

登記號數	2206
分類號數	256
卷者號數	312

編輯大意

1. 本書依照師範學校算學課程標準目標三,注重將來小學用途,授以教學做材料,故內容以小學教材教法為主。
2. 本書依照師範學校算學課程標準教材大綱六,及說明七,包含小學算術科教學的原理及通則,教材的選擇及排列,教學順序,成績考查法,教便物製作法,珠算等。
3. 本書以小學算術科課程標準及教學方法為研究主要對象。按照各學年作業要項,以各項教材為綱,每項詳論教材選擇排列教學順序。所須教便物,即同時論及。這樣,可以使學生對於小學算術科教材教法,得到一個詳明而深切的了解,以期達到目標三,造成有目的,有計劃的算術教員。
4. 學習本書時,須令學生各備小學課程標準一本,以資參考。其他參考書,詳書末。

小學算術教學之研究

目 次

第一章	小學算術科	1 頁
第一節	小學算術科課程標準	1
第二節	增進兒童的常識和經驗	3
第三節	培養兒童解決問題的能力	9
第四節	養成兒童計算的習慣	15
第二章	教材的選擇排列	20
第一節	選擇排列與組織	20
第二節	練習材料的選擇組織	24
第三節	應用問題的選擇組織	30
第四節	關於復習材料的組織	40
第三章	教學方法的原理及通則	47
第一節	意義的學習	47
甲.	關於數的意義	47
乙.	關於方法術語符號的意義	56
丙.	關於度量衡幾何形體商用術語的意義	60
第二節	理論和說明	64
第三節	解決應用問題	77
第四節	練習的興趣	93

第五節	習慣的養成	117
第四章	遊戲與教具	134
第一節	遊戲的方法	134
第二節	教具製作法	141
第五章	教學過程	159
第六章	教學上的注意點	170
第七章	成績考查法	191
第八章	珠算	211
	參考書	224

MG
G623.56
30

新課程標準師範適用

小學算術教學之研究

第一章 小學算術科

第一節 小學算術科課程標準

小學算術科的教學，應當拿部頒小學算術科課程標準作為根據。課程標準分四綱。第一綱是目標。目標分三條。第一條是增進兒童的常識和經驗。第二條是培養兒童解決問題的能力。第三條是養成兒童計算的習慣。這三方面是教學小學算術的基本原理。

課程標準第二綱是作業類別，計分三條。第一條是心算。心算包括在筆算珠算中，是算術的基礎。第一學年純用心算，二年以上，心算與筆算珠算並重，並且每次學算術時，仍應練習心算。心算練得愈熟，筆算珠算愈容易做得迅速正確。這是計算習慣的基礎。第二條是筆算，第三條是珠算。筆算從二年起，珠算從四年起。珠算和筆算是兩種計算的工具，所以宜相互聯絡，參證。



3 1760 8910 4

課程標準第三綱是各學年作業要項。一張作業要項表分一二學年，三四學年，五六學年，三大段落。每段落的教材類別，分條詳列。一二學年共二十九條，三四學年共三十七條，五六學年共二十八條。照附註裏說，一二學年前十一條，供一年級用，後十八條供二年級用。三四學年前十六條供三年級用，後二十一條供四年級用。五六學年前十六條供五年級用，後十二條供六年級用。另外四年級有珠算，教材計六條。五六年級珠算有十二條。這是一個大體的分配。實際施教時，不能呆板，要看地方情形，學生年齡學力，斟酌變化。附註第二條裏特別說明，鄉村或偏僻地方，一二年學生年齡較大，未入學以前，關於算術的常識經驗，比普通六七歲兒童要豐富得多。就是他們的心算，也已有相當習慣。所以宜把一二年的二十九條和三年的十六條，共計四十五條，分作兩個學年教學。就是說普通三學年的教材，縮改在兩學年裏用。

附註第三條，也是指示教材應斟酌地方情形而變化增刪的辦法。用外國度量衡及外國貨幣做一例子，有的地方宜酌量增加，有的地方竟可完全刪除不學。就是別種教材，也應當看地方需要，分別輕重，不宜拘

泥作業要項表，呆板劃一。

課程標準第四綱是教學要點，內分十五條，有的規定教材的選擇，有的規定教材的排列組織，有的規定教學時的方法。條文不過十五條，重要的原理原則，差不多已經包括無遺。我們入手研究，宜先把三條目標認識清楚，其次再細看作業要項表與附註，按照三條目標，把表中各條教材一一對照，看那幾條教材是供達到那一條目標用的？再其次把教學要點各條細細研究，仍宜對照目標與作業要項表中各條教材。例如教學要點第一條規定一年級宜和別的設計聯絡，便應細看十六條教材，想定如何聯絡的方法。以下各章各節，我們一一有較具體較詳細的論述。

第二節 增進兒童的常識和經驗

課程標準目標第一條說“增進兒童生活中關於數的常識和經驗”。這所謂數的常識，可以作為數量，經濟各方面的常識解。大體可以分三方面說。

第一方面是計算方法的基礎。例如初學減法，我們可以從種種不同的事例中，歸納成功下列的三個例子：

1. 拿了十個銅元出去，買糖用去了五個銅元，還有

五個銅元帶回來。

2. 買花生糖要十個銅元一包。買豆糖只要五個銅元一包。花生糖比豆糖貴五個銅元一包。

3. 買花生糖要十個銅元一包。只帶了五個銅元去，所以還缺少五個銅元。

第一例是求剩餘，第二例是比多少，第三例是補不足。同是減法，有三種不同的意義。又如除法，也有兩種不同的意義，一是等分，一是比。前者例如：

姑母送來橘子十二只，兄弟三人均分，每人各得四只。後者例如：

媽媽有橘子十二只，分給小朋友吃，每人分給三只，可以分給四個小朋友。

諸等數的關係及幾何形體，也各有好多關於計算方面的常識。例如“16兩=1斤”是諸等數中的計算關係。呆記此等關係，就是熟讀所謂諸等表，“10錢=1兩”“16兩=1斤”……不過是一種強記，每逢實地使用，往往會得張冠李戴，糾纏不清。多少重是一斤？多少重是一兩？叫兒童直接得到了相當經驗，那末十六兩是一斤的關係，便容易記憶了。沒有直接經驗的，不過是一種強記。強記最不可靠。作業要項表中，不是有得規定

嗎？例如第一二學年第一條大小長短的認識，第二條輕重厚薄的認識，等等都是。凡是標明有“認識”字樣的，我們一望而知是一種常識方面的教材。作業要項表中，分列在各學年，表面看來，似乎十分零碎。實在，從第一二學年第一條長短的認識，到第七條尺寸的認識，到第三四學年第二條丈和尺的認識，……自有一個關於長度的系統，一步一步的進行。

作業要項表中有一部份的教材，就字面上看來，並沒有什麼“認識”等字樣標出，但仍須有相當的常識作為計算的基礎。例如第三四學年第十五條名數小數的練習，5.34丈，53.4尺，534寸等，要是不訴諸關於長度的常識，學生對於單位名稱與小數點的關係，沒有真切的認識，不過是一種機械的計算罷了。機械的計算和強記同，極容易忘記，極容易紛亂的。

又如0的意義，十以上位子的命法，小數點，百分的意義，分數的意義，等等都是如此。列舉出來，如第一二學年的第十二條，第二十九條；第三四學年的第十五條；第五六學年的第五條，第八條，第十四條，第十五條，第十六條，第二十七條，等等。

作業要項表中，有的寫明白“認識”，有的只寫“實

測”，“比較”，有的僅寫“練習”。我們宜詳細考慮某種計算方法，應否需要相當的常識作為基礎？例如第五六學年第二十七條，有“家用簿記的練習，”但是以前各學年並沒有關於簿記的常識，那末在開始學習簿記時，一定要補充簿記方面的常識。

第二方面是解答問題的基礎。人生日常應用算術的問題有好多，但是構成這等問題的事物却是一種常識。例如“鉛筆每枝價銀三分。今買二枝，應付銀多少？”這問題的計算方法是很簡單的，不過是 $2 \times 3 = 6$ 罷了。但是鉛筆是什麼東西？三分銀元是多少？買物付價，物價與數量是成正比例的，……等都是一種常識。平常小學生都知道鉛筆。若是不用鉛筆的地方，這問題便生困難。成人都知道買物付價，是一定的辦法。但是小孩子自己沒有過親自買物付價的經驗，我們怎能保證他們一定知道這一種社會上的習慣。物價與數量，未必一定成正比例的。通例一枝筆三分，二枝筆便是六分。但是有的店家，儘有定價一枝三分，二枝五分；或一枝三分，二枝五分，三枝七分，……的。這不是乘法，這是社會上商業中的一種常識。

關於這方面的常識，普通都包括在“應用問題”一

句混括的句子中的。其實等到做應用問題時再學，恐怕太遲也難說。作業要項表第一二學年第二十二條“兒童生活中所用物品的調查和估價”就是。在作業要項表裏只列了一條。實施時應隨時隨地作為日常的作業，決不是編作一二課教科書，列作一二單元的教材，草草說明，便可了事。第三四學年的第三十七條，也是如此。從這等常識，可以到第五六學年的第二十四條。這是一個系統。

應用問題所需要的基本常識，原不限物價一項。上述，不過拿物價作一例子罷了。有的，還要靠別科。例如寒暑表，一方面是算術，一方面也是一種科學常識。百分法應用問題中，如提到合金的成分，空氣的組成等，不都是自然科的常識嗎？若把丈尺應用到建築製造方面去，那末這等應用問題，要有勞作方面的常識作為基礎。

第三方面，是不必計算，與應用問題的解答也沒有什麼直接關係。例如利息的意義，是計算利息的基本常識，與計算方法有關係的。又如典當，儲蓄，借貸銀行，等等，是應用利息的計算法，解決社會經濟問題必須的常識。若研究鄉村高利貸，銀行利率高低與信用，等

等，既不關計算方法，又與應用問題的解答沒有直接關係，然而這等常識，於學生是很有益的。我們不可不教。作業要項表第一二學年第二十二條，第三四學年第三十七條，第五六學年第二十四條，也都可以擴充範圍，作為第三方面的常識教材。

市制與公制的比較，中外度量衡貨幣的比較，與其教學生多做換算，不如讓他們討論研究。我們要推行市制，第一要使大家樂於應用。如能在小學生心裏培養了一種愛好市制的態度，他們將來可以做竭力推行的中堅份子。要他們愛好新的市制，還是使他們認識市制的標準劃一，出入公平，而且與公制有正確的關係。多換算或者反而要使他們厭惡。厭惡，不是一種推行的暗礁嗎？

中外度量衡制的比較研究，也宜注重在彼此的優劣比較，更用不着做好多麻煩的換算。世界各國的幣制，各都有法定的關係。關係的進退，有的完全十進，最是方便。有的不是十進，計算周折。只有我國，法定的制度與市上實際流行的大洋小洋銅元，各不相關，各有市價。比較研究，可以養成學生對於幣制的統一，有急切的需要，那末將來實行統一時，他們都是有力的推

行者。

總結一句說，常識有三方面，一是計算方法的基礎，一是解答應用問題的根本知識，一是關於社會經濟的常識。三者不可缺一。但是三者也不是絕對分立，不可兼的。例如物價的研究，既可以作為解決買物付價等日常應用問題的基礎，同時也可以研究物價漲落的種種原因結果。

第三節 培養兒童解決問題的能力

算術的功用，是解決人生的數量問題。計算的方法技能，彷彿是解決問題時所用的工具。工具如能使用純熟，解答問題時，結果正確，而且進行迅速。不然，明知道如何計算，化了好多時間，結果還是錯誤。如此解答問題，不是勞而無功？只不過知道如何做，而不會得做，做不出良好的結果來，與不做有什麼兩樣？或者白白把做的時間耗費，或者把錯誤的結果，信以為正確，不是比不知道做法更加有害？我們說計算的方法技能是一種工具，並沒有看輕他，實在是重視他。“工欲善其事，必先利其器。”利其器，在算術科，便是練習純熟，是很重要的。

單單有了利器，不知道怎樣使用，於人生也沒有益

處。算術科的善其事，便是解決人生的數量問題。只有純熟的計算技能，而不會得利用這等技能來解答問題，人將變成工具。所以應用問題是我們生活裏應用的問題，不是方法技能的應用練習。在一種方法技能練習以後，列若干應用問題，是平常慣行的辦法。但是這辦法有些不合。爲什麼說是不合？因爲把“應用”的意義誤解了。太狹義的說，不過是所學方法技能的應用罷了。廣義的說，人生生活裏實際應用也是“應用”。

試看下列三個例題：

1. 鉛筆每枝價銀三分。今買二枝，應付價銀多少？
2. 正方形的邊長一寸，面積是一平方寸。今有一正方形，邊長二寸，面積是幾平方寸？
3. 火車速度一里，周圍空氣阻力約四斤。今有一火車，速度是一百五十里，周圍空氣阻力應有幾斤？

第一個問題最容易，誰都知道是一個極簡易的乘法，就是 $2 \times 3 = 6$ ，應付銀六分。第二個問題，我們看來還不很難。大家都知道，這不能用簡易的乘法 $1 \times 2 = 2$ 計算，結果應當是四平方寸。但是只學過乘法而沒有知道正方形面積的小學生，或許會得誤用 $1 \times 2 = 2$ 的乘

法，以爲答是二平方寸。第三個問題，我們看了或者也要遲疑。在沒有明白空氣阻力與速度的關係時，竟無從着手解答。要是草率從事，用了乘法，把 $4 \times 150 = 600$ 的算法應用，答六百斤，不是和小孩子一樣的錯誤！實在，空氣阻力與速度的平方是成正比例的。那末第三題的算法，與第二題沒有什麼兩樣，不過數目大小不同罷了。叫小學生算 $50 \times 50 \times 4 = 10000$ 不是很容易的事嗎？

此等關係，不是乘法，不是自乘，單單會乘法或自乘的，未必一定明白此等關係。買物付價是一種日常的經驗。學校裏雖沒有教，年齡大些的兒童在校外有機會自己學得。不過幼年生往往不知道的居多。簡易乘法，通例在一年級末或二年級練習。這時候的學生，或者未必個個人有買物付價的經驗。若在乘法練習後，叫學生做第一例的應用問題。在我們成人看來，雖是毫無疑義，在六七歲的孩子，或將莫明其妙。

邊與面積的關係，是屬於幾何學方面的，小學算術教材特別列入。講到計算方法，不過是一種乘法或自乘。未學過面積的，即使乘法極熟，也不會得解答第二例的問題。速度與空氣阻力的關係，是屬於力學的。懂

得此種關係而且會做乘法自乘的，自然容易解答。不明白此種關係，雖會乘法，也不能把自乘法算法應用到這問題上去。人生生活中的問題應用計算方法，不是拿若干問題作計算方法的應用練習。在練習後列若干問題，極易變成方法的應用練習。教者學者，大家注意在計算上面，竟把頂重要的關係丟開。小學生應用問題解答能力的低劣，原因當然有好多。從來把問題附屬在計算方法後面，可以說是一個最大的原因。

總結一句，關於應用問題，第一步是明白事實，第二步是從事實中尋關係，第三步是找一個適宜的計算方法來把這關係求一個結果。前節所說常識經驗，和第一步有密切關係。所謂解答應用問題的能力，大多是第二步和第三步。平常的教材，受了歷來因襲的影響，沒有把日常家庭，學校，社會，國家，世界各方面切要的事實和關係，同幾何形體一樣的列作教材。今後如希望小學生解決應用問題的能力進步，真正會得解決人生日常的問題，教材中必須將這些一一列入。

有的宜表演。買物付價，可以在教室裏開店；若干人做店員，若干人做買客，分組輪流表演。輪不到的，幫同計算。有好多諸等關係也可以從表演開店中學習。例

如開米店，可以學升斗；開布店，可以學尺寸；……所以教材中不但應列入“十升是一斗”，“十寸是一尺”等公式，還要列入開店的表演。

有的宜叫學生多多參加。代辦課本文具，是學習物價折扣等的絕好機會。稍稍組織，便可以成功一個合作社的形式。小學裏通行有消費合作社。但往往只限於點心糖果及零星文具。實在，開學時的筆記簿和課本數量較多，問題較繁，關係也較複雜，供給四年以上學習的機會和材料，愈加豐富。又如遠足，學藝會，運動會等，當然也是很有價值的應用機會。

有不便表演，不易參加的，在低年級裏，可以編成故事的形式。只有對高年級基礎經驗較富的學生，才可以用平常的說明和討論。要是逢到一時難於說明的，像保險的意義和功用等，仍舊可以用表演的方式。

事實明白了，關係熟悉了，然後再找一個計算的方法解決問題，那末迎刃而解，決不會再弄得張冠李戴，糾纏不清的了。找一適當的計算方法，也要用到思想，也不是一朝一夕可求成功，三言兩語可得說明的。要是我們用了生僻的，抽象的文字語句，把問題中的含義，隱蔽得使學生看不出來，那末不是啓發學生思想，

反而是阻礙他們的思想了。舊來的算學難題，本意是想訓練思想，結果却是阻礙思想。何況思想是無從訓練的！所以問題的敘述，宜不厭求詳。一味貪圖把文字弄得簡括，實在不是妥善的辦法。有人主張把應用問題的文章編成故事，就是這個理由。

有人主張，在平常慣用的應用問題以外，時時在相當地位，插入不必計算的問題，叫學生學習找尋事實中的關係，學習按照關係找尋相當的計算方法。有人以為在解答應用問題時，每題先叫學生開列算式，就是這種工作，不必另列什麼不必計算的問題。兩種主張各有各的理由。折衷採用，不可趨向極端。每解一題，一定要先列算式，於實際生活情形，離得太遠。例如到書店中，買三本書，定價每本一元二角，可以打八五折。如一時心算記不清楚，我們往往用紙筆作一連乘的算草如下：

$$\begin{array}{r}
 3.6 \\
 .85 \\
 \hline
 180 \\
 288 \\
 \hline
 3.06
 \end{array}$$

三乘一元二角，可用心算，不必演草。只有3.6與.85相乘時，因為不易記憶，才用算草。無論何人，決不肯先立如

下的算式。

$$1.2\text{元} \times 3 \times .85 =$$

我們用公式解問題時，常用數目代入公式，此外不用公式的計算，總不肯多化列式的時間。這是一個好習慣。

總之，應用問題和常識有密切的關係。由兒童生活推到成人社會，由親自經歷推到想像。這就是由近及遠，由淺及深的原則。

第四節 養成兒童計算的習慣

習慣的養成，要經過相當的練習。練習題的範圍，照課程標準作業要項表所規定，不外整數四則，小數四則，諸等數，百分法和分數等幾種罷了。嚴密些說，諸等數的計算，不過是整數的一種變相；百分法的計算，不過是小數的應用。所以就計算方法論，實在不過是整數，小數，分數等三種。這三種中，整數四則最是重要。小數和整數的區別完全在位子上。小數四則的計算和整數四則的計算原來沒有什麼兩樣。不同的，就是一個小數點。小數點的地位，可以決定數目的大小。例如 $\frac{14}{2}$ 的乘法，和 $\frac{1.4}{2}$ ， $\frac{.14}{2}$ ， $\frac{1.4}{.2}$ ， $\frac{.14}{.2}$ ， $\frac{14}{.2}$ ， $\frac{1.4}{.02}$ ， $\frac{.14}{.02}$ ， $\frac{14}{.02}$ 等等，在 $2 \times 4 = 8$ ； $2 \times 1 = 2$ ，時都是一樣的。結果有兩個數目

字 28,仍舊都是一樣的。不同點是因為原有小數點所在地位的關係變出 2.8; .28; .028; .0028 等等好多花式。所以我們可以說整數和小數,算法的根本沒有什麼多大差別。

分數和整數,有一個顯著的差別,就是整數是十進的,分數的進位要看分母而定。但是在處理分數四則的計算方法時,我們仍不過是用整數的四則。例如 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$ 相加,先做一個整數乘法 $2 \times 3 = 6$ 得到一個公分母,再做兩個整數乘法 $3 \times 1 = 3$; $2 \times 2 = 4$, 得到兩個分數的分子,再做一個整數加法 $3 + 4 = 7$; 再做一個整數除法 $7 \div 6 = 1$ 又 $\frac{1}{6}$ 。目的是做分數加法,但是所用方法,却是整數乘法加法,除法。所以我們可以說,整數的算法,在分數中也是一種重要不可缺的基礎。

各種計算方法的用途,大家都知道整數四則最繁,日常生活中,沒有一處不用到。並且,如上述,即使用小數,或分數,以及諸等法百分法計算時,仍逃不了要用到整數四則。所以小學生計算習慣中,整數四則是最重要。譬如前例,小數乘法,要是有一學生, 2×4 不熟,結果誤作是 6,那末即使小數點的地位沒有弄錯,但是答數都變成 2.6; .26; .026; .0026 等,沒有一個不是錯誤。

又如上例分數加法，要是 $2 \times 3 = 6$ ，因為學生不熟，誤作8或4時，那末分數加法的手續雖合做出來的答數總是錯的。

小數在我國，用途極大，差不多和整數相等。我們的度量衡制除斤兩關係，里丈關係外，差不多完全可以用小數計算。貨幣制度雖是紛亂沒有統一，然而法定的銀元單位，也是元角分釐，各各十進，仍可以用小數計算。在這等環境中，小數的用途極繁，所以這一種計算習慣，也是占着重要地位的。

分數，在英美等國，因為他們度量衡制不是十進的，所以用途較繁。英寸以下分 $\frac{1}{2}$ ； $\frac{1}{4}$ ； $\frac{1}{8}$ 等。我們可以用(3)代表三分，(.5)代表五分，既經用了小數，不必再用 $\frac{3}{10}$ ； $\frac{1}{2}$ 等分數。斤兩關係可以用分數表示，如 $\frac{1}{4}$ 斤是四兩， $\frac{1}{8}$ 斤是二兩等。然而我們向來，因為算盤上便於用小數，不使用分數，所以早有.0625；.125；.1875等所謂斤兩法的發明。只須學熟這幾個關係，日常斤兩的計算，也不難採用小數。所以分數在我國極少實用。

諸等法與百分法，如前述。比及比例，求積，開方，級數等，課程標準中已經不列。這是一個顯著的進步。就是

算術教材，脫離學究式的理論而適合人生日用的目標。舊來還有整數性質，差不多完全是抽象的數學理論，課程標準中，也淘汰不列。小學算術談不到數理，目標中已經明白規定。

心算筆算珠算，不是教材方面的區別，實在是計算時方式的不同。教學要點第十條說，心算是算術的基礎，尤須練習得十分純熟。第十一條又說，筆算珠算都是幫助心算的工具，各校當然可以兼教。珠算因為五進關係，比十進的筆算較為難學。我們明白了這其中的關係，決不會再把筆算與珠算嚴分界限。從心算出發，到心算計算不便記憶時，用筆來幫助。先明白了十進的一個系統，再學兼有五進十進的珠算。以後便雙方兼顧，一個題目，用兩種工具各算一遍。結果相同的，便是沒有錯誤的證據。這就是教學要點第十四條所說驗算方法的一種。除分數外，一切練習題都可以如此，而且都應當如此。

計算方法的練習，目標在乎養成正確而迅速的習慣。通俗的說，就是純熟。要純熟，宜經過相當的時間。材料的多少是和時間成反比例的。學校作業時間有限，材料的種類愈多，每種材料練習的時間愈少。食多嚼

不爛便是學生成績低劣的一個大原因。練習材料最好範圍小而精，那末時間充足，不難達到純熟。本此趣旨，我們可以決定整數四則的熟練是第一步，小數四則是第二步。諸等百分，算是兩者的應用練習。分數練習在最後，時間不夠，儘可保留。

提 問 要 點

1. 小學算術科課程標準中，有幾個目標？
2. 這幾個目標，各有什麼根據？
3. 常識和應用題有什麼關係？
4. 常識和練習題有什麼關係？
5. 什麼是解決應用問題的能力？
6. 爲什麼練習材料宜精不宜博？
7. 用什麼方法可以使學生明白問題中的關係？
8. 用什麼方法可以使學生練習純熟？

第二章 教材的選擇排列

第一節 選擇排列與組織

教材多,學校裏作業的時間有限,小學生學習的能力有限,所以不得不有選擇。選擇是定取捨。選定以後,還要排列一個學習的先後次序。這種手續,合起來名叫組織。組織的目的是要幫助學生學習。能達到這目的者,便是良好的組織。不能幫助學生學習的,便不是良好的組織。有時,我們忘記了這主要目的,只顧了在紙面上寫得好看,有條不紊。有時我們把教材,排列像目錄索引,只便了教員找尋時的便利。有時我們彷彿開一細賬,只便編教科書時的查閱。有時彷彿我們自己已學過後的備忘錄。這等組織,是教師主觀的,於學生學習方面,沒有多大益處。例如最老舊的組織,全部教材,分成若干章節,像下面的表:

第一章 整數

第一節 整數的命法寫法讀法

第二節 整數加法

第三節 整數減法

第四節 整數乘法

第五節 整數除法

第二章諸等數.....第三章小數.....第四章分數.....第五章百分數.....等等。這等組織,完全按照論理而排列。在學習完畢時,整理整理,或者可以作成這樣一個綱要。日常學習,專心在一個單元的教材上用功夫,誰也管不到前後的理論排列。學生所感到的,只有學習的難易,難易是學習心理中的一個要件。能按照學習難易排列的組織,便是可以幫助學生學習的組織,我們可以稱做心理的組織。心理的組織是學習進行的重要歷程論理的組織,不過是學習完成後的綱要。所以組織要從心理的開始,結局才可以歸納到論理的組織。這叫做從心理的到論理的。

拿課程標準中的作業要項表和上例比較,從表面看來,上例有條不紊,作業要項表頭緒紛繁。就是因為作業要項表的組織,都是依據學習的難易而排列的。這就是幫助學生學習,由易而難,由近而遠,由淺而深,由簡而繁,由具體而抽象的心理的組織。

什麼叫由易而難?例如:由 $\frac{4}{2}$ 而 $\frac{14}{22}$ 而 $\frac{7}{4}$ 而 $\frac{17}{4}$
 什麼叫由近而遠?例如:由尺寸而丈尺而里.....什麼

叫由淺而深例如：由遊戲而學寫數字，而學算式.....
什麼叫由簡而繁例如：由長度而面積而體積而體積和容量的關係.....什麼叫由具體而抽象？例如：由十進諸等丈尺寸等而名數小數(1.2丈)而不名數小數(1.2).....這不過是大概的例子，下兩節再細細論述。

組織教材有下列幾個原則：

1. 人生生活裏日常無重大用途的，小學裏不必教。例如利息，平常用的是求利銀，求利率，求時期等，用途極少。在說明利率的意義時，可用簡短的數目，如“借銀十元，付息一角，息是本之百分之幾？”等心算，來作例題。說明以後，練習宜注重日常用到的求利。

2. 可以聯絡的，不必呆分種類，儘量聯絡。例如百分法和折扣，不必依照理論分類，先排百分法，次排百分的應用，折扣。折扣的意義比百分容易明白。或者可以用折扣來說明百分的意義。又如正方形長方形求面積可以和乘法聯絡；面積化地積可以和除法聯絡。

3. 內容複雜的，宜分作好多單元，或者好多步驟，一步一步的學習。例如長度決不能把丈尺寸分等關係列作一個單元，宜先辨別長短，次認識尺寸，再次學習丈尺。作業要項表裏分列在一二學年的第一條，第

七條,三四學年的第二條,四則計算,尤宜細分,詳本章第二節。

4. 在連續進行中,可以插入相當的變化應用材料,例如一二學年和不過九的加法九九後,加些連加法; 2, 3, 4, 5 乘法九九後加些雙位乘法,詳細見本章第二節。

5. 某單元學得過久,學生容易厭倦,可插入些別種相當材料,例如正方形長方形的意義等,在二三學年,無論什麼地位都可插入,不必拘定在那一單元前,或那一單元後,作業要項表裏排列在一二學年的第二十三條,實施時可以任意移動。

6. 應連結的材料儘可連結了學習,例如作業要項表一二學年第二十四條是 2, 3, 4, 5 的乘九九,第二十五條是 2, 3, 4, 5 的除九九,實施時也可以先學 2 的乘九九次學 2 的除九九;再學 3 的乘九九,再學 3 的除九九,……把二十四條和二十五條,重行組織,使可以聯絡的材料合在一起,就是二十六條二十八條也可以一併和入,改如 2 的乘九九,關於 2 的不進位的乘法,2 的除九九,關於 2 的不退位的除法,就是二十四,二十五,二十六,二十八各條,關於 2 的合成一個大

單元,其他3,4,5等也同樣各組成一個大單元。

7. 組織要合學生生活需要。我們應當拿學生的環境來決定教材的組織。小學生的生活環境和成人不同。他們用的算術教材,不能拿我們成人的生活來做標準。立夏稱人在某地方是小孩子大家知道,大家很高興做的。這等教材比用稱柴稱煤,來得切合他們的生活。舊來的應用問題,往往拿算法做組織的中心。這是反客爲主的辦法。事實上是生活裏需要算術,不是算法在需要應用問題。

以上七條,是共通的原則。下面再按照教材性質,詳論選擇與組織的問題。

第二節 練習材料的選擇組織

課程標準作業要項表中,各學年練習材料的選擇組織,差不多已經規定得很周密。教學要點第十條說,日常生活所用短數,就是千以內的數目,他的算法,尤應注意練習。日常用數,不出千萬。制錢改用銅元以後,無形中已把數的範圍縮了十倍。萬以上的大數,日用是很少的,但是統計,以及社會自然等科中,却要用到。那種較大的數,能認識,已經很够,所以不必十分練習。其實,我們用大數時,常常用較大的單位。譬如人口,往

往說幾萬,幾十萬,幾百萬,差不多千以下不很注意,那末拿萬做了單位,仍在千萬,或萬萬左右,教學要點第十條的規定,依然可以適用。大數計算時,與其寫成 500000 等,右方帶了好多個 0,不如改用萬作單位,寫成“50萬”來得簡捷。

小數小到什麼程度,也要拿日用來做標準。通例不過二三位,至多四位已够。科學中,有用到六七位的,但是往往也另定一個單位名稱。例如電容量單位“法拉特”,實用起來嫌得過大,所以通行拿百萬分之一作單位,那末所有常用容量,便在十以下到小數三四位止之間。更小的,再定一個單位,便是百萬分之一的百萬分之一,那末,六七位小數,又變成二三位整數了。

諸等數,平常也不過用二三個單位。譬如論斤的東西,不出斤,兩,錢,以下大多不計。論兩的東西,至多用到兩錢分釐四位。只有商業場中的行市,要小到一毫二忽半。那是某種職業中的特殊情形,不必個個人要練習純熟的。又如論里的,到了丈已很精密,尺以下不必計較。論尺的,至多在丈尺寸,尺寸分等三位間。釐當然也要用,不過用到釐時,多數是寸分釐三位。里丈尺寸分釐六位連用,只有不近人情的算學題目中遇到。貨

幣還未統一,兌換是日常必須的,宜酌量多練。

百分法的範圍很廣,不一定商業中用,學校分數也有用百分的。百分之一百以上的成數,也是平常遇到的,不宜缺漏。折扣利息等,大多要看各地方情形而定。鄉村通行月利,典業亦然。銀行儲蓄利息,活期的,半年一結;定期的,多數在一年以上。日利限金融業同行往來,平常人不用複利近於專門,就是儲蓄,也用表可查。多練習算法,還不如練習些表的用法。分數的分母,不宜繁複; 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 16 等最常用。簿記注重家用,當然不過是初步的單式記法。

組織方法,照作業要項表看來,是一種直進法與圓周法交互的編製,例如先學和在九以下的加法,次學九以內的減法,這是直進的。再學二十以內不進位的加法及二十以內不退位的減法。這二者也是直進的。但對於前二項卻把數目範圍擴大了,作一個圓周的循環,更進一步是進位的加法九九和減法九九,又是一個循環。其他練習教材,大多如此,絕少只學一個循環的。

再就全般的大組織說,先整數,到三年後半開始學名數的小數。到四年,整數與名數的小數並進,到五年,

整數結束，開始不名數的小數。接着便是分數與百分。加與減，乘與除，常常連結在相近的地位。這樣，可以得到一個密切的關係。諸等數散見各處，也取圓周法，例如一年認識尺寸，三年認識丈尺，四年學里。方寸方尺，在三年丈尺之後，方里在五年，居四年里之後。而且與四則計算，也保持相當的聯絡。例如認識了十到十九各數，再認識尺寸銅元銀元，那末尺寸銅元銀元與十到十九各數，可以密切聯絡。像十、三寸就是一尺三寸等練習，既可以練十到十九各數，又可以練尺寸的關係。又如斤兩的認識，與進位乘法連絡，可以用乘法來計算 16×4 ，等斤化兩的習題，豈非一舉二得！

教法要點第十二條說，應該細細的劃定了步驟，按步就班的練習，才能成熟。所以作業要項中的一項，還可以分成好多步驟，例如：一年，和在九以下的加法，可以分作 (一) (二) (三) (四) 等四步。第一步是一到

$$\begin{array}{r} \text{(一)} \quad \text{(二)} \quad \text{(三)} \quad \text{(四)} \\ \begin{array}{r} 4 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 6 \end{array} \end{array}$$

