四
三〇二四
〇〇〇〇

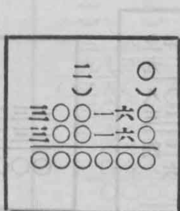
一二
一〇
〇〇
一二
一二〇
一六
七二〇
一二〇
一九二〇

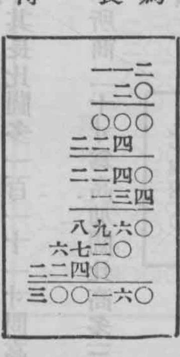
一四
一二
二八
一四
一六八
一八
一三四四
一六八
三〇二四

次商之高。加闊比高多二尺。得十四尺。爲初商次商之闊。再加長比闊多四尺。得十八尺。爲初商次商之長。乃以初商次商之高十二尺。與初商次商之闊十四尺相乘。得一百六十八尺。又以初商次商之長十八尺再乘。得三千零二十四尺。與原積相減恰盡。即知立方之高爲十二尺。其闊爲十四尺。其長爲十八尺也。

設如帶兩縱不同立方積三十萬零一百六十寸。其闊比高多九十二寸。其長比高多一百一十四寸。問高闊長各幾何。

法列積。如開立方法商之。其三十萬寸爲初商積。可商六十寸。乃以所商六十寸爲高。加闊比高多九十二寸。得一百五十二寸。爲闊。再加長比高多一百一十四寸。得一百七十四寸。爲長。即以高六十寸與闊一百五十二寸相乘。得九千一百二十寸。又以長一百七十四寸再乘。得一百五十八萬六千八百八十寸。大於原積五倍有餘。是初商不可商六十寸也。乃改商二十寸。書於原積空千寸之上。而以所商二十寸爲高。加闊比高多九十二寸。得一百一十二寸。爲闊。又以高二十寸加長比高多一百一十四寸。得一百三十四寸。爲長。乃以高二十寸與闊一百一十二寸相乘。得二千二百四十寸。又以長一百三十四寸再乘。得三十萬零一百六十寸。書於原積之下。相減恰盡。是知次商爲空位而





立方之高爲二十寸。其闊爲一百一十二寸。其長爲一百三十四寸也。

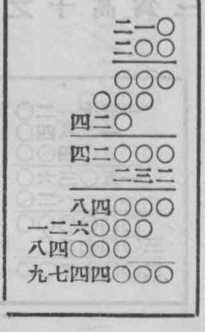
設如帶兩縱不同立方積一萬三千二百八十四寸。其闊比高多三寸。其長比闊多一百一十一寸。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一萬三千寸爲初商積。可商二十寸。乃以所商二十寸爲高。加闊比高多三寸。得二十三寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。得一百三十四寸爲長。即以高與闊與長。按法相乘。得六萬一千六百四十寸。大於原積四倍有餘。是初商不可商二十寸也。乃退商十寸。而以所商十寸爲高。加闊比高多三寸。得十三寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。得一百二十四寸爲長。即以高與闊與長。按法相乘。得一萬六千一百二十寸。仍大於原積。乃復退商九寸。書於原積四寸之上。而以所商九寸爲高。加闊比高多三寸。得十二寸爲闊。再加長比闊多一百一十一寸。共一百二十三寸爲長。即以高九寸與闊十二寸相乘。得一百零八寸。又以長一百二十三寸再乘。得一萬三千二百八十四寸。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲九寸。其闊爲十二寸。其長爲一百二十三寸也。

設如帶兩縱不同立方積一十三丈二百四十九尺五百四十五寸。其闊比高多一尺。其長比闊又多二

尺二寸.問高闊長各幾何.

法列積如開立方法商之.其一十三丈爲初商積.可商二丈.乃以二丈書於原積三丈之上.而以所商二丈爲初商之高.加闊比高多一尺.得二丈一尺.爲初商之闊.再加長比闊多二尺二寸.得二丈三尺二寸.爲初商之長.卽以初商之高二丈與初商之闊二丈一尺相乘.得四丈二十尺.又以初商之長二丈三尺二寸再乘.得九丈七百四十四尺.書於原積之下.相減餘三丈五百零五尺五百四十五寸.卽三千五百零五尺五百四十五寸.爲次商廉隅之共積.乃以初商之高二丈作二十尺.初商之闊二丈一尺.作二十一尺.相乘得四百二十尺.又以初商之長二丈三尺二寸.作二十三尺二寸.與初商之高二十尺相乘.得四百六十四尺.又以初商之闊二十一尺與初商之長二十三尺二寸相乘.得四百八十七尺二十寸.三數相併.得一千三百七十一尺二十寸.爲次商三方廉面積.以除次商廉隅之共積三千五百零五尺五百四十五寸.足二尺.則以二尺書於原積九尺之上.而以初商之高二十尺.與初商之闊二十一尺、初商之長二十三尺二寸相併.得六十四尺二寸.以次商之二尺乘之.得一百二十八尺四十寸.爲次商三長廉面積.又以次商之二尺自乘.得四尺.爲次商



一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得一千五百零三尺六十寸．爲廉隅共法．以次商之二尺乘之得三千零七尺二百寸．書於餘積之下．相減仍餘四百九十八尺三百四十五寸．即四十九萬八千三百四十五寸．爲三商廉隅之共積．其初商次商所得之二丈二尺爲高．加闊比高多一尺．得二丈三尺爲闊．又加長比闊多二尺二寸．得二丈五尺二寸爲長．乃以初商次商之高二丈二尺．作二百二十寸．初商次商之闊二丈三尺．作二百三十寸．相乘得五萬零六百寸．又以初商次商之長二丈五尺二寸．作二百五十二寸．與初商次商之高二百二十寸相乘．得五萬五千四百四十寸．又以初商次商之闊二百三十寸．與初商次商之長二百五十二寸相乘．得五萬七千九百六十寸．三數相併．得一十六萬四千寸．爲三商三方廉面積．以除三商廉隅之共積四十九萬八千三百四十五寸．足三寸．則以三寸書於原積五寸之上．而以初商次商之高二百三十寸．與初商次商之闊二百三十寸初商次商之長二百五十二寸相併．得七百零二寸．以三商之三寸乘之．得二千一百零六寸．爲三商三長廉面積．又以三商之三寸自乘得九寸．爲三商一小隅面積．合三方廉三長廉一小隅面積．共得一十六萬六千一百一十五寸．爲廉隅共法．以三商之三寸乘之．得四十九萬八千三百四十五寸．書於餘積之下．相減恰盡．是知立方之高得二丈三尺三寸．加闊比高多一尺．得二

一三七一二〇
一二八四〇
四〇〇
一五〇三六〇
二〇
〇〇〇〇〇〇
三〇〇七二〇
三〇〇七二〇〇

一六四〇〇〇
二一〇六
九
一六六一一五
三
四九八三四五

丈四尺三寸爲闊。又加長比闊多二尺二寸。得二丈六尺五寸爲長也。

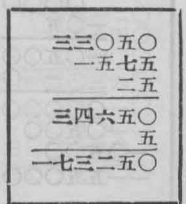
設如帶兩縱不同立方積一百三十二萬八千二百五十尺。其闊比高多五尺。其長比闊又多五尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一百萬尺爲初商積。可商一百尺。乃以一百尺書於原積一百萬尺之上。而以所商之一百尺爲初商之高。加闊比高多五尺。得一百零五尺爲初商之闊。再加長比闊多五尺。得一百一十尺。爲初商之長。乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘。得一萬零五百尺。又以初商之長一百一十尺再乘。得一百一十五萬五千尺。書於原積之下。相減餘一十七萬三千二百五十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之高一百尺。與初商之闊一百零五尺相乘。得一萬零五百尺。又以初商之高一百尺與初商之長一百一十尺相乘。得一萬一千尺。又以初商之闊一百零五尺與初商之長一百一十尺相乘。得一萬一千五百五十尺。三數相併得三萬三千零五十尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積一十七萬三千二百五十尺。不足一十尺。僅足五尺。是次商爲空位也。乃書一空於原積八千尺之上。以存次商之位。復以所商五尺書於原積空尺之上。而以初商次商之

```
一   〇   五
一三二八二五〇
一一五五〇〇〇
―――――――――
〇一七三二五〇
 一七三二五〇
―――――――――
〇〇〇〇〇〇〇
```

```
    一〇五
    一〇〇
―――――――
    〇〇〇
   〇〇〇〇
  一〇五
―――――――
  一〇五〇〇
    一一〇
―――――――
  〇〇〇〇〇
 一〇五〇〇
一〇五〇〇
―――――――
一一五五〇〇〇
```

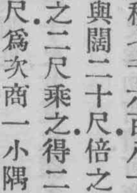
高一百尺。與初商次商之闊一百零五尺、初商次商之長一百一十尺相併。得三百一十五尺。以三商之五尺乘之。得一千五百七十五尺。爲三商三長廉面積。又以三商五尺自乘。得二十五尺。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三萬四千六百五十尺。爲廉隅共法。以三商之五尺乘之。得一十七萬三千二百五十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高爲一百零五尺。加闊比高多五尺。得一百一十尺爲闊。又加長比闊多五尺。得一百一十五尺爲長也。



設如一尺土方三萬九千六百八十八尺。築堤一段。其高與闊相等。其長比高闊多六十尺。問高闊長各幾何。

法列積用帶一縱立方法開之。其三萬九千尺爲初商積。可商三十尺。乃以所商三十尺爲高與闊。加縱多六十尺。得九十尺爲長。卽以高與闊三十尺自乘。與九百尺。又以長九十尺再乘。得八萬一千尺。大於原積。乃改商二十尺。書於原積九千尺之上。而以所商二十尺爲初商之高與闊。加縱多六十尺。得八十尺。爲初商之長。卽以初商之高與闊二十尺自乘。得四百尺。又以初商之長八十尺再乘。得三萬二千尺。書於原積之

下相減餘七千六百八十八尺爲次商廉隅之共積乃以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺與初商之高與闊二十尺相乘得一千六百尺倍之得三千二百尺兩數相併得三千六百尺爲次商三方廉面積以除次商廉隅之共積七千六百八十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之高與闊二十尺倍之得四十尺與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商之二尺乘之得二百四十尺爲次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三千八百四十四尺爲廉隅共法以次商之二尺乘之得七千六百八十八尺書於餘積之下相減恰盡是知堤之高與闊俱二十二尺加長比高闊多六十尺得八十二尺爲堤一段之長也



設如有倉一座容米二千四百石其倉之長與闊俱比高多五尺問倉之長闊高各幾何

法將米二千四百石用每石定法二尺五百寸乘之得六千尺乃以六千尺爲帶兩縱相同立方積用帶兩縱相同法開之其六千尺爲初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺爲初商之高加縱多五尺得十五尺爲初商之長與闊乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又

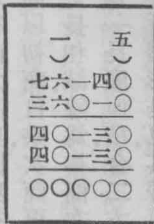
以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺。書於原積之下。相減餘三千七百五十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺。又以初商之高十尺。與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併得五百二十五尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積三千七百五十尺。足七尺。乃按法算之得廉隅共法八百五十四尺。以次商之七尺乘之得五千九百七十八尺。大於次商廉隅之共積。乃改商六尺。按法算之得廉隅共法八百零一尺。以次商之六尺乘之。仍大於次商廉隅之共積。又改商五尺。書於原積空尺之上。而以初商之長與闊十五尺。倍之得三十尺。與初商之高十尺相併得四十尺。以次商之五尺乘之得二百尺。爲次商三長廉面積。又以次商之五尺自乘得二十五尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共得七百五十尺。爲廉隅共法以次商之五尺乘之得三千七百五十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知倉之高爲一十五尺。加縱多五尺得二十尺。爲倉之長與闊也。

五二五
一〇〇
二五
七五〇
五
三七五〇

設如挑河一段。但知挑出土方七萬六千一百四十尺。其寬比深多三尺。其長比寬多二百六十四尺。問寬長深各幾何。

法列積用帶兩縱不同立方法開之。其七萬六千尺爲初商積。可商四十尺。因長縱甚多。故取小數商二十尺爲深。加寬比深多三尺得二十三尺爲寬。再加長比寬多二百六十四尺得二百八十七尺爲長。以三數相乘得十萬三千二百零二十尺。大於原積。乃改商十尺。書於原積六千尺之上。而以所商十尺。爲

初商之深加寬比深多三尺。得十三尺。爲初商之寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百七十七尺。爲初商之長。乃以初商之深十尺。與初商之寬十三尺相乘。得一百三十尺。又以初商之長二百七十七尺再乘。得三萬六千零十尺。書於原積之下。相減。餘四萬零一百三十尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘。得一百三十尺。又以初商之寬十三尺與初商之長二百七十七尺相乘。得三千六百零一尺。又以初商之深十尺與初商之長二百七十七尺相乘。得二千七百七十尺。三數相併。得六千五百零一尺。爲次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積四萬零一百三十尺。足五尺。則以五尺書於原積空尺之上。而以初商之深十尺與初商之寬十三尺、初商之長二百七十七尺相併。得三百尺。以次商之五尺乘之。得一千五百尺。爲次商三長廉面積。又以次商之五尺自乘。得二十五尺。爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得八千零二十六尺。爲廉隅共法。以次商之五尺乘之。得四萬零一百三十尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知挑河之深爲十五尺。加寬比深多三尺。得十八尺爲寬。再加長比寬多二百六十四尺。得二百八十二尺。爲河一段之長也。



帶縱和數立方

帶縱較數立方。其法已難。而帶縱和數立方立法尤難。故古無傳。而以理推之。則法有與較數相對待者。其帶一縱立方。高與闊相等。惟長不同。如以長與高和或長與闊和爲問者。則以初商爲高與闊。而與和數相減。餘爲長。乃以高與闊自乘。以長再乘。爲初商積。其或和數甚多而積甚少。按立方法商之。必至大於原積者。則以和數除原積得數。約開平方。可得幾數。取略大數以定初商。初商減積有餘實者。其初商方積外。有二方廉一長廉。成兩面磬折體形。而初商之高與闊。少一次商。初商之長。多一次商。故內少一方廉積。商除之法。則以初商之高與闊與初商之長相乘。倍之爲二方廉面積。視餘實足方廉面積幾倍。取略大數以定次商。而以初商自乘。次商再乘。得一方廉積。與餘實相加。始足次商二方廉一長廉之共積。故以次商與初商之長相減。餘爲初商次商之共長。與初商相乘。倍之爲二方廉面積。又以初商次商之共長與次商相乘。爲一長廉面積。合二方廉一長廉面積。以次商乘之。爲二方廉一長廉之共積。所謂初商方積外成兩面磬折體形是也。其帶兩縱相同立方。長與闊相等。惟高不同。如以高與闊和或高與長和爲問者。則以初商爲高。與和數相減。餘爲長與闊。乃以長與闊自乘。以高再乘。爲初商積。其或和數甚多而積甚少。按立方法商之。必至大於原積者。則以和數自乘。除原積。約足幾倍。取略大數以定初商。初商減積有餘實者。初商方積外。止一方廉。成一扁方體形。而初商之高。少一次商。初商之長與闊。各多一次商。故內少二方廉一長廉積。商除之法。則以初商之長與闊自乘。爲一方廉面積。視餘實足方廉面

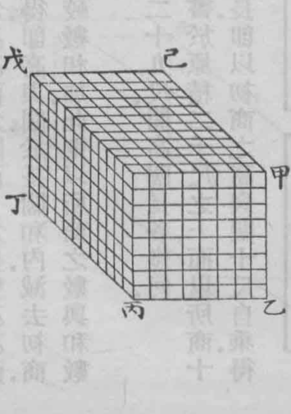
積幾倍。取略大數以定次商。以次商與初商之長與闊相減。餘爲初商次商之長與闊而與初商相乘。次商再乘倍之爲二方廉積。又以次商自乘初商再乘。爲一長廉積。合二方廉一長廉積。與餘實相加始足次商一方廉積。故以初商次商之長與闊自乘。次商再乘。爲一方廉積。所謂初商方積外成一扁方體形是也。其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同。但帶兩縱相同者。其次商積爲一正方廉。帶兩縱不同者。其次商積爲一長方廉耳。要之定商皆以小於半和爲準。有時退商而反不足。進商而反有餘。須合初商次商以斟酌之。至次商以後。因有益積之法。故廉法亦不足憑。則又須較量而增損之可也。

設如帶一縱立方積七百六十八尺。其高與闊等。長與闊和二十尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積七百六十八尺。可商九尺。則以九尺爲高與闊。與長闊和二十尺相減。餘十一尺爲長。即以高與闊九尺自乘。得八十一尺。又以長十一尺再乘。得八百九十一尺。大於原積。乃退商八尺。書於原積八尺之上。而以所商八尺爲高與闊與長闊和二十尺相減。餘十二尺爲長。即以高與闊八尺自乘。得六十四尺。又以長十二尺再乘。得七百六十八尺。書於原積之下相減恰盡。是知立方之高與闊俱八尺。長十

八
七六八
七六八
〇〇〇

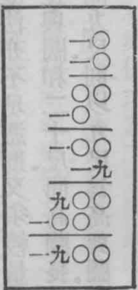
八
八
六四
一二
一二八
六四
七六八



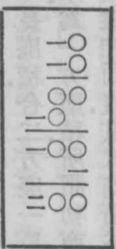
二尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積七百六十八尺。其甲乙爲高。乙丙爲闊。丙丁爲長。甲乙、乙丙俱八尺。丙丁爲十二尺。乙丙與丙丁共二十尺。卽長闊之和。初商所得卽高與闊於長闊和內減去初商。所餘卽長也。此法與較數帶縱立方有加減之異。彼以所商之數與較數相加。此則以所商之數與和數相減也。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊相等。長與闊和二十九尺。問高闊長各幾何。

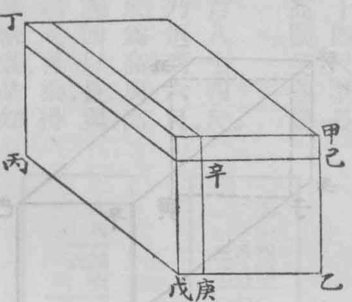
法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積可商十尺。乃以十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊與長闊和二十九尺相減。餘十九尺爲初商之長。卽以初商之高與闊十尺自乘得一百尺。又以初商之長十九尺再乘。得一千九百尺。書於原積之下。相減餘五百四十八尺。乃以初商之高與闊十尺與初商之長十九尺相乘。

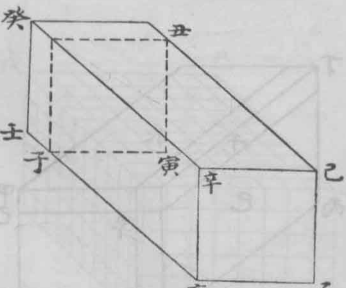


得一百九十尺。倍之得三百八十尺。以除餘積五百四十八尺。足一尺。因仍益積。且初商之長。尚減去次商數。故取大數爲二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商十尺自乘。又以次商二尺再乘。得二百尺。與餘積

