

算術解答

五百雜題詳解

滿洲帝國參考書

彙纂者 葉木倅

MS  
0121-44  
12



3 2285 3221 8

# ▲轉發教育法令▼

## 文敎部訓令第五六號

(文總人發第一一八四號)

各 省 長 各 直 轄 學 校 長  
各 特 別 市 長 教 育 課 長

關於德日精神教育之實施  
爲令遵奉在德日精神教育實施條例第十四條及第十五條而重其實現爲本範圍以內各德日與女邦日本一德一心以守國玉聖教爲宗旨之教育之根本自應遵照前項之規定爲此通飭國民各安其業然德日精神教育實施條例第十四條及第十五條之規定其旨趣在使國民各安其業而思願分子在教育上之義務及責任而後發見其德日精神之實質故其旨趣在使國民各安其業而思願國體之不振尤應有改弦更張之舉而德日精神教育實施條例第十四條及第十五條之規定其旨趣在使國民各安其業而思願重大職責也除分行外合行令仰 仰各該省長 各直轄學校長 各特別市長 教務課長 一體遵照施行此令

大正十三年七月十三日

庚 辰 三 年 七 月 十 三 日

## 編輯要綱

1. 本書根據文教部算術教科書之趣意為宗旨而收集難題表解詳明
2. 本書專供學生考試升學及研究算術之參考資料
3. 考試官吏檢定教員或升郵政鐵路電報學校等之準備資料
4. 本書名詞多引用日滿算術專家之解答歸納而彙纂之（如步合算等無不推敲明確）
5. 本書難題多收集日滿算術大家編輯之有價值的各種例題闡明而詳述之
6. 算術四則分數心算等之基本原理非有深切之研究不為功苟備比全書一冊不管良師之指導收功最大也
7. 本算術之心得擇優良之難題願參考者細心演算以收實習之功
8. 關於時間上之研究均以新時間為標準
9. 關於度量衡之研究均以新度量衡為準

10- 本書初版伊始訛誤不免尙請方家格外  
原諒指教以匡不逮而免遺誤青年幸甚  
幸甚。

# 算術解答五百難題詳解

## 目 次

### 上 編 整 數

應用問題詳解	題數	起止頁數
應用問題其一 求某數	11	2—7
應用問題其二 求等數	11	7—14
應用問題其三 已知其和求二數	13	14—22
應用問題其四 已知其差求二數	10	22—27
應用問題其五 求二數不知其和差	8	27—31
應用問題其六 年齡算法	12	32—39
應用問題其七 三人以上年齡	8	39—44
應用問題其八 行程算法	9	45—50
應用問題其九 速度算法	13	50—60
應用問題其十 時期算法	6	60—64
應用問題其十一 船行求水力	12	64—69
應用問題其十二 船行求划力	4	69—71
應用問題其十三 船行求行程	4	72—84
應用問題其十四 船行求時境	6	77—76

應用問題詳解	題數	起止頁數
應用問題其十五 運輸之問題	8	76—80
應用問題其十六 種樹算法	7	80—84
應用問題其十七 龜鶴算法	9	84—91
應用問題其十八 買賣經濟	16	91—100
應用問題其十九 物價之盈虧	17	101—112
應用問題其二十 薪俸工資	10	112—118
應用問題其二十一 會計之收支	6	118—121
應用問題其二十二 分配之研究	13	121—129
應用問題其二十三 多人分物	9	129—135
應用問題其二十四 工程之關係	5	135—138
應用問題其二十五 方陣暨排列	11	138—145
應用問題其二十六 雜題	12	145—156

## 下 編 分 數

應用問題其二十七 求某數	12	2—7
應用問題其二十八 分數化法之研究	8	8—11
應用問題其二十九 約分通分	5	11—15
應用問題其三十 求已知其和之二分數	13	16—24
應用問題其三十一 求已知其差之二分數	13	24—31

應用問題詳解	題數	起止頁數
應用問題其三十二	不知其和之三分數26	39—48
應用問題其三十三	旅行求行程	17……48—58
應用問題其三十四	旅行求速度	8……58—63
應用問題其三十五	旅行雜問	11……63—71
應用問題其三十六	旅行求本力	3……71—79
應用問題其三十七	旅行求鄰力	5……72—75
應用問題其三十八	旅行求行程	8……75—80
應用問題其三十九	運輸之關係	5……80—83
應用問題其四十	龜鶴之問題	14……83—90
應用問題其四十一	時間上研究	18……90—95
應用問題其四十二	寒暑表之研究	6……95—99
應用問題其四十三	經濟會計	25……99—112
應用問題其四十四	物價之計算	16……112—124
應用問題其四十五	工資之研究	4……124—125
應用問題其四十六	收支之研究	5……125—128
應用問題其四十七	分讓之研究	4……128—130
應用問題其四十八	三人分集	7……130—134
應用問題其四十九	工程之研究	4……134—135



應用問題詳解	題數	起止頁數
應用問題其五十 容量之研究·····	7	136—140
應用問題其五十一 比例問題·····	10	140—146
應用問題其五十二 步合算(百分法)···	8	147—150

# 上編 整數及小數

## 第一編 命數法及記數法

### 第一章 界說〔讀法書法〕

算術人生斯世。小之一身一家之衣食住。大之一國一社會之經營維持。莫不有待於計算。故吾人對於各事物。時有計算之必要。於計算中欲其敏捷。於是研究計算之方法。並討論數量之關係。是名算術。或曰算法。

命數法 以一種規則命數之名。使人便於記憶。此法謂之命數法。

記數法 將所命之數。用記號記之。此法謂之記數法。

四則 加。減。乘。除。四法。總名四則。此四則為一切算法之根本。學者最宜熟練。

符號 表運算之記號。名為符號。

◎記號 (為欲簡明起見。用記號代言語。今舉例如下表)

+	加	$\square$	二層括弧	$\int$	諸角
-	減	$\ominus$	相似	$\sim$	諸弧
$\times$	乘	$\otimes$	全等於	$\cong$	諸弧
$\div$	除	$\div$	故	$\therefore$	諸三角形
=	等於	$\therefore$	因	$\triangle$	諸三角形
$\perp$	不等於	$\perp$	垂線或垂直於	$\square$	平行四邊形
$>$	大於	$\text{IS}$	諸垂線	$\square$	諸平行四邊形
$<$	小於	$\parallel$	平行線或不平行於	$\square$	矩形
$( )$	普通括弧	$\text{IS}$	諸平形線	$\square$	諸矩形
$\{ \}$	三層括弧	$\angle$	角	$\circ$	圓形
$\odot$	諸圓	$?$	疑問	$\parallel$	平行相等
$\text{Rt}$	直角	$\&$	疑款	$\parallel$	幾何公理
普	普通公理	設	公設	$\dots$	點線
一	橫線	$ $	豎	$\cdot$	句讀

## (應用問題其一) (求某數)

四則式題	方法擇要
沒有括號者	先乘除後加減
有括號者	先將括號內之數算成一個數。解去括號。從內到外。一層一層解去可也。

(1) 某數之3倍減45.較自45減去某數多2.某數為若干?

$$(45+2+45) \div (3+1) = 92 \div 4 = 23 \text{ 某數.}$$

【譯】題言某數之3倍減45.其餘比自45減

某數多 2 者,即自 45 減某數,其餘比某數 3 倍減 45 少 2 之意也。若於 45 內加 2,其數必爲某數之 1 倍且多某數之 3 倍減 45 之數,若更加 45 於其內,則又完全增某數之 3 倍矣,和之得某數 4 倍,故題式如上:

(2) 某數之 3 倍加 24,等於其 5 倍減 6 求某數。

【解】依題可知某數之 3 倍加  $24+6=30$ ,等於其 5 倍,故某數之  $5-3=2$  倍爲 30。

由是某數爲  $30 \div 2 = 15$ 。

(3) 某數加 7 以 29 除之,所得之商數爲某數減 6 以 37 除之之商數之 1.5 倍,求某數?

$$(7+6) \div (29 \times 1.5 - 37) \times 37 + 6 =$$

$$13 \div 6.5 \times 37 + 6 = 2 \times 37 + 6 = 80 \text{ 某數。}$$

【解】某數加 7 以 29 除之,即 29 除某不足 7 之意也,又某數減 6 以 37 除之,即 37 除某數多 6 之意也,但題言以 29 除某數所得之商數,爲

以 37 除某數所得商數之 1.5 倍。故某數設不以 29 除之。而以  $(29 \times 1.5)$  除之。則必與以 37 除某數之商數相等。其商數雖等。而除數之差為  $(29 \times 1.5 - 37)$  故某數減 6 以 37 除之之商數。必為不足之 7 與所多之 6 相加。以  $(29 \times 1.5 - 37)$  除之所得之數。故再以 37 乘之。以 6 加之。則得某數。

(4) 某數 4 倍之。減去 36。其餘數比自 36 減某數之餘數少 22。求某數為若干？

$$(36 - 22 + 36) \div (4 + 1) = 50 \div 5 = 10 \text{ 某數}$$

【圖】題言某數 4 倍減 36 其餘比自 36 減某數少 22 者。即自 36 減某數。其餘比某數 4 倍減 36 多 22 之意也。若於 36 內減 22。其餘必等某數 1 倍。且多某數 4 倍減去 36 之數。若更加 36 於其內。必為某數 5 倍可知。

(5) 某數之 3 倍減去 30。其餘數。比由 30 減某數之餘數少 8。求某數。

$$(30 - 8 + 30) \div (3 + 1) = 13 \text{ 某數}$$

**【解】** 依題意.知由30內減某數與餘數始餘8.故 $30-8=22$ 為某數與餘數之和.30乃某數之3倍與餘數之差.由是 $22+30=52$ .與某數之 $3+1=4$ 倍相當.故某數為 $52\div 4=13$

**(6) 某數減3以4除之.其商與某數加3以5除之相等.求某數.**

$$(3+3)\div(5-4)\times 4+3=27\text{某數}$$

**【解】** 某數減3以4除之.即以4除某數餘3之意也.某數加3以5除之.即以5除某數不足3之意也.以有餘加不足為 $3+3=6$ .即商數之 $5-4=1$ 倍.故其商數為 $6\div 1=6$ .由是某數為 $6\times 4+3=27$

**(7) 某數減22之後.以5乘之.與某數加70相等.求某數.**

$$(22\times 5+70)\div(5+1)=45\text{某數}$$

**【解】** 依題意.知某數之5倍.減 $22\times 5=110$ .與某數加70相等.由是 $110+70=180$ .與某數之 $5-1=4$ 倍相當.故某數為 $180\div 4=45$

(8) 某數之 4 倍減去 35.其餘與自 35 減去某數等問某數?

$$(35+35)\div(4+1)=70\div 5=14\text{某數.}$$

【圖】題言某數 4 倍減去 35.其餘與自 35 減去某數等者.即自 35 內減去某數.其餘等於某數 4 倍減去 35 之意也.今於 35 內不減去某數.則 25 包含餘數及數某 1 倍而有之矣.更加 35 於其內.即又多數某 4 倍.和之即得某數 5 倍.題式如上:

(9) 某數加 16 以 6 乘之.較某數之 8 倍多 28.求某數.

$$(16\times 6-28)\div(8-6)=34\text{某數}$$

【圖】某數加 16 以 6 乘之.即等於某數之 6 倍加  $16\times 6=96$ .是某數之 6 倍加 96 比某數之 8 倍多 28 明矣.所以  $96-28=68$ .與某數之  $8-6=2$  倍相當.故某數為  $68\div 2=34$

(10) 某數加 13 以 4 乘之.與某數加 238 相等.求某數.

$$(238-13\times 4)\div(4-1)=62\text{某數}$$

【圖】某數加13以4乘之。即等於某數之4倍加 $13\times 4=52$ 。因而某數之4倍加52。與某數加238相等。由是 $238-52=186$ 。與某數之 $4-1=3$ 倍相當。故某數為 $186\div 3=62$

(11) 有某數。本應將其平方加8。以4除之。乃誤以2倍代平方。於是得11。問若不誤。則得數若何。

【圖】依題意知原數為 $(11\times 4-8)\div 2=18$ 。

由是正得之數 $= (18^2+8)\div 4=83$ 。

{應用問題其二} (求等數)

(12) 有六位之數。單位之數字為7。若取左端之數字附於右端。等於原數之3倍。問原數為何？

【圖】原數之單位數字為7。故等於原數3倍之單位數字為1可知。即原數左端之數字為1。今設原數為 $1$ 。取原數左端之數字附於右端。所成之數為 $(1-100000)\times 10+1$ 即 $10-10000$

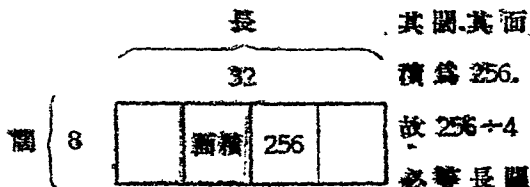


8 五百難題詳解(上編)

00+1即10-999999也。此即等於原數之3倍故自原數之10倍減去999999。即等於原數之3倍可知。由是則原數 $=999999 \div (10-3) = 999999 \div 7 = 142857$ 。

(13) 有2數。其一數等於地一數之4倍其相乘積為256。問各數若干？

【解】 如下圖說一數為矩形之長。他一數為



相等之正方形面積。進而再求其面積之相等兩數則得一邊為闊以4乘之得長。故得題式如下：

$256 \div 4 = 64$  而 64 之相等兩因數為 8 故 8 為矩形之闊即小數。  $8 \times 4 = 32$  為矩形之長即大數。

(14) 有 2 位數. 其個位數字爲十位數字之 2 倍. 若於此數加 8. 則兩位之數字相同. 求此數.

$$(2+1) \div (2-1) = 3. \text{ 十位數字.}$$

$$3 \times 2 = 6. \text{ 個位數字. 此數即 } 36.$$

【圖】於此數加 8. 即係從個位數減 2. 十位數加 1. 如此則兩位數字相同. 可知此數之個位數字比十位數字多  $2+1=3$ . 3 即十位數字之  $2-1=1$  倍. 故十位數字爲  $3 \div 1 = 3$ . 個位數字爲  $3 \times 2 = 6$ . 此數即 36

(15) 有 2 位數. 其個位數字爲十位數字之 2 倍. 若於此數內加 39. 則十位數字爲個位數字. 之 2 倍. 求此數.

$$(1+4 \times 2) \div (2 \times 1 + 1) = 3. \text{ 加 } 39 \text{ 後之個位數字. } 3 \times 2 = 6. \text{ 加 } 39 \text{ 後之十位數字. } 63 - 39 = 24$$

此數

【圖】於此數加 39. 即係從個位數減 1. 十位

數加 4。如十位數不加 4，僅於個位數減 1，則個位數字為十位數字之 2 倍少 1。但十位數加 4，則個位數字為十位數字之 2 倍少  $1+4 \times 2=9$ 。則此數變為(十位數字為個位數字之 2 倍，又個位數字為十位數字之 2 倍少 9) 題與 50 題同理，因而加 3。從個位數字為  $9+(2 \times 1+3)=3$ ，十位數字為  $3 \times 2=6$ ，故此數為  $63-39=24$

**(16)** 有 2 位數，其十位數字比個位數字多 3。若於此數內加 8，則十位數字適為個位數字之 3 倍。求此數

$(2+1+3) \div (3-1)=3$ ，加 8 後之個位數字。

$3 \times 3=9$ ，加 8 後之十位數字， $93-8=85$  此數

**【證】** 於此數加 8，即係從個位數減 2，十位數加 1。如此則十位數字適為個位數字之 3 倍。可知此時十位數字比個位數字多  $2+1+3=6$ 。為加 8 後個位數字之  $3-1=2$  倍要矣。由是加 8 後個位數字為  $6 \div 2=3$ ，十位數字為  $3 \times 3=9$ 。故此數為  $93-8=85$

(17) 有2位數,其十位數字爲個位數字之2倍,若於此數內減45,則個位數字爲十位數字之3倍,求此數。

$(5+5\times 2)\div(2\times 3-1)=3$ , 減45後之十位數字

$3\times 3=9$ , 減45後之個位數字,  $36+45=84$  此數

【圖】於此數減45,即係從個位數加5,十位數減5,如個位數不加5,僅於十位數減5,則十位數字爲個位數字之2倍少5,但個位數加5,故十位數字爲個位數字之2倍少 $5+5\times 2=15$ ,此題即變爲(個位數字爲十位數字之3倍,又十位數字爲個位數字之2倍少15)題,而個位數字之2倍,即十位數字之 $2\times 3=6$ 倍,因而15與減45後十位數字之 $6-1=5$ 倍相當,由是減45後,十位數字爲 $15\div 5=3$ ,個位數字爲 $3\times 3=9$ ,故此數即 $39+45=84$

【注意】數字顛倒題算法,可根據下列之2則。

(1) 2位之數與其數字顛倒者之和,等於兩數字和之11倍。

12 五百難題詳解(上編)

(2) 2位之數與其數字顛倒者之差,等於兩數字差之9倍.

$$\text{【例】 } 74+47=(7+4)\times 11$$

$$74-47=(7-4)\times 9$$

(18) 有2數字,組成2位之數,適等於2數字和之7倍,若此數減18,則等於2位數字之倒置,求此數為何.

$$18\div\{7-(11-7)\}\times 7=42$$

【解】 因該數為兩數字和之7倍,故其顛倒數,為兩數字和之 $11-7=4$ 倍,因而18恰為兩數字和之 $7-4=3$ 倍,由是兩數字之和為 $18\div 3=6$ ,故此數為 $6\times 7=42$

(19) 有2位之數,等於兩數字和之3倍,若加45於本數,則兩數字之位次倒轉,問本數為何.

$$45\div(11-3-3)\times 3=27$$

【解】 本數等於兩數字和之3倍,故其倒轉數為兩數字和之 $11-3=8$ 倍,而本數與倒轉數

之差爲兩數字和之 $8-3=5$ 倍。即45。因而兩數字之和爲 $45\div 5=9$ 。故本數爲 $9\times 3=27$

**(20)** 有2位數。其十位數字。爲個位數字之3倍。若於此數內減18。則兩位之數字相同。求此數。

$$(2+2)\div(3-1)=2. \text{個位數字.}$$

$$2\times 3=6. \text{十位數字. 此數即} 62$$

**【解】** 於此數減18。即係從十位數減2。個位數加2。如此則兩位數字相同。可知此數之十位數字。比個位數字多 $2+2=4$ 。4即個位數字之 $3-1=2$ 倍。故個位數字爲 $4\div 2=2$ 。十位數字爲 $3\times 3=6$ 此數即62

**(21)** 有2位之數。其數字之和爲12。自本數之3倍減60。則其數字之次序倒轉。問本數爲何。

$$(12\times 11+60)\div(3+1)=48$$

**【解】** 依題意自本數之3倍減60。則得倒轉數。故自本數之 $3+1=4$ 倍減60。則爲本數與倒

轉數之和而本數與倒轉數之和等於數字和之11倍。即  $12 \times 11 = 132$ 。亦即自本數之4倍減60則為132。因而本數之4倍為  $132 + 60 = 192$ 。故本數為  $192 \div 4 = 48$ 。

### 應用問題其三(已知其和求二數)

(22) 有二位數字其數字之和為10。若本數加36則數字之次序倒轉。其數為何。

【解】本數與數字倒轉數之和為數字之和之11倍。即  $10 \times 11 = 110$ 。

依題本數與數字倒轉數之差為36。而本數較小。

故本數為  $(110 - 36) \div 2 = 37$ 。

(23) 有二位數其數字之和為6。從本數之2倍減6則數字之次序倒轉。問本數為何。

【解】依題從本數之2倍減6得倒轉數。故從本數之3倍減6則得本數與倒轉數之和。

但本數與倒轉數之和爲數字和之11倍。

即  $6 \times 11 = 66$ 。由是從本數之3倍減6則得66。

故本數之3倍爲  $66 + 6 = 72$  而本數爲  $72 \div 3 = 24$ 。

**(24)** 甲乙二數之和爲10而甲之3倍與乙之5倍之和爲45。求此二數？

**【題】** 此題之解法有二。(一) 甲乙之和既知爲10。是1之內包含甲數1倍與乙數1倍也。以3乘之則得甲數3倍與乙數3倍。而題言甲數3倍與乙數5倍之和爲45。是從45內減去甲乙和數之3倍30。則所餘者爲乙數2倍可知。以2除之則得乙數。從10內減乙數得甲數。題式如下：

$$(45 - 10 \times 3) \div 2 = 15 \div 2 = 7.5 \text{ 乙數.}$$

$$10 - 7.5 = 2.5 \text{ 甲數.}$$

**【又解】** 甲乙各1倍之和既知爲10。若各以5倍計算。必爲  $10 \times 5$ 。但45爲甲3倍與乙5倍



之數。故  $10 \times 5 - 45$  兩條者，必為甲 2 倍之數。以 2 除之，即得甲數。從 10 內減甲數，即得乙數。題式如下：

$$(10 \times 5 - 45) \div 2 = 5 \div 2 = 2.5 \text{ 甲數}$$

$$10 - 2.5 = 7.5 \text{ 乙數}$$

**(25)** 甲乙兩數其和為 125，相乘積為乙數平方之 4 倍，求兩數各若干？

**【圖】** 乙數平方之 4 倍，即乙之 4 倍乘乙，與甲乙兩數之相乘積相等，故甲等於乙之 4 倍。可知，由是乙數為 1，甲數為 4。故  $1+4$  與 125 相當。依題意  $125 \div (1+4) = 25$  乙數  $125 - 25$  或  $25 \times 4$  均等於 100 甲數。

**(26)** 甲乙 2 數其和為 105，知甲數以 2 除之，與乙數以 3 乘之相等，求 2 數。

$$105 \div (2 \times 3 + 1) = 15 \text{ 乙數 } 105 - 15 = 90 \text{ 甲數}$$

**【圖】** 甲數以 2 除之，與乙數以 3 乘之相等，即甲數為乙數之  $2 \times 3 = 6$  倍。由是 105 與乙數之

$6+1=7$ 倍相當.故乙數爲  $105 \div 7=15$  甲數爲  $105-15=90$

**(27)** 甲乙 2 數其和爲 108.相乘積爲乙數平方之 8 倍.求 2 數.

$$108 \div (8+1)=12 \text{ 乙數 } 108-12=96 \text{ 甲數}$$

**【解】** 乙數平方之 8 倍.爲乙數之 8 倍乘乙數所得.所以甲數爲乙數之 8 倍可知.因而乙數爲 1.則甲數爲 8. 是 108 卽乙數之  $8+1=9$  倍.故乙數爲  $108 \div 9=12$  甲數爲  $108-12=96$

**(28)** 甲乙 2 數其和爲 80.知甲數以 2 除之.與乙數加 7 相等.求 2 數.

$$(80+7) \div (2+1)-7=22 \text{ 乙數 } 80-22=58 \text{ 甲數}$$

**【解】** ① 乙數加 7 後.則甲乙之和爲  $80+7=87$ .此時甲數適爲乙數之 2 倍.是 87 與乙數加 7 後之  $2+1=3$  倍相當.因而乙數加 7 後爲  $87 \div 3=29$ .故乙數爲  $29-7=22$  甲數爲  $80-22=58$

$$(80-7 \times 2) \div (2+1)=22 \text{ 乙 } \circ 80-22=58 \text{ 甲 } \circ$$

**【解】** ② 依題意.知甲數減  $7 \times 2=14$  後以 2 除

之。與乙數相等。因而  $80-14=66$  與乙數之  $2+1=3$  倍相當。故乙數為  $66\div 3=22$  甲數為  $80-22$

**(29)** 大小 2 數其和為 140。大數給小數 15。則大數為小數之 2 倍多 5。求 2 數。

$$(140-5)\div(2+1)-15=30 \text{ 小數 } 140-30=110 \text{ 大數}$$

**【解】** 大數給小數 15。則 2 數之和仍為 140。題言大數為小數之 2 倍多 5。若大數減 5。可適為小數之 2 倍則 2 數之和為  $140-5=135$ 。與小數加 15 後之  $2+1=3$  倍相等。由是小數加 15 後為  $135\div 3=45$ 。故小數為  $45-15=30$  大數為  $140-30=110$

**(30)** 甲乙 2 數其和為 130。但知甲數以 5 除之。與乙數減 4 相等。求 2 數。

$$(130-4)\div(5+1)+4=25 \text{ 乙數 } 130-25=105 \text{ 甲數}$$

**【解】** 甲數以 5 除之。與乙數減 4 相等。是乙數減 4 後。則甲數可適為乙數之 5 倍。2 數之和為 130。乙數減 4。則 2 數之和為  $130-4=126$ 。

與乙數減4後之 $5+1=6$ 倍相當。因而乙數減4後爲 $126\div 6=21$ 。故乙數爲 $21+4=25$  甲數爲 $130-25=105$

**(31)** 四個連續整數之和爲22求四數。

**【解】** 第二數比第一數多1。

第三數比第一數多2。

第四數比第一數多3。

故 $22 - (1+2+3)=16$ 。等於四個第一數之和。由是第一數爲 $16\div 4=4$ 。

第二數爲 $4+1=5$ 。

第三數爲 $4+2=6$ 。

第四數爲 $4+3=7$ 。

**(32)** 大小2數之和爲85。大數加1以8除之。與小數減2以5除之。其商相等。求2數。

$(85+1-2)\div (7+5)\times 7-1=48$  大數

$85-48=37$  小數

【解】 2數之和為85.大數加1小數減2之後.則2數之和為 $85+1-2=84$ .題言大數以7除之與小數以5除之其商相等.是84即商數之 $7+5=12$ 倍.由是商數為 $84\div 12=7$ .故大數為 $7\times 7-1=48$ 小數為 $85-48=37$

(33) 大小2數之知為48.以6除大數得商較以4除小數所得之商多3.求2數.

$$(48+3\times 4)\div (6+4)\times 6=36 \text{ 大數}$$

$$48-36=12 \text{ 小數}$$

【解】 1.欲以4除小數亦商得以6除大數之商.須小數加 $3\times 4=12$ .知2數之和為48.小數加12之後.則2數之和為 $48+12=60$ .即以6除大數得商之 $6+4=10$ 倍.因而以6除大數得商為 $60\div 10=6$ .故大數為 $6\times 6=36$ 小數為 $48-36=12$

$$(48-6\times 3)\div (6+4)\times 4=12 \text{ 小數}$$

$$48-12=36 \text{ 大數}$$

【解】 2.欲以6除大數亦商得以4除小數之

商須大數減  $6 \times 3 = 18$ . 知 2 數之和為 48. 大數減 18 之後, 則 2 數之和為  $48 - 18 = 30$ . 即以 4 除小數得商之  $5 + 4 = 10$  倍. 因而以 4 除小數得商為  $30 \div 10 = 3$ . 所以小數為  $3 \times 4 = 12$  大數為  $48 - 12 = 36$

**(34)** 大小 2 數其和為 18. 大數 3 倍較小數 5 倍少 2. 求 2 數.

$$(18 \times 5 - 2) \div (5 + 3) = 11 \text{ 大數 } 18 - 11 = 7 \text{ 小數}$$

**【解】** ①  $18 \times 5 = 90$  為大數 5 倍與小數 5 倍之和. 題言大數 3 倍較小數 5 倍少 2. 是小數 5 倍減 2. 與大數 3 倍相等. 因而  $90 - 2 = 88$ . 與大數之  $5 + 3 = 8$  倍相當. 故大數為  $88 \div 8 = 11$  小數為  $18 - 11 = 7$

$$(18 \times 3 + 2) \div (5 + 3) = 7 \text{ 小數 } 18 - 7 = 11 \text{ 大數}$$

**【解】** ②  $18 \times 3 = 54$  為大數 3 倍與小數 3 倍之和. 題言大數 3 倍較小數 5 倍少 2. 是大數 3 倍加 2. 與小數 5 倍相等. 因而  $54 + 2 = 56$ . 與小數之  $5 + 3 = 8$  倍相當. 故小數為  $56 \div 8 = 7$  大數為  $18 - 7 = 11$

〔應用問題其四〕(已知其差求二數)

(35) 甲所有之銀5倍於乙.若二人各增200元.則甲所有銀比乙之3倍少160元.問二人原有銀各若干.

【解】甲所有銀數視為5倍則乙所有銀數為1倍依題意5倍乙所有銀數加 $200+160=360$ 等於乙所有銀數與200之和之3倍.即乙所有銀數之3倍加 $(200 \times 3)=600$ 故乙所有銀之5倍等於乙所有銀之3倍加 $(600-360)=240$ .

由是乙所有銀數之 $(5-3)=2$ 倍為240.

故乙所有銀數 $=240 \div 2=120$ .

甲所有銀數 $=120 \times 5=600$ .

(36) 甲乙各有銀若干.總數為74元.後甲給乙13元.於是二人所有銀相等.問原有銀各若干.

【解】甲無論給乙幾何.二人所有人之總數不變.故二人所有銀相等時.各為 $74 \text{元} \div 2=37$

元。

此時甲已給乙 13 元。故甲原有  $37 \text{ 元} + 13 \text{ 元}$   
 $= 50 \text{ 元}$ 。乙原有銀  $= 37 \text{ 元} - 13 \text{ 元} = 24 \text{ 元}$ 。

**(37)** 甲乙 2 數其差爲 60 知乙數乘 6 與甲數加 5 相等。求 2 數。

$$(60+5) \div (6-1) = 13 \quad \text{乙數} \quad 13+60=73 \quad \text{甲數}$$

**【圖】** 乙數乘 6 與甲數加 5 相等。是甲數加 5。則等於乙數之 6 倍。2 數之差爲 60。甲數加 5 之後。則 2 數之差爲  $60+5=65$ 。適爲乙數之  $6-1=5$  倍。故乙數爲  $65 \div 5=13$  甲數爲  $13+60=73$

**(38)** 甲乙 2 數其差爲 88。知甲數以 3 乘之。與乙數以 4 除之相等。求 2 數。

$$88 \div (3 \times 4 - 1) = 8 \quad \text{甲數} \quad 88 + 8 = 96 \quad \text{乙數}$$

**【圖】** 甲數以 3 乘之。與乙數以 4 除之相等。即乙數爲甲數之  $3 \times 4 = 12$  倍。由是 88 與甲數之  $12-1=11$  倍相當。故甲數爲  $88 \div 11 = 8$  乙數爲  $8+8=96$

**(39)** 大小 2 數其差爲 33。以小數



除大數.其商與餘數均爲 5.求 2 數.

$$(33-5) \div (5-1) = 7 \text{ 小數 } 7 + 33 = 40 \text{ 大數}$$

【解】依題意知大數有小數之 5 倍多 5.若大數減 5.則適爲小數之 5 倍.2 數之差爲 33.大數減 5 之後.則 2 數之差爲  $33-5=28$ .即小數之  $5-1=4$  倍.故小數爲  $28 \div 4=7$  大數爲  $7+33=40$

(40) 乙銀比甲銀多 50 元.甲以之買米 6 石.不足洋 15 元.乙以之買麥 9 石餘洋 5 元.但每斗之價米比麥貴 5 角.求甲乙銀各若干.

$$\{ (5 \times 90 - 5) + 50 - 15 \} \div (90 - 60) \times 60 - 15 = 135 \text{ 元 甲 銀}$$

$$135 + 50 = 185 \text{ 元 乙 銀}$$

【解】每斗之價米比麥貴 5 角.設使乙買米 9 石.則必不足洋.  $5 \times 90 - 5 = 40$  元.知乙再添 40 元始足米 9 石之價.將乙比甲多 50 元.故  $40 + 50 - 15 = 75$  元.爲米  $90 - 60 = 30$  斗之價.由是米每

斗之價，爲  $75 \div 30 = 2.5$  元。故甲銀爲  $2.5 \times 60 - 15 = 135$  元 乙銀爲  $135 + 50 = 185$  元又此題先求乙銀題式如下。

$$\{ (.5 \times 60 - 15) + 50 - 5 \} \div (90 - 60) \times 90 + 5 = 185 \text{ 元 乙銀}$$

$$185 - 50 = 135 \text{ 元 甲銀}$$

**(41)** 大小 2 數其差爲 11。知大數加 3 以 10 除之。與小數減 2 以 8 除之。其商相等。求 2 數。

$$(11 + 3 + 2) \div (10 - 8) \times 10 - 3 = 77 \text{ 大數}$$

$$77 - 11 = 66 \text{ 小數}$$

**【圖】** 2 數其差爲 11。大數加 3 小數減 2 之後。則 2 數之差爲  $11 + 3 + 2 = 16$ 。題言大數以 10 除之。與小數以 8 除之。其商相等。是 16 與商數之  $10 - 8 = 2$  倍相當。因而商數。爲  $16 \div 2 = 8$ 。故大數爲  $8 \times 10 - 3 = 77$  小數爲  $77 - 11 = 66$

**(42)** 大小 2 數其差爲 40。小數與大數 25。則大數爲小數之 4 倍。求 2

數.

$$(40+25 \times 2) \div (4-1) + 25 = 55 \text{ 小數}$$

$$55 + 40 = 95 \text{ 大數}$$

**【解】** 依題意.知小數與大數25之後.則2數之差為 $40+25 \times 2=90$ .此90即小數與大數後之 $4-1=3$ 倍.因而小數與大數後為 $90 \div 3=30$ .故小數為 $30+25=55$  大數為 $55+40=95$

**(43)** 大小2數其差為4.知小數5倍比大數3倍多22.求2數.

$$(4 \times 3 + 22) \div (5 - 3) = 17 \text{ 小數 } 17 + 4 = 21 \text{ 大數}$$

**【解】** ① 知小數3倍比大數3倍少 $4 \times 3 = 12$ .題言小數5倍比大數3倍多22.是 $12 + 22 = 34$ .與小數之 $5 - 3 = 2$ 倍相當.故小數為 $34 \div 2 = 17$  大數為 $17 + 4 = 21$

$$(4 \times 5 + 22) \div (5 - 3) = 21 \text{ 大數 } 21 - 4 = 17 \text{ 小數}$$

**【解】** ② 知大數5倍比小數5倍多 $4 \times 5 = 20$ .題言小數5倍比大數3倍多22.是 $20 + 22 = 42$ .與大數之 $5 - 3 = 2$ 倍相當.故大數為 $42 \div 2 = 21$  小

數爲  $21-4=17$

(44) 甲乙二數各平方之差爲81，  
又甲比乙多3求二數各若干？

【圖】二數平方之差，等於其和與差之相乘積。本題二數之差爲3故兩數之和爲  $81 \div 3 = 27$ 。由是甲數  $= (27+3) \div 2 = 15$  乙數  $= (27-3) \div 2 = 24 \div 2 = 12$

〔應用問題其五〕(求二數不知其和差)

(45) 某數之3倍減45，較自45減去某數多2，某數爲若干？

【圖】題言某數之3倍減45，其餘比自45減某數多2者，即自45減某數，其餘比某數3倍減45少2之意也。若於45內加2，其數必爲某數之1倍且多某數之3倍減45之數。若更加45於其內，則又完全增某數之3倍矣。和之得某數4倍。故題式爲：

$$(45+2+45) \div (3+1) = 92 \div 4 = 23 \text{ 某數.}$$

(46) 某數 4 倍之，減去 36，其餘數比自 36 減某數之餘數少 22，求某數為若干？

【解】題言某數 4 倍減 36 其餘比自 36 減某數少 22 者，即自 36 減某數，其餘比某數 4 倍減 36 多 22 之意也。若於 36 內減 22，其餘必等某數 1 倍，且多某數 4 倍減去 36 之數。若更加 36，於其內，必為某數 5 倍可知。故題式如下：

$$(36 - 22 + 36) \div (4 + 1) = 50 \div 5 = 10 \text{ 某數.}$$

(47) 大數為小數之 2 倍，又小數比大數之 3 倍少 15，求 2 數

$$15 \div (2 \times 2 + 1) = 3 \text{ 小數 } \frac{\text{小數}}{\text{大數}} \frac{15}{\dots}$$

$$3 \times 2 = 6 \text{ 大數}$$

【解】觀圖知 15 為大數 2 倍與小數 1 倍之和

(48) 大小 2 數，大數與小數 2，則大數為小數之 2 倍，小數與大數 4，則大數為小數之 5 倍，求 2 數。

$$\{(2+4) \times 2 + (2+4)\} \div (5-2) + 4 = 10 \text{ 小數}$$

$$(10+2) \times 2 + 2 = 26 \text{ 大數}$$

【圖】題言大數與小數2.則大數爲小數之2倍.此題可暫當作大數有小數之2倍看.知小數與大數 $2+4=6$ .則大數爲小數之5倍.若小數減6.大數不增加時.則大數爲小數之2倍多 $6 \times 2 = 12$ .而大數又實在增加6.是大數有小數之2倍多 $12+6=18$ .此18即小數與大數後之 $5-2=3$ 倍明矣.由是小數與大數後爲 $18 \div 3 = 6$ .故小數爲 $6+4=10$ 大數爲 $(10+2) \times 2 + 2 = 26$

(49) 甲數比乙數之二分之一多5.甲與乙15.則乙數爲甲數之3倍.求2數.

$$\{(15-5) \times 2 + 15\} \div (3-2) + 15 = 50 \text{ 甲數}$$

$$(50-5) \times 2 = 90 \text{ 乙數}$$

【圖】將甲數先去5.完全當乙數之2分之1看.則乙數即爲甲數之2倍.若甲數減去 $15-5=10$ .乙數不增加時.則乙數當比甲數之2倍多 $10 \times 2 = 20$ .今乙數增加15.而爲甲數之3倍.故 $20+$

15=35.與甲數減去15後之 $3-2=1$ 倍相當.由是甲數減去15後為 $35\div 1=35$ .故甲數為 $35+15=35+15=50$ 乙數為 $(50-5)\times 2=90$

**(50)** 大數為小數3倍.若各減25.則大數為小數8倍.求2數.

$$(25\times 3-25)\div (8-3)=25=35\text{小數}$$

$$35\times 3=105\text{大數}$$

**【圖】** 題謂大數有小數3倍.以3倍計算.知小數減1.須大數減3.以此類推.則大數能永久保持小數之3倍.今小數減25.須大數減 $25\times 3=75$ .可知大數仍為小數之3倍.而大數所以為小數之8倍者.因大數減25.照75少減 $75-25=50$ .所以相差 $8-3=5$ 倍.是50即小數減25後之5倍明矣.由是小數減25後為 $50\div 5=10$ 故小數為 $10+25=35$ 大數為 $35\times 3=105$

**(51)** 甲有銀72元.乙有銀12元.求甲與乙若干.則乙銀為甲銀之3倍.

$$72-(72+12)\div (3+1)=51\text{元}$$

【圖】甲乙銀之和為  $72+12=84$  元。乙為甲之 3 倍時。甲尚占 1 倍。所以 84 元。與甲銀之  $3+1=4$  倍相當。由是乙銀為甲銀之 3 倍時。甲銀為  $84 \div 4=21$  元。故甲須與乙  $72-21=51$  元

(52) 大數為小數之 6 倍。大數與小數 20。則 2 數相等。求 2 數。

$$(20 \times 2) \div (6-1) = 8 \text{ 小數 } 8 \times 6 = 48 \text{ 大數}$$

【圖】依題意。知 2 數之差為  $20 \times 2 = 40$ 。題言大數為小數之 6 倍。是大數比小數多  $6-1=5$  倍與 40 相當。故小數為  $40 \div 5 = 8$  大數為  $8 \times 6 = 48$

(應用問題其六)(年齡算法)

年 齡 算 法	方 法
只知甲乙年齡求幾年前甲是乙的幾倍	年數 = $\frac{\text{乙年倍數} - \text{甲年}}{\text{倍數} - 1}$
只知甲乙年齡求幾年後甲是乙的幾倍	年數 = $\frac{\text{甲年} - \text{乙年倍數}}{\text{倍數} - 1}$
只知甲乙丙丁年齡求幾年後甲年等於三人的和	年數 = $\frac{\text{甲年} - \text{三人年齡和}}{\text{倍數} - 1}$



(53) 父子現年之和爲74.而11年前父年爲子年之3倍.求父子之現年.

【解】 11年前父年爲子年之3倍.則父子年齡之和爲子年之 $(3+1)=4$ 倍.

而其時父子年齡之和 $=74-11=52$ .

則其時子年 $=52 \div 4=13$ .

故子現年 $=13+11=24$ .

父現年 $=74-24=50$ .

(54) 父之年齡48歲.其三子之年齡之和等於父之年齡之半.問幾年後三子之年齡和適等於父年

【解】 現三子之年齡和爲 $48 \div 2=24$ .

父年比三子年齡之和所多歲數 $=(48-24)=24$ 歲.

然每過一年.父增1歲.三子共增3歲.

則三子年齡之和比父年多增 $(3-1)=2$ 歲.

現父年既比三子年齡之和多24歲.

故知  $24 \div 2 = 12$  年後,父年與三子之年齡和相等。

**(55)** 祖孫二人共年78歲。但云祖年比孫年之7倍多14歲。問各若干?

**【圖】** 題言祖之年齡爲孫之7倍尙多14歲。若從共年78-14。則此時必爲孫1倍與祖7倍之合故題式爲  $(78-14) \div$

$$(7+1) = 64 \div 8 = 8 \text{ 孫之年齡.}$$

$$8 \times 7 + 14 = 56 + 14 = 70 \text{ 祖之年齡.}$$

**(56)** 兄爲弟年之2倍。10年之後。二人共44歲。問今年各若干歲?

**【圖】** 題言10年後兄弟之合爲44歲。則現年兄弟之合爲  $(44-10 \times 2)$  可知。而兄年又爲弟年2倍則現年之合內尙有弟年1倍。故題式如下:

$$(44-10 \times 2) \div (2+1) =$$

$$24 \div 3 = 8 \text{ 弟現年之歲數.}$$

$$8 \times 2 = 16 \text{ 兄現年之歲數.}$$

(57) 有兄弟二人，5年前兄之年齡與3年後弟之年齡相等，而3年後兄之年齡與5年後弟之年齡之和為30歲，問現年各若干歲？

【圖】題言兄3年後之年紀與弟5年後之年紀之和為30歲，是將3年與5年均為未來之年紀計算在內，則現年之和必比30尚少 $(3+5)=8$ 歲也。題又言兄5年前與弟3年後之年紀相等，是兄現年必又增5歲，而弟3年後仍為未來之歲數，亦必仍少3歲也。依此得題式如次： $(30-3-5+5-3) \div 2 = 24 \div 2 = 12$ 弟現年之年紀，又依弟3年後與兄5年前之年紀相等之意，則兄現年必為弟現年之年紀再加3加5也。故兄為 $12+3+5=20$ 歲。

(58) 父年為子年之4倍，13年前父之年紀與4年後子之年紀之和為66歲，問現年各若干歲？

【圖】題言父13年前與子4年後年紀之和

爲66.至現年則父又增13歲可知.子4年後是子未來之年紀計算在內.則子現年於此數向少4歲亦可知.題又言父爲子4倍.則父子之和必爲 $(4+1)$ 倍也.故題式如下:

$$(66+13-4) \div (4+1) =$$

$$75 \div 5 = 15 \text{ 子現年歲數.}$$

$$15 \times 4 = 60 \text{ 父現年歲數.}$$

**(59)** 母年25歲生一子.若母年至等於現年之3倍時.則子年適爲現年之7倍.求母子現年各若干.

$$(25-1) \times (3-1) \div \{(7-1)-(3-1)\} = 12 \text{ 歲子年}$$

$$12 + (25-1) = 36 \text{ 歲母年}$$

**【圖】** 母至等於現年之3倍時.則其未來之歲數爲現年之 $3-1=2$ 倍.又子年至現年之7倍時.則其未來之歲數.爲現年之 $7-1=6$ 倍.但未來之歲數母子相等.故母現年之2倍.與子現年之6倍相等.已知母子之差爲 $25-1=24$ 歲.而母年之2倍.比子年之2倍則多 $24 \times 2=48$

歲。此 48 歲與子現年之  $6-2=4$  倍相當。故子之現年為  $48 \div 4 = 12$  歲。母之現年為  $12 + (25-1) = 36$  歲。

**(60)** 父子年齡之和為 46 歲。知 3 年前父有子年之 4 倍多 5 歲。求父子現年各若干。

$$(46-3 \times 2-5) \div (4+1) + 3 = 10 \text{ 歲子年}$$

$$46-10=36 \text{ 歲父年}$$

**【解】** 3 年前父子年齡之和為  $46-3 \times 2 = 40$  歲。題言父有子年之 4 倍多 5 歲。若父年減 5 歲。可適為子年之 4 倍。而父子年齡之和為  $40-5=35$  歲。與子 3 年前年齡之  $4+1=5$  倍相當。由是 3 年前子年為  $35 \div 5 = 7$  歲。故子現年為  $7+3 = 10$  歲。父現年為  $46-10=36$  歲。

**(61)** 父子年齡之差為 27 歲。知 3 年後。父有子年之 3 倍少 1 歲。求父子現年各若干。

$$(27+1) \div (3-1) - 3 = 11 \text{ 歲子年}$$

$$11+27=38 \text{ 歲父年}$$

**【圖】** 3年後父子年齡之差仍為27歲。題言父有子年之3倍少1歲。若父年加1歲。可適為子年之3倍。而父子年齡之差為 $27+1=28$ 歲。與子3年後年齡之 $3-1=2$ 倍相當。由是子3年後之年齡為 $28\div 2=14$ 歲。故子現年為 $14-3=11$ 歲。父現年為 $11+27=38$ 歲。

**(62)** 兄年15歲。弟年7歲。問若干年後。兄年之3倍。等於弟年之5倍。

$$(15\times 3-7\times 5)\div (5-3)=5 \text{ 年後}$$

**【圖】** 兄年之3倍為 $15\times 3=45$ 歲。弟年之5倍為 $7\times 5=35$ 歲。是兄年之3倍。比弟年之5倍多 $45-35=10$ 歲。如題言兄年以3倍計。弟年以5倍計。是每年弟追及兄 $5-3=2$ 歲。所差之10歲。弟需 $10\div 2=5$ 年後可追及兄。即所求為5年後也。

**(63)** 父年為子年之3倍。父8年前與子5年後年齡之和為41歲。求父子現年各若干。

38 五百難題詳解(上編)

$$(41+8-5)\div(3+1)=11 \text{ 歲子年}$$

$$11\times 3=33 \text{ 歲父年}$$

【圖】依題意，知現年父子年齡之和為  $41+8-5=44$  歲。題言父年為子年之 3 倍，由是 44 歲與子現年之  $3+1=4$  倍相當，故子現年為  $44\div 4=11$  歲，父現年為  $11\times 3=33$  歲。

(64) 兄年 20 歲，弟年 12 歲，求若干年前，兄年為弟年之 5 倍。

$$12-(20-12)\div(5-1)=10 \text{ 年前}$$

【圖】(1) 兄弟年齡之差為  $20-12=8$  歲，兄為弟年之 5 倍時，8 歲為弟年之  $5-1=4$  倍，因而兄為弟年之 5 倍時，弟年為  $8\div 4=2$  歲，故所求為  $12-2=10$  年前。

$$(12\times 5-20)\div(5-1)=10 \text{ 年前}$$

【圖】(2) 弟年之 5 倍比兄年多  $12\times 5-20=40$  歲，弟年以 5 倍計算，是每 1 年前，弟年減 5 歲，而兄年減 1 歲，弟比兄年多減  $5-1=4$  歲，所多之 40 歲，須減  $40\div 4=10$  年為 0，故所求之時為 10 年前。

〔應用問題其七〕(三人以上年齡)

(65) 母與子女計算年齡。但云。3年前母與子共54歲。今年母與女共58歲。10年後子與女共50歲。問各人現年。

【圖】今年母子共 $=54+3\times 2=60$ 歲。

又子女共 $=50-10\times 2=30$ 歲。

故今年三人年齡和之2倍 $=58+60+30=148$ 。

由是三人年齡之和 $=148\div 2=74$ 歲。

故今年母 $=74-30=44$ 歲。

子 $=74-58=16$ 歲。女 $74-60=14$ 歲。

(66) 今年父年等於三子年之和。9年後則等於長次子年之和。又經3年則等於長幼子年之和。又經3年。則等於次幼子年之和。求各人現年。

【圖】9年後父增9歲。三子共增之歲數 $=9\times 3=27$ 歲。

則其時父年比三子年之和少 $(27-9)=18$ 歲。



40 五百難題詳解(上編)

而其時父年等於長次子年之和,即其時幼子年18歲,故今年幼子 $=18-9=9$ 歲,

$9+3=12$ 年後,父年等於長幼子年之和,依前理今年次子 $=12$ 歲,

$12+3=15$ 年後,父年等於次幼子年之和,依前理今年長子 $=15$ 歲,父年 $=15+12+9=36$ 歲,

(67) 或問某人之子孫年齡,答曰,今年我60歲,子年3倍於孫,我子十年前年齡之4倍比我現年所多等於我孫十年後年齡之2倍比我現年所少,求子孫之現年,

【譯】子十年前年齡之4倍,即孫現年之3倍減10之差之4倍,即孫現年之12倍減40之差,

此數比某人現年所多,即孫現年之12倍減 $(40+60)=100$ 之差,

孫十年後年齡之2倍,即孫現年之2倍與20之和,此數比某人現年所少,即 $(60-20)=40$ 減孫現年之2倍之差,

由是孫現年之12倍減100等於40減孫現年之2倍。

故孫現年之12倍等於 $(100+40)=140$ 減孫現年之2倍。

由是孫現年之 $(12+2)=14$ 倍等於140。

故孫現年 $=140\div 14=10$ 歲。

子現年 $=10\times 3=30$ 歲。

**(68)** 父年25歲。長子8歲。次子4歲。幼子1歲。問幾年後。3子年齡之和。與父年相等。

$$\{25-(8+4+1)\}\div(3-1)=6\text{年後}$$

**【解】** 現年3子年齡之和為 $8+4+1=13$ 歲。父比3子年齡之和多 $25-13=12$ 歲。每1年後3子共增3歲。父增1歲。子年比父年多增 $3-1=2$ 歲。是現年父比子所多之12歲。須 $12\div 2=6$ 年後子年可追及父年。即所求之時為6年後也。