四相加，下面的數目比上面的小。第二步也是一到四相加，但是下面的數目比上面的大。第三第四步都是二到八相加，第三步上大下小，第四步上小下大。

變化練習，是一種很有效的方法。若把上面四例各

各化成三個數目的連加法,便得

(一)	(二)	(三)	(四)
2	1	2	1
2	1	4	2
3	4	3	6

等。若化作四個數目的連加法,便得

(一)	(二)	(三)
1	1	2
2	1	1
1	1	3
3	4	2

(四)等連加法實用最廣,宜練得極熟。一方面自始就

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

練習連加法,一方面把加法基本九九多方變化應用,又是一種一舉兩得的組織方法。就是乘除,也可以照此組織。例如把 $\frac{22}{3}$ $\frac{33}{2}$ $\frac{21}{3}$ $\frac{12}{4}$ 等雙位乘法,排在乘法九九一部份之後,把 $2) 88$ $3) 69$ 等雙位除法,排在除法九九一部份之後(不要等九九全部學完),一方面可以介紹雙位乘除的形式,一方面是九九的應用練習。

又如小數減法,在三位以下的,可以分作下列的九步:

第一步,小數減小數,上面位數比下面多,或相等,例

如： $\begin{array}{r} .xxx \\ .xxx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} .xxx \\ .xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} .xx \\ .xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} .xx \\ .x \end{array}$ 等。

第二步，同上，上面位數比下面少，例如： $\begin{array}{r} .xx \\ .xxx \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} .x \\ .xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} .x \\ .xxx \end{array}$ 等。

第三步，帶小數減整數，例如 $\begin{array}{r} x.xx \\ x \end{array}$ ； $\begin{array}{r} xx.xx \\ x \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} xxx.xxx \\ xx \end{array}$ 等。

第四步，帶小數減小數，似第一步，例如： $\begin{array}{r} x.xxx \\ .xxx \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} xx.xxx \\ .xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} xxx.xx \\ .x \end{array}$ 等。

第五步，同上，似第二步，例如： $\begin{array}{r} xx.x \\ .xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} xx.x \\ .xxx \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} xx.x \\ .xxx \end{array}$ 等。

第六步，帶小數減帶小數，似第一步，例如： $\begin{array}{r} xx.xx \\ xx.x \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} xxx.xx \\ x.xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} xxx.xxx \\ x.x \end{array}$ 等。

第七步，同上，似第二步，例如： $\begin{array}{r} xx.x \\ x.xx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} xxx.x \\ xxx.xx \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} xxx.xx \\ xx.xxx \end{array}$ 等。

第八步，整數減小數或帶小數，例如： $\begin{array}{r} xx \\ .xx \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} xx \\ x.xxx \end{array}$ ； $\begin{array}{r} xxx \\ x.x \end{array}$ 等。

等九步,同上,整數有 0,例如: $\begin{array}{r} \times 0 \\ \cdot \times \times \times \end{array}$; $\begin{array}{r} \times 0 0 \\ \times \cdot \times \times \end{array}$;
 $\begin{array}{r} \times \times 0 \\ \cdot \times \times \times \end{array}$ 等。

以上各例,小數中都沒有 0 的。若把有 0 的,無 0 的,一起列舉出來,三位以下的小數,可得七個花式,如: $\cdot \times$; $\cdot \times \times$; $\cdot 0 \times$; $\cdot \times \times \times$; $\cdot \times 0 \times$; $\cdot 0 \times \times$; $\cdot 0 0 \times$ 等。上面九個例子,除第三例外,每例中都可以包括這七種,統共可得幾十種。各各都應注意練習,不可疏漏,尤其是有 0 的。

試拿 9 和 4 兩個數字,在整數三位,小數三位的範圍內分別組成下列各式減法:

$$\begin{array}{r} .9 \\ \cdot 4 \end{array}; \begin{array}{r} .9 \\ .04 \end{array}; \begin{array}{r} .9 \\ .004 \end{array}; \begin{array}{r} .09 \\ .04 \end{array}; \begin{array}{r} .09 \\ .004 \end{array}; \begin{array}{r} 9 \\ .4 \end{array}; \begin{array}{r} 9 \\ .04 \end{array}; \begin{array}{r} 9 \\ .004 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ .4 \end{array}; \begin{array}{r} 90 \\ .04 \end{array}; \begin{array}{r} 90 \\ .004 \end{array}; \begin{array}{r} 900 \\ .4 \end{array}; \begin{array}{r} 900 \\ .04 \end{array}; \begin{array}{r} 900 \\ .004 \end{array};$$

其中難易程度,相差很遠。若不一步一步的練習,怎能叫學生不錯?一切計算方法,都宜細分步驟。整數四則與小數四則尤應特別注意。

第三節 應用問題的選擇組織

應用問題的選擇,在課程標準裏,我們可以見到幾點極重要的原則。教學要點第三條,規定取材的範圍

一二學年是日常食,衣,用品等問題;三四學年是食,衣,住,行,學校作業,家庭經濟等問題;五六學年是食,衣,住,行,學校,家庭,社會,國際,等經濟問題。由近及遠,由淺及深,跟了兒童經驗的擴張而漸漸推廣,漸漸加深。這一條不但規定了選材的要點,而且也指示各學年進程的大略。下面又說特別注重買賣找錢,折扣等。這是因為此等問題,係個個人日常生活所必需,差不多我們天天要遇到的。

關於問題的方式,課程標準裏也有得規定。教學要點第四條說,一二學年宜多用遊戲,比賽,表演。年幼兒童的生活,差不多是以遊戲為主。取他們生活裏的遊戲表演做了基礎,把其中關於數量的,作為算術問題,那末他們親身經驗過的,自然容易明白其間關係。例如拍球本來是孩子愛好的遊戲。拍球時有數的問題,有比較誰多誰少的問題。要是能利用得法,可以學習不少應用加法減法的實際問題。就是介紹些負量觀念,也不是難事。例如哥哥拍了五次,弟弟只拍三次,哥哥比弟弟多拍二次,也就是弟弟比哥哥少拍二次,或者說,弟弟輸了二次。

教學要點第五條又說,低年級問題要演成事實。這

就是說，兒童日常生活中，不是常常經驗到的，然而可以利用他們固有經驗，幫助他們想像的，那末，叫他們表演。表演就是把想像的問題，演成事實。例如買賣，在幼年兒童生活中，直接經驗較少，但是他們對於買賣，並非絕對不懂。要是用了想像的問題，恐怕他們弄不清楚。叫他們表演，可以把問題中的關係，具體的顯示出來。例如買賣中的找錢，在表演時，買了一本八角的書，付了一元大洋，自然覺得非找二角不可。小孩子愛模仿。表演就是一種模仿。

教學要點第五條又說，三四年級的問題要故事化。故事化的目的，在幫助兒童想像。這是比表演進了一步，也可以說距直接經驗遠了一步。然而故事化的問題，還比從來考試式的問題適合兒童心理。豈但三四年級，恐怕就是五六年級，有時因為要把問題中關係明顯的表示出來，也非用故事式不可。例如：“王方在前天做二十個算術題目，做對了十七個。昨天題目加多了，有二十五個。王方做對的題目也加多了，有二十一個。起先，他心上很快活，以為昨天比前天進步了。後來仔細想了一想，算了一算，原來前天對的是百分之……，昨天對的是百分之……所以……天比……天成績好呢。”

這彷彿也含些故事化的意味。平常慣用的，往往是“二十分之十七，與二十五分之二十一，那一個大？”等方式。試拿來比一比，一望而知前者要容易想像得多。教學要點第十五條說，五六年級注意日常生活需要的問題，一來切合實際，一來也是使學生容易想像。

但是生活的情形，各地不同，所以教學要點第三條又說，要就本地情形，兒童興趣，而隨時活用。譬如，在城市中，學生接觸工商業的機會較多，他們生活中需要工商問題的解決也較切，對於工商方面經驗也較富，那末問題偏重工商方面是很合宜的。鄉村小學，情形不同。現在教科書中教材，有好多因襲從來習慣，未免忽略了農村方面。譬如利息問題，銀行儲蓄未通行的地方，典當却是很普遍的，那末拿典當來做利息問題的教材，比了銀行要切實得多。所以有人說應用問題教材各地不同，萬難一律。教科書中的應用問題，算是一種參考就是了。實際用的教材，應當就地取材。在低年級簡直可以各校不同。

選擇教材，一面要顧到社會的需要，一面也要顧到兒童的心理。這是普遍的原則，算術應用問題，也不在例外。社會需要因時代而變遷。例如郵政一天一天的

在推行，公路一天一天的在建築，而且這等都是大家日常生活裏必須的，所以這等教材應多多加入。說起郵政，重量與郵資並不是一種絕對的乘法關係。例如寄往外埠的平信，重二十公分的，郵資五分，超過一些便要一角。汽車火車計算運費，也常採用這等關係。這是應當特別注意的。時代在進化，制度在變遷，一方面新的增加，一方面舊的也在淘汰。銀元已成功了法定的貨幣單位，銀兩問題，當然沒有再學的必要了。

教學要點第三條所說學校作業，係指學生學習的各科而言。就是應用算術到各科中去，和各科發生一種密切的聯絡關係。例如衛生科的食物分量，公共衛生事業；體育科的運動比賽，遠足登山；社會自然科的職業狀況，物產，交通；勞作科的工作計劃；美術科的遠近比例等等，凡是需要數量的，都可以應用算術。例如：“某甲某乙在同一地點，同向進行，甲每時走八里，乙每時走七里，問經過三時後，甲在乙前幾里？”一題，何不改用遠足登山或運動比賽，更與兒童生活切近？這還是指想像問題說的。工作計劃，食物分量等，儘可以拿實在問題叫學生解決。例如，每人每天應當喝水四大碗，假定一半在家，一半在校，全校共有多少同學，應

喝水約多少升？由這數目，計算校裏水壺的容量等等。

教學要點第六條，是規定問題所用文字和層次的。文字當然不宜艱深，但是文字和經驗有密切的關係。事實在我們經驗以外，我們僅看文字，決難明白意思。要是已經有了相當經驗，文字是經驗事實的代表，當然要用。例如，“速度”一詞，在沒有明白距離和時間的一定關係以前，即使改用“快慢”，於事無補。確切明白了距離與時間的關係以後，應當用“速度”，不應當再用含糊不清的“快慢”。

至於層次，也應當拿人生日用做標準。我們日常生活中的問題，很少十分繁複曲折的。現在通行的所謂算術難題，大多數是故意編成功的。舊日心理學中有一種形式陶冶的錯誤理論。有人信以為真，便故意編造許多難題，以為這樣才可以訓練學生思想周密。心理學進步了，形式陶冶的不合理被證實了。然而這等難題，却依然存留在教材中。這也是應當跟時代進化而淘汰的。雞兔同籠等問題，雖然送進了中學，但是“某人用去了所有錢的三分之一還餘十二元，問原有錢多少？”等問題，還有人用作分數除法的應用問題。曲折並不過多，不過因為他太與實際情形不合，所

以不易想像。

選擇是定取捨。組織是把選定的教材按照兒童心理學力程度編配起來。這問題要從根本做起。先按照課程標準中教法要點第三條的範圍與進程。把適於某一程度兒童的某種應用題教材。先獨立組織起來。例如一二學年關於食的問題。有各兒食量。喝水量。食的時刻。各種食的價值。重量。容量等。拿食做中心。組織成功一個大單元。然後再設法把其中各小單元。依照應用的計算方法。與練習題互相聯絡。例如一年的食量和五以下的加減法聯絡。二年的食的時刻與時間聯絡。這樣。應用題不是計算方法的附屬品。仍與計算方法密切聯絡。計算方法有一定難易的。應照計算方法定先後。例如食品價格的比較。是應用減法的。宜在前。買食品付價要應用乘法的。宜在後。計算方法沒有多少難易次序的。照問題定先後。例如食物先米麥。後菜蔬。米麥要應用升斗。菜蔬要應用斤兩。升斗在前。斤兩在後。

譬如在學過若干加法減法之後。學習一個關於食物的大單元。先學食物的價格。應用減法。比較物價的大小。次學買物計算價值。這時有乘法的需要。於是學

乘法的一部份。次應用乘法，計算物價。次學付錢找錢，應用減法。次學角洋銅元的兌換，應用乘法減法。次由兌換發生除法的需要，再學除法的一部份……循序進行，直進法與圓周法，交互而行。問題漸漸的擴張加深，計算方法也漸漸的複雜。問題與計算方法交相爲用，彼此合作，不分那一種是主體，那一種是附屬。再把各大單元，按照由淺入深由近及遠的原則排列，便成功一學期或一學年的大組織。

上面所說的組織方法，是拿學生生活需要做根據的練習題的組織，宜注重學習的心理。應用題的組織，宜注重生活需要。這是通則，有時也有例外。我們應用算術，解決生活裏的問題，完全拿生活需要來做根據。沒有需要，便可不必應用算術。例如請客，做壽，結婚，出門，搬家，投資，經商，等等，都是先有實在的需要，然後再應用算術。我們決不是爲了利息，所以要去儲蓄借貸，爲了百分法，所以才用折扣的！

小學算術應用問題，却完全和我們的情形相反。當然，一切應用問題，要等到生活裏有了需要才學，或者要嫌太遲。並且我們也不能不顧到學習的難易。所以應用問題雖不必完全按照生活需要組織，但是有大

部份的教材,却不難照上述辦法組織。用生活需要做動機,用生活需要做練習,用生活需要做復習應用,都可以。不過這裏所說生活需要,是指小學生的需要說的;不是完全拿我們成人的需要做標準的。小孩子愛遊戲,遊戲便是他們生活需要的一種。下面有兩個例子:

例一: 誰會看鐘表?先看短針,誰能告訴下面的時間?

1. 從上午六時到十一時,是幾點鐘?
 2. 從下午六時到下午十時,是幾點鐘?
 3. 從上午八時到正午,是幾點鐘?
 4. 從正午到半夜,是幾點鐘?
 5. 從上午八時到下午三時,是幾點鐘?
 6. 從半夜到正午,是幾點鐘?
 7. 從半夜到正午,再到下一天的半夜,是幾點鐘?
 8. 從半夜到正午,再到下一天的半夜,就是一天。一天共有幾點鐘?
 9. 從半夜到下午二時,是幾點鐘?
 10. 從正午到下一天的上午六時,是幾點鐘?
-

這是利用遊戲比賽意味的一例。也可以改用學生在學校裏上課遊戲休息等的實在事情。同時，還可以學郵局，鐵路等下午用十三時到二十四時的制度，只要他們環境裏容易接觸到。拿些信封，看郵局的戳記，或者拿一張火車時間表，便可以和他們研究這一種新的制度。還可以比較比較那一種制度便利。

下面還有一個例子，是利用學校生活的。

例二：我們再來學看長針。

1. 先生喊“起”時，長針恰在二字上；先生喊“停”時，長針恰在三字上。我們做了——分鐘。
2. 若是在二字上起，到四字上才停，那末我們做幾分鐘？
3. 我作文，在二字上起，到九字上完，所以做了——分鐘。
4. 弟弟作文，在十二字上起，做完時又在十二字上了。他作文是——分鐘。
5. 我比弟弟少做——分鐘。

做過幾十題後，可以再學長針和短針的關係，就是一點鐘六十分鐘的關係。

以上兩例,是一個單元的例子。下例是某一種算術教科書中用生活需要組織應用問題的例子。一冊書中有二十四個單元。全書一百課,下例中的數目字,是各課在全書中的次序。

- | | | |
|------------|-----------|-------------|
| (1) 假期作業 | (24) 時間表 | (72) 雙十節 |
| (9) 學校用品 | (45) 秤人 | (74) 收入和貯蓄 |
| (14) 多少路? | (53) 記帳 | (79) 肉店 |
| (15) 貯蓄 | (54) 水菓店 | (82) 批發 |
| (16) 電報 | (58) 果樹園 | (86) 糖菓店 |
| (19) 會計 | (60) 賣報童子 | (97) 分數,平均數 |
| (20) 房子的圖樣 | (61) 魚灘子 | (98) 報告單 |
| (21) 比例尺 | (67) 中秋節 | (99) 假期作業 |

第四節 關於復習材料的組織

復習不可以同樣的反復,教材也宜有相當的組織。有一部份的教材,平日進行,前面學過,自然而然在後面有反復的機會。這等教材,不必特別復習。例如先學一部份的加法基本九九,次學相關的連加法。學連加法時,自然而然要用到加法基本九九,所以那九九是不必再特別復習的。不但連加法中要用到,就是學別種算法時,也常常要用到加法的基本九九,所以拿加

法基本九九來叫學生呆板的復習實在是一種無謂的浪費。

平時學習，往往一個一個單元進行。有時也許前後綜合組織。但是各單元各有特殊目標，也有不能一定想法綜合的。到了復習，可以把以前學過的綜合起來。這樣，可以避免在同一水平面上反復的單調。單調的反復，容易招致厭倦。厭倦是減低效能的一個重大原因。學生是日日在進步的。自從初學到復習，他們已經增長了不少經驗。所以復習宜比初學略為加深一些。這樣，還可以得到多方變化的機會。總之，復習教材的組織，宜注意三點：一是略略提高程度，二是多方變化，三是綜合的使學生得到融會貫通的益處。本此原則，舉例如下：

例一： 3 9 5 2 7 1 6 4 8

1. 上面九個數目，各各用 6 乘，再加 2.
2. 上面九個數目，各各用 7 乘，再加 3.
3. 上面九個數目，各各用 8 乘，再加 4.
4. 上面九個數目，各各用 9 乘，再加 5.
5. 上面九個數目，各各用 5 乘，再加 6.
6. 上面九個數目，各各用 4 乘，再加 7.

7. 上面九個數目,各各用 3 乘,再加 2.

這例適用在三年級,一方面復習乘法,一方面作為進位乘法的準備。例如: $\overset{27}{3}$ 的乘法,第一步 $3 \times 7 = 21$; 記 1 在積的地位上,暗記 2, 進位。第二步 $3 \times 2 = 6$, 再加下面進位的 2 成 8, 這 $3 \times 2 + 2$, 和本例的算法相似的。所以說是一種準備。

例二:

1. 上學期的分數報告單,李和生總平均 87 分,王元和總平均 84 分誰的成績好?多幾分?

2. 下面是幾位同學的成績,算各人的平均分數。

	王	李	張	史	孫	陸	金	朱
讀書	91	87	83	81	79	77	76	73
作文	88	78	82	79	73	78	73	75
寫字	89	85	79	75	84	87	68	64
算術	90	79	75	80	82	91	67	71
常識	<u>91</u>	<u>87</u>	<u>80</u>	<u>72</u>	<u>73</u>	<u>95</u>	<u>70</u>	<u>60</u>

3. 誰的平均分數最大?

4. 誰的平均分數第二? 他比第一名少幾分?

5. 誰的平均分數最少? 他比第一名少幾分?

6. 張比孫那個大? 差多少?
7. 朱和李差多少?
8. 陸和金差多少?
9. 仿照上面的例子,用同學的分數,自己編五個題目。編好後,自己算。

.....

這例子適用在四年級復習 7, 8, 9 的連加法, 除法, 平均數, 小數等。取材是普通小學裏的成績分數。要是學校裏向來不通行各科求平均分數的, 可以把內容改作某一科目, 連續幾次的成績, 求平均數。例如:

	王	李	
第一次	91	87
第二次	88	78
第三次	89	85
第四次	90	79
第五次	<u>91</u>	<u>87</u>

結末再叫學生自己編造題目。這也是一種很重要的復習。不但分數, 就是物價, 也可以求平均數的。

例三: 下面的題目, 不用筆算, 看二分鐘裏, 能做正多少?

1.	2.	3.	4.	5.
$19+8=$	$20\times 9=$	$28\div 4=$	$10\times 30=$	$16\times 4=$
$16-9=$	$10\times 17=$	$16\times 3=$	$66\div 11=$	$72\div 8=$
$8\times 7=$	$63\div 7=$	$36\times 5=$	$6\times 8=$	$32+9=$
$54\div 6=$	$12-9=$	$7\times 11=$	$36\div 9=$	$13-8=$
$7\times 6=$	$27\div 3=$	$75-25=$	$240\div 6=$	$81\div 9=$
$53+8=$	$80\div 20=$	$30\times 12=$	$56\div 8=$	$7\times 50=$
$100\div 25=$	$50\times 2=$	$36\div 3=$	$14+29=$	$72-48=$
$80\times 4=$	$25\times 3=$	$15\times 7=$	$100\div 50=$	$30\times 30=$

這例復習符號的用法,某種加減乘除九九中的較難者,以及關於十或幾十的乘法除法等。注重心算速算。適用在四年級結束或五年級的開始。也帶測驗性質,可以調查學生的缺點,以謀補救。復習如能這樣組織,兼有診斷功用。

例四:

不用筆算,看下面各對,那幾對是相等的,或是相同的?

(1) $\frac{3}{4}$.75

(2) $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$

(3) .001元 1角

(4) \$10.5 \$10.50

- (5) 10.5元 .105元 (6) 10.5元 $10\frac{1}{2}$ 元
- (7) $1\frac{5}{8}$ $\frac{15}{8}$ (8) $3\frac{1}{4}$ $\frac{4}{3}$
- (9) $\frac{1}{4}$.25 (10) $.33\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$
- (11) $66\frac{2}{3}$ 里 $\frac{2}{3}$ 里 (12) $.66\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$
- (13) 1.5斤 15兩 (14) $1\frac{1}{2}$ 斤 24兩
- (15) $\frac{1}{6}$ $16\frac{1}{3}$ (16) 1.4 $\frac{4}{5}$
- (17) 0146.3石 146.3石 (18) 018.7石 180.7石
- (19) 86 860 (20) 8.6 8.60
- (21) .45 .450 (22) .45 .045

這例復習幾種關於分數,小數位子,0,等等也有一部份是關於諸等數的。有的相等或相同,有的不相等或不同。單獨提出,容易迷惑。兩相比較,學生可以細心分析。這等復習和開始學習及練習時,完全不同;把分散在幾處學習的,混合在一起比較,所以工作較進步,並且帶綜合概括的意思。還可以叫學生用筆算證明相等或不相等的理由。那末更加需要多方思考。

例五: 下面是許多式子,看是不是對的?要是對的

做一個“✓”的符號。若是不對，把他改正。

$$(1) \quad \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad 9 \div \frac{3}{2} = 7 \times \frac{2}{3}$$

$$(3) \quad 6\text{兩} = .375\text{斤}$$

$$(4) \quad 100 \times 46 = .46$$

$$(5) \quad .08 + .09 = .017$$

$$(6) \quad .36 \div .01 = 36$$

$$(7) \quad 12 \times \frac{1}{2} = 12 \div 2$$

$$(8) \quad 7\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \div \frac{2}{3}$$

$$(9) \quad \frac{1}{16}\text{斤} = .625\text{兩}$$

$$(10) \quad .7\% = .007$$

這例復習的，和例四差不多，例四叫學生辨別等或不等，這例已寫成等式；但是學生工作的目標，仍舊要細心分析，比較辨別。改正時，可以做二次。一次照等號前的改，再一次照等號後的改。例如第二題，先改成 $9 \div \frac{3}{2} = 9 \times \frac{2}{3}$ ；再改成 $7 \div 1\frac{1}{2} = 7 \times \frac{2}{3}$ ；餘類推。

提 問 要 點

1. 算術教材的組織，有什麼共通的原則？
2. 練習用教材，應當怎樣組織？
3. 應用問題教材，應當怎樣組織？
4. 復習用的教材，應當怎樣組織？

第三章 教學方法的原理及通則

第一節 意義的學習

甲. 關於數的意義

文字、數目，都是一種符號。要是沒有和事物發生關係，便沒有什麼意義。例如一個羅馬字母“V”，在數學中可以代表五，在電學中可以代表弗打或伏脫的縮寫。知道此等意義者，看來當然明白。不知道這等意義的符號便沒有什麼道理。所以，我們要教學生學一個“6”的數目，一定要和六個孩子，六枝筆，六寸，六升，……等等發生了關聯，才有意義。否則不過是一個空洞的符號。這種符號與事物的關聯，可以叫做直接的關聯。因為六寸可以量，六斤可以稱，六個人可以數，所以名叫直接的。又如學生已經從直接的關聯學會了“40”和“5”，現在不必再量四丈五尺，稱四十五斤，數四十五人，可以由40和5結合成功45，這便是一種間接的關聯。

從來學算，喜歡用演繹的方法，所以間接的關聯，占了重要的位置。間接經驗可以省便許多，確是很好的。但是直接經驗不充足時，誤用了間接經驗，往往弄成

絕大的錯誤。我們不能過份貪圖省便。尤其在初學時，應當特別注重直接經驗。初學，不是專指低年級說的。年級愈低，學生原有經驗愈少，所以需要直接經驗處愈多，這是當然的。但是中高年級學新事物也宜注重直接經驗，例如低年級的量六尺長，和中年級的實測六方尺，高年級的.6尺;.6方尺，一樣的要用到直接經驗。

有時，因為我們自己太聰明了，太熟習了，對於事物或數目的意義十分明白，所以看得十分容易，以為這等只須一言可了，不必詳細教學。其實，學生沒有如此聰明，沒有如此熟悉，對於一言可了的，完全沒有明白。例如初教分數或百分數時，像 $\frac{7}{8}$ 或7%等，我們如草草說明，學生或者以為 $\frac{7}{8}$ 和7與8等整數，7%與70, 700等相差有限。 $\frac{7}{8}$ 或7%都是小於一的；和7或8; 70,或700相差很遠呢。如要使學生得到直接經驗，我們應當用實物圖畫等幫助。此外還可以叫學生把 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{8}$; 等，按照大小排列次序。同樣，也可以叫學生把7; 70; .7; .07; 70%; 7%等按照大小，排列次序。此等練習，雖不是直接經驗，但是多方的關係，也有相當的幫助。又如10000我們都知道是

一個很大的數目。在學生，或者只不過看做一個 1 和四個 0 罷了。他們沒有詳細明白十進位數法的關係，或許以為 978 要比 10000 大得多呢。宜給學生看 10000 方尺的地積，或 10000 立方寸的木塊，或者把一萬尺化作里，等等，他們才會得明白 10000 所代表的，究有多少。

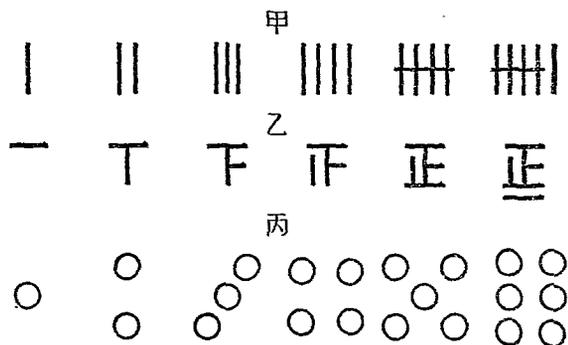
一個數目，不但是含一個意義，往往含有好幾個意義。例如 8，一個意義，是在 1；2；3；4；5；6；7；8；9 的系列中，地位居 7 與 9 之間，比 7 大，比 9 小。這可以叫做系列方面的意義。又一個意義，是一羣單體的集合，像 8 個孩子，8 枝筆等。這可以叫做羣集的意義。又一個意義，是表明某一單位的倍數，像 8 尺，8 升，8 斤等。這可以叫做比的意義。這種種意義，都該使學生，從直接經驗，一一明白。叫學生用尺量，用秤稱，也要叫學生數單體的物品。更進一步，宜使學生明白 8 可以表示八雙，八十，八百，八分，八釐，就是無論什麼的八倍，都可以用 8 來表示。

學生對於數目的了解程度，有深淺不同，完全明白的，固然很少；完全不明白的，也並不很多。譬如“千，”有的學生只知道是一個很大的數目，一千元要比五元

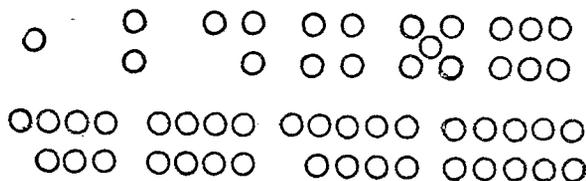
十元大得多,一千斤重是我們拿不動的,一千個人是一間屋子裏坐不下的。他雖沒有明白千是百的十倍;百又是十的十倍,但是他對於千的意義,已經有了一個大概的了解。我們不能拿一個數目各方面的意義,在短時間內,一起教給學生學會。要學生慢慢的把數目使用,才會得一步一步的明白。例如一個數目“24,”起先叫學生數書的頁數,從一頁起,一頁一頁的,尋到二十四頁。後來叫他們一頁一頁的數,到一百頁爲止。後來叫他們十頁十頁的數,到一百頁爲止。過了幾時,使他們明白 24 是二個十又四; 24 寸就是 2 尺 4 寸,等。再過了幾時,他們知道 $19+5=24$; $18+6=24$;等等。再過幾時,他們知道 $8\times 3=24$; $6\times 4=24$;等等。再過幾時,他們知道 2400 ; 24000 等等。這樣,有時增加直接經驗;有時做算術,使用數目,增加間接經驗,循環不息,一步一步的進行。起初不過知道一些大概的意義。後來,再漸漸的體會到各方面的深意。這是一個由大體而及到精深的原則。凡學生不會得使用的意義,宜留待將來再教,不可太早。先教第一步的意義,等學生會得用了,再教第二步。第二步會得用了,再教第三步。

在幫助學生得到直接經驗時,我們常常要用實物

或圖畫等。一個以上的物品總要排列一個形式。圖裏所畫的東西也往往有一個整齊的排列。下面的圖形，



是通常的排列方式。但是日常物品的排列，未必一定是排列得整整齊齊。所以不很整齊的排列形式，也要叫學生看慣，數慣。從前有一種人研究數學心理，主張圖形可以幫助數目的認識。並且各式圖形中，下式最

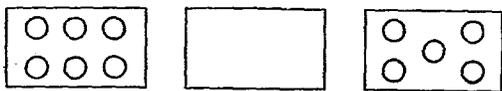


有效力。究竟是否此式最是有效，暫且不論。即使這是最有效的方式，我們不能把世界上一切物品，預先都

排成這等形式,然後再數,這是事實,所以上述排列不一定整齊的原則,仍舊適用。

用來幫助的事物,一定要取學生已經熟悉的。不然非但不能幫助,反而要使他們分心。例如學生本來不懂英尺,現在因為要說明分數,拿英尺來做例子,那末學生反而愈弄愈不清楚。

關於 0 的意義,平常往往忽略。下面的圖形,是一種幫助的方法。做成紙片抽練,左方的是 6;右方的是 5;中間是 0。做減法,當然也是一個很好的辦法。例如桌



上放一隻大匣子,一隻小匣子。放五件東西在大匣子裏,再放五件東西在小匣子。從大匣子裏拿出三件來,還有幾件?從小匣子裏拿出五件來,還有多少?做遊戲,也是一法。例如拍球,每人拍三次,比誰拍得多?你和我所拍的數目每次記出來。

	你:	我:	這樣
第一次	3	2	
第二次	2	0	
第三次	0	4	

記法，0 的關係十分重要。要是忘記把 0 記出，不是可以多拍一次？

有人拿某一種顏色或某一種圖形和某一個數目，做成一定的關係。例如 1 用紅色或畫一張嘴；2 用黑色，或畫一對眼睛；三用青色，或畫香爐腳；4 用黃色，或畫桌子腳；五用綠色，或畫一隻手等。這等辦法，有害無利。怕學生把顏色和數目，或者圖形和數目，發生了錯誤的連結。他們沒有實在明白數目的真意義，不過強記了數字的形式和圖形或顏色罷了。宜各色各式的變化活用。

數目，實在是一個抽象的符號。我們要得到抽象的認識，宜在變化無窮的事物中去找出路。直接拿成人抽象的結果說給學生聽，叫他們強記，是最危險的方法。直接經驗是具體的。具體的經驗愈豐富，愈是多方變化的，抽象的結果愈可靠。這叫做由具體到抽象的原則。出發點完全要用具體的直接經驗。歸結點，我們希望學生得到數目的抽象概念。要是到畢業時，學生看見 100 的數目，還要想像一百個銅元，那末我們的教學又失敗了。抽象是我們的目的。沒有達到這目的，算術的運用，那裏會得純熟？從來教學方法的缺點，是

把抽象的做開始教學的出發點，所以學生弄不明白。

單獨的數目，各有多方面的意義，如上述，從大概入手，由漸的推廣到各方面去。此外還有關於數目的綜合的名稱，像“整數”，“小數”，“帶小數”，“分數”，“帶分數”，“假分數”，“真分數”，“同母分數”，“不同母分數”等等的意義，也宜照此方法教學。學生明白 $.5$ ； $.05$ ； 1.5 ； 1.05 等單獨的意義，才可以學什麼是整數，什麼是小數，什麼是帶小數。並且要相互比較，才可以弄得清楚。例如單單知道了 8 ； 80 ； 88 ； 800 ； 8080 等，決不容易明白整數。一定要知道了 8 ； 80 ； 88 ； 800 ； 8080 ；還知道 $.8$ ； $.08$ ； $.88$ ；等，才能比較分別，前者是整數，後者是小數。再明白了 8.8 ； 8.08 ； 80.8 ； 80.08 等，和上面二者比較區別，然後才可以知道帶小數的意義。

這等綜合名稱的意義，也是多方面的。例如真分數，一方面是小於一，另一方面是一個分母表示單位，有一個分子表示單位的倍數。就是說 $\frac{2}{3}$ 的單位是 $\frac{1}{3}$ ，表示二倍實在 $\frac{1}{3}$ 和一斤一兩，一寸一尺等單位名稱差不多。 $\frac{2}{3}$ 彷彿是 2 斤，2 兩，2 寸，2 尺等，表示單位的倍數。還有一方面是一個沒有做的除法。 $\frac{2}{3}$ 不就是 $2 \div 3$ 嗎？各方面要都顧到，但是不在同一時間內教了一

步,做了若干時後,再教第二步。

我們拿分數來做一個例子。第一步先學“分數是比一小”的意義,再進學 $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ 等分數的意義。再進和整數2; 5; 7; 9; 250; 79等,以及2.5; .25 257.9等等小數比較。這時候的意義是:

1. 像 25; 250; 205等是整數。
2. 像 .25; .05等是小數
3. 像 2.5; 20.5等是帶小數。
4. 像 $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{7}{6}$ 等是分數。
5. 像 $4\frac{1}{2}$; $2\frac{7}{8}$; $12\frac{3}{4}$; $225\frac{1}{2}$ 等是帶分數。

再進,分別真分數與假分數,例如:

6. 像 $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$ 等是真分數。
7. 像 $\frac{8}{3}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{3}{2}$ 等是假分數。

照上述教學方法,意義是學生應用過的知識的總結,可以做學生將來的指南,不是強記的定義。強記的意義,學生只會死背“分數是……………”照上述方法教學的,學生不會得背字典式的定義,但是會得說“如此如此的是分數,”“如此如此的是整數。”不但能說,而且能用。這樣說法雖不像字典式的那般完

全。但是強記背誦完美的定義，於學生實際有什麼益處？

乙. 關於方法術語符號的意義

什麼叫做加？什麼叫做減？什麼叫做乘？什麼叫做除？這都是關於方法方面的意義。類於此的有好多。開始便教定義，當然是最不妥當的方法。但是只由他們做，而不把意義整理出一種相當的言語的陳述，也不是引導學生思想的妥善方法。此等方法的意義，本來不是記憶的事實。學生平日不斷的在練習。在練習時，如能按照下列方法，教學很是便易。

用實物加。用實物減。減法分二類，求剩餘的，比較的。用實物乘。用實物除。除法分二類，求比，求等分。用具體事物充份的練習是第一步。

練習到略有些純熟時，用些簡易正確的語彙，像“加，”“減”“求和”“求差”“求餘”等等。最好的機會，是在和學生討論訂正時。不必特別提出來說明，更不必叫學生記憶。只須教員用，學生自然而然會得模仿了用。“加好了沒有？”“求的和是多少？”……………等等作為平日練習時的慣用語。這是第二步。第三步可以教些符號，像“+”“-”等等。只要拿來用，不必多說

明。說明宜在用熟以後。

乘法，先用“四個五……”“七個五……”等及“一隻手有五個手指”“二隻手有……個手指”等言語入手。如用乘號“ \times ”，暫時作為“個”字講。經過相當練習以後，再介紹用“倍”字，如“五的四倍……”“五的七倍……”等等。等到練習純熟時，然後才用“乘”，“乘法”等名詞。最後，把各種事實解釋，作一個概括的術語，同時和加法減法做一比較。方法如下面的例子：

我們要回答下面的問題時，應當用“乘法”：

(1) 九個三是多少？ (2) 3×22 是多少？

(3) 8×5 是多少？ (4) 4×42 是多少？

(5) 32加3是35；35是和。(6) 32減3是29；29是差。

(3) 3乘32是96；96是積。

這樣，是用實在事例學術語；先會得做，然後再學名詞。事例是具體的。名詞術語是抽象的。如此教法，仍舊是從具體到抽象。

凡是新的方法，都應當用具體的問題做出發點。先使學生明白新方法是什麼，使他們對於新方法有興趣，使他們會得用新方法。就是舊的方法有新形式時，也應如此。例如分數乘法的初步，求某數的 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ 或

1/4等,不過是除法的新形式;求某數的 $\frac{3}{8}$ 等,不過是3乘8除兩個舊方法的結合。教時也宜先做,然後再學言語。下面的幾個例子,都是用具體問題教新方法的,

例一:

1. 在黑板上畫出若干長方形或正方形。有的是一方尺,有的是二方尺,有的是四方尺,有的是十方尺。

2. 三尺長,二尺闊的,是幾方尺?三尺長,一尺闊的,是幾方尺?