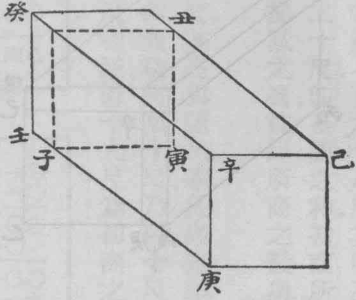


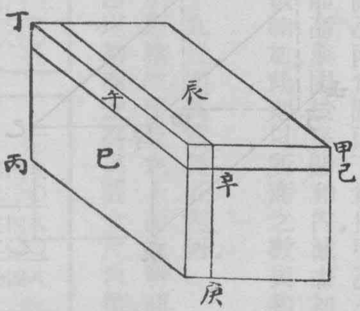
五百四十八尺相加。得七百四十八尺。爲次商二方廉一長廉之共積。乃以次商二尺。與初高之長十九尺相減。餘十七尺。爲初商次商之長。與初商之高與闊十尺相乘。得一百七十尺。倍之得三百四十尺。爲二方廉面積。又以次商二尺。與初商次商之長十七尺相乘。得三十四尺。爲一長廉面積。合二方廉一長廉面積。共三百七十四尺。以次商二尺乘之。得七百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱十二尺。長十七尺也。如圖甲乙丙丁長方體形。甲乙高。乙戊闊皆十二庚。戊丙長十七尺。乙戊與戊丙共二十九尺。即長闊之和。其從一角所分己乙壬癸長方體形。己乙與乙庚皆十尺。即初商數。壬庚十九尺。即長闊和內減初商所餘之數。比戊丙多子壬一段。即次商數。己乙壬癸長方積一千九百尺。即初商自乘。又以初商與長闊和相減之餘再乘之數。比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形。因初商積內多減去此積。故以初商自乘。次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積。與餘積相加。即得甲己辛庚丙丁兩面磬折體形。其辰形巳形





爲兩方廉．其闊十尺．卽初商數．其長十七尺．卽長闊和內減初商次商之數．其厚皆二尺．卽次商數．午形爲一長廉．其長十七尺．與方廉同．其闊與厚皆二尺．亦卽次商數．合二方廉一長廉．共成一磬折體形．附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體積也．





設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺．其高與闊相等．長與闊和一千二百四十三尺．問高闊長各幾何．

法列積如開立方法商之．其九萬九千尺爲初商積．可商四十尺．而長闊和爲一千二百四十三尺．按法相乘．過大於原積．爰以長闊和一千二百四十三尺．除原積九萬九千九百五十四尺．足八十尺有餘．以八十尺開平方．約足九尺．乃以九尺書於原積四尺

九九九五四

九
九九九五四
九九九五四
○○○○○

八
一二四三
九九九五四

九九
八一

之上．而以所商九尺為高與闊．與長闊和一千二百四十三尺相減．餘一千二百三十四尺為長．卽以高與闊九尺自乘．得八十一尺．又以長一千二百三十四尺再乘．得九萬九千九百五十四尺．書於原積之下．相減恰盡．是知立方之高與闊俱九尺．長一千二百三十四尺也．此法蓋因帶一縱甚多．高與闊甚少．其長闊和比長所多無幾．故以長闊和除原積．卽得高與闊自乘之一面積．而開平方所得．卽高與闊與長闊和相減．所餘卽長也．

一二三四
八一

一二三四
九八七二

九九九五四

設如帶兩縱相同立方積三百八十四尺．其長與闊相等．高與闊和十四尺．問高闊長各幾何．

法列積如開立方法商之．其積三百八十四尺．可商七尺．因欲得小於半和之數．乃退商六尺．書於原積四尺之上．而以所商六尺為高．與高闊和十四尺相減．餘八尺為長與闊．卽以長與闊八尺自乘．得六十四尺．又以高六尺再乘．得三百八十四尺．書於原積之下．相減恰盡．是知立方之高為六尺．長與闊皆八尺也．如圖甲乙

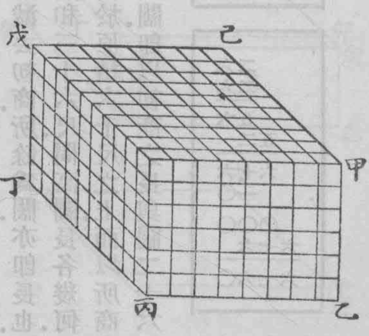
六
三八四
三八四

〇〇〇

八
八

六四
六

五八四

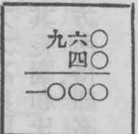


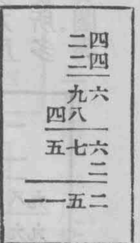
丙丁戊己扁方體形容積三百八十四尺。其甲乙爲高。乙丙爲闊。丙丁爲長。甲乙六尺。乙丙與丙丁皆八尺。甲乙與乙丙共十四尺。卽高與闊之和。初商所得爲高。於高闊和內減去初商。所餘爲闊。亦卽長也。

設如帶兩縱相同立方積六千九百一十二尺。其長與闊相等。高與闊和三十六尺。問高闊長各幾何

法列積如開立法方商之。其六千尺之初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積六千尺之上。而以所商十尺爲初商之高。與高闊和三十六尺相減。餘二十六尺。爲初商之長與闊。卽以初商之長與闊二十六尺自乘。得六百七十六尺。又以初商之高十尺再乘。得六千七百六十尺。書於原積之下。相減餘一百五十二尺。乃以初商之長與闊

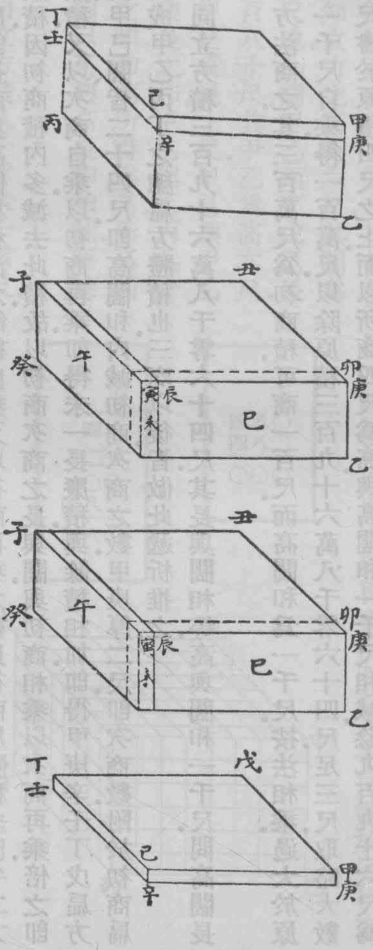
二十六尺自乘。得六百七十六尺。以除餘





積一百五十二尺。不足一尺。因仍益積。且初商之長與闊內尙減去次商數。故取大數爲三尺。書於原積二尺之上。而以次商二尺。與初商之長與闊二十六尺相減。餘二十四尺。爲初商次商之長與闊。與初商

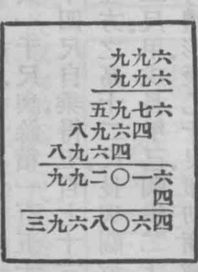
十尺相乘得二百四十尺。以次商二尺再乘得四百八十尺。倍之得九百六十尺。爲二方廉積。又以次商二尺自乘。以初商十尺再乘。得四十尺。爲一長廉積。合二方廉一長廉積共一千尺。與餘積一百五十二尺相加得一千一百五十二尺。爲次商一方廉積。乃以初商次商之長二十四尺自乘得五百七十六尺。以次商二尺再乘。得一千一百五十二尺。書於餘積之下相減恰盡。是知立方之高十二尺。長與闊皆二十四尺也。如圖甲乙丙丁扁方體形容積六千九百一十二尺。甲乙高十二尺。甲戊長甲己闊俱二十四尺。甲己與甲乙共三十六尺。卽高與闊之和。其從一面所分庚乙癸子扁方體形庚乙十尺。卽初商數。庚丑與庚寅皆二十六尺。卽高闊和內減初商之數。庚丑比甲戊多庚卯一段。庚寅比甲己多辰寅一段。卽次商數。庚乙癸子長方積



六千七百六十尺。即初商與高闊和相減之餘數自乘、又以初商再乘之數。比初商原體積多巳午二方廉積未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商之長與闊與初商相乘。以次商再乘倍之。即得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商再乘。即得未一長廉積。與餘積相加。即得甲庚辛壬丁戊扁方體形。其甲戊長甲己闊皆二十四尺。即高闊和內減初商次商之數。甲庚厚二尺。即次商數。附於初商扁方體之一面而成甲乙丙丁之總扁方體積也。三商以後皆倣此遞析推之。

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千零六十四尺。其長與闊相等。高與闊和一千尺。問高闊長各幾何。

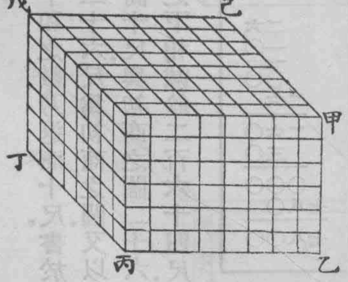
法列積如開立方法商之。其三百萬尺為初商積。可商一百尺。而高闊和為一千尺。按法相乘。過大於原積。爰以高闊和一千尺自乘。得一百萬尺。以除原積三百九十六萬八千零六十四尺。足三尺。取略大數為四尺。乃以四尺書於原積四尺之上。而以所商四尺為高。與高闊和一千尺相減。餘九百九十六尺為長與闊。即以長與闊九百九十六尺自乘。得九十九萬二千零一十六尺。又以高四尺再乘。得



三百九十六萬八千零六十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲四尺。長與闊俱九百九十六尺也。此法蓋因帶兩縱甚多而高數甚少。其高闊和比原長原闊所多無幾。故以高闊和自乘得一面積。以除原積。卽得高與高闊和相減。所餘爲闊。亦卽長邊也。

設如帶兩縱不同立方積四百八十尺。高與闊和十四尺。高與長和十六尺。問高闊長各幾何。

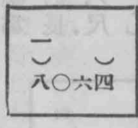
法列積如開立方法商之。其積四百八十尺。可商七尺。因欲得小於半和之數。乃退商六尺。書於原積空尺之上。而以所商六尺爲高與高與闊和十四尺相減。餘八尺爲闊。又以高六尺與高與長和十六尺相減。餘十尺爲長。卽以高六尺與闊八尺相乘得四十八尺。又以長十尺再乘得四百八十尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高爲六尺。其闊爲八尺。其長爲十尺也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積四百八十尺。其甲乙爲高六尺。乙丙爲闊八尺。甲己爲長十尺。甲己與甲乙共十六尺。卽高與長之和。甲乙與乙丙共十四尺。卽高與闊之和。初商所得爲高與高闊和相減所餘爲闊。以高與高長和相減所餘卽長也。

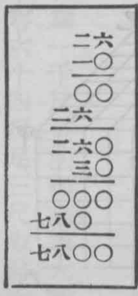


設如帶兩縱不同立方積八千零六十四尺。

高與闊和三十六尺.高與長和四十尺.問高闊長各幾何.

法列積如開立方法商之.其八千尺爲初商積.可商二十尺.因欲得小於半和之數.乃退商十尺.書於原積八千尺之上.而以所商十尺爲初商之高與高闊和三十六尺相減.餘二十六尺爲初商之闊.又以初商之高十尺與高長和四十尺相減.餘三十尺爲初商之長.卽以初商之高十尺.與初商之闊二十六尺相乘.得二百六十尺.以初商之長三十尺再乘.得七千八百尺.書於原積之下相減餘二百六十四尺.爲一長方廉積.其厚卽次商之數.其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數.乃以初商之長三十尺.與初商之闊二十六尺相乘.得七百八十尺.以除餘積二百六十四尺.不足一尺.因仍益積.且初商之長闊尙減去次商數.故取大數爲二尺.書於原積四尺之上.而以所商二尺.與初商之闊






二十六尺相減.餘二十四尺爲初商次商之闊.以所商二尺與初商之長三十尺相減.餘二十八尺爲初商次商之長.卽以初商次商之闊二十四尺與初商之高十尺相乘.得二百四十尺.又以初商次商之長二十八尺.與初商之高十尺相乘.得二百八十尺.兩數相併.得五百二十尺.以次商二尺乘之.得一千零

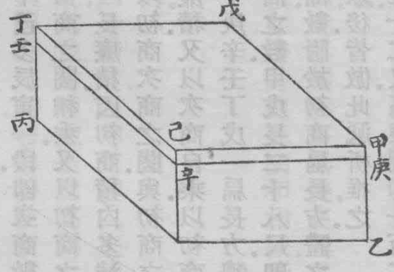
四十尺。為二方廉積。又以次商二尺自乘得四尺。以初商十尺再乘得四十尺。為一長廉積。合二方廉一長廉積。共一千零八十尺。與餘積二百六十四尺相加得一千三百四十四尺。為次商一方廉積。乃以初商次商之闊二十四尺與長二十八尺相乘得六百七十二尺。以次商二尺再乘得一千三百四十四尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高十二尺。闊二十四尺。長二十八尺也。如圖甲乙丙丁扁長方體形容積八千零六十四尺。甲乙高十二尺。甲戊長二十八尺。甲己闊二十四尺。甲乙與甲己共三十六尺。卽高與闊之和。甲乙與甲戊共四十尺。卽高與長之和。其從一面所分庚乙癸子扁長方體形。庚乙十尺卽初商

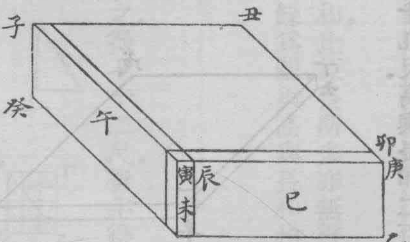
二
二
四
一〇
四〇

〇四〇一
〇四
〇八〇一

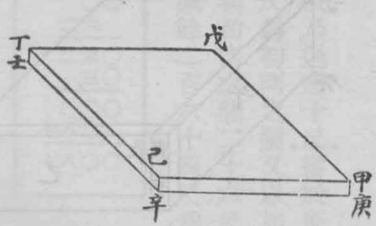
一　二
八〇六四
七八〇〇
〇二六四
一〇八〇
一三四四
一三四四
〇〇〇〇

三四
二八
一九二
四八
六七二
二
一三四四





數。庚丑三十尺。卽高與長和內減初商之數。庚寅二十六尺。卽高與闊和內減初商之數。庚丑比甲戊多庚卯一段。庚寅比甲己多辰寅一段。卽次商數。庚乙癸子長方積七千八百尺。卽初商之長與初商之闊相乘。又以初商之高再乘之數。比原長原闊多巳午二方廉積。未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與初商之高相乘。以初商次商之闊與初商之高相乘。兩數相併。以次商再乘。卽得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商之高再乘。卽得未一長廉積。與餘積相加。卽與甲庚辛壬丁戊一扁長方體形。其甲己闊二十四尺。卽高闊和內減初商次商之數。甲戊長二十八尺。卽高長和內減初商次商之數。甲庚厚二尺。卽次商數附於初商扁長方體之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體積也。三商以後皆倣此遞析推之。



設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺。高與闊和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一十七萬二千尺爲初商積。可商五十尺。而長卽爲一百九十尺。闊卽爲七十九尺。按法相乘。過大於原積。爰以高與闊和一百二十九尺與高與長和二百四十尺相乘。得三萬零八百六十尺。以除原積一十七萬二千六百九十二尺。足五尺。原略大之數爲六尺。

六）
一七二六九二

五
三〇八六〇
一七二六九二

乃以六尺書於原積二尺之上而以所商六尺爲高與高與闊和一百二十九尺相減餘一百二十三尺爲闊又以高六尺與高與長和二百四十尺相減餘二百三十四尺爲長卽以闊一百二十三尺與長二百三十四尺相乘得二萬八千七百八十二尺又以高六尺再乘得一十七萬二千六百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高爲六尺闊爲一百二十三尺長爲二百三十四尺也

此法蓋因帶兩縱甚多而高數甚少其高與闊和比原闊所多無幾高與長和比原長所多亦無幾故以高與闊和、與高與長和相乘得一面積以除原積卽得高與高闊和相減所餘爲闊與高與長和相減所餘卽長也

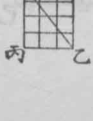
六)二
一七二六九二
一七二六九二
○○○○○○

二三四
一二三
七○二
四六八
二三四
二八七八二
六
一七二六九二

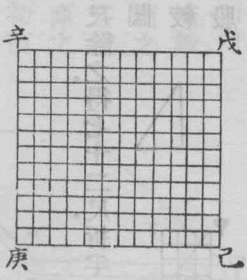
附勾股法四條

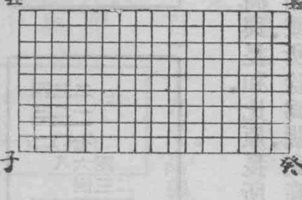
設如勾股積六尺勾弦較二尺求勾股弦各幾何

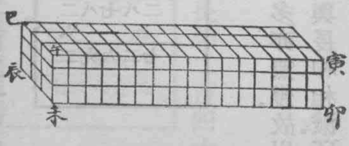
法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以勾弦較二尺除之得七十二尺折半得三十六尺爲長方體積乃以勾弦較二尺折半得一尺爲長方體之長比高闊所多之較用帶一縱較數開立方法算之得高與闊三尺爲勾加勾弦較二尺得五尺爲弦以勾三尺除倍積十二尺得四尺爲股也此法有勾股



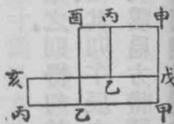
積勾弦較.必得股自乘積.以勾弦較除之.始得勾弦和.而勾弦和爲二勾一勾弦較之共數.將勾弦和半之.爲一勾半勾弦較之共數.今作爲帶縱立方體算者.卽如以勾爲帶縱立方之高與闊.勾與半勾弦較之共數.爲帶縱立方之長.半勾弦較爲帶縱之較.用帶縱較數立方法開之.得高與闊.卽勾也.如甲乙丙勾股積.倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積.自乘得戊己庚辛正方面積.卽如勾自乘、股自乘、兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積.試將此長方面積.變爲長方體積.其底爲勾自乘之數.其長爲股自乘之數.其勾自乘之底邊卽勾.而股自乘之長.又爲勾弦較與勾弦和相乘之數.是暗中已得股自乘之一數矣.其長方體卽如寅卯辰巳長方體形.然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方.內申戌乙丙爲勾自乘之正方.則戌甲乙酉丙乙磬折形與股自乘之正方等.引而長之.成戌甲丙亥之長方.其戌甲闊卽勾弦較.甲乙丙長卽勾弦和.今以股自乘之數.用勾弦較除之.而得勾弦和.卽如寅卯辰巳之長方體積.用勾弦較除之.而得乾坎辰巳之長方體積.其午未辰巳之高闊相乘之面積未減而坎未之長.卽爲勾弦和

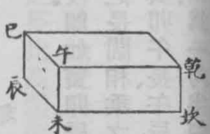


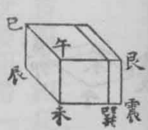




矣。勾弦和既爲二勾一勾弦較之共數。折半則得一勾半勾弦較之共數。故將所得之乾坎辰巳長方體積。折半爲艮震辰巳長方體積。其巳辰高未辰闊、仍皆爲勾。與巽未等。其震未長爲勾與半勾弦較之共數。震巽爲半勾弦較。卽長比高闊所多之數。故以勾弦較折半。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊爲勾也。

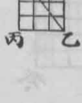




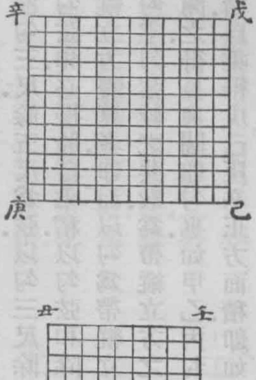


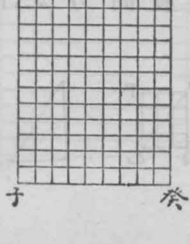
設如勾股積六尺。勾弦和八尺。求勾股弦各幾何。

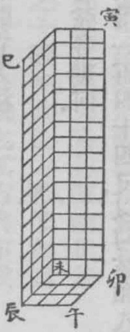
法以勾股積六尺倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以勾弦和八尺除之。得十八尺。折半得九尺。爲扁方體積。乃以勾弦和八尺折半得四尺。爲扁方體之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊三尺爲勾。於勾弦和八尺內。減勾三尺。餘五尺爲弦。以勾三尺除倍積十二尺。得四尺爲股也。此法有勾股積勾弦和。必得股自乘積以勾弦和除之。始得勾弦較半之爲半勾弦較今作爲帶縱立方體算者。卽如以勾爲帶縱立方之長與闊。半勾弦較爲帶縱立方之高。一勾半勾弦較之共數。爲帶縱立方之高與長闊之和。用帶兩縱相同和數立方法開之。得長與闊卽勾也。如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊己庚辛正方面積。卽如勾

