

航空攝影測量學

卓齡白 著
王之堅
王陳夏

商務印書館發行

航空攝影測量學

卓齡白 著
王之堅
王陳夏

商務印書館發行

一九四九年十月初版

* 版 翻 *
* 所 權 印 *
* 有 必 究 *

航空攝影測量學一冊

◆(52352)

基價貳拾貳元

印刷地點外另加運費

著 者

陳 王 夏

永 之 堅

齡 卓 白

發 行 人

陳

懋

解

印 刷 所

商 務 印 書 館

上 海 河 南 中 路

廠 館

發 行 所

商 務 印 書 館

各 地

館

序

利用攝影以作測繪之工具濫觴於十九世紀之末葉，經數十年之發展，舉凡飛航攝影光學等方面均有長足之進步，迄至今日，攝影測量之理論與實用，已成爲一種專門學術。考國外專論攝影測量之書籍，以德文出版者較多，但求其內容詳盡，系統井然，足供學者之參考者，尙屬少見。1930年德人 Gruber, Gast, Hegershoff 同年出版三書，殆爲攝影測量專門書籍之嚆矢。其中 Gruber 氏書集編成帙，只宜於參考研究之用。Gast 書自成一家，與實用相隔較遠。Hegershoff 書則材料比較混雜，編纂次序方面似尙有待斟酌之處。至 1934 年瑞士 Baeschlin 及 Zeller 合編一書，專注重威特廠自動測圖儀 A2 之應用，雖有詳盡獨到之處，但缺乏普遍性。1937 年 Lüscher 一書，簡述航測一部分，尤注重於圖解簡法，初無有系統編述航測學術之意，對於軍事或航空學校頗爲實用。1936 年 Schwidofsky 書出版，敘述簡明扼要，對於一般欲窺攝影測量之全豹者，極爲便利，於是不久卽行再版，但爲測量之施教與作業者應用，材料似嫌過少。比較適宜之書籍，殆爲 1939 年 R. Finsterwalder 一書，但其材料亦不充足，故德文書籍雖多，但欲擇其有系統而內容豐富者，尙付缺如。法文書籍以 Roussilhe 書爲主，內容包括極多，惜均語焉不詳。英文書中自以 Hotine 一書爲最完備，但除對英美特別發展之圖解輻射三角測量法敘述較詳而外，其他部份亦嫌過於扼要，惟其中對於各種雙像測圖儀之總評，則爲德文書籍中之所罕見者。此外英

文書籍如英國之 Hart, 美國 Church, Talley, 及 Angerson 等, 或以特別一部理論之演化見稱, 或以簡單之介紹為旨, 均只能各取其所長, 缺乏有系統詳盡之敘述。對於美國方面航空測量方法作比較完美之介紹者, 當首推 Bagley 所著之航空攝影及航空攝影測量學一書焉。

本書之作係參考各國資料編纂而成, 曾試用於同濟大學測量系及中央測量學校可資為教學之課本及實際作業之參考, 惟航空測量學術正在突飛猛進之中, 此書付梓後, 應用方面恐又將有新發展矣。

本書名航空攝影測量學, 而在附篇內列地面攝影測量一章。蓋地面攝影測量為航空測量發展之初階, 迄今在技術與學理方面, 雖已漸趨止境, 但實際應用之處尙夥, 故亦略為介紹, 且地面攝影測量之測圖問題, 原為雙像測圖之特殊情形, 今附於篇尾, 對於材料之順序, 亦頗配合, 蓋學術之介紹, 宜由普遍情形着手, 然後分及其各種特殊情形也。又糾正製圖一章, 列於雙像測圖之後, 亦係根據同一原則, 此則與一般攝影測量書籍編制稍異者也。

本書譯名均經著者等再三討論擬定, 茲總列中、英、德三種文字之名詞對照表於書末, 以供讀者參對。書中所用符號, 除少數之例外, 率以英文小寫字母代表“直線線段”, 大寫字母代表“點”, 大寫字母上加短橫, 代表“平面”, 而以希臘字母代表“角值”。其在像片面上之數值, 則均以右上角加撇之符號表示之。

對航空攝影測量學有研究之興趣者, 在國內尙不多見, 而航空攝影測量之應用, 亦不甚為社會所注意。著者希冀此書出版後, 能將該學廣泛介紹於我國人士, 更能進而促進我國測量事業之發展, 則幸甚矣!

著者 民國三十六年七月於上海

目 錄

第一章 攝影測量之發展史

第一節 攝影測量發展之初期 (1849—1900)	2
第二節 立體觀測法之發現至歐戰 (1900—1914)	3
第三節 攝影測量近代之發展 (1914 以後)	4
第一目 航空測量發展之兩方面	4
第二目 美國航空測量概況	6
第三目 英國航空測量概況	7
第四目 歐陸航測最近之發展	8

第二章 攝影測量之幾何原理

第一節 中心透視	10
第一目 攝影與中心透視	10
第二目 合點迹點與遁點	12
第三目 等角點	14
第四目 透視平面旋轉定律	16
第五目 直接變換與仿射性	17
第六目 交比定律	17

第二節 內方位與外方位	20
第一目 內方位	20
第二目 外方位	20
第三節 像面座標與像點角	23
第一目 像面座標	23
第二目 像點角	24
第四節 射線角	26
第五節 像片對之關係	28
第一目 相對方位與絕對方位	28
第二目 核面與核線	30
第三目 核面角差及縱視差	31
第六節 相對方位之基礎公式	31
第一目 縱視差公式	31
第二目 射線角 α, β 與外方位原素之微分關係	34
第三目 縱視差與外方位原素之微分變化關係	38
第七節 點位座標	41
第一目 點位座標與射線角	41
第二目 點位座標與外方位原素之微分變化關係	41

第三章 立體觀測及量測

第一節 單眼測視	44
第二節 立體觀測	45

第一目 景物測視	45
第二目 立體觀測訓練	47
第三目 像片之立體觀測	48
第四目 光學立體	53
第三節 立體量測	54
第一目 浮游測標	54
第二目 立體量測儀	57
第三目 立體量測之精度	60
第四節 正直攝影之測圖	62

第四章 攝影學

第一節 攝影物鏡	72
第一目 攝影物鏡之誤差	72
第二目 攝影物鏡之檢查	77
第三目 濾光鏡	78
第二節 快門	78
第三節 攝影負片	81
第一目 硬片與軟片	81
第二目 乳膠之分解力	82
第三目 乳膠感光之靈敏度	82
第四目 乳膠之特徵曲線	82
第五目 光暈	83

第四節 暗室設備及沖曬工作.....	83
第一目 暗室.....	83
第二目 曬印.....	85
第三目 顯像.....	86
第四目 定像.....	88

第五章 航空攝影

第一節 攝影類別.....	90
第一目 垂直攝影.....	91
第二目 傾斜攝影.....	92
第三目 聯配攝影.....	95
第二節 航行.....	95
第一目 航測飛機.....	95
第二目 航程.....	96
第三節 航測攝影機.....	100
第一目 構造原則.....	100
第二目 內方位之測定.....	104
第三目 攝影機附儀.....	104
第四節 攝影工作.....	111

第六章 雙像測圖原理

第一節 相對方位決定之普遍原則.....	114
第二節 相對方位決定之步驟.....	122

第一目 垂直攝影	122
第二目 航線垂傾及航線交向攝影	125
第三目 傾斜攝影	126
第三節 相對方位決定之不定性	128
第一目 危險圓柱面	128
第二目 方位不定性之實際意義	131
第三目 方位不定性之免除	133
第四節 絕對方位之決定	134

第七章 自動雙像測圖儀

第一節 自動雙像測圖儀之分類	140
第二節 波柔柯培 (Porro-Koppe) 原理之應用	142
第三節 轉影現象	143
第一目 轉影角	143
第二目 轉影稜鏡	145
第四節 蔡司平行四邊形	146
第五節 重要之自動雙像測圖儀	148
第一目 光學方法投影測圖儀	148
第二目 光學機械方法投影測圖儀	159
第三目 機械方法投影測圖儀	166

第八章 單像糾正測圖法

第一節 空中後方交會定位法	172
---------------------	-----

第一目 計算解法	172
第二目 圖解法	173
第三目 光學投影方法	174
第二節 直接變換關係之糾正原理	176
第三節 透視格網糾正法	179
第一目 四點定位法	179
第二目 透視格網之構造	180
第三目 外方位之解求	182
第四目 應用舉例	183
第四節 光學機械糾正法	186
第一目 光學條件之控制	186
第二目 合點控制	191
第三目 糾正儀之構造	192
第四目 糾正工作之步驟	195
第五目 像片鑲圖	198
第五節 攝影方位原素與糾正安置之關係	199
第六節 不平地面之糾正	203

第九章 像片三角測量

第一節 輻射三角測量	207
第一目 總述	207
第二目 以像片主點為輻射中點之誤差	209

第三目 圖解輻射三角測量	211
第四目 輻射角測量儀器	216
第五目 傾斜攝影之輻射方向	218
第六目 輻射稜形鎖之計算	222
第二節 空中像片三角測量	226
第三節 控制點問題	228
第四節 有系統誤差現象	230

第十章 航空攝影測量之應用

第一節 攝影測量與人工測量	235
第二節 航空攝影測量之精度與經濟	236
第三節 像片比例尺與成圖比例尺	238
第四節 航測應用之極限	240
第五節 航測方法實例	241
第一目 阿容斗 (Arundel) 航測方法	241
第二目 多鏡攝影測圖	243
第三目 三物鏡航測方法	247

附編 地面攝影測量

第一節 地面攝影測量與航空測量	256
第二節 地面攝影	257
第一目 地面攝影機	257
第二目 攝影機內方位之檢定	261

第三目	攝影方向之測定	266
第四目	基線之選擇	267
第五目	基線之量測	270
第三節	地面攝影之測圖法	274
第一目	交線攝影測量	274
第二目	視差原理之關係公式	276
第三目	圖解測圖法	281
第四目	歐瑞 (Orel) 立體測圖儀	283
第四節	誤差理論	285
第一目	交會點位之精度	285
第二目	外方位安置誤差	289
附	航空攝影測量學名詞中英德文對照表	293

航空攝影測量學

第一章 攝影測量之發展史

近二十年來測量學上最大之發展，當推攝影測量之應用，而其中尤以航空攝影測量之進步最速。何謂攝影測量？簡易言之：即空間物體經攝影之步驟而構像，然後利用此種像片以求物體之垂直投影之謂。在測量學上，此垂直投影即為平面圖或具有高等綫之地形圖是也。理想之攝影為一中心投影，其原理為一幾何問題，但由此原理，推而應用於測量事業，則其所牽涉者至為廣博。歸納之可分為三方面：

(一)學理方面：包括以攝影為中心投影之幾何原理；立體觀測原理；像片量測方法之理論；以及有關大地測量，光學，化學等問題。

(二)技術方面：涉及攝影，沖洗，像片量測等技術，及測圖儀之製造與改進等問題。

(三)經濟問題：攝影測量在各種應用上之意義與價值，以及在不同情形下，施用攝影測量之可能性與經濟性等問題。

吾人稽考攝影測量發展之過程，即知此三方面之發展互為因果，其關聯至為密切也。

第一節 攝影測量發展之初期(1849—1900)

攝影測量之濫觴，始於利用透視畫以測平面圖，當時稱之曰量影術。是術肇端於十七世紀，其後無大發展。至攝影術發明之年(1839)，法國名科學家阿芮哥 (Arago) 即已知攝影與透視幾何之關係，因斷言不久必將有以攝影為測量製圖者也。

攝影測量之最初施用於實際工作者，首推1849年法人勞塞達 (Lau-ssedat)。當時勞氏在法國陸軍之工程隊內服務，因努力於攝影測繪事業之進展，受命主持地形攝影測量，而攝影測量之始祖，亦遂公認為勞氏矣。自此逐漸發展，至1900年可稱為第一期。在此時期之內，光學透鏡由視場角僅達 30° ，及畸變誤差甚大之幼稚時代，進步至蔡司廠1890普洛塔爾鏡頭 (Protar) 與1902年特薩爾鏡頭 (Tessar) 之製造；攝影化學，亦由草創時期進步至1888年伊斯特曼——柯達軟片 (Eastmann-Kodak Film) 之出品。此時攝影測量理論與方法之根基均漸樹立，但立體觀測之應用則尚未經發現。其所應用之方法，均係所謂交線攝影測量，即以攝影機位於一基線之兩端點攝影，繪圖時由各像片點之位置求其方向線，使不同像片上對準同一物點之方向綫延長相交，而得此物點之平面位置，並用計算方法求其高程。此法與平板儀方法實相類似，其不同僅在利用攝影步驟，以代替野外繪圖之工作也。與勞氏同時尚有德國之邁頓包爾 (Meydenbauer)，利用攝影以作建築物測量，為交線攝影測量最適宜之應用，沿習至今。此外攝影測量學中重要之學者，如義大利之波柔 (Porro) 與德國之柯培 (Koppe) 兩教授，在此時期內復發明利

用攝影物鏡量測像點方向，以免除透鏡之光學畸變差。波氏並試造液體透鏡，使攝角增大至 150° ，攝影時負片位於圓柱面上。柯氏於 1889 年所著之書，為德文攝影測量學之第一部，此外如德國之約但 (Jordan) 與芬士特瓦爾德 (S. Finsterwalder)，瑞士之西門 (Simon)，坎拿大之戴維立 (Deville)，均對交線攝影測量方法有重要之供獻。戴氏著有攝影測量學，為該學英文書之首部。至於攝影測量學理論方面之進展，則有賴於德人芬氏及哈和柯 (Hauck) 等之著述。

在此攝影測量發展史之第一期，地面交線攝影測量為其重要之發展，同時在航空攝影測量方面，亦已初肇其端。勞氏於 1858 年已試用紙氈及繫留氣球作空中攝影，其後旋即放棄，而專從事於地面攝影測量。蓋其困難在不能由單獨之空中攝站，攝取廣大之地域也。其後美國非耳曼 (Fairman) 亞當 (Adams) 及俄國梯立 (Thiele)，且作多鏡之空中攝影。但其重要之開端，殆為奧人山甫魯 (Scheimpflug)，更因立體觀測方法之發現，攝影測量學之發展遂轉入第二階段矣。

第二節 立體觀測法之發現至歐戰 (1900—1914)

交線攝影測量之最大困難，在不易尋求同一景物攝於不同像片上之像點。殆立體觀測法發明後，此種困難始獲解決，肇其端者，首推德國之斯托爾咨 (Stolze)，而最初應用之於攝影測量者，則屬德國之普夫銳士 (Pulfrich)。普氏於 1901 年製成立體座標量測儀 (Stereokomparator)，對於立體攝影測量之貢獻極大。其後以德奧兩國在此方面之應用最廣，除主要之用途為測繪地形圖外，他如雲體，水波，放射之子彈等等不易

測量之物體，至此亦能受精密之量測矣。至 1909 年，德人歐瑞(Orel)發明立體測圖儀(Stereoautograph)，遂使攝影測量發生另一顯著之進步，蓋從此地面攝影之繪圖工作，可逕按照光學立體連續測繪，不必拘於以前之逐點轉繪矣。

在航空攝影方面，奧人山甫魯於 1898 年首作雙像投影之意念，復於 1906 年製七鏡攝影機，試用於遊動氣球，為遊動空中攝站之開始。後又為糾正法之原祖，製有攝影透視改繪儀(Photoper spektograph)，此外則像片幅線三角測量亦為其所發明。吾人稽考航空測量最近二三十年來之發展，多數重要之理論，率均肇端於此時。至於實用方面，則利用飛機攝影，始於義大利，曾於 1909 年及 1913 年製成四千分之一之像片鑲圖，公佈於維也納城之國際攝影測量會議。

攝影測量在美國之研究與應用，開始較晚。當立體觀測與航空測量在歐陸各國猛進之際，美國方開始應用地面交線攝影測量。實際應用於地形測繪工作者，首為美國地質調查所 1914 年阿拉斯加(Alaska)地帶之測繪。其時應用全景地面攝影機，構造成箱形，透鏡可以循垂直軸旋轉，使構影於圓柱面形之軟片，橫視場角計得 126° 。至於測圖之方法，係利用一種攝影照準儀(Photoalidade)，藉以求自攝站點至任意像點之水平方向，如照準儀之於平板儀然。各點高度之計算，則由像片上各點離地平線構影之垂直距離得之。

第三節 攝影測量近代之發展(1914 年以後)

第一目 航空測量發展之兩方面

第一次世界大戰(1914-1918)之起，使航空攝影測量之應用加增，

其發展遂遠過於地面攝影而上之。此後航測學術之進展與儀器之製造，風起雲湧，日新月異，其影響及於全世界各地，使測量事業轉入一新階段。因各國對於航測應用之需求不能盡同，故其發展分爲二大趨勢：一爲英美方面之發展，此等國家視航空測量爲量測廣大無圖地域最佳之方法，其應用之目的，思以最低之代價收取最速之效果，故在測圖方面，沿用最簡便之方法而避免複雜之儀器。初時之所謂航空測量，乃直接應用空中垂直攝影，連續黏貼，拼合成圖。後以此種方法，精度欠佳，乃應用輻射三角測量，以資控制，或測量像點座標，以計算方法求其角網之傳佈。蓋其出發之觀點，固在大量生產地圖，初不欲於精度方面，過於推究，或在攝影測量學之本身方面多所研求也。航測另一發展趨勢，則在歐陸德瑞等國，目的在應用於精準之測繪工作，思與人工測量共相較量於點位公分公寸之間，各學者對攝影測量學之理論探討，甚爲精博，期使其臻於至美至善之境，製造家更窮光學與機械之妙用，俾能符合應用方面精度之需求，此時繼山甫魯歐柔與蓋斯爾諸氏之儀器而起者，有包爾斯費德 (Bauersfeld)，格魯伯 (Gruber)，胡格斯霍夫 (Hugershoff)，威特 (Wild)，布維埃 (Poivilliers)，沈通尼 (Santoni)，倪司垂 (Nistri) 等諸人所設計之儀器，極精密複雜之能事。至 1929 年之後，因空中三角測量理論與實施之逐漸成功，更將三角測量工作之一部移置於空間矣。英美迄今所出品之測圖儀器堪與上述諸家出品相比擬者甚爲寥寥。英人赫廷 (Hotine) 之言曰：“彼歐陸所出品構造複雜之儀器，對於實用並無大裨益，應用其儀器測圖，最速者亦不過每日一平方哩，但用吾儕所習用之圖解輻線方法，則此不過一小時之工作耳。即假設用歐陸自動測圖

儀工作之速率可以增至二倍或三倍，則除在大比例尺測圖或特需精確之地圖而外，自經濟之立場觀之，殊無採用之必要。”此數語足以代表另一方面之見解。

第二目 美國航空測量概況

美國航空攝影機之製造，開始於歐戰期間。巴格雷(Bagley)首製三物鏡攝影機，初為地質調查測圖之用，後則多應用於軍事測量，戰後又增為四物鏡。繼而費爾柴工廠(Fairchild Corporation)製造五鏡攝影機，美國地質調查所，水利局，及海陸空軍諸測量部隊等均用之。1935年美國海洋及大地測量局瑞丁(Reading)設計九鏡攝影機，亦由費爾柴廠承造。

美國對於測圖儀之製造較歐陸落後甚多，其所用者多自國外輸入，如1914年之歐氏立體測圖儀及1917年之胡氏自動測圖儀(Auto kartograph)是也。前者之應用，因所需控制點數目過多，且只限於地面攝影測量，故未有發展；後者之應用則推行頗廣。此後歐陸各國之立體測圖儀器，種類日繁，精度益增，但輸入於美國者，則僅限於蔡司多倍投影測圖儀及蔡司精密立體測圖儀，尤以前者推行最廣，且由包史龍博公司(Bausch & Lomb)加以做造，為美國航測製圖之主要方法。

在美國本身發展之方法殆為博饒克(Brook)方法，其法以利用簡單構造之機器為主，專為大比例尺精密測圖而用，此外則推三物鏡測圖方法，用以測製小尺度航空地圖，供獻於第二次大戰至鉅。美國空軍在作戰期間共攝得包括千五百萬平方哩面積之航空攝影，其主要應用即為供三物鏡測圖方法者也。

其他簡單航空測量圖儀之製造，則美國陸軍之工程師團 (Corps of Engineers) 與其他測量機關，均有出品。但如歐陸方面之所謂自動立體測圖儀者，則付缺如。1934 年巴格雷設計航測像片計算儀 (Aerial Photograph Calculator)，用以量測攝影光軸傾度角，攝站之高度，以及像點在地面之高度等。同年巴氏又設計立體測圖儀，專供五物鏡攝影繪圖之用。工程師團之泰雷 (Talley) 設計勘察用之立體量測反光鏡 (Stereocomparagraph)，供訓練測繪人員之用。美國地理學會 (American Geographical Society) 監造一單眼測圖儀 (Single eyepieceplotter) 應用測標量角，可至分單位之精度。

第三目 英國航空測量概況

英國本土之二千五百分之一及六吋 (六吋等於一哩) 地圖，已早於 1895 年全部完成，故英在本土現時所需之測量，僅限於修補之工作，但英屬殖民地甚多，尙乏可用之圖，欲加詳測，不但需時過長，且經費較少，不足以維持大規模之測繪工作。此外又以所需之地形圖，多限於小比例尺者，在人口稀少之區，原無需過高之精度與完整之地面控制系統。凡此因素，一方面促成航空攝影測量在英國之發展，而另一方面，又因需要之簡單，使其儀器製造遠落於歐陸之後。

航空攝影在英國之應用，初時只限於修補二千五百分之一平面圖。其後之發展，則偏重於像片幅線三角測量方面。簡單之立體量測鏡有巴爾斯超工廠 (Barr & Straud) 之反光立體鏡及劍橋儀器公司 (Cambridge Instrument Company) 所製造之湯姆生立體座標量儀 (Thompson Comparator)。1914 年巴爾斯超公司製攝影測量測圖儀 (Photogrammetrico-

Plotter), 利用蓋斯爾光學投影原理, 其後廢棄不造。1926 年佛爾凱得 (Fourcade) 有立體量角儀 (Stereogoniometer) 之製造, 英人航測製圖曾利賴之。其後復根據弗氏原理, 設計湯姆生立體測圖儀 (Thompsonplotter), 由巴爾斯超工廠承造。此儀器包括立體量角儀, 立體觀測系統及繪圖機械, 專為近垂直攝影測圖之用, 為英國比較完備之自動雙像測圖儀。

第四目 歐陸航測最近之發展

各種自動或半自動測圖儀及糾正儀之製造, 為航測在歐陸方面發展之特色。自 1918 年歐戰之後, 歐陸各國雙像測圖儀之出品不下十數種, 均極光學機械精巧之能事。而在糾正儀方面, 則德之蔡司工廠慕尼黑攝影公司以及瑞士之威特工廠亦均有自動及半自動儀器之製造。為求小比例尺測圖之經濟, 攝影機物鏡攝場角必須設法加大, 在德國像片尺碼初時由 13×18 公分增至 18×18 公分, 繼有二鏡四鏡及九鏡攝影機等之製造, 以輔助單個物鏡能力之不足。1930 年以後, 英美法義等國亦均有多鏡攝影機之製造。1934 年德國蔡司工廠更發明寬角物鏡, 增加單鏡攝影角, 自普通之 60° 至 93° , 於是攝影測量之應用又發生一重要之轉機。類似之發明, 則有英國之柔斯 (Ross) 物鏡及美國之托撥剛 (Topogon) 物鏡。

至於測圖方面, 除糾正及雙像測圖之方法均有進展外, 當以像片三角測量之研究與實驗為其最重要之收穫。其中輻射三角測量固已發展於歐戰之前, 但空中三角測量則自德國格魯伯氏於 1924 年發現連續像片銜接方法之後, 始開始應用。像片三角測量內常有系統誤差存在, 迄

今未得適當之解釋；爲目前學者研究中之一主要問題，此外各種輔助儀器如高差儀，地平構影與太陽構影之應用於空中三角測量工作，亦正在發展與試驗之中。

在第二次世界大戰中，航測之應用更廣，但技術本身，並未有顯著之進步。大戰之第一年德人發明博利翁物鏡 (Pleon lens)，焦距爲七公分，視角爲 148° ，用以代替其九鏡攝影機。其光學誤差，由複雜之光學改變設備消抵其大部，此物鏡用作踏勘攝影，曾廣用於非洲及歐洲東部。

第二章、攝影測量之幾何原理

第一節 中心透視

第一目 攝影與中心透視

攝影係利用光學方法使自外界物體射出之光綫經物鏡而聚集於感光膜上，再利用化學方法使射至膜上之光構成影像。感光膜為一垂直於物鏡主軸之平面，謂之像片平面，即攝影時之負片。攝影物鏡最簡單者為一凸透鏡，但為免除構影誤差，此種物鏡常由數個透鏡合組而成。此種組合之透鏡共有兩個節點：在像片方面之節點謂之像節點；在物體方面之節點謂之物節點。（圖一）

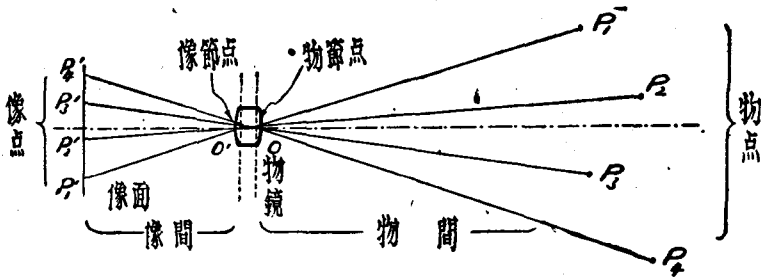


圖 1.

通過物鏡兩節點各作一平面垂直於物鏡主軸，即可將空間分為二部：含像片之空間謂之像間；含物體之空間謂之物間。

在理想情形之下，攝影時自任一物點至物節點之光綫，必將平行於

自像節點至相當像點之光綫。自圖一之情形言之，即 $P_1O \parallel OP'_1$ ； $P_2O \parallel OP'_2$ ；……。於是物節點及像節點為中心，遂構成兩個可以互相疊合之光束。由此特徵，像片遂為物體之中心透視投影。普通因像節點與物節點間之距離極小，故在幾何關係之檢討上認其為一點，此點名為攝影中心，亦即透視之中心。

應用測量攝影機所得之像片，必有同時攝取之框標。框標普通有四個，位於像幅之四邊。此等框標，固定於攝影機負片之前，用以作此後像點量測之依據。連接位置相對之框標，得二直線，其交點 M' （圖二）稱之曰像片中點。由攝影物鏡之像方主點，作一垂線於像面，則此垂線之長，稱之為物鏡主距。攝影測量時攝取之景物，往往位於甚遠，視之為無窮遠時，則此時之物鏡主距即應為物鏡焦距 f 。此垂線交像面於 H' 點，稱之為像片主點。 OH' 線為各種幾何關係所參對之軸線，稱之為攝影軸線。攝影軸線在空間所指之方向，則稱之為攝影方向。

攝影時，攝影物鏡位於景物與像面之間，但為便於各種解釋計，有

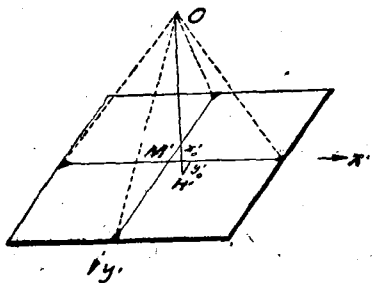


圖 2.

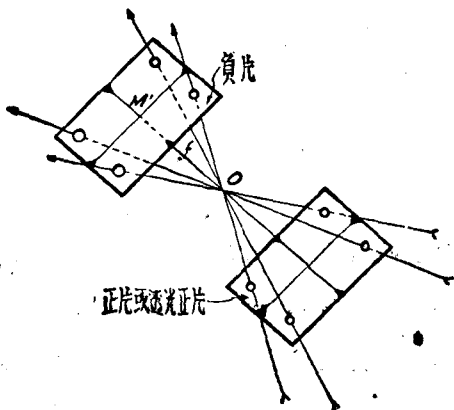


圖 3.

時亦可假想像片位於投影中心與景物之間(圖三),此時像片對於投影中心 O 相對之方位,全與前者對稱,不啻爲前此底片之複印片,稱之曰正片。當載像體爲透明質時,則稱之曰透光正片。

航空攝影時所有各物點均位於地面之上,各物點雖有高低起伏之差,然較之航高,則爲值甚微。故在起伏平緩之地域,有時可認爲各物點均在同一平面之內者,此時則物面與像面不啻爲一中心投影光束中之二剖面矣。茲檢舉中心投影普遍之特徵數種,分述於下:

第二目 合點迹點與迹點

所有空間平行線之構影均相交於一點 F' (圖四),稱之曰合點。某

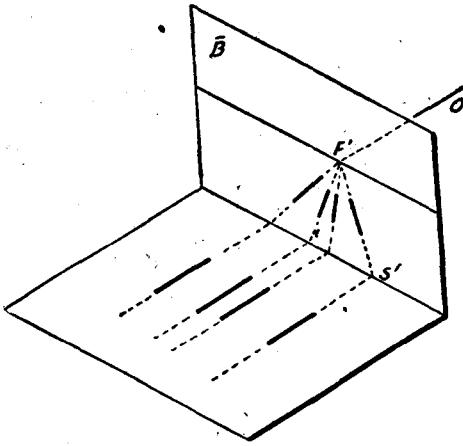


圖 4.

線之合點,即經過投影中心 O ,繪平行於該線之線,其交於像面所得之點也。此點相當於該線無窮遠點之構影。所有平行之線均相交於無窮遠,故平行之線必有一共同合點。延長其線本身,使交於像面,所得之點 S' 稱之曰迹點。某線之構影,即該線合點與迹點相連接之直線,因此二

點皆爲其線之構影點也。

由透視中心繪鉛垂方向之線，其交於像面之點曰像片天底點。按合點定義，則此點亦即自然界中所有垂直線體之合點。設以圖五爲二垂直立方形體之攝影，則所有垂直稜線均應交於同一合點 F' 。

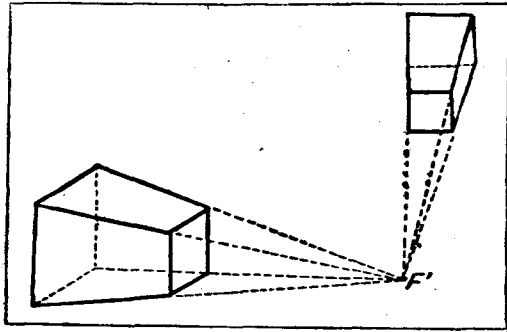


圖 5.

空間所有互相平行之平面，其構影亦均交於一線，稱之曰合線，其情形與合點相倣。自然界中水平面在像面之合線稱之曰像片水平線，爲重要參對直線之一。在地面攝影時，如攝影方向在水平面上，則像片水平線必通過像片主點，此線稱之爲像片橫主線。經過像片主點而垂直於像片橫主線之直線，稱之爲像片垂主線。任意一平面交於像面之直線，稱之曰迹線。空間某一平面之迹線與其合線必相平行。故設空間有任意二直線，當其迹點連接線及合點連接線相互平行時，此二直線必在空間相交。

通過投影中心平行於像面之平面，名之爲遁面。凡遁面上之任意一點，其構影均在像面之無窮遠處。遁面與物面相交之線稱之爲遁線。自投影中心繪平行於像面之線，其交於遁線之點曰遁點。

第三目 等角點

凡成透視關係之二平面，均有相當之等角點兩對。(圖六之 J 與 J' 及 K 與 K')，其特徵即：自第一平面之等角點 J (或 K) 至此平面內其他各點所夾之角，恆等於自第二平面之等角點 J' (或 K') 至其他相當各點所夾之角。

茲將等角點之點位及其推證演述如下：

圖六示同一光束之二割面，可設想相當於攝影時之像面及物面。二面之交角為 ν ，其相交之線為 LS 。自透視中心 O 至像面之垂線，交於像面主點 H' ，其長相當於攝影物鏡之主距 f 。自 O 至物面之垂線，則交於天底點 N ，其長為攝影物鏡超出地面之高度 h 。經過透視中心垂直於

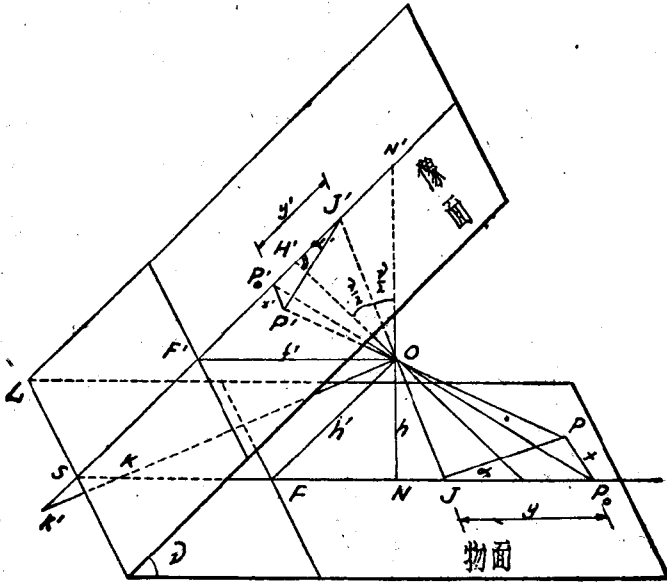


圖 6.

交線 LS 所成之平面，稱之曰主剖面。主剖面交像面於 SH' 線，交物面於 SN 線。經 O 點作線平行於 SN ，交像面於 SH' 上之一點 F' ，此點即物面之合點，亦即其無窮遠點之構影也。同理經 O 作綫平行於 SH' ，交物面於 SN 之一點 F ，此點為遁點。

今設想在主剖面內二垂線 OH' 及 ON 所夾之角 ν 為二直線內外所平分，遂得與 SH' 之交點 J' 及 K' 與 SN 之交點 J 及 K ，此等點即為等角點。其證明可利用像面點與物面點座標之關係求之。

今設物面上有任意一點 P ，其以等角點 J 為座標原點之座標為 x, y ， P' 為其構影，以等角點 J' 為座標原點之座標為 x', y' ，則按圖六，因

$$\triangle F'P'J' \sim \triangle FOP$$

故
$$\frac{F'J'}{F'P'} : f' = h' : \overline{FP}$$

或
$$(F'J' - y') : f' = h' : (FJ + y)$$

但
$$F'J' = f'; \quad FJ = h'$$

是以
$$(f' - y') : f' = h' : (h' + y)$$

或
$$y = \frac{y'h'}{f' - y'} \dots\dots\dots (1)$$

又由 OP_0P 及 OP'_0P' 兩相似三角形中可得

$$\frac{x}{x'} = \frac{\overline{OP}_0}{\overline{OP}'_0} = \frac{h'}{F'P'_0} = \frac{h'}{f' - y'}$$

是以
$$x = \frac{x'h'}{f' - y'} \dots\dots\dots (2)$$

在物面上 PJP_0 角 α 為：
$$\tan \alpha = \frac{x}{y};$$

在像面上相當之角 α' 則為：
$$\tan \alpha' = \frac{x'}{y'}$$

今按公式(1)(2)則得：
$$\frac{x}{y} = \frac{x'}{y'}$$

是以 $\alpha = \alpha'$ 。因此處之 P 點為任意一點，故由此可得一普遍之結論，即在物面上以 J 為中點所成之角度，與其投影於像面後，以 J' 為中點所成之相當角度完全相等，是以 J 與 J' 即為一對等角點。

同理亦可證明 K 及 K' 為另外一對等角點。在一般情形下，兩成透視關係之平面內，僅有此兩對等角點。

第四目 透視平面旋轉定律

圖六所示兩透視平面之位置，係假定其為攝影時之情形，即 OH' 等於攝影物鏡之主距， ON 等於物鏡中心超出地面之高度。事實上兩平面並不僅在此一位置時有此透視之關係。按諸中心透視之定義，如兩平面上相當各點之連接綫交於一點，則兩平面即有透視關係。今設想兩平面上之各點均以第三目圖六中所示之座標表示之，倘各相當點之座標均能滿足公式(1)與(2)時，當可證明其連接綫均通過同一透視中心。此時(1)，(2)兩式內之 x, x', y, y' 均為已定值，欲使其滿足此兩式，僅須保持 h' 與 f' 之值不變，即

$$h' = \frac{h}{\sin \nu} = \text{常數} \quad f' = \frac{f}{\sin \nu} = \text{常數}$$

h, f, ν 均為變數。在三個變數間，僅有兩個條件，故有無窮數之組合可以滿足之，亦即兩平面可於無窮多情形之下發生透視關係。

何為此無窮多之情形？試設想像面(或物面)依兩平面之交綫 LS 為

軸而旋轉，同時令透視中心 O 之位置亦隨之移動，使 $SF'OF$ 永遠成爲一平行四邊形，則 f' 與 h' 之距離必永不變。故無論兩平面之夾角 ν 變爲何值，僅須兩平面仍交於 LS 線，則此兩平面即仍有透視之關係。此爲透視平面之旋轉定律。

第五目 直接變換與仿射性

由中心投影而得透視之二平面，任意移動其相互之位置，或將其一放大或縮小，或使其經中心投影步驟，而成另外之平面構影；凡由此所得之平面間，雖已失其中心投射直接之關係，但仍具有共同之特徵，莫比氏 (Möbius) 普遍稱之爲直接變換，俱有直接變換關係之平面間一平面內之直線，在第二平面內亦爲一直線，一平面內兩直線之交點，仍相當於第二平面內該兩相當直線之交點。

二平面間直接變換之關係，可由相對之四點決定之。在此四點之中，任意三點不能位於同一直線之上。任何有直接變換關係之二平面均可使置於同一中心之射線束內，使成中心透視之關係。

在成直接變換關係之二平面間，設其一平面之無窮遠線點相當於另一平面之無窮遠線點時，則此種特殊情形，名之曰仿射性。此時一平面之平行四邊形，仍相當一平行四邊形於另一平面之內。而一平面內之直線點組，亦必形成一相似之直線點組於另一平面內。凡平行射線束爲任意之二平面所割交，或平行之二平面爲任意之射線束所割交時，則二平面具有仿射性之關係。

第六目 交比定律

所有成直接變換關係之平面內，有一普遍之特徵，即兩平面內相當

之直線點組或射線輻間之交比值，均彼此相等也。交比之定義在直線點組為各線段之交比，在射線輻則為其夾角正弦之交比。譬如在圖七(甲)之 S 直線上，其交比按定義為：

$$\frac{S_1 S_2}{S_2 S_4} \cdot \frac{S_1 S_3}{S_3 S_4}$$

簡寫之為 $(S_1 S_2 S_3 S_4)$ ；又如在圖七(乙)之 A 點射線輻上其交比按定義為：

$$\frac{\sin(1,2)}{\sin(2,4)} \cdot \frac{\sin(1,3)}{\sin(3,4)}$$

簡寫之為 $(1,2,3,4)$ 。茲解證交比定律如下：

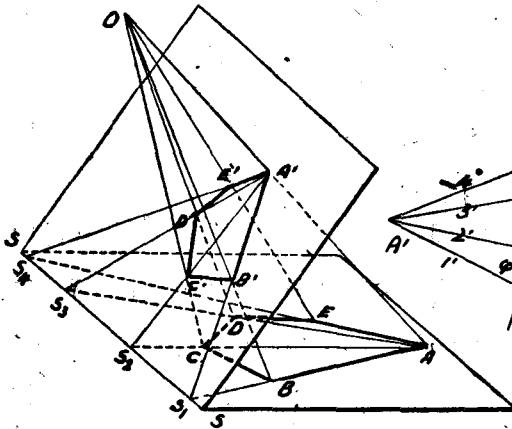


圖 7. (甲)

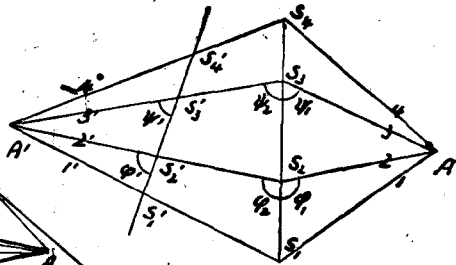


圖 7. (乙)

圖七甲示有中心透視關係之二平面。在各平面內，連接一點 A 與其他四點 B, C, D, E ，成相當之二射線輻於二平面內。其中所有之點，均經同一中心 O 自一面投射至彼面，故所有各相當之直線如 $A'B'$ 與 AB 之

類亦皆位於經過 O 點之同一平面內，各面與交線 $S-S$ 交於 S_1, S_2, S_3, \dots 等點。今將二透視平面沿其交線 $S-S$ 展平，得圖七(乙)。繪任意一直線割 A' 組直線於 S'_1, S'_2, S'_3, S'_4 各點，則得下列諸關係：

$$\left. \begin{aligned} S_1 S_2 &= \frac{AS_1}{\sin \varphi_1} \sin(1,2) = \frac{A'S_1}{\sin \varphi_2} \sin(1',2') \\ S_2 S_4 &= \frac{AS_4}{\sin \varphi_1} \sin(2,4) = \frac{A'S_4}{\sin \varphi_2} \sin(2',4') \\ S_1 S_3 &= \frac{AS_1}{\sin \psi_1} \sin(1,3) = \frac{A'S_1}{\sin \psi_1} \sin(1',3') \\ S_3 S_4 &= \frac{AS_4}{\sin \psi_1} \sin(3,4) = \frac{A'S_4}{\sin \psi_1} \sin(3',4') \end{aligned} \right\} (a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{A'S'_1}{\sin \varphi'} \sin(1',2') - S'_1 S'_2 \\ \frac{A'S'_4}{\sin \varphi'} \sin(2',4') - S'_2 S'_4 \\ \frac{A'S'_1}{\sin \psi'} \sin(1',3') - S'_1 S'_3 \\ \frac{A'S'_4}{\sin \psi'} \sin(3',4') - S'_3 S'_4 \end{aligned} \right\} (b)$$

$$\text{自公式(a): } \frac{S_1 S_2}{S_2 S_4} : \frac{S_1 S_3}{S_3 S_4} = \frac{\sin(1,2)}{\sin(2,4)} : \frac{\sin(1,3)}{\sin(3,4)} \\ = \frac{\sin(1',2')}{\sin(2',4')} : \frac{\sin(1',3')}{\sin(3',4')} = \lambda$$

簡寫之爲： $(S_1 S_2 S_3 S_4) = (1,2,3,4) = (1',2',3',4') = \lambda$

意即：當二射線幅內各直線對對相交於一直線上(交線)時，則二射線幅內相對各角之交比相等，且等於其交線上直線點組線段之交比。

$$\text{自公式(b)得: } \frac{S'_1 S'_2}{S'_2 S'_4} \cdot \frac{S'_1 S'_3}{S'_3 S'_4} = \frac{\sin(1'2')}{\sin(2'4')} \cdot \frac{\sin(1'3')}{\sin(3'4')} \\ = \frac{S_1 S_2}{S_2 S_4} \cdot \frac{S_1 S_3}{S_3 S_4} = \lambda$$

簡寫之爲： $(S'_1 S'_2 S'_3 S'_4) = (1'2'3'4') = (S_1 S_2 S_3 S_4) = \lambda$

意即：當二直線割切同一射線幅時，其所成相當直線點組線段之交比相等，且等於其射線幅相對角之交比。由上推論，故知當二透視平面相對之位置移動，或更投射於另一平面時，其交比值均仍彼此相等。凡直線點組或射線幅相互有交比之關係存在者，統稱之爲相互投射。

第二節 內方位與外方位

第一目 內方位

當攝影時物鏡節點與像片相對之位置，謂之攝影機內方位。根據此內方位，即可由一幅像片，決定其所屬各點之光束。凡已知內方位之攝影機，名爲測量攝影機，由其所攝之像片名爲測量像片。

普通所指之內方位原素 包括三項：即攝影物鏡之焦距 f ，及像片主點 H' 以像片中點 M' 爲原點之像面座標值 x', y' 。(圖二)。像面座標系統之軸線及像片中點則以框標求定之。

第二目 外方位

內方位用以決定攝影機所構成之光束，外方位則用以決定此光束在空間之地位與方向。每攝影之外方位，計包括六項，其中三項爲攝站在空間之正交座標 x, y, z ，另三項則爲攝影方向之三旋轉角，稱之曰旋

角 κ ，偏角 φ 或 α ，及傾角 ω 或 ν 。各角轉軸之定義如下：

旋角軸為通過攝影中心垂直於像面之軸。

偏角軸為通過攝影中心而其方向永遠固定於空間之軸。普通所採用者為垂直於主測方向之軸。(主測方向或為攝影基線方向，或為航線方向，或為地面座標系統之一方向如 x 方向)。

傾角軸為通過攝影中心而垂直於旋角軸與偏角軸之軸。

旋轉角軸線方向之永遠固定於空間者稱之為主軸，其軸之方向隨攝影或投影之方向沿主軸而旋轉者為副軸。

在投影製圖之時，由於儀器構造及方位讀數之便利等需要，須確定一定之轉軸系統。慣用者有以下二種：

第一種：主軸(即偏角軸)垂直於地平面(或投影面)，其三旋轉角以 κ, ψ, ν 代表之(圖八)。常用之於糾正之計算工作。

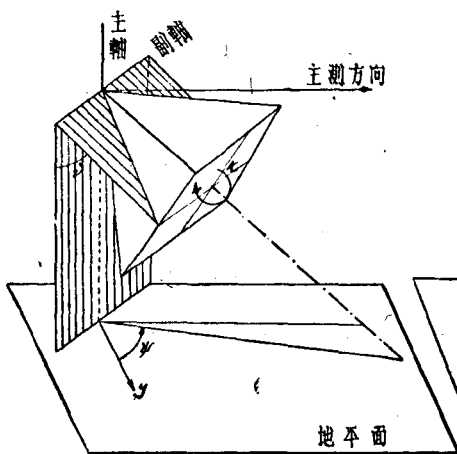


圖 8.

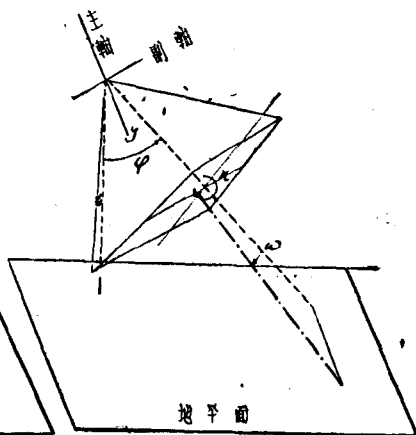


圖 9.

第二種：主軸平行於地面（或投影面），立體測圖儀之儀器構造，多依此種座標系統。其三旋轉角以 κ, φ, ω 代表之（圖九）。

其不依一定轉軸系統而在空間依一點自由轉動者，此點稱之為萬向轉節。在理論言之，固亦可以 x 軸為主軸而決定其攝影方向。但此種軸線迄今向未有實際之應用。今稱以 x 為主軸所決定之方向角值為 ξ 及 η 。由此三種轉軸系統所決定同一攝影方向各角值間之關係示如圖十。圖十之構造係繞攝影站點 O 以一任意之半徑作圓球，稱之為單位圓

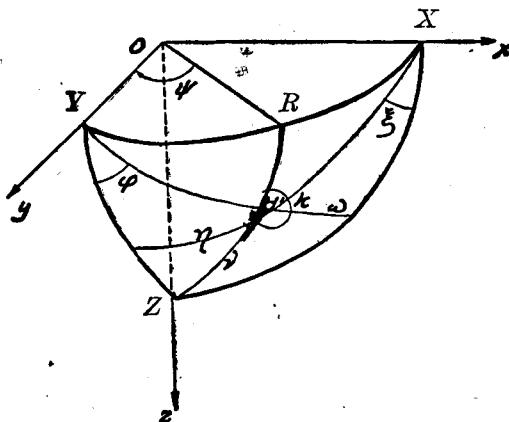


圖 10.

球。圓球上各弧角所代表之各值甚為明顯，可以利用弧三角公式由任意二值推算其餘。譬如由已知 φ 及 ω 求 ν ，測自正角弧三角 YZH' 得：

$$\cos \nu = \cos \varphi \cos \omega \dots\dots\dots (3)$$

或自正角弧三角 YRH' 得 ψ 值為

$$\tan \psi = \sin \varphi \cot \omega \dots\dots\dots (4)$$

可以由一種軸線系統換算至第二種軸線系統之各值。其中式(3)應用較

廣，因 ν 代表像面傾斜最陡之角度也。

第三節 像面座標與像點角

攝影測量測圖之方法，可分為計算方法與光學機械方法兩種。採用後法雖較完善省工，但有時限於設置，經濟，或其他情形，計算方法仍不可泯廢。計算方法之基礎，樹立於像點之像面或角值座標與其相當物點空間座標之幾何關係上。此種關係不僅對於計算方法之製圖工作絕對重要，即應用光學機械方法製圖時，亦仰賴之，以作儀器效能之研究及精度之探討。

第一目 像面座標

在每幅測量像片之上，必有框標，如圖二所示。連接相對之框標，即成像面座標系統。以兩連接線之交點 M' 為原點，此點即為像片中點，任意一像點在此座標系統內之位置，即為該點之像面座標，通常以 $x' y'$ 表示之。又因攝影之諸幾何關係，率以像片主點 H' 為參對點，故亦有時以為座標原點者。

量測像面座標，可用不同方法。最簡單者可逕以刻尺行之，能得約 0.1 至 0.2 公釐之精度。但通常需求較高之精度時，須利用像片座標量測儀（圖十一）。量測時置像片於可以轉動之像框內，使像片座標軸與座標儀之 x, y 方向平行。觀測時用約五倍放大之顯微鏡，其中載有測標，可沿二垂直之導槽移動用以對準像點，其移動之量，可在 x', y' 兩刻尺上讀出，是即像點之座標值。像面座標值 $x' y'$ 所能量測精度之極限，恆視其底片乳膠膜粒之分解力而定，普通約達 0.01 至 0.03 公釐。

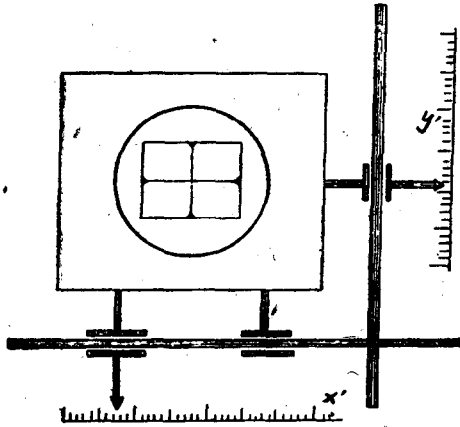


圖 11.

第二目 像點角

像點在像面上之位置，除可應用縱橫座標法表示外，亦可用像點角 α, β 以決定之(圖十二)。設圖十二之 O 點為像片 \bar{B} 之像節點， P' 為任意一像點， P'' 為 P' 垂直於 X' 軸之投影。今如設想 $OH'P''$ 為一水平面，則 α 相當於自 O 測 $H'P'$ 間之水平角， β 相當於自 O 測 P 之垂直角。 α, β 兩角之值可由像面座標值 $x' y'$ 計算而得，亦可逕由安置於 O 處之經緯儀直接量測之。

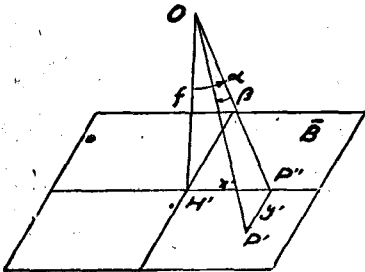


圖 12.

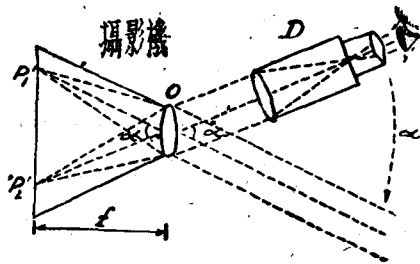


圖 13.

今設將攝得之底片重新裝置於原用攝影機內(圖十三),使其底片之框標點與攝影機之框標相疊合,而在其後照以光亮,則當初攝影時構成各像點之光線,今又返其方向而經透鏡 O 射出。此射出之光線必仍相互平行。今設以一望遠鏡 D ,對準無窮遠,並使之以透鏡之前主點為中心而旋轉,則必能自望遠鏡 D 中對準像片上之任意一點。今將 D 之轉動分為二軸,均通過 O 點,第一軸永遠平行於像片之 yy' 方向為主軸,而以垂直於第一軸之方向為第二軸,當 D 準視像片主點 H' 時,此第二軸平行於 xx' 方向。此時 D 循第一軸旋轉之角度相當於像點角 α ,循第二軸旋轉之角度相當於像點角 β 。此兩角值可由類似經緯儀之水平及垂直度盤讀出。此儀名曰像片量角儀,包括投影機與類似經緯儀之望遠鏡及度盤二部。此種觀測所應用之原理,謂之波柔柯培(Porro-Koppe)原理。利用此法量測像點,可消除攝影測量中最嚴重之透鏡畸變差也(見第三章)。蓋由於透鏡不可避免之畸變差,常使攝影所構成之中心投影遠離其理想之情形,今如在觀測時,仍以原用或相類似之透鏡為物鏡,則此項誤差自相消抵,不復影響於繪製之結果矣。此處所用之投影機,亦必限於原來之攝影機,普通率由另一內方位相同及透鏡光學特徵相似之構合組成之。

像片量角儀之構造,亦有不按波柔柯培原理者,如美國地理學會所監造之儀即是。其儀在望遠鏡與像片之間不再設投影物鏡,故無論何種焦距之像片,均能於此儀上量取其像點角,但所得結果將受攝影物鏡誤差之影響。

按之圖十三,光線自透鏡射出後,均為平行,此時望遠鏡之旋轉中

心不必嚴格與物鏡 O 之物節點重合，亦可量得正確之角度值。但有時底片受膠片或乳膠膜收縮關係，量角儀之焦距距離 f ，必須稍加改變，始能獲得原攝影時之中心投影。此時由透鏡射出之光線遂不復能平行，是以望遠鏡測視方向，必須與各像點光線束之主光線完全符合，方可量得正確之 α 與 β 角值。為顧及此種情形，像片量角儀之構造，必須使投影透鏡之物方主點與經緯儀部之軸線交點適相疊合，此乃構造上應注意之一點也。

像面座標與像點角值之關係，可依圖十二演算而得：

$$\tan \alpha = \frac{x'}{f} \text{ 或 } \sin \alpha = \frac{x'}{\sqrt{f^2 + x'^2}}, \cos \alpha = \frac{f}{\sqrt{f^2 + x'^2}} \dots \dots \dots (5)$$

$$\tan \beta = \frac{y'}{\sqrt{f^2 + x'^2}} \text{ 或 } \sin \beta = \frac{y'}{\sqrt{f^2 + x'^2 + y'^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{f^2 + x'^2}}{\sqrt{f^2 + x'^2 + y'^2}} \dots \dots \dots (6)$$

第四節 射線角

廣義言之，像點之角值 α 與 β ，可不依單獨像片之座標系統，而依空間座標系統出發，如圖十四之所示者表示之。按圖十四由任意像點 P' 所決定之射線，其在空間之像點角 α 為該射線在 xz 平面投影 OP_1 與 z 軸所夾之角， β 為該射線與 xz 平面所夾之角。此即不替以 y 軸為主軸所量得之角值也。此時之角值 α 與 β 稱之為射線角。

射線角與像面座標之關係，將隨投影機之外方位而更易。茲以 y 軸為主軸所決定投影方位之 φ, ω, κ 為標準而演化其關係如下：

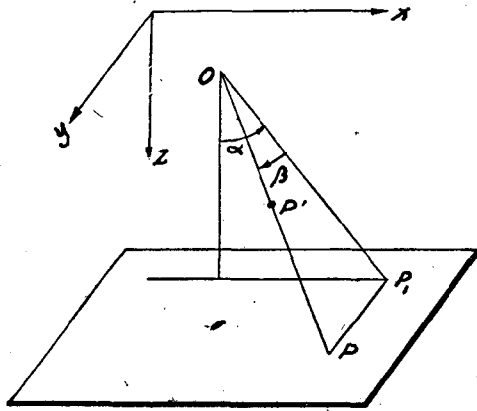


圖 14.

圖十五(甲)爲經過投影中心 O 作任意半徑之圓球，爲顯示明鮮起見，將圖十四之座標轉 90° 使 yx 平面位於圖面。更稱 α_1 與 β_1 爲第二目內所指之像點角，則其角值關係示如圖十五(乙)。 $\alpha_1 \beta_1$ 之頂點 Y_1 與 $\alpha \beta$ 之頂點 Y 相夾成 ω 角。按餘弦定律得：

$$\cos(90 - \beta) = \cos \omega \cos(90 - \beta_1) + \sin \omega \sin(90 - \beta_1) \cos \alpha_1$$

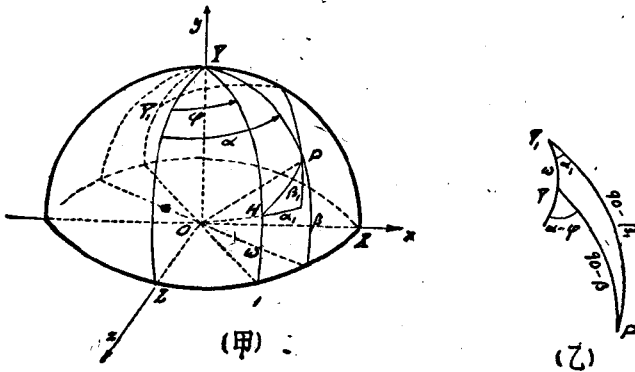


圖 15.

簡化之而代入以式(5)(6)之關係得：

$$\sin \beta = \cos \omega \sin \beta_1 + \sin \omega \cos \beta_1 \cos \alpha_1 = \frac{y'}{\sqrt{f^2 + x'^2 + y'^2}} \cos \omega$$

$$+ \sqrt{\frac{f^2 + x'^2}{f^2 + x'^2 + y'^2}} \frac{f}{\sqrt{f^2 + x'^2}} \sin \omega = \frac{y' \cos \omega + f \sin \omega}{\sqrt{f^2 + x'^2 + y'^2}} \dots \dots \dots (7)$$

更按弧三角定律得：

$$\cot(90 - \beta_1) \sin \omega = \sin \alpha_1 \cot(180 - (\alpha - \varphi)) + \cos \alpha_1 \cos \omega$$

$$\cot(\alpha - \varphi) = \frac{1}{\sin \alpha_1} (\cos \alpha_1 \cos \omega - \tan \beta_1 \sin \omega)$$

$$\tan(\alpha - \varphi) = \frac{1}{\cot(\alpha - \varphi)} = \frac{x'}{f \cos \omega - y' \sin \omega} \dots \dots \dots (8)$$

如像點座標 $x' y'$ 之量測尚有旋角 κ 之關係時，則直接量測所得之 (x') 與 (y') 尚須經下列二式之轉算。

$$\left. \begin{aligned} x' &= (x' \cos \kappa + (y') \sin \kappa) \\ y' &= (y' \cos \kappa - (x') \sin \kappa) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

第五節 像片對之關係

第一目 相對方位與絕對方位

由一對攝有共同地帶之像片，推求兩像片之外方位，為攝影測量之主題。因此題之性質，有如自空間之二點向地面觀測方向數對，然後反求空間兩點之位置者然，故又名空間雙點定位法。

今設有二攝影，以任意之方位攝取同一物體，則此二攝影之外方位未知數，計共有十二項。為解求之便利及精準起見，兩攝影之外方位未

知數往往混合求之，而將其分為相對方位與絕對方位二種，其中尤以相對方位之解求，為雙像攝影測量之基礎工作，所謂兩像片之相對方位者，乃指兩像片攝影方向及兩攝影站間之相互方位而言也。

今設一攝影機在空間 O 與 O' (圖十六) 兩攝站各向物體 R 攝影一次，得 \bar{B}_1 及 \bar{B}_2 兩像片。 OO' 稱為攝影基線，物體 R 上之任意一點 P 在 \bar{B}_1 上之位置為 P'_1 ，在 \bar{B}_2 上之位置為 P'_2 ，以 O 及 O' 為頂點之兩攝影光線束中， OP'_1 與 $O'P'_2$ 相交於物點 P ，同理所有兩光線束中之相當射線必均對對相交。今將已攝得之像

片置於任意一基線兩端之二投影機內，投影機之內方位與攝影機之內方位相同，此時如能使兩投影機之相互方位與攝影時攝影機之相互方位完全相同，則由投影機射出之光線束仍必能對對相交。光線對對相交之條件遂往往利用之以工作像片對相對方位之決定。以交點所構成之面，亦必與物體 R 之面相似，此面名為光學模型。在此種情形之下，此光學模型尙可在空間居任意之位

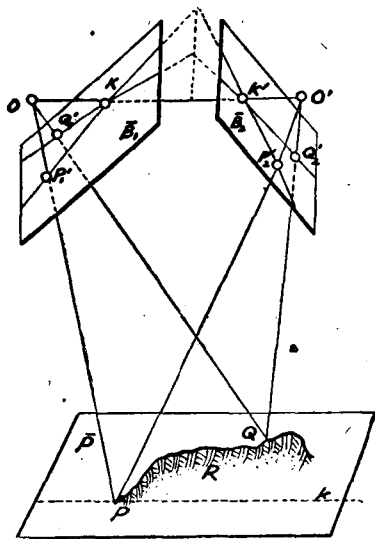


圖 16.

置。其所應取之方位，稱之為其絕對方位。所謂應取之位置者，即投影機對圖面之位置與攝影時兩攝站對地面之位置完全相稱之謂。絕對方位之原素有六項，即光學模型或兩投影機共同在空間之三項直線座標

及其共同之三項旋轉角值是也。除此而外，則二投影機相互之距離，純用以決定其光學模型之比例尺，與二機相對方位無關，亦可視之為絕對方位之一原素，故在總共十二項外方位原素之中，屬於絕對方位者佔其七項，其餘之五項，則可由相對方位決定之。

第二目 核面與核線

由於核面與核線之特徵，有時可利用之以決定二攝影機之相對方位。茲將其定義列舉於下：

(1) 每物點 (爲 P) 與其二攝站 O_1O_2 決定一平面，名之曰視準平面或核面。含有攝影方向之核面，名曰主核面。

(2) 所有核面均經過基線 O_1O_2 。此線爲所有核面輻之軸，故名曰核軸。

(3) 各核面交於像面之線曰核線，像面之各該核線均交合於基線 O_1O_2 之穿點 K'_1 (或 K'_2)，各成一射線軸。彼此成投射關係。圖十七示各種攝影情形時所得核線輻之形狀：

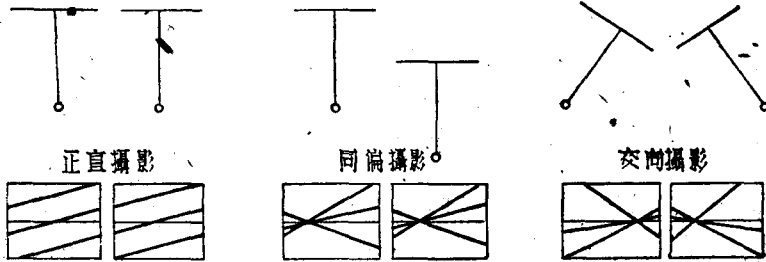


圖 17.

(甲) 垂直於基線之攝影。

(乙) 同偏攝影。

(丙) 交向攝影。

二投影機之相對方位已完全相當於攝影情形之時，則各成對之射線必均相交，且由每二相當射線所決定之二核面，亦必相脗合。

第三目 核面角差及縱視差

第一第二兩目中已經述及，當像片之相對方位求得之時，相對之光線必均相交，相對之核面亦必相脗合。倘兩像片之相對方位未經樹立，則由相對二像點所決定之二核面亦不能脗合，此二核面間之夾角，稱之為核面視差。

在普通之測圖儀上，均無法量取核面視差之大小，故一般為檢驗兩像片之相對方位，均以縱視差行之。縱視差者，即自 O 與 O' (圖十六) 兩投影中心射出之相對光線，在任意一承受平面上所顯示與基線 OO' 垂直方向之交點差，承受平面普通為圖面或與其平行之平面。通常以 OO' 之方向為 x 方向，在圖面上垂直於 x 之方向為 y 方向，故縱視差亦有時稱為 y 視差。

根據上述之縱視差定義，可知一對像片投射於任意一承受平面上，當其各點之縱誤差均等於零時，此像片對之相對方位必已完全重建無誤矣。是以重建相對方位之工作亦可稱之為消除縱視差之工作。又按投影幾何原理，如有五點之縱視差等於零，則其他各點之縱視差亦必均等於零。

第六節 相對方位之基礎公式

第一目 縱視差公式

圖十八示二相隣攝站 OO' 及其在 x, z 側平面之投影 O 與 (O') 。攝

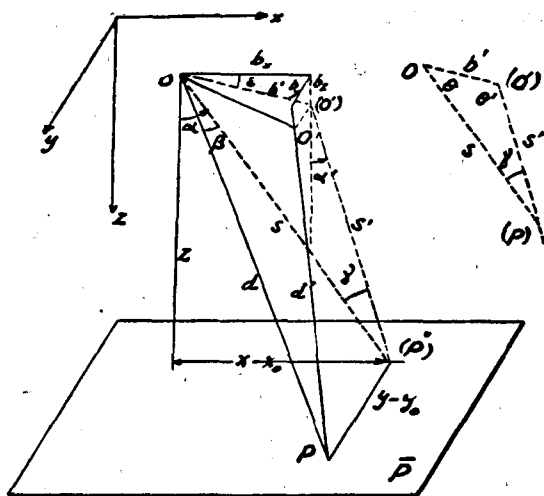


圖 18.

影基線 b 在三軸線方向之投影各為 b_x, b_y 與 b_z , 其中 b_x 為主要部分, b_y 與 b_z 則在通常情形之下, 均屬微末之數值, 或等於零, 任意一地形點 P 均由相對之二射線相交而得, 此二射線在 xz 平面內與 z 軸之夾角, 設各為 α 與 α' , 其與 xz 平面所夾之角, 在通過攝影方向而垂直於 xz 平面之平面內者, 設各為 β 與 β' . 二射線自攝站至物點之長設各為 d 與 d' , 其在側平面 xz 投影之長, 設為 s 與 s' . 由圖十八得下述關係:

今以左站點 O 在空間之座標為 $x_0 y_0 z_0$, 右站 O' 之座標為 $x'_0 y'_0 z'_0$, 則任意點 P 在 y 方向之座標, 依自 O 點之射線計算得 $y = y_0 + s \tan \beta$.

依自 O' 點之射線計算, 得: $y = y'_0 + s' \tan \beta'$. 按理 y 與 y' 應相等, 其不符之處, 即代表所產生之縱視差

$$\Delta y = y' - y = s' \tan \beta' - s \tan \beta + (y'_0 - y_0)$$

$$\Delta y = s' \tan \beta' - s \tan \beta + by \dots \dots \dots (10)$$

但由 POO' 三點在 xz 平面投影所成之三角形 $(P)O(O')$ 得:

$$s = \frac{b'}{\sin \gamma} \sin \theta'; \quad s' = \frac{b'}{\sin \gamma} \sin \theta$$

其中 $\theta' = 90^\circ + \varepsilon + \alpha'$, $\theta = 90^\circ - \varepsilon - \alpha$, $\varepsilon = \tan^{-1} \frac{bz}{bx}$, $\gamma = \alpha - \alpha'$

代入上式得:

$$\begin{aligned} s &= b' \frac{\cos(\varepsilon + \alpha')}{\sin(\alpha - \alpha')} = b' \frac{(\cos \varepsilon \cos \alpha' - \sin \varepsilon \sin \alpha')}{\sin(\alpha - \alpha')} \\ &= \frac{bx \cos \alpha' - bz \sin \alpha'}{\sin(\alpha - \alpha')} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

同理得:

$$s' = \frac{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha}{\sin(\alpha - \alpha')} \dots \dots \dots (12)$$

自式(3)得

$$\Delta y = \frac{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta' - \frac{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta + by' \dots \dots (13)$$

公式(13)代表射線角與縱視差 $p_y(\Delta y)$ 之關係。更可由射線角與外方位原素之關係求得縱視差與外方位原素之關係。在普通情形之下，公式複雜，鮮有實際之應用。空中雙點定位法相對方位決定之目標，在使任意點所成之 Δy ，均等於零。攝影時各項外方位原素之約值均易求得，由其約值尋求其確值，可以藉改動各外方位原素以消除其縱視差之原理行之。此時必須求得縱視差與外方位原素之微分變化關係。

今設以 y 軸為主軸建立座標系統，則外方位原素之微分變化，除兩攝影機之六項轉動原素為 $d\kappa, d\varphi, d\omega, d\kappa', d\varphi', d\omega'$ 外，尚有基線在 x, y, z 兩軸方向內直線之移動 db_x, db_y 及 db_z 。任意一點縱視差 Δy 之總變動 $d(\Delta y)$ 為上述各外方位原素微分變動影響之總和，故由式(13)可得：

$$\begin{aligned}
 d(\Delta y) = & \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_x} db_x + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_y} db_y + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_z} db_z + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \varphi} d\varphi \\
 & + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \varphi'} d\varphi' + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \omega'} d\omega' + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \kappa} d\kappa \\
 & + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \kappa'} d\kappa' \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

第二目 射線角 α, β 與外方位元素之微分關係

圖十九示以攝站為中心之單位圓球。OH' 為攝影方向，OP' 為由像點 P' 所決定之射線方向。OY 為 y 軸方向，此時用第二種軸線系統取 y 軸為主軸。移動偏角 φ 以 $d\varphi$ 之量，則射線角 α 亦同樣移動 da 。第二攝站亦有相似關係，故得：

$$da = d\varphi, \text{ 及 } da' = d\varphi' \dots\dots\dots (15)$$

此為偏角 φ 與射線角 α 之微分關係。

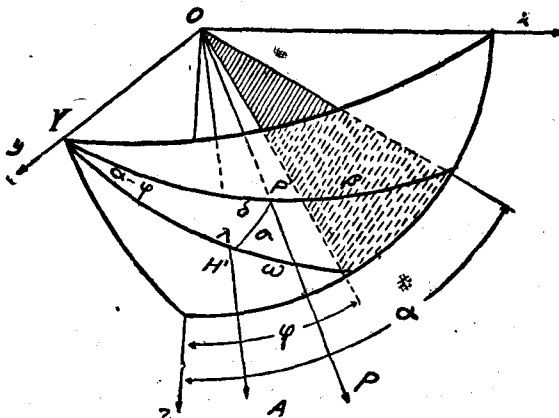


圖 19.