3. 看教桌面,看門,看教室的地面,那一種大約是十方尺?

4. 再看這許多東西,那一種大約是二十方尺?

5. 那一種大約是五百方尺?

6. 在黑板上畫一個長方形,長四尺,闊二尺,這是幾方尺?

7. 畫一個正方形,三尺長,三尺闊,這有幾方尺?

.....

這例是初學方尺時用的。

例二: 我們教室裏有:

鉛筆三匣,每匣144枝。 粉筆六匣,每匣144枝。

積木三匣,每匣1728塊。 棋子五匣,每匣250粒。

紙七十二包,每包 96 張。

1. 我們教室裏,一起有多少鉛筆?
2. 我們教室裏,一起有多少粉筆?
3. 我們教室裏,一起有多少積木?
4. 我們教室裏,一起有多少棋子?
5. 我們教室裏,一起有多少張紙?

這是初學乘數兩位的乘法用的計算方法如下:

$\begin{array}{r} 96 \\ 72 \\ \hline 192 \\ 672 \\ \hline 6912 \end{array}$	二個 6 = 12; 把 2 寫在 72 的 2 的下面, 記好 1。
	二個 9 = 18; 18 又 1 = 19; 寫 19。
	7 個 6 = 42; 把 2 寫在 72 的 7 的下面, 記好 4。
	7 個 9 = 63; 63 又 4 = 67; 寫 67。

加起來, 672, 實在就是 6720。

例三: 有一個小學裏, 二十三個學生組織一個球會。他們買了一個球, 價 5.75 元。他們每人平均應出多少錢?

這是初學法二位的小數除法用的計算的方法如下:

57 裏有幾個 23? 2 是對的。

把 2 寫在 57 的 7 的上面。2 乘 23 = 46。

把 46 寫在 57 下面, 57 減 46 = 11, 寫,

$$\begin{array}{r} .25\text{元} \\ 23 \overline{) 5.75\text{元}} \\ \underline{46} \\ 115 \\ \underline{115} \end{array}$$
 把 575 的末一個 5, 添在 11 的右面。
 115 裏有幾個 23? 5 是對的。
 把 5 寫在 575 的末一個 5 的上面。5 乘 23 = 115。把 115 寫在 115 的下面。減, 沒有餘。把元和“.”寫在應當寫的地位。各人平均出 .25 元。這算法沒有算錯。因為 $23 \times .25 \text{元} = 5.75 \text{元}$ 。

除上例外, 有的方法, 本身原來是很切實, 那末不必再用什麼具體的問題做出發點, 如要用具體事例做出發點, 應當在學生生活裏去找尋。我們成人的具體問題, 或者兒童反覺深遠。

無論學數目的意義或是方法的意義, 學生大體明白後, 最重要的是用。用久用熟, 意義會得漸漸的格外明白。能用的, 務必多方的用。要是用起來發生錯誤, 那末可以促進他們要求明白的一種動機。多費唇舌, 把方法三反四復的講, 不如在做了以後, 詳細的和學生訂正。

丙. 關於度量衡幾何形體商用術語的意義

凡是度量衡的名稱, 象尺, 寸, 升, 斗, 方尺, 立方寸, 畝, 斤, 兩, 丈, 里, 等等; 幾何形體的名稱, 像角, 並行線, 三角形, 圓, 半徑等等; 以及商用術語, 像折扣, 利息, 股票, 公債, 保險,

紅利,股息,等等,教學方法,也應當和上面兩段所說一樣,從具體到抽象,從用或做裏去明白意義。讀者可以自己推想應用,這裏不再一一重述。有些極容易招誤會,不可不特別注意。里是很長的,不容易用尺來實地的量;担是很重的,不容易用秤來實地稱;畝是很廣的,不容易找到如許大的空地領學生去看,在城市,尤其困難。其實,就是鄉村裏的人,對於里的觀念也極不正確。“三里五里”,往往任意亂說。方法並不很難。學生家庭與學校間的距離,本地名勝地方與學校間的距離,車站船埠等與學校間的距離,別所學校與我們學校間的距離,都是學習里時實地觀察的好材料。鄉村小學,可以指定學校附近的田地,觀察關於畝的意義。萬不得已時,我們可以用一分的地面,五分的地面等等作為觀察的材料。只須教員稍為化些功夫和精神,學生總可以得到相當的直接經驗。

商用術語,是一種活動的名詞,即使走到商店銀行裏去參觀,也看不出折扣,紅利,利息,等等。這種意義,可以利用實在機會,叫學生參加,像開學時買課本文具,叫學生自己結算賬目,便可學些折扣的意義。有的可以用表演。例如表演開舊貨店,叫學生拿家中玩具帶

到學校裏來,先調查原來的價值,再看玩具新舊的情形,分別標明折扣的多少。還有的可以做遊戲,如下例:

保護財產火災的損失

1. 誰家裏保火險?
2. 保火險的,要付什麼錢?
3. 誰知道保險的方法?

4. 下面是一則保火險的遊戲: 一個學生做保險公司,一個學生做“火。”大家要保險的財產,是算術考卷。有二十個算術題目,照另紙。(從略)大家做這二十個題目,放在教桌上,堆起來。做火的學生紮了眼睛,走過來,隨便抽一份考卷撕掉。考卷被撕的學生,應當重做這二十個題目。因為他沒有保火險,所以被“火”撕掉了,他要損失二十個題目。若是他預先保了火險,那末保險公司會得賠他二十個題目;他不必再重做。保險公司的二十個題目,從那裏來?保險公司向各保險的人去收。要保險的人,應當多做一個題目,付給保險公司。多做了一個題目,便不怕考卷被“火”撕掉。不多做一個題目的,是冒險;要是考卷被“火”撕掉,就要重做。保險公司收了各人多做的一個題目,預備賠給考卷被“火”撕掉的人。下面憑據,是保險公司交

給保險人的。

保單號數_____保險費, 1 個題目。

保險期 上午九時到上午十二時

六年級保險公司,擔任保_____君

考卷題目 20 個的火險。在上午十二時前被火損害,照賠 20 個題目。

簽名_____。

保險公司出的憑據,名叫“保險單。”

保險人付給保險公司的錢,名叫“保險費。”

保險公司擔任賠的二十個題目,名叫“保險額。”

保險時間的限制,名叫“保險期。”

5. 上面保險單裏,保險額是多少?
6. 保險費是多少?
7. 保險期到什麼時候?
8. 在下午受了損害,爲什麼不再賠?

.....

做這遊戲時,要做二十個算學題目,仍在學習算術,所以時間沒有浪費。做過這遊戲的學生,對於保險的情形,可以得到一個大體的了解。單單拿保險單給學

生看，只見上面許多很難懂的文字，辦法手續是看不出的。股票，公債，以及利息，儲蓄……等等，都可以用這等遊戲方法學習。學銀行，不必把銀行裏的一切業務完全學。在一個時期內要全學是不可能的，並且是不必要的。揀一件重要的，像儲蓄，已經很够。完全學，即使使用遊戲或表演的方法，所化時間過多，也不合算。所學方法宜注重大體，不要太精細。精細容易變成複雜，反而阻礙學生的了解。參觀不如遊戲，原因也是爲此。實際經驗，要拿兒童的實際做根據。成人社會裏太複雜的組織和手續，距離兒童的實際過遠了。

第二節 理論和說明

正式的數學，差不多完全是用演繹法推論的。但是小學生的心理，最怕的是演繹的推論。我們成人，做慣了演繹的數學，往往依樣葫蘆，用同樣的方法去教小學生，那知他們拒不接受，愈講愈弄糊塗。我們以爲學生太笨。其實還是我們自己不夠聰明。演繹的推論，實在是一種很經濟的辦法。我們從這等推論裏，可以發現新的原質，新的行星。但是在養成這等演繹的推論以前，一定要經過相當的歸納研究。歸納在先，演繹在後，是當然的次序。要不是用歸納的方法研究，原質的

系統,行星的系統,還沒有成立,要用演繹法去推論新原質新行星有什麼根據?我們往往忽略了系統成立前的歸納法,把系統囫圇吞棗的叫學生強記,叫他們強記系統已經很難,還要他們用這等生吞的系統來演繹推理,不是難上加難?

算術裏,有一種理論,當然也逃不了演繹,例如有人問:“我們做加法時,爲什麼滿了十要進位?”這個問題的回答,只有一種演繹的說明,說是“因爲我們的命數記數方法是十進的,所以……”除此以外,沒有別的方法。這等理論,在小學算術裏居極少數。大多數的理論都可以用歸納的方法證驗,證驗,就是由實驗得到結論。例如我們問:“爲什麼做乘法時,積的第一位要寫在乘數的下面?”或者問:“爲什麼用四分之三除和用四分之三乘是一樣的?”這類問題的答案,都可以不必用演繹的推論,只須說:“因爲我們如此做法答數常是對的。”這種答案,我們叫做“證驗的答案”,是一種歸納法。

凡是理論算法等,都可以叫學生證驗,或做試驗,使他們從證驗或試驗的結果中體會出來。演繹的說明,留待將來再用。例如:

$$\begin{array}{r} 412 \\ 3 \\ \hline 1236 \end{array}$$

的乘法,可以用

$$\begin{array}{r} 412 \\ 412 \\ 412 \\ \hline 1236 \end{array}$$

的加法來做證驗。又

如： $7.14 \times 3.8 = 27.132$ 等小數乘法，積裏小數點的地位，可以用下法證驗：“答數決不是27.132；因 3×7 要比20大，也決不是271.32；因 4×8 也不會比200大，所以答數一定是27.132。”又如： $.5 \times .5 = .25$ ；也可以用同法證驗：“答數決不是25； 5×5 才是25，也決不是2.5； $5 \times .5$ 才是2.5，所以答數是.25。”又如： $6 \div \frac{1}{5}$ 等分數除法，可以叫學生用6寸長的紙條切成 $\frac{1}{5}$ 寸長，看有幾條。同樣用紙條試過好多題目，然後決定 $6 \div \frac{1}{5} = 6 \times 5$ 是不錯的。

總之，我們要使學生明白所用法則原理是可靠的，不錯的。爲什麼不錯？因爲實地試驗，做來做去，答數總是對的。對於原理法則的教學，有三種方法。一是叫學生死記；一是叫學生依照數學家的理論說明強記了背誦，一是用上述試驗或證驗的方法，叫他們堅信方法原理是可靠合理。前二法都不合。第一法不使學生明白，太機械。他們只會得死做，不明白做法的道理。第二法，表面看來，似乎是教他們明白。其實他們不過是在背誦教科書裏的詞句，或者教員念給他們聽的言

語。只有第三法，學生才能真正明白。科學上有好多原理法則的成立，都是如此。所以這是最合科學的方法。要是若有若干學生，更進一步，要問“爲什麼如此做法，永遠不錯？”那末時機已經成熟，這若干學生的心理已經有了演繹推論的需要，我們可以大胆的，和他們演繹推論。到了這時候，他們的根本經驗已够，自己也不難演繹推論。教員的工作，只須略略引導就是了。此等學生，不過是極少數。大多數小學生，用上述第三方法最合。

從前，有人，在學生做 $36+49$ 等百以內進位加法心算時，一定要叫他們口唱“ 36 加 40 是 76 ； 76 再加 9 是 85 ；所以 36 加 49 是 85 ”。以爲這樣，可以訓練他們的思想，幫助他們明白方法的原理。其實高聲朗誦，不但沒有幫助思想，反而阻礙了計算的迅速。要是這種口唱辦法，做成功了習慣，那末計算時不會得直接求答數，非朗誦不會得進行計算，不是反而多了一層轉折？

原理法則當然要用言語文字來表示。用那一種言語文字最好？這是很值得研究的。平常教科書裏，往往襲用數學專家的術語。在小學生看來，很難明白。所以他們只有強記背誦。小學生用的言語文字，宜淺顯簡

明。但是要正確，不能和原理相背謬。例如：“凡完全的數，或不是用小數表示的數，叫整數”；“凡是表示比一小的叫小數”；“整數和小數合成的，叫帶小數”；等等，是不適合小學生用的。此等定義，只合數學專家用。小學生用的，可以改成功下面的樣子：

像 2; 5; 7; 9; 14; 250; 等等是整數。

像 .5; .06; .38; .206; 等等是小數。

像 2.5; 300.5; 2.048; 等等是帶小數。

此等言語文字，在學生學習時，很容易了解，同時也很正確，絲毫沒有錯誤，所以也決不會使他們日後進一步的學習時，受到什麼惡影響。凡是定義可以正確應用的，就是正確的定義。凡是法則可以正確計算的，就是正確的法則。凡是方法，可以求出正確答數的，就是正確的方法。在初學分數時，可以說：“ $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ 等是比 1 小的數目。”進一步可以說：“ $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$ 等是分數。”這時候，暫把假分數不提。學生有了此等分數的知識，可以學些同母分數的加法和減法，也可以學些分母 2; 4; 8 等分數的加法和減法。到將來，再把定義擴張出去，推到真分數和假分數。這樣，在某

一時期的定義法則有某一時期的功用。將來擴張推廣，仍舊不受從前定義法則的阻礙。小學生應當知道的分數定義，至多，到包含假分數的爲限。像包含

$$\frac{b+a}{c}; \frac{7}{8\frac{3}{4}}; \frac{.624-.165}{2.3};$$

等分數式的定義是不必要的。

教學原理法則，有三點要特別注意：

一、原理法則，不應當在短時期內，一起教完。一種定義或法則，宜分了步驟，逐漸的建設起來。平常我們教一新的方法，初教時，就把全部教完，把一切的詳細法則整個的講述，然後再叫學生練習。等到學生練習純熟，我們開始時所教的原理，儘可丟在腦後，不再顧問。既是在學生練熟後可以丟開忘記的，那末當初何必多費唇舌，詳細講述？要丟開忘掉的原理，還有什麼學習的價值？原理的功用是在救濟方法之窮。就是說，萬一將來方法上發生困難時，我們可以自己用原理來推求解決。所以教學原理，不應該在開始的時候，應當和方法並進；最好常常在方法純熟以後，這樣，原理是方法的結論，當然容易明白容易記憶。例如不同母分數加減法可以分作三步：

第一步做 $9\frac{1}{4}$; $7\frac{1}{2}$ 等加法或減法題目。 $\frac{1}{2}$ 當作 $\frac{2}{4}$ 算。

第二步做 $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$ 等加法或減法題目。 $\frac{1}{2}$ 當作 $\frac{4}{8}$; $\frac{1}{4}$ 當作 $\frac{2}{8}$ 算。

第三步,再學“做分數加法或減法時,應當先用同分母表示。”的原理。

二. 原理有小的,也有大的。大小的關係,宜組織成功一個系統。大的原理,帶有綜合概括性質的,宜在後面;初學時不容易了解。小的原理,局部的原理,在前先教。教了就用。用來有相當經驗以後,然後再把大的原理學習。這時候學生可以容易明白,而且大原理的功能,也容易覺得。平常排在每一方法開始時的原理法則,實在都應該移到六年級畢業前整理復習時用。例如下面是某種五年級教科書的第一課:

表明各種東西的多少,所用的名稱,叫做數。

從一到九的九個數,叫做基數。

一以上的許多數,叫做整數。

從一累次遞進加十倍,變成十,百,千,萬,十萬,百萬,千萬,……等,這遞加十倍變成的位數,叫做整數位。

凡把基數和整數位來定數的名稱的,叫做整數命數法。

有了基數,有了整數位,就可以定出整數的名稱。

這一大套大原理,不如移到六年結末,把小數分數,一起比較總括,來得妥當。在師範學校裏,學過好多數學的教員,也弄不清上面的一大篇妙文;竟教學生說:

“譬如三十六的一個數目,六是基數,三十是整數位;又如 2845 的數目,5 是基數,2840 是整數。”這不是笑話!前一例,3; 6 是兩個基數,占十位個位兩個整數位。後一例,2; 4; 5; 8 是四個基數,占個,十,百,千,四個整數位。實在,小學生會得寫數目,寫得不錯,便夠了,何必學什麼命數法?命數法,讓給數學專家去玩。

三. 教學算術中的原理,多說明不如叫學生多做。說明,只能使他們強記。叫他們做,才可以從實地經驗中得到真理。只須指導一些,便可使他們明白。單單做,當然不過是呆做死做。做了後,引導他們想的,確可以深明真理。不做,無從想起。例如,在說明位子的關係以前,宜多做下列一類的問題:

$$6 \times 9 =$$

$$7 \times 8 =$$

$$20 + 40 =$$

$$6 \times 90 = \quad 7 \times 80 = \quad 200 + 40 =$$

$$6 \times 900 = \quad 7 \times 800 = \quad 200 + 4 =$$

做過這類題目,位子的意義容易明白。開始便空講個位,十位,百位,十進等,是徒勞無益的。又如乘法的原理,在講述以前,宜叫學生先依下列的樣子,多做許多題目。

$$\begin{array}{r} 243 \\ 2 \\ \hline 486 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \times 200 = 400 \\ 2 \times 40 = 80 \\ 2 \times 3 = 6 \\ \hline 486 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 975 \\ 8 \\ \hline 7800 \end{array} \quad \begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 8 \times 70 = 560 \\ 8 \times 900 = 7200 \\ \hline 7800 \end{array}$$

右方所列,暫時算是一種檢驗。有的叫檢答,或者叫驗算。其實就是一種原理的說明。做過好多題目以後,再加討論,學生自然會得明白。做在前,想在後。做過了想,在做的時候想。

法則可分二類。一類是必然的,誰也不好隨意變更。一類並不是必然的,花樣可以有好多,我們取一種最

便利簡捷的用第一種的法則,例如:

減數 + 餘數 = 被減數; 除數 × 商 = 被除數;

% 的意義是百分之幾; 積 ÷ 乘數 = 被乘數;

除數中的小數位 + 商數中的小數位 = 被除數中的小數位。

第二種的法則,例如

做加法時,先加個位,再加十位.....; 加法裏的進位;

做乘法時,部份積的地位; 分數加法,先化同分母;

這等法則,儘可以改變。譬如 88, 56, 97 三數連加,我們儘不妨先加十位,再加個位,如下式左方的樣子。

$$\begin{array}{r} 88 \\ 56 \\ 97 \\ \hline 220 \\ 21 \\ \hline 241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 56 \\ 97 \\ \hline 241 \end{array}$$

這樣算法,並且也不用進位,結果是一樣的,不過比右方通行的算式迂緩罷了。又如 261×475 的乘法,下列二

式中,左方是我們慣用的,右方也一樣的可以求到結果,一樣的正確,不過繁複罷了。

$$\begin{array}{r}
 475 \\
 261 \\
 \hline
 475 \\
 2850 \\
 950 \\
 \hline
 123975
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 475 \\
 261 \\
 \hline
 80000 \\
 24000 \\
 14000 \\
 4200 \\
 1000 \\
 400 \\
 300 \\
 70 \\
 5 \\
 \hline
 123975
 \end{array}$$

做乘法,也不必一定要用這等寫式,下圖也是一個方法,不過要常常划格子手續太麻煩罷了。這方法名叫划地徑。

	4	7	5	
1	8	14	10	2
2	28	42	30	6
3	48	77	55	11
	9	7	5	

就是做分數加減法,例如 $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$; 也不一定要把 $\frac{1}{2}$ 化作 $\frac{2}{4}$, 有的人一看這式子,立刻可以算出 $1\frac{1}{4}$ 的答數。

我們大家都知道 $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{8}$ 等等加法九九是要練習純熟的。練熟以後，答數 6; 8; 15 等，可以一望而知。要是我們分數的用途極繁，我們也有練習分數的必要時，那末，

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}; \frac{1}{2} + \frac{1}{4}; \frac{1}{2} + \frac{3}{4}; \dots\dots\dots$$

也可變成九九一般，練到極熟，而答數 $1\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{4}$ 等也可以一看便知，通分便用不着了。所以這等法則，不是科學上不可變更的定律，都不過是一種便利的方法罷了。

我們慣用的乘法除法算式，有一種頂容易使學生感到的困難，就是做乘法時，乘數和被乘數的地位是上下相對的，到了做除數二位的除法時，進行中途，商與除數相乘時，地位不是上下相對，却是斜對角的。初學除數二位的除法時，這一件最不慣常，因此常常發生錯誤。把乘法的算式，先改一改，使乘數在上，並且算時從左端開始，如下例：

258...上面是乘數

467...下面是被乘數

$$\begin{array}{r} \hline 934 = 2 \times 467 \end{array}$$

$$2335 = 5 \times 467$$

$$3736 = 8 \times 467$$

$$\hline 120486$$

這式並不比現行的繁複除法的算式改如下例:

258...商更在上

467...除數在上

120486 ·被除數在下

$$\begin{array}{r} \hline 934 = 2 \times 467 \end{array}$$

$$2708$$

$$2335 = 5 \times 467$$

$$\hline 3736$$

$$3736 = 8 \times 467$$

這樣一改,乘法和除法的算式差不多了。前述的困難可以避免了。除數一位的除法,可以寫如下式:

467……商更在上

8……除數在上

3736……被除數在下

第三節 解決應用問題

從來的算術教員，都以為學生解答應用問題是一種練習思考（亦叫訓練思想）的工具，所以只要是問題，實在的也好，不實在的也好；文字言語適合的也好，不適合的也好；內容事實是平常習見的也好，古怪罕見的也好，都可以用來叫學生做。解決一個算術問題，的確需要思考。若說用了算術應用題來訓練思考，却未免錯誤了。我們的目的，是在應用。應用就是實用，就是解決人生日常的問題。這等實用的問題，也需要思考推理。所以練習思考推理的機會，依然存在；不必拿不實在的問題去難倒學生。

小學生做的應用問題，應當顧到下列四個條件：

1. 問題裏的情境事物，要日常遇到的。
2. 問題裏的情境事物，不能比學生直接得到的經驗更難，也不能更易。
3. 問題裏用的算法，要日常慣用的。
4. 問題裏要包含一種興味，和學生實在生活裏

所遇到的一樣。

上列四條件,或者太嚴了一些。但是我們應當努力達到。

小學生的應用問題,有好多可以表演,也有好多可以參加,但是大多數,仍舊要靠言語文字。在低年級,由教員口述,就是講故事化的問題,仍舊逃不了要用到言語。中級高級,往往用文字寫示,或者印發。這是一個最大的困難。我們生活裏的應用問題,是自己當前遇到的,或者是自己從前經驗的,或者是自己將來計劃的。例如我們個人到了年終,當前的,有過年時應付特別開支的問題;過去的,有結算一年間收入支出等問題,以及討債還債等問題;將來的,有來年的預算,開學時子女學費的籌劃等等問題。這都是我們自己切身的問題,不是別人寫了信來囑托代替計算的問題。不但過年,我們無論那一種職業或是家庭要解決的,都是自己的問題,很少有別人用文字言語請求代算的問題。只有算術教員,常常在請求學生代做問題,學生明知道教員的本領比他們高明。所以他們對於問題,不但不覺得有切身的關係,並且也不肯負相當的責任。有時,我們也要代人解決問題。隣居人家要付地租,

不知道算法，我們便代他們算一算。這情境雖不如自己問題的密切，但是也負一種不得算錯的責任。因為算的人比請求的人高明，所以恰恰和學校裏師生間的情境相反。高明的教員，叫學生代算書裏的或者油印的應用問題，只有一種考試的情境。終年在考試的情境中解決問題，所以學生成績要低劣了。

我們要解答一個問題，當知道三個要件：

1. 問的是什麼？或者要求知道而還沒有知道的是什麼？
2. 用什麼材料解答？
3. 材料和問題有合宜的關係。

凡逢到當前自己直接發生的問題，第一個要件一定是很明白的。就是第二要件和第三要件，也並不很難。例如學生到消費合作社去買二枝筆，他那裏會不知付筆價的？又如叫學生把學校園裏的地面，分組種麥子，他們那裏會不知道各組的目的是平均分配土地？又如叫學生做一種擲環的遊戲，他們那裏會不知道是在比賽誰擲得多？所以上述第一個要件是決不會弄錯的。就是解決所須材料，問題和材料的關係，也很易明白。買筆付價，大家都知道用加法或乘法，所付的

是一種貨幣——銅元、銀元。分園地是用除法；園地面積，用方尺或方丈計算。比賽擲環要用減法，有時也要用加法。

學生的問題，若不是現在直接發生的，而是關於過去經驗的，或是關於未來計劃的，那末沒有上面所舉各例那般容易了。但是比了別人說的，書裏寫的，還比較的和自己有若干關係，所以對於結果的是否正確，也還有一些較切的期望。例如大家計劃開會時請客吃茶點的費用，雖沒有直接在店鋪中購買茶點時那般真切，但是預算過大了，錢太浪費；預算過小了，不夠請客，所以大家看來也很鄭重。並知所求的是費用，結果是所化的貨幣數目；要用的算法是乘法和加法。要是有人算出來的答數，把 1.92 元誤作 19.2 元；或者有人弄錯了單位名稱，竟作 1.92 斤，一定全堂嘩然，當作一件笑話！只要計劃不太艱深，在兒童能力程度的範圍以內，這等問題也很易教，也很易學。

最困難的，是書裏的問題。學生難學，教員難教。結果，錯誤百出，成績低劣。1.92 元的答數，弄成 192 斤也不在乎。最大的原因是做的人自己沒有需要，完全是別人的強迫。既是強迫的，誰高興問明白“問的是什

麼？”誰高興求得正確的答數因此，不管什麼關係，看見是數目，便拉來就算。心裏只存着一個僥倖，只要偶然碰到了正確的答數，就算了事。僥倖心的目的，不過是怕教員的責罵，或者得一個分數罷了。實在的問題，問的什麼就是我們計算的目的。考試式的問題，學生目的不在問的什麼，是在自己的分數。

我們既明白了上述的關係，可以決定教學應用問題的原則如下：

1. 應用問題要使學生在實際境遇中設計的，務必充分利用實際的境遇。

2. 或者設法使學生設身處地的，把自己當做問題中的人物。

3. 要是以上兩條都做不到時，那末設法把問題裏的種種困難，儘量減免到最少限度。所謂問題中的困難，大概有下列的兩個方面：

- 甲. 文字方面，要減少不習用的，專門的；句法方面要通俗淺顯，不要弄成一種專門的腔調。

- 乙. 問題中的事物，不要逸出學生經驗範圍以外。有好多，已經在前二章裏詳細說過。下面是些例子。第一類的例子，就是屬於上述第一條原則的；第二類的

例子,是屬於第二條原則的。

第 一 類

例一: 表演米店

店員: 王師母,早!

王師母: 我要三升中等的白米。

(這種米要八分大洋一升。王師母給店員大洋一元。店員要找還王師母.....)

店員: 金先生,早!

金先生: 我要一升最便宜的米。

(這種米只要大洋六分半一升。金先生給店員一角大洋。店員要找還金先生.....)

.....

例二: 表演書店

店員: 早!先生,你要什麼書?

買客: 我要中華地圖。

店員: 每本大洋五角六分。

買客: 我要二本,還有世界地圖嗎?

店員: 這種每本大洋六角五分。

買客: 我要三本。小的字典要多少錢一本?

店員: 這種,每本三角二分。

買客：我要四本。

店員：（包書）中華地圖共.....；世界地圖共.....；
小字典共.....；三樣一起共.....。

買客：我給你五元鈔票一張。

店員：（找錢）還多.....

第 二 類

例一：二寶過生日

1. 今天是二寶的生日。他預備八碗麵。一半是魚麵，一半是肉麵。魚麵肉麵各是幾碗？
2. 二寶請小朋友到家裏來吃麵。請了三位女的，四位男的。來了多少客人？
3. 女孩子穿白校服，男孩子有一半也穿白校服。二寶自己也穿白校服。穿校服的人，一共是幾位？
4. 大家坐下吃麵。二寶坐了末一位。他今年是八歲。他的小弟弟坐在旁邊。今年只有四歲。二寶比小弟弟大多少？
5. 福生今年是六歲。他比二寶小多少？
6. 福生比小弟弟大多少？
7. 麵太淡了。大家要加醬油。每人加半匙，一共要

幾匙醬油?

8 添麵了,兩人合添一碗罷,添出幾碗麵來?

.....

例二: 李先生的園地——平面圖

1. 李先生要量園地,他有一種木做的弓尺,一弓是五尺,他的園地長是一百二十弓,闊是三十二弓,改作丈時,長是幾丈?闊是幾丈?

2. 要在紙上畫園地的平面圖,拿一分長代一弓,畫好後,把全園地面平均分做十六份,像下圖。

種	種	養	雞
		種	花
豆	菜	種	山
		種	芋
		種	蘿蔔

3. 園地上幾分之幾種菜?幾分之幾種豆?幾分之幾種山芋?