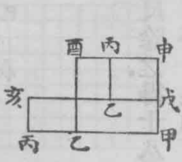


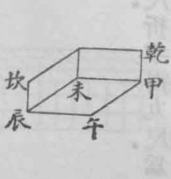
自乘、股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積.試將此長方面積.變爲長方體積.其底爲勾自乘之數.其高爲股自乘之數.其勾自乘之底即邊勾而股自乘之高.又爲勾弦較與勾弦和相乘之數.是暗中已得股自乘之一數矣.其長方體即如寅卯辰巳長方體形.然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方.內申戊乙丙爲勾自乘之正方.則戊甲乙酉丙乙磬折形.與股自乘之正方等.引而長之成戊甲丙亥之長方.其戊甲闊即勾弦較.甲乙丙長即勾弦和.今以股自乘之數.用勾弦和除之.則得勾弦較.即如寅卯辰巳之長方體積.用勾弦和除之.而得乾卯辰坎扁方體積.其卯午辰未之長闊相乘之面積未減.而乾卯之高即爲勾弦較矣.折半則得艮卯辰震扁方體積.其卯午長、午辰闊、仍皆爲勾.而艮卯之高爲半勾弦較.其艮卯與卯午.即高與長闊之和.爲一勾半勾弦

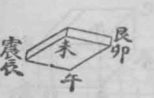








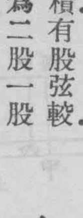


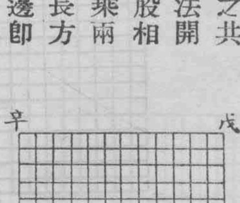


較之共數。而勾弦和乃二勾一勾弦較之共數。故以勾弦和折半得一勾半勾弦較。用帶兩縱相同和數開立方法算之。得長與闊爲勾也。

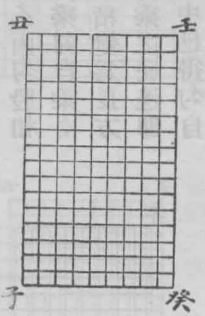
設如勾股積六尺。股弦較一尺。求勾股弦各幾何。

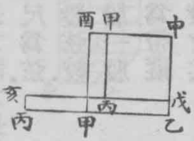
法以勾股積六尺。倍之得十二尺。自乘得一百四十四尺。以股弦較一尺除之。仍得一百四十四尺。折半得七十二尺。爲長方體積。乃以股弦較一尺。折半得五寸。爲長方體之長比高闊所多之較。用帶一縱較數開立方法算之。得高與闊四尺。爲股。加股弦較一尺。得五尺。爲弦。以股四尺除倍積十二尺。得三尺。爲勾也。此法有勾股積有股弦較。必得勾自乘積。以股弦較除之。始得股弦和。而股弦和爲二股一股弦較之共數。將股弦和半之。爲一股半股弦較之共數。今作爲帶縱立方體算者。卽如以股爲帶縱立方之高與闊。股與半股弦較之共數。爲帶縱立方之長。半股弦較爲帶縱之較。用帶縱較數立方法開之。得高與闊。卽股也。如甲乙丙勾股積。倍之則成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積。自乘得戊己庚辛正方面積。卽如股自乘勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積。試將此長方面積變爲長方體積。其底爲股自乘之數。其長爲勾自乘之數。其股自乘之底邊卽股而勾自乘之長又爲股弦與股弦和相乘之數。是暗中已得勾自

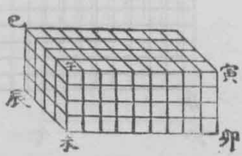


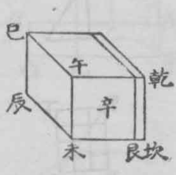


乘之一數矣．其長方體．卽如寅卯辰巳之長方體形然．又試作一申乙甲酉弦自乘之正方．內申戌丙甲爲股自乘之正方．則戌乙甲酉甲丙磬折形．與勾自乘之正方等．引而長之．成戌乙丙亥之長方．其戌乙闊卽股弦較．乙甲丙長卽股弦和．今以勾自乘之數．用股弦較除之．得股弦和．卽如寅卯辰巳之長方體積．用股弦較除之．仍得寅卯辰巳之長方體積．其午未辰巳高闊相乘之面積．與卯未之長俱未減．而卯未之長．卽命爲股弦和矣．股弦和既爲二股一股弦較之共數．折半則得一股半股弦較之共數．故將所得之寅卯辰巳長方體積．折半爲乾坎辰巳長方體積．其未辰闊巳辰高、仍皆爲股與艮未等．其坎未長爲股與半股弦較之共數．坎艮爲半股弦較．卽長比高闊所多之數．故以股弦較折半．用帶一縱較數開立方法算之．得高與闊爲股也．





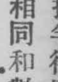


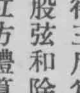


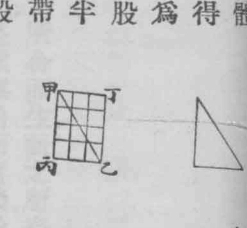
設如勾股積六尺．股弦和九尺．求勾股弦各幾何．

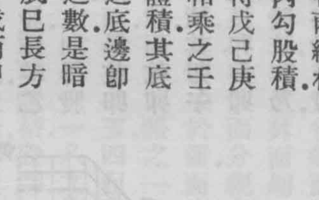
法以勾股積六尺．倍之得十二尺．自乘得一百四十四尺．以股弦和九尺除之．得十六尺．折半得八尺．爲

扁方體積乃以股弦和九尺折半得四尺五寸爲扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊四尺爲股於股弦和九尺內減股四尺餘五尺爲弦以股四尺除倍積十二尺得三尺爲勾也此法有勾股積股弦和必得勾自乘積以股弦和除之始得股弦較半之爲半股弦較今作爲帶縱立方體算者卽如以股爲帶縱立方之長與闊半股弦較爲帶縱立方之高一股半股弦較之共數爲帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊卽股也如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積卽如股自乘、勾自乘、兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變爲長方體積其底爲股自乘之數其高爲勾自乘之數其股自乘之底邊卽股而勾自乘之高又爲股弦和與股弦較相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體卽如寅卯辰巳長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戌丙甲

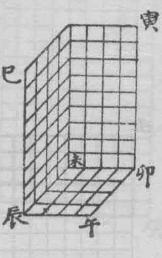


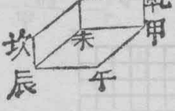


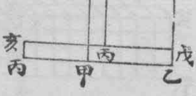




爲股自乘之正方則戌乙甲酉甲丙磬折形與勾自乘之正方等引而長之成戌乙丙亥之長方其戌乙闊即股弦較乙甲丙長即股弦和今以勾自乘之數用股弦和除之則得股弦較即如寅卯辰巳之長方體積用股弦和除之而得乾卯辰坎扁方體積其卯午辰未長闊相乘之面積未減而乾卯之高即爲股弦較矣折半則得艮卯辰震扁方體積其卯午長、午辰闊仍皆爲股而艮卯之高爲半股弦較其艮卯與卯午卽高與長闊之和爲一股半股弦較之共數而股弦和乃二股一股弦較之共數故以股弦和折半得一股半股弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊爲股也







數理精蘊下編卷二十五

體部三

各體形總論

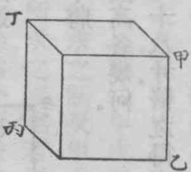
體之爲形成於面面之相合爲厚角故凡體形皆自厚角所合而生面之所合不能成厚角則體亦不能成形惟渾圓則無角然求積之法亦合衆尖體而成渾圓是雖無角而實賴於角也方體有正方斜方尖方方環陽馬塹堵之異圓體則有渾圓長圓尖圓之殊至於各等面體惟成於三角四角五角之面而兼盡乎方圓之理函於圓者其角切於球之外面函圓者球之外面切於各面之中心而各體又有互相容之妙因其各面皆等故其中心至每邊之線皆同就其各形而分視之則成各等邊面形因其各形而細剖之則成各同底尖體形然求積總以勾股爲準則蓋體成於面面生於線理固然也有積求邊則必以方圓爲比例是以邊線等者體積不等如圓球徑與各等面體之一邊俱設爲一〇〇〇則正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇圓球體積爲五二三五九八七七五四面體積爲一一七八五一一二九八面體積爲四七一四〇四五二一十二面體積爲七六六三一一八九〇三二十面體積爲二一八一六九四九六九此各形之體積皆以方積比例者也或以圓球體積設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇則圓球徑得一二四〇小餘七〇〇九八如圓球徑與各等面體之一邊俱設爲一二四〇小餘七〇〇九八則圓

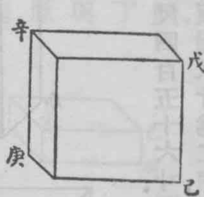
球體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體積爲一九〇九八五九三一七。四面體積爲二二五〇七九〇七七。八面體積爲九〇〇三一六三一七。十二面體積爲一四六三五四七九〇五一。二十面體積爲四一六六七三〇四六三。此各形之體積。皆以球積比例者也。蓋因各形之邊線相等體積不同。故皆定爲體與體之比例也。體積等者邊線不等。如圓球體積與各等面體積。俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方體之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑爲一二四〇七〇九八。四面體之每邊爲二〇三九六四八九〇。八面體之每邊爲一二八四八九八二九。十二面體之每邊爲五〇七二二二〇七。二十面體之每邊爲七七一〇二五三四。此各形之邊線。皆以方邊比例者也。或以圓球徑。設爲一〇〇〇〇〇〇〇。則圓球體積爲五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一九二三。如圓球體積與各等面體積。俱設爲五二三五九八七七五五九八二九八八七三〇七一九二三。則圓球徑爲一〇〇〇〇〇〇〇。正方體之每邊爲八〇五九九五九七。四面體之每邊爲一六四三九四八八一。八面體之每邊爲一〇三五六二二八五。十二面體之每邊爲四〇八八一八九五。二十面體之每邊爲六二一四四三三二。此各形之邊線。皆以球徑比例者也。蓋因各形之體積相等邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。要之邊求積者。亦皆本於勾股。而積求邊者。一皆歸之正方。此方所以爲立法之原。入算之本也。

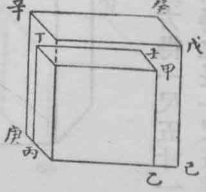
設如正方體每邊二尺。今將其積倍之。問得方邊幾何。

法以每邊二尺自乘再乘得八尺。倍之得一十六尺。開立方得二尺五寸一分有餘。卽所求之方邊數也。

如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。倍之得一十六尺。卽如戊己庚辛正方體積。每邊得二尺五寸一分有餘。試於戊己庚辛正方體形內。作甲乙丙丁正方體形。則其外之戊己乙甲壬丁丙庚辛癸磬折體形。卽與甲乙丙丁正方體積相等也。

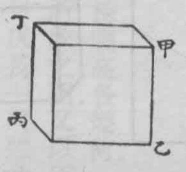






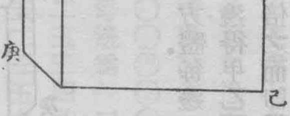
設如正方體每邊二尺。今將其積八倍之。問得方邊幾何。

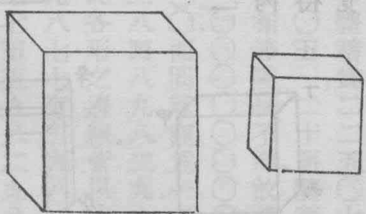
法以每邊二尺倍之得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。八倍之得六十四尺。卽如戊己庚辛正方體積。其每邊得甲乙丙丁正方形每邊之二倍。是故不用八倍其積開立方。止以每邊二尺倍之而卽得也。此法蓋因兩體積之比例。比之兩界之比例。爲連比例隔二位相加之比例。見

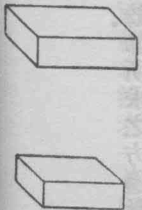


幾何原本十卷第四節・故戊己庚辛正方體積六十四尺與甲乙丙丁正方體積之八尺相比爲八分之一而戊己庚辛正方邊之四尺與甲乙丙丁正方邊之二尺之比爲二分之一夫六十四與三十二三十二與十六十六與八八與四四與二皆爲二分之一之連比例而六十四與八之比其間隔三十二與十六之兩位故爲連比例隔二位相加之比例也

設如長方體長一尺二寸闊八寸高四寸今將其積倍之仍與原形爲同式形問得長闊高各幾何





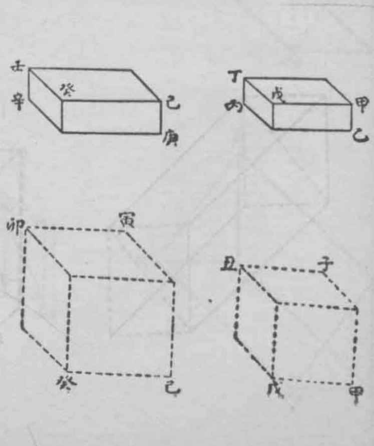


法以長一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸倍之得三尺四百五十六寸開立方得一尺五寸一分一釐有餘即所求之長既得長乃以原長一尺二寸爲一率原闊八寸爲二率今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率求得四率一尺零七釐有餘即所求之闊也又以原長一尺二寸爲一率原高四寸爲二率今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率求得四率五寸零三釐有餘即所求之高也或以闊八寸自乘再乘倍之開立方亦得一尺零七釐有餘爲所求之闊以高四寸自

乘再乘倍之開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體甲乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二寸。將其積倍之。卽如己庚辛壬長方體。此兩長方體積之比例。卽同於其相當二界各作兩正方體積之比例。見幾何原本十卷第五節 故依甲乙丙丁長方體之甲戊長界作甲戊丑子正方體。將其積倍之。卽如己庚辛壬長方體之己癸長界所作之己癸卯寅正方體。故開立方得己癸爲所求之長也。既得己癸之長。則以甲戊與丁戊之比。卽同於己癸與壬癸之比。得壬癸爲所求之闊。又甲戊與甲乙之比同於己癸與己庚之比。得己庚爲所求之高也。若以原闊自乘再乘倍之開立方。亦得一尺零七釐有餘。爲今所求之闊。原高自乘再乘倍之開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲今所求之高。皆如以其相當二界各作正方體互相爲比之理也。

設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積八倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊高各幾何。

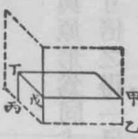
法以長一尺二寸倍之得二尺四寸。卽所求之長。又以原闊八寸倍之得一尺六寸。卽所求之闊。又以原高四寸倍之得八寸。卽所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體。甲乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二寸。將其積八倍之。卽如己庚辛壬長方體。其每邊得甲乙丙丁長方體每邊之二倍。是故不用八倍其積開

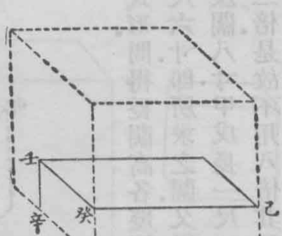


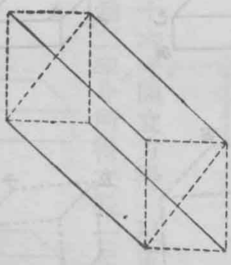
立方。止以各邊之數倍之而卽得也。此法蓋因兩長方體之比例。旣同於其相當二界各作正方體之比例。而兩正方體之比例比之二界之比例。爲連比例隔二位相加之比例。故兩長方體積之比例。較之兩體各界之比例。亦爲連比例隔二位相加之比例也。

設如塹堵體形。闊五尺。長十二尺。高七尺。問積幾何。

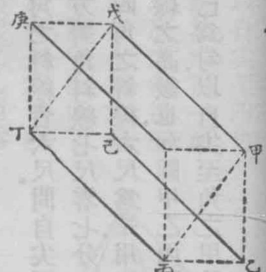
法以闊五尺與長十二尺相乘。得六十尺。又以高七尺再乘。得四百二十尺。折半得二百一十尺。卽塹堵體形之積也。蓋塹堵體形。卽平行二勾股面之三稜長體。如甲乙丙丁戊己塹堵體形。其兩端之二面皆爲勾股形。一爲甲乙丙。一爲丁戊己。俱平行。以乙丙闊與丙丁長相乘。成乙丙丁己長方面形。又以甲乙高再乘。成甲乙丙丁庚戊長方體形。凡平行面之長方體。自其一面之對角線平分爲兩三稜體。此兩三稜體之積相等。見幾何原本五卷第十七節。夫一長方體所分兩三稜體之積旣相等。則三稜體積必爲長方體積之一半。故將所得之甲乙丙丁庚戊長方體積折半。卽得甲乙丙丁戊己塹堵體形之積也。

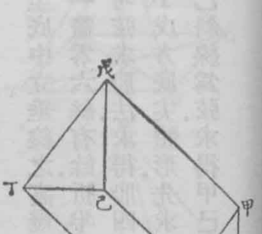






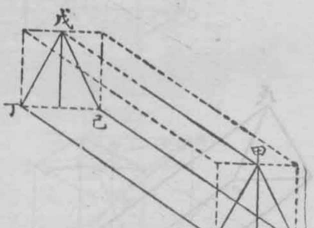
又法以闊五尺與高七尺相乘得三十五尺。折半得一十七尺五寸。與長十二尺相乘得二百一十尺。卽塹堵體形之積也。如甲乙丙丁戊己塹堵體形以甲乙高與乙丙闊相乘折半。得甲乙丙一勾股面積。又與丙丁長相乘。卽得甲乙丙丁戊己塹堵體形之積也。





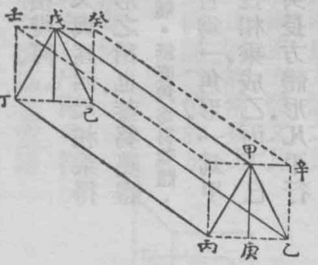
設如芻甍體形闊四尺。長十二尺。高四尺。問積幾何。

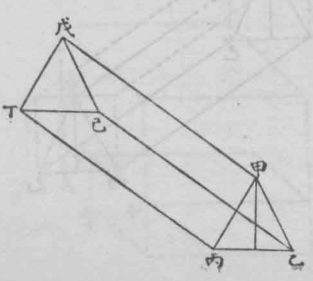
法以闊四尺與長十二尺相乘得四十八尺。又與高四尺相乘得一百九十二尺。折半得九十六尺。卽芻甍體形之積也。蓋芻甍體形。卽平行兩三角面之三稜長體有直角爲塹堵體。無直角爲芻甍體。如甲乙丙丁戊己芻甍體形。其兩端之二面皆爲三角形。一爲甲乙丙。一爲丁戊己。俱平行。以乙丙闊與丙丁長相乘。成乙丙丁己長方面形。又以甲庚高再乘。成辛乙丙丁壬癸長方體形。凡平行面之三稜體積。爲平行面方體積之一半見幾何原本五卷第二十節。



故將所得之辛乙丙丁壬癸長方體積折半。即得甲乙丙丁戊己芻甍體形之積也。

又法以闊四尺與高四尺相乘。得一十六尺。折半得八尺。與長十二尺相乘。得九十六尺。即芻甍體形之積也。如甲乙丙丁戊己芻甍體形。以乙丙闊與甲庚高相乘折半。得甲乙丙三角形面積。又與丙丁長相乘。即得甲乙丙丁戊己芻甍體形之積也。