因偏角 φ 位於 $x-z$ 平面之內，而射線角 β 則位於垂直於 $x-z$ 平

面之平面內，故 φ 角之變動與 β 角無關。即

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = 0, \quad \frac{d\beta'}{d\varphi} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

至於射線角 α, β 與外方位原素 κ, ω 之微分關係，可由圖十九之球面三角關係算求之。

由球面上之三角形 $YH'P'$ ，其二邊代表 $90-\omega$ 與 $90-\beta$ ，其相夾之角則代表 α 與 φ 角值之較。今以任意符號 δ, σ, λ 等表示三角形 $YH'P'$ 其他各邊角，則自球面三角餘切定律，得：

$$\sin \lambda \cot(\alpha - \varphi) = -\sin \omega \cos \lambda + \cot \sigma \cos \omega \dots\dots\dots (17)$$

依 ω 為變值，部分微分之，得：

$$\begin{aligned} \frac{\sin \lambda}{\sin^2(\alpha - \varphi)} \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} &= \cos \omega \cos \lambda + \cot \sigma \sin \omega \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} &= \sin^2(\alpha - \varphi) \cos \omega \cot \lambda + \frac{\cot \sigma \sin \omega \sin^2(\alpha - \varphi)}{\sin \lambda} \\ &= \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{\sin \lambda} \{ \cos \omega \cos \lambda + \cot \sigma \sin \omega \} \\ &= \frac{\sin^2(\alpha - \varphi)}{\sin \lambda \sin \sigma} \{ \cos \omega \cos \lambda \sin \sigma + \cos \sigma \sin \omega \} \end{aligned}$$

由弧三角正弦定律，得：

$$\frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin \lambda \sin \sigma} = \frac{1}{\cos \beta}$$

更由弧三角餘弦定律，得：

$$\cos \omega \cos \lambda \sin \sigma + \cos \sigma \sin \omega = \sin \beta$$

代入之，得：

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \omega} = \sin(\alpha - \varphi) \tan \beta \dots\dots\dots (18)$$

仍利用餘切定律公式(17),依 λ 為變值微分之,得

$$\frac{\sin \lambda}{\sin^2(\alpha - \varphi)} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} \right) + \cos \lambda \cot(\alpha - \varphi) = \sin \omega \sin \lambda$$

或
$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = \cot \lambda \cot(\alpha - \varphi) \sin^2(\alpha - \varphi) - \sin \omega \sin^2(\alpha - \varphi)$$

為改化此公式計,再利用餘切定律於圖十九之弧三角,得:

$$\sin(\alpha - \varphi) \cot \lambda = \tan \beta \cos \omega - \sin \omega \cos(\alpha - \varphi)$$

代至上公式得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} &= \{ \tan \beta \cos \omega - \sin \omega \cos(\alpha - \varphi) \} \cos(\alpha - \varphi) \\ &\quad - \sin \omega \sin^2(\alpha - \varphi) = \cos(\alpha - \varphi) \tan \beta \cos \omega - \sin \omega \end{aligned}$$

此時所指 λ 角之轉動,實無異於旋角 κ 之轉動,其量及方向均相同,故 $d\kappa = d\lambda$, 而:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \kappa} = \cos(\alpha - \varphi) \tan \beta \cos \omega - \sin \omega \dots \dots \dots (19)$$

更按圖十九:

$$\sin \beta = \sin \omega \cos \sigma + \cos \omega \sin \sigma \cos \lambda \dots \dots \dots (20)$$

依 ω 為變值微分之,得:

$$\cos \beta \frac{\partial \beta}{\partial \omega} = \cos \omega \cos \sigma - \sin \omega \sin \sigma \cos \lambda$$

或

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial \omega} &= \frac{\cos \omega \cos \sigma}{\cos \beta} - \frac{\sin \omega \sin \sigma \cos \lambda}{\cos \beta} \\ &= \frac{\sin \sigma}{\cos \beta} \{ \cos \omega \cot \sigma - \sin \omega \cos \lambda \} \end{aligned}$$

按餘切定律：

$$\cos \omega \cot \sigma - \sin \omega \cos \lambda = \sin \lambda \cot(\alpha - \varphi)$$

代入上式，得：

$$\frac{\partial \beta}{\partial \omega} = \frac{\sin \sigma}{\cos \beta} \sin \lambda \cot(\alpha - \varphi)$$

又按正弦定律：

$$\frac{\sin \sigma}{\cos \beta} \sin \lambda = \sin(\alpha - \varphi)$$

代入上式，得：

$$\frac{\partial \beta}{\partial \omega} = \cos(\alpha - \varphi) \dots \dots \dots (21)$$

再由公式(20)出發，依 λ 為變值微分之，得：

$$\cos \beta \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} = -\cos \omega \sin \sigma \sin \lambda$$

再由正弦定律之關係：

$$\frac{\sin \sigma}{\cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin \lambda}$$

得

$$\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} = -\cos \omega \sin(\alpha - \varphi)$$

故

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \kappa} = -\cos \omega \sin(\alpha - \varphi) \dots \dots \dots (22)$$

(18)(19)(21)(22)各式為 α, β 兩角與外方位原素 ω, κ 之微分變化關係，此關係將於下目求縱視差與外方位原素之微分變化關係時應用之。

第三目 縱視差與外方位元素之微分變化關係

按式(13)

$$\Delta y = \frac{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta' - \frac{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta + b_y$$

先依 b_y 部分微分, 得:

$$\boxed{\frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_y}} \quad \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_y} = 1 \dots \dots \dots (23)$$

再依 b_z 部分微分, 得:

$$\boxed{\frac{\partial \Delta y}{\partial b_z}} \quad \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_z} = \frac{-\sin \alpha \tan \beta' + \sin \alpha' \tan \beta}{\sin(\alpha - \alpha')}$$

更將此式改化, 分子分母均乘以 s' , 參考式(12)關係, 得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_z} &= -\frac{s'(\sin \alpha \tan \beta' - \sin \alpha' \tan \beta)}{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha} \\ &= -\frac{b_x \tan \beta - b_z \sin \alpha}{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha} \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

或依相似步驟, 利用公式(11)之關係, 得:

$$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_z} = -\frac{b_x \tan \beta' - b_z \sin \alpha'}{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'} \dots \dots \dots (25)$$

$$\boxed{\frac{\partial \Delta y}{\partial b_x}} \quad \frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_x} = \frac{\cos \alpha \tan \beta'}{\sin(\alpha - \alpha')} - \frac{\cos \alpha' \tan \beta}{\sin(\alpha - \alpha')}$$

仍將分子分母均乘以 s' 改化之得:

$$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_x} = -\frac{b_y \cos \alpha - b_z \tan \beta}{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha} \dots \dots \dots (26)$$

$$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial b_x} = -\frac{b_y \cos \alpha' - b_x \tan \beta'}{b_x \cos \alpha' - b_x \sin \alpha'} \dots \dots \dots (27)$$

$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \varphi}$ 由式(15)之關係, 因 $d\alpha = d\varphi$, 故

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \varphi} &= \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \alpha} \\ &= -\tan \beta' \frac{\sin(\alpha - \alpha')(-b_x \sin \alpha - b_x \cos \alpha) - (b_x \cos \alpha - b_x \sin \alpha) \cos(\alpha - \alpha')}{\sin^2(\alpha - \alpha')} \\ &\quad + \tan \beta' \frac{(b_x \cos \alpha' - b_x \sin \alpha') \cos(\alpha - \alpha')}{\sin^2(\alpha - \alpha')} \\ &= -\tan \beta' \frac{b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha}{\sin(\alpha - \alpha')} + \frac{\cos(\alpha - \alpha')}{\sin(\alpha - \alpha')} \\ &\quad \left\{ \frac{-(b_x \cos \alpha - b_x \sin \alpha)}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta' + \frac{b_x \cos \alpha' - b_x \sin \alpha'}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta' \right\} \\ &= -\tan \beta' \frac{b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha}{\sin(\alpha - \alpha')} + \frac{\sin(\alpha - \alpha')}{\sin(\alpha - \alpha')} (s \tan \beta - s' \tan \beta') \\ &= -\frac{\tan \beta' (b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha) - \cos(\alpha - \alpha') b_y}{\sin(\alpha - \alpha')} \end{aligned}$$

分子分母均乘以 s' , 利用式(12)之關係改化之, 得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \varphi} &= -\frac{(y - y_0 - b_y)(b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha) - \{s' - (b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha)\} b_y}{b_x \cos \alpha - b_x \sin \alpha} \\ &= -\frac{(y - y_0)(b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha) - s \cdot b_y}{b_x \cos \alpha - b_x \sin \alpha} \dots \dots \dots (28) \end{aligned}$$

$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \omega}$ $\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \omega} = \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \dots \dots \dots (29)$

其中 $\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \alpha}$ 即可以已經求出之 $\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \beta}$ 代之, $\frac{\partial \alpha}{\partial \omega}$ 及 $\frac{\partial \beta}{\partial \omega}$ 則取之於式

(18) 及 (21), $\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \beta}$ 則由微分式(13)得之。按式(13):

$$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \beta} = -s \sec^2 \beta \dots \dots \dots (30)$$

代之於公式(29)得:

$$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \omega} = -\frac{(y - y_0)(b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha) - s \cdot b_y}{b_x \cos \alpha - b_x \sin \alpha} \sin(\alpha - \varphi) \tan \beta' - s \cdot \sec^2 \beta \cos(\alpha - \varphi) \dots \dots \dots (31)$$

$$\boxed{\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \kappa}} \quad \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \kappa} = \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \kappa} + \frac{\partial(\Delta y)}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \kappa} \dots \dots \dots (32)$$

代之以公式(19)(22)(28)及(30)得:

$$\frac{\partial(\Delta y)}{\partial \kappa} = -\frac{(y - y_0)(b_x \sin \alpha + b_x \cos \alpha) - s \cdot b_y}{b_x \cos \alpha - b_x \sin \alpha} (\cos(\alpha - \varphi) \tan \beta \cos \omega - \sin \omega) + s \sec^2 \beta \cos \omega \sin(\alpha - \varphi) \dots \dots \dots (33)$$

至此則公式(14)內各未知數之係數均已求得。其屬於第二攝站 O' 之 $d\varphi'$, $d\omega'$, $d\kappa'$ 等各項之係數, 則可逕利用第一攝站各 $d\varphi$, $d\omega$, $d\kappa$ 所得之結果, 加以相反之符號, 並加撇“'”於所有屬於此站之值以求得之, 茲不再列。

將以上求出各微分係數代入 $d(\Delta y)$ 之公式內, 即可得在一般情形下縱視差與各方位原素變化之關係。此普遍公式至為複雜, 在航空攝影近於垂直之攝影時, $\kappa, \kappa', \varphi, \varphi', \omega, \omega'$ 等值均近於零, 此時如將座標原點置於攝站 O 處, 並以基線之近似方向為 x 軸, 則此公式可化簡至下列形

式：

$$d(\Delta y) = +db_y - \frac{y}{z}db_z - \frac{xy}{z}d\varphi + \frac{x'y}{z}d\varphi' - \left(z + \frac{y^2}{z}\right)d\omega \\ + \left(z + \frac{y^2}{z}\right)d\omega' + xdk - x'dk' \dots \dots \dots (34)$$

此式中之 x' 爲： $x' = x + b_x$ ，換言之，即假定以 O' 爲座標原點時之 x 座標值也。此公式爲航空垂直攝影時決定相對方位之基礎公式。

第七節 點位座標

第一目 點位座標與射線角

參考圖十八及式 (11)，可以列得任意點點位座標 x, y, z 與其在二攝站射線角 $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ 之關係如下：

$$x = s \cdot \sin \alpha = \frac{b_2 \cos \alpha' - b_1 \sin \alpha'}{\sin(\alpha - \alpha')} \sin \alpha \dots \dots \dots (35)$$

$$y = s \cdot \tan \beta = \frac{b_2 \cos \alpha' - b_1 \sin \alpha'}{\sin(\alpha - \alpha')} \tan \beta \dots \dots \dots (36)$$

$$z = s \cdot \cos \alpha = \frac{b_2 \cos \alpha' - b_1 \sin \alpha'}{\sin(\alpha - \alpha')} \cos \alpha \dots \dots \dots (37)$$

第二目 點位座標與外方位原素之微分變化關係

在航空測量誤差之檢討或計算解求之時，有時需點位座標與外方位原素之微分變化關係。此等公式與縱視差微分變化之相當公式 (式 (14)) 同爲航空測量雙像製圖理論方面之出發公式。茲將其結果列下，至於詳細之演化則與第五節第三目之過程相做。

$$\begin{aligned}
 dx = & \frac{x-x_0}{b_x-b_z \tan \alpha'} db_x - \frac{(x-x_0) \tan \alpha'}{b_x-b_z \tan \alpha'} db_z - \frac{s^2 \tan \alpha'}{b_x-b_z \tan \alpha'} dp \\
 & + \frac{s'^2 \tan \alpha}{b_x-b_z \tan \alpha} d\varphi' - \frac{s^2 \tan \alpha'}{b_x-b_z \tan \alpha} \sin(\alpha-\varphi) \tan \beta d\omega \\
 & + \frac{s'^2 \tan \alpha}{b_x-b_z \tan \alpha} \sin(\alpha'-\varphi') \tan \beta' d\omega' \\
 & - \frac{s^2 \tan \alpha'}{b_x-b_z \tan \alpha'} \{ \cos(\alpha-\varphi) \tan \beta \cos \omega - \sin \omega \} d\kappa' \\
 & + \frac{s'^2 \tan \alpha}{b_x-b_z \tan \alpha} \{ \cos(\alpha'-\varphi') \tan \beta' \cos \omega - \sin \omega' \} d\kappa' \dots\dots\dots (38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dy = & \frac{y-y_0}{b_x-b_z \tan \alpha'} db_x - \frac{(y-y_0) \tan \alpha'}{b_x-b_z \tan \alpha'} db_z - \frac{s(y-y_0) \cos(\alpha-\alpha')}{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'} dp \\
 & + \frac{s(y-y_0)}{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'} d\varphi' \\
 & - \left\{ \frac{s(y-y_0) \cos(\alpha-\alpha')}{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'} \sin(\alpha-\varphi) \tan \beta - s \sec^2 \beta \cos(\alpha-\varphi) \right\} d\omega \\
 & + \frac{s'(y-y_0)}{b_x \cos \alpha - b_z \sin \alpha'} \sin(\alpha'-\varphi') \tan \beta' d\omega' \\
 & - \left[\frac{s(y-y_0) \cos(\alpha-\alpha')}{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'} \{ \cos(\alpha-\varphi) \tan \beta \cos \omega - \sin \omega \} \right. \\
 & \left. + s \sec^2 \beta \cos \omega \sin(\alpha-\varphi) \right] d\kappa \\
 & + \frac{(y-y_0) s'}{b_x \cos \alpha' - b_z \sin \alpha'} \{ \cos(\alpha'-\varphi') \tan \beta' \cos \omega' - \sin \omega' \} d\kappa' \dots (39)
 \end{aligned}$$

$$dz = \frac{z-z_0}{b_x-b_z \tan \alpha'} db_x - \frac{(z-z_0) \tan \alpha'}{b_x-b_z \tan \alpha'} db_z - \frac{s}{b_x-b_z \tan \alpha'} dp$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{s'}{b_x - b_z \tan \alpha} d\varphi' - \frac{s^2 \sin(\alpha - \varphi) \tan \beta}{b_x - b_z \tan \alpha'} d\omega + \frac{s'^2 \sin(\alpha' - \varphi') \tan \beta'}{b_x - b_z \tan \alpha} d\omega' \\
 & - s^2 \left\{ \frac{\cos(\alpha - \varphi) \tan \beta \cos \omega - \sin \omega}{b_x - b_z \tan \alpha'} \right\} d\kappa \\
 & + \frac{s'^2 \{ \cos(\alpha' - \varphi') \tan \beta' \cos \omega' - \sin \omega' \}}{b_x - b_z \tan \alpha} d\kappa' \dots \dots \dots (40)
 \end{aligned}$$

此時更依第五節第三目內垂直攝影之諸假定，簡化之得垂直攝影時之應用公式如下：

$$\begin{aligned}
 dx = & \frac{x}{b} db_x - \frac{x(x-b)}{b_z} db_z - \frac{(z^2+x^2)(x-b)}{b_z} d\varphi + \frac{\{z^2+(x-b)^2\}x}{b_z} d\varphi' \\
 & - \frac{xy(x-b)}{b_z} d\omega + \frac{xy(x-b)}{b_z} d\omega' - \frac{(x-b)y}{b} d\kappa + \frac{xy}{b} d\kappa' \dots \dots (41)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dy = & \frac{y}{b} db_x - \frac{y(x-b)}{b_z} db_z - \frac{y}{b_z} \{z^2+(x-b)\} d\varphi + \frac{y}{b_z} \{z^2+(x-b)^2\} d\varphi' \\
 & + \left(z - \frac{y^2(x-b)}{b_z} \right) d\omega + \frac{y^2(x-b)}{b_z} d\omega' - \left(x + \frac{y^2}{b} \right) d\kappa + \frac{y^2}{b} d\kappa' \dots (42)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dz = & \frac{z}{b} db_x - \frac{x-b}{b} db_z - \frac{z^2+x^2}{b} d\varphi + \frac{z^2+(x-b)^2}{b} d\varphi' \\
 & - \frac{xy}{b} d\omega + \frac{y(x-b)}{b} d\omega' - \frac{yz}{b} d\kappa + \frac{yz}{b} d\kappa' \dots \dots \dots (43)
 \end{aligned}$$

第三章 立體觀測及量測

第一節 單眼測視

吾人注視物體之時，自物體出發之光線經過眼前部之眼透鏡(圖二十)而構影於網膜，更由神經系之感覺而成立體印象。網膜之構造雖為曲面，但吾人感覺平面之構影，一如攝影平直之負片面然，此時所構成之中心投影，具有第二章所述之各種特徵。

眼透鏡之視場角約為 90° ，但其構影之清晰程度並不一律，在網膜之內有一特殊之凹點，稱之曰網膜窩，位於黃斑之內，為網膜感光最靈敏之部分，亦即構影最清晰之處也。當注視之時，眼體依眼透鏡內一點為旋轉中心作整個之轉動，至網膜窩點經旋轉中心直對物體之位置為止，故物體與網膜窩連接之線恆為其視線。

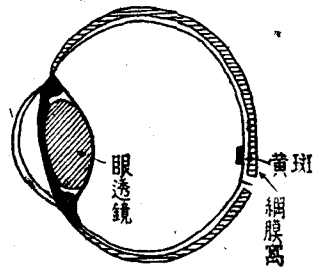


圖 20.

眼透鏡之彎曲度隨注視物體之遠近而自動更易，以隨時均取得清晰之構影。此種本能稱之曰凝視本能。普通眼睛以距離二十五公分為最便宜之視距。短於此限時，則其凝視本能漸趨勉強，而視晰度亦因之低減，此視距稱之為清晰視距。眼之另一本能即為其交合本能，二眼之視

線方向自動隨物體之遠近而作不同之交角，凝視與交合本能概依習慣之配合而自動作用。

網膜窩內包括無數之感光小柱，相互距約 0.004 公釐。凡空間二物體構像於同一小柱之內者，則視神經不復能有二物體分隔之感覺，此值約相當於角值 $1'$ ，稱之為眼之生理極限角，與眼之視晰度成反比。生理極限角在清晰視距所夾之直線值為：

$$250\left(\frac{1}{s'}\right) = 0.073 \text{ 公釐}$$

稱之為眼之直線分解力。如所凝視之物體成二平行之線條時，生理極限角值且可降至 0.3。攝影測量所用之物鏡及底片，其分解能力約為 0.02 至 0.03 公釐，故在像片視測之時，必加以三至四倍之放大，方能得攝影方面分解能力充分之利用。

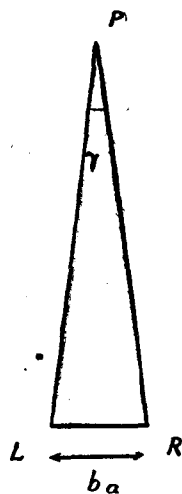


圖 21.

第二節 立體觀測

第一目 景物測視

雙眼注視同一物體時，則二眼網膜內所構成之影像略不相同，因二眼之位置各異也。此不同之構影並不足以混亂視覺，反之適足以利用之使發生遠近之印象，此原理廣用於攝影測量立體觀測之測圖工作。今設有景物點 P 由二眼視線之相交而得，其交角 γ (圖 21) 稱之為視差角。由視差角之大小，可以決定物體之遠近。據經驗此視差角之辨別之精度 $d\gamma$ 約為 0.5，代表立體視晰度。此值適當單眼觀測時之半值，因而可知

利用立體觀測所能增進之精度矣。今設以 b_a 為兩眼之距離， s 為物體 P 距眼之距離， m_s 為距離之中誤差， m_γ 為視差角測求之中誤差，按圖則得下列各關係：

$$\gamma = \frac{b_a}{s} \dots\dots\dots (1)$$

$$d\gamma = -\frac{b_a}{s^2} ds$$

$$m_s = \pm \frac{s^2}{b_a} m_\gamma \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{m_s}{s} = \pm \frac{s}{b_a} m_\gamma \dots\dots\dots (3)$$

由上式得知遠近辨別之誤差隨距離平方而加增。表一列公式 (1)，(2)，(3) 之關係，假設 $m_\gamma = 0'.5$ ； $b_a = 65$ 公釐。

表 一

距離 s (公尺)	m_s/s (0/00)	m_s	γ
0.25 (清晰視距)	0.56	0.14 公釐	15°
1.00	2.2	2.20 公釐	4°
10.0	22	22.0 公分	23'
100	220	22.0 公尺	2'
450	1000	450.0 公尺	0'.5

在清晰視距時遠近之分辨能力最強，分辨能力漸隨距離之平方而減小。至 450 公尺時，誤差 m_s 在理論亦為 450 公尺，意即 $\gamma = m_\gamma$ ，而遠近不復能分辨矣。此距離稱之為立體視場之半徑。此距離在攝影測量方面並不重要，蓋像片觀測係設法利用清晰視距時最強之遠近分辨能力，以量測遠景之攝影也。

第二目 立體觀測訓練

今試有圖 22 之 AB 二點，相距略短於兩眼之距離。置 AB 方向使與眼距方向平行，而以左眼凝視 A 點，同時右眼凝視 B 點。置卡片豎於 AB 之間，以分隔二眼之視線，則經短期之訓練後，漸覺二點合而為一，懸於空中 C 處，蓋此時左右眼之二視線，成 γ 之交角，一如有與眼距成 γ 視差角之立體在也。更注視 A' 與 B' 二點亦同理可得合而為一之空間點位印象。但此時得另一 C' 點，浮於 C 點之上，此時視差角 γ' 不與 γ 相等，而 B 點較之 B' 點之位置有平行於眼距方向 ΔP_e 之移動，稱之曰橫視差之移動。

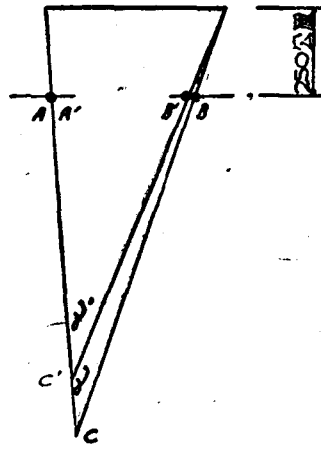


圖 22.

設當注視 A, B 二點使成空間點 C 之時，緩緩向上方移動 B 點，則漸感眼部維持立體印象之勉強，終至使 C 點之空中印象完全消失。此時 B 點上下所移動之值，稱之為縱視差。縱視差之存在足使二視線在空中不復相交。當其值甚微時或不能察覺，漸大後超過眼之容忍極限時，則不復能得立體之印象矣。圖 23 可供立體觀測訓練之用，圖中各主要景物（如船，房及旗）之旁，均有標點，其橫視差較其臨近景物之橫視差有

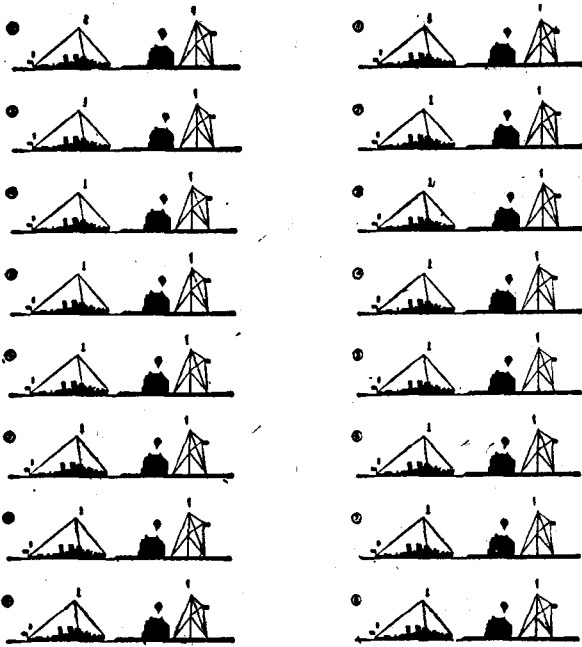


圖 23.

些許之差異，使在立體印象中與其臨近之景物顯有不同遠近之距離。

上述之觀測方法概須少加訓練，蓋當各眼注視各點之時，眼透鏡必作近景之凝視，而同時二視線又必使交於遠點。此二種眼部之動作，一反平時自動之慣例，故必須訓練以得之。此種困難可以利用透鏡作用免除，蓋當圖點置於凸透鏡之焦點附近時，則得近於平行之光線入眼，不會由遠處而來者也。如此則眼部同時作遠景之凝視與交合，遂毫無前此之困難矣。此種設備構成簡單之立體觀測鏡。（示如圖 24）

第三目 像片之立體觀測

設圖 23 相對之部分圖為地形攝影時，則能得地形之立體觀測。此

時所成之立體往往由於光線或視線之相交，虛構而成，簡稱之為光學立體。其構成之條件計有四種，茲

各分別解述如下：

(1) 二像片必須由不同之攝站攝取。

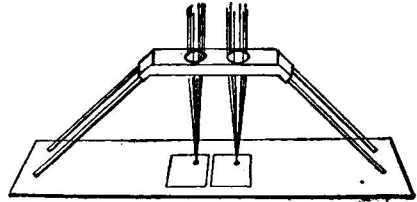


圖 24.

(2) 每眼只能見其一像片。

前述卡片分離視線之法及立體觀測鏡之利用，均能使每眼各注視其一像片不相混擾，但人之眼距約為 6.5 公分，像片尺碼大於此限時，則彼此重遮，不復能觀測。是以大於此限之攝影必須先加以縮小，否則可以利用下述諸方法之一種以分隔之。

利用相互平行之平面鏡可將眼距放大，使能觀測大幅之像片，利用此種原理所成之觀測鏡曰反光立體觀測鏡(圖 25)，為多種觀測鏡及雙像測圖儀構造之基礎。平面鏡有時可代之以同等作用之反光稜鏡。放大凸鏡之焦距應使等於自眼鏡經由平面鏡二次反射而垂直達於像片面之

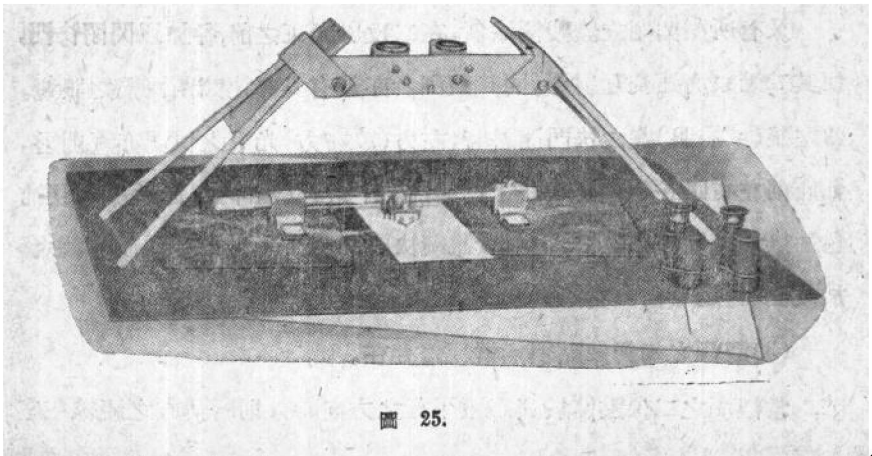


圖 25.

總距離。

另一種分隔像片之法即利用互補顏色，互補顏色相重疊有成黑色之特徵，普通利用紅綠二色。今試經由紅色玻璃視察紅綠二色，則紅色不能見而綠色視作黑色，反之經由綠色玻璃視之，則綠色不能見而紅色視作黑色。是以當像片對之部分像片，一以紅色印刷，一以綠色印刷時，則雖將二色疊印於同張之上，仍可使經由紅、綠色玻璃中之觀測而區分之。互補色立體觀測法係利用特製之眼鏡，載紅色綠色玻璃各一，以之觀測，則疊印之像片復各分呈於觀測者之二眼矣。互補色另一種應用之方法，即將原色(黑色)之透光正片，分以綠紅二色光源投射二部份像片於共同之受影幕。以紅綠色眼鏡觀測之，則紅色眼鏡不能見綠光之投影，而綠色眼鏡不能見紅光之投影，亦因而達到影像分隔之目的。

互補色觀測法有數種優點：其像片之尺碼可不受限制，且可多人同時觀測，其缺點則在其由於色鏡所發生光亮之損失。或亦可利用極光線原理，分隔同印於一幅之二像片，以得與應用互補色類似之結果。

又有所謂閃閉立體觀測法者，在二投影光束之前，各加以閃閉快門，使其二光束高速交互射影，同時觀測者亦戴有具等速閃閉快門之眼鏡。當左眼(或右眼)鏡之快門開啓時，左方(或右方)光束之快門亦適開啓，如此則左右眼各分視其左右之投影，因亦可得立體印象。此法較之互補色法無光亮度減損之弊，但由於眼鏡快門閃閉所發生之顫動，頗有影響於觀測者，迄今尙少實際之應用。

(3) 觀測之相對像點須無縱視差存在。

當觀測之二像點位於與眼距平行之方向時，則所構成之視線在空

中相交而得立體印象。所謂像點位置平行於眼距者，即其相對點位在眼距方向言之，無縱視差存在之謂也。免除觀測點處縱視差之法有二：一即上下相對移動二像片，使觀測之相對像點無縱視差存在（圖 26），二即轉動像片，使經過二像點之二核線，位在同一直線之上，並使平行於眼距方向（圖 27），此後者依核線方向決定像片觀測方位之法，能使立體觀測得最佳之立體印象。

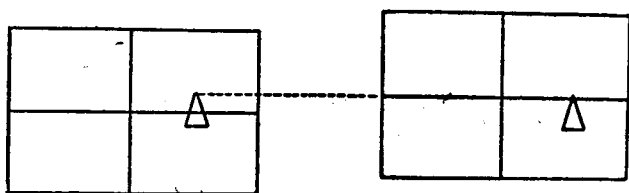


圖 26.

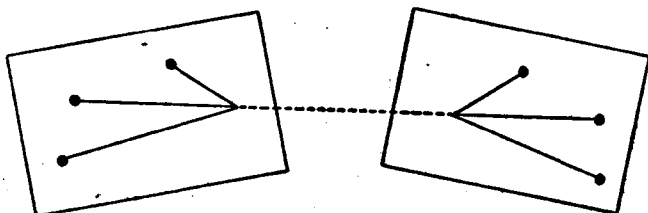


圖 27.

應用簡單觀測鏡觀測光學立體，每觀測一點，必移動像片之位置，以使符合其點縱視差免除之條件。欲在某種固定像片位置時得全面之立體印象，只有一種之可能，即當其為正直攝影之時也。所謂正直攝影者，即兩攝影方向均垂直於基線且互相平行之謂。此時各核線方向均相互平行，可使其相對之核線，同時均位於一直線上，使均平行於眼距方向。人眼具有容忍些微縱視差之能力，故當攝影稍離其正直情形時，仍

能得全面之立體印象，其容忍之極限約為眼處縱視差 1° 左右之夾角。在正直攝影時像片方位決定之法如下：

選取二像片之主點，置於與觀測者眼距平行之位置（圖 28），而各以一釘釘固之。另以一尺緣使靠緊二釘處，轉移二像片使其二主點（ A' ， B' ）處之景物在另一像片之像點（ $A''B''$ ）亦均落於此尺緣之上時，即可得到全面之立體觀測。在主點處如無顯著之物點時，可選取其附近之物點比較得之。二像片方位已定之後，則尺緣在左像片所經過之各點必均可尋之於右像片之尺緣之上。

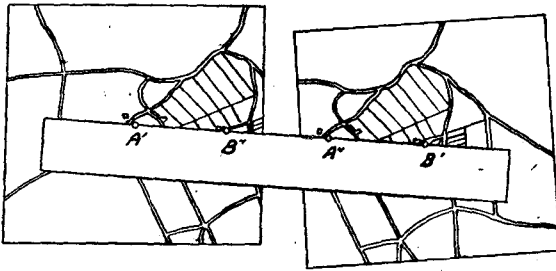


圖 28.

(4) 立體觀測時相對之視線不能離向，同時其交角亦不能過大於自然景物注視時最大之夾角。

此時所指之視線係指觀測時自眼至像點所成之方向而言，並非言攝影時自攝站至物體之二光線，或二站攝影之方向不能有過大之交角也。蓋觀測之時，並不一定均須將像片置於與攝影時完全相當之方位，二像片可逕同置於一平面上或其他便利之位置，使合於上述之諸條件，即可得立體之印象矣。

第四目 光學立體

立體觀測時，係將攝影時二攝站所得之構影分別移置於左右眼處，故某處之景物在平時用眼鏡直接觀測時所夾微小之視差角 γ ，此時則為攝站與物體所夾較大之視差角。其遠近辨別之能力因而加增，加增之倍數為： $n = b : b_0$ ，其中 b 為攝影之基距， b_0 為眼距。普通基距為極大之值，因而 n 亦甚大。譬如在航空攝影時，攝影基距率皆大於三百公尺，是則立體觀測遠近辨別之能力至少大 4500 倍於平時之直接觀測矣。又設在觀測像片時更前置以放大 v 倍之透鏡，則其視晰度亦加增 v 倍， vn 之積相當於立體觀測能力之加增，稱之曰立體效率。 n 使光學立體成原物體之縮小體， v 倍放大則相當於 $1/v$ 焦距之縮小，其結果使光學立體

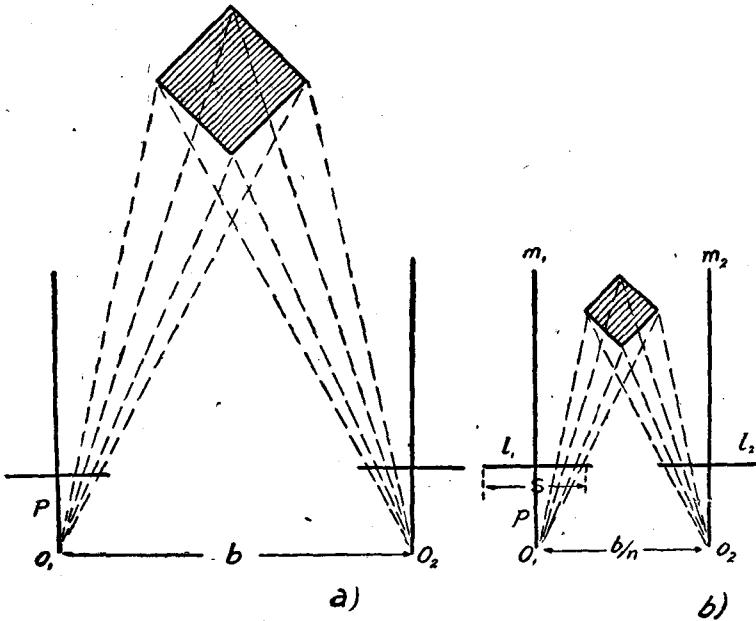


圖 29. (甲)

較之原來物體發生扭曲，在正直攝影情形時，遠近方向較之橫向短縮 $1/\nu$ 倍（圖 29）。

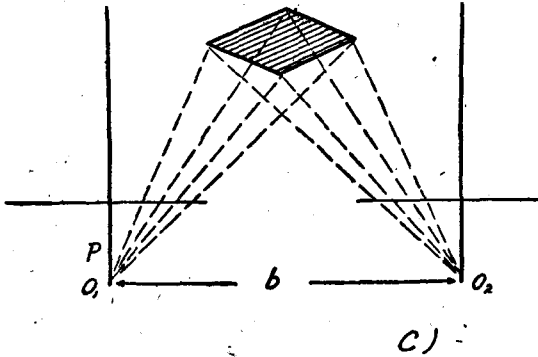


圖 29. (乙)

今試將二像片左右換置，或各作 180° 之旋轉而觀測之，則光學立體內遠近之順序完全與前此所見者相反，稱之曰反視立體印象，有時利用之以加增量測之精度。

光學立體除上述之縮小或遠近深度之改易而外，尚可能有其他傾斜或扭曲。蓋當觀測之時，惟有自眼點至像點所代表之各方向均與攝影時之空間方向線相符合時，方能得與原形相似之立體印象也。今以任意非正直攝影之像片平置之於立體鏡下觀之，則光學立體成各種不同之彎曲狀態。

第三節 立體量測

第一目 浮游測標

利用相對像片所發生極強之立體印象為立體攝影測量之基礎，其

所構成之光學立體雖屬虛擬性質，但可據以作各種之量測，量測之主要工具即為浮游測標。

今設在吾人所觀測之像片面內，各載一點狀測標，則得二相對之射線。當連接此二測標之直線與觀測者眼距之方向平行時，遂無縱視差發生，而二點可凝視成爲空中浮游之點。又當測標點與某地形像點之橫視差相等時，則此空中浮游點與該像點所構成之地形點在立體印象中位於等遠之距離，故如測標之橫視差可以改動與量讀時，即光學立體中之任何點均可藉以比較與量測。

橫視差 p_x 之定義爲像點在左像面橫座標值 x'_1 與其在右像面橫座標值 x'_2 之差，即 $x'_1 - x'_2 = p_x$ 。按

圖 30，則橫視差之值愈小，物體之距離亦愈遠。今試將測標 M_L 置於物點 P 在左像片之像點，而以測標 M_R 置於物點右像面之像點，則此測標在立體印象中落於物點 P 處。更移動右測標點至於 Q' 處，則空間測標點自 P 移於 Q 處，而在立體印象中測標點位於物點 Q 之上。故知由二測標點相對之移動，可使其標點在立體印象中之

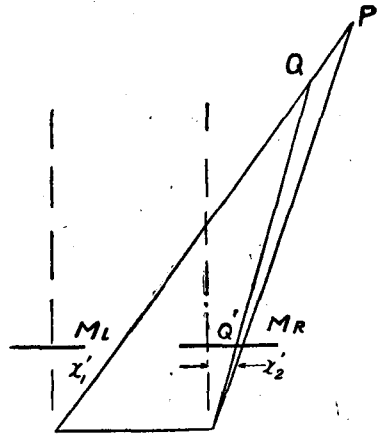


圖 30.

地位遠近移動，而二標點共同在像面任意作等量之移動時，則浮游標點在立體印象中在等距處隨之移動。

由此兩種動作，可使測標置於光學立體中任意之地位。實際上則測

標不一定必在像面之上移動如圖 30 之所示者，亦可以利用光學方法，將測標投射於像點之上（如立體座標量儀），或反之將像點反投射於測標之上而觀測之（蔡司精密測圖儀及多倍投影測圖儀）。由測點與像點在

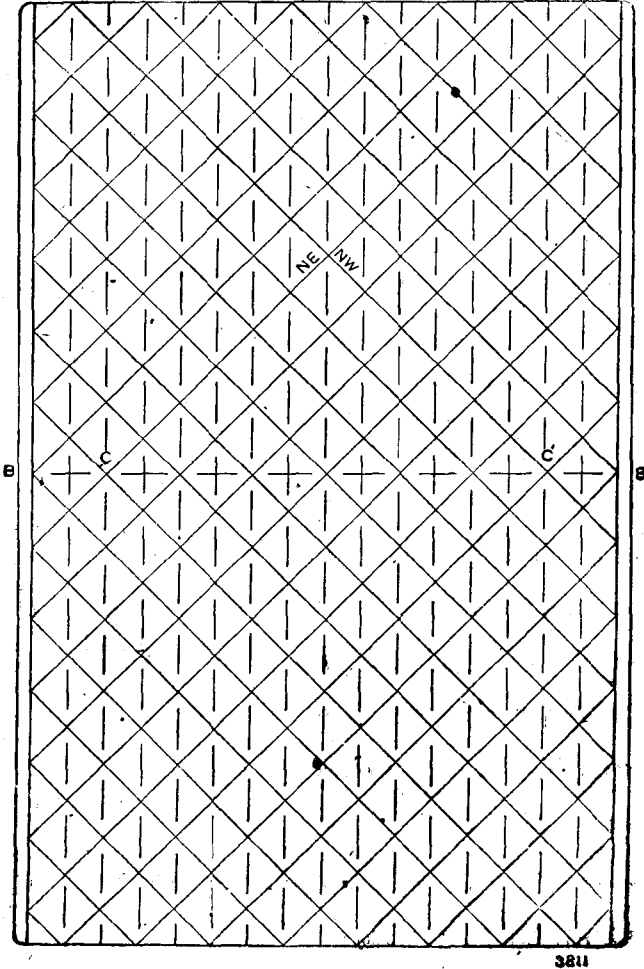


圖 31.

投影中相對之移動，均可使測標在立體印象中走動浮游。

測標之形狀最普通者為點狀，有時可使作圓圈形，短直線，或其他形狀，以增加其觀測之便利與精度，或者聚線成網，使成線網測標，在立體印象中或空間浮游平面(圖 31)。

第二目 立體量測儀

以立體觀測儀附加之以測標設備，使能供量測之用者，即成立體量測儀。主要用以量測像點之橫視差及各像點之像面座標值，廣義言之，所有立體測圖儀亦均為立體量測儀，但此間所指者，均暫以前者為限。

圖 25 所示之反光立體觀測鏡附加以視差桿，即能資以為量測之用。視差桿之構造示如圖 32。桿之兩端各設一玻璃板，載有測標各一，二玻璃片之相對之距離可以更易，有量鼓記載其值至 0.01 公釐之精度，據以比較各點之橫視差。圖 25 為德國之出品，類似之構造則美國義大利荷蘭等國均有出品。

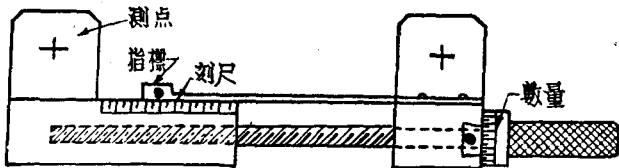


圖 32.

英國拜爾斯超工廠利用線網測標(圖 31)製成多種之立體量測鏡，其中比較精密之一種 (*Z. D. 8*) 示之於圖 33。安置像片時，首將各像片之主點置於線網測標 *BB* 之下(圖 31)，然後依圖 28 步驟作初步方位之安置。精準之安置則利用線網施行之，其法如下：圖 34 示已作初步安置

之左右二像片， A' ， B' ， A'' ， B'' 爲二主點在二像面之相當像點。設右像片已得正確之安置，則 A'' B'' 點均準落於基線之上；反之，假設左像片尚

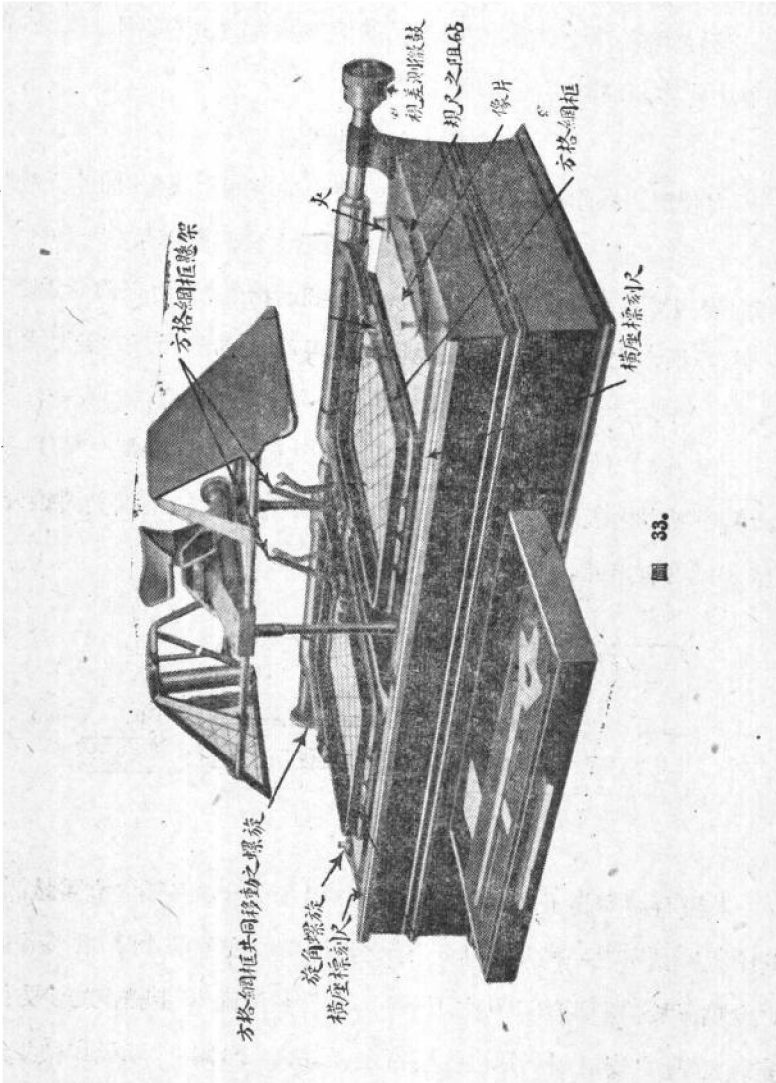


圖 33.

差些許時針方向之旋轉，以致 B'' 點落於基線方向之上旁 則當此誤差不過大時， B' ， B'' 點之立體印象仍可構成，第或略覺不甚清晰而已。今試在立體印象中凝視此點，則地形之立體印象遠強於網線之立體印象，故當凝視地形點 B' 與 B'' 之時，自動取網線又點 B' 處 $N. W.$ 線之一段與 B'' 處附近 $N. W.$ 線之 l 處相凝視成立體，同理又點 B' 處 $N. E.$ 線之一段與 B'' 處臨近 $N. E.$ 線之 m 處相凝視成立體。 l 與 m 點比之 B'' 點之橫視差，則前者較小，後者較大，故在立體印象中，地形點似位於 $N. E.$ 線之後，同時位於 $N. W.$ 線之前。此現象之存在，表示像點處尚有縱視差遺留，可以轉動像片以消除之，直至二叉線及地形點之立體印象均位於同一平面為止。

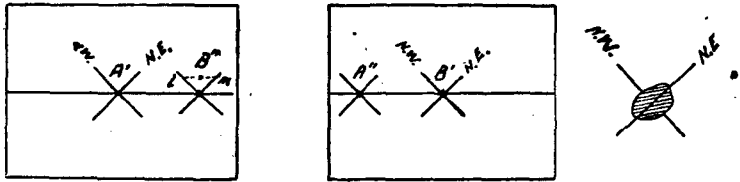


圖 34.

其他儀器方面之詳細構造詳見於圖 33，二網線可以共同作 x 方向之移動以安置臨近網線至一觀測之點，又可相對作 x 方向之移動，以改變其橫視差，而使立體印象中之測標面作高低之移動。橫視差之改動值可以在其測微鼓讀出，讀視精度可至 $\frac{1}{100}$ 公釐，有時欲量測各像點之像面座標時，另備有 T 形尺，刻有 y' 座標值， x' 座標值則刻於儀器之上，以 T 形尺滑動於 x 刻尺，使經過某像點時，即讀得其點之 x' 與 y' 座標值矣。

立體量測儀最基礎之一種為立體座標量儀，用之以量測各相對像

點在左右二像片之直線座標 x'_1, y'_1 與 x'_2, y'_2 及其橫視差 $x'_1 - x'_2$ 。德國普夫銳士之立體鏡標量儀(圖 35)包括一放大眼距之稜鏡立體鏡，載固定之二測標，像片用原攝之負片或透光正片，載於其下之儀架，能作上下左右之移動。有刻度及游標以讀其值至 $\frac{1}{100}$ 公釐，為各像點之 x'_1 與 y'_1 座標。二像片橫視差之移動則以轉動最右方之測微鼓行之，其值可讀至 $\frac{1}{1000}$ 公釐。

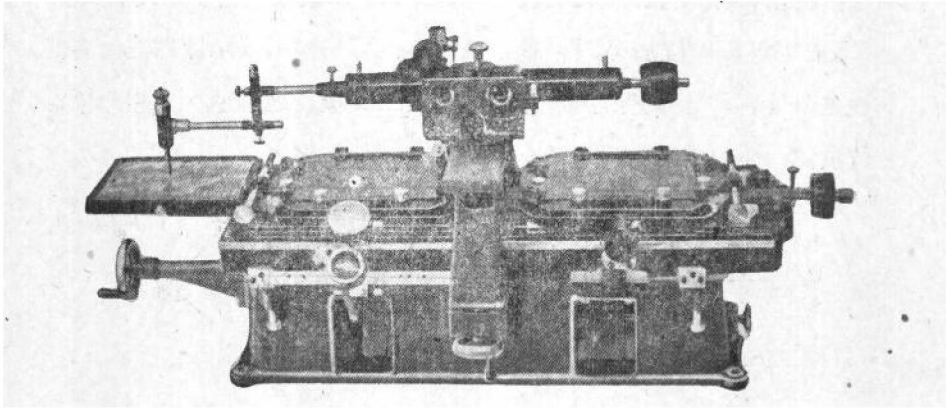


圖 35.

來自像點之光線經由立體鏡部分之物鏡後，即投影於測標點處 M_I ， M_{II} 而達於觀測目鏡(圖 36)。二目鏡之距離依各觀測者不同之眼距，可使移動，並可視晰視之需求，作其他各種必要之對光動作。

另有所謂立體像片量角儀者，係利用立體觀測以量二像片相對之各像點角，英國拜爾斯超公司曾有出品。

第三目 立體量測之精度

將立體印象中之測標置於光學立體之上，其所能達到之精度，視像

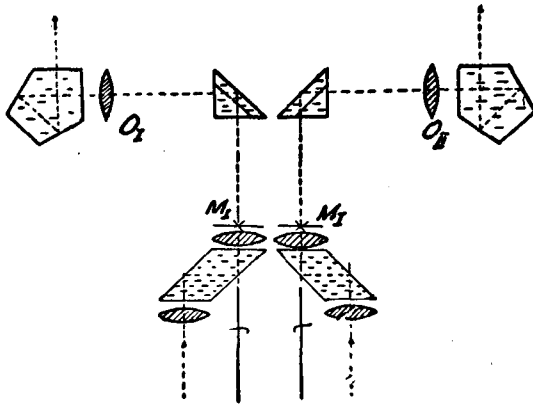


圖 36.

點在像面乳膠之分解力而定。假設由目鏡之放大使能儘量利用像片之分解力時，則在單目觀測之下，航空攝影像片之分解力約為 0.03 公釐（地面攝影可按 0.02 公釐計算），按物鏡之焦距為 $f = 200$ 公釐計，則此值相當於

$$\frac{0.03}{200} S'' = 30''$$

之方向誤差，意即言：測標可依 0.03 公釐之精度置於像點，而其單眼測視所決定之測線方向可有 $\pm 30''$ 之精度。但由立體觀測之結果，則二測線交會所得之點位精度，遠較由上值所推斷之結果為高。據經驗，其測線方向誤差實只當上值之一半，此係立體觀測之特徵。蓋新點 P 之視差角 γ ，實由直接之觀測而得，非由單眼觀測所量 α 與 β 角（圖 37）之所演算也。今以 μ 代表單眼觀測之方向誤差，則利用單眼觀測所求之點位誤差示之於圖 37 之誤差四邊形，但應用立體觀測原理之後，視差角

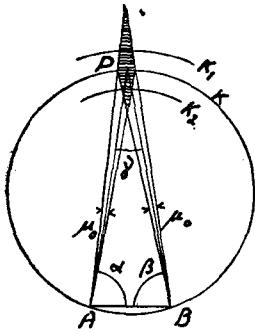


圖 37.

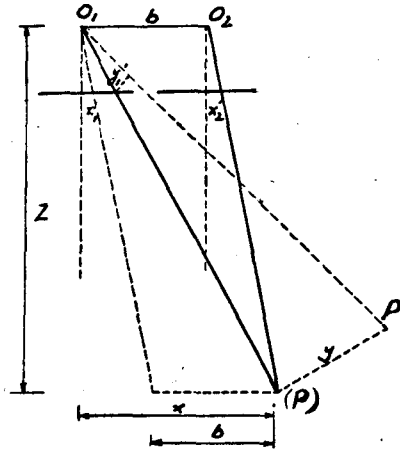


圖 38.

γ 可單獨求得，點值誤差可以縮小於 $K_1 K_2$ 二圓弧範圍之內矣。

第四節 正直攝影之測圖

當二攝影方向俱垂直於攝影基線之時，謂之為正直攝影。此時像點座標橫視差與點位座標關係最為簡單，可利用之以計算方法測圖。茲將正直攝影之幾何關係解算如下：

圖 38 示自二攝站 O_1 與 O_2 所作之正直攝影， (P) 為任意一物點 P 在 xz 平面之投影，自 O_1 點繪線平行於 $O_2(P)$ ，則自相似三角形得：

$$z : f = b : (x'_1 - x'_2)$$

或

$$z = f \frac{b}{x'_1 - x'_2} = \frac{bf}{p} \dots \dots \dots (4)$$

其中 $p = x'_1 - x'_2$ 為二相對像點在二像片橫座標之差，為橫視差。仍由圖 38 得：

$$x = \frac{x'_1}{f} z = \frac{b}{p} x'_1 \dots \dots \dots (5)$$

將物點 p 摺疊於圖面，得圖 38 之虛線部份 y 與 y'_1 之關係為：

$$y = \frac{y'_1}{f} z = \frac{b}{p} y'_1 \dots \dots \dots (6)$$

自上式知當橫視差 p 為不變之值時，所有代表各點高度之 z 值均相同，而其點之平面座標直接與像點座標 x'_1, y'_1 成正比。任意二點之高度差可得自式(4)之微分

$$dh = dz = -\frac{bf}{p^2} dp = -\frac{h^2}{bf} dp = -\frac{h}{f} \frac{h}{b} dp = -\frac{h}{b'} dp \dots \dots (7)$$

其中 b' 為像面上所量基線之長， h 為飛機距地面之平均高度，此時二點高度差與其橫視差之差成簡單之正比，但當地形起伏過甚時，比較確切之關係應為：

$$\begin{aligned} \frac{bf}{p_2} - \frac{bf}{p_1} &= \frac{bf}{p_1 + \Delta p} - \frac{bf}{p_1} = \frac{bf}{p_1} \left\{ 1 - \frac{\Delta p}{p_1} + \left(\frac{\Delta p}{p_1} \right)^2 + \dots - 1 \right\} \\ &= -\frac{h^2}{bf} \left(1 - \frac{\Delta p}{p_1} \right) \Delta p = -\frac{h}{b'} \left(1 - \frac{\Delta p}{p_0} \right) \Delta p \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

p_0 為相當航高 h_0 時之橫視差，反之，由已知之高度差 Δh 求 Δp 時，其關係為：

$$\Delta p = -\frac{bf}{h_1^2} \Delta h \left(1 - \frac{\Delta h}{h_1} \right) \dots \dots \dots (9)$$

式(5)雖比較正確，但仍不能包括極大之高程差，且計算麻煩 實際應用時多先根據簡單之式(7)依極小之高程差逐段計算，列成視差表。第 64 頁示視差表之舉例。該表列自 $h=5000$ 公尺起每隔 4 公尺之高程差

視差表 (摘錄)

$$\Delta p = \frac{b' \Delta h}{h} \quad b' = 100 \text{ mm.}$$

當 h 值介於 5000 公尺至 2000 公尺之間時, $\Delta h = 4$ 公尺

當 h 值介於 2000 公尺至 1000 公尺之間時, $\Delta h = 2$ 公尺

h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.
2916	0.137	53.922	08	0.142	57.696	2700	0.148	61.618
12	0.137	54.059	04	0.143	57.839	2696	0.148	61.767
08	0.137	54.197	2800	0.143	57.982	92	0.148	61.915
04	0.138	54.335	2796	0.143	58.124	88	0.149	62.064
2900	0.138	54.472	92	0.143	58.268	84	0.149	62.213
2896	0.138	54.610	88	0.143	58.411	2680	0.149	62.362
92	0.138	54.749	84	0.144	58.555	76	0.149	62.511
88	0.138	54.887	2780	0.144	58.698	72	0.150	62.661
84	0.139	55.026	76	0.144	58.842	68	0.150	62.811
2880	0.139	55.164	72	0.144	58.987	64	0.150	62.961
76	0.139	55.303	68	0.144	59.131	2660	0.150	63.111
72	0.139	55.443	64	0.145	59.276	56	0.150	63.261
68	0.139	55.582	2760	0.145	59.420	52	0.151	63.412
64	0.140	55.721	56	0.145	59.565	48	0.151	63.563
2860	0.140	55.861	52	0.145	59.711	44	0.151	63.714
56	0.140	56.001	48	0.145	59.856	2640	0.151	63.866
52	0.140	56.141	44	0.146	60.002	36	0.152	64.017
48	0.140	56.282	2740	0.146	60.148	32	0.152	64.169
44	0.141	56.422	36	0.146	60.294	28	0.152	64.321
2840	0.141	56.563	32	0.146	60.440	24	0.152	64.473
36	0.141	56.704	28	0.147	60.587	2620	0.153	64.626
32	0.141	56.845	24	0.147	60.733	16	0.153	64.779
28	0.141	56.986	2720	0.147	60.880	12	0.153	64.932
24	0.142	57.128	16	0.147	61.027	08	0.153	65.085
2820	0.142	57.270	12	0.147	61.175	04	0.153	65.239
16	0.142	57.412	08	0.148	61.322	2600	0.154	65.392
12	0.142	57.554	04	0.148	61.470	2596	0.154	65.546

h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.
92	0.154	65.700	56	0.163	71.090	2320	0.172	76.787
88	0.154	65.855	52	0.163	71.253	16	0.173	76.959
84	0.155	66.010	48	0.163	71.416	12	0.173	77.132
2580	0.155	66.164	44	0.164	71.580	08	0.173	77.305
76	0.155	66.320	2440	0.164	71.744	04	0.173	77.479
72	0.155	66.475	36	0.164	71.908	2300	0.174	77.652
68	0.156	66.631	32	0.164	72.072	2296	0.174	77.827
64	0.156	66.787	28	0.165	72.237	92	0.274	78.001
2560	0.156	66.943	24	0.165	72.402	88	0.175	78.176
56	0.156	67.099	2420	0.165	72.567	84	0.175	78.351
52	5.157	67.256	16	0.165	72.732	2280	0.175	78.526
48	0.157	67.413	12	0.166	72.898	76	0.176	78.701
44	0.157	67.570	08	0.166	73.064	72	0.176	78.877
2540	0.157	67.727	04	0.166	73.230	68	0.176	79.054
36	0.158	67.885	2400	0.167	73.397	64	0.177	79.230
32	0.158	68.042	2396	0.167	73.563	2260	0.177	79.407
28	0.158	68.201	92	0.167	73.730	56	0.177	79.584
24	0.158	68.359	88	0.167	73.896	52	0.177	79.761
2520	0.159	68.518	84	0.168	74.065	48	0.178	79.939
16	0.159	68.676	2380	0.168	74.233	44	0.178	80.117
12	0.159	68.836	76	0.168	74.402	2240	0.178	80.296
08	0.159	68.995	72	0.168	74.570	36	0.179	80.474
04	0.160	69.164	68	0.169	74.739	32	0.179	80.654
2500	0.160	69.314	64	0.169	74.908	28	0.179	80.833
2496	0.160	69.474	2360	0.169	75.077	24	0.180	81.013
92	0.160	69.635	56	0.170	75.247	2220	0.180	81.193
88	0.161	69.796	52	0.170	75.417	16	0.180	81.373
84	0.161	69.956	48	0.170	75.587	12	0.181	81.554
2480	0.161	70.118	44	0.170	75.758	08	0.181	81.735
76	0.161	70.279	2340	0.171	75.928	04	0.181	81.916
72	0.162	70.441	36	0.171	76.099	2200	0.182	82.097
68	0.162	70.603	32	0.171	76.271	2196	0.182	82.280
64	0.162	70.765	28	0.172	76.442	92	0.182	82.462
2460	0.162	70.927	24	0.172	76.614	88	0.183	82.645

h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.
84	0.183	82.828	48	0.195	89.257	56	0.102	93.853
2180	0.183	83.011	44	0.196	89.452	54	0.102	93.955
76	0.184	83.194	2040	0.196	89.648	52	0.102	93.058
72	0.184	83.378	36	0.196	89.845	1950	0.103	94.160
68	0.184	83.563	32	0.197	90.041	48	0.103	94.263
64	0.185	83.747	28	0.197	90.238	46	0.103	94.366
2160	0.185	83.932	24	0.197	90.436	44	0.103	94.468
56	0.185	84.118	2020	0.198	90.634	42	0.103	94.571
52	0.186	84.304	16	0.198	90.832	1940	0.103	94.674
48	0.186	84.940	12	0.199	91.030	38	0.103	94.778
44	0.186	84.676	08	0.199	91.229	36	0.103	94.881
2140	0.187	84.863	04	0.199	91.429	34	0.103	94.984
36	0.187	85.050	2000	0.200	91.629	32	0.103	95.088
32	0.187	85.237	1998	0.100	91.729	1030	0.104	95.191
28	0.188	85.425	96	0.100	91.829	28	0.104	95.295
24	0.188	85.613	94	0.100	91.929	26	0.104	95.399
2120	0.188	85.802	92	0.100	92.029	24	0.104	95.503
16	0.189	85.991	1990	0.100	92.130	22	0.104	95.607
12	0.189	86.180	88	0.101	92.230	1920	0.104	95.711
08	0.190	86.369	86	0.101	92.331	18	0.104	95.815
04	0.190	86.559	84	0.101	92.432	16	0.104	95.919
2100	0.190	86.750	82	0.101	92.533	14	0.104	96.024
2096	0.191	86.940	1980	0.101	92.634	12	0.105	96.128
92	0.191	87.131	78	0.101	92.735	1910	0.105	96.233
88	0.191	87.323	76	0.101	92.836	08	0.105	96.338
84	0.192	87.514	74	0.101	92.937	06	0.105	69.443
2080	0.192	87.707	72	0.101	93.038	04	0.105	96.548
76	0.192	87.899	1970	0.101	93.140	02	0.105	96.653
72	0.193	88.092	68	0.102	93.241	1900	0.105	96.758
68	0.193	88.285	66	0.102	93.343	1898	0.105	96.863
64	0.194	88.479	64	0.102	93.445	96	0.105	96.969
2060	0.194	88.673	62	0.102	93.547	94	0.106	97.074
56	0.194	88.867	1960	0.102	93.649	92	0.106	97.180
52	0.195	89.062	58	0.102	93.751	1890	0.106	97.286

h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.	h m.	Δp mm.	$\Sigma \Delta p$ mm.
88	0.106	97.391	34	0.109	100.293	1780	0.112	103.282
86	0.106	97.497	32	0.109	100.402	78	0.112	103.394
84	0.106	97.604	1830	0.109	100.512	76	0.113	103.507
82	0.106	97.710	28	0.109	100.621	74	0.113	103.620
1880	0.106	97.816	26	0.109	100.730	72	0.113	103.732
78	0.106	97.923	24	0.110	100.840	1770	0.113	103.845
76	0.107	98.029	22	0.110	100.950	68	0.113	103.958
74	0.107	98.136	1820	0.110	101.060	66	0.113	104.072
72	0.107	98.245	18	0.110	101.170	64	0.113	104.185
1810	0.107	98.349	16	0.110	101.280	62	0.113	104.298
68	0.107	98.456	14	0.110	101.390	1760	0.114	104.412
66	0.107	98.564	12	0.110	101.500	58	0.114	104.526
64	0.107	98.671	1810	0.110	101.611	56	0.114	104.639
62	0.107	98.788	8	0.111	101.721	54	0.114	104.753
1860	0.107	98.886	06	0.111	101.832	52	0.114	104.867
58	0.108	98.993	04	0.111	101.943	1750	0.114	104.982
56	0.108	99.101	02	0.111	102.054	48	0.114	105.096
54	0.108	99.209	1800	0.111	120.165	46	0.114	105.210
52	0.108	99.317	1798	0.111	102.276	44	0.115	105.325
1850	0.108	99.425	96	0.111	102.387	42	0.115	105.440
48	0.108	99.533	94	0.111	102.498	1740	0.115	105.555
46	0.108	99.641	92	0.112	102.610	38	0.115	105.670
44	0.108	99.750	1790	0.112	102.722	36	0.115	105.785
42	0.109	99.858	88	0.112	102.833	34	0.115	105.900
1840	0.109	99.967	86	0.112	102.945	32	0.115	106.016
38	0.109	100.075	84	0.112	103.057	1730	0.116	106.131
36	0.109	100.184	82	0.112	103.170	28	0.116	106.247

按式 (7) 計算其 $\Delta h = 4$ 時相當之 Δp 值。 $\Sigma \Delta p$ 一欄係逐段 Δp 相加之值。降至 $h = 2000$ 公尺時則按 $\Delta h = 2$ 公尺逐段計算。其像面基距 b' 則假定為 100 公釐。

點	高程 (m.)	z (m.)	$\Sigma\Delta p$ (mm.)	Δp (mm.)	$\Delta p \frac{b'}{100}$	測鼓讀數 (mm.)
A	100	2100	86.705			10.84
X	186	2014	90.930	+4.18	2.33	- 13.17

B	68	2132	85.237			10.10
X	182	2018	90.737	+5.50	+3.07	13.17

上表示視差表應用之一例。其航高為 2200 公尺，像面基距為 55.85 公釐。設 A (或 B) 為已知之點，今欲由 A 點 (或 B) 點與未知點 X 橫視差數讀之差以測求 X 之點高程。A 點之橫視差量得為 $p_1 = 10.84$ 公釐，X 點之橫視差量得為 $p_2 = 13.17$ 公釐，則其差別 $p_2 - p_1$ 為 +2.33 mm.，此為其實際像面基距為 55.85 公釐時之 Δp 值，今欲利用視差表，改化其相當 $b' = 100$ 公釐時之 Δp 值，則應為 +4.18 公釐。A 點之高程已知為 100 公尺，則其 $z = 2200 - 100 = 2100$ 公尺，由視差表查得其相當之 $\Sigma\Delta p$ 值應為 86.750 公釐。由量測結果，得知 X 未知點之 $\Sigma\Delta p$ 值為 $86.750 + 4.18 = 90.930$ 公釐，更利用視差表反查其相當之 z 值為 2014 公尺，因知其高程為 $2200 - 2014 = 186$ 公尺。

同理得其由已知點 B 點算求之結果，為 182 公尺。平均之，其高程應為 184 公尺。

故知由立體量測儀器之利用，可以測得其點位及其高程。在未經糾正之垂直攝影，只能得近似之概值。此時須賴分佈均勻之控制點，以算得各該點附近橫視差之改正值，然後用內插原理以求其他各未知橫視差值之改正數值。

上節所述之各種立體量測儀均可作此項應用，普通應用最廣者厥為具有立體量桿之反光立體觀測鏡。由量桿所量得橫視差之差，可以計算點間之高程差。當二測點準對某物點在二像片上之像點時，則測點在立體印象中浮游於空中，與所安置之點同高，將橫視差值固定於量桿，則此時浮游測點在立體印象中所經過之地帶，即其等高線所應經過之地帶，因可借以繪連續之等高線。置繪筆於量桿之中央，可以繪線於二像片間之繪紙。測繪時量桿必須永遠平行移動，否則發生縱視差，須隨時加以改正。為工作之便利計，可另以簡單之機桿控制之。

此時所繪之各等高線，由於距離站點垂直距離之不同，其比例尺亦各異，且所繪之平面位置，不啻左方像面上像點之原來位置，故各點之平面地位，復較其正確圖點，依其點之高低差 Δh 不同而作不同之移置。按圖 39，設點 P_0 在像片上之像點位置為 P'_0 ，另有 P 點在 P_0 之垂直線上，高程差為 Δh ， P' 為 P 點之構影點，則 P 點與 P_0 雖應繪同一圖點於圖面之上，但在像片面上則有構影誤差 $\Delta r'$ 其值為：

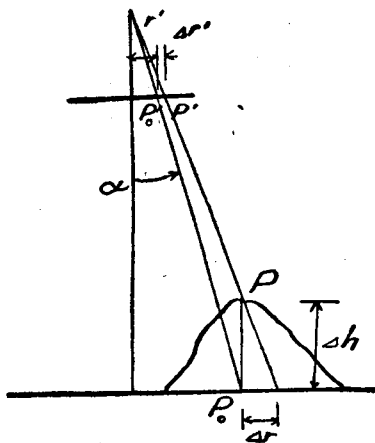


圖 39.

$$\Delta r' = \Delta r \frac{f}{h} = (\Delta h \tan \alpha) \frac{f}{h} = \Delta h \left(\frac{r'}{f} \right) \left(\frac{f}{h} \right) = \Delta h \frac{r'}{h} \dots \dots \dots (10)$$

隨高程差與該像點至像片主點之距離而加增。此時所得之等高線為透

視之投影，稱之為形狀線。欲得正確之圖點，必須附加設備，以改正上述之誤差。奧國看衡 (Kern) 廠製有圖 40 之機桿設備，使其平面位置，均能改為劃一之比例尺。此機桿包括一空間導桿 l ，受立體量桿之指揮移動， A 為一萬向轉點 與量測桿作焦距 f 之垂直距離。地形與參對平面之高低差，首依公式 (4) 計算而安置之於繪車 W 之垂桿 V ，萬向轉點 P 亦隨之而上下移動。當繪車隨量桿之動作繪平面圖時，則前述公式之條件與比例尺差，均可自動改正，而得正確之圖線。但在繪不同高之地物線時，不能收連續測繪之效。

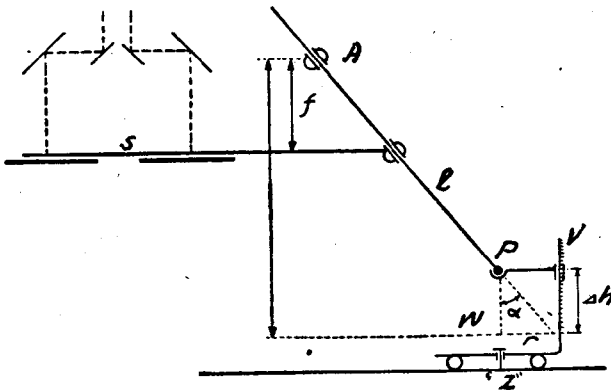


圖 40.