4. 種豆的是幾畝?種花的是幾畝?

5. 園地共有幾畝?

.....

前述,用文字寫的問題,境遇不和學生自己的生活近切,所以有許多困難,並且還有三種弊病如下:

第一,材料已經過精選,沒有不相干的數目,混在裏

面；問題裏的數目，都是解答時必須用到的。表面上看來，這是一種好處。其實，於學生反而有害無益。做慣這種問題的，往往有一種不良的習慣，對於問題中的數目，不肯細心選擇，拉來就算。我們人生的實在境遇，不是這樣，有好多不相干的數目，要我們思考決擇。

第二，解答所須數目，問題裏已經完全具備。只有諸等關係，像一尺是十寸，一斤是十六兩等，沒有寫明。這樣完備，看來可以使學生解答容易。其實，又和實際情境不符。學生做一問題，只須在一個問題上用功夫。前面的，後面的，都沒有關係，可以丟開。不管養成了此等惡習慣後，將來若是逢到生活裏實在問題中，缺少了所須數目，便要束手無策。調查物價，追想自己記憶的數目，或向各方面考查所須數目等等工作，永遠沒有機會學習。所以，這實在是一個大弊。

第三，所用言語文字的結構，常和某種計算方法，發生了一種密切關係。不加思索的，一看文字，可以猜知應當用什麼方法計算。例如：“每___價___，今買___，共___？”大概是一個乘法。這種結構好像是一種好處，幫助學生解答問題。其實只會得養成不肯思考的惡習，反而妨礙了學習。

用下面的一個例子,可以避免上述第一種的弊病。先列好多材料,再列好多問題,各問題所須材料,不過是全體材料中的一小部份,要免除上述第二種弊病,我們的問題可用“這教室的面積有多少方丈?”等問題,叫學生自己去量了長闊的長度,然後再解答。或者叫學生解答的問題中,有些材料要在前面去找,像“照上面第___題,大洋三角五分,應付銅元多少?”要避免上述第三種的弊病,文字言語,宜和人生實在情境一樣,例如“每元二百五十斤的木柴,買了一千七百六十斤……”等句法,不一定要改成“木柴每斤價……,今買……斤,共……?”

例: 文具店

紙每張二分

鉛筆每枝三分

書釘每隻一分半

橡皮每塊二分半

毛筆每枝六分半

墨每錠四分

1. 墨一錠,毛筆一枝,共……

2. 橡皮一塊,鉛筆一枝,共……

10. 用一角大洋,自己揀買二件東西,還有多少可以找還?

有人主張，問題中也夾雜些不相干的數目，例如：

“我到過四家店鋪，買了九包紙，每包價七分。每包有五十張，我共用多少錢？”或如：“我同三位朋友，出去買東西。從上午十時二十五分起，到下午一時十分完結。各人化了二元三角五分。一共用去多少？”等等。這種問題宜常常用，多用，才有效力。不然沒有什麼大好結果。但是編造問題時，所化時間精力要比上面的例子大許多。在學生看來，又好像故意弄些不相干的數目去擾亂他們。前面文具店例子，又省便，又合實際。還有一法，把上面同朋友出外買物，買紙，四家店鋪等等，改編成功一則故事，如：“星期日上午，來了三位同學。他們是十點二十分來的。我們談話，到十一點，大家一起出去買東西。到過一家書店，一家紙店，一家玩具店，一家雜貨店。買完歸來，已經是十一點五十分了。在紙店裏各人買了九包紙。很便宜，每包有五十張，只要七分大洋。……”然後如下例設問：

1. 九包紙價值多少？
2. 九包紙共有幾張？
3. 買東西化了多少時間？

4. 談話化了多少時間?
5. 我同三位同學,共買多少張紙?
6. 我們買的紙,共值多少錢?

這樣,一個一個的問題,沒有不相干的數目,但是解答所須材料,却要在全故事中去用心選擇,把不相干的數目丟開不用。此等方式,一則故事下面,可以列好多問題,所以是極經濟的。

解答應用問題的手續,有兩種主張。一種是只顧計算方法,完全不管理論的。一種是極端的注重理論,不管學生能力程度怎樣,每一問題,一定要列式,演草,並且結末寫一句“答……”的句子。在演算中還要一一注上名數。那又走到一極端了。前一種的弊病,可以舉一例子,像:“書原價每本三角,出賣時,每本賺五分,二十本的賣價是多少?”等問題,竟有寫成下面的樣子;

$$3\text{角} + 5\text{分} \times 20 = 7\text{元}$$

$$\begin{array}{r}
 3\text{角} \\
 \quad 5\text{分} \\
 \hline
 3\text{角}5\text{分} \\
 20 \\
 \hline
 7\text{元} \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

演草太糊塗了。列式也和慣例不符合。

後一種弊病，不免矯枉過正。在四年級以下，只須注重答數的正確，不必立式。與其叫他們立式，還不如做些沒有數目字的問題。第一章第三節裏，已經論過。我們就用前面第二類例二李先生的園地的第一題做一例子，解答方式，有下列的三個：

<p>(甲)</p> $\begin{array}{r} 32 \\ 5 \\ 10 \overline{) 160} \\ \underline{16} \end{array}$	$\begin{array}{r} 120 \\ 5 \\ 10 \overline{) 600} \\ \underline{60} \end{array}$	<p>(乙)</p> $\begin{array}{r} 32 \\ 5 \\ \hline 160 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 120 \\ 5 \\ \hline 600 \end{array}$
<p>(丙)</p>		
$\begin{array}{r} 16 \\ 2 \overline{) 32} \end{array}$	$\begin{array}{r} 60 \\ 2 \overline{) 120} \end{array}$	

以上甲乙丙三式都可以用。只要正確而迅速。三式的答數都很對。試拿下列，就是第二種主張的完備的方式，比一比，多少累贅！

$$5尺 \times 32 \div 10尺 = 16$$

$$5尺 \times 120 \div 10尺 = 60$$

$$\begin{array}{r}
 5\text{尺} \\
 32 \\
 \hline
 10 \\
 15 \\
 \hline
 10\text{尺})160\text{尺} \\
 \hline
 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5\text{尺} \\
 120 \\
 \hline
 100 \\
 5 \\
 \hline
 10\text{尺})600\text{尺} \\
 \hline
 60
 \end{array}$$

答：長六十丈闊十六丈。

到了五年級以上，學生解答問題的經驗漸漸豐富，宜把解答的技術，指導他們。所教技術，宜注重實用，大略如下：

1. 要是你已經確切知道解答的方法，那末立刻照做。
2. 要是你一時不明白做法，先把問句，事實等，細細想一想，想時自己問：“問的是什麼？”“我必須求出來的是什麼？”“問題中有那幾件事實？”“從什麼事實中去求答數？”“這些事實我應當怎樣去用？”“這些數目怎樣辦法？”
3. 先想定一個辦法，把理由和問題裏的關係立式，把缺少的數目，用一個符號來代替。
4. 做完了以後，把答數核對，用答數代進自己立的式子裏去，看是不是和問題的原意符合。

用這等方法可以引導學生將來用方程式解答問題。學生立式，可以依照方程式的樣子。例如：“火車五點鐘內走八百十里。每點鐘的速度是幾里？”可以立成方程式如下：

$$\text{速度} \times 5 = 810 \text{ 里}$$

$$\text{速度} = 810 \text{ 里} \div 5 = 162 \text{ 里}$$

此外也可以叫學生做“若是已經知道火車通行的時間和路程，用什麼方法求每點鐘的速度？”等沒有數目的題目，叫學生分析。不過沒有數目的題目，宜在做過若干相關題目以後，用作結束好，用在開始不好。

總之，解答應用問題，要拿求得正確的答數做主要目的。什麼立式，演草，分析，說明等等，只要是能幫助學生求得正確答數的，都是可以用的。但是我們又應當考慮，用在立式，分析說明的時間要多少？費時太多的，就不必用，因為，這樣要阻礙了求答數的迅速。思考推理不在式子的形式上面。式子，實在是表示思考的結果。李先生的園地闢三十二弓，變成丈數，簡捷爽快的用二除三十二，也是一種很好的思考的表示，何必一定要走了迂緩曲折的路，才算是思考？太注重曲折的

路,往往使學生變成強記。那末,反而阻礙了他們的思考。

解決應用問題,常常要用到各種的關係。這等關係實在不盡是算術,有大部份是關於商業的,科學的,以及社會經濟的。小學算術科,應當兼教和應用問題聯絡了教,是最妥善的辦法。例如買物付價,平常是用乘法的。就數理論,乘法是一種直線的關係,如下圖的甲。但是某種貨品也有不照這等關係計價的。書和雜誌往往數量愈大,折扣愈多,例如某種期刊規定:

定半年,在五份以上的,照定價九五折;

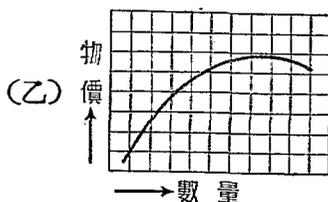
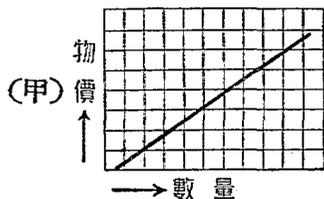
定半年,在十份以上的,照定價九折;

定半年,在二十份以上的,照定價八五折;

定半年,在五十份以上的,照定價八折;

定半年,在一百份以上的,照定價七五折;

那末,這一種關係,不像下圖甲,而像下圖乙的弧線了。



物價與數量,不一定用乘法。郵費與重量的關係,電報字數的計算法等等都是。

第四節 練習的興趣

小學生的算術,重在實用,上面已經說過,要實用,須純熟,這是當然的。計算方法是一種技能,不練到極熟,運用時很不便利。從來的弊病,不外兩種。一是沒有注意到練習,一是練習不得法。在最早的時候,彷彿只是呆練。後來有人反對提倡理解。忽又趨向另一極端,似乎只要理解不必再事練習。因此,每一種新的算法,注重了講解,注重了學生的興趣。練習的苦功,或者以為是不合兒童心理,所以一個單元又一個單元,迅速進行。這是誤解了興趣。

又一種是鄉村小學裏,尤其是複式單級,一味呆練。一來是教者不知道練習也有方法,二來是缺少指導的時間,算術科差不多變成完全是自動工作。練習是有方法的。方法用來得當,能化最少的時間和精力,收到最大的效果。練習若不得法,呆板的反復,徒然耗費時間精力,興趣全無,效果自然極少。這就是事倍功半。例如: $7+6=13$; $6\times 8=48$; 這等加法九九,乘法九九,不是學生常常在練習的嗎?有的小學裏,還常常叫學生

在背誦呢。在學四年或六年功夫，不知經過幾千遍了。但是叫學生做 248×36 等題目，誰能保證他們一定不錯？僅僅反復，不是練習的方法，不足以養成良好的習慣。

三四十個人的學級裏，來了一位插班新生，沒有幾星期功夫，新來者已經能認識舊同學的姓名面貌，能把姓名和面貌成立很正確的連結。我們做教員的，認識學生也是這樣認人，我們每天定了時間，正式的練習嗎？沒有正式練習，效果並不很惡。但是經過正式練習的加法九九，乘法九九，化了幾年功夫，還不如認人那般熟悉。我們的正式練習，要是只有一種呆板的反復，收效一定有限。反復以外，還要有興趣，動機，滿足等等，才能成功。良好的習慣，能使人感到興趣的，多反復幾回也很歡迎。就是少反復幾回，效果也很不差。在反復時能實用的，興趣一定較好，同時效果也較確實。只是反復，沒有實地應用，極容易忘記，消失。滿足的影響也很大。做後心上滿足的，自然而然有一種肯再做的傾向，因此可以增加反復的興趣。即使不多反復，消失也不容易。

我們要學生計算純熟，決不是僅僅反復可以濟事。

這是一個習慣養成問題。我們可以從兩方面用功夫：

1. 使學生對於算法的練習有濃厚的興趣，肯練，高興練，叫他停也不肯停的練。

2. 把算法練習的方法，根本研究，找出一種最有效的方法來。這可以叫做養成習慣的方法。

本節先論第一方面，下節再論第二方面。

興趣不是皮相的引人發笑的言語動作。只不過能引人發笑，實在不是真的興趣。要能用全副精神努力，才可以說是有真的興趣。同是努力，有的，出於強迫，有的，發於自願。自願的努力，我們可以叫做興趣。小學算術科可以有兩種真正的興趣。一種名叫心的活動，一種名叫成功的興趣。許多孩子喜歡猜謎。猜謎就是一種心的活動。做算術練習，也像猜謎，又像着棋。這就是第一種興味。平常的孩子，大多喜歡有確定的工作做，做成功了以後，自己覺得有一種成功的快樂。這就是第二種成功的興味。算術練習是最確定的工作。有多少題目，每一題目有一個或幾個正確的答數。做正與做錯，極容易知道。所以工作的目標是最確定的。成功也很容易。一個題目，只要做正答數，立刻可以見到極圓滿的結果。照此說來，這兩種興趣，算術練習的本身

已經具備，不必再另外去找什麼皮相的興趣。但是小學生對於算術，往往不感到什麼興趣，有的更要厭惡算術。這是什麼理由？算術練習本身沒有錯誤，錯誤的，是我們。我們沒有明白上述的情形，教學方法方面，把兩種很好的興味去弄糟了。若要改革，也很容易。只要能使學生看見練習題目，和看見謎語，棋子一樣，拿算術練習題，當做一種遊戲。這樣，第一種興趣，便保持了。要是我們能使學生在練習開始時，知道應做的題目有多少，要多少時候做完，做成功的結果是什麼，那末他們極容易自求成功，練習題，不怕不變成學生最喜歡的工作。下列各事，就是得到這二種興趣的重要條件：

第一，凡是沒有關係的，無用的，或者足以惹動疲勞的，應當設法刪除乾淨。例如問題用的言語文字，不論口述或是寫示，應避去數學家用的專門術語。看了學生能力程度，使用相當的言語文字。在低年級，尤其要特別留心，他們經驗淺薄，文字又認識得不多，原來很容易算的題目，受了言語文字的阻礙，增加了好多無謂的困難。這不是他們算術能力低劣，這也不是他們對於算術不肯用心，不肯努力。只須言語文字上的阻

礙一經除去，一切便可迎刃而解。

第二，不必要的抄寫，最容易使人疲倦，眼，手，精神都要疲倦。招致疲倦的抄寫，宜減少到最低限度。平常算術題目，不外用兩種方法提出，一是用教科書上的題目，一是由教員寫示在黑板上。用書上題目做，或者太呆板，或者嫌不夠。鄉村地方，也有因學生家庭經濟關係，不能每人都買算術教科書用。黑板上寫示的題目，學生總是抄了做的。但是抄寫題目，不但易招疲倦，並且極不經濟。抄一題目所化的時間，或者要比做一題目來得多，也難說。例如極簡單的

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

要寫三個數目字，再有一條橫線。做起來，心裏只須想一想七，再想一想九，連寫答數九字的時間一起在內，恐怕還不須抄的時間的一半。若要再叫學生寫式子， $4+3+2=$ ，再寫答數“答9”；那末，所化時間又要加多二三倍了。抄寫不但費時，並且也是錯誤的重大原因。有的數目錯了，把“7”當做“3”；有的地位錯了，那末，原來不會錯的，憑空增加了好多錯誤的機會。

國語是給學生讀的，我們印好了文字叫他們讀。算術是給學生做的，我們為什麼不印好了題目叫他們

做?以彼例此,算術題個個要抄了才做,那末國語文,不是應當篇篇叫學生抄了才讀嗎?偏僻地方,小學生不買國語教科書,抄了讀的,確是有的。大家都知道這是例外,一定有什麼特別的原因。爲什麼算術題目,並無特別原因,抄了做變成功了常規?抄數目字,確也是一種有益的練習,和抄書,寫字一樣。但是抄有抄的目的,算有算的目的。應抄的便抄,應算的,只要算就是了,何必使抄和算發生了密切不可離的關係?抄題目,豈但是招致疲倦,浪費時間,實在還耗費紙筆。這當然是小事,最重大的是減低了學生學算的興趣。

教科書以外的題目,宜印刷了發給學生。印刷宜清楚。平常的油印,往往糊塗得字也看不出來。練習材料,我們現在已經有好幾種,可供採用。一種是上海大東書局出版的算術練習用書,供二年級到六年級用,每月一冊,共六十冊。內容包含整數,小數,分數的四則。每一種材料都細分步驟,按步進行。每一步只有一種困難。進步較遲的學生,用了很見成效。全書內容與課程標準作業要項表的對照如下:

學年	學月	內容	課程標準程度項目
2	1	九以內加法	一二年 十一

2	1	十以內加法	一二年	十四
2	1	零的加法	一二年	十三
2	2	二十以內加法	"	十四
"	"	百以內加法	"	十七
2	3	百以內連加法	"	十七
2	4	九以內減法	"	十二
"	"	十以內減法	"	十五
"	"	零的減法	"	十三
"	"	二十以內減法	"	十五
2	5	百以內減法	"	十七
2	6	十一以上加法	"	十八
2	7	進位連加法	"	十八的應用練習
2	8	百以內進位加法	"	"
2	9	"	"	"
2	10	退位減法	"	十九
2	11	2, 3, 4, 5的乘法	"	二四
2	12	2, 3, 4, 5的除法	"	二五
3	1	千以內進位加法	三四年	三
3	2	千以內進位連加法	"	三
3	3	"	"	三

3	4	千以內退位減法	”	四
3	5	法一位不進位乘法	一二年	二六
3	5	法一位不退位除法	一二年	二八
3	6	6, 7, 8, 9, 0, 1 的乘法	三四年	七
3	7	6 7, 8, 9, 0, 1 的除法	”	八
3	8	有餘的除九九	”	九
3	9	”	”	”
3	10	法一位,進位乘法	”	十一
3	11	法一位,退位除法	”	十二
3	12	十,幾十的乘法	”	十三
”	”	十,幾十的除法	”	十四
4	1	萬以內進位加法	”	三
”	”	萬以內退位減法	”	四
4	2	法二位的乘法	”	二一
4	3	”	”	”
4	4	法二位的除法	”	二二
4	5	”	”	”
4	6	”	”	”
4	7	法三位的乘法	”	二八
4	8	”	”	”

4	9	”	”	”
4	10	法三位的除法	”	二九
4	11	”	”	”
4	12	”	”	”
5	1	萬以上的加法	五六年	一
”	”	萬以上的減法	”	一
5	2	整數乘小數	三四年	三三
5	3	整數除小數	”	三四
5	4	不名小數加減法	五六年	十
5	5	不名小數乘法	”	十一
5	6	”	”	”
5	7	不名小數除法	”	十二
5	8	”	”	”
5	9	同母分數加法	”	十四
5	10	同母分數減法	”	”
5	11	整數乘分數	”	”
5	12	”	”	”
”	”	整數除分數	”	”
6	1	同母分數連加法	”	”
6	2	同母分數連減法	”	”

6	3	異母分數加法	”	二十
6	4	”	”	”
6	5	異母分數減法	”	”
6	6	異母分數連加法	”	”
”	”	異母分數連減法	”	”
6	7	分數乘法	五六年	二十
6	8	”	”	”
6	9	分數除法	”	”
6	10	”	”	”
6	11	”	”	”
6	12	分數四則	”	”

課程標準裏除三四年的十五,二十三;五六年的五,十五,十六,二十七各項外,凡是規定練習的,都有充分的材料供給。未列入練習的各項,似乎都是基本方法的應用練習,在計算方法上,沒有什麼新的要求。

學生用這練習書,可以省却抄寫的時間,免去精神,手,眼的疲勞。還可以保持學生對於練習的興趣。同時,又可以增加教員的效力。檢閱時,學生的題目有一定的地位,各冊後面又有各課的答數,拿來一對,多少省

便!利用學生自己檢閱,也極容易。

因爲步驟分得細,所以自學也極容易。學生喜歡拿到家裏去算,喜歡不停的往下算。這就是成功的興趣能得發揮出來的證明。所排學年學月,比課程標準所定落後若干。教過以後,再細細練習,最好每天規定十分到十五分鐘,用這書練習。可以由各學生各練各的,進行速度,不必一律。這樣,還可以解決個人能力差別的重大問題。或者與教科書中所教聯絡了練習,那末,要略爲提前使用,各人可以共同一致進行。兩種用法各有利弊,看各校情形,斟酌採用。

此外,兒童書局出版,馬靜軒編的兒童算術練習測驗片,測驗與練習相間,專供低年級用,與商務印書館從前印行的算術練習測驗(四年級以上用的),銜接。

教科書上印刷題目,也要注意,使學生能用白紙按在書上做,不必抄寫。書上題目,宜印演算的直式,一排一排的印好。學生用白紙放在每排下面,計算。算好一排,把紙摺去一行,再按在又一排的題目下面,再做橫式的題目,不必多,只須足夠學生練習抄寫數目與練習閱看式子;切不可超過這限度。做應用問題時,學生自然有相當機會要抄寫。應用題的演算方式,前面已

經說過,這裏不再重複。

要是不得不寫示在黑板上的材料時,那末寫示的方式,要注意用較大的字,較闊的行間距離。一方面指導學生抄寫要十分清楚,地位不要擠得太緊,行間要整齊。不過太重了抄寫形式,學生往往又變成功抄得很慢,所以還要叫學生抄得快。在低年級,有時儘可口述了叫學生自寫。這方法,就是中高年級也可以用。在黑板面積不充足的單級複式裏,由領袖學生口述,比了蠅頭小字密集在小黑板上來得妥當。有時黑板上寫示的,不必叫學生抄,看了計算,把答數記在自己的練習簿上。這樣,也可以省去不少時間,例如下列幾題,寫示在黑板上。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
4	3	2	5	2	3	2	2
3	2	2	0	0	3	3	3
2	3	5	4	5	3	4	0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

學生的紙上寫成一排答數如下式:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
9	8	9	9	7	9	9	5

消極方面,如上述,我們應當刪除足以招致厭倦的

抄寫。積極方面，我們應當使學生有確定的工作可做，自己知道做了有確切成功的希望。凡開始指定作業時，不應當含糊的說，“做這許多題目，”應當說：“做這一課的題目。做完後再復做一遍，看要多少時候做完！”或者說：“做這一課，要在十分鐘裏做完，完全做正。”這等說法，可以鼓勵學生，不但叫學生做這一課的題目，並且還可以叫他們自己復做一遍，就是檢驗。前一說法，時間不限定，但是時間也要顧到。後一說法，時間也有限定。這樣在開始做時，有確定的目的，“這一課程裏的題目”，做的時候，又有時間，做成以後，還要自己檢答，成功的興趣，一定可以產生。自己檢答並不浪費時間。例如做的題目是 427×358 ；再做 358×427 作為檢答，實在就是做了兩個練習乘法的題目。又如做的題目是 58×24 再加17，完後再做 $1409 \div 24$ 的除法，作為檢答，就是同時練習乘法和除法兩種。凡是這樣練習的學生，對於自己的成績，一定有正當的見解，要拿自己前後的成績比較。注重自己真正的能力，不是只圖一時教員批給他們的分數。前面所說的練習用書及練習測驗等，都有這等功用。每一課的題目，有一定的數目。做時有一定的時間限制。練習用書可不限

時間,但是可以叫學生自己記載每一課要化多少時間才能做完,做得全正。自己檢答,有正式的答數可以查對,非常便利。

練習經過若干時期以後,宜間用一種測驗。前述練習測驗的編製,都是如此。這是使學生自己明白成績的一個方法。自己常常能明白自己的成績,成功的興趣,一定非常濃厚。在教員也可以用此調查學生的缺點,作為補救指導的基礎。練習用書裏,沒有測驗材料附入,可以用練習測驗中相當的測驗題目,臨時加入。或者像下面的例子,自己編造臨時測驗。

加 法

1.	4	2	6	3	4	6
	2	4	3	6	6	4
2.	2	1	2	1	3	1
	2	1	4	2	3	3
	3	4	3	6	4	6
3.	1	1	2	1	5	1
	2	1	1	1	2	1
	1	1	3	1	1	1
	3	4	2	6	2	7
4.	0	3	0	3	3	3
	5	0	2	0	2	2
			3	2	1	0

學過十以下不進位的加法時，可以用上例來作臨時測驗。測驗材料，當然要顧到平日練習材料。但是平時的練習，步驟分得愈細愈好，分得細，每一次的練習，困難少，困難少，容易成功。這也是一種助成成功的興趣的方法。到了測驗時，不必再呆照練習時的步驟，宜略為整理綜合，把類似的合併作為一步。上例的測驗，不過四步。第四步也可不必另列，分別附在前三步中，那末測驗的形式如下：

		加 法					
1.	4 2	4 0	6 3	4 6	0 6	2 8	
2.	1 2 3	2 4 0	3 3 4	6 0 4	1 1 4	0 4 6	
3.	1 2 1 3	2 1 3 0	4 0 6 0	5 2 0 2	0 2 1 3	2 0 2 6	

在練習時，照練習用書中的排列，以上材料，共分作四個大單元，二十三課，如下：

第一大單元 9 以下的加法：

- 第一課 9 以下的加法,一到四,上大下小,
如 $\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ \hline \end{array}$
- 第二課 同上,上小下大,如 $\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ \hline \end{array}$
- 第三課 9 以下的加法,一到八,上大下小,
如 $\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ \hline \end{array}$
- 第四課 同上,上小下大,如 $\begin{array}{r} 3 \\ 6 \\ \hline \end{array}$
- 第二大單元 10 以下的加法:
- 第五課 10 以下的加法,一到九,上大下小,
如 $\begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ \hline \end{array}$
- 第六課 同上,上小下大,如 $\begin{array}{r} 4 \\ 6 \\ \hline \end{array}$
- 第三大單元 連加法:從上面六課化出下列六式,
每式一課。七是第七課,八是第八課,餘
類推。

七.	八.	九.	十.	十一.	十二.
$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 6 \\ \hline \end{array}$

從十三到十八,共六課,是四個數目的連加法,也是從第一到六各課化出來的。下例十三是第十三課,每課仍只列一式。

十三.	十四.	十五.	十六.	十七.	十八.
1	1	2	1	5	1
2	1	1	1	2	1
1	1	3	1	1	1
3	4	2	6	2	7

第四大單元 0 的加法及連加法:

第十九課 0 的加法, 0 在上, 如 $\begin{array}{r} 0 \\ 5 \\ \hline \end{array}$

第二十課 同上, 0 在下, 如 $\begin{array}{r} 5 \\ 0 \\ \hline \end{array}$

第二十一課 0 的連加法, 0 在上, 如 $\begin{array}{r} 0 \\ 2 \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$

第二十二課 同上, 0 在中, 如 $\begin{array}{r} 3 \\ 0 \\ 2 \\ \hline 5 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 6 \end{array}$

第二十三課 同上, 0 在下, 如 $\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 0 \\ \hline 4 \\ 6 \\ 0 \\ \hline 2 \\ 5 \\ 3 \\ \hline 0 \\ 0 \end{array}$

分得如此細, 看來似乎太呆笨。呆笨是保障成功最妥善的方法。我們自己有時太聰明, 進行的步驟, 跳得太快。學生不容易成功, 對於練習的興趣便減少了。但是到了相當時期, 臨時測驗, 却應混合組織, 作進一步的復習, 不必仍舊作為二十三步, 儘可合併成功三四步。

也行。因為這時候，學生能力已到相當程度，太容易了，步驟太分得細了，反而覺得討厭。成功的興味，是要使學生遇到困難而能克勝，才可以表現他們自己的能力。要是絲毫沒有困難，叫他們反復做一大堆的題目，不是容易厭倦。低級裏的練習可以如上述辦法。要是程度漸高，那末臨時測驗，可以如下例，內中包含的步驟可以加多，把常用的加法，合併成功六步。

加 法

1.	21	21	12	54	32
	32	51	25	12	14
	15	24	21	33	42
2.	34	43	22	12	5
	2	5	31	43	62
	51	41	6	23	21
3.	10	40	30	30	30
	21	30	10	10	12
	20	25	20	20	27
	41	12	20	13	30
4.	7	7	9	3	9
	5	9	6	7	8
	8	6	8	7	9
	7	6	9	5	4
5.	16	38	20	28	19
	27	49	19	17	15
	19	65	37	26	28
	49		23	18	23

6.	<u>14</u>	<u>48</u>	<u>25</u>	<u>17</u>	<u>16</u>
	9	19	7	6	10
	20	15	19	30	9
	<u>27</u>	<u>34</u>	6	18	27
			<u>13</u>	<u>15</u>	8

以上第一第二步不過是加法的方法及和在九以下的加九九。第三步是連加法裏有0的，第四步包含加法九九到9+9。第五步是進位的連加法，不過右方一位沒有0的，第六步是連加法，有進位的，右方一位有0的。練習時，上述一二三的步骤，可以分作六個大單元，二十六個步驟。在練習用書中第二學年第一冊第二十四到第二十八課，第二冊第一課到第三十八課。

下例是乘法的例子，供高年級用，最容易的一部份沒有列入。

乘 法

1.	<u>62</u>	<u>94</u>	<u>73</u>	<u>85</u>	<u>48</u>
	7	8	6	9	5
2.	<u>43</u>	<u>27</u>	<u>52</u>	<u>75</u>	<u>84</u>
	5	29	38	17	46
3.	<u>9.3</u>	<u>2.47</u>	<u>7.4</u>	<u>1.24</u>	<u>31.8</u>
	2.1	16	3.2	1.7	5

4.	$\frac{605}{20}$	$\frac{225}{20}$	$\frac{214}{102}$	$\frac{850}{27}$	$\frac{908}{506}$
5.	$\frac{3.07}{60}$	$\frac{57.5}{40}$	$\frac{6.14}{5.03}$	$\frac{503}{4.6}$	$\frac{30.9}{40.7}$
6.	$\frac{104.7}{.65}$	$\frac{10.5}{.625}$	$\frac{10.25}{.025}$	$\frac{4.6}{.004}$	$\frac{1008}{.003}$

用這種材料調查學生缺點,例如學生第三步做錯時,可以知道他的缺點在小數點的位子。做錯第四步第五步的,可以知道他的缺點在於0。

這裏所述,目的在說明使學生得到成功的興趣。至於考查成績的方法,後面另有專章論述。

除上述,心的活動與成功的興趣以外,還有好多別方面的興趣可以利用。凡是學生可以用身體動作的,有變化的,有社交性的,有機會可以得到勝利的,實際有利益的,和學生有密切關係的,合於學生現在生活的,……都可以利用。這等興趣的利用,有深淺的不同。淺些的利用,不過像苦藥外面塗的糖衣,把枯燥乏味的苦工化裝得引動學生注意罷了。這雖是免除學生厭惡的一種方式,但總不如深一層的利用來得有效。要能使學生得到真正深切的興趣,才可以激起學生真正的努力。不然,一切工作都要化成功引人開心的

把戲,不但事實上不可能,就是在教員準備方面設想,也覺得非常勞苦。

總結說一句,我們應當注意下列的五個條件:

- 一. 留心考慮,校內或校外,有什麼學生的生活,可以利用?
- 二. 凡是新的方法都應當用實際的問題引起學習的動機。
- 三. 凡是新的方法,都應當用學生近來生活裏實在有用的事物。
- 四. 用遊戲比賽等練習。
- 五. 使算術變成功有趣的,有社交性的,多變化的,多活動的。

以上五個條件的具體的例子,如下:

例一: 稱孩子

一. 小妹妹在搖籃裏稱,三十八斤二兩。搖籃重十四斤半。小妹妹重幾斤?

38 斤	2 兩	一斤又二兩是十八兩。
14	8	十八兩減八兩是十兩。
23	10	

6. 從十個月時到一週歲時,長了幾斤?
7. 從生的那天到半週歲時,長了幾斤?
8. 從生的那天到一週歲時,長了幾斤?

這例是初學諸等數斤兩減法時用的。“小妹妹”
“蜜蜜”或者是學生以為是一個白白胖胖的嬰孩,
多少有趣!

