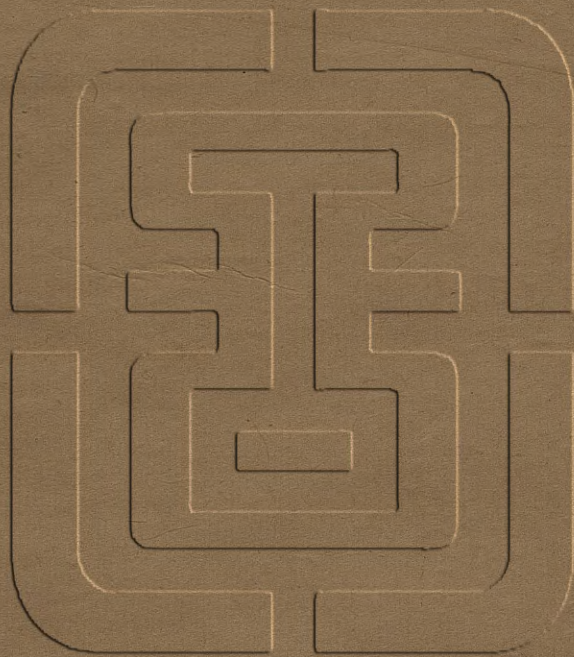
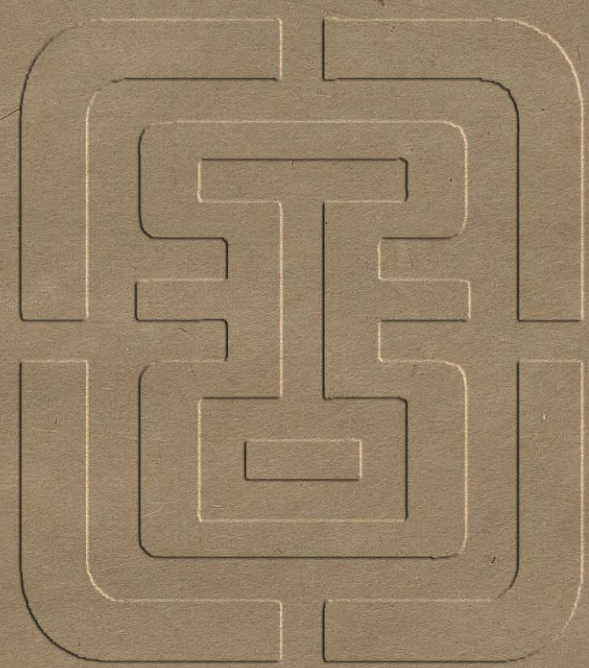


93100
387
-9



19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45



算法原本一



第一

大數

.....

小數

..

.....

一者數之原也。衆一相合而數繁焉。不能無大小多寡之不齊。而欲知其所以分合之故。必有一定之法。始可以得其準。若夫累積小數與大數等者。此小數即度盡大數之準也。如大數有八。小數有二。四倍其二。與

凡必等。則二即為度。盡八之準。苟累積小數不能與大數等者。此小數即非度盡大數之準也。

大數
小數

如大數有八。小數有三。二倍其三為六。小於八矣。三倍其三為九。又大於八矣。若此者即為非度。盡大數之準。要之小數為大數之平

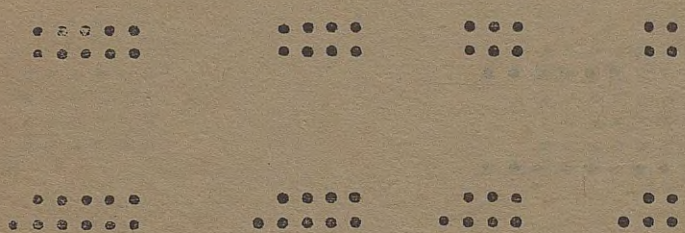
分者。即能度盡大數而小數非大數之平分者。即不能度盡大數。是故以小度大。以寡御多。求其恰符而豪無舛者。惟在得其平分之法而已。

第二

數之目雖廣。總不出奇偶二端。何謂偶。兩整平分數是也。何謂奇。不能兩整平

偶數

奇數



分數是也。如二。四。六。八。十之類。平分之俱為整數。斯謂之偶數矣。若三。五。七。九。十一之類。平分之俱不能為整數。斯謂之奇數矣。又如小偶數分大偶數得偶分。則謂之偶分之偶數。

如小偶數四。分大偶數三十二。得八平分。是為偶分。其三十二。即為偶分之偶數。 小偶數分大

偶數得奇分。則謂之奇分之偶數。

如小偶數六。分大偶數三十。得五平分。是為奇分。其三十二。即為奇分之偶數。 又如

小奇數分大奇數得奇分。則謂之奇分

之奇數矣

如小奇數五分大奇數十五得三平分是為奇分其十五

即為奇分之奇數

第三

乘者兩數相因而成也蓋有兩數視此

數有幾何彼一數有幾何將此一數

照彼一數加幾倍則兩數積而復成一

數故謂之相因而成然不用加而用乘

者何也蓋加須層累而得乘則一因即

得此立法之精而理則實相通也如有



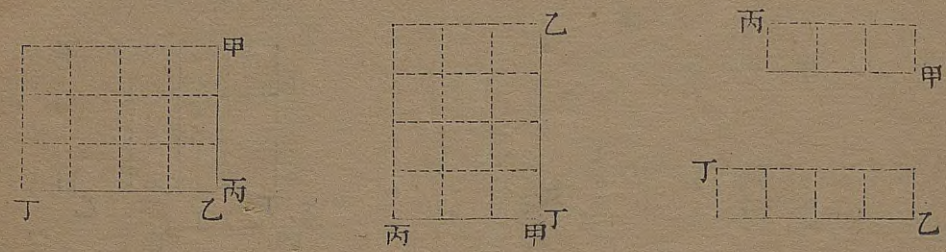
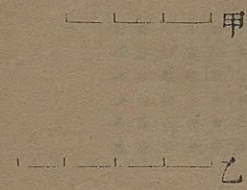
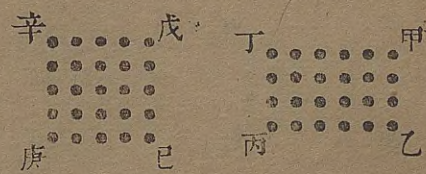
六與十兩數以十為主而加六次得六十以六為主而加十次亦得六十今以十為主而以六乘之或以六為主而以十乘之皆得六十其數無異而比加捷矣

第四

凡兩數相乘為平方數如四與六相乘

得二十四是也試將四六兩數作點排

之縱立四點為甲乙橫列六點為甲丁

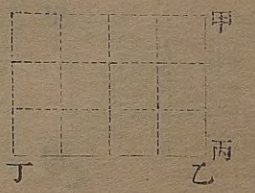


將此六點累四次。即成甲乙丙丁平方數矣。又若相等兩數相乘得數則為正。方數。如五與五乘得二十五是也。苟將五數縱橫各列五點。或依縱數。或依橫數。累五次。即成戊巳庚辛正方數矣。

第五

凡數之相乘。可用線以表之。然線雖無廣分。如依一線之長分廣為小方面。看此線所有方面若干。將彼線所有方面

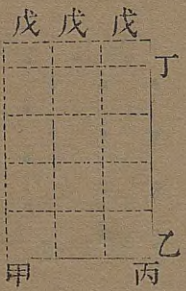
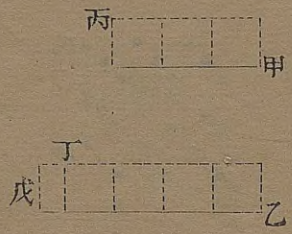
加作幾倍。或看彼線所有方面若干。將此線所有方面。加作幾倍。則二線相積而成面矣。設如有甲乙二線。甲線之分為三。乙線之分為四。將此二線相乘。則依甲線三分之一分作廣分為甲丙。依乙線四分之七分作廣分為乙丁。其甲丙有三小方形。乙丁有四小方形。若依甲丙所有之數。將乙丁加為三倍。或依乙丁所有之數。將甲丙加為四倍。俱成



函十二小方形之乙丙甲丁之二直角形矣。蓋面為線之積。以一線為橫。一線為縱。縱橫相因而成。故測面者必於線知線。即可以知面也。

第六

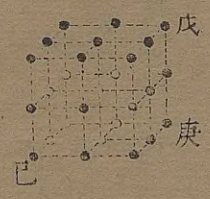
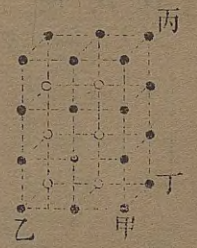
凡二線彼此各分不均而有零分者。其相乘所成方面。亦有零分也。設有甲乙二線。甲線為三分。今將甲線依三分之一分作廣。分為三小方形。並無餘積。而



乙線照甲線分。則為四分有零。亦將乙線依甲線一分作廣分。則為四小方形。而餘戊一小形。以所作甲丙為橫。乙丁為縱。則成一丁甲四方形。而此形之內。必有十二小方形。仍有三小戊形。附於十二方形。乃為二線相乘之總積也。又如此類。一線有零分者。其餘分在一邊。若二線俱有零分者。則其餘分亦在二邊矣。

第七

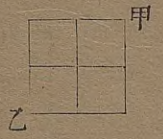
凡三數遞乘。為立方數。如二與三相乘得六。又以四乘之得二十四是也。試將二三四之三數作點排之。縱列二點為甲丁。橫列三點為甲乙。將此三點累二次成丁乙平方數。又直立四點為丙丁。依丙丁數將丁乙平方數累四次。即成丙乙立方數矣。又若相等三數遞乘得數則為正立方數。如三與三乘得九。再

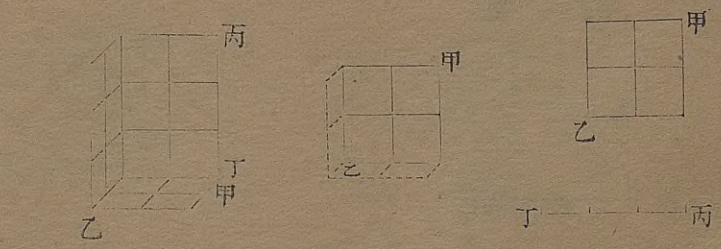


以三乘得二十七是也。試將三數縱橫各排三點。平列三次。成庚巳平方數。又直立三點。將庚巳平方數累三次。即成戊巳正立方數矣。

第八

凡數之遞乘為體。可用面以表之。蓋面雖無厚分。如依一面之積分。廣為小方體。看面所有積分。得線之長分若干。將面所有小方體。加作幾倍。則線面因之





而成體矣。設如有甲乙面之分為四丙丁線之分為三。將此面線相乘。則依甲乙面四分之一作厚分。為四小方體。乃依丙丁線分數。將甲乙加為三倍。即成函十二小方體之丙乙直角立方體矣。蓋體為面之積。而面為線之積。故線可以測面。并可以測體也。

第九

除者兩數相較而分也。蓋視大數內有

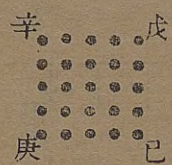
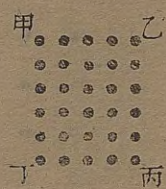


小數之幾倍。將大數照小數減幾次。則大數分而復為一小數。故謂之相較而分。然不用減而用除者何也。蓋減必遞消其分。除則一歸而即得。除之與減。即猶乘之與加。正相對待者也。如有大數十二。小數四。若用十二以四減之。三次而盡。即知十二為四之三倍。若用除法。則三倍其四。與十二較。其數適等。即知十二為四之三倍矣。此除之與減。理相

通而用較捷也。

第十

凡兩數相乘之平方數。以一數除之。必得其又一數也。設如甲乙五。乙丙六。兩數相乘之甲乙丙丁平方數三十。若以甲乙五除之。即得乙丙六。或以乙丙六除之。即得甲乙五。蓋此三十中有五之六倍。六之五倍。如作點排之。五點為橫。則縱排六次。六點為橫。則縱排五次。皆

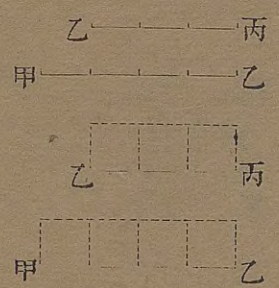
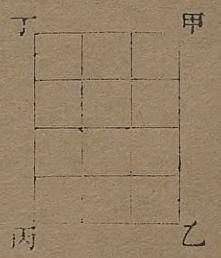