**(69)** 祖年80歲。長孫年23歲。次孫年17歲。問幾年前。祖年3倍於兩孫之

年。

$$\{(23+17) \times 3 - 80\} + (2 \times 3 - 1) = 8 \text{ 年前}$$

**【例】** 兩孫年齡之和為  $23+17=40$  歲。其 3 倍為  $40 \times 3 = 120$  歲。超過其祖父之年為  $120 - 80 = 40$  歲。但去年兩孫年齡之和。比今年少 2 歲。則其 3 倍比今年少  $2 \times 3 = 6$  歲。而祖父去年僅少 1 歲。故去年兩孫年齡之 3 倍。超過祖父年齡之數。比今年所超過少  $6 - 1 = 5$  歲。同理前年。當再少 5 歲。故今年所超過之 40 歲。當於  $40 + 5 = 8$  年前恰為 0。即所求之時為 8 年前也。

**(70)** 3 子年齡之和為 50 歲。知長子與次子年齡之差為 6 歲。次子 3 倍與幼子 2 倍之和。減去長子之年齡。則為 48 歲。求 3 子年齡各若干。

$$(48 + 6) - (50 - 6) = 10 \text{ 歲幼子}$$

$$(50 - 10 - 6) \div 2 = 17 \text{ 歲次子}$$

$$17 + 6 = 23 \text{ 歲長子}$$

**【例】** 長子與次子年齡之差為 6 歲。故  $50 - 6$

$= 44$  歲。爲次子 2 倍與幼子 1 倍之和。又  $48+6$   
 $= 54$  歲。爲次子 2 倍與幼子 2 倍之和。從次子  
 2 倍與幼子 2 倍之和。減去次子 2 倍與幼子  
 1 倍之和。則爲幼子之年齡明矣。故幼子年齡  
 爲  $54-44=10$  歲。次子年齡爲  $(50-10-6) \div 2=17$   
 歲。長子年齡爲  $17+6=23$  歲。

**(71)** 父年爲 2 子之 5 倍。8 年後  
 則爲 2 子之 2 倍。知 2 子年齡之差爲  
 4 歲。求 3 人現年各若干。

$$\{(8 \times 2 \times 5 - 8) \div (5 - 2 + 4)\} + 2 - 8 = 6 \text{ 歲長子}$$

$$6 - 4 = 2 \text{ 歲次子} \quad (6 + 2) \times 5 = 40 \text{ 歲父年}$$

**【解】** 8 年後 2 子共增  $8 \times 2 = 16$  歲。若父年增  
 $16 \times 5 = 80$  歲。則父年仍爲 2 子之 5 倍。因 8 年  
 後父僅增 8 歲。而爲 2 子年之 2 倍。即父少增  
 $80 - 8 = 72$  歲。適當於 8 年後 2 子年齡之和之 5  
 $- 2 = 3$  倍。故 8 年後 2 子年齡之和爲  $72 \div 3 = 24$   
 歲。知 2 子年齡之差爲 4 歲。依和差之理。長子  
 8 年後爲  $(24 + 4) \div 2 = 14$  歲。故長子現年爲  $14 - 8$

44 五百難題詳解(上編)

=6歲次子現年為 $6-4=2$ 歲父現年為 $(6+2) \times 5=40$ 歲

(72) 父年25歲母年27歲子年8歲。問自今幾年後。父母年齡之和。為子年之5倍。

$$\{(25+27)-8 \times 5\} \div (5-2)=4 \text{年後}$$

【圖】父母年齡之和為 $25+27=52$ 歲。現年父母年齡之和。比子年之5倍多 $52-8 \times 5=12$ 歲。但以5倍計算子年增1歲。須父母年齡之和增5歲。則父母年齡之和始能保持子年之5倍多12歲。而父母每年共增2歲。照5歲少增 $5-2=3$ 歲。由是所多之12歲。須 $12 \div 3=4$ 年後始能消除。故所求為4年後也。

〔應用問題其八〕(行程算法)

行程算法	方	法
— 人	距離	= 速度 $\times$ 時間
— 人	時間	= 距離 $\div$ 速度

甲乙二人對向相遇	時間=距離÷(甲速+乙速)
甲 追 及 乙	時間=距離÷(甲速-乙速)
甲 乙 同 向	距離=(甲速-乙速)×時間
甲 乙 反 向	距離=(甲速+乙速)×時間

(73) 有甲乙二旅人乘三等火車。所攜行李共200斤。除二人三等車免費之重外甲應付加磅費1元8角。乙應付1元。若將此行李屬於一人。則加磅費須3元4角。問三等車每客行李免費重量若干。

【解】 一人帶200斤比二人所帶多出 $34-(18+10)=6$ 角。

即一客免費重量之斤數之費為6角。

又一人帶200斤須加費3元4角。

若免費重量亦不免費。則須付 $34+6=40$ 角。

即200斤之費為40角。故每斤之費 $=40\div 200$

$=0.2$ 角。由是一客免費之重量 $=6\div 0.2=30$

斤。

**(74)** 每日甲行80里,乙行60里。兩人同時自東城往西城。甲行60里後,因有物未攜,折回原地,取物立行,其後適與乙同時到達西城。問兩城距離若干。

**【解】** 甲行60里後,因取物折回原地。

往返已歷  $60 \times 2 \div 80 = 1.5$  天。

此時乙已行  $60 \text{里} \times 1.5 = 90$  里。

甲需  $90 \div (80 - 60) = 4.5$  天追及乙。

即甲行全路需45天。

故兩城相距  $80 \text{里} \times 4.5 = 360$  里。

**(75)** 甲乙兩人同時自東城到西城。甲每時行15里,乙每時行7里。甲到後,乙尚距西城16里。問東西兩城相距若干。

**【解】** 甲到後乙尚距西城56里。

即在同時內甲比乙多行56里。

但甲比乙每時多行  $15 - 7 = 8$  里。

今甲比乙多行55里。故知已行 $56 \div 8 = 7$ 時。  
故東西兩城相距 $15 \times 7 = 105$ 里。

**(76)** 某地有甲乙丙3橋。甲距乙3里158步乙距丙5里216步。有人從甲橋起經乙橋而至丙橋。問共行路若干？

**【解】** 某人所行之路。為甲距乙乙距丙二距離之和。而依道里之名稱。及關係計之。測得題式如下：

$3$ 里 $158$ 步 $+5$ 里 $216$ 步 $=9$ 里 $14$ 步即某人所行之路。

**(77)** 甲每時行12里乙每時行17里。甲於午前8時出發。乙於10時30分在甲出發地起追求追及之處。距出發地若干里。

$$17 \times \{12 \times (10.5 - 8) + (17 - 12)\} = 102 \text{里}$$

**【解】** 甲先行 $10.5 - 8 = 2.5$ 時。知乙出發時。甲在前 $12 \times 2.5 = 30$ 里。乙每時比甲多行 $17 - 12 = 5$



里。由是乙行  $30 \div 5 = 6$  時能追及甲。故追及之處 120 里

**(78)** 甲乙 2 人在兩地相向而行。則 10 分鐘相會。若每分鐘之速各減 2 丈。則 12 分鐘相會。求兩地距離若干。

$$(2 \times 2) \times 10 + (12 - 10) \times 12 = 240 \text{ 丈}$$

**【圖】** 每分鐘各減 2 丈。則 2 人每分鐘共減  $2 \times 2 = 4$  丈。若仍行從前之時間。則 2 人之距離尚有  $4 \times 10 = 40$  丈。知此 40 丈。為後之  $12 - 10 = 2$  分鐘所行。由是後來 2 人每分鐘共行為  $40 \div 2 = 20$  丈。故兩地之距離為  $20 \times 12 = 240$  丈

**(79)** 甲每時行 9 里。乙每時行 12 里。今 2 人同時起程。行同距離。乙比甲早到 2 時。求此路長若干。

$$12 \times \{(9 \times 2) \div (12 - 9)\} = 72 \text{ 里}$$

**【圖】** 乙比甲早到 2 時。是乙到時。甲在後  $9 \times 2 = 18$  里。而每時甲後乙  $12 - 9 = 3$  里。今甲後乙 18 里。知所行為  $18 \div 3 = 6$  時間。是乙自出發至達

到之時間爲6時.故此路之長爲 $12 \times 6 = 72$ 里

(80) 每小時甲行12里.乙行9里.兩人同時由東地往西地.甲行15里後因有物忘却.回到原處帶了再走.遂較乙後到1時.求兩地之距離若干.

$$12 \times [9 \times (15 \times 2 \div 12) - 9 \times 1] \div (12 - 9) = 54 \text{ 里}$$

【解】甲行15里回到原處.是比乙多行 $15 \times 2 = 30$ 里.費 $30 \div 12 = 2.5$ 時.故甲第2次由東地起身時.乙在前 $9 \times 2.5 = 22.5$ 里.如乙至西地後仍行前進及甲至西地時.甲乙之距離爲 $9 \times 1 = 9$ 里.故甲由東地至西地之行程.能追乙 $22.5 - 9 = 13.5$ 里.而每時甲追乙 $12 - 9 = 3$ 里.由是甲行爲 $13.5 \div 3 = 4.5$ 時.故東西地之距離爲 $12 \times 4.5 = 54$ 里

(81) 甲乙丙3縣.甲乙及乙丙2距離之和.比甲丙之距離多51里.今有張趙2人.同時動身.趙由甲繞乙至丙.張由丙繞乙至甲.張比趙每時多行1里.於8時後2人適會於乙.如張

由丙向甲。趙由甲向丙。則 5 時後 2 人相會於路。求甲乙丙 3 縣之距離各若干里。

$$51 \div (8-5) \times 5 = 85 \text{ 里 甲丙縣之距離。}$$

$$\{(85+51)-(1 \times 8)\} \div 2 = 64 \text{ 里 甲乙縣之距離。}$$

$$85+51-64=72 \text{ 里 乙丙縣之距離。}$$

**【解】** 依題言。知甲乙縣與乙丙縣距離之和。須張趙 2 人共行 8 時。甲丙縣之距離。須張趙 2 人共行 5 時。所差之  $8-5=3$  時。即所多之 51 里。是張趙 2 人每時共行爲  $51 \div 3=17$  里。故甲丙縣之距離爲  $17 \times 5=85$  里。甲乙縣及乙丙縣 2 距離之和。爲  $85+51=136$  里。知張比趙每時多行 1 里。8 時則多行  $1 \times 8=8$  里。即乙丙縣比甲乙縣之距離多 8 里。故甲乙縣之距離爲  $(136-8) \div 2=64$  里。乙丙縣之距離爲  $136-64=72$  里。

(應用問題其九)(速度算法)

(82) 設有人力車。每時能行 5 里。自午前 6 時出發。今有馬車每時能行

8里。自午前9時出發追之。問馬車於何時追及？

【解】人力車每時行5里。自午前6時出發。至馬車起行之時。已先行 $(9-6)=3$ 時矣。可得 $(5 \times 3)=15$ 里。即在馬車前15里也。馬車每時能行8里則每時比人力車多行 $(8-5)=3$ 里也。再視人力車在馬車前之里數內。有若干3里。即須追若干時也。但時鐘之計算。以○點與12點周而復始。故自出發之時。加追及之時和數內。減去12即爲馬車追及人力車在午後之時間。題式如下：

$$5 \times (9-6) \div (8-5) + 9 - 12 = 15 \div 3$$

$$+ 9 - 12 = 5 + 9 - 12 = 2 \text{ 時即下午 2 時也。}$$

(83) 有貨船2隻。第一隻每時之速5里72步。第二隻每時之速6里297步。今於同時同地開船相背而行。問3時後相距幾何？

【解】題既言2船於同時同地相背而行。則

52 五百難題詳解(上編)

每時共行必爲 2 船速度之和。即兩船每時之距離以 3 倍之。即得 3 時後之距離。題式如次

$$5\text{里}72\text{步}+6\text{里}297\text{步}=12\text{里}9\text{步}.$$

$12\text{里}9\text{步}\times 3=36\text{里}27\text{步}$ 。即 2 船 3 時後相距之數。

(84) 甲地與乙地相距 354 里。某人於 7 日內往返一次。問每日平均行路若干？

【解】題言某人於 7 日內往返此距離一次。則其 7 日內所行者必爲  $(354\times 2)=708$  里。以 7 除之。即得 1 日所行。題式如次：

$$354\times 2\div 7=708\div 7=101\text{里}\cdots 1$$

$1\times 360\div 7=51\text{步}\cdots 33$ 。即某人每日行 101 里 51 步 2 尺強。

(85) 從甲經乙而行於丙甲至乙爲 9 里 162 丈。至丙 29 里 126 丈。午前 10 時 30 分自甲出發午前 11 時 20 分經乙之人。(同此速度而行)問何時達於丙

?(1分未滿四捨五入)

【解】依題意將道里及時鐘之名稱改爲同名數。自11時20分內減去10時30分。所餘者爲自甲行乙之時間。以之除甲至乙之距離。則得每時之速度。再從甲至丙之距離內減去甲至乙之距離。則得乙至丙之距離。以同前之速度除之。即得乙行丙之時間。與11時20分相加。減去時鐘一週之數。即爲達於丙之時間。題式如下：

$$\begin{aligned} & \{(29 \times 180 + 126) - (9 \times 180 + 162)\} \div \{(9 \times 180 + 162) \div (11.333 - 10.5)\} + 11.333 - 12 = \{5346 - 1782\} \div \{1782 \div .8333\} + 11.333 - 12 \\ & = 3564 \div 2139 + 11.333 - 12 \\ & = 1.667 + 11.333 - 12 = 13 - 12 = 1 \text{ 時即午後1時可到。} \end{aligned}$$

(86) 人力車之速度。與前題同。而於午前10時50分從某地出發。欲行23里8丈之路。問何時可達？(求到分以下四捨五入)

54 五百難題詳解(上編)

**【題】** 同前題求得所需之時間。與10時50分相加。足時鐘一週之數須減去之。即得所求。題式如下：

$(23 \times 180 + 8) \div (10 \times 180 + 30) = 4148 \div 1830 = 2.266$ 小時。 $266 \times 60 = 16$ 分即2時16分+10時50分-12時=1時6分下午1時6分可到。

**(87)** 甲出發2時後。乙始在甲出發地後4里之地出發。乙經6時追及甲若乙每時之速度10里。求甲每時之速度若干。

$$(10 \times 6 - 4) \div (2 + 6) = 7 \text{ 里}$$

**【題】** 乙行  $10 \times 6 = 60$  里追及甲。乙在甲出發地後4里之地出發。是甲行  $2 + 6 = 8$  時為  $60 - 4 = 56$  里。故甲每時之速度為  $56 \div 8 = 7$  里

**(88)** 甲乙兩火車。1長95尺。1長81尺。若相向而行。自相會至離開。歷時4秒。若甲車追乙車。則自追及至越過。歷時16秒。求兩車每秒之速度各若干。

$[\{(95+81)\div 4\} + \{(95+81)\div 16\}]\div 2 = 27.5$ 尺甲車每秒速度。

$(95+81)\div 4 - 27.5 = 16.5$ 尺乙車每秒速度。

**【圖】** 自相會至離開，兩車所行之和，恰等於兩車長之和。甲車追乙車，自追及至越過，兩車所行之差，亦恰等於兩車長之和。由是每秒兩車所行之和為  $(95+81)\div 4 = 44$  尺，每秒兩車所行之差為  $(95+81)\div 16 = 11$  尺。依和差題算法，甲車每秒行  $(44+11)\div 2 = 27.5$  尺，乙車每秒行  $44 - 27.5 = 16.5$  尺。

**(89)** 甲乙2人，同時同地同向而行，每日甲行75里，中途返行乙2.5日之歸路，再向前追乙，至追及乙，計行20日，求乙每日行若干里。

$$(75 \times 20) \div (20 + 2.5 \times 2) = 60 \text{里}$$

**【圖】** 甲返行乙2.5日之歸路，是往返各1次。知甲追及乙時，甲比乙多行乙  $2.5 \times 2 = 5$  日之路，即甲行20日之路，須乙行  $20 + 5 = 25$  日，而甲行



20日之路。爲  $75 \times 20 = 1500$  里。故乙每日之行程  
爲  $1500 \div 25 = 60$  里

(90) 甲乙2童賽跑。每分鐘之速度。甲比乙之2倍少18丈。今乙先行81丈。甲始出發。則經9分鐘追及乙。求甲乙每分鐘之速度各若干。

$(81 \div 9 + 18) \div (2 - 1) = 27$  丈乙每分鐘之速度。

$27 \times 2 - 18 = 36$  丈 甲每分鐘之速度。

【圖】乙在前81丈。甲經9分鐘追及乙。是每分鐘甲比乙多行  $81 \div 9 = 9$  丈。題言每分鐘之速度。甲比乙之2倍少18丈。由是  $9 + 18 = 27$  丈。與乙每分鐘速度之  $2 - 1 = 1$  倍相當。故乙每分鐘之速度爲  $27 \div 1 = 27$  丈。甲每分鐘之速度爲  $27 \times 2 - 18 = 36$  丈。

(91) 甲乙2挑夫同行540里之距離。甲先行6日。乙起追之。及乙追及甲之日。2人已同達終點。但乙追至

第8日。詢之棧主。答曰前2日宿此。問乙再幾日追及甲。並各人每日之速度若干？

【解】甲既先行6日乙又在後追8日。是甲已行6日與8日之和。但乙追8日所至之地。甲前2日宿此。是甲行 $(14-2)=12$ 日即至此地也。亦即乙8日能行甲12日之路明矣。亦即乙1日能行甲 $(12\div 8)=1.5$ 日之路也。是乙每日比甲快 $(1.5-1)=.5$ 日也。而題言乙追至第8日時。甲先2日宿此。是此後所追者祇先行2日之路也。視察2日能包若干。5日即再須若干日追及也。因得題式如下：

$$2\div\{(6+8-2)\div 8-1\}=2\div\{12\div 8-1\}=2\div\{1.5-1\}=2\div .5=4\text{日追及。}$$

又題言乙追及甲之日。已同達終點。即乙行此距離須8日與4日之和。故乙之速度爲 $540\div(8+4)=540\div 12=45$ 里。又甲行此距離之日數爲乙在路土追及12日與先行6日之和。故

甲每日之速度為  $540 \div (12+6) = 540 \div 18 = 30$  里。

(92) 張王 2 學生。同行 540 里之距離。張先行 6 日。王起追之。及王追及之日。2 人已同達終點。但王追至第 8 日。詢之路警。答云前 2 日過此。求張王每日之速度各若干。

$540 \div [6 \div \{(6+8-2) \div 8-1\}] = 45$  里王每日之速度。

$540 \div (540 \div 45 + 6) = 30$  里張每日之速度

【解】 王追至第 8 日時。張已行  $6+8=14$  日。題言張前 2 日宿此。是王 6 日之行程。與張  $14-2=12$  日之行程相等。即王行 1 日之路。須張行  $12 \div 6 = 2$  日。王每日比張多行張  $2-1=1$  日之路。知張先行 6 日。須王行  $6 \div 1 = 6$  日可追及。即王行 540 里之距離。需 12 日可矣。故王每日之速度為  $540 \div 12 = 45$  里張先行 6 日。是張行  $540 \div 45 + 6 = 18$  日可達。故張每日之速度為  $540 \div 18 = 30$  里。

(93) 東西兩地相距90里,甲乙2人,同時自東地向西地而行,甲比乙每時多行2里,甲至西地後,返行15里遇乙,求甲乙每時之速度各若干.

$$(90+15) \div (15 \times 2 \div 2) = 7 \text{ 里甲每時之速度.}$$

$$7-2=5 \text{ 里乙每時之速度.}$$

【解】 甲遇乙時,甲比乙多行 $15 \times 2 = 30$ 里,題言甲比乙每時多行2里,因而相遇時所行為 $30 \div 2 = 15$ 時,甲於15時內行 $90 + 15 = 105$ 里,故甲每時之速度為 $105 \div 15 = 7$ 里乙每時之速度為 $7 - 2 = 5$ 里又此題先求乙之速度題式如下:

$$(90-15) \div (15 \times 2 \div 2) = 5 \text{ 里}$$

(94) 甲乙2人相距若干里,若同時各在其所在地,相向而行,則4時相會,若同向而行,則乙於36時後追及甲,2人每時速度之差為2里,求甲乙每時之速度各若干.

$$\{(2 \times 36 \div 4) + 2\} \div 2 = 10 \text{ 里 乙每時之速度.}$$

$10-2=8$  里 甲每時之速度。

【圖】乙於36時後追及甲，又2人每時速度之差為2里，是2人之距離為 $2 \times 36=72$ 里。題言相向而行4時相會，是甲乙每時速度之和為 $72 \div 4=18$ 里。依和差之理，乙每時之速度為 $(18+2) \div 2=10$ 里，甲每時之速度為 $10-2=8$ 里。

(應用問題其十)(時期算法)

(95) 現時世界徒步競走之最優者為友邦人，其於10.24秒能走100米，問保此速度，1小時後能行幾里？

【圖】依時間之關係，將小時變為秒數，視其內能包含若干10.24秒，即能行若干100米矣。故是為共行米數之數，而後成我英尺，再以道里之關係而變為里數，即得所求。題式如下：

$$\begin{aligned} 1 \times 60 \times 60 \div 10.24 \times 100 \times 3.125 \div 1800 &= 3600 \div 10. \\ 24 \times 100 \times 3.125 \div 1800 &= 351.5625 \times 100 \times 3.125 \div 1800 \\ &= 109863.28125 \div 1800 = 61.035 \text{ 里} \\ 0.035 \times 180 &= 6 \text{ 丈強} \end{aligned}$$

即長保此速度1時可行61里6丈強。

(96) 甲於午前10時50分徒步出發某地.乙於午後零時20分乘自轉車追之.每時之速甲行8里乙行18里.問乙於何時何地追及甲?

【解】  $12時 - 10時50分 + 20分 = 1時30分$  即  $=1.5$  小時甲比乙先行之時間.  $1.5 \times 8 = 12$  里甲在乙前之里數即乙應追之里數.  $18 - 8 = 10$  里乙比甲快之數.  $12 \div 10 = 1.2$  小時.  $2 \times 60 = 12$  分即 1 小時 12 分爲乙追甲所用之時間. 而乙出發之時爲零時 20 分. 故  $1時12分 + 20分 = 1時32分$  即午後 1 時 32 分乙能追及甲也.  $1.2 \times 18 = 21.6$  里乙追及甲之地距出發點 21.6 里.

(97) 甲乙二城相距 150 里一人自甲起行向乙.每行 10 里則休息半時而復行.求此人在途中休息所費之時間幾何.

【解】 途中每 10 里.則休息半時.  
但既到乙城即不須計算所休息之半時.

故共行 150 里應休息  $150 \div 10 - 1 = 14$  次。

故此人在途中休息所費時爲  $0.5$  時  $\times 14 = 7$  時。

(98) 東西兩地相距 286 丈。有甲丙 2 人自東而西。乙 1 人自西而東。同時出發。每分鐘之速。甲 14 丈。乙 12 丈。丙 10 丈。問甲乙相會之後。需經若干時間。乙丙始能相會。

$$286 \div (10 + 12) - 286 \div (14 + 12) = 2 \text{ 分鐘}$$

【解】依題意。知甲乙每分鐘共行  $14 + 12 = 26$  丈。乙丙每分鐘共行  $10 + 12 = 22$  丈。是甲乙相會需  $286 \div 26 = 21$  分鐘。乙丙相會需  $286 \div 22 = 23$  分鐘。故求得題問需經  $23 - 21 = 2$  分鐘。

(99) 甲乙丙 3 人。由同地向同方向而行。每時之速度。甲 8 里。乙 6 里。丙 5 里。丙比乙早 2 時間出發。問甲比乙後若干時出發。則同時追及丙。

$$5 \times 2 \div (6 - 5) = 10 \text{ 時。乙行 10 時追及丙。}$$

$$10 - (6 \times 10 \div 8) = 2.5 \text{ 時 甲後乙 2 時 30 分出}$$

發,則同時追及丙。

**【解】** 乙出發時,丙在前 $5 \times 2 = 10$ 里,乙比丙每時多行 $6 - 5 = 1$ 里,故乙需行 $10 \div 1 = 10$ 時追及丙。乙行10時為 $6 \times 10 = 60$ 里,若甲行60里,則需 $60 \div 8 = 7.5$ 時,故知甲後乙 $10 - 7.5 = 2.5$ 時出發,則同時追及丙。

**(100)** 甲乙2人,每日甲行60里,乙行48里,甲每行100里休息2日,乙每行180里休息3日,今2人同時往720里之處,問到時相差幾日。

**【註】** 知甲於途中休息7次,乙於途中休息3次,得式如下。

$$\{(720 \div 60) + (2 \times 7)\} - \{(720 \div 48) + (3 \times 3)\} = 2 \text{日}$$

到時乙在甲前2日。

**【解】** 依上所註,知甲於途中休息 $2 \times 7 = 14$ 日,乙於途中休息 $3 \times 3 = 9$ 日,又行路之日數,甲為 $720 \div 60 = 12$ 日,乙為 $720 \div 48 = 15$ 日,故到時甲共需 $12 + 14 = 26$ 日,乙共需 $15 + 9 = 24$ 日,2者相差為



25-24=2日 即現時乙在甲前2日

(應用問題其十一)(船行求水力)

水流算法 關於水流划力同時間之算法也

順流速度	= 划力 + 水流
逆流速度	= 划力 - 水流
划力	= (順流速度 + 逆流速度) ÷ 2
水流	= (順流速度 - 逆流速度) ÷ 2

(101) 某船之速度,在靜水中每時可行14里,若逆流而上,11時能行99里,問順流而下,幾何時能行494里

【解】 某船之逆流而上,11時行99里,是1時能行  $(99 \div 11) = 9$  里也,所以比在靜水中少行  $(14 - 9) = 5$  里者,因為水之力衝回故也,即水流之力亦5里也,下行之速度,即在靜水中之速度,加水流之力為  $(14 + 5) = 19$  里,視494內有若干19即須若干時也,題式如下:

$$494 \div (14 - 99 \div 11 + 14) = 494 \div (14 - 9 + 14)$$

$$=494 \div 19 = 26 \text{ 時} \quad \text{即 26 時可行 494 里.}$$

(102) 某河水每時之速度,中流75里,沿岸45里,今沿岸上行12時,達480里,若由中流返原地,問需幾時.

$$\text{【解】 沿岸上行每時} = 480 \text{ 里} \div 12 = 40 \text{ 里.}$$

$$\text{則舟行速度} = 40 \text{ 里} + 45 \text{ 里} = 85 \text{ 里.}$$

$$\text{由中流下行每時} 85 \text{ 里} + 75 \text{ 里} = 160 \text{ 里.}$$

$$\text{故由中流返原地所需時數} = 480 \div 160 = 3 \text{ 時.}$$

(103) 甲乙二舟逆流而上,行720里,甲需24時,乙需60時,若順流而下,甲需8時,問乙需幾時.

$$\text{【解】 甲每時逆流所行} = 720 \text{ 里} \div 24 = 30 \text{ 里.}$$

$$\text{順流} = 720 \text{ 里} \div 8 = 90 \text{ 里.}$$

$$\text{故甲舟速度} = (30 \text{ 里} + 90 \text{ 里}) \div 2 = 60 \text{ 里. 水流速度} = 90 \text{ 里} - 60 \text{ 里} = 30 \text{ 里.}$$

$$\text{乙每時逆流} = 720 \text{ 里} \div 60 = 12 \text{ 里.}$$

$$\text{則順流} = 12 \text{ 里} + 30 \text{ 里} \times 2 = 72 \text{ 里.}$$

故乙順流所須時 $=720 \div 72=10$ 時。

**(104)** 舟人當水流速度每時3里時逆流而上。4時可行4里。返時水流速度為前之2倍。問幾時可行75里。

**【解】** 逆流每時 $=4里 \div 4=1$ 里。(即划行速度與水流速度之差。)故划行速度每時 $=3里+1里=4$ 里。

返時水流速度 $=3里 \times 2=6$ 里。而舟順流行。故每時可行 $6里+4里=10$ 里。

由是 $75 \div 10=7.5$ 時可行75里。

**(105)** 某河同時甲船自上埠往下埠。乙船自下埠往上埠經8時間。於兩埠距離中央下流44里之處相遇。划行每時速度。甲18里乙23里。求水流每時速度如何。

$$\{(44 \times 2 \div 8) + (23 - 18)\} \div 2 = 8 \text{里}$$

**【解】** 2船於距離中央下流44里之處相遇。是甲所行比全距離之半多44里。乙所行比全

距離之半少44里,其行程之差爲 $44 \times 2 = 88$ 里,是每時甲比乙多行 $88 \div 8 = 11$ 里,知每時之划力乙比甲多 $23 - 18 = 5$ 里,因而11里,即水流之2倍與划行速度5里之差也,由是 $11 + 5 = 16$ 里,爲水速之2倍明矣,故水流每時速度爲 $16 \div 2 = 8$ 里

(106) 某舟之划速每時8里,順行於中流5時可達之處,若順行於沿岸,則需8時,知中流水速爲沿岸水速之4倍,求中流水速沿岸水速每時各若干里。

$$8 \times (8 - 5) \div (5 \times 4 - 8) \times 4 = 8 \text{里}$$

【圖】中流水速爲沿岸水速之4倍,故順行於中流5時所行之距離,等於5時划行之行程,與沿岸水流 $5 \times 4 = 20$ 時行程之和,而此距離等於沿岸8時下行之距離,即等於8時划行之行程,與沿岸8時水流行程之和,可知 $8 - 5 = 3$ 時划行之行程,則等於沿岸 $20 - 8 = 12$ 時水

68 五百難題詳解(上編)

流之速,而3時划行爲 $8 \times 3 = 24$ 里,故沿岸水流速度每時爲 $24 \div 12 = 2$ 里,則中流每時水速爲 $2 \times 4 = 8$ 里

(107) 某舟子其划行速度每時12.5里,今於某河下行每時之速度,爲上行每時速度之1.5倍,求每時之水力如何.

$$12.5 - (12.5 \times 2) \div (1.5 + 1) = 2.5 \text{里}$$

【解】 水力對於船之上行下行,一加一減,恰相抵消,故上下行每時速度之和,爲 $12.5 \times 2 = 25$ 里,題言下行速爲上行速之1.5倍,因而25里,與每時上行速度之 $1.5 + 1 = 2.5$ 倍相當,由是上行每時速度爲 $25 \div 2.5 = 10$ 里,故每時水力之速爲 $12.5 - 10 = 2.5$ 里

(108) 沿河上下兩鎮,相距160里,某船由上鎮往下鎮,往時順流需8時,返時逆流需20時,若往每時之水力7里,求返每時水力較前衰若干.

$$7 - \{(160 \div 8 - 7) - (160 \div 20)\} = 2 \text{里}$$

【圖】順流每時行  $160 \div 8 = 20$  里。爲水力與划力之和。則每時划力爲  $20 - 7 = 13$  里。逆流每時行  $160 \div 20 = 8$  里。爲水力與划力之差。由划力內。減去水力與划力之差。得逆流返時每時水力爲  $13 - 8 = 5$  里。故返時每時水力較前衰  $7 - 5 = 2$  里

(應用問題其十二)(船行求划力)

(109) 有渡路 990 海里。設有每小時行 12 海里之汽船。問須幾日幾時可到。每日所行里程若干？

【圖】依題意視 990 海里內有若干 12 海里。即須若干時。故以 12 除 990 即得所需之時間。再依時間之關係。而變爲諸等名稱。即得所求至每日所行里程之數。以 24 小時乘每小時之速度。再變爲里程之數。即得所求。題式如下：

$$990 \div 12 = 82.5 \text{小時} \quad 82 \div 24 = 3 \text{日}$$

$$10.5 \times 60 = 32 \text{即} 3 \text{日} 10 \text{小時} 20 \text{分可到。}$$

$$12 \times 24 \times 3.2153 = 288 \times 3.2153 =$$

926.0064 里每日所行里程

(110) 遼河每時水流之速 30 里。甲船自上埠往下埠。乙船同時自下埠往上埠。經 9 時間於距兩埠中央下流 243 里之處相遇。知甲船每時划力 51 里。求乙船每時划力如何。

$$\{(51+30) \times 9 - (243 \times 2)\} \div 9 + 30 = 57 \text{里}$$

【解】 下行爲水力與划力之和。甲船每時下行  $51+30=81$  里。甲乙船相遇時。甲船已行  $81 \times 9=729$  里。題言於距兩埠中央下流 243 里之處相遇。可知甲船比乙船多行  $243 \times 2=486$  里。亦知相遇之時。乙船行  $729-486=243$  里。由是乙船每時上行  $243 \div 9=27$  里。故乙船划力每時爲  $27+30=57$  里。

(111) 有船於遼河。順流下行每時之速 10 里。今逆流上行 5 時後 2 倍其划力。又行 3 時。共計達 53 里之地。求最初每時之划力如何。

$$\{53+10\times(5+3)\}\div\{1\times(5+3)+1\times5+2\times3\}=7\text{里}$$

**【解】** 下行之速爲划力與水力之和。上行之速爲划力與水力之差。今上行共 $5+3=8$ 時。行53里之路。若加以下行8時之路 $10\times8=80$ 里。共爲 $53+80=133$ 里。是水力相消。僅存划力之數。設最初划力每時之速爲1。則133里與最初划力之 $1\times(5+3)+1\times5+2\times3=19$ 倍相當。故最初每時之划力爲 $133\div19=7$ 里

**(112)** 有一船下行於42里之河中費6時上行費14時求每時水力與划力各如何

$$\{(42\div6)+(42\div14)\}\div2=5\text{里}\cdots\cdots\cdots\text{划力}$$

$$42\div6-5=2\text{里}\cdots\cdots\cdots\text{水力}$$

**【解】** 下行每時之速 $42\div6=7$ 里。爲划力與水力之和。上行每時之速 $42\div14=3$ 里。爲划力與水力之差。依和差之理。故求得每時划力爲 $(7+3)\div2=5$ 里。水力爲 $7-5=2$ 里

**(應用問題其十三) (船行求行程)**



(113) 某飛機順風而飛4小時飛360里今飛機出發某處順風往逆風回計往返之時間差3時知飛機逆風每時飛行75里求某處之距離若干

【解】飛機順風每時飛行 $360 \div 4 = 90$ 里。逆風每時飛行75里。是順風與逆風每時之差為 $90 - 75 = 15$ 里。題言往返時間差3時。設使飛機逆風回時。亦飛順風往之時間。則尙有 $75 \times 3 = 225$ 里未到原處。因每時少飛行15里之結果可知。由是順風往某處。所需之時間為 $225 \div 15 = 15$ 時。故某處之距離為 $90 \times 15 = 1350$ 里

(114) 有2舟。甲與一漂流物同時由河源向河口而行。乙亦同時自河口向河源而行。甲舟行4時與漂流物相距100里。乙舟行12時與漂流物相遇。2舟之划速相同。問河源至河口之距離若干。

$$100 \div 4 \times 12 = 300 \text{里}$$

**【解】** 下行舟與漂流物相距之路程，爲划力之結果。因甲舟行4時距離物100里，是划速每時爲 $100 \div 4 = 25$ 里。又上行舟與漂流物行程之和，亦恰爲划力之結果。而上行舟12時間遇漂流物故河源至河口之距離，爲 $25 \times 12 = 300$ 里。

〔應用問題其十四〕(船行求時期)

(115) 有兩輪船競賽。甲船每分行37丈。乙船每分行28丈。今甲船首追及乙船尾後。經1分8秒。甲船尾始離乙船首。若兩船之長相等。問其長幾何。

**【解】** 甲船比乙船每分鐘多行 $37 \text{丈} - 28 \text{丈} = 9 \text{丈}$ 。則1秒鐘甲船比乙船多行 $9 \text{丈} \div 60 = 0.15 \text{丈}$ 。1分8秒間。甲船多行 $9 \text{丈} \times 1 + 0.5 \text{丈} \times 8 = 10.2 \text{丈}$ 。(兩船之共)長因兩船之長相等。故船長 $= 10.2 \text{丈} \div 2 = 5.1 \text{丈}$ 。

(116) 某船之划力每時15里。今河長432里。下行需24時。問上行需若干時。

$$432 \div \{15 - (432 \div 24 - 15)\} = 36 \text{ 時}$$

\* **【圖】** 每時下行  $432 \div 24 = 18$  里。漲水力每時為  $18 - 15 = 3$  里。則上行每時行  $15 - 3 = 12$  里。故上行需  $432 \div 12 = 36$  時

(117) 甲先行 5 時。乙始出發追之。已知甲每時行 6 里。而乙追至 40 里時。尚不及甲 5 里。問乙再行若干里。追及甲。並乙每時之速度如何？

**【圖】** 甲每時之速度 6 里。先行 5 時。則甲在乙前 30 里可知。但題言乙追至 40 里時。尚不及甲 5 里。是乙行 40 里已追甲 25 里也。反之即追甲 25 里乙須行 40 里也。亦即追甲 1 里乙須行  $\{40 \div (30 - 5)\} = 40 \div 25 = 1.6$  里明矣。依題言是應再追甲 5 里。故乙再行  $1.6 \times 5 = 8$  里即可追及。又由已求得 40 里與 8 里之和。而知乙先後共行 48 里。以每時 6 里速度計算。則得  $(48 \div 6) = 8$  時。由是減去其先行 5 時。則甲被追及之時間為  $(8 - 5) = 3$  時。是乙即 3 時行 48 里也。因得甲

之速度為  $48 \div 3 = 16$  里。

(118) 沿河上下兩鎮相距 240 里。甲船由上鎮往下鎮，乙船同時由下鎮往上鎮，經 7.5 時相會。若甲乙船之划力相等，水流之速每時 4 里，求甲船到下鎮，比乙船到上鎮早到若干時。

$$[240 \div \{240 \div (7.5 \times 2) - 4\}] - [240 \div \{240 \div (7.5 \times 2) + 4\}] = 8 \text{ 時}$$

【解】水力對於船之上行下行，一加一減恰相抵消。兩船共行  $7.5 \times 2 = 15$  時相遇，故船每時之划力為  $240 \div 15 = 16$  里。乙船到上鎮需  $240 \div (16 - 4) = 20$  時。甲船到下鎮需  $240 \div (16 + 4) = 12$  時。由是甲船比乙船早到  $20 - 12 = 8$  時。

(119) 甲乙 2 船往返於 240 里之河中。甲上行 30 時下行 12 時，乙上行 20 時。問下行需若干時。

$$240 \div [240 \div 20 + \{(240 \div 12 - 240 \div 30) \div 2 \times 2\}] = 10 \text{ 時}$$

【例】甲船每時上行  $240 \div 30 = 8$  里。乙船每時上行  $240 \div 20 = 12$  里。甲船每時下行  $240 \div 12 = 20$  里。故水速每時  $(20 - 8) \div 2 = 6$  里。以乙船上行之速度。加水速之2倍。則得下行速度每時為  $12 + 6 \times 2 = 24$  里。故乙船下行需  $240 \div 24 = 10$  時。

(120) 某船從甲鎮順流往乙鎮9時可到。若每時之划力8里。水力2里。問由乙鎮返甲鎮需若干時。

$$(8+2) \times 9 \div (8-2) = 15 \text{ 時。}$$

【例】順流為划力與水力之和。每時行  $8+2=10$  里。故甲乙鎮之距離為  $10 \times 9 = 90$  里。逆流為划力與水力之差。每時行  $8-2=6$  里。故由乙甲鎮返甲鎮需  $90 \div 6 = 15$  時。

〔應用問題其十五〕(運輸之問題)

(121) 有火車二列。甲長92尺。乙長84尺。相對進行。自相遇至相離歷2秒。若同方向行自追及至追過歷8秒。求各車每秒速度。但甲車較快。

**【例】** 相對進行,自相遇至相離,二車共行之路長等於二車長之和。

故二車每秒速度之和  $= (92+84) \div 2 = 88$  尺。

同方進行,自追及至追過,甲車比乙車多行之路長,等於二車長之和。

故二車每秒速度之差  $= (92+84) \div 8 = 22$  尺。

由是甲車每秒速度  $= (88+22) \div 2 = 55$  尺。

乙車每秒速度  $= 88 - 55 = 33$  尺。

**(122)** 有等量之運貨船二艘,上行可得運費19元,下行可得運費12元,若甲船下行14.5里,乙船上行5.5里相遇,彼此交換貨物,各歸原地,問兩船各得運費若干。

**【解】** 兩地之距離為  $14.5+5.5=20$  里。

下行1里之運費  $= 12 \text{元} \div 20 = 0.6$  元。

上行1里之運費  $= 19 \text{元} \div 20 = 0.95$  元。

甲船上下14.5里得  $(0.6+0.95) \times 14.5 = 22.475$  元。

乙船上下5.5里應得  $(0.6+0.95) \times 5.5 = 8.525$  元。

(123) 空車每時行 10 里，載貨每時行 8 里。今以車 5 輛運米 440 袋，於 40 里之地。欲於 36 時間運畢。問每車每回須載米若干袋。

$$(440 \div 5) \div \{36 \div (40 \div 10 + 40 \div 8)\} = 22 \text{ 袋}$$

【解】車 5 輛運米 440 袋。則每輛須運  $440 \div 5 = 88$  袋。車之往返一次。需  $40 \div 10 + 40 \div 8 = 9$  時間。則 36 時間共運米  $36 \div 9 = 4$  回。故每車每回須載米  $88 \div 4 = 22$  袋。

(124) 空車每時行 9 里。載貨每時行 6 里。今於 36 里之距離。運取貨物。往返 3 回。共需 34.5 時間。問每回裝卸貨費時若干。

$$(34.5 \div 3) - (36 \div 6 + 36 \div 9) = 1.5 \text{ 時}$$

【解】每次往返與裝卸貨之時間。為  $34.5 \div 3 = 11.5$  時。而往返之時間為  $36 \div 6 + 36 \div 9 = 10$  時。故每回裝卸貨費  $11.5 - 10 = 1.5$  時。

(125) 有一車馳過舊制 2 里 42 步

之馬路.但知車輪回轉381次.求車輪周圍幾尺.

【解】舊制 1 里=360步. 1 步=5尺.

化 2 里 42 步為尺.即  $5 \text{ 尺} \times (360 \times 2 + 42) = 3810 \text{ 尺}$   
 10 尺故車輛周圍尺數為  $3810 \text{ 尺} \div 381 = 10 \text{ 尺}$

(126) 載重汽車 4 輛.於 60 里之地運米 300 袋.每車每次載米 25 袋於 30 時運畢.若空車每時行 15 里.求載貨每時行若干里.

$$60 \div [\{30 \div (300 \div 4 \div 25)\} - (60 \div 15)] = 10 \text{ 里}$$

【解】車 4 輛運米 300 袋.則每車運米  $300 \div 4 = 75$  袋.每車每次載米 25 袋.是每車運取  $75 \div 25 = 3$  次.於 30 時運畢.知往返每次需  $30 \div 3 = 10$  時.空車行 60 里為  $60 \div 15 = 4$  時.由是載貨行 60 里需  $10 - 4 = 6$  時.故載貨每時行  $60 \div 6 = 10$  里

(127) 有 3 自由車.其每分速度為 300 碼. 270 碼. 240 碼繞行於運動場之周.同時自某點出發.問歷若干時會於



原處。但運動場周圍10800碼。

【解】各車繞場一展之時間。爲  $10800 \div 300 = 36$  分。  $10800 \div 270 = 40$  分。  $10800 \div 240 = 45$  分。

由同時同地出發。至再會於原處。所歷時間。必爲36分。40分。45分之最小公倍數。(即360分。或6時。)

(128) 一軍艦以每時15哩之速。正開行於海中。發一砲。在距軍艦82.哩之處得聞其聲。問此砲聲達到時。此軍艦已航行幾哩。但音速每秒1000呎。

【解】1哩=6080呎。其地距軍艦爲  $6080 \times 8.2 = 49856$  呎。砲聲達到其地之時間爲  $49856 \div 1000 = 49.856$  秒。

故軍艦已航行  $15 \times 49.856 \div 360 = 0.2077$  哩。

(應用問題其十六) (種樹算法)

種 樹 算 法	方 法
在 一 旁 時	樹數 = (距離 ÷ 間隔) + 1
在 周 圍 時	樹數 = 距離 ÷ 間隔

(129) 松比栢高 1 尺 5 寸。松每年生長 6 寸。5 年後栢比松高 1 尺。求松每年生長若干。

$$(1.5 + .6 \times 5 + 1) \div 5 = 1.1 \text{ 尺}$$

【圖】松比栢高 1.5 尺。5 年之間松長  $.6 \times 5 = 3$  尺。題言 5 年之後。栢反比松高 1 尺。因而栢 5 年之生長為  $1.5 + 3 + 1 = 5.5$  尺。故栢每年生長為  $5.5 \div 5 = 1.1$  尺。

(130) 松高 1 丈 5 尺。栢高 1 丈 1 尺。每年之生長。松 7 寸栢 1 尺 2 寸。問幾年後松與栢之高相等。

$$(15 - 11) \div (1.2 - .7) = 8 \text{ 年後。}$$

【圖】松比栢高  $15 - 11 = 4$  尺。每年栢比松多長  $1.2 - .7 = .5$  尺。所高之 4 尺須  $4 \div .5 = 8$  年後栢高能追及松高。故所求為 8 年後也。

(131) 栢高 3 丈 4 尺。松高 2 丈 9 尺。每年之生長。栢 1 尺 4 寸松 8 寸。求若干年前松比栢高 4 尺。

$$(34-29+4) \div (1.4-.6) = 15 \text{ 年前.}$$

**【解】** 現在栢比松高  $34-29=5$  尺。求若干年前松比栢高 4 尺。須求得栢比松多減去  $5+4=9$  尺之時。適合題問。而每一年前。栢比松多減去  $1.4-.8=.6$  尺。故求得為  $9 \div .6=15$  年前松比栢高 4 尺。

**(132)** 栢高 4 丈 3 尺。松高 1 丈 1 尺。每年之生長。栢 2 尺松 1 尺 5 寸。求幾年後栢高為松高之 3 倍。

$$(43-11 \times 3) \div (1.5 \times 3 - 2) = 4 \text{ 年後}$$

**【解】** 假設松之高及每年之生長。皆 3 倍之。則松高為  $11 \times 3=33$  尺。每年之生長為  $1.5 \times 3=4.5$  尺。乃求松高等於栢高之時。則實際栢高為松高之 3 倍。如是求之。因栢比松高  $43-33=10$  尺。而每年松比栢多長  $4.5-2=2.5$  尺。故若欲每年 2.5 尺之差為 10 尺。則必須  $10 \div 2.5=4$  年後即所求之年數也。

**(133)** 松與栢之高皆 8 尺。每年之

生長松 8 寸 栢 1 尺 2 寸。求幾年前松高爲栢高之 2 倍。

$$(8 \times 2 - 8) \div (1.2 \times 2 - .8) = 5 \text{ 年前}$$

【解】 假設栢之高及每年之生長，皆 2 倍之。則栢高爲  $8 \times 2 = 16$  尺。每年之生長爲  $1.2 \times 2 = 2.4$  尺。乃求栢高等於松高之時。則實際松高爲栢高之 2 倍。如是求之。因栢比松高  $16 - 8 = 8$  尺。而每年生長之差爲  $2.4 - .8 = 1.6$  尺。故若欲每年 1.6 尺之差爲 8 尺。則必須  $8 \div 1.6 = 5$  年前即所求之年數也。

(134) 栢比松高 6 尺。每年之生長。栢 1 尺 8 寸。松 1 尺 2 寸。知 5 年前。栢高比松高之 2 倍少 2 尺。求現在松與栢之高各幾何。

$$\{6 - (1.8 - 1.2) \times 5 + 2\} \div (2 - 1) + (1.2 \times 5) = 11 \text{ 尺}$$

松高 1 丈 1 尺。

$$11 + 6 = 17 \text{ 尺栢高 1 丈 7 尺。}$$

【解】 每 1 年前。栢比松多減少  $1.8 - 1.2 = .6$  尺。

5年前多減 $.6 \times 5 = 3$ 尺,是5年前栢比松僅高 $6 - 3 = 3$ 尺.題言5年前栢高比松高之2倍少2尺,可知 $3 + 2 = 5$ 尺,爲5年前松高之 $2 - 1 = 1$ 倍,即5年前松高 $5 \div 1 = 5$ 尺,故現在松高爲 $5 + (1.2 \times 5) = 11$ 尺栢高爲 $11 + 6 = 17$ 尺

(135) 栢高9尺,松高1丈6尺,每年之生長,栢比松之2倍多2寸,10年後栢與松之高相等,問每年各長幾何.

$\{(16 - 9) \div 10 - .2\} \div (2 - 1) = .5$ 尺松每年之生長, $.5 \times 2 + .2 = 1.2$ 尺栢每年之生長

【圖】栢在松比栢高 $16 - 9 = 7$ 尺,10年後相等,是每年栢比松多長 $7 \div 10 = .7$ 尺,即7寸,題言每年之生長栢比松之2倍多2寸,故由7寸,內減去所多之2寸,餘 $7 - .2 = .5$ 尺,即5寸,爲栢比松每年多長之 $2 - 1 = 1$ 倍,故松每年之生長爲 $.5 \div 1 = .5$ 尺,即5寸,栢每年之生長爲 $.5 \times 2 + .2 = 1.2$ 尺,即1尺2寸.

(應用問題其十七)(龜鶴算法)

龜鶴算法 是從龜鶴總數和總脚數,求龜鶴各有幾隻之算法,當由龜比鶴每隻多2脚計算。

都當做龜數算,鶴數 = 不足脚數  $\div$  2

都當做鶴數算,龜數 = 超過脚數  $\div$  2

(136) 雞兔相合共計10頭,其足數之合為28,問雞兔各幾何?

【圖】此題之計算欲先求雞或兔均可,如欲先求雞數,可以假設全數為兔而計其足得40然後除去原有足數28,尚多12,再求每兔比雞多之足數為2,反觀12能包含若干個2,即有若干雞,故題式如下:

$$(10 \times 4 - 28) \div (4 - 2) = 12 \div 2 = 6 \quad \text{雞數,}$$

$$10 - 6 = 4 \quad \text{兔數,}$$

又欲先求兔數,可以假設全數為雞,而計其足得20然後從原有足數內減去之,尚少8足,再求每雞比兔少之足數為2,反觀8能包含若干2,即有若干兔,故題式如下:

$$(28-10 \times 2) \div (4-2) = 8 \div 2 = 4 \text{ 兔數.}$$

$$10-4=6 \text{ 雞數.}$$

(137) 牛羊各一羣,共合200頭。若羊24頭於牛羣加之,則牛羊之頭數相等。問原有牛羊各若干?