例二：開舊貨店

有一個春光小學,他們的六年級,在開舊貨店。各同學從家裏拿一件舊東西到校裏來,各人的舊貨上,各有一個標籤,標籤上寫明原來多少錢買來的,現在要賣多少錢,再算出賣價是買價的百分之幾。各人寫好標籤以後,把舊貨陳列出來。百分比最小的排在前面。百分比愈是大的,愈排在後面。陳列好了以後,各同學來揀了買。

下面是幾件舊貨的價值。算出各舊貨的賣價是買價的百分之幾。小數求到千分之幾。

舊貨	買價	賣價	百分比
書	一元七角半	三角	17.1
手套	九角八分	二角半

皮球	四角九分	一角半
玩具	二角半	一角九分
畫片	二角半	一角二分
玩偶	八角半	一角五分
背心	七角半	二角半
地球儀	三元二角半	一元一角
尺	一角一分	三分
硯	三角二分	二角四分
書包	六角九分	三角半

做法

或

$$\begin{array}{r}
 .171 \\
 1.75 \overline{) 3.00} \\
 \underline{175} \\
 1250 \\
 \underline{1225} \\
 250 \\
 \underline{175} \\
 75
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 .171 \\
 175 \overline{) 30.0} \\
 \underline{175} \\
 1250 \\
 \underline{1225} \\
 250 \\
 \underline{175} \\
 75
 \end{array}$$

這是初學百分比時用的。

上舉二例都是用實際問題來引起學習新方法的動機。所用事物，例一是稱人，例二是折舊，都是學生近將來生活裏有實在用途的。六年級學折舊，平常往往

疏忽這實在是百分比中很重要的意義的一種。學校分數，當然也可算是百分比的一種。六年級學生近將來畢業以後，分數的實在用途，遠不及折舊來得大。稱人是一種校外的有趣活動。舊貨店也是社會上常有的活動。“小妹妹”“蜜蜜”“開店”都是很有趣的，有社會性的。前列五個條件，這兩個例子，都有四條適合。關於遊戲比賽的方法，後面第四章裏再詳論。

第五節 習慣的養成

習慣的養成，不是一朝一夕可求速效。所謂“若要功夫深，鐵尺磨成針，”就是這個意思。俗語所說“功夫，”“本領”等等，大多可以作為一種習慣。習慣是一種行為。行為是要做的。所以養成習慣宜多用自主的動作。僅僅被動的看看聽聽，不容易成功習慣。這是養成習慣的第一個原則。加法九九，乘法九九，有人叫學生念，有人念給學生聽，有人指給學生看，都不是妥善的方法。叫他們自己做，自己把表整理，自己用紙片翻開來再在另外的紙上寫答數，……這等方法，學生自己在那裏動作，所以成效好，進步快。不要呆照次序做。呆照了次序，反而增加一層周折。一口氣要拿九九練熟，是一種迂遠的方法。宜多變化，做應用的練習。例

如乘法九九學了一部份,宜用 22×4 ; 13×3 ; 等題目練習。應用練習可以多變化,活動反復而不易厭倦,所以效力大。

第二個原則,是練習要有系統。算術材料,大多數是有系統的;不是單獨的事實。分開了看,是一個一個的事實。組織起來,不過是全系統中的一部份,彼此都有關係。要是各部份的學習,能保持相當的關係,那末彼此間可以互相幫助,習慣的養成,可較容易。就是說,使新學的事實,在舊的系統中,成立一個關係。例如乘法九九中的 $4 \times 9 = 36$; 不是和 $3 \times 9 = 27$; $27 + 9 = 36$; 有一個系統的關係嗎?這 9, 18, 27, 36, ……等,各方面的關係,都能幫助 $4 \times 9 = 36$ 一個習慣的成功。但是不要誤會,學乘九九一定要按照 $2 \times 9 = 18$; $3 \times 9 = 27$; $4 \times 9 = 36$ 的次序。呆照次序,反而有害,上面已經說過。這裏所說,是不照次序學習,學到相當時期,再整理使得系統。如上例,初學時可以用下式同數連加法等引導。這時是有系統的。說明以後,用題目,或紙片寫成式子,

$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \\ \hline 18 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \\ \hline 27 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \\ \hline 36 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \\ \hline 45 \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \\ 9 \\ \hline 27 \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \\ 9 \\ \hline 36 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ 9 \\ \hline 45 \end{array}$	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px; text-align: center;"> $\begin{array}{r} 9 \\ 4 \\ \hline \end{array}$ </div>
--	--	--	--	---	---	---	---

紙片形式

不接次序抽練。這時候絕對不宜照次序。等學生大體有些熟時，再整理成功系統，如下列的樣子：

$$\begin{array}{r}
 2 \times 9 = \quad \quad \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 5 \end{array} \\
 3 \times 9 = \\
 4 \times 9 = \quad \quad \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 9 \end{array} \\
 5 \times 9 =
 \end{array}$$

所以系統可以用作引導，系統應當用在結束。此外，像 16 兩 = 1 斤，圓周 = 直徑 $\times 3.1416$ 等，那末是單獨孤立的事實。但是這等事實，是很少的。大多數，可以整理成功相當的系統。

第三個原則，是習慣要有良好的基礎。基礎沒有弄好，習慣便難成立。例如學生不會得數本級教室裏的人數，或不明白一尺是十寸，或不知道 30 比 50 那一個多……那末叫他們學乘法，一定是不可能的。每一個習慣，都該有相當的基礎。辨別長短，是學習尺寸最初步的基礎；辨別輕重，是學習斤兩最初步的基礎；認識圓形，是學習圓周直徑等的基礎。……這與教材的組織排列，關係很大，前章已經詳論過。在教學時宜特別注意，如發現一部份或全體學生缺乏某種基礎時，宜設法補充。就是說把進行中的習慣，暫停，回過頭去，重

教那關於基礎的材料。

第四個原則是宜分步養成。複雜的工作，往往包含好多的習慣。若把如許習慣同時練習，學生弄得莫明其妙，自己失了自信力，怕學不成功。這種心理，影響很大。分步進行，可以使學生覺得所學的，不過是一種新習慣。可以使他們有堅決的自信力，自求成功。這樣一步一步的建設起來，複雜的工作，便也變成很輕便的了。例如連加法，除數二位的除法，小數除法等，一種方法中都要包含好多新習慣在內，宜分作好多單元，每一單元中只有一種新習慣要養成。練習用書的編製，在這一方面特別分得細密。前節約略提到了些加法的例子，下面是百以內的減法，分作三個大單元，每一單元再細分好多步驟。

減 法

- | | |
|-------|-----------|
| 第一大單元 | 10以內 |
| 第一小單元 | 基本九九6以下。 |
| 第二小單元 | 基本九九，9以下。 |
| 第三小單元 | 10以內的減法 |
| 第四小單元 | 同數相減 |
| 第五小單元 | 減數是0 |

第二大單元 20 以內

第一小單元 如
$$\begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ \hline \end{array}$$

第二小單元 如
$$\begin{array}{r} 17 \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

第三小單元 如
$$\begin{array}{r} 18 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

第四小單元 如
$$\begin{array}{r} 18 \\ 14 \\ \hline \end{array}$$

第三大單元 百以內 再分九個小單元如下:

(1)
$$\begin{array}{r} 90 \\ 20 \\ \hline \end{array}$$
 (2)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$
 (3)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 80 \\ \hline \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 5 \\ \hline \end{array}$$
 (5)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 85 \\ \hline \end{array}$$
 (6)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 40 \\ \hline \end{array}$$

(7)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 59 \\ \hline \end{array}$$
 (8)
$$\begin{array}{r} 89 \\ 55 \\ \hline \end{array}$$
 (9)
$$\begin{array}{r} 80 \\ 5 \\ \hline \end{array}$$

下面還有三個例子:

例一. 除數兩位的除法,練習試商法:

求下面各題的商和餘數.有時候試的商不對,那末看一看,還是太大,或是太小,然後改正.最好一試便正.

28) 817 81 中有三個 28 還是 2 個 28?

47) 992 99 中有二個 47,還是 1 個?

- 27) 538 53 中有二個 27,還是 1 個?
- 17) 476 47 中有三個 17,還是 2 個?
- 358) 1062 試商 2;爲什麼 2 是對的;不是 3?
- 139) 276 試 1;爲什麼 2 是不對的?
- 312) 1249 試 4;爲什麼 3 是不對的?
- 151) 375 試 3;還是 2?
- 123) 375 試 3;還是 2?
- 235) 650 試 3;還是 2?
- 25) 425 試 2;還是 1?
- 15) 470 試 4;還是 3?

如此練習試商法,是多位除的第一步。會試商了,然後再進一步做除法。

例二. 小數除法,商中小數點地位的決定練習:

395) 302175 的商是 765;對的。

說出下列各題的商,用心算。

1. $3.95 \overline{) 30.2175}$

2. $39.5 \overline{) 30.2175}$

3. $.395 \overline{) 3021.75}$

4. $3.95 \overline{) 3021.75}$

$$5 \quad 39.5 \overline{) 302.175}$$

$$6. \quad 395 \overline{) 3021.75}$$

下面三行中各題的商是什麼?不用筆算。

$$\begin{array}{r} 736 \\ 349 \overline{) 256864} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 628 \\ 924 \overline{) 580272} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 650 \\ 475 \overline{) 308750} \end{array}$$

$$34.9 \overline{) 2568.64}$$

$$9.24 \overline{) 58.0272}$$

$$.475 \overline{) 308750}$$

$$.349 \overline{) 256.864}$$

$$9.24 \overline{) 580.272}$$

$$4.75 \overline{) 308.750}$$

$$3.49 \overline{) 2.56864}$$

$$92.4 \overline{) 5802.72}$$

$$47.5 \overline{) 308750}$$

$$3.49 \overline{) 25.6864}$$

$$.924 \overline{) 58.0272}$$

$$475 \overline{) 308750}$$

$$34.9 \overline{) 25.6864}$$

$$.924 \overline{) 5.80272}$$

$$4.75 \overline{) 308.750}$$

$$.349 \overline{) 2.56864}$$

$$92.4 \overline{) 5802.72}$$

$$475 \overline{) 308750}$$

$$349 \overline{) 2568.64}$$

$$924 \overline{) 580.272}$$

$$475 \overline{) 308.750}$$

$$349 \overline{) 256.864}$$

$$924 \overline{) 58027.2}$$

$$47.5 \overline{) 308.750}$$

如此練習,比了呆記法則,數位子的方法好看慣了,成功了習慣,一看便可以決定商的大小。

例三. 練習%的意義:

讀下列各題,並且填空:

1. 30的5%就是 $30 \times 05 = \dots\dots\dots$

2. 30的 6% 就是 $30 \times .06 = \dots\dots\dots$
3. 30的 12% 就是 $30 \times .12 = \dots\dots\dots$
4. 100的 95% 就是 $100 \times .95 = \dots\dots\dots$
5. 25的 4% 就是 $25 \times .04 = \dots\dots\dots$
6. 120的 8% 就是 $120 \times .08 = \dots\dots\dots$
7. 50的 15% 就是 $50 \times .15 = \dots\dots\dots$
8. 1000 的 18% 就是 $1000 \times .18 = \dots\dots\dots$

習慣在養成時的情境,應當和日後應用時的一樣。要是學的時候,和實地使用的時候情境不同的,那末這養成的習慣,不容易喚起。所以第五個原則,是要使已成的習慣,會得適用變化的新情境。例如把 $\frac{3}{6}$ 的

加法,適應到 $\frac{3}{2}$ 的乘法。又如乘法九九使適應到平

常的乘法,有三個辦法,如下:

甲. 直接就做 $\begin{array}{r} 729 \\ 4 \end{array}$; $\begin{array}{r} 648 \\ 9 \end{array}$ 等乘法,叫學生把進位的數目,牢記在心裏。再叫學生明白,每次乘積只寫一部份,餘的一部份要等左一位乘好以後再處理。同時,再做 6; 4; 3; 9; 2; 5; 7; 1; 8 等各用 7 乘再加 2; 或各用

5 乘再加 3; …… 等練習。

乙. 先做 $4 \times 7 + 3$; $3 \times 9 + 8$; $6 \times 8 + 4$ …… 等練習然後做上例的多位乘法。

以上兩法中,似乎乙比甲好。其實不然。乙法要用橫式,和平常乘法的演草形式不同。又乙法所加數目,是眼睛看得見的。乘法進位的數目,是看不見的。情境仍不相同。練習無益。

丙. 許學生把進位的數日記出來,免得記在心裏。這方法更不好。初學時用用,或者可以說明進位的意義。說明用的形式,只好算是一種過渡辦法。久用以後,學生依賴成習,日後正式做乘法時,反而受到一種阻礙。時間也要多化不少。記上的數目,與乘得的積混淆,又可以增加眼睛的疲勞。三法中,還是甲法最妥。將來如何用,便如何練。多一周折,實在是很大的浪費。

推理不可以代習慣。習慣的養成,只有極少數聰明的兒童,或者能得“舉一反三,”“照此類推。”除此以外,我們甯使用呆笨的方法,把一個一個的習慣,毫無遺漏的普遍的練習純熟。有時,我們以為某事不必多練,一想即得。這一想即得,或者是因為我們自己已經有這習慣的緣故。 $6 \times 9 = 54$; $9 \times 6 = 54$, 看來好像一

樣,其實不能類推,小學生愈熟“六九五十四”的,逢到“九六”便愈不會用“五十四”了。當然,上二式可以聯絡了學,但是不能練習了一個,丟開了別一個。又如會得“ $54 = \dots\dots\dots$ 個9”的學生,未必一定會得“ $58 = \dots\dots\dots$ 個9又 $\dots\dots\dots$ ”有餘的除九九,應當練習,從前是常常疏忽的,可用下例的各步進行。

●
例一：買用品

鉛筆每枝 2 分

橡皮每塊 6 分

毛筆每枝 3 分

算術簿每本 7 分

墨每塊 4 分

鋼筆每支 8 分

筆記簿每本 5 分

顏色鉛筆每枝 9 分

填下面的空：

甲. 1 角可以買 _____ 枝鉛筆。

1 角可以買 _____ 枝毛筆,還多 _____ 分。

1 角可以買 _____ 塊墨,還多 _____ 分。

1 角可以買 _____ 本筆記簿。

1 角 5 分可以買 _____ 枝鉛筆,還多 _____ 分。

1 角 5 分可以買 _____ 枝毛筆。

1 角 5 分可以買 _____ 塊墨,還多 _____ 分。

乙. $10 = \dots\dots\dots$ 個 3, 還多 $\dots\dots\dots$

$$10 = \dots\dots \text{個 } 4, \text{ 還多 } \dots\dots$$

$$10 = \dots\dots \text{個 } 5, \text{ 沒有多}$$

$$15 = \dots\dots \text{個 } 2, \text{ 還多 } \dots\dots$$

$$15 = \dots\dots \text{個 } 3$$

$$15 = \dots\dots \text{個 } 4, \text{ 還多 } \dots\dots$$

$$15 = \dots\dots \text{個 } 5$$

$$15 = \dots\dots \text{個 } 6, \text{ 還多 } \dots\dots$$

$$15 = \dots\dots \text{個 } 7, \text{ 還多 } \dots\dots$$

.....

例二： 填下面的空。看一分鐘裏有多少人能全對？

$$12 = \dots\dots \text{個 } 2 \qquad 12 = \dots\dots \text{個 } 3 \qquad 12 = \dots\dots \text{個 } 4$$

$$12 = \dots\dots \text{個 } 5, \text{ 多 } \dots\dots \quad 12 = \dots\dots \text{個 } 6 \qquad 12 = \dots\dots \text{個 } 7, \text{ 多 } \dots\dots$$

$$12 = \dots\dots \text{個 } 8, \text{ 多 } \dots\dots \quad 12 = \dots\dots \text{個 } 9, \text{ 多 } \dots\dots \quad 13 = \dots\dots \text{個 } 2, \text{ 多 } \dots\dots$$

$$13 = \dots\dots \text{個 } 3, \text{ 多 } \dots\dots \quad 13 = \dots\dots \text{個 } 4, \text{ 多 } \dots\dots \quad 13 = \dots\dots \text{個 } 5, \text{ 多 } \dots\dots$$

$$13 = \dots\dots \text{個 } 6, \text{ 多 } \dots\dots \quad 13 = \dots\dots \text{個 } 7, \text{ 多 } \dots\dots \quad 13 = \dots\dots \text{個 } 8, \text{ 多 } \dots\dots$$

$$13 = \dots\dots \text{個 } 9, \text{ 多 } \dots\dots \quad 14 = \dots\dots \text{個 } 2 \qquad 14 = \dots\dots \text{個 } 3, \text{ 多 } \dots\dots$$

.....

例三： 說出下面的商和餘數。

$$\begin{array}{l} 6 \overline{) 25} \quad 5 \overline{) 28} \quad 5 \overline{) 31} \quad 7 \overline{) 34} \quad 9 \overline{) 37} \quad 7 \overline{) 41} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 \overline{) 25} \quad 6 \overline{) 28} \quad 6 \overline{) 31} \quad 8 \overline{) 34} \quad 4 \overline{) 38} \quad 8 \overline{) 41} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 8) \overline{25} & 7) \overline{28} & 7) \overline{31} & 9) \overline{34} & 5) \overline{38} & 9) \overline{41} \\
 9) \overline{25} & 8) \overline{28} & 8) \overline{31} & 4) \overline{35} & 6) \overline{38} & 5) \overline{42} \\
 3) \overline{26} & 9) \overline{28} & 9) \overline{31} & 5) \overline{35} & 7) \overline{38} & 6) \overline{42} \\
 4) \overline{26} & 3) \overline{29} & 4) \overline{32} & 6) \overline{35} & 8) \overline{38} & 7) \overline{42} \\
 5) \overline{26} & 4) \overline{29} & 5) \overline{32} & 7) \overline{35} & 9) \overline{38} & 8) \overline{42} \\
 6) \overline{26} & 5) \overline{29} & 6) \overline{32} & 8) \overline{35} & 5) \overline{39} & 9) \overline{42} \\
 7) \overline{26} & 6) \overline{29} & 7) \overline{32} & 9) \overline{35} & 6) \overline{39} & 5) \overline{43}
 \end{array}$$

又如學生習熟 $a \div b = c$ 的，逢到 $a = b \times c$ ；或（ ）個 $b = a$ ；或 $a = ? \times b$ 等，常要迷惑。所以應當用的式子和詞句，都應當特別練習不可疏漏。這樣練習的東西，不將過多了嗎？材料應當精選，要選最重要的，日常須用的，才練熟。詳前章第二節練習材料的選擇組織。

上面我們特別注重在練習，目的是要養成計算的習慣。我們並不是完全不願學生自己推理，求出新方法來。我們注重練習，也可以說是間接幫助推理。一方面把平常的計算方法練習純熟，那末可以留出時間與精神來，做推理的工作。若是淺近日用的算法也要

推理,我們還有什麼功夫,做較高深些的推理?要推理,也得有相當的基礎。平常的計算習慣,就是進一步推理的基礎。有了純熟的習慣,做了基礎,推理自然容易。有的只須推理,有的應當養成習慣。有的起先可以推理,後來仍要養成習慣。要應用,非練習純熟不可。

要練習的材料,宜練得充足,但是過多了,又變成浪費。練習的分配,要適宜。在初練習時,宜極充足。等到漸漸穩固時,才可以漸漸減少。初練時,不宜間斷。等到漸漸穩固時,間隔的時間也可以漸漸延長。例如,起先宜每天練習。到將熟時,可以間一天。後來間二天;間四五天;再後來只須過二星期或一個月反復一次。

浪費就是過多的練習。已經純熟以後,再天天練習,便是把時間和精神浪費。有時還會得招致厭倦呢。但是有一種天然的反復却是不可避免的。例如乘法九九初學時,已經化了相當的功夫,練習到有些純熟。後來每逢做別種乘法時,常常在應用九九。這等應用的反復,就九九的練習方面說,好像是一種浪費。其實,正在練習乘法,不好算是浪費。每個九九的計算,所化不過一秒鐘功夫。這等反復,即使經過三百次,也不過五分鐘的功夫。這等反復,在變化應用的情境下,不易招

致厭倦。向來的弊病，大多是嫌不充足。與其不充足，還是過多一些。不過只顧了多多練習，忘記了練習時的興趣，結果還是一種浪費。何以說是浪費？化了許多功夫，收不到良好的效果。許多功夫，差不多白化。因為沒有興趣的練習，費時多而成效少。從來練習方面的缺點，不外下列三種：

甲. 初學時，練習過多。所以後來的復習，時間不足。這樣支配，練習容易變成單調，因此學生的興趣減少。

乙. 初學時練習過多，以後便隔了很久的時間，一些也不復習。如此練習，很不穩固，並且與別種相關的習慣，失去聯絡的機會。

丙. 各種習慣，太孤立。相關聯的，可以互相幫助的，組織不在相近的地位。因此學生所得，零碎片斷，不能把舊的，融化新的，習慣不會得適應新的變化的環境，沒有彈性。

要改革上述弊病，宜把練習分配妥善。分配，本來不是容易的事。用教科書的，往往受了教科書的牽掣。現在的書本紙張太少，只能供給新教時的一些材料，尚且不夠，那裏還有餘地容納反復練習的題目？應當用練習用書、練習測驗等補充。此等練習材料，已經詳細

分析,支配妥當,依次進行,支配問題,自然解決。

練習的目標,是養成又正確又敏速的習慣,就是在最短的時間裏,用最少的精力,算出最正確的答數來。練習時如能集中注意,用最大的努力去做,正確和敏速是相關聯的。計算遲鈍,原因有好多。有的,因為基礎不好,所以容易錯誤,前面已經說過。有的,因為太注重了興趣和實際問題,所以把應當練熟的,疏忽不練。有的因為把興趣誤解做“開心”“有趣,”所以不能把應當練習的習慣,按照實在的情境組織。興趣是重要的。動機要發生在實在的境遇裏。但是應該練習的,要清清楚楚的提出來,練習以後,再應用到實際的境遇中去。在練習當時,一切注意,宜集中在練習的題目上。這不是要練習孤立,也不是不要把練習應用,這是我們應當辨別清楚的。學生練習的結果,務必絕對正確。這樣,才可以養成正確的習慣。注意正確是第一步。敏速是第二步。只要用全副精神注意正確,同時想法把浪費時間的,無謂的動作,減少到最低限度,那末自然會得敏速。敏速是跟了正確來的。欲速,往往反而招致很多的錯誤。我們只須在每次練習時,給學生知道一個時間上的限制。若是常常向學生催促說:“快!”

“做得快!”“誰先做好?”……等等,那末,學生練習時,勢必分心;一面要顧到答數,一面還要顧到做得快,成績反而發生許多錯誤。分心是不妥當的辦法。練習要專心一意。分了心,一定要影響到結果的正確。

練習是要學生自己努力練的,決不是教員可以代勞的。我們教者的工作,在幫助學生,在領導學生,在鼓勵學生。學生個人能力不同。我們的指導,應當顧到個性。練習用書,練習測驗的組織,在這一方面,都是很適合的,各人各自進行,不相牽掣,所以各人各有相當的成功。

提 問 要 點

1. 爲什麼學習意義要注重直接經驗?
2. 什麼叫由具體到抽象?
3. 什麼叫證驗的方法?
4. 歸納的和演繹的,有什麼不同?
5. 教原理法則有什麼特別注意點?
6. 應用問題應顧到什麼條件?
7. 解決應用問題,應知道那幾個條件?
8. 應用問題的文章,那一式最合?
9. 什麼興趣,可以幫助練習?

-
10. 爲什麼抄寫要減到最低限度?
 11. 關於興趣方面,應當注意那幾個條件?
 12. 養成習慣,有那幾個原則?

第四章 遊戲和教具

第一節 遊戲的方法

遊戲是兒童生活的中心。我們宜利用遊戲做一切教學的出發點。所以低年級的算術教學，大部份可以利用遊戲。第一方面是利用遊戲來擴張學生的經驗。最早，學習數目的意義，就可以利用遊戲。這時候不必正式設算術時間，也不必使學生自覺在那裏學數目。遊戲為主，在遊戲時把數目的學習聯絡進去。譬如拍皮球，我們要知道誰拍得多，便會得發生數目的需要。這時候學生的目的，只在拍得多少，並沒有意識到學習數目。實際却因為有急切的需要而很努力的在學習了。教學生學寫數目字，若呆呆板板，使他們意識的練習寫法，實在很難維持他們長時期的努力和注意。若能把數字的寫法，組織在遊戲裏，那便有生氣了。例如比拍球的人有好多，各人拍得的數目，各各不同，要一一記在心裏，極容易混亂，極容易發生爭執。口說無憑。一落筆便有證據。因這等需要，學生自然願意把自己拍的數目，很正確，很清楚的記錄。並且還注意別人記錄的，是否錯誤。若有一人拍的數目是三，記的數目

是5；大家一定要叫他改正。自己沒有什麼需要，單單由教員叫他們寫時，“3”和“5”是沒有多少關係，寫錯便錯就是了。即使教員和他們訂正，說明，比較，學生也不過隨便聽聽罷了。

一切單位名稱，意義的學習，也逃不出兩途，一是日常應用，一是遊戲。小孩子日常生活中，需要數量的很少，所以還是利用遊戲來得便利。例如長度，距離，只有極少數的孩子，因家庭環境的關係，自己常常留心身體長得多少高。此外，他們的生活中，很少用到尺寸。父母在家裏用尺，孩子們或者見過。但是他們拿尺來當作遊戲用的木棒，稱人，是有好多地方立夏節通行的風俗。這時，當然要用到斤。一年一度，如是而已。小孩子遊戲時，也要模仿成人買菜。但是他們只在表演買菜稱菜的動作，對於斤是多少重，絲毫沒有真正的需要。

利用他們遊戲的興趣，把單位的學習，組織進去，使他們發生真正的需要。他們愛玩偶人，替偶人造屋子住，做衣服穿。造屋子要知道大小高低，做衣服要知道長短。不用尺寸，怎能度量長短大小？在這種遊戲的需要中學習尺寸，尺寸便有了生氣。他們愛表演成人買賣的姿勢和動作，我們便引導他們進一步，做開店的

遊戲不但表演姿勢動作,真正要計算長短,輕重,容量,貨幣不必一定用真的,可以想法拿紙銀圓等代用。

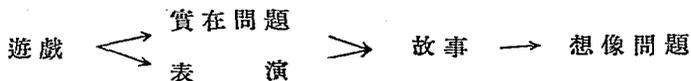
平常的遊戲,未必一定需要算術。這在教師的善爲利用,妥爲組織。在遊戲中學算術,是自然的,不是勉強的。自然的學習,興趣好,肯努力,所以效力大。勉強的學習,注意分散,心理上有一種中立或反抗或逃避的態度,所以效力小。

第二方面是利用遊戲教學生解決問題。大多數遊戲的目的,是在比較。比較,便是遊戲中的數量問題。例如拍皮球,投環,踢毬子等等,都有一個比較的問題。這問題當然是很淺近的。但是小孩子心理上的抽象功夫,却和工程師解決建築問題,一樣的重要。拍皮球,在拍的時候是具體的數,拍完,便只剩一個抽象的數目。比較多少是一種遊戲規則中的重要關係。要明白關係,還要會得找尋一個相當的算法。一切解決應用問題所須的條件,一個也不能缺少。

從遊戲開始,學生可以學抽象,學問題的解決。年齡漸長,學生興趣的範圍漸漸擴張。本來少數人的比較遊戲,漸漸可以推到全級的活動。一級裏有共同的數量問題,他們可以共同學習解決。這是他們生活裏的

實在問題，再推廣開去，有家庭的，學校的問題，都可以設法利用。一方面解決實在問題，一方面做表演。不但商業上的店鋪可以表演，就是工業農業，也都可以表演。表演和實在問題，兩方面宜相互循環。表演近乎想像，宜有相當的經驗做基礎。先學若干實在問題，再做些類似的表演。例如為玩偶造過小屋子，然後再表演木匠；自己先養雞，然後再表演農夫養牛。先後不可倒置；但是可以互相循環。

從想像的表演，可以學故事。故事沒有動作可以看，只用耳朵聽，所以比表演更要多用些想像。從故事再引到想像的問題，就是用文字寫的問題。下圖是表示從遊戲到應用問題的過程：



第三方面是用遊戲做練習的出發點，前章第四節裏我們已經提及，最初步的練習，可以完全利用遊戲，把應練習的材料，組織在遊戲中。這時候還是拿遊戲做主體。例如拍皮球，投環等，都是普通的遊戲，不是為了算術而編造的。我們利用這等固有的遊戲，可以使學生練習數，數目，數字，加法，減法等等。這是第一步，叫

做在遊戲中練算術。

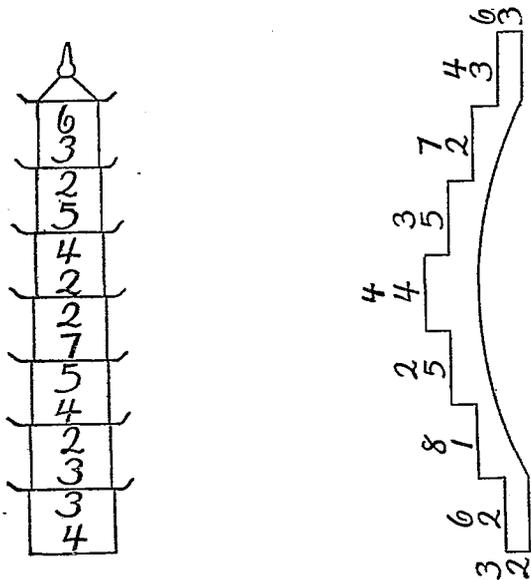
有人不主張拍皮球學算術，以為事倍功半。始終只是拍皮球學算術，的確是重大的錯誤。拿拍皮球做練習的出發點，却恰合由近及遠，由淺及深，由遊戲到工作的普通原則。這等遊戲，可以培養學生對於數、數字、算法的興趣。等到這等興趣養成以後，我們便應當介紹他們做第二步的遊戲，就是算術遊戲。這是算術中特有的，和普通的遊戲不同。他的興趣，完全在算術上。例如下圖的方陣，一名幻方，亦叫魔方，就是這第二步

4	9	2
3	5	7
8	1	6

遊戲的代表。九個方格，劃在板上，各立一柱，各格有一數字。做法像投環、環套那一柱，便得那一格的數目。各人投一環，比較，是練減法。各人投二環以上，再比較，是練習加法或連加法及

減法。這等遊戲，要用數目，所以也可以叫數目遊戲。社會上通行的牙牌、紙牌、骰子，都是這一類。可惜已成功了賭具，小學裏不能採用。把形式略為改變，使用起來，效力很大。例如骰子的形狀改大些，點子改用數字；牙牌上改寫數字，紙牌上繪別種圖形等等。

再進一步,上述數目遊戲可以漸漸丟開,另用練習題目組成第三步的遊戲例如下圖:畫一橋或一塔,每



級上記一個練習題,做練習題算是過橋或是登塔。做錯的算是跌落。這等遊戲,比前面的第二步計算興趣的成份愈加多,普通遊戲興趣的成份愈減少。和練習題的計算,實在沒有多大區別,不過有一種想像的塔或橋,大家比賽上進罷了。從此,可以引導到普通的計

算練習。先共同比賽，看誰做正的最多。由共同比賽而渡到個人自己比賽。共同比賽，是一種好勝的興趣。自己比賽，便是一種成功的興趣。到這地步，可以用練習用書，練習測驗。從遊戲到練習的過程，如下圖：

平常遊戲中用算術 → 算術遊戲 → 共同比賽 → 自己比賽

學生對於算術練習的本身發生了興趣，練習問題，可以說是迎刃而解。遊戲，當然不必再用。連抽紙片等方法，也不必要。但是學生對於數目已經有了相當興趣，更進一步可以引導他們做些純粹的數學遊戲。這雖和實際用途，沒有多少直接關係，然而用作消遣，也和猜謎一樣的有趣！這當然不是用強制方法，叫個個人做。若干先練習完的，儘可用來補充。叫學生自己編些方陣，玩玩棄九法，做些猜數目的遊戲，不是和着棋一樣的有趣？有時，這等玩意兒，還可以引起學生做算術練習的興趣。

以上分三方面講，不過是爲了我們自己的便利，並不是學生心理是三方面各各孤立的。生活是整個的；學習是整個的；遊戲也是整個的。從遊戲可以使學生經驗擴充。從遊戲可以引導學生解決問題。擴充經驗

和解決問題，有極密切的關係。所以上述第一方面和第二方面是相通的，而且是互相補充的。從遊戲引導學生練習。練習與第一方面的擴充經驗，也是相關聯的。所以第一方面和第三方面也是相通的，互相補充的。應用題和練習的關係，是大家都知道的。那末第二方面和第三方面又是不可分離的。

遊戲時，常要用到教具。下節，是論教具的製作法。

第二節 教具製作法

教具有公共用的，也有個人用的。所謂公共用的，就是教員用來演示，學生同時觀察的。這種的形狀宜大，要使全體學生都能觀察清楚。個人用的形狀宜小，要平常學生桌子上放起來便利。例如掛圖，掛在黑板上公共用的，內中的數字符號，要最後一排學生也能看得清楚。學生個人用的，尺寸不能比教科書更大。最不妥的，便是尺寸不大不小，個人用時，放在桌上嫌得過大，公共用時，只有前面二三排學生看得清楚。

教具是常常用的，所以製作要十分堅固。堅固與輕巧，往往不能兩全。與其精巧而常常損壞，還不如堅固而略為笨重。例如日常使用的某種算術遊戲用具，用厚紙做，是輕便的，但是不如用鋅鐵皮做的耐用。若用

木板做，那末又嫌過重。不過精密是一定要注重的。例如表示一方尺的平面形，一定要很正確的，是一個每邊一尺的正方形。又如表示一立方寸的木塊，必定要很正確的，是一個每邊一寸長的正方體。

教具各科都要數量一定很多。數量多了，購買的價值一定很貴。學校經費有限，一時往往不易全備。陸續添置，也是一個救濟辦法。但是有好多教具，不必一定要向店家購買，自己儘可製作。尤其是算術科的教具，構造比理化儀器簡單，十之八九可以自製。例如貝殼可以做計數的教具，竹篾可以做位子說明用的教具，要在教員精心利用，可以用廢物自製。引導學生在勞作科自製，更其有益。不過自製要注意堅牢耐用。若化了好多勞作科的時間，做成以後，一用即壞，那末，時間材料，不是又浪費了？

教具是教學時的工具，不是教室裏的裝飾擺供。美術欣賞用的教具，當然也包含裝飾擺供在內。算術科的教具應揀用最繁的買或製。一學期使用一次的，或者竟有幾年才用到一次的，可以隨時設法借用。若拿好多金錢買了這等教具，或化了好多功夫製成這等教具，用過一次以後，常常在櫃子裏受灰塵，不如改

買常常用到的,好多學生要用的,來得合算。大多數小學,經濟困難這一原則,宜特別注意。

有的教具,不必買,也不必做,儘可以向學生家裏去借。例如尺,秤,升,斗等。

遊戲需要教具特多。如前節所述關於練習用的遊戲,第一步遊戲中學算術時,所須教具,就是平常的遊戲用具。此外只須備些小黑板,計數器等,供學生遊戲時的記載。第二步的算術遊戲,要特製相當的教具。例如方陣遊戲,要一塊相當大小的厚紙板或鋅鐵皮,或木板,上面畫好格子與數字,再釘立九個小柱。教具是遊戲的工具,遊戲是主體。我們應當先決定遊戲的方法,然後再定教具的式樣。不可以拿教具做主體,把遊戲方法來遷就教具。前節第三步遊戲大多是練習題做主體。教具的形式很簡單,不過是塔,橋,紙片,輪形等等各式,大多數是用紙或厚紙做成的。

教具的目的,在迅速練習算術,所以要動作簡捷而能很迅速的得到一個數目。例如方陣遊戲,投一環過去,只要套在柱上,便可得到這方格裏的數目。站立過遠,常常落空,反而失却這遊戲的本旨。距離宜近,使大多數能投得為度。若是仿照糖擔上轉糖的方法,要轉

了好久,才得一個數目的,實在沒有多大益處,化在轉的時間,超過了算的時間好多,實在是一種浪費。

又如做一木匣子,正面裝一方玻璃,右方有一旋轉的柄,柄連軸,軸上捲着長條的布或紙,上面寫着算式。旋轉柄時,式子在玻璃中出現。這太精美了,製造不容易,工本太貴。極難做得靈巧,往往搖柄發生障礙,用力過猛,便把內中的紙條或布條拉斷。條子上的算式,次序呆定,不能變換。若要變換,全條要重新寫過。玩的方法,只有把柄旋轉,變化少,製作難,而且不耐用,遠不如紙片上寫了算式拿來抽練的好。而且形式太精美了,學生的注意反而容易分散。教具的形式宜平淡,那末注意可以集中在算術的計算上面。

較厚的紙片,製造很簡單,上面可以寫各種算式。常常抽用,也不易破爛。用法有好多,或由教員抽,或由學生中推舉一人出來抽,或者抽了出來排在黑板邊上,或者抽了出來,送給回答不錯的人。抽出時可以練習一遍,收回時又可以練習一遍。可以叫學生口答,可以叫學生筆寫答數。一套紙片,可以變化出好幾種的練習方式來。所以這是合了製作簡單,耐用而多變化的標準的,工本也最省,比了上述木匣,不知要少幾倍!

