



國定教科書

算術

(上)

國民政府教育部刊行

MB
5634.61

William Schrey
75

國定教科書

初 中

算 術



3 2497 8183 6

國民政府教育部刊行

編 輯 大 意

1. 本書依照本部最近頒布修正初中算學課程標準編輯。
2. 教材力求實用，關於速算法，省略算法，統計方法，均立專章研究；關於度量衡，以及百分法，利息算法種種應用題，均根據我國最近情形編輯。
3. 關於整數，分數，以及比例中太繁難之問題，概行刪去。
4. 初中算術雖注重計算之方法與應用，但究竟須與小學算術稍有差別，計算之原理自當略為說明。本書於例題解答中，一一說明理由，使學者對各種計算之原理，完全了解，不感困難。
5. 側重直觀教材，無論計算原理，及應用問題，均參用圖解，用以幫助思想，並增加學者研究之興趣。
6. 每章之末均有提要，使學者在習完每一段落後，即加一番整理，便於記憶，更便於應用。
7. 酌採算學史及算學遊戲教材，增加學者研究算學之興趣。
8. 注重驗算之法，使學者對於所求得數有正確之把握。習題均有答數，用供教學上參考之用。

目 次

第一章 數的表示

1. 算術的目的	1
2. 量	1
3. 單位	1
4. 數	2
5. 名數和不名數	2
6. 命數法	2
7. 記數法	3

第二章 整數四則

8. 整數的意義	7
9. 用線分表示整數	7
10. 加法	7
11. 加法運算律	8
12. 加法規則	8
13. 加法驗算	9

14.	加法單位記載法	9
15.	加法應用題	9
16.	減法的意義	11
17.	減法運算律	12
18.	減法規則	12
19.	減法驗算	13
20.	減法單位記載法	13
21.	減法應用題	13
22.	乘法的意義	16
23.	乘法運算律	17
24.	乘法規則	17
25.	乘法驗算	18
26.	乘法單位記載法	19
27.	乘法應用題	19
28.	除法的意義	20
29.	除法運算律	20
30.	除法規則	21
31.	除法驗算	22
32.	除法單位記載法	22
33.	除法應用題	22

-
34. 式的運算24
35. 括弧計算24

第三章 速算法

36. 速加法27
37. 速減法29
38. 速乘法30
39. 速除法33

第四章 整數四則應用題

40. 平均問題37
41. 和較問題37
42. 連續整數問題38
43. 定和問題40
44. 定較問題40
45. 相遇問題43
46. 追及問題43
47. 盈差問題45
48. 雞兔問題46
49. 植竿問題47
50. 方陣問題48

51. 還原算問題	48
-----------------	----

第五章 整數性質

52. 整除	53
--------------	----

53. 約數和倍數	53
-----------------	----

54. 約數和倍數的性質	53
--------------------	----

55. 偶數和奇數	54
-----------------	----

56. 質數和合數	54
-----------------	----

57. 質數的求法	54
-----------------	----

58. <u>質數表</u>	55
----------------------	----

59. <u>因數</u>	56
---------------------	----

60. <u>指數</u>	56
---------------------	----

61. 因數檢驗法	57
-----------------	----

62. 因數檢驗法(續)	61
--------------------	----

63. 因數分解法	63
-----------------	----

64. 質數決定法	64
-----------------	----

65. 一數的諸約數	64
------------------	----

第六章 公約數和公倍數

66. 公約數	67
---------------	----

67. 互質數	67
---------------	----

68.	最大公約數	67
69.	最大公約數的求法	68
70.	公倍數	71
71.	最小公倍數	71
72.	最小公倍數的求法	71
73.	公約數公倍數應用問題	74

第 七 章 分 數

74.	分數的定義和單位	79
75.	分數的種類	79
76.	分數的性質	80
77.	分數和除法的關係	81
78.	約分	83
79.	通分	84
80.	比較分數大小法	84
81.	分數加法	86
82.	分數加法應用題	87
83.	分數減法	88
84.	分數減法應用題	89
85.	分數乘法	91

86.	分數乘法應用題	94
87.	分數除法	95
88.	分數除法應用題	98
89.	繁分數的化法	99

第八章 分數應用問題

90.	餘數問題	102
91.	工程問題	104
92.	時鐘問題	105
93.	寒暑表問題	107

第九章 小數

94.	小數和小數的單位	112
95.	小數命數法和記數法	113
96.	小數的種類	113
97.	有限小數的來源	114
98.	有限小數加法	114
99.	有限小數減法	115
100.	有限小數乘法	117
101.	有限小數除法	117

第十章 循環小數

102. 循環小數的來源122
103. 循環節的移動和擴展.....124
104. 循環小數通位法124
105. 循環小數加法125
106. 循環小數減法125
107. 化循環小數爲分數127
108. 循環小數乘法128
109. 循環小數除法128

第十一章 省略算法

110. 四捨五入法.....131
111. 絕對誤差和相關誤差.....131
112. 有效數字.....132
113. 省略加法.....132
114. 省略減法.....133
115. 省略乘法.....135
116. 省略除法.....137

第一章

數的表示

1. 算術的目的

你們在小學裏已經學過了一點算術：譬如買布一丈四尺，已知布每尺的價格是二角四分，問該給多少錢？存二百塊錢在銀行裏，年利率百分之六，問每年可得多少利錢？又如數的末一位為偶數，則此數定是 2 的倍數。分數的分子分母同用一數去乘，分數的值不變。此等問題都是算術上的問題。算術的目的，即在研究數的計算方法以及數的性質。

2. 量

布的長短可以用尺量，物的輕重可以用秤量，布的長短和物的輕重都是量。凡可量的都叫做量。

3. 單位

量布的長短得若干尺，量物的輕重得若干斤，尺和斤都是單位。用來計算量的的大小的標準，叫做單位。

4. 數

布長五尺,物重八斤,五和八都是數,表示量的大小,叫做數。

5. 名數和不名數

數字後面註明單位的名稱的,叫做名數,例如五尺,八斤,都是名數。

數字後面不註明單位的名稱的,叫做不名數,例如五,八,都是不名數。

6. 命數法

用名稱命數的方法,叫做命數法。

數的起始稱做一,依次加一,則稱做二,三,四,五,六,七,八,九,這九個數叫做基數。

若九加一則稱做十,即一的十倍。

從十起依次十倍,則稱做百,千,萬。

從萬起依次十倍,則稱做十萬,百萬,千萬。

一,十,百,千,萬,十萬,百萬,……,一方面用做表示數的名稱,一方面也表示數的位次。第一位是一,第二位是十,第三位是百,第四位是千,第五位是萬,……,每進一位即大十倍,這種表示數的位次的方法,叫做十進法。

	萬	千	百	十	萬	千	百	十	一			
位次	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	萬	千	百	十	(個)
	第	第	第	第	第	第	第	第	第	第	第	第
	十三	十二	十一	十	九	八	七	六	五	四	三	二
	位	位	位	位	位	位	位	位	位	位	位	位

〔附註〕 我國古代,另有稱十萬爲億,十億爲兆,和稱萬萬爲億,萬億爲兆的命數法,現在已不通用。

7. 記數法

用符號表示數的方法,叫做記數法。

(a) 中國數字草碼

一,二,三,四,五,六,七,八,九,零順次記爲

1, 𠄎, 𠄎, X, 𠄎, 𠄎, 𠄎, X, 0,

記數時把位次最高的數字放在最左,位次較低的數字向右排列,個位數字,放在最右,如遇 1, 𠄎, 𠄎, 三個數字連續用時,把各數字寫成縱橫相間,免得混雜不清。

例一 三千二百零七記爲 𠄎=0𠄎。

例二 二百一十三記爲 𠄎-𠄎。

(b) 阿刺伯數字

一,二,三,四,五,六,七,八,九,零順次記爲

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

記數時把位次最高的數字放在最左,順次把位次較

低的數字向右排列,個位數字放在最右。

例一 四千九百三十八記爲 4938.

例二 五千零零三記爲 5003.

〔附註〕 阿刺伯數字中的 0, 十七世紀纔發明, 在十七世紀以前, 因爲沒有 0 字, 如三十, 五百零四等數, 都記不清楚。

(c) 羅馬數字

一, 五, 十, $\frac{五}{十}$, $\frac{五}{百}$, $\frac{一}{千}$ 順次記爲
I, V, X, L, C, D, M.

二記爲 II, 卽一加一的意思。

三記爲 III, 卽三個一相加的意思。

四記爲 IV, 卽五減一的意思。

六記爲 VI, 卽五加一的意思。

七記爲 VII, 卽五加二的意思。

八記爲 VIII, 卽五加三的意思。

九記爲 IX, 卽十減一的意思。

同樣, 二十記爲 XX, 三十記爲 XXX, 四十記爲 XL, 六十記爲 LX, 七十記爲 LXX, 八十記爲 LXXX, 九十記爲 XC.

記很大的數, 可以在一定數上加一橫線, 表示這定數

的千倍。

例如 $\overline{\text{XII}}$ 爲一萬二千,即十二的一千倍。

現在總括羅馬數字記數的規則如下:

- (1) 重用同一數字幾次,表示此數的幾倍。
- (2) 大數在小數之左,表示大數同小數的和。
- (3) 大數在小數之右,表示大數同小數的差。
- (4) 定數上加一橫線,表示此數的千倍。

習 題 一

1. 舉出三個量,並說明其單位。
2. 舉出三個名數和三個不名數。
3. 讀出下列各數:

(一) 3905	5196	2809653
8976302	580617915	956218321
(二) CDLI	XXIV	DCLVII
CMXCIX	DXXXIV	$\overline{\text{VIII}}\text{CMXV}$

4. 用阿刺伯數字記下列各數:

六百九十九	三千四百五十
一萬萬一千萬	三百萬萬萬二千萬萬
一萬萬二十七萬三千六百五十六	

八萬萬三千二百五十六萬

5. 用羅馬數字記下列各數:

23 57 809 752 928 3256

第一章提要

本章已授下列各名詞的意義:

- (1) 量 (2) 單位 (3) 數
(4) 名數和不名數 (5) 命數法 (6) 記數法

本章已授下列各方法:

- (1) 命數法 (2) 記數法

第二章

整數四則

8. 整數的意義

集三個一而成的數是3,集五個一而成的數是5;3和5都是整數,凡集若干個一而成的數,叫做整數.

9. 用線分表示整數



如圖,用尺作一直線,任取 OA 的長定為1,然後取 AB 的長使等於 OA ,則 OB 表示2.再取 BC 的長,使等於 OA ,則 OC 表示3.餘類推.

10. 加法

合二數或諸數而成一數的算法,叫做加法;所得的數叫做和,表示加的記號是+.

例

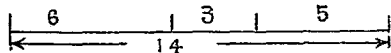
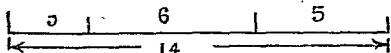
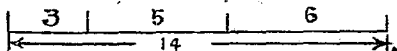
$$\begin{array}{r} 13 \text{ 被加數} \\ 25 \text{ 加數} \\ +64 \text{ 加數} \\ \hline 102 \text{ 和} \end{array}$$

或用算式表示： $13+25+64=102$ 。式中 $=$ 表示等於。

11. 加法運算律

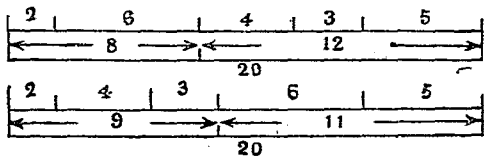
例一 $3+5+6=3+6+5=6+3+5=14$ 。

即諸數相加，次序可以任意變換，所得的和相同，這叫做加法的交換律，用線分表示如下：



例二 $2+6+4+3+5=(2+6)+(4+3+5)$
 $= (2+4+3)+(6+5)=20$ 。

式中 () 表示它裏面的數，先合成一數，所以諸數相加，可先分別結合為若干羣，求每羣中各數的和，然後求諸羣的和，這叫做加法的結合律，用線分表示如下：



12. 加法規則

例

$$\begin{array}{r} 371 \\ 382 \\ +194 \\ \hline 947 \end{array}$$

說明 $1+2+4=7$, 在個位上記 7. $7+8+9=24$, 在十位上記 4, 進 2 到百位上. $3+3+1+2=9$, 在百位上記 9.

從此得加法的規則如下:

(一) 把各數上下排列,使同位的數字同在一豎行上.(二) 然後求各個位數字的和,把得數記在線下,如有進位,則加在十位數字上;再求各十位數字之和,把得數記在線下,如有進位,則加在百位數字上.餘類推.

13. 加法驗算

變換各數的次序,然後再求和,如得數同以前相同,便知所算無誤.

例

$$\begin{array}{r} 371 \\ 382 \\ +194 \\ \hline 947 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 382 \\ 194 \\ +371 \\ \hline 947 \end{array}$$

所算無誤.

14. 加法單位記載法

同名數方可相加,諸同名數相加的和仍是同名數.

例

$3元+5元=8元.$

15. 加法應用題

例一 某校初中部有學生436人,高中普通科有398人,高中部職業科有114人,問全校學生共有幾人?

解

436人
398人
+ 114人
948人

答全校學生共有948人.

例二 父子兩人,子年18歲,父年比子年大25歲,問父年幾歲?

解 18歲 + 25歲 = 43歲. 答父年43歲.

從上面二例可知加法的應用有二:

- (1) 求諸數的和.
- (2) 已知大小兩數的差和小數,求大數.

習 題 二

1. 求 $63+79+156$ 的和,並證明交換律.
2. 求 $34+79+253+701$ 的和,並證明交換律.
3. 求 $84+71+129$ 的和,並證明結合律.
4. 求 $181+236+43+64$ 的和,並證明結合律.
5. 求下列各式的結果,並驗算:

<p>(a)</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr><td>95761</td></tr> <tr><td>132865</td></tr> <tr><td>34179</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black;">+ 5087</td></tr> </table>	95761	132865	34179	+ 5087	<p>(b)</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr><td>5218</td></tr> <tr><td>74316</td></tr> <tr><td>52988</td></tr> <tr><td>60211</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black;">+ 28009</td></tr> </table>	5218	74316	52988	60211	+ 28009
95761										
132865										
34179										
+ 5087										
5218										
74316										
52988										
60211										
+ 28009										

6. 弟年15歲,兄比弟大4歲,姊比兄大3歲,母比姊大21歲,父又比母大4歲,求父年幾歲?

7. 甲地的面積四十六萬五千方里,乙地的面積四十六萬四方里,丙地的面積一百七十八萬方里,丁地的面積五十八萬方里,求四地的總面積.

8. 歐洲比澳洲大30330000方里,非洲比歐洲大62500000方里,美洲比非洲大35500000方里,亞洲比美洲大1100000方里,澳洲有670000方里,問亞洲有多少方里?

9. 長江爲我國最大之內河航路,上海重慶間分三段,滬漢段約長600海里,漢宜段約長370海里,宜昌重慶段約長350海里,問自重慶至上海航路共長若干海里?

10. 現世界人口的數目,據最近調查,計亞洲第一,爲1124400000,歐洲484800000,北美洲167200000,南美洲81000000,非洲142100000,大洋洲9500000,求全世界人口的總數.

16. 減法的意義

求一數比別一數大多少的算法,叫做減法;所得的數叫做較.表示減的記號是—.

例

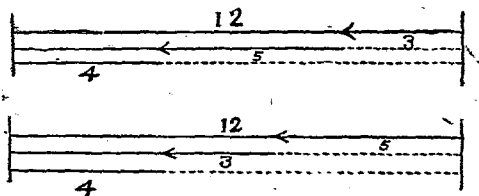
$$\begin{array}{r} 92 \text{ 被減數} \\ -25 \text{ 減數} \\ \hline 67 \text{ 較} \end{array}$$

或用算式表示： $92-25=67$ 。

17. 減法運算律

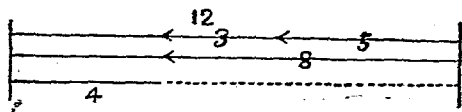
例一 $12-3-5=12-5-3=4$ 。

即從一數減諸數，諸減數的次序可以變更，所得的較相同，用線分表示如下：



例二 $12-3-5=12-(3+5)=4$ 。

即從一數減諸數，可先求諸減數的和，然後一次減去，用線分表示如下：



18. 減法規則

例	826	說明	$6-4=2$
	-154		$12-5=7$
	$\hline 672$		$7-1=6$

從此得減法的規則如下。

(一) 把減數放在被減數下面，使同位的數字同在一

豎行上。

(二) 先求被減數個位數字同減數個位數字的差把得數記在線下。若被減數個位數字比減數個位數字小，則在被減數十位數字上借一，化作個位上的十，加入個位數字，然後再同減數個位數字求較。其餘十位百位千位……的運算也是這樣。

19. 減法驗算

求減數同較的和，若得數同被減數相等，便知所算無誤。

例	$\begin{array}{r} 826 \\ -154 \\ \hline 672 \end{array}$	$\begin{array}{r} 154 \\ +672 \\ \hline 826 \end{array}$
		所算無誤。

20. 減法單位記載法

同名數方可相減，兩同名數相減，得數仍是同名數。

例 $8元 - 3元 = 5元。$

21. 減法應用題

例一 某校高中普通科學生有 398 人，高中職業科學生有 114 人，問普通科學生比職業科學生多幾人？

解 $398人 - 114人 = 284人。$

例二 父子兩人，父年 43 歲，父年比子年大 25 歲，問子年幾歲？

解 $43\text{歲} - 25\text{歲} = 18\text{歲}$.

例三 某生在開學時帶來用費 80 元,路費和學費共用去 68 元,問尚餘幾元?

解 $80\text{元} - 68\text{元} = 12\text{元}$.

例四 某市擬建露天游泳池一所,共需 3200 元,現已募得 2896 元,問尚須再募多少?

解 $3200\text{元} - 2896\text{元} = 304\text{元}$.

從此可知減法的應用有四:

- (1) 求兩數的差.
- (2) 已知大小兩數的差和大數,求小數.
- (3) 求剩餘數.
- (4) 求補足數.

習 題 三

1. 求 $386 - 194 - 83 - 56$ 的較.
2. 求 $9684003 - 3864 - 18257 - 9568$ 的較.
3. 求 $2635 - 1762 - 53 - 97$ 的較.
4. 求 $40000 - 15627 - 8193 - 11234$ 的較.
5. 求下列各式的結果,並驗算:

$$(a) \begin{array}{r} 42631 \\ - 1584 \\ \hline \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{r} 483380483 \\ - 317243756 \\ \hline \end{array}$$

6. 某校高,中,初三級童子軍共 408 人,已知高級 92 人,中級 120 人,問初級童子軍有幾人?

7. 外國最初在我國設立的五處租界和居留地如下表:

地名	上海		廈門		廣州	福州	寧波
名稱	租界		租界		租界	居留地	居留地
	公共	法	日	美	英法	公共	公共
設立年代	1843	1849	1900	1899	1861	1842	1844

從設立年代到現在各有多少年?假使都是以九十九年爲限,那麼再過幾年之後,纔可以收回?又滿期的時候各在民國幾年?

8. 從前蘇州(吳縣)到浙江嘉興,須繞道上海,共行 185 公里,現在蘇州有直達嘉興的鐵路,可以縮短行程 110 公里,求蘇嘉線長幾公里?

9. 上題由蘇州若繞上海到嘉興,蘇滬間車行 1 小時 30 分,到滬後要候車 50 分,再由上海到嘉興車行 2 小時 24 分,今由蘇州直達嘉興,祇須行 2 小時 24 分,問縮短時間若干?

10. 由上海而南京而北京,空中的交通線,僅長 945 公里,若自上海經南京到東海(海州)再沿海面飛行,則

須經過 1332 公里,問兩種飛行里程相差若干?

11. 現世界電話機總數,約爲 24000000 具,其中美國有 16930000 具,德國有 2588000 具,英國有 1414000 具,日本有 556000 具,問其餘的各國共有若干?

12. 從下列現金出納簿,求本月結存數:

月	日	摘要	收入		支出		餘存	
			元	角分	元	角分	元	角分
9	1	上月轉入	4	85				
	2	算學一部				80		
	6	洗浴				10		
	7	剪髮				15		
	9	父親給洋	10	00				
	9	運動鞋			1	90		
	10	郵票			1	00		
	11	報費				75		
	13	洗浴				10		
	14	筆一枝				15		
	14	墨水				10		
	15	襪子兩雙				40		
	20	洗浴				10		
	21	母親給洋	5	00				
	23	布鞋一雙				80		
	27	洗浴				10		
	31	洗衣				1 00		
		總計						
		本月結存						

22. 乘法的意義

累加某數若干次而求其和的簡法,叫做乘法;所得的數叫做積.表示乘的記號是 \times .

例 $3+3+3+3=3\times 4=12.$

3 叫做被乘數,4 叫做乘數,12 叫做積.乘積也叫被乘數的倍數.

23. 乘法運算律

例一 $3\times 5\times 2=3\times 2\times 5=5\times 2\times 3=30.$

即諸數相乘,其次序任意變換,所得的積不變,這叫做乘法的交換律.

例二 $2\times 6\times 4\times 3\times 5=(2\times 6)\times (4\times 3\times 5)$
 $= (2\times 4\times 3)\times (5\times 6)=720.$

即諸數相乘,可先分別結合為若干羣,求每羣中各數的積,然後求諸羣的積,這叫做乘法的結合律.

例三 $(2+5)\times 3=2\times 3+5\times 3=21.$

即諸數和被一數所乘得的積等於諸數一一被該數所乘得諸積的和,這叫做乘法的分配律.