成方數。故兩數不等。平方面知其一數。或知兩數相差之較。始能得其兩邊線也。又若正方形。則其縱橫皆同。如戊己庚辛之正方形。二十五。其縱橫皆五。是已。故凡正方面有積數。即可得其每邊者。蓋因其縱橫兩邊皆等故也。

第十一

凡以線乘線。即成面。而以線除面。亦復得線。故數之乘者。可用線以表之。而除

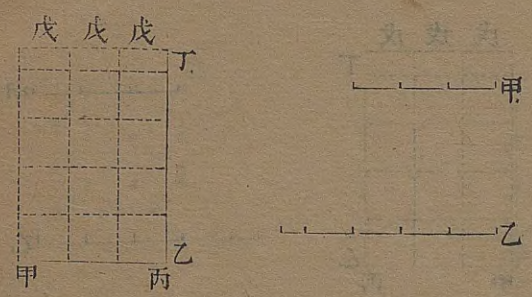
者亦可用線以表之也。設如有甲乙丙丁一方面積一十二。以甲乙線四分除之。得乙丙線之三分。或以乙丙線三分除之。亦得甲乙線之四分。試將甲乙乙丙二線作廣分。則甲乙線成四小方形。乙丙線成三小方形。若依甲乙線所有數。以分甲乙丙丁面。即每分得三小方形。如乙丙線。依乙丙線所有數。以分甲乙丙丁面。即每分得四小方形。如甲乙



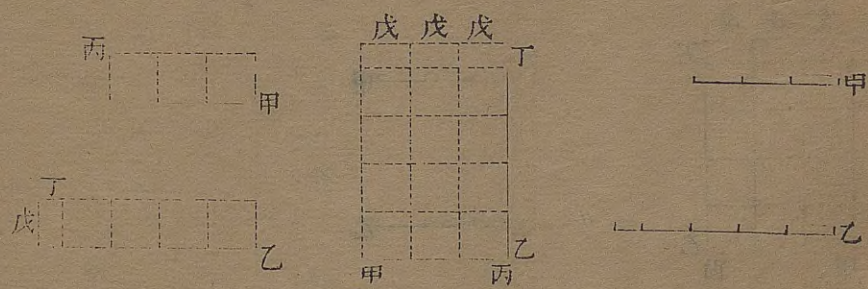
線。蓋除之與乘。猶分合之相對。以線合者。仍以線而分。返本還原之義。有不爽矣。

第十二

凡有零分不均二線相乘之方面。以整分線除之。必得零分線。以零分線除之。必得整分線也。設如甲線三分。乙線四分。有零。相乘成丁甲面。若以甲線三分除之。即得乙線四分。有零。或以乙線四



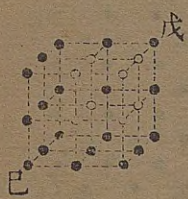
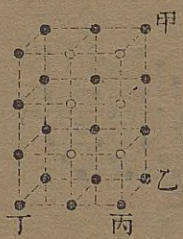
分有零除之亦得甲線三分試將甲線作廣分成三小方形為甲丙乙線作廣分則成四小方形為乙丁餘戊一小形若依甲丙線所有數以分丁甲面即每分得四小方形一戊小形如乙丁線或依乙丁線所有數以分丁甲面即每分得三小方形如甲丙線矣此為二線一整一零相乘之總積故以整線除之得零以零線除之得整若二線俱有零分

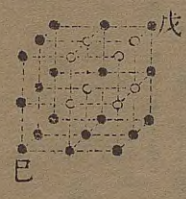
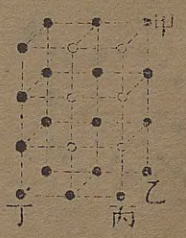


者彼此除之必俱得零分也

第十三

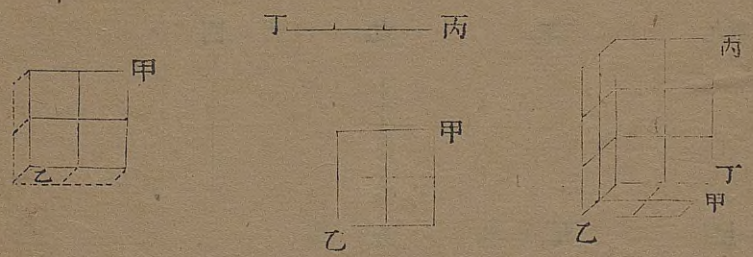
凡三數遞乘之立方數以兩數遞除之始得其又一數也設如甲乙四乙丙二丙丁三遞乘得甲丁立方數二十四若以甲乙四除之得乙丁平方數六再以乙丙二除之始得丙丁三蓋乙丁平方中有三之二倍而甲丁立方中有六之四倍如作點排之二點為縱橫排三次





直累四次。即成方體。故三數不等立方體。知其兩數。或知其三數。相差之較。始能得各邊也。又若正立方體。其縱橫厚度。皆為一數。即以一數遞除二次。則其原數自得。如戊己正立方數二十七。其縱橫厚皆三。是己。故凡正立方體。有積數。即可得其每邊者。正為其縱橫厚度。皆等故也。

第十四

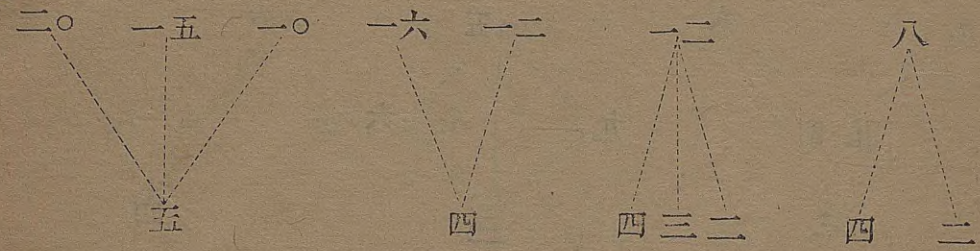
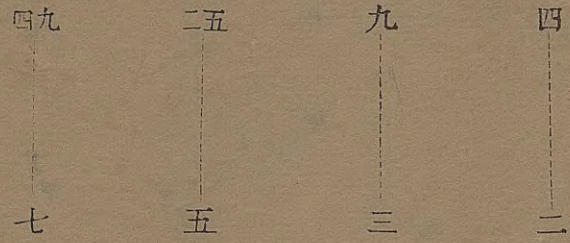


凡以線除體。即得面。而以面除體。亦復得線。故線可以除面。而面亦可以除體也。設如有丙乙體積一十二。以丙丁線三分除之。得甲乙面之四分。或以甲乙面四分除之。亦得丙丁線之三分。試將甲乙面作厚分。則成四小方體。若依丙丁線所有數。以分丙乙體。即每分得四小方體。如甲乙面。依甲乙面所有數。以分丙乙體。即每分得三分。如丙丁線。蓋

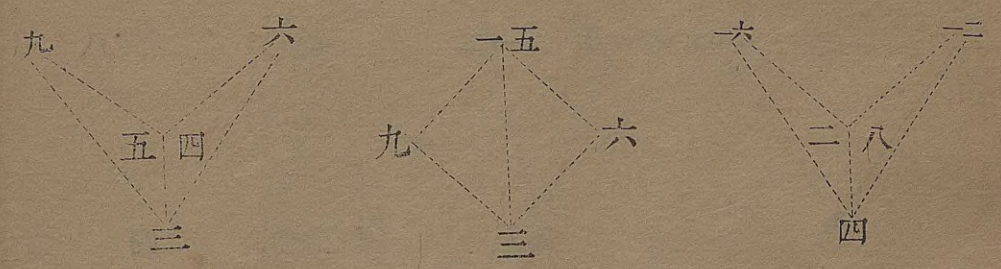
體本以線面相乘而得。故可以線面相除也。

第十五

凡大數用小數可以度盡者。此大數必為此小數之所積也。然所謂小數可以度盡大數者。復有幾種。有大數惟一數可以度盡者。如四九。二十五。四十九之類。惟用二可以度四。三可以度九。五可以度二十五。七可以度四十九是也。有



大數用兩數三數俱可以度盡者。如八與十二之兩數。用二用四。俱可以度盡。八用二用三用四。俱可以度盡。十二是也。有兩大數。或三大數。用一小數俱可以度盡者。如十二。十六之兩數。或一十五。二十之三數。用四可以度盡。十二。十六之兩數。用五可以度盡。一十五。二十之三數是也。又有一小數可以度盡幾大數。將此幾大數相加為一總數。



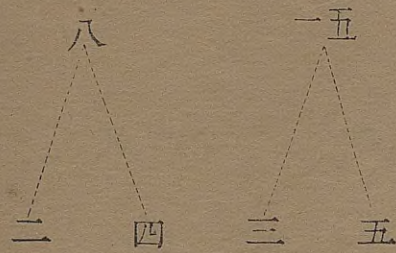
此小數亦可以度盡此總數。如四可以度盡十二。十六兩數。若將十二。十六相加為二十八。則此四亦可以度盡此二十八也。又或一小數可以度盡幾大數。將此大數不拘幾分分之。此小數可以度盡一分。亦必可以度盡其餘幾分也。如三可以度盡十五。將十五分為六。九兩數。此三可以度盡六。亦必可以度盡九也。又如六與九兩數。用三俱可以度盡。若將六與九相乘得五十四。此小數三仍可以度盡此五十四也。凡此類者。皆為彼此有度盡之數也。

第十六

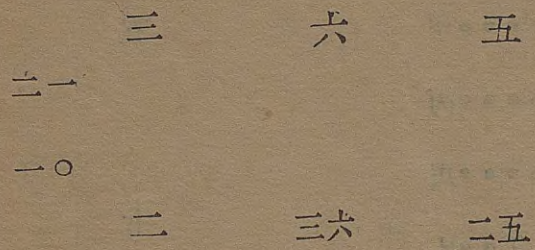
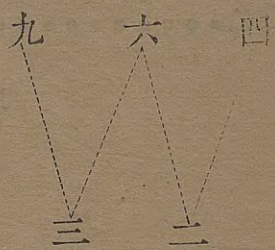
凡大數用小數不可以度盡者。此大數必非此小數之所積也。然用一以度之。無不可以度盡者。蓋一為數之根。諸數皆自一而積之故也。所謂度不盡者。亦復有幾種。有大數無小數可以度盡者。

一三 一一 七 五

五 七 一一 一三

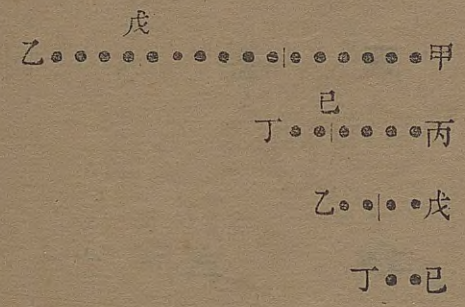


如五七十一。十三之類。任用二用三用四。俱不能度盡也。有兩大數。或三大數。用小數彼此不可以度盡者。如十五與八之兩數。用二用四。可以度盡八。而不能度盡十五。用三用五。可以度盡十五。而不能度盡八。又如四六九之三數。用二可以度盡四六。而不能度盡九。用三可以度盡六九。而不能度盡四也。又有彼此不能度盡之數。或將一數自乘。或



將兩數俱自乘。彼此仍俱不可以度盡也。如五與六之兩數。彼此不能度盡。亦無一小數可以度盡此兩數。即將五自乘為二十五。或將六自乘為三十六。則六仍不能度盡二十五。而五仍不能度盡三十六。即二十五亦不能度盡三十六也。又如三七兩數。與二五兩數。俱為彼此不能度盡之數。或將三與七相乘得二十一。將二與五相乘得十。此一

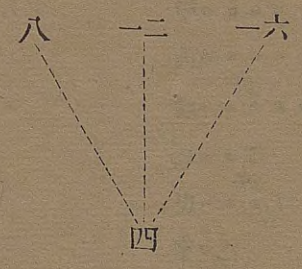
三
二
一〇
七



十與二十一之兩數仍為彼此不能度盡之數也。凡此類者皆為彼此無度盡之數也。

第十七

凡兩數互轉相減未至於一而即可以減盡者此減盡之最小數即可以度盡此兩數也。設如有甲乙十六丙丁六之兩數將丙丁六與甲乙十六減二次餘戊乙四將此戊乙四轉與丙丁六相減餘己丁二又將此己丁二轉與戊乙四相減二次即無餘則此己丁二即可以度盡甲乙十六及丙丁六矣。蓋八倍其二與十六等三倍其二與六等也。又如十六與十二與八此三數亦為彼此有度盡之數何也。蓋十六與十二相減餘四以四轉與十二相減三次而盡則四可以度盡十六與十二矣。又二倍其四即與八等則四又可以度盡八然則十