【圖】題言加羊24頭於牛羣,則頭數相等。是羊多於牛可知。且從羊羣取出24頭之際,則此時羊已少24頭矣。若更於牛羣加之,是一出一入之間已差 $(24 \times 2) = 48$ 頭矣。故羊必比牛多48頭可知。今於合數內減去48,必為牛羊各一倍相等之數。因得題式如下:

$$(200-24 \times 2) \div 2 = 152 \div 2 = 76 \text{ 頭 牛.}$$

$$200-76=124 \text{ 頭 羊.}$$

(138) 龜之頭數5倍於鶴,共132足。問龜鶴各若干隻?

【圖】1龜之足2倍於1鶴。龜之頭數5倍於鶴,則足數 $2 \times 5 = 10$ 倍於鶴。

故共足數 $10+1=11$ 倍於鶴。

由是鶴足數  $=132 \div 11=12$ .

故鶴  $=12 \div 2=6$  隻. 龜  $=6 \times 5=30$ .

**(139)** 雞兔頭數之和為 50 頭. 知雞比兔多 16 足. 求雞兔各若干.

$(2 \times 50 - 16) \div (2 + 4) = 14$  頭 兔數.

$50 - 14 = 36$  頭 雞數.

**【圖】** 設 50 頭皆為雞. 則為  $2 \times 50 = 100$  足. 而兔數為 0. 是雞比兔多 100 足. 照題言更多  $100 - 16 = 84$  足. 試減去雞 1 頭. 而換入兔 1 頭. 則雞減 2 足兔加 4 足. 雞之足數比兔之足數照前少  $2 + 4 = 6$  足. 故欲少 84 足. 則當換入兔  $84 \div 6 = 14$  頭即所求之兔數. 於是雞為  $50 - 14 = 36$  頭又此題先求雞數題式如下

$(4 \times 50 + 16) \div (4 + 2) = 36$  頭 雞數.

**(140)** 入場券大人 7 角. 學生 4 角. 小兒 2 角. 今入場 85 人. 共售票價 50 元. 知其中大人比學生多 31 人. 問入場者大人學生小兒各若干人.



$(50 - .7 \times 31) - .2 \times (85 - 31) \div \{(.7 + .4) \div 2 - .2\} \div 2 = 25$  人學生.  $25 + 31 = 56$  人 大人.

$85 - 25 - 56 = 4$  人 小兒.

【解】大人比學生多 31 人. 若大人減去 31 人. 則與學生人數相等. 故  $85 - 31 = 54$  人之券價. 爲  $50 - .7 \times 31 = 28.3$  元. 知其中大人與學生之人數相等. 人數既相等. 則大人與學生之券價平均計算. 每人爲  $(.7 + .4) \div 2 = .55$  元. 即 5 角 5 分. 與 129 題同理. 故  $(28.3 - .2 \times 54) \div (.55 - .2) = 50$  人. 爲大人與學生人數相等後之和. 亦即學生人數之 2 倍. 故學生爲  $50 \div 2 = 25$  人. 大人爲  $25 + 31 = 56$  人. 小兒爲  $85 - 25 - 56 = 4$  人.

(141) 鶴比龜之頭數多 8 頭. 足數多 4 足. 求龜鶴各若干.

$$(2 \times 8 - 4) \div (4 - 2) = 6 \text{ 頭 龜數}$$

$$6 + 8 = 14 \text{ 頭 鶴數}$$

【解】假設龜亦爲 2 足. 則鶴比龜多 8 頭. 足數當多  $2 \times 8 = 16$  足. 而所以僅多 4 足. 照題言相

差  $16-4=12$  足者。因龜比鶴每頭多  $4-2=2$  足故也。龜 1 頭多 2 足。致相差 12 足。故龜為  $12\div 2=6$  頭。鶴為  $6+8=14$  頭。又此題先求鶴數題式如下。

$$(8\times 4-4)\div(4-2)=14\text{頭 鶴數}$$

$$14-8=6\text{頭 龜數}$$

**(142)** 雞兔共 100 頭。雞足比兔少 16 隻。問雞兔各若干。

**【解】** 設雞添 8 頭。則足添 16 隻。則雞兔之足數相等。但足數相等時。雞數為兔之 2 倍。

$$\text{故兔數為}(100+8)\div(2+1)=36\text{頭。}$$

$$\text{雞數為}100-36=64\text{頭。}$$

**(143)** 錢票有 1 元 5 角 2 角 3 種。計 37 張共洋 13.9 元。知 2 角錢票之張數為 5 角張數之 2 倍。求 3 種錢票各若干張。

$$(1\times 37-13.9)\div\{1-(.5+.2\times 2)\}\div(1+2)\div(1+2)=11\text{張 5 角錢票 }11\times 2=22\text{張 2 角錢票}$$

$$37-11-22=4\text{張 1 元錢票}$$

**【解】** 2角錢票之張數為5角張數之2倍。是5角者若1張。則2角者即2張。2角與5角之錢票。每張平均價為 $(.5+.2 \times 2) \div (1+2) = .3$ 元。即3角。求得2角與5角錢票張數之和為 $(1 \times 37 - 13.9) \div (1 - .3) = 33$ 張。知此33張。為5角錢票張數之 $1+2=3$ 倍明矣。故5角錢票為 $33 \div 3 = 11$ 張。2角錢票為 $11 \times 2 = 22$ 張。1元錢票為37。

**(144)** 龜鶴同籠。下有64足。若龜鶴之隻數互換。則有80足。問原有龜鶴各若干。

**【解】**  $80+64=144$ 為原龜鶴兩倍之總足數。  
原一龜一鶴共 $4+2=6$ 足。

故原龜鶴共 $144 \div 6 = 24$ 隻。

龜鶴之隻數互換。則多 $80-64=16$ 足。

可知互換後龜增多而鶴原少於鶴。但一鶴換一龜。則增 $4-2=2$ 足。今共增16足。故互換後有 $16 \div 2 = 8$ 鶴換作龜。由是知鶴原比龜多8隻。

故鶴數 $= (24+8) \div 2 = 16$ 隻,龜數 $= 16 - 8 = 8$ 隻.

〔應用問題其十八〕(買賣經濟)

(145) 今有桃 360 枚,李 428 枚,若每日售出桃 15 枚,李 19 枚,問若干日後,所餘枚數相等,並各所餘枚數如何?

【解】題言李 428 枚,桃 360 枚,其差必為  $(428 - 360) = 68$  枚,而每日售出李 19 枚,桃 15 枚,則李每日比桃多售出  $(19 - 15) = 4$  枚也,視 68 內能有若干 4,即售若干日後所餘枚數相等也,再以每日賣出之數乘所求之日數,從原數內減去之,即得所餘枚數,題式如下:

$(428 - 360) \div (19 - 15) = 68 \div 4 = 17$  日即 17 日後所餘相等,  $360 - 15 \times 17 = 360 - 255 = 105$  枚,桃李均餘 105 枚.

(146) 某人赴市買物,至甲店用其所有銀之半零半元,至乙店又用其餘銀之半零半元,至丙店再用其銀之半零半元,至丁店再用其銀之半零半元,

於是適盡.問此人原有洋若干?

【解】題言至丁店所用為在丙店所餘之銀之半零半元而適盡.設在丁店所用不零半元.僅用在丙店所餘之半.則在丁店所用者.與所餘者.必各為在丙店所餘之半.今因多用半元之故.將在丙店所餘之半用盡.是此半元為丙店所餘之半可知.以2乘之.即得在丁店所用.由是某人原有可求矣.原得演算如次： $.5 \times 2 = 1$ 元為在丁店所用即丙店所餘.(此數比在乙店所餘之半少半元)故 $(1 \times .5) \times 2 = 3$ 元為在乙店所餘.(此數比在甲店所餘之半少半元)故 $(3 + .5) \times 2 = 7$ 元為在甲店所餘.(此數比原有銀之半少半元)故 $(7 + .5) \times 2 = 15$ 元為某人原有.

(147) 甲乙丙3種茶.甲種52斤.乙種63斤.丙種48斤.平均每斤原價3.4元.而賣出之價.甲種每斤4元.乙種每斤3.5元.今欲全數售盡得利8.7元.求丙種茶每斤賣價若干.

$$[3.4 \times (52 + 63 + 48) + 8.7] - (4 \times 52 + 3.5 \times 63) + 48 = 2. \text{元}$$

【解】 3種茶共  $52 + 63 + 48 = 163$  斤。原價共為  $3.4 \times 163 = 554.2$  元。欲售盡得利 8.7 元。是賣出之價當為  $554.2 + 8.7 = 562.9$  元。已知甲種茶共賣價為  $4 \times 52 = 208$  元。乙種茶共賣價為  $3.5 \times 63 = 220.5$  元。由是  $562.9 - (208 + 220.5) = 134.4$  元。為丙種茶之賣價。故丙種茶每斤賣價為  $134.4 \div 48 = 2.8$  元

(148) 某人以羊易牛。欲得相等之頭數。須補洋 150 元。若不補洋則少得牛 3 頭。知羊 3 隻比牛 2 頭之價多 5 元。求某人以羊若干隻。

$$150 \div \{(150 \div 3) - (150 \div 3 \times 2 + 5) \div 3\} = 10 \text{隻}$$

【解】 牛每頭之價為  $150 \div 3 = 50$  元。題言羊 3 隻比牛 2 頭之價多 5 元。是牛 2 頭之價加 5 元。與羊 3 隻之價相等。故羊每隻之價為  $(50 \times 2 + 5) \div 3 = 35$  元。由是牛羊每頭價之差為  $50 - 35 = 15$  元。易得相等之頭數。須補洋 150 元。即相等

之頭數總價之差為150元,以每頭價之差除總價之差,則得羊之頭數矣,故某人以羊為  $150 \div 15 = 10$  隻

(149) 某水果商買水果若干枚,每枚買價.06元,其後腐壞25枚,將其餘者每枚.08元賣出,尚獲利2元,問原買入若干枚。

$$(.08 \times 25 + 2) \div (.08 - .06) = 200 \text{ 枚}$$

【解】設使25枚不腐壞,則更多獲利  $.08 \times 25 = 2$  元,共計當獲利  $2 + 2 = 4$  元,而每枚之利為.08價為  $6.7 - .7 = 6$  元,故每枚之買價為  $6 \div 150 = .04$  元即4分。

(105) 某人以羊易牛,欲得相等之頭數,須補銀168元,若不補銀則少得牛3頭,知羊每頭之價為35元,求某人以羊若干頭。

$$168 \div \{(168 \div 3) - 35\} = 8 \text{ 頭}$$

【解】依題意知168元,即牛3頭之價,牛每頭

之價爲 $168 \div 3 = 56$ 元。而牛羊每頭價之差爲 $56 - 35 = 21$ 元。相等之頭數總價之差爲168元。以每頭價之差除總價之差。則得羊之頭數矣。故求得某人以羊 $168 \div 21 = 8$ 頭

**(151)** 牛每頭價56元。羊每頭價26元。今某人以牛易羊。則多得15頭。求某人以牛若干頭。

$$(26 \times 15) \div (56 - 26) = 13 \text{頭}$$

**【解】** 羊15頭之價爲 $26 \times 15 = 390$ 元。即羊與牛頭數相等時總價之差。而牛羊每頭價之差爲 $56 - 26 = 30$ 元。以每頭價之差除總價之差。則得牛之頭數矣。故求得某人以牛 $390 \div 30 = 13$ 頭

**(152)** 某水果商。買蘋果136枚。每枚價洋5分。其後腐壞若干。將其餘者。每枚6分賣出。虧本5角。求腐壞者若干。

$$136 - (.05 \times 136 - .5) \div .06 = 31 \text{枚}$$

**【解】** 136枚之買價爲 $.05 \times 136 = 6.8$ 元。題言虧本.5元。即賣價爲 $6.8 - .5 = 6.3$ 元。每枚賣價6分。



可知賣出爲  $6.3 \div .06 = 105$  枚。故腐壞者爲  $136 - 105 = 31$  枚

(153) 某人以羊 7 頭易牛。欲得相等之頭數。須補洋 154 元。若不補洋則少得牛 2 頭。求羊每頭之價若干。

$$154 \div 2 - 154 \div 7 = 55 \text{ 元}$$

【圖】依題意知 154 元。即牛 2 頭之價。牛每頭之價爲  $154 \div 2 = 77$  元。又牛 7 頭比羊 7 頭之價多 154 元。則牛羊每頭價之差爲  $154 \div 7 = 22$  元。由牛每頭之價內。減牛羊每頭價之差。則得羊價矣。故羊每頭之價爲  $77 - 22 = 55$  元

(154) 買雞卵 150 枚。其後損壞 16 枚。將其餘者。每枚照 .05 元賣出。獲利 7 元。求每枚之買價如何。

$$\{ .05 \times (150 - 16) - 7 \} \div 150 = .04 \text{ 元即 4 分。}$$

【圖】賣出  $150 - 16 = 134$  枚。每枚賣價 .05 元。共賣價爲  $.05 \times 134 = 6.7$  元。題言獲利 7 元。可知買價爲  $6.7 - .7 = 6$  元。故每枚之買價爲  $6 \div 150 = .04$  元

即 4 分。

**(155)** 某水果商買梨 142 枚，每枚價洋 .05 元，其後腐壞者 17 枚，將其餘者賣出，獲利 2.9 元，求每枚之賣價若干。

$$(.05 \times 142 + 2.9) \div (142 - 17) = .08 \text{ 元即 8 分。}$$

**【圖】** 142 枚之買價為  $.05 \times 142 = 7.1$  元，題言獲利 2.9 元，是賣價共得  $7.1 + 2.9 = 10$  元，知腐壞者 17 枚，則賣出者當為  $142 - 17 = 125$  枚，125 枚之賣價為 10 元，故每枚之賣價為  $10 \div 125 = .08$  元即 8 分。

**(156)** 一人賣佛手柑，若 5 枚售價 3 角則得利 7 角，若 5 枚售價 2 角，則虧本 1 角，求佛手柑若干枚。

$$(.7 + .1) \div (.3 \div 5 - .2 \div 5) = 40 \text{ 枚}$$

**【圖】** 每枚售價  $.3 \div 5 = .06$  元，則得利 .7 元，若每枚售價  $.2 \div 5 = .04$  元，則虧本 .1 元，是每枚售價差  $.06 - .04 = .02$  元，則總價差  $.7 + .1 = .8$  元，以每枚售價之差除總價之差，即得佛手柑之數矣。

故每手柑爲  $.8 \div .02 = 40$  枚

(157) 甲有洋 90 元乙有洋 150 元。今每日進款甲爲乙 4 倍。5 日後 2 人所有相等。問 2 人每日進款各若干。並其相等時各有洋若干？

【圖】依題言甲有洋比乙少  $(150-90) = 60$  元。即甲於 5 日內以 4 倍進款之數。而使與乙相等也。故甲每日須比乙多進  $(150-90) \div 5 = 12$  元。也是此 12 元與甲每日比乙多進  $(4-1) = 3$  倍相當。由是可求得 1 倍進款之數。即乙每日進款之數。再以 4 乘之即得甲每日進款之數。題式如次： $(150-90) \div 5 \div (4-1) = 60 \div 5 \div 3 = 12 \div 3 = 4$  元乙每日進款之數。而甲進款爲乙 4 倍故乙數以 4 乘之。即得甲數。因得  $4 \times 4 = 16$  元甲每日進款。以甲或乙每日進款之數。乘 5 日再加原有。即得相等時所有之數。由是  $16 \times 5 + 90 = 80 + 90 = 170$  元相等時各人皆有此數。

(158) 攜瓶入肆買油。只云買上油

1 瓶。則所持錢不足 36 文。若買下油 1 瓶。則餘 18 文。但上油 1 斤比下油 1 斤貴 27 文。問瓶之容量若干？

【解】買上油 1 瓶之價若易而買下油。則所餘錢必為 18 與 36 之和。所以能餘此錢者。因為下油 1 斤之價比上油賤 27 文故也。故 18 與 36 之和內。有若干 27。即瓶之容量為若干斤也。由是題式如下：

$$(18+36) \div 27 = 54 \div 27 = 2 \text{ 斤 瓶之容量。}$$

(159) 某商人買入羊 27 隻。先次賣 15 隻。每隻 23 元。後賣其餘之 12 隻。每隻 20 元。知先次之利益。比後次之利益多 51 元。求羊每隻之買價若干。

$$\{(23 \times 15 - 51) - (20 \times 12)\} \div (15 - 12) = 18 \text{ 元}$$

【解】15 隻之賣價為  $23 \times 15 = 345$  元。12 隻之賣價為  $20 \times 12 = 240$  元。題言先次之利益。比後次之利益多 51 元。若由先次之賣價內減去 51 元。則先後次之利益相等。利益既相等。由先次之賣

100 五百難題詳解(上編)

價內減去後次之賣價,則其利益必相消,而僅餘羊 $15-12=3$ 隻之買價,由是羊3隻之買價為 $(345-51)-240=54$ 元,故羊每隻之買價為 $54\div 3=18$ 元

(160) 純酒8斤合水2斤,每斤售價32文,若每斤售價36文,於純酒9斤內當合水若干。

$$32\times(8+2)\div 8\times 9+36-9=1 \text{ 斤}$$

【解】 純酒8斤售價 $32\times(8+2)=320$ 文,每斤純酒售價 $320\div 8=40$ 文,今純酒9斤當售價 $40\times 9=360$ 文,而每斤售價36文,須售出混合酒 $360\div 36=10$ 斤,故當合水 $10-9=1$ 斤

(應用問題其十九)(物價之盈虧)

餘 不 足 算 法	方 法
一有餘一不足	人數 $=\frac{\text{有餘}+\text{不足}}{\text{(兩次分配量的差)}}$
兩次都有餘	人數 $=\frac{\text{餘數的差}}{\text{(兩次分配量的差)}}$
兩次都不足	人數 $=\frac{\text{不足數的差}}{\text{(兩次分配量的差)}}$

(161) 某人有錢可買桃15枚蘋果5枚,若再添20文可買桃12枚,蘋果6枚,但每蘋果之價為桃5倍,問某人原有錢及蘋果桃每枚之價各若干?

【圖】題既言1枚蘋果之價,當桃5倍則買1枚蘋果之價可買5桃明矣,故初次買蘋果5枚,若變而買桃則可買 $(5 \times 5) = 25$ 桃也,與同買15枚桃數相和,則得40桃,為初次共買之數,及添錢後所買6枚蘋果之數,亦變而買桃,則可買 $(6 \times 5) = 30$ 桃也,與同買12枚桃數相和,則得42桃,是添錢後多買2枚桃可知,由是桃1枚之價可得也,題式為 $20 \div \{(6 \times 5 + 12) - (5 \times 5 + 15)\} = 20 \div \{42 - 40\} = 20 \div 2 = 10$ 文1桃之價。

(162) 某書上下二冊共價1元4角5分,今買上冊3本下冊7本,共價6元9角5分,問上下冊之價各若干?

【圖】上下二冊共價1.45元,則上下冊各3

本共價 $1.45元 \times 3 = 4.35元$ 。但上冊3本,下冊7本共價 $6.95元$ 。故下冊 $(7本 - 3本) = 4本$ 之價 $= 6.95元 - 4.35元 = 2.6元$ 。故下冊每本之價 $= 2.6元 \div 4 = 0.65元$ 。上冊每本之價 $= 1.45元 - 0.65元 = 0.8元$ 。

(163) 筆1支比墨1錠之價多2角5分,而筆4支與墨9錠之價相等,求筆1支墨1錠之價各若干。

$$(.25 \times 4) \div (9 - 4) = .2元 \quad \text{墨價}$$

$$.2 + .25 = .45元 \quad \text{筆價}$$

【解】筆1支比墨1錠之價多2角5分,則筆4支比墨4錠之價必多 $.25 \times 4 = 1元$ 。因多1元,而多買墨 $9 - 4 = 5錠$ ,由是1元為墨5錠之價明矣,故墨每錠之價為 $1 \div 5 = .2元$ 即2角,筆每支之價為 $.2 + .25 = .45元$ 即4角5分,又此題先求筆價題式如下:

$$(.25 \times 9) \div (9 - 4) = .45元 \quad \text{筆價} \quad .45 - .25 = .2元 \quad \text{墨價}$$

(164) 上下兩種茶共200斤,上茶

每斤價1.2元。下茶每斤價.9元。知上茶之共價比下茶之共價多82.5元。求上下兩種茶各若干。

$$(1.2 \times 200 - 82.5) \div (1.2 + .9) = 75 \text{斤 下茶}$$

$$200 - 75 = 125 \text{斤 上茶}$$

【解】設200斤皆為上茶。則共價為 $1.2 \times 200 = 240$ 元。而下茶為0。是上茶比下茶多240元。照題言相差 $240 - 82.5 = 157.5$ 元。試出上茶1斤。而加入下茶1斤。則上茶價減少1.2元。下茶價加入.9元。共價之差照前當少 $1.2 + .9 = 2.1$ 元。若欲使共價之差少去157.5元。當換入下茶 $157.5 \div 2.1 = 75$ 斤。即下茶為75斤。上茶為 $200 - 75 = 125$ 斤。又此題先求上茶題式如下

$$(9 \times 200 + 82.5) \div (1.2 + .9) = 125 \text{斤 上茶}$$

$$200 - 125 = 75 \text{斤 下茶}$$

(165) 馬7匹與牛6頭之價為1490元。又馬13匹與牛11頭之價為2755元。求馬牛每頭匹之價各若干。



$$1490 - \{1490 - (2755 - 1490)\} \times 6 = 140 \text{ 元 馬價}$$

$$(1490 - 140 \times 7) \div 6 = 85 \text{ 元 牛價}$$

【解】  $2755 - 1490 = 1265$  元。爲馬 6 匹與牛 5 頭之價。 $1490 - 1265 = 225$  元。爲馬牛各 1 頭匹價之和。 $225 \times 6 = 1350$  元。爲馬 6 匹與牛 6 頭之共價。故馬每匹之價爲  $1490 - 1350 = 140$  元  $1490 - 140 \times 7 = 510$  元。爲牛 6 頭之價。故牛每頭之價爲  $510 \div 6 = 85$  元又此題先求牛價題式如下

$$\{1490 - (2755 - 1490)\} \times 7 - 1490 = 85 \text{ 元 牛價}$$

$$(1490 - 85 \times 6) \div 7 = 140 \text{ 元 馬價}$$

(166) 蘋果 8 個桃 12 個之價。與蘋果 2 個、桃 27 個之價相等。知蘋果 1 個比桃 2 個之價多 3 文。求蘋果與桃每個之價各若干。

$$\{3 \times (8 - 2)\} + \{(27 - 12) - (8 - 2) \times 2\} = 6 \text{ 文 桃價}$$

$$6 \times 2 + 3 = 15 \text{ 文 蘋果價}$$

【解】 依題意知蘋果  $8 - 2 = 6$  個與桃  $27 - 12 = 15$  個之價相等。題言蘋果 1 個比桃 2 個之價

多3文。是蘋果6個則比桃 $6 \times 2 = 12$ 個之價多 $3 \times 6 = 18$ 文。與桃 $15 - 12 = 3$ 個之價相當。故桃每個之價為 $18 \div 3 = 6$ 文。蘋果每個之價為 $6 \times 2 + 3 = 15$ 文。

(167) 某人以牛5頭。換馬2匹羊4隻銀8元。知牛每頭比羊每隻之價多31元。又馬1匹與羊4隻之價相等。求馬牛羊每頭匹之價各若干。

$$(31 \times 5 - 8) \div (4 \times 2 + 4 - 5) = 21 \text{ 元 羊價}$$

$$21 \times 4 = 84 \text{ 元 馬價} \quad 21 + 31 = 52 \text{ 元 牛價}$$

【解】題言馬1匹與羊4隻之價相等。則馬2匹與羊 $4 \times 2 = 8$ 隻之價相當。亦即牛5頭。可換羊 $8 + 4 = 12$ 隻銀8元。又牛每頭比羊每隻之價多31元。則5頭牛比5隻羊之價多 $31 \times 5 = 155$ 元。由是 $155 - 8 = 147$ 元與羊 $12 - 5 = 7$ 隻之價相當。故羊每隻之價為 $147 \div 7 = 21$ 元。馬每匹之價為 $21 \times 4 = 84$ 元。牛每頭之價為 $21 + 31 = 52$ 元。

(168) 米2斗與麥3斗之價10.4

元。又米 5 斗與麥 4 斗之價 19.7 元。求米麥每斗之價各若干

$$\{(19.7 \times 3) - (10.4 \times 4)\} \div \{(5 \times 3) - (2 \times 4)\} = 2.5$$

元 米價  $(10.4 - 2.5 \times 2) \div 3 = 1.8$  元 麥價

【解】米 2 斗與麥 3 斗之價為 10.4 元。以 4 乘之。得  $10.4 \times 4 = 41.6$  元。為米  $2 \times 4 = 8$  斗與麥  $3 \times 4 = 12$  斗之共價。同樣  $19.7 \times 3 = 59.1$  元。為米  $5 \times 3 = 15$  斗與麥  $4 \times 3 = 12$  斗之共價。由是  $59.1 - 41.6 = 17.5$  元。是麥 12 斗與 12 斗相消。而得米  $15 - 8 = 7$  斗之價。故米每斗之價為  $17.5 \div 7 = 2.5$  元。麥 3 斗之價即  $10.4 - 2.5 \times 2 = 5.4$  元。故麥每斗之價為  $5.4 \div 3 = 1.8$  元。又此題先求麥價題式如下。

$$\{(10.4 \times 5) - (19.7 \times 2)\} \div \{(3 \times 5) - (4 \times 2)\} =$$

1.8 元 麥價  $(10.4 - 1.8 \times 3) \div 2 = 2.5$  元 米價

(169) 上茶 9 斤下茶 4 斤。共價 19.7 元。又上茶 13 斤下茶 8 斤。共價 30.9 元。求每斤之價各若干。

$$(19.7 \times 2 - 30.9) \div (9 \times 2 - 13) = 1.7 \text{ 元 上茶每斤}$$

之價。 $(19.7-1.7\times 9)\div 4=1.1$ 元 下茶每斤之價。

【解】 下茶前 4 斤後 8 斤。是後之斤數爲前斤數之 2 倍。若將前之共價以 2 乘之。得上茶  $9\times 2=18$  斤。與下茶  $4\times 2=8$  斤之共價爲  $19.7\times 2=39.4$  元。與後之共價之差爲  $39.4-30.9=8.5$  元。即上茶  $18-13=5$  斤之價。故上茶每斤之價爲  $8.5\div 5=1.7$  元 下茶每斤之價爲  $(19.7-1.7\times 9)\div 4=1.1$  元

(170) 某人以金 132 圓。買馬牛羊各 1 匹。其價牛爲羊之 7 倍。馬爲牛之 2 倍。問各價幾何？

$$123\div(1+7+14)=132\div 22=6\text{圓 羊價。}$$

$$6\times 7=42\text{圓 牛價。 } 42\times 2=84\text{圓 馬價。}$$

【解】 題言牛價爲羊價 7 倍。設羊 爲價 1。則牛必爲 7 而馬倍於牛。則馬價必爲羊價  $(7\times 2)=14$  倍。由是  $(1+7+14)$  與 132 相當。因得題式如上：

(171) 有黑白馬各 1 匹。鞍 1 架。2

馬共值250圓。若以鞍配於黑馬。則共值洋229圓。配於白馬共值洋219圓。問2馬及1鞍各值洋若干？

【解】依題意將鞍與黑馬之價及鞍與白馬之價相加減去2馬共值之價。則所餘者必為2鞍之價。由是則鞍價為 $(229+219-250) \div 2 = 198 \div 2 = 99$ 圓。  $229 - 99 = 130$ 圓 黑馬價。

$$250 - 130 = 120 \text{圓 白馬價。}$$

(172) 6馬7牛共值洋250圓。13牛11馬共值洋461圓。問牛馬各1頭之價幾何？

【解】依題意 $461 - 250 = 211$ 圓。為5馬6牛之價。

$250 - 211 = 39$ 圓。牛馬各1頭之價。 $39 \times 6 = 234$ 圓。為6馬6牛之價。 $250 - 234 = 16$ 圓。牛1頭之價 $39 - 16 = 23$ 圓。馬1匹之價。

(173) 桃2枚杏3枚共21文。桃5枚杏2枚共25文。問各1枚之價。

【解】以5乘題上節。桃 $2 \times 5$ 枚。杏 $3 \times 5$ 枚。共

價 $21 \times 5$ 文,以2乘題下節,桃 $5 \times 2$ 枚,杏 $2 \times 2$ 枚,共價 $25 \times 2$ 文,由是得杏 $(3 \times 5 - 2 \times 2)$ 枚,共 $(21 \times 5 - 25 \times 2)$ 文,故杏1枚價 $= (21 \times 5 - 25 \times 2) \div (3 \times 5 - 2 \times 2) = 5$ 文桃1枚價 $= (21 - 5 \times 3) \div 2 = 3$ 文。

(174) 某人存銀若干,買筆若干枝,每枝價1.2角,則不足4.4角,若每枝給1角,則不足2角,問筆及原有銀數若干。

【解】前不足4.4角後不足2角,即前比後多給4.4角, - 2角, = 2.4角,每枝價前比後多2分,全體價即多2角4分,故筆 $= 24 \div 2 = 12$ 枝,原有銀 $= 1.2 \text{角} \times 12 - 4.4 \text{角} = 10 \text{角} = 1 \text{元}$ 。

(175) 馬1匹比牛1頭之價多22元,馬7匹與牛10頭之共價為1446元,求馬牛每頭匹之價各若干。

$$(1446 - 22 \times 7) \div (7 + 10) = 76 \text{元 牛價}$$

$$76 + 22 = 98 \text{元 馬價}$$

【解】每馬7匹比牛7頭之價多 $22 \times 7 = 154$

元。若由馬 7 匹與牛 10 頭之共價內，減去 154 元，則 7 匹馬價亦變為 7 頭牛之價，由是  $1445 - 154 = 1292$  元，與牛  $7 + 10 = 17$  頭之積相當，故牛每頭之價為  $1292 \div 17 = 76$  元，馬每匹之價為  $76 + 22 = 98$  元。又此題先求馬價題式如下：

$$(1445 + 22 \times 10) \div (7 + 10) = 98 \text{ 元 馬價。}$$

$$98 - 22 = 76 \text{ 元 牛價。}$$

**(176)** 筆 1 支比墨 1 錠之價多 4 文，又筆 7 支比墨 9 錠之價多 10 文，求筆 1 支墨 1 錠之價各若干。

$$(4 \times 7 - 10) \div (9 - 7) = 9 \text{ 文 墨價。}$$

$$9 + 4 = 13 \text{ 文 筆價。}$$

**【圖】** 筆 7 支比墨 7 錠之價則多  $4 \times 7 = 28$  文，題言筆 7 支比墨 9 錠之價多 10 文，故  $28 - 10 = 18$  文，適為墨  $9 - 7 = 2$  錠之價，故墨每錠之價為  $18 \div 2 = 9$  文，筆 1 支之價為  $9 + 4 = 13$  文。又此題先求筆價題式如下。

$$(4 \times 9 - 10) \div (9 - 7) = 13 \text{ 文 筆價。 } 13 - 4 = 9 \text{ 文 墨價。}$$

(177) 某人命婢持洋8.4元買酒5斤及油3斤而婢誤買酒3斤及油5斤餘洋.8元而歸求酒與油每斤之價各若干。

$[(8.4 + (8.4 - .8)) \div (5 + 3) + (.8 \div (5 - 3))] \div 2 =$   
1.2元酒價。  $(8.4 - 1.2 \times 5) \div 3 = .8$ 元油價。

**【解】** (1) 8.4元爲酒5斤及油3斤之價。8.4 - .8 = 7.6元爲酒3斤及油5斤之價。故8.4 + 7.6 = 16元爲酒5 + 3 = 8斤及油8斤價之和。各1斤價之和爲16 ÷ 8 = 2元。又.8元爲酒與油5 - 3 = 2斤價之差。是酒1斤比油1斤之價貴.8 ÷ 2 = .4元。按和差題算法。酒每斤之價爲(2 + .4) ÷ 2 = 1.2元。油每斤之價爲(8.4 - 1.2 × 5) ÷ 3 = .8元。貴.8元。是1斤酒比1斤油之價貴.8 ÷ 2 = .4元。則酒5斤與油5斤價之差爲.4 × 5 = 2元。知酒5斤與油3斤之價爲8.4元。由是8.4 - 2 = 6.4元。與油5 + 3 = 8斤之價相當。故油每斤之價爲6.4 ÷ 8 = .8元。酒每斤之價爲(8.4 - .8 × 3) ÷ 5 = 1.2元。



$$[(8.4 + (8.4 - 8)) \div (5 + 3) \times 5 - 8.4] \div (5 - 3) =$$
 .8元 油價

**【解】** ①同第1式解。求得酒與油各1斤價之和為 $[8.4 + (8.4 - 8)] \div (5 + 3) = 2$ 元。則酒5斤與油5斤之共價為 $2 \times 5 = 10$ 元。由是 $10 - 8.4 = 1.6$ 元與油 $5 - 3 = 2$ 斤之價相當。故每斤之價為 $1.6 \div 2 = .8$ 元。求酒價與第前式同。

**〔應用問題其二十〕(薪俸工資)**

**(178)** 工程師包修房屋一所。若給每工人30元則折本180元。每工人給25元則賺100元。問有工人幾名。此工程包洋若干。

**【解】** 設第一次每人給30元。即折本180元。

第二次每人給25元即賺100元。

則其前後相差總數 $= 180元 + 100元 = 280元$ 。

然前後每人所得數之差 $= 30元 - 25元 = 5元$ 。

故人數 $= 280 \div 5 = 56$

此工程包洋 $= 30元 \times 56 - 180元 = 1500元$ 。

(179) 某人有一定之月俸。前三個月每月用120元因虧空若干。以後因之節省。每月用90元。再歷六個月後。適足彌補以前虧空。問此人之月俸若干？

【解】 前三個月共用  $120 \text{ 元} \times 3 = 360 \text{ 元}$ 。

後六個月共用  $90 \text{ 元} \times 6 = 540 \text{ 元}$ 。

即  $(3+6) = 9$  個月共用  $360 \text{ 元} + 540 \text{ 元} = 900 \text{ 元}$ 。

後六個月所省適足補前三個月所虧。

即九個月所共用適等於其共得之月俸。

故此人之月俸  $= 900 \text{ 元} \div 9 = 100 \text{ 元}$ 。

(180) 某工人日給1元2角。但星期日不給。星期六給半數。今八月一日爲星期日。問此月之工資共若干。

【解】 八月一日爲星期日。則此八月中有5個星期日。4個星期六。其餘日數爲  $31 - (5+4) = 22$  日。

則其所得全工資爲  $1 \text{ 元} 2 \text{ 角} \times 22 = 26 \text{ 元} 4 \text{ 角}$ 。

4 星期六所得工資。  $= 1 \text{ 元} 2 \text{ 角} \div 2 \times 4 = 2 \text{ 元} 4 \text{ 角}$ 。

共得工資 = 26元4角 + 2元4角 = 28元8角。

(181) 農家雇男女工各一人。每日之工價合計55文。而男3日之工價較女5日之工價多5文。問男女每日工價各幾文？

【圖】題言男工3日之工價。等於女5日之工價且多5文。若以工作論。則女5日之工作等於男3日之工作且不足可知。又男女每日之工價共55文。今以男女各5日所得。必等於男8日尚少5文。若再加5文即為男工8日之價。故題式如下：

$$(55 \times 5 + 5) \div (5 + 3) = (275 + 5) \div 8 =$$

$$280 \div 8 = 35 \text{ 文男工一日之價。}$$

$$55 - 35 = 20 \text{ 文女工一日之價。}$$

(182) 某人作工每日之工資8角。若停工1日。除工資不給外。並須找膳費2角。今於30日內。共得工資16元。問其中停工幾日。

$$(.8 \times 30 - 16) \div (.8 + .2) = 8 \text{ 日}$$

**【圖】** 30日內無停工。應得工資  $.8 \times 30 = 24$  元。而今實得工資 16 元。知  $24 - 16 = 8$  元。係因停工所損失。停工 1 日損失  $.8 + .2 = 1$  元。故求得停工為  $8 \div 1 = 8$  日

**(183)** 某人作工每日之工資 1.2 元。若停工 1 日。除工資不給外。並須找膳費 .3 元。今工作若干日內。停工 3 日。得工資 19.5 元。求作工幾日。

$$(19.5 + .3 \times 3) \div 1.2 = 17 \text{ 日}$$

**【圖】** 停工 3 日。共找出之膳費  $.3 \times 3 = .9$  元。由是作工應得之工資為  $19.5 + .9 = 20.4$  元。故作工為  $20.4 \div 1.2 = 17$  日

**(184)** 某傭工 1 年之工資 168 元。外衣服 1 件。計價 9 元。今作工 7 個月。得衣服 1 件。問尚應得工資若干。

$$(168 + 9) \div 12 \times 7 - 9 = 94.25 \text{ 元}$$

**【圖】** 將衣服 1 件亦作工資看。則 1 年之工

資共為  $163+9=177$  元。是每月工資為  $177\div 12=14.75$  元。作工 7 個月應得工資為  $14.75\times 7=103.25$  元。今已得衣服 1 件計價 9 元。故尙應得工資  $103.25-9=94.25$  元

**(185)** 男女工各 1 人。每日之工資。男工比女工多 2 元。男 4 日之工資比女 7 日之工資少 1 元。問男女工每日之工資各若干。

$$(2\times 4+1)\div (7-4)=3 \text{ 元 女工資}$$

$$3+2=5 \text{ 元 男工資}$$

**【圖】** 每日之工資。男工比女工多 2 元。是男 4 日之工資比女 4 日之工資則多  $2\times 4=8$  元。題言男 4 日之工資比女 7 日之工資少 1 元。因而  $8+1=9$  元。與女  $7-4=3$  日之工資相當。故女每日之工資為  $9\div 3=3$  元。男每日之工資為  $3+2=5$  元。又此題先求男工資題式如下

$$(2\times 7+1)\div (7-4)=5 \text{ 元 男工資}$$

$$5-2=3 \text{ 元 女工資}$$

(186) 男女工各 1 人,每日之工資,男工比女工多 2 角,若女工資每日減 1 角,則男 3 日之工資,與女 4 日之工資相等求男女每日之工資各若干。

$$(.2+.1) \times 3 + (4-3) \times .1 = 1 \text{ 元 女工資}$$

$$1+.2=1.2 \text{ 元 男工資}$$

【圖】若女工資每日減 .1 元,則男女每日之工資相差 .2+.1=.3 元,是男 3 日之工資,比女 3 日之工資多 .3×3=.9 元,題言男 3 日之工資,與女 4 日之工資相等,由是 .9 元,與女工資減 1 角後 4-3=1 日之工資相當,故女每日之工資為 .9÷1+.1=1 元,男每日之工資為 1+.2=1.2 元又此題先求男工資題式如下:

$$(.2+.1) \times 4 \div (4-3) = 1.2 \text{ 元 男工資}$$

$$1.2-.2=1 \text{ 元 女工資}$$

(187) 某傭工 1 年之工資 162 元,外衣服 1 套,今傭工人作工 8 個月有他就得衣服 1 套及工資 103.2 元,求衣

服值各若干。

$$\{(162 \div 12 \times 8) - 103.2\} \div (12 - 8) \times 12 = 14.4 \text{ 元}$$

【圖】 1年之工資爲162元，則每月平均應得 $162 \div 12 = 13.5$ 元，作工8個月應得 $13.5 \times 8 = 108$ 元，而今實得工資103.2元，知 $108 - 103.2 = 4.8$ 元，係賠償 $12 - 8 = 4$ 個月之衣價款，因而每月之衣價款爲 $4.8 \div 4 = 1.2$ 元，故衣服1套之價爲 $1.2 \times 12 = 14.4$ 元

〔應用問題其二十一〕(會計之收支)

(188) 設如1人爲商3次，初次獲利頂原銀2倍，二次獲利頂初次本利共銀4倍，三次獲利頂二次本利共銀3倍，共計獲利併原銀得900兩，問原銀幾何？

【圖】 依題意原銀爲1，初次獲利必爲 $(1+2) = 3$ ，二次獲利必爲 $(1+2) \times 4 = 12$ ，三次獲利必爲 $(3+12) \times 3 = 45$ ，由是 $(1+2+12+45)$ 與900兩相當，故題式如下：

$$900 \div (1+2+12+45) = 900 \div 60 = 15 \text{ 兩原銀.}$$

(189) 以每疋 5 元之布易綢.因布比綢廉.故欲易相等之疋數須補 96 元.若不補.則綢少 12 疋.問布疋數若干.

【圖】 所補之 96 元.即綢 12 疋之價.

$$\text{故綢 1 疋之價} = 96 \text{元} \div 12 = 8 \text{元.}$$

$$\text{因綢與布各一疋價之差爲} 8 - 5 = 3 \text{元.}$$

$$\text{而各總價之差} = 96 \text{元.故布} = 96 \div 3 = 32 \text{疋.}$$

(190) 甲有洋 189 元.乙有洋 125 元.每日進款乙爲甲之 3 倍.4 日後相等.求 2 人每日進款各若干.

$$(189 - 125) \div 4 \div (3 - 1) = 8 \text{元 甲每日進款.}$$

$$8 \times 3 = 24 \text{元 乙每日進款.}$$

【圖】 甲洋比乙洋多  $189 - 125 = 64$  元. 4 日後相等.是乙每日之進款比甲多  $64 \div 4 = 16$  元.題言每日進款乙爲甲之 3 倍.因而 16 元.與甲每日進款之  $3 - 1 = 2$  倍相當.故甲每日進款爲  $16 \div 2 = 8$  元.乙每日進款爲  $8 \times 3 = 24$  元.



(191) 買米麥各 160 石，其價 1760 元。但米較麥每石貴 1 元。其後售出米每石得利 2 角。麥每石得利 3 角。問米及麥每石之售價各幾何。

【解】 米麥各一石原價之和為  $1760 \text{ 元} \div 160 = 11 \text{ 元}$  而其差為 1 元。則米每石原價為  $(11 \text{ 元} + 1 \text{ 元}) \div 2 = 6 \text{ 元}$ 。麥每石原價為  $6 \text{ 元} - 1 \text{ 元} = 5 \text{ 元}$ 。

故米每石原價 =  $6 \text{ 元} + .2 \text{ 元} = 6.2 \text{ 元}$ 。麥每石售價 =  $5 \text{ 元} + .3 \text{ 元} = 5.3 \text{ 元}$ 。

(192) 有銀 1000 元。存放甲乙 2 銀行。每月由甲行提取 40 元。乙行提取 30 元。1 年後。甲行存款為乙行之 3 倍。求原存時各若干。(但須照無息計算)

$\{1000 - (40 + 30) \times 12\} \div (3 + 1) + (30 \times 12) = 400$   
元 原存乙行銀數

$1000 - 400 = 600 \text{ 元}$  原存甲行銀數

【解】 每月提取之銀數。共為  $40 + 30 = 70 \text{ 元}$ 。1 年

共提取  $70 \times 12 = 840$  元。是 1 年後 2 銀行之存款共為  $1000 - 840 = 160$  元。此時甲行存款為乙行之 3 倍。因而 160 元與乙行 1 年後存款之  $3 + 1 = 4$  倍相當。由是 1 年後乙行存款為  $160 \div 4 = 40$  元而 1 年共由乙行提取  $30 \times 12 = 360$  元。故乙行原存為  $40 + 360 = 400$  元甲行原存為  $1000 - 400 = 600$  元  
(應用問題其二十二)(分配之研究)

(193) 蜜桃若干個。分與兒童若干人。每人 5 個餘 15 個。每人 7 個。不足 19 個。求蜜桃及兒童之數？

【圖】第一次題言餘 15 個。第二次將 15 個用盡尚不足 19 個。是第二次多費為 15 與 19 之和。但第二次每人多得之數為 7 與 5 之差。如是則 15 與 19 之和數內。包含若干個 7 與 5 之差。即有若干兒童也。故題式如下：

$$(15 + 19) \div (7 - 5) = 34 \div 2 = 17 \text{ 兒童。}$$

$$17 \times 5 + 15 = 85 + 15 = 100 \text{ 蜜桃。}$$

(194) 牛羊各一羣。共合 200 頭。若

羊24頭於牛羣加之。則牛羊之頭數相等。問原有牛羊各若干？

【圖】題言加羊24頭於牛羣。則頭數相等。是羊多於牛可知。且從羊羣取出24頭之際。則此時羊已少24頭矣。若更於牛羣加之。是一出一入之間已差 $(24 \times 2) = 48$ 頭矣。故羊必比牛多48頭可知。今於合數內減去48。必為牛羊各一倍相等之數。因得題式如下：

$$(200 - 24 \times 2) \div 2 = 152 \div 2 = 76 \text{ 頭牛.}$$

$$200 - 76 = 124 \text{ 頭羊.}$$

(195) 桃比杏多20枚。以之分給兒童。每人桃8枚杏6枚。桃適盡而杏不足4枚。求桃杏各若干

$$8 \times \{(20 - 4) \div (8 - 6)\} = 64 \text{ 枚 桃數}$$

$$64 - 20 = 44 \text{ 枚 杏數}$$

【圖】若將杏加4枚。則桃與杏可均適足。是桃比杏僅多 $20 - 4 = 16$ 枚。因桃比杏每人多分 $8 - 6 = 2$ 枚。則多需16枚。所以兒童為 $16 \div 2 = 8$ 人。

故桃爲  $8 \times 8 = 64$  枚 杏爲  $64 - 20 = 44$  枚

(196) 以筆 145 支分給男女學生。男生每人 7 支女生每人 5 支適足。後因誤給致不足 10 支。求男女生各若干人。

$$[145 - 5 \times \{10 \div (7 - 5)\}] \div (7 + 5) = 10 \text{ 人 男生}$$

$$(145 - 10 \times 7) \div 5 = 15 \text{ 人 女生}$$

【圖】誤給。即男生每人分 5 支。女生每人分 7 支。致不足 10 支。如女生比男生多 1 人。則筆不足  $7 - 5 = 2$  支。今不足 10 支。是女生比男生多  $10 \div 2 = 5$  人。若女生減去 5 人。照應分之數當減去筆  $5 \times 5 = 25$  支。是筆  $145 - 25 = 120$  支。爲女生與男生人數相等時共分之數。男女生各 1 人共分  $7 + 5 = 12$  支。故男生爲  $120 \div 12 = 10$  人。女生爲  $(145 - 10 \times 7) \div 5 = 15$  人。又此題先求女生題式如下。

$$[145 + 7 \times \{10 \div (7 - 5)\}] \div (7 + 5) = 15 \text{ 人 女生}$$

$$(145 - 15 \times 5) \div 7 = 10 \text{ 人 男生}$$

(197) 以梨分給兒童,其中 3 人各 3 個其餘各 4 個,則餘 7 個,若 6 人各 6 個,其餘各 5 個,則不足 25 個,求兒童與梨各若干。

$$\{(7-3)+(25-6)\} \div (5-4) = 23 \text{ 人 兒童}$$

$$(3 \times 3) + 4 \times (23-3) + 7 = 96 \text{ 個 梨數}$$

【解】依題意知人人各 4 個,則餘  $7 - 3 = 4$  個,又人人各 5 個,則不足  $25 - 6 = 19$  個,以有餘加不足為  $4 + 19 = 23$  個,即每人多分  $5 - 4 = 1$  個,則需 23 個,故兒童為  $23 \div 1 = 23$  人梨為  $(3 \times 3) + 4 \times (23 - 3) + 7 = 96$  個

(198) 有童子以繩繞樹,繞 4 週餘 1 尺 1 寸,將繩 3 折之,繞 1 週餘 9 寸,求繩長及樹之週圍各若干。

$$(9 \times 3 - 1.1) \div (4 - 3) = 1.6 \text{ 尺 樹之週圍}$$

$$1.6 \times 4 + 1.1 = 7.5 \text{ 尺 繩長}$$

【解】將繩 3 折之,繞 1 週餘 9 尺,即以繩繞 3 週餘  $9 \times 3 = 2.7$  尺,由是  $2.7 - 1.1 = 1.6$  尺,與樹之

$4-3=1$  週相當。故樹之週圍爲  $1.6 \div 1 = 1.6$  尺

即 1

(199) 有糖若干斤。以包包之。每包 5 斤則餘 2 斤。若每包 3.5 斤則增 7 包且餘 1.5 斤。求有糖若干斤。

$$5 \times [(3.5 \times 7 + 1.5) - 2] \div (5 - 3.5) + 2 = 82 \text{ 斤}$$

【解】 5 斤之包餘 2 斤。若 3.5 斤之包。亦包 5 斤之包數。則餘  $3.5 \times 7 + 1.5 = 26$  斤。是 3.5 斤之包與 5 斤之包。所包總量之差爲  $26 - 2 = 24$  斤。而每包之量差爲  $5 - 3.5 = 1.5$  斤。以每包之量差除總量之差。則得 5 斤之包數矣。由是 5 斤之包爲  $24 \div 1.5 = 16$  包。故糖爲  $5 \times 16 + 2 = 82$  斤

(200) 甲乙丙 3 人各有金若干圓。乙所有金比甲所有金少 50 元。丙所有金等於自 80 元內減甲所有金之餘數。而自乙所有金內減丙所有金。則餘 10 元。問甲乙丙各有金幾何？

【解】 乙比甲少 50 元者。即甲比乙多 50 元也。

而自乙所有金減丙所有金則餘10元者亦即乙比丙多10元也。由是則甲比丙多 $(50+10)=60$ 元可知也。而題言自80圓內減去甲所有金。所餘之數即為丙所有金。今若自80圓內減去甲比丙多之數 $(50+10)=60$ 圓則所餘者必為甲丙相等之和以2除之即得丙所有。題式如下：

$$\{80-(50+10)\} \div 2 = \{80-60\} \div 2$$

$$= 10 \text{ 圓 丙所有金。}$$

$$10+10=20 \text{ 圓 乙所有金。}$$

$$20+50=70 \text{ 圓 甲所有金。}$$

(201) 桃與柿共100枚。以之分給兒童。每人桃6枚柿8枚。則桃適盡而柿餘2枚。求桃柿各若干。

$$6 \times \{(100-2) \div (8+6)\} = 42 \text{ 枚 桃數}$$

$$100-42=58 \text{ 枚 柿數}$$

【圖】若將柿減去2枚。則桃與柿可均適盡。是桃柿之和為 $100-2=98$ 枚。每人分得桃柿共 $8+6=14$ 枚。因而兒童為 $98 \div 14=7$ 人。故桃為 $6 \times$

$7=42$  枚柿 爲  $100-42=58$  枚

(202) 桃數比柿數之2倍多12枚,以之分給兒童,每人桃7枚柿3枚,柿適盡而桃不足6枚,求桃柿及兒童各若干.

$$(12+6) \div (7-3 \times 2) = 18 \text{ 人 兒童.}$$

$$18 \times 3 = 54 \text{ 枚 柿數.}$$

$$54 \times 2 + 12 = 120 \text{ 枚 桃數.}$$

【註】若將柿數加6枚,則桃數比柿數之2倍多  $12+6=18$  枚,桃與柿可均適盡,每人所分之桃數,比桃數之2桃多  $7-3 \times 2=1$  枚,因每人多分1枚,則需桃18枚,故兒童爲  $18 \div 1=18$  人桃爲  $18 \times 3=54$  枚桃爲  $54 \times 2+12=120$  枚

(203) 以繩測水之深,4折之餘3尺,若將繩翦去6尺後3折之餘4尺,求水深及繩長各若干.

$$\{(4 \times 3 + 6) - (3 \times 4)\} \div (4 - 3) = 9 \text{ 尺 水深.}$$

$$(6+3) \times 4 = 36 \text{ 尺 繩長.}$$



【圖】4折之出水面者 $3 \times 4 = 12$ 尺. 剪去6尺後3折之. 出水面者 $4 \times 3 = 12$ 尺. 若不剪6尺. 出水面者當為 $12 + 6 = 18$ 尺. 由是 $18 - 12 = 6$ 尺. 與水深之 $4 - 3 = 1$ 倍相當. 故水深為 $6 \div 1 = 6$ 尺. 繩長為 $(6 + 3) \times 4 = 36$ 尺.