上面是幾條原則。下面是幾種常用的例子：

1. 紙片 共同用的，就是教員迅速抽示，叫學生計算的，大約二寸寬，三寸到三寸半長。一角截去，以便整理。常用的，有下列各式：

甲. 在認識數字時用的，紙片上寫 1 到 9 及 0；或再加 10 到 20 各數。反面可以用圓形或菱形表示數目。例如正面寫 4 時，反面畫 $\circ\circ$ 或 $\diamond\diamond$ 等圖形排列，詳第三章第一節。

乙. 加法九九可以做一套紙片，乘法九九也可以做一套。其實兩者，可以合用。紙片上寫演算的直式，兩面同樣。

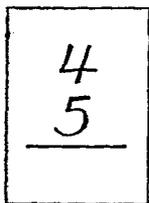
丙. 減法九九用的，做法同上。

丁. 除法九九用的，宜橫寫，也寫演算的式子，如 $\overline{4)28}$ ；兩面仍是同樣。

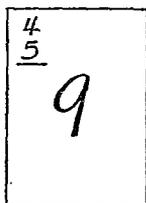
戊. 除不盡的九九，也應當做一套。做法同上。

以上的紙片，凡是關於九九的，如 $\frac{1}{0}$ ； $\frac{0}{9}$ ；等，包含 0 的，1 的，以及 10 的，都應全備。並且 $\frac{5}{4}$ 與 $\frac{4}{5}$ 也各各一片。有人主張一面寫演算式子，一面寫答數。反面寫了大的答數，一角上仍宜記一小小的式子，如下面的樣

子。這是給教員看的。免得自己不知道是什麼九九，常常翻過去看。



正面



反面

除了共同用的以外，還可以照上述方法，用一寸見方，或一寸長，六七分寬的小紙片，做成每一學生一副，放在信封裏，給學生

自己個人練習用。也可以兩人合組，一人抽，一人答。

2. 猜謎 這是上述的變相，仍用紙片做，不過寫法改成下列的樣子：

甲. 加法可寫成 $\frac{8}{7}$; $\frac{8}{()}$; $\frac{()}{14}$ 等。

乙. 減法可寫成 $\frac{17}{8}$; $\frac{12}{()}$; $\frac{()}{5}$; $\frac{6}{8}$ 等。

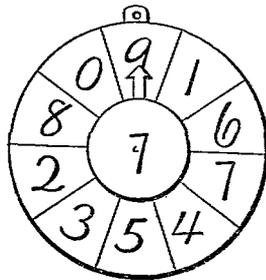
丙. 乘法可寫成 $\frac{()}{8}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{9}{45}$ 等。

丁. 除法可寫成 $\frac{7}{4) ()}$; $\frac{9}{() 36}$; $\frac{()}{5) 35}$ 等

叫學生填括弧中的數字，算是猜謎。仍拿加減乘除九九及除不盡的九九做。

3. 轉盤 這也是練習九九用的。共同用的，大圓直徑約二尺到二尺半；小圓直徑約一尺到一尺二三寸。小圓上連一個指針，約長一尺或八九寸。個人用的大圓直徑約三寸；小圓直徑約一寸半，指針約長一寸二分。盤的形式如下圖。數字的寫法有下列各式：

甲. 加法和乘法可以合用。小圓要九個，上寫 1 到 9 或 2 到 10 各數。若雙面用，只須五個，共計十面，可寫 0 到 9 或 1 到 10 各數。大圓分作九格或十格或十一格。寫 1 到 9，或 2 到



10；也可以寫 0 到 9，或 1 到 10；但次序切不可換順。如兩面用，可以有兩種不同的排列方式。數字方向宜一順，不然 9 與 6 要混亂不清。上圖是小圓 7 已經放上時的樣子。大圓中心有一小柱，小圓中心有一小孔。孔套在柱上，可以旋轉。大圓外周有一小圈，可以懸掛。

乙. 減法用的，大圓小圓各要九個或十個。若是雙面用，各有五個已夠。小圓上的數字同上，或者可以借用。大圓上的數字應改：

第一個 2; 3; 4; …… 11;這是配小圓 2 用的。

第二個 3; 4; 5; 12;這是配小圓 3 用的。

第三個 4; 5; 6; 13;這是配小圓 4 用的。

餘照此類推,像 5 到 14; 6 到 15; 7 到 16; 8 到 17; 9 到 18 等等。或者大圓上多劃一格,寫 2 到 12; 3 到 13; 4 到 14; 5 到 15; 6 到 16; 7 到 17; 8 到 18; 9 到 19 也可。但次序宜亂,不可挨順。

丙. 除法和減法彷彿,大圓上寫小圓的倍數。例如:

配小圓 2 用時,寫 2; 4; 6; 8; 10 到 18 或 20。

配小圓 3 用時,寫 3; 6; 9; 12 到 27 或 30。

配小圓 4 用時,寫 4; 8; 12; 16 到 36 或 40。

其餘照此類推。次序仍亂,切勿挨順。

4. 表 這是共同練習用的。用大的白紙,縱橫各分十格,或十一格,或十二格。格線只須用鉛筆畫。不必十分顯明。各格約一寸半或二寸見方,要能容兩位數字。寫法如下:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	0	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	0	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	0	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	0	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	0	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	0	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	0	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

甲. 左上角空一格。上邊自左至右寫 0 到 9 或 10；左邊自上至下，同樣寫 0 到 9 或 10；餘如上圖。這是練習加法九九用的。用教鞭指縱橫各數，叫學生在表裏尋出答數來。也可以用來練習減法。被減數在表裏，減數在左邊時，答數在上邊對正被減數的一格。減數在上邊時，答數在左邊正對被減數的一格。

乙. 左邊，上邊的數字同上，表裏的數字，改成倍數，如下圖。這是練習乘法九九用的。上邊和左邊是因數，積在表裏。也可以用來練習除法，那末被除數在表裏，除數在左邊時，答數在上邊正對被除數的一格；除數在上邊時，答數在左邊正對被除數的一格。

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

丙. 數字寫法如下圖。從 1 到 100 爲止。可以用來練習 100 以下數目的認識，也可練習 100 以下各數的系

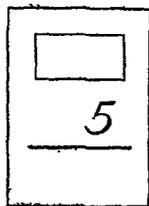
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

統。再用較厚的紙片照第一種共同練習用的尺寸，在紙片面上寫除法用的式子，中間被除數的地位，照上表中數字大小，挖一個洞，如： $2\sqrt{\quad}$ ；

$3\sqrt{\quad}$ ； $4\sqrt{\quad}$ 等。除數從 2

到 9；若雙面寫只須四片已夠。這可以用來練習除法九九及除不盡的九九。把片子上的洞套在上表某一數時，例如 $2\sqrt{15}$ ，便叫學生說出或寫出答數及餘數來。上例答數 7 餘數 1。不但除法，百以內的加法，減法，乘法，都可以練習。只要把紙片上的洞照下式挖，再寫一個數目就行。

數目從 2 到 9，只須四片，雙面用。拿圖中紙片，使洞套在表裏 11 上面，做加法，答數是 16；做減法，答數是 6；做乘法，答數是 55。



5. 梯子 在大的白紙上，畫一個梯子，每梯分九級或十級，每級可寫兩位數目一個。寫 2 的倍數，3 的倍數，4 的倍數，……到 9 的倍數或 10 的倍數止，如下面甲圖：

這種梯子，可作乘法九九的準備練習。從下而上數上去，也可以從上而下數下來。用教鞭指了，共同練習。

也可以叫學生自己畫了梯子，把數目填入。這樣，便成功一種個人練習。不限定 2；3；4；5；……等的倍數。也可以從 1 起，兩個兩個的數，便成功 1；3；5；7；9；……等。所以梯子上的數字，可以化成下列各式。那末畫好一隻空梯子在小黑板上，數目隨時改寫，更加便利。

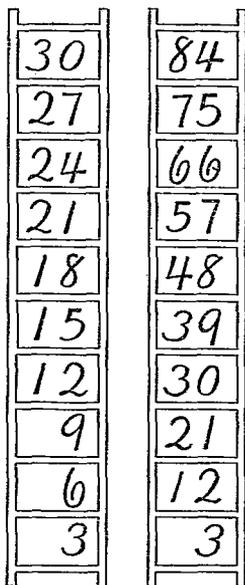
甲. 從 1 起，兩個兩個的數。從 2 起兩個兩個的數。

乙. 從 1 起，三個三個的數。從 2 起，三個三個的數。從 3 起，三個三個的數。

丙. 每四個數，從 1 起；從 2 起；從 3 起；從 4 起；共四式。

丁. 每五個數，從 1 起；從 2 起；從 3 起；從 4 起；從 5 起；共計五式。

以下每六個，每七個，每八個，每九個數，等，照此類推。上面乙圖，就是從 3 起，每九個數的例子。

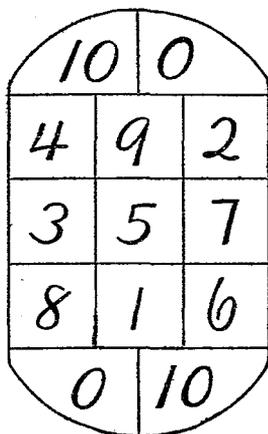


(甲)

(乙)

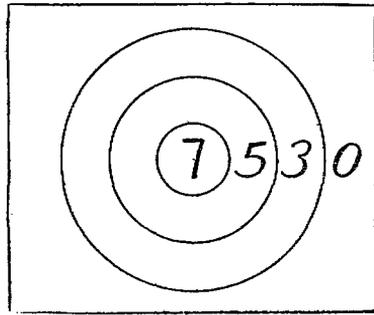
6. 方陣 見前節。尺寸大小同共同用的轉盤。環的直徑約七八寸。各格中央小柱子，也可以改用一種直角彎釘。這樣，方陣可以懸掛了用。環用竹或籐做。也可以做小的，供個人練習，或二人合組練習。尺寸同個人用的轉盤。環可以用銅絲做，或買小銅環用。方陣兩端還可以各加兩格，如下圖；玩時變化更多。或者把 0 的一格改作負十（-10）那末投上這格時要罰去十分。

7. 丟袋 這是共同練習用的。板的尺寸大小，同共同的轉盤，上面做好三個或四個同心圓，數字臨時寫上，如圖。另做一寸半方或二寸方的豆袋或沙袋。比賽時把袋丟在圓裏。內圓數大，外圓數小，圓外是 0。每人丟一次比較，或連丟二三次加了起來比較，或者分二三組各人丟一次，比那一組先丟滿一百或五十數字宜常常變換。這種方法，從認數起，直到十幾個數的連加法，都可以用。不過要注意一種可能的爭執，就是丟在界



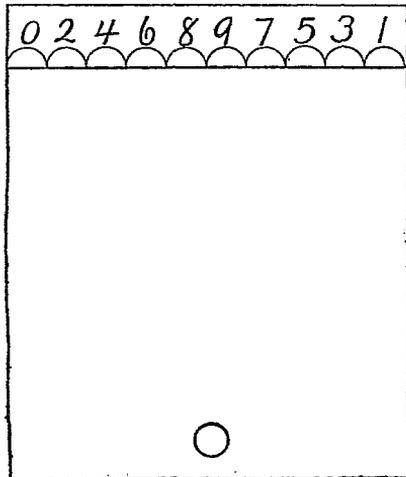
外。每人丟一次比較，或連丟二三次加了起來比較，或者分二三組各人丟一次，比那一組先丟滿一百或五十數字宜常常變換。這種方法，從認數起，直到十幾個數的連加法，都可以用。不過要注意一種可能的爭執，就是丟在界

線上。避免這弊，可用半寸高的竹條做圓的界限。丟在界上的作廢。或用一寸高的鐵皮做界，那末更加顯明。



8. 過橋洞 這

是個人練習或二人合組比賽用的。用厚紙做一隻匣子，高約一寸，寬約二三寸，長約四五寸，亦可利用舊匣子改作。匣子的一端，做一條斜的橋洞。每洞上有一個數字。把匣子的另外一端填高約一寸光景，用橋洞一樣大的泥丸或玻璃珠滾下去。落在那一橋洞中，就得那上面的數目。比一次，或者比二次三次，或者比四五次。這樣，可以練習認數，加法，連加法等。也可



以如上面的丟袋一樣，分作二三組，每人輪做一次，比那一組先滿五十或一百。上面是一個圖形，有圈的地方，是泥丸的出發點。

若把橋洞，用厚紙或木板做了一個大形的放在桌上或地上，划定界線，從界線把皮球滾過去，便成功共同練習用的。

9. 木牌 用木做平常牙牌大小差不多的牌，上面寫 0 到 9 各數字。每人一副，可以練習識數。每人兩副，可以練習加法九九及減法九九，也可以練習乘法九九及除法九九。每人有了五六副，可以用來做四則練習，變化無窮。自己出題目，自己練習，可以節省許多教員的時間。下圖是幾個例子：

3	16	7	42	3	14
5	8			8	20
(甲)	(乙)	(丙)		5	5
加	減	除		7	48
九九	九九	九九		(丁)	(戊)
或				連	加
乘				加	
九九					
九					

其他加減乘除，一切都可以用木牌代數目字。既省教員出題目的勞力，又省學生抄寫的時間。二人合組，

一人出題,另一人做,由出題者檢答,彼此交互輪做,尤其便利。

10. 登塔,過橋 見前節。做法同梯子。塔或橋上也可以只寫一個數目,不寫算式。另外用本節第一種甲式的數字紙片,抽一個,和塔上或橋上的數目做加法,減法,乘法,或除法,也可以改用梯子的形式。

11. 火車或汽車 這是適合交通便利地方用的一種共同練習。揀八九個算術較熟的學生,各人手裏拿一張第一種甲式的紙片。各人坐在每行第一位,他們算是車站中的售票員,紙片算是車站名。他們還有好多小紙片,像車票一樣大小,上面有1到9或2到9各數,就是第一種甲式,個人用的紙片。各人分向各售票員買票,各人自己揀定一個數目。售票員交出票子時,買票人把站名的數目及票子上的數目做一個加法或乘法,報出答數來。對的,可以買去。不對的,算是付錯了錢,重行算正了,再行買去。

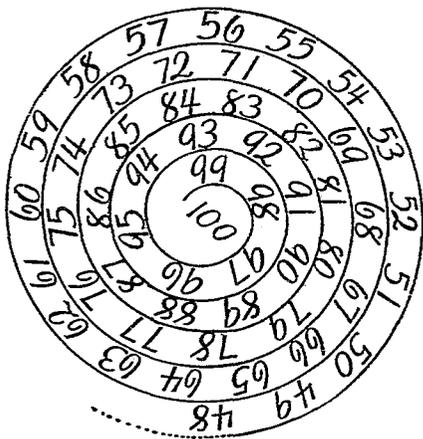
各人買好票子,坐到自己位子上去,算是上車。車開了,售票員拿着大的紙片,變作查票員,挨了次序查票。查時各客人要拿自己票子上的數目和查票員手裏的數目,做一個加法或乘法,報出答數來。報錯了要補

票補票,就是重做,重報。

車到站了。查票員又變了車站上的收票員,分立各處。各人走過收票員處,又要把自己票上的數目,和收票員手裏的數目,做加法或乘法,報出答數來。報錯的,不得出站,要補票。仍舊是重算重報一遍。

票子上的數目,如改用 2 到 18 各數,可以練習減法。若改用 2; 3; 4; 到 9 各數的倍數,便可以練習除法。

12. 努力進行 這彷彿是舊來的升官圖。一張紙上,寫的數目字,如下圖。最內的是 100; 最外的是 0; 作成一個螺旋形。另用半寸立方的木塊二塊,上面寫 0 到 5 各數。二人合組,比誰先得到 100 的,誰勝。各人輪擲木塊。先算木塊上的數目。例如 1 與 4 合起來是 5; 5 與 5 合起來是 10 …… 等。各人拿一小小名片,按照自己擲得的兩個數字合成的數目,放在圖



中相當的數字上面。例如擲得 4 和 5 的,名片放在圖中 9 字上面。第二次再擲,先加木塊上的數目,再加到自己名片原來的數字上去。例如第二次擲 5 和 2;加起來是 7;再加到前次的 9 上去得 16;便把名片移到 16 的地方。或者做連加法 9 加 5 加 2,也是一樣的。學生程度高的,可以改用乘法。每次擲出來的數目,乘名片原來所在的數目。若擲了 0,便要退到最外面的 0 上去。

除了遊戲用的教具以外,還有說明幾何形體,分數關係,的圖表模型等,大多可以自製。度量衡器,或者購買,或者借用。

提 問 要 點

- 1、 遊戲爲什麼可以做一切算術的出發點?
- 2、 練習用的遊戲,可以分作幾步?
- 3、 做教具有什麼應當遵守的標準?
- 4、 那幾種教具,可以由學生自製?

第五章 教學過程

算術科的作業，大概可分兩類。一類是練習的，一類是非練習的。練習的，大多是計算方法的練習。非練習的，包括意義的學習；理論說明方法的學習；以及應用問題的解決等。

算術教材，不比國語讀書的一篇選文，也不像作文的一個題目，大多是前後連貫的，所以教學過程，一個單元往往要經過很久的時期才能完結。嚴密些說，自始至終，也可以算一個單元。每一大單元往往可以分作若干小單元。並且前述兩類作業，在一個大單元中，往往都有；有時相間循環，各各要反復幾次。例如某範圍裏數目的認識，是屬於第二類的。認識以後，有相當的練習，便可以說是屬於第一類。再學這範圍裏的加法，又是屬於第二類。再練習這等加法，又是屬於第一類。……如此推廣出去。我們爲說明便利計，暫時拿一個單元的算是自成起迄。

大多數教材，第一步是學習意義，第二步是學習方法，第三步是練習。經過若干相關材料的學習，還有一回整理結束。有時方法和練習相間，要化好久好久的

時間；而整理工作要在一學期或一學年完了時，有的竟要延到將畢業時。練習的時間往往特別的多。有時單單練習，也可以當作一個小單元。下面所說的教學過程，是用較大的一個單元作標準，不是一次或二三天，或一星期一定要完結的。

第一步，當然是預備。在算術科，預備是很自然的。例如學下式甲的乘法時，當然可以用下面乙丙兩式來做預備。又如學下式丁的乘法，也可以用下面戊式來

$$\begin{array}{r} 23 \\ 5 \\ \hline 69 \end{array}$$

(甲)

$$\begin{array}{r} 20 \\ 3 \\ \hline 60 \end{array}$$

(乙)

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

(丙)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

(丁)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ \hline 20 \end{array}$$

(戊)

作預備。教利息或保險時，那末預備時便可以討論借貸儲蓄或火災損失等等。預備的意思，是探知學生的舊經驗，同時或須加相當的補充。就是說，使今天新教的，學起來不至於發生意外的障礙。

第二步，動機和目的，在算術科，往往是一個實在的問題。從 $\frac{20}{3}$ ， $\frac{3}{3}$ 等乘法，連續下去，只須提 $\frac{23}{3}$ 等例題，問：“這等題目怎樣算法？”由上例戊式 5 的連加法，接續下去，說：“同樣的數目，連加起來，我們有一個

簡便的方法，只須……”由借貸儲蓄的討論，緊接下去，問：“何以錢又生出錢來？究竟是怎樣算的？”由火災損失等問答，緊接下去，問：“有什麼方法可以免這損失？”或問：“究竟火險公司那裏來的錢，賠償這損失？”這樣，很便利的，可以引動學生學習的願望，指定本日所學的目標。這不過是些簡單的例子。其他，詳第三章。

第三步，要看教材的性質而定。大體如下：

甲. 若是說明方法，便應把方法的步驟，逐一說明。說明時當然要用例子。有的方法較複雜，要分作幾個單元學習，那末先教一步，作一小單元，叫學生練習。練習以後，再教又一步，再練習。等各小單元完結後，再總整理。詳細方法，詳第三章。

乙. 若是教理論，宜在方法熟習以後，先把各方面的方法復習，做一個預備，然後再總結起來，找出原理或理論來。詳第三章。

丙. 若是教意義，有的像利息火險等，可以用表演的方法，叫學生做遊戲。有的像幾何形體，度量衡等，宜從實例直觀入手。學生一面學意義，一面可以使用。也有某種定義，要到了小結束時，才教。一步一步的分年進行，決不是在短時期內作一次二次教，可以成功

的。詳第三章。

第三步的方法，就是第三章裏所說的各方面的教法。用一個概括的名詞，這一步就稱作教學。

第四步，是練習。方法或問題以後，當然有很多的練習。就是學過理論或意義以後，也應當做些應用練習。此等應用練習，不求練到純熟，意思是要供給學生若干證驗的機會。方法的熟習，是要經過長時期的練習，有的還要分步進行。詳第三章。

第五步，是總結。經過長期練習的材料，到一大單元結束時，宜把已學過的一切，整理結束。

上面所說是較大單元的過程。每次上課，不過是其中的一小單元，或竟是小單元中的一部份。例如第五步的總結，復習可以化二三次の上課時間，到末一次才討論總結。又如第四步的練習，有的小學裏，從開始和學生計劃好了以後，每天化十分或十五分鐘的時間，用練習用書，或練習測驗等適當材料練習，彷彿成功一種慣例。在相當時期，討論各人的進步。所以每次上課，不一定有預備，但是動機和目的是不可少的。上述彷彿成功慣例的練習，動機不在教員口頭的引起，那種練習材料的本身，有一種成功的興趣，學生一到

練習時間，自然有高興練習的願望。譬如我們一日三餐，到了時間，動機從飢腸中自然產生出來，不必有人來說明吃飯的妙處。視練習如三餐，可以說是成功了一種永久的興趣。練習的目的，當然各課規定得很確定。詳第三章。又如化二十分鐘用一種遊戲的方式練習算術，應當鼓勵學生愛做，便是動機。明白這種遊戲的做法，便是目的和方法。然後再大家熱心努力的做，這是練習。最後批評欣賞所做的結果。每次工作開始的願望，和所做工作的目標是不可少的。預備，需要時才用；不需要從省。總結亦然。總結可省，對於當天所做工作的檢查是不可缺的。練習後要檢答，遊戲後要批評欣賞。

在複式單級編制的小學裏，算術不使用同教材。原因是學生的能力，差別很大。有時，在單式學級中，還要分組。尤其在低年級，初入學的兒童，因為他們未入學前對於數量的經驗，各各不同，年齡參差不一，所以宜分組進行，免得彼此牽掣。如在一二學年複式學級，有這等情形發生，可以分作三組。把二年中差一些的，和一年中很好的合作一組。三四學年複式學級，大多分三年與四年兩組已够。五六學年亦然。初級小學單級

編制的，三四學年分兩組，一二學年分兩組或三組。或者打破學年界限，全體分作四組或五組，至多分成六組；再多，恐怕指導不周。

算術教學，學生自動工作很多，所以有的複式單級裏，拿算術與別組的國語讀書或社會自然，配在同時，一部份自動學習算術，教員可以抽出時間來指導另一部份學生學習讀書或社會自然。算術科中如逢計算練習，或者較高年級有較多量的應用問題解答時，這方法還沒有什麼弊病。但是像問題的討論，常識的補充，計算方法的新教，同樣需要教員直接指導。若如上述，把算術完全當作自動工作，勢必變成叫學生始終呆練，不是一種浪費？算術變成了機械的練習，犧牲未免太大。折衷辦法，如有需要把算術和讀書社會自然等相配時，至多也只能占算術時間的一半。

二年以上，逢到別組要直接指導時，可以指定題目練習。只要練習題的材料充足，組織適宜，即使時間延到十五分或二十分鐘，也沒有什麼困難。用練習用書及練習測驗的，尤其便利。不過一年生，尤其是第一學期初入學時，正在開始學習，一切材料，大多數是屬於常識方面，觀察，遊戲，討論，都要教員直接指導。而且自

學的習慣正在開始養成，自動工作多半不須幾分鐘功夫，所以教員極難抽身。要是沒有相當的遊戲方法，簡直要弄得寸步難離。在這種情形之下，教幾種遊戲方法，最是妥當。材料若支配適宜，一班秋季入學的一年級生，在九月十月裏，分成三組，一組投環，一組拍皮球，一組在教員直接指導下抽紙片練習九以下的加法九九。這彷彿是三組的複式。各組都有適宜的工作，極少空閒。由此可知，遊戲方法是一種極好的自動工作。詳第四章。

有了良好的遊戲習慣，遊戲是一種極好的自動工作，如上述。反過來說，要是沒有相當的習慣，遊戲會得變成功破壞紀律秩序的大原因。有的教員，不主張教遊戲，甯使叫學生呆坐着空等，就是爲此。其實，過與不及，都是一種浪費。初入學的兒童，學校生活沒有習慣，所以做遊戲時的秩序，不會自己保持。自動遊戲，到了興緻好時，往往要發出高大的笑聲，叫喊聲，談話聲來。這樣一來，別組的工作，便受到擾亂。所以每種新的遊戲方法，教員應當直接指導。不但初入學的一年生，就是在高年級裏，每逢一個新方法或者一種新工具，在開始教學時，應當多由教員直接指導。到學生會得自

己做了,然後才叫他們自做。所以自動工作與直接指導,不是種類上相對的區別,而是時間上進行的步驟。初學時,都要直接指導;純熟了,都可以作為自動工作。

有一種遊戲,像拍皮球,跳繩,踢毽子等,小學生很容易學會,極合宜做自動工作,但是做的時候聲音過大,並且要有較寬大的地方,才可以做。一組在那裏做了以後,別組很容易感到紛擾而分心,不能工作。這等遊戲,最好在另外一個地方做。第四章裏所列各種遊戲方法,很少此等弊病。在單級複式裏,共同遊戲的組數不宜過多,每次以一組為度。另外的遊戲,宜用小組的,或個人的。例如四學年的單級分五組,甲組與乙組做練習題,丙組做共同遊戲,丁組做個人遊戲,戊組由教員領導教學新的遊戲方法。十分鐘後,戊組自動做個人遊戲,丁組做共同遊戲,丙組練習計算方法,甲組乙組檢答。這是一個支配的大概情形,時間不一定要十分鐘後才換;過三四分鐘或五六分鐘換一換也可以。下面是一個三十分鐘的例子:

甲組	乙組	丙組	丁組	戊組
練習題	練習題	共同遊戲	個人遊戲	教新遊戲法
檢答	檢答	練習題	共同遊戲	自己做遊戲

練習題	練習題	練習題	共同遊戲	指導遊戲法
檢答	檢答	檢答	練習題	自己做遊戲
共同遊戲	個人遊戲	個人遊戲	檢答	指導遊戲法
個人遊戲	共同遊戲	檢答	練習題	做舊的共同遊戲

照上面方法支配,共同遊戲,沒有兩組在同時舉行,所以聲音問題,可以減到極少,各組工作也有相當變化,決不至於嫌得單調。

下面是一個初學數的例子:

小朋友,誰會得數人?

大家看,第一排幾個人? 第二排幾個人?.....

再看,這第一行幾個人? 第二行幾個人?

誰會得一個人來數? 指名三四次,大家仍跟了數。

數人都很好,再來數別的東西,看誰數得最好!

現在數手指。

伸手指。 3, 2, 4, 5, 1.....指名回答,共同唱數。

誰來做先生,拿手指給大家數? 指名三四次。

我們再來拍手,看誰數得最好? 拍手一,三,五,二,四次.....

誰來做先生,拍手給大家數? 指名三四次。

凡是教室內常見的東西，如筆，粉筆，鉛筆，硯子，石板，桌子，椅子，水壺，小黑板，門窗，窗上的玻璃或格子，書，字，……都可以數。初步的數，大家跟了教員或領導的同學所指，唱着一，二，三……等。唱完時，一定要說一聲“共有……人”；“共有……枝”；“共有……塊”……等。小學生往往在指着數時，分不清第一第二與一二的區別。例如五件東西並列如下：

\triangle	\triangle	\triangle	\triangle	\triangle	自左數起，
第	第	第	第	第	
一	二	三	四	五	

實在是第一第二……；通例却念“一；”“二；”“三……”若不在數完後說一聲“共有……個，”小孩子或者拿第一個算是一；第二個算是二；第三個算是三……所以共同唱數的方法，只宜在初學時用，在厭倦時用。進一步，宜常常叫學生看了一堆東西，迅速說出數目來。例如在黑板上畫好多東西，用紙遮着，叫大家注視。揭開，現出一堆東西，三個或二個，立即遮住，叫學生說出是幾個。同樣，用紙片畫一到五個東西，抽示不久，便遮住，叫學生比賽，誰看得最清楚，說得最不錯。耳聽練習，也可以連續拍手，敲桌，……等等。

提 問 要 點

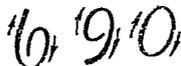
1. 教學過程可分幾步?
2. 第一步有什麼功用?
3. 第二步是什麼?
4. 第三步有幾種不同的方式?
5. 第四步有什麼功用?
6. 第五步宜在什麼時候用?
7. 單級複式的教材,應怎樣支配?
8. 單級複式的教學過程,應怎樣支配?

第六章 教學上的注意點

以上各章,都是教學方法上的重大問題。此外還有若干須特別注意的,問題雖並不很重大,但是稍不留心,也會發生很嚴重的影響。

(1) 數字的寫法,通例用下面的筆順,箭頭是表示筆順的方向。一二表示書寫的先後次序。

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

6, 9, 0, 8, 常有用與上面所說相反方向寫的,如  是否一定要強制學生用一種筆順?是一個值得考慮的問題。解決的標準不能專在“要不要”方面着想。我們應當想:“有了一定的筆順,有什麼好處?”所謂好處不外兩端:一是正確,一是迅速。“用那一種筆順寫起來最快,最不容易混淆?這是一個先決問題。這問題須用試驗的方法決定。在沒有決定以前,我們爲安全計,暫照通例的筆順寫。

小學生初學寫數字,往往會得寫反,例如: 3 寫成 ε; 6 寫成 0; 9 寫成 P 等。這

法,加一小點,如 7 , 多做簡單的算法,可以幫助數字的練習。表面是做練習題,目標却在練習數字的寫法,如下面的例子。因為常常練寫數字,或者學生厭倦。中間夾些淺易的題目,可以變變花式。練習要多變化,這是前面已經說過的一種重要原則。

1. 叫學生寫 1 到 5 各數,共寫三遍。
2. 叫學生寫 2, 要寫成一長條如: 2 2 2 2 2 2.....
3. 同樣,寫 4; 如: 4 4 4 4 4 4.....
4. 同樣寫 1; 如: 1 1 1 1 1 1.....
5. 同樣寫 3; 如: 3 3 3 3 3 3.....
6. 同樣寫 5; 如: 5 5 5 5 5 5.....
7. 做下列加法,題目印在紙上,學生只要寫答。

2	1	3	4	3	2	1	2	3	4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 4 | 2 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 4 | 1 | 3 | 2 | 1 |
8. 唱“一,二,”叫學生寫,如: 1 2 1 2 1 2 1 2.....
 9. 唱“一,二,三,”叫學生寫,如: 1 2 3 1 2 3 1 2 3.....
 10. 唱“三,四,五”叫學生寫,如: 3 4 5 3 4 5 3 4 5.....