24. 乘法規則

例一
$$\begin{array}{r} 786 \\ \times 3 \\ \hline 2358 \end{array}$$

說明 $6\times 3=18$ 在個位上記 8,在十位上記 1.

$8 \times 3 + 1 = 25$ 在十位上記 5, 在百位上記 2.

$7 \times 3 + 2 = 23$ 在百位上記 3, 在千位上記 2.

從此得乘數是一位數時的乘法規則如下:

(一) 從被乘數的個位起, 以乘數乘各位數字.

(二) 把諸積個位數字記在各該位下面, 進位數字則加在上一位上.

例二

$$\begin{array}{r} 786 \\ \times 23 \\ \hline 2358 \\ 1572 \\ \hline 18078 \end{array}$$

說明 $786 \times 3 = 2358$

$786 \times 2 = 1572$

從此得乘數是多位數時的乘法規則如下:

(一) 依次把乘數的各位乘被乘數而得諸積.

(二) 用乘數那一位數字乘, 所得的積的個位數字, 就記在那一位下面.

(三) 然後求諸積的和, 即得所求的積.

25. 乘法驗算

被乘數同乘數交換位置, 若所得的積同以前相同, 便知所算無誤.

例

$$\begin{array}{r} 786 \\ \times 23 \\ \hline 2358 \\ 1572 \\ \hline 18078 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 786 \\ \hline 138 \\ 184 \\ 161 \\ \hline 18078 \end{array}$$

所算無誤.

26. 乘法單位記載法

乘數常爲不名數,名數用不名數乘所得的積仍爲原名數.

例 $12\text{元} \times 6 = 72\text{元}.$

27. 乘法應用題

例一 某處田地每畝值國幣84元,問32畝值多少元?

解 $84\text{元} \times 32 = 2688\text{元}.$

例二 甲村人口爲乙村3倍,已知乙村人口有142人,問甲村人口有多少?

解 $142\text{人} \times 3 = 426\text{人}.$

從此知乘法的應用如下:

- (1) 求一數的倍數.
- (2) 已知大數爲小數的若干倍和小數,求大數.

習 題 四

1. 求 $35 \times 26 \times 73$ 的積,並證明交換律.
2. 求 $612 \times 25 \times 49$ 的積,並證明結合律.
3. 求 $(372 + 48) \times 76$ 的積,並證明分配律.
4. 求 $(981 - 57) \times 84$ 的積,並證明分配律.
5. 求 685×418 的積,並驗算.

6. 求 $25 \times 996 \times 35$ 的積,並驗算.

7. 上海到美國輪船頭等艙位價美金 346 元,每金
元合 15 元計,合我國國幣若干元?

8. 紙 24 張叫一帖,20 帖叫一令,15 令共有幾張?

9. 甲乙兩人,甲每日行 86 里,乙每日行 75 里.甲自東
向西行,乙自西向東行;兩人同時出發,五日後相會,問兩
地相距多少?

10. 人體脈搏每分鐘尋常有 75 次,問一晝夜有多少
次?(一晝夜合 24 小時,一小時合 60 分鐘.)

28. 除法的意義

從甲數中累減乙數,求甲數中含有乙數幾倍的簡法,
叫做除法;所得的數叫做商,表示被除的記號是 \div .

例 $12 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0.$

即 $12 \div 3 = 4.$

12 叫做被除數,3 叫做除數,4 叫做商.

29. 除法運算律

例一 $24 \div 2 \div 4 = 24 \div 4 \div 2 = 3.$

即一數被諸數連除,諸除數的次序可任意變更,所得的
商不變.

例二 $24 \div 2 \div 4 = 24 \div (2 \times 4) = 3.$

即一數被諸數連除,可先求諸除數的積,把所得的積一次去除。

$$\text{例三} \quad (24+33) \div 3 = 24 \div 3 + 33 \div 3 = 8 + 11 = 19.$$

即諸數和被一數除,等於諸數一一被該數所除得的諸商的和,這叫做除法的分配律。

30. 除法規則

$\begin{array}{r} \text{例一} \quad 25 \overline{)1975} \quad (79 \\ \underline{175} \\ 225 \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$	說明	$\begin{array}{l} 25 \times 70 = 1750 \\ 25 \times 9 = 225 \end{array}$
	即	$1975 \div 25 = 79$

$\begin{array}{r} \text{例二} \quad 18 \overline{)3654} \quad (203 \\ \underline{36} \\ 54 \\ \underline{54} \\ 0 \end{array}$	說明	$\begin{array}{l} 18 \times 200 = 3600 \\ 18 \times 3 = 54 \end{array}$
	即	$3654 \div 18 = 203.$

從此得除法的規則如下:

(1) 照除數的位數截取被除數左端若干位,若截取所得的數較除數小,則再多取一位,稱做第一部分被除數。

(2) 估量第一部分被除數含除數幾倍,這倍數即是商的第一位,稱做初商。

(3) 以初商乘除數,從第一部分被除數中減去,在較的後面取下被除數中所餘部分的最左一位,合成第二

部分被除數,仍用前法求得次商,三商等。

(4) 若第二部分被除數仍比除數小,則次商爲零,可在第二部分被除數後,再取下被除數中所餘部分的最左一位,合成第三部分被除數,其餘仍用前法進行。

31. 除法驗算

求商數與除數的積,若同被除數相等,便知所算無誤。

例	25)1975(79	79	
	175	× 25	
	225	395	
	225	158	
	0	1975	所算無誤。

32. 除法單位記載法

(a) 同名數相除,所得的商是不名數。

例 $96元 \div 32元 = 3.$

(b) 名數被不名數除,所得的商是同名數。

例 $64元 \div 4 = 16元.$

33. 除法應用題

例一 某校男生有 816 人,女生有 51 人,問男生人數爲女生人數的幾倍?

$$816人 \div 51人 = 16.$$

例二 某校招考新生共取 208 人,等分爲四班,問每班有學生若干人?

$$208人 \div 4 = 52人.$$

可知除法的應用有二:

(1) 求甲數爲乙數的若干倍.

(2) 把一數等分爲若干份.

習 題 五

1. 求 $1344 \div 3 \div 7$ 的商.
2. 求 $2715 \div 3 \div 5$ 的商.
3. 求 $(2904 + 96) \div 8$ 的商.
4. 求 $(8165 - 2272) \div 71$ 的商.
5. 求 $39424 \div 56$ 的商,並驗算.
6. 求 $980699 \div 701$ 的商,並驗算.
7. 南京杭州間公路某段長 36 公里,築路費共用 590400 元,問每公里需費多少?
8. 上海北京間,航空路線約長 945 公里,7 小時可達,南京上海間,航空路線約長 270 公里,2 小時可達,問兩線間飛行速度是否相等?
9. 黃河長的 10 倍,約等於長江長的 8 倍,已知黃河長 4560 公里,問長江長若干公里?
10. 地球繞太陽走兩日,共走 13546560 里,問一小時走

幾里?

34. 式的運算

(一) 式中只有加號和減號,應該從左到右依次計算.

例 $38-12+6=26+6=32.$

(二) 式中只有乘號和除號,應該從左到右依次計算.

例 $12\div 3\times 5=4\times 5=20$

(三) 式中有加減乘除諸號,應該先行乘除,後行加減.

例 $30\div 6+15\times 2-12\div 4\times 3$
 $=5+30-9=35-9=26.$

35. 括弧計算

例 $87\div \{8+7\times [18\div (5+1)]\}+6$
 $=87\div \{8+7\times [18\div 6]\}+6$
 $=87\div \{8+7\times 3\}+6$
 $=87\div 29+6=3+6=9.$

括弧有 (), [], { }……都是表明裏面的數應該當做一數看待,又數字上面加一橫線,和加括弧的意義相同;如 $(5+1)$ 和 $\overline{5+1}$ 是一樣的.

從此得括弧計算的規則如下:

式中如有數層括弧,先就最內一層括弧內運算得一數,把最內一層括弧去掉,然後依次就第二層第三層

……運算逐漸把各層括弧去盡,得到最後的得數.

習 題 六

1. $28 - 19 + 34 - 9 = ?$
2. $152 \times 2 \times 6 \div 4 \div 3 \div 19 \div 8 = ?$
3. $750 \times 24 - 65 \div 13 \times 600 = ?$
4. $(893 \times 9 \times 492 + 32) \div 4 = ?$
5. $(19 - 18 \div 3) \times 7 - 5 \times \{3 + 2 \times (7 - 5)\} = ?$
6. $1 + 2 \times \{3 + 4 \times [5 \times 6 \times (7 + 8)]\} = ?$
7. $9 - \{8 - (7 - 6) + 5 - [4 - (3 - 2 + 1)]\} = ?$
8. $35 + \{100 - [(64 - 48 \times 5) + 88] \div 28\} = ?$

第二章提要

本章已授下列各名詞的意義:

- | | | | |
|--------|-------|--------|-------|
| (1) 加法 | (2) 和 | (3) 減法 | (4) 較 |
| (5) 乘法 | (6) 積 | (7) 除法 | (8) 商 |

本章已授下列各運算律:

- | | |
|-----------|-----------|
| (1) 加法交換律 | (2) 加法結合律 |
| (3) 乘法交換律 | (4) 乘法結合律 |
| (5) 乘法分配律 | (6) 除法分配律 |

本章已授下列各方法:

-
- | | |
|-------------|--------------|
| (1) 加法規則 | (2) 加法驗算 |
| (3) 加法單位記載法 | (4) 減法規則 |
| (5) 減法驗算 | (6) 減法單位記載法 |
| (7) 乘法規則 | (8) 乘法驗算 |
| (9) 乘法單位記載法 | (10) 除法規則 |
| (11) 除法驗算 | (12) 除法單位記載法 |

本章已授下列各種應用題：

- | | |
|-----------|-----------|
| (1) 加法應用題 | (2) 減法應用題 |
| (3) 乘法應用題 | (4) 除法應用題 |

第三章

速 算 法

36. 速加法

例一 $2+1+4+6+9=2+10+10=22.$

例二 $94+542+6+86+58=100+600+86=786.$

從此得以下的規則：

諸數相加，有可以湊成 10, 100 ……，或其倍數的，先行湊合，然後再求各數的和。

例三 $25+9=25+10-1=34.$

例四 $246+97=246+100-3=343.$

從此得以下的規則：

若加數比 10, 100 …… 等略小，先加 10, 100 ……，然後減去多加的數。

例五 $2+3+4+5+6=4\times 5=20.$

例六 $27+28+29=28\times 3=84.$

從此得以下的規則：

奇數個連續整數相加的和,等於其個數乘中間一數的積.

例七 $4+5+6+7+8+9=(4+9)\times 3=39.$

例八 $18+19+20+21=(18+21)\times 2=78.$

從此得以下的規則:

偶數個連續整數相加的和,等於其個數的一半乘首尾兩數和的積.

[附註] 凡數被 2 除所得的商是整數時,這數叫做偶數,否則叫做奇數.

習 題 七

用速算法求下列各數的和:

1. $8+3+1+2+7=?$

2. $84+38+16+62+5=?$

3. $3+4+5+6+7+8+9=?$

4. $34+35+36+37+38+39=?$

5. $43+11+4+7+8+2+9+56=?$

6. $43+365+57+635+18=?$

7. $5689+993=?$

8. $89734+19986=?$

9. $31+32+33+34+35+36+37=?$

10. $210+211+212+213+214=?$

11. $53+54+55+56+57+58=?$

12. $123+124+125+126+127+128=?$

37. 速減法

例一 $37-9=37-10+1=28$

例二 $246-96=246-100+4=150.$

從此得以下的規則:

若減數比10, 100……等略小, 先減10, 100……然後加上多減的數.

例三	$\begin{array}{r} 1000 \\ - 376 \\ \hline 624 \end{array}$	說明	$\begin{array}{l} 6+4=10 \\ 7+\underline{2}=9 \\ 3+\underline{6}=9 \end{array}$
----	--	----	---

例四	$\begin{array}{r} 100000 \\ - 9208 \\ \hline 90792 \end{array}$	說明	$\begin{array}{l} 8+2=10 \\ 0+\underline{9}=9 \\ 2+\underline{7}=9 \\ 9+\underline{0}=9 \\ 0+\underline{9}=9 \end{array}$
----	---	----	---

從此得以下的規則:

若被減數是10, 100……等, 則較的個位數字同減數的個位數字的和是10, 其餘各位數字的和是9.

習 題 八

用速算法求下列各數的較:

1. $384 - 95 = ?$

2. $2916 - 992 = ?$

3. $10000 - 4506 = ?$

4. $100000 - 5470 = ?$

5. $67083 - 9995 = ?$

6. $21545 - 9999 = ?$

7. $10000 - 5488 = ?$

8. $100000 - 28559 = ?$

9. $131546 - 9998 = ?$

10. $212340 - 99997 = ?$

11. $1000000 - 984536 = ?$

12. $100000000 - 750704 = ?$

38. 速乘法

例一 $46 \times 5 = 46 \times 10 \div 2 = 460 \div 2 = 230.$

例二 $78 \times 25 = 78 \times 100 \div 4 = 7800 \div 4 = 1950.$

從此得以下的規則:

凡是 5 乘某數,可在某數後加一圈,然後用 2 去除;若
是用 25 乘,可以加二圈,然後用 4 去除;其餘用 125, 625
……或 50, 250 …… 做乘數的,依此類推.

例三 $15 \times 125 \times 4 \times 8 = 60 \times 1000 = 60000.$

例四 $5 \times 8 \times 16 \times 25 \times 9 \times 625 = 1000 \times 10000 \times 9$
 $= 90000000.$

從此得以下的規則:

諸數相乘,有可以湊成 10, 100 …… 或其倍數的,則先行湊合,然後再求各數的積.

例五 $56 \times 48 = 56 \times 6 \times 8 = 366 \times 8 = 2688.$

例六 $238 \times 144 = 238 \times 6 \times 8 \times 3 = 1428 \times 8 \times 3$
 $= 11424 \times 3 = 34272.$

從此得以下的規則:

若乘數是多位數,而等於幾個單位數相乘積的,便可把多位乘變爲幾個單位乘.

例七 $325 \times 97 = 325 \times (100 - 3) = 325 \times 100 - 325 \times 3$
 $= 32500 - 975 = 31525.$

例八 $325 \times 1002 = 325 \times (1000 + 2) = 325000 + 325 \times 2$
 $= 325000 + 650 = 325650$

從此得以下的規則:

若乘數近於 10, 100 …… 等,先把 10, 100 乘被乘數,再把乘數和 10, 100 …… 等的較,乘被乘數,然後求兩積的較或和依乘數比 10, 100 …… 等小或大而定.

例九 $35 \times 11 = 385.$

說明 在個位上記 5; $5+3=8$, 在十位上記 8, 在百位上記 3.

例十 $6854 \times 11 = 75394.$

說明 在個位上記 4; $4+5=9$, 在十位上記 9; $5+8=13$, 在百位上記 3, 進 1 到千位上去; $8+6+1=14+1=15$, 在千位上記 5, 進 1 到萬位上去; $6+1=7$, 在萬位上記 7.

從此得以下的規則:

若乘數是 11 時, 先把被乘數個位數字記在個位上, 把個位數字同十位數字的和記在十位上, 如有進位, 則加到百位上去, 其餘類推. 最後記被乘數最高位數字, 或最高位數字同從下面進上的數字的和.

例十一

$$\begin{array}{r}
 281 \\
 \underline{217} \\
 1967 \cdots \cdots 281 \times 7 \\
 \underline{5901} \cdots \cdots 1967 \times 3 = 281 \times 21 \\
 60977
 \end{array}$$

例十二

$$\begin{array}{r}
 47358 \\
 \underline{24618} \\
 284148 \cdots \cdots 47358 \times 6 \\
 852444 \cdots \cdots 284148 \times 3 = 47358 \times 18 \\
 \underline{1136592} \cdots \cdots 284148 \times 4 = 47358 \times 24 \\
 1165859244
 \end{array}$$

從此得以下的規則:

若乘數的一部分或幾部分是某部的分倍數時, 先把某部分乘被乘數, 得部分積, 然後再把各倍數乘此部分積, 相加即得所求的積.

習 題 九 (一)

用速算法求下列各式的積：

1. $76 \times 5 = ?$
2. $84 \times 25 = ?$
3. $379 \times 500 = ?$
4. $217 \times 125 = ?$
5. $8 \times 625 \times 5 \times 16 \times 7 = ?$
6. $3 \times 125 \times 12 \times 8 \times 25 = ?$
7. $78 \times 56 = ?$
8. $158 \times 216 = ?$
9. $1004 \times 873 = ?$
10. $20 \times 11 = ?$
11. $9483 \times 11 = ?$
12. $217 \times 816 = ?$

39. 速除法

例一 $65 \div 5 = 65 \times 2 \div 10 = 130 \div 10 = 13.$

例二 $175 \div 25 = 175 \times 4 \div 100 = 700 \div 100 = 7.$

從此得以下的規則：

凡是 5 除某數先用 2 乘，然後用 10 去除；若用 25 除，先用 4 乘，然後用 100 去除；其餘用 125, 625, …… 或 50, 250 …… 做除數的，依此類推。

例三 $2688 \div 48 = 2688 \div 6 \div 8 = 448 \div 8 = 56.$

例四 $63336 \div 84 = 63336 \div 7 \div 4 \div 3$
 $= 9048 \div 4 \div 3 = 2262 \div 3 = 754$

從此得以下的規則：

若除數是多位數,而等於幾個單位數相乘積的,便可把多位除變爲幾個單位除.

習 題 十

用速算法求下列各式的商:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1. $385 \div 5 = ?$ | 2. $2275 \div 25 = ?$ |
| 3. $54625 \div 125 = ?$ | 4. $2052 \div 54 = ?$ |
| 5. $2688 \div 56 = ?$ | 6. $34272 \div 144 = ?$ |

第三章提要

本章已授下列各種速算法:

- | | |
|-----------|-----------|
| (1) 速加法四種 | (2) 速減法兩種 |
| (3) 速乘法六種 | (4) 速除法兩種 |

復 習 題 一

1. 一百個百是什麼數,一千個千是什麼數?
2. 一百個千是什麼數,一千個百是什麼數?
3. 今年是公元幾年?用數字記出來.
4. 喜馬拉雅山最高峯約高二萬九千尺,用數字記出來.
5. $80634 + 67482 + 76548 = ?$

6. 某人把他的財產分給三個兒子,長子得240元,次子得200元,末子所得,等於長子次子所得的和,問末子所得多少?又這人有財產多少?

7. 有一人年九歲,他的哥哥比他大四歲,他的母親比他哥哥大二十五歲,他的父親比他母親大七歲,問這個人的父親,母親,哥哥的歲數各多少?

8. $180000 - 52130 - 24710 - 578 - 6007 = ?$

9. 哥崙布在公元一千四百九十二年發現美洲,問離現在有多少年?

10. 地球離太陽約317243756里,火星離太陽約483380483里,問火星離太陽比較地球離太陽遠多少里?

11. $9 \times 814 \times 63 \times 7 = ?$

12. 鉛筆十二枝叫一打,一百二十三打,共是幾枝?

13. 鋼筆尖12打叫一羅,20羅共有幾個?

14. $15656000 \div 32 \div 125 = ?$

15. 毛筆12500枝,每50枝做一把,可做幾把?

16. 地球繞太陽走兩日走13546560里,問一星期行幾里?

用速算法求下列各式的結果:

17. $22 + 516 + 7 + 78 + 484 + 3 = ?$

-
18. $5284 + 9989 = ?$
19. $532 + 531 + 530 + 529 + 528 = ?$
20. $4269 + 4270 + 4271 + 4272 = ?$
21. $9862 - 996 = ?$
22. $10000 - 8821 = ?$
23. $981 \times 125 = ?$
24. $8 \times 25 \times 9125 \times 4 = ?$
25. $63 \times 28 = ?$
26. $876 \times 103 = ?$
27. $3912 \times 11 = ?$
28. $56732 \times 56714 = ?$
29. $4375 \div 25 = ?$
30. $1554 \div 42 = ?$

歷史 65 地理 76 體育 75 77

2. 某生在初級中學第一學年總分同第二學年總分的平均為78,第三學年總分為81,問三年的總平均分數是多少?
3. 上等酒 2 斤,每斤 3 角 5 分,中等酒 3 斤,每斤 3 角,下等酒 5 斤,每斤 2 角,現在把三種酒混合起來,問混合酒每斤應定價多少?
4. 童子 10 人,14 歲的 5 人,16 歲的 2 人,19 歲的 2 人,10 歲的 1 人,問十個童子的平均年齡是幾歲?
5. 大小兩數的和是 384, 兩數的較是 28, 求二數.
6. 二數的和是 1046, 二數的較是 790, 求二數.
7. 甲乙二人分國幣 85 元,甲比乙多得 15 元,問二人各得多少?
8. 自甲經乙到丙的路程為 55 里,由乙到丙比由甲到乙遠 21 里,問甲乙間相距幾里?
9. 某船順流駛行,每小時 16 里,逆流駛行,每小時 10 里,求此船在靜水中的速度和河流速度.
10. 水程 380 里,順流 10 小時可到,逆流 38 小時可到,求舟速和流速.
11. 姊妹三人,年齡依次相差一歲,總數為 60 歲,問三

人年齡各幾歲?

12. 五個連續整數的和是75,求中間數.