(204) 東倉存米為西倉米之3倍. 每日自東倉取出7石. 自西倉取出4石. 若干日後西倉米適盡. 東倉尚餘35石. 問東西兩倉有米各若干.

【圖】西倉中每日取出4石. 若一倉中米同時取盡. 則東倉中每日當取出 $4 \text{石} \times 3 = 12$ 石.

但東倉每日僅取出7石. 即每次東倉所取比西倉所取之3倍少 $(12 \text{石} - 7 \text{石}) = 5$ 石. 故西倉米已盡. 而東倉尚餘.

若餘5石. 則各取米一次. 今餘米35石. 故取米之日數 $= 35 \div 5 = 7$ .

故西倉有米 $= 4 \text{石} \times 7 = 28$ 石.

東倉有米  $=28石 \times 3 = 84石$ 。

(205) 桃數比柿數之3倍少40枚。以之分給兒童。每人柿4枚桃10枚。柿適盡而桃餘8枚。求兒童及桃與柿各若干。

$$(40+8) \div (4 \times 3 - 10) = 24 \text{ 人 兒童。}$$

$$4 \times 24 = 96 \text{ 枚 柿數。 } 96 \times 3 - 40 = 248 \text{ 枚 桃數。}$$

【圖】若將桃減去8枚。則桃數比柿數之3倍少  $40+8=48$  枚。分給兒童可均適盡。每人所分之桃數。比柿數之3倍少  $4 \times 3 - 10 = 2$  枚。因每人少分2枚。則少用48枚。故兒童為  $48 \div 2 = 24$  人。柿為  $4 \times 24 = 96$  枚。桃為  $96 \times 3 - 40 = 248$  枚。

〔應用問題其二十三〕(多人分物)

(206) 甲乙丙3倉滿貯白米。甲乙之和為250石。乙丙之和為350石。甲丙之和為300石。問3倉各貯若干？

【圖】題既有甲乙。乙丙。甲丙之和。若將3數相加。則得甲。乙。丙3倉各2倍之和。以2除之。

則得甲、乙、丙 3 倉各 1 倍之和。由此和數內減去甲乙則得丙。減去甲丙則得乙。減去乙丙則得甲。因得題式如次：

$$(250 + 350 + 300) \div 2 = 450 \text{ 和數 } 450 - 250 = 200$$

$$\text{丙倉 } 450 - 350 = 100 \text{ 甲倉 } 450 - 300 = 150 \text{ 乙倉}$$

(207) 分筆於學生。若有 3 人各給 13 支其餘各給 16 支適盡。若每人平均各給 15 支亦適盡。問人筆各若干？

【圖】題言有 3 人各得 13 支。與各得 16 支者較。則每人少得 3 支矣。故以每人得 16 支計算則不足  $(3 \times 3) = 9$  支也。後又以每人得 15 支分之。是每人比先次祇少得  $(15 - 16) = 1$  支即適當。故人數為  $(16 - 13) \times 3 \div (15 - 16) = 3 \times 3 \div 1 = 9 \div 1 = 9$  人。  $9 \times 15 = 135$  支筆數。

(208) 甲乙丙 3 營住有兵丁。甲營為乙營之 2 倍。乙營為丙營之 2 倍。但知甲營比丙營多 1530 人。問 3 營各住若干？

**【題】** 設丙營爲 1. 乙營必爲  $1 \times 2 = 2$ . 甲營必爲  $2 \times 2 = 4$ . 甲營比丙營所多者爲  $4 - 1 = 3$ . 由是 3 與 1530 相當.

故丙營爲  $1530 \div 3 = 510$  人 丙營所住.

$510 \times 2 = 1020$  人 乙營所住.

$1020 \times 2 = 2040$  人 甲營所住.

**(209)** 甲乙丙 3 數. 甲乙之和 176. 乙丙平均 74. 甲丙之和 160. 求 3 數各若干.

$$(176 + 74 \times 2 + 160) \div 2 - 176 = 66 \text{ 丙數}$$

$$160 - 66 = 94 \text{ 甲數}$$

$$176 - 94 = 82 \text{ 乙數}$$

**【解】** 乙丙平均 74. 則乙丙之和爲  $74 \times 2 = 148$ . 由是  $176 + 148 + 160 = 484$ . 爲 2 甲 2 乙 2 丙之和. 以 2 除之. 得  $484 \div 2 = 242$ . 爲甲乙丙 3 數之和. 減去甲乙之和. 故丙爲  $242 - 176 = 66$  甲爲  $160 - 66 = 94$  乙爲  $176 - 94 = 82$  又此題另有 3 式如下.

$$(176 + 160 - 74 \times 2) \div 2 = 94 \text{ 甲數}$$

$$(176+74 \times 2-160) \div 2=82 \text{ 乙數}$$

$$(160+74 \times 2-176) \div 2=66 \text{ 丙數}$$

**210)** 某人持銀若干,分給甲乙丙3人,甲得總銀之半少10元,乙得餘銀之半多8元,餘為丙所得,知甲乙共得為78元,求某人持銀若干。

$$(78+10-10 \div 2-8) \div (.5+.5 \div 2)=100 \text{ 元}$$

**【圖】** 若甲完全得總銀之半,當於78元內加10元,因甲多得10元之故,乙得餘銀之半時,則當少得 $10 \div 2=5$ 元,若乙完全得餘銀之半,又當於78元內減5元及8元故 $78+10-5-8=75$ 元,為甲得總銀之半與乙得餘銀之半之和,甲得總銀之.5,乙得總銀之 $.5 \div 2=.25$ ,由是75元,與某人持銀之 $.5+.25=.75$ 相當,故某人持銀為 $75 \div .75=100$ 元

**(211)** 甲乙丙3人,共有銀55元,知甲比乙之半數少2元,乙比丙之半數多3元,求3人各有銀若干。

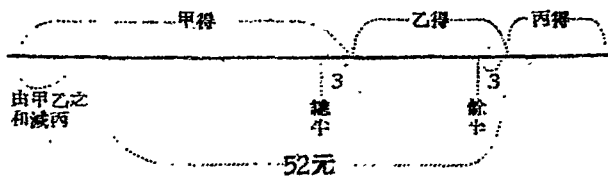
$$(55+2+3\times 2)\div(1+2+2\times 2)-2=7 \text{元} \quad \text{甲銀}$$

$$(7+2)\times 2=18 \text{元} \quad \text{乙銀}$$

$$(18-3)\times 2=30 \text{元} \quad \text{丙銀}$$

**【解】** 依題意.知甲銀加 2 元.則甲銀適為乙銀之半.丙銀加  $3\times 2=6$  元.則乙銀適為丙銀之半.是  $55+2+6=63$  元.即乙銀為甲銀之 2 倍.丙銀為甲銀之  $2\times 2=4$  倍明矣.因而 63 元.與甲銀加 2 元後之  $1+2+4=7$  倍相當.由是甲銀加 2 元後.為  $63\div 7=9$  元.故甲銀為  $9-2=7$  元 乙銀為  $(7+2)\times 2=18$  元 丙銀為  $(18-3)\times 2=30$  元

(212) 某人持銀若干.分給甲乙丙 3 人.甲得總銀之半多 3 元.乙得餘銀之半多 3 元.餘為丙所得.知甲乙所得之和比丙所得多 52 元.求某人持銀若干.



$$\{(52 \div 2 - 3 - 3) \times 2 + 3\} \times 2 = 86 \text{ 元}$$

**【解】** 觀圖可知 52 元，爲乙得與 3 元之和之 2 倍，因而  $52 \div 2 = 26$  元，爲乙得與 3 元之和， $26 - 3 = 23$  元，即乙所得， $(23 - 3) \times 2 = 40$  元，爲乙丙所得之和，亦即甲得後之餘銀，故某人持銀爲  $(40 + 3) \times 2 = 86$  元

**(213)** 甲乙丙 3 數之和爲 60，知以甲除乙商 2 餘 1，以乙除丙商 3 餘 2，求 3 數各若干。

$$\{60 - (1 + 2 + 1 \times 3)\} \div (1 + 2 + 2 \times 3) = 6 \text{ 甲數}$$

$$6 \times 2 + 1 = 13 \text{ 乙數}$$

$$13 \times 3 + 2 = 41 \text{ 丙數}$$

**【解】** 若乙數減去 1，則以甲除乙可商 2 無餘，乙減 1 後，以乙除丙可商 3 餘  $2 + 1 \times 3 = 5$ ，故由 60 內，減去乙所餘之 1 及丙所餘之 5，所餘者爲  $60 - (1 + 5) = 54$ ，則乙數爲甲數之 2 倍，丙數爲甲數之  $2 \times 3 = 6$  倍明矣，由是 54 與甲數之  $1 + 2 + 6 = 9$  倍相當，故甲數爲  $54 \div 9 = 6$ ，乙數爲  $6 \times 2$

+1=13 丙數爲  $13 \times 3 + 2 = 41$

(214) 甲乙丙 3 人共有銀 63 元.但知甲與乙 5 元.乙與丙 6 元.丙與甲 11 元.則 3 人所有銀皆相等.求原有銀各若干.

$63 \div 3 = 21$  元.相等時之銀數.

$21 + 5 - 11 = 15$  元 甲銀.

$21 + 6 - 5 = 22$  元 乙銀.

$12 + 11 - 6 = 26$  元 丙銀

【解】依題意.知相等時之銀爲  $63 \div 3 = 21$  元.甲與乙 5 元.自丙得來 11 元.故甲原有銀爲  $21 + 5 - 11 = 15$  元.同理乙爲  $21 + 6 - 5 = 22$  元.丙爲  $21 + 11 - 6 = 26$  元

(應用問題其二十四)(工程之關係)

(215) 某農家有薪 1200 擔.雇甲 1 人堆之 16 時可完.乙 1 人堆之 48 時可完.問丙 1 人堆之幾時可完?(但 3 人合力堆之 6 時即完)



**【題】** 甲 16 時堆完則 1 時必堆  $(1200 \div 16)$  擔。乙 48 時堆完則 1 時必堆  $(1200 \div 48)$  擔。題言 3 人合力堆之 6 時能完。則於 1200 擔減去 2 人 6 時所共堆者。餘者必為丙 6 時所共堆者。則丙 1 時所堆可得矣。以丙 1 時所能堆之數。除某農家所有。即得 1 人堆 1200 擔之時間。題式如下：

$$1200 \div \{ [1200 - (1200 \div 16 + 1200 \div 48) \times 6] \div 6 \} =$$

$$1200 \div \{ [1200 - 100 \times 6] \div 6 \} = 1200 \div [600 \div 6] = 1200$$

$$\div 100 = 12 \text{ 時即丙 1 人堆之所用時間。}$$

**(216)** 某工程 6 人作之 8 日可成。若 6 人作 2 日後。再添 3 人。求尚需幾日可成。

$$(8 \times 6 - 2 \times 6) \div (6 - 3) = 4 \text{ 日}$$

**【解】** (1) 以 1 人作之。須  $8 \times 6 = 48$  日可成。6 人作 2 日後。即等於 1 人作  $2 \times 6 = 12$  日。是所餘之工程。以 1 人作之須  $48 - 12 = 36$  日。今以  $6 + 3 = 9$  人作之。故尚需  $36 \div 9 = 4$  日可成。

$$(8-2) \times 6 \div (6+3) = 4 \text{ 日}$$

【解】(2) 6人作2日後,所餘者爲6人 $8-2=6$ 日之工程,以1人作之須 $6 \times 6 = 36$ 日,今以 $6+3=9$ 人作之,故尙需 $36 \div 9 = 4$ 日可成。

(217) 某工程8人作之,每日作工9時,5日可成,今每日作工10時,欲3日內完成,須用工人若干。

$$9 \times 8 \times 5 \div 10 \div 3 = 12 \text{ 人}$$

【解】每日共作工 $9 \times 8 = 72$ 時,5日可成,即以1人作之須 $72 \times 5 = 360$ 時可成,今每日作工10時,若以1人作之須 $360 \div 10 = 36$ 日,故欲3日內完成,須用工人 $36 \div 3 = 12$ 人

(218) 同上題,求甲1人獨作須若干日。

$$6 \div \{ [10 - (6-2)] \div (6-2) \} + 6 = 10 \text{ 日}$$

【解】同上題解,知甲作1日之工,與乙作 $\{10 - (6-2)\} \div (6-2) = 1.5$ 日之工相等,則乙6日之工,即等於甲 $6 \div 1.5 = 4$ 日之工,故甲1人獨作須

$$4+6=10 \text{ 日}$$

(219) 某工程,甲乙 2 人共作 6 日可成,今共作 2 日後,餘工歸乙 1 人獨作又 10 日而成,求乙 1 人獨作此工程須若干日。

$$6 \times \left[ \frac{10 - (6 - 2)}{6 - 2} \right] + 6 = 15 \text{ 日}$$

【解】乙獨作 10 日,與甲乙共作  $6 - 2 = 4$  日之工相等,今乙照共作之日數多作  $10 - 4 = 6$  日,知乙獨作 6 日,與甲獨作 4 日相等,於此可知,甲作 1 日之工程,與乙作  $6 \div 4 = 1.5$  日之工程相等,即甲 6 日之工等於乙  $6 \times 1.5 = 9$  日之工,故乙 1 人獨作須  $9 + 6 = 15$  日

(應用問題其二十五)(方陳暨排列)

(220) 有長方磚一種,長 8 寸,寬 6.4 寸,欲用以舖成一正方形,問其邊最小須長若干,共需磚幾塊?

【解】此正方形一邊之長必為 8 之倍數,又為 6.4 之倍數,

欲正方形最小，則其邊為 8 寸與 6.4 寸之最小公倍數。(即 32 寸。)

由是磚塊數  $= (32 \div 8) \times (32 \div 6.4) = 4 \times 5 = 20$ 。

(221) 於街道一端之左邊起，每隔 20 尺栽一柳樹，右邊起每隔 24 尺種一桃樹，彼端之兩旁亦各植一樹，而桃柳相對者 16 處，求此街之長。

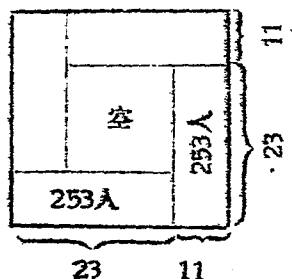
【解】每相鄰二桃柳相對點之距離為 20 尺與 24 尺之最小公倍數。(即 120 尺。)

現桃柳相對者 16 處，即相對點間之段數應為  $16 - 1 = 15$  段，故街長  $= 120 \text{尺} \times 15 = 1800 \text{尺}$ 。

(222) 士兵 1012 人，排成一個空心方陣，共 11 層，求外層每邊之人數。


$$1012 \div 4 \div 11 + 11 = 34 \text{人}$$

【解】如圖矩形所容之人數，為  $1012 \div 4 = 253$  人，以 11 層除之，每層為  $253 \div 11 = 23$  人，故外層每邊為  $23 + 11 = 34$  人。



(223) 以棋子若干枚，排成正方形，其外周共72枚，求棋子之總數？

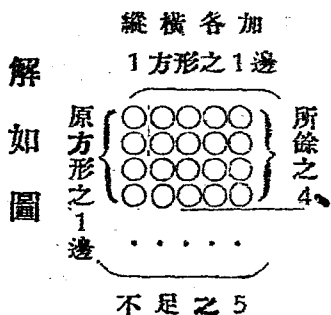
【圖】如下圖 依題意得棋子總數如次

A 乙邊 B  $72 \div 4 + 1 = 18 + 1 = 19$ 枚正方形之一邊。  
 甲  丙邊  $19 \times 19 = 361$ 枚 棋子總數。  
 邊 邊 外周棋子之數所以用4  
 D 丁邊 C 除而又加1者，觀圖說自

閉。既成正方形必有4邊，如圖A子既為甲邊所有，又為乙邊所有，B子既為乙邊所有，復為丙邊所有，C子既為丙邊所有，更為丁邊所有，D子亦為丁甲邊所共有，是A、B、C、D、4子為甲。

乙、丙、丁邊所互用也明矣。以4邊除4子每邊應得1子。故圖外周共12子。以4除之。須再加1。方得正方形之一邊無疑也。以1邊之數自乘。即得棋子之總數。

(224) 有棋子若干。列爲方形餘4。若縱橫各加1。亦便成方形則不足5。問棋子若干？



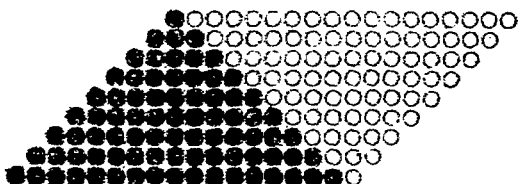
因縱橫各加1。將所餘之4使用且不足5。是加1之後。多用4與5之和數爲9。但有1子爲2邊所互用。若自9內減去之。則與原方形1邊之

2倍等。以2除之。即得原方形之2邊。再自乘之。加所餘之4。即得棋子總數題式如次：

(225) 許多士兵。排成1個3角陣。第1排1人。以後逐排多2人。共9

排.求共有士兵若干.

$$[1+(9-1) \times 2 + 1] \times 9 \div 2 = 81 \text{人}$$



【圖】第1排1個人.以後逐排多2人.則第2排有 $1+(2-1) \times 2=3$ 人.第3排有 $1+(3-1) \times 2=5$ 人.……………第9排有 $1+(9-1) \times 2=17$ 人.故兵數應為 $1+3+5+7+\dots\dots\dots+17$ .如再有1個同樣倒轉之3角陣.如圖中之作○號者.其兵數應為 $17+15+13+11+\dots\dots\dots+1$ .將兩個3角陣拼起來.就成1個斜長方陣.共9排.每排18人.此斜長方陣之人數為.

$$1+3+5+7+\dots\dots\dots+17$$

$$17+15+13+11+\dots\dots\dots+1$$

$$\hline 18+18+18+18+\dots\dots\dots+18$$

共9個

即共爲  $18 \times 9 = 162$  人。故 3 角陣之人數爲  $162 \div 2 = 81$  人

**(226)** 士兵排成 1 個空心正 3 角陣。外層每邊 27 人。共 4 層。求士兵若干。

$(27+1) \times 27 \div 2 = 378$  人。3 角陣實心人數。

$27 - 3 \times 4 = 15$  人。抽去 3 角陣外層每邊之人數。

$(15+1) \times 15 \div 2 = 120$  人。空心處可容之人數。

$378 - 120 = 258$  人 兵數。

**【解】** 若此 3 角陣爲實心應有  $(27+1) \times 27 \div 2 = 378$  人。抽去之 3 角陣外層每邊爲  $27 - 3 \times 4 = 15$  人。因此空心處可容  $(15+1) \times 15 \div 2 = 120$  人。故士兵爲  $378 - 120 = 258$  人

**(227)** 士兵排成 1 個梯形陣。第 1 排 8 人。以後逐排增加 1 人共 15 排。求士兵若干。

$\{8 + (15-1) + 8\} \times 15 \div 2 = 225$  人

**【解】** 第 15 排有  $8 + (15-1) = 22$  人。故兵數爲  $8 + 9 + 10 + \dots + 22$ 。如再排 1 個同樣之梯形陣。



144 五百雜題詳解(上編)

倒轉配上即成 1 斜長方陣。此斜長方陣之人數爲梯形陣之 2 倍。與上題同理。故梯形陣人數爲  $(22 \div 8) \times 15 \div 2 = 225$  人

(228) 有 7 尺 3 寸之方窗。四圍窗邊寬 2 寸。中間縱橫欲作格子 19 枝。其格子每枝寬 1 寸。求每兩格子間之距離若干。

$\{(7.3 - .2 \times 2) + .1\} \div (19 + 1) - .1 = .25$  尺即 2 寸 5 分。

【解】 7 尺 3 寸之窗。除窗邊外。中間縱橫尙有  $7.3 - .2 \times 2 = 6.9$  尺。但間隔數比格子數多 1。由是 6.9 尺。爲格子 19 與間隔 20 之寬。於 6.9 尺內加 1 枝格子之寬。爲  $6.9 + .1 = 7$  尺。即格子 20 與間隔 20 之寬。因而 1 格子與 1 間隔之寬。爲  $7 \div 20 = .35$  尺。故兩格子間之距離爲  $.35 - .1 = .25$  尺即 2 寸 5 分。

(229) 有棊子若干。列爲方形餘 4。若縱橫各加 1。亦使成爲方形不足 9。

求棊子若干。

$$\{(4+9+1) \div 2\}^2 - 9 = 40 \text{ 枚 棊子}$$

【解】縱橫各加 1。蓋棊子  $4+9=13$  枚。但有 1 子爲兩邊所互用。因而後成之方形每邊爲  $(13+1) \div 2 = 7$  枚。故棊子爲  $7^2 - 9 = 40$  枚

(230) 有一地圖。其比例尺爲一千萬分之一。今在此圖上量兩地之距離爲 0.15 尺。求實際相距若干。

【解】兩地之距離  $= 0.15 \text{ 尺} \times 10000000 = 1500000 \text{ 尺} = 1000 \text{ 里}$ 。

〔應用問題其二十六〕(雜題)

(231) 地球與太陽之距離爲 149000000 公哩。光每秒鐘行 19200 哩。問日光從太陽行至地球需幾秒。

【解】1 公里  $= 0.621$  哩。則光每秒行  $19200 \div 0.621 = 30918$  公里。故需  $149000000 \div 30918 = 4820$  秒(弱)。

(232) 匡中橘子數爲梨子數之 2 倍。今每次由匡中取橘 4 個。梨 3 個。若

千次後.梨適盡無餘.而筐中尚餘橘子  
10個.問橘及梨各若干.

【解】若每次取梨3個.橘(3個 $\times$ 2)=6個.則必  
同時取盡.

今每次取橘4個.即每次所取橘數比梨數  
之二倍少(6-4)=2個.故梨已盡而橘尚餘.

但若餘2個.則取過一次.現餘10個.故知已  
取過次數=10 $\div$ 2=5次.

由是知梨=3個 $\times$ 5=15個.

$\therefore$ 橘=15個 $\times$ 2=30個.

(233) 甲地在西經8度.當午前9  
時30分時.乙地爲正午1時.求乙地之  
經度.

【解】兩地之時差=12時-9時30分+1時=3時  
30分.而經度每差 $15^\circ$ 則差1時.每差 $15'$ .則差1  
分.故兩地之經差= $15^\circ \times 3 + 15' \times 30 = 52^\circ 30'$ .

因乙地之時刻早於甲地.故在甲地之東.

今甲地在西經 $8^\circ$ 則乙地必在 $0^\circ$ 東.即在東

經又異方向之經差爲兩經度之和。

則乙地在東經  $25^{\circ}30' - 8^{\circ} = 44^{\circ}30'$ 。

**(234)** 印刷某種廣告單。印100張價1元8角。印500張價5元。求印250張價若干。

$$1.8 + (5 - 1.8) \div (500 - 100) \times (250 - 100) = 3 \text{ 元}$$

**【解】** 印刷分排版、紙料、工費。3項。紙料工費依製品之多寡而定。惟排版無論1份或若干份皆無變者也。故1.8元。爲排版費與100張紙料工費之和。5元爲排版費與500張紙料工費之和。因而  $5 - 1.8 = 3.2$  元。乃排版費與排版費相減消。而只餘  $500 - 100 = 400$  張紙料工費之價。故每張紙料工費爲  $3.2 \div 400 = .008$  元。今照100張多印  $250 - 100 = 150$  張。須多出紙料工費。  $.008 \times 150 = 1.2$  元。故印250張之價爲  $1.8 + 1.2 = 3$  元。

**(235)** 馬2匹甲乙丙3人共騎105里之路。知甲比乙多騎4里比丙多騎14里。求3人各騎若干里。



【註】小馬3匹駝1塊，既不合理，且答數繁多，於四則題中尤難成立，因此題為普通人所共知，姑列之以供參考。

(237) 池水不知深，以繩2折測之餘3尺，3折測之又不足3尺，問池深及繩長各若干？

【解】題言以繩2折測之餘3尺，則全繩必餘 $(3 \times 2) = 6$ 尺可知，後以3折測之又不足3尺，則全繩必不足 $(3 \times 3) = 9$ 尺亦可知，是此時將前所餘6尺使用更必須添9尺始可達於池底明矣，而初次繩折2折，末次繩折3折，是前後所差一折，即多6尺繩與9尺繩之和，依此得題式為：

$$(3 \times 2 + 3 \times 3) \div (3 - 2) = 15 \div 1 = 15 \text{ 尺，池水之深。}$$

$$15 \times 2 + 3 \times 2 = 36 \text{ 尺，繩之長。}$$

(238) 有空地8畝55方丈，用以植桑，預定每1方丈1方步之地植桑30株，問共植若干株？

【圖】依地積之名稱及關係，將空地及預定之地悉變為方步數，再求空地內有若干預定之地，即有若干30株，然後以30乘之，即得共植之數，因得題式如次：

$$\begin{aligned} & (8 \times 60 + 55) \times 4 \div (1 \times 4 + 1) \times 30 = 535 \times 4 \div 5 \times 30 \\ & = 2140 \div 5 \times 30 = 428 \times 30 = 12840 \text{ 株即空地共植之數。} \end{aligned}$$

(239) 每斤價.53元之茶葉60斤，與每斤價.75元之茶葉35斤混合之，而以每斤.35元賣出，問損益如何？

【圖】以.65元之價賣出之斤數必為 $\{60+35\}=95$ 斤，故以.65乘95所得之數，與每斤.53元60斤及每斤.75元35斤之和價相較，即得損或益之數，題式如次：

$$\begin{aligned} & \{.53 \times 60 + .75 \times 35\} \approx .65 \times \{60 + 35\} = \{31.8 + 26.25\} \approx 61.75 = 58.05 \approx 61.75 = 3.7 \text{ 元益。} \end{aligned}$$

(240) 有三角形之空地一塊，三邊之長為52丈，120丈，76丈，今欲於此地

周圍植樹求每二株間最遠之等距離及最少所植之株數.但各角植樹一株.

【解】求植最少之株數.則必求最遠之距離.故各株之距離為諸邊長之最大公約數.

25. 120, 76 之最大公約數為 4. 即每二株間最遠之等距離 = 4 丈. 而株數 =  $(52+120+76) \div 4 = 62$ .

(241) 士兵若干列. 每列 4 人. 通過 24.5 丈之橋. 自首列上橋至末列離橋. 費 6 分鐘. 每分鐘之速度為 14 丈. 每兩列之間隔為 5 尺. 求士兵人數若干.

$$4 \times \{(14 \times 6 - 24.5) \div .5 + 1\} = 480 \text{ 人}$$

【解】自首列上橋至末列離橋. 所行之距離為  $14 \times 6 = 84$  丈. 即長橋與行列長之和. 是行列長為  $84 - 24.5 = 59.5$  丈. 列數比間隔之數多 1. 因而士兵為  $59.5 \div .5 + 1 = 120$  列. 故士兵為  $4 \times 120 = 480$  人

(242) 學生 250 人. 每 2 人作 1 列每



列隔 3 尺，排隊出發，每分鐘行 12 丈，走過某街，自首列入街至末列出街，共需 5 分鐘，求街長若干。

$$(12 \times 5) - \{.3 \times (250 \div 2 - 1)\} = 22.8 \text{ 丈}$$

【解】自首列入街至末列離街，所行之距離為  $12 \times 5 = 60$  丈，即隊長與街長之和。題言學生 250 人，知排為  $250 \div 2 = 125$  列，每列隔 3 尺，是由首列至末列共隔為  $.3 \times (125 - 1) = 37.2$  丈，故街長為  $60 - 37.2 = 22.8$  丈

(243) 一人問時，答云自現在至午後 6 時之時間數，與現在之時數相等，求現在為何時。

$$(12 + 6) \div 2 = 9 \text{ 時}$$

【解】現在為午前，依題意，知現在之時間數，為由夜 12 時至午後 6 時之正中，而由夜 12 時至午後 6 時，為  $12 + 6 = 18$  時間，故現在之時間為  $18 \div 2 = 9$  時

(244) 有鬪牛上樹，晝上 8 尺夜降

3尺。第7日達樹頂。求樹高若干。

$(8-3) \times (7-1) + 8 = 38$ 尺。樹高在  $38 - (8-3) = 33$ 尺以上。而不得過38尺。

【圖】 減去最後之1日。餘  $7-1=6$ 日。每日上  $8-3=5$ 尺。6日共上  $5 \times 6 = 30$ 尺。爲第7日晨之高。第7日上8尺。則爲  $30+8=38$ 尺。故樹高在  $38-5=33$ 尺以上。而不得過38尺。

(245) 甲乙兩列車。其速度每秒鐘甲56尺乙48尺。而甲車之長436尺。乙車之長500尺。問此兩車自相會至離開需時若干。

$$(436+500) \div (56+48) = 9 \text{ 秒鐘}$$

【圖】 每秒鐘兩車共行  $56+48=104$ 尺。兩車頭相對時。兩車共長  $436+500=936$ 尺。故所求之時間爲  $936 \div 104 = 9$ 秒鐘

(246) 鑿之速度每秒1098尺。在鐵道旁聞汽笛聲後。經42.5秒火車始過其前。但發汽笛時。火車距此地2745尺。

其路線並無彎曲.求火車每秒速度幾何.

$$2745 \div \{(2745 \div 1098) + 42.5\} = 61 \text{ 尺}$$

【圖】笛生傳到.所需之時間為  $2745 \div 1098 = 2.5$  秒.即聞聲時火車已行 2.5 秒.由是 2745 尺.為火車  $2.5 + 42.5 = 45$  秒鐘所行.故火車每秒鐘行  $2745 \div 45 = 61$  尺

(247) 甲乙丙三人同乘火車.共攜行李 300 斤.因火車搭附行李.每人有一定之重量.過其限制須給運費.今甲出運費 5 角.乙出運費 6 角.丙出運費 7 角.若令一人搭附.須出 2 元 6 角.求每人限制之重量.

$\{2.6 - (.5 + .6 + .7)\} \div 2 = .4$  元 每人搭附行李限制內之免費.

$$.4 \div \{(2.6 + .4) - 300\} = 40 \text{ 斤 每人限制之重量.}$$

【圖】行李 1 人攜之.多費  $2.6 - (.5 + .6 + .7) = .8$  元.即 2 人於限制內之免費.因而每人於限

制內之免費爲  $.8 \div 2 = .4$  元。故 300 斤如無免費之待遇，須納運費  $2.6 + .4 = 3$  元。是每斤之運費爲  $3 \div 300 = .01$  元。故每人限制之重量爲  $.4 \div .01 = 40$  斤

(248) 學生 250 人，每 2 人作 1 列，每列隔 3 尺，排隊出發，每分鐘行 12 丈，走過某街，自首列入街至末列出街，共需 5 分鐘，求街長若干。

$$(12 \times 5) - \{3 \times (250 \div 2 - 1)\} = 22.8 \text{ 丈}$$

【圖】自首列入街至末列離街，所行之距離爲  $12 \times 5 = 60$  丈，即隊長與街長之和。題言學生 250 人，知排爲  $250 \div 2 = 125$  列，每列相隔 3 尺，是由首列至末列共隔爲  $2 \times (125 - 1) = 37.2$  丈，故街長爲  $60 - 37.2 = 22.8$  丈

(249) 有火車長 270 尺，甲乙 2 人與車同方向進行，甲每秒行 5 尺，火車 10 秒鐘追過之，若乙每秒鐘行 2 尺，求火車須幾秒鐘追過乙。

$$270 \div \{(5 \times 10 + 270) \div 10 - 2\} = 9 \text{秒}$$

【圖】火車追過甲所行之尺數為  $5 \times 10 + 270$  320 尺是火車每秒行  $320 \div 10 = 32$  尺。則火車每秒可追過乙  $32 - 2 = 30$  尺。以每秒追過之尺數除火車之長。即得所求之答數。故火車須  $270 \div 30 = 9$  秒鐘追過乙。

(250) 二數之積為 768。其最大公約數為 8 但二數皆大於 8。求此二數。

【圖】以二數之最大公約數 8 之自乘數 64 除其積 768。得 12。(此數必為以 8 除二原數之商之積。)

將 12 分解為二數之積。不外 1 與 12。或 2 與 6。或 3 與 4。

但題言原數皆大於 8。則除原數之商皆大於 1。故非 1 與 12 又 8 為二原數之最大公約數。則 8 除原數之商必無公約數。故亦非 2 與 6。

由是 8 除二原數之商。必為 3 與 4。故二數為  $8 \times 3 = 24$ 。及  $8 \times 4 = 32$ 。

五百難題詳解(下編)

# 下編 分 數

## 第一編 注 意

### 第一章 緒 論

分數.帶分數 小於單位之量以  
小數表之.其法既詳於上編.今更說其  
第二之方法.

如有小於單位之量.其量為單位五分之一.  
則以五分之一為小單位計之.

如是.則此小單位之三倍.其價格為五分之  
三.而五分之三.謂之分數.

五分之一 五分之一 五分之一 五分之一 五分之一 或

$$\frac{3}{5}$$

五 分 之 一	五 分 之 一	五 分 之 一	五 分 之 一	五 分 之 一
------------------	------------------	------------------	------------------	------------------

五分之三

2 五百難題詳解(下編)

又如計某量，其數為 4，又加單位 5 分之 3，則唱為 4，又 5 分之 3，其量之價格，以整數與分數之和表之，如  $4 + \frac{3}{5}$  或  $4\frac{3}{5}$  此數謂之帶分數，其普通之定義如次。

凡表小於單位之量，其以單位若干等分之若干倍表之者，謂之分數，而表單位之若干等分者，謂之分母，其表若干倍者，謂之分子。

以整數及分數表之者，謂之帶分數。

(應用問題其二十七) (求某數)

分數的種類	解釋意義
真分數	分子小於分母，如 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2}{5}$ 。
假分數	分子大於或等於分母，如 $\frac{5}{2}$ ， $\frac{5}{5}$ 。
帶分數	整數帶有真分數，如 $2\frac{3}{4}$ 。

分數的性質

1. 用一數同乘分子分母，分數的值不變。

2. 用一數同除分子分母，分數的值不變。

(1) 某數之 $\frac{3}{8}$ 之 $\frac{2}{7}$ 等於 $7\frac{1}{2}$ 求某數?

【解】按題理是某數乘以 $\frac{3}{8}$ 再乘以 $\frac{2}{7}$ 能等於 $7\frac{1}{2}$ 也然則 $7\frac{1}{2}$ 除以 $(\frac{3}{8} \times \frac{2}{7})$ 必等於某數矣。故求某數題式如次。 $7\frac{1}{2} \div (\frac{3}{8} \times \frac{2}{7}) = \frac{15}{2} \div \frac{3 \times 2}{8 \times 7} = \frac{3 \times 5}{2} \times \frac{8 \times 7}{3 \times 2} = 5 \times 2 \times 7 = 70$ 即某數也。

(2) 某數之 $\frac{6}{7}$ 較某數之2倍少 $40\frac{4}{7}$ 問某數爲何數?

【解】依題意而反喻之。即某數之2倍較某數之 $\frac{6}{7}$ 多 $40\frac{4}{7}$ 之意也。如是則與前題同解而得題式如次： $40\frac{4}{7} \div (2 - \frac{6}{7}) = \frac{284}{7} \div \frac{14-6}{7} = \frac{284}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{284}{8} = 35\frac{1}{2}$ 即某數也。

(3) 某數之2倍較原數之 $\frac{2}{3}$ 多 $14\frac{2}{3}$ 求某數爲何數?

【解】依題意某數之2倍減去 $\frac{2}{3}$ 則所餘者必爲 $1\frac{1}{3}$ 倍所多之 $14\frac{2}{3}$ 即此數也。故求某數之題式如次。 $14\frac{2}{3} \div (2 - \frac{2}{3}) = \frac{44}{3} \div \frac{6-2}{3} = \frac{44}{3} \times \frac{3}{4} = 11$ 。即某數也。

(4) 自某數減去 $\frac{1}{2}$ 。從其餘數減去



4 五百難題詳解(下編)

$\frac{1}{3}$ . 又從其餘數減去  $\frac{1}{4}$ . 次第減去直減至  $\frac{1}{25}$ . 如是共減 25 次. 則餘 8. 求某數若干.

$$8 \div \left( \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \cdots \cdots \times \frac{23}{24} \times \frac{24}{25} \right) = 200 \text{ 某數}$$

【圖】設某數為 1. 初減  $\frac{1}{2}$ . 則餘  $\frac{1}{2}$ . 次減去  $\frac{1}{3}$ . 則餘  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ . 第 3 次減去  $\frac{1}{4}$ . 則餘  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ . 同理得第 24 次. 減去  $\frac{1}{25}$  之餘為  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \cdots \cdots \times \frac{23}{24} \times \frac{24}{25} = \frac{1}{25}$ . 與 8 相當. 故某數為  $8 \div \frac{1}{25} = 200$

(5) 某數之 2 倍減 6. 以 5 除之. 適為某數之  $\frac{3}{8}$ . 求某數.

$$\frac{6}{5} \div \left( \frac{2}{6} - \frac{3}{8} \right) = 48 \text{ 某數}$$

【解】某數之 2 倍減 6. 以 5 除之. 則為某數  $\frac{2}{5}$ . 少  $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ . 題言適為某數之  $\frac{3}{8}$ . 因而  $1\frac{1}{5}$  與某數之  $\frac{2}{5} - \frac{3}{8} = \frac{1}{40}$  相當. 故某數為  $1\frac{1}{5} \div \frac{1}{40} = 48$

(6) 某數減 11 之後. 又加其餘數之  $\frac{2}{3}$  為 56. 求某數.

$$65 \div \left(1 + \frac{2}{3}\right) + 11 = 50 \text{ 某數}$$

【解】設某數減11之後為1。則65與減11後之 $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ 倍相當。因而某數減11之後為 $65 \div 1\frac{2}{3} = 39$ 。故某數為 $39 + 11 = 50$

(7) 某人有80歲之壽。自現今至死歲數之 $\frac{5}{11}$ 與現年相等。求某人現年若干。

$$80 - 80 \div \left(1 + \frac{5}{11}\right) = 25 \text{ 歲}$$

【解】設某人自現今至死之歲數為1。依題意知1之 $\frac{5}{11}$ 為現年之歲數明矣。是80歲與由現今至死歲數之 $1 + \frac{5}{11} = 1\frac{5}{11}$ 倍相當。因而由現今至死之歲數為 $80 \div 1\frac{5}{11} = 55$ 歲。故某人現年為 $80 - 55 = 25$ 歲

(8) 某數之 $\frac{1}{3}$ 多3以4乘之。適為某數之2倍多2。求某數。

$$(3 \times 4 - 2) \div \left(2 - \frac{1}{3} \times 4\right) = 15 \text{ 某數}$$

【解】知某數之 $\frac{1}{3} \times 4 = 1\frac{1}{3}$ 倍多 $3 \times 4 = 12$ 。等於

某數之 2 倍多 2. 即某數之  $1\frac{1}{3}$  倍多  $12 - 2 = 10$ . 適為某數之 2 倍. 由是  $10$  與某數之  $2 - 1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  相當. 故某數為  $10 \div \frac{2}{3} = 15$

(9) 某數減去  $\frac{2}{5}$  加入 24 又減加入後之  $\frac{1}{3}$ . 尚餘 72. 求某數.

$$\left\{72 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) - 24\right\} \div \left(1 - \frac{2}{5}\right) = 140 \text{ 某數}$$

【解】設某數減去  $\frac{2}{5}$  加入 24 後為 1. 則 72 與  $1\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  相當. 因而某數減去  $\frac{2}{5}$  加入 24 後為  $72 \div \frac{2}{3} = 108$ . 未加 24 以前為  $108 - 24$ . 知 84 與某數之  $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$  相等. 故某數為  $84 \div \frac{3}{5} = 140$

(10) 某數之  $\frac{1}{6}$  加 6. 與某數之  $\frac{1}{4}$  減 6 相等. 求某數.

$$(6+6) \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) = 144 \text{ 某數}$$

【解】加 6 與減 6 之和. 適為  $\frac{1}{4}$  與  $\frac{1}{6}$  之差. 因而  $6+6=12$ . 與某數之  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$  相當. 故某數為  $12 \div \frac{1}{12} = 144$

(11) 某數  $\frac{1}{2}$  少 2 減某數  $\frac{1}{7}$  多 3. 餘

## 45. 求某數.

$$(45+3+2) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right) = 140 \text{ 某數}$$

【圖】知某數 $\frac{1}{7}$ 多 $45+3=48$ .與某數 $\frac{1}{2}$ 少2相等.是某數 $\frac{1}{7}$ 多 $48+2=50$ .等於某數 $\frac{1}{2}$ .因而50與某數之 $\frac{1}{2} - \frac{1}{7} = \frac{5}{14}$ 相當.故某數為 $50 \div \frac{5}{14} = 140$

(12) 某數 $\frac{1}{5}$ 多5.加某數 $\frac{1}{7}$ 多7.適為某數 $\frac{3}{7}$ 求某數.

$$(5+7) \div \left\{ \frac{3}{7} - \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) \right\} = 140 \text{ 某數}$$

【圖】某數 $\frac{1}{5}$ 多5.與某數 $\frac{1}{7}$ 多7之和.為某數之 $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$ 多 $5+7=12$ .題言適為某數之 $\frac{3}{7}$ .因而12與某數之 $\frac{3}{7} - \frac{12}{35} = \frac{3}{35}$ 相當.故某數為 $12 \div \frac{3}{35} = 140$

## 〔應用問題其二十八〕(分數化法之研究)

分 母 子 之 研 究 · 分 數 化 法	
整數可以化假分數.	隨使用什麼數做新分母. 再用 這數乘整數做新分子。

帶分數可以化假分數。	用分母乘整數部分再加分子做新分子仍用原分母做新分母。
假分數可化做帶分數或整數。	用分母除分子。能整除的便化成整數。不能整除的用商數做整數部。餘數做分子。原分母做分母。便化成帶分數。

(13) 有 2 位之數。原數與其轉位數之和為 165。單位數等於拾位數之  $\frac{2}{3}$  問原數若干？

【解】 設拾位數字為 1。以 10 乘之始進至拾位故原數為  $1 \times 10 + \frac{2}{3}$ 。至其轉位時。則  $\frac{2}{3}$  為拾位數字亦必以 10 乘之。始能進至拾位。故轉位數必為  $\frac{2}{3} \times 10 + 1$  由是  $(1 \times 10 + \frac{2}{3}) + (\frac{2}{3} \times 10 + 1)$  與 165 相當。故十位數字為  $165 \div \{(1 \times 10 + \frac{2}{3}) + (\frac{2}{3} \times 10 + 1)\}$   
 $= 165 \div \{10 \frac{2}{3} + 1 \frac{20}{3}\} = 165 \div \frac{55}{3} = 165 \times \frac{3}{55} = 9 \cdot 9 \times \frac{2}{3} = 6$  為單位數字。將此數字並列之則為 96 也。是為原數。

(14) 有多位分數但知其單位之數分母為 7。分子為 4。而上位數相等。今此分數約之則成  $\frac{118}{119}$ 。問原分數如

何？

【解】依題意則原分數分母子之差為 $7-4$ 。  
已約分數分母子之差為 $119-118$ 。故約數 $= (7-4) \div (119-118) = 3$ 。約數既知以之乘已約分數之母子則得原分數。由是原分數 $= \frac{118 \times 3}{119 \times 3} = \frac{354}{357}$ 。

(15) 有1分數。其分子加7則等於1。若分母減2。則等於 $\frac{1}{2}$ 。求原分數如何。

【解】分子加7等於1。即原分數分母比分子多7。當分母減2之時。則分母與分子之差為 $7-2=5$ 。因而分母減2後之分數為 $\frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$ 。故原分數為 $\frac{5}{10+2} = \frac{5}{12}$ 。

(16) 千分數 $\frac{47}{73}$ 之分母子各減相等之數。則成 $\frac{3}{5}$ 。求所減之數？

【解】 $\frac{3}{5}$ 之分數母子之差為 $(5-3)=2$ 。則 $\frac{3}{5}$ 之分子等於分母子之差之 $\frac{3}{2}$ 倍。故已減相等數後之分子為原分數分母子之差之 $\frac{3}{2}$ 倍。即 $(73-47) \times$

$\frac{3}{2}=39$ 。由是所減之等數爲 $47-39$ 即 $8$ 也。

(17) 有分數，分母與分子之差爲 $176$ 。而約爲 $\frac{5}{16}$ 。求原分數如何。

【圖】分數未約之前，母子之差爲 $176$ 。既約之後，母子之差爲 $16-5=11$ 。因而約數爲 $176 \div 11 = 16$ 。約數既知，以之乘已約分數之母子，得原分數爲 $\frac{5 \times 16}{16 \times 16} = \frac{80}{256}$

(18) 于分數 $\frac{32}{59}$ 之分母子各加相等之數，則成 $\frac{4}{7}$ 求所加之數？

【圖】 $\frac{4}{7}$ 之分數母子之差爲 $(7-4)=3$ 。則 $\frac{4}{7}$ 之分子等於母子之差之 $\frac{4}{3}$ 倍。故已加相等數後之分子爲原分數分母子之差之 $\frac{4}{3}$ 倍。即 $= (59-32) \times \frac{4}{3} = 36$ 由是，所加之等數爲 $36-32$ 即 $4$ 也。

(19) 有分數，其分子加 $2$ 則等於 $1$ 。分母加 $8$ 則等於 $\frac{1}{3}$ 。求原分數爲何。

【圖】分子加 $2$ 則等於 $1$ 。即母子相等。故原分母比原分子多 $2$ 。

原分母加 8 後, 比原分子多  $2+8=10$  而此時分母 3 倍於分子, 則分母分子之差 2 倍於分子, 故此時分子為  $10 \div 2 = 5$ , 而其分數為  $\frac{5}{5 \times 3} = \frac{5}{15}$ , 由是原分數為  $\frac{5}{15-8} = \frac{5}{7}$ .

(20) 自  $\frac{45}{53}$  之分母分子各減相等之數, 則為  $\frac{7}{10}$  求所減之數為何

【圖】自分數之分母分子減同數, 其分母分子之差定當仍為 1, 但其 1 為  $53-41=12$ , 1 為  $10-7=3$ , 因知減同數以後之分數, 係以  $12 \div 3 = 4$  約之結果, 未約以前為  $\frac{7 \times 4}{10 \times 4} = \frac{28}{40}$ , 故所減之數為  $41-28=13$  或  $53-40=13$

〔應用問題其二十九〕(約分通分)

名稱	意	義	方	法
約分	使一分數的分母和分子沒有公因數		將分母和分子各用他們的最大公因數除之。	
通分	使分母不同的兩個以上分數, 化做相同。		用各分母的最小公倍數做新分母, 用各分母除最小公倍數的商乘分子做新分子。	

(21) 有分數等於  $\frac{5}{9}$ , 其分母分子同



以某數加之，則等於 $\frac{3}{5}$ ，而原分子與分母之差為32，問所加之數若干。

【圖】 $\frac{5}{9}$ 之分子母分子之差為4，依題原分數分母分子之差為32，因知 $\frac{5}{9}$ 乃以 $32 \div 4 = 8$ 約原分數之分子而成，故原分數為 $\frac{5 \times 8}{9 \times 8} = \frac{40}{72}$ 。

分母分子各加同數，其差不變，今 $\frac{3}{5}$ 分母分子之差為2，故知 $\frac{3}{5}$ 乃變化後之分數以 $32 \div 2 = 16$ 約成，未約時應為 $\frac{3 \times 16}{5 \times 16} = \frac{48}{80}$ 。

故知所加之數為 $48 - 40 = 8$ 。

(22) 有某分數，其分子加某數，則等於 $\frac{4}{9}$ ，分子減某數，則等於 $\frac{1}{3}$ ，問某分數為何。

【圖】某分數之分子加減某數後，所得之二分數相加，等於原分數之2倍

故原分數為 $(\frac{4}{9} + \frac{1}{3}) \div 2 = \frac{7}{18}$ 。

(23) 將300分為甲乙丙丁四部，於甲加3，於乙減3，於丙以3乘於丁以

除.皆相等.問各數如何?