11. 唱“一二三二一”叫學生寫,如: 1 2 3 2 1 1
2 3 2 1.....

12. 唱“一二三四三二一”叫學生寫,如: 1 2 3
4 3 2 1.....

.....

這等練習,都可以酌加遊戲的意味,或用比賽的方式。就是念唱,也可以用些生動的言語。例如唱“一,二,三”時,可以算是大家來寫口令;唱“一二”時可以算是大家來寫開步走。唱“一二三四五,五四三二一”時,可以說是“上樓下樓”或“過橋”等等。

(2) 十進的命法寫法,在我們是一種極經濟極巧妙的方法,在小學生往往不易了解。例如十寫成10;那末十一便寫成101。數字的寫法,與國語中的寫法又有些不同。十一,十二,十三,二十一,二十二,等等沒有位子的關係,直接把位子的名稱“十”寫出。11,12,13,21,22,23,等等却沒有位子的名稱,而只有兩個數字,並且這兩個數字的位子,與十進有密切的關係。國語中的寫法,彷彿是諸等數。例如1拾1個,1拾2個,2拾5個等,不好像是1石1斗,1丈2尺,2兩5錢?1拾的1,往往省去,猶之說“石1斗”“兩2錢”作1石1

斗,1兩2錢。有時,“兩2錢,”甚至“斤4兩,”我們也在使用的。

位子,十進,都是很抽象的術語,在低年級學生是不容易明白的。最簡捷的方法,是不用討論,把10,11,12,13,14,15,到19等數字,當作一個符號教。不要拆開來!只說“這是十一”“這是十三。”不用推理,完全用直觀。一用推理,他們小腦子中自有他們的道理,那末十與一合成十一,依此類推,便把10與1合成101了。好在學加九九時,已經學過 $\frac{0}{1}$; $\frac{0}{2}$; 等加法,現在大可利用

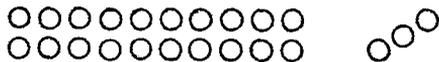
$\frac{10}{1}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{10}{4}$; 等加法最好,把 $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{6}$ 和 $\frac{10}{1}$; $\frac{10}{4}$; 聯絡了練習。這是一種直接的學習法。

位子不宜教得太早。在19以下,十位上始終不過是用1表示,位子的關係,那裏顯示得出來!到了要寫二十,四十,等時,十位上用2表示二十,用4表示四十,用1表示十,等理由,自然不難歸納出來。歸納,要有相當的基本經驗。單單十位的1,經驗太缺,不但不容易使學生明白,仍舊要引他們到謬誤的推理路上去的。要是小孩子想:“十一是11,那末二十一不是可以變成211嗎?因為二十又比十進了一位”。二十的確比十又進

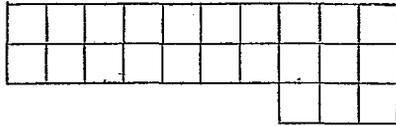
了一十。我們仍舊併在十位上，要等十個十再進一位。小孩子或者想滿十進一位，滿二十不是可以再進一位？要是如此，牽涉到百位問題，愈講愈要糊塗。所以位子的說明，至早要到百以下的範圍時，才可以開始。日曆是一個很好的幫助。每天認日子，31 以下各數，可以直接學得。這樣，由漸直接認數，效力很大。

第一步是直接認識幾十。宜用實物圖畫幫助，每十個一排，叫學生直觀。時時叫學生畫方格子，每十個一排，二排便是二十，三排便是三十，……等等。一面認識 10; 20; 30; …… 等等數字。再用尺寸，由十寸一尺的關係，學習二尺便是 20 寸；三尺便是 30 寸；……等等。也可以做 $\frac{10}{20}$ ； $\frac{40}{20}$ ； $\frac{70}{10}$ 等加法。還可以順數 10; 20; 30; …… 到 9，再逆數 90; 80; 70; …… 到 10。

第二步是直接認識幾十幾，方法同上。滿十的排作十個一排，不滿十的零數，另外放一堆。如用點子，二十三便成下式。



叫學生畫小方格子。23 便成下式。



仍可以用尺寸學習。例如二尺三寸是 2^3 寸之類。下式的加法減法練習，也可以幫助。

$$\begin{array}{l} \text{(加)} \quad \begin{array}{r} 20 \\ 3 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 6 \\ 30 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 50 \\ 8 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 7 \\ 80 \\ \hline \end{array}; \quad \text{(減)} \quad \begin{array}{r} 65 \\ 60 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 32 \\ 2 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 45 \\ 40 \\ \hline \end{array}; \\ \text{(加)} \quad \begin{array}{r} 32 \\ 56 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 40 \\ 25 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 25 \\ 4 \\ \hline \end{array}; \quad \text{(減)} \quad \begin{array}{r} 38 \\ 18 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 49 \\ 25 \\ \hline \end{array}; \quad \begin{array}{r} 37 \\ 5 \\ \hline \end{array}; \end{array}$$

再用第四章第二節，第4表的丙式練習。練習到相當純熟時，可以在表裏引導他們位子的關係。表裏橫看，11,12,13; …… 21, 2,23, …… 十位不動，單位增加。直看，11, 21,31; …… 14,24,34; …… 單位不動，十位增加。這其間，不是發生了一種有趣的關係？其實學生經驗中已經可以直覺得到，不過嘴裏說不出來。替他們用言語說明，便成功極容易的事。凡是言語文字的，都要到這種情境才可以用。早講位子，完全浪費。現在，說明極省力。例如56，因為有五個十，所以左方寫5；因為有六個一，所以右方寫6。舉例或可利用尺寸；尺寫在左，寸寫在右，便成5尺6寸。拭去“尺”字，便成“56寸；”拭去寸字，便成“56。”只有五個十而單個沒有時，彷彿“5尺

0 寸；”拭去“尺”字，成“50 寸；”再拭去“寸”字，便成“50。”這等用尺寸作例證的方法，不一定要用到。太多用例證，有時反而要使學生糊塗，他們沒有經驗，即使多用例證，還是不易明白。不過學生能力差別很大，要是逢到大多數學生都已明白，只餘極少數，有些困難時，用上述尺寸作例證，或能有些幫助。要是用了例證仍弄不清，那末不必多說位字，再用直接學習的方法。一面叫學生用前述的表參考，叫他在寫數有疑難時，用表查了再寫。

百以下用妥善方法教好以後，百以上，千以上，可以迎刃而解，不至於再發生重大問題。方法可以照上述，時期可以縮短些。不過數目愈大，直觀愈難。能直觀的材料，如火柴，牙籤，銅元等，都是較細小的東西。小字格子，每張百格，十張便是一千。教科書上的字數，大家一律，數起來也不困難。

直觀以外，可以多用推想的材料，例如從教室到某處是一千尺；一百尺的房屋大約幾層樓房般高；塔有幾尺高；一千學生要幾教室可容，等等。

三位以上數字的寫法，只要注意中間的 0。有人用三隻顏色不同的匣子，左方代表百位，中央代表十位，

右方代表單位，各匣放相當數目。如空無所有便記一個 0。左匣空時，不記 0，這是因為只用兩匣，所以把左匣拿去。有人用學生來代表位子，意思也是一樣的。這等說明，兼含遊戲的意味，很有效力。

多位數中間的 0，如連續在兩個以上，只須讀“零”或“零零，”已夠，不必每位讀出。下面是些例子。

304 三百零四 4040 四千零四十

3006 三千零零六 或三千零六

50080 五萬零零八十 或五萬零八十

8000800 八百萬零零八百 或八百萬零八百

有人主張“零”字完全不用，那末 304 讀作三百四；4040 讀作四千四十；3006 讀作三千六；50080 讀作五萬八十；8000800 讀作八百萬八百。別的沒有什麼，有的地方三百四十的“十”字省去，念作三百四；三千六百的“百”字省去，念作三千六，那末 340 與 304；3006 與 3600 混淆不清，所以在社會上有此等習慣的地方，還是用一個“零”字較為妥當。用“零，”實在一個已够。不問是一位空，或是二位三位四五位空，都用一個“零”字。二個以上用“零零”與外國語法中兩個以上的複數一樣的無謂。

(3) 萬以上大數的命法,舊來有兩種方式,一種是逢四位再換名稱的,如:

千百十兆 千百十億 千百十萬 千百十個
兆兆兆 億億億 萬萬萬

又一種是逢十進的,如:“兆億萬千百十個”前方式很經濟,用了少數的名稱,可以命很大的數目。後一方式恰恰相反,西洋大數命法,有逢三位進及六位進的兩種。六位進的比較經濟。兩式的比較如下:

逢三位進的: 百十兆 百十億 百十萬 百十千 百十個
兆兆 億億 萬萬 千千

逢六位進的: 百十億 百十千 百十萬 百十千 百十個
億億 千千 萬萬 千千

無論逢三位進,或逢六位進,數目長時,均可分作三位一節,例如:123, 456, 789; 如照我國四位進的命法,長數目的分節,最好每四位一節,如:1, 2345, 6789; 這樣,讀時便利,數名可以一望即知。

近來統計會計等用長數目的地方,已經通行三位一節,所以有人主張把我們舊來命法,也改成逢三位進的方式。更有一種主張,為避免從來兩種方式的混淆,萬以上不再立新名稱,如下式:

百 十 萬 千 百 十 萬 千 百 十 萬 千 百 十 個
 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬
 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬
 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬 萬

這不過是一時權宜之計，萬字用到三四個，實在太不便利，而且這仍是逢四位進的，於分節不能一致，改成三位進的方式有好多。“十千”平常不慣用，所以有人主張改如下式：

百 十 兆 百 十 億 十 萬 千 百 十 個
 兆 兆 億 億 萬

從四位進改成三位進，實在反而把範圍縮小了好多，不如改用六位進來得妥當。改法有兩式：

甲： 百 十 兆 十 萬 千 百 十 億 十 萬 千 百 十 個
 兆 兆 億 億 億 億 萬

乙： 京 億 萬 千 百 十 兆 億 萬 千 百 十 個
 兆 兆 兆 兆 兆

後一方式雖然多用去一個名稱，但是比前一方式中夾雜一個“十萬”要清楚得多。

這事正在研究討論中，在尙未確定以前，暫時仍用四位進的方式，萬以上不用新的名稱。分節可以照現行習慣每三位一節，只須記牢第一點左是“千，”第二點左是“百萬”就是了。好在小學生用的長數並不過長，而且也不很多，很長的，儘可改用萬做單位。日

本人命法，採用我國四位一進方式。他們長數目上，也是三位一節。通行已久，大家習慣了，便不覺得有什麼不方便。能澈底改革，當然很好。未確定前，應採用較穩健的過渡方式。不然，花樣太多，反而覺得紛擾了。

長數的寫法，也可改用大的名稱，如：三百八十五萬，寫成“385萬”；七十九萬八千寫成“79.8萬”等。也有人主張把三百八十五萬寫成“ 385×10^4 ”五千萬寫成“ 5×10^7 ”；據主張者說，不必和學生講次數、指數，只須使他們明白長數目右方的0可以用這等寫法： 10^2 是代表右方二個0； 10^3 是代表右方三個0； 10^4 是代表右方四個0；……餘照此類推。是否可行，要等試驗後，才能決定。

要是可行的話，那末用 10^{-2} ； 10^{-1} ；等表示小數，或許同樣可行。不講什麼負指數，只當作一種代表小數中0的記法。但是小學裏用的小數，位數也極有限，所以上云云，只當作一種參考罷了。

(4) 小數命法，用“十分之……”“百分之……”“千分之……”等名稱，一來詞句冗長，二來牽涉分數命法。我們的教材，小數排在分數之前，所以這種命法，應當改革。其實，我國舊有很好的名稱，大家沒有採用罷了。1

叫一成；.11叫一成一分；以下釐毫絲忽，在名數中如此，在不名數中也如此。下列是比較表：

(甲)	兩	·	錢	分	釐	毫	絲	忽	微
(乙)	尺	·	寸	分	釐	毫	絲	忽	微
(丙)		·	成	分	釐	毫	絲	忽	微

只有畝以下，沒有別的名稱，就用分釐毫等。所以我們可以把不名數的小數命法，決定如上列的丙行。

這種命法，與成分法可以一致。成分是我們社會上習用的。學校裏教的百分，近來漸漸通行，但是成分的勢力，依然還在民間。其實兩者儘可聯絡。先學小數，照上述命法。後學成分，用實際問題，像農田收穫成數，商店交易成數，生產，雨量，連同學生到校成數等等。寫法儘可用6%等；%是分的代表。所以七成五分寫作75%；五成寫作50%

等到學過分數，把分數小數的關係，分數和成分的關係，完全明白以後，可以教他們小數也可以讀若分數，如“十分之……”“百分之……”“千分之……”等等。同時，成分與“百分”的關係，也容易說得明白。其實75%與7.5成，都不過是一種記載的方式，並沒有什麼好歹的區別。社會上通行成分的，百分符號不教也不要緊。

小數命法沒有釐定以前，暫用一種過渡的讀法，例如.75逕讀“點七五”；4.025逕讀“四點另二五。”此等讀法，教室中，社會上已很通行。這實在是最省便的讀法。

(5) 多位數減法。逢到減數比被減數大時，計算方法，有好多種。下列三種，比較的通行。用四百二十五減二百六十七作例，各種方法如下：

甲法：
$$\begin{array}{r} 425 \\ -267 \\ \hline \end{array}$$
 個位五減七，不夠。十位上去借一，作十，與個位的五合成十五。十五減七是八。十位二，借去了一，只剩一。一減六，不夠。百位上去借一，作十，與十位的一，合成十一。十一減六，是五。百位四，借去了一，剩三。三減二是一。分析起來如下式：

乙法：
$$\begin{array}{r} 3\text{百}11+15\text{個} \\ 2\quad 6\quad 7 \\ \hline 1\quad 5\quad 8 \end{array}$$
 個位五，減七，不夠。十位上去借一，作十。十減七餘三，三加五是八。十位二，借去了一，只剩一。一減六，不夠。百位借一作十。十減六餘四，四加一是五。百位四，借去了一，剩三。三減二是一。

丙法：個位五減七，不夠。十位上去借一，作十。十和五合是十五。十五減七是八。十位借過一，所以減數六作七。一減七，不夠。百位上去借二，作十。十和二是十

二。十二減七是五。百位借過一，所以減數二作三。四減三是一。分析起來，如下式：

$$\begin{array}{r} 4\text{百}^{12}+15\text{個} \\ 3\quad 7\quad 7 \\ \hline 1\quad 5\quad 8 \end{array}$$

借是不錯的。但是達到

被減數中間有若干 0 的，又要借，又要還，極容易糾纏不清。例如： $\frac{904}{468}$ ； $\frac{600}{249}$ ； $\frac{600}{397}$ ； $\frac{1000}{978}$ ； $\frac{10205}{9486}$ 等減法計算時非常周折。如用下列丁法，一切問題都可解決。

丁法： $\frac{425}{267}$ 個位七加八是十五，進一。十位一與六是七，七加五是十二，進一。百位一與二是三。三加一

$$\frac{964}{723}$$

是四。就是不退位的減法，也可以照樣計算。例如：

$$\frac{904}{468}$$

個位三加一是四。十位二加四是六。百位七加二是九。就是中間有 0 的，也很簡捷。如下

$$\frac{600}{397}$$

個位八加六是十四，進一。十位一又六是七，七加三是十，進一。百位一又四是五，五加四是九。

$$\frac{10205}{9486}$$

個位七加三是十，進一，十位一又九是十，十加 0 是十，進一。百位一又三是四，四加二是六。

個位六加九是十五，進一。十位一又八是九，九加一是十，進一。百位一又四是五，五加七

是十二，進一。千位一又九是十，十加 0 是十，進一。萬位一加 0 是一。

$$\begin{array}{r} 30002 \\ - 19795 \\ \hline \end{array}$$
 個位五加七是十二，進一。十位一又九是十，十加 0 是十，進一。百位一又七是八，八加二是十，進一。千位一又九是十，十加 0 是十，進一。萬位一又一是二，二加一是三。

這一種計算方法，最容易明白，完全根據加法中的補法，沒有什麼新的花樣。加法與減法常常聯絡，可以互相幫助。並且還與實際情形符合。平常賣買找錢，往往也用此法。例如買物共銀三元八角五分，付五元鈔票一張時，找一元一角五分，心裏常想三加一，四；八加一，九；五加五，十。做慣此法的人，加法減法還可以同時算出。例如買物，各件的價是：1.25元；.98元；.46元；1.05元；.11元；付五元鈔票一張，應找一元一角五分，可以用下面的式子計算。

$$\begin{array}{r} 1.25 \\ .98 \\ .46 \\ 1.05 \\ .11 \\ \hline 1.15 \end{array}$$
 分位五，十三，十九，二十四，二十五，三十，進三。角位三，五，十四，十八，十九，二十，進二。元位二，三四，五。但是不一定要叫小學生個個人學到如此地步的。將來他們用熟自然可以如此。用慣以前三種的，便不容易得到這種利益。

上述四法，要是練得純熟，就減法本身論，效力都差不多。教者自己用慣什麼，便應當拿這一種教學生。若要改用丁法，教者自己應當先行練熟，拿自己不熟的方法去教學生，是很危險的。有時自己也弄糊塗了，尤其在初改用時。

(6) 乘法中無論被乘數或乘數末位有 0 時，計算時的寫法，仍宜與末位不是 0 的一致。舊來， 25×482 ，寫如下式甲，而 25×480 時，往往寫如下式乙。 250×480 時，又寫如丙式； 250×4800 時又如丁式。初學時，明明堅囑

(甲)	(乙)	(丙)	(丁)
482	480	480	4800
25	25	250	250
-----	-----	-----	-----

學生右端要齊。後來又設例外。例外是最不妥當的。立一法則，最好沒有例外。即使要有，也應愈少愈好。例外一多，法則等於虛設。應一律寫如下式：

(甲)	(乙)	(丙)	(丁)
482	480	480	4800
25	25	250	250
-----	-----	-----	-----

計算時的乘積，也一律右端齊，如下式：

(甲)	(乙)	(丙)	(丁)
482	480	480	4800
25	25	250	250
-----	-----	-----	-----
2410	2400	24000	240000
964	96	96	96
-----	-----	-----	-----
12050	12000	120000	1200000

開始時,先寫如 $\begin{array}{r} 480 \\ 25 \\ \hline 0 \end{array}$; $\begin{array}{r} 480 \\ 250 \\ \hline 00 \end{array}$; $\begin{array}{r} 4800 \\ 250 \\ \hline 000 \end{array}$; 把右端的 0 定好,

記出,然後再照平常算法進行。

(7) 初學算術的幼年學生,往往要用手指來數。有人主張由他們用去。理由是,人的雙手是一副自然的計數器。我們人造的算盤,以及小學裏特造的教具,尚且要用,有此天然計數器,何不利用?反對的理由是計算要純熟,迅速,常常依賴手指,是一種不良習慣。其實,問題並不在許不許用手指。我們要求學生計算的,要是超過了他們的能力,那末非借重一種工具不可。數目大時,心上不易記憶,我們要用筆算珠算,也是這個理由。淺近的,容易的,我們會得用心算。要使學生不依賴手指,我們的進程不能太速。太速,他們不易純熟。不純熟而勉強要算,那末只有借重一種工具。手,便是最現成的工具。分步細,方法多變化,常常練習,一步一步的容易純熟,依賴手指的需要不生,許不許的問題便容易解決。

還有一種養成用手指的機會,就是教員逢到學生,不會算或算錯時,不肯直接訂正,或直接把正確的答數教給他們,而硬叫他們去推想。他們惟有二法,一是

猜,一是用手指數了回答,例如逢到一個簡單的加法九九三和四時,學生不知是什麼,或者做錯了以爲是八時,千萬不要向學生說:“你們想想看,是八嗎?”應當問:“誰會算的?”然後叫會的人說出來,說是七的,直接承認他說:“七是對的!”再問誤作八的學生說:“八是錯的,七是對的。”如沒有人能說七的,也直接說:“應當是七!”有人主張備一份九九表,寫明答數,使學生檢查,就是抽紙片練習時,紙片反面應把答數寫好,逢學生不會算或算錯時,直接反過去給他們看。這彷彿是叫他們抄,凡是習慣,儘可以由模仿學成,抄就是一種模仿,由模仿學習,很正確,少錯誤的機會。文字的學習,也是先會抄,抄熟了再會默寫的。初學就要學生默寫,勢必使他們偷抄,偷用手指數,不好像是偷抄?

(8) 在計算進行時,學生口念的,愈簡單愈好。冗長的念,於迅速的標準很多阻礙。例如下面的連加法念的句子,只須把每次的和說出,像十二,二十一,二十七,

327	二十九(寫九);
45	四,八,十四,十八(寫八);
109	四,五,
66	(寫五)。不必說七加五是十二,十二加九是二
42	十一,二十一加六是二十七,二十七加二是二

十九,……等進位的二馬上便加。有一種算法,把進位的另外記開等十位上加完後再行併入。這是最不妥當的方法。另記是一種耗時的惡習。要是練得純熟,下

$$\begin{array}{r} 482 \\ 57 \\ \hline \end{array}$$

例乘法,進位的數目,可以和乘九九一起念出。例如十四,五十七,三十三;或二七十四,七八五十七,四七三十三……等。

這等習慣,當然不是一朝一夕可以養成,最要緊的是練習的分步宜細,時間宜充足,熟能生巧,自然會達到簡單的地步,到後可以不必再念,一路看,一路心算。在訂正討論時,教員宜力避冗長的說明,照上例的念法,這樣給學生一個良好的模範,他們自然會得由漸因模仿而學得。

減法除法,以及諸等小數等等,都應避用冗長的句子。下面是一個除法的例子。

$$\begin{array}{r} 234 \\ 56 \overline{)13104} \\ \underline{112} \\ 190 \\ \underline{168} \\ 224 \\ \underline{224} \\ 0 \end{array}$$

二;十二,十一;九,一,0;三;十八,十六;二,二,四;四;二十四,二十二;除完。

提 問 要 點

1. 用什麼方法使學生練寫數字?

2. 何以位子的說明不宜過早?
3. 大數命法,那一式最好?
4. 小數應當怎樣命名?
5. 幾種減法的算法,那一種最好?
6. 乘法末端有 0 時,應怎樣演算?
7. 有什麼方法使學生不用手指?
8. 爲什麼計算時應力避冗長的念?

第七章 成績考查法

我們研究教學，不能丟開成績考查。不考查成績，不能知道教法的好歹。從前，考查成績時，往往是就學生學過的教材，出幾個題目，叫學生去做。學生能做正多少，便給他多少分數。這種方法有兩個缺點。一是題目太少，不能普遍的包括所學材料的全部，所以學生僥倖的機會較多。二是做時不限時間，學生的能力，不能正確表示。因為算術能力，不但是正確，也要迅速。近來用測驗方式考查的，漸漸盛行。用測驗方式，不但可以考查學習的結果，同時還有許多別的功用，如下：

1. 使教員明白各學生的比較能力。就是各學生間互相比較的成績。
2. 使學生自己明白在一級裏的比較能力。
3. 使教員明白各學生的絕對能力。就是各學生自己個人的能力；誰會做什麼，做到多少難的程度，做得多少快，多少正確……等。
4. 使學生明白自己的絕對能力。
5. 鼓勵教員改進教學方法。
6. 鼓勵學生自求進步。

7. 考查學生成績,同時,也就是一種教學。

上述三四兩項,要比一二兩項更加重要。明白了絕對能力,可以比較自己的進步,知道正確的程度,究竟到了什麼地步。比較的能力,是不很可靠的。一級中好的學生多了,平常能力的學生,或者要擠到劣等中去。反過來,好的學生少了,平常的學生,也許會得列入甲等。一個學生成績的好歹,因了別的學生而變動無定。同是列入甲等者,或者就個人說,實在並沒有什麼進步,或竟退步也難說,只不過別人都不及他,所以他常常算是甲等。絕對能力,沒有這種弊病,並且,如要比較彼此的優劣,仍舊可以第五六兩項,可以明白學生缺點,設法補救。這樣,比了僅僅知道一個成績分數,效用要大許多。測驗的方式,有好多,下面每類舉幾個例子。

第一類是難易測驗。題目自易到難,第三章第四節裏已經有幾個例。下面還有一個。做此等測驗,時間不宜過促,使學生能力,充份發揮。

除 法

1. 求商及餘數,商不要小數。

$$3 \overline{) 196}$$

$$4 \overline{) 215}$$

$$5 \overline{) 92}$$

$$7 \overline{) 262}$$

2. 商不要小數,餘數用分數形式記出。

$$20 \overline{) 730}$$

$$80 \overline{) 1375}$$

$$40 \overline{) 7500}$$

$$30 \overline{) 965}$$

3. 商中小數到分位止。

$$5 \overline{) 10.4 \text{元}}$$

$$9 \overline{) 15 \text{元}}$$

$$7 \overline{) 25.75 \text{元}}$$

$$6 \overline{) 10 \text{元}}$$

4. 求商及餘數,商不要小數。

$$7 \overline{) 1499}$$

$$8 \overline{) 64586}$$

$$6 \overline{) 28236}$$

$$5 \overline{) 2705}$$

5. 求商。

$$3 \overline{) 5 \text{時} 9 \text{分}}$$

$$4 \overline{) 10 \text{斤} 8 \text{兩}}$$

$$5 \overline{) 8 \text{斤} 2 \text{兩}}$$

$$5 \overline{) 2 \text{斤} 3 \text{兩}}$$

6. 求商及餘數,商中不要小數。

$$36 \overline{) 1000}$$

$$18 \overline{) 725}$$

$$24 \overline{) 2000}$$

$$17 \overline{) 6075}$$

7. 求商,小數三位。

$$13 \overline{) 400}$$

$$14 \overline{) 859.15}$$

$$35 \overline{) 2941}$$

$$45 \overline{) 180.135}$$

8. 求商。

$$2.5 \overline{) 12}$$

$$.25 \overline{) 3.55}$$

$$.045 \overline{) 20.25}$$

$$.05 \overline{) 42.3}$$

9. 求商,小數三位。

$$39.37 \overline{) 80}$$

$$11.2 \overline{) 6}$$

$$360 \overline{) .5}$$

$$61.5 \overline{) 297.875}$$

此等難易測驗有幾個好處。學生初着手時,有自信,所以興趣很好,肯努力。每一程度有四個題目,學生有四個機會,比了每種只出一二題的要公允。如每種出五六題,更加正確。學生是否的確不會做,或是一時粗

心,很可以分別出來。四五個題中只錯一二題的,大概是疏忽。若是錯到三四題,一定是根本不會做。這種測驗還可以訓練學生對於力所能及的,應當完全做正。例如四題中已經做正三題,那末只要用心計算,仔細檢答,一定可以把另外一題也做正,記分數方法合宜,這一種訓練極易成功。例如每種做正一二題的只給零分,正三題的給一分,完全做正的給三分,還可以規定前面五步全正的,結算分數時,可以占全體百分之八十等等。如此,學生自然會得注意正確,用全副精神使自己的能力儘量發揮。這種測驗,還可以適應學生能力的差別。就是能力差些的,也有較容易的幾種可做,不至於使他們完全失敗,得到零分。能力高的,可以做到他力所能及而止,也不會得草率敷衍。也可以叫能力高的學生,跳去開始的三四種,從第四或第五種做起。跳去不做的,當他們完全做正,給他們分數。教員詳細校閱學生成績後,可以明白一切缺點;什麼地方必須全級重學重練,什麼地方是某某幾個學生的缺點。

第二類是混合測驗。凡逢教材不能分難易的,可用這種。把各種材料混合在一起。難易測驗有程度的階

4	14	14	12	9	18	11
0	6	7	5	0	9	4

第二十四課 測驗

加

6	10	9	7	11	13	12
10	4	10	10	5	6	7
14	11	3	2	3	2	4
4	8	15	16	14	13	15

減

14	16	17	18	14	15	16
10	6	3	10	12	2	3
17	19	14	17	16	18	15
13	11	3	2	4	15	11

第五十一課 測驗

加

35	36	24	56	83	62
12	41	22	28	44	25
40	12	32			

減

乘

52	42	423	213
3	4	2	3

除

$$4 \overline{) 128}$$

$$3 \overline{) 159}$$

$$4 \overline{) 884}$$

$$5 \overline{) 555}$$

第九十課 測驗

加

437	65
24	308
505	24
56	60
320	847
44	394

減

152	1000
54	982

乘

26	38	84
8	9	11

除

3) 288	7) 448	12) 384	6) 726
--------	--------	---------	--------

凡是經過某一段落後的測驗,都可以用此方式。有時,難易的與混合的同時都包在一種測驗內,也可以。

第三類是速度測驗就是列同性質,同程度的題目,限定時間,看學生能做多少。下面也是兒童練習測驗片裏的例子。

第四十四課 測驗

除 法

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10} \\ 4 \overline{) 8} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \overline{) 45} \\ 4 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 28} \\ 1 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 12} \\ 4 \overline{) 36} \\ 5 \overline{) 35} \\ 3 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 40} \\ 1 \overline{) 50} \\ 3 \overline{) 90} \\ 4 \overline{) 40} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 69} \\ 2 \overline{) 26} \\ 4 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 64} \\ 1 \overline{) 27} \\ 5 \overline{) 55} \end{array}$$

這裏面前兩排較易，後兩排較難，略有一些難易程度，彷彿是難易測驗與速度測驗兼有的一種。練習測驗片各課都是一種速度測驗。就是算術練習用書各課，如限定了時間叫學生做，也便變成一種速度測驗。用速度測驗有兩個條件。一要用在某一種的特殊習慣。二是記分法要絕對，不許有一些錯誤。這種測驗的目的，是調查學生的某種特殊能力，例如上例中的除九九，是否達到標準。目的並不在速度，是在學生能否達到標準。所以凡是沒有到及格標準的學生，應當叫他們練習到及格為止。練習用書及練習測驗片的功用就在此。下面是兩個例子。

例一：兒童練習測驗片 第七十四課 加法

20	45	37	62
58	30	26	89
76	73	94	40
94	97	80	28
<u>14</u>	<u>28</u>	<u>51</u>	<u>37</u>
53	18	82	73
36	60	45	90
74	53	79	42
92	84	30	15
<u>40</u>	<u>57</u>	<u>46</u>	<u>68</u>

例二：算術練習用書 第三學年第四學月減法
十四。

320	134	620	510
<u>318</u>	<u>118</u>	<u>123</u>	<u>375</u>
840	430	340	720
<u>636</u>	<u>178</u>	<u>235</u>	<u>339</u>
370	770	526	480
<u>182</u>	<u>224</u>	<u>284</u>	<u>424</u>
990	540	660	890
<u>298</u>	<u>526</u>	<u>199</u>	<u>867</u>
260	379	780	950
<u>136</u>	<u>189</u>	<u>388</u>	<u>715</u>
650	590	864	560
<u>584</u>	<u>227</u>	<u>278</u>	<u>364</u>
150	450	870	620
<u>138</u>	<u>146</u>	<u>377</u>	<u>528</u>

凡是某種練習教材，都可以編成速度測驗。材料宜充足，時間不宜過久。要使最快的學生也僅僅能做完。不然，分別不出速度來的。做得快而正的，才是能力純熟的證據。

第四類是常識的測驗。我們若要測驗學生對於數目、方法、度量衡、幾何形體、商業事實等意義，是否明白，決不能叫學生說明。若是我們問：“什麼是小數？”“什麼是一立方尺？”“什麼是儲蓄？”等，學生便把定義強記了背誦出來。這樣，不是在測驗常識，變成功考試言語文字的背默。若問：“長方形和並行四邊形有什麼不同？”“小數和整數有什麼不同？”比較好些。如此問法，很容易分別學生所答錯的，是言語文字，還是常識。下面是幾種測驗的方式。用了此等方式，更加可以真切明白學生的常識。

例一：大家在四分鐘裏，儘量寫許多小數。

.....