有時在碎部補測之工作，或當地面高低差不過甚時，直接由立體量測鏡所得之形狀線，即已足用。普通之垂直攝影均極近似於正直情形，在應用上法時可先使經糾正手續以得相當之正直攝影。

由地面控制點之輔助亦可直接利用原攝之像片不加糾正。其法先以控制點中之一點為準，量其他各點與其點橫視差之差 (dp)，然後再根

據各點已知之高程差，反求其應有橫視差之差 dp 。此種差別 $\delta p = dp - (dp)$ 即源於光學立體之扭曲，蓋由於攝影時飛機之擺動，恆使攝影遠離其正垂直之情形也。此種差別 δp ，分寫於各已知之點，而按直線遞較法，繪其他點應具 δp 之值。此時立體量桿或立體座標儀所量其他任意點之 dp ，先加以該點應取之 δp 而更改之，然後即可用公式(5)以計算其高程差。

第四章 攝影學

第一節 攝影物鏡

第一目 攝影物鏡之誤差

攝影測量之基礎，在使物方之景物，能嚴依中心攝影原則投清晰之影像於負片之乳膠上。事實上此種構影因受物鏡之影響，不能如理想之美滿；蓋各種光學定律本只限用於光軸附近極小範圍之光束，此時其角之正弦，正切及角值本身均可相互換用；但攝影物鏡率須具有較強之光亮，固不能以光圈約束光束使臻於至小也。是以物鏡之種種光學誤差不可避免，或則影響於其構影之晰度，或則使其投影關係遠離嚴格之中心投影，必須使由不同玻璃質之透鏡，經適宜之設計，始能消滅此種構影之誤差，使至一定限度之內。故判斷物鏡之良莠，應視其殘餘誤差之大小而定。一般而論，其困難隨光圈之孔徑與攝場角之增大而加劇，茲將誤差之重要者簡述如下：

（一）球面像差：平行於物鏡光軸之光線束通過球面物鏡之後，嚴格言之，不能均交於一點，外緣之光線其交點近於物鏡，中心部分光線之交點則較遠，如圖 41 所示。此種現象謂之曰球面像差。易言之，即球面物鏡每一圓圈帶各有其不同之焦點距也。在理論上固亦可計劃透鏡形狀，使此種誤差完全免除，但亦只能行之於某一定地位之物點。用多

數球面透鏡組合可使二圓圈帶或至多三圓圈帶之球面誤差免除，欲使全面之完全免除，直不可能，良好之物鏡必須能使此殘餘誤差減至極小。

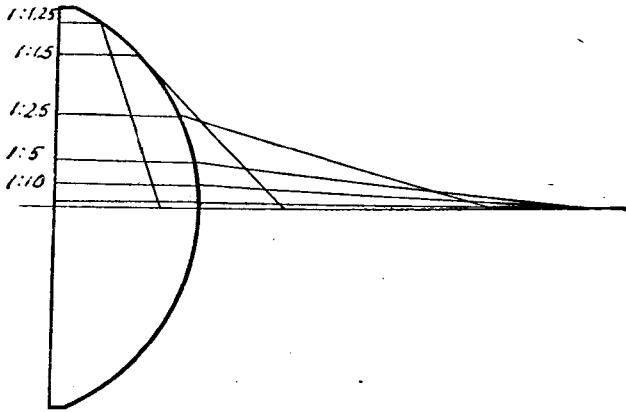


圖 41.

(二)色像差：各種有色光線透過同一物鏡時，各有其不同之焦點距離。白色光線包括紫藍綠黃橙紅等各色，經過物鏡之後，可以分成爲多種有色之影像，彼此相互重疊擾亂，此種現象稱之曰色像差。

欲求完全色像差之免除亦不可能，但可利用透鏡系中不同玻璃質料之配合，使其間二色之焦距相等。測量所用之攝影物鏡，普通採取對於地形攝影最有效之二色，如夫繞思霍夫(Fraunhofer)光帶中之 D 與 G' 線， D 線位於黃橙色帶之間， G' 線位於藍紫色帶之間，但如利用紅外光攝影時，須將像面置於紅外光之焦距處，或則須取用紅外光改正之物鏡。

(三)像散性：設有光源與透鏡光軸成較大之角($15^\circ \rightarrow 20^\circ$)時，則

有時完全不能得清晰之影像。今如將透鏡之外緣圓帶遮蔽，則在二處可得較清晰之影，各成一短線形，二處之短線，相互垂直，在此特殊二處之間，則得不清晰橢圓形之影象，因知透鏡聚光，實依兩相互垂直之平面進行，此種現象曰像散性。

(四)像場彎曲：由於構影像散性之結果，使其構影不成一平面之像面而成二彎曲之像面(圖 42)，二彎曲面之距離為散像性差，其離平面之距離稱之為像場彎曲。

(五)彗形像差：設將上述之試驗遮蔽其中心部分而使外緣透光，則亦能得各種顏色不清晰之影像，隨與透鏡之距離不同而作不規則之更變，此種現象曰彗形像差，即離軸較遠之球面誤差也。

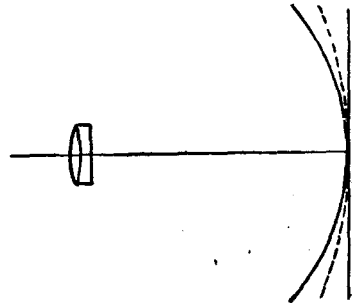


圖 42.

上述各種透鏡誤差均足使攝影之清晰度低減。故設計物鏡之時，必配合各種不同透鏡，更改其鏡面之曲度，玻璃之質料與相互之距離，使其各種殘餘誤差臻於微末。此外物鏡之光學誤差中，尚有一種，雖不影響於構影之清晰度，但使攝影之結果不能與中心投影之關係相互符合者，此即為透鏡之光學畸變差。

(六)光學畸變差：今設有一正方形圖置於物鏡之前，則其形像亦應成正方形。但實際上由於光學畸變差結果，常構成圖 43 乙或丙之枕狀或鼓狀，蓋其旁向之放大度，隨與透鏡光軸之距離而變異也。或易言之，苟非全無畸變差者，則透鏡之焦距隨離光軸之距離而變。焦距 f 之定義

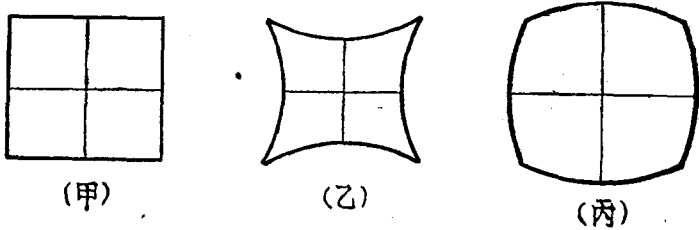


圖 43.

可以下式表示之：(圖44)

$$f = \frac{r'}{\tan \omega}$$

其中 ω 為在物方一組平行光束與透鏡光軸所成之角度， r' 為該平行光束相當之像點與光軸之距離。在理論探討之時，物鏡之焦距恆以在 $\omega = 0$ 時之所得者為準，但在攝影測量工作所用之焦距，率須先求整個像場中各不同之焦距，然後求其平均焦距 f_m ，使由此而得之平均畸變差為最小。某點之畸變差 dr' ，即為其在像片上所量該點之 r' 值，與其根據 f_m 計算而得之 r'_m 值之差。

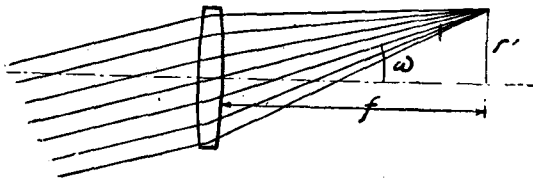


圖 44.

物鏡之畸變差可以圖解表示之，今以縱座標繪 dr' 值，以橫座標繪 r'_m 值，則得畸變差曲線，圖 45 示其一例 取 $r' = 60$ 公釐時之焦距為 f_m 得其各相當像點之直線差，示之於圖 46。按圖則 P 點應得之像點地位 P_0' ，

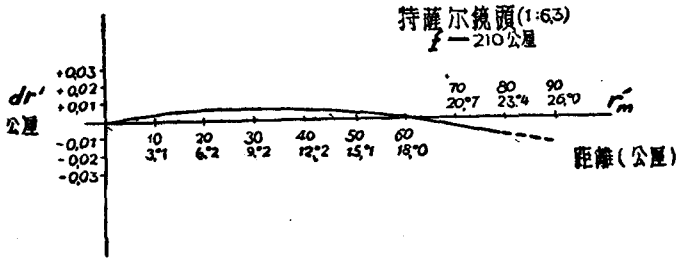


圖 45.

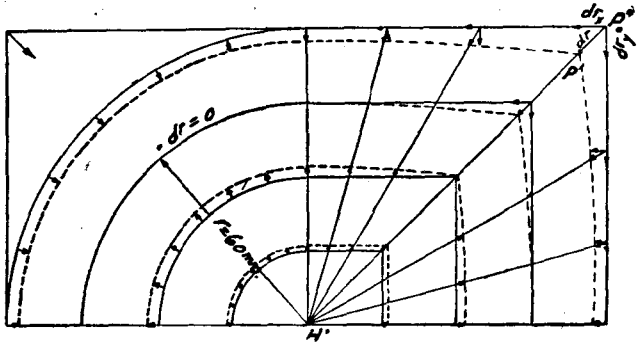


圖 46.

由於畸變差關係向內移 dr' 至 P' 處，此處之 dr' 係以百倍之放大值表示之。在以 $r'=60$ 公釐為半徑之圓內，所有各像點均因畸變差影響向外推移，反之在圓外之各點則均向內推移。在攝影測量中，畸變差在 x 方向之分值 dr'_x 影響於雙像定位法之橫視差，在 y 方向之分值 dr'_y 則影響於其縱視差。

透鏡畸變差影響於攝影測量之結果最鉅。故利用光學投影製圖時率應用波柔柯培原理(見第二章)使製圖投影物鏡之光束特徵與攝影物鏡之光學特徵完全相同，可以將畸變差影響消滅，但實際上難有二物鏡

具有完全相同之畸變差者，且當像片用糾正方法製圖或利用純粹機械方法之雙像製圖儀（見第七章）製圖時，則此畸變差不能消除，因而構成有系統之影響，頗足以減低製圖之精度。

與畸變差相類似之誤差亦可由兩面平行之玻璃板間夾於非平行之光束中發生。譬如以玻璃板置於攝影機負片面前，即可得此現象。按圖 47 設玻璃板之厚為 d 時，則其攝影之誤差 dr' 應為：

$$dr' = d(\tan i - \tan i')$$

實相當於光學畸變差值。

第二目 攝影物鏡之檢查

物鏡之特徵可以其各種誤差曲線代表之。此種曲線可由物鏡構造之尺寸計算而得，但比較可靠之結果厥為實驗之檢查，蓋物鏡內些微之變動，對於各種誤差之呈現，影響甚鉅也。

普通檢查之方法，係利用細粒乳膠之負片，由固定之攝站攝影，以至少放大五倍之放大鏡檢查其像片之清晰度，可以推知各種光學誤差（光學畸變差除外）存在之大概情形。另一辦法，即直接用放大鏡查視攝影機像面毛玻璃之構影點。

利用方格網片經由攝影物鏡之構影加以量測，可以求得該物鏡之光學畸變差值，其原理在分別求定各物點在物方與其構影在像方所夾之角而比較之。此原理可直接行之於測圖儀，以檢查測圖儀投影物鏡之

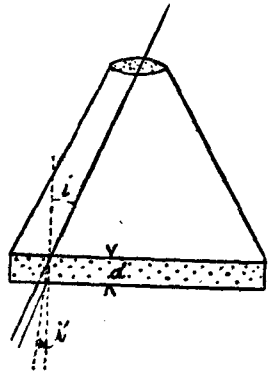


圖 47.

畸變差。

第三目 濾光鏡

由地面反射之光線，主要包含長波（波長 $\lambda = 600 \rightarrow 750 \mu\mu$ ），位於黃紅色光譜之間，尤以生植物遮蔽之土地為甚。但光線自景物達於像面時，經由其間水氣與塵垢之分散與反射作用，發生短波之分散光線，其波長介於藍紫光譜之間，影響於構影之清晰度，因必用濾光鏡置於攝影物鏡之前，以濾除此項擾亂之光波。攝影測量中所應用之濾光鏡多為黃色，以濾除波長短於 $540 \mu\mu$ 之光波（綠至紫外）。甚者用橙黃色或紅色濾光鏡，兼可濾除較長如黃或橙色之光波。濾光鏡之選用，一方面需視光線分散之情形，一方面須視所用負片乳膠之特徵而定。

濾光鏡必須由平行玻璃面構成，如玻璃之兩面不平行，則發生構影誤差。

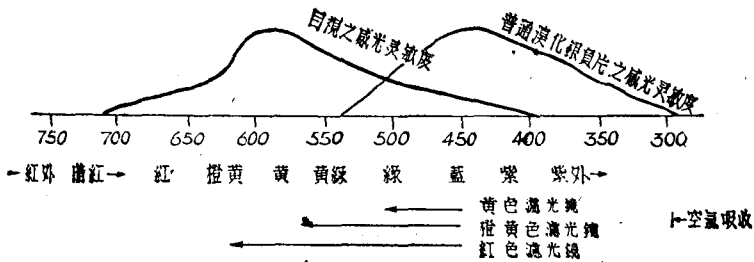


圖 48.

第二節 快門

在地面攝影時，攝影機位置固定，故攝影時間可以延長，即用手動之遮帽，亦無不可。但在航空攝影之時，則飛機依高速飛行，且時時均在

搖擺震蕩之中，故露光時間，應極短促，普通約在 $1/150$ 秒左右。在另一方面言之，則負片因膜粒關係，感光度不能過敏，再加以航空攝影時，率須加有色之濾光鏡，有效之光線又為之低減，故快門之構造應以達到最高之透光效率為原則，即在極短促露光時間之內，必須使能得最大可能光亮之透入。所謂透光效率者，乃在某一露光時間內，光線透入快門之量與其最多可能透入量之比例。易言之，即在露光過程中，快門實啓之總面積與其最大可能開啓總面積之比例。以公式代表之，則透光效率 η 為：

$$\eta = \frac{\int_A^B F dt}{F_0 t_{AB}}$$

t —開啓時間
 F —該剎那間快門所開啓之面積
 F_0 —快門足開時之面積

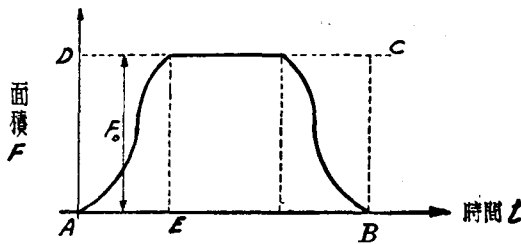


圖 49.

圖 49 之 $ADCB$ 示理想快門在 t_{AB} 時間內所能獲得最大透光面積之總和。但實際情形，則快門開啓時，必須經相當之時間 t_{AE} ，始能將快門開足。故實際之透光面積有如圖中曲線之所示者。曲線下面積與長方形 $ADCB$ 之比例即為該快門之透光效率。

攝影快門主要分之為中心快門與縫隙快門二種。中心快門位於攝

影物鏡光圈處，其優點即在快門開啓時，整個像面均能同時露光，但此種快門之透光效率往往不大，1916年時最好之快門透光效率只達 $\frac{1}{2}$ ，有奇。近日之進步已遠超此值而達百分之八九十矣。縫隙快門則位於像面之前，由載一條縫隙之黑布組成。此黑布在像面前垂直於縫隙條方向移動，則光線可自縫隙達於像面之各部。此種快門之透光效率為1，但因全片面積不能同時露光，當攝站在移動時，發生構形之扭曲，故在航空攝影時，不能應用。

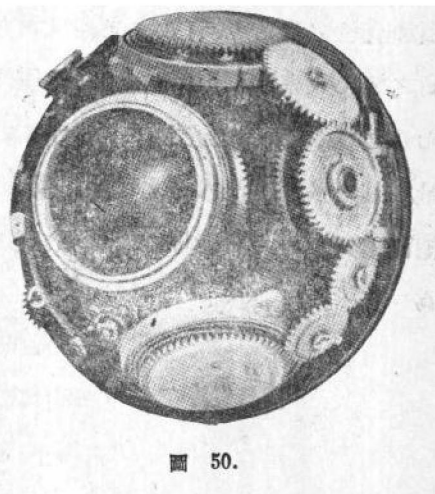


圖 50.

設計中心快門除上述之要求而外，須具有下列各種之性質：

- (一) 露光時間之長短可以變換。
- (二) 快門之運用須不因溫度之變遷而發生影響。
- (三) 快門啓閉時，須不發生震動。

在各種快門不同構造之中，重要者有下列二種：一即球面鐵片快門（圖 50）由四球面形鐵片組成，鐵片各沿一點旋轉，由其鐵片形狀之設計，可使得 87% 之透光效率，露光時間則可自 $\frac{1}{75}$ 至 $\frac{1}{150}$ 秒之間變換；另一種則為轉盤快門，多用於寬角物鏡，露光時間變換之極限可增廣自 $\frac{1}{25}$ 至 $\frac{1}{200}$ 秒。此外則法國拉不瑞雷 (Labrely) 有長片快門之設計，以六個狹長方形鐵片置於攝影物鏡之前，各片均能沿其長中軸作 180° 之

旋轉。當其關閉之時，各長片均平行於物鏡主面，相互疊置；轉至 90° 時，則光量透入最多。下次露光時，各片再均作反向 180° 之旋轉，回復其原來之位置。

第三節 攝影負片

第一目 硬片與軟片

攝影時之化學作用可簡述如下：感光乳膠係由細粒之溴化銀載於膠體之薄膜而成。此種乳膠敷載於載膜體上，載膜體普通以玻璃硬片或賽璐璐體軟片任之。載有感光乳膠之片總稱之曰負片。感光乳膠受光線作用之後，即起化學作用，經由顯影手續，分解為若干成分之細微金屬銀粒，視其強光度之強弱而成各種深度之黑色，更經定影手續，清除其未經作用之溴化銀，則影像永久固定於像片矣。

為量測目的而用之負片，一方面須能保持其光學構影之晰度，另一方面更須適應外間各種攝影時之環境與要求。譬如在地面攝影時，有明暗懸殊之背景；航空攝影時，則景物之明暗，差別不甚；又如在航空攝影時，飛機時時擺蕩，是以露光時間不能過長，因而負片乳膠之靈敏度不能過低，種種問題，均恃攝影化學技術之改進，以供攝影測量之應用。

載藥膜之質料，需求平面無縮扭之弊。最佳者為二公釐厚之平板玻璃。但在航空攝影，尤以在連續重疊攝影之時，一則嫌其體量過重，二則玻璃片自動換片機器不易構造，故普通應用軟片較為便捷。利用軟片時，必有平壓軟片之設備，其法或以玻璃板相夾，或用抽氣或壓氣法，使軟片在攝影之剎那間成板平之像面。但應用軟片最大之缺點厥在其載

膜體之收縮性，其中有系統之收縮，普通約為 $1 - 3\%$ ，在製圖時其一部分可由投影物影主距之更動消除之；至於不規則之部分，則由於近日攝影化學之進步，已可使之保持在 0.01 至 0.02 公釐限度之內。

第二目 乳膠之分解力

顯像後之乳膠包含不規則成堆之微細膜粒。此種膜粒之巨細，用以決定其像點之最小單位，稱之曰乳膠之分解力。乳膠分解力之強弱，繫於其感光之靈敏度，凡感光度敏度較強者，則其乳膠之分解力必較弱。分解力用以區分各相隣之像點，以放大鏡觀測底片時，則在同等像片比例尺度之下，其分解力強者，可判認更小之景物，因而增進量測之精度。在航空攝影時，攝影之露光時間往往小於 $1/100$ 秒，故雖用強光亮度之攝影物鏡，其所需求負片之靈敏度，仍必甚高，因而其乳膠之分解力亦不能過強。普通乳膠之分解力，在地面攝影所用之負片約為 0.02 公釐，航空負片約為 0.03 公釐，此等數值可資為理論方面誤差討論之根據。但在應用立體觀測時，辨視之精度加增，可約依上述之半值計算。

第三目 乳膠感光之靈敏度

乳膠感光之靈敏度繫於溴化銀本身之靈敏度。但溴化銀感光，只限於紫色及藍色，故普通均加以有色材料於乳膠之中，以增廣其感光之限度。凡負片感光之限度達於綠黃光譜者，稱之為正色負片，更進而達於綠及橙黃色者，稱之為汎色負片。後者尤為航空攝影之所常採用，俾使其靈敏度能及於地面反射之長波光線。但加增有色材料之後，其整個底片之感光靈敏度往往為之低減，同時且必犧牲其乳膠一部之持久性。

第四目 乳膠之特徵曲線

自然界中物體之光亮度由攝影底片之黑暗度記錄之，而底片之黑

暗度則隨曝光之時間加增。今以圖 51 表示後者之關係，以底片之黑暗度為縱座標，以露光時間之對數為橫座標，標繪不同露光時間各點之黑暗度，則得一曲線如圖 51 所示，是為乳膠之特徵曲線。橫座標之所以用露光時間之對數者，因按之生理光學，光亮度之對數值適與目視深淺之程度成正比也。

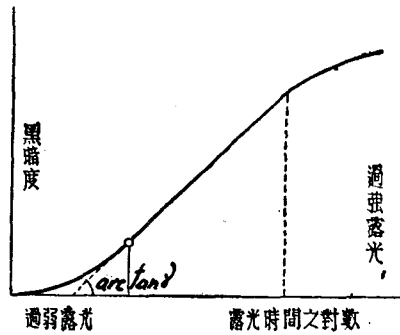


圖 51.

乳膠特徵曲線成 S 形，在其中之直線部分，像點黑暗度之關係與眼見之深淺情形相當，故在此直線所代表範圍以內之曝光時間，即為適當之露光時間，過此則為過強露光，反之則為過弱露光。

第五目 光暈

底片之載膜體有其厚度，光線直接作用於乳膠之後，透入內層，一部分返折而重復作用於乳膠之另一點，因而使每一像點附近構成暈淡之圓形，稱之為光暈現象。此現象在玻璃硬片時，因其載膜體較厚，往往大於軟片。其銷抵之法，係以吸光質料層，加於乳膠與載膜體間，使光線直接作用之後，不能透入反射，由是即無光暈現象發生矣。

第四節 暗室設備及沖曬工作

第一目 暗室

攝影之裝片、顯像、定像，以及曬印等工作，均須行之於暗室。暗室主

要之需求，即使其室內與外間之光線隔絕也。但為長期之工作便利計，房間宜大而高，溫暖適宜，而空氣通暢。暗室之四壁宜用淡色，庶使室內什物易於辨認，蓋苟室外無光滲入時，則室內安全之燈光雖經淡色之反射亦無危險也。為防水漬及潮溼計，壁面宜塗以色澤油漆或用瓷磚質料。暗室出入口構造之原則，在使工作進行中能保持出入之自由，或設雙門，或設曲道，簡單者設厚布簾於暗室門前，下垂至地板，須緊接使不透光線。通氣設備宜設排氣孔於天花板處，而設進氣孔於地板附近，或則利用風扇打氣，但均須利用曲管，以隔絕可能射入之白光。

工作時所用之光線，須使高度感光性之負片，雖經長時期之曝露，亦不發生影響。同時在與實際無損條件之下，應使儘量明亮，以便於顯像時檢視底片顯像之進程及暗室中之種種其他工作。永遠在黑暗中摸索，不但影響工作者之神經，且易發生重大之錯誤。在負片裝放及取出之時，宜儘量背光。放至顯像液中潮溼之後，感光之靈敏度已稍減低，一分鐘之後，則在紅燈附近視察其顯像之程度，可無危險矣。

暗室中之燈光除白色燈光，短期應用之於晒印正片及其他一般之應用外，則普通之沖洗工作概用紅色。在紅色感光負片（如汎色負片之類）之工作時宜用暗綠色，至於晒印或放大像片時，可使暗室光線略為加強，酌用橘紅色燈或黃色燈。

顯像定像工作所用之盆碟，應分別置於水泥洗槽內。最重要者不可使些許定像液濺入於顯像盆中；曾用作定像之盆亦永遠不再移用於顯像。晾乾底片時如為玻璃硬片，則應設玻璃晾架，使底片直立排列而陰乾之，軟片則可捲於特製之軟片晾架，架成輪形，至於零張之軟片則

可木夾，夾其一角而懸掛之，像片之晾乾，可用分層晾架，每層以紗布繃緊，置像片於紗布之上。

暗室之基礎設施，不外上述。為增加工作之速率與效能計，尙有其他種種之設備，譬如夏季炎熱，宜備冷藏設備，以免底片膠面之損壞。又如欲使底片速乾，應備速乾器等等，概視其工作之規模與環境而定。

第二目 曬印

曬印之工具為晒夾。晒印時以底片及印像紙，使其藥面對藥面平壓於晒夾之玻璃內，然後使之曝光。但當底片尺碼過大時，須使底片與印像紙能全面緊貼，普通曬夾之簡單彈簧作用已不足用，最好應用真空吸片設備。其法以橡皮布四週緊包像框，自其框邊之孔抽氣，則橡皮受外間空氣壓力而緊壓於像紙之上矣。曝光時宜用印箱，以得均勻之光源，其構造原理在使光源首經毛玻璃或白紙，俾使透出之光，全面均勻。

直接疊印所用之印像紙，普通稱之曰燈光紙。其藥面之主要成分為綠化銀，感光較慢。在放大等間接晒印之工作時，宜用放大紙或稱咪紙，其主要之成分為溴化銀，感光較快。為使像紙適用於不同之要求計，普通區分為不同之硬度出品，如德國矮克發（Agfa）公司之德羅培紙（Tropex）及羅培紙（Lupex）分為軟性，中性，硬性，及最硬性四等，而美國柯達公司之愛素紙（Azo）及惠羅紙（Velor）紙分硬度1至4，自軟而硬。紙性之硬軟，用以調和像片色調之高低，色調低之底片宜用硬性紙，色調高者則宜用軟性紙。像紙分光面，半光面，及無光面等種類。光面紙美觀持久，最宜應用，無光紙則註記着墨最為便利，但不甚明細，持久性較差，為其缺點。除此之外，像紙另一最重要之特徵，即其伸縮性。凡須在像片上作測量工作者，則像紙上伸縮性不宜過大。矮克發公司有所謂

不伸縮像紙者，藥膜與紙面間有極薄之鉛板，以減低其伸縮性，最適宜於測量工作之用。

第三目 顯像

顯像之作用在使乳膠中已露光之銀化合物，化為灰黑色之金屬細銀粒，由於各部感光強弱之不同，乳膠內受作用膜粒之深淺亦各異，顯影時間以使所有受作用之膜粒均已轉變為細銀粒時為適度，如再加長顯像時間，亦只能加大已作用膜粒之體積而不能加增其數目矣。

自負片投入顯像液之後，至其正確顯像之時間，與其第一影像出現之時間比例，成一定倍數，此倍數隨所用顯像液之化學成分而不同，稱之曰該液之顯像係數，用以估計顯像時間。嚴格言之，此係數並非一常數，而與負片乳膠之特徵，顯像液之濃度及溫度均有關係，但此種影響並不太大，故利用之以估計最適宜之顯像時間實甚便捷。惟此法最大之困難，厥在第一影像出現之辨視，尤以感光靈敏度較強之負片為甚，蓋此等負片不能使過近暗室燈光，免生翳影也。

顯像液配方之種類甚多，市面上已配好之藥粉，種類甚多，應用便利。實際應用時須參考專門書籍，茲舉普通應用者列如下表：

表一：基本液

A	B	C	D
清水 1000 立方公分	清水 1000 立方公分	清水 1000 立方公分	清水 200 立方公分
米吐爾 14 克 (Metol)	巽奴尼 18 克 (Hydroquinone)	碳酸鉀 100 克 (Potassium Carbonate)	溴化鉀 20 克 (Potassium bromide)
亞硫酸鈉 70 克 (Sodium Sulphite)	亞硫酸鈉 90 克 (Sodium Sulphite)		

附註：亞硫酸鈉之配合量係指非結晶者言，結晶者則加倍。碳酸鉀可代以三分之二量之無水碳酸鈉，其性較軟。

表二：應用液

	極軟性	普通軟性	中性	普通硬性	極硬性	強中性	強硬性
A	5	2	1	1	1	1	1
B	1	1	1	2	5	1	3
C	5	2	1	1	1	2	4
D	0.2%	0.5%	1.0%	2.0%	5.0%	2%	4%
清水	3	3	2	1	1	1	0

附註：表中D液之量係ABC之和之百分數，清水量為ABCD和之倍數。

表三：表二所列配方內之藥品成分比較表

	極軟性	普通軟性	中性	普通硬性	極硬性	強中性	強硬性
清水(立方公分)	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
米吐爾(克)	1.6	1.4	1.6	1.8	1.0	1.8	1.7
幾奴尼(克)	0.4	0.9	2.0	4.5	6.4	2.3	6.8
亞硫酸鈉(克)	10.0	11.5	17.8	31.3	37.0	20.0	42.5
碳酸鉀(克)	11.4	10.0	11.1	12.5	7.2	25.0	50.0
溴化鉀(克)	0.05	0.13	0.33	1.0	2.5	1.0	4.0

上列配方適用於放大及晒印或普通底片之顯影，清水量之多寡，能使顯像液較軟或較硬，可配量增減之。水宜用沸水，以減少水中之空氣。

配方內各藥品之作用，可主要分之為還原劑(米吐爾與幾奴尼)，防腐劑(亞硫酸鈉)，促進劑(碳酸鉀)，及抑止劑(溴化鉀)四種。其中還原劑用以變換露光之溴化銀為金屬之銀粒，為主要之藥品。還原劑之種類極多除前述之米吐爾或幾奴尼外，其他如羅提那(Rodinal)貝羅(Pyrogallol)阿米多(Amidol)及柳格青(Glyzin)等等，均各有其特徵；但採用米

吐爾與幾奴尼之混合劑，可使適應普通各種不同之要求。且在價值言之，亦以此二種之價格為最廉。防腐劑用以防止還原劑之氧化作用，普通則應用亞硫酸鈉，取其易於氧化，可代還原劑而先作用也。促進劑用以促進還原作用，而增加黑度，蓋普通之有機性還原劑，其還原作用恆藉鹼性物以促進之，惟阿米多為其例外。此種還原劑，恆須少許之亞硫酸鈉，使有些許之鹼性即足。米吐爾亦可單與亞硫酸鈉成緩性之顯像液。顯像液中所含之鹼性愈強，則其還原能力亦愈多，作用於乳膠亦愈深，鹼性過度者，使乳膠臃腫，甚致發生灰翳，侵蝕皮膚。抑止劑用以防止灰翳而增加色調。

顯像最普通之工具為顯像盆。負片初入盆時，須使全面同時入液，其法將盆多傾，使片自一端浸入，然後時時搖動影盆，使其已作用之溴鹽，不致積聚於一處。顯像後須即用水沖或置清水內一分鐘，然後入定像液。長條底片之沖洗有特製之器皿，可不必將底片截開而使自動工作，因同捲攝影之露光情形均相似，故可以應用同時間之顯像。

第四目 定像

定像作用所以溶解其未經變化之溴化銀，普通概用次亞硫酸鈉 (Sodium thiosulphate)，市稱大蘇打，其比例以 1000 立方公分與結晶次亞硫酸鈉 200 克為標準，其中尚須加少許之酸性物，以免定影液受顯像液內鹼性藥品之作用而變濁，且可藉以堅固底片之乳膠。普通用 20 克之酸性亞硫酸鈉 (Sodium bisulphate) 或同量之雙黃氧於上量之定像液中，如更加以 50 克之氯化銨 (Ammonium Chlorid)，則定像之時間可使減少一半，而成加速定像劑。夏季工作時底片乳膠易於受傷，堅膜之法，

可酌用下列二方：

- | | | |
|---|---|-----------------------|
| 甲 | { | 清水 1000 立方公分 |
| | | 結晶次亞硫酸鈉 200 克 |
| | | 結晶亞硫酸鈉 50 克 |
| | | 鉻礬(Alum Chromic) 50 克 |
| | | 醋酸 |
| 乙 | { | 清水 1000 立方公分 |
| | | 結晶次亞硫酸鈉 250 克 |
| | | 雙黃養 20 克 |
| | | 鉻礬 25 - 30 克 |

其中甲方較乙方為強 鉻礬則可以明礬代替之。

定像至所遺留之溴化銀均已溶解時 底片即變為完全清亮。此時如反光照看底片，必不復有白色物存在。至此情形後，須使底片再留於定像液中前次一倍之時間，定像工作即稱完畢。定像時間，與底片乳膠之厚薄，定像之濃淡，及工作時之溫度，均有關係。在普通氣溫情形之下，應用新鮮溶液時，約須十五分鐘。定像完畢之後，浸入清水盆內，宜使留至少二小時以上，每隔十五分鐘換水一次，如有流動水沖洗，則總共需約半小時即足。

第五章 航空攝影

航空攝影爲航空測量基本工作之一，其方法之優劣，成績之高下，影響於製圖之成果者至鉅，故在航攝之前必須妥爲設計。航攝之時須有嚴格控制之方法，使航線不致脫離，而使像片攝域排佈齊整；任駕駛與觀察工作者，尤必須有實地之經驗與敏銳之感覺，方可在倉卒之間，指揮裕如，而得預計之結果。

航空攝影有供偵察之用者，有供測量之用者，本章所述概以後者爲限。

第一節 攝影類別

航空攝影可區分爲垂直，傾斜，與聯配等三種。垂直攝影之攝影方向，除由於不可避免飛機之擺動，以致攝影方向略有偏斜而外，係垂直向下。其因特種之需求須將攝影方向稍離垂直方向者，曰近垂直攝影；其離垂直方向過甚者，曰傾斜攝影。在每一攝站，用相互固連之數攝影機同時攝影者，曰聯配攝影。各種類別之中，其應用最廣者厥爲垂直攝影，取其結果比較精準，而測圖步驟簡速也。至於相互重疊之連續攝影，可以兼用各種攝影類別組合，以期滿足精度，速率，與經濟等條件之要求。茲更分別詳述於後。

第一目 垂直攝影

垂直航空攝影之幾何關係，至為簡單。設欲攝影之像片比例尺為 m 而攝影機之焦距為 f 時，則所需之航高 h 按圖 52 為

$$h = \frac{f}{m} \dots \dots \dots (1)$$

此處之航高係指自攝點至地面平均高度之垂直距離而言。今為便於解說計，更暫假設地面為一無傾斜之平面，各攝站之航高彼此相等，而像片之一邊與航線方向相平行，通常之垂直航空攝影皆極近似於此項之假設。如此則當每幅像片之

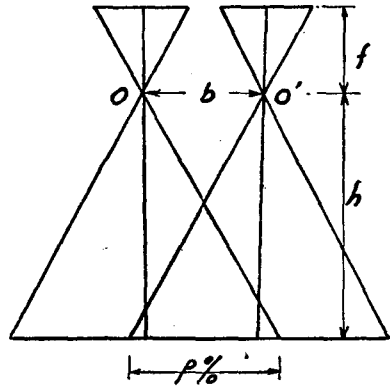


圖 52.

長為 l' 闊為 w' 時，所包括之面積 F 為：

$$F = \left(\frac{l'}{m}\right)\left(\frac{w'}{m}\right) = \frac{l'w'}{m^2} \dots \dots \dots (2)$$

但如各相隣像片有相互之重疊時，則每幅像片所增攝之地域亦必減少。事實上此種重疊不可缺少，其故有二：

- 一、使各像片能相互連繫，以成連續之圖幅。
- 二、為雙像測圖及立體觀測必要之條件。

普通在航線方向之重疊約為 60%，而各航線攝影彼此間之邊旁重疊亦應有 20 至 40%，今設在航線 l' 方向之重疊為 $p\%$ ，旁向 w' 之重疊為 $q\%$ ，則每幅像片所增攝之地域 F_n 為：

$$F_n = \frac{l'w'}{m^2} (1 - p\%) (1 - q\%) \dots \dots \dots (3)$$

更設所測地區之總面積爲 A 時，則所須底片之總數約爲：

$$\frac{Am^2}{l'w(1-p\%)(1-q\%)} \dots\dots\dots(4)$$

在航線內兩相隣攝站之距離，稱之爲基距，其長度應爲：

$$b = \frac{l'}{m} \cdot (1-p\%) \dots\dots\dots(5)$$

今設飛機之航速爲 v 時，則每次曝光時間之間隔 Δt 應爲：

$$\Delta t = \frac{l'(1-p\%)}{m \cdot v} \dots\dots\dots(6)$$

爲設計航空攝影之便利計，可以依據上列各公式，製成圖解表，表一示此種圖解及其應用之舉例。

• 第二目 傾斜攝影

在傾斜攝影時，對於前述之各種關係，均較複雜。每幅像片所能攝得之地域較大爲其優點；但製圖手續複雜，精度較差而不一律，爲其應用之缺點。尤有甚者，即地面凸起處所隱蔽之景物隨攝影方向之傾斜加增，因產生較多之遮蔽空間，須加增地面之補測工作是也。光線之傾斜達約 30° 時，則凸起物遮隱之平面距離約達其高值之半，至 45° 時達其全值， 60° 時更達其二倍之值矣。當攝影錘點距大至一定程度時，則每幅像片所能攝得之地面，可以及於無窮遠。設地面平坦而無上述遮蔽空間之困難時，則應用此時之傾斜，應最爲經濟。但過遠景物影像之比例尺過小，且由於空中霧氣關係，往往不復能分辨以供用於製圖，普通應用之距離最遠應以不逾十公里爲限。

表 一

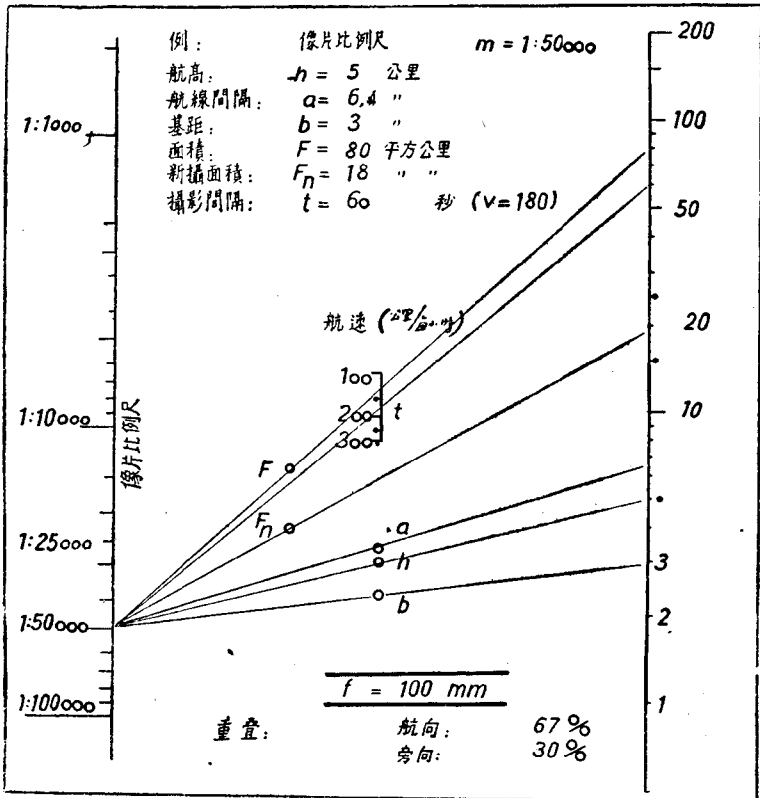


圖 53 示傾斜攝影所攝得梯形地面構造之方法，其像片比例尺隨地不同，在像片橫座標軸線處之比例尺 m_h ，稱之為平均比例尺，其與航高 h ，焦距 f ，與攝影垂點距 ν 之關係為：

$$m_h = f : h / \cos \nu \dots\dots\dots(7)$$

圖 54 示傾斜攝影應用方法之一種。基距分為 $b_1 b_2$ 二長度，使各像片兩

兩互相重疊。在相互重疊之面內，擇取一面積最大之長方形，即代表每二幅像片所增攝之地域，用以決定某測域內所需底片之數量。此長方形之一邊 b_2 ，為其相隣像片對之距離，邊長 a 用以決定各航線間之旁距。

傾斜攝影亦可使與垂直攝影相重疊，或按別種排列方法，與另一傾斜攝影相重疊。譬如圖 55 圖 56 之

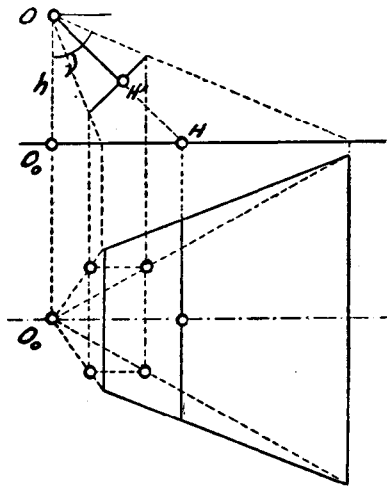


圖 53.

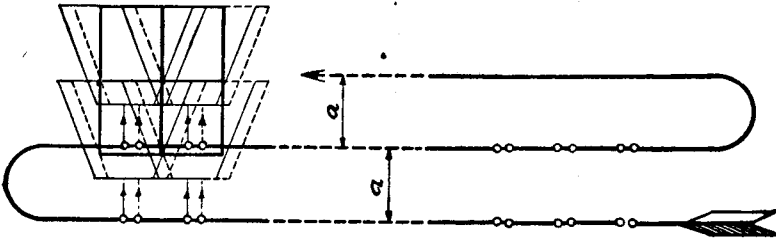


圖 54.

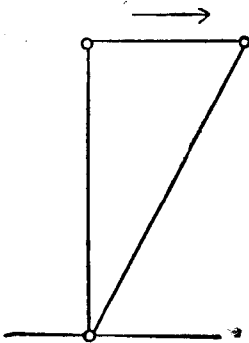


圖 55.

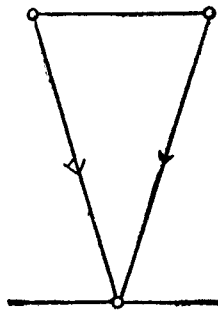


圖 56.

所示者，攝影方向之傾斜均在航線方向。圖 55 稱爲航線垂傾攝影，每第二攝影方向直對第一垂直攝影地面上之錘點；圖 56 稱爲航線交向攝影，兩攝站之攝影方向，作相等交相之傾斜；此類攝影排列較之垂直攝影，其優點在能得百分之百之重疊，基線與航高之比例可以藉以增加，從而增進製圖之精度。由圖 55 之垂傾攝影，同時得一組垂直攝影，兼可移作糾正之用，以成像片鑲圖。此種在航線傾斜之攝影，其航線間之間隔與垂直攝影時相同，故不能由而節省飛航之時間，爲其缺點。普通汎言傾斜攝影，則多指離開航線方向之傾斜而言（圖 54）。

第三目 聯配攝影

爲增進每攝站所能攝取之面積計，可以使數攝影機相互固連，同時攝影。如此則所攝得之像片，經改造手續之後，成一整幅，不啻由一寬角鏡頭攝影機之所得矣。世界各國均有多鏡攝影機之製造，計有自二物鏡至九物鏡各種不同之構合。至於此種像片之製圖，尙有待於研究與實驗之發展，現有之雙像測圖儀，均不能直接應用過寬角之攝影，其測圖方法尙多仰賴於煩雜之計算。德國蔡司工廠有四鏡頭攝影機之製造，在其精密測圖儀上可逕裝同等相互固連之四投影機兩付，直接測繪。但自其寬角透鏡發明以來，此種攝機已不復製造矣。

第二節 航行

第一目 航測飛機

航測飛機須能保持穩定之航行，方能得良善之攝影；須能有較大高昇之速率，以免過費航行之時光；各種航行控制之機桿，須不礙及攝影

機之裝置；由攝窗向各方面之視線須無隔阻，尤以向下及向前者為最重要；攝影機附近宜留有充裕之空間，俾攝影者得自由轉動；飛機航高達六千公尺時，亦須能得穩定之航行，以增廣其航測應用之極限。凡此種種均為普通航測飛機之需求，但有時限於經濟，逕利用或改造舊有飛機，對於便利之要求遂不能完全顧及，且有本航線之目標亦不能通視者，則須斟酌設計航攝工作之補救方法者也。至於航測飛機內所應附設之特種儀器，當於第三節內詳述之。

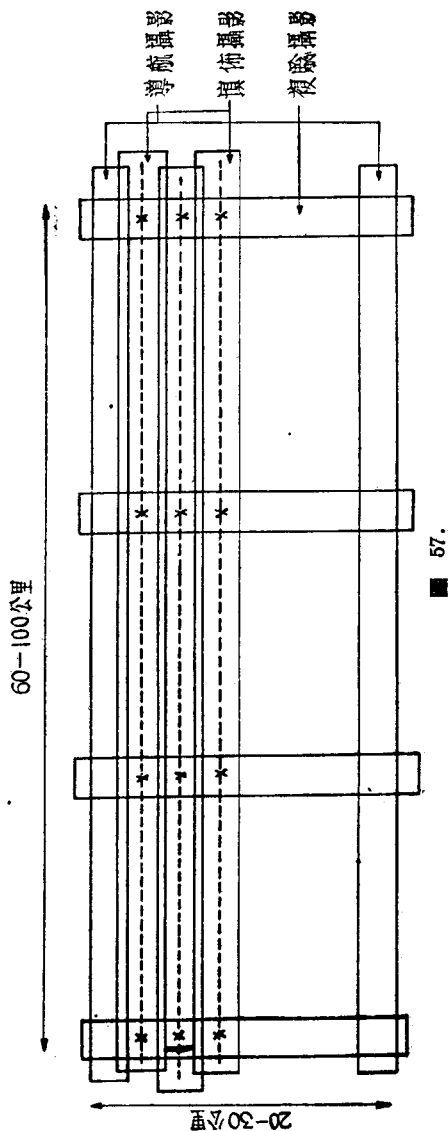
第二目 航程

航空攝影除作偵察之用，有時只攝獨幅或獨立重疊之雙幅外，概須應用連續之航線攝影，依一定之重疊，使在所包括之地域內整齊遍佈。航行者須知每條航線應由何處開始，以保持應得之重疊；其航行之方向，尤必時時保持準定，方可得整齊之結果。凡此種種要求，在已有成圖之地域可無大困難，譬如擬測之比例尺為二萬五千分一，而已有五萬分一或十萬分一之成圖時，則攝影者可據以預先籌劃。其法首將測域分為若干小區，各給符號，以定業務進行之程序，稱之曰分區圖。然後標繪預計之航程於圖幅，名之曰航線圖。攝影時按圖索驥，足可隨時控航程之偏斜；但在完全不知之地，或者現有地圖過於不準確時，欲使攝影工作如理想之設計進行，實非易舉。在此種情形之下，可依下列步驟進行，第可視實際情形或應用其他輔助之儀器斟酌減省耳。

凡在完全不知之地域，第一步驟應先攝取導航航線攝影(圖 57)使成一構架工作，以為此後攝取填佈航線時控制之用。填佈航線攝影以東西方向較佳，蓋南北方向飛行，受地球磁力垂直方向部分之影響，有磁

針南北轉向之誤差，如賴磁針控制航行，則方向比較難於準確也。每條航線攝影之長度約為六十至八十公里，但在每隔八分鐘左右之飛行時間，或在二十至三十公里航程之後，應有控制標點，以複驗航程之有無偏差。故在與導航航線攝影之間，必再攝與其方向垂直之複驗航線攝影。此種複驗攝影距離間隔標準之設定，須使攝取填佈航線攝影時隨時均可看見前面或後面之控制標點，其各相隣導航攝影之航線距離，亦以二十至三十公里為宜。

第一步導航及複驗攝影工作完成之後，可以圖解輻線測繪方法(見第九章)製成控制點圖構。以像片之平均比例尺為圖構之比例尺，而貼原像片於其上，得像片鑲圖。此時可以設計填佈攝影之航程於其上。填



佈攝影與複驗攝影航線相交之處，加印像片兩份，名曰交點像片。分交飛機駕駛員及攝影員各一份，以備據以控制航程。在交點片上應標明下列各項：

- (1) 複驗點——即填佈攝影航線中心與複檢攝影航線中心之交點，以有色圓圈標明之。
- (2) 各填佈航線攝影之中心線。
- (3) 前後複檢點與此複檢點間之距離。
- (4) 填佈航線攝影中心線之磁針方向角。
- (5) 航行差極限——在填佈攝影中心線之兩旁，各繪平行線一條，以示航行差之極限，過此則不能獲得所計劃之重疊矣。

填佈航線攝影施攝之時，普通依圖 58 雙向航攝之排列方法往返攝取，以節省航程。但此種方法在有風力之時，往返航速，難使相等，且航差角（見第三節）又須次次更換，而觀察者與駕駛者復須時時更換其左右之座位，俾能隨時向已攝之方向觀察。欲免除此類麻煩，可按圖 59 單向航攝之排列航行，使攝影工作完全在同一方向飛行時施行之，但飛機航程較之前者，須多增一倍，影響航行之經濟，為其缺點。

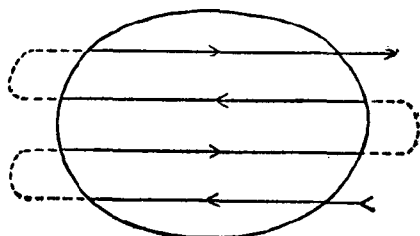


圖 58.

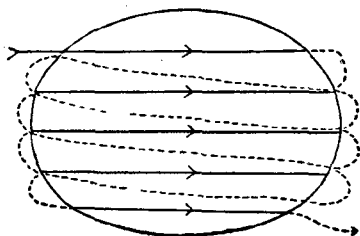


圖 59.

此外尚有所謂相間法者(圖 60), 當飛機改換航線之時, 依觀察者座位之靠右或靠左, 常作向右或向左之轉灣, 使成相間之航線而攝影, 其優點在能節省航程, 而觀察者可以不必更換其座位, 且能利用轉灣之時間, 認識新航線之目標。

航程控制之儀器, 簡單者有法國冒夫 (Mauve) 之偏視鏡(圖 61), 爲一斜視之望遠鏡。在第一航線航行之時, 偏視鏡即作 ω 角之傾斜, 使對準其相隣航線之中心。由偏視鏡中可以記錄其相隣航線航行時應經行之景物。在第二航線航行之時, 一方面用一垂直視鏡依前此所記錄之景物點航行, 同時再用偏視鏡記錄第三航線航程應經之點。此種作 ω 角偏視視線之決定, 亦可不用偏視鏡而代以標塗於飛機之汽缸或膠輪表面之標誌以得之。但當航行有偏航角或航高有變動時, 則須更改標塗點之位置, 有時難以預爲籌劃。此種方法之應用, 極稱簡便, 但在單純景物之地面, 缺乏特殊之目標可記時, 不易得完善之結果。

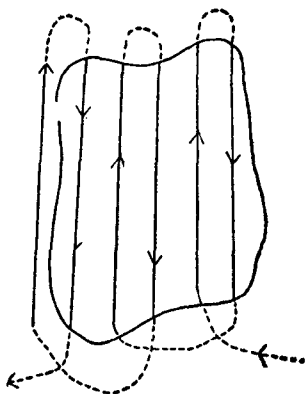


圖 60.

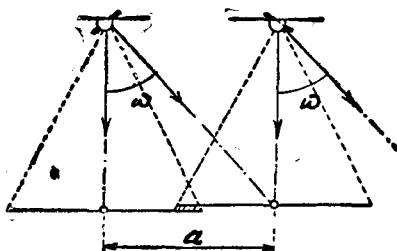


圖 61.

美國費爾柴工廠 (Fairchild) 有太陽控制儀之製造。其儀置於飛機上頂，利用太陽光線之控制，使航程能依一定方向進行。其構造有如天文經緯儀然，以機械運轉一鏡，使與太陽同速旋轉，轉軸則使與地球軸線平行，此鏡時時反射太陽光線於二光電管，每當飛機離其方向角航行，或有過度偏傾之時，則太陽光線射至其一管，發生電流計上指針之偏差。據美國應用此儀之經驗，由完全未熟手之人工作，可即得 80% 之完滿結果，稍有經驗之後，即可增至 95%。且此 5% 之差異，亦率多由於駕駛者在每航線開始之時，未能得應行開始地位之所致。

第三節 航測攝影機

第一目 構造原則

飛機與攝影機時時均在擺動之中，故欲得正確之中心投影，負片全面必須使同時露光，是則只有中心快門可以應用。快門啓閉時間不宜過長，過長則景物走動，因而構影模糊，普通以 $\frac{1}{100}$ 至 $\frac{1}{200}$ 秒為宜，取其誤差不超過底片膜粒分解力為度。欲在極短時間之內得最大之露光效果，快門之透光效率應使最大，物鏡之光圈不宜過小，因而連帶發生種種光學誤差，均賴特殊之設計，使符於實用之要求。

航空攝影之時，景物距物鏡遠至數百以及數千公尺，故在光學方面言之，物體不啻在無窮遠，均構影於物鏡之焦面。攝影機物鏡之焦面處設有安片框，載框標四個，連接其各對框標，則得像片之二座標軸線，用以決定其內方位及像面座標。攝影時負片向安片框緊壓，如負片係軟片，則須用玻璃板或氣壓法壓之於壓板，使之成平，普通多用氣壓法。壓

板爲底片匣之一部，在露光之前自動緊閉於攝影機，此時吹入於攝影機之氣流由緊閉而成高壓，以壓平軟片。此氣流或來自飛航時導入之氣流，或則另用電動機吹氣得之。

由於負片乳膠之特徵及航攝時特殊之環境——指空間之霧氣及因而所發生短波光線之混亂折光而言——攝影時必須應用適當之濾光鏡方能得清晰之地形構影。爲適應各種之情形計，宜備各種不同顏色與深度之濾光鏡，安裝於攝影物鏡之前，並須使其易於更換，以便必要時行之於攝影期間。此種濾光鏡兩面須平行，最大之誤差不得超過 $5''$ ，以應航測精度之需求。

直接影響於航測之經濟者，厥爲每幅像所攝取地面之廣狹。設所需像片之比例尺爲已定，則航攝機之焦距應使儘量加長，而其視角應儘量使寬。焦距加長，可使航高增加，因而攝域增廣，但航高超過六千公尺之時，則氣候過冷，空氣稀薄，以致呼吸爲難，動作不便，必須輔之以各種特殊之設備以維持之。視場角之加寬，則受光學定律及物鏡構造之約束，只能達一定之極限爲止。按蘭亭定律，則當孔徑比例不過大時，其露光暗度一則隨 $\cos^4 \gamma$ ，（ γ 爲至該點之光線與攝影光軸所夾之角）二則隨出光瞳孔之大小而增減。有效之出光瞳孔亦隨光線之傾斜而消滅，故至底片邊緣時，受此兩重關係，露光暗度已消滅甚多。在視場爲 50° 以下時，影響尙不顯著，過此則必另謀調劑之法。晚近寬角物鏡之視場角已增至 90° ，但所得底片各部暗度之區差，已顯能察覺矣。

圖 62 示德國蔡司工廠焦距十公分自動連續測量攝影機 *RMKP10*，底片尺碼爲 18×18 公分，裝用托潑剛 (Topogon) 寬角物鏡。圖 63 示瑞

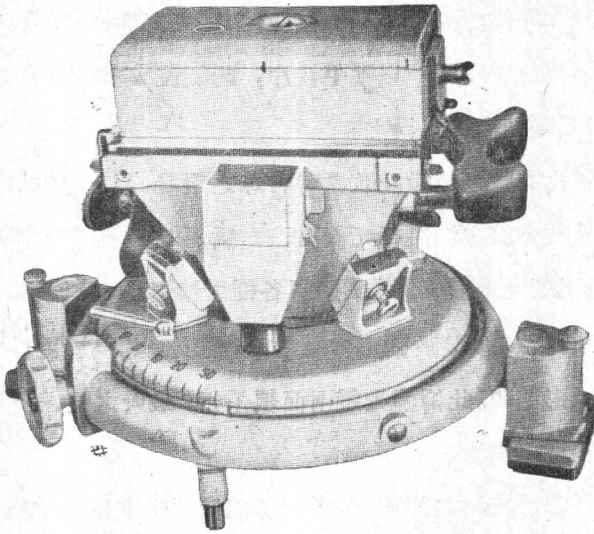


圖 62.

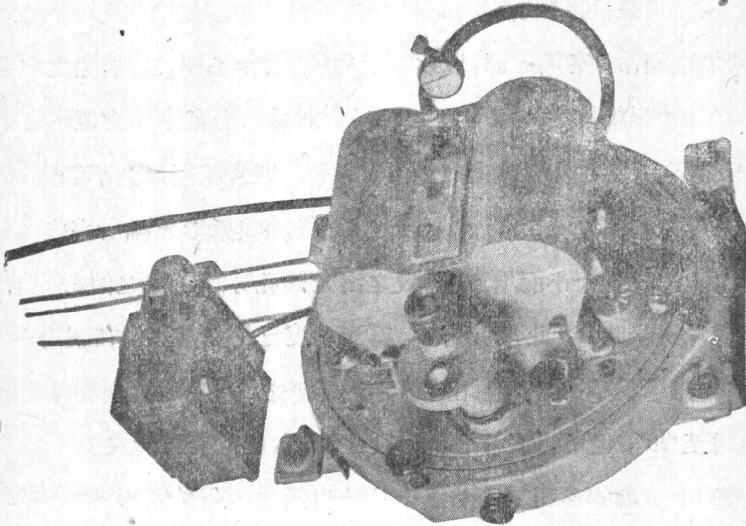


圖 63.

士威特工廠測量攝影機 RC5，底片尺碼亦為 18×18 公分，可換用焦距為 21 公分及 12 公分之物鏡。

增加視場之另一方法，即應用多鏡攝影機，攝取聯配攝影。多鏡攝影機之構造，或者由數攝影機相互固連，如美國空軍之三鏡航測攝影機，焦距各為 6 吋，底片尺碼各為 18×18 吋，三攝影機相互成 60° 角，並列於垂直航線方向。或者由數物鏡共同構影於同一負片，如美國海岸大地測量局九鏡航空攝影機，焦距為 $8\frac{1}{4}$ 吋，底片尺碼為 23×23 吋，得總共攝角約為 130° 。德國慕尼黑攝影測量公司之全景九鏡攝影機之構造（圖 64）與美國海岸大地測量局者相倣，惟其焦距只為 5.30 公分，底片尺碼

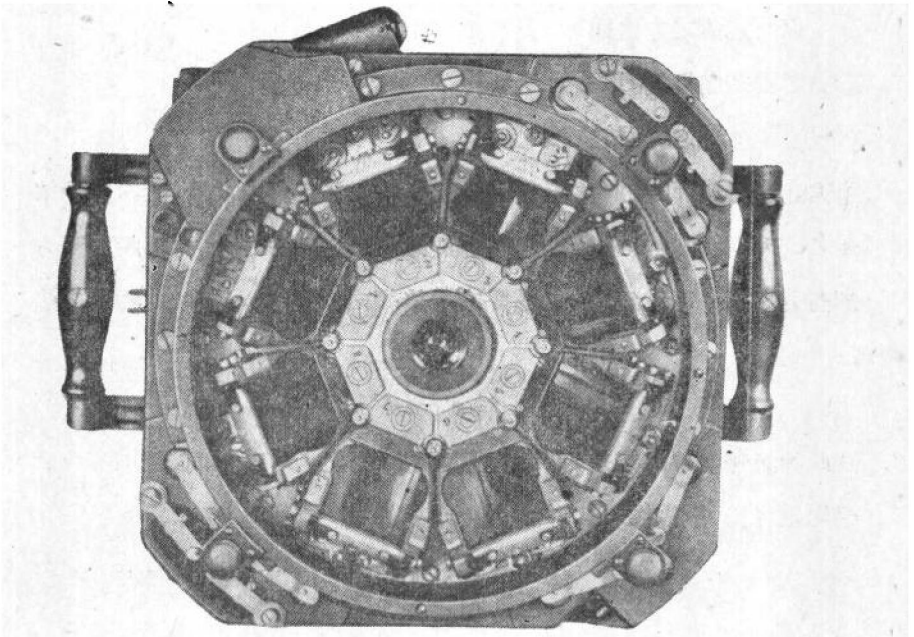


圖 64.

只為 18×18 公分。攝角微大於前者，機身輕小，焦距甚短，為其特徵。

第二目 內方位之測定

內方位包括像片主點之像面座標 x'_0, y'_0 及攝影物鏡焦距 f 三項，用以決定攝影時之光束。地面攝影機之內方位，普通可以由像片量測及角度測量之計算得之。但在航空攝影機則機身缺乏平置水準等設備，不便作地面之水平攝影，故宜採用下述方法。

以反鏡面之方格網片，安置之於攝影機之像框，而以一像片量儀之望遠鏡準對之。如望遠鏡之視線

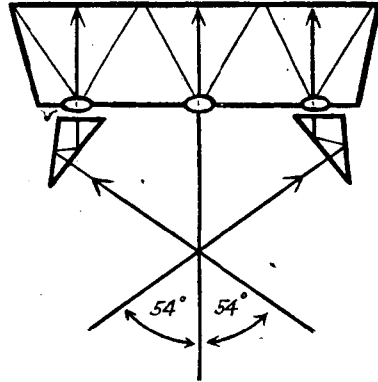


圖 65.

適垂直於反鏡面時，則其十字絲應與其本身之反影相重疊，此即自動準直之原理也。此時望遠鏡所對之點即為其像片主點之地位。更量其至方格網某點之角度設為 α ，而該點在方格網之座標為 x' 時，則物鏡之焦距 f 應為：

$$f = x' \cot \alpha \dots\dots\dots(8)$$

設此物鏡無光學畸變差，則由各不同點所得之 f 均應相同，否則須求其平均值 f_m 。各點處光學畸變差在 x 方向之分量 dr'_x 應為

$$dr'_x = x' - f_m \tan \alpha \dots\dots\dots(9)$$

第三目 攝影機附儀

(一)航差角指示器。

航空攝影之時，如風向不與飛機之航向相合，則飛機實地之航程不與飛機中軸之方向相合，其所夾之角“ λ ”曰航差角(圖 66)。按圖 66 以向量 v_w 代表風之方向與速率，以 v_f 代表飛機航行之方向與速率，則 v 即為實地航行之方向與速率。今設負片之邊恆與飛機中軸之方向平行，則所得重疊之航線攝影略如圖 66 (甲) 形狀。如此則底片耗損，結果紊亂；因必有航差角之改正設備，以轉旋攝影機身，使底片之邊與實地航行方向平行，方能得圖 66 (乙) 理想之結果。

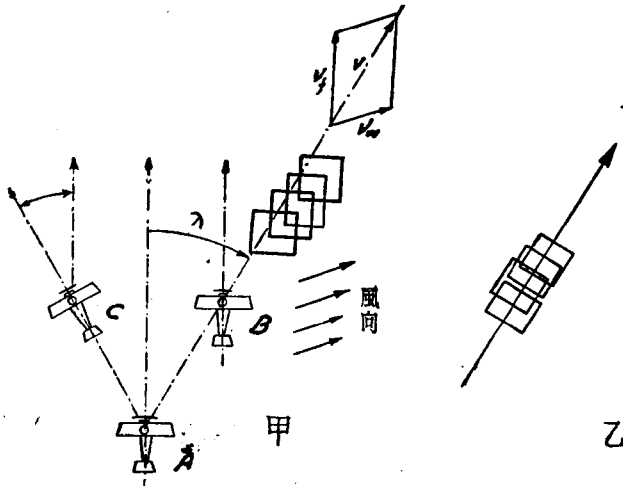


圖 66.

航差角指示器最簡單之形狀，示如圖 67。細線 F 代表攝影中軸之方向，固定於一能旋轉之圓環。航攝時俯視地形相對移動之方向，至其地形移動方向與 F 絲方向相平行時，即為圓環應取之地位。框上有指號，可以讀得環上所指示之航差角值。

德國博以考 (Boykow) 合航差角指示器與航程控制作用於同一視鏡，其構造示如圖 68。 O_1 為橫視望遠鏡之物鏡，此望遠鏡可以沿垂直軸旋轉，以對視遠處航行之目標， O_2 為另一航差角指示儀之物鏡，垂直向下。此二物鏡所構之影，同時投之於影面 \bar{B} 上。應用時即將此整個視鏡依航差角之需要而轉動，然後更改飛機之航向，使物鏡 O_1 之視察，時時準對遠處之標的，在風向轉變不定之時，欲將飛機向一定目標飛行，應用稱便。

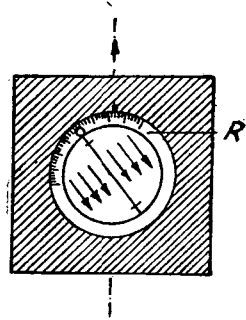


圖 67.

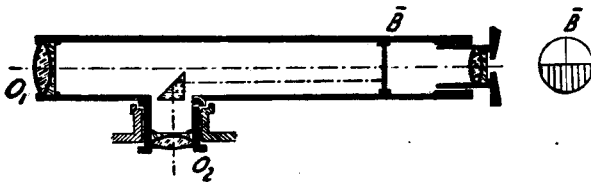


圖 68.

(二)重疊節制儀。

欲保持各像片間一定程度之重疊，最簡單之方法，即依一定之時間間隔 Δt 攝影，按公式(6)：

$$\Delta t = \frac{l(1-p\%)}{m \cdot v} = \frac{h}{fv}(1-p\%) \cdot l \dots \dots \dots (10)$$

知攝影時間間隔須緊隨航高 h 與航速 v 之不同而變易。其中航速有時因風力關係，不易使恆依等速進行，航高 h 固可保持相等，但當地形起伏不定之時，亦隨時有增減，屢屢變更攝影時間間隔，殊感困難，因有設

置自動重疊節制儀之必要。該儀本身類似一攝影機（圖 69），在其物鏡之焦面有毛玻璃，可以觀測地面之構影。設 f' 為其焦距， v' 為地形影像在毛玻璃上顯見運動之速率時，則：

$$v' = v \frac{f'}{h}$$

代入公式(10)內得：

$$\Delta t = \frac{h}{jv \frac{h}{f'}} (100 - p) \% \cdot l' = \frac{f'}{fv} (100 - p) \% \cdot l' = \frac{K}{v'} \dots\dots (11)$$

故知攝影時間間隔 Δt 只與毛玻璃上地形之顯見速率 v' 成簡單之反比，今在毛玻璃上置有可移動之標號一組，使其移動速率與 v' 相等，同時將此標號移動之機械，與測量攝影快門啓開之機械相連繫，使符合公式(11)之關係，則攝影觀察者只須時時將標號緊隨地形之顯見運動，則攝影時間間隔即自動為所需求之值矣。此種標號可以一組相互固連等距之小桿（圖 69）構成，或亦可利用一螺旋旋轉，其螺旋線在毛玻璃上顯見之移動，即宛如一組前進移動之標線者然。圖 69 示測量攝影機與重

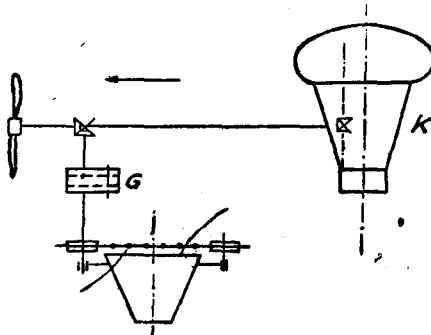


圖 69

疊節制器相聯絡之情形，原動力為特設之轉翼，時時改動 G 處螺旋之傳動比例即可使節制器之標號時時與地景等速進行，同時即能自動控制攝影機之攝影時間間隔。

達到重疊需求之簡單設施，亦可以單純之尋景框代之。設以圖 70 有縱橫絲之尋景框，裝於攝影機旁，每當同一地形景物經 aa' cc' dd' bb' 各橫線時而行攝影，則由於各橫線間隔之設計，可得所須

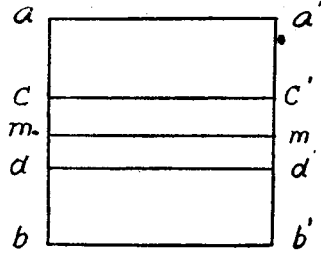


圖 70.

之攝影重疊。圖 71 示航線垂傾攝影(圖 55)用框之另一舉例。其框載有三標號 $K_1K_2K_3$ ，其中 VK_2 方向平行於攝影機之光軸方向。攝影時率依前站 VK_3 方向所對視之地形點以決定此後兩站 VK_1VK_2 應取之方向。今設由攝站 I 依 VK_2 方向得地形點 N_1 ，則當攝影機在傾斜位置而其 VK_1 方向重見 N_1 時，即已達第二攝站 II 應取之地位。同時記錄 VK_3 方向所交之 N_2 點，以為第三站時 VK_2 及第四站時 VK_1 照準之標的。抵第四站時，同理又準照 VK_3 方向以得 N_3 點，依此類推。其標點 K_1K_2

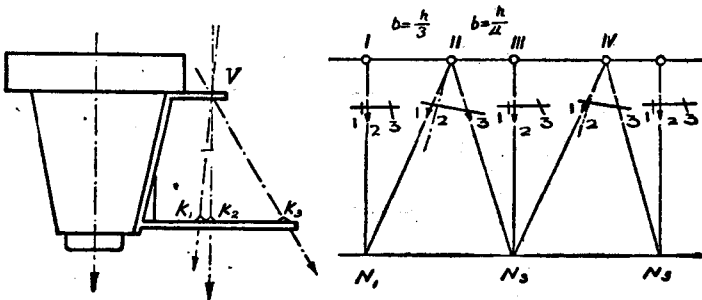


圖 71.