【解】於總數 300 內減 3. 則甲不必加 3 即  
 一等.又於總數內加 3.則乙不必減 3 亦相等.即  
 甲乙各佔相等數 1 倍.又丙以 3 乘之.則丙必佔  
 相等數  $\frac{1}{3}$ .丁以 3 除之則丁必佔相等數 3 倍也.

依此則題式如次:  $(300-3+3) \div (1+1+\frac{1}{3} \div 3)$   
 $-3=300 \div \frac{16}{3}-3=300 \times \frac{3}{16}-3=\frac{225}{4}-3=53\frac{1}{4}$  甲數.

$(300-3+3) \div (1+1+\frac{1}{3}+3)+3=300 \div \frac{16}{3}+3=300 \times$   
 $\frac{3}{16}+3=\frac{225}{4}+3=56\frac{1}{4}+3=59\frac{1}{4}$  乙數.  $(300-3+3)$

$\div (1+1+\frac{1}{3}+3) \div 3=300 \div \frac{16}{3} \div 3=300 \times \frac{3}{16} \div 3=\frac{225}{4}$   
 $\times \frac{1}{3}=18\frac{3}{4}$  丙數.  $(300-3+3) \div (1+1+\frac{1}{3}+3) \times 3=$

$300 \div \frac{16}{3} \times 3=300 \times \frac{3}{16} \times 3=\frac{225}{4} \times 3=\frac{675}{4}=168\frac{3}{4}$  丁數.

(24) 有 2 位之數.等於兩數字和  
 之 8 倍.若減 25 於本數.則兩數字之位  
 次倒轉.求本數爲何.

$$(45 \div 9) \div \left( \frac{8-1}{10-8} - 1 \right) = 2 \text{ 個位數字}$$

$$2+45 \div 9=7 \text{ 十位數字本數即 } 72$$

**【解】** 2位之數,即十位數字之10倍與個位數字之和,等於兩數字和之8倍,亦即十位數字與個位數字各8倍之和,故十位數字之10倍加個位數字,等於十位數字之8倍加個位數字之8倍,由是十位數字之 $10 - 8 = 2$ 倍,等於個位數字之 $8 - 1 = 7$ 倍,因而十位數字為個位數字之 $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ 倍,而兩數字之差為個位數字之 $3\frac{1}{2} - 1 = 2\frac{1}{2}$ 倍,題言減45於本數,則得倒轉數,是兩數字之差為 $45 \div 9 = 5$ ,與個位數字之 $2\frac{1}{2}$ 倍相當,故個位數字為 $5 \div 2\frac{1}{2} = 2$ ,十位數字為 $2 \div 45 \div 9 = 7$ ,本數即為72

(25) 有2位數,本數與其轉位數之和100,為知十位數字為個位數字之 $2\frac{1}{3}$ 倍,求本數為何.

$110 \div \left\{ \left( 1 + 2\frac{1}{3} \times 10 \right) + \left( 1 \times 10 + 2\frac{1}{3} \right) \right\} = 3$ . 個位數字.

$3 \times 2\frac{1}{3} = 7$ . 十位數字,本數為73

**【圖】** 設個位數字為1,則十位數字為 $2\frac{1}{3}$ ,但

十位數字須以 10 乘之始能進至十位. 因而本數爲  $1+2\frac{1}{3}\times 10=24\frac{1}{3}$ . 至其轉位數. 則 1 爲十位數字.  $2\frac{1}{3}$  爲個位數字十位數字亦須以 10 乘之始能進至十位. 因而轉位數爲  $1\times 10+2\frac{1}{3}=12\frac{1}{3}$ . 由是 110 與個位數字之  $24\frac{1}{3}+12\frac{1}{3}=36\frac{2}{3}$  倍相當. 故個位數字爲  $110\times 36\frac{2}{3}=3$ . 十位數字爲  $3\times 2\frac{1}{3}=7$ . 本數爲 73

應用問題其三十. (求已知其和之二分數)

分數加減法	方 法	摘 要
眞 分 數	1 分母相同的. 用原分母做分母. 分子相加或減做分子.	
	2 分母不同的. 先把分數化做同分母. 再照前算之.	
帶 分 數	整數部和分數部. 分別相加及相減再合成一數.	

(26) 有甲乙 2 數甲之  $7\frac{2}{5}$  倍與乙之  $6\frac{1}{3}$  倍相等. 而甲乙之和爲  $2\frac{4}{9}$ . 求 2 數?

【解】題言甲乙之和爲  $2\frac{4}{9}$  即甲乙各 1 倍之和. 等於  $2\frac{4}{9}$  也. 此數若以甲  $7\frac{2}{5}$  倍與乙  $6\frac{1}{3}$  倍除之. 則所得之商必小於甲  $7\frac{2}{5}$  倍與乙  $6\frac{1}{3}$  倍矣. 故各

以其所示之倍數乘之。則得分數。題式如次：

$$2\frac{4}{9} \div (7\frac{2}{5} + 6\frac{1}{3}) \times 7\frac{2}{5} = \frac{22}{9} \div 13\frac{6+5}{15} \times \frac{37}{5} = \frac{22}{9} \times \frac{15}{206} \times \frac{37}{5} = \frac{407}{309} = 1\frac{98}{309} \text{ 甲數。}$$

$$2\frac{4}{9} - 1\frac{98}{309} = 1\frac{412-294}{927} = 1\frac{118}{927} \text{ 乙數。}$$

(27) 甲乙 2 人合所持金爲 150 元。施與貧民。而其所施之金。甲爲乙之 2 倍。而甲乙餘金之比爲 4 與 5。其施金之總數。當甲初所有金之  $\frac{3}{4}$ 。問各施金若干？

【圖】 設甲最初所有金爲 1。而題言其施出之金額。甲爲乙 2 倍。其合爲 3 可知。依題意甲之施與金  $= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ 。乙之施與金  $= \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ 。由是甲之殘金  $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 。乙之殘金  $= \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$ 。由是乙最初所有金爲  $\frac{1}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$ 。故  $1 + \frac{7}{8}$  與 150 元相等。由是甲最初所有金  $= 150 \div (1 + \frac{7}{8}) = 80$  元。則甲施與金  $= 80 \times \frac{1}{2} = 40$  元。乙施與金  $= 80 \times \frac{1}{4} = 20$  元。

(28) 有兄弟 2 人。其年齡共 52 歲。

由今2年前,兄之年等於弟年 $1\frac{1}{7}$ 倍多3歲,問2人現年各若干?

【解】題言2人年齡之和爲52,則自前2年至今必各增2歲,故2人前2年年齡之和必爲 $(52-2\times 2)=48$ ,但此時兄年爲弟年 $1\frac{1}{7}$ 倍,尚多3歲,故自和數內減去3,則兄必恰爲弟 $1\frac{1}{7}$ 倍矣,至是兄弟年齡之和數必爲弟1倍與兄 $1\frac{1}{7}$ 倍可知,故弟2年前之年齡爲 $\{52-(2\times 2+3)\}\div(1+1\frac{1}{7})=45\div\frac{8}{7}=45\times\frac{7}{8}=21$ , $21+2=23$ 歲弟現年, $52-23=29$ 歲兄現年。

(29) 兄弟現年之和爲54歲,知兄年爲弟年之 $1\frac{1}{4}$ 倍,求兄年爲弟年之 $1\frac{2}{11}$ 倍時,須在幾年後。

$$54\div\left(1+1\frac{1}{4}\right)=24\text{歲,弟現年}$$

$$54-24=30\text{歲兄現年}$$

$$(30-24)\div\left(1\frac{2}{11}-1\right)-24=9\text{年後}$$

【解】設弟現年爲1,則兄現年爲 $1\frac{1}{4}$ ,54歲與

18 五百難題詳解(下編)

弟現年之  $1 + 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$  倍相當。故弟現年為  $54 \div 2\frac{1}{2} = 24$  歲。兄現年為  $54 - 24 = 30$  歲。而兄弟年齡之差為  $30 - 24 = 6$  歲。題問兄年為弟年之  $1\frac{2}{11}$  倍時須在幾年後。知兄年為弟年之  $1\frac{2}{11}$  倍時。須兄比弟大弟年之  $1\frac{2}{11} - 1 = \frac{2}{11}$ 。即兄年為弟年之  $1\frac{2}{11}$  倍時。弟年為  $6 \div \frac{2}{11} = 33$  歲。故所求須在  $33 - 24 = 9$  年後。

(30) 父子年齡之和為 82 歲。自今 8 年前子年比父年之  $\frac{1}{3}$  多 6 歲。問父子今年各若干歲？

【解】 今 8 年以前父年為 1。其時子年比父  $\frac{1}{3}$  多 6 歲而 8 年以前父子年齡之和為  $82 - 8 \times 2 = 66$  歲。由是  $(1 + \frac{1}{3})$  與  $69 - 6 = 60$  相當。因得父 8 年前之年齡為  $60 \div (1 + \frac{1}{3}) = 60 \div \frac{4}{3} = 60 \times \frac{3}{4} = 45$ 。由是  $45 + 8 = 53$  歲父現年之歲數。  $82 - 53 = 29$  歲子現年之歲數。

(31) 父子年齡之和為 84 歲。若干年前。子年為現年  $\frac{1}{5}$  之時。父年適為現

年之 $\frac{3}{4}$ 求父子現年各若干。

$$84 \div \left\{ 1 + \left( 1 - \frac{3}{4} \right) \div \left( 1 - \frac{1}{5} \right) \right\} = 64 \text{ 歲 父年}$$

$$64 - 64 = 20 \text{ 歲 子年}$$

【解】知父現年之 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ 與子現年之 $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ 相等。即子現年之歲數與父現年之 $\frac{1}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{5}{16}$ 相等。因而84歲與父現年之 $1 + \frac{5}{16} = 1\frac{5}{16}$ 倍相當。故父現年為 $84 \div 1\frac{5}{16} = 64$ 歲子現年為 $84 - 64 = 20$ 歲。又此題先求子年題式如下。

$$84 \div \left\{ 1 + \left( 1 - \frac{1}{5} \right) \div \left( 1 - \frac{3}{4} \right) \right\} = 20 \text{ 歲 子年}$$

$$84 - 20 = 64 \text{ 歲 父年}$$

(32) 甲乙二人分銀200元。甲所得之 $\frac{2}{9}$ 與乙所得之 $\frac{3}{4}$ 之何為74元。問各得若干。

【解】甲所得之 $\frac{2}{9}$ 與乙所得之 $\frac{2}{9}$ 之和為 $\frac{200 \times 2}{9}$ 元 =  $\frac{400}{9}$ 元。

甲所得之 $\frac{2}{9}$ 與乙所得之 $\frac{3}{4}$ 之和為74元。

由是乙所得之 $\frac{3}{4} - \frac{2}{9} = \frac{19}{36}$ 為74元 -  $\frac{400}{9}$ 元 =



$$\frac{266}{9} \text{元}$$

$$\text{故乙所得爲 } \frac{266}{9} \text{元} \div \frac{19}{36} = 56 \text{元.}$$

$$\text{甲所得爲 } 200 \text{元} - 56 = 144 \text{元.}$$

**(33)** 甲乙共有銀88元.知甲銀 $\frac{1}{3}$ 與乙銀 $\frac{2}{5}$ 相等.求甲乙銀各若干.

$$88 \div \left( 1 + \frac{2}{5} \div \frac{1}{3} \right) = 40 \text{元 乙銀}$$

$$88 - 40 = 48 \text{元 甲銀}$$

**【解】** 知甲銀等於乙銀之 $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{5}$ 倍.設乙銀爲1.則88元與乙銀之 $1 + 1\frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$ 倍相當.故乙銀爲 $88 \div 2\frac{1}{5} = 40$ 元 甲銀爲 $88 - 40 = 48$ 元 又此題先求甲銀題式如下.

$$88 \div \left( 1 + \frac{1}{3} \div \frac{2}{5} \right) = 48 \text{元 甲銀}$$

$$88 - 48 = 40 \text{元 乙銀}$$

**(34)** 甲乙共有銀75元.知甲銀 $\frac{1}{3}$ 與乙銀 $\frac{3}{5}$ 之和爲33元.求甲乙銀各若干.

$$\left( 33 - 75 \times \frac{1}{3} \right) \div \left( \frac{3}{5} - \frac{1}{3} \right) = 30 \text{元 乙銀}$$

$$75 - 30 = 45 \text{元 甲銀}$$

【解】甲乙銀各 $\frac{1}{3}$ 之和為 $75 \times \frac{1}{3} = 25$ 元。題言甲銀 $\frac{1}{3}$ 與乙銀 $\frac{3}{5}$ 之和為33元。因而 $33 - 25 = 8$ 元。與乙銀 $\frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$ 相當。故乙銀為 $8 \div \frac{4}{15} = 30$ 元。甲銀為 $75 - 30 = 45$ 元。又此題先求甲銀題式如下：

$$\left(75 \times \frac{3}{5} - 33\right) \div \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) = 45 \text{元 甲銀.}$$

$$75 - 45 = 30 \text{元 乙銀.}$$

(35) 甲乙共有銀132元。知甲銀減去 $\frac{1}{4}$ 為乙銀減去15元後之 $1\frac{1}{5}$ 倍。求甲乙銀各若干。

$$(132 - 15) \div \left\{ 1 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \div 1\frac{1}{5} \right\} = 72 \text{元 甲銀}$$

$$132 - 72 = 60 \text{元 乙銀}$$

【解】設甲銀為1。則甲銀之 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 為乙銀減去15元後之 $1\frac{1}{5}$ 倍。故乙銀減去15元後為甲銀之 $\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{5} = \frac{5}{8}$ 。但乙銀減15元。則甲乙銀之和為 $132 - 15 = 117$ 元。與甲銀之 $1 + \frac{5}{8} = 1\frac{5}{8}$ 倍相當。故甲銀為 $117 \div 1\frac{5}{8} = 72$ 元。乙銀為 $132 - 72 = 60$ 元。

(36) 甲乙共有銀120元。知甲銀 $\frac{3}{8}$ 比乙銀 $\frac{1}{3}$ 多11元。求甲乙銀各若干。

$$\left(120 - 11 \div \frac{3}{8}\right) \div \left(1 + \frac{1}{3} \div \frac{3}{8}\right) = 48 \text{元 乙銀.}$$

$$120 - 48 = 72 \text{元 甲銀}$$

**【解】** 1. 知甲銀比乙銀之 $\frac{1}{3} \div \frac{3}{8} = \frac{8}{9}$ 多 $11 \div \frac{3}{8} = \frac{88}{3}$ 元。若甲銀減去 $\frac{88}{3}$ 元。則與乙銀之 $\frac{8}{9}$ 相等。因而 $120 - \frac{88}{3} = \frac{272}{3}$ 元。與乙銀之 $1 + \frac{8}{9} = 1\frac{8}{9}$ 倍相當。故乙銀為 $\frac{272}{3} \div 1\frac{8}{9} = 48$ 元。甲銀為 $120 - 48 = 72$ 元

$$\left(120 + 11 \div \frac{1}{3}\right) \div \left(1 + \frac{3}{8} \div \frac{1}{2}\right) = 72 \text{元 甲銀.}$$

$$120 - 72 = 48 \text{元 乙銀.}$$

**【解】** 2. 知乙銀比甲銀之 $\frac{3}{8} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{8}$ 倍少 $11 \div \frac{1}{3} = 33$ 元。若乙銀加33元。則與甲銀之 $\frac{9}{8}$ 倍相等。因而 $120 + 33 = 153$ 元。與甲銀之 $1 + \frac{9}{8} = 2\frac{1}{8}$ 倍相當。故甲銀為 $153 \div 2\frac{1}{8} = 72$ 元 乙銀為 $120 - 72 = 48$ 元

(37) 父子年齡之和為55歲。6年後子年比父年之 $\frac{2}{5}$ 少3歲。求父子現

年各若干。

$$\left(55+6 \times 2+3\right) \div\left(1+\frac{2}{5}\right)-6=44 \text{ 歲 父年}$$

$$55-44=11 \text{ 歲 子年}$$

【圖】 6年後父子年齡之和為 $55+6 \times 2=67$ 歲。題言子年比父年之 $\frac{2}{5}$ 少3歲。若子年加3歲。則父子年齡之和為 $67+3=70$ 歲。子年可適為父年之 $\frac{2}{5}$ 。設父年為1。則子年為 $\frac{2}{5}$ 。因而70歲。與父6年後年齡之 $1+\frac{2}{5}=1\frac{2}{5}$ 倍相當。由是父6年後為 $70 \div 1\frac{2}{5}=50$ 歲。故父現年為 $50-6=44$ 歲。子現年為 $55-44=11$ 歲。

(38) 甲乙共有銀24元。知甲銀以2除之。與乙銀以3乘之相等。求甲乙銀各若干。

$$42 \div\left(1 \times 2+\frac{1}{3}\right) \times 2=36 \text{ 元 甲銀。}$$

$$42-36=6 \text{ 元 乙銀。}$$

【圖】 設相等時之分為1。則甲銀為相等時銀之 $1 \times 2=2$ 倍。乙銀為相等時銀之 $\frac{1}{3}$ 。因而42元。與相等時銀之 $2+\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}$ 倍相當。由是相等

時之銀爲  $42 \div 2\frac{1}{3} = 18$  元。故甲銀爲  $18 \times 2 = 36$  元  
乙銀爲  $42 - 36 = 6$  元。

(應用問題其三十一) (求已知其差之二分數)

(39) 兄弟二人其年齡之差爲 4。而弟之年齡爲兄之  $\frac{3}{4}$  問自今幾年後。弟之歲數爲兄之  $\frac{4}{5}$  ?

【圖】設兄今年之年齡爲 1。則弟爲  $\frac{3}{4}$ 。故今年兄之年齡 = 2 人之差之  $1 \div (1 - \frac{3}{4}) = 4$  倍。經所求年數後兄之年齡爲 1。則弟又爲  $\frac{4}{5}$ 。故其時兄之年齡 = 2 人之差之  $1 \div (1 - \frac{4}{5}) = 5$  倍。由是今年兄之年齡爲  $4 \times 4 = 16$  歲。所求年數後兄之歲數爲  $4 \times 5 = 20$  歲。故所求之年數爲  $20 - 16 = 4$  即 4 年也。

(40) 兄妹二人年齡之差爲 6 歲。自今年 8 年後兄年比妹年之  $1\frac{5}{8}$  倍。少 9 歲。問今年各幾歲。

【例】自今年8年後兄年比妹年之 $1\frac{5}{8}$ 倍少9歲。即其時二人之年差比妹年之 $\frac{5}{8}$ 少9歲。

但二人年齡之差恆為6歲。則6歲比其時妹年之 $\frac{5}{8}$ 少9歲。故其時妹年之 $\frac{5}{8}$ 當為 $9+6=15$ 歲。

由是妹現年為 $15 \div \frac{5}{8} - 8 = 16$ 歲。兄現年為 $16 + 6 = 22$ 歲。

(41) 兄弟年齡之差為7歲。知兄2年前之年齡。為弟2年後年齡之 $1\frac{1}{2}$ 倍。求兄弟現年各若干。

$$(7-2-2) \div (1\frac{1}{2}-1) - 2 = 4 \text{ 歲 弟年。}$$

$$4+7=11 \text{ 歲 兄年}$$

【例】兄2年前與弟2年後年齡之差為 $7-2-2=3$ 歲。設弟2年後之年齡為1。則兄2年前之年齡為 $1\frac{1}{2}$ 。因而3歲與弟2年後年齡之 $1\frac{1}{2}-1=\frac{1}{2}$ 相當。由是弟2年後之年齡為 $3 \div \frac{1}{2} = 6$ 歲。故弟現年為 $6-2=4$ 歲。兄現年為 $4+7=11$ 歲。

(42) 兄弟年齡之差為6歲。知現

年弟年爲兄年之 $\frac{3}{5}$ .求幾年後弟年爲兄年之 $\frac{2}{3}$ .

$$6 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) - 6 \div \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 3 \text{ 年後}$$

【解】設兄現年爲1.則弟現年爲 $\frac{2}{3}$ .知現年兄比弟大兄年之 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ .而弟年爲兄年之 $\frac{2}{3}$ 時.須兄比弟大兄年之 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ .即現在兄年爲 $6 \div \frac{2}{5} = 15$ 歲.弟年爲兄年之 $\frac{2}{3}$ 時.兄年爲 $6 \div \frac{1}{3} = 18$ 歲.故所求之年須在 $18 - 5 = 3$ 年後

(43) 弟所有銀比兄所有銀少8元.而等於兄所有銀之 $\frac{7}{8}$ .問二人各有銀若干.

【解】8元與兄之所有銀之 $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ 相等.故兄有銀 $8 \text{元} \div \frac{1}{8} = 64 \text{元}$ .弟有銀 $64 - 8 = 56 \text{元}$ .

(44) 有人以遺產分與二子.長子比次子多得140元.次子所得比長子所得之 $\frac{7}{9}$ 多20元.問二子所得各幾何.

【解】因次子所得比長子所得少140元.而比

其 $\frac{7}{9}$ 多20元,即長子所得減140元等於其 $\frac{7}{9}$ 加20元,則 $140元+20元=160元$ 與長子所得之 $1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$ 相當,故長子所得為 $160元 \div \frac{7}{9}=720元$ ,次子所得為 $720元-140元=580元$ .

(45) 父子年齡之差為24歲,若父年至等於現年之3倍時,則子年適為現年之11倍,求父子現年各若干.

$$24 \div \left(1 - \frac{3-1}{11-1}\right) = 30 \text{ 歲 父年}$$

$$30 - 24 = 6 \text{ 歲 子年}$$

【解】父年至等於現年之3倍時,則未來之年為現年之 $3-1=2$ 倍,子年至等於現年之11倍時,則未來之年,為現年之 $11-1=10$ 倍,但未來之年歲,父子相等,即父現年之2倍,與子現年之10倍相等,設父現年為1,則子現年為 $\frac{2}{10}$ ,因而24歲,與父現年之 $1-\frac{2}{10}=\frac{8}{10}$ 相當,故父現年為 $24 \div \frac{8}{10}=30$ 歲,子現年為 $30-24=6$ 歲,又此題先求子年題式如下.

$$24 \div \left(\frac{11-1}{3-1} - 1\right) = 6 \text{ 歲 子年}$$



$$6+24=30 \text{ 歲父年}$$

(46) 甲銀比乙銀多 10 元. 知乙銀爲其和之  $\frac{2}{5}$  多 3 元. 求甲乙銀各若干.

$$(10+3 \times 2) \div \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{2}{5} + 3 = 36 \text{ 元 乙銀.}$$

$$35+10=45 \text{ 元 甲銀.}$$

【圖】若乙與甲 3. 元則甲乙銀之差爲  $10+3 \times 2=16$  元. 此時乙銀適爲甲乙銀之和之  $\frac{2}{5}$ . 設甲乙銀之和爲 1. 則甲銀爲  $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ . 因而 16 元. 與甲乙銀之和之  $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$  相當. 由是甲乙銀之和爲  $16 \div \frac{1}{5} = 80$  元. 故乙銀爲  $80 \times \frac{2}{5} + 3 = 35$  元. 甲銀爲  $35+10=45$  元

(47) 甲銀比乙銀多 33 元. 知甲銀加  $\frac{1}{3}$  爲乙銀減 6 元後之  $3\frac{1}{2}$  倍. 求甲乙銀各若干.

$$(33+6) \div \left\{1 - \left(1 + \frac{1}{3}\right) \div 3\frac{1}{2}\right\} = 63 \text{ 元 甲銀}$$

$$63-33=30 \text{ 元 乙銀.}$$

【圖】設甲銀爲 1. 知甲銀之  $1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$  倍. 與

乙銀減6元後之 $3\frac{1}{2}$ 倍相等.即乙減6元後.等於甲原有銀之 $1\frac{1}{3} \div 3\frac{1}{2} = \frac{8}{21}$ .又乙銀減6元.則甲乙銀之差為 $33+6=39$ 元.因而39元.與甲銀之 $1 - \frac{8}{21} = \frac{13}{21}$ 相當.故甲銀為 $39 \div \frac{13}{21} = 63$ 元 乙銀為 $63-33=30$ 元 又此題先求乙銀題式如下.

$$(33+6) \div \left\{ 3\frac{1}{2} \div \left( 1 + \frac{1}{3} \right) - 1 \right\} + 6 = 30 \text{元 乙銀}$$

$$30+33=63 \text{元 甲銀}$$

(48) 甲有金為乙之 $\frac{2}{3}$ .若二人各加10元.則甲有金為乙之 $\frac{9}{11}$ .問各有金若干.

【圖】甲乙二人所有金之差為乙之 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ .即乙有金為甲乙所有金之差之 $1 + \frac{1}{3} = 3$ 倍.

各加10元後甲為乙之 $\frac{9}{11}$ .即甲乙之差為乙之 $1 - \frac{9}{11} = \frac{2}{11}$ .此時乙為二人之差之 $1 + \frac{2}{11} = \frac{13}{11}$ 倍.

各加10元.其差不變.可知乙加10之後.其所有金由二人所有金之差之3倍變為 $\frac{13}{11}$ 倍.

故所有金之差之 $(\frac{13}{11}-3)$ 與10元相當.即所

30 五百難題詳解(下編)

有金之差爲 10 元  $\div (\frac{11}{2}-3)=4$  元.

故乙有金爲 4 元  $\times 3=12$  元.

甲有金爲 12 元  $\times \frac{2}{3}=8$  元.

(49) 甲銀比乙銀多 16 元. 知甲銀減  $\frac{3}{16}$  與乙銀加  $\frac{1}{12}$  相等. 求甲乙銀各若干.

$$\left(16-16 \times \frac{3}{16}\right) \div \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{12}\right) = 48 \text{ 元 乙銀}$$

$$48 + 16 = 64 \text{ 元 甲銀}$$

【解】 知甲銀  $\frac{3}{16}$  與乙銀  $\frac{1}{12}$  之和爲 16 元. 題言甲銀比乙多 16 元. 則甲銀  $\frac{3}{16}$  比乙銀  $\frac{3}{16}$  必多  $16 \times \frac{3}{16} = 3$  元. 因而  $16 - 3 = 13$  元. 與乙銀之  $\frac{3}{16} + \frac{1}{12} = \frac{13}{48}$  相當. 故乙銀爲  $13 \div \frac{13}{48} = 48$  元. 甲銀爲  $48 + 16 = 64$  元. 又此題先求甲銀題式如下.

$$\left(16 + 16 \times \frac{1}{12}\right) \div \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{12}\right) = 64 \text{ 元 甲銀}$$

$$64 - 16 = 48 \text{ 元 乙銀}$$

(50) 甲乙銀之差爲 50 元. 知甲銀以 3 乘之與乙銀以 2 除之相等. 求甲乙銀各若干.

$$50 \div \left(1 \times 2 - \frac{1}{3}\right) \times 2 = 60 \text{元 乙銀}$$

$$60 - 50 = 10 \text{元 甲銀}$$

【解】設相等時之銀為1。則甲銀為 $\frac{1}{3}$ 。乙銀為相等時銀之 $1 \times 2 = 2$ 倍。因而50元。與相等時銀之 $2 - \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$ 倍相當。由是相等時之銀為 $50 \div 1\frac{2}{3} = 30$ 元。故乙銀為 $30 \times 2 = 60$ 元甲銀為 $60 - 50 = 10$ 元

(51) 甲乙有銀其差為20元。知甲銀之 $2\frac{2}{7}$ 倍。與乙銀之 $3\frac{5}{9}$ 倍相等。求甲乙銀各若干。

$$20 \div \left(3\frac{5}{9} \div 2\frac{2}{7} - 1\right) = 36 \text{元 乙銀}$$

$$36 + 20 = 56 \text{元 甲銀}$$

【解】知甲銀等於乙銀之 $3\frac{5}{9} \div 2\frac{2}{7} = 1\frac{5}{9}$ 倍。則20元與乙銀之 $1\frac{5}{9} - 1 = \frac{5}{9}$ 相當。故乙銀為 $20 \div \frac{5}{9} = 36$ 元 甲銀為 $36 + 20 = 56$ 元 又此題先求甲銀題式如下。

$$20 \div \left(1 - 2\frac{2}{7} \div 3\frac{5}{9}\right) = 56 \text{元 甲銀}$$

$$56 - 20 = 36 \text{元 乙銀}$$

(應用問題其三十二)(不知其和差之二分數)

分數乘除法	意	義
真分數乘法	分母相乘做分母,分子相乘做分子。	
真分數除法	將除數的分母分子顛倒,轉來去乘。	
帶分數乘除	化做假分數再照真分數乘除。	

(52) 甲有504元,乙有爲甲之 $\frac{11}{14}$ 元,甲每日用8元,乙每日用甲之 $1\frac{1}{2}$ 倍,問幾日之後甲之餘金爲乙之餘金之2倍?

【解】此題之解法有二,依題意乙所有爲504 $\times\frac{11}{14}=296$ 元,乙每日所用爲 $8\times 1\frac{1}{2}=12$ 元。

(一)題言經所求之日數後甲之餘金爲乙餘金之2倍,是甲所餘爲1,乙爲 $\frac{1}{2}$ 可知,今以甲所持金之半,又每日用其定數之半,則經所求之日數後餘金必相等可知,故所求之日數= $(504\times\frac{11}{14}-504\times\frac{1}{2})\div(8\times 1\frac{1}{2}-8\times\frac{1}{2})=(396-252)$

$\div(12-4)=144\div 8=18$ 日。即18日後甲餘金爲乙2倍。

(一)如前解云云。今將乙所有金2倍之。其每日所用亦2倍之。則經所求之日數後。則其所餘金亦必相等。故所求之日數  $= (504 \times \frac{11}{14} \times 2 - 504) \div (8 \times 1\frac{1}{2} \times 2 - 8) = (792 - 504) \div (24 - 8) = 288 \div 16 = 18$ 日也。

(53) 某人有百歲之壽。自現今至死時之 $\frac{8}{17}$ 與現今之歲數相等。問某人現年若干歲？

【解】設某人自現今至死時之歲數爲1。依題意即1之 $\frac{8}{17}$ 爲現年之歲數明矣。由是 $(1 + \frac{8}{17})$ 與100相當。故某人自現今至死之歲數爲  $100 \div (1 + \frac{8}{17}) = 100 \div \frac{25}{17} = 100 \times \frac{17}{25} = 68$ 。  $100 - 68 = 32$ 歲。現年歲數。

(54) 甲銀爲乙銀之 $1\frac{3}{5}$ 倍。若甲與乙6元。則甲乙銀數相等。求甲乙銀各若干。

34 五百難題詳解(下編)

$$6 \times 2 \div \left(1\frac{3}{5} - 1\right) = 20 \text{元 乙銀}$$

$$20 \times 1\frac{3}{5} = 32 \text{元 甲銀}$$

【解】設乙銀為1。則甲銀為 $1\frac{3}{5}$ 。甲乙銀之差為乙銀之 $1\frac{3}{5} - 1 = \frac{3}{5}$ 。題言甲與乙6元。則甲乙銀數相等。是甲乙銀之差為 $6 \times 2 = 12$ 元。與乙銀之 $\frac{3}{5}$ 相當。故乙銀為 $12 \div \frac{3}{5} = 20$ 元 甲銀為 $20 \times 1\frac{3}{5} = 32$ 元

(55) 以銀分給甲乙2人。乙得其 $\frac{1}{7}$ 。餘為甲所得。甲得比總銀之 $\frac{2}{3}$ 少4元。求甲乙各得銀若干。

$$4 \div \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{3} - 1\right) \times \frac{3}{7} = 18 \text{元 乙銀}$$

$$18 \div \frac{3}{7} - 18 = 24 \text{元 甲銀}$$

【解】設總銀為1。則銀之 $\frac{3}{7} + \frac{2}{3} = \frac{23}{21}$ 倍。比總銀數多4元。因而4元與總銀之 $\frac{23}{21} - 1 = \frac{2}{21}$ 相當。由是總銀為 $4 \div \frac{2}{21} = 42$ 元。故乙得銀為 $42 \times \frac{3}{7} = 18$ 元甲當。由是總銀為 $4 \div \frac{2}{21} = 42$ 元。故乙得銀為 $42 \times \frac{3}{7} = 18$ 元 甲得銀為 $18 \div \frac{3}{7} - 18 = 24$ 元

(56) 或人母25歲時生子.當母死時其子年爲母年之 $\frac{4}{7}$ 問母享年若干?

【解】設母享年爲1.母死之時或人之歲爲 $\frac{4}{7}$ .而母子年齡之差爲 $25-1=24$ 歲.由是母享年 $=24 \div (1 - \frac{4}{7}) = 24 \div \frac{3}{7} = 24 \times \frac{7}{3} = 56$ 歲.

(57) 某人26歲時生子.今年子歲之數比父之歲數之 $\frac{1}{3}$ 長5歲.問父子之年各若干?

【解】某人雖26歲生子.其時子亦有1歲.故某人比長子 $(26-1)=25$ 歲.又依題意設某人之歲數爲1.其子爲其 $\frac{1}{3}$ 多5歲.即某人比其子長 $(1 - \frac{1}{3})$ 少5歲也.由是 $\{(26-1)+5\}$ 與 $(1 - \frac{1}{3})$ 相當.故某人現年之歲數爲 $\{(26-1)+5\} \div (1 - \frac{1}{3}) = (25+5) \div \frac{2}{3} = 30 \times \frac{3}{2} = 45$ 歲父年.  $45 \times \frac{1}{3} + 5 = 20$ 歲子年.

(58) 今年父年爲子之4倍.10年



前父爲子之10倍。問現年父子各若干歲？

【解】 設現年父年爲4，則子年爲1。十年前父年爲10則子年爲1。故父現年之年齡爲兩人之差之 $4 \div (4-1) = \frac{4}{3}$ 倍。又10年前父之年齡爲兩人之差之 $10 \div (10-1) = \frac{10}{9}$ 倍。而 $\frac{4}{3} - \frac{10}{9}$ 與10年相當由是父子年齡之差爲 $10 \div (\frac{4}{3} - \frac{10}{9}) = 10 \div \frac{2}{9} = 10 \times \frac{9}{2} = 45$ 。而 $4-1=3$ 爲現年父比子多之倍數。則此3與45相當。故子現在之年齡爲 $45 \div (4-1) = 45 \div 3 = 15$ 歲。  $15 \times 4 = 60$ 歲父現年之歲數。

(59) 母子2人。母年28歲生子。若母年至等於今年之3倍時。則子年爲今年之6倍。問母子現年各若干？

【解】 母年至等於今年之3倍時。則其未來之歲數必等現年之2倍。又子年至爲今年之6倍時。則其未來之歲數。必等現年之5倍。但此未來之年數母子相等。故母子之2倍與子

年之3倍相等,設今年母之年為1,則子之年必為 $\frac{2}{5}$ 又母28歲生子當其時子即為1歲,由是母現年之歲數 $= (28-1) \div (1-\frac{2}{5}) = 27 \div \frac{3}{5} = 27 \times \frac{5}{3} = 45$ 歲 母年 $45 - (28-1) = 45 - 27 = 18$ 歲 子年.

(60) 甲銀之 $\frac{1}{2}$ 與乙銀之 $\frac{5}{6}$ 相等. 又甲銀之 $\frac{2}{3}$ 比乙銀多6元.求甲乙銀各若干.

$$6 \div \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \div \frac{5}{6} \right) = 90 \text{ 元 甲銀.}$$

$$90 \times \frac{2}{3} - 6 = 54 \text{ 元 乙銀}$$

【題】依題意,知乙銀等於甲銀之 $\frac{1}{2} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{5}$ .題言甲銀之 $\frac{2}{3}$ 比乙銀多6元,因而6元與甲銀之 $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15}$ 相當,故甲銀為 $6 \div \frac{1}{15} = 90$ 元 乙銀為 $90 \times \frac{2}{3} - 6 = 54$ 元

(61) 甲乙有銀如7與5之比.知甲銀之 $\frac{1}{2}$ 比乙銀之 $\frac{5}{8}$ 多3元.求甲乙銀各若干.

$$3 \div \left( \frac{1}{2} - \frac{5}{8} \times \frac{5}{7} \right) = 56 \text{ 元 甲銀}$$

$$56 \times \frac{5}{7} = 40 \text{ 元 乙銀}$$

【解】 ① 設甲銀為 1. 則乙銀為  $\frac{5}{7}$ . 是乙銀之  $\frac{5}{8}$  等於甲銀之  $\frac{5}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{56}$ . 因而 3 元與甲銀之  $\frac{1}{2} - \frac{25}{56} = \frac{3}{56}$  相當. 故甲銀為  $3 \div \frac{3}{56} = 56$  元 乙銀為  $56 \times \frac{5}{7} = 40$  元

$$3 \div \left( \frac{1}{2} \times \frac{7}{5} - \frac{5}{8} \right) = 40 \text{ 元 乙銀}$$

$$40 \times \frac{7}{5} = 56 \text{ 元 甲銀}$$

【解】 ② 設乙銀為 1. 則甲銀為  $\frac{7}{5}$ . 是甲銀之  $\frac{1}{2}$  等於乙銀之  $\frac{1}{2} \times \frac{7}{5} = \frac{7}{10}$ . 因而 3 元與乙銀之  $\frac{7}{10} - \frac{5}{5} = \frac{3}{40}$  相當. 故乙銀為  $3 \div \frac{3}{40} = 40$  元 甲銀為  $40 \times \frac{7}{5} = 56$  元

(62) 甲乙有銀相等. 若甲與乙 14 元. 則甲銀為乙銀之  $\frac{3}{7}$ . 求甲乙原有銀若干.

$$(14+14) \div \left( 1 - \frac{3}{7} \right) - 14 = 35 \text{ 元}$$

【解】 甲與乙 14 元. 則乙比甲多  $14+14=28$  元. 此時設乙銀為 1. 則甲銀為  $\frac{6}{7}$ . 因而 28 元與乙銀之  $1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$  相當. 由是甲與乙 14 元後. 乙銀為

$28 \div \frac{4}{7} = 49$ 元。故甲乙原有銀皆為  $49 - 14 = 35$ 元

(63) 甲銀為乙銀之  $1\frac{2}{7}$ 倍。若甲取總數之  $\frac{3}{4}$ 。則乙少得15元。求甲乙銀各若干。

$$15 \div \left[ 1 - \left\{ \left( 1 + 1\frac{2}{7} \right) - \left( 1 + 1\frac{2}{7} \right) \times \frac{3}{4} \right\} \right] = 35 \text{ 元 乙銀}$$

$$35 \times 1\frac{2}{7} = 45 \text{ 元 甲銀}$$

【解】設乙銀為1。則甲銀為  $1\frac{2}{7}$ 。而甲乙之和為  $1 + 1\frac{2}{7} = 2\frac{2}{7}$ 。題言甲取總數之  $\frac{3}{4}$ 。即取乙銀之  $2\frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = 1\frac{5}{7}$ 倍。而乙得為  $2\frac{2}{7} - 1\frac{5}{7} = \frac{4}{7}$ 。是乙少得  $1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ 。與15元相當。故乙銀為  $15 \div \frac{3}{7} = 35$ 元。甲銀為  $35 \times 1\frac{2}{7} = 45$ 元。

(64) 甲銀比乙銀之3倍少175元。又乙銀為甲乙銀之和之  $\frac{4}{9}$ 。求甲乙銀各若干。

$$175 \div \left\{ \frac{4}{9} \times 3 - \left( 1 - \frac{4}{9} \right) \right\} \times \frac{4}{9} = 100 \text{ 元 乙銀}$$

$$100 \times 3 - 175 = 125 \text{ 元 甲銀。}$$

【圖】設甲乙銀之和為1。則乙銀為  $\frac{4}{9}$ 。甲銀

爲  $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ . 是甲銀比乙銀之 3 倍少  $\frac{4}{9} \times 3 - \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$ . 與 175 元相當. 因而甲乙銀之和爲  $175 \div \frac{7}{9} = 225$  元. 故乙銀爲  $225 \times \frac{4}{9} = 100$  元 甲銀爲  $100 \times 3 - 175 = 125$  元

(65) 兄弟 2 人. 兄比弟長 4 歲. 而兄來年之歲數爲弟去年之歲數之  $1\frac{1}{2}$  倍. 問今年各幾何?

【解】 設弟去年之歲數爲 1. 則兄來年之歲數爲  $1\frac{1}{2}$  由是  $(1\frac{1}{2} - 1) =$  兄弟歲之差. 但兄算至來年則比現年多 1. 弟祇算至去年. 則比現年少 1. 是兄已比弟差  $(1+1) = 2$  歲. 再加兄比弟原長 4 歲. 由是  $(1\frac{1}{2} - 1)$  與  $(4+2)$  相當. 故弟去年之歲數  $= (4+2) \div (1\frac{1}{2} - 1) = 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times \frac{2}{1} = 12$  歲  $12 + 1 = 13$  歲爲弟現年之歲數.  $13 + 4 = 17$  歲爲兄現年之歲數.

(66) 一人當其父 29 歲時生. 後年齡至父之  $\frac{7}{11}$  時喪父. 又歷 4 年喪母. 但知其母享年與其父享年相等. 問此人

生時母之年齡幾何。

【解】父比子大 $29-1=28$ 歲。設父享年為1。則子喪父之年為 $\frac{7}{11}$ 。即其時父大於子之年為 $1-\frac{7}{11}$ 。父享年為 $28 \div (1-\frac{7}{11})=77$ 歲。

但父77歲時。母為 $77-4=73$ 歲。子為 $77-28=49$ 歲。而母子之年之差為 $73-49=24$ 歲。故母生子時之年為 $24+1=25$ 歲。

(67) 甲銀占乙銀總額之 $\frac{3}{4}$ 少8元。乙銀比甲銀之 $\frac{2}{5}$ 多7元。求甲乙銀各若干。

$$(8+8 \times \frac{2}{5}-7) \div \left\{ \left( \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \right) - 1 \right\} \times \frac{3}{4} - 8 = 55 \text{元}$$

甲銀

$$55 \times \frac{2}{5} + 7 = 29 \text{元} \quad \text{乙銀}$$

【解】若乙銀適為甲銀之 $\frac{2}{5}$ 。則占總額之 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$ 少 $8 \times \frac{2}{5} = \frac{16}{5}$ 元。題言乙比甲之 $\frac{2}{5}$ 多7元。因而 $8 + \frac{16}{5} - 7 = \frac{21}{5}$ 元。與總額之 $\frac{3}{4} + \frac{3}{10} - 1 = \frac{1}{20}$ 相當。由是總額為 $\frac{21}{5} \div \frac{1}{20} = 84$ 元。故甲銀為 $84 \times \frac{3}{4} - 8 = 55$ 元。乙銀為 $55 \times \frac{2}{5} + 7 = 29$ 元。

(68) 兄弟 2 人, 知兄年爲弟年之  $1\frac{2}{3}$  倍, 又知弟年比兄年之  $\frac{2}{3}$  少 2 歲, 求兄弟年齡各若干。

$$2 \div \left( \frac{2}{3} - 1 \div 1\frac{2}{3} \right) = 30 \text{ 歲 兄年}$$

$$30 \times \frac{2}{3} - 2 = 18 \text{ 歲 弟年}$$

【圖】 兄年爲弟年之  $1\frac{2}{3}$  倍, 即弟年爲兄年之  $1 \div 1\frac{2}{3} = \frac{3}{5}$ , 題言弟年比兄年之  $\frac{2}{3}$  少 2 歲, 是 2 歲與兄年之  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15}$  相當, 故兄年爲  $2 \div \frac{1}{15} = 30$  歲, 弟年爲  $30 \times \frac{2}{3} - 2 = 18$  歲。

(69) 甲銀占甲乙銀總額之  $\frac{3}{5}$  多 10 元, 又乙銀比甲銀之  $\frac{1}{2}$  少 6 元, 求甲乙銀各若干。

$$\left\{ 10 - \left( 6 - 10 \times \frac{1}{2} \right) \right\} \div \left\{ 1 - \left( \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \right) \right\} \times \frac{3}{5} + 10 = 64 \text{ 元 甲銀.}$$

$$64 \times \frac{1}{2} - 6 = 26 \text{ 元 乙銀.}$$

【圖】 若乙銀適爲甲銀之  $\frac{1}{2}$  則占總額之  $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$  多  $10 \times \frac{1}{2} = 5$  元, 元題言乙銀比甲銀之  $\frac{1}{2}$  少 6

元.是乙銀占總額之 $\frac{3}{10}$ 少 $6-5=1$ 元.由甲所多之10元內減去乙所少之1元.相較為 $10-1=9$ 元.與總額之 $1-\left(\frac{3}{5}+\frac{3}{10}\right)=\frac{1}{10}$ 相當.因而總額為 $9\div\frac{1}{10}=90$ 元.故甲銀為 $90\times\frac{3}{5}+10=64$ 元 乙銀為 $64\times\frac{1}{2}-6=26$ 元

(70) 兄弟2人.知弟年為兄年之 $\frac{3}{4}$ .又知兄年比弟年之 $1\frac{1}{2}$ 倍少2歲.求兄弟年齡各若干.

$$2\div\left(1\frac{1}{2}-1\div\frac{3}{4}\right)=12 \text{ 歲 弟年}$$

$$12\div\frac{3}{4}=16 \text{ 歲 兄年}$$

【圖】弟年為兄年之 $\frac{3}{4}$ .即兄年為弟年之 $1+\frac{3}{4}=1\frac{1}{3}$ 倍.題言兄年比弟年之 $1\frac{1}{2}$ 倍少2歲.因而2歲與弟年之 $1\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ 相當.故弟年為 $2\div\frac{1}{6}=12$ 歲 兄年為 $12\div\frac{3}{4}=16$ 歲

(71) 現年父有子年之4倍.6年前父有子年之7倍.求父子現年各若干.

$$6\div\left(\frac{1}{4-1}-\frac{1}{7-1}\right)\div(4-1)=12 \text{ 歲 子年.}$$



$$12 \times 4 = 48 \text{ 歲 父年.}$$

【圖】現年父有子年之4倍，其年齡之差為子年之 $4-1=3$ 倍，而6年前，父有子年之7倍，其年齡之差為子年之 $7-1=6$ 倍，但年齡之差無論何時皆相等，設年齡之差為1，現在子年為其差之 $\frac{1}{3}$ ，6年前子年為其差之 $\frac{1}{6}$ ，因而6年，與其差之 $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ 相當，由是求得其年齡之差為 $6 \div \frac{1}{6} = 36$ 歲，與現在子年之 $4-1=3$ 倍相等，故子現年為 $36 \div 3 = 12$ 歲，父現年為 $12 \times 4 = 48$ 歲

(72) 現年父有子年之 $3\frac{2}{3}$ 倍，6年後父有子年之 $2\frac{3}{5}$ 倍，求父子現年各若干。

$$6 \div \left( \frac{1}{2\frac{3}{5}-1} - \frac{1}{3\frac{2}{3}-1} \right) \div \left( 3\frac{2}{3} - 1 \right) = 9 \text{ 歲 子年}$$

$$9 \times 5\frac{2}{3} = 33 \text{ 歲 父年}$$

【圖】父子年齡之差，無論何時皆相等，知其年齡之差，為其子現年之 $3\frac{2}{3}-1=2\frac{2}{3}$ 倍，為其子6

年後年齡之 $2\frac{3}{5}-1=1\frac{3}{5}$ 倍。即現在子年爲其差之 $1+2\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$ 。6年後其子年爲其差之 $1\div 1\frac{3}{5}=\frac{5}{8}$ 。因而6年之間。與其差之 $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{2}{8}$ 相當。由是父子年齡之差爲 $6\div\frac{2}{8}=24$ 歲。等於其子現年之 $3\frac{2}{3}-1=2\frac{2}{3}$ 倍明矣。故子現年爲 $24\div 2\frac{2}{3}=9$ 歲。父現年爲 $9\times 3\frac{2}{3}=33$ 歲。

(73) 某人在8年前之年齡當今年年齡之 $\frac{2}{3}$ 。求其現年若干。

【解】 此人之現年少8歲即現年之 $\frac{2}{3}$ 。則8歲爲現年之 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ 。

故現年爲 $8\div\frac{1}{3}=24$ 歲。

(74) 某人5年前之年齡爲7年後年齡之 $\frac{4}{7}$ 。問某人今年若干歲。

【解】 5年前之年齡爲7年後年齡之 $\frac{4}{7}$ 而前後相差 $5+7=12$ 歲故12歲爲7年後年齡之 $1-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$ 。

故7年後之年齡爲 $12\div\frac{3}{7}=28$ 歲。現年爲

23-7=21歲。

(75) 兄弟2人。知弟年之4倍比兄年之3倍多2歲。又兄年爲兄弟年齡之和之 $\frac{9}{16}$ 。求兄弟年齡各若干。

$$2 \div \left\{ \left( 1 - \frac{9}{16} \right) \times 4 - \left( \frac{9}{16} \times 3 \right) \right\} \times \frac{9}{16} = 18 \text{ 歲 兄年}$$

$$(18 \times 3 + 2) \div 4 = 14 \text{ 歲 弟年。}$$

【解】 設兄弟年齡之和爲1。則兄年爲 $\frac{9}{16}$ 弟年爲 $1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$ 。兄年之3倍爲 $\frac{9}{16} \times 3 = \frac{27}{16}$ 。弟年之4倍爲 $\frac{7}{16} \times 4 = \frac{28}{16}$ 。是弟年之4倍比兄年之3倍多 $\frac{28}{16} - \frac{27}{16} = \frac{1}{16}$ 。與2歲相當。因而兄弟年齡之和爲 $2 \div \frac{1}{16} = 32$ 歲。故兄年爲 $32 \times \frac{9}{16} = 18$ 歲 弟年爲 $(18 \times 3 + 2) \div 4 = 14$ 歲

(76) 甲數之6倍與乙數之3倍相加。等於甲數之2倍加乙數之6倍。求甲乙二數之比。

【解】 6倍甲數 + 3倍乙數 = 2倍甲數 + 6倍乙數。

左邊甲數多 4 倍.右邊乙數多 3 倍.而相等.

則 甲數之 4 倍等於乙數之 3 倍.

則 甲數爲乙數 3 倍之  $\frac{1}{4}$ .

乙數爲乙數 3 倍之  $\frac{1}{3}$ .