13. 五個連續整數的和是30,求最小數.

14. 七個連續整數的和是91,求各數.

43. 定和問題

例 甲有100元,乙有60元,問乙該給甲幾元,然後甲所有恰是乙所有的3倍.

解 1. 甲乙共有 $100元 + 60元 = 160元$,此是定和.

2. 若甲所有金等於乙所有金的3倍,甲乙兩人所有金的總數應等於乙所有金的4倍.

3. 所以乙所有金的4倍為160元.

4. 即乙有 $160元 \div 4 = 40元$.

5. 乙有60元,故乙應給甲 $60元 - 40元 = 20元$.

44. 定較問題

例一 父年44歲,子年8歲,問幾年後父年當子年的4倍?

解 1. 父子年齡的較是 $(44-8)歲 = 36歲$,此是定較.

2. 若父年當子年的4倍,則父子年齡的較,應是子年的 $(4-1)倍 = 3倍$.

3. 所以那時子年的 3 倍為 36 歲。
4. 即那時子年是 $36 \text{ 歲} \div 3 = 12 \text{ 歲}$ 。
5. 現在子年 8 歲, $(12 - 8) \text{ 歲} = 4 \text{ 歲}$, 所以在 4 年後父年當子年的 4 倍。

例二 父年 37 歲, 子年 13 歲, 問幾年前父年是子年的 7 倍。

解 1. 父子年齡的較是 $(37 - 13) \text{ 歲} = 24 \text{ 歲}$, 此是定較。

2. 父年當子年 7 倍時, 當然仍相差 24 歲。
3. 那時父子年齡的差數當是子年的 $(7 - 1)$ 倍。
4. 那時子年應是 $24 \text{ 歲} \div (7 - 1) = 4 \text{ 歲}$ 。
5. 子現年 13 歲, $13 \text{ 歲} - 4 \text{ 歲} = 9 \text{ 歲}$, 所以父年是子年的 7 倍時, 必在 9 年前。

習 題 十 二

1. 甲乙共有國幣 253 元, 甲所有國幣數是乙所有國幣數的 22 倍, 問甲乙各有國幣多少?
2. 有國幣 100 元, 分與甲乙二人, 甲所得為乙的 4 倍, 問各得多少?
3. 大簍可裝橘 67 隻, 小簍可裝橘 23 隻, 要使大簍內

橘數爲小簍內橘數的 2 倍,問該從大簍內移橘子幾隻到小簍內去?

4. 甲有國幣 1200 圓,乙有國幣 720 圓,問乙該給甲多少,則甲所有恰是乙所有的 3 倍?

5. 兄弟兩人,平分遺產,兄得田 82 畝,弟得田 48 畝,兄另付國幣 408 元給弟弟,以爲補償,問田每畝價值幾元?

6. 兄弟兩人,平分遺產,兄得田 54 畝,弟得田 32 畝,兄另付國幣 440 元給弟弟,以爲補償,問田每畝價錢多少?

7. 有梨三簍,第一簍盛 57 個,第二簍盛 41 個,第三簍盛 13 個,問從第一簍第二簍各移梨幾個到第三簍內去,三簍梨數方纔相等?

8. 甲乙兩種茶各一斤,價值相差 2 元 2 角 4 分,已知乙茶 8 斤的價值與甲茶 1 斤的價值相等,問甲乙兩種茶每斤各值多少?

9. 甲 54 歲,乙 24 歲,問幾年後甲年爲乙年的 2 倍?

10. 兄弟年齡的差爲 24 歲,弟年 5 歲,問幾年後兄年是弟年的 3 倍,

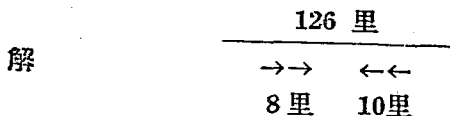
11. 父子二人,父年 58 歲,子年 24 歲,問幾年前父年爲子年的 3 倍?

12. 伯年 48 歲,姪年 15 歲,問幾年前伯年爲姪年的 4

倍?

45. 相遇問題

例 東西兩鎮,相隔126里,甲從東鎮到西鎮,每時走10里,乙從西鎮到東鎮,每時走8里,兩人同時出發,問幾時能相遇?



1. 甲乙兩人每小時共走 $10 \text{ 里} + 8 \text{ 里} = 18 \text{ 里}$.
2. 所以兩人相會,應在出發後 $126 \text{ 里} \div 18 \text{ 里} = 7 \text{ [時]}$.

46. 追及問題

例一 犬一分鐘可走1732尺,兔一分鐘可走720尺,現在犬在兔後7084尺,問幾分鐘後可追及兔?

- 解
1. 犬比兔每分鐘多走 $1732 \text{ 尺} - 720 \text{ 尺} = 1012 \text{ 尺}$,
 2. 所以追及時間應在 $7084 \text{ 尺} \div 1012 \text{ 尺} = 7 \text{ [分 鐘]}$ 後.

例二 甲每時走20里,乙每時走16里,乙先走2時,甲自後追趕,問甲該追趕幾里,纔能追及乙?

- 解
1. 乙先走2時,所以甲出發時,乙在甲前 $16 \text{ 里} \times 2 = 32 \text{ 里}$.

2. 甲比乙每時快 $(20-16)$ 里 $= 4$ 里。
3. 甲追及乙要在 32 里 $\div 4$ 里 $= 8$ [時]後。
4. 所以甲須追 20 里 $\times 8 = 160$ 里才能追及乙。

習 題 十 三

1. 汽車每時走70里,自由車每時走30里,現在兩車同時同地同向出發,問8小時後兩車相隔多遠?

2. 甲乙二人,從同一地方取相背方向出發,甲每天走55里,乙每天走65里,問3天後二人相距幾里?

3. 甲乙兩地離開132里,蕭君從甲地向乙地走,每小時走13里,劉君從乙地向甲地走,每小時走9里,兩人幾小時後相遇?

4. 甲乙二輪,相距506里,同時相對開行,甲輪每小時走21里,乙輪每小時走25里,問兩輪幾小時後可以相會?

5. 兩地相距320里,甲乙二人,同時從兩地相對走來,甲每天走19里,10日後在途中遇乙,問乙每天走幾里?

6. 有工人兩隊,合築堤岸一條,堤岸的長為250丈,甲隊工人從左端築起,乙隊工人從右端築起,五日築成,已知甲隊工人每天築28丈,問乙隊工人每天築幾丈?

7. 兔每分鐘走110丈,犬每分鐘走156丈,現在犬在兔

後322丈起身追兔,問幾分鐘後可以追及?

8. 甲每天走15里,乙每天走12里,現在乙已先走48里,甲追上去,問要多少天可以追及?

9. 甲汽船每時可走36里,乙汽船每時可走28里,兩船在同時同地相背出發,3小時後,甲船因事反追乙船,問幾小時後可以追及?

10. 兄按月存國幣24元,5個月後,弟弟也按月存國幣34元,利息不計,問幾個月後弟弟的存款纔能與兄存款相等?

47. 盈差問題

例 把糖果分給兒童,每童給4粒則多2粒,每童給6粒則少4粒,求兒童數及糖果數.

解

●	●	●	●	∨	∨
●	●	●	●	×	×
●	●	●	●	×	×

1. 第二次比第一次每童多給 $(6-4)$ 粒 $=2$ 粒

2. 第二次若再添4粒,連第一次所餘2粒,則恰夠分配,所以每童多給2粒,則須比第一次共給數多出糖果6粒.

3. 所以兒童數為 6 粒 $\div 2$ 粒 $=3$ {人}

4. 糖果數為 4 粒 $\times 3 + 2$ 粒 $=14$ 粒.

48. 雞兔問題

例 雞兔 20 頭,共有足 56 隻,求雞數和兔數.

- 解 1. 20 頭若全是雞,應有足 $2 \text{ 隻} \times 20 = 40 \text{ 隻}$.
2. 現在共有足 56 隻,尚多 $(56 - 40) \text{ 隻} = 16 \text{ 隻}$.
3. 兔比雞每頭多足 2 隻,20 頭雞中若用兔掉換一部分,頭數不變,而每換一頭足數可以增加 2 隻.
4. 所以要與實在足數相符,該在 20 頭中換兔 $16 \div 2 = 8 \text{ 隻}$.
5. 所以實在兔有 8 隻,雞有 $(20 - 8) \text{ 隻} = 12 \text{ 隻}$.

習 題 十 四

- 把柿子分給兒童,每人給 8 個,不足 3 個,每人給 7 個,還餘 2 個,求兒童數和柿子數.
- 分水果與孩子,每人 5 個,餘 9 個,每人 8 個,不足 18 個,求水果數和孩子數.
- 某校分配學生入寄宿舍,每室 3 人,還餘 20 人,每室 5 人,還餘 2 室,問學生數和宿舍室數.
- 一人以糖果分給兒童,每人 7 粒多 6 粒,每人 9 粒,則其中有一兒童僅得 1 粒,求人數和糖果數.

5. 一人抄文章,若每行抄18字,則一頁多16字,若每行抄20字,則一頁少10字,問一頁內有幾行,又此文共有多少字?

6. 把糖果分給兒童,每人5粒,多3粒,每人6粒,其中有兩人祇各得4粒,求人數和糖果數.

7. 雞兔同籠,頭數16,腳數40,雞兔各幾隻?

8. 龜鶴合計32頭,共有足80隻,問龜鶴各幾隻?

9. 現有5元鈔票和2元鈔票共100張,合269元,問2元鈔票幾張,5元鈔票幾張?

10. 現有5元鈔票和10元鈔票共80張,合625元,問5元鈔票幾張,10元鈔票幾張?

11. 某工人搬運玻璃器100個,運到一個,得國幣6分,破壞一個,賠國幣2角,後來共得國幣4元7角,問破壞幾個?

12. 某人晴天每日走11里,雨天每日走9里,現在15日內,共走153里,問中間有幾天是雨天?

49. 植竿問題

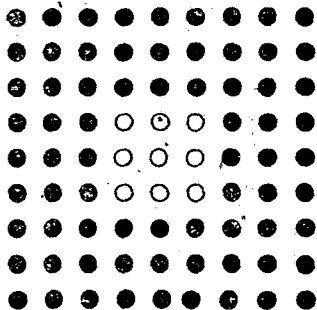
例. 馬路的一邊,隔3丈有電燈一盞,現在連馬路兩端的燈算在內,共有76盞,問馬路共長幾丈?

- 解 1. 76 盞燈中間有 $76 - 1 = 75$ 個間隔。
 2. 每一間隔長 3 丈,所以馬路的長是 3 丈
 $\times 75 = 225$ 丈。

50. 方陣問題

例 有中空方陣,外層每邊 9 人,共有三層,問人數多少?

- 解 1. 若是實心式陣應有 $9 \times 9 = 81$ 人。
 2. 看圖第一層爲每邊 9 的方,第二層爲每邊 7 的方,第三層爲每邊 5 的方,可見每進一層,每邊即減少 2 人,所以三層以內的心子,每邊祇有 $9 - (2 \times 3)$ 人 = 3 人。
 3. 心子人數是 3 人 $\times 3 = 9$ 人。
 4. 所以中空方陣共有 81 人 $- 9$ 人 = 72 人。



51. 還原算問題

例 某人存金,不知金數多少,只知存金的 3 倍,再加 14 圓,等於 374 圓,問此人原有幾圓?

- 解 1. 原有金的 3 倍再加 14 元,爲 374 元,原有金的

3 倍是 374 元 -14 元 $=360$ 元

2. 所以原有金是 360 元 $\div 3 = 120$ 元.

習 題 十 五

1. 某橋上的電燈,從此端起到那端止,共計 80 盞,相鄰兩盞間的距離是 2 丈,問橋長多少丈?

2. 路長 150 丈,現今在它的兩旁種樹,每隔 6 丈種柳一株,柳和柳中間又種槐 3 株,問槐柳各要幾株?

3. 一條路每隔 1 丈 6 尺有電柱一根,連兩端在內,共有 56 根;今擬換新柱 23 根,問相鄰兩柱應距離多遠?

4. 兩根電桿,相隔 345 尺,如要在中間再立 22 根,相鄰二根間的距離要一樣遠,問該距離幾尺,第 15 根和第 1 根相隔幾尺,第 20 根和第 1 根相隔幾尺?

5. 有中空方陣,外層每邊 18 人,共 6 層,問共有多少人?

6. 有 7 層中空方陣,外層每邊 20 人,問共多少人?

7. 有中空方陣,外層每邊 14 人,內層每邊 8 人,求總共人數.

8. 有中空方陣,外層每邊 39 人,內層每邊 17 人,求總共人數.

9. 某數加1,減2,用3乘,再用4除,得6,問此數是多少?

10. 某數用5除,所得商加7,用5乘,再從所得的積中減35,得100,求某數

第四章提要

本章已授下列各類應用題

- | | |
|------------|------------|
| (1) 平均問題 | (2) 和較問題 |
| (3) 連續整數問題 | (4) 定和問題 |
| (5) 定較問題 | (6) 相遇問題 |
| (7) 追及問題 | (8) 盈差問題 |
| (9) 雞兔問題 | (10) 植竿問題 |
| (11) 方陣問題 | (12) 還原算問題 |

復習題二

用速算法求下列各式的結果(1—6):

1. $3+726+16+7+274 \times 84=?$

2. $999970+37215=?$

3. $200581-99600=?$

4. $27312 \times 35721=?$

5. $526 \times 11=?$

6. $34335 \div 35=?$

7. 每斤1角的酒12斤,和每斤5分的酒8斤混合,如

照每斤1角的價錢出賣,問每斤可賺錢多少?

8. 有甲乙丙三數,已知甲乙的和是65,乙丙的和是61,甲丙的和是56,求三數.

9. 九個連續數的和是522,求中間一數.

10. 某地主有一子一女,嫁女兒的時候,曾給與田15畝,作為粧奩,餘下田65畝,盡給他的兒子.後來按新法男女應平分家產,於是兒子另付1200元給女兒,以為補償,問每畝田值價多少?

11. 東倉有米1500石,西倉有米1800石,現在兩倉每日各運出25石,問幾日後一倉所餘的石數,是他倉所餘石數的3倍?

12. 某人在預定時間來回甲乙兩村,來時每點鐘走6里,就遲1點鐘到,回時每點鐘走7里,就早到2點鐘,求甲乙兩村間的距離.

13. 池的周圍120丈,張君和王君同時從同地沿池的周圍取相反方向出發,4分鐘後相遇,倘若取同一方向,40分鐘後張君追及王君,問兩人每分鐘的速度各多少?

14. 用繩測量井的深度,繩子三折後投進井裏,餘多18寸,若四折後投進井裏,餘多6寸,問井深和繩長各多

少?

15. 學生 436 人排成縱隊四行,相鄰兩人間的距離是 3 尺,問縱隊長多少尺?

16. 喜馬拉雅山最高峯超過 6400 公尺,近年來英國地質學家屢次試探,有勃氏於三月廿六日起程試登,至四月六日,升至高度 4440 公尺,因氣候嚴寒而止,倘能繼續前進,問至何日可達絕頂?

第五章

整數性質

52. 整除

10 被 2 除得商數 5, 又 56 被 8 除得商數 7. 凡甲數爲乙數所除, 所得商是整數, 叫做整除. 又如 17 比 5 的 3 倍大 2, 則 17 不能爲 5 所整除, 這個 2 叫餘數.

53. 約數和倍數

24 能被 3 整除, 則稱 3 是 24 的約數, 24 是 3 的倍數. 凡甲數能被乙數整除, 則乙數是甲數的約數, 甲數是乙數的倍數.

54. 約數和倍數的性質

(一) 2 是 6 的約數, 也是 24 的約數. 反轉來說, 24 是 6 的倍數, 也是 2 的倍數. 可知 甲數是乙數的約數時, 也是乙數倍數的約數; 乙數是甲數的倍數時, 也是甲數約數的倍數.

(二) 7 是 35 和 14 的約數, 也是 35 和 14 的和同較的約數;

反轉來說, 35 和 14 都是 7 的倍數, 35 和 14 的和同較也是 7 的倍數. 可知丙數是甲乙兩數的約數時, 也是甲和乙的和同較的約數; 甲乙都是丙的倍數時, 甲和乙的和同較, 也是丙的倍數.

55. 偶數和奇數

8 及 26 都是 2 的倍數, 叫做偶數; 9 及 35 都不是 2 的倍數, 叫做奇數. 整數中凡是 2 的倍數, 都是偶數, 不是 2 的倍數, 都是奇數.

56. 質數和合數

7, 13……等數, 除本身和 1 外, 其他各數不能整除, 這一類數叫做質數. 8, 22……等數, 除本身和 1 外, 尚有他數能夠整除, 這一類數叫做合數. 整數中凡是除本身和 1 外, 他數不能整除的, 都叫做質數, 否則就是合數.

57. 質數的求法

質數除 2 以外, 都是奇數. 求 100 以內的質數, 先把 100 以內的奇數依次寫下:

1	3	5	7	9	11	13	15	17
19	21	23	25	27	29	31	33	35
37	39	41	43	45	47	49	51	53
55	57	59	61	63	65	67	69	71

73 75 77 79 81 83 85 87 89
91 93 95 97 99

然後從 3 起,每隔兩數,都是 3 的倍數,都不是質數,用記號劃去,再從 5 起,每隔四數,都是 5 的倍數,都不是質數,也用記號劃去.依同法把 7, 11, 13, ……等數的倍數,都用記號劃去,剩下的數,就都是質數了.

58. 質數表

1000 以內的質數如下表:

1	2	3	5	7	11	13	17	19	21
23	29	31	37	41	43	47	53	59	
61	67	71	73	79	83	89	97	101	
103	107	109	113	127	131	137	139	149	
151	157	163	167	173	179	181	191	193	
197	199	211	223	227	229	233	239	241	
251	257	263	269	271	277	281	283	293	
307	311	313	317	331	337	347	349	353	
359	367	373	379	383	389	397	401	409	
419	421	431	433	439	443	449	457	461	
463	467	479	487	491	499	503	509	521	
523	541	547	557	563	569	571	577	587	

593	599	601	607	613	617	619	631	641
643	647	653	659	661	671	677	683	691
701	709	719	727	733	739	743	751	757
761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941	947
953	967	971	977	983	991	997		

59. 因數

3同4相乘,再同7相乘,得84; 3, 4, 7叫做84的因數, 3和7因為同是質數又叫做質因數。一數是兩個以上數的乘積或連乘積,則諸數都是此數的因數,若因數是質數又叫做質因數。

60. 指數

九個4連乘,通常記爲 4^9 ,即在4的右肩上記一數字9表示9個4連乘,此右肩上所記的數字9,叫做指數, 4^9 叫做4的9乘方。凡乘積或連乘積中,有兩個以上因數相同,爲寫法簡明起見,在該因數右肩上記一數字,表明連乘次數,這數字叫做指數。

習 題 十 六

1. 求96的三個約數。

2. 求8的四個倍數.
 3. 把20同30間的偶數寫出來,注意它們的末一位數字有沒有什麼重要性質.
 4. 把30同40間的奇數寫出來,注意它們的末一位數字有沒有什麼重要性質.
 5. 從末一位數字,判別下面的偶數和奇數: 37, 56, 128, 254, 303, 349.
 6. 說明60的倍數,也是4及15的倍數.
 7. 說明偶數和奇數的和都是奇數.
 8. 說明偶數和奇數的積都是偶數.
 9. 求50以內的各質數.
 10. 舉出質數中的偶數.
 11. 下列各數,那幾個是質數? 79, 613, 528, 353, 441, 787.
 12. 一數至少有幾個因數?
 13. 求72所含的各因數和質因數.
 14. 求 5^7 和 4^4 的值.
61. 因數檢驗法

(一)2的倍數

例 $70=7 \times 10=7 \times 5 \times 2=2$ 的倍數.

$54=50+4=5 \times 5 \times 2+2 \times 2=2$ 的倍數.

可知凡數的末位爲偶數或爲零時,則此數爲2的倍數

(二) 4的倍數

例 $300=3 \times 100=3 \times 25 \times 4=4$ 的倍數.

$$132=100+32=25 \times 4+8 \times 4=4 \text{ 的倍數.}$$

可知凡數的末兩位是4的倍數,或末兩位都是零時,則此數是4的倍數.

(三) 8的倍數

例 $3000=3 \times 1000=3 \times 125 \times 8=8$ 的倍數.

$$5128=5000+128=5 \times 125 \times 8+16 \times 8=8 \text{ 的倍數.}$$

可知凡數的末三位是8的倍數,或末三位都是零時,則此數是8的倍數.

(四) 5的倍數

例 $60=6 \times 10=6 \times 2 \times 5=5$ 的倍數.

$$35=30+5=3 \times 2 \times 5+5=5 \text{ 的倍數.}$$

可知凡數的末位是5或是零時,則此數是5的倍數.

(五) 25的倍數

例 $700=7 \times 100=7 \times 4 \times 25=25$ 的倍數.

$$375=300+75=3 \times 4 \times 25+3 \times 25=25 \text{ 的倍數.}$$

可知凡數的末二位是25的倍數,或末二位都是零時,則此數是25的倍數.

(六) 125 的倍數

例 $2000 = 2 \times 1000 = 2 \times 8 \times 125 = 125$ 的倍數.

$$3625 = 3000 + 625 = 3 \times 8 \times 125 + 5 \times 125$$

$= 125$ 的倍數.

可知凡數的末三位為 125 的倍數,或末三位都是零時,則此數是 125 的倍數.