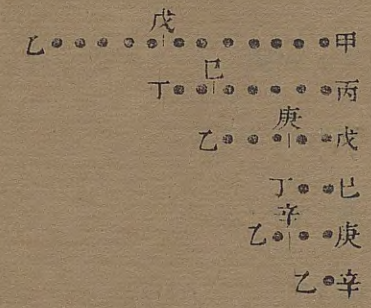


即與八等則四又可以度盡八然則十

六十二與八之三數為彼此有度盡之數可知矣。

第十八

凡兩數互轉相減。至於一始可以減盡者。一之外別無他小數。可以度盡此兩數也。設如有甲乙十二。丙丁七之兩數。將丙丁七與甲乙十二相減。餘戊乙五。將此戊乙五轉與丙丁七相減。餘已丁二。將此已丁二。又轉與戊乙五相減。餘庚乙三。又將庚乙三轉與已丁二相減。餘辛乙一。既至於一。始可以度盡甲乙丙丁兩數。而一之外如二。三。四。雖可以度盡十二。而不能度盡七也。又如九與十三及二十之三數。亦為彼此無度盡之數。何也。蓋將九與十三互轉相減。必至於一。即用十三與二十轉減。或用九與二十轉減。亦皆至於一。則除此一之外。皆無可以彼此度盡此三數之小數。



九

一三

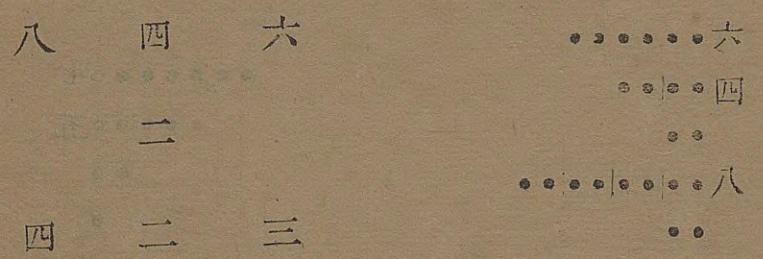
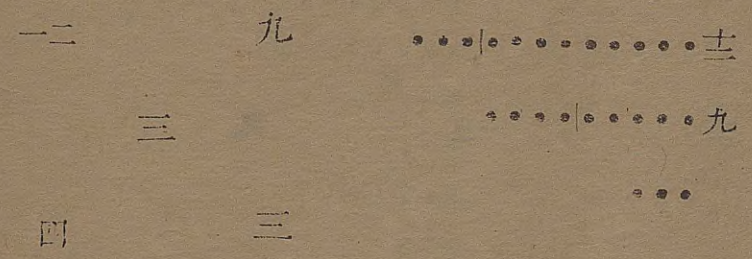
二〇

外。皆無可以彼此度盡此三數之小數。

矣。

第十九

凡有大數約為相當比例之最小數。以從簡易。則為約分法也。然數有可約不可約之分。可約者度盡之數。不可約者度不盡之數也。設如有九與十二之兩數。欲約為相當比例之最小數。乃用求小數度盡大數法。以九與十二互轉相減。得減盡之數為三。則三為度盡九與



十二之數矣。以三除九得三。以三除十二得四。此三四兩數。即為九與十二相當比例之最小數也。又如六四八之數。欲約為相當比例之最小數。乃以六與四互轉相減。得減盡之數為二。又以二與八相減。四次而盡。則二為度盡六四八之小數矣。以二除六得三。以二除四得二。以二除八得四。此三四四三數。即六四八相當比例之最小數也。此

.....七
.....五
.....

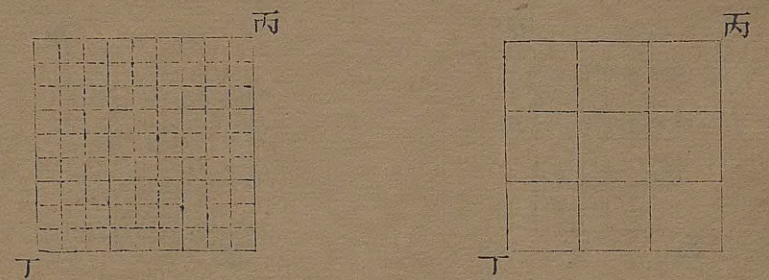
皆數之可約者也。若夫數之不可約者，互轉相減，必至於一，而不可以度盡也。如有五七兩數，以五減七，餘二，復以二減五，二次餘一，既餘一，則自一之外，必無可以度盡之數，而不可約矣。

第二十

凡有大分，以分母乘之，通為小分，則為通分法也。然不曰乘而曰通者，何也？蓋乘則積少成多，其得數溢於原數之外；



通則變大為小，其得數仍函於原數之中也。如有大分十二，其分母為四，欲得其小分，則以分母四乘大分十二，得小分四十八是已。試作甲乙方形以明之，其中所函方形十二，即大分也。若將中函之方形，每分俱分為四小方，則十二方形，共分為四十八小方形矣。其數雖比原大數加四倍，然其每分之分，只得原數之四分之一，故仍函於甲乙方形。



之內而未嘗溢出原數之外也。又如有大分九，其分母為九，欲得其小分，則以分母九乘大分九，得小分八十一，是已。試作丙丁方形以明之。其中所函方形九，即大分也。若將其中函之方形每分俱分為九小方，則九方形共分為八十一小方形矣。其數雖比原大數加九倍，而仍函於丙丁方形之內者，以其每分之分，只得原數之九分之一也。由此推

之，其每分之母，或為八，或為十二，或為數十，亦皆倣此通之。其所通之數，雖至千萬，而要皆未有溢於所通原分之外者矣。

第二十一

凡有幾小數，欲求俱可以度盡之大數，則以此幾小數連乘之，得數始為此幾小數度盡之一大數也。設如有四五兩小數，欲求用四用五俱可以度盡之一

四 五

二〇

四

二〇

五

數則以四與五相乘得二十。即為四五兩數俱可度盡之一大數矣。又如有三四五之三小數。欲求用三用四用五俱可以度盡之一數。則以三與四相乘得十二。又以五乘十二得六十。即為三四五俱可度盡之一大數矣。蓋小數為大

三

一二

五

六〇

數之根。始能度盡大數。如四五可以度盡二十者。二十乃四之五倍。亦即五之四倍也。三四五可以度盡六十者。六十

乃十二之五倍。而十二乃三之四倍也。

第二十二

甲三二

二八

乙四二

三九

凡有兩數。彼此互乘所得之數。與原數比例必同也。蓋數有多寡。而分又有大小。則紛紜難御。故必依此數之分。將彼數加為幾倍。又依彼數之分。將此數加為幾倍。則兩分數既同。而比例亦同矣。如甲乙二數。甲為三分之二。乙為四分之三。欲辨其孰大。則依甲數。將乙數加

甲三二 二八

乙四二 三九

三倍為十二分之九。依乙數將甲數加四倍。為十二分之八。如是則所加之兩大分。同為十二。而所生之兩小分相比。即同於原甲數與乙數之相比矣。何也。甲數本三分之二。而為十二分之八者。乃加四倍之比例。十二為三之四倍。八為二之四倍。而十二分之八之比例。仍同於三分之二之比例也。乙數本四分之三。而為十二分之九者。乃加三倍之比例。十二為四之三倍。九為三之三倍。而十二分之九之比例。仍同於四分之三之比例也。此即互乘同母之法。如甲為三分之二者。三即母數。二即子數也。乙為四分之三者。四即母數。三即子數也。因兩母數不同。故用互乘以同之。

第二十三
凡子母分有幾數。而子數同為一者。先以各母求俱能度盡之一數。次以各母除之。則為各子數也。如甲乙丙三數。甲為二分之一。乙為三分之一。丙為四分

甲二之 二
乙三之 二四 八
丙四之 六

甲	乙	丙
三	三	四
之	之	之
二	四	六
一	八	六

之一。則先以三母數連乘得二十四。為甲乙丙之共母數。又以二除共母數得十二。為甲之子數。以三除共母數得八。為乙之子數。以四除共母數得六。為丙之子數。蓋甲本二分之一。子母各加十二。即為二十四分之十二。而二十四與十二之比例。仍同於二與一之比例也。乙本三分之一。子母各加八。即為二十四分之八。而二十四與八之比例。仍同於三與一之比例也。丙本四分之一。子母各加六。即為二十四分之六。而二十四與六之比例。仍同於四與一之比例也。

甲	乙	丙
三	四	五
之	之	之
四	六	八
〇	〇	〇

第二十四
凡子母分有幾數。而子母數俱不等者。亦先以各母求俱能度盡之一數。次以各母除之。得數。復以各子數乘之。即為各子數也。如有甲乙丙三數。甲為三分

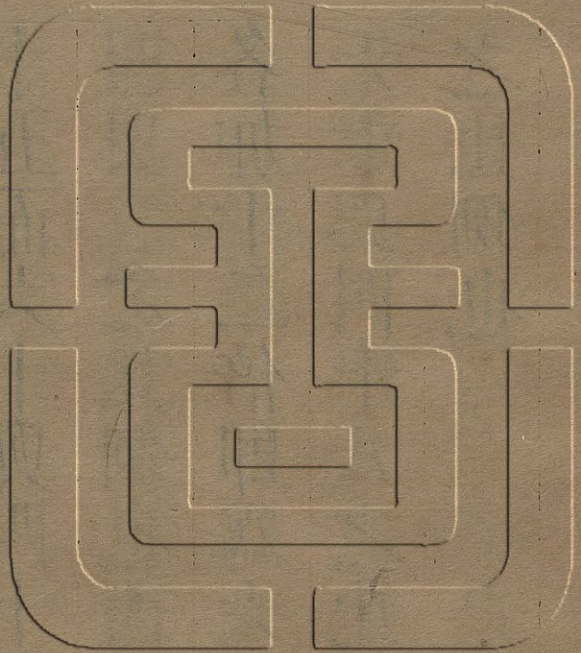
甲	乙	丙
三	四	五
之	之	之
四	六	八
〇	〇	〇

之比例也。

甲	三	乙	四	丙	五
三	之	之	之	之	之
		六			
		〇			
		四			
		五			
		四			
		八			

之二。乙為四分之三。丙為五分之四。則先以三母數連乘得六十。為甲乙丙之共母數。次以三除共母數得二十。以乘子數二得四十。為甲之子數。又以四除共母數得十五。以乘子數三得四十五。為乙之子數。又以五除共母數得十二。以乘子數四得四十八。為丙之子數。蓋甲本三分之二。子母各加二十倍。即為六十分之四十。而六十與四十之比例。仍同於三與二之比例也。乙本四分之三。子母各加十五倍。即為六十分之四十五。而六十與四十五之比例。仍同於四與三之比例也。丙本五分之四。子母各加十二倍。即為六十分之四十八。而六十與四十八之比例。仍同於五與四之比例也。

仍同於三與二之比例也。乙本四分之三。子母各加十五倍。即為六十分之四十五。而六十與四十五之比例。仍同於四與三之比例也。丙本五分之四。子母各加十二倍。即為六十分之四十八。而六十與四十八之比例。仍同於五與四之比例也。



算法原本二

第一

凡有幾小數與幾大數相比其比例若
 同則小數相加所得之總數與大數相
 加所得之總數相比仍同於原數之比
 例也設如有七小數六一小數四一大
 數十八一大數十二其小數六為大數
 十八之三分之一而小數四亦為大數
 十二之三分之一將兩小數六四相加

一八	六
一二	四
三〇	一〇

六四一〇

一八一三〇

二三四九

六九一二七

得一十將兩大數十八十二相加得三十此一十與三十之比即如六與十八四與十二之比皆為三分之一之比也又如三小數二三四與三大數六九十二相比皆為三分之一將二三四相加得九將六九十二相加得二十七其比例亦為三分之一也又或四小數四大數相加其總數之比例亦皆同如三與十二四與十六五與二十六與二十

三四五六八

一六〇四七二

一〇六四

三〇一八一二

四俱為四分之一將三四五六四小數相加得十八將十二十六二十二二十四四大數相加得七十二其比例仍為四分之一矣

第二

凡有幾小數與幾大數之比例若同則小數相減所得之餘數與大數相減所得之餘數相比仍同於原數之比例也設如有一小數十一小數六一小數六一大數三

一〇六四

三〇一八一二

八四四三一

四二二九三
二一一一

十一。大數十八。其小數十為大數三十
 之三分之一。而小數六亦為大數十八
 之三分之一。將兩小數十與六相減。餘
 四。將兩大數三十與十八相減。餘十二。
 此四與十二之比。即如十與三十六與
 十八之比。皆為三分之一之比例也。又
 如三小數八四三與三大數二十四十
 二九相比。皆為三分之一。將四三與八
 遞相減。餘一。將十二九與二十四遞相