故甲乙二數之比爲  $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3 : 4$ .

(77) 以 1 爲分子之分數中.其值最近於 1416 者爲何數.試於此分數加 3 化爲假分則如何?

【解】 以 1 爲分子者.則 1 爲被除數.其值近於 1416 即 1416 爲商數也所求者爲除數可知.故題式爲  $1 \div 1416 = 7$ .故其分數爲  $\frac{1}{7}$ .若加 3 於  $\frac{1}{7}$  化爲假分則爲  $3 + \frac{1}{7} = \frac{12}{7} + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$

(78) 乙銀爲甲乙銀之和之  $\frac{1}{4}$ .若甲與乙 5.則甲銀爲甲乙銀之和之  $\frac{2}{3}$ .求甲乙銀各若干.

$$5 \div \left( 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right) \times \frac{1}{4} = 15 \text{ 元 乙銀}$$

$$15 \div \frac{1}{4} - 15 = 45 \text{ 元 甲銀.}$$

【解】設甲乙銀之和為 1. 則甲銀為  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ . 題謂甲與乙 5 元. 則甲銀為甲乙銀之和之  $\frac{2}{3}$ . 是 5 元與甲乙銀之和之  $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$  相當. 因而甲乙銀之和為  $5 \div \frac{1}{12} = 60$  元. 故乙銀為  $60 \times \frac{1}{4} = 15$  元甲銀為  $15 \div \frac{1}{4} - 15 = 45$  元

### 應用問題其三十三 (旅行求行程)

繁分數意義	繁分數方法
分子分母也是分數的分數.	將分子分母分別化簡成一個數再依分數除法用分母除分子.

(79) 甲乙丙 3 人. 自同時同方向而行. 每時之速度甲 6 里. 乙 5 里丙 4 里. 然丙乙早 2 時間出發. 問甲比乙後若干時出發. 則同時追及丙?

【解】乙出發之時. 丙已先行  $4 \times 2 = 8$  里. 故乙自出發至追及之時間  $= 8 \div (5 - 4) = 8$  時. 而丙出發至為乙追及所行之里數  $= (8 + 2) \times 4 = 40$  里. 故甲行 40 里之時間為  $40 \div 6$  即  $\frac{20}{3}$  也. 由是甲之出發後乙之時間  $= 8 - \frac{20}{3} = 1\frac{1}{3}$  時也.

(80) 有車兩乘.同行於456間之道路.車輪迴轉之差爲152轉.而大輪周爲小輪周之 $1\frac{1}{2}$ 倍.問各輪周之長若干?(但每間之長=6尺)

【解】 設大輪迴轉之數爲1.依題意小輪迴轉之數必爲 $1\frac{1}{2}$ .故 $1\frac{1}{2}-1$ 與152相當.由是大輪迴轉之數=  $152 \div (1\frac{1}{2} - 1) = 304$  轉.大輪周長=  $456 \times 6 \div 304 = 6$  尺.小輪周長=  $9 \div 1\frac{1}{2} = 6$  尺.

(81) 甲乙丙3人繞池而行.同時由同處出發.乙返甲丙2人而行.每分鐘之速.甲8丈乙6丈丙5丈.今乙遇甲後 $1\frac{13}{7}$ 分鐘遇丙.求池之周圍若干.

$$(8+6) \times \{(6+5) \times 1\frac{13}{7} \div (8-5)\} = 60 \text{ 丈}$$

【解】 1. 乙丙每分鐘共行 $6+5=11$ 丈.題言乙遇甲後 $1\frac{13}{7} = \frac{90}{7}$ 分鐘遇丙.可知乙遇甲時.距丙爲 $11 \times 1\frac{13}{7} = \frac{90}{7}$ 丈.而每分鐘丙後甲 $8-5=3$ 丈.故乙甲相遇時.知已行 $\frac{90}{7} \div 3 = \frac{30}{7}$ 分鐘.因甲乙每分

鏡共行  $8+6=14$  丈。故池之周圍為  $14 \times \frac{30}{7} = 60$  丈

$$(6+5) \times \{(8+6) \times \frac{13}{77} + (8-5)\} = 60 \text{ 丈}$$

【圖】2. 甲乙每分鐘共行  $8+6=14$  丈。題言乙遇甲後  $1\frac{13}{77}$  分鐘遇丙。可知乙遇丙時甲在丙前  $14 \times 1\frac{13}{77} = \frac{180}{11}$  丈。而每分鐘甲比丙多行  $8-5=3$  丈。故乙丙相遇時。知已行  $\frac{180}{11} \div 3 = \frac{60}{11}$  分鐘。因乙丙每分鐘共行  $6+5=11$  丈。故池之周圍為  $11 \times \frac{60}{11} = 60$  丈

(82) 甲自東地至西地需 3 時。乙自西地至東地需 4 時。今 2 人同時自兩地相向出發。及相會甲比乙多行  $3\frac{3}{7}$  里。求兩地之距離若干。

$$3\frac{3}{7} \div \left\{ \left( \frac{1}{3} \times \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \right) - \left( \frac{1}{4} \times \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \right) \right\} = 24 \text{ 里}$$

【圖】設兩地之距離為 1。甲每時行  $\frac{1}{3}$ 。乙每時行  $\frac{1}{4}$ 。則甲乙每時共行  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ 。因而甲乙相會需  $1 \div \frac{7}{12} = \frac{12}{7}$  時。即相會時。甲行距離之  $\frac{1}{3} \times \frac{12}{7} = \frac{4}{7}$ 。乙行距離之  $\frac{1}{4} \times \frac{12}{7} = \frac{3}{7}$ 。是甲比乙多行距離之

$\frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$ . 與  $3\frac{3}{7}$  里相當. 故兩地之距離為  $3\frac{3}{7} \div \frac{1}{7}$   
= 24 里

(83) 甲乘人力車向某處出發. 經 2 時後. 乙乘馬車追之. 較甲後 20 分鐘而達彼處. 但每時之速. 人力車 12 里. 馬車 18 里. 求某處之距離若干.

$$18 \times \left\{ 12 \times \left( 2 - \frac{20}{60} \right) \div (18 - 12) \right\} = 60 \text{ 里}$$

【解】 甲早出發 2 時. 又乙較甲後  $\frac{20}{60}$  時到. 是乙僅追甲  $2 - \frac{20}{60} = 1\frac{40}{60}$  時所行之路. 即  $12 \times 1\frac{40}{60} = 20$  里. 而每時乙比甲多行  $18 - 12 = 6$  里. 可知乙行  $20 \div 6 = 3\frac{2}{3}$  時. 故某處之距離為  $18 \times 3\frac{2}{3} = 60$  里

(84) 甲每時行  $7\frac{1}{3}$  里. 乙每時行  $9\frac{1}{2}$  里. 今甲出發  $1\frac{1}{2}$  時後. 乙始在甲出發地後若干里地出發. 乙行 6 時追及甲. 求甲乙出發地相距若干里.

$$\left( 9\frac{1}{2} - 7\frac{1}{3} \right) \times 6 - \left( 7\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} \right) = 2 \text{ 里}$$

【解】 乙比甲每時多行  $9\frac{1}{2} - 7\frac{1}{3} = 2\frac{1}{6}$  里. 題言



乙行6時追及甲。是乙出發時。甲在前  $2\frac{1}{3} \times 6 = 13$  里。知甲先行  $1\frac{1}{2}$  時。為  $7\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = 11$  里。故甲乙出發地相距為  $13 - 11 = 2$  里

(85) 甲乘人力車向某地出發之後？經40分乙則以馬車追之。較甲後10分鍾而達於彼地。若每時間之速人力車18里馬車24里求此路途之長？

【題】題言甲每時之速18里。先行40分。可行12里。乙起而追之。後甲10分而至。即甲先乙10分而至也。此時乙祇追甲30分所行之路9里。可知。但乙以每時比甲快  $(24 - 18) = 6$  里之速追之。是乙追甲6里。即需1時。今追9里。必需1時半。可知。如是以乙每時24里之速行1時半。即為此路之長。明矣。故題式為  $24 \times \{18 \times (\frac{40}{60} - \frac{10}{60}) + (24 - 18)\} = 24 \times \{18 \times \frac{1}{2} \div 6\} = 24 \times \{9 + 6\} = 24 \times 15 = 36$  里。為此路之長。

(86) 從甲地至乙地步行之速。每小時8里。若乘車行之。每小時多行4

里。則早 1 時 20 分可達到。問此兩地之距離幾何？

【解】 行每小時 8 里。其行 1 里必需  $\frac{1}{8}$  時。乘車能多行 4 里。是每小時行 12 里其行 1 里必需  $\frac{1}{12}$  時。依此則乘車每行 1 里可省  $(\frac{1}{8} - \frac{1}{12}) = \frac{1}{24}$  時。今共省  $1\frac{1}{3}$  時。可視其內能有若干個  $\frac{1}{24}$  時。即距離若干里也。故兩地距離  $= 1\frac{1}{3} \div (\frac{1}{8} - \frac{1}{12}) = \frac{4}{3} \div \frac{1}{24} = \frac{4}{3} \times \frac{24}{1} = 32$  里

(87) 某人以 3 時行 8 里之速度欲往某處。於途中乘車。其速度可增  $\frac{1}{4}$ 。至午後 4 時始達其地。今欲再早 3 時到達。問須早乘車若干里。

【解】 設此人之速度為 1。則車之速度為  $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ 。而每時此人之速度為  $\frac{8}{3}$  里。故車之速度為  $\frac{8}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{3}$  里。行 1 里之時數人為  $\frac{3}{8}$ 。車為  $\frac{3}{10}$ 。故行 1 里人比車多  $\frac{3}{8} - \frac{3}{10} = \frac{3}{40}$  時。由是知早 1 里乘車必快  $\frac{3}{40}$  時。今欲早 3 時。必早乘車  $3 \div \frac{3}{40} = 40$  里。

(88) 一人自甲至乙，乘火車行全路之 $\frac{4}{5}$ ，乘汽車行餘路之 $\frac{3}{7}$ ，坐轎行第二次餘路之 $\frac{3}{4}$ ，再步行13里，即至乙地，問兩地之距離若干。

【圖】坐火車所剩之路為全路之 $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ ，坐汽車所剩之路為全路之 $\frac{1}{5} \times (1 - \frac{3}{7}) = \frac{4}{35}$ ，坐轎所剩之路為全路之 $\frac{4}{35} \times (1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{35}$ ，此數與步行之13里相當，故全路為 $13 \div \frac{1}{35} = 455$ 里。

(89) 上山每時行5里，下山每時行8里，今由山麓至山頂上下共費 $6\frac{1}{2}$ 時，求山麓至山頂之距離若干。

$$6\frac{1}{2} \div \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{8}\right) = 20 \text{里}$$

【圖】上山1里需 $\frac{1}{5}$ 時，下山1里需 $\frac{1}{8}$ 時，是上下山往返1里共需 $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{13}{40}$ 時，題言上下山共費 $6\frac{1}{2}$ 時，故由山麓至山頂之距離為 $6\frac{1}{2} \div \frac{13}{40} = 20$ 里。

(90) 由甲地步行至乙地，1時走 $10\frac{2}{3}$ 里，若乘每時多走6里之車，則早

到 1 時 20 分. 求兩地之距離若干.

$$\left(10\frac{2}{3}+6\right)\times\left(10\frac{2}{3}\times 1\frac{20}{60}\div 6\right)=39\frac{41}{81}\text{里}$$

【解】 1. 乘車早到  $1\frac{20}{60}$  時間. 即步行  $1\frac{20}{60}$  時之行程. 由車行補之. 步行  $1\frac{20}{60}$  時之行程為  $10\frac{2}{3}\times 1\frac{20}{60}=\frac{128}{9}$  里. 乘車每時多行 6 里. 即乘車行為  $\frac{128}{9}\div 6=\frac{64}{27}$  時. 車每時行  $10\frac{2}{3}+6=16\frac{2}{3}$  里. 故兩地之距離為  $16\frac{2}{3}\times\frac{64}{27}=39\frac{41}{81}$  里

$$1\frac{20}{60}\div\left(\frac{1}{10\frac{2}{3}}-\frac{1}{10\frac{2}{3}+6}\right)=39\frac{41}{81}\text{里}$$

【解】 2. 步行每時行  $10\frac{2}{3}$  其行 1 里需  $10\frac{2}{3}$   
 $=\frac{3}{32}$  時. 乘車每時多行 6 里. 其行 1 里需  $10\frac{2}{3}\div 6=\frac{3}{50}$  時. 依此則乘車每行 1 里可省  $\frac{3}{32}-\frac{3}{50}=\frac{27}{800}$  時. 今共省  $1\frac{20}{60}$  時. 故兩地之距離為  $1\frac{20}{60}\div\frac{27}{800}=36\frac{41}{81}$  里

(91) 一人往返於兩地之間. 往時每時行 3 里. 返時每時行 5 里. 今共費 12 時. 問兩地相距幾里.

【解】 因往時每時行 3 里返時每時行 5 里. 則

往時所費之時必爲全時之  $\frac{5}{3+5} = \frac{5}{8}$ .

故兩地相距爲 3 里  $\times (12 \times \frac{5}{8}) = 22\frac{1}{2}$  里.

**(92)** 甲乙二人自東往西.兩人速度相等.甲先行 32 里後乙始出發.及甲達西地即隨返.行全路之  $\frac{2}{14}$  遇乙.問東西相距若干.

**【解】** 甲未返行時二人之距離恆爲 32 里.甲到西地時乙在後 32 里因二人速率相等.故甲返行  $\frac{32}{2} = 16$  里遇乙.

但甲行全路之  $\frac{2}{14}$  遇乙故全路之  $\frac{2}{14}$  爲 16 里.則東西相距  $16 \div \frac{2}{14} = 112$  里.

**(93)** 甲乙二人賽跑.同時出發.經  $6\frac{3}{4}$  分後甲已達到決勝點.乙尙在其後 20 丈之處.又自出發後經 4 分鐘乙離決勝點 570 丈.問自出發點至決勝點之距離若何.

**【解】** 經  $6\frac{3}{4}$  分後乙尙在甲後 20 丈.則 1 分時

甲較乙多行20丈 $\div \frac{27}{4} = \frac{80}{27}$ 丈。又自出發時經4分鐘後乙尙離決勝點570丈。故甲離決勝點570丈 $-\frac{80}{27}$ 丈 $\times 4 = \frac{15070}{27}$ 丈。

但甲行全距離需 $6\frac{3}{4}$ 分行過4分。尙除 $6\frac{3}{4}$ 分 $-4$ 分 $=\frac{11}{4}$ 分。

則 $\frac{15070}{27}$ 丈爲全距離之 $\frac{11}{4} \div 6\frac{3}{4} = \frac{11}{27}$ 。故全距離爲 $\frac{15070}{27} \div \frac{11}{27} = 1370$ 丈。

(94) 甲從東地往西地。16時可到。乙由西地往東地。24時可到。今兩人同時出發。6時後尙距72里。求東西地之距離若干。

$$72 \div \left\{ 1 - \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{24} \right) \times 6 \right\} = 192 \text{ 里}$$

【解】設兩地之距離爲1。每時甲行 $\frac{1}{16}$ 乙行 $\frac{1}{24}$ 。是甲乙每時共行距離之 $\frac{1}{16} + \frac{1}{24} = \frac{5}{48}$ 。6時間甲乙共行距離之 $\frac{5}{48} \times 6 = \frac{5}{8}$ 。由是72里與距離之 $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ 相當。故東西地之距離爲 $72 \div \frac{3}{8} = 192$ 里

(95) 有四輪車。前輪之周 $6\frac{1}{2}$ 尺。

後輪之周爲前輪之 $1\frac{1}{4}$ 倍。今行若干之距離。知後輪比前輪少轉104回。求距離幾何。

$$104 \div \left( \frac{1}{6\frac{1}{2}} - \frac{1}{6\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4}} \right) = 3380 \text{ 尺}$$

【解】 後輪之周爲 $6\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{4} = 8\frac{1}{8}$ 尺。知前輪轉1尺。爲輪之 $\frac{1}{6\frac{1}{2}} = \frac{2}{13}$ 。後輪轉1尺。爲輪之 $\frac{1}{8\frac{1}{8}} = \frac{8}{65}$ 。而各進1尺間之回轉之差爲 $\frac{2}{13} - \frac{8}{65} = \frac{2}{65}$ 。題言後輪比前輪少轉104回。以每尺回轉之差除104回。得距離爲 $104 \div \frac{2}{65} = 3380$ 尺

〔應用問題其三十四〕(旅行求速度)

時 鐘 算 法	意 義
兩 針 相 重 時 刻	長針在後格數 $\div \frac{11}{12}$
兩 針 成 直 角 時 刻	(長針在後格數-15) $\div \frac{11}{12}$ (長針在後格數+15) $\div \frac{11}{12}$
兩 針 成 直 線 時 刻	(長針在後格數-30) $\div \frac{11}{12}$ (長針在後格數+30) $\div \frac{11}{12}$

(96) 某路有人於6時間可達。若以其2倍少2里之速力行之則4時可達。問此路之長？

【解】 設最初每時之速度爲1。則 $1 \times 6 = 6$ 距離。增加速力後每時之速度爲 $\frac{6}{4}$ 。而 $\frac{6}{4} + 1 = 1 + \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2}$ 。故後之速度比前速度之2倍少前速度之 $\frac{1}{2}$ 。依題意前速度之 $\frac{1}{2}$ 與2里相當。故前每時之速度 $= 2 \div \frac{1}{2} = 4$ 里。由是道=路之長 $= 4 \times 6 = 24$ 里。

(97) 問時鐘4點以後。兩針相重之時。須經幾分？

【解】 相重者追及意也。4點時分針與時計相距20分。即分針應追之分也。但分針進1分。時計只進其 $\frac{1}{12}$ 。是分針進1分。即比時計多進 $(1 - \frac{1}{12}) = \frac{11}{12}$ 分。故追及之分爲 $20 \div (1 - \frac{1}{12}) = 20 \times \frac{12}{11} = 21\frac{9}{11}$ 分。即4點後在此相重。

(98) 全前題兩針成直角之時。須經幾分？



【解】即追及距15分之意也。但現距20分。故只須追5分即可成直角也。題式如次： $(20-15) \div (1-\frac{1}{12}) = 5 \div \frac{11}{12} = 5 \times \frac{12}{11} = 5\frac{5}{11}$ 分。即在此成直角。

(99) 全前題兩針成直線之時。須經幾分？

【解】即追及30分之意也。但現已距20分。故必須追 $(20+30)=50$ 分始能成直線。題式如次： $(20+30) \div (1-\frac{1}{12}) = 50 \times \frac{12}{11} = 54\frac{6}{11}$ 分。即在此成直線。

(100) 甲乙2人競走。甲之速度爲乙之 $\frac{3}{4}$ 。今甲在乙前20丈。同時出發。經8分鐘乙達決勝點。其時甲尙在後4丈。求每分鐘之速各若干。

$$\frac{20+4}{7} \div (1-\frac{3}{4}) = 12 \text{丈} \quad \text{乙每分鐘之速。}$$

$$12 \times \frac{3}{4} = 9 \text{丈} \quad \text{甲每分鐘之速}$$

【解】8分鐘之時間。乙比甲多行 $20+4=24$ 丈。即每分鐘乙比甲多行 $\frac{24}{8}=3$ 丈。設乙之速度爲1。則甲之速度爲 $\frac{3}{4}$ 。因而3丈與乙速之 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ 相當。故乙每分鐘之速度爲 $3+\frac{1}{4}=12$ 丈。甲每

分鐘之速爲  $12 \times \frac{3}{4} = 9$  丈

(101) 甲出發 40 分鐘後.乙始在甲出發地後 4 里之地出發.乙經 4 時追及甲.若乙每時之速度  $11\frac{1}{2}$  里.求甲每時之速度如何.

$$\left(11\frac{1}{2} \times 4 - 4\right) \div \left(4 + \frac{40}{60}\right) = 9 \text{ 里}$$

【解】 乙行  $11\frac{1}{2} \times 4 = 46$  里 追及甲.甲被追及時.甲行爲  $46 - 4 = 22$  里.即甲  $4 + \frac{40}{60} = 4\frac{40}{60}$  時所行之路.故甲每時之速度爲  $22 \div 4\frac{40}{60} = 9$  里

(102) 甲乙 2 人競走.每秒鐘之速度.甲比乙之  $\frac{2}{3}$  多 1 丈.今甲在乙 2 丈後同時出發.經 18 秒甲達決勝點.其時乙尚在後 1 丈.求甲乙每秒鐘之速度各若干.

$$\left(1 - \frac{2+1}{18}\right) \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 2\frac{1}{2} \text{ 丈 乙每秒之速度}$$

$$2\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 1 = 2\frac{2}{3} \text{ 丈 甲每秒之速度}$$

【解】 1. 設乙每秒之速爲 1. 則甲每秒之速爲  $\frac{2}{3}$  多 1 丈.依題言知 18 秒鐘.甲比乙多行  $2 + 1 =$

3丈。則每秒鐘。甲當比乙多行 $\frac{3}{18}$ 丈。由是1丈與 $\frac{3}{18}$ 丈之差爲 $1 - \frac{3}{18} = \frac{15}{18}$ 丈。與乙每秒速度之 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 相當。故乙每秒之速度爲 $\frac{15}{18} \div \frac{1}{3} = 2\frac{1}{2}$ 丈。甲每秒之速度爲 $2\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 1 = 2\frac{2}{3}$ 丈。

$\{(18 \times 1) - (2 + 1)\} \div (1 - \frac{2}{3}) + 18 = 2\frac{1}{2}$ 丈 乙每秒之速度。

$2\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 1 = 2\frac{2}{3}$ 丈 甲每秒之速度。

**【題】** 2. 18秒甲比乙速度之 $\frac{2}{3}$ 當多 $18 \times 1 = 18$ 丈。但甲在乙之2丈後。且勝1丈。故多走 $2 + 1 = 3$ 丈。由是比乙之 $\frac{2}{3}$ 多18丈者。比乙多走3丈。由是乙18秒之速度爲 $(18 - 3) \div (1 - \frac{2}{3}) = 45$ 丈。故乙每秒之速度爲 $45 \div 18 = 2\frac{1}{2}$ 丈。甲每秒之速度爲 $2\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 1 = 2\frac{2}{3}$ 丈。

(103) 甲乙2人競走。若甲先行2時後。乙始出發追之。經4時追及。若甲增前速 $\frac{1}{2}$ 乙增前速 $\frac{1}{4}$ 亦經4時。則尚不及甲12里。求以初甲乙每時之速度如何。

$$12 \div \left[ \left\{ \left( \frac{1}{4+2} + \frac{1}{4+2} \times \frac{1}{2} \right) \times (4+2) \right\} - \left\{ \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right) \times 4 \right\} \right] \div 4 = 12 \text{ 里 乙以初每時之速度}$$

$$12 \times 4 \div (4+2) = 8 \text{ 里 甲以初每時之速度}$$

【圖】設追及之里數爲 1. 甲每時行  $\frac{1}{4+2}$  乙每時行  $\frac{1}{4}$  甲增前速  $\frac{1}{2}$ . 則每時行  $\frac{1}{4+2} + \frac{1}{4+2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{12}$ . 乙增前速  $\frac{1}{4}$ . 則每時行  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$ . 是甲行  $4+2=6$  時比乙行 4 時多行追及里數之  $\frac{3}{12} \times 6 - \frac{5}{16} \times 4 = \frac{1}{4}$ . 與 12 里相當. 因而追及之里數爲  $12 \div \frac{1}{4} = 48$  里爲乙 4 時所行. 故乙以初每時之速度爲  $48 \div 4 = 12$  里甲以初每時之速度爲  $12 \times 4 \div (4 \times 2) = 8$  里

### 〔應用問題其三十五〕(旅行雜問)

(104) 有一火輪在靜水中每點之速爲 16 里. 今在一河中往來. 自甲至乙共費 10 點 40 分. 若河流每點之速 5 里. 問 2 處距離若干?

【圖】設 2 處距離爲 1. 依題意順流行 1 里所需時間 =  $\frac{1}{16+5}$ . 逆流行 1 里所需之時間 =  $\frac{1}{16-5}$

由是2地之距離 $=10\frac{40}{60} \div \left(\frac{1}{16-5} + \frac{1}{16-6}\right) = \frac{540}{60} + \frac{32}{231} = \frac{640}{60} \times \frac{231}{32} = 77$ 里。

(105) 有甲乙2火車.甲每小時行30里.午後1時出發.乙每小時行40里.午後1時15分出發於車場後10里之處.問何時可追及?

【解】依題意乙每小時比甲快 $(40-30) = 10$ 里.但在場後10里出發.又晚走一小時之 $\frac{1}{4}$ 之路.故乙追甲之時間為 $(10+40 \times \frac{1}{4}) \div (40-30) = 20 \div 10 = 2$ 時.由是追及之時間為 $(1\frac{1}{4}+2) = 3\frac{1}{4}$ 時.即下午8時16分也。

(106) 有旅行人.乘3時間行14里之人力車.欲達其地.於途中換乘馬車.其速可增 $\frac{5}{7}$ 至午後8時始達其地.若求更早5時間達到.須早換乘馬車若干里方可。

$$\left(\frac{14}{3} + \frac{14}{3} \times \frac{5}{7}\right) \times \left\{ \left(\frac{14}{3} \times 5\right) \div \left(\frac{14}{3} \times \frac{5}{7}\right) \right\} = 56 \text{ 里}$$

【解】①人力車每時之速為 $\frac{14}{3}$ 里.馬車速增 $\frac{5}{7}$ .

即馬車比人力車每時多行 $\frac{14}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{3}$ 里。題問早到5時。即人力車5時之行程。須馬車之速加出。人力車5時之行程為 $\frac{14}{3} \times 5 = \frac{70}{3}$ 里。須馬車 $\frac{70}{3} \div \frac{10}{3} = 7$ 時始能加出。因欲早到5時。須早換乘馬車7時間。馬車每時之速為 $\frac{14}{3} + \frac{10}{3} = 8$ 里。故須早換乘馬車 $8 \times 7 = 56$ 里方可。

$$5 \div \left\{ \left( 1 \div \frac{14}{3} \right) - 1 \div \left( \frac{14}{3} + \frac{14}{3} \times \frac{5}{7} \right) \right\} = 56 \text{ 里.}$$

【註】②人力車每時之速為 $\frac{14}{3}$ 里馬車速增 $\frac{5}{7}$ 。即馬車每時之速為 $\frac{14}{3} + \frac{14}{3} \times \frac{5}{7} = 8$ 里。若行1里。人力車需 $1 \div \frac{14}{3} = \frac{3}{14}$ 時間。馬車需 $1 \div 8 = \frac{1}{8}$ 時間。故行1里所需時間之差為 $\frac{3}{14} - \frac{1}{8} = \frac{5}{56}$ 時。於此可知早1里換乘馬車則快 $\frac{5}{56}$ 時。今欲快5時間。故以 $\frac{5}{56}$ 除之。得應早換乘馬車之里數為 $5 \div \frac{5}{56} = 56$ 里

(107) 狐行60步犬追之。狐行3步之時犬2步。又狐行7步之地犬3步可及。求犬行若干步能追及狐。

$$\left( 60 \times \frac{3}{7} \right) \div \left( 1 - \frac{3}{2} \times \frac{3}{7} \right) = 72 \text{ 步}$$

【解】1. 犬行1步之時。狐行 $\frac{3}{2}$ 步。但狐行1步之

66 五百難題詳解(下編)

長僅及犬之 $\frac{3}{7}$ 步。故犬行1步之時。狐僅行犬之 $\frac{3}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{14}$ 步。因而犬行1步。比狐多行 $1 - \frac{9}{14} = \frac{5}{14}$ 步。但狐已行60步。此60步合犬之步數為 $60 \times \frac{3}{7} = \frac{180}{7}$ 步。故犬行 $\frac{180}{7} \div \frac{5}{14} = 72$ 步能追及狐。

$$60 \div \left( \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} - 1 \right) \times \frac{2}{3} = 72 \text{ 步}$$

【解】2. 狐行1步之時犬行 $\frac{2}{3}$ 步。但犬行1步之長。合狐之 $\frac{7}{3}$ 步。故狐行1步之時。犬行狐之 $\frac{2}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{9}$ 步。即狐行1步。犬比狐多行狐之 $\frac{14}{9} - 1 = \frac{5}{9}$ 步。因而狐行 $60 \div \frac{5}{9} = 108$ 步可被追及。狐行108步合犬行 $108 \times \frac{2}{3} = 72$ 步即犬行72步能追及狐。

(108) 甲汽車每點之速度30英里。於午間1時由奉天向北出發。乙汽車每點之速40英里。於午間1時15分由奉天南不及奉天10里之處出發追之。問午後何時追及？

【解】依題意乙車於後10里處出發。及晚15分鐘故甲車在乙車前之里數為 $(10 + 30 \times \frac{15}{60})$ 。

即乙車應追之數也。而乙車每時比甲車快 $(40-30)=10$ 里。故視甲車在乙車前之里數內有若干10里即需若干時追及也。所得之數再與乙車出發時間相加。即為乙車追及甲車之時間。題式為 $1\frac{15}{60}+(10+30\times\frac{15}{60})\div(40-30)=1\frac{15}{60}+(10+\frac{15}{2})\div10=1\frac{15}{60}+17\frac{1}{2}\div10=1\frac{15}{60}+1\frac{3}{4}=2+\frac{15+45}{60}=3$ 時。即下午3時也。

(109) 某人自城往鄉。去每時行8里。回每時行6里。來往共費21時。問城鄉之距離。

【解】 去時1里費 $\frac{1}{8}$ 時。回時1里費 $\frac{1}{6}$ 時。即往返1里共費 $(\frac{1}{8}+\frac{1}{6})$ 時。

今共費21時。故距離為 $21\div(\frac{1}{8}+\frac{1}{6})=72$ 里。

(110) 某童子團野外實習。急乘夜間以信號報後援隊解纜。歷一刻鐘後又發第二次信號。後援隊聞報即乘汽車往救援。進行14分30秒。聞第二次警號。當時尙離第一道防線6里(惟音一



秒速度爲1176尺。)問尙需若干時可達前線。

【解】後隊若不即出發則聞第二次信號。須歷1刻今早聞(15分-14分30秒)=30秒

可知已進(1176×30)尺。而每分速度=1176×30÷14 $\frac{1}{2}$ =2433 $\frac{3}{29}$ 尺。1里=1500尺。故尙距前線1500尺×6=9000尺。

由是所須時間=9000÷2433 $\frac{3}{29}$ =3 $\frac{137}{195}$ 分。

(111) 行某距離。車行需28日。步行需42日。今欲34日達到。求車行步行各若干日。

$$\left(1 - \frac{1}{42} \times 34\right) \div \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{42}\right) = 16 \text{ 日 車行}$$

$$34 - 16 = 18 \text{ 日 步行}$$

【解】設距離爲1。車行1日行全路之 $\frac{1}{28}$ 。步行1日行全路之 $\frac{1}{42}$ 。若僅以步行。則34日行全路之 $\frac{1}{42} \times 34 = \frac{17}{21}$ 。未達之路程。爲全路之 $1 - \frac{17}{21} = \frac{4}{21}$ 。需以車行補之。車行1日比步行1日。多行全路之 $\frac{1}{28} - \frac{1}{42} = \frac{1}{84}$ 。故車行爲 $\frac{4}{21} \div \frac{1}{84} = 16$ 日。步行爲

34-16=18日又此題先求步行之日數題式如下.

$$\left(\frac{1}{28} \times 34 - 1\right) + \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{42}\right) = 18 \text{ 日 步行}$$

$$34 - 18 = 16 \text{ 日 車行}$$

(112) 本年夏某日新京最高溫度爲華氏104度. 奉天最高溫度爲攝氏35度. 求其相差爲華氏幾度.

【圖】攝氏寒暑表冰點爲0度. 沸點爲100度. 華氏寒暑表冰點爲32度. 沸點爲212度. 攝氏100度. 當華氏212-32=180度. 即攝氏一度當華氏 $\frac{9}{5}$ 度.

由是攝氏35度當華氏 $35 \times \frac{9}{5} = 63$ 度. 因攝氏0度時華氏爲32度. 故攝氏35度時. 華氏爲 $63 + 32 = 95$ 度. 而所求相差數爲華氏104度-95度=9度.

	寒暑表情形	方	法
攝 化 華	冰點以上時	攝氏度 $\times \frac{9}{5} + 32$ 度	
	冰點以下時	32度 - 攝氏度 $\times \frac{9}{5}$	
	0度以下時(華氏)	攝氏度 $\times \frac{9}{5} - 32$ 度	

華 化 攝	冰點以上時	$(\text{華氏度}-32\text{度}) \times \frac{5}{9}$
	冰點以下時	$32(\text{度}-\text{華氏度}) \times \frac{5}{9}$
	0度以下時	$(32\text{度}+\text{華氏度}) \times \frac{5}{9}$

(113) 寒暑表華氏 $68^{\circ}$ .攝氏 $35^{\circ}$ .列氏 $20^{\circ}$ 三種.求每種相當他二種之度數.

$$\text{【圖】 華氏 } 68^{\circ} = \text{攝氏 } (68^{\circ} - 32^{\circ}) \times \frac{5}{9} = 20^{\circ}$$

$$= \text{列氏 } (68^{\circ} - 32^{\circ}) \times \frac{4}{9} = 16^{\circ}$$

$$\text{攝氏 } 25^{\circ} = \text{華氏 } 35^{\circ} \times \frac{9}{5} + 32^{\circ} = 95^{\circ}$$

$$= \text{列氏 } 35^{\circ} \times \frac{4}{5} = 28^{\circ}$$

$$\text{列氏 } 20^{\circ} = \text{華氏 } 20^{\circ} \times \frac{9}{4} + 32^{\circ} = 77^{\circ}$$

$$= \text{攝氏 } 20^{\circ} \times \frac{5}{4} = 25^{\circ}.$$

(114) 於某溫度從華.攝.列三氏之示度至各沸點之度數和.等於華氏示度.問其時爲華氏幾度.

【圖】 設自華氏示度至其沸點之度數爲1.則其時攝氏之此度數 $=\frac{5}{9}$ 列氏之此度數爲 $\frac{4}{9}$ .而三氏之此度數和 $=1+\frac{5}{9}+\frac{4}{9}=2$ .

此數與當時華氏之示度相當。再加 1 爲 3  
則與華氏之沸點即 212 度相當。

故其時華氏示度爲  $212 \times \frac{2}{3} = 141\frac{1}{3}$ 。

〔應用問題其三十六〕(船行求水力)

(115) 有船於某河順流下行。每時之速爲 5 里。今逆流上行 3 時後 2 倍其棹力又經 2 時共計達 11 里之地。問最初每時之棹力及水流之速如何？

【解】 下行之速等於棹力與水力之和。上行之速等於棹力與水力之差。今設初時棹力爲 1。再上行下行同以 5 時計算。則水力必相消而祇存棹力之數。依題意  $\{(5 \times 5 + 11)$  里上下各 5 時所行} 與  $\{(1 \times 5 + 1 \times 3 + 2 \times 2)$  上下各 5 時棹力倍數} 相當。由是每時棹力  $= (5 \times 5 + 11) \div (1 \times 5 + 1 \times 3 + 2 \times 2) = 36 \div 12 = 3$  里。每時水力  $5 - 3 = 2$  里。

(116) 某舟之划力  $2\frac{1}{2}$  倍於水力。下行 7 時間而返。歸行 16 時間。尙距原出發地 2 里。求每時之水力如何。

$$2 \div \left[ \left\{ \left( 2\frac{1}{2} + 1 \right) \times 7 \right\} - \left\{ \left( 2\frac{1}{2} - 1 \right) \times 16 \right\} \right] = 4 \text{ 里}$$

【圖】設每時之水力爲 1，則划力爲  $2\frac{1}{2}$ 。依題意下行之路程，爲每時水力之  $\left( 2\frac{1}{2} + 1 \right) \times 16 = \frac{49}{2}$  倍，由是 2 里與水力之  $\frac{49}{2} - \frac{48}{2} = \frac{1}{2}$  相當，故每時之水力爲  $2 \div \frac{1}{2} = 4$  里。

(117) 某船往返於甲乙兩地，往時順流需 8 時，返時逆流水力衰至  $\frac{2}{3}$  需 16 時，但知甲乙地相距 80 里，求最初每時之水力如何。

$$\left( \frac{80}{8} - \frac{80}{16} \right) \div \left( 1 + \frac{2}{3} \right) = 3 \text{ 里}$$

【圖】順流每時之速，爲  $\frac{80}{8}$  里，逆流每時之速爲  $\frac{80}{16}$  里，是 1 時相差  $\frac{80}{8} - \frac{80}{16} = 5$  里，即往返水力之和，設往時水力爲 1，則返時水力爲  $\frac{2}{3}$ ，因而 5 里，與最初水力之  $1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$  倍相當，故最初每時之水力爲  $5 \div 1\frac{2}{3} = 3$  里。

[應用問題其三十七] (船行求划力)

(118) 某舟下行於某河 21 里之時

間等於上行9里今水力每時之速增1里則其下行之速4倍於上行問每時之棹力如何？

【解】設最初下行之速爲21。則上行之速爲9。依題意棹力 $=\frac{21+9}{2}=15$ 。水力 $=21-15=6$ 。即水流與棹力之 $\frac{6}{15}$ 相等。又其後下行之速爲4。則上行之速爲1。棹力 $=\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}$ 。水力 $=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$ 。即水流與棹力之 $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{5} \times \frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ 相當。由是 $\frac{3}{5}-\frac{6}{15}$ 與1里相當。故每時之棹力 $=1 \div (\frac{3}{5}-\frac{6}{15})=1 \div \frac{3}{15}=1 \times \frac{15}{3}=5$ 里。

(119) 有船逆流而上。其水力等於划力之 $\frac{1}{4}$ 。今於 $8\frac{1}{2}$ 時行 $76\frac{1}{2}$ 里。求每時划力及水力各若干。

$$(76\frac{1}{2} \div 8\frac{1}{2}) \div (1 - \frac{1}{4}) = 12 \text{ 里 划力}$$

$$12 \times \frac{1}{4} = 3 \text{ 里 水力}$$

【解】逆流上行 $8\frac{1}{2}$ 時。達 $76\frac{1}{2}$ 里。則每時行 $76\frac{1}{2} \div 8\frac{1}{2} = 9$ 里。爲划力與水力之差。設每時划力爲

1. 則水力爲 $\frac{1}{4}$ .是9里與划力之 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 相當.故每時之划力爲 $9 \div \frac{3}{4} = 12$ 里.水力爲 $12 \times \frac{1}{4} = 3$ 里

(120) 某船於某河.其划力爲水力之 $2\frac{2}{3}$ 倍.若水流每時之速減2里.則下行60里之時間.等於上行36里之時間.求每時之划力如何.

$$2 \div \left\{ \left( 1 + 2\frac{2}{3} \right) - \left( 60 - \frac{60+36}{2} \right) \div \frac{60+36}{2} \right\} = 16 \text{里}$$

【圖】設每時水力爲1.則划力爲 $2\frac{2}{3}$ .是水力爲划力之 $1 \div 2\frac{2}{3} = \frac{3}{8}$ .每時水力減2里.設下行之速爲60.則上行之速爲36.依水力對於船之上行下行一加一減之理.故上下行之和以2除之.速爲划力之結果.因而某船之划力爲 $\frac{60+36}{2} = 48$ .水力爲 $60 - 48 = 12$ .即水力爲划力之 $\frac{12}{48}$ .前水力未減時.水力爲划力 $\frac{3}{8}$ .減2里之後.水力爲划力 $\frac{12}{48}$ .由是2里.與划力之 $\frac{3}{8} - \frac{12}{48} = \frac{6}{48}$ 相當.故每時之划力爲 $2 \div \frac{6}{48} = 16$ 里

(121) 有舟逆流而上.其水力等於棹力之 $\frac{3}{8}$ .於7時間達 $17\frac{1}{2}$ 里.問每時

之棹力及水力各若干？

【圖】設每時棹力爲1。則水力 $=\frac{3}{8}$ 。依題意每時上行之速 $=1-\frac{3}{8}$ 。由是 $(1-\frac{3}{8})\times 7$ 與 $17\frac{1}{2}$ 里相當。故每時之棹力 $=17\frac{1}{2}\div\{(1-\frac{3}{8})\times 7\}=\frac{35}{2}\div\frac{35}{8}=\frac{35}{2}\times\frac{8}{35}=4$ 里。每時之水力 $=4\times\frac{3}{8}=1\frac{1}{2}$ 里。

(122) 某船於某河中，其水力爲划力 $\frac{1}{3}$ 。今水力每時之速增2里，則下行之速3倍於上行。求每時之划力如何。

$$2\div\left\{\left(3-\frac{3+1}{2}\right)\div\frac{3+1}{2}-\frac{1}{3}\right\}=12 \text{ 里}$$

【圖】水力每時增2里，則下行之速3倍於上行。是下行之速爲3，則上行之速爲1。與上題同理，划力爲 $\frac{3+1}{2}=2$ 。水力爲 $3-2=1$ 。是水力爲划力 $\frac{1}{2}$ 。前水力未增時，水力爲划力 $\frac{1}{3}$ 。增2里之後，水力爲划力 $\frac{1}{2}$ 。由是2里與划力 $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ 相當。故每時之划力爲 $2+\frac{1}{6}=12$ 里。

(應用問題其三十八)(舟行求行程)

(123) 有甲乙2船，乙在甲前 $46\frac{1}{3}$



里。而甲每時之速  $13\frac{3}{5}$  里。乙每時之速  $10\frac{1}{4}$  里。今於同時同向出發。問 13 時之後。相距幾何？

【圖】依題意乙船 13 時後距甲船出發點爲  $(10\frac{1}{4} \times 13 + 46\frac{1}{3})$  里。甲船 13 時後距其出發點爲  $(13\frac{3}{5} \times 13)$  里。由是  $(10\frac{1}{4} \times 13 + 46\frac{1}{3}) - (13\frac{3}{5} \times 13) = (\frac{4}{4} \times 13 + \frac{139}{3}) - (\frac{68}{5} \times 13) = \frac{2155}{12} - \frac{884}{5} = \frac{167}{60} = 2\frac{47}{60}$  里。爲乙距甲之里數。

(124) 依前題甲船在乙船之前。亦經相同之時間則相距幾何？

【圖】全前  $(13\frac{3}{5} \times 13 + 46\frac{1}{3})$  爲甲船 13 時後距乙船出發點之里數。  $(10\frac{1}{4} \times 13)$  爲乙船 13 時後距本船出發點之里數。由是  $(13\frac{3}{5} \times 13 + 46\frac{1}{3}) - (10\frac{1}{4} \times 13) = (\frac{68}{5} \times 13 + \frac{139}{3}) - (\frac{41}{4} \times 13) = \frac{3347}{15} - \frac{533}{4} = \frac{13388 - 7995}{60} = 89\frac{53}{60}$  里。爲甲距乙之里數。

(125) 某汽船在靜水中每時之速 9 里。今於一河中。往返甲乙兩地。共費

7時12分,若水流之速每時4里,求兩地之距離若干。

$$7\frac{12}{60} \div \left( \frac{1}{9+4} + \frac{1}{9-4} \right) = 26 \text{ 里}$$

【圖】順流每時9+4里,即順流行1里需 $\frac{1}{9+4}$   
 $=\frac{1}{13}$ 時,逆流每時行9-4里,即逆流行1里,需 $\frac{1}{9-4}$   
 $=\frac{1}{5}$ 時,是往返1里需 $\frac{1}{13} + \frac{1}{5} = \frac{18}{65}$ 時,今往返共需 $7\frac{12}{60}$ 時  
 故兩地之距離為 $7\frac{12}{60} \div \frac{18}{65} = 26$ 里

(126) 某船往返於甲乙兩地,往時逆流需15時,返時順流需9時,若每時水流2里,求兩地之距離若干。

$$2 \div \left\{ \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{15} \right) + 2 \right\} = 90 \text{ 里}$$

【圖】設距離為1,逆流每時行距離之 $\frac{1}{15}$ ,順流每時行距離之 $\frac{1}{9}$ ,往返每時所行之差為距離之 $\frac{1}{9} - \frac{1}{15} = \frac{2}{45}$ ,即每時水力之2倍,由是2里,與距離之 $\frac{2}{45} \div 2 = \frac{1}{45}$ 相當,故兩地之距離為 $2 \div \frac{1}{45} = 90$ 里

(127) 某舟於某河中,其水力為划力之 $\frac{1}{4}$ ,今下行4時達某處,歸來時行

4時,已照行程中央過6里,求某處之距離若干。

$$6 + \left[ \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 4 - \left\{ \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4 \div 2 \right\} \right] \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4 = 60 \text{里}$$

【圖】設每時划力爲1,則水力爲 $\frac{1}{4}$ 。依題意下行之路爲 $\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4 = \frac{20}{4}$ 。上行之路爲 $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 4 = \frac{12}{4}$ 。由是6里與划力之 $\frac{12}{4} - \frac{20}{4} \div 2 = \frac{2}{4}$ 相當。因而每時划力爲 $6 \div \frac{2}{4} = 12$ 里。則下行每時之速爲 $12 \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 15$ 里。故某處之距離爲 $15 \times 4 = 60$ 里。

(128) 某舟於某河中,其水力爲划行之 $\frac{1}{4}$ 。今下行4時達某處,歸來時行4時,已照行程中央過6里,求某處之距離若干。

$$6 \div \left[ \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 4 - \left\{ \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4 \div 2 \right\} \right] \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4 = 60 \text{里}$$

【圖】設每時划力爲1,則水力爲 $\frac{1}{4}$ 。依題意下行之路爲 $\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4 = \frac{20}{4}$ 。上行之路爲 $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 4 = \frac{12}{4}$ 。由是6里與划力之 $\frac{12}{4} - \frac{20}{4} \div 2 = \frac{2}{4}$ 相當。因而每

時划力爲  $6 \div \frac{2}{4} = 12$  里。則下行每時之速爲  $12 \times (1 + \frac{1}{4}) = 15$  里。故某處之距離爲  $15 \times 4 = 60$  里。

(129) 有甲乙2船。往返於某河流。甲逆流須10時。順流須4時。乙逆流須18時。問順流須幾時？

【圖】設某河之長爲1。依題意甲船逆流每時之速 =  $\frac{1}{10}$  (即棹力與水力之差) 順流每時之速 =  $\frac{1}{4}$  (即棹力與水力之和) 水流每時之速 =  $(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}) \div 2 = \frac{3}{40}$  (即大小2數之和減差被2除得小數之理也) 由是乙船在靜水每時之速 =  $\frac{1}{18} + (\frac{1}{4} - \frac{1}{10}) \div 2 = \frac{67}{360}$ 。故乙船順流所需之時間 =  $1 \div \{\frac{1}{18} + (\frac{1}{4} - \frac{1}{10}) + 2 \times \frac{3}{40}\} = 1 \div \{\frac{1}{18} + \frac{3}{20}\} = 1 \div \frac{37}{180} = 1 \times \frac{180}{37} = 4\frac{32}{37}$  時。

(130) 某河水流之速每時  $1\frac{1}{2}$  里。有舟子順流而達某處。即逆流歸來。至未及原出發地1里而止。其往返運舟共需5時間。但舟子每時之划力  $6\frac{1}{2}$  里。求

某處距出發地若干。

$$\left(5 + \frac{1}{6\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}} \times 1\right) + \left(\frac{1}{6\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}} + \frac{1}{6\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}}\right) = 16 \text{里}$$

【圖】順流每時之速  $6\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 8$  里。逆流每時之速  $6\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = 5$  里。即順流 1 里需  $\frac{1}{8}$  時。逆流 1 里需  $\frac{1}{5}$  時。題言距原出發地 1 里而止。是欲達原地尚需  $\frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{5}$  時。即全路往返共需  $5 + \frac{1}{5} = 5\frac{1}{5}$  時。而此舟子往返 1 里需  $\frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{13}{40}$  時。故某處距出發地為  $5\frac{1}{5} \div \frac{13}{40} = 16$  里。

〔應用問題其三十九〕(運輸之關係)

(131) 運物登山者。每時間上則 2 里。下則 3 里。往返費 5 時 30 分。問從山麓至山頂之距離幾何？

【圖】每時上則 2 里。是行 1 里必需  $\frac{1}{2}$  時。下則 3 里。是行 1 里必需  $\frac{1}{3}$  時。平均之每行 1 里必需  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \div 2 = \frac{5}{12}$  時。又往返一次共須  $5\frac{1}{2}$  時。若平均之一往或一返必須  $5\frac{1}{2} \div 2 = \frac{11}{4}$  時。故視  $\frac{11}{4}$  時內能包含若干  $\frac{5}{12}$  時。即距若干里也。題式為  $5\frac{1}{2} \div 2$

$\div \left\{ \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \div 2 \right\} = \frac{11}{4} \div \left\{ \frac{5}{6} \div 2 \right\} = \frac{11}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5}$  里。為運物山麓至山頂之距離。

(132) 有輪船開往距海岸40裡之處因船底損壞。1分間可浸海水9石5斗。而此輪船浸入800石海水即沉沒。乃以2分間排9石之抽水機排出其海水。則船到海岸之後經40分間即沉沒。問此輪平均每時行幾裡。

【解】抽水機1分間排出之量為 $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ 石。則每分間海水浸入之量為 $9\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 5$ 石。浸入800石之時間為 $800 \div 5 = 160$ 分。即 $160 - 40 = 120$ 分行40裡即2時間行40裡故1時行 $40 \div 2 = 20$ 裡。

(133) 空車每時行24里。載貨每時行15里。今用車4輛往某處運米200袋。每車每次載25袋。於26時間運畢。求某處之距離若干。

$$26 \div \left( 200 \div 4 \div 25 \right) \div \left( \frac{1}{24} + \frac{1}{15} \right) = 120 \text{ 里}$$

【解】每車平均運米  $200 \div 4 = 50$  袋。運送為  $50 \div 25 = 2$  次每次往返之時間為  $25 \div 2 = 13$  時。而往返 1 里共需  $\frac{1}{24} + \frac{1}{15} = \frac{13}{120}$  時。故某處之距離為  $13 \div \frac{13}{120} = 120$  里

(134) 載貨汽車空車每時行 21 里。載貨每時行 15 里。今往某處運貨。24 時間往返 7 次。求某處之距離若干。

$$\frac{24}{7} \div \left( \frac{1}{21} + \frac{1}{15} \right) = 30 \text{ 里}$$

【解】24 時間往返 7 次。則每次往返需  $\frac{24}{7}$  時。而空車行 1 里需  $\frac{1}{21}$  時。載貨行 1 里需  $\frac{1}{15}$  時。即往返 1 里共需  $\frac{1}{21} + \frac{1}{15} = \frac{12}{105}$  時。故某處之距離為  $\frac{24}{7} \div \frac{12}{105} = 30$  里

(135) 空車 1 時行 15 里。載貨 1 時行 12 里。今以車 3 輛運面粉 288 袋。於 50 里之路。欲於 30 時間運畢。求每車每次須載運若干袋。

$$\left( 288 \div 3 \right) \div \left\{ 30 \div \left( \frac{50}{12} + \frac{50}{15} \right) \right\} = 24 \text{ 袋}$$

【解】車 3 輛運面粉 288 袋。每輛平均運  $288 \div$

3=96袋。車載貨運往需 $\frac{50}{12}$ 時。空車返回需 $\frac{50}{15}$ 時。  
是往返1次需 $\frac{50}{12} + \frac{50}{15} = \frac{450}{60}$ 時。於30時間共往返  
 $30 \div \frac{450}{60} = 4$ 次。故每車每次須載運 $96 \div 4 = 24$ 袋

(應適問題其四十)(龜鶴之問題)

(136) 鳥獸之頭數相和為100。其足數獸比鳥之 $\frac{3}{5}$ 多10支。問各若干頭？

【解】設鳥之足數為1。則獸之足數為 $\frac{3}{5} + 10$   
但每鳥2足。每獸4足。故鳥之頭數為 $\frac{1}{2}$ 。獸之  
頭數為 $\frac{\frac{3}{5} + 10}{4}$ 即 $\frac{3}{20} + \frac{5}{2}$ 。由是 $\frac{1}{2} + \frac{3}{20} + \frac{5}{2}$ 頭。與100相  
等。即 $\frac{1}{2} + \frac{3}{20}$ 與 $100 - \frac{5}{2}$ 相等。故鳥之足數 $= (100 - \frac{5}{2}) \div (\frac{1}{2} + \frac{3}{20}) = \frac{195}{2} \div \frac{13}{20} = \frac{195}{2} \times \frac{20}{13} = 150$ 。由是鳥  
之頭數 $= 150 \div 2 = 75$ 。  $100 - 75 = 25$ 頭獸之頭數

(137) 雞兔同籠足數為100。但知兔之頭數為雞之頭數 $1\frac{1}{3}$ 倍。問雞兔各若干？

【解】設雞頭數為1。則兔之頭數為 $1\frac{1}{3}$ 。而每



雞2足每兔4足由是 $(1 \times 2 + 1 \frac{1}{3} \times 4)$ 與110相等。  
 故雞頭數 $= 110 \div (1 \times 2 + 1 \frac{1}{3} \times 4) = 110 \div \frac{22}{3} = 110 \times \frac{3}{22}$   
 $= 15$ 頭。兔之頭數 $= \frac{110 - 15 \times 2}{4} = \frac{80}{4} = 20$ 頭。

(138) 龜足爲鶴足之 $1 \frac{1}{5}$ 倍。其頭數之差爲10。求龜鶴各若干。

$$10 \div \left( \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{5} \div 4 \right) \div 2 = 25 \text{ 頭 鶴 數}$$

$$25 - 10 = 15 \text{ 頭 龜 數}$$

【解】設鶴之足數爲1。則龜足爲 $1 \frac{1}{5}$ 。鶴2足龜4足。是鶴之頭數爲 $\frac{1}{2}$ 。龜之頭數爲 $1 \frac{1}{5} \div 4 = \frac{3}{10}$ 。因而10頭。與 $\frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{2}{10}$ 相等。即鶴足 $\frac{2}{10}$ 爲10隻也。由是鶴爲 $10 \div \frac{2}{10} = 50$ 足。故鶴爲 $50 \div 2 = 25$ 頭。龜爲 $25 - 10 = 15$ 頭。

(139) 龜足比鶴足多108隻。又鶴之頭數比龜頭數之 $\frac{2}{5}$ 多2頭。求龜鶴各若干。

$$(108 + 2 \times 2) \div \left( 4 \times 1 - 2 \times \frac{2}{5} \right) = 35 \text{ 頭 龜 數}$$

$$35 \times \frac{2}{5} + 2 = 16 \text{ 頭 鶴 數}$$

【139】 鶴之頭數比龜頭數之 $\frac{2}{5}$ 多2頭.若鶴減去2頭.則適為龜數之 $\frac{2}{5}$ .鶴減2頭之後.龜足比鶴足多 $103+2=112$ 足.此時設龜之頭數為1.則鶴之頭數為 $\frac{2}{5}$ .是龜之足數為 $4 \times 1 = 4$ .鶴之足數為 $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ .因而112與龜頭數之 $4 - \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$ 倍相等.故龜為 $112 \div 3\frac{1}{5} = 35$ 頭 鶴為 $35 \times \frac{2}{5} + 2 = 16$ 頭

(140) 龜鶴共40頭.其足數龜比鶴之 $\frac{1}{3}$ 多6隻.求龜鶴各若干.

$$(40 - \frac{6}{4}) \div (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div 4) \div 2 = 33 \text{ 頭 鶴 數}$$

$$40 - 33 = 7 \text{ 頭 龜 數}$$

【140】 足數龜比鶴之 $\frac{1}{3}$ 多6隻.龜若減去 $\frac{6}{4}$ 頭.則龜足可正當鶴足之 $\frac{1}{3}$ .龜減去 $\frac{6}{4}$ 頭之後.則龜鶴共 $40 - \frac{6}{4} = 38\frac{2}{4}$ 頭.此時設鶴之足數為1.則龜之足數為 $\frac{1}{3}$ .鶴足為1則頭數為 $\frac{1}{2}$ .龜足為 $\frac{1}{3}$ 則頭數為 $\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{12}$ .因而 $38\frac{2}{4}$ 與鶴足數之 $\frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$ 相等.由是鶴足為 $38\frac{2}{4} \div \frac{7}{12} = 66$ 隻.故鶴為 $66 \div 2 = 33$ 頭 龜為 $40 - 33 = 7$ 頭

(141) 有櫛柿共68個.今賣出櫛 $\frac{1}{5}$ 買

入柿 4 個,則橘柿之數相等,問原有橘柿各若干個.