(七) 3 的倍數.

例 $231 = 200 + 30 + 1 = 2(99 + 1) + 3(9 + 1) + 1$

$$= 2 \times 99 + 3 \times 9 + 2 + 3 + 1 = 3 \text{ 的倍數} + 2 + 3 + 1.$$

因為 $2 + 3 + 1$ 是 3 的倍數所以全體也是 3 的倍數.

可知一數的各位數字和是 3 的倍數時,則此數是 3 的倍數.

(八) 9 的倍數.

例 $342 = 300 + 40 + 2 = 3(99 + 1) + 4(9 + 1) + 2$

$$= 3 \times 99 + 4 \times 9 + 3 + 4 + 2 = 9 \text{ 的倍數} + 3 + 4 + 2$$

因為 $3 + 4 + 2$ 是 9 的倍數,所以全體也是 9 的倍數.

可知一數的各位數字和是 9 的倍數時,則此數是 9 的倍數.

(九) 11 的倍數.

例 $4213 = 4000 + 200 + 10 + 3$

$$\begin{aligned}
 &= 4(1001-1) + 2(99+1) + 1(11-1) + 3 \\
 &= 4 \times 1001 + 2 \times 99 + 11 - 4 + 2 - 1 + 3 \\
 &= 11 \text{ 的倍數 } -4 + 2 - 1 + 3.
 \end{aligned}$$

因爲 $-4 + 2 - 1 + 3$ 爲零,所以全體爲 11 的倍數.

可知一數奇位數字和同偶位數字和的較爲零或 11 的倍數時,則此數爲 11 的倍數.

習 題 十 七

1. 檢驗下列各數,那幾個是 2 的倍數,那幾個是 4 的倍數,那幾個是 8 的倍數:

54	1000	392	600	1140
1900	37000	9948	56600	48920

2. 檢驗下列各數,那幾個是 5 的倍數,那幾個是 25 的倍數,那幾個是 125 的倍數.

500	875	7000	2275	31840
4200	43000	3125	8690	57200

3. 檢驗下列各數,那幾個是 3 的倍數,那幾個是 9 的倍數:

24	36	72	135	876
21000	43281	5805	7317	432918

4. 檢驗下列各數,那幾個是 11 的倍數:

8976 12364 5632 318054 81609 966074

62. 因數檢驗法(續)

(十) 7 的倍數

例 945 (算法)割去末一位 5, 減去 5 的 2 倍, 得 84.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 84 \\ \hline 8 \\ 0 \end{array}$$

同樣, 割去末一位 4, 減去 4 的 2 倍, 得 0.
因此 945 為 7 的倍數.

945 (理由) 因割去末一位再減去末一位的

$$\begin{array}{r} 105 \\ 840 \\ \hline 840 \\ 0 \end{array}$$

2 倍, 等於不割去末一位而減去末一位
的 21 倍, 所以

$$945 = 105 + 840 = 5 \times 21 + 4 \times 210$$

$$= 5 \times 3 \times 7 + 4 \times 30 \times 7 = 7 \text{ 的倍數.}$$

可知檢驗一數, 割去末一位再減去末一位的 2 倍, 用同樣方法檢驗一次或數次, 最後成為零或 7 的倍數時, 則此數為 7 的倍數.

(十一) 13 的倍數

例 2847 (算法) 割去末一位 7, 加上 7 的 4 倍, 得

$$\begin{array}{r} 28 \\ 312 \\ \hline 8 \\ 39 \end{array}$$

312.
同樣, 割去末一位 2, 加上 2 的 4 倍, 得
39.

39 是 13 的倍數,所以全體也是 13 的倍數.

2847 (理由)因割去末一位再加上末一位的

273

3120 4 倍,等於不割去末一位而加上末一位

780

3900 的 39 倍,所以

$$2847 = 3120 - 273$$

$$= 3900 - 780 - 273$$

$$= 30 \times 13 - 60 \times 13 - 21 \times 13 = 13 \text{ 的倍數.}$$

可知檢驗一數割去末一位再加上末一位的 4 倍,用同樣方法檢驗一次或數次,最後成爲 13 的倍數時,則此數爲 13 的倍數.

(十二) 17, 19, 23, 29……的倍數.

17, 19, 23, 29……的倍數的檢驗法同上法相仿,詳細說明如下:

因數	割去末位數後 加減末位的倍數	最後所得 所數	理由
17	-5	17 之倍數	$17 \times 3 = 50 + 1$
19	+2	19 之倍數	$19 = 20 - 1$
23	+7	23 之倍數	$32 \times 3 = 70 - 1$
29	+3	29 之倍數	$29 = 30 - 1$

習 題 十 八

1. 檢驗下列各數是不是 7 的倍數:

2884 21875 170772 264571

2. 檢驗下列各數是不是 13 的倍數:

1664 21281 46371 145483

3. 檢驗下列各數是不是 17 的倍數或 19 的倍數:

57494 20723 191709

78375 67849 712519

4. 檢驗下列各數是不是 23 的倍數或 29 的倍數:

1242 8729 2829

132240 575 1479

63. 因數分解法

凡是合數都可化爲二個以上質因數相乘或連乘的算式,化爲這類質因數相乘或連乘之算式的方法,叫做因數分解法:

$$\begin{array}{r}
 \text{例} \quad 2 \overline{) 360} \\
 \quad \quad 2 \overline{) 180} \\
 \quad \quad \quad 2 \overline{) 90} \\
 \quad \quad \quad \quad 3 \overline{) 45} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 3 \overline{) 15} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 360 = 2 \times 180 = 2^2 \times 90 \\
 = 2^3 \times 45 = 2^3 \times 3 \times 15 \\
 = 2^3 \times 3^2 \times 5
 \end{array}$$

從此得以下的規則:

分解一數的因數時,從質數表內,由小到大,選出能整除此數的質數,逐一除此數,直至所得的商也是質數而

止,把每次的除數,同最後的商相乘或連乘起來即得。

64. 質數決定法

例 檢驗 37 是否質數。

解 把比 37 小的質數 2, 3, 5, 7……等,依次除 37, 都不能得整商,且在用 7 去除 27 時,所得商已比 7 小,可知 37 是質數。

檢驗一數是否是質數,把比此數小的質數,從小到大,依次除此數,直到所得商數已比除數小而止,若都不能得整商,即可決定此數是質數。

65. 一數的諸約數

例 $28 = 2^2 \times 7$.

除 2 和 7 兩質數是 28 的約數外,其餘

$$2^2 = 4, \quad 2 \times 7 = 14$$

也是 28 的約數。又本身 28 和 1 也是 28 的約數。

可知求一數的諸約數時,先求此數的質因數連乘式,然後把這些質因數,任取兩個,三個…連乘起來,所得諸數,都是此數的約數。又 1 和本身,也是此數的約數。

習 題 十 九

求下列各數的質因數連乘式:

- | | |
|---------|----------|
| 1. 24 | 2. 350 |
| 3. 75 | 4. 100 |
| 5. 422 | 6. 1309 |
| 7. 1188 | 8. 1000 |
| 9. 1827 | 10. 1551 |

檢驗下列各數是否質數:

- | | |
|---------|---------|
| 11. 67 | 12. 83 |
| 13. 211 | 14. 887 |

求下列各數的諸約數:

- | | |
|--------|---------|
| 15. 24 | 16. 72 |
| 17. 35 | 18. 154 |

19. 兩數的積是 568, 一數在 50 和 100 中間, 問他一數是多少?

20. 有書 48 本, 要分裝布套, 每套裝書的本數一樣, 至少 2 本, 最多 24 本, 問有幾種方法, 每次幾個布套, 每套裝書幾本?

第五章提要

本章已授下列各名詞:

- | | |
|-----------|-----------|
| (1) 整除 | (2) 約數和倍數 |
| (3) 偶數和奇數 | (4) 質數和合數 |

(5) 因數 (6) 指數

本章已授下列各方法:

(1) 質數的求法

(2) 因數視察法

- | | | |
|----------|----------|-----------|
| A. 2的倍數 | B. 4的倍數 | C. 8的倍數 |
| D. 5的倍數 | E. 25的倍數 | F. 125的倍數 |
| G. 3的倍數 | H. 9的倍數 | I. 11的倍數 |
| J. 7的倍數 | K. 13的倍數 | L. 17的倍數 |
| M. 19的倍數 | N. 23的倍數 | O. 29的倍數 |

(3) 因數分解法 (4) 質數決定法

(5) 求一數的諸約數法

第六章

公約數和公倍數

66. 公約數

3是9的約數,也是24的約數,3叫做9和24的公約數。
1以外的一數如能夠整除諸數,則此數叫做諸數的公約數。

67. 互質數

14, 27, 31三數,除1外沒有其他公約數,此三數叫做互質數。

二個以上的數,除1外沒有其他公約數,則此諸數叫做互質數。

68. 最大公約數

2, 3, 4, 6, 12都是24和60的公約數,以12為最大,12叫做24和60的最大公約數。

諸數的公約數往往不止一個,最大的一個叫做最大公約數,普通簡寫為G. C. M.

69. 最大公約數的求法

(一) 分解質因數法

例 求 84, 126, 210 的 G. C. M.

解 $84 = 2^2 \times 3 \times 7.$

$126 = 2 \times 3^2 \times 7.$

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7.$

$G. C. M. = 2 \times 3 \times 7 = 42$

從此得用分解質因數法求最大公約數的規則如下:

(1) 求各數的質因數連乘式.(2) 提出各式中指數最小的公有質因數,連乘起來,即得所求的 G. C. M.

(二) 檢驗公約數法

例 求 168, 140, 420 的 G. C. M.

解
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 168 & 140 & 420 \\ \hline 2 & 84 & 70 & 210 \\ \hline 7 & 42 & 35 & 105 \\ \hline & 6 & 5 & 15 \end{array}$$

$G. C. M. = 2 \times 2 \times 7 = 28.$

從此得用檢驗公約數法求最大公約數的規則如下:

(1) 先用公約數除諸數,再用公約數除諸商,繼續進行直到諸商沒有公約數而止.

(2) 把諸公約數連乘起來，即得所求的最大公約數。

(三) 輾轉相除法

例一 求 189 與 84 的 G. C. M.

$$\begin{array}{r}
 \text{解} \quad 84) 189 (2 \\
 \quad \underline{168} \\
 \quad 21) 84 (4 \\
 \quad \quad \underline{84} \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}
 \qquad \text{G. C. M.} = 21.$$

21 能夠整除 84 和 2×84 即 168，也能整除 168 同 21 的和即 189，所以 21 是 189 和 84 的公約數。

反轉來說，因 21 能夠整除 189 和 84，也能整除 189 同 168 的較即 21，能整除 21 的最大數是 21 本身，所以 21 是 189 和 84 的最大公約數。

從此得用輾轉相除法求最大公約數的規則如下：

(1) 用小數除大數，得第一餘數；再用第一餘數除小數，得第二餘數；再用第二餘數除第一餘數，如是輾轉相除，直到沒有餘數為止。

(2) 最後除數即為所求的最大公約數。

[附註] 因 189 不能為 84 所整除，189 比 84 的 2 倍大 21，這 21 叫做餘數。

例二 求 465, 1085, 9703 三數的最大公約數。

解 先求 465 與 1085 的 G. C. M.，得 155。

再求 155 與 9703 的 G. C. M., 得 31.

則 31 爲 465, 1085, 9703 三數的 G. C. M.

習 題 二 十

用分解質因數法求 G. C. M.:

1. 32 24 40

2. 144 84 444

3. 24 18 30

4. 18 30 36 42

用檢驗公約數法求 G. C. M.:

5. 102 153 255

6. 3094 1274 910

7. 441 1617 6412

8. 385 77 231 1694

用輾轉相除法求 G. C. M.:

9. 1903 2249

10. 3383 3781

11. 492 1476 1763

12. 148 444 703 592

檢驗下列各組中各數是否互質數:

13. 90 48

14. 3 31

15. 375 225

16. 729 128

17. 用某數除 110, 餘 6, 除 163, 餘 7, 問最大除數該是多少?

18. 用某數除 193 餘 4, 除 1077, 不足 3, 問最大除數該是多少?

70. 公倍數

6是3的倍數,也是2的倍數,6叫做3和2的公倍數.

一數為諸數的倍數,則此數叫做諸數的公倍數.

71. 最小公倍數

12, 24, 36都是3, 4, 6的公倍數,以12為最小,12叫做3, 4, 6的最小公倍數.

諸數的公倍數可多至無限個;最小的一個叫做最小公倍數,通常簡寫為L. C. M.

72. 最小公倍數的求法

(一) 分解質因數法

例 求1440, 3024, 7128三數的L. C. M.

解 $1440 = 2^5 \times 3^2 \times 5.$

$$3024 = 2^4 \times 3^3 \times 7.$$

$$7128 = 2^3 \times 3^4 \times 11.$$

$$\text{L. C. M.} = 2^5 \times 3^4 \times 5 \times 7 \times 11 = 997920.$$

從此得用分解質因數法求最小公倍數的規則如下:

1. 先求各數的質因數連乘式.
2. 提出各式中指數最大的公有質因數,同各式特有的各質因數一起連乘起來,即得所求的最小公倍數.

(二) 檢驗公約數法

例 求 20, 27, 36 三數的 L. C. M.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 20 \ 27 \ 36 \\
 2 & 10 \ 27 \ 18 \\
 3 & 5 \ 27 \ 9 \\
 3 & 5 \ 9 \ 3 \\
 & 5 \ 3 \ 1
 \end{array}
 \quad \text{L. C. M.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 3 \times 1 = 540.$$

從此得用檢驗公約數法求最小公倍數的規則如下:

1. 先把諸數寫成第一列,用二數或二數以上的公有質因數,除各數,將所得各商和不能整除諸數寫成第二列,用同一方法進行,直到同列各數中,沒有二數能有一公約數為止.

2. 把各列除數和最後一列諸數連乘起來,即得所求的最小公倍數.

(三) 先求最大公約數法

例一 求 417 及 973 的 L. C. M.

解 先求 417 及 973 的 G. C. M, 得 139.

$$\text{則} \quad \text{L. C. M.} = \frac{417}{139} \times 973 = 3 \times 973 = 2919.$$

$$\therefore 417 = 3 \times 139, \quad 973 = 7 \times 139.$$

$$\therefore \text{L.C.M.} = 3 \times 7 \times 139 = 3 \times 973 = 2919.$$

從此得用先求最大公約數法求最小公倍數的規則如下:

1. 先求兩數的最大公約數。
2. 以兩數的最大公約數除一數,用所得的商乘他。
一數,即得所求的最小公倍數。

例二 求 354, 531, 649 三數的 L. C. M.

解 先求 354 及 531 的 L. C. M, 得 1062.

再求 1062 及 649 的 L. C. M, 得 11682.

則 11682 爲 354, 531, 649 三數的 L. C. M.

習題二十一

用分解質因數法求 L. C. M.:

1. 6, 14, 21.
2. 26, 39, 52, 65.
3. 14, 28, 21, 126.
4. 16, 25, 81.

用檢驗公約數法求 L. C. M.:

5. 90, 15, 21, 33.
6. 552, 575, 920.
7. 135, 126, 90, 255.
8. 56, 64, 70, 84, 112.

用先求最大公約數法求 L. C. M.

9. 376, 705.
10. 1007, 737.
11. 7409, 4619.
12. 252, 99, 504, 693.
13. 兩數的最大公約數爲 12, 最小公倍數爲 420, 已知一數爲 84, 求他一數.

14. 某數用 18, 24, 27 去除, 都餘 5, 問此數最小當是多少?

15. 諸數是互質數時, 諸數的最小公倍數是甚麼?

73. 公約數公倍數應用問題

例一 有三角形地三邊為 385 尺, 462 尺, 495 尺, 若在各邊上植樹, 相鄰二樹距離相等, 三角形頂點各植一株, 問至少植樹幾株, 又每二株距離幾尺?

解 求 385, 462, 495 的 G. C. M., 得 11.

即每二株距離為 11 尺.

$$\text{所以株數} = \frac{385 \text{ 尺} + 462 \text{ 尺} + 495 \text{ 尺}}{11 \text{ 尺}} = 122.$$

例二 甲乙丙三人, 繞一池塘周圍散步, 甲每 12 分鐘走一周, 乙每 15 分鐘走一周, 丙每 18 分鐘走一周, 三人同時同地同方向出發, 問幾分鐘後再在原處相會?

解 求 12, 15, 18 之 L. C. M., 得 180.

所以三人出發後 180 分鐘在原處相會.

習題二十二

1. 有四角地一塊, 各邊的長是 90 尺, 150 尺, 210 尺, 330 尺, 如在周圍種樹, 每二樹距離相等, 四個角各種一

株,問至少要種幾株?

2. 某校有長方形操場,長 120 尺,闊 84 尺,要在四角和周圍種樹,每二樹間間隔相等,問最少可種樹幾棵?

3. 某校有男生 867 人,女生 561 人,早操時男女各自分組,每組人數要相等,組數要最少,問男女生各分幾組?

4. 某校男生 385 人,女生 210 人,各自分班,每班人數相等,問班數最少該各有多少?

5. 有紙一張,長 1 尺零 8 分,闊 3 寸,裁成相等的正方形,問正方形一邊最長是多少?

6. 有一院落長 24 丈 3 尺,闊 16 丈 8 尺 6 寸,用正方磚鋪地,最少要幾塊,磚的每邊長多少?

7. 一圓池周圍有 3600 丈,甲乙丙三人同時同地同向沿圓池周圍出發,每分鐘甲走 50 丈,乙走 60 丈,丙走 80 丈,問什麼時候三人再在原地相會?

8. 大小二輪,大輪一百三十二齒,小輪四十八齒,二輪輪齒相接,問小輪旋轉幾周,則原來相接的某二齒相接一次?

9. 有甲乙丙丁時鐘四個,各隔 32 秒, 35 秒, 45 秒,及 1 分鐘鳴一次,問第一次齊鳴後,到第二次齊鳴,須隔多少時間?

10. 兄弟二人,都是寄宿生,兄十日回家一次,弟十二日回家一次,某日兄弟同日回家,問最少要隔幾日再能同日回家?

第六章提要

本章已授下列各名詞的意義:

- | | |
|-----------|---------|
| (1) 公約數 | (2) 互質數 |
| (3) 最大公約數 | (4) 公倍數 |
| (5) 最小公倍數 | |

本章已授下列各方法:

(一) 求最大公約數法

- | | |
|------------|------------|
| (1) 分解質因數法 | (2) 檢驗公約數法 |
| (3) 輾轉相除法 | |

(二) 求最小公倍數法

- | | |
|--------------|------------|
| (1) 分解質因數法 | (2) 檢驗公約數法 |
| (3) 先求最大公約數法 | |

本章已授下列各應用題:

- | |
|--------------|
| (1) 最大公約數應用題 |
| (2) 最小公倍數應用題 |

復習題三

試用速算法計算下列各題(1-4):

1. $68+256+132+44=?$

2. $10000-9993=?$

3. $97\times 31=?$

4. $97600\div 25=?$

5. 一火車過 33 丈的鐵橋需 10 秒鐘,通過 49 丈的鐵橋需 14 秒鐘,求車長和車行速度.

6. 甲乙二人共有國幣 400 元,甲給乙 40 元,二人所有國幣就相等,問二人原有國幣各多少?

7. 兵士 1296 人,排成一個空心方陣,共 12 層,求外層每邊的人數.

8. 父年 41 歲,長子 12 歲,次子 9 歲,幼子 6 歲,問幾年後父年恰等於三子年齡的和?

9. 布 14 疋,每疋長 6 丈,共值國幣 84 元,問 21 疋布,每疋長 5 丈,可值國幣多少?

10. 有人預定資本,招股經商,每股 70 元,恰夠預定資本額,每股 40 元,不足 1500 元,問股數資本額各多少?

11. 檢驗下列各數,那幾個是 3 的倍數,那幾個是 11 的倍數:

5124

327

5170

80718

12. 分解下列各數爲質因數連乘式:

721

661

6876

9282

下列三題依次用分解質因數法,檢驗公約數法,輾轉相除法,求 G. C. M.:

13. 24, 60, 96.

14. 48, 72, 120.

15. 356, 623.

下列三題依次用分解質因數法,檢驗公約數法,先求最大公約數法,求 L. C. M.:

16. 20, 30, 35.

17. 14, 49, 84, 63.

18. 2813, 3973.

19. 一車前輪周圍 15 尺,後輪周圍 17 尺,問此車起行時前後二輪上同時着地的二點,到第二次同時着地時,這車已走了多遠?

20. 兵士 221 人,巡警 143 人,分班守衛,每班人數相等,至少可分幾班?

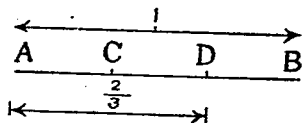
21. 兩數的 L. C. M. 是 105, G. C. M. 是 7,兩數都比 7 大,求這兩數。

22. 兩數的 G. C. M. 是 28, L. C. M. 是 11648,一數是 354,求他一數。

第 七 章

分 數

74. 分數的定義和單位



例 隨意作一線分 AB 代表 1, 將 AB 等分爲 AC , CD , DB 三份, 隨便取那一份, 都代表 $\frac{1}{3}$. 若取兩份如 AD , 則 AD 代表 $\frac{2}{3}$, 所以 $\frac{2}{3}$ 乃是兩個 $\frac{1}{3}$ 的意思. $\frac{1}{3}$ 叫做 $\frac{2}{3}$ 的分數單位, 2 叫做分子, 3 叫做分母.