八三五四一五六
一一一

二二〇六四〇四
七二六一四三三

減。餘三。其比例亦為三分之一也。又或
 四小數四大數相減。其餘數之比例亦
 皆同。如十八與七十二為四分之一。而
 二與十二。四與十六。五與二十。俱為四
 分之一。將小數三四五與十八遞相減。
 餘六。將大數十二十六二十與七十二
 遞相減。餘二十四。其比例仍為四分之
 一矣。

第三

凡有一數乘兩數其所得兩數相比仍同於原兩數之相比也。設如一數六與

八與一十兩數相乘。以六乘八得四十八。以六乘一十得六十。此四十八與六

十相比。即同於原數八與一十之相比矣。夫八與四十八。一十與六十。皆為六

分之一。故一與六之比。同於八與四十八之比。而一與六之比。亦同於十與六

十之比也。然則八與四十八之比例。必同於十與六十之比例。而四十八與六

十之比例。亦必同於八與一十之比例。可知矣。

第四

凡有一數除兩數。其所得兩數相比。仍

同於原兩數之相比也。設如一數三。除十二與十五之兩數。以三除十二得四。

以三除十五得五。則此四與五相比。即同於原數十二與十五之相比矣。夫十

八

四八

六

一〇

六〇

一二

四

三

一五

五

一與四十五與五皆為三分之一。故一與三之比同於四與十二之比。而一與三之比亦同於五與十五之比也。然則四與十二之比必同於五與十五之比。而四與五之比亦必同於十二與十五之比。可知矣。

第五

凡相當比例四數。其第一數與第四數相乘。第二數與第三數相乘。所得之數

等者何也。蓋兩方面以其縱橫界互相

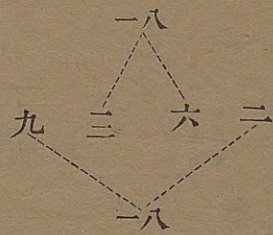
為比之比例若等。則兩方積必等。見後何原

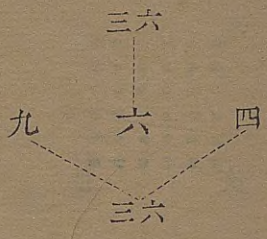
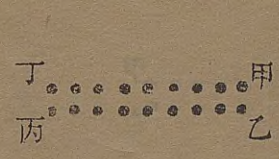
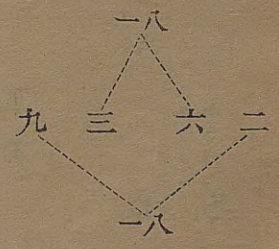
本七卷第三節今以第一數與第四數相乘。即

如以第一數為縱。第四數為橫。成一方數。而第二數與第三數相乘。即如以第

二數為縱。第三數為橫。成一方數。其積必相等也。設如有二與六。三與九。相當

比例四數。將第一數二為縱。第四數九為橫。相乘得十八。為甲丙一方數。將第

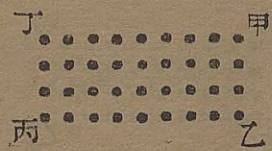
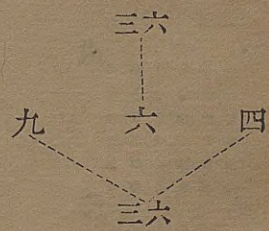




二數六為縱。第三數三為橫。相乘亦得十八。為戊庚一方數。夫甲丙方之甲丁橫界比戊庚方之戊辛橫界。大三分之二。而戊庚方之戊巳縱界比甲丙方之甲乙縱界亦大三分之二。其比例相等。故兩方數亦等。此兩方數既等。則相當比例四數。其第一數與第四數相乘。第二數與第三數相乘。所得之數相等。無疑矣。

第六

凡相連比例三數。其首數與末數相乘。與中一數自乘所得之數等者。何也。蓋兩方面相等者。其縱橫界之互相比例必等。見幾何原本七卷第三節今將首數與末數相乘。即如以首數為縱。末數為橫。成一方數。而中數自乘。即是以中數為縱。復以中數為橫。成一方數。其積必相等也。設如有四六九相連比例三數。將首數四



為縱末數九為橫相乘得三十六為甲丙一方數將中數六為縱仍復為橫相乘即是自乘亦得三十六為戊庚一方數夫甲丙方之甲丁橫界比戊庚方之戊辛橫界夫三分之一而戊庚方之戊巳縱界比甲丙方之甲乙縱界亦大三分之一其比例相等故兩方數亦等此兩方數既等則相連比例三數其首末兩數相乘與中數自乘所得之數相等

無疑矣。

第七

凡有兩數除一數其所得兩數之比例

即同於原兩數之轉相比例也設如有

一數十八以二三兩數除之二除十八

得九三除十八得六以此九與六兩數

相比即同於原兩數三與二之相比也

蓋二與三六與九為相當比例之四數

以第一數二與第四數九相乘第二數

二 九
一八 六
三

二 三 六 九

二
九

一八
九

三
六

九 六 三 二
九 六 三 二

三與第三數六相乘。皆得十八。故二除十八得九。即如以第一數除第二數與第三數相乘之數而得第四數也。以三除十八得六。即如以第二數除第一數與第四數相乘之數而得第三數也。夫相當比例數。其第一數與第四數之比。原同於第二數與第三數之比。故第一數二除十八所得之九。與第二數三除十八所得之六相比。即同於第二數三與第一數二之相比也。

第八

四
九
三六
六

九 六 六 四
六

凡有兩數除一數。其所得之兩數內有一數與原兩數內一數相等者。則所得之兩數與原兩數互轉相比。即成相連比例之數也。設如有一數三十六。以四六兩數除之。四除三十六得九。六除三十六仍得六。與原數六相等。則此九與六兩數之比。即同於原數六與四之比。

四
九

三六

六
六

九 六 六 四

也。蓋四與六。六與九。為相連比例之四
 數。以四為首數。九為末數。相乘。以六為
 中數。自乘。皆得三十六。今以四除三十
 六。得九。即如以首數除中數。自乘之數
 而得末數也。以六除三十六。復得六。即
 如以中數除首末兩數。相乘之數。而仍
 得中數也。夫相連比例數。其末數與中
 數之比。原同於中數與首數之比。則首
 數四除三十六。所得九。與中數六除三
 十六。所得六。相比。即同於中數六與首
 數四之比也。

第九

凡相當比例四數。其第一數度盡第二
 數。則第三數亦必度盡第四數也。如有
 二六三九。相當比例四數。其第一數二
 可以度盡第二數六。則第三數三。亦可
 以度盡第四數九矣。夫相當比例四數。
 第一與第二之比。必同於第三與第四

九 三 六 二

之比。今第一為二。第二為六。乃加三倍
之比例。則第四與第三亦必為加三倍
之比例。故三倍其二。可以度盡六者。三
倍其三。即可以度盡九也。

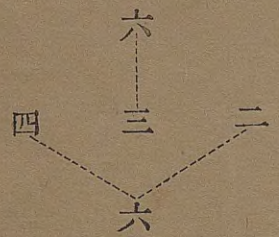
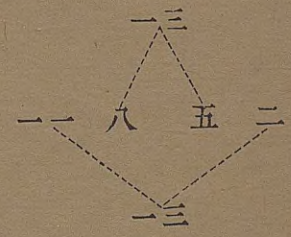
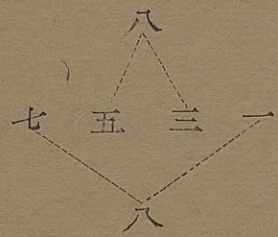
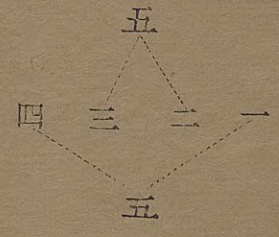
第十

凡相連比例三數。其第一數度盡第二
數。亦必度盡第三數也。如有二四八相
連比例三數。其第一數二。可以度盡第
二數四。亦必可以度盡第三數八矣。夫

相連比例三數。第一與第二之比。同於
第二與第三之比。今第一數為二。第二
數為四。乃加倍之比例。則第二與第三
亦必為加倍之比例。而第一與第二。則
為再加一倍之比例。故一倍其二。可以
度盡四者。再倍其二。即可以度盡八也。

第十一

凡依次遞加取四數。其第一第四兩數
相加。與第二第三兩數相加之數等也。



如一。二。三。四。遞加之。四數。將第一數一

與第四數四相加得五。以第二數二與

第三數三相加亦得五。又如一。三。五。七

遞加之。四數。一。三。五。七為隔一數以遞加者也。將第一

數一與第四數七相加得八。以第二數

二與第三數五相加亦得八也。又如二

五。八。十一。遞加之。四數。二。五。八。十一為隔二數以遞加

也。將第一數二與第四數十一相加得

十三。以第二數五與第三數八相加亦

得十三。由此推之。或隔三數。或隔四數

或隔五六數。以至極多數。但依次遞加

取四數。無有不如此也。

第十二

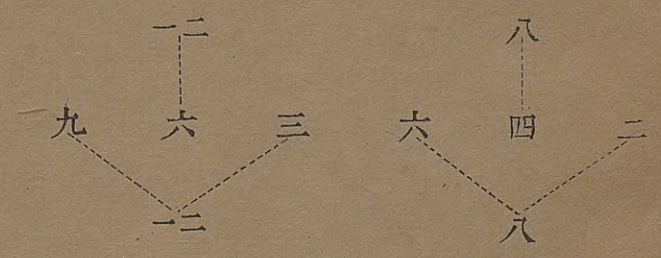
凡依次遞加取三數。其首末兩數相加

與中數加倍之數等也。如二。三。四。遞加

之三數。將首末二四相加得六。以中數

三倍之亦得六。又如二。四。六。遞加之。三

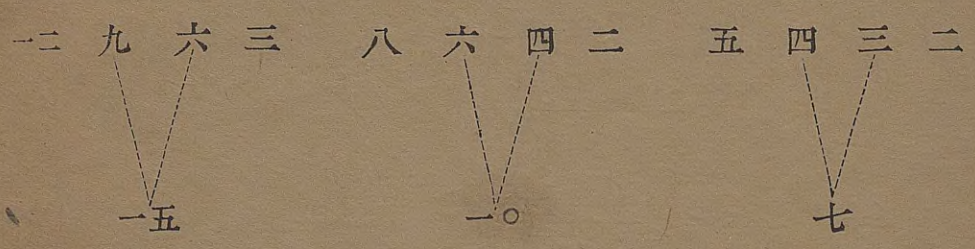
數。二。四。六隔一數以遞加者也。將首末二六相加得



八以中數四倍之亦得八也。又如三六九遞加之三數。三六九隔二數以遞加者也。將首末三九相加得十二。以中數六倍之亦得十二。由此推之。或隔三數。或隔四數。或隔五六數。以至極多數。但依次遞加取三數。無有不合者也。

第十三

凡依次遞加三數。以第二第三兩數相加。減去第一數。即得挨次之第四數也。

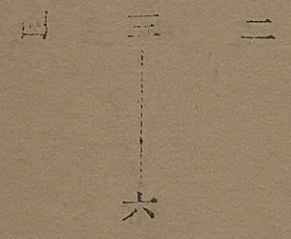


如二三四之三數。以第二數三第三數四相加得七。內減去第一數二得五。即是第四數。又如二四六隔一數遞加之三數。以第二數四第三數六相加得十。內減去第一數二得八。即是第四數。亦為隔一數。又如三六九隔二數遞加之三數。以第二數六第三數九相加得十五。內減去第一數三得十二。即是第四數。亦為隔二數矣。蓋此即四率相當。

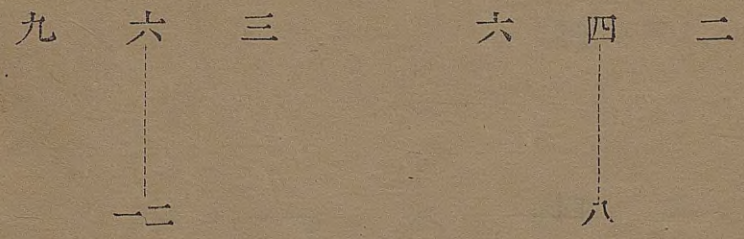
比例之理。四率中兩率相乘。與首末兩
率相乘之數等。故中兩率相乘。以首率
除之。即得末率。而此則中兩數相加。與
首末兩數相加之數等。故以首一數減
之。即得末一數。其義一也。