K_0 相對之地位，應依所需求之重疊，以及傾斜攝影之錘點距，按圖 71 之幾何關係而計算或圖解求之。

(三)高差儀：

飛機內均載有空盒氣壓表，所以讀視飛機之高度，但其讀數之精度甚差，鮮能為製圖之助者。1929 年芬蘭維塞來 (Väisälä) 發明液體高差儀，可量航行高度相對之差至一二公尺之精度，可用以控制飛機之航高及記錄航高之變遷，因而單獨求得航測製圖時之一項外方位原素。

維氏高差儀構造之主要部分為一空氣匣 (圖 72)，由玻璃管經一 T 形活門通至 u 形毛細管內，成一流體壓力計。“ T ” 形活門可以轉至三種位置：在第一位置時，空氣匣直與外面空氣接觸，流體壓力計兩端齊平；在第二位置時，則空氣匣與外面經由流體壓力計相連，流體壓力所指之

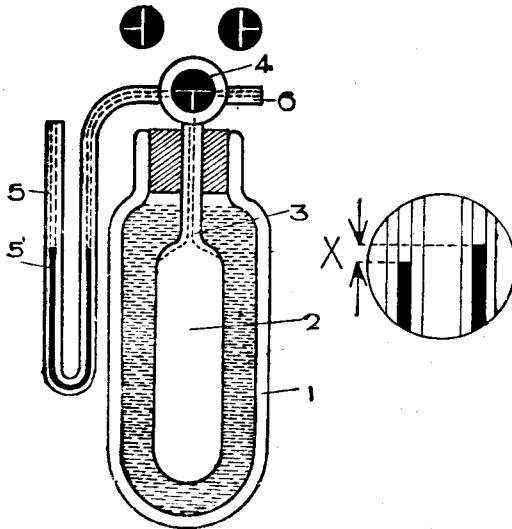


圖 72.

差，即表示內外氣壓之差別；在第三位置時，則流體壓力完全失其連絡，為不用時運輸之位置，此時 u 管中之液體可不致因振蕩而流溢。空氣匣裝置於冰水混合之杜瓦(Dewar)瓶內，以保持匣內之溫度不變。 u 形管內之液體維氏用阿米酒精(Amyl alcohol)，取其比重較輕，可量高度差至四十公尺。每公尺高度差與其讀數之變遷列如下表：

高度 (公尺)	每公尺高度差高差儀之讀數差(公釐)
0	1.60
1500	1.32
3000	1.10
4500	0.91

據實驗結果，應用此儀求高度差之誤差約為 ± 0.54 公尺。實際在航測應用，可得一至二公尺之精度。

(四)地平構影：

航空攝影製圖主要之工作，即在求其攝影時攝影機之外方位。前述之高差儀，可以直接記錄外方位之一項原素，至如攝影機之傾斜，普通概用水準記錄。但在飛機上，水準受震蕩及離心力之影響，其所指之水平方向往往不確。芬蘭乃農恩(Nenonen)發明利用地平構影求傾斜法。其法在主要攝影機旁相隣之二面(圖 73)另設物鏡 O_1 , O_2 以及稜鏡等，使同時攝取二相互成垂直方向之地平影像，此等影像用以決定攝影方向之傾斜，而圓形水準之記錄 T ，則只用作計算時之參考。

此種地平界域，遠在二三百公里之外，欲得清晰之攝影，必用汎色之底片及強度之紅色濾鏡，使長於波長 $600\mu\mu$ 之光線，亦可滲透作用。地平攝影框標所連之直線為參對直線，由於攝影方向之傾斜，使

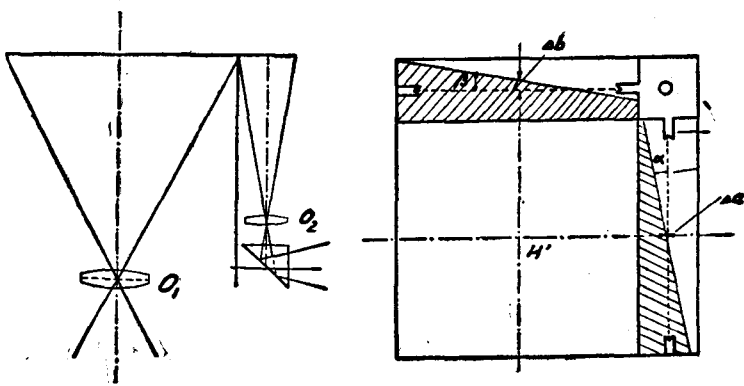


圖 73.

地平構影與參對直線發生 α , β 以及 Δa Δb 等值之偏差，可據以計算所求之傾角 φ 與偏角 w 。事實上根據一條地平攝影，量其 α 及 Δa 或 β 及 Δb 即可算求兩垂直方向之傾斜，但為增進精密計，率取二垂直之地平構影。今以 f 代表地平構影物鏡之焦距，則應有下列關係公式：（圖 73）

$$\begin{aligned} f \tan \alpha &= \Delta b \\ f \tan \beta &= \Delta a \end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

偏角傾角測求之精度可達約 $5'$ 左右，可以供用於糾正測圖及天空三角測量等工作。

第四節 攝影工作

航測工作，可分駕駛，觀察，與攝影三項。三者各有專責，不容稍紊，尤貴有密切之連絡，方能收分工合作之效。其各人所司之職責如下：

1. 駕駛者：負飛行安全責任，其應取之航向，須絕對聽從觀察者之指揮，不能稍執己見。在觀察所指定航線之內，恆保持直線等高平穩

之飛行，但遇機件發生障礙時，得斷然處理之。

2. 觀察員：負攝區劃分及航線接合之全責，凡航攝之次序，航線之方向及底片旁向之重疊等，均宜斟酌業務情形，適應地區特性，妥慎決定，工作時尤須顧慮駕駛及攝影者之便利，以謀業務順利之進行。

3. 攝影者：除負攝影本身之技術外，並擔保底片前後之重疊，及改正氣泡航差角等責任。對每條航線攝影之起止，須聽從觀察者之通知，不能稍有遲疑。但遇沿道路河流之單航線攝影時，得指定攝影者，使有矯正航線之責。

作業時人員之座位，普通觀察者與駕駛者最宜接近，攝影者亦不宜過遠。攝影機之位置，最好在機身之中央，取其震動較小，且能與駕駛者及觀察者接近，便於連絡也。工作人員之位置，常限於機身之構造，不能相互接近，故航測飛機，常有電話筒，顏色燈等設備，為通訊之工具。若無此項設施，則必須賴手話，或牽之以繩，以為連絡之信號，必要時且可另設通信員一人，專司傳遞信號之責。

空中攝影機之負片面，固定位置，攝影者無有對焦距之煩，且自高空俯攝，光線之變化極少，於配光方面，亦較普通攝影簡單。其所難者，在如何使負片攝影適合於測量之要求也。攝影時觀察者宜貫注全神，以尋求目標。目標愈遠愈佳，但隨時宜以近目標為檢查之用。在大比例尺時，因航線間隔距離太小，低空氣流變化較多，航線極易脫離；在山地航攝之時，比例尺有時增大，須縮短航線間隔，此皆觀察者所宜注意者也。攝影者須使攝影保持預定重疊，在飛機航向急劇轉變之時，航差角有時不及改正，重疊宜較增大，以免有過小之虞；行經山地之時，目標有時不

甚顯著，航線極易脫離，亦宜酌加重疊，以期補救。又當跨越河川或者重要地區之時，宜不惜重複，再多加攝片，以期使相互關連之景物，同攝影於一片之內，使適於以後鑲圖及其他應用。至於水平氣泡與航差角之改正，尤須注意，使適行之於露光時剎那之間，俾收最大效果。

第六章 雙像測圖原理

第一節 相對方位決定之普遍原則

由第二章已知攝影之外方位，可以區分為相對方位與絕對方位兩種，並已知由相對方位之決定，可以求得外方位之原素五項矣。此五項未知數之選擇，可於其十二項外方位原素中，任意組合，惟不可使有互關連之二項，依各種儀器之構造及其工作方法之不同，可有下列諸種之組合（有撇者代第二攝影機之動作）：

一、 $d\varphi' \quad d\omega' \quad d\kappa' \quad dby \quad dbz$

二、 $d\varphi' \quad d\omega' \quad d\kappa' \quad d\kappa \quad d\varphi$

三、 $d\varphi' \quad d\omega' \quad d\kappa' \quad d\kappa \quad dbz$

四、 $d\varphi' \quad d\omega' \quad d\kappa' \quad aby \quad d\varphi$

實際應用最廣者為一二兩組，第一組用於空中三角測量時連續像片之銜接，此時假定第一投影機之絕對方位，已經固定於空間，而加所有之動作於第二機上。第二組則用於單獨像片對相對方位之決定，取其只包含角度之轉動而避免直線之移動，在儀器構造上有其便利之處也。今試以應用第一組之五原素為例，則按式 (34) (第二章) 在某點 i 時得下列縱視差方程式。

$$p_{yi} = a_i d\varphi' + b_i d\omega' + c_i d\kappa' + e_i dby + f_i dbz \dots\dots\dots (1)$$

其中因點之地位不同，而各係數 a_i, b_i, \dots 等值亦隨之而異。 p_{yi} 即係在該點，由於 $d\phi', d\omega' \dots$ 等方位誤差所發生之縱視差，可以量而得之。如選擇五點，列以與式(1)相類似之聯立方程式五個，則可以解得所有之未知數矣。此為計算之解法，同時亦即為光學機械解法理論之所依據。

今暫置光學機械或其他方面之困難於不顧，假想以二投影機分別依其外方位之約值置於懸儀架上，而共同投影於一繪圖面上，則按之理論，如能使分佈均勻之任意五點均無縱視差存在時，則所有各點均應無縱視差存在矣。今選擇五點，量其縱視差，此時之問題，即在如何使投影機之外方位作有系統之變動，使其五點之縱視差均能同時消除。或易言之，即如何利用光學機械方法解決公式(1)之五聯立方程式也。按方程式(1)內之各項係數，則在各項未知數之中， $d\phi', d\kappa'$ 與 dbz 之係數有時可以隨點位之選擇，使其值為零，相互分解，不為過難；反之， db_y 與 $d\omega'$ 之係數隨點位不同之變化較小，往往最難分求。

利用光學機械法消除縱視差之原則，即設法使第二動作所發生之影響，對於其第一動作所已成之工作，全無或只作微末之波及是也。今試由最簡單之二未知數開始，歷述此方法之基礎步驟如下：

今設有二未知數 x 與 y ，其相關之方程式設為：

$$a_1x + b_1y = l_1 \dots \dots \dots (a)$$

$$a_2x + b_2y = l_2 \dots \dots \dots (b)$$

其中 l_1 與 l_2 相當於方程式(1)中之縱視差。解(a)(b)二方程式則得 x, y 應得之值各為：

$$x = \frac{l_1 b_2 - b_1 l_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \dots\dots\dots (c)$$

$$y = \frac{a_1 l_2 - a_2 l_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \dots\dots\dots (d)$$

今以 x, y 比之為投影儀上二種外方位元素之微分值，擬作系統之動作，使 A 點與 B 點二處原有之縱視差 l_1 與 l_2 同時消除。換言之，即應如何使 x, y 所移動之值，自動趨近於 (c), (d) 二公式所代表之值也。

首暫假定 y 值為零，則在 A 點之縱視差 l_1 ，可以單獨以 x 動作消除之。此時所動作之 x 設為 x_1 則：

$$x_1 = \frac{l_1}{a_1} \dots\dots\dots (e)$$

x_1 非所求 x 之本值，因 y 初不等於零也。由於 x_1 動作之影響，使 B 點之縱視差由 l_2 變為 l'_2 其值應為

$$l'_2 = l_2 - a_2 x_1 = l_2 - \frac{a_2 l_1}{a_1} \dots\dots\dots (f)$$

更以 y 動作消除此時 B 點之縱視差 l'_2 ，設其移動之量為 y_1 則：

$$y_1 = \frac{l_2 - \frac{a_2 l_1}{a_1}}{b_2} \dots\dots\dots (g)$$

至此步驟， A 點處又因 y_1 之動作而發生縱視差，其值為：

$$-b_1 y_1 = -\frac{b_1}{b_2} \left(l_2 - \frac{a_2 l_1}{a_1} \right)$$

此縱視差再由 x 動作以消除之，移動之量稱為 x_2 ，如此輾轉重復前，此之步驟，則得下表之關係：

視差公式		A 點 $\alpha_1 > b_1$		B 點 $b_2 > \alpha_2$	
$\alpha_1 x + b_1 y = l_1$		$\alpha_2 x + b_2 y = l_2$			
步驟	1	2	3	4	5
移動	$x_1 = \frac{l_1}{\alpha_1}$	不 動	$x_2 = \frac{-b_1}{\alpha_1 b_2} \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right)$	不 動	$x_3 = -\frac{b_1}{\alpha_1 b_2} \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right)$
值	不 動	$y_1 = \frac{l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1}{b_2}$	不 動	$y_2 = \frac{1}{b_2} \left(\frac{\alpha_2 b_1}{\alpha_1 b_2} \right) \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right)$	不 動
餘留之	0	$l'_1 = \frac{-b_1}{b_2} \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right)$	0	$-\frac{b_1}{b_2} \left(\frac{\alpha_2 b_1}{\alpha_1 b_2} \right) \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right) = n l'_1$	0
織視差	$l'_2 = l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1$	0	$\frac{\alpha_2 b_1}{\alpha_1 b_2} \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right) = n l'_2$	0	$\left(\frac{\alpha_2 b_1}{\alpha_1 b_2} \right)^2 \left(l_2 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1 \right) = n^2 l'_2$

表 一

按上表則以

$$n = \frac{b_1 a_2}{b_2 a_1} \dots \dots \dots (2)$$

$$y_m = y_1 + y_2 + y_3 + \dots = y_1 + n y_1 + n^2 y_1 + \dots \dots \dots$$

$$= y_1 (1 + n + n^2 + \dots + n^{(m-1)})$$

$$x_m = x_1 + x_2 + x_3 + \dots = \frac{l_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} y_1 - \frac{b_1}{a_1} n y_1 - \frac{b_1}{a_1} n^2 y_1 \dots \dots \dots$$

$$= \frac{l_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} y_1 (1 + n + n^2 + n^{(m-1)})$$

依表一之步驟繼續至無窮之次數，則 $m = \infty$ ，更設 $n < 1$ 時則：

$$1 + n + n^2 + \dots \dots n^\infty = \frac{1}{1-n},$$

代之上二式得：

$$y_\infty = \frac{y_1}{1-n} = \frac{l_2 - \frac{a_2}{a_1} l_1}{b_2} \frac{1}{1-n} = \frac{a_1 l_2 - a_2 l_1}{a_1 b_2} \frac{1}{1 - \frac{b_1 a_2}{a_1 b_2}} = \frac{a_1 l_2 - a_2 l_1}{a_1 b_2 - b_1 a_2} = y$$

$$x_\infty = \frac{l_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} y_\infty = \frac{l_1}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} y = \frac{l_1 b_2 - l_2 b_1}{a_1 b_2 - b_1 a_2} = x$$

故知由理論上推之，設如 $n < 1$ ，則依此步驟實施至無窮多之次數時，所得之 x_1, y_1 值，漸漸趨近於公式(c)，(d)中所代表應得之值。事實上工作時，不必重復次數過多，蓋按

$$y_\infty = \frac{y_1}{1-n} = k y_1, k = \frac{1}{1-n} \dots \dots \dots (3)$$

關係，固知由已得之 y_1 乘以 k ，即得 y 之確值矣。按公式(2)此 n 可由方程式(a)，(b)之係數計算得之， n 值必小於1，然後此種原理，方能有實

際之應用。按式(2) n 之定義，知 b_1 與 a_2 較之 b_2 與 a_1 應必甚小。在相對方位決定之工作時，此種係數值，隨點位之不同而異。參考式(a) 與 (b) 在某點消除其視差時，必應用對其點影響最大之移動值(外方位原素)。純用光學機械方法時應以盡量避免計算為佳。參考上表，則 n 值可由各步驟餘留之縱視差值之比較而得，視差之變遷，不論其在 A 點或 B 點恆依：

$$l' - nl' - n^2l' - n^3l'$$

之規律進行，故如此種工作進行至第三步驟之時(表一)，其在 B 點所餘留之視差值與第一步驟時所餘留者相較，即得 n 值。

公式 3) 之 k 值，稱之曰改正係數。更使：

$$\mu = k - 1 = \frac{1}{1-n} - 1 = \frac{n}{1-n} \dots\dots\dots(4)$$

μ 稱之為過度改正係數。

此原理之應用，可以下列次序總述之。

- 一、觀測 A 點，以影響於此點比較大者之 x 動作，使其縱視差為零。
- 二、觀測 B 點，以 y 動作使其縱視差為零，記錄所移動 y_1 之值。
- 三、觀測 A 點，以 x 動作重使其點之縱視差為零。
- 四、觀測 B 點，以 y 動作重使其縱視差為零，記錄所移動 y_2 之值。
- 五、依 $n = \frac{y_2}{y_1}$ 計算過度改正 $\mu = \frac{n}{1-n}$ 。
- 六、仍觀測 B 點，繼續移動 y ，使由縱視差為零時之位置起，共移

動 μ 倍 y_2 之量，此時即應得 y 之真值。

七、仍觀測 B 點，而以 x 消除由於第六步驟所成之縱視差。此時在 A 點處亦應無復縱視差存在， x 動作亦因而得其確值。

以上係根據二未知數之推演，今有三，四或五個未知數同時相互關聯，亦可依相類之步驟進行。其複雜程度，自與未知數數目加增。按之實際情形，相對方位之決定，在理論上雖有五未知數之外方位原數，但普通必有一二原素，極易單獨求得。今更試以三未知數時之情形推演，以藉知其普遍之原則。三未知數之情形，在傾斜航空攝影時，有時有直接之應用：

今設此三未知數為 x, y 與 z 其在 A, B, C 三點之縱視差各為 l_1, l_2, l_3 ，而其相關之方程則為：

$$a_1x + b_1y + c_1z = l_1 \dots\dots\dots (a)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = l_2 \dots\dots\dots (b)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = l_3 \dots\dots\dots (c)$$

取公式 (a), (b) 首先假定 z 值為零，則得前述二未知數時之情形。應用過度改正之方法，可使 A, B 二點之縱視差 l_1, l_2 同時消除，因得 x 與 y 之暫值，各為：

$$x_1 = \frac{b_2l_1 - b_1l_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad y_1 = \frac{a_1l_2 - a_2l_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

但此時所得 x_1, y_1 之值，非其應得之值，蓋 z 本非為零也。此時 c 點處之縱視差，由於 x_1 與 y_1 之更動得：

$$l_3 - a_3x_1 - b_3y_1$$

更以 z 之動作消除之，則所移動之 z 值應為：

$$z_1 = \frac{1}{c_3}(l_3 - a_3x_1 - b_3y_1) \dots\dots\dots (d)$$

此時之問題，即 z 之動作應移動至 z_1 之若干倍，方可得其真實之 z 值。

此倍數即相當於前此之改正係數。茲以 k_z 代表之，

解聯立方程式 (a), (b) 與 (c) 知 z 值應為：

$$z = \frac{(a_2b_3 - b_2a_3)l_1 + (a_3b_1 - b_3a_1)l_2 + (a_1b_2 - b_1a_2)l_3}{(a_2b_3 - b_2a_3)c_1 + (a_3b_1 - b_3a_1)c_2 + (a_1b_2 - b_1a_2)c_3} \dots\dots\dots (e)$$

參照公式 (d) 與 (e) 得：

$$k_z = \frac{z}{z_1} = \frac{(a_1b_2 - b_1a_2)c_3}{(a_2b_3 - b_2a_3)c_1 + (a_3b_1 - b_3a_1)c_2 + (a_1b_2 - b_1a_2)c_3} \dots\dots\dots (5)$$

故知在 c 點用 z 動作加以 $k_z \cdot z_1$ 之改正，即得 z 之確值。此改正係數 k_z 之計算至為麻煩，但此值亦可由比較剩餘之縱視差值而求得之。

其法如下：首先利用 x 與 y 之動作，將 AB 二點之縱視差消除，此時記錄 C 點所呈現之縱視差 l'_3 ，然後以 z 動作消除之。由於 z 動作所發生於 A, B 二點之縱視，更以 x 與 y 之動作消除之，由而再量在 C 點所剩餘之縱視差，設其值為 l''_3 。

今稱 $n = \frac{l'_3}{l''_3}$ ，則可以證明（證明之演算從略）： $z = \frac{1}{1-n} z_1$ 即改正係數 $k_z = \frac{1}{1-n}$ ，一如前此公式 3 之結果。

此種步驟在 n 值極小之時，應用最為便捷， n 值愈小，即以後各點之改正對於已改正點處之影響亦愈小。應用光學機械方法決定相對方位，應先及於其對各點縱視差均有鉅大影響之各項，然後及於其只對於少數點有鉅大影響之各項。參考第二章第五節內之各公式則當 b_y 與 b_x 甚為微小時， db_y 同量影響於各點， dk 則不影響於攝影軸內之點， db_x

$d\varphi$ 不影響於經過攝站而平行 xz 平面內之各點, $d\varphi$ 復不影響於經過攝站平行於 $y-z$ 平面內之各點, $d\omega$ 則影響於所有點之縱視差。工作時宜參酌此中關係, 儘量由點之選擇使其數種動作在數點之影響為零, 俾各未知數易於彼此分開, 為此種工作步驟設計之基礎原則。

第二節 相對方位決定之步驟

第一目 垂直攝影

垂直攝影相對方位之決定, 亦可依前述之普通原則推行, 但此時關係比較簡單, 圖 74 表示其縱視差與各方位原素之關係, 已由第二章式

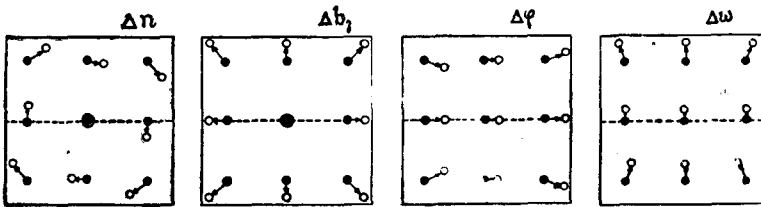


圖 74.

(34) 代表之為:

$$d(\Delta y) = db_y - \frac{y}{z} db_z - \frac{xy}{z} d\varphi + \frac{x'y'}{z} d\varphi' - \left(z + \frac{y^2}{z}\right) d\omega + \left(z + \frac{y'^2}{z}\right) d\omega' + x d\kappa - x' d\kappa'$$

實際應用之問題, 即在如何選擇圖點, 使其依照圖 74 像點移動之關係, 能對各點之縱視差作有系統之消除。方位原素之配合普通應用者為第二節內之前二組, 第一組用之於連續像片之銜接, 第二組用之於單獨像片對。選用點位之方法, 普通率在攝影軸線附近各取一點, 其他各點應

儘量使位於重疊面之外緣(圖 75), 工作之步驟表列於下:

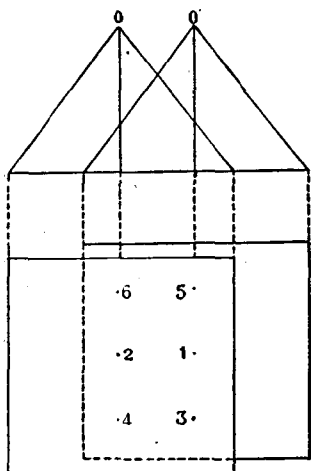


圖 75.

表 二

步 驟	觀 測 點	方位原素之移動		縱視點 為零之點
		甲	乙	
1	1	db_y	dx	1
2	2	dk'	dx	1, 2
3	3	db_z	$d\phi$	1, 2, 3
4	4	$d\phi'$	$d\phi'$	1, 2, 3, 4
5	5	過度改正	$d\omega$ 或 $d\omega'$	無
6	1-2 →3→4 5	重覆上述之步驟		1, 2, 3, 4, 5

甲、連續像片銜接法。乙、單獨像片對法。

此五點之縱視差既已消除, 則在重疊面內所包括之點, 均應不復有縱視差存在。可以更觀測第 6 點以覆述之。在比較縱視差時, 各點之橫視差, 須隨時加以消除。消除橫視差方法, 在連續像片銜接之時, 可以改動繪圖面之高低得之; 在單獨像片對情形時, 可以由移動投影機距或改動圖面之高低以消除之。在前者情形, 不宜移動投影機匣, 蓋此時如基線之部份 by 及 bz 不等於零時, 則每當移動 bx 之後, by 與 bz 亦必逐次加以改動也。

改正係數之概值, 可先依第一節所述之普通原則求之。其法在第五步驟(表 2) 第 5 點觀測之時, 用 $d\omega$ 量其縱視差值而消除之, 更經第六步驟之後, 再量其第 5 點餘留之縱視差值, 其與第五步驟所量得值之比, 即為計算改正係數時之 n 值。如選點均按圖 75 所示之標準, 則其改

正係數可視為一常數，其值可由上式方法得之，或亦可選由其 1, 3, 5 三點(圖 75)之縱視差聯立方程式計算求之。按圖 74 關係，知此三點之縱視差俱不受 $d\varphi'$ 與 $d\kappa'$ 之影響，在連續像銜接情形之時，此三點之縱視差聯立方程式應為：

$$\begin{aligned}(py)_1 &= \quad \quad \quad + dby + hd\omega' \\ (py)_3 &= -\frac{y}{h} dbz + dby + \left(h + \frac{y^2}{h}\right) d\omega' \\ (py)_5 &= +\frac{y}{h} dbz + dby + \left(h + \frac{y^2}{h}\right) d\omega'\end{aligned}$$

將其各係數代入式(5)得

$$\begin{aligned}k &= \frac{(a_1b_2 - b_1a_2)c_3}{(a_2b_3 - b_2a_3)c_1 + (a_3b_1 - b_3a_1)c_2 + (a_1b_2 - b_1a_2)c_3} \\ &= \frac{\frac{y}{h}\left(h + \frac{y^2}{h}\right)}{\left(-\frac{y}{h} - \frac{y}{h}\right)h + \frac{y}{h}\left(h + \frac{y^2}{h}\right) + \frac{y}{h}\left(h + \frac{y^2}{h}\right)} = \frac{\frac{y}{h}\left(\frac{h^2 + y^2}{h}\right)}{-2y + \frac{2y}{h^2}(h^2 + y^2)} \\ &= \frac{y}{h}\left(\frac{h^2 + y^2}{h}\right)\left(\frac{h^2}{2y^2}\right) = \frac{h^2 + y^2}{2y^2} = \frac{1}{2}\left(1 + \left[\frac{h}{y}\right]^2\right) \dots\dots\dots(6)\end{aligned}$$

如應用 $f=10$ 公分之攝影機，底片尺碼為 18×18 平方公分，而假設所

取之點在邊緣內一公分之內時，則 $\frac{h}{y} = \frac{10}{\left(\frac{18}{2} - 1\right)} = \frac{10}{8}$

改正係數 k 應為 $k = \frac{1 + \left(\frac{10}{8}\right)^2}{2} = \frac{1 + 1.55}{2} = 1.3$

第二目 航線垂傾及航線交向攝影

航線垂傾及航線交向攝影之排列，見於第五章第一節內，瑞士國多採用之。其相對方位決定之工作步驟，與在垂直攝影時相似，故表二所列者亦能應用之於此處，惟各選用之點應有更改耳。圖 76 示航線垂傾攝影，圖 77 示航線交向攝影時所應選取之點位，表二所指之觀測點，此時應以圖 76 圖 77 為準，其中點 1 爲二像片之主點（二攝影軸約略交於一點）。點 2 位於重疊面內 x 軸之最右邊，點 3 位在經過右攝站 $0'$ 而平

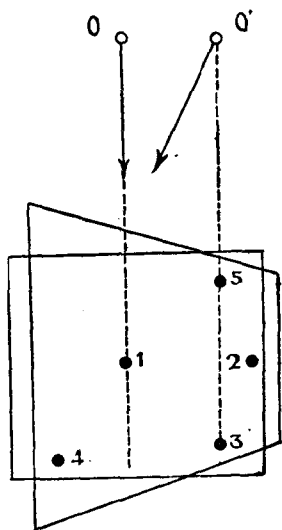


圖 76.

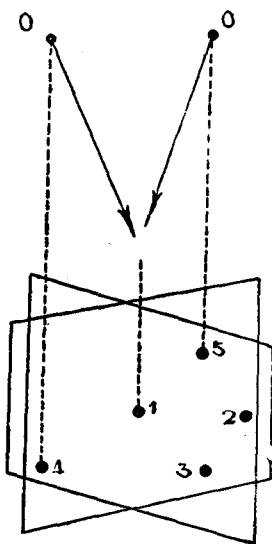


圖 77.

行於 $y-z$ 平面內之下緣，點 4 位在重疊面之左下角，點 5 位在經過右測站 $0'$ 而平行 $y-z$ 於平面內之上緣。在此數點之中，點 1 不受 dk, dk' 之影響，點 3 及點 5 不受 d_p' 之影響，而點 3 與點 4 間縱視差之差，可用

以決定二攝影方向交角之改正，故其工作步驟，可選採用表二之所列者，惟在單獨像片對法工作之時 dk 應改用 dby ，因點 1 之縱視差位於攝影軸附近，不受 dk 動作之影響也。

第三目 傾斜攝影

在深傾斜之攝影時，縱視差應取平行於航高方向較為便利，故如仍應用前此之縱視差公式，不加變易時，應改變座標系統以 $x-z$ 平面為平面座標方向，而以 y 為其高度座標（圖 78）。

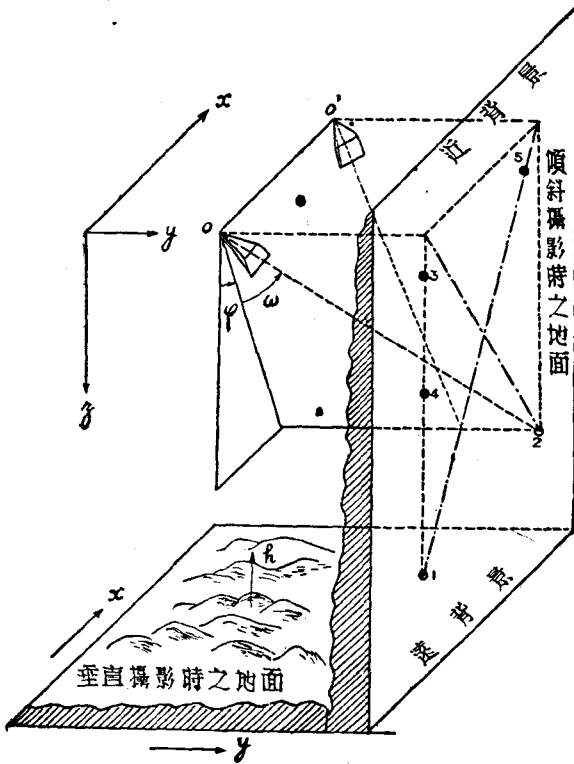


圖 78.

傾斜攝影中尚有種種不同之排列，但其對方位決定之步驟，仍可本一原則設計，即儘量使後一步驟之動作，不使影響過甚於前一步驟已完成之結果是也。在傾斜攝影時，工作步驟比較煩難，蓋在經過攝站而平行於 xz 之平面內， $d\varphi$ 與 dbz 之動作不發生縱視差之影響，惜在此時無地形點存在，不能得其利用。選用下列諸特徵，可獲得逐步趨近之解決。在遠背景方面，其 dbz 與 $d\varphi$ 動作之影響於縱視差遠不及 $d\kappa$ 之甚（攝影附近除外），而在同距時，其 dby 與 $d\omega$ 對於縱視差之影響，各點約略相同，故工作方法可依下列步驟進行：在遠背景處，經攝軸及 y 方向所成平面內之一點（如點 1）以 dby 消除其縱視差，更在距此點最遠之遠背景另一點（點 2），以 $d\kappa'$ 消除其縱視差，此時所得之 κ' 值，已可得至相差不過 10 至 20% 之近似值。更檢查近背景處二點（點 3 及 5）之縱視差，而以 dbz 及 $d\varphi'$ 消除之，其中 $d\varphi'$ 之影響，隨射線角 α 變易甚速；而 dbz 之影響，則在等 z 時，各點均相同。然後擇中部背景一點（點 4）其所呈現之縱視差，加之以 $d\omega'$ 之過度改正，而重覆上項之步驟，至各點之縱視差均等於零時為止。

在傾斜攝影而同時二攝影方向彼此相互平行之時，工作之步驟可以稍有更易。圖 79 示左方像片之重疊部分，圖內之虛線則示其右方像片垂直線內景物在此像片內構影之地位。首選取點 1 位於二像片垂直線之交點附近，此點縱視差對於 $d\varphi$ 、 $d\varphi'$ 、 $d\kappa$ 及 $d\kappa'$ 諸動作之影響至為微末，故由此點之觀測，可立即求得 $d\omega$ 之值。此外則

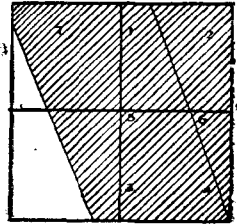


圖 79.

$d\kappa'$ 之值，可由點 2 與點 7 之觀測，而 $d\varphi$ 與 $d\varphi'$ 則由點 3 與點 4 之觀測得之。

設圖 79 所示 1, 2, 7 等三點所成之線，代表地平線構影時，則除 $\Delta\omega$ 可逕由點 1 求得而外，其攝影方向之交角 $\Delta\varphi$ (或 $\varphi' - \varphi$) 亦可直接求得，蓋在基線安置為零時，由二攝影機所得點 1 之方向，應相互平行也。又其在地平線上所包含之景物均應相同，亦可藉以決定其旋角之差 $\Delta\kappa' = (\kappa' - \kappa)$ 。是以此種情形時，可首取點 1 以得其二機 φ 與 ω 之差，然後至點 2，求其 κ 角差，此時在近背景處點 3 與點 4 所存在之縱視差，則主因來自共同之偏角 $\bar{\varphi}$ 。點 3 與點 4 縱視差如有不等之量，或點 5 與點 6 間仍有餘留之視差時，則知 $\Delta\varphi$ 與 $\Delta\kappa$ 之改正尚未完善，應再重覆改正，以使其逐漸趨近。

第三節 相對方位決定之不定性

第一目 危險圓柱面

在相對方位決定之時，有時由於地形點特殊之分佈，致使其工作不能完成，因而發生解求攝影站位置之不定性問題。此種情形常遇之於垂直攝影。

今按式 (1) 知由重疊面內五點所列之五聯立方程式，可以解求所有相對方位之方位原素。但當此五聯立方程式所構成之行列式等於零時，則不復能解算。此時構成方位決定之不定性情形，在垂直攝影時為：

$$\begin{vmatrix} (x_1-b)\frac{y_1}{z_1} & \left(z_1 + \frac{y_1^2}{z_1}\right) & -(x_1-b) & 1 & -\frac{y_1}{z_1} \\ (x_2-b)\frac{y_2}{z_2} & \left(z_2 + \frac{y_2^2}{z_2}\right) & -(x_2-b) & 1 & -\frac{y_2}{z_2} \\ (x_3-b)\frac{y_3}{z_3} & \left(z_3 + \frac{y_3^2}{z_3}\right) & -(x_3-b) & 1 & -\frac{y_3}{z_3} \\ (x_4-b)\frac{y_4}{z_4} & \left(z_4 + \frac{y_4^2}{z_4}\right) & -(x_4-b) & 1 & -\frac{y_4}{z_4} \\ (x_5-b)\frac{y_5}{z_5} & \left(z_5 + \frac{y_5^2}{z_5}\right) & -(x_5-b) & 1 & -\frac{y_5}{z_5} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots (7)$$

今設已有四點，則可找到某第五點，使符合行列式(7)之關係。設此四點已固定位置之點位座標各為 $x_1, y_1, z_1 \dots x_4, y_4, z_4$ ，則發生方位決定不定性之第五點點位 (x, y, z) 應符合下列公式：

$$D_1(x-b)\frac{y}{z} + D_2\left(z + \frac{y^2}{z}\right) - D_3(x-b) + D_4 - D_5\frac{y}{z} = 0 \dots (8)$$

其中 $D_1, D_2 \dots D_5$ 為其相當之底行列式值。再以相似之各項合併，乘以 z ，而以 $F_1, F_2 \dots$ 等代表其應得之常數係數值得：

$$F_1xy + F_2y + F_3(z^2 + y^2) + F_4xz + F_5z = 0 \dots\dots\dots (9)$$

式(9)即代表此第五點之軌跡。此軌跡為一雙曲面(圖 80)，在攝影測量學中稱之為危險雙曲面。由式(9)可知：

(1) $z=0, y=0$ ，符合式(9)，因知攝影基線必位於此危險面內。

(2) 當 x 為常數 C 時，則式(9)為圓形之方程式，故知此雙曲面體與垂直於基線方向之面相交得圓形。

實際上式(9)所代表之普遍情形，在攝影測量中甚少應用，吾人所檢討者並非為其隨航向(x 方向)而變遷之危險面，乃研究在與航向垂

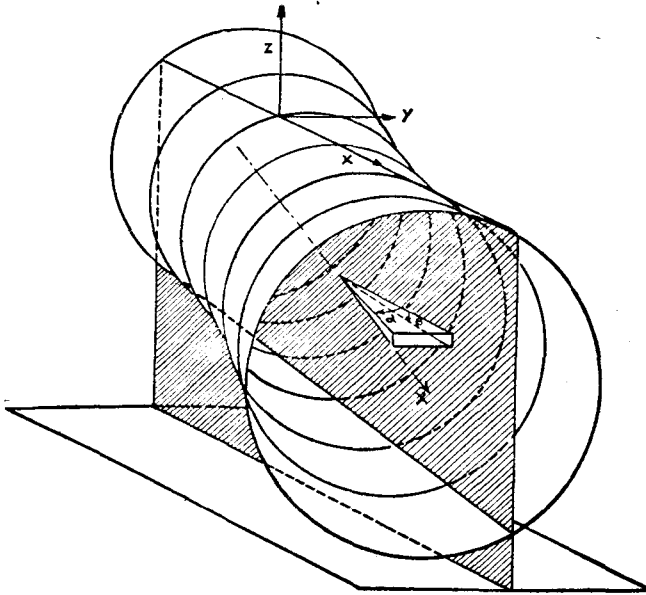


圖 80.

直之諸橫斷面中，地形分佈之情形及其與危險面間之關係。故此時式(9)中之 F_1, F_4 可設使等於零，而式(9)所代表之雙曲面改爲其特殊情形之圓柱面，其代表之公式爲：

$$F_2y + F_3(z^2 + y^2) + F_5z = 0 \dots\dots\dots (10)$$

在垂直攝影時，地形點之分佈常與 z 軸約略相對稱。譬如飛航方向沿山谷或山脊進行之時，即得此種情形。此時式(10)中之 F_2 爲零，得(圖 81)

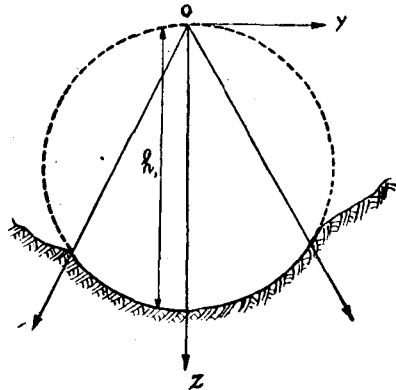


圖 81.

$$F_3(z^2+y^2) + F_5z = 0 \text{ 或 } -kz_1 + (z^2+y^2) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

k_1 爲一常數，相當於式(11)所代表圖形之直徑。在理論上固亦可使 F_5 爲零而得式(12)

$$-k_2y + (z^2+y^2) = 0 \dots\dots\dots(12)$$

此時地形偏位於一邊，少有實際之應用。

第二目 方位不定性之實際意義

當航空攝影沿山谷方向進行之時，設其攝影基線與其重疊面內所攝之地形點同位於一圓柱面內，且此圓柱面之圓直徑爲攝站與攝站在地面投影點間之距離時，則此情形恰與圖 81 所表示之情形相同，因而發生方位決定之不定性問題，其在光學機械法雙像投影製圖時之意義解釋如下：

設攝站與地形點同位於危險圓柱面上，則二投影光束間之相對方位，縱不與空中攝影時相符合，仍可得一無縱視差存在之光學立體。惟此光學立體，不復能與地面原形相似，而成雙曲面形狀(圖 82)之扭曲，而由所繪製之地圖亦遂有誤差存在。由式(11)推斷，扭曲之來源，係以 db_y 與 da'_y 兩方位原素，由於地形點之特殊分佈，致使此二方原素不能由縱視差消除之原理分求。此時設在雙像投影測圖儀上，依表二步驟消除五點之縱視差，則當工作進行至第五步時，第五點所餘留之縱視差爲零，而其過度改正將爲無窮大。

由此種誤差所發生光學立體之誤差，可以按圖 82 加以說明。設以 A 及 B 爲二攝站位置， H_A 及 H_B 爲地面上之二投影點， M, N, P, Q 爲光學立體中靠邊緣之四點，其中 M 及 P 位於通過 A 點垂直於 AB 之平面，

$$p_y = (x-b) \frac{y}{z} d\varphi' + \left(z + \frac{y^2}{z}\right) d\omega' - x(d\kappa' - d\kappa) + b d\kappa - \frac{xy}{z} d\varphi \dots (14)$$

故當 $d\omega'$ 與 $d\kappa'$ 之係數適恆為一定之比例時，則由式(13)所構成之行列式為零，復得式(11)所代表之不定性情形矣。

第三目 方位不定性之免除

為免除相對方位決定之不定性計，選擇飛航方向時，以能盡量避免圖 81 之情形為宜。但實際選擇航向最理想者厥為沿山谷之飛行，蓋此時控制飛航比較容易，且光線與地面相交之角度最佳也。故在此種攝影之時，應注意使解除其方位不定性之影響，在連續像片銜接時有此種可能，茲敘述之。

在連續像片銜接情形時，外方位之解去除第一光學立體，須求其相對方位與絕對方位而外，以後每加一連續之像片時，只須求其新加之投影光束與前一投影光束相對之方位，然後再加以光學立體比例尺之改正即足(見第四節)。參照圖 82，假定為 A 第一光學立體右方之攝站，其投影光束之絕對方位及由而所決定之地形點 H_A ， M 及 P 等均屬正確。今以第三攝站 C 之攝影光束與 A 站之光束相配合成第二光學立體，則此時 A 居於第二光學立體左攝站地位，在 A 與 C 光束相對方位已經決定之後，必先藉比例尺之改正，以決定其第三光束 C 之絕對方位。此時如有上述不定性問題存在時，則 C 點之位置，未必準確，其誤差足使其在第二光學立體內所得 $M-H_A-P$ 點之高度與在第一光學立體內所得者不相疊合。如使 H_A 點之高度彼此相符合時，則 M 點呈昇高或降低，同時 P 點呈反向不符之現象。依此高度差改正傾角 $d\omega'_c$ ，而同時以 by 動作消抵其發生的縱視差，至 $M-H_A-P$ 點高度在二光學立體

中同時符合爲止，即得正確之解決矣。

在單獨像片對時，必須靠地面控制點，方可求出由於危險圓柱面所發生方位決定不定性之影響。故在連續攝影中，開始與最末之二攝影站宜使位於山谷交叉之處附近，以便選取與危險圓柱面遠離之地形點，資以爲相對方位決定之用。

今設攝影焦距爲 21 公分，像幅爲 18×18 公分，則當像片中心與邊緣所構景物點之高低差約在航高十分之一時，即可發生危險位置現象。假定航高爲一千公尺或五千公尺，則地形點之高度差爲一百或五百公尺，在普通之邱陵地帶時時遇見；如攝影機之焦距爲十公分，而像幅爲 18×18 公分時，則可能構成方位不定性之高度差約爲航高三分之一，僅在山嶽地帶有此情形；如攝影機之攝角再加寬，則此危險圓柱面問題更不存在矣。

第四節 絕對方位之決定

由於相對方位之決定，二攝影機在空中之十二項外方位原素，可以確定其五。其餘七項之中，一項爲基線長短之決定，用以定測圖之比例尺，其他之六項則爲光學立體在空間共同之三直線座標 \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} 與共同之三轉角 $\bar{\kappa}$, $\bar{\varphi}$, $\bar{\omega}$ 。此七項未知之絕對方位，可利用三控制點以決定之。其中二點須知其平面及高程座標，另一點只須知其高程座標即足。但此點不得位於前二點之直線之上。

絕對方位決定之第一步驟即其比例尺之改正。其法如下，根據二控制點座標值，計算其二點在空間之距離，設二點座標之差爲 Δx , Δy 與

Δz 時，則所求二點之空間距離，在比例尺度為 m 時，應為

$$s = m\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

今更在光學立體暫訂之座標系統內量其二點間座標之差，亦據以求其斜距，設得

$$s' = m\sqrt{(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2}$$

則由 s 與 s' 相比，即可推知其基線距離所應加減之校正值矣。設基距之長為 b' 而所應求之距離為 b 時，則

$$\frac{b}{b'} = \frac{s}{s'}, \quad (b - b') = b' \left(\frac{s - s'}{s'} \right), \quad b = b' + b' \left(\frac{s - s'}{s'} \right) \dots \dots \dots (15)$$

在其餘之六方位原素中， \bar{x} ， \bar{y} ， \bar{z} 與 \bar{k} 四項往往易以繪圖紙湊合於光學之立體得之，其 $\bar{\phi}$ 與 $\bar{\omega}$ 之轉動，則須先求光學立體與繪圖面相對之傾斜方向及傾斜角，然後分解而求其平行於 x 與 y 方向之部分，因普通之儀器構造，只有在以此二方向為軸時，方有依照需求而轉動之可能也。其法舉例如下：

今設 P_1 ， P_2 與 P_3 為已知之三點，高度各為 h_{P_1} ， h_{P_2} 與 h_{P_3} ，由光學立體所量得各高度為 h'_{P_1} ， h'_{P_2} ， h'_{P_3} 。此時之解題，即如何使圖面與光學立體相對轉動，俾使 h 與 h' 之差 Δh 在各點均相同。其圖解步驟可以按照圖 83 之例推得之。按圖 83 設 P_1 ， P_2 ， P_3 示在比例尺一萬分一圖上相對之點位，在三點所量高程之改正數設各為 (-2) $(+4)$ 與 (-1) 公尺。由 P_1 ， P_2 可以圖解求得高程改正為零之點 D ，同理自 P_2 ， P_3 得點 E ，此等點 D ， E 既可無需加以高程改正，則此整個光學模型之轉軸，必位於此線之上，或者亦可使位於與此線相平行之任一線上，是以 DE 線代表轉

軸之方向。自三點中任意之一點如點 P_2 作垂直線於 DE 得 F 點，沿 DE 軸所應作之旋轉值為： $\frac{\Delta h_{P_2}}{F P_2} = 0.0234$ 。

此值與其旋轉之方向可以取與 DE 平行之向量 AC 表示之， AC 之長代表其轉值，而其箭頭方向代表整個投影系統所應旋轉之方向，方向表示之定律可依右手定

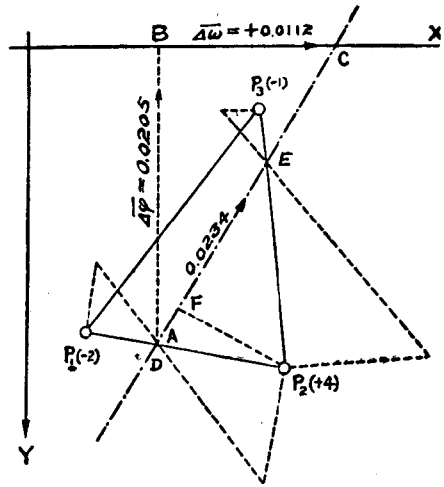


圖 83.

律(或螺旋定律)為標準；即當右手大拇指示向量之箭頭方向時，其餘諸手指即應代表其光學立體應行旋轉之方向。此依 AC 為軸之旋轉，更可依向量分解法分解之，以求其以 x 與 y 為軸而旋轉之部分值。按圖 83 向量 AC 分解為 AB 與 BC 二向量，二向量之長代表其旋轉之部分值，而其向量之方向，仍可依右手定律及求得其所應旋轉之方向。

因得，
$$\overline{\Delta\omega} = +0.0112 = 38'$$
$$\overline{\Delta p} = -0.0205 = 70'$$

當控制點之點數多於三時，可以平差之以得更精確之結果。此時以採用誤差直線方法較為便捷，茲演證其方法如下：

設仍以 Δh 代表某點處所應加之高程改正數，則由 $P_1 P_2$ 二點所決定光學模型所應轉動之值 δ 為

$$\delta = \frac{\Delta h_{P_2} - \Delta h_{P_1}}{P_1 P_2}$$

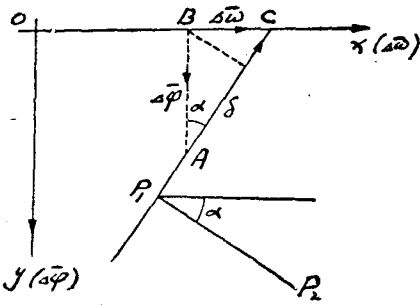


圖 84.

轉軸則為與 P_1, P_2 相垂直之線如 P_1C (圖 84)。按前理此轉動之量及方向可以在 P_1C 或與 P_1C 平行之任意線上之向量表示之。今設此向量為 \overline{AC} 而其在 x 與 y 方向之部份值為 \overline{BC} 與 \overline{BA} ，則得

$$\delta = \overline{\Delta\omega} \sin \alpha - \overline{\Delta\varphi} \cos \alpha \dots (16)$$

由任意二點之組合可得式(16)一個，解算此等方程式則得 $\overline{\Delta\omega}$ 與 $\overline{\Delta\varphi}$ 之值矣。在圖解時，式(16)代表一直線，稱誤差直線。由最少二直線之相交，其交線之座標值即代表 $\overline{\Delta\omega}$ 及 $\overline{\Delta\varphi}$ 二未知數。當此等誤差直線甚多時，由於觀測誤差關係，不能均交於一點，因得誤差多邊形，可從而得其平均值。

至於誤差直線繪畫方法，則以根據此直線之傾斜及與座標原點之距離繪圖，最為便捷，按式(16)得

$$\overline{\Delta\varphi} = \tan \alpha \overline{\Delta\omega} - \frac{\delta}{\cos \alpha}$$

$\overline{\Delta\omega}$ 之係數即為此直線傾斜之正切，故知此誤差直線之方向即二點 P_1P_2 之方向，此直線距座標原點之距離為 δ 。今自 P_1 面向

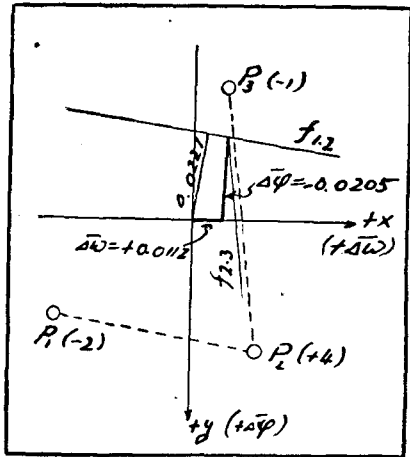


圖 85.

P_2 方向, 如 P_2 之高程改正數大時, 則此誤差直線位於原點之左方, 反之則位於原點之右方。圖 85 示用誤差直線方法以解圖 83 之例。

$P_1 P_2$ 間之誤差直線 $f_{1,2}$ 離原點 O 之距離為 $\frac{6}{272} = 0.0221$, 自 P_1 對向 P_2 時, 應位於原點之左。同理得由 $P_2 P_3$ 點所求之誤差直線 $f_{2,3}$, 由其交點之座標, 量得與上例相同之結果。圖 86 示由多數控制點求得光學模型轉值之舉例。其中除 $f_{1,3}$ 及 $f_{2,4}$ 由 P_5 之存在失其重要性外, 其餘之各線均示之於圖, 由諸線交點可易判斷其點之確值矣。

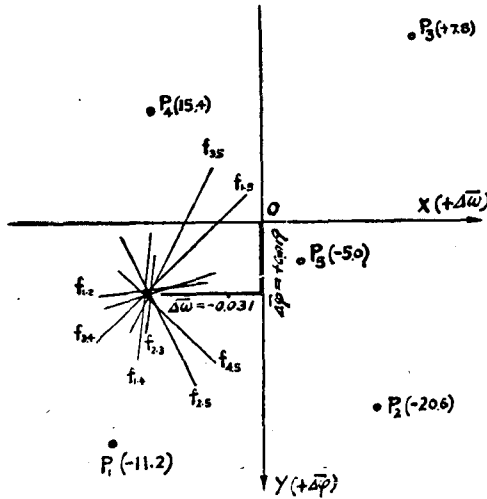


圖 86.

在連續像片銜接時, 設其左方像片之方位固定不動, 且假設其絕對方位已由前一光學立體之工作求得, 則當其右方像片之相對方位已經決定之後, 其右方像片之絕對方位亦必已正確, 所缺者僅比例尺之改正, 俾使此新成立之光學立體與前此所得之光學立體比例相同耳。

最簡單之方法，即移動新成立體之基距，使其在三相隣像片共同一點之高度，在此立體內所得者與前此立體內所得者相符(圖 87)，因此等點應為三射線共同之交點也。此等點普通以垂直核面內之點 P 為準而輔之以像片邊緣點 P' 及 P'' 點之觀測，基距之改動往往須分行之於基線之各部 b_x , b_y 與 b_z 。其所需移動之量與其本身之量成正比。其中

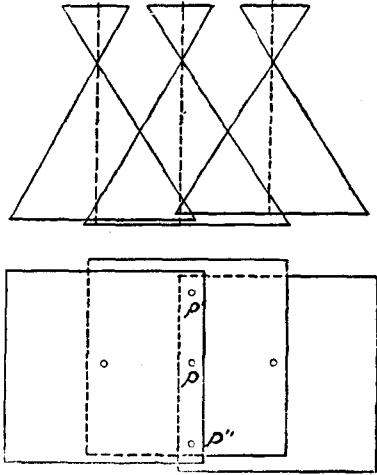


圖 87.

b_x 率約略與基線之方向平行，為主要之部分，而 b_y 與 b_z 部分所需改動之值則甚微末。

第七章 自動雙像測圖儀

第一節 自動雙像測圖儀之分類

自動雙像測圖儀構造之原則，在重建相隣二攝影站攝影時所得之二光束，並在儘量避免計算或圖解方法條件之下，求此二光束與圖面相對之部位，以便按影連續繪圖也。測圖儀構造之種類繁多，每儀主要之構造部可分之爲三：

- 一、 投影系統。
- 二、 觀測系統。
- 三、 繪圖系統。

普通測圖儀之分類，率皆依照其投影系統內所採用之方法而區分之爲：

- 一、 光學方法投影(圖 88)。
- 二、 光學機械方法投影(圖 89)。
- 三、 機械方法投影(圖 90)。

光學及光學機械方法投影測圖，係利用波柔柯培原理(見第二節)，將原來攝影之光束，仍用與攝影物鏡相似之物鏡建樹，因據以投影製圖。惟前者直接利用光線求其交點，因而決定圖點之地位；後者則光線自物鏡透出後，其方向由方向機桿表示之，利用二投影機方向機桿之相

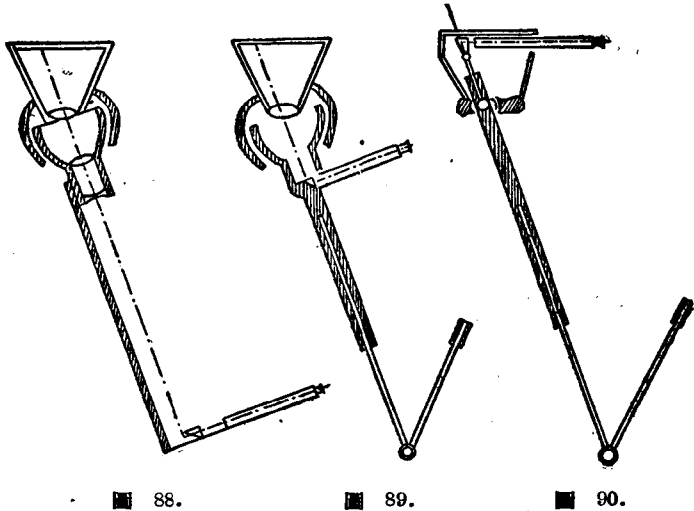


圖 88.

圖 89.

圖 90.

交，以得其所繪之點位。此等機桿之動作，則由觀測系統中之視線方向控制之。至於純用機械方法製圖，則每條光線之整個過程，自像點經投影中心以至於圖點，均由機桿以指示之。

利用波柔柯培原理投影，可以減少由於透鏡畸變差所發生之誤差，此為機械方法投影之所不及。但近日物鏡製造技術增進，畸變差可使減至最小，且此餘留之畸變差，仍可利用消抵玻璃板使夾於底片與觀測鏡之間而消滅之，故亦有應用機械方法之原理設計測圖儀者。機桿方法應用之困難，在其機械齒隙之存在，以及精密機械製造之困難；光學方法投影之困難，則在如何使遠近物體均能得清晰之構影，必要時須附加輔助光學系統，以解決此項困難，但多加輔助光學系統，則多增誤差之來源，因而減少光學方法投影之優點。

雙像測圖儀觀測系統之構造，主要隨測點數目之為一個或二個而

異。在應用單一測點之時，二投影機所投射之影像，均位置於同一面域之內，此時觀測系統之構造比較簡單，但必有特殊設備，以幫助觀測者在混合投影之中，尋求其光線之交點；或在立體觀測之時，須設法使影像分開，俾觀測者一眼只能見其一個投影機之投影。應用二測點之雙像測圖儀，係利用蔡司平行四邊形原理（見第四節）將測點分爲二枚。

觀測系統包括所投之影像與測點，更經過稜鏡與透鏡組合之過程以轉達於固定位置之二目鏡。凡影像之投射於不透明承影面而觀測者，稱之爲物觀觀測；反之，凡影像經由透鏡反鏡等而直達觀測者之目鏡者，稱之爲主觀觀測。至於繪圖系統則包括繪桌等部份。

第二節 波柔柯培原理之應用

利用波柔柯培原理在利用攝得之像片及原用之攝影機，以重構攝影時由於地形點所成之光束。原用之攝影機不便移用時，則另製投影機，其物鏡須與攝影機之物鏡有相似之光學特徵，以減少其由於光學畸變差所發生之誤差。

光線投射之後，應備有觀測系統，以量測其射線角。射線角普通以其 y 軸爲主軸，以 α 與 β （第二章第四節）表示之。量測 α 與 β 角最簡單之方法，即置望遠鏡於投影物鏡前，以一軸（豎軸）爲主軸，量其像點 x' 方向之夾角 α ；以另一軸（橫軸）爲副軸，量其像點 y' 方向之夾角 β ，實即無異於一像片量角儀也（圖 91）。此時以射線或機桿隨此望遠鏡所轉動之角值 α, β 轉動，則由二投影機二兩對射線或機桿之相交，即得測繪之點位。但雙像測圖儀之構造，應使觀測望遠鏡之地位固定，觀測者庶

可安坐工作，今按圖 91 之情形，則觀測鏡 C 之轉動，必連接以稜鏡或平面鏡系統，使其影像時時均反射於固定方向之觀測目鏡中。

另一種構造，即使投影機與觀測鏡分任 α 及 β 轉動之動作；前者恆作 α 角之轉動，後者恆作 β 之轉動，則其相對動作

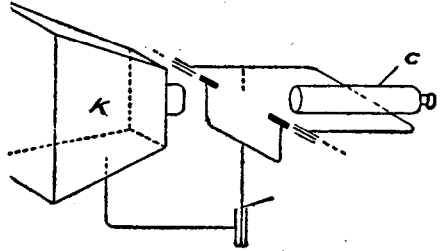


圖 91.

之結果，必與前次所量得之 α 與 β 值相同；或者亦可逕使觀測鏡 C 固定，而加所有動作於投影 K ，唯此時欲得正確之 α 與 β 值時，投影機與觀測鏡相對之轉動，仍須保持圖 91 之關係，欲如此，則投影機必須以橫軸為主軸而豎軸為副軸轉動。

第三節 轉影現象

第一目 轉影角

由吾人平時視覺，則凡自然界中垂直之景物均成垂直之影像於眼神經。但如垂直物經若干鏡面之反射時，則其達於眼內之影像不復垂直，其與垂直方向所成之角，稱之為轉影角。

在攝影測量雙影自動測圖儀中，光線經由轉動之鏡面反射，因而發生不定值之轉影角，必須設法消除，始能作立體之觀測。茲由最簡單之單反鏡面開始，解說其關係。

以某光線交於反鏡面 S 處為圓心，繪任意半徑之圓球（圖 92）。更以 HP_1H' 為水平圈，以 PS 為入射之光線，以 NS 為反鏡面之正交線，

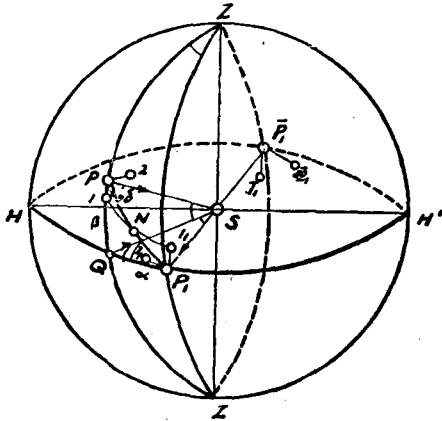


圖 92.

而以 SP_1 爲出射之光線。則按反鏡原理， NP_1 應等於 NP 。設更有一點 I 位於垂直圈 ZPQ 之內，則由反鏡 S 所發生之影像，位於 I_1 ，其光學條件爲 $NI = NI_1$ ，故知 P_1 本爲垂直之物體，其影像 P_1I_1 已不復垂直，其與垂直所成之角 $\angle ZP_1I_1 = \sigma$ 卽爲轉影角。

二弧面三角 PNI 與 P_1NI_1 相等，因：

$$PN = P_1N$$

$$IN = I_1N$$

$$\angle INP = \angle I_1NP_1$$

故知

$$PI = P_1I_1$$

而

$$\angle NPI = \angle NP_1I_1$$

在正角弧面三角 PP_1Q 內，設以 $\angle QPP_1$ 爲 δ ，以 $\angle PP_1Q$ 爲 η ，則

$$\angle P_1I_1 = \eta + \delta$$

而
$$\sigma = \eta + \delta - 90^\circ = \eta + \delta + 90^\circ - 180^\circ = \varepsilon_{PP_1Q} \dots\dots\dots (7)$$

即轉影角 δ 之值應等於 PP_1Q 正角弧面三角形之弧超角也。以其射線角 α 與 β 表示之，按弧面角超之定義， σ 值應為：

$$\tan\left(\frac{\sigma}{2}\right) = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) \dots\dots\dots (8)$$

以眼自 P_1 向 S 點觀之，見 P_1 點現於 \bar{P}_1 ， I_1 點現於 \bar{I}_1 。

設有多數反鏡，其所安置之地位雖不同，但在理論之探討，均可平行移置於圖 92 之圓心點 S 處，蓋此時所論及者，皆專指射線之方向而言，與平行之直線移動無關也。設有第二反鏡與前者平行而反向，則其鏡面之正交線位於 NS 線之沿長線設為 \bar{NS} 。由圖 92 可易知經此平行反鏡作用之後，前此所生之轉像角，必適重行消抵，故知二平行反鏡加於光線過程之中，無有轉影現象發生。

第二目 轉影稜鏡

嘗吾人置一等邊梯形稜鏡於平行光束之間，而使其稜鏡平行邊平行於光線之方向時，則光線經由此稜鏡之反折後；最後射出之光線，仍與前次平行，其光線之過程示如圖 93。因反折之數為單數，故成倒置影像。此種梯形稜鏡，可用之以轉影，稱之曰轉影稜鏡，或又名阿米西 (Amici) 稜鏡。設入射之光線沿與其平行之軸作 φ 角之轉動時，則其射出之光線亦作同角之轉動，惟其方向與前者相反，故如使入射光線固定而轉動轉影稜鏡 φ 角時，則射出之光線必依同向作 2φ 之轉動。今設由某反鏡之旋轉，致影像發生 φ 角度之轉影，如在其光線過程中加以轉影稜鏡，利用齒輪機械使隨同作 $\frac{\varphi}{2}$ 之旋轉，則可以消除其所發生之轉影。

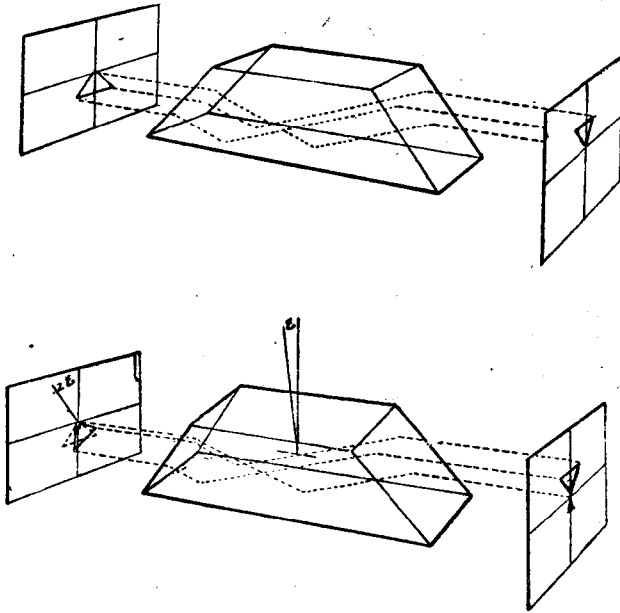


圖 93.

第四節 蔡司平行四邊形

雙像測圖儀直接應用原攝之像幅時，投影機之尺碼頗為龐大，以之繪製中等比例尺以下之地圖，則機身相觸，致基線距離不能隨需要而縮短，且機身笨重，基線部分 b_x b_y 與 b_z 之移動，頗不便利。為解除此等困難計，德國蔡司廠首先應用平行移置原理，自動雙像測圖儀率皆應用之。利用雙像測圖儀工作天空三角測量時，更為不可缺少之設施。

設 I 與 II (圖 94) 為二投影機應取之地位，其基線部分各為 b_x , b_y , b_z 相當於攝影時之情形。 P 為自二攝站出發二相對光線之交點，亦即

所求圖點之點位也。今將二投影機移置，使作任意之間隔 k ，而使每投影機各附以一測點 (M_I) 與 (M_{II}) 。在移置之前， (M_I) 與 (M_{II}) 均位於 P 點。設移置後 (M_{II}) 與 (M_I) 相對之位置與 II 與 II' 相對之位置相同時，換言之，即設 $II II' (M_I) (M_{II})$ 為一平行四邊形時，則前此交點之關係仍然保存。今將 (M_I) 與 (M_{II}) 相對之位置固定，成一體之基線狀，而任意上下左右移動之，則當自 I 來之光線交於 (M_I) 點 同時自 II 來之相對光線亦交於 (M_{II}) 點時，即不啻得交點之位置矣。是以具有此種設施之後，在任何攝影情況之下，投影機 I 與 II 之位置可以固定不移，其基線部份之安置，完全移置於測點處，因名此後者之部份曰基線狀。 b_x, b_y 與 b_z 三部份可按圖 94 均安置於測點 (M_{II}) 處，或者亦可同理安置於測

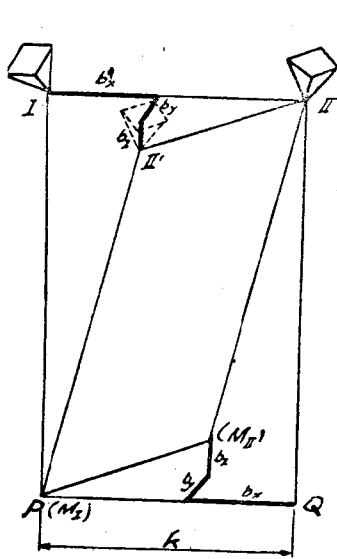


圖 94.

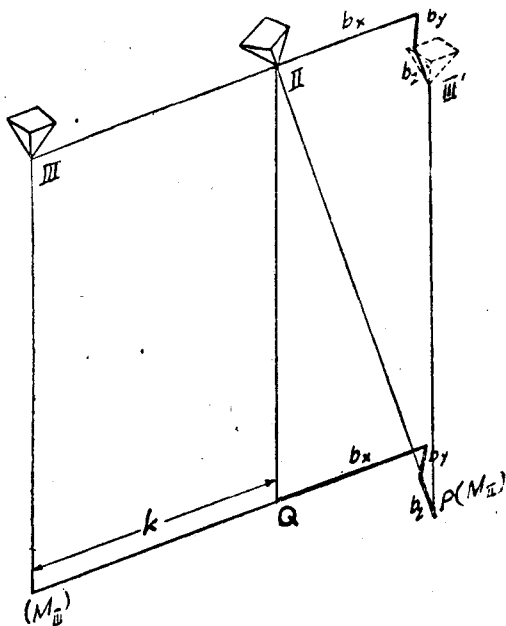


圖 95.