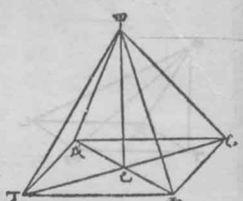


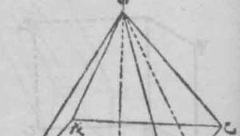


設如方底尖體形。底方每邊五尺。自尖至四角之斜線皆六尺。問自尖至底中立垂線之高幾何。

法以底方每邊五尺。求對角斜線。法求得底方對角斜線七尺零七分一釐零六絲有餘。折半得三尺五寸三分五釐五毫三絲有餘。爲勾。以自尖至四角之斜線六尺爲弦。用勾弦求股法。求得股四尺八寸四分七釐六毫八絲有餘。即自尖至底中立垂線之高數也。如圖甲乙丙丁戊方底尖體形。先求得乙丙丁戊底方面之乙丁對角斜線。折半於己。得乙己爲勾。以自尖至角之甲乙斜線爲弦。求得甲己股。即自尖至底中立垂線之高也。

又法以底方每邊五尺爲平面三角形之底。以自尖至四角之斜線六尺爲兩腰。用平面三角形求中垂線法。求得一面中垂線五尺四寸五分四釐三豪五絲爲弦。以底方每邊五尺折半得二尺五寸爲勾。求得股四尺八寸四分七釐六豪七絲有餘。卽自尖至底中立垂線之高數也。如圖甲乙丙丁戊尖方體。其四面皆爲平面三角形。一爲甲乙丙。一爲甲丙丁。一爲甲丁戊。一爲甲戊乙。任以甲乙丙三角形之乙丙爲底。以甲乙甲丙爲兩腰。求得甲庚中垂線。而以此甲庚爲弦。底邊折半得庚己爲勾。求得甲己股。卽自尖至底中立垂線之高也。

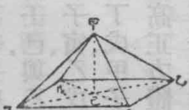


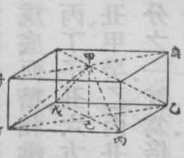


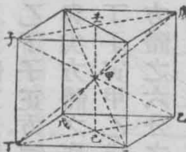
設如方底尖體形。底方每邊六尺。高三尺。問積幾何。

法以下方每邊六尺自乘得三十六尺。又以高三尺再乘得一百零八尺。三歸之得三十六尺。卽方底尖體形之積也。

如甲乙丙丁戊方底尖體形。以乙丙一邊自乘。得乙丙丁戊正方面形。又以甲己高再乘。得庚乙丁辛扁方體形。此扁



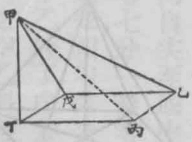


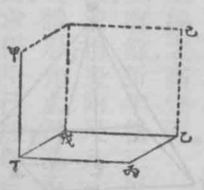


方體與尖方體之底面積等。其高又等。故庚乙丁辛一扁方體之積。與甲乙丙丁戊尖方體三形之積等。見幾何原本五卷第二十三節・試將甲己高倍之得壬己。與乙丙丁戊底面積相乘。得癸乙丁子正方體形。此正方體之乙丙丁戊、子寅癸丑、癸乙丙丑、戊丁子寅、乙戊寅癸、丙丁子丑、六方面。皆與尖方體之底面積等。又自甲心依各稜至各角剖之。則成甲乙丙丁戊、甲子寅癸丑、甲癸乙丙丑、甲戊丁子寅、甲乙戊寅癸、甲丙丁子丑六尖方體。此每一尖方體。俱為倍高正方體之六分之一。既為倍高正方體之六分之一。則必為同高扁方體之三分之一。故將所得庚乙丁辛之同高方體積三分之。而得甲乙丙丁戊尖方體之積也。

設如陽馬體形。底方每邊六尺。高亦六尺。問積幾何。

法以底方每邊六尺自乘得三十六尺。又以高六尺再乘得二百一十六尺。三歸之得七十二尺。即陽馬體形之積也。如甲乙丙丁戊陽馬體形。以乙丙一邊自乘。得乙丙丁戊正方面形。又以甲丁高再乘。得己乙丁甲正方體形。此己乙丁甲一正方體之積。與甲乙丙丁戊陽馬體三形之積等。故三分之。即得陽馬體之積也。此陽馬體與尖方體形雖不同。而法則一。蓋尖方體形尖在正中。陽馬體形尖在一隅。然大凡體形。其底面積等。高度又等。則其體積亦必相等。見幾何原本二卷第二十二節・故今陽馬體之乙丙丁戊底面

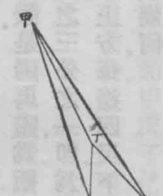


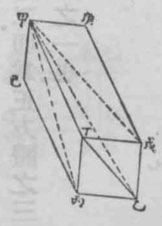


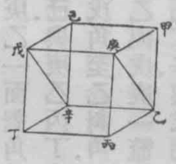
積。即如尖方體之底。其甲丁高度。即如尖方體之高度。故形雖不同而積則一也。

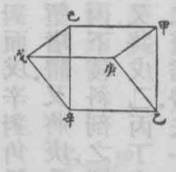
設如鼈臑體形長與闊俱四尺。高九尺。問積幾何。

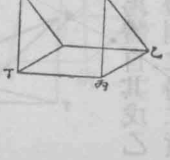
法以長與闊四尺自乘得十六尺。以高九尺再乘得一百四十四尺。六歸之得二十四尺。即鼈臑體形之積也。蓋鼈臑體即勾股面之尖體。如甲乙丙丁鼈臑體形。以丁丙長與乙丙闊相等。成乙丙丁戊正方面形。以甲丁高再乘。成甲庚戊乙丙己長方體形。此一長方體之積。與甲戊乙丙丁陽馬體三形之積等。而甲乙丙丁鼈臑體之積。又爲甲戊乙丙丁陽馬體積之一半。蓋各類尖體。其底面積等。其高又等。則其體積亦等。見幾何原本二卷第二十二節。 今甲乙丙丁鼈臑體之乙丙丁底積。爲甲戊乙丙丁陽馬體之乙丙丁戊底面積之一半。則甲乙丙丁鼈臑體積。亦必爲甲戊乙丙丁陽馬體積之一半。鼈臑體既爲陽馬體之一半。而陽馬體又爲長方體之三分之一。則鼈臑

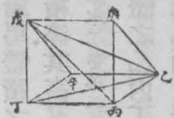


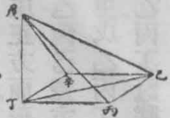


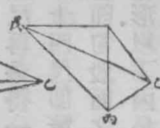


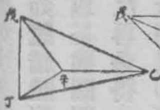




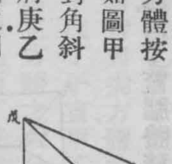






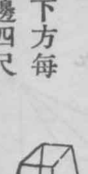


體必爲長方體之六分之一。故將所得甲庚戊乙丙己長方體積六分之。即得甲乙丙丁鼈臑體之積也。又凡正方體。或長方體。按法剖之。即成塹堵陽馬鼈臑各體。而自得其相比之率也。如圖甲乙丙丁戊己正方體。自其庚乙一面對角線。至對面戊辛對角斜線平分之。即得甲乙辛戊己與庚乙丙丁戊二塹堵體。又將庚乙丙丁戊塹堵體。自其上稜戊角至乙對角。依乙丙下稜斜剖之。則得戊乙丙丁辛一陽馬體。乙丙戊庚一鼈臑體。又將戊乙丙丁辛陽馬體。自其戊乙相對斜稜平分之。則得戊乙丁辛、與戊乙丙丁、二鼈臑體。夫一正方體剖之得二塹堵體。是塹堵體爲正方體二分之一也。一塹堵體剖之得一陽馬體一鼈臑體而一陽馬體剖之。又得二鼈臑體。是陽馬體爲塹堵體之三分之二。卽爲正方體之三分之一。而鼈臑體爲塹堵體之三分之一。卽爲正方體之六分之一也。



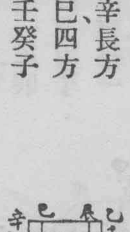
設如上下不等正方體形。上方每邊四尺。下方每邊六尺。高八尺。問積幾何。

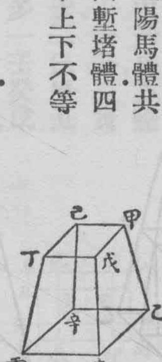
法以上方每邊四尺自乘。得一十六尺。下方每邊六尺自乘。得三十六尺。又以上方每邊四尺與下方每邊六尺相乘。得二十四尺。三數相併。



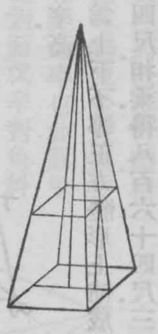
得七十六尺。與高八尺相乘。得六百零八尺。三歸之。得二百零二尺六百六十六寸有餘。即上下不等正方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等正方體形。戊丁上方邊自乘。得甲戊丁己正方面形。庚丙下方邊自乘。得乙庚丙辛正方面形。戊丁上方邊與庚丙下方邊相乘。得壬癸子丑長方面形。將此三方面形相併。與高八尺相乘。得三長方體形。其一上下方面。俱如甲戊丁己。其一上下方面俱如乙庚丙辛。其一上下方面。俱如壬癸子丑。蓋乙庚丙辛長方體。比甲戊丁己長方體。多壬癸戊甲、戊寅卯丁、己丁子丑、辰甲己巳四方廉體。又多乙壬甲辰、癸庚寅戊、丁卯丙子、巳己丑辛四長廉體。而壬癸子丑長方體。比甲戊丁己長方體。多壬癸戊甲、己丁子丑二方廉體。若將共多之六方廉體。四長廉體俱截去。則此三長方體之上下方面。必皆如甲戊丁己。乃以每一方廉體。變爲二塹堵體。每一長廉體。變爲三陽馬體。共得十二塹堵體。十二陽馬體。將甲戊丁己類三長方體。各加四塹堵體。四陽馬體。則皆成上下不等三正方體。故三歸之。而得甲乙丙丁上下不等一正方體形之積也。

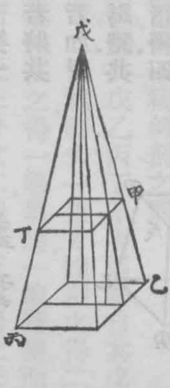
又法以上方邊四尺。與下方邊六尺相減。餘二尺。折半得一尺。爲一率。高八尺爲二率。下方邊六尺。折半得三尺。爲三率。求得四率二十四尺。爲上下不等正方體形上補成一尖方體之共高。乃以下方邊六尺自乘。得三十六尺。與所得共高二十四尺相乘。得八百六十四尺。三歸之。

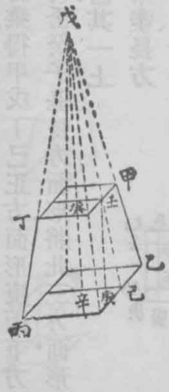




得二百八十八尺。爲大尖方體之積。又以高八尺與共高二十四尺相減。餘十六尺。爲上小尖方體之高。以上方邊四尺自乘得十六尺。與上高十六尺相乘得二百五十六尺。三歸之。得八十五尺三百三十三寸有餘。爲上小尖方體之積。與大尖方體積二百八十八尺相減。餘二百零二尺六百六十六寸有餘。即上下不等正方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等正方體形。加戊甲丁小尖方體形。遂成戊乙丙大尖方體形。先以上方邊與下方邊相減折半。如己庚下方邊折半如己辛。依勾股比例。己庚與壬庚之比。即同於己辛與戊辛之比。以戊辛與乙丙下方面相乘。三歸之。得戊乙丙大尖方體積。以戊癸與甲丁上方面相乘。三歸之。得戊甲丁小尖方體積。於戊乙丙大尖方體積內減去戊甲丁小尖方體積。所餘必甲乙丙丁上下不等正方體形之積也。



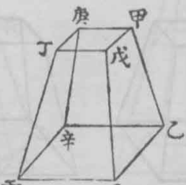


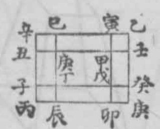


設如上下不等長方體形。上方長四尺。闊三尺。下方長八尺。闊六尺。高十尺。問積幾何。

法以上長四尺與上闊三尺相乘得十二尺。倍之。得二十四

尺。下長八尺與下闊六尺相乘得四十八尺。倍之得九十六尺。又以上闊三尺與下長八尺相乘。得二十四尺。以下闊六尺與上長四尺相乘。得二十四尺。四數相併。得一百六十八尺。與高十尺相乘。得一千六百八十尺。六歸之得二百八十尺。卽上下不等長方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等長方體形。戊丁上長與甲戊上闊相乘得一甲戊丁庚長方面形。倍之得二甲戊丁庚長方面形。己丙下長與乙己下闊相乘得一乙己丙辛長方面形。倍之得二乙己丙辛長方面形。甲戊上闊與己丙下長相乘。得一壬癸子丑長方面形。乙己下闊與戊丁上長相乘。得一寅卯辰巳長方面形。將此六長方面形相併。與高十尺相乘。得六長方體形。其二上下方面俱如甲戊丁庚。其二上下方面俱如乙己丙辛。其一上下方面俱如壬癸子丑。其一上下方面俱如寅卯辰巳。蓋二乙己丙辛長方體。比二甲戊丁庚長方體。爲多二壬癸戊甲、二戊卯辰丁、二庚丁子丑、二寅甲庚巳八方廉體。又多二乙壬甲寅、二癸巳卯戊、二丁辰丙子、二巳庚丑辛、八長廉體。而一壬癸子丑長方體。比一甲戊丁庚長方體。多一壬癸戊甲、一庚丁子丑、二方廉體。而一寅卯辰巳長方體。比一甲戊丁庚長方體多一寅甲庚巳、一戊卯辰丁、二方廉體。若將共多之十二方廉體、八長廉體、俱截去。則此六長方體之上下方面。必皆如甲戊丁庚。乃以每一方廉體。變爲二塹堵體。每一長廉體。變爲三陽馬體。共得二十四塹

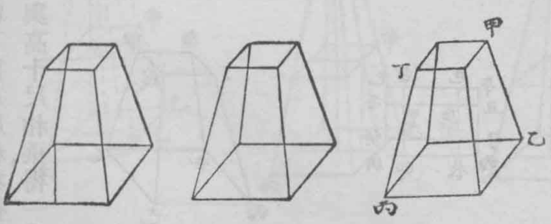




堵體、二十四陽馬體。將六長方體各加四塹堵體四陽馬體。則皆成上下不等六長方體。故六歸之、而得甲乙丙丁上下不等長方體形之積也。

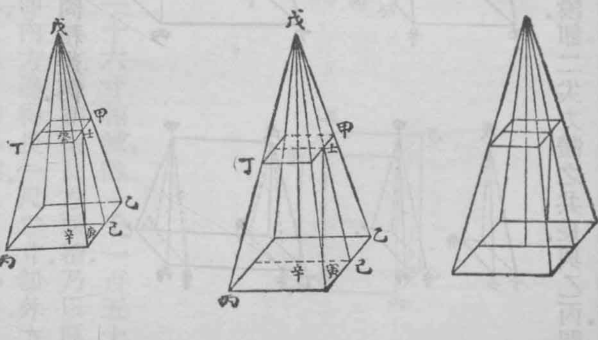
又法以上長四尺倍之得八尺。加下長八尺。共十六尺。與上闊三尺相乘得四十八尺。又以下長八尺倍之得十六尺。加上長四尺得二十尺。與下闊六尺相乘。得一百二十尺。兩數相併。得一百六十八尺。與高十尺相乘。得一千六百八十尺。六歸之。得二百八十尺。即上下不等長方體形之積也。此法與前法同。此法之以上長倍之。加下長與上闊相乘之數。即前法之上長上闊相乘倍之。又加上闊與下長相乘之數也。又此法之以下長倍之。加上長與下闊相乘之數。即前法之下長下闊相乘倍之。又加下闊與上長相乘之數也。圖解並同。

又法以上長四尺與上闊三尺相乘。得十二尺。下長八尺與下闊六尺相乘。得四十八尺。又以上長四尺與下闊六尺相乘。下長八尺與上闊三尺相乘。共得四十八尺。折半得二十四尺。三數相併。得八十四尺。與高十尺相乘。得八百四十尺。三歸之。得二百八十尺。亦即上下不等長方體形之積也。蓋此法與上下不等正方體求積之法同。但正方體上下俱係正方面。故止用上下方邊各自乘。上方邊與下方邊相乘。此則上下方面各有



長闊。既用上方長闊相乘。下方長闊相乘。又必以上長乘下闊。下長乘上闊。相加折半以取中數乃可相併而與高數相乘。三歸之而得體積也。

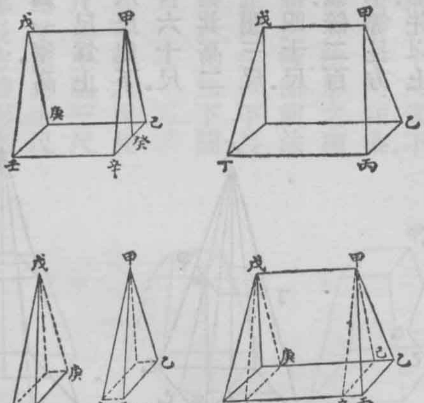
又法以上長四尺與下長八尺相減。餘四尺。折半得二尺為一率。高十尺為二率。下長八尺折半得四尺為三率。求得四率二十尺為上下不等長方體形上補成一尖長方體之共高乃以下長八尺與下闊六尺相乘。得四十八尺與所得共高二十尺相乘。得九百六十尺。三歸之。得三百二十尺。為大尖長方體之積。又以高十尺與共高二十尺相減。餘十尺。為上小尖長方體之高。以上長四尺與上闊三尺相乘。得十二尺與上高十尺相乘。得一百二十尺。三歸之得四十尺。為上小尖長方體之積。與大尖長方體積三百二十尺相減。餘二百八十尺。卽上下不等長方體形之積也。如甲乙丙丁上下不等長方體形。加戊甲丁小尖長方體形。遂成戊乙丙大尖長方體形。先以上長與下長相減折半如己庚。以下長折半如己辛。依勾股比例己庚與壬庚之比。卽同於己辛與戊辛之比。以戊辛與乙丙下長方面相乘。三歸之。得戊乙丙大尖長方體積。以戊癸與甲丁上長方面相乘。



三歸之得戊甲丁小尖長方體積。於戊乙丙大尖體積內減去戊甲丁小尖體積。所餘必甲乙丙丁上下不等長方體形之積也。

設如上下不等芻甍體形。上長十尺。下長十四尺。下闊五尺。高十二尺。問積幾何。

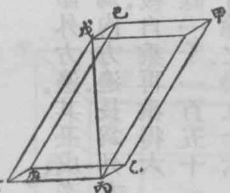
法以上長十尺。與下闊五尺相乘得五十尺。以高十二尺再乘得六百尺。折半得三百尺。爲上下相乘芻甍體積。又以上長十尺與下長十四尺相減。餘四尺。與下闊五尺相乘。得二十尺。以高十二尺再乘得二百四十尺。三歸之得八十尺。與先所得上下相等芻甍體積三百尺相併。得三百八十尺。卽上下不等芻甍體之積也。如甲乙丙丁戊上下不等芻甍體形。自其上稜之甲戊兩端直剖之。則分爲甲己辛壬戊一芻甍體。甲乙丙辛、與戊庚壬丁二尖方體。故以與上長相等之己庚與己辛闊與乙丙等相乘。卽得己辛壬庚芻甍體之底面積。與甲癸高相乘折半。得甲己辛壬戊芻甍體積。又以甲戊上長與丙丁下長相減。所餘丙辛、壬丁二段。卽二尖方體之共長。與乙丙闊相乘。得乙辛與庚丁二尖方體之底面積。與高相乘。三歸之。卽得甲乙丙辛與戊庚壬丁二尖方體積。與