第十四

凡依次遞加兩數。以第二數倍之。減去
第一數。即得挨次之第三數也。如二。三。
兩數。將第二數三倍之。得六。內減去第



一數。二。餘四。即是第三數。又如二。四。隔
一數之兩數。將第二數四倍之。得八。內
減去第一數二。餘六。即是第三數。四與
六亦為隔一數也。又如三。六。隔二數之
兩數。將第二數六倍之。得十二。內減去
第一數三。餘九。即是第三數。九與六亦
為隔二數也。蓋此即三率相連比例之
理。三率以中率自乘。與首末兩率相乘
之數等。故中率自乘。以首率除之。即得



末率而此則中數倍之與首末兩數相加之數等故以首數減之即得末數於此見加減乘除之相對待而加減可以代乘除之理亦可從此推矣

第十五

凡有彼此可以度盡兩數欲求相連比例之數則以一數自乘以一數除之即得相連比例之第三數也如有四八兩數欲求第三數如四與八之相連比例

四 八

四 八 一六

乃以八自乘得六十四以四除之得十

六此十六即為四與八相連比例之第

三數蓋八者四之二倍而十六又為八

之二倍則八與十六之比例必同於四

與八之比例矣如有三數求第四數仍

如四與八之比例則以第三數十六自

乘得二百五十六以第二數八除之得

三十二即為四八十六相連比例之第

四數蓋十六者四之四倍而三十二者

四 八 一六

四 八 一六 三二

一六	八	四
三二	一六	八

八之四倍。則十六與三十二之比例。必同於四與八。八與十六之比例矣。如欲求連比例之第五數。或第六數。即以前兩數依前法算之。由此遞生。可至於無窮焉。然此皆四與八之比例。或四與十六。或三與六。五與十之類。凡有彼此度盡之數。欲求相連比例幾數者。亦皆如此求之。無不可得矣。

第十六

五	三
二五	一五

凡有彼此不可以度盡之兩數。欲依此兩數比例。求相連比例之數。則以一數自乘為第一率。而以又一數自乘為第二率。以兩數互乘為第二率。即為相連比例之三數也。如有三五兩數。欲求相連比例三數。皆如三與五之比例。乃以三自乘得九。以五自乘得二十五。以三與五相乘得十五。此九與十五。十五與二十五之三數。即如三與五之相連比

三	五
九	一五
二七	四五
二五	七五
一二五	

例三數。蓋九為三之三。倍而十五為五之三倍。則九與十五為三與五之比例。而十五為三之五倍。二十五為五之五倍。則十五與二十五亦為三與五之比例矣。又或已有三數。欲求第四數。皆如三與五之連比例。則以三乘九得二十七。以三乘十五得四十五。以三乘二十五得七十五。五乘九得四十五。五乘十五得七十五。五乘二十五得一百二十五。此所得六數內。四十五。七十五。各得二。今止用其一。故二十七。四十五。七十五。一百二十五之四數。即如三與五之相連比例數也。蓋二十七者三之九倍。而四十五者五之九倍。則二十七與四十五之比例。同於三與五之比例矣。又四十五者三之十五倍。而七十五者五之十五倍。則四十五與七十五之比例。同於三與五之比例矣。又七十五者五之十五倍。則四十五與七十五之比例。同於三與五之比例矣。又七十五者五之十五倍。則四十五與七十五之比例。同於三與五之比例矣。

三	五
九	一五
二七	四五
二五	七五
一二五	

百二十五。此所得六數內。四十五。七十五。各得二。今止用其一。故二十七。四十五。七十五。一百二十五之四數。即如三與五之相連比例數也。蓋二十七者三之九倍。而四十五者五之九倍。則二十七與四十五之比例。同於三與五之比例矣。又四十五者三之十五倍。而七十五者五之十五倍。則四十五與七十五之比例。同於三與五之比例矣。又七十五者五之十五倍。則四十五與七十五之比例。同於三與五之比例矣。

三	九	二七
五	一五	四五
二五	七五	一五

五者三之二十五倍。而一百二十五者五之二十五倍。則七十五與一百二十五之比例。亦同於三與五之比例矣。如欲求連比例之第五數或第六數。以原一數遞乘先得之幾數。復以又一數遞乘先得之幾數。去其相同者。所餘即成相連比例之數。由此求之。亦可至於無窮也。然此皆三與五之比例。或三與七四與九五與八之類。凡彼此不可以度盡之數。欲求相連比例幾數者。亦皆做此求之。而即得矣。

第十七

凡相當比例四數。其前兩數之間。有相連比例二數。其後兩數之間。亦必有相連比例二數也。設如有甲二十四乙八十一。丙三十二。丁一百零八。相當比例之四數。甲數二十四與乙數八十一之間。有戊三十六。己五十四之相連比例。

甲四	壬八	丙三
戊三六	癸二	庚四八
己五四	子八	辛七二
乙八	丑七	丁一〇八

甲	四	二	八
乙	八	一	七
丙	三	一	二
丁	一	〇	八
戊	六	三	六
己	五	四	五
庚	四	八	四
辛	七	二	七
壬	八	二	八
癸	二	一	二
子	八	一	八
丑	七	二	七

兩數則丙數三十二與丁數一百零八之間亦必有庚四十八辛七十二之相連比例兩數也。試將甲戊己乙四數求其相當比例之至小數則得壬八癸十二子十八丑二十七之四數。其甲與乙之比即同於壬與丑之比。而丙與丁之比原同於甲與乙之比。則丙與丁之比亦必同於壬與丑之比矣。其比例既同則壬可以度盡丙丑亦可以度盡丁。而

甲	四	二	八
乙	八	一	七
丙	三	一	二
丁	一	〇	八
戊	六	三	六
己	五	四	五
庚	四	八	四
辛	七	二	七
壬	八	二	八
癸	二	一	二
子	八	一	八
丑	七	二	七

癸與子亦必可以度盡庚與辛。壬癸子丑各四倍之。即與丙庚辛丁等。是四次可以度盡也。是丙庚辛丁四數之比皆與壬癸子丑四數之比相同也。夫壬癸子丑原為甲戊己乙連比例相當之小數。今丙庚辛丁之比既與之相同。則丙庚辛丁亦為相連比例之四數矣。既俱為相連比例數。則戊己為甲乙兩數間之連比例數。庚辛為丙丁兩數間之連比例數無疑矣。

第十八

凡相連比例三數其第一數與第二數之間有相連比例一數則第二數與第三數之間亦必有相連比例一數也。設有甲二乙十八丙一百六十二相連比例之三數其甲數二與乙數十八之間有相連比例之丁數六則乙數十八與丙數一百六十二之間亦必有相連比例之戊數五十四也。蓋甲與乙之比同於乙與丙之比今丁六為甲二之三倍戊五十四亦為乙十八之三倍則甲與丁之比同於乙與戊之比而丁六為乙十八之三分之一戊五十四亦為丙一百六十二之三分之一則丁與乙之比亦同於戊與丙之比因其比例皆同故甲丁乙戊丙為相連比例之五數而丁戊兩數為甲與乙乙與丙三數間之相連比例數可知矣。

甲二

乙十八

丙一百六十二

丁六

戊五十四

甲二

乙十八

丙一百六十二

丁六

戊五十四

同於乙與丙之比今丁六為甲二之三倍戊五十四亦為乙十八之三倍則甲與丁之比同於乙與戊之比而丁六為乙十八之三分之一戊五十四亦為丙一百六十二之三分之一則丁與乙之比亦同於戊與丙之比因其比例皆同故甲丁乙戊丙為相連比例之五數而丁戊兩數為甲與乙乙與丙三數間之相連比例數可知矣。

第十九

四 八 一六

凡相連比例三數其首數與末數有用一數可以度盡者有用一數不可以度盡者如四八十六相連比例之三數其首數四與末數十六為彼此有一數可以度盡之數也如四六九相連比例之三數其首數四與末數九為彼此無一數可以度盡之數也然此兩種相連比例雖有度盡度不盡之分因其首數與

四 六 九

四 二 一
八 四 二
一六 八 四

中數之比同於中數與末數之比故總謂之相連比例之數焉蓋末數可用首數平分即為有度盡之連比例數末數不可用首數平分即為無度盡之連比例數也且首末兩數彼此有一數可以度盡者此三數非相當比例之至小數若首末兩數彼此無一數可以度盡者此三數即為相當比例之至小數也如四八十六之三數其首末兩數為彼此

四二一

八四二

一六八四

四

六

九

有一數可以度盡之數。而中數亦必為

此一數可以度盡之數。試用二以度之。

則得二。四八之連比例三數。或用四以

度之。則得一。二四之連比例三數。皆與

四八十六之比例相同。而比四八十六

之數為小。故四八十六。非相當比例之

至小數也。如四六九之三數。其首末兩

數為彼此無一數可以度盡之數。故中

數亦為無一數可以度盡之數。既無一

數可以彼此度盡。則為相當比例數內

之至小數也明矣。

第二十

凡同式兩平方數。其間必有相連比例

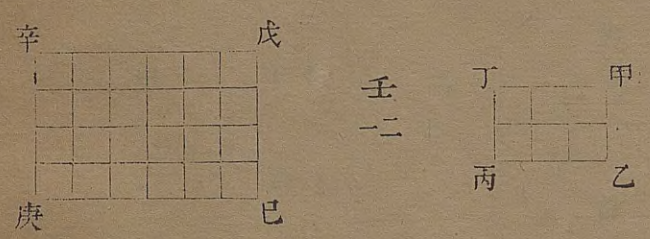
一數也。如有甲乙丙丁六。戊己庚辛二

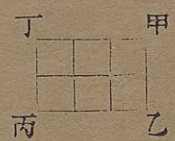
十四。同式兩平方數。此兩數之間。必有

壬十二為相連比例之一數焉。蓋甲乙

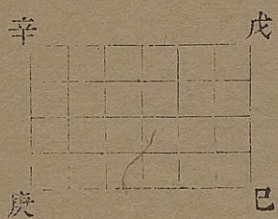
丙丁戊己庚辛。既為同式平方數。則其

每邊皆可為比例。如甲乙二與甲丁三





壬二



乙六



之比。同於戊巳四與戊辛六之比。而甲乙二與戊巳四之比。亦同於甲丁三與戊辛六之比也。今以甲丁三與甲乙二相因得六。甲丁三與戊巳四相因得十二。則六與十二之比。同於甲乙二與戊巳四之比矣。又戊巳四與甲丁三相因得十二。戊辛六與戊巳四相因得二十四。則十二與二十四之比。同於甲丁三與戊辛六之比矣。夫甲丁三與戊辛六之比。原同於甲乙二與戊巳四之比。則六與十二之比。亦必同於十二與二十四之比矣。又若兩正方數之間。亦必有相連比例之一數也。如有甲四丙九兩正方數。此四與九兩數之間。必有乙六為相連比例之一數焉。蓋兩正方數。其式既同。故必有相連比例一數。且兩正方數之比例。同於其兩邊所作連比例。隔一位之比例。

見幾何原本七卷第五節 今甲方邊

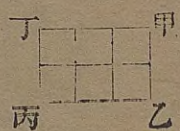
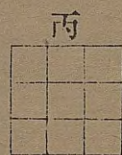
爲二丙方邊爲三。求其與二、三相當連比例之第三數。則以二自乘得四。以三自乘得九。以二乘三得六。此四與六、六與九之三數。卽爲與二、三相當之連比例數。而其首數四與末數九。旣與甲丙兩方數等。則中數六亦必爲甲丙兩方數間之連比例數矣。

第二十一

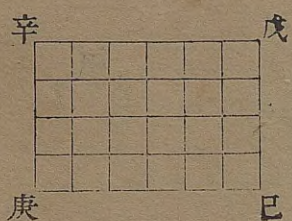
凡同式兩平方數相乘。得數爲正方形數也。如有甲乙丙丁六。戊己庚辛二十四。爲同式兩平方數相乘。得一百四十四。卽爲正方形數矣。蓋同式兩平方數之間。原有相連比例一數。今此六與二十四之間。必有十二之七數。且連比例三率。以首末兩率相乘。與中率自乘之數等。則此六與二十四兩平方數相乘所得之一百四十四。卽爲中率十二自乘之數矣。又若兩正方形數相乘。得數亦仍爲