點(M_I)處,或視構造方面之便利,而分置於(M_I)及(M_{II})處。

利用此種設施,可使二投影機作任意距離之隔離,且投影之位置可以永久固定,不必隨各次不同之基線部份而移動,此足以減少儀器製造之困難,而加增應用之便利。更有一重要之點,即蔡司平行四邊形設備之應用於天空三角測量工作是也。當天空三角測量觀測之時,投影機 II 之絕對地位,已由 I, II 之關係求得,更進而求 II, III 二投影相互之方位時,則投影機 II 已決定之方位不應使之更易。在普通祇有二具投影機之測圖儀,必須設法使其第三幅像片 III 仍能利用前此之投影機 I , 此則亦可以由蔡司平行四邊形之應用解決之。此時測點之基線安置須有在常距外方安置之可能,其關係示於圖 95。此時右方測點隨其投影機自 $III' P$ 移置於 $III(M_{III})$, 而得平行四邊形 $III III' (M_{II})(M_{III})$ 。其中 $Q(M_{III})$ 為固定距離 k , 而基線部份 bx 之安置,須在此固定距離之外方。

第五節 重要之自動雙像測圖儀

第一目 光學方法投影測圖

利用光學方法投影測圖,構造較為簡單。其原理之應用於航空測量,始於奧人山甫魯。後由蓋斯兒(Gasser)繼續完成之(圖 96),其構造係直接以二投影機載二相隣重疊攝影之像片,共同投影於繪圖面上,上下移動其繪圖面而得相對光線之交點。此時對於晰影距限問題未曾加以解決。求光線交點之法,係利用閃閉法(見第三章第二節),使投影機相間投光,惟不用閃閉快門之眼鏡,故不能得立體印像。當繪圖面尚未位

於其光線之交點時，則自二投影機投射之二影像點，左右躍盪不定，惟有圖面適在光線交點之高度時，其點之影像固定不變，蓋此時二相對投射之光線，均落於同一點也。自繪桌上下移動之讀數，可以得其圖點之高程。

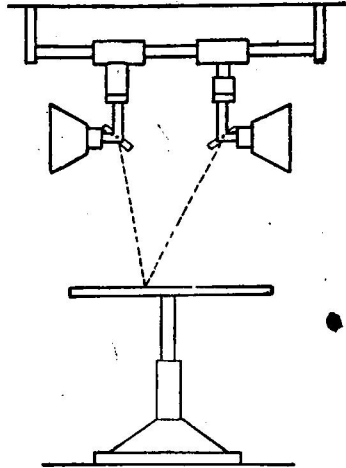


圖 96.

蔡司多倍投影測圖儀 (Aeroprojektor Multiplex) (圖 97) 亦利用直接投影之法，惟採用縮小焦距物鏡之投影機。該儀附有縮小儀，使 18×18 公分之底片縮成 4×4 公分之透光正片。

投影機主距為常角攝影機 (底片 18×18 公分焦距 21 公分) 而設者，為 46 公釐，為寬角 (底片 18×18 公分焦

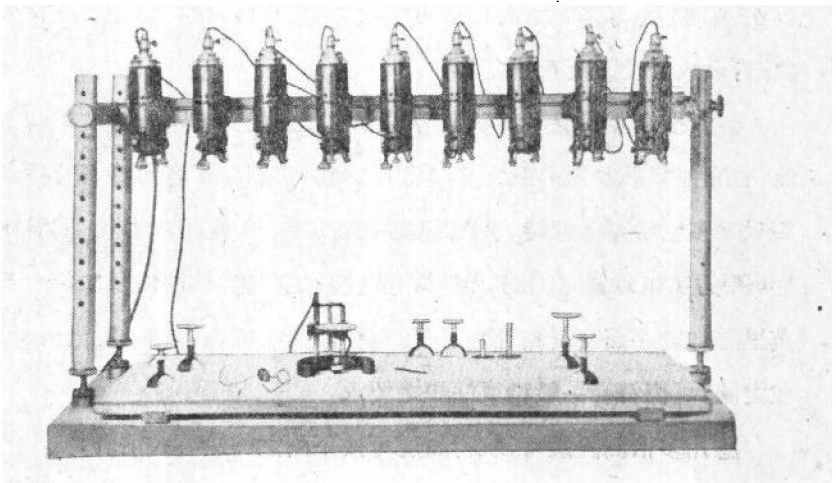


圖 97.

距 10 公分)而設者,爲 22 公釐。其晰影距離距投影物影爲 36 公分,其晰影極限約爲 27 至 45 公分。每懸儀架可安裝多數投影機,每投影機均可作 b_x, b_y, b_z 與 γ, ω, κ , 等動作,極適於空中三角測量之工作。整個之懸儀架承於三點,可使整個系統隨絕對方位之需要,沿 x 及 y 軸方向轉動。另設小繪桌,下載尖點用以標繪圖點,或易以鉛筆,以描繪地形。小繪桌上載承影面,載測點於其中心,用以追隨光線之交點,交點之高度則自小繪桌之垂柱刻度以讀得之。其觀測係利用互補色觀測法以求得立體印象,各投影機透光正片之上,可以插置紅色或綠色玻璃,觀測者須戴紅綠色玻璃之眼鏡,俾使符合每眼只見其一像之立體觀測條件。

美國包史龍博(Bausch & Lomb)工廠分別爲地質調查所及美國陸軍亦製有多倍投影測圖儀兩種。前者用 64×64 公釐之縮小透光正片,投影機之主距爲 30 公釐;後者則用 54×54 公分之縮小片,投影機主距爲 37 公釐(圖 98),其構造較之蔡司工廠出品,多有改進之處,並備有吹冷設備,以減少投影聚光燈之熱度。

多倍投影測圖儀殆爲雙像測圖儀中應用最爲普通者,其儀構造單簡,且能連繫航線內多數之重疊像片爲其特點。應用寬角攝影及長爲十四呎之多倍儀懸儀架時,則可以空中連繫長 66 英里之地帶,同時測繪 600 平方英里地區之地圖。但爲精度較高之測繪,往往仍須於每八至十英里處加設平面控制點,而於每個重疊面內加測高程繪制點 如此則所成之圖,可使符合一般精度法規之要求。

應用多倍測圖儀時,航行高度可按下列之經驗公式估計:

$$h = 765 kc$$

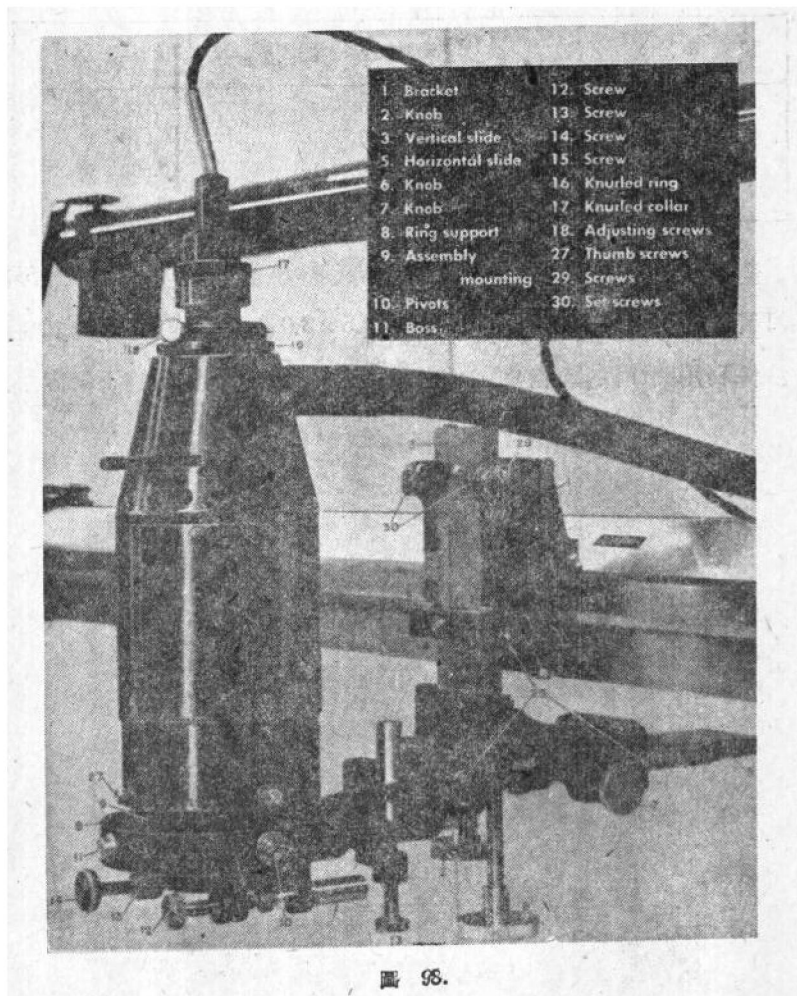


圖 98.

其中 h 為距地面之航高, k 為空中基距與航高之比例, c 為測圖之高等線距。此公式內常數之選擇, 在使成圖後, 90% 上之點位高程誤差在等高線距半值之內。今以常用之四種航攝機為例, 則其 k 值各應為:

焦 距 (公 釐)	底 片 尺 碼 (公 釐)	$k = \frac{b}{h}$
100	180 × 180	0.785
132	240 × 240	0.740
152	240 × 240	0.590
210	240 × 240	0.437

義大利亦有倪司垂多倍投影測圖儀(Multiplo Nistri)之製造,每儀架可裝置縮小之投影儀六具,各裝載 4.5 × 3.0 公分之透明正片。其觀測方法係利用閃閉法,小繪桌之承影面則由一毛玻璃組成,其下斜置平面

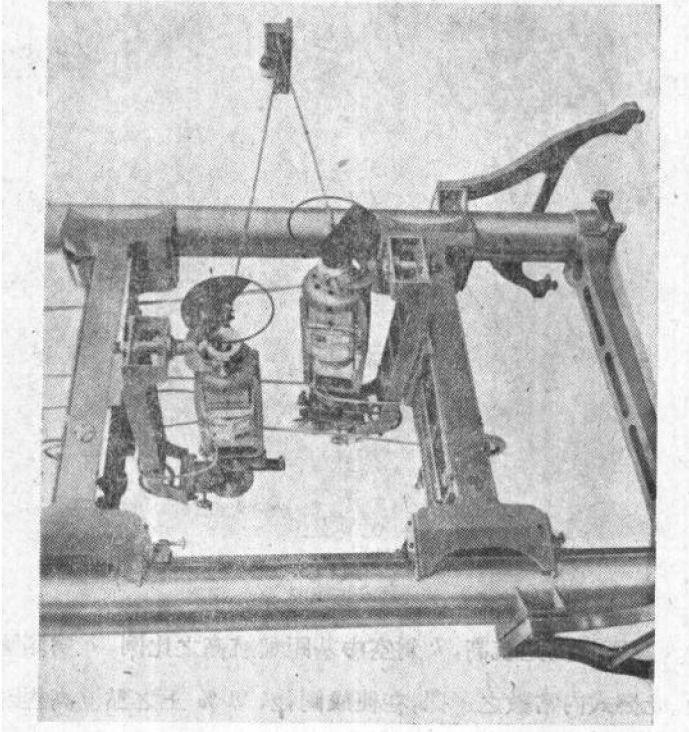


圖 99. (甲)

鏡，以反射由毛玻璃滲透之光入於觀測者之眼。

另有倪氏投影測圖儀(Fotocartografo)(圖 99 甲、乙)製造之原理與蓋斯兒投影儀相同，唯其投影機之光軸橫置，投影於豎立之受光毛玻璃，另用傳動機械轉繪圖於平置之繪圖面上。此儀機身龐大，約佔屋一間，在其晰影面之影像，約十倍於原片之比例尺。如地形起伏過甚，因而超過其晰影之距限時，可以改動基距，同時改變自受影毛玻璃至繪圖平

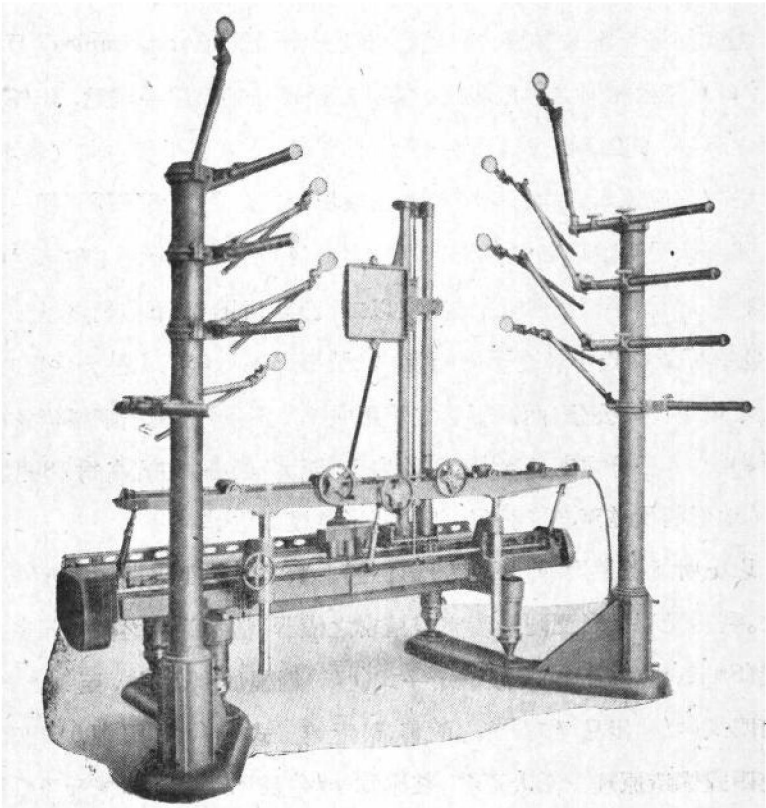
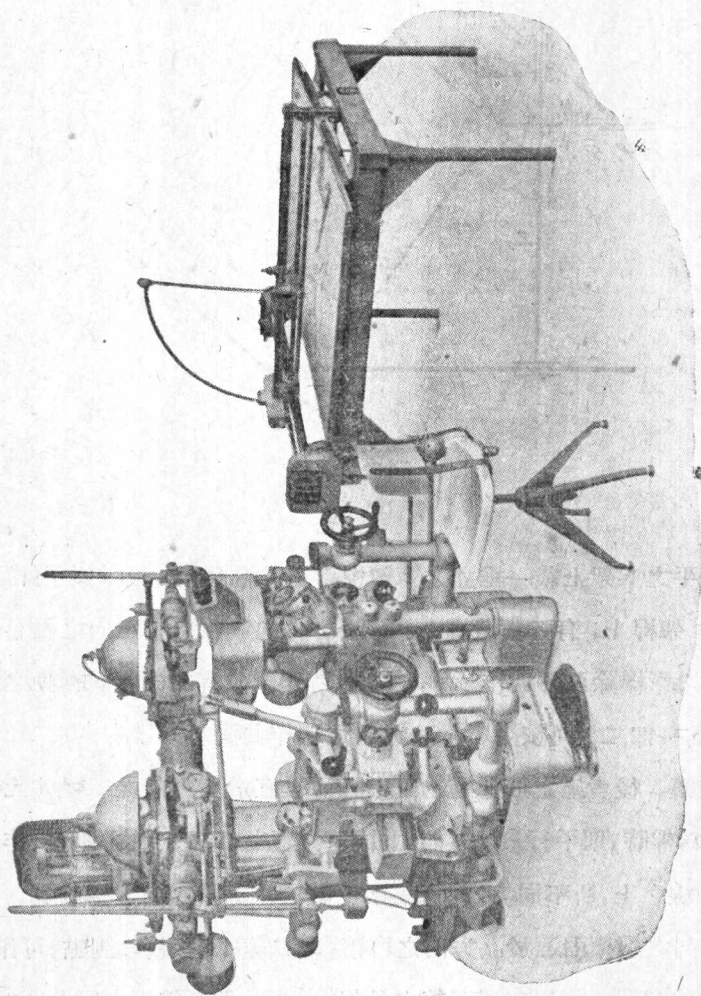


圖 99. (乙)

面機械之傳動比例，則仍可得同前比例尺之結果，工作不致間斷。事實上此種基距之更動，在普通情形之下，並非必需，因其晰影距限可以包括普通地形之高低差也。此儀用以繪製大比例尺地圖（ $\frac{1}{500} \rightarrow \frac{1}{20000}$ ）。在小比例尺測繪時，則有倪氏小型投影測圖儀（Aerovelox Nistri）之製造，構造與前者約略相同，唯裝攝影機焦距為九公分所得 6.5×9 公分之底片或相類之縮小片，用以繪製 $\frac{1}{10000}$ 至 $\frac{1}{50000}$ 比例尺圖。

德人胡格斯霍夫監製之胡氏簡單投影測圖儀（Aerosimplex Hügershoff）亦由相似之構造組成，特其二投影機各隨以一測點，作任意距離之分隔，此二測點同載於一受影毛玻璃，永遠作平行方向之移動。攝影之外方位原素則均直接安置之於投影機處。觀測系統係利用一反光立體鏡承受毛玻璃面之投影，轉投之於目鏡之中，由此毛玻璃之移動，即藉以測繪平面圖點。點之高度以二投影機同時上下移動之量決定之。此儀係為胡氏小型攝影機而設，能裝原尺碼 5.4×5.4 公分之底片，攝機之焦距為 6 公分，而投影機之焦距取 4.5 公分，故其清晰構影約位於距物鏡 18 公分之處。晰影距限約自 14 至 22 公分，在航高為 1800 公尺時，地形起伏差至 800 公尺，仍可無影像模糊之弊。

以上所述各儀均利用光學投影測圖，對其晰影距限問題未曾加以解決。利用光學投影測圖最臻完善精密之儀器，當推德國之蔡司精密測圖儀（Stereoplanigraph）。該儀第一式（c/1）創製於 1920 年，至 1930 年時第四式（c/4）出品，作顯著之改善。最近第五式（c/5）（圖 100）出廠，與第四式構造原理上無大更易，茲述其（c/4）及 c/5 構造詳情如下：（圖 101）



■ 100.

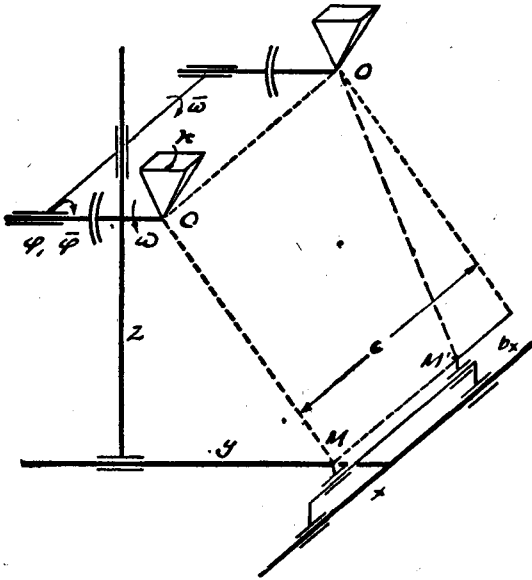


圖 101.

在橫平之基架上載一垂立之 z 架桿，可以前後沿 y 方向之導槽移動。在此 z 架桿上，有一橫載桿，平行於 x 方向載相對稱垂向之投影機二只。每投影機除可各別作 φ , ω , κ 之轉動外，並有二機共同轉動之設備二種：其一即二機可依平行於 x 方向之軸作共同之旋轉 $\bar{\omega}$ ，其二即共同之 $\bar{\varphi}$ 旋轉，後者施之於通過物鏡中心而垂直於 x 方向之二軸，此等軸，當 $\bar{\omega}$ 為零時，則平行於 y 方向。共同 $\bar{\varphi}$ 之動作與各別之 φ 動作，作用於同一軸線之上，所不同者，前者使兩投影機作等量等向之轉動也。

x 方向之導槽固連於 y 方向之導槽，載二載桿，各載以測點，可作 y 及 z 方向之移動，用以安置基線之各部份，此整個基線車，可共同作 x 及 y 之移動， z 方向之移動則行之於投影機。由於 x, y, z 方向之移動，

可使測點 M , M' 準對同一景物在二像片之二像點。此時之問題，即如何使由底片經由投影物鏡 ρ (或 ρ') 出發之光線，時時均成清晰之構影於測點 M (或 M') 處。此問題由置於投影物鏡之前附鏡系統解決之。前附鏡系統由同焦距之一凹鏡與一凸鏡組合而成 (圖 102)，設 e 為二透鏡之距離， f 為凹鏡與凸鏡之焦距，而 f_s 代表整個系統之焦距則按光學公式得：

$$f_s = \frac{f^2}{e} \dots \dots \dots (9)$$

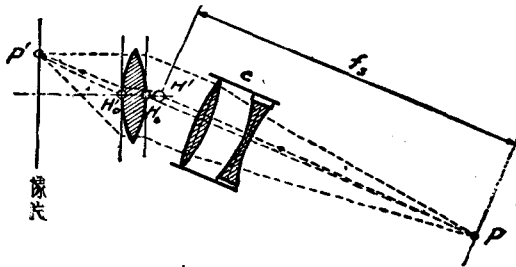


圖 102.

故由二透鏡距離 e 之改動，可以改動其焦距 f_s ，為其特徵。

此系統之另一特徵，即整個系統在測點方面 (物方) 之主點 H' 與其凹鏡之一焦點相合，故如上下移動凸鏡之地位以更改 e 值時，可使此主點 H' 在空間固定不變。實際構造，則此點 H' 與投影物鏡之物方主點 H_0 相合，而前附鏡系統依投影點之方向以 H' 為中心轉動。另有控制機桿指揮凸鏡之上下，以改異其距離 e ，因而改異整個系統之焦距 f_s ，以時時均得清晰之構影於測點 M 處。

影像經由前附鏡系統投清晰之影像於測點 M 處後，即導入觀測系統，此時測點 M 之地位隨像點之地位不同而轉動，故觀測系統之物鏡

必隨之而動，但其目鏡則必使固定，以便於觀測，再則應用蔡司平行四邊形原理，使基線 bx 部分可以向內向外移置，以應合空中三角測量之需求，但當 bx 向外移置以後，其右方之像片須由左目觀測，而左方像片由右觀測，以得正視之立體印像，圖 103 所示之觀測系統，即用以滿足此等要求。測點 M 載於平面鏡上，為 0.1 公釐半徑之半圓球。此平面鏡可以依 x 方向為主軸，而以垂直於 x 方向為副軸轉動，以隨時反射影像至觀測系統中平行於 x 方向之物鏡 K 。光線首經鏡 S_1 作直角之曲折，更經透鏡 O_1 成平行光線。因測點在安置基線部分 by 之時，須單獨作 y 方向之移動，物鏡 K 亦必須能隨之移動，故在 O_1 處，備有此種設施，此處光線已成平行，局部之移動，對於觀測無有影響。沿 A_1A_1 與 A_2A_2 軸

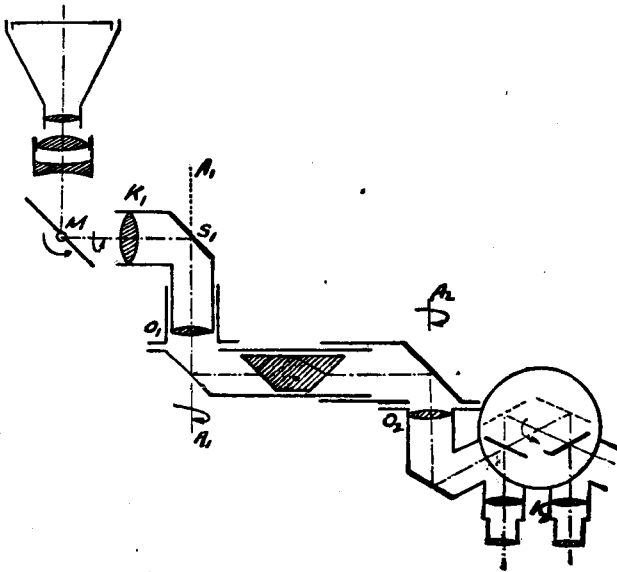


圖 103.

均可作任意之轉動，二軸相互之距離，亦可伸縮，以隨測點在 x 方向之移動。二軸之間設轉影稜鏡，隨測點鏡轉動之半值而轉動，以隨時消除其轉影現象。光線經由透鏡 O_2 後，復成交合光線，更經二平面鏡之反射而達於目鏡。此間設轉變部份，可使左右眼所觀測之像片相互對調。

此儀之繪圖系統包括一繪圖桌，設於觀測者之旁。所測繪之點，由轉動齒輪作用傳繪於其上。平面座標之移動以左右手施行之，高度則利用足駕盤控制之，有轉變機部可以換變手足傳動之作用，以應合垂直或傾斜攝影不同之要求。蓋前者所繪之平面位置為儀器之 x, y 座標，而後者則為 x, z 座標也。

法國蓋魯工廠(Gallus)之費氏雙像測圖儀(Restituteur Feber)亦係用前附鏡系統之原理投影測圖，但其光線交於共同之測點，故觀系統比較簡單。

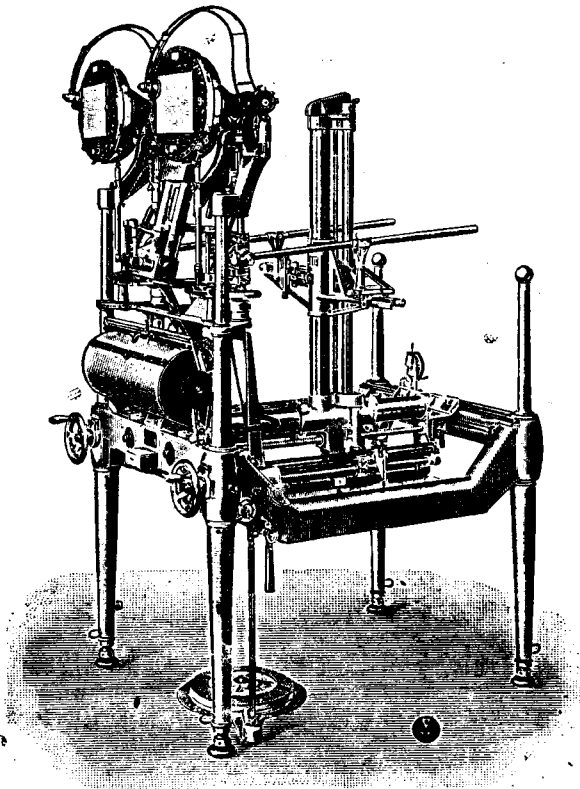
第二目 光學機械方法投影之測圖儀

利用光學機械方法投影之測圖儀，種類最為繁多，取其能利用機桿指示投影方向，以解除晰影問題之困難。

在德國利用光學機械方法投影之測圖儀，首推 1919 年之胡氏自動測圖儀(Autokartograph Hegershoff)。其儀構造之特徵，在將物間之投影，分投於平面及側面，而其投影機與觀測鏡相對之轉動，則由二者分任之。此儀初為地面攝影測量而設。機身龐大，而應用範圍甚狹，故已不再製造。1926 年又有由此儀改進之胡氏航空測圖儀(Aerokartograph Hegershoff)(圖 103)出品，採用頗廣。

胡氏航空測圖儀之構造示於圖 104, 105，其投影系統包括二固定

距離之投影機 T 。光線方向自像間投入物間之後，其方向即各用機械導桿 L 廣續之。二投影可分別作 φ , ω 與 κ 方向之旋轉，而基線分部 b_x , b_y 與 b_z 則利用蔡司平行四邊形原理，移置之於基線車上。對準任一像點時，其射線角 α 由投影機之轉動，射影角 β 則由投影機前之反光稜鏡 R 執行之。此等轉動均傳達於其導桿 L 。Z 部分可以上下滑動，使導桿 L 與反光稜鏡 R 作同等之俯仰，Z 體分為二部 a 及 b , a 桿隨導桿之旁向轉



動， b 部則只能依縱軸作上下之滑動，以保持反射稜鏡 R 橫軸之方位，二導桿 L 依其基線部分 b_x, b_y, b_z 之關係相互固定於基線車架 III ，由二手搖輪與一足駕盤之指揮，作永遠平行位置之移動。

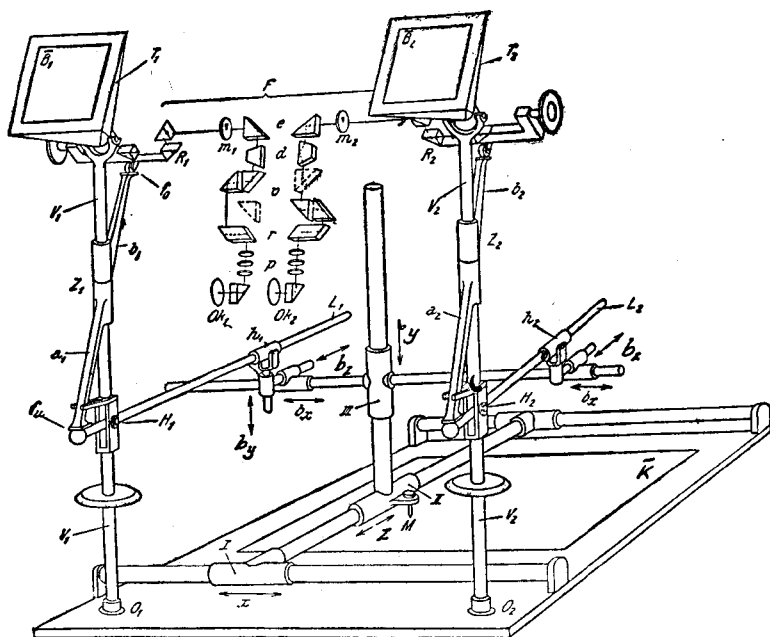


圖 105.

繪圖工作可由基線車架下之鉛筆 M 行之，或亦可使傳動於另備之繪圖桌。空間導桿 L 代表光線之方向，故地形點之平面位置，在地面攝影與傾斜航空攝影時為 x, z 繪圖面，在垂直或航線垂傾斜攝影時成為 x, y 繪圖面。在前者情形之時，鉛筆 M 可選用之於平面圖之測繪，在後者情形之時，可以變換傳動齒輪，使鉛筆 M 隨 x, y 方向之動作移動，蓋實際之構造並非如圖 105 所示，鉛筆 M 與 y 滑軸直接固接也。在觀測者坐

前,另備有圓柱形繪圖面,亦可用以繪圖。

觀測系統包括量測鏡部分及觀測鏡部分。量測鏡部分使由反射稜鏡所投射之光線經一透鏡(圖 105 未表出)成清晰之影像於測點 M 處。自此以後為觀測鏡部份,包括轉影稜鏡,以抵消其轉影現象;轉換左右目鏡之設備,以得其正視及反視之立體。自投射之影像與測點面相合以後,其他光學部份所可能發生之誤差,已與製圖之精準無關。

瑞士之威特自動測圖儀 A_4 (Autograph Will A_4) 儀亦為利用光學機械法投影重要測圖儀之一種。初時主要為地面攝影測量而製。自該廠晚近之自動測圖儀 A_5 A_6 (第三目) 出廠後,此儀已不復製造矣。

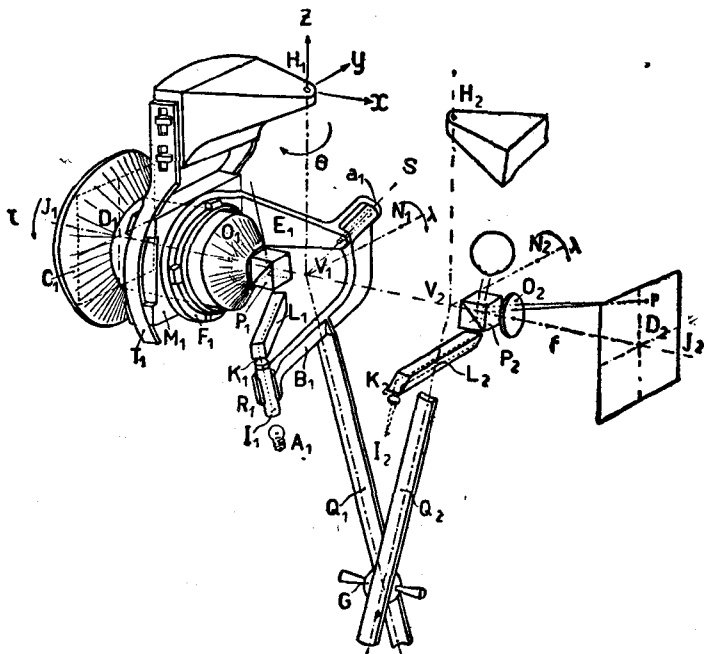


圖 106.

圖 106 示義大利之沈氏簡單立體測圖儀 (Stereosimplex Santoni), 其儀在二投影機物鏡之前, 各置以一立方鏡體。此鏡體由二三角稜鏡疊合而成, 可收部份反光之效, 所以使觀測者同時見像點與測點。測點由另一透鏡 K 與稜鏡 L 之反射而達於立方鏡體, 用以指導其方向導桿 Q , 使可沿 OV 及 VN 軸旋轉, 以得其所求之交點 G 。

觀測者之二目凝視於二立方鏡體 E 處, 同時見測點及地形之立體印像。每投影機均可作其所需之動作 ($bx, by, bz, \varphi, \omega, \kappa$), 并可使稍許作相對之左右移動, 而同時保持 $V_1 V_2$ 之基線距離, 以適合各觀測者不同之眼距。

圖 107 示義大利之沈氏立體測圖儀 (Fotostereografo Santoni), 亦為應用光學機械方法投影之一種, 首先公佈之於 1934 年在巴黎舉行之世界攝影測學會。其構造係由二空間方向導桿各依一萬向轉節由觀測系統之指揮轉動, 在構造原理上無其他特異之點。

法國布氏立體測圖儀 (Stereotapograph Poivillier) 為法國最精密之航空測圖儀, 其投影分在平側二投影面行之, 如胡氏自動儀之構造。此儀包括二投影機可各作 φ, ω , 與 κ 角之旋轉, 指揮導桿之動作, 在子午角方向者 (α 角) 施之於投影機, 在與其垂直之方向者 (β 角) 施之於前置之稜鏡, 動作則均分達於平面及側面之導桿系統。圖 108 示其儀器平面機桿構造之原理。儀器之橫平面, 相當於航測時之垂直面, 有二導桿, 各依其相對光線在此面投影應取之方向而動作, 其二導桿之轉軸 O_1, O_2 , 相距為任一距離 a 平行於 x 方向。有基線架可以安置基線長度在此平面投影之 bx 與 bz , 此蓋蔡司平行四邊形應用於平面也。側面機桿之

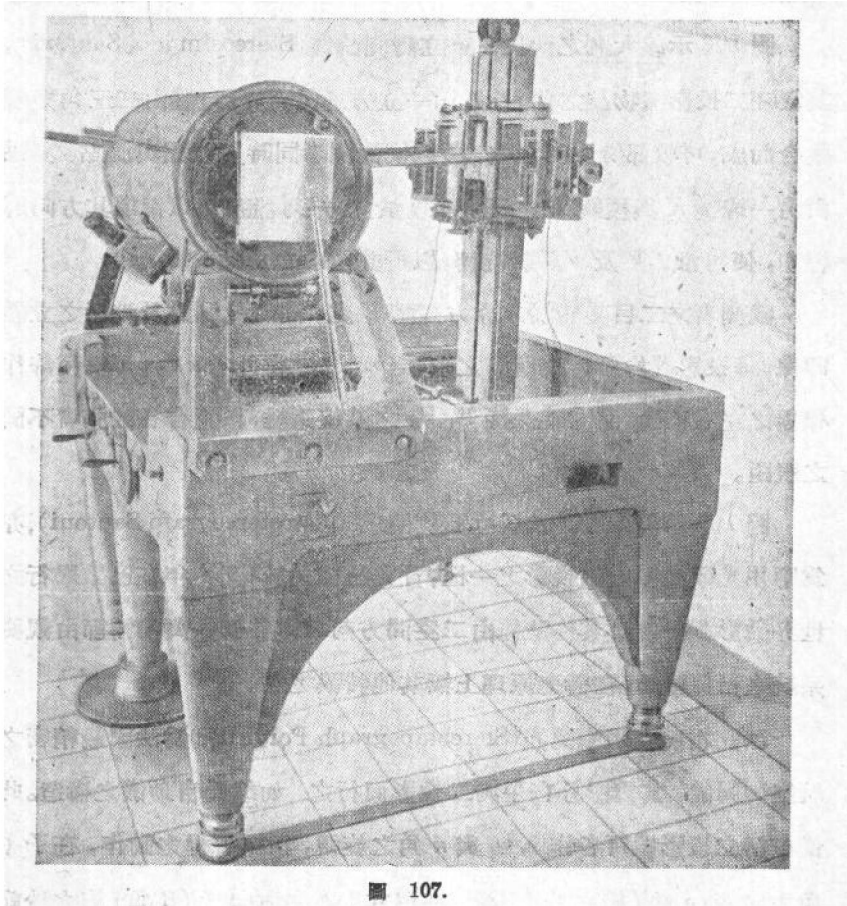


圖 107.

構造亦相類似。在實際構造，此側面(圖 108)亦安設於橫平面相同之平面內。平側二面之基線架相互固連，其動作轉動至另一繪桌，在傾斜攝影繪 x, z 座標，而在垂直攝影時，繪 xy 座標為平面圖。凡經過二攝站點及任一地形點所成之三角形，投影於橫平面得 $O_1O_2'P_1$ (圖 108)，投影於側平面，則得 $Q_1Q_2'P_1$ (圖 109)。在側平面內二導桿與 z 方向所成之角

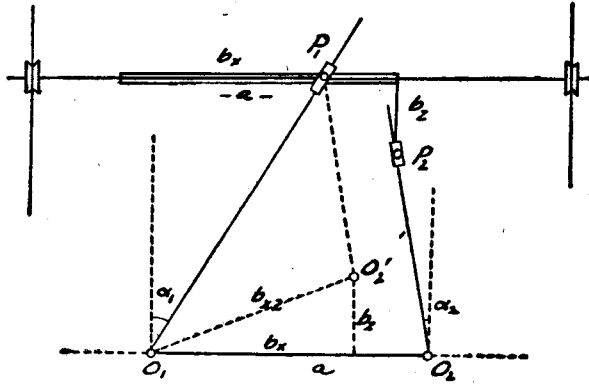


圖 108.

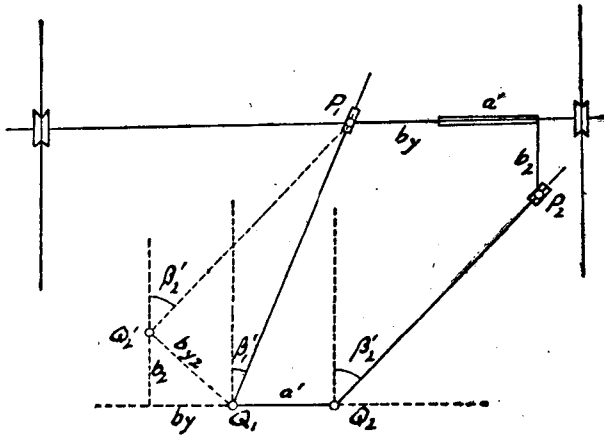


圖 109.

β'_1 與 β'_2 實為其真正傾角 β_1 與 β_2 在 yz 平面之投影，其 β 與 β' 之關係，可由下列公式表出之：

$$\tan \beta_1 = \tan \beta'_1 \cos \alpha_1 \dots \dots \dots (13)$$

物鏡前置稜鏡之俯仰，所量者為其真正傾角 β ，故在此動作與側面

二導桿傳動之連接，又必加機械方法，使自動符合上列公式之關係。

英國拜耳斯超工廠(Barr & Stroud)爲其陸軍部(War Office)製造之湯姆生測圖儀(Thompson Plotter)係基於1926年佛爾凱得立體量角儀(Stereogoniometer Fourcade)之原理，主要包括立體量角投影儀，立體觀測系統，及測圖機械三部份，二投影儀可各作 κ 與 φ 轉動，其中之一並可作 ω 之旋轉，計共有五項動作，可資以決定相互方位。此外則二投影機更可共同作 ω 之轉動，以便於絕對方位之決定。此儀器爲近垂直攝影而設計，攝影傾斜須在 10° 之內。

第三目 機械方法投影測圖儀

機械方法投影測圖儀供航空測量普遍之應用者，計有義大利之沈氏立體測圖儀(Stereocartographo-Santoni)與瑞士威特自動測圖儀 A_5 (Autograph A_5 Wild)兩種，二者之構造原理完全相似，前者投影方向橫置，後者則豎置，茲儘限於後者，加以說明。

利用機械方法投影有二優點，一即其投影焦距可以任意更改，使能應用於任意焦距攝影機之攝影；二即觀測方向均垂直於底片，故在整個立體區域之內，等高平面均呈水平印象於立體印象之中。威特自動測圖儀 A_5 (圖110)之投影部份據方向導桿自圖點經由投影中心而直達於像點，其上端則移動於與像面平行之平面內，與觀測系統之一稜鏡固連。此稜鏡反射由各像點垂直方向之光線，更輾轉經透鏡，稜鏡，測點，與轉正稜鏡系統等，終達於固定位置之目鏡中。

每投影機除可單獨作 κ, ω, φ 之旋轉外，並能共同作 κ, ω, φ 之轉動，基線安置亦利用蔡司平行四邊形施之於基線架。基線架沿 z 柱可作上

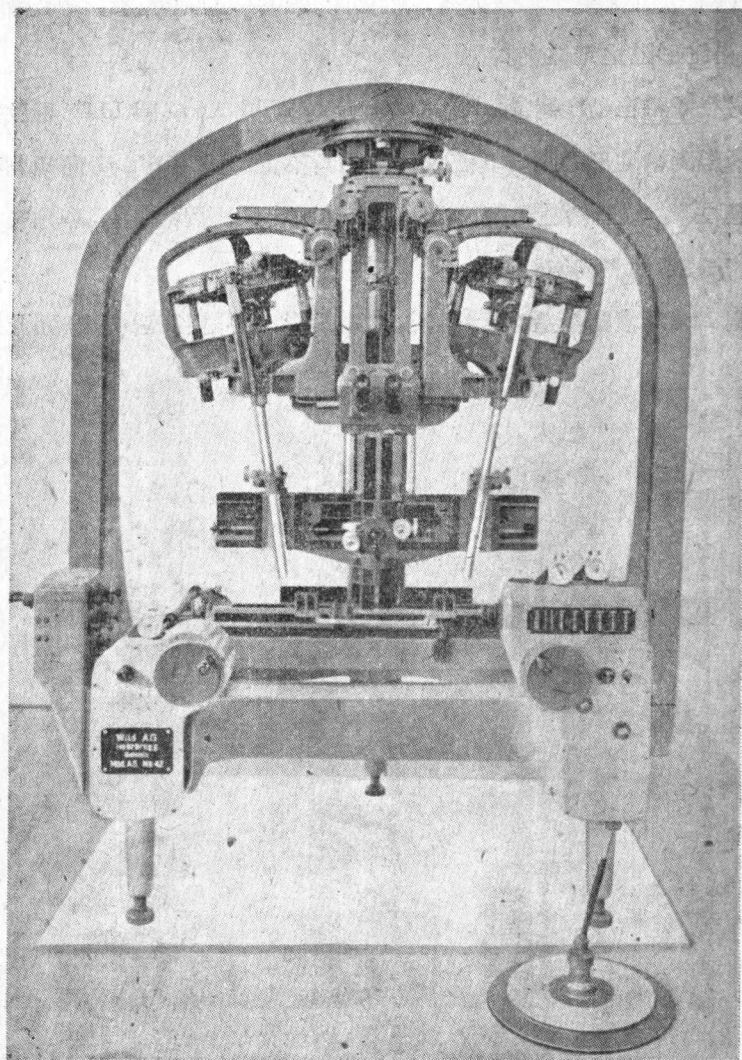


圖 110.

下之移動， z 柱又可沿 x, y 方向導軌移動。此基線架地位傳達之於繪圖桌，即得地形點之地位矣。

另有威特自動測圖儀 A_6 (Autograph Wild-A6) (圖 111) 專供近垂直攝影測繪地形之用。其航線方向偏角不得超過 $\pm 6^\circ$ ，旁向傾角不得超過 $\pm 5^\circ$ 。儀器構造比較簡單，用以輔助自動測圖儀 A_5 ，利用後者觀測控制點，前者測繪碎部。

圖 112 示儀器構造之大概，點 13 為投影中心，空間導桿 11 距此固

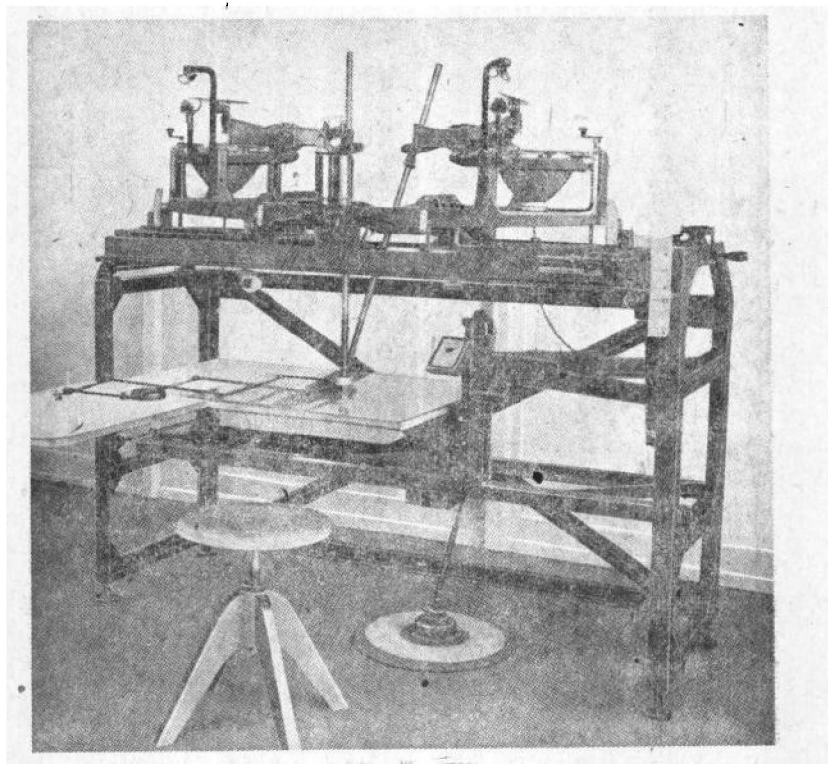


圖 111.

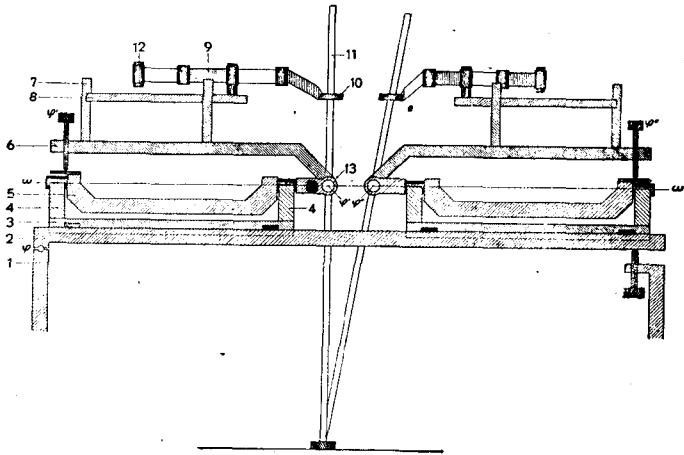


圖 112.

定點轉動，受點 10 之指揮。點 11 距點 13 之垂直距恆為攝影物鏡之焦距 f 為一雙平行四邊形桿之一端。在桿之他端（點 12）載小望遠鏡及測標，由雙平行四邊形桿之作用，使其二端點之動作完全相似。像片則位於測標之下。當空間導桿位置垂直之時，測點之視線適與像片之主點相交，故轉點所移動之平面，實即代表理論上像面應取之位置也。

整個儀器安置於架 2，可由螺旋使整個作共同偏角 ϕ 之轉動，架 2 上載架 3，有 ψ 形承軸，可使其上之架 5 作傾角 w 之轉動，架 5 之一端，又有軸使連之於其架 6，可以作偏角 ϕ 之轉動，6 上有二柱 7，承片架即安置於其上，用以裝量測之像片。自架 3 以上之構造共有左右二組，以安置成對之像片。右組並可以左右移動，使其二點 13 左右相距適為其相當基距之長。

自望遠鏡¹²所測視像點之影，經由反光鏡，轉正稜鏡等系統而達

於目鏡。在立體觀測中當其空中浮游測點準對某地形時，二空間導桿之交點即代表該點之圖點位置。

第八章 單像糾正測圖法

雙像測圖方法應用於普遍之航測製圖工作，但在平坦地域之時，利用單像糾正法，比較簡單迅速。所謂糾正法者，即將原攝像片改繪或改照使相當於正垂直攝影時之所得也。更使其均成爲所需之比例尺時，則各幅像片可以彼此銜接，成影像鑲圖，或亦可按像描繪而成平面地圖。糾正之法主要分之爲圖解與光學機械法兩種，以下之討論均暫假定地面爲一平面。

在攝影時像面與地平面成中心透視之關係，因二面同割於由投影中心出發之射線束也。此時如地面爲水平面時，則圖面與地面平行(圖 113)，圖點亦可逕置於此射線束中，使與像面成透視關係；但如地面爲傾斜面時(圖 114)，則圖面與像面間失去單純之透視關係，而成直接變換關係，在數理與計算方面之推演均比較繁雜，但其交比定律之關係，無論其在圖 113 或圖 114 情形，在像面、地面、與圖面之間恆保有也。當

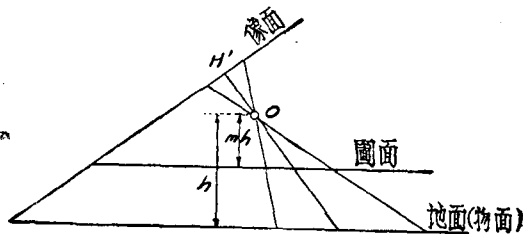


圖 113.

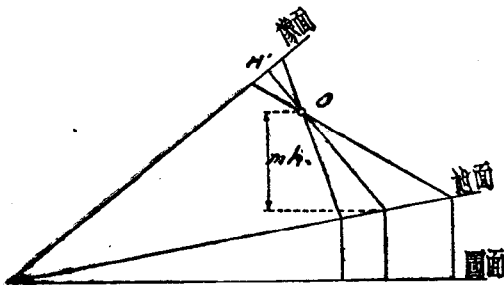


圖 114.

地面為傾斜平面時，為一普遍情形，但實際之意義頗小，因在自然界中，平坦之地帶，鮮有作整區域之等傾者。

第一節 空中後方交會定位法

第一目 計算解法

由一已知內方位之像片，根據像片上任意三點在地面上之位置，反算該像片攝影時之外方位名曰空中後方交會法。此問題之性質固與平面上後方交會法相類似也。在立體攝影測量廣為應用以前，此問題在攝影測量中佔一重要地位，但今日則已退居空中雙點定位法之後矣。

圖 115 中 O 為空中之攝站， ABC 為地面上三定點，共構成一三角錐。因像片之內方位已知，故可由其上之 A, B, C 三點之像點位置，計算 α, β, γ 三角，又由地面上 ABC 已知之位置，可以計算 a, b, c 三邊之長。將此三角錐之三面展開，即得圖 116 之形狀。由 $OAB, OBC, OC(A)$ 三個三角形，其中 (A) 即相當於前此之 A 點，分別利用餘弦定律可得

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= m^2 + n^2 - 2mn \cos \alpha \\ b^2 &= m^2 + l^2 - 2ml \cos \beta \\ c^2 &= l^2 + n^2 - 2ln \cos \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

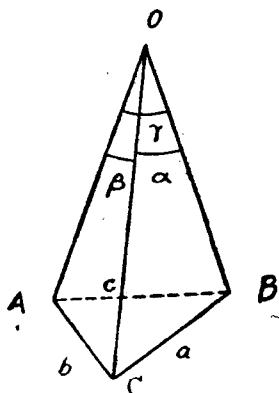


圖 115.

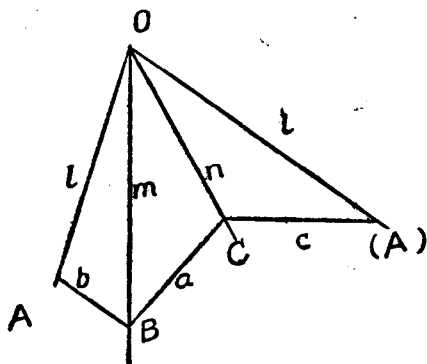


圖 116.

解此三個聯立方程式，以求三邊 l, m, n 之長，此問題即告解決。惟實際計算包括四次方程式之解算，異常複雜，故此種計算方法，鮮有實際之應用。

第二目 圖解法

圖解法仍用上述之原理，即使此三像點所決定之錐狀體光束均，交於圖面之三點也。今稱相當於圖面 A, B, C 三點之像為 A', B', C' ，則由攝影焦距及像點至像片主點 H' 之距離，可以求得三稜邊 OA', OB', OC' 之長（圖 117）。更自此等線長及其像點相對之距離得圖 118 錐狀體之展開 $OA'B'C'(A')$ ，此錐狀體交於已知點之跡線 $ABC(A)$ 可以下法求之。

先任意假定稜邊長 OA ，以二脚規或紙條繪 AB 之長，以 A 點為

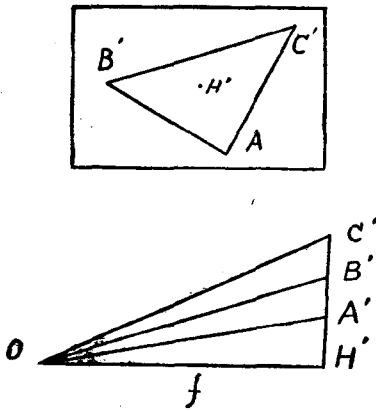


圖 117.

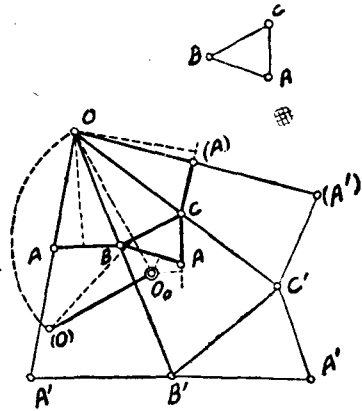


圖 118.

圓心，以此長為半徑繪弧，得與第二稜邊之交點 B ，同理得 C 與 (A) 等各點，如結果 OA 與 $O(A)$ 等長，即得諸迹線應得之位置。合摺之復得圖面已知之三角形 ABC 。

自 O 點繪垂直線於各已知點間之距離，按圖 118 拼合得交點 O_0 ，即應為攝站之平面位置。航高可得自通過 OO_0 之垂直面在繪圖面上之摺疊。圖 119 示求攝影方向線穿交於已知點平面（點 H_0 ）之構造，係利用攝影方向線與稜邊所成平面之跡線相交而得。連接 O_0 與 H_0 點即為在圖面之攝影方向線，亦即其主垂面之跡線也。以此主垂面摺疊之於圖面，得三角形 OO_0H_0 ，可據以量得攝影傾角 ν 。主垂面交於像面之跡線與像面座標軸之夾角即為攝影之旋角。

第三目 光學投影方法

仍按上理，如以投影機依攝影機之內方位裝置底片，加以光照，而使其三像點之投影與其相當之圖面已知點相交，則得投影機與圖面應

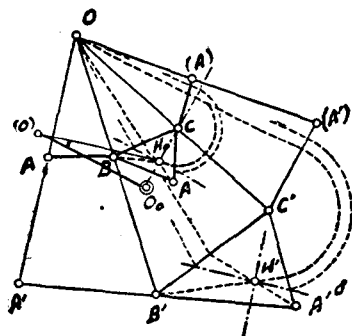


圖 119.

取之相對方位。依此種原理構造之儀器，有像片改繪儀，係藉稜鏡或反鏡之裝置，使觀測者同時主觀觀測像面與圖面。按上述步驟得像片與圖面相對之方位後，即可以加繪各像點相當之圖點於圖面之上。

美國空軍為其三物鏡航測 (Tri-Metrogon photography) 攝影，曾製有垂直像片改繪儀 (圖 120) 及傾斜像片改繪儀 (圖 121) 兩種，即基於此種原理。

垂直像片改繪儀用以改繪垂直像片上地物於圖面之用，其儀包括一三足架框，上載像片使平行於桌面。觀測者經由一半塗銀之反鏡及另一與相平行之反光鏡向下垂視，可以同時見像片影像疊映於圖面之上。由三足架之伸縮，可資以改正比例尺及傾斜，使建立像片與圖面相對之方位。

傾斜像片改繪儀用以改繪傾斜像片。該儀專為改繪傾角為 60° 之攝影而設計。其儀包括一三足架之框，上載像片，其面與桌面成 60° 之交角。觀測者經由二反光鏡，可以同時見像片影像疊映於圖面。二反光鏡位置成適當之角度，其中之一為半塗水銀者。

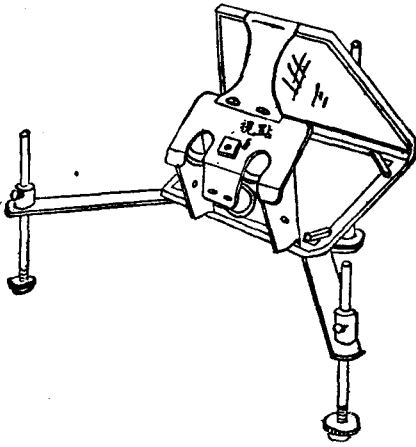


圖 120.

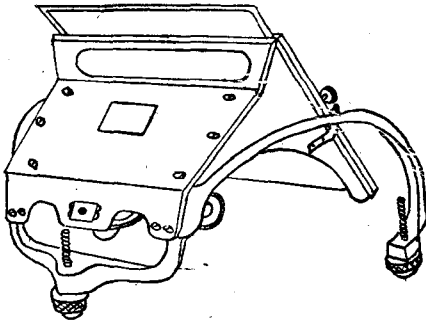
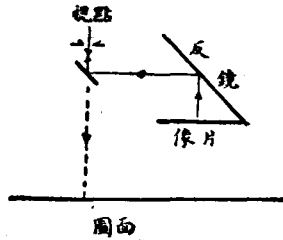
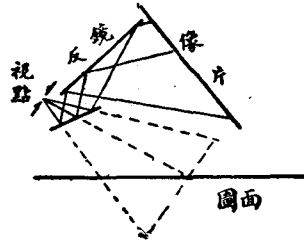


圖 121.



第二節 直接變換關係之糾正原理

空中後交定住法糾正製圖之缺點，在手續麻煩而不易得精確之結果。今如將控制點自三個增加至四個時，可以利用直接變換普遍特徵，以工作糾正方法較簡而精度較高，故在實際工作時多採用之。

今設在像片及圖面各有相對之已知四點，因此四點間有直接變換關係，即可求得其他任意圖點之點位；利用光學投影方法糾正之時，則以投影物鏡將像片投射至一承影面(圖面)上，其問題在如何改動儀器上之各種安置，使自像面四點投射之影，能與圖面已知之四點點位相疊合。

一四邊形既由五決定原素組成，則完備之糾正儀，必須有五項自由度安置之可能，方可使像面任意之四點與圖面任意之四點相疊合。更由旋轉定律(第二章第一節)知在此種情形之下，像面與圖面仍可有無窮數相對之部位，從而取其一，使同時符合光學晰影條件之要求，即得光學投影方法之糾正。

以上所論自由安置之各項及所需之已知點數，可藉像點及圖點各四點間之圖解關係說明之。今設以 $A'B'C'D'$ 四點(圖 122) 代表像面之任意四點，使之糾正成一正方形 $ABCD$ 於圖面。首延長相對之邊，設各交於 F_1' 及 F_2' 點，此二點即像面之合點，因圖面相當之邊均相平行也。連接 $F_1' F_2'$ 得合線，更將相對之邊繼續延長，而以平行於 $F_1' F_2'$ 之線 SS 與之相交，得交點 $S_1 S_2 S_3 S_4$ ，其條件為

$$a = \frac{\overline{S_1 S_2} \cdot \overline{S_3 S_4}}{\sqrt{(\overline{S_1 S_2})^2 + (\overline{S_3 S_4})^2}} \dots\dots\dots (1)$$

其中 a 為圖面正方形之邊長，由此公式所代表之條件，以決定 SS 線之地位，此時之 SS 即為像面與圖面相交之迹線，更在 S_2 及 S_3 處各作垂直於 SS 之線，而使 $S_2 Q_1 = S_3 S_4$ ， $S_3 Q_2 = S_1 S_2$ ，連接 $S_1 Q_1$ 及 $S_4 Q_2$ 得交點 A 。更自 S_2 點作線平行於 $S_1 A$ ，自 S_3 點作線平行 $S_4 A$ ，各線相交得正

方形 $ABCD$ 。三角形 $S_1S_2Q_1$ 與 $S_3Q_2S_4$ 相等，故 $\angle S_1Q_1S_2$ 與 $\angle S_3Q_2S_4$ 之和恆為直角；且此四方形之邊，由式 (1) 及三角形 $S_1S_2Q_1$ 或 $S_3Q_2S_4$ 之關係，亦必為預定之 a 值。自 F_1' 點作線平行於 S_1A ，自 F_2' 點作線平行於 S_4A ，即得交點 O' ，即投影中心以交線 $F_1'F_2'$ 為軸摺合於像面之位置。 O' 點距 $F_1'F_2'$ 線之距離恆為 f' ，距 SS 線之距離恆為 $h' - f'$ 。故知由像面與圖面四點之透視關係，可以完全決定相對之部位。假定以 O' 點為原點，設一正交座標軸線系統，其所確定之部位可以分析之為五項，即 h' 與 f' 之長，像點圖形之位置座標 x', y' 及其旋角 κ 。是以糾正儀

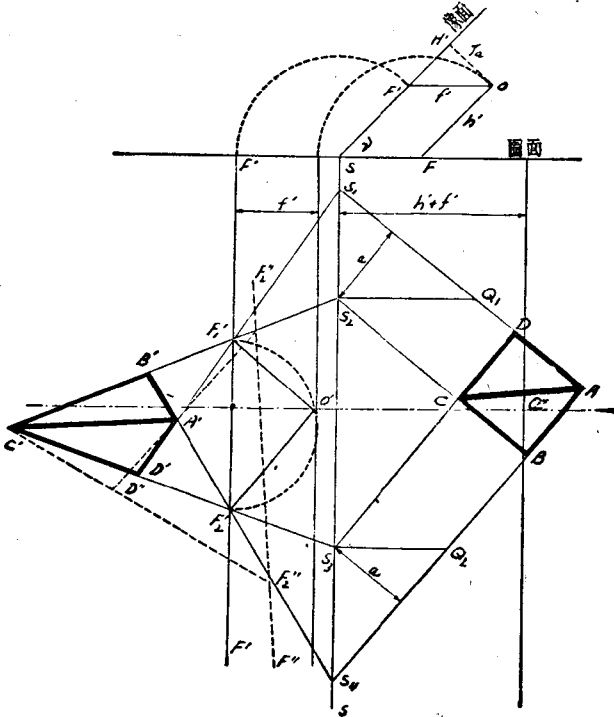


圖 123.

之供普遍之應用者，必須具有五項之自由度。

圖 122 代表透視關係間之普遍情形，但當地面為水平平面之時，則像主點必位於經過 O' 點而垂直於 $F'F'$ 之線上，故 x' 之自由度已不必需。但地形之平坦而傾斜者，像片與地面之交會線不一定與攝影之主垂面相垂直，故此時 x' 之移置仍屬必要。

圖 122 之構造如減為三點時，則不能得確定之解決。今設欲使三角形 $A'B'C'$ 糾正成二等邊三角形 ABC ，假定配以不同之 D' 點，則可以得不同之 $F'F'$ 線及其他各不同之 x', y', κ', h', f' 等值，而均得同一三角形 ABC 。惟當攝影之內方位為已知之值時，則僅用三點亦足，蓋由圖 122 觀之，恆有下列關係：

$$H'F' + f_a^2 = f'^2 \dots \dots \dots (2)$$

f_a 為攝影焦距。在由三點糾正所求得許多組之 x', y', κ', f', h' 中，其能符合式 (2) 之關係者，即為其應得之解答。

第三節 透視格網糾正法

第一目 四點定位法

設已知相當四像點之圖點位置，則可利用交比定律測求所有其他各像點之圖點位置。當所求之點數不多時，此為常用之法，稱之為四點定位法，指其至少需用之點數而言，或名紙條方法。以其實際工作之工具為名，實則亦可稱之為透視前交定位法也。

設有四像點 $A'B'C'D'$ (圖 123)，其相當之圖點各為 A, B, C, D 。今另有像點 P' ，擬求其相當圖點 P 之地位，則可自像面之任意一點如 A'

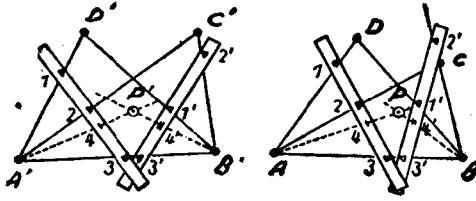


圖 123.

連接至其他已知之三點及未知點 P' 成直線幅。置一直線邊緣之紙條於此直線幅，而標繪其各線與紙條邊之交點，稱之為 1, 2, 3, 4。同樣自圖面 A 點繪至其他三點 E, C, D 之線，置紙條於其間，轉移之，使其所標之 1, 2, 3 各點均通過其相當之幅線 AB, AC 及 AD ，如此則幅線 $A4$ ，亦必經過圖面之 P 點，以符合交比定律之要求。同理，再繪以 B' 為中心之直線幅，另用一紙條得 $1', 2', 3', 4'$ 諸點，由而決定 $B4'$ 線，應亦必穿過所求之圖點 P 。故由 $A4$ 與 $B4'$ 之相交得 P 點，即為 P' 點在圖面之位置。

第二目 透視格網之構造

設欲測求之圖點甚多，或欲對某一地域加以糾正之時，則以首先構成透視網格為佳。其法係利用已知相對之數像點及圖點，使作有系統之連接與交會，得相對之二格網，然後根據地形點在像面上與其像面格網相對之位置，可憑意度利用圖面之格網填繪地形。

譬如圖 124 之 A, B, C, D 示已知之四點，聯接相對之邊，得二交點 F_1, F_2 。以此二點與對角線之交點 1 相對聯接，得與邊之新交點 2, 3, 4, 5，因而將原有之四邊形分之為四個四邊形。更求得其各四邊形對角線之交點 6, 7, 8, 9 時，則 6-7, 8-9 及 7-8, 6-9 等線必交合於 F_1

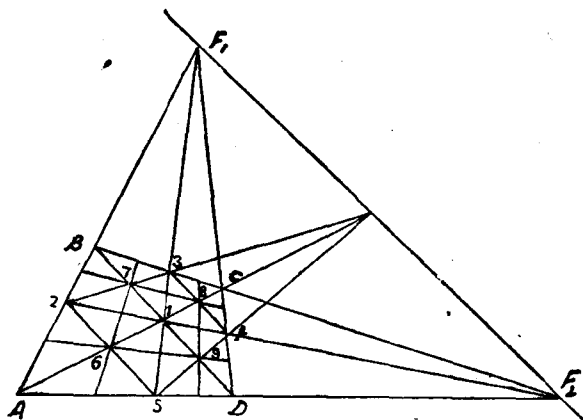


圖 124.

或 F_2 點，此爲一重要之驗核，蓋任意一四邊形均可認作由一平形四邊形改變投射而成，此時則 F_1F_2 線應爲所有平行方向線合點之所在也。

依同樣步驟加之於第二面內之四點，則得與此面格網相當之格網。

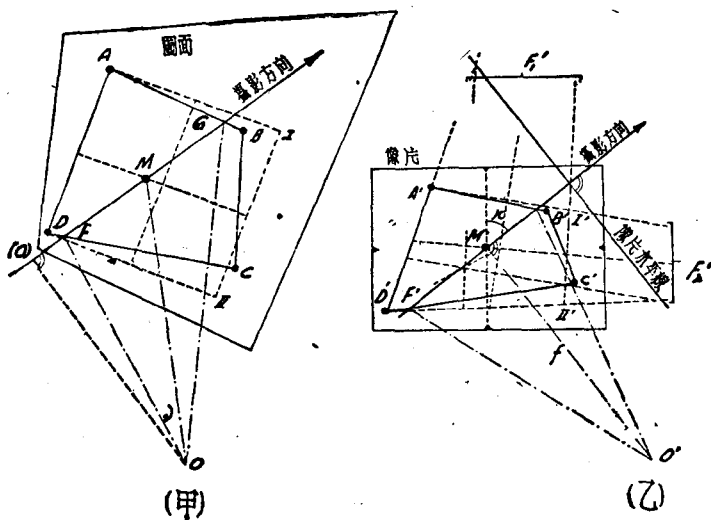


圖 125.