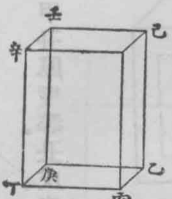


甲己辛壬戊一芻甍積相加。卽得甲乙丙丁戊一上下不等芻甍體之總積也。

設如兩兩平行邊斜長方體形。長二尺四寸。闊八寸。高三尺七寸。問積幾何。

法以長二尺四寸與闊八寸相乘。得一尺九十二寸。又以高三尺七寸再乘。得七尺一百零四寸。卽兩兩平行邊斜長方體形之積也。如圖甲乙丙丁戊己斜長方體形。以乙丙闊與丙丁長相乘。得乙丙丁庚長方面積。以戊丙高再乘。成己乙丙丁辛壬長方體。凡平行平面之間所有立於等積底之各平行體。其積必俱相等。見幾何原本五卷第十九節。故甲乙丙丁戊己斜倚之長方體。必與己乙丙丁辛壬正立之長方體爲相等也。

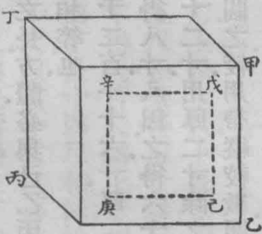


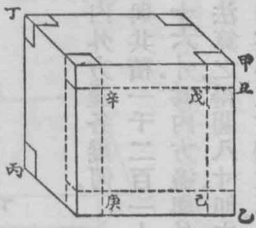


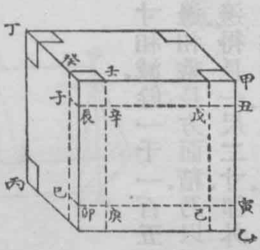
設如空心正方體積一千二百一十六寸。厚二寸。問內外方邊各幾何。

法以厚二寸自乘再乘得八寸。八因之得六十四寸。與共積一千二百一十六寸相減。餘一千一百五十二寸。六歸之得一百九十二寸。用厚二寸除之。得九十六寸。爲內方邊與外方邊相乘長方面積。乃以厚二寸倍之得四寸。爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。卽內方邊。得長一尺二寸。卽外方邊也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心正方體。其甲丑卽空心正方體之厚。以之自乘再乘。八因之得壬辛

子癸類八小隅體．與空心正方體相減．則餘空心正方體之六面丑寅巳子類六長方扁體．六歸之．得丑寅巳子一長方扁體．用厚二寸除之．得丑寅卯辰一長方面積．

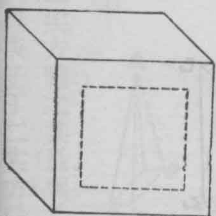




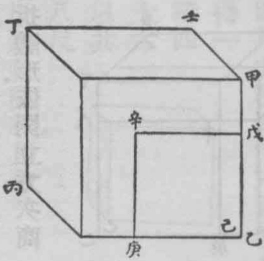


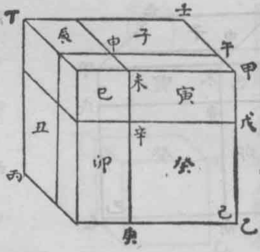
其丑寅闊與戊己等．卽內方邊．其丑辰長與甲乙等．卽外方邊．其丑戊、辛辰、皆與甲丑厚度等．丑戊、辛辰、並之．卽長闊之較．故以厚二寸倍之爲帶縱．求得闊爲內方邊．長爲外方邊也．

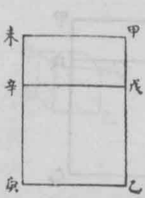
又法．之厚二寸倍之得四寸．爲內方邊與外方邊之較．自乘再乘得六十四寸．與空心正方體積一千二百一十六寸相減．餘一千一百五十二寸．三歸之．得三百八十四寸．以內外方邊之較四寸除之．得九十六寸．爲長方面積．以內外方邊之較四寸．爲長闊之較．用帶縱較數開平方法算之．得闊八寸．卽內方邊．加較四寸．得一尺二寸．卽外方邊也．如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心正方體．以戊己庚辛空心小正方形移置



乙角之一隅。則空心正方體變爲甲戊辛庚丙丁壬磬折體形。其甲戊即磬折體之厚。爲甲乙外方邊與戊己內方邊之較。依開立方次商法分之。得癸子丑三方廉體寅卯辰三長廉體巳一小隅體。以甲戊厚度自乘再乘得巳一小隅體。與共積相減。餘三方廉體三長廉體。三歸之。則餘癸一方廉體。寅一長廉體。共成午甲乙庚未申一扁方體。其午甲厚與甲戊等。以午甲厚除午甲乙庚未申扁方體。則得甲乙庚未





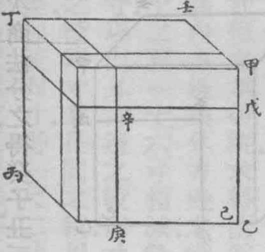


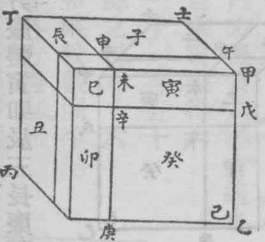
之長方面形。甲戊即長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得乙庚闊與戊乙等。即空心方體之內方邊。以甲戊與戊乙相加。得甲乙。即空心方體之外方邊也。

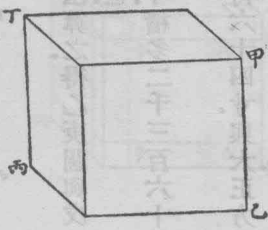
設如大小兩正方體。大正方體比小正方體每邊多四寸。積多二千三百六十八寸。問大小兩正方邊各幾何。

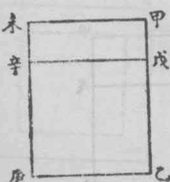
法以大正方邊比小正方邊所多之較四寸。自乘再乘。得六十四寸。與大正方體比小正方體所多之積二千三百六十八寸相減。餘二千三百零四寸。三歸之。得七百六十八寸。以邊較四寸除之。得一百九十

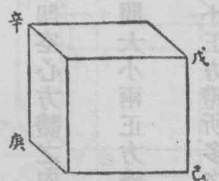
二寸爲長方面積.乃以邊較四尺爲長闊之較.用帶縱較數開平方法算之.得闊十二尺.即小正方之邊數.加較四尺得十六尺.即大正方之邊數也.如圖甲乙丙丁一大正方體.戊己庚辛一小正方體.試於甲乙丙丁大正方體.減去戊己庚辛小正方體.餘壬甲戊辛庚丙丁三面磬折體形.即大正方積比小正方積所多之較.甲戊爲磬折體之厚.即大正方邊比小正方邊所多之較.此三面磬折體形.依開立方次商法分之.則得癸子丑三方廉體.寅卯辰三長廉體.巳一小隅體.以甲戊邊較自乘再乘.得巳一小隅體.與磬折體積相減.餘三方廉體.三長廉體.三歸之.則得癸一方廉體.寅一長廉體.共成午甲乙庚未申一扁







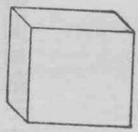


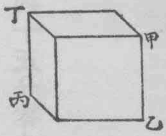


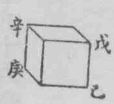
方體。其午甲厚與甲戌等。以午甲厚除之。則得甲乙庚未之長方面形。甲戌卽長闊之較。故用帶縱開平方法算之。得乙庚闊與戊乙等。卽小正方之邊數。以甲戌與戊乙相加。得甲乙。卽大正方之邊數也。

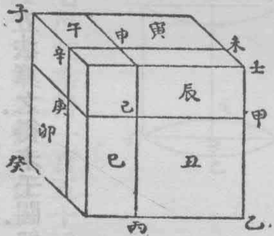
設如大小二正方體共邊二十四尺。共積四千六百零八尺。問兩體之每邊及體積各幾何

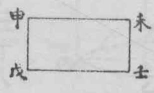
法以共邊二十四尺自乘再乘。得一萬三千八百二十四尺。內減共積四千六百零八尺。餘九千二百一十六尺。三歸之。得三千零七十二尺。以共邊二十四尺除之。得一百二十八尺爲長方面積。乃以共邊二十四尺爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊八尺。卽小正方之邊數。與共邊二十四尺相減。餘十六尺。卽大正方之邊數也。如圖甲乙丙丁一大正方體。戊己庚辛一小正方體。以共邊二十四尺自乘再乘。則成壬乙癸子一總正方體。內減甲乙丙丁、與戊己庚辛、大小兩正方體之共積。餘丑寅卯三方廉體。辰巳午三長廉體。三歸之。則得丑一方廉體。辰一長廉體。











共成未壬乙丙戊申一扁方體。用壬乙共邊除之。則得未壬戊申之長方面形。其未壬闊與壬甲等。其壬戊長與甲乙等。故以壬乙共邊為長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得未壬闊即小正方之邊數。與長闊和相減。餘壬戊長即大正方之邊數也。

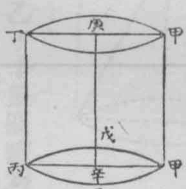
數理精蘊下編卷二十六

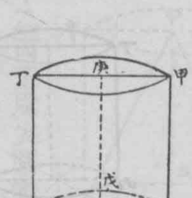
體部四

曲線體

設如長圓體徑與高皆七尺。問積幾何。

法以長圓體徑七尺用求圓面積法求得圓面積三十八尺四十八寸四十五分零九釐九十六毫二十五絲有餘。以高七尺乘之得二百六十九尺三百九十一寸五百六十九分七百三十七釐有餘。卽長圓體之積也。如圖甲乙丙丁長圓體。先以乙丙底徑求得乙己丙戊圓面積。而以庚辛高乘之。卽得甲乙丙丁長圓體之積也。

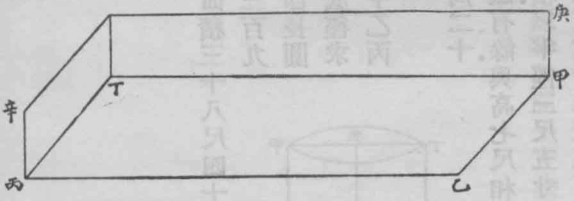


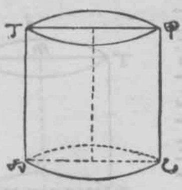


又法以長圓體徑七尺用徑求周法。求得圓周二十一尺九寸九分一釐一毫四絲八忽五微五纖有餘。與高七尺相乘。得一百五十三尺九十三寸八十分三十九釐八十五毫有餘。爲長圓體之外面積。以半徑三尺五寸乘之。得五百三十八尺七百八十三寸一百三十九分四百七十五釐有餘。折半得二百六十九尺三百九十一寸五百六十九分七百三十七

釐有餘。卽長圓體之積也。如圖甲乙丙丁長圓體。先求得乙己丙戊圓周與甲乙高相乘。得甲乙丙丁外面積爲底。以庚甲半徑乘之。得庚甲丙辛長方體爲甲乙丙丁長圓體積之二倍。蓋因長圓體之外面積與長方體之底面積等。而長圓體之半徑又與長方體之高度等。則長圓體爲長方體之一半。見幾何原本五卷第二十四節。故折半卽得甲乙丙丁長圓體之積也。

又法用長方體長圓體之定率比例。以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。長圓體積七八五三九八一六三爲二率。今所設之長圓體徑七尺自乘。以高七尺再乘。得三百四十三尺爲三率。求得四率二百六十九尺三百九十



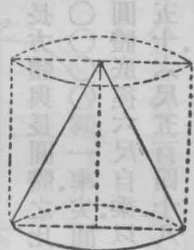


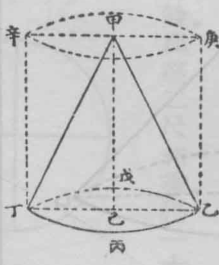
一率	〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	三四三
四率	二六九三九一五六九九〇九

一寸五百六十九分九百零九釐有餘。即長圓體之積也。此法蓋以長方體與長圓體爲比例。定率之一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲長方體積。而七八五三九八一六三爲長方體同高同徑之長圓體積。故以徑自乘高再乘得長方體積。彼定率之長方體與長圓體之比。即同於今所得之長方體積與所求之長圓體積之比也。

設如尖圓體底徑六尺。中高六尺。問積幾何。

法以底徑六尺用求圓面積法。求得底面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘。以高六尺乘之。得一百六十九尺六百四十六寸三分一百釐有餘。三歸之得五十六尺五百四十八寸六百六十七分七百釐有餘。即尖圓體之積也。如圖甲乙丙丁戊尖圓體。先以乙丁底徑求得乙丙丁戊底面積。以甲己高乘之得庚乙丁辛長圓體。爲甲乙丙丁戊尖圓體之三倍。蓋因上下面平行各體與平底尖體同底同高者。其平底尖體皆得上下面平行體之三分之一。見幾何原本五卷第二十三節。故以所得庚乙丁辛長圓體積三歸之。即得甲乙丙丁戊尖圓體積也。





又法用尖方體尖圓體之定率比例。以尖方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。尖圓體積七八五三九八一六三爲二率。今所設之尖圓體底徑六尺自乘。以高六尺再乘。得二百一十六尺。三歸之得七十

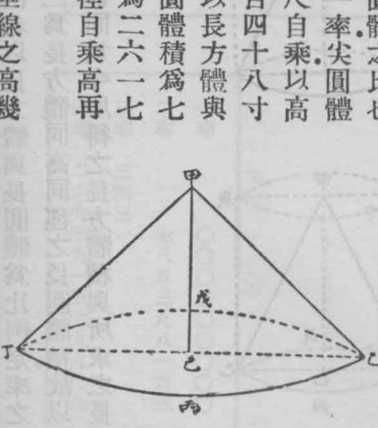
二尺。成尖方體積爲三率。求得四率五十六尺五百四十八寸六百六十七分七百三十六釐有餘。即尖圓體之積也。蓋尖方體爲長方體之三分之一。而尖圓體爲長圓體之三分之一故尖方體與尖圓體之比。即同於長方體與長圓體之比也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	七二
四率	五六五四八六六七七三六

又捷法定率比例以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。尖圓體積二六一七九九三八八爲二率。今所設之尖圓體底徑六尺自乘。以高六尺再乘。得二百一十六尺爲三率。求得四率五十六尺五百四十八寸六百六十七分八百零八釐有餘。即尖圓體之積也。此法蓋以長方體與尖圓體爲比例長方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則長圓體積爲七八五三九八一六三。將此長圓體積三歸之。則得尖圓體積爲二六一七九九三八八。故定率之長方體與尖圓體之比。即同於今底徑自乘高再乘所得之長方體積與所求之尖圓體積之比也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二六一七九九三八八
三率	二一六
四率	五六五四八六六七八〇八

設如尖圓體。底周二十二尺。自尖至底周之斜線五尺。求中垂線之高幾

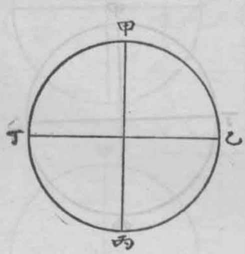


何

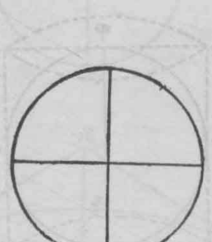
法以底周二十二尺用周求徑法求得底徑七尺零二釐八豪一絲七忽有餘折半得半徑三尺五寸零一釐四豪零八忽有餘爲勾以自尖至底周之斜線五尺爲弦求得股三尺五寸六分九釐三豪三絲三忽有餘即中垂線之高也如圖甲乙丙丁戊尖圓體以乙丙丁戊底周求得乙丁底徑折半得乙己半徑爲勾以自尖至底周之甲乙斜線爲弦求得甲己股即中垂線之高也

設如圓球徑二尺問外面積幾何

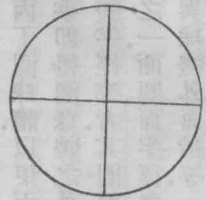
法以圓球徑二尺用徑求周法求得周六尺二寸八分三釐一豪八絲五忽有餘與徑二尺相乘得一十二尺五十六寸六十三分七十釐有餘即圓球之外面積也如圖甲乙丙丁圓球體以甲丙全徑與甲乙丙丁全周相乘即得圓球體之外面積蓋因圓面半徑與球體半徑等者其圓面積爲球體外面積之四分之一而圓面半徑與球體全徑等者其圓面積與球體外面積等見幾何原本十卷第八節故圓球全徑與全周相乘而得圓球之外面積也



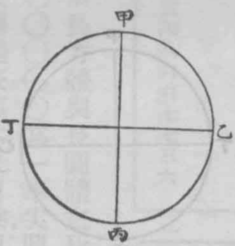
設如圓球徑一尺二寸問積幾何

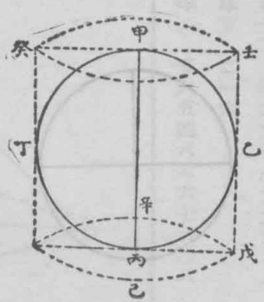


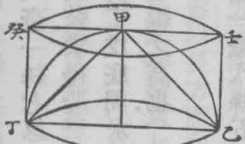
法以圓球徑一尺二寸用徑求圓面積法。求得圓面積一尺一十十三寸零九分七十三釐三十五豪四十絲有餘。以圓球徑一尺二寸乘之。得一尺三百五十七寸一百六十八分零二十四釐有餘。為長圓體積。三歸之。得四百五十二寸三百八十九分三百四十一釐有餘。倍之。得九百零四寸七百七十八分六百八十二釐有餘。即圓球之體積也。如圖

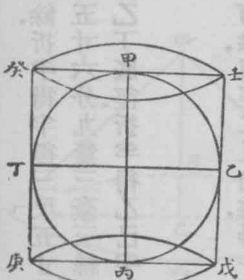


甲乙丙丁圓球體。求得戊己庚辛平圓面積。以甲丙全徑乘之。得與圓球同徑同高之壬戊庚癸長圓體。此球體之乙丁全徑與長圓體之戊庚底徑度等。而球體之甲丙全徑又與長圓體之壬戊高度等。則球體積為長圓體積之三分之二。見幾何原本十卷第九節。試以圓球同徑之平圓面積為底。圓球之半徑為高。作一甲乙丁尖圓體。則其積為甲乙丁半球體積之半。夫尖圓體與長圓體同底同高



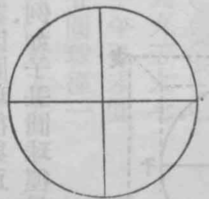


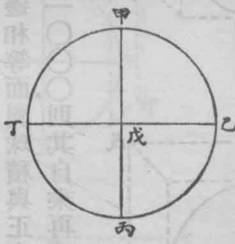


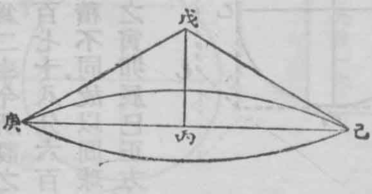


其比例爲三分之一。而尖圓體又爲半球體之二分之一。則半球體必爲半長圓體之三分之二。半球體旣爲半長圓體之三分之二。則全球體必爲全長圓體之三分之二可知。故以所得壬戊庚癸長圓體積三歸倍之。卽得甲乙丙丁圓球體積也。

又法以圓球徑一尺二寸用求圓球之外面積法。求得圓球之外面積四尺五十二寸三十八分九十三釐四十一毫六十絲有餘。以半徑六寸乘之。得二尺七百一十四寸三百三十六分四十九釐有餘。三歸之。得九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。卽圓球之體積也。如圖甲乙丙丁圓球體。先求得外面積。乃以此外面積爲底。戊丙半徑爲高。作一戊己庚尖圓體。其體積必與圓球體積等。蓋尖圓體之底面積與球體之外面積等。尖圓體之高度與球體之半徑等。則其體積亦必等。見幾何原本五卷第二十五節。故以戊丙半徑與外面積相乘三歸之。卽如得戊己庚尖圓體積而爲甲乙丙丁圓球體積也。