乙六

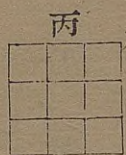


一四四
一二





三六
六



正方數其方根即原兩方根相乘之數也。如有甲四丙九兩正方數此兩數相乘得三十六仍為正方數其方根為六亦即甲方根二與丙方根三相乘之數也。蓋此兩方數俱為正方即為同式兩平方數矣。因其式同故相乘亦仍得正方數也。凡數有先各自乘而後相乘者有先相乘而後自乘者其理無異故其得數皆等。今以二自乘得四以三自乘得九復以四九相乘得三十六此先各自乘而後相乘也以二與三相乘得六復以六自乘得三十六此先相乘而後自乘也。且四與九積也積與積乘仍得積二與三根也根與根乘仍得根此亦理之必然者也。

第二十二

凡兩正立方數之間必有相連比例之兩數也。如有甲八丁二十七兩正立方



三六
六



第二十二

數。此八與二十七之間。必有乙十二。丙

十八。為相連比例之兩數焉。蓋兩正立

方之比例。同於其兩邊所作連比例。隔

七位之比例。見幾何原本十卷第四節。今甲方邊為

二。丁方邊為三。求其與二。三。相當連比

例之第三第四數。則以二自乘得四。以

三自乘得九。以二與三相乘得六。此四

六。九。為連比例三數。又以二遞乘此四

六。九。三數。得八。十二。十八之三連比例

數。復以三遞乘四。六。九。三數。得十二。十

八。二十七之三連比例數。除相同者不

計。其二十七。即連比例之第四數。則八

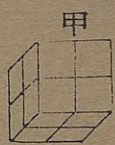
與十二。十二與十八。十八與二十七。皆

為與二。三。相當之連比例數。而其首數

八與末數二十七。既與甲丁兩立方數

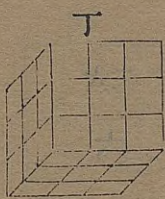
等。則其中數之十二。十八。為甲丁兩立

方數間連比例之兩數可知矣。



甲

乙二



丁



甲

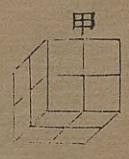
乙二

丙一八

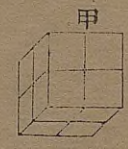
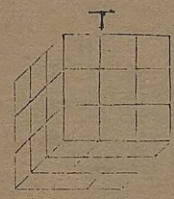


丁

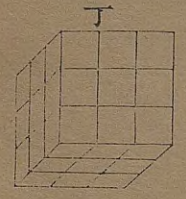
第二十三



二一六
六



二一六
六



凡兩正立方數相乘得數仍為正立方數。而其方根即原兩立方根相乘之數也。

如有甲八丁二十七兩正立方數。此兩數相乘得二百一十六。仍為正立方數。

而其方根為六。亦即甲立方根二與丁立方根三相乘之數也。蓋此兩立方數

俱為正立方。即為同式兩立方數矣。因其式同。故相乘亦仍得正立方也。凡數有

先自乘再乘而後以所得之數相乘者。有先以兩數相乘而後以所得之數自

乘再乘者。其得數皆等。故二自乘再乘得八。三自乘再乘得二十七。復以八與

二十七相乘得二百一十六。此先各自乘再乘而後以所得之數相乘也。以二

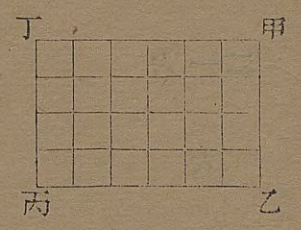
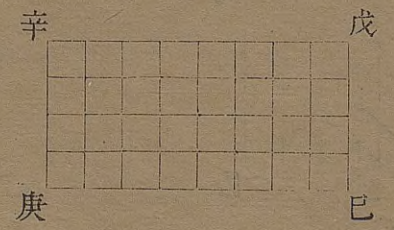
與三相乘得六。復以六自乘再乘亦得二百一十六。此先以兩數相乘而後以

所得之數自乘再乘也。且八與二十七積也。以積乘積仍得積。二與三根也。以

根乘根仍得根。此又理之自然者也。

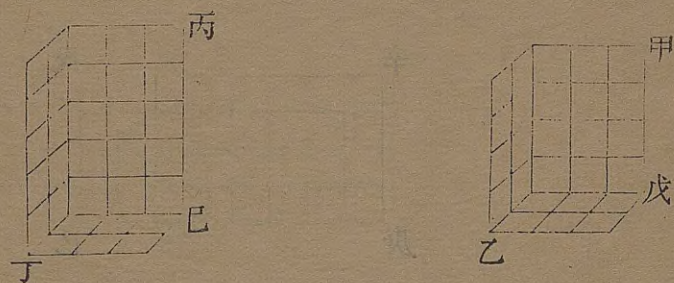
第二十四

凡兩平方數。若一邊相等。則此兩平方之比例。同於其不等邊之比例也。如有甲丙。戊庚兩平方數。其甲丙平方之甲乙邊為四。而戊庚平方之戊己邊亦為四。甲丙平方之乙丙內邊為六。而戊庚平方之己庚邊為八。則此兩平方數二十四與三十二之比。即同於其不等邊六與八之比也。蓋甲乙平方數二十四者。四之六倍。而戊庚平方數三十二者。四之八倍也。然則二十四與三十二之比。即同於六與八之比矣。二十四與三十七之比。既同於六與八之比。則兩平方數之比例。同於其不等邊之比例可知矣。



第二十五

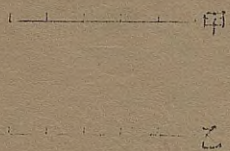
凡兩立方數。其底積相等。則此兩立方

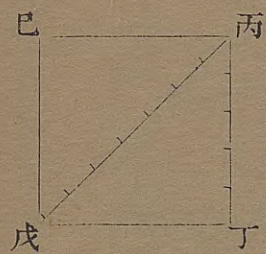
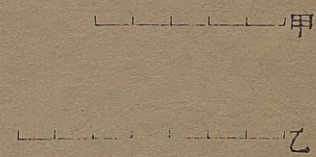


之比例同於其高之比例也。如有甲乙丙丁兩立方數。其甲乙立方之戊乙底為六。而丙丁立方之已丁底亦為六。甲乙立方之甲戊高為四。而丙丁立方之丙已高為五。則此兩立方數二十四與三十之比。即同於其兩立方之高四與五之比也。蓋甲乙立方數二十四者。六之四倍。而丙丁立方數三十者。六之五倍也。然則二十四與三十之比。即同於四與五之比矣。二十四與三十之比。既同於四與五之比。則兩立方數之比例。同於其高之比例可知矣。

第二十六

凡兩線兩面兩體。用一度如尺寸之屬。可以度盡者。此類之線面體。皆為有整分。可以度盡者也。設如有甲乙兩線。甲線分為五分。乙線如甲線度分之。得七分。無餘。則此二線即為一度。彼此可以度盡。

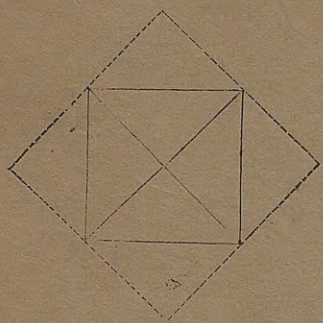


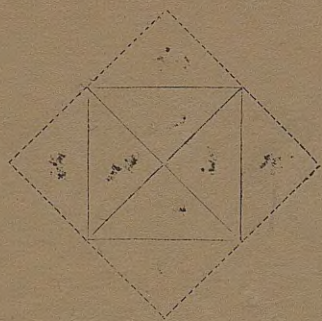


者矣。若將此二線各為正方面，各為正
 方體。則其兩面兩體亦皆為整分。彼此
 可以度盡者也。至如兩線兩面兩體不
 可以一度度盡者。此類之線面體皆為
 無整分。可以度盡者也。如丙丁戊巳方
 面。其丙丁邊線為五分。而丙戊對角線
 則為七分有餘。乃為彼此無度盡之數
 矣。蓋以丙丁邊之五分為度。則丙戊線
 得七分有餘。或將丙戊線為七分整。而
 以其分為度。則丙丁線得五分不足。凡
 此類之線面體皆為無整分。彼此可以
 度盡之數也。

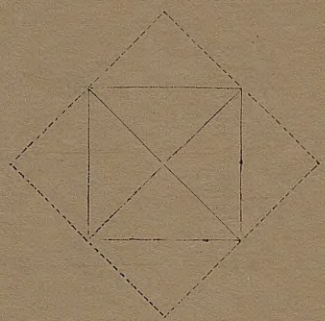
第二十七

凡正方一邊線與對角線無一度可以
 彼此度盡者。蓋以本方積與對角線所
 成方積比之。必有一數非正方數也。夫
 對角線自乘所作之方數為本方積之
 二倍。如本方積一。則對角線所作之方



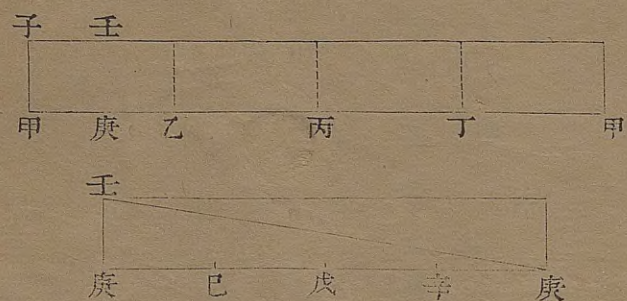
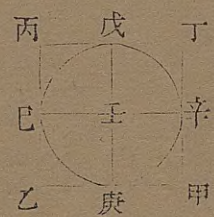


為一本方積四。則對角線所作之方為八。此一與二。四與八之間。無相連比例之整數。故一為正方數。則二非正方數。四為正方數。而八亦非正方數。二與八既非正方數。則邊必有零餘而不能盡矣。或對角線所作方積為四。則本方積為二。對角線所作方積為十六。則本方積為八。此四與二。十六與八之間。亦無相連比例之整數。故四為正方數。而二非正方數。十六為正方數。而八又非正方數。然則對角線所作方積。固為正方數。而本方積復不能成正方數。其邊必有零餘而不能盡矣。故凡正方邊線與對角線。斷無一度可以彼此度盡之理也。

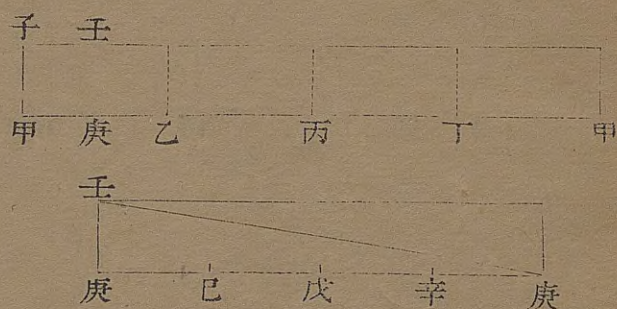


第二十八

凡正方面與平圓面同徑者。其積之比例。同於其周圍邊線之比例也。如甲乙



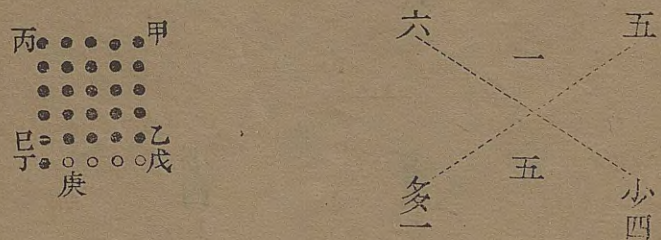
丙丁正方面。戊己庚辛平圓面。其戊壬庚之徑相等。則此方積與圓積之比例。同於方周於圓周之比例也。何以見之。以正方面之壬庚半徑為高。甲乙乙丙丙丁丁甲之全周為底。作一子甲直角長方形。則此長方形之積比正方形之積必大一倍。又以壬庚半徑為高。庚己己戊戊辛辛庚之全周為底。作一壬庚直角長方形。則此長方形之積比平圓形之積亦必大一倍。凡直角三角形之小邊與圓形之半徑等。而三角形之大邊與圓形之全周等者。三角形之積與圓形之積等也。今此長方形與三角形同底同高。其積比三角形必大一倍。然則壬庚長方形比圓形大一倍可知也。夫壬庚子甲兩長方形。既同以壬庚為高。則一邊數等。一邊相等。則其積之比例必同於其不等邊之比例。而全與全之