當其中之一格網為地面座標網線時，則其相當之像面格網名曰莫比司 (Möbius) 格網。以之蒙於像幅，則按影描繪地形於圖幅方格網內，即得圖位，不必再假控制點矣。此種格網亦可以根據攝影之外方位值繪製。

第三目 外方位之解求

利用像面圖面已知之四點，一方面可藉以求得任意其他圖點之地位，另一方面可求得其攝影時外方位。外方位計包括：攝影方向之方位角，攝影機之傾角及旋角，航高以及攝站之平面位置等等。茲略述其圖解之方法步驟如下：

今設依圖點 A, B, C, D (圖 125) 與其相對之像點 A', B', C', D' 決定像面與圖面相對之幾何關係，在圖面之上繪一方格網，設為 I, II, III, D 。利用四點定位法，可以求得 I, II 點在像面之點位 I', II' 。反之亦可求像幅四角點 $1', 2', 3', 4'$ 在圖面相當之點，得 $1, 2, 3, 4$ 。按攝影中心透視原理，則所有在物面內相互平行直線之構影，均各交於一合點，故當物面為一水平面時，此等合點均位於像片水平線內，此線示於圖 125 (乙) F_1', F_2' 點連接之線，經過像片中點 M' (此時假定像片主點 H' 與像片中點 M' 相合為一點) 而垂直於像片水平線之線，即為攝影之方向線。此線與像面座標軸相夾之角 κ 即為其旋角，此時更可將攝影方向線自像面轉繪之於圖面。

在像片中點 M' 處繪一垂直於攝影方向之線，而使 $O'M' = f$ (f 為攝影焦距)，則 O' 為投影中心摺置於像面時之地位。更接連 O' 與其他在攝影方向線內之二點 F', G' ，而描繪之於透明紙上，得直線幅 $O'F', O'M, O'G'$ 。以此直線幅置於圖面，湊合之使三直線同時各交於圖點

F , M 與 G , 則此時 O' 點所代表之點位 O , 即為投影中心(攝站點)摺置於圖面之位置。自攝影站 O 至圖面攝影方向線之垂線長為其航高, 垂直線之腳點 (O), 即為其攝影站在圖面之位置, 而此垂線與攝影軸之夾角, 即為其攝影傾斜角 ν 。

第四目 應用舉例

透視格網圖解製圖法應用於坎拿大森林湖泊區之測量。其地平坦, 但水陸交錯, 普通之人工測量, 除幹路及水道附近外, 無法施測。航空攝影應用 5000 英尺航高之傾斜攝影。其攝影傾斜之設計, 以能包括地平構影於其像片上緣下之 0.7 吋處為標準。普通應用者為焦距為 8 吋左右之攝影機, 攝影時在其航線方向及左右偏各 45° 處, 共作三傾斜攝影, 相互之間約得百分之廿五之重疊。在航線內約每隔 2 $\frac{1}{2}$ 哩作同樣攝影一次, 航線之間隔約為 6 哩。航線取東西方向, 所以避免太陽光線直射之影響。在與普通航向相垂直之方向, 每隔 30 至 40 哩間隔, 仍作航線攝影, 以資控制其主方向之測繪。

製圖方法係應用預製之透視格網(圖 127), 以四倍之比例尺繪於圖紙, 然後用複照法縮印於玻璃或賽璐路明角質上, 以備蒙於像片應用。此種格網隨航高與攝影傾斜之變遷而異, 故必預先製成多種, 以備選擇應用。在坎拿大所用之例, 係按航高每變 25 呎, 地平構像線離像片上緣之距離每變 0.1 吋時, 各作此種格網一幅。應用時航高取自飛航之高度記錄, 地平構影線量之於像片, 此外則除攝影焦距而外, 不須其他數值矣。今舉實例以說明之。

設飛航高為 5000 呎, 攝影焦距 f 為 8.701 吋, 地平構像與像片上

線之距離為 1.1 吋。此時之地平攝影為顯見之地平，其與真地平相差之角稱為地平俯角，地平俯角隨航高而異，其關係可書為：

$$\text{地平俯角(秒)} = 58.82 \sqrt{\text{航高(呎)}}。$$

航高為 5000 呎時，此值等於 $1^{\circ}09'$ ，自顯見地平線構影之位置可以算得像片顯見俯角為

$$\tan^{-1}\left(\frac{3.49 \text{ 吋} - 1.1 \text{ 吋}}{8.701 \text{ 吋}}\right) = 15^{\circ}21'。$$

其中 3.49 吋為像片主點至像片上緣之距離，其真正之俯角，則為

$$1^{\circ}09' + 15^{\circ}21' = 16^{\circ}30' = \theta = 90 - \nu。$$

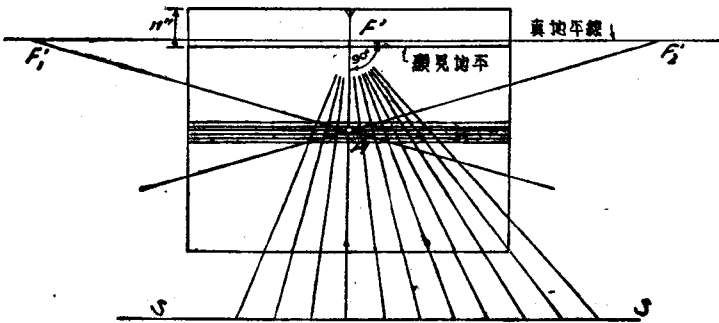


圖 126.

真正地平線離像片主點之距離為：

$$f \tan \theta = 8.701 \tan 16^{\circ}30' = 2.58 \text{ 吋}。$$

構造透視格網時，首在離 H' 之 2.58 吋 F' 處繪地平構影，此線相當於透視格網之合線(圖 126)，圖面之格網為十鍊單位(每鍊單位為 66 呎)之正方格，其縱橫線為平行及垂直於攝影主面之二方向，而以攝影方向交於圖面之點為原點。像面與圖面之交線為 SS ，其與像片合線 F_1', F_2'

在像面之距離為：

$$h \sec \theta = 5000 \sec 16^\circ 30'$$

此距離化成測圖比例尺相當之長度得：

$$\frac{5000 \sec 16^\circ 30'}{66 \times 10} = 7.9 \text{ 吋}$$

依此距離可以自 F_1' , F_2' 線繪得交線 SS 。在此線上自像片主線之交點 S_1 起，向兩旁標以一時間隔之分割，連各分割點與合點 F_1' 所成之線，即代表透視格網線中平行於主垂面之一組，其垂直於主垂面之透視線可以利用對角線均交於合點 F_1' 及 F_2' 之原理構造。 $F_1'F_1'$ 或 $F_2'F_2'$ 之長為：

$$F_1'F_1' = F_2'F_2' = OF' = f \sec \theta = 8.701 \sec 16^\circ 30' = 9.07 \text{ 吋}$$

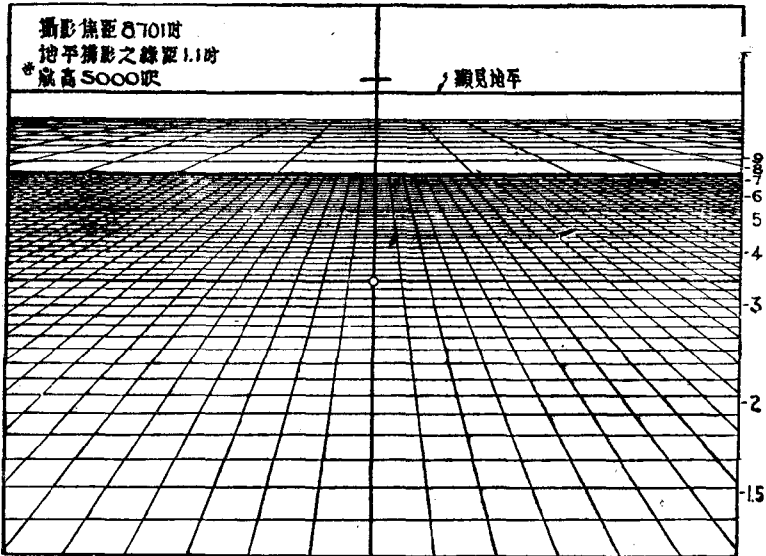


圖 127.

其中 O 代表攝影物鏡之位置。連 F_1' 及 F_2' 與像片主點 H' ，由其與透視格網中一組之交點，即可得第二組透視線。

應用時，根據航攝記錄選得適宜透視格網之後，將格網置於像片上，使格網與像片之二點相疊合，而使格網之顯見地平線與像片地平構影線相切，(地平構影往往為一微曲之弧線)，然後即可按格線關係轉繪景物。

第四節 光學機械糾正法

利用光學投影可以實際得一中心投射之光束，將像面與圖面同置於此光束中，而使數像點與其相當圖點均位於同一條光線之內，則圖面即為像面之糾正面矣。光學機械糾正方法因工作簡速，最切實用，但有數種光學機械之困難，必須加以解決，茲分述其構造原理及工作步驟於後：

第一目 光學條件之控制

(一) 光距條件：

欲得清晰之投影，則物點透鏡與像點間之距離必使符合下列之光距公式

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f}$$

其中 f 為投影物鏡焦距，故按圖 128

$$\frac{1}{a \sin \gamma} + \frac{1}{b \sin \gamma} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\sin \gamma}{f} \dots \dots \dots (4)$$

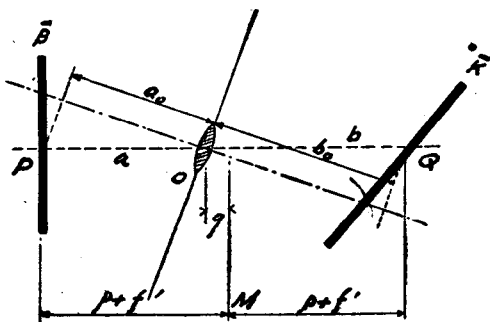


圖 128.

今以

$$\left. \begin{aligned} f' &= \frac{f}{\sin \gamma} \\ a' &= a - f \\ b' &= b - f \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

代入，則公式 (4) 可改寫為：

$$a'b' = f'^2 \dots\dots\dots (6)$$

相當光距條件之牛頓公式。

$$\left. \begin{aligned} a' + b' &= a + b - 2f' = 2p \\ a' - b' &= 2q \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{則得：} \quad p^2 - q^2 = a'b' = f'^2 \dots\dots\dots (8)$$

今如以 p, q, f' 三量成一正角三角形，而恆以 p 為弦，以 q 及 f 為勾股，則公式 (8) 之關係可恆使保持，或即言光距條件可以保持也。公式 (8) 稱之曰比達哥拉 (Pythagora) 公式，利用此公式所構造之控制機桿稱為比達哥拉控制機桿。

p 與 q 所實際代表之長度，示之於圖 129 (a)， M 為像面 \bar{B} 與圖面

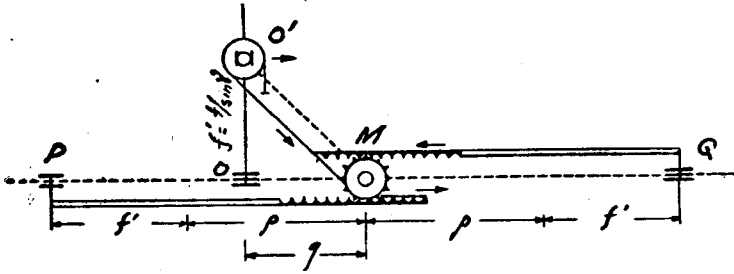


圖 129 (a).

\bar{K} 沿投影中線之中點，其關係易由公式 (7) 得之。自動控制機桿之構造示於圖 129 (a)，其機以 M 為基點， O 處置投影物鏡， $OO' = f'$ 垂直於 PQ 。假設在此位置時，由 P 點出發之光線，投清晰之影於 Q 點，則應有下列之關係：

$$MO' = p, \quad MO = q$$

方能與公式 (8) 之關係相符合。在 O 與 M 處置二滑車，繞之以鐵帶，帶之一端，繫於 OO' 之載床，另一端則繫於齒桿 PM 。由於齒桿之作用，使 PM 與 QM 恆作等量之移動，如此則 M 永為 PQ 之中心，亦即比達哥拉公式之關係 永遠保持也。

設透鏡傾斜之角度 γ 亦可變易時，則 f' 之長亦須隨之而變易。圖 129 (b) 示自動控制此種作用之機桿。物鏡 O 載於一 T 形桿，可隨 γ 角之改變而轉動，由 T 形桿之作用遂使 OO' 永為 $f' = \frac{f}{\sin \gamma}$ 之長。

控制光距條件方法之種類甚多，但此法無自滯現象發生，且應用極

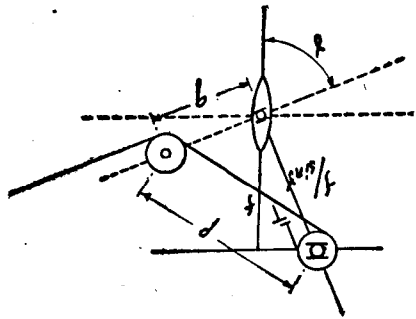


圖 129 (b).

限頗廣，而在物鏡傾斜情形，亦易自動控制。

另有一構造較簡之控制機，稱之曰正角控制機，適用於物鏡角位固定之糾正儀，圖 130 示其構造之原理。

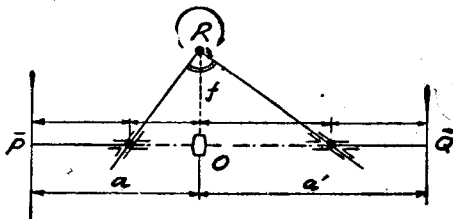


圖 130.

其機包括一作正角彎曲之機桿，能沿其頂點 R 轉動。與其相連之像面 \bar{P} 與圖面 \bar{Q} ，則隨彎曲機桿之旋轉而沿物鏡中軸之方向移動。設使

$$RO = PP' = QQ' = f$$

則當彎曲機桿在任何轉動之位置時，恆能保持牛頓公式

$$a'b' = f^2$$

之關係。

(二) 交線條件

由上述關係，已能得一點之清晰投影。但當光學機械法糾正製圖時，必須使像面在承影面上作全面清晰之構影，方可應用。欲達到此目的，必須使至少三點能符合上述之光距關係，蓋由光學定律，知一平面之構影必仍為另一平面也。茲解證如下：

按圖 131 設 O 為投影物鏡， \bar{B} 為像面， \bar{K} 為承影面。今以 F' 為其像方之空間座標原點，以光軸方向為 x' 方向而建立空間座標系統，則

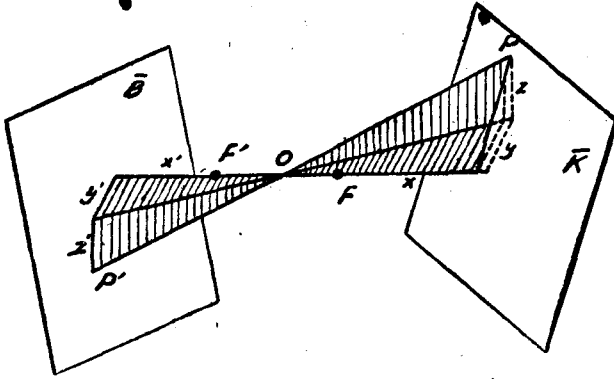


圖 131.

像面之平面公式應為

$$Ax' + By' + Cz' + D = 0$$

更以 F 為投影空間之座標原點，以光軸方向為 x 方向，名其投影點 P 之座標為 x, y, z ，則按光學定律，當像點 P' 投清晰之影於 P 處時，應得

$$\frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = \frac{x' + f}{x + f}, \quad x' = \frac{f^2}{x}$$

故

$$y' = y \frac{x' + f}{x + f} = y \frac{f^2 + xf}{(x + f)x} = y \frac{f}{x}$$

同理

$$z' = z \frac{f}{x}$$

代之於像面之平面公式，得各投影點之軌跡應為

$$A \frac{f^2}{x} + By \frac{f}{x} + Cz \frac{f}{x} + D = 0, \quad Af + By + Cz + \frac{c}{f} x = 0$$

此亦為一平面公式。故知各清晰投影點必均位於另一平面之內。

由於光距條件，可使其中一點得清晰之構影。此外所需求之二點，可想像位於像面與投影面之交線上。欲使此特殊之二點，亦符合光距條件，則透鏡平面，必須亦穿過此交線無疑。因得交線條件定律如下：欲使一平面在另一平面內作清晰之投影，其投影物鏡面必須穿過二面之交線，此條件又名之曰山甫魯條件，由於發明人而命名也。

欲使投影符合此交線條件，可以強制像面，物鏡面，與承影面三面之交線行之。但在近垂直攝影情形時，此交線地位太遠，不能直接應用，因有種種控制機桿之設計。圖 132 示卡本替 (Carpentier) 控制機，自動控制交線條件之原理。其像面 B ，物鏡面 O ，與承影面 P ，皆可使沿 B, O 與 P 處平行之軸線傾斜。在 B, O 與 P 處各樹以垂直於各該面之桿，此等桿滑動於距離轉軸恆為 a 距之橫置桿上，而以直桿 l 控制 A, M, Q 三交點 使恆位於同一直線之上。由簡單之幾何關係，可以證明，在此情形之下，像面，物鏡面，與承影面亦必恆交於同一之直線。

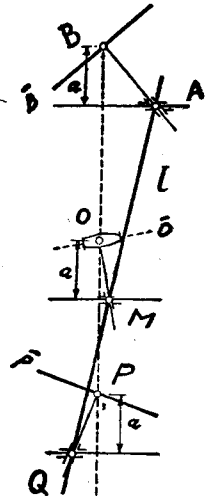


圖 132.

第二目 合點控制

按第二章所述之透視面旋轉定律，則由同一透視中心所成之二面構影，可以置於無窮數之相對位置。其條件即：透鏡中心 O 距合點 F' 與遁點 F 之距離須永遠不變。(第二章圖 6) 故在攝影時攝影物鏡距其像面合點 F' 之距離為 $f/\sin \gamma$ ，則在投影時投影中心亦應恆依此距改動。依此原理構成自動控制機，則糾正儀所需安置之數目，可以減少。但因

儀器構造複雜，所需求構造之精度增高，普通糾正儀多不加採用。

第三目 糾正儀之構造

糾正儀之構造包括：像片面，承影面，及物鏡三項，此三者相互之部位，如能作五項相互獨立之動作時，則像片面內之任意四點，均可使與承影面上相當之四點相疊合，蓋按透視原理，有五自由度之決定，即可完全確定兩平面間之透視關係也。糾正儀供普遍之應用者，率有五項可能之安置，但假設地面恆為橫平面時，可以減少其一，又設糾正儀裝有合點控制機時，則又可減少一項。此種可能安置之分配，主要可分為二類：

第一類 各面均沿平行之軸轉動，其可能之安置分為：

一 像片之旋角： κ_B 。

二、像片在其平面沿與交線（像片面與承影面之交線）平行之方向移動： x_B 。

三、像片在其平面沿與交線垂直之向移動： y_B 。

或投影物鏡沿與交線平行之軸轉動： ω_0 。

四、像片面與承影面夾角之轉動： ω_P 。

五、由像面至投影中心，與自投影中心至其承影面點間距離比例之改變（光距改變）。

第二類 各面中之一面或數面可使自由轉動（萬向轉節），其可能安置之分配可為：

一及二 承影面沿二相互垂直方向之軸轉動： ω_P, φ_P 。

三及四 像面沿二相互垂直方向之軸轉動： ω_B, φ_B ，或像面沿二相互垂直之方向移動： x_B, y_B 。

五 光距改變。

圖 133 示最簡單之糾正儀，左方為光源，像片 \bar{B} ，物鏡 O ，與承影面 \bar{P} ，皆可各沿其橫軸斜傾。像片，物鏡，與承影面間之距離，可以單獨

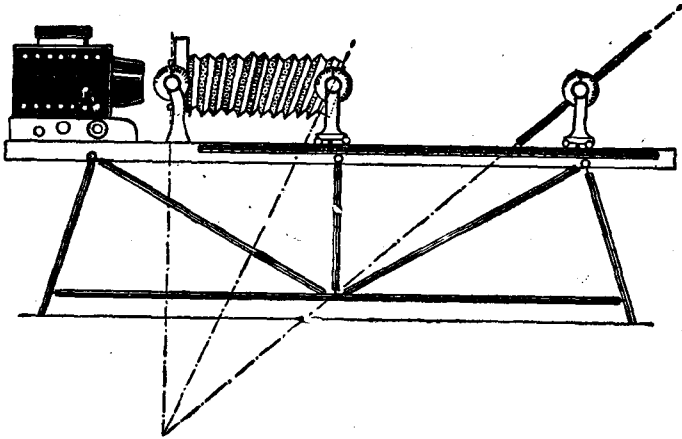
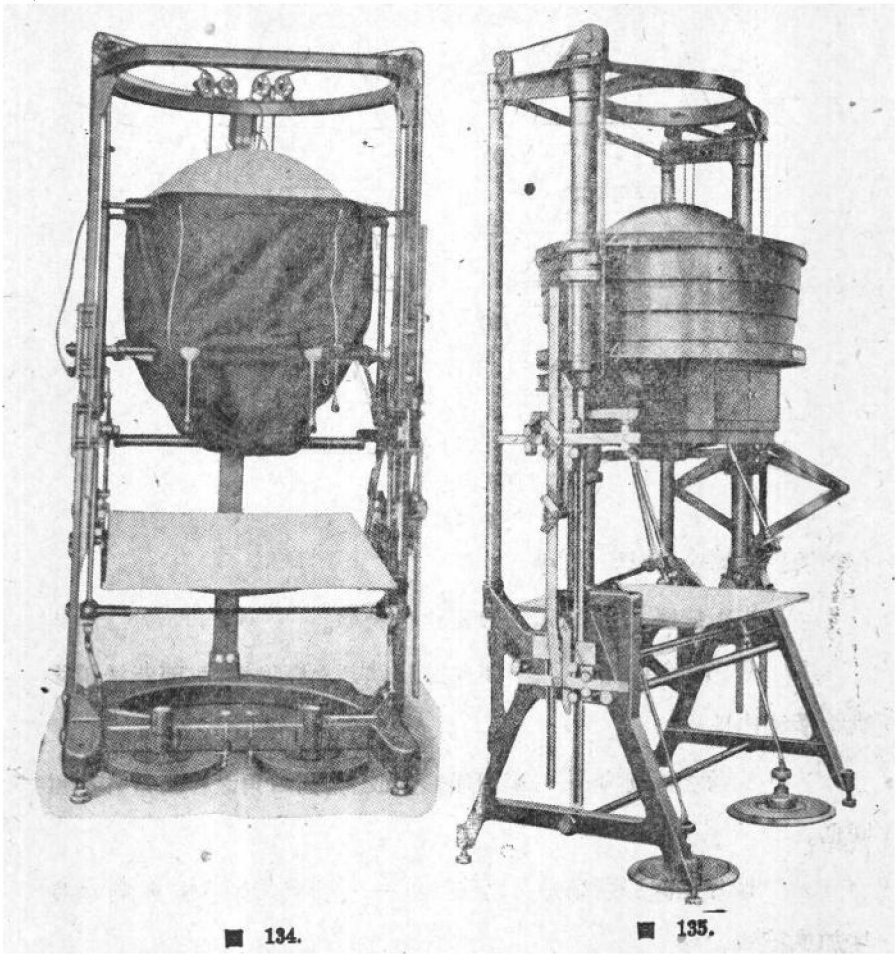


圖 133.

移置。此外則像片更可沿其主點作旋角之轉動，沿其橫軸方向可以移置，故此儀共有七項安置之可能，而其中只五項為必需者。或則物鏡 O 亦可使固定，而易以像片垂直橫傾軸方向之移置，俾使其光距之移動，概行之於物鏡中軸之方向。

此種最簡單之糾正儀相當於法國魯西愛糾正儀，缺乏晰影自動控制之設施。其具有此項自動之控制，使其隨時均能符合光距，交線，或合點條件者，稱之為自動或半自動糾正儀，主要出品於德瑞兩國。其重要者，列之於下表。

廠名	蔡司 (德國)	施萊斯影測公司 (德國)	威特 (瑞士)	施萊斯 (荷蘭)
廠名	舊 SEGC/4	新 (SEGD) (圖 134)	經便高調節糾正鏡 (SEGIV)	WILDE 2 (圖 135)
光距條件	比達哥拉自動控制機	正角自動控制機	正致自動控制機 (近似解法)	剪形自動控制機
交線條件	卡本替自動控制機	卡本替自動控制機	無	簡化卡本替自動控制機
可能之安置	五項 像片面 k_B, x_B, y_B 承影面 ω_P 物鏡面 ω_U 光距改變	四項 像片面 x_B, y_B 承影面 ω_P 光距改變	五項 物鏡面 $\omega_U, \omega_P, \omega_P$ 承影面 ω_P, ω_P 光距改變	四項 像片面 k_B 物鏡面 ω_U 承影面 ω_P 光距改變
像幅 (公分)	15 12.5 (7/9)	18 x 18	18 x 18	30 x 30
物鏡焦距 (公分)	975	300	18 (7/6.8)	17.3
傾角極限	0.3-5.0	攝影天底距 $\angle 15^\circ$	攝影天底距 $\angle 10^\circ$	攝影天底距 $\angle 10^\circ$
放大極限	4000 W	0.7-2.5	0.75-2.5	0.5-5.0
機重 (公斤)	975	300	90	700
附記	利用集光鏡頭 光距 4000 W 之電源	光程成正角之曲折只為扁平地形之糾正	交線條件之符合由於轉動物鏡完成之上述五項可能之安置并不互相獨立實際立之安置須正確於 3° 時已可曲之發生	有選點控制機只適用於平面地形之糾正
	須 100 W 電源	須 100 W 電源	須 100 W 電源	須 100 W 電源



■ 134.

■ 135.

第四目 糾正工作之步驟

糾正工作之進行，每幅像片須至少備有控制點四個。此等控制點可選由大比例尺之圖上取得，或由空中三角測量求得，或者應用普通人工測量之方法量得。惟須分佈適宜，以使儘量位於像幅之邊緣者為佳。

糾正步驟應依經驗隨儀器構造之不同而設計之。圖 136 示各種動

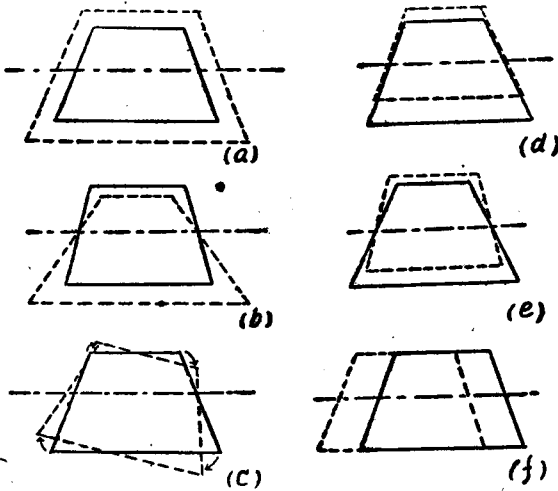


圖 136.

作對於投影圖形之影響，其中

(a) 光距變遷：—— 影響於投影之放大率。

(b) 承影面之傾斜 ω_P —— 使向透鏡移動之橫邊短縮，而背透鏡移動之橫邊伸長。

(c) 旋角之轉動 k_B —— 使圖形形狀改易，因四角之移動量各不相同也。

(d) 像片垂直於橫軸方向之移動 y_B —— 使與橫軸垂直方向之長增加或縮短。

(e) 透鏡之傾斜 ω_0 —— 使圖形之前後橫邊比例尺作反向之改易，同時縱向比例尺之變動較小。

(f) 像片平行於橫軸方向之移動 x_B —— 使橫邊向旁移動，離透鏡較遠邊移動之速率較其較近邊之速率為大，故圖形改易。

工作之初，先使糾正儀之承影面置於水平位置，改動其放大率，使所有之投影點，均落在控制點範圍之內，然後漸漸放大，使其中二相隣之二控制點，與其投影點相互疊合，而其他二點之投影則仍在所繪控制點範圍之內。更旋轉像片及圖面，使不相符之短邊向前，次則傾斜承影面，使前方之短邊加長，時時重新改正其比例尺，俾使已符合之二點，仍不失其符合之地位。前方二點在橫方向與其應取地位之不符之處，則主要由像片旋角 k_B 改善之；前後方向比例尺不符之處，則主要由像片垂直於傾軸方向之移動 y_B 改正之。如地面原為水平平面時，則重覆此種步驟已可達到配合工作之目的，否則更須將像片在平行於傾軸之方向作 x_B 之移動。此種工作所需時間普通約為十分鐘，配合工作完畢之後，將物鏡蓋以黃色或紅色濾光鏡，置放大紙平壓於承影面上，然後揭開濾光鏡露光，露光時可用一紙圈迅速上下移動，使中部充分露光，四邊少露光，因底片往往中部感光較強，故色調較暗也。更經顯像定像手續，即成像片圖。欲免紙張之伸縮，可先將放大紙浸水約三分鐘，然後取出平舖於承影面上，括去水漬，而後使之露光。沖洗後，亦在濕潤狀態之下，鑲貼於板上。

第五目 像片鑲圖

已糾正之像片，可依據總繪之控制點，鑲貼於同一平面之上，成像片鑲圖。像片鑲圖表現地物，真實而明淅，且成圖迅速而經濟，故土地整理，以及各種工程建設之計劃，譬如：市政工程，新村設計，河道整理等工程多採用之。至於各種考察工作：如地理，地質，以及考古生物等等，亦可以加以利用，而得莫大幫助。至於地面臨時變遷之情形如風暴，水

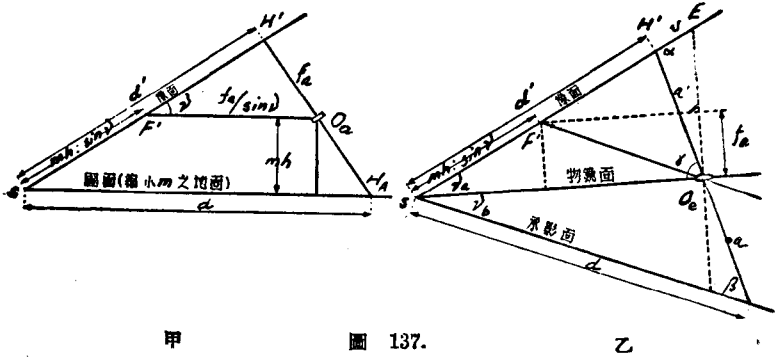
災之類之調查與研究，亦捨此莫屬。或者更可逕在像片圖上補測導線，註記着墨，然後用化學方法退色，則又成地形圖矣。

像片鑲貼之前，應先排列，檢查剪裁，然後用冷膠調水或樹膠調水煮沸，溶解後刷於像片背後而黏貼之。膠糊宜刷勻，並使無氣泡或膠糊粗粒之突出。剪裁處之切面宜斜，使紙邊由厚漸薄，而易於牢貼。

各片接合之處，其誤差應使在限度之內。倘接片誤差太大，應使之平均分配，而不聚積於接合處。在二像片重複之處，應將投影誤差較大部份裁去不用，其接合處之色調尤需注意，不使有顯著之差異，必要時須重行糾正而晒印之。局部有不清晰或不美觀處，可用白墨水及淡墨水修像，然後分幅複照底板，晒印藍圖或像片圖，以供製圖調繪之用。

第五節 攝影方位與糾正安置之關係

當攝影之內外方位均為已知之值時，可以直接算求糾正儀之各安置值，不必更賴四控制點之配合，此節推演其間之關係。圖 137 (甲)，示攝影時之方位原素，計包括：傾角 ν ，攝影焦距 f_a ，及縮成繪圖比例尺 m



甲

圖 137.

乙

之航高 mh 。圖 137(乙) 示糾正時之情形。糾正物鏡 O_e 之焦距設為 f_e ，像片與物鏡面所夾之角設為 ν_a ，與承影所夾之角設為 ν_b ，連接投影中心 O_s 與像片主點 H' 之直線，其交於像面，承影面與物鏡面之角設各為 α, β 與 γ ，而其間所成之距離設為 a 與 a' 。攝影時像片之旋角 k 亦應為已知，但此角糾正時仍保持原值，故無須列入計算之中。

按旋轉定律（第二章第一節）知在糾正時，所有自像點或承影面點至交線 S 之距離均與攝影時相等，故 SH' 與 SH_A 在圖 137(甲)(乙)之內均應為等值，且：

$$F'O_s [\text{圖 137(甲)}] = F'O_s [\text{圖 137(乙)}] = \frac{f_a}{\sin \nu}$$

合點 F' 應代表承影面或圖面無窮遠物之構影，故在糾正時 F' 點應使位於投影物鏡焦面之內。依此關係得：

$$\left. \begin{aligned} \sin \nu_a &= \frac{f_e}{SF'} = \frac{f_e \sin \nu}{mh} \\ \sin \nu_b &= \frac{f_e}{F'O_s} = \frac{f_e \sin \nu}{f_a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

根據已求得之角值 ν_a 與 ν_b ，可以按下列步驟計算 α 與 β 二值。

自圖 137(乙)

$$d' : d = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha},$$

更按圖 137(甲) 則：

$$d' : d = \cos \nu,$$

因得：
$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \cos \nu \quad \text{或} \quad \frac{\sin \beta + \sin \alpha}{\sin \beta - \sin \alpha} = \frac{\cos \nu + 1}{\cos \nu - 1},$$

改化之，得：

$$\tan \frac{\beta + \alpha}{2} = \tan \frac{\beta - \alpha}{2} \cdot \cot^2 \frac{\nu}{2} \dots\dots\dots(10)$$

自圖 137(乙)

$$\alpha - \beta = \nu_a + \nu_b \dots\dots\dots(11)$$

代公式(11)於(10)中得 α 與 β 值。 γ 角則按圖 137(乙)應為

$$\gamma = \alpha - \nu_a = \beta + \nu_b \dots\dots\dots(12)$$

茲更根據已得之值,求 a 與 a' 之長如下:

按圖 137(甲)
$$\frac{H'O_a}{O_e H_A} = \frac{H'F}{FS} = \frac{f_a \cdot \cos \nu}{m \cdot h}$$

自圖 137(乙)則:

$$\frac{H'F}{FS} = \frac{H'O_e}{O_e H_A} = \frac{a'}{a}$$

因得
$$\frac{a}{a'} = \frac{mh}{f_a \cdot \cos \nu} = \tan^2 \lambda \dots\dots\dots(13)$$

λ 為一輔助值,可依公式(13)由已知之諸值求得之。又按光學條件,則得

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{\sin \gamma}{f_e}$$

使與公式(13)相併合,以消除 a 項,則得:

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a' \cot^2 \lambda} = \frac{\sin \gamma}{f_e}$$

更經改算,得求 a' 與 a 值之應用公式如下:

$$a' = \frac{f_e}{\sin \gamma \sin^2 \lambda}, \quad a = \frac{f_e}{\sin \gamma \cos^2 \lambda} \dots\dots\dots(14)$$

如糾正儀之物鏡不能轉動時,則代之像片垂直於傾軸方向之移動,

(圖 137(乙)自 E 至 H') 其值算得如下:

$$FH' - \nu = EF' - HF = SF' \frac{a'}{a} - f_a \cot \nu = \frac{mh}{\sin \nu} \cdot \frac{a'}{a} - f_a \cot \nu,$$

在最近似垂直攝影時 $a' = a = f_a : mh$

$$\nu = f_a \left(\frac{1}{\sin \nu} - \cot \nu \right) = f_a \cdot \tan \frac{\nu}{2} \dots \dots \dots (15)$$

利用上列諸公式，可以簡單之圖解法解之(圖 138)，在一直線之上，由 S 點量 $\frac{mh}{\sin \nu}$ 距得 F' 點。更量 $f_a \cot \nu$ ，得 H' 點。以 F' 為中心，以 f_a 為半徑繪圓，則自 S 點繪至此圓之切線，必通過糾正物鏡應在之點。

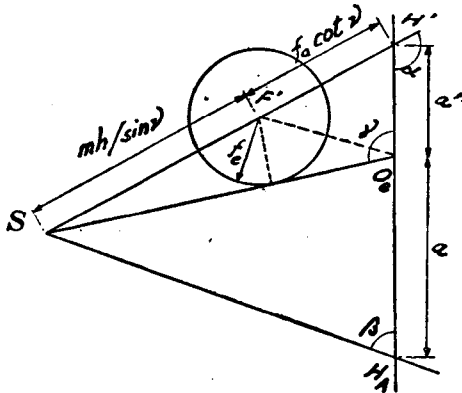


圖 138.

更以 F' 為圓心，以 $f_a/\sin \nu$ 為半徑作弧，此弧交於切線處，即應為物鏡之地位。由 S 繪直線平行於 $F'O$ ，同時連接 $H'O$ 線，即盡得所需之值矣。

以上之推演適用於地面為水平面之時，為最普通常用之情形。如地面為傾斜之平面時，則尚須加以其他一項之安置，關係比較複雜，但實際應用之意義亦較少也。

第六節 不平地面之糾正

已往所述皆假定地面爲一平面，即地面之高低差較之航高相差甚遠，可以略而不計；但如地面起伏甚劇時，則其所發生平面位置之誤差 c (圖 139) 依下列關係增減：

$$c = \Delta h \cdot \frac{a'}{f} \dots\dots\dots(16)$$

a' 爲像點至像片錘點之距離， f 爲攝影焦距， Δh 爲地面與參對平面之高低差。

糾正方法應用於不平之地域，亦曾有種種之研究與實驗，但迄今尙少實際之用。在各種方法之中，其高低之概值，往往需假定爲已知者，或則仍須利用像片對立體觀測方法，以求其約數，手續麻煩，因而減低糾正方法之效率。

奧人山甫魯有所謂分帶糾正法者，製有分帶糾正儀，依已知地形同高之地帶區分，而改正其糾正之比例尺。德國拉可曼(Lacmann)亦有類似原理之糾正儀製造，但均未有實際之用。法國魯西愛則利用每幅已知之四控制點，做正確之糾正，然後按點圖解求位，曾廣用於土地測量大比例之測圖，稱之爲半自動測圖法。

設以 P (圖 139) 爲某地形點，高於參對平面 \bar{H}_0 之值爲 Δh ， N 爲地面天底點，則像 P' 在 \bar{H}_0 面上在糾正時之投影爲 P_0 ，與其應得圖點位 P_1 之距離 $P_0P_1 = c$ ，爲糾正測圖之誤差，位於沿天底點 N 至 P 點平面之內，其值爲：

$$c = \Delta h \cdot \frac{d}{h}, \quad d = NP_0 \dots\dots\dots(17)$$

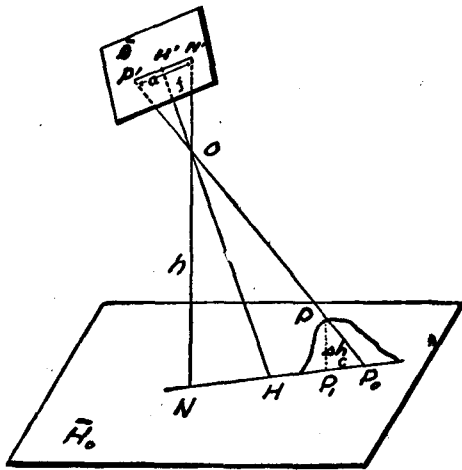


圖 139.

今如在圖點 P_1 處豎一高為 Δh 之垂柱，則其頂點 P 表示地形點應取之位置，此亦即自像點 P' 所投影之光線與 P 處垂柱所應交會之點也。但二相互透視之投影可在相當條件之下置於無窮多相對之地位，故在糾正工作之時，像片與承影相對之位置，往往非如圖 139 之所示者。換言之，即按公式 (17) 所得之結果，不能直接應用也。

圖 140 之 $\bar{B}-\bar{H}_0$ 面重繪圖 139 攝影時之情形，其 $\bar{B}-\bar{H}_0$ 面則代表糾正時二平面實際相對之位置，此時之投影中心自 O 點依以合點 F' 為中心之圓弧移至 O' ， \bar{H}_0 平面則依交線 S 為軸轉移至 \bar{H}'_0 ，今以 \bar{H}'_0 平面之 Q_0, Q_1 點代表 \bar{H}_0 平面之 P_1, P_0 點，則在糾正時地形點 P 應位於 Q 處，而 QQ_1 等於 $\Delta h'$ 與承影面最陡之方向線(平行於 $M'N'$)成 β 角，非若前此 PP_1 之垂直於平面 \bar{H}_0 矣。

四邊形 $H'ONS$ 之二頂點 S 與 H' 地位不動，其他二頂點則各沿

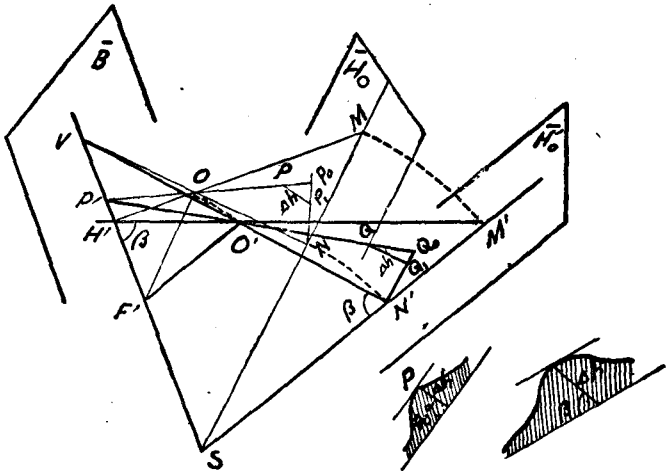


圖 140.

F' 與 S 轉動成 $H'O'N'S'$ 四邊形。 H' 與 N' 處所夾之角彼此恆等，且在其長度變更之二邊，其邊長之比例亦恆為不變之值，因得：

$$\frac{OH'}{ON} = \frac{1}{h}, \quad \frac{O'H'}{O'N'} = \frac{a'}{h'}; \quad \therefore \frac{f}{h} = \frac{a'}{h'} \dots \dots \dots (18)$$

再由公式(17)得：

$$c = \Delta h \frac{d}{h} = \Delta h' \cdot \frac{d}{h'}, \quad \Delta h' = \Delta h \cdot \frac{h'}{h} = \Delta h \cdot \frac{a'}{f} \dots \dots \dots (19)$$

此值 $\Delta h'$ 可依其在承影面方向及與承影面垂直之方向分析為二部分：

$$x = \Delta h \frac{a'}{f} \cos \beta, \quad y = \Delta h \frac{a'}{f} \sin \beta \dots \dots \dots (20)$$

利用魯西愛氏糾正儀工作時，以一安置柱(圖 141)安置公式(20)之二值，而置於 Q 處。 a' 與 β 則由攝影

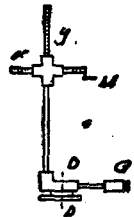


圖 141.

時之記錄計算而得，或者由初步之近似糾正以求之。此安置柱載一重體 G ，整個可使沿 DD 為軸轉動。設糾正儀之中軸 $H'OM'$ 橫置之時，則由動力關係，安置柱 x 方向之刻度，恆自動平行於 $M'N'$ 方向（圖 140）停留，此魯氏糾正儀所以橫置理由之一也。

第九章 像片三角測量

第一節 輻射三角測量

第一目 總述

由第二章第一節原理，知在成透視關係之二平面內，可以求得相對之等角點，等角點至其他各點所夾相當之角度，在二面內均相等。在航空攝影時，此點連接至投影中心之線，位於攝影軸與錘線方向所夾角之平分線內。又設地面為一平面之時，則不論攝影時，攝影方向如何傾斜，均可依此構造，得像片之等角點。以像片等角點為站點，量至其他各點之夾角，則得地面上相當之各方向角矣。此時像片之等角點名之曰輻射中點，自輻射中點連至任意其他像點之線，名之為輻射線，而利用此等線點之特徵，以求點位，謂之輻射三角測量。

輻射三角測量例常用於垂直攝影。此時等角點與像片主點極近，通常率選用像片主點為輻射中點。

當每幅攝影與其航線間及相隣航線之攝影均作 50% 以上之重疊時，則每幅像片均包括其相隣像片輻射中點附近地形之影像。在像片上測量此輻射中點間之夾角，則可成輻射三角鎖(圖 142)。輻射三角測量之另一種排列方法，係在同一航線連續攝影之內，相隣二攝影均作百分之五十至六十之重疊，自各像片之輻射中點 J_n (圖 143) 量其至相隣像片

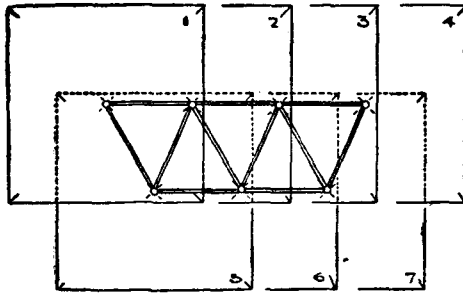


圖 142.

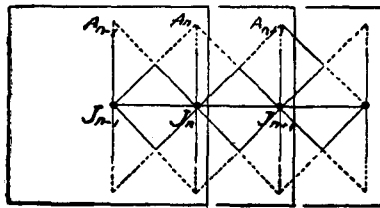


圖 143.

之輻射中點 (J_{n-1} , J_{n+1}) 及三相隣像片共同之地形像點 A_n , B_n , ... 等所夾之角, 則可得輻射稜形鎖。圖內之實線代表自二點互測之線, 實虛線代表單向觀測之線, A_n , B_n 等點名之曰稜形助點。

當地面有高低差時, 像點構影誤差位於其像點至天底點之輻射方向 (第八章圖 139), 故在此種情形之下, 欲得像面上與地面上相等之各幅線角, 其幅線應由天底點, 而不應由等角點出發。普通地面均有起伏, 而攝影之傾斜由於飛行之振盪, 亦不可避免, 故嚴格言之, 在像片面上固無一點, 可據以量得正確角度之關係, 但如攝影傾斜在 2° 之內, 而地面起伏之差, 不及航高 10% 時, 則可選用像片主點為輻射中點, 以得近似之解決。

第二目 以像片主點為輻射中點之誤差

直接以像片主點為輻射中點，發生不可避免之方向誤差。

圖 144 示由於攝影傾斜所發生之誤差。想像將圖面平行移動，置於像片主點 H' 處得與像面之交線 $h-h$ ，以 H' 點為圓心，作單位圓球，則由弧面角線之關係，知在像片所量之 α' 角相當於正確平面角 α ，其關係可由弧面三角形 $h P P'$ 求出，其中 $\angle h P' P$ 角為正角，得

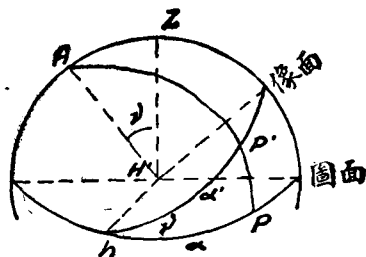


圖 144.

$$\tan \alpha' = \tan \alpha \cdot \cos \nu \dots\dots\dots (1)$$

今稱 $\alpha = \alpha' + da_v$ ，則由式 (1) 得： $\tan (\alpha - da_v) = \tan \alpha \cos \nu$ 及 ν 均為微小之值，展開上式得： $\tan \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha} da_v = \tan \alpha \left(1 - \frac{\nu^2}{2} + \dots \right)$
改化之，得：

$$da_v = \alpha - \alpha' = \frac{\nu^2}{2} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4} \nu^2 \sin^2 \alpha \dots\dots\dots (2)$$

其方向角誤差 da_v 與傾斜角 ν 及方向角 α 之關係，按式 (2) 計算列如下表：

表 一

$\alpha \backslash \nu$	0°	2°	4°	6°
0°	0	0'.0	0'.0	0'.0
15°	0	0'.5	2'.1	4'.7
30°	0	0'.9	3'.6	8'.2
45°	0	1'.0	4'.2	9'.4

由於地形點高程差所發生方向角之影響，除與高程差本身有關而外，亦隨攝影之傾斜而增加。設某點 P 處地面之傾斜為 β ，其應得之水平方向為 α ，而在像片面上量得之方向為 α' ，則得圖 145 關係，由弧三角 ΔZP ，應用餘切定律，得

$$\cot(90 - \beta)\sin v = \cos v \cos\{180 - (90 - \alpha)\} + \sin\{180 - (90 - \alpha)\}\cot(90 - \alpha')$$

$$\tan \beta \sin v = -\cos v \sin \alpha + \cos \alpha \tan \alpha'$$

今稱 $\alpha = \alpha' + da$ ， da 及 v 均為微小之值，則由上式，得：

$$v \tan \beta = -\left(1 - \frac{v^2}{2}\right) \sin \alpha + \cos \alpha \left\{ \tan \alpha - \frac{da^2}{\cos^2 \alpha} \right\}$$

改化之，得
$$da = \frac{1}{4} v^2 \sin 2\alpha - v \tan \beta \cos \alpha \dots \dots \dots (3)$$

第一部份與式(2)同，代表純由攝影傾斜所發生之誤差 da_v ，第二部份則係受高程度之影響，稱之為 da_h 。

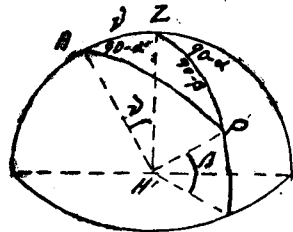


圖 145.

表二列方向角誤差 da_h 與傾斜角 v 及方向角 α 之關係，其中點 P 之傾斜度 β 設為 $\frac{1}{100}^\circ$ ($\tan \beta = \frac{1}{100}$)。

表 二

$\alpha \backslash v$	0°	2°	4°	6°
0	0	1'.2	2'.4	3'.6
15°	0	1'.1	2'.3	3'.5
30°	0	1'.0	2'.1	3'.1
60°	0	0'.6	1'.2	1'.8

輻射三角測量中之應用最廣者為稜形鏡，蓋每航線攝影均可單獨

測繪，比較便利也。以下所述，除特別標明者外，蓋指以像片主點為輻射中點之輻射稜形鎖而言。

第三目 圖解輻射三角測量

輻射三角測量工作之初，首須將各像片之主點標出，其主點距像片中點之距離為已知之內方位，可製成明角標板(圖 146)以得之。將此預製之明角標板置於像片之上，使標板之框標與像片上者相疊合，即可標插其主點之地位，隨即以紅墨水繪成十字線以標明之，是為輻射中點。

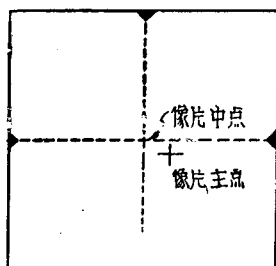


圖 146.

二相鄰像片之相對方位，可以利用立體觀測鏡依第三章圖 28 之原理觀測得之。

其法以釘插二像之主點，旋轉二像片至得二主點間最佳之立體印像為止；或者以尺規緊靠二釘，旋轉二像片至此尺規在二像片所經過之各像點，均為同一地形點之構影為止，以直線連接此二主點，即為其基線之位置。此直線除連接二主點外，並加繪此直線延長之尾線，以便於圖解稜形鎖時之用(參考圖 147)。

除主點連接線之外，更須尋找稜形助點，此等點須顯見於三相鄰之像片，並宜儘量使位於上下邊緣，以增加圖解之精度，然後繪自主點至此等助點輻射方向之短線。圖 147 示三相鄰像片上所控之短線，每十字線相交處，即其像點在該幅像片之位置，所有加繪之線，以用紅色為佳。繪圖紙可用繪圖透明紙，或最好用繪圖用之賽璐路明角質，總以不易由於氣溫及溼度關係而伸縮者為佳。航線連續之攝影，經上述預備步驟之

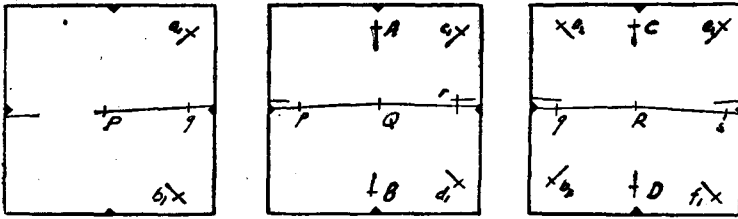


圖 147.

後，依次排列，使約略相重疊，以得此三角鎖之大概方向。然後取第一像片置於透明紙下，其大概方位，在使此後之圖線，能整個位在圖紙之近中為主，取圖針將圖與像片釘牢於桌上（或重物壓緊以代圖針），而描繪像片上所有之主點連接線及輻射線於圖紙。更取第二像片，使其主點連接線與由第一像片所得者相疊合，以定其方向，其距離則視所需之比例尺而定。因更描繪在第二像片內所有之線段於圖紙，其與第一像片相當輻射線之交點，即應為稜形助點之平面位置。連繫第三像片時，仍以圖紙上已繪之主點連結線決定其方向，而使其相當之輻射線均通過已求得稜形助點之平面位置以決定像片之地位，此後者之步驟即所以使由第一第二像幅所已定之比例尺度，傳達之於其次之像片對也。如此繼續連繫，則在理想情形之下時，在圖紙上應得圖 148 之結果。

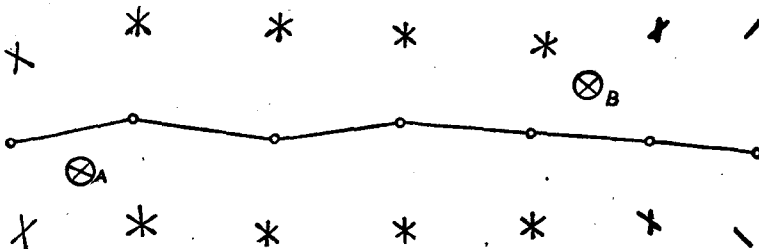


圖 148.

此時如有任意二地面控制點如 $A B$ 時，即可決定此整個三角鎖之比例尺及方位。如已知之二點適在第一像片對之重疊面內，則在工作開始之時，即已可得正確之繪圖比例尺，但在航線之終結，仍往往必設有至少二三地面控制點，以資覆核改校之用。

此種主點輻射三角測量，本為近似方法，由於地面之起伏以及攝影方向之偏斜，在像片主點所量之角並不與地面所量者完全相當，其中再加以測繪之誤差，故每值三線段相交之時，未必均能交合於一點，其誤差配敷之法，舉例解說如下。

圖 149 示連繫第三幅像片求第三站地位時之情形，此時在透明圖紙上已繪與第三像片有關之點線為站點 II ，稜形助點 P 及 Q 及 $II III$ 站間基線之方向。按上述步驟，置第三像片上所繪之基線方向，使與圖紙

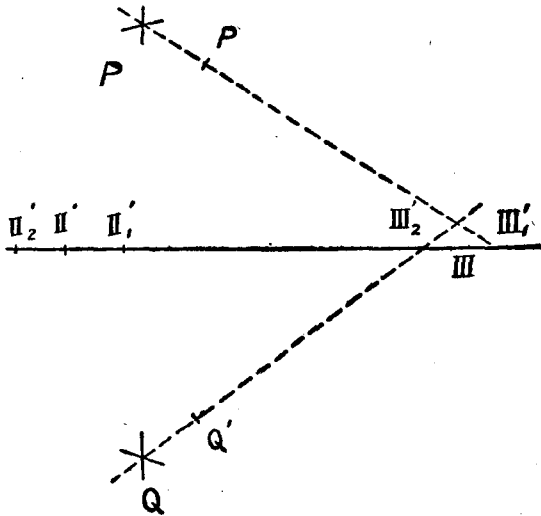


圖 149.

所繪者相疊合，更沿基線方向左右移動，使第三像片上至 P, Q 點之二輻線，同時均通過已得之 P, Q 二點。實際上由於種種誤差，不能得到此種理想情形，其誤差平均之法，先沿基線方向左右移動，使像片上 P 點之輻射線通過 P 點，得第三站之地位 III'_1 (圖 149)。此時由第三像片更得 P 及站點 II 之位置設為 P' 及 II'_1 ，然後再沿基線方向移動，使 Q 點之輻射線通過圖紙之 Q 點，又得第三站點之地位 III'_2 。同理更得此時 Q 點及站點 II 之位置，設各為 Q' 及 II'_2 ，在站點 II 附近所成之三角形為誤差三角，可從而推求站點 III 最可能之地位。以點 II' 分 $II'_1 II'_2$ 使

$$\frac{II'_2 II'}{II'_1 II'} = \frac{Q' Q}{P' P}$$

選點於誤差三角形內，使其離基線 $II III'_1$ ，輻射線 $P III'_1$ ，及 $Q III'_2$ 之距離，成 $II' II$ ， $P P'$ 與 $Q Q'$ 等長度之比例。此時之點 III ，即應為第三站點最近似之位置。置第三像片於繪圖紙下，使其主點通過點 III 而轉動之，至像片上之基線方向線， P 點之輻射線，及 Q 點之輻射線離圖紙上 II, P 及 Q 點各距離之比亦約略成 $II' II$ ， $P P'$ 與 $Q Q'$ 三值之比例時，即應為其最近似之方位。

此種誤差分配之原理，係假設像片之傾斜在各方向均有同等之可能；而在某種方向之傾斜時，其在像片上所發生構影之誤差，與其在像片及圖面上相較之點位差成比例。實際上此誤差三角面積至小，往往不必經此種平差手續，而可逕以三角形中心點為次站站點之地位。

設在稜形鎖之尾端或其中間尚有地面控制點存在時，則均需按照上述原則分配誤差，使湊合於所有之控制點位。為便利此種輻射三角鎖

之圖解平差計，美國有輻射線明角板方法，其法以大如像幅之賽璐路質明角板，描繪所有像片之輻射線及基線於其上，然後以此等輻射線明角板代替像片，依前法互相連繫，而以膠帶貼固之，利用各板之透明，可以直接觀測各線之交點。每條航線角鎖連繫工作完畢之後，更可以依照所有地面之控制點，作有系統之移湊，使其餘留之誤差，臻於更小。但此種明角板方法，不適宜於過大幅之像片，因板幅過大時，則移動不便也。

又有所謂槽線明角板方法者，將輻射線明角板上所應有線條均代以穿刻之槽線(圖 150)，今使二明角板相互重疊時，則其所有之相當輻射線之交點，可以各置一栓(圖 151)以固定之。栓之構造包括一小柱，直徑較明角板之槽線略小，可以在槽線之內滑動，栓之正中有小孔，可以置針或筆以標繪其交點之點位於圖面。

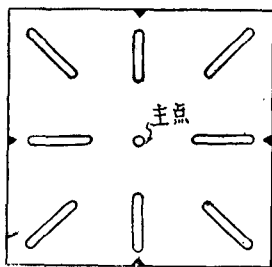


圖 150.

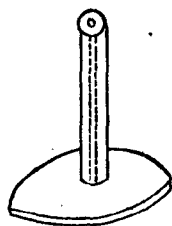


圖 151.

另有輻射鋼片法 (Radial Intersector) 以預製各種長短之鋼片，中有穿刻之槽線，各鋼片依其輻射方向安置，而在其輻射中點處豎夾之，其作用與槽線明角板相同，其優點在能隨時拆卸，重覆應用。圖 152 示其應用。

利用槽線明角板方法或輻射鋼片法工作，可得誤差之自動校正，但



圖 152.

航攝之航行必須平穩，為精確工作之先務。據經驗，此法最宜於一塊面積之測繪，在單條航線攝影測繪工作時，則優點不甚顯著。

第四目 輻射角測量儀器

今如量得各幅像片內自輻射中點至各稜形助點或其他各點之方向角，則輻射三角測量亦可應用計算方法以施行之。此種像片量角儀，簡單者有荷蘭之像片量角器，精密者則首推立體輻射三角儀。

最簡單之像片量角器，包括一半圓形刻度盤，固載於承板之上。另以一規尺使沿刻圈之圓心點轉動，以準對所量之像點。規尺之構造計包括一方向線，中心點，及讀數放大鏡等。在承板上有固定螺旋，用以固定量角器於像面。設所量像點之方向分佈於全週之時，則在量測半圓之後，必起卸螺旋而轉換儀器安置至約 180° 。

立體輻射三角儀係利用立體觀測法，量測像面之各角度，圖 153 為德國蔡司廠之出品，茲述其構造之主要部份如下：

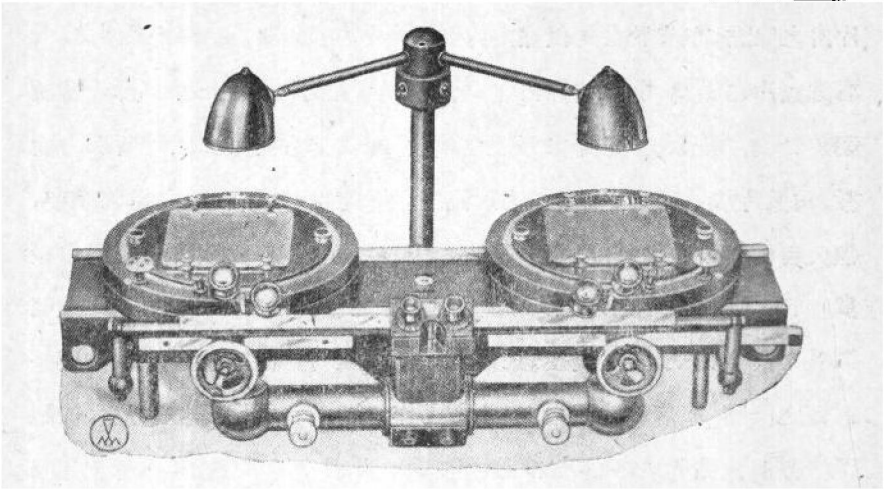


圖 153.

二相鄰之底片各置於一承片架上。此二承片架可依左手搖輪之旋轉，作共同方向之移動，依右手搖輪之旋轉，作方向相對之移動，各底片並均可依其承片架之中心點為軸旋轉，有夾緊栓及微動設備，以作精準之安置。置像片時使輻射中點（像片主點，垂點或等角點）與承片架之旋轉中心點相符合，則由旋轉像片所量之角 κ 即為各相當像點間之輻射角，可讀至分單位之精度。觀測系統為一固定之雙鏡顯微鏡，光線自像點出發後，經由稜鏡，物鏡，測點，及轉正稜鏡等系統，而達於目鏡之中，由於像片之移動，可使觀測方向恆垂直於像片。在最近出品之儀器，其轉正稜鏡隨像片旋角 κ 而自動作用，以隨時改正其轉影現象。

依第三章圖 28 之原則，得其二像片相對之大概方位以後，搖動左手之搖輪，使其由左方測點所決定之視線對準左方底片之旋轉中心點，或其點附近某顯著地物點。此時旋轉及移動右方底片，使其點在右幅像

片內之像點，亦落於右圖視線內，因而可得立體印象。更精密視測之，由右方底片之旋轉，排除其餘留之縱視差，而由其相向之移動，排除其橫視差。視差盡除後，記錄二刻盤之讀數，即為其方向值。此時所求之讀數，為像片旋角轉動之讀數，故縱視差之排除，比較橫視差之排除重要，但人目辨察視差之精度，對於橫視差較勝於縱視差，故欲增進觀察之精度，亦可利用轉正稜鏡之轉動，使各像片之影像各作 90° 之旋轉，遂使顯見之橫縱視差，相互變換。又當消除橫視差時，係在立體印象中，使一浮游之測點，準落於地面之上，此種動作，往往有系統之誤差發生，即觀測者恆將測點置於略高或略低之位置也。此項有系統誤差，亦可利用轉正稜鏡，使像片在目鏡之構影，作 180° 之旋轉，以消除之。此時由正視立體印象更換為反視立體印象，將觀測之結果，與前者相平均，即可免除觀測者此項有系統誤差之影響。

觀測稜形助點之方向時，亦可利用立體觀測方法，以增加其觀測之精度。其法將觀測之二相當點，由承片框之旋轉及方向之移動，使同時各置於其測點視線之內，如轉影稜鏡非自動作用時，可用手旋轉，使無轉影現象，而得立體印象。消除其立體印象中之縱橫視差，則二像點均已準置於二輻射中點連接之直線內，可讀錄此時之方向角度於刻盤。

第五目 傾斜攝影之輻射方向

在聯配攝影時，有時亦可利用其傾斜攝影，將像點之方向改正為相當之輻射方向後，作輻射三角測量。美國空軍之三物鏡航測測圖方法即利賴之。

設圖 154， \bar{B} 代表像片面，與水平方向成 ν 角之傾斜。 O 為其透視

中心，則像片 \bar{B} 上各像點 P' 所代表之輻射角 α ，為自 O 點通過各該點垂直面所夾之角，亦即通過 ON' 垂軸各面所夾之角也。 N' 為像片天底點。在像片面上 N' 處所夾之相當角為 α' ，其關係按式(1)為：

$$\tan \alpha = \tan \alpha' / \cos \nu \dots\dots\dots (4)$$

其證明亦可取之於圖 144。

事實上在 O 點所應得之水平角 α ，亦即等於在像面上自像面等角點 J' 所量之角度，其關係亦可得自圖 154，因在三角形 $OB'J'$ 內，

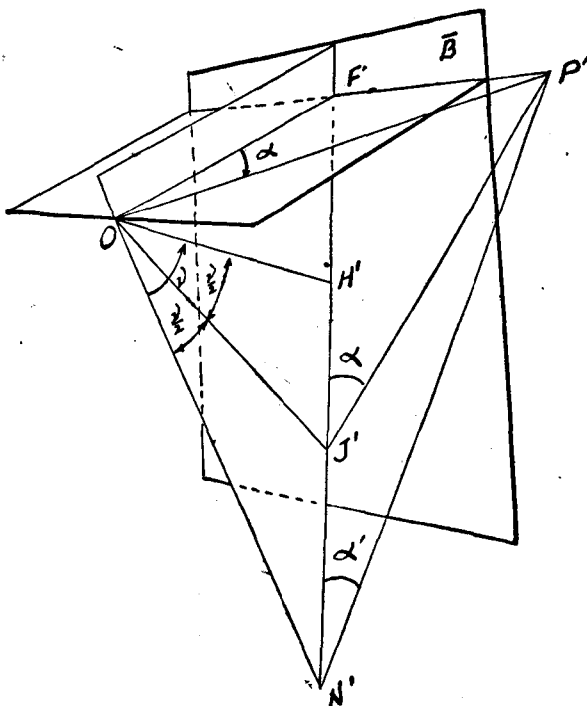


圖 154.

$$\angle F'OJ' = \angle F'J'O = 90 - \frac{\nu}{2} \quad \text{故} \quad OF' = F'J'$$

當水平面沿像片水平線轉摺於像片平面時，則 O 點落於 J' 點，

$$\angle F'OP' = \angle F'J'P' = \alpha$$

方向糾正儀 (Rectoblique Plotter) (圖 155) 即係利用上項關係，自傾斜攝影中則求像點真正水平方向之機械方法，其儀包括一繪圖板，載不等長之二臂，以一能平行於像片水平線方向滑動之橫桿相連。左臂名像片臂由透明質構成，其下端恆通過傾斜像片之天底點，其右臂則為繪面臂，能依繪面支點轉動。左臂方向代表之於圖十三之 $N'P'$ ，右臂方向代表之於圖十三之 $J'P'$ ；橫桿滑動使二桿在像片水平線方向作等量直線之移動。

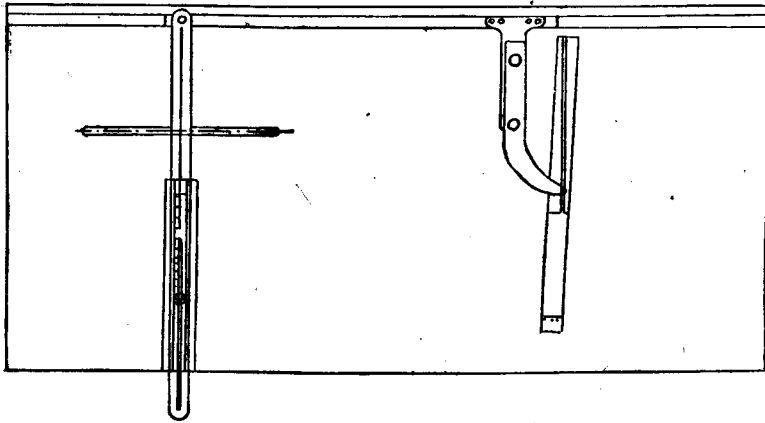


圖 155.

為方向糾正儀構造之便利，橫桿滑動非行之於像片水平線，而行之於與該線平行之線。如圖 156 (甲) 示圖 154 之主面 $O F' N'$ ，圖 156 (乙) 示圖 154 之傾斜像片面 \bar{B} 。設在攝影中心點 O 上 O' 處，繪一水平面，

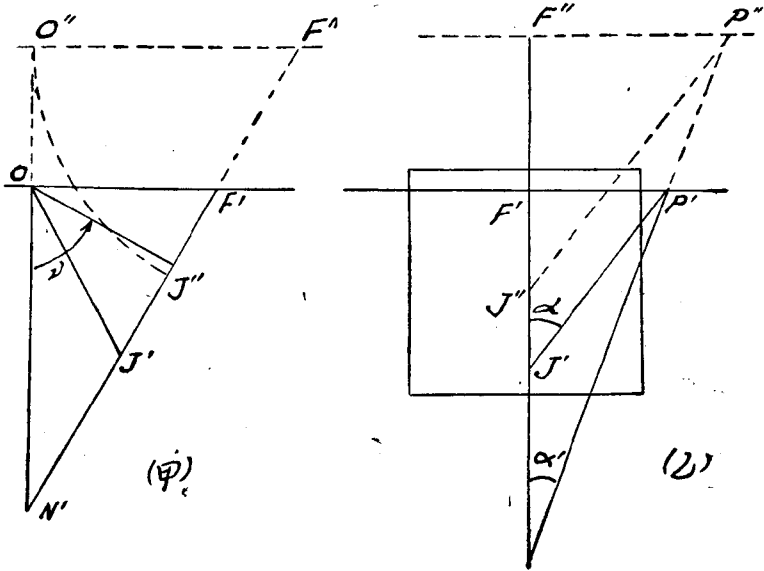


圖 156.