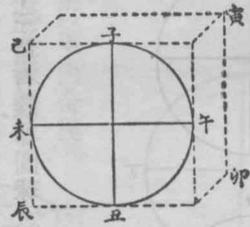


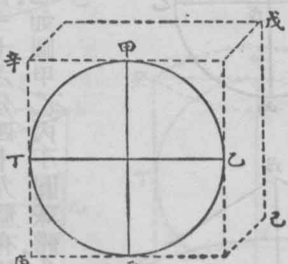


又法用方邊球徑相等方積球積不

同之定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。卽圓球之體積也。此法葢因圓球徑與正方邊相等。而圓球積與正方積不同。故以圓球徑自乘再乘作正方積爲體與體之比例。如子丑圓球徑爲一〇〇〇。則其自乘再乘之寅卯辰巳正方

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	一七一八
四率	九〇四七七八六八三



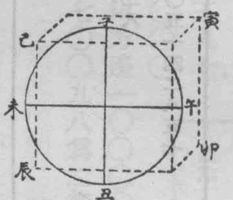


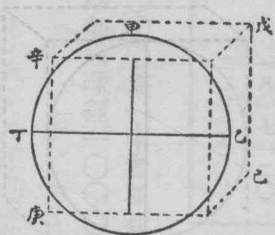
體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑一〇〇〇所得之子午丑未圓球體積爲五二三五九八七七七五。故以子丑圓球徑一〇〇〇自乘再乘之寅卯辰巳正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑圓球徑所得之子午丑未圓球體積五二三五九八七七五之比。卽同於今所設之甲丙圓球徑一尺二寸自乘再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁圓球體積九百零四寸七

百七十八分六百八十三釐有餘之比也。

又法用球積方積相等球徑方邊不同之定率比例以圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率正方邊八〇五九九五九七爲二率今所設之圓球徑一尺二寸爲三率求得四率九寸六分七釐一豪九絲五忽一微六纖有餘爲與圓球積相等之正方體每邊之數自乘再乘得九百零四寸七百七十八分六百四十九釐有餘即圓球之體積也此法蓋以圓球積與正方積設爲相等使圓球徑與正方邊不同先定爲線與線之比例既得線而後自乘再乘之爲體也如子丑圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇其所得之體積開立方則得八〇五九九五九七即爲寅卯辰巳正方體之每一邊是子午丑未圓球積與寅卯辰巳正方積相等故子丑圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇與寅卯正方邊八〇五九九五九七之比即同於今所設之甲丙圓球徑一尺二寸與今所得之戊己正方邊九寸六分七釐一豪九絲五忽一微六纖有餘之比既得戊己正方

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八〇五九九五九七
三率	一二
四率	九六七一九五一六

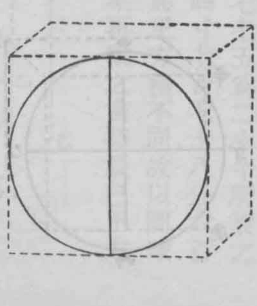




邊。自乘再乘得戊己庚辛正方體積。即與甲乙丙丁圓球體積爲相等也。

又法以二十一分爲一率。十一分爲二率。今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率九百零五寸一百四十二分八百五十七釐有餘。爲圓球之體積也。蓋以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇圓球體積五二三五九八七七五之定率約之。則正方體積二十一。面圓球體積得一〇九九有餘。進而爲十一。則圓球體積稍大故今所得之圓球體積亦稍大也。

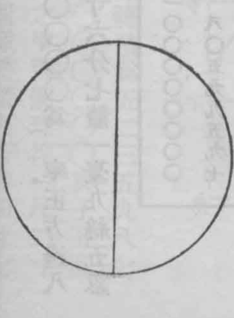
一率	二一
二率	一一
三率	一七二八
四率	九〇五一四二八五七



設如圓球積六尺。問徑幾何。

法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之圓球積六尺爲三率。求得四率十一尺四百五十九寸一百五十五分九百零二釐有餘。爲與

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九〇九八五九三一七
三率	六
四率	一一四五九一五五九〇二



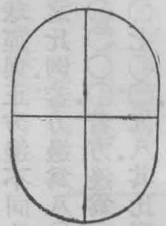
圓球徑相等之正方邊之正方體積。開立方得二尺二寸五分四釐五豪零二忽有餘。卽圓球之徑也。蓋圓球積爲五二三五九八七七五。則正方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。若圓球積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方積爲一九〇九八五九三一七。其比例仍同。故以圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率者。卽如以圓球積五二三五九八七七五爲一率。而以正方積一九〇九八五九三一七爲二率者。卽如以正方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率也。

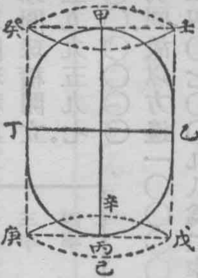
又法用球積方積相等。球徑方邊不同之定率比例。以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球徑一二四〇七〇〇九八爲二率。今所設之圓球積六尺。開立方得一尺八寸一分七釐一豪二絲有餘。爲三率。求得四率二尺二寸五分四釐五豪零二忽有餘。卽圓球之徑也。此法亦以圓球積與正方積設爲相等。使圓球徑與正方邊不同。故以圓球積開立方得立方邊。爲線與線之比例。蓋方邊爲八〇五九九五九七。則球徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。若方邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則球徑爲一二四〇七〇〇九八。其比例仍同。故以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率者。卽如以方邊八〇五九九五九七爲一率。而以球徑一二四〇七〇〇九八爲二率者。卽如以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二四〇七〇〇九八
三率	一八一七一二〇
四率	二二五四五〇二

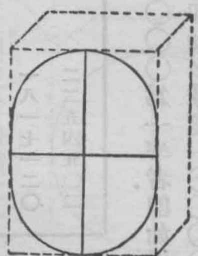
設如橢圓體大徑六寸。小徑四寸。問積幾何。

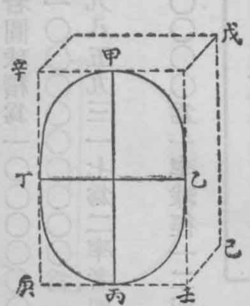
法以小徑四寸用徑求圓面積法求得圓面積一十二寸五十六分六十三釐七十毫六十絲有餘以大徑六寸乘之得七十五寸三百九十八分二百二十三釐有餘為長圓體積三歸之得二十五寸一百三十二分七百四十一釐有餘倍之得五十寸二百六十五分四百八十二釐有餘即橢圓體之積也如圖甲乙丙丁橢圓體以乙丁小徑求得戊己庚辛平圓面積再以甲丙大徑乘之得壬戊庚癸長圓體此橢圓體積即為長圓體積之三分之二亦如圓球體積為同徑同高之長圓體積之三分之二故以所得壬戊庚癸長圓體積三歸倍之即得甲乙丙丁橢圓體積也





一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	九六
四率	五〇二六五四八二



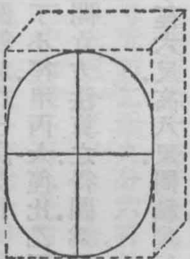


又法以小徑四寸自乘得十六寸以

大徑六寸再乘得九十六寸。爲長方體積。乃用方積球積不同方邊球徑相等之定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今所得之長方體積九十六寸爲三率。求得四率五十寸二百六十五分四百八十二釐有餘。卽橢圓體之積也。葢函橢圓之長方體與所函橢圓體之比。同於函球之正方體與所函球體之比見幾何原本十卷第十四節。如甲乙丙丁橢圓體甲丙大徑六寸。乙丁小徑四寸。以乙丁小徑自乘又以甲丙大徑再乘。遂成戊己庚辛長方體形此長方體積與橢圓體積之比。卽同於正方體積與圓球體積之比。故以定率之正方體積爲一率。圓球體積爲二率。今所得之長方體積。爲三率。求得四率。爲橢圓體之積也。

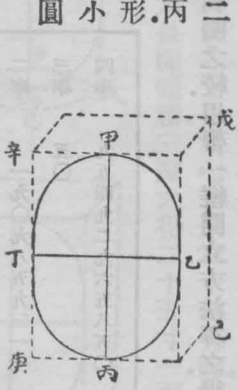
設如橢圓體積五十寸。大徑比小徑多二寸。問大小徑各幾何。

法用方積球積不同方邊球徑相等之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之橢圓體積五十寸爲三率。求得四率九十五寸四百九十二分九百六十五釐八百五十毫有餘。爲長方體積。乃以大徑比小徑多二寸爲長與闊之較。用帶一縱開立方法算之。得闊



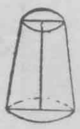
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九〇九八五九三一七
三率	五〇
四率	九五四九二九六五八五〇

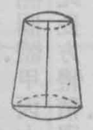
三寸九分九釐二毫有餘.卽橢圓體之小徑.加大徑比小徑多二寸.得五寸九分九釐二毫有餘.卽橢圓體之大徑也.如圖甲乙丙丁橢圓體.用球積與方積之定率比例.卽成戊己庚辛長方體形.其戊己長卽甲丙大徑.壬庚闊卽乙丁小徑.甲丙大徑比乙丁小徑多二寸.卽長闊之較.故用帶一縱開立方法算之.得闊爲橢圓體之小徑.得長爲橢圓體之大徑也.



設如上下不等圓面體.上徑四尺.下徑六尺.高八尺.問積幾何.

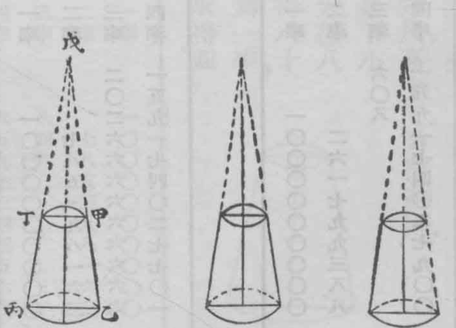
法以上徑四尺用徑求圓面積法.求得上圓面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十毫有餘.又以下徑六尺用徑求圓面積法.求得下圓面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘.又以上徑四尺與下徑六尺相乘.得二十四尺.開方得中徑四尺八寸九分八釐九毫七絲九忽四微八纖有餘.用徑求圓面積法求得中圓面積一十八尺八十四寸九十五分五十五釐八十五毫有餘.三數相併.得五十九尺六十九寸二分六十釐三十毫有餘.與高八尺相乘.得四百七十七尺五百二十二寸八十二分四百釐有餘.三歸之.得一百五十九尺一百七十四寸二十七分四百六十六釐有餘.卽上下不等圓面體之積也.蓋上下不等圓面體立法與上下不等正方體同理.但上下不等正方體.上下俱係方面.故求得上中下三方面積相併.與高相乘三歸





之而得體積。此上下俱係圓面。故求得上中下三圓面積相併。與高相乘。三歸之而得體積也。

又法以上徑四尺與下徑六尺相減。餘二尺。折半得一尺爲一率。高八尺爲二率。下徑六尺折半得三尺爲三率。求得四率二十四尺。爲上下不等圓面體上補成一尖圓體之共高。乃以下徑六尺用徑求圓面積法。求得圓面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五豪有餘。與所得共高二十四尺相乘。得六百七十八尺五百八十四寸一十二分四百釐有餘。三歸之得二百二十六尺一百九十四寸六百七十分八百釐有餘。爲大尖圓體之積。又以高八尺與共高二十四尺相減。餘十六尺。爲上尖圓體之高。以上徑四尺用徑求圓面積法。求得圓面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十豪有餘。與上高十六尺相乘。得二百零一尺六十一寸九百二十九分六百釐有餘。三歸之得六十七尺二十寸六百四十三分二百釐有餘。爲上小尖圓體之積。與大尖圓體積二百二十六尺一百九十四寸六百七十分八百釐有餘相減。餘一百五十九尺一百七十四寸二十七分六百釐有餘。即上下不等圓面體之積也。如圖甲乙丙丁上下不等圓面體。加戊甲丁小尖圓體。遂成戊乙丙大尖圓體。故於戊乙丙大尖圓體積內減去戊甲丁小尖圓體積。而得甲乙丙丁上下不等



圓面體之積也。

又法用上下不等正方體與上下不等圓面體之定率比例以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圓面體積七八五三九八一六三爲二率上徑四尺自乘下徑六尺自乘上徑四尺與下徑六尺相乘三數相併以高八尺乘之得六百零八尺三歸之得二百零二尺六百六十六寸六百六十六分六百六十六釐有餘成上下不等正方體積爲三率求得四率一百五十九尺一百七十四寸二十七分七百零一釐有餘即上下不等圓面體之積也。

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	二〇二六六六六六六六六
四率	一五九一七四〇二七七〇一

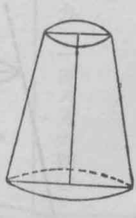
又捷法定率比例以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率二六一七九九三八八爲二率上徑四尺相乘下徑六尺自乘上徑四尺與下徑六尺相乘三數相併以高八尺乘之得六百零八尺爲三率求得四率一百五十九尺一百七十四寸二十七分九百釐有餘即上下不等圓面體之積也此法蓋以三上下不等正方體與一上下不等圓面體爲比例夫一上下不等正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇則一上下不等圓面體積爲七八五三九八一六三若三上下不等正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇則一上下不等圓面體積爲二六一七九九三八八故以上徑自乘下

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二六一七九九三八八
三率	六〇八
四率	一五九一七四〇二七九〇〇

徑自乘。上下徑相乘。三數相併以高乘之所得爲三上下不等正方體積。彼定率之三上下不等正方體。與一上下不等圓面體之比即同於今所得之三上下不等正方體積與所求之一上下不等圓面體積之比也。

設如上下不等橢圓面體。上大徑四尺。小徑三尺。下大徑八尺。小徑六尺。高十尺。問積幾何。

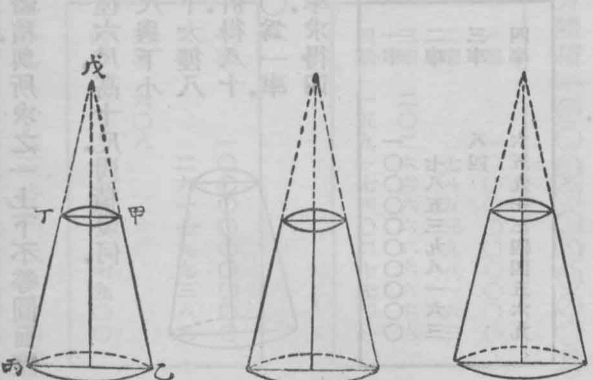
法以上大徑四尺與上小徑三尺相乘得一十二尺。以下大徑八尺與下小徑六尺相乘得四十八尺。又以上大徑曰尺與下小徑六尺相乘。下大徑八尺與上小徑三尺相乘共得四十八尺。折半得二十四尺。三數相併得八十四尺乃用方積圓積之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。圓積七八五三九八一六三爲二率。三數相併之八十四尺爲三率。求得四率六十五尺九十七寸三十四分四十五釐六十九毫有餘。與高十尺相乘得六百五十九尺七百三十四寸四百五十六分九百釐有餘。三歸之得二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分六百三十三釐有餘。即上下不等橢圓面體之積也。蓋上下不等橢圓面體立法與上下不等圓面體同。但上下不等圓面體上下俱係圓面。故求得上中下三圓面積相併。與高相乘三歸之而得體積。此上下俱係橢圓面。故必求得上中下三長方面積相併。用定率比例得三橢圓面



一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	八四
四率	六五九七三四四五六九

積乃與高相乘。三歸之而得體積也。

又法以上大徑四尺與下大徑八尺相減。餘四尺折半得二尺爲一率。高十尺爲二率。下大徑八尺折半得四尺爲三率。求得四率二十尺爲上下不等橢圓面體上補成一尖橢圓體之共高。乃以下大徑八尺小徑六尺用求橢圓面積法。求得下橢圓面積三十七尺六十九寸九十一分一十一釐六十八毫有餘。與所得共高二十尺相乘。得七百五十三尺九百八十二寸二百三十三分六百釐有餘。三歸之。得二百五十一尺三百二十七寸四百一十一分三百釐有餘。爲大尖橢圓面體之積。又以高十尺與共高二十尺相減。餘十尺。爲上小尖橢圓面體之高。以上大徑四尺小徑三尺用求橢圓面積法。求得上橢圓面積九尺四十二寸四十七分七十七釐九十二毫有餘。與上高十尺相乘。得九十四尺二百四十七寸七百七十九分二百釐有餘。三歸之。得三十一尺四百一十五寸九百二十六分四百釐有餘。爲上小尖橢圓面體積。與大尖橢圓面體積二百五十一尺三百二十七寸四百一十一分三百釐有餘相減。餘二百一十九尺九百一十一寸四百八十四分



八百釐有餘．即上下不等橢圓面體積也．如圖甲乙丙丁上下不等橢圓面體．加戊甲丁小尖橢圓面體．遂成戊乙丙大尖橢圓面體．故於戊乙丙大尖橢圓面體內減戊甲丁小尖橢圓面體．而得甲乙丙丁上下不等橢圓面體之積也．

又法用上下不等長方體與上下不等．橢圓面體之定率比例．以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率．長圓體積七八五三九八一六三為二率．以上大徑四尺倍之．加下大徑八尺．共一十六尺與上小徑三尺相乘得四十八尺．以下大徑八尺倍之．加上大徑四尺．共二十尺．與下小徑六尺相乘．得一百二十尺．兩數相併．得一百六十八尺以高十尺乘之．得一千六百八十尺．六歸之得二百八十尺．成上下不等長方體積為三率．求得四率二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分六百四十釐有餘．即上下不等橢圓面體之積也．蓋長方面積與橢圓面積之比．同於方面積與圓面積之比．故上下不等長方體與上下不等橢圓面體之比．即同於長方體與長圓體之比也．

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六三
三率	二八〇
四率	二一九九一一四八五六四〇

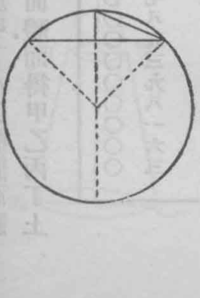
又捷法定率比例以一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率．一三〇八九九六九四為二率．以上大徑四尺倍之．加下大徑八尺．共一十六尺．與上小徑三尺相乘．得四十八尺．以下大徑八尺倍之．加上大徑四尺．共二十尺．與下小徑六尺相乘．得一百二十尺．兩數相併．得一百六十八尺．以高十尺乘之．得一千六百八十尺為三率．求得四率二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分九百二十釐有餘．即上下不等橢

圓面體之積也。此法葢以六上下不等長方體與一上下不等橢圓面體爲比例。夫一上下不等長方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則一上下不等橢圓面體積爲七八五三九八一六三。若六上下不等長方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則一上下不等橢圓面體積爲一三〇八九九六九四。故以上大徑倍之加下大徑與上小徑相乘。以下大徑倍之加上大徑與下小徑相乘。兩數相併。以高乘之。所得爲六上下不等長方體積。彼定率之六上下不等長方體積與一上下不等橢圓面體積之比。卽同於今所得之六上下不等長方體積與所求之一上下不等橢圓面體積之比也。

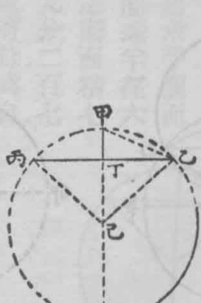
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一三〇八九九六九四
三率	六八〇
四率	二一九九一一四八五九二〇