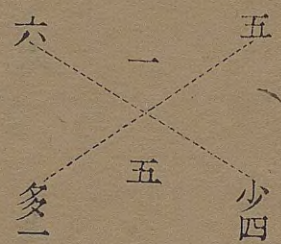
比例原同於半與半之比例。故兩長方形之比例。必同於庚庚與甲甲之比例。而方與圓之比例。亦必同於庚庚與甲甲之比例矣。甲甲即方周。而庚庚即圓周。然則方周與圓周之比例。豈非方積與圓積之比例乎。

第二十九

凡有不知之一大數。用兩小數度之不盡而一有餘一不足者。其一多一少之



數相併。以兩小數之較度之。即得其度幾次之分。與大數之幾何也。如有一大數。用小數五度之多一數。用小數六度之。又少四數。則以多一與少四相加得五。以六與五兩小數相減。餘一。為較數除之。仍得五。即知兩小數各度五次也。試排點以明之。其甲乙五。即小數五。丙丁六。即小數六。以甲乙五累五次。則為甲乙丙正。方二十五。多一為丁。以丙

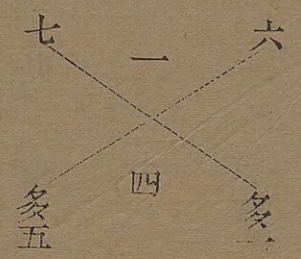


丁六累五次。則為甲戌丁丙長方三十。
 少四為戊庚。於甲戌丁丙長方三十內。
 減去少數戊庚四為二十六。於甲乙已
 丙正方形二十五。加入多數丁一亦為二
 十六。是知大數有二十六。用此五六兩
 小數各度五次之分也。以丁一與戊庚
 四相加為丁戌五。以小數甲乙五與丙
 丁六相減餘一。以一除丁戌五仍得五。
 與甲丙相等。故甲丙為度大數二十六
 之五次數也。若以比例言之。其小數五
 與六相減所餘一者。乃度一次之較。而
 一多一少相併之戊丁五者。又為度五
 次之較。故以所餘一與度一次之比。即
 同於戊丁五與度五次之比。其比例既
 同。故其數亦相等也。

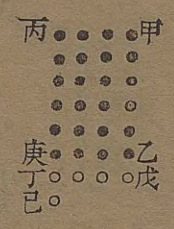
第三十

凡有不知之一大數。用兩小數度之不
 盡。而俱有餘。或俱不足者。其兩有餘或

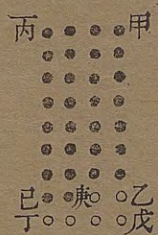
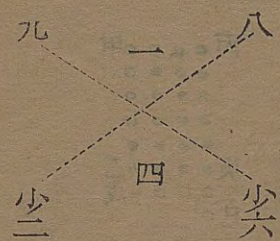




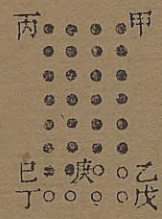
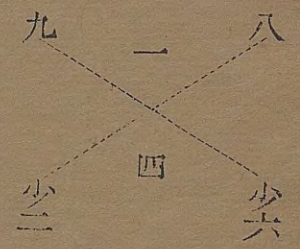
兩不足之數俱相減。以兩小數之較度之。即得其度幾次之分。與大數之幾何也。如有一大數。用小數六度之多五數。用小數七度之仍多一數。則以兩多數相減。餘四。以六與七兩小數相減。餘一。為較數。除之。仍得四。即知兩小數各度四次也。試排點以明之。其甲乙六即小數六。丙丁七即小數七。以甲乙六累四次。則為甲乙庚丙方二十四。多五為戊



丁巳。以丙丁七累四次。則為甲戊丁丙方二十八。多一為已。於甲乙庚丙方二十四。加入多數戊丁巳五。得二十九。於甲戊丁丙方二十八。加入多數已一。亦得二十九。是知大數有二十九。用此六七兩小數各度四次之分也。以已一與戊丁巳五相減。餘戊丁四。以小數甲乙六與丙丁七相減。餘一。以一除戊丁四。仍得四。與甲丙相等。故甲丙為度大數



二十九之四次數也。若以比例言之。其兩小數相減所餘之一。乃度一次之較。兩多數相減所餘之戊丁四。乃度四次之較。故以一與度十次之比。即同於戊丁四與度四次之比也。又如有不知之。一大數用小數八度之少二數。用小數九度之少六數。則以兩少數相減。餘四。以八與九兩小數相減。餘一。為較數。除之。仍得四。即知兩小數各度四次也。今作點排之。其甲乙八。即小數八。丙丁九。即小數九。以甲乙八累四次。則為甲乙巳丙方三十一。丙少二數。為乙庚。以丙丁九累四次。為甲戊丁丙方三十六。丙少六數。為乙庚丁戊。於甲乙巳丙方三十二內。減去少數乙庚二。為三十。於甲戊丁丙方三十六內。減去少數乙庚丁戊六。亦為三十。是知大數有三十。用此八九兩小數各度四次之分也。以乙庚



二與乙庚丁戊六相減餘戊丁四以小

數甲乙八與丙丁九相減餘一以一除

戊丁四仍得四與甲丙為相等故甲丙

為度大數三十之四次數也其比例亦

以兩小數相減所餘之較比度一次之

分即同於兩少數相減所餘之較比度

幾次之分也復有不知之一大數用兩

小數度之一小數度之而盡一小數度

之而不盡或有餘或不足即以不盡之數或有餘或有

數或不用兩小數之較度之即得其度

幾次之分與大數之幾何其理皆相同

也

第三十一

凡數自少至多遞加之而各有定率者

謂之平加比例數也夫平加之數有每

次遞加一者為挨次遞加之數如一二

三四之類是也有每次遞加二者為超

位平加之數如一三五七之類是也或遞

四 三 二 一
七 五 三 一

加三。或遞加四。或遞加五六。皆是一理。有每次增一加者。

為按位相加之數。如一。三。六。十之類。其

第二次加二。第三次加三。第四次加四。

是也。有每次增二加者。為按位自乘之

數。如一。四。九。十六之類。其第二次加三。

第三次加五。第四次加七。是也。復有一

種倍加者。為挨次倍加之數。如一。二。四

八之類。每次皆加二倍。又如一。三。九。二

十七之類。每次皆加三倍。是也。遞加之

數雖多。按其條理求之。大抵不出此數

端。今各列數分析於後。

第三十二

凡挨次遞加之數。將首數與末數相加。

以位數乘之。所得之數折半。即為總數

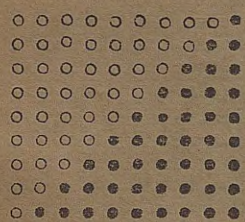
也。如一。二。三。四。五。六。七。八。九之九數。其

每次所加之數為一。將首數一與末數

九相加得十。以位數九乘之得九十。折

半得四十五。即是此九數之總數也。何

九 八 七 六 五 四 三 二 一



八 四 二 一

一〇 六 三 一

二七 九 三 一

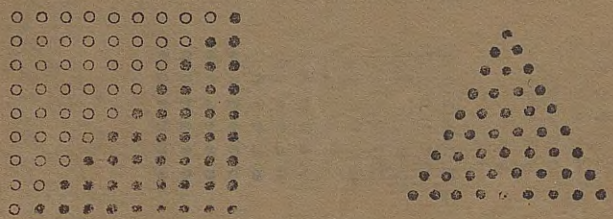
一六 九 四 一

九 八 七 六 五 四 三 二 一



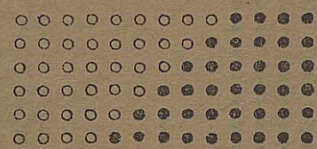
也。夫挨次遞加之數為等邊三角平面形。而兩數相乘即成四方形。今以位數九為高。末數九為底。相乘所得之正方形。其數八十一。較之總數則多。較之總數加倍之數又少。此所少即一行之數。爰知位數與底數相乘所得之數。比總數加倍之數少一行之數矣。既知挨次遞加之數為三角形。而位數與底數相乘之數為正方形。又知位數與底數相

九 八 七 六 五 四 三 二 一



乘之數。幾等於總積加一倍之數。則合兩三角形之數。適當總積加一倍之方數矣。兩三角形所合。其底數必比高數大一數。故末數九為底數者。加首數一。與高相乘。始成兩三角形所合之一方形焉。試將此九數作點排之。自上而下。上一下九。作為直角三角形。復將此九數另作一直角三角形。合於原三角形之側。則成一長方形。其高即位數。其底

九 八 七 六 五 四



卽末數與首數相加之數其積卽爲總數加一倍之數也然則首數末數相加與位數相乘爲總數之倍數可知矣又如四五六七八九之六數欲知其總數亦以首數四與末數九相加得十三爲底以位數六乘之得七十八爲長方形折半得三十九爲總數其理與前同若但知首數爲四末數爲九不知位數則視首數四以上至一虛幾位今虛三位

九 八 七 六 五 四



故以三與末數九相減餘六卽位數也何也凡自一遞加之數其末數卽位數今首數爲四計自一是少三位矣故用三卽爲所少之位數於末數內減去所少之位卽爲今之所有之位數也

第三十三

凡超位平加之數亦將首數與末數相加。以位數乘之得數折半爲總數也。如一三五七九十一之六數

每次皆加二數

將首

一 九 七 五 三 一



數一與末數十一相加得十二。以位數六乘之得七十二。折半得三十六。為此六位之總數也。蓋此超位平加之數與挨次平加之理無異。其以首末兩數相加。與位數相乘者。總欲得此總數之倍數。以便折半取之也。試將此六位之數作六層排之。上一下十一。以首末數相加得十二。而以位數乘之。則六層皆為十二矣。上層本首數一加末數十一而成十二。下層本末數十一加首數一而成十二。是首數末數俱加倍矣。二層本第二數三加第五數九而成十二。五層本第五數九加第二數三而成十二。是第二數第五數俱加倍矣。三層本第三數五加第四數七而成十二。四層本第四數七加第三數五而成十二。是第三數第四數亦俱加倍矣。其每位之數皆倍。則相乘所得之數。豈非此總數之倍

一 九 七 五 三 一



數一與末數十一相加得十二。以位數六乘之得七十二。折半得三十六。為此六位之總數也。蓋此超位平加之數與挨次平加之理無異。其以首末兩數相加。與位數相乘者。總欲得此總數之倍數。以便折半取之也。試將此六位之數作六層排之。上一下十一。以首末數相加得十二。而以位數乘之。則六層皆為十二矣。上層本首數一加末數十一而成十二。下層本末數十一加首數一而成十二。是首數末數俱加倍矣。二層本第二數三加第五數九而成十二。五層本第五數九加第二數三而成十二。是第二數第五數俱加倍矣。三層本第三數五加第四數七而成十二。四層本第四數七加第三數五而成十二。是第三數第四數亦俱加倍矣。其每位之數皆倍。則相乘所得之數。豈非此總數之倍

數乎。由此推之。每次加三加四或加五加六以至加七加八加九之類。凡係超位平加之數。其理無不相同也。

第三十四

凡每次按位相加之數。將位數加二與末數相乘。取其三分之一。即為總數也。

如一三六一十五之五數。其每次皆

按位加之。如第二位於第一位一上加二為三。第三位於第二位三

上加三為六。是也。將位數五加二與末數十五

相乘得一百零五。以三除之得三十五。

即是此五數之總數也。如或止有位數

或止有每一邊數。求總數。則以位數加

一與位數相乘得數。復以位數加二乘

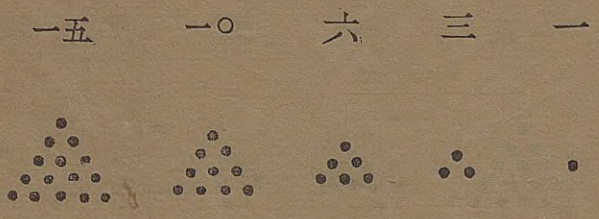
之。取其六分之一。即得總數也。若止有一邊

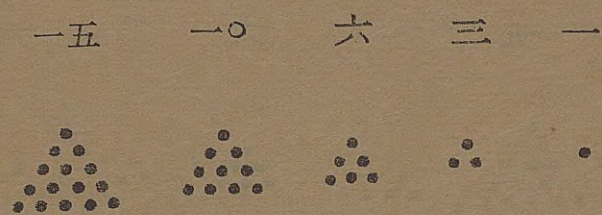
數。即以每一邊數加一與每邊數相乘得數。復以邊數加二乘之。取其六分之一。

亦同。蓋每次按位相加之數。層疊排

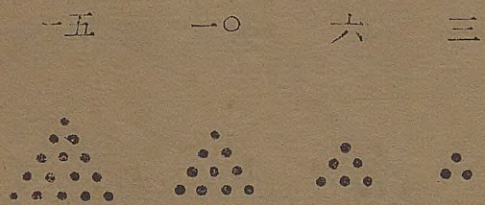
之。其式成等邊三角體。其末一數即三

角體底面數。而位數即每一邊之數。今

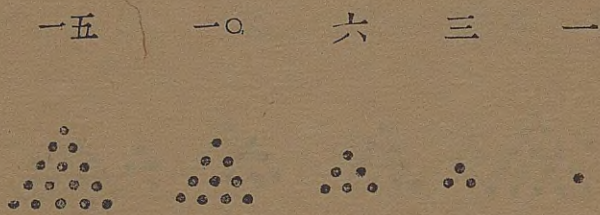




以位數加二為高。末數為底。相乘即成平行面之三稜體。凡同底同高之平行面體為尖體之三倍。則此平行面三稜體內必有等邊三角體之三倍。故以三除之即得也。然必以位數加二為高者何也。以三三角體相湊。乃成上下相等之平行面體。其高必比原有之位數多二層。兩三角面相合。比原位數多一層。今三三角體相合。故必比原位數多二層也。如止以位數為高。即少二層之數。而不足三三角體之分。故必以位數加二乘之也。其止有位數。或每一邊數求總數。以位數加一。與位數相乘。復以位數加二乘之。而用六除者何也。蓋位數即底面之每邊數。而底面又為等邊之三角面。今以邊數加一。與邊數相乘。成長方面。為三角體底面之倍數。即如前挨次遞加數之兩三角面相合所成之長方形也。凡等高之體。底數倍者。積數