把一等分爲許多份, 取一份或幾份所成的數, 叫做分數, 每份是分數單位.

75. 分數的種類

(一) 真分數

例如分數 $\frac{3}{4}$, 分子比分母小, 叫做真分數. 凡分子比分母小的分數叫做真分數.

(二) 假分數

例如分數 $\frac{7}{5}$ ，分子比分母大，叫做假分數。凡分子比分母大的分數，叫做假分數。

(三) 帶分數

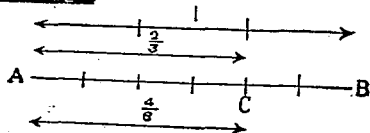
例如分數 $3\frac{2}{5}$ 含整數 3 和真分數 $\frac{2}{5}$ 兩部分，乃是連綴整數和真分數而成，叫做帶分數，整數真分數間的加號已省去， $3\frac{2}{5}$ 本來是 $3+\frac{2}{5}$ 的意思。凡連綴整數真分數而成的分數，叫做帶分數。

(四) 繁分數

例如分數 $\frac{2}{11}$ 分子為分數，分母為整數，又如 $1\frac{7}{6}$ ，分子

為整數，分母為分數，又如 $1\frac{\frac{4}{3}}{7}$ ，分子分母都是分數，此等分數都叫做繁分數。凡分子或分母是分數的分數，或分子和分母都是分數的分數，叫做繁分數。

76. 分數的性質



例 線分 AB 代表 1，把 AB 等分為三份而取二份，或

把 AB 等分爲六份而取四份,結果相同都是線分 AC ,可知

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

從此得以下的定律:

分數的分子分母同用一數去乘,或同用一數去除,分數的值不變.

(77) 分數和除法的關係

分數中的橫線,相當於除法中的除號,分子就是被除數,分母就是除數.

(一) 化假分數爲整數或帶分數.

例一 化 $\frac{12}{4}$ 爲整數.

解
$$\frac{12}{4} = 12 \div 4 = 3.$$

例二 化 $\frac{13}{4}$ 爲帶分數.

解
$$\begin{array}{r} 4 \overline{)13} 3 \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$$

因除數 4 不能整除被除數 13 就有餘數 1,而所得的 3 仍舊叫做商,故假分數的分子若不能爲分母的整數倍時,其除不盡的分子中的餘數,仍當與原分母記作分數,和除得的整數商連綴成帶分數其關係如下:

$$\text{被除數} = \text{除數} \times \text{商} + \text{餘數}$$

或
$$\frac{\text{被除數}}{\text{除數}} = \text{商} + \frac{\text{餘數}}{\text{除數}}$$

$$\therefore \frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$$

(二) 化整數或帶分數為假分數

例一 化 3 為假分數, 用 4 做分母.

解
$$3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \times 4}{1 \times 4} = \frac{12}{4}$$

例二 化 $3\frac{1}{4}$ 為假分數.

解 \therefore 被除數 = 除數 \times 商 + 餘數,

$$\text{整數} + \frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \text{商} + \frac{\text{餘數}}{\text{除數}} = \frac{\text{商} \times \text{除數} + \text{餘數}}{\text{除數}} = \frac{\text{被除數}}{\text{除數}}$$

$$\therefore 3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4 + 1}{4} = \frac{13}{4}$$

習題二十三

1. 用線分表示 $\frac{4}{5}$ 及 $\frac{5}{7}$.
2. 把三元分成五份, 一份相當於 1 元的幾分之幾?
3. 說出下列各分數的名稱:

$$\frac{11}{7}$$

$$\frac{5}{8}$$

$$6\frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{29}$$

$$2\frac{4}{7}$$

$$1\frac{2}{3} \\ \frac{6}{11}$$

4. 從分數 $\frac{7}{9}$ 的分母減去 6 所得的分數,同從同一分數的分子加上 14 所得的分數,是否相等?

5. 從 $\frac{14}{35}$ 的分母減去 30, 分子須減去多少, 分數的值纔不變?

6. 化下列各分數爲整數或帶分數:

$$\frac{27}{9} \quad \frac{12}{5} \quad \frac{35}{8} \quad \frac{209}{19} \quad \frac{521}{89} \quad \frac{1182}{197}$$

7. 化 8, 13, 18, 25 等數爲假分數, 使分母都爲 9.

8. 化下列各帶分數爲假分數:

$$8\frac{3}{5} \quad 3\frac{9}{17} \quad 1\frac{115}{123} \quad 12\frac{15}{213}$$

78. 約分

把一分數的分子分母的公因子約去, 使分子分母互爲質數, 叫做約分. 分子分母互爲質數的分數, 叫做最簡分數.

例 將 $\frac{462}{714}$ 化爲最簡分數.

解 求 462 及 714 之 G. C. M. 得 42, 用 42 除分子和分母, 得

$$\frac{462}{714} = \frac{462 \div 42}{714 \div 42} = \frac{11}{17}$$

從此得約分的規則如下:

(1) 先求分子分母的最大公約數.

(2) 用求得的最大公約數除分子和分母, 即得最簡分數.

79. 通分

分母不同的分數,化爲同分母的等值分數,即把不同單位的分數,化爲同單位的等值分數,叫做通分,分母相同的諸分數,叫做相似分數.

例 化 $\frac{3}{7}, \frac{11}{14}, \frac{5}{6}$ 爲相似分數.

解 先求 7, 14, 6 三數的 L. C. M. 得 42.

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times (42 \div 7)}{42} = \frac{18}{42}$$

$$\frac{11}{14} = \frac{11 \times (42 \div 14)}{42} = \frac{33}{42}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times (42 \div 6)}{42} = \frac{35}{42}$$

從此得通分的規則如下:

- (1) 先求諸分數分母的最小公倍數,稱爲最小公分母.
- (2) 把各分母除最小公分母所得的商乘各該分數的分子和分母,即得分母相同的等值分數.

80. 比較分數大小法

例 比較 $\frac{7}{15}, \frac{5}{6}, \frac{12}{25}$ 三分數的大小.

解 先用通分法,把各分數化爲相似分數:

$$\frac{7}{15} = \frac{70}{150}, \quad \frac{5}{6} = \frac{125}{150}, \quad \frac{12}{25} = \frac{72}{150}$$

三分數的分母相同,即三分數的單位相同,所以分子愈大的分數值愈大,即 $\frac{5}{6}$ 最大, $\frac{12}{25}$ 次之, $\frac{7}{15}$ 最小,用式表示如下:

$$\frac{5}{6} > \frac{12}{25} > \frac{7}{15}$$

從此得比較分數大小的規則如下:

- (一) 先把各分數化爲等值的相似分數.
 (二) 相似分數的分子愈大,分數的值也愈大.

習題二十四

化下列各分數爲最簡分數:

1. $\frac{56}{72}$

2. $\frac{105}{135}$

3. $\frac{249}{249}$

4. $\frac{693}{793}$

5. $\frac{3107}{3824}$

6. $\frac{6840}{27360}$

化下列各組分數爲等值的相似分數:

7. $\frac{5}{21}, \frac{19}{84}, \frac{13}{28}$

8. $\frac{8}{11}, \frac{5}{6}, \frac{2}{17}$

9. $\frac{18}{21}, \frac{23}{28}, \frac{29}{35}, \frac{19}{42}$

10. $\frac{56}{245}, \frac{78}{119}, \frac{120}{408}, \frac{2}{18}$

11. $\frac{3}{10}, \frac{5}{18}, \frac{8}{45}$

12. $\frac{4}{15}, \frac{6}{25}, \frac{9}{35}$

比較下列各組分數的大小:

13. $\frac{12}{31}, \frac{7}{45}$

14. $\frac{23}{51}, \frac{18}{65}$

15. $\frac{68}{24}, \frac{47}{20}, \frac{31}{15}$

16. $\frac{155}{51}, \frac{225}{74}, \frac{313}{103}$

81. 分數加法

例一 $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$

$\frac{3}{7}$ 即三個 $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$ 即兩個 $\frac{1}{7}$, 所以一共是五個 $\frac{1}{7}$, 即 $\frac{5}{7}$.

例二 $\frac{3}{4} + \frac{4}{6} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

$$\begin{aligned} \text{例三 } 2\frac{5}{8} + 1\frac{3}{10} &= 2 + \frac{5}{8} + 1 + \frac{3}{10} = 2 + 1 + \frac{5}{8} + \frac{3}{10} \\ &= 3 + \frac{25}{40} + \frac{12}{40} = 3 + \frac{37}{40} = 3\frac{37}{40} \end{aligned}$$

從此得分數加法的規則如下:

(1) 同分母的分數相加,以各分子的和爲分子,以公分母爲分母.

(2) 異分母的分數相加,先通分然後相加.

(3) 有帶分數的分數相加,整數同整數相加,真分數同真分數相加.若真分數同真分數相加得假分數,必須化爲帶分數,帶分數的整數,再同整數相加.

(4) 注意得數化爲最簡分數,或帶分數.

82. 分數加法應用題

例 有甲乙兩農夫,甲農夫每小時可耕田 $\frac{2}{5}$ 畝,乙農夫每小時可耕田 $\frac{1}{3}$ 畝,問兩人合耕,每小時可耕幾畝?

$$\text{解} \quad \frac{2}{5} \text{畝} + \frac{1}{3} \text{畝} = \frac{6}{15} \text{畝} + \frac{5}{15} \text{畝} = \frac{11}{15} \text{畝}$$

習題二十五

試求下列各式的結果:

1. $\frac{9}{12} + \frac{5}{12} = ?$

2. $\frac{3}{32} + \frac{7}{32} + \frac{11}{32} = ?$

3. $\frac{7}{8} + 5\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + 2\frac{1}{8} = ?$

4. $\frac{9}{17} + \frac{3}{17} + 3\frac{11}{17} + 2 = ?$

5. $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = ?$

6. $\frac{8}{21} + \frac{8}{14} = ?$

7. $3 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{9}{1000} = ?$

8. $3\frac{2}{5} + 1\frac{1}{6} + \frac{4}{15} = ?$

9. $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} + \frac{2}{35} = ?$

10. $\frac{4}{9} + \frac{5}{18} + \frac{7}{24} = ?$

11. $2\frac{3}{8} + \frac{5}{9} + \frac{7}{12} + \frac{14}{21} = ?$

12. $4\frac{4}{9} + 3\frac{7}{8} + \frac{8}{21} + \frac{5}{14} + 5\frac{3}{7} + \frac{19}{28} + \frac{3}{18} = ?$

13. 一件事張生 3 日可成,李生 4 日可成,趙生 5 日

可成,現在三人已做一日,問此事已成幾分之幾?

(14) 有兩個裝麥的桶,一裝 $3\frac{2}{5}$ 斗,一裝 $1\frac{3}{10}$ 斗,問共有幾斗?

15. 甲有國幣 $1\frac{3}{5}$ 元,乙有國幣 $\frac{3}{10}$ 元,丙有國幣比甲乙兩人所有國幣的和多 $1\frac{3}{5}$ 元,問丙有國幣多少元?

16. 一水塔之水,用甲管放水15日可放完;用乙管13日可放完,用丙管9日可放完,問三管齊放一日,可放去全塔水的幾分之幾?

83. 分數減法

例一
$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

$\frac{7}{8}$ 即 7 個 $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$ 即 3 個 $\frac{1}{8}$, 相差 4 個 $\frac{1}{8}$, 即 $\frac{4}{8}$ 簡約得 $\frac{1}{2}$.

例二
$$\frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{15}{24} - \frac{4}{24} = \frac{11}{24}.$$

例三
$$\begin{aligned} 5\frac{2}{3} - 3\frac{1}{2} &= 5 + \frac{2}{3} - \left(3 + \frac{1}{2}\right) = (5-3) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \\ &= 2 + \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = 2 + \frac{1}{6} = 2\frac{1}{6}. \end{aligned}$$

從此得分數減法的規則如下:

(一) 同分母的分數相減,以諸分子的差爲分子,以公分母爲分母.

(二) 異分母的分數相減,先通分,然後相減.

(三) 有帶分數的分數相減,整數同整數相減,真分數同真分數相減.若真分數的被減數太小,則從整數借 1,化爲假分數然後相減.若仍舊太小,則再從整數借數,直到能相減爲止.

(四) 注意得數化爲最簡分數,或帶分數.

84. 分數減法應用題

例 一尺布,先剪去 $\frac{2}{3}$ 尺,後又剪去 $\frac{1}{5}$ 尺,問尙餘多少?

解 $1 \text{ 尺} - \frac{2}{3} \text{ 尺} - \frac{1}{5} \text{ 尺} = \frac{15}{15} \text{ 尺} - \frac{10}{15} \text{ 尺} - \frac{3}{15} \text{ 尺} = \frac{2}{15} \text{ 尺}.$

習題二十六

試求下列各式的結果:

1. $2\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = ?$

2. $3\frac{5}{7} - 2\frac{6}{7} = ?$

3. $1 - \frac{1}{3} = ?$

4. $2 - \frac{4}{5} = ?$

5. $13\frac{7}{12} - \frac{1}{2} = ?$

6. $10\frac{1}{9} - 3\frac{1}{6} = ?$

7. $13\frac{4}{5} - 9\frac{2}{9} - 1\frac{8}{45} = ?$

8. $7 - 2\frac{5}{8} - 4\frac{3}{8} = ?$

9. $7\frac{17}{28} - 2\frac{23}{35} = ?$

10. $120\frac{21}{32} - 109\frac{17}{24} = ?$

$$11. \quad 2\frac{3}{8} - 1\frac{10}{15} - \frac{6}{36} = ? \quad 12. \quad 9\frac{5}{12} - 1\frac{9}{16} - 2\frac{21}{28} - 3\frac{11}{36} = ?$$

$$13. \quad 12\frac{3}{5} - 6\frac{7}{10} - 4\frac{2}{3} + 3\frac{1}{6} = ?$$

$$14. \quad 8\frac{7}{8} - 4\frac{4}{5} + 7\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4} = ?$$

$$15. \quad 4 - 2\frac{5}{12} + 18\frac{13}{18} - 19 = ? \quad 16. \quad 5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{24} - 1\frac{1}{8} = ?$$

$$17. \quad 15\frac{3}{4} + 1\frac{1}{3} - 3\frac{1}{9} = ?$$

$$18. \quad 26\frac{11}{12} - 1\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4} - 7\frac{5}{6} + 8\frac{1}{9} = ?$$

$$19. \quad 3\frac{2}{5} - 2\frac{5}{8} + 4\frac{3}{10} + 1\frac{7}{9} - 5\frac{8}{15} = ?$$

$$20. \quad 14\frac{7}{18} + \left(9\frac{3}{5} - 6\frac{7}{15} + 5\frac{19}{30}\right) - \left(\frac{7}{12} - \frac{13}{24}\right) = ?$$

21. 一尺布,剪去 $\frac{2}{7}$ 尺,又剪去 $\frac{1}{6}$ 尺,問尚餘多少?

22. $4\frac{232}{321}$ 至少要加上多少,纔能成整數

23. 有一事,甲乙兩人合做,8日可成,甲一人獨做,12日可成,問乙一人做1日,可做成全事的幾分之幾?

24. 用甲管注水入水池,乙管放水出水池,甲管每小時注入 $9\frac{3}{5}$ 斗,乙管每小時放出 $8\frac{1}{2}$ 斗.現在兩管同開一

小時,問池中有水多少?

25. 有田 $6\frac{2}{5}$ 畝,造屋用去 $1\frac{1}{2}$ 畝,造花園用去 $1\frac{3}{4}$ 畝,留作菜園 $\frac{5}{6}$ 畝,問還剩幾畝?

26. 有落花生一堆,甲 15 分鐘可以吃完,乙 13 分鐘可以吃完,丙 7 分鐘可以吃完,問三人齊吃 1 分鐘後,還剩全堆的幾分之幾?

27. 三人寫字,甲每天比乙多寫乙的 $\frac{7}{15}$,丙每天比乙少寫乙的 $\frac{13}{20}$,甲丙二人每天寫字相差多少?

28. 甲有國幣 $\frac{3}{5}$ 元,乙有國幣 $\frac{2}{5}$ 元,丙有國幣比甲乙兩人共有的少 $\frac{3}{8}$ 元,問丙有國幣多少元?

29. 一人把他的財產 $\frac{1}{10}$ 贈給學校, $\frac{1}{8}$ 贈給育嬰堂,餘下的分給兒子,問他的兒子的財產是多少

30. 某甲把他的財產 $\frac{3}{20}$ 捐入賑災會, $\frac{1}{30}$ 捐入圖書館,其餘分給子女,問子女得財產總數的幾分之幾?

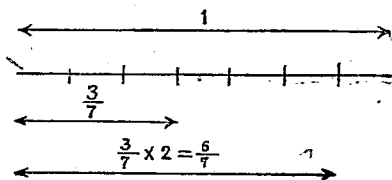
85. 分數乘法

例一 $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$.

$\frac{3}{7} \times 2$ 即 $\frac{3}{7}$ 的 2 倍, 但是 $\frac{3}{7}$ 乃 3 個 $\frac{1}{7}$, 所以 $\frac{3}{7} \times 2$ 即 6 個 $\frac{1}{7}$, 即 $\frac{6}{7}$.

可知用 2 乘 $\frac{3}{7}$ 就是用 2 乘 $\frac{3}{7}$ 的分子。

用圖表示如下:

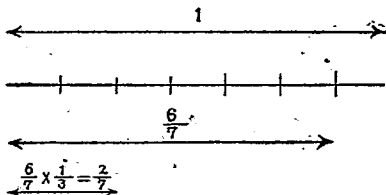


例二
$$\frac{6}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{6 \div 3}{7} = \frac{2}{7}$$

$\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$ 即 $\frac{6}{7}$ 的 $\frac{1}{3}$, 但是 $\frac{6}{7}$ 即 6 個 $\frac{1}{7}$ 所以 $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$ 為 2 個 $\frac{1}{7}$ 即 $\frac{2}{7}$

可知用 $\frac{1}{3}$ 乘 $\frac{6}{7}$ 就是用 3 除 $\frac{6}{7}$ 的分子。

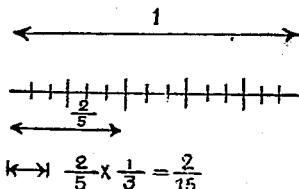
用圖表示如下:



例三
$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{6}{15} \times \frac{1}{3} = \frac{6 \div 3}{15} = \frac{2}{15}$$

可知用 $\frac{1}{3}$ 乘 $\frac{2}{5}$ 就是用 3 乘 $\frac{2}{5}$ 的分母。

用圖表示如下：



例四

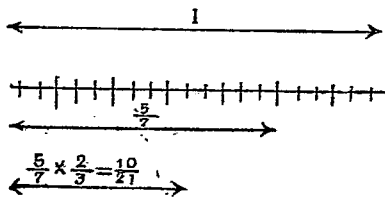
$$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ 即 $\frac{5}{7}$ 的 $\frac{2}{3}$ ，也就是 $\frac{5}{7}$ 的 $\frac{1}{3}$ 的 2 倍，但是 $\frac{5}{7}$ 的 $\frac{1}{3}$ 為 $\frac{5}{7 \times 3}$ ，又

$\frac{5}{7 \times 3}$ 的 2 倍為 $\frac{5 \times 2}{7 \times 3}$ ，所以 $\frac{5}{7}$ 的 $\frac{2}{3}$ 為 $\frac{5 \times 2}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$ 。

可知用 $\frac{2}{3}$ 乘 $\frac{5}{7}$ ，就是兩分子相乘 (5×2) 為分子，兩分母相乘 (7×3) 為分母。

用圖表示如下：



例五

$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{3}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{56}{15} = 3\frac{11}{15}$$

從此得分數乘法的規則如下：

(1) 整數乘分數，就是把整數乘分數的分子，以原分

母爲分母.

(2) 分數乘分數,就是兩分子相乘爲分子,兩分母相乘爲分母.

(3) 幾個分數連乘,可將分子分母寫成連乘式,約去公因數後再乘.

(4) 如式中有帶分數,先化帶分數爲假分數,然後相乘.

86. 分數乘法應用題

例 某人騎馬,每小時可走 $12\frac{1}{2}$ 里,問 $4\frac{2}{3}$ 小時可走多少里?

$$\text{解 } 12\frac{1}{2}\text{里} \times 4\frac{2}{3} = \frac{25}{2}\text{里} \times \frac{14}{3} = \frac{350}{6}\text{里} = 58\frac{1}{3}\text{里}.$$

習題二十七

試求下列各式的結果:

1. $6 \times \frac{1}{4} = ?$

2. $7 \times \frac{2}{9} = ?$

3. $\frac{3}{10} \times \frac{6}{11} = ?$

4. $\frac{11}{12} \times \frac{4}{5} \times \frac{18}{33} = ?$

5. $13\frac{1}{3} \times 7\frac{1}{8} = ?$

6. $1\frac{3}{5} \times 1\frac{5}{6} = ?$

7. $5\frac{7}{36} \times 12 = ?$

8. $\frac{3}{8} \times 1\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = ?$

9. $17\frac{3}{5} \times 8\frac{2}{9} = ?$

10. $5\frac{3}{4} \times \frac{32}{46} = ?$

11. $1\frac{2}{5} \times 1\frac{11}{14} \times \frac{4}{5} = ?$

12. $3\frac{3}{5} \times 6\frac{1}{9} \times 7\frac{1}{3} \times 5\frac{5}{11} = ?$

13. 布長 $1\frac{3}{7}$ 公寸，每公寸的價為 $\frac{3}{4}$ 元，求他的價錢。

14. 布每尺價 $\frac{2}{5}$ 元，買 $6\frac{1}{2}$ 尺，該付價多少？

15. 有一事，甲做 18 日而成，乙做 10 日而成，若甲乙兩人合做 3 日，問能做成全事的幾分之幾？

16. 有甲乙兩個農夫，甲每點鐘可耕田 $\frac{2}{5}$ 畝，乙每點鐘可耕田 $\frac{1}{3}$ 畝，現在兩人合耕 7 點鐘，問可耕田多少？

87. 分數除法

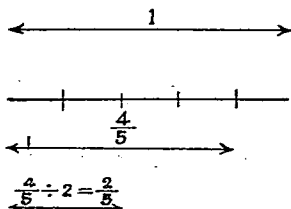
例一 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}$.