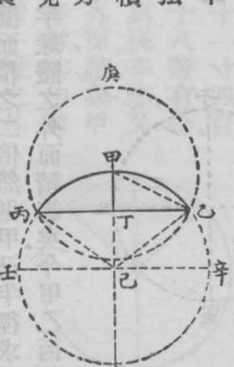
設如截球體一段。高二寸。底徑九寸六分。問積幾何。

法以高二寸爲首率。底徑九寸六分折半得四寸八分爲中率。求得末率一尺一寸五分二釐爲圓球之截徑。加高二寸得一尺三寸五分二釐爲圓球之全徑。折半得六寸七分六釐爲圓球之半徑。又以高二寸爲勾。底徑九寸六分折半得四寸八分爲股。求得弦五寸二分。作平圓半徑。用求圓面積法求得平圓面積八十四寸九十四分八十六釐有餘。卽爲截球體一段之外面積與圓球半徑六寸七分六釐相乘。得五百七十四寸二百五十二分五百三十六釐有

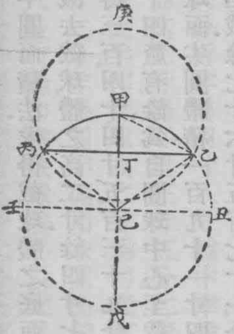


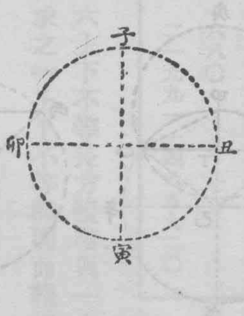
餘。三歸之得一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘。爲自圓球中心所分球面尖圓體積。又以截球體底徑九寸六分用求平圓面積法。求得截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘。於圓球半徑六寸七分六釐內減去截球體之高二寸。餘四寸七分六釐。與截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘相乘。得三百四十四寸五百三十九分二百七十二釐有餘。三歸之得一百一十四寸八百四十六分四百二十四釐有餘。爲自圓球中心至截球體底徑所分平面尖圓體積。與球面尖圓體積一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘相減。餘七十六寸五百七十一分八十八釐有餘。卽截球體一段之積也。如圖甲乙丙截球體一段。其乙丙底徑卽如弧矢形之弦長。其甲丁高卽如弧矢形之矢闊。故甲丁爲首率。乙丙底徑折半得乙丁爲中率。求得丁戊末率。爲截球徑。見各面形弦矢求圓徑法。與甲丁高相加得甲戊。爲圓球全徑。折半得甲己。爲圓球半徑。又以甲丁爲勾。乙丁爲股。求得甲乙弦。乃以甲乙弦爲半徑。求得庚乙丙平圓面積。卽與甲乙丙截球體一段之外面積等。蓋圓面半徑與球體半徑等者。其圓面積爲球體外面積之四分之一。而圓面半徑與球體全徑等者。其圓面積與球體外面積等。見幾何原本十卷第八節。故甲辛戊壬圓球體其外面積爲同徑子丑寅

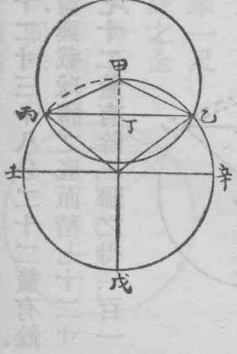




卯平圓面積之四倍。若甲辛壬半球體。其外面積。必爲子丑寅卯平圓面積之二倍。然則甲己半徑求得平圓面積又辛己半徑亦求得平圓面積。兩面積相併。必與甲辛壬半球體之外面積等矣。今甲乙丙截球體一段。若以甲丁爲半徑求得平圓面積。又以乙丁爲半徑求得平圓面積。兩面積相併。亦必與甲乙丙截球體一段之外面積等。而甲乙弦自乘之正方。與甲丁勾自乘之正方乙丁股自乘之正方相併之積等。則甲乙弦爲半徑所得之圓面積。亦必與甲丁勾爲半徑所得之圓面積乙丁股爲半徑所得之圓面積相併之積等。故以甲乙弦爲半徑所得之庚乙丙平圓面積。卽與甲乙丙截球體一段之外面積相等也。既得截球體一段之外面積。與甲己圓球半徑相乘。三歸之得己丙甲乙球面尖圓體積。又以乙丙截球體底徑求得乙丙底面積。與丁己截半徑相乘。三歸之得己丙丁乙平面尖圓體積。與己丙甲乙球面尖圓體積相減。所餘卽甲乙

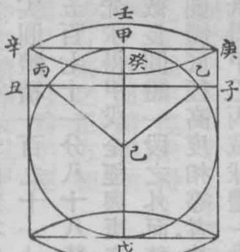






丙截球體一段之積也。
又法先求得圓球徑一尺三寸五分二釐。用徑求周法。求得圓周四尺二寸四分七釐四豪三絲三忽有餘。與截球體一段之高二寸相乘。得八十四寸九十四分八十六釐有餘。卽爲截球一段之外面積。與圓球半徑六寸七分六釐相乘。得五百七十四寸二百五十二分五百三十六釐。三歸之。得一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘。爲自圓球中心所分球面尖圓體積。又以截球體底徑九寸六分。用求平圓面積法。求得截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘。於圓球半徑六寸七分六釐內減去截球體之高二寸。餘四寸七分六釐。與截球體之底面積七十二寸三十八分二十二釐有餘相乘。得三百四十四寸五百三十九分二百七十二釐有餘。三歸之。得一百一十四寸八百四十六分四百二十四釐有餘。爲自圓球中心至截球徑所分平面尖圓體積。與球面尖圓體積一百九十一寸四百一十七分五百一十二釐有餘相減。餘七十六寸五百七十一分八十八釐有餘。卽截球體一段之積也。如圖甲乙丙截球體一段。先求得甲戊全徑與庚辛等。又求得壬庚癸辛全周與甲丁高相乘。得庚子丑辛截長圓體一段之外面積。與甲乙丙截球體一段之外面積等。葢球體全徑與長圓體底徑高度相等者。其相當每段之外面積皆相等。見幾何原本十卷第十一節。旣得甲乙丙截球體一段之外

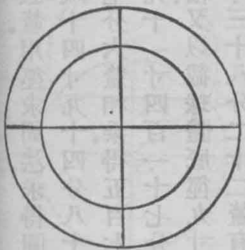
面積。則與甲己半徑相乘。三歸之而得己丙甲乙球面尖圓體積。又以乙丙截球體底面積與丁己截半徑相乘。三歸之而得己丙丁乙平面尖圓體積。與己丙甲乙球面尖圓體積相減。餘卽得甲乙丙截球體一段之積也。



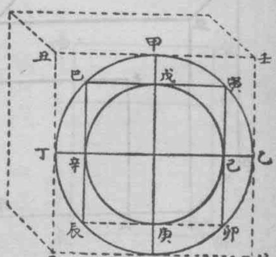
設如空心圓球積二千寸。厚三寸。問內外徑數各幾何。

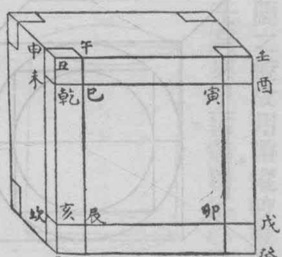
法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今所設之空心圓球積二千寸爲三率。求得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘。爲空心正方體積。乃用算空心正方體法。以厚三寸自乘再乘。得二十七寸。八因之得二百一十六寸。與所得空心正方體積三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐相減。餘三尺六百零三寸七百

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一九〇九八五九三一七
三率	二〇〇〇
四率	三八一九七一八六三四

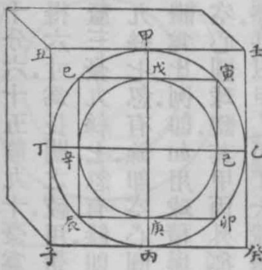


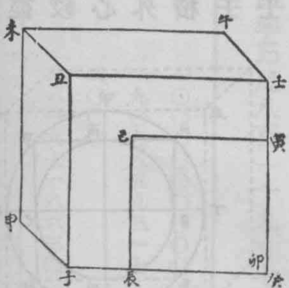
一十八分六百三十四釐有餘。六歸之得六百寸六百一十九分七百七十二釐有餘。用厚三寸除之得二尺零二十分六十五釐九十豪爲內徑與外徑相乘長方面積。乃以厚三寸倍之得六寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊一尺一寸四分六釐三豪九絲七忽有餘。卽空心圓球內徑。得長一尺七寸四分六釐三豪九絲七忽有餘。卽空心圓球外徑也。此法葢以空心圓球體與空心正方體爲比例。卽如用球積與方積定率爲比例也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心圓球體。其甲丙外徑與壬癸外方邊等。其戊庚內徑與寅卯內方邊等。是以甲乙丙丁大球體與壬癸子丑大正方體爲比。戊己庚辛小球體與寅卯辰巳小正方體爲比。而空心圓球體與空心正方體之比。卽如球體積與方體積之比也。旣得空心正方體積。則用算空心正方體法。以壬酉厚自乘再乘。八因之得午巳未申類八小隅體。與空心正方體相減。則餘空心正方體之六面酉戌坎未類六長方扁體。六歸之得酉戌坎未一長方扁體。用厚三寸除之得酉戌亥乾一長方面積。其酉戌闊與戊庚等卽內徑。其酉乾長與壬丑等卽外徑。其酉寅、巳乾皆與壬酉厚度等。酉寅、巳乾倂之卽長闊之較。故以厚三寸倍之爲帶縱求得闊爲內徑、長爲外徑也。

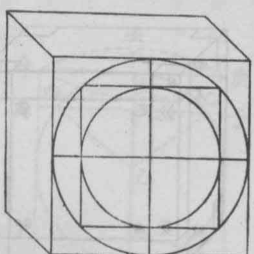




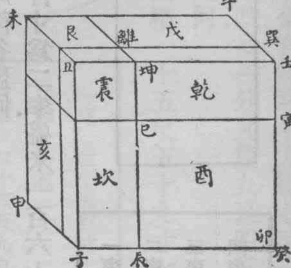
又法用定率比例求得空心正方體積。以厚三寸倍之得六寸。爲內方邊與外方邊之較。自乘再乘得二百一十六寸。與所得空心正方體積三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘相減。餘三尺六百零三寸七百一十八分六百三十四釐有餘。三歸之得一尺二百零一寸二百三十九分五百四十四釐有餘。以內外方邊之較六寸除之。得二尺零二十分六十五釐九十豪有餘。爲長方面積。以內外方邊之較六寸爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊一尺一寸四分六釐三豪九絲七忽有餘。卽空心圓球內徑。得長一尺七寸四分六釐三豪九絲七忽有餘。卽空心圓球外徑也。如圖甲乙丙丁戊己庚辛空心圓球體。用定率比例而得壬癸子丑寅卯辰巳空心正方體。將寅卯辰巳空心小正方形移置癸角之一隅。則空心正方體變爲壬寅巳辰子甲未午罄折體形。其壬

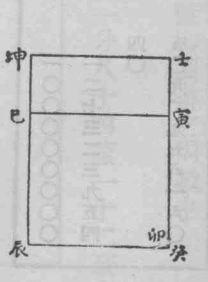






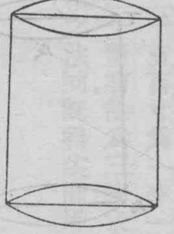
寅卽磬折體之厚爲甲丙外徑與戊庚內徑之較。依開立方法分之。得酉戌亥三方廉體乾坎艮三長廉體震一小隅體。以壬寅厚度自乘再乘得震一小隅體。與空心正方體積相減。餘三方廉體三長廉體。三歸之則餘酉一方廉體。乾一長廉體。共成巽壬癸辰坤離一扁方體。其巽壬厚與壬寅等。以巽壬厚除巽壬癸辰坤離扁方體。則得壬癸辰坤長方面。壬寅卽長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得卯辰闊與寅癸等。卽空心圓球之內徑。以壬寅與寅癸相加得壬癸與甲丙等。卽空心圓球之外徑也。





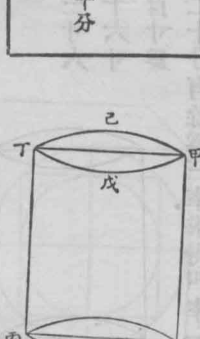
設如圓窖一座。周二十四尺。高十尺。問盛米幾何。

法以周二十四尺用圓周求面積法。求得圓面積四十五尺八十三寸六十六分二十二釐有餘。與高一丈相乘。得四百五十八尺三百六十六寸二百二十分有餘。爲圓窖之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率。一石爲二率。圓窖體積四百五十八尺三百六十六寸二百二十分有餘爲三率。求得四率一百八



十三石三斗四升六合四勺有餘。即所盛之米數也。此法與求長圓體積之法同。如甲乙丙丁長圓窖。以甲戊丁己圓周求得平圓面積。用甲

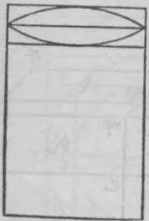
一率	二千五百寸
二率	一石
三率	四百五十八尺三百六十六寸二百二十分
四率	一百八十三石三斗四升六合四勺



乙高乘之。即得甲乙丙丁長圓體積。既得體積。則以一石積數二千五百寸與一石之比。同於今所得之體積與今所求之米數之比也。

設如圓窖一座。盛米一百六十石。高十尺。問周徑各幾何。

法以米一石為一率。一石積數定率二千五百寸為二率。盛米一百六十石為三率。求得四率四百尺。為圓窖之積數。以高十尺除之。得四十尺。為圓窖之面積。乃用圓積方積之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所得之圓窖面積四十尺為三率。求得四

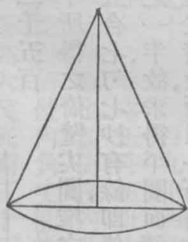


一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	四〇
四率	五〇九二九五八一六〇

率五十尺九十二寸九十五分八十一釐六十豪有餘開平方得七尺一寸三分六釐四豪九絲有餘卽圓窖之徑數再用徑求周法求得周二十二尺四寸一分九釐九豪四絲有餘卽圓窖之周數也

設如積米一堆高五尺底周十四尺問米數幾何

法以底周十四尺用圓周求面積法求得圓面積一十五尺五十九寸七十一分八十四釐一十二豪有餘爲尖圓堆之底面積與高五尺相乘得七十七尺九百八十五寸九百二十分六百釐有餘三歸之得二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐有餘爲尖圓堆之積數乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率一石爲二率今所得之尖圓堆之積數二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐有餘爲三率求得四率一十石零三升九合八勺一抄有餘卽所堆之米數也此法與尖圓體求積之法同既得尖圓堆之積而以一石之積數定率爲比例卽得米數也

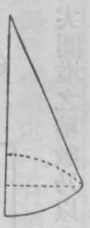


一率　二千五百寸
二率　一石
三率　二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐
四率　十石零三升九合八勺一抄

設如倚壁積米一堆高四尺底周六尺問米數幾何

法以底周六尺爲半周倍之得一十二尺爲全周用圓周求面積法求得圓面積一十一尺四十五寸九

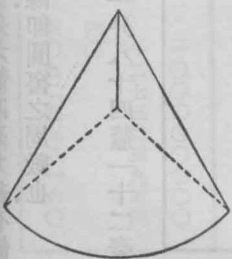
十一分五十五釐有餘。折半得五尺七十二寸九十五分七十七釐有餘。爲倚壁尖圓堆之底面積。以高四尺乘之。得二十二尺九百一十八寸三百零八分有餘。三歸之得七尺六百三十九寸四百三十六分有餘。爲倚壁尖圓堆之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率。一石爲二率。今所得之倚壁尖圓堆之積數七尺六百三十九寸四百三十六分有餘爲三率。求得四率三石零五升五合七勺七抄有餘。卽倚壁所堆之米數也。葢倚壁尖圓堆卽尖圓體之一半。故求得平圓面積折半與高數相乘。又以三歸之。得倚壁尖圓堆之積數。而以一石積數爲比例。卽得米數也。



一率	二千五百寸
二率	一石
三率	七尺六百三十九寸四百三十六分
四率	三石零五升五合七勺七抄

設如倚壁內角積米一堆。高五尺。周一十二尺。問米數幾何。

法以周一十二尺四因之。得四十八尺。爲全周。用圓周求面積法。求得圓面積一百八十三尺三十四寸六十四分九十釐有餘。四歸之。得四十五尺八十三寸六十六分二十二釐有餘。爲倚壁內角尖圓堆之底

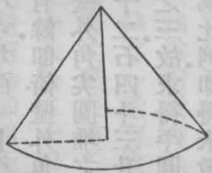


面積與高五尺相乘。得二百二十九尺一百八十三寸一百一十分。三歸之得七十六尺三百九十四寸三百七十分。為倚壁內角尖圓堆之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸為一率。一石為二率。今所得之倚壁內角尖圓堆之積數七十六尺三百九十四寸三百七十分為三率。求得四率三十石零五斗五升七合七勺有餘。即倚壁內角所堆之米數也。蓋倚壁內角尖圓堆。即尖圓體之四分之一。故求得平圓面積四歸之。與高數相乘。又以三歸之。得倚壁內角尖圓堆之積數。而以一石積數為比例。即得米數也。

一率	二千五百寸
二率	一石
三率	七十六尺三百九十四寸三百七十分
四率	三十石零五斗五升七合七勺

設如倚壁外角積米一堆。高六尺。底周三十三尺。問米數幾何。

法以周三十三尺三歸四因。得四十四尺為全周。用圓周求面積法。求得圓面積一百五十四尺六寸一十九分八十一釐九十二毫有餘。四歸三因得一百一十五尺五十四寸六十四分八十六釐四十四毫有餘。為倚壁外角尖圓堆之底面積。以高六尺乘之。



一率	二千五百寸
二率	一石
三率	二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐
四率	九十二石四斗三升七合一勺八抄

得六百九十三尺二百七十八寸九百一十八分六百四十釐有餘。三歸之得二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐有餘。卽倚壁外角尖圓堆之積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲一率。一石爲二率。今所得之倚壁外角尖圓堆之積數二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐有餘爲三率。求得四率九十二石四斗三升七合一勺八抄有餘。卽倚壁外角所堆之米數也。蓋倚壁外角尖圓堆卽尖圓體四分之三。故求得平圓面積四歸三因與高數相乘又以三歸之得倚壁外角尖圓堆之積數。而以一石積數爲比例。卽得米數也。

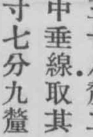
數理精蘊下編卷二十七

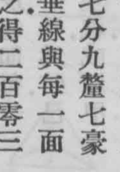
體部五

各等面體

設如四面體每邊一尺二寸求積幾何

法以每邊一尺二寸爲弦每邊折半得六寸爲勾求得股一尺零三分九釐二豪三絲零四微有餘爲每一面之中垂線與每邊一尺二寸相乘折半得六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘爲每一面之面積又以每邊一尺二寸爲弦每一面之中垂線取其三分之二得六寸九分二釐八豪二絲零二微有餘爲勾求得股九寸七分九釐七豪九絲五忽九微有餘爲四面體自尖至底中心之立垂線或以每一面之中垂線一尺零三分九釐二豪三絲零四微有餘爲弦每一面之中垂線取其三分之一得三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘爲勾亦得股九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘爲四面體自尖至底中心之立垂線以此立垂線與每一面之面積六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘相乘三歸之得二百零三寸六百四十六分七百三十七釐有餘卽四面體之積也如圖甲乙丙丁四面體

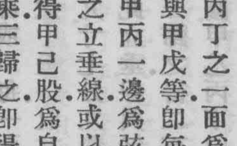


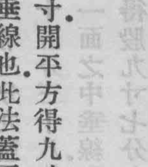


其稜六角四平鋪之．則面亦四．各成一等邊三角形．試以乙丙丁之一面爲底．以乙丙一邊爲弦．丁丙一邊折半得戊丙爲勾．求得乙戊股．與甲戊等．卽每一面之中垂線．與丁丙一邊相乘．折半得乙丙丁底面積．又以甲丙一邊爲弦．己丙中垂線之三分之二爲勾．求得甲己股．爲自尖至底中心之立垂線．或以甲戊每一面之中垂線爲弦．己戊中垂線之三分之一爲勾．亦得甲己股．爲自尖至底中心之立垂線．乃以甲己立垂線與乙丙丁底面積相乘．三歸之．卽得甲乙丙丁四面體之積也．