而不足三三角體之分。故必以位數加二乘之也。其止有位數。或每一邊數求總數。以位數加一。與位數相乘。復以位數加二乘之。而用六除者何也。蓋位數即底面之每邊數。而底面又為等邊之三角面。今以邊數加一。與邊數相乘。成長方面。為三角體底面之倍數。即如前挨次遞加數之兩三角面相合所成之長方形也。凡等高之體。底數倍者。積數



亦倍。彼以位數加二。乘三角體之底所

成之平行面三稜體。既為等邊三角體

之三倍矣。今以位數加二。乘三角體之

倍底所成之平行面長方體。又必為等

邊三角體之六倍矣。以兩三稜體相合。即成長方體。一三

稜體。為三角體之三倍。則兩三稜體必為三角體之六倍矣。故以六

除平行面長方體之數。而得等邊三角

體之數也。又或但知首數末數。而不知

位數。則以末數倍之用一。為較數。開帶

縱平方。即得位數焉。蓋末數倍之者。即

兩三角面所合之長方也。其闊即三角

每邊數。其長比闊多一數。故用一為較。

開帶縱平方。則得三角每邊之數。既得

每邊數。即得位數矣。

第三十五

凡每次按位自乘。相加之數。將位數折

半。與末數相加。復以位數加一。乘之。取

其三分之一。即為總數也。如一四九十

六二十五之五數其每位之數皆按位

自乘之數如第二位之四即二自乘數

將位數五折半為兩個半與末數二十

五相加得二十七個半復以位數五加

一為六乘之得一百六十五以三除之

得五十五即為此五數之總數也如止

有位數或止有每一邊數求總數則以

位數加半個與位數相乘得數復以位

數加一乘之取其三分之一即得總數

也若只有每一邊數即每一邊數加

半個與每一邊數相乘得數復以每

邊數加一乘之取其蓋按位自乘相加

之數層疊排之其式成方底四角尖體

其末一數即四角尖體底面數而位數

即每一邊之數今以位數折半與末數

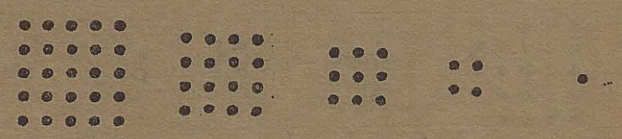
相加則成長方面為底再以位數加一

為高乘之即成平行面之長方體凡同

底同高之平行面體為尖體之三倍則

此平行面長方體內必有四角尖體之

一 四 九 一六 二五



一 四 九 一六 二五



一 四 九 一六 二五



三倍故以三除之即得也然必以位數折半與末數相加為底復以位數加一為高者何也蓋三四角尖體相湊乃成上下相等之長方體其底比正方面必多半行其高必比原有之位數多一層

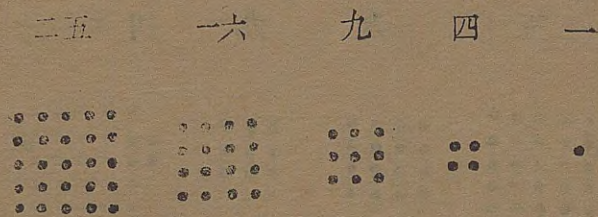
三等邊三角體相合比三角體原位數多二層今三方底四角尖體相合比原位數止多十層蓋因方底比三角底式大一倍故四角體高比三角體高所加之數減一半也

如止以末數為底則底必少半行之數止以位數為高則高復少一層

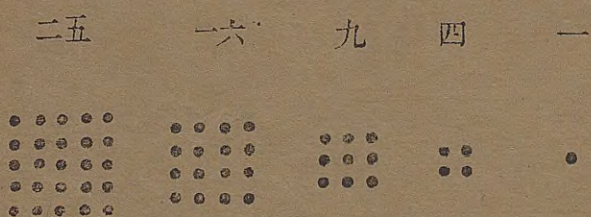
一 四 九 一六 二五



之數必不足三四角尖體之分故以末數加位數之半而以位數加一乘之適足三四角尖體之分也其止有位數或每一邊求總數以位數加半個與位數相乘復以位數加一乘之而用三除之者何也蓋位數即底面之每邊數而底面又為正方面今以邊數加半個與邊數相乘成長方面比正方止多半行之分其理即如求三角體總數以邊數加



一與邊數相乘。為三角體底之倍數也。以位數加一與底面相乘。成長方體。比方底四角尖體大三倍。即如求三角體總數。以位數加二與倍底相乘。為三角體之六倍也。彼三角體底倍之為長方。此四角體底數加半行。即為長方。彼三角體總數六倍。為同邊長方體。此四角體總數三倍。為同邊長方體。故三角體以邊數加一與邊數相乘者。今四角體



以邊數加半與邊數相乘。而三角體以位數加二為高與倍底相乘者。今四角體以位數加一與本底加半行相乘。總之四角體底式。比三角體底式大一倍。故立法時三角體加數幾何。而此四角體皆用其半也。又或但知首數末數而不知位數。則以末數開平方。即得位數焉。蓋末數本為正方數。故開方即得每邊數。既得每邊數。則得位數矣。

第三十六

凡每次倍加之數將末數與加倍之數相乘減去首數復以所加之分數除之即得總數也如二四八十六四數為每次以二倍之之數欲求其總數則以末數十六用二乘之因以二倍之故用二乘得三十二減去首數二為三十復以其所加分數一除之仍得三十即此四數之總數也蓋以二加倍之數其末一數比前幾

二 四 八 一六

三 九 二七 八一

位之總數止多一首數故二乘末數則比末數多一分仍多一首數故減去首數二而以一除之即得總數也又如三九二十七八十一四數為每次以三倍之之數欲求其總數則以末數八十一用三乘之以三倍之故用三得二百四十三減去首數三為二百四十復以其所加分數二除之得一百二十即為此四數之總數也蓋以三加倍之數其末一數為

二五六 六四 一六 四

前幾數之倍數而仍多一首數今三乘末數則比末數多二分仍多一首數

末數八十一則為八十一者有三故必除本數八十一仍為多二分也

減去首數三而以二除之即得總數也

又如四十六六十四二百五十六四數

為每次以四倍之之數欲求總數則以

末數二百五十六用四乘之以四倍之故用四

得一千零二十四減去首數四為一千

零二十復以其所加分數三除之得三

百四十為此四數之總數也蓋以四加

倍之數其末一數為前幾數之三倍而

仍多一首數今四乘末數則比末數多

三分仍多一首數四乘末數二百五十六則為二百五十六

者有四除本數二百五十六仍為多三分也故必減去首數

四而以三除之即得總數也凡此倍加

之數不論加倍幾何皆為相連比例之

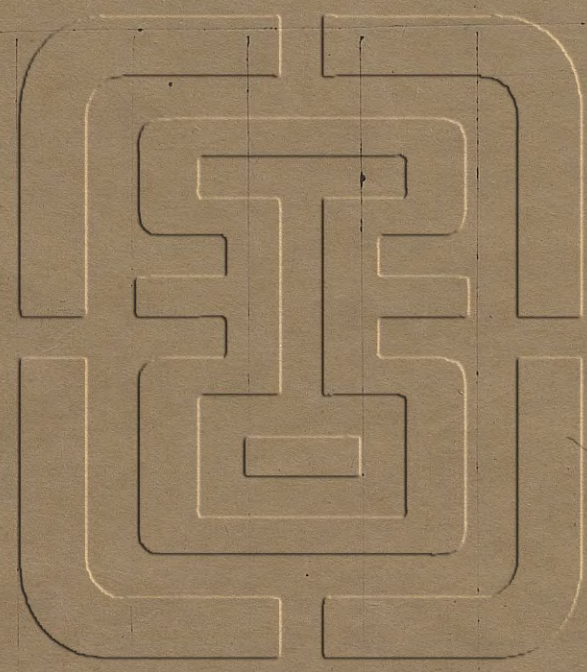
數故其比例皆同如遞加二倍之數其

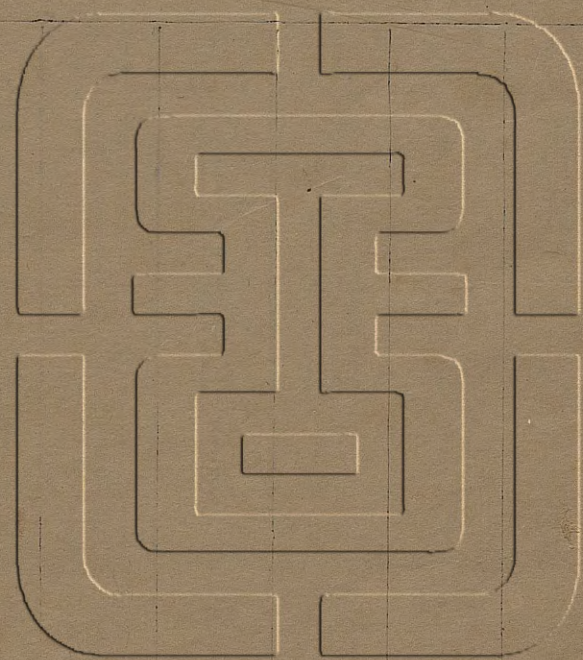
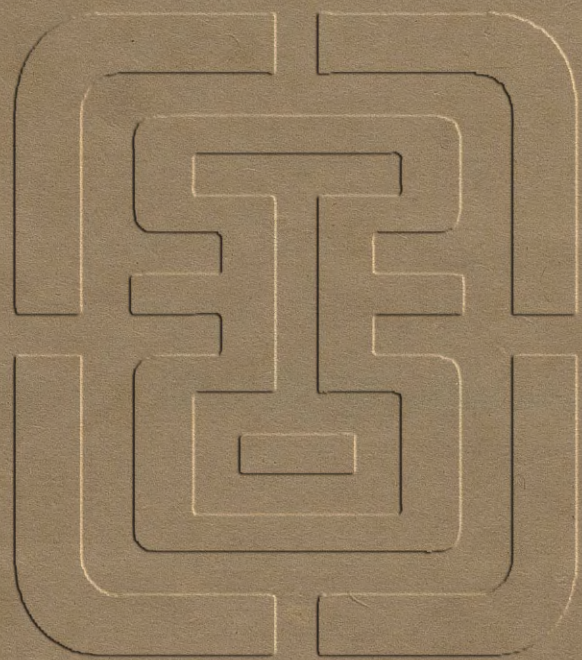
四與八之比同於二與四之比即八與

二五六 六四 一六 四

一六	八	四	二
八一	二七	九	三
二五六	六四	一六	四

十六之比亦皆同於二與四之比也。又如遞加三倍之數其九與二十七之比同於三與九之比。即二十七與八十一之比亦皆同於三與九之比也。即遞加四倍之數其十六與六十四之比同於四與十六之比。即六十四與二百五十六之比亦皆同於一與四之比也。總之以二倍加者皆一與二之連比例。以三倍加者皆一與三之連比例。以四倍加者皆一與四之連比例。即推之以五倍加六倍加者其理亦無不相同也。





徐
叟
班
米
系
編
先
王