則在主面內得交線 $O' F''$ ，在像片面內得交線 $F'' P''$ 。取 $F'' J'' = F'' O'$ 以得 J'' 點，使相當於前此之等角點 J' ，則在圖 156 (乙) 連接 $J'' P''$ 線得 $\angle F'' J'' P'' = \angle F' J' P' = \alpha$ ，茲解證如下：

因
$$\frac{F'' J''}{F' J'} = \frac{F'' O'}{F' O} = \frac{O' N'}{O N'}$$

又因
$$\frac{F'' P''}{F' P'} = \frac{F'' N'}{F' N'} = \frac{O' N'}{O N'}$$

故得
$$\frac{F'' J''}{F' J'} = \frac{F'' P''}{F' P'}$$

即
$$\angle F'' J'' P'' = \angle F' J' P' = \alpha$$

在方向糾正儀上，像片臂代表 $N' P''$ 方向，繪面臂代表 $J'' P''$ 方

向。 P'' 則沿 $F'' P''$ 方向滑動，以準對不同之線點。該儀初為三物鏡航測製圖而設，其傾斜攝影之傾角為 60° ，攝影物鏡之焦距為 6 吋，有安置滑桿，可以顧及傾角及焦距微小之變易。

第六目 輻射稜形鎖之計算

由輻射角量測儀觀測所得之結果，應用時必先平差，普通用近似平差方法，蓋此時所發生之誤差，除觀測誤差外，來自輻射中點之位置及地形之高低差，有系統之誤差存在，初非適合於最小自乘法誤差分配之理論也。

按圖 157 之稜形鎖，基線長 $P_i P_{i+1}$ ，可自 $P_{i-1} P_i$ 由二方面求之。

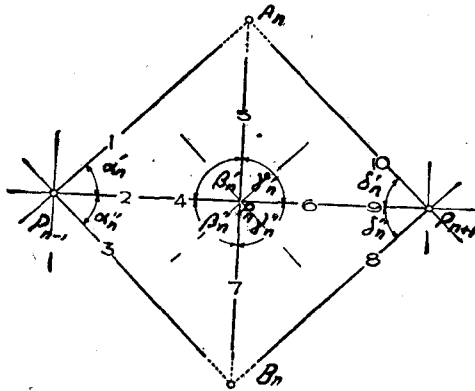


圖 157.

$$\begin{aligned}
 P_i P_{i+1} &= P_{i-1} P_i \frac{\sin(2-1)\sin(6-5+10-9)}{\sin(2-1+5-4)\sin(10-9)} \\
 &= P_{i-1} P_i \frac{\sin(3-2)\sin(7-6+9-8)}{\sin(3-2+4-7)\sin(9-8)} \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

由此得一條件方程式：

$$\frac{\sin(2-1)\sin(6-5+10-9)\sin(9-8)\sin(3-2+4-7)}{\sin(2-1+5-4)\sin(10-9)\sin(7-6+9-8)\sin(3-2)} = 1 \dots \dots \dots (6)$$

求其對數，則式(6)之右方為零。但如各方向 $1, 2_1 \dots$ 等均為觀測值時，則由於觀測誤差關係，不能得零，其不符值設為 w 。以 $v_1, v_2 \dots$ 代表各方向之改正數， T 為各該角對數正弦每單位變化之表值差，則此條件公式可化之為直線式：

$$\begin{aligned} & (-T_{(2-1)} + T_{(2-1+5-4)})v_1 + (T_{(2-1)} - T_{(3-2+4-7)} - T_{(2-1+5-4)}) \\ & + T_{(3-2)}v_2 + (T_{(3-2+4-7)} - T_{(3-2)})v_3 + (T_{(3-2+4-7)} + T_{(2-1+5-4)})v_4 \\ & + (-T_{(6-5+10-9)} - T_{(2-1+5-4)})v_5 + (T_{(6-5+10-9)} + T_{(7-6+9-8)})v_6 \\ & + (-T_{(3-2+4-7)} - T_{(7-6+9-8)})v_7 + (-T_{(9-8)} + T_{(7-6+9-8)})v_8 \\ & + (-T_{(6-5+10-9)} + T_{(9-8)} + T_{(10-9)} - T_{(7-6+9-8)})v_9 \\ & + (T_{(6-5+10-9)} - T_{(10-9)})v_{10} + w = 0 \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

今按普通平均情形， β 與 γ 等角均約為 90° 左右， α, δ 則約為 45° 左右。以對數表值差第四小數位為 w 之單位，以分為改正數之單位，則第 n 個稜形之條件方程式可簡化成：

$$\begin{aligned} & -2.5 v_{n1} + 5.0 v_{n2} - 2.5 v_{n3} - 2.5 v_{n4} + 2.5 v_{n5} - 2.5 v_{n6} \\ & + 2.5 v_{n7} - 2.5 v_{n8} + 5.0 v_{n9} - 2.5 v_{n10} + w_n = 0 \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

每單一稜形之法方程式為：

$$100 k_n + w_n = 0 \dots \dots \dots (9)$$

在單鎖之第 n 稜形，其法方程式為：

$$-25.00 k_{n-1} + 100.00 k_n - 25.00 k_{n+1} + w_n = 0 \dots \dots \dots (10)$$

依不定式解法，可得各關連值數之值為：

$$\begin{array}{cccccc}
 -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 & -k_5 \dots \dots w & \\
 0.011 & 0.003 & 0.001 & & & w_1 \\
 0.003 & 0.012 & 0.003 & 0.001 & & w_2 \\
 0.001 & 0.003 & 0.012 & 0.003 & 0.001 & w_3 \\
 & 0.001 & 0.003 & 0.012 & 0.003 & w_4 \\
 & & 0.001 & 0.003 & 0.012 & w_5 \\
 & & & 0.001 & 0.003 & w_6 \\
 & & & & 0.001 & w_7
 \end{array} \dots (11)$$

如將 0.005 w 以下之值略去時，得各方位之改正數為：

$$\begin{array}{l}
 v_{n1} = v_{n3} = -v_{n5} = -v_{n7} = v_{n8} = v_{n10} \\
 \quad = -2.5 k_n = +0.008 w_{n-1} + 0.029 w_n + 0.008 w_{n+1} \\
 v_{n2} = -2.5 k_{n-1} + 5.0 k_n = +0.013 w_{n-1} - 0.050 w_n - 0.014 w_{n+1} \\
 v_{n4} = +5.0 k_{n-1} - 2.5 k_n = -0.014 w_{n-2} - 0.050 w_{n-1} + 0.013 w_n \\
 v_{n6} = -2.5 k_n + 5.0 k_{n+1} = +0.013 w_n - 0.050 w_{n+1} - 0.014 w_{n+2} \\
 v_{n9} = +5.0 k_n - 2.5 k_{n+1} = -0.014 w_{n-1} - 0.050 w_n + 0.013 w_{n+1}
 \end{array} \dots (12)$$

各角度之改正數為：

$$\begin{array}{l}
 v_{\alpha}'_n = -v_{\alpha}''_n = -0.08 w_n - 0.02 w_{n+1} - 0.01 w_{n+2} \\
 v_{\beta}'_n = -v_{\beta}''_n = +0.01 w_{n-2} + 0.04 w_{n-1} \\
 \quad \quad \quad -0.04 w_n - 0.1 w_{n+1} \\
 v_{\gamma}'_n = -v_{\gamma}''_n = +0.01 w_{n-1} + 0.04 w_n - 0.04 w_{n+1} - 0.01 w_{n+2} \\
 v_{\delta}'_n = -v_{\delta}''_n = +0.02 w_{n-1} + 0.08 w_n
 \end{array} \dots (13)$$

其導線角之改正數則為：

$$v_{\beta'_n} + v_{\gamma'_n} = - (v_{\beta''_n} + v_{\gamma''_n}) \\ = -0.01w_{n-2} + 0.05w_{n-1} - 0.05w_{n+1} - 0.01w_{n+2} \dots \dots \dots (14)$$

以上所述為比較精確之計算，有時以上各式尚可簡化應用。如式(11)之關連值均取兩位時，則得下列近似公式：(以對數表第三位小數為 w 之單位)

$$\left. \begin{aligned} v_{n1} = v_{n3} = -v_{n5} = -v_{n7} = v_{n9} = v_{n10} &= +\frac{1}{4}w_n \\ v_{n2} &= +\frac{1}{4}w_{n-1} - \frac{1}{2}w_n \\ v_{n4} &= -\frac{1}{2}w_{n-1} + \frac{1}{4}w_n \\ v_{n6} &= +\frac{1}{4}w_n - \frac{1}{2}w_{n+1} \\ v_{n8} &= -\frac{1}{2}w_n + \frac{1}{4}w_{n+1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

其相當角度之改正數為：

$$\left. \begin{aligned} v_{\alpha'_n} = -v_{\alpha''_n} &= \frac{1}{4}w_{n-1} - \frac{3}{4}w_n \\ v_{\beta'_n} = -v_{\beta''_n} &= \frac{1}{2}w_{n-1} - \frac{1}{2}w_n \\ v_{\gamma'_n} = -v_{\gamma''_n} &= \frac{1}{2}w_n - \frac{1}{2}w_{n+1} \\ v_{\delta'_n} = -v_{\delta''_n} &= \frac{3}{4}w_n - \frac{1}{4}w_{n+1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

其導線角之改正數為：

$$v_{\beta'_n} + v_{\gamma'_n} = - (v_{\beta''_n} + v_{\gamma''_n}) = \frac{1}{2}w_{n-1} - \frac{1}{2}w_{n+1} \dots \dots \dots (17)$$

若更簡化之，使每稜形單獨計算，完全略去其與鄰形之影響，則得方向及角度之改正數各為：

$$\left. \begin{aligned} v_{n1} = v_{n3} = v_{n4} = -v_{n5} = v_{n6} = -v_{n7} = v_{n8} = v_{n10} &= \frac{1}{4}w_n \\ v_{n2} = v_{n9} &= -\frac{1}{2}w_n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} v\alpha'_n - v\delta'_n - v\alpha''_n + v\delta''_n &= -\frac{3}{4}w_n \\ v\beta'_n - v\gamma'_n - v\beta''_n + v\gamma''_n &= -\frac{1}{4}w_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

而導線角之改正數則為零。

比較以上各式，知相鄰稜形加入平差與否，影響於方向 4 及 6 頗鉅，故表面觀之，似以取用比較嚴密方法為佳，但據實際方面之檢討，則其影響並不顯著，蓋由於前述各種系統誤差之所致也。在實際計算之時，常採用最簡單近似方法。

第二節 空中像片三角測量

前述之輻射三角測量，用之以補充地面控制點之不足，惟該法只限用於圖點之平面座標，欲兼有高程之控制，因有所謂空中像片三角測量方法。其法之原則略述如下：二相鄰重疊像片，可以無須地面控制點而決定其在空間相對之方位，故如第一幅像片之絕對方位，已經決定之時，則由第二幅像片相對方位之決定，同時亦可即決定其本身之絕對方位。依此類推，可用計算或光學機械方法連繫多數像片於空間，成空中像片三角測量。故在問題之原則上已可解決，所需研究者，即如何可使其精度加增，以滿足其各種不同需要之要求。迄今主要之應用，尚限於垂直之航線攝影。

按普通之了解，則現時大三角測量所能達到之精度甚高，而空中三角測量所得之結果，遠不能與之相較量；但在大三角控制系統下之小三角與地形測圖補點工作，則有時均可代之以空中三角測量，以儘量減少地面工作，此為空中三角測量主要之應用；或者在數種特殊測量之應用

時，綜合精度速率與經濟三方面觀之，則例用之一二等三角測量，有時亦非不可減免，譬如在小比例尺圖繪製之區域，無須甚高之精度，或在鐵路公路測量，其結果自成獨立之測區，不須與其鄰區相互接連。又如土地測量，只求其田區面積之大小，而不必問其絕對之座標。舉凡此種工作均可酌代之以空中像片三角測量，而在特殊地理或地形環境之下，譬之我國華北平原，每年之大半時間均為灰沙蒙罩；四川一帶之霧季，以及熱帶之森林與窪溼地帶，則大三角測量實施困難，有時以儘量利用空中三角測量，輔之以天文及重力測量，較為便捷經濟也。

光學機械法像片銜接之工作步驟，已詳於第六章，由連續攝影作空中三角測量之觀測時，依測圖儀之構造而不同。茲分三類述之。

(1) 多倍投影測圖儀：第三幅以後像片銜接之時，相對方位之決定概行之於新加之投影機。其移動之外方位原素為 b_{22} , b_{23} , κ' , φ' 與 ω' 等，然後使新成之光學立體與前此之光學立體有同等之比例尺如第六章第四節之所述。

(2) 基線牀有內外二方向安置之測圖儀：此時第三幅像片可以安置之於第一投影機，而改動其基線 b_x 部分內外之安置（第七章圖 95），其餘之工作步驟，與在多倍投影測圖儀者相倣。

(3) 基線只能作一方向安置之測圖儀：第一對像片之絕對方位決定以後，在其與第二對像片共同包括之區域內，取其距離最遠二點，記錄其平面與高程座標，同時並用鋼針或該儀器特附之設備，標插第二像片之錘點於其乳膠面。所謂錘點者，即當測圖儀導桿平行於 z 方向時，觀測系統內測點所準對之點也。工作第二對像片之時，第二幅已定方位之像片，

可仍使留於第二投影機內，惟使作 180° 之旋轉，而置第三幅像片於第一投影機中。在此第二對像片相對方位決定之後，利用共同之偏向 $\bar{\varphi}$ 及傾向 $\bar{\omega}$ 之轉動，使第二對像片上所標誌之錘點，復與其測圖儀導桿平行於 z 方向時之測點相符合，此時二像片之位置，即為其應取之絕對方位矣。至於比例尺則由前量二點間之距離決定之。此法名為錘點像片銜接法，廣用於瑞士。

在有高程儀構影時，工作步驟可按下述之標準更改。高差儀之讀數可利用之以安置投影機之高差（即基線部分 b_x ），故在決定相對方位之時，縱視差之消除，只以投影機之 b_y, κ, φ' 與 ω' 等動作行之。如仍有不可避免之縱視差存在，則可斟酌情形，將已固定方位投影機之 φ 角改動少許，可藉以消低一部分光學畸變差或由於高差儀所發生較大誤差之影響，如在高差儀記錄之外，尚有地平構影可資利用時，則相對決定方位時所須移動之方位原素，又可減少，工作步驟更趨簡單。此時 b_x, φ 與 ω 均為已知，而所求者只為 b_y 與 κ 二值。利用地平構影以決定方位，易有常差存在，因而構成系統誤差於空中三角測量工作，須特別注意者也。

第三節 控制點問題

空中三角測量，不能離地面之控制而獨立，控制點一方面用以得其光學立體決對之方位，另一方面則用以控制誤差之傳播。但控制點測量工作對於整個作業之時間與經濟，耗損殊甚，因而影響航測應用之效能，故有種種方法之試擬，以期直接求得攝影時攝影機之外方位，而節省所

需控制點之數目。

利用太陽構影可以求攝影之外方位，其理想已在二十年前由芬士特瓦爾特 (S. Finsterwalder) 發表，後由意大利沈通尼付之實用。其法在攝影時，除向下攝取地景之主攝影機外，固連之以附機，攝取太陽之影像，但只有太陽之構影，不能完全求得攝影機之外方位，蓋欲達此目的，須至少有二天體之構影也。芬氏建議同一地帶在不同之時間飛攝二次，以得太陽二不同之地位，沈氏監製之機，則除太陽構影之外，更攝取磁針構影，輔助計算。

奧人博以考 (Boykow) 試用二飛機互攝方法，其法係利用無線電信號，使二平行並航之飛機同時露光，每飛機各載二鏡聯配攝影機一具，其攝軸與垂直方向作旁向 20° 及 60° 之傾斜，因得所需之重疊於二飛機航線間之地域。另有第三攝影機與連配攝影機固連，以攝取並航之飛機及其機上附載之基線橫尺。如此則二機間之基距可以算求，而各攝影之核線穿點，亦可直接判定矣。博氏另製有測圖儀，專為利用此法求攝影外方位及測圖之用，惟其後未有發展。

荷蘭地政工程師博爾 (Boer) 試用在地面緊隨飛機之反光鏡系統，以求攝影時之外方位。此種射投於飛機之光線，亦使與主要之地形景物同時構影，製有專儀，藉以求其各方位原素。

利用地面控制點最簡捷之方法，莫如利用天文站點，但其困難在錘偏影響之過鉅。錘偏影響於點之平面位置者，在平地可達 ± 150 公尺，在山地達 ± 300 公尺(相當 $5''$ 及 $10''$ 之錘偏值)，但天文方位角對錘偏之影響則較小，故於施測區域內之錘偏值不甚詳知時，可逕利用後者，

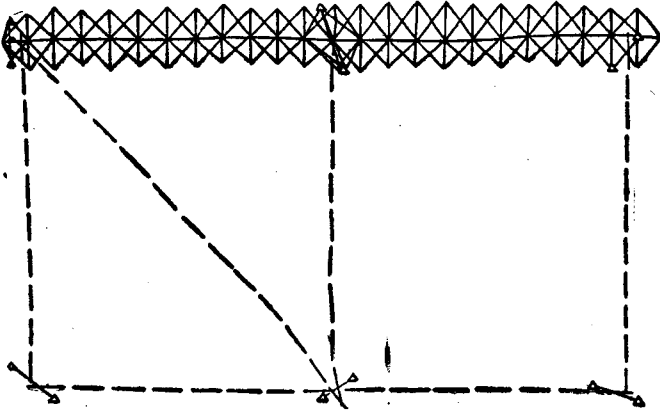


圖 158.

以控制方位。圖 158 示利用基線長及天文方位用控制像片三角測量之舉例。以各長約 50 公里之輻射三角鎖，使相互直交，在其交點處（後稱節點）量長約 3 至 5 公里之基線至約 1 : 10000 之精度。基線之兩端加以標誌，使顯見於空中像片。各節點間之輻射鎖，首先單獨平差，並強使其兩端基線之長度與方位角相符合，然後根據初步平差之各鎖，計算各節點之縱橫座標值，其不符之處，再整個平差，惟此時應儘量保持初步平差後各鎖之形狀。

第四節 有系統誤差現象

空中三角測量像片，銜接之誤差，主因來自垂直方向核面之內，其影響垂直核面內各點位之外方位原素者，主要為 φ 與 db ，二項，二項實有相互連帶之關係。今設各測圖投影之安置均有系統誤差存在，則此種系統誤差可區分為二種：

一、同偏誤差 ($d\varphi$): (圖 159) 在每站點處之投影方向離其應取之攝影方向作同等 φ 方向之偏差, 其原因可來自測圖儀之校正誤差, 或應用地平構影時所發生之地平構影之系統誤差。

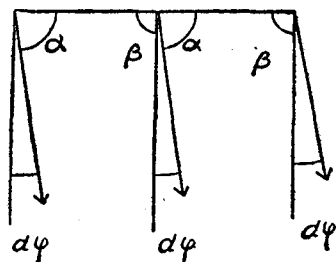


圖 159.

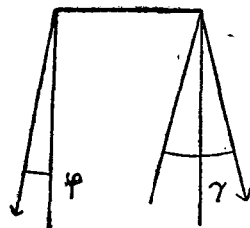


圖 160.

二、交向誤差 (γ) (圖 160): 相鄰站點之投影方向離其應取之攝影方向作同等但反向 φ 方向之偏差。系統之交向誤差主要來自攝影及投影物鏡之畸變差。由於地球之曲面, 亦可使發生相似之影響。

此二種系統誤差對於空中三角觀測工作, 發生二重要影響。一即比例尺誤差, 二即高度誤差。

比例尺系統誤差之發現, 表示有系統同偏誤差之存在, 其關係可由計算求得, 或依圖 161 之幾何關係推演之。

按圖 161 假設攝影時, 各攝影方向正直向下, 而在投影測圖時, 假設其由於同偏誤差之影響, 使各投影方向均作 $d\varphi$ 之偏斜, 或易言之: 各投影方向仍均正直向下, 但

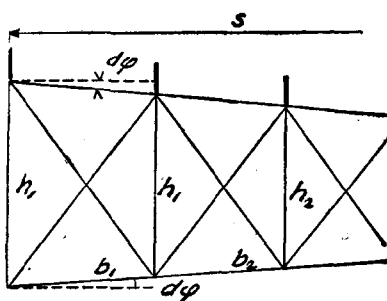


圖 161.

有 $db_s = bdp$ 等量等向之基線誤差發生，如此則其比例尺必因而較其應得者逐漸縮小。按圖：

$$h_n = h_0 - 2s \cdot d = h_0 - h \cdot \frac{2}{h}, \quad d\varphi \cdot s = h_0 + hcs$$

其中 c 為常數 隨 $d\varphi$ 而變化，其值為：

$$c = -\frac{2}{h} d\varphi \dots\dots\dots(20)$$

因得 $h_n - h_0 = dh_n - dh_0 = h \cdot c \cdot s$

或 $dh_n = dh_0 + h \cdot c \cdot s \dots\dots\dots(21)$

公式 (21) 中 dh_0 為起始時 h_0 之誤差， dh_n 為至 s 距離時 h_n 之誤差。今如以 dm_0, dm_n 為起始時及至 s 距離時之比例尺誤差，則由公式 (21) 得：

$$hdm_n = hdm_0 + h \cdot c \cdot s$$

或 $dm_n = dm_0 + c \cdot s \dots\dots\dots(22)$

其連帶所發生其航線方向 (普通均為 x 一方向) 座標之誤差 ds 應為在此方向各基線誤差 $db_1, db_2 \dots\dots$ 之總和，依公式 (22) 則：

$$b \cdot dm_n = b \cdot dm_0 + b \cdot c \cdot s$$

或 $db_n = db_0 + b \cdot c \cdot s$

使 $db_0 \doteq db_1$ ，則 $db_n = db_1 + b \cdot c \cdot s$

故 $ds = db_1 + db_2 + \dots\dots + db_n$
 $= d_1 + (db_1 + b \cdot c \cdot s_1) + (db_1 + b \cdot c \cdot s_2) + \dots (db_1 + b \cdot c \cdot s_{n-1})$
 $= ndb_1 + bc(s_1 + s_2 + \dots\dots + s_{n-1})$
 $= n \frac{db_1}{b} b_1 + bc[b + 2b + 3b + \dots\dots (n-1)b]$
 $= nbdm_1 + b^2c \frac{n(n-1)}{2}$

設 n 值漸大則：

$$ds = sdm_1 + \frac{c}{2}s^2 \dots\dots\dots(23)$$

實際工作時，根據地面控制點所算得高度之誤差 dh ，比例尺差 dm 或距離差 ds 等值，可以由公式 (21)，(22)，(23) 求得 c 值，因而求得相當同偏之角值 d 。在同一三角鎖內，根據 (21)，(22) 及 (23) 三公式所得之結果，應相互符合，但所求之精度不同，應各給以相當之權值，以求其平均值。

有系統之交向誤差不致發生傳播性之比例尺誤差，此理可由圖 162 解釋之。設圖 162 之二投影機本應正直向下者，今作相對成 γ 角之傾斜，則由 $OP = O'P'$ 關係，即可知無比例尺改變之影響發生矣。

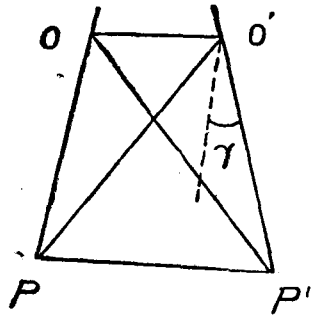


圖 162.

高度誤差之傳播可分為二類：其中一類使高度誤差與距離成直線之傳播者，計包括：

(一) 起始之方向與應取之方向在垂直面內成 i 角之傾斜，因而所發生高度之誤差與距離 s 成正比：

$$dh' = s \frac{i}{\delta} \dots\dots\dots(24)$$

(二) 由於同偏角誤差所發生比例尺誤差，按公式 (21) 應為

$$dh'' = h \cdot c \cdot s \dots\dots\dots(25)$$

此等依直線定律傳播之誤差，可易由與二高度控制點之比較消除之。影響繪製精度最甚者，厥為由於交向角誤差所發生之高度誤差。按圖 163 在第 n 主體內所發生之高度誤差應為：

$$dh''' = \gamma(n-1) \cdot b = \frac{\gamma n(n-1)}{2} b$$

n 值漸大時, 則:

$$dh''' = \frac{\gamma n^2}{2} b = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{S}{b}\right)^2 b = \frac{\gamma}{2b} S^2 \dots \dots \dots (26)$$

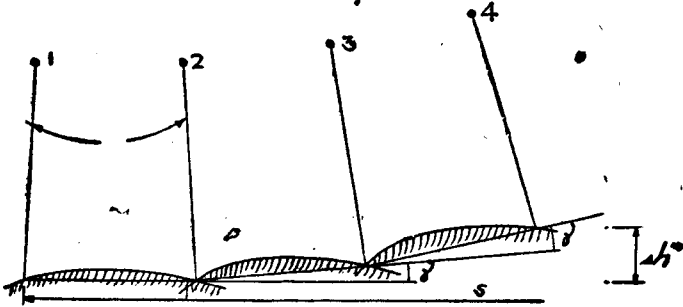


圖 163.

第十章 航空攝影測量之應用

第一節 攝影測量與人工測量

測量之基礎，在長度與角度測量。長度測量行之於直線之內，而角度測量則得之於圓弧，依測量方法不同之選擇而有長度與角度不同之組合。但測量學術雖有悠長之歷史，其進步率皆限於精度方面之改善；至於在其技術本身，則仍限於實地逐點測繪，初無重要之更易也。自攝影測量學術之應用發達以後，測量方法遂得一重要轉機。攝影測量方法之利用，固有時仍須逐點測繪，但由其應用，可使工作離開實地，而逕行之於像片，由此種便利，發生種種量測方法之新可能，尤以航空測量之應用為甚。

由一幅像片，可以決定無窮數物點之方向角。今試按細粒負片乳膠膜粒之分解能力為 0.02 公釐計算，則普通一 18×18 公分之底片，可以決定一萬萬數之方向。以成對之像片，得成對方向之相交，則得如此數之點位，其優點固非其他方法所能與之較量者也。各點之點位，不但可以決定，且可直接連續標繪，更由各種光學機械方法之應用，使其工作步驟簡單，而結果精確。

應用攝影測量，在精度及經濟方面究能增進若干，須視測量之性質及所採用之方法，與儀器設備之情形而定。由糾正方法成圖，可使逐點

之測量，進而爲面之測量；由立體方法之觀測，可使逐點之測量，成爲線之測量，地形之形狀愈複雜，攝影測量之便利固亦愈甚也。

第二節 航空攝影測量之精度與經濟

航空測量所能達到之精度，主要繫於像片比例尺 m_b ，基矩比例 $v = \frac{b}{h}$ （攝影距離 b 與航高 h 之比例）及像點視差量測之精度 dp 。在正直攝影情形之下，與各點高程精度之關係，可由第三章式(7)得之。其關係爲： $dh = \frac{dp}{vm_b}$ 。其中像點量測之精度普通約爲 0.02 公釐，像片比例尺則視測圖之比例尺而定，其關係依精度及經濟方面之要求而判斷之；基距比例尺在應用普通攝角之攝影機時，約爲 $v = 1 : 3$ ，在應用寬角攝影機時，約爲 $v = 1 : 1.5$ ，應用交向攝影時，可增至 $1 : 1.3$ 。

航空測量所測定點之位置，其精度與像點在像面之地位無關，故凡在地面上較短之距離，所求得相對長度之誤差亦愈大。地圖等高線之高度誤差與地形坡度有關，通常均以式： $m_h = \pm(a + b \tan \alpha)$ 表示之， a 爲地面之坡傾度， a 與 b 爲常數，其值視所採用繪製之方法而不同。利用航空測量測圖，比之普通平板儀或經緯視距儀所得之結果， b 值之比例較 a 值之比例爲小。故在平坦地帶時，利用航測所得等高線之地位，反較不可靠。航測精度之記錄，至爲繁多，各有其情形與方法，難以資爲借鑑；尤以在應用空中三角測量時，影響於精度之原素更多，譬如空中角鎖之長度，控制點之分佈與多寡，應用之方法與儀器等等，歸納之，則下表所列之值，可以不難達到（按攝影焦點距 $f = 21$ 公分，基距比例 $v = 1 : 3$ 所得之結果）。

地圖比例尺	像片比例尺	航高(公尺)	點之誤差		等高線高度量(公尺)
			高度(公尺)	平面(公尺)	
1:1000	1:3500	730	±0.25	±0.3	±(0.3 + 0.4 tan α)
1:2500	1:4000	850	±0.25	±0.8	±(0.35 + 1.0 tan α)
1:5000	1:6000	1250	±0.30	±1.3	±(0.4 + 1.8 tan α)
1:10000	1:12000	2500	±0.70	±2.3	±(0.9 + 3.0 tan α)
1:25000	1:20000	4200	±1.20	±3.0	±(1.50 + 6.3 tan α)

影響於航測應用之經濟者，其情形更複雜於精度問題，茲分述其主要各點於後：

在航行攝影方面，則航行之經濟，視飛機場離測區之遠近及每次航行所能攝取之面積而定；每次像片所包括之攝域與攝影機之攝角及航行高度有關；其航線每次之總長，則繫之於飛機之航能半徑及其所能攜帶之負片數量；至於飛機所能達到高度之限度，一方面受飛機之升高能力與觀測者維持於高空環境之能力所限制，另一方面則視製圖所需求之精度而定。

攝影排列為簡單之重疊，抑或為雙像原理測圖用之過度重疊，只與攝影材料之耗省有關，所須飛機之航程則完全相等。故在不需求過度重疊之時，如糾正方法測圖等，有時亦仍可用重疊較多之攝影，蓋由此可得立體觀測之察檢，必要時且可應用輻射三角觀測法，以補充控制點之不足也。

測圖之經濟主要繫於所需求之精度，成圖比例尺及其圖點內容之詳略等原素。欲求精度增進，則航高須低，其攝影數目，方位決定之工作，以及所需求之控制點數，均與航高之平方反比加增。成圖比例尺加大，

則其內容之所包括，亦較詳盡，必賴較大之像片比例尺，俾能辨認各種景物之攝影，此則直接影響於航測製圖之經濟者。至於所需求地面之預備及補充測量工作，亦佔重要之部份。譬如地界之須標繪者，必在攝影工作之前，加以標誌，使顯見於空中攝影，或則須與已知點用局部測量，使相連接；其在叢林隱蔽之域，必由地面人工測量方法以補充之。平地之等高線，有時須用水準測量加繪之；而測圖之控制點，又必參照像片，使與三角點相互連接；其街道之類別，村落之名稱，亦必經實地調查記錄；種種補充工作甚多，對於航測應用之經濟，往往影響甚鉅。

第三節 像片比例尺與成圖比例尺

像片比例尺與成圖比例尺之關係，取決於精度及經濟方面之要求。直至 1934 年世界地理學會開會之時，一般人仍以爲像片比例尺與成圖比例尺須約略相等；實則測製大比例尺地圖時，其像之比例尺應略小；反之，測製小比例尺地圖時，則像片之比例尺應略大。其中關係，可依下列諸點討論之。

凡某種比例尺之地圖，其比例數應可代表其製圖之精度，譬如千分之一之地圖，當圖上之點位可以量至 0.1 公釐時，則其測圖時量測之精度，必須能達 0.1 公尺。按此理推測，則應用航空測量測圖時，成圖之比例尺愈大，則像片上所能顯示之事物應亦愈多，換言之，即像片比例尺應與成圖比例尺成正比更易也。但事實上並非如此，小比例尺地圖所應表現較小之景物，譬如道路溝渠之類等，率以符號表示之，此種代表符號，均大於其景物所應繪之尺寸，但在像片上則對其景物之本身，必須

使仍能加以辨認，故所需像片之比例尺，以仍能分辨其在地圖上所需表
出之最小景物為限；反之，在大比例尺測圖時，零星較小之景物，如樹枝
與電桿等等 初非測圖時之所必需，兼之自然界中多種之經界，如斜坡
之起終，墾殖之種別等等，亦本非固定，故此時像片比例尺亦可使斟酌
減小 以資經濟。

至於高程座標之精度，一方面與像片上所能量得之結果有關，一方
面視其像片比例尺與基長之比例而轉移。再加以其精度極限內所規定
之標準，往往依地面之傾斜度而不同，關係尤為複雜，故像片比例尺與
成圖比例尺究應有如何之關係，殊難根據理論推演，由各國已往之經
驗，試成下列之公式：

$$m_b = c_1 m_k^{c_2} \dots\dots\dots(1)$$

其中 m_b 為像片比例尺數， m_k 為地圖比例尺數， c_1 及 c_2 為二常
數。 c_2 約等於 0.5，即像片比例尺數應與地圖比例尺數之平方根成正比
例。 c_1 則約位於 100 至 130 之間。今以 c_2 為 0.5， c_1 為 100 及 130，分
為兩類，得下列表式，可以代表慣用之情形，足供應用之參考。

地圖比例尺	像 片 比 例 尺		地圖比例尺	像 片 比 例 尺	
	$c_1=100$	$c_1=130$		$c_1=100$	$c_1=130$
1: 500	1: 2200	1: 2900	1: 25000	1: 15800	1: 20500
1: 1000	1: 3200	1: 4100	1: 40000	1: 20000	1: 26000
1: 2500	1: 5000	1: 6500	1: 50000	1: 22400	1: 29000
1: 5000	1: 7100	1: 9200	1: 100000	1: 31600	1: 41000
1: 10000	1: 10000	1: 13000	1: 200000	1: 44700	1: 58000
1: 20000	1: 14000	1: 18400	1: 500000	1: 71000	1: 92000

第四節 航測應用之極限

根據已往之經驗，航測之應用最適宜於中等比例尺。比例尺大小之分級，初無一定畛域，但概括言之，航測最適宜之應用，位於比例尺千分之一至五萬分之一之間。比例尺過大者，限於所能達到之精度，比例尺過小者，則限於經濟。但現時航測之應用，在此極限之外者亦甚多，尤以小比例尺之測圖為甚。

大比例尺圖之需要，須優越之精度與詳盡之內容，欲使航測製圖之精度增加，則航高必須低減，但低至一定限度之時，精度反而減小。下表示根據各不同觀測者所得航高與精度之關係：

航 高	點 位 之 中 誤 差
900 公尺	± 0.18 公尺
720	± 0.14
350	± 0.35
340	± 0.25

蓋飛機低飛之時，地形影像與底片相對移動之速率增加，欲得清晰之構影，必須縮短露光時間，但露光時間縮短，又必用感光敏速之底片，而底片乳膜之膜粒，又隨其感光敏速之程度而增加，彼此相互牽連，故航高低於五六百公尺之時，已不能得更精準之結果。且大比例尺測量主要之應用，如土地測量、城市測量等等，皆須極度之精度。土地測量之用於經界之劃分者，則由於田界精度之要求，界石之標認工作，及其他與田主接洽及登記手續等問題，宜否應用航空測量，各人見解尙未能一致；而在城市測量時，則由於街巷檐頂等關係，使由航空攝影中，不能得確

切界限之劃分，有時仍須經實地之量察，因而低減航測應用之效率。總之，在大比例尺測量之工作時，測域往往不大，而施測之地，亦少有過分荒僻不便之區，應用普通人工測量，不致過感困難，故航測主要之應用，仍在小比例尺之測繪。

航測施用於小比例尺時，欲使合乎經濟，在能（一）得小比例尺之像片，（二）每攝影站之攝域須廣，（三）地面控制點之測量工作，須不過分繁鉅。其中為（一）（二）兩項之解決，因有聯配攝影之應用。譬如德國之九鏡全景攝影機，焦距為 5.3 公分，在航高為三四千公尺時，即可得七萬分一之底片，其攝角大至 130 餘度，但缺乏適宜之測圖儀器，其測圖方法尚待研究改進。更兼以攝角過大，所發生之隱避空間過多，利弊取捨，亦尚未能得一定論。至於第（三）點地面控制點測量工作之減少問題，則有賴於空中三角測量精度之增加，天文點之利用，或其他直接測定攝影方法之輔助等，須視測量之性質及精度之需求而研究設計者也。

第五節 航測方法實例

航空測量之應用，約不外前數章內所述之原理。最簡單之測圖，莫如像片之鑲貼，更進一步則可以利用反光立體鏡，引用第三章第四節方法，勾繪高程，應用自動雙像測圖儀任何一種，均可自成一法，其中以蔡司精密測圖儀最為精確。此外則由不同原理之配合，往往構成不同習用之方法 茲例舉其慣見者數種，加以敘述：

第一目 阿容斗 (Arundel) 航測方法

阿容斗航測方法，係利用輻射三角測量方法，測求多數點位，然後

選用像片之景點，使局部依各求得之點位放縮，映繪於圖幅，廣用於印度測量局。坎拿大測繪其比例尺 1 : 63360 地圖時，亦以此法為標準。

欲使工作簡易，則所成之輻射三角或稜形輔點之總匯圖，須儘量使與像片平均之比例尺相等。由於地面高低差與航高之改易，各像片之比例尺勢難使其劃一；故在工作之先，須作初步之審察，擇其地形內容繁瑣地帶之像片，以其比例尺作為輻射三角測量圖點總匯時之比例尺。有時必須使繪圖之比例尺為整數，因而不能顧及像片之平均比例尺時，則此後測繪工作與時間必較增加，其工作步驟如下：

由輻射點總匯之幅，更區分為大小適宜之繪幅，每繪幅以透明之明角板任之，映繪所有總匯幅上之點線而加以標誌。此種繪幅，用之以蒙覆於像片之上，直接描繪地形。普通繪圖之透明紙，亦可應用，但須有高度之透明度，使能盡現像片上所有點線。

圖點測繪之基礎，在依二輻射中心，用前交定位法，在繪幅上加求多數之地形點。此種圖點之疏密，應現地形之繁簡起伏，以及繪幅與像片比例尺差之大小而定，普通其密度以使在繪幅上有二公分左右之相互間隔為標準，此種地形點以顏色（如紅色）標之於像片，而以另顏色（如藍色）標之於繪幅。描繪其間之地物點時，則依此等點為根基，而比較填繪之。今設在像片上與繪幅上，各有相對之三點（圖 164），使繪幅 A 點首與像片之 A' 點相疊合， AB 方向疊於像片之 $A'B'$ 方向，此時若非有過大之地形高低差或攝影時攝影方向過大之傾斜時，則 AC 方向亦必能與 $A'C'$ 方向相合。沿 AB 方向繪沿線之地物，而依 AB 與 $A'B'$ 長度之比，以放大或縮小其間地物在像面之距離，同理施之於其他各線之點

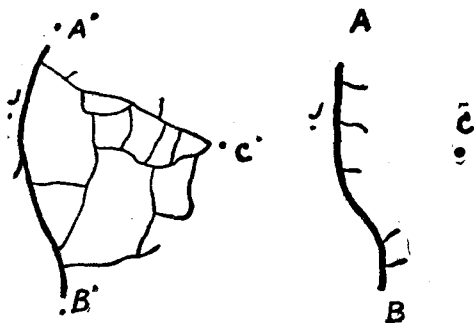


圖 164.

位。如像片及繪幅比例尺相差過大時，須視需要用前交定位法加增點位。

英國拜爾斯超公司有投像儀 (Epidiascope) 之製造，用以代替上節圖解之步驟。像片之影像自下方投射之於透明之繪幅，改動二面相對之方位，可使繪幅之數交會點與相當之像點局部相符合，因而映繪其間之地物。

高度之測繪較為困難，求高度控制點法，以應用氣壓表最為簡捷。或者用測距儀 (Rangefinder) 及求傾計以得之。此種求得之控制點，藉橫視差之測量，經內插步驟而補充之，標誌於像片之上，然後在立體印象下，依據高度控制點勾繪等高線大致之方向於像面，更經整理遞較手續而轉繪於繪幅，其所能達到之精度，蓋視高程控制點之疏密而定。

第二目 多鏡攝影測圖

(一) 利用雙像測圖儀法。

特寬角度自動測圖儀構造之困難，在由其大攝角所需求機械方面較大之轉角，致使其在構造方面，發生不易解決之阻礙；用光學方法投

影時，亦無可應用之單個鏡頭，故多鏡攝影之製圖工作，多賴計算或其他近似方法。德國慕尼黑攝影測量公司曾試用其攝角為 135° 之全景航空攝影於寬角(約 90°)多倍投影測圖儀上，此時各光束均經仿射性之改變，故各幅像片必先經糾正手續，然後應用高度與平面座標不同之比例尺，方可得正確之結果。設在一光束中， w 為某光線離其軸線之角距，而 w' 為某光線在另一光束中相當之值，當

$$\tan w' = k \tan w \dots \dots \dots (2)$$

時，則此二光束即有仿射性關係， k 為常數，稱為仿射比例。在相當情形之下，經同等仿射比例改變之二光束，其所有成對之光線，本在空中相交者，此時仍可相交，可以由而構成仿射光學立體。但在實驗應用上，只有一種特殊情形，可資利用，當即其為正直攝影，或經糾正使成相當於正直攝影情形之時也。是以特寬角航空攝影直接應用現有雙像測圖儀時，必使首經糾正步驟。

(二) 由像片幅線距求攝影外方位及點之高度法。

根據像片之幅線距以求其攝影外方位及點之高度為近似方法，可以應用之於任何攝角之航空攝影，但實際應用時，只有在特寬角攝影，方有其便利可取之處。

輻射三角測量之所假設者，即各幅線間所夾之角值，不因攝影時攝影方向之傾斜以及地面之高度差，致使其與在地面上實際所夾之水平角，有顯著之差異，但其幅線本身之長 r' ，則直接受後二者之影響，可利用其關係以求之。

今設有一正垂直之攝影，其攝影之焦距為 f ，則任意一物點離其像

點之垂直距離 h 應為：

$$h = \frac{S}{r'} f \dots\dots\dots(3)$$

其中 r' 為自像片主點至像點之輻線距離， s 為自該點至攝站之平面距離。

今按圖 165，設 O 為攝站， \bar{B} 為像片面，與水平方向作 ν 角之傾斜， H' 為輻射中點(普通應用像片主點)； H 為輻射中點相當之地形點，

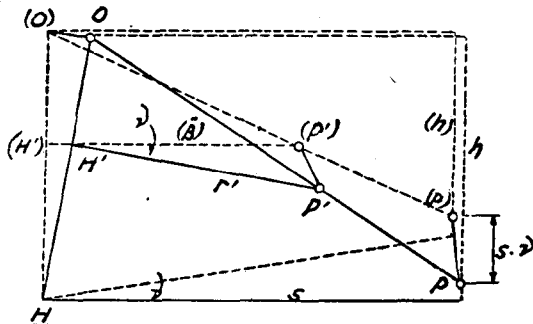


圖 165.

P 為某地形點，構影於像片之點為 P' ， h 為地形點 P 距攝站 O 之垂直距離， P 點距 H 點之平面距離 s 可由輻射測量之結果認為已知之值，更在像面上量輻線距 $H'P'$ 得 r' 。今設視此作 ν 角傾斜之攝影為正垂直攝影時，則不啻想像將此整個之點線作 ν 角之旋轉，前此之 O, H', P', P 等點之位置，移至 $(O), (H'), (P') (P)$ ，其中 O 點之高度與 P 點之平面座標值，均移動甚微，可以略而不計。今在此種情形之下，仍應用公式 (3) 之關係求高，則所得之高差應為 (h) ，其與本值 h 相差之值為 $dh = s \cdot \nu$ ，普遍言之，設距離 s 與像面最陡 ν 之方向成 a 之夾角時，

則高度誤差 dh 應為：

$$dh = s \cdot \cos \alpha \cdot \nu \dots \dots \dots (4)$$

此公式意即謂：所有根據 r' 直接利用式 (3) 所算得之高程，其相當之參對平面與水平位置成式 (4) 內所代表之 ν 角。此原理可作三種之應用：(i) 設在每幅像片有三個以上已知之高度點時（其平面位置由輻線三角測量算得）則可以按照下列步驟求得其攝影之外方位。其法首依各點在像面所量得之輻線長 r' ，按式 (3) 求得各點距離 (0) 點之高度 (h)，將此 (h) 值加以各該點已知高之改正 Δh ，則其結果與真正航高 h 之差，應為由於攝影傾斜所發生式 (4) dh 之值。故：

$$h = (h) + \Delta h + dh = \frac{sf}{r'} + \Delta h + s \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) \nu \dots \dots \dots (5)$$

α_0 即為最陡傾斜 ν 之方向角。普通 α_0 角難得知其概值，故式 (5) 內之最後一項，往往可代以二分項，得

$$h = \frac{sf}{r'} + \Delta h + y_0 \nu_x + x_0 \nu_y \dots \dots \dots (6)$$

ν_x 與 ν_y 為 ν 角沿以縱橫二座標為軸之二分項。 x_0, y_0 則為該地形點 P 經過點 H 而平行於 $\nu_y \nu_x$ 轉軸方向之二座標。

按式 (6) 則由最少三個高程控制點，可求得 h, ν_x 與 ν_y 三未知數，其各像片之旋角 κ ，可由輻射三角測量之結果推得之。如是則所有攝影之外方位原素均可求得

(ii) 由已知之 h, ν_x, ν_y 可按式 (6) 求任意一點之高度（輻射中點附近之點除外）。

(iii) 應用此法求得其與相隣像片間共同諸地形點之高度後，可繼續上述步驟，求得其相隣像片之外方位及各點之高度，漸次及於航線攝

影中之各像片，而成計算之像片三角測量。

由此種計算方法，曾由德國慕尼黑航空攝影測量公司作大規模之應用，以繪製其九鏡全景攝影機之攝影，並製有立體輻射三角座標儀，其構造與立體輻射三角儀（第九章圖 153）相類似，其作用則除量輻射角外，且可量各點之直線座標，並附有標點設備，使在立體印像中，標誌所測視相對之二像點於底片膠膜。

第三目 三物鏡航測方法

美國地質調查所為勘測阿拉斯加地域，曾設計三物鏡航空測量方法。以其方法所須之儀器簡單，可不必需求經驗豐富之人員工作，且極易收分工之效，適宜於大量生產，故在第二次世界大戰之時，美國空軍急於在短期之內，獲得世界各地之航空用地圖，遂大規模採用三物鏡航測方法，以測繪百萬分一之航行地圖，曾於收到航空底片後一星期之內，完成八萬平方英里之地圖，其成圖效率，固遠非其他方法可比也。茲分述其測圖方法如下：

（一）攝影

三物鏡攝影機包括相同之攝影機三只，一只垂直向下安裝，二只則與航程垂直方向左右各作 60° 之傾斜。底片尺碼均為 9×9 吋，攝影焦距則為 6 英寸，由此種裝置，可使在傾斜攝影中包括垂直攝影所攝地物之一部份，同時兼可攝得地平線。此三攝影機在同一刹那攝影，攝取與航線垂直方向自地平至地平間之全部地形景像。飛航高度以二萬英尺為標準。

三攝影機在飛機上之裝置情形，往往視飛機之式樣而異。三機分裝

於飛機身，則不易改正其水平及偏航角。如飛機內部地位允許，應使三機共同裝載於一承儀架上，但此種承架，必須極鞏固，否則三攝影機相互角度關係不易使保持。

(二) 三攝影機相互間角值之測求

由於承儀架之不穩固，三攝影機相互間之角值關係，難使保持不變，故在攝影之後，必須根據三像片間之重疊部份，加以測求。在普通情形之下，可以假定在每條航線之內，其相互間之角值關係不變，是以每條航線內，測求數次，以得其平均值即足。惟此數次測求之角值，其間之差異應不超過 $10'$ ，否則定係承儀架之安裝，過於鬆動，應逐站算求。

此項測求之角值包括下列三項：

(1) 夾角 (Interlocking Angle) —— 垂直攝影與傾斜攝影中軸間所夾之角值。

(2) 傾旋角 (Inherent Tip) —— 傾斜攝影沿其攝影中軸轉動；對於垂直攝影像片面所成之旋角。

(3) 斜角 (Skew) —— 通過攝影中心，垂直攝影之像片主點及二傾斜攝影之兩像片主點所分別構成之左右二平面，其在垂直攝影像面上所成之夾角。

測求以上三項角值，率皆須利用其同影線 (Isoline)。同影線係垂直攝影與傾斜攝影像片面相交之迹線。在此線上，垂直攝影與傾斜攝影之構影點相同。

在像片上尋求同影線之方法，可分別取垂直攝影及傾斜攝影之主點為圓心，各以相等約 4.5 吋左右之半徑，繪弧於其像片重疊部份內之

角端附近。因各攝影機之焦距皆相等，故分別在此等弧內尋求垂直攝影與傾斜攝影之共同像點，該點即應位在其同影線上。

夾角之測求 分別自垂直攝影及傾斜攝影之像片主點，各繪一垂直線至其同影線，各得一垂線交點。此二垂線交點應為同一景物之二像點，苟該點不適為清晰之地物點時，應代以其附近之其他點，惟該點以距垂直線不超過 0.01 吋，距同影線不超過 1 吋為度。

更分別量自像片中點至其垂線交點（或其附近選點）之長度，除以其攝影焦距之長，則可得表一內 α , β , γ 及 θ 等角之正切值，可由而查得其角值。今稱

$$\delta_L = 90^\circ - (\alpha + \beta),$$

$$\delta_R = 90^\circ - (\gamma + \theta).$$

則 δ_L 及 δ_R 為當垂直攝影正直向下時（即傾斜為 0° 時）傾斜攝影之俯角（Depression Angle）。

傾旋角之測求 在上述之傾斜攝影垂線交點處，繪一線與其像片前後方向之框標方向相平行，則此線與同影線所交之角值，即為其傾斜攝影之傾旋角。將傾斜攝影之地平線構影放在上方，而稱飛航方向為前方，則當同影線在前方位於框標平行線之上時，稱之為正，否則為負。此定律適用於左右兩傾斜攝影。

斜角之測求 在垂直攝影上，自像片主點繪至其左右兩條同影線垂直線各一，其間之夾角，即為其三物鏡攝影之斜角。當二垂直線交角在航向方向小於 180° 時，則該角冠以 \langle 符號，稱之為正，反之則以 \rangle 符號表示之，稱之為負。

(三) 攝影傾斜之測定

三物鏡攝影間之幾何關係，既已固定，則由其他二傾斜攝影與地平面之傾斜，即可決定垂直攝影之傾斜，因而求得像片天底點在像片上之位置。事實上由於飛機擺動所發生之攝影傾斜，本甚微小，但因三物鏡攝影之裝置，係固定於飛機機身，無有改平設備，是以攝影傾斜之變化雖甚小，但其本值則有時甚大。在每條航線之內測求平面點位時，可以不必顧及其傾斜之變化，設法測求其平均值即足。

測求攝影傾斜最簡單方法 係利用傾斜攝影上之地平線構影。由地平線構影線在傾斜攝影上與其像片主點之距離，可以計算其旁向之傾斜角，而地平構影線與傾斜攝影上前後框標連接方向之夾角，改正之以傾旋角後，即可推算其航向傾斜角。此等傾斜角之符號，概以使像片天底點落於垂直像片上像片座標之右上方時為正，反之為負。

首先審慎選繪地平線，然後自傾斜攝影之像片主點，繪線垂直於地平線。量此垂線之長，除之以攝影焦距，即得其攝影之真正俯角。加以蒙氣差角之改正後，與算求三物鏡間夾角時所得左向之 δ_L 或右向之 δ_R 值(表一)相比較，即得其傾斜攝影面內旁向之傾斜。其符號則在右方像片時，以真正俯角減去 δ_R 所得之正負為正負；而在左方像片時，則以 δ_L 減去其真正俯角所得之正負為正負。

測求航向傾斜之時，首先量取地平線構影與傾斜攝影上前後框標連接線之夾角。今仍稱飛航方向為前方，將傾斜攝影之地平線構影放在上方，則當地平線構影在前方位於框標平行線上之時，稱之為正，否則為負。此角減去傾旋角後，得斜面上之航向傾斜角 (induced Tip)，乘以

表一 攝影機及其傾斜記錄

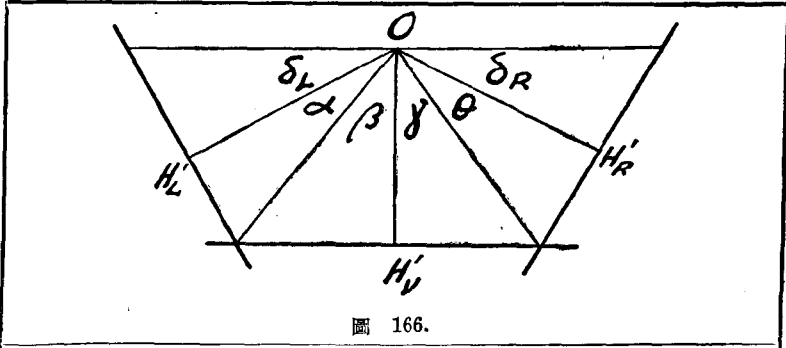


圖 166.

物鏡號數		編號 918	
左 L AF1056		計劃 10 ALASKA	
垂 V AF5867		像片號數 23	
右 R AF9832			
左	垂	右	
焦距 6.044 吋 傾旋角 +1°10' α 30° β 30°20' $\alpha + \beta$ 60°20' δ_L 29°40'	焦距 6.032 斜角 30' 航高 20,000 蒙氣差角 2°20' 平均旁向傾斜 +1°00' 平均航向傾斜 +2°00'	焦距 6.071 傾旋角 -45' γ 28°40' θ 31°10' $\gamma + \theta$ 59°50' δ_R 30°10'	
左像面航向傾斜 +3°30'		右像面航向傾斜 +1°35'	
左像俯角 28°40'		右像俯角 31°10'	
折角 +1°50'			

俯角之餘弦(約為 0.86)即可歸算為所測求之航向傾斜角。在表(一)例內,其平均旁向傾斜得為:

$$\frac{+3^{\circ}30' + 1^{\circ}35'}{2} \times 0.86 = +2^{\circ}00'$$

折角 (Break Angle) 係通過垂直攝影之像片天底點, 分別與左右

二像片主點所構成二垂直面間之夾角。其值為斜角與傾斜像面航向傾斜角之和。按表一之例，其值應為：

$$-30' + \frac{2^{\circ}00'}{0.86} = +1^{\circ}50'$$

(四) 三物鏡航測製圖步驟

由三物鏡攝影測繪小比例尺踏勘地圖，係應用輻射三角測量原理，約可分之為下列各步驟進行：

- (1) 於小比例尺圖上標繪航攝像片之位置，並編號成航線圖。
- (2) 將地面控制點分別標刺於像片及航線圖。
- (3) 根據像片之重疊部份測求三攝機相互間之角值關係（見第二目）。
- (4) 測求垂直攝影之傾斜（見第三目）。
- (5) 在像片上選刺下列各種像點：（因傾斜攝影重疊部份甚多，故只用其相間之像片。選刺各點時，均限於相間之像片即足）。

(i) 連繫近點 (Pass Points) 為垂直攝影及其傾斜攝影之共同點，如圖 157 之 1, 2, 3。其點須能見於相間之像片內，以每一像片增選一點為原則。

(ii) 連繫遠點 (Tie Points) 用以劃一相隣航線攝影製圖之比例尺及方位。選取時以每幅傾斜像片上

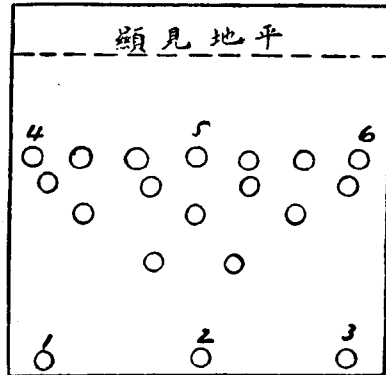


圖 167.

有三點爲原則，以約略使位於二航線中間之地位爲宜，如圖 157 之點 4, 5, 6。此等點在每一條航線內均須同時見於相隣之三像片。

(iii) 遠點 (Distant Points) 爲相隣傾斜攝影之共同點，爲輻射三角測量之輻射點。但當有位置適宜之連繫遠點時，則可選用連繫遠點，不必另選。

(iv) 碎部點 (Detail Points)。

(6) 標繪各垂直攝影之像面天底點及其方位線。

求得像片各傾斜角之後，可以算求垂直攝影上像片天底點 N' 與其像片主點 H' 之距離。由旁向傾斜角乘以攝影焦距，則得像片天底點之像面座標 x_N' ；由航向傾斜角乘以攝影焦距，則得像片天底點之像面縱座標 y'_N 。其縱橫座標之符號，以向左向上者爲正，其正負概與其相當傾斜角之正負符號相同。

將像片天底點點位，分別標刺於每相間之像片上。此項相間像片爲此後製圖時應用之像片，另外一組相間之像片，可稱之爲參考像片，除連繪像片方位線及作參考用外，不再作他用。在普通情形之下，如應用每條航線內之平均傾斜角時，則航線內各像片天底點之位置均相同，不必單獨計算。

像片天底點標刺之後，更在另組參考像片上，利用立體鏡之協助，尋求其相間像片上像片天底點在本像片上之相當點。如此則在參考像片上，每幅得二點，連接之以直線，爲像片方位線，然後更將此方位線利用立體鏡之協助，轉繪之於其相隣之相間像片上。

(7) 利用方向糾正儀 (第九章圖 155) 繪傾斜像片上所有各種像點

之輻射線於映繪紙，稱之爲輻線紙幅 (Paper Templates)。

輻線紙幅長約 36 吋，寬約 20 吋，以其中心附近爲頂點，首繪二參考方向成折角之夾角。此二參考方向，即其左右傾斜攝影在方向糾正儀上，當其繪面臂爲零位時之方向。然後將紙幅安置於方向糾正儀上，依其參考方向安置後，加繪其他各像點之方向線，包括連繫遠點，遠點，碎部點，及連繫近點。

輻線紙幅之連接，係以後鋼臂輻線連接之初步工作。其原則在使每條航線以內之誤差配敷，行之於輻線紙幅之連接，至於多條航線間之相互連接，則行之於鋼臂輻線。輻線紙幅連接之法與第九章所述者相同，完畢之後，刺所得之連繫點及其像片天底點於一幅寬約 1 呎之圖畫紙條之上。

(8) 根據輻線紙幅連繫所得之刺點製成輻射鋼片 (第九章圖 152)。

(9) 按比例尺 1 : 80000 展繪地面控制點於圖畫紙上，並將輻射鋼片拚合於其上，以工作輻射三角測量。鋼臂輻線之連接，往往爲拚合多數航線而設，故須有廣大板面，誤差配敷之後，將所得各交點，標刺於底圖。

(10) 各地物點輻射線之相交，係由輻線紙幅之拚合求得。輻線紙幅之方位，則根據鋼臂輻射三角測量所求得之各點安置之。

(11) 各地物地貌之碎部點，首先直接在像片上勾繪，加以取捨，然後將垂直及傾斜攝影，分別用垂直及傾斜像片改繪儀 (第八章圖 120，圖 121) 轉繪於 1 : 80000 底圖之上。

(12) 將比例尺 1 : 80000 之底圖縮繪爲 1 : 500,000 比例尺加以清繪。

(13) 航行地圖內之高程並不重要，利用三物鏡測圖方法加繪等高線時，每幅傾斜攝影內必須有至少分佈適宜之高程控制點三個。利用此等控制點可以反求攝影之外方位，其法或量像點座標以計算其角值，或者應用特製之儀如威遜遜氏像片測視儀 (Wilson's Photo-alidate) 以量其點之垂直角，迄今尙未能應用三物鏡方法測求準確之高程。

附編 地面攝影測量

第一節 地面攝影測量與航空測量

攝影測量最初之應用為地面攝影測量。但自航空攝影測量學術發展以來，地面攝影測量在地形測量應用之範圍即日漸縮小。雖其應用於山地測繪工作，仍有不可及之優點存在，但至少可言：地面攝影測量之發展，迄今已達止境；反之，航空攝影測量在學理與應用等各方面，正在猛烈進步之中，其發展之餘地尚多也。茲由各種觀點作地面與航空攝影測量之比較如下：

(一) 地面形狀：地面攝影之應用，必需有適宜之地形環境；其地帶之一部必為人跡所能通達之區，自其地形之數點，必可得良好之覽視，而整個地面，須無叢密森林等之隱蔽存在，地域過分平坦之時，地面攝影測量復不適應用，但航空攝影測量則無此限制。

(二) 像片特徵：地面攝影之色調與覽視，與攝站地位之選擇有關，但由航空攝影所得之影像，則與攝站之地位無關。垂直之航空攝影，能得劃一之像片比例尺，並可由航高之升降，任意更改所須之像片比例尺度，而在地面攝影則無此可能。

(三) 精度：地面攝影時攝站位於地面，而航空攝影時之攝站，懸於空中，遠在離地形一至五公里之外，故在前者時，測量之精度可任意增

加，而在後者情形時，則受相當之限制。由地面攝影測量所求得之點位，其點高往往準於其平面位置；至於平面位置之精度，則隨其點與攝影基線距離之平方成正比。由航空攝影製圖，在應用垂直攝影時，則所得位置之精度，各處約略一律，且平面位置測求之精度，普通均高於其點高程測求之精度。

(四) 控制點之須求：利用二種方法製圖，均須要地面控制點。但地面攝影之外方位可以決定，較易與地面之控制系統相互連繫；但在荒僻不知之地，欲儘量利用攝影測量方法，以減少地面控制測量工作，則非航測莫屬。

(五) 時間與經濟：航空攝影與數種航測製圖方法（如糾正製圖法）成效極速，但儀器設置比較昂貴，故航空測量必應用之於連續廣袤之地域，方合經濟，此則與地面攝影測量所不同者也。

(六) 特殊之測繪業務：各種不同測繪業務，適宜於應用不同之方法，譬如沙灘，濕地，以及泛濫之洪水或戰爭之前線等地帶，則航測尚焉；反之，如某礦區工程進程之測繪，探察工作之測繪，或冰川流動之測定等等，則必賴於地面攝影測量。

第二節 地面攝影

第一目 地面攝影機

地面攝影時，攝站位置固定，露光之時間可以任意加長，故對於攝影機快門以及其物鏡光亮度等種種要求，遠不如航空攝影時之為甚。地面攝影機構造之特徵，除具有內方位之標誌而外，並須附有便於量測攝

影外方位之設備，如傾角，偏角，及旋角之類，其中旋角恆使安置為零。除此之外，又必有測量水平角及垂直角之設備，以求測站點在空間之座標值。此可由與攝影機固連之經緯儀，或另備單獨之經緯儀行之。攝影時攝影方向率與基線方向成直角，或其他一定之角度，故在攝影機內，往往尚須附有特別定方位之設備，以便捷攝影之工作步驟。其攝影方向垂直於基線方向者，為正直攝影；其二攝影方向離其正直情形，成相等之角度者，稱為同偏攝影；成不同之角度者，稱之為交向攝影。二攝影方向不在水平方向而與成相同之角度者，稱之為等傾攝影。

為增加每攝站之攝域或適應地形之環境計，攝影機可使得能沿水平軸傾斜；或者攝影機身固定，而攝影物鏡可以上下移動；或者逕造三物鏡上下相排，攝影時隨需要而擇用其一。在各種不同構造之中，茲選擇二種舉例說明如下：

(一) 蔡司攝影經緯儀 *T.A.3* (圖 168)。

蔡司攝影經緯儀 *T.A.3* 之攝影機有三個物鏡，焦距為 19 公分。在安片框內有縱框標及相當各物鏡之橫框標三對。另有數目

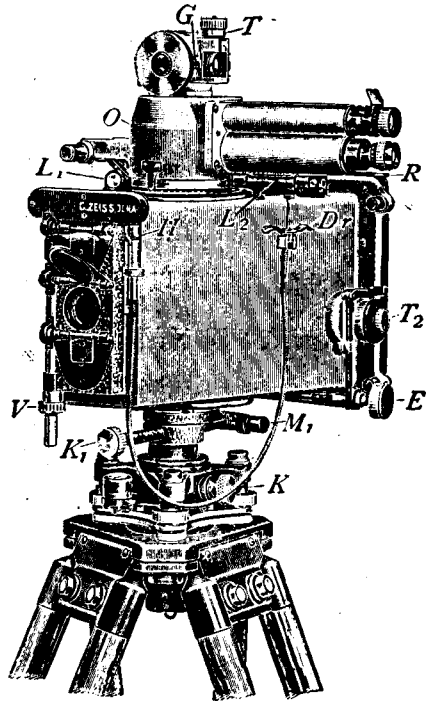


圖 168.

安置之設備，可使攝片之號數及攝站之標號，於露光時同時自動記錄於像片之上。攝影時所用之上，中或下物鏡，亦有自動之記錄，使製圖時不致紛混。攝影之偏角方向限於三位置，即與基線方向成 65° 、 100° 及 135° 三種也。此機附有利用自動準直原理之準視設備，使其偏角能自動得精準之安置。

準視設備內主要包括一八角稜鏡 P (圖 169)，其相對之面，相互平行。此稜鏡固定於機身，每對平行面間，作 35° 及 100° 之角，如圖 169 所示。在此固定稜鏡之上，以罩 G 罩之，罩與望遠鏡片相連，能繞稜鏡轉動。此遠望鏡與稜鏡之間，成自動準直作用。在望遠鏡目鏡 F_1 附近

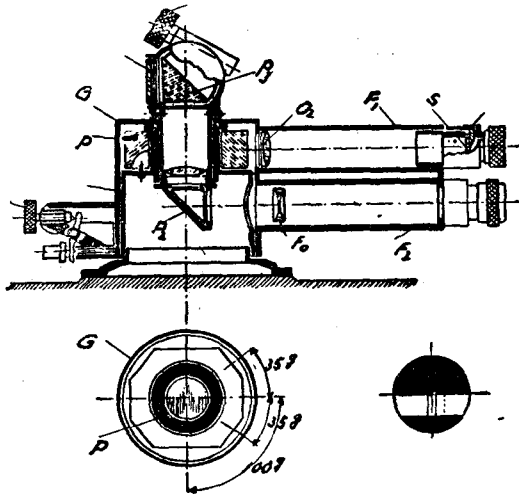


圖 169.

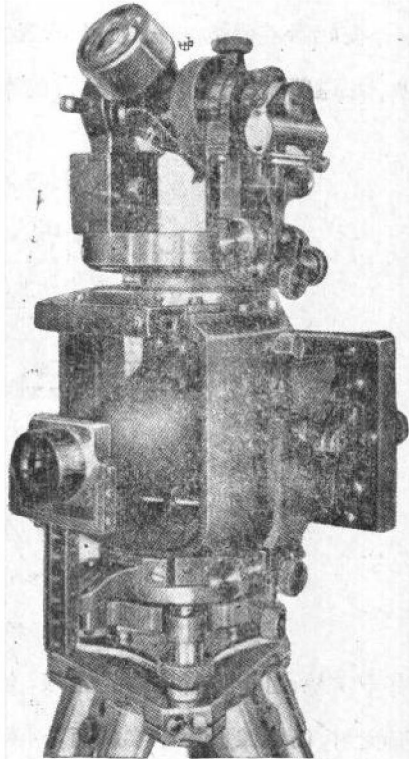
設有十字絲，自十字絲入射之光線，使經透鏡成平行光線後，由稜鏡之一面反射，仍構像於原十字絲面，今轉動望遠鏡，當其光軸垂直於稜鏡之一面時，則十字絲與其反射之影像相疊合，如此則望遠鏡可使準置於

65g, 100g 及 155g 等各位, 不必更需刻度盤矣。在望遠鏡 F_1 之下, 與其相固連者, 有另一望遠鏡 F_2 為準視鏡, 用以準視基線其他端點之目標。假設稜鏡 P 與攝影物鏡相對之方位無有差誤, 則當望遠鏡 F_2 準對基線他端之點, 而自動準直之十字絲影相疊合時, 則攝影方向即準在所欲安置之方向。至於稜鏡 P 與攝影物鏡方位之校正, 則可利用攝影機後所安裝之校正設備, 核驗改正之。

校正設備包括一框架, 可以臨時安置於像框之後。框架上載一放大鏡, 可沿一導槽上下移動, 而使放大鏡內之十字絲能準對上下二框標。此時放大鏡上下移動所決定之視準面, 即為攝影之垂主面, 然後將放大鏡之十字絲, 準對某一遠點, 檢查當望遠鏡在自動準直位置時, 是否亦正準視該遠點, 其不符之處, 以改移望遠鏡十字絲之位置以校正之。

(二) 威特攝影經緯儀(圖 170)。

威特攝影經緯儀之攝影機, 可以傾斜桿使沿水平軸作 $+12^\circ$ 至 -18° 之傾斜, 每 6° 成一安置。像幅為 10×15 公分, 攝影焦距則



■ 170.