【圖】買入柿 4 個,則橘柿共  $63+4=72$  個,再賣橘  $\frac{1}{5}$  則橘柿之數相等,故 72 為橘數與橘之  $(1-\frac{1}{5})=\frac{4}{5}$  之和.

故橘  $=72 \div (1+\frac{4}{5})=40$  個,柿  $=68-40=28$  個

(142) 某農家有雞鴨共 240 隻,若將雞之  $\frac{1}{4}$  與鄰家換鴨 82 隻,則雞鴨之數相等,問雞鴨原數各幾何.

【圖】換出雞之  $\frac{1}{4}$  尚餘  $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ .

換進鴨 82 隻後,與雞原數之  $\frac{3}{4}$  相等.

則  $240+82=322$  隻,為雞原數之  $(1+\frac{3}{4})$ .

故雞原數為  $324 \div (1+\frac{3}{4})=184$  隻.

鴨原數為  $240-184=56$  隻.

(143) 鶴之頭數為龜之頭數之  $\frac{1}{3}$ ,足數共 420,問龜鶴各若干

【圖】鶴之頭數為龜之  $\frac{1}{3}$ ,但鶴之足數為一龜之  $\frac{1}{2}$ ,故鶴之總足數為龜之總足數之  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{6}$$

故420足即龜之總足數及其 $\frac{1}{6}$ 之和。

$$\text{故龜之總足數} = 420 + (1 + \frac{1}{6}) = 360.$$

由是龜數 $= 360 \div 4 = 90$ 。鶴數 $= 90 \times \frac{1}{3} = 30$ 。

(144) 有雞兔若干。其足數雞爲兔之 $\frac{11}{17}$ 而其頭數之差爲5。問各若干頭。

【解】 雞之足數爲兔之 $\frac{11}{17}$ 。

則之頭雞數爲兔之 $\frac{11}{17} \times 2 = \frac{22}{17}$ 。

雞之頭數較兔所多者當兔之 $\frac{11}{17} - 1 = \frac{5}{17}$ 。

依題其頭數之差爲5。

故兔數爲 $5 \div \frac{1}{17} = 17$ 。雞頭數爲 $17 \times \frac{22}{17} = 22$ 。

(145) 水中量純金。其重量減 $\frac{4}{77}$ 水中量純銀其重量減 $\frac{2}{21}$ 。今有金銀之混合物25兩。在水中量之僅得 $23\frac{2}{21}$ 兩。求其中金銀各幾何。

$$\left\{ (25 - 23\frac{2}{21}) - (25 \times \frac{4}{77}) \right\} \div (\frac{2}{21} - \frac{4}{77}) = 14 \text{兩 銀重.}$$

$$25 - 14 = 11 \text{兩 金重.}$$

【例】以25兩悉作金論。則應少  $25 \times \frac{4}{77} = 1\frac{23}{77}$  兩。題中係少  $25 - 23\frac{2}{21} = 1\frac{19}{21}$  兩。如悉作金論。照題相差  $1\frac{19}{21} - 1\frac{23}{77} = \frac{140}{231}$  兩。若以金1兩易銀1兩。則相差  $\frac{2}{21} - \frac{4}{77} = \frac{10}{231}$  兩。欲與題相符。則當易入銀  $\frac{140}{231} \div \frac{10}{231} = 14$  兩。即銀為14兩。金為  $25 - 14 = 11$  兩。又此題先求金重題式如下。

$$\left\{ \left( 25 \times \frac{2}{21} \right) - \left( 25 - 23\frac{2}{21} \right) \right\} + \left( \frac{2}{21} - \frac{4}{77} \right) = 11 \text{ 兩 金重}$$

$$25 - 11 = 14 \text{ 兩 銀重。}$$

(146) 2角鈔票金額為5元鈔票之  $\frac{3}{20}$  其張數2角比5元之3倍多6張。求兩種鈔票各若干張。

$$6 \div \left\{ \left( \frac{3}{20} \div .2 \right) - \left( \frac{1}{5} \times 3 \right) \right\} \div 5 = 8 \text{ 張 5元鈔票。}$$

$$8 \times 3 + 6 = 30 \text{ 張 2角鈔票。}$$

【例】設5元鈔票金額為1。則2角鈔票金額為  $\frac{3}{20}$ 。即2角鈔票為  $\frac{3}{20} \div .2 = \frac{3}{4}$  張。5元鈔票為  $\frac{1}{5}$  張。是2角鈔票之張數。比5元鈔票張數之3倍多  $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{20}$  張。與6相當。即5元鈔票金額之  $\frac{3}{20}$  為6元也。因而5元鈔票金額為  $6 \div \frac{3}{20} =$

40元。故5元鈔票為 $40 \div 5 = 8$ 張。2角鈔票 $8 \times 3 + 6 = 30$ 張

(147) 10元鈔票之張數為5角張數之 $\frac{2}{15}$ 。又10元票額比5角票額之3倍少5元。求兩種鈔票各若干張。

$$5 + \left\{ (5 \times 1 \times 3) - \left( 10 \times \frac{2}{15} \right) \right\} = 30 \text{張} \quad 5 \text{角鈔票}$$

$$30 \times \frac{2}{15} = 4 \text{張} + 10 \text{元鈔票}$$

【圖】設5角鈔票張數為1。則10元鈔票張數為 $\frac{2}{15}$ 。即5角鈔票為 $5 \times 1 = 5$ 元。10元鈔票為 $10 \times \frac{2}{15} = \frac{20}{15}$ 元。是10元票額比5角票額之3倍少 $5 \times 3 - \frac{20}{15} = \frac{2 \cdot 5}{15}$ 與5元相當。原設5角鈔票張數為1。故5角鈔票為 $5 \div \frac{2 \cdot 5}{15} = 30$ 張。10元鈔票為 $30 \times \frac{2}{15} = 4$ 張。

(148) 甲乙丙三人合本經商。共出銀800元。內有甲200元。若乙得利49元。丙得利35元。問甲得利若干。

【圖】800元內既有甲之200元。則甲之本銀為共本之 $200 \div 800 = \frac{1}{4}$ 。得利亦必為共利之 $\frac{1}{4}$ 。則乙丙得利必為共利之 $(1 - \frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$ 。

90 五百難題詳解(下編)

但乙丙共得之利=49元+35元=84元.

故三人共得之利=84元 $\div\frac{3}{4}$ =112元.

故甲得之利=112元-84元=28元.

**(149)** 甲乙二人合本貿易,共得利1600元.但甲之本銀爲共本之 $\frac{1}{4}$ 加2400元.得利1000元.問各有本銀若干.

**【解】** 若甲之本銀爲共本之 $\frac{1}{4}$ .其甲所得之利必爲1600元 $\times\frac{1}{4}$ =400元.

但其利爲1000元.尚多(1000元-400元)=600元.此600元即爲2400元之本所賺者.由此知每得利一元需本銀2400 $\div$ 600=4元.

今得利1600元.故共有本銀=4元 $\times$ 1600=6400元.

則甲有本銀=6400元 $\times\frac{1}{4}$ +2400元=4000元.

乙有本銀=6400元-4000元=2400元.

〔應用問題其四十一〕(時間上研究)

(參照其三十四表解)

**(150)** 某人問時.答曰從此時至午後8時之時間.適爲從午正至此時之 $\frac{1}{3}$ .然則此時究竟爲何時.

【例】比時至午後8時之時間爲正午至此時之 $\frac{1}{3}$ 。設正午至此時之時間爲1。則自正午至午後8時爲 $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ 。但自正午至午後8時之時間爲8時故此時爲 $8 \div \frac{4}{3} = 6$ 時。

(151) 七八點鐘間。鐘之二針何時成直角。

【例】七八點鐘間二針成直角時有二。第一次分針在後。第二次分針在前。

正七點鐘分針在後35分。至第一次成直角時分針在後15分。即此時間分針多行 $35 - 15 = 20$ 分。同前理所需之時 $= 20 \div \frac{11}{12} = 21\frac{6}{11}$ 分。即第一次成直角時爲7點 $21\frac{6}{11}$ 分。

第二次成直角時分針在前15分。自正七點至此時。分針多行 $35 + 15 = 50$ 分。

同前理所需時間 $= 50 \div \frac{11}{12} = 54\frac{6}{11}$ 分。即第二次成直角時爲7點 $54\frac{6}{11}$ 分。

(152) 在4時後。鐘面兩針相重之時爲何時。



$$20 \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 21\frac{9}{11} \text{分即 } 4 \text{ 時 } 21\frac{9}{11} \text{ 分時也。}$$

【解】分針走1週(60分)即12時。時針走(5分)

即1時。故分針走1分時針走 $\frac{1}{12}$ 分。即1分時間。分針比時針多走 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 分。而4時間。分針在時針後20分。如欲相重。須分針比時針多走20分。故所求之時間。爲 $20 \div \frac{11}{12} = 21\frac{9}{11}$ 分 即4時 $21\frac{9}{11}$ 分時也。

(153) 問5點鐘後鐘表之二針何時重疊。

【解】以鐘表面周圍之分數表二針所行之路。則正5點鐘。分針在時針後25分。

分針每點鐘轉一周。時針12點鐘轉一周。即時針之時度爲分針之 $\frac{1}{12}$ 。

但每分間分針行1分。時針應行 $\frac{1}{12}$ 分。即每分間分針比時針多行 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 分。

今分針在時針後25分。故行 $25 \div \frac{11}{12} = 27\frac{3}{11}$ 分追反時針。即5點 $27\frac{3}{11}$ 分。二針重疊。

(154) 求4點鐘後。鐘面兩針相重

之時刻。

【圖】分針一分時行1分，時針1分時行 $\frac{1}{12}$ 分，即一分間分針比時針多行 $(1-\frac{1}{12})=\frac{11}{12}$ 分。

四點鐘時分針在時針後20分之處。

至二針相重時，分針必多行20分。

故須費 $(20 \div \frac{11}{12})=21\frac{9}{11}$ 分，即4時 $21\frac{9}{11}$ 分二針相重。

(155) 問3點鐘後鐘表之二針何時成一直線。

【圖】二針成一直線時方向適反對。

正3點鐘分針在時針後15分，成直線時分針應在時針前30分，即自3點鐘至二針成直線時分針多行 $15+30=45$ 分之路。

但每分間分針多行 $\frac{11}{12}$ 分，故多行45分所需之時 $=45 \div \frac{11}{12}=49\frac{1}{11}$ 分鐘。

即3點 $49\frac{1}{11}$ 分二針成一直線。

(156) 求2點鐘後兩針成直角在何時。

【圖】正2時分針在後10分之處。至二針成直角時分針必在前15分。故至二針成直角時。分針須多行 $15+10=25$ 分。

$$\text{故須行 } 25 \div \frac{11}{12} = 27\frac{3}{11} \text{ 分。}$$

即2時 $27\frac{3}{11}$ 分二針成直角。

(157) 求一晝夜。時針與分針成直角時。有若干次。

$$(60 \times 24) \div \left\{ (15 \times 2) \div \left( 1 - \frac{1}{12} \right) \right\} = 44 \text{ 次}$$

【圖】時針與分針成直角之時。須兩針相距15分。但每成直角一次。須分針比時針多走 $15 \times 2 = 30$ 分。而每分鐘。分針比時針多走 $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ 分。因須 $30 \div \frac{11}{12} = \frac{360}{11}$ 分鐘。分針始比時針多走30分。可成直角一次。一晝夜為 $60 \times 24 = 1440$ 分。故能成直角 $1440 \div \frac{360}{11} = 44$ 次

(158) 時表兩針。若每65分相重一次。求此時表每日快幾分或慢幾分。

$$\left\{ 60 \div \left( 1 - \frac{1}{12} \right) - 65 \right\} \times \frac{60 \times 24}{65} = 10\frac{10}{143} \text{ 分 快}$$

【圖】依前題。時表兩針每 $60 \div \left( 1 - \frac{1}{12} \right) = 65\frac{5}{11}$ 分

當相重一次。而本題65分鐘相重一次。因每次相重快 $65\frac{5}{11}-65=\frac{5}{11}$ 分。即每65分鐘快 $\frac{5}{11}$ 分也。故此時表每日快 $\frac{5}{11}\times\frac{60\times 24}{95}=10\frac{10}{143}$ 分

(159) 在1時後。時針與分針成 $60^\circ$ 角度之時爲何時。

$$(5+10)\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=16\frac{4}{11}\text{分} \quad \text{即1時}16\frac{4}{11}\text{分。時也}$$

【解】 在1時間。時針在分針前5分。成 $60^\circ$ 角走 $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ 分。因須 $60\div\frac{11}{12}=65\frac{5}{11}$ 分。分針始比時針多走60分。則可相重一次而一晝夜爲 $60\times 24=1440$ 分。故一晝夜相重爲 $1440\div 65\frac{5}{11}=22$ 次

(應用問題其四十二)(寒暑表之研究)

(參照其三十五表解)

(160) 在同溫度。華氏攝氏所示度數之差爲48度。求各度數爲何。

$$(48-32)\div\left(1-\frac{100}{180}\right)+32=68\text{度 華氏}$$

$$68-48=20\text{度 攝氏}$$

【解】 華氏攝氏兩表度數之差爲48度。必爲華氏多於攝氏。故在冰點以上度數之差爲48

$-32=16$ 度.冰點以上攝氏之100度爲華氏之180度.設華氏冰點以上之度數爲1.則攝氏之度數爲 $\frac{100}{180}=\frac{5}{9}$ 因而16度.與華氏冰點以上度數之 $1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$ 相當.由是華氏冰點以上爲 $16\div\frac{4}{9}=36$ 度.故華氏爲 $36+32=68$ 度攝氏爲 $68-48=20$ 度又此題先求攝氏題式如下.

$$(48-32)\div\left(\frac{180}{100}-1\right)=20 \text{ 度攝氏.}$$

$$48+20=68 \text{ 度華氏}$$

(161) 在同溫度.華氏攝氏列氏三種寒暑表所示度數之和爲86度.問各度數爲何.

$$(86-32)\div\left(1+\frac{180}{100}+\frac{80}{100}\right)=15 \text{ 度攝氏}$$

$$15\times\frac{180}{100}+32=59 \text{ 度華氏}$$

$$15\times\frac{80}{100}=12 \text{ 度列氏}$$

【圖】 僅計冰點以上之度數.則3表度數之和爲 $86-32=54$ 度.設攝氏之度數爲1.則華氏爲 $\frac{180}{100}=\frac{9}{5}$ .列氏爲 $\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$ 因而54度.攝氏度數之 $1+\frac{9}{5}+\frac{4}{5}=\frac{18}{5}$ 倍相當.故攝氏爲 $54\div\frac{18}{5}=15$ 度華氏爲 $15\times\frac{180}{100}+32=59$ 度列氏爲 $15\times\frac{80}{100}=12$ 度 又

此題先求華氏列氏題式如下。

$$(86-32) \div \left(1 + \frac{100}{180} + \frac{80}{180}\right) + 32 = 59 \text{ 度 華氏}$$

$$(86-32) \div \left(1 + \frac{100}{80} + \frac{180}{80}\right) = 12 \text{ 度 列氏}$$

(162) 於某溫從華攝列三氏之示度至各沸點之度數和等於華氏示度。問其時爲華氏幾度。

【圖】設自華氏示度至其沸點之度數爲1。則其時攝氏之此度數 =  $\frac{5}{9}$ 。列氏之此度數爲  $\frac{4}{9}$  而三氏之此度數和 =  $1 + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 2$ 。

此數與當時華氏之示度相當。再加1爲3則與華氏之沸點即212度相當。

$$\text{故其時華氏度爲 } 212 \times \frac{2}{3} = 141\frac{1}{3}.$$

(163) 寒暑表華氏68°攝氏35°列氏20°三種求每種相當他二種之度數。

$$\begin{aligned} \text{【圖】 華氏 } 68^\circ &= \text{攝氏 } (68^\circ - 32^\circ) \times \frac{5}{9} = 20^\circ \\ &= \text{列氏 } (68^\circ - 32^\circ) \times \frac{4}{9} = 16^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{攝氏 } 25^\circ &= \text{華氏 } 35^\circ \times \frac{9}{5} + 32^\circ = 77^\circ \\ &= \text{列氏 } 35^\circ \times \frac{4}{5} = 28^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{列氏 } 20^{\circ} &= \text{華氏 } 20^{\circ} \times \frac{9}{4} + 32^{\circ} = 77^{\circ} \\ &= \text{攝氏 } 20^{\circ} \times \frac{5}{4} = 25^{\circ} \end{aligned}$$

(164) 某日最低最高溫度之差爲列氏8度.最低爲攝氏12.5度.問最高爲華氏幾度.

【解】列氏6度當攝氏 $6 \times \frac{5}{4} = 7.5$ 度.故某日最高溫度爲攝氏 $12.5^{\circ} + 7.5^{\circ} = 20^{\circ}$ .即華氏 $20^{\circ} \times \frac{9}{5} + 32^{\circ} = 68^{\circ}$ .

(165) 在同溫度.華氏攝氏所示度數之和爲144度.問各度數爲何.

$$(144 - 32) \div \left(1 + \frac{180}{100}\right) = 40 \text{ 度 攝氏}$$

$$144 - 40 = 104 \text{ 度 華氏.}$$

【解】僅計冰點以上則兩表度數之和爲 $144 - 32 = 112$ 度.冰點以上攝氏之100度爲華氏之180度.設攝氏之度數爲1.則華氏爲 $\frac{180}{100} = \frac{9}{5}$ 度.由是112度.與攝氏度數之 $1 + \frac{9}{5} = \frac{14}{5}$ 倍相當.故攝氏爲 $112 \div \frac{14}{5} = 40$ 度.華氏爲 $144 - 40 = 104$ 度.又此題先求華氏題式如下.

$$(144-32) \div \left(1 + \frac{100}{180}\right) + 32 = 104 \text{ 度 華氏}$$

$$144 - 104 = 40 \text{ 度 攝氏.}$$

〔應用問題其四十三〕(經濟會計)

(166) 有汽水若干瓶,買時每5瓶價7角,其後因碰碎10瓶,所餘者每3瓶售5角則得利1元,問有汽水若干瓶。

【解】 一瓶之利 =  $\frac{5}{3} - \frac{7}{5} = \frac{4}{15}$  角,今償還10瓶之原價尚得利1元,則利之總數 =  $\frac{7}{5} \times 10 + 10 = 24$  角。

$$\text{售出之瓶數} = 24 \div \frac{4}{15} = 90.$$

再加碰碎之10瓶,即共  $90 + 10 = 100$  瓶。

(167) 買桃若干個,每5個價7分,以後賣出,其中之 $\frac{1}{2}$ 每4個賣9分,又 $\frac{1}{5}$ 每8個賣2角,其餘每3個賣5分,如是共得利1元4角5分,求買桃若干個。

【解】 設桃數為1。

則售價 =  $\frac{9}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{20}{8} \times \frac{1}{5} + \frac{5}{3} \times \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) = \frac{17}{8}$  分。

但買價 =  $\frac{7}{5}$  分,則共得之利 =  $\frac{17}{8} - \frac{7}{5} = \frac{27}{40}$  分。



故所有之桃數 $=145 \div \frac{29}{40} = 200$ 個。

(168) 以銀104元買入咖啡若干斤。後以每斤8角賣去其 $\frac{3}{4}$ 又10斤。已得原價。求原買入若干斤。

$$(104 \div 0.8 - 10) \div \frac{3}{4} = 160 \text{ 斤}$$

【圖】得原價須賣出 $104 \div 0.8 = 130$ 斤。即其 $\frac{3}{4}$ 又10斤也。因而 $130 - 10 = 120$ 斤。與原買入斤數之 $\frac{3}{4}$ 相當。故原買入為 $120 \div \frac{3}{4} = 160$ 斤

(169) 某人以羊易牛。欲得相等之頭數。須補羊450元。若不補羊則少得牛數 $\frac{2}{5}$ 。羊每頭之價元求某人以羊若干頭。

$$(450 \div \frac{2}{5} - 450) \div 45 = 15 \text{ 頭}$$

【圖】牛之頭數與羊相等時總價之 $\frac{2}{5}$ 為450元。故牛之總價為 $450 \div \frac{2}{5} = 1125$ 元。因而羊之總價為 $1125 - 450 = 675$ 元。以羊每頭之價除675元。得某人以羊為 $675 \div 45 = 15$ 頭

(170) 買書4部,所持洋不足 $8\frac{2}{5}$ 元。若所持洋增 $\frac{3}{4}$ 則餘洋6元。問每部之價若干?

【圖】依題意所以能將 $8\frac{2}{5}$ 元補足而更餘6元者,因增原銀 $\frac{3}{4}$ 故也。則原銀 $\frac{3}{4}=(8\frac{2}{5}+6)$ 元可知。由是原銀 $= (8\frac{2}{5}+6) \div \frac{3}{4} = \frac{72}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{96}{5}$ 元。而題言持原銀買書4部不足 $8\frac{2}{5}$ 元。故4部書價 $= \frac{96}{5} + 8\frac{2}{5} = 27\frac{3}{5}$ 元。由是書1部之價 $= 27\frac{3}{5} \div 4 = \frac{138}{5} \div \frac{4}{1} = \frac{138}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{138}{20} = 6\frac{9}{10}$ 元。

(171) 甲有銀80圓,等於乙丙2人之和之 $\frac{1}{4}$ 。又丙所有等於甲乙之和之 $\frac{1}{7}$ 。問乙丙2人之銀各若干?

【圖】依題意甲有80圓,爲乙丙之和之 $\frac{1}{4}$ 。則乙丙之和必爲 $80 \div \frac{1}{4} = 80 \times \frac{4}{1} = 320$ 圓。由是甲乙丙之和 $= (320+80) = 400$ 圓。但丙等於甲乙之和之 $\frac{1}{7}$ 。則甲乙之和必爲丙7倍。加上丙1倍等於8倍與 $(320+80)$ 相當。故丙所有 $= 400 \times \frac{1}{8} = 50$ 圓。

乙所有 $=320-50=270$ 元。

(172) 甲乙丙3人合本經商。共出資本800圓。內有甲出200圓。若乙得利49圓。丙得利35圓。問甲應得利若干？

【解】依題意甲出資本爲全數 $\frac{200}{800}=\frac{1}{4}$ 。本既爲 $\frac{1}{4}$ 利亦必爲 $\frac{1}{4}$ 。今設共得利爲1。則 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 爲乙丙所得之和。即與 $(49+35)$ 相當。由是甲得利爲 $(49+35)\div\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=84\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{4}=28$ 圓。

(173) 買進貨物35件。共用洋 $514\frac{1}{2}$ 元。後照原價 $\frac{6}{7}$ 賣出。求每件折本幾何。

$$\left(514\frac{1}{2}\div 35\right)\times\left(1-\frac{6}{7}\right)=2\frac{1}{10}\text{元。}$$

【解】每件之買價爲 $514\frac{1}{2}\div 35=\frac{1029}{70}$ 元。知每件折本爲買價之 $1-\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$ 。故每件折本爲 $\frac{1029}{70}\times\frac{1}{7}=2\frac{1}{10}$ 元。

(174) 有賣冰者。以洋2.5元買得冰100斤。其後每斤賣價4分。得利爲原價之 $\frac{1}{5}$ 。求冰融解若干。

$$100 - \left( 2.5 + 2.5 \times \frac{1}{5} \right) \div .04 = 25 \text{ 斤}$$

【解】 得利  $2.5 \times \frac{1}{5} = .5$  元。則賣價為  $2.5 + .5 = 3$  元。每斤賣價4分。是賣出為  $3 \div .04 = 75$  斤。故冰融解  $100 - 75 = 25$  斤

(175) 甲每 5 元用 3 元。乙每 3 元用 2 元。合計二人共有 250 元。共用 160 元。問各有若干。

【解】 甲用去其所有之  $\frac{3}{5}$ 。乙用去其所有之  $\frac{2}{3}$ 。若二人均用其所有之  $\frac{3}{5}$ 。則共用  $250 \text{ 元} \times \frac{3}{5} = 150 \text{ 元}$ 。

今多用  $160 \text{ 元} - 150 \text{ 元} = 10 \text{ 元}$ 。乃因乙所用較所有之  $\frac{3}{5}$  多  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15}$  也。故乙所有之  $\frac{1}{15}$  為 10 元而乙所有為  $10 \text{ 元} \div \frac{1}{12} = 150 \text{ 元}$ 。

由是乙用  $150 \text{ 元} \times \frac{2}{3} = 100 \text{ 元}$ 。甲用  $160 \text{ 元} - 100 \text{ 元} = 60 \text{ 元}$

(176) 有小孩買梨、橘、栗共 100 枚。每枚價。梨 88 文。橘 50 文。栗 6 文。平均每枚  $9\frac{2}{5}$  文。若橘少買  $\frac{3}{4}$  則栗可多買 25 枚。其

共價與前相等。問各菓實買幾枚。

【圖】依題意。所買橘價之 $\frac{3}{4}$ 與栗25枚之價等。故所買橘共價為 $6\text{文} \times 25 \div \frac{3}{4} = 200\text{文}$ 。而橘數為 $300 \div 50 = 4\text{枚}$ 。

由是栗栗共買 $100 - 4 = 96\text{枚}$ 。共價為 $9\frac{2}{5}\text{文} \times 100 - 200\text{文} = 740\text{文}$ 。

若96枚全為栗。則其價少 $740\text{文} - 6\text{文} \times 96 = 164\text{文}$ 。以1梨換1栗則價多 $88\text{文} - 6\text{文} = 82\text{文}$ 。故梨為 $164 \div 82 = 2\text{枚}$ 。栗為 $96 - 2 = 94\text{枚}$ 。

(177) 買進貨物26件。後照買價之 $1\frac{1}{7}$ 倍賣出。計每件獲利 $2\frac{1}{2}$ 元。求原買之共價若干。

$$2\frac{1}{2} \div \left(1\frac{1}{7} - 1\right) \times 26 = 455\text{元}$$

【圖】設每件之買價為1。則賣價為 $1\frac{1}{7}$ 。因而獲利每件為買價之 $1\frac{1}{7} - 1 = \frac{1}{7}$ 。與 $2\frac{1}{2}$ 元相當。由是每件買價為 $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{7} = \frac{35}{2}$ 元。故原買之共價為 $\frac{35}{2} \times 26 = 455\text{元}$

(178) 買進貨物63件。每件價洋

10  $\frac{1}{3}$ 元。後賣出時。獲利為原價之 $\frac{1}{9}$ 。求賣出之總價若干。

$$\left(10\frac{1}{3} \times 63\right) \times \left(1 + \frac{1}{9}\right) = 723\frac{1}{3} \text{ 圓}$$

【圖】買入之總價為 $10\frac{1}{3} \times 63 = 651$ 元。知賣價為買價之 $1 + \frac{1}{9} = 1\frac{1}{9}$ 倍。故賣出之總價為 $651 \times 1\frac{1}{9} = 723\frac{1}{3}$ 元

(179) 買咖啡若干斤。每斤銅圓13枚。後以每斤16枚賣去其 $\frac{3}{4}$ 又5斤已得原價。求原買入若干斤。

$$5 \div \left(\frac{13}{16} - \frac{3}{4}\right) = 80 \text{ 斤}$$

【圖】將每斤13枚買入者。以每斤16枚賣出之。則賣出去其所買之 $\frac{13}{16}$ 可得原價。因而 $\frac{13}{16}$ 即買入斤數之 $\frac{3}{4}$ 又5斤也。由是5斤與買入斤數之 $\frac{13}{16} - \frac{3}{4} = \frac{1}{16}$ 相當。故原買入為 $5 \div \frac{1}{16} = 80$ 斤

(180) 甲必二人各有金若干。今甲用去其所有之 $\frac{2}{7}$ 乙增80元。則二人之金適等。其後甲又用去其餘之 $\frac{1}{5}$

乙又增若干金。如是則甲與乙最初之金轉換。問乙最後所增之金若干。

【圖】甲第一次用去其所有之 $\frac{2}{7}$ 則餘 $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ 。其後又用去其餘之 $\frac{1}{5}$ 則餘 $\frac{4}{5}$ 。

故甲所餘之數爲最初之 $\frac{5}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{7}$ 。

此數與乙最初之金相等。但甲初次所餘之 $\frac{5}{7}$ 比乙最初之金多80元。

故甲最初之金 $= 80 \div (\frac{5}{7} - \frac{4}{7}) = 560$ 元。

故知乙最後之金爲560元。而乙最初之金爲 $560 \times \frac{4}{7} = 320$ 元。

即最後乙所增之金 $= 560$ 元 $-(320$ 元 $+ 80$ 元) $= 160$ 元。

(181) 一人以其銀之 $\frac{2}{5}$ 作爲家用。以其 $\frac{1}{4}$ 作弟之學費。其餘三妹等分作膳費。但作家用之費比一妹作膳費之數多34元。問此人共有銀若干。

【圖】除家用及弟之學費所餘爲原數之 $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$ 。

此數三妹等分之。則1妹得 $\frac{7}{20} \div 3 = \frac{7}{60}$ 。

由是家用比一妹膳費所多為原數之 $\frac{2}{3}$ —

$\frac{7}{60} = \frac{17}{60}$  其數為34元

故此人共有銀 $34 \div \frac{17}{60} = 120$ 元。

(182) 買雞卵154枚。每7枚價洋2角。其後損壞14枚。將其餘者賣出獲利1.2元。求每枚之賣價如何。

$$\left(\frac{2}{7} \times 154 + 1.2\right) \div (154 - 14) = .04 \text{ 元 即4分}$$

【解】每枚之買價為 $\frac{2}{7}$ 元。154枚之買價共為 $\frac{2}{7}$ 元 $\times 154 = 4.4$ 元。題言獲利1.2元。是賣價共為 $4.4 + 1.2 = 5.6$ 元。知賣出者為 $154 - 14 = 140$ 枚。故每枚之賣價為 $5.6 \div 140 = .04$ 元 即4分也。

(183) 某水果商買蘋果1籃。每3枚價2角。其後腐壞20枚。將其餘者每4枚售銀3角。如是得利5角。問此籃內有蘋果若干枚。

$$\left(5 + \frac{3}{4} \times 20\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) = 240 \text{ 枚}$$

【解】設使20枚不腐壞。則更多得利 $\frac{3}{4} \times 20 =$



15角,共應得利 $5+15=20$ 角,而1枚之利爲 $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$ 角,以每枚之利除利之總數,得籬內蘋果爲 $20\div\frac{1}{12}=240$ 枚

(184) 甲乙丙丁四人共有銀86元,而乙所有銀比甲所有銀之 $\frac{1}{3}$ 多3元,丙比甲之 $\frac{1}{4}$ 多1元,丁爲甲之 $\frac{1}{8}$ ,問四人各有銀若干。

【解】 乙丙丁三人所有銀之和等於甲之 $(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8})$ 及 $(3+1)$ 元之和,則甲乙丙丁四人之銀比甲之 $(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8})$ 倍多4元。

由是 $(86-4)$ 元爲甲之 $(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8})$ 倍,故甲有銀 $(86-4)\div(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8})=48$ 元,乙有銀 $48\times\frac{1}{3}+3=19$ 元,丙有銀 $48\times\frac{1}{4}+1=13$ 元,丁有銀 $48\times\frac{1}{8}=6$ 元。

(185) 有陶器商,恒得原價 $\frac{2}{5}$ 之利,今此商人賣出陶器150個,於搬運時破壞若干,因僅得原價 $\frac{16}{75}$ 之利,求破壞之

數若干。

$$150 \times \left\{ \left( \frac{2}{5} - \frac{16}{75} \right) \div \left( 1 + \frac{2}{5} \right) \right\} = 20 \text{ 個}$$

【圖】 1. 因有破壞之數，利益少得原價之  $\frac{2}{5} - \frac{16}{75} = \frac{14}{75}$ 。每破壞 1 個，損失 1 個原價之  $1 + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$  倍。由是破壞之數，為總數之  $\frac{14}{75} \div 1\frac{2}{5} = \frac{2}{15}$ 。故破壞之數為  $150 \times \frac{2}{15} = 20$  個。

$$\left( \frac{2}{5} \times 150 - \frac{16}{75} \times 150 \right) \div \left( 1 + \frac{2}{5} \right) = 20 \text{ 個}$$

【圖】 2. 若無破壞者，則當得 1 個原價之  $\frac{2}{5} \times 150 = 60$  倍之利。今僅得 1 個原價之  $\frac{16}{75} \times 150 = 32$  倍之利。故  $60 - 32 = 28$  倍之利。因破壞數所生之損失，每破壞 1 個，損失 1 個之  $1 + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$  倍。故破壞數為  $28 \div \frac{7}{5} = 20$  個。

(186) 麥 5 石與米 7 石之價相等。今以麥 5 石米 7 石之總價，欲買米麥相等之石數，求各買若干石。

$$\left( 1 \times 5 + \frac{5}{7} \times 7 \right) \div \left( 1 + \frac{5}{7} \right) = 5\frac{5}{8} \text{ 石}$$

【圖】 設麥 1 石之價為 1，則米 1 石之價為  $\frac{5}{7}$ 。麥 5 石與米 7 石之總價為  $1 \times 5 + \frac{5}{7} \times 7 = 10$ 。

而各 1 石價之和為  $1 + \frac{5}{7} = 1\frac{5}{7}$ 。以 1 石價之和除總價得買相等之石數各買  $10 \div 1\frac{5}{7} = 5\frac{5}{6}$  石

(187) 買羊 4 隻牛 9 頭共價 673 元。賣牛獲利  $\frac{1}{9}$  賣羊虧本  $\frac{1}{8}$ 。合計尚得利 54 元。問牛羊每頭之買價各若干。

$$(673 \times \frac{1}{9} - 54) \div (\frac{1}{9} + \frac{1}{8}) \div 4 = 22 \text{ 元 羊價}$$

$$(673 - 22 \times 4) \div 9 = 65 \text{ 元 牛價}$$

【解】設使牛羊皆獲利  $\frac{1}{9}$ 。則當獲利  $673 \times \frac{1}{9} = \frac{673}{9}$  元。而今獲利 54 元。知  $\frac{673}{9} - 54 = \frac{187}{9}$  元。係羊少賣之損失。羊照牛每頭少賣  $\frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{17}{72}$ 。因而  $\frac{187}{9}$  元。與羊 4 隻買價之  $\frac{17}{72}$  相當。由是羊 4 隻之買價為  $\frac{187}{9} \div \frac{17}{72} = 88$  元。故羊每隻之買價為  $88 \div 4 = 22$  元。牛每頭之買價為  $(673 - 22 \times 4) \div 9 = 65$  元。又此題先求牛價題式如下。

$$(673 \times \frac{1}{9} + 54) \div (\frac{1}{9} + \frac{1}{8}) \div 9 = 65 \text{ 元 牛價}$$

$$(673 - 65 \times 9) \div 4 = 22 \text{ 元 羊價。}$$

(188) 某商人以銀若干及麥 10 石。以之易米 10 石。則不足所持金之  $\frac{1}{2}$ 。

5元。因照價計算，共易米 $9\frac{1}{6}$ 石。其後米價低落，每石賠 $4\frac{4}{11}$ 元。如是則正損失。其所持之金，求麥每石之價若干。

$$\left[ \left\{ \left( 4\frac{4}{11} \times 9\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + 5 \right) \div \left( 10 - 9\frac{1}{6} \right) \right\} \times 9\frac{1}{6} - \left( 4\frac{4}{11} \times 9\frac{1}{6} \right) \right] \div 10 = 23\frac{1}{2} \text{元}$$

【圖】所持之金為 $4\frac{4}{11} \times 9\frac{1}{6} = 40$ 元。原欲易米10石。不足之數為 $40 \times \frac{1}{2} + 5 = 25$ 元。即米 $10 - 9\frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 石之價。因而米每石之價為 $25 \div \frac{5}{6} = 30$ 元。則米 $9\frac{1}{6}$ 石之價為 $30 \times 9\frac{1}{6} = 275$ 元。減去所持之金得麥10石之價為 $275 - 40 = 235$ 元。故麥每石之價為 $235 \div 10 = 23\frac{1}{2}$ 元。

(189) 大小兩種蘋果。大者3枚價5角。小者7枚價8角。今共買若干。但知小者為大者之2倍。或問其數。答曰若平均每枚價1角。則可少出洋2元。求共買蘋果若干。

$$20 + \left\{ \left( \frac{5}{3} + \frac{8}{7} \times 2 \right) + (1+2) - 1 \right\} = 63 \text{枚}$$

【圖】大者每枚價 $\frac{5}{3}$ 角。小者每枚價 $\frac{8}{7}$ 角。大者

1枚小者2枚之共價爲 $\frac{5}{3} + \frac{8}{7} \times 2 = \frac{83}{21}$ 角. 平均每枚價 $\frac{83}{21} \div (1+2) = \frac{83}{63}$ 角. 若平均每枚價1角. 則1枚可少出洋 $\frac{83}{63} - 1 = \frac{20}{63}$ 角. 題言少出洋20角. 故共買蘋果爲 $20 \div \frac{20}{63} = 63$ 枚

(190) 買進米 $15\frac{1}{2}$ 斗用洋 $27\frac{1}{8}$ 元. 麥18斗用洋 $22\frac{1}{2}$ 元. 今同時售出. 米麥售出之總價相等. 而米所折之本與麥所得之利亦相等. 求各1斗之售價幾何.

$$\left(27\frac{7}{8} + 22\frac{1}{2}\right) \div 2 = 24\frac{13}{16} \text{元. 米麥各售出之總價.}$$

$$24\frac{13}{16} \div 15\frac{1}{2} = 1\frac{149}{248} \text{元 米每斗之售價}$$

$$24\frac{13}{16} \div 18 = 1\frac{109}{288} \text{元 麥每斗之售價}$$

【解】 題言米所折之本與麥所得之利相等. 則米麥之共售價當等於共買價. 因售出之總價相等. 則米麥各售出之總價均爲 $\left(27\frac{1}{8} + 22\frac{1}{2}\right) \div 2 = 24\frac{13}{16}$ 元. 故米每斗之總價爲 $24\frac{13}{16} \div 15\frac{1}{2} = 1\frac{149}{248}$ 元 麥每斗之售價爲 $24\frac{13}{16} \div 18 = 1\frac{109}{288}$ 元

(應用問題其四十四)(物價之計算)

(191) 買橙10枚. 柑12枚. 各1枚之

價和爲5分。而橙之總價比柑之總價多6分。問各1枚之價若干？

【解】設柑之總價爲1。依題意橙之總價內減去6分亦=1。故柑1枚之價= $\frac{1}{12}$ 。橙1枚之價減 $\frac{6}{10}$ 分= $\frac{1}{10}$ 。由是 $(\frac{1}{12} + \frac{1}{10})$ 與 $(5 - \frac{6}{10})$ 分相當。故柑1枚之價= $(5 - \frac{6}{10}) \div (\frac{1}{12} + \frac{1}{10}) \div 12 = \frac{22}{5} \times \frac{60}{11} \times \frac{1}{12} = 2$ 分。橙1枚之價= $5 - 2 = 3$ 分。

(192) 買進米 $12\frac{1}{2}$ 石。費洋67元。麥15石費洋 $65\frac{1}{2}$ 圓。今同時售盡所得之售價相等。而米所折之本與麥所得之利亦相等。問各1石之賣價？

【解】依題言米麥售價相等。又米所折之本與麥所得之利亦相等。則米麥共賣價等於買價可知。由是米麥各賣價= $(67 + 65\frac{1}{2}) \div 2 = 56\frac{1}{4}$ 元。故米每石賣價= $56\frac{1}{4} \div 12\frac{1}{2} = \frac{265}{4} \times \frac{2}{25} = \frac{53}{10} = 5\frac{3}{10}$ 圓。麥每石賣價= $56\frac{1}{4} \div 15 = \frac{265}{4} \times \frac{1}{15} = \frac{53}{12} = 4\frac{5}{12}$ 元。

(193) 買進貨物若干件。費洋2173

$\frac{1}{2}$ 元。後因時價底落，僅售得原價 $\frac{22}{23}$ 。故每件折本 $\frac{1}{4}$ 元。問買進之件數幾何？

【解】依題意售價 =  $2173\frac{1}{2} \times \frac{22}{23} = 2079$ 元。共折之本 =  $2173\frac{1}{2} - 2079 = 94\frac{1}{2}$ 元。而題言每件折本 $\frac{1}{4}$ 元。故買進之件數 =  $94\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{189}{2} \times \frac{4}{1} = 378$ 件。

(194) 米5斗與麥7斗之共價39元。每斗之價。麥為米之 $\frac{5}{6}$ 。求米麥各1斗之價若干。

$$36 \div (1 \times 5 + \frac{5}{6} \times 7) = 3.6 \text{ 元 米價}$$

$$3.6 \times \frac{5}{6} = 3 \text{ 元 麥價}$$

【解】設米每斗之價為1。則麥每斗之價為 $\frac{5}{6}$ 。米5斗之價為 $1 \times 5 = 5$ 。麥7斗之價為 $\frac{5}{6} \times 7 = \frac{35}{6}$ 。因而39元與米 $5 + \frac{35}{6} = \frac{65}{6}$ 斗之價相當。故米每斗之價為 $39 \div \frac{65}{6} = 3.6$ 元。麥每斗之價為 $3.6 \times \frac{5}{6} = 3$ 元。

(195) 馬價比牛價之 $1\frac{2}{7}$ 倍多4元。又馬5匹與牛7頭之價相等。求馬牛每頭匹之價各若干。

$$4 \div \left( \frac{7}{8} - 1\frac{2}{7} \right) = 35 \text{ 元 牛價}$$

$$35 \times 1\frac{2}{7} + 4 = 49 \text{ 元 馬價}$$

【解】馬5匹與牛7頭之價相等，即馬價為牛價之 $\frac{7}{5}$ 倍。題言馬價比牛價之 $1\frac{2}{7}$ 倍多4元。因而4元與牛價之 $\frac{7}{5} - 1\frac{2}{7} = \frac{4}{35}$ 相當。故牛每頭之價為 $4 \div \frac{4}{35} = 35$ 元。馬每匹之價為 $35 \times 1\frac{2}{7} + 4 = 49$ 元。

(196) 牛羊各1頭價之和為60元。又5牛頭比羊7隻之價多24元。求牛羊各1頭之價若干。

$$\left( 60 - \frac{24}{5} \right) \div \left( \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \right) + 7 = 23 \text{ 元 羊價}$$

$$60 - 23 = 37 \text{ 元 牛價}$$

【解】設羊7隻之價為1。牛5頭之價減24元。與羊7隻之價等。故羊每隻之價為 $\frac{1}{7}$ 。牛5頭之價減24元之後。每頭之價為 $\frac{1}{5}$ 。牛5頭之價減24元。則牛1頭之價當減 $\frac{24}{5}$ 元。故 $60 - \frac{24}{5} = \frac{276}{5}$ 元。與羊7隻價之 $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$ 相當。因而羊7隻之價為 $\frac{276}{5} \div \frac{12}{35} = 161$ 元。故羊每隻之價為 $161 \div 7 = 23$ 元。牛每頭之價為 $60 - 23 = 37$ 元。又此題先求牛價



題式如下。

$$\left(60 + \frac{24}{7}\right) \div \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{7}\right) + 5 = 37 \text{ 元 牛價}$$

$$60 - 37 = 13 \text{ 元 羊價}$$

(197) 以銀若干買馬 3 匹牛 7 頭。馬 1 匹之價比總價之  $\frac{1}{8}$  多 3 元。牛 1 頭之價比總價之  $\frac{1}{10}$  少 6 元。問馬 1 匹牛 1 頭之價各若干。

$$\left(6 \times 7 - 3 \times 3\right) \div \left(\frac{1}{8} \times 3 + \frac{1}{10} \times 7 - 1\right) = 440 \text{ 元。總價}$$

$$440 \times \frac{1}{8} + 3 = 58 \text{ 元 馬價。}$$

$$440 \times \frac{1}{10} - 6 = 38 \text{ 元 牛價。}$$

【解】設總價為 1。則馬 3 匹之價比總價之  $\frac{1}{8} \times 3 = \frac{3}{8}$  多  $3 \times 3 = 9$  元。牛 7 頭之價比總價之  $\frac{1}{10} \times 7 = \frac{7}{10}$  少  $6 \times 7 = 42$  元。故  $42 - 9 = 33$  元。與總價之  $\frac{3}{8} + \frac{7}{10} - 1 = \frac{3}{40}$  相等。因而總價為  $33 \div \frac{3}{40} = 440$  元。故馬 1 匹之價為  $440 \times \frac{1}{8} + 3 = 58$  元。牛每頭之價為  $440 \times \frac{1}{10} - 6 = 38$  元

(198) 某人課子。第一日給錢若干。告曰。以後勤學一日。則賞所有錢之 1

倍。怠惰一日，則虧 $\frac{8}{25}$ 元。後其子勤學怠惰相間一日，第九日所給錢適虧盡。問第一日給錢幾何。

【圖】賞罰自第二日起。設第一日所給為1倍，第二日勤學則所有為2倍，第三日怠惰，則所餘為2倍 $-\frac{8}{25}$ 元。第四日所有為 $(2\text{倍}-\frac{8}{25}\text{元})\times 2=4\text{倍}-\frac{8}{25}\text{元}\times 2$ 。

同理第六日所有為 $(4\text{倍}-\frac{8}{25}\text{元}\times 3)\times 2=8\text{倍}-\frac{8}{25}\text{元}\times 6$ 。第八日所有為 $(8\text{倍}-\frac{8}{25}\text{元}\times 7)\times 2=16\text{倍}-\frac{8}{25}\text{元}\times 14$ 。此數等於第九日所罰之 $\frac{8}{25}$ 元。

故1倍 $=\frac{8}{25}\text{元}\times 15+16=3\text{角}$ 。即第一日所給。

(199) 某人有資產若干。若將其歲入全儲蓄不用，則20年後之資產3倍於初。若全無歲入，則18年後資產用盡。問幾年後此人之資產3倍於初。但不計利息。

【圖】歲入全儲蓄，則20年後資產3倍於初。故20年之歲入等於資產之2倍。而一年之收

入等於資產之  $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

無歲入，則18年後資產用盡，故一年之支出  
等於資產之  $\frac{1}{18}$ 。

由是一年儲蓄數等於資產之  $\frac{1}{10} - \frac{1}{18} = \frac{2}{45}$ 。  
資產3倍於初，即增2倍，故需  $2 \div \frac{2}{45} = 45$ 年。

(200) 某人以牛5頭，換馬2匹，羊4隻，銀6元，但知牛價為馬價之  $\frac{3}{4}$ ，馬每匹之價又為羊每隻價之  $2\frac{2}{5}$  倍，求馬、牛、羊每頭匹之價各若干。

$$6 \div \left[ \left( \frac{3}{4} \times 5 \right) - \left\{ (1 \times 2) + \left( 1 + 2\frac{2}{5} \right) \times 4 \right\} \right] = 12 \text{元}$$

馬價

$$72 \times \frac{3}{4} = 54 \text{元} \quad \text{牛價}$$

$$72 \div 2\frac{2}{5} = 30 \text{元} \quad \text{羊價}$$

【解】 設馬每匹之價為1，則牛每頭之價為  $\frac{3}{4}$ ，羊每隻之價為  $1 \div 2\frac{2}{5} = \frac{5}{12}$ 。由是牛5頭之價為  $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}$ ，馬2匹之價為  $1 \times 2 = 2$ ，羊4隻之價為  $\frac{5}{12} \times 4 = \frac{5}{3}$ 。因而6元，與馬價之  $\frac{15}{4} - \left( 2 + \frac{5}{3} \right) = \frac{1}{12}$  相當，故馬每匹之價為  $6 \div \frac{1}{12} = 72$ 元，牛每頭之價為  $72 \times \frac{3}{4} = 54$ 元，羊每隻之價為  $72 \div 2\frac{2}{5} = 30$ 元。

(201) 有大小2種梨,大梨50文3枚,小梨80文7枚,今某人買大者1倍,小者2倍,或問其枚數,答云:若所買之梨均為10文1枚,則可少出錢200文,問某人共買梨若干?