$\frac{4}{5} \div 2$ 就是把 $\frac{4}{5}$ 等分為 2 份， $\frac{4}{5}$ 即 4 個 $\frac{1}{5}$ ，所以 $\frac{4}{5} \div 2$ 等於 2 個 $\frac{1}{5}$ ，即 $\frac{2}{5}$ 。

可知 2 除 $\frac{4}{5}$ 就是 2 除 $\frac{4}{5}$ 的分子。

用圖表示如下：

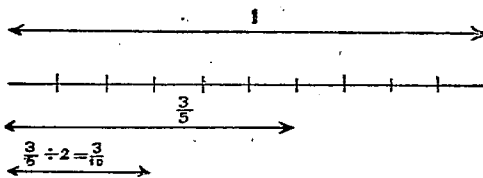
$$\begin{array}{r} 2 \\ 15 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$



例二
$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{6}{10} \div 2 = \frac{6 \div 2}{10} = \frac{3}{10}$$

可知用2除 $\frac{3}{5}$,就是用2乘 $\frac{3}{5}$ 的分母.

用圖表示如下:



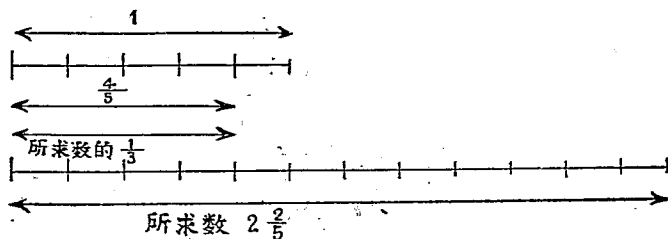
例三
$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

除法是乘法的還原,所以 $\frac{4}{5} \div \frac{1}{3}$ 就是求一數與 $\frac{1}{3}$ 相

乘能得 $\frac{4}{5}$,就是所求數的 $\frac{1}{3}$ 為 $\frac{4}{5}$,所以所求數為 $\frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5}$

$$= 2\frac{2}{5}$$

用圖表示如下:

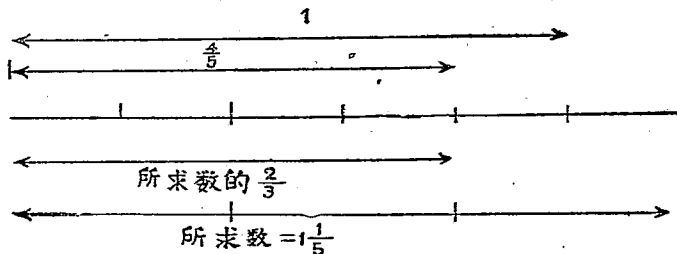


例四 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

除法是乘法的還原,所以 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ 就是求一數與 $\frac{2}{3}$ 相乘能得 $\frac{4}{5}$, 就是 $\frac{4}{5}$ 是所求數分為三份時的二份, 所以所求

數為 $\frac{4}{5 \times 2} \times 3 = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

用圖表示如下:



例五 $3\frac{1}{2} \div 5\frac{2}{3} = \frac{7}{2} \div \frac{17}{3} = \frac{7}{2} \times \frac{3}{17} = \frac{7 \times 3}{2 \times 17} = \frac{21}{34}$

從此得分數除法的規則如下:

- (1) 用整數除分數, 就是用整數除分子, 或用整數乘

分母。

(2) 用分數除分數,可把除數的分子分母交換位置,然後同被除數相乘。

(3) 式中如有帶分數,把帶分數先化爲假分數,然後相除。

88. 分數除法應用題

例 弟年18歲,恰是兄年的 $\frac{6}{7}$,問兄年多少?

解 $18 \text{ 歲} \div \frac{6}{7} = 18 \text{ 歲} \times \frac{7}{6} = 21 \text{ 歲}。$

習題二十八

試求下列各式的結果:

1. $\frac{10}{11} \div 5 = ?$

2. $18\frac{2}{3} \div 7 = ?$

3. $38 \div \frac{5}{7} = ?$

4. $12 \div 3\frac{3}{8} = ?$

5. $\frac{2}{5} \div \frac{5}{8} = ?$

6. $\frac{48}{55} \div \frac{64}{121} = ?$

7. $\frac{1}{51} \div 7\frac{1}{17} = ?$

8. $4\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} = ?$

9. $12\frac{2}{9} \div 6\frac{5}{12} = ?$

10. $13\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3} = ?$

$$11. \frac{8}{9} \div 7\frac{3}{4} = ? \quad 12. 9\frac{9}{14} \div 2\frac{1}{7} = ?$$

$$13. \frac{3}{4} \times \frac{7}{8} \div \left(\frac{15}{16} \div 7\right) = ?$$

$$14. \frac{3}{16} \times \frac{17}{12} \div \frac{4}{9} \div \frac{7}{3} \times \frac{6}{11} \div \frac{1}{3} = ?$$

$$15. \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \div \frac{3}{8} \div 1\frac{7}{9} \times 6\frac{3}{5} \times 3\frac{12}{17} \div \frac{4}{5} = ?$$

$$16. 2\frac{3}{5} \times \frac{9}{11} \div \left(3\frac{5}{7} \div 4\frac{1}{8}\right) = ?$$

17. 布一疋剪去 $\frac{3}{7}$ ，還餘324尺，問原疋長多少？

18. 李君每月房租伙食費共計36元，恰是他薪水的 $\frac{3}{8}$ ，問他的薪水是多少？

19. 一人買帽子一頂鞋子一雙，帽價是三元六角八分，當鞋價的 $\frac{23}{40}$ ，問鞋價是多少？

20. 布12尺，恰好是一疋的 $\frac{4}{15}$ ，問一疋長多少？

89. 繁分數的化法

$$\text{例 } \frac{2 + \frac{3}{4}}{3\frac{1}{3} \times \frac{1}{7} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{10}{3} \times \frac{1}{7} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{29}{105}} = \frac{11}{4} \times \frac{105}{29} = \frac{1155}{116} = 9\frac{111}{116}$$

從此得繁分數的化法如下：

- (一) 把分子化爲最簡分數.
 (二) 把分母化爲最簡分數.
 (三) 然後把分母上的分數除分子上的分數.

習題二十九

試將下列諸繁分數化簡:

$$1. \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{7}}{\frac{5}{6} - \frac{9}{14}}$$

$$2. \frac{3}{3 - \frac{4}{9 + \frac{2}{3}}}$$

$$3. \frac{3\frac{1}{3} \times 7\frac{1}{7}}{5\frac{5}{49} \div 3\frac{3}{10}}$$

$$4. 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

$$5. \frac{3\frac{5}{8} + 2\frac{5}{12} - 1\frac{5}{24}}{5\frac{4}{5} + 2\frac{9}{10} - 1\frac{9}{20}}$$

$$6. \frac{3\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}}$$

$$7. \frac{5 + \frac{3}{4} + \left(2\frac{2}{35} \div 1\frac{11}{25}\right) - \left(\frac{3}{7} \times 15\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{3}{4} \times 7\frac{3}{7}\right) - \left(5\frac{3}{5} \div 3\frac{4}{15}\right)}$$

$$8. \frac{2\frac{1}{5} \times \frac{11}{23} \cdot \frac{1}{5} \times \frac{11}{19}}{\frac{3}{7} \times \frac{2}{17} \cdot \frac{3}{13} \times \frac{6}{17}}$$

$$9. 2\frac{1}{4} \times \frac{10\frac{3}{4} - 4\frac{11}{12}}{8\frac{3}{16} - 7\frac{2}{3}} \times \frac{3\frac{5}{11}}{1\frac{2}{5} \times 9\frac{1}{11}}$$

$$10. \frac{\frac{3}{11} \times 9\frac{3}{13} \times 3\frac{1}{7} \times 9\frac{1}{10}}{\frac{4}{17} \times 3\frac{9}{19} \times 12\frac{1}{7} \times 2\frac{10}{33} \times \frac{7}{20}}$$

第七章提要

本章已授下列各名詞的意義：

- (A) 分數 (B) 真分數 (C) 假分數
 (D) 帶分數 (E) 繁分數 (F) 約分
 (G) 最簡分數 (H) 通分 (I) 相似分數

本章已授下列各方法：

- (J) 化假分數為整數或帶分數法
 (K) 化整數或帶分數為假分數法
 (L) 約分法 (M) 通分法
 (N) 比較分數大小法 (O) 分數加法
 (P) 分數減法 (Q) 分數乘法
 (R) 分數除法 (S) 繁分數化法

第八章

分數應用問題

90. 餘數問題

例一 某人先用去所有存款的 $\frac{1}{2}$ ，後又用去所有存款的 $\frac{1}{3}$ ，最後剩90元，問此人原有存款多少？

解 1. 設原有存款為1，則用去 $\frac{1}{2}$ 後還剩 $1 - \frac{1}{2}$ 。

2. 又用去 $\frac{1}{3}$ 後，還剩 $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 。

3. 所以原有存款的 $\frac{1}{6}$ 為90元，即原有存款為

$$90 \text{ 元} \div \frac{1}{6} = 540 \text{ 元}.$$

例二 某人先用去所有存款的 $\frac{1}{2}$ ，後又用去所餘的 $\frac{1}{3}$ ，最後剩90元，問此人原有存款若干？

解 1. 設原有存款為1，先用去 $\frac{1}{2}$ 後，還剩 $1 - \frac{1}{2}$ 。

2. 再用去所餘的 $\frac{1}{3}$ 後,還剩

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

3. 所以原有存款的 $\frac{1}{3}$ 爲 90 元,即原有存款爲:

$$90 \text{ 元} \div \frac{1}{3} = 270 \text{ 元.}$$

習 題 三 十

1. 某人先用去所有存款的 $\frac{1}{3}$,後又用去所餘存款的 $\frac{2}{3}$ 最後剩 64 元,問此人原有存款多少?

2. 某人先用去所有存款的 $\frac{1}{5}$,次用去所餘的 $\frac{3}{7}$,後又用去所餘的 $\frac{5}{8}$,最後剩 156 元,問此人原有存款多少?

3. 有竿插入池中,入泥部分,佔全竿長的 $\frac{3}{8}$,在水中部分,爲泥中部分的 $1\frac{1}{2}$ 倍,還有 2 尺露出水面,問此竿全長多少?

4. 某人從甲地到乙地,先坐船,走了全程的 $\frac{3}{4}$,次坐火車,走了餘下的 $\frac{1}{3}$,又坐轎,走了第二次餘下的 $\frac{3}{4}$,最後步行 10 里,達目的地,問全程共有幾里?

5. 某校一年級學生共分五班,第一班人數佔一年級全體的 $\frac{1}{6}$,第二班佔 $\frac{1}{5}$,第三班佔 $\frac{3}{10}$,第四班佔 $\frac{1}{4}$,第五班共30人,問一年級全體學生共有幾人?

6. 某人把財產分給三子,幼子得全部財產的 $\frac{1}{9}$,次子得 $\frac{1}{4}$,餘下爲長子所得,長子比幼子多得3800元,問此人財產共有多少?

91. 工程問題

例 有一工程,甲獨做6日可成,乙獨做8日可成,問兩人合做幾日可成?

解 1. 設全工程爲1,則甲每日做全工程的 $\frac{1}{6}$,乙每日做全工程的 $\frac{1}{8}$.

2. 兩人合做一日,所成工程,爲全工程的

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$$

3. \therefore 全工程做成所需的日數爲

$$1 \div \frac{7}{24} = \frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7}$$

習題三十一

1. 有一工程,甲乙二人合做,12日做成,甲獨做30日

做成,乙獨做須幾日做成?

2. 有一事,甲4日做成,乙8日做成,兩人合做,須幾日做成?若合做2日後,餘下的歸乙獨做,須幾日做成?

3. 有一工程,甲乙合做,6日做成,乙丙合做,9日做成,丙甲合做,15日做成,問三人合做,幾日可成?

4. 有一工程,甲乙合做,30日做成,若合做12日後,餘下的歸乙獨做,24日做成,問甲乙獨做,各須幾日做成?

5. 用甲乙兩水管注水入水桶,甲管獨注,五分鐘水滿,乙管獨注,八分鐘水滿,問二管同注,幾分鐘可滿?

6. 上題如用三甲管五乙管同時注水七桶,要多少時間?

92. 時鐘問題

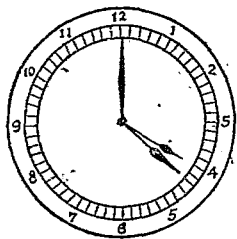
例一 求四點鐘五點鐘中間時鐘的時針同分針相重的時刻。

解 1. 分針走60分,則時針走

5分,分針走1分,則時針走 $\frac{1}{12}$ 分。

2. 分針每走一分,比時針多走 $1分 - \frac{1}{12}分 = \frac{11}{12}分$ 。

3. 在4點鐘時分針在時針後 $5分 \times 4 = 20分$ 。



4. 所以在 4 點鐘 5 點鐘中間兩針相重時,分針必比時針多走 20 分.

5. 要分針比時針多走 20 分,則分針必須走

$$20 \text{ 分} \div \frac{11}{12} = 20 \text{ 分} \times \frac{12}{11} = 21\frac{9}{11} \text{ 分}.$$

6. 即 4 時 $21\frac{9}{11}$ 分時,分針時針相重.

例二 求七點鐘八點鐘中間時鐘的時針同分針成直角的時刻.

解 1. 在七點鐘時分針在時針後 $5 \text{ 分} \times 7 = 35 \text{ 分}$.

2. 兩針成直角,則兩針相距 15 分.

3. 七點鐘後,若分針在時針前 15 分或後 15 分則分針必比時針多走

$$35 \text{ 分} - 15 \text{ 分} = 20 \text{ 分},$$

$$\text{或 } 35 \text{ 分} + 15 \text{ 分} = 50 \text{ 分},$$

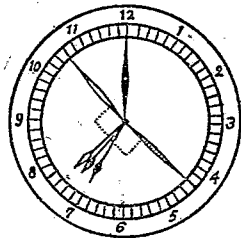
4. 要分針比時針多走 20 分

或 50 分,則分針必須走

$$20 \text{ 分} \div \frac{11}{12} = 21\frac{9}{11} \text{ 分}, \text{或 } 50 \text{ 分} \div \frac{11}{12} = 54\frac{6}{11} \text{ 分}.$$

5. 即七點 $21\frac{9}{11}$ 分或七點 $54\frac{6}{11}$ 分時,鐘的分針同

時針成直角.



習題三十二

1. 求二點鐘三點鐘中間時鐘兩針相重的時刻。
2. 求八點鐘九點鐘中間時鐘兩針相重的時刻。
3. 求五點鐘六點鐘中間時鐘兩針成直角的時刻。
4. 求十點鐘十一點鐘中間時鐘兩針成直角的時刻。
5. 求三點鐘四點鐘中間時鐘兩針成直線的時刻。
6. 求九點鐘十點鐘中間時鐘兩針成直線的時刻。
7. 求四點鐘五點鐘中間時鐘兩針相差10分的時刻。
8. 求七點鐘八點鐘中間時鐘兩針相差5分的時刻。

93. 寒暑表問題。

例一 攝氏表上42度,在華氏表上是幾度?

解 1. 攝氏表上 100° ,等於華氏表上 180° ,所以攝

氏表上1°,等於華氏表上 $\frac{180^{\circ}}{100} = \frac{9^{\circ}}{5}$ 。

2. 但是在攝氏表上 0° 時,華氏表上是 32° ,所以化攝氏度數為華氏度數,必須再加上 32° 。

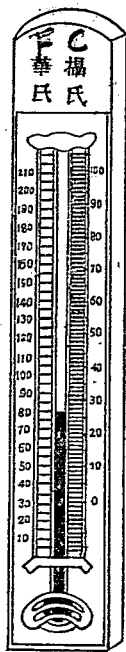
$$\begin{aligned}
 3. \quad \therefore \text{攝氏 } 42^\circ &= \text{華氏 } 42^\circ \times \frac{9}{5} + 32^\circ \\
 &= \text{華氏 } 107\frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

例二 華氏表上為86度,在攝氏表上是幾度?

解 1. 華氏表上 180° ,等於攝氏表上 100° ,所以華氏表上 1° ,等於攝氏表上 $\frac{100^\circ}{180} = \frac{5^\circ}{9}$.

2. 但是在華氏表上是 32° 時,攝氏表上是 0° ,所以化華氏度數為攝氏度數,須先減去 32° .

$$3. \quad \therefore \text{華氏 } 86^\circ = \text{攝氏 } (86^\circ - 32^\circ) \times \frac{5}{9} = \text{攝氏 } 30^\circ.$$



習題三十三

1. 人的體溫,通常是攝氏 37° 度,問相當於華氏幾度?
2. 攝氏表 4° 度時,水的密度最大,問相當於華氏幾度?
3. 華氏 100° 度,當攝氏幾度?
4. 煤油熱至華氏 115° 度即發火,問當攝氏幾度?

5. 白金須到攝氏 1775 度方鎔,問此時在華氏表上是幾度?

6. 攝氏表 212 度,合華氏幾度?

第八章提要

本章已授下列各類應用題:

- | | |
|----------|-----------|
| (1) 餘數問題 | (2) 工程問題 |
| (3) 時鐘問題 | (4) 寒暑表問題 |

復習題四

1. 龜鶴一羣,共有 34 脚,若龜鶴頭數互相調換,脚數變爲 38,問龜鶴各多少?

2. 某人 6 年後的歲數,是 6 年前的歲數的 2 倍,問這人現年幾歲?

3. 男工一人的工錢,每日 6 角女工一人只 4 角,男工女工共 30 人,每日工錢共 16 元,如今男工的工錢加 5 分,女工減 5 分,問每日的工錢共有多少?

4. 河南,河北兩鎮相隔 90 里,甲船從北到南,划行速度每小時 10 里,乙船從南到北,划行速度每小時 8 里,問兩船同時出發,在什麼地方可遇着?

5. 朋友合夥經商,第一月賺 105 元,第二月賺 154

元,第三月賺84元,大家按月平分,都得整數,該是幾人?

6. 某富翁把國幣299元分給貧乏的親戚,人數不滿20,每人分得的國幣數相等,並且都是整數,親戚該有幾人?

7. 簡化 $\frac{9}{2 + \frac{5}{7 + \frac{1}{7}}}$

8. $20\frac{2}{3} - 2\frac{5}{8} - 9\frac{5}{9} + 10\frac{3}{10} - 14\frac{7}{12} = ?$

9. $1\frac{7}{10} - \left\{ \frac{4}{13} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{12} + \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \right) + \frac{1}{9} \right] \right\} = ?$

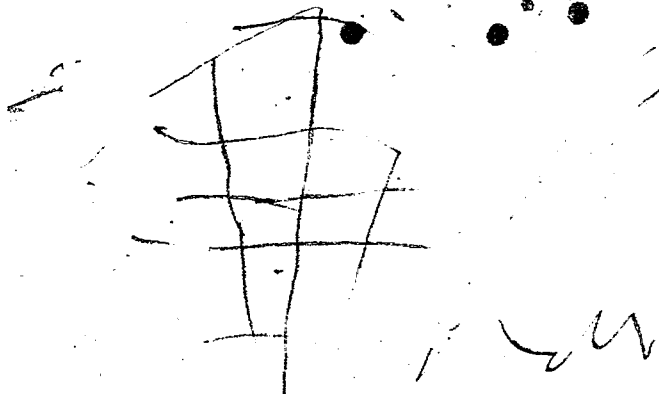
10. 龜鶴共籠,共有脚70隻,龜的頭數是鶴的頭數的三分之二,問龜鶴各幾隻?

11. 甲箱裝橘100個,乙箱裝橘90個,問從甲箱移多少橘子到乙箱,那麼甲箱的橘數可以等於乙箱的 $\frac{3}{16}$?

12. 建屋一所,雇大工18人,小工7人,共雇12日,付工資244圓8角,小工每日工資是大工每日工資的 $\frac{2}{3}$,問兩種工匠每人每日的工資多少?

13. 求三點鐘至四點鐘中間兩針相重的時刻.

14. 求七點鐘至八點鐘中間時鐘兩針成直角的時刻.