又求自尖至底中心之立垂線捷

每邊一尺二寸自乘．得一尺四十四寸．三歸二因．得九十六寸．開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘．卽自尖至底中心之立垂線也．此法蓋因甲丙爲弦．戊丙爲勾．求得甲戊股．則甲戊自乘方．爲甲丙自乘方之四分之三．見等邊三角形求中垂線法．又甲戊爲弦．己戊爲勾．求得甲己股．則甲己自乘方．爲甲戊自乘方之九分之八．己戊爲甲戊三分之一．則甲戊自乘方爲九分．己戊自乘方爲一分．甲己自乘方爲八分．甲戊自乘方既爲甲丙自乘方四分之三．今命甲戊自乘方爲甲丙自乘方十二分之九．而甲己自乘方又爲甲戊自乘方九分之八．則甲己自乘方必爲甲丙自乘方十二分之八．卽三分之二．故以一邊自乘．三歸二因．得甲己自乘方積．而開方得甲己爲立垂線之高數也．



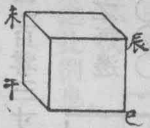


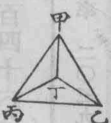
又用知一邊求高數之定率比例．求自尖至底中心之立垂線．以定率之四面體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率．四面體之立垂線八一六四九六五八爲二率．今所設之四面體之每邊一尺二寸爲三率．求得四率九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘．卽四面體自尖至底中心之立垂線也．

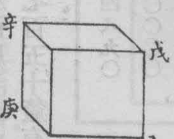
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一六四九六五八
三率	一二
四率	九七九七九五八

又用邊線相等體積不同之定率比例．以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率．四面體積一一七八五一一二九爲二率．今所設之四面體之每邊一尺二寸．自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率．求得四率二百零三寸六百四十六分七百五十釐有餘．卽四面體之積也．蓋四面體之每一邊爲一〇〇〇．則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇．而四面體之每一邊一〇〇〇所得之四面體積爲一一七八五一一二九．故以子丑寅卯四面體之每邊一尺自乘再乘之辰巳午未正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇．與子丑寅卯四面體積一一七八

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一一七八五一一二九
三率	一七二八
四率	二〇三六四六七五〇



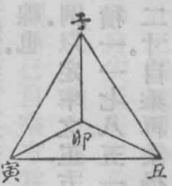


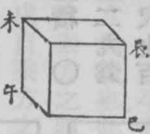


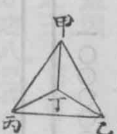
五一一二九之比。卽同於今所設之甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸自乘再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐有餘之比也。

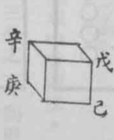
又用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之四面體之每邊二〇三九六四八九〇爲一率。正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之四面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘。爲與四面體積相等之正方體每邊之數。自乘再乘得二百零三寸六百四十六分七百釐有餘。卽四面體之積也。蓋四面體之每邊爲二〇三九六四八九〇。正方體之每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩體積相等。故以子丑寅卯四面體之每邊二〇三九六四八九〇。與辰巳午未正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比。卽同於今所設之甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸。與今所得之戊己庚辛正方體之每邊五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘之比。既得一邊。自乘再乘得戊己庚辛正方體積。卽與甲乙丙丁四面體之積爲相等也。

一率	二〇三九六四八九〇
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	五八八三三六五









如有四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之四面體積一一七八五一一二九爲一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐爲三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸即四面體之每一邊也此法蓋因四面體之每邊與正方體之每邊相等四面體積與正方體積不同故先定爲體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

一率	一一七八五一一二九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二〇三六四六七五〇
四率	一七二八

又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率四面體之每邊二〇三九六四八九〇爲二率今所設之四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐開立方得五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘爲三率求得四率一尺二寸即四面體之每一邊也此法蓋因四面體積與正方體積相等四面體之每邊與正方體之每邊不同故以四面體積先開立方得正方體之每邊而後爲線與線之比例也

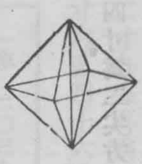
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二〇三九六四八九〇
三率	五八八三三六五
四率	一二

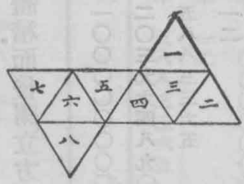
設如八面體每邊一尺二寸求積幾何

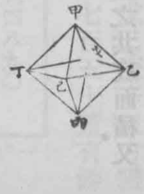
法以八面體分作二尖方體算之將每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸爲二尖方體之共底面積又

以每邊自乘之一尺四十四寸。倍之得二尺八十八寸。開平方得一尺六寸九分七釐零五絲六忽二微有餘。爲二尖方體之共高即八面體之對角斜線。以此斜線與二尖方體之共底面積一尺四十四寸相乘。三歸之得八百一十四寸五百八十六分九百七十六釐有餘。即八面體之積也。如圖甲乙丙丁戊己八面體。其稜十二。角六。平鋪之。則面爲八。各成一等邊三角形自體正中對四角平分截之。則成甲乙己丁戊、丙乙戊丁己、二尖方體。甲丙爲二尖方體之共高。即甲乙丙丁正方形之對角斜線。故以戊乙一邊自乘。得戊乙己丁正方面積。爲二尖方體之共底。又以戊乙己丁正方面積倍之開平方。即如甲乙爲勾。乙丙爲股。各自乘相併開方得甲丙弦。爲八面體之對角斜線。即二尖方體之共高。以此共高與戊乙己丁二尖方體之底面積相乘。三歸之。得二尖方體積。即八面體之總積也。

又用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體積四七一四〇四五二一爲二率。今所設之八面體之每邊一尺二寸。自乘再乘得一尺七百



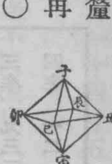


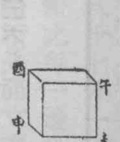


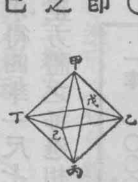
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四七一四〇四五二一
三率	一七二八
四率	八一四五八七〇一二

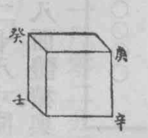
二十八寸爲三率求得四率八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘即八面體之積也蓋八面體之每一邊爲一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇而八面體之每一邊一〇〇〇所得之八面體積爲四七一四〇四五二一故以子丑寅卯辰巳八面體之每邊一尺自乘再乘之午未申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅卯辰巳八面體積四七一四〇四五二一之比即同於今所設之甲乙丙丁戊己八面體之每邊一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸與今所得之甲乙丙丁戊己八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之八面體之每邊一二八四八九八二九爲一率正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之八面體之每邊一尺二寸爲三率求得四率九寸三分三釐九豪二絲六忽有餘爲與八面體積相等之正方體每邊之數自乘再乘得八百一十四寸五百八十六分八百五十六釐有餘即八面體之積也蓋八面體之每邊爲一二八四八九八二九正方體之每

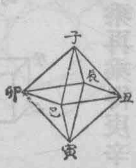




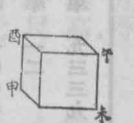


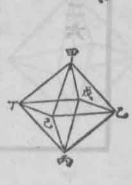


一率	一二八四八九八二九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	九三三九二六



邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩體積相等。故以子丑寅卯辰巳八面體之每邊一二八四八九八二九。與午未申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己八面體之每邊一尺二寸。與今所得之庚辛壬癸正方體之每邊九寸三分三釐九毫二絲六忽有餘之比。既得一邊。自乘再乘。得庚辛壬癸正方體積。即與甲乙丙丁戊己八面體之積爲相等也。





如有八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐。求每邊之數。則用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之八面體積四七一四〇四五二一爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐爲三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方得一尺二寸。即八面體之每一邊也。此法蓋因八面體之每邊與正方體之每邊相等。八面體積與正方體積不同。故先定爲體與體之比例。既得正方體積。而後開立方得線也。

一率	四七一四〇四五二一
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	八一四五八七〇一二
四率	一七二八

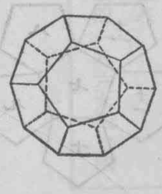
又法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八

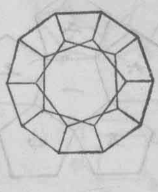
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二八四八九八二九
三率	九三三三九二六
四率	一二

面體之每邊一二八四八九八二九爲二率今所設之八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐開立方得九寸三分三釐九毫二絲六忽有餘爲三率求得四率一尺二寸即八面體之每一邊也此法蓋因八面體積與正方體積相等八面體之每邊與正方體之每邊不同故以八面體積先開立方得正方體之每邊而後爲線與線之比例也

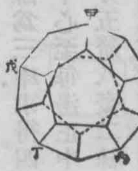
設如十二面體每邊一尺二寸求積幾何

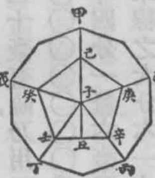
法以十二面體分作十二五角尖體算之將每邊一尺二寸求得五等邊形之分角線爲一尺零二分零七毫八絲零九微有餘自中心至每邊之垂線爲八寸二分五釐八毫二絲九忽一微有餘面積爲二尺四十七寸七十四分八十七釐三十毫有餘乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之每邊一尺二寸爲三率求得四率一尺九寸四分一釐六毫四絲零七微有餘爲每一面兩角相對之斜線又用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所得之每一面兩角相對之斜線折半得九寸七分零八豪二絲零三微有餘爲三率求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零二微有餘爲十二面體之中心至每邊正中之斜線乃以此斜線爲弦每一面中心至邊之垂線八寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘爲勾求得股一尺三寸三分六釐二豪一絲九忽六微有餘爲十

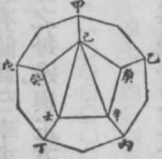


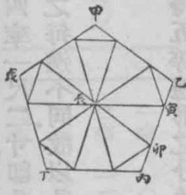


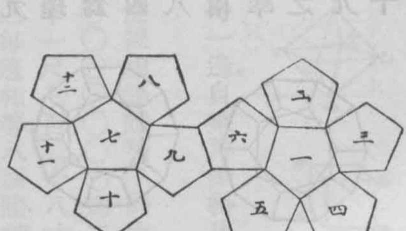
二面體之中心至每一面中心之立垂線。爰以此立垂線與每一面積二尺四十七寸七十四分八十七釐三十毫有餘相乘。三歸之。得一尺一百零三寸四百八十九分零二十九釐有餘。為一五角尖體積。十二因之。得一十三尺二百四十一寸八百六十八分三百四十八釐有餘。即十二面體之總積也。如圖甲乙丙丁戊十二面體。其稜三十。角二十。平鋪之。則面十二。各成一等邊五角形。先求得己庚辛壬癸五等邊形之子己類分角線。又求得子丑。自中心至每邊之垂線。復求得己庚辛壬癸五等邊形之面積。次以辛壬一邊為大分。己辛兩角相對斜線為全分。故辛壬與己辛之比。同於理分中末線之大分與全分之比。而得兩角相對之斜線。又自十二面體之正中截之。則成十等邊之面形。而其所截之處。皆正當每邊之一半。故其所截之寅卯等線。亦為乙丙兩角相對斜線與己辛等。之一半。而為十等邊形之

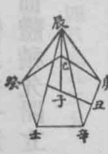








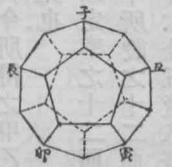


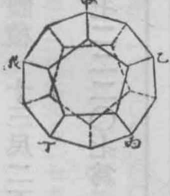
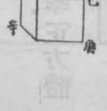


一邊。故寅卯與辰寅之比。又同於理分中末線之大分與全分之比。而得十二面體之中心至每邊正中之斜線。乃以辰寅斜線爲弦。每面中心至每邊之子丑垂線。爲勾。求得辰子股。即十二面體中心至每面中心之立垂線。以此辰子立垂線與己庚辛壬癸一面積相乘。三歸之。得辰己庚辛壬癸一五角尖體積。十二因之。即得甲乙丙丁戊十二面體之總積也。

又用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十二面體積七六六三一一八九〇三爲二率。今所設之十二面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率。求得四率一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐有餘。即十二面體之積也。蓋十二面體之每一邊爲一〇〇〇。則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而十二面體之每一邊一〇〇〇所得之十二面體積爲七六六三一一八九〇三。故以子丑寅卯辰十二面體之每邊一尺自乘再乘之巳午未申正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅卯辰十二面體積七

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七六六三一一八九〇三
三率	一七二八
四率	一三二四一八六九四六四

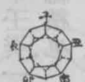


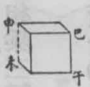



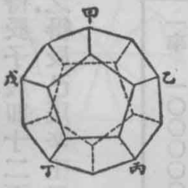
六六三一一八九〇三之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸自乘再乘之己庚辛壬正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁戊十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐有餘之比也。

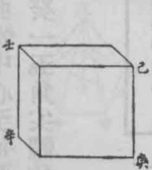
又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之十二面體之每邊五〇七二二二〇七為一率。正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之十二面體之每邊一尺二寸為三率。求得四率二尺三寸六分五釐八豪二絲七忽六微有餘。為與十二面體積相等之正方體每邊之數自乘再乘得一十三尺二百四十一寸八百六十八分八百四十八釐有餘。即十二面體之積也。蓋十二面體之每邊為五〇七二二二〇七正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇則兩體積相等。故以子丑寅卯辰十二面體之每邊五〇七二二二〇七。與巳午未申正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸。與今所得之己庚辛壬正方體之每邊二尺三寸六分五釐八豪

一率	五〇七二二二〇七
二率	一〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	二三六五八二七六









二絲七忽六微有餘之比。既得一邊。自乘再乘得己庚辛壬正方體積。卽與甲乙丙丁戊十二面體之積爲相等也。

如有十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。求每邊之數。則用邊線相等體積不同之定率比例。以定率之十二面體積七六六三一一八九〇三爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐爲三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方得一尺二寸。卽十二面體之每一邊也。此法蓋因十二面體之每邊與正方體之每邊相等。十二面體積與正方體積不同。故先定爲體與體之比例。既得正方體積。而後開立方得線也。

一率	七六六三一一八九〇三
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一三二四一八六九四六四
四率	一七二八

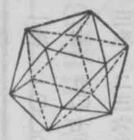
又法用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十二面體之每邊五〇七二二二〇七爲二率。今所設之十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐開立方得二尺三寸六分五釐八毫二絲七忽六微有餘爲三率。求得四率一尺二寸。卽十二面體之每一邊也。此法蓋因十二面體積與正方體積相等。十二面體

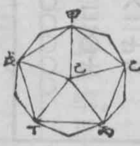
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五〇七二二二〇七
三率	二三六五八二七六
四率	一二

之每邊與正方體之每邊不同。故以十二面體積先開立方。得正方體之每邊。而後爲線與線之比例也。

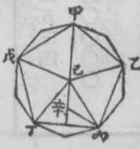
設如二十面體。每邊一尺二寸。求積幾何。

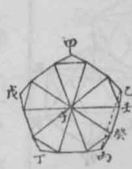
法以二十面體分作二十三角尖體算之。將每邊一尺二寸。求得三等邊形之分角線。爲六寸九分二釐八豪二絲零二微有餘。自中心至每邊之垂線。爲三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘。面積爲六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘。乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之每邊一尺二寸。折半得六寸爲三率。求得四率九寸七分零八豪二絲零三微有餘。爲二十面體之中心至每邊正中之斜線。乃以此斜線爲弦。每一面中心至邊之垂線三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘。爲勾。求得股九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘。爲二十面體之中心至每一面中心之立垂線。爰以此立垂線與每一面積六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘相乘。三歸之。得一百八十八寸四百九十八分四百一十五釐有餘。爲一三角尖體積。二十因之。得三尺七百六十九寸九百六十八分三百釐有餘。即二十面體之總積也。如圖甲乙丙丁戊二十面體。其稜三十。角十

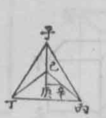




二平鋪之則面二十各成一等邊三角形先求得己丙丁三等邊形之己庚類分角線又求得庚辛自中心至每邊之垂線復求得己丙丁三等邊形之面積次自二十面體之正中截之則成十等邊之面形而其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之壬癸等線亦爲乙丙每邊之一半而爲十等邊形之一邊故壬癸與子壬之比同於理分中末線之大分與全分之比而得二十面體之中心至每邊正中之斜線乃以子壬斜線爲弦每面中心至每邊之庚辛垂線爲勾求得子庚股卽二十面體中心至每面中心之立垂線以此子庚立垂線與己丙丁一面積相乘三歸之得子己丙丁一三角尖體積二十因之卽得甲乙丙丁戊二十面體之總積也



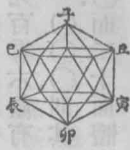


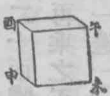


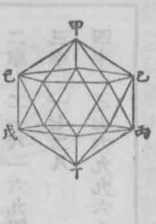
又用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率二十面體積二一八一六九四九六九爲二率今所設之二十面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸爲三率求得四率三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐有餘卽二十面體之積也蓋二十面體之每一邊爲一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇而二十面體之每一邊一〇〇〇所得之二十面體積爲二一八一六九四九六九故以子丑

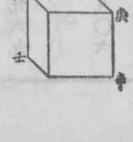
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	二一八一六九四九六九
三率	一七二八
四率	三七六九九六八九〇六

寅卯辰巳二十面體之每邊一尺自乘再乘之午未申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。與子丑寅卯辰巳二十面體積二一八一六九四九六九之比。即同於今所設之甲乙丙丁戊己二十面體之每邊一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸。與今所得之甲乙丙丁戊己二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐有餘之比也。又用體積相等邊線不同之定率比例。以定率之二十面體之每邊七七一〇二五三四為一率。正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之二十面體之每邊一尺二寸為三率。求得四率一尺五寸五分六釐三毫六絲九忽有餘。為與二十面體積相等之正方體每邊之數。自乘再乘得三尺七百六十九寸九百六十八分四百四十九釐有餘。即二十面體之積也。蓋二十面體之每邊為七七一〇二五三四。正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇。則兩體積相等。故以子丑寅卯辰巳二十面體之每邊七七一〇二

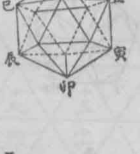


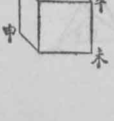






一率	七七一〇二五三四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	一五五六三六九

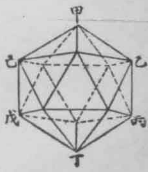


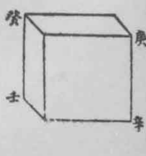


五三四．與午未申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比卽同於今所設之甲乙丙丁戊己二十面體之每邊一尺二寸．與今所得之庚辛壬癸正方體之每邊一尺五寸五分六釐三毫六絲九忽有餘之比．既得一邊．自乘再乘得庚辛壬癸正方體積．卽與甲乙丙丁戊己二十面體之積爲相等也．

如有二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐．求每邊之數．則用邊線相等體積不同之定率比例．以定率之二十面體積二一八一六九四九六九爲一率．正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率．今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐爲三率．求得四率一尺七百二十八寸．開立方得一尺二寸．卽二十面體之每一邊也．此法蓋因二十面體之每邊．與正方體之每邊相等．二十面體積．與正方體積不同．故先定爲體與體之比例．既得正方體積．而後開立方得綫也．

又法用體積相等邊線不同之定率比例．以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率．二十面體之每邊七七一〇二





一率	二一八一六九四九六九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	三七六九九六八九〇六
四率	一七二八

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七七一〇二五三四
三率	一五五六三六九
四率	一二

五三四爲二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分八百七十八釐。開立方得一尺五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘爲三率。求得四率一尺二寸。卽二十面體之每一邊也。此法蓋因二十面體積與正方體積相等。二十面體之每邊與正方體之每邊不同。故以二十面體積先開立方。得正方體之每邊而後爲線與線之比例也。