【圖】設買大梨為1個,小梨必為2個,依題意大梨1枚之價為 $\frac{50}{3}$ 小梨1枚之價為 $\frac{80}{7}$ ,由是 $(\frac{50}{3} + \frac{80}{7} \times 2) =$ 大梨1枚小梨2枚之合價,即3枚之合價也,故以3除之得1枚之平均價,若所買之梨每枚均為10文,則1枚可省 $(\frac{50}{3} + \frac{80}{7} \times 2) \div 3 - 10 = 3\frac{11}{63}$ 文,故視共省200文內能有若干 $3\frac{11}{63}$ 文,即共買若干也,由是共買之梨數 $= 200 \div \{(\frac{50}{3} + \frac{80}{7} \times 2) \div 3 - 10\} = 200 \div \{\frac{830}{21 \times 3} - 10\} = 200 \div \{13\frac{11}{63} - 10\} = 200 \div 3\frac{11}{63} = 200 \times \frac{63}{200} = 53$ 枚。

(202) 或人負責若干金,最初以米8袋金6元還其 $\frac{7}{12}$ 次還米6袋金2元適清,問某人所負總金若干?

【圖】依題意總金額 $= (8袋 + 6元) \div \frac{7}{12} = (8袋 + 16$

元)  $\times \frac{12}{7} = \frac{96}{7}$  袋 +  $\frac{72}{7}$  元。又總金額 =  $(6 \text{ 袋} + 2 \text{ 元}) \div \frac{5}{12} =$   
 $(6 \text{ 袋} + 2 \text{ 元}) \times \frac{12}{5} = \frac{72}{5}$  袋 +  $\frac{24}{5}$  元。由是  $(\frac{72}{5} - \frac{96}{7})$  袋與  $(\frac{72}{7} - \frac{24}{5})$   
 ) 元相當。故 1 袋之價 =  $(\frac{72}{7} - \frac{24}{5}) \div (\frac{72}{5} - \frac{96}{7}) = \frac{192}{35} \div \frac{24}{35}$   
 $= 8$  元。今題言所負之總金額為米 14 袋與金  
 8 元之和。故所負總金 =  $14 \times 8 + 8 = 120$  元。

(203) 某人以馬 8 匹換牛 9 頭羊 5 隻。但知馬每匹比牛每頭之價貴 30 元。羊每隻之價為牛每頭價之  $\frac{2}{5}$ 。求馬牛羊每頭匹之價各若干。

$$(30 \times 8) \div \left\{ \left( \frac{2}{5} \times 5 + 9 \right) - 8 \right\} = 30 \text{ 元 牛價。}$$

$$80 + 30 = 110 \text{ 元 馬價。}$$

$$80 \times \frac{2}{5} = 32 \text{ 元 羊價。}$$

【驗】羊 5 隻之價等牛  $\frac{2}{5} \times 5 = 2$  頭之價。馬 8 匹之價等牛  $2 + 9 = 11$  頭之價。題言馬每匹比牛每頭之價貴 30 元。則馬 8 匹比牛 8 頭必貴  $30 \times 8 = 240$  元。與牛  $11 - 8 = 3$  頭之價相當。故牛每頭之價為  $240 \div 3 = 30$  元。馬每匹之價為  $80 + 30 = 110$  元。羊每隻之價為  $80 \times \frac{2}{5} = 32$  元。

$$30 \div \left[ 1 - \left\{ 8 \div \left( \frac{2}{5} \times 5 + 9 \right) \right\} \right] = 110 \text{ 元 馬價}$$

$$110 - 30 = 30 \text{ 元 牛價}$$

$$80 \times \frac{2}{5} = 32 \text{ 元 羊價.}$$

(204) 鉛筆4支,毛筆2支,與帳簿2冊之價,合為27元,但鉛筆5支之價等於毛筆3支之價,帳簿1冊之價等於鉛筆7支之價,減去毛筆1支之價,求各1支1冊之價?

【圖】題言鉛筆5支價,等於毛筆3支價則毛筆1支價等於 $\frac{5}{3}$ 鉛筆價可知,又帳簿1本等於鉛筆7支價須減去毛筆1支價,則所減者必為 $\frac{5}{3}$ ,是有帳簿1本即須減 $-\frac{5}{3}$ 也。由是則可使毛筆帳簿盡變為鉛筆而計算之,題式如次。

$$\begin{aligned} .72 \div \left\{ 4 + 2 \times \frac{5}{3} + \left( 2 \times \frac{7}{1} - 2 \times \frac{5}{3} \right) \right\} &= .27 \div \left\{ 4 + \frac{10}{3} \right. \\ &+ \left. \left( \frac{14}{1} - \frac{10}{3} \right) \right\} = .27 \div \left\{ 4 + \frac{10}{3} + \frac{32}{3} \right\} = .27 \div \frac{54}{3} = .27 + \frac{3}{54} = \\ &= \frac{.03}{2} = .015 \text{ 元, 鉛筆1支之價. } .015 \times \frac{5}{3} = .025 \text{ 元, 毛筆} \\ &1 \text{ 支之價. } .015 \times 7 - .025 = .105 - .025 = .08 \text{ 元, 帳簿價.} \end{aligned}$$

(205) 某人買地與房屋。地價比全額  $\frac{3}{5}$  多 216 元。屋價比全額  $\frac{1}{3}$  少 30 元。問地與屋之價各幾何？

【解】 設全額為 1。依題意從全額 1 內減去  $\frac{3}{5}$ 。則所餘者必為 216 元與屋價。若從全額內再減  $\frac{1}{3}$ 。則所餘者必為 216 尚少 30 元也。故必從 216 元內減去 30 元。方始等於全額減  $\frac{3}{5}$  再減  $\frac{1}{3}$  所餘也。由是則全額  $= (216 - 30) \div (1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{3}) = 186 \div (1 - \frac{14}{15}) = 186 \times \frac{15}{1} = 2790$  元。故地價為  $2790 \times \frac{3}{5} + 216 = 1674 + 216 = 1890$  元。屋價為  $2790 \times \frac{1}{3} - 30 = 900$  元。

(206) 買羊 4 隻牛 9 頭共價 673 元。賣牛獲利  $\frac{1}{9}$ 。賣羊虧本  $\frac{1}{8}$  合計尚得利 54 元。問牛羊每頭之買價各若干

$$(673 \times \frac{1}{9} - 54) \div (\frac{1}{9} + \frac{1}{8}) + 4 = 22 \text{ 元 羊價}$$

$$(673 - 22 \times 4) \div 9 = 65 \text{ 元 牛價}$$

【解】 設使牛羊皆獲利  $\frac{1}{9}$ 。則當獲利  $673 \times \frac{1}{9} = \frac{673}{9}$  元。而今獲利 54 元。知  $\frac{673}{9} - 54 = \frac{187}{9}$  元。係羊少賣之損失。羊照牛每頭少賣  $\frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{17}{72}$ 。因而

$\frac{187}{9}$ 元與羊4隻買價之 $\frac{17}{72}$ 相當。由是羊4隻之買價爲 $\frac{187}{9} \div \frac{17}{72} = 88$ 元。故羊每隻之買價爲 $88 \div 4 = 22$ 元。牛每頭之買價爲 $(673 - 22 \times 4) \div 9 = 65$ 元。又此題先求牛價題式如下。

$$\left(673 \times \frac{1}{8} + 54\right) \div \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{8}\right) \div 9 = 65 \text{元 牛價。}$$

$$673 - 65 \times 9 \div 4 = 22 \text{元 羊價。}$$

〔應用問題其四十五〕(工資之研究)

(207) 某工廠雇男女工人作工。女工1人之工資。爲男工1人工資之 $\frac{3}{5}$ 。今雇男工5人。女工1人。每日工資共合2.8元。問男女工人每日工資各幾何？

【圖】 設男工每日之工資爲1。則女工每日之工資爲 $\frac{3}{5}$ 。今題言男工5人。則所得工資必爲 $1 \times 5 = 5$ 。女工1人所得工資必爲 $1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ 。依題意 $(5 + \frac{3}{5})$ 與2.8元相當。故男工1人每日之工資爲 $2.8 \div (5 + \frac{3}{5}) = 2.8 \times \frac{5}{28} = .5$ 元。女工1人每日工資爲 $.5 \times \frac{3}{5} = .3$ 元。



(208) 某工人其4日之工資加10元爲8日工資之 $1\frac{1}{3}$ 倍。求每日工資若干。

$$10 \div (8 \times 1\frac{1}{3} - 4) = 1\frac{1}{2} \text{元}$$

【解】8日工資之 $1\frac{1}{3}$ 倍。即等於 $8 \times 1\frac{1}{3} = \frac{32}{3}$ 日之工資。因而10元與 $\frac{32}{3} - 4 = \frac{20}{3}$ 日之工資相當。故每日工資爲 $10 \div \frac{20}{3} = 1\frac{1}{2}$ 元

(209) 6個月之薪俸約定9元。外加衣服1件。所雇之女工。已做4個半月。女工有他就。照前約仍與衣服1件。又給薪俸6元。求此衣服價值幾何？

【解】題言6個月薪俸9元。則1月爲 $\frac{9}{6}$ 可知。今已做4.5月。共所得應爲 $\frac{9}{6} \times 4.5 = 6.75$ 。又6個月得衣服1件。則1月爲 $\frac{1}{6}$ 可知。已作4.5月。其所得應爲 $\frac{1}{6} \times 4.5 = \frac{4.5}{6}$ 。今題言與洋6元。是比應得者少.75元矣。而衣服仍與1件。是比應得者多 $1 - \frac{4.5}{6} = \frac{1.5}{6}$ 矣。由是 $\frac{1.5}{6}$ 衣服與.75元相當。故衣服之價 =  $(\frac{9}{6} \times 4.5 - 6) \div (1 - \frac{1}{6} \times 4.5)$  (6.75 -

$$6) \div \frac{1.5}{6} = .75 \times \frac{6}{1.5} = 3 \text{元.}$$

(210) 甲乙 2 人,包修工程 1 件,查明工價總額為 684 元,而甲用小工 12 人作工 15 日,乙用大工 18 人作工 25 日,若 3 個小工頂 2 個人工,求甲乙各應得工價若干。

$$684 \div \left\{ \left( \frac{2}{3} \times 12 \times 15 \right) + (1 \times 18 \times 25) \right\} \times 18 \times 25 =$$

540 元 乙應得

$$684 - 540 = 144 \text{ 元 甲應得}$$

【題】設大工 1 人每日之工價為 1,則小工 1 人每日之工價為  $\frac{2}{3}$ ,是甲應得大工 1 人  $\frac{2}{3} \times 12 \times 15 = 120$  日之工價,乙應得大工 1 人  $1 \times 18 \times 25 = 450$  日之工價,因而 684 元即大工 1 人  $120 + 450 = 570$  日之工價,故大工 1 人每日之工價為  $684 \div 570 = 1.2$  元,由是乙應得工價為  $1.2 \times 18 \times 25 = 540$  元 甲應得工價為  $684 - 540 = 144$  元

[應用問題其四十六](收支之研究)

(211) 一人以金若干及布 100 疋

易綢100疋,則不足所持金之 $\frac{1}{2}$ 外尙少98元.若只照價合計,如是共易得綢76疋.其後綢價騰貴,每疋得利 $5\frac{13}{19}$ 元.而所得之總利金適與前易綢100疋不足之金相等.問最初所持金及布一疋之價幾何.

【解】 賣綢共得之利 =  $5\frac{13}{19} \times 76 = 432$ 元即初買綢百疋不足之金數亦等於所持金之 $\frac{1}{2}$ 與98元之和

故所持金爲  $(432 - 98) \div \frac{1}{2} = 668$ 元.

因不足432元,其綢少易  $100 - 76 = 24$ 疋.

故綢1疋之價爲  $432 \text{元} \div 24 = 18$ 元.

而76疋之價爲  $18 \text{元} \times 76 = 1368$ 元.

故布一疋之價爲  $(1368 \text{元} - 668 \text{元}) \div 100 = 7$ 元

(212) 某人以若干之資本經營商業第1年損失600元,第2年獲利爲第1年餘額之 $\frac{1}{4}$ .2年終計算,照原本尙獲利200元.求原有資本若干.

$$(600 \div 200) \div \frac{1}{4} + 600 = 3800 \text{元}$$

【圖】知第2年之獲利比第1年之損失多200元。可知第1年餘額之 $\frac{1}{4}$ 即 $600+200=800$ 元。因而第1年損失後之餘額為 $800 \div \frac{1}{4} = 3200$ 元。故原有資本為 $3200+600=3800$ 元

(213) 某人以若干之資本經營商業。第1年獲利1500元。第2年損失總額之 $\frac{1}{16}$ 餘額為原本之 $1\frac{1}{2}$ 倍。求原有資本若干。

$$1500 \div \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{1}{16} \right) \div 1\frac{1}{2} \right\} - 1500 = 2500 \text{元}$$

【圖】設第1年獲利後為1。則第2年之餘額為 $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ 。為原有資本之 $1\frac{1}{2}$ 倍。以 $1\frac{1}{2}$ 除 $\frac{15}{16}$ 。得原有資本為獲利後之 $\frac{15}{16} \div 1\frac{1}{2} = \frac{5}{8}$ 。因而1500元。與獲利後之 $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ 相當。由是獲利後之總額為 $1500 \div \frac{3}{8} = 4000$ 元。故原有資本為 $4000 - 1500 = 2500$ 元

(214) 甲原有銀為乙之4倍。給乙22元。則乙所有銀為甲之3倍。求各原有銀若干。

【圖】甲原有銀爲二人所有總數之 $\frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$ ，  
給乙22元後其餘數爲總數之 $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$ 。故所給  
爲總數之 $\frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$ 。

由是總數爲 $22 \text{元} \div \frac{11}{20} = 40 \text{元}$ 。甲原有 $40 \times \frac{4}{5} = 32 \text{元}$ 。乙原有 $32 \text{元} + 4 = 36 \text{元}$ 。

(215) 甲乙2人。每月有同等之收入。甲每月除用度外。尚餘 $\frac{2}{7}$ 存入銀行。乙每月之用度較甲多25元。如是1年。之後。乙負債180元。求各人每月之收入若干。

$$(35 \times 12 - 180) \div 12 \div \frac{2}{7} = 70 \text{元}$$

【圖】1年12個月。乙比甲多用 $35 \times 12 = 420 \text{元}$ 。  
減去乙之負債。則得甲存入銀行爲 $420 - 180 = 240 \text{元}$ 。即甲每月存入銀行爲 $240 \div 12 = 20 \text{元}$ 。與每月收入之 $\frac{2}{7}$ 相當。故各人每月之收入爲 $20 \div \frac{2}{7} = 70 \text{元}$ 。

[應用問題其四十七](分讓之研究)

(216) 以果分給羣童。若每四人分

三個,則多6個,每六人分九個,則少3個,求人與果各若干.

【圖】每4人分3個,則1人得 $\frac{3}{4}$ 每6人分9個,則1人得 $\frac{3}{2}$ 但先多6個,後少3個,則先後相差為 $6+3=9$ 個此9個即每人多取 $(\frac{3}{2}-\frac{3}{4})=\frac{3}{4}$ 之總數.

故人數 $=9 \div \frac{3}{4}=12$ ,果數 $=\frac{3}{4} \times 12+6=15$ .

(217) 以梨分給兒童,只云3人分4枚,則餘5枚,若5人分8枚,則不足3枚,求兒童及梨數各若干.

$$(5+3) + (\frac{8}{5} - \frac{4}{3}) = 30 \text{ 人 兒童}$$

$$30 \times \frac{4}{3} + 5 = 45 \text{ 枚 梨數}$$

【圖】3人分4枚即每人分 $\frac{4}{3}$ 枚5人分8枚即每人分 $\frac{8}{5}$ 枚,是每人多分 $\frac{8}{5} - \frac{4}{3} = \frac{4}{15}$ 枚,須增 $5+3=8$ 枚,以 $\frac{4}{15}$ 枚除8枚,故得兒童為 $8 \div \frac{4}{15} = 30$ 人梨數為 $30 \times \frac{4}{3} + 5 = 45$ 枚

(218) 桃數比梨數之2倍多4枚,以之分給兒童,每人桃7枚梨3枚,則梨適盡而桃不足2枚,求桃與梨各若干.

$$(4+2) \div \left(\frac{7}{3} - 1 \times 2\right) = 18 \text{ 枚 梨數.}$$

$$18 \times 2 + 4 = 40 \text{ 枚 桃數.}$$

**【圖】** 桃數若加 2 枚，則桃與梨可均適盡。此時桃數比梨數之 2 倍多  $4+2=6$  枚。設梨數為 1，則桃數為  $\frac{7}{3}$ 。由桃數內減去梨數之 2 倍所餘者為  $\frac{7}{3} - 1 \times 2 = \frac{1}{3}$ 。與 6 枚相當。故梨數為  $6 \div \frac{1}{3} = 18$  枚。桃數為  $18 \times 2 + 4 = 40$  枚。

(219) 甲乙丙三人分 36 元。甲之  $\frac{1}{2}$  乙之  $\frac{1}{3}$  丙之  $\frac{1}{4}$  皆相等。問各得幾元。

**【圖】** 因甲之  $\frac{1}{2}$  等於乙之  $\frac{1}{3}$  則乙得等於甲之  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$ 。同理丙得等於甲之  $\frac{4}{2}$  即 2 倍。

由是甲乙丙所得總數等於甲之  $1 + \frac{3}{2} + 2 = 4\frac{1}{2}$  倍。故甲得  $36 \text{ 元} \div 4\frac{1}{2} = 8 \text{ 元}$ 。乙得  $8 \text{ 元} \times \frac{3}{2} = 12 \text{ 元}$ 。丙得  $8 \text{ 元} \times 2 = 16 \text{ 元}$ 。

〔應用問題其四十八〕(三人分銀)

(220) 有銀 386 元。分給甲乙丙 3 人。其次第之比如 7:9。求 3 人各分銀若干。

$$386 \div \left(1 + \frac{9}{7} + \frac{9}{7} \times \frac{9}{7}\right) = 98 \text{ 元 甲銀}$$

$$98 \times \frac{9}{7} = 126 \text{ 元 乙銀}$$

$$126 \times \frac{9}{7} = 162 \text{ 元 丙銀}$$

【解】設甲分之銀數為1，則乙銀為 $\frac{9}{7}$ ，丙銀為 $\frac{9}{7} \times \frac{9}{7} = \frac{81}{49}$ ，因而386元與甲銀之 $1 + \frac{9}{7} + \frac{81}{49} = \frac{193}{49}$ 倍相當。故甲分銀為 $386 \div \frac{193}{49} = 98$ 元，乙分銀為 $98 \times \frac{9}{7} = 126$ 元，丙分銀為 $126 \times \frac{9}{7} = 162$ 元。

(221) 甲乙丙3數之和為368。知乙數為甲數之 $\frac{5}{6}$ ，又甲比丙多乙數之 $\frac{1}{3}$ 。求3數各若干。

$$368 \div \left\{1 + \frac{5}{6} + \left(1 - \frac{5}{6} \times \frac{1}{3}\right)\right\} = 144 \text{ 甲數}$$

$$144 \times \frac{5}{6} = 120 \text{ 乙數}$$

$$368 - 144 - 120 = 104 \text{ 丙數}$$

【解】設甲數為1，則乙數為 $\frac{5}{6}$ 。題言甲比丙多乙數之 $\frac{1}{3}$ ，即甲比丙多甲數之 $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{18}$ ，亦即丙數為甲數之 $1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$ 。由是368與甲數之 $1 + \frac{5}{6} + \frac{13}{18} = 2\frac{10}{18}$ 倍相當。故甲數為 $368 \div 2\frac{10}{18} = 144$ ，乙數為 $144 \times \frac{5}{6} = 120$ ，丙數為 $368 - 144 - 120 = 104$ 。



(222) 甲乙丙 3 數之和為 145. 知乙數為甲數之  $\frac{5}{6}$ . 而乙丙之和比甲多丙數之  $\frac{5}{7}$ . 求 3 數各若干.

$$145 \div \left\{ 1 + \frac{5}{6} + \left( 1 - \frac{5}{6} \right) \div \left( 1 - \frac{5}{7} \right) \right\} = 60 \text{ 甲數}$$

$$60 \times \frac{5}{6} = 50 \text{ 乙數}$$

$$145 - 60 - 50 = 35 \text{ 丙數}$$

【圖】 知丙數之  $1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$  與乙數之和. 與甲數相等. 即甲數之  $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ . 與丙數之  $\frac{2}{7}$  相等. 亦即丙數為甲數之  $\frac{1}{6} \div \frac{2}{7} = \frac{7}{12}$ . 因而 145 與甲數之  $1 + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} = 2\frac{5}{12}$  倍相當. 故甲數為  $145 \div 2\frac{5}{12} = 60$  乙數為  $60 \times \frac{5}{6} = 50$  丙數為  $145 - 60 - 50 = 35$

(223) 甲所有金為 50 元. 乙比甲多甲之  $\frac{3}{5}$ . 丙比乙少乙之  $\frac{1}{4}$ . 問乙丙所有金各若干.

【圖】 乙比甲多甲之  $\frac{3}{5}$ . 即乙當甲之  $\left( 1 + \frac{3}{5} \right)$

故乙所有金 = 50 元  $\times \left( 1 + \frac{3}{5} \right) = 80$  元.

丙比乙少乙之  $\frac{1}{4}$  即丙當乙之  $\left( 1 - \frac{1}{4} \right)$

故丙所有金 = 爲60元  $\times (1 + \frac{1}{4}) = 60$  元。

(224) 有金1388元,分給男7人女12人,但知男1人所得,當女1人所得之 $2\frac{5}{12}$ 倍,問各1人所得幾何?

【解】設女1人所得爲1,則男爲 $2\frac{5}{12}$ ,依題意  $(1 \times 12 + 7 \times 2\frac{5}{12})$  與1388元相當,故女1人所得 =  $1388 \div (1 \times 12 + 7 \times 2\frac{5}{12}) = 1388 \div (12 + \frac{35}{2}) = 1388 \div \frac{347}{2} = 1388 \times \frac{2}{347} = 48$  元。  $48 \times 2\frac{5}{12} = \frac{1392}{12} = 116$  元男得。

(225) 某人持所金,分給甲乙丙3人,乙得甲之 $\frac{3}{4}$ ,丙得甲乙和之 $\frac{2}{7}$ ,知甲比丙多得100元,求某人持金若干。

$$100 + \left\{ \left[ \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} \div \left( 1 + \frac{3}{4} \right) \right] - \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} \right) \right\} = 450 \text{ 元}$$

【解】設某人持金爲1,知甲乙共得爲持金之 $1 \div \left( 1 + \frac{2}{7} \right) = \frac{7}{9}$ ,丙得爲持金之 $1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ ,又甲得爲持金之 $\frac{7}{9} \div \left( 1 + \frac{3}{4} \right) = \frac{4}{9}$ ,由是100元,與持金之 $\frac{4}{9} - \frac{2}{9} = \frac{2}{9}$ 相當,故某人持金爲 $100 \div \frac{2}{9} = 450$  元

(226) 某人所有金,分給甲乙丙3

人甲得 $\frac{5}{7}$ 多5元。乙得 $\frac{1}{7}$ 少2元。丙得甲之 $\frac{1}{7}$ 少 $1\frac{5}{7}$ 元。求某人有金若干。

$$(5-2+5\times\frac{1}{7}-1\frac{5}{7})\div\left\{1-\left(\frac{5}{7}+\frac{1}{7}+\frac{5}{7}\times\frac{1}{7}\right)\right\}=49\text{元}$$

【解】設某人持金爲1。甲得爲 $\frac{5}{7}$ 加5元。乙得爲 $\frac{1}{7}$ 減2元。丙得爲 $\frac{5}{7}\times\frac{1}{7}=\frac{5}{49}$ 加 $5\times\frac{1}{7}=\frac{5}{7}$ 元減 $1\frac{5}{7}$ 元。因而 $5-2+\frac{5}{7}-1\frac{5}{7}=2$ 元。與持金之 $1-\left(\frac{5}{7}+\frac{1}{7}+\frac{5}{49}\right)=\frac{2}{49}$ 相當。故某人持金爲 $2\div\frac{2}{49}=49$ 元。

(應用問題其四十九)(工程之研究)

(227) 某學生1日能讀書12頁。或抄書15頁。或講書10頁。今1日且抄且講且讀。問能完畢若干頁。

$$1\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{10}\right)=4\text{頁}$$

【解】讀1頁需 $\frac{1}{12}$ 日。抄1頁需 $\frac{1}{15}$ 日。講1頁需 $\frac{1}{10}$ 日。因而1頁之完畢需 $\frac{1}{12}+\frac{1}{15}+\frac{1}{10}=\frac{15}{60}$ 日。故1日可完畢 $1\div\frac{15}{60}=4$ 頁。

(228) 某工程甲乙2人共作12日可成。而甲獨作之日數。爲乙獨作日數

之 $\frac{3}{4}$ .求各獨作需若干日.

$$12+12\times\frac{3}{4}=21\text{日 甲獨作日數.}$$

$$12+12\times\left(1\div\frac{3}{4}\right)=28\text{日 乙獨作日數}$$

【圖】乙作12日之工.以甲作之需 $12\times\frac{3}{4}=9$ 日.故甲獨作需 $12+9=21$ 日甲作12日之工.以乙作之需 $12\times\left(1\div\frac{3}{4}\right)=16$ 日.故乙獨作需 $12+16=28$ 日

(229) 有一工程甲每日8時須10日成.乙每日6時須20日成.今2人共作於4日內成.問每日應作若干時?

【圖】設全工程為1.依題意甲每時作業 $=\frac{1}{8\times 10}=\frac{1}{80}$ .乙每時作業 $=\frac{1}{6\times 20}=\frac{1}{120}$ .由是兩人共力作成之間時 $=1\div\left(\frac{1}{80}+\frac{1}{120}\right)=1\div\frac{1}{48}=48$ 時.故每日應作之時間 $=48\div 4=12$ 時也.

(230) 某工程.男工1人作之24日可成.今男工1人作10日後.女工2人來助.又6日而成.求女工1人獨作幾日可成.

$$1 \div \left\{ \left[ 1 - \frac{1}{24} \times (10+6) \right] + (6 \times 2) \right\} = 36 \text{ 日}$$

【解】設工程為1。則男工1人1日成 $\frac{1}{24}$ 。今男工1人共作 $10+6=16$ 日。成工程之 $\frac{1}{24} \times 16 = \frac{2}{3}$ 。故工程之 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 。為女工2人6日所作。由是女工1人1日作 $\frac{1}{3} \div (6 \times 2) = \frac{1}{36}$ 。故女工1人獨作 $1 \div \frac{1}{36} = 36$ 日可成。

〔應用問題其五十〕(容量之研究)

(231) 有空桶以甲乙2管注水入之。6時而滿。及滿閉甲管開丙管漏之。60時而盡。此時若再開甲管而閉乙管。經60時水又滿。問甲乙2管各注滿此空桶需時若干。

【解】設空桶之容量為1。則甲乙2管每時注入量 $=\frac{1}{6}$ 。依題意甲丙2管每時注入量 $=\frac{1}{60}$ 。乙丙2管每時漏出量 $=\frac{1}{60}$ 。由是甲乙2管每時注入量之差 $=\frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$ 。故甲管每時注入量 $=\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{30}\right) \div 2 = \frac{1}{10}$ 。乙管每時注入量 $=\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{30}\right) \div 2 = \frac{1}{15}$ 。由是甲管注滿此空桶之時間 $=1 \div \frac{1}{10} = 10$ 時。乙注滿之時間 $=1 \div \frac{1}{15} = 15$ 時。

(232) 有水桶初次漏全量之 $\frac{1}{3}$ 。次又漏出餘量之 $\frac{1}{4}$ 。最後又漏出再餘量之 $\frac{1}{5}$ 桶內尚存 18 立脫耳。求全量幾何？

【圖】 設桶之容量為 1。依題意初次漏全量 $\frac{1}{3}$ 次漏全量 $(1-\frac{1}{3})\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$ 。最後漏全量 $(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6})\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$ 。由是 $(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{10})$ 與 18 立脫耳相當。故桶之容量 $=18\div(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{10})=18\div\frac{2}{5}=18\times\frac{5}{2}=45$ 立脫耳。

(233) 水槽之底。有甲乙 2 栓槽中滿貯以水。拔甲栓則 5 時流盡。拔乙栓則 8 時流盡。2 栓同拔。則 40 分鐘流出 $6\frac{1}{2}$ 斗。求此槽容水幾何。

$$6\frac{1}{2}\div\left\{\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\right)\times\frac{40}{60}\right\}=30 \text{ 斗}$$

【圖】 設水槽之容量為 1。知甲栓每時流出 $\frac{1}{5}$ 。乙栓每時流出 $\frac{1}{8}$ 。2 栓每時共流出 $\frac{1}{5}+\frac{1}{8}=\frac{13}{40}$ 。今 40 分鐘流出為容量之 $\frac{13}{40}\times\frac{40}{60}=\frac{13}{60}$ 。與 $6\frac{1}{2}$ 斗相當。故此槽容水為 $6\frac{1}{2}\div\frac{13}{60}=30$ 斗。

(234) 有酒水混合液 2 樽共計 36 升。而甲樽酒水之比爲 3 與 2。乙樽酒水之比爲 5 與 3。今此兩樽混合之。則酒水之比爲 11 與 7。問 2 樽之容量各若干？

【圖】 甲乙兩樽酒水之比如下：

$$\begin{array}{l} \text{甲樽} \left\{ \begin{array}{l} \text{酒}=3 \\ \text{水}=2 \end{array} \right. \quad \text{乙樽} \left\{ \begin{array}{l} \text{酒}=5 \\ \text{水}=3 \end{array} \right. \end{array}$$

此兩樽混合酒水之比爲 8 與 5。與題不合。若將甲樽酒水之比加倍如次：甲樽  $\left\{ \begin{array}{l} \text{酒}=3 \times 2=6 \\ \text{水}=2 \times 2=4 \end{array} \right.$  如此則兩樽混合酒水之比爲 6+5 與 4+3 即 11 與 7 而與題適合。由是甲乙兩樽混合之量爲 10 與 8 之比。故甲樽之容量  $= 36 \times \frac{10}{18} = 20$  升。乙樽之容量  $= 36 \times \frac{8}{18} = 16$  升。

(235) 甲樽純酒 1 石 5 斗。乙樽酒水混合 1 石 4 斗。今此兩樽相合。水之量比酒之量  $\frac{1}{6}$  多 1 斗。問乙樽酒水各若干？

【圖】 設兩樽相合後酒之量爲 1。水之量爲

$\frac{1}{6}$ 多1斗題意 $1+\frac{1}{6}$ 與 $15+14-1$ 相當。故兩樽酒之合量 $= (15+14-1) \div (1+\frac{1}{6}) = 28 \div \frac{7}{6} = 28 \times \frac{6}{7} = 24$ 斗。由是乙樽之酒 $= 24-15=9$ 斗。水 $= 14-9=5$ 斗。

(236) 有空桶。注水入內。用甲管注之5分鐘即滿。用乙管注之8分鐘即滿。今欲得同種水桶之水7桶。用3甲管。5乙管同時注之。問需幾分鐘。

【圖】甲管1分時注 $\frac{1}{5}$ 。3管同注。1分時注 $\frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$ 。乙管1分時注 $\frac{1}{8}$ 。5管同注。則1分時注 $(\frac{1}{8} \times 5) = \frac{5}{8}$

由是3甲管5乙管同注1分時注 $(\frac{3}{5} + \frac{5}{8}) = \frac{49}{40}$ 。故所求之時間 $= 7 \div \frac{49}{40} = 5\frac{5}{7}$ 分。

(237) 有米1桶。甲食之16日而盡。乙食之20日而盡。知甲食3日與乙食5日之和為3升。求此桶容米若干。

$$3 + \left( \frac{1}{16} \times 3 + \frac{1}{20} \times 5 \right) = 6\frac{6}{7} \text{升}$$

【圖】設此桶容米量為1。甲每日食 $\frac{1}{16}$ 。乙每日食 $\frac{1}{20}$ 。甲食3日為 $\frac{1}{16} \times 3 = \frac{3}{16}$ 。乙食5日為 $\frac{1}{20} \times 5 =$



$\frac{1}{4}$ 。因而 3 升與容米量之  $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{7}{16}$  相當。故此桶容米為  $3 \div \frac{7}{16} = 6\frac{6}{7}$  升

## 〔應用問題其五十一〕(比例問題)

比 意 義	將比值相等的兩個比。用等號連結。叫做比例。共有四項。其中第一項和第四項都叫外項。第二項第三項都叫內項。
舉 例	如 $3:2=9:6$ (比值都是 $\frac{3}{2}$ ) 是比例。3 和 6 是外項。2 和 9 是內項。
性 質	內項的積 = 外項的積。如上例 $3 \times 6 = 2 \times 9$
解 法	任一內項 = 外項的積 ÷ 他內項。 任一外項 = 內項的積 ÷ 他外項。

## 正比例。反比例。之表解。

	正 比 例	反 比 例
意 義	兩個正比合成的比例	一個正比一個反比合成的比例
辨 別 法	同一速度。時間同路程 同一食量。人數同糧食 同一物品。數量同價值 同一工程。人數同工作	同一路程。速度同時間 同一糧食。人數同日數 同一金額。物價同數量 同一工程。人數同日數

(238) 男工 3 日能成之事。女工則

5日。若男工24人所成之事。問需女工幾人？

(人數之比) (日數之比)

$$3:5=24:X \quad \therefore X = \frac{5 \times 24}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{人}$$

### 單比例解法

單比例之題祇有四數。其中必有三數爲已知。已知中必有一數與未知數爲同種者名曰雙項。故列比列式時恆以未知數。爲第四項以雙項爲第三項。以餘二數爲第一第二項。再審題理而定其比例之正反。然後以第一項除第二三項之乘積而得答數。如上題是也。

(239) 農夫 4 人。每日作工 14 時。則 5 日耕田 15 畝。今 7 人每日作工 13 時。欲耕田 19.5 畝。問需幾日？

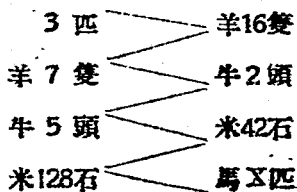
$$\left. \begin{array}{l} \text{(人數之比)} \\ 7:4 \\ \text{(時間之比)} \\ 13:14 \\ \text{(畝數之比)} \\ 15:19.5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(日數之比)} \\ =5:X \end{array}$$

$$\therefore X = \frac{4 \times 14 \times 19.5 \times 5}{7 \times 13 \times 15} = 4日。$$

### 複比例解法

複比例之題其已知數中必有一數爲售項。故列比例式時亦以售項爲第三項。未知數爲第四項。以其他同種之數各審正反而列於第一二項。然後以一項之連乘積。除二三項之連乘積而得答數。如上題是也。

(240) 馬 3 匹之價。等於羊 16 隻之價。羊 7 隻之價。等於牛 2 頭之價。牛 5 頭之價。等於米 24 石之價。問米 128 石之價。等於馬幾匹之價？



$$\therefore X = \frac{3 \times 7 \times 5 \times 128}{42 \times 2 \times 16} = 10匹馬。$$

### 連鎖比例解法：

連鎖比例之題。可將已知未知各數其等值者。

同列並書其同種者左右斜列.然後取與未知數同行各數之連乘積.以除異行各數之連乘積.即得答數.如上題是也.

(241) 有銀90元.分給甲乙丙3人.令其所得之比爲7:5:3問各得若干?

$$\begin{aligned} \text{因 } 7+5+3=15 \quad \text{故 } 15:7=90: \text{甲} \therefore \text{甲} &= \frac{7 \times 90}{15} = 42 \\ \text{元. } 15:5=90: \text{乙} \therefore \text{乙} &= \frac{5 \times 90}{15} = 30 \text{元.} \quad 15:3=90 \\ \therefore \text{丙} &= \frac{3 \times 90}{15} = 18 \text{元.} \end{aligned}$$

配分比例解法：

配分比例之題.可以定比之和爲第一項.以定比之各數.各爲第二項.所分之全量爲第三項.第四項即爲各份求得之數.至此可用單比例之法求之.(但各定比未成連比者可先化爲連比而求之)如上題是也.

(424) 上茶2斤.每斤.35元.中茶3斤.每斤.3元.次茶5斤.每斤.2元.求混合後每斤之平均價?

【例】  $2+3+5=10$ ……斤數之和,  $.35 \times 2 + .3 \times 3 + .2 \times 5 = .7 + .9 + 1 = 2.6$ ……價格之和,  $2.6 \div 10 = .26$ 元……每斤之平均價。

**混合比例解法：** 已知各混合物之價格及分量, 而求其混合後之平均價, 法以分量之和除其價格之和即得, 如上題是也。

〔應用問題其五十二〕(分蓋法)

- 單利法**
- 利息 = 本銀  $\times$  (利率  $\times$  時期)……(1)
  - 本利和 = 本銀  $\times$  (1 + 利率  $\times$  時期)……(2)
  - 本銀 = 利息  $\div$  (利率  $\times$  時期)……(3)
  - 利率 = 利息  $\div$  (本銀  $\times$  時期)……(4)
  - 時期 = 利息  $\div$  (本銀  $\times$  利率)……(5)
  - 本銀 = 本利和  $\div$  (1 + 利率  $\times$  時期)……(6)

- 複利法**
- 本利和 = 本銀  $\times$  (1 + 利率)<sup>時期</sup>……甲
  - 利息 = 本銀  $\times$  [(1 + 利率)<sup>時期</sup> - 1]……乙
  - 本銀 = 本利和  $\div$  (1 + 利率)<sup>時期</sup>……丙
  - 本銀 = 利息  $\div$  [(1 + 利率)<sup>時期</sup> - 1]……丁

(243) 甲借銀300元年利1分1釐, 乙借洋若干年利1分, 10個月後甲

乙皆清還本利而乙比甲多 62.5 元。問乙原借之本洋若干？

$$\{300 \times (1 + .11 \times \frac{10}{12}) + 62.5\} \div (1 + .1 \times \frac{10}{12}) = \{327.5 + 62.5\} \div (1 + \frac{1}{12}) = 390 \div \frac{13}{12} = 390 \times \frac{12}{13} = 260 \text{ 元}$$

即乙原借之本洋。

(244) 本洋 60 圓。借出 30 個月。本利合計 76.5 圓問年利率如何？若將年利減少 1 釐。以本洋 130 元借出。可得利洋若干？

$$(76.5 - 60) \div (60 \times \frac{30}{12}) = 16.5 \div 150 = .11 \text{ 即年率 1 分 1 釐也。}$$

$$130 \times (.11 - .01) \times \frac{30}{12} = 130 \times \frac{3}{12} = 32.5 \text{ 圓所得利洋之數。}$$

(245) 甲借乙銀 1200 元。年利 9 釐。1 年為 1 期計算繁利 3 年後甲清還本利與乙。而甲誤記為單利遂起爭端。終以繁利計算。問甲應與乙銀若干？

$$1200 \times \{(1 + .09)^3 - 1\} - 1200 \times .09 \times 3 = 1200 \times .29503 - 324 = 354.036 - 324 = 30.036 \text{ 元。}$$

(246) 有人以年利4釐5毫之繁利，借銀4506.25元買每畝價12.5元之地若干，將所借銀用至3年將地每畝15元賣出以所得之價還入本利問損益如何？(但繁利以1年為1期買地時用錢3釐賣地時用錢2釐5毫)

$$\begin{aligned}
 &4506.25 \div \{12.5 \times (1 + .03)\} = 4506.25 \div (12.5 \times 1.03) \\
 &= 4506.25 \div 12.875 = 350 \text{ 畝} \text{ 買入之地 } 4506.25 \times (1 + .045) \\
 &= 4506.25 \times 1.045 = 4506.25 \times 1.14117 = 5142.397 \\
 &\text{元三年後應還之本利 } 350 \times 15 \times (1 + .025) = 350 \times 15 \times 1.0375 = 5418.75 \text{ 元} \\
 &\text{所得之賣價 } 5142.397 - 5418.75 = -276.353 \text{ 元} \\
 &= 23.647 \text{ 元損失之數}
 \end{aligned}$$

(247) 某人買製糖公司股票共75張每張票面價額5元而時價較原價高3分，今將所得之銀買煤礦公司股票每張票面價額10元其時價較原價高2分5厘，問可買若干張？

$$5 \times 75 \times (1 + .03) \div \{10 \times (1 + .025)\} = 487.5 \div 12.5 = 39 \text{ 張}$$

## 〔應用問題其五十三〕步合算(百分法)

步 合 算 定 義	<p>一般＝小ナル數ノ大ナル數＝對スル比ノ値即チ 小ナル數ガ大ナル數ノ何分＝當ルカタ示ス數ヲ 特ニ步合ト稱ス。換言スレバ</p> <p>大ナル數……元高 小ナル數……步合高</p> <p>(小ナル數) : (大ナル數)……步合 即全體ガ 元高ヲ其ノ全體＝對スル一部分ガ步合ヲ其ノ割 合ガ步合デアル。</p>
公 式	<p>步合高 + 步合 = 元高 步合高 + 元高 = 步合 元 高 × (1 + 步合) = 合計高 元高 × (1 - 步合) = 差引高</p> <p>步合問題 元高 × 步合 = 步合高</p> <p>利息問題 元高 × 利率 × 期間 = 利息</p> <p>公債問題 額面 × 利率 × 枚數 = 利子</p> <p>株式問題 拂込金 × 配當率 × 株數 = 配當金</p>

百 分 法 定 義	<p>用甲數做標準求乙數當甲數百分之幾。叫百分法。 甲數叫母數。乙數叫子數。百分之幾叫百分率或成 數。成數用 <math>\frac{1}{100}</math> 做單位。普通都用記號% 來表示。如 6% 便是 <math>\frac{6}{100}</math> 母數加子數的和。又叫總額。母數減子 數的差。又叫差額。</p>
-----------------------	--



公 式	成數=子數÷母數。 母數=子數÷成數。 子數=母數×成數。
	總額=母數×(1+成數)。 母數=總額÷(1+成數)。 差額=母數×(1+成數)。 母數=差額÷(1-成數)

(248) 進價200元的貨物,加一成五作賣價, $(\frac{15}{100})$ ,問賣價多少,可賺多少?

賣價=200元×(1+15%)=200元×1.15=230元  
 ……答賣價 賺錢=200元×15%=200元×0.15=30元  
 賣……答賺錢 或=230元-200元=30元。

【圖1】賣價是總額,200元是母數15%是成數,賺錢是子數。

【圖2】賣價是合計高,200元是元高,一成五是步合,賺錢是步合高。

(249) 定價200元的貨物,賣照定價減一成五分,問賣價多少?比定價減少幾元?

賣價 $=200$ 元 $\times(1-15\%)=200$ 元 $\times.85=170$ 元  
 ……答賣價。減少的 $=200$ 元 $\times 15\%=200$ 元 $\times 0.15$   
 $=30$ 元……答減少。或 $=200$ 元 $-170=30$ 元。

【圖1】200元是母數賣價是差額。15%是成數。減少的是子數。

【圖2】200元是元高。賣價是差引高。1成五分是步合。減少的是子數。

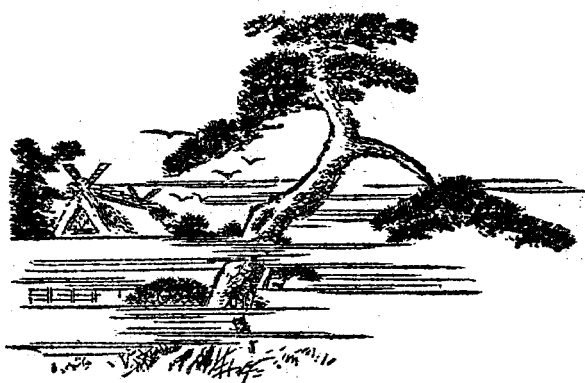
(250) 甲乙2商店價同樣的貨物。定價是685元。甲店願打雙八六折。乙店願打七五折。問二店的售價那一個便宜？

【圖】甲店售價 $=685$ 元 $\times\frac{86}{100}\times\frac{86}{100}=506.626$ 元

乙店售價 $=685$ 元 $\times\frac{75}{100}=513.75$ 元

$513.75$ 元 $-506.626$ 元 $=7.124$ 元……甲店便宜

康德四年一月一日彙纂(終)







算術解答五百難題詳解

◀ 全書一冊 ▶



(定價國幣六角外埠酌加郵費)

康德四年二月一日印行

康德四年四月一日發行

著作者	葉木偉
	錦縣東關門牌一八五號
鑑定者	時田
	錦縣大馬路廨所
發行人	錦縣三元堂張漢宸
	東街門牌五四號
印刷人	錦縣三元堂工廠楊峻峰
	東街門牌二三八號
發行所	錦縣三元堂書局
	東街門牌五四號
代售處	各省縣大書局

## 請君鼎力提倡

1. 郵票手續、外埠贖寄、如貴處無  
代辦所者、而欲購本票者、

請將寄信及收件人姓名、地址、  
開列於收信三小時內立賜配發、

2. 匯款辦法、外埠函購、書款可由  
郵局或銀行匯來以郵票代洋十足  
通用。但以二角以內者為限、郵  
政代金亦可。

3. 凡有匯票郵票之款須掛號寄來。  
4. 來函寄錦縣三元堂批發部。  
5. 同業代理尙有詳章函索即寄。

## 外有廉價廣告

### △最新參考書▽

國民學校及所用  
滿洲國不敎案  
參考必備之品

#### 教師檢定參考指南

定價八角  
材料豐富  
考試必備  
教員學生均份取

#### 滿洲國民學生新字典

定價洋四角  
新學制適合  
文體簡賅適當

算術  
解答  
五百難題詳解  
合理解答  
研究便利  
定價洋六角

#### 修正百科常識問答

(全一冊)  
定價七角

#### 高小國文敎案參考書(每冊洋六角)

國民學校日語國民讀本敎案參考書  
國民學校日本語敎科書  
國民優級學校日語國民讀本  
參考書