15. 求十點鐘至十一點鐘中間時鐘兩針成直線的時刻。
16. 一百個和尚分食一百個饅頭,大和尚每人吃三個,小和尚三人吃一個,問大和尚多少,小和尚多少?
17. 銀的熔點是華氏表 373 度,問合攝氏表幾度?
18. 攝氏零下 40 度,當華氏幾度?
19. 華氏表 80 度同攝氏表 27 度相差多少?
20. 某日正午溫度是華氏表 88 度,夜間溫度降低,變成攝氏表 5 度,問這時的華氏表上該是幾度?正午和夜間相差幾度?
- 

第 九 章

小 數

94. 小數和小數的單位

例一 $\frac{4}{10}$

把 1 分成 10 等份,取出 4 份是 $\frac{4}{10}$,普通記爲 0.4, $\frac{4}{10}$ 即 4

個 $\frac{1}{10}$ 的意思, 0.4 即 4 個 0.1 的意思.

$\frac{1}{10}$ 是 $\frac{4}{10}$ 的單位, 0.1 是 0.4 的單位.

例二 $\frac{28}{100}$

把 1 分成 100 等份,取出 28 份便是 $\frac{28}{100}$,普通記爲 0.28.

$\frac{28}{100}$ 即 28 個 $\frac{1}{100}$ 的意思, 0.28 即 28 個 0.01 的意義.

$\frac{1}{100}$ 是 $\frac{28}{100}$ 的單位, 0.01 是 0.28 的單位.

從此可知把 1 分爲 10, 100, 1000, …… 等份,取出一份或幾份所成的數,叫做小數. $\frac{1}{10}$ 或 0.1, $\frac{1}{100}$ 或 0.01, $\frac{1}{1000}$ 或 0.001,

……叫做小數單位，所以小數乃是分數的特例，即分母爲 10, 100, 1000, …… 的分數。

95. 小數命數法和記數法

$\frac{1}{10}$ 或小數點後第一位小數叫做分， $\frac{1}{100}$ 或小數點後第二位小數叫做釐， $\frac{1}{1000}$ 或小數點後第三位小數叫做毫，以後依次爲絲，忽，微，纖，沙……等等。

例一 3 分 5 釐記爲 0.35.

例二 8 釐 1 毫記爲 0.081.

96. 小數的種類

例一 0.25

此小數第二位以後，不再有數字，這類小數叫做有限小數。凡位數有限的小數，叫做有限小數。

例二 0.373737…

小數第一、二兩位數字是 37，以後依次都是 37，而無限止的，這類小數叫做循環小數。凡小數的數字每隔幾位永遠重複不變的，叫做循環小數。

例三 1.41421356…

小數第八位後還不盡，而並不循環，這類小數叫做無限小數。凡小數的數字無限的，叫做無限小數。

97. 有限小數的來源

$$\text{例一} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.5.$$

$$\text{例二} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0.75.$$

$$\text{例三} \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6.$$

$$\text{例四} \quad \frac{17}{25} = \frac{17 \times 4}{25 \times 4} = \frac{68}{100} = 0.68.$$

$$\text{例五} \quad \frac{9}{20} = \frac{9}{4 \times 5} = \frac{9 \times 5}{4 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = 0.45.$$

從上可知凡用2, 4, 8, ……5, 25, 125, ……等數去除一數
 即用僅含2, 或僅含5因子的數去除一數, 都得有限小
 數, 且有限小數的位數, 等於2或5因子的個數; 若用含
 2和5因子的數去除, 有限小數的位數依2和5因子
 個數的較多數而定。

98. 有限小數加法

$$\text{例一} \quad \begin{array}{r} 5.49 \\ +1.97 \\ \hline 7.46 \end{array}$$

$$\text{例二} \quad \begin{array}{r} 1.47 \\ 0.908 \\ 4.009 \\ +0.03 \\ \hline 6.417 \end{array}$$

從此得有限小數加法的規則如下：

- (一) 先對齊各數的小數點。
 (二) 其餘同整數加法相同，即分位同分位相加，釐位同釐位相加，餘類推；釐位的進位，加入分位，分位的進位，加入個位，餘類推。

99. 有限小數減法

例一

$$\begin{array}{r} 5.43 \\ -1.97 \\ \hline 3.46 \end{array}$$

例二

$$\begin{array}{r} 5.61 \\ -0.0389 \\ \hline 5.5711 \end{array}$$

從此得小數減法的規則如下：

- (一) 先對齊被減數和減數的小數點。
 (二) 其餘同整數減法相同。

習題三十四

1. 說出下列各小數的單位：

0.7, 0.85, 0.0032, 1.0005.

2. 讀出下列各小數：

0.8715, 0.0038, 0.3005, 0.09002.

③ 化下面各分數為小數：

$$\frac{31}{64}, \frac{61}{125}, \frac{97}{128}, \frac{39}{625}$$

4. 化下面各小數爲分數:

$$0.675, 0.864, 0.0032, 0.000128.$$

求下列各題有限小數的和:

5. $256.9 + 58.23 + 7.163 = ?$ 6. $8.65 + 192.03 + 47.1 = ?$

7. $0.0025 + 0.00081 + 0.000043 + 15 = ?$

8. $2.35 + 20.036 + 6.52 + 0.007 = ?$

求下列各題有限小數的差:

9. $59.6325 - 7.8966 = ?$ 10. $0.000086 - 0.00000721 = ?$

11. $82 - 16.273 = ?$ 12. $105.6 - 56.42 - 18.246 = ?$

13. 有田172.86畝,再買田49.75畝,共有多少畝?

14. 34.10027,至少須加多少,纔能成整數?

15. 買物五種,各種價格如下:

$$1.752\text{元}, 0.736\text{元}, 1.2\text{元}, 4.36\text{元}, 0.8\text{元},$$

問共價多少?如果付國幣10元,可找進多少?

16. 上海杭州間,鐵路全線長286.53公里,其中幹線長280.65公里,問支線長若干?

17. 有米桶三隻,甲桶可裝4.46斗,乙桶可裝5.02斗,丙桶容量比甲乙二桶容量的和少2.59斗,問丙桶可裝米多少?

18. 某甲原有國幣100元,第一日用去14.2元,第二日

用去17.4元,第三日用去3.5元,問尙剩國幣多少?

100. 有限小數乘法

$$\text{例一} \quad 8.6 \times 0.34 = \frac{86}{10} \times \frac{34}{100} = \frac{2924}{1000} = 2.924$$

$$\begin{array}{r} \text{例二} \quad \\ 2.035 \\ \times 0.047 \\ \underline{14245} \\ 8140 \\ \underline{0.095645} \end{array}$$

從此得有限小數乘法的規則如下:

(一) 小數乘法和整數乘法相同。

(二) 積的小數位數等於被乘數小數位數和乘數小數位數的和。

101. 有限小數除法

$$\text{例一} \quad 4.52 \div 2 = 2.26$$

$$\text{例二} \quad 1.561 \div 7 = 0.223$$

$$\text{例三} \quad 17.28 \div 1.2 = \frac{17.28}{1.2} = \frac{172.8}{12} = 14.4$$

$$\begin{array}{r} 14.4 \\ 12 \overline{)172.8} \\ \underline{12} \\ 52 \\ \underline{48} \\ 48 \\ \underline{48} \\ 0 \end{array}$$

例四 求 $5.273 \div 0.24$ 的商至小數四位。

$$\text{解 } 5.273 \div 0.24 = \frac{5.273}{0.24} = \frac{527.3}{24} = \frac{527.3000}{24} = 21.9708\cdots$$

$$\begin{array}{r} 21.9708 \\ 24 \overline{) 527.3000} \\ \underline{48} \\ 47 \\ \underline{24} \\ 233 \\ \underline{216} \\ 170 \\ \underline{168} \\ 200 \\ \underline{192} \\ 8 \text{ 餘數} = 0.000008 \end{array}$$

例五 求 $0.0147 \div 0.2356$ 的商至小數四位。

$$\text{解 } 0.0147 \div 0.2356 = \frac{0.0147}{0.2356} = \frac{147}{2356} = \frac{147.0000}{2356} = 0.0623\cdots$$

$$\begin{array}{r} .0623 \\ 2356 \overline{) 147.0000} \\ \underline{141.36} \\ 5640 \\ \underline{4712} \\ 9280 \\ \underline{7068} \\ 2212 \text{ 餘數} = 0.00002212 \end{array}$$

從此得小數除法的規則如下：

(一) 小數除法和整數除法相同，但是定商數中小數點的位置要留心。

(二) 除數若是整數,商的小數位數,和被除數的小數位數相同,因除數同商相乘,得被除數,所以除數和商的小數位數的和一定同被除數的小數位數相等,現在除數爲整數,所以商的小數位數,一定和被除數的小數位數相同,這算是能整除的小數除法。

(三) 若除數含有小數,除數和被除數上同時用10的乘方去乘,使除數全爲整數,在被除數後面加若干圈使被除數中的小數位數,和所求商數的需要的的小數位數相同,然後行除法。

(四) 餘數中小數點的位置,該參照未移小數點以前被除數中小數點位置而定。

習題三十五

求下列各題的積:

1. $6.384 \times 7 = ?$

2. $3.015 \times 53 = ?$

3. $36.21 \times 2.2 = ?$

4. $56.23 \times 17.35 = ?$

5. $679.28 \times 0.00023 = ?$

6. $19.7 \times 0.60125 = ?$

7. $0.032 \times 0.014 = ?$

8. $0.0301 \times 0.0034 = ?$

求下列各題時商(除不盡的算到小數點後四位爲止):

9. $4856 \div 0.4 = ?$ 10. $96 \div 1.2 = ?$
11. $0.189 \div 2.5 = ?$ 12. $12.305 \div 2.5 = ?$
13. $0.10712 \div 8.24 = ?$ 14. $35.853 \div 0.0925 = ?$
15. $8.7936 \div 42.97 = ?$ 16. $0.27346 \div 43.6 = ?$
17. $23.746 \div 0.0059 = ?$ 18. $0.185 \div 34.06 = ?$
19. $0.08571 \div 25.603 = ?$ 20. $4.6513 \div 596.8 = ?$
21. 買綢 13.5 尺,每尺價 0.52 元,共價多少?
22. 金比同體積的鉛重 1.7 倍,鉛比同體積的水重 11.3 倍,問金比同體積的水重幾倍?
23. 酒精的重量,當同體積水重的 0.84 倍,問水重當同體積酒精重量的幾倍?
24. 圓周的長,等於直徑長的 3.1416 倍,問直徑 2 尺 4 寸的車輪,周長多少?又問周長 11 尺 8 寸的車輪,直徑長多少?
25. 買白米 45 升,價 3.6 元,每石價多少?
26. 闊 27.3 寸的綢,剪成 0.7 寸的鑲條,問可剪成幾條?
27. 天津距上海約 730 海里,青島距上海約 400 海里,上海距香港約 850 海里,若每海里等於 1.15 英里,問津滬青滬及滬港間航程各爲若干英里?
28. 水銀比水重 13.5 倍,一立方公分水重一公分,問

76 立方公分水銀重多少?又問重 3780 公分的水銀,該佔多少立方公分?

第九章提要

本章已授下列各名詞的意義:

- (1) 小數
- (2) 有限小數
- (3) 循環小數
- (4) 無限小數

本章已授下列各方法:

- (1) 有限小數加法
- (2) 有限小數減法
- (3) 有限小數乘法
- (4) 有限小數除法

第十章

循環小數

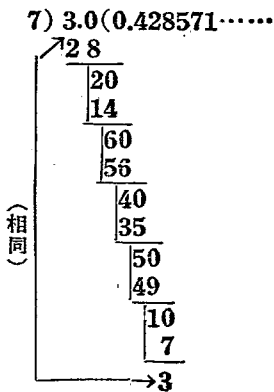
102. 循環小數的來源

例一 化 $\frac{2}{3}$ 爲小數.

解 $\frac{2}{3} = 0.6666\cdots$, 記爲 $0.\dot{6}$

例二 化 $\frac{3}{7}$ 爲小數.

解 $\frac{3}{7} = 0.428571428571428571\cdots$, 記爲 $0.\dot{4}2857\dot{1}$



例三 化 $\frac{23}{150}$ 爲小數.

解 $\frac{23}{150} = \frac{23}{2 \times 5^2 \times 3} = 0.153333\cdots$, 記爲 $0.15\dot{3}$

$$\begin{array}{r} 150)23.0(0.1533\cdots \\ \underline{150} \\ 800 \\ \underline{750} \\ 500 \\ \nearrow 450 \\ \rightarrow 50 \end{array}$$

(相同)

例四 化 $\frac{3}{280}$ 爲小數.

解 $\frac{3}{280} = \frac{3}{2^3 \times 5 \times 7} = 0.010714285714285\cdots$,

記爲 $0.010\dot{7}14285$

$$\begin{array}{r} 280)3.00(0.010714285\cdots \\ \underline{280} \\ 2000 \\ \nearrow 1960 \\ \begin{array}{r} 400 \\ \underline{280} \\ 1200 \\ \underline{1120} \\ 800 \\ \underline{560} \\ 2400 \\ \underline{2240} \\ 1600 \\ \underline{1400} \\ \rightarrow 200 \end{array} \end{array}$$

(相同)

凡小數自第一位起每隔若干位,其數字重複的循環起來,叫做純循環小數,如例一,二是;若有一位或幾位不循環的,叫做混循環小數,如例三,四是。

若最簡真分數的分母含 2, 5 和其他質數,把分母除分子,則得混循環小數。

103. 循環節的移動和擴展

例 把 $2.8\dot{1}30\dot{6}$ 的循環節移動擴展。

$$\therefore 2.8\dot{1}30\dot{6} = 2.81306130613061306\cdots$$

$$\therefore 2.8\dot{1}30\dot{6} = 2.8130\dot{6}1 = 2.8130\dot{6}13$$

$$= 2.8130\dot{6}130$$

$$= 2.81306130\dot{6}$$

$$= 2.813061306130\dot{6}$$

由上可知循環小數的循環節,可以任意向後移動,且循環位數可以擴展至二倍,三倍,……

104. 循環小數通位法

例 把 $0.4\dot{3}\dot{7}$ 和 $3.0\dot{2}\dot{1}$ 的不循環部分位數和循環節位數化爲相同。

$$0.4\dot{3}\dot{7} = 0.4373737373737\cdots = 0.4\dot{3}737\dot{3}7$$

$$3.0\dot{2}\dot{1} = 3.021021021021\cdots = 3.0\dot{2}102\dot{1}0$$

可知若各循環小數的不循環部分位數不同或循環

節的位數不同,都可化爲不循環部分位數循環節位數相同的等值循環小數,這方法叫做循環小數通位法,不循環部分位數,依原來位數較多數而定循環節位數,爲原來各循環節位數的最小公倍數。

105. 循環小數加法

例 求 $0.00\dot{5}\dot{7}$, $3.2\dot{7}8\dot{5}$, 0.18 的和。

$$\begin{array}{r|l|l}
 0.00\dot{5}\dot{7} = 0.00 & 575757 & 57\cdots\cdots \\
 3.2\dot{7}8\dot{5} = 3.27 & 857857 & 85\cdots\cdots \\
 0.18 = 0.18 & 000000 & 00\cdots\cdots \\
 \hline
 3.46 & 433615 &
 \end{array}$$

從此得循環小數加法的規則如下:

(一) 先將各循環小數通位。

(二) 然後依有限小數加法運算,若循環節首位的和要進位時,在和的循環節末位,該同樣加以進位。

106. 循環小數減法

例 求 $2.\dot{3}$, $0.18\dot{2}5$ 的較。

$$\begin{array}{r|l|l}
 2.\dot{3} = 2.3 & 333 & 33 \\
 0.18\dot{2}5 = 0.1 & 825 & 82 \\
 \hline
 2.1 & 507 &
 \end{array}$$

從此得循環小數減法的規則如下:

(一) 先將各循環小數通位。

(二) 然後依有限小數減法運算,若被減數循環節首位大於減數循環節首位,較的循環節末位須減1.

習題三十六

化下列各分數為循環小數.

1. $\frac{5}{13}$

2. $\frac{7}{11}$

3. $\frac{8}{37}$

4. $\frac{19}{35}$

5. $\frac{13}{48}$

6. $\frac{11}{108}$

7. 把 $2.8\dot{3}7\dot{5}$ 的循環節向後移動兩位.

8. 把 $0.8\dot{5}24$ 改為不循環部分三位循環節六位的循環小數.

求下列各組循環小數的最小通位:

9. $2.\dot{2}1\dot{5}$, $0.00\dot{2}1\dot{3}$, $1.\dot{2}8\dot{5}$.

10. $1.\dot{2}\dot{5}$, $0.00\dot{1}03\dot{5}$, $0.\dot{5}1\dot{3}$.

求下列各循環小數的和:

11. $1.\dot{4}7\dot{8} + 0.\dot{3}1\dot{2} = ?$

12. $0.\dot{5} + 1.\dot{1}\dot{4} + 0.\dot{1}2\dot{3} = ?$

13. $3.\dot{1}\dot{3} + 0.5\dot{6}\dot{4} = ?$

14. $4.\dot{5}\dot{6} + 62.\dot{7} + 5.\dot{4}8\dot{6} = ?$

15. $0.\dot{5}6\dot{7} + 0.08\dot{9}8\dot{9} + 2.\dot{0}3715\dot{6} = ?$

16. $0.\dot{7}8\dot{4} + 0.08\dot{9} = ?$

求下列各循環小數的較:

$$17. \quad 0.\dot{2}6\dot{3}2 - 0.1\dot{8}\dot{3} = ? \quad 18. \quad 0.\dot{8}1 - 0.3\dot{1} = ?$$

$$19. \quad 7.0\dot{5}6 - 0.4\dot{3}2 = ? \quad 20. \quad 5.4\dot{2}6\dot{1} - 1.23\dot{2}5 = ?$$

$$21. \quad 57.0\dot{5}9\dot{1} - 25.3\dot{1} = ? \quad 22. \quad 5.3\dot{5}8 - 3.1\dot{2}4 = ?$$

23. 問 $2.5\dot{4}3$ 至少加上什麼數纔可以成一整數?

24. 有大小兩數, 小數是 $8.24\dot{6}5$, 兩數的差是 $0.\dot{8}7$, 求大數.

107. 化循環小數為分數

例一 化 $0.3\dot{7}$ 為分數.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 100 \times 0.3\dot{7} = 37.\dot{3}7 \\ & 1 \times 0.3\dot{7} = 0.\dot{3}7 \\ \hline & 99 \times 0.3\dot{7} = 37 \\ \therefore & 0.3\dot{7} = \frac{37}{99} \end{aligned}$$

例二 化 $0.32\dot{8}$ 為分數.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 1000 \times 0.32\dot{8} = 328.\dot{2}8 \\ & 10 \times 0.32\dot{8} = 3.\dot{2}8 \\ \hline & 990 \times 0.32\dot{8} = 328 - 3 \\ \therefore & 0.32\dot{8} = \frac{328 - 3}{990} = \frac{325}{990} = \frac{65}{198} \end{aligned}$$

從此得化循環小數為分數的規則如下:

(一) 化純循環小數爲分數時,以循環節爲分子,循環節爲幾位,即以幾個9爲分母,然後約分.

(二) 化混循環小數爲分數時,從小數第一位到第一循環節末,減不循環部分,用爲分子,連列9字,個數同循環節位數相同,其後再連列0字,個數同不循環位數相同,用爲分母,然後約分.

108. 循環小數乘法

例 求 $2.\dot{3} \times 0.\dot{1}4285\dot{7}$ 的積.

$$\text{解 } 2.\dot{3} \times 0.\dot{1}4285\dot{7} = 2\frac{3}{9} \times \frac{142857}{999999}$$

$$= \frac{7}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{3} = 0.\dot{3}$$

從此得循環小數乘法的規則如下:

(一) 化各循環小數爲分數.

(二) 然後求兩分數的積,再化爲小數.

109. 循環小數除法

例 求 $0.\dot{8}1 \div 0.\dot{2}1$ 的商.

$$\text{解 } 0.\dot{8}1 \div 0.\dot{2}1 = \frac{81}{99} \div \frac{21}{99}$$

$$= \frac{81}{21} = \frac{27}{7} = 3\frac{6}{7} = 3.\dot{8}5714\dot{2}$$

從此得循環小數除法的規則如下:

- (一) 化各循環小數爲分數.
 (二) 然後求兩分數的商,再化爲小數.

習題三十七

化下列各循環小數爲最簡分數:

1. $0.\dot{4}5$. 2. $0.9230\dot{7}6$.
 3. $0.2\dot{5}7$. 4. $7.02\dot{1}6$.

求下列各循環小數的積:

5. $0.\dot{4}1 \times 0.\dot{0}3\dot{1} = ?$ 6. $0.14285\dot{7} \times 0.07692\dot{3} = ?$

求下列各循環小數的商:

7. $0.\dot{1}54 \div 0.2$. 8. $56.\dot{6} \div 13.7$.

9. 甲乙兩人分國幣 50 元, 已知甲所得爲乙的 $1.\dot{6}$ 倍, 問兩人各得多少?

10. 兩數的和爲 $4.58\dot{0}$, 大數爲小數的 3 倍, 求此兩數.

11. 證 $0.\dot{1} = (0.\dot{3})2$.

第十章提要

本章已授下列各名詞的意義:

- (1) 純循環小數.

(2) 混循環小數.

(3) 循環小數通位.