橫主線平行而等距 $+y'$ 及 $-y'$ 處繪二線 13 及 24, 並量得其長設為 v' 及 u' . 沿長 12 及 34 二線得交角 ξ 於交點 Z 處, Z 位於通過 O 點之垂線上,

由
$$\tan \frac{\mu}{2} = \frac{u'+v'}{2} \frac{1}{2f} = \frac{u'}{2} \frac{1}{m} \dots\dots\dots(1)$$

$$m = \frac{2fu'}{u'+v'} \dots\dots\dots(2)$$

像框之傾角為
$$\sin \psi = \frac{m-f}{y'}$$

$$\psi = \frac{f}{y'} \frac{u'-v'}{u'+v'} \dots\dots\dots(3)$$

今稱 $u'-v'=d'$, 則

$$\psi = \frac{f}{y'} \frac{d'}{u'+(u'-d')} = \frac{f}{y'} \frac{d'}{2u'-d'} \dots\dots\dots(4)$$

如 $d' < 0.005$ 公厘, 則當 $f=200$ 公厘, $y'=60$ 公厘, $u'=160$ 公厘時得 $\psi < 10''$. 此種校正須由工廠實施之。

條件 (2) 亦可由垂直線錘之攝影檢核之。其法在物鏡各不同之位置作攝影, 視其所得同一垂線之攝影, 是否有相互不疊合之處。

條件 (3) 及 (4) 之檢驗, 可由攝影及經緯儀實地之角度觀測得之, 完備之測定, 需至少觀測三點。以經緯儀量測各點之水平角及垂直角, 另外在其像片之構影, 量各點之像面坐標。今設以圖 172 之 P_1', P_2', P_3' 代表空間三點 P_1, P_2, P_3 在像片之構影, 其像面橫座標之距離量得為 $P_1'P_2'=b_1, P_2'P_3'=b_2$, 更由經緯儀實地之觀測, 得其所夾之二水平角設各

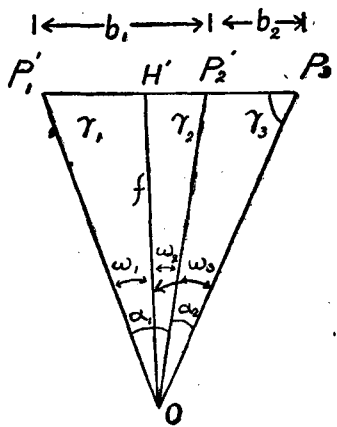


圖 172

爲 $P_1OP_2 = \alpha_1$, $P_2OP_3 = \alpha_2$ 。由此種記錄可以算求像片主點 H' 之位置 x' , 及焦點距離 f 。

此時之計算爲一後交定位法題解, 但比較簡化, 因其中 $P_1P_2P_3$ 可想像同位在一直線之內也。自圖 172 得

$$S_2 = \frac{b_1}{\sin \alpha_1} \sin \gamma_1 = \frac{b_2}{\sin \alpha_2} \sin \gamma_3$$

或

$$\frac{\sin \gamma_3}{\sin \gamma_1} = \frac{b_1}{\sin \alpha_1} : \frac{b_2}{\sin \alpha_2} = \tan \lambda \dots\dots\dots(5)$$

$$\frac{\sin \gamma_1 - \sin \gamma_3}{\sin \gamma_1 + \sin \gamma_3} = \frac{1 - \tan \lambda}{1 + \tan \lambda} \cot(45^\circ + \lambda) \dots\dots\dots(6)$$

$$\tan \frac{\gamma_1 - \gamma_3}{2} = \tan \frac{\gamma_1 + \gamma_3}{2} \cot(45^\circ + \lambda)$$

因 $\gamma_1 + \gamma_3 = 180^\circ - (\alpha_1 + \alpha_2)$ 爲已知, 故可由而求得 γ_1 與 γ_3 之值。

上式更可化爲

$$\tan \frac{\gamma_1 - \gamma_3}{2} = \cot \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \cot(45^\circ + \lambda) \dots\dots\dots(7)$$

γ_1 與 γ_3 求得之後, γ_2 亦爲已知, 由而求其三項距離。

S_1, S_2 與 S_3 各爲: $S_1 = \frac{b_1}{\sin \alpha_1} \sin \gamma_2$

$$S_2 = \frac{b_1}{\sin \alpha_1} \sin \gamma_1 = \frac{b_2}{\sin \alpha_2} \sin \gamma_3$$

$$S_3 = \frac{b_2}{\sin \alpha_2} \sin \gamma_2$$

其與攝影方向 OH' 所成之方向角各爲

$$w_1 = 90^\circ - \gamma_1, w_2 = 90^\circ - \gamma_2, w_3 = 90^\circ - \gamma_3$$

焦距 $f = OH'$, 可以三次求得爲:

$$f = S_1 \sin \gamma_1 = S_2 \sin \gamma_2 = S_3 \sin \gamma_3$$

或 $f = S_1 \cos u_1 = S_2 \cos w_2 = S_3 \cos w_3 \dots\dots\dots(8)$

或直接由 $b_1, b_2,$ 與 w 等值表示時得

$$f = \frac{b_1 \cos w_1 \cos w_2}{\sin(w_2 + w_1)} = \frac{b_2 \cos w_2 \cos w_3}{\sin(w_3 - w_2)} \dots\dots\dots(9)$$

自三點 P_1', P_2', P_3' 至主點 H' 之距離亦可求得,各為:

$$\left. \begin{aligned} H'P_1' &= S_1 \sin u_1 = f \tan w_1 \\ H'P_2' &= S_2 \sin w_2 = f \tan w_2 \\ H'P_3' &= S_3 \sin w_3 = f \tan w_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

除水平角外,至三點之高度角 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 亦應量得,以求其像片橫主線之位置。由此等高度角及已求得之 S_1, S_2, S_3 等值,可計算其應得之三縱座標值為:

$$y_1' = S_1 \tan \beta_1, y_2' = S_2 \tan \beta_2, y_3' = S_3 \tan \beta_3, \dots\dots\dots(11)$$

設在像面上依框標所決定之像面縱座標值各為 y_1^0, y_2^0, y_3^0 時,則得三縱坐標差為下:

$$y_1' - y_1^0, y_2' - y_2^0, y_3' - y_3^0.$$

其平均值即為兩傍框標位置應行改正之值,由此三值之比較,更可估計二框標連接線之是否水平。

更連接上下二框標,得與前線之交點 M' 為像片中點,量自 M' 至三像點之橫座標,設得: $M'P_1', M'P_2', M'P_3'$ 由而計算其與 $H'P_1', H'P_2', H'P_3'$ 等值之較,則得

$$H'P_1' - M'P_1', H'P_2' - M'P_2', H'P_3' - M'P_3'$$

其平均值為像片主點 H' 至像片中點 M' 之橫座標值。

實際工作時，往往觀測三數以上之點，用平差法求得其結果，以得更精準之決定。今設有 n 點之構影 $P_1', P_2' \dots P_n'$ (圖 173)，其方向已由經緯儀實地量得，各為 $r_1, r_2 \dots r_n$ ，而其至像片中點 M' 之橫座標各為 $x_1', x_2' \dots x_n$ ，更假定所求像片主點 H' 之橫座標為 x_0' ，其方向角為 r_0' 時，則

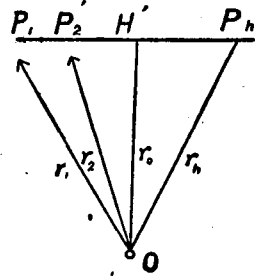


圖 173.

$$\left. \begin{aligned} x_0' - x_1' &= f \tan(r_0' - r_1') \\ x_0' - x_2' &= f \tan(r_0' - r_2') \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

在此式 (12) 內 $x_1', x_2' \dots$ 及 $r_1, r_2 \dots$ 為觀

測值，均有誤差存在， x_1', r_0' 則為未知數。像點座標 $x_1', x_2' \dots$ 等觀測精度約為 0.01 至 0.02 公厘，方向 $r_1, r_2 \dots$ 等觀測精度，則易達 $\pm 5''$ 左右，故知角度觀測之精度，較之像面座標相當之精度，高出甚遠，是以在平差計算之時，方向觀測之誤差可略而不計。以 v 代表像面坐標觀測之改正數時，則得下列之誤差方程式：

$$x_0' - x_1' - v_1 = f \tan(r_0 - r_1)$$

$$x_0' - x_2' - v_2 = f \tan(r_0 - r_2)$$

或

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -x_1' + x_0' - f \tan(r_0 - r_1) \\ v_2 &= -x_2' + x_0' - f \tan(r_0 - r_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

代入未知數之近似值 f^0 ，與 r_0^0 使：

$$f = f^0 + \Delta f, \quad r_0 = r_0^0 + \Delta r \dots \dots \dots (14)$$

誤差方程式化為直線式得：

$$v_1 = -x_1' - f_0^0 \tan(r_0 - r_1) + x_0' - \tan(r_0^0 - r_1) \Delta f - \frac{f^0}{\rho \cos^2(r_0^0 - r_1)} \Delta r_0 \dots \dots \dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{令} \quad & -x_1' - f_0^0 \tan(r_0^0 - r_1) = -a_1, \\ & -\tan(r_0^0 - r_1) = a_1 \quad -\frac{f^0}{\rho \cos^2(r_0^0 - r_1)} = b_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

則各誤差方程式成

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -l_1 + x_0' + a_1 \Delta f + b_1 \Delta r_0 \dots \dots \dots \\ v_2 &= -l_2 + x_0' + a_2 \Delta f + b_2 \Delta r_0 \dots \dots \dots \\ &\dots \dots \dots \\ v_n &= -l_n + x_0' + a_n \Delta f + b_n \Delta r_0 \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

由此等誤差方程式可得法方程式，由而解求其三未知數 x_0' ， Δf 與 Δr 矣。

第三目 攝影方向之測定

地面攝影機之外方位，均須由量測決定，或用特別之裝置，使安置於其一整數。但在測圖之時，往往仍須利用地面控制點，對於影響測圖精度最甚之外方位，加以校正。攝影外方位中之旋角及傾角，均由攝影機之水準決定，旋角安置之精度，可依下列二式判斷之：

$$d\kappa = \frac{dx'}{y'}, \quad d\kappa = \frac{dy'}{x'}$$

代表像面座標隨旋角變動 $d\kappa$ 所發生之影響。今以 13×18 公分之像幅為例，最大之像點座標可能為 $x' = 80$ 公厘， $y' = 60$ 公厘，欲使

$$dx' < 0.005, \quad dy' < 0.01$$

則

$$d\kappa_{x'} < 18'', \quad d\kappa_{y'} < 24''$$

偏角水準安置之精度須在 $20''$ 左右。

傾角安置之精度影響像片縱座標最甚。在水平方向攝影時，其影響約為：

$$dy' = f \cdot dw$$

今以 $f = 200$ 公厘， $dy < 0.01$ 公厘計算，則 $dw < 10''$ 為傾角安置之精度。

偏角量測之精度，除有特性之設備外，普通以 $1'$ 精度為標準。

第四目 基線之選擇

地面攝影測量，只有在適宜之地形，方可應用，其地須能供給多數瞻望良好之站點，且無叢密林木之隱蔽為宜。攝影基線之選擇，在能以最經濟攝影之數量，包括所有之施測區域，使無過多之重覆及遺漏；至於基線之長短，則以所須點位測定之精度，與其最近向能量測之地域為準則，以估計之。

交線地面攝影測量時，二攝影方向恆宜交向，交向角普通約在 60° 至 90° 間，基線長度約須大於最遠測視距離之 $\frac{1}{3}$ ，以取得各相對光線適度之交角。

立體攝影測量所能達到之精度，可利用正直攝影時之公式 [第三章式(4)] 微分求之，得

$$dz = -\frac{z^2}{b \cdot f} dp + z \frac{df'}{f} + z \frac{db}{b} \dots\dots\dots(18)$$

意即謂：距離之誤差 dz 與距離之平方成正比，而與基線之長 b 成反比，至於焦距及基線長度所發生之誤差 df 與 db ，則可以由精密之量測，使臻於極小，其對於距離誤差之影響，較之由於立體觀測橫視差量

測誤差 dp 之所發生者，可以略而不計。

其 x 與 y 座標之誤差關係得自第三章式 (5) 及 (6) 爲

$$dx = \frac{x'}{f} dz + \frac{z}{f} dx' - x \frac{df}{f}$$

$$dy = \frac{y'}{f} dz + \frac{z}{f} dy' - y \frac{df}{f}$$

其中亦均以第一項之誤差影響爲最大，當像點座標 x' 與 y' 均較 f 爲小時，則點位座標之測定，以 z 值之精度最差。

以距離 z 除式 (18) 內各項，得

$$\frac{dz}{z} = -\frac{dp}{p} = -\frac{z}{b} \frac{dp}{f} \dots \dots \dots (19)$$

今設假定距離相對之精度爲： $\frac{dz}{z} \leq \frac{1}{1000}$ ，橫視差量測之精度 dp 爲

0.01 公厘，攝影機焦距 f 爲 200 公厘。則其最短之基距按式 (19) 應爲：

$$b > \frac{1}{20} z \dots \dots \dots (20)$$

基線長 b 與距離 z 之比，稱之爲基距比例。

在另一方面言之，基距比例亦不能過大，據經驗當其比例達 1 比 3 時，則比較繁雜之景物，已不易使凝成立體印象。且在連續繪圖之時，因在視場內臨邊之景物，不能同時視成立體，故測繪困難。普通限制其最大之橫視差，不得超過 40 公厘，由第三章式 (4) 得基距最大之限度爲：

$$b < \frac{1}{5} z \dots \dots \dots (21)$$

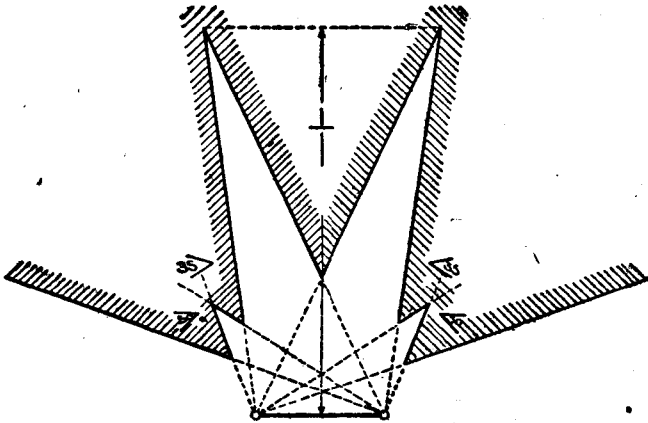


圖 174.

另有一理由使基距比例不能過大者，即其正直攝影與同偏攝影間所成不能測繪之隱蔽空間，將隨之而加增是也（圖 174）。

以式(20)內之 z 為測域內最遠之距離，而以式(21)內之 z 為測域內最近之距離，則可知基長之所宜選取矣。今稱為基距比例為 D ，則：

$$\frac{1}{5} \equiv D \equiv \frac{1}{20} \dots\dots\dots(22)$$

基線兩端點之高度，以不愈基長之 $\frac{1}{5}$ 為度，以便利於測圖工作。

以上所定之標準，足供普通情形之參考，但自理論方面視之，諸值極有伸縮之餘地。橫視差讀視之精度 dp 隨底片之情形而不同，可以與假定之 0.01 公釐值相差甚遠，且如應用波柔柯培原理觀測圖時，則視線與像面隨點位而斜交，初不能假定其橫視差值為一常數也。

在同偏攝影時， $\varphi = 35^\circ$ 時，基距比例約須加長 20 - 40%。此值隨最遠距離之方向而定，普通估計，可使由同偏攝影所測求最遠之距離短

縮 25%，以獲得其正直攝影情形時同等之精度。

第五目 基線之量測

基線位置之測定，普通用後交定位法或側交位法，求得左右站點之點位，而用基線方向及長度之測量，以決定其右方站點。基線長度測量之方法，有直接間接兩種，分述如下：

(1) 直接量測法

如基線之長長於測尺之長度，且地面坎坷不平時，則宜在基線兩端架三足架，一端置經緯儀，一端置規標，以訂中間之樁柱數個，各樁柱間之距離，須使小於一測尺之長，然後在各樁柱頂逐段丈量。每基線須量四次至六次，量得之結果，分別加以傾度之改正。

(2) 橫尺視差角間接量距法

以固定長度之橫尺置於基線之一端點，而量其橫尺兩端在另一測點所夾之視差角。橫尺之長度普通分有一公尺，二公尺及三公尺三種。視差角之量測，須極精準，可以經緯儀量之，或者應用專為此類量測應用之螺旋量鼓，附裝於經緯儀上。

螺旋量鼓之構造，包括一量測螺旋 M ，(圖 175)其齒距設為 g ，與之相固連者為一量鼓 Z ，刻分為一百分劃，讀數得自指線 S ，置於框窗 F 下，每螺旋一轉前進之值可讀至 $\frac{g}{100}$ ，估至 $\frac{g}{1000}$ ，螺旋之轉數則得之於刻度 T 處。之 O 為經緯儀旋轉之中心， OA 為一轉臂，當轉臂與量測螺旋 M 相垂直時，為螺旋讀數起點之位置，轉點 O 至螺旋之距離與齒距 $\frac{g}{100}$ 之比，稱之為螺旋量鼓之常數 K 。

$$K = 100 \frac{S}{g}$$

K 值普通使爲 20000, 25000 或 30000, 應用螺旋量鼓量測距離之原理按(圖 175) 得:

$$\frac{b}{s} = \frac{l}{n \left(\frac{g}{100} \right)}$$

$$b = 100 \frac{sl}{ng} = K \frac{l}{n} \dots \dots \dots (23)$$

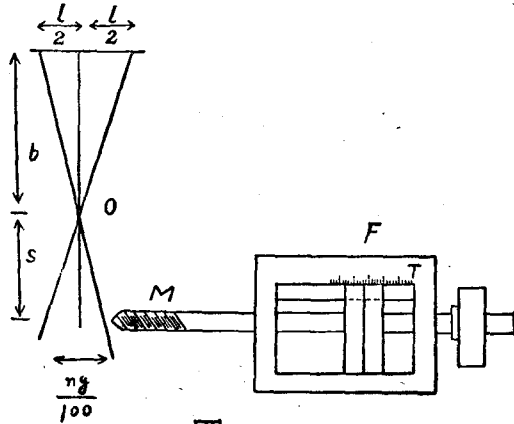


圖 175.

所求之距離 b 得自橫尺長度 l 乘以量鼓常數 K , 除以螺旋讀數 n , 此距離即爲水平距離。此種量測普通須重複五次至六次。

應用螺旋量鼓所得距離之精度, 可得自式 (23) 之微分

$$db = \frac{b^2}{lK} dn, \quad \frac{db}{b} = \frac{b}{lK} dn \dots \dots \dots (24)$$

今取 $dn = 0.1$ 即 $\frac{g}{1000}$, 則在各種情形時, 所得基線距離之誤差, 列如下表:

l_m	K	基 線 長					
		50 公尺		100 公尺		150 公尺	
		$\frac{db}{\text{公釐}}$	$\frac{db}{b}$	$\frac{db}{\text{公釐}}$	$\frac{db}{b}$	$\frac{db}{\text{公釐}}$	$\frac{db}{b}$
1	20000	12	1 : 4000	50	1 : 2000	112	1 : 1300
	25000	10	1 : 5000	40	1 : 2500	90	1 : 1600
	30000	8	1 : 6000	33	1 : 3000	75	1 : 2000
2	20000	6	1 : 8000	25	1 : 4000	56	1 : 2600
	25000	5	1 : 10000	20	1 : 5000	45	1 : 3300
	30000	4	1 : 12000	16	1 : 6000	37	1 : 4000
3	20000	4	1 : 12000	17	1 : 6000	37	1 : 4000
	25000	3	1 : 16000	13	1 : 7700	30	1 : 5000
	30000	3	1 : 16000	11	1 : 9000	25	1 : 6000

視差角亦可應用經緯儀量測，惟角度讀數精度須能達 $1''$ 者，其關

係公式為：
$$b = \frac{l}{2} \cot \alpha \dots\dots\dots(25)$$

其微分關係為：

$$db = -\frac{l}{2} \frac{1}{\sin^2 \alpha} d\alpha = -\frac{l^2 + 4b^2}{2l} d\alpha \doteq -\frac{2b^2}{l} d\alpha \dots\dots\dots(26)$$

今取 $l = 2$ 公尺， $d\alpha = 0.5''$ 為例，則得基距誤差列如下表：

b 公尺	db 公釐	$\frac{db}{b}$	b 公尺	db 公釐	$\frac{db}{b}$
20	1	1 : 20000	450	490	1 : 900
50	6	1 : 8300	500	600	1 : 800
100	24	1 : 4000	550	720	1 : 760
150	55	1 : 2700	600	870	1 : 680
200	100	1 : 2000	650	1010	1 : 640
250	150	1 : 1600	700	1180	1 : 590
300	220	1 : 1300	800	1570	1 : 500
350	290	1 : 1200	900	2030	1 : 440
400	390	1 : 1000	1000	2440	1 : 400

視差角量測次數均為四至六次，普通基線長度在 150 公尺之內時，可以一次求得，較長之基線宜分數段分量，或應用一輔助三角形工作。輔助三角形往往為一近似直角三角形，攝影之基線 b (圖 176) 及實量之

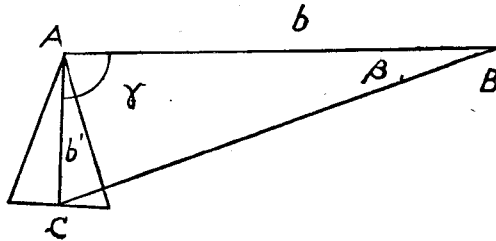


圖 176.

基線 b' 分任其長短勾股二邊，應用此法求基長，其精度主要繫之於 B 站 β 角之量測。今假定 γ 為近似之正角，則得：

$$b = b' \cot \beta$$

$$db = -\frac{b'}{\sin^2 \beta} d\beta, \quad \frac{db}{b} = \frac{-d\beta}{\sin \beta \cos \beta}$$

更假定 β 為一小角，則

$$\cos \beta = 1, \quad \frac{db}{b} = \frac{-d\beta}{\sin \beta}$$

β 角亦可利用螺旋量鼓量測，按式 (23) 關係，其角值應為：

$$\tan \beta = \frac{n'}{K} \dots \dots \dots (27)$$

而實際計算基長所用之公式則為：

$$b = b' \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma} \dots \dots \dots (28)$$

第三節 地面攝影之測圖法

第一目 交線攝影測量

地面攝影測量方法可分之爲交線地面攝影測量及立體地面攝影測量二種。交線攝影測量方法完全利用平板儀求點位原理，故又稱爲平板地面攝影測量。其法在每測區內須至少由二攝影站按已知之方位攝影，二攝影共同地形點之點位，可以由二攝站出發，引相對之射線，使之相交而得。其相交之角不宜過小，方可得相當之精度。

圖 177 示其攝影時之幾何關係，在攝站 O_1 與 O_2 所攝得之影，相當於該二處平板儀之所見，而記錄之於像片，是以各地形點 P 之平面位

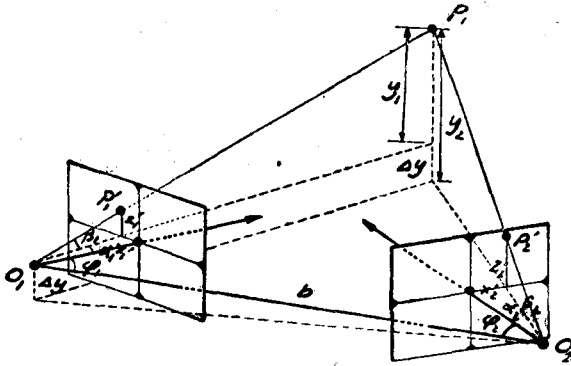


圖 177.

置，可以由已知之基線 O_1, O_2 出發，量其二視線 O_1P, O_2P 與基線所成之水平角，交合而得之。此點距二攝站 O_1 及 O_2 之高度差爲 y_1 與 y_2 (此時以 x, z 爲地形點之平面位置，以便於直接應用航空測量情形時所推廣之各公式)，可由其相當之高度角 β_1 與 β_2 計算求之。普通已知之值

焦距爲半徑繪圓弧，在圓弧與 AB 之交點 C 處繪與 AB 垂直之線，量 DC 使等於像點 A' (點 A 之像點) 與像片主點 H_1' 在像片迹線上之距離 $A'H_1'$ ，連接 BD 卽爲其 B 站之攝影方向。自 BD 與測弧之交點 H_1' 繪與 BD 垂直之線卽得所求之像片迹線。

在 B 站設尙有第二幅攝影 QQ' ，設 QQ' 上左方某點 T_Q' 與像片 PP' 右方某點 T_P' 代表同一物體之構影時，則此第二幅攝影之像片迹線 QQ' ，亦可依同理求得。其法連接 BT_P' 得與圓弧之交點 K ，在 K 處繪直線與 BT_P' 垂直，而取 KL 等於 T_Q' 點在第二幅像片上至其像片主點 H_Q' 在像片迹線上之距離。連接 KL ，卽爲此第二幅攝影之攝影方向。在交點 H_Q' 處，繪與 BL 垂直之線，卽爲第二幅攝影之像片迹線。

自立體觀測法應用以來，交線攝影測量已成過去之方法。蓋交線攝影測量製圖之困難，在相對像點之辨認，辨認之困難，隨基線之長度增加，但爲保持交會之精度，基線又不能使過短也。現在除特種應用，如建築測量等之外，已不復應用。此後之所敘述，均以應用視差原理之測圖方法爲主。

第二目 視差原理之關係公式

任何雙像測圖儀，均可應用於地面攝影之測圖，但地面攝影之幾何關係簡單，可易以計算，圖解或專爲地面攝影而設計之自動測圖儀工作，其原理率根基於其像面座標，橫視差，及地面點座標間之幾何關係。

地面攝影之種類，主要分爲正直攝影，同偏攝影，交向攝影，及等傾攝影等數種。正直攝影時，二攝影方向平行，且均垂於基線方向，其關係已由第三章之公式 (4), (5), (6) 表示之，爲：

$$z = \frac{b \cdot f}{p} \dots\dots\dots(30)$$

$$x = \frac{z}{f} x_1' = \frac{b \cdot x_1'}{p} \dots\dots\dots(31)$$

$$y = \frac{z}{f} y_1' = \frac{b \cdot y_1'}{p} \dots\dots\dots(32)$$

同偏攝影時，二攝影方向相平行，但與正直方向成 φ 角之偏角斜，其關係公式示之如圖 179。

按圖 179，設以 O_1 與 O_2 為二攝影站，攝影方向假定為座標系統之 z 軸方向，與垂直於基線方向之正直方向成 φ 角。 P 為任意一物點 構影於第一像片之 P_1' 點及第二像片之 P_2' 點。自 O_1 處繪與 PP_2' 平行之線 O_1S ，自 P 處繪與 x 方向平行之線 PQ 及與 O_1O_2 平行之線 PS ，則得：

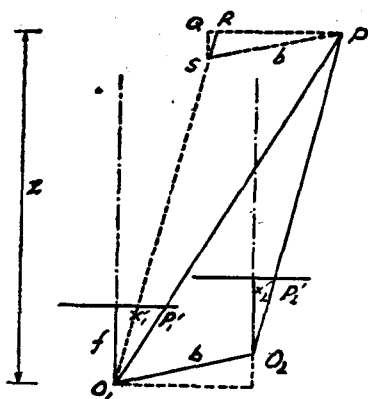


圖 179.

$$PQ = b \cos \varphi, \quad SQ = b \sin \varphi$$

$$\frac{z}{f} = \frac{PR}{p} = \frac{b \cos \varphi - QR}{p}$$

$$QR = \frac{x_2' \cdot b \sin \varphi}{f}$$

$$z = b \cdot \frac{f \cos \varphi - x_2' \sin \varphi}{p} = \frac{b \cdot f'}{p} \dots\dots\dots(33)$$

更由圖得：

$$x = \frac{x_1' \cdot z}{f} \dots\dots\dots(34)$$

$$y = \frac{y_1' \cdot 2}{f} \dots\dots\dots(35)$$

交向攝影時關係示如圖 180, 按圖則某點 P 之橫視差為:

$$p = x_1' - x_2' \dots\dots\dots(36)$$

今想像自 O_2 站有一攝影與 O_1 站之攝影方向相平行, 則自 O_2 至該點之橫座標為 (x_2') , 而其相當之橫視差應為:

$$(p) = x_1' - (x_2') \dots\dots\dots(37)$$

式 (36) 與 (37) 之差, 即代表在交向攝影情形時, 橫視差 p 所應行改正之數值, 俾使其改化成與同偏時相同之情形, 其值為:

$$\Delta p = (p) - p = x_2' - (x_2') \dots\dots(38)$$

按圖 180:

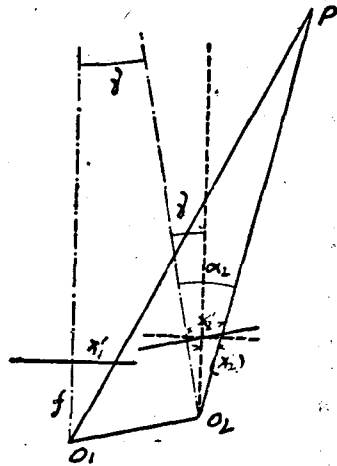


圖 180.

$$(x_2') = f \tan(\alpha_1 - \gamma) = \frac{\tan \alpha_2 - \tan \gamma}{1 + \tan \alpha_2 \tan \gamma} \dots\dots\dots(39)$$

其中

$$\tan \alpha_2 = \frac{x_2'}{f} \dots\dots\dots(40)$$

故

$$(x_2') = f \frac{x_2' - f \tan \gamma}{f + x_2' \tan \gamma} \dots\dots\dots(41)$$

而

$$\Delta p = x_2' - (x_2') = - \frac{\tan \gamma (f + x_2'^2)}{f + x_2' \tan \gamma} \dots\dots\dots(42)$$

以自交向攝影時所量得之 x_2' 及 p 代以式 (41) 與 (42) 之關係, 使得 (x_2') 與 (p) , 則成相當之同偏攝影, 此式如以 x_2' 及 Δp 為變值時代

表雙曲線，可構成圖解曲線表，以備換算之用。按式(33)得：

$$z = b \frac{f \cos \varphi - (x_2') \sin \varphi}{p + \Delta p}$$

$$= bf \frac{\cos \varphi - \frac{x_2' - f \tan \gamma \sin \varphi}{f + x_2' \tan \gamma}}{p + \frac{\tan \gamma (f^2 + x_2'^2)}{f + x_2' \tan \gamma}}$$

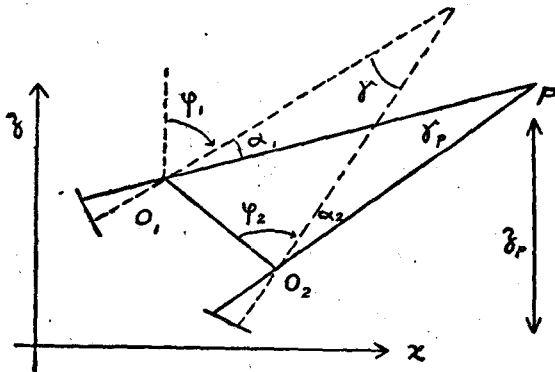
$$= bf \frac{f \cos \varphi + x_2' \tan \gamma \cos \varphi - x_2' \sin \varphi + f \tan \gamma \sin \varphi}{pf + px_2' \tan \gamma + f^2 \tan \gamma + x_1'^2 \tan \gamma}$$

代以 $p = x_1' - x_2'$ 關係得

$$z = bf \frac{f(\cos \varphi \cos \gamma + \sin \varphi \sin \gamma) + x_2'(\sin \gamma \cos \varphi - \sin \varphi \cos \gamma)}{pf \cos \gamma + (x_1' x_2' + f^2) \sin \gamma}$$

$$= bf \frac{f \cos(\varphi - \gamma) - x_2' \sin(\varphi - \gamma)}{pf \cos \gamma + (x_1' x_2' + f^2) \sin \gamma} = \frac{M}{N} \dots\dots\dots(43)$$

直接算求測點 P 在地面座標系統之座標值時，亦可利用圖 181 關係，依下列公式算求。



181.

$$\left. \begin{aligned} x_p &= x_{o_1} + O_1 P \sin(\varphi_1 + \alpha_1) \\ z_p &= z_{o_1} + O_1 P \cos(\varphi_1 + \alpha_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

其中

$$O_1 P = O_1 O_2 \frac{\sin(\varphi_2 + \alpha_2)}{\sin \gamma_p}$$

$$\gamma_p = \gamma + \alpha_1 - \alpha_2, \tan \alpha_1 = \frac{x_1'}{f}, \tan \alpha_2 = \frac{x_2'}{f}, \tan(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{pf}{f^2 + x_1' x_2'}$$

在傾斜攝影時，可先將其像點座標改化於垂直像面時之相當數值，然後應用上述公式計算。圖 182(甲) 示經過攝影方向垂直截面，(乙) 示其水平投影。橫座標之改化公式為：

$$\tan \alpha = \frac{x''}{f} = \frac{x'}{f \cos \omega + y' \sin \omega}$$

得

$$x'' = \frac{fx'}{f \cos \omega + y' \sin \omega} \dots\dots\dots(45)$$

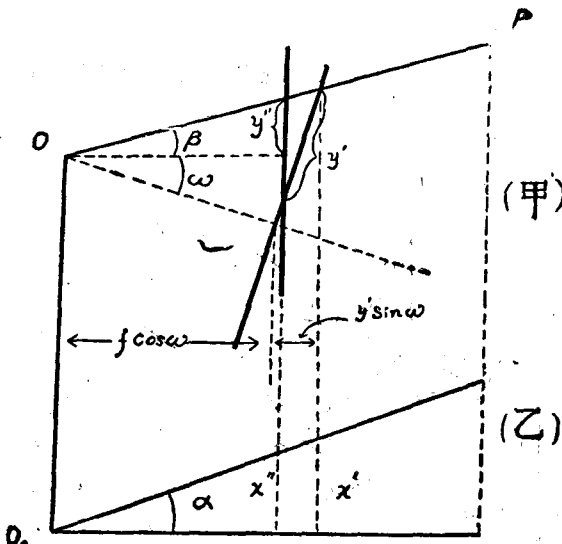


圖 182

其橫視差之改化公式爲：

$$p'' = f \left(\frac{x_1'}{f \cos w_1 + y_1' \sin w_1} - \frac{x_2'}{f \cos w_2 + y_2' \sin w_2} \right) \dots\dots\dots(46)$$

當其爲等傾攝影，而攝影方向垂直於基線方向時，則 $w_1 = w_2, y_1' = y_2'$ 得

$$p'' = f \frac{p'}{f \cos w + y' \sin w} \dots\dots\dots(47)$$

更利用圖 182 關係求得其縱座標之改化公式爲

$$y'' = f \tan \beta, \frac{y'}{f} = \tan(\beta + w) = \frac{\tan \beta + \tan w}{1 - \tan \beta \cdot \tan w} = \frac{\frac{y''}{f} + \tan w}{1 - \frac{y''}{f} \tan w}$$

故得：

$$y' = f \frac{y'' - f \tan w}{f + y'' \tan w} \dots\dots\dots(48)$$

第三目 圖解測圖法

德人普夫銳士有圖解測圖板之設計，用以繪製正直及同偏之地面攝影。圖 183 示正直攝影時之解法，在繪圖板上，裝置一導桿及一偏動桿，偏動桿能沿一點 O 轉動，點 O 則位於偏動桿之上緣線內，自 O 點繪

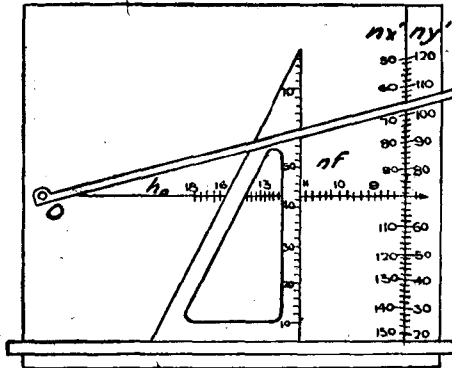


圖 183.

與導桿平行之直線稱橫主線，在距離 O 點 nf 處 (n 為任意之倍數， f 為攝影物鏡之焦距) 繪與導桿垂直之線，而加註 nx_1' 與 ny_1' 之分劃如圖。在橫主線上加註距離 z_0 分劃，以繪圖之比例尺，自 O 點標繪 z 值，依式 (30)： $z = b \frac{f}{p}$ 關係計算 z 值，註字則不依 z 值而依其相當之橫視差值 p ；另備一三角板，在其垂直邊上載有繪圖比例尺之刻度。

今設舉例以說明求點位之方法。設有某點，自立體座標量儀，測得之像面座標及其橫視差為：

$$p' = x_1' - x_2' = 11.20, \quad x_1' = 131.8, \quad y_1' = 105.6$$

因像片主點處之像面座標值為： $x_0' = 100.0, y_0' = 70.0$

故在 nx_1' 與 ny_1' 之分劃，亦置 100.0 與 70.0 於其與橫直線之交點處。今使三角板之垂直線通過視差分劃之 11.20 處，則此垂直線必通過所求之點位。更轉動偏動桿，使其上緣通過垂直線劃分之 $x_1' = 131.8$ 處，則按式 (31) 關係，知此桿緣亦必通過所求之圖點。桿緣與三角板緣之交點，即決定圖點位置。同理使偏動桿通過垂直線劃分之 $y_1' = 105.6$ 處，則由桿緣與三角板緣交點，至橫主線與三角板緣交點之間隔，即代表該點與左攝站之高度差。今設橫主線與三角板緣之交點，適指左攝站之高度值時，則自三角板緣之刻度，可逕讀得點之高度矣。是以導桿必使能上下滑動，以使符合此項之要求。如圖 183 之例，設左攝站之高度 h 為 242.4 時，可逕讀得所求點之高度為 258.6。

橫主線上之距離分劃亦可免繪，而加視差分劃於垂直線上。此視差分劃可以任意之 mn 倍放大之， n 為前此應用之倍數，此時更在橫主線上之 mb (繪圖比例尺) 距離處，加繪橫直線一條，如此則當偏動桿緣通

過所讀之 p 值時，由其與橫直線之交點，即得點位與攝站 O 之距離，蓋按圖 183：

$$\frac{mnp}{mb} = \frac{nf}{z} \quad \text{故} \quad z = \frac{mnbf}{mnp} = \frac{bf}{z}$$

仍與式 (30) 之關係相符也。其 x 與 z 座標則仍做前述之步驟求得之。

在同偏攝影時，亦可作類似之構造。但解繪手續，更較麻煩。且圖解方法只能得各單獨點之點位及高程，而不能收連續測繪之效，故地面攝影測量大規模之應用，仍必賴機械方法。

第四目 歐瑞立體測圖儀 (Stereoautograph-Orel)

歐氏立體測圖儀為自動雙像測圖儀之首型，於今日仍為地面攝影測圖最適宜之儀器，可應用於正直同偏及交向或離向攝影。儀器構造情形示於圖 184，包括一立體座標量儀，連之以各種機桿，以自動解求 (30)

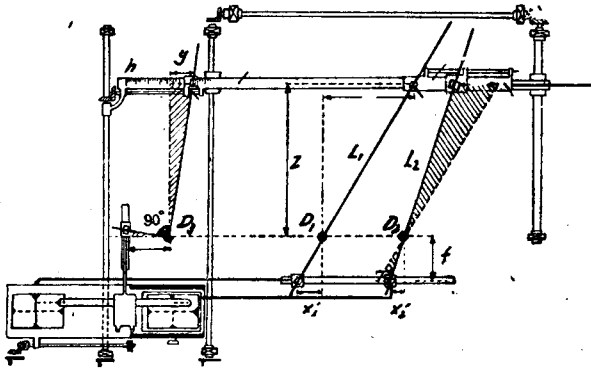


圖 184.

—(43) 諸公式。立體座標量儀， x 方向之運動，直接傳之於導桿 L_1 使依 D_1 轉動；而二像片相對之橫視差運動，則使傳之於導桿 L_2 ，依 P_2 轉動。二導桿 L_1L_2 均滑動於基線車上之各一點。

此二點相距為 D_1D_2 ，減除基線之長（繪圖比例尺）。基線車載於距離架上，可以上下移動，二導桿轉點距其着力點之距離，在 z 方向恆使等於焦距 f 。在此種構造情形之下，得下列作用。

由三手輪 H_x, H_y, H_z 之動作，可使浮標點在立體印象中，落於地面某點之上，此時距離架與轉點 D_1D_2 之距離即為該點之 z 值，而導桿 L_1 亦自動指示其點之方向角，此關係可易由圖 184 及公式 (30), (31) 推究得之。點之高度，得自距離架上附設之高度分割 n ，在此高度分割上，有一能滑動之點，連之於直角彎折之機桿 L_3 ，機桿 L_3 受立體座標測量儀上 y' 方向動作之指揮，沿其折點 D_3 轉動，其着力點則恆與轉點 D_2 作焦距 f 之距離，由公式 (32) 可以知其點高測求之原理。今設使高度分割上滑動之點，固定於一定之讀數處，則在立體印象中連續繪圖，即能自動得其等高曲線矣。

在同偏攝影之時，須有少許構造上之更易。圖 185 示立體測圖儀右方之導桿 L_2 ，此時基距之安置，不行之於機車架方向，而安置之於與其成偏角 φ 之直線上，因得：

$$\begin{aligned}
 b' &= b \cos \varphi - b \sin \varphi \tan \alpha_2 \\
 &= b \cos \varphi - b \frac{x_2'}{f} \sin \varphi \dots\dots(49)
 \end{aligned}$$

故由圖 185 得：

$$z = b' \frac{f}{p} = \frac{b}{p} (f \cos \varphi - x_2' \sin \varphi)$$

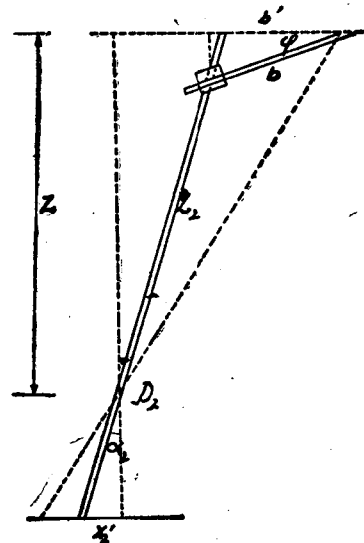


圖 185.

此式與式(33)相符合,故可得 z 之確值,在交向攝影時,可將圖 185 所示之導桿 L_2 依 D_2 處曲折,使其直線導桿成二導桿,作交向角 γ 之夾角。如此則可得式(39)及式(40)之關係,使其橫座標 x_2' 改化爲 (x_2') , p 改化爲 (p) ,而成同偏攝影時之關係。

第四節 誤差理論

第一目 交會點位之精度

今取左方站點 O_1 (圖 186) 爲座標原點,以基線方向爲 x 軸作正交座標系統,則交會點位之座標爲:

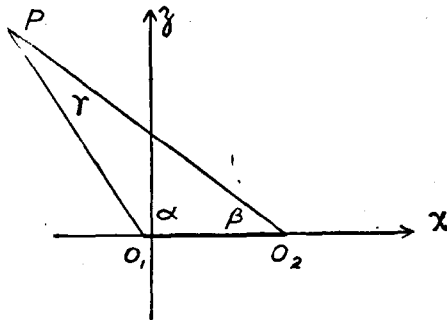


圖 186.

$$z = b \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \gamma} \dots\dots\dots(50)$$

$$x = b \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sin \gamma} \dots\dots\dots(51)$$

$$y = z \tan \beta \dots\dots\dots(52)$$

$$\tan \beta = \frac{y'}{f} \dots\dots\dots(53)$$

z —座標之誤差。

在交會攝影測量時，點位交會之精度，為射線前方交會之精度。微

分式(50)，得：

$$\frac{\partial z}{\partial b} = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \alpha} &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} \{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \cos \alpha \sin \beta \\ &\quad - (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \sin \alpha \sin \beta\} \\ &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} (\cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta) = b \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \gamma} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \beta} &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} \{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \sin \alpha \cos \beta \\ &\quad - (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \sin \alpha \sin \beta\} \\ &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} (\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta) = b \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \gamma} \end{aligned}$$

因得
$$dz = \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin \gamma} db + b \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 \gamma} d\alpha + b \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \gamma} d\beta$$

或
$$\frac{dz}{z} = \frac{db}{b} + \frac{1}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} (\sin^2 \beta d\alpha + \sin^2 \alpha d\beta) \dots \dots \dots (54)$$

相對距離之中誤差為：

$$\left(\frac{m_z}{z}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{(\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma)^2} (\sin^4 \beta m_\alpha^2 + \sin^4 \alpha m_\beta^2) \dots \dots (55)$$

α 與 β 角度之中誤差，各包括其攝影方向水平方位安置之誤差，及像點角觀測之誤差。今以前者為 $\pm 10''$ ，後者為 $\pm 80''$ 為例，則得：

$$m_\alpha = m_\beta = \pm \sqrt{(80)^2 + (10)^2} \doteq \pm 80''$$

當 $\angle \alpha = \angle \beta = 85^\circ$ 則代入式(55)後得：

$$\frac{m_z}{z} = \frac{1}{300}$$

在應用立體觀測測圖時，則 γ 角直接由視差值或視差角之觀測而求得，相當於側方交會定點位法，其誤差理論與前者不同，得下列之關係：

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ, \text{ 故 } d\beta = -(d\alpha + d\gamma)$$

則得：

$$\frac{dz}{z} = \frac{db}{b} + \frac{1}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma} \{(\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha) d\alpha - \sin^2 \alpha d\gamma\}$$

因得相對距離之中誤差為：

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_z}{z}\right)^2 = & \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{(\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma)^2} \{(\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha)^2 m_\alpha^2 \\ & - \sin^4 \alpha m_\gamma^2\} \dots\dots\dots(56) \end{aligned}$$

今如假定 m_α 與 m_γ 之值與前所假定者相等，則由而算得 z 座標之中誤差較前者已減小一倍，事實上由於立體觀測之輔助， m_α 與 m_γ 之值尙可減小甚多，今假定：

$$m_\alpha = \sqrt{60^2 + 10^2} = \pm 60'', \quad m_\gamma = \pm \sqrt{10^2 + (\epsilon)^2}$$

其中 $60''$ 為像點角藉立體觀測之助所得之精度； $10''$ 為立體觀測安置之精度； ϵ 則代表在地面控制點內，視差角由於攝影方位安置所發生之誤差，普通約在 $5''$ 與 $10''$ 之間，今仍以 $\angle \alpha = \angle \beta = 85^\circ$ 計算，則得

$$\frac{m_z}{z} = \frac{1}{1600}$$

x -座標之誤差。

依 b , α 及 β 微分公式 (51) 得：

$$\frac{\partial x}{\partial b} = \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \alpha} &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} \{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(-\sin \alpha \sin \beta) \\ &\quad - (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) \cos \alpha \sin \beta\} \\ &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} \{-(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \sin \beta \cos \beta\} = -\frac{b}{2 \sin^2 \gamma} \sin 2\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \beta} &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} \{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \cos \alpha \cos \beta \\ &\quad + (\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta) \cos \alpha \sin \beta\} \\ &= \frac{b}{\sin^2 \gamma} \{(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) \sin \alpha \cos \alpha\} = \frac{b}{2 \sin^2 \gamma} \sin 2\alpha \end{aligned}$$

故得：
$$dx = \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\sin \gamma} db + b \left\{ \frac{-\sin 2\beta}{2 \sin^2 \gamma} da + \frac{\sin 2\alpha}{2 \sin^2 \gamma} d\beta \right\}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{db}{b} + \frac{1}{2 \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma} \{-\sin 2\beta da + \sin 2\alpha d\beta\} \dots \dots (57)$$

相對之中誤差爲：

$$\left(\frac{m_x}{x}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{(2 \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma)^2} \{\sin^2 2\beta m_a^2 + \sin^2 2\alpha m_\beta^2\} \dots \dots (58)$$

在側方交會定點時，由於 $d\beta = -(da + d\gamma)$ 關係，代入式 (57) 得：

$$\frac{dx}{x} = \frac{db}{b} + \frac{1}{2 \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma} \{-(\sin 2\beta + \sin 2\alpha) da - \sin 2\alpha d\gamma\}$$

相對之中誤差爲：

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_x}{x}\right)^2 &= \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{(2 \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma)^2} \{\sin 2\beta + \sin 2\alpha\}^2 m_a^2 \\ &\quad + \sin^2 2\alpha m_\gamma^2 \dots \dots \dots (59) \end{aligned}$$

v—座標之誤差。

• 微分式 (52) 得：

$$dy = \tan \beta dz + \frac{z}{\cos^2 \beta} d\beta$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dz}{z} + \frac{1}{\tan \beta \cos^2 \beta} d\beta = \frac{dz}{z} + \frac{2}{\sin 2\beta} d\beta \dots \dots \dots (60)$$

相對高程之中誤差為：

$$\left(\frac{m_y}{y}\right)^2 = \left(\frac{m_z}{z}\right)^2 + \frac{4}{(\sin 2\beta)^2} m_\beta^2 \dots \dots \dots (61)$$

其中依其為前方交會或側方交會之原理，而取其相當之 $\frac{m_z}{z}$ 值。

第二目 外方位安置誤差

各項外方位安置均有誤差存在，在測圖時宜加以改正。其中旋角 κ 可以製圖觀測時轉動像片以消除之。傾角影響於橫視差甚微。偏角及交角則為距離測求之主項，可以根據下列理論加以顧及。攝影時偏角安置之精度，可以由普通公式 (43) 推演之。今試求同偏角 φ 之精度，則：

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = bf \frac{-f \sin(\nu - \gamma) - x_2' \cos(\nu - \gamma)}{pf \cos \gamma + (x_1' x_2' + f^2) \sin \gamma} \dots \dots \dots (62)$$

式 (62) 為普通之公式。

在同偏攝影時則 $\gamma = 0$ ，得：

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = b \frac{-f \sin \varphi - x_2' \cos \varphi}{p} = z \dots \dots \dots (63)$$

在正攝影時，則 $\varphi = 0, \gamma = 0$ ，因得：

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = -\frac{bx_2'}{p} = -\frac{z}{f} x_2' \dots \dots \dots (64)$$

故知在 $x_2' = 0$ 之點，其距離誤差，不受 $d\varphi$ 之影響。設當 $x_2' = 90$ 公厘， $f = 200$ 公厘時，得：

$$\frac{\partial z}{z} = -0.45 \partial \rho, \quad \partial \rho = 2.22 \frac{\partial z}{z} \delta$$

各距離之誤差比例訂為下列各值時，則 φ 角安置之精度應為：

$$\frac{\partial z}{z} = 1 : 1000, \quad 1 : 3000, \quad 1 : 5000$$

$$d\varphi = 7', \quad 2'.5, \quad 1'.5$$

今更檢討交角 γ 之誤差影響，以公式 (43) 微分之，得：

$$\frac{\partial z}{\partial \gamma} = b \frac{N \{f \sin(\varphi - \gamma) + x_2' \cos(\varphi - \gamma)\} - M \{-pf \sin \gamma + (x_1' x_2' + f^2) \cos \gamma\}}{N^2} \dots \dots \dots (64)$$

在同偏攝影時， $N = p'$ ，公式 (64) 改化為：

$$\frac{\partial z}{\partial \gamma} = b \frac{pf(f \sin \varphi + x_2' \cos \varphi) - (f \cos \varphi - x_2' \sin \varphi)(x_1' x_2' + f^2)}{p^2 f} \dots \dots (65)$$

在正直攝影時， $\varphi = 0, \gamma = 0$ ，得：

$$\frac{\partial z}{\partial \gamma} = b \frac{\gamma f x_2' - f(x_1' x_2' + f^2)}{p^2 f} = \frac{-b}{p^2} (x_2'^2 + f^2) = \frac{-z^2}{f^2 b} (x_2'^2 + f^2) \dots \dots (66)$$

自式 (66) 知由於交角差 $\partial \gamma$ 所發生之距離誤差與距離之平方成正比。今以 $x_2' = 90$ 公釐， $f = 200$ 公釐， $z = 20b$ ，則得：

$$\frac{\partial z}{z} = -\frac{z}{b} (1.202) d\gamma = -24 d\gamma$$

各距離之誤差比例訂為下列各值時，則 γ 角所需求之精度應為：

$$\frac{\partial z}{z} = 1 : 1000, \quad 1 : 3000, \quad 1 : 5000$$

$$d\gamma = 9'', \quad 3'', \quad 2''$$

故知 γ 之精度需求甚高。

自式 (18) 固知由於橫視差 $d\rho$ ，亦可得與距離平方比之誤差變遷，是

則由於 $d\gamma$ 所發生誤差, 可以利用橫視差值之變遷 dp 而消抵其一部也。

自式(18)與(66)知

$$dz = \frac{-z^2}{bf} dp = -\frac{z^2}{f^2 b} (x_2'^2 + f^2) d\gamma$$

故
$$dp = \frac{1}{f} (x_2'^2 + f^2) d\gamma \dots\dots\dots(67)$$

因知 dp 與 $d\gamma$ 之關係隨座標值 x_2' 而變更, 但當其差異甚小, 小於橫視差測視之精度 $\frac{1}{100}$ 公厘時, 則可易加以橫視差 dp 之改正以代 $d\gamma$ 。

當 $x_2' = 0$ 時, $dp = \frac{f^2}{f} d\gamma$

$x_2' = a$ 時, $dp = \frac{1}{f} (a^2 + f^2) d\gamma$

今以其平均值改正之, 則得:

$$dp = \frac{1}{2f} (a^2 + 2f^2) d\gamma \dots\dots\dots(68)$$

更使此值與 $x_2' = a$ 時相當之 dp 值相較, 使小於 $\frac{1}{100}$ 公厘時, 則

$$\left(\frac{a^2 + f^2}{f}\right) - \left(\frac{a^2 + 2f^2}{2f}\right) d\gamma \leq \frac{1}{100}, \quad d\gamma \leq \frac{2f}{100 a^2}$$

以 $a = 90$ 公厘, $f = 200$ 公厘, 代入計算, 得:

$$d\gamma \leq \frac{400}{100(90)^2} \rho = 1'.7$$

即當 $d\gamma \leq 1'.7$ 時, 可易以 $d\gamma$ 校正之, 其遺留之誤差已不復能察覺。

式(64), (66)代表正直攝影時外方位誤差之影響, 由式(18)更可知基線長誤差之影響, 綜和之則距離之誤差為:

$$\Delta z = \frac{z}{b} db - z^2 \frac{x_2'^2 + f^2}{f^2 b} d\gamma - \frac{z}{f} x_2' d\varphi \dots\dots\dots(69)$$

今如欲由各點已知之距離誤差推測其誤差之來源，則可利用公式(69)。設知有至少三點之距離誤差，則可解得其 db , dy 與 dp 之誤差值矣。

其中 dp 誤差為值極小，影響甚微，可以略而不計， dy 則按上述之推論，往往以 dp 代替之。設以 z' , b' , γ' 為觀測所得之距離，設基長與橫視差均有誤差存在，而命 z , b , γ 等為其最或是值，則

$$z = \frac{bf}{p}, \quad (z + \Delta z) = \frac{(b' + \Delta b)f}{(p' + \Delta p)}$$

$$\Delta z = \frac{-bf}{p^2} \Delta p + \frac{f}{p} \Delta b \quad \text{或} \quad p' \cdot \Delta z = -z \Delta p + f \Delta b \dots \dots \dots (70)$$

如選有二控制點，得其距離之誤差 Δz_1 與 Δz_2 ，可以解知 Δp 與 Δb 。當 $z_1 = 0$ 時，則其誤差 Δz_1 完全來自 Δb ，得：

$$f_1 \Delta z_1 = f \Delta b$$

$$\Delta b = \frac{f_1}{f} \Delta z_1 \dots \dots \dots (71)$$

更選一遠點，設其距離 z_2 之誤差為 Δz_2 ，則

$$f_2 \Delta z_2 = -z_2 \Delta p + f \Delta b = -z_2 \Delta p + p_1 \Delta z_1$$

$$\Delta p = \frac{1}{z_2} (p_1 \Delta z_1 - p_2 \Delta z_2) \dots \dots \dots (72)$$

由公式(71)及(72)可以知外方位誤差通常改變之方法矣。

航空攝影測量學名詞

中英德文對照表

中 譯	英 文	德 文
三 畫		
三面角	trihedral angle	Dreikantwinkel
四 畫		
內方位角	inner orientation	innere Orientierung
中心投影	central projection	Zentralprojektion
中心透視	central perspective	Zentralperspektive
中心快門	central shutter	Zentralverschluss
孔徑角	angular aperture, (shutter)	Öffnungswinkel
孔徑比例	relative aperture of the lens	Öffnungsverhältnis
互補色	complementary colours	Komplementärfarben
互補色立體觀察法	anaglyphic method	Anaglyphenverfahren
方位	orientation	Orientierung
方位原素	element of orientation	Orientierungselemente
方格網	square grid	Quadratnetz
方格測片	measuring grid	Messgitter
方格試片	test grid	Prüfgitter
方向導桿	direction arm	Richtungslineal
方向滑路	direction slide	Richtungsschlitten
毛玻璃	ground glass	Mattscheibe
手曲柄	hand crank	Handkurbel
手動攝影機	hand camera, hand operated camera	Handkammer
水沖	rinsing	Wässerung
水平控制	horizontal control	Horizontalkontroll

反觀立體的	pseudoscopic space image	pseudoskopisches Raumbild
反光立體觀察鏡	reflecting stereoscope	Spiegelstereoskop
分解能力	resolving power	Auflösungsvermögen
分帶糾正法		Zonenverfahren
比例尺	scale	Massstabsfehler
比例尺誤差	error of scale	Massstabsfehler

五 畫

立體印像	space-impression, stereoscopic effect	Raumeindruck, Raumwirkung
立體座標量儀	stereocomparator	Stereokomparator
立體觀測	stereoscopic vision	räumliches Sehen
立體觀測鏡	stereoscope	Raumglas, Stereoskop
立體像片對	pair of stereoscopic pictures	Bildpaar
立體像片量儀	measuring apparatus for pairs of photographs	Bildmessgeräte für Bildpaare
立體量測	stereoscopic measurement	Stereoskopisches Messen
立體測遠儀	stereoscopic range finder	Raumbildentfernungsmesser
立體攝影測量學	stereophotogrammetry	Stereophotogrammetrie, Raumbildmessung
外方位角	outer orientation	Aussere Orientierung
目鏡	eyepiece	Okulär
凹(透)鏡	divergent lens	Zerstreuungslinse
凸(透)鏡	convergent lens	Sammellinse
四點法	four-point method	Vierpunktverfahren
四片快門	four flanged shutter	Vierscheibenverschluss
平面幅	cluster of planes	Ebenenbüschel
平面導桿	planimetric arm	Grundrisslineal
平坦地形	flat country	Flachland
正片	positive	Positiv
正色的	orthochromatic	farbenempfindlich, orthochromatisch
正弦定律	law of sine	Sinussatz
正直攝影	normal photograph	Normalaufnahme
正視座標軸	orthogonal axes	Achsenkreuz
正視立體的	orthoscopic	orthoskopisch
半自動	Semi-automatic	halbautomatisch
加深	intensification (photo)	Verstärkung
未糾正之像圖	unrectified mosaic	Luftbildskizze

主點	principal point	Bildhauptpunkt
主軸	principal axis	Hauptachse
主剖面	principal plane	Hauptschnittebene
主距	principal distance	Bildweite
主距控制	control of principal distance	Bildweitensteuerung
主視糾正鏡	anagraph	Anagraph
主觀觀測	Subjective observation	subjektive Betrachtung

六 畫

印像紙	copying paper	Kopierpapier
行列式	determinates	Determinate
交比	cross ratio	Doppelverhältnis
交叉滑路	cross-slide	Kreuzschlitten
交向角	angle of convergence	Konvergenzwinkel
交向攝影	convergent photographs	konvergente Aufnahmen
交線條件	condition of intersection	Schnittlinienbedingung
交綫控制器	control of the intersection of the planes	Schnittliniensteuerung
交線攝影測量	plane table photogrammetry	Messtischphotogrammetry
光軸	optical axis	optische Achse
光線	ray of light	Lichtstrahl
光亮度	strength of illumination	Beleuchtungsstärke
光暈	halation	Lichthof
光距條件	distance condition	Abstandsbedingung
光距控制	distance control	Abstandssteuerung
光學畸變差	lens distortion	Verzeichnung einer Linse
光闌	diaphragm	Blende
地面攝影測量	terrestrial photogrammetry	Erdbildmessung
地面控制點	ground point of control	Festpunkt
地面曲度	earth curvature	Erdkrümmung
合點	Vanishing point	Fluchtpunkt
合線	Vanishing line	Fluchtgerade
合點控制	Vanishing-point control	Fluchtpunktsteuerung
仿射性	Affinity	Affinität
安置	Setting	Einstellung
安置極限	range of setting	Einstellbereich
全自動	fully automatic	vollautomatisch

全景攝影機	panorama camera	Rundbildkammer
色調	tone	Ton
色像差	chromatic aberration	Chromatischr Aberration, Far- benfehler
自動準直	autocollimation	Autokollimation
自動糾正儀	automatic rectifier	Automatisches Entzerrungs- gerät
自動攝影機	automatic camera	Reihen-kammer
汎色的	panchromatic	panchromatisch
向量	vector	Vektor
危險圓柱面	dangerous cylinder	gefährlicher Zylinder
多鏡測量攝影機	multiple photogrammetric camera	Mehrfachmesskammer

七 畫

快門	shutter	Verschluss
投影	projection	Projektion, Abbildung
投影中心	center of projection	Projektionszentrum
投影機	projecting camera	Projektionskammer
投影面	projecting plane	Projektionsebene
扭曲	distortion	Verzerrung
角錐	pyramid	Pyramide
足架盤	pedal	Fusscheibe
改正焦距	amended focal length	Ersatzbrennweite

八 畫

物方	object space	Dingraum
物點	object point	Dingpunkt
物面	object plane	Dingebene
物距	object distance	Dingweite
物鏡	objective	Objektiv
物鏡觀測	objective observation	objektive Betrachtung
糾正	rectification	Entzerrung
糾正儀	rectifying apparatus, rectifier	Entzerrungsgerät
糾正攝影測量	rectifying photogrammetry	Entzerrungsphotogrammetrie
空中三角測量	aerotriangulation	Aerotriangulation
空間座標	space co-ordinates	Raumkoordinaten
空間導桿	spatial rod	Raumlenker

空間雙點定位法	double point interpolation in space	Doppelpunkteinschaltung im Raum
定像	to fix	fixieren
定像劑	fixing salt	Fixiersalz
承影面	plane of projection	Projektionsebene
承影幕	intercepting screen	Auffangschirm
直角座標	rectangular co-ordinates	rechtwinklige Koordinaten
直線點組	series of points	Punktreihe
直接變換	collineation	Kollineation
昇高能力	climbing capacity (aeroplane)	Steigfähigkeit (Flugzeug)
枕形畸變	cushion-shaped distortion	kissenförmige Verzeichnung
乳糜	emulsion	Emulsion
底片選換匣	changing magazine	Wechselkassette
底行列式	under determinantes	Unterdeterminante

九 畫

相對方位	reciprocal orientation	gegenseitige Orientierung
相對航高	relative flying height	Flughöhe über Grund
負片底片	negative	Negativ
負片匣	magazine	Magazin Kassette
重疊	overlap	Überdeckung
重疊面	Stereoscopically cover surface	Stereoskopisch gedeckte Fläche
重疊指示器	overlap indicator	Überdeckungsanzeiger
重疊控制器	overlap control	Überdeckungsregler
前增鏡系統	ancillary lens system	Vorsatzsystem

十 畫

迹點	point trace	Spurpunkt
垂直攝影	vertical photograph	Senkrechtaufnahme, Nadiraufnahme
垂傾(航線)攝影	low oblique convergent photographs	Vertikalkonvergenteaufnahmen
座標軸線	system of axes	Achsenkreuz
座標系統	system of co-ordinates	Koordinatensystem
座標量儀	comparators, coordinate measuring apparatus	Komparator, Koordinatenmessgeräte
航空測量	aerial survey	Luftvermessung
航空攝影	air photograph	Luftbildaufnahme

航空攝影機	aerial camera	Luftbildkammer
航空攝影測量	air photogrammetry	Aerophotogrammetrie
航空測量攝影機	air survey camera	Luftbildmesskammer
航差	angle of drift	Abtriftwinkel
航差指示器	drift indicator	Abtriftmesser
航差改正	drift correction	Abtriftkorrektion
航程	course of flight	Flugweg
航高	flying height	Flughöhe
航能半徑		Aktionsradius
航線攝影	strip photography	Streifenaufnahme
航線寬度	width of strip	Streifenbreite
航線重疊	forward overlap	Vorwärtsüberdeckung
核點	epipole	Kernpunkt
核面	epipolar plane	Kernebene
核線	epipolar ray	Kernstrahl
核軸	epipolar axis	Kernachse
消色	achromatic	achromatisch
消像散的	anastigmatic	anastigmatisch
閃閉法	flickering device	Blinkeinrichtung
浮遊測標	floating mark	wandernde Marke
浮遊格網	spatial grid	Raumgitter
框標	collimating point	Bildmarke, Rahmenmarke
高差儀	statoscope	Statoskop
高程控制	vertical control	Höhenkontrolle
旁向重疊	lateral overlap	seitliche Überdeckung
射線	ray	strahl
射線束	pencil of rays	Strahlenbündel
射線羈	pencil of rays	Strahlenbüschel
部分自動	partially automatic	teilautomatisch
格網糾正法	grid method	Netzverfahren

十一畫

透光正片	diapositive	Diapositiv
透視	perspective	perspektivisch, perspektive
透視中心	centre of perspective	Perspektivzentrum
透視軸	perspective axis	Achse der Perspektivität
透視糾正儀	perspectograph	Perspektograph

時間露光	time exposure	Zeitaufnahme
透鏡	lens	Linse
透鏡方程式	lens equation	Linsengleichung
連續像片之銜接	conjunction of successive photographs	Anschluss aufeinanderfolgender Aufnahmen
連續攝影	serial photograph	Reihenbild
連續測量攝影機	serial photogrammetric camera	Reihenmesskammer
副軸	secondary axis	Sekundärachse
眼距	interpupillary distance	Augenabstand
基線比例	base ratio	Basisverhältnis
基線架	base carriage	Basiswagen
基線安置	setting of the base	Basiseinstellung
基線投影	base projection	Basisprojektion
控制器	inversor	Inversor
控制點	point of control	Kontrollpunkt
偏度	avertence	Verschwenkung
偏角	angle of horizontal swing	Schwenkungswinkel
旋角	angle of swing	Verkantungswinkel
參考平面	plane of reference	Bezugsebene
清晰度	sharpness	Shärfe, Scharfabbildung
強氣壓設備	stem pressure device	Staudruckeinrichtung
強色調之底片	hard negative	hartes Negativ
旋轉光闌	rotary diaphragm	Revolverblende
彩簾光闌	iris diaphragm	Irisblende
釋放(快門)器	release (shutter)	Drahtauslösung
瞬間快門	instantaneous shutter	Momentverschluss
球面快門	spherical shutter	Kugelverschluss
球面像差	spherical aberration	sphärische Aberration
球形關節	ball joint	Kugelgelenk
球窩連結	ball and socket joint	Kugelgelenk
球軸承	ball bearing	Kugellager
淺底片	faint negative	flaues Negativ
淺傾攝影	low oblique photograph	Steilaufnahme
深底片	dense negative	dichtes Negativ
深傾攝影	high oblique photograph	Flachaufnahme
乾片	dry plate	Trockenplatte
頂角	apex angle	Positionswinkel

桶形畸變	barrel-shaped distortion	tonnenförmige Verzeichnung
望遠物鏡	telephoto lens	Teleobjektiv
十二畫		
視場	field of view	Gesichtsfeld, Sehfeld
視場角	angle of view	Gesichtswinkel
視差	parallax	Parallaxe
視差導桿	parallax lineal	Parallaxenlineal
視差滑路	parallax slide	Parallaxenschlitten
視晰度	visual acuity	Sehschärfe
準直軸	axis of collimation	Kollimationachse
軸	axle	Achse (mech)
軸承	axle bearing	Achslager
焦點	focus	Fokus, Brennpunkt
焦面	focal plane	Brennebene
焦距	focal length	Brennweite
等角點	isocenter, focal point	Isozentrum, Fokuspunkt
等傾攝影	symmetrically tilted photographs	gleichmässig geneigte Aufnahmen
單獨像片對法	method of independent image-pairs	Methode der unabhängigen Bildpaare
單像測圖儀	single-photo plotting apparatus	Bildkartiergeräte für Einzelbilder
過度改正	over-correction	Überkorrigieren
測標	mark, collimating mark	Marke, Messmarke
測量攝影機	photogrammetric camera	Messkamera
量角儀	goniometer	Winkelmessinstrument, Winkelmesser
晰影深度	definition in depth	Tiefenschärfe
尋景框	finder frame	Bildsucher
絕對航高	absolute flying height	absolute Flughöhe
減速劑	retarder	Verzögerer
量影術	Iconometry	

十三畫

逝點	vanishing point	Verschwindungspunkt
逝線	vanishing line	Verschwindungslinie
逝面	vanishing plane	Verschwindungsebene

節點	nodal point	Knotenpunkt
稜形鎖	rhomboid chain	rautenkette
萬向節	cardan	Kardan
萬向轉鏡	articulated mirror	Lenkspeigel
照光測標	illuminating mark	Leuchtende Marke
圓缺快門	segment shutter	Segmentverschluss
藥膜	sensitive layer	lichtempfindliche Schicht
載膠體	emulsion carrier	Schichtträger
裝片匣	plate holder	Kassette, Plattenkassette
傾角	angle of tilt	Eippungswinkel
傾軸	axis of tilt	Kippachse
傾斜攝影	oblique photograph	Schrägaufnahme
轉動齒輪	transmission gear	Übersetzungsgetriebe
暗度	blackening	Schwärzung
感色靈敏度	chromatic sensitivity	Farbenempfindlichkeit
裝配	incorporated	eingebaut

十四畫

遠點	distant point	Fernpunkt
遠近辨別力	appreciation of difference in depth	Tiefenunterscheidung
像	image	Bild
像片三角測量	triangulation from photographs	Bildtriangulation
像片天底點	plate plumb point	Bildlotpunkt
像片水平線	picture horizon	Bildhorizont
像片垂主線	principal vertical line	Bildhauptsenkrechte
像片橫主線	principal horizontal line	Bildhauptwagrechte
像片座標	plate coordinate, picture coordinate	Bildkoordinate
像片中點	picture center, point of intersection of the collimating axes	Rahmenachsenkreuzpunkt, Bildmittelpunkt
像片量測	picture measuring	Bildmessung
像片量測儀	image measuring apparatus	Bildmessgerät
像片量角儀	photogoniometer	Bildtheodolit, Bildmess theodolit
像片對	Pair of pictures	Bildpaar
像片圖	photographic map, photographic plan	Bildkarte, Bildplan

鏡片改繪儀	Sketch master	Luftbildumzeichner
像面	picture plane, image plane	Bildebene, Bilde
像幅	size of image	Bildformat
像間	image space	Bildraum
像場	image field	Bildfeld
像點	image-point	Bildpunkt
複印像	photoprint	Kopie (photo.), Abzug
複照	to reproduce by photography	umphotographieren
寬角透鏡	wide-angle lens	Weitwinkelobjektiv
聚光器	condenser	Kondensator,
聚光透鏡	condenser lens	Kondensatorlinse, Kondensator

十五畫

遮蔽空間	dead space dead ground	Toter Raum
實航方向	direction of flight over the ground	Flugrichtung über Grund
膠片	film, film pack	Film, Packfilm
膜粒	grain of emulsion	Körn (einer photographischen Schichte)
綑合, 聯軸結	clutch, coupling	Kupplung
齒隙	back lash, lost motion, end play	toter Gang

十六畫

橫視差	horizontal parallax	horizontale parallaxe
導桿	control lever, guide arm	Lenker, Führungshlineal
導槽	slide	Schlitten
彙視	accommodation	Akkommodation
輻射中點	radial point	Radial punkte
輻射三角測量	radial triangulation	Radialtriangulation
輻射三角儀	radialtriangulator	Radialtriangulator

十七畫

縫隙快門	slotted shutter	Schlitzverschluss
縱視差	Vertical parallax	Vertikalparallaxe
聯配攝影	composite photograph	aufnahme mit Koppelkammer
聯配攝影機	coupled camera	Koppelkammer

薄片快門	lamellar shutter	Lamellenverschluss
檢像框	frame view-finder	Rahmensucher

十八畫

轉正稜鏡	erecting prism, prism Dove	Aufrichteprisma
轉片快門	rotating-disc Shutter	Drehscheibenverschluss
轉影現象	Somersulting of the images	Bildsturz
轉盤快門	Rotating disc Schutter	Drehscheibenverschluss
雙像投影儀	double projector	Doppelprojektor
雙像量角儀	photgoniometers for pairs of photographs	Doppelbildtheodolit
雙像攝影測量	two image photogrammetry	Zweibildmessung
翳影	veil, fog	Schleier
離向	divergence	divergenz

十九畫

濾光鏡	colour filter	Farbfilter
鏡間快門	between lens shutter	Objektiv-Verrochluss
繫留氣球	captive ballon	Fesselballon

二十一畫

攝站	camera station	Aufnahmeort, Standpunkt
攝影機	camera	Bildkammer
攝影測量	{ photogrammetry	Photogrammetrie
	{ phototopography	Phototopographie
	{ photogrammetric Survey	photogrammetrische Aufnahme
攝影經緯儀	phototheodolite	Phototheodolit
露光	exposure	photographische Aufnahme
露光時間	duration of the exposure	Belichtungsdauer
露光間隔	time interval between successive photographs	Aufnahme intervall
露光效率(快門)	efficiency of transmission (of a shutter)	Durchlässigkeitsgrad (eines Verschlusses)

二十三畫

顯像	development	Entwicklung
顯像劑	developer	Entwickler

二十四畫

靈敏度

sensitiveness

Empfindlichkeit

二十五畫

縷圖

mosaic

Mosaik