例二：下面的分數中，那幾個比半斤小？在那分數的右面括弧中寫一“小”字。那幾個比半斤大？在右面括弧中寫個“大”字。

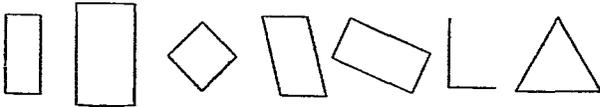
$\frac{3}{4}$ 斤() $\frac{1}{2}$ 斤() $\frac{1}{16}$ 斤() $\frac{5}{16}$ 斤() $\frac{7}{8}$ 斤()

$\frac{2}{3}$ 斤() $\frac{3}{8}$ 斤() $\frac{1}{5}$ 斤() $\frac{3}{10}$ 斤() $\frac{5}{8}$ 斤()

例三： 下面各圖中，那幾個角是直角？



例四： 下面各圖中，那幾個是長方形？



例五： 讀下面各數中的小數。

4.85 60.2 720 .72 .072

例六： 讀下面各數中的整數。

4.85 72 640.05 .025 18.47

例七： 讀下面各數的分母。

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{7}{9}$

例八：說出幾個分子 5 的分數。

說出幾個分母 5 的分數。

凡是用這種方式測驗學生常識，結果很正確，而且校閱也很容易。用此等方式也可以測驗學生的計算能力。不過測驗時的形式和練習時不同，所以可以同時測驗學生的注意力和適應力。下面是幾個例子。

例一：選擇法 一個題目，後面有好幾個答數，叫學生揀出一個正的。

1. $.21 \overline{) 33.6} =$ (1) 0.16 (2) 1.6 (3) 1.6

(4) 16 (5) 160

2. 1 畝 = (1) 6 方尺 (2) 60 方尺 (3) 600 方尺

(4) 600 方丈 (5) 6 方丈

3. $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$ (1) $\frac{3}{16}$ (2) 3 (3) $\frac{3}{4}$

(4) $\frac{4}{8}$ (5) 1

4. $\frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3} =$ (1) 7 (2) $\frac{7}{2}$ (3) $\frac{7}{8}$

(4) $\frac{7}{4}$ (5) $3 \frac{1}{2}$

例二：填充法 叫學生在空的地方，把應該用的

文字,數目,符號填入,題目可用文句,式子等等。

1. 要用分數乘某一數目,只要把分子 ___ 那數,再把 ___ 除。

2. 要用 ___ 除某一數目,只要用 ___ 乘。

3. 若除數和被除數都是“元,”都當他們 ___ 然後 ___。

.....

例三: 異同法 題目是一對一對的數目,詞句,……等等,叫學生看,若是相同的,在一對間加一個“=”;若不是同的,加一個“≠。”

.4	4%	14兩	.875斤	$\frac{3}{4}$.75
12兩	半斤	.75兩	12斤	$16\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$
4.5%	.45	36.5%	36.5	$\frac{1}{3}$	$.33\frac{1}{3}\%$
.5里	75丈	1.04	10.4%		

.....

例四: 是非法 題目是詞句,式子等等,叫學生看是否相等。等的做一“√”,不等的做一“△”,彷彿叫學生在校閱別人做的成績。

1. $.4 + .04 + .004 = .444$

2. $.08 + .07 = .017$

$$3. \quad 100 \times 46\% = 46$$

$$4. \quad 12 \times \frac{1}{2} = 12 \div 2$$

$$5. \quad .375 \div .6 = 625$$

$$6. \quad 6 \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

以上四式,都可以用來調查學生程度,到了什麼地步,也可以用來調查學生在一定時限內能做得多少快。若是內容分別難易,自易而難,便可以兼有難易測驗的功用。若是並列各種材料,便可以兼有混合測驗的功用。內容材料只限一種,而程度不分深淺,那末便可以兼有速度測驗的功用。

用了此等測驗方式,若學生成績,仍舊要用百分制,六十分及格的老方法,在是非法,異同法,選擇法等做錯了要扣分的,往往很難得到六十分及格。這是當然的。例如一百個是非法的題目,做正了六十個,做錯了四十個。六十扣四十,只有二十分。又如三中選一的選擇法,一百個題目,做正了六十個,做錯了四十個。六十扣四十的一半,只有四十分。同樣四中選一的,不過得四十七分,五中選一的,也不過得五十分。扣了,大多數人不能得六十分及格。要是不扣,那末猜中的機會太

多,又使學生太占便宜。有一個很公平的改算方法。例如一百個是非法,正六十,錯四十,因為二中選一,猜中的機會多,所以錯的加倍算作八十,共得一百四十。一百四十分之一百,就是71.4。這樣,正71.4,錯28.6,再扣28.6,得42.9,這便是及格分數。42.9與28.6,是六與四的比。題目不是一百題的,可以照百分之42.9或作百分之四十三改算。

同樣三中選一的選擇法,扣去錯的一半以後,應得50分及格。四中選一的,扣去錯的三分之一以後,應得53分及格。五中選一的,扣去錯的四分之一以後,應得54.5分及格。

及格分數決定以後,測驗分數每一分也不和老式分數一分相等,應當改算。例如是非法,四十三分及格,等於老式六十分。從四十三分到一百分,中間有五十七分。老式六十分到一百分,中間只有四十分,就是測驗的一分只等於老式的五十七分之四十,就是.7,所以測驗44分的,等於0.7;測驗45分的,等於61.4;餘照此類推。同樣,三中選一的,測驗一分約等於老式.8;四中選一的,約等於.85;五中選一的,約等於.88或.9。

第五類是應用題測驗。有兩種方式。一是依照生活

組織的,如下例。一是平常雜題式的斷續的問題。

應用題測驗

1. 這幾天中山公園裏菊花開了。我們請王先生帶我們去看菊花。王先生叫要去的人舉手。點一點人數,第一行十六人舉手,第二行二十三人舉手。兩行共有多少人舉手?
2. 興中提議請別級同學同去。甲級有三十二人,乙級有三十四人,我們丙級是四十二人。三級共有多少人?
3. 星期六的上午,我們去了。這次比從前遠足時多。上次只去了八十二人。今天去的有一百另二人。今天多幾人?
4. 走到湖邊,大家坐船,我們先生同學,共有一百十人,分坐兩隻大船。一隻船坐了五十二人就開行了。後開的船裏坐幾個人?
5. 船到湖心,大家分吃點心。我們丙級四十二人,每人吃四塊餅乾。一起要幾塊餅乾?
6. 再分花生。二人合吃一包。丙級同學,共要幾包?
7. 船到中山公園門口登岸。大家排隊進去。分作三隊,平均一隊幾人?

8. 公園裏排列好多菊花。十二堆，每堆都是二十八盆。一共有幾盆。
9. 大家坐在草地上看菊花。看了一回，買了八十盆回來。每盆二角，一共要多少錢？
10. 星期日把菊花佈置起來，排一個方形，每邊八尺長。這方形是幾方尺？
11. 大家分組工作，十二人搬菊花。王先生搬了八盆，另外的由十二人分搬。每人平均搬幾盆？
12. 我們用去的錢，餅乾二元四角，花生一元八角，船錢五元。一共多少？
13. 還有茶資，共計用去十一元。若每元換銅元三百十五個，共可換多少？
14. 丙級派出一千五百十二個銅元。每人平均應出幾個？
15. 王先生去付賬。餅乾二元四角，花生一元八角。付給店裏五元，應找回多少？
16. 開一個賞菊會。會裏的費用，甲級乙級六十六人，每人出四個銅元。丙級四十二人，每人出六個銅元。共有多少？
17. 買瓜子四斤，每斤二角四分；軟糖六斤，每斤一

角八分。共要多少？

18. 買時打了個折扣,只算一元九角。付了大洋一元,另外的付小洋。每一角作七分半大洋,還要付小洋多少?

19. 瓜子分裝在盆裏,四斤可裝八盆,每盆是幾兩?

20. 開會從三點四十分起,到五點十分完結。開會時間多少?

這種問題的好處,前面已經講過。雜題式的,用在考查成績,也有好處。因為前後不連貫,所以學生對於個個題目要用全副精神去解答。不過各個題目的內容要合實際,文字要合學生能力。二三十個不相連貫的題目,用來測驗,範圍要比較的廣大。

測驗的答,宜有一種絕對的標準。不然,成績不容易正確。應用問題的答,有時可以兩個同樣的正確。例如上例第一題問明多少人,那末學生答案可作39;39人;39小朋友……都合。但如上例第九題,問多少錢,學生答案中不可缺少單位名稱,應答16元;不可以答16。第十二題的答案;可以作“九元二角”“9.2元”“\$9.2”“\$9.20”都可以,但是不可以作“9.2”“或9.20。”

此外便是標準測驗。標準測驗，是對於自己編造的臨時測驗說的方式是一樣的，不過還要適合下列各條件中的一條或幾條。

1. 全測驗的難易是確定的。
2. 測驗裏各步的程度，難易是確定的。
3. 各學年學生的成績，是有確定標準的。
4. 各年齡學生的成績，是有確定標準的。
5. 學生應得什麼成績，才合學校裏或社會上的某種標準。

五個條件，至少要合一個，才能算是標準測驗。現在算術科標準測驗有下列幾種：

1. 初小四則。
2. 初小應用題。
3. 小學四則。
4. 小學應用題。
5. 混合四則。
6. 練習測驗。

提問要點

1. 測驗為什麼比隨便出幾個題目考試好？
2. 測驗有那種形式？

-
3. 是非法,異同法,選擇法,應怎樣記分?
 4. 上題所得分數,用什麼方法改算成老式分數?
 5. 標準測驗有什麼特點?

第八章 珠算

課程標準教學要點第十一條裏說得十分明白，筆算珠算都是幫助心算的工具，各校當可兼教珠算因爲五進關係，比十進的筆算，較爲難學。教學時應與筆算充份聯絡，並注意於手指的熟習。

平常有一誤解，以爲珠算是另外一種算術，彷彿是與筆算對立的。教學要點的說明，已經把這誤解糾正。工具是一種方便。算法的根本，原來沒有什麼分別。例如三乘七，在筆算是二十一，在珠算也仍是二十一。無論用筆用珠，這乘九九“三七二十一”是始終沒有兩樣。充分聯絡，可以省却許多浪費。

又有人以爲珠算比筆算好，或者說是比較便利。這也是一種誤解。我們平常需要算術的環境，變化不定，只有商店可以常備算盤應用。小販便不能常常攜帶算盤，所以他們沒有依賴算盤的惡習慣，心算的技能非常純熟。要是心算的技能訓練極熟，實在比珠算便利得多。同是工具，紙筆與算盤比較，也是紙筆來得輕便。所以這兩種工具，我們應當兼教給兒童，勿偏一方。若從幼就養成功了依賴算盤的習慣，將來勢必沒有

算盤不會計算，反而使他們生活上受到一種阻礙。能養成小販般的心算純熟，當然最好。要是不能的話，我們應把用筆的和用算盤的兩種習慣，都教給他們。他們將來的生活，不一定入商店，所以單單教一種珠算的習慣，不是妥善的辦法。

但是從另一方面看，小學修業年限不多，在短時期中要養成兩種習慣，不如專心養成一種來得有效。要是這種習慣是各各孤立，不相關聯的話，那末我們應在開始時審慎選定一種。幸而珠算與筆算不是不可通的，有好多地方，雙方是共同的，因此兩種習慣可以彼此相助。教學要點所說充份聯絡，就是這個意思。聯絡了教，可以收到相互幫助的利益。從前的辦法往往不相聯絡，所以先學的筆算比較熟些；後學的珠算，不能應用。原因當然有好多。例如用迂遠的方法，讀冗長的口訣，等等都是。不相聯絡，各各孤立，也是重大原因之一。

珠算兼有五進十進關係，不如筆算那般單純，所以不能完全和筆算同一步調進行，不得不略為落後若干時期，所以作業要項表裏所定珠算教材，四年級不過到筆算的二十一項為止。到五六學年，才把平常四

則學完。

珠算教材的組織，也和筆算一樣，取圓周法與直進法交互編制珠算與筆算的聯絡組織，我們應當特別當心。因為這是一個重要關鍵。從前珠算不能純熟的原因，在於分立。筆算新方法教過以後，需要長期的練習，前面已經論及。練習時可以用特編的練習用書及練習測驗等，前面也詳論過。在相當機會教過珠算方法以後，可以利用此等筆算練習材料，來練習珠算。假定在四年級開始教珠算，等到撥珠定位等明白以後，可以用練習用書第四學年第一學月第二學月的材料，學習加法，減法。在初學時，珠算或不能和筆算練習恰在同時。經過一學期或一學年以後，可以先用筆算做練習用書，再用珠算檢答。也可以利用前一學期用過的練習用書或練習測驗來練習珠算。就是教科書中的題目，也可以如此。或者先用筆算做，再用珠算檢答；或者先用珠算做，再用筆算檢答。應用問題當然也可以如此做法。諸等數，面積，都可以如此。

斤兩法，並不是珠算所特有，我們應當使學生雙方都能用到。例如下式諸等加法，用筆算時，或用諸等形式，或用小數形式，或者雙方兼用；用一種計算，用另外

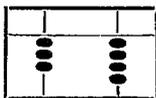
一種檢答。

$$\begin{array}{r}
 3\text{斤} \quad 4\text{兩} \\
 4 \quad 7 \\
 12 \quad 6 \\
 16 \quad 9 \\
 \hline
 36 \quad 10
 \end{array}$$

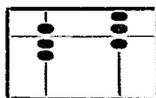
$$\begin{array}{r}
 3.25 \text{ 斤} \\
 4.4375 \\
 12.375 \\
 16.5625 \\
 \hline
 36.625 \text{ 斤} \quad \text{即} 36\text{斤}10\text{兩}
 \end{array}$$

算盤上大家都以為只能做十進的小數，不能做非十進的諸等。別種非十進諸等或者不能，斤兩關係却毫無問題。因為算盤上每檔有15可記。上面二粒，下面五粒，恰合15；滿了十六，進位。上例，用小數斤兩法在算盤上計算的方法，大家都已知道，不再重複。若在算盤上計算，照了下列各圖，實和筆算諸等的方法一致。究竟那一方法便捷，要用試驗才可決定。

(1) 3斤 4兩



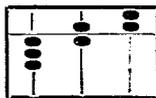
(2) 加上4斤 7兩



(3) 加上12斤 6兩



(4) 加上16斤 9兩



珠算兼有五進十進雙重關係，所以初步用的練習材料，宜比筆算分得更細，就是第一步，不進五也不進

十的，如： $\begin{array}{r} 3 \\ 1 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 2 \\ 2 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 6 \\ 2 \end{array}$ ；等加法，及相關的減法。這時

候位子多些却不妨事，例如： $\begin{array}{r} 327 \\ 121 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 126 \\ 223 \end{array}$ 等加法， $\begin{array}{r} 813 \\ 302 \end{array}$ ；

$\begin{array}{r} 284 \\ 132 \end{array}$ 等減法，都可以作為應用練習。

第二步是進五的加法，例如： $\begin{array}{r} 4 \\ 3 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 3 \\ 3 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 3 \\ 2 \end{array}$ ；及
相關的減法，例如： $\begin{array}{r} 6 \\ 3 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 7 \\ 4 \end{array}$ 等。仍可以做應用練習，

如 $\begin{array}{r} 43 \\ 34 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 33 \\ 23 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 448 \\ 341 \end{array}$ ；等加法，及 $\begin{array}{r} 26 \\ 13 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 798 \\ 454 \end{array}$ ；等減法。

第三步是進十的加法，如： $\begin{array}{r} 8 \\ 7 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 29 \\ 97 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 126 \\ 494 \end{array}$ ；等。及
相關的減法如： $\begin{array}{r} 15 \\ 7 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 126 \\ 97 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 620 \\ 426 \end{array}$ ；等。

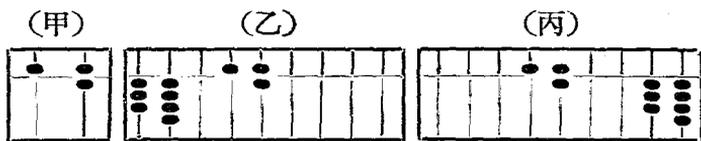
第四步是進十去五的，如： $\begin{array}{r} 6 \\ 5 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 75 \\ 67 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 255 \\ 489 \end{array}$ 等加法，
及相關的減法如： $\begin{array}{r} 12 \\ 6 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 142 \\ 76 \end{array}$ ； $\begin{array}{r} 744 \\ 478 \end{array}$ ；等。

因為基本九九已在學習心算筆算時學過，並且經過相當練習，所以初步學習珠算，材料不限用九九；二位三位四位數都可以用。

舊來用口訣，如：“一上一”“三下五去二”“六上一去五進一”等等，不是好的辦法，珠算的純熟是

一種習慣。此等習慣是在手指的運用，不在口裏的唱念。念熟，要化許多功夫。打熟，仍舊要經過相當時期的練習。一種習慣，分作兩次養成；先養成念的習慣，再養成打的習慣。到打的習慣成功時，念的習慣，又丟開不用。這實在是一種極大的浪費。真正純熟的人，決不再用口訣。有人試驗過，不用口訣，學習珠算，一樣可以成功。省下念口訣的時間，用來練習，使習慣養成在手指撥珠方面，是最直捷最經濟的辦法。多用間接的口訣，勞多功少。乘法除法，當然也不必要用口訣。乘法的問題還少。除法，要把計算方法改良過，後面再論。

乘法，筆算與珠算相差有限。不過被乘數不放在乘數上面。進行次序也從被乘數的末一位起。對於乘數，與筆算不同。通常有兩個方式。例如： $\begin{array}{r} 34 \\ \times 56 \\ \hline \end{array}$ 的乘法，筆算先用乘數 6，珠算也先用乘數 6。算盤中央放乘數 56，如甲圖；被乘數可以放在左方如乙圖，或放在右方如



丙圖。照第一方式拿 6 先乘 4，記在 56 的右方如丁圖，再把 6 撥去；6 乘 3，加上如戊圖。第一次乘，被乘數 6

不拿去，到最末一次，然後撥去。再拿乘數 5 乘 4，加在

(丁)



(戊)



5 的右面，如己圖。再撥去 5，5 乘 3 加上，如庚圖。

(己)



(庚)



第二個方式，拿 6 乘 34，從 3 起，加在 6 的右面如子圖。然後再撥去乘數如丑圖。次用 5 乘，同樣，先乘 34，加

(子)

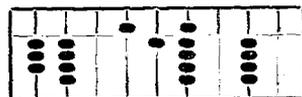


(丑)

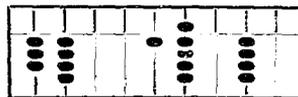


在 5 的右面如寅圖。再去乘數 5，如卯圖。

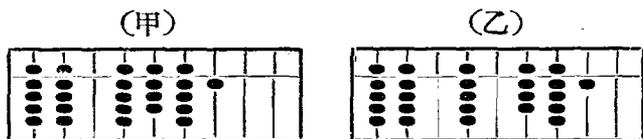
(寅)



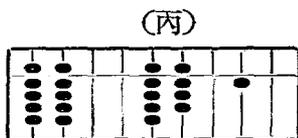
(卯)



第二方式比較容易些，實在就是比較少錯誤的機會。逢到數目大的時候，第一方式要嫌得珠數太少，非暗記在心裏不可。例如：99×99，甲圖用 9 乘 99，還沒有



什麼困難。第二次 9 乘 99 時在 89 上加 81, 8 的一檔只剩七粒珠, 不夠使用。這樣, 勢必要暗記在心裏。暗記是招致錯誤的原因。若照第二方式計算, 第一次 9 乘 99 後, 如乙圖, 第二次用 9 乘 99 如丙圖, 毫無困難。



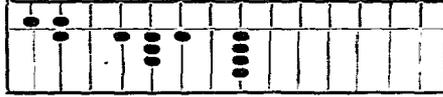
珠算慣例, 如逢兩個數目, 位子一多一少時, 常常用較多的作乘數, 較少的作被乘數。在筆算中往往拿較少的一個作乘數。例如 $\frac{234}{56}$ 的乘法, 算盤中央的乘數, 常放 234; 這是免得多記長數目的方法。所以同一題目, 用筆算珠算各做一遍, 互相檢答, 很是可靠。乘數被乘數互換過, 有好多錯誤, 容易檢出。

除法是珠算中最麻煩的一種算法, 實在不必需要如許長篇累牘的口訣; 只須和筆算聯絡一致, 大可以利用乘法。例如 56 除 13104, 把筆算與珠算各步進行方法並列比較如下:

(1) 列式

$$56 \overline{) 13104}$$

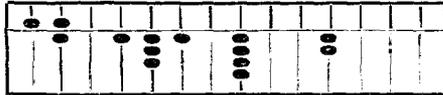
(2) 佈珠



(2) 試商

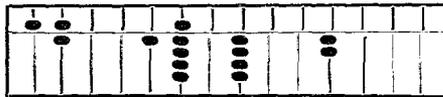
$$56 \overline{) 13104} \begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array}$$

(2) 試商



(3) 2×56 從 131 中減 (3) 2×5 , 從 13 中減; 2×6 , 從 31 中減

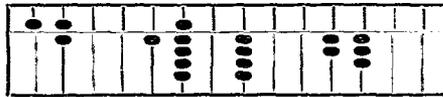
$$56 \overline{) 13104} \begin{array}{r} 2 \\ \hline 112 \\ \hline 190 \end{array}$$



(4) 再試商

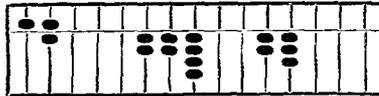
$$56 \overline{) 13104} \begin{array}{r} 23 \\ \hline 112 \\ \hline 190 \end{array}$$

(4) 再試商



(5) 3×56 , 從 190 中減 (5) 3×5 , 從 19 中減; 3×6 , 從 40 中減

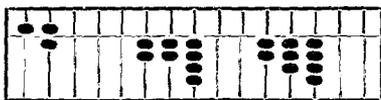
$$56 \overline{) 13104} \begin{array}{r} 23 \\ \hline 112 \\ \hline 190 \\ 168 \\ \hline 224 \end{array}$$



(6) 試第三商

(6) 試第三商

$$\begin{array}{r} 234 \\ 56 \overline{) 13104} \\ \underline{112} \\ 190 \\ \underline{168} \\ 224 \end{array}$$



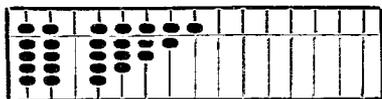
(7) 4×56 , 從 224 中減 (7) 4×5 , 從 22 中減; 4×6 從 24 中減

$$\begin{array}{r} 234 \\ 56 \overline{) 13104} \\ \underline{112} \\ 190 \\ \underline{168} \\ 224 \\ \underline{224} \\ 0 \end{array}$$

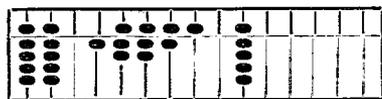


這樣算法,雙方完全一致,可以收相互幫助的效果。拿大好光陰化在念熟口訣,不如用來練習計算,或者可望有些純熟。口訣雖多,逢到撞歸時,也有做不通的地方。例如九十九除九萬八千七百六十五,第一句便是撞關,“見九無除作九九”試看甲圖,被除數第二檔上原有 8,只剩七粒珠,今要加 9,不是缺珠兩粒?不得已,又只好暗記在心裏。珠算妙處,就在用珠記數,代替心裏暗記。若要暗記,不如改用心算。照上述新方法,如乙圖。試商,乘,減,毫無問題。

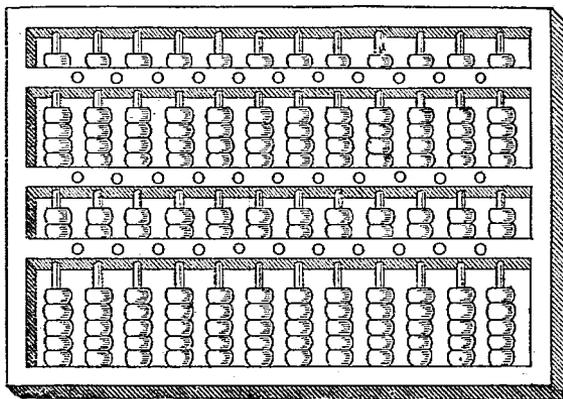
(甲)



(乙)



二十四年一月十五日出版的科學的中國五卷二期上，有金劍清的新式算盤說明書。照金氏方法，珠算和筆算的聯絡關係，尤其密切。金氏新式算盤有上下兩部份，並且有小孔，可用游標定位子。形式略如下圖。計算方法詳原誌。



教學方法，珠算與筆算，沒有什麼兩樣，不應當有什

麼兩樣。前面各章所論，原來沒有說只適用於筆算。教材的選擇組織，除上述因為五進關係珠算有特殊情形，必須細分步驟外，其他都是同的。上面我們也詳細論及珠算與筆算聯絡組織的方法。教法方面，關於方法的學習，關於練習的興趣，關於習慣的養成，都可以通用，所以不必重述。抄寫題目，珠算裏當然不多。演算方式，就是撥珠，也不會得有許多無謂的周折。解答應用問題，也可以珠筆並用。

有一種商人通用的數字，寫法與珠算有密切關係，寫法的形式，如下：

一 二 三 四 五 六 七 八 九

一；二；三；亦作一；二；三。逢兩位以上數目時，縱橫相間寫。例如 213 寫如 二一三 或 二一三。四作 X 是特殊的。五作 5 實

是在上面 1 下面 0 的變相。如圖，甲是上 1 下 0；寫得快些草些，便成乙的 5。上 1，就是表明算盤橫檔上有一珠；下 0，就是表明橫檔下沒有。老式 0 的寫法，自右而左，所以寫得草了一些，便成乙形。一 是表算盤橫檔上下各有一珠。二 是表明上有一珠，下有二珠。三 是表明上有一珠，下有三珠。

ㄨ 是表明上有一珠，下有四珠。照例只須如 $\frac{1}{4}$ 。但寫時連續，加一小橫，較爲緊切，故成 ㄨ。小橫也可以說是代表橫檔。

五進十進兼有，是珠算的特點。不過現行辦法，只限於佈珠。我們命數，讀數，一律限用單純的十進制度。要是依照算盤上佈珠情形來命數，我們應當多定一組數名。假定拿“伍”字來命 5，那末六應作“伍一”；七應作“伍二”；八應作“伍三”；九應作“伍四”；十仍命作十。十一，十二，十三，十四，十五，都仍舊。十六應作“十伍一”；十七應作“十伍二”；十八應作“十伍三”；十九應作“十伍四”；二十仍命二十。餘類推。五十又要定一新名，五百，五千亦然。羅馬數字一作 I；五作 V；十作 X；五十作 L；……彷彿就是這種辦法。記數跟了上述命法，便成下例：

1	2	3	4	$\frac{1}{0}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	10
一	二	三	四	伍	伍一	伍二	伍三	伍四	十
11	12	13	14	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{14}$	20
十一	十二	十三	十四	十伍	十伍一	十伍二	十伍三	十伍四	二十

以上所說並不是要用來教小學生的,僅供我們自己參考罷了。

提 問 要 點

1. 珠算和筆算有什麼區別?
2. 珠算教材,應怎樣和筆算教材聯絡組織?
3. 口訣爲什麼無益有害?
4. 珠算除法,應怎樣改良,才可以與筆算一致?

參 考 書

俞子夷	小學算術科教學法	上海商務印書館
俞子夷	兒童學算指導法	上海大東書局
朱浩文	小學算術教具	上海兒童書局
葛承訓	低年級算術教學法	上海兒童書局
周法均	低年級算術教學法	上海中華書局
趙廷爲	低年級算術教學法	上海開明書店
俞子夷	算術練習用書	上海大東書局
馬靜軒	兒童算術練習測驗片	上海兒童書局
”	同上教學法	同上
俞子夷	新小學教學法	同上
俞子夷	新小學教材研究	同上
水康民	讀寫算教學法	上海開明書店

吳增芥 新低級教學法 上海兒童書局
張 匡 小學算術教學法 上海大華書局

(終)

[中等算學研究會叢書之一]

算學通論

余介石編著 一冊 七角

全書分三篇：第一篇敘述中等算學觀念的發達史；第二篇以幾何為主，說及算學的形式與結構；第三篇由代數講到解析幾何及微積分，以說算學抽象性與求普遍之方法。材料多取自中等算學教材，用極淺顯之文字，釋至抽象的算理，甚為詳明。習畢此書，關於算理全部，可得一概括之觀念及性質，而對於算學研究之方針，教學之方法，亦有重要之指示。為中等學校算學科優良之參考書。

中華書局發行

中華書局出版 代 數 學

代數方程式論 (大學用書之一) 黃緣芳譯 實售一元

L. E. Dickson: Introduction to the Theory of Algebraic Equations

方程式論 (算學叢書之一) Florian Cajori著 倪德基譯 原售一元二角改售一元〇五分

(初中學生文庫本) 代數學問題解法研究 張鳴飛編 原售四角五分 改售三角五分

代數學問題解法指導 匡文瀾編 原售四角 改售三角二分

代 數 表 解 吳祖龍編 原售二角 改售一角四分

代 數 捷 徑 華襄治編 原售五角 改售四角

——各 級 學 校 課 本——

(修正課程) 標準適用 高中甲組代數學 余介石編 四册 實售各四角 各三角

(修正課程) 標準適用 高中乙組代數學 陳藎民等編 二册 實售四角五分 三角五分

(新課程標準適用) 代數及簡單數性之研究 陳藎民編 二册 實售六角五分 五角

高中代數學 余介石編 原售一元九角 改售一元五角二分

高中代數學習題解答 范際平編 原售五角五分 改售四角四分

初中代數 胡術五 余介石編 二册 普及本 實售各四角 各三角

(新課程標準適用) 代數習題解答 江夢九編 二册 實售三角 改售二角四分

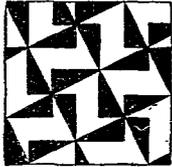
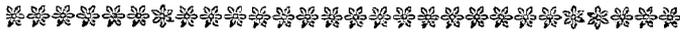
高級新中華代數學 余介石編 原售一元五角 改售一元二角

高中級新中學代數學 張鳴飛編 原售九角 改售七角

新中華代數教本 張鳴飛編 二册 實售四角 改售三角

新初級中學代數學 秦汾 張鳴飛編 精裝 原售一元二角 改售九角五分

新中學代數學習題詳解 張鳴飛編 精裝 原售一元六角 改售一元二角



幾何學

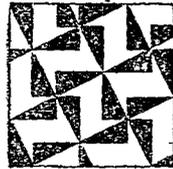
- 幾何作圖題解法及其原理(中等算學研究) Juluis Petersen著 余介石譯
會叢書之一 原售五角五分 改售五角
- 幾何表解(初中學生文庫本) 孫樂陶編 原售二角五分 改售二角
- 幾何學問題解法研究(初中學生文庫本) 柳樹銀編 原售四角 改售三角二分
- 平面幾何學問題解法指導(初中學生文庫本) 匡文濤編 原售四角 改售三角二分
- 三S平面幾何學 仲光然 嚴幼芝譯 原售一元七角 改售一元三角六分
Schultze-Sevenoak-Schuyler: Plane Geometry 徐任吾
- 三S平面幾何學習題詳解 朱文熊著 二册 原售一元六角 改售一元二角八分
原售二元二角 改售一元七角六分
- 三S立體幾何學 仲光然 嚴幼芝譯 原售九角 改售七角二分
Schultze-Sevenoak-Schuyler: Solid Geometry 徐任吾
- 立體幾何學問題解法指導 匡文濤編 實售二角五分
- 新課程初中幾何 徐子豪 余介石編 二册 普及本 實售各四角
標準適用 胡術五 道林紙本 原售各七角 改售各五角六分
- 新課程幾何習題解答(附數值) 胡漢孫編 二册 原售各二角五分 改售各二角
標準適用 三角 陳伯葵
- 新中華初級中學幾何教本 張鵬飛編 二册 原售各七角 改售各五角五分
- 新中學初級幾何學 吳在淵編 精裝 原售一元 改售八角五分
並裝 原售七角 改售五角五分
- 新中學幾何學 胡敦復編 精裝 原售一元 改售八角五分
吳在淵編 並裝 原售七角 改售五角五分
- 修正課程高中平面幾何學 余介石編 實售二角五分
標準適用
- 新中學幾何學習題詳解 張鵬飛編 精裝 原售一元八角 改售一元四角
- 新課程高級中學幾何學教科書 二册 吳在淵編 原售一元三角 改售一元四角四分
標準適用 原售八角 改售六角四分
- 高級新中學幾何學 胡敦復編 精裝 原售一元六角 改售一元二角
中學用

*** 中華書局發行 ***

中1821[全]26,4.

解析幾何學

與分析學



▶ 新課程標準適用 ◀

高中解析幾何學 黃泰編 原售八角 改售六角四分

高中解析幾何學習題解答 丘侃編
原售一元六角 改售一元二角八分

▶ 高級中學適用 ◀

解析幾何學 黃泰編 原售九角 改售七角

新中解析幾何學 余恆編 原售九角 改售七角

▶ 新標準師範·鄉師適用 ◀

解析幾何學 雷琛編 六角

微積分學初步	李儼著	原售四角五分 改售四角
微分學	段子燮編著 何魯	原售一元 改售九角

中華書局出版

民國二十六年四月四版

新課程標準師範適用

小學算術教學之研究 (全一册)

◎實價國幣五角六分

(郵遞匯費另加)

編者 俞子夷

發行人 中華書局有限公司
代表人 路錫三

印刷者 中華書局^{上海}印刷所^{漢口}

總發行處 中華書局^{上海}發行所^{福州}

分發行處 各埠中華書局

有 不 著 准 作 翻 權 印

200

標商冊註



(9154)

0.56