本章已授下列各方法:

(1) 循環小數通位法

(2) 循環小數加法

(3) 循環小數減法

(4) 化循環小數爲分數

(5) 循環小數乘法

(6) 循環小數除法

第 十 一 章

省 略 算 法

110. 四捨五入法

實用計算上,小數位數往往祇要兩三位或三四位,若小數位數甚多時,可省略一部分.例如有小數 2.6148 ,若需要小數三位,則作為 2.615 ,若需要小數兩位,則作為 2.61 . 凡在需要小數位數以後緊接着的數字,如等於 4 或小於 4,一律棄去,若等於 5 或大於 5,在需要小數位數最後一位加上 1,這叫做四捨五入法.

111. 絕對誤差和相關誤差

例 有小數 2.6148 ,用四捨五入法取兩位小數得 2.61 ,
則 $2.6148 - 2.61 = 0.0048$,叫做絕對誤差,

$$\frac{0.0048}{2.6148} = 0.0015, \text{叫做相關誤差,}$$

即 真值 - 近似值 = 絕對誤差.

$$\text{絕對誤差} \div \text{真值} = \text{相關誤差.}$$

112. 有效數字

例 有繩長 3.26 寸,

$$\begin{aligned} \text{但 } 3.26 \text{ 寸} &= 32.6 \text{ 分} = 326 \text{ 釐} = 3260 \text{ 毫} \\ &= 0.326 \text{ 尺} = 0.0326 \text{ 丈} \cdots \cdots \end{aligned}$$

可知同一繩長,所用長的單位不同,小數的位置也就不同,但無論採用何種單位,假使第三位 6 以後的數字不能確實量得時,則因變更單位所得 6 以後的 0 字,(如 3260 毫)僅僅表示 6 的位置而不能用以決定 6 字以後的一位究竟是多少.又如 0.0326 丈,3 以前的 0 字,也是用以定位的.故凡能表明確實的數值而不僅用以定位的數字,都叫有效數字,如本例不管單位如何,其有效數字,總是 326 三位.若已確知 6 以後一位是 0,而非其他數值,或 6 以前 2 以後,還有一個 0 字,如 3206,則 0 亦為有效數字.

113. 省略加法

例 求 3.941184, 1.763538, 4.8816937 的和至小數二位,

解 用四捨五入法,各小數取小數四位,然後依普通加法運算.

$$\begin{array}{r} 3.9412 \\ 1.7635 \\ +4.8817 \\ \hline 10.5864 \end{array}$$

答 10.59.

從此得省略加法的規則如下：

(一) 用四捨五入法,各小數照需要小數位數多取兩位,若加數多到十個以上,則多取三位。

(二) 然後依常法求和。

(三) 最後再用四捨五入法去掉和的最後多餘位數,即得所求的近似值。

114. 省略減法

例 求 7.05862 同 4.138472 的較至小數第三位。

解 用四捨五入法,各小數取小數四位,然後依普通減法運算。

$$\begin{array}{r} 7.0586 \\ 4.1385 \\ \hline 2.9201 \end{array}$$

答 2.920.

[注意] 小數第三位的 0 不能省去,因為 2.92 的有效數字有 3 個,而 2.920 的有效數字則有 4 個。

從此得省略減法的規則如下：

(一) 用四捨五入法,各小數照需要小數位數多取一位。

(二) 然後依普通減法求較。

(三) 最後再用四捨五入法,將最後小數一位去掉即

得所求的近似值.

習題三十八

將下列各數用四捨五入法,使小數位數變爲三位:

1. 3.28189.

2. 0.0031576.

計算下列各題的絕對誤差和相關誤差:

3. 真值爲 4.2618, 近似值爲 4.26.

4. 真長爲 2.384 寸的繩, 量得 2.36 寸, 求絕對誤差和相關誤差.

說出下列各題的有效數字:

5. 3.0800 尺.

6. 0.03200 丈

用省略算法求下列各組數目的和至小數二位:

7. $31.4653 + 28.0054 + 9.87161 = ?$

8. $5.1219 + 4.50193 + 7.042578 = ?$

9. $63.25187 + 119.3929 + 776.658 = ?$

10. $41.79852 + 0.00714 + 29.81256 = ?$

11. $315.7265 + 0.00192 + 78.56279 = ?$

12. $716.9180 + 0.3458 + 0.01597 = ?$

用省略減法求下列各組數目的較至小數三位

13. $25.8471 - 12.09458 = ?$
14. $188.3065 - 95.987 = ?$
15. $62.254367 - 7.567894 = ?$
16. $3.7325962 - 1.4964023 = ?$
17. $561.3265 - 432.3627 = ?$
18. $0.97932 - 0.03891 = ?$

115. 省略乘法

例 求 $628.4564 \times 0.3293578$ 的積至小數二位。

解 先把乘數小數點向右移動一位，被乘數小數點
向左移動一位，使乘數祇有一位整數。

普通乘法

$$\begin{array}{r}
 62.84564 \\
 3.293578 \\
 \hline
 18853692 \\
 12569128 \\
 56561076 \\
 18853692 \\
 31422820 \\
 43991948 \\
 50276512 \\
 \hline
 206.98701729992
 \end{array}$$

省略乘法

$$\begin{array}{r}
 62.84564 \\
 \times 875392.3 \\
 \hline
 628456 \times 3 + 1 = 1885369 \\
 62845 \times 2 + 1 = 125691 \\
 6284 \times 9 + 5 = 56561 \\
 628 \times 3 + 1 = 1885 \\
 62 \times 5 + 4 = 314 \\
 6 \times 7 + 1 = 43 \\
 + 5 = 5 \\
 \hline
 206.9868
 \end{array}$$

答 206.98

從此得省略乘法的規則如下：

(一) 把乘數的小數點向左或向右移動,同時把被乘數的小數點向右或向左移動,恰同乘數移動方向相反,而移動的位數則相同,到乘數祇有一位整數爲止.

(二) 先寫被乘數,依需要的小數位數到那一位爲止,卽在那一位後面第二位下定乘數的個位,顛倒乘數的位次,把乘數寫下.

(三) 把乘數的各位同被乘數的各相當位相乘,使所得部分積的小數位數比需要的小數位數多二位,以後各位,不必再求,只要注意進位數就行.

(四) 把各部分積相加,棄去和的最後二位,卽得所求的近似積.

習題三十九

用省略乘法求下列各題的積至小數二位:

1. $9.435712 \times 5.27493 = ?$

2. $50.38145 \times 0.3108 = ?$

3. $84.39563 \times 0.028947 = ?$

用省略乘法求下列各題的積至小數三位:

4. $34.07825 \times 5.643 = ?$

5. $0.87329516 \times 645 = ?$

6. $0.35429 \times 0.07843 = ?$

116. 省略除法

例 求 $2835.14762 \div 7.5438621$ 的商至小數二位.

解

普通除法

$$\begin{array}{r|l}
 7.5438621 \overline{) 2835.14762} & 375.82 \\
 \underline{2263158} & 63 \\
 571988 & 99 \\
 \underline{528070} & 347 \\
 43918 & 643 \\
 \underline{37719} & 3105 \\
 6199 & 3325 \\
 \underline{6035} & 08968 \\
 164 & 24282 \\
 \underline{150} & 877242 \\
 13 & 365578
 \end{array}$$

省略除法

$$\begin{array}{r}
 7.54386 \overline{) 21} 2835.147 \mid 62(375.82 \\
 \underline{7.54386 \times 3 = 2263158} \\
 571989 \\
 \underline{7.5438 \times 7 + 4 = 528070} \\
 43919 \\
 \underline{7.543 \times 5 + 4 = 37719} \\
 6200 \\
 \underline{7.54 \times 8 + 2 = 6034} \\
 166 \\
 \underline{7.5 \times 2 + 1 = 151} \\
 15
 \end{array}$$

從此得省略除法的規則如下：

(一) 把除數和被除數的小數點同向左移或右移幾位,使除數只剩一位整數.

(二) 依所求商的需要小數位數,在被除數中多取一位小數,然後相除得初商.

(三) 把初商乘除數,從被除數中減去,所取除數位數的多少,依除數同初商相乘所得的積的位數能同被除數中所取位數相應即可,其餘除數各位,不必同初商相乘,祇注意進位數就行.

(四) 每得商數一位,則除數中少取一位,每次的減數也少一位,這樣做下去直到商的各位已滿需要小數位數止.

習題四十

求下面各題的商至小數二位:

1. $4.72086 \div 7.43286 = ?$
2. $1845.3129 \div 62.83592 = ?$
3. $8.91346538 \div 0.0246317 = ?$

求下面各題的商至小數三位:

4. $49.34645 \div 2.45684 = ?$
5. $0.92781393 \div 0.046827154 = ?$
6. $3 \div 0.073219347 = ?$

第十一章提要

本章已授下列各名詞的意義:

- (1) 四捨五入法
- (2) 絕對誤差和相關誤差
- (3) 有效數字

本章已授下列各方法:

- (1) 四捨五入法
- (2) 省略加法
- (3) 省略減法
- (4) 省略乘法

(5) 省略除法

復習題五

用省略算法求下列各式的結果至小數二位(1-6):

$$1. 8.42354 + 2.\dot{6}\dot{1} + \frac{7}{22} = ?$$

$$2. 8.712 - 1.98 = ?$$

$$3. 4.\dot{7}56\dot{1} + \frac{1}{3} + \frac{2}{7} = ?$$

$$4. 62.254367 - 7.567894 = ?$$

$$5. 8.78963 \times 84.87682 = ?$$

$$6. 1.93\dot{6} \div 3.0\dot{7} = ?$$

$$7. 4.5\dot{6}3 + 2.0\dot{4} + 0.1\dot{2}5 = ?$$

$$8. 2.13\dot{7} + 5.8\dot{3}\dot{2} - 1.65\dot{4} = ?$$

$$9. \frac{2.4\dot{6} - 2.3\dot{0} + \frac{4}{3}}{0.3 + 0.12\dot{7} + \frac{1}{19}} = ?$$

$$10. \frac{0.\dot{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right) \times \frac{27}{28}}{\frac{4}{7} \times (0.\dot{2}\dot{7} - 0.14285\dot{7})} = ?$$

$$11. 7.5 - \{11 - (2.27 - 0.035 \times 2) \times 5\} \times 0.75 = ?$$

$$12. \{(9.37 + 1.13) \times 0.7 - 4.9\} \times 25 = ?$$

13. $94.136 - 80.652 + 5.408 - 0.86 + 7.907 = ?$

14. $7.5 - \frac{1}{2} \times \left(6\frac{1}{3} - 4\frac{2}{5} \right) + 1.008 = ?$

15. $\left\{ \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \div 2\frac{1}{4} \right) + 0.375 \times 6 \right\} \times 108 = ?$

16. $30 \times \left(2\frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12} \right) - \left\{ 8 - \left(2\frac{1}{8} - 1\frac{1}{4} \right) \right\} \times 7 = ?$

17. $\left(1\frac{1}{4} - 3\frac{1}{3} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{5} \right) + 1\frac{1}{9} + 4\frac{1}{2} = ?$

18. $3\frac{1}{3} \times 2 - 4\frac{1}{6} \times \frac{1}{5} \div 2\frac{2}{9} \times \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) = ?$

19. 酒精同水混合,酒精佔全量的一半,而多18升,水佔酒精的一半,而多1升,問酒精和水各幾升?

20. 在同溫度華氏攝氏所示度數的和爲144度問華氏表攝氏表上度數各多少?

總復習題

1. $2\frac{3}{4} + \frac{5}{7} - \frac{\frac{5}{7} - \frac{11}{25}}{3\frac{1}{7} + \frac{2}{3}} = ?$

2. 甲乙丙三人合股經商,甲出全資本五分之一,乙出七分之四,其餘歸丙湊足,丙出資400元,問甲乙各出資多少? *250 1000*

3. 某處火車章程,乘客所帶行李在四十斤重以內的,不收運費,過此限制,要照章程按所帶東西的輕重繳納運費,某客共帶行李二百斤,出費三元二角,問每斤收費多少?

4. 北京南京間鐵路長1140.75公里,火車行32小時30分可達,南京上海間鐵路長311.04公里,火車行5小時30分可達,求兩線間火車的速度。

5. 上海漢口間,航空7小時,輪行96小時,漢口重慶間,航空亦7小時,輪行困難,需192小時,求兩線間飛行一小時的路程各等於輪行若干小時的路程及其差。

6. 滬杭公路長216公里,如中間不停,車行4小時可達,該路蘇境段占76公里,問浙境段須行若干小時?

7. 兵2000人,每人每日給米 $\frac{1}{2}$ 升,預計存糧可支持80日,現在增兵400人,要支持70日,問每人每日只可給米多少?

8. 兄48歲,弟18歲,幾年前兄年是弟年的3倍?

9. 甲有國幣爲乙有的四倍,甲比乙多四元八角,問甲乙兩人各有國幣多少?

10. 水程120里,順流划行,10時可到,逆流划行,20時可到,求河流速度和划行速度.

11. 甲所有國幣爲乙所有的 $\frac{3}{5}$,乙比甲多600元,問兩人各有國幣多少?

12. 一池水漏去 $\frac{1}{3}$,汲出1300石,還餘半池,求此池的容量.

13. 有一馬路,已成七分之五,尙有一百丈正在建築,問此路全長多少?

14. 計算 $\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{20} - 1\frac{2}{3}$ 的結果.

15. 有一工程,12人合做,35日已成工程的一半,後

來加3人再做,問再要幾天方能完成?

$$16. \quad 425 \div 3\frac{2}{5} + 4\frac{7}{12} \times 2\frac{3}{11} - 10\frac{5}{25} = ?$$

17. 東倉有米100石,西倉有米800石,每天從東倉取出12石,西倉取出152石,問幾天後兩倉的米相等?

18. 大小二數的差爲8,大數比小數的 $1\frac{1}{3}$ 少1,求此二數.

19. 三點鐘後長針同短針在什麼時候第一次相重?

20. 甲每天走50里,乙每天走78里,現在甲先走2天,乙自後追趕,問幾天可追及?

21. 一工程,甲乙二人合做,10日可成,甲一人獨做,17日可成,問二人合做4日後,所餘工程給乙一人獨做幾日可成?

22. 某人買羊兩隻,豬一口,共出國幣16元4角,兩隻羊的價格比一口豬的價格多8角,問一羊一豬的價格各多少?

23. 三人合股經商,甲出全資本的 $\frac{1}{3}$,乙出 $\frac{2}{5}$ 丙出5400元,問全資本多少?

24. 甲乙二生競走,甲先行14丈,乙纔起身,甲每秒跑

13丈,乙每秒跑15丈,問再過幾秒乙纔能追及甲?

25. 父年30歲,子年9歲,問幾年前父年是子年的四倍?

26. 有一事,甲做六日可成,乙做八日可成,若甲乙二人合做,幾日可成?

27. 應考生共572人, $\frac{8}{11}$ 應甲種考試, $\frac{1}{13}$ 應乙種考試,問甲乙兩種應考生各幾人?

28. 龜鶴同籠,頭80隻,足240隻,問龜鶴各多少?

$$29. \frac{2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3}}{\frac{3}{10} + 1\frac{1}{3}} = ?$$

30. 連續三偶數和為72,求最大一數.

31. 上等米每石價12元,下等米每石價8.5元,現在用國幣99元,買得兩種米共10石,問各有幾石?

32. 某工程,甲做3日可完,乙做4日可完,丙做15日可完,若甲乙合做1日後,餘工丙獨做,問還要幾日可完?

33. 植竿池中,露出水面部分長6公尺,占竿長 $\frac{1}{3}$,求水深和竿長.

$$34. \quad \frac{3\frac{1}{2}}{8\frac{3}{4}} \times \frac{8\frac{3}{5} - 5\frac{3}{8}}{1\frac{1}{4} + \frac{2}{7}} \div \frac{1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{7}{15}}} = ?$$

35. 某生所有錢買書用去 $\frac{1}{3}$, 買紙用去 3 元, 尚餘一半, 問某生原有國幣幾元?
36. 男二十人, 女十五人, 童子十二人, 各做工三十日, 共得工資三百九十六元九角, 工資的分配各按能力為標準, 男子力量二倍於女子, 童子力量當男子力量的三分之一, 求男, 女, 和童子每日各得多少?
37. 錢袋落地, 失去袋裏銅幣的 $\frac{3}{5}$, 後來拾起銅幣 12 個, 恰是剩餘數的 $\frac{3}{5}$, 那麼袋裏原有銅幣多少?
38. 桃一筐分給若干童子, 每人給 5 個, 剩 9 個, 每人給 6 個, 少 4 個, 問桃和童子各多少?
39. 三人合股經商, 甲出全資本 $\frac{1}{2}$, 乙出全資本 $\frac{1}{3}$, 丙應出 250 元, 問全資本多少?
40. 某數的 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{3}{4}$ 為 12, 求某數.
41. 某校入學試驗取 150 人, 落第的佔投考人數的

百分之二十五問投考人多少,落第人多少?

42. 有筆若干枝,分給學生,各給7枝,則少3枝,各給6枝,則多5枝,問學生幾人,筆幾枝?

43. 分162爲甲乙丙丁四數,甲加2,乙減2,丙用2乘,丁用2除則各數相等,求四數.

44. 有五連續整數,第三數比第一第五兩數和的 $\frac{7}{10}$ 少6,求五數.

45. 一數用4除餘2,用5除餘3,用9除適盡,求此數最小該是多少? 6678

46. 有一分數 $\frac{4}{5}$,分子分母同加一數,則爲 $\frac{3}{4}$,問所加的是多少?

47. 一舟逆流而上,二點半鐘走三里,順流而下,一點鐘走三里,求舟子操舟的速度和河流速度.

48. 一馬車前輪周圍長15尺,後輪周圍長12尺,起行時同時著地的前後輪二點,到第二次同時著地時,馬車已走了多少路?

49. 一事甲獨做十二日可成,乙獨做十五日可成,甲乙共做三日後,乙去甲留,甲還要做幾日可成?

50. 甲五日所做的工等於乙八日所做的工,一事甲

做120日而成 $\frac{2}{5}$,餘事甲乙合做,幾日可成?

51. 甲乙丙三人分國幣6600元,甲分得國幣的2倍,等於乙分得的3倍,又丙分得國幣爲乙的3倍,問各分得多少?

52. 99998的平方是多少?

53. 某甲賣雞,每頭2元1角,賣鴨,每頭1元2角,共得國幣114元,鴨的頭數三倍於雞,問這人賣雞幾隻?

54. 甲乙丙丁四人,同時同處同向繞一湖而走,甲25分走一週,乙38分走一週,丙28分走一週,丁30分走一週,問經幾小時後,四人同歸原處?

55. 甲乙共有72元,甲加上自己所有國幣的 $\frac{4}{9}$,乙加上16元,恰相等,問各有多少?

56. 建屋一所,雇大工18人,小工27人,共雇112日,總付工資2419元2角,小工每日工資是大工每日工資的三分之二,問兩種工匠每人每日工資多少?

57. 有兵一隊,每兵給25顆子彈,餘200顆,若每兵給28顆,則不足376顆,求兵數和子彈數.

58. 甲乙丙三人,同繞一湖,同時同地同向出發,甲每日走湖周的 $\frac{2}{7}$,乙每日走湖周的 $\frac{4}{35}$,丙每日走湖周的 $\frac{8}{21}$,

問幾日後三人在原地相會?

59. 甲倉儲米 155 石,乙倉儲米 85 石,從甲乙兩倉取米,每日所取數甲倉爲乙倉的 3 倍,經 7 日後兩倉存米相等,問每日兩倉所取石數各多少?

60. 兩數的最大公約數同最小公倍數相乘,得 10829,一數是 91,問他一數是多少?

61. 有一工程,甲能在 2 日內做完,乙能在 3 日內做完,丙能在 4 日內做完,問三人合做,須幾天做完?

62. 拾元鈔票和五元鈔票共二十一張,共計一百六十元,問兩種鈔票各多少?

63. 問七點到八點間分針和時針在什麼時候相會?

64. 梨一百零五個,分給三童,甲所得的五分之一,等於乙所得的四分之一,乙所得的三倍,等於丙所得的二倍,問三人各得多少?

65. 池內有竹竿, $\frac{1}{5}$ 插入泥中, $\frac{4}{13}$ 插入水中,露在空中的還有 6.6 尺,問竹竿全長多少?

66. 父年是子年的 3 倍,父 8 年前和子 5 年後年齡的和是 41 歲,問父子現年各多少?

67. 現今父年是子年的 4 倍,6 年前父年是子年的 7 倍,問父子現年各多少?

68. 甲乙兩人相距若干里,若同時各在所在地相向而行,4時後相會,若同向而行,乙在36時後追及甲,二人每時走路速度的差是2里,問甲乙每時各走多少里?

69. 甲乙二人,每分鐘甲走4丈,乙走3丈,現在有125丈的行程,甲比乙早出發10分鐘,問甲在歸途遇乙時,乙已走了多遠?

70. 甲乙二人,每日甲走60里,乙走48里,甲每走100里,休息2天,乙每走180里,休息3天,兩人同時向720里外一地出發,問兩人到達該地相差幾天?

71. 有一鐵橋,9丈長的木排,流過橋下要2分鐘時間,54丈長的木排流過,要5分鐘,求水流每分鐘的速度和橋的寬.

72. 某工程甲乙二人共做6日可成,現在共做2日後,餘工歸乙一人獨做,10日可成,問乙一人獨做要幾日可成?

73. 甲乙丙三人同乘火車,共帶行李300斤,因火車附加行李每人有一定重量,超過限制,要另付運費,現在甲出運費5角,乙出運費6角,丙出運費7角.單請一人附帶,須出2元6角,問火車限制每人免費行李重量是
少?
人

3